



# DIPLOMARBEIT

## Theoretische Untersuchung und Entwicklung eines Fahrerassistenzsystems zur Stabilisierung des Powerslides

Theoretical investigation of the powerslide and development of a driver assist system for stabilization of the powerslide

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Manuel Eberhart Matrikelnummer: 11778878

unter der Leitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Johannes Edelmann Institut für Mechanik und Mechatronik

Wien, Oktober 2022

# Eidesstattliche Erklärung

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung Diplomarbeit nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin. Ich erkläre weiters an Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, genannt habe. Weiters erkläre ich, dass ich dieses Diplomarbeitsthema bisher weder im In- noch Ausland (einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, Oktober 2022

Manuel Eberhart

# Kurzfassung

Der Powerslide (oder stationärer Drift) ist ein nicht alltäglicher Bewegungszustand in der Lateraldynamik von Automobilen. Es handelt sich hierbei um einen stationären Bewegungszustand, mit großem negativen Schwimmwinkel, negativen Lenkwinkel, das heißt die vorderen Räder zeigen in die kurvenäußere Richtung, sowie großen Umfangskräften an der Hinterachse. Aus gutem Grund ist der Powerslide kein alltägliches Fahrmanöver, da es sich um einen instabilen Fahrzustand handelt.

Die Untersuchung des Fahrverhaltens an der Grenze der Fahrdynamik ist für die Wissenschaft wichtig, um dort das Fahrverhalten besser zu verstehen und so die Sicherheit durch Unterstützungssysteme oder beim autonomen Fahren verbessern zu können.

Diese Arbeit befasst sich mit dem Powerslide nicht mit der Intention die Sicherheit zu verbessern, sondern mit der Entwicklung eines Assistenzsystems für den Fahrer, um den Powerslide leichter erlernen zu können. Hierfür werden grundlegende theoretische Untersuchungen des Powerslides anhand eines Zweiradmodells durchgeführt. Als Fahrzeug wird ein allradbetriebenes Elektrofahrzeug mit zwei separaten Motoren an der Vorder- und Hinterachse verwendet. Es werden die möglichen stationären Zustände bei der stationären Kreisfahrt berechnet und auf Stabilität untersucht. Durch Berechnung der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des instabilen Modes werden die Möglichkeiten den Powerslide zu stabilisieren analysiert. Ein Fokus wird dabei auf die zusätzliche Stellgröße der Momentenverteilung zwischen Vorder- und Hinterachse, die bei der betrachteten Antriebsarchitektur zur Verfügung steht, gelegt.

Das Assistenzsystem für den Fahrer besteht aus mehreren Stufen. Der Fahrer soll durch schrittweise Reduktion der Unterstützung langsam an den selbständig durchgeführten Powerslide herangeführt werden. Zur Entwicklung eines solchen Assistenzsystems in der Simulation ist es notwendig, den Fahrer zu modellieren. Das Fahrermodell soll möglichst menschliche Eigenschaften aufweisen und hat die Aufgabe, mit der Lenkung den vorgegebenen Pfad, der Kreisbahn, zu folgen.

# Abstract

The powerslide (or sustained drift) is a not everyday driving manoeuvre of a double-track vehicle. It is a steady-state motion with large negative sideslip angle, large traction forces and a negative steering angle, i.e. the front wheels direct towards the outside of the turn. The powerslide is not an everyday driving manoeuvre for good reason, as the motion is unstable.

The investigation at the limit of handling is of importance for science in order to better understand the vehicle behavior and then to be able to improve safety by driver assistance systems or at autonomous driving.

This work deals with the powerslide not with the intention of improving safety, but with the development of an assistance system for the driver to make it easier to learn to perform the powerslide. For this purpose, fundamental theoretical investigations of the powerslide are carried out using a two-wheel vehicle model. The vehicle will be an all-wheel-drive electric vehicle with two separate motors on the front and rear axle. The possible steady-state conditions during cornering are calculated and examined for stability. Furthermore, the possibility of stabilizing the unstable powerslide motion by calculating the controllability and observability of the unstable mode is analyzed. A focus is also put on the additional input of torque distribution between the front and rear axle, which is available at this powertrain architecture.

The assistance system for the driver consists of several levels. The driver should be gradually guided to the self-employed powerslide by gradually reducing the support of the assistance system. For the development of this assistance system in the simulation, a model of the driver is necessary, which should include human characteristics and has the task of following the given path by steering.

# Danksagung

Ich möchte mich mit diesen Zeilen bei allen Personen, welche mich sowohl fachlich als auch menschlich bei der Verfassung dieser Arbeit unterstützt haben, bedanken.

Zu besonderem Dank bin ich Herrn Prof. Johannes Edelmann und Herrn Prof. Manfred Plöchl, den Betreuern dieser Arbeit, verpflichtet. Sie haben mich während der Arbeit mit spannenden Inputs und viel Erfahrung in der Fahrzeugdynamik sehr unterstützt. Vor allem möchte ich mich auch für den ermöglichten Freiraum sowohl in thematischer als auch in zeitlicher Hinsicht und die angenehme Zusammenarbeit bedanken.

Ein großer Dank gilt meinen Eltern die mich auf dem langen Weg bis hierher immer unterstützt und mein Studium überhaupt erst ermöglicht haben.

# Inhaltsverzeichnis

1	Einl	inleitung				
	1.1	Allgemeines und Definition	1			
	1.2	Motivation und Ziel der Arbeit	2			
	1.3	Literaturrecherche	3			
2	Мо	dellbildung	6			
	2.1	Zweiradmodell	6			
	2.2	Rollachsenmodell	9			
	2.3	Reifenmodell	10			
3	The	oretische Untersuchung des Powerslides	12			
	3.1	Stationäre Kreisfahrt: Handling-Diagramm	12			
	3.2	Stabilität und Eigenwertanalyse	14			
		3.2.1 Stabilität der reguläre Kurvenfahrt	15			
		3.2.2 Stabilität des Powerslides	16			
	3.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	18			
		3.3.1 Rangkriterium	18			
		3.3.2 Weiterentwicklung zu einem geometrischen Beurteilungsmaß	19			
		3.3.3 Anwendung auf den Powerslide	20			
	3.4	Nulldynamik der Geschwindigkeit	22			
4	Fah	rermodellierung	23			
	4.1	.1 Internes Fahrzeugmodell des Fahrers				
	4.2 Lenkungsregler					
4.3 Auslegung des Fahrerreglers für die reguläre Kurvenfahrt						
	4.4	Stabilisierung der instabilen Bewegung	28			
		4.4.1 Stabilisierung des Powerslide mit dem Lenkwinkel	29			
		4.4.2 Stabilisierung des Powerslides mit der Momentenverteilung	30			
	4.5	Auslegung des Fahrerreglers für den Powerslide	31			
5	Fah	rerassistenzsystem	34			
	5.1	Herausforderungen für die Realisierung der Unterstützungsstufen				
	5.2	Stufe 1	35			
		5.2.1 Ermittlung des Schwimmwinkels	36			
		5.2.2 Grundmomentenvorsteuerung	37			

<b>T</b> 1				
Inł	alts	verz	eicł	nnis
			~ ~ ~ ~ ~	

	5.2.3	Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Zwei-					
		radmodell	41				
	5.2.4	Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Rol-					
		lachsenmodell	42				
5.3	Stufe 2						
	5.3.1	Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Zwei-					
		radmodell	45				
	5.3.2	Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Rol-					
		lachsemodell	45				
Zusa	ammen	fassung und Ausblick	47				
Anh	ang		51				
A.1	A.1 Berechnung des Abstands zur gewünschten Trajektorie mit Vorausschau $\ldots$						
A.2	A.2 Parameter des Rollachsenmodells						

6

Α

# 1 Einleitung

## 1.1 Allgemeines und Definition

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einem nichtalltäglichen Fahrmanöver, einem Spezialfall der Lateraldynamik in der Fahrzeugdynamik von Automobilen, dem Powerslide (oder auch stationärer Drift). Aus gutem Grund ist der Powerslide kein alltägliches Fahrmanöver. Es handelt sich hierbei nämlich um einen instabilen Fahrzustand.

Gut bekannt ist der Powerslide vor allem aus dem Rallyesport oder eigenen Motorsport-Disziplinen. Im Rallyesport wird der Drift genutzt um enge Kurven potentiell schneller absolvieren zu können.

Für das autonome bzw. automatisierte Fahren ist der Powerslide ebenfalls von Interesse, da es sich um einen Fahrzustand im Grenzbereich der Fahrdynamik handelt. Es ist wichtig zu verstehen, wie sich das Fahrzeug bei Stabilitätsverlust verhält. Die Erkenntnisse der Fahrdynamik im Grenzbereich sind von großer Relevanz für die Fahrsicherheit. Um ein besseres Verständnis für das Fahrverhalten im Grenzbereich zu erhalten, ist es sinnvoll, den Powerslide genauer zu untersuchen.

Der Powerslide ist als eine stationäre Kurvenfahrt mit großem, negativen Schwimmwinkel  $\beta$  und einem negativen Lenkwinkel  $\delta$  bei gleichzeitig großen Umfangskräften an der Hinterachse definiert (siehe [1]). Eine stationäre Kurvenfahrt ist durch einen konstanten Kurvenradius, konstante Geschwindigkeit und konstanten Schwimmwinkel charakterisiert. Bei normaler Kurvenfahrt bleibt der Schwimmwinkel  $\beta$  klein und der Lenkwinkel  $\delta$  ist im Allgemeinen positiv (siehe Abbildung 1.1a). Beim Powerslide hingegen wird der Lenkwinkel negativ, was bedeutet, dass die vorderen Räder relativ zur Fahrzeuglängsachse in die kurvenäußere Richtung zeigen, und die Schräglaufwinkel der hinteren Räder  $\alpha_R$  sowie die Umfangskräfte an den Hinterräder werden groß (siehe Abbildung 1.1b). Durch die großen Schräglaufwinkel der hinteren Räder, sind die hinteren Reifenkräfte gesättigt, wodurch es zu einer starken Kopplung der Längs- und Seitenkräfte kommt. Durch Erhöhung der Reifenlängskraft an der Hinterachse kommt es zu einer Reduktion der Reifenseitenkraft. Mit diesem Effekt kann der Powerslide über das Antriebsmoment bzw. die Gaspedalstellung stabilisiert werden [1].

#### 1 Einleitung



Abbildung 1.1: Zweiradmodell: normale Kurvenfahrt und Powerslide in einer Linkskurve

## 1.2 Motivation und Ziel der Arbeit

Neben dem Nutzen des Powerslides im Rallyesport ist der Powerslide auch eine attraktive Herausforderung für ambitionierte Fahrer. Da es sich um einen instabilen Fahrzustand handelt, muss der Bewegungszustand durch den Fahrer stabilisiert werden. Dies ist aber für einen ungeübten Fahrer nicht einfach.

Um ungeübte Fahrer beim Erlernen des Powerslides zu unterstützen, soll ein Assistenzsystem entwickelt werden, das den Fahrer schrittweise an den selbständig durchgeführten Powerslide heranführt. Dies soll geschehen, indem die Unterstützung durch ein Regelsystem schrittweise reduziert wird.

Das Assistenzsystem soll für ein allradbetriebenes Elektrofahrzeug mit zwei separaten Motoren an der Vorder- und Hinterachse entwickelt werden. Um den Powerslide bei einem allradbetriebenen Fahrzeug mit variabler Momentenverteilung zwischen Vorder- und Hinterachse besser zu verstehen, sollen zuerst grundlegende theoretische Untersuchungen des Powerslides durchgeführt werden. Neben der Auswirkung der Momentenverteilung auf den stationären Zustand, sollen auch die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des instabilen Powerslidemodes untersucht werden und so die Möglichkeit der Allradfunktionalität, den Powerslide mit der Momentenverteilung zu stabilisieren, gezeigt werden.

Es werden mehrere Stufen der Unterstützung für das Assistenzsystem definiert:

- Stufe 1: Der Fahrer übernimmt nur das Folgen der Trajektorie durch Lenken (kein Stabilisieren). Das Unterstützungssystem übernimmt die Stabilisierung durch Regelung des Antriebs.
- Stufe 2: Der Fahrer übernimmt das Folgen der Trajektorie durch Lenken und die Vorgabe des Gesamtmoments. Durch Regelung der Momentenverteilung wird der Powerslide

stabilisiert.

• Stufe 3: Selbstständiger Powerslide: Keine Unterstützung für den Fahrer.

Zusätzlich zu den Stufen 1-3 kann noch eine weitere Stufe hinzugefügt werden:

• Stufe 0: Automatisierter Powerslide: Folgen einer Trajektorie und Einstellen eines beliebigen Schwimmwinkels mittels Lenkwinkel- und Antriebsregelung. Diese Stufe wird auch für die Entwicklung des Reglers in der Simulation benötigt.

## 1.3 Literaturrecherche

In diesem Abschnitt wird ein kurzer Überblick über wichtige Werke aus der Vergangenheit, die sich mit den Themen Stabilisieren des Fahrzeugs im Grenzbereich, Powerslide im Allgemeinen und Powerslideregler beschäftigt haben, gegeben. Der Fokus liegt hierbei bei den verwendeten Modellen, getroffenen Annahmen, verwendeten Techniken sowie den daraus resultierenden Erkenntnissen. Viele Forschungsgruppen im Bereich der Fahrzeugdynamik haben sich mit dem Powerslide beschäftigt, mit der Intention, das Fahrzeugverhalten im Grenzbereich und darüber hinaus sowie bei Stabilitätsverlust besser zu verstehen.

Ono et al. beschäftigten sich in [2] mit der Stabilisierung des Fahrzeugs bei normaler Kurvenfahrt an der Haftgrenze nur durch Lenkbewegungen um ein Eindrehen des Fahrzeugs zu verhindern.

In [3] untersucht Abdulrahim den Powerslide experimentell und simulativ. Durch Versuche und Simulation werden die Grundzusammenhänge gezeigt. Die Ermittlung des Schwimmwinkels erfolgt mithilfe eines neuronalen Netzes mit Beschleunigungsmessungen als Eingang.

Edelmann et al. haben in [1] umfangreiche Analysen des Powerslides durchgeführt. Die Analysen wurden mit einem nichtlinearen Vierradmodell durchführt und Einflüsse wie die Gewichtsverlagerung mitberücksichtigt. Bei dem hinterradbetriebenen Fahrzeug mit offenem Differential wurden die stationären Zustände der stationären Kreisfahrt berechnet und grundlegende Zusammenhänge des Powerslides gezeigt. Die gefundenen stationären Zustände wurden mit Messungen bestätigt und validiert. Die Stabilitätsuntersuchung des linearisierten Modells ergeben, dass beim Powerslide ein positiver realer Eigenwert auftritt, was eine nichtoszillatorischen Instabilität bedeutet.

Velenis et al. haben in [4] Messungen des Powerslides mit einem hinterradbetriebenen Fahrzeug gemacht und die stationären Lösungen für den Powerslide mit einem Vierradmodell berechnet. Mit einem Sliding-Mode-Controller, mit den Systemeingängen Lenkwinkel und Antriebsmoment, wurde das Fahrzeug stabilisiert. In [5] wurde das Fahrzeug mit Antriebsund Bremsmoment, bei festgehaltenem Lenkrad bezüglich eines davor berechneten Gleichgewichtszustands stabilisiert. Zusätzlich wurden in der Simulation die dynamische Gewichtsverlagerung und die Achsdynamik berücksichtigt.

#### 1 Einleitung

In [6] zeigen Hindiyeh und Gerdes eine Analyse des Powerslides mit dem Zweiradmodell als Fahrzeugmodell und dem nichtlinearen Fiala-Bürstenmodell [7] als Reifenmodell. Es wurden die stationären Driftlösungen berechnet, auf Stabilität untersucht und gezeigt, dass die Gleichgewichtslösungen des Powerslides Sattelpunkte sind. In der darauffolgenden Veröffentlichung [8] wurden die gefunden stationären Lösungen verwendet und das Fahrzeug an diesen stationären Zuständen stabilisiert. Als Regler wurde ein Dynamic-Surface-Controller mit den Eingängen Lenkwinkel und Längskraft am hinteren Reifen verwendet. Die Reglerstruktur verwendet Feedbacklinearisierung und arbeitet in zwei verschiedene Moden. Wenn die Seitenkraft an den Vorderreifen an die Grenze zur Sättigung kommt, wird auf den Mode 2 (auf ein anderes Regelgesetz) umgeschalten. Die Kopplung der hinteren Seiten- und Längskraft des Reifens erfolgt über den Reibungskreis. Die Reglung wurde experimentell mit einem Versuchsfahrzeug getestet. Der Schwimmwinkel wurde dabei über eine Sensofusion-Technik mit genauen GPS/IMU-Messdaten geschätzt.

Werling et al. präsentieren in [9] eine einfache, robuste Regelstrategie, die nur mit den Standardsensoren im Fahrzeug auskommt. Für die Reglerauslegung wurde ein Zweiradmodell verwendet. Die Dynamik der Stellgrößen (Lenkung und Antrieb) wurden mit einem PT1-Verhalten modelliert. Mit der Annahme, dass der Schräglaufwinkel an der Vorderachse während des Powerslides klein bleibt, kann über geometrische Beziehungen eine Annäherung an die unbekannte Messgröße des Schwimmwinkels als eine Funktion der Gierrate und des Lenkwinkels gefunden werden. Der Lenkungregler verwendet die Exakte-Input-Output-Linearisierungs-Technik aus [10] und folgt einer vorgegeben Kurswinkelgeschwindigkeit, was der Drehwinkelgeschwindigkeit des Geschwindigkeitsvektors entspricht. Der Fehler des Kurswinkels berechnet sich aus der Integration der Differenz der Gierrate und der vorgegeben Kurswinkelgeschwindigkeit. Zur Stabilisierung des Schwimmwinkels wird ein Sliding-Mode-Controller verwendet. Ein weiter Vorteil ist, dass kein Reifenmodell für den Regler notwendig ist.

Goh und Gerdes et al. stellen in [11] eine Regelungsstrategie vor, um einen vorgegebenen Pfad zu folgen und gleichzeitig den Powerslide zu stabilisieren. Die beiden Regelziele, Drehrate des Geschwindigkeitsvektors und Schwimmwinkelstabilisierung, wurden kombiniert und über die Eingänge Längskraft am Hinterrad und Lenkwinkel geregelt. Als Fahrzeugmodell wurde ein Zweiradmodell und als Reifenmodell das Fiala-Bürstenmodell [7] verwendet. Die Regelung verwendet den Reibungskreis um die Eingangsgröße Reifenlängskraft am hinteren Reifen auf dessen Seitenkraft umzurechnen. Das Regelsystem wurde an einem hinterradbetriebenen Elektrofahrzeug getestet. In [12] wurde die Reglung erweitert, damit kein davor bekannter Gleichgewichtszustand bekannt sein muss. Der laterale Abstand zu Trajektorie und der gewünschte Schwimmwinkel wurden als Regelziel vorgegeben. Durch Inversion des nichtlinearen Fahrzeugmodells, wurden über die gewünschte Drehrate des Geschwindigkeitsvektors und die gewünschte Gierbeschleunigung die Stellgrößen Lenkwinkel und Antriebsmoment berechnet. Der Schwimmwinkel wurde über einen Schätzalgorithmus mit genauen Messungen der Beschleunigungen und Drehraten bestimmt.

#### 1 Einleitung

In [13] haben Edelmann et al. das Stabilisieren des Powerslides und gleichzeitige Folgen einer Trajektore mit einem Fahrermodell vorgestellt. Hierbei wurden die menschlichen Eigenschaften des Fahrers mit dem Fahrermodell von McRuer [14] berücksichtigt. Das Fahrermodell von McRuer ist in eine antizipatorische Steuerung und eine kompensatorische Regelung aufgeteilt. In [13] wird dieses Modell mit einem stabilisierenden Anteil erweitert und das Verhalten des Fahrers während des Powerslides durch eine andere Parametrierung berücksichtigt. In [15] wird ein umfassender Überblick über verschiedene Möglichkeiten zur Modellierung des Fahrers gegeben, die die menschlichen Eigenschaften wie Reaktionszeit, Vorausschau sowie physiologische Einschränkungen berücksichtigen. Um das System Fahrer-Fahrzeug besser verstehen zu können, wurde in der Vergangenheit versucht mit verschiedensten Modellen das menschliche Fahrverhalten zu modellieren und darzustellen.

# 2 Modellbildung

Für die theoretische Untersuchung des Powerslides wird ein einfaches, nichtlineares Zweiradmodell verwendet. Zur Überprüfung des Reglers in der Simulation wird ein komplexeres Rollachsenmodell (Vierradmodell) verwendet. Die zwei verwendeten Fahrzeugmodelle sind in den Abschnitten 2.1 und 2.2 beschrieben. Für die Modellierung der Reifenkräfte wird ein semi-empirisches Reifenmodell, das *Pacejka Magic Formula Model*, verwendet (siehe Abschnitt 2.3).

## 2.1 Zweiradmodell

Die Beschreibung der Lateraldynamik bei normaler Kurvenfahrt und beim Powerslide kann mit einem einfachen Zweiradmodell erfolgen. Da beim Powerslide große geometrische Nichtlinearitäten auftreten und das nichtlineare Verhalten des Reifens eine essenzielle Rolle spielt, kann kein lineares Modell verwendet werden.

Beim Zweiradmodell werden der linke und rechte Reifen jeweils an der Vorder- und Hinterachse zu einem Ersatzreifen in der Fahrzeugmittenebene zusammengefasst. Spezielle Antriebsarchitekturen, wie eine Differentialsperre, können daher mit diesem Modell nicht abgebildet werden. Die Aufstandskräfte  $F_{zF}$  und  $F_{zR}$  an der Vorder- und Hinterachse werden als die statischen Aufstandskräfte definiert und bleiben konstant. Es werden keine dynamischen Achslastverlagerungen und Aufbaubewegungen berücksichtigt, was bedeutet, dass der Schwerpunkt des Fahrzeugs mit der Fahrbahnebene zusammenfällt.



Abbildung 2.1: Zweiradmodell bei normaler Kurvenfahrt

Die Bewegungsgleichungen des nichtlinearen Zweiradmodells ergeben sich aus Abbildung 2.1 mit dem Schwerpunkt- und Drallsatz zu

$$m\dot{v}\cos\beta - mv(\beta + \psi)\sin\beta = F_{xF}\cos\delta - F_{yF}\sin\delta + F_{xR}$$
(2.1)

$$m\dot{v}\sin\beta + mv(\dot{\beta} + \dot{\psi})\cos\beta = F_{xF}\sin\delta + F_{yF}\cos\delta + F_{yR}$$
(2.2)

$$\ddot{\psi}I_z = (F_{xF}\sin\delta + F_{yF}\cos\delta)l_F - F_{yR}l_R \tag{2.3}$$

mit der Gesamtmasse des Fahrzeugs m, der Geschwindigkeit v, dem Schwimmwinkel  $\beta$ , dem Lenkwinkel  $\delta$ , den Abstände der Achsen zum Schwerpunkt  $l_F$  und  $l_R$  (F: vorne, R: hinten), der Gierrate  $\dot{\psi}$ , dem Massenträgheitsmoment um die z-Achse  $I_z$ , sowie den Reifen- bzw. Achskräfte in Längsrichtung  $F_{xF}$  und  $F_{xR}$  und den Reifen- bzw. Achskräfte in Querrichtung  $F_{yF}$  und  $F_{yR}$ . Das Koordinatensystem liegt im Schwerpunkt. Die x-Achse fällt mit der Fahrzeuglängsachse zusammen, die y-Achse zeigt in Fahrtrichtung blickend nach links und die z-Achse zeigt nach oben.

Die Gleichungen (2.1) bis (2.3) können in die Form

$$\dot{\beta} = -\dot{\psi} + \frac{1}{mv} (F_{xF} \sin(\delta - \beta) + F_{yF} \cos(\delta - \beta) - F_{xR} \sin\beta + F_{yR} \cos\beta)$$
(2.4)

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} ((F_{xF} \sin \delta + F_{yF} \cos \delta) l_F - F_{yR} l_R)$$
(2.5)

$$\dot{v} = \frac{1}{m} (F_{xF} \cos(\delta - \beta) - F_{yF} \sin(\delta - \beta) + F_{xR} \cos\beta + F_{yR} \sin\beta)$$
(2.6)

gebracht werden. Zur vollständigen Beschreibung des Zweiradmodells werden die Drallsätze der Achsen

$$\dot{\omega_F} = \frac{1}{I_{red,F}} (M_F - r_F F_{xF}) \tag{2.7}$$

$$\dot{\omega_R} = \frac{1}{I_{red,R}} (M_R - r_R F_{xR}) \tag{2.8}$$

mit den Radwinkelgeschwindigkeiten  $\omega_F$  und  $\omega_R$ , den reduzierten Massenträgheitsmomenten  $I_{red,F}$  und  $I_{red,R}$ , den Rollradien  $r_F$  und  $r_R$  und den Antriebmomenten an den Achsen  $M_F$  und  $M_R$  benötigt. Die reduzierten Massenträgheitsmomente sind die Summe der auf die Radwinkelgeschwindigkeit reduzierten Massenträgheitsmomente der Rädern, den Halbachsen, des Getriebes und des Motors der jeweiligen Achse.

Die Reifen- bzw. Achskräfte in Längs- und Querrichtung  $F_x$  und  $F_y$ , sowohl vorne als auch hinten, werden über ein nichtlineares Reifenmodell, das Magic Formula Tyre Model aus [16] beschrieben. Vereinfacht können die Reifen- bzw. Achskräfte als nichtlineare Funktion  $F_{x,y} = f(F_z, s_x, \alpha, \mu)$ , mit der Radaufstandskraft  $F_z$ , dem Schräglaufwinkel des Rades  $\alpha$ , dem Längsschlupf  $s_x$  und dem Kraftschlusspotential des Reifen-Fahrbahn-Kontakts  $\mu$  formuliert werden. Das verwendete Reifenmodell wird in Abschnitt 2.3 beschrieben.

Die Schräglaufwinkel der Räder  $\alpha_F$  und  $\alpha_R$  lassen sich über die kinematischen Zusam-

menhänge zu

$$\alpha_F = \delta - \arctan(\frac{\dot{\psi}l_F}{v\cos\beta} + \tan\beta) \tag{2.9}$$

und

$$\alpha_R = -\arctan(-\frac{\dot{\psi}l_R}{v\cos\beta} + \tan\beta) \tag{2.10}$$

anschreiben.

Die Längsschlüpfe  $s_{xF}$  und  $s_{xR}$  sind von der Radwinkelgeschwindigkeit  $\omega_F$  bzw.  $\omega_R$  sowie von der Längsgeschwindigkeit des zugehörigen Radmittelpunkts abhängig. Über geometrische und kinematische Zusammenhänge findet man

$$s_{xF} = -\frac{v_{xF} - \omega_F r_F}{v_{xF}} \tag{2.11}$$

und

$$s_{xR} = -\frac{v\cos\beta - \omega_R r_R}{v\cos\beta} \tag{2.12}$$

mit der Geschwindigkeit des Radmittelpunkts am vorderen Rad

$$v_{xF} = \frac{v\cos\beta}{\cos(\delta - \alpha_F)}\cos\alpha_F.$$
(2.13)

Zusammenfassend lassen sich die Differentialgleichungen (2.4) bis (2.8) als nichtlineares Differentialgleichungssystem wie folgt anschreiben

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \tag{2.14}$$

**x** ist der Zustandsvektor mit den Einträgen  $\beta$ ,  $\dot{\psi}$ , v,  $\omega_F$  und  $\omega_R$  und **u** der Eingangsvektor des Systems

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \delta \\ M_{ges} \\ \gamma \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

mit dem Vorderachslenkwinkel  $\delta$ , dem Gesamtmoment  $M_{ges}$  und der Momentenverteilung  $\gamma$ , wobei  $\gamma = M_R/M_{ges}$ . Die Achsmomente vorne  $M_F$  und hinten  $M_R$  errechnen sich daher zu

$$M_F = (1 - \gamma)M_{ges} \tag{2.16}$$

und

$$M_R = \gamma M_{ges}. \tag{2.17}$$

Das sehr einfache Fahrzeugmodell erlaubt es, das Fahrverhalten bei normaler Kurvenfahrt und im Powerslide gut darzustellen. Es können aber viele Effekte damit nicht dargestellt bzw. abgebildet werden. Beispiele hierfür sind die dynamischen Achslastverteilungen und Eigenschaften des Antriebssystems wie z.B. eine Differentialsperre. Um die Lenknachgiebigkeit, die einen relevanten Einfluss auf den Verlauf des Lenkradwinkels über der Querbeschleunigung (bei konstantem Kurvenradius) hat (siehe Abschnitt 3.1), nicht zu vernachlässigen, wird sie in der effektiven Schräglaufsteifigkeit der Vorderachse mitberücksichtigt. Die Schräglaufsteifigkeit des Vorderreifens wird passend skaliert und so der Verlauf des Lenkradwinkels über der Querbeschleunigung an vorhandene Messungen angepasst.

#### 2.2 Rollachsenmodell

Für die Simulation des Fahrzeugs und zum Testen des entwickelten Assistenzsystems wird ein komplexeres Fahrzeugmodell verwendet, um weitere Effekte berücksichtigen zu können. Das Rollachsenmodell (aus [16]) ist ein Vierradmodell, welches neben den Freiheitsgraden Gierrate  $\dot{\psi}$ , Schwimmwinkel  $\beta$  und der Geschwindigkeit v zusätzlich den Freiheitsgrad  $\varphi$ , die Rollbewegung des Aufbaus über eine definierte Achse, berücksichtigt. Die Achse, um die der Aufbau drehbar ist, wird über die Höhen  $h_1$  und  $h_2$  definiert (siehe Abbildung 2.2). Die Drehfedern  $c_{\varphi 1}$  und  $c_{\varphi 2}$  für die Vorder- und Hinterachse berücksichtigen die Aufbaufedern sowie die Stabilisatoren und Nachgiebigkeiten der jeweiligen Achse. Zusätzlich wird neben der Rollsteifigkeit auch eine Dämpfung eingeführt, die die Rollbewegung dämpft  $(k_{\varphi 1} \text{ und } k_{\varphi 2})$ . Die Dämpfungskonstanten ergeben sich aus den Aufbaudämpfern und den Dämpfungseigenschaften der jeweiligen Achse. Mit den Drallsätzen der vier Rädern und den reduzierten Massenträgheitsmomenten des Antriebs ergibt sich ein Fahrzeugmodell mit insgesamt acht Freiheitsgraden. Da hier im Unterschied zum Zweiradmodell einzelne Freiheitsgrade für die Räder vorhanden sind, wird die Antriebsarchitektur des Fahrzeugs mitmodelliert. An der Vorderachse wird ein offenes Differential und an der Hinterachse eine geregelte Differentialsperre verwendet. Eine Darstellung des Rollachsenmodells ist in Abbildung 2.2 zu sehen. Die verwendeten Parameter sind im Anhang A.2 angeführt.



Abbildung 2.2: Rollachsenmodell, Abbildung aus [16]

Für die Gleichungen des Rollachsenmodells wird auf [16] verwiesen.

## 2.3 Reifenmodell

Es gibt viele verschiedene Ansätze um den Reifen zu modellieren. Die verschiedenen Methoden reichen dabei von sehr theoretischen zu sehr experimentellen, auf Messdaten beruhenden Modellen.

Eine Methode, die auf experimentellen Daten beruht, beschreibt den Reifen, indem Regressionsmodelle parametriert werden. Ein sehr bekannter und weit verbreiteter Vertreter dieser Kategorie ist das *Pacejka Magic Formula Model* [16]. Eine eher theoretische Methode ist die *Similarity Method* (Ähnlichkeitsmethode). Sie verwendet Grundcharakteristiken und beschreibt das Reifenverhalten durch Skalieren und Kombinieren dieser Grundcharakteristiken. Ein weiterer Ansatz ist das Verwenden einer einfachen physikalischen Repräsentation des Reifens, wie z.B. das Bürstenmodell. Dieses Modell ist einfach, dafür aber auch in der Genauigkeit anderen Reifenmodellen unterlegen. Eine andere Herangehensweise ist das Verwenden von komplexen theoretischen Modellen. Hier wird der Reifen beispielsweise mit der Finite-Elemente-Methode modelliert. Diese Modelle werden für genauere Analysen des Reifens und dessen Performance verwendet, weniger jedoch für fahrdynamische Analysen.

In dieser Arbeit wird als Reifenmodell das weitverbreitete *Pacejka Magic Formula Model* aus [16] verwendet. Die verwendeten Reifenparameter entsprechen für den Vorderreifen der Dimension 245/45-R20 und für den Hinterreifen der Dimension 285/40-R20.

In den Abbildungen 2.3a und 2.3b sind der Verlauf der Reifen- bzw. Achskräfte in Längsrichtung über dem Schlupf  $s_x$  (bei  $\alpha = 0$ ) und in Querrichtung über dem Schräglaufwinkel  $\alpha$ (bei  $s_x = 0$ ) an der Vorder- und Hinterachse dargestellt.



Abbildung 2.3: Reifen- bzw. Achskräfte in Längs- und Querrichtung an der Vorder- und Hinterachse für  $\mu = 0.4$  und Radaufstandskräfte  $F_{zF} = 4300N$  und  $F_{zR} = 4900N$ 

In Abbildung 2.3b ist ersichtlich, dass der Vorderreifen eine viel geringere Schräglaufsteifigkeit (Anstieg der Seitenkraft bei Erhöhung des Schräglaufwinkels bei  $\alpha = 0$ ) besitzt als der

#### 2 Modellbildung

Hinterreifen. Dies resultiert daraus, dass die Lenknachgiebigkeit des Fahrzeugs (Nachgiebigkeit der Lenkung zwischen dem Lenkrad und den Rädern) berücksichtigt wird, indem die Schräglaufsteifigkeit des vorderen Reifens skaliert wird (siehe Abschnitt 2.1) um eine korrekte gesamte effektive Achsschräglaufsteifigkeit zu erzielen.

In den folgenden beiden Abbildungen 2.4 und 2.5 kann die Kombination von Längs- und Seitenkraft gesehen werden. Man kann deutlich erkennen, dass bei konstantem Schräglaufwinkel  $\alpha$  die Seitenkraft abnimmt, wenn die Längskraft (oder der Längsschlupf) erhöht wird. Dieses Verhalten des Reifens ist notwendig und essenziell, um den Powerslide beschreiben und abbilden zu können.



Abbildung 2.4: Reifen- bzw. Achskräfte in Querrichtung über den Kräften in Längsrichtung an der Vorderachse für verschiedene Schräglaufwinkel  $\alpha$  für  $\mu = 0.4$  und Radaufstandskraft  $F_{zF} = 4300N$ 



Abbildung 2.5: Reifen- bzw. Achskräfte in Querrichtung über den Kräften in Längsrichtung an der Hinterachse für verschiedene Schräglaufwinkel  $\alpha$  für  $\mu = 0.4$  und Radaufstandskraft  $F_{zR} = 4900N$ 

# 3 Theoretische Untersuchung des Powerslides

#### 3.1 Stationäre Kreisfahrt: Handling-Diagramm

Das Verhalten des Fahrzeugs bei stationärer Kreisfahrt mit konstantem Kurvenradius R und verschiedenen Geschwindigkeiten v bzw. Zentripedalbeschleungingungen  $a_n = v^2/R$  beinhaltet viel Information über das Verhalten und die Handlingeigenschaften des Fahrzeugs (siehe [1]). Die stationäre Kreisfahrt mit konstantem Kurvenradius ist in [17] mit  $\dot{\beta} = 0$ ,  $\dot{v} = 0$  und  $\ddot{\psi} = 0$  definiert. Daraus ergibt sich eine Gierrate von  $\dot{\psi} = v/R$ . Beim Fahrverhalten von Fahrzeugen unterscheidet man übersteuerndes, neutralsteuerndes und untersteuerndes Verhalten. Ein untersteuerndes Verhalten ist durch  $d\delta/da_n > 0$  (bei konstantem Kurvenradius R) gekennzeichnet. Der Lenkwinkel  $\delta$  muss bei Erhöhung der Kurvengeschwindigkeit ebenfalls erhöht werden. Ein übersteuerndes Fahrverhalten ist durch  $d\delta/da_n < 0$  gekennzeichnet und bedeutet eine Reduktion des Lenkwinkels bei Erhöhung der Kurvengeschwindigkeit. Von einem neutralsteuernden Verhalten wird gesprochen, wenn  $d\delta/da_n = 0$  gilt. Das Verhalten des Fahrzeugs kann sich bei Erhöhung der Kurvengschwindigkeit von einem untersteuerndes Verhalten in ein übersteuerndes Verhalten und umgekehrt ändern. Bei einem linearen Fahrzeugmodell bleibt  $d\delta/da_n$  über der Zentripedalbeschleunigung konstant.

Die Lösungen für die stationäre Kreisfahrt werden gefunden, indem (2.14) null gesetzt wird:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}.\tag{3.1}$$

Für eine bestimmte Momentenverteilung  $\gamma$  zwischen Vorder- und Hinterachse und einer vorgegebenen Kurvengeschwindigkeit, werden die stationären Lösungen durch Lösen des nichtlinearen Gleichungssystems (3.1) gefunden. Die stationären Lösungen werden numerisch mit den Fahrzeugparameter in Tabelle 3.1 und den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Reifenmodell mit dem Kraftschlusspotential des Reifen-Fahrbahn-Kontakts  $\mu = 0.4$  und der Grundmomentenverteilung  $\gamma_0 = 0.8$  berechnet.

In der den nachfolgenden Abbildungen 3.1 und 3.2 sind der Verlauf des Schwimmwinkels  $\beta$ und des Lenkwinkels  $\delta$  über der Normalbeschleunigung des Fahrzeugs bei stationärer Kreisfahrt mit Kurvenradius R = 50 m dargestellt. Es ist zu sehen, dass vier verschiedene Lösungen für dieses konkrete Fahrzeug mit dem oben beschriebenen Reifenmodell existieren. Für diese Arbeit interessant sind die reguläre Kurvenfahrt und der Powerslide.

Parameter	Wert	Einheit	Beschreibung
$\overline{m}$	2452	kg	Gesamtmasse des Fahrzeugs
$I_z$	3600	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment um die Gierachse
$l_F$	1.479	m	Abstand Schwerpunkt zur Vorderachse
$l_R$	1.421	m	Abstand Schwerpunkt zur Hinterachse
$I_{redF}$	6.6	$\mathrm{kgm}^2$	reduziertes Massenträgheitmoment vorne (ganze Achse)
$I_{redR}$	39.9	$\mathrm{kgm}^2$	reduziertes Massenträgheitmoment hinten (ganze Achse)
$\gamma_0$	0.8	-	Grundmomentenverteilung

Tabelle 3.1: Parameters des Zweiradmodells



Abbildung 3.1: Schwimmwinkel $\beta,$ Lösungen der stationären Kreisfahrt für $\mu=0.4,\,R=50\,{\rm m}$  und  $\gamma=0.8$ 



Abbildung 3.2: Lenkwinkel $\delta,$ Lösungen der stationären Kreisfahrt für $\mu=0.4,\,R=50\,{\rm m}$  und  $\gamma=0.8$ 

In Abbildung 3.2 ist zu erkennen, dass bei der regulären Kurvenfahrt mit Erhöhung der Querbeschleunigung bei konstantem Kurvenradius R der Lenkwinkel  $\delta$  ansteigt. Es handelt sich um ein untersteuerndes Fahrzeug.

#### 3.2 Stabilität und Eigenwertanalyse

Um die Stabilität der stationären Lösungen des Zweiradmodells zu untersuchen, werden lineare Methoden verwendet. Hierfür wird das Modell an den stationären Lösungen  $x_0$  der regulären Kurvenfahrt und des Powerslides linearisiert. Das linearisierte Modell hat mit  $\Delta x = x - x_0$ ,  $\Delta y = y - y_0$  und  $\Delta u = u - u_0$  die Form

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} \tag{3.2}$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}. \tag{3.3}$$

Durch Lösen des Eigenwertproblems

$$(\mathbf{A} - \mathbf{I}\lambda_i)\mathbf{v}_i = \mathbf{0} \tag{3.4}$$

werden die Eigenwerte  $\lambda_i$  und die Eigenvektoren  $\mathbf{v}_i$  des Modes *i* ermittelt. Hierbei gibt der Eigenwert  $\lambda_i$  das dynamische Verhalten (Eigenfrequenz und Dämpfung) des Modes *i* an und der Eigenvektor  $\mathbf{v}_i$  die geometrische Form des Modes. Der Eigenvektor  $\mathbf{v}_i$  beinhaltet die Information, welche Einträge des Zustandsvektors im Mode *i* wie stark vorhanden sind.

#### 3.2.1 Stabilität der reguläre Kurvenfahrt

In der nachfolgenden Abbildung 3.3 ist der Verlauf der Eigenwerte der ersten drei Moden über die Querbeschleunigung bei der regulären Kurvenfahrt gezeigt. Die beiden weiteren, nicht dargestellten Moden haben sehr stark negative reale Eigenwerte, klingen deshalb sehr schnell ab, und werden hier nicht dargestellt. Um den Eigenwertverlauf über der Querbeschleunigung zu ermitteln, wird das nichtlineare Modell an jedem stationären Punkt linearisiert und das Eigenwertproblem (3.4) gelöst.



Abbildung 3.3: Realteile der Eigenwerte der ersten drei Modes für die reguläre Kurvenfahrt

Der Eigenwert des ersten Modes ist über die gesamte Querbeschleunigung ein realer Eigenwert mit negativen Realteil nahe null. Die Eigenwerte des Modes zwei und drei entwickeln sich von negativen realen Eigenwerten mit steigender Querbeschleunigung bei ca.  $2 \text{ m/s}^2$  zu einem konjugiert komplexen Eigenwert mit negativen Realteil.

Die Einträge der Eigenvektoren (in Abbildung 3.4 zu sehen) geben an, wie der jeweilige Mode aussicht, bzw. welche Einträge des Zustandsvektors wie stark vorhanden sind. Bei Mode 1 lässt sich gut erkennen, dass dieser Mode hauptsächlich der Geschwindigkeit zuordenbar ist. Es sind hauptsächlich die Achswinkelgeschwindigkeiten sowie die Geschwindigkeit enthalten während der Schwimmwinkel und die Gierrate fast verschwinden. Bei Mode 2 und 3 hingegen sind der größte Eintrag die Gierrate  $\dot{\psi}$  und sie können daher der Gierbewegung zugeordnet werden. Mode 4 und 5, welche hier nicht dargestellt sind, beinhalten hauptsächlich die Achsdynamik (Achswinkelgeschwindigkeiten  $\omega_F$  und  $\omega_R$ ).

Eine andere Darstellungsmöglichkeit der Moden ist, für jeden Freiheitsgrad darzustellen, wie stark der Eintrag des Freiheitsgrads in dem jeweiligen Moden vorhanden ist. Dies ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Aus dieser Darstellung lässt sich der konjugiert komplexe Eigenwert der Moden 2 und 3 ab einer Querbeschleunigung von ca.  $2 \text{ m/s}^2$  gut erkennen, sowie auch die Zuordnung der Moden zu den Bewegungsanteilen. Physikalisch bedeutet der Übergang von realen Eigenwerten zu konjungiert komplexen Eigenwerten den Wechsel von einem nichtoszillatorischen Verhalten zu einem oszillatorischen Verhalten des Modes.



Abbildung 3.4: Einträge der normierten Eigenvektoren der ersten drei Moden für die reguläre Kurvenfahrt



Abbildung 3.5: Dominanz der Freiheitsgrade in den ersten drei Moden für die reguläre Kurvenfahrt

#### 3.2.2 Stabilität des Powerslides

Der Powerslide ist ein instabiler Bewegungszustand. In der folgenden Abbildung 3.6 ist der Verlauf der Eigenwerte des Powerslides über den Schwimmwinkel  $\beta$  aufgetragen. Der größte Eigenwert (Eigenwert des Modes 1) ist ein positiver realer Eigenwert und charakterisiert eine instabile Bewegung (nichtoszillatorischer Stabilitätsverlust). Der Eigenwert des Modes 2 ist wie bei der regulären Kurvenfahrt nahezu null jedoch leicht positiv und der Geschwindigkeit zugeordnet, was in Abbildung 3.7 und 3.8 ersichtlich ist. Die Moden 4 und 5 haben große negative Realteile, klingen deshalb schnell ab und sind hier nicht dargestellt.



Abbildung 3.6: Eigenwerte der ersten drei Moden des Powerslides



Abbildung 3.7: Einträge der normierten Eigenvektoren der ersten drei Moden des Powerslides

In Abbildung 3.8 ist dargestellt, wie stark die einzelnen Freiheitsgrade in den Moden 1 bis 3 vertreten sind. Hier kann man erkennen, dass die Moden 1 und 3 der Gierbewegung zugeordnet sind, da der Schwimmwinkel  $\beta$  und die Gierrate  $\dot{\psi}$  in diesen Moden sehr stark präsent sind.



Abbildung 3.8: Dominanz der Freiheitsgrade in den ersten drei Moden des Powerslides

## 3.3 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Zur Beurteilung der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit eines Systems gibt es verschiedene Ansätze. Viele Methoden verwenden Kriterien, welche eine Ja/Nein-Aussage über die Steuerbarkeit oder Beobachtbarkeit liefern. Zu dieser Kategorie gehören das *Kalman Steuerbarkeitsbzw. Beobachtbarkeitskriterium* [18] sowie der *Popov-Belevitch-Hautus Test* (*PBH-Test*) [19]. Neben den Methoden zur Beurteilung der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit die eine Ja/Nein-Antwort liefern, wurden im Laufe der Zeit auch Methoden entwickelt, die Aussagen darüber treffen, mit welchem Aktor bzw. Eingang ein Mode des Systems möglichst gut beeinflusst bzw. mit welchem Sensor ein Mode möglichst gut beobachtet werden kann. Hier gibt es Methoden, die geometrische Zusammenhänge der Eigenvektoren und Eingangs- und Ausgangsvektoren berücksichtigen oder die Singulärwertzerlegung einer erweiterten Systemmatrix verwenden (siehe [20]). Diese genannten Ansätze beziehen sich alle auf lineare Systeme.

In dieser Arbeit wird eine Methode verwendet, die Hamdan et al. in [21] vorgeschlagen und beschrieben haben. Es ist eine geometrische Methode, die den Winkel zwischen den Eigenvektoren, dem Eingangs- und Ausgangsvektor betrachten. Eine Abänderung dieses Ansatzes wurde später von Choi et al. in [22] vorgeschlagen, der zusätzlich die maximale Stellgröße des Eingangs  $u_j$  und die Länge des Eingangsvektors  $\mathbf{b}_j$  berücksichtigt. Dieser geometrische Ansatz lässt sich aus der Grundidee des *PBH-Tests* (eines Rangkriteriums) herleiten und wird im Folgenden beschrieben.

#### 3.3.1 Rangkriterium

Es wird von einem allgemeinen linearen System ausgegangen:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{3.5}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{3.6}$$

mit  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  (mit *n* als Anzahl der Freiheitsgrade),  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  (mit *m* als Anzahl der Eingänge),  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^l$  (mit *l* als Anzahl der Ausgänge) und der Systemmatrix **A**, der Eingangsmatrix **B** und der Ausgangsmatrix **C** mit den zugehörigen Dimensionen.

Das Rangkriterium verwendet eine erweiterte Matrix. Die Steuerbarkeit des Eingangs j für den Mode i ist laut dem *PBH-Test* gegeben, wenn die Bedingung

$$\operatorname{rang}(\begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A} & \mathbf{b}_j \end{bmatrix}) = n \tag{3.7}$$

erfüllt ist. Für die Beurteilung der Beobachtbarkeit des Modes i vom Ausgang k muss die Bedingung

$$\operatorname{rang}\left(\begin{bmatrix}\lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A}\\\mathbf{c}_k^T\end{bmatrix}\right) = n \tag{3.8}$$

erfüllt sein. Der *PBH-Test* kann auch als Eigenvektortest formuliert werden, mit dem rechten Eigenvektor  $\mathbf{p}_i$  ( $\mathbf{A}\mathbf{p}_i = \lambda_i \mathbf{p}_i$ ) zum Eigenwert  $\lambda_i$  und dem zugehörigen linken Eigenvektor  $\mathbf{q}_i$   $(\mathbf{A}^T \mathbf{q}_i = \lambda_i \mathbf{q}_i)$ . Laut dem Eigenvektortest verschwindet die Steurbarkeit des Modes *i* durch den Eingang *j* wenn

$$\mathbf{q}_i^T \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A} & \mathbf{b}_j \end{bmatrix} = \mathbf{0}^T \tag{3.9}$$

mit  $\mathbf{0}$  als Nullvektor gilt. Analog gilt, dass die Beobachtbarkeit des Modes i durch den Ausgang k verloren wird, wenn

$$\begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{c}_k^T \end{bmatrix} \mathbf{p}_i = \mathbf{0}$$
(3.10)

gilt.

#### 3.3.2 Weiterentwicklung zu einem geometrischen Beurteilungsmaß

Der Eigenvektortest lässt aus (3.9) erkennen, dass der Eingangsvektor  $\mathbf{b}_j$  und der linke Eigenvektor  $\mathbf{q}_i$  nicht orthogonal zueinander stehen dürfen, um eine Steuerbarkeit des Modes i durch den Eingang j zu gewährleisten. Dies ist mit der Definition des Eigenwertproblems leicht ersichtlich, da die Größe  $\mathbf{q}_i^T(\lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A})$  verschwindet. Analoges gilt für die Beobachtbarkeit. Um die Beobachtbarkeit des Modes i durch den Ausgang k nicht zu verlieren, dürfen der rechte Eigenvektor  $\mathbf{p}_i$  und der Ausgangsvektor  $\mathbf{c}_k$  nicht orthogonal zueinander stehen.

Ausgehend von dieser Erkenntnis, haben Hamdan et al. in [21] vorgeschlagen, den Kosinus des Winkels zwischen Vektoren  $\mathbf{q}_i$  und  $\mathbf{b}_j$  als Maß für die Steuerbarkeit und den Kosinus des Winkels zwischen Vektoren  $\mathbf{p}_i$  und  $\mathbf{c}_k$  als Maß für die Beobachtbarkeit der einzelnen Moden zu den Eingängen j und Ausgängen k zu verwenden.

Choi et al. haben in [22] vorgeschlagen die Längen des Eingangs- sowie Ausgangsvektors zu berücksichtigen. Zusätzlich wird auch die maximale Stellgröße  $u_{j,\max}$  des Eingangs j berücksichtigt. Schlussendlich dient folgender Ausdruck als Maß für die Steuerbarkeit des Modes i durch den Eingang j:

$$M_{c,ij} = \cos \theta_{ij} |\mathbf{b}_j| u_{j,\max} \tag{3.11}$$

mit

$$\cos \theta_{ij} = \frac{\mathbf{q}_i^T \mathbf{b}_j}{|\mathbf{q}_i||\mathbf{b}_j|}.$$
(3.12)

 $u_{j,\max}$  gibt die maximale Größe des Eingangs j an und ist  $45^{\circ} = \pi/4$  für den Lenkwinkel  $\delta$ , 5000 (Nm) für das Gesamtmoment  $M_{qes}$  und 1 für die Mometenverteilung  $\gamma$ .

Als Maß für die Beobachtbarkeit des Modes i durch den Ausgang k wird folgender Ausdruck verwendet:

$$M_{o,ki} = \cos \theta_{ki} |\mathbf{c}_k| \tag{3.13}$$

 $\operatorname{mit}$ 

$$\cos \theta_{ki} = \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{p}_i}{|\mathbf{p}_i| |\mathbf{c}_k|}.$$
(3.14)

Als Gesamtmaß, um beurteilen zu können wie gut ein bestimmter Mode geregelt werden

kann, wird das Produkt der beiden Maße

$$M_{co,kj} = M_{o,ki}M_{c,ij} \tag{3.15}$$

verwendet, was den Ausdruck

$$M_{co,kj} = \mathbf{c}_k \mathbf{p}_i \mathbf{q}_i^T \mathbf{b}_j u_{j,\max}$$
(3.16)

ergibt, wenn genormte Eigenvektoren  $\mathbf{p}_i$  und  $\mathbf{q}_i$  verwendet werden.

#### 3.3.3 Anwendung auf den Powerslide

Wie bei der Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren zur Beurteilung der Stabilität (Abschnitt 3.2) wird das Modell zur Bestimmung der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit an allen stationären Punkten des Powerslides linearisiert. Vom linearsierten Modell wird das Beurteilungmaß für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit mit (3.16) berechnet.

Das Beurteilungsmaß wird für die Eingänge Lenkwinkel  $\delta$ , Gesamtmoment  $M_{ges}$  und die Momentenverteilung  $\gamma$  berechnet. Als Ausgänge bzw. Messgrößen werden die Gierrate  $\dot{\psi}$  und der Schwimmwinkel  $\beta$  gewählt. Wie in Abschnitt 3.2 werden nur die Moden 1 bis 3 analysiert, wobei vor allem der instabile Mode 1 von Interesse ist, da dieser stabilisiert werden muss. In



Abbildung 3.9: Maß für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit für alle Eingänge und den Ausgang Schwimmwinkel  $\beta$ , für eine Momentenverteilung von  $\gamma = 0.8$ 

Abbildung 3.9 ist das Gesamtmaß für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit für den Ausgang des Schwimmwinkels  $\beta$  dargestellt. Im linken Bild ist zu erkennen, dass laut diesem Maß der instabile Mode mit dem Lenkwinkel  $\delta$  über den gesamten Bereich gut geregelt werden kann. Ein interessanter Verlauf über den Schwimmwinkel  $\beta$  ist im mittleren Bild für den instabilen Mode zu sehen. Für einige Schwimmwinkel  $\beta$  verliert der Eingang Gesamtmoment  $M_{ges}$  die Steuerbarkeit. Im rechten Bild ist das Maß für den Eingang der Verteilung  $\gamma$  dargestellt. Mit sinkenden Schwimmwinkel  $\beta$  steigt das Maß der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit für den instabilen Mode 1 und dem ebenfalls der Gierbewegung zugeordneten Mode 3. Die Skalierung der Ordinaten in Abbildung 3.9, 3.10 und 3.11 berücksichtigt hierbei die Steuerbarkeit

und Beobachtbarkeit bei Ausnutzung des gesamten Stellbereichs des jeweiligen Eingangs und ermöglicht so eine gewisse Vergleichbarkeit.

Qualitativ sehr ähnlich sehen die Verläufe für den Ausgang der Gierrate  $\psi$  aus (siehe Abbildung 3.10).



Abbildung 3.10: Maß für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit für alle Eingänge und den Ausgang Gierrate  $\dot{\psi}$ , für eine Momentenverteilung von  $\gamma = 0.8$ 

Den Effekt des Verlusts der Steuerbarkeit des Gesamtmoments für den instabilen Mode 1 (wie im mittleren Bild in Abbildung 3.9 und 3.10 ersichtlich) erkennt man auch, wenn das Beurteilungsmaß bei festgehaltenen Schwimmwinkel  $\beta$  für verschiedene Momentenverteilungen  $\gamma$  berechnet wird (siehe Abbildung 3.11). Bei einer Verteilung von  $\gamma = 0.83$  verliert des Gesamtmoment  $M_{ges}$  die Möglichkeit, den instabilen Mode 1 bei einem Schwimmwinkel von  $\beta = -35^{\circ}$  zu beeinflussen. Dieser Effekt tritt bei der Momentenverteilung  $\gamma$ , wie in Abbildung 3.11 im rechten Bild zu sehen ist, nicht auf. Das ist ein Hinweis dafür, dass die Momentenverteilung eine gute Möglichkeit ist um den Powerslide zu stabilisieren während beim Gesamtmoment als Eingang diese Möglichkeit bei bestimmten Konfigurationen verloren geht. Das Gesamtmaß der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit ist bei der Momentenverteilung realtiv gering, verschwindet dafür aber nicht komplett für gewisse Konfigurationen.



Abbildung 3.11: Maß für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit für einen Schwimmwinkel von  $\beta = -35^{\circ}$  und Variation der Momentenverteilung  $\gamma$ 

## 3.4 Nulldynamik der Geschwindigkeit

Bei der Stabilisierung des Powerslides wird ein stationärer Zustand der Powerslide-Kurve im Handling-Diagramm (Abbildung 3.2) eingeregelt. Eine interessante Beobachtung ist, dass wenn ein gewünschter Schwimmwinkel  $\beta_{des}$  eingeregelt und das System mit der Regelung stabilisiert wird, die Geschwindigkeit v nicht mehr frei gewählt werden kann. Die Geschwindigkeit ist über den stationären Zustand im Handlingdiagramm definiert und somit neben dem Schwimmwinkel  $\beta$  nur vom Radius R und vom Kraftschlusspotential des Reifen-Fahrbahn-Kontakts  $\mu$  abhängig. In [12] sprechen Goh et al. von einer stabilen Nulldynamik der Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist nicht explizit im Regelziel vorhanden, weist aber eine stabile Dynamik auf.

# 4 Fahrermodellierung

Wie bereits in der Einleitung (Kapitel 1) erwähnt, ist das Ziel der Arbeit, ein Unterstützungssystem für den Fahrer zu entwickeln, mit dem die Erlernung des Powerslides erleichtert werden soll. Der große Unterschied zu den meisten in der Literatur vorhandenen Regelungen des Powerslides ist, dass es sich nicht um einen automatisierten Drift handelt, sondern ein Fahrer im Fahrzeug vorhanden ist und eingebunden werden muss. Dies geht damit einher, dass beim Regler zum Folgen der Trajektorie und Stabilisieren des Fahrzeugs, die Eigenschaften und Beschränkungen eines menschlichen Fahrers berücksichtigt werden müssen. Zur Umsetzung im Fahrzeug, muss das Regelsystem gemeinsam mit einem Fahrer funktionieren, der je nach Unterstützungsstufe des Assistenzsystems verschiedene Aufgaben übernimmt.

Für die Simulation und Entwicklung des Unterstützungssystems wird ein Lenkungsregler mit möglichst menschlichen Eigenschaften benötigt. Um das Verhalten des Fahrers möglichst realitätsnah abzubilden, wird als Fahrermodell zur Trajektorienfolge das *Präzisionsmodell* von McRuer [14] mit einer zusätzlichen Vorausschau verwendet.

Die Unterstützung für den Fahrer soll schrittweise reduziert werden. Beginnend mit der Stufe 1 (viel Unterstützung) bis zur Stufe 3 (keine Unterstützung). Welche Aufgaben der Fahrer bei den jeweiligen Stufen hat und welche Eingänge durch das Unterstützungssystem durch eine Regelung vorgegeben werden, wird im Folgenden genauer ausgeführt:

- Stufe 1: Aufgabe des Fahrers ist es lediglich zu lenken (Eingang Lenkwinkel δ) und dadurch der Trajektorie zu folgen (keine Stabilisierung des Fahrzeugs). Das Unterstützungssystem regelt den Antriebsstrang (Gesamtmoment M<sub>ges</sub> und Momentenverteilung γ) und stabilisiert dadurch das Fahrzeug und leitet den Powerslide ein.
- Stufe 2: Der Fahrer übernimmt sowohl das Folgen der Trajektorie über die Lenkung als auch die Vorgabe des Gesamtmoments. Die zusätzliche Schwierigkeit für den Fahrer besteht darin den Powerslide korrekt einzuleiten.

Mithilfe der Regelung der Momentenverteilung wird der Powerslide stabilisiert. Die Vorgabe des Gesamtmoments bestimmt den zugehörigen Driftwinkel des stationären Zustandes.

- Stufe 3: Der Fahrer hat die Aufgabe selbständig zu Driften, den Powerslide einzuleiten und zu stabilisieren. Es ist möglich durch Eingriffe in die Momentenverteilung Zwischenstufen zu realisieren und die Dynamik des Fahrzeugs zu verlangsamen um so die Schwierigkeit das Fahrzeug zu stabilisieren zu reduzieren.
- Stufe 0: der automatisierte Drift.

Im Folgenden wird zuerst das interne Fahrerfahrzeugmodell (Abschnitt 4.1) und die Lenkungsauslegung für die regulären Kurvenfahrt beschrieben (Abschnitt 4.2). Für die Auslegung des Lenkungsreglers im Powerslide ist ein schon stabilisiertes System notwendig. Deshalb wird auf die Möglichkeit der Stabilisierung des Powerslides und Auslegung des Reglers eingegangen und dann der Fahrerregler im Zusammenspiel mit dem stabilisierten System behandelt.

#### 4.1 Internes Fahrzeugmodell des Fahrers

Das interne Fahrzeugmodell des Fahrers ist jenes Modell, bzw. Fahrverhalten, das dem Fahrer bekannt ist (siehe [17]). Darauf aufbauend werden später die Zeitkonstanten des Lenkungsreglers bestimmt und ein Reglergesetz zur Stabilisierung des Fahrzeugs im Powerslide gefunden.

Als internes Fahrzeugmodell des Fahrers wird ein reduziertes Modell des Zweirradmodells mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}_{red} = [\beta, \dot{\psi}]$  verwendet, das nur die Lateraldynamik bzw. Gierbewegung des Fahrzeugs beschreibt. Die Geschwindigkeit v wird als konstant angenommen und die Achsdynamik wird vernachlässigt. Die Modellgleichungen ergeben sich mit Abbildung 2.1 zu:

$$mv(\dot{\beta} + \dot{\psi})\cos\beta = F_{xF}\cos\delta - F_{yF}\sin\delta + F_{yR} \tag{4.1}$$

$$I_z \ddot{\psi} = (F_{xF} \sin \delta + F_{yF} \cos \delta) l_F - F_{yR} l_R \tag{4.2}$$

mit den nichtlinearen Reifen- bzw. Achskräften  $F_{x,y} = f(F_z, s_x, \alpha, \mu)$ . Durch Linearisieren von (4.1) und (4.2) an den stationären Zuständen, wird das linearisierte System

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_{\text{red}} = \mathbf{A}_{\text{red}} \Delta \mathbf{x}_{\text{red}} + \mathbf{B}_{\text{red}} \Delta \mathbf{u}$$
(4.3)

mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}_{red}$ , der Systemmatrix  $\mathbf{A}_{red}$ , der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}_{red}$  und dem Eingang  $\mathbf{u} = (\delta, M_{ges}, \gamma)^{\mathrm{T}}$ , wobei  $\Delta$  die Abweichung vom stationären Zustand bedeutet, erhalten.

## 4.2 Lenkungsregler

Als Lenkungsregler wird das *Präzisionsmodell* von McRuer [14] verwendet. Kombiniert mit einer Vorausschau mit der Zeit  $T_P$  (Prädiktionszeit) wird das Verhalten eines realen Fahrers gut nachgebildet.

Für die Vorausschau werden in [23] mehrere Methoden vorgestellt:

- Vorausschau entlang der Fahrzeuglängsachse
- Vorausschau entlang des Geschwindigkeitsvektors
- Quasistatisches Fortsetzen der Trajektorie mit der aktuellen Geschwindigkeit und Drehrate des Geschwindigkeitsvektors

Für die Vorausschau wird die letzte Methode gewählt: Fortsetzen der aktuellen Trajektorie

für eine Zeit  $T_P$ . Im Frequenzbereich wird die Übertragungsfunktion

$$G_{Pr}(s) = \frac{\Delta y}{\Delta y_{CG}} = 1 + T_P s + \frac{T_P s^2}{2}$$
(4.4)

als Annäherung für die Vorausschau verwendet.  $y_{CG}$  ist der Abstand des Schwerpunkts zur Wunschtrajektorie zur Zeit t und y der Abstand des Schwerpunkts zur Wunschtrajektorie zur Zeit  $t + T_P$ . Die Berechnung des Abstands des Fahrzeugs zur Wunschtrajektorie zur Zeit  $t + T_P$  im Zeitbereich ist im Anhand A.1 beschrieben.

Die Fahrerübertragungsfunktion

$$M_R(s) = \frac{\Delta\delta}{\Delta y} = V_M \frac{1 + T_D s}{1 + T_I s} e^{-s\tau}$$
(4.5)

aus [17] gleicht die zukünftige Pfadabweichung  $\Delta y$  mit dem Lenkwinkel  $\Delta \delta$  aus, mit dem Verstärkungsfaktor  $V_M$ , den Zeitkonstanten  $T_I$  und  $T_D$  als Verzögerungs- und Vorhaltezeitkonstante und der Totzeit  $\tau$ . Das Übertragungsverhalten entspricht einem realen PD-Regler mit Totzeit. Die Totzeit  $\tau$  ändert sich laut [17] nur wenig und wird mit  $\tau = 0.1$  s angenommen. Die anderen Konstanten  $V_M$ ,  $T_D$  und  $T_I$  ändern sich jedoch stark und hängen vom Übertragungsverhalten des Fahrzeuges ab. Sie können mit dem *Schnittfrequenzmodell* (siehe [17]) ermittelt werden. Der Fahrer passt sich im Allgemein so an das Fahrzeug an, dass der Zusammenhang

$$G_0(s) = M_R(s)G_{fzg}(s)G_{Pr}(s) = const = \frac{\omega_c}{s}e^{-s\tau}$$
(4.6)

mit der Fahrzeugübertragungsfunktion  $G_{fzg}(s)$  in der Nähe der Schnittfrequenz  $\omega_c$  des offenen Regelkreises gilt. Der Regelkreis ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt.



Abbildung 4.1: Regelkreis des Lenkungreglers

Die Auslegung der Zeitkonstanten des Fahrermodells (4.5) bei der normalen Kurvenfahrt erfolgt über die in [17] beschriebenen Kriterien:

- $-20 \,\mathrm{dB/Dekade}$  Abfall der Amplitude im Frequenzbereich in der Nähe der Schnittfrequenz  $\omega_c$
- geforderte Phasenreserve  $\varphi_R$  bei der Schnittfrequenz  $\omega_c$ , hier mit  $\varphi_R = 50^\circ$  gewählt
- Schnittfrequenz soll zwischen  $\omega_c = 0.1 \,\text{Hz}$  (entspannte Landstraßenfahrt) und  $\omega_c = 0.7 \,\text{Hz}$  (kritische Fahrsituation) liegen

Die Fahrzeugübertragungsfunktion  $G_{fzg}(s)$  wird ermittelt, indem das System (4.1) und (4.2) am gewünschten stationären Zustand linearisiert wird und daraus die Übertragungsfunktionen  $G_{\beta}(s) = \beta(s)/\delta(s)$  und  $G_{\psi}(s) = \dot{\psi}(s)/\delta(s)$  gebildet werden. Die Fahrzeugübertragungsfunktion  $G_{fzg}(s) = y_{CG}(s)/\delta(s)$  berechnet sich mit der Lenkübersetzung  $i_L = 14$  zu:

$$G_{fzg}(s) = \frac{\Delta y_{CG}(s)}{\Delta \delta(s)} = \frac{1}{i_L} \frac{G_{\beta}(s) + G_{\dot{\psi}}(s)/s}{s} v.$$
(4.7)

Es handelt sich bei der Auslegung um  $\Delta$ -Größen, also Abweichungen vom Gleichgewichtszustand, um den linearisiert wird. Deshalb ist für den Lenkwinkel eine Vorsteuerung nötig:  $\delta_0 = f(R, v)$  für die reguläre Kurvenfahrt und  $\delta_0 = f(R, \beta)$  für den Powerslide.

## 4.3 Auslegung des Fahrerreglers für die reguläre Kurvenfahrt

Zur Auslegung des Lenkungsreglers für die reguläre Kurvenfahrt wird an dem in Abbildung 4.2 markierten stationären Zustand linearisiert.



Abbildung 4.2: Stationärer Zustand der regulären Kreisfahrt an dem linearisiert wird

Die Zeitkonstanten des Lenkungsregler werden so bestimmt, dass die Anforderungen aus [17] (siehe Abschnitt 4.2) erfüllt werden und die Schnittfrequenz im Bereich von  $\omega_c = 0.3$  Hz liegt. Die geforderte Phasenreserve wird mit  $\varphi_R = 50^{\circ}$  definiert. Die Konstanten in der Fahrerübertragungsfunktion  $M_R(s)$  (4.5) ergeben sich dabei zu:  $V_G = 0.54$  rad/m,  $T_I = 2$  s und  $T_D = 0.15$  s. In der nachfolgenden Abbildung 4.3 ist der Amplituden- und Frequenzgang der Fahrzeugübertragungsfunktion  $G_{fzg}(s)$ , des Lenkungsreglers  $M_R(s)$  sowie vom offenen Regelkreis  $G_0(s)$  mit  $T_P = 0.3$  s dargestellt.



Abbildung 4.3: Amplituden- und Phasengang der Fahrzeugübertragungsfunktion, Fahrerübertragungsfunktion und die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises bei regulärer Kurvenfahrt

Mit der Simulation des Zweiradmodells wird die Funktion des Lenkungsreglers überprüft, indem bei stationärer Kreisfahrt mit der Geschwindigkeit v = 14 m/s und dem Kurvenradius R = 50 m (siehe markierter Punkt in Abbildung 4.2) ein Einheitsprung der Solltrajektorie bei der Zeit t = 5 s vorgegeben wird. Der resultierende Lenkwinkel und die Reaktion des Fahrzeugs sind in Abbildung 4.4 dargestellt. Das Gesamtmoment und die Momentenverteilung sind konstant und haben die Werte des stationären Zustands. Der Verlauf des Abstands zur vorgegebenen Trajektorie ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Die bleibende Abweichung von der Solltrajektorie ist darauf zurückzuführen, dass die Vorsteuerung des Lenkwinkels  $\delta_0$  für einen Kurvenradius von R = 50 m gültig ist und nicht für die durch die Änderung des Sollwerts resultierenden 49 m.



Abbildung 4.4: Fahrzeugreaktion bei regulärer Kreisfahrt und Fahrereingang auf den Einheitssprung in der Solltrajektorie



Abbildung 4.5: Abstand des Fahrzeugs zur Solltrajektorie, Antwort auf den Einheitssprung

## 4.4 Stabilisierung der instabilen Bewegung

In Kapitel 3 wurde gezeigt, dass der Powerslide ein instabiler Bewegungszustand ist. Grundsätzlich kann das System, wie in Abschnitt 3.3 mit dem Maß der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit beschrieben, durch alle drei in unserem System vorhandenen Eingangsgrößen  $\delta$ ,  $M_{ges}$  und  $\gamma$  stabilisiert werden. Dies funktioniert sowohl mit jedem Eingang einzeln, als auch mit einer Kombination der Eingänge.

Für das Finden eines geeigneten Regelgesetzes zur Stabilisierung der instabilen Powerslidebewegung wird das vereinfachte 2-Freiheitsgrad Modell (siehe Abschnitt 4.1) um den gewünschten stationären Zustand linearisiert:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_{\text{red}} = \mathbf{A}_{\text{red}} \Delta \mathbf{x}_{\text{red}} + \mathbf{B}_{\mathbf{s}} \Delta u_{s}.$$
(4.8)

Der Eingang  $\Delta u_s$  (Index *s* für Stabilisierung) wird über eine vollständige Zustandsrückführung bestimmt:  $\Delta u_s = \mathbf{R} \Delta \mathbf{x}_{red}$ . Das Fahrzeug wird in den folgenden zwei Abschnitten exemplarisch mit den Eingängen Lenkwinkel  $\delta$  und Momentenverteilung  $\gamma$  stabilisiert.

#### 4.4.1 Stabilisierung des Powerslide mit dem Lenkwinkel

Die Zustandsrückführmatrix **R** wird ermittelt, indem die Pole des Systems mit  $p = -6 \pm 4i$ festgelegt werden. Daraus ergibt sich die neue, stabile Systemdynamik  $\Delta \dot{\mathbf{x}}_{red} = (\mathbf{A}_{red} - \mathbf{B}_s \mathbf{R})\Delta \mathbf{x}_{red}$ . Die Reglerauslegung wird mit der Simulation des Zweiradmodells validiert, indem beim stationären Gleichgewichtszustand eine kleine Störung aufgebracht wird. Die Störung ist in diesem Fall eine Erhöhung des Kraftschlusspotentials bei der Zeit t = 5 s von  $\mu = 0.4$  auf  $\mu = 0.45$  für eine Zeit von 0.2 s. In der Abbildung 4.6 ist der stationäre Zustand eingezeichnet an dem linearisiert wird.



Abbildung 4.6: Linearisierungspunkt im Handlingdiagramm, für  $R = 50 \,\mathrm{m}$  und  $\mu = 0.4$ 

In Abbildung 4.7 ist zu sehen, dass das System alleine mit dem Lenkwinkel  $\delta$  erfolgreich stabilisiert werden kann. Die Eingänge Gesamtmoment und Momentenverteilung bleiben dabei konstant auf dem Wert des stationären Zustands.



Abbildung 4.7: Stabilisierung des Powerslides mit dem Lenkwinkel $\delta$ 

#### 4.4.2 Stabilisierung des Powerslides mit der Momentenverteilung

Zum Stabilisieren des Fahrzeugs mit der Momentenverteilung wird der instabile Pol wieder über eine vollständige Zustandsrückführung in die negative Halbebene verschoben. In der Simulation des Zweirradmodells wird bei t = 5s wieder dieselbe Störung wie in Abschnitt 4.4.1 aufgebracht. In Abbildung 4.8 ist zu sehen, dass das System nur über den Eingang Momentenverteilung  $\gamma$  erfolgreich stabilisiert wird. Der Lenkwinkel  $\delta$  und das Gesamtmoment  $M_{ges}$  bleiben dabei konstant.



Abbildung 4.8: Stabilisierung des Powerslides mit der Momentenverteilung  $\gamma$ 

## 4.5 Auslegung des Fahrerreglers für den Powerslide

Für die Auslegung des Lenkungsreglers für den Powerslide, wird das linearsierte System des schon stabilisierten Systems ( $\Delta \dot{\mathbf{x}}_{red} = (\mathbf{A}_{red} - \mathbf{B}_{s}\mathbf{R})\Delta \mathbf{x}_{red}$ ) verwendet. Die Stabilisierung erfolgt durch die Momentenverteilung wie in Abschnitt 4.4.2 beschrieben. Die Vorgangsweise zur Bildung der Fahrzeugübertragungsfunktion ist ansonsten gleich wie bei der regulären Kurvenfahrt, nur dass die Systemmatrix  $\mathbf{A}_{red}$  durch  $\mathbf{A}_{red} - \mathbf{B}_{s}\mathbf{R}$  ersetzt wird. In Abbildung 4.9 ist die Fahrzeugübertragungsfunktion des stabilisierten Powerlides im Vergleich zur regulären Kurvenfahrt dargestellt.



Abbildung 4.9: Amplituden- und Phasengang der Fahrzeugübertragungsfunktion der regulären Kurvenfahrt und des stabilisierten Powerslides

Mit den gleichen Parametern des Lenkungsreglers wie bei der regulären Kurvenfahrt und einer reduzierten Prädiktionszeit (wie in [13] für den Powerslide vorgeschlagen) von  $T_P = 0.2$  s, ergibt sich das in Abbildung 4.10 dargestellte Übertragungsverhalten des offenen Regelkreises. Es werden alle Anforderungen für den Lenkungsregler an den offen Regelkreise, mit einer leicht verschobenen Schnittfrequenz  $\omega_c$ , erfüllt.



Abbildung 4.10: Amplitudengang und Phasengang des offenen Regelkreises der regulären Kurvenfahrt und des Powerslides

Die Validierung der Reglerauslegung erfolgt mit der Simulation des Zweiradmodells, wobei als Störung des Gleichgewichtszustands wieder eine Erhöhung des Kraftschlusspotentials, wie in Abschnitt 4.4.1, aufgebracht wird. In Abbildung 4.11 und Abbildung 4.12 sind die Ergebnisse der Simulation und der resultierende Abstand von der Wunschtrajektorie dargestellt.



Abbildung 4.11: Stabilisierung des Powerslides mit dem Reglereingang  $\gamma$  und Folgen der Trajektorie mit dem Fahrereingang  $\delta$ 



Abbildung 4.12: Abstand von der Wunschtrajektorie für gleichzeitiges Stabilisieren und Folgen der Trajektorie

# 5 Fahrerassistenzsystem

Die Stabilisierung des Powerslides und das Folgen der Trajektorie, sowie die Kombination beider Ziele, wurde in Kapitel 4 gezeigt. In diesem Kapitel wird auf die Realisierung der einzelnen Unterstützungsstufen eingegangen. Dabei treten zusätzliche Herausforderungen auf, wie die Einleitung des Powerslides, die Verfügbarkeit der benötigten Mess- bzw. Zustandsgrößen für die Reglung sowie unbekannte Parameter des Systems wie beispielsweise des Kraftschlusspotential  $\mu$  des Reifen-Fahrbahn-Kontakts. Im folgenden Abschnitt 5.1 wird auf die jeweiligen Herausforderungen der einzelnen Stufen und in den Abschnitten 5.2 und 5.3 auf die Realisierung des Unterstützungssystems der Stufe 1 und 2 eingegangen.

# 5.1 Herausforderungen für die Realisierung der Unterstützungsstufen

Die konkreten Probleme, die bei der Stufe 1 (und auch Stufe 0) auftreten, sind die Ermittlung der Zustandsgröße Schwimmwinkel  $\beta$  und die Abschätzung des unbekannten Kraftschlusspotentials  $\mu$  zwischen Reifen und Fahrbahn.

Da der Schwimmwinkel  $\beta$  im Fahrzeug mit geringem Aufwand nicht direkt gemessen werden kann, muss eine Möglichkeit gefunden werden, diesen zu schätzen bzw. anzunähern. In Abschnitt 5.2.1 wird die verwendete Abschätzung des Schwimmwinkels vorgestellt.

Das erforderliche Gesamtmoment für den gewünschten stationären Zustand ist für den Vorsteuerungsanteil der Regelung notwendig. Es ist vom gewünschten Schwimmwinkel  $\beta$ , der Momentenverteilung  $\gamma$  und dem vorhandenen Kratschlusspotential des Reifen-Fahrbahn-Kontakts  $\mu$  abhängig. Mit dem Zusammenhang der Nulldynamik (Abschnitt 3.4), dass sich für einen bestimmten Schwimmwinkel und vorhandenes Kratschlusspotential die Geschwindigkeit im Powerslide einstellt und nicht mehr frei wählbar ist, kann über die sich einstellende Geschwindigkeit auf das Kratschlusspotential  $\mu$  und in weiterer Folge auf das erforderliche Gesamtmoment geschlossen werden.

Bei der Stufe 2 tritt ein ähnliches Problem auf. Hier wird durch den Fahrer das Gesamtmoment vorgegeben. Durch die unbekannte Beschaffenheit der Fahrbahn, muss mit der Vorgabe des Gesamtmoments auf den Schwimmwinkel  $\beta$  des zugehörigen stationären Zustands geschlossen werden. Es handelt sich dabei um eine zur Stufe 1 inverse Problematik.

## 5.2 Stufe 1

Bei der Unterstützungsstufe 1 wird durch die Regelung des gesamten Antriebs das Fahrzeug stabilisiert. Das Folgen der Trajektorie wird durch den Fahrer mit Vorgabe des Lenkwinkels  $\delta$  übernommen. Als Eingang in die Regelung des Antriebs wird der Schwimmwinkelfehler  $e_{\beta}$ übergeben. Der Schwimmwinkelfehler  $e_{\beta}$  berechnet sich als die Differenz der Zustandsgröße Schwimmwinkel  $\beta$  mit dem vorgegebenen Schwimmwinkel  $\beta_{des}$ . Der Referenzschwimmwinkel  $\beta_{des}$  ist bei der Einleitung des Powerslides nicht konstant, sondern von der Zeit abhängig:  $\beta_{des} = \beta_{des}(t)$ .

Die Regelung des Antriebs funktioniert durch Regelung der Momente an der Vorder- und Hinterachse ( $M_F$  und  $M_R$ ). Es werden das Gesamtmoment  $M_{ges} = M_F + M_R$  und die Momentenverteilung  $\gamma = M_R/M_{ges}$  berechnet und dem Fahrzeugmodell als Modelleingang übergeben. Als Regelung für die Achsmomente wird folgendes Regelgesetz mit einem Vorsteuerungsanteil des Grundmoments  $M_0$  mit der Grundmomentenverteilung  $\gamma_0$  verwendet.

$$M_F = M_0(1 - \gamma_0) + a_1 e_\beta + a_2 \dot{e}_\beta + a_3 \ddot{e}_\beta \tag{5.1}$$

$$M_R = M_0 \gamma_0 + b_1 e_\beta + b_2 \dot{e}_\beta + b_3 \ddot{e}_\beta \tag{5.2}$$

Die Reglerparameter werden mit einer Vorauslegung mittels Pole-Placement und einer Abstimmung in der Simualtion bestimmt und ergeben sich zu  $a_1 = 3e4 \text{ Nm/rad}, a_2 = 8e3$ Nms/rad,  $a_3 = 0, b_1 = 2.5e4 \text{ Nm/rad}, b_2 = 2e4 \text{ Nms/rad}$  und  $b_3 = 50 \text{ Nms}^2/\text{rad}$ . Im Regelgesetz wird die zweite Ableitung des Regelfehler  $e_\beta$  verwendet. Dadurch kann die Performance bei Systemen höherer Ordnung, wie in [24] beschrieben, verbessert werden. Die Struktur der Regelung der Stufe 1 ist in Abbildung 5.1 zu sehen.



Abbildung 5.1: Struktur der Regelung der Stufe 1

Die Drifteinleitung erfolgt, indem ab einem bestimmten Zeitpunkt (in Abbildung 5.2 bei der Zeit t = 10 s) der vorgegebene Schwimmwinkel  $\beta_{des}(t)$  als eine lineare Rampe bis zum gewünschten stationären Zustand vorgegeben wird.



Abbildung 5.2: Referenzgröße für die Regelung, gewünschter Schwimmwinkel  $\beta_{des}$ 

#### 5.2.1 Ermittlung des Schwimmwinkels

Der Schwimmwinkel  $\beta$  kann mit geringem Aufwand nicht direkt gemessen werden, dessen Kenntnis ist aber für die Berechnung des Schwimmwinkelfehlers  $e_{\beta}$  und dessen Ableitungen notwendig. In der Literatur werden, wie in der Einleitung 1.3 beschrieben, verschiedene Ansätze verwendet, um den Schwimmwinkel zu bestimmen. Oft wird der Schwimmwinkel mithilfe eines genauen Messsystems bestimmt oder mit einem Algorithmus geschätzt. Es soll aber kein zusätzliches Messsystem oder ein Schätzalgorithmus verwendet werden, sondern nur mit der Standardausstattung des Fahrzeugs ausgekommen werden. Es muss daher eine Möglichkeit gefunden werden, den aktuellen Schwimmwinkel näherungsweise zu bestimmen.

Werling hat in [9] den Schräglaufwinkel an der Vorderachse  $\alpha_F$ , mit der Annahme, dass dieser klein ist, vernachlässigt. Durch die Messung der Gierrate  $\dot{\psi}$  und des vorhandenen Lenkwinkels  $\delta$ , kann dann über kinematische Zusammenhänge folgende Gleichung für den stationären Schwimmwinkel gefunden werden:

$$\tilde{\beta}_1 = \arctan(\tan \delta - \frac{l_F \dot{\psi}}{\omega_F r_F \cos \delta}).$$
(5.3)

Diese Annäherung des Schwimmwinkels wurde für ein Fahrzeug mit Hinterradantrieb durchgeführt. Bei einem allradbetriebenen Fahrzeug kommt es zu zusätzlichen Längskräften und deshalb zu anderen Kraftverhältnissen an der Vorderachse. Die Abschätzung (5.3) bzw. die Vernachlässigung des Schräglaufwinkels an der Vorderachse wird daher unrealistischer. In (5.3) geht der Lenkwinkel  $\delta$ , welcher durch den Fahrer vorgegeben wird direkt ein. Bei der Drifteinleitung oder Änderungen der Fahrverhältnisse versucht der Fahrer gegenzulenken und Abweichungen von der Wunschtrajektorie durch Lenkbewegungen auszugleichen. Die Lenkbewegungen und auftretende Dynamik haben einen negativen Einflusss auf die stationäre Abschätzung nach (5.3).

Ein anderer Ansatz um den Schwimmwinkel zu bestimmen, ist mittels Integration der Beschleunigungsmessgrößen aus der *IMU (Inertia Measurement Unit)* des Fahrzeugs. Durch Messung der Beschleunigungen in die x und y-Richtung des Fahrzeugs ( $a_x$  und  $a_y$ ) und mit der aktuellen Geschwindigkeit v, kann die Rotationswinkelgeschwindigkeit  $\omega_v$  des Geschwin-

#### 5 Fahrerassistenzsystem

digkeitsvektors berechnet werden:

$$\omega_v = \frac{-a_x \sin\beta + a_y \cos\beta}{v}.$$
(5.4)

Der unbekannte Schwimmwinkel  $\beta$  in (5.4) wird als bekannt angenommen und später durch (5.6) bestimmt. Durch Integration der Differenz zwischen der Rotationswinkelgeschwindigkeit des Geschwindigkeitsvektors  $\omega_v$  und der Gierrate  $\dot{\psi}$  kann der Schwimmwinkel berechnet werden.

$$\tilde{\beta}_2 = \int_{t_0}^t (\omega_v - \dot{\psi}) dt \tag{5.5}$$

Gestartet wird die Integration beim Beginn der Drifteinleitung bei der Zeit  $t = t_0$ . Das Problem bei der Integration von Beschleunigungssignalen ist, dass durch einen kleinen Offset im Signal ein Drift des Ergebnissignals entsteht. Um das zu verhindern, werden der Ansatz von Werling (5.3) und die Integration der Beschleunigungen und der Gierrate (5.5) kombiniert.

$$\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_2 + c_1 \int_{t0}^t (\tilde{\beta} - \tilde{\beta}_1) dt$$
(5.6)

Dadurch erfolgt mit der Konstante  $c_1 = 1$  eine Kopplung an die geometrische Approximation von Werling indem die Differenz zwischen der Approximationen  $\tilde{\beta}$  und in (5.3) berechnete Annäherung  $\tilde{\beta}_1$  integriert und mit  $\tilde{\beta}_2$  addiert wird. Kurzfristige Lenkbewegungen zum Ausgleich von Kursabweichungen gehen so nicht direkt in das Signal des Schwimmwinkels  $\beta$  ein und ein Offset der Beschleunigungsmessung führt zu keinem Abdriften des Schwimmwinkels. In der nachfolgenden Abbildung 5.3 sind der tatsächliche Schwimmwinkel  $\beta$  und der angenäherte Schwimmwinkel  $\tilde{\beta}$  durch (5.6) bei einer Simulation mit Drifteinleitung dargestellt.



Abbildung 5.3: Schwimmwinkel  $\beta$  und Annäherung  $\tilde{\beta}$  durch (5.6)

#### 5.2.2 Grundmomentenvorsteuerung

Um im eingeregelten Zustand mit dem Regelgesetz (5.1) und (5.2) den gewünschten stationären Zustand zu erreichen, muss das vorgesteuerte Grundmoment  $M_0$  dem Gesamtmoment  $M_{ges}$  des stationären Zustands entsprechen. Wie in der Struktur der Regelung für die Stufe 1 in Abbildung 5.1 zu sehen ist, stehen für die Regelung einer Größe (Schwimmwinkel  $\beta$ ) zwei Eingänge zur Verfügung: Gesamtmoment  $M_{ges}$  und Momentenverteilung  $\gamma$ . Im eingeregelten

#### 5 Fahrerassistenzsystem

Zustand ist es jedoch erwünscht, dass die Momentenverteilung der Grundmomentenverteilung  $\gamma_0 = 0.8$  entspricht. Deshalb ist es wichtig, dass das Grundmoment  $M_0$  im Regelgesetz (5.1) und (5.2) zum stationären Zustand passt, da sich sonst eine andere Momentenverteilung einstellen würde. Das Kraftschlusspotential  $\mu$  hat neben dem Schwimmwinkel  $\beta$  einen starken Einfluss auf das notwendige Gesamtmoment. Im Folgenden werden die Einflüsse der Parameter und Eingänge  $\mu$ ,  $\gamma$  und  $M_{ges}$  auf die stationären Zustände erläutert und eine Strategie vorgeschlagen, diese Problematik zu lösen.

Das erforderliche Gesamtmoment bei einer konstanten Momentenverteilung  $\gamma$ , konstantem Kurvenradius R und Kraftschlusspotential  $\mu$  hat beim Powerslide im interessanten Bereich eine weitgehend lineare Abhängigkeit vom Schwimmwinkel  $\beta$ , wie in Abbildung 5.4 zu sehen ist.



Abbildung 5.4: Erforderliches Gesamtmoment in Abhängigkeit des Schwimmwinkels  $\beta$  für  $\gamma = 0.8$ ,  $\mu = 0.4$  und R = 50 m

Bei Erhöhung des Kraftschlusspotentials  $\mu$  verschiebt sich die Powerslidekurve im Handlingdiagramm nach rechts zu höheren Querbeschleunigungen bzw. höheren Kurvengeschwindigkeiten, siehe Abbildung 5.5.



Abbildung 5.5: Stationäre Zustände des Powerslides für verschiedene Kraftschlusspotentiale  $\mu$  des Reifen-Fahrbahn-Kontakts für  $\gamma = 0.8$  und R = 50 m

Für einen konstanten Schwimmwinkel von  $\beta = -35^{\circ}$  ergibt sich bei konstanter Momenten-

verteilung von  $\gamma = 0.8$  wieder eine fast lineare Abhängigkeit des erforderlichen Gesamtmoments von  $\mu$  (siehe Abbildung 5.6).



Abbildung 5.6: Abhängigkeit des erforderlichen Gesamtmoments über dem Kraftschlusspotential  $\mu$  der Fahrbahn für  $\gamma = 0.8$  und konstanten Schwimmwinkel  $\beta = -35^{\circ}$ 

Durch die Erkenntnis in Abschnitt 3.4, dass sich die Geschwindigkeit beim Powerslide durch eine stabile Dynamik einstellt, und dem Zusammenhang, dass, wie in Abbildung 5.5 ersichtlich, die sich einstellende Geschwindigkeit  $(v \propto \sqrt{a_n})$  mit steigendem Kraftschlusspotential steigt, kann über die Geschwindigkeit bzw. Querbeschleunigung im Powerslide und dem vorhandenen Schwimmwinkel auf das Kraftschlusspotential geschlossen werden. Es wird folgender Zusammenhang für einen konstanten Kurvenradius R gefunden:

$$M_0 = f(\beta, \mu). \tag{5.7}$$

Durch die stabile Nulldynamik der Geschwindikeit kann der Zusammenhang (5.7) mit  $a_n = v^2/R$  zu

$$M_0 = f(\beta, v) \tag{5.8}$$

oder

$$M_0 = f(\beta, a_n) \tag{5.9}$$

umgeschrieben werden.

Gleichzeitig zeigt sich aber auch eine zusätzliche Abhängigkeit der stationären Zustände von der Momentenverteilung. Für ein gleichbleibendes Gesamtmoment und eine Änderung der Momentenverteilung zu mehr Moment an der Vorderachse steigt die Geschwindigkeit v, wie in Abbildung 5.7 zu sehen ist. Die violetten Linien, ausgehend von den stationären Zustanden mit  $\gamma = 0.8$  (Punkte ( $\circ$ ) in Abbildung 5.7), zeigen den Verlauf der stationären Zustände bei Variation der Momentenverteilung  $\gamma$  von 0.5 bis 1 bei konstantem Gesamtmoment  $M_{qes}$ .



Abbildung 5.7: Abhängigkeit der stationären Zustände von der Momentenverteilung für ein konstantes Kraftschlusspotential  $\mu = 0.4$ 

Ein steigendes Kraftschlusspotential  $\mu$  führt wie eine Reduktion der Momentenverteilung  $\gamma$  zu einer Erhöhung der Kurvengeschwindigkeit im Powerslide. Wenn für die Vorsteuerung des Grundmoments nun der Zusammenhang (5.9) verwendet wird, führt beides (Erhöhung des Kraftschlusspotentials und Reduktion der Momentenverteilung) zu einer Erhöhung des vorgesteuerten Grundmoments. Daher muss eine zusätzliche Abhängigkeit des Grundmoments  $M_0$  von  $\gamma$  bzw. eine Kopplung an  $\gamma_0 = 0.8$  eingeführt werden. Ansonsten kann es mit (5.9) zu einem Abdriften der stationären Zustände zu höherer Geschwindigkeit und sinkender Momentenverteilung oder zu sinkender Geschwindigkeit und steigender Momentenverteilung kommen.

Für die Regelung wird ein Lookup-Table für das Gesamtmoment der stationären Zustände  $M_{ges,equ}$  als Funktion von  $\beta$  und v bzw.  $a_n$  berechnet. Diese ist in Abbildung 5.8 für verschiedene Schwimmwinkel und Querbeschleunigungen (aufgrund von verschiedenen Kraftschlusspotentialen) dargestellt. Das Grundmoment der stationären Zustände  $M_{ges,equ}$  ist weitgehend unabhängig vom Kurvenradius R. Um ein Abdriften des stationären Zustands zu vermeiden, wird das vorgesteuerte Grundmoment  $M_0$  mit

$$M_0 = M_{ges,equ}(1 - d_1(\gamma - \gamma_0)).$$
(5.10)

von der Momentenverteilung  $\gamma$  mit der Konstante  $d_1 = 0.6$ , die in der Simulation bestimmt wird, abhängig gemacht. Dies führt dazu, dass wenn sich ein Zustand mit niedriger Momentenverteilung  $\gamma$  als die gewünschte Momentenverteilung  $\gamma_0 = 0.8$  einstellt, das vorgesteuerte Moment reduziert wird.

#### 5 Fahrerassistenzsystem



Abbildung 5.8: Gesamtmoment  $M_{ges,equ}$  der stationären Zustände im Powerslide, Kraftschlusspotential wird variiert

## 5.2.3 Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Zweiradmodell

In Abbildung 5.9 ist eine Simulation der Unterstützungsstufe 1 des Regelsystems mit dem oben beschriebenen Regler für die Achsmomenten und dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Fahrerregler zur Trajektorienfolge gezeigt. Bis t = 10 s handelt es sich um eine stationäre, reguläre Kurvenfahrt. Bei t = 10 s beginnt die Drifteinleitung bis t = 14 s. Mit einem leichten Überschwinger im Verlauf des Schwimmwinkels  $\beta$  bleibt der Powerslide ab t = 14 s stabil.



Abbildung 5.9: Simulation der Stufe 1 mit dem Zweiradmodell, Modelleingang und Ausgang

# 5.2.4 Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Rollachsenmodell

Um das Assitenzsystem auch mit einem realitätsnäheren Fahrzeugmodell zu testen, wird auch das Rollachsenmodell für die Simulation verwendet. Die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_F$  und  $\omega_R$ der Vorder- und Hinterachse sind jeweils der Mittelwert der beiden Räder der jeweiligen Achse. Da an der Vorderachse wenig Längsschlupf vorhanden ist und an der Hinterachse eine geregelte Differentialsperre verwendet wird (siehe Abschnitt 2.2) sind die Raddrehzahlen links und rechts ähnlich und werden zum Vergleich zum Zweiradmodell hier so dargestellt. Die Ergebnisse der Simulation der Regelungsstufe 1 mit dem Rollachsenmodell sind in Abbildung 5.10 zu sehen. Das Ergebnis ist sehr ähnlich zu der Simulation mit dem Zweiradmodell in Abbildung 5.9. Beim Modelleingang Gesamtmoment  $M_{ges}$  und der Winkelgeschwindigkeit der hinteren Achse  $\omega_R$  sind mehr Oszillationen im Signal zu sehen.



Abbildung 5.10: Simulation der Stufe 1 mit dem Rollachsenmodell, Modelleingang und Ausgang

## 5.3 Stufe 2

Bei der Stufe 2 wird nur die Momentenverteilung  $\gamma$  als Eingang durch das Regelsystem vorgegeben. Der Fahrer übernimmt sowohl die Trajektorienfolge durch Lenken, als auch die Vorgabe des Gesamtmoments. Darüberhinaus wird die Einleitung des Drifts auch durch den Fahrer übernommen. Ab einem bestimmten Zeitpunkt wird die Stufe 2 aktiviert und das Fahrzeug stabilisiert. Hier tritt auch ein ähnliches Problem, wie in Abschnitt 5.2.2 bei der Stufe 1 beschrieben, auf. Bei der Stufe 1 gibt es das Problem, dass das vorzusteuernde Grundmoment für die Regelung aufgrund des unbekannten Kraftschlusspotentials  $\mu$  im vorhinein nicht bekannt ist. Umgekehrt gibt es jetzt das Problem, dass wegen des unbekannten Kraftschlusspotentials der Schwimmwinkel des Gleichgewichtszustands  $\beta_{equ}$ , der als Referenzgröße für die Regelung verwendet wird, für das vom Fahrer vorgegebene Gesamtmoment  $M_{ges}$  nicht bekannt ist.

Eine Möglichkeit dieses Problem zu lösen ist es, den Referenzzustand  $\beta_{equ}$  und den Schwimmwinkel  $\beta$  im Regelgesetz nicht zu verwenden. Dies wird in [25] beschrieben und ein System mit unbekanntem und instabilen Gleichgewichtszustand geregelt.

Mit dem Regelgesetz

$$\gamma = \gamma_0 + 15\dot{\beta} + 0.01\dot{M}_{ges} \tag{5.11}$$

#### 5 Fahrerassistenzsystem

mit der Grundmomentenverteilung  $\gamma_0$  und der Ableitung des durch den Fahrer vorgegebenen Gesamtmoments  $M_{ges}$ . Die Ableitung des durch den Fahrer vorgegebenen Gesamtmoments  $M_{ges}$  wird verwendet, um die Änderung des Fahrerwunsches mitzuberücksichtigen. Die Reglerparameter werden mithilfe der Simulation bestimmt. Wie eine Simulation des Zweiradmodells in Abbildung 5.11 zeigt, kann das System stabilisiert werden. Das Gesamtmoment wird dabei vorgegeben und über die Simulationsdauer verändert. Das Regelgesetz stabilisiert den zum vorgegebenen Gesamtmoment passenden Schwimmwinkel. Es ist aber zu erkennen, dass sehr niederfrequente Oszillationen im Zeitverlauf der Eingänge und Zustände vorhanden sind, und die Schwingungen sehr langsam abklingen.



Abbildung 5.11: Simulation der Stufe 2 mit dem Regelgesetz (5.11)

Um die Performance der Regelung zu verbessern, wird das inverse Problem der Vorsteuerung des Grundmoments bei Stufen 1, wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben, betrachtet. Es kann der Zusammenhang (5.9) auf

$$\beta_{equ} = f(M_{ges}, a_n) \tag{5.12}$$

umgeformt und die gleiche Lookup-Table wie in Abbildung 5.8 verwendet werden. Ahnlich wie bei der Grundmomentenvorsteuerung kann es mit dem Zusammenhang (5.12) zu einem Verschieben der stationären Lösungen durch eine andere Momentenverteilung kommen. Dies wird verhindert, indem für den Referenzschwimmwinkel  $\beta_{des}$  für die Regelung nicht direkt  $\beta_{equ}$  verwendet wird, sondern der Zielschwimmwinkel an die gewünschte Grundmomenten-

#### 5 Fahrerassistenzsystem

verteilung  $\gamma_0$  mit

$$\beta_{des} = \beta_{equ} (1 - e_1 (\gamma - \gamma_0)) \tag{5.13}$$

mit  $e_1 = 0.25$  gebunden wird. Als Regelgesetz wird folgende Gleichung verwendet:

$$\gamma = \gamma_0 + 11(\beta - \beta_{des}) + 18\dot{\beta} + 0.01\dot{M}_{ges}$$
(5.14)

Die Bestimmung der Reglerparameter erfolgt in der Simulation.

# 5.3.1 Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Zweiradmodell

Eine Simulation der Unterstützungsstufe 2 mit dem Regelgesetz (5.14) und dem Zweiradmodell als Fahrzeugmodell ist in Abbildung 5.12 zu sehen. Das Gesamtmoment wird vorgegeben und verändert.



Abbildung 5.12: Simulation der Stufe 2 mit dem Zweiradmodell, Modelleingang und Ausgang

## 5.3.2 Simulation des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit dem Rollachsemodell

Die Ergebnisse der Simulation mit dem Rollachsenmodell, mit demselben Regelgesetz und Anfangszustand sowie Parameter wie bei der Simulation des Zweiradmodells sind in Abbildung 5.13 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass mehr Oszillationen in den Signalen vorhanden



sind, wie z.B. beim Verlauf der Gierrat<br/>e $\dot{\psi},$ das System aber trotzdem erfolgreich stabilisiert werden kann.

Abbildung 5.13: Simulation der Stufe 2 mit dem Rollachsenmodell, Modelleingang und Ausgang

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

## Zusammenfassung

Um den Powerslide bei einem allradbetriebenen Elektrofahrzeug mit separaten Antriebsmotoren an der Vorder- und Hinterachse zu untersuchen, wurde das nichtlineare Zweiradmodell als Fahrzeugmodell verwendet. Die Reifenkräfte wurden mit dem weitverbreiteten *Pacejka Magic Formula Model* modelliert, um das nichtlineare Verhalten der Reifen gut abbilden zu können. Dadurch, dass die Reifenkräfte beim Powerslide an der Hinterachse gesättigt sind, tritt eine starke Kopplung zwischen Reifenlängs- und Reifenseitenkraft auf. Dieser Effekt ist notwendig und essenziell um den Powerslide beschreiben und darstellen zu können. Es wurde die stationären Zustände der stationären Kreisfahrt berechnet, das Stabilitätsverhalten der regulären Kurvenfahrt sowie des Powerslides untersucht und die Eigenmoden analysiert. Des Weiteren wurde eine Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsanalyse des Powerslides durchgeführt, um die Möglichkeiten der Stabilisierung des instabilen Powerslidemodes zu analysieren. Es hat sich herausgestellt, dass sich der Powerslide mit allen Systemeingängen (Lenkwinkel, Gesamtmoment und Momentenverteilung) stabilisieren lässt, wobei es beim Eingang Gesamtmoment für bestimmte Konfigurationen Einschränkungen gibt.

Es wurde ein Assitenzsystem entwickelt, womit der Fahrer unterstützt werden soll, den selbständig durchgeführten Powerslide zu erlernen. Dabei wurden verschiedene Unterstützungsstufen definiert. In der ersten Stufe hat der Fahrer nur die Aufgabe durch Lenken der gewünschten Trajektorie zu folgen, die Stabilisierung und Einleitung des Powerslides wird durch eine Regelung übernommen. In der zweiten Stufe folgt der Fahrer der Trajektorie und gibt das Gesamtmoment vor, wodurch auch der gewünschte Schwimmwinkel bestimmt wird. Die Stabilisierung des Fahrzeug wird durch Regelung der Momentenverteilung erzielt. Der nächste Schritt ist der selbständig durchgeführte Powerslide.

Für die Entwicklung der veschiedenen Unterstützungsstufen wurde, da diese im Fahrzeug gemeinsam mit einem menschlichen Fahrer funktionieren müssen, ein Fahrermodell als Lenkungsregler verwendet. Dieses berücksichtigt die Eigenschaften und Beschränkungen des Menschen als Regler.

Die einzelnen Unterstützungsstufen wurde in der Simulation mit dem Zweiradmodell und mit einem komplexeren Fahrzeugmodell, dem Rollachsenmodell, getestet und optimiert.

Es wurden Methoden gezeigt um die Problematik des mit geringen Aufwand nicht messbaren Schwimmwinkel des Fahrzeugs zu bestimmen sowie das Bekanntsein des aktuellen Kraftschlusspotentials nicht zu benötigen.

## Ausblick

Der aktuelle Stand der Arbeit beschränkt sich auf die theoretische Untersuchung des Fahrzeugmodells und auf das Simulieren des Fahrer-Assistenzsystem-Fahrzeug-Systems mit vereinfachten Modellen in einer Simulationsumgebung. Das bringt viele Annahmen, Vereinfachungen und Nichtberücksichtigen von Effekten mit sich. Als nächster Schritt wird das Testen des Assistenzsystems im realen Fahrzeug angedacht, wo ein menschlicher Fahrer anstatt eines definierten Reglers das Lenken übernimmt. Weitere Unsicherheitsfaktoren sind das variierende Kraftschlusspotential des Reifen-Fahrbahn-Kontakts sowie das Meassrauschen und weitere unberücksichtigte Einflussfaktoren.

Ein weiterer Schritt in Richtung der theoretischen Untersuchungen des Powerslides ist das durch eine Regelung schon stabilisierte System genauer zu untersuchen. Hier sind Punkte wie der Einzugsbereich der Regelung sowie eine genauere Analyse der sich einstellenden Systemdynamik wie z.B. die stabile Nulldynamik der Geschwindigkeit zu nennen.

# Literatur

- J. Edelmann und M. Plöchl, "Handling characteristics and stability of the steady-state powerslide motion of an automobile", *Regular and Chaotic Dynamics*, Jg. 14, Nr. 6, S. 682–692, 2009.
- [2] E. Ono, S. Hosoe, H. D. Tuan und S. Doi, "Bifurcation in vehicle dynamics and robust front wheel steering control", *IEEE transactions on control systems technology*, Jg. 6, Nr. 3, S. 412–420, 1998.
- [3] M. Abdulrahim, "On the dynamics of automobile drifting", SAE Technical Paper, Techn. Ber., 2006.
- [4] E. Velenis, D. Katzourakis, E. Frazzoli, P. Tsiotras und R. Happee, "Stabilization of steady-state drifting for a RWD vehicle", in *Proceedings of AVEC*, Bd. 2010, 2010.
- [5] E. Velenis, E. Frazzoli und P. Tsiotras, "Steady-state cornering equilibria and stabilisation for a vehicle during extreme operating conditions", *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, Jg. 8, Nr. 2, S. 217, 2010.
- [6] R. Y. Hindiyeh und J. C. Gerdes, "Equilibrium analysis of drifting vehicles for control design", in *Dynamic Systems and Control Conference*, Bd. 48920, 2009, S. 181–188.
- [7] E. Fiala, "Seitenkrafte am rollenden Luftreifen", VDI-Zeitschrift, 96, 973, 1954.
- [8] R. Y. Hindiyeh und J. C. Gerdes, "Design of a dynamic surface controller for vehicle sideslip angle during autonomous drifting", *IFAC Proceedings Volumes*, Jg. 43, Nr. 7, S. 560–565, 2010.
- [9] M. Werling, P. Reinisch und L. Gröll, "Robust power-slide control for a production vehicle", *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, Jg. 13, Nr. 1, S. 27– 42, 2015.
- [10] H. K. Khalil, Nonlinear systems, eng, 3. ed.. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.
- [11] J. Y. Goh und J. C. Gerdes, "Simultaneous stabilization and tracking of basic automobile drifting trajectories", in 2016 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), IEEE, 2016, S. 597–602.
- [12] J. Y. Goh, T. Goel und J. Christian Gerdes, "Toward automated vehicle control beyond the stability limits: drifting along a general path", *Journal of Dynamic Systems, Mea*surement, and Control, Jg. 142, Nr. 2, S. 021004, 2020.
- [13] J. Edelmann, M. Plöchl und P. Pfeffer, Analysis of steady-state vehicle handling and driver behaviour at extreme driving conditions. Proceedings of IAVSD, 2011.

#### Literatur

- [14] D. T. McRuer, "Human pilot dynamics in compensatory systems", SYSTEMS TECH-NOLOGY INC HAWTHORNE CA, Techn. Ber., 1965.
- [15] M. Plöchl und J. Edelmann, "Driver models in automobile dynamics application", Vehicle System Dynamics, Jg. 45, Nr. 7-8, S. 699–741, 2007.
- [16] H. Pacejka, *Tire and vehicle dynamics*. Elsevier, 2005.
- [17] M. Mitschke und H. Wallentowitz, Dynamik der Kraftfahrzeuge. VDI-Buch, 2004.
- [18] C. Hametner und S. Jakubek, "Zustandsregelung von Mehrgrößensystemen", Skriptum, TU Wien, 2021.
- [19] T. Kailath, *Linear systems*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1980, Bd. 156.
- [20] A. Hamdan und A. Jaradat, "Modal controllability and observability of linear models of power systems revisited", Arabian Journal for Science and Engineering, Jg. 39, Nr. 2, S. 1061–1066, 2014.
- [21] A. Hamdan und A. Nayfeh, "Measures of modal controllability and observability for first-and second-order linear systems", *Journal of guidance, control, and dynamics*, Jg. 12, Nr. 3, S. 421–428, 1989.
- [22] J. W. Choi, J. G. Lee, Y. Kim und T. Kang, "Design of an effective controller via disturbance accommodating left eigenstructure assignment", *Journal of Guidance, Control,* and Dynamics, Jg. 18, Nr. 2, S. 347–354, 1995.
- [23] J. Edelmann, *PKW-Fahrermodell f
  ür h
  öhere Querbeschleunigungen*. Diplomarbeit, TU Wien, 2004.
- M. A. Sahib, "A novel optimal PID plus second order derivative controller for AVR system", *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Jg. 18, Nr. 2, S. 194–206, 2015.
- [25] M. H. Zaheer, K. M. Arthur und S. Y. Yoon, "Derivative feedback control of nonlinear systems with uncertain equilibrium states and actuator constraints", *Automatica*, Jg. 127, S. 109 495, 2021. DOI: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109495.
- [26] D. Tavernini, M. Massaro, E. Velenis, D. I. Katzourakis und R. Lot, "Minimum time cornering: the effect of road surface and car transmission layout", Vehicle System Dynamics, Jg. 51, Nr. 10, S. 1533–1547, 2013. DOI: 10.1080/00423114.2013.813557.

# A Anhang

# A.1 Berechnung des Abstands zur gewünschten Trajektorie mit Vorausschau

Für die Pfadfolge werden krummliegende Koordinaten verwendet. Die verwendeten Koordinaten sind die Position des Fahrzeugs entlang der Bahn  $s_s$ , der Normalabstand zur Bahn  $s_n$ und der Winkel der Fahrzeugslängsachse zur Bahntangente  $\alpha$ , wie in Abbildung A.1 für den allgemeinen Fall zu sehen ist.



Abbildung A.1: Krummliegende Koordinaten für die Position relativ zum vorgegebenen Pfad

Die Gleichungen ergeben sich nach [26] zu

$$\dot{s_s} = \frac{v\cos\left(\alpha - \beta\right)}{1 + s_n \kappa} \tag{A.1}$$

$$\dot{s_n} = v \sin\left(\alpha - \beta\right) \tag{A.2}$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\psi} + \kappa \frac{v\cos\left(\alpha - \beta\right)}{1 + s_n \kappa} \tag{A.3}$$

mit der Krümmung  $\kappa$  des Pfads, dem Schwimmwinkel  $\beta$  und der Gierrate  $\psi$ .

Es soll eine Kreisbahn mit konstantem Radius  $R = 1/\kappa$  verfolgt werden. Wie in Kapitel 4 erwähnt, wird nicht der aktuelle Abstand  $s_n$  zur gewünschten Bahn als Regelfehler des Fahrers verwendet, sondern der Abstand  $s_{n,T_P}$  zur Zeit  $t + T_P$  durch Fortsetzen der aktuellen Trajektorie für die Zeit  $T_P$ . Der Radius  $\rho$  der aktuellen Kreisbahn (siehe Abbildung A.2) ergibt sich aus der Geschwindigkeit v und der Drehwinkelgeschwindigkeit des Geschwindigkeitsvektors als Summe der Gierrate  $\dot{\psi}$  und der Änderung des Schwimmwinkels  $\dot{\beta}$  zu

$$\rho = \frac{v}{\dot{\psi} + \dot{\beta}}.\tag{A.4}$$

Der Winkel des Kreisbogens der aktuellen Trajektorie  $\varphi$ , der während der Vorausschauzeit



Abbildung A.2: Vorausschau entlang der aktuellen Trajektorie

 $T_{\cal P}$ zurückgelegt werden würde, berechnet sich zu

$$\varphi = (\dot{\psi} + \dot{\beta})T_P. \tag{A.5}$$

Über geometrische Zusammenhänge errechnen sich der Winkel  $\epsilon$  und die Länge a zu

$$\epsilon = \frac{\pi - \varphi}{2} \tag{A.6}$$

und

$$a = 2\rho \sin\left(\varphi/2\right). \tag{A.7}$$

Der laterale Abstand zum vorgegebenen Pfa<br/>d $s_{n,TP}$  lässt sich mithilfe des Kosinussatzes

$$s_{n,T_P} = \sqrt{a^2 + (R + s_n)^2 - 2a(R + s_n)\cos(\psi + \epsilon)} - R$$
(A.8)

mit  $\psi = \alpha - \beta$  ermitteln.

Parameter	Wert	Einheit	Beschreibung
$\overline{m}$	2452	kg	Gesamtmasse des Fahrzeugs
$I_z$	900	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment um die x-Achse
$I_z$	3200	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment um die y-Achse
$I_z$	3600	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment um die z-Achse
a	1.479	m	Abstand Schwerpunkt zur Vorderachse
b	1.421	m	Abstand Schwerpunkt zur Hinterachse
$s_1$	0.81	m	halbe Spurweite Vorderachse
$s_2$	0.82	m	halbe Spurweite Hinterachse
$c_{\varphi F}$	3400	$\mathrm{kg}^2\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$	Rollsteifigkeit an der Vorderachse
$c_{\varphi R}$	2000	$\mathrm{kg}^2\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$	Rollsteifigkeit an der Hinterachse
$k_{\varphi F}$	$1.2\times 10^5$	$\mathrm{kg}^2\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$	Rolldämpfung an der Vorderachse
$k_{\varphi R}$	$8  imes 10^4$	$\mathrm{kg}^2\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$	Rolldämpfung an der Hinterachse
$I_{WF}$	2.15	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment Rad vorne
$I_{WR}$	2.35	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment Rad hinten
$I_{MG,F}$	0.0126	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment Motor und Getriebe vorne
$I_{MG,R}$	0.1445	$\mathrm{kgm}^2$	Massenträgheitsmoment Motor und Getriebe hinten
$i_{G,F}$	8.05	1	Getriebeübersetzung Vorderachse
$i_{G,R}$	15.564	1	Getriebeübersetzung Hinterachse
$\gamma_0$	0.8	-	Grundmomentenverteilung

# A.2 Parameter des Rollachsenmodells

Tabelle A.1: Parameter des Rollachsenmodells