

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).



DIPLOMARBEIT

Ein APT-Multifaktormodell für den polnischen Aktienmarkt auf Basis einer endogenen Faktoranalyse

Ausgeführt am Institut für
Managementwissenschaften
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von Ao.Univ.Prof. Dr. Wolfgang Aussenegg

durch

Johannes Rieger
Simmelweisgasse 5
3003 Gablitz

16. April 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Ziel der Arbeit	4
1.2	Aufbau der Arbeit	4
2	Arbitrage Pricing Theory	6
2.1	Grundlagen	6
2.2	Detailaspekte	9
2.2.1	Anzahl der Wertpapiere	9
2.2.2	Beschränktheit der Schätzer	9
2.2.3	Abhängigkeiten der Parameter δ und ϵ	9
2.2.4	Die Bewertungsgleichung	11
3	Modellschätzung	15
3.1	Schätzung der Faktorsensitivitäten	16
3.1.1	Orthogonales Faktorenmodell	16
3.1.2	Hauptkomponentenanalyse	17
3.2	Anzahl der Faktoren	21
3.3	Schätzung der Risikoprämien	23
3.4	Empirische Ergebnisse anderer Kapitalmärkte	25
3.4.1	Aktienmärkte Europa und Amerika	25
3.4.2	Aktienmärkte Asien	27
4	Datengrundlage	31
4.1	Aktienmarkt Polen	31
4.2	Datenbasis	34
4.2.1	Beobachtungszeitraum	34
4.2.2	Renditeberechnung	36

4.3	Auswahl der Aktien	37
4.3.1	Kursveränderungen	37
4.3.2	Normalverteilung	38
4.3.3	Autokorrelation	38
4.4	Bildung der Portfolios	40
5	Empirische Untersuchung	41
5.1	Testspezifikationen	42
5.1.1	APT-Test 1	42
5.1.2	APT-Test 2	44
5.2	Ergebnisse Monatsbasis	46
5.2.1	Subperiode A (1999-2001)	48
5.2.2	Subperiode B (2002-2005)	49
5.2.3	Gesamtperiode (1999-2005)	52
5.3	Ergebnisse Tagesbasis	58
5.3.1	Subperiode B (2002-2005)	59
5.3.2	Gesamtperiode (1999-2005)	62
6	Zusammenfassung	68
7	Literaturverzeichnis	70
A	Ergänzende Tabellen	73

Kapitel 1

Einleitung

Seit es auf der Welt Kapitalmärkte gibt und auf diesen Wertpapiere, durch die sich ein Gewinn lukrieren lässt, gibt es auch Modelle, deren Ziel es ist, die erwarteten Renditen bestmöglich zu prognostizieren. Ein solches Modell entstand in den Sechziger Jahren, William F. Sharp war einer der bedeutendsten Mitbegründer - das "Capital Asset Pricing Model".

Dieses (kurz: CAPM) baut darauf auf, dass die erwartete Rendite eines Wertpapiers von 3 Komponenten bestimmt wird: dem risikolosen Marktzinssatz, einer systematischen Renditekomponente und einem unsystematischen Faktor (abhängig vom Wertpapier selbst).

Ungefähr 15 Jahre lang war dieses Modell das Maß aller Dinge in Fragen der Kapitalmarkttheorie, bis schließlich 1976 Stephen Ross diese Vorherrschaft brach, indem er seine "Arbitrage Pricing Theory" veröffentlichte. Diese ähnelt zwar in gewissen Punkten dem CAPM, besitzt jedoch einen essentiellen Unterschied: Während das CAPM hier nur einen Faktor vorsieht, lässt die Arbitrage Pricing Theory (kurz: APT) eine Vielzahl an k Faktoren zu.

Seit den frühen Achtzigern finden sich daher in der Literatur zahlreiche Studien, die sich mit dem Vergleich des CAPM und der APT beschäftigen, bzw. die es sich zum Ziel gesetzt haben, die Struktur dieser k Faktoren auf einem Kapitalmarkt festzustellen.

1.1 Ziel der Arbeit

Die vorliegende Arbeit stellt eine Variante der oben genannten Analysen dar. Es soll untersucht werden, inwieweit ein APT-Modell verwendet werden kann, um die erwarteten Renditen des relativ jungen Kapitalmarkts Polen zu prognostizieren. Um die dazu benötigte Faktorstruktur des polnischen Marktes zu bestimmen, werden mithilfe multivariater Analysemethoden künstliche Faktoren aus den beobachteten Wertpapierrenditen erzeugt (vgl. Dhankar und Singh (2005)).

Diese Vorgehensweise unterscheidet sich von der Methode, wie sie beispielsweise Fama und French (1993) oder Azeez und Yonezawa (2006) verwenden: Hier werden von vornherein klar benennbare und messbare Größen als Träger von systematischem Risiko angenommen. Diese können sowohl firmenspezifischer, als auch makroökonomischer Natur sein.

Die Modellierung durch solche vorab definierten Größen ist nicht Teil dieser Arbeit.

1.2 Aufbau der Arbeit

Der erste Abschnitt (Kapitel 2) behandelt die Modellspezifikationen der Arbitrage Pricing Theory, darunter fallen hauptsächlich Annahmen zum Kapitalmarkt, sowie zu den im Modell vorkommenden Parametern.

Kapitel 3 beschreibt anschließend die Methoden, wie diese Parameter geschätzt werden. Dies umfasst auch die Vorgehensweise zur Ermittlung der oben genannten künstlichen Faktoren sowie deren Einfluss im APT-Modell. Desweiteren werden Ergebnisse einiger Studien aus anderen Ländern, zur selben Thematik angeführt.

Mit Kapitel 4 beginnt der empirische Teil, hier findet eine genaue Erläuterung der verwendeten Daten, sowie deren Aufbereitung statt.

Das Kernstück der Arbeit bildet Kapitel 5. Es enthält zu Beginn die Spezifikationen wie getestet wird, ob und in welcher Form ein APT-Modell den beobachteten Daten zugrunde liegt. Danach werden die Ergebnisse präsentiert, und abschließend (Kapitel 6) die wichtigsten Aussagen der Studie zusammengefasst.

Kapitel 2

Arbitrage Pricing Theory

2.1 Grundlagen

Das Konzept der Arbitrage Pricing Theory stützt sich gemäß Roll und Ross (1980) auf 2 Grundannahmen. Als eine dieser Annahmen wird ein vollkommener Kapitalmarkt vorausgesetzt. Die zweite Hypothese bezieht sich auf die Generierung der Überschussrenditen des Marktes. Diese werden, nicht wie im CAPM durch einen Faktor, sondern durch ein lineares Modell mehrerer k Faktoren erzeugt.

$$r_i - E[r_i] = b_{i1}\delta_1 + b_{i2}\delta_2 + \dots + b_{ik}\delta_k + \epsilon_i \quad (2.1)$$

In Matrixschreibweise - demnach für alle n Wertpapiere eines Aktienportefeuilles - stellt sich das Modell folgendermaßen dar:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} E[r_1] \\ \vdots \\ E[r_n] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

oder in Kurzform:

$$r - E = B \cdot \delta + \epsilon \quad (2.3)$$

mit

$r \in \mathbb{R}^{n \times 1}$	einperiodige Rendite des i-ten Wertpapiers (ex post)
$E \in \mathbb{R}^{n \times 1}$	einperiodige erwartete Rendite des i-ten Wertpapiers (ex ante)
$B \in \mathbb{R}^{n \times k}$	Matrix der Faktorsensitivitäten (oder auch Faktorladungen)
$b_{ij} \in \mathbb{R}$	Faktorsensitivität des j-ten Faktors bzgl. des i-ten Wertpapiers
$\delta \in \mathbb{R}^{k \times 1}$	Vektor der Faktorrealisationen
$\epsilon \in \mathbb{R}^{n \times 1}$	ideosynkratischer Störterm

Die Gleichung (2.3) lässt sich genau genommen in 3 Teile zerlegen. Auf der linken Seite steht die Überschussrendite - also inwieweit die tatsächlich realisierte Rendite am Ende der Periode von der erwarteten Rendite am Anfang der Periode abweicht.

Auf der rechten Seite wird die Überschussrendite in 2 Komponenten zerlegt: Einen systematischen Teil ($B \cdot \delta$), der durch systematische Risikofaktoren getrieben wird, und einen unsystematischen Teil ϵ , der per Definition die unternehmensspezifische Renditekomponente darstellt.

Die Einträge der Faktorladungsmatrix B geben an, wie stark die einzelnen Renditen der Wertpapiere von den k Faktoren (im Vektor δ abgebildet) beeinflusst werden.

Betrachtet man die Matrix B für sich, so kann diese, abhängig davon ob man Zeilen- oder Spaltenvektoren liest, auf 2 unterschiedliche Arten interpretiert werden (vgl. Burmeister et al. (1994)):

Bezeichne B die Matrix gelesen als Spaltenmatrix, also

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_k \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

so gibt beispielsweise der Vektor b_4 an, wie stark der Einfluss des 4. Faktors auf die Überschussrendite jedes der n Wertpapiere ist.

Als Zeilenmatrix $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ gelesen zeigt der Vektor β_4 jedoch, wie stark sich jeder der k Faktoren auf die Rendite des 4. Wertpapiers auswirkt.

Bis jetzt beschränkt sich unsere APT nur auf ein lineares Faktormodell. Um daraus nun das eigentliche APT-Modell entwickeln zu können, müssen noch einige Annahmen bezüglich der einzelnen Komponenten getroffen werden.

2.2 Detailspekte

2.2.1 Anzahl der Wertpapiere

Wir beschränken uns der Einfachheit halber darauf, dass die Anzahl der Wertpapiere in unserer Modellwelt endlich ist. Genauere Analysen der APT auf unendlichen Kapitalmärkten finden sich bei Ingersoll (1984). Desweiteren wird angenommen, dass die Anzahl der Wertpapiere n wesentlich größer ist, als die Anzahl der k Faktoren.

2.2.2 Beschränktheit der Schätzer

Die Einträge des Vektors δ und der Matrix B sind beschränkt. Es existieren also obere Schranken $b, d \in \mathbb{R}$ für die gilt:

$$|b_{ij}| \leq b < \infty \quad (2.5)$$

$$|\delta_j| \leq d < \infty \quad (2.6)$$

für $i = 1 \dots k$ und $j = 1 \dots n$

2.2.3 Abhängigkeiten der Parameter δ und ϵ

Sowohl für die unsystematische Renditekomponente ϵ , als auch für den Vektor der Faktorrealisationen δ wird als Erwartungswert der Nullvektor unterstellt.

$$E[\epsilon] = 0 \quad (2.7)$$

$$E[\delta] = 0 \quad (2.8)$$

Für die einzelnen Faktoren des Modells soll gelten, dass sie voneinander unabhängig sind. Die Varianz-Kovarianz-Matrix muss also die Form einer Diago-

nalmatrix annehmen, wobei in der Hauptdiagonale die Varianzen der Faktoren stehen.

$$Cov(\delta, \delta) = \begin{pmatrix} Var(\delta_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Var(\delta_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Var(\delta_k) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann diese Matrix durch Normierung von δ

$$Var(\delta_i) = 1 \quad (2.10)$$

mit $i = 1 \dots k$ auf eine Einheitsmatrix transformiert werden, mit:

$$Cov(\delta, \delta) = I \quad (2.11)$$

Eine vollständige Unkorreliertheit wird hingegen zwischen dem unsystematischen Risiko und den Faktorrealisationen angenommen. Die Varianz-Kovarianz-Matrix ist in diesem Fall die Nullmatrix.

$$Cov(\delta, \epsilon) = 0 \quad (2.12)$$

Als letztes verbleibt noch die Annahme bezüglich der Residualkomponente. Ross geht in seiner Arbeit davon aus, dass die Störterme untereinander (relativ) unabhängig sind (vgl. Roll und Ross (1980)). Wir nehmen jedoch Korreliertheit unter den Störtermen an, wie Ingersoll (1984), woraus sich eine positiv-semidefinite Varianz-Kovarianz-Matrix Ω der Größe $n \times n$ ergibt.

$$Cov(\epsilon, \epsilon) = \Omega \quad (2.13)$$

2.2.4 Die Bewertungsgleichung

Da nun das Grundgerüst steht, kann daraus die eigentliche APT entwickelt werden (vgl. Roll und Ross (1980)). Hierzu wird zuerst ein Arbitrageportefeuille konstruiert:

Ein solches Arbitrageportefeuille besitzt folgende Eigenschaften:

1. Die Anschaffung erfordert keinen Mitteleinsatz
2. Durch das Portefeuille kann risikolos ein Gewinn > 0 erzielt werden.

Man betrachtet nun einen Investor, der bereits ein bestehendes Portefeuille (n Wertpapiere) in der Art umschichten möchte, dass daraus ein Arbitrageportefeuille entsteht. Der Vektor $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ enthält den jeweiligen Betrag in Euro, der je Wertpapier zusätzlich investiert wird. $x_2 = 750$ oder $x_7 = -3.982$ bedeutet demnach, dass eine long-Position (short-Position) von Wertpapier 2 (Wertpapier 7) im Wert von EUR 750 bzw. EUR 3.982 eingegangen wird. Da wir ein Arbitrageportefeuille erhalten wollen, muss die Gesamtsumme natürlich 0 ergeben, da ja kein Mitteleinsatz erfolgen darf.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad (2.14)$$

Um das Portefeuille mit dem höchsten Ertrag zusammenzustellen werden nun alle (theoretisch) möglichen Portefeuilles untersucht. Die neue Rendite dieser Portefeuilles errechnet sich durch Multiplikation des Renditenvektors r mit dem Gewichtungsvektor x .

$$\begin{aligned} xr &= \sum_{i=1}^n x_i r_i \\ &= \left(\sum_{i=1}^n x_i E[r_i] \right) + \left(\sum_{i=1}^n x_i b_{i1} \right) \delta_1 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n x_i b_{ik} \right) \delta_k + \sum_{i=1}^n x_i \epsilon_i \end{aligned}$$

$$= xE[r_i] + (xb_1)\delta_1 + \dots + (xb_k)\delta_k + x\epsilon \quad (2.15)$$

Wir treffen die Annahme, dass ein gut diversifiziertes Portfolio vorliegt, daher kann x so gewählt werden, dass sämtliches unsystematische Risiko eliminiert wird.

$$xb_j = \sum_{i=1}^n x_i b_{ij} = 0 \quad (2.16)$$

für alle $j = 1, \dots, k$. Algebraisch steht der Vektor x orthogonal auf jeden einzelnen der Koeffizientenvektoren (Spaltenvektoren der Matrix B). Dadurch vereinfacht sich (2.15) zu

$$\begin{aligned} xr &= xE[r_i] + (xb_1)\delta_1 + \dots + (xb_k)\delta_k + x\epsilon \\ &= xE[r_i] + x\epsilon \\ &\approx xE[r_i] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Der Störterm fällt weg, aufgrund der Annahme dass das Portfolio gut diversifiziert ist (Diese Annahme wird in jüngster Literatur zeitweise kritisiert - siehe Sawyer und Gyax (2006)) . Wir haben demnach ein Arbitrageportefeuille konstruiert, bei dem der Investor weder systematisches noch unsystematisches Risiko trägt. Befindet sich der Markt in einem Gleichgewicht - und das tut er unter den Annahmen eines vollkommenen Kapitalmarktes - so muss die erwartete Rendite für jedes dieser möglichen Arbitrageportefeuilles 0 sein.

$$xE[r_i] = 0 \quad (2.18)$$

Aus den obigen Statements kann man nun folgende Bedingung ableiten: Jeder Vektor x , der sowohl auf die Koeffizientenvektoren b_1, \dots, b_k als auch auf den konstanten Vektor orthogonal steht, muss auch auf den Vektor der erwarteten Rendite orthogonal stehen (Roll und Ross (1980)). Daraus ergibt sich, dass die erwartete Rendite eine Linearkombination des konstanten Vektors und den Ko-

effizientenvektoren sein muss. Es existieren demnach $k+1$ Gewichte $\lambda_0, \dots, \lambda_k$, sodass

$$E[r_i] \approx \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad (2.19)$$

mit $i = 1, \dots, n$.

Obwohl es sich hier um eine Kernaussage der APT handelt, kann sie zum jetzigen Zeitpunkt nur approximativ ausgedrückt werden. Durch einige zusätzliche Bedingungen wird schlussendlich aber doch bewiesen, dass diese Pricing-Gleichung auch exakt gilt (siehe dazu Chen und Ingersoll (1983)).

$$E[r_i] = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad (2.20)$$

Weiter kann gezeigt werden, dass die Approximation auch ohne zusätzliche Annahmen ausreichend genau ist, und daher der Fehler in praktischen Anwendungen ignoriert werden kann.

Die neuen Größen in unserem Modell λ_j bezeichnet man als Risikoprämien. Sie zeigen an, wieviel Risiko in Kauf genommen werden muss, um eine entsprechend erwartete Rendite zu erwirtschaften. Betrachtet man ein perfekt diversifiziertes, Portfolio ohne systematisches Risiko, dh ($b_1 = b_2 = \dots = b_k = 0$), so folgt daraus

$$E[r_i] = \lambda_0 = r_0 \quad (2.21)$$

was genau dem risikolosen Zinssatz entsprechen muss. Schlussendlich hat unser APT-Modell folgende Form:

$$r_i = E[r_i] + b_{i1}\delta_1 + b_{i2}\delta_2 + \dots + b_{ik}\delta_k + \epsilon_i \quad (2.22)$$

mit der Bewertungsgleichung

$$E[r_i] = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad (2.23)$$

bzw. in Kurzform

$$r = B \cdot \lambda + B \cdot \delta + \epsilon \quad (2.24)$$

Unter den oben getroffenen Annahmen lässt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix der Wertpapierrenditen nun in systematisches bzw. unsystematisches Risiko aufteilen (Aussenegg (1995)):

$$\begin{aligned} \Sigma_{rr} &= E \left[(r - E[r])(r - E[r])^T \right] \\ &= E \left[(B \cdot \delta + \epsilon)(B \cdot \delta + \epsilon)^T \right] \\ &= B \left[E[\delta \cdot \delta^T] \right] B^T + B \left[E[\delta \cdot \epsilon^T] \right] + \left[E[\epsilon \cdot \delta^T] \right] B^T + E[\epsilon \cdot \epsilon^T] \\ &= B \Delta B^T + \Omega \end{aligned} \quad (2.25)$$

wobei Δ die Varianz-Kovarianz-Matrix der Faktorrealisationen darstellt.

Durch Annahme (2.11) ergibt sich schlussendlich:

$$\Sigma_{rr} = BB^T + \Omega \quad (2.26)$$

Hier stellt BB^T den systematischen und Ω den unsystematischen Anteil der Gesamtvarianz dar.

Kapitel 3

Modellschätzung

Das folgende Kapitel beschreibt die Methodik, mit welcher das APT-Modell

$$r_i - E[r_i] = b_{i1}\delta_1 + b_{i2}\delta_2 + \dots + b_{ik}\delta_k + \epsilon_i \quad (3.1)$$

und seine Bewertungsgleichung

$$E[r_i] = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad (3.2)$$

geschätzt werden.

Diese Schätzung erfolgt in 2 Schritten: Zuerst werden aus der Gleichung (3.1) die Faktorsensitivitäten (b_i) ermittelt. Somit stehen die in Gleichung (3.2) ebenfalls vorkommenden b_i 's fest, wodurch in einem zweiten Schritt die Risikoprämien (λ_i) geschätzt werden können (vgl. Roll und Ross (1980)).

3.1 Schätzung der Faktorsensitivitäten

3.1.1 Orthogonales Faktorenmodell

Wie bereits in Kapitel 1 erwähnt, kann Gleichung (3.1) als lineares Faktorenmodell aufgefasst werden. Damit das APT-Modell jedoch tatsächlich als orthogonales Faktorenmodell behandelt werden kann, muss zuerst geprüft werden, ob sich die Annahmen, die dem APT-Modell zugrunde liegen, mit den gängigsten Bedingungen der Faktorenanalyse decken.

Nach Giri (1996) geht die Faktorenanalyse als Grundannahmen sowohl von der Unabhängigkeit der Faktorwerte und des Fehlerterms, als auch von einer positiv-semidefiniten Varianz-Kovarianz-Matrix der Störterme aus. Da sich diese Annahmen mit jenen in Abschnitt 2.2 decken - 2.2 verschärft diese sogar - kann das vorliegende APT-Modell ohne Beschränkung der Allgemeinheit als spezielles Faktorenmodell aufgefasst werden.

Weiters besteht folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} E[r \cdot \delta^T] &= E[(B \cdot \delta + \epsilon) \cdot \delta^T] \\ &= E[B \cdot \delta \cdot \delta^T] + E[\epsilon \cdot \delta^T] \\ &= B \cdot E[\delta \cdot \delta^T] \\ &= B \end{aligned} \tag{3.3}$$

Somit können die Faktorsensitivitäten direkt aus der Varianz-Kovarianz-Matrix (bzw. Korrelationsmatrix) der Wertpapierrenditen geschätzt werden. Dies geschieht mit Hilfe der Hauptkomponentenanalyse (siehe Überlaa (1968), Hartung und Elpelt (1989) oder Giri (1996)).

3.1.2 Hauptkomponentenanalyse

Sei $X = (X_1, \dots, X_p)$ ein Zufallsvektor mit dem Erwartungswert $E(X) = \mu$ und $Cov(X) = \Sigma$, wobei Σ eine reelle positiv-semidefinite Matrix der Größe $(p \times p)$ ist (in unserem Fall wäre X die Matrix der Renditen). In der multivariaten Statistik stellt die Analyse einer so großen Menge sich wiederholender Beobachtungen oft ein Problem dar. Es wird daher versucht die Daten so zu transformieren, dass sich auf der einen Seite die Dimension der zu untersuchenden Variablen verringert, während aber auf der anderen Seite nicht zuviel an Information verloren gehen soll.

Mit Information ist hier gemeint, in welcher Art und Weise sich die Variablen im Zeitablauf ändern. Durch die Hauptkomponentenanalyse (in Folge auch "PCA" = "Principal Component Analysis" genannt) sollen demnach jene Variablen vorrangig extrahiert werden, die eine hohe Varianz aufweisen. Konstanten werden hier folglich eher vernachlässigt, da sie sich über die Zeit kaum verändern, und dementsprechend wenig Information enthalten (siehe Giri (1996) oder Überlaa (1968)).

Die erste Hauptkomponente Z_1 entsteht, indem X mit einem normierten Vektor $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_p) \in \mathbb{R}^p$ gewichtet wird, also

$$Z_1 = \alpha^T X, \quad (3.4)$$

wobei dessen Varianz maximal sein soll.

$$Var(\alpha^T X) = \max_L L^T \Sigma L \quad (3.5)$$

Hierzu verwenden wir die Lagrange-Multiplikation (3.6), mit der zu maximierenden Funktion $Var(L^T X) = L^T \Sigma L$ unter der Nebenbedingung, dass L normiert ist, also $L^T L = 1$ (vgl. Giri (1996)).

$$\psi_1(L) = L^T \Sigma L - \theta(L^T L - 1) \quad (3.6)$$

Nach Differenzieren der Lagrange-Funktion und anschließendem Nullsetzen gelangt man zu

$$2\Sigma\alpha - 2\theta\alpha = 0 \quad (3.7)$$

oder

$$(\Sigma - \theta I)\alpha = 0. \quad (3.8)$$

Da α wegen $\alpha^T \alpha = 1$ sicher ungleich Null ist, besitzt das Gleichungssystem (3.8) nur dann eine Lösung wenn

$$\det(\Sigma - \theta I) = 0. \quad (3.9)$$

Anders gesagt: Um den oben genannten Bedingungen zu genügen, muss θ eine Nullstelle des charakteristischen Polynoms von Σ sein, somit ein Eigenwert, und α der zugehörige Eigenvektor.

Da Σ von der Größe $(p \times p)$ ist, existieren p Eigenwerte (wobei nicht alle davon ungleich 0 sein müssen, bzw. Vielfachheiten auftreten könnten)

$$\theta_1 \geq \theta_2 \geq \dots \geq \theta_p \quad (3.10)$$

mit den Eigenvektoren $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$.

Aus (3.5) findet man leicht heraus, welcher Eigenwert zur ersten Hauptkomponente gehört. Da

$$\text{Var}(\alpha^T X) = \alpha^T \Sigma \alpha = \theta \alpha^T \alpha = \theta \quad (3.11)$$

maximal sein muss, wählt man $\theta = \theta_1$ den größten Eigenwert der Varianz-

Kovarianz-Matrix Σ und $\alpha = \alpha_1$ den zu θ_1 korrespondierenden Eigenvektor.

Analog geht man nun für die zweite Hauptkomponente vor, jedoch muss hier die zusätzliche Nebenbedingung berücksichtigt werden, dass die Hauptkomponenten untereinander unkorreliert sein sollen (Lagrange-Multiplikation unter 2 Nebenbedingungen).

Schlussendlich zeigt sich, dass die j -te Hauptkomponente der Eigenvektor zum Eigenwert θ_j von Σ ist. Fasst man die p Eigenvektoren θ_j (als Spaltenvektoren) zusammen, so ergibt sich die Matrix der Hauptkomponenten

$$A = (\alpha_1, \dots, \alpha_p) \quad (3.12)$$

und es gilt:

$$Z = A^T X \quad (3.13)$$

wobei

$$\Lambda = \text{Var}(Z) = \text{Var}(A^T X) = A^T \Sigma A \quad (3.14)$$

Da die Varianzen der Hauptkomponenten die Eigenwerte sind (der Größe nach geordneten), und sie untereinander nicht korrelieren, ergibt sich als Varianz-Kovarianz-Matrix Θ eine Diagonalmatrix, in deren Hauptdiagonale sich die Eigenwerte befinden:

$$\Theta = \begin{pmatrix} \theta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \theta_p \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Betrachtet man die Spur von Θ , so ist nach (3.14):

$$\text{tr}(\Theta) = \text{tr}(A^T \Sigma A) = \text{tr}(\Sigma A^T A) = \text{tr}(\Sigma) = \sum_{i=1}^p \text{Var}(X_i) \quad (3.16)$$

Somit reproduzieren die Varianzen der Hauptkomponenten die Varianz der Datenmatrix. Der i -te Eigenwerte erklärt demnach den Anteil

$$\frac{\theta_i}{\sum_{i=1}^p \theta_i}$$

der Gesamtvarianz der beobachteten Größen.

3.2 Anzahl der Faktoren

Da die Faktorsensitivitäten nun geschätzt werden können, stellt sich als nächstes die Frage, wie viele Faktoren extrahiert werden müssen. Einerseits soll ein ausreichend hoher Anteil der Gesamtvarianz erklärt werden, andererseits sollte die Anzahl der Faktoren wesentlich unter jener der Variablen liegen. In der Literatur scheinen im Grunde genommen 2 wesentliche Verfahren zur Bestimmung der optimalen Faktoranzahl auf (zB. Backhaus et al. (1996)): das Kaiser-Kriterium und der Scree-Test.

Das Kaiser-Kriterium besagt, dass all jene Faktoren wesentlich sind, deren Eigenwert größer als 1 ist. Damit werden nur jene Faktoren extrahiert, die einen größeren Anteil der Gesamtvarianz erklären, als die Variable selbst besitzt.

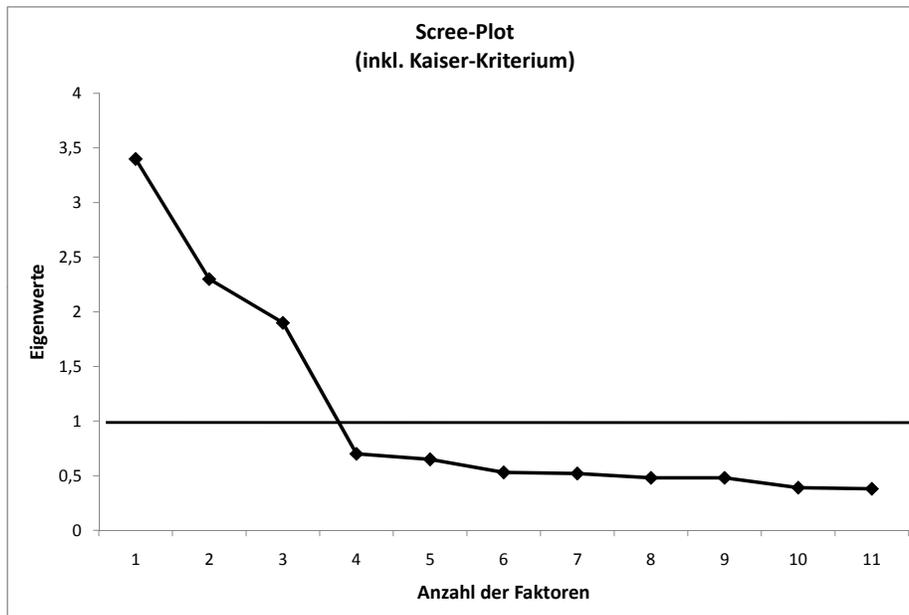


Abbildung 3.1: Exemplarischer ScreeTest

Eine andere - wenn auch nicht ganz so exakte - Möglichkeit liefert der Scree-Test. Hier werden die Eigenwerte der Größe nach in ein 2-dimensionales Koordinatensystem eingetragen und durch eine Linie verbunden. In jenem Bereich, in dem die Differenz zweier Eigenwerte am größten ist, macht diese Verbindungslinie einen Knick (=Ellbow). Die Anzahl der Eigenwerte, die sich links von diesem Knick befinden (beginnend mit dem Knickpunkt) gelten als relevant. Der Rest (das Geröll=Scree) wird vernachlässigt.

Abbildung (3.1) zeigt exemplarisch einen solchen Scree-Plot. Nach dem Kaiser-Kriterium wären 3 Faktoren heranzuziehen, nach dem Scree-Test 4.

3.3 Schätzung der Risikoprämien

Nachdem nun die Anzahl der Faktoren und deren Faktorsensitivitäten geschätzt wurden, können diese somit als determinierte Größe behandelt werden, und es verbleibt die Ermittlung der Risikoprämien.

Ein letztes Mal wird die APT-Bewertungsgleichung betrachtet, wobei nun all jene Parameter, die bis jetzt bestimmt wurden, zu einem gemeinsamen "Störterm" zusammengefasst werden. Aus der APT-Bewertungsgleichung

$$r = B \cdot \lambda + B \cdot \delta + \epsilon \quad (3.17)$$

wird

$$r = B \cdot \lambda + \zeta \quad (3.18)$$

mit

$$\zeta = B \cdot \delta + \epsilon \quad (3.19)$$

Dieses Gleichungssystem wird mit Hilfe einer linearen Regression gelöst, wobei hier nicht auf das klassische lineare Regressionsmodell zurückgegriffen werden kann, da die wesentliche Annahme der homogenen Varianz der Störterme nicht gegeben ist (vgl. Schönfeld (1969)). Die Varianz-Kovarianz-Matrix von ζ lautet

$$\begin{aligned} \Sigma_{\zeta\zeta} &= \text{Cov}(\zeta, \zeta) \\ &= E \left[(B \cdot \delta + \epsilon)(B \cdot \delta + \epsilon)^T \right] \\ &= E \left[(r - E[r])(r - E[r])^T \right] \\ &= \Sigma_{rr} \end{aligned} \quad (3.20)$$

und entspricht somit genau der Varianz-Kovarianz-Matrix der Wertpapierrenditen. Es müssen daher die Aitken- oder auch verallgemeinerten Kleinst-Quadrat-Schätzer (GLS) herangezogen werden. Nach Schönfeld (1969) lauten die GLS-Schätzer für das Regressionsmodell $y = X\beta + u$:

$$\hat{\beta} = (X^T \Sigma_{uu}^{-1} X)^{-1} X^T \Sigma_{uu}^{-1} y. \quad (3.21)$$

Da in unserem Fall Σ_{uu} der Varianz-Kovarianz-Matrix der Wertpapierrenditen Σ_{rr} entspricht, stellt sich die Regressionsgleichung für die Schätzung der Risikoprämien wie folgt dar:

$$\hat{\lambda} = (B^T \Sigma_{rr}^{-1} B)^{-1} B^T \Sigma_{rr}^{-1} r \quad (3.22)$$

3.4 Empirische Ergebnisse anderer Kapitalmärkte

In den vergangenen 30 Jahren wurde die ursprüngliche, von Roll und Ross aufgestellte, Arbitrage Pricing Theory verfeinert und erweitert. Dazu zählen beispielsweise auch die Arbeiten von Fama und French (1993), die ein 3-Faktoren-Modell auf Basis von markt- und firmenspezifischen Größen entwickelten, welches noch immer Verwendung bei der Bestimmung der Faktorstruktur von Aktienmärkten findet. Diese 3 Faktoren sind: die Überschussrendite des Marktes, die Marktkapitalisierung und das Verhältnis von Buchwert zu Marktwert.

Der folgende Abschnitt gibt einen kurzen Überblick über einige der neueren Ergebnisse im Bereich Faktorstrukturbestimmung auf Aktienmärkten. Es finden sich darin sowohl Studien, die nur künstliche Faktoren untersuchen (wie in der vorliegenden Arbeit), sowie Analysen mit makroökonomischen Größen bzw. dem Modell von Fama und French (1993).

3.4.1 Aktienmärkte Europa und Amerika

Italien

Die Arbeit von Costa (2003) sollte in erster Linie dazu dienen, eine genauere Methodik zur Messung der Faktoranzahl auf einem Kapitalmarkt zu bestimmen. Als Kritikpunkt der üblichen Faktorenanalyse sieht Costa die Annahmen zu Normalverteilung, Heteroskedastie und der Abwesenheit von Dynamik. Dieses aus den genannten Mängeln heraus neu entwickelte Maß wird mithilfe eines Monte Carlo Experimentes ermittelt. Für die empirische Studie wurden Tagesrenditen sämtlicher Unternehmen der Mailänder Börse herangezogen, es standen insgesamt 247 Aktien zur Verfügung. Der Beobachtungszeitraum (1986-1999) wird in jeweils 2 Subperioden unterteilt, wobei die erste Subperiode (1986-1995) dazu dient gewisse Informationskriterien zu errechnen, und die zweite Subperiode dazu verwendet wird diese Kriterien anzuwenden.

Als Ergebnis findet Costa einen positiven Zusammenhang zwischen der Faktoranzahl und der Anzahl der Beobachtungen, sowie einen negativen Zusammenhang zwischen der Anzahl an beobachteten Variablen und der Faktoranzahl. Für den italienischen Aktienmarkt ergibt sich durch dieses neue Informationskriterium ein 2-3 Faktoren-Modell.

Deutschland

Altay (2003) schätzt in seiner Studie sowohl für den deutschen, als auch für den türkischen Aktienmarkt ein APT-Modell und vergleicht anschließend die Ergebnisse. (Die detaillierte Analyse für die Türkei befindet sich im nächsten Abschnitt). In einem ersten Schritt werden 8 makroökonomische Größen ermittelt, für die in beiden Ländern ausreichend Daten vorlagen. Aus diesen werden mit Hilfe der Hauptkomponentenanalyse bzw. der Maximum-Likelihood-Methode (kurz: ML-Methode) die Faktorbetas geschätzt, und daraus schlussendlich durch Querschnittsregression die Risikoprämien errechnet.

Als Beobachtungszeitraum für Deutschland wurde die Periode 1988-2002 gewählt, welche wiederum in 2 Subperioden unterteilt wurde: 1988-1990 (vor der Wiedervereinigung) und 1991-2002. Zur Schätzung wurden Monatsrenditen für diese Zeiträume herangezogen. Im Zuge der Hauptkomponentenanalyse ergaben sich 4 relevante Faktoren für den deutschen Aktienmarkt, die wiederum jeder für sich 1-3 makroökonomische Größen beinhalten. Altay kommt jedoch zu dem Schluss, dass in der Gesamtperiode nur ein Risikofaktor (unerwartetes Zinsniveau) bezahlt wird.

USA

Einen gänzlich anderen Zugang wählen Sawyer und Gyax (2006). Sie kritisieren, dass bei der Konstruktion der APT die Störterme aufgrund eines gut diversifizierten Portfolios wegfallen - siehe Kapitel 2 (2.17). Diese Annahme entspricht ihres Erachtens nach nicht den vorherrschenden Bedingungen am Kapitalmarkt. Es wird daher ein Störterm aus einer Mischung von APT Fehlern und Nicht-APT Fehlern generiert, wodurch ein neuer Test auf Vorliegen der Arbitrage Pricing Theory entsteht.

Dieser Test erfolgt in 3 Schritten: mithilfe der Hauptkomponentenanalyse wird zuerst die Faktorstruktur ermittelt, anschließend erfolgt die Schätzung der skalierten erwarteten Renditen und letztlich werden die skalierten Fehlerterme auf Heteroskedastie getestet. Ein positiver Ausgang des Tests deutet auf das Vorherrschen der APT hin. Auf Basis dieser Vorgehensweise wurde eine empirische Studie des US Aktienmarktes im Zeitraum von 1978 bis 2002 vorgenommen. Als Datengrundlage dienten Wochenrenditen von 960 Firmen, was insgesamt 1304 Beobachtungen je Unternehmen bedeutet. Die Simulation ergab, dass die APT am stärksten für ein 1-Faktor-Modell gilt.

3.4.2 Aktienmärkte Asien

Türkei

Wie bereits vorher erwähnt, folgen hier noch die Ergebnisse der Analyse von Altay (2003) für den türkischen Kapitalmarkt. Die Wahl des passenden Beobachtungszeitraumes fiel auf 1993-2002, da die Börse (Istanbul Stock Exchange) erst im Jahre 1985 gegründet wurde. Aus der PCA bzw. ML-Schätzung ergaben sich nur 3 Faktoren, jedoch wurde im Zuge des APT-Tests für keinen einzigen dieser Faktoren eine Risikoprämie bezahlt.

Gründe dafür könnte das Fehlen eines effizienten Marktes in der Türkei sein, sowie das niedrige Handelsvolumen oder der geringe Free Float.

Japan

Azeez und Yonezawa (2006) untersuchten, inwieweit makroökonomische Faktoren am japanischen Aktienmarkt in der Zeit rund um die Wirtschaftsblase 1980-1989, als Risikoträger in Frage kämen. Die hier zu tragen kommende Schätzmethode unterscheidet sich wesentlich von der üblichen 2-Phasen Querschnittsregression. Um einerseits das Problem der "Fehler in Variablen" zu umgehen, und andererseits eine robuste Aussage bezüglich der Signifikanz bestimmter Faktoren zu erhalten, wird auf die "Iterated Non Linear Seemingly Unrelated Regression" (ITNLSUR) zurückgegriffen. Bei dieser Vorgehensweise werden die Faktorsensitivitäten und Risikoprämien gleichzeitig geschätzt.

Die zugrunde liegende Datenbasis bildeten Monatsrenditen aller Wertpapiere die in der "First Section" (große Unternehmen) der Tokyo Stock Exchange gehandelt wurden. Für den Beobachtungszeitraum wurden 3 Perioden gewählt: 1973-1979 (vor der Wirtschaftsblase), 1980-1989 (während der Wirtschaftsblase) und 1990-1998 (nach Platzen der Wirtschaftsblase). Die beiden Autoren bestätigten durch ihre Arbeit die Gültigkeit des APT-Modells, sie fanden 4 unterschiedliche Risikofaktoren die in jeder der 3 Perioden die erwarteten Renditen signifikant beeinflussten (angebotene Geldmenge, Inflation, Wechselkurs und Industrieproduktion).

China

Die Grundlage zur Bestimmung der Faktorstruktur am chinesischen Kapitalmarkt (Wang und Xu (2003)) soll das bereits weiter oben erwähnte 3-Faktoren-Modell von Fama und French (1993) bilden. Dieses wurde bereits auf mehreren vollentwickelten Börsen getestet, jedoch die Erkenntnisse auf Entwick-

lungsmärkten (sog. "Emerging Markets") findet man noch eher selten. Daher passte man das Modell auch etwas an diese neuen Marktbedingungen an (spekulativer Markt, HardFacts wie Buchwerte sind für Investoren oft nicht von Interesse).

Statt dem Verhältnis von Buch- und Marktwert verwenden die Autoren die "Float Ratio", also das Verhältnis der Anzahl der handelbaren Wertpapiere, zur Anzahl aller Wertpapiere. Betrachtet werden monatliche Renditen von Juli 1996 bis Juni 2002. Das Ergebnis der Studie entspricht den vorhergesagten Erwartungen: das Buch-/Marktwertverhältnis ist irrelevant, und ein 3-Faktoren-Modell mit Überschussrendite des Marktes, Marktkapitalisierung und Float Ratio erklärt 90% der Varianz der Portfoliorenditen, was eine Steigerung von 10% zu einem einfachen Marktmodell bedeutet.

Indien

Zum Schluss wird hier noch kurz die Analyse eines weiteren Entwicklungsmarktes aufgezeigt, jene des indischen Kapitalmarktes (siehe Dhankar und Singh (2005)). Das Hauptziel der Studie ist zwar ein Vergleich des CAPM und der APT, dennoch wird ein wesentlicher Teil der Faktorstruktur gewidmet. Als Methodik wird die PCA zur Faktorermittlung verwendet, und anschließend eine Querschnittsregression zur Ermittlung der Risikoprämien. Es finden Auswertungen auf Basis von Monats- bzw. Wochenrenditen im Zeitraum von 1991 - 2002 statt, wobei 158 Aktien von Groß- und Mittelbetrieben der Bombay Stock Exchange untersucht werden. Für die Monatsrenditen ergeben sich über alle gebildeten Portfolios immer mindestens 2 signifikante Faktoren, für Monatsrenditen 3. Dhankar und Singh zeigen auch, dass die APT zu besseren Schätzungen der erwarteten Rendite führt, als das CAPM.

Tabelle 3.1: Zusammenfassung ausgewählter Studien

Land	Autor	Datenbasis	Methode	Faktoranzahl	Faktoren
Italien	Costa (2003)	247 Aktien 1986 - 1999 (2 Subperioden) Tagesrenditen	Monte Carlo Simulation	2 - 3	künstliche Faktoren
Deutschland	Altay (2003)	101 Aktien 1988 - 2002 (2 Subperioden) Monatsrenditen	PCA ML Querschnittsregression	1	Unerwartetes Zinsniveau
USA	Sawyer Gygax (2006)	960 Aktien 1978 - 2002 Wochenrenditen	PCA Test auf Heteroskedastie des Störterms	1	künstliche Faktoren
Türkei	Altay (2003)	101 Aktien 1993 - 2002 (2 Subperioden) Monatsrenditen	PCA ML Querschnittsregression	0	-
Japan	Azeez Yasushiro (2006)	Aktien der "First Section" 1973 - 1998 (3 Subperioden) Monatsrenditen	ITNLSUR	4	Geldmenge Inflation Wechselkurs Industrieproduktion
China	Wang Xu (2003)	zw. 117 und 1195 Aktien 1996 - 2002 Monatsrenditen	adaptiertes 3-Faktor-Modell (Fama und French)	3	Marktüberschussrendite Marktkapitalisierung Float Ratio
Indien	Dhankar Singh (2005)	158 Aktien 1991 - 2002 Wochen-/Monatsrenditen	PCA Querschnittsregression	mind. 2 - 3	künstliche Faktoren

Kapitel 4

Datengrundlage

4.1 Aktienmarkt Polen

Die erste Börse in Polen, die "Mercantile Exchange" öffnete bereits 1817 ihre Pforten (siehe WSE (2007)). Damals wurden hauptsächlich Wechsel und Anleihen gehandelt, wobei jedoch der Handel mit Anteilsscheinen immer mehr an Relevanz gewann.

In den folgenden Jahren wurde die Warschauer Börse jedoch einer harten Prüfung unterzogen - sei es der streng staatlich-kontrollierte Handel in der Zwischenkriegszeit, oder das vollkommene Aussetzen der Handels als Folge des Zweiten Weltkrieges. Jedoch nicht einmal das darauf folgende kommunistische System konnte die Entwicklung dieser Börse stoppen, worauf im Jahre 1991 eine moderne, auf europäischem Standard basierende Börse, die "Warsaw Stock Exchange" gegründet wurde.

Da die "Warsaw Stock Exchange" (in Folge WSE genannt) erst vor so kurzer Zeit ins Leben gerufen wurde, zeigt die nachfolgende Tabelle (4.1) die wichtigsten Ereignisse in der Zeit zwischen 1991 und 2006.

Tabelle 4.1: Geschichtliche Entwicklung der WSE (vgl. Fact Book 2007)

1991	Gründungsakt für die Gielde Papierw Wartosciowych w Warszawie SA (The Warsaw Stock Exchange Company)
1993	Öffnung des Freiverkehrs
1994	Einführung des WIG20 Preisindex
1995	Einführung des WIRR (Index des Parallelmarktes)
1996	Die Börsenkapitalisierung der WSE erreicht erstmalig PLN 20 Mrd. Aktien der ersten 5 Unternehmen werden in den täglichen Handel aufgenommen
1997	WIG20 Index wird erstmalig auf täglicher Basis veröffentlicht Das 100. Unternehmen wird gelistet und gleichzeitig erreicht die Kapitalisierung ihren Höchststand PLN von 40 Mrd.
1998	Einführung des MIDWIG Index
1999	Start der WSE Sektor-Subindizes WSE-Börsenkapitalisierung übersteigt erstmals die PLN 100 Mrd. Grenze
2000	Der Technologie-Index TechWIG wird eröffnet
2003	Es findet die vorerst letzte Index Eröffnung statt - jene des WIG-PL (Index für heimische Unternehmen)
2004	Neuaufteilung zwischen geregelterm Verkehr und Freiverkehr
2006	Die Astarta Holding N.V. feiert als erstes osteuropäisches (nicht polnisches) Unternehmen ihr Debut an der WSE

Um das starke Wachstum der WSE besser zu verdeutlichen zeigt die nachstehende Grafik die Entwicklung der Börsenkapitalisierung seit 1991. Die Zahlen enthalten sowohl inländische als auch ausländische Unternehmen.

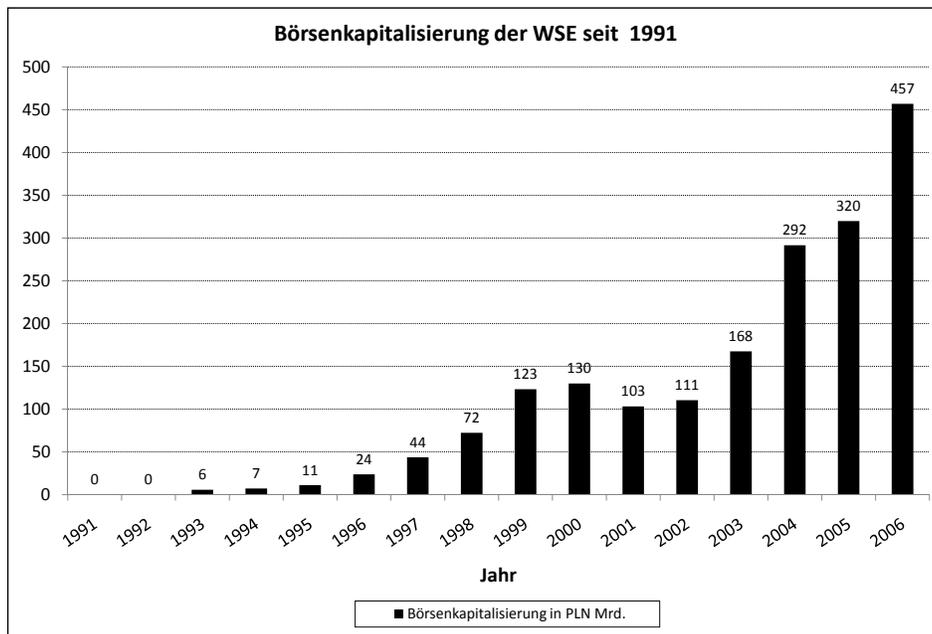


Abbildung 4.1: Börsenkapitalisierung der WSE

4.2 Datenbasis

Ausgangspunkt der nun folgenden empirischen Untersuchungen war eine Aufstellung aller Kursdaten von Aktien der WSE im Zeitraum von 16.04.1991 bis 30.04.2006. Dabei wurden nur Wertpapiere des Amtlichen Handels herangezogen, der Freiverkehr wird somit nicht berücksichtigt.

Mit Hilfe des zugrundeliegenden ISIN-Codes wurde in einem zweiten Schritt sichergestellt, dass nur Aktien in die Auswahl miteinbezogen wurden. Anleihen, derivative Geschäfte sowie sonstige Wertpapiere befinden sich somit nicht in den untersuchten Samples. Für die Auswertungen wurden sowohl Monats- als auch Tagesrenditen verwendet.

4.2.1 Beobachtungszeitraum

Es wurden von vornherein jene Wertpapiere ausgeschlossen, deren Kurszeitreihen eine kürzere Lebensdauer als 3 volle Geschäftsjahre aufwiesen. Noch kürzere Zeitreihen würden für Monatsrenditen eine Gesamtanzahl von weniger als 36 Beobachtungen je Wertpapier bedeuten, was nicht mehr sinnvoll wäre. Um eine möglichst hohe Datenqualität zu gewährleisten musste deshalb der Zeitraum so gewählt werden, dass auf der einen Seite die Zeitreihen lang genug waren, andererseits ausreichend viele Wertpapiere in dieser Zeit Kursveränderungen aufwiesen.

Die nachstehende Grafik (4.2) zeigt alle möglichen Kurszeiträume inklusive der Anzahl der darin vollständig enthaltenen Wertpapiere. "Vollständig" bedeutet in diesem Zusammenhang, dass an allen Börsentagen in diesem Zeitraum Kurseinträge vorhanden waren, somit die Aktien tatsächlich gehandelt wurden.

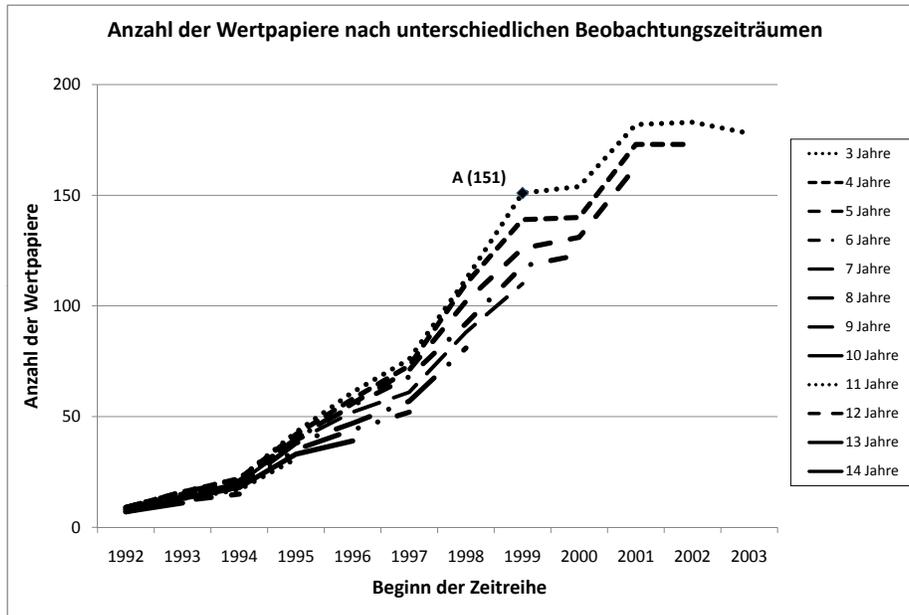


Abbildung 4.2: Fristigkeiten

Punkt A würde dementsprechend bedeuten, dass für einen 3-jährigen Beobachtungszeitraum - beginnend mit dem Jahr 1999 - 151 Wertpapiere zur Verfügung stünden. Aus Diagramm (4.2) sieht man deutlich dass es die größten Zuwächse an gehandelten Wertpapiere in den Jahren 1998-1999 bzw 2000-2001 gab. Um die Zeitreihen demnach nicht zu kurz zu werden zu lassen, wurde ein 7-jähriger Beobachtungszeitraum, beginnend mit dem Jahr 1999 gewählt (110 Aktien), und dieser anschließend noch in 2 Subperioden unterteilt:

Subperiode A (3 Jahre):	01.01.1999 - 31.12.2001
Subperiode B (4 Jahre):	01.01.2002 - 31.12.2005
Gesamtperiode (7 Jahre):	01.01.1999 - 31.12.2005

Sowohl von der Länge der Beobachtungszeitreihen, als auch von der Anzahl der Wertpapiere ist die Datenbasis gut vergleichbar mit jener von Altay (2003) (101 Aktientitel) oder Dhankar und Singh (2005) (158 Aktientitel).

4.2.2 Renditeberechnung

Für die folgenden Analysen wurden für jedes Wertpapier 4 Größen errechnet: die Tagesrendite (der Periode t)

$$r(t) = \frac{S(t) - S(t-1) + Div(t) + BR(t)}{S(t-1) - BR(t)} \quad (4.1)$$

$S(t)$... Schlusskurs am Ende der Periode t

$S(t-1)$... Schlusskurs am Ende der Periode $t-1$

$Div(t)$... Dividende in Periode t

$BR(t)$... Bezugsrechtsabschlag in Periode t

sowie die logarithmierte Tagesrendite, die Monatsrendite und die logarithmierte Monatsrendite, wobei sich die logarithmierten Monatsrenditen aus Summation der logarithmierten Tagesrenditen ergaben.

Tabelle 4.2: Auswahl der Aktien

	Gesamtperiode	Subperiode A	Subperiode B
verfügbare Wertpapiere	110	110	110
zu wenig Kursveränderungen	-68	-45	-58
keine Normalverteilung	-8	-3	-13
signifikante Autokorrelation	0	0	-1
Gesamt	34	62	38

4.3 Auswahl der Aktien

Um sich überhaupt erst für die Faktorenanalyse zu qualifizieren, mussten die Zeitreihen der Aktien den folgenden Kriterien entsprechen:

1. mindestens 50% der Kursveränderungen (Tagesrenditen) je Monat ungleich 0
2. signifikante Normalverteilung (1%-Niveau)
3. keine signifikante Autokorrelation (1%-Niveau)

Die Ergebnisse dieser Aussonderung sind in Tabelle (4.2) zusammengefasst. Eine detaillierte Darstellung der relevanten Aktien, die in die empirische Studie einfließen, findet sich im Anhang in den Tabellen (A.1) bis (A.4).

4.3.1 Kursveränderungen

Diese Auswahl wurde für jeden der 3 Zeiträume (Gesamtperiode, Subperiode A und Subperiode B) durchgeführt. Es kommt daher zu Abweichungen der relevanten Wertpapiere innerhalb der einzelnen Beobachtungszeiträume. Weist eine Aktie beispielsweise im März 2000 nur 4 Kursveränderungen auf, so fällt sie definitiv aus der Stichprobe sowohl für die Gesamtperiode als auch für die Subperiode A heraus, bleibt aber dennoch relevant für die Subperiode B.

4.3.2 Normalverteilung

Üblicherweise wird hierzu der Komogorov-Smirnov-Test (kurz: K-S-Test) verwendet. Dieser überprüft, ob eine signifikante Abweichung der empirischen Verteilung von einer vorgegebenen Verteilungsfunktion (Nullhypothese) vorliegt. Da in unserem Fall aber sowohl Mittelwert als auch Varianz aus den Daten geschätzt werden mussten, kommt hier die Lilliefors-Adaptierung des K-S-Tests zum Einsatz. Bei unbekanntem Mittelwert und Varianz liefert dieser Test zuverlässigere Werte als der ursprüngliche K-S-Test (siehe Lilliefors (1967)).

Im Zuge dieses Verfahrens wurden alle 4 Renditegrößen der noch in Frage kommenden Aktien auf Normalverteilung getestet (1%-Niveau). Es zeigt sich ganz klar, dass keine einzige der Zeitreihen auf Basis von Tagesrenditen eine signifikante Normalverteilung aufwies, was daher für die Verwendung von Monatsrenditen spricht. Außerdem weisen die logarithmierten Renditen (wenn auch nur in geringem Ausmaß) eher eine Normalverteilung auf als jene nicht-logarithmierten. Daher werden für die Faktorenanalyse nur logarithmierte Tagesrenditen bzw. Monatsrenditen herangezogen.

4.3.3 Autokorrelation

Als letztes Kriterium wird gefordert, dass die Residuen der Zeitreihen keine signifikante Autokorrelation besitzen. Dies wurde mit Hilfe eines adaptierten Portmanteau-Test, der Ljung-Box-Statistik (vgl. Ljung und Box (1978)) überprüft. Diese testet Zeitreihen gleichzeitig auf Autokorrelation beliebig vieler Ordnungen. Der Ljung-Box-Test erzielt bei weniger als 100 Datensätzen ein besseres Ergebnis als der Box/Pierce-Test, die Teststatistik lautet:

$$Q(\rho) = N(N + 2) \sum_{l=1}^L \frac{1}{N-l} \rho_l^2 \quad (4.2)$$

mit der Nullhypothese:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_L = 0 \quad (4.3)$$

ρ ... Autokorrelation einer Zeitreihe

N ... Länge der Zeitreihe

l ... Lag

L ... Anzahl gleichzeitig getesteter Autokorrelationen

Q ist χ^2 -verteilt mit L Freiheitsgraden, wobei die ersten 12 Lags zu einem 1%-Signifikanz-Niveau getestet wurden.

4.4 Bildung der Portfolios

Die schlussendlich zu analysierenden Aktien wurden nach 3 Kriterien in einzelne Portfolios zusammengefasst. Eine Grobzuordnung wurde bereits durch die Bildung der Subperioden geschaffen, womit nun eine 7-jährige Gesamtperiode, eine 4-jährige Subperiode B und eine 3-jährige Subperiode A untersucht werden können.

Diese relativ großen Portfolios wurden anschließend noch nach Unternehmensgröße und Branche unterteilt. Als Maß für die Unternehmensgröße wurde die Marktkapitalisierung herangezogen (Large: \geq EUR 250 Mio., Small: $<$ EUR 250 Mio.). Bei den Branchen wären die Ausprägungen (IND = Industrie, DIE = Dienstleistungen, FIN = Finanzsektor) zur Verfügung gestanden. Leider schieden jedoch alle Portfolios der Branchen DIE und FIN aufgrund zu weniger Wertpapiere aus (siehe Tabellen in Anhang), womit nur noch Wertpapiere des Industriesektors separat untersucht werden konnten. Generell wurden all jene Portfolios, die nicht mehr als 15 Aktien enthielten, aus den weiteren Analysen ausgeschlossen.

Die Namen der Portfolios setzen sich aus 3 Komponenten zusammen: der Beobachtungsperiode (G, A oder B), der Detailspezifikation (Single, Industry, Large und Small) und eventuell dem Zusatz "Zufall", was für die zufällige Zusammensetzung bestimmter Wertpapiere innerhalb eines Portfolios steht. A_{Small} bezeichnet dementsprechend das Portfolio aller Wertpapiere der Subperiode A, deren Marktkapitalisierung unter EUR 250 Mio. liegt.

Kapitel 5

Empirische Untersuchung

Das nun folgende Kapitel, geht Schritt für Schritt die Modellschätzung aus Kapitel 3 durch (Schätzung der Faktorsensitivitäten und Risikoprämien), wobei nun die Echtdata aus Kapitel 4 herangezogen werden. Hauptschwerpunkt liegt in der Prüfung, inwieweit ein APT-Modell für den polnischen Aktienmarkt unterlegt werden kann. Jene dazu notwendigen Testverfahren werden gleich zu Beginn erläutert und basieren maßgeblich auf den Ausführungen von Aussenegg (1995).

Die nachfolgenden Ergebnisse werden auch aufzeigen, dass sich nur in den seltensten Fällen eine Faktoranzahl > 10 als relevant erweist. Daher beschränken sich die Analysen auf APT-Modelle, die nicht mehr als 10 Faktoren berücksichtigen.

5.1 Testspezifikationen

5.1.1 APT-Test 1

Nachdem die Faktorsensitivitäten mithilfe der Hauptkomponentenanalyse geschätzt wurden (somit determiniert sind), folgt nun die multiple Querschnittsregression zur Ermittlung der Risikoprämien. Der Vektor der n durchschnittlichen Wertpapierrenditen wird auf $k + 1$ Risikoprämien regressiert:

$$\begin{pmatrix} \bar{r}_1 \\ \vdots \\ \bar{r}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b_{11} & \dots & b_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & b_{n1} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_n \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} \bar{r}_1 \\ \vdots \\ \bar{r}_n \end{pmatrix} = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} b_{11} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix} + \dots + \lambda_k \cdot \begin{pmatrix} b_{1k} \\ \vdots \\ b_{nk} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_n \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Die Risikoprämien $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ spiegeln den jeweiligen Einfluss der k Faktoren auf die Wertpapierrenditen wieder. Im Folgenden werden die Risikoprämien auf 2 Kriterien untersucht. Einerseits muss festgestellt werden ob sie überhaupt einen Einfluss auf die Renditen haben, dh. ob sich der Vektor der Risikoprämien vom Nullvektor signifikant unterscheidet. Andererseits gilt es die Güte der Regression zu prüfen, demnach wie gut die durchschnittlichen Renditen von einem k -Faktor APT-Modell erklärt werden. Dies geschieht mithilfe des mittleren korrigierten Bestimmtheitsmaßes.

Da die Risikoprämien nicht einzeln getestet werden dürfen (siehe Aussenegg (1995)), sondern nur gemeinsam, ergeben sich folgende Testhypothesen:

$$H_0 : \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

gegen

$$H_1 : \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

$$\text{mit } 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \in (k \times 1) \dots \text{Nullvektor}$$

Zur Überprüfung kann die T^2 -Statistik verwendet werden, die auf Hotelling zurückgeht (siehe auch Hartung und Elpelt (1989)). Im Grunde genommen ist diese Statistik eine multiple Erweiterung der allgemein gebräuchlichen t-Statistik, sie lautet:

$$T^2 = T \left(\hat{\lambda}^T \hat{Z}^{-1} \hat{\lambda} \right) \quad (5.5)$$

wobei

$$\hat{Z} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \left(\hat{\lambda}(t) - \hat{\lambda} \right) \cdot \left(\hat{\lambda}(t) - \hat{\lambda} \right)^T \quad (5.6)$$

mit

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}(t) \quad (5.7)$$

Die Nullhypothese H_0 wird zum Signifikanzniveau α verworfen, wenn

$$T^2 > \chi_{k,(1-\alpha)}^2 \quad (5.8)$$

Zur Überprüfung der Güte des Regressionsmodells wird das mittlere korrigierte Bestimmtheitsmaß (R_{adj}^2) verwendet (siehe Hartung und Elpelt (1989)).

Für das Bestimmtheitsmaß R^2 gilt

$$R^2 = \frac{\text{var}(\hat{r}_i)}{\text{var}(\bar{r}_i)} \quad (5.9)$$

und

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{(N-1)}{(N-K)} \cdot (1 - R^2) \quad (5.10)$$

5.1.2 APT-Test 2

Eine wesentliche Annahme des APT-Modells besteht darin, dass das systematische Risiko von der Gesamtheit der Faktoren erklärt wird. Dies wird überprüft, indem die Risikoprämie der Renditestandardabweichungen (also unsystematisches Risiko) berechnet wird. Im Idealfall sollte sich diese Risikoprämie demnach nicht signifikant von Null unterscheiden (dh. unsystematisches Risiko wird nicht durch die Faktoren erklärt). Dazu verwenden wir die Vorgehensweise des APT-Test 1, jedoch mit einer zusätzlichen Spalte in der Faktorenmatrix (Renditestandardabweichungen) und einer zusätzlichen Risikoprämie (λ_σ). Somit hat die Regressionsgleichung folgende Form:

$$\begin{pmatrix} \bar{r}_1 \\ \vdots \\ \bar{r}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b_{11} & \dots & b_{1k} & \sigma(r_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & b_{n1} & \dots & b_{nk} & \sigma(r_n) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_k \\ \lambda_\sigma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_n \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Inwieweit sich die Risikoprämie λ_σ von Null unterscheidet, kann mittels eines einfachen t-Tests (vgl. Hartung und Elpelt (1989)) festgestellt werden. Die zugehörige Teststatistik (Test auf Mittelwert = 0) lautet:

$$t_{\lambda_\sigma} = \sqrt{T} \cdot \frac{\lambda_\sigma - 0}{SD(\lambda_\sigma)} \quad (5.12)$$

wobei

$$\lambda_\sigma = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \lambda_\sigma(t) \quad (5.13)$$

und

$$SD(\lambda_\sigma) = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T (\lambda_\sigma(t) - \lambda_\sigma)^2} \quad (5.14)$$

5.2 Ergebnisse Monatsbasis

Für die 15 Test-Portefeuilles aus Tabelle (5.1) wurde zunächst die optimale Anzahl der Faktoren geschätzt. Während nach dem Kaiser-Kriterium zwischen 3 und 11 Faktoren als relevant berechnet werden, zeigt der Scree-Test mit 2 bis maximal 4 Faktoren, doch eine deutlich geringere Anzahl.

Da eine Bedingung der Faktorenanalyse jene ist, dass die Anzahl der Beobachtungen wesentlich größer sein muss als jene der Variablen, wurden 4 Portfolios bei denen dies nicht zutrifft, noch etwas adaptiert. (siehe Tabelle 5.2).

Bei den Portfolios der letzten Gruppe in Tabelle (5.1) kann aufgrund der Tatsache, dass die Anzahl der Variablen größer ist als jene der Beobachtungen keine Hauptkomponentenanalyse durchgeführt werden.

Tabelle (5.3) zeigt die Ergebnisse des APT-Tests 1, Tabellen (5.4) und (5.5) jene des APT-Tests 2 für die 15 Portfolios. Zu jedem dieser Portfolios zeigt die oberste Zeile (T^2) den Wert der Hotelling-Statistik, die unterste das mittlere korrigierte Bestimmtheitsmaß (R_{adj}^2). Für den APT-Test 2 sind in der mittleren Zeile weiters die p-Werte des t-Tests angeführt. Die mit * markierten Einträge beschreiben eine signifikante Hotelling-Statistik bzw. t-Statistik, zum 10%-Niveau, während eine Signifikanz zum 5%-Niveau durch ** gekennzeichnet wird.

Für alle 3 Beobachtungszeiträume zeigt sich, dass nur in den Portfolios "Industry" und "Small" signifikante Risikoprämien aufscheinen. Somit kann von vornherein die Anwendbarkeit des APT-Modells für große Unternehmen ausgeschlossen werden.

Tabelle 5.1: Portfolios (Monatsrenditen)

Portfolio	Anzahl Aktien	Beobachtungen (Monate)	Kaiser-Kriterium (Faktoranzahl)	Scree-Test (Faktoranzahl)
$A_{Industry}(Zufall)$	20	36	5	2
A_{Large}	26	36	7	3
$A_{Small}(Zufall)$	18	36	4	2
$A_{Single}(Zufall)$	20	36	3	2
B_{Single}	38	48	11	2
$B_{Industry}$	23	48	6	3
B_{Large}	18	48	5	3
B_{Small}	20	48	6	2
$B_{Single}(Zufall)$	20	48	4	2
G_{Single}	34	84	8	2
G_{SubA}	34	42	9	3
G_{SubB}	34	42	9	2-4
$G_{Industry}$	20	84	5	2
G_{Large}	18	84	4	2
G_{Small}	16	84	4	2
A_{Single}	62	36	-	-
$A_{Industry}$	40	36	-	-
A_{Small}	36	36	-	-

Tabelle 5.2: Spezielle Portfolios (Monatsrenditen)

Portfolio	Anpassung
$A_{Industry}(Zufall)$	20 Teilportfolios aus je 2 Aktien aus $A_{Industry}$
$A_{Small}(Zufall)$	20 Teilportfolios aus je 2 Aktien aus A_{Small}
$A_{Single}(Zufall)$	20 Teilportfolios aus je 3 - 4 Aktien aus A_{Single}
$B_{Single}(Zufall)$	20 Teilportfolios aus je 1 - 2 Aktien aus B_{Single}
G_{SubA}	sämtliche Aktien aus G_{Single} , betrachtet für Subperiode A
G_{SubB}	sämtliche Aktien aus G_{Single} , betrachtet für Subperiode B

5.2.1 Subperiode A (1999-2001)

Industry

Das Industrie-Portfolio in der ersten Subperiode ($A_{Industry(Zufall)}$) zeigt für 8-10 Faktoren signifikante Risikoprämien. Ausgehend von der Hotelling-Statistik wäre von einem 10-Faktoren-Modell auszugehen, es sprechen jedoch 2 Tatsachen dagegen: Auf der einen Seite zeigt der Verlauf des Bestimmtheitsmaßes (Abbildung 5.1) bei 8 Faktoren ein Maximum, auf der anderen Seite errechnen sich sowohl durch das Kaiser-Kriterium als auch den Scree-Test (Tabelle 5.1) nie mehr als 7 Faktoren.

Für die Gültigkeit des APT-Modells spricht weiters, dass sich durch Hinznahme von unsystematischen Risikos in die Modellierung (APT-Test 2), die Signifikanz der Risikoprämien nicht ändert, und sogar die Anpassung zurückgeht.

Small

Das zweite Portfolio in diesem Beobachtungszeitraum, für das sich signifikante T^2 -Werte ergeben, ist das Small-Portfolio. Hier zeigt der APT-Test 1 zwar 5-6 oder 10 Faktoren an, die R_{adj}^2 -Kurve weist jedoch wieder bei 8 Faktoren den größten Anstieg des Bestimmtheitsmaßes auf. (Abbildung 5.2).

Betrachtet man den APT-Test 2, so treten doch sehr starke Veränderungen auf: Es weisen nun alle Modelle zwischen 5 und 10 Faktoren hoch signifikante T^2 -Werte aus (5%), und auch die Werte der t-Tests zeigen, dass hier unsystematisches Risiko bezahlt wird. Dieser Umstand spricht daher eher gegen die Gültigkeit eines zugrunde liegenden APT-Modells für kleine Unternehmen.

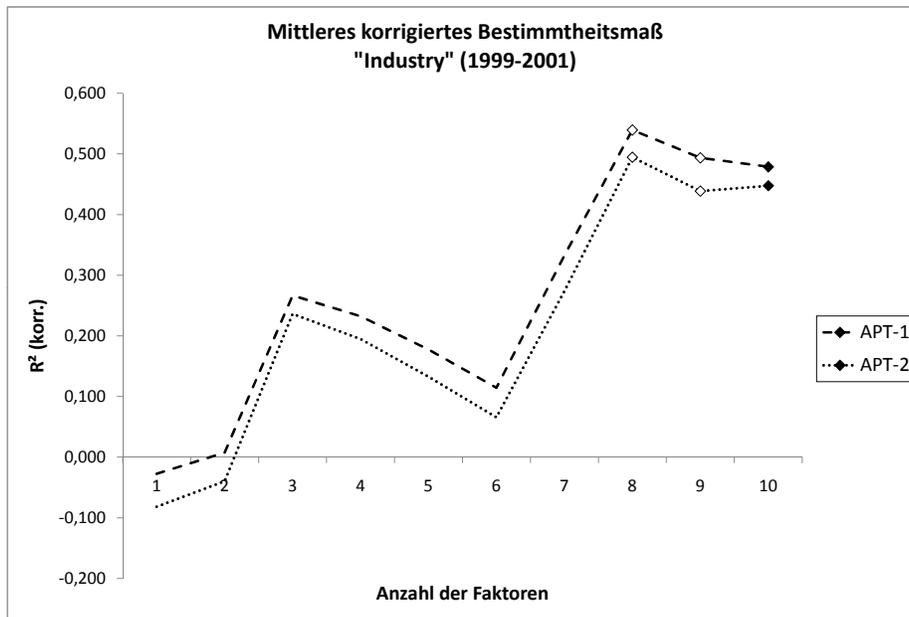


Abbildung 5.1: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: $A_{Industry(Zufall)}$ (logarithmierte Monatsrenditen)

5.2.2 Subperiode B (2002-2005)

Industry

Hier zeigt sich, wie auch schon in Subperiode A, dass die Bezahlung der Risikoprämien eher auf mehr als 6 Faktoren hinweist, jedoch besitzt die Anpassungskurve ihren größten Zuwachs bei 6 Faktoren. Des weiteren liegt die APT-2 Kurve zwar deutlich unter der APT-1 Kurve (siehe Abbildung 5.3), jedoch weist sie deutlich mehr signifikante Faktoren auf. Es liegt hier demnach ein Grenzfall vor, der keine klare Beurteilung zulässt.

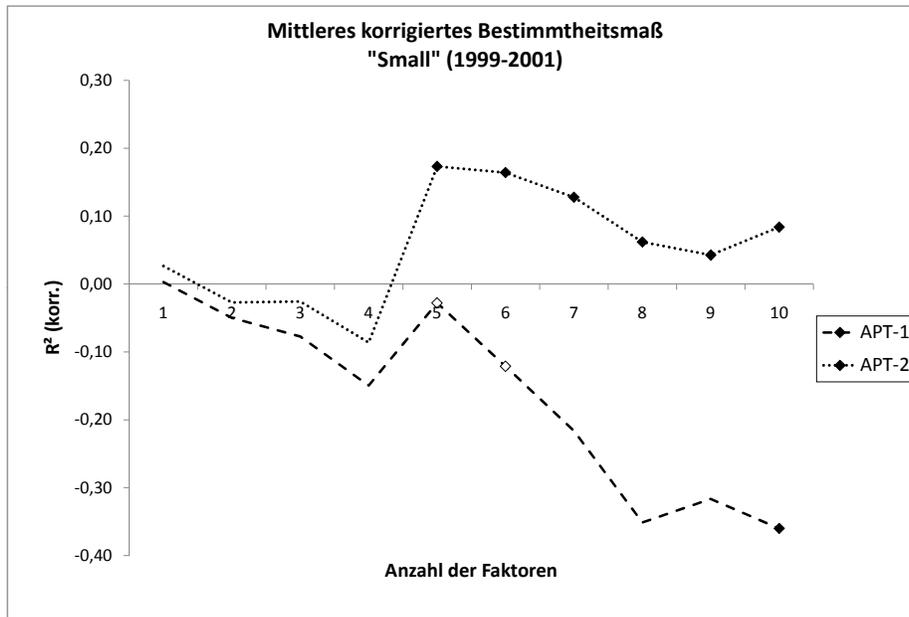


Abbildung 5.2: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: $A_{Small(Zufall)}$ (logarithmierte Monatsrenditen)

Small

Dieses Portfolio spricht von allen beobachteten am deutlichsten für die Gültigkeit des APT-Modells: Sowohl das Kaiser-Kriterium, als auch die Hotelling-Statistik (Tabelle 5.3), verweisen auf ein 6-Faktoren-Modell. Dies wird zusätzlich durch Abbildung (5.4) bestätigt, da die APT-1 Kurve nicht nur den höchsten Anstieg bei 6 Faktoren ausweist, sondern dort auch ein lokales Maximum besitzt.

Sowohl die Signifikanz der Risikoprämien, als auch das Bestimmtheitsmaß verändern sich durch unsystematisches Risiko (APT-Test 2) eher zum Schlechteren. Der vielleicht einzige Kritikpunkt wäre die ausgewiesene Höhe von R^2_{adj} mit 43%.

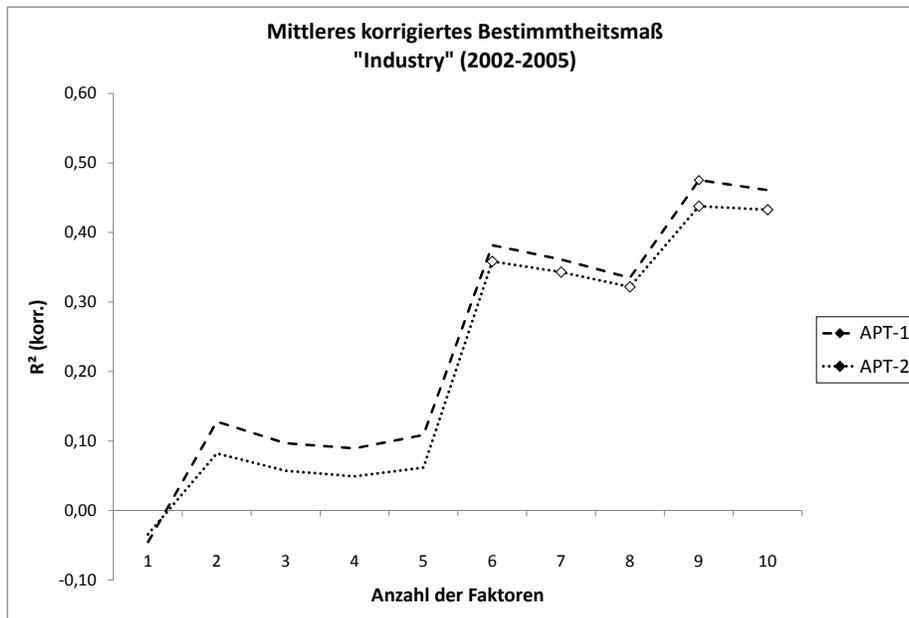


Abbildung 5.3: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: $B_{Industry}$ (logarithmierte Monatsrenditen)

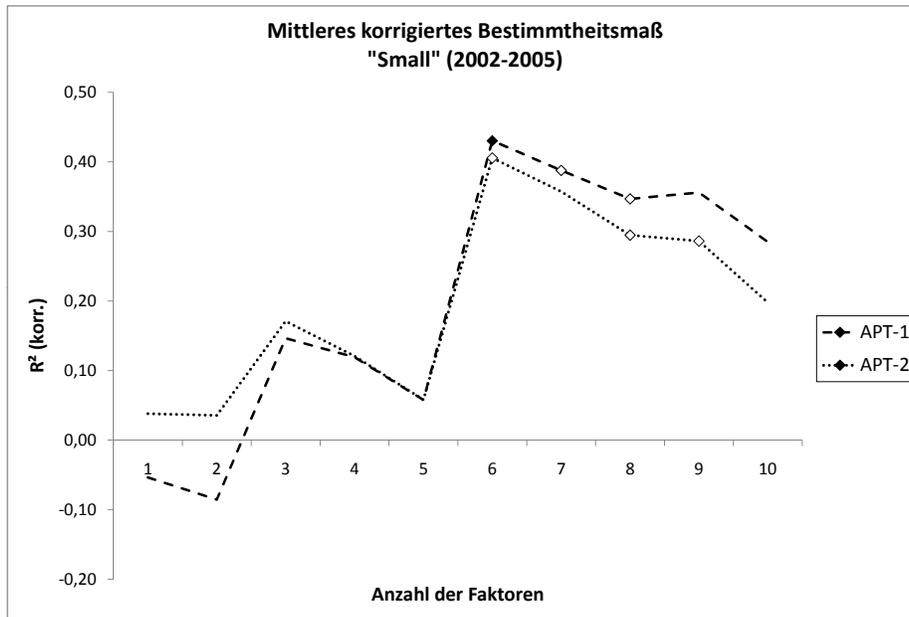


Abbildung 5.4: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: $B_{Small(Zufall)}$ (logarithmierte Monatsrenditen)

5.2.3 Gesamtperiode (1999-2005)

Es wird hier nur auf das Portfolio G_{Small} eingegangen, da das Industrie-Portfolio $G_{Industry}$ zwar eine signifikante Risikoprämie ausweist, jedoch die Anpassung unter 10% liegt.

Small

Eine etwas unorthodoxe Konstellation weist das Portfolio G_{Small} auf: Grundsätzlich zeichnet sich eine eindeutige APT-1 Kurve ab, mit 6 Faktoren, die Hotelling-Statistik würde auch für 5-8 Faktoren sprechen, jedoch liegt die APT-2 Kurve deutlich über der APT-1 Kurve. Nichtsdestotrotz verschwinden die signif-

kanten Risikoprämien, womit unsystematisches Risiko eindeutig nicht bezahlt wird. Somit muss die Gültigkeit des APT-Modells hier eher angezweifelt werden.

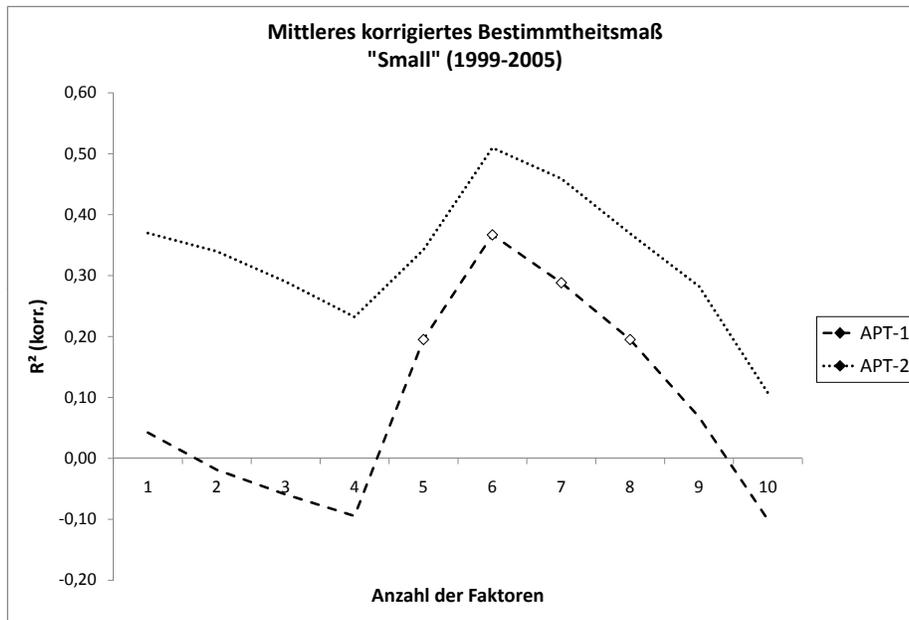


Abbildung 5.5: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: $G_{Small}(Zufall)$ (logarithmierte Monatsrenditen)

Tabelle 5.3: Übersicht APT-Test 1 (Monatsrenditen)

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999-2001	$A_{Single(Zufall)}$	T^2	1,114	1,19	1,743	1,745	2,974	3,974	7,047	9,424	9,475	10,027
		R^2_{adj}	0,025	0,006	-0,039	-0,087	-0,047	0,07	0,201	0,512	0,48	0,483
	$A_{Industry(Zufall)}$	T^2	0,286	1,388	4,231	4,259	4,334	4,337	9,013	*14,701	*15,25	**19,403
		R^2_{adj}	-0,027	0,008	0,267	0,232	0,178	0,115	0,332	0,539	0,493	0,479
A_{Large}	T^2	0,065	0,066	0,269	0,574	1,308	2,413	2,429	2,623	4,792	5,128	
	R^2_{adj}	-0,036	-0,079	-0,108	-0,104	-0,069	-0,008	-0,063	-0,079	0,156	0,11	
$A_{Small(Zufall)}$	T^2	0,695	1,233	3,724	4,212	*10,792	*11,115	11,496	11,698	12,285	**19,739	
	R^2_{adj}	0,003	-0,05	-0,077	-0,149	-0,028	-0,121	-0,216	-0,351	-0,316	-0,36	
2002-2005	B_{Single}	T^2	0,25	0,52	4,414	4,655	4,901	4,973	6,611	8,867	9,165	12,25
		R^2_{adj}	-0,02	-0,031	0,203	0,2	0,185	0,159	0,215	0,262	0,24	0,319
	$B_{Single(Zufall)}$	T^2	0,747	1,169	2,15	2,756	2,952	4,593	6,749	7,165	8,609	8,612
		R^2_{adj}	0,045	-0,009	0,099	0,092	0,1	0,322	0,524	0,488	0,495	0,442
	$B_{Industry}$	T^2	0,047	2,52	2,699	3,49	4,158	9,462	9,584	10,002	15,327	*15,327
R^2_{adj}		-0,045	0,128	0,097	0,09	0,109	0,382	0,361	0,335	0,475	0,461	
B_{Large}	T^2	0,036	2,771	2,798	2,844	5,099	6,139	6,347	6,35	7,14	7,151	
	R^2_{adj}	-0,058	0,183	0,132	0,066	0,073	0,217	0,175	0,169	0,107	-0,02	
B_{Small}	T^2	0,031	0,445	3,504	4,131	4,136	**12,857	*13,33	*13,7	13,816	13,844	
	R^2_{adj}	-0,054	-0,085	0,146	0,119	0,058	0,43	0,388	0,347	0,356	0,285	
1999-2005	G_{Single}	T^2	1,167	3,956	4,131	5,062	5,416	5,418	5,525	5,614	10,684	14,695
		R^2_{adj}	0,026	0,033	0,007	0,071	0,052	0,018	-0,01	-0,044	0,108	0,251
	$G_{Industry}$	T^2	*2,877	3,435	3,602	4,442	4,492	6,393	11,626	11,771	11,771	14,565
		R^2_{adj}	0,062	0,077	0,041	0,054	-0,013	0,132	0,394	0,347	0,283	0,49
	G_{Large}	T^2	0,247	0,514	0,577	2,276	2,377	4,924	4,964	6,312	6,318	6,983
		R^2_{adj}	-0,009	-0,067	-0,138	-0,001	-0,02	0,13	0,068	0,153	0,206	0,163
G_{Small}	T^2	2,493	2,501	3,684	5,007	*10,99	*12,511	*12,742	*13,441	13,442	14,405	
	R^2_{adj}	0,042	-0,019	-0,059	-0,095	0,195	0,367	0,288	0,195	0,068	-0,101	
G_{SubA}	T^2	0,804	0,839	0,905	1,219	3,394	3,664	4,458	6,004	6,111	7,508	
	R^2_{adj}	0,015	-0,005	-0,021	-0,048	0,109	0,088	0,09	0,114	0,084	0,099	
G_{SubB}	T^2	1,643	4,261	4,262	4,325	4,468	4,945	5,194	5,787	11,279	11,564	
	R^2_{adj}	0,026	0,206	0,187	0,167	0,161	0,226	0,196	0,199	0,386	0,389	

Tabelle 5.4: Überblick APT-Test 2 (Monatsrenditen) - Teil A

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999-2001	$A_{Single(Zufall)}$	T^2	0,715	0,742	1,219	1,229	2,846	4,413	7,05	9,288	9,362	9,89
		$t_{\lambda\sigma}$	0,26	0,272	0,287	0,285	0,395	0,586	0,377	0,377	0,408	0,396
		R_{adj}^2	0,117	0,068	0,015	-0,05	-0,063	0,018	0,198	0,54	0,496	0,506
	$A_{Industry(Zufall)}$	T^2	0,301	1,465	4,283	4,304	4,405	4,453	9,102	*14,79	*15,465	**20,355
		$t_{\lambda\sigma}$	0,688	0,544	0,51	0,536	0,531	0,42	0,827	0,864	0,863	0,349
		R_{adj}^2	-0,082	-0,04	0,236	0,195	0,133	0,066	0,274	0,495	0,439	0,447
	A_{Large}	T^2	0,066	0,078	0,268	1,153	1,443	2,466	2,481	2,687	4,779	5,153
		$t_{\lambda\sigma}$	1	0,952	0,987	0,621	0,828	0,766	0,772	0,714	0,975	0,925
		R_{adj}^2	-0,081	-0,128	-0,161	-0,123	-0,12	-0,054	-0,116	-0,129	0,1	0,047
	$A_{Small(Zufall)}$	T^2	1,079	1,764	4,915	5,754	**17,223	**17,923	**20,068	**20,991	**21,17	**30,396
		$t_{\lambda\sigma}$	0,178	0,175	0,136	0,115	**0,032	**0,011	**0,003	**0,001	**0,001	**0,001
		R_{adj}^2	0,027	-0,027	-0,026	-0,086	0,173	0,164	0,128	0,062	0,043	0,084
2002-2005	B_{Single}	T^2	0,094	1,109	3,829	4,153	4,788	4,879	7,129	8,409	9,162	13,851
		$t_{\lambda\sigma}$	0,496	0,327	0,989	0,995	0,793	0,789	0,703	0,78	0,7	0,453
		R_{adj}^2	-0,001	0,024	0,179	0,175	0,162	0,134	0,194	0,24	0,218	0,315
	$B_{Single(Zufall)}$	T^2	1,371	1,371	2,192	2,675	2,955	4,757	6,851	7,833	8,169	8,194
		$t_{\lambda\sigma}$	0,858	0,836	0,939	0,842	0,995	0,748	0,76	0,707	0,928	0,941
		R_{adj}^2	-0,006	-0,069	0,039	0,031	0,031	0,276	0,492	0,454	0,44	0,373
	$B_{Industry}$	T^2	0,051	2,121	2,361	2,987	3,739	*12,144	*13,386	*14,003	*16,868	*16,939
		$t_{\lambda\sigma}$	0,436	0,969	0,674	0,647	0,712	0,583	0,495	0,437	0,75	0,557
		R_{adj}^2	-0,034	0,082	0,057	0,049	0,062	0,358	0,343	0,322	0,438	0,433
	B_{Large}	T^2	0,137	2,772	2,81	2,85	5,066	6,16	6,331	6,403	7,014	7,018
		$t_{\lambda\sigma}$	0,627	0,767	0,475	0,484	0,45	0,615	0,535	0,906	0,789	0,786
		R_{adj}^2	-0,089	0,14	0,127	0,055	0,073	0,179	0,15	0,066	-0,016	-0,184
	B_{Small}	T^2	0,005	0,755	2,893	3,232	3,241	*11,633	11,732	*13,588	*15,078	15,082
		$t_{\lambda\sigma}$	0,177	0,144	0,297	0,357	0,343	0,602	0,596	0,646	0,845	0,839
		R_{adj}^2	0,038	0,036	0,171	0,121	0,058	0,405	0,357	0,295	0,286	0,198

Tabelle 5.5: Überblick APT-Test 2 (Monatsrenditen) - Teil B

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999-2005	G_{Single}	T^2	0,45	2,053	2,216	2,218	2,641	2,644	2,671	2,931	8,52	11,258
		t_{λ_σ}	0,161	0,164	0,105	0,127	0,132	0,13	0,113	*0,084	*0,062	0,131
		R^2_{adj}	0,175	0,183	0,174	0,144	0,123	0,091	0,055	0,037	0,222	0,312
	$G_{Industry}$	T^2	1,88	2,195	2,263	3,019	3,055	5,394	10,416	10,526	10,557	13,757
		t_{λ_σ}	0,417	0,564	0,66	0,766	0,768	0,725	0,918	0,894	0,827	0,396
		R^2_{adj}	0,064	0,049	-0,009	-0,007	-0,084	0,07	0,34	0,283	0,208	0,499
	G_{Large}	T^2	0,273	0,872	1,074	4,594	7,243	7,269	7,797	8,202	8,705	8,814
		t_{λ_σ}	0,704	0,637	0,485	0,309	*0,081	0,112	*0,075	*0,059	*0,078	0,115
		R^2_{adj}	-0,036	-0,081	-0,143	0,093	0,451	0,407	0,471	0,445	0,387	0,299
	G_{Small}	T^2	2,452	2,502	2,959	2,963	5,947	8,439	8,661	8,801	9,284	9,292
		t_{λ_σ}	**0,035	**0,033	**0,037	**0,02	*0,08	*0,101	0,067	*0,079	*0,06	*0,064
		R^2_{adj}	0,37	0,34	0,29	0,232	0,342	0,51	0,459	0,369	0,282	0,107
	G_{SubA}	T^2	2,16	2,883	3,122	4,644	4,662	4,689	5,303	5,49	5,49	5,491
		t_{λ_σ}	0,223	0,06	0,051	**0,018	**0,023	**0,025	**0,021	**0,03	**0,031	**0,034
		R^2_{adj}	0,15	0,257	0,277	0,316	0,318	0,294	0,315	0,305	0,277	0,244
	G_{SubB}	T^2	1,888	4,176	4,226	4,6	4,696	5,006	5,194	5,833	11,657	12,222
		t_{λ_σ}	0,647	0,775	0,586	0,328	0,356	0,566	0,565	0,5	0,528	0,378
		R^2_{adj}	0,009	0,185	0,175	0,172	0,161	0,208	0,176	0,182	0,375	0,391

weitere Analysen

Die hier vorliegenden Analysen bezogen sich auf Monatsrenditen, wodurch sich durch die relativ geringe Anzahl an Beobachtungen - vor allem in den Subperioden - Probleme bei der Hauptfaktorenanalyse ergaben (es mussten die Zufalls-Portfolios gebildet werden). Es ist deshalb auch nicht auszuschließen, dass hier gewisse Effekte nicht herauszufiltern waren.

Es folgt daher im nächsten Abschnitt eine Analyse der gleichen Portfolios auf Basis von Tagesrenditen, um die bereits vorhandenen Ergebnisse bestenfalls zu bestätigen, bzw. zu verwerfen. Die Zufalls-Portfolios werden nicht mehr benötigt, da die Anzahl der Beobachtungen nun weit größer ist, als jene der Variablen.

Tabelle 5.6: Portfolios (Tagesrenditen)

Portfolio	Anzahl Aktien	Beobachtungen (Tage)	Kaiser-Kriterium (Faktoranzahl)	Scree-Test (Faktoranzahl)
<i>A_{Single}</i>	62	749	15	2
<i>A_{Industry}</i>	40	749	11	2
<i>A_{Large}</i>	26	749	5	2
<i>A_{Small}</i>	36	749	9	2
<i>B_{Single}</i>	38	1006	11	2
<i>B_{Industry}</i>	23	1006	7	2
<i>B_{Large}</i>	18	1006	3	2
<i>B_{Small}</i>	20	1006	7	2
<i>G_{Single}</i>	34	1755	5	2
<i>G_{SubA}</i>	34	749	4	2
<i>G_{SubB}</i>	34	1006	9	2-3
<i>G_{Industry}</i>	20	1755	2	2
<i>G_{Large}</i>	18	1755	2	2
<i>G_{Small}</i>	16	1755	2	2

5.3 Ergebnisse Tagesbasis

Die Analyse der Tagesrenditen erfolgte auf genau diesselbe Weise wie für Monatsrenditen. Analog wurden für die Tagesdaten das Kaiser-Kriterium und der Scree-Test errechnet (Tabelle 5.6).

Für die 14 Portfolios wurden ebenfalls die APT-Tests gemäß Abschnitt (5.1) durchgeführt und anschließend in den Tabellen (5.7), (5.8) und (5.9) zusammengefasst. Im Folgenden werden nur jene Portfolios genauer behandelt, die einen signifikant vom Nullvektor verschiedenen Risikoprämienvektor ausweisen.

Als erste einschneidende Erkenntnis lässt sich leicht erkennen, dass sich diesmal für die Subperiode A (1999-2001) gar keine Risikoprämien als signifikant erwiesen. Somit scheidet ein APT-Modell auf Basis von Tagesrenditen für diese Periode gänzlich aus.

5.3.1 Subperiode B (2002-2005)

Gesamt

Ein ganz anderes Bild liefert die Subperiode B, denn anders als bei den Monatsrenditen, weisen hier alle Portfolios signifikante Risikoprämien auf. Für das Gesamtportfolio (alle Aktien ohne Einschränkung auf Industrie oder Größe) zeigt der APT-Test 1 ein 3-Faktoren-Modell an. Auch die R_{adj}^2 -Kurve weist auf ein solches hin, da sich von 2 auf 3 Faktoren die Anpassung maßgeblich - um über 30% - erhöht (siehe Abbildung 5.6).

Da sich auch das unsystematische Risiko in Grenzen hält - die APT-2 Kurve liegt nur bei den ersten 2 Faktoren über der APT-1 Kurve - kann hier die Hypothese eines 3-Faktoren APT-Modells nicht verworfen werden.

Industrie

Auch hier zeichnet sich ein 3-Faktoren-Modell ab, wobei hier das Ergebnis leicht getrübt ist, durch die marginal bessere Anpassung der APT-2 Kurve, dennoch kann hier die APT nicht eindeutig negiert werden.

Diese Gültigkeit deckt sich zwar mit den Ergebnissen basierend auf Monatsdaten, jedoch ist die Anzahl der Faktoren wesentlich geringer (3 Faktoren statt 6). Dies würde auch besser an die Ergebnisse in der Literatur wie bei Costa (2003) oder Dhankar und Singh (2005) anknüpfen.

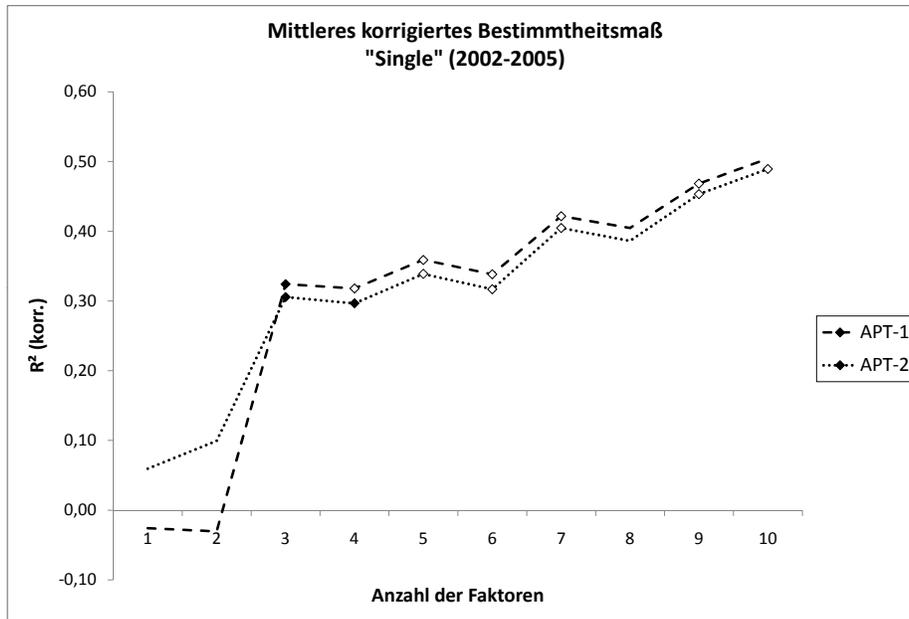


Abbildung 5.6: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: B_{Single} (logarithmierte Tagesrenditen)

Large

Das Portfolio für große Unternehmen sei hier nur kurz erwähnt, es wird zwar systematisches Risiko bezahlt (2-Faktor-Modell), jedoch liegt das R_{adj}^2 unter 30%. Für Modelle mit vielen Faktoren (9 - 10) erreicht die Modellierung mit unsystematischem Risiko sogar über 70%, somit kann hier die APT eindeutig verworfen werden.

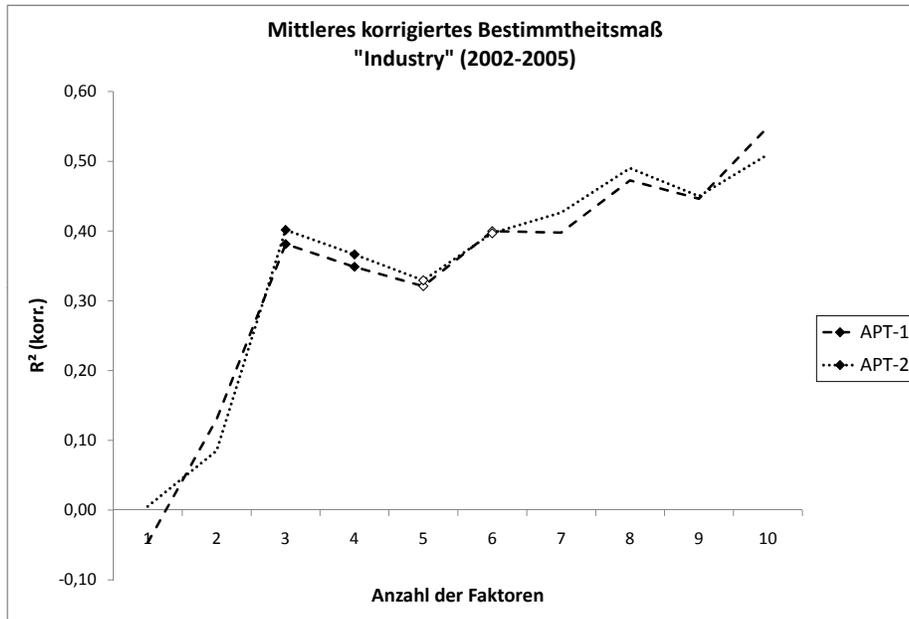


Abbildung 5.7: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: $B_{Industry}$ (logarithmierte Tagesrenditen)

Small

Das letzte Subportfolio dieser Periode ist das einzige, das Ähnlichkeiten zu seinem Monatsdaten-Pendant zeigt. Sowohl ein 3-Faktor-Modell, als auch ein 5-Faktor-Modell kämen in Frage, jedoch liegt die APT-2 Kurve bei allen hochsignifikanten Risikoprämien deutlich über der APT-1 Kurve (Abbildung 5.9).

Des weiteren zeichnet sich wie schon beim Industrie-Portfolio ein starker Einfluss von unsystematischem Risiko beim 10-Faktoren-Modell. Da jedoch auch hier das Kaiser-Kriterium eher auf mehr als 3 Faktoren hindeutet, dürfte dieses Portfolio einer solchen APT-Struktur genügen.

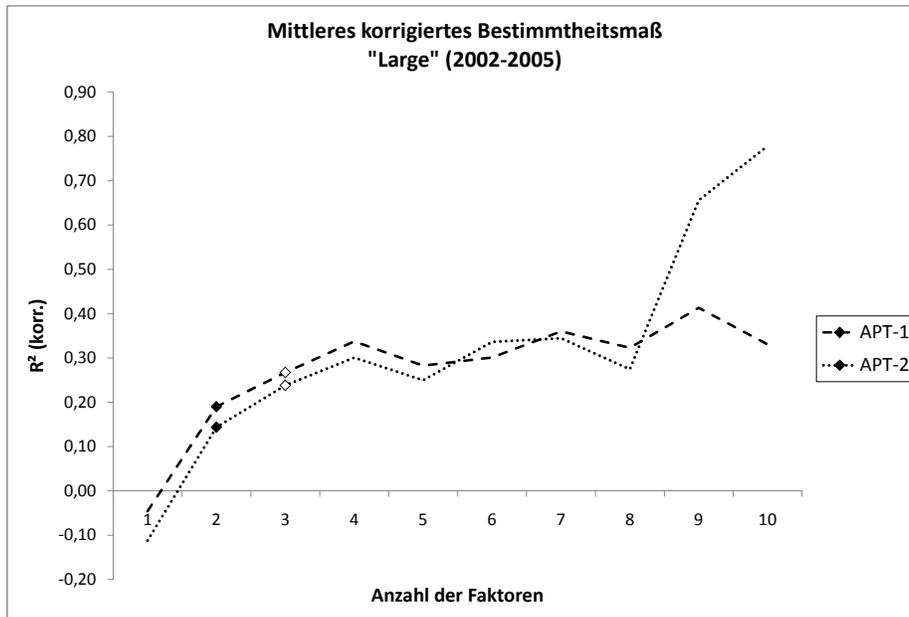


Abbildung 5.8: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: B_{Large} (logarithmierte Tagessrenditen)

5.3.2 Gesamtperiode (1999-2005)

Single - SubB

Diese Portfolio enthält alle Aktien, die 7 Jahre ständig Kursveränderungen aufwiesen, normalverteilt waren und keine Autokorrelation besaßen. Betrachtet wird jedoch nur der Zeitraum der Subperiode B. Von allen Portefeuilles zeigt sich hier am Schönsten die Gültigkeit der APT. Betrachtet man Abbildung (5.10), so zeigen sich aus Sicht der Hotelling-Statistik APT-Modelle mit 2-6 Faktoren als relevant.

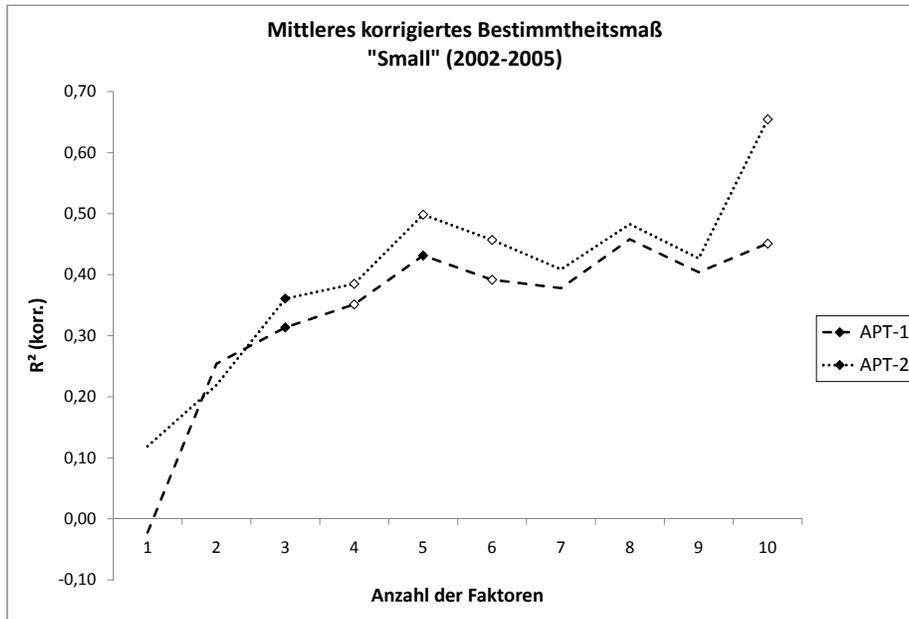


Abbildung 5.9: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: B_{Small} (logarithmierte Tagesrenditen)

Der Verlauf der APT-1 Kurve weist offensichtlich auf ein 2-3 Faktoren-Modell hin, das in keinster Weise von Ausprägungen des unsystematischen Risikos in Frage gestellt werden könnte. Auch das korrigierte Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2 ist mit über 45% akzeptabel.

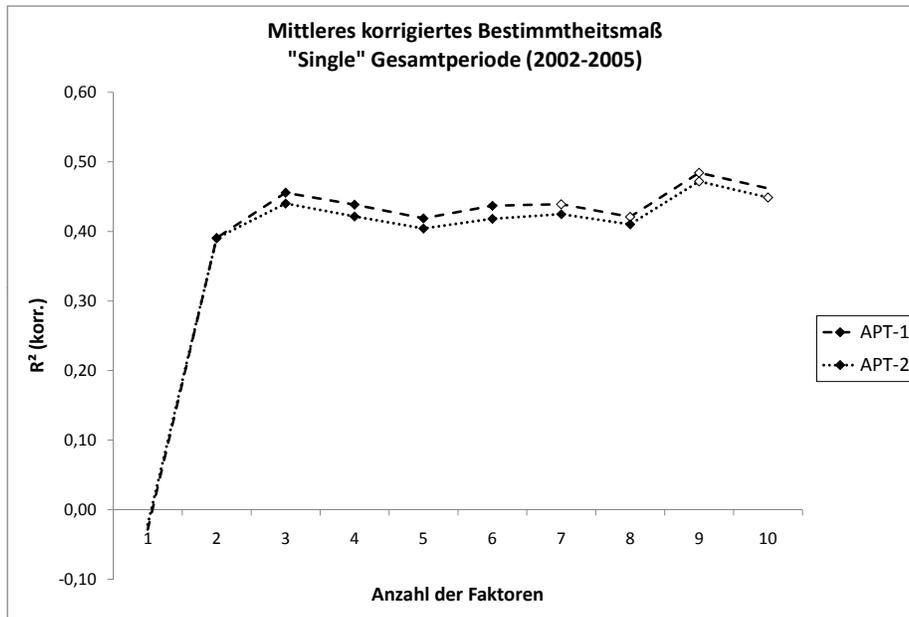


Abbildung 5.10: Güte der Anpassung des jeweiligen APT-Faktor-Modells - einmal ohne Hinzunahme der Renditestandardabweichungen als erklärende Variable (APT-Test 1), und einmal mit (APT-Test 2).

◆ 5%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

◇ 10%-Signifikanz der Hotelling-Statistik

Portfolio: G_{SubB} (logarithmierte Tagesrenditen)

Wahrscheinlich ist der Grund dafür, dass nicht auch das Gesamtportfolio G_{Single} einem ähnlichen Modell unterliegt, in der mangelnden Gültigkeit des APT-Modells in Subperiode A zu suchen. Dieses letzte Ergebnis steht eindeutig für die Gültigkeit der APT am polnischen Aktienmarkt, zumindest in der Periode von 2002-2005, und reiht sich somit in eine Liste ähnlicher Erkenntnisse auf anderen Kapitalmärkten ein (vgl. Tabelle 3.1).

Tabelle 5.7: Überblick APT-Test 1 (Tagesrenditen)

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999-2001	A_{Single}	T^2	0,393	1,412	3,884	3,954	5,842	6,227	6,939	9,013	9,049	10,609
		R^2_{adj}	0,002	0,004	0,089	0,073	0,109	0,121	0,126	0,185	0,17	0,181
	$A_{Industry}$	T^2	0,566	3,456	3,749	6,171	8,724	8,725	8,789	8,815	8,826	10,059
		R^2_{adj}	-0,002	0,107	0,085	0,164	0,272	0,253	0,233	0,209	0,184	0,25
	A_{Large}	T^2	0	0,277	0,641	0,883	1,278	2,032	3,973	5,331	6,879	8,694
		R^2_{adj}	-0,042	-0,043	-0,043	-0,056	-0,045	0	0,066	0,195	0,343	0,44
	A_{Small}	T^2	0,606	2,836	2,843	4,539	6,092	7,41	7,445	8,679	12,086	12,209
		R^2_{adj}	-0,002	0,082	0,059	0,105	0,116	0,131	0,112	0,139	0,283	0,259
2002-2005	B_{Single}	T^2	0,054	0,716	**8,829	*8,87	*9,664	*10,777	*12,536	12,543	*14,76	15,612
		R^2_{adj}	-0,026	-0,03	0,324	0,318	0,359	0,338	0,422	0,405	0,468	0,504
	$B_{Industry}$	T^2	0,022	3,006	**10,796	**10,999	*11,019	*11,333	11,811	12,141	12,15	15,193
		R^2_{adj}	-0,047	0,13	0,381	0,349	0,321	0,4	0,398	0,473	0,446	0,549
	B_{Large}	T^2	0,131	*5,686	*6,801	7,108	7,14	7,269	8,61	8,704	9,845	9,845
		R^2_{adj}	-0,046	0,19	0,267	0,337	0,283	0,301	0,36	0,323	0,413	0,331
	B_{Small}	T^2	0,772	4,348	**8,012	*9,249	**11,217	*11,241	11,26	12,821	13,61	*16,816
		R^2_{adj}	-0,022	0,254	0,313	0,351	0,431	0,392	0,378	0,458	0,404	0,451
1999-2005	G_{Single}	T^2	0,018	2,011	3,286	3,343	3,437	4,463	6,173	6,179	6,328	6,35
		R^2_{adj}	-0,03	0,058	0,11	0,088	0,055	0,096	0,182	0,158	0,129	0,094
	$G_{Industry}$	T^2	0,121	0,264	1,245	2,985	3,052	3,091	5,866	5,881	6,326	7,293
		R^2_{adj}	-0,045	-0,088	-0,044	0,077	0,022	-0,045	0,087	0,012	-0,041	-0,076
	G_{Large}	T^2	1,142	1,352	1,574	1,817	2,477	3,283	5,099	5,504	5,516	6,116
		R^2_{adj}	0,177	0,135	0,102	0,038	-0,01	-0,036	0,165	0,131	0,026	0,058
	G_{Small}	T^2	0,763	2,845	2,976	6,085	6,283	6,494	8,123	9,256	9,462	9,48
		R^2_{adj}	-0,015	0,146	0,093	0,425	0,398	0,331	0,622	0,627	0,573	0,487
G_{SubA}	T^2	1,045	3,197	3,787	3,793	4,327	7,929	8,985	9,574	10,399	11,8	
	R^2_{adj}	0,031	0,1	0,087	0,055	0,036	0,249	0,274	0,301	0,327	0,336	
G_{SubB}	T^2	0,056	**11,209	**12,082	**12,374	**13,175	**13,32	*13,619	*13,966	*14,886	14,893	
	R^2_{adj}	-0,028	0,391	0,456	0,438	0,419	0,437	0,439	0,421	0,484	0,462	

Tabelle 5.8: Überblick APT-Test 2 (Tagesrenditen) - Teil A

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999-2001	<i>A_{Single}</i>	T^2	0,006	0,113	2,642	2,68	4,42	4,987	6,037	8,17	8,201	9,566
		t_{λ_σ}	0,305	0,37	0,583	0,576	0,715	0,674	0,703	0,509	0,513	0,531
		R^2_{adj}	0,023	0,009	0,08	0,064	0,096	0,11	0,114	0,181	0,165	0,176
	<i>A_{Industry}</i>	T^2	0,076	2,908	3,098	5,953	9,204	9,247	9,26	9,281	9,411	10,025
		t_{λ_σ}	0,556	0,552	0,569	0,465	0,233	0,228	0,238	0,238	0,206	0,438
		R^2_{adj}	-0,019	0,093	0,07	0,158	0,299	0,277	0,255	0,23	0,214	0,243
	<i>A_{Large}</i>	T^2	0	0,723	1,295	1,295	1,345	2,434	4,838	5,505	7,268	9,016
		t_{λ_σ}	0,925	0,585	0,489	0,552	0,777	0,52	0,359	0,617	0,566	0,602
		R^2_{adj}	-0,085	-0,052	-0,029	-0,067	-0,093	-0,019	0,088	0,167	0,33	0,427
	<i>A_{Small}</i>	T^2	0,005	2,117	2,193	3,743	4,877	6,174	6,253	7,865	11,32	11,526
		t_{λ_σ}	0,258	0,342	0,307	0,298	0,363	0,41	0,46	0,449	0,396	0,396
		R^2_{adj}	0,007	0,081	0,062	0,111	0,115	0,125	0,099	0,127	0,282	0,257
2002-2005	<i>B_{Single}</i>	T^2	0,758	2,639	**9,09	**9,5	*10,639	*10,98	*13,036	13,043	*15,643	*16,164
		t_{λ_σ}	0,194	0,121	0,838	0,999	0,901	0,893	0,785	0,791	0,737	0,751
		R^2_{adj}	0,06	0,099	0,306	0,297	0,339	0,317	0,405	0,386	0,453	0,489
	<i>B_{Industry}</i>	T^2	0,137	2,769	**10,64	**10,741	*10,742	*10,951	11,696	11,94	11,981	14,398
		t_{λ_σ}	0,234	0,92	0,286	0,299	0,321	0,401	0,256	0,323	0,376	0,896
		R^2_{adj}	0,005	0,085	0,402	0,366	0,329	0,397	0,427	0,49	0,45	0,51
	<i>B_{Large}</i>	T^2	0,105	**6,186	*7,395	7,399	7,519	7,96	8,709	8,726	13,407	15,71
		t_{λ_σ}	0,871	0,765	0,659	0,717	0,62	0,395	0,543	0,641	*0,079	**0,017
		R^2_{adj}	-0,112	0,144	0,238	0,301	0,25	0,336	0,344	0,274	0,656	0,779
	<i>B_{Small}</i>	T^2	1,387	3,978	**7,936	*9,08	*10,943	*10,991	11	12,396	13,226	*17,128
		t_{λ_σ}	0,164	0,706	0,324	0,374	0,309	0,33	0,359	0,405	0,4	0,164
		R^2_{adj}	0,119	0,219	0,361	0,385	0,498	0,457	0,409	0,483	0,427	0,654

Tabelle 5.9: Überblick APT-Test 2 (Tagesrenditen) - Teil B

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999-2005	G_{Single}	T^2	0,686	0,687	0,717	0,964	1,159	2,349	5,042	5,043	6,46	6,461
		t_{λ_σ}	*0,064	0,1	0,2	0,203	0,172	0,166	*0,096	*0,097	**0,033	**0,032
		R^2_{adj}	0,233	0,208	0,182	0,159	0,135	0,184	0,336	0,31	0,369	0,343
	$G_{Industry}$	T^2	0,232	0,428	5,227	6,568	6,599	6,604	7,132	7,178	8,016	9,037
		t_{λ_σ}	0,309	0,325	**0,017	**0,022	**0,021	**0,021	*0,054	*0,055	**0,039	**0,04
		R^2_{adj}	-0,021	-0,071	0,298	0,419	0,394	0,352	0,34	0,278	0,322	0,324
	G_{Large}	T^2	1,089	2,261	2,938	2,964	3,113	3,498	5,058	5,372	5,378	6,487
		t_{λ_σ}	0,917	0,45	0,359	0,343	0,429	0,558	0,662	0,788	0,762	0,547
		R^2_{adj}	0,124	0,135	0,127	0,064	-0,02	-0,092	0,101	0,034	-0,097	-0,034
	G_{Small}	T^2	0,17	0,626	1,075	4,231	4,412	5,396	5,657	6,735	6,981	6,989
		t_{λ_σ}	*0,098	0,207	0,135	0,159	0,144	*0,07	0,226	0,24	0,228	0,226
		R^2_{adj}	0,333	0,318	0,312	0,658	0,682	0,722	0,722	0,734	0,697	0,622
	G_{SubA}	T^2	0,41	0,928	0,992	0,992	1,247	5,082	6,353	7,57	9,012	10,608
		t_{λ_σ}	0,17	0,31	0,365	0,342	0,397	0,523	0,722	0,987	0,852	0,887
		R^2_{adj}	0,132	0,122	0,092	0,06	0,03	0,238	0,251	0,272	0,3	0,306
	G_{SubB}	T^2	0,33	**10,959	**13,589	**13,801	**13,804	**13,905	**14,452	**15,813	*16,243	*16,397
		t_{λ_σ}	0,475	0,619	0,804	0,811	0,677	0,795	0,672	0,548	0,607	0,572
		R^2_{adj}	-0,021	0,39	0,44	0,422	0,404	0,418	0,425	0,41	0,472	0,449

Kapitel 6

Zusammenfassung

Die Arbitrage Pricing Theory (APT) ist ein Modell zur Bestimmung von erwarteten Wertpapierrenditen auf einem vollkommenen Kapitalmarkt. Sie unterstellt, dass diese Renditen durch die Übernahme von systematischem Risiko erzielt werden. Da das unsystematische Risiko durch Portefeuillebildung wegdiversifiziert werden kann, ist nur mehr das systematische Risiko relevant. Gemäß Roll und Ross (1980) hat das APT-Modell die Form eines k -dimensionalen linearen Faktormodells.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, diese Faktorstruktur für den polnischen Aktienmarkt zu bestimmen, und anschließend festzustellen, wie gut die dortigen Renditen durch ein APT-Multifaktor-Modell erklärt werden können.

Als Datengrundlage dienten Tages- und Monatsrenditen von 110 an der WSE notierten Firmen (Zeitraum 1999-2005). Aus diesen wurden für unterschiedliche Portfolios und Subperioden, mit Hilfe der Hauptkomponentenanalyse, künstliche Faktoren ermittelt, sowie anschließend durch Regression die Ausprägungen der Risikoprämien bestimmt (i.e. der Preis der für die Übernahme eines bestimmten Risikofaktors bezahlt wird). Zum Schluss wurde die Güte des Erklärungsgrades der einzelnen Modelle analysiert.

Die empirische Untersuchung ergab, dass die Anzahl der signifikanten Risikofaktoren wesentlich vom Beobachtungszeitraum sowie der Anzahl der Beobachtungen abhängt. Auf Basis von Monatsrenditen erwiesen sich zwischen 6 und 10 Faktoren als relevant, jedoch zeigten die Modelle nur bei bestimmten Portfolios (kleine Firmen und Unternehmen aus dem Bereich Industrie) eine annehmbare Anpassung.

Für die Modellierung der Tagesrenditen haben sich große Unterschiede zwischen den Beobachtungszeiträumen ergeben. Während für die erste Subperiode (1999-2001) die APT verworfen werden musste, ergab sich für die zweite (2002-2005) eine durchgängige Gültigkeit dieser. Beinahe alle Portfolios dieser Periode weisen auf ein 2-3 Faktoren APT-Modell hin, wobei auch die Anpassung (Bestimmtheitsmaß) zwischen 35% und 46% liegt. Dies ist mit Ergebnissen auf anderen Entwicklungsmärkten vergleichbar (siehe Dhankar und Singh (2005) oder Wang und Xu (2003)).

Kapitel 7

Literaturverzeichnis

- [Altay 2003] ALTAY, E.: *The Effect of Macroeconomic Factors on Asset Returns: A Comparative Analysis of the German and the Turkish Stock Markets in an APT Framework*. Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, May 2003
- [Aussenegg 1995] AUSENNEGG, W.: *Die Ermittlung der Faktorstruktur: Ein Multifaktor-APT Modell für den österreichischen Aktienmarkt*. Deutscher Universitäts Verlag, 1995
- [Azeez und Yonezawa 2006] AZEEZ, A. A. ; YONEZAWA, Y.: Macroeconomic factors and the empirical content of the Arbitrage Pricing Theory in the Japanese stock market. In: *Japan and the World Economy* 18 (2006)
- [Backhaus et al. 1996] BACKHAUS, K. ; ERICHSON, B. ; PLINKE, W. ; WEIBER, R.: *Multivariate Analysemethoden*. Springer, 1996
- [Burmeister et al. 1994] BURMEISTER, E. ; ROLL, R. ; ROSS, S. A.: A Practitioner's Guide to Arbitrage Pricing Theory. In: *Finanzmarkt und Portfolio Management* 8. Jahrgang (1994), Nr. 3, S. 312–331
- [Chen und Ingersoll 1983] CHEN, N. ; INGERSOLL, J. E.: Exact Pricing in Linear Factor Models with Finitely Many Assets: A Note. In: *The Journal of Finance* 38 (1983), June, Nr. 3, S. 985–988

- [Costa 2003] COSTA, M.: The factor structure of financial markets: a simulation study of the Italian case. In: *Applied Economics Letter* 18 (2003), February, Nr. 2, S. 83–86
- [Dhankar und Singh 2005] DHANKAR, R. S. ; SINGH, R.: Arbitrage Pricing Theory and the Capital Asset Pricing Model - Evidence from the Indian stock market. In: *Journal of Financial Management and Analysis* 18 (2005)
- [Fama und French 1993] FAMA, E. F. ; FRENCH, K. R.: Common risk factors in the returns on stocks and bonds. In: *Journal of Finance Economics* 33 (1993), February, Nr. 1, S. 3–56
- [Giri 1996] GIRI, N. C.: *Multivariate statistical analysis*. Marcel Dekker, Inc., 1996
- [Hartung und Elpelt 1989] HARTUNG, J. ; ELPELT, B.: *Multivariate Statistik*. Oldenbourg, 1989
- [Ingersoll 1984] INGERSOLL, J. E.: Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing. In: *The Journal of Finance* 39 (1984), September, Nr. 4, S. 1021–1039
- [Lilliefors 1967] LILLIEFORS, H. W.: On the Kolmogorov-Smirnov test for normal distribution with mean and variance unknown. In: *Journal of the American Statistical Association* 62 (1967)
- [Ljung und Box 1978] LJUNG, G. M. ; BOX, G. E. P.: On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. In: *Biometrika* 65 (1978)
- [Roll und Ross 1980] ROLL, R. ; ROSS, S. A.: An Emperical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. In: *The Journal of Finance* 35 (1980), December, Nr. 5, S. 1073–1103
- [Sawyer und Gygax 2006] SAWYER, K. R. ; GYGAX, A. F.: Testing the Arbitrage Pricing Condition of APT. In: *SSRN: <http://ssrn.com/abstract=913696>* (2006), May

- [Schönfeld 1969] SCHÖNFELD, P.: *Methoden der Ökonometrie, Band 1*. Verlag Franz Vahlen GmbH, 1969
- [Überlaa 1968] ÜBERLAA, K.: *Faktorenanalyse*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1968
- [Wang und Xu 2003] WANG, F. ; XU, Y.: What Determines Chinese Stock Returns? In: *SSRN: <http://ssrn.com/abstract=581801>* (2003), September
- [WSE 2007] WSE, Warsaw Stock E.: *Fact Book 2007*. <http://www.gpw.pl>, 2007

Anhang A

Ergänzende Tabellen

Tabelle A.1: Relevante Wertpapiere der Gesamtperiode (1999-2005)

Tabelle A.2: Relevante Wertpapiere der Subperiode A (1999-2001) - Teil 1

Tabelle A.3: Relevante Wertpapiere der Subperiode A (1999-2001) - Teil 2

Tabelle A.4: Relevante Wertpapiere der Subperiode B (2002-2005)

verwendete Abkürzungen

DIE ... Dienstleistungen

IND ... Industrie

FIN ... Finanzsektor

S ... Small (Marktkapitalisierung < EUR 250 Mio.)

L ... Large (Marktkapitalisierung \geq EUR 250 Mio.)

Tabelle A.1: Relevante Wertpapiere der Gesamtperiode (1999-2005)

ISIN	Name	Sektor	Branche	Größe
PLAMICA00010	AMICA WRONKI S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLSOFTB00016	ASSECO POLAND S.A	DIE	IT	L
PLBPH0000019	BANK BPH S.A.	FIN	Banken	L
PLBH0000012	BANK HANDLOWY W WARSZAWIE S.A.	FIN	Banken	L
PLPEKAO00016	BANK PEKAO S.A.	FIN	Banken	L
PLBRE0000012	BRE BANK S.A.	FIN	Banken	L
PLMBRST00015	BROWARY 'STRZELEC' S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLBUDMX00013	BUDIMEX S.A.	DIE	Bauhauptgewerbe	L
PLCRSNT00011	CERSANIT S.A.	DIE	Baunebengewerbe	L
PLECHPS00019	ECHO INVESTMENT S.A.	FIN	Entwicklung	L
PLELTM00013	ELEKTRIM S.A.	DIE	Telekom	S
PLELTBD00017	ELEKTROBUDOWA S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLENMPD00018	ENERGOMONTAZ POLUDNIE S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLFORTE00012	FABRYKI MEBLI FORTE S.A.	IND	Holz- und Papier	S
PLDEBCA00016	FIRMA OPONIARSKA DEBICA S.A.	DIE	Chemie	L
PLKETY000011	GRUPA KETY S.A.	DIE	Metallindustrie	L
PLKGHM000017	KGHM POLSKA MIEDZ S.A.	DIE	Metall	L
PLKOPEX00018	KOPEX S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLKRDTB00011	KREDYT BANK S.A.	FIN	Banken	L
PLMSTPL00018	MOSTOSTAL PLOCK S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLMSTEX00017	MOSTOSTAL-EXPORT S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLORBIS00014	ORBIS S.A.	DIE	Andere Dienstl.	L
PLMEDCS00015	POLSKA GRUPA FARMACEUTYCZNA S.A.	DIE	Einzelhandel	L
PLPROKM00013	PROKOM SOFTWARE S.A.	DIE	IT	L
PLRLMPX00012	PROVIMI-ROLIMPEX S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLJTRZN00011	PRZ. CUKIERN. 'JUTRZENKA' S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLREMAK00016	PRZDSIE.MOD.URZ.ENERG.REMAK S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLJELFA00015	PRZEDSIE.FARMACEUT. JELFA S.A.	IND	Chemie	S
PLRAFAK00018	RACIB.FABRYKA KOTLOW RAFAKO S.A.	DIE	Elektrotechnik	L
PLRELPL00014	RELPOL S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLCMPLD00016	SYGNITY S.A.	DIE	IT	S
PLTLKPL00017	TPS.A. - TELEKOMUNIKACJA P. S.A.	DIE	Telekom	L
PLVSTLA00011	VISTULA & WOLCZANKA S.A.	DIE	Leichtindustrie	L
PLELZAB00010	ZAKLADY URZADZEN COMP.ELZAB S.A.	DIE	IT	S

Tabelle A.2: Relevante Wertpapiere der Subperiode A (1999-2001) - Teil 1

ISIN	Name	Sektor	Branche	Größe
PLKRCHM00015	ALMA MARKET S.A.	DIE	Grohandel	S
PLAMICA00010	AMICA WRONKI S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLSOFTB00016	ASSECO POLAND S.A.	DIE	IT	L
PLBPH0000019	BANK BPH S.A.	FIN	Banken	L
PLBH00000012	BANK HANDLOWY W WARSZAWIE S.A.	FIN	Banken	L
PLPEKAO00016	BANK PEKAO S.A.	FIN	Banken	L
PLBEST000010	BEST PRZEB.HANDL.(BEST P.H.)S.A.	FIN	Finanzdienstl.	S
PLBRE0000012	BRE BANK S.A.	FIN	Banken	L
PLMBRST00015	BROWARY 'STRZELEC' S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLBUDMX00013	BUDIMEX S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	L
PLCNTSL00014	CENTROSTAL GDANSK S.A.	DIE	Einzelhandel	S
PLCRSNT00011	CERSANIT S.A.	IND	Baunebengewerbe	L
PLAMERB00015	DZ BANK POLSKA S.A.	FIN	Banken	L
PLECHPS00019	ECHO INVESTMENT S.A.	FIN	Entwicklung	L
PLELTIM00013	ELEKTRIM S.A.	DIE	Telekom	S
PLELTBD00017	ELEKTROBUDOWA S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLENMPD00018	ENERGOMONTAZ POLUDNIE S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLENMPN00017	ENERGOMONTAZ-POLNOC S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLFORTE00012	FABRYKI MEBLI FORTE S.A.	IND	Holz- und Papier	S
PLDEBCA00016	FIRMA OPONIARSKA DEBICA S.A.	IND	Chemie	L
PLKETY000011	GRUPA KETY S.A.	IND	Metall	L
PLOPTMS00012	GRUPA ONET PL. S.A.	DIE	Medien	L
PLZYWIC00016	GRUPA ZYWIEC S.A.	IND	Nahrungsmittel	L
PLIRENA00018	HUTA SZKLA GOSPODAR.IRENA S.A.	IND	Baunebengewerbe	S
PLHUTMN00017	HUTMEN S.A.	IND	Metall	S
PLBSK0000017	ING BANK SLASKI S.A.	FIN	Banken	L
PLKGHM000017	KGHM POLSKA MIEDZ S.A.	IND	Metall	L
PLKOPEX00018	KOPEX S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLKRDTB00011	KREDYT BANK S.A.	FIN	Banken	L
PLELNTX00010	LENTEX S.A.	IND	Baunebengewerbe	S
PLMNCP00011	MENNICA PANSTWOWA S.A.	IND	Metall	S

Tabelle A.3: Relevante Wertpapiere der Subperiode A (1999-2001) - Teil 2

ISIN	Name	Sektor	Branche	Größe
PLMSTPL00018	MOSTOSTAL PLOCK S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLMSTWS00019	MOSTOSTAL WARSZAWA S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLMSTZB00018	MOSTOSTAL ZABRZE-HOLDING S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	L
PLMSTEX00017	MOSTOSTAL-EXPORT S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLKABLE00012	NKT CABLES S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLORBIS00014	ORBIS S.A.	DIE	Andere Dienstl.	L
PLMEDCS00015	POLSKA GRUPA FARMACEUTYCZNA S.A.	DIE	Einzelhandel	L
PLPPWK00014	POLSKIE PRZED.WYDAWNICTW KART.	DIE	Medien	S
PLPONAR00012	PONAR-WADOWICE S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLKOMPP00017	PP-H 'KOMPAP' S.A.	IND	Holz- und Papier	S
PLPRCHK00018	PRCHNIK S.A.	IND	Leichtindustrie	S
PLPROKM00013	PROKOM SOFTWARE S.A.	DIE	IT	L
PLRLMPX00012	PROVIMI-ROLIMPEX S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLJTRZN00011	PRZ. CUKIERN. 'JUTRZENKA' S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLHDRTR00013	PRZ.HYDR.SILOWEJ HYDROTOR S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLELMWS00016	PRZ.PRZ.-MONTAZ.ELEKTRO.WS S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLREMAK00016	PRZDSIE.MOD.URZ.ENERG.REMAK S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLJELFA00015	PRZEDSIE.FARMACEUT. JELFA S.A.	IND	Chemie	S
PLRAFAK00018	RACIB.FABRYKA KOTLOW RAFAKO S.A.	IND	Elektrotechnik	L
PLRELPL00014	RELPOL S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLCMPLD00016	SYGNITY S.A.	DIE	IT	S
PLTLKPL00017	TPS.A. - TELEKOMUNIKACJA P. S.A.	DIE	Telekom	L
PLVSTLA00011	VISTULA & WOLCZANKA S.A.	IND	Leichtindustrie	L
PLWLCZN00013	WOLCZANKA S.A.	IND	Leichtindustrie	S
PLMUZA000019	WYDAWNICTWC MUZA S.A.	DIE	Medien	S
PLBRSZW00011	ZAKL.CHEM.TWOR.SZT.BORYSZ.S.A.	IND	Chemie	L
PLSTLSK00016	ZAKL.PRZEM.GUM.STOMIL S.A.NOK S.A.	IND	Chemie	S
PLSTLPD00017	ZAKLAD PRZ.HUT.STALPRODUKT S.A.	IND	Metallindustrie	L
PLROPCE00017	ZAKLADY MAGNEZYTOWE ROP.S.A.	IND	Chemie	S
PLKRUSZ00016	ZAKLADY TLUSZCZ.'KRUSWICA' S.A.	IND	Nahrungsmittel	L
PLELZAB00010	ZAKLADY URZADZEN COMP.ELZAB S.A.	DIE	IT	S

Tabelle A.4: Relevante Wertpapiere der Subperiode B (2002-2005)

ISIN	Name	Sektor	Branche	Größe
PLAMICA00010	AMICA WRONKI S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLSOFTB00016	ASSECO POLAND S.A.	DIE	IT	L
PLBPH0000019	BANK BPH S.A.	FIN	Banken	L
PLBH00000012	BANK HANDLOWY W WARSZAWIE S.A.	FIN	Banken	L
PLBIG0000016	BANK MILLENNIUM S.A.	FIN	Banken	L
PLPEKAO00016	BANK PEKAO S.A.	FIN	Banken	L
PLBRE0000012	BRE BANK S.A.	FIN	Banken	L
PLMBRST00015	BROWARY 'STRZELEC' S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLCRSNT00011	CERSANIT S.A.	IND	Baunebengewerbe	L
PLELTIM00013	ELEKTRIM S.A.	DIE	Telekom	S
PLELTBD00017	ELEKTROBUDOWA S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLENMPD00018	ENERGOMONTAZ POLUDNIE S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLFORTE00012	FABRYKI MEBLI FORTE S.A.	IND	Holz- und Papier	S
PLKETY000011	GRUPA KETY S.A.	IND	Metall	L
PLIMPXM00019	IMPEXMETAL S.A.	IND	Metall	L
PLINTGR00013	INTER GROCLIN AUTO S.A.	IND	Andere Industrie	S
PLKGHM000017	KGHM POLSKA MIEDZ S.A.	IND	Metall	L
PLKOPEX00018	KOPEX S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLEFEKT00018	KORP.GOSPODARCZA 'EFEKT' S.A.	DIE	Einzelhandel	S
PLKRDTB00011	KREDYT BANK S.A.	FIN	Banken	L
PLCELZA00018	MONDI PACK.PAPER SWIECIE S.A.	IND	Holz- und Papier	L
PLMSTPL00018	MOSTOSTAL PLOCK S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLORBIS00014	ORBIS S.A.	DIE	Andere Dienstl.	L
PLMEDCS00015	POLSKA GRUPA FARMACEUTYCZNA S.A.	DIE	Einzelhandel	L
PLELMEX00014	PP-H ELEKTROMONTAZ-EXPORT S.A.	IND	Bauhauptgewerbe	S
PLPROKM00013	PROKOM SOFTWARE S.A.	DIE	IT	L
PLRLMPX00012	PROVIMI-ROLIMPEX S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLJTRZN00011	PRZ. CUKIERN. 'JUTRZENKA' S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLREMAK00016	PRZDSIE.MOD.URZ.ENERG.REMAK S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLJELFA00015	PRZEDSIE.FARMACEUT. JELFA S.A.	IND	Chemie	S
PLRELPL00014	RELPOL S.A.	IND	Elektrotechnik	S
PLSTLEX00019	STALEXPORT AUTOSTRADY S.A.	IND	Metall	L
PLSWRZD00017	SWARZEDZ MEBLE S.A.	IND	Holz- und Papier	S
PLCMPLD00016	SYGNITY S.A.	DIE	IT	S
PLTLKPL00017	TPS.A. - TELEKOMUNIKACJA P. S.A.	DIE	Telekom	L
PLVSTLA00011	VISTULA & WOLCZANKA S.A.	IND	Leichtindustrie	L
PLWILBO00019	WILBO SEAFOOD S.A.	IND	Nahrungsmittel	S
PLELZAB00010	ZAKLADY URZADZEN COMP.ELZAB S.A.	DIE	IT	S