

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna University of Technology

## Diplomarbeit

# Dynamische Berechnung von Wasserkraftwerken

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs  
unter der Leitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Christian Bauer

Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Klaus Käfer

E302

Institut für Energietechnik und Thermodynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien

**Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften**

von

Andreas Hammer

0626711

Otto-Winter-Straße 3/18

6020 Innsbruck

Wien, im November 2011

## **Vorwort**

Diese Arbeit entstand in Zusammenarbeit mit der Tiroler Wasserkraft AG. Besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Hugo Götsch, der mir dieses Thema vorgeschlagen hat und mich während meiner gesamten Arbeit tatkräftig unterstützt hat.

Weiters möchte ich mich bei meinen Betreuern, Herrn Univ. Professor Christian Bauer und Herrn Ass. Professor Klaus Käfer für Ihre Hilfe und Unterstützung bedanken.

Meinen Eltern möchte ich an dieser Stelle auch danken. Sie haben mich während meines gesamten Studiums unterstützt, und mir damit dies alles ermöglicht. Ebenfalls meiner Freundin, die immer verständnisvoll für mich da war und mir ein großer Rückhalt auch in den stressigen Tagen des Studiums war, möchte ich Danke sagen.

# INHALTSVERZEICHNIS

KURZFASSUNG	1
ABSTRACT	1
SYMBOLVERZEICHNIS	2
1. EINLEITUNG	5
1.1. AUFTEILUNG DER ANLAGE	6
1.2. PROGRAMMABLAUF	7
1.3. PROGRAMM „MATLAB“	7
1.4. PROGRAMM „SIMULINK“	8
1.4.1. EMBEDDED MATLAB FUNKTION	8
2. BERECHNUNG DER EINZELNEN MODULE	9
2.1. DRUCKSTOLLEN – STARRES ROHR	9
2.1.1. ALLGEMEIN	9
2.1.2. BERECHNUNG	9
2.1.3. OBERFLÄCHE UND EINGABEMASKE	10
2.1.4. TESTFUNKTION	11
2.2. WASSERSCHLOSS	13
2.2.1. ALLGEMEIN	13
2.2.2. BERECHNUNG	13
2.2.3. TESTFUNKTION	17
2.3. DRUCKSCHACHT – ELASTISCHES ROHR	20
2.3.1. ALLGEMEIN	20
2.3.2. BERECHNUNG	20
2.3.2.1. HERLEITUNG DES CHARAKTERISTIKEN VERFAHRENS	21
2.3.2.2. VERWENDETE GLEICHUNGEN	30
2.3.2.3. BERÜCKSICHTIGUNG DER REIBUNG	31
2.3.2.4. WELLENFORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEITEN IM ROHR	32
2.3.3. TESTFUNKTION	33
2.4. TURBINE	43
2.4.1. ALLGEMEIN	43
2.4.2. BERECHNUNG	43
2.4.3. BERÜCKSICHTIGUNG DES S-SCHLAG FÜR PUMPTURBINEN	45
2.4.4. STEUERUNG DER TURBINEN MIT VORGEGEBENEM STELLGESETZ	49

<b>3. VERGLEICH – SIMULATION MIT MESSUNG</b>	<b>51</b>
3.1. ANLAGE	51
3.2. MESSUNG IN DER ANLAGE	52
3.3. SIMULATIONSMODELL	53
3.4. SIMULATION	53
3.5. VERGLEICH DER ERGEBNISSE	53
<b>4. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK</b>	<b>55</b>
<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS</b>	<b>57</b>
<b>TABELLENVERZEICHNIS</b>	<b>60</b>
<b>LITERATURVERZEICHNIS</b>	<b>61</b>
<b>ANHANG</b>	<b>62</b>
<b>BENUTZERHANDBUCH DSPI</b>	<b>62</b>
1. BENÖTIGTE PROGRAMME	62
1.1. MATLAB/SIMULINK	62
1.2. EXCEL	62
2. EINGABE DER DATEN	63
2.1. DATEN FÜR DEN TRIEBWASSERWEG	64
2.2. DATEN FÜR DAS WASSERSCHLOSS	65
2.3. DATEN FÜR DIE TURBINEN	66
2.4. DATEN FÜR DIE SIMULATION	67
3. PROGRAMMABLAUF IN MATLAB/SIMULINK	67
3.1. EINLESEN DER WERTE MIT MATLAB	67
3.2. ERSTELLEN DES SIMULINK MODELLS	68
3.3. STARTEN DER SIMULATION	70
4. FEHLERMELDUNGEN	71
4.1. EINLESEN - FEHLER	71
4.2. SIMULATION - FEHLER	72
5. AUSGABE UND WEITERVERARBEITUNG DER ERGEBNISSE	76
5.1. EXTREMWERTE ENERGIEHÖHEN	76
5.2. ZEITLICHER VERLAUF DER ERFASSTEN GRÖßEN	77
5.3. ANIMATION DER VERHÄLTNISSE IM TRIEBWASSERWEG	79

## **Kurzfassung**

Die Zielsetzung dieser Arbeit bestand darin, aufbauend auf einem bereits bestehenden Druckstoßprogramm der TIWAG ein verbessertes und anwenderfreundliches Programm zu erstellen. Schwerpunkt in der Verbesserung des Programms bildete das Charakteristiken Verfahren, zur Verbesserung der Druckstoßrechnung und die Trennung der Wasserpegel im Wasserschloss, damit die Wassersäule im Steigschacht schneller Absinken kann. Für die Simulation der Turbine wurde ebenfalls eine neue Berechnungsart eingeführt, die es ermöglicht den S-Schlag bei Pumpturbinen zu berücksichtigen. Auch die Möglichkeit Parameter für die einzelnen Abschnitte in Benutzeroberflächen (Masken) einzugeben wurde hinzugefügt. Für die Eingabe der Gesamtanlage wurde eine Excel Tabelle erstellt um übersichtlicher und einfacher mit dem Programm arbeiten zu können. Das neue Programm wird mit DSPI (Druck-Stoß-Programm-I) abgekürzt, da es das erste von mir entwickelte Programm dieser Art ist.

## **Abstract**

The goal of this thesis was to invent a new improved and user-optimized water hammer calculation program, based on an existing program from the Tiroler Wasserkraft AG. Main parts of the improvement were the introduction of the method of characteristics to enhance the accuracy in calculating the water hammer propagation in the pipes and the separated water levels in the surge tank to enable faster deepening for the water level in the shaft. Also for the turbine a new way of simulation has been established. Therefore it's possible to simulate pump turbines with a so called "S"-shape characteristics. For easier use and handling the whole input is made up in Excel. In the Simulink model every parameter can be tuned easily by using the user interface, so called masks. The final program is called "DSPI"

## Symbolverzeichnis

### Lateinische Symbole (klein)

$a$	Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit	$m/s$
$g$	Erdbeschleunigung	$m/s^2$
$h$	Geodätische Höhe	$mMh$
$\Delta h$	Pegeländerung	$m$
$k$	Rauheit des Rohres	$m$
$l$	Längenkoordinate	$m$
$m$	Masse	$kg$
$n_{11}$	Einheitsdrehzahl	$U/min$
$p$	Druck (Überdruck)	$Pa$
$s$	Wandstärke des Rohrs	$m$
$t$	Zeit	$s$
$\Delta t$	Zeitschritt	$s$
$v$	Strömungsgeschwindigkeit	$m/s$
$w$	Geschwindigkeit	$m/s$
$x_{ij}$	Höhenverhältnis für den unvollkommenen Überfall	–
$\Delta x$	Gitterweite (Stützpunktstand)	$m$

Lateinische Symbole (groß)

A	Querschnitt	$m^2$
B	extensive Zustandsgröße	–
C	Konstante für die Linearkombination	–
$C_{\text{drossel}}$	Drosselkoeffizient	–
$C_{\text{traeg}}$	Trägheitskoeffizient	$1/m$
$C_{\ddot{U}}$	Korrekturbeiwert für den unvollkommenen Überfall	–
D	Durchmesser	$m$
E	Elastizitätsmodul	$N/mm^2$
F	Kraft	$N$
H	Energiehöhe (geod. Höhe + stat. Druck + dyn. Druck)	$mMh$
$\Delta H$	Verlusthöhe	$m$
K	Kompressionsmodul	$N/mm^2$
KV	Kontrollvolumen	–
L	Länge	$m$
$M_{11}$	Einheitsmoment	$Nm$
Q	Durchfluss	$m^3/s$
$Q_{11}$	Einheitsdurchfluss	$m^3/s$
R	Radius	$m$
R	zusammengefasster Reibungsterm	$1/m^3$
Re	Reynoldszahl	–
V	Volumen	$m^3$
Y	Öffnung (Leitapparat)	°, %

griechische Symbole

$\beta$	intensive Zustandsgröße	–
$\varepsilon$	radiale Dehnung	%
$\theta$	Winkel der Rohrachse zur Ebene	$rad, ^\circ$
$\lambda$	Rohrreibungskoeffizient	–
$\mu$	Querdehnungszahl	–
$\mu_0$	Überfallbeiwert	–
$\nu$	Kinematische Viskosität	$m^2/s$
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$
$\sigma$	Normalspannung	$N/mm^2$
$\tau_0$	Scherspannung im Randbereich	$N/mm^2$
$\psi$	Elastizitätsparameter des Rohres	–



## 1. Einleitung

Die Regelung der Turbine, sowie Abschaltungen und Notschlüsse sind dynamische Vorgänge die in der Auslegung jedes Kraftwerk berücksichtigt werden müssen. Diese dynamischen Vorgänge können zu starken Druckschwankungen, sowie zu unzulässig hohen bzw. niedrigen Wasserstände im Wasserschloss führen. Somit führt jede Abweichung vom stationären Betrieb zu einer Veränderung der Zustände im gesamten Kraftwerk. Da alles im Kraftwerk zusammenhängt und aufeinander Einfluss hat, ist es kaum möglich mit einfachen Berechnungen genaue Aussagen über die dynamischen Veränderungen der Zustände im Kraftwerk zu machen. Darum sind Simulationsprogramme ein wichtiges Instrument, um Vorhersagen über das Verhalten einer geplanten Kraftwerksanlage treffen zu können [1].

Als Ziel dieser Arbeit soll ein Simulationsprogramm entstehen, das stabil und schnell arbeitet, leicht anpassbar und einfach zu bedienen ist. Damit für zukünftige Untersuchungen der dynamischen Vorgänge in geplanten und bereits errichteten Wasserkraftwerken ein gutes übersichtliches Programm zur Verfügung steht. Ich habe den Namen des Programms ganz einfache als „Druck-Stoß-Programm-I“ gewählt, abgekürzt „*DSPI*“.

Bei der Simulation der hydraulischen Komponenten von Wasserkraftwerken sind vor allem die Druckschwankungen in den einzelnen Rohrabschnitten, die Wasserbewegung im Wasserschloss und das Verhalten der Turbine von Interesse. Für die Beschreibung der einzelnen Komponenten ergeben sich verschiedenste Möglichkeiten und Ansätze.

In dem bisher verwendeten Programm der *TIWAG* wurde zum Beispiel der Druckstoß in der Rohrleitung anhand der Impedanz-Methode berücksichtigt. Der Vorteil dieser Methode besteht in der einfacheren Anwendung, jedoch können schnellere Druckschwankungen nicht so genau berechnet werden, wie bei der Charakteristiken-Methode [2]. Ein weiterer Vorteil der Charakteristiken-Methode ist das Druck und Durchfluss nicht nur am Ein- und Auslauf berechnet werden, sondern auch auf jedem Stützpunkt innerhalb des Rohres. Die Anzahl der Stützpunkte hängt dabei direkt mit der Rohrlänge und der Zeitschrittweite der Berechnung zusammen. Dies kann zu einem Problem führen wenn man lange Rohrleitung mit einer kleinen Zeitschrittweite berechnet, da die Berechnung für die große Anzahl an Stützpunkten sehr lange dauert.

Für jede Komponente der Kraftwerksanlage sind wie bei der Rohrleitung mehrere Varianten der Berechnung möglich. Um das Programm nicht zu langsam und auch nicht ungenau werden zu lassen, habe ich in jedem Abschnitt versucht die beste Variante für den jeweiligen Abschnitt zu finden und diese anzupassen.

## **1.1. Aufteilung der Anlage**

Für die Berechnung wird die Anlage in einzelne Komponenten unterteilt. Dazu ergeben sich in einem Wasserkraftwerk Systemgrenze die auch in der Berechnung verwendet werden können.

In der Regel besteht ein Wasserkraftwerk aus folgenden Hauptkomponenten [3]:

- Druckstollen (Verbindung zwischen Oberwasserspeicher und Wasserschloss)
- Wasserschloss (Druckbegrenzer zur Aufnahme des Druckstoß)
- Druckschacht (Verbindung zwischen Wasserschloss und Turbinen)
- Turbinen
- Unterwasserrohrleitung (Verbindung der Turbinen zum Unterwasserspeicher)

Die einzelnen Komponenten können durch einfaches Verknüpfen zu einer Anlage verbunden werden (Abbildung 1). Die jeweiligen Ausgangsgrößen, ergeben somit die Eingangsgrößen der anschließenden Komponente. Durch die Zusammenführung entsteht ein Gleichungssystem das Simulink [4] zu jedem Zeitschritt löst. Deswegen dauert die Simulation abhängig von der Komplexität und der verwendeten Module unterschiedlich lang. Bei einfachen Modellen kann die Berechnungszeit für 200 Sekunden Simulation 10 – 20 Sek. dauern. Bei aufwändigeren Anlagen kann die Berechnung des gleichen Zeitraums, einige Minuten dauern. Ausschlaggebend ist zum größten Teil die Anzahl der Stützpunkte in den Rohrleitungen, die von der Länge, der Zeitschrittweite und von der Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit abhängen.

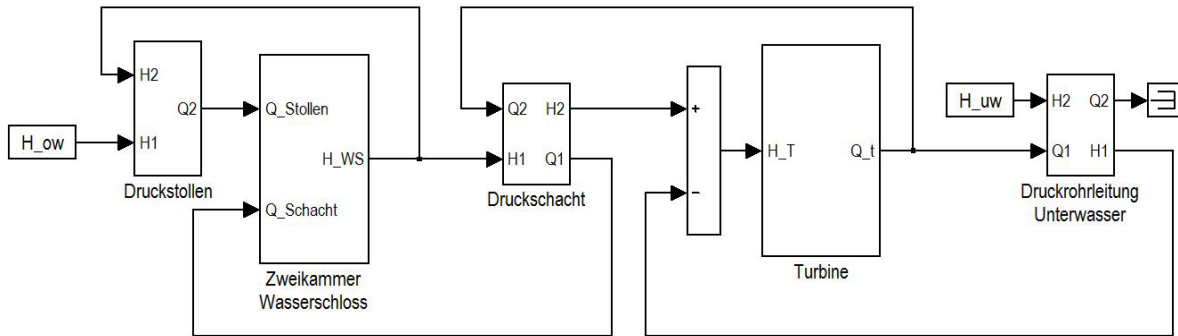


Abbildung 1: Einfacher Aufbau der Komponenten (Simulink)

## 1.2. Programmablauf

Das Programm beginnt mit der Eingabe der Daten des zu berechnenden Kraftwerks und der jeweiligen Steuerungsparametern in einer Excel-Tabelle. Diese Daten werden durch starten einer Matlab-Funktion (Initialisieren.m) inklusive des zugehörigen Turbinenkennfelds eingelesen. Dabei wird der stationäre Ausgangszustand der Simulation ermittelt. Die eingelesenen Daten können direkt in Simulink verwendet werden. Die Daten stehen im Matlab-Workspace als Vektoren zur Verfügung, somit wird dem ersten Abschnitt des Triebwasserwegs (Druckstollen) der Wert  $D(1)$  zugeordnet. Die Simulation erfolgt ausschließlich in Simulink und die Ergebnisse werden als Timeseries gespeichert und können anschließend in Matlab ganz einfach weiter verwendet werden. Auch der Export in eine Excel-Tabelle ist möglich um dort Diagramme zu erstellen und Ergebnisse zu vergleichen.

## 1.3. Programm „Matlab“

Matlab ist ein weitverbreitetes Programm zur Berechnung und Erstellung mathematischer Modelle für technische Anwendungen. Der Name Matlab leitet sich von *MATRIX LABORATORY* ab [5]. Für die Simulation ist Matlab die Basis auf der alles aufbaut. Um die in Excel gespeicherten Eingabewerte und Kennfelder einzulesen und den stationären Zustand zu Simulationsbeginn zu berechnen wird die Funktion „Initialisieren“ verwendet. Diese Funktion liest mittels des `xlsread` Befehls die gewünschten Daten als Matrix aus den Excel Tabellen ein. Die in der Matrix enthaltenen Werte werden anschließend je nach Position den entsprechenden Variablen zugeordnet und im Workspace gespeichert. Die dort gespeicherten Daten stehen anschließend Simulink zur Verfügung.

## **1.4. Programm „Simulink“**

Simulink [4] ist ein Zusatzprogramm von Matlab und kann nicht alleinstehend ausgeführt werden. Simulink wird dazu verwendet Modelle von Systemen zu erstellen und diese zu simulieren. Die Modellierung erfolgt anhand von grafischen Blöcken, die miteinander verbunden das gewünschte System ergeben.

Die Simulation erfolgt numerisch mit einem wählbaren Lösungsalgorithmus, dem sogenannten Solver. Zu jedem Zeitschritt wird die aktuelle Lösung des Systems iteriert. Die Zeitschrittweite kann als fix oder variabel gewählt werden. Dies gibt dem Programm die Möglichkeit bei quasistationären Vorgängen während der Simulation den Zeitschritt entsprechend zu vergrößern und somit die Berechnungszeit zu verringern. In dem hier vorliegenden Programm ist der Zeitschritt variabel, jedoch nach oben begrenzt, um Fehler beim Charakteristiken-Verfahren zu vermeiden.

### **1.4.1. Embedded Matlab Funktion**

Die Einführung von Embedded-Matlab ermöglicht dem Benutzer die Verwendung von Matlab Code direkt in einem Simulink-Block. Dabei müssen nur wenige Einschränkungen in Kauf genommen werden, da gewisse Notationen in Embedded-Matlab nicht unterstützt werden. Um die Simulation durchführen zu können kompiliert Simulink den Matlab Code in einen executable C-Code [4].

## 2. Berechnung der einzelnen Module

### 2.1. Druckstollen – Starres Rohr

#### 2.1.1. Allgemein

Der Druckstollen ist die Verbindung zwischen dem Oberwasserspeicher und dem Wasserschloss. Der dynamische Druckanstieg im Druckstollen ist um einiges geringer als im Druckschacht (Verbindung Wasserschloss – Turbinen), somit kann man meist auf den genauen Druckverlauf im Stollen verzichten. Damit kann die Berechnung auf den Durchfluss am Ein- und Auslass beschränkt werden. Weiters wird das Wasser und der Stollen zur Vereinfachung als ideal starr betrachtet um keine Elastizitätseinflüsse in diesem vereinfachten Teil berücksichtigen zu müssen.

#### 2.1.2. Berechnung

Der Druckstollen kann aufgrund der großen Länge im einfachsten Fall als sehr träger Abschnitt des Triebwasserweges angesehen werden. Sein Verhalten kann am einfachsten durch die instationäre Bernoulligleichung (1.1) beschrieben werden [6].

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + h_2 + \int_0^L \frac{\partial v}{\partial t} dl - h_v \quad (1.1)$$

Für die Simulation des Durchflusses im Druckstollen muss die Gleichung so umgestellt werden, dass man eine Funktion für den Durchfluss in Abhängigkeit der Energiehöhen am Ein- und am Auslass erhält. Ersetzen der Strömungsgeschwindigkeit durch den Quotient aus Durchfluss und Strömungsquerschnitt und zusammenfassen des Druckterms und der geodätischen Höhe ergibt folgende Gleichung.

$$\frac{Q_v^2}{2A^2g} + H_1 = \frac{Q_2^2}{2A^2g} + H_2 + \frac{\partial Q}{\partial t} \int_0^L \frac{1}{A} dl - \lambda \frac{LQ|Q|}{2DA^2g} \quad (1.2)$$

Der kinetische Term kürzt sich aufgrund des gleichbleibenden Durchflusses und Durchmessers. Zur Verwendung im Programm muss nun nur noch die Ableitung in der Zeit diskretisiert werden.

Daraus erhält man Gleichung (1.3), welche die gewünschte Form  $Q_{neu} = f(H_1, H_2, Q_{alt})$  hat.

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{A}{L} \left( H_{1,t+\Delta t} - H_{2,t+\Delta t} + \lambda \frac{LQ_t|Q_t|}{2DA^2g} \right) \Delta t + Q_t \quad (1.3)$$

Die Rohrreibung  $\lambda$  wird anhand der bekannten Formel (1.4) nach Colebrook iteriert [6].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71 D} \right) \quad (1.4)$$

Die Reynoldszahl wird mit dem Durchfluss aus dem vorangegangenen Zeitschritt ermittelt. Durch Umstellen der Gleichung (1.4) erhält man eine schnell konvergierende Iterationsgleichung (1.5) die für den turbulenten Bereich  $\text{Re} \geq 2320$  gilt.

$$\lambda_{i+1} = \frac{1}{\left( -2 \log \left( \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda_i}} + \frac{k}{3,71 D} \right) \right)^2} \quad (1.5)$$

Für den laminaren Bereich gilt Gleichung (1.6).

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad (1.6)$$

### 2.1.3. Oberfläche und Eingabemaske

Folgende Parameter müssen eingegeben werden um den Druckstollen vollständig zu definieren:

- Durchmesser
- Länge
- Anfangsdurchfluss (zur Zeit  $t = 0$ )
- Wandrauigkeit
- Kinematische Viskosität

In Simulink erfolgt die Eingabe dieser Daten über eine Maske (Abbildung 2).



Abbildung 2: Eingabemaske Druckstollen (Simulink)

Im Modul Druckstollen (Abbildung 3) werden die eingegebenen Werte an einen „embedded Matlab“ Block weitergegeben. Abhängig von den Eingangswerten H1 und H2, die den jeweiligen Energiehöhen am Ein- und Ausfluss des Stollens entsprechen, wird mittels des Durchflusses des vergangenen Zeitschritts der aktuelle Durchfluss berechnet. Die Rohrreibung  $\lambda$  wird dabei mittels Iteration nach Gleichung (1.5) errechnet. Abbruchkriterium der Iteration ist eine maximale Differenz von  $\lambda_{alt}$  zu  $\lambda_{neu}$  von  $10^{-4}$ .

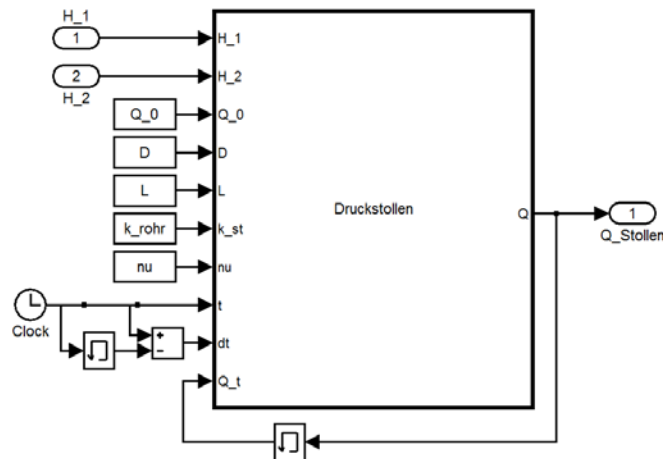


Abbildung 3: Aufbau des Moduls Druckstollen

#### 2.1.4. Testfunktion

Die Kontrolle des Moduls Druckstollen erfolgte durch den Vergleich mit dem Charakteristiken Verfahren. Als Randbedingungen wurde die Energiehöhe am Einlauf als konstant angenommen und die Energiehöhe am Auslass variiert. Zuerst wurde die Energiehöhe am Auslass um 20 Meter reduziert um Durchfluss in die positive Richtung zu erhalten. Nach 500 Sekunden wurde das Druckgefälle umgedreht und somit auch die Strömungsrichtung.

Für die Berechnung wurden folgende Parameter für den Druckstollen gewählt:

Länge  $L = 10000$  m;

Wandrauigkeit  $k = 0,2$  mm;

Durchmesser  $D = 4$  m;

Kinematische Viskosität  $\nu = 1,3e-6$  m<sup>2</sup>/s

Anfangsdurchfluss  $Q_0 = 0$  m<sup>3</sup>/s

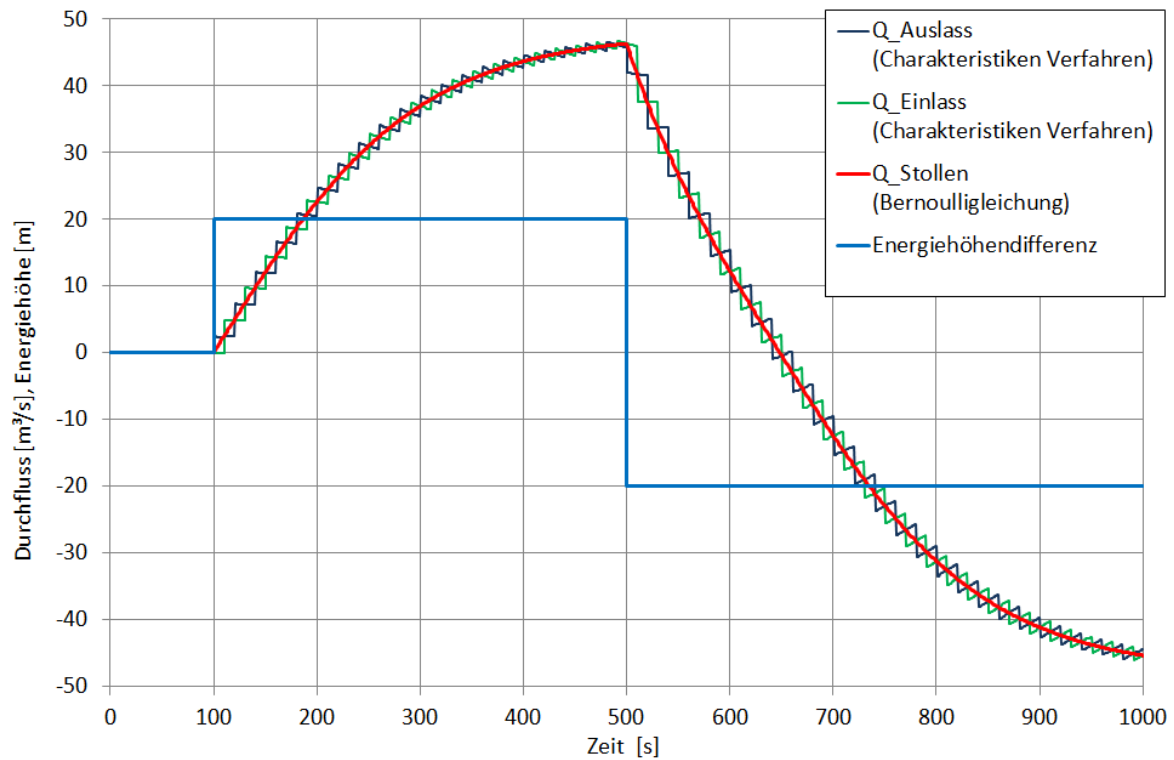


Abbildung 4: Testfunktion Druckstollen (Gegenüberstellung mit Charakteristiken Verfahren)

In Abbildung 4 sieht man, dass das Modul Druckstollen den Verlauf des Durchfluss sehr gut nachbilden kann, jedoch ohne die sprunghaften Änderungen, die durch die Reflexion des Druckstoßes an den Rohrenden entstehen.



## 2.2. Wasserschloss

### 2.2.1. Allgemein

Bei einer Vielzahl von Wasserkraftwerken, vor allem in gebirgigen Gebieten wie Tirol liegt das Krafthaus weit vom Oberwasserspeicher entfernt. Um diese Distanz zu überwinden wird ein Druckstollen verlegt, der sehr flach verläuft. Die Druckrohrleitung/Druckschacht beginnt am Anschlusspunkt zum Druckstollen. An diesem Punkt wird im Allgemeinen ein Wasserschloss vorgesehen (Abbildung 5). Eine weitere Einsatzmöglichkeit eines Wasserschloss ist, als Schwallkammer im Unterwassersystem. Bei beiden Varianten bringt der künstliche Wasserspeicher viele Vorteile.

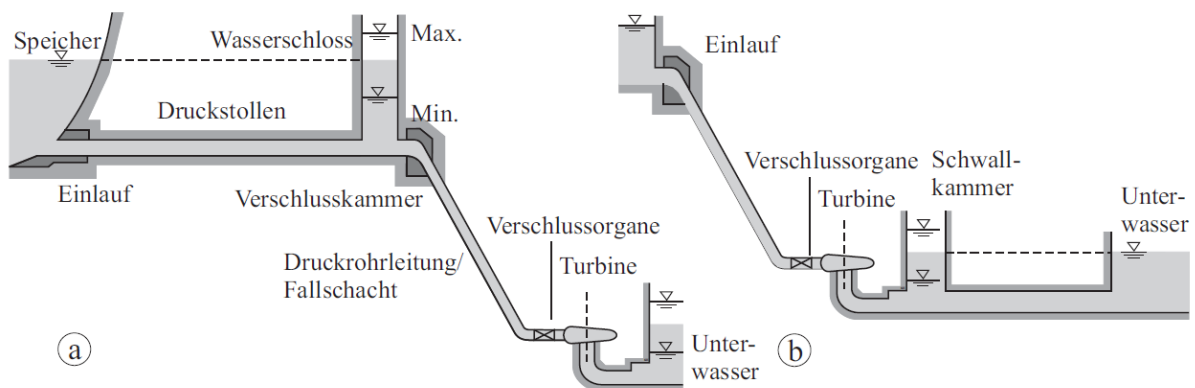


Abbildung 5: Wasserschlosssysteme a) Wasserschloss b) Schwallkammer [1]

Die Aufgaben eines Wasserschloss sind [1]:

- Beschleunigter Ausgleich der Wasservolumina
- Hydraulische Trennung des Zuleitungsdruckstollens von der Falleitung
- Dämpfung der Druckstoßentwicklung
- Verbesserung der Regelung

### 2.2.2. Berechnung

Das Wasserschloss kann vereinfacht als Behälter betrachtet werden in den etwas Ein- bzw. Ausströmt. Der Volumenstrom im Wasserschloss ist abhängig von den Durchflüssen der angeschlossenen Leitungsabschnitte (Abbildung 6), meist Druckstollen und Druckschacht. Der Durchfluss in das Wasserschloss ergibt sich somit nach Gleichung (1.7).

$$Q_{WS} = Q_{Stollen} - Q_{Schacht} \quad (1.7)$$

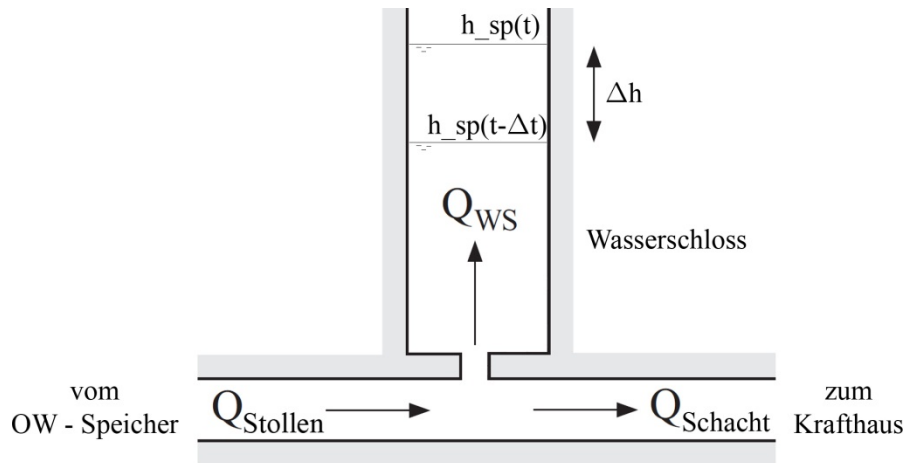


Abbildung 6: Anbindung des Wasserschlosses an den Triebwasserweg

Anhand des Durchflusses in das Wasserschloss ist es nun möglich die Höhe des Wasserspiegels zu ermitteln. Dividiert man den Durchfluss durch den aktuellen Querschnitt ergibt sich die Geschwindigkeit mit der sich der Wasserspiegel bewegt (Abbildung 6). Das Integral über die Geschwindigkeit ergibt den Weg und somit die Pegeländerung (1.8).

$$\Delta h = \int_{t-\Delta t}^t \frac{Q(t)}{A} dt \quad (1.8)$$

Die Energiehöhe am Wasserschlossfußpunkt kann mit dem bekannten Pegelstand und dem Durchfluss berechnet werden. Dazu kann einfach die instationäre Bernoulligleichung zwischen dem Fußpunkt und dem Wasserspiegel angesetzt werden. Man erhält folgende Gleichung:

$$H_{WS} = h_{sp} + C_{traeg} \frac{dQ_{WS}}{g} + C_{drossel} \frac{Q_{WS} |Q_{WS}|}{A_{drossel}^2 2g} \quad (1.9)$$

Der Trägheits- und der Drosselbeiwert,  $C_{traeg}$  und  $C_{drossel}$  werden innerhalb des Moduls zwischen den Stützwerten je nach Spiegelhöhe interpoliert. Für den Drosselbeiwert müssen die Stützpunkte bereits in der Eingabe durch den Benutzer angegeben werden. Der Trägheitsbeiwert wird beim Start des Programms entsprechend der geometrischen Stützpunkte berechnet. Dabei wird der Kehrwert des Querschnitts über die Länge integriert.

$$C_{traeg_{n+1}} = \sum_{i=1}^n \int_i^{i+1} \frac{1}{A(l)} dl \quad (1.10)$$

Somit wird unter Berücksichtigung des aktuellen Strömungszustands im Wasserschloss die genaue Energiehöhe im Fußpunkt berechnet werden. Dabei wird immer darauf geachtet, in welchem Bereich des Wasserschloss sich der Wasserspiegel gerade befindet. Da die Berechnung sich zwischen Kammern und Steigschacht stark unterscheidet.

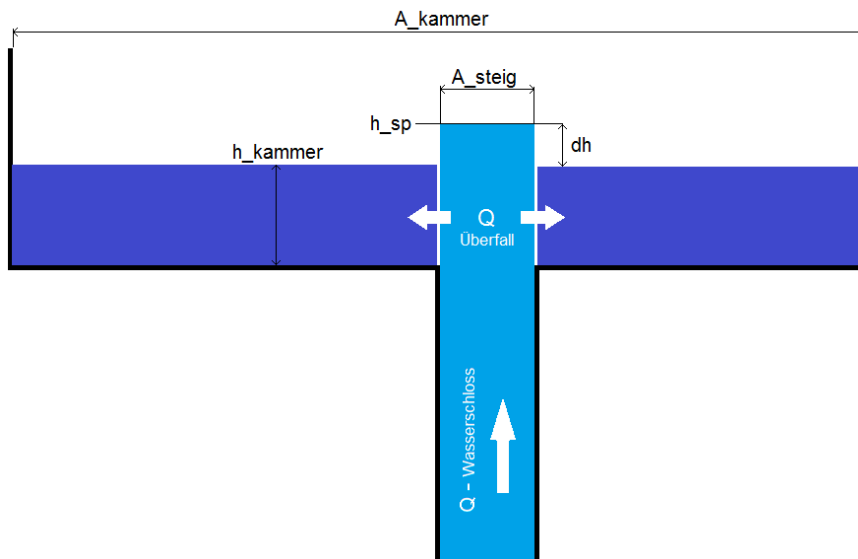


Abbildung 7: Modell der Wasserschloss – Kammer

In der Kammer wird der Querschnitt der Wassersäule über den Steigschacht hinaus konstant gehalten (Abbildung 7). Die Wassersäule des Steigschachts die in die Kammer ragt, muss nun einen Durchfluss durch die gedachte Grenze zur Kammer zur Folge haben. Dies wird anhand eines Überfalls realisiert. Dadurch entsteht beim Einströmen in die Kammer immer ein Schwall (Steigschacht- über Kammer-Wasserspiegel) und beim Ausströmen ein Sunk (Steigschacht- unter Kammer-Wasserspiegel). Der Volumenaustausch zwischen Steigschacht und Kammer wird somit nur durch die Differenzhöhe und die geometrischen Bedingungen am Überfall bestimmt. Dadurch besteht auch die Möglichkeit, dass bei schnellem Ausströmen der Wasserspiegel bereits im Steigschacht ist und sich die Kammer aber noch nicht ganz geleert hat. Der Rest in der Kammer, strömt dann in den Steigschacht nach.

Die Wasserspiegeländerungen  $\Delta h_{SP}$  im verlängerten Steigschacht und  $\Delta h_{Kammer}$  in der Kammer können durch Integration der entsprechenden Durchflüsse über den Zeitschritt berechnet werden.

$$\Delta h_{SP} = \int_{t-\Delta t}^t \frac{Q_{WS}(t) - Q_{Überfall}(t)}{A_{Steigschacht}} dt \quad (1.11)$$

$$\Delta h_{Kammer} = \int_{t-\Delta t}^t \frac{Q_{Überfall}(t)}{A_{Kammer}} dt \quad (1.12)$$

Ringförmiger Überfall [1]:

Der ringförmige Überfall kommt vor allem bei Hochwasserentlastungen, seltener bei der Entnahme aus Speichern zum Einsatz. Sein Abfluss kann ebenso aus der Überfallformel entwickelt werden und ergibt sich für den vollkommenen Abfluss bei einer gleichmäßigen Anströmung mit dem wirksamen Umfang  $U$  zu Gleichung (1.13). Die Form des Abfluss wird durch den Überfallbeiwert  $\mu'_{\ddot{u}}$  (Abbildung 8) berücksichtigt.

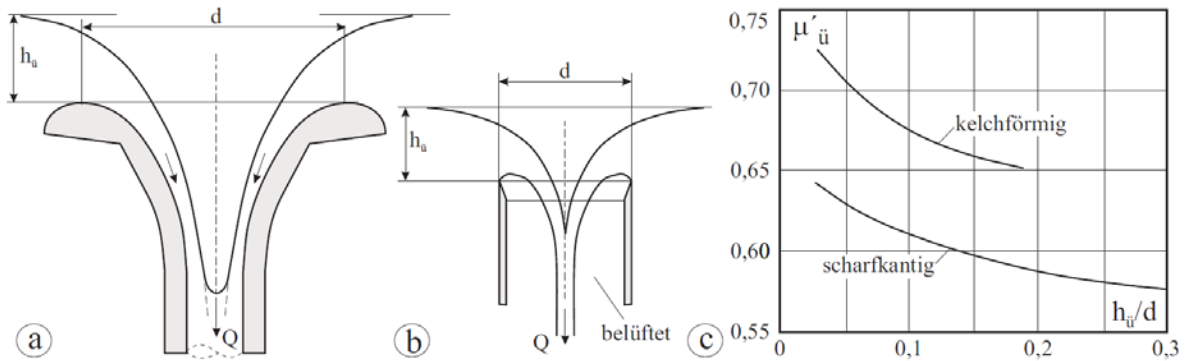


Abbildung 8: Ringförmiger Überfall a)kelchförmig b)scharfkantig c)Überfallbeiwert [1]

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu'_{\ddot{u}} \cdot U \cdot \sqrt{2g} \cdot h_u^{3/2} \quad (1.13)$$

Diese Gleichung gilt für einen vollkommenen Überfall. Da sich im Wasserschloss auch ein unvollkommener Überfall (Steigschachtwasserspiegel oberhalb der Kammerunterkante) ausbilden kann, muss die Formel mit einem Korrekturbeiwert, analog zu jenem für einen überströmten Wehrkörper (Abbildung 9), erweitert werden. Somit ergibt sich folgende Gleichung für den Volumenstrom zwischen Steigschacht und Kammer.

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu'_{\ddot{u}} \cdot C_{\ddot{u}} \cdot U \cdot \sqrt{2g} \cdot h_u^{3/2} \quad (1.14)$$

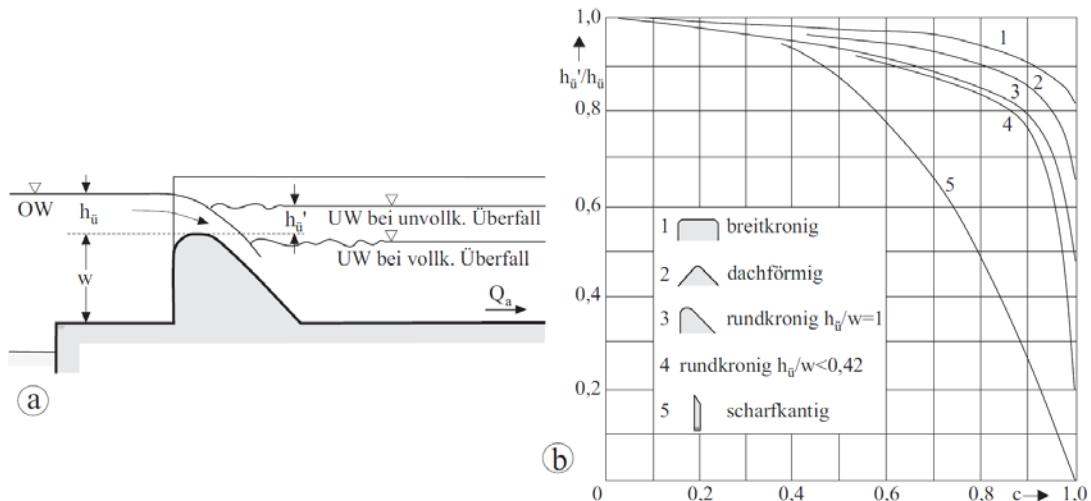


Abbildung 9: Überströmter Wehrkörper a) Skizze b) Beiwert für unvollkommenen Überfall [1]

Der Korrekturbeiwert für den unvollkommenen Überfall ist nach dem Diagramm in Abbildung 9b von dem Verhältnis der Wasserspiegel und der Form des Überfalls abhängig. Um dies in der Simulation zu berücksichtigen habe ich die Kurve 5 (scharfkantiger Überfall) mit einer Funktion fünfter Ordnung angenähert. Wobei  $x$  dem Verhältnis der beiden Wasserspiegel entspricht, abhängig davon in welche Richtung das Wasser fließt.

$$x_{\bar{U}} = \frac{h_{\text{Kammer}}}{h_{\text{Schacht}}} \quad \text{if } (h_{\text{Kammer}} < h_{\text{Schacht}})$$

$$x_{\bar{U}} = \frac{h_{\text{Schacht}}}{h_{\text{Kammer}}} \quad \text{if } (h_{\text{Schacht}} < h_{\text{Kammer}})$$
(1.15)

$$C_{\bar{U}} = -5.2083 x_{\bar{U}}^5 + 8.8542 x_{\bar{U}}^4 - 5.4167 x_{\bar{U}}^3 + 1.2708 x_{\bar{U}}^2 - 0.5 x_{\bar{U}} + 1$$
(1.16)

Der Volumenstrom in und aus der Kammer ist somit nur indirekt über die Höhe der Wassersäule im Steigschacht vom Volumenstrom am Fußpunkt abhängig.

### 2.2.3. Testfunktion

Um das Wasserschloss zu testen ergibt sich die Möglichkeit den Wasserschlossdurchfluss anhand einer Funktion vorzugeben. Dafür wurden zwei Perioden einer Sinusschwingung mit der Amplitude  $100 \text{ m}^3/\text{s}$  und einer Frequenz von  $1/200 \text{ s}^{-1}$  gewählt. Nach den zwei Perioden wird der Durchfluss konstant auf null gehalten und das in den Kammern verbleibende Wasser kann nachströmen.

Für das getestete Wasserschloss wurden folgende Parameter eingegeben:

Höhenkoten - Stützpunkte	[1000, 1290, 1300, 1300.01, 1304.99, 1305, 1400, 1400.01, 1410] [mMh]
Querschnitte - Stützpunkte	[20, 20, 20, 1200, 1200, 20, 20, 2000, 2000] [m <sup>2</sup> ]
Wasserspiegel (t=0)	H_ws_0 = 1350 [mMh]
Überfallbeiwerte	$\mu_{\text{Unterkammer}} = 0,5 - 0,65 - 1,0$ $\mu_{\text{Oberkammer}} = 0,5 - 0,65 - 1,0$

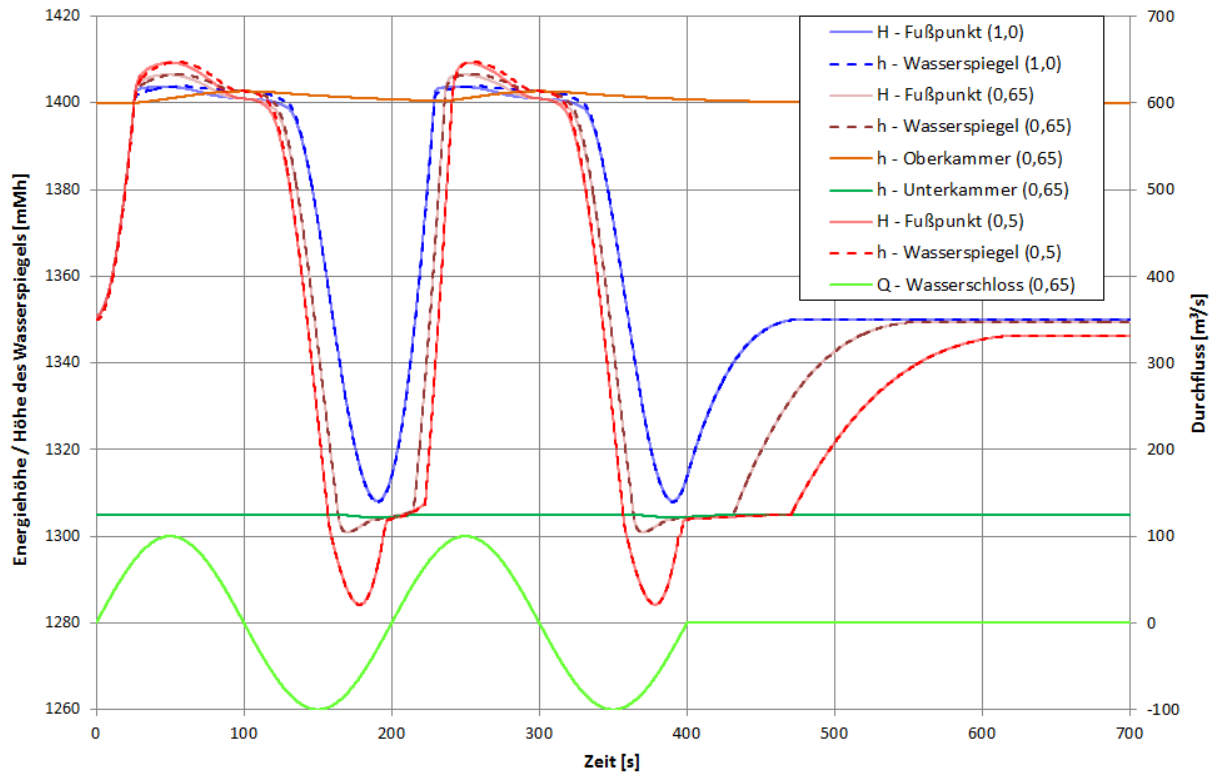


Abbildung 10: Testfunktion Wasserschloss

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt einen großen Einfluss des Überfallkoeffizienten auf das Verhalten des Wasserschlosses. Wenn der Überfallbeiwert  $\mu_{\ddot{U}} = 0,5$  gewählt ergibt sich beim Einströmen in die Kammer ein sehr hoher Schwall, der sich so in der Realität nicht ausbilden kann. Der maximale berechnete Schwall ist in diesem Fall gleich 8,29 Meter. Zum Vergleich kann man anhand der Ausströmungsgeschwindigkeit von ca. 5 m/s (Durchfluss 100 m<sup>3</sup>/s und Austrittsquerschnitt 20 m<sup>2</sup>) die maximale Höhe  $h_{Schwall} = \frac{v^2}{2g}$  abschätzen. Die Fontäne dürfte somit nur 1,27 Meter hoch sein. Um die berechnete Höhe zu erreichen würde man eine Geschwindigkeit von ca. 13 m/s benötigen. In der folgenden Tabelle ist der Einfluss des Überfallbeiwerts auf den Schwall und Sunk (Absenken des Wasserspiegels im Bereich des Auslaufs) in der Kammer sehr gut erkennbar.

	$\mu_{\ddot{U}} = 0,5$	$\mu_{\ddot{U}} = 0,65$	$\mu_{\ddot{U}} = 1,0$
Maximaler Schwall [m]	8,29	5,47	2,68
Theoret. Geschwind. für berechneten Schwall [m/s]	12,75	10,36	7,25
Maximaler Sunk [m]	-2,48	-2,38	-2,07

Tabelle 1: Maximalwerte für den Schwall im Wasserschloss

Für die Überfallbeiwerte nach Abbildung 8c ( $\mu_{\text{Ü}} = 0,55 - 0,75$ ) ergibt aus der Berechnung ein sehr hoher Schwall, der so nicht entstehen dürfte. Um beim Einströmen in die Kammer plausiblere Werte für den Schwall zu erhalten müsste der Beiwert höher gewählt werden. Ein höherer Wert ergibt einen höheren Durchfluss am Überfall und der Steigschacht kann nicht mehr so weit über die Kammer steigen, da mehr Volumenstrom an die Kammer übergeben wird. Beim Ausfließen aus der Kammer führt ein höherer Beiwert dazu, dass der Spiegel im Steigschacht langsamer sinkt. Da die Werte aus Abbildung 8c in [1] mit Bezug auf „Schröder, R.: Hydromechanik im Wasserbau, 1966“ für den vollkommen Überfall als korrekt anzunehmen sind und keine vergleichbaren Untersuchungen zur Verfügung stehen, sollten man diese Werte bei der Berechnung verwenden. Allein schon um sicher zu stellen, dass der Ausfluss aus der Kammer korrekt berechnet wird da das Wasserschloss im Betrieb keines Falls leerlaufen darf.

Die klar erkennbaren Differenzen der stationären Pegelstände am Ende der Berechnungen ergeben sich aus den großen Querschnittsprüngen zwischen Kammer und Steigschacht. Bei der Berechnung wird die aktuelle Querschnittsfläche zwischen der des vorherigen Zeitschritts und jener die erreicht werden könnte interpoliert. Somit wird der aktuelle Wasserstand zweimal berechnet. Zuerst anhand des alten Querschnitts um den neuen abzuschätzen und dann mit dem interpolierten Querschnitt um den wahren Pegel zu erhalten.

Für  $\mu_{\text{Ü}} = 0,5$  ergibt sich die größte Differenz zur Ausgangshöhe, da der Pegel nur in diesem Fall auch unter die Unterkammer absinkt. Der Wasserverlust ist im Vergleich zur Gesamtwassermenge sehr gering, das belegt auch folgende Auswertung.

	$\mu_{\text{Ü}} = 0,5$	$\mu_{\text{Ü}} = 0,65$	$\mu_{\text{Ü}} = 1,0$
Wasserpegel (Beginn) [mMh]	1.350	1.350	1.350
Wasserpegel (Ende) [mMh]	1.346,25	1.349,28	1.349,85
Gesamte Wassermenge (Ein- und Ausfluss) [m <sup>3</sup> ]	25.461	25.461	25.461
Verlustwassermenge [m <sup>3</sup> ]	74,97	14,47	3,10
Verlustwassermenge [%]	0,294	0,057	0,012

**Tabelle 2: Verlustmengen im Wasserschloss**

## 2.3. Druckschacht – Elastisches Rohr

### 2.3.1. Allgemein

Der Druckschacht ist die Verbindung zwischen dem Wasserschloss und den Turbinen. Seinen Namen hat der Druckschacht aufgrund seines meist großen Gefälles, da ein fast vertikaler Stollen im bergmännischen als Schacht bezeichnet wird. Die Panzerung des Druckschachts muss dem maximalen Druck vor den Turbinen inklusive der dynamischen Anteile aus dem Druckstoß standhalten. Der Verlauf des Drucks kann sowohl über die Zeit als auch über die Rohrlänge anhand dieses Moduls berechnet werden.

### 2.3.2. Berechnung

Das dynamische Verhalten der Turbinen bewirkt rasche Durchflussänderungen die eine Druckschwankung zur Folge haben. Um die Ausbreitung dieser Änderungen im Rohr möglichst exakt unter Berücksichtigung der Elastizität des Rohres betrachten zu können, bietet sich das Charakteristiken Verfahren an. Dabei wird das Rohr entsprechend der Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit und des Berechnungszeitschritts in Abschnitte unterteilt. In Abbildung 11 sieht man das entstandene Gitter im Längen – Zeit Koordinaten System. An den Rändern dieser Abschnitte, den sogenannten Stützpunkten wird zu jedem Zeitschritt Druck (in Form der Energiehöhe) und Durchfluss berechnet. Als Randbedingung benötigt man dazu in jedem Zeitschritt einen der beiden Werte am Einlass und am Auslass des Rohrs.

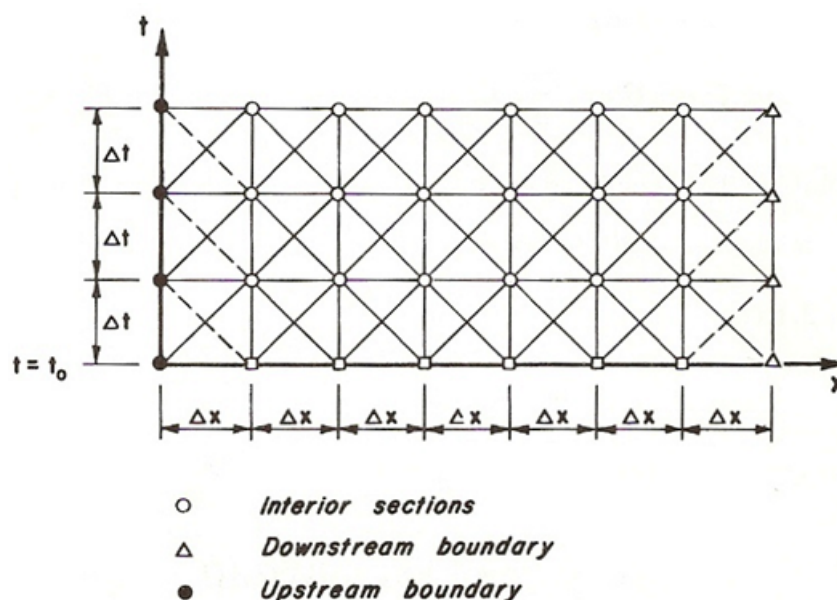


Abbildung 11: Charakteristiken Gitter [2]



### 2.3.2.1. Herleitung des Charakteristiken Verfahrens

Für jede extensive Zustandsgröße  $B$  (Impuls, Energie,...) eines Fluid kann die zugehörige spezifische (intensive) Zustandsgröße  $\beta$  anhand von Formel (1.17) gebildet werden. Jede spezifische (auf die Masse bezogene) Zustandsgröße ist immer auch eine intensive (unabhängig von der Systemgröße) Zustandsgröße [2].

$$\beta = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta m} \quad (1.17)$$

Die Gesamtmenge von  $B$  im Kontrollvolumen,  $B_{KV}$  ergibt sich somit zu

$$B_{KV} = \int_{KV} \beta \rho dV \quad (1.18)$$

$\beta$	... intensive Zustandsgröße	$m$	... Masse
$B$	... extensive Zustandsgröße	$\rho$	... Dichte
$B_{KV}$	... extensive Zustandsgröße für das gesamte Kontrollvolumen	$dV$	... infinitesimales Volumenelement

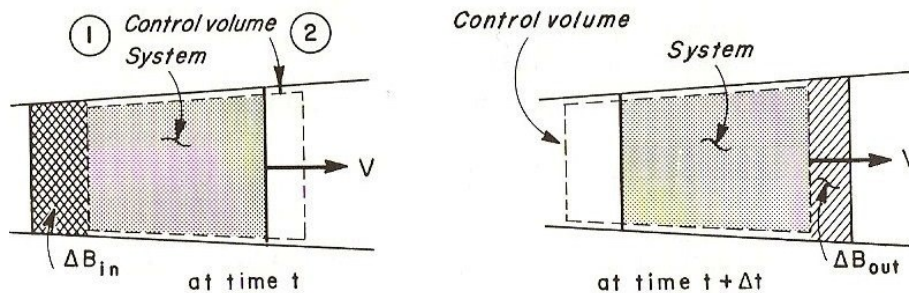


Abbildung 12: System und Kontrollvolumen [2]

Das Verhältnis zwischen den Zustandsgrößen im System zu jenen im Kontrollvolumen nach Abbildung 12 wird durch das Reynold'sche Transporttheorem für eindimensionale Strömungen – Gleichung (1.19) beschrieben.

$$\frac{dB_{Sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{KV} \beta \rho dV + [\beta \rho A(v - w)]_{Auslass} - [\beta \rho A(v - w)]_{Einlass} \quad (1.19)$$

$B_{Sys}$	... extensive Zustandsgröße des Systems	$v$	... Geschwindigkeit der Systemgrenze
		$w$	... Geschwindigkeit der Grenze des KV

**Massenerhaltung [2]**

Nach dem Gesetz der Massenerhaltung muss die Masse des Systems ohne Quellen und Senken über die Zeit konstant sein. Man setzt somit  $B = m$ , erhält daraus  $\beta = 1$  und setzt zeitliche Ableitung gleich Null. Die verwendeten Indizes entsprechen jenen in Abbildung 13.

$$\frac{dm_{\text{Sys}}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho A dx + \rho_2 A_2 (v_2 - w_2) - \rho_1 A_1 (v_1 - w_1) = 0 \quad (1.20)$$

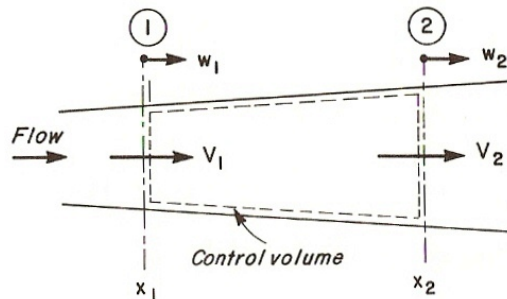


Abbildung 13: Indizes am Kontrollvolumen [2]

Mit Hilfe der Leibnizregel für Parameterintegrale<sup>1</sup> ergibt sich die Möglichkeit die Ableitung nach der Zeit, in das Integral zu transformieren. Daraus ergibt sich folgende Form

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho A) dx + \rho_2 A_2 \frac{dx_2}{dt} - \rho_1 A_1 \frac{dx_1}{dt} + \rho_2 A_2 (v_2 - w_2) - \rho_1 A_1 (v_1 - w_1) = 0 \quad (1.21)$$

Da die Ableitungen  $dx_1/dt$  und  $dx_2/dt$  den jeweiligen Geschwindigkeiten der Kontrolloberflächen  $w_1$  und  $w_2$  entsprechen, kann Gleichung (1.21) vereinfacht werden. Zusätzlich kann man das Integral mit Hilfe des Mittelwertsatzes auch vereinfacht beschreiben. Es ergibt sich folgende Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) \Delta x + \rho_2 A_2 v_2 - \rho_1 A_1 v_1 = 0 \quad (1.22)$$

In dieser Gleichung ist  $\Delta x = x_2 - x_1$ . Wenn man nun durch  $\Delta x$  dividiert und  $\Delta x$  gegen Null gehen lässt erhält man Gleichung (1.23), welche auch mit Hilfe von totalen Differentialen angeschrieben werden kann. Man erhält Gleichung (1.24).

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho A v) = 0 \quad (1.23)$$

<sup>1</sup> Leibnizregel für Parameterintegrale [2]

Wenn  $f_1, f_2$  und  $F$  stetig differenzierbare Funktionen sind, gilt

$$\frac{d}{dt} \int_{f_1(t)}^{f_2(t)} F(x, t) dx = \int_{f_1(t)}^{f_2(t)} \frac{\partial}{\partial t} F(x, t) dx + F(f_2(t), t) \frac{df_2}{dt} - F(f_1(t), t) \frac{df_1}{dt}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1.24)$$

Um die Kontinuitätsgleichung in Abhängigkeit der zwei wichtigen Größen, dem Druck  $p$  und der Geschwindigkeit  $v$  ausdrücken zu können, muss im nächsten Schritt die Ableitung der Dichte  $\rho$  und die des Querschnitts  $A$  ersetzt werden. Dafür wird der Kompressionsmodul  $K$  (entspricht dem Elastizitätsmodul) für das Fluid entsprechend Gleichung (1.25) verwendet.

$$K = \frac{dp}{\frac{1}{\rho} d\rho} \quad (1.25)$$

Umgeformt und nach der Zeit abgeleitet ergibt sich folgende Form

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{K} \frac{dp}{dt} \quad (1.26)$$

Die Veränderung des Querschnitts kann in einem Rohr auch durch die Veränderung des Radius ausgedrückt werden. Es ergibt sich ganz einfach

$$A = R^2 \pi \quad \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \quad \frac{dA}{dt} = 2R\pi \frac{dR}{dt} \quad (1.27)$$

Die Ableitung des Radius bzw. des Querschnitts kann auch anhand der Dehnung  $\varepsilon$  beschrieben werden. Man erhält folgende Gleichungen

$$\frac{dA}{dt} = 2R^2 \pi \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad (1.28)$$

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = 2 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.29)$$

Für dünnwandige Rohre kann die radiale Dehnung  $\varepsilon$  durch die Formel (1.30) für den zweiachsigen Spannungszustand beschrieben werden.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{Umfang} - \mu \sigma_{Axial}}{E} \quad (1.30)$$

$\sigma_{Umfang}$	...	Spannung in Umfangsrichtung	$\mu$	...	Querdehnungszahl
$\sigma_{Axial}$	...	Spannung in axialer Richtung	$E$	...	Elastizitätsmodul



$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{DK}{sE}} \quad (1.37)$$

Durch Einsetzen der Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit  $a$  nach Gleichung (1.37) in die Gleichung (1.36) und berechnen des totalen Differential für den Druck erhält man die Kontinuitätsgleichung (1.38). Die Berechnung der Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit entspricht den in diesem Fall angenommen Randbedingungen für das Rohr. Für abweichende Randbedingungen und Rohrparameter ist  $a$  entsprechend anzupassen.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1.38)$$

### **Impulserhaltung [2]**

Neben der Massenerhaltung die durch die Kontinuitätsgleichung (1.38) erfüllt wird, ist der Impulserhaltung Rechnung zu tragen. Dafür wird der Impuls (Impuls = Masse x Geschwindigkeit) als extensive Zustandsgröße zuerst in eine intensive Größe übergeführt.

$$\beta = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{v \Delta m}{\Delta m} = v \quad (1.39)$$

Die dem Impuls zugehörige intensive Zustandsgröße ist nach Gleichung (1.39) die Geschwindigkeit  $v$ .

Nach dem zweiten Newton'schen Axiom gilt, dass die zeitliche Änderung des Impulses eines Systems mit konstanter Masse gleich der Summe der auf das System von außen einwirkenden Kräfte ist.

$$\frac{mdv}{dt} = \sum F \quad (1.40)$$

Unter Verwendung des Reynold'schen Transporttheorems lässt sich das wie folgt anschreiben.

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} v \rho dV + \rho_2 A_2 (v_2 - w_2) v_2 - \rho_1 A_1 (v_1 - w_1) v_1 = \sum F \quad (1.41)$$

Durch Anwenden der Leibnizregel für Parameterintegrale ergibt sich durch Berücksichtigung von  $dx_1/dt = w_1$  und  $dx_2/dt = w_2$  Gleichung (1.42).

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho A v) dx + \rho_2 A_2 v_2 w_2 - \rho_1 A_1 v_1 w_1 + \rho_2 A_2 (v_2 - w_2) v_1 - \rho_1 A_1 (v_1 - w_1) v_2 = \sum F \quad (1.42)$$

Das Integral kann durch den Mittelwertsatz vereinfacht beschrieben werden. Dividieren durch  $\Delta x$  führt zu der vereinfachten Form

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A v) + \frac{(\rho A v^2)_2 - (\rho A v^2)_1}{\Delta x} = \frac{\sum F}{\Delta x} \quad (1.43)$$

In Abbildung 14 sind die auf das Kontrollvolumen wirkenden Kräfte eingezeichnet. Es treten Druckkräfte am Ein- und Auslass und an den zusammen oder auseinander laufenden Seiten auf. Ebenfalls ergibt sich aus dem Gewicht eine Kraftkomponente in Strömungsrichtung und durch die Scherspannungen zwischen Fluid und Rohr.

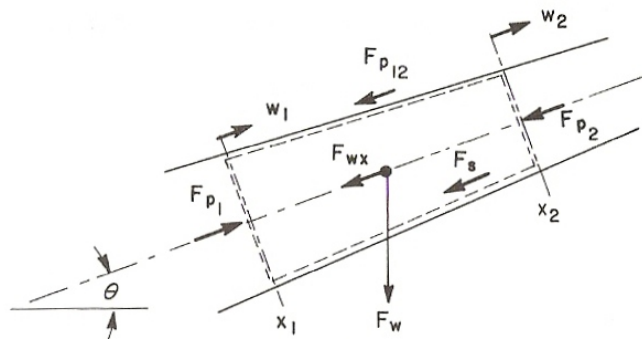


Abbildung 14: Kräfte am Kontrollvolumen [2]

Aufstellung der einzelnen Kräfte am Kontrollvolumen:

Druckkraft an Position 1  $F_{p_1} = p_1 A_1$  (1.44)

Druckkraft an Position 2  $F_{p_2} = p_2 A_2$  (1.45)

Druckkraft durch Verjüngung bzw. Aufweitung  $F_{p_2} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (A_1 - A_2)$  (1.46)

Komponente der Gewichtskraft  $F_{G_x} = \rho g A (x_2 - x_1) \sin \theta$  (1.47)

Kraft aus der Scherspannung im Randbereich  $F_s = \tau_0 \pi D (x_2 - x_1)$  (1.48)

Scherspannung im Randbereich (nach Darcy-Weisbach)  $\tau_0 = \frac{1}{8} \rho \lambda v |v|$  (1.49)

Die Summe der Kräfte ergibt sich anhand von Abbildung 14 und den Gleichungen (1.44) bis (1.48). Durch Vereinfachen und dividieren durch  $\Delta x$  erhält man Gleichung (1.50).

$$\frac{\sum F}{\Delta x} = \frac{(p_1 - p_2)(A_1 + A_2)}{2\Delta x} - \rho g A \sin \theta - \tau_0 \pi D \quad (1.50)$$

Einsetzen von Gleichung (1.50) in Gleichung (1.43) und  $\Delta x$  geht gegen Null ergibt

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A v^2) + A \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g A \sin \theta + \tau_0 \pi D = 0 \quad (1.51)$$

Nach dem Einsetzen der Scherspannung nach (1.49), erweitern der Klammerausdrücke und zusammenfassen wichtiger Ausdrücke sieht die Gleichung wie folgt aus

$$v \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A v) \right] + \rho A \frac{\partial v}{\partial t} + \rho A v \frac{\partial v}{\partial x} + A \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g A \sin \theta + \frac{\rho A \lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (1.52)$$

Nach der Kontinuitätsbedingung, siehe auch Gleichung (1.23) ist der Term in der Klammer gleich Null. Nach Division durch  $\rho A$  erhält man die Impulserhaltungsgleichung.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (1.53)$$

### **Numerische Lösung anhand des Charakteristiken Verfahrens [2]**

In Flüssigkeitsströmungen ist die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  ( $\approx 0 - 10$  m/s) meist sehr viel kleiner als die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit  $a$  ( $\approx 800 - 1200$  m/s). Aus diesem Grund können die konvektiven Terme  $v dp/dx$  (Kontinuitätsgleichung (1.38)) und  $v dv/dx$  (Impulserhaltungsgleichung (1.53)) vernachlässigt werden. Laut [1] erhält man trotz dieser Vereinfachung genaue Werte, solange die Bedingung  $v < 0,05 a$  erfüllt ist.

Als weitere Vereinfachung wird der Druck  $p$  durch die Energiehöhe  $H$  nach Gleichung (1.54) ersetzt und die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  durch den Durchfluss  $Q$  nach Gleichung (1.55).

$$p = \rho g (H - z) \quad \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.54)$$

$$v = \frac{Q}{A} \quad \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (1.55)$$

Somit kann man die Impulserhaltungs- und die Kontinuitätsgleichung vereinfacht und mit den Variablen Q und H anschreiben. Der konstante Teil im Reibungsterm wird mit der Konstante R für Reibung zusammengefasst.

$$f_1 = \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + RQ|Q| = 0 \quad R = \frac{\lambda}{2DA} \quad (1.56)$$

$$f_2 = a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (1.57)$$

Durch eine lineare Kombination der beiden Gleichungen mit der Konstante C erhält man

$$f = f_1 + C f_2 = 0 \quad (1.58)$$

$$f = \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + Ca^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + CgA \left( \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{C} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + RQ|Q| = 0 \quad (1.59)$$

Die Energiehöhe H und der Durchfluss Q sind beide jeweils von der Zeit und der Länge abhängig. Die totalen Differentialableitungen der beiden sehen dann wie folgt aus.

$$\frac{dQ(x,t)}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (1.60)$$

$$\frac{dH(x,t)}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (1.61)$$

Um den Klammerausdrücken in Gleichung (1.59) zu entsprechen wird die Konstante C angepasst.

$$Ca^2 = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{C} \quad \longrightarrow \quad C = \pm \frac{1}{a} \quad (1.62)$$

Nun kann man die partielle Differentialgleichung (1.59) erneut anschreiben und erhält eine gewöhnliche Differentialgleichung in der Zeit. Diese Gleichung ist nun aber nur mehr auf den geraden Linien (wenn a konstant ist), den sogenannten Charakteristiken auf denen  $dx/dt = \pm a$  gilt (siehe Abbildung 15) gültig.

$$\frac{dQ}{dt} \pm \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad \text{wenn} \quad \frac{dx}{dt} = \pm a \quad (1.63)$$



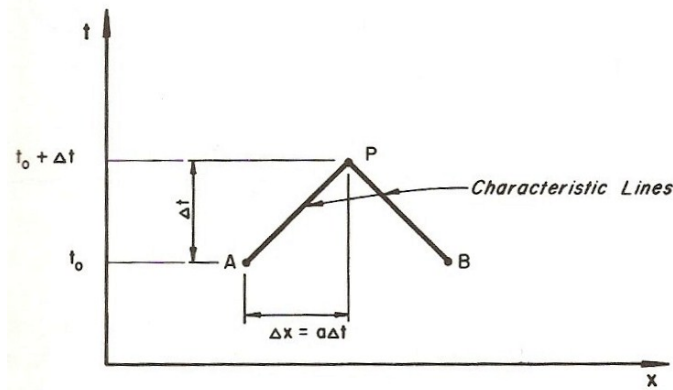


Abbildung 15: Charakteristiken in der x-t Ebene [2]

Die Charakteristiken in der x-t Ebene entsprechen physikalisch der Ausbreitungsgeraden von Störungen. Eine Änderung des Strömungszustands in Punkt A zum Zeitpunkt  $t$  erreicht Punkt P entlang der positiven Ausbreitungsrichtung zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  (Abbildung 15).

Um die Veränderung von Durchfluss und Energiehöhe zwischen den Punkten A und P muss man Gleichung (1.63) mit  $\Delta t$  multiplizieren und von A nach P integrieren.

$$\int_A^P dQ + \frac{gA}{a} \int_A^P dH + R \int_A^P Q|Q| dt = 0 \quad (1.64)$$

Die ersten zwei Integrale können einfach berechnet werden. Für den Reibungsterm müsste zur exakten Berechnung der zeitliche Verlauf des Durchflusses bekannt sein. Da dies nicht der Fall ist kann die Reibung explizit anhand des Durchfluss  $Q_A$  von Punkt A abgeschätzt werden.

$$Q_p - Q_A + \frac{gA}{a} (H_p - H_A) + R_A Q_A |Q_A| \Delta t = 0 \quad (1.65)$$

Von B nach P breiten sich Veränderungen mit der Geschwindigkeit  $-a$  aus. Daraus ergibt sich genauso wie in Gleichung (1.65) folgende Lösung.

$$Q_p - Q_B - \frac{gA}{a} (H_p - H_B) + R_B Q_B |Q_B| \Delta t = 0 \quad (1.66)$$

Um die numerische Berechnung zu vereinfachen werden die bekannten Werte zum Zeitpunkt  $t$  in den Konstanten  $C_L$  und  $C_R$  für die jeweilige Seite (links und rechts) zusammengefasst und die Gleichung so umgeformt, dass beide Male der Durchfluss im Punkt P ausgedrückt wird.

$$\text{links:} \quad Q_p = \left[ Q_A + \frac{gA}{a} H_A - R_A Q_A |Q_A| \Delta t \right] - \left[ \frac{gA}{a} \right] H_p \longrightarrow Q_p = C_L - C_a H_p \quad (1.67)$$

$$\text{rechts:} \quad Q_p = \left[ Q_B - \frac{gA}{a} H_B - R_B Q_B |Q_B| \Delta t \right] + \left[ \frac{gA}{a} \right] H_p \longrightarrow Q_p = C_R + C_a H_p \quad (1.68)$$

### 2.3.2.2. Verwendete Gleichungen

Für den Durchfluss in Punkt P erhält man somit folgende Gleichung.

$$Q_P = \frac{C_L + C_R}{2} = \frac{(Q_A + Q_B)}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{gA}{a} (H_A - H_B) - R_A Q_A |Q_A| \Delta t - R_B Q_B |Q_B| \Delta t \right) \quad (1.69)$$

Die Energiehöhe  $H_P$  in Punkt P kann man nun anhand vom Durchfluss  $Q_P$  berechnen, oder auch direkt aus den bekannten Werten von A und B.

$$H_P = \frac{C_L - C_R}{2C_a} = \frac{(H_A + H_B)}{2} + \frac{a}{2gA} (Q_A - Q_B - R_A Q_A |Q_A| \Delta t + R_B Q_B |Q_B| \Delta t) \quad (1.70)$$

Anhand dieser Gleichungen kann nun der Zustand zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  auf allen inneren Stützpunkten des Rohres berechnet werden.

Um am die am Rand vorherrschenden Bedingungen berechnen zu können, muss man abhängig davon ob rechter oder linker Rand auf die Gleichungen (1.65) und (1.66) zurückgreifen. Der Zustand am rechten Rand berechnet sich somit aus der von links kommenden Welle (+a) und der jeweiligen Randbedingung.

#### Rechter Rand:

$$\text{RB: } Q_P = Q_{Rand} \longrightarrow H_{Rand} = H_A - \frac{a}{gA} (Q_{Rand} - Q_A + R_A Q_A |Q_A| \Delta t) \quad (1.71)$$

$$\text{RB: } H_P = H_{Rand} \longrightarrow Q_{Rand} = Q_A - R_A Q_A |Q_A| \Delta t - \frac{gA}{a} (H_{Rand} - H_A) \quad (1.72)$$

#### Linker Rand:

$$\text{RB: } Q_P = Q_{Rand} \longrightarrow H_{Rand} = H_B + \frac{a}{gA} (Q_{Rand} - Q_B + R_B Q_B |Q_B| \Delta t) \quad (1.73)$$

$$\text{RB: } H_P = H_{Rand} \longrightarrow Q_{Rand} = Q_B - R_B Q_B |Q_B| \Delta t + \frac{gA}{a} (H_{Rand} - H_B) \quad (1.74)$$

### 2.3.2.3. Berücksichtigung der Reibung

Die in Koeffizienten  $R_A$  und  $R_B$  berücksichtigte Reibung entspricht nach Gleichung (1.56)

$$R_A = \frac{\lambda}{2DA} \tag{1.75}$$

Der gesamte Reibungsterm in der Berechnung kann somit in der Höhenform entsprechend der Gleichung (1.71) folgendermaßen beschrieben werden [8].

$$H_{V_{A-P}} = \lambda \frac{a\Delta t}{2gDA^2} Q_A |Q_A| = \lambda \cdot const \cdot Q_A |Q_A| \tag{1.76}$$

Zur Berechnung der Rohrreibungszahl  $\lambda$  in Abhängigkeit vom Durchfluss, der Rohrrauigkeit und des Durchmesser wird wiederum nach Gleichung (1.5) für turbulente Strömungen iteriert. Die Iteration für  $\lambda$  konvergiert sehr schnell und die Ergebnisse entsprechen exakt dem allseits bekannten Diagramm von Colebrook (auch als Nikuradse und Moody Diagramm bekannt).

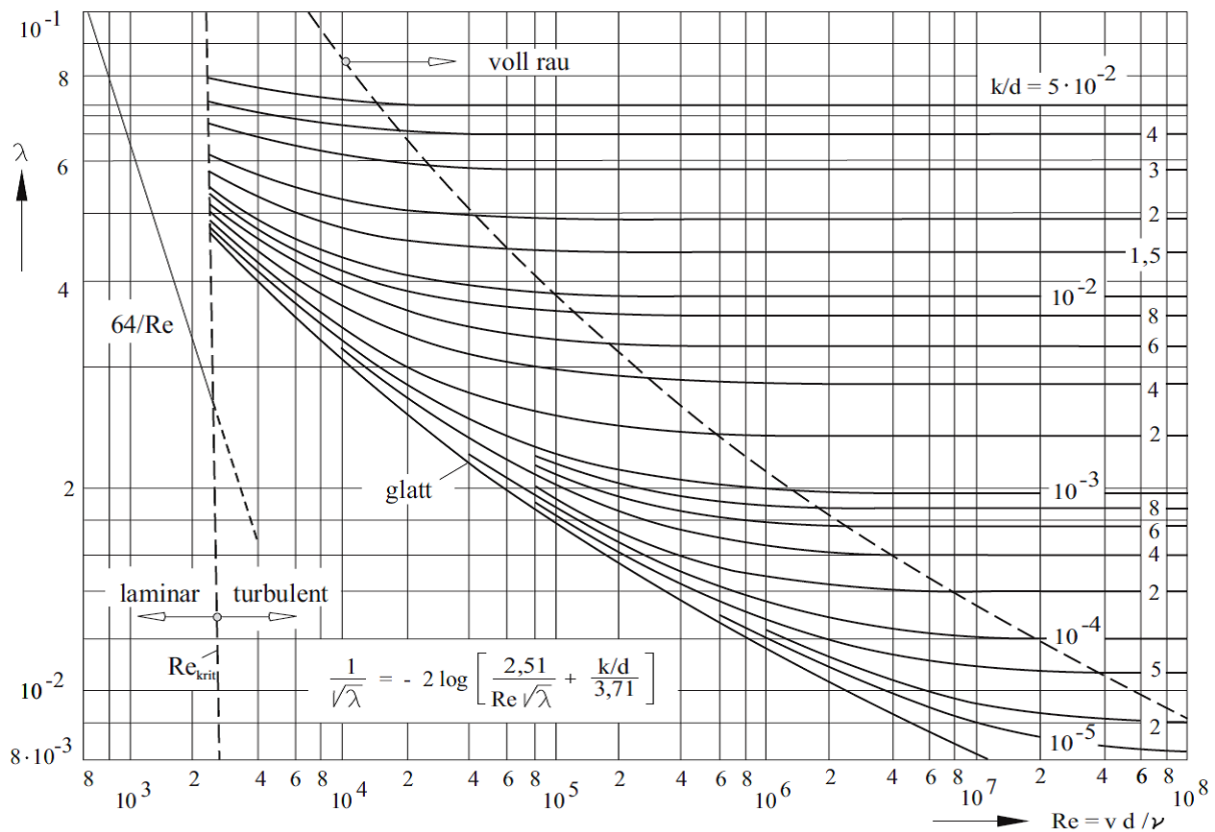


Abbildung 16: Coolebrook Diagramm [1]

### 2.3.2.4. Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeiten im Rohr

Wie bereits in Gleichung (1.37) gezeigt hängt die Druckwellengeschwindigkeit maßgeblich vom Kompressionsmodul (auch Elastizitätsmodul [1]) des Fluids, dessen Dichte und den Rohrparametern ab.

Zum Vergleich kann man die Schallgeschwindigkeit im Wasser allgemein (in einem unendlich ausgedehntes Gefäß) anhand der Gleichung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in Flüssigkeiten, wie folgt berechnen.

$$a_0 = \sqrt{\frac{K_{Wasser}}{\rho_{Wasser}}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^9 \text{ [Pa]}}{1000 \text{ [kg/m}^3]}} = 1449,1 \text{ [m/s]} \quad (1.77)$$

Um den Einfluss auf die Druckwellengeschwindigkeit in Abhängigkeit der Rohrparameter berechnen zu können, kann der allgemein gültige Ausdruck von [9] verwendet werden, welcher den dimensionslosen Parameter  $\psi$  einführt der die Elastizität des Rohres berücksichtigt. Aus den folgenden Tabellen können die jeweiligen Berechnung für  $\psi$  entnommen werden. Für ein ideal starres Rohr wäre  $\psi = 0$ .

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho[1+(K/E)\psi]}} \quad (1.78)$$

Tabelle 3: Parameter  $\psi$  für dickwandige Stahlrohre

Axial über die ganze Länge fixiert	$\psi = 2(1+\nu) \left( \frac{R_a^2 + R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} - \frac{2\nu R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \right)$
Fixe Verankerung am oberen Ende	$\psi = 2 \left[ \frac{R_a^2 + 1,5R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} + \frac{\nu(R_a^2 - 3R_i^2)}{R_a^2 - R_i^2} \right]$
Regelmäßige Ausdehnungsbuchsen (axial frei)	$\psi = 2 \left( \frac{R_a^2 + R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} + \nu \right)$

Tabelle 4: Parameter  $\psi$  für dünnwandige Stahlrohre

Axial über die ganze Länge fixiert	$\psi = \frac{D}{s}(1-\nu^2)$
Fixe Verankerung am oberen Ende	$\psi = \frac{D}{s}(1-0,5\nu)$
Regelmäßige Ausdehnungsbuchsen (axial frei)	$\psi = \frac{D}{s}$

Tabelle 5: Parameter  $\psi$  für Stollen durch den Fels [10]:

Stollen (ohne jegliche Verstärkung)	$\psi = 1$ und $E = E_G$ (E-Modul des Gebirges/Felsen)
Mit Stahl armierter Stollen	$\psi = \frac{DE_{St}}{DE_G + sE_{St}}$ <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 5px;"> <div style="width: 40%;"><math>E_{St}</math> ... E-Modul Stahl</div> <div style="width: 40%;"><math>E_G</math> ... E-Modul Gebirge</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 5px;"> <div style="width: 40%;"></div> <div style="width: 40%;"><math>s</math> ... Wandstärke Armierung</div> </div>

### 2.3.3. Testfunktion

Um das Modul Druckschacht zu testen wurde es zuerst mit dem Modul Druckstollen verglichen, das den Durchfluss anhand der instationären Bernoulligleichung berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 4 auf Seite 12 im Abschnitt Druckstollen zu finden. Dort sieht man die exakte Übereinstimmung der beiden Berechnungsverfahren für den mittleren Durchfluss und die Schwankungen zufolge des Druckstoßes, die nur mittels des Charakteristiken Verfahrens berechnet werden können.

Als zweiter Vergleich wurde das Programm RSIHS der Universität Stuttgart verwendet. Das Programm RSIHS ist so aufgebaut [11], dass in Steuerfiles die Struktur der Anlage (Nutzfile) und die Daten der einzelnen Anlagenteile in jeweils eigene Files eingegeben werden. Die Eingaben werden in einem Dokumentationsfile gespeichert. Die Berechnung des stationären Zustandes erfolgt iterativ nach dem Verfahren der reziproken Linearisierung. Dann werden die instationären Zustände durch Lösung der Differentialgleichungen berechnet. Dazu wird gleich wie in DSPI die Rohrleitung mit Hilfe des Charakteristiken Verfahrens berechnet. Die Rohrreibungszahl ist im Gegensatz zur DSPI Berechnung in RSIHS konstant.

Für die Vergleichsrechnung wurde ein 1000 m langes Rohr mit einem Durchmesser  $D = 3$  m und die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit  $a = 1000$  m/s gewählt. Am Einlass ist die Energiehöhe konstant gleich 1200 m (Oberwasser). Am Auslass ist ein Regelorgan (als Turbine simuliert) das linear öffnet und schließt. Die Energiehöhe hinter dem Auslass entspricht 1000 m. Somit ergibt sich eine effektive Energiehöhe am Regelorgan von 200 m. Die Zeitschrittweite wurde bei den Berechnungen den Stellzeiten angepasst. Öffnen innerhalb einer Sekunde wurde mit einem Zeitschritt  $\Delta t = 0,01$  Sekunden berechnet. Um die Ergebnisse gut vergleichen zu können, wurde je nach stationär gewähltem Durchfluss die Rohrrauigkeit in DSPI angepasst. In Tabelle 6 sind die gewählten Parameter für die acht Vergleichsfälle aufgeführt.

	H [m]	D [m]	L [m]	Q [m <sup>3</sup> /s]	v [m/s]	λ RSIHS	Rauheit k DSPI [mm]	ΔH [m]	Δt [s]	Steuer- vorgang
Fall 1	200	3	1000	5	0,707	0,012	0, 1473	0,102	0,01	AUF - 1 sek
Fall 2	200	3	1000	5	0,707	0,012	0, 1473	0,102	0,1	AUF - 10 sek
Fall 3	200	3	1000	50	7,074	0,012	0, 2879	10,201	0,01	AUF - 1 sek
Fall 4	200	3	1000	50	7,074	0,012	0, 2879	10,201	0,1	AUF - 10 sek
Fall 5	200	3	1000	5	0,707	0,012	0, 1473	0,102	0,01	ZU - 1 sek
Fall 6	200	3	1000	5	0,707	0,012	0, 1473	0,102	0,1	ZU - 10 sek
Fall 7	200	3	1000	12	1,698	0,012	0, 2384	0,588	0,01	ZU - 1 sek
Fall 8	200	3	1000	12	1,698	0,012	0, 2384	0,588	0,1	ZU - 10 sek

**Tabelle 6: Lastfälle für Vergleichsrechnung Charakteristiken Verfahren**

Die Ergebnisse sind in den Diagrammen nicht zu unterscheiden, deswegen ist neben jedem Verlauf auch der Verlauf der relativen Differenz (bezogen auf die stationäre Größe) abgebildet. Berechnet wird die relative Differenz nach der folgenden Gleichung.

$$\text{rel. Abweichung von } X \text{ [\%]} = \frac{X_{DSPI} - X_{RSIHS}}{X_{Stationär}} \quad (1.79)$$

Die stationären Werte sind dabei die jeweiligen Durchflüsse bei vollkommen geöffnetem Regelorgan und die Energiehöhendifferenz (200 m) zwischen Ein- und Auslass.

#### Ergebnisse:

In den Diagrammen auf den folgenden Seiten sieht man dass die Differenz der Ergebnisse sehr gering ist. Der maximale Fehler dieser Berechnungen ist -0,15 % (Abbildung 27). Der Großteil ist im Bereich von ±0,02 %. Der Zusammenhang der Differenz der Ergebnisse und der variablen Reibung in DSPI wird vor allem bei der Schwingung der Energiehöhe vor dem geschlossenen Absperrorgan (Rohrbahn) ersichtlich. In den Abbildung 29 bis Abbildung 39 erkennt man dass die Abweichung mit den Druckschwingungen zunimmt. Dieser Anstieg lässt sich auf die verschiedenartig berechnete Reibung der beiden Programme zurückführen. Wie bereits oben gezeigt, wird der Rohrreibungsbeiwert in DSPI in Abhängigkeit vom Durchfluss berechnet und ist nicht konstant wie in RSIHS. Deshalb ist die Dämpfung der Druckschwingung in DSPI bei geringem Durchfluss größer als in RSIHS.

Die erzielten Ergebnisse sind sehr gut. Daraus ergibt sich, dass die Berechnung nach dem Charakteristiken Verfahren im Modul Druckschacht einwandfrei funktioniert.

Fall 1: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb einer Sekunde geöffnet ( $Q_{stat} = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ )

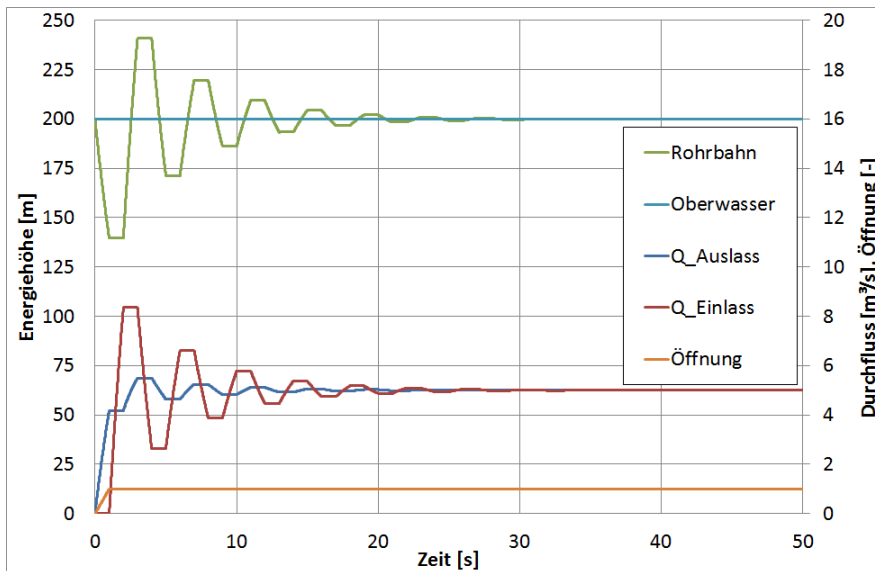


Abbildung 17: Fall 1 – zeitlicher Verlauf

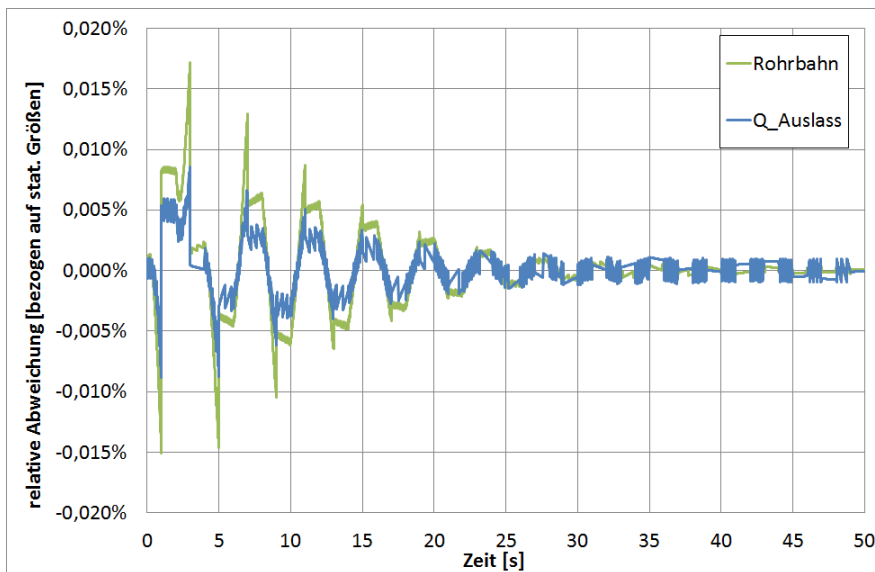


Abbildung 18: Fall 1 – relativer Fehler

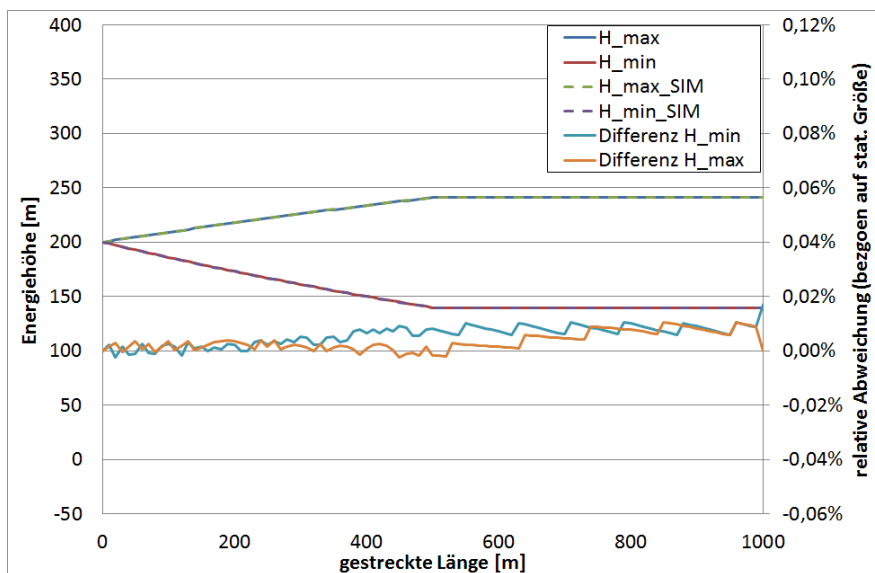


Abbildung 19: Fall 1 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)

Fall 2: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb von 10 Sekunden geöffnet ( $Q_{\text{stat}} = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ )

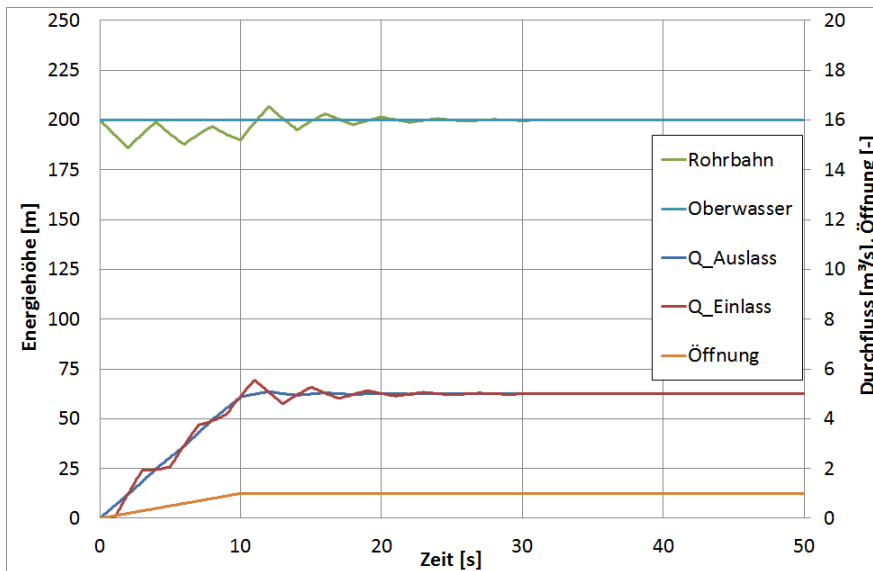


Abbildung 20: Fall 2 – zeitlicher Verlauf

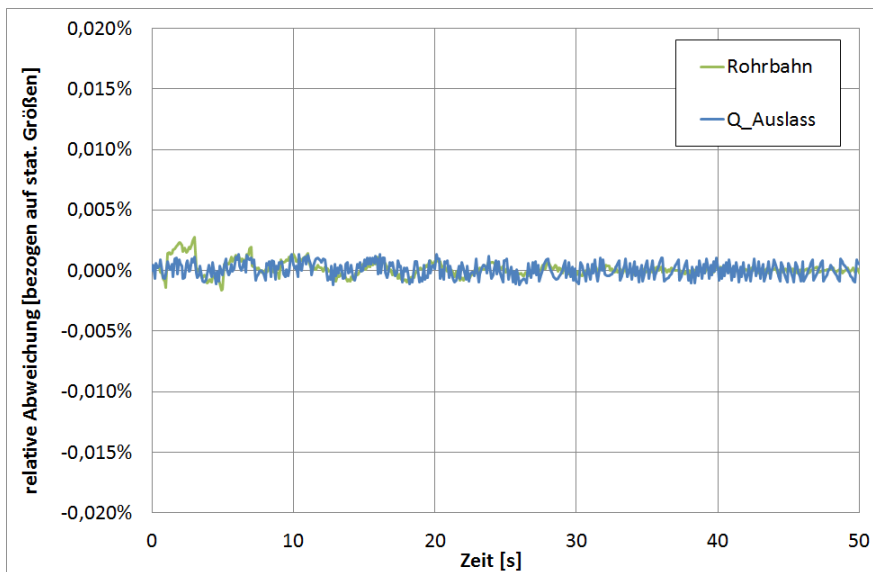


Abbildung 21: Fall 2 – relativer Fehler

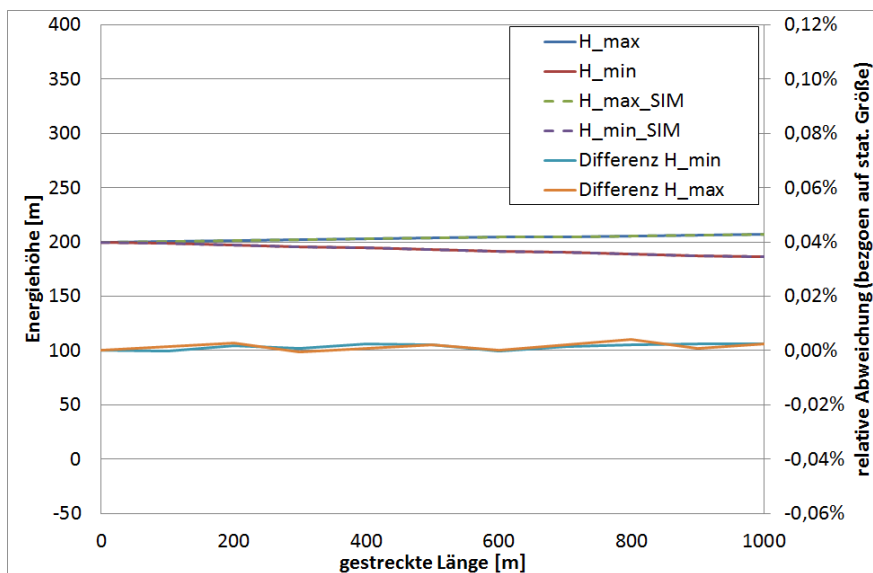


Abbildung 22: Fall 2 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)



Fall 3: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb einer Sekunde geöffnet ( $Q_{\text{stat}} = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ )

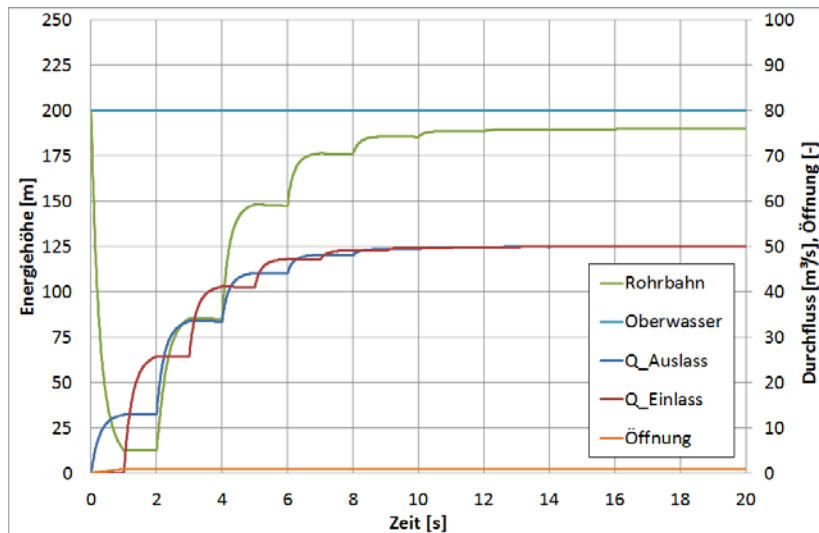


Abbildung 23: Fall 3 – zeitlicher Verlauf

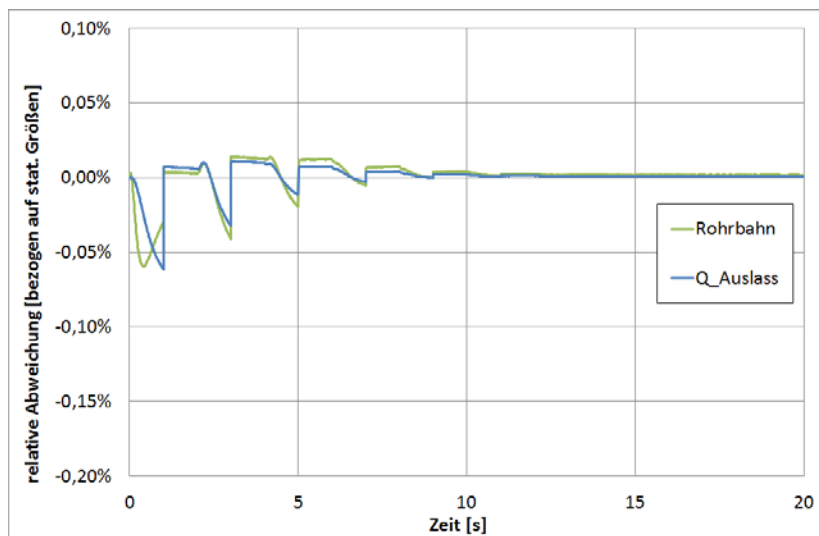


Abbildung 24: Fall 3 – relativer Fehler

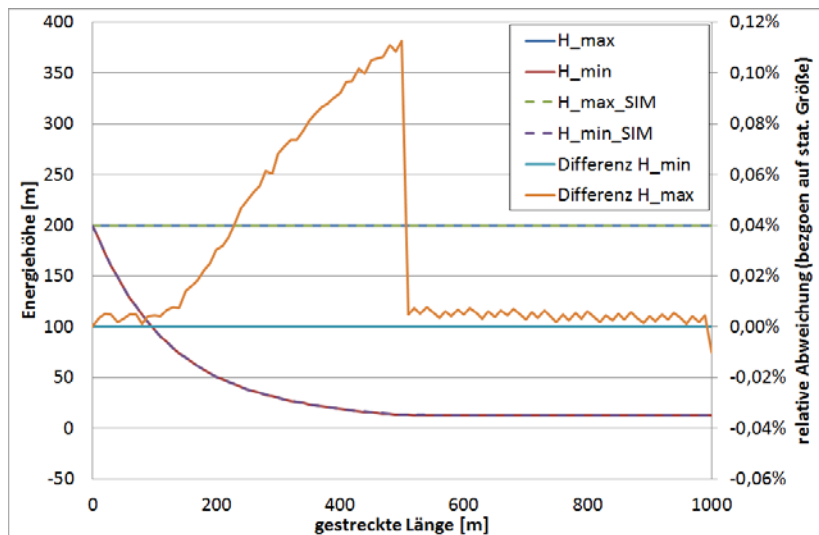


Abbildung 25: Fall 3 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Der Sprung in der Mitte des Rohres ergibt sich, da bis zur Hälfte der Extremwert nur durch die erste Reflexion geprägt ist. Da diese bei sehr geringem Durchfluss stattfindet ergibt sich eine größere Differenz in der Reibung.

Fall 4: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb von 10 Sek. geöffnet ( $Q_{stat} = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ )

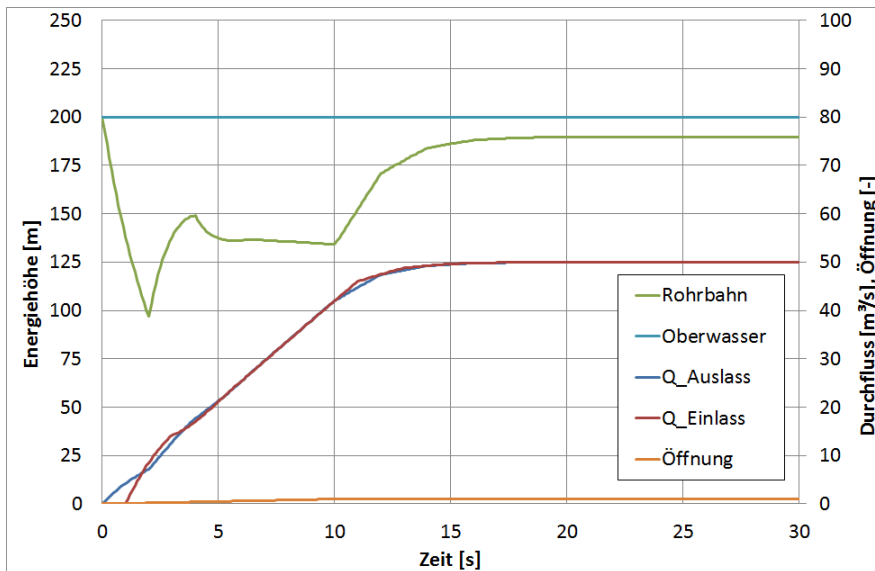


Abbildung 26: Fall 4 – zeitlicher Verlauf

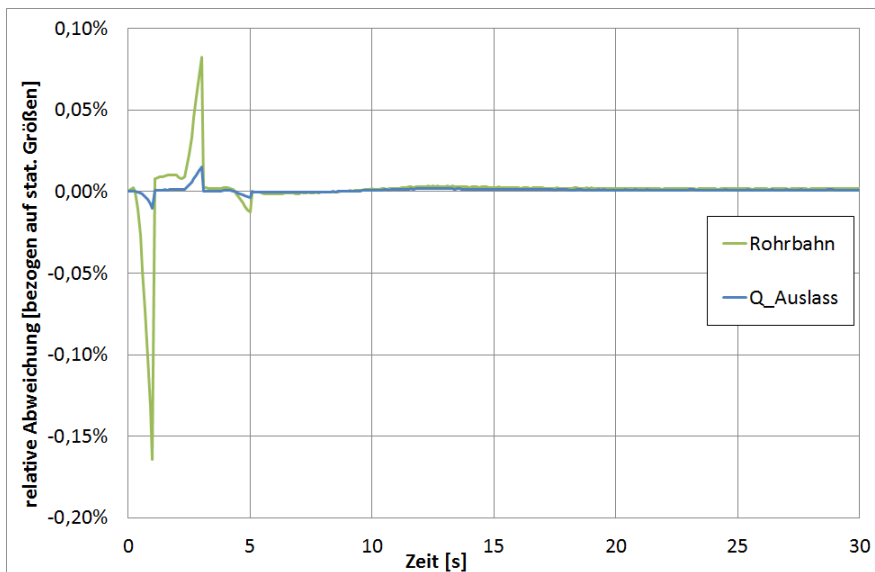


Abbildung 27: Fall 4 – relativer Fehler

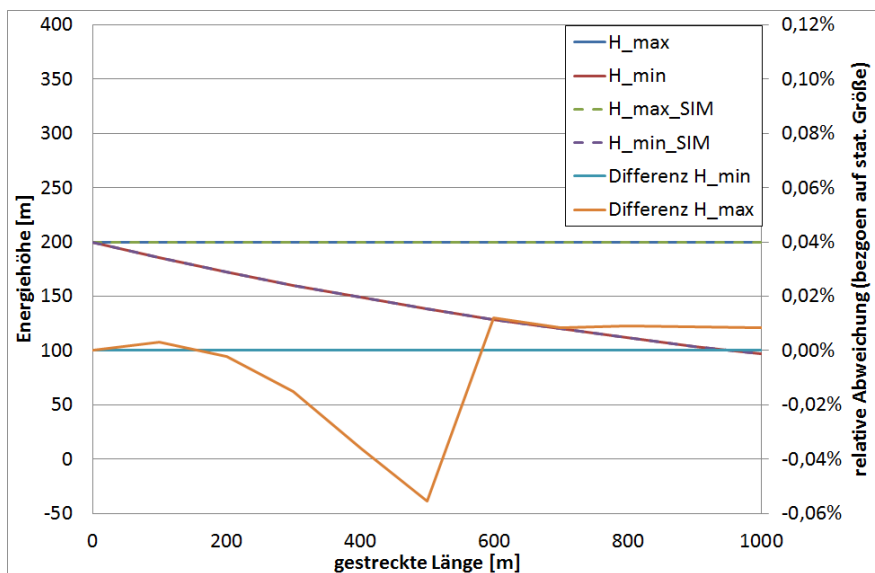


Abbildung 28: Fall 4 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)

Fall 5: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb einer Sekunde geschlossen ( $Q_{stat} = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ )

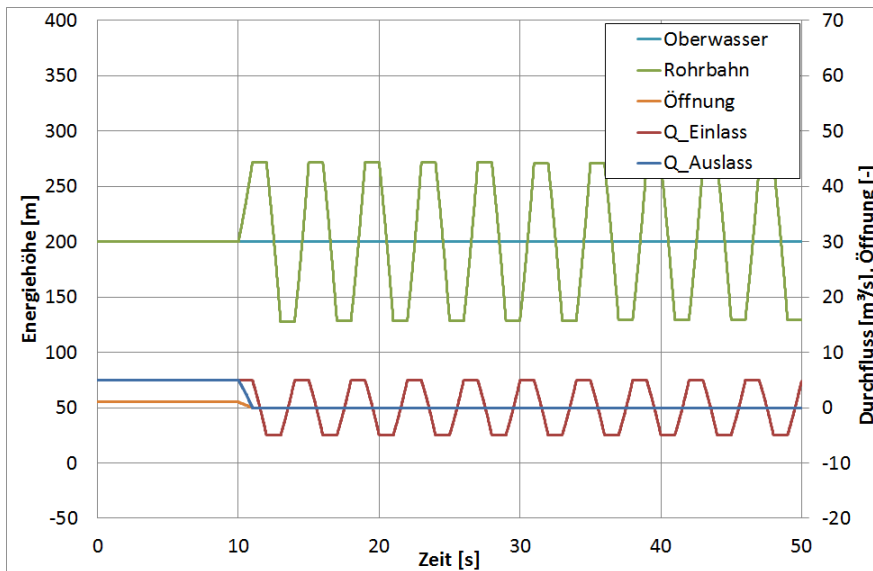


Abbildung 29: Fall 5 – zeitlicher Verlauf

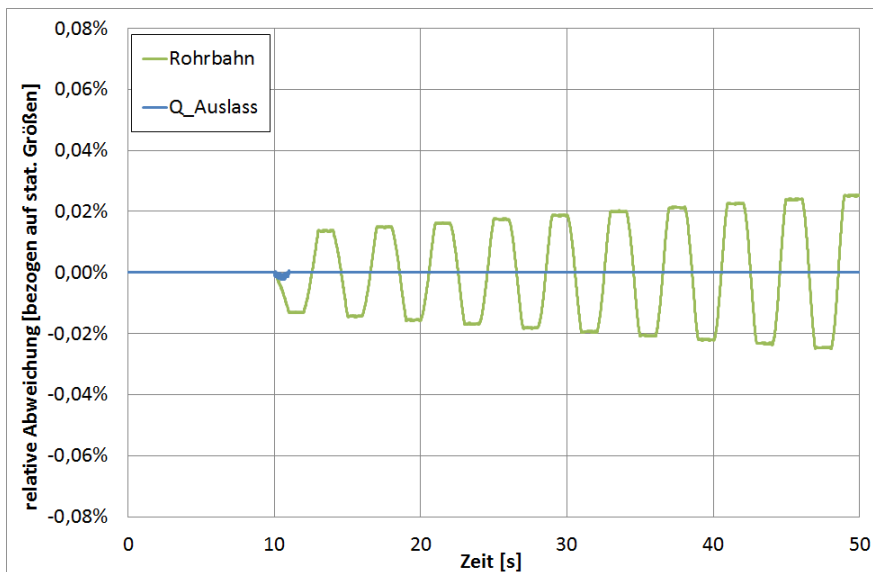


Abbildung 30: Fall 5 – relativer Fehler

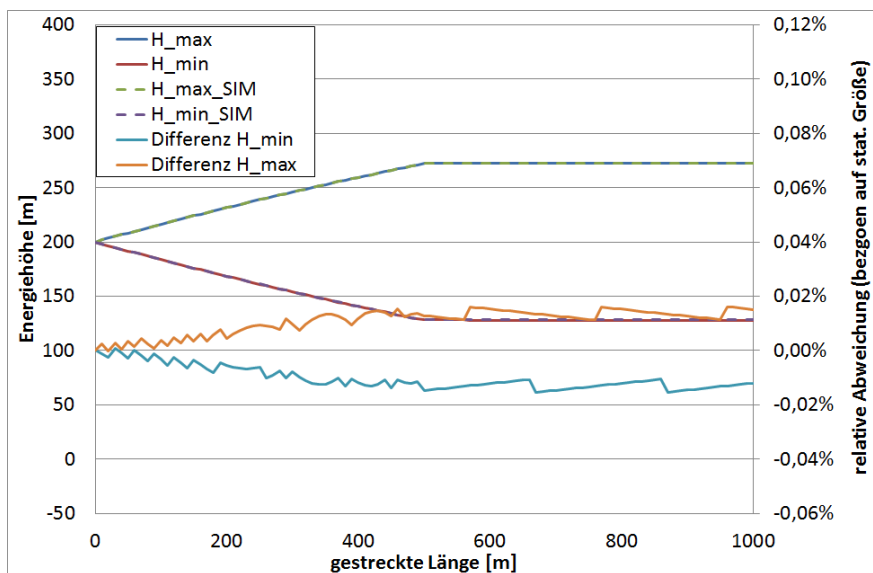


Abbildung 31: Fall 5 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)

Fall 6: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb von 10 Sek. geschlossen (Qstat = 5 m<sup>3</sup>/s)

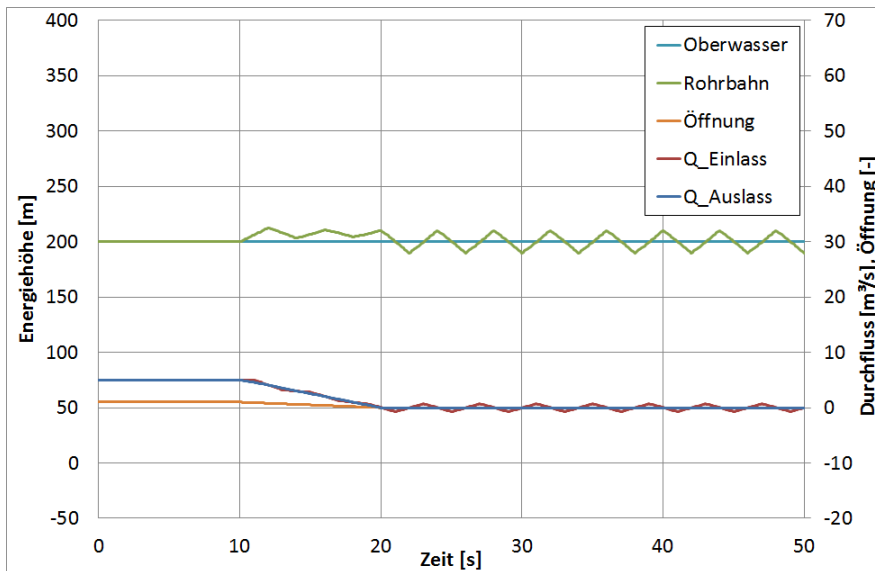


Abbildung 32: Fall 6 – zeitlicher Verlauf

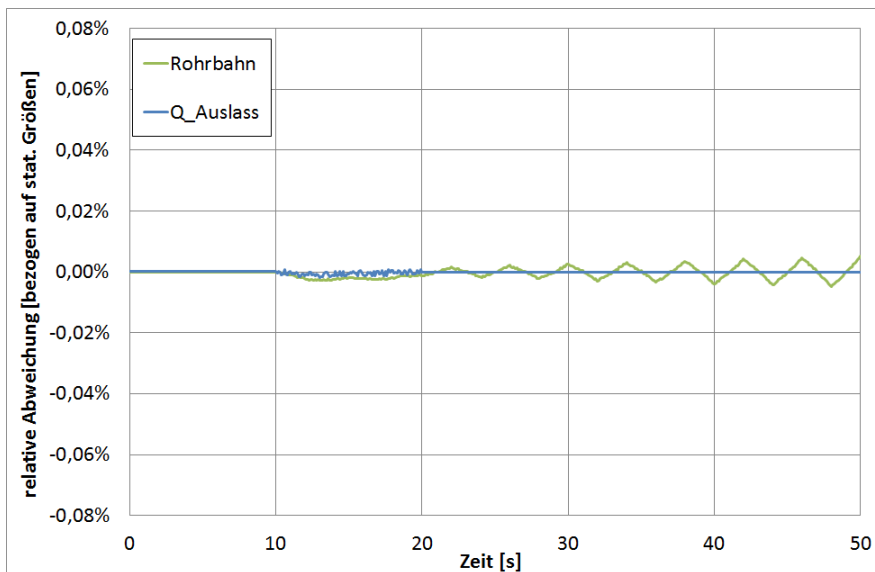


Abbildung 33: Fall 6 – relativer Fehler

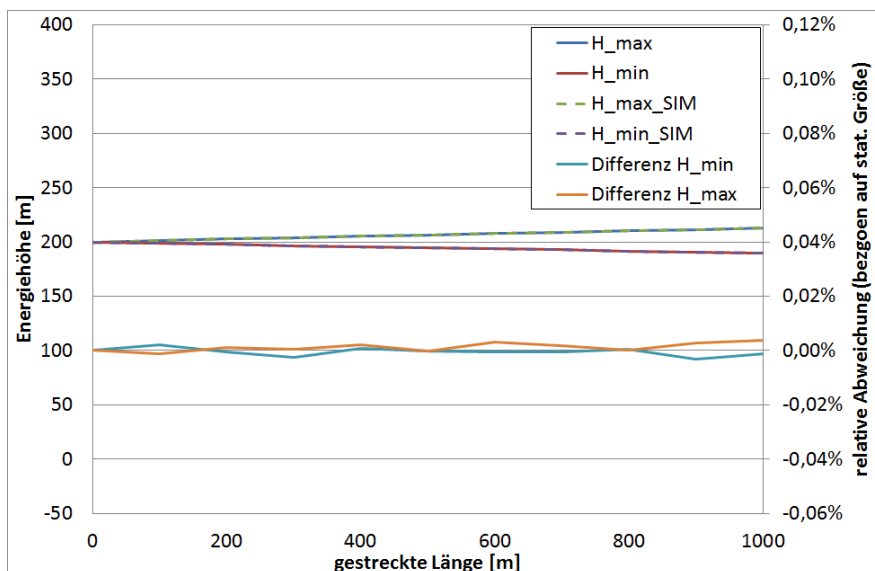


Abbildung 34: Fall 6 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)

Fall 7: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb einer Sekunde geschlossen ( $Q_{stat} = 12 \text{ m}^3/\text{s}$ )

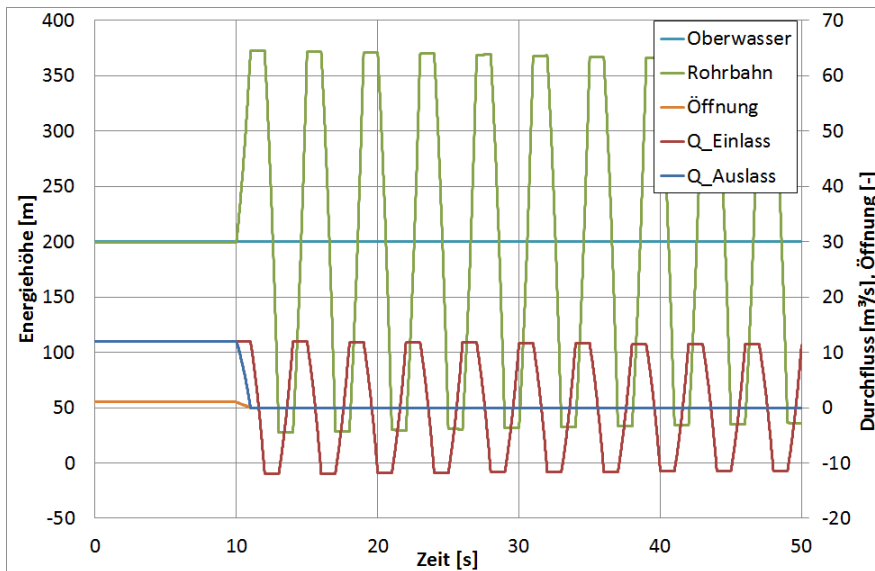


Abbildung 35: Fall 7 – zeitlicher Verlauf

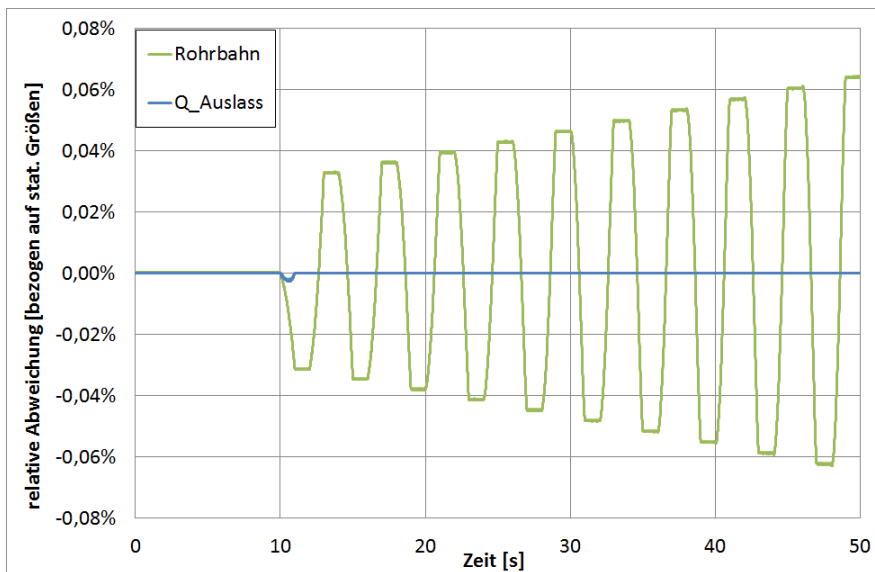


Abbildung 36: Fall 7 – relativer Fehler

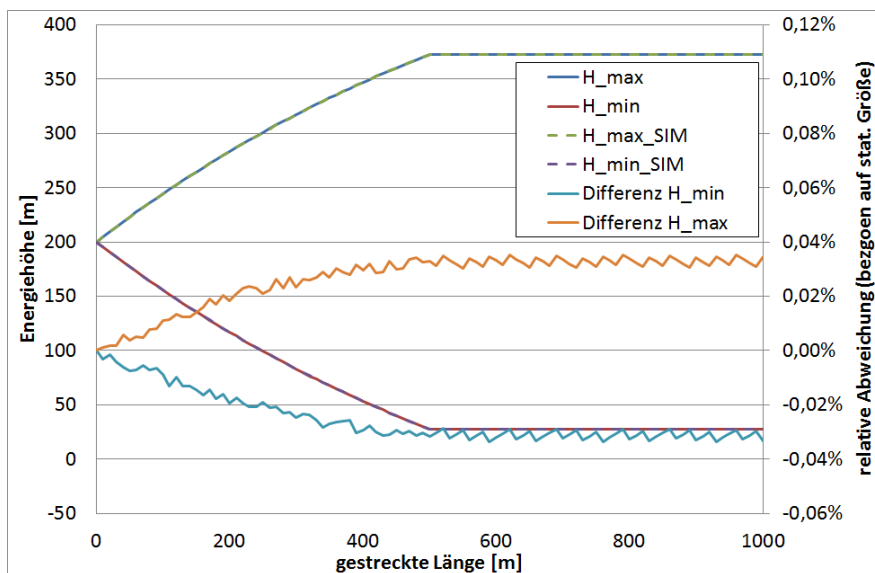


Abbildung 37: Fall 7 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)

Fall 8: Das Regelorgan am Auslass wird innerhalb von 10 Sek. geschlossen ( $Q_{stat} = 12 \text{ m}^3/\text{s}$ )

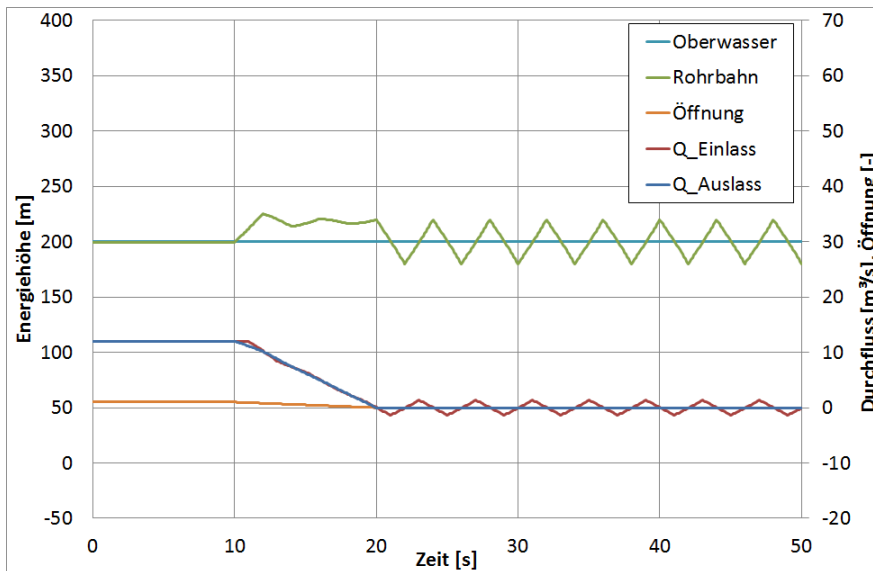


Abbildung 38: Fall 8 – zeitlicher Verlauf

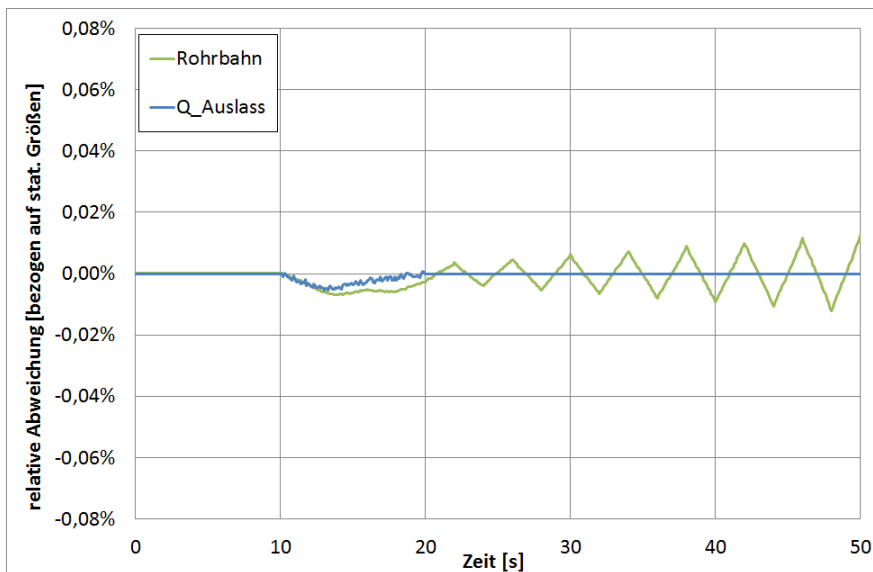


Abbildung 39: Fall 8 – relativer Fehler

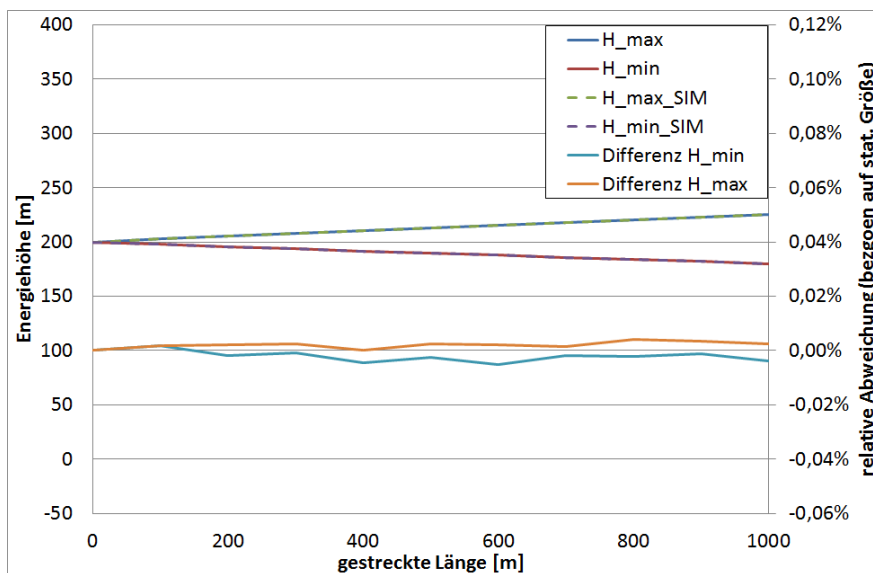


Abbildung 40: Fall 8 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler)

## 2.4. Turbine

### 2.4.1. Allgemein

Die Turbine wandelt die Strömungsenergie des Wassers in mechanische Energie um. Diese Wellenenergie treibt den Generator zur Stromerzeugung an. Abhängig vom Wasserangebot und der Fallhöhe werden die verschiedenen Turbinentypen eingesetzt [12]. Bei großen Fallhöhen und geringem Durchfluss muss eine Pelton-turbine verwendet werden. Bei mäßiger Fallhöhe und größeren Durchflüssen wird eine Francisturbine eingesetzt und bei geringer Fallhöhe und großem Durchfluss eine Kaplan-turbine. Zur Einteilung dient die spezifische Drehzahl nach Gleichung (1.80). In Abbildung 41 sieht man die Einteilung der verschiedenen Turbinentypen abhängig von der Fallhöhe und der spezifischen Drehzahl.

$$n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (1.80)$$

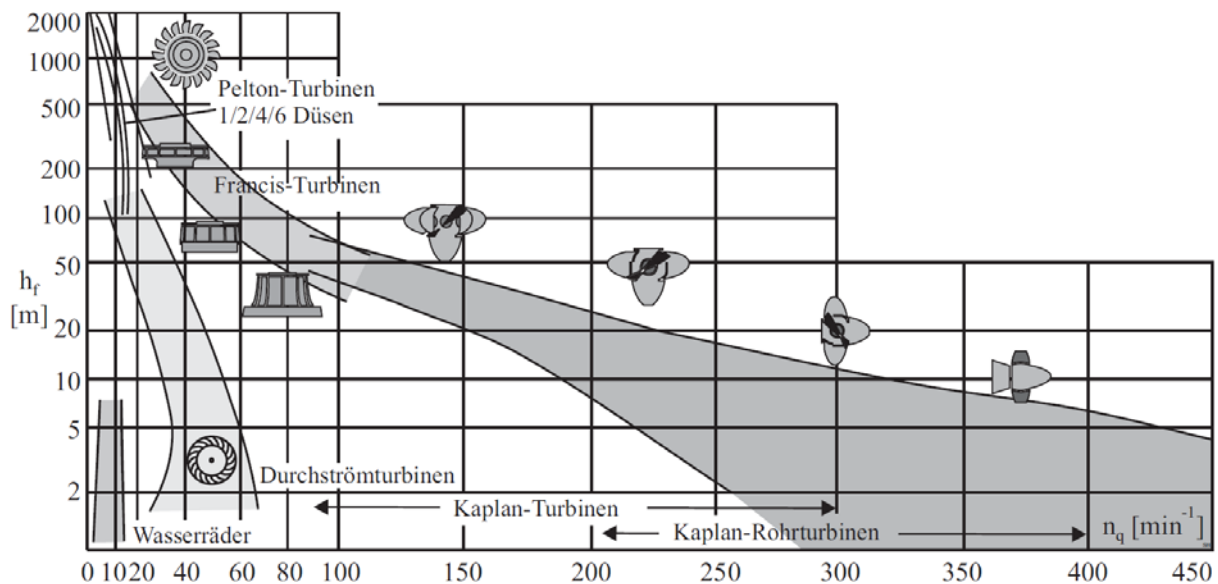


Abbildung 41: Einteilung der Turbinen ( $h_f$ ...Fallhöhe,  $n_q$ ...spezifische Drehzahl) [1]

### 2.4.2. Berechnung

Wie in Abschnitt 1.1 kurz gezeigt gilt für das Modul Turbine, dass die Energiehöhen die Eingangsgröße und der Durchfluss die Ausgangsgröße ist. Die Energiehöhe für die Turbine ist die Differenz zwischen der Energiehöhe vor der Turbine und direkt danach. Das kann entweder der Energiehöhe im Saugrohr entsprechen (Francis oder Kaplan) oder auch der mittleren Höhenkote der Düsenaustrittspunkte (Pelton).

Der Durchfluss und das Drehmoment der Turbine werden anhand der Einheitswerte [13] aus den entsprechenden Kennfeldern (z.B.: Abbildung 42) ausgelesen. Die einzelnen Kennlinien im Kennfeld entsprechen den Stellungen des Leitapparats. Daraus kann für jede Stellung eine Kennlinie interpoliert werden.

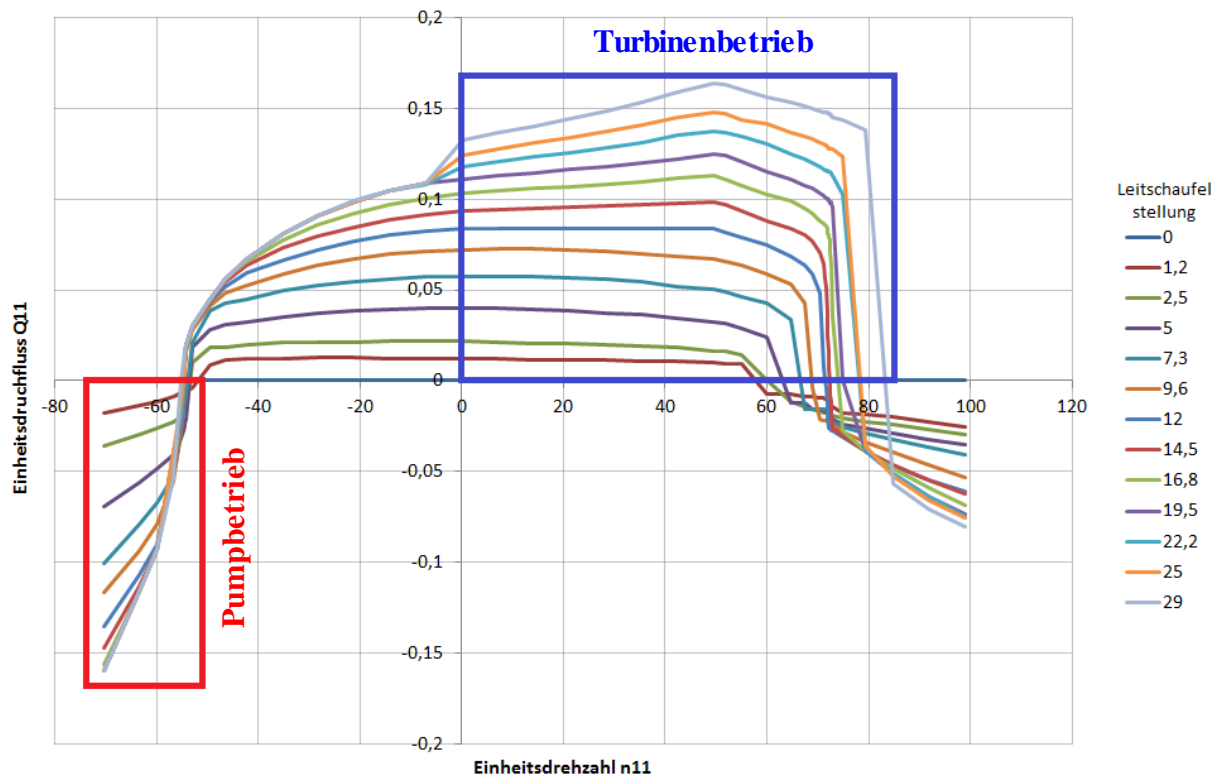


Abbildung 42: Einheitskennfeld für den Durchfluss (Francis Pumpturbine ohne S-Schlag)

Die Einheitsdrehzahl  $n_{11}$  wird nach Gleichung (1.81) aus der aktuellen Drehzahl  $n$ , der aktuellen Energiehöhe  $H$  und dem Turbinenhauptdurchmesser  $D$  berechnet.

$$n_{11} = n \cdot \frac{D}{\sqrt{H}} \quad (1.81)$$

Die Werte aus dem Kennfeld für  $Q_{11}$  und  $M_{11}$  können anschließend nach Gleichung (1.82) und Gleichung (1.83) auf Durchfluss  $Q$  und das Drehmoment  $M$  zurück gerechnet werden.

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad \rightarrow \quad Q = Q_{11} D^2 \sqrt{H} \quad (1.82)$$

$$M_{11} = \frac{M}{D^3 H} \quad \rightarrow \quad M = M_{11} D^3 H \quad (1.83)$$



Für eine Pelton turbine vereinfacht sich das Durchflusskennfeld zu waagrecht Linien da der Durchfluss nur von der Stellung der Düsenadel abhängt. Auf das Drehmoment hat die Drehzahl aber weiterhin einen großen Einfluss.

Bei der Berechnung einer doppelt geregelten Kaplan turbine muss die Interpolation der Kennlinie um eine Dimension erweitert werden. Dabei werden die Stellung der Leitschaufeln und die der Laufschaufeln berücksichtigt. Eine Erweiterung des Programms um diese Möglichkeit ist derzeit nicht geplant, wäre aber möglich.

### 2.4.3. Berücksichtigung des S-Schlag für Pumpturbinen

Bei der Berechnung von Pumpturbinen ergibt sich im Kennfeld ein S-Schlag. Das heißt, dass die Kennlinien für Durchfluss und Drehmoment oberhalb des Betriebspunkts nach hinten geschwenkt sind (Abbildung 43).

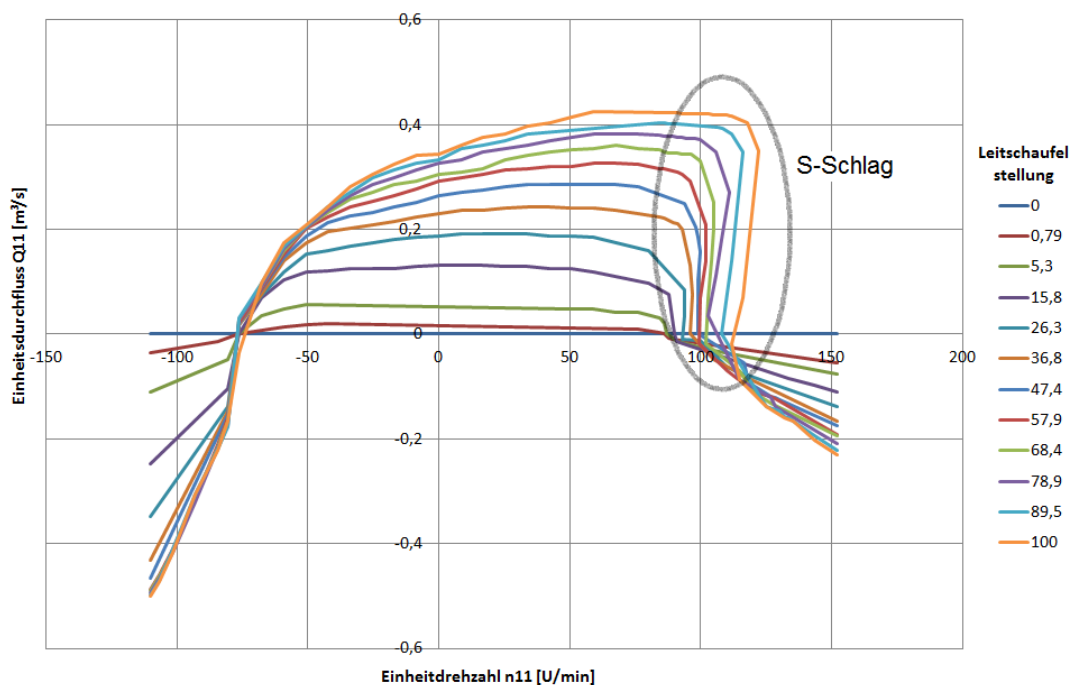


Abbildung 43: Kennfeld Einheitsdurchfluss mit S-Schlag

Um den S-Schlag abbilden zu können müssen die x- und y- Koordinaten aller Stützpunkte für jede Kurve angegeben werden. Es ist nicht möglich alle Kennlinien auf demselben x-Vektor abzubilden, wenn die Kennlinien einen S-Schlag aufweisen [15]. Bei der Eingabe werden somit für jede Leitschaufelstellung die  $n_{11}$  und  $Q_{11}$  Stützpunkte angegeben. Beim Einlesen wird die Anzahl der Stützpunkte auf einen vorher festgelegt Wert erhöht um für jede Kennlinie die gleiche Anzahl an Stützpunkten zu erhalten. Dies vereinfacht die Interpolation zwischen den einzelnen Kennlinien.

Wenn man die Berechnungen mit und ohne S-Schlag vergleicht ergeben sich deutliche Unterschiede aufgrund der unterschiedlichen Kennfelder.

In der folgenden Betrachtung wurde der Durchgang (frei drehende Turbine bei voll geöffnetem Leitapparat) einer Pumpturbine berechnet. Die Berechnungen wurden einerseits mit der angenäherten Kennlinie und mit der exakten Kennlinie mit S-Schlag durchgeführt. Beim Linearisieren ist zu beachten, dass die wichtigen Punkte gleich bleiben. Wenn das Drehmoment gegen Null geht muss der Durchfluss in beiden Fällen gleich groß sein um den gleichen stationären Zustand zu erreichen.

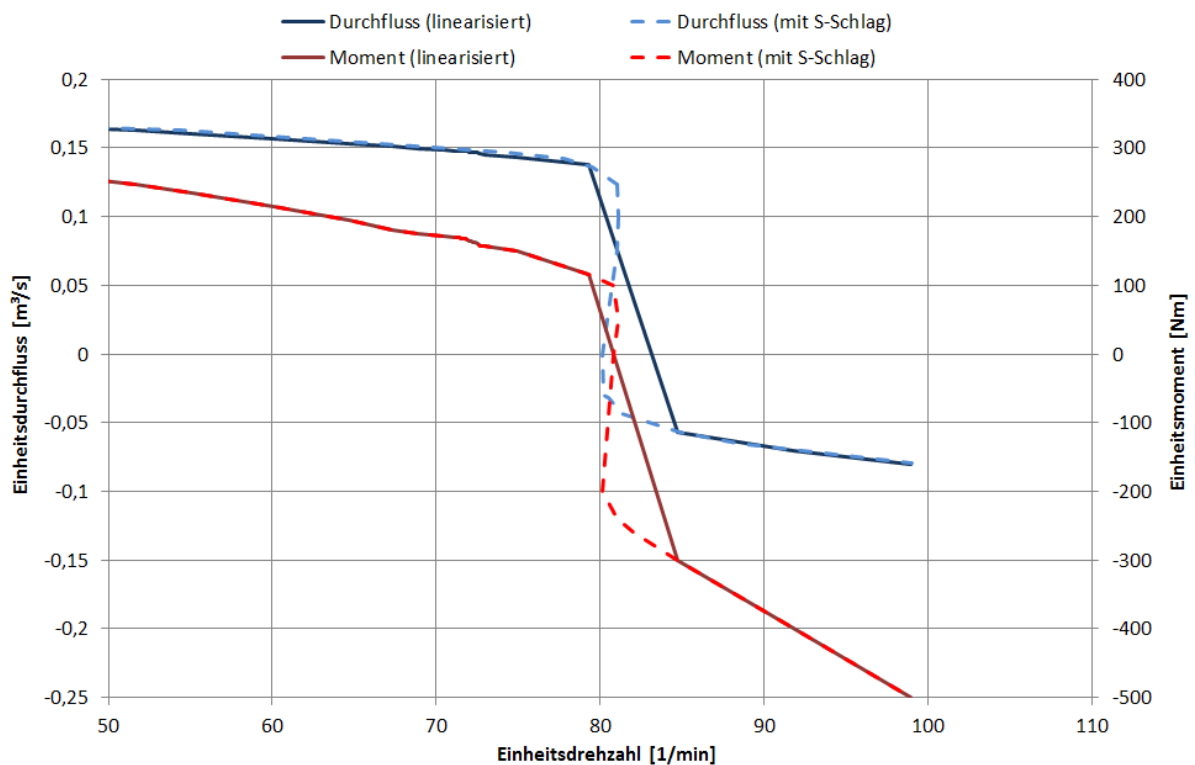


Abbildung 44: Kennlinien für Durchfluss und Drehmoment (mit und ohne S - Schlag)

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse in Abbildung 45 und Abbildung 46 zeigen, dass das Einschwingen in den stationären Zustand durch berücksichtigen des S-Schlages nicht so schnell geht, wie bei der Berechnung mit den linearisierten Kennlinien. Auffallend in den Ergebnissen ist die große Differenz der Durchflüsse und daraus folgend auch der Energiehöhe vor der Turbine. Ursache dafür ist der unterschiedliche Zusammenhang zwischen den entsprechenden Punkten des Einheitsdurchfluss und –Drehmoments auf den Kennlinien. Im S-Schlag hat M11 eine viel geringere Bremswirkung bei stärkerer Strömungsverzögerung. Daraus die höhere maximal Drehzahl und der stärkere Ausschlag der Durchflussschwingung.

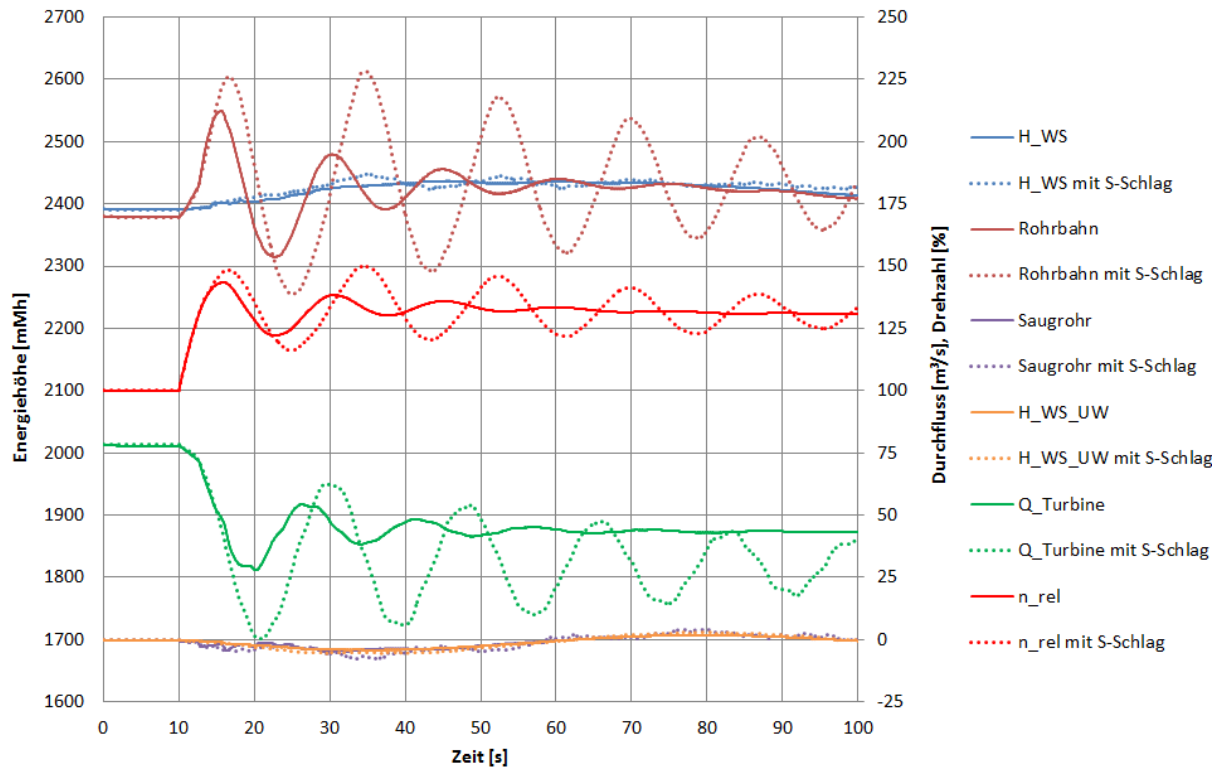


Abbildung 45: Vergleich der Ergebnisse mit und ohne S-Schlag

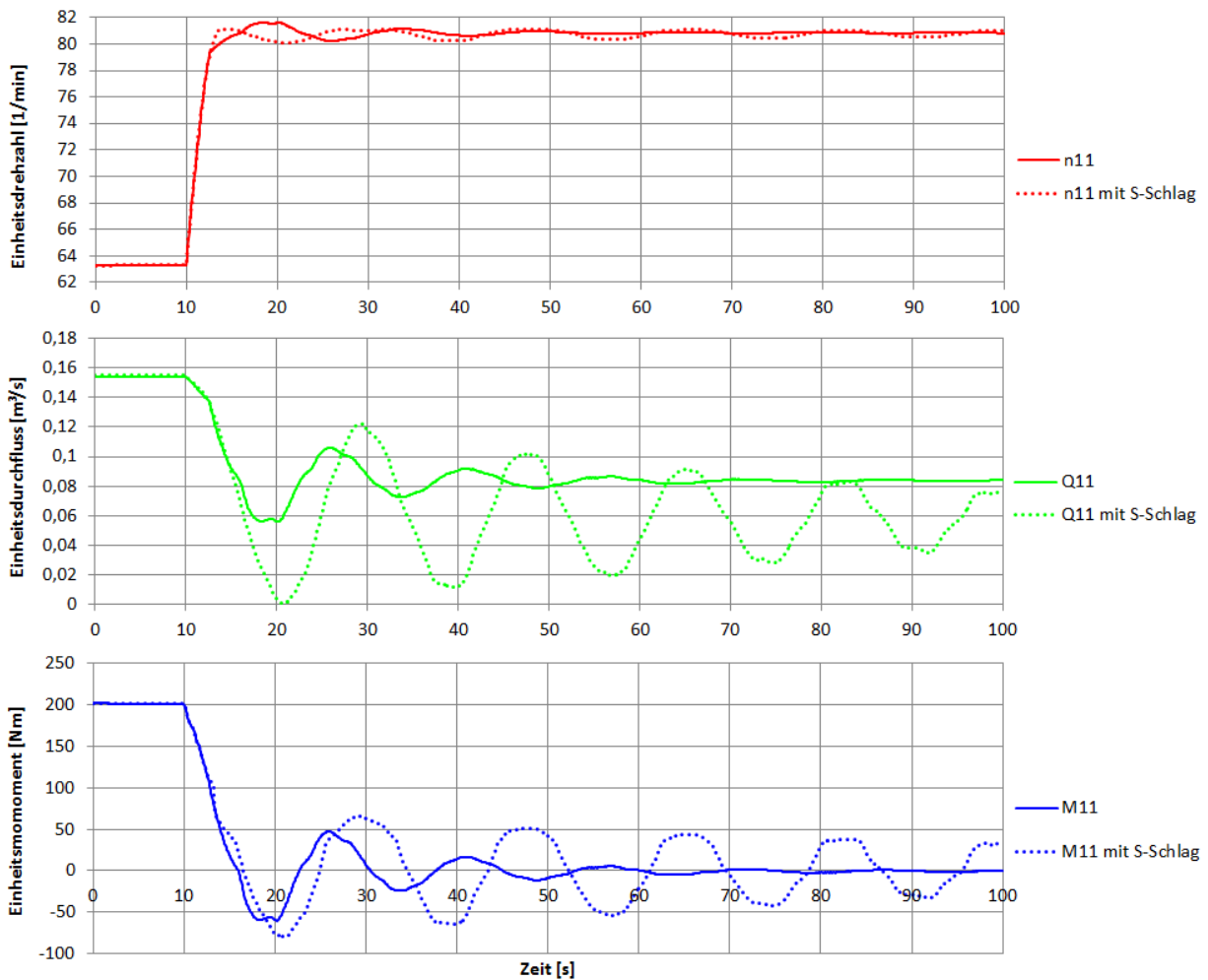


Abbildung 46: Gegenüberstellung der Einheitsgrößen

Der S-Schlag ist durch das Kennfeld vom Versuchsstand vorgegeben. Um die Einflüsse auf die Berechnung besser zeigen zu können, wurde in diesem Fall der S-Schlag im Bereich des negativen Einheitsdrehmoments modifiziert (Abbildung 47). Daraus zeigt sich, dass trotz der Änderung die Maximaldrehzahl gleich bleibt, aber die Verzögerung danach schneller ist (Abbildung 48). Um die Ergebnisse weiter anzugleichen müsste der Schnabel des S-Schlags gekürzt werden. Dieser ist jedoch eindeutig durch das Modellkennfeld gegeben und wird deswegen exakt nachgebildet. Man sieht daraus, dass die Linearisierung als Vereinfachung zu einem abweichenden, aber nicht völlig falschen Ergebnis führt.

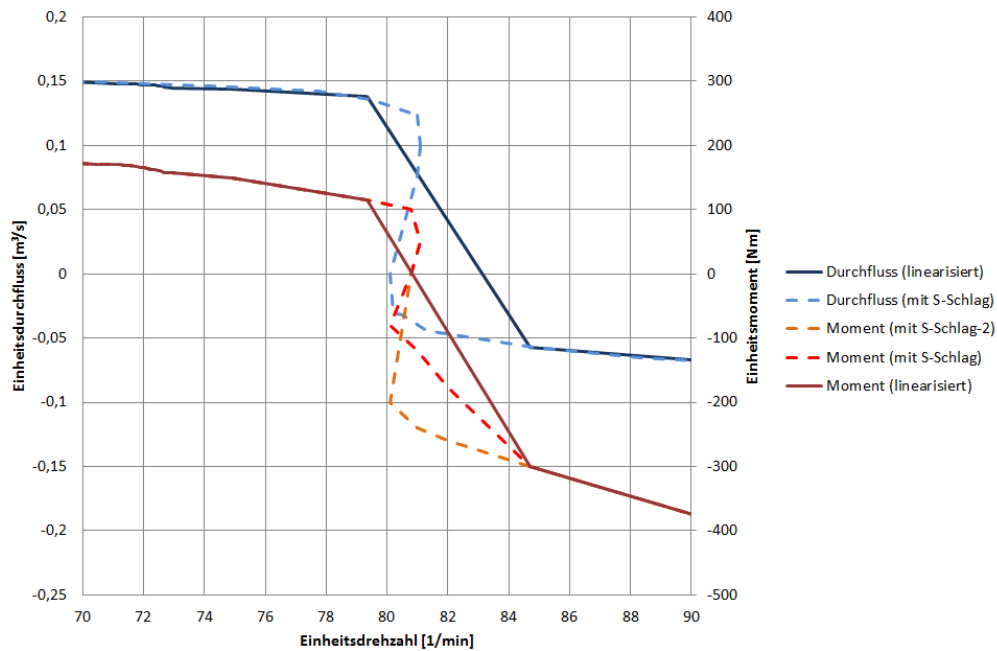


Abbildung 47: Kennlinien der verschiedenen S-Schläge

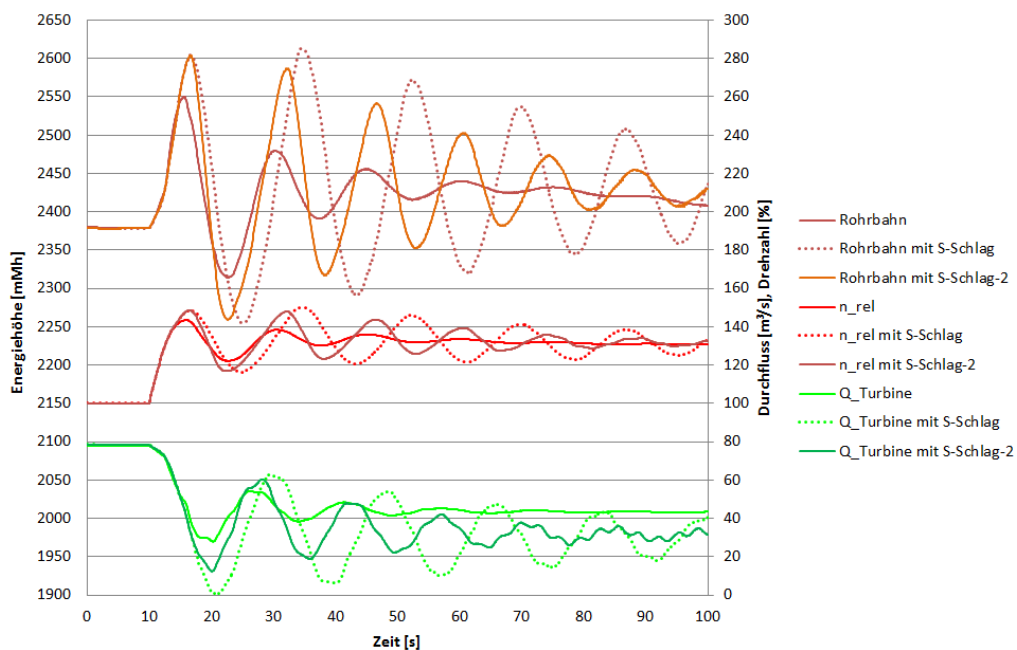


Abbildung 48: Vergleich der verschiedenen S-Schlag Ausführungen

#### 2.4.4. Steuerung der Turbinen mit vorgegebenem Stellgesetz

Bei der Berechnung von verschiedenen Lastfällen muss die Steuerung des Leitapparats vorgegeben werden. Dies kann durch die direkte Eingabe der einzelnen Stützpunkte der Steuerkurve erfolgen. Ebenfalls kann man ein Stellgesetz eingeben, dass die maximalen Stellgeschwindigkeiten beim Öffnen und Schließen vorgibt. Die Steuerung folgt dem Steuerbefehl (Soll-Wert) solange die maximalen Stellgeschwindigkeiten nicht überschritten werden.

Die Eingabe der Steuerkurve erfolgt anhand eines Vektors für die Zeitwerte und einen für die Stellwerte. Gleiches gilt für das Stellgesetz, wobei man Öffnen und Schließen unterscheiden muss (Abbildung 49).

Das Unterprogramm Stellgesetz vergleicht zu jedem Zeitschritt die vorgegebene Stellgeschwindigkeit mit der maximal möglichen bei der aktuellen Öffnung und schließt daraus auf die Stellbewegung.

Für einen Test wurde folgendes Stellgesetz angenommen (unterschiedliche Öffnungs- und Schließzeit):

Y-Öffnen:	0	10	30	70	90	100	[%]
t-Öffnen:	0	2	4	6	8	10	[s]
Y-Schließen:	100	90	70	30	10	0	[%]
t-Schließen:	0	3	5	6	9	12	[s]

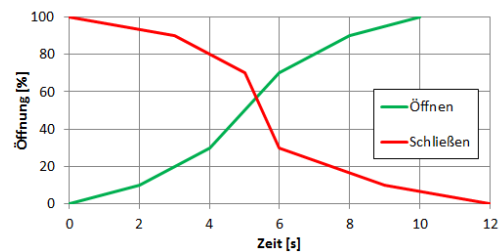


Abbildung 49: Stellgesetz

In Abbildung 50 ist das Ergebnis eines Steuerungsverlaufs unter Berücksichtigung des Stellgesetzes. Die erste Öffnung erfolgt nach einer Sekunde und folgt exakt der vorgegebenen Kurve. Gleiches gilt für das Schließen nach 20 Sekunden. Die Steuergröße folgt der langsamen Öffnung zwischen 35 und 50 Sekunden und öffnet aufgrund des Sprungs bei 50 sek. entsprechend der Vorgabe solange bis der Sollwert erreicht ist und schließt dann wieder. Ein ähnliches Beispiel sieht man zwischen Sekunde 85 und 100.

Der hier verwendete Sollwertverlauf entspricht keinem sehr realistischen Verlauf, zeigt aber anschaulich wie sich die Steuerungsgröße verhält. Das verwendete Stellgesetz kann beliebig um Stützpunkte erweitert werden, wobei bei sehr großen Mengen (>1000 Stützpunkten) das Programm langsamer arbeitet.

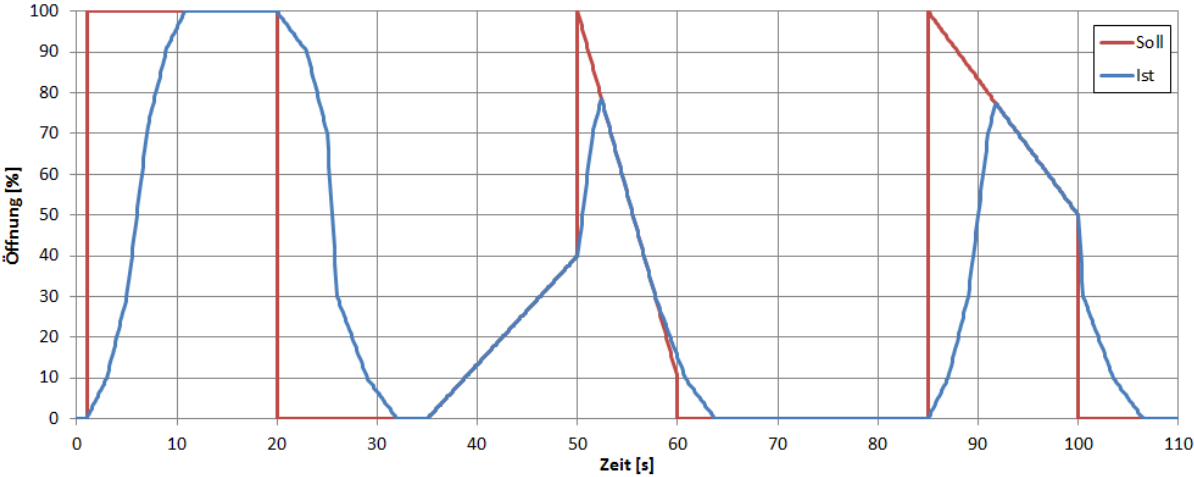


Abbildung 50: Steuerungsverlauf nach Stellgesetz

### 3. Vergleich – Simulation mit Messung

#### 3.1. Anlage

Zum Vergleich von Simulation und Messung wurde eine Messung der TIWAG aus dem Pumpspeicherkraftwerk Kühtai verwendet. Diese ist im Jahre 2002 bei der Abschaltung einer Turbine durchgeführt worden [15].

Daten zum PSKW Kühtai (Teil der Kraftwerksgruppe Sellrain-Silz)

Zwei vertikalachsige, reversible Maschinensätze, bestehend aus Francis-Spiralturbine (als Pumpspeicherturbine ausgeführt) und Motorgenerator mit Anfahrmotor	
Turbinenbetrieb	max. 289 MW
Pumpbetrieb	max. 250 MW
Nenn Drehzahl des Maschinensatzes	600 U/min

**Tabelle 7: PSKW Kühtai - Daten**

Angaben Turbinenbetrieb (Messung & Simulation) [15]:

Oberwasserspiegel	2316	mMh
Unterswasserspiegel	1893	mMh
Fallhöhe	423	m
Anfangsleistung	120	MW
Leitapparatöffnung	74	%

Triebwasserweg-Abschnitte für die Simulation	D [m]	L [m]	k [mm]	a [m/s]
Einlaufstollen	4,4	284,0	0,5	1136
Schrägschacht	4,0	951,0	0,4	1132
Flachstrecke (inkl. Hosenrohr bis Turbine)	2,91	536,0	0,3	1147
Saugleitung ab Pumpturbine	4,0	100,0	0,4	1000
Gesamtlänge OW-Einlauf bis Turbine		1771 m		

**Tabelle 8: Triebwasserweg-Daten PSKW Kühtai**

### 3.2. Messung in der Anlage

Es wurde eine sogenannte Auslösung einer Turbine gemessen. Das bedeutet, dass der Generator vom Netz geht und zeitgleich der Leitapparat sich zu schließen beginnt. Aufgrund des fehlenden Bremsmoments beschleunigt sich die Turbine. Dadurch und auch durch den sich langsam schließenden Leitapparat wird der Durchfluss verzögert und der Rohrbahndruck steigt. Die zweite Turbine war während der Messung nicht in Betrieb.

Bei der Messung wurden der Rohrbahndruck, der Druck im Saugrohr, die Drehzahl, die Leitapparat-Stellung, der Druck am Laufrad und die Leistung aufgenommen (Abbildung 51).

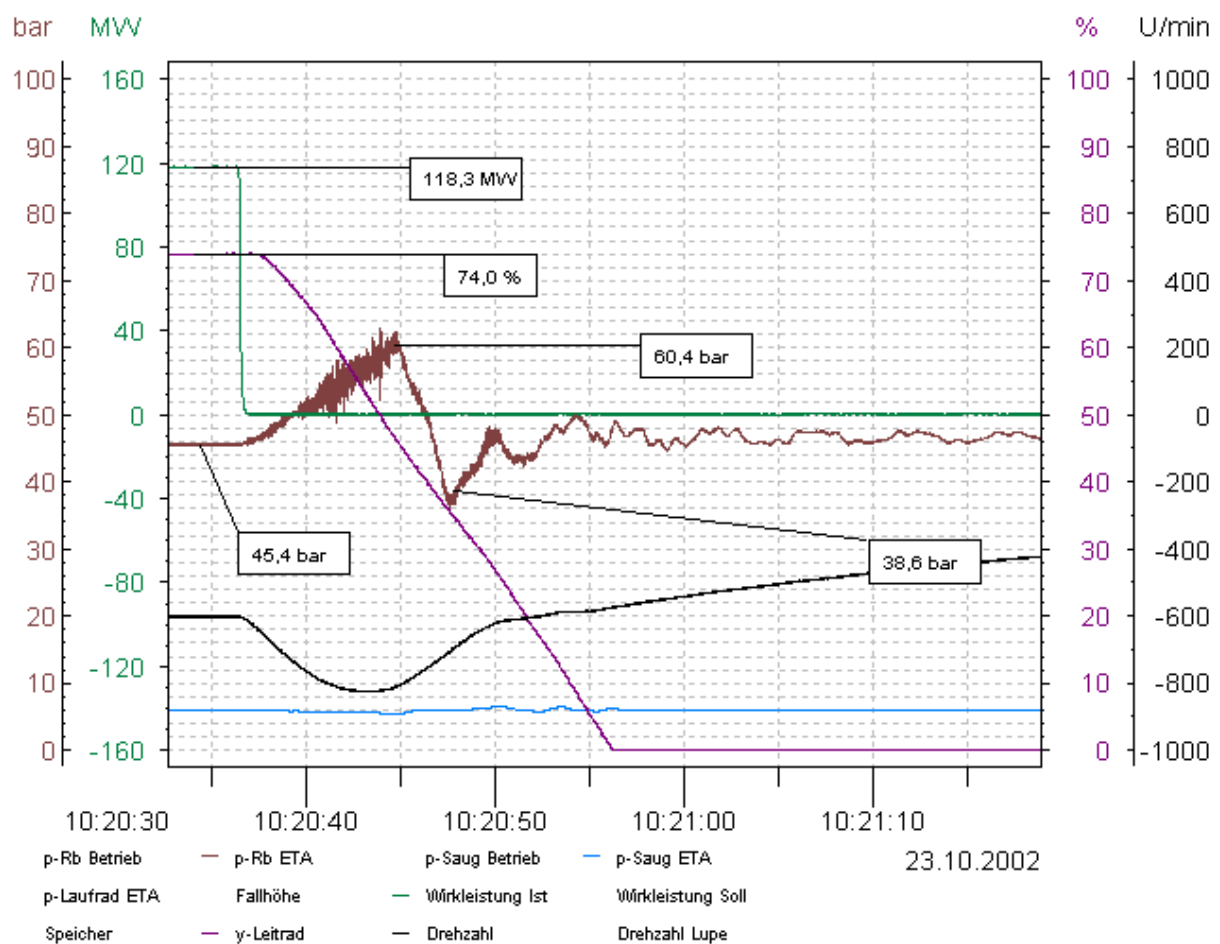


Abbildung 51: Messergebnis [15]



### 3.3. Simulationsmodell

Für die Simulation wurde das in Abbildung 52 abgebildete Modell verwendet. Die Parameter wurden entsprechend der Tabelle 8 gewählt. Bis auf das Integrieren des Hosenrohrs in die Flachstrecke mussten keine weiteren Anpassungen gegenüber der wirklichen Anlage gemacht werden.

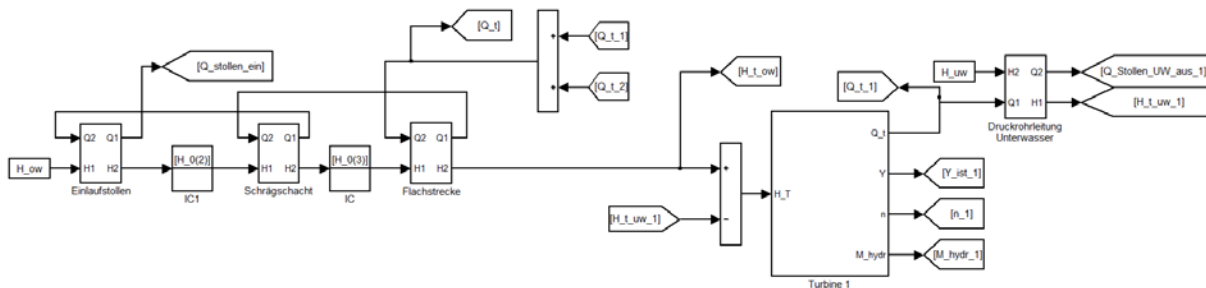


Abbildung 52: Modell des PSKW Kühltai

### 3.4. Simulation

Für die Simulation wurden die gleichen Parameter wie bei der Messung verwendet. Um möglichst gleiche Werte zu erhalten, wurde die gemessene Schließkurve des Leitapparats in der Simulation anhand von 12 Stützpunkten nachgebildet.

#### Stützpunkte Schließkurve:

Y-Schließen:	74,0	74,0	72,7	66,8	65,6	56,1	41,8	27,1	19,3	9,1	0,1	0,1	[%]
t-Schließen:	0	10,36	11,10	12,92	13,29	15,50	18,93	22,95	24,79	27,22	29,22	100,0	[s]

### 3.5. Vergleich der Ergebnisse

Die in Abbildung 53 aufgetragenen Kennlinien ermöglichen einen direkten Vergleich der Messung und der Simulation. Die hochfrequenten Druckschwingungen in der Rohrbahn können im Programm nicht simuliert werden. Da diese hochfrequenten instationären Effekte vor allem im schaufellosen Raum auftreten und nicht im Berechnungsmodell berücksichtigt werden.

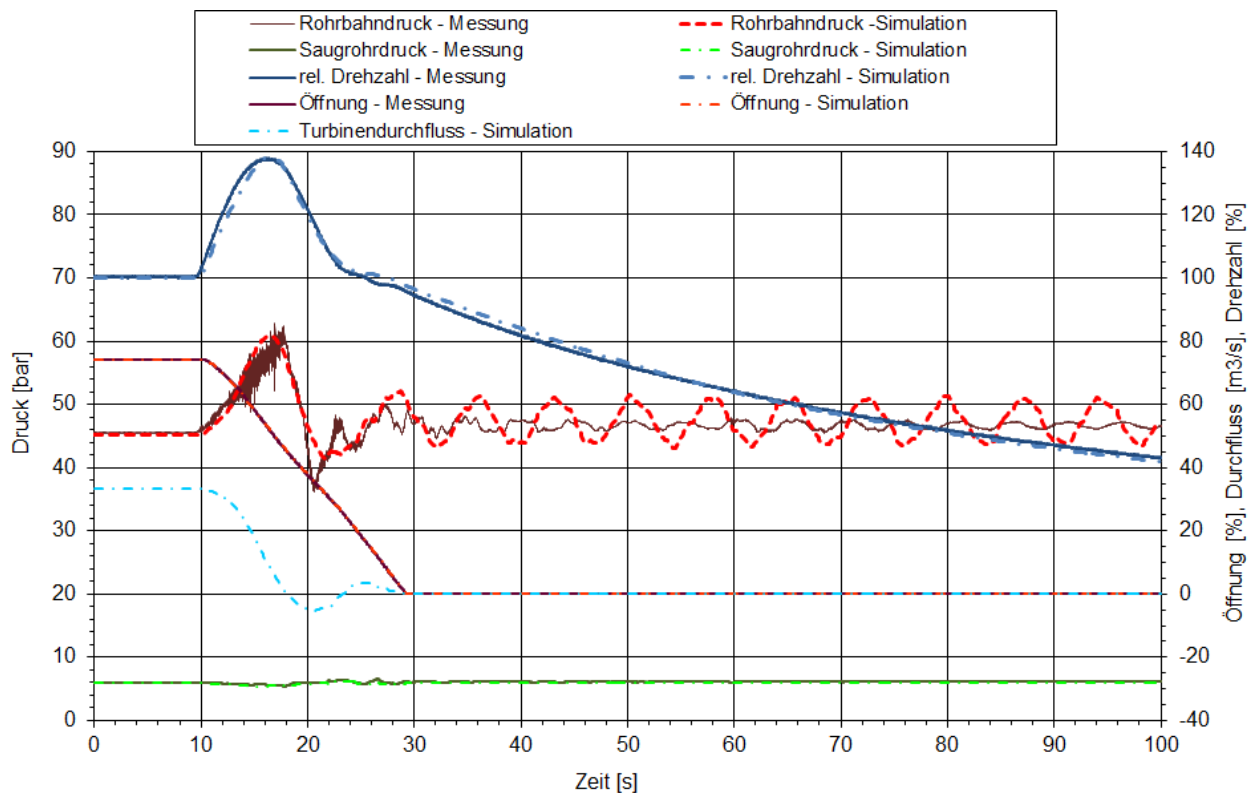


Abbildung 53: Vergleich - Simulation mit Messung

Der Vergleich zeigt, dass die sich die Messung und die Simulation annähernd decken. Vor allem die Drehzahl und der Saugrohrdruck sind nahezu ident.

Der berechnete Rohrbahndruck weicht jedoch von den gemessenen Werten aufgrund der bereits oben erwähnten hochfrequenten Schwingungen ab. Der Anstieg beim Schließen und der Druckabfall nach der Reflexion stimmen aber sehr gut überein. Die berechnete Druckschwingung nach dem Schließen des Leitapparats ist viel ausgeprägter als die real Auftretende. Es wäre möglich, dass der Leitapparat in der Anlage nicht so dicht abschließen kann, wie jener im Modell nachdem das Kennfeld erstellt wurde. Somit ist der Restdurchfluss in der Simulation vermutlich geringer und die Dämpfung der Druckstöße ebenfalls. Es gibt leider keine Möglichkeit dies direkt zu überprüfen, da es keine Aufzeichnungen des Durchfluss während der Messung gibt.

#### **4. Zusammenfassung und Ausblick**

Das erstellte Programm DSPI wurde bereits von der Tiroler Wasserkraft AG in der Planung verwendet und hat sich dabei bewährt. Vor allem die entkoppelten Wassersäulen im Wasserschloss bringen einen großen Vorteil in der Auslegung der Kammern. Oberstes Ziel in der Auslegung ist das Leerlaufen und Überfüllen zu verhindern. Anhand der übersichtlichen Eingabe können mit DSPI einfach Parameterstudien zur Mindestgröße der Kammern gemacht werden. Dieses Thema ist auch bei Unterwasser-Schwallkammern von großem Interesse und kann einfach untersucht werden.

Im Gegensatz zu vergleichbaren Programmen ist es langsamer, bietet dem Benutzer dafür die Möglichkeit alles modifizieren zu können. Vor allem für erfahrene Anwender ergeben sich daraus viele Vorteile und Anpassungsmöglichkeit auf spezielle Problemstellungen.

##### Verbesserungsmöglichkeiten:

Es gibt jedoch einzelne Punkte die auf jeden Fall bei der Weiterentwicklung berücksichtigt werden sollten. Die Geschwindigkeit und Stabilität sind entsprechend dem aktuellen Programmaufbau gut, könnten jedoch durch Veränderung des Aufbaus des Triebwasserwegs verbessert werden. Ich denke dabei an Module in denen mehrere Abschnitte des Triebwasserwegs zusammengefasst werden, möglicherweise sogar ein Modul für die Oberwasserseite und eines für die Unterwasserseite.

Weiters ist die Einbindung des Wasserschlosses zu überdenken, da derzeit die Trägheit des gesamten Wasserschlosses Auswirkungen auf den Druckstollen hat und im Fall von raschen Schwankungen offensichtlich zu hohe Druckschwankungen im Anschlusspunkt erzeugt. Diese Schwankungen führen zu erheblichen Schwingungen im Druckstollen welche physikalisch betrachtet möglich aber nicht plausibel sind. Um für dieses Problem eine Lösung zu finden wird es notwendig sein ein einfaches Wasserschloss auch mit dem Charakteristiken Verfahren zu modellieren, um das Wasserschloss elastisch betrachten zu können. Anhand dieses Modells kann dann eine Aussage getroffen werden, wie groß der Einfluss der Elastizität im Wasserschloss ist. Und wie groß die Druckschwankungen im Anschlusspunkt an den Druckstollen und den Druckschacht im Vergleich zum starren Wasserschloss sind.

Der Fehler hat sich bei der Simulation von Lastwechseln mit Reflexionszeit des Druckschachts gezeigt. Für jegliche Art von „normalen“ Lastfällen kann die derzeitige Variante aber sicher verwendet werden.

Die Berücksichtigung des S-Schlags in Pumpturbinen-Kennfeldern funktioniert sehr gut. Jedoch hat sich gezeigt, dass zum Beispiel bei einem Turbinen-Durchgang (freies Drehen der Turbinen bei geöffnetem Leitapparat) der stationäre Zustand aufgrund des steifen Berechnungssystems nicht erreicht wird. In einigen Fällen hat sich der Rohrbahndruck sogar aufgeschaukelt. Um dem entgegenzuwirken bedarf es einer künstlichen Dämpfung die das Modell der Realität annähert.

#### Ausblick:

Die oben erwähnten Verbesserungsmöglichkeiten werden in naher Zukunft mit Sicherheit untersucht, um das Programm weiterhin zu verbessern. Ich möchte auch die Möglichkeit das Programm von Matlab in ein eigenständiges Programm überzuführen nicht ausschließen. Davor sollten jedoch alle derzeit offenen Fragen geklärt sein.

Abschließend möchte Ich allen die mit dem Programm arbeiten werden eine kurze Einarbeitungszeit, viel Spaß und plausible Ergebnisse wünschen. Ich habe mich bemüht den Ablauf und die Bedienung einfach zu gestalten und glaube, dass es mit ein wenig Erfahrung in Matlab und Simulink keine Probleme bei der Anwendung des Programms geben wird. Aber wie bei jeder automatisierten Anwendung bitte ich jeden Anwender mit Hausverstand zu arbeiten und kein blindes Vertrauen gegenüber dem Programm zu entwickeln. Es bedarf immer eines guten Ingenieurs um die Plausibilität der Ergebnisse zu überprüfen.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Einfacher Aufbau der Komponenten (Simulink).....	7
Abbildung 2: Eingabemaske Druckstollen (Simulink).....	10
Abbildung 3: Aufbau des Moduls Druckstollen.....	11
Abbildung 4: Testfunktion Druckstollen (Gegenüberstellung mit Charakteristiken Verfahren) .....	12
Abbildung 5: Wasserschlosssysteme a) Wasserschloss b) Schwallkammer [1].....	13
Abbildung 6: Anbindung des Wasserschlosses an den Triebwasserweg.....	14
Abbildung 7: Modell der Wasserschloss – Kammer.....	15
Abbildung 8: Ringförmiger Überfall a)kelchförmig b)scharfkantig c)Überfallbeiwert [1].....	16
Abbildung 9: Überströmter Wehrkörper a) Skizze b) Beiwert für unvollkommenen Überfall [1].....	16
Abbildung 10: Testfunktion Wasserschloss.....	18
Abbildung 11: Charakteristiken Gitter [2] .....	20
Abbildung 12: System und Kontrollvolumen [2] .....	21
Abbildung 13: Indizes am Kontrollvolumen [2].....	22
Abbildung 14: Kräfte am Kontrollvolumen [2] .....	26
Abbildung 15: Charakteristiken in der x-t Ebene [2].....	29
Abbildung 16: Coolebrook Diagramm [1].....	31
Abbildung 17: Fall 1 – zeitlicher Verlauf.....	35
Abbildung 18: Fall 1 – relativer Fehler .....	35
Abbildung 19: Fall 1 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	35
Abbildung 20: Fall 2 – zeitlicher Verlauf.....	36
Abbildung 21: Fall 2 – relativer Fehler .....	36
Abbildung 22: Fall 2 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	36
Abbildung 23: Fall 3 – zeitlicher Verlauf.....	37
Abbildung 24: Fall 3 – relativer Fehler .....	37
Abbildung 25: Fall 3 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	37
Abbildung 26: Fall 4 – zeitlicher Verlauf.....	38
Abbildung 27: Fall 4 – relativer Fehler .....	38
Abbildung 28: Fall 4 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	38
Abbildung 29: Fall 5 – zeitlicher Verlauf.....	39

Abbildung 30: Fall 5 – relativer Fehler .....	39
Abbildung 31: Fall 5 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	39
Abbildung 32: Fall 6 – zeitlicher Verlauf.....	40
Abbildung 33: Fall 6 – relativer Fehler .....	40
Abbildung 34: Fall 6 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	40
Abbildung 35: Fall 7 – zeitlicher Verlauf.....	41
Abbildung 36: Fall 7 – relativer Fehler .....	41
Abbildung 37: Fall 7 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	41
Abbildung 38: Fall 8 – zeitlicher Verlauf.....	42
Abbildung 39: Fall 8 – relativer Fehler .....	42
Abbildung 40: Fall 8 – Max. Energiehöhen (inkl. Fehler) .....	42
Abbildung 41: Einteilung der Turbinen ( $h_f$ ...Fallhöhe, $n_q$ ...spezifische Drehzahl) [1].....	43
Abbildung 42: Einheitskennfeld für den Durchfluss (Francis Pump turbine ohne S-Schlag) ....	44
Abbildung 43: Kennfeld Einheitsdurchfluss mit S-Schlag.....	45
Abbildung 44: Kennlinien für Durchfluss und Drehmoment (mit und ohne S - Schlag) .....	46
Abbildung 45: Vergleich der Ergebnisse mit und ohne S-Schlag.....	47
Abbildung 46: Gegenüberstellung der Einheitsgrößen.....	47
Abbildung 47: Kennlinien der verschiedenen S-Schläge.....	48
Abbildung 48: Vergleich der verschiedenen S-Schlag Ausführungen .....	48
Abbildung 49: Stellgesetz .....	49
Abbildung 50: Steuerungsverlauf nach Stellgesetz.....	50
Abbildung 51: Messergebnis [14].....	52
Abbildung 52: Modell des PSKW Kühtai.....	53
Abbildung 53: Vergleich - Simulation mit Messung.....	54
Abbildung 54: Eingabe – Anlagenparameter (1. Blatt) .....	63
Abbildung 55: Eingabe Steuerungsparameter Turbine (2. Blatt).....	64
Abbildung 56: Kennfeld - Aufbau der Excel Tabelle.....	66
Abbildung 57: Kontrollfenster nach erfolgreicher Initialisierung .....	67
Abbildung 58: Modell in Simulink .....	68
Abbildung 59: Eingabemaske für die Eigenschaften eines Moduls .....	68
Abbildung 60: Zusätzliches Speichermodul (rot) im Druckschacht, Maximalwerte Energiehöhen (blau).....	69

Abbildung 61: Scope (Eigenschaften --> roter Kasten) .....	70
Abbildung 62: Simulink – Bedienelemente .....	70
Abbildung 63: Initial Condition Block (rot) zwischen zwei Druckschacht-Blöcken .....	74
Abbildung 64: Extremwerte der Energiehöhen über der gestreckten Länge eines PSKW .....	76
Abbildung 65: Öffnen der Time-Series mit Time-Series-Tools.....	77
Abbildung 66: Export der aufgezeichneten Daten in eine Excel-Tabelle.....	77
Abbildung 67: Turbinenauslösung – Anlagenverhalten.....	78
Abbildung 68: Turbinenauslösung - Energiehöhen Extremwerte im Triebwasserweg.....	78

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Maximalwerte für den Schwall im Wasserschloss .....	18
Tabelle 2: Verlustmengen im Wasserschloss.....	19
Tabelle 3: Parameter $\psi$ für dickwandige Stahlrohre.....	32
Tabelle 4: Parameter $\psi$ für dünnwandige Stahlrohre.....	32
Tabelle 5: Parameter $\psi$ für Stollen durch den Fels [10]:.....	33
Tabelle 6: Lastfälle für Vergleichsrechnung Charakteristiken Verfahren .....	34
Tabelle 7: PSKW Kühtai - Daten.....	51
Tabelle 8: Triebwasserweg-Daten PSKW Kühtai .....	51



## Literaturverzeichnis

- [1] Giesecke, (2009), Wasserkraftanlagen Planung Bau und Betrieb, Berlin Heidelberg: Springer Verlag
- [2] Chaudry, M. H. (1987), Applied Hydraulic Transients, New York: Van Nostrand Reinhold Company
- [3] Bauer, C. (2009), Hydraulische Maschinen und Anlagen, Vorlesungsskriptum am Institut für Energietechnik und Thermodynamik, TU Wien
- [4] The MathWorks Inc., Simulink – User’s Guide R2010b
- [5] The MathWorks Inc., Matlab – User’s Guide R2010b
- [6] Kluwick, A. (1998), Grundlagen der Strömungslehre, Vorlesungsskriptum am Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung, TU Wien
- [7] Schröder, R. (1966), Hydromechanik im Wasserbau, Berlin, München: W. Ernst & Sohn
- [8] Surek, D. (2007), Angewandte Strömungsmechanik, Wiesbaden: B.G. Teubner Verlag
- [9] Halliwell, A. (1963), "Velocity of a Waterhammer Wave in an Elastic Pipe", Jour., Hydraulics Div., Amer. Soc. Civil Engrs., Vol. 89, No. HY4, Juli 1963, S. 1-21.
- [10] Parmakian, J. (1963), Waterhammer Analysis, New York: Dover Publications.
- [11] Dokumentation des Programmsystems RSIHS, Version 1.0 (Stand 12/92), Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart
- [12] Wesselak, V. (2009), Regenerative Energietechnik, Berlin Heidelberg: Springer Verlag
- [13] Harbort, T. (1999), Entwicklung eines echtzeitfähigen Simulationsprogramms zur Untersuchung instationärer Vorgänge in Wasserkraftwerken, Universität Stuttgart
- [14] Dörfler, P. K. (2010), Neo-Suterian pump-turbine characteristics and their benefits, 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, IOP Publishing
- [15] Messprotokoll TIWAG (2002)

## ANHANG

### Benutzerhandbuch DSPI

#### 1. Benötigte Programme

##### 1.1. Matlab/Simulink

Um das Programm verwenden zu können sollte im bestmöglichen Fall die Version 7.11.0.584 (R2010b) oder eine neuere zur Verfügung stehen, da alle Funktionen auf dieser Version erstellt und getestet worden sind. Bei älteren Versionen kann es zu Konflikten kommen, vor allem bei älteren Versionen als MATLAB R2007b. Vor dieser Version gab es einige verwendete Funktionsblöcke noch nicht und die Anpassung wäre sicherlich mit großem Aufwand verbunden.

Die in Simulink verwendeten „Embedded Matlab“ - Funktionsblöcke benötigen einen Compiler zur Übertragung von Matlab-Code auf C-Code. Dieser Compiler ist in vielen Fällen bereits am Rechner installiert. Falls Probleme bei der Code Generation auftreten die auf die Funktion „mex“ hinweisen, ist davon auszugehen dass der Compiler fehlt oder falsch installiert ist. Vor allem bei 64 bit Systemen muss ein Compiler von der Matlab Homepage heruntergeladen werden. Weiter Informationen finden Sie unter:

[http://www.mathworks.com/support/compilers/current\\_release/](http://www.mathworks.com/support/compilers/current_release/)

Für alle die mit Windows 7 auf einem 64 bit Rechner arbeiten ist der Windows SDK (Software Development Kit) empfehlenswert. Dies beinhaltet auch das „Visual Studio Express“ bei dem man beachten muss, dass mit der Einführung von Service Pack 1 alle Compiler von „Visual C++“ gelöscht wurden und somit ein Patch zusätzlich benötigt wird. Falls Sie diesen Patch benötigen suchen Sie einfach nach: „Microsoft Visual C++ 2010 Service Pack 1 Compiler Update for the Windows SDK 7.1“.

##### 1.2. Excel

Die Eingabemaske für die Anlagenparameter wurde in Excel erstellt und die Werte werden direkt aus dieser Tabelle eingelesen. Somit muss ein Programm zum Bearbeiten von \*.xls oder \*.xlsx Dateien auf dem Rechner installiert sein um die gewünschten Daten eingeben zu können.

Die Ausgabe und Verarbeitung der großen Datenmenge ist in Excel am einfachsten, da die Kommunikation zwischen Matlab und Excel sehr einfach aufgebaut ist und einwandfrei funktioniert.

## 2. Eingabe der Daten

In der Excel-Datei „Eingabe.xlsx“ werden alle Daten die für die Simulation wichtig sind eingegeben oder darauf verwiesen. Wie zum Beispiel auf die Kennfelder für Einheitsdurchfluss und Einheitsmoment der Turbinen.

Auf dem ersten Blatt (Abbildung 54) werden alle Daten für den Triebwasserweg, das Wasserschloss und für die Größe und Anzahl der Turbinen eingetragen. Auf den folgenden Blättern (Abbildung 55) werden die jeweiligen Steuerungsparameter für die einzelnen Turbinen vorgegeben.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	<b>Eingabefile</b>									
2										
3	<b>Angaben zum Triebwasserwe</b>	Stollen	Schräg	Flach	UfW_Stollen					
4	Index	1	2	3	5					
5	Durchmesser [m]	4,40	4,00	3,00	4,00					
6	Länge [m]	284	951	516	100					
7	Wandrauheit [m]	5,0E-04	5,0E-04	3,0E-04	4,0E-04					
8	Schallgeschwindigkeit [m/s]	946,0	792,5	860,0	1000,0					
9	kinematische Viskosität [m <sup>2</sup> /s]	1,3E-06								
10	Erdbeschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]	9,81								
11	Oberwasserkote [mMh]	2316,0								
12	Unterswasserkote [mMh]	1893,0								
13										
14	<b>Anschluss - Punkte:</b>									
15	Wasserschloss - Anschluss	1								
16	Turbinen - Anschluss	3								
17										
18	<b>Wasserschloss:</b>	1	2	3	4	5				
19	Höhenkoten - Stützpunkte [mMh]	2000	2288	2288,5	2289	2289,5				
20	Querschnitt - Stützpunkte [m <sup>2</sup> ]	20	20	101	278	493				
21	Index Kammerabschitte	3	11	15						
22	Überfallkoeffizient Unterkammer	1								
23	Überfallkoeffizient Oberkammer	1								
24	Versatz der Steigschächte	0,00								
25	Querschnitt im Bereich des Versatz	0,00								
26	Drosselbeiwerte Einströmen	0	0	0	0,002	0,002				
27	Drosselbeiwerte Ausströmen	0	0	0	0,003	0,003	0,003	0,003		
28	Drosselbeiwerte - Höhenkoten	2282	2288	2295,5	2296	2435,1	2439	2439,4		
29	bezogener Drosselquerschnitt	4,60								
30										
31	<b>Turbinen:</b>									
32	Turbinen - Index	1								
33	Dateiname Q11-Kennfeld	Q11_KT.xlsx_LKT_								
34	Dateiname M11-Kennfeld	M11_KT.xlsx_LKT_								
35	Hauptdurchmesser D1 [m]	2,95	2,							
36	Massenträgheitsmoment [kgm <sup>2</sup> ]	3,1E+05	3,0E							
37	Turbinenanzahl	1								
38	<b>Anfangszustand:</b>									
39	Drehzahl n_0 [U/min]	600								
40	Leitschaufelstellung	23,1	0,0							
41	<b>Kretisierung der Kennfelder:</b>									
42	Punkteanzahl	200								
43										
44	<b>Simulationsparameter:</b>									
45	maximale Zeitschrittweite [s]	0,100								
46										

- Triebwasserweg
- Wassereigenschaften
- Anschlusspunkte Wasserschloss und Turbine

- Wasserschlossgeometrie
- Überfallkoeffizienten
- Drosselwerte
- Drosselquerschnitt

- Turbinenanzahl
- Kennfelder
- Hauptdurchmesser
- Anfangszustände

- Kennfeld - Diskretisierung
- Zeitschrittweite

- Blätter für Turbinensteuerung

Abbildung 54: Eingabe – Anlagenparameter (1. Blatt)

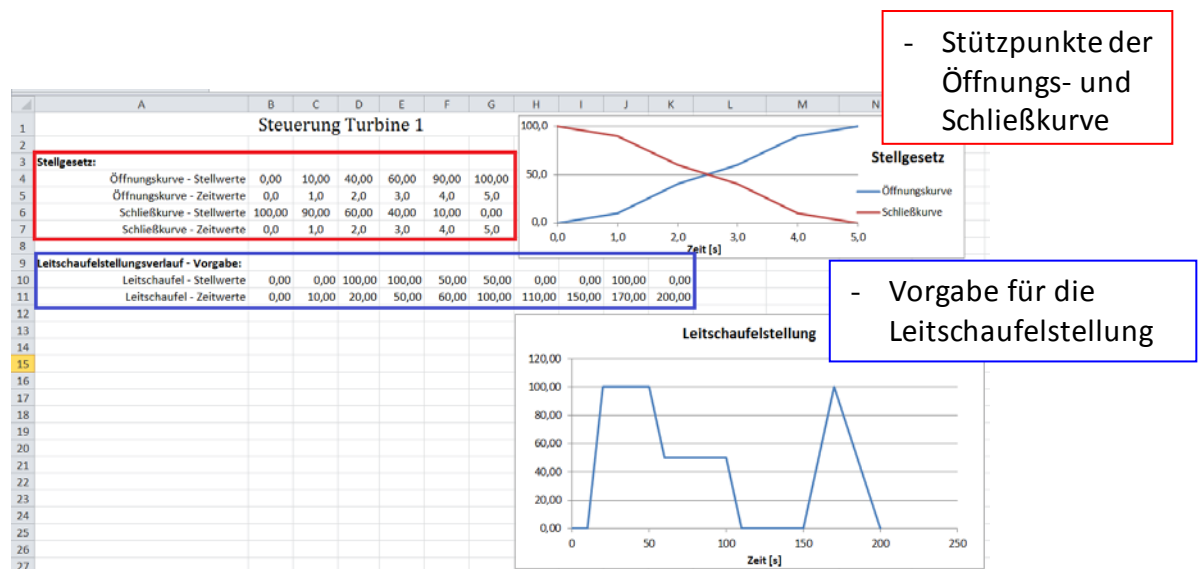


Abbildung 55: Eingabe Steuerungsparameter Turbine (2. Blatt)

Bei der Eingabe der Daten gibt es einige Dinge die man beachten muss. Im Folgenden Abschnitt werden die wesentlichsten Punkte für die einzelnen Parameter angeführt.

### 2.1. Daten für den Triebwasserweg

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit den Triebwasserweg in eine endlich große Zahl an Abschnitte zu unterteilen. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass jeder Abschnitt in dem der Druckstoß anhand des Charakteristiken Verfahrens berechnet wird mit dem gleichen Zeitschritt berechnet werden muss. Der maximale Zeitschritt ergibt sich aus der Schallgeschwindigkeit im Rohr und der Länge des Abschnitts. Nachdem für das charakteristische Gitter mindestens zwei Zwischenpunkte benötigt werden gilt folgende Gleichung für den maximalen Zeitschritt.

$$\Delta t_{\max} = \frac{1}{3} \cdot \min \left( \frac{L_i}{a_i} \right) \quad (2.1)$$

Um den Triebwasserweg sinnvoll im Simulationsmodell abzubilden gibt es die Möglichkeit Ersatzleitungen zu bilden. Der erzeugte Abschnitt hat hydraulisch die gleichen Eigenschaften wie die Summe der zusammengefassten Einzelabschnitte. Die Berechnung wird nach den Gleichungen (2.2) bis (2.5) durchgeführt. Es ergeben sich vier Gleichungen für vier Unbekannte, die Länge, den Durchmesser, die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit und die Rohrrauigkeit.

Ersatzleitung – Berechnung:

Erhaltung der Länge: 
$$L_{gesamt} = \sum_i L_i \quad (2.2)$$

Erhaltung der Trägheit: 
$$\frac{L_{gesamt}}{A_{gesamt}} = \sum_i \frac{L_i}{A_i} \quad \rightarrow \quad D_{gesamt} = \sqrt{\frac{L_{gesamt}}{\sum_i \frac{L_i}{D_i^2}}} \quad (2.3)$$

Erhaltung der Reflexionszeit: 
$$\frac{L_{gesamt}}{a_{gesamt}} = \sum_i \frac{L_i}{a_i} \quad \rightarrow \quad a_{gesamt} = \frac{L_{gesamt}}{\sum_i \frac{L_i}{a_i^2}} \quad (2.4)$$

Erhaltung der Reibung: 
$$\Delta H_{gesamt} = \sum_i \Delta H_i \quad \rightarrow \quad k_{gesamt} = \frac{(D_{gesamt})^6}{L_{gesamt} \cdot \sum_i k_i \frac{L_i}{D_i^6}} \quad (2.5)$$

Der in Gleichung (2.5) gezeigte Zusammenhang ergibt sich aus der Annahme einer großen Reynoldszahl und der daraus folgende Proportionalität zwischen dem Verhältnis  $k/D$  zu  $\lambda$ . Somit kann  $\lambda$  bei der Zusammenfassung der einzelnen Rohrreibungsverluste durch  $\lambda = const \cdot k / D$  ersetzt werden. Diese Konstante kürzt sich auf beiden Seiten wenn man  $k_{gesamt}$  berechnet und man erhält die oben gezeigte Gleichung.

## 2.2. Daten für das Wasserschloss

Das Wasserschloss wird durch eine Querschnittsverteilung beschrieben. Dazu werden Höhenstützpunkte und die jeweiligen Querschnitte aufsteigend von links nach rechts in die vorgesehenen Zeilen eingetragen. Wenn es sich um ein Zweikammerwasserschloss handelt sind zusätzlich die Indizes der jeweiligen Anfangs- und Endpunkte der Kammern anzugeben. Die Kammer beginnt und endet mit den Querschnitten der angrenzenden Steigschächte. Dies ist vor allem bei der Unterkante der Kammern wichtig um die richtige Berechnung des Überfalls zu gewährleisten.

Falls die Steigschächte in der Unterkammer versetzt angeordnet sind, ändert sich die Trägheit der bewegten Wassersäule wenn der Wasserspiegel im oberen Steigschacht ist, da die Kammer quer durchströmt wird. Deshalb muss der Versatz und die Querschnittsfläche der Unterkammer eingegeben werden.

Die im Wasserschloss entstehenden Verluste werden anhand der Drosselbeiwerte berücksichtigt. Die Drosselwerte sind auf einen fixen Querschnitt bezogen und umfassen auch die Rohrreibung in den Steigschächten.

Um den Überfall zwischen Kammern und Steigschächten zu beschreiben müssen die beiden Überfallkoeffizienten eingegeben werden. Anhand der Literatur sollte der Wert in einer Größenordnung von ca. 0,65 sein (für den Ausfluss). Die Ausführungen in Abschnitt 2.2.3 zeigen jedoch, dass für die Anwendung in so einem Fall der Wert größer angenommen werden kann.

### 2.3. Daten für die Turbinen

Um die Anzahl der verschiedenen Turbinen anzugeben werden in der ersten Zeile Indizes vergeben. Der höchste Index beschreibt die Anzahl der Maschinentypen. Für jede Turbine müssen die Kennfelder angegeben werden. Dabei ist darauf zu achten, dass der Dateiname vollständig mit der dazugehörigen Endung eingetragen wird. Ebenfalls werden die Massenträgheitsmomente, die Turbinenhauptdurchmesser, die Anzahl der einzelnen Turbinen und die Anfangszustände für die Berechnung benötigt.

Für die Kennfelder von Einheitsdurchfluss und Einheitsmoment sind eigene Excel-Tabellen zu erstellen die dem in Abbildung 56 Aufbau entsprechen. Die Anzahl der Stützpunkte kann dabei zwischen den Leitschaukelstellungen variieren, da beim Einlesen des Kennfelds alle Kennlinien eine gewisse Anzahl an Stützpunkte erhalten um die Interpolation im Programm zu verbessern. Die Anzahl der Leitschaukelstellungen und die Länge der Vektoren sind nicht beschränkt.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1				0,79		5,3		15,8		26,3
2	-109,98		-109,98	-0,03444	-109,98	-0,11132	-109,98	-0,247	-109,98	-0,34789
3	-80,37		-84,6	-0,01392	-80,37	-0,0487	-80,37	-0,10437	-80,37	-0,13916
4	-76,14		-76,14	0	-76,14	0	-76,14	0	-76,14	0,01739
5	-67,68				-67,68	0,03479	-67,68	0,06958	-67,68	0,07306
6	50,76				-59,22	0,0487	-59,22	0,10437	-59,22	0,11828
7	59,22				-50,76	0,05566	-50,76	0,11828	-50,76	0,15307
8	76,14				50,76	0,0487	-42,3	0,12176	-42,3	0,16003
9	84,6		76,14	0,01044	59,22	0,0487	-33,84	0,12524	-33,84	0,16699
10	86,29		84,6	0,00348	67,68	0,04175	-25,38	0,12524	-25,38	0,17394
11	87,98		86,29	0	76,14	0,04175	-16,92	0,12524	-16,92	0,1809
12	89,67		87,98	-0,00696	84,6	0,03131	-8,46	0,12872	-8,46	0,18438
13	121,82		89,67	-0,01044	85	0,02783	0	0,1322	0	0,18786
14	152,27		152,27	-0,05566	86	0,02087	8,46	0,1322	8,46	0,19134
15					87	0	16,92	0,1322	16,92	0,19134
16					91,36	-0,01392	25,38	0,12872	25,38	0,19134
17					104,9	-0,03061	33,84	0,12872	33,84	0,19134
18					152,27	-0,07654	42,3	0,12524	42,3	0,18786
19							50,76	0,12524	50,76	0,18786
20							59,22	0,11828	59,22	0,18438
21							80	0,09741	80	0,16003
22							88	0,07654	94	0,08349
23							90	0	94	0,03479
24							91	-0,01392	93	-0,01
25							133,66	-0,08488	100	-0,012
26							135,35	-0,08697	109,98	-0,06262
27							143,81	-0,09741	111,67	-0,0661
28							152,27	-0,11132	113,36	-0,06958
29									152,27	-0,13916

Abbildung 56: Kennfeld - Aufbau der Excel Tabelle

## 2.4. Daten für die Simulation

Die zwei letzten Werte im Eingabefile beziehen sich auf die Simulation. Einerseits wird der maximale Zeitschritt festgelegt, der auf die Rohrabschnitt angepasst sein muss (siehe Abschnitt 2.1). Und die Anzahl der Stützpunkte der einzelnen Kennlinien im Kennfeld zur Verbesserung der Interpolation im Programm. Die Anzahl sollte dabei mindestens in der Größenordnung des 10fachen des längsten im Kennfeld angegebenen Vektor sein. Falls die Kennfelder bereits sehr genau beschrieben sind, können es auch weniger sein. Bei den von mir durchgeführten Berechnungen hat sich gezeigt, dass alles im Bereich zwischen 200 und 1000 Punkten gut funktioniert. Bei mehr Punkten wird das Programm langsam und bei weniger können Fehler bei der Interpolation auftreten, vor allem wenn es sich um Kennlinien mit einem ausgeprägten S-Schlag handelt.

## 3. Programmablauf in Matlab/Simulink

### 3.1. Einlesen der Werte mit Matlab

In Matlab muss darauf geachtet werden, dass die Excel-Tabellen für die Eingabe und die beiden Kennfelder im gleichen Ordner sind wie die Matlab-Funktion „Initialisieren.m“. Zu Beginn wird die Funktion „Initialisieren.m“ ausgeführt um alle Daten im richtigen Format (vor allem die Kennfelder) in den Matlab-Workspace zu überführen und den stationären Anfangszustand zu berechnen. Dieser Vorgang kann einige Sekunden in Anspruch nehmen. Wenn die Initialisierung erfolgreich war erscheint ein Fenster mit den Anfangswerten für die Simulation (Abbildung 57). Dabei kann nichts mehr korrigiert werden, es dient rein zur Kontrolle.

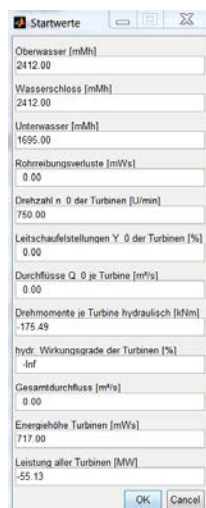


Abbildung 57: Kontrollfenster nach erfolgreicher Initialisierung

### 3.2. Erstellen des Simulink Modells

Nach dem alle benötigten Werte im Matlab-Workspace zur Verfügung stehen muss das Simulink Modell erstellt werden. Dabei ist es am einfachsten ein bestehendes Modell entsprechend zu verändern. Die Ein- und Ausgänge der einzelnen Blöcke sind beschriftet und können logisch hintereinander gereiht, verbunden werden. Der Index 1 im Modul Druckschacht beschreibt eine Größe am Einlass des Blockabschnitts, 2 steht für den Auslass. Die positive Richtung ist stets vom Oberwasser zum Unterwasser.

Das gesamte Modell in Simulink (Abbildung 58) besteht aus dem Teil der die Anlage beschreibt (blau), den zu erfassenden Werten (rot), einer Anzeigeeinheit (grün) und einer Speichereinheit (orange)

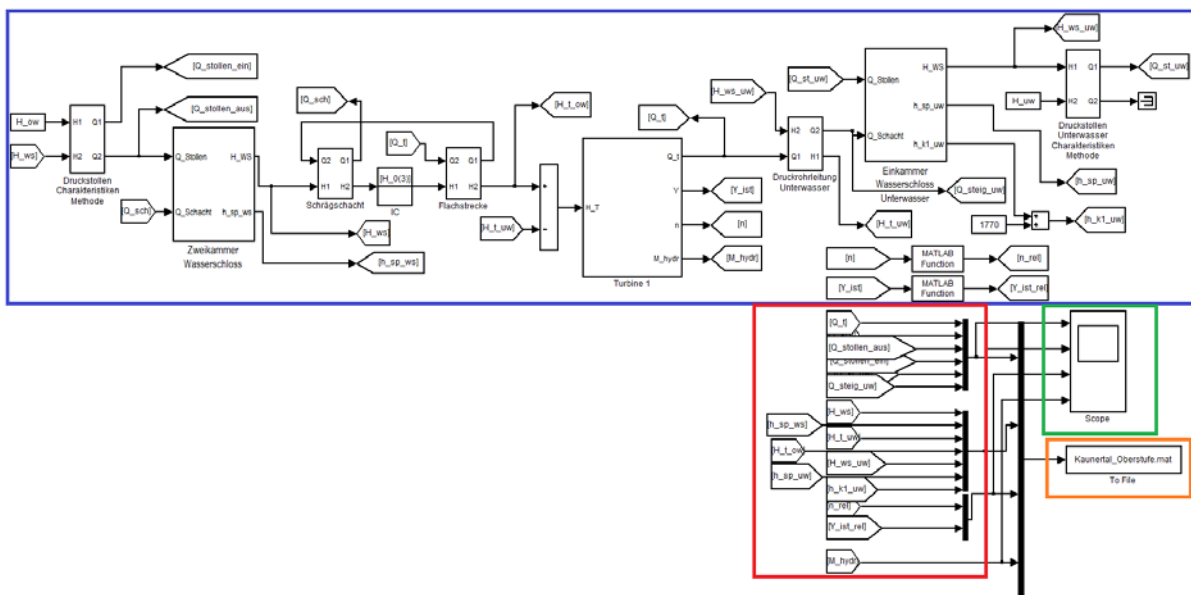


Abbildung 58: Modell in Simulink

Die Eigenschaften der einzelnen Abschnitte im Anlagenteil können über eine Maske (Abbildung 59) eingegeben werden. Diese erscheint beim Doppelklicken auf das jeweilige Modul.



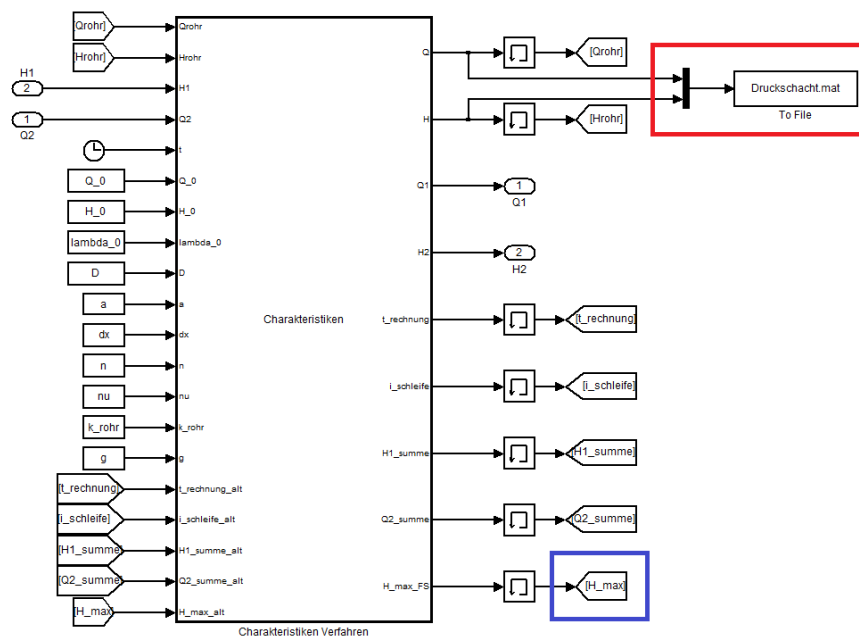
Abbildung 59: Eingabemaske für die Eigenschaften eines Moduls



Die Werte, wie zum Beispiel für die einzelnen Durchmesser sind in einem Vektor gespeichert. Somit unterscheiden sich die Eingaben der einzelnen Triebwasserwegabschnitte nur durch den Index. Es ist auch möglich Zahlenwerte in den Masken einzusetzen wenn nötig.

### Vorbereitung für Speicher- und Ausgabemöglichkeiten

Die Werte die man ausgeben möchte müssen mittels „Goto“ und „From“ Blöcken oder auch direkt mittels einer Signalverbindung zum Speicherblock „To File“ (Abbildung 58 – oranger Block) geführt und zusammengefasst werden. Man erhält die Ergebnisse in einer \*.mat Datei, abgespeichert als Timeseries (Matrix mit Zeitvektor) im aktuellen Ordner. Um auch die Werte für die Energiehöhe und den Durchfluss auf den einzelnen Stützstellen der Druckschacht Module abspeichern zu können, muss man im Modul Druckschacht auch einen Speicherblock einfügen (Abbildung 60). Dorthin gelangt man durch einen Rechtsklick auf das Modul und wählt „Look Under Mask“ aus. Um die Maximalwerte der Energiehöhen zu erhalten ist dies jedoch nicht nötig, da diese im Programm automatisch gespeichert werden. Durch Abspeichern der Werte eines jeden Stützpunkts erhält man die Möglichkeit eine Animation der Verhältnisse im Triebwasserweg zu erstellen (siehe 5.3)



**Abbildung 60: Zusätzliches Speichermodul (rot) im Druckschacht, Maximalwerte Energiehöhen (blau)**

Zur direkten Überwachung der Ergebnisse während der Berechnung ist es ratsam die Signale auch mit einem „Scope“ Block verbinden. Dieser zeichnet alle Eingänge als Graph über der Zeit auf (Abbildung 61). Es besteht auch die Möglichkeit die aufgezeichneten Ergebnisse im Workspace abzuspeichern. In den Eigenschaften des Blocks (Abbildung 61 – roter Kasten) muss dazu nur die Option „Save data to workspace“ angekreuzt werden.

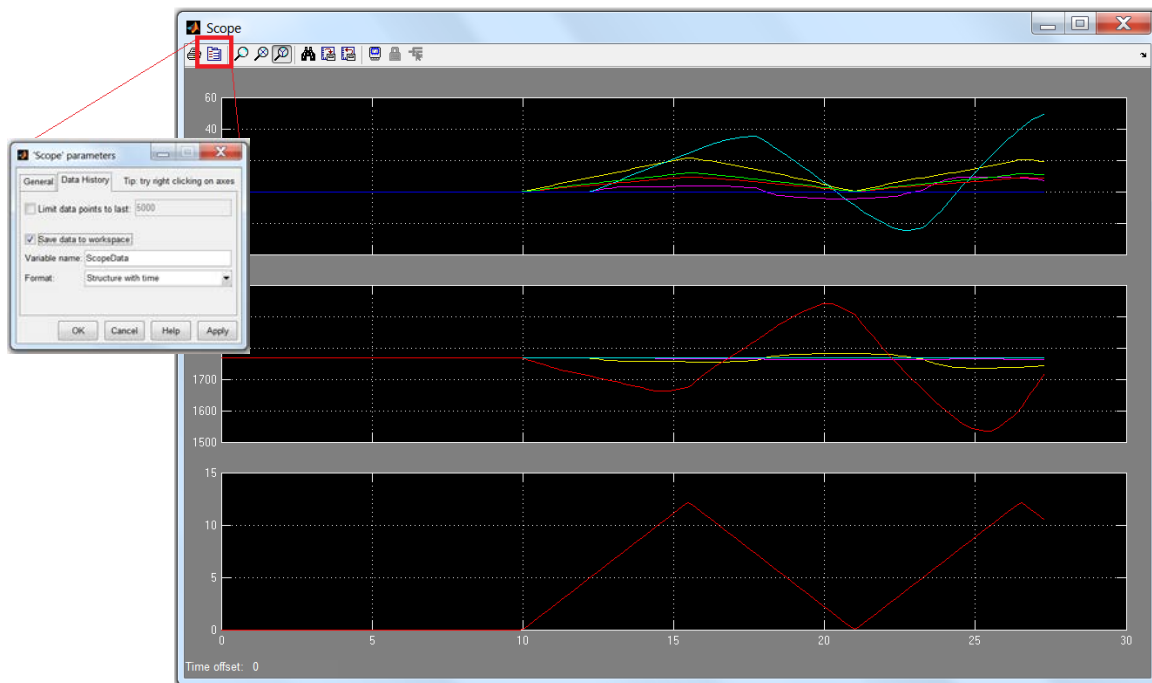


Abbildung 61: Scope (Eigenschaften --> roter Kasten)

### 3.3. Starten der Simulation

Nachdem das Modell fertiggestellt wurde kann die Simulation direkt gestartet werden. In Abbildung 62 sind die wichtigsten Bedienelemente für die Simulation gekennzeichnet. Der Simulationszeitraum kann vom Benutzer gewählt werden. Die Simulationsschwindigkeit kann nur auf „Accelerator“ oder „Rapid Accelerator“ gestellt wenn es sich um ein ganz einfaches Modell ohne Rückkopplungen handelt.

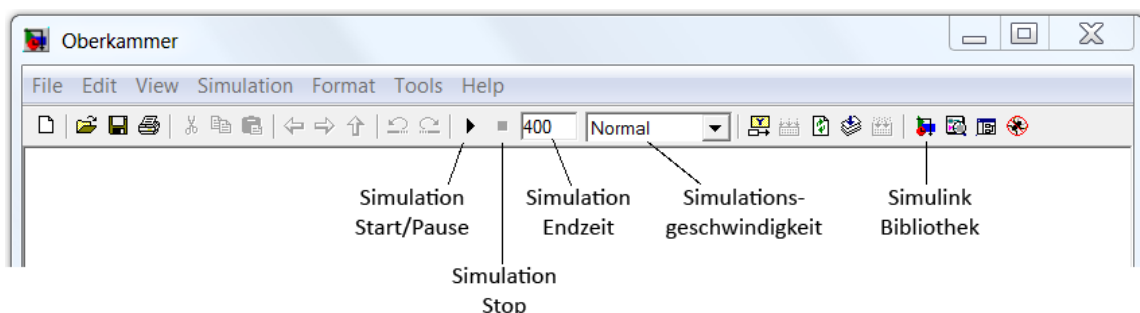


Abbildung 62: Simulink – Bedienelemente

## 4. Fehlermeldungen

In Matlab/Simulink wird jeder Fehler direkt beschrieben, somit erhält der Nutzer die Möglichkeit direkt auf die Fehlerquelle zuzugreifen und zu beheben. In den meisten Fällen kann der erkannte Fehler einfach behoben werden. Wie zum Beispiel bei falsch geschriebenen Variablennamen, oder doppelt verwendeten Variablen. Aber es gibt auch Fälle in denen man den Fehler trotz eines Links auf die Herkunft nicht beheben kann. In diesem Fall empfiehlt sich ein Vergleich mit funktionierenden Modellen.

### 4.1. Einlesen - Fehler

#### Systematische Fehler:

- Änderungen in Excel-Eingabe ohne zu Speichern

Änderung von Werten in der Eingabe-Tabelle in Excel ohne zu speichern. Beim Einlesen in Matlab werden die alten Werte des letzten Speicherstandes übernommen.

#### Fehler im Programm:

- Falsche Dateinamen der Excel-Tabellen bzw. falsche Dateiendung

Fehlercode: *XLSREAD unable to open file*

Beim Abspeichern der Eingabe-Tabelle und auch der Kennfelder muss immer darauf geachtet werden, dass der richtige Dateiname verwendet wird. Ebenso muss im Programm die richtige Endung beim Dateinamen stehen. Besonders Augenmerk gilt dabei zwischen \*.xls und \*.xlsx zu unterscheiden.

- Iteration des Anfangszustandes nicht möglich – Energiehöhe wird negativ

Fehlercode: *Die Verluste im Triebwasserweg sind zu groß, Iteration des Anfangszustands abgebrochen. Ändern sie die Turbinen oder den Triebwasserweg*

Da während der Iteration des Anfangszustandes die Energiehöhe vor der Turbine negativ wurde, ist die Iteration abgebrochen worden. Der Grund für diesen Fehler ist, dass der Triebwasserweg und die Turbinen nicht zusammen passen. Kontrollieren Sie die Eingabe um den Fehler zu vermeiden.

- Anfangszustand falsch gewählt – Betriebspunkt außerhalb des Kennfelds

Fehlercode: *Betriebspunkt liegt außerhalb des definierten Bereichs der Turbine!*  
*Ändern Sie die Anfangsbedingungen der Drehzahl!*

Der in der Eingabe angegebene Anfangszustand (Drehzahl und Leitapparatöffnung) führt während der Iteration zu einer Einheitsdrehzahl die außerhalb des Kennfelds liegt. Ändern Sie die Eingabe der Turbinenparameter oder des Anfangszustands.

- Iteration nicht erfolgreich – Mehr als 1000 Iterationsschritte

Fehlercode: *Iteration nicht möglich! Überprüfen Sie die Startwerte!*

Die Iteration des Anfangszustands hat fehlgeschlagen. Eine mögliche Ursache dafür ist, dass der Betriebspunkt im S-Schlag liegen könnte. Überprüfen Sie die gewählten Eingaben und versuchen Sie den Anfangszustand anders zu wählen.

## 4.2. Simulation - Fehler

### Systematische Fehler:

- Änderungen in Excel-Eingabe ohne erneutes Initialisieren

Änderungen von Werten in der Eingabe-Tabelle in Excel werden nur durch die Funktion „Initialisieren.m“ in Matlab übernommen. Falls im Workspace bereits Daten vorhanden sind und man auf die erneute Initialisierung vergisst werden die alten Daten für die Simulation verwendet.

- Scope zeigt nicht das gesamte Ergebnis der Simulation an

Das Anzeigetool Scope beschränkt als Grundeinstellung die Anzahl der angezeigten Punkte auf 5000. Um dies zu vermeiden müssen Sie nur in den Eigenschaften des Scopes (Abbildung 61) unter „Data History“ die Option „Limit Data Points to last“ abwählen oder die Anzahl der Punkte steigern.

Fehler im Programm:

- Speichervariable belegt – Geöffnete Timeseries

Fehlercode: *Error encountered in block 'Modellname/To File'  
Error opening or closing file 'Speichername.mat'*

Die \*.mat Datei in der das Ergebnis gespeichert wird ist von einer anderen Anwendung geöffnet (zum Beispiel: Timeseries Tools) und verweigert somit die Schreibberechtigung. Ändern Sie den Namen der Datei in der Sie abspeichern wollen oder schließen Sie Matlab/Simulink und beginnen von neuem.

- Unbekannte Variable – nicht im Matlab Workspace

Fehlercode: *Parameter 'XY' cannot be evaluated. MATLAB error message: Undefined function or method 'XY' for input arguments of type 'double'*

Im Simulink-Modell wird eine nicht angegebene Variable verwendet. Durch Anklicken des Hyperlinks auf die Fehlerquelle können Sie die Variable direkt ansteuern und ausbessern. Es besteht auch die Möglichkeit die Variable durch Einfügen in den Workspace zu erstellen.

- Simulink kann die algebraische Schleife nicht lösen – kein Simulationsstart

Fehlercode: *Cannot solve algebraic loop involving 'Modellname/.../...' because it consists of blocks that cannot be assigned algebraic variables, such as blocks with discrete-valued outputs, blocks with non-double or complex outputs, Stateflow blocks, or nonvirtual subsystems. Consider breaking the algebraic loop. For example, add a delay or a memory block to the loop.*

Wenn im Modell mehrere Druckschacht-Blöcke hintereinander geschaltet werden, kann Simulink die algebraische Schleife nicht ohne Anfangsbedingung lösen. Diese Anfangsbedingung wird dem Programm anhand eines IC – Blocks (Initial Condition) gegeben. Der Block wird zwischen den beiden Druckschacht-Blöcken entweder für die Energiehöhe (Abbildung 63) oder für den Durchfluss eingesetzt und mit dem Anfangswert des Kontaktpunktes belegt.

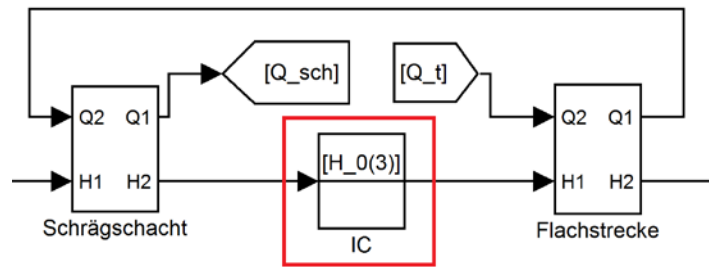


Abbildung 63: Initial Condition Block (rot) zwischen zwei Druckschacht-Blöcken

- Simulink Ergebnis wird unendlich bzw. nicht definiert – Simulationsabbruch

Fehlercode: *Algebraic state in algebraic loop containing '.../...' computed at time X is Inf or NaN. There may be a singularity in the solution. If the model is correct, try reducing the step size (either by reducing the fixed step size or by tightening the error tolerances).*

Ein Wert im Programm wird unendlich bzw. nicht definiert (NaN ... Not a Number). Der häufigste Grund für diesen Fehler ist ein zu großer Zeitschritt. Da dieser im Charakteristiken-Verfahren zu einem völlig falschen Ergebnis führt. Weiters besteht auch die Möglichkeit, dass eine Variable außerhalb eines gewissen Bereichs nicht mehr definiert ist und somit „NaN“ zurückgibt. Kann vor allem im Wasserschloss passieren, wenn der Drosselkoeffizient nicht über die gesamte Höhe definiert ist. Am einfachsten ist es, zuerst den Zeitschritt zu verkleinern um diesen Fehler auszuschließen und erst anschließend weitere mögliche Fehlerquellen zu untersuchen.

- Fehler beim Erstellen des Berechnungsgitters für das Charakteristiken-Verfahren

Fehlercode: *Die Zeitschrittweite und die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit sollten anders gewählt werden um das Berechnungsgitter besser anpassen zu können!*

Zum Erstellen des Charakteristiken-Gitters wird der Zeitschritt so angepasst, dass sich eine gerade Zahl an Stützpunkten ergibt. Wenn der vorgegebene Zeitschritt, die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeiten und die Rohrabschnittslängen nicht gut gewählt sind ist die Abweichung der Anpassung zu groß (>10%). Es müssen die Triebwasserwegs-Parameter neu gewählt werden.

- Fehler beim Berechnen der Gitterweite

Fehlercode: *Fehler bei der Berechnung der Gitterweite. Überprüfen Sie die Zeitschrittweite! Zuviel oder zuwenig Gitterpunkte (min 4, max 1000)*

Das Charakteristiken-Verfahren ist auf eine Mindestanzahl von 4 Stützpunkten angewiesen, damit die Zwischenpunkte gemäß dem Programm abgearbeitet werden können. Auf der anderen Seite ist die Stützpunkt Anzahl mit 1000 begrenzt. Ändern Sie die gewählten Triebwasserweg-Parameter um den Fehler zu vermeiden.

## 5. Ausgabe und Weiterverarbeitung der Ergebnisse

### 5.1. Extremwerte Energiehöhen

Die Maximal- und Minimalwerte der Energiehöhen als Funktion über die Länge des Triebwasserwegs sind für die Auslegung der Panzerung sehr wichtig. Das Programm speichert während der Berechnung die Extremwerte und gibt diese nach Abschluss der Simulation an den Workspace in Matlab weiter. Die Funktion „Max\_Data.m“ verbindet die Ergebnisse der einzelnen Triebwasserweg-Abschnitte und fügt den entsprechenden Längenvektor hinzu. Das Ergebnis wird als Plot dargestellt und in einer eigenen Excel-Tabelle „H\_MAX.xlsx“ abgespeichert. Diese Extremwerte bzw. allgemein die Werte der Stützpunkte sind nur von Abschnitten vorhanden die mit der Charakteristiken Methode berechnet wurden. Für alle Abschnitte die mit dem Modul Druckstollen modelliert worden sind, erhält man entsprechend der instationären Bernoulligleichung nur die Eingangs- und Ausgangsgrößen.

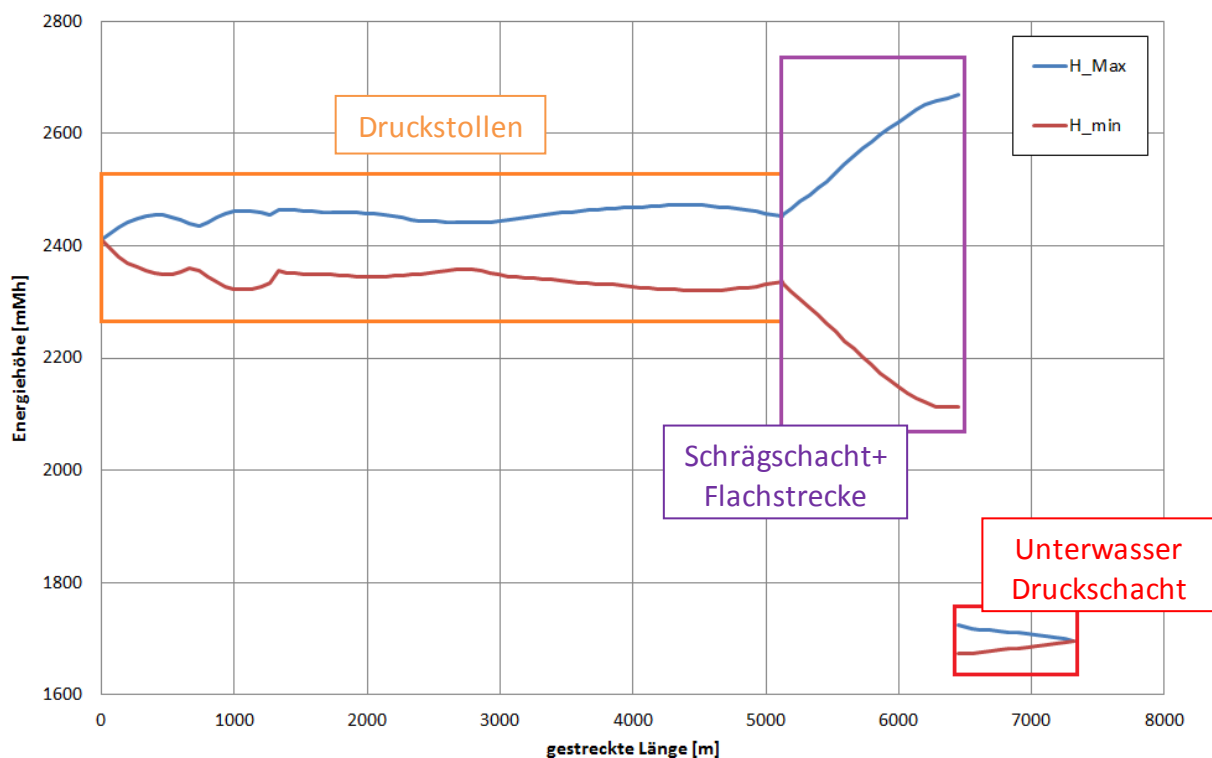


Abbildung 64: Extremwerte der Energiehöhen über der gestreckten Länge eines PSKW



## 5.2. Zeitlicher Verlauf der erfassten Größen

Alle Signale die im Modell zum „To File“ Speicherblock (siehe Abschnitt 3.2) geführt wurden können nach der Simulation durch Laden der abgespeicherten \*.mat Datei als Timeseries geöffnet werden (Abbildung 65). Mit Hilfe des Time-Series-Tools wird die Matrix sehr schnell und einfach in eine Excel-Tabelle exportiert (Abbildung 66) und kann so beliebig weiter verarbeitet werden.

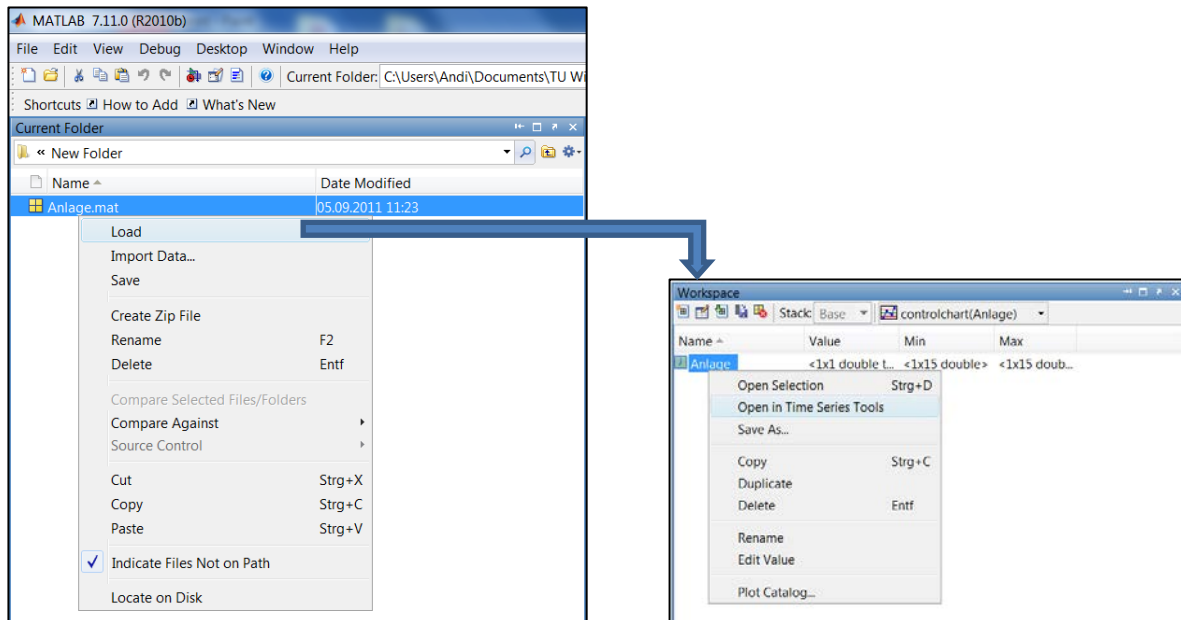


Abbildung 65: Öffnen der Time-Series mit Time-Series-Tools

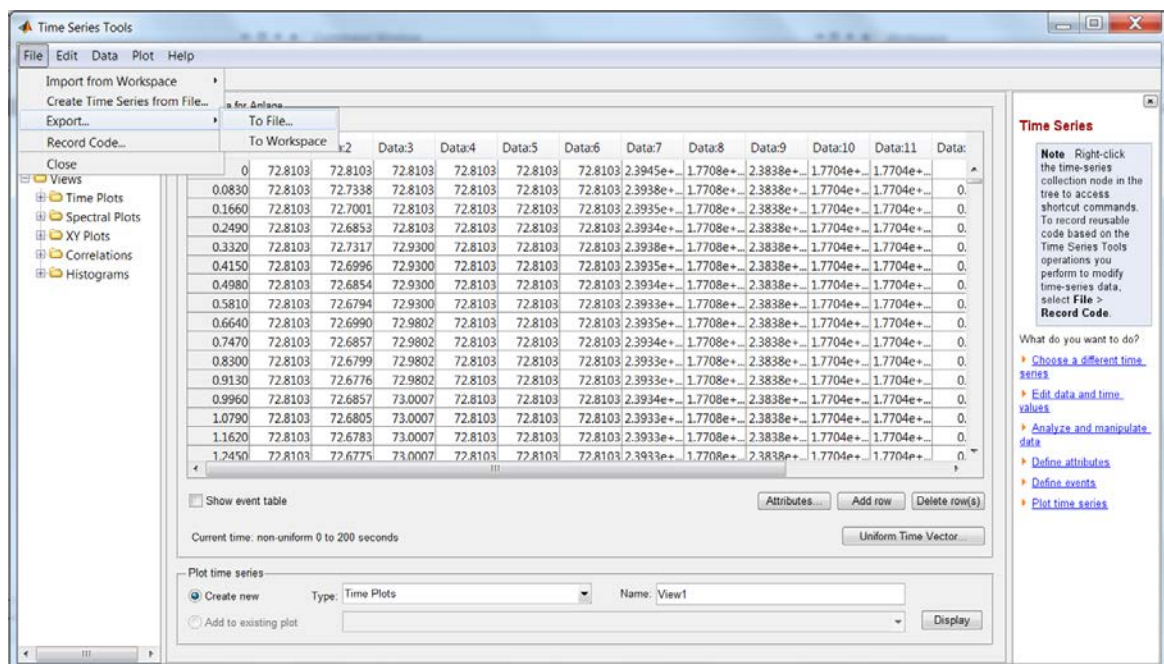


Abbildung 66: Export der aufgezeichneten Daten in eine Excel-Tabelle

Als Beispiel für ein, in Excel erstelltes Diagramm des zeitlichen Verlaufs der Zustände in einem Kraftwerk sehen Sie in Abbildung 67 das Verhalten eines Kraftwerks im Turbinenbetrieb wenn der Generator nicht mehr arbeitet (Leistungsabwurf) und der Leitapparat sich schließt. Diesen Lastfall nennt man eine Turbinenauslösung. In Abbildung 68 sind die entsprechenden Extremwerte der Energiehöhen im Triebwasserweg abgebildet um eine Aussage über die Belastung des Triebwasserwegs zu ermöglichen.

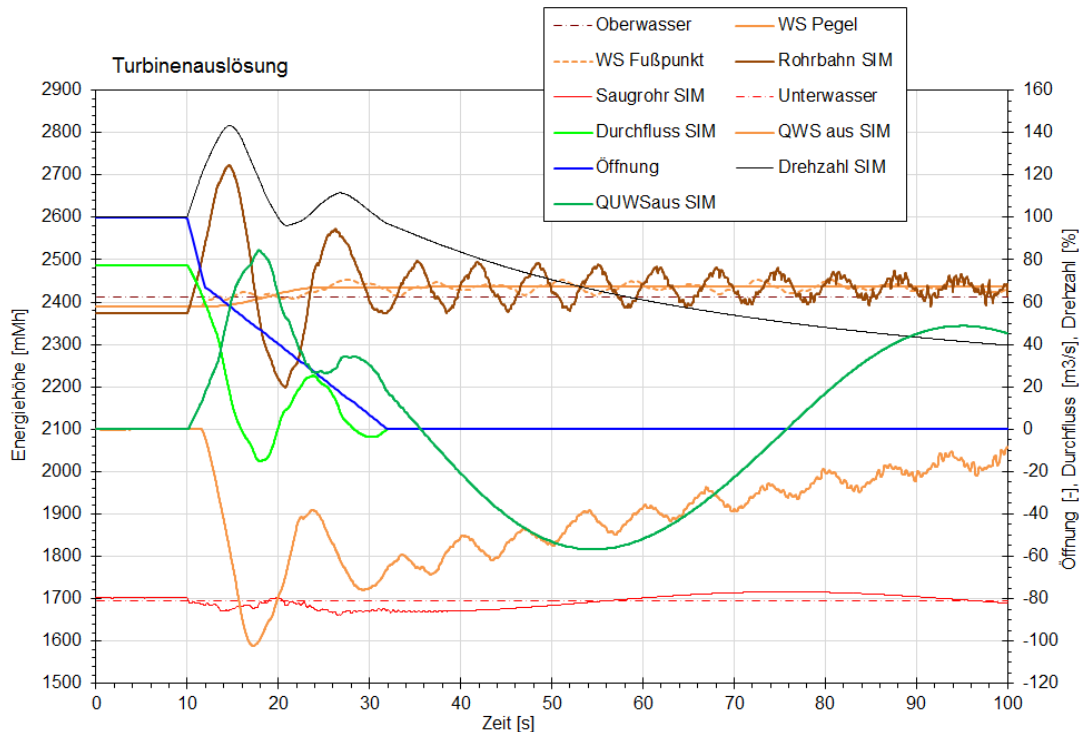


Abbildung 67: Turbinenauslösung – Anlagenverhalten

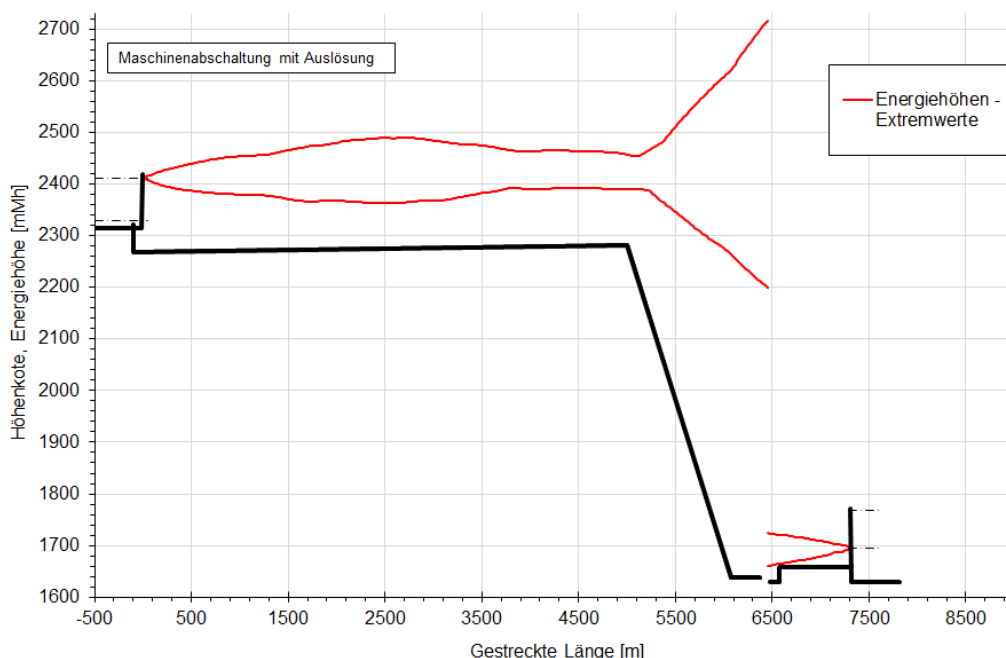


Abbildung 68: Turbinenauslösung - Energiehöhen Extremwerte im Triebwasserweg

### 5.3. Animation der Verhältnisse im Triebwasserweg

Zum besseren Verständnis und als bessere Veranschaulichung des Druckstoßes besteht die Möglichkeit die Druck- und Durchflussschwankungen im Triebwasserweg als Video wiederzugeben. Dazu müssen alle Werte auf den Stützpunkten des Triebwasserwegs gespeichert worden sein (siehe Abschnitt 3.2).

Mit Hilfe der Funktion „Animation.m“ wird für jeden Zeitschritt ein Plot des aktuellen Zustands erstellt. Die Aneinanderreihung dieser Bilder ergibt einen Video im \*.avi Format. Je nach verwendetem Betriebssystem und Matlab-Version besteht die Möglichkeit das Video direkt zu komprimieren. Falls dies nicht funktioniert empfiehlt sich die Freeware „VirtualDub“ zur Kompression. Ohne Kompression erhält man einen AVI-Film mit 1-3 GB.

Am Beginn der Funktion „Animation.m“ werden die einzelnen Triebwasserweg-Abschnitte zu einer Matrix zusammengeführt. Veränderungen am Modell müssen auch in der Funktion geändert werden, wie zum Beispiel die Anzahl der Triebwasserweg-Abschnitte und die Bezeichnung der Speichervariablen. Dadurch ergibt sich bei der Anwendung für den Nutzer die Aufgabe die Funktion entsprechend anzupassen. Mit ein wenig Erfahrung in Matlab sollte dies jedoch kein Problem sein.