

# DIPLOMARBEIT

„MASTER'S THESIS“

## SCHIFFSANPRALL AN BRÜCKENPFEILERN Mechanische Modellierung und numerische Simulation

### SHIP IMPACT ON BRIDGE PIERS Mechanical Modelling and Numerical Simulation

ausgeführt am Zentrum für allgemeine Mechanik und Baudynamik  
Institut für Hochbau und Technologie  
und am  
Institut für Grundbau und Bodenmechanik  
der Technischen Universität Wien  
unter der Leitung von

A.o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Rudolf Heuer  
Dipl.-Ing. Dr. techn. Stefan Blovsky

durch

**Vospernig Michael**  
Simon Denk Gasse 2/8, Wien 9

April 2008



...gewidmet meiner  
meiner geliebten Freundin,  
Lebensfreude und Helferin  
Karin Kretschmann.

# Vorwort

Diese Diplomarbeit ergab für mich die Möglichkeit an einem Thema zu arbeiten, das sehr praxisnahe ist und noch viel Potenzial in sich birgt, die Problematik des Schiffsanpralls an Brückenpfeilern vertiefend zu untersuchen. Die *Newton'sche Stoßtheorie* und in weiterer Folge die Beschreibung der Starrkörperbewegung des Pfeilers mit Hilfe der *Lagrange'sche* Bewegungsgleichung stellen die Basis der mechanischen Modellbildung des auftretenden Stoßproblems dar. Die Lagerung des Pfeilers erfolgt nach der im Grundbau verwendeten Methode der *Bettungsmodultheorie*. Mit diesen Berechnungsmethoden können Aussagen über die Bodenreaktion getroffen werden und in weiterer Folge Rückrechnungen auf eine statisch äquivalente Kraft an Stelle des Anpralls erfolgen.

In der Norm EN 1991-1-7 werden für den Lastfall Schiffsanprall sehr hohe statisch äquivalente Kräfte für die Berechnung vorgeschrieben. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass diese noch über den Werten aus der Norm liegen können und somit ganz neue Anforderung an Pfeilertragwerke gestellt werden. Notwendig ist aber auch eine Diskussion über die Dimensionierung von Pfeilern auf diesen selten auftretenden Lastfall und den wirtschaftlichen und technischen Aufwendungen für den Bauherrn.

Besonders bedanken möchte ich mich bei der ÖBB Infrastruktur vertreten durch Herren Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Johann Glatzl und Dipl.-Ing. Thomas Simandl, die es mit ermöglichten an diesem interessanten und herausfordernden Problem zu arbeiten und es finanziell unterstützten. Das zugehörige Forschungsprojekt *Eisenbahnbrücken unter Schiffsanprall* trägt die ÖBB-Leistungsbestellnummer E28/4300530565.

Herrn Dipl.-Ing. Bernhard Schweighofer sei für seine konstruktiven Diskussionen und Überlegungen aus der Bauingenieur Praxis gedankt.

Mein Dank richtet sich auch an Herrn A.o. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Rudolf Heuer für seine stets vorhandene Bereitschaft mich zu betreuen und dafür, bei aufgetretenen Problemen unterstützend gewirkt zu haben.

Für die Betreuung, Unterstützung und Problemlösung im Bereich des Grundbaues und dem Erlernen neuer Methoden möchte ich mich bei Herrn Dipl.-Ing. Dr. techn. Stefan Blovsky herzlich bedanken.

Besondern Dank an meine Familie, die nie an mir gezweifelt und immer an mich geglaubt hat. Danke für Euer Vertrauen.

# Kurzfassung

Nach dem Schiffsanprall an einem Brückenpfeiler bei Krems an der Donau am 17. Dezember 2005 [2], der eine aufwendige Sanierung zur Folge hatte, war es für die ÖBB Infrastruktur als Eigentümerin des beschädigten Tragwerkes von Interesse, die Wirkungsweise eines Schiffsanpralls in Form einer genaueren Modellierung untersuchen zu lassen.

In dieser Diplomarbeit wird ein mechanisches Modell, das den Schiffsanprall am Pfeiler und die Interaktion mit dem Boden dynamisch simuliert, entwickelt. Der Pfeiler wird als Starrkörper mit zwei Freiheitsgraden modelliert, der von einem Schiff in Form einer Punktmasse getroffen wird. Grundlage für die Berechnung des Stoßes ist die *Newton'sche Stoßtheorie* [6] sowie die *Lagrange'sche Stoßgleichung* [5] für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß. In einem weiteren Rechnungsschritt wird die Bewegung des Pfeilers durch die *Lagrange'sche Bewegungsgleichung* [5] errechnet. Die Lösung erfolgt durch *Modale Analyse* [6], und es werden die Maximalverschiebungen und -verdrehungen des Pfeilers angegeben.

Die Lagerung des Pfeilers erfolgt durch eine elastische Bettung, die vereinfacht durch eine horizontale Feder und eine Drehfeder am Fußpunkt des Pfeilers in das Modell einfließen. Die Modellierung dieser Federn erfolgt nach der *Bettungsmodultheorie* [8]. Die Spannungen aus dieser Theorie werden mit den Spannungen aus einem räumlichen, passiven Erddruckverlauf verglichen [10].

Der Überbau wird durch eine horizontale, federnde Lagerung am Pfeilerkopf berücksichtigt, sofern eine ausreichend biegesteife Verbindung zwischen Pfeiler und Tragwerk vorhanden ist.

Eine numerische Simulation wird am Beispiel von drei verschiedenen Pfeilern an der Donau durchgeführt. Dabei handelt es sich um zwei bestehende Tragwerke moderner Bauweise mit Pfahlkastengründung und ein Pfeiler alter Bauweise mit einer Senkkastengründung.

Dieses Modell für den Schiffsanprall soll eine alternativer Berechnungsmöglichkeit für den Lastfall Schiffsanprall nach EN 1991-1-7 darstellen und einen Vergleich zu den Lastangaben des Eurocodes liefern.

# ABSTRACT

After a ship impact on a bridge pier at Krems an der Donau on December 17<sup>th</sup> 2005 [2], resulting in extensive rehabilitation works, the owner of the damaged bridge structure, ÖBB Infrastruktur Betrieb AG, instructed to analyze the mechanical action of ship impact in detail.

In this Master`s Thesis a mechanical model, which simulates the bridge pier and the interaction with soil, is developed. The pier is designed as rigid body with two degrees of freedom, which is hit by a ship in kind of a point mass. Background for the calculations of the impact are *Newtons Theory of Impact* [6] and *Lagrange Equations of Idealized Impact* [5]. The next step of computing the motion of the pier is calculated by the *Lagrange Equation of Motion* [5]. The solution results from *Modal Analysis* [6] and both the maximum of displacement and rotation are determined.

The pier is supported by an elastic foundation, which is consistently idealized by single horizontal and torsion springs. The modeling of these springs is implemented by the *Modulus of Subgrade Reaction Theory* [8]. The stresses according to this theory are compared to those evaluated from a three dimensional passive earth pressure [10].

In case of a rigid connection between the pier and the girder the effect of the superstructure is considered by means of a horizontal spring on the top of the pier.

Numerical simulations are performed for three different geometrical pier types of bridges across the river Danube. Two of those are existing piers of modern construction method with box foundations, and one pier of old construction method with caisson.

The mechanical approach for the ship impact introduced in that Thesis demonstrates an alternative method of computing the dynamic loading condition and gives a comparison to the loads of the Eurocode EN 1991-1-7 [3].

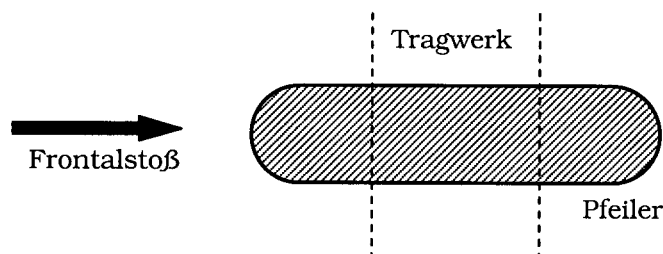
# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modellbildung</b> .....	<b>4</b>
2.1	Anprallobjekt (System 1) .....	4
2.2	Pfeiler (System 2) .....	4
<b>3</b>	<b>Stoß</b> .....	<b>6</b>
3.1	Newton'sche Stoßtheorie .....	6
3.1.1	<i>Vollkommen elastischer Stoß</i> .....	6
3.1.2	<i>Vollkommen plastischer Stoß</i> .....	7
3.2	Impulssatz System 1 .....	7
3.3	Lagrange'sche Stoßgleichung System 2 .....	7
3.4	Folgegeschwindigkeiten.....	8
3.4.1	<i>Elastischer Stoß</i> .....	8
3.4.2	<i>Plastischer Stoß</i> .....	9
3.4.3	<i>Allgemeine Lösung mit Newton'scher Stoßzahl</i> .....	9
3.5	Sonderfall ( $x_A=0$ ) .....	9
<b>4</b>	<b>Folgebewegung nach dem Stoß</b> .....	<b>11</b>
4.1	Folgebewegung nach dem elastischen Stoß .....	11
4.2	Folgebewegung nach dem plastischen Stoß.....	12
4.3	Modale Analyse .....	13
4.4	Federkräfte .....	14
4.5	Sonderfall ( $x_A=0$ ) .....	15
<b>5</b>	<b>Bodenmechanik</b> .....	<b>17</b>
5.1	Bettung des Pfeilers .....	17
5.2	Erddruck .....	20
5.3	Versagensmodell.....	21
<b>6</b>	<b>Stoßkraft</b> .....	<b>23</b>
6.1	Stoßkraft am System 2 mit 2 FG .....	23
6.2	Stoßkraft am System 2 mit 1 FG .....	24
<b>7</b>	<b>Numerische Simulation</b> .....	<b>25</b>
7.1	Alter Pfeiler Donaubrücke Krems (ÖBB) .....	25
7.1.1	<i>Geometrie</i> .....	25
7.1.2	<i>Überbau</i> .....	26
7.1.3	<i>Bettung</i> .....	26
7.1.4	<i>Folgegeschwindigkeiten, -bewegungen und Stoßkräfte</i> .....	27
7.1.5	<i>Erddruck</i> .....	30
7.2	Pfeiler Krems Neu .....	31
7.2.1	<i>Geometrie</i> .....	31
7.2.2	<i>Überbau</i> .....	32
7.2.3	<i>Bettung</i> .....	32
7.2.4	<i>Folgegeschwindigkeiten, -bewegungen und Stoßkräfte</i> .....	33
7.2.5	<i>Erddruck</i> .....	36
7.3	Pfeiler Pöchlarn.....	37

7.3.1	<i>Geometrie</i> .....	37
7.3.2	<i>Überbau</i> .....	39
7.3.3	<i>Bettung</i> .....	40
7.3.4	<i>Folgegeschwindigkeiten, - bewegungen und Stoßkräfte</i> .....	41
7.3.5	<i>Erddruck</i> .....	44
<b>8</b>	<b>Schlussfolgerung und Ausblick</b> .....	<b>46</b>
	<b>LITERATURVERZEICHNIS</b> .....	<b>47</b>
	<b>ANHANG</b> .....	<b>49</b>

# 1 Einleitung

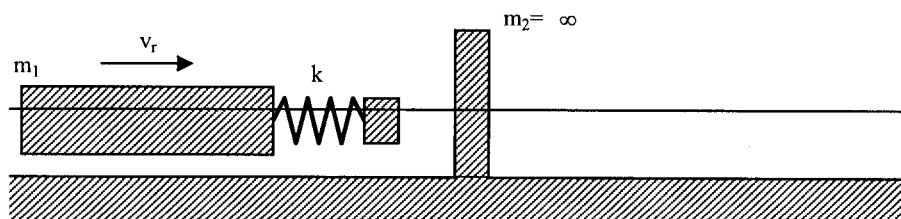
Der Schiffsanprall stellt für ein Brückentragwerk eine außergewöhnliche Lasteinwirkung dar, die bei einem frontalen Anprall des Pfeilers *Bild 1.1* in Fließrichtung des Flusses und normal auf die Tragwerksachse zu großen Schäden am Pfeiler und am Brückentragwerk führen kann [1]. Ein seitlicher Anprall auf einen Flusspfeiler ist eine Folge des Frontalstoßes und wird in dieser Arbeit nicht untersucht.



*Bild 1.1: Anprallrichtung im Grundriss*

Als Konsequenz eines Schiffsanpralls am 17. Dezember 2005 an einem Brückenpfeiler bei Krems an der Donau [2] und den daraus entstandenen Schaden wurde im Zuge der Sanierung des Pfeilers zum ersten Mal die Norm EN 1991-1-7 in Österreich angewendet. Diese Norm berücksichtigt den außergewöhnlichen Lastfall eines Schiffsanpralls, der bis zu ihrer Einführung in keiner österreichischen Richtlinie angegeben war.

Dieser neu zu berücksichtigende Lastfall zur Bemessung von Brückenpfeilern enthält Anpralllasten, die bei der Neugestaltung oder Sanierung von Pfeilern große Dimensionen zur Folge haben. Weiters ist die Einleitung der Anprallkräfte in den Untergrund mit aufwendigen Gründungsmaßnahmen verbunden



*Bild 1.2: Rechenmodell nach Eurocode EN 1991-1-7*

Der Eurocode gibt im Anhang C statisch äquivalente Kräfte an, die bei fehlender dynamischer Berechnung herangezogen werden können. Im Falle eines Schiffsanpralls beschreibt diese Norm den Stoßvorgang als harten Stoß, wobei die Energie durch das Anprallobjekt dissipiert. Für das Rechenmodell nach EN 1991-1-7 ist der Brückenpfeiler unendlich steif sowie

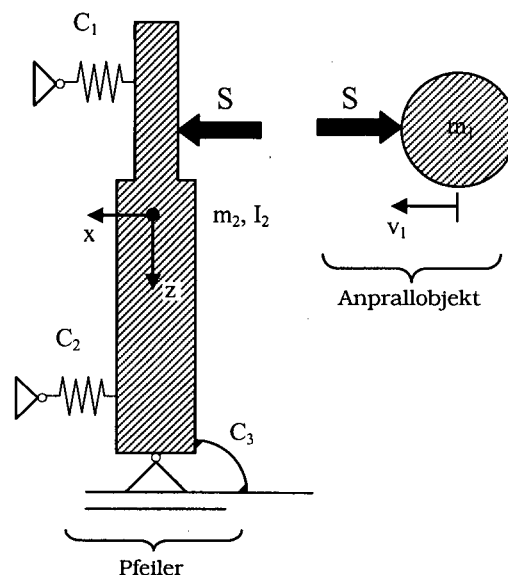


starr mit der Erdscheibe verbunden *Bild 1.2*. Die Berechnung der Stoßkräfte erfolgt durch Abschätzen der Stoßzeiten.

Nachfolgend wird zur Berechnung der dynamischen Kräfte und Verschiebungen unabhängig vom Eurocode ein Pfeilermodell mit zwei Freiheitsgraden idealisiert, welches in einem ersten Schritt durch eine Anprallmasse in Bewegung versetzt wird. Die Folgegeschwindigkeiten werden mit der *Lagrange'schen Stossgleichung* [5] analytisch berechnet, wobei die Berechnungen nach der *Newton'schen Stoßtheorie* [6] in *vollkommen elastisch* und *plastisch* unterschieden werden. In einem zweiten Schritt wird die Folgebewegung des Pfeilers mit der *Lagrange'schen Bewegungsgleichung* [5] angegeben, die Lösung der sich daraus ergebenden Differenzialgleichung wird durch *Modale Analyse* [6] geführt.

Die Modellierung der Lagerung des Pfeilers erfolgt mit Hilfe der *Bettungsmodultheorie* [8] aus der Bodenmechanik. Das Fundament in Form von Senk- oder Pfahlkästen ist horizontal und vertikal elastisch gebettet. Reibungskräfte zwischen der Pfeilerwand und dem Boden werden nicht berücksichtigt. Die Angabe des Bettungsmoduls und dessen Verlauf beruhen auf Erfahrungswerten [8], die je nach Boden variieren und die Ergebnisse entsprechend beeinflussen. Die jeweiligen elastischen Bettungen werden für das Rechenmodell durch resultierende linear elastische Federn ersetzt (*Bild 1.3,  $C_2$  und  $C_3$* ).

Von Interesse ist auch die rückhaltende Wirkung des Überbaues, sofern die Verbindung zwischen Pfeilerkopf und Tragwerk eine Kraftübertragung gewährleistet. Der Träger wird ebenfalls als linear elastische Feder (*Bild 1.3,  $C_1$* ) in horizontaler Richtung im Modell einbezogen.



*Bild 1.3: Schemadarstellung für das mechanische Modell*

Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden drei geometrisch unterschiedliche Pfeiler berechnet, die entweder als Senkkasten oder Pfahlkastengründung ausgeführt wurden. Diese Pfeiler veranschaulichen auf Grund ihrer unterschiedlichen physikalischen Eigenschaft sehr anschaulich den Einfluß und die Bandbreite der gegebenen Parameter, bezogen auf die Gegebenheiten der Donau.

## 2 Modellbildung

Bild 2.1 beschreibt das mechanische Modell zur Formulierung der Stoßgleichung und der Bewegungsgleichung nach *Lagrange*.

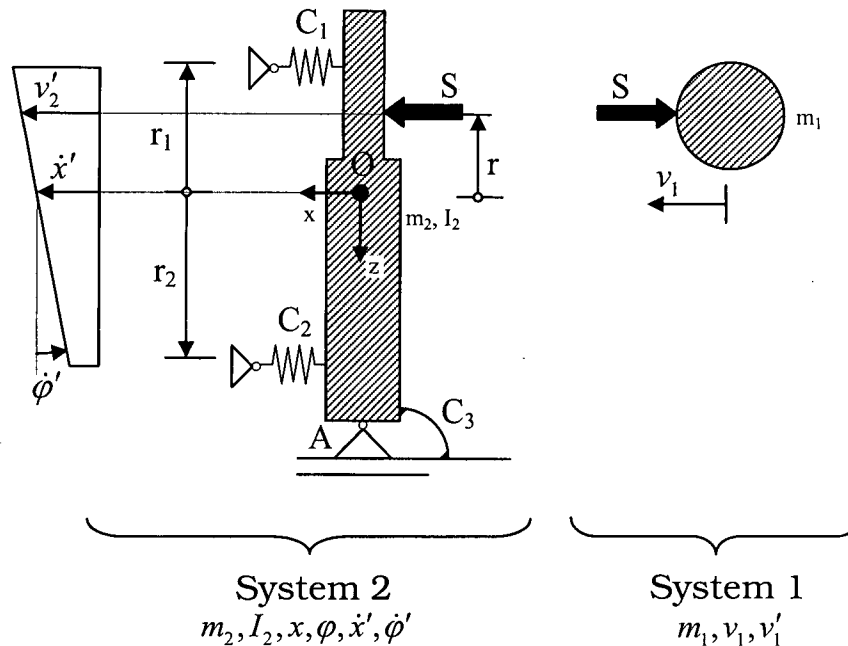


Bild 2.1 Mechanisches Modell zur Beschreibung des Stoßproblems und der Nachfolgebewegung.

### 2.1 Anprallobjekt (System 1)

Das Schiff ist als Punktmasse definiert und berücksichtigt keine elastische oder plastische Verformung.

$m_1$  Masse des Schiffes, Anprallobjekt.

$S$  Stoßantrieb.

$v_1$  Geschwindigkeit des Schiffes unmittelbar vor dem Stoß.

$v_1'$  Geschwindigkeit des Schiffes unmittelbar nach dem Stoß.

### 2.2 Pfeiler (System 2)

Der Starrkörper wird exzentrisch im Abstand  $r$  vom Schwerpunkt  $O$  gestoßen und befindet sich vor dem Stoß in Ruhelage. Verformungen des Pfeilers werden vernachlässigt, da für dieses Modell die Verformungen des Bodens relevant sind. Das System hat zwei Freiheitsgrade,  $x$  und  $\varphi$ .

---

$m_2$	Masse des Pfeilers.
$I_2$	Massenmoment 2. Ordnung des Pfeilers bezüglich der y-Achse.
$v_2'$	Geschwindigkeit unmittelbar nach dem Stoß.
$x$	Verschiebungen in x-Richtung im Schwerpunkt des Pfeilers.
$\varphi$	Verdrehung um den Schwerpunkt, (positive Richtung gegen den Uhrzeigersinn).
$\dot{x}'$	Geschwindigkeit unmittelbar nachdem Stoß im Schwerpunkt angreifend (translatorischer Anteil).
$\dot{\varphi}'$	Winkelgeschwindigkeit unmittelbar nach dem Stoß um den Schwerpunkt (rotatorischer Anteil).
$C_1$	Steifigkeit des Überbaues (Feder), linear elastische horizontale Lagerung.
$C_2$	Resultierende Steifigkeit des Bodens (Feder) aus der horizontalen Bettung des Pfeilers, linear elastisch.
$C_3$	Resultierende Steifigkeit des Bodens (Drehfeder) aus der vertikalen Bettung des Pfeilers, linear elastisch.
$r_i$	Vertikale Abstände bezogen auf den Schwerpunkt des Pfeilers.

Untersucht werden die Verschiebung und Verdrehung des Pfeilers bis zur ersten Umkehrlage nach dem Stoß.

Aus Gründen der Sicherheit werden die dämpfenden Einflüsse bei der Berechnung der ersten und maßgeblichen Umkehrlage vernachlässigt.

## 3 Stoß

### 3.1 Newton'sche Stoßtheorie

Der erste Teil zur Lösung des mechanischen Problems besteht darin, die dynamische Wirkung des Anprallobjekts auf den Pfeiler zu übertragen. Dabei wird in einem kurzem Zeitraum beim Kontakt der beiden Körper kinetische Energie übertragen. Mit der *Newton'schen Stoßtheorie* [6] können die Grenzen des minimalen und maximalen Energieverlustes beschrieben werden.

Beim *vollkommen elastische Stoß*, auch weicher Stoß genannt, kommt es zu keinem Energieverlust. So lautet die Stoßbedingung

$$T = T' \rightarrow \Delta E = 0. \quad (3.1)$$

Beim *vollkommen plastischen Stoß*, oder harten Stoß, kann der Energieverlust nur so groß sein, dass sich System 1 und System 2 unmittelbar nach dem Stoß mit gleicher Geschwindigkeit bewegen. Die Stoßbedingung lautet

$$v_1' = v_2' \rightarrow T - T' = \max(\Delta E). \quad (3.2)$$

#### 3.1.1 Vollkommen elastischer Stoß

Für das vorliegende Modell errechnet sich die kinetische Energie für das System 1 vor dem Stoß mit

$$T = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2. \quad (3.3)$$

Nach dem Stoß befinden sich beide Systeme in Bewegung, die kinetische Energie für System 1 und 2 lautet somit

$$T' = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{x}'^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}'^2. \quad (3.4)$$

Ausgehend von der Stoßbedingung (3.1) werden die Ausdrücke (3.3) und (3.4) gleichgesetzt.

$$m_1 \cdot (v_1'^2 - v_1^2) + m_2 \cdot \dot{x}'^2 + I_2 \cdot \dot{\phi}'^2 = 0 \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Vollkommen plastischer Stoß

Aus der Stoßbedingung (3.2) ergibt sich der Zusammenhang der Geschwindigkeiten direkt mit

$$\dot{x}' = v_1' - r \cdot \dot{\phi}' \quad (3.6)$$

### 3.2 Impulssatz System 1

Mit Hilfe des Stoßantriebes  $S$  kann das Stoßproblem gelöst werden, für das System 1 erfolgt dieser direkt aus dem *Impulssatz* [5].

$$m_1 \cdot (v_1' - v_1) = -S \quad (3.7)$$

### 3.3 Lagrange'sche Stoßgleichung System 2

Die Impulsbilanz für das System 2 während des Stoßes wird mit der *Lagrange'schen Stoßgleichung* (3.8) gebildet, die aus der *Lagrange'schen Bewegungsgleichung* direkt abgeleitet werden kann [5]. Der zweite Ausdruck der Gleichung entfällt, da das System vor dem Stoß in Ruhe ist.

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right)' - \underbrace{\frac{\partial T}{\partial q_i}}_{=0} = H_i \quad (3.8)$$

Die Lagekoordinaten sind folgend definiert

$$q_1 = x, \quad q_2 = \varphi, \quad (3.9)$$

die kinetische Energie für das System 2 nach dem Stoß ist

$$T_2' = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{x}'^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}'^2, \quad (3.10)$$

somit ergeben sich die Ausdrücke der Stoßantriebe

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right)' = m_2 \cdot \dot{x}' = H_1 \quad (3.11)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right)' = I_2 \cdot \dot{\phi}' = H_2. \quad (3.12)$$

Die Berechnung der Stoßantriebe für das System 2 erfolgt aus der virtuellen Arbeit und in weiterer Folge durch einen Koeffizientenvergleich

$$\sum_{k=1}^m \vec{S}_k \cdot \delta \vec{r}_k = \sum_{i=1}^n H_i \cdot \delta \dot{q}_i \quad (3.13)$$

mit

$$\vec{r}_k = \vec{r}_k(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n). \quad (3.14)$$

Für das System 2 ergibt dies

$$S \cdot \delta v_2' = H_1 \cdot \delta \dot{x}' + H_2 \cdot \delta \dot{\varphi}' = \delta A \quad (3.15)$$

$$\delta v_2' = \delta \dot{x}' - r \cdot \delta \dot{\varphi}', \quad (3.16)$$

der Koeffizientenvergleich führt zu

$$H_1 = S \quad (3.17)$$

$$H_2 = r \cdot S. \quad (3.18)$$

Rückeingesetzt in Gleichung (3.11) und (3.12) erhält man die Zusammenhänge

$$m_2 \cdot \dot{x}' = S \quad (3.19)$$

$$I_2 \cdot \dot{\varphi}' = r \cdot S. \quad (3.20)$$

## 3.4 Folgeschwindigkeiten

### 3.4.1 Elastischer Stoß

Aus der Bedingung (3.1) kann der Ausdruck (3.5) durch die Ausdrücke der Gleichungen (3.7), (3.19) und (3.20) von System 1 und 2 vereinfacht werden

$$\underbrace{m_1 \cdot (v_1' - v_1)}_{-S} \cdot (v_1' + v_1) + \underbrace{m_2 \cdot \dot{x}'}_S \cdot \dot{x}' + \underbrace{I_2 \cdot \dot{\varphi}'}_{r \cdot S} \cdot \dot{\varphi}' = 0. \quad (3.21)$$

Daraus folgt die Stoßbedingung für den elastischen Fall

$$\dot{x}' + r \cdot \dot{\varphi}' = v_1' + v_1. \quad (3.22)$$

Aus den Gleichung (3.22), (3.7), (3.19) und (3.20) ergibt sich ein lineares Gleichungssystem mit den Unbekannten  $S$ ,  $v_1'$ ,  $\dot{x}'$ , und  $\dot{\varphi}'$ . Die Folgeschwindigkeiten für den Pfeiler ergeben

$$\dot{x}'_e = 2 \cdot \frac{m_1 \cdot I_2}{m_1 \cdot I_2 + m_2 \cdot I_2 + m_1 \cdot m_2 \cdot r^2} \cdot v_1 \quad (3.23)$$

$$\dot{\varphi}'_e = 2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot r}{m_1 \cdot I_2 + m_2 \cdot I_2 + m_1 \cdot m_2 \cdot r^2} \cdot v_1. \quad (3.24)$$

### 3.4.2 Plastischer Stoß

Für diesen Fall ist die Stoßbedingung schon bekannt und es kann aus den Gleichungen (3.6), (3.7), (3.19) und (3.20) analog zum elastischen Fall das Gleichungssystem gelöst werden.

$$\dot{x}'_p = \frac{m_1 \cdot I_2}{m_1 \cdot I_2 + m_2 \cdot I_2 + m_1 \cdot m_2 \cdot r^2} \cdot v_1 \quad (3.25)$$

$$\dot{\phi}'_p = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot r}{m_1 \cdot I_2 + m_2 \cdot I_2 + m_1 \cdot m_2 \cdot r^2} \cdot v_1 \quad (3.26)$$

Die analytischen Lösungen zeigen, dass sich die Folgegeschwindigkeiten aus elastischem und plastischem Stoß genau um den Faktor 2 unterscheiden.

### 3.4.3 Allgemeine Lösung mit Newton'scher Stoßzahl

Durch Einführung der Newton'schen Stoßzahl ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) kann der Energieverlust in Abhängigkeit vom Material angegeben werden. Bei ideal-elastischem Materialverhalten ist  $\beta=1$  und bei idealplastischem Materialverhalten ist  $\beta=0$ . Durch Versuche kann der Materialparameter angegeben werden, z.B.  $\beta=0,5$  für Holz-Holz,  $\beta=0,7$  für Stahl-Stahl oder  $\beta=0,9$  für Glas-Glas [6]. Aus den Gleichungen (3.6) und (3.22) ergibt sich die Stoßbedingung für den „wirklichen“ Stoß

$$\dot{x}' + r \cdot \dot{\phi}' = v'_1 + \beta \cdot v_1 \quad (3.27)$$

Die Ergebnisse für die Folgegeschwindigkeiten können direkt übernommen werden.

$$\dot{x}'_a = (1 + \beta) \cdot v_1 \cdot \frac{m_1 \cdot I_2}{m_1 \cdot I_2 + m_2 \cdot I_2 + m_1 \cdot m_2 \cdot r^2} \quad (3.28)$$

$$\dot{\phi}'_a = (1 + \beta) \cdot v_1 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot r}{m_1 \cdot I_2 + m_2 \cdot I_2 + m_1 \cdot m_2 \cdot r^2} \quad (3.29)$$

## 3.5 Sonderfall ( $x_A=0$ )

Vereinfacht kann das System 2 mit nur einem Freiheitsgrad modelliert werden (*Bild 3.1*), da es wahrscheinlich ist, dass der Pfeiler so ausreichend gegründet ist, dass keine horizontalen Verschiebungen auftreten. Es wird nur die Verdrehung um den Fußpunkt A berechnet. Die Stoßbedingungen können durch Entfall der Lagekoordinate  $x$  aus dem System 2 übernommen werden ((3.6) und (3.22)). Für den vollkommen elastischen Stoß ergibt sich somit

$$r \cdot \dot{\phi}' = v'_1 + v_1 \quad (3.30)$$



und für den vollkommen plastischen Fall

$$v_1' = r \cdot \dot{\phi}' \quad (3.31)$$

Aus dem Impulssatz ergibt sich erneut die Gleichung (3.7) für das System 1 und für das System 2 errechnet sich der Stoßantrieb aus dem Drallsatz [5],

$$S = \frac{1}{r} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}' \quad (3.32)$$

wobei  $I_2$  nun das Massenmoment 2. Ordnung um den raumfesten Fußpunkt A des Systems 2 ist.

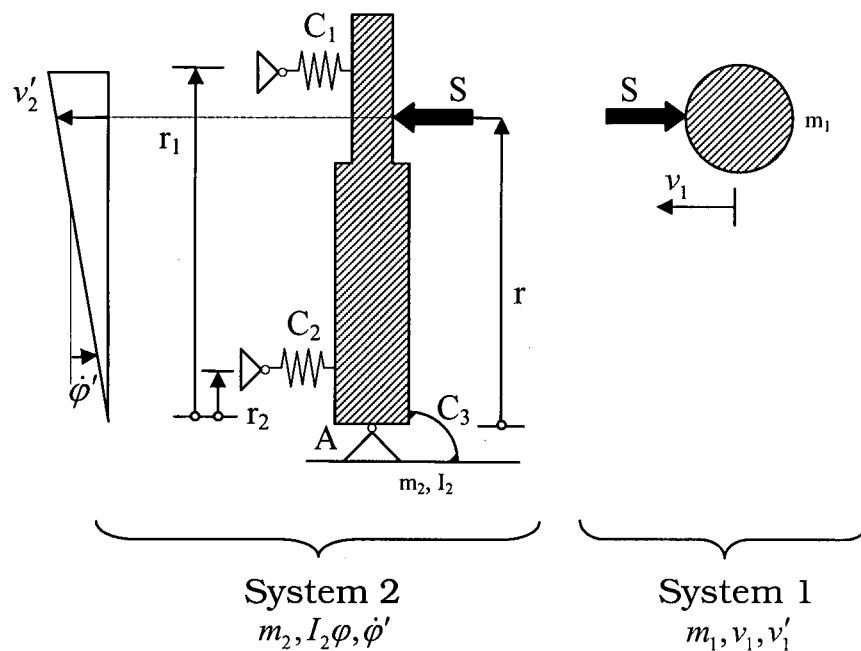


Bild 3.1 Modell mit einem Freiheitsgrad

Durch Gleichsetzen von (3.7) und (3.32) ergibt sich

$$m_1 \cdot (v_1' - v_1) = -\frac{1}{r} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}' \quad (3.33)$$

Setzt man nun die Stoßbedingungen (3.30) und (3.31) jeweils in Gleichung (3.33) ein, erhält man die Lösungen für die Folgegeschwindigkeiten.

$$\dot{\phi}'_p = v_1 \cdot \frac{m_1 \cdot r}{m_1 \cdot r^2 + I_2} \quad (3.34)$$

$$\dot{\phi}'_e = 2 \cdot v_1 \cdot \frac{m_1 \cdot r}{m_1 \cdot r^2 + I_2} \quad (3.35)$$



$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_2 \cdot \dot{x}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m_2 \cdot \ddot{x} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = I_2 \cdot \dot{\varphi}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = I_2 \cdot \ddot{\varphi} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = C_1 \cdot (x + r_1 \cdot \varphi) + C_2 \cdot (x - r_2 \cdot \varphi) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = C_1 \cdot (x + r_1 \cdot \varphi) \cdot r_1 - C_2 \cdot (x - r_2 \cdot \varphi) \cdot r_2 + C_3 \cdot \varphi \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (4.7)$$

Die Bewegungsgleichungen der ungedämpften Schwingung lauten somit

$$I_2 \cdot \ddot{\varphi} + (C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2) \cdot x + (C_1 \cdot r_1^2 + C_2 \cdot r_2^2 + C_3) \cdot \varphi = 0 \quad (4.8)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x} + (C_1 + C_2) \cdot x + (C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2) \cdot \varphi = 0. \quad (4.9)$$

Diese können auch in Matrizenform für die *Harmonische Schwingung* der gekoppelten Bewegungen angegeben werden.

$$\tilde{M} \cdot \ddot{\bar{x}}(t) + \tilde{K} \cdot \bar{x}(t) = \bar{0} \quad (4.10)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{M}_e} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2 \\ C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2 & C_1 \cdot r_1^2 + C_2 \cdot r_2^2 + C_3 \end{bmatrix}}_{\tilde{K}} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \varphi \end{pmatrix} = \bar{0} \quad (4.11)$$

## 4.2 Folgebewegung nach dem plastischen Stoß

Analog zu 4.1 wird für den plastischen Stoß vorgegangen, die kinetische Energie nach *Bild 4.1* und deren Ableitungen sind

$$T = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot r^2 + I_2) \cdot \dot{\varphi}^2 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = (m_1 + m_2) \cdot \dot{x}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = (m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = (m_1 \cdot r + I_2) \cdot \dot{\varphi}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = (m_1 \cdot r + I_2) \cdot \ddot{\varphi}. \quad (4.14)$$

Die Gleichungen (4.2) sowie (4.5) bis (4.7) gelten auch hier, die Bewegungsgleichungen lauten

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} + (C_1 + C_2) \cdot x + (C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2) \cdot \varphi = 0 \quad (4.15)$$

$$(m_1 \cdot r + I_2) \cdot \ddot{\varphi} + (C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2) \cdot x + (C_1 \cdot r_1^2 + C_2 \cdot r_2^2 + C_3) \cdot \varphi = 0 \quad (4.16)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 \\ 0 & m_1 \cdot r^2 + I_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{M}_p} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2 \\ C_1 \cdot r_1 - C_2 \cdot r_2 & C_1 \cdot r_1^2 + C_2 \cdot r_2^2 + C_3 \end{bmatrix}}_{\tilde{K}} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \varphi \end{pmatrix} = \vec{0}. \quad (4.17)$$

### 4.3 Modale Analyse

Die Lösung der gekoppelten Bewegungsgleichungen erfolgt durch Entkoppelung des Gleichungssystems mit Hilfe der Modalen Analyse [6],[7]. Der Ansatz für ein System mit 2 Freiheitsgraden ist

$$\vec{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \vec{\phi}_i \cdot q_i(t) = \Phi \cdot \vec{q}, \quad (4.18)$$

wobei die Lösung des modalen ungedämpften Anfangwertproblems ergibt

$$q_i(t) = \frac{\dot{q}_{i0}}{\omega_i} \sin \omega_i t. \quad (4.19)$$

Um nach diesem Ansatz vorzugehen muss zuerst das Eigenwertproblem

$$(-\omega^2 \cdot \tilde{M} + \tilde{K}) \cdot \vec{x} = \vec{0} \quad (4.20)$$

gelöst werden, wobei  $\omega_i$  die Eigenkreisfrequenz ist  $\vec{\phi}_i$  der zugehörige Eigenvektor sind. Die numerische Lösung erfolgt mit Hilfe der Mathematiksoftware *Maple 6.01*, die Darstellung des Eigenwertproblems in *Maple* erfolgt durch

$$\underline{A} \cdot \vec{x} = \lambda \cdot \vec{x} \quad (4.21)$$

Durch Umformung von (4.20) erhält man

$$\underbrace{\underline{M}^{-1} \cdot \underline{K}}_{\underline{A}} \cdot \vec{x} = \underbrace{\omega^2}_{\lambda} \cdot \vec{x}. \quad (4.22)$$

Die Lösungen ergeben

$$\omega_1 = \sqrt{\lambda_1} \rightarrow \vec{\phi}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \quad \omega_2 = \sqrt{\lambda_2} \rightarrow \vec{\phi}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

Letztlich muss Gleichung (4.19) an die Anfangsbedingungen aus dem Stoß angepasst werden. Die Anfangsbedingungen der Lagekoordinaten  $q_1=x$ ,  $q_2=\varphi$  lauten

$$\vec{x}(t=0) = \vec{0}, \quad \dot{\vec{x}}(t=0) = \dot{\vec{x}}_0 = \begin{pmatrix} \dot{x}' \\ \dot{\phi}' \end{pmatrix}. \quad (4.24)$$

Durch Einsetzen der Anfangsbedingungen erhält man das lineare Gleichungssystem zur Berechnung der modalen Anfangsgeschwindigkeiten

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_{10} \\ \dot{q}_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}' \\ \dot{\phi}' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \dot{q}_{10} \\ \dot{q}_{20} \end{pmatrix}. \quad (4.25)$$

Setzt man nun die Ergebnisse aus Gleichung (4.23) und Gleichung (4.25) in Gleichung (4.18), erhält man die Lösung für die Bewegungsgleichungen.

#### 4.4 Federkräfte

Für die Berechnung der Federkräfte sind die Maximalwerte der Verschiebung und Verdrehung von Interesse, da aus ihnen die größten Federkräfte resultieren. Diese Maximalwerte treten bei einer ungedämpften Schwingung immer dann auf, wenn nach Gleichung (4.19)

$$\sin \omega t = 1 \quad (4.26)$$

erfüllt ist. Daraus folgt

$$q_{1\max} = \frac{\dot{q}_{10}}{\omega_1}, \quad q_{2\max} = \frac{\dot{q}_{20}}{\omega_2}. \quad (4.27)$$

Aus Gleichung (4.28) ist ersichtlich, dass es durch die Überlagerung der einzelnen Modes sehr unwahrscheinlich ist, dass  $q_{1\max}$  und  $q_{2\max}$  gleichzeitig auftreten.

$$\vec{x}(t) = \underbrace{\vec{\phi}_1 \cdot \frac{\dot{q}_{10}}{\omega_1} \sin \omega_1 t}_{\text{Mode1}} + \underbrace{\vec{\phi}_2 \cdot \frac{\dot{q}_{20}}{\omega_2} \sin \omega_2 t}_{\text{Mode2}} \quad (4.28)$$

Für die numerische Berechnung werden die einzelnen Modes getrennt von einander betrachtet, und es zeigt sich, dass der zweite Mode zu keiner größtmäßig relevante Änderung führt und somit

$$\begin{pmatrix} x_{\max} \\ \varphi_{\max} \end{pmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \cdot q_{1\max} \quad (4.29)$$

ausreichend genau ist. Die Federkräfte errechnen sich aus

$$F_{C_{1\max}} = C_1 \cdot (x_{\max} + r_1 \cdot \varphi_{\max}) \quad (4.30)$$

$$F_{C_{2\max}} = C_2 \cdot (x_{\max} - r_2 \cdot \varphi_{\max}) \quad (4.31)$$

$$M_{C_3\max} = C_3 \cdot \varphi_{\max} \quad (4.32)$$

## 4.5 Sonderfall ( $x_A=0$ )

Die Gleichungen für den Sonderfall ergeben sich durch das in *Bild 3.1* dargestellte Modell. Die Bewegungsgleichungen des Modells mit 2 Freiheitsgraden können um die Lagekoordinate  $x$  reduziert werden und es ergibt sich die Gleichung

$$\underbrace{I_2}_{\tilde{I}_e} \cdot \ddot{\varphi} + \underbrace{(C_1 \cdot r_1^2 + C_2 \cdot r_2^2 + C_3)}_{\tilde{C}_e} \cdot \varphi = 0 \quad (4.33)$$

für den elastischen Stoß, und

$$\underbrace{(m_1 \cdot r^2 + I_2)}_{\tilde{I}_p} \cdot \ddot{\varphi} + \underbrace{(C_1 \cdot r_1^2 + C_2 \cdot r_2^2 + C_3)}_{\tilde{C}_p} \cdot \varphi = 0 \quad (4.34)$$

für den plastischen Stoß.

Die Lösungen für den Sonderfall werden mittels der bekannten Lösung der *Harmonischen Schwingung* hergeleitet.

$$\varphi(t) = A_1 \cdot \cos \omega t + B_1 \cdot \sin \omega t \quad (4.35)$$

mit

$$\omega_i = \sqrt{\frac{\tilde{C}_i}{\tilde{I}_i}}, \quad i = e, p \quad (4.36)$$

Die Ermittlung von  $A_1$  und  $B_1$  erfolgt durch Anpassung der Gleichung (4.35) an die Anfangsbedingungen.

$$\varphi(t=0) \rightarrow A_1 = 0, \quad \dot{\varphi}(t=0) = \dot{\varphi}' \quad (4.37)$$

$$\dot{\varphi}(t) = \omega \cdot B_1 \cdot \cos \omega t \rightarrow B_1 = \frac{\dot{\varphi}'}{\omega} \quad (4.38)$$

Die Lösung der Bewegungsgleichung lautet für den Sonderfall

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}'}{\omega} \cdot \sin \omega t. \quad (4.39)$$

Die Federkräfte ergeben sich aus den selben Überlegungen wie in Abschnitt 4.4. Somit ist die maximale Verdrehung um den Fußpunkt

$$\varphi_{\max} = \frac{\dot{\varphi}'}{\omega}, \quad (4.40)$$

und die zugehörigen Federkräfte

$$F_{C_{1\max}} = C_1 \cdot r_1 \cdot \varphi_{\max} \quad (4.41)$$

$$F_{C_{2\max}} = C_2 \cdot r_2 \cdot \varphi_{\max} \quad (4.42)$$

$$M_{C_{3\max}} = C_3 \cdot \varphi_{\max}. \quad (4.43)$$

## 5 Bodenmechanik

Folgend wird der Lastfall des Schiffsanpralls und die Auswirkungen auf den Boden untersucht. Erdstatische Nachweise wie Grundbruch, Gleiten und Kippen unter Berücksichtigung einer allfälligen Kolkbildung, Belastungen aus dem aktiven Erddruck und Kombinationslastfälle mit dem Schiffsanprall werden nicht untersucht, da der Schiffsanprall einen außergewöhnlichen Lastfall darstellt, und davon ausgegangen wird, dass die Nachweise für die Standsicherheit des Pfeilers erfüllt sind [11].

### 5.1 Bettung des Pfeilers

Das Bettungsmodulverfahren kann in der Regel mit ausreichender Genauigkeit zur Ermittlung der Verformungen von im Untergrund gebetteten Stützkonstruktionen und -wänden herangezogen werden. Näherungsweise gelangt es auch für Pfeilerfundierungen und Pfahlkästen zum Einsatz. Das Tragwerk wird hierbei auf der aktiven Seite durch einwirkende Kräfte (z.B. Erddruck, Anprallkräfte etc.) belastet. Die passiven Reaktionskräfte sind das Ergebnis der Bettung. Die Bettungsspannungen simulieren die „Reaktion“ des Bodens auf die durch die Lasten hervorgerufenen Bewegungen des Tragwerkes zum Boden hin. Als Bettungsspannungen können daher nur Druckspannungen (niemals Zugspannungen) auftreten. Es wird von einer Proportionalität der Bettungskraft und der eintretenden Verschiebung ausgegangen.

Um anhand des gewählten analytischen Berechnungsmodells die Bettung simulieren zu können, war es erforderlich, die in der Geotechnik üblichen Verläufe der Bettungsmoduli durch zwei äquivalente Einzelfedern wie folgt zu ersetzen.

Die Bettung der Pfeilerfundierung im Boden wird resultierend durch eine linear elastische Feder in horizontaler Richtung und einer linear elastischen Feder um den Fusspunkt A modelliert, siehe *Bild 2.1*. Diese Federn ersetzen die elastische Bettung des Pfeilers durch den Boden in horizontaler und in vertikaler Richtung *Bild 5.1-b*. Die Steifigkeit des Bodens nach dem *Bettungsmodulverfahren* [8] nimmt mit der Tiefe zu. Es wurde die Annahme eines parabolischen Bettungsverlaufes getroffen. Der horizontale Bettungsmodul baut sich parabolisch bis in eine Tiefe von  $h_1$  zu einem konstanten Wert  $k_{sh}$  auf.



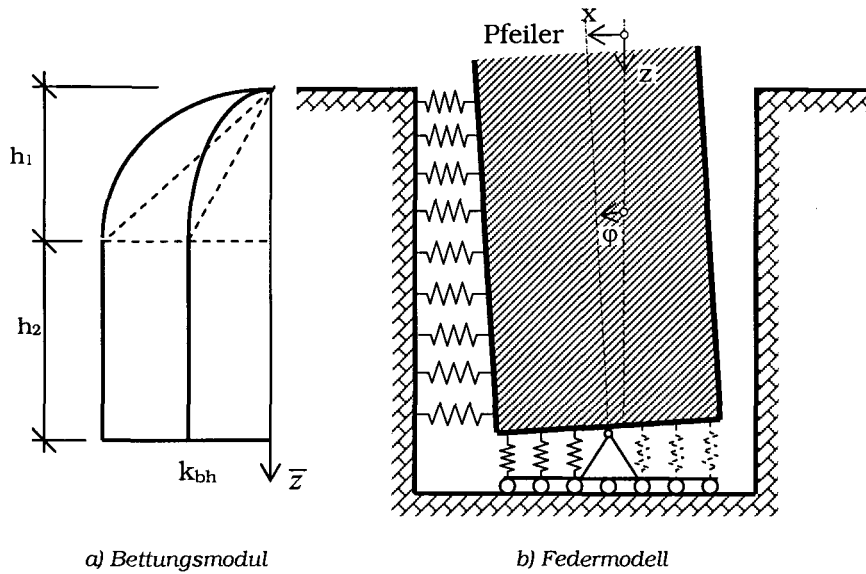


Bild 5.1 Bewegung des Pfeilers im Boden

Die Verläufe der horizontalen Bettungen sind in Bild 5.1-a angegeben. Diese Verläufe werden global für alle Berechnungen gleich angenommen, wobei

$k_{sh}$  der horizontale Bettungsmodul, und

$k_{sv}$  der vertikale Bettungsmodul sind.

Der Funktionsverlauf ist

$$k_{sh}(\bar{z}) = \begin{cases} k_{sh} \cdot \left( 1 - \left( \frac{\bar{z} - h_1}{h_1} \right)^2 \right), & 0 \leq \bar{z} \leq h_1 \\ k_{sh}, & \bar{z} \geq h_1 \end{cases} \quad (5.1)$$

Der horizontale Bettungsmodul wird konstant angenommen und dem vertikalen gleichgesetzt.

$$k_{sv}(\bar{z}) = k_{sh}(\bar{z}) \quad (5.2)$$

Die Spannungen im Boden ergeben sich in linearer Weise aus der Multiplikation der Verschiebungen mit dem Bettungsmodul.

$$\sigma_h(\bar{z}) = k_{sh}(\bar{z}) \cdot s(\bar{z}) \quad (5.3)$$

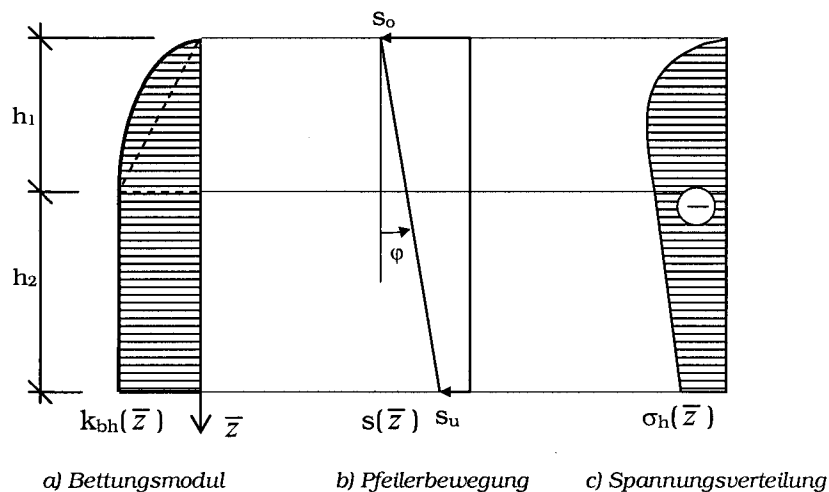


Bild 5.2 Spannungsverhältnisse beim Bettungsmodulverfahren

Die maximale Pfeilerbewegung wird aus Gleichung (4.29) übernommen. Somit ergeben sich die Verschiebungen in Abhängigkeit der Tiefe  $\bar{z}$ . Die Verschiebung  $s_0$  in Höhe der Flusssohle ist

$$s_0 = x_{\max} - z_0 \cdot \varphi_{\max}, \quad (5.4)$$

wobei  $z_0$  der Abstand vom Massenschwerpunkt zur Flusssohle ist. Alle weiteren Bewegungen folgen aus  $s_0$ ,

$$s(\bar{z}) = s_0 - \bar{z} \cdot \varphi_{\max}. \quad (5.5)$$

Die resultierenden Federparameter  $C_2$  und  $C_3$  aus Bild 5.3 werden aus Integration über die Funktionsverläufe über die Tiefe  $z$  und Länge  $x$  des Pfeilers wie folgt berechnet [7]:

$$C_2 = b \cdot \int_h k_{sh}(\bar{z}) \cdot d\bar{z} = b \cdot \underbrace{k_{sh} \cdot h_1 \cdot \frac{2}{3}}_{C_{21}} + \underbrace{b \cdot k_{sh} \cdot h_2}_{C_{22}} \quad (5.6)$$

$$C_2 = b \cdot k_{sh} \cdot \left( h_1 \cdot \frac{2}{3} + h_2 \right) \quad (5.7)$$

$$C_3 = b \cdot \int_{\frac{l}{2}} k_{sv}(x) \cdot (x \cdot \varphi) \cdot dx = I_y \cdot k_{sv} = b \cdot \frac{l^3}{24} \cdot k_{sv} \quad (5.8)$$

Die Integration nach Gleichung (5.8) erfolgt nur über die halbe Pfeilerlänge  $l$ , da die Bettung beim Abheben des Pfeilers vom Untergrund zu kappen ist (keine Zugspannungen).

Die Lage der Feder  $C_2$  ergibt sich aus dem Flächenschwerpunkt der Fläche des horizontalen Bettungsverlaufes sowie aus der parabolischen und rechteckigen Fläche. Dabei ist  $r_2$  der vertikale Abstand zum Massenschwerpunkt des Pfeilers.

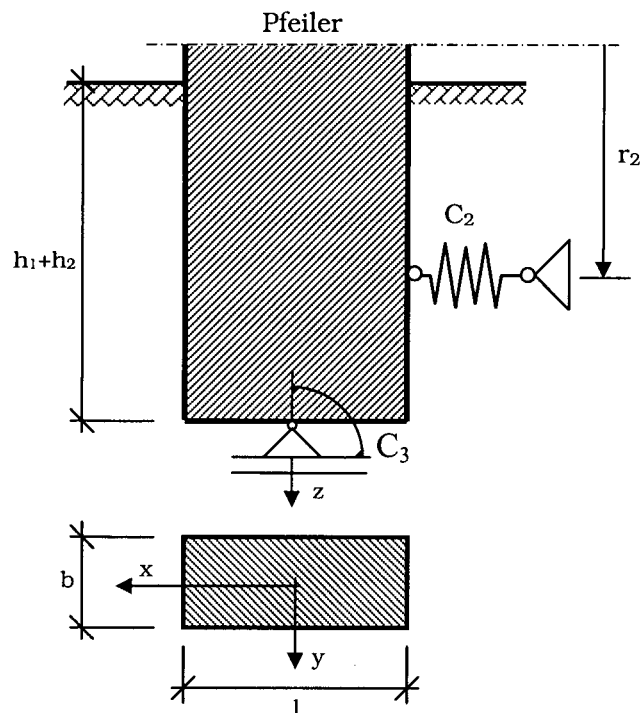


Bild 5.3 Äquivalente Einzelfedern aus den Bettungsverläufen

Die Bettungsmoduli werden im Sinne der Modellrechnung unabhängig von der Schichtung des Bodens gemäß dem Verlauf aus Bild 5.2-a berücksichtigt. Für die numerische Berechnung wird jedoch die Steifigkeit des Bodens (Absolutwerte des Bettungsmoduls) variiert, da es von Interesse ist, den Zusammenhang der Verschiebung und Verdrehung des Pfeilers mit den Federkräften in Bezug auf die dynamische Wirkung zu untersuchen. Übliche Werte für  $k_s$  liegen zwischen 100 und 200 [MN/m<sup>3</sup>], [8].

## 5.2 Erddruck

Durch das Verschieben des Pfeilers gegen den Boden wird der *passive* Erddruck oder Erdwiderstand aktiviert. Die Berechnung erfolgt nach der Erddrucktheorie nach *Coulomb* [9], sowie vereinfacht nach dem *Rankine-Fall* [9]. Dabei ist der Wandreibungswinkel  $\delta$ , die Wandneigung  $\alpha$ , und der Böschungswinkel  $\beta=0$ . Der passive Erddruckbeiwert lautet

$$k_h = \tan\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right), \quad (5.9)$$

wobei  $\varphi$  den Winkel der inneren Reibung angibt. Die lineare Erddruckverteilung für kohäsive Böden errechnet sich mit

$$e_{ph} = \gamma \cdot \bar{z} \cdot k_h + 2 \cdot c \cdot \sqrt{k_h}. \quad (5.10)$$

Hier ist  $\gamma$  die Wichte und  $c$  die Kohäsion des Bodens.

Für die Berechnung des Erdwiderstandes bei einem außergewöhnlichen Lastfall, wie dem Schiffsanprall, liegt die Überlegung nahe, einen erhöhten Widerstand über den passiven Erddruck hinaus in Rechnung zu stellen, sofern Reserven vorhanden sind. Dies wäre beispielsweise die Ausnutzung eines räumlich passiven Erddruckes, der sich vor der schmalen Druckfläche eines Pfeilers ausbildet. Denkbar ist auch der Ansatz der seitlichen Wandreibung der Pfeilerfundierung. Für die vorliegende Arbeit wurde der räumliche passive Erddruck nach ÖN B4434 [10] genutzt. Gemäß dieser Norm ist der Erddruck bei einem in der Länge beschränkten Bauwerk größer als nach der Theorie von *Coulomb* und ergibt vereinfacht

$$e_p^r = \gamma \cdot \bar{z} \cdot k_h \cdot s_{py} + c \cdot 2 \cdot \sqrt{k_h} \cdot s_{pc}, \quad (5.11)$$

und für den resultierende Erddruck

$$E_p^r = \frac{\gamma \cdot \bar{z}^2}{2} \cdot b \cdot k_h \cdot s_{py}^* + c \cdot \bar{z} \cdot b \cdot 2 \cdot \sqrt{k_h} \cdot s_{pc}^*. \quad (5.12)$$

Die Faktoren  $s_{py}$ ,  $s_{pc}$ ,  $s_{py}^*$  und  $s_{pc}^*$  sind abhängig von der Geometrie des Pfeilers und können der ÖNorm B4434 entnommen werden.

### 5.3 Versagensmodell

Die horizontalen Bodenspannungen nach der *Bettungsmodultheorie* müssen einem Versagensmodell, dem passiven Erddruck, gegenübergestellt werden. Es gilt folglich nach Gleichung (5.3) und (5.11)

$$\sigma_h(\bar{z}) < e_{hp}^r(\bar{z}). \quad (5.13)$$

*Bild 5.4* zeigt den Spannungsverlauf des *passiven Erddrucks*, und den Spannungsverlauf nach der *Bettungsmodultheorie*. Übersteigen die Spannungen  $\sigma_h(\bar{z})$  die Spannungen  $e_{hp}^r(\bar{z})$ , versagt der Boden in diesem Bereich und beginnt zu fließen. In weiterer Folge werden die Spannungen umgelagert.

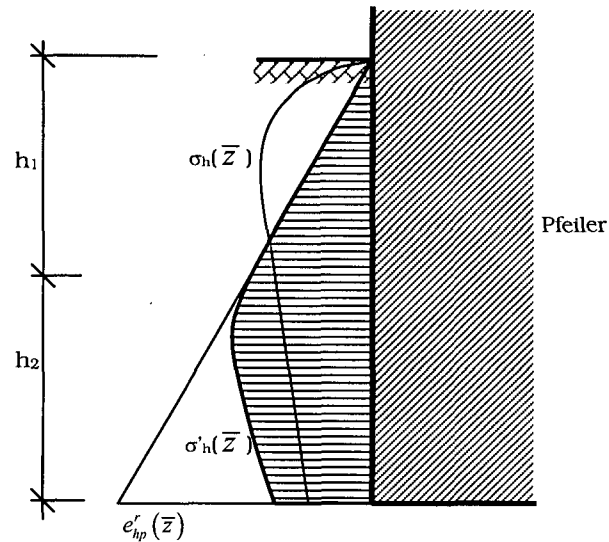


Bild 5.4 Spannungsumlagerung der horizontalen Spannungen

Der neue Spannungszustand führt zu einem neuen Verschiebungszustand und daraus folgt, dass der Zusammenhang zwischen Spannung und Verschiebung nichtlinear ist [4]. Vereinfacht wird angenommen, dass

$$\int_h \sigma_h(\bar{z}) \cdot d\bar{z} = \int_h \sigma'_h(\bar{z}) \cdot d\bar{z} \quad (5.14)$$

ist und somit gilt

$$E'_p = B' = b \cdot \int_h \sigma'_h(\bar{z}) \cdot d\bar{z}, \quad (5.15)$$

mit

$$B' = B = b \cdot \int_h \sigma_h(\bar{z}) \cdot d\bar{z} = C_{21} \cdot \left( s_0 - \varphi_{\max} \cdot h_1 \frac{5}{8} \right) + C_{22} \cdot \left( s_u + \varphi_{\max} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \right) \quad (5.16)$$

beim Versagen des verschobenen Erdkeils. Das lokale Versagen wird bei diesem Modell nicht berücksichtigt.

## 6 Stoßkraft

Eine genaue Ermittlung der Stoßkraft ist aufgrund der unbekanntenen Stoßkraft und des zeitlichen Verlaufes nicht möglich [6]. Aus diesem Grund werden in den folgenden Abschnitten „sichere“ Abschätzungen mit Hilfe statisch äquivalenten Ersatzkräften durchgeführt.

### 6.1 Stoßkraft am System 2 mit 2 FG

Im Bild 6.1 ist eine statische äquivalente Gleichgewichtslage bei maximaler Auslenkung des Pfeilers dargestellt.

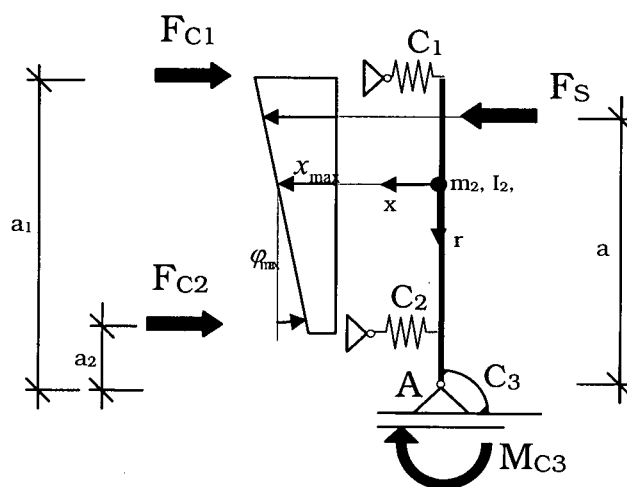


Bild 6.1 Gleichgewichtslage des ausgelenkten Systems 2 mit zwei Freiheitsgraden

Für das System 2 mit zwei Freiheitsgraden müssen zur eindeutigen Bestimmung der Ersatzkraft  $F_S$  und deren Angriffspunkt  $a$  die beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum H = 0 \quad (6.1)$$

und

$$\sum M_A = 0 \quad (6.2)$$

herangezogen werden. Aus Gleichung (6.2) ergibt sich

$$F_S \cdot a = F_{C1} \cdot a_1 + F_{C2} \cdot a_2 + M_{C3} \quad \text{für } a = a_f \quad (6.3)$$

und daraus ein fiktiver Abstand  $a_f$ . Dieser Abstand  $a_f$  kann größer oder kleiner als  $a$  sein. Die äquivalente Stoßkraft folgt aus Gleichung (6.1) zu

$$F_S = F_{C_1} + F_{C_2} \quad (6.4)$$

## 6.2 Stoßkraft am System 2 mit 1 FG

Im Gegensatz zum System 2 mit zwei Freiheitsgraden kann beim System mit nur einem Freiheitsgrad in Folge der Verdrehung  $\varphi$  des Pfeilers eine statisch äquivalente Kraft  $F_S$  direkt aus einer Gleichung berechnet werden.

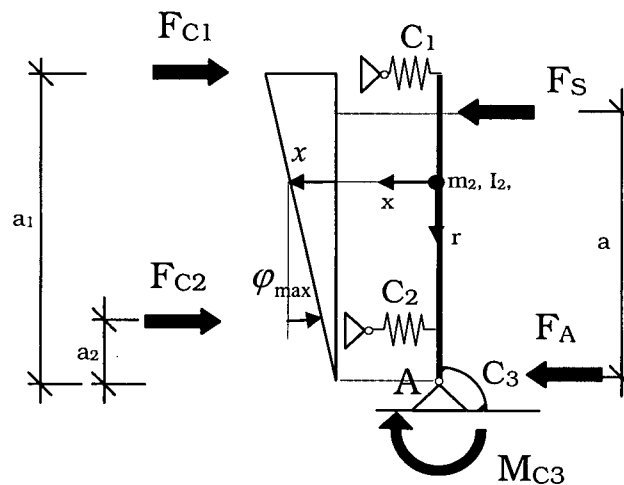


Bild 6.2 Gleichgewichtslage für System 2 mit einem Freiheitsgrad

Die Kraft  $F_S$  ergibt sich aus dem Momentengleichgewicht um den Fußpunkt A mit

$$F_S = \frac{1}{a} (F_{C_1} \cdot a_1 + F_{C_2} \cdot a_2 + M_{C_3}), \quad (6.5)$$

wobei der Abstand  $a$  dem tatsächlichen Abstand des Angriffspunktes der Masse  $m_1$  zum Fußpunkt A entspricht. Aus dem Gleichgewicht der horizontalen Kräfte ergibt sich die Auflagerkraft  $F_A$ .

$$F_A = F_{C_1} + F_{C_2} - F_S \quad (6.6)$$





Tabelle 7.1 Trägheitsparameter für den elastischen Stoß

$i$	$b_i$ [m]	$h_i$ [m]	$l_i$ [m]	$\rho_i$ [t/m <sup>3</sup> ]	$m_i$ [t]	$\xi_i$ [m]	$m_i \cdot \xi_i$ [tm]	$m_i \cdot \frac{1}{12} \cdot (h_i^2 + l_i^2)$ [tm <sup>2</sup> ]	$\xi_i - \xi_{0e}$ [m]	$I_i + m_i \cdot (\xi_i - \xi_{0e})^2$ [tm <sup>2</sup> ]
1		7,50	5,00		465,00	28,45	13229,25	891,25	15,17	107849,56
2		-6,50 <sup>a</sup>	-4,00							
4	3,70	9,70	10,80	2,20	852,75	18,65	15903,72	14974,94	5,37	39531,99
3	5,00	13,80	12,00	2,20	1821,60	6,90	12569,04	50767,99	-6,38	125000,22
$\Sigma$					3139,35		41702,01			272381,77

$$\xi_{0e} = \frac{\sum m_i \cdot \xi_i}{\sum m_i} = 13,28\text{m} \quad (7.1)$$

Tabelle 7.2 Trägheitsparameter für den plastischen Stoß

		$m_i$	$\xi_i$	$m_i \cdot \xi_i$	$I_i$	$\xi_i - \xi_{0p}$	$I_i + m_i \cdot (\xi_i - \xi_{0p})^2$
1	Aus Tabelle 7.1	3139,35	13,28	41702,01	272381,77	-2,53	292402,58
2	Schiff	8000,00	16,80	134400,0	0,00	0,99	7856,53
$\Sigma$		11139,35		176102,01			300259,11

$$\xi_{0p} = \frac{\sum m_i \cdot \xi_i}{\sum m_i} = 15,81\text{m} \quad (7.2)$$

Tabelle 7.3 Trägheitsparameter für den Sonderfall ( $x_A=0$ )

		$m_i$	$\xi_i$	$I_i$	$I_i + m_i \cdot \xi_i^2$
1	Elastischer Stoß	3139,35	13,28	272381,77	826337,10
2	Plastischer Stoß	11139,35	15,81	300259,11	3084257,10

## 7.1.2 Überbau

$C_1=0$ , da keine rückhaltende Wirkung durch das Tragwerk gegeben ist.

## 7.1.3 Bettung

Der Verlauf der Bettung wird nach Punkt 5.1 berechnet. Der parabelförmige Verlauf wird über eine Tiefe von  $h_1=10\text{m}$  angenommen. Da der Pfeiler nur 7,50m tief gegründet ist, bleibt der Bettungsverlauf stets parabelförmig.

<sup>a</sup> Der Querschnitt aus Zeile 1 wird um den Querschnitt aus Zeile 2 reduziert. Die Masse der Fachwerkträger wird auf die Restfläche aufgeteilt.

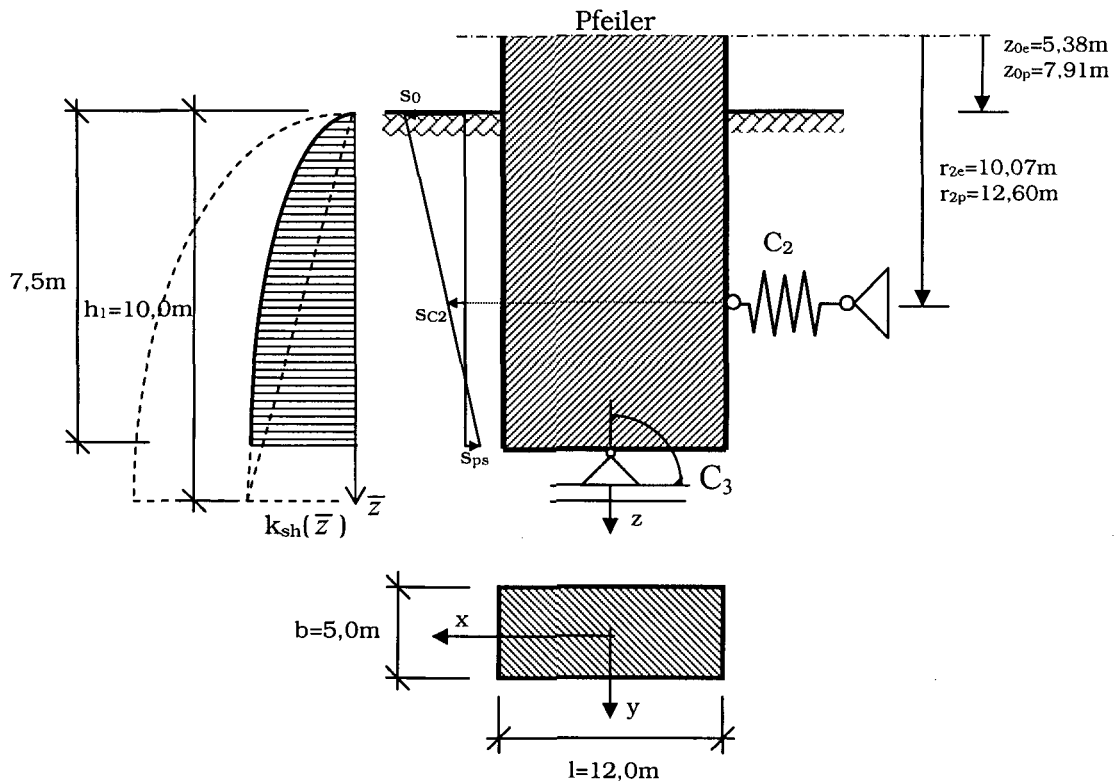
Bild 7.2 Bettungsverlauf und Lage von  $C_2$  und  $C_3$ 

Tabelle 7.4 Bettungszahlen und Federsteifigkeiten

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$k_{sh}(7,5)$	[MN/m <sup>3</sup> ]	46,9	93,8	140,6	187,5	234,4	281,3	328,1	375,0	421,9	468,8
$C_2$	[MN/m]	1171,9	2343,8	3515,6	4687,5	5859,4	7031,3	8203,1	9375,0	10546,9	11718,8
$C_3$	[MNm]	16875	33750	50625	67500	84375	101250	118125	135000	151875	168750

### 7.1.4 Folgegeschwindigkeiten, -bewegungen und Stoßkräfte

Die Berechnung nach Punkt 3 führt zu folgenden Ergebnissen.

	Elastischer Stoß	Plastischer Stoß	Sonderfall elastisch	Sonderfall plastisch
$x'$ [m/s]	2,608	1,304	-	-
$\varphi'$ [rad/s]	0,10570	0,05261	0,17430	0,08715

Tabelle 7.5 Ergebnisse für den elastischen Stoß

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega_1$	[rad/s]	5,2	7,4	9,1	10,5	11,7	12,8	13,8	14,8	15,7	16,6
$\omega_2$	[rad/s]	29,1	41,1	50,3	58,1	65,0	71,2	76,9	82,2	87,2	91,9
$x$	[m]	0,380	0,269	0,220	0,190	0,170	0,155	0,144	0,134	0,127	0,120
$\varphi$	[rad]	0,03498	0,02474	0,02020	0,01749	0,01565	0,01428	0,01322	0,01237	0,01166	0,01106
$s_0$	[m]	0,192	0,136	0,111	0,096	0,086	0,078	0,073	0,068	0,064	0,061
$s_{c2}$	[m]	0,028	0,020	0,016	0,014	0,012	0,011	0,011	0,010	0,009	0,009
$s_{ps}$	[m]	-0,070	-0,050	-0,041	-0,035	-0,031	-0,029	-0,027	-0,025	-0,023	-0,022
$F_{c2}$	[MN]	32,7	46,2	56,6	65,4	73,1	80,1	86,5	92,5	98,1	103,4
$M_{c3}$	[MNm]	590,3	834,9	1022,5	1180,7	1320,1	1446,0	1561,9	1669,7	1771,0	1866,8

Tabelle 7.6 Ergebnisse für den plastischen Stoß

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega_1$	[rad/s]	2,8	3,9	4,8	5,5	6,2	6,8	7,3	7,8	8,3	8,7
$\omega_2$	[rad/s]	27,8	39,3	48,2	55,6	62,2	68,1	73,6	78,7	83,4	87,9
$x$	[m]	0,444	0,314	0,257	0,222	0,199	0,181	0,168	0,157	0,148	0,141
$\varphi$	[rad]	0,03271	0,02313	0,01889	0,01636	0,01463	0,01335	0,01236	0,01157	0,01090	0,01034
$s_0$	[m]	0,186	0,131	0,107	0,093	0,083	0,076	0,070	0,066	0,062	0,059
$s_{c2}$	[m]	0,032	0,023	0,019	0,016	0,014	0,013	0,012	0,011	0,011	0,010
$s_{ps}$	[m]	-0,060	-0,042	-0,034	-0,030	-0,027	-0,024	-0,023	-0,021	-0,020	-0,019
$F_{c2}$	[MN]	37,9	53,5	65,6	75,7	84,6	92,7	100,1	107,1	113,6	119,7
$M_{c3}$	[MNm]	552,0	780,7	956,1	1104,0	1234,3	1352,2	1460,5	1561,3	1656,0	1745,6

Tabelle 7.7 Ergebnisse für den elastischen Stoß, Sonderfall ( $x_A=0$ )

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega$	[rad/s]	5,6	8,0	9,7	11,2	12,6	13,8	14,9	15,9	16,9	17,8
$\varphi$	[rad]	0,031	0,02192	0,0179	0,0155	0,01386	0,01265	0,01172	0,01096	0,01033	0,0098
$s_0$	[m]	0,232	0,164	0,134	0,116	0,104	0,095	0,088	0,082	0,077	0,074
$s_{c2}$	[m]	0,087	0,062	0,050	0,044	0,039	0,036	0,033	0,031	0,029	0,028
$F_{c2}$	[MN]	102,1	144,4	176,8	204,1	228,2	250,0	270,1	288,7	306,2	322,8
$M_{c3}$	[MNm]	523,1	739,7	906,0	1046,2	1169,6	1281,3	1383,9	1479,5	1569,2	1654,1
$S$	[MN]	48,2	68,2	83,5	96,4	107,8	118,1	127,5	136,4	144,6	152,4

Tabelle 7.8 Ergebnisse für den plastischen Stoß, Sonderfall ( $x_A=0$ )

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega$	[rad/s]	2,9	4,1	5,0	5,8	6,5	7,1	7,7	8,2	8,7	9,2
$\varphi$	[rad]	0,02994	0,02117	0,01729	0,01497	0,01339	0,01222	0,01132	0,01059	0,00998	0,00947
$x_0$	[m]	0,225	0,159	0,130	0,112	0,100	0,092	0,085	0,079	0,075	0,071
$x_{c2}$	[m]	0,084	0,059	0,049	0,042	0,038	0,034	0,032	0,030	0,028	0,027
$F_{c2}$	[MN]	98,6	139,4	170,8	197,2	220,5	241,5	260,9	278,9	295,8	311,8
$M_{c3}$	[MNm]	505,3	714,6	875,2	1010,6	1129,8	1237,7	1336,8	1429,1	1515,8	1597,8
$S$	[MN]	47,7	67,5	82,6	95,4	106,7	116,9	126,2	134,9	143,1	150,9

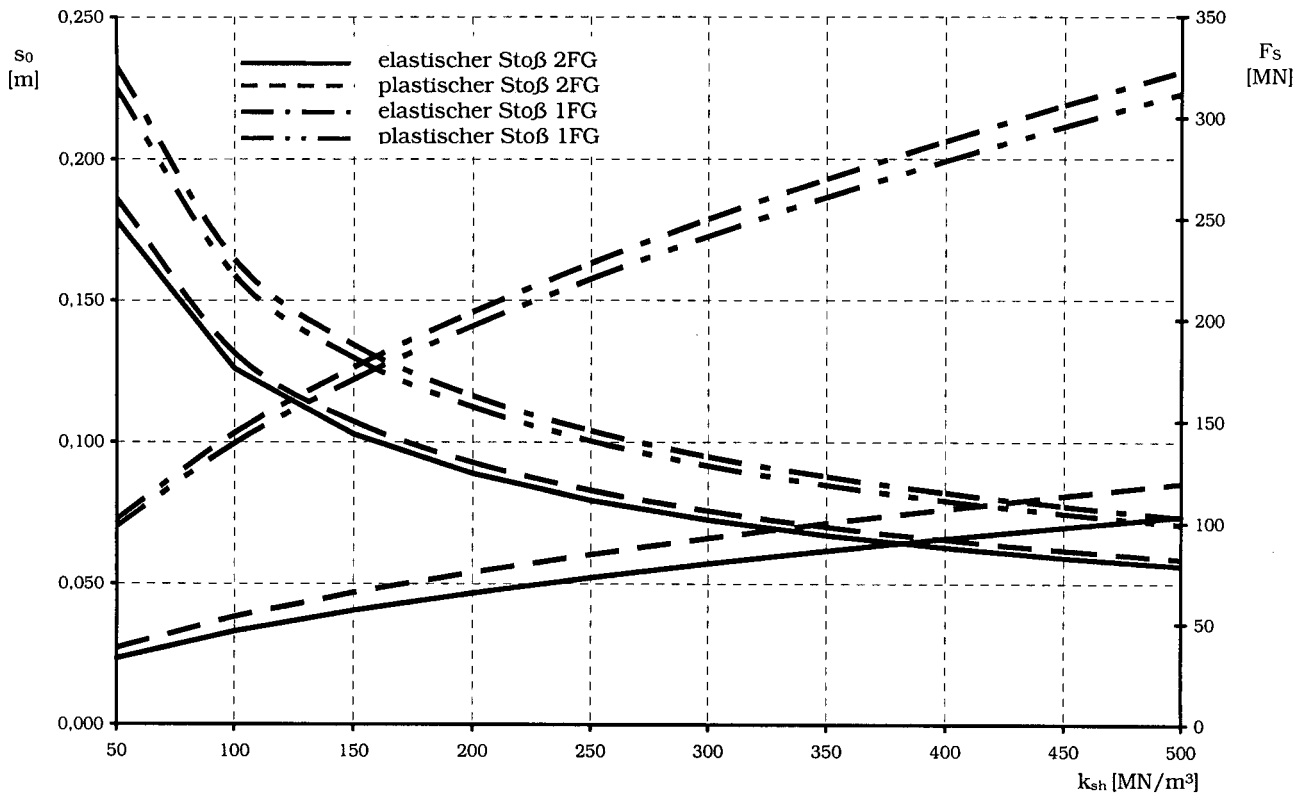


Bild 7.3 Verlauf der Verschiebungen  $s_0$  und der Stoßkraft  $F_s$

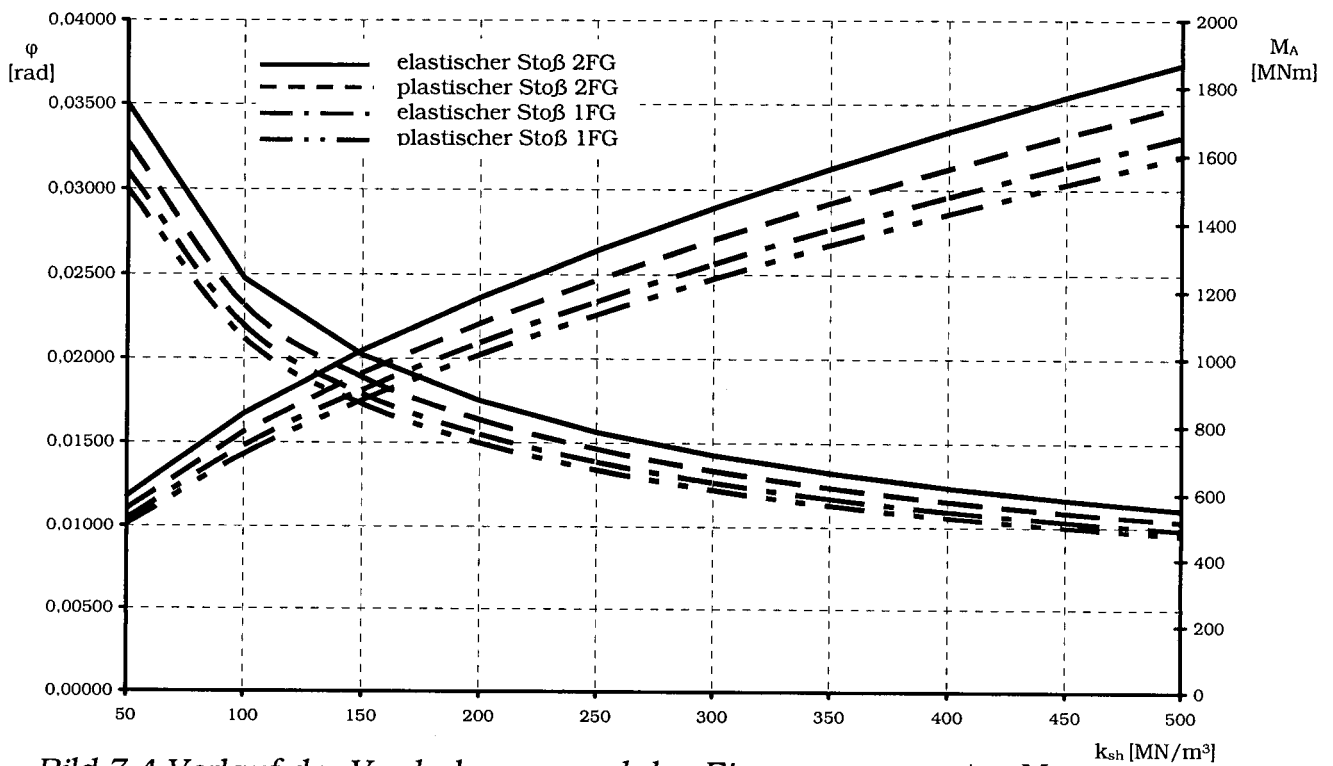


Bild 7.4 Verlauf der Verdrehung  $\phi$  und des Einspannmomentes  $M_A$

### 7.1.5 Erddruck

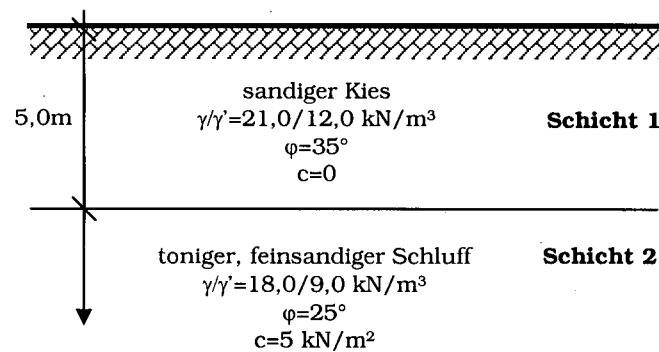


Bild 7.5 Bodenaufbau

Der in Bild 7.5 angegebene Bodenaufbau entspricht einer charakteristischen Schichtung des Bodens für die Donau [11] und wird den folgenden Berechnungen zugrundegelegt.

Tabelle 7.9 Ermittlung des resultierenden, räumlich Erddrucks

Schicht	i	$\bar{z}$ [m]	$\gamma'$ [kN/m <sup>3</sup> ]	c [kN/m <sup>2</sup> ]	$\varphi$ [°]	$K_{hi}$ [-]	$e_{p\gamma}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$e_{pc}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$s_{p\gamma}^*$ [-]	$s_{pc}^*$ [-]	$E_p^r$ [kN]
1	0	0	12	0	35	3,69	0,00	0,00	1,45	2,35	4013,1
	1a	5					221,41	0,00			
2	1b	5	9	5	25	2,46	110,88	15,70	1,45	2,35	3308,1
	2	7,5					203,27	15,70			
	$\Sigma$										7321,1

Aus der Gleichung (5.16) ergibt sich, dass die resultierende Spannungsverteilung

$$B = F_{C_2} \quad (7.3)$$

ist. Vergleicht man den resultierenden Erddruck aus Tabelle 7.9 mit den Werten aus Tabelle 7.5 - Tabelle 7.8, so ist die Bedingung

$$F_{C_2} < E_p^r \quad (7.4)$$

nie erfüllt, und der Boden versagt, vorausgesetzt, dass der Pfeiler nicht zuvor versagt.

## 7.2 Pfeiler Krems Neu

Grundlage für die Angabe der Pfeilerdimensionen sind Pläne der ÖBB-Infrastruktur [12]. Statisches System und Querschnitt des Überbaues sind dieselben wie beim alten Kremser Pfeiler. Der Pfeiler besteht aus dem sanierten Mauerwerk und der Pfahlkastengründung.

### 7.2.1 Geometrie

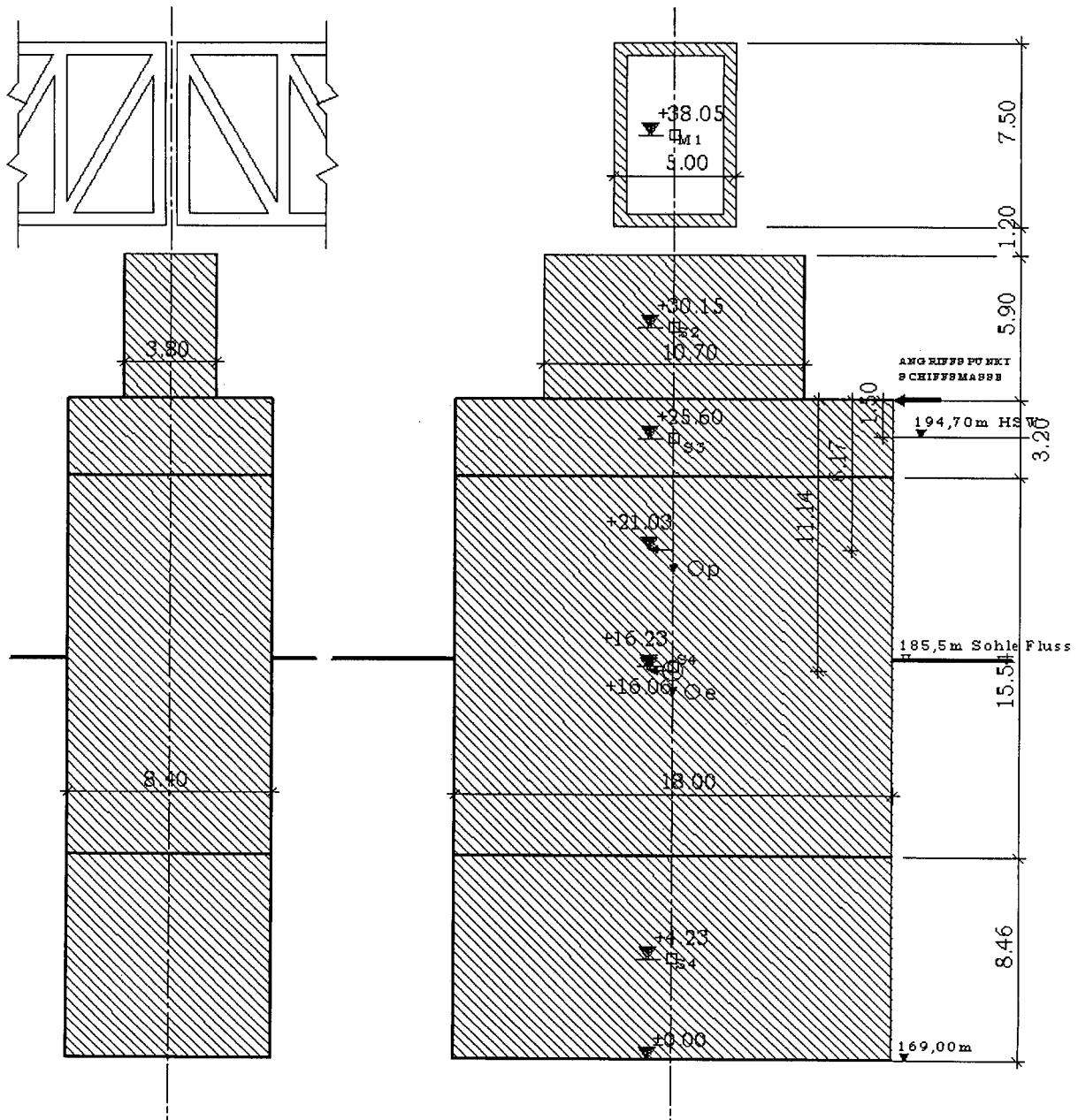


Bild 7.6 Querschnitt des Pfeilers 5 der Eisenbahnbrücke bei Krems an der Donau nach der Sanierung 2006.

Tabelle 7.10 Trägheitsparameter für den elastischen Stoß

$i$	$b_i$ [m]	$h_i$ [m]	$l_i$ [m]	$\rho_i$ [t/m <sup>3</sup> ]	$m_i$ [t]	$\xi_i$ [m]	$m_i \cdot \xi_i$ [tm]	$m_i \cdot \frac{1}{12} \cdot (b_i^2 + l_i^2)$ [tm <sup>2</sup> ]	$\xi_i - \xi_{0e}$ [m]	$I_i + m_i \cdot (\xi_i - \xi_{0e})^2$ [tm <sup>2</sup> ]
1		7,50	5,00		465,00	38,05	17693,25	891,25	21,99	225685,66
2		-6,50	-4,00				0,00			
4	3,80	5,90	10,70	2,40	575,75	30,15	17358,73	7163,23	14,09	121416,49
3	8,40	3,20	18,00	2,40	1161,22	25,60	29727,13	32343,74	9,54	137961,74
4	8,40	15,54	18,00	2,20	5169,23	16,23	83896,53	243596,14	0,17	243740,33
5	8,40	8,46	18,00	2,00	2558,30	4,23	10821,63	84332,70	-11,83	442545,23
$\Sigma$					9929,49		159497,27			1171349,45

$$\xi_{0e} = \frac{\sum m_i \cdot \xi_i}{\sum m_i} = 16,06\text{m} \quad (7.5)$$

Tabelle 7.11 Trägheitsparameter für den plastischen Stoß

		$m_i$	$\xi_i$	$m_i \cdot \xi_i$	$I_i$	$\xi_i - \xi_{0p}$	$I_i + m_i \cdot (\xi_i - \xi_{0p})^2$
1	Tabelle 7.10	9929,49	16,06	159497,27	1171349,45	-4,97	1416542,78
2	Schiff	8000,00	27,20	217600,00	0,00	6,17	304330,63
$\Sigma$		17929,49		377097,27			1720873,41

$$\xi_{0e} = \frac{\sum m_i \cdot \xi_i}{\sum m_i} = 21,03\text{m} \quad (7.6)$$

Tabelle 7.12 Trägheitsparameter für den Sonderfall ( $x_A=0$ )

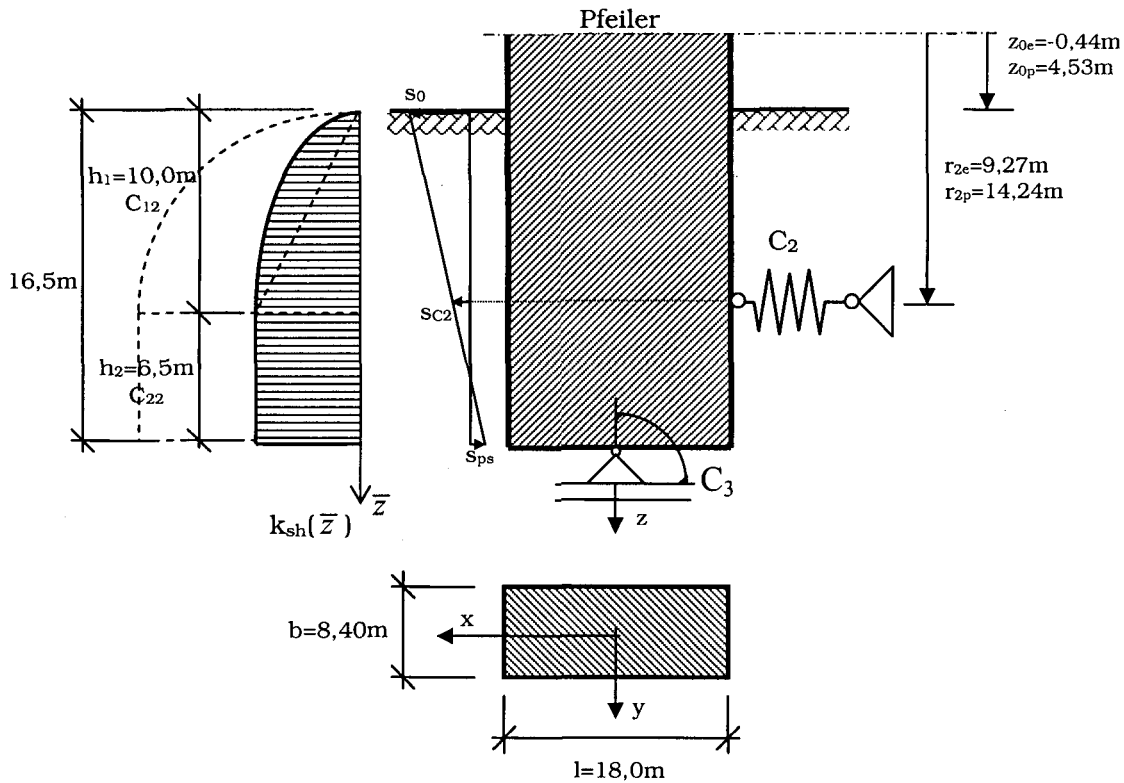
	$m_i$	$\xi_i$	$I_i$	$I_i + m_i \cdot \xi_i^2$
1	9929,49	16,06	1171349,45	3733351,63
2	17929,49	21,03	1720873,41	9652071,63

## 7.2.2 Überbau

$C_1=0$ , da keine rückhaltende Wirkung durch das Tragwerk gegeben ist.

## 7.2.3 Bettung

Der Verlauf der Bettung wird nach *Punkt 5.1* berechnet. Der parabelförmige Verlauf wird bis in eine Tiefe von  $h_1=10\text{m}$  angenommen, für größere Tiefen ist er konstant.

Bild 7.7 Bettungsverlauf und Lage von  $C_2$  und  $C_3$ 

$$r_{2i} = z_{0i} + \frac{C_{12} \cdot h_1 \cdot \frac{5}{8} + C_{22} \cdot \left( h_1 + h_2 \cdot \frac{1}{2} \right)}{C_2} \quad (7.7)$$

Tabelle 7.13 Bettungszahlen und Federsteifigkeiten

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$C_{21}$	[MN/m]	2800,0	5600,0	8400,0	11200,0	14000,0	16800,0	19600,0	22400,0	25200,0	28000,0
$C_{22}$	[MN/m]	2730,0	5460,0	8190,0	10920,0	13650,0	16380,0	19110,0	21840,0	24570,0	27300,0
$C_2$	[MN/m]	5530,0	11060,0	16590,0	22120,0	27650,0	33180,0	38710,0	44240,0	49770,0	55300,0
$C_3$	[MNm]	102060	204120	306180	408240	510300	612360	714420	816480	918540	1020600

## 7.2.4 Folgegeschwindigkeiten, -bewegungen und Stoßkräfte

Die Berechnung nach Punkt 3 führt zu folgenden Ergebnissen:

	Elastischer Stoß	Plastischer Stoß	Sonderfall elastisch	Sonderfall plastisch
$x'$ [m/s]	1,215	0,607	-	-
$\varphi'$ [rad/s]	0,11470	0,05735	0,09018	0,04509



Tabelle 7.14 Ergebnisse für den elastischen Stoß

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega_1$	[rad/s]	7,0	9,8	12,1	13,9	15,6	17,1	18,4	19,7	20,9	22,0
$\omega_2$	[rad/s]	31,6	44,8	54,8	63,3	70,8	77,5	83,7	89,5	94,9	100,1
$x$	[m]	0,171	0,121	0,099	0,085	0,076	0,070	0,065	0,060	0,057	0,054
$\varphi$	[rad]	0,01681	0,01189	0,00970	0,00840	0,00752	0,00686	0,00635	0,00594	0,00560	0,00532
$s_0$	[m]	0,178	0,126	0,103	0,089	0,080	0,073	0,067	0,063	0,059	0,056
$s_{c2}$	[m]	0,015	0,011	0,009	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005
$s_{ps}$	[m]	-0,099	-0,070	-0,057	-0,050	-0,044	-0,041	-0,038	-0,035	-0,033	-0,031
$F_{c2}$	[MN]	82,5	116,7	142,9	165,1	184,5	202,2	218,3	233,4	247,6	261,0
$M_{c3}$	[MNm]	1715,5	2426,1	2971,3	3431,0	3836,0	4202,1	4538,8	4852,2	5146,5	5424,9

Tabelle 7.15 Ergebnisse für den plastischen Stoß

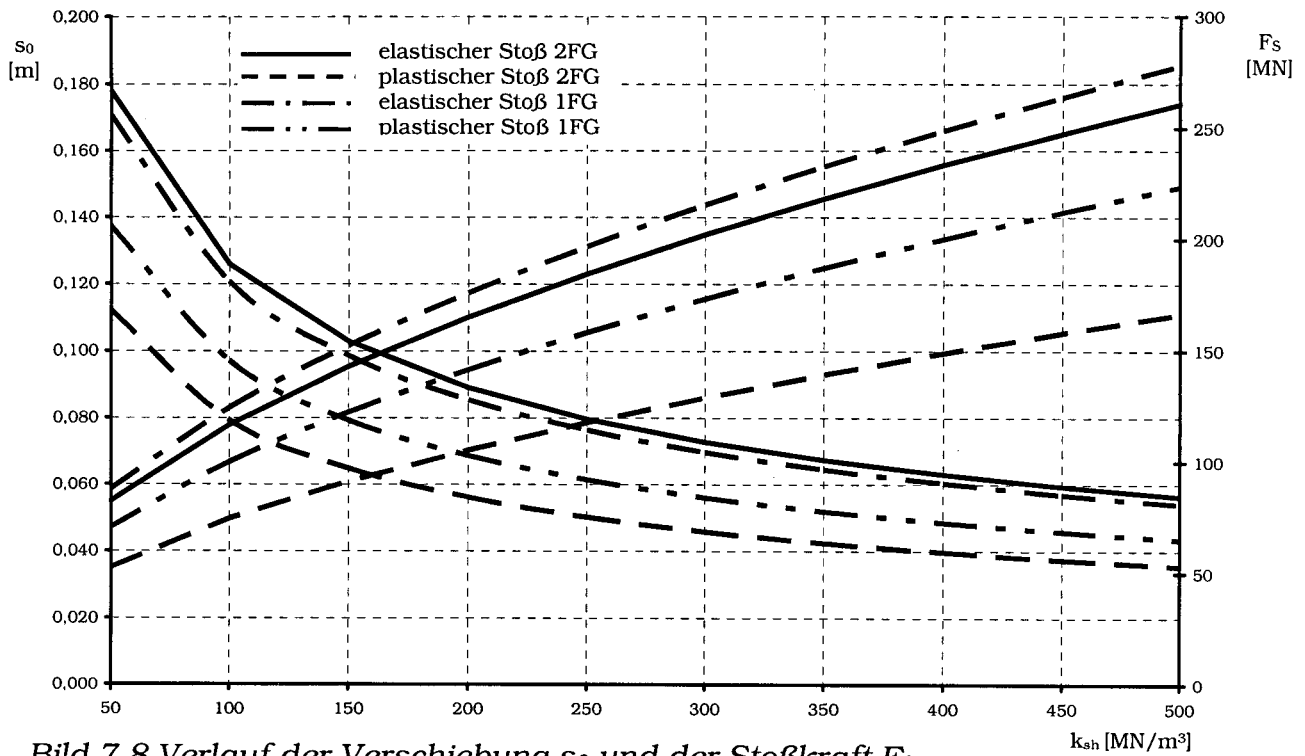
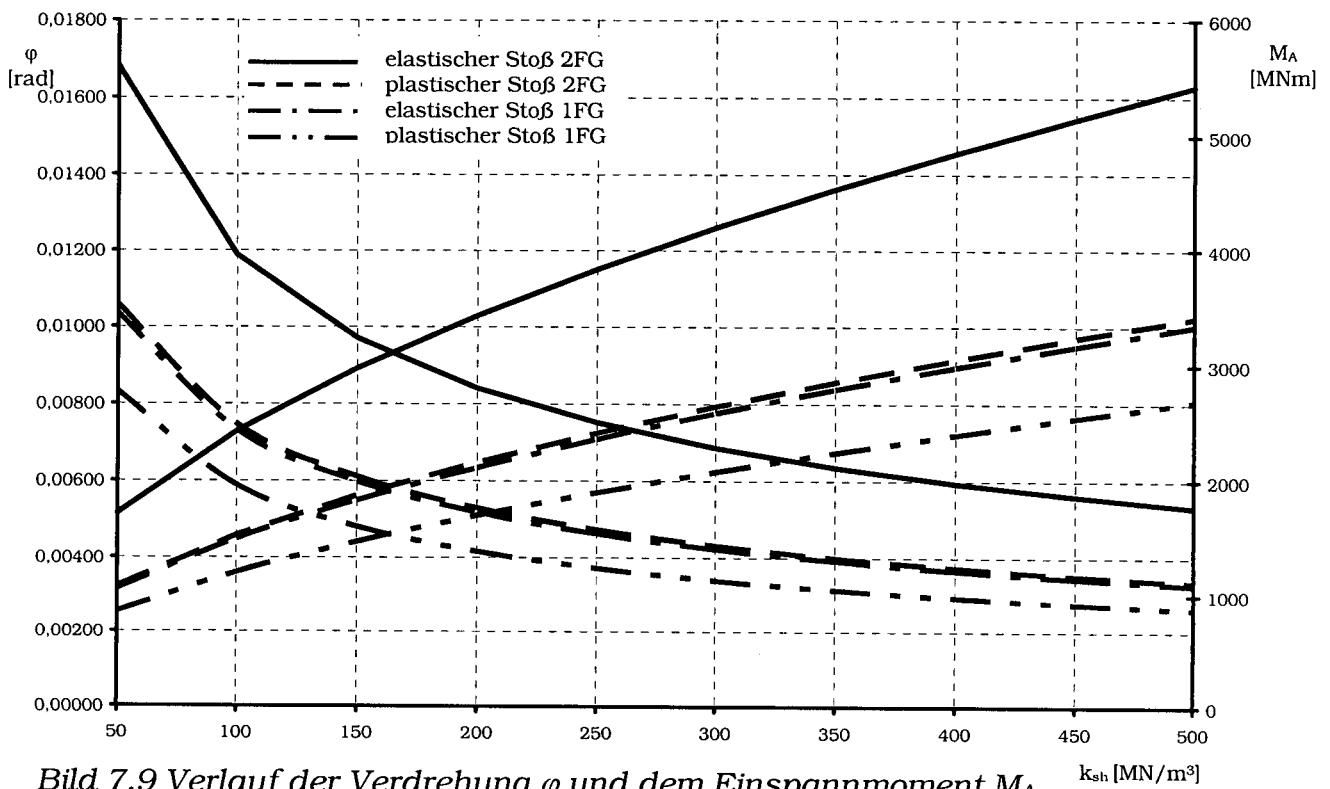
$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega_1$	[rad/s]	4,3	6,0	7,4	8,5	9,6	10,5	11,3	12,1	12,8	13,5
$\omega_2$	[rad/s]	31,6	44,7	54,8	63,3	70,7	77,5	83,7	89,5	94,9	100,1
$x$	[m]	0,160	0,113	0,092	0,080	0,072	0,065	0,060	0,057	0,053	0,051
$\varphi$	[rad]	0,01057	0,00748	0,00610	0,00529	0,00473	0,00432	0,00400	0,00374	0,00352	0,00334
$s_0$	[m]	0,112	0,079	0,065	0,056	0,050	0,046	0,042	0,040	0,037	0,035
$s_{c2}$	[m]	0,010	0,007	0,006	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003
$s_{ps}$	[m]	-0,062	-0,044	-0,036	-0,031	-0,028	-0,025	-0,024	-0,022	-0,021	-0,020
$F_{c2}$	[MN]	52,7	74,5	91,2	105,4	117,8	129,0	139,4	149,0	158,0	166,6
$M_{c3}$	[MNm]	1079,0	1526,0	1868,9	2158,1	2412,8	2643,1	2854,9	3052,0	3237,1	3412,2

Tabelle 7.16 Ergebnisse für den elastischen Stoß, Sonderfall ( $x_A=0$ )

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega$	[rad/s]	9,8	13,8	16,9	19,6	21,9	24,0	25,9	27,7	29,4	30,9
$\varphi$	[rad]	0,01034	0,00731	0,00597	0,00517	0,00463	0,00422	0,00391	0,00366	0,00345	0,00327
$s_0$	[m]	0,171	0,121	0,099	0,085	0,076	0,070	0,065	0,060	0,057	0,054
$s_{c2}$	[m]	0,070	0,050	0,041	0,035	0,031	0,029	0,027	0,025	0,023	0,022
$F_{c2}$	[MN]	196,8	278,3	340,8	393,6	440,0	482,0	520,6	556,6	590,4	622,3
$M_{c3}$	[MNm]	1055,7	1493,0	1828,5	2111,4	2360,6	2586,0	2793,2	2986,0	3167,1	3338,5
$S$	[MN]	88,0	124,4	152,4	175,9	196,7	215,5	232,7	248,8	263,9	278,2

Tabelle 7.17 Ergebnisse für den plastischen Stoß, Sonderfall ( $x_A=0$ )

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega$	[rad/s]	6,1	8,6	10,5	12,2	13,6	14,9	16,1	17,2	18,3	19,2
$\varphi$	[rad]	0,00832	0,00588	0,0048	0,00416	0,00372	0,0034	0,00314	0,00294	0,00277	0,00263
$x_0$	[m]	0,137	0,097	0,079	0,069	0,061	0,056	0,052	0,049	0,046	0,043
$x_{c2}$	[m]	0,057	0,040	0,033	0,028	0,025	0,023	0,021	0,020	0,019	0,018
$F_{c2}$	[MN]	158,2	223,7	274,0	316,4	353,8	387,5	418,6	447,5	474,6	500,3
$M_{c2}$	[MNm]	848,7	1200,3	1470,1	1697,5	1897,8	2079,0	2245,6	2400,6	2546,2	2684,0
$S$	[MN]	70,7	100,0	122,5	141,4	158,1	173,2	187,1	200,0	212,2	223,6

Bild 7.8 Verlauf der Verschiebung  $s_0$  und der Stoßkraft  $F_s$ Bild 7.9 Verlauf der Verdrehung  $\varphi$  und dem Einspannmoment  $M_A$

## 7.2.5 Erddruck

Der Bodenaufbau wird von *Bild 7.5* übernommen.

*Tabelle 7.18 Ermittlung des resultierenden räumlich Erddrucks*

Schicht	i	$\bar{z}$ [m]	$\gamma'$ [kN/m <sup>3</sup> ]	c [kN/m <sup>2</sup> ]	$\varphi$ [°]	$k_{hi}$ [-]	$e_{py}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$e_{pc}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$s_{py}^*$ [-]	$s_{pc}^*$ [-]	$E_p^r$ [kN]
1	0	0	12	0	35	3,69	0,00	0,00	1,58	2,76	7389,57
	1a	5					221,41	0,00			
2	1b	5	9	5	25	2,46	110,88	15,70	1,58	2,76	43631,8
	2	16,5					402,85	15,70			
											51021,4

Aus der Gleichung (5.16) ergibt sich, dass die resultierende Spannungsverteilung

$$B = F_{C_2} \quad (7.8)$$

ist. Vergleicht man den resultierenden Erddruck aus *Tabelle 7.9* mit den Werten aus *Tabelle 7.14 - Tabelle 7.17*, so ist die Bedingung

$$F_{C_2} < E_p' \quad (7.9)$$

nie erfüllt, und der Boden versagt, vorausgesetzt, dass der Pfeiler nicht zuvor versagt.

## 7.3 Pfeiler Pöchlarn

Grundlage für die Pfeilerdimensionen sind Pläne des Ingenieurbüros Schweighofer [13]. Dieser Pfeiler stützt ein Betontragwerk und ist mit diesem biegesteif verbunden. Der Pfeiler ist im oberen Abschnitt aus Beton ausgeführt, die Gründung erfolgt in Form einer Pfahlkastengründung.

### 7.3.1 Geometrie

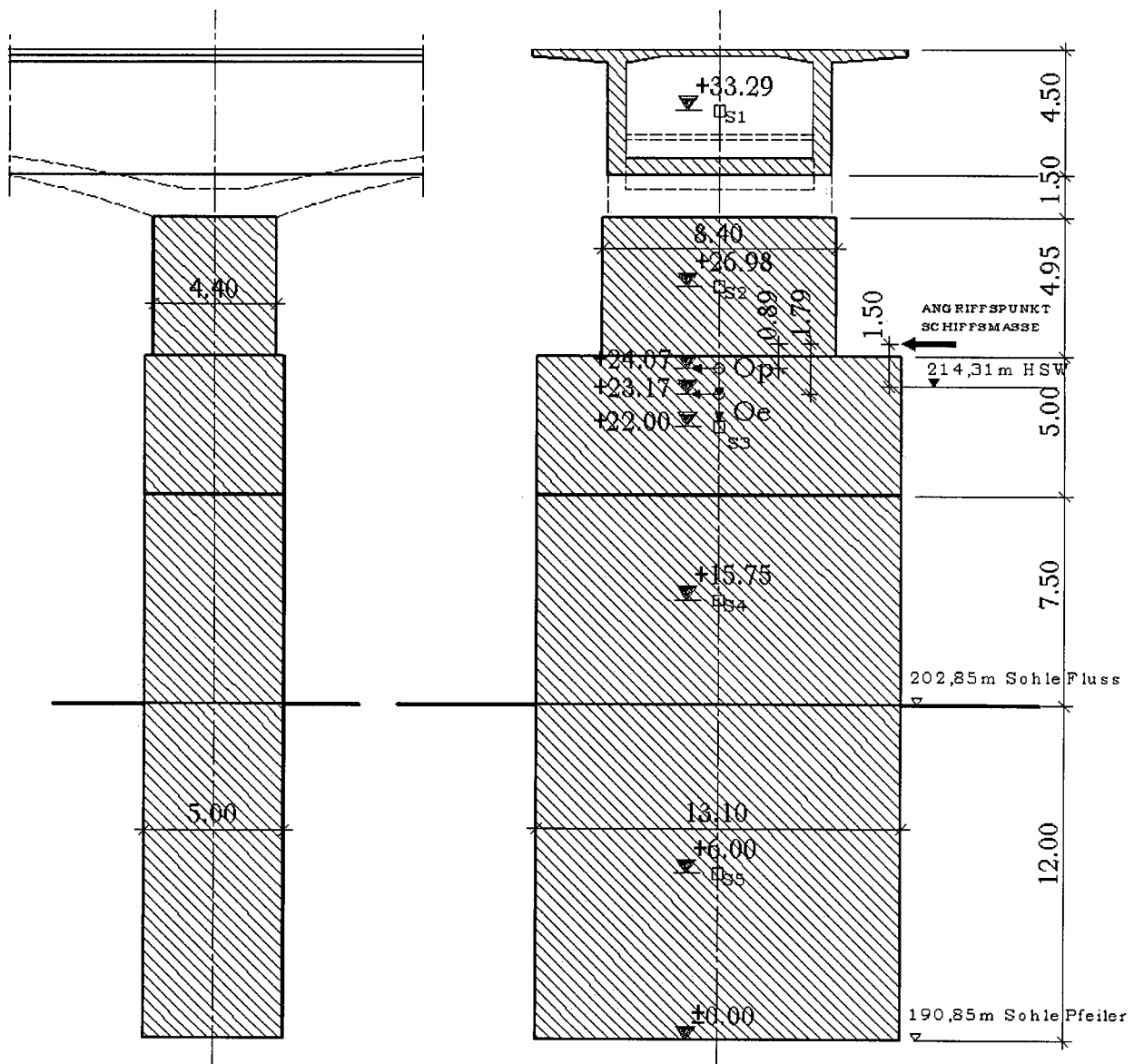


Bild 7.10 Querschnitt des Pfeilers S3 der Bundesstraße B209 bei Pöchlarn.

Der Überbau besteht aus einem Durchlaufträger, der als Beton - Hohlkastenquerschnitt ausgeführt wurde. Für die Berechnung wurde der Träger mit veränderlicher Höhe vereinfacht durch einen Träger mit konstanter, mittlerer Höhe ersetzt. Die Querschnittsabmessungen sind im

Bild 7.11 angegeben. Für die Berechnung der Massenträgheitsmomente wird der Querschnitt nach Tabelle 7.19 wiederholt vereinfacht.

Bild 7.11 Querschnitt des Hohlkastenträgers

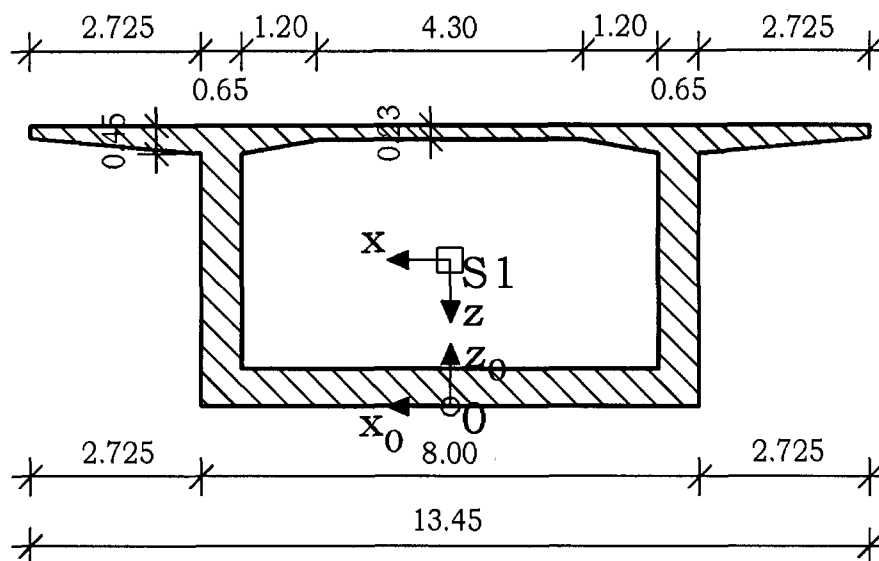


Tabelle 7.19 Berechnung der Trägheitsparameter für den Hohlkasten

Fläche	$\rho$ [t/m <sup>3</sup> ]	b [m]	h [m]	l [m]	A [m <sup>2</sup> ]	m [t/m]	$y_0$ [m]	$z_0$ [m]	$I_0$ [t/m <sup>2</sup> /m]	$m \cdot y_0$ [tm/m]	$m \cdot z_0$ [tm/m]	$m \cdot y_0^2$ [tm <sup>2</sup> /m]	$m \cdot z_0^2$ [tm <sup>2</sup> /m]
1	2,5	2,725	0,225	1	0,6131	1,5328	-5,364	4,375	0,955	-8,221	6,7061	44,095	29,339
2	2,5	0,65	4,5	1	2,925	7,3125	-3,675	2,25	12,597	-26,87	16,453	98,76	37,02
3	2,5	6,7	0,23	1	1,541	3,8525	0	4,385	14,429	0	16,893	0	74,077
4	2,5	6,7	0,6	1	4,02	10,05	0	0,3	37,897	0	3,015	0	0,9045
3'	2,5	6,7	0,23	1	1,541	3,8525	0	4,385	14,429	0	16,893	0	74,077
2'	2,5	0,65	4,5	1	2,925	7,3125	3,675	2,25	12,597	26,873	16,453	98,76	37,02
1'	2,5	2,725	0,225	1	0,6131	1,5328	5,3635	4,375	0,955	8,2212	6,7061	44,095	29,339
$\Sigma$					14,178	35,446			93,859		83,12	285,71	281,78

$$z_{S_1} = \frac{\sum m_i \cdot z_{i0}}{\sum m_i} = 2,34\text{m} \quad (7.10)$$

$$I_0 = \sum I_{i0} + \sum m_i \cdot y_{i0}^2 + \sum m_i \cdot z_{i0}^2 = 661,34\text{tm}^2/\text{m} \quad (7.11)$$

$$I_{S_1} = I_0 - \sum m_i \cdot z_{S_1}^2 = 466,43\text{tm}^2/\text{m} \quad (7.12)$$

Tabelle 7.20 Trägheitsparameter für den elastischen Stoß

$i$	$b_i$ [m]	$h_i$ [m]	$l_i$ [m]	$\rho_i$ [t/m <sup>3</sup> ]	$m_i$ [t]	$\xi_i$ [m]	$m_i \cdot \xi_i$ [tm]	$m_i \cdot \frac{1}{12} \cdot (b_i^2 + l_i^2)$ [tm <sup>2</sup> ]	$\xi_i - \xi_{0e}$ [m]	$I_i + m_i \cdot (\xi_i - \xi_{0e})^2$ [tm <sup>2</sup> ]
1					3721,79 <sup>b</sup>	33,29	123898,41 <sup>b</sup>	48974,85	10,12	430359,68
2	4,40	4,95	8,40	2,40	439,08	26,98	11844,31	3478,37	3,81	9845,21
4	5,00	5,00	13,10	2,40	786,00	22,00	17292,00	12877,96	-1,17	13948,55
3	5,00	7,50	13,10	2,40	1179,00	15,75	18569,25	22387,25	-7,42	87247,69
4	5,00	12,00	13,10	2,20	1729,20	6,00	10375,20	45479,40	-17,17	555089,66
$\Sigma$					7855,08		181979,17			1096490,79

$$\xi_{0e} = \frac{\sum m_i \cdot \xi_i}{\sum m_i} = 23,17\text{m} \quad (7.13)$$

Tabelle 7.21 Trägheitsparameter für den elastischen Stoß

		$m_i$	$\xi_i$	$m_i \cdot \xi_i$	$I_i$	$\xi_i - \xi_{0p}$	$I_i + m_i \cdot (\xi_i - \xi_{0p})^2$
1	Tabelle 7.20	7855,08	23,17	181979,17	1096490,79	-0,90	1102919,37
2	Schiff	8000,00	24,96	199680,00	0,00	0,89	6312,12
$\Sigma$		15855,08		1109231,49			381659,17

$$\xi_{0p} = \frac{\sum m_i \cdot \xi_i}{\sum m_i} = 24,07\text{m} \quad (7.14)$$

Tabelle 7.22 Trägheitsparameter für den Sonderfall ( $x_A=0$ )

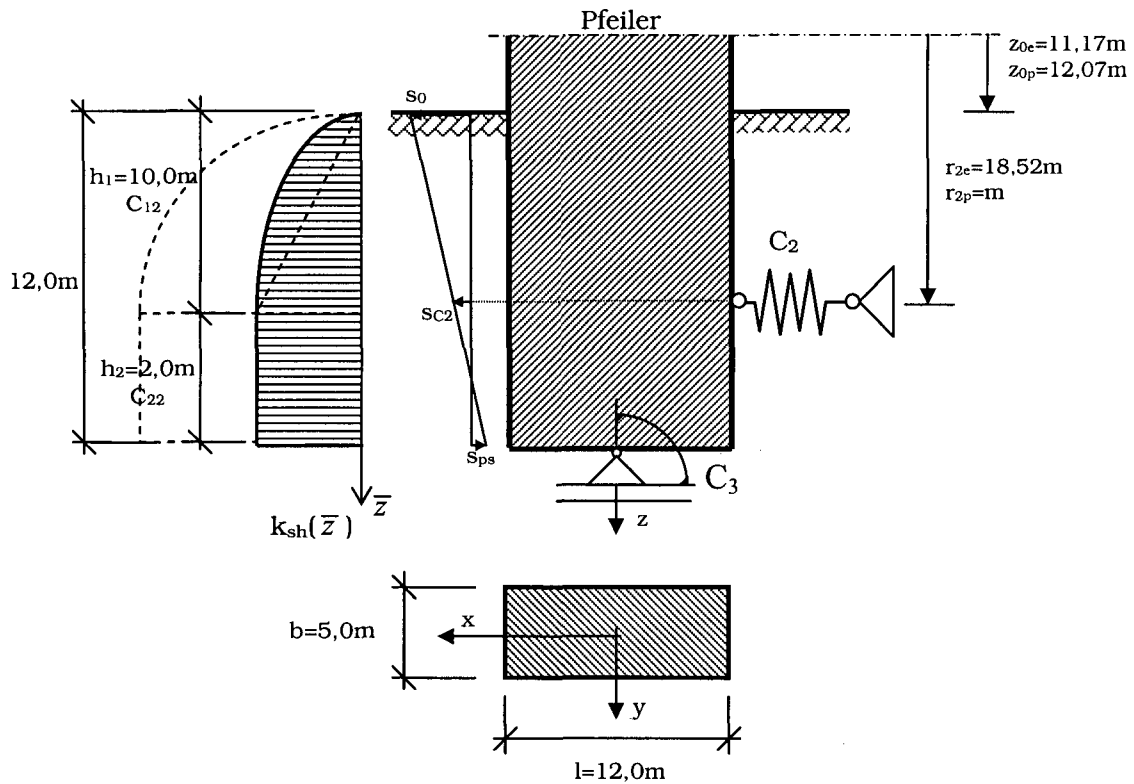
	$m_i$	$\xi_i$	$I_i$	$I_i + m_i \cdot \xi_i^2$
1	7855,08	23,17	1096490,79	5312417,11
2	15855,08	24,07	1109231,49	10296429,91

### 7.3.2 Überbau

In diesem Fall ist unter der Annahme einer biegesteifen Verbindung zwischen Pfeiler und Tragwerk eine Ersatzsteifigkeit für die horizontale Lagerung des Pfeilerkopfes durch den Überbau anzunehmen. Die Ersatzsteifigkeit ergibt sich aus Bild 7.12. Dabei werden speziell die Biegesteifigkeit  $EI=1$  [Nm<sup>2</sup>] und die Bezugslänge  $l=1$  [m] eingeführt und die Verschiebung  $w$ , in horizontaler Richtung, an der Stelle des Pfeilers zufolge Einheitslast „1 [N]“ berechnet. Die Stützweiten des Durchlaufträgers sind  $72,5+3 \times 105+72,5$ m. Die Durchbiegung  $w$  wurde mit dem Stabwerks-

<sup>b</sup> Die Masse und das Massenträgheitsmoment aus Tabelle 7.19 werden mit einer Einflussbreite von 105m multipliziert.



Bild 7.14 Bettungsverlauf und Lage von  $C_2$  und  $C_3$ 

$$r_{2i} = z_{0i} + \frac{C_{12} \cdot h_1 \cdot \frac{5}{8} + C_{22} \cdot \left( h_1 + h_2 \cdot \frac{1}{2} \right)}{C_2} \quad (7.16)$$

Tabelle 7.23 Bettungszahlen und Federsteifigkeiten

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$C_{21}$	[MN/m]	1666,7	3333,3	5000,0	6666,7	8333,3	10000,0	11666,7	13333,3	15000,0	16666,7
$C_{22}$	[MN/m]	500,0	1000,0	1500,0	2000,0	2500,0	3000,0	3500,0	4000,0	4500,0	5000,0
$C_2$	[MN/m]	2166,7	4333,3	6500,0	8666,7	10833,3	13000,0	15166,7	17333,3	19500,0	21666,7
$C_3$	[MN/m]	18000	36000	54000	72000	90000	108000	126000	144000	162000	180000

### 7.3.4 Folgegeschwindigkeiten, -bewegungen und Stoßkräfte

Die Berechnung nach Punkt 3 führt zu folgenden Ergebnissen:

	Elastischer Stoß	Plastischer Stoß	Sonderfall elastisch	Sonderfall plastisch
$x'$ [m/s]	1,995	0,998	-	-
$\varphi'$ [rad/s]	0,02558	0,01279	0,07757	0,03879



Tabelle 7.24 Ergebnisse für den elastischen Stoß

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega_1$	[rad/s]	4,3	4,8	5,3	5,7	6,1	6,5	6,8	7,2	7,5	7,8
$\omega_2$	[rad/s]	31,1	43,9	53,8	62,1	69,5	76,1	82,2	87,9	93,2	98,3
x	[m]	0,367	0,327	0,298	0,276	0,258	0,243	0,230	0,219	0,210	0,202
$\varphi$	[rad]	0,01940	0,01733	0,01580	0,01461	0,01366	0,01287	0,01220	0,01163	0,01113	0,01069
$s_0$	[m]	0,151	0,134	0,122	0,112	0,105	0,099	0,094	0,089	0,086	0,082
$s_{C1}$	[m]	0,563	0,503	0,458	0,424	0,396	0,373	0,354	0,337	0,323	0,310
$s_{C2}$	[m]	0,008	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
$s_{ps}$	[m]	-0,082	-0,074	-0,068	-0,063	-0,059	-0,056	-0,053	-0,050	-0,048	-0,046
$F_{C1}$	[MN]	37,8	33,7	30,7	28,4	26,6	25,0	23,7	22,6	21,7	20,8
$F_{C2}$	[MN]	17,4	27,7	36,4	43,9	50,6	56,7	62,4	67,6	72,5	77,2
$M_{c3}$	[MNm]	349,1	623,8	853,2	1052,2	1229,4	1390,1	1537,8	1675,0	1803,6	1924,8
S	[MN]	55,2	61,4	67,1	72,3	77,2	81,8	86,1	90,2	94,2	98,0

Tabelle 7.25 Ergebnisse für den plastischen Stoß

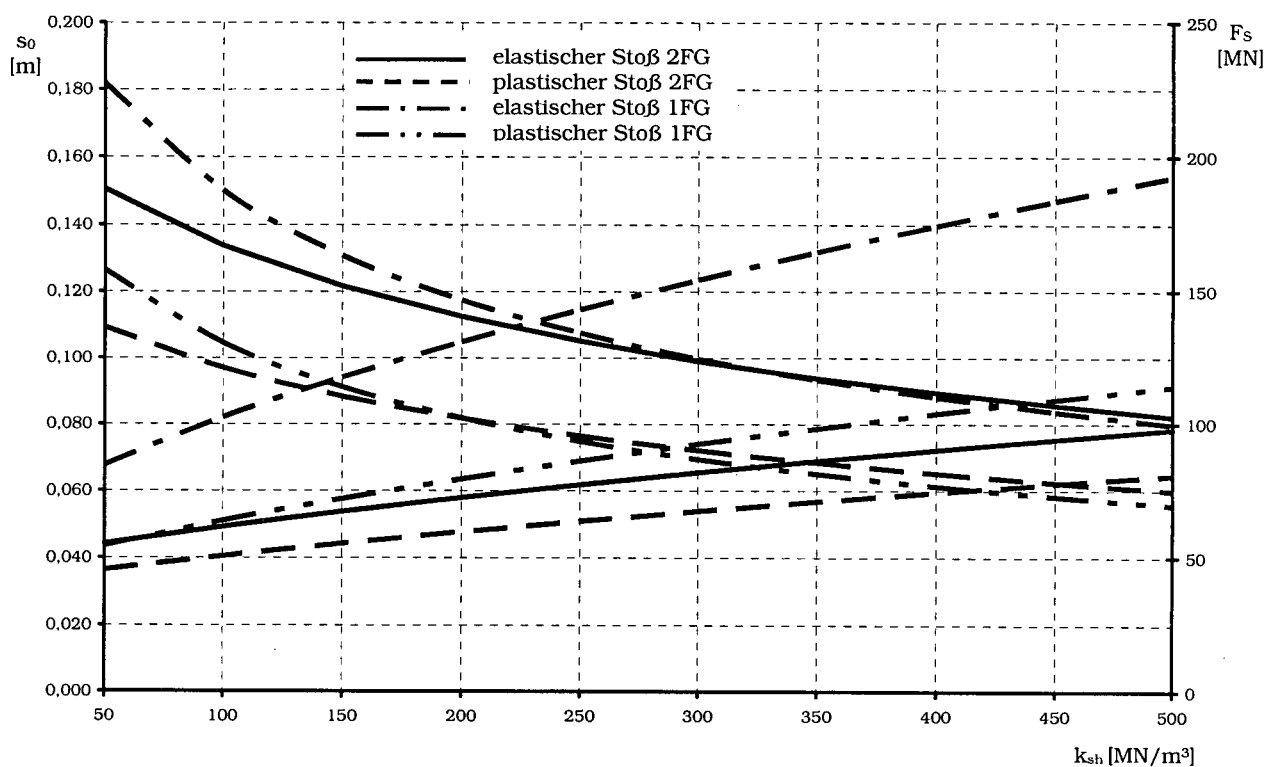
$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega_1$	[rad/s]	3,2	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,0	5,3	5,5	5,7
$\omega_2$	[rad/s]	29,8	42,1	51,6	59,6	66,6	73,0	78,8	84,2	89,4	94,2
x	[m]	0,275	0,246	0,225	0,209	0,195	0,184	0,175	0,167	0,160	0,153
$\varphi$	[rad]	0,01376	0,01238	0,01133	0,01051	0,00984	0,00929	0,00882	0,00841	0,00806	0,00774
$s_0$	[m]	0,109	0,097	0,088	0,082	0,076	0,072	0,068	0,065	0,062	0,060
$s_{C1}$	[m]	0,415	0,372	0,340	0,315	0,295	0,278	0,264	0,252	0,241	0,232
$s_{C2}$	[m]	0,008	0,006	0,005	0,004	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003
$s_{ps}$	[m]	-0,056	-0,052	-0,048	-0,044	-0,042	-0,039	-0,038	-0,036	-0,034	-0,033
$F_{C1}$	[MN]	27,8	24,9	22,8	21,1	19,8	18,7	17,7	16,9	16,2	15,6
$F_{C2}$	[MN]	17,7	25,7	32,5	38,4	43,8	48,7	53,2	57,4	61,4	65,1
$M_{c3}$	[MNm]	247,7	445,8	612,1	756,8	886,0	1003,2	1111,1	1211,4	1305,4	1394,1
S	[MN]	45,5	50,6	55,3	59,6	63,6	67,3	70,9	74,3	77,6	80,7

Tabelle 7.26 Ergebnisse für den elastischen Stoß, Sonderfall ( $x_A=0$ )

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega$	[rad/s]	5,1	6,2	7,1	7,9	8,7	9,3	10,0	10,6	11,1	11,7
$\varphi$	[rad]	0,01515	0,01251	0,0109	0,00978	0,00895	0,0083	0,00777	0,00734	0,00697	0,00665
$s_0$	[m]	0,182	0,150	0,131	0,117	0,107	0,100	0,093	0,088	0,084	0,080
$s_{C1}$	[m]	0,504	0,416	0,363	0,326	0,298	0,276	0,259	0,244	0,232	0,221
$s_{C2}$	[m]	0,070	0,058	0,051	0,046	0,042	0,039	0,036	0,034	0,032	0,031
$F_{C1}$	[MN]	33,850	27,957	24,353	21,859	20,002	18,550	17,374	16,396	15,567	14,853
$F_{C2}$	[MN]	152,7	252,3	329,6	394,5	451,2	502,2	548,7	591,9	632,2	670,2
$M_{c3}$	[MNm]	272,6	450,4	588,5	704,3	805,5	896,5	979,6	1056,5	1128,5	1196,3
S	[MN]	84,5	102,4	117,5	130,9	143,1	154,3	164,7	174,5	183,8	192,7

Tabelle 7.27 Ergebnisse für den plastischen Stoß, Sonderfall ( $x_A=0$ )

$k_{sh}$	[MN/m <sup>3</sup> ]	50,0	100,0	150,0	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0
$\omega$	[-]	3,7	4,5	5,1	5,7	6,2	6,7	7,2	7,6	8,0	8,4
$\varphi$	[rad]	0,01055	0,00871	0,00759	0,00681	0,00623	0,00578	0,00541	0,00511	0,00485	0,00463
$s_0$	[m]	0,127	0,105	0,091	0,082	0,075	0,069	0,065	0,061	0,058	0,056
$s_{c1}$	[m]	0,351	0,290	0,253	0,227	0,207	0,192	0,180	0,170	0,161	0,154
$s_{c2}$	[m]	0,049	0,041	0,035	0,032	0,029	0,027	0,025	0,024	0,023	0,022
$F_{c1}$	[MN]	23,566	19,463	16,954	15,218	13,925	12,914	12,095	11,415	10,838	10,340
$F_{c2}$	[MN]	81,8	135,1	176,5	211,3	241,7	268,9	293,9	317,0	338,5	358,9
$M_{c3}$	[MNm]	189,8	313,5	409,7	490,3	560,8	624,1	682,0	735,5	785,6	832,9
$S$	[MN]	54,3	63,7	71,9	79,3	86,1	92,4	98,2	103,8	109,1	114,1

Bild 7.15 Verlauf der Verschiebung  $s_0$  und der Stoßkraft  $F_s$

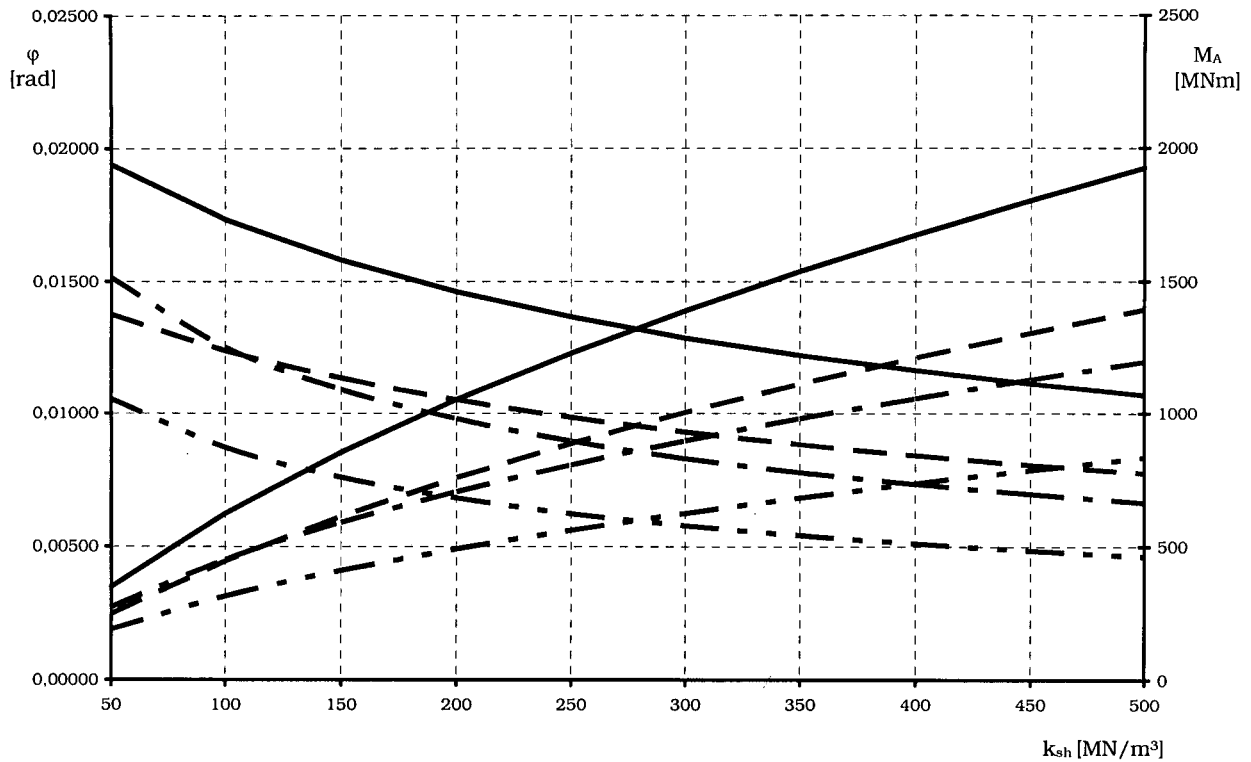


Bild 7.16 Verlauf der Verdrehung  $\varphi$  und dem Einspannmoment  $M_A$

### 7.3.5 Erddruck

Der Bodenaufbau wird von *Bild 7.5* übernommen.

Tabelle 7.28 Berechnung des resultierenden, räumlichen Erddruck

Schicht	i	$\bar{z}$ [m]	$\gamma'$ [kN/m <sup>3</sup> ]	c [kN/m <sup>2</sup> ]	$\varphi$ [°]	$K_{hi}$ [-]	$e_{py}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$e_{pc}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$S_{py}^*$ [-]	$S_{pc}^*$ [-]	$E_p^r$ [kN]
1	0	0	12	0	35	3,69	0,00	0,00	1,72	3,16	4760,32
	1a	5					221,41	0,00			
2	1b	5	9	5	25	2,46	110,88	15,70	1,72	3,16	14195,6
	2	12					303,06	15,70			
$\Sigma$											18955,9

Aus Gleichung (5.16) ergibt sich, dass die resultierende Spannungsverteilung

$$B = F_{C_2} \quad (7.17)$$

ist. Vergleicht man den resultierenden Erddruck aus *Tabelle 7.28* mit den Werten aus *Tabelle 7.24* - *Tabelle 7.27* so ist die Bedingung

$$F_{C_2} < E_p^r \quad (7.18)$$

---

nie erfüllt<sup>c</sup>, und der Boden versagt, vorausgesetzt, dass der Pfeiler nicht zuvor versagt.

---

<sup>c</sup> Ausgenommen die Kraft  $F_{C2}$  beim elastischen Stoß in der Spalte  $K_{bh}=50 \text{ MN}$



Bei der Wahl des Modells sei erwähnt, dass das Modell mit 2 Freiheitsgraden den Spannungsverlauf im Boden besser abbildet, da durch die Rotation des Pfeilers um den Massenschwerpunkt geringere Federdeformationen auftreten und dadurch geringere Bodenreaktionen entstehen. Der Einspannungseffekt des Pfeilers wird in *Bild 8.1* verdeutlicht.

Die Mitwirkung des Tragwerkes kann bei geringen Bodensteifigkeiten genutzt werden. Berücksichtigt man, dass bei dynamischer Beanspruchung höhere Steifigkeiten geweckt werden, ist der mittragende Effekt des Überbaus gering.

Die in dieser Arbeit getroffenen Modellannahmen für die Mitwirkung des Bodens (elastische Bettung, Reduktion auf zwei äquivalente Einzelfedern) stellt eine erste Annäherung an die komplexe Problemstellung dar. Nähere Betrachtungen des Last-Verformungsverhaltens des Bodens bei dynamischer Beanspruchung und ein darauf abgestimmtes numerisches Gesamtmodell (Tragwerk, Pfeiler und Fundierung) wären angezeigt.

# Literaturverzeichnis

- [1] Scheer, J.: **Versagen von Bauwerken**. Band 1: Brücken. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2000
- [2] Simandl, T.: **Schiffsanprall an die Eisenbahnbrücke in Krems, Schadensausmaß, Sicherungs- und Sanierungsmaßnahmen**. Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift (2006), Heft 7-9, S. 150-158
- [3] Österreichisches Normungsinstitut: **ÖNORM EN 1991-1-7**, Einwirkungen auf Tragwerke Teil 1-7: Allgemeine Einwirkungen – Außergewöhnliche Einwirkungen. Ausgabe: 2005-11-01
- [4] Schweighofer, B.: **Sanierung der Strompfeiler der Eisenbahnbrücke Krems**. Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift (2006), Heft 7-9, S. 188-200
- [5] Ziegler, F.: **Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper**. Dritte, verbesserte Auflage. Springer-Verlag, New York, Wien, 1998
- [6] Petersen, C.: **Dynamik der Baukonstruktionen**. Vieweg-Verlag, Braunschweig, Wiesbaden, 1996
- [7] Heuer, R.: **Skriptum zur Vorlesung Baudynamik**. Zentrum für Allgemeine Mechanik und Baudynamik (TU-Wien) 2007
- [8] Weißenbach, A.: **Baugruben Teil III**. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1977
- [9] Türke, H.: **Statik im Erdbau**. Zweite, verbesserte Auflage. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1990
- [10] Österreichisches Normungsinstitut: **ÖNORM B 4434** Erd- und Grundbau: Erddruckberechnung. Ausgabe 1993-01-01
- [11] Brandl, H.; Blovsky, S.: **Geotechnische Aspekte bei der Sanierung der Kremser Eisenbahnbrücke über die Donau**. Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift (2006), Heft 7-9, S. 188-200
- [12] ÖBB Infrastruktur Betrieb AG: **Strompfeiler S5 Schalungsplan**. Plannummer 5025-DE-101, Sanierung Strompfeiler der Kremser Donaubrücke, Wien 2006

- [13] Ingenieurbüro Schweighofer: **Übersichtspläne Donaubrücke Pöchlan**. Einreichentwurf, Wien 1996
- [14] Savidis, S. A.; Saidel, T.: **Passiver Erddruck auf Stützkonstruktionen bei stoßartiger Belastung**. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart 2000



# Anhang

Im Anhang werden die mit Maple 6.0 programmierten Ausdrücke angeführt.

*Siehe 7.1 Alter Pfeiler Donaubrücke Krems (ÖBB)*

*Folgegeschwindigkeiten*

```

restart:
with(LinearAlgebra):

A:=Matrix([[ -1, 1, rx, 0], [0, m2, 0, -1], [0, 0, I2, -rx],
[m1, 0, 0, 1]]):
b:=Matrix([[beta*v1], [0], [0], [m1*v1]]):

X:=LinearSolve(A, b);

m1:=8000000:
m2:=3139350:
I2:=272381770:
rx:=3.52:
v1:=2:

beta:=0;
Xp:=evalf(X, 4);
beta:=1;
Xe:=evalf(X, 4);

```

$$X := \begin{bmatrix} \frac{v1 (-\beta m2 I2 + m1 I2 + m1 rx^2 m2)}{m2 I2 + m1 I2 + m1 rx^2 m2} \\ \frac{m1 v1 (1 + \beta) I2}{m2 I2 + m1 I2 + m1 rx^2 m2} \\ \frac{rx m1 v1 (1 + \beta) m2}{m2 I2 + m1 I2 + m1 rx^2 m2} \\ \frac{m1 v1 (1 + \beta) m2 I2}{m2 I2 + m1 I2 + m1 rx^2 m2} \end{bmatrix}$$

$$\beta := 0$$

$$Xp := \begin{bmatrix} 1.488780125 \\ 1.302740693 \\ .05285211144 \\ .4089758994 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

$$\beta := 1$$

$$Xe := \begin{bmatrix} .9775602509 \\ 2.605481386 \\ .1057042229 \\ .8179517990 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

### Folgegeschwindigkeiten Sonderfall $x_A=0$

restart:

```
phi_sp:=v1*(m1*rx)/(m1*rx^2+I2);
phi_se:=2*v1*(m1*rx)/(m1*rx^2+I2);
```

```
m1:=8000000:
m2:=3139350:
I2:=826337100:
rx:=16.8:
v1:=2:
```

```
phi_p:=evalf(phi_sp,8);
phi_e:=evalf(phi_se,8);
```

$$phi\_sp := \frac{v1 \cdot m1 \cdot rx}{m1 \cdot rx^2 + I2}$$

$$phi\_se := 2 \cdot \frac{v1 \cdot m1 \cdot rx}{m1 \cdot rx^2 + I2}$$

$$phi\_p := .087152268$$

$$phi\_e := .17430454$$

### Folgebewegungen elastischer Stoß

restart:

```
DF1:=fopen(`Verschiebung.txt`, WRITE):
DF2:=fopen(`Verdrehung.txt`, WRITE):
DF3:=fopen(`Omega1.txt`, WRITE):
DF4:=fopen(`Omega2.txt`, WRITE):
```

```
with(LinearAlgebra):
```

```
for j to 10 do
```

```
m2:=11139350:
I2:=300259110:
c1:=0:
c2:=j*0.5*2343800000:
c3:=j*0.5*33750000000:
r:=0.99:
r1:=0:
r2:=12.60:
```

```

M:=Matrix([[m2, 0], [0, I2]]):
K:=Matrix([[c1+c2,          c1*r1-c2*r2],          [c1*r1-c2*r2,
c1*r1^2+c2*r2^2+c3]]):

A:=MatrixInverse(M).K:

EW:=Eigenvalues(A);
EV:=Eigenvectors(A);

for i to 2 do

    omega[i]:=sqrt(map (Re, EW[i])):
    phi[i]:=Column(map(Re, EV[2]), i):
    q[i]:=(q0[i]/omega[i])*sin(omega[i]*t):

od;

phiM:=Matrix([phi[1], phi[2]]);

AB:=<1.304, 0.05261>;
qp:=LinearSolve(phiM, AB);

for i to 2 do

    xmax[i]:=phi[i]*qp[i]/omega[i]:

od:

Fc:=K.xmax[1]:

writestat(DF1, xmax[1][1]):
writestat(DF2, xmax[1][2]):
writestat(DF3, omega[1]):
writestat(DF4, omega[2]):

end do:

fclose(DF1):
fclose(DF2):
fclose(DF3):
fclose(DF4):

Folgebewegungen plastischer Stoß

restart:

DF1:=fopen(`Verschiebung.txt`, WRITE):
DF2:=fopen(`Verdrehung.txt`, WRITE):
DF3:=fopen(`Omega1.txt`, WRITE):
DF4:=fopen(`Omega2.txt`, WRITE):

```

```
with(LinearAlgebra):

for j to 10 do

m2:=11139350:
I2:=300259110:
c1:=0:
c2:=j*0.5*2343800000:
c3:=j*0.5*33750000000:
r:=0.99:
r1:=0:
r2:=12.60:

M:=Matrix([[m2, 0], [0, I2]]):
K:=Matrix([[c1+c2,          c1*r1-c2*r2],          [c1*r1-c2*r2,
c1*r1^2+c2*r2^2+c3]]):

A:=MatrixInverse(M).K:

EW:=Eigenvalues(A);
EV:=Eigenvectors(A);

for i to 2 do

    omega[i]:=sqrt(map (Re, EW[i])):
    phi[i]:=Column(map(Re, EV[2]) ,i):
    q[i]:=(q0[i]/omega[i])*sin(omega[i]*t):

od;

phiM:=Matrix([phi[1], phi[2]]);

AB:=<1.304,0.05261>;
qp:=LinearSolve(phiM, AB);

for i to 2 do

    xmax[i]:=phi[i]*qp[i]/omega[i]:

od:

Fc:=K.xmax[1]:

writestat(DF1, xmax[1][1]):
writestat(DF2, xmax[1][2]):
writestat(DF3, omega[1]):
writestat(DF4, omega[2]):

end do:

fclose(DF1):
fclose(DF2):
```

```
fclose(DF3):
fclose(DF4):
```

*siehe 7.2 Pfeiler Krems Neu*

### *Folgegeschwindigkeiten*

```
restart:
with(LinearAlgebra):
Ap:=Matrix([[1, -1, -rx, 0], [0, m2, 0, -1], [0, 0, I2, -rx],
[m1, 0, 0, 1]]):
bp:=Matrix([[0], [0], [0], [m1*v1]]):

Xp:=LinearSolve(Ap, bp);

Ae:=Matrix([[-1, 1, rx, 0], [0, m2, 0, -1], [0, 0, I2, -rx],
[m1, 0, 0, 1]]):
be:=Matrix([[v1], [0], [0], [m1*v1]]):

Xe:=LinearSolve(Ae, be);

m1:=8000000:
m2:=9929490:
I2:=1171349450:
rx:=11.14:
v1:=2:

X_p:=evalf(Xp,4);
X_e:=evalf(Xe,4);
```

$$X_p := \begin{bmatrix} 1.246206790 \\ .6073167585 \\ .05735099024 \\ .6030345680 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

$$X_e := \begin{bmatrix} .4924135799 \\ 1.214633517 \\ .1147019805 \\ .1206069136 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$$

### *Folgegeschwindigkeiten Sonderfall $x_A=0$*

```
restart:
phi_sp:=v1*(m1*rx)/(m1*rx^2+I2);
phi_se:=2*v1*(m1*rx)/(m1*rx^2+I2);

m1:=8000000:
m2:=9929490:
I2:=3733351630:
```

```
rx:=27.2:
v1:=2:
```

```
phi_p:=evalf(phi_sp,12);
phi_e:=evalf(phi_se,12);
```

```
phi_p := .0450887660891
```

```
phi_e := .0901775321782
```

### *Folgebewegungen elastischer Stoß*

```
restart:
```

```
DF1:=fopen(`Verschiebung.txt`, WRITE):
DF2:=fopen(`Verdrehung.txt`, WRITE):
DF3:=fopen(`Omega1.txt`, WRITE):
DF4:=fopen(`Omega2.txt`, WRITE):
```

```
with(LinearAlgebra):
```

```
for j to 10 do
```

```
m2:=3139350:
I2:=272381770:
c1:=0:
c2:=j*0.5*2343800000:
c3:=j*0.5*33750000000:
r:=3.52:
r1:=0:
r2:=10.07:
```

```
M:=Matrix([[m2, 0], [0, I2]]):
K:=Matrix([[c1+c2, c1*r1-c2*r2], [c1*r1-c2*r2,
c1*r1^2+c2*r2^2+c3]]):
```

```
A:=MatrixInverse(M).K:
```

```
EW:=Eigenvalues(A);
EV:=Eigenvectors(A);
```

```
for i to 2 do
```

```
omega[i]:=sqrt(map(Re, EW[i])):
phi[i]:=Column(map(Re, EV[2]), i):
q[i]:=(q0[i]/omega[i])*sin(omega[i]*t):
```

```
od;
```

```
phiM:=Matrix([phi[1], phi[2]]);
```

```

AB:=<2.608,0.10570>;
qp:=LinearSolve(phiM, AB);

for i to 2 do

    xmax[i]:=phi[i]*qp[i]/omega[i]:

od:

Fc:=K.xmax[1]:

writestat(DF1, xmax[1][1]):
writestat(DF2, xmax[1][2]):
writestat(DF3, omega[1]):
writestat(DF4, omega[2]):

end do:

fclose(DF1):
fclose(DF2):
fclose(DF3):
fclose(DF4):

```

### *Folgebewegungen plastischer Stoß*

```

restart:

DF1:=fopen(`Verschiebung.txt`, WRITE):
DF2:=fopen(`Verdrehung.txt`, WRITE):
DF3:=fopen(`Omega1.txt`, WRITE):
DF4:=fopen(`Omega2.txt`, WRITE):
DF5:=fopen(`C2.txt`, WRITE):

with(LinearAlgebra):

for j to 10 do

m2:=17929490:
I2:=1720873410:
c1:=0:
c2:=j*0.5*11060000000:
c3:=j*0.5*204120000000:
r:=6.16:
r1:=0:
r2:=14.24:

M:=Matrix([[m2, 0], [0, I2]]):
K:=Matrix([[c1+c2, c1*r1-c2*r2], [c1*r1-c2*r2,
c1*r1^2+c2*r2^2+c3]]):

```

```

A:=MatrixInverse(M).K:

EW:=Eigenvalues(A);
EV:=Eigenvectors(A);

for i to 2 do

    omega[i]:=sqrt(map (Re, EW[i])):
    phi[i]:=Column(map(Re, EV[2]) ,i):
    q[i]:=(q0[i]/omega[i])*sin(omega[i]*t):

od;

phiM:=Matrix([phi[1], phi[2]]);

AB:=<0.607,0.05735>;
qp:=LinearSolve(phiM, AB);

for i to 2 do

    xmax[i]:=phi[i]*qp[i]/omega[i]:

od:

Fc:=K.xmax[1]:

writestat(DF1, xmax[1][1]):
writestat(DF2, xmax[1][2]):
writestat(DF3, omega[1]):
writestat(DF4, omega[2]):
writestat(DF5, Fc[1]):

end do:

fclose(DF1):
fclose(DF2):
fclose(DF3):
fclose(DF4):
fclose(DF5):

siehe 7.3 Pfeiler Pöchlarn

Folgegeschwindigkeiten

restart:
with(LinearAlgebra):
Ap:=Matrix([[1, -1, -rx, 0], [0, m2, 0, -1], [0, 0, I2, -rx],
[m1, 0, 0, 1]]):
bp:=Matrix([[0], [0], [0], [m1*v1]]):

Xp:=LinearSolve(Ap, bp);

```



```
Ae:=Matrix([[ -1, 1, rx, 0], [0, m2, 0, -1], [0, 0, I2, -rx],
[m1, 0, 0, 1]]):
be:=Matrix([[v1], [0], [0], [m1*v1]]):
```

```
Xe:=LinearSolve(Ae, be);
```

```
m1:=8000000:
m2:=7855080:
I2:=1096490790:
rx:=1.79:
v1:=2:
```

```
X_p:=evalf(Xp,4);
X_e:=evalf(Xe,4);
```

$$X_p := \begin{bmatrix} 1.020484764 \\ .9975865164 \\ .01279231738 \\ .7836121893 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

$$X_e := \begin{bmatrix} .04096952782 \\ 1.995173033 \\ .02558463476 \\ .1567224379 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$$

### *Folgegeschwindigkeiten Sonderfall $x_A=0$*

```
restart:
phi_sp:=v1*(m1*rx)/(m1*rx^2+I2);
phi_se:=2*v1*(m1*rx)/(m1*rx^2+I2);
```

```
m1:=8000000:
m2:=7855080:
I2:=5312417110:
rx:=24.96:
v1:=2:
```

```
phi_p:=evalf(phi_sp,12);
phi_e:=evalf(phi_se,12);
```

*phi\_p := .0387862592657*

*phi\_e := .0775725185314*

### *Folgebewegungen elastischer Stoß*

```
restart:
```

```
DF1:=fopen(`Verschiebung.txt`, WRITE):
DF2:=fopen(`Verdrehung.txt`, WRITE):
```

```
DF3:=fopen(`Omega1.txt`, WRITE):
DF4:=fopen(`Omega2.txt`, WRITE):

with(LinearAlgebra):

for j to 10 do

m2:=7855080:
I2:=1096490790:
c1:=63130000:
c2:=j*0.5*4333300000:
c3:=j*0.5*36000000000:
r:=1.79:
r1:=10.12:
r2:=18.52:

M:=Matrix([[m2, 0], [0, I2]]):
K:=Matrix([[c1+c2, c1*r1-c2*r2], [c1*r1-c2*r2,
c1*r1^2+c2*r2^2+c3]]):

A:=MatrixInverse(M).K:

EW:=Eigenvalues(A);
EV:=Eigenvectors(A);

for i to 2 do

    omega[i]:=sqrt(map (Re, EW[i])):
    phi[i]:=Column(map(Re, EV[2]), i):
    q[i]:=(q0[i]/omega[i])*sin(omega[i]*t):

od;

phiM:=Matrix([phi[1], phi[2]]);

AB:=<1.995,0.02558>;
qp:=LinearSolve(phiM, AB);

for i to 2 do

    xmax[i]:=phi[i]*qp[i]/omega[i]:

od:

Fc:=K.xmax[1]:

writestat(DF1, xmax[1][1]):
writestat(DF2, xmax[1][2]):
writestat(DF3, omega[1]):
writestat(DF4, omega[2]):

end do:
```

```
fclose(DF1):
fclose(DF2):
fclose(DF3):
fclose(DF4):
```

### *Folgebewegungen plastischer Stoß*

```
restart:
```

```
DF1:=fopen(`Verschiebung.txt`, WRITE):
DF2:=fopen(`Verdrehung.txt`, WRITE):
DF3:=fopen(`Omega1.txt`, WRITE):
DF4:=fopen(`Omega2.txt`, WRITE):
DF5:=fopen(`C2.txt`, WRITE):
```

```
with(LinearAlgebra):
```

```
for j to 10 do
```

```
m2:=15855080:
I2:=1109231490:
c1:=67130000:
c2:=j*0.5*4333300000:
c3:=j*0.5*36000000000:
r:=0.89:
r1:=9.22:
r2:=19.42:
```

```
M:=Matrix([[m2, 0], [0, I2]]):
K:=Matrix([[c1+c2, c1*r1-c2*r2], [c1*r1-c2*r2,
c1*r1^2+c2*r2^2+c3]]):
```

```
A:=MatrixInverse(M).K:
```

```
EW:=Eigenvalues(A);
EV:=Eigenvectors(A);
```

```
for i to 2 do
```

```
    omega[i]:=sqrt(map (Re, EW[i])):
    phi[i]:=Column(map(Re, EV[2]) ,i):
    q[i]:=(q0[i]/omega[i])*sin(omega[i]*t):
```

```
od;
```

```
phiM:=Matrix([phi[1], phi[2]]);
```

```
AB:=<0.988,0.01297>;
qp:=LinearSolve(phiM, AB);
```

---

```
for i to 2 do
    xmax[i]:=phi[i]*qp[i]/omega[i]:
od:

Fc:=K.xmax[1]:

writestat(DF1, xmax[1][1]):
writestat(DF2, xmax[1][2]):
writestat(DF3, omega[1]):
writestat(DF4, omega[2]):
writestat(DF5, Fc[1]):

end do:

fclose(DF1):
fclose(DF2):
fclose(DF3):
fclose(DF4):
fclose(DF5):
```