



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

DIPLOMARBEIT

Mathematik und Technisches Werken, der Nexus zwischen den Unterrichtsfächern

Ausgeführt am Institut für
Analysis und Scientific Computing
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von
Frau ao.Univ.Prof. Mag.rer.nat Dr.rer.nat Gabriela Schranz-Kirlinger

durch

Katharina Labschütz

Sigmundsgasse 14/10
1070 Wien
katharina@labschuetz.in

Datum

Katharina Labschütz

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mich in meiner Studienzeit begleitet und unterstützt haben und somit auch diese Diplomarbeit ermöglichten.

Ganz herzlich bedanke ich mich bei meiner Diplomarbeitsbetreuerin ao.Univ.Prof. Mag. Dr. Gabriela Schranz-Kirlinger für die außerordentlich gute und ausführliche Betreuung. Sowohl durch Freundlichkeit und Zuverlässigkeit, also auch Genauigkeit und immer schneller Rückmeldung, hat sie mich besonders dabei unterstützt diese Arbeit zu verwirklichen.

Ein weiterer Dank geht an Herrn ao.Univ.Prof. Mag. Michael Herbst, der mich auf die Idee gebracht hat, meine außergewöhnliche Fächerkombination für meine Abschlussarbeit zu nutzen.

Meine Eltern haben es ermöglicht, mir so viel Zeit fürs Studium zu nehmen, wie ich es für richtig hielt. Dafür, und für ihre Unterstützung in all meinen Entscheidungen, möchte ich ihnen herzlich danken.

Ein ganz besonderer Dank geht an die Fachschaft Lehramt, die Hochschüler_innenschaft der Technischen Universität Wien und viele Mitstudierende, die ich kennenlernen durfte. Ich habe die Zeit sehr genossen und viel bei der Arbeit als Studierendenvertreterin gelernt.

Meinem Freund und Begleiter Fabian und meiner besten Freundin Bianca danke ich von ganzem Herzen, sowohl auf persönlicher Ebene, als auch auf Grund ihrer, immer wieder hilfreichen, fachlichen Expertise.

Schlussendlich noch ein großes Dankeschön, an all meine Freundinnen und Freunde, sowie meine Brüder, für jeglichen Zuspruch und aufmunternde wie auch motivierende Worte.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Wien, am . Februar 2018

Katharina Labschütz

Vorwort

Mathematik und Technisches Werken? Auf den ersten Blick vielleicht sehr unterschiedliche Unterrichtsfächer. Diese Fächerkombination wählen nicht sehr viele Lehramtsstudierende. Dennoch bin ich im Laufe meiner Studienzeit immer wieder auf Überschneidungen gestoßen: einerseits bezüglich fachlicher Inhalte, andererseits im Zuge des Wissenserwerbs und den diesbezüglichen kognitiven Vorstellungen. Zum Beispiel werden beim Umsetzen handwerklicher Ideen häufig mathematische Kompetenzen aus den Bereichen der Arithmetik oder der Geometrie benötigt. Und aus Sicht der Mathematik bietet es sich oft an, Beispiele oder Theorien mit Hilfe von anschaulichen Objekten zu erklären und zu veranschaulichen. Diese seltene Fächerkombination wollte ich nutzen, um mich in diese Richtung, im Zuge meiner Diplomarbeit, weiter zu vertiefen und einzuarbeiten.

Durch meine derzeitige Arbeit als Lernbetreuerin der Volkshochschule Wien, im Zuge des Projektes „Förderung 2.0“, habe ich einen Einblick in die Unterrichtstätigkeit, den Schulstoff im Unterrichtsfach Mathematik in der Unterstufe und erfahre, in welchen Bereichen Schülerinnen und Schüler häufig Schwierigkeiten haben. Meine Aufgabe ist es, einer Gruppe von 5-10 Kindern der 1. und 2. oder der 3. und 4. Klasse, einmal in der Woche für 2 Unterrichtsstunden Nachhilfe in Mathematik zu geben. Da es keine Benotung gibt, fällt es den Kindern leichter, über ihre Probleme und Schwächen zu sprechen. Sie können gratis nachholen, was sie womöglich im normalen Mathematikunterricht verpasst oder nicht verstanden haben. Diese Erfahrung möchte ich einerseits für die Diplomarbeit nutzen, andererseits aber auch die Möglichkeit ergreifen, im Rahmen der Volkshochschulkurse, Unterrichtskonzepte oder Lehrmethoden auszuprobieren.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1. Situation in der Schule	4
1.1 Rechtliche Rahmenbedingungen	4
1.1.1 Das Schulsystem in Österreich.....	4
1.1.2 Der Aufbau des Lehrplans.....	6
1.1.3 Stundentafeln.....	8
1.2 Veränderungen der Lehrinhalte: Ein historischer Überblick.....	13
1.2.1 UF Mathematik	14
1.2.2 UF Werkerziehung	25
2. Didaktische Überlegungen	31
2.1 Didaktische Prinzipien.....	32
2.1.1 Das EIS-Prinzip nach Bruner	33
2.1.2 Das Stufenprinzip nach Piaget	35
2.1.3 Das operative Prinzip nach Aebli.....	38
2.2 Fächerübergreifender Unterricht	40
2.2.1 Querverweise in den Lehrplänen.....	42
3. Gemeinsamkeiten der Lehrpläne: Mathematik und Technisches Werken.....	45
3.1 Bildungs- und Lehraufgabe	46
3.2 Didaktische Grundsätze	48
3.3 Lehrstoff	49
3.4 Begrifflichkeiten	56
3.4.1 Problemlösen.....	56
3.4.2 Kreativität.....	58

3.4.3 Modelle	59
4. Unterrichtskonzepte	60
Abakus	61
Lego	62
Winkelscheibe.....	64
Figuren	66
Körper	70
Parkettierung	78
Résumé.....	80
Abbildungsverzeichnis.....	81
Tabellenverzeichnis	83
Literaturverzeichnis	83

Einleitung

Die vorliegende Arbeit bezieht sich auf die Lehrtätigkeit in der Schule, befasst sich mit den Lehrplänen der Fächer Mathematik und Technisches Werken und hat einen didaktischen und interdisziplinären Schwerpunkt. Es wird analysiert, in welchen Bereichen sich diese beiden Unterrichtsfächer überschneiden. Abschließend werden Unterrichtskonzepte erstellt und vorgestellt, von denen beide Fachrichtungen profitieren.

Die Forschungsfrage lautet:

„Wo gibt es potenzielle Berührungspunkte und Überschneidungen zwischen den Lehrplänen der Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken in der Unterstufe und mit welchen Unterrichtskonzepten können beide Fachrichtungen verknüpft werden, sodass sie wechselseitig voneinander profitieren?“

Die Zielgruppe, für die Gemeinsamkeiten der beiden Fächer herausgefiltert werden, sind Schülerinnen und Schüler aus dem Sekundarbereich I, welche im Alter von etwa 10-14 Jahren sind. In herkömmlichen Gymnasien wird Werkerziehung nicht in der Oberstufe unterrichtet. Dass Werkerziehung in verschiedenen Schulformen in unterschiedlichem Ausmaß und Schulstufen unterrichtet wird, und in naher Zukunft die Fächer Technisches Werken und Textiles Gestalten zusammengelegt werden, ist Teil dieser Arbeit.

Von Bedeutung ist es, zusammenzufassen, in welchen Schulstufen welche Themen behandelt werden, um es Kindern zu ermöglichen, beide Fachrichtungen miteinander zu verknüpfen. Die in den beiden Unterrichtsfächern unterschiedlich erworbenen Kompetenzen und Fähigkeiten sollten aufeinander abgestimmt werden. Oft besteht die Problematik, dass Wissen, Fertigkeiten oder Denkstrukturen der Kinder vorausgesetzt werden, die sie noch nicht erworben haben.

Ein Ziel der Arbeit ist es, einigen Schülerinnen und Schülern die Mathematik näher zu bringen. Eine andere Sichtweise kann das Verständnis erleichtern. Außerdem ist diese Arbeit eine gute Vorbereitung auf die Schule. Das Durcharbeiten der Lehrpläne und

Herausfinden, in welchen Schulstufen Kinder auf welchem Wissensstand sind, ist sehr wesentlich für den Beginn der Unterrichtstätigkeit.

Die Arbeit richtet sich vor allem an Mathematiklehrerinnen und -lehrer. Es wird aufgezeigt, in welchen Punkten sich die Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken berühren und überschneiden. Die Basis für die Analyse ist der Lehrplan, welcher für die genannten Fachgebiete anhand eines historischen Verlaufs genau untersucht wird. Im ersten Kapitel werden die rechtlichen Rahmenbedingungen abgesteckt, um aufzuzeigen, auf welche Grundlage aufgebaut wird. Weiters wird dargelegt in welchen Schulstufen und in welchem Stundenausmaß die Fächer Mathematik und Technisches Werken unterrichtet werden. In einem zweiten Schritt werden diese miteinander verglichen und Überschneidungen näher analysiert. Ein wesentlicher Punkt ist der Inhalt der Lehrpläne, hier wird zusammengefasst, was in den Fächern gelehrt werden soll.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit didaktischen Überlegungen. Was ist fächerübergreifender Unterricht, wozu ist er gut und was sind Vor- und/oder Nachteile? Drei didaktische Prinzipien, welche in der Mathematikdidaktik eine wichtige Rolle spielen und besonders gut zum Themengebiet dieser Arbeit passen, werden in diesem Kapitel vorgestellt:

- ❖ Stufenprinzip nach Piaget
- ❖ Operatives Prinzip nach Aebli
- ❖ EIS-Prinzip nach Bruner

Ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Verknüpfung von Mathematik mit handwerklichen Tätigkeiten und das „Begreifen“ / „Begreifbarmachen“ der Inhalte. Fächerübergreifender Unterricht spielt in allen Gegenständen eine Rolle. Es werden die Fächer und Inhalte aufgelistet, die laut Lehrplan mit Mathematik und Technischem Werken kombiniert werden sollen.

Das dritte Kapitel ist das Herz der Arbeit. Die Gemeinsamkeiten der beiden Unterrichtsfächer werden anhand des Lehrplans herausgearbeitet. In der Bildungs- und Lehraufgabe und den didaktischen Grundsätzen gibt es Überschneidungen in den Lehrplänen, welche aufgezeigt werden. Der Lehrstoff weist auch Themenbereiche auf,

die sich für fächerübergreifendes Arbeiten anbieten. Es werden einige Begrifflichkeiten beleuchtet, die sowohl in der Mathematik als auch in der Werkerziehung wichtig sind. Diese sind etwa das *Problemlösen*, die *Kreativität* oder der Begriff *Modell*.

Im vierten Teil dieser Arbeit werden zu ausgewählten Themengebieten des Mathematikunterrichts Bastelideen und Anregungen gegeben, und Arbeitsblätter sowie Unterrichtskonzepte vorgestellt, die sich für Interdisziplinarität in Mathematik und Werkerziehung anbieten. Alle Stoffangaben im Mathematiklehrplan werden zu größeren Themenblöcken zusammengefasst. Die Hauptkapitel *Arbeiten mit Zahlen und Maßen*, *Arbeiten mit Variablen*, *Arbeiten mit Figuren und Körpern* und *Arbeiten mit Modellen*, *Statistik* sind im Lehrplan vorgegeben. Alle weiteren Unterkapitel haben sich im Zuge der Recherche und der genauen Analyse der Lehrpläne herauskristallisiert.

Die Arbeit schafft eine Balance zwischen den Unterrichtsfächern Mathematik und Technischem Werken. Die beiden Schulgegenstände werden anhand des Lehrplans genau untersucht. Ideen zur Unterrichtsgestaltung und Lehrmethode werden offeriert.

1. Situation in der Schule

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den gesetzlichen Grundlagen der „*Organisation Schule*“. Es folgen ein Überblick über das Schulsystem in Österreich und der Aufbau des Lehrplans. Es wird aufgezeigt, in welchem Stundenausmaß die Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken in allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) gelehrt werden und wie sich der Lehrstoff im Laufe der Zeit verändert hat. Dies ist in der gesamten Rechtsvorschrift für Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen zu finden. Die Stammfassung ist die 88. Verordnung des Bundesministeriums für Unterricht und Kunst über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen, vom 14. November 1984, ausgegeben am 7. März 1985. Ein anderer wichtiger Gesetzestext ist das Schulorganisationsgesetz, welches das 242. Bundesgesetz vom 25. Juli 1962 über die Schulorganisation zur Grundlage hat. Hier wird zum Beispiel festgelegt, ab welcher Klassengröße es zu Teilungen in unterschiedlichen Unterrichtsfächern kommt und wie das Schulsystem in Österreich aufgebaut ist.

1.1 Rechtliche Rahmenbedingungen

1.1.1 Das Schulsystem in Österreich

Wie bereits erwähnt, konzentriert sich diese Arbeit auf den Sekundarbereich I, dieser entspricht der 5. – 8. Schulstufe, in welcher Kinder im Normalfall 10 – 14 Jahre alt sind. In diesem Bereich gibt es momentan noch die folgenden drei Schulformen, wobei im Weiteren aus unterschiedlichen Gründen nur auf die AHS-Unterstufe eingegangen wird:

Schulform	Schulstufe	Alter	Stufe
Neue Mittelschule (NMS)	5 – 8	10 – 14	Sekundarstufe I
Hauptschule (HS)			
Allgemeinbildende höhere Schule (AHS-Unterstufe)			

Tabelle 1, Sekundarstufe I (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2016a)

Das Bundesministerium für Bildung hat eine übersichtliche Grafik zum österreichischen Bildungssystem erstellt.

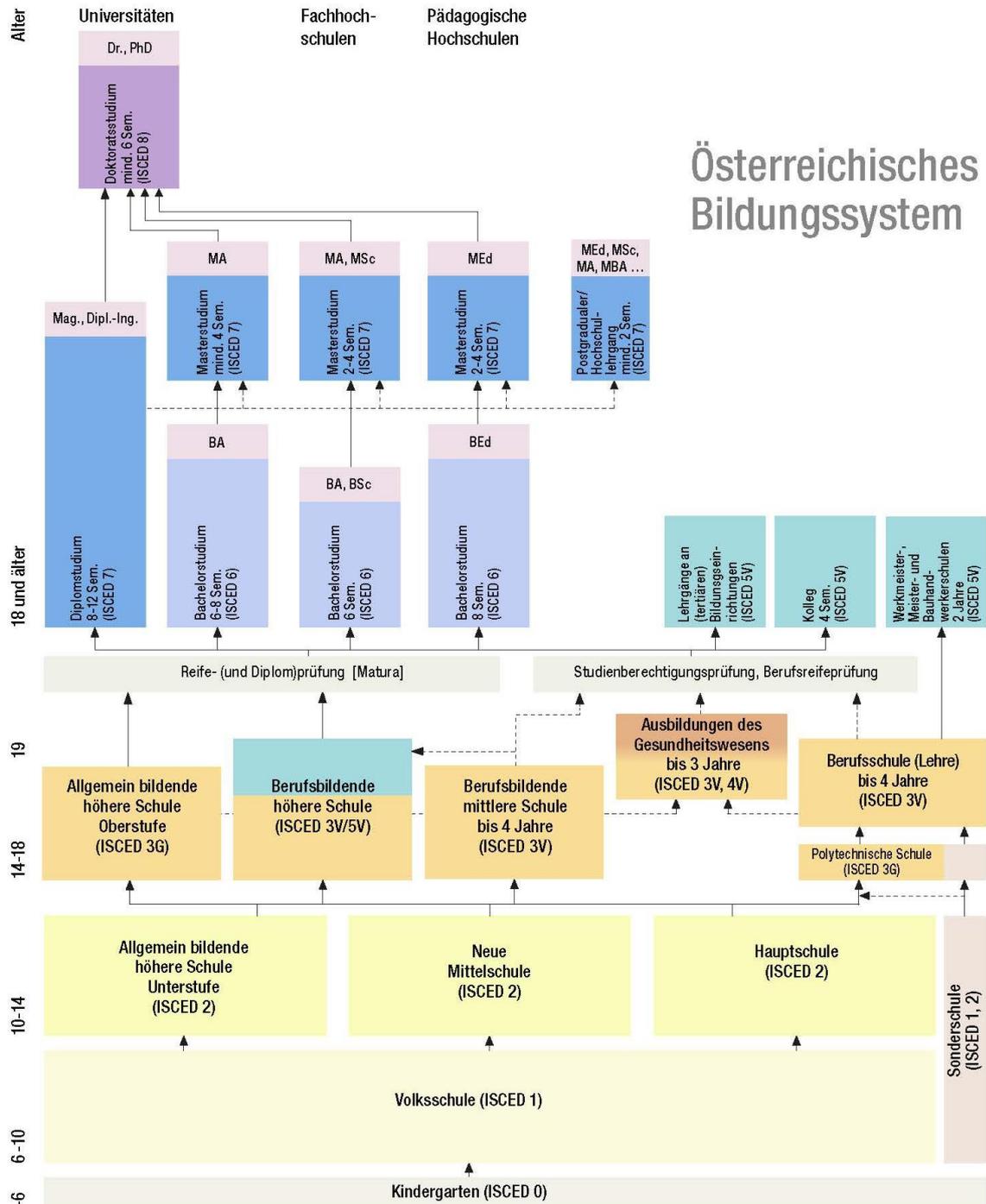


Abbildung 1, Überblick über das Schulsystem in Österreich (Bundesministerium für Bildung, 2017b)

Das Studium an der Universität berechtigt zum Unterricht im Sekundarbereich I und II. Werkerziehung wird in der Regel nur im Sekundarbereich I gelehrt. „Die Neue Mittelschule ist seit 1. September 2012 eine gesetzlich verankerte Regelschule.“ (Bundesministerium für Bildung, 2017a) Seit dem Schuljahr 2015/16 ist die Neue Mittelschule an allen ersten Klassen der Hauptschule zu führen, sodass mit Beginn des Schuljahres 2018/19 die Hauptschule durch die Neue Mittelschule vollständig ersetzt sein wird. (Vgl. Schulorganisationsgesetz, 2017) Darum werden Hauptschulen in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Die Lehramtsausbildung für Hauptschulen und Neue Mittelschulen war und ist Aufgabe der Pädagogischen Hochschulen, das Studium an der Universität zielt auf den Unterricht an allgemeinbildenden höheren und berufsbildenden höheren Schulen ab. Da die Fachlehrpläne der Neuen Mittelschule ident mit jenen der AHS-Unterstufe sind, und es nur Abweichungen im Allgemeinen Teil des Lehrplanes gibt, besonders im Bereich der Lernkultur, wird im Folgenden nur mehr auf die Lehrpläne der AHS-Unterstufe Bezug genommen. (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2016b)

1.1.2 Der Aufbau des Lehrplans

Es folgt eine Übersicht über den Aufbau des Lehrplans der allgemeinbildenden höheren Schule:

Erster Teil - Allgemeines Bildungsziel

1. Funktion und Gliederung des Lehrplans
2. Gesetzlicher Auftrag
3. Leitvorstellungen
4. Aufgabenbereiche der Schule
 - a. Wissensaneignung, Kompetenzerwerb
 - b. Religiös-ethisch-philosophische Bildungsdimension
5. Bildungsbereiche
 - a. Bildungsbereich Sprache und Kommunikation
 - b. Bildungsbereich Mensch und Gesellschaft
 - c. Bildungsbereich Natur und Technik
 - d. Bildungsbereich Kreativität und Gestaltung

e. Bildungsbereich Gesundheit und Bewegung

Zweiter Teil - Allgemeine Didaktische Grundsätze

1. Anknüpfen an die Vorkenntnisse und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler
2. Interkulturelles Lernen
3. Mehrsprachigkeit
4. Diversität und Inklusion
5. Förderung durch Differenzierung und Individualisierung
6. Förderunterricht
7. Stärken von Selbsttätigkeit und Eigenverantwortung
8. Herstellen von Bezügen zur Lebenswelt
9. Reflexive Koedukation und gendersensible Pädagogik
10. Sicherung des Unterrichtsertrages und Rückmeldungen

Dritter Teil - Schul- und Unterrichtsplanung

1. Unterrichtsplanung der Lehrerinnen und Lehrer
2. Kern- und Erweiterungsbereich
3. Schulautonome Lehrplanbestimmungen
4. Leistungsfeststellung
5. Fächerverbindender und fächerübergreifender Unterricht
6. Gestaltung der Nahtstellen
7. Öffnung der Schule
8. Betreuungsplan für ganztägige Schulformen

Vierter Teil – Stundentafeln (Gesamtwochenstundenzahl und Stundenausmaß der einzelnen Unterrichtsgegenstände)

1. Unterstufe (Gesamtwochenstundenzahl 120)
2. Oberstufe (Gesamtwochenstundenzahl 130)

Fünfter Teil – Lehrpläne für den Religionsunterricht des Gymnasiums, des Realgymnasiums und des wirtschaftskundlichen Realgymnasiums

Sechster Teil – Lehrpläne für die einzelnen Unterrichtsgegenstände

- a. Pflichtgegenstände
- b. Verbindliche Übungen
- c. Freigegegenstände
- d. Unverbindliche Übungen
- e. Förderunterricht

(Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)

1.1.3 Stundentafeln

Die Stundentafeln sind im vierten Teil des Lehrplans der allgemeinbildenden höheren Schule zu finden. (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)

In der allgemeinbildenden höheren Schule wird in der Unterstufe zwischen **drei Schulformen** unterschieden,

- ❖ dem Gymnasium,
- ❖ dem Realgymnasium und dem
- ❖ wirtschaftlichen Realgymnasium.

Insgesamt umfasst die Unterstufe 120 Wochenstunden, also im Durchschnitt 30 Wochenstunden pro Schulstufe, wobei nicht in jedem Unterrichtsjahr gleich viele Stunden eingeplant sind. Mathematik hat in der gesamten Unterstufe im Gymnasium mit 15 Wochenstunden 12,5 % der Unterrichtszeit und Werkerziehung mit 4 Wochenstunden 3,3 %. Im wirtschaftskundlichen Realgymnasium sind in Werkerziehung mehr als doppelt so viele Stunden vorgesehen, nämlich 9 Wochenstunden, das entspricht 7,5 % der Unterrichtszeit.

Wochenstunden (in Prozent gerundet) in der Unterstufe im ...

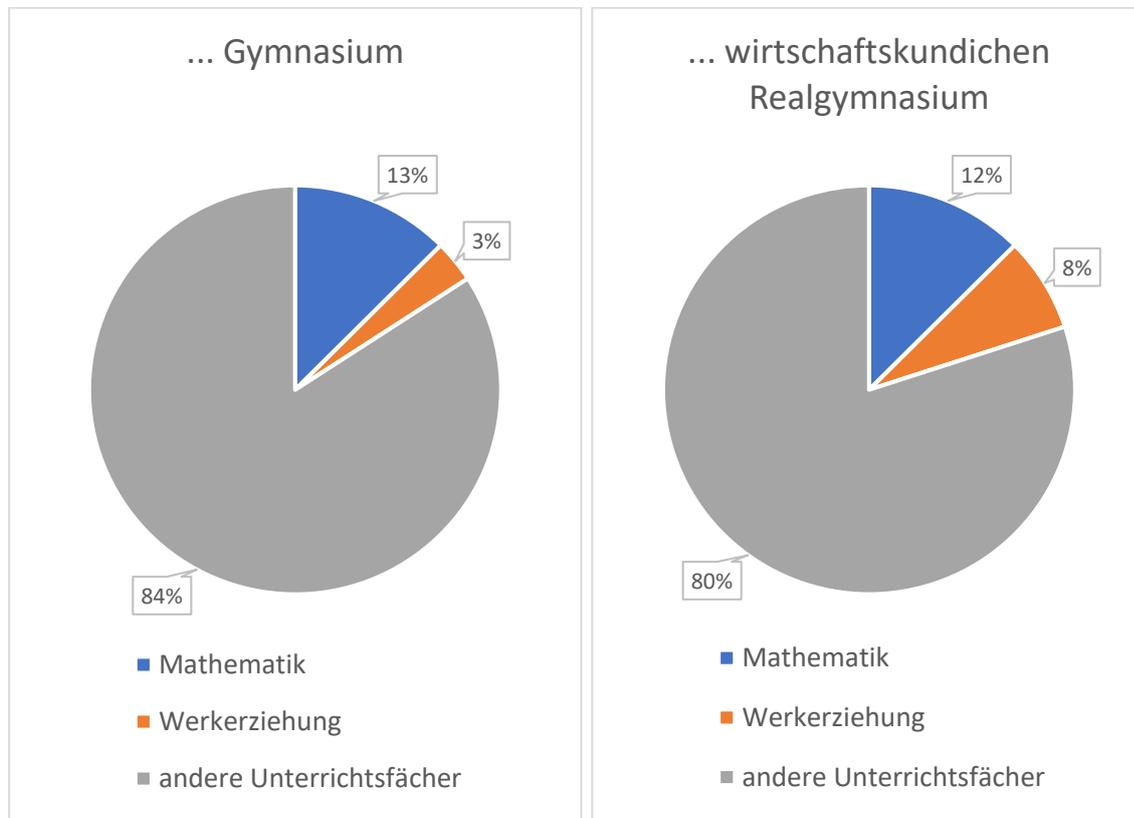


Abbildung 2, Wochenstunden im Gymnasium (Eigene Darstellung)

Abbildung 3, Wochenstunden im wirtschaftskundlichen Realgymnasium (Eigene Darstellung)

Der zuständige Bundesminister oder die zuständige Bundesministerin hat Lehrpläne durch Verordnung festzusetzen, wobei die Bildungsdirektionen vor Erlassung solcher Verordnungen zu befragen sind. Die Bildungsdirektionen ersetzen im Wesentlichen den Stadtschulrat und die Landesschulräte ab 2019. Für jedes Bundesland wird eine Bildungsdirektion eingerichtet, welche die gesamte Schulverwaltung organisieren soll. (Vgl. Mitterlehner & Heinisch-Hosek, 2015)

Es wird zwischen **schulautonomen** und **nicht schulautonomen Lehrplanbestimmungen** unterschieden. Schulautonome Lehrplanbestimmungen können erlassen werden, wenn örtliche Erfordernisse oder Schulkooperationen gegeben sind. Außerdem ist auf die Bildungsaufgabe der einzelnen Schularten (Schulformen,

Fachrichtungen), die mit erfolgreichen Abschluss verbundenen Berechtigungen und auf diverse Übertrittsmöglichkeiten zu achten. (Vgl. Schulorganisationsgesetz, 2017)

Die Informationen der ersten beiden folgenden Tabellen sind aus der ursprünglichen Version der Lehrpläne aus dem Jahr 1985 (vgl. BGBl. Nr. 88/1985). „Tabelle 4, Stundentabelle Mathematik aktuell“ und „Tabelle 5, Stundentabelle Technisches Werken aktuell“ beziehen sich auf die neueste Version der Lehrpläne (vgl. Bundeskanzleramt, 2017). In den ersten beiden Tabellen werden in dieser Arbeit die Wochenstunden der schulautonomen Lehrplanbestimmungen zur besseren Lesbarkeit weggelassen.

Die **Stundenzahl** war in Mathematik 1985 in jeder Schulform höher, wohingegen sie in den nicht schulautonomen Lehrplanbestimmungen von Werkerziehung nur im wirtschaftskundlichen Realgymnasium gekürzt wurden und ansonsten ident blieben. Es gibt Veränderungen um jeweils maximal zwei Wochenstunden.

In der 357. Verordnung vom 19. Juli 1996 wurden die Stundentafeln erneuert und stimmten schon fast mit den heutigen überein. Im Gymnasium hat sich seitdem sowohl in Mathematik als auch in Werkerziehung an den Wochenstunden nichts geändert. Im Realgymnasium waren die Stunden für Werkerziehung in schulautonomen Lehrplanbestimmungen 1996 höher, nämlich 7-12, anstatt 6-12 Wochenstunden. Auch in Mathematik hatten die Schülerinnen und Schüler im Realgymnasium in der 4. Klasse um eine Stunde mehr Unterricht. Im wirtschaftskundlichen Realgymnasium wurde in selbiger Klasse eine Stunde Werkerziehung gekürzt, früher hingegen konnten die Schülerinnen und Schüler bei schulautonomen Lehrplanbestimmungen nur bis zu maximal 10 anstatt bis zu 14 Wochenstunden Werkerziehung haben. (Vgl. BGBl. Nr. 357/1996, S. 59 - 62)

Die Lehrverpflichtungsgruppe (siehe Tabellen rechte Spalte) gibt im alten Dienstrecht unter anderem Auskunft über das Bezahlschema der Lehrerinnen und Lehrer.

UF Mathematik 1985	Ermächtigung für _____ Lehrplan- bestimmungen	Klassen und Wochenstunden				Summe	Lehr- verpflich- tungs- gruppe
		1. Kl.	2. Kl.	3. Kl.	4. Kl.		
Gymnasium	keine schulautonomen	5	4	3	3	15	II
Realgymnasium (RG)	keine schulautonomen	5	4	4	4	17	
Wirtschaftskundliches RG für Mädchen	keine schulautonomen	5	4	3	3	15	

Tabelle 2, Stundentabelle Mathematik 1985 (Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 8 - 10)

UF Technisches Werken 1985	Ermächtigung für _____ Lehrplan- bestimmungen	Klassen und Wochenstunden				Summe	Lehr- verpflich- tungs- gruppe
		1. Kl.	2. Kl.	3. Kl.	4. Kl.		
Gymnasium	keine schulautonomen	2	2	-	-	4	IV
Realgymnasium (RG)	keine schulautonomen	2	2	2	2	8	
Wirtschaftskundliches RG für Mädchen	keine schulautonomen	2	2	3	4	11	

Tabelle 3, Stundentabelle Technisches Werken 1985 (Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 8 - 10)

UF Mathematik aktuell	Ermächtigung für _____ Lehrplan- bestimmungen	Klassen und Wochenstunden				Summe	Lehr- verpflich- tungs- gruppe
		1. Kl.	2. Kl.	3. Kl.	4. Kl.		
Gymnasium	schulautonome					13-18	II
	keine schulautonomen	4	4	3	3	14	
Realgymnasium	schulautonome					14-20	
	keine schulautonomen	4	4	4	3	15	
Wirtschaftskundliches Realgymnasium	schulautonome					13-18	
	keine schulautonomen	4	4	3	3	14	

Tabelle 4, Stundentabelle Mathematik aktuell (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)

UF Technisches Werken aktuell	Ermächtigung für _____ Lehrplan- bestimmungen	Klassen und Wochenstunden				Summe	Lehr- verpflich- tungs- gruppe
		1. Kl.	2. Kl.	3. Kl.	4. Kl.		
Gymnasium	schulautonome			-	-	3-6	IV
	keine schulautonomen	2	2	-	-	4	
Realgymnasium	schulautonome					6-12	
	keine schulautonomen	2	2	2	2	8	
Wirtschaftskundliches Realgymnasium	schulautonome					7-14	
	keine schulautonomen	2	2	2	3	9	

Tabelle 5, Stundentabelle Technisches Werken aktuell (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)

1.2 Veränderungen der Lehrinhalte:

Ein historischer Überblick

In allen drei Schulformen gibt es folgende **13 Pflichtgegenstände** und die verbindliche Übung Berufsorientierung (vgl. Bundeskanzleramt, 2017):

1. Religion
2. Deutsch
3. Lebende Fremdsprache
4. Geschichte und Sozialkunde/Politische Bildung
5. Geographie und Wirtschaftskunde
6. Mathematik
7. Biologie und Umweltkunde
8. Chemie
9. Physik
10. Musikerziehung
11. Bildnerische Erziehung
12. Technische Werken | Textiles Werken
13. Bewegung und Sport

Es gibt noch andere Pflichtgegenstände, welche jedoch zwischen den Schulformen variieren. Im Gymnasium gibt es weiters Latein/Zweite lebende Fremdsprache und im Realgymnasium Geometrisches Zeichnen. (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017) In schulautonomen Lehrplanbestimmungen dürfen zusätzlich zu den genannten Unterrichtsgegenständen weitere Pflichtgegenstände und verbindliche Übungen festgelegt werden. (Vgl. Schulorganisationsgesetz, 2017)

Technisches Werken und Textiles Werken werden in jeder Schulform als **alternativer Pflichtgegenstand** geführt.

Unter alternativen Pflichtgegenständen sind jene Unterrichtsgegenstände zu verstehen, deren Besuch zur Wahl gestellt wird, wobei einer von mehreren Unterrichtsgegenständen gewählt werden kann und der gewählte

Unterrichtsgegenstand wie ein Pflichtgegenstand gewertet wird.
(Schulorganisationsgesetz, 2017)

„Die Klassenschülerzahl an der allgemein bildenden höheren Schule darf in der Unterstufe 25 und in der Oberstufe 30 nicht übersteigen und soll jeweils 20 nicht unterschreiten.“ (Schulorganisationsgesetz, 2017) Die Klassenschüler_innenhöchstzahl darf um 20 % überschritten werden. (Vgl. Schulorganisationsgesetz, 2017)

In Werkerziehung muss bei der Einführung des Fachs ab einer Gruppengröße von 20 Schülerinnen und/oder Schülern geteilt werden. Es müssen jedoch mindestens 15 Kinder Technisches Werken bzw. Textiles Werken gewählt haben. In der siebten und achten Schulstufe (3. und 4. Klasse) genügen acht Anmeldungen. Wird diese Mindestzahl nicht erreicht, darf die Führung erfolgen, wenn nur eine Klasse auf der betreffenden Schulstufe vorhanden ist und sich mindestens ein Drittel der Schülerinnen und Schüler dieser Klasse anmeldet. (Vgl. Eröffnungs- und Teilungszahlenverordnung, 2017)

Der **Lehrstoff** der Lehrpläne hat sich im Laufe der Zeit natürlich verändert. Die erste Version ist aus dem Jahr 1985. Hier wurde der Lehrstoff nur für die ersten beiden Klassen erarbeitet. Dieser wiederum war, zum Beispiel im Unterrichtsfach Mathematik, sehr genau. Im BGBl. Nr. 591/1986 wurde dann der Lehrstoff der dritten und vierten Klassen hinzugefügt (vgl. BGBl. Nr. 591/1986). Im Jahr 2000 gab es eine größere Erneuerung und Veränderung, welche im Bundesgesetzblatt BGBl. II Nr. 133/2000 kundgemacht wurde (vgl. BGBl. II Nr. 133/2000).

1.2.1 UF Mathematik

Lehrplan aus dem Jahr 1985

Der Lehrplan des Unterrichtsfaches Mathematik aus der Version von 1985 ist zu finden auf den Seiten 46 bis 61. Er ist im Vergleich zum heutigen Lehrplan sehr ausführlich formuliert. Die Themen sind in andere Kapitel gegliedert als heute, zum Teil ähnlich zu denen, die in Kapitel „4. Unterrichtskonzepte“ herausgefiltert werden. Es werden hin und wieder Beispiele angegeben, was im Unterricht bearbeitet werden soll und es gibt Hinweise zur Behandlung einzelner Themen. Projektorientierter Unterricht und schriftliche Arbeiten sind in den beiden ersten Klassen im Lehrstoff vorgesehen. In der

ersten Klasse gibt es sechs und in der **zweiten Klasse** fünf Themengebiete. Die Inhalte der Themengebiete sind ähnlich zu denen von heute, wobei es Lehrstoff gibt, der im heutigen Lehrplan keinen Platz mehr findet. Mehr dazu jedoch später im Unterkapitel „Lehrplan aus dem Jahr 2000“ (siehe S. 20).

Anschließend ein Überblick über die Stoffgebiete der ersten beiden Klassen in Mathematik aus dem Jahr 1985.

Stoffgebiete der ersten Klasse:

Natürliche Zahlen (Veranschaulichen und Vergleichen; Durchführen von Rechenverfahren; Deuten von Rechenoperationen und ihrer Ergebnisse in Verbindung mit anschaulichen Vorstellungen; Bearbeiten von Problemen in Sachsituationen; Verketteten von Rechenoperationen, Arbeiten mit Rechenregeln zur Umformung von Rechenausdrücken; Spielerisches Umgehen mit Zahlen);

Bruchzahlen/Bruch- und Dezimalschreibweise (Veranschaulichen, Darstellen und Vergleichen von Bruchzahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise; Deuten von Rechenoperationen mit Bruchzahlen (Bruch- und Dezimalschreibweise) in Verbindung mit anschaulichen Vorstellungen; Durchführen von Rechenverfahren mit Dezimalzahlen; Bearbeiten von Problemen in Sachsituationen; Verketteten von Rechenoperationen, Arbeiten mit Rechenregeln zur Umformung von Rechenausdrücken; Spielerisches Umgehen mit Bruchzahlen);

Gleichungen (Lösen von einfachen Gleichungen mit einer Variablen; Arbeiten mit einfachen Formeln, die mehrere Variablen enthalten);

Geometrie (Hantieren mit, Untersuchen und Beschreiben von Quadern und von Körpern, die aus Quadern bestehen; Bestimmen von Längen; Darstellen von Rechtecken und Figuren, die aus Rechtecken bestehen; Spielerisches Umgehen mit Flächen und Körpern; Arbeiten mit Flächeninhalten von Rechtecken und Figuren, die aus Rechtecken bestehen; Arbeiten mit Rauminhalten von Quadern und von Körpern, die aus Quadern bestehen; Arbeiten mit grundlegenden geometrischen Begriffen; Reflektieren über geometrische Begriffe; Anwenden der erworbenen Fähigkeiten zur Bearbeitung von Problemen aus der Umwelt des Schülers oder in fächerübergreifenden Vorhaben);

Statistik (Informationen (Daten) erheben und ordnen; Daten darstellen und aus verschiedenen Darstellungsformen ablesen; Arbeiten mit Mittelwerten);

Mengen.

Stoffgebiete der zweiten Klasse:

Natürliche Zahlen, insbesondere Teilbarkeit (Arbeiten mit Teilern und Vielfachen von natürlichen Zahlen; Arbeiten mit Sätzen über die Teilbarkeit);

Bruchzahlen/Bruch- und Dezimalschreibweise (Deuten, Darstellen und Vergleichen von Bruchzahlen; Deuten von Rechenoperationen und ihren Ergebnissen; Durchführen von Rechenverfahren mit Dezimalzahlen; Rechnen mit Brüchen; Bearbeiten von Problemen in Sachsituationen; Verkettung von Rechenoperationen, Arbeiten mit Rechenregeln zur Umformung von Rechenausdrücken; Zusammenfassendes Betrachten der Bruchzahlen; Spielerisches Umgehen mit Zahlen);

Gleichungen (Lösen von einfachen Gleichungen mit einer Variablen; Arbeiten mit einfachen Formeln, die mehrere Variablen enthalten);

Geometrie (Darstellen von Punkten in rechtwinkligen Koordinatensystemen; Zeichnen, Vergleichen und Messen von Winkeln; Zeichnen und Untersuchen von Vielecken, insbesondere von Dreiecken, Vierecken und regelmäßigen Vielecken; Arbeiten mit dem Kongruenzbegriff; Arbeiten mit Symmetrien; Arbeiten mit Flächeninhalten von rechtwinkligen Dreiecken und von Figuren, die aus rechtwinkligen Dreiecken und Rechtecken bestehen; Untersuchen von geometrischen Körpern, insbesondere von Prismen, Pyramiden, Drehzylindern und Drehkegeln; Arbeiten mit Rauminhalten von Prismen, deren Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck ist oder aus rechtwinkligen Dreiecken und Rechtecken besteht; Anwenden der erworbenen Fähigkeiten zur Bearbeitung von Problemen aus der Umwelt des Schülers oder in fächerübergreifenden Vorhaben; Spielerisches Umgehen mit Flächen und Körpern);

Statistik (Häufigkeiten berechnen und graphisch darstellen).

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 47 - 61)

Lehrplan aus dem Jahr 1986

Im BGBl. Nr. 591/1986 wird der Lehrstoff der **dritten** und **vierten Klasse** hinzugefügt. Das Bearbeiten von Sachthemen mit mathematischen Methoden und schriftliche Arbeiten gehört in beiden Klassen zum Lehrstoff. In der dritten Klasse gibt es fünf Themengebiete und in der vierten vier. Sie sind sehr unterschiedlich groß, manche beinhalten mehr und andere weniger Stoff. Die Inhalte decken sich fast mit denen von heute. Auffällig ist, dass es im Vergleich zur ersten und zweiten Klasse in der dritten und vierten kein Kapitel namens „*Gleichungen*“ mehr gibt. Es wurde umbenannt in „*Elementare Algebra*“.

Es folgt ein Überblick über die Stoffgebiete der dritten und vierten Klasse in Mathematik aus dem Jahr 1986.

Stoffgebiete der dritten Klasse:

Positive rationale Zahlen, Taschenrechner (Arbeiten mit dem Taschenrechner in verschiedenen Stoffgebieten);

Ganze und rationale Zahlen (Darstellen, Deuten und Vergleichen von ganzen und rationalen Zahlen; Rechnen mit ganzen und rationalen Zahlen; Zusammenfassendes Betrachten der behandelten Zahlenmengen);

Elementare Algebra (Beschreiben von inner- und außermathematischen Sachverhalten mit Variablen, Aufstellen von Formeln; Interpretieren von Formeln; Interpretieren von Formeln; Untersuchen und zusammenfassendes Betrachten von direkten und indirekten Proportionalitäten; Darstellen in Potenzschreibweise; Arbeiten mit Termen; Lösen von Gleichungen mit einer Variablen; Umformen von Formeln; Bearbeiten von Verzinsungsproblemen);

Geometrie (Darstellen von Punkten und von einfachen geometrischen Figuren in ebenen rechtwinkligen Koordinatensystemen; Arbeiten mit Flächeninhalten von Vielecken; Vergrößern und Verkleinern, Untersuchen ähnlicher Figuren; Untersuchen und Darstellen von räumlichen, ebenflächig begrenzten Objekten; Arbeiten mit Oberflächen- und Rauminhalten von Prismen und Pyramiden);

Statistik (Untersuchen von Datenmengen, etwa zum Gewinnen von Vermutungen oder zum Erkennen von Besonderheiten mit verschiedenen Methoden).

Stoffgebiete der vierten Klasse:

Reelle Zahlen, Wurzeln (Kennen und Darstellen reeller Zahlen, Arbeiten mit Näherungswerten; Arbeiten mit Wurzeln);

Elementare Algebra (Arbeiten mit Formeln; Arbeiten mit graphischen Darstellungen von funktionalen Zusammenhängen in Anwendungssituationen; Arbeiten mit verschiedenen Darstellungsformen einfacher reeller Funktionen; Arbeiten mit Termen; Lösen von Gleichungen mit einer Variablen; Lösen von Systemen von zwei linearen Gleichungen mit zwei Variablen);

Geometrie (Arbeiten mit dem pythagoräischen Lehrsatz; Arbeiten mit Umfängen und Flächeninhalten von Kreisen und Kreisteilen; Untersuchen von Drehzylindern, Drehkegeln und Kugeln; Berechnen von Oberflächen- und Rauminhalten; Lösen von Problemen und Begründen von geometrischen Aussagen im Zusammenhang mit einer Wiederholung, Vertiefung und Erweiterung geometrischer Kenntnisse);

Statistik (Untersuchen von Datenmengen etwa zum Gewinnen von Vermutungen oder zum Erkennen von Besonderheiten mit verschiedenen Methoden; Untersuchen der Abhängigkeit zweier Merkmale).

Abschließend ein Versuch, die Stoffgebiete der Unterstufe im Unterrichtsfach Mathematik, aus den Jahren 1985 und 1986, in vier Themenblöcke zu gliedern:

1. Zahlenmengen/Rechnen
2. Variablen und Gleichungen/Elementare Algebra
3. Geometrie
4. Statistik

(Vgl. BGBl. Nr. 591/1986, S. 46 - 56)

Lehrplan aus dem Jahr 1991

Im BGBl. Nr. 440/1991 gibt es minimale Veränderungen im Lehrplan, Verschiebungen von der zweiten in die erste Klasse und Kürzungen von Lehrinhalten.

(Vgl. BGBl. Nr. 440/1991, S. 24)

Lehrplan aus dem Jahr 1993

Im BGBl. Nr. 555/1993 wurden die Themengebiete vom Lehrplan Mathematik der **ersten Klasse** neu unterteilt und es wurden Kapitel bzw. Nummerierungen eingeführt.

Die Kapitel „*Natürliche Zahlen*“, „*Gleichungen*“ und „*Geometrie*“ veränderten sich nicht. Im zweiten Kapitel benennt man „*Bruchzahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise*“ in „*Brüche bzw. Dezimalzahlen (Positive rationale Zahlen)*“ um. In der „*Statistik*“ wird nun statt dem Mittelwert explizit das arithmetische Mittel eingeführt, und das Kapitel „*Mengen*“ wird komplett gestrichen. Es gibt nun fünf Kapitel statt sechs.

(Vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 23 - 32)

Lehrplan aus dem Jahr 1994

Im BGBl. Nr. 699/1994 wurde der Lehrstoff der **zweiten Klasse** mit Kapiteln versehen.

Das Kapitel über die „*Natürlichen Zahlen, insbesondere Teilbarkeit*“ wurde dem Kapitel „*Brüche und Dezimalzahlen*“ beigefügt, darum gibt es nur mehr vier Themengebiete. Die restlichen sind in der Grobstruktur gleichgeblieben, und heißen weiterhin „*Gleichungen*“, „*Geometrie*“ und „*Statistik*“. Im Kapitel der Gleichungen müssen nun einfache Gleichungen nicht mehr gelöst werden, es soll nur mehr damit gearbeitet werden. Es geht vermutlich direkt um das Verfahren und das spätere Anschreiben zum Lösen von einfachen Gleichungen, was erst in der dritten Klasse gelehrt wird. Ansonsten gibt es nur geringfügige fachliche Veränderungen.

Seit dieser Umgestaltung werden beide Geschlechter gleichermaßen angesprochen und die Lehrinhalte gendergerecht formuliert.

(Vgl. BGBl. Nr. 699/1994, S. 9 - 12)

Lehrplan aus dem Jahr 1995

Im BGBl. Nr. 644/1995 wurden die Lehrstoffe sowohl für die dritte, als auch die vierte Klasse in Kapitel mit Nummerierungen gefasst. Davor gab es keine explizite, übersichtliche Untergliederung. Die Themen wurden umgeschichtet und umbenannt, wodurch sich die Einteilung änderte. Mancher Lehrstoff ist neu, und anderer kommt nicht mehr vor. Es gibt nun vier Kapitel in der dritten Klasse und fünf in der vierten, wobei das letzte didaktischen Freiraum bieten soll, in dem der Stoffbereich zusammengefasst und erweitert wird.

In der **dritten Klasse** verschmilzt das Kapitel „*Positive rationale Zahlen, Taschenrechner*“ zu „*Ganze und rationale Zahlen*“. Das Kapitel „*Gleichungen*“, welches auch in der ersten und zweiten Klasse existiert, wurde neu eingeführt. „*Elementare Algebra*“ zerfällt und die Lehrinhalte werden aufgeteilt auf die Kapitel „*Ganze und rationale Zahlen*“, „*Gleichungen*“ und „*Modellbildung*“. Die Unterkapitel „*Deuten von Rechenoperationen und ihren Ergebnissen*“, „*Verketteten von Rechenoperationen und linearen Termen, Arbeiten mit Rechenregeln zur Umformung von Rechenausdrücken*“ und „*Arbeiten mit quadratischen Termen*“ im Kapitel „*Ganze und rationale Zahlen*“ sind neu. Auch im Kapitel „*Geometrie*“ gibt es ein neues Thema, nämlich „*Arbeiten mit dem Pythagoräischen Lehrsatz*“, welcher früher erst in der vierten Klasse gelehrt wurde.

„Umfänge von Vielecken“ werden nun erwähnt, wohingegen „Arbeiten mit Pyramiden“ gestrichen wurde, weil nun in der vierten Klasse Platz dafür gefunden wurde. Das ehemalige Kapitel „Statistik“ wird nun „Modellbildung“ genannt.

In der **vierten Klasse** wird das Kapitel „Elementare Algebra“ auch gestrichen, wohingegen das Kapitel „Gleichungen“ eingeführt wurde. Dadurch kam es zu einigen Verschiebungen der Lehrinhalte. Statt nur mit Formeln zu arbeiten, werden sie nun interpretiert und umgeformt. Das Unterkapitel „Arbeiten mit verschiedenen Darstellungsformen einfacher reeller Funktionen“ wurde gestrichen, ist jedoch vermutlich gleichzusetzen mit „Arbeiten mit graphischen Darstellungen von funktionalen Zusammenhängen in Anwendungssituationen“. Wie in der dritten Klasse wurde „Statistik“ in „Modellbildung“ umbenannt und zusätzlich gibt es nun das Unterkapitel „Arbeiten mit Baumdiagrammen“. Ganz neu ist das Kapitel „Zusammenfassen und Erweitern (didaktischer Freiraum)“. Die Kapitel „Reelle Zahlen, Wurzeln“ und „Geometrie“ sind gleichgeblieben.

(Vgl. BGBl. Nr. 644/1995, S. 20 - 34)

Lehrplan aus dem Jahr 2000

Mit dem BGBl. II Nr. 133/2000 gab es eine große Veränderung, die der heutigen Version des Lehrplans gleicht.

In allen Klassen der Unterstufe wird der Mathematik Lehrstoff in folgende vier Themengebiete gegliedert:

- ❖ Arbeiten mit Zahlen und Maßen
- ❖ Arbeiten mit Variablen
- ❖ Arbeiten mit Figuren und Körpern
- ❖ Arbeiten mit Modellen, Statistik

Es gibt nun in jedem Fach für die 5. bis 8. Schulstufe einen **Kern- und einen Erweiterungsbereich**. Der Kernbereich ist im Lehrstoff festgelegt, soll zwei Drittel der Stunden umfassen und die Vergleichbarkeit gewährleisten. Er ist sehr knapp und abstrakt formuliert. Der Erweiterungsbereich ist von den jeweiligen Lehrerinnen und Lehrern

allein oder im Team zu bestimmen und orientiert sich an den schulautonomen Lehrplanbestimmungen. Inhaltlich und organisatorisch sind die beiden Bereiche miteinander verbunden. Auch bei der Benotung wird nicht zwischen ihnen unterschieden.

(Vgl. BGBl. II Nr. 133/2000, S. 9)

Im Folgenden wird untersucht, wie sich der Lehrstoff verändert hat, in dem die Stoffgebiete und die Kapitel und Unterkapitel verglichen werden. In der ersten Klasse war die letzte Änderung vor 2000 im Jahr 1993, in der zweiten Klasse 1994 und in der dritten und vierten Klasse 1995.

Erste Klasse (Vgl. BGBl. Nr. 555/1993 S. 25ff. und BGBl. II Nr. 133/2000 S. 70f.)

Das Kapitel „**Arbeiten mit Zahlen und Maßen**“ deckt im Grunde die Kapitel „*Natürliche Zahlen*“ und „*Brüche bzw. Dezimalzahlen*“ ab. Im neuen Lehrplan wird die römische Zahldarstellung nicht mehr explizit erwähnt. Die Einheit der Zeit fällt womöglich unter das Thema „Maße“, es wird nicht erwähnt, welche Maße behandelt werden sollen, vermutlich Längen, Gewicht, Zeit und Geld. Sowohl im alten als auch im neuen Lehrplan wird auf Maße mit geometrischen Berechnungen eingegangen, also werden Längeneinheiten gemeint sein. Raummaße werden im Lehrplan von 1993 angegeben.

Das Kapitel „**Arbeiten mit Variablen**“ entspricht sachgemäß aber nicht wortwörtlich dem Kapitel „*Gleichungen*“.

Genauso gibt es große Übereinstimmung bei „**Arbeiten mit Figuren und Körpern**“ und „*Geometrie*“. Das Kennen von Begriffen (Punkt, Gerade, Strecke, Ebene) und ihren Beziehungen zueinander (Lagebeziehungen in Ebene und Raum) ist heute nicht mehr im Lehrplan, dafür ist jetzt das Arbeiten mit Winkeln ein wichtiges Thema. Im alten Lehrplan werden Winkel erst in der zweiten Klasse behandelt.

Man könnte meinen, die Kapitel „**Arbeiten mit Modellen, Statistik**“ und „*Statistik*“ entsprechen einander, die Inhalte sind jedoch unterschiedlich. Im alten Lehrplan geht es hauptsächlich um unterschiedliche Darstellungsformen, absolute Häufigkeiten zu bestimmen und das arithmetische Mittel zu berechnen. Im neuen Lehrplan sind direkte

Proportionalitäten ein wichtiges Thema, von absoluter Häufigkeit oder dem arithmetischen Mittel ist noch nicht die Rede, das Darstellen und Deuten von Datenmengen, Modellen und Tabellen dagegen schon.

Abschließend eine Übersicht der Kapitel des Lehrstoffs der ersten Klasse von 1993 und 2000.

BGBl. Nr. 555/1993	BGBl. II Nr. 133/2000
„Natürliche Zahlen“ und „Brüche bzw. Dezimalzahlen“	„Arbeiten mit Zahlen und Maßen“
„Gleichungen“	„Arbeiten mit Variablen“
„Geometrie“	„Arbeiten mit Figuren und Körpern“
„Statistik“	„Arbeiten mit Modellen, Statistik“

Tabelle 6, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der ersten Klasse, 1993 und 2000 (Eigene Darstellung)

Zweite Klasse (Vgl. BGBl. Nr. 699/1994 S. 9ff. und BGBl. II Nr. 133/2000 S. 71f.)

In der zweiten Klasse gibt es bei beiden Lehrplänen nur mehr vier Kapitel, sie heißen jedoch unterschiedlich. Folgende Kapitel sind mehr oder weniger äquivalent zueinander: **„Arbeiten mit Zahlen und Maßen“** und *„Brüche und Dezimalzahlen (Positive rationale Zahlen)“*, **„Arbeiten mit Variablen“** und *„Gleichungen“*, **„Arbeiten mit Figuren und Körpern“** und *„Geometrie“*, und **„Arbeiten mit Modellen, Statistik“** und *„Statistik“*.

Die Winkelsätze, also das Kennen von Beziehungen zwischen Seiten, zwischen Winkeln und zwischen Seiten und Winkeln, ist nicht mehr im neuen Lehrplan in der zweiten Klasse zu finden. Meistens wird es schon behandelt. Mit Winkeln wird schon in der ersten Klasse gearbeitet, 1994 war es erst in der zweiten Klasse im Lehrplan zu finden.

BGBl. Nr. 699/1994	BGBl. II Nr. 133/2000
„Brüche und Dezimalzahlen (Positive rationale Zahlen)“	„Arbeiten mit Zahlen und Maßen“
„Gleichungen“	„Arbeiten mit Variablen“
„Geometrie“	„Arbeiten mit Figuren und Körpern“
„Statistik“	„Arbeiten mit Modellen, Statistik“

Tabelle 7, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der zweiten Klasse, 1994 und 2000 (Eigene Darstellung)

Dritte Klasse (Vgl. BGBl. Nr. 644/1995 S. 20ff. und BGBl. II Nr. 133/2000 S. 72)

Auch in der dritten Klasse werden die bestehenden vier Kapitel umbenannt. Früher hießen sie „*Ganze und rationale Zahlen*“, „*Gleichungen*“, „*Geometrie*“ und „*Modellbildung*“.

Binomische Formeln und Gleitkommadarstellung werden nicht mehr beim Namen genannt, sollten heutzutage jedoch trotzdem gelehrt werden. Die Gleitkommadarstellung wird umschrieben, mit dem Darstellen von Zahlen unter Verwendung von Zehnerpotenzen. Für die binomischen Formeln wurde kein äquivalenter Ausdruck gefunden, außer die Potenzschreibweise.

Verwunderlich ist, dass Koordinatensysteme im neuen Lehrplan nicht unter „**Arbeiten mit Figuren und Körpern**“ vorkommen, sondern im Kapitel „**Arbeiten mit Zahlen und Maßen**“, um rationale Zahlen darzustellen. Früher wurde der pythagoreische Lehrsatz schon in der dritten Klasse in Ebene und Raum verwendet, heute wird er in Körpern erst in der vierten Klasse gelehrt.

Auch diverse statistische Kennzahlen, wie zum Beispiel das Bestimmen verschiedener Mittelwerte, der Spannweite oder der Quartile, müssen jetzt erst in der vierten Klasse unterrichtet werden.

Im Folgenden wieder eine Gegenüberstellung der Kapitel des Lehrstoffs, diesmal der dritten Klasse von 1995 und 2000.

BGBL. Nr. 644/1995	BGBL. II Nr. 133/2000
„Ganze und rationale Zahlen“	„Arbeiten mit Zahlen und Maßen“
„Gleichungen“	„Arbeiten mit Variablen“
„Geometrie“	„Arbeiten mit Figuren und Körpern“
„Modellbildung“	„Arbeiten mit Modellen, Statistik“

Tabelle 8, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der dritten Klasse, 1995 und 2000 (Eigene Darstellung)

Vierte Klasse (Vgl. BGBL. Nr. 644/1995 S. 24ff. und BGBL. II Nr. 133/2000 S. 72f.)

In der vierten Klasse hießen die Kapitel wie in der dritten Klasse, außer dem ersten Kapitel, welches „*Reelle Zahlen, Wurzeln*“ hieß.

In der vierten Klasse ist im alten Lehrplan von 1995 das Arbeiten mit Wurzeln von großer Bedeutung, im neuen wird dies nicht mehr explizit erwähnt, sollte aber dennoch Unterrichtsstoff sein, da irrationale Zahlen behandelt werden. Dieses Thema und Näherungswerte zählen zu den Kapiteln „*Reelle Zahlen, Wurzeln*“ im alten, bzw. „**Arbeiten mit Zahlen und Maßen**“ im neuen Lehrplan.

Interessant ist, dass der Funktionsbegriff heutzutage unter dem Kapitel „**Arbeiten mit Variablen**“ zu finden ist, damals jedoch unter „*Modellbildung*“ auffindbar war. Ansonsten wurde immer wieder vermerkt, auf funktionale Zusammenhänge zu achten. Kegelschnitte (Parabel, Hyperbel und Ellipse), geographische Längen und Breiten sowie Baumdiagramme sind heutzutage nicht mehr im Kernbereich vorgesehen.

BGBL. Nr. 644/1995	BGBL. II Nr. 133/2000
„Reelle Zahlen, Wurzeln“	„Arbeiten mit Zahlen und Maßen“
„Gleichungen“	„Arbeiten mit Variablen“
„Geometrie“	„Arbeiten mit Figuren und Körpern“
„Modellbildung“	„Arbeiten mit Modellen, Statistik“

Tabelle 9, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der vierten Klasse, 1995 und 2000 (Eigene Darstellung)

(Vgl. BGBL. II Nr. 133/2000, S. 66 - 73)

1.2.2 UF Werkerziehung

Lehrplan aus dem Jahr 1985

Die ursprüngliche Version des Lehrplans vom Unterrichtsfach Werkerziehung ist zu finden in der 88. Verordnung vom 14. November 1984 auf den Seiten 75 bis 80. Der Lehrplan wird unterteilt in **Werkerziehung für Knaben** und **Werkerziehung für Mädchen**. Auch in der Studentafel gibt es hier nur ein Unterrichtsfach, nämlich Werkerziehung. Der Lehrstoff wurde, wie im Unterrichtsfach Mathematik, nur für die ersten beiden Schulstufen erstellt.

Für Knaben gibt es folgende drei Unterrichtsthemen:

- ❖ Bauen – Wohnen – Umweltgestaltung
- ❖ Maschinenteknik
- ❖ Produktgestaltung

Für Mädchen gibt es diese Untergliederung:

- ❖ Kleidung
- ❖ Wohnen
- ❖ Mode
- ❖ Produktgestaltung

Der letzte Absatz der Rechtsvorschrift im Lehrplan für Werkerziehung für Mädchen sticht besonders ins Auge:

Die besondere Aufgabe der Frau im Hinblick auf den künftigen Wohnbereich setzt Grundkenntnisse im Hinblick auf Funktion und Gestaltung, Anordnung von Einrichtungen und Einplanung von Textilien sowie den damit verbundenen Kosten voraus. Eine besondere Vertiefung in dieses Gebiet ist daher geboten. (BGBl. Nr. 88/1985, S. 80)

Es wird einerseits dargestellt, wie sehr Frauen und Männer von bestimmten Rollenbildern geprägt waren und sind, andererseits findet man hier auch einen Zusammenhang mit der Mathematik.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 75 - 80)

Lehrplan aus dem Jahr 1986

1986 wurde der Lehrstoff für die dritten und vierten Klassen für Werkerziehung für Knaben und für Werkerziehung für Mädchen beschlossen. (Vgl. BGBl. Nr. 591/1986, S. 87 - 89)

Lehrplan aus dem Jahr 1989

In der Ausgabe vom 7. Februar 1989, der „63. Verordnung: Änderung der Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen“, werden die Fächer **Technisches Werken** und **Textiles Werken** für die dritten und vierten Klassen eingeführt. Für die Oberstufe im Realgymnasium wurden Lehrpläne für die Freifächer Technisches Werken und Textiles Werken erstellt.

Im Realgymnasium und im wirtschaftskundlichen Realgymnasium, welches seitdem auch nicht mehr nur für Mädchen war, werden die Fächer nun in der dritten und vierten Klasse als alternatives Pflichtfach geführt. Mädchen als auch Jungen hatten von nun an die Möglichkeit, eines der beiden Fächer zu belegen. Vermutlich war es jedoch trotzdem lange üblich, dass Buben Technisches Werken und Mädchen Textiles Werken wählen. Es ist außerdem fragwürdig, ob die Wahl in der Praxis überhaupt gegeben war, da Werkerziehung in der ersten und zweiten Klasse noch kein alternativer Pflichtgegenstand war und Technisches Werken auf Werkerziehung für Knaben aufbaute, sowie Textiles Werken auf Werkerziehung für Mädchen.

Im Gymnasium wurde das Fach Werkerziehung als Freigegegenstand für die dritte und vierte Klasse und die Oberstufe eingeführt. In der Oberstufe war es eine Kombination von Textilem und Technischem Werken. In der dritten und vierten Klasse wurde der Freigegegenstand, wie die alternativen Pflichtgegenstände Technisches Werken oder Textiles Werken am Realgymnasium, gelehrt.

(Vgl. BGBl. Nr. 63/1989, S. 7 - 10)

Lehrplan aus dem Jahr 1993

In der 555. Verordnung vom 10. August 1993 wurde das Fach Werkerziehung vollständig geteilt in Technisches Werken und Textiles Gestalten. Der Begriff „Werkerziehung“

kommt nicht mehr vor, und es gibt offiziell **keine Unterteilung mehr in Werken für Knaben und Mädchen**. Es wird nun von der ersten Klasse an als **alternativer Pflichtgegenstand** geführt. Der Lehrstoff von Technischem Werken stimmt fast komplett mit dem vom ehemaligen Fach Werkerziehung für Knaben überein, sowie der Lehrstoff von Textilem Werken mit dem ehemaligen Fach Werkerziehung für Mädchen. In der dritten und vierten Klasse gibt es minimale Veränderungen und Erweiterungen der Stoffgebiete.

(Vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 35 - 38)

Lehrplan aus dem Jahr 1994

Am 30. August 1994 wurden die Stunden für Werkerziehung in der schulautonomen Lehrplanbestimmung für Realgymnasien gekürzt. Die Verringerung auf 6 Wochenstunden ist seitdem zulässig. (Vgl. BGBl. Nr. 699/1994, S. 3)

Lehrplan aus dem Jahr 2000

Seit dem 11. Mai 2000 besteht der Lehrplan für Technisches Werken wie er heute ist. Er hat sich sehr verändert und wird unterteilt in die folgenden drei Themengebiete:

Gebaute Umwelt

- ❖ Der Ort
- ❖ Das Bauwerk
- ❖ Das Wohnen

Produktgestaltung – Design

- ❖ Werkzeug
- ❖ Gebrauchsgut

Technik

- ❖ Mechanik
- ❖ Strömungstechnik
- ❖ Elektrotechnik

In allen vier Schulstufen werden diese Themengebiete auf unterschiedliche Art, mit unterschiedlicher Intensität und Komplexität bearbeitet.

(Vgl. BGBl. II Nr. 277/2004, S. 93 - 97)

Lehrplan aus dem Jahr 2016

Mit dem BGBl. II Nr. 219/2016 gibt es einen neuen Lehrplan für Technisches Werken in der Oberstufe, in dem die Klassen und der entsprechende Lehrstoff in Semester unterteilt sind. In Technischem Werken gibt es Lehrstoff für 4 Semester, 2 in der 5. und 2 in der 6. Klasse. Die Semestrierung ist seit 2016 in allen Oberstufenlehrplänen von der 6. bis zur 8. Klasse zu finden.

(Vgl. BGBl. II Nr. 219/2016, S. 204 - 208)

Zusammenlegung Technisches und Textiles Werken

Mit dem Schulrechtspaket 2016, dem Ministerialentwurf 196/ME XXV. GP, wurde beschlossen, dass die Fächer Technisches Werken und Textiles Werken zu einem gemeinsamen Fach zusammengelegt werden. Dies betrifft die Schultypen Volksschule, (auslaufende) Hauptschule und allgemeinbildende höhere Schule und tritt mit 1. September 2021 in Kraft. (Vgl. BGBl. I Nr. 56/2016) In der neuen Mittelschule wurde dies schon 2012 umgesetzt. (Vgl. Austria Presse Agentur, 2016)

Ein Grund für die Zusammenlegung ist das **Wahlverhalten** von Schülerinnen und Schüler, welches einem veralteten Rollenbild entspricht. Mädchen wählen meistens Textiles Werken und Buben tendieren zur Wahl des Technischen Werkens. (Vgl. Erläuterungen zu 196/ME XXV. GP - Ministerialentwurf, 2016)

In einigen Schulen wurde dieses Problem schon vor der Gesetzesänderung umgangen, indem alle Kinder nach einem Semester Fach wechseln mussten, somit haben sowohl Buben als auch Mädchen beide Unterrichtsfächer besucht und einen Einblick in die unterschiedlichen Arbeitswelten bekommen. Dies soll auch in der Übergangszeit so gehandhabt werden, damit alle im Dienst befindlichen Lehrkräfte zum Einsatz kommen, wohingegen das längerfristige Ziel die Verbindung der beiden Fächer ist. (Vgl. Erläuterungen zu 196/ME XXV. GP - Ministerialentwurf, 2016)

Diese Entwicklung des gemeinsamen Werkunterrichts ist einerseits gut, um die **Rollenbilder** zu brechen, andererseits kommt es zu einer erheblichen **Dezimierung des Fachwissens**. Beide Unterrichtsgegenstände sind ein wesentlicher Bestandteil für die Entwicklung der Kinder, die jedoch einige Unterschiede aufweisen. Viele Kinder haben Schwierigkeiten mit ihren **motorischen Fähigkeiten**, welche geschult werden müssen. Es besteht Unwissenheit über die Erzeugung unterschiedlicher Gegenstände und Produkte, und der Umgang mit diversen Materialien wird unter anderem durch die Digitalisierung dezimiert. Kinder sollen lernen, sich in einfachen handwerklichen Tätigkeiten selbst behilflich zu sein, um nicht unwissend Fachkräften ausgeliefert zu sein. Durch den Werkunterricht an Schulen soll die Hemmschwelle gesenkt werden, selbst tätig zu werden.

Die **Zusammenlegung der Unterrichtsfächer an den Universitäten** symbolisiert, dass die beiden Werkfächer unwichtig sind, bzw. zu wenig beinhalten, um eigenständig gesellschaftsrelevant zu sein. Zwei Fächer zu einem zu fusionieren öffnet womöglich andere Türen, macht aber nicht die erhebliche Dezimierung der fachlichen Ausbildung wett. Es ist wichtig, Kindern egal welchen Geschlechtes beide Unterrichtsfächer zu lehren, jedoch von einem Lehrpersonal, das genug Expertise aufweist.

Die Institutsleitung des künstlerischen Lehramts an der Akademie der Bildenden Künste, sowie einige Lehrerinnen und Lehrer haben sich gegen den Ministerialentwurf ausgesprochen.

Fächerzusammenlegung sind Einsparungsmaßnahmen, die zu Qualitätsminderungen im Schulunterricht in den Bereichen Kunst, Design, Moden, Architektur führen. Angesichts global „designter“ Konsum-, Körper- und Alltagskulturen ist die Ausbildung technischer, handwerklicher und gestalterischer Handlungskompetenzen in allen diesen Bereichen für Kinder und Jugendliche elementar. (Krasny, Gaugele, & Beck, 2016)

Die Akademie der bildenden Künste hat schon das **neue Studium „Gestaltung im Kontext“ für das Unterrichtsfach Technisches und Textiles Werken** eingeführt (seit WS 2017/18) und die alten Unterrichtsfächer eingestellt. (Vgl. Akademie der bildenden Künste Wien, 2017) Auch an der Universität für angewandte Kunst wurde ein neues Studium eingeführt und die getrennten Fächer werden seit Studienjahr 2017/18

auslaufend geführt. (Vgl. Universität für angewandte Kunst Wien, 2017) Durch die Zusammenlegung kommt es daher auch im Studium zu einem erheblichen **Leistungsverlust in den Fachrichtungen.**

Das **Lehramtsstudium** wurde an der Universität Wien im Studienjahr 2014/15 auf **Bachelor und Master** umgestellt, wodurch es zu einer längeren Studienzeit kommt. Nämlich mindestens 8 Semester/240 ECTS für den Bachelor und mindestens 4 Semester/120 ECTS für den Master, insgesamt also 12 Semester, wobei im alten Diplomstudium die Mindeststudienzeit 9 Semester betrug. (Vgl. Universität Wien, 2017) Dadurch könnte man meinen, es sei mehr Zeit und Platz für Lehrveranstaltungen, jedoch wurde im Zuge dieser Umstellung in den meisten Fächern darauf geachtet, dass die Studierbarkeit in Mindeststudienzeit besser gewährleistet werden kann. Über die längere Studienzeit wird es sich aber trotzdem nicht ausgehen, alle fachlichen Inhalte der beiden Fächer, Technischen und Textilen Werkens, unterzubringen.

Der Entwurf für den Lehrplan des Unterrichtsfaches Technisches und Textiles Werken war von 25. Oktober 2017 bis 22. November 2017 in Begutachtung. (Vgl. BEGUT_COO_2026_100_2_1426277, 2017)

2. Didaktische Überlegungen

In diesem Kapitel werden einige grundlegende didaktische Überlegungen zum Thema dieser Arbeit zusammengefasst und drei Theorien bzw. Prinzipien von namhaften Persönlichkeiten, welche die Methode und Überlegungen zum handlungsorientierten Mathematikunterricht unterstreichen, vorgestellt. Praxisbezogener Unterricht ist auch in der Didaktik angesehen und wird als zielführend erachtet.

Dabei geht es einerseits um die Aktivität der Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht, andererseits auch um das „*Begreifbar machen*“ von Inhalten, damit sie diese besser verstehen und sich auch leichter merken. Handlungsorientiertes Lernen kann auch Gründe liefern, weshalb Mathematik wichtig ist, und zeigen, in welchen Gebieten sie benötigt wird oder sehr hilfreich ist.

Es wurde herausgefiltert, in welchen Lehrplänen der unterschiedlichsten Unterrichtsfächer Kombinationen der Fächer und fächerübergreifender Unterricht vorgesehen sind. Einerseits werden spezifische Ideen in Mathematik oder in Technischem Werken vorgestellt, andererseits auch Ideen aus anderen Fachrichtungen, die mit Mathematik oder Werkerziehung in Verbindung treten können.

Teil dieser Diplomarbeit ist es, herauszufinden, wie man Mathematik auf eine andere Art und Weise als üblich unterrichten, lehren, näherbringen und begreifen kann.

Aktivität im Mathematikunterricht

Im Mathematikunterricht schreiben Lehrerinnen und Lehrer häufig an die Tafel und die Schülerinnen und Schüler davon ab. Beispiele werden vorgerechnet und es gibt vielleicht ab und zu auch Aufgaben, die eigenständig zu lösen sind. Man muss geistig bei der Sache bleiben um mitzukommen, und oft ist es schwierig für Kinder und Jugendliche, dem zu folgen, was die Lehrperson an der Tafel erklärt. Denn man kann leicht mit den Gedanken abschweifen, wenn man im Mathematikunterricht nur mitdenkt, also eher passiv am Unterricht teilnimmt.

Wenn Schülerinnen und Schüler Aufgaben gestellt bekommen, die sie selbst zu lösen haben, sind sie eher aktiv am Unterricht beteiligt. Für die Lehrperson kann dies zu verstärkter disziplinärer Arbeit führen. Es kann auch sein, dass der Lärmpegel in solchen Unterrichtseinheiten steigt. Trotzdem würden manche Kinder und Jugendliche aktiver am Unterricht teilnehmen. Es gibt Schülerinnen und Schüler, die kein Problem damit haben, dem Unterricht der Lehrperson an der Tafel zu folgen, aber es gibt auch einige, die sich vermutlich schwerer tun in Mathematik und Probleme mit dem üblichen Frontalvortrag der Lehrperson haben.

„Begreifbar“ machen

Es hilft vielen Kindern und Jugendlichen Inhalte praktisch zu erarbeiten, um die Sachlage besser zu verstehen. Der Unterricht wird mit einer Handlung verbunden und dadurch die Erinnerung und das Behalten des Lehrstoffs verstärkt.

Wozu Mathematik?

Durch aktive Tätigkeiten und das Verknüpfen der Inhalte im Mathematikunterricht, wird Kindern und Jugendlichen vielleicht bewusst, wofür man Mathematik benötigt, und warum es sinnvoll ist, gewisse Themenbereiche zu beherrschen.

Außerdem:

Die Mathematik ist eine wunderbare Lehrerin für die Kunst, die Gedanken zu ordnen, Unsinn zu beseitigen und Klarheit zu schaffen. Jean-Henri Fabre (1823 –1915)

2.1 Didaktische Prinzipien

Es werden in diesem Abschnitt einige didaktische Prinzipien vorgestellt, die in der Mathematikdidaktik einen hohen Stellenwert haben und immer wieder herangezogen werden.

2.1.1 Das EIS-Prinzip nach Bruner

Jérôme Seymour Bruner, ein US-amerikanischer Psychologe mit pädagogischen Interessen, wurde am 1. Oktober 1915 in New York City geboren und starb ebenda am 5. Juni 2016. Er beschäftigte sich mit der kognitiven Lerntheorie und war Mitbegründer der sogenannten kognitiven Wende der Psychologie. (Vgl. Wikipedia, 2016a)

Nach Bruner gibt es drei Repräsentationsebenen, die zur Festigung der Inhalte und zur Entwicklung des Denkens durchlaufen werden können:

- E** enaktiv: Ebene der Handlung
- I** ikonisch: bildliche Ebene
- S** symbolisch: abstrakte Ebene

Es ist nicht notwendig, alle Ebenen zu durchlaufen und sie bauen nicht zwingend aufeinander auf, weswegen man sie nicht hintereinander ausführen muss. Es gibt aber Formen, die sich in bestimmten Altersstufen besser eignen als andere, wie zum Beispiel die enaktive Ebene bei jungen Kindern. Prinzipiell sind sie aber nicht altersabhängig. Es ist Bruner wichtig, dass die Ebenen in einer Wechselwirkung zueinanderstehen.

Im Mathematikunterricht bietet es sich besonders gut an, Unterrichtsinhalte in allen Ebenen zu präsentieren und dabei unterschiedliche Zugangsweisen zu wählen, wenn derselbe Lehrstoff in unterschiedlichen Schulstufen behandelt wird. Die Repräsentationsebenen sollten in Abhängigkeit voneinander betrachtet werden, um eine gute Wechselbeziehung und ein Verständnis von Begriffen und Verfahren (z.B. Rechenverfahren) herzustellen. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 31-34)

Beispiel zu den Repräsentationsebenen

Wir behandeln das Thema, „Lösen von linearen Gleichungen“, ein wesentlicher Unterrichtsinhalt der dritten Klasse. Üblicherweise werden lineare Gleichungen über Äquivalenzumformungen gelöst. Das Ergebnis einfacher (und geeigneter) Gleichungen kann allerdings auch auf der enaktiven bzw. der ikonischen Ebene erfasst werden. Wir betrachten etwa die Gleichung $3x + 2 = 8$ mit der Grundmenge \mathbb{N}_0 .

(i) *Darstellung mit Schachteln und Hölzchen (enaktive Ebene)*

Die Gleichung wird aktiv mit Hölzchen und Schachteln visualisiert. Die Aufgabenstellung lautet: „Wie viele Hölzchen müssen in jeder der Schachteln liegen, damit es auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens insgesamt gleich viele Hölzchen sind? In den Schachteln befinden sich jeweils gleich viele Hölzchen.“

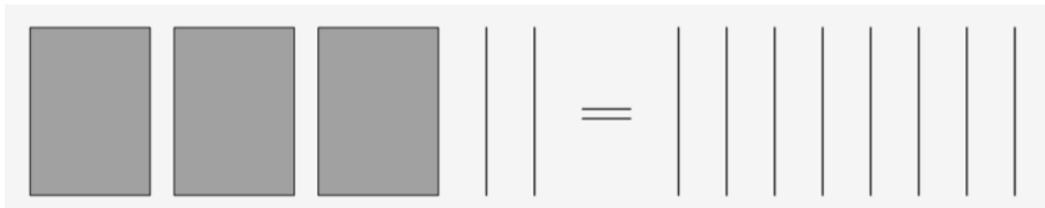


Abbildung 4, Ikonische Darstellung zum Handeln mit Schachteln und Hölzchen (Reiss & Hammer, 2013, S. 32)

„Viele Schülerinnen und Schüler erkennen von allein, dass man auf beiden Seiten zwei Hölzchen entfernen kann, ohne die Lösungsmenge zu verändern. Damit ist der Begriff der Äquivalenz von Gleichungen vorbereitet.“ (Reiss & Hammer, 2013, S. 32)

(ii) *Darstellung im Operatormodell (ikonische Ebene)*

Das Lösen von Gleichungen kann als Zahlenrätsel betrachtet werden, bei dem es um das Verstecken und Herausfinden der gesuchten Zahl (Ausgangszahl) geht. Dies wird in der Darstellung im Operatormodell besonders deutlich:¹

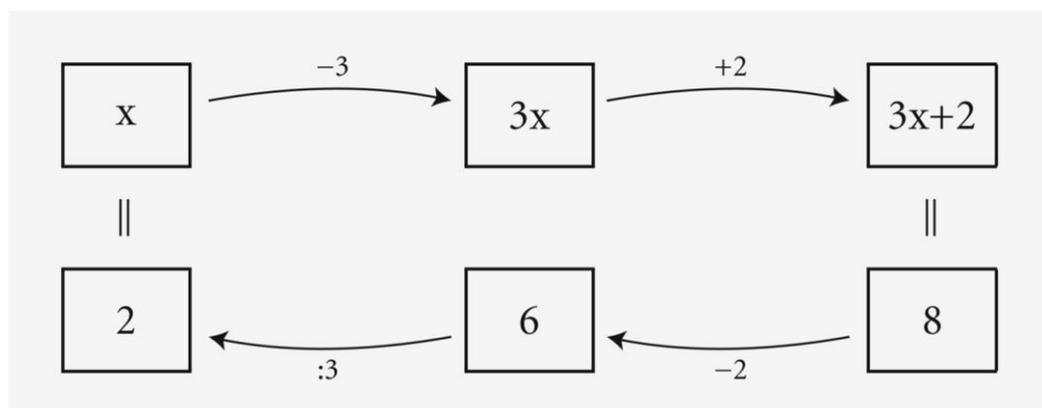


Abbildung 5, Darstellung im Operatormodell (Reiss & Hammer, 2013, S. 33)

¹ Statt " - 3" gehört " · 3" in die erste Zeile des Operatormodells (Fehler im Buch!)

Lineare Gleichungssysteme können auf der ikonischen Ebene auch über die Darstellung als Funktionsgraph visualisiert werden, wobei dieser Zugang in der dritten Klasse noch nicht sinnvoll ist.

(iii) *Äquivalenzumformung (symbolische Ebene)*

Die symbolische Ebene ist in diesem Fall die Äquivalenzumformung im klassischen Sinn. Schülerinnen und Schüler sollen diese Methode üben und sicher darin werden. „Dabei erscheint es uns wichtig, diese (natürlich im jeweils gültigen Umfang) als Umkehrung von Rechenoperationen zu begreifen und missverständliche Formulierungen wie „auf die andere Seite bringen“ zu vermeiden.“ (Reiss & Hammer, 2013, S. 33)

(Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 32f.)

2.1.2 Das Stufenprinzip nach Piaget

Jean Piaget lebte von 9. August 1896 bis 16. September 1980 und war Schweizer. Er war interessiert an Biologie, Philosophie und Psychologie. Theorien zu kognitiven Funktionen und zur kognitiven Entwicklung waren sein Hauptaugenmerk, außerdem war er Begründer der genetischen Epistemologie. Piaget führte viele Verhaltensexperimente durch, wofür er öfter seine drei Kinder einsetzte. (Vgl. Wikipedia, 2017b)

Piaget unterscheidet vier unterschiedliche und altersabhängige Entwicklungsstadien des Denkens beim Erwerb von Wissen:

- ❖ sensomotorisches Stadium (0-2 Jahre)
- ❖ präoperatorisches Stadium (2-7 Jahre)
- ❖ konkret-operatorisches Stadium (7-11 Jahre)
- ❖ formaloperatorisches Stadium (ab 12 Jahren)

Er war der Meinung, dass diese Stadien aufeinander aufbauend sind, weshalb er ihnen Altersangaben zuordnete. Seine Theorie, dass sie mit einem gewissen Alter durchlaufen werden und zwingend hintereinander erfolgen ist jedoch umstritten. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 28-31)

Sensomotorisches Stadium (0-2 Jahre)

In dieser Phase betrachtet das Kind Dinge, fasst sie an und nimmt sie in den Mund. Dadurch erkundet es seine Umwelt und erwirbt Wissen, wobei das Kind im Wesentlichen seiner Wahrnehmung und seinem Körper folgt. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 29)

Präoperatorisches Stadium (2-7 Jahre)

Der Wissenserwerb und das damit verbundene Denken der Kinder sind an Handlungen und konkrete Anschauung gebunden. Piaget hat Versuche zur Mengenkonzanz und Mengeninvarianz gemacht.

Bei der ersteren wurde Flüssigkeit von einem hohen schmalen Glas in ein niedrigeres und breiteres Glas umgeschüttet. Obwohl die Kinder bei dieser Aktion zuschauten, haben sie in dem Stadium noch nicht erkannt, dass die Menge der Flüssigkeit gleichbleibt, sondern dachten, dass im hohen Glas nun mehr Flüssigkeit wäre. Kinder erkennen noch nicht, dass die Flüssigkeitsmenge unabhängig von der Form des Glases ist.

Beim Versuch zur Mengeninvarianz wurden Bonbons in unterschiedliche Reihen jedoch gleicher Anzahl gelegt. In der einen Reihe liegen die Bonbons näher zusammen, in der anderen weiter auseinander. Kinder denken in dieser Entwicklungsphase, dass in der Reihe mehr Bonbons sind, in der sie weiter voneinander entfernt liegen. Eine Studie von Mehler und Bever zeigt jedoch, dass diese Invarianz zumindest in geeigneten Situationen von Kindern erkannt wird. Wenn in der kürzeren Reihe mehr Bonbons liegen als in der längeren, wählen Kinder auch diese. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 29f.)

Konkret-operatorisches Stadium (7-11 Jahre)

In diesem Stadium befinden sich die Kinder in der Volksschule. Wenn eine konkrete Anschauung gegeben ist, können sie nun bestimmte Denkopoperationen durchführen. Vergangene Erfahrungen wirken sich auf ihr Denken aus und begründen es. Aufgaben zur Mengenkonzanz und Mengeninvarianz werden nun problemlos gelöst. Kinder in diesem Entwicklungsstadium können den Wasserspiegel bei einer gekippten Flasche korrekt einzeichnen. Schlussfolgerndes logisches Denken wird möglich, wobei die Anschauung hierbei noch eine zentrale Rolle spielt und einfache mathematische Begriffe,

wie „Zahl“, „Plusaufgabe“ oder „Länge“ erworben werden. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 30)

Kinder sind in dieser Phase laut Piaget bis zu 11 Jahre alt, also spielt diese Entwicklungsstufe auch in der Sekundarstufe I noch eine Rolle.

Formaloperatorisches Stadium (ab 12 Jahren)

In dieser Entwicklungsphase des Denkens sind Kinder beim Erwerb von Wissen nicht mehr auf konkrete Handlungen und eine unmittelbare vorangehende Anschauung angewiesen. Sie sind nun in der Lage, abstrakte und hypothetische Annahmen zu machen und zu nutzen. Laut Piaget beginnt dieses Stadium mit circa 11/12 Jahren, das entspricht heute Kindern in der 2. Klasse AHS (o.Ä.). Ab jetzt ist ein wissenschaftliches Vorgehen möglich. Kinder sind in der Lage, Einflussparameter systematisch zu variieren und die jeweiligen Folgen differenziert abzuschätzen oder zu beurteilen. Formale Argumentationen durchzuführen lernen sie ebenfalls in diesem Stadium, weshalb ein Verständnis abstrakter Sachverhalte oder die Fähigkeit zum deduktiven Schließen auch erst ab diesem Alter realistisch ist. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 30)

Verknüpfung mit der Arbeit

Kinder in der Sekundarstufe I befinden sich sowohl im konkret-operatorischen, als auch im formaloperatorischen Stadium. Ersteres besagt, dass beim Prozess des Lernens noch konkrete Anschauungen notwendig sein können. Im zweiten beginnen Kinder abstrakt zu denken, sie sind immer weniger auf Handlungen angewiesen. Dieses Stadium startet im Alter von 12 Jahren, was Schülerinnen und Schülern der 2. und 3. Klasse betrifft. Es wäre sinnvoll, Kindern diesen Übergang einfacher zu gestalten, indem man unter anderem im Mathematikunterricht versucht, Sachverhalte auch anschaulich darzustellen. Es gibt Kinder, die in diesem Entwicklungsstadium schon weiter vorangeschritten sind, jedoch auch welche, die in dieser Hinsicht länger brauchen. Diese Schülerinnen und Schüler zu überfordern, indem sie etwas lernen müssen, was noch nicht möglich ist, kann zu Misserfolg und Demotivation führen.

2.1.3 Das operative Prinzip nach Aebli

Hans Aebli, ebenso Schweizer, kam 27 Jahre nach seinem Lehrer Piaget auf die Welt, am 6. August 1923, und starb am 26. Juli 1990. Er war Theoretiker und Forscher auf dem Gebiet der Entwicklungs- und Denkpsychologie, der Lernpsychologie und der Psychologie des Handelns. (Vgl. Wikipedia, 2017b)

Er beschäftigte sich viel mit den Themen Lehren und Lernen, und war der Meinung, dass das eigene Handeln und die Erfahrungen zu einem Lerninhalt eine große Rolle beim Wissenserwerb spielen. Er baute auf das Stufenprinzip von Piaget auf, war jedoch nicht davon überzeugt, dass die Denkentwicklung vom Lebensalter abhängig ist. Die Grundidee der Repräsentationsebenen nach Bruner nimmt er auch als Ausgangspunkt für seine Theorie. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 34)

Seine Theorie soll Schülerinnen und Schülern dabei helfen, Sachverhalte zu erschließen und zu verinnerlichen, anstatt sich nur auf auswendig gelerntes Wissen zu stützen. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 74) Bei seinem Prinzip, der operativen Methode, ist der Aufbau von bestimmten Denkopoperationen notwendig, wie die Kompositionsfähigkeit, Assoziativität und Reversibilität. Diese müssen gefestigt werden, damit schlussendlich die Beweglichkeit erreicht wird, gedanklich Operationen zusammensetzen zu können, sie in unterschiedlicher Zusammensetzung zu planen und gegebenenfalls auch rückgängig zu machen. Die Kompositionsfähigkeit besagt, dass man auf verschiedene Wegen zum Ziel kommen kann. Assoziativität ist die Basis für flexibles Denken. Es sollen nicht nur gelernte Algorithmen angewendet werden. Die Fähigkeit, Operationen umkehren zu können, nennt sich Reversibilität. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 34)

Laut Aebli gibt es drei Aspekte, die in ihrer Gesamtheit wesentlich zum Verständnis von Lerninhalten beitragen können:

- ❖ Handeln
- ❖ Verinnerlichen
- ❖ Operatives Üben

Sie sind altersunabhängig, müssen nicht in Stufen abgearbeitet werden und es ist für den Wissenserwerb nicht zwingend notwendig, alle Aspekte zu behandeln. (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 75)

Handeln

Das Handeln erschließt sich als Begriff zunächst ganz unmittelbar. Auf dieser Ebene kommt es darauf an, Sachverhalte anschaulich zu begreifen und mit geeigneten realen Modellen zu arbeiten. Diese Modelle können als dreidimensionale Objekte, aber auch in Form einer Zeichnung vorliegen. Wichtig ist, dass diese Modelle helfen, von konkreten Manipulationen zu Denkhandlungen zu kommen, die dann zum zweiten Aspekt führen. (Reiss & Hammer, 2013, S. 75)

Verinnerlichen

Aebli unterteilt den Lernprozess bzw. die Verinnerlichung in drei Stufen, die hierarchisch durchlaufen werden müssen. Somit kann eine Operation verinnerlicht bzw. automatisiert werden. Der Lernprozess soll durch eine geeignete Verbalisierung der Handlungen unterstützt werden.

Die drei Stufen:

- ❖ konkret
- ❖ figural
- ❖ symbolisch

Das Durchlaufen dieser Stufen wird als Verinnerlichung bezeichnet und bezieht sich auf die Repräsentationsebenen von Bruner: enaktiv (konkret-anschaulich), ikonisch (figural-zeichnerisch) und symbolisch (abstrakt-symbolisch). (Vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 75)

operatives Üben

Das operative Üben dient der Vertiefung des Verständnisses. Es betrifft die Art und Weise, wie mit den neu gelernten Begriffen umgegangen wird. Das gelernte Wissen soll auf der Grundlage deren ursprünglicher Bedeutung wiederholt durchgedacht werden. (Vgl. Einführung in die Mathematikdidaktik, 2008)

2.2 Fächerübergreifender Unterricht

Laut Matthias Ludwig gibt es zwei Typen des fächerübergreifenden Unterrichts, den „*diktatorischen*“ Standpunkt und den „*demokratischen*“ Standpunkt.

„*diktatorischer*“ Standpunkt

Beim „*diktatorischen*“ Standpunkt geht man von der Mathematik oder einer mathematischen Idee aus, und findet Anwendungen oder Synergien in anderen Unterrichtsfächern. Die Lehrperson unterrichtet alleine, damit ist die Organisation einfacher, und diese Art von fächerübergreifendem Unterricht ist häufig anzufinden.

„*demokratischer*“ Standpunkt

Vom „*demokratischen*“ Standpunkt aus betrachtet ist die Mathematik nur ein Teilbereich und man arbeitet gemeinsam mit einem oder mehreren Unterrichtsfächern an einem vorher vereinbarten Problem.

(Vgl. Ludwig, 2003, S. 165)

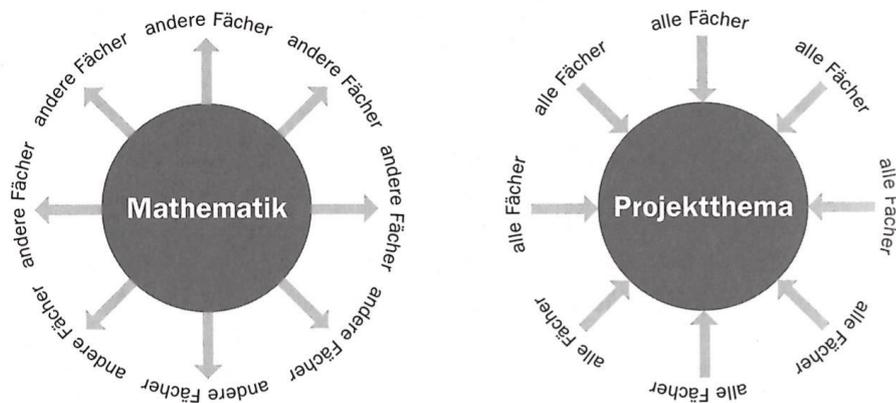


Abbildung 6, links: diktatorischer und rechts: demokratischer Standpunkt (Ludwig, 2003, S. 166)

Laut Reiss und Hammer lässt sich die Art des fächerübergreifenden Unterrichts (in Mathematik) in drei Gruppen unterteilen.

Die Exploration mathematischer Phänomene ist im Schulunterricht nicht auf das Fach Mathematik beschränkt. Es gibt zahlreiche Verbindungen auch zu anderen Fächern. Vermutlich kann man drei Gruppen unterscheiden, nämlich

- (1) *Fächer, die zwingend auf Inhalte der Mathematik angewiesen sind (und das ist im Rahmen des üblichen Curriculums hauptsächlich die Physik, aber auch die Informatik oder das Fach Wirtschaft),*
- (2) *Fächer, die Inhalte des Mathematikunterrichts ergänzend und aus einer anderen Perspektive aufnehmen (z. B. die Geografie) und*
- (3) *Fächer, die Bezüge zu mathematischen Phänomenen aufzeigen können, es aber nicht unbedingt müssen (u. a. fallen Kunst und Musik in diese Kategorie).*

(Reiss & Hammer, 2013, S. 10)

Vorteile

Fächerübergreifender Unterricht hat einige Vorteile, Matthias Ludwig hat fünf von ihnen formuliert. Erstens stößt man im täglichen Leben immer wieder auf Probleme, die zu lösen sind, wobei man diese nicht einem gewissen Fach zuordnen kann, dafür greift man auf unterschiedliches Wissen zu, das man sich angeeignet hat. Zweitens kommt es zu einem tieferen Verständnis, wenn man Wissen und Fähigkeiten in verschiedenen Kontexten anwendet. Drittens kann das fächerübergreifende Arbeiten das Weltbild der Schülerinnen und Schüler enorm erweitern. Viertens ist es auch notwendig für das spätere Berufsleben, da man auch hier oft darauf angewiesen ist, mit Expertinnen und Experten aus anderen Gebieten zusammenzuarbeiten. Außerdem wirkt ein fächerübergreifender Unterricht allgemeinbildend. (Vgl. Ludwig, 2003, S. 164)

Fächerübergreifender Unterricht kann beim Lernfortschritt sehr helfen und das Lernen enorm vereinfachen. Wenn Themengebiete aus unterschiedlichen Sichtweisen betrachtet werden, haben Schülerinnen und Schüler mehrere Möglichkeiten daran anzuknüpfen und Interesse dafür zu entwickeln.

Laut Ludwig fördert fächerübergreifender Unterricht, besonders in Projektform, folgende Beziehungsgeflechte:

- ❖ Mathematiklehrer_in – Schüler_in
- ❖ Mathematik – Schüler_in
- ❖ Schule als Lebensraum
- ❖ Lehrer_in – Eltern

Die Beziehungen der oben genannten Personengruppen vertiefen sich, bzw. bauen eine neue Ebene auf. Auch die Mathematik bekommt eine andere Gewichtung, und Schülerinnen und Schüler können vielleicht einen besseren Bezug zu ihr herstellen. Bei projektbezogenem Unterricht wird oft die Schule (als Lebensraum) einbezogen bzw. zu einem besseren Lebensraum gemacht.

(Vgl. Ludwig, 2003, S. 177)

2.2.1 Querverweise in den Lehrplänen

Im allgemeinen Bildungsziel der Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen ist fächerübergreifender Unterricht festgeschrieben.

Im Sinne der gemeinsamen Bildungswirkung aller Unterrichtsgegenstände hat der Unterricht die fachspezifischen Aspekte der einzelnen Unterrichtsgegenstände und damit vernetzt fächerübergreifende und fächerverbindende Aspekte zu berücksichtigen. Dies entspricht der Vernetzung und gegenseitigen Ergänzung der einzelnen Disziplinen und soll den Schülerinnen und Schülern bei der Bewältigung von Herausforderungen des täglichen Lebens helfen.
(Bundeskanzleramt, 2017)

Querverweise mit Mathematik

Allgemeines Bildungsziel:

Bildungsbereich Natur und Technik: Verständnis für Phänomene, Fragen und Problemstellungen aus den Bereichen Mathematik, Naturwissenschaft und Technik bilden die Grundlage für die Orientierung in der modernen, von Technologien geprägten Gesellschaft. (BGBl. II Nr. 133/2000, S. 5)

Physik

- ❖ *Bei der Formulierung von Gesetzen ist auf qualitative Je-desto-Fassungen besonderer Wert zu legen. Nur an geeigneten Beispielen ist die Leistungsfähigkeit mathematischer Methoden für die Physik zu zeigen. An geeigneten Inhalten ist den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu möglichst selbstständigem Untersuchen, Entdecken bzw. Forschen zu geben. Dies bedingt den Einsatz von Schülerversuchen. Altersgemäße Denkwege und Deutungsversuche der Schülerinnen und Schüler sind zu berücksichtigen.* (BGBl. II Nr. 133/2000, S. 85)

- ❖ *Mathematisierung als spezifische physikalische Arbeitsweise bedeutet das Durchlaufen verschiedener Stufen zunehmender Abstraktion von der Gegenstandsebene über bildliche, sprachliche und symbolische Ebenen zur formal-mathematischen Ebene. Für das Verständnis sind die nichtformalen Ebenen wichtig, während der mathematischen Ebene für die Anwendung (Vorhersage) besondere Bedeutung zukommt. (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 59)*

Latein (7. und 8. Klasse)

- ❖ *Erschließung fachsprachlicher Termini aus Bereichen wie Medizin, Mathematik, Naturwissenschaften und Recht mit Hilfe des bisher erworbenen Wortschatzes und der Wortbildungslehre (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 32)*

Chemie

- ❖ *Im Verbund mit Biologie, Mathematik und Physik soll Chemieunterricht auf exemplarische Weise den Weg der Erkenntnisfindung über Entwicklung und Anwendung von Deutungssystemen, also über Modelldenken, Systemdenken, Planen und Auswerten von Experimenten zu Stoffartumwandlungen zeigen. (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 53)*

Darstellende Geometrie

- ❖ *Die Schülerinnen und Schüler sollen in der Lage sein, Querverbindungen zur Mathematik, zur Informatik, zu den Naturwissenschaften, zur Technik und zur bildenden Kunst zu erkennen und geometrische Grundkenntnisse auf naturwissenschaftliche und technische Problemstellungen anzuwenden. (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 61)*
- ❖ *Aus den Naturwissenschaften und der Mathematik vertraute Begriffe sind auch im Unterricht der Darstellenden Geometrie zu verwenden. Mit Hilfe von Problemstellungen aus Technik, Architektur, Design und Kunst, die den Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler entsprechen, ist geometrisches Wissen und Können zu entwickeln und zu festigen. (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 62)*

Bildnerische Erziehung

- ❖ *Erkennen von Wechselbeziehungen zwischen künstlerischen Gestaltungsstrukturen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Gesetzmäßigkeiten. (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 75)*

Technisches Werken

- ❖ *Anwenden von Kenntnissen und Erfahrungen aus dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich. (BGBl. II Nr. 277/2004, S. 118)*

Werkerziehung

- ❖ *Querverbindungen zwischen den einzelnen Bereichen werden empfohlen. Bei Projekten werden Koordinierungsgespräche mit den Lehrerinnen und Lehrern der angrenzenden Unterrichtsgegenstände (wie Geschichte und Sozialkunde, Geographie und Wirtschaftskunde, Mathematik, Geometrisches Zeichnen, Biologie und Umweltkunde, Chemie, Physik, Bildnerische Erziehung) empfohlen. (BGBl. Nr. 555/1993, S. 37)*

Querverweise mit Werkerziehung und Technischem Werken

Physik

- ❖ *Hebel. E: Hebelgesetz. Anwendung auf Rolle oder Wellrad. Praxisbezug: Werkzeug. Hebelwaagen, Fahrrad, Getriebe. Berufsfeld Bauarbeiter, Mechaniker ua. Querverbindung: Werkerziehung. (BGBl. Nr. 88/1985, S. 69)*
- ❖ *Auf die Querverbindungen zum Pflichtgegenstand Werkerziehung bzw. Technisches Werken ist besonderes Augenmerk zu legen. (BGBl. Nr. 36/1990, S. 23)*

Bildnerische Erziehung

- ❖ *Bei plastischen Arbeiten sind ausstattungsmäßige Bedingungen (Werkraum und Werkzeuge) zu berücksichtigen, Die Heranziehung von Material und Herstellungsverfahren sind mit dem Lehrer für den Gegenstand „Werkerziehung“ jeweils zu besprechen. Dabei ist eine Abstimmung beider Fächer im plastischen Bereich vorzunehmen. (BGBl. Nr. 88/1985, S. 113)*

Geometrisches Zeichnen

- ❖ *Der Unterricht im Geometrischen Zeichnen soll auch auf das Erkennen und Herstellen von Querverbindungen abzielen, insbesondere zur Mathematik, Werkerziehung und Bildnerischen Erziehung. Weiters sollten Einblicke in die Arbeit des Technischen Zeichners sowie in das computerunterstützte Konstruieren geboten werden. (BGBl. Nr. 591/1986, S. 57)*

Chemie

- ❖ *Farbstoffe: Färben von Textilien (allenfalls in Zusammenarbeit mit Werkerziehung für Mädchen). (BGBl. Nr. 591/1986, S. 109)*

Geometrisches Zeichnen

Geometrisches Zeichnen kann man nicht studieren, um es später an Schulen zu unterrichten. Mit den Fächern Mathematik oder Darstellender Geometrie ist man zur Lehrbefähigung berechtigt.

Hier gibt es einige Schnittpunkte mit Technischem Werken, und man kann gut fächerübergreifend arbeiten. So gut wie alle geometrischen Inhalte sind visuell und/oder haptisch bearbeitbar oder können erstellt werden. In beiden Unterrichtsfächern, Geometrisches Zeichnen wie auch Werkerziehung, ist räumliches Vorstellungsvermögen eine der wesentlichen Fähigkeiten, die im Unterricht gefördert werden soll.

Geometrisches Zeichnen ist nur in Realgymnasien für ein Jahr im Ausmaß von üblicherweise 2 bis maximal 5 Stunden pro Woche verpflichtend. Es ist Lehrstoff für die dritte und vierte Klasse im Lehrplan vorhanden. (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)

3. Gemeinsamkeiten der Lehrpläne: Mathematik und Technisches Werken

In den Lehrplänen für die beiden Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken gibt es jeweils drei größere Kapitel:

1. Bildungs- und Lehraufgabe
2. Didaktische Grundsätze
3. Lehrstoff

Im Folgenden werden die Inhalte dieser Kapitel beider Fächer miteinander verglichen und untersucht, wo es Gemeinsamkeiten, Überschneidungen oder ähnliche Zugangsweisen gibt. Alle Inhalte der drei Punkte müssen im Unterricht behandelt und eingehalten werden.

Wie man die beiden Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken im praktischen Schulunterricht kombinieren kann und wo es Ansatzmöglichkeiten für fächerübergreifenden Unterricht gibt, wird ebenfalls behandelt.

3.1 Bildungs- und Lehraufgabe

Unter den Bildungs- und Lehraufgaben findet man einige Aussagen, die sehr gut zum Thema dieser Arbeit passen und herausstreichen, dass eine Verknüpfung der Unterrichtsfächer sinnvoll und gewünscht ist.

Im Mathematik Lehrplan steht, dass Handlungen und Begriffe mit vielfältigen Vorstellungen verbunden werden sollen, um Mathematik als beziehungsreichen Tätigkeitsbereich zu erleben. Es soll gelernt werden, exakt zu arbeiten, mathematische Grundtätigkeiten darzustellen und zu interpretieren, und Lernprozesse selbstständig zu gestalten. Aufgaben und *Problemstellungen* sollen mittels diverser Lösungswege und -schritte geplant und erprobt werden. (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000a, S. 1)

Exaktes und selbstständiges Arbeiten sind auch in der Werkerziehung Grundvoraussetzungen. Darstellen und Interpretieren sind wesentliche Tätigkeiten, etwa in der Produktgestaltung oder der Architektur, beides Teilgebiete des Technischen Werkens. Und der Unterricht ist meistens darauf ausgelegt, Aufgaben und *Probleme zu planen*, umzusetzen und so gut wie möglich zu lösen.

Im Technischen Werken soll entdeckend, *problemlösend* und handelnd gelernt werden. Technische und gestalterische Probleme sollen erkannt und gelöst werden, indem Strategien entwickelt und angewendet werden. *Kreativität* und Innovationsfähigkeit sollen durch systematisches und divergierendes Denken gefördert und *Problemlösungs-* und Gestaltungsprozesse eigenständig durchgeführt werden. Es sollen beim Lösen gestellter Aufgaben Zielstrebigkeit, Konsequenz und Frustrationstoleranz entwickelt werden. (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000b, S. 1)

Kreativität, Innovationsfähigkeit, systematisches und divergierendes Denken sind auch in der Mathematik wichtig, um zum Beispiel Gleichungen oder schwierigere Probleme zu lösen. Genauso wie Zielstrebigkeit, Konsequenz und Frustrationstoleranz für komplexe mathematische Aufgaben eine gute Voraussetzung sind.

Das „Rechtfertigen von Entscheidungen (etwa der Wahl eines Lösungsweges oder einer Darstellungsform)“ (Bundesministerium für Bildung, 2000a) im Lehrplan der

Mathematik, sowie das „Entwickeln von kritischer Selbsteinschätzung [...] und Kritikfähigkeit als Grundlage für Entscheidungsfindungen“ (Bundesministerium für Bildung, 2000b) weist aus meiner Sicht im Lehrplan des Technischen Werkens eine große Ähnlichkeit auf.

Sehr viele der Unterrichtsziele und der Unterrichtsinhalte der Mathematik sind genauso wichtig für Technisches Werken. Es soll zum Beispiel ein Spielzeugauto aus Holzplatten gebaut werden. Wie viele Holzplatten werden dafür benötigt, da diese nur in bestimmten Maßen zu kaufen sind, und Verschnitt einberechnet werden muss? Dazu bedarf es der Arithmetik – man muss rechnen können, und die Zahlen sind womöglich nicht die „Schönsten“. Nun soll die Windschutzscheibe in einem bestimmten Winkel zum Dach und zur Bodenplatte montiert werden. Die Größe der Scheibe ist jedoch nicht gegeben, also muss sie berechnet werden. Dafür werden Variablen benötigt und Gleichungen müssen gelöst werden. Somit wurde auch das Thema der elementaren Algebra untergebracht. Dass die Geometrie in diesem Beispiel auch wesentlich ist, lässt sich schnell verstehen, da das Auto aus unterschiedlichen geometrischen Formen besteht und im Vorhinein noch eine Werkstückzeichnung anfertigt werden soll. Nun wurde mit Hilfe eines einfachen Präzedenzfalls gezeigt, dass alle drei Gebiete, die in der Unterstufe der Mathematik relevant sind, für ein Werkobjekt benötigt werden.

Beiträge zu den Bildungsbereichen

Zwei der fünf Bildungsbereiche, die im gesamten Lehrplan festgeschrieben sind, passen besonders gut zu den beiden Unterrichtsfächern, nämlich Natur und Technik und Kreativität und Gestaltung. Die Ziele und Aufgaben der Mathematik in ihrer Gesamtheit tragen zum Bildungsbereich Natur und Technik bei. Die Werkerziehung steuert der Natur und Technik, mit der Förderung systematischen Denkens durch die Entwicklung von *Problemlösungsstrategien*, der Umsetzung und Erprobung von theoretischen Lösungen in der Realität, der Auseinandersetzung mit naturwissenschaftlichen Inhalten und Methoden und der Nutzung zeitgemäßer Technologien, bei. *Kreativität* benötigt man sowohl in der Mathematik als auch in der Werkerziehung zum Entwickeln verschiedener Lösungswege. (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000a, S. 2), (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000b, S. 2)

3.2 Didaktische Grundsätze

In den didaktischen Grundsätzen ist festgeschrieben, wie der Unterricht im Groben aufgebaut ist und worauf beim Lehren der Unterrichtsfächer zu achten ist. Wie Kinder und Jugendliche motiviert werden können und was über den Lehrstoff hinausgehend wichtig zu lehren ist, ist ebenso Teil der Grundsätze.

Querverbindungen zu mehreren Themenbereichen des betroffenen Unterrichtsfaches, zu anderen Unterrichtsgegenständen und zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler herzustellen, ist in beiden Grundsätzen verankert. Ebenso wie die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln, die sich in der Mathematik nicht nur auf den Taschenrechner beschränkt, sondern auch Computer und passende Programme voraussetzt. Auch in der Werkerziehung sollen zeitgemäße Technologien und Medien eingesetzt werden.

Der Satz: „Die geforderte Eigenständigkeit bei der Problemlösung schließt die Verwendung von [...] rezeptartigen Anleitungen weitgehend aus.“ (Bundesministerium für Bildung, 2000b, S. 2) könnte aus beiden Lehrplänen stammen, ist jedoch in der Werkerziehung zu finden.

Dass sowohl der Prozess der *Problemlösung* als auch das Produkt eigenständige Bedeutung haben, ist wiederum im Mathematik Lehrplan zu lesen. (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000a, S. 4) Diese Aussage ist auch für die didaktischen Grundsätze in der Werkerziehung sehr passend.

Natürlich ist in jedem Fach individuell auf die Schülerinnen und Schüler einzugehen, und ihre Voraussetzungen und ihr Entwicklungsstand sind zu berücksichtigen. Außerdem ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schülern eine gewisse Eigenständigkeit entwickeln, um unter anderem *Problemlösungsstrategien* zu lernen.

Die beiden Unterrichtsfächer haben eine ähnliche Motivationsstrategie. Sowohl in der Mathematik als auch in der Werkerziehung kommt es meistens zu einem gewissen Endergebnis. In der Werkerziehung handelt es sich hierbei um ein konkretes Produkt, in der Mathematik um eine Lösung. Bei beiden Unterrichtsfächern gab es vorher ein *Problem*, das *gelöst* oder so gut wie möglich behandelt werden sollte. Die

Problemstellungen sollen unter anderem aus Themenkreisen von Erfahrungen und Interessen der Schülerinnen und Schüler stammen.

In Werken geht es oft um prozessorientiertes Arbeiten und längere Projektphasen. Auch in der Mathematik ist projektorientierter Unterricht eine der Unterrichtsformen, die angeboten werden soll.

(Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000a, S. 2-4), (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000b, S. 2f.)

3.3 Lehrstoff

In den unterschiedlichen Lehrplänen von Mathematik sind einige Aussagen und Lehrinhalte zu finden, die sich gut anbieten, um mit Werkerziehung fächerübergreifend zu arbeiten. Alle folgenden Vorschläge sind in den alten Lehrplänen festgeschrieben. Die neueste Version des Lehrplans ist sehr knapp gehalten und es sind keine Vorschläge oder Richtlinien zu diversen Tätigkeiten gegeben.

In der ersten Klasse sind sehr viele enaktive Handlungen vorgeschrieben, was jedoch in den folgenden Klassen drastisch abnimmt. Der Lehrstoff wiederholt sich außerdem in den vier Schulstufen, da immer wieder auf Wissen aufgebaut wird, und vergangenes Wissen und Fähigkeiten gefestigt und automatisiert werden sollen.

Besonders Tätigkeiten, die mit geometrischen Veranschaulichungen und Vorstellungen korrelieren, wurden herausgesucht, da hier oft mit anschaulichen Objekten, die auch selbst hergestellt werden können, gearbeitet werden kann. Das Fach Werkerziehung und die damit verbundene fächerübergreifende Arbeit wurde auf enaktive Handlungen, also handwerkliche Tätigkeiten, beschränkt.

Erste Klasse

Natürliche Zahlen

- ❖ *Das Zahlenverständnis ist nicht nur durch formales Operieren mit Zahlen, sondern auch durch geometrische Veranschaulichungen und Vorstellungen aus Sachsituationen (außermathematischen Anwendungsbereichen) zu schulen. (BGBl. Nr. 88/1985, S. 49)*
- ❖ *Verbinden von Rechenoperationen mit anschaulichen Vorstellungen. Geometrisches Veranschaulichen und vielfältiges Deuten der vier Grundrechenoperationen. (BGBl. Nr. 555/1993, S. 25)*

Das Rechnen mit natürlichen Zahlen kann mittels einer analogen Rechenhilfe, zum Beispiel einem Abakus, veranschaulicht werden (siehe „Abakus“ S. 61).

Eine andere Möglichkeit ist, gleich große Würfel oder Blöcke herzustellen, die zum haptischen Rechnen verwendet werden können.

Das Dividieren mit natürlichen Zahlen kann handlungsorientiert gelernt oder gefestigt werden, indem ein Streifen Blattpapier (Dividend) ausgeteilt wird, der in eine bestimmte Anzahl an gleichlangen Stücken (Divisor) geteilt werden soll. Die Länge der Streifen ergibt den Quotienten.

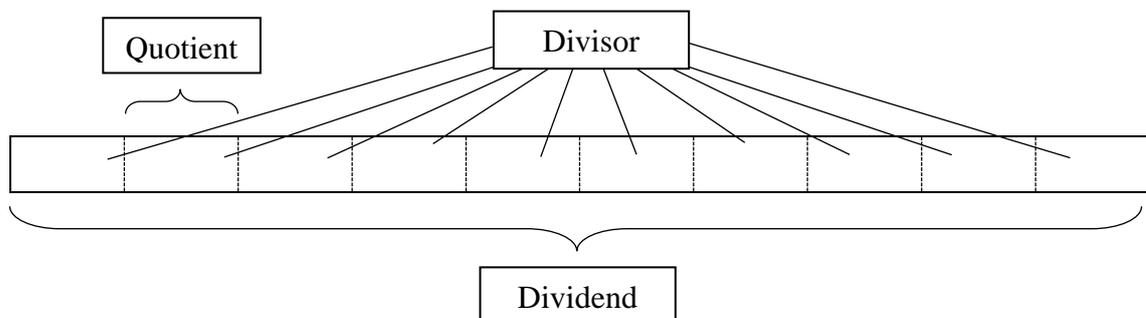


Abbildung 7, Veranschaulichung der Division natürlicher Zahlen (Eigene Darstellung)

Brüche und Dezimalzahlen

- ❖ Veranschaulichen, Darstellen und Vergleichen von Bruchzahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise:
 - Anwenden zum Beschreiben von Teilen von Objekten und Größen.
 - Deuten von Brüchen als Teile von Objekten und Größen

- ❖ Geometrisches Veranschaulichen von Rechenoperationen.
- ❖ Die Schülerinnen und Schüler sollen die vier Grundrechenoperationen mit Bruchzahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise an geeigneten einfachen Beispielen auf Grund von Deutungen und Veranschaulichungen, aber ohne Verwendung formaler Rechenverfahren, durchführen können.

(Vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 26 und vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 50)

Die Bruchzahlen können über Tortendiagramme veranschaulicht werden, indem die Kinder die unterschiedlichen Teile/Brüche aus Karton ausschneiden.

Eine andere Visualisierung ist im letzten Kapitel zu finden (siehe „*Lego*“ S. 62).

Gleichungen

- ❖ Lösen von einfachen Gleichungen mit einer Variablen:
 - Lösen durch geometrisches Veranschaulichen oder durch systematisches Probieren.
 - Anwenden in Sachsituationen.
- ❖ Arbeiten mit einfachen Formeln, die mehrere Variablen enthalten:
 - Umformen dieser Formeln unter Zuhilfenahme geometrischer Veranschaulichungen.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 51)

Gleichungen können über die enaktive und ikonische Darstellung visualisiert werden (siehe „*Beispiel zu den Repräsentationsebenen* S. 33)

Geometrie

- ❖ Von Objekten der Umwelt und von Zeichnungen ausgehend sollen durch Abstraktion und Idealisierung grundlegende geometrische Begriffe erarbeitet werden.
- ❖ Hantieren mit, Untersuchen und Beschreiben von Quadern und von Körpern, die aus Quadern bestehen:
 - Betrachten und Anfertigen von Modellen.
 - Untersuchen von geometrischen Eigenschaften von Gebrauchsgegenständen im Hinblick auf deren Verwendungszweck.
 - Erkennen von Eigenschaften von Quadern und Körpern, die aus Quadern bestehen, an Hand von vorgegebenen Zeichnungen, nach Möglichkeit in Verbindung mit Modellen.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 51 und vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 27)

- ❖ Bestimmen von Längen; Darstellen von Rechtecken und Figuren, die aus Rechtecken bestehen:
 - Anfertigen von Quadernetzen;
 - Erkennen, ob vorgegebene Kombinationen von Rechtecken Netze eines Quaders sein können.
 - Maßstäbliches Zeichnen, beschränkt auf Aufgaben mit einfachen Umrechnungen; Wählen von geeigneten Maßstäben; Bestimmen von Längen aus maßstäblichen Zeichnungen.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 51 und vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 27)

- ❖ Spielerisches Umgehen mit Flächen und Körpern:
 - Beispielsweise Zusammensetzen von Teilen zu einer Gesamtfigur bzw. zu einem Gesamtkörper,
 - Lösen von Parkettierungsproblemen (Auslegen von Flächen durch kongruente Teilfiguren, allenfalls mit geringem Verschnitt),
 - Betrachten und Herstellen von symmetrischen Figuren,
 - Durchführen von Betrachtungen an Spielwürfeln.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 51f. und vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 27)

- ❖ Arbeiten mit Flächeninhalten von Rechtecken und Figuren, die aus Rechtecken bestehen:
 - Bestimmen von Flächeninhalten von Rechtecken durch Zerlegen in Einheitsquadrate, allenfalls auch in Teile von Einheitsquadraten.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 52)

- ❖ Arbeiten mit Rauminhalten von Quadern und von Körpern, die aus Quadern bestehen:
 - Bestimmen des Inhalts von Quadern durch Zerlegen in Einheitswürfel, allenfalls auch in Teile von Einheitswürfeln.
 - Kennen von Möglichkeiten von Volumsvergleichen (etwa durch Umfüllen, Verdrängen von Flüssigkeiten).

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 52 und vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 28)

- ❖ Arbeiten mit grundlegenden geometrischen Begriffen:
 - Darstellen idealisierter Begriffe (Punkt, Gerade, Halbgerade (Strahl), Strecke und Ebene) und ihrer Lagebeziehungen durch konkrete Gegenstände, vor allem zeichnerisches Darstellen von Begriffen und Lagebeziehungen in der Ebene.

- Untersuchen von kreisförmigen Körperschnitten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens (z.B. Breiten- und Längenkreise auf der Erdkugel).
- Untersuchen von geometrischen Eigenschaften von Gebrauchsgegenständen (auch von zylindrischen und kugelförmigen Körpern) im Hinblick auf deren Verwendungszweck.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 52)

- ❖ Anwenden der erworbenen Fähigkeiten zur Bearbeitung von Problemen aus der Umwelt der Schülerinnen und Schüler (etwa aus den Bereichen Wohnung, Haus, Schule, Garten, Arbeits- und Berufswelt, Geographie) oder in fächerübergreifenden Vorhaben:
 - Beispielsweise mit Plänen und Landkarten arbeiten (Vermessungsarbeiten, Herstellen von einfachen Plänen, Entfernungen bestimmen, Wege und Objekte beschreiben, ...),
 - Untersuchen und Vergleichen von Flächen im Zusammenhang mit dem Nutzungszweck (z.B. Wert von Baugründen, Kommassierungsprobleme),
 - Untersuchen von Objekten der Umwelt nach der Zweckmäßigkeit von geometrischen Formen und Maßen (Bauformen, Möbel, Gebrauchsgegenstände).

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 52 und vgl. BGBl. Nr. 555/1993, S. 28)

Körper können aus unterschiedlichen Materialien erstellt werden, wie zum Beispiel Modelle aus Papier oder Karton (siehe „Körper“ S. 70), Drahtmodelle, Modelle können aus Kunststoff mit dem 3D Drucker angefertigt werden oder die Kanten aus Streichhölzern und die Ecken aus Erbsen zusammengesteckt werden.

Statistik

- ❖ *Die Schüler sollen lernen, mit Daten und Informationen aus ihrem Lebensbereich umzugehen. Dabei sollen sie eine unmittelbare Anwendbarkeit ihrer im Unterricht erworbenen Kenntnisse erleben.* (BGBl. Nr. 88/1985, S. 52)

Zweite Klasse

Brüche und Dezimalzahlen

- ❖ Deuten des Erweiterns und Kürzens insbesondere durch geometrisches Veranschaulichen;
- ❖ Erkennen von Rechenstrukturen in Sachsituationen, die graphisch gegeben sein können, unter besonderer Berücksichtigung von direkter und indirekter Proportionalität;
- ❖ Lösen von Prozentrechnungen (Promillerechnungen) in Verbindung mit Sachaufgaben.

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 54)

Geometrie

- ❖ Sachsituationen sollen sowohl Ausgangspunkt für die Entwicklung geometrischer Begriffe und Erkenntnisse als auch ein Feld zum Anwenden der Geometrie sein.
- ❖ Untersuchen von geometrischen Figuren (Vielecken, Kreisen, Winkeln, Strecken) auf Kongruenz durch Überdecken
- ❖ Erkennen von Symmetrien und Symmetrieachsen
- ❖ Untersuchen von geometrischen Körpern, insbesondere von Prismen, Pyramiden, Drehzylindern und Drehkegeln
- ❖ Anfertigen von Netzen von geraden Prismen und Pyramiden.
- ❖ Spielerisches Umgehen mit Flächen und Körpern:
 - Ausschneiden von Faltfiguren
 - Entdecken von Symmetrieeigenschaften in der Architektur und in der bildenden Kunst
 - Labyrinthspiele
 - Herstellen von Kantenmodellen
 - Zusammenbauen von Körpern zu Körpergruppen mit vorgegebenen Eigenschaften (z.B. Symmetrieeigenschaften)
 - Untersuchen von Gruppierungsmöglichkeiten von kongruenten Quadern
 - Dreh- und Kippbewegungen mit dem Spielwürfel (Augenzahl bestimmen).

(Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 55-57 und vgl. BGBl. Nr. 699/1994, S. 12)

Dritte Klasse

Elementare Algebra

- ❖ Interpretieren von Formeln:
 - gegebenenfalls Veranschaulichen oder Deuten von Formeln in Sachsituationen

(Vgl. BGBl. Nr. 591/1986, S. 47)

Vierte Klasse

Elementare Algebra

- ❖ Arbeiten mit Formeln:
 - gegebenenfalls Veranschaulichen von Formeln, Deuten in Sachsituationen.

(Vgl. BGBl. Nr. 591/1986, S. 50)

Geometrie

- ❖ Untersuchen von Drehzylindern, Drehkegeln und Kugeln; Berechnen von Oberflächen- und Rauminhalten:
 - Beschreiben von Eigenschaften von Körpern, die unmittelbar betrachtet werden oder durch ein Bild bzw. eine Zeichnung dargestellt sind;
 - Zeichnen charakteristischer Schnittfiguren.
 - Untersuchen der Schnitte von Ebenen mit Drehzylindern und Drehkegeln;
- ❖ Lösen von Problemen und Begründen von geometrischen Aussagen im Zusammenhang mit einer Wiederholung, Vertiefung und Erweiterung geometrischer Kenntnisse:
 - Erkennen von Maß- und Lagebeziehungen in vorgegebenen Figuren (z.B. Erkennen kongruenter oder ähnlicher Dreiecke, auch unter Einbeziehen von Vorstellungen des Spiegeln, des Schiebens, des Drehens und Streckens).

(Vgl. BGBl. Nr. 591/1986, S. 52)

3.4 Begrifflichkeiten

Innerhalb der Lehrpläne stößt man immer wieder auf Begriffe, die sowohl in der Mathematik als auch in der Werkerziehung vorkommen. Diese sind:

- ❖ Problemlösen
- ❖ Kreativität
- ❖ Modelle

Im Folgenden wird darauf eingegangen, welche Bedeutung diese Begrifflichkeiten in den beiden Unterrichtsfächern haben.

3.4.1 Problemlösen

Der gesamte Mathematikunterricht bezieht sich aufs Problemlösen. Kinder und Jugendliche bekommen Aufgaben gestellt, welche sie zu lösen haben. Oft werden Strategien gelehrt, mit welchen man an Beispiele herangehen kann, um diese zu bearbeiten. Gewünscht ist es aber auch, dass Schülerinnen und Schüler selbst Ansätze und neue Möglichkeiten finden, Beispiele zu lösen. Bei manchen führt dies zu einer gewissen Unsicherheit und es kommt zu Aussagen wie: „Das haben wir noch gar nicht gelernt.“ Den richtigen Grad an Komplexität zu finden, damit Übungsbeispiele noch eigenständig gelöst werden können, ist nicht immer einfach. Doch auch für die schriftliche Zentralmatura in Mathematik ist es wichtig, diese Strategien zu fördern, da mehr Wert darauf gelegt wird, eigenständig neuartige Probleme zu lösen und die Mathematik dahinter zu verstehen. Früher war die Rechenfähigkeit abzutüpfeln noch wesentlicher, wohingegen heute computerunterstützte Geräte diese Aufgabe erledigen.

Oft wird das Problemlösen im Mathematikunterricht mit Rätseln, Knobelaufgaben oder Denksportaufgaben gleichgesetzt. Jede Aufgabe, die zu lösen ist, zählt dazu, genauso wie das Beweisen oder Begründen. Gleichungen, Textbeispiele, Rechenübungen oder Konstruktionsaufgaben, stellen für Schülerinnen und Schüler ein Problem dar, welches gelöst werden soll und zu einem (oder mehreren) Ergebnissen führt.

In der Werkerziehung werden Aufgabenstellungen gegeben, die über einen größeren Zeitraum bearbeitet werden. Diese sollen individuell, aber unter gewissen Rahmenbedingungen erfüllt werden. Der Unterschied ist, dass das Ergebnis in diesem Fall meist nicht auf einem Blatt Papier zu finden ist, sondern ein Produkt ist. Auch wenn das Zusammenbauen von Bausätzen in den Fachdidaktik-Kreisen der Werkerziehung nicht erwünscht ist, ist es oft noch Teil des Werkunterrichts und auch hier werden Probleme gelöst. Zwar nicht mit hohem Einsatz an Kreativität, aber das Lesen von Plänen und Anleitungen soll ebenfalls gelernt werden.

Leuders gibt eine Definition vom Problemlöseprozess aus der lerntheoretischen Sicht wieder, ist aber davon überzeugt, dass diese Definition zu weit hergeholt ist.

„Vom lerntheoretischen Standpunkt aus ist jedes Lernen ein Problemlöseprozess. Ein ‚Problem‘ ist schlichtweg eine Diskrepanz zwischen der Erwartung eines Individuums und der von ihm wahrgenommenen tatsächlichen Situation, [...]“ (Leuders, Problemlösen, 2003, S. 119)

Für ihn ist das problemorientierte Lernen ein Prozess. Man lernt Probleme zu finden, diese zu lösen und sie weiterzuentwickeln. Aufgaben sollen offen gestellt werden und sich an außermathematischen Sachverhalten orientieren. Somit sind Schülerinnen und Schüler gefordert, eigene Lösungsansätze zu finden und die Methode lässt unterschiedliche Strategien zu. Beim Problemlösen werden unterschiedliche (kreative) Prozesse durchlaufen. Die Anwendung von Strategien und Techniken, die man zum Problemlösen einsetzt, geschieht flexibel und situationsabhängig und ist also mit kreativen Entscheidungen verbunden. Es gibt Arbeitstechniken und Problemlösestrategien, die erlernt werden können und im Unterricht geübt werden sollen.

Bereich	Voraussetzung des Lernenden	Verantwortung des Lehrenden
Wissen	im Unterricht (und auch in anderen Fächern oder im Alltag) erworbene Kenntnisse und Fähigkeiten	richtige Balance aus zu erwartendem Vorwissen und Neuheit des Problems
Problemlösehaltung	Frustrationstoleranz, Durchhaltevermögen, Erkundungsfreude	günstige Motivationslage fördern, Lehrer als Modell des Problemlösers
Problemlösekompetenz	Informationsbeschaffung, Arbeitstechniken, heuristische Strategien	Gelegenheiten für Reflexion schaffen

Die Schülerinnen und Schüler müssen notwendige Voraussetzungen für das Problemlösen entwickeln.

(Vgl. Leuders, Problemlösen, 2003)

Abbildung 8, Voraussetzungen für problemlösenden Unterricht (Leuders, Problemlösen, 2003, S. 131)

3.4.2 Kreativität

Vermutlich denkt man hier vorerst an die Werkerziehung als künstlerisch-kreatives Unterrichtsfach, doch auch in der Mathematik ist Kreativität sehr gefragt. Wie vorhin beschrieben, ist das Lösen von Problemen ein wesentlicher Bestandteil dieses Gegenstandes. Es ist dazu von Bedeutung, kreative Denkstrukturen zu entwickeln und zu aktivieren, um auf Lösungsansätze zu kommen. Kreativität geht mit der Erschaffung von etwas einher. Es muss sich dabei nicht um einen Gegenstand, ein Objekt oder ein Bild handeln, sondern kann auch eine Darstellung von etwas sein, wie zum Beispiel im Film, Theater, Tanz oder der Musik. Auch das Kreieren eines neuen Beweises oder das Finden von originellen Lösungsansätzen ist eine kreative Tätigkeit.

In der Werkerziehung soll ein Objekt nicht dem anderen gleichen, es ist viel mehr die Kreativität und der Einfallsreichtum der Kinder und Jugendlichen gefragt. Es wird Wert daraufgelegt, dass die Schülerinnen und Schüler Zeit dafür haben, eigene Ideen umzusetzen. In der Mathematik fallen unter anderem der Zeitdruck, den gesamten Stoff durchzubringen und die großen Klassengrößen zur Last. Es ist dadurch schwieriger, auf einzelne Kinder oder Jugendliche einzugehen, und diese bei kreativen Denkprozessen zu unterstützen. In der Werkerziehung kann aber auch psychischer Druck entstehen, ein tolles neues Objekt zu erstellen, der wiederum zu einer Blockade führen kann. Somit könnten Schülerinnen und Schüler dann nicht in der Lage sein, kreativ zu handeln.

Kreativität der Kinder und Jugendlichen ist in beiden Unterrichtsfächern wünschenswert und führt zu tollen Ergebnissen, einer großen Vielfalt in der Schule und erweitert den Horizont aller Beteiligten.

Kreativität kann und muss auch im Fach Mathematik erworben und weiterentwickelt werden. Der Mathematikunterricht kann hierzu beitragen, indem er Gelegenheiten für eine individuelle kreative Entfaltung gibt und verstärkt zu kreativitätsfördernden Tätigkeiten anleitet. (Leuders, Kreativitätsfördernder Mathematikunterricht, 2003, S. 138)

3.4.3 Modelle

Modelle sind in der Werkerziehung und in der Mathematik etwas unterschiedlich. In der Werkerziehung bezeichnet man Modelle im Sinne von Prototypen, sie können aber auch das fertige Werkstück sein. Der Begriff Modell bezieht sich auf Objekte, wie zum Beispiel Flug- oder Schiffsmodelle, welche im Lehrplan vom Technischen Werken im Bereich der Strömungstechnik vorgesehen sind. In der Mathematik kann man natürlich auch Objekte bauen, wie zum Beispiel Modelle eines Quaders oder einer Pyramide, aber etwa auch in der Stochastik wird dieser Ausdruck verwendet. In der Wahrscheinlichkeitstheorie werden Modelle erzeugt, die einen gewissen Rahmen vorgeben, in dem sich die Situation abspielt. Man erstellt sozusagen eine eigene Realität, wie sich die zu untersuchende Gegebenheit verhält.

Ein mathematisches Modell ist ein mittels mathematischer Notation erzeugtes Modell zur Beschreibung eines Ausschnittes der beobachtbaren Welt. Dieses Modell kann in beliebigen, begrenzten Bereichen der beobachtbaren Realität, wie z. B. den Naturwissenschaften, den Wirtschafts- oder Sozialwissenschaften, der Medizin oder den Ingenieurwissenschaften Anwendung finden. [...] Ein mathematisches Modell stellt somit einen Realitätsbezug her, der für mathematische Teilgebiete im Allgemeinen nicht vorhanden sein muss. (Wikipedia, 2017c)

Das Arbeiten mit Modellen ist in jeder Schulstufe der Unterstufe im Unterrichtsfach Mathematik vorgesehen. Hierbei handelt es sich zum Beispiel um direkte und indirekte Proportionalitäten, Wachstums- und Abnahmeprozesse oder funktionale Abhängigkeiten. (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2000a, S. 6 - 8)

Wolfgang Henn gliedert die Modellbildung in vier Kategorien:

- ❖ *Modelle, die vorhersagen (z.B. wann Sonnenfinsternisse eintreten),*
- ❖ *Modelle, die etwas beschreiben (z.B. die Flugbahn eines Balles),*
- ❖ *Modelle, die etwas erklären (z.B. warum ein Flugzeug fliegt),*
- ❖ *Modelle, die etwas vorschreiben (z.B. das Preismodell der Deutschen Telekom).*

(Ludwig, 2003, S. 167)

4. Unterrichtskonzepte

Es folgt eine vereinfachte Übersicht über den Lehrplan in Mathematik, um einen besseren Eindruck zu bekommen, welche Themenbereiche in den Schulstufen 1-4 behandelt werden müssen. Diese hat sich im Laufe der Recherche und der Analyse der Lehrpläne herauskristallisiert.

Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- ❖ Zahlenbereiche
- ❖ Teiler und Vielfache
- ❖ Maße und Umwandlungen
- ❖ Prozentrechnen
- ❖ Kopfrechnen vs. elektronische Rechenhilfe

Arbeiten mit Variablen

- ❖ Variablen
- ❖ Terme
 - Bruchterme
- ❖ Formeln
- ❖ Gleichungen
 - Lineare Gleichungen mit einer Variablen
 - Lineare Gleichungen mit zwei Variablen
- ❖ Funktionsbegriff

Arbeiten mit Figuren und Körpern

- ❖ Eigenschaften
 - Winkel und Lagebeziehungen
 - Strecken- und Winkelsymmetrien
 - Kongruenz und Ähnlichkeit
- ❖ Figuren
 - Dreiecke
 - Vierecke
 - regelmäßige Vielecke und symmetrische Figuren

- Kreis
- ❖ Körper
 - Prismen
 - Pyramiden
 - Drehzylinder
 - Drehkegel
 - Kugel
- ❖ Maßstab
- ❖ Lehrsatz des Pythagoras

Arbeiten mit Modellen, Statistik

- ❖ Direkte und Indirekte Proportionalität
- ❖ Datenmengen und statistische Kennzahlen
- ❖ Funktionale Abhängigkeiten
- ❖ Wachstums- und Abnahmeprozesse

Abakus

Zur Darstellung von Natürlichen Zahlen und zur Veranschaulichung der vier Grundrechenoperationen (Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren) in dieser Zahlenmenge kann man mit den Schülerinnen und Schülern einen Abakus bauen.

Zur Herstellung wird eine Holzplatte mit circa 15mm Dicke benötigt, aus der die Seitenflächen ausgeschnitten werden. Die 10 Querverbindungen/Stäbe, auf denen die Perlen aufgefädelt



Abbildung 9, Abakus (Duden)

sind, können entweder aus Holz oder aus Metall sein. In die Seitenflächen werden Löcher gebohrt, in welche die Stäbe gesteckt und geleimt werden. Es werden 100 Perlen (im Handel erhältlich) in fünf verschiedenen Farben benötigt.

Einen Abakus direkt im Mathematikunterricht herzustellen benötigt viel Zeit. Es bietet sich an, (demokratisch) fächerübergreifend zu arbeiten. Das Rechnen mit Natürlichen Zahlen sollte schon in der Volksschule gelernt worden sein, kann mit einem Abakus aber nochmals gefestigt und symbolisiert werden.

Mit Lego kann Kindern das Rechnen mit Bruchzahlen anschaulich gezeigt werden. Sie verbinden Lego mit Spaß und haben dann vielleicht auch mehr Freude am Rechnen mit Brüchen.

Abbildung 10, Lego: Part-Part-Total Diagramm (Zimmerman, 2016)

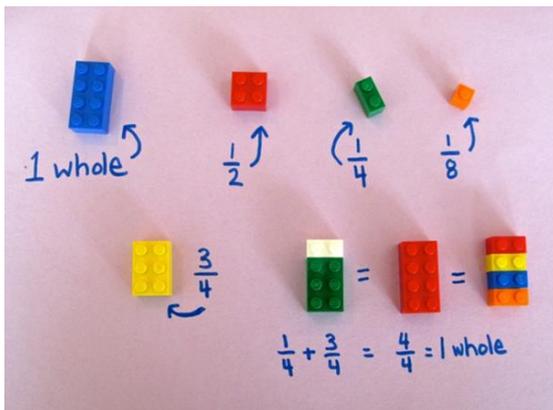
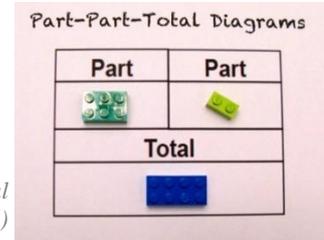


Abbildung 11, Rechnen mit Lego 1 (Zimmerman, 2016)

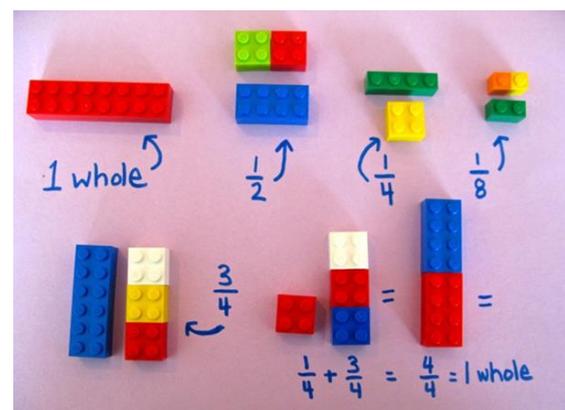


Abbildung 12, Rechnen mit Lego 2 (Zimmerman, 2016)

Die Legosteine können auch selbst hergestellt bzw. gegossen werden. Anbei eine kurze Erklärung durch Bilder, wie dies funktioniert, allerdings anhand der Herstellung eines Froschs. Alle benötigten Materialien sind im Handel erhältlich.

Herstellung eines Objektes

Zur Herstellung von Matrizen (Gussformen) aus Silikon müssen Einweghandschuhe getragen werden. Auf einer Digitalwaage wird die Silikon-Knetmasse (z.B. 100 g) abgewogen. Danach werden maximal 5 % der Menge der Knetmasse, Härterpaste beigemischt. In diesem Fall wurden nur 2,7 g Härterpaste verwendet. Das Material gut durchkneten, damit eine einheitliche rosa Farbe entsteht. Es dürfen keine Schlieren vom Härter mehr zu sehen und keine Luft im Material sein. Das Objekt wird nun gleichmäßig mit der rosa Masse ummantelt. Es sollte keine Luft zwischen Knetmasse und Objekt sein. Die Form muss 2-5 Stunden aushärten. Dann kann das Objekt vorsichtig herausgelöst werden – die Matrize ist fertig und kann mit Epoxidharz oder Polyurethan ausgegossen werden.



Abbildung 13, Silikon-Knetmasse (grau) und Härterpaste (rot) (Eigene Darstellung)



Abbildung 14, Kneten bis eine gleichmäßige Masse entsteht (Eigene Darstellung)



Abbildung 15, Ursprungsform, in diesem Fall aus Seife (Eigene Darstellung)



Abbildung 16, Objekt ummantelt mit der Silikonknetmasse (Eigene Darstellung)



Abbildung 17, fertige Matrize, Aushärtezeit: 2-5 Stunden (Eigene Darstellung)



Abbildung 18, die Ursprungsform kann aus der Matrize geschnitten bzw. gelöst werden (Eigene Darstellung)



Abbildung 19, Verrühren des Polyurethans (Kunstharz) (Eigene Darstellung)



Abbildung 20, Gießen der Matrizen mit Polyurethan (Eigene Darstellung)



Abbildung 21, (v. l. n. r.) Ursprungsform (Seife), Guss 1 (Epoxidharz), Guss 2 (Polyurethan), Matrize (Eigene Darstellung)

Winkelscheibe

Die Unterscheidung zwischen den Winkelmaßen und den Winkelbezeichnungen fällt den Schülerinnen und Schülern anfangs oft nicht leicht. Die beiden Bezeichnungen, innere (10° - 170°) und äußere Beschriftung (170° - 10°) auf den Geodreiecken führt oft zu zusätzlicher Verwirrung oder zu Irrtümern.

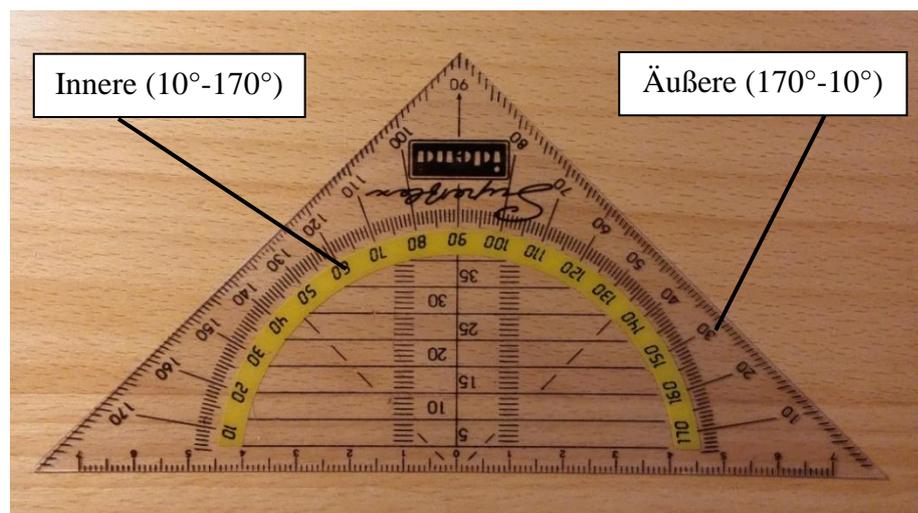


Abbildung 24, Geodreieck (Eigene Darstellung)

Ich habe versucht eine Möglichkeit zu finden, wie Kindern geholfen werden kann, die Winkel besser zu verstehen und sich ihre Bezeichnungen leichter zu merken. Das folgende Hilfsmittel nenne ich *Winkelscheibe*. Die Kreissegmente der unterschiedlichen Winkelarten, spitzer, stumpfer und erhabener Winkel, können immer nur in den Bereichen aufgefaltet werden, in denen sie definiert sind. Die besonderen Winkel, wie rechter (90°), gestreckter (180°) und voller Winkel (360°), können zusätzlich eingezeichnet werden.

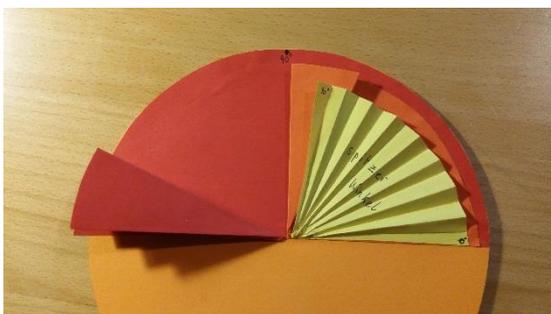


Abbildung 22, spitzer Winkel (Eigene Darstellung)



Abbildung 23, stumpfer Winkel (Eigene Darstellung)



Abbildung 25, erhabener Winkel (Eigene Darstellung)



Abbildung 26, alle Winkelmaße (Eigene Darstellung)

Das Themengebiet Winkel lernen Schülerinnen und Schüler in der ersten und zweiten Klasse. Um diese *Winkelscheiben* im Schulunterricht zu erstellen, sollten 20-30 Minuten einberechnet werden. Benötigt werden Zirkel, Geodreieck, Bleistift, buntes Papier, Schere und Klebstoff.

Man zeichnet einen Kreis beliebiger Größe auf ein Blatt Papier, dies wird die Unterseite (Deckplatte). Für den erhabenen Winkel schneidet man einen weiteren vollen Kreis aus, wenn gewollt mit einem etwas kleineren Radius (nur zum optischen Zweck). In diesen Kreis schneidet man einmal bis zum Mittelpunkt hinein, sozusagen einen Radius entlang. Für den stumpfen Winkel schneidet man einen (wieder etwas kleineren) Halbkreis aus. Ein Kreissegment mit einem 90° Winkel benötigt man für den spitzen Winkel. Der Radius von diesem kann wieder eine Spur kleiner sein. Nun faltet man alle Kreissegmente. Das kleinste faltet man komplett, das für den stumpfen Winkel bis 90° und das für den erhabenen Winkel bis 180° (Halbkreis). Jetzt werden alle Teile zusammengeklebt. Man beginnt mit dem erhabenen Winkel. Dieser wird auf die Deckplatte geklebt (Klebefläche: Halbkreis). Anschließend wird der Halbkreis, für den stumpfen Winkel zur Hälfte (Klebefläche: Viertelkreis) befestigt. Zuletzt wird ein kleines Stück vom spitzen Winkel auf das Papier vom stumpfen Winkel geklebt. Nun sind wir fertig, alle Winkelmaße können nur in dem Ausmaß auf- und zugeklappt werden, in dem sie definiert sind.

Die unterschiedlichen Figuren können zur enaktiven Verknüpfung ausgeschnitten werden. Die Herleitungen zu den Flächeninhaltsformeln lassen sich mittels Ausschneiden und Zusammenlegen oder -kleben verdeutlichen.

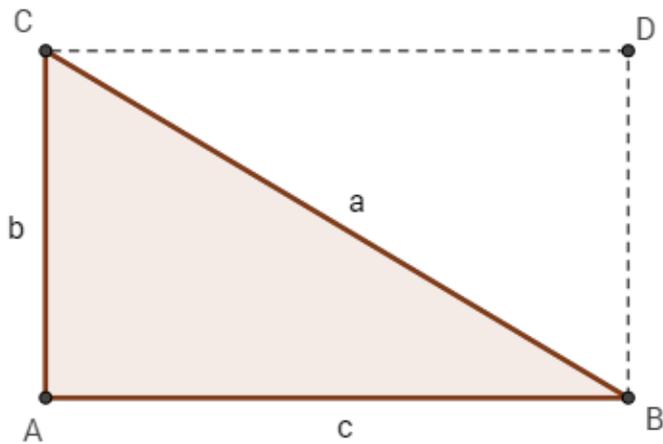
Es folgen Arbeitsblätter zu dem Thema Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken, welche ich erstellt habe.

Die unterschiedlichen Figuren werden ab der zweiten Klasse gelehrt. Manche sind schon in der ersten Klasse Thema.

Bevor die Flächeninhalte von rechtwinkligem und allgemeinem Dreieck verstanden werden können, muss der Flächeninhalt von Rechteck und Parallelogramm begriffen worden sein.

Dreiecke und deren Flächeninhalte

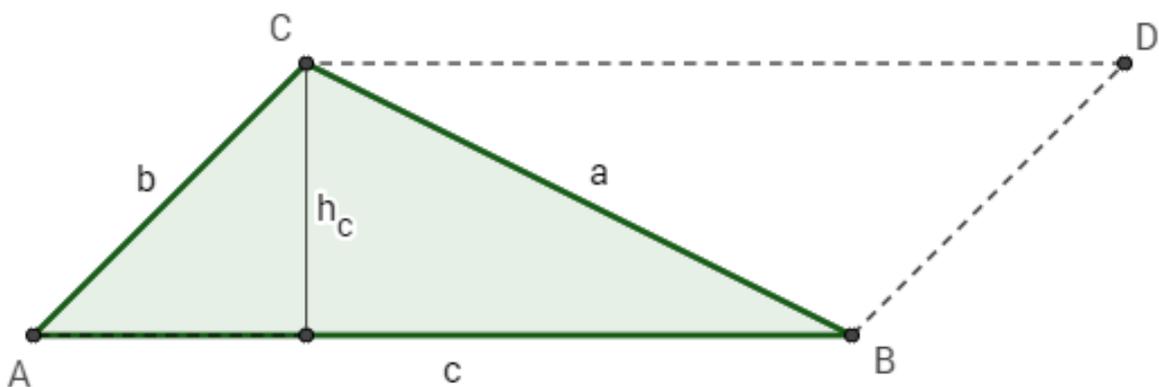
Rechtwinkliges Dreieck



$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

Allgemeines (beliebiges) Dreieck

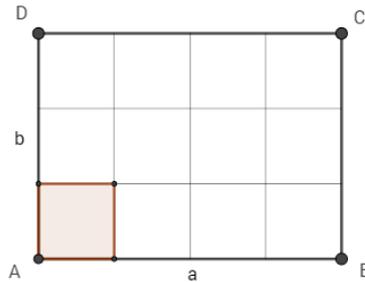
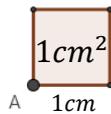
$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



Vierecke und deren Flächeninhalte

Rechteck und Quadrat

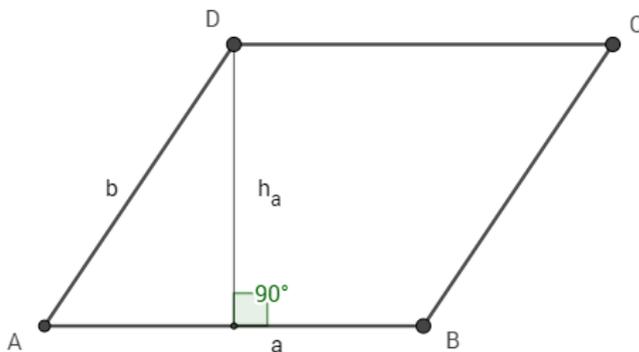
$$A = a \cdot b$$



In diesem Beispiel ist $a = 4\text{ cm}$ und $b = 3\text{ cm}$. Schneide ein Rechteck in dieser Größe aus und teile es in 12 ($= 4 \cdot 3 = a \cdot b$) Quadrate. Die Quadrate sind je einen cm^2 groß. Klebe sie nun in das Rechteck.

Parallelogramm und Raute/Rhombus

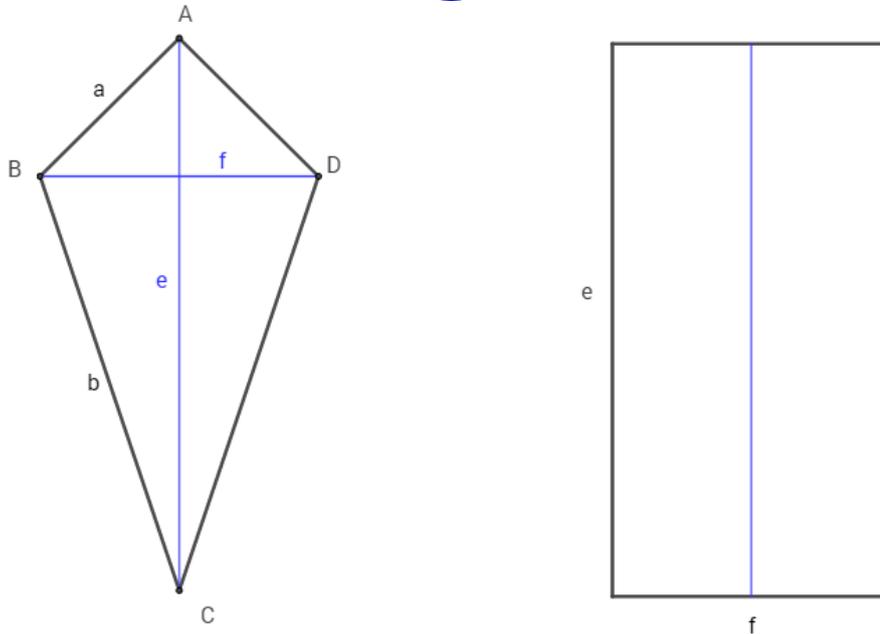
$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$



Schneide ein Parallelogramm in derselben Größe aus. Zerschneide es so, dass es in das Rechteck passt und klebe es dort ein.

Deltoid

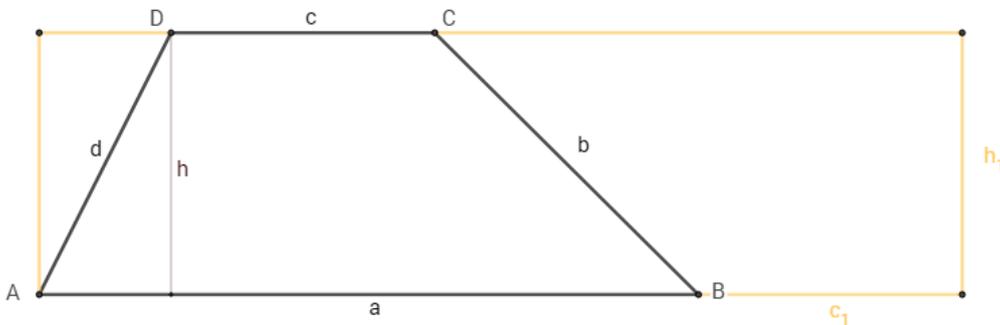
$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$



Schneide ein Deltoid in derselben Größe aus. Zerschneide es so, dass es in das (halbe) Rechteck passt und klebe es dort ein.

Trapez

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$



Schneide ein Trapez in derselben Größe aus. Zerschneide es so, dass es in das (gelbe) Rechteck passt und klebe es dort ein.

Es folgen Falthanleitungen für:

- ❖ Prismen
 - Würfel
 - Quader
 - 3-Eck als Basis
 - 6-Eck als Basis
- ❖ Pyramide
- ❖ Drehzylinder
- ❖ Drehkegel

Die Faltpläne sind zu finden auf www.aufgabenfuchs.de (abgerufen am 10.02.2018) und stammen von Thomas Hohmann (Vgl. Hohmann, 2018).

Die Körper können von den Kindern unterschiedlich gestaltet werden, indem zum Beispiel die Längen, Kanten und Ecken beschriftet und die unterschiedlichen Formeln darauf geschrieben werden.

Würfel

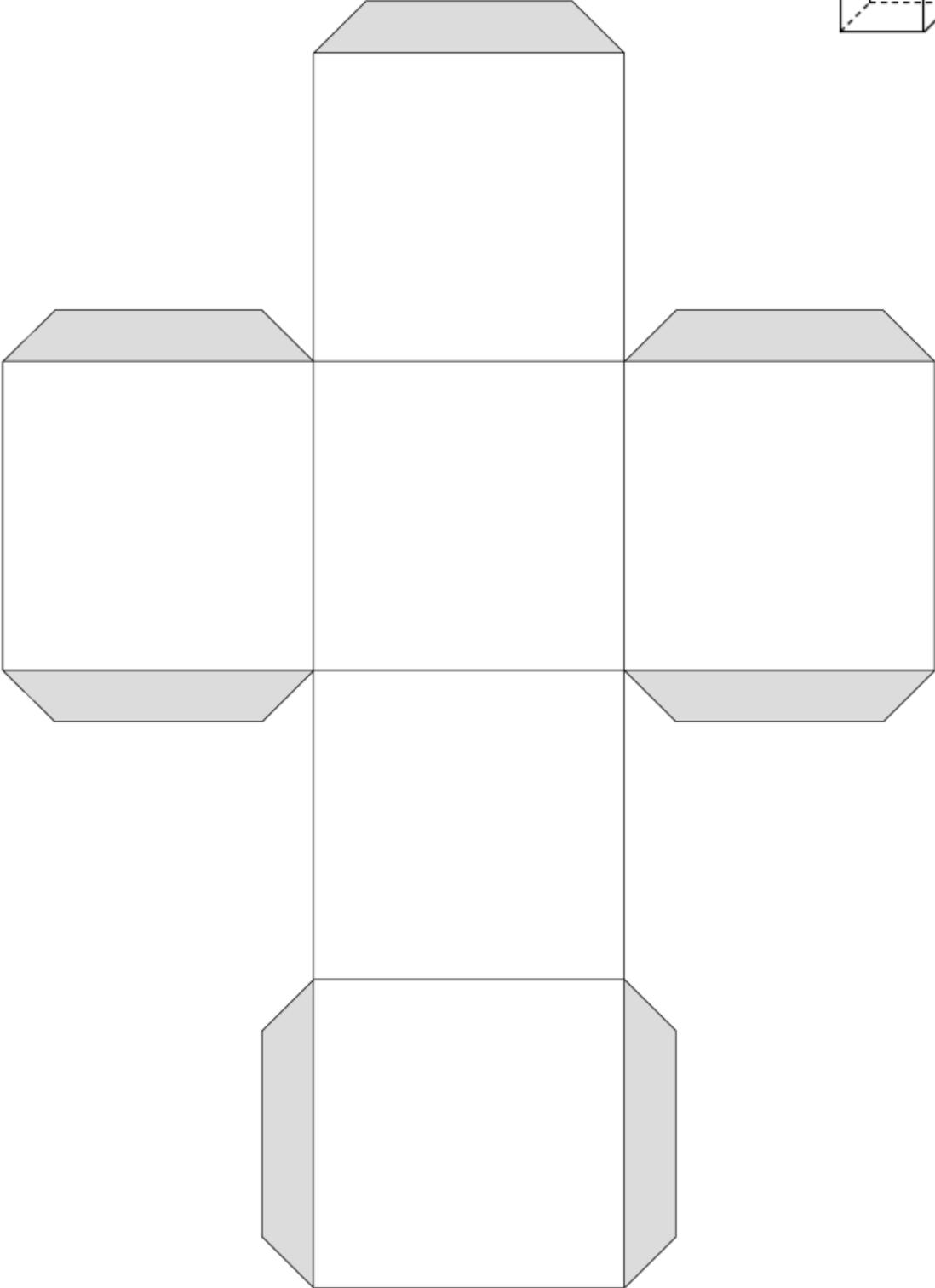
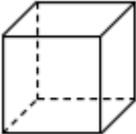


Abbildung 27, Würfel (Hohmann, 2018)

Quader

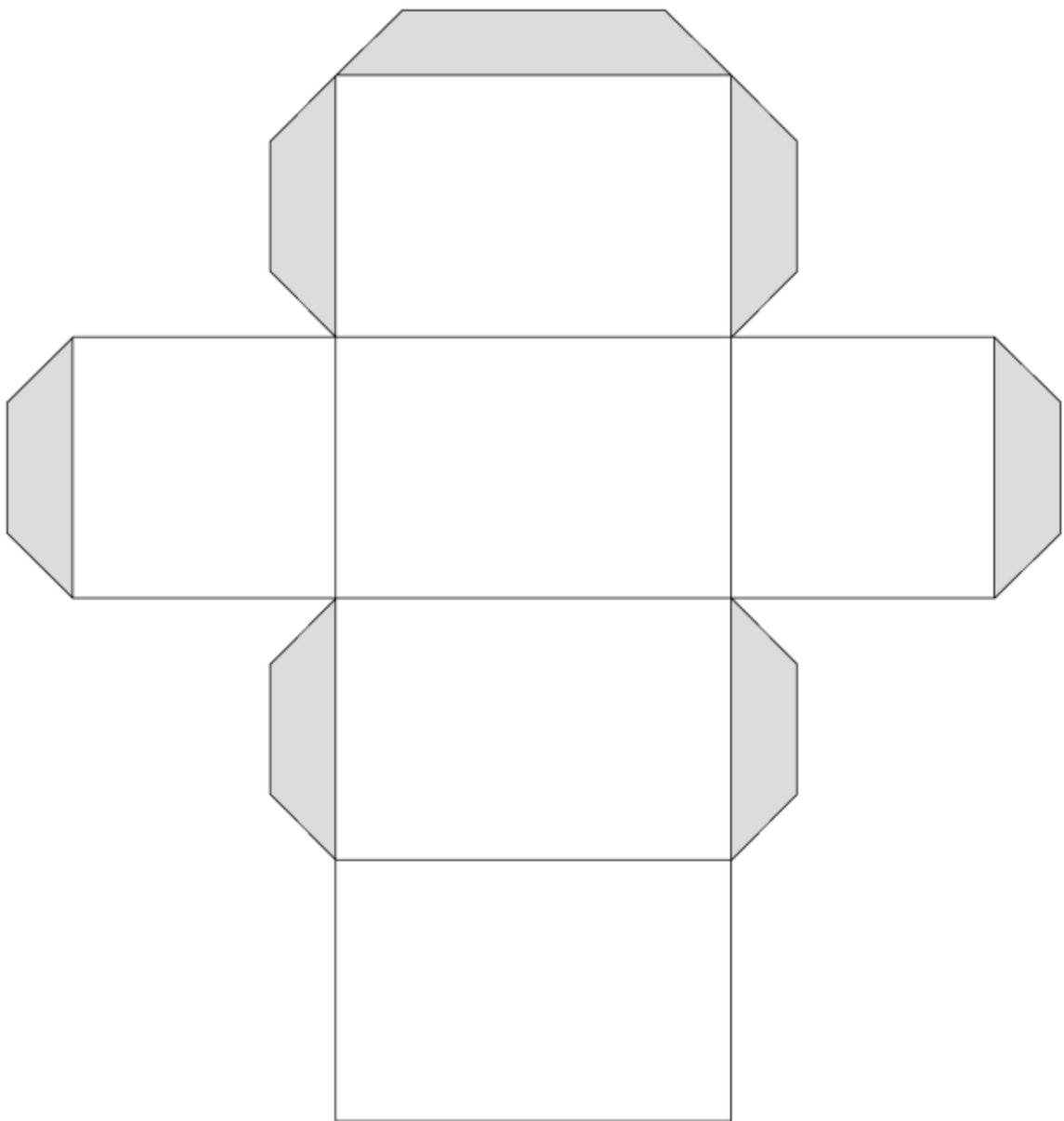
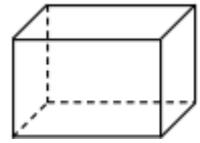


Abbildung 28, Quader (Hohmann, 2018)

Prisma (3-Eck)

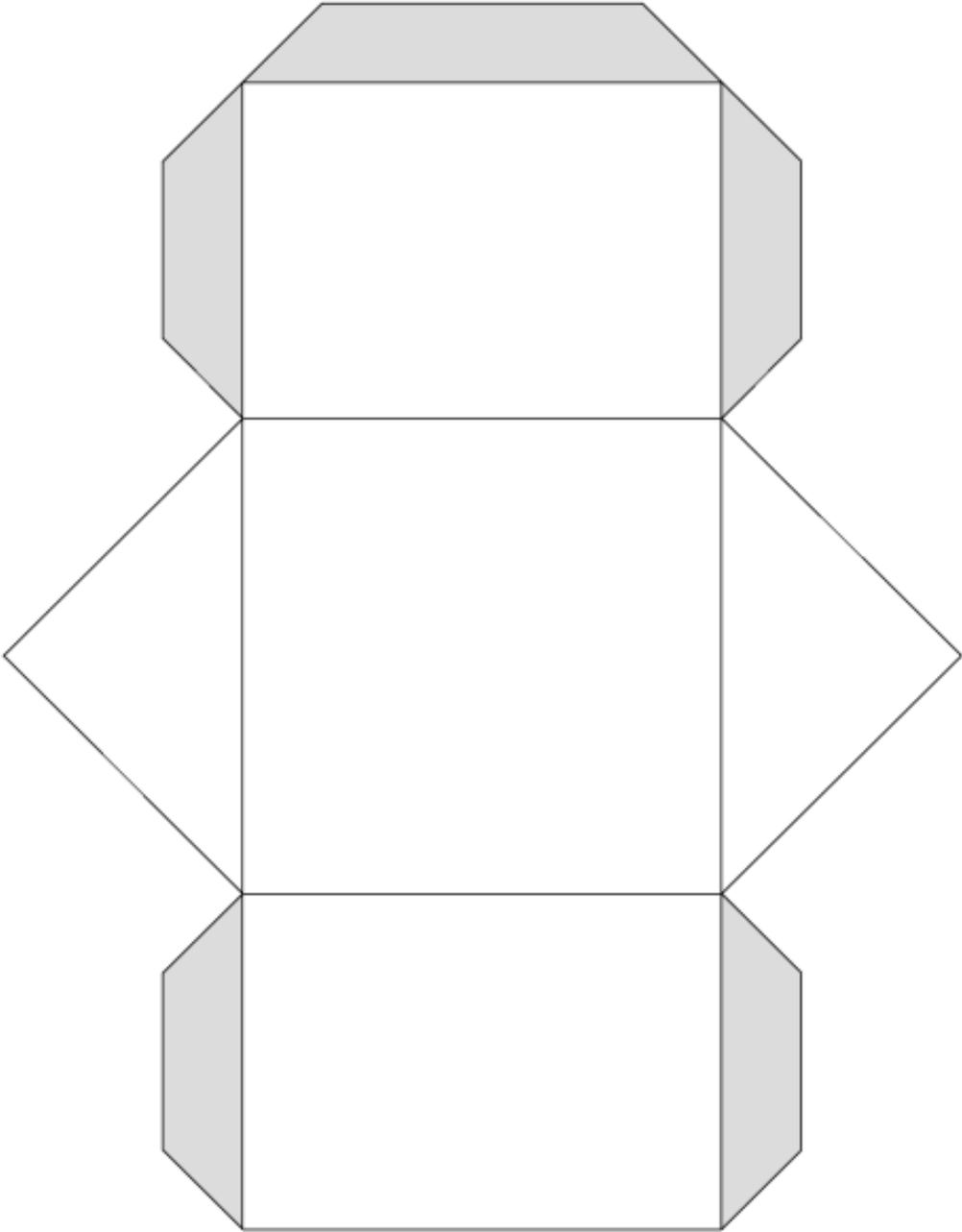


Abbildung 29, Prisma (3-Eck) (Hohmann, 2018)

Prisma (6-Eck)

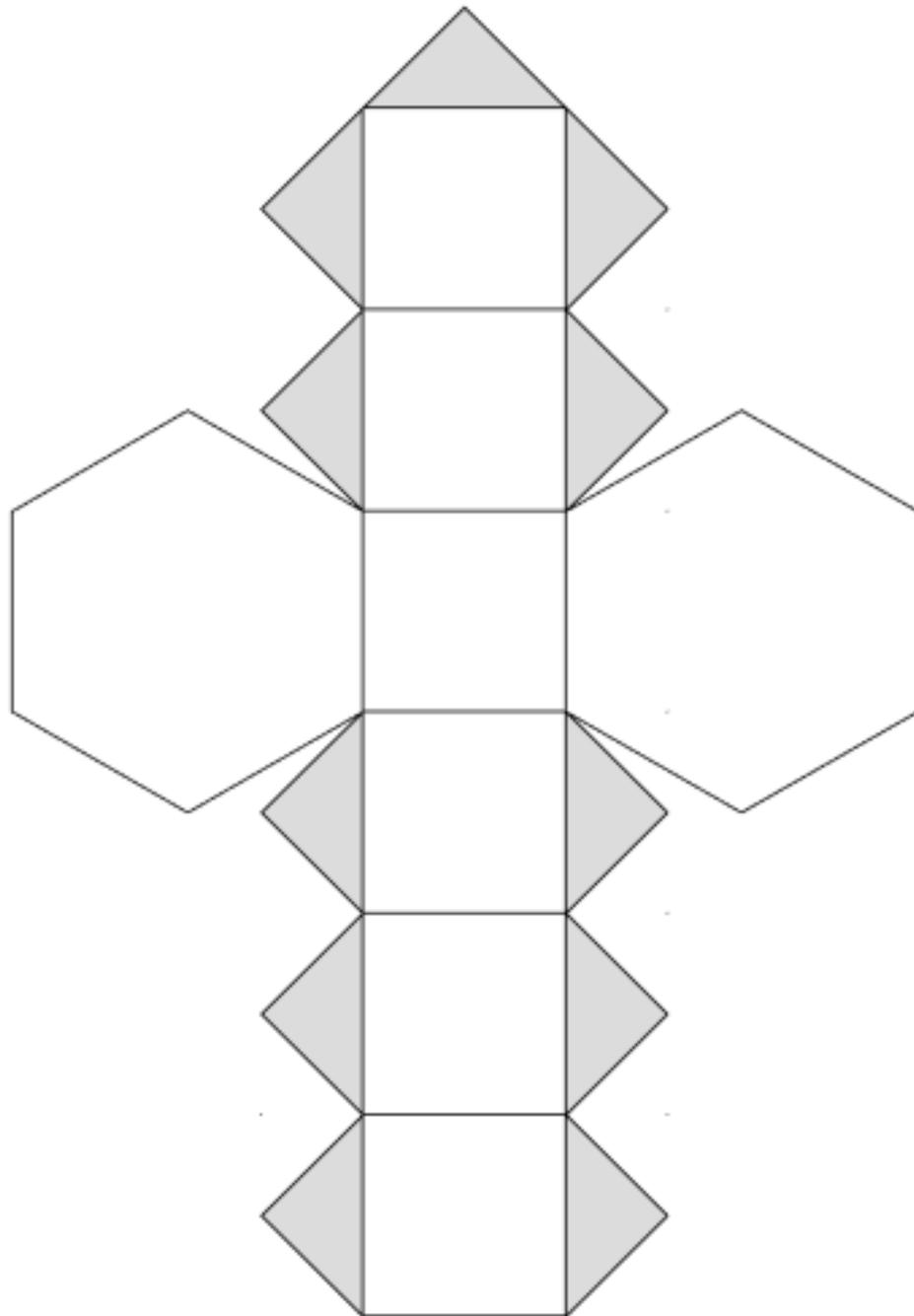
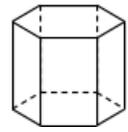


Abbildung 30, Prisma (6-Eck) (Hohmann, 2018)

Pyramide

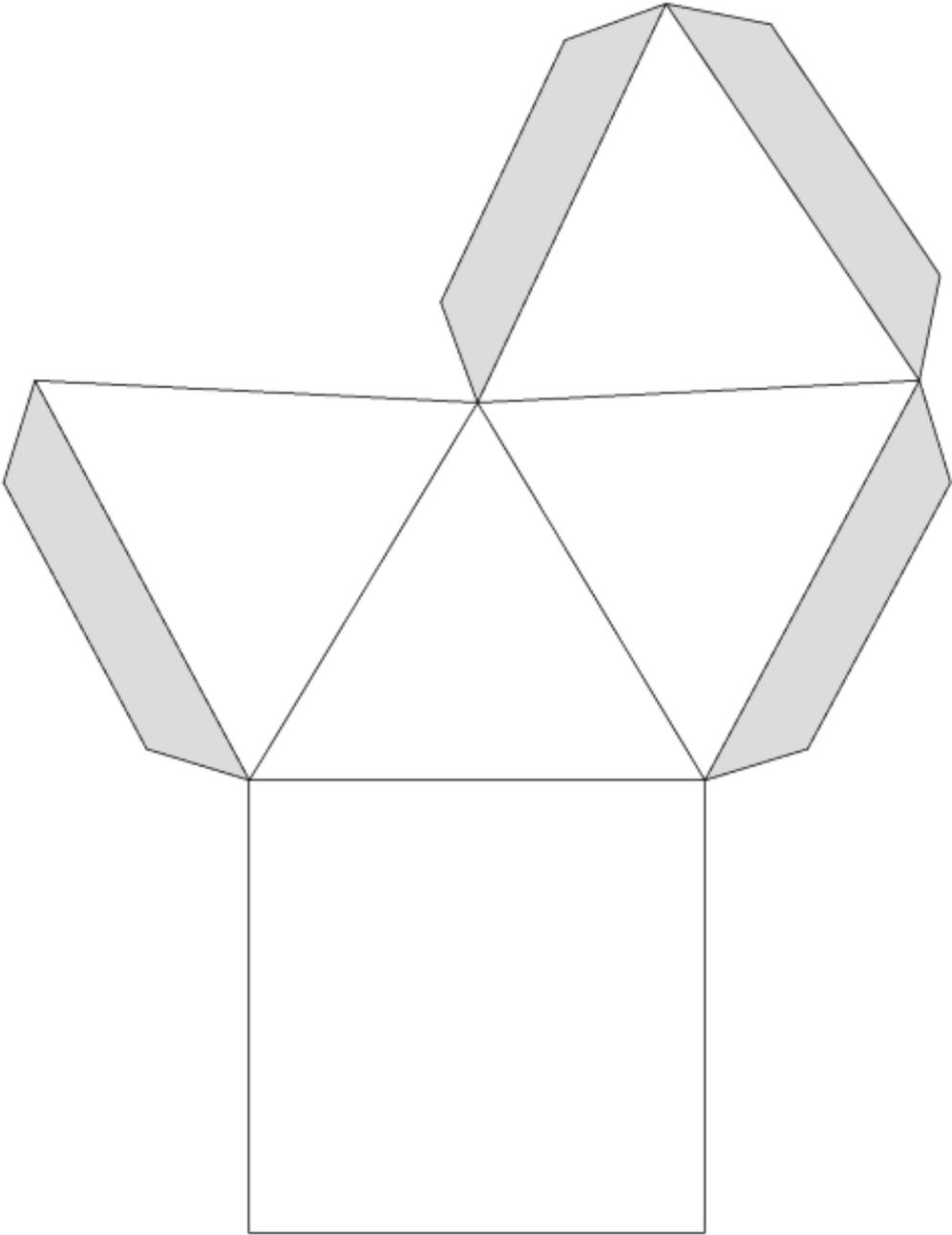
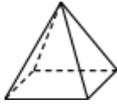


Abbildung 31, Pyramide (Hohmann, 2018)

Drehzylinder

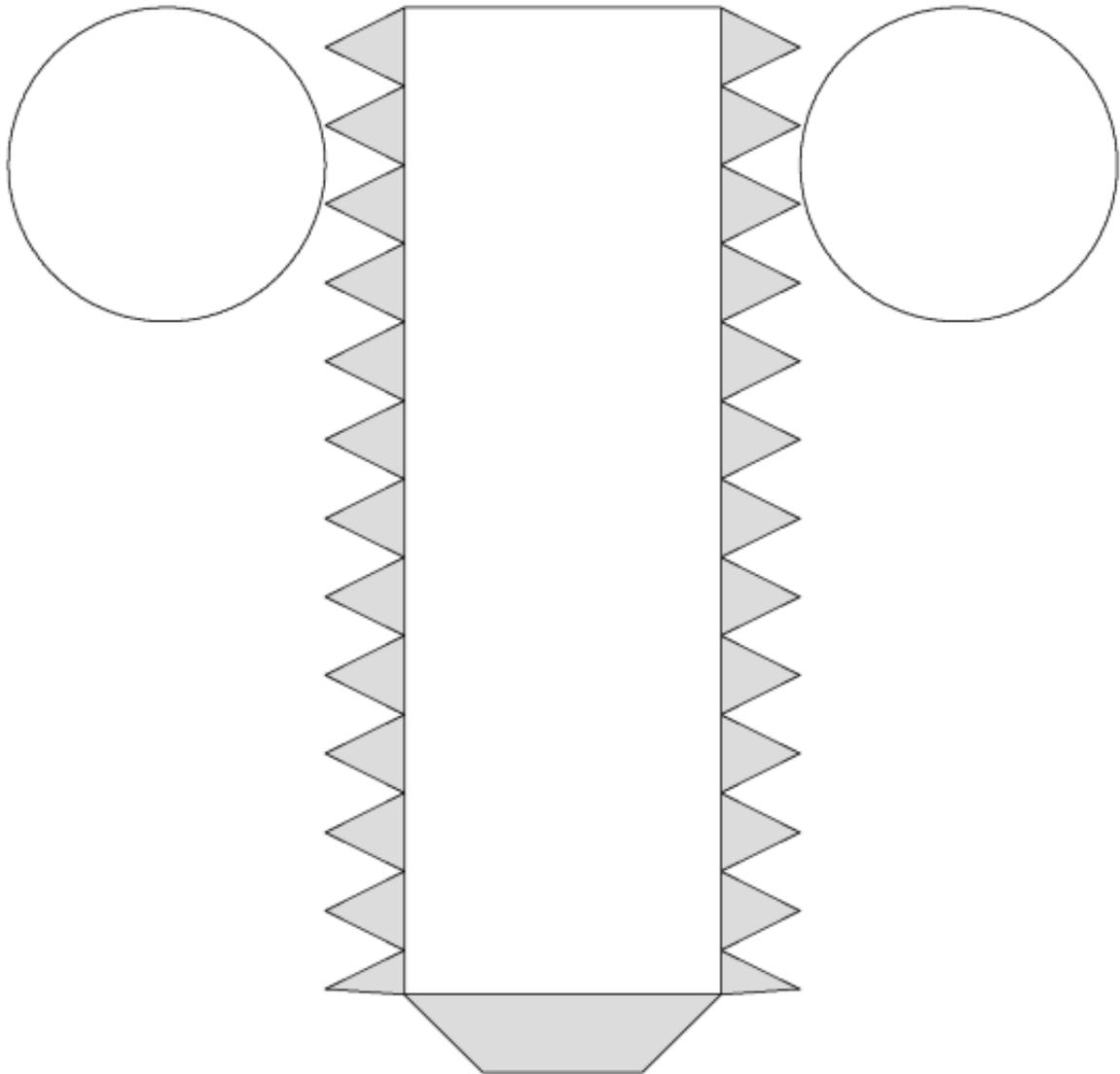


Abbildung 32, Drehzylinder (Hohmann, 2018)

Drehkegel

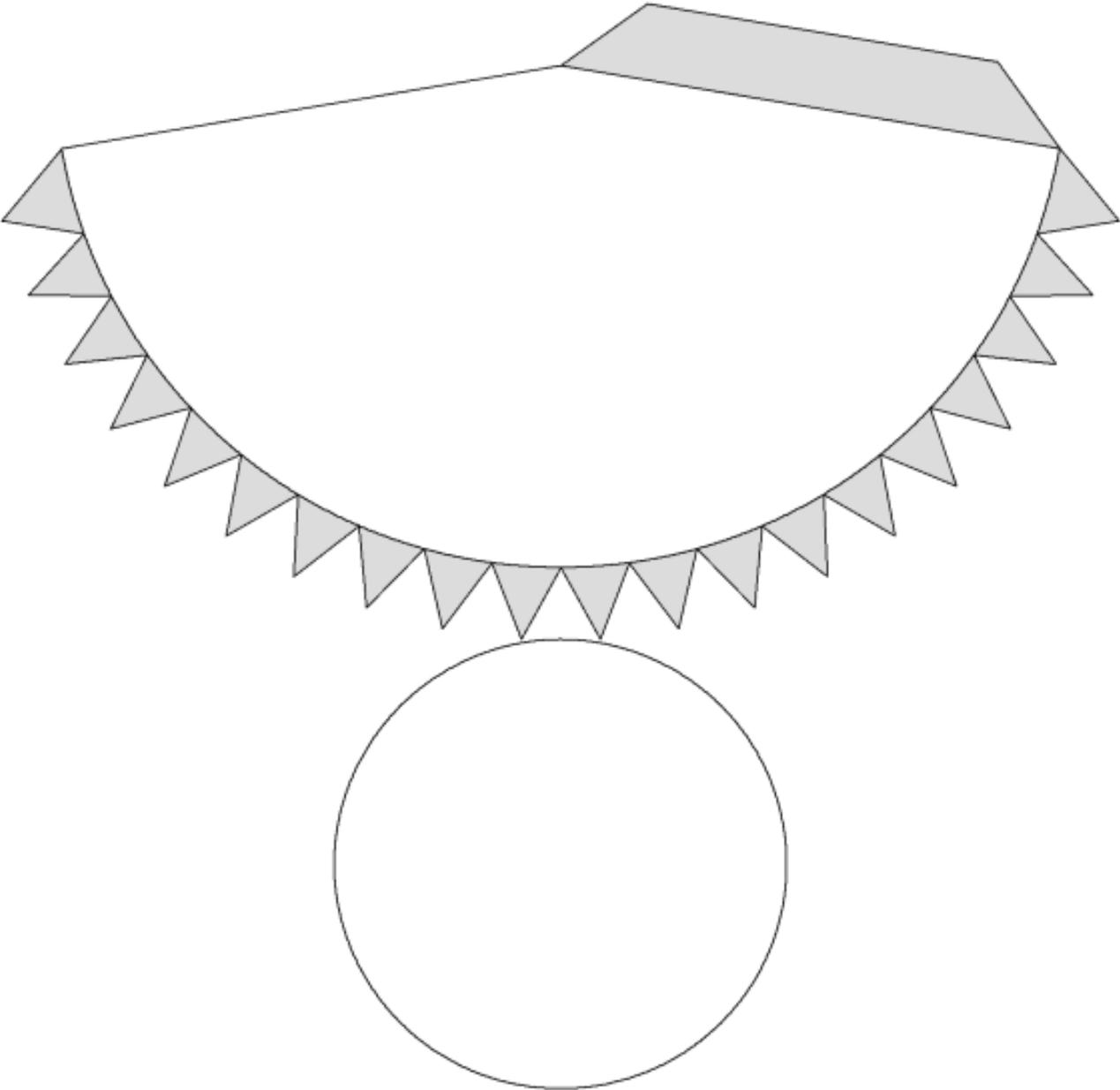


Abbildung 33, Drehkegel (Hohmann, 2018)

Parkettierung

Parkettierung bezeichnet in der Mathematik die lückenlose und überlappungsfreie Überdeckung der (euklidischen) Ebene durch gleichförmige Teilflächen.

Fliesen/Teilflächen sind kongruente regelmäßige Vielecke. Es gibt genau drei reguläre Parkettierungen, bei der nur ein regelmäßiges Polygon als Kachel zugelassen ist und alle Kanten aneinanderstoßen. In jeder Ecke treffen dabei entweder 6 Dreiecke, 4 Vierecke oder 3 Sechsecke aufeinander. (Vgl. Wikipedia, 2017d)

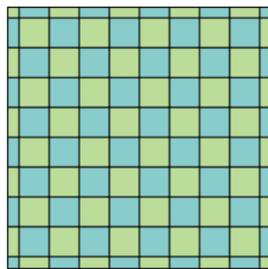


Abbildung 34, Quadratgitter
(Wikipedia, 2017d)

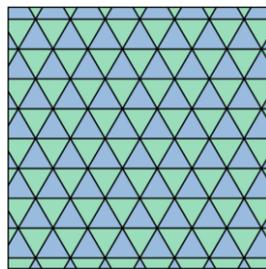


Abbildung 35, Dreieckgitter
(Wikipedia, 2017d)

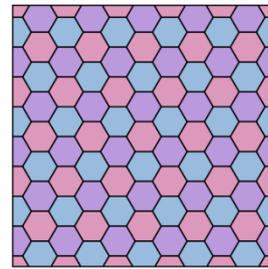


Abbildung 36, Sechseckgitter
(Wikipedia, 2017d)

Alle Winkel im gleichseitigen Dreieck haben 60° . Somit benötigt man sechs solcher Dreiecke, um eine Ebene lückenlos und überlappungsfrei auszulegen. Beim Viereck stoßen 4 mal 90° aufeinander, und beim Sechseck 3 mal 120° .

Anleitung zur Herstellung von Escher-Kacheln/Fliesen/Teilflächen

Methode 1 - Einfache Wiederholung (Schwebinghaus)

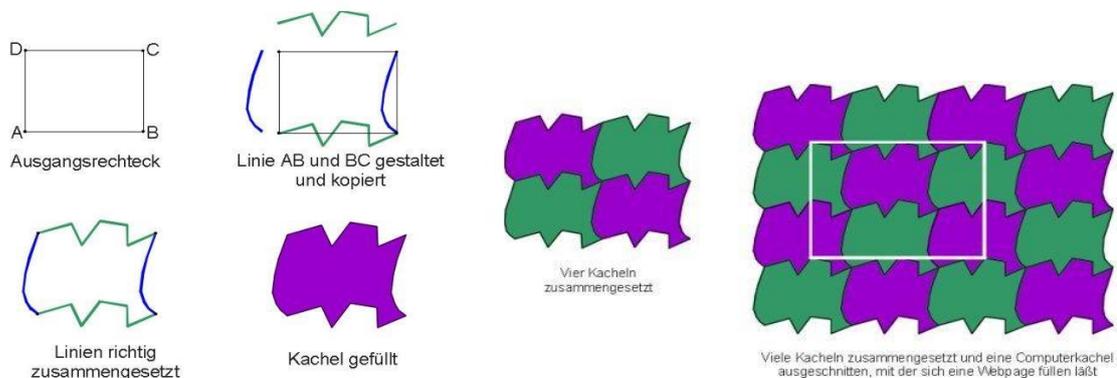


Abbildung 37, Escher-Kacheln Herstellung 1a
(Schwebinghaus)

Abbildung 38, Escher-Kacheln Herstellung 2 (Schwebinghaus)

Methode 2 – Strom und Gegenstrom (Schwebinghaus)

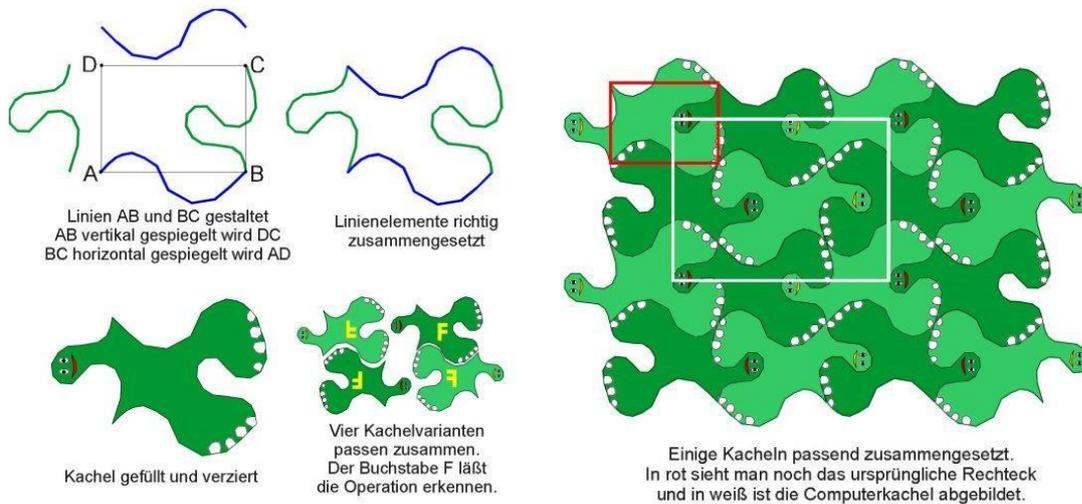


Abbildung 39, Escher-Kacheln Herstellung 1b
(Schwebinghaus)

Abbildung 40, Escher-Kacheln Herstellung 2b
(Schwebinghaus)

Zum Selbstbasteln (Realschule Ralsdorf, 2000)

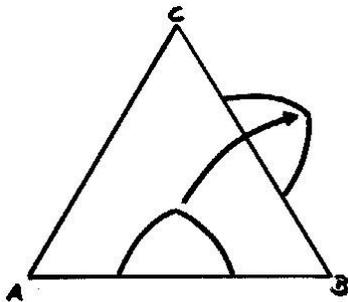


Abbildung 41, Fliese Version 1
(Realschule Ralsdorf, 2000)

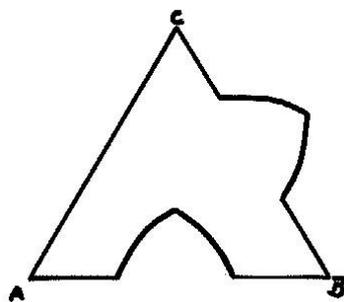


Abbildung 42, Fliese Version 2
(Realschule Ralsdorf, 2000)

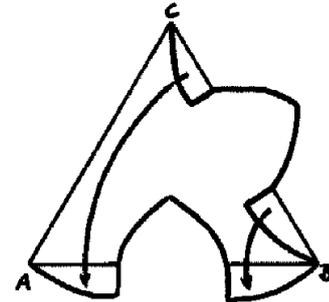


Abbildung 43, Fliese Version 3
(Realschule Ralsdorf, 2000)

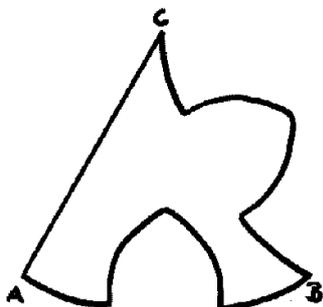


Abbildung 44, Fliese Version 4
(Realschule Ralsdorf, 2000)

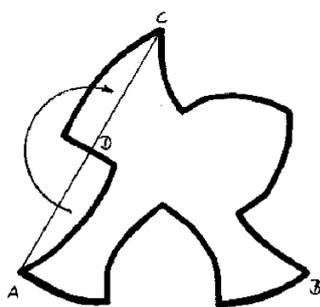


Abbildung 45, Fliese Version 5
(Realschule Ralsdorf, 2000)

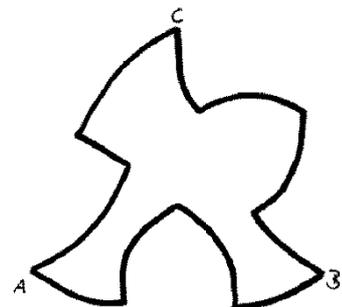


Abbildung 46, Fliese Version 6
(Realschule Ralsdorf, 2000)

Résumé

Ein Nexus der Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken ist sowohl in den Lehrplänen, als auch in den praktizierten Arbeitsweisen und Unterrichtsmethoden zu finden. Kinder und Jugendliche profitieren in der interdisziplinären Vorgehensweise durch enaktives, also handlungsorientiertes, Arbeiten im Mathematikunterricht.

Die Unterrichtsfächer Mathematik und Technisches Werken haben einen sehr unterschiedlichen Stellenwert im österreichischen Schulsystem. Zu sehen ist diese Diskrepanz, zum Beispiel anhand der unterschiedlichen Wochenstundenanzahlen. Im Laufe der Zeit haben sich sowohl die Lehrinhalte als auch die Stundenzahl beider Fächer verändert. Eine wesentliche Reform gab es 1993. Aus den Unterrichtsfächern Werkerziehung für Knaben bzw. Werkerziehung für Mädchen, entwickelten sich die Fächer Technisches Werken und Textiles Werken. Buben und Mädchen durften nun eines der beiden alternativen Pflichtfächer wählen, und waren nicht mehr gezwungen den alten Rollenbildern zu entsprechen.

Handlungsorientierter Wissensaufbau und die kognitive Entwicklung von Kindern und Jugendlichen sind wesentliche Teilgebiete für (angehende) Lehrerinnen und Lehrer. Der Abschnitt über die didaktischen Überlegungen und Prinzipien lässt sich erweitern und ausbauen, indem weitere Grundsätze zur Gestaltung von Erziehung und Unterricht erarbeitet und/oder die aufgezeigten genauer analysiert werden. Spielraum lassen auch die Querverweise im Lehrplan zu fächerübergreifendem Unterricht mit anderen Unterrichtsfächern.

Bei der Analyse der Unterrichtsfächer anhand des Lehrplans, haben sich die Begrifflichkeiten *Problemlösen*, *Kreativität* und *Modelle* herauskristallisiert, welche sowohl in der Mathematik, als auch in der Werkerziehung eine wichtige Rolle spielen. Hier öffnen sich besonders in der Mathematik neue Türen und es findet sich viel Literatur zu den genannten Terminologien.

Viele Themenbereiche des Mathematiklehrstoffs lassen sich mittels anschaulicher und handlungsorientierter Methoden lehren. Ich hoffe die Vorschläge in dieser Arbeit sind inspirierend und regen dazu an, weitere Konzepte zu entwickeln.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1, Überblick über das Schulsystem in Österreich (Bundesministerium für Bildung, 2017b).....	5
Abbildung 2, Wochenstunden im Gymnasium (Eigene Darstellung).....	9
Abbildung 3, Wochenstunden im wirtschaftskundlichen Realgymnasium (Eigene Darstellung).....	9
Abbildung 4, Ikonische Darstellung zum Handeln mit Schachteln und Hölzchen (Reiss & Hammer, 2013, S. 32)	34
Abbildung 5, Darstellung im Operatormodell (Reiss & Hammer, 2013, S. 33).....	34
Abbildung 6, links: diktatorischer und rechts: demokratischer Standpunkt (Ludwig, 2003, S. 166)	40
Abbildung 7, Veranschaulichung der Division natürlicher Zahlen (Eigene Darstellung)	50
Abbildung 8, Voraussetzungen für problemlösenden Unterricht (Leuders, Problemlösen, 2003, S. 131)	57
Abbildung 9, Abakus (Duden)	61
Abbildung 10, Rechnen mit Lego 1 (Zimmerman, 2016).....	62
Abbildung 11, Rechnen mit Lego 2 (Zimmerman, 2016).....	62
Abbildung 12, Lego: Part-Part-Total Diagramm (Zimmerman, 2016).....	62
Abbildung 13, Silikon-Knetmasse (grau) und Härterpaste (rot) (Eigene Darstellung)...	63
Abbildung 14, Kneten bis eine gleichmäßige Masse entsteht (Eigene Darstellung)	63
Abbildung 15, Ursprungsform, in diesem Fall aus Seife (Eigene Darstellung).....	63
Abbildung 16, Objekt ummantelt mit der Silikonknetmasse (Eigene Darstellung).....	63
Abbildung 17, fertige Matrize, Aushärtezeit: 2-5 Stunden (Eigene Darstellung).....	63
Abbildung 18, die Ursprungsform kann aus der Matrize geschnitten bzw. gelöst werden (Eigene Darstellung)	63
Abbildung 19, Verrühren des Polyurethans (Kunstharz) (Eigene Darstellung).....	63
Abbildung 20, Gießen der Matrizen mit Polyurethan (Eigene Darstellung).....	63

Abbildung 21, (v. l. n. r.) Ursprungsform (Seife), Guss 1 (Epoxidharz), Guss 2 (Polyurethan), Matrize (Eigene Darstellung).....	63
Abbildung 22, Geodreieck (Eigene Darstellung)	64
Abbildung 23, spitzer Winkel (Eigene Darstellung)	64
Abbildung 24, stumpfer Winkel (Eigene Darstellung).....	64
Abbildung 25, erhabener Winkel (Eigene Darstellung)	65
Abbildung 26, alle Winkelmaße (Eigene Darstellung).....	65
Abbildung 27, Würfel (Hohmann, 2018).....	71
Abbildung 28, Quader (Hohmann, 2018)	72
Abbildung 29, Prisma (3-Eck) (Hohmann, 2018).....	73
Abbildung 30, Prisma (6-Eck) (Hohmann, 2018).....	74
Abbildung 31, Pyramide (Hohmann, 2018).....	75
Abbildung 32, Drehzylinder (Hohmann, 2018).....	76
Abbildung 33, Drehkegel (Hohmann, 2018)	77
Abbildung 34, Quadratgitter (Wikipedia, 2017d).....	78
Abbildung 35, Dreieckgitter (Wikipedia, 2017d).....	78
Abbildung 36, Sechseckgitter (Wikipedia, 2017d).....	78
Abbildung 37, Escher-Kacheln Herstellung 1a (Schwebinghaus).....	78
Abbildung 38, Escher-Kacheln Herstellung 2 (Schwebinghaus)	78
Abbildung 39, Escher-Kacheln Herstellung 1b (Schwebinghaus)	79
Abbildung 40, Escher-Kacheln Herstellung 2b (Schwebinghaus)	79
Abbildung 41, Fliese Version 1 (Realschule Raisdorf, 2000)	79
Abbildung 42, Fliese Version 2 (Realschule Raisdorf, 2000)	79
Abbildung 43, Fliese Version 3 (Realschule Raisdorf, 2000)	79
Abbildung 44, Fliese Version 4 (Realschule Raisdorf, 2000)	79
Abbildung 45, Fliese Version 5 (Realschule Raisdorf, 2000)	79
Abbildung 46, Fliese Version 6 (Realschule Raisdorf, 2000)	79

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1, Sekundarstufe I (Vgl. Bundesministerium für Bildung, 2016a)	4
Tabelle 2, Stundentabelle Mathematik 1985 (Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 8 - 10).....	11
Tabelle 3, Stundentabelle Technisches Werken 1985 (Vgl. BGBl. Nr. 88/1985, S. 8 - 10)	11
Tabelle 4, Stundentabelle Mathematik aktuell (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)	12
Tabelle 5, Stundentabelle Technisches Werken aktuell (Vgl. Bundeskanzleramt, 2017)	12
Tabelle 6, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der ersten Klasse, 1993 und 2000 (Eigene Darstellung)	22
Tabelle 7, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der zweiten Klasse, 1994 und 2000 (Eigene Darstellung)	23
Tabelle 8, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der dritten Klasse, 1995 und 2000 (Eigene Darstellung)	24
Tabelle 9, Gegenüberstellung: Kapitel des Lehrstoffs der vierten Klasse, 1995 und 2000 (Eigene Darstellung)	24

Literaturverzeichnis

133. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen; Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht an diesen Schulen.* (11. Mai 2000). Abgerufen am 13. Jänner 2018 von https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/2000_133_2/2000_133_2.pdf
219. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen; Änderung der Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht an diesen Schulen.* (9. August 2016). Abgerufen am 19.

November 2017 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2016_II_219/BGBLA_2016_II_219.pdf

277. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen; Bekanntmachung der Lehrpläne für den*

Religionsunterricht. (8. Juli 2004). Abgerufen am 13. Jänner 2018 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2004_II_277/BGBLA_2004_II_277.pdf

357. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der*

allgemeinbildenden höheren Schulen. (19. Juli 1996). Abgerufen am 6.

Dezember 2017 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1996_357_0/1996_357_0.pdf

36. *Verordnung: Änderung der Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen.*

(19. Jänner 1990). Abgerufen am 14. Jänner 2018 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1990_36_0/1990_36_0.pdf

440. *Verordnung: Änderung der Lehrpläne für die allgemeinbildenden höheren*

Schulen. (14. August 1991). Abgerufen am 19. November 2017 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1991_440_0/1991_440_0.pdf

555. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der*

allgemeinbildenden höheren Schulen. (10. August 1993). Abgerufen am 19.

November 2017 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1993_555_0/1993_555_0.pdf

56. *Bundesgesetz: Schulrechtsänderungsgesetz 2016.* (11. Juli 2016). Abgerufen am 29.

November 2017 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2016_I_56/BGBLA_2016_I_56.html

591. *Verordnung: Änderung der Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen;*

Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht an diesen Schulen.

- (6. November 1986). Abgerufen am 19. November 2017 von
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1986_591_0/1986_591_0.pdf
63. *Verordnung: Änderung der Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen.* (7. Februar 1989). Abgerufen am 19. November 2017 von
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1989_63_0/1989_63_0.pdf
644. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen.* (26. September 1995). Abgerufen am 19. November 2017 von
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1995_644_0/1995_644_0.pdf
699. *Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen.* (30. August 1994). Abgerufen am 19. November 2017 von
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1994_699_0/1994_699_0.pdf
88. *Verordnung: Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen; Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht an diesen Schulen.* (7. März 1985). Abgerufen am 19. November 2017 von
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1985_88_0/1985_88_0.pdf
- Akademie der bildenden Künste Wien. (2017). *Künstlerisches Lehramt.* Abgerufen am 29. November 2017 von
<https://www.akbild.ac.at/Portal/studium/studienrichtungen/kunstlerisches-lehramt>
- Austria Presse Agentur. (3. Mai 2016). Handarbeiten war einmal: Lehrer gegen Änderungen beim Werken. *Die Presse.* Abgerufen am 29. November 2017 von
https://diepresse.com/home/bildung/schule/4980890/Handarbeiten-war-einmal_Lehrer-gegen-Aenderungen-beim-Werken
- Austria Presse Agentur. (3. Mai 2016b). Lehrer gegen gemeinsames Technisches und Textiles Werken. *Standard.* Abgerufen am 29. November 2017 von

<http://derstandard.at/2000036213673/Lehrer-gegen-Zusammenlegung-von-Technischem-und-Textilem-Werken>

Begutachtungsentwurf Verordnung über die Lehrpläne der Neuen Mittelschulen sowie die Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen.

(2017). Abgerufen am 30. November 2017 von

https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/Begut/BEGUT_COO_2026_100_2_1426277/BEGUT_COO_2026_100_2_1426277.html

Bundeskanzleramt. (16. Oktober 2017). *Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen.* Abgerufen am 19. November 2017 von

<https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>

Bundesministerium für Bildung. (2000a). *Lehrplan Mathematik der AHS-Unterstufe.*

Abgerufen am 17. November 2017 von

https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?61ebzm

Bundesministerium für Bildung. (2000b). *Lehrplan Technisches Werken der AHS-Unterstufe.* Abgerufen am 17. November 2017 von

https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs17_792.pdf?61ebzp

Bundesministerium für Bildung. (2015). *Allgemein bildende höhere Schule (AHS).*

Wien, Österreich. Abgerufen am 19. November 2017 von

<https://www.bmb.gv.at/schulen/bw/abs/ahs.html>

Bundesministerium für Bildung. (2016a). *Bildungswege in Österreich 2016/17.*

Abgerufen am 19. November 2017 von

<https://www.bmb.gv.at/schulen/bw/ueberblick/bildungswege2016.pdf?61ec1o>

Bundesministerium für Bildung. (2016b). *Lehrplan der Neuen Mittelschule.* Wien,

Österreich. Abgerufen am 19. November 2017 von

https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_nms.html

- Bundesministerium für Bildung. (2017a). Die Neue Mittelschule. Wien, Österreich.
Abgerufen am 19. November 2017 von
<https://www.bmb.gv.at/schulen/bw/nms/index.html>
- Bundesministerium für Bildung. (2017b). *Österreichisches Bildungssystem*. Abgerufen am 19. November 2017 von
https://www.bmb.gv.at/schulen/bw/ueberblick/bildungssystemgrafik_2017.pdf?655il6
- Duden. (kein Datum). Abgerufen am 18. Jänner 2018 von
<https://www.duden.de/rechtschreibung/Abakus>
- Einführung in die Mathematikdidaktik*. (4. November 2008). Abgerufen am 12. Jänner 2018 von http://www.mi.fu-berlin.de/math/groups/ag-ddm/lehre/wise0809/unterlagen/druckversion_041108.pdf
- (2016). *Erläuterungen zu 196/ME XXV. GP - Ministerialentwurf*. Wien. Von
https://www.parlament.gv.at/PAKT/VHG/XXV/ME/ME_00196/fname_522939.pdf abgerufen
- Eröffnungs- und Teilungszahlenverordnung*. (2017). Abgerufen am 6. Jänner 2018 von
<https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009511>
- Hohmann, T. (19. Jänner 2018). *Aufgabenfuchs*. Von
<https://www.aufgabenfuchs.de/mathematik/koerper/koerper-bastelvorlage.shtml> abgerufen
- Krasny, E., Gaugele, E., & Beck, M. (2016). *Stellungnahme der Institutsleitung für das künstlerische Lehramt (IKL) der Akademie der bildenden Künste Wien zum Entwurf Schulrechtspaket 2016 (Ministerialentwurf 196/ME XXV.GP)*. Wien.
- Leuders, T. (2003). Kreativitätsfördernder Mathematikunterricht. In T. Leuders, *Mathematik-Didaktik, Praxisbuch für die Sekundarstufe I und II* (S. 135-147). Berlin: Cornelsen.

- Leuders, T. (2003). Problemlösen. In T. Leuders, *Mathematik-Didaktik, Praxisbuch für die Sekundarstufe I und II* (S. 119-135). Berlin: Cornelsen.
- Ludwig, M. (2003). Mathematikunterricht öffnen. In T. Leuders, *Mathematik-Didaktik Praxisbuch für die Sekundarstufe I und II* (S. 163-197). Berlin: Cornelsen.
- Mitterlehner, R., & Heinisch-Hosek, G. (2015). *Bildungsreformkommission, Vortrag an den Ministerrat*. Wien. Abgerufen am 21. Jänner 2018 von <https://www.bmb.gv.at/ministerium/vp/2015/20151117.pdf>
- Realschule Ralsdorf. (2000). *Escher - Unterrichtsprojekt 2000*. Abgerufen am 5. Februar 2018 von <http://www.realschule-raisdorf.de/unterricht/escher/escher2.htm>
- Reiss, K., & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Springer.
- Schulorganisationsgesetz*. (2017). Abgerufen am 30. November 2017 von <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009265>
- Schwebinghaus, U. (kein Datum). *Fraktalwelt*. Abgerufen am 20. Jänner 2018 von <http://www.xplora.org/downloads/Knoppix/Fraktalwelt/escher/eartikel.htm>
- Universität für angewandte Kunst Wien. (2017). *Lehramtsstudium*. Abgerufen am 29. November 2017 von <http://www.dieangewandte.at/lehramt>
- Universität Wien. (2017). *Studium LehrerInnenbildung*. Abgerufen am 29. November 2017 von <http://ssc-lehrerinnenbildung.univie.ac.at/>
- Wikipedia. (29. Dezember 2016a). *Bruner*. Abgerufen am 6. Jänner 2018 von Jerome Bruner: https://de.wikipedia.org/wiki/Jerome_Bruner
- Wikipedia. (14. Juli 2017b). *Aebli*. Abgerufen am 6. Jänner 2018 von Hans Aebli: https://de.wikipedia.org/wiki/Hans_Aebli
- Wikipedia. (23. November 2017b). *Piaget*. Abgerufen am 6. Jänner 2018 von Jean Piaget: https://de.wikipedia.org/wiki/Jean_Piaget

Wikipedia. (11. Oktober 2017c). *Mathematisches Modell*. Abgerufen am 5. Dezember 2017 von https://de.wikipedia.org/wiki/Mathematisches_Modell

Wikipedia. (21. September 2017d). *Parkettierung*. Abgerufen am 20. Jänner 2018 von <https://de.wikipedia.org/wiki/Parkettierung>

Zimmerman, A. (19. Mai 2016). *Scholastic*. Abgerufen am 19. Jänner 2018 von <https://www.scholastic.com/teachers/blog-posts/alycia-zimmerman/using-lego-build-math-concepts/>