

Diploma Thesis

Development of the models for the description of the creep and shrinkage behaviour of concrete

submitted in satisfaction of the requirements for the degree of
Diplom-Ingenieur
of the TU Wien, Faculty of Civil Engineering

Diplomarbeit

Entwicklung der Modelle zur Beschreibung des Kriech- und Schwindverhaltens von Beton

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs
eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Maximilian Otto, BSc

Matr.Nr.: 01002484

unter der Anleitung von

O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. M.Eng. **Johann Kollegger**

Univ.Ass. Dipl.-Ing. **Michael Rath** BSc.

Institut für Tragkonstruktionen
Forschungsbereich Stahlbeton- und Massivbau
Technische Universität Wien
Karlsplatz 13, 1040 Wien, Österreich

Wien, im November 2019



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich meinen Dank an jene Personen ausdrücken, die mich auf meinem Weg zum Studiumabschluss begleitet haben.

Besonderer Dank gebührt O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. M.Eng. Johann Kollegger für die Möglichkeit meine Diplomarbeit unter seiner Aufsicht zu schreiben. Weiterer Dank richtet sich an meinen betreuenden Assistenten Univ.Ass. Dipl.-Ing. Michael Rath BSc.. Für die ersten Hilfestellungen und fachlichen Anregungen danke ich auch Univ.Ass. Dipl.-Ing. Georg Gaßner BSc..

Zusätzlich danke ich meiner Familie und meinen Freunden, die mich immer im Zuge des Studiums unterstützt haben.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Kurzfassung

Bei der Verwendung von Beton im Bauwesen ist eine theoretische und rechnerische Erfassung der zeitabhängigen Verformungen des Betons, die im Laufe des Lebenszyklus auftreten, notwendig. Dies dient einerseits zum Verständnis der Vorgänge, sowie andererseits zur besseren Vorhersehbarkeit der Größen solcher Deformationen. Diese Arbeit beschäftigt sich mit zwei Ursachen von zeitabhängigen Verformungen. Diese werden Kriechen und Schwinden genannt. Eine akkurate Vorhersage dieser ist vor allem bei Brücken, die im Freivorbau hergestellt werden, besonders wichtig.

Da analytische Beschreibungen der Vorgänge aufgrund ihrer Komplexität nicht möglich sind, wurden im Laufe der Zeit Ansätze entwickelt, die eine Vorhersage der Dehnungen zu einem beliebigen Zeitpunkt ermöglichen. Die Basis für die Entwicklung derartiger Berechnungsmodelle stellen Ergebnisse von Kriech- und Schwindversuchen dar. Grundsätzlich wird bei den Modellen zwischen Produkt- und Summationsansätzen unterschieden. Diese weisen individuelle Schwächen und Stärken auf.

Neben der Wahl eines geeigneten Ansatzes für die Berechnungsmodelle, stoßen Wissenschaftler bei der Entwicklung dieser auf weitere Herausforderungen. Auf Basis von geeigneten Versuchsergebnissen muss eine qualitative Analyse der Einflüsse auf Kriechen und Schwinden erfolgen. Außerdem ist anschließend der Wahl von geeigneten Eingangsparametern und deren Abstimmung mit den Modellen besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf dem Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsmodelle, die im Laufe der Zeit zunächst in Deutschland und später in vielen anderen europäischen Ländern Eingang in Normen gefunden haben, und jener Modelle, die als Vorlage gedient haben. Zunächst werden diese mit allen zugehörigen Gleichungen und Definitionen vorgestellt. Vor den jeweiligen Kapiteln der Modelle finden sich die Unterschiede zum jeweiligen Vorgänger. Anschließend werden die Schwächen der Modelle erörtert. Für ausgewählte Modelle wurden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt. Diese finden sich in Form von Diagrammen bereits in den entsprechenden Kapiteln für einen Vergleich des Einflusses des Querschnitts. Am Ende der Arbeit werden die berechneten Modelle mittels Kurvendiagrammen und Tabellenwerten untereinander verglichen.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Abstract

When concrete is used in civil engineering, it is necessary to comprehend the time-dependent deformations of the concrete that occur during its life cycle in terms of theory and calculation. This serves on the one hand to understand the processes and on the other hand to improve the predictability of the magnitudes of such deformations. This thesis deals with two causes of time-dependent deformations. These are called creep and shrinkage. Accurate prediction is particularly important for bridges built with the cantilever method.

Since analytical descriptions of the processes are not possible due to their complexity, approaches have been developed over time that allow a prediction of the strains at any point of time. The basis for the development of such calculation models are the results of creep and shrinkage tests. Basically, the models distinguish between product and summation approaches. These have individual weaknesses and strengths.

In addition to the choice of a suitable approach for the calculation models, scientists face further challenges in the development of these models. A qualitative analysis of the influences on creep and shrinkage must be carried out on the basis of fitting test results. In addition, special attention must be paid to the selection of suitable input parameters and their coordination with the models.

The focus of this work lies on the comparison of the different calculation approaches that have found their way into standards initially in Germany and later in many other European countries over the course of time and the models that have served as templates. First these are presented with all associated equations and definitions. Before the respective chapters of the models the differences to the corresponding predecessors are found. Then the weaknesses of the models are discussed. For selected models, calculations with two different cross-sections were carried out. These can already be found in the form of diagrams in the corresponding chapters for a comparison of the influence of the cross-section. At the end of the work, the calculated models are compared with each other using curve diagrams and table values.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	13
1.1	Auswirkungen von Kriechen und Schwinden auf im Freivorbau hergestellten Brücken	13
1.1.1	Viadukt La Lutrive	13
1.1.2	Koror-Babeldaob Brücke	14
1.1.3	Freivorbau	15
1.1.4	Ausblick	17
2	Grundlagen	18
2.1	Verformungen an Betonbauwerken	18
2.1.1	Kriechen	18
2.1.2	Schwinden	20
2.1.3	Verformungskomponenten in einem Einstufenversuch	22
2.2	Entwicklung der Verformungsmodelle	23
2.2.1	Allgemeines	23
2.2.2	Linearität	24
2.2.3	Superpositionsprinzip	24
2.2.4	Rheologische Grundmodelle	25
2.3	Grundansätze	26
2.3.1	Ansatz von Dischinger	26
2.3.2	Summationsansatz	27
2.3.3	Produktansatz	28
2.3.4	Vergleich der Ansätze	28
2.4	Allgemeine Annahmen in Kriech- und Schwindmodellen	30
2.4.1	Lastabhängige Dehnung	30
2.4.2	Festigkeitskennwerte	32
2.4.3	Wirksame Querschnittsdicke	32
3	Modelle zur Beschreibung der Kriech- und Schwindverformungen	33
3.1	Zeitliche Übersicht der Kriech- und Schwindmodelle	33
3.2	Ansatz nach Dischinger (1937,1939)	34
3.2.1	Kriechen	34
3.2.2	Schwinden	38
3.3	DIN 4227:1953 (1953)	38
3.3.1	Kriechen	39

3.3.2	Schwinden	41
3.3.3	Literatur Analyse	42
3.4	CEB/FIP Empfehlungen (1970)	42
3.4.1	Kriechen	43
3.4.2	Schwinden	51
3.4.3	Literatur Analyse	54
3.5	DIN 1045:1972 (1972)	54
3.5.1	Kriechen	55
3.5.2	Schwinden	57
3.5.3	Literatur Analyse	57
3.6	DIN 4227:1973 (1973)	57
3.6.1	Kriechen	58
3.6.2	Schwinden	61
3.6.3	Literatur Analyse	61
3.7	CEB-FIP Model Code (1978)	62
3.7.1	Kriechen	63
3.7.2	Schwinden	70
3.7.3	Literatur Analyse	72
3.8	DIN 4227:1979 (1979)	74
3.9	DIN 4227-1:1988 (1988)	74
3.10	CEB 1990 (Verbesserter CEB MC 78 Ansatz) (1990)	74
3.10.1	Kriechen	75
3.10.2	Schwinden	77
3.10.3	Literatur Analyse	78
3.11	CEB 1990 (Überarbeiteter Summationsansatz) (1990)	79
3.11.1	Kriechen	80
3.11.2	Literatur Analyse	82
3.12	Model Code 1990 (1993)	83
3.12.1	Kriechen	84
3.12.2	Schwinden	92
3.12.3	Literatur Analyse	94
3.13	DIN 1045-1:2001 (2001)	95
3.13.1	Kriechen	95
3.13.2	Schwinden	101
3.13.3	Literatur Analyse	104
3.14	DIN EN 1992-1-1 (2005-2011)	104
3.14.1	Kriechen	105
3.14.2	Schwinden	111
3.15	DIN EN 1992-2 (2007-2010)	114
3.15.1	Kriechen	115

3.15.2	Schwinden	116
3.16	DIN 1045-1:2008 (2008)	116
3.17	Model Code 2010 (2013)	117
3.17.1	Kriechen	117
3.17.2	Schwinden	127
3.17.3	Literatur Analyse	130
4	Gegenüberstellung der Kriech- und Schwindmodelle der vorgestellten Normen	132
4.1	Berücksichtigte Parameter der Berechnungsmodelle	132
4.2	Gültigkeitsgrenzen der Berechnungsmodelle	132
4.3	Parameterabhängigkeiten und Grenzwerte der Kriechmodelle	135
4.3.1	CEB/FIP Empfehlungen (1970)	135
4.3.2	Model Code 1978	136
4.3.3	Model Code 1990	137
4.3.4	DIN 1045-1:2001	138
4.3.5	DIN EN 1992-1-1	138
4.3.6	Model Code 2010	138
4.4	Kurvenvergleiche der Kriechmodelle	140
4.4.1	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung	141
4.4.2	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung	143
4.4.3	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung	145
4.5	Parameter der Schwindmodelle	147
4.5.1	CEB/FIP Empfehlungen (1970)	147
4.5.2	Model Code 1978	148
4.5.3	Model Code 1990	148
4.5.4	DIN 1045-1:2001	149
4.5.5	DIN EN 1992-1-1	150
4.5.6	Model Code 2010	150
4.6	Kurvenvergleiche der Schwindmodelle	151
5	Zusammenfassung	154
	Anhang A	165



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Kapitel 1

Einleitung

Warum ist die Kenntnis und das Verständnis für die Vorgänge des Kriechens und Schwindens an Betonbauwerken für Bauingenieure relevant? Warum brauchen planende Bauingenieure akkurate Vorhersagemodelle für die Beschreibung dieser zeitabhängigen Verformungen?

Die Antworten auf derartige Fragen werden in diesem Kapitel behandelt, bevor einige Modelle zur Beschreibung des Kriech- und Schwindverhaltens vorgestellt und verglichen werden.

1.1 Auswirkungen von Kriechen und Schwinden auf im Freivorbau hergestellten Brücken

1.1.1 Viadukt La Lutrive

Das Viadukt La Lutrive befindet sich oberhalb von Lutry in der Schweiz. Die Spannbetonbrücke wurde im Jahr 1973 im Freivorbau errichtet. Die Gesamtlänge der Spannbetonbrücke beträgt 404,95 m und die größte Spannweite 131,5 m, siehe Abb. 1.1. Der Querschnitt der Brücke, ein gevouteter Hohlkastenquerschnitt, ist in Abb. 1.2 zu sehen. Ein Vergleich zwischen Verformungsmessungen an der Brücke, die schon früh durchgeführt wurden, und den mittels damals gültigen Vorhersagemodellen prognostizierten Werten zeigt nach [1], dass die Modelle nicht ausreichend genau waren, um die auftretenden Verformungen, insbesondere Langzeitverformungen, vorab zu berechnen [1].

Da die obere Platte beim Kastenquerschnitt dünner ausgeführt wurde, trocknete diese schneller aus und wies Verformungen durch Schwinden und Trocknungskriechen auf. Diese führten zu einem Anheben der Platte. Die untere Platte trocknete im gleichen Zeitraum wesentlich langsamer als die obere Platte, da diese dicker ausgeführt wurde. Die Verformungen durch Schwinden und Trocknungskriechen begannen erst, als die obere Platte bereits fast vollständig ausgetrocknet war. Dies hatte zur Folge, dass die vertikalen Verformungen des Brückenträgers nach unten größer ausfielen, als es die damals angewendete Analyse vorausgesagt hatte. Diese Problematik ist laut [1] auf die damals verwendeten Kriech- und Schwindmodelle zurückzuführen, die unter anderem das langfristige Kriechen stark unterschätzten. Bei größeren realen Durchbiegungen, als in den Berechnungen vorab ermittelt, können neben anderen Problemen (zum Beispiel Entwässerung) Ängste bei den Betreibern von Brücken entstehen, die eventuell zu riskanten Sanierungsmaßnahmen führen, wie im nachfolgenden Beispiel beschrieben [1].

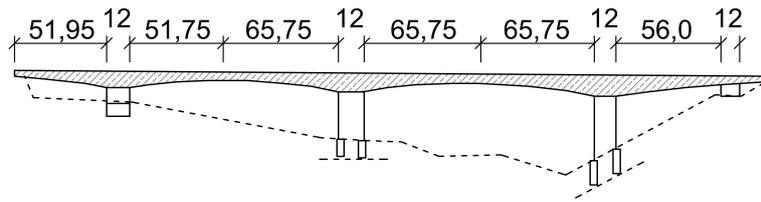


Abb. 1.1: Viadukt La Lutrive – System - in Anlehnung an [1]

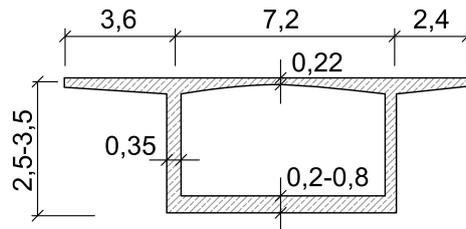


Abb. 1.2: Viadukt La Lutrive – Querschnitt - in Anlehnung an [1]

1.1.2 Koror-Babeldaob Brücke

Die Koror-Babeldaob Spannbetonbrücke, welche die Inseln Koror und Babeldaob über dem Toegel-Kanal in der Republik Palau im tropischen Westpazifik verband, ist ein weiteres Beispiel für die immense Bedeutung von akkuraten Vorhersagemodellen für das Kriechen und Schwinden. Sie wurde im Jahr 1978 im Freivorbau errichtet. Die Gesamtlänge der Brücke betrug 386 m, sie hatte eine Hauptspannweite von 241 m und bestand aus zwei symmetrischen Betonkragarmen, die in der Mitte der Spannweite durch ein horizontal verschiebbares Gelenk verbunden waren. Das damals angewendete Berechnungsmodell aus [21] und [22] ergab eine Langzeitverformung von 0,76-0,88 m, gemessen als Differenz zur geplanten Konstruktionsüberhöhung von 0,31 m. Die gemessene Durchbiegung betrug 18 Jahre nach Errichtung 1,39 m und stieg weiter an. Allerdings wurde die Überhöhung von 0,31 m nicht erreicht, da während des Freivorbaus eine zusätzliche Kriechdurchbiegung von 0,22 m auftrat. Somit betrug die gesamte Durchbiegung in Feldmitte 1,61 m [1].

Aufgrund der großen Durchbiegung wurden, auf Anweisung der Regierung in Palau, Studien durchgeführt. Diese ergaben, dass die Kriechverformungen und ein ursprünglich zu hoch angenommener Elastizitätsmodul die Ursachen für die unterschätzte Verformung in Feldmitte waren. Zudem wurde eine weitere Durchbiegung von 0,84 m in den nächsten 85 Jahren vorhergesagt. Daraufhin wurde eine Sanierung durch Einbringen von externen Spanngliedern empfohlen. Drei Monate nach Fertigstellung der Sanierung stürzte die Brücke im September 1996 unerwartet ein, siehe Abb. 1.3. Es wird davon ausgegangen, dass die Sanierungsmaßnahme zum Einsturz geführt hatte [32].



Abb. 1.3: Einsturz der Koror-Babeldaob Brücke [38]

1.1.3 Freivorbau

Bei der Koror-Babeldaob Brücke wurde die geplante Überhöhung aufgrund der Kriechverformungen nicht erreicht. Dies ist ein spezielles Problem von Brücken, die mittels Freivorbauverfahren hergestellt wurden.

Freivorbau wird oft für Brücken verwendet, wenn mittlere und große Spannweiten von ca. 70-250 m auftreten. Es wird ebenfalls für schwierige geologische oder geografische Verhältnisse am geplanten Standort eingesetzt. Als Beispiel für eine Brücke, die im Jahr 2006 im Freivorbau hergestellt wurde, sei die Weidatalbrücke in Abb. 1.4 genannt. Grundsätzlich werden im klassischen Freivorbau, von einem Pfeiler ausgehend, zwei bewegliche Fertigungsanlagen verwendet. Diese tragen die Rüstung, Schalung sowie den Frischbeton. Es werden einzelne Brückenabschnitte, die in der Regel 3-5 m lang sind, betoniert. Die Brückenträger der einzelnen Brückensysteme wirken im Bauzustand wie Kragarme, die am Ende miteinander verbunden werden. Da im Zuge des Vorbaus hohe elastische und plastische Durchbiegungen bei den Kragarmen auftreten, müssen diese mit Überhöhungen während des Bauprozesses ausgeglichen werden. Die Dimensionierung der gesamten Überhöhung muss so erfolgen, dass das vorgesehene Fahrbahnniveau im Endzustand erreicht wird. Um dies zu bewerkstelligen, muss während des Freivorbaus die Verformungsberechnung nach jedem Abschnitt aktualisiert werden, damit eventuell benötigte Korrekturen im Bauzustand berücksichtigt werden können. Für diese Berechnung ist der tatsächliche Elastizitätsmodul und die tatsächliche Eigenlast von großer Bedeutung. Zusätzlich wird die tatsächlich aufgetretene Verformung pro Takt gemessen [3].

In [1] wird die Problematik durch Kriechen bei Freivorbau folgendermaßen beschrieben. Da im Sinne der Wirtschaftlichkeit für die Herstellung der Kragarme von beiden Seiten oft derselbe Freivorbauwagen verwendet wird, ist der linke Kragarm in Abb. 1.5 um Δt älter ($\Delta t = 3 - 6$ Monate üblich) als der rechte Kragarm. Der linke Kragarm wird in diesem Beispiel zum Zeitpunkt t_1 mit seinem Eigengewicht belastet und der rechte Kragarm zum Zeitpunkt



Abb. 1.4: Weidatalbrücke im Bauzustand (im Freivorbau errichtet) [35]

$t_1 + \Delta t$. Zum Zeitpunkt t_2 sollen diese miteinander verbunden werden (in diesem Beispiel mit einem horizontal verschieblichen Gelenk). Da Kriechen sich bei jung belasteten Betonen stärker auswirkt, würde, bei einer unabhängigen Verformung der Kragarme, der linke Kragarm nach dem Zeitpunkt t_2 weniger stark kriechen als der rechte und sich somit geringer verformen. Neben dem Problem, dass die Enden der Kragarme zum Zeitpunkt t_2 sich ungefähr auf der gleichen Höhe befinden müssen, um diese zusammenschließen, tritt im Gelenk eine Kraft auf, die am Ende des linken Trägers nach unten und am Ende des rechten Trägers nach oben wirkt. Diese Kraft wird durch die Kriechverformungen laut [1] im Laufe der Zeit größer und nach Erreichen des Maximums bei ungefähr 360 Tagen wieder kleiner [1].

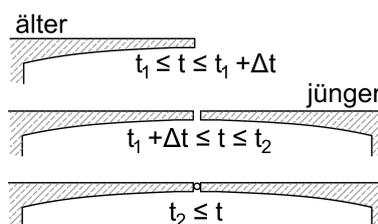


Abb. 1.5: Effekt von Kriechdifferenzen infolge von Zeitdifferenzen - in Anlehnung an [1]

Obwohl heutzutage meist keine Gelenke für die Verbindung in Brückenmitte verwendet werden, muss die auftretende Kraft, infolge unterschiedlich großer Verformungen der beiden Kragarme, auch bei der Ausführung von biegesteifen Verbindungen aufgenommen werden, falls keine geeigneten Gegenmaßnahmen vorgenommen werden. Das Auftreten der Kraft kann durch einen parallel ausgeführten Freivorbau der beiden Kragarme verhindert werden, wie es bei der Weidatalbrücke der Fall war (siehe Abb. 1.4). Andernfalls muss die zusätzliche Kraft als Zwangsschnittgröße im System und in der Dimensionierung der Brücke berücksichtigt werden.

Bei allen Varianten des Freivorbaus sind ausreichend akkurate Vorhersagemodelle für die Vorgänge Kriechen und Schwinden notwendig.

1.1.4 Ausblick

Die anfänglichen Fragen nach der Notwendigkeit von akkuraten Modellen zur Beschreibung des Kriechens und Schwindens von Beton wurden durch die aufgezeigten Beispiele beantwortet. Nachfolgend werden die Verformungen, insbesondere infolge von Kriechen und Schwinden, allgemein beleuchtet und beschrieben. Anschließend werden die Berechnungsmodelle zur Vorhersage des Kriechens und Schwindens von unterschiedlichen Publikationen diskutiert und verglichen.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Verformungen an Betonbauwerken

In einigen Publikationen wird die gesamte Dehnung $\varepsilon_c(t)$ eines Tragwerkes aus Beton zu einem beliebigen Zeitpunkt t nach Gleichung (2.1) definiert [31].

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ce}(t_0) + \varepsilon_{ck}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (2.1)$$

In Gleichung (2.1) sind, neben der lastabhängigen Anfangsdehnung $\varepsilon_{ce}(t_0)$ zum Zeitpunkt der Lastaufbringung t_0 und der zeitabhängigen Temperaturdehnung $\varepsilon_{cT}(t)$ bei einem Betonalter t , zwei weitere Komponenten angeführt. $\varepsilon_{ck}(t)$ stellt die zeit- und lastabhängige Kriechdeformation bei einem Betonalter $t > t_0$ und $\varepsilon_{cs}(t)$ die von der Zeit abhängige jedoch lastunabhängige Schwindverformung bei einem Betonalter t dar. Diese Arbeit beschäftigt sich mit den beiden letztgenannten Anteilen der Gesamtverformung [31].

2.1.1 Kriechen

Kriechen ist eine last- und zeitabhängige Verformung, bei der die Dehnung im Beton, die durch eine äußere Belastung ausgelöst wird, durch eine konstante Dauerlast zunimmt. Für die Ermittlung der Größe dieser zusätzlichen Dehnung müssen die lastunabhängigen Dehnungen bei unbelasteten Proben abgezogen werden. Kriechen spaltet sich in folgende zwei Anteile auf [31]:

- Grundkriechen
- Trocknungskriechen

Unter Grundkriechen wird jene Verformung verstanden, die zum Beispiel auftritt, wenn der Beton während einer Belastung aufgrund einer Versiegelung der Oberflächen nicht austrocknen kann. Somit wirkt sich der Wassergehalt des Betons auf diese Form des Kriechens aus (je niedriger der Wassergehalt, desto geringer die Verformung) [31].

Ein weiterer Anteil des Kriechens tritt auf, wenn der Betonkörper bei permanenter Belastung austrocknen kann. Dies wird als Trocknungskriechen bezeichnet und ist näherungsweise dem Verlust des Wassers im Beton und somit auch der Schwindverformung proportional. Aus diesem Grund können die Vorgänge Kriechen und Schwinden in ähnlicher Weise betrachtet werden [31].

Eine Differenzierung der beiden Kriechanteile in Berechnungsmodellen ist vor allem bei hochfesten Betonen notwendig, da diese im Vergleich zu Normalbetonen ein höheres Grundkriechen als Trocknungskriechen aufweisen [31].

Die Kriechverformung weist einen irreversiblen Anteil (das Fließen) und einen reversiblen Anteil (die verzögerte elastische Verformung), der nach einer Entlastung des Betons im Laufe der Zeit zurückgeht, auf. Die Kriechverformung nimmt mit steigender Belastungsdauer zu. In der Fachwelt herrscht Uneinigkeit darüber, ob der Prozess Kriechen innerhalb eines Betonkörpers unter Dauerbelastung jemals aufhört und somit einen maximalen Wert aufweist. Aus bautechnischer Sicht ist diese Frage jedoch nicht relevant, da sicher ist, dass die Kriechgeschwindigkeit im Bereich der Gebrauchsspannungen ($\sigma_c < 0,4f_{cm}$) mit zunehmender Belastungsdauer deutlich abnimmt. Diese ist nach ca. 70 Jahren bereits so gering, sodass die Kriechverformung (nach 70 Jahren) um maximal 5 % nach weiteren 70 Jahren Dauerlasteinwirkung zunimmt. Für die Endkriechzahl φ_∞ kann somit ein Wert im Bereich von 1-4 angenommen werden. Dies bedeutet, dass die Kriechverformung den bis zu 4-fachen Wert der elastischen Verformung annehmen kann. Dieser Wert kann bei Belastung von sehr jungen Betonen um ca. 50 % höher sein [31].

Obwohl eine weitgehende Erklärung der Ursachen des Kriechens nicht existent ist, gilt in der Fachwelt als gesichert, dass das Kriechen des Zementsteins, fast ausschließlich, den Auslöser für das Kriechen im Beton darstellt. Ein Kriechen der Normalzuschläge findet, wenn überhaupt, nur unwesentlich, statt. Das enthaltene Wasser im Zementstein weist eine hohe Signifikanz auf, da ein Platzwechsel von Wassermolekülen im Zementsteingel unter einer äußeren Belastung hervorgerufen werden. Zusätzlich gleiten die Gelpartikel und verdichten den Zementstein. Diese Vorgänge werden durch Änderungen des Feuchtegehalts (zum Beispiel durch eine gleichzeitige Trocknung) beschleunigt. Unter hohen Spannungen ($\sigma_c > 0,4f_{cm}$) wachsen die Mikrorisse im Beton, was zu einem überproportionalen Anstieg des Kriechens führt, der auch zum Versagen führen kann [31].

Die Größe der Kriechverformung ist von mehreren Faktoren abhängig. Die verschiedenen Einflüsse, die in [31] aufgeführt werden, sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. In der linken Spalte sind die Einflüsse und in der Spalte Kriechverformung ist die zugehörige Auswirkung aufgelistet.

Neben der Größe der Kriechverformung ist auch die zeitliche Entwicklung des Kriechens bedeutend. Der Feuchtezustand des Betons und seine Veränderung während der Belastung beeinflussen diese. Da die Trocknung dünner Bauteile im Vergleich zu dicken Bauteilen schneller voranschreitet, kriechen diese auch schneller. Die Umgebungstemperatur beeinflusst ebenfalls die zeitliche Entwicklung des Kriechens (eine steigende Temperatur beschleunigt das Kriechen) [31].

Tab. 2.1: Einflüsse auf Kriechen und Schwinden [31]

Einflüsse	Kriechverformung	Schwindverformung
Wasserzementwert	+	k.A.
Hydratationsgrad bei Belastungsbeginn	-	k.A.
Elastizitätsmodul des Zuschlags	-	-
Belastungsalter des Betons	-	k.A.
Bauteilabmessungen	-	k.A.
relative Luftfeuchte	-	-
Umgebungstemperatur	+	k.A.
Anmachwassergehalt	k.A.	+
Mahlfeinheit des Zements	k.A.	+
Gehalt des Zements an wasserlöslichen Alkalien	k.A.	+
+ Verformung steigt an, - Verformung sinkt, k.A. keine Angabe		
Die hier angegebene Auswirkungen +/- auf die Verformungen beziehen sich auf steigende Einflüsse		
zum Beispiel: ein steigender Wasserzementwert bewirkt eine Steigerung der Kriechverformung (+)		
zum Beispiel: eine steigende relative Luftfeuchte bewirkt eine Reduzierung der Schwindverformung (-)		

2.1.2 Schwinden

Schwinden gehört zu den lastunabhängigen, aber zeitabhängigen Verformungen und weist fünf unterschiedliche Ursachen beziehungsweise Anteile auf [31]:

- Trocknungsschwinden
- chemisches Schwinden
- autogenes Schwinden
- plastisches Schwinden
- Karbonatisierungsschwinden

Das Trocknungsschwinden wird durch die Abgabe der Feuchtigkeit im Beton an eine trockenere Umgebung verursacht. Dieser Vorgang hat eine Volumenabnahme des Betons zur Folge und stellt zumeist den größten Anteil am Schwinden dar [31].

Unter chemischen Schwinden versteht man die Tatsache, dass Zementgel, das bei der Hydratation von Zement entsteht, ein kleineres Volumen aufweist als dessen Ausgangsstoffe Wasser und Zement [31].

Wenn der Wasserzementwert bei der Herstellung von Beton zu niedrig ist ($<0,4$), dann ist die Menge des Wassers für eine vollständige Hydratation nicht ausreichend. Dies resultiert in einer inneren Austrocknung und somit auch in einer Abnahme des Betonvolumens. Dieser Vorgang wird

autogenes Schwinden genannt und ist unabhängig von Umweltbedingungen. Bei Nutzung von hochfesten Betonen für Bauwerke kann dieser Anteil größer sein als das Trocknungsschwinden [31].

Eine Verringerung des Volumens durch plastisches Schwinden entsteht, wenn die Austrocknung des Betons nach Beginn der Erstarrung nicht mit geeigneter Nachbehandlung verhindert wird. Dies kann zu Trennrissen im Beton führen. Diese Schwindverformungen können abhängig von den Austrocknungsbedingungen eine Größe von bis zu ca. 3 mm/m (je höher der Zementgehalt und der Wassermenge desto größer) annehmen. Die Zusammensetzung des Mehlkorns sowie die Art und Menge von Betonzusatzmitteln sind ebenfalls von Bedeutung. Wenn das Blutwasser an der Betonoberfläche verdunstet, bzw. vom Beton aufgesaugt wird, treten in den Poren des Zementsteins Kapillarspannungen (Unterdruck) auf. Somit ist ein Schutz vor Austrocknung und eine Wasserzufuhr geeignet, um solche plastischen Schwindverformungen zu verhindern [31].

Beim Karbonatisierungsschwinden (Karbonatisierung des Betons) kommt es ebenfalls zu einer Abnahme des Volumens [31]. Dieser Schwindanteil entsteht durch eine Reaktion der Hydratationsprodukte des erhärteten Zementsteins mit dem Kohlendioxid der Luft in Anwesenheit von Feuchtigkeit. Die Abnahme des Volumens entsteht durch Umkristallisationsvorgänge und die Freisetzung von zuvor molekular gebundenem Wasser [30].

Da die Anteile plastisches Schwinden und Karbonatisierungsschwinden durch geeignete Gegenmaßnahmen, bzw. unter normalen Umweltbedingungen, sehr gering ausfallen können, sind die maßgebenden Ursachen von Schwinden das Trocknungsschwinden sowie das Grundswinden (chemisches Schwinden und autogenes Schwinden). Die Differenzierung von Trocknungsschwinden und Grundswinden in den Berechnungsmodellen ist vor allem bei hochfesten Betonen sinnvoll, da im Vergleich zu Betonen mittlerer Festigkeitsklassen Trocknungsschwinden vielfach langsamer, aber Grundswinden rascher abläuft. Aus diesem Grund kann die Größe von Grundswinden bei steigenden Festigkeiten jene von Trocknungsschwinden übertreffen und somit durch die Differenzierung eine Vorhersageverbesserung erzielt werden [31].

Eine Proportionalität zwischen Wasserverlust und Trocknungsschwinden kann für Normalbeton in erster Näherung angenommen werden. Allerdings löst der Wasserverlust aus den feinen Kapillarporen und den Gelporen eine Volumsänderung aus und muss bei genauer Betrachtung berücksichtigt werden. Ein Wasserverlust, der bei einem Trocknungsvorgang zuerst austrocknenden größeren Kapillarporen, resultiert in einem deutlich geringeren Schwinden [31].

Die zeitliche Entwicklung der Schwindverformung durch Trocknungsschwinden erfolgt langsam, da austrocknender Beton einen sehr langsam ablaufenden Diffusionsprozess darstellt. Die Ausgleichsfeuchte, bei einem Betonzylinder mit einem Durchmesser von 500 mm, stellt sich im ganzen Querschnitt erst nach mehreren Jahrzehnten ein. Die Feuchte in oberflächennahen Bereichen befindet sich allerdings bereits nach kurzer Trocknungszeit im Gleichgewicht mit der Umgebungsfeuchte. Aus diesem Grund kommt es zu einer ungleichen Verteilung der relativen Feuchte über den Querschnitt (nimmt von außen nach innen ab). Dies resultiert in Eigenspannungen (Schwindspannungen) - Druckspannungen im Kern und Zugspannungen an der Oberfläche - aufgrund der Behinderung der freien Schwindverkürzung der Ränder durch den langsam austrocknenden Kern.

Diese Zugspannungen können unter ungünstigen Bedingungen einen Auslöser für Schwindrisse an der Oberfläche darstellen [31].

Eigenspannungen werden durch Grundschrinden nicht erzeugt, da dieses im Gegensatz zu Trocknungsschrinden über den ganzen Querschnitt gleichmäßig verteilt ist. Allerdings führen beide Schrindprozesse zu Gefügespannungen, da Zementstein ein größeres Schrinden aufweist als die Gesteinskörnung. Da die steiferen Gesteinskörner das Zementsteinschrinden behindern, entstehen Druckspannungen im Zuschlagkorn und Zugspannungen in der Mörtel- bzw. Zementsteinmatrix. Diese führen zu Rissen in der Kontaktzone Zementstein-Gesteinskörnung. Zwängungsspannungen, die bei einer Behinderung der Schrindverformung eines Bauteils in statisch unbestimmten Systemen entstehen, können durchgehende Risse hervorrufen. Bei der Ermittlung dieser Schrindspannungen muss der Einfluss des Kriechens berücksichtigt werden, da diese durch Kriechen abgebaut werden können [31].

Im Gegensatz zum Kriechen existiert grundsätzlich eine Erklärung für die physikalischen Vorgänge von Schrinden. Das Austrocknen des Betons führt dazu, dass Kapillarspannungen im Porensystem des Zementsteins, sowie Oberflächenspannungen in den Hydratationsprodukten des Zementsteins verändert werden. Es entsteht auch ein Spaltdruck zwischen den Hydratationsprodukten [31].

Die Größe der Schrindverformung ist von mehreren Faktoren abhängig. Die verschiedenen Einflüsse, die in [31] aufgeführt werden, sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. In der linken Spalte sind die Einflüsse und in der Spalte der Schrindverformung die zugehörige Auswirkung aufgelistet.

2.1.3 Verformungskomponenten in einem Einstufenversuch

Abb. 2.1 zeigt ein Diagramm von einem Einstufenversuch mit den zugehörigen, üblichen Definitionen der Verformungskomponenten von Beton. Hier wird der Beton zum Zeitpunkt t_0 mit einer Spannung $\sigma_c(t_0)$ belastet und zum Zeitpunkt t_e wieder entlastet. t_s stellt den Zeitpunkt des Beginns der Trocknung dar. Die Schrinddehnung, hier mit $\varepsilon_{cs}(t_s)$ bezeichnet, beginnt somit zum Zeitpunkt t_s . Zum Zeitpunkt t_0 tritt die lastabhängige Anfangsdehnung, hier mit $\varepsilon_{ci}(t_0)$ bezeichnet, auf. $\varepsilon_{cip}(t_0)$ ist eine unmittelbar einhergehende, vergleichsweise kleine Setzdehnung. Diese ist plastisch und wird hier als Teil der Kriechdehnung definiert. Ab Einwirken der Spannung, steigt die Kriechdehnung $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ mit der Zeit an. Zum Zeitpunkt der Entlastung t_e erfährt der Betonkörper eine augenblickliche, elastische Rückverformung $\varepsilon_{ci}(t_e)$ und eine sich allmählich entwickelnde, verzögert elastische Dehnung $\varepsilon_{cd}(t, t_0, t_e)$ mit einem Endwert von $\varepsilon_{cd\infty}$. Somit ergibt sich die Kriechdehnung $\varepsilon_{cc}(t > t_e)$ zum Zeitpunkt $t > t_e$ durch die gemessene Gesamtdehnung zum Zeitpunkt t abzüglich der Schrinddehnung $\varepsilon_{cs}(t_s)$ [30].

An dieser Stelle sei erwähnt, dass sich die beiden Vorgänge Kriechen und Schrinden nach derzeitigem Forschungszustand wahrscheinlich gegenseitig beeinflussen. Da es aber rechentechnisch notwendig ist und das Verhalten des Bauwerks in guter Annäherung mit der Summe aller Anteile abgebildet werden kann, werden die beiden Anteile getrennt voneinander betrachtet [31].

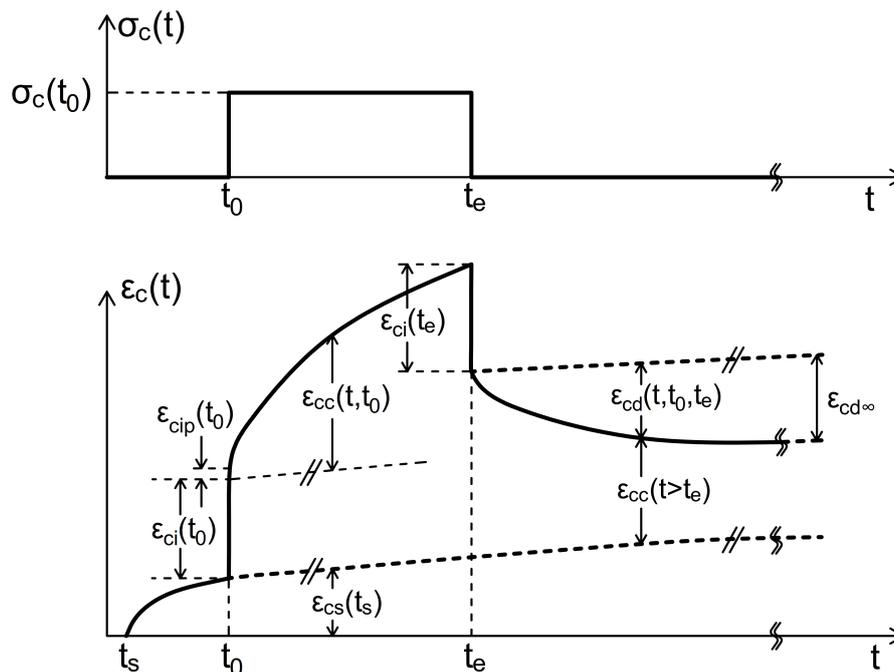


Abb. 2.1: Übliche Definition der Verformungskomponenten von Beton im Einstufenversuch - in Anlehnung an [30]

2.2 Entwicklung der Verformungsmodelle

2.2.1 Allgemeines

Eine Ableitung von konstitutiven Gesetzen für den Kriechprozess aus den Mechanismen der Mikroebene ist, trotz umfangreichen Forschungen, nicht möglich, da das Wissen über die physikalischen Vorgänge nicht ausreicht. Allerdings besteht die Möglichkeit, auf Basis der großen Anzahl an publizierten Versuchsdaten, einer Beschreibung des Verformungsverhaltens von Beton auf der Makroebene [26].

In [26] wird grundsätzlich in zwei Methoden zur Beschreibung des Kriechverhaltens von Betonbauteilen unterschieden [26].

- Eine Schätzung des mittleren Querschnittsverhaltens von Beton mit Berücksichtigung der durchschnittlichen relativen Luftfeuchtigkeit und Bauteilgröße
- Eine Finite Elemente-Kriechanalyse mit Berücksichtigung von lokalen Spannungen, Rissbildungen und Feuchtigkeitszuständen

Beide Methoden benötigen konstitutive Gleichungen über das Kriechverhalten von Beton, die auf Grundlage bekannter und vorhersehbarer Materialeigenschaften identifiziert werden müssen. Die erste Methode weist meist einige starke Vereinfachungen und Schwächen auf, wie zum Beispiel eine Vernachlässigung der Zusammenhänge zwischen elastischen Dehnungen, Schwinden und Kriechen, sowie deren Veränderung über den Querschnitt. Allerdings sind derartige Modelle

für die Praxis von großer Bedeutung und in den meisten Fällen ausreichend genau. Die zweite Methode erfordert genauere und somit komplexere Materialmodelle [26].

Da Kriechen und Schwinden von vielen Parametern abhängen, die dem Planer zum Zeitpunkt der Berechnung nicht bekannt sind und Kriechen einen komplexen, nichtlinearen Vorgang darstellt, der noch nicht ausreichend erforscht werden konnte, ist eine Modellierung von geeigneten Vorhersagen schwierig [26].

Einerseits sind die zugehörigen konstitutiven Gleichungen von Modellen, die das nichtlineare Verhalten korrekt berücksichtigen, zu komplex um in aktuelle Normen aufgenommen werden zu können. Andererseits wird die Annahme eines linearen Verhaltens durch ausreichend zufriedenstellende Kriechprognosen an vielen bedeutenden Bauprojekten bestätigt [26].

2.2.2 Linearität

In den nachfolgenden Kriechmodellen wird die Annahme einer Linearität zwischen den kriechezeugenden Spannungen und den Kriechdehnungen als Voraussetzung angesehen und wird, vor allem in neueren Publikationen, mit 40 % des Mittelwerts der Zylinderdruckfestigkeit des Betons f_{cm} begrenzt. Beim Auftreten von Spannungen $> 0,4 \cdot f_{cm}$ verhält sich die Kriechdehnung nichtlinear zur kriechezeugenden Spannung. Diese Nichtlinearität wird in einigen Publikationen berücksichtigt und es sind weiterführende Berechnungen angegeben.

In den nachfolgend angeführten Berechnungsmodellen finden sich Verweise auf dieses Kapitel, wenn die Grenzen übereinstimmen, bzw. Hinweise und Ausführungen, falls diese eine andere oder keine Begrenzung aufweisen.

2.2.3 Superpositionsprinzip

Neben der Annahme einer Linearität spielt für die Berücksichtigung von veränderlichen Spannungen das Superpositionsprinzip von Boltzmann in den nachfolgenden Berechnungsmodellen von Kriechdehnungen eine große Rolle. Die Voraussetzung für das Prinzip ist ein linear viskoelastischer Werkstoff. Wenn veränderliche Spannungen auf derartige Werkstoffe einwirken, können diese in einzelne Anteile laut Spannungsgeschichte zerlegt werden. Die Summe der Dehnungen infolge dieser Spannungsanteile entspricht der resultierenden Dehnung aus der veränderlichen Spannung [29].

Daraus folgen drei verschiedene Formulierungen, siehe Gleichungen (2.2), (2.3) und (2.4) für das zeitabhängige Spannungs-Dehnungs-Verhalten. $J(t)$ wird als Kriechfunktion bezeichnet. Die Funktion gibt die lastabhängige Verformung bezogen auf die Kriechspannung an. $R(t, \tau)$ beschreibt den zeitlichen Verlauf einer Spannung, die durch eine konstante Einheitsdehnung verursacht wird und kann somit als Relaxationsfunktion interpretiert werden. t ist der Beobachtungszeitpunkt und τ die Zeit als Integrationsvariable. Die Koeffizienten k_i und l_i können konstant oder zeitvariabel sein. Es sind keine Übergänge zwischen den drei Gleichungen in mathematisch geschlossener Form möglich, trotz der stoffmechanischen Gleichwertigkeit der Beziehungen und der Abhängigkeit zwischen den Werkstoffgrößen J, R, l_i und k_i [29].

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t, \tau) \cdot \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.2)$$

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t, \tau) \cdot \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=0}^n l_i \cdot \frac{d^i \sigma}{dt^i} = \sum_{j=0}^m k_j \cdot \frac{d^j \varepsilon}{dt^j} \quad (2.4)$$

Eine Zurechnung von Beton zu linear viskoelastischen Materialien kann in guter Näherung angenommen werden. Aus Gleichung (2.2) inklusive Betonschwinden kann Gleichung (2.5) angeschrieben werden. t_0 ist der Startzeitpunkt der Belastungsgeschichte. Sofern die Kriechfunktion und der Schwindverlauf als Stoffgesetze bekannt sind, kann das zeitabhängige Spannungs-Dehnungs-Verhalten mit dieser Gleichung beschrieben werden. Eine geschlossene Lösung zur Ermittlung der Dehnungen bei gegebener Spannungsgeschichte und die Spannungen bei bekanntem Dehnungsverlauf wäre nur unter bestimmten Voraussetzungen möglich [29].

$$\varepsilon(t, t_0) = J(t, t_0) \cdot \sigma(t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \cdot \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \quad (2.5)$$

Die Kriechfunktion $J(t, t_0)$ kann nach [29] durch Gleichung (2.6) definiert werden. Eine andere Schreibweise stellt Gleichung (2.7) dar. Hier ist E_b der konstante Elastizitätsmodul des Betons. $n(t_0)$ stellt die Alterungsfunktion für die elastische Verformung dar. Unter der vereinfachenden Annahme, dass der Elastizitätsmodul zeitlich konstant ist, gilt $n(t_0) = 1$ [29].

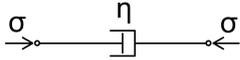
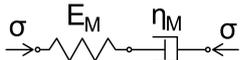
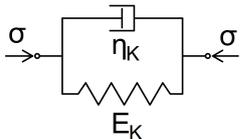
$$J(t, t_0) = \frac{1}{\sigma_k} \cdot [\varepsilon_{el}(t_0) + \varepsilon_k(t, t_0)] \quad (2.6)$$

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_b} \cdot [n(t_0) + \varphi(t, t_0)] \quad (2.7)$$

2.2.4 Rheologische Grundmodelle

Mit Hilfe von mechanischen, rheologischen Modellen können Differentialgleichungen analog zu Gleichung (2.4) hergeleitet werden. Diese entstehen aus einer Kombination der idealisierten Körper (zum Beispiel Hooke'sche Feder oder Newton'scher Dämpfer), siehe Tabelle 2.2. In der Theorie können somit alle unterschiedlichen Werkstoffverhalten abgebildet und deren mathematische Beziehungen (Stoffgesetze) angegeben werden. Somit ist eine Analyse des zeitabhängigen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens überschaubar. Die Werkstoffkennwerte Elastizitätsmodul E und Viskosität η sind in der klassischen Rheologie zeitlich konstant. Aufgrund der notwendigen Berücksichtigung der Altersabhängigkeit des Betons, entstehen, wie in Tabelle 2.2 zu sehen ist, komplizierte Stoffgesetze [29].

Tab. 2.2: Grundelemente und Grundmodelle der Rheologie - in Anlehnung an [29]

Name	Rheologisches Modell	Stoffgesetz	
		$E, \eta = const$	$E = E(t), \eta = \eta(t)$
Hooke'sche Feder		$\sigma = E \cdot \varepsilon$	$\frac{d\sigma}{dt} = E \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$
Newton'scher Dämpfer		$\sigma = \eta \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$	$\sigma = \eta \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$
Maxwell-Modell		$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_M} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta_M} \cdot \sigma$	$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_M} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta_M} \cdot \sigma$
Kelvin-Modell		$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_K}{\eta_K} \cdot \varepsilon = \frac{1}{\eta_K} \cdot \sigma$	$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{E_K + \frac{d\eta_K}{dt}}{\eta_K} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\eta_K} \cdot \frac{d\sigma}{dt}$

2.3 Grundansätze

Generell kann bei den nachfolgenden Modellen zwischen drei wesentlichen Grundansätzen, wie folgt, unterschieden werden [29].

- Ansatz von Dischinger
- Summationsansatz
- Produktansatz

Die Annahme, dass die Kriechdehnung und -spannung eine Linearität aufweisen, ist die Grundvoraussetzung für alle drei Ansätze. Ausgehend von der Linearität kann, wie bereits beschrieben, auf das Superpositionsprinzip geschlossen werden [29].

In allen Ansätzen werden neben den Funktionen, die charakteristisch für den jeweiligen Ansatz sind, zusätzliche Funktionen eingeführt um die Effekte der unterschiedlichen Einwirkungen auf das Kriechen zu erfassen [26].

2.3.1 Ansatz von Dischinger

Der Ansatz von Dischinger stellt den Vorläufer des Summationsansatzes dar. Auf Grundlage der Whitney'schen Idealkurven für Beton kann die Kriechzahl nach Dischinger durch Gleichung (2.8) angeschrieben werden [29].

Die Whitney'schen Idealkurven sind in Abb. 3.4 zu sehen. In diesem Diagramm weisen die Kriechkurven $\varepsilon_{k1,k2,k3}$ aus Dauerbelastungen in verschiedenen Zeitpunkten immer den gleichen senkrechten Abstand voneinander auf [20].

Der Gleichung (2.8) liegt eine gleiche Zeitfunktion für die Alterung des Betons und dem zeitlichen Verlauf der Kriechverformung zugrunde. Mit dem Zusammenhang zwischen der Viskosität $\eta(t)$ und der Kriechzahl $\varphi(t)$ nach Gleichung (2.9) kann mithilfe der Substitution von $\eta(t)$ und

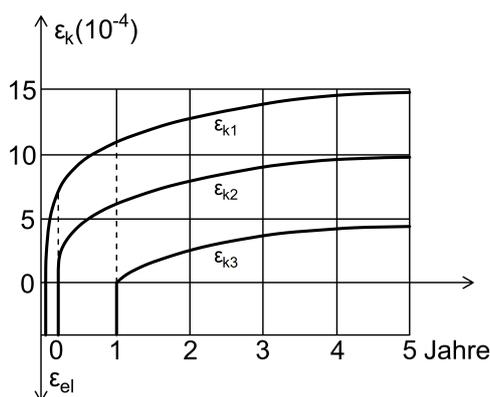


Abb. 2.2: Whitney'schen Idealkurven - in Anlehnung an [29]

$E_m = E_b$ aus einem allgemeinen Maxwell-Modell, nach Tabelle 2.2, die Differentialgleichung von Dischinger (2.10) hergeleitet werden. Wenn die Alterung des Elastizitätsmoduls berücksichtigt werden soll, muss in dieser Gleichung der Faktor $1/E_b$ im ersten Summanden mit $\eta(t)/E_b$ ersetzt werden [29].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi(t) - \varphi(t_0) \quad (2.8)$$

$$\varphi(t) = E_b \cdot \int \frac{1}{\eta(t)} dt \quad (2.9)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_b} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{E_b} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.10)$$

2.3.2 Summationsansatz

Der Summationsansatz stellt eine Erweiterung des Ansatzes von Dischinger dar. Die Kriechzahl wird mit der Summe aus verzögerter elastischer Verformung φ_v und Fließverformung φ_f ermittelt, siehe Gleichung (2.11). Durch diese Gleichung wird der im Ansatz von Dischinger beschriebene Vorgang, dass das Kriechen rein irreversibel ist, überwunden. Die verzögert elastische Verformungskomponente ist altersunabhängig. In den rheologischen Modellen entspricht der Summationsansatz einer Serienschaltung aus dem Maxwell- und Kelvin-Modell [29].

Der Term $\varphi_v(t - t_0)$ stellt nach [26] eine monoton steigende Funktion dar. $\varphi_f(t) - \varphi_f(t_0)$ steigt ebenfalls mit der Zeit an [26].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_v(t - t_0) + \varphi_f(t) - \varphi_f(t_0) \quad (2.11)$$

Wie später näher erläutert, wird der vorliegende Ansatz in Gleichung (2.11) in [23] um einen Term erweitert. Dieser additive Faktor $\varphi_a(t_0)$ berücksichtigt eine rasche Anfangsverformung im zugehörigen Kriechansatz. Der Term $\varphi_f(t) - \varphi_f(t_0)$ berücksichtigt in diesem das Kriechen nach 24 Stunden Belastung [23].

2.3.3 Produktansatz

Der Produktansatz, siehe Gleichung (2.12), verbindet die Einflüsse des Belastungsalters und der Belastungsdauer multiplikativ. Die Faktoren k_i sind voneinander unabhängige Funktionen des Belastungsalters t_0 sowie von weiteren Einflussparametern. Die Funktion $k(t - t_0)$ gibt den zeitlichen Verlauf der Kriechverformungen wieder. Dieser Ansatz kann nur mit Hilfe von speziellen Funktionstypen für die Zeitfunktionen auf einfache rheologische Modelle zurückgeführt werden. Aus diesem Grund ist bei der Verwendung eines Produktansatzes eine Umwandlung von Gleichung (2.5) in eine Differentialgleichung in geschlossener Form nicht möglich [29].

Die Funktion $k_1(t_0)$ ist nach [26] eine monoton abnehmende Alterungsfunktion und $k(t - t_0)$ eine monoton steigende Funktion [26].

$$\varphi(t, t_0) = k_1(t_0) \dots k_i \dots k(t - t_0) \quad (2.12)$$

2.3.4 Vergleich der Ansätze

Im Vergleich der drei Grundansätze weisen diese unterschiedliche Verformungsmerkmale und verschiedene stoffmechanische Schwächen auf. Diese sind vor allem bei veränderlichen Spannungen zu sehen [29].

Die Kriechverformung wird im Ansatz von Dischinger rein viskos angenommen. Somit ist eine Vorhersage der verzögerten elastischen Verformung nach einer Entlastung nicht möglich, siehe Abb. 2.3. Aus diesem Grund bildet dieser Ansatz weder das tatsächliche Betonverhalten noch die Whitney'schen Idealkurven ab [29].

Die Vorhersage ergibt bei einer Spannungssteigerung eine Unterschätzung der Kriechverformung und bei einer Relaxation eine Überschätzung des Spannungsabfalls. Der Ansatz weist eine zu ausgeprägte Alterung des Betons auf, wodurch bei höherem Belastungsalter deutlich zu kleine Kriechverformungen entstehen [29].

Aus dem Ansatz von Dischinger wurde der Summationsansatz weiterentwickelt. Dieser ist in der Lage das Verformungsverhalten des Betons bei abnehmenden Dehnungen und Entlastungen, durch die verzögert elastische Verformungskomponente, großemäßig im Vergleich zu Experimenten zutreffend zu beschreiben. Trotzdem liegt diesem Ansatz, wie beim Ansatz von Dischinger, dieselbe Funktion für den Einfluss des Belastungsalters auf das Kriechen und den zeitlichen Verlauf des Kriechens zugrunde. Dies führt nach kurzen Belastungsdauern zu einer Unterschätzung der Verformungen, da dieser Umstand nicht mit dem tatsächlichen Betonverhalten übereinstimmt. Der Fehler wird umso größer, je höher das Belastungsalter des Betons ist [29].

Im Vergleich zu den vorherigen Ansätzen kann der Produktansatz eine zutreffende Darstellung des Kriechverformungsverlaufs für verschiedene Belastungsalter bei konstanter Spannung abbilden. Allerdings resultiert eine Entlastung in einer deutlichen Überschätzung der Rückverformung. Zudem wird bei einer Vollentlastung häufig die Forderung, dass die Verformungen für alle Zeitpunkte $t > t_e$ monoton abnehmen müssen, nicht eingehalten, siehe Abb. 2.3. Die Spannungsrelaxation kann beim Produktansatz zutreffend abgebildet werden (Kurve 1 in Abb. 2.4). Allerdings können

auch stoffmechanisch unsinnige Ergebnisse auftreten (Kurve 2 in Abb. 2.4), wenn die Verlaufsfunktion $k(t - t_0)$ und die Alterungsfunktion $k_1(t_0)$ für die Bedingungen junges Belastungsalter und große Bauteildicke bzw. feuchte Lagerung des Bauteils unzureichend abgestimmt werden, da die Spannung ab einer gewissen Relaxationsphase ihr Vorzeichen ändert [29].

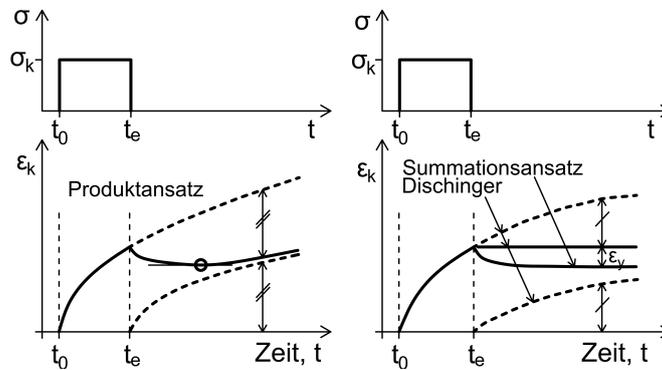


Abb. 2.3: Schematische Darstellung der von verschiedenen Grundansätzen vorhergesagten Kriechdehnungen des Betons im Einstufenversuch - in Anlehnung an [29]

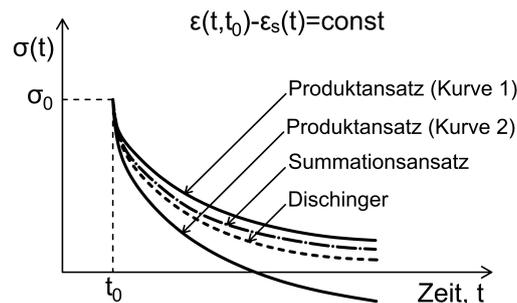
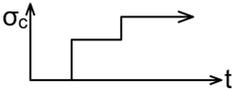
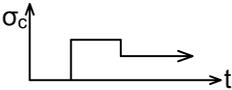
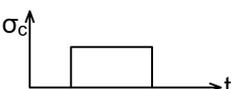


Abb. 2.4: Schematische Darstellung des von verschiedenen Grundansätzen vorhergesagten Spannungsabfalls im Relaxationsversuch bei Beton - in Anlehnung an [29]

Die aufgezeigten Fehler der Ansätze resultieren zum Teil aus der angenommenen Linearität zwischen Kriechspannung und -verformung. Diese Annahme ist, insbesondere bei veränderlichen Spannungs- und Dehnungsgeschichten, nicht zutreffend. Da die Linearität für das Trocknungskriechen ebenfalls nicht exakt gültig ist, entstehen auch bei konstanten Spannungen gewisse systematische Vorhersagefehler [29].

In [26] stellt Tabelle 2.3 eine Zusammenfassung der Vergleiche der verschiedenen Ansätze in Bezug auf unterschiedliche Belastungsverläufe und deren resultierenden Vorhersagegenauigkeit dar. Diese zeigt, dass Produktansätze konstante Spannungsverläufe am besten abbilden können. Allerdings weisen diese Schwächen bei der Vorhersage in Folge einer Entlastung sowie Relaxation auf. Der Summationsansatz ist in allen Bereichen akzeptabel. Diese Vergleiche wurden auf Grundlage der vorliegenden mathematischen Ansätze und deren grundsätzlichen Eignung zur Vorhersage verschiedener Effekte aufgestellt. Somit sind diese auch bei Modellen, die eine Verbesserung der grundlegenden Probleme anstreben, aber als Basis eine der Ansätze aufweisen, zutreffend [26].

Tab. 2.3: Vergleich zwischen Produkt- und Summationsansatz - in Anlehnung an [26]

Belastung	Merkmal	Vorhersagegenauigkeit	
		Produktansatz	Summationsansatz
Konstanter Druck	Einfluss des Alters bei Belastung	+	○
	zeitliche Entwicklung	+	○
Steigender Druck		○	○
		○	○
Sinkender Druck		–	○
	sehr junges Alter zur Belastung und dickes Bauteil oder hohe relative Luftfeuchtigkeit	–	○
Relaxation	Andere Fälle	○	○
	Legende: + gut; ○ akzeptabel; – schlecht		

2.4 Allgemeine Annahmen in Kriech- und Schwindmodellen

2.4.1 Lastabhängige Dehnung

Die Kriechdehnung $\varepsilon_{ck}(t, t_0)$, die bereits in Gleichung (2.1) in Kapitel 2.1 definiert wurde, wird zu einem beliebigen Zeitpunkt t in allen behandelten Publikationen nach einer Gleichung in Form von (2.13) ermittelt. Hier stellt σ_c eine kriecherzeugende, konstante Spannung zum Zeitpunkt t_0 dar und $E_{c,28}$ den Elastizitätsmodul, welcher in den meisten Publikationen zu einem Zeitpunkt von 28 Tagen ermittelt wird, dar. $\varphi(t, t_0)$ wird als Kriechzahl bezeichnet. Die Indizes der Terme variieren zwischen den Publikationen.

$$\varepsilon_{ck}(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{c,28}} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (2.13)$$

Nach [25] resultiert die Formulierung der Kriechdehnung nach Gleichung (2.13) mit dem Elastizitätsmodul in einem Betonalter von 28 Tagen in einer Definition der Kriechzahl nach Gleichung (2.14). Somit wird die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ als Verhältnis der Kriechdehnung $\varepsilon_{ck}(t, t_0)$ zur elastischen Dehnung $\varepsilon_{ci,28}$ in einem Betonalter von 28 Tagen unter der gleichen Belastung definiert [25].

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{ck}(t, t_0)}{\varepsilon_{ci,28}} \quad (2.14)$$

In der Literatur wurde schon oft vorgeschlagen, dass diese Definition durch Gleichung (2.15) ersetzt werden soll. Diese sieht vor, die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ durch das Verhältnis der Kriechdehnung $\varepsilon_{ck}(t, t_0)$ zur elastischen Dehnung $\varepsilon_{ci}(t_0)$ in einem Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung t_0 zu definieren. In Abb. 2.5 sind die Verläufe der Kriechzahlen $\varphi(t, t_0)$ und $\varphi^*(t, t_0)$ zu sehen. Bei einer Definition nach Gleichung (2.15) verschiebt sich das Maximum der Kriechzahlkurve, da die elastische Verformung von jungem Beton mit abnehmendem Alter bei Belastung stärker zunimmt als das Kriechen [25].

Die Kriechzahl soll ein plausibles Verhältnis für Ingenieure angeben, um wie viel größer die Kriechdehnung zur elastischen Dehnung ist. Zudem sollen die Schlüsselparameter mit Kriecheinfluss korrekt wiedergegeben und gleichzeitig der Einfluss der Betonmischung weitgehend ausgeschlossen werden. Somit ist die Definition nach Gleichung (2.14) im Hinblick auf die Beschreibung und Visualisierung der Kriechzahl und deren Einflüsse besser geeignet [25].

$$\varphi^*(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{ck}(t, t_0)}{\varepsilon_{ci}(t_0)} \quad (2.15)$$

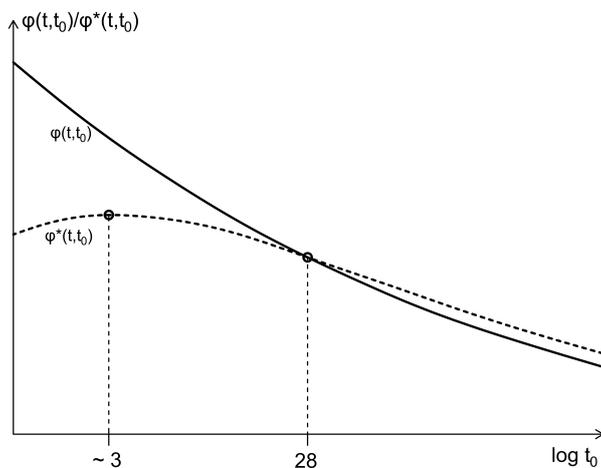


Abb. 2.5: Einfluss des Betonalters zum Zeitpunkt der Belastung auf die Kriechzahlen $\varphi(t, t_0)$ und $\varphi^*(t, t_0)$ - in Anlehnung an [25]

Die lastabhängige Gesamtdehnung $\varepsilon(t)$ kann nach einer Gleichung in Form von (2.16) angegeben werden. Hier stellt $\sigma_c/E_c(t)$ den elastischen Anteil mit einem Elastizitätsmodul $E_c(t)$ zum betrachteten Zeitpunkt und Alter des Betons t dar. $E_c(t)$ wird in den Publikationen unterschiedlich definiert.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c}{E_c(t)} + \frac{\sigma_c \cdot \varphi(t, t_0)}{E_{c,28}} \quad (2.16)$$

2.4.2 Festigkeitskennwerte

In Tabelle 2.4 sind die Festigkeitswerte für Beton laut DIN EN 1992-1-1 angegeben. Diese Werte sind für einige nachfolgende Berechnungsmodelle gültig. Ein Verweis auf diese Tabelle ist in den entsprechenden Modellen zu finden. f_{ck} stellt die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen, $f_{ck,cube}$ die charakteristische Würfeldruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen und f_{cm} den Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons, mit der analytischen Beziehung $f_{cm} = f_{ck} + 8$, dar. E_{cm} ist der mittlere Elastizitätsmodul als Sekante und kann mit der analytischen Beziehung $E_{cm} = 22 \cdot (f_{cm}/10)^{0,3}$ berechnet werden [16].

Tab. 2.4: Festigkeitskennwerte für Beton [16]

	Betonfestigkeitsklasse in N/mm ²													
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm}	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$E_{cm} \cdot 10^{-3}$	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44

2.4.3 Wirksame Querschnittsdicke

In einigen Publikationen wird eine wirksame Querschnittsdicke h_0 nach Gleichung (2.17) definiert. Diese berücksichtigt die Querschnittsabmessungen und die Seitenflächen, die den Umgebungsbedingungen ausgesetzt sind und somit austrocknen können. A_c kann mit der Gesamtfläche des Betonquerschnitts berechnet werden. u ist definiert als der der Trocknung ausgesetzte Umfang des Querschnitts. Die Indizes können zwischen den Publikationen variieren. Diese Definition ist für einige nachfolgende Berechnungsmodelle gültig. Ein Verweis auf diese Gleichung ist in den entsprechenden Modellen zu finden.

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad (2.17)$$

Kapitel 3

Modelle zur Beschreibung der Kriech- und Schwindverformungen

3.1 Zeitliche Übersicht der Kriech- und Schwindmodelle

In Tabelle 3.1 werden die nachfolgenden recherchierten Berechnungsmodelle für Kriechen und Schwinden nach dem Erscheinungsjahr zeitlich eingeordnet. Zusätzlich werden der zugrunde liegende Ansatz sowie die Literaturquelle angegeben. Unter „Summe“ wird der Summationsansatz, unter „Produkt“ der Produktansatz und unter „Dischinger“ der Ansatz von Dischinger verstanden.

Tab. 3.1: Übersicht Berechnungsmodelle für Kriechen und Schwinden

Name	Erscheinungsjahr	Ansatz	Quelle
Ansatz nach Dischinger	1937, 1939	Dischinger	[20], [19]
DIN 4227:1953	1953	Produkt	[14]
CEB/FIP Empfehlungen (1970)	1970	Produkt	[22], [21]
DIN 1045:1972	1972	Produkt	[11]
DIN 4227:1973	1973	Summe	[15]
Model Code 1978	1978	Summe	[23]
DIN 4227:1979	1979	Summe	[12]
DIN 4227-1:1988	1988	Summe	[13]
CEB 1990 (Verbesserter CEB MC 78 Ansatz)	1990	Summe	[26]
CEB 1990 (Überarbeiteter Summationsansatz)	1990	Summe	[26]
Model Code 1990	1993	Produkt	[24]
DIN 1045-1:2001	2001	Produkt	[9] mit [6]
DIN EN 1992-1-1	2005-2011	Produkt	[16]
DIN EN 1992-2	2007-2010	Produkt	[17]
DIN 1045-1:2008	2008	Produkt	[10] mit [7]
Model Code 2010	2013	Produkt	[27]

3.2 Ansatz nach Dischinger (1937,1939)

Franz Dischinger hat in seinen Publikationen aus den Jahren 1937 [20] und 1939 [19] einen Grundstein für die rechnerische Erfassung von Kriechen und Schwinden gelegt.

3.2.1 Kriechen

Eine zeitabhängige Verkürzung des Betons trotz konstanter Spannung war bereits Jahrzehnte vor der Arbeit Dischingers bekannt, allerdings wurde diese auf das Schwinden zurückgeführt. Neben anderen Forschern auf diesem Gebiet erkannte Dischinger im Jahr 1937 im Zuge seiner Analysen der Versuche von Glanville und Davis, dass diese Annahme nicht zutreffend gewesen ist, da unbelasteter und dauerbelasteter Beton unterschiedliche Formänderungen aufwies. Dauerbelasteter Beton wies nach den Versuchen wesentlich größere Verformungen auf. Somit wurde die Erkenntnis gewonnen, dass eine belastungsabhängige Deformation bei Beton auftritt und mit dem Namen „Kriechen“ versehen [20].

Aus den Versuchen von Glanville und Davis konnte Dischinger folgende Erkenntnisse gewinnen [20].

- Das Betonalter bei Dauerbelastungsbeginn beeinflusst das Kriechmaß in hohem Maße. Bei Belastung eines jungen Betons ergeben sich größere Verformungen.
- Magerer Beton lässt das Kriechmaß einen drei- bis fünffachen Wert der elastischen Dehnung annehmen.
- Die relative Luftfeuchtigkeit und die Temperatur beeinflussen das Kriechmaß ebenfalls. Die Kriechverformung ist bei Brücken über feuchten Flusstälern nicht so stark bemerkbar wie in trockenen sonnigen Tälern.
- Die Kornzusammensetzung sowie die mineralogische Natur der Zuschlagstoffe weisen ebenfalls einen Einfluss auf das Kriechmaß auf. Durch Kalksteinzusatz kann die Kriechverformung vermindert werden.

Dischinger beleuchtete in seinen Publikationen nicht die physikalischen Ursachen des Kriechens. Er verwies auf andere Arbeiten, die bereits einen Zusammenhang zwischen Kriechen und Schwinden herstellen konnten und erkannte, dass beide Wirkungen annähernd den gleichen zeitlichen Verlauf aufweisen [20].

Die erste wichtige Erkenntnis für Dischinger ist, dass für den Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen das Hook'sche Gesetz vorausgesetzt werden kann, da die Kriechdehnungen proportional zu den Dauerspannungen sind. Diese Proportionalität ist in Abb. 3.1 zu sehen. Abb. 3.2 zeigt das Spannungs-Dehnungs-Diagramm für eine Momentanbelastung (0 Tage) und für Belastungsdauern von 7 Tagen, 1 Monat, 1 Jahr und 3 Jahre. Es ist zu sehen, dass die Proportionalität zwischen Spannungen und Kriechdehnungen genauer ist als im elastischen Bereich [20].

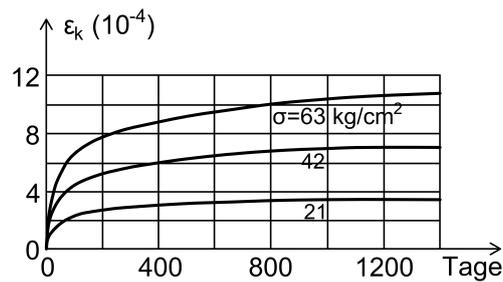


Abb. 3.1: Darstellung des Einflusses der Spannungshöhe auf die Kriechdehnung - in Anlehnung an [29]

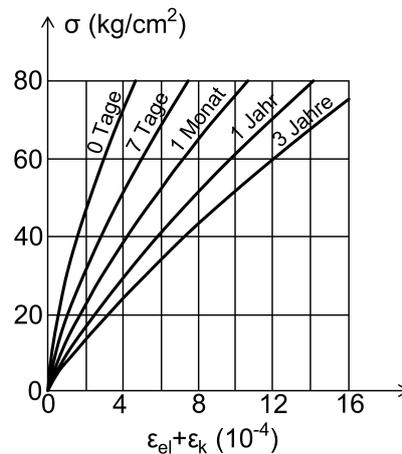


Abb. 3.2: Darstellung des Einflusses der Spannungshöhe auf die lastabhängige Gesamtdehnung des Betons für verschiedene Belastungsdauern - in Anlehnung an [29]

Für Dischinger ist die zweite wichtige Erkenntnis die Anwendbarkeit des Superpositionsgesetzes. Dieses ist für die Berechnung von Dauerlasten, die zu verschiedenen Zeitpunkten aufgebracht werden, essenziell. Der Verlauf des Kriechens f als Funktion der Zeit für eine gegebene Spannung mit gleichbleibender Temperatur und Luftfeuchtigkeit im Verhältnis zu den elastischen Verformungen ist in Abb. 3.3 zu sehen. Durch das Hook'sche Gesetz ist das Diagramm für eine beliebige Spannung σ , sowie für eine Einheitsspannung gültig. f_t bezeichnet in dieser Publikation die Kriechmaße, die von einer beliebigen Spannung σ erzeugt werden. φ_t steht für die Kriechwerte zufolge einer Einheitsspannung. f_n bzw. φ_n sind die Größtwerte des Kriechens. Dischinger sieht in Abb. 3.3, dass das Kriechmaß direkt nach dem Aufbringen einer Dauerbelastung sehr stark ansteigt und anschließend besonders rasch abnimmt. Für Dischinger ist Kriechen nach drei bis fünf Jahren mit den zugehörigen Größtwerten f_n bzw. φ_n abgeschlossen. Das Diagramm zeigt, dass das Kriechen nach dieser Kriechkurve bereits nach einem Jahr zum größten Teil abgeschlossen ist [20].

Durch das Hook'sche Gesetz $E_0 = \sigma/\varepsilon$ kann die elastische Dehnung berechnet werden. Mit einem ideell von der Zeit abhängigen Elastizitätsmodul E_t statt dem Elastizitätsmodul E_0 nach Gleichung (3.1) kann der Einfluss des Kriechens berücksichtigt werden. Dieser ist auch aus

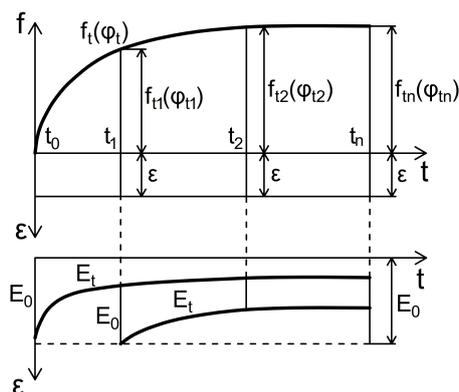


Abb. 3.3: Verlauf des Kriechens f als Funktion der Zeit für eine gegebene Spannung - in Anlehnung an [20]

Abb. 3.3 ablesbar. Gleichung (3.2) ist der Elastizitätsmodul bei Abschluss des Kriechens bei $t = t_n$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt $E_t = E_0$ [20].

$$E_t = E_0 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon + f_t} = \frac{E_0}{1 + \varphi_t} \quad (3.1)$$

$$E_n = \frac{E_0}{1 + \varphi_n} \quad \text{für } t = t_n \text{ (Abschluss des Kriechens)} \quad (3.2)$$

Gleichung (3.3) gilt für den Fall, dass neben einer Dauerlast zum Zeitpunkt t_0 eine zusätzliche Dauerlast zum Zeitpunkt t_1 aufgebracht wird. Mit Gleichung (3.4) wiederum kann der Elastizitätsmodul bei Abschluss des Kriechens bei $t = t_n$ ermittelt werden. Zum Zeitpunkt $t = t_1$ gilt $E_t = E_0$, da jede Dauerlast zum Zeitpunkt der Aufbringung wie eine Momentanbelastung wirkt. Da der Beton zum Zeitpunkt der Aufbringung der zweiten Dauerlast älter ist, ist der Kriecheffekt nicht sonderlich ausgeprägt. Somit fällt der ideelle Elastizitätsmodul bis zum Abschluss des Kriechens nicht so stark ab. Zudem implizieren die Gleichungen (3.3) und (3.4), dass die Kriechkurve, bei Aufbringung einer Dauerlast zum Zeitpunkt $t = t_1$, nach einer Linie verläuft, die durch ein Verkleinern aller Ordinaten um f_{t1} bzw. φ_{t1} aus der ursprünglichen Kriechkurve ermittelt werden kann. Diese Annahme ist in Abb. 3.4 zu sehen. Die abgebildeten Kriechkurven $\varepsilon_{k1,k2,k3}$ (auch Whitney-Idealkurven genannt) in Folge von Dauerbelastungen zu verschiedenen Zeitpunkten haben immer den gleichen senkrechten Abstand voneinander. Somit sind die Voraussetzungen für die Gleichungen (3.3) und (3.4) annähernd erfüllt [20].

$$E_t = E_0 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon + f_t - f_{t1}} = \frac{E_0}{1 + \varphi_t - \varphi_{t1}} \quad (3.3)$$

$$E_n = \frac{E_0}{1 + \varphi_n - \varphi_{t1}} \quad \text{für } t = t_n \text{ (Abschluss des Kriechens)} \quad (3.4)$$

Mit den Gleichungen (3.1)- (3.4) können die Kriechdehnungen berechnet werden und somit auch die Gesamtdehnung. Die Kriechkurve in Abb. 3.3 ist mit den Laborversuchen bei gleichbleibender Temperatur und Luftfeuchtigkeit abgestimmt. Diese Kurve kann mit einer Exponentialfunktion

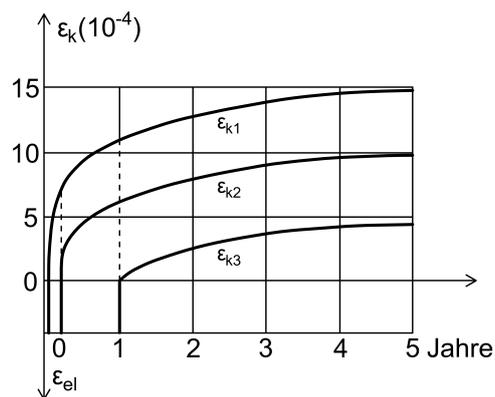


Abb. 3.4: Der Einfluss des Belastungsalters und der Belastungsdauer auf die lastabhängigen Verformungen des Betons - in Anlehnung an [29]

$f_t = f_n(1 - e^{-t})$ bzw. $\varphi_t = \varphi_n(1 - e^{-t})$ dargestellt werden. Somit ergibt sich Gleichung (3.5) und (3.6) [20].

$$E_t = \frac{E_0}{1 + \varphi_n \cdot (1 - e^{-t})} \quad \text{für Dauerlast im Zeitpunkt } t = 0 \quad (3.5)$$

$$E_t = \frac{E_0}{1 + \varphi_n \cdot (e^{-t_1} - e^{-t})} \quad \text{für Dauerlast im Zeitpunkt } t = t_1 \quad (3.6)$$

In seiner Publikation nimmt Dischinger für die nachfolgenden praktischen Berechnungen für Bogenbrücken eine Endkriechzahl zum Zeitpunkt $t = \infty$ zwischen 0 – 4 an. Es finden sich aber keine näheren Berechnungsmöglichkeiten für die Kriechzahl, welche die erwähnten Einflüsse berücksichtigen [20].

In seiner Publikation von 1939 erweitert Dischinger die Gleichungen aus dem Artikel von 1937 um einen zeitlich veränderlichen Elastizitätsmodul. Dieser kann durch $E_{0t} = E_0(1 + \psi_t)$ ermittelt werden. Der Verlauf von ψ kann annähernd durch eine $(1 - e^{-t})$ -Funktion dargestellt werden. Zudem weist Dischinger in dieser Veröffentlichung darauf hin, dass die Proportionalität zwischen Spannungen und den plastischen Dehnungen nach den Versuchen von Davis und Glanville nur für Spannungen bis zu 80 kg/cm^2 nachgewiesen ist. Dies entspricht für Dischinger dem gesamten Bereich seiner Gebrauchsspannungen [19].

Gleichung (3.7) kann für Längenänderungen Δl_t zu einem beliebigen Zeitpunkt zufolge elastischer und plastischer Dehnungen herangezogen werden. Hier stellt Δl eine rein elastische Formänderung dar. Für die Kriechzahl φ_t gilt $\varphi_t = f_t/\varepsilon$ [19].

$$\Delta l_t = \Delta l \cdot (1 + \varphi_t) \quad (3.7)$$

Dischinger erweitert die vorherige Gleichung (3.7) um eine mögliche aufgebrauchte Dauerlast zum Zeitpunkt $t = t_a$. Zu diesem Zeitpunkt ist der Elastizitätsmodul von E_0 auf E_{0t_a} angewachsen. Somit ergibt sich die Längenänderungen Δl_t zu einem beliebigen Zeitpunkt aus Gleichung (3.8). Dies resultiert aus der Tatsache, dass die Kriechkurven für Dauerlasten zum Zeitpunkt t_a bzw.

t_b den gleichen Verlauf aufweisen wie die Kriechkurve zum Zeitpunkt $t = 0$, nur sind diese um die Ordinaten φ_{ta} bzw. φ_{tb} verschoben, siehe Abb. 3.5 [19].

$$\Delta l_t = \Delta l \cdot \left(\frac{E_0}{E_{0ta}} + \varphi_t - \varphi_{ta} \right) \quad (3.8)$$

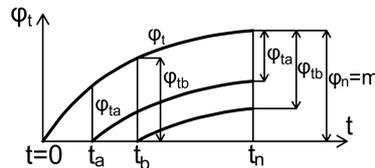


Abb. 3.5: Kriechkurven für Dauerlasten zum Zeitpunkt $t = 0$, t_a bzw. t_b - in Anlehnung an [19]

In weiterer Folge wird in der Publikation der ideale Elastizitätsmodul E_t durch Gleichung (3.9) angepasst [19].

$$\frac{1}{E_{ta}} = \frac{1}{E_0} \cdot \left(\frac{E_0}{E_{0ta}} + \varphi_t - \varphi_{ta} \right) \quad (3.9)$$

Dischinger weist zudem noch auf eine mögliche gerechtfertigte Affinität zwischen ψ_t und φ_t hin, die durch Laborversuche bestätigt wurde. Diese Annahme resultiert in Gleichung (3.10) für den zeitlich abhängigen Elastizitätsmodul mit einem beliebigen Koeffizienten δ . Durch diese Formulierung ist eine geschlossene Lösung, ohne die Voraussetzung über den Verlauf von φ_t , nur mit den Größtwerten der Kriechzahlen φ_n realisierbar. Diese schwanken laut Dischinger zwischen 1 und 4, wobei die Kleinstwerte bei dichtem Beton und hoher Luftfeuchtigkeit und die Größtwerte bei magerem Beton und starker Austrocknung auftreten [19].

$$E_{0t} = E_0 \cdot (1 + \delta \cdot \varphi_t) \quad (3.10)$$

3.2.2 Schwinden

Für Dischinger haben Kriechen und Schwinden die gleichen physikalischen Ursachen. Da somit die Kriechkurve ähnlich der Schwindkurve sein muss und aufgrund dessen der Verlauf des Schwindens affin zum Verlauf des Kriechens angesetzt werden kann, formuliert Dischinger die Schwindverkürzung Δl_s nach Gleichung (3.11) mit $\omega_s T I$ als Größtwert der Längenänderung durch Schwinden, φ_t als Kriechzahl und φ_n als Endkriechzahl [19].

$$\Delta l_s = \omega_s T I \cdot \frac{\varphi_t}{\varphi_n} \quad (3.11)$$

3.3 DIN 4227:1953 (1953)

Der 7. Entwurf für die DIN 4227:1953 wurde im Jahr 1950 in [4] und [33] vorab publiziert. Die Arbeiten an der Norm wurden ursprünglich bereits 1943 begonnen. Die DIN 4227:1953

inkludiert den ersten Vorschlag zur Abschätzung des Kriechens und Schwindens und war bis zur Veröffentlichung der DIN 4227:1973 in Deutschland gültig [29].

Nach [34] beruhen die Vorschläge in der DIN 4227:1953 im Wesentlichen auf dem Artikel „Vom Kriechen und Fließen des erhärteten Betons und seiner praktischen Bedeutung“ von A. Hummel in der Zeitschrift *Zement* (Heft 510/51) aus dem Jahr 1935, in dem Hummel die Versuche von Davis und Glanville auswertete [34].

Vor der Veröffentlichung dieser Norm wurde in bauaufsichtlich eingeführten Normen in Deutschland der Einfluss von Schwinden durch einen Temperaturabfall (15-25 °C) abgeschätzt. Unter Kriechen wurde, wenn vorhanden, nur der Hinweis gefunden, dass diese Verformung nur bei Tragwerken berücksichtigt werden muss, in denen der innere Spannungszustand künstlich beeinflusst wird (Vorspannung). Berechnungen wurden nicht angegeben.

Im Vergleich zur Arbeit von Dischinger basiert die Ermittlung der Kriechzahl in dieser Norm auf einem Produktansatz. Weiters sind Berechnungen für obere und untere Grenzwerte von Endkriechzahlen angegeben. Allerdings bietet die Norm keine Möglichkeit zur Ermittlung von Kriechzahlen zu einem beliebigen Zeitpunkt. Die Endwerte können in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen und dem Erhärtungszustand (Verhältnis von Würfelfestigkeit zu Endfestigkeit) gekoppelt mit dem Zementtyp ermittelt werden. Querschnittswerte finden nur durch eine grobe prozentuale Abschätzung Berücksichtigung.

In diesem Kriechmodell sind keine expliziten Spannungsgrenzen für die Gültigkeit der Linearität angegeben. Es kann angenommen werden, dass Gebrauchsspannungen die Grenze darstellen [14].

3.3.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_b benötigt. Dieser ist abhängig von der Betongüte und kann aus Tabelle 3.2 entnommen werden [14].

Die gesamte Dehnung kann nach Gleichung (2.16) in Kapitel 2.4.1 berechnet werden. Für den elastischen Anteil der gesamten Dehnung darf ebenfalls der Elastizitätsmodul E_b nach Tabelle 3.2 verwendet werden [14].

Tab. 3.2: Elastizitätsmodul E_b [14]

Betongüte	E_b [kg/cm ²]
B 300	300 000
B 450	350 000
B 600	400 000

Die Kriechzahl φ ist durch Gleichung (3.12) definiert, siehe auch Abb. 3.6 [14].

$$\varphi = \frac{\text{Kriechdehnung}}{\text{elast. Dehnung}} = E_b \cdot \alpha_k \quad (3.12)$$

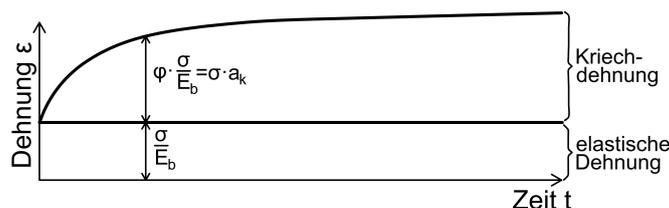


Abb. 3.6: Verhältnis der bezogenen Längenänderung infolge Kriechen zu dem elastischen Anteil der bezogenen Längenänderung - in Anlehnung an [14]

α_k ist die bezogene Längenänderung infolge Kriechen, die durch die Einheit der Spannung hervorgerufen wird (Dimension $[\text{cm}^3/\text{kg}]$). φ und α_k sind zeitabhängig und weisen die Endwerte φ_∞ und $\alpha_{k\infty}$ auf [14].

Die Grenzwerte für die Endkriechzahlen φ_∞ nach Gleichung (3.13) für den Zeitpunkt $t = \infty$ können aus Tabelle 3.3 entnommen werden. Bei Zwischenwerten müssen geeignete Grenzwerte gewählt werden. In dieser Publikation wird angenommen, dass der Abschluss des Kriechens nach vier Jahren erreicht ist. Die Endkriechzahl φ_∞ muss um 10 % verringert werden, wenn ein dickes Bauteil vorliegt, dessen kleinste Abmessung mindestens 0,75 m beträgt. Für eine kleinste Abmessung von 1,25 m erfolgt für die Kriechzahl eine Abminderung um 20 % [14]

$$\varphi_\infty = E_b \cdot \alpha_{k\infty} \quad (3.13)$$

Tab. 3.3: Endkriechzahlen und Endschwindmaße [14]

Lage	Endkriechzahl φ_∞	Endschwindmaß $\varepsilon_s \cdot 10^{-5}$ (Grundwert)
im Wasser	$0,50 \cdot k$ bis $1,00 \cdot k$	0
in sehr feuchter Luft, z. B. unmittelbar über dem Wasser	$1,50 \cdot k$ bis $2,00 \cdot k$	10
allgemein im Freien	$2,00 \cdot k$ bis $3,00 \cdot k$	20
in trockener Luft, z. B. in trockenen Innenräumen	$2,50 \cdot k$ bis $4,00 \cdot k$	30

Der notwendige Beiwert k zur Berechnung der Endkriechzahl berücksichtigt den Einfluss des Erhärtungszustands des Betons zum Zeitpunkt des Aufbringens der kriecherzeugenden Dauerbelastung und kann in Abb. 3.7 abgelesen werden [14].

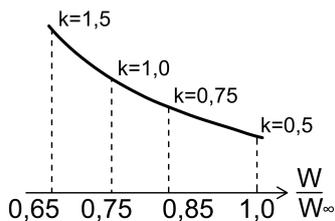


Abb. 3.7: Beiwert k für Kriechen und Schwinden - in Anlehnung an [14]

Im Diagramm findet das Verhältnis W/W_∞ , der Würfelfestigkeit W zum Zeitpunkt der Lastaufbringung und der Endfestigkeit W_∞ , Eingang. Die Endfestigkeit W_∞ kann in Abhängigkeit vom Zementtyp mit Hilfe von Tabelle 3.4 berechnet werden. Der Wert W_{28} wird durch eine Eignungsprüfung festgestellt [14].

Tab. 3.4: Endfestigkeit W_∞ [14]

Zementtyp	W_∞
Z 275	$1,3 \cdot W_{28}$
Z 375, Z 475	$1,15 \cdot W_{28}$

Bei der Verwendung von Portlandzement und Belastungen, die in einem hohen Betonalter aufgebracht werden, darf der Beiwert k in Abhängigkeit von der Erhärungszeit nach Tabelle 3.5 ermittelt werden [14].

Tab. 3.5: Beiwert k [14]

nach einer Erhärungszeit	k
von 3 Monaten	0,75
von 6 Monaten	0,65

Zur Superposition von veränderlichen Spannungen wird in der DIN 4227:1953 festgehalten, dass der k -Wert für die Spannungsänderung zum jeweiligen Zeitpunkt der Aufbringung, getrennt zur Berechnung des k -Werts der Anfangsspannung, ermittelt werden muss. Anschließend sind diese zu überlagern [14].

3.3.2 Schwinden

Da diese Norm vor allem für Spannbetontragwerke ausgelegt ist, bezeichnet das Spannen im folgenden Abschnitt die Aufbringung der Vorspannkraft durch Spannglieder [14].

Schwinden soll für unbewehrte Betone laut DIN 4227:1953 beim Spannen vor dem Erhärten des Betons mit den Endschwindmaßen ε_s nach Tabelle 3.3 ermittelt werden. Diese Endwerte sind für Spannen nach dem Erhärten des Betons um den Faktor $0,6 \cdot k$ zu erhöhen. k ist nach dem vorigen Kapitel zu berechnen. Für Schwinden wird hier angenommen, dass dieses zeitlich affin zu Kriechen verläuft [14].

Für Bauteile mit einer Mindestabmessung von 20 cm gelten die angegebenen Werte. Diese sind um 25 % zu erhöhen, wenn dünnere Bauteile betrachtet werden bzw. um 25 % zu verringern bei dickeren Bauteilen mit einer Mindestabmessung von 75 cm [14].

Bei der Ermittlung von Schnittkräften äußerlich statisch unbestimmter Tragwerke sollen die Werte nach Tabelle 3.3 ohne zusätzlichen Faktor verwendet werden, solange der Einfluss von Schwinden nicht durch besondere Maßnahmen vermindert wird (zum Beispiel durch Schwindfügen) [14].

3.3.3 Literatur Analyse

In [37] wurde die DIN 4227:1953 mit vorhandenen Versuchsergebnissen verglichen. Folgende Punkte wurden unter anderem festgehalten [37]:

- Ein Vergleich der groben Berücksichtigung der Querschnittsabmessungen mit Versuchsergebnissen ergab, dass die gewählten Abminderungen nicht richtig eingeschätzt wurden.
- Der Einfluss des jungen Betonalters auf die Kriechverformung konnte nur mit wenigen Versuchsergebnissen betrachtet werden. Obwohl somit keine endgültige Aussage möglich war, scheint es, als würde der vorliegende k -Wert die Kriechverformungen überschätzen.
- Allgemein kann gesagt werden, dass im Vergleich mit Versuchen, die angegebene Kurve des k -Werts korrigiert werden müsste.
- Die Annahme der DIN 4227:1953, dass nur die Abmessungen eines Betonkörpers, die Lagerungsart und der Erhärtungszustand Einfluss auf die Kriechzahlgröße aufweisen, kann nicht bestätigt werden und ist somit falsch. Es fehlen einige Einflüsse in der Berechnung.

3.4 CEB/FIP Empfehlungen (1970)

Die CEB-Empfehlungen (1966) resultierten in Verbindung mit der ersten Ausgabe der Empfehlungen aus dem Jahr 1964 in den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) [22].

Die CEB/FIP Empfehlungen (1970) lösten somit die CEB-Empfehlungen (1966) ab. Die Grundlage für die CEB-Empfehlungen (1966) stellte die Arbeit von Wagner [37] dar [29].

Die Arbeit von Wagner leistete einen großen Beitrag zur Ermittlung der Auswirkungen von Kriechen und Schwinden. Die Zielsetzungen der Arbeit waren, die Einflussgrößen von Kriechen durch vorhandene Versuchsergebnisse von anderen Publikationen zu bestimmen, sowie die Annahmen der DIN 4227:1953 zu überprüfen [37].

Im Vergleich der CEB/FIP-Empfehlungen (1970) mit den CEB-Empfehlungen (1966) entfiel bei allen Diagrammen die Angabe der Streubreite und es wurde eine neue Kurvenschar eingeführt, die den Einfluss der Dicke auf den zeitlichen Verlauf berücksichtigen soll [34].

Im Vergleich mit den Modellen in der DIN 4227:1953 sind folgende Unterschiede zu erkennen:

- Kriechdehnungen und Schwinddehnungen können zu einem beliebigen Zeitpunkt berechnet werden.
- Es werden mehr Parameter (Wasser-Zement-Faktor, Zementgehalt und die theoretische Dicke) berücksichtigt.
- Die Ermittlung der Koeffizienten erfolgt in den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) über Diagramme. In [36] wurden Approximationen der Kurven in den Diagrammen angegeben, die für eine Computerberechnung verwendet werden können.

- Die Temperatur während der Aushärtung des Betons wird über einen Aushärtungsgrad berücksichtigt.

Das vorliegende Modell gilt nur für Portlandzementbetone normaler Qualität und einer Verfestigung unter normalen Bedingungen. Die Betonbauteile dürfen nicht dauerhaft Temperaturen von $> 45\text{ °C}$ oder kurzzeitig Temperaturen $> 60\text{ °C}$ ausgesetzt werden [22].

In diesem Kriechmodell dürfen die einwirkenden Spannungen höchstens 40 % der Betonbruchspannung betragen. Innerhalb dieser Grenze gilt die Linearität [22].

3.4.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_{b28} benötigt. Dieser ist hier als Sekantenmodul des Betons in einem Alter von 28 Tagen definiert und kann mit 90 % des Tangentenmoduls nach Gleichung (3.14) für normale Zuschlagstoffe in N/cm^2 angenommen werden. R'_{b28} ist die durchschnittliche Zylinderdruckfestigkeit des Betons in einem Alter von 28 Tagen in N/cm^2 und muss nach vorgegebenen Versuchen ermittelt werden. Für die Bestimmung von inneren Schnittgrößen zufolge Kriechen soll der Tangentenmodul ohne Abminderung als Elastizitätsmodul verwendet werden [22].

$$E_{b28} = 66\,000 \cdot \sqrt{R'_{b28}} \quad (3.14)$$

Für Leichtbetone soll der Elastizitätsmodul E_{b28} nach Gleichung (3.15) mit γ als Volumengewicht ermittelt werden [22].

$$E_{b28} = 18\,000 \cdot \sqrt{\gamma^3 \cdot R'_{b28}} \quad (3.15)$$

Die Kriechzahl φ_t kann durch Gleichung (3.16) ermittelt werden. Falls Kriechen einen großen Einfluss auf die Baukonstruktion aufweist, sollte zur Abdeckung des ungünstigen Falles eine Reduktion oder Erhöhung von 15 % des Werts von φ_t in Erwägung gezogen werden. Bei einem Einfluss des Kriechens auf die Spannungen sollten iterative oder analytische Methoden angewendet werden [22].

$$\varphi_t = k_c \cdot k_d \cdot k_b \cdot k_e \cdot k_t \quad (3.16)$$

k_c berücksichtigt die Umgebungsbedingungen und kann aus Abb. 3.8 in Abhängigkeit von der relativen Luftfeuchtigkeit in % abgelesen werden [22].

In Abb. 3.9 kann k_d abgelesen werden. Mit diesem Koeffizienten wird die Betonverfestigung zum Zeitpunkt der Belastung berücksichtigt. Die Eingangsparameter sind das Belastungsalter des Betons in Tagen und die Zementart. Die Werte gelten für die Verwendung von Portlandzement und unter normalen Aushärtebedingungen mit einer durchschnittlichen Temperatur von 20 °C und Schutz gegen übermäßige Feuchtigkeitsverluste [22].

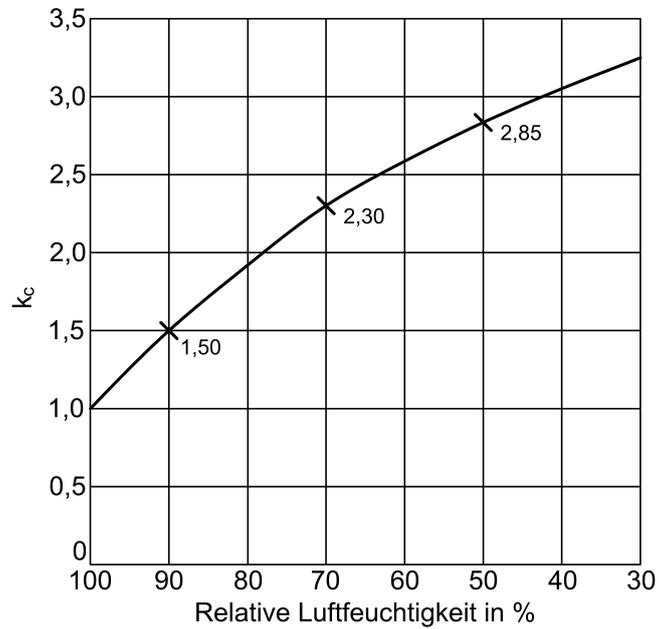


Abb. 3.8: Koeffizient k_c (Umweltbedingungen) - in Anlehnung an [22]

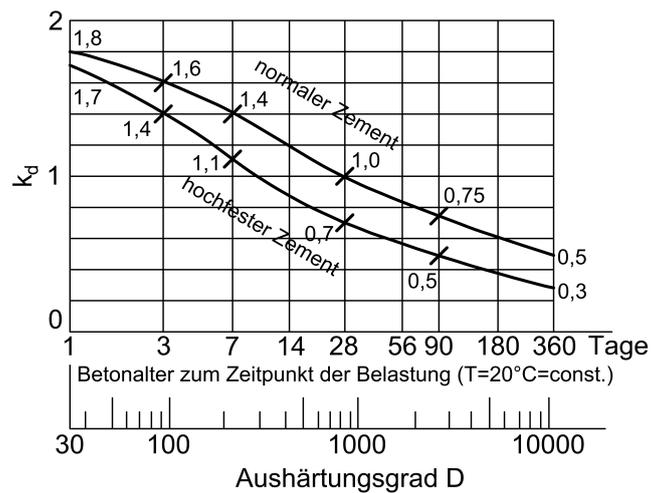


Abb. 3.9: Koeffizient k_d (Betonverfestigung zum Zeitpunkt der Belastung) - in Anlehnung an [22]

Für den Fall, dass der Beton unter einer anderen Temperatur als 20 °C aushärtet, muss das Belastungsalter im Diagramm durch den Aushärtungsgrad D zum Belastungszeitpunkt nach Gleichung (3.17) ersetzt werden. Δt repräsentiert die Anzahl der Tage an denen die Temperatur T in °C auftritt [22].

$$D = \sum \Delta t \cdot (T + 10 \text{ °C}) \quad (3.17)$$

Für den Koeffizienten k_b , der die Zusammensetzung des Betons berücksichtigt, siehe Abb. 3.10. Dieser ist abhängig vom Wasser-Zement-Faktor und dem Zementgehalt c in kg/m³ [22].

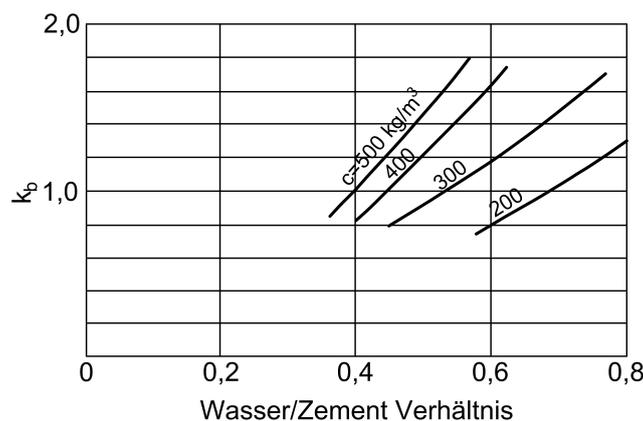


Abb. 3.10: Koeffizient k_b (Betonzusammensetzung) - in Anlehnung an [22]

k_e berücksichtigt die theoretische Dicke des Betonkörpers und kann aus Abb. 3.11 abgelesen werden. Die theoretische Dicke e_m in cm kann durch die wirksame Querschnittsdicke nach Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden [22].

k_t berücksichtigt die zeitliche Entwicklung der Kriechverformung und kann aus Abb. 3.12 abgelesen werden. t repräsentiert die Anzahl der Tage nach dem Belastungszeitpunkt. Die Kurven im Diagramm sind von der theoretischen Dicke e_m in cm abhängig [22].

Da die Kriechverformung bei Leichtbeton größer ist, empfehlen die CEB/FIP Empfehlungen (1970), diese aus Prüfungen, definiert nach festgelegten Methoden von RILEM, zu ermitteln. Alternativ kann Gleichung (3.18) mit dem Elastizitätsmodul für normale Zuschlagsstoffe verwendet werden [22].

$$\varepsilon_f = 1,6 \cdot \frac{\sigma_b}{E_{b28}} \quad (3.18)$$

Für veränderliche Spannungen kann das Superpositionsgesetz angewendet werden und die resultierende Kriechdehnung durch Gleichung (3.19) bzw. Gleichung (3.20) berechnet werden. Die Dehnung wird für einen bestimmten Zeitpunkt z , mit einer Spannung σ_{bj} , die zum Zeitpunkt j aufgebracht wird, und einer Veränderung der Spannung zum Zeitpunkt i berechnet. In dieser Gleichung wird angenommen, dass die Spannungen, die zu Beginn aufgebracht werden, bis zum Ende des Betrachtungszeitraums wirken [22].

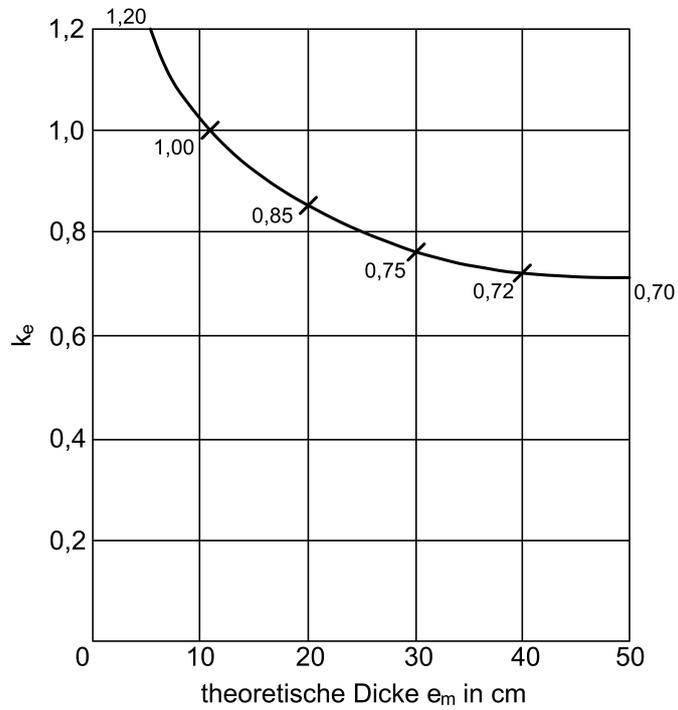


Abb. 3.11: Koeffizient k_e (theoretische Dicke) - in Anlehnung an [22]

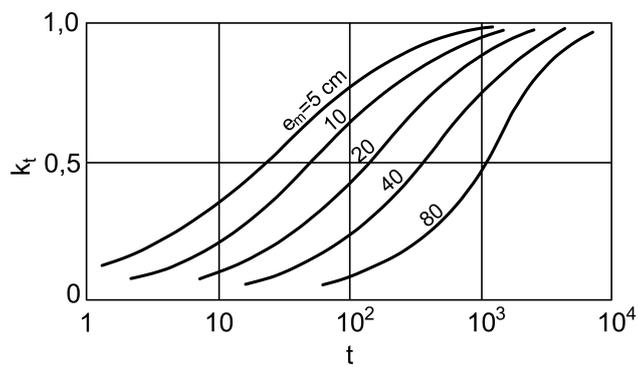


Abb. 3.12: Koeffizient k_t (Variation als Funktion der Zeit) - in Anlehnung an [22]

$$\varepsilon_{fz} = \frac{1}{E_{b28}} \cdot \left[\sigma_{bj} \cdot \varphi_{(z-j)} + \sum \sigma_{bi} \cdot \varphi_{(z-i)} \right] \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_{fz} = \frac{k_c \cdot k_b \cdot k_e}{E_{b28}} \cdot \left[\sigma_{bj} \cdot k_{dj} \cdot k_{t(z-j)} + \sum \sigma_{bi} \cdot k_{di} \cdot k_{t(z-i)} \right] \quad (3.20)$$

In [36] sind analytische Ausdrücke (siehe Gleichungen (3.21)- (3.26)) angegeben, die eine Approximation der vorliegenden Diagramme dieses Kriechmodells darstellen. Diese können für eine Computerberechnung verwendet werden. RH ist in diesen Gleichungen die relative Luftfeuchte in %. τ kann mit dem Belastungsalter des Betons angenommen werden, wenn die Aushärtung des Betons bei Temperaturen von 20 °C stattfindet. Ansonsten muss τ nach Gleichung (3.23), mit D als Aushärtungsgrad nach Gleichung (3.17), berechnet werden. a/c ist der Wasser-Zement-Faktor und c die Menge des Zements in kg/m^3 . e_m bezeichnet die theoretische Dicke in cm und kann durch die wirksame Querschnittsdicke nach Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden [36].

$$k_c = -2,73 \cdot 10^{-4} \cdot RH^2 + 3,53 \cdot 10^{-3} \cdot RH + 3,38 \quad (3.21)$$

$$k_d = \begin{cases} \frac{2,82 \cdot \tau + 173}{5,79 \cdot \tau + 94,3} & \text{für normalen Zement} \\ \frac{2,95 \cdot \tau + 127}{8,92 \cdot \tau + 68,5} & \text{für hochfesten Zement} \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\tau = \frac{D}{30 \text{ °C}} \quad (3.23)$$

$$k_b = (7,9 \cdot 10^{-3} \cdot c + 0,766) \cdot \frac{a}{c} - (9,4 \cdot 10^{-4} \cdot c + 0,397) \quad (3.24)$$

$$k_e = \frac{4,64 \cdot e_m + 94,2}{8,34 \cdot e_m + 54,7} \quad (3.25)$$

$$k_t = 1 - 0,633 \cdot e^{-((-1,85 \cdot 10^{-5} \cdot e_m + 0,0879)/(2,58 \cdot e_m - 3,99)) \cdot (t-\tau)} \dots \\ - 0,367 \cdot e^{-((-1,61 \cdot 10^{-2} \cdot e_m + 1,6)/(3,34 \cdot e_m - 9,36)) \cdot (t-\tau)} \quad (3.26)$$

Die Approximation von k_t durch Gleichung (3.26) kann nach [36] für andere e_m -Werte als in den Diagrammen vorgesehen verwendet werden. Eine bessere Approximation von k_t kann durch Tabelle 3.6 erreicht werden. Diese ist allerdings auf die vorgegebenen e_m -Werte beschränkt [36].

Tab. 3.6: k_t als Summe von drei Exponentialfunktionen [36]

e_m [cm]	$k_t = 1 - a_1 \cdot e^{-a_4 \cdot (t-\tau)} - a_2 \cdot e^{-a_5 \cdot (t-\tau)} - a_3 \cdot e^{-a_6 \cdot (t-\tau)}$					
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
5	0,178	0,529	0,293	0,757	0,0332	0,00329
10	0,195	0,510	0,295	0,127	0,0144	0,00178
20	0,113	0,546	0,341	0,0699	0,00717	0,000965
40	0,0506	0,375	0,574	0,0376	0,00524	0,000755
80	0,0277	0,854	0,118	0,0216	0,000683	0,000201

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Kriechzahl- bzw. Kriechdehnungsverläufe nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) in Folge von unterschiedlichen Spannungsverläufen wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Approximationen der Diagramme durchgeführt.

Zusätzlich wurden die nachfolgenden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt, um den Einfluss des Querschnitts auf die Größe und den Verlauf der Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen aufzuzeigen. Der Einfluss des Querschnitts wird für den Fall mit konstanten Spannungen erläutert, da für die Fälle mit steigenden Spannungen und Entlastung die Einflüsse des Querschnitts auf die Kriechdehnungen äquivalent zum Fall mit den konstanten Spannungen sind.

Der Einfluss des Querschnitts wird durch die theoretische Dicke e_m in den Termen k_e sowie k_t berücksichtigt. Die hyperbolische Funktion k_e weist die Grenzen 1,22 für ein e_m von 5 cm und 0,6915 für ein e_m von 50 cm auf. Dies ist auch in Abb. 3.11 zu sehen. Somit ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 0,692 für k_e im Vergleich zu 0,799 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert für die Endkriechzahl von 2,09 für den Wandquerschnitt im Vergleich zu 1,81 für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe der Grundkriechzahl beeinflusst die theoretische Dicke e_m auch den zeitlichen Verlauf der Kriechzahl k_t , siehe Abb. 3.12. Somit steigt die zeitliche Entwicklung der Kriechverformung des Wandquerschnitts schneller an als beim Trägerquerschnitt.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Kriechzahl/Kriechdehnung und die zeitliche Entwicklung der Schwindverformung steigt schneller an.

- Eingangsparmeter:
 - Zementtyp: normaler Portlandzement
 - Zementmenge: $c = 500 \text{ kg/m}^3$
 - Wasser-Zement-Faktor: $a/c = 0,4$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Temperatur während Betonaushärtung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$

* Wand mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

• Ergebnisse:

- Kriechzahlverlauf einer konstanten Spannung (nach Abb. 3.13a) - mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.14
- Kriechdehnungsverlauf einer steigenden Spannung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.13b) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage - siehe Abb. 3.15
- Kriechdehnungsverlauf nach einer Entlastung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.13c) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage - siehe Abb. 3.16

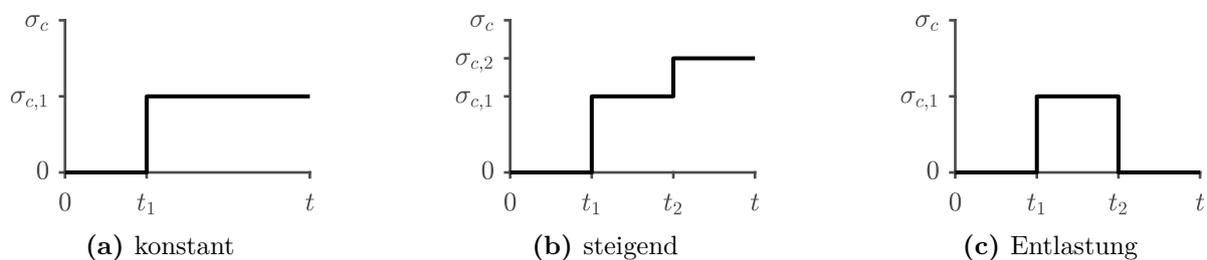


Abb. 3.13: Spannungsverläufe

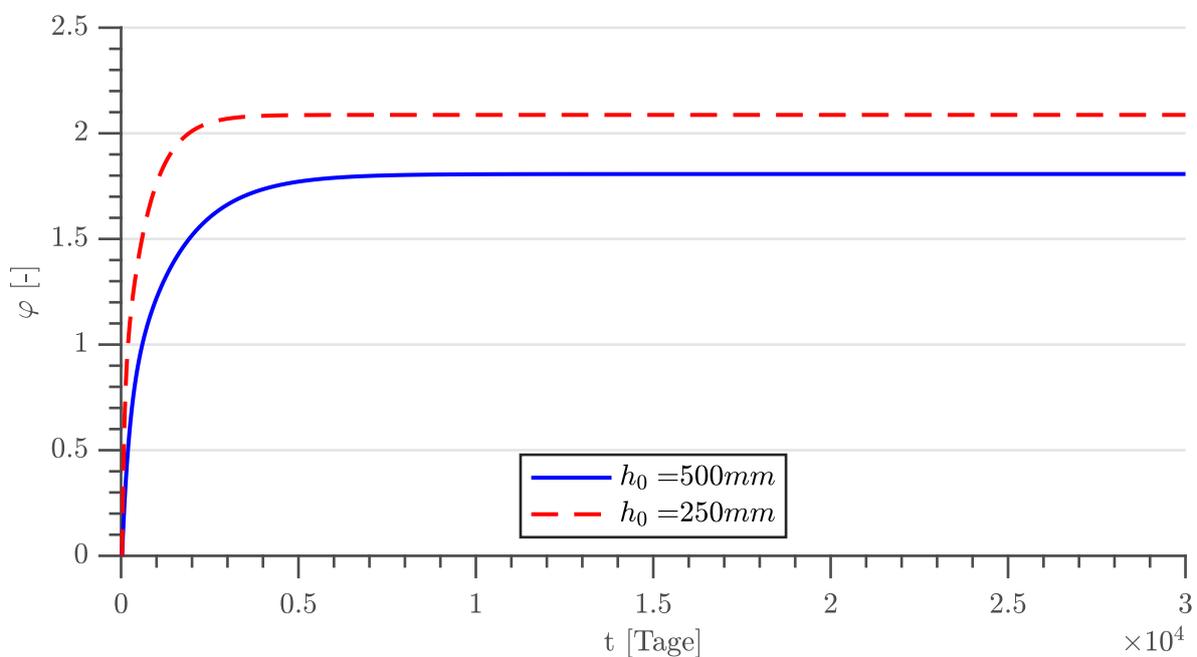


Abb. 3.14: Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)

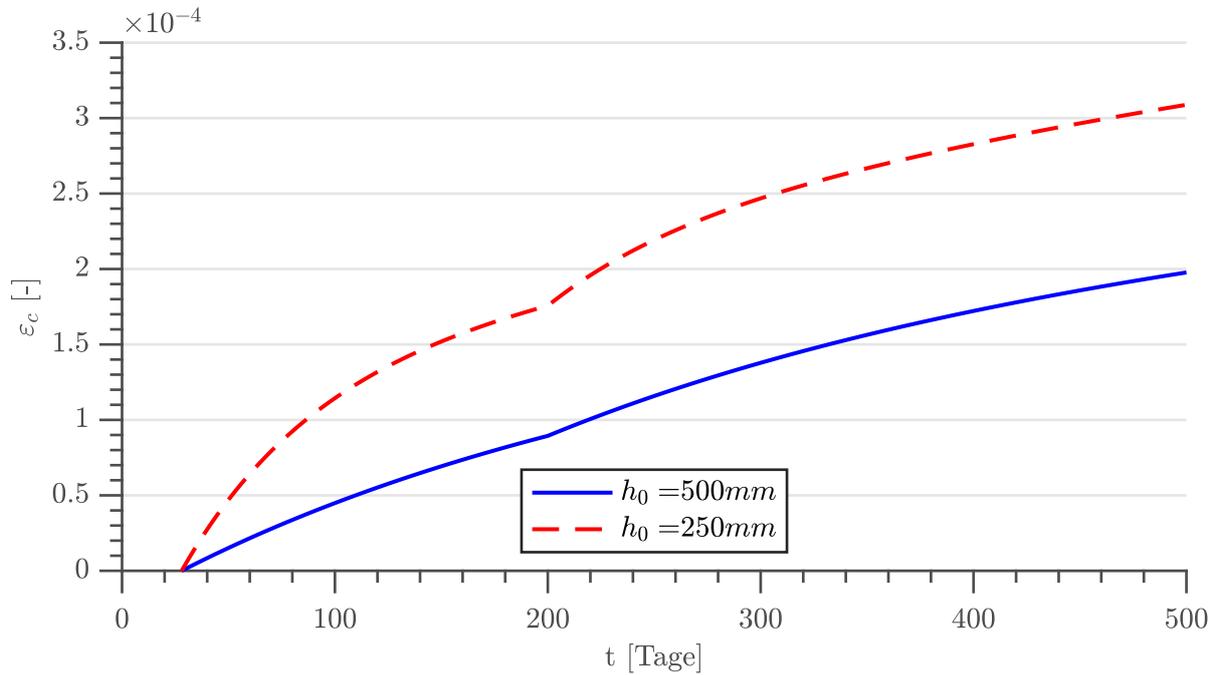


Abb. 3.15: Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)

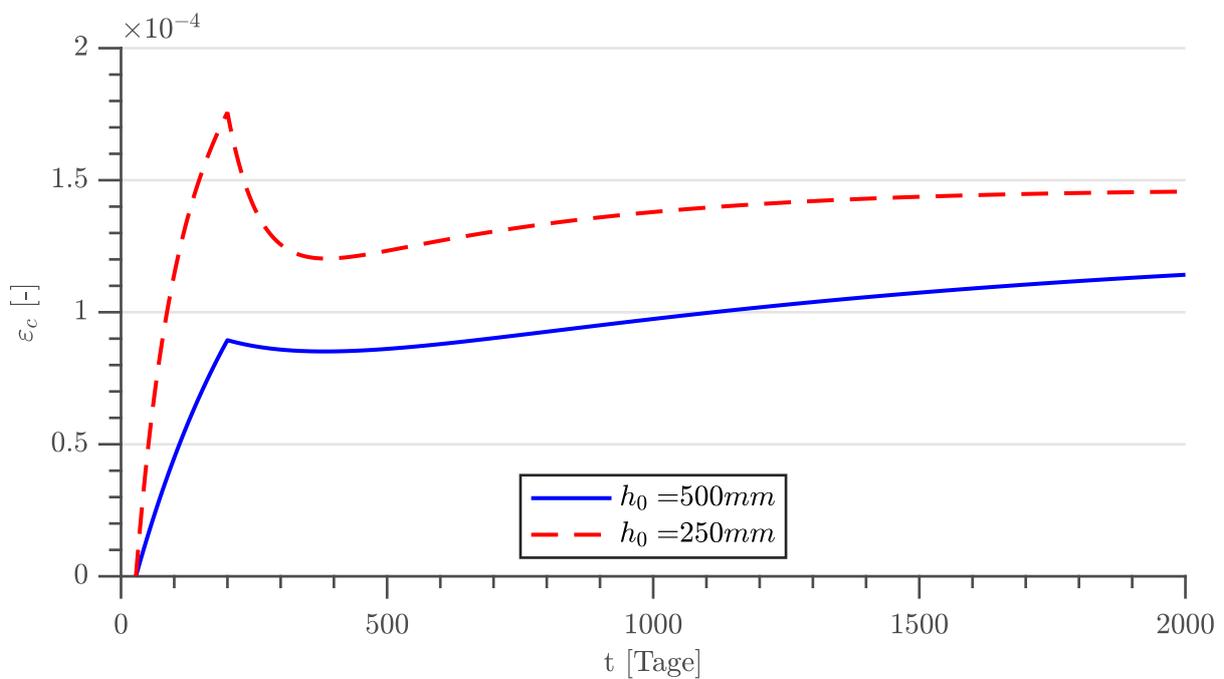


Abb. 3.16: Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)

3.4.2 Schwinden

Die Schwinddehnung ε_r kann durch Gleichung (3.27) ermittelt werden und gibt die Verkürzung in Längsrichtung der Faser im Schwerpunkt der betrachteten Sehne p als Funktion von k_p an. Die Parameter sind nur für Betone gültig, die von exzessiven Feuchtigkeitsverlusten in frühen Tagen geschützt werden [22].

$$\varepsilon_r = \varepsilon_c \cdot k_b \cdot k_e \cdot k_p \cdot k_t \quad (3.27)$$

Der Koeffizient k_p kann mit Gleichung (3.28) berechnet werden. p ist der Geometrieprozensatz nach Gleichung (3.29) mit der Fläche der Längsbewehrung A im Querschnitt und die Querschnittsfläche des Elements B . n ist ein Koeffizient zur Berücksichtigung des Krieeffekts und beträgt $n = 20$ [22].

$$k_p = \frac{100}{100 + n \cdot p} \quad (3.28)$$

$$p = 100 \cdot \frac{A}{B} \quad (3.29)$$

ε_c berücksichtigt die Umgebungsbedingungen und kann aus Abb. 3.17 in Abhängigkeit von der relativen Luftfeuchtigkeit in % abgelesen werden [22].

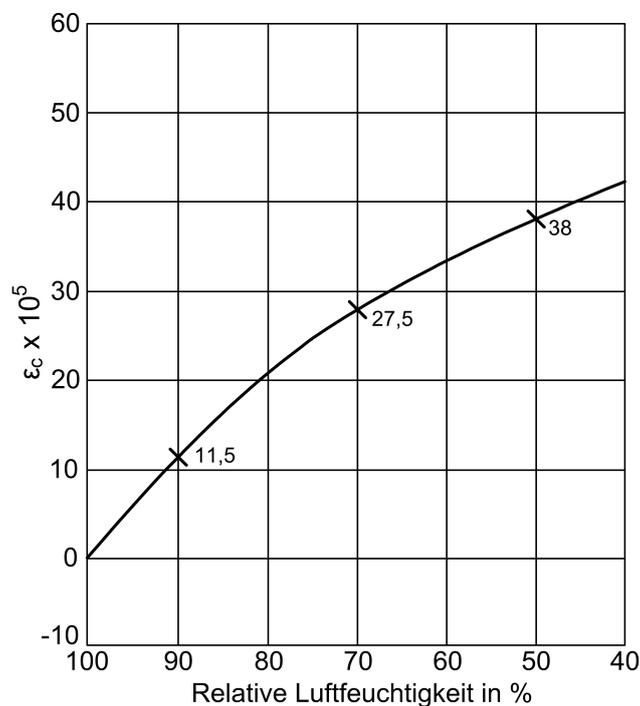


Abb. 3.17: Beiwert ε_c (Umgebung) - in Anlehnung an [22]

Für k_e zur Berücksichtigung der theoretischen Dicke des Betonkörpers siehe Abb. 3.18 mit der theoretischen Dicke e_m in cm [22].

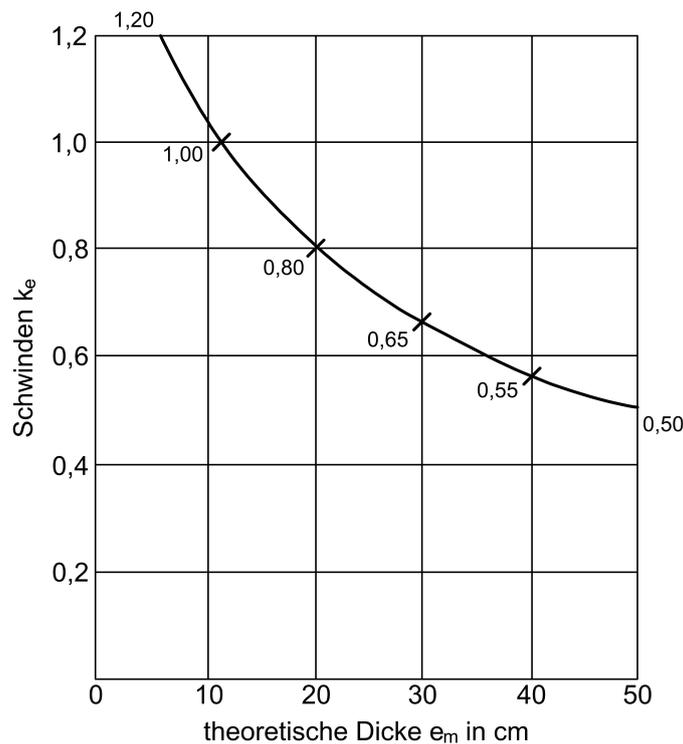


Abb. 3.18: Koeffizient k_e für Schwinden (theoretische Dicke) - in Anlehnung an [22]

Für den Koeffizienten k_b , der die Zusammensetzung des Betons berücksichtigt, siehe Abb. 3.10. k_t berücksichtigt die zeitliche Entwicklung der verzögerten Verformung und kann aus Abb. 3.12 abgelesen werden [22].

Für konstante klimatische Bedingungen kann die Schwindverformung $\Delta\varepsilon_{r(z-i)}$ in einem Zeitintervall von $(z - i)$ mit Gleichung (3.30) ermittelt werden [22].

$$\Delta\varepsilon_{r(z-i)} = \varepsilon_c \cdot k_b \cdot k_e \cdot k_p \cdot (k_{tz} - k_{ti}) \quad (3.30)$$

Die Größe des Schwindens bei Leichtbetonen beträgt laut Experimenten das 1- bis 2-fache des Schwindens bei normalen Zuschlagbetonen mit gleicher Druckfestigkeit [22].

In [36] sind analytische Ausdrücke für das vorliegende Schwindmodell gegeben. Diese stellen eine Approximation der Diagramme dar und können für eine Computerberechnung verwendet werden. Für ε_c und k_e siehe Gleichung (3.31) und (3.32). k_b und k_t sind ident mit den Gleichungen (3.24) und (3.26). Die Parameter RH und e_m wurden bereits definiert [36].

$$\varepsilon_c = (-8,68 \cdot 10^{-3} \cdot RH^2 + 0,545 \cdot RH + 32,4) \cdot 10^{-5} \quad (3.31)$$

$$k_e = \frac{0,476 \cdot e_m + 155}{5,25 \cdot e_m + 101} \quad (3.32)$$

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Schwinddehnungsverläufe nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Wie bereits bei den Berechnungen für die Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen wurden bei den Berechnungen der Schwinddehnungen ebenfalls zwei unterschiedliche Querschnitte betrachtet. Da die Zeitfunktion k_t für die Ermittlung der Kriechzahl auch bei der Berechnung der Schwinddehnung verwendet wird, gelten die Analysen des Einflusses des Querschnitts auf die Zeitfunktion auch für dieses Kapitel. Der Grundwert der Schwinddehnung wird ebenfalls durch den Querschnitt beeinflusst. Die hyperbolische Funktion für k_e weist die Grenzen 1,2 für ein e_m von 5 cm und 0,5 für ein e_m von 50 cm auf. Dies ist auch in Abb. 3.18 zu sehen. Somit ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 0,492 für k_e im Vergleich zu 0,719 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert der Schwinddehnung von $2,4799 \cdot 10^{-4}$ für den Wandquerschnitt im Vergleich zu $1,6974 \cdot 10^{-4}$ für den Trägerquerschnitt.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Schwinddehnung und diese werden früher erreicht.

- Eingangsparameter:
 - Portlandzementmenge: $c = 500 \text{ kg/m}^3$
 - Wasser-Zement-Faktor: $a/c = 0,4$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Betonaushärtung unter $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Annahme: $k_p = 1$
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
- Ergebnisse:
 - Schwinddehnungsverlauf mit $t_s = 28 \text{ Tage}$ und $t = 30000 \text{ Tage}$ - siehe Abb. 3.19

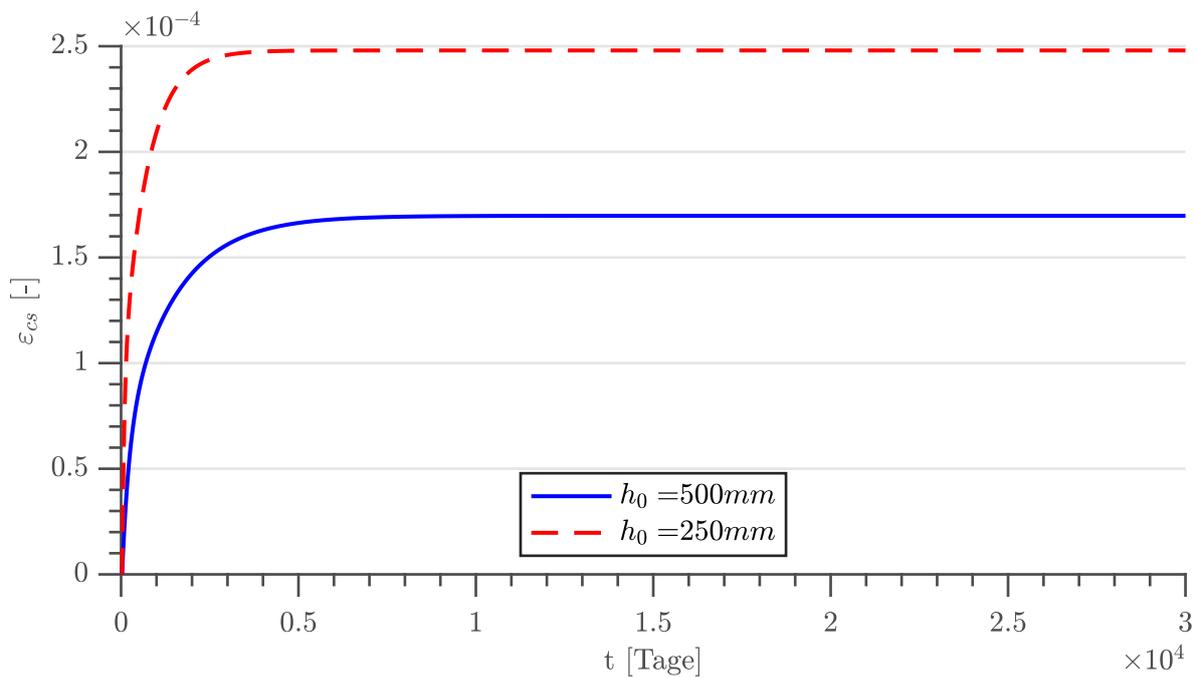


Abb. 3.19: Schwinddehnungsverläufe nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)

3.4.3 Literatur Analyse

Nach [34] sind folgende Probleme im Modell der CEB/FIP Empfehlungen (1970) nicht ausreichend gelöst worden [34].

- Die Form zur Erfassung des reversiblen Teils der Kriechverformung ist nicht befriedigend. Eine Trennung der beiden Verformungsarten (reversibel + plastisch) führt zu einfacheren und verständlicheren Lösungen.
- Eine hohe Anzahl von unabhängigen Faktoren birgt die Gefahr, dass diese dem Ziel der Unabhängigkeit nicht gerecht werden.
- Die Berücksichtigung des Einflusses der Dicke durch das Diagramm für den zeitlichen Ablauf ist nicht ausreichend. Diese Vorgehensweise kann nur beibehalten werden, wenn eine weitere Kurvenschar, die von der Dicke abhängt, im Diagramm für den Einfluss des Belastungsalters integriert werden würde.
- Das Modell weist Mängel bei der Berücksichtigung der Dicke der Bauteile, des zeitlichen Ablaufs und des Belastungsalters auf.
- Die Lösung des Relaxationsproblems ist nicht einfach gestaltet.

3.5 DIN 1045:1972 (1972)

In die DIN 1045:1972 wurde eine Kurzfassung des Vorhersagemodells aus den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) übernommen [29].

In den nachfolgenden DIN-1045 Normen wurde das Kriech- und Schwindmodell entfernt und auf die DIN 4227 verwiesen. Erst in der DIN 1045:2001 wurde wieder ein Kriech- und Schwindmodell eingeführt.

Im Vergleich zum Vorhersagemodell der CEB/FIP-Empfehlungen (1970) sind folgende Unterschiede zu erkennen:

- Die Kriechzahl φ_t wird mit drei statt fünf Beiwerten ermittelt.
- Als Ersatz für die entfallenen Diagramme dient eine Tabelle, die die relative Luftfeuchtigkeit und die Betonkonsistenz (statt dem Wasser-Zement-Faktor und Zementgehalt) berücksichtigt.
- Die Ermittlung der Kriechzahl ist somit abhängig von Tabellenwerten und Diagrammen.
- Leichtbetone werden nicht berücksichtigt.

In diesem Kriechmodell stellen Gebrauchsspannungen die Grenze für die Linearität dar [11].

3.5.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Der Elastizitätsmodul kann hier aus Tabelle 3.7 in Abhängigkeit von der Festigkeitsklasse entnommen werden [11].

Tab. 3.7: Rechenwerte des Elastizitätsmoduls des Betons [11]

Festigkeitsklasse	Bn 100	Bn 150	Bn 250	Bn 350	Bn 450	Bn 550
Elastizitätsmodul E_b [kp/cm ²]	220 000	260 000	300 000	340 000	370 000	390 000

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Für den elastischen Anteil darf ebenfalls der Elastizitätsmodul E_b nach Tabelle 3.7 verwendet werden [11].

Die Kriechzahl φ_t kann durch Gleichung (3.33) ermittelt werden [11].

$$\varphi_t = \varphi_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \quad (3.33)$$

Der Endwert der Grundkriechzahl φ_0 kann aus Tabelle 3.8 in Abhängigkeit von Konsistenz und Umgebungsbedingungen respektive relativer Luftfeuchtigkeit in % entnommen werden [11].

Der Beiwert k_1 berücksichtigt den Einfluss des Erhärungsgrades des Betons beim Aufbringen der kriecherzeugenden Spannung und kann aus Abb. 3.20 abgelesen werden. Dieser ist abhängig vom Betonalter bei Belastungsbeginn a in Tagen bei einer Temperatur von 20 °C während der Aushärtung des Betons und dem Zementtyp [11].

Für stark wechselnde Temperaturen muss der Reifegrad R nach Gleichung (3.34) ermittelt werden. Hier ist T die mittlere Tagestemperatur des Betons in °C und t die Anzahl der Tage mit der Temperatur T [11].

Tab. 3.8: Endkriechzahlen und Endschwindmaße [11]

Lage des Bauteils	Mittlere relative Luftfeuchte in % etwa	Kriechzahl φ_0 (Endwert) für Konsistenzmaße			Schwindmaß ε_{s0} (Endwert)		Abgemindertes Schwindmaß ε'_{s0}
		K1, K2	K3	K1, K2	K3		
im Wasser		1,0	1,5	-	-	-	
in sehr feuchter Luft	90	1,5	2,2	$10 \cdot 10^{-5}$	$15 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	
allgemein im Freien	70	2,0	3,0	$25 \cdot 10^{-5}$	$37 \cdot 10^{-5}$	$10 \cdot 10^{-5}$	
in trockener Luft	40	3,0	4,5	$40 \cdot 10^{-5}$	$60 \cdot 10^{-5}$	$15 \cdot 10^{-5}$	

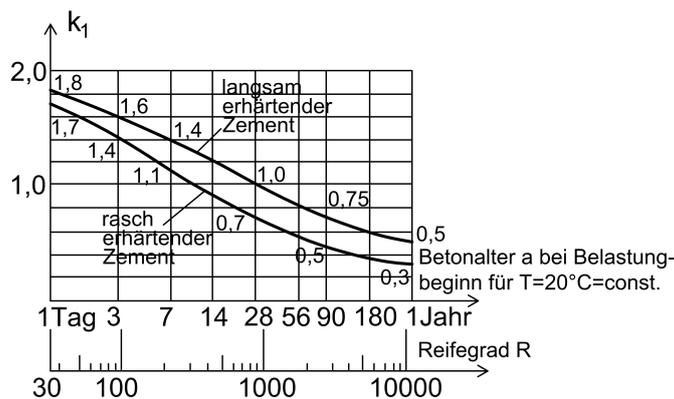


Abb. 3.20: Mittlerer Einfluss des Erhärtungsgrades des Betons auf das Kriechen - in Anlehnung an [11]

$$R = \sum t \cdot (T + 10) \tag{3.34}$$

Der Beiwert k_2 berücksichtigt den zeitlichen Verlauf von Kriechen und Schwinden und kann aus Abb. 3.21 abgelesen werden [11].

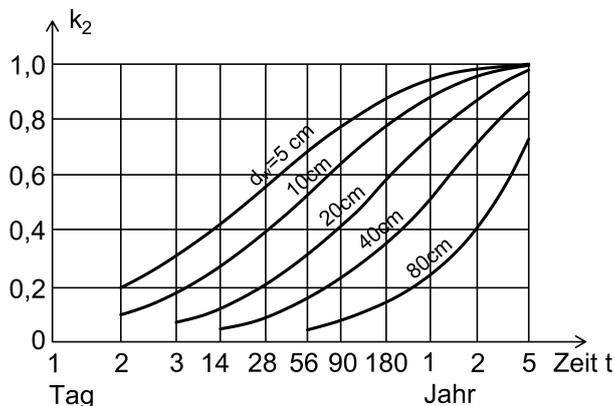


Abb. 3.21: Mittlerer zeitlicher Verlauf von Kriechen und Schwinden - in Anlehnung an [11]

Die wirksame Körperdicke d_w kann mit Gleichung (3.35) ermittelt werden. F ist die Fläche und U der Umfang des Querschnitts [11].

$$d_w = \frac{2 \cdot F}{U} \quad (3.35)$$

Bei veränderlichen Spannungen schlägt die DIN 1045:1972 vor, dass ein Mittelwert vom Anfangs- und Endwert der kriechezeugenden Spannung zur Ermittlung der Kriechdehnung verwendet werden darf. Dies gilt für Spannungen, bei denen die Differenz zwischen Anfangs- und Endwert nicht größer ist als 70 % der Anfangsspannung [11].

3.5.2 Schwinden

In der DIN 1045:1972 kann mit Gleichung (3.36) das Restschwindmaß ε_s ermittelt werden. Das Schwindmaß (Endwert) ε_{s0} kann aus Tabelle 3.8 in Abhängigkeit von der Betonkonsistenz entnommen werden. Der Beiwert k_2 kann aus Abb. 3.21 in Abhängigkeit vom Zeitpunkt t (Beginn des Schwindeinflusses) abgelesen werden [11].

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s0} \cdot (1 - k_2) \quad (3.36)$$

Das abgeminderte Schwindmaß ε'_{s0} in Tabelle 3.8 darf zur Bestimmung der Zwangsschnittgrößen durch Schwinden inklusive dem Abbau durch Kriechen, wenn dieser gesichert ist, angewendet werden. Eine weitere Voraussetzung ist die Ermittlung der Schwindspannungen nach Zustand I [11].

3.5.3 Literatur Analyse

Nachdem das vorliegende Kriech- und Schwindmodell eine Vereinfachung der CEB/FIP Empfehlungen (1970) darstellt, kann die Analyse übernommen werden.

3.6 DIN 4227:1973 (1973)

Die DIN 4227:1973 ersetzte die DIN 4227:1953. Das Vorhersagemodell der Kriechzahl wurde auf einen Summationsansatz geändert. Dieser ist ident mit dem Vorschlag von Rüsç et al. in [34]. Zudem wurden die Parameter relative Luftfeuchte, Bauteildicke, Temperatur und Betonzusammensetzung zur Bestimmung der Größe und des Verlaufs des Kriechens berücksichtigt. Die Norm war bis zur Veröffentlichung der DIN 4227:1979 gültig [29].

Die Modelle in den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) stellten ergänzte Formulierungen der seit 1950 geltenden Normung dar. Da diese wesentliche Probleme aufwiesen, wurde entschieden einen Summationsansatz anstatt eines Produktansatzes zu wählen [34].

Im Vergleich mit den Modellen in den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) sind folgende Unterschiede zu erkennen:

- Es wurde ein Summationsansatz anstatt eines Produktansatzes gewählt.
- Im Summationsansatz wird zwischen den Kriechverformungen Fließen und verzögerte Elastizität unterschieden.

- Die k_f -Kurven wurden so gewählt, dass sie von den erprobten Werten aus den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) im Durchschnitt wenig abweichen [34].
- Die Parameter Wasser-Zement-Faktor und Zementgehalt wurden durch die Betonkonsistenz ersetzt.
- Der Einfluss der Temperatur auf die Aushärtung des Betons und somit auf das Kriechen und Schwinden wurde durch eine Modifikation des Betonalters statt eines Aushärtungsgrads ersetzt. Dieser berücksichtigt auch die Erhärtungsgeschwindigkeit abhängig vom Zementtyp.
- Die wirksame Dicke weist in diesen Modellen einen größeren Einfluss auf.
- Der Einfluss des Bewehrungsgrades auf das Schwinden wurde nicht übernommen.
- Der zeitliche Verlauf von Kriechen und Schwinden wurde entkoppelt.

Nach [34] gelten die hier angeführten Berechnungen für eine mittlere Betontemperatur zwischen 0°C und 30°C . Kurz andauernde Temperaturschwankungen sollen die Grenzen -25°C und $+50^\circ\text{C}$ nicht überschreiten. Für die Erfassung derartiger Schwankungen innerhalb der Grenzen dient das wirksame Betonalter. Die relative Luftfeuchte der Umgebung muss zwischen 40 % und 100 % betragen. Es sind nur Betonzusammensetzungen üblicher Konstruktionsbetone (keine mörtelreichen Betone und keine Leichtbetone) erlaubt [34].

In diesem Kriechmodell stellen übliche Beanspruchungen die Grenze für die Linearität dar [15].

In [34] werden eindeutigere Spannungsgrenzen angeführt. Die einwirkenden Spannungen müssen $< 60\%$ der gleichzeitig vorhandenen Prismenfestigkeit bzw. $< 50\%$ der Würfelfestigkeit betragen [34].

Bei veränderlichen Spannungen gilt nach DIN 4227:1973 das Superpositionsgesetz. Als Näherung darf für sich allmählich verändernde Spannungen auch der Mittelwert zwischen Anfangs- und Endspannung verwendet werden, sofern die Differenz dieser beiden Spannungswerte 70 % nicht überschreitet [15].

3.6.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Der Elastizitätsmodul kann hier aus Tabelle 3.9 in Abhängigkeit von der Festigkeitsklasse entnommen werden [15].

Tab. 3.9: Elastizitätsmodul des Betons [15]

Betonfestigkeitsklasse	Bn 250	Bn 350	Bn 450	Bn 550
Elastizitätsmodul E_b [kp/cm ²]	300 000	340 000	370 000	390 000

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Für den elastischen Anteil darf ebenfalls der Elastizitätsmodul E_b nach Tabelle 3.9 verwendet werden [15].

Die Kriechzahl φ_t kann durch Gleichung (3.37) berechnet werden. t ist das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen und a das Betonalter bei Lastaufbringung in Tagen. $(t - a)$ ist die Dauer der Einwirkung der Spannung in Tagen. t und a müssen bei Bedarf durch das wirksame Alter nach Gleichung (3.40) in Tagen modifiziert werden [15].

Der Term $\varphi_{f0} \cdot (k_{f,t} - k_{f,a})$ stellt den Fließanteil und $0,4 \cdot k_{v,(t-a)}$ den verzögert elastischen Verformungsanteil dar [15].

$$\varphi_t = \varphi_{f0} \cdot (k_{f,t} - k_{f,a}) + 0,4 \cdot k_{v,(t-a)} \quad (3.37)$$

In [34] wird die Kriechzahl φ_t auf einen allgemeineren Fall (Belastung zum Zeitpunkt t_1 und Entlastung zum Zeitpunkt t_2) nach Gleichung (3.38) erweitert. Der Term $\varphi_v \cdot k_{v,(t_2-t_1)} \cdot k_{v,(t-t_2)}$ entspricht der verzögert elastischen Rückverformung nach der Entlastung. Hier stellt t das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen, t_1 das Betonalter bei Lastaufbringung in Tagen und t_2 das Betonalter bei Entlastung in Tagen dar. Alle drei Altersangaben müssen bei Bedarf durch das wirksame Alter nach Gleichung (3.40) in Tagen modifiziert werden. Der Koeffizient φ_v beträgt $\varphi_v = 0,4$ [34].

$$\varphi_t = \varphi_v \cdot k_{v,(t_2-t_1)} + \varphi_{f0} \cdot (k_{f,t_2} - k_{f,t_1}) - \varphi_v \cdot k_{v,(t_2-t_1)} \cdot k_{v,(t-t_2)} \quad (3.38)$$

φ_{f0} ist die Grundfließzahl nach Tabelle 3.10. Die angegebenen Werte gelten für den Konsistenzbereich K_2 . Für die Bereiche K_1 bzw. K_3 müssen die Werte in der Tabelle um 25 % erhöht bzw. vermindert werden [15].

Tab. 3.10: Grundfließzahl und Grundswindmaß in Abhängigkeit von der Lage des Bauteils [15]

Lage des Bauteils	Mittlere relative Luftfeuchte in % etwa	Konsistenzbereich K_2		Beiwert k_w
		Grundfließzahl φ_{f0}	Grundswindmaß ε_{s0}	
im Wasser		0,8	$+10 \cdot 10^{-5}$	30
in sehr feuchter Luft	90	1,3	$-10 \cdot 10^{-5}$	5,0
allgemein im Freien	70	2,0	$-25 \cdot 10^{-5}$	1,5
in trockener Luft	40	3,0	$-40 \cdot 10^{-5}$	1,0

Der Beiwert k_f kann aus Abb. 3.22 abgelesen werden [15].

Die wirksame Körperdicke d_w kann mit Gleichung (3.39) berechnet werden. F ist der gesamte Bruttoquerschnitt und u die Umfangslänge der Flächen, die der Trocknung ausgesetzt sind. Der Beiwert k_w berücksichtigt den Einfluss der Feuchtigkeit auf die wirksame Dicke und kann aus Tabelle 3.10 entnommen werden [15].

$$d_w = k_w \cdot \frac{2 \cdot F}{u} \quad (3.39)$$

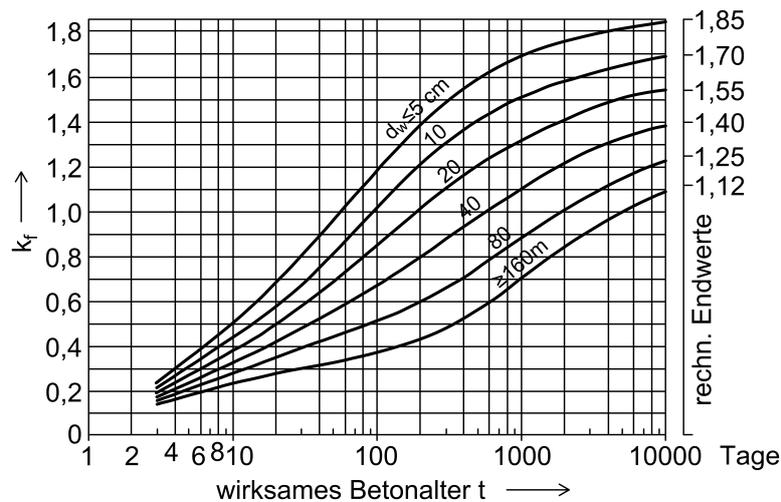


Abb. 3.22: Beiwerte k_f - angenähert gezeichnet von - in Anlehnung an [15]

Der Koeffizient k_v kann aus Abb. 3.23 abgelesen werden. Nach DIN 4427:1973 kann für untersuchte Zeiträume der Kriechprozesse über mehr als 3 Monate mit $k_v = 1$ angenommen werden [15].

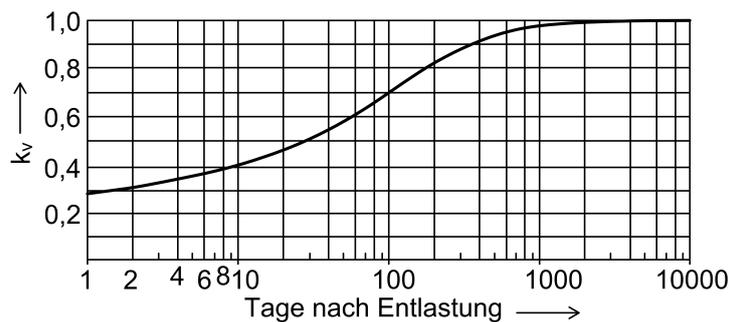


Abb. 3.23: Verlauf der verzögert elastischen Verformung k_v - in Anlehnung an [15]

Unter den Voraussetzungen, dass die Erhärtung des Betons unter Normaltemperaturen ($20\text{ }^\circ\text{C}$) erfolgt und einer Verwendung von normal erhärtenden Zement, kann das wirksame Betonalter gleich dem wahren Betonalter angesetzt werden [15].

Für andere Fälle muss das wirksame Betonalter t nach Gleichung (3.40) berücksichtigt werden. T ist die mittlere Tagestemperatur des Betons in $^\circ\text{C}$ und Δt die Anzahl der Tage, an denen die Temperatur T auftritt [15].

$$t = k_Z \cdot \sum \frac{T^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C}}{30^\circ\text{C}} \cdot \Delta t \quad (3.40)$$

k_Z ist abhängig von der Erhärtungsgeschwindigkeit und kann aus Tabelle 3.11 entnommen werden [15].

Tab. 3.11: k_Z -Werte [15]

	Zementtyp	Charakteristik	k_Z
Kriechen	Z 250, Z 350 L, Z 450 L	normal erhärtend	1
	Z 350 F, Z 450 F	frühhochfest	2
	Z 550	-	3
Schwinden			1

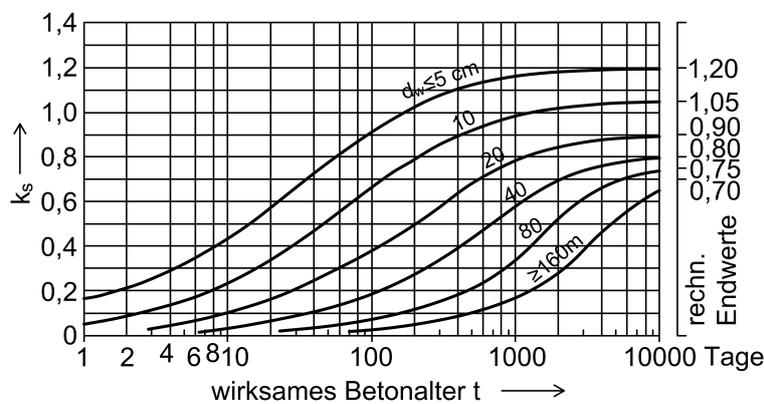
3.6.2 Schwinden

Das Schwindmaß $\varepsilon_{s,t}$ kann nach Gleichung (3.41) ermittelt werden. t ist der betrachtete Zeitpunkt in Tagen und a der Zeitpunkt in Tagen, ab dem der Einfluss des Schwindens berücksichtigt werden muss. Die beiden Zeitangaben sind, wenn notwendig, durch das wirksame Alter nach Gleichung (3.40) zu modifizieren [15].

$$\varepsilon_{s,t} = \varepsilon_{s0} \cdot (k_{s,t} - k_{s,a}) \quad (3.41)$$

ε_{s0} ist das Grundswindmaß nach Tabelle 3.10, wobei diese Werte nur für den Konsistenzbereich K_2 gelten. Für die Bereiche K_1 bzw. K_3 müssen die Werte in der Tabelle um 25 % erhöht bzw. vermindert werden [15].

Der Koeffizient k_s kann aus Abb. 3.24 abgelesen werden und berücksichtigt die zeitliche Entwicklung des Schwindens [15].

**Abb. 3.24:** Beiwerte k_s - in Anlehnung an [15]

3.6.3 Literatur Analyse

Folgende Mängel sind laut [30] in den Modellen enthalten [30]:

- Der Kriechansatz in der DIN 4227:1973 hatte Schwächen in der stoffgesetzlichen Darstellung und eine unzureichende Genauigkeit der Vorhersage der Verformungen.
- Das Modell zur Bestimmung der Schwinddehnungen unterschätzt systematisch die Schwindmaße, die in Versuchen beobachtet wurden.

- Der Parameter k_w impliziert einen Zusammenhang zwischen der zeitlichen Entwicklung der Schwinddehnung und der relativen Luftfeuchte der Umgebung. Dies ist jedoch in Versuchen nicht nachgewiesen und es widerspricht der Diffusionstheorie.
- Der eingeräumte Einfluss der Bauteildicke im Modell auf den Endwert des Schwindens steht ebenfalls nicht im Einklang mit Versuchsergebnissen und der Diffusionstheorie.
- Die Wahl der Konsistenz des Frischbetons als Ersatzparameter für den Einfluss der Betonzusammensetzung war in Hinblick auf die zunehmende Verwendung von verflüssigenden Zusatzmitteln unglücklich.
- Der Kriechansatz in der DIN 4427:1973 ist stoffmechanisch ident zum Ansatz von Dischinger. Zusätzlich wurde eine verzögert elastische Verformung, zur Erfassung der beschränkten Reversibilität des Betonkriechens, hinzugefügt. In einem Summationsansatz müssen die Einflüsse des Belastungsalters und der Belastungsdauer auf das Fließen des Betons gekoppelt sein. Aufgrund dessen werden bei einer kurzen Belastungsdauer die Kriechverformungen deutlich unterschätzt. Dieser Fehler ist umso größer, je höher das Belastungsalter. Die verzögert elastische Verformung kann zudem in diesem Modell die Tage nach Be- und Entlastung nicht gleichzeitig beschreiben.
- Eine eingehende Analyse der Modelle in der DIN 4227:1973 offenbarte schwerwiegende Fehler bei der Verknüpfung der Einflussparameter.

3.7 CEB-FIP Model Code (1978)

Der Ansatz des Kriechmodells in diesem Model Code entspricht einem Summationsansatz. Dieser weist beinahe alle Merkmale wie der Ansatz in der DIN 4227:1973 auf. Der vorliegende Ansatz wurde um eine zusätzliche Komponente, die rasche Anfangsverformung $\varphi_a(t_0)$, hier als $\beta_a(t_0)$ bezeichnet, ergänzt [29].

Die Ergebnisse, die mit diesen Berechnungen erzielt werden können, sind laut Model Code 1978 nur als repräsentative Werte zu betrachten, da diese in beide Richtungen um 20 % variieren können. Diese Abweichung sollte gegebenenfalls auf der sicheren Seite in der Berechnung berücksichtigt werden [23].

Die Berechnungen sind nicht für Betonkörper, die extrem kalten oder heißen Temperaturen ausgesetzt sind oder unter Wärme gehärtet werden, geeignet. Die Vorhersagemodelle sind auch bei Zugspannungen im Beton anwendbar [23].

Der Anwendungsbereich der Linearität erstreckt sich auf Druckbeanspruchungen in einem Alter j von höchstens $0,4 \cdot f_{ckj}$ [23].

Für erste Annäherungen können die Ergebnisse für Kriechen, insbesondere für höhere Belastungen in kurzen Zeitabschnitten, auch für Druckspannungen $> 0,4 \cdot f_{ckj}$ verwendet werden [23].

Bei zunehmenden Belastungen werden die Abweichungen von der Hypothese der Superposition signifikanter (daraus folgt ein nicht lineares Kriechen). Weitere Differenzen treten auch bei gerin-

gen Belastungen, wie zum Beispiel bei Spannungsschwankungen mit einer Dehnungsreduzierung auf (bei plötzlicher Entlastung) [23].

3.7.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_{c28} nach Gleichung (3.42) benötigt. Die Werte für E_{cm} werden in GPa ermittelt und f_{ck} ist in MPa einzusetzen. Die Ergebnisse für E_{cm} weichen zwischen $0,7 \cdot E_{cm}$ bis $1,3 \cdot E_{cm}$ ab und gelten für Spannungen $\sigma_0 \cong 0,4 \cdot f_{ck}$ bis $0,5 \cdot f_{ck}$. Für $\sigma_0 \cong 0,1 \cdot f_{ck}$ sollten die Werte um 10 % erhöht werden [23].

$$E_{cm} = 9,5 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (3.42)$$

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Allerdings muss für den elastischen Anteil der Elastizitätsmodul $E_c(t_0)$ verwendet werden. t_0 ist der Zeitpunkt der Lastaufbringung. Aus praktischen Gründen darf E_c als Sekantenmodul ermittelt werden und, wenn keine Tests vorliegen, mit Gleichung (3.43) angenommen werden. Hierfür muss der Wert $(f_{ck} + 8)$ in der Gleichung (3.42) durch $f_{cm}(t_0)$, der mittleren Druckfestigkeit zum Zeitpunkt t_0 , ersetzt werden. t_0 muss bei Bedarf nach Gleichung (3.48) modifiziert werden. Die Druckfestigkeit kann mit Hilfe von Abb. 3.25 ermittelt werden. Für den Fall, dass Lasten schnell aufgebracht werden, sollte der Wert von E_c genauer ermittelt werden [23].

$$E_c(t_0) = 1,25 \cdot E_{cm} \quad (3.43)$$

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ kann durch Gleichung (3.44) ermittelt werden [23].

Für die Ermittlung der Kriechzahl wird angenommen, dass die Form der Kriechkurve und der Effekt des Alters zum Zeitpunkt der Lastaufbringung die gleiche Funktion $\beta_f(t)$ darstellt [23].

$\beta_a(t_0)$ repräsentiert den irreversiblen Teil der Verformung, der in den ersten Tagen nach der Lastaufbringung entsteht. $\varphi_d \cdot \beta_d(t - t_0)$ stellt den reversiblen Teil der verzögerten Verformung dar, der als unabhängig von der Alterung in seiner Entwicklung angenommen wird und durch einen konstanten Wert φ_d definiert ist. $\varphi_f \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$ repräsentiert die irreversible verzögerte Verformung (Fließen), die durch das Alter, in dem die Belastung beginnt, stark beeinflusst wird. Diese Annahmen ermöglichen eine Vereinfachung der Kriechberechnung. Das erforderliche Sicherheitsniveau wird für Gebrauchstauglichkeitszustände eingehalten, da die Ungenauigkeiten in den Berechnungen nur einen begrenzten Einfluss aufweisen. Dies ist vor allem bei langfristigen Ergebnissen der Fall [23].

t_0 ist der Zeitpunkt, an dem die Belastung aufgebracht wird. t ist der betrachtete Zeitpunkt, an dem die Kriechverformungen ermittelt werden sollen. Sowohl t als auch t_0 müssen bei Bedarf mit Gleichung (3.48) modifiziert werden [23].

$$\varphi(t, t_0) = \beta_a(t_0) + \varphi_d \cdot \beta_d(t - t_0) + \varphi_f \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] \quad (3.44)$$

$\beta_a(t_0)$ kann mit Gleichung (3.45) berechnet werden [23].

$$\beta_a(t_0) = 0,8 \cdot \left(1 - \frac{f_c(t_0)}{f_{c\infty}}\right) \quad (3.45)$$

$f_c(t_0)/f_{c\infty}$ kann aus Abb. 3.25 abgelesen werden [23].

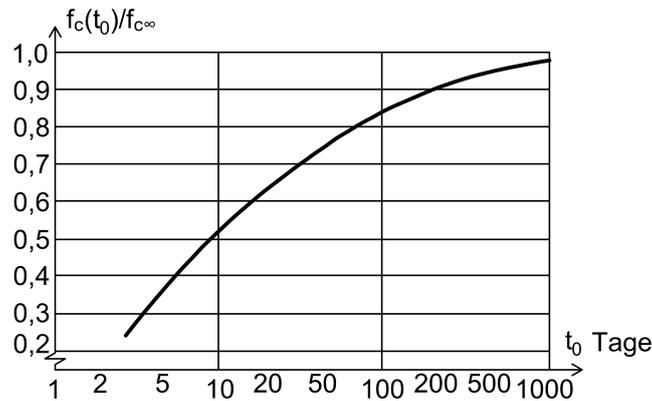


Abb. 3.25: Veränderung der Festigkeit des Betons mit dem Alter - in Anlehnung an [23]

$\varphi_d = 0,4$ stellt den verzögerten Elastizitätsmodul dar [23].

$\beta_d(t - t_0)$ nach Abb. 3.26 ist eine Funktion, die der zeitlichen Entwicklung der verzögerten elastischen Dehnung entspricht [23].

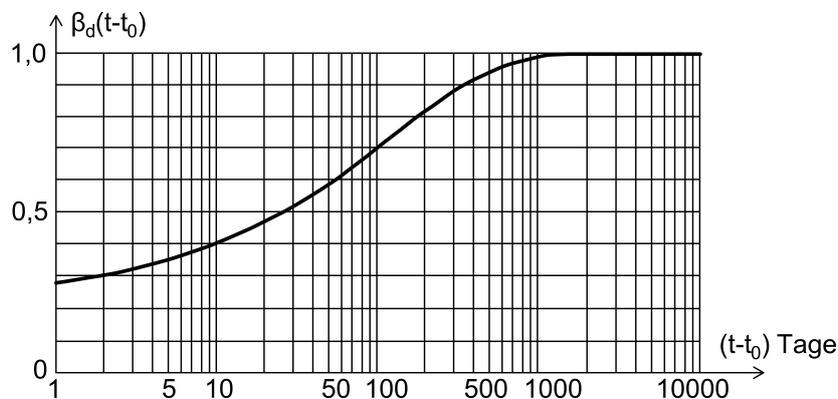


Abb. 3.26: zeitliche Entwicklung der verzögerten elastischen Dehnung - in Anlehnung an [23]

φ_f nach Gleichung (3.46) ist der Fließkoeffizient [23].

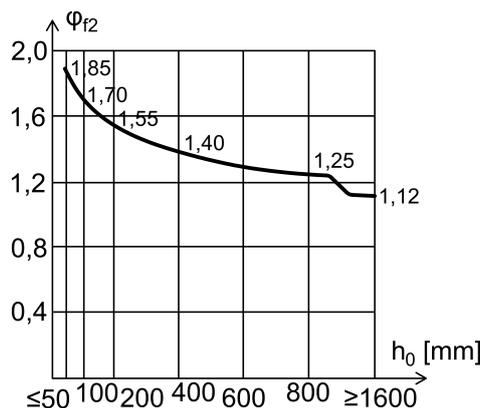
$$\varphi_f = \varphi_{f1} \cdot \varphi_{f2} \quad (3.46)$$

φ_{f1} hängt von der Umgebungsbedingung ab und kann aus Tabelle 3.12 entnommen werden. Die angegebenen Werte für φ_{f1} und ε_{s1} in Tabelle 3.12 beziehen sich auf Betone mit plastischer Konsistenz. Sie sollten bei Betonen mit steifer Konsistenz um 25 % reduziert und bei Betonen mit halbflüssiger Konsistenz um 25 % erhöht werden [23].

φ_{f2} nach Abb. 3.27 hängt von der wirksamen Querschnittsdicke h_0 in mm ab [23].

Tab. 3.12: Basiskoeffizienten von Kriechen und Schwinden [23]

Umgebungsbedingungen	Relative Luftfeuchtigkeit	Koeffizienten von Kriechen φ_{f1}	Koeffizienten von Schwinden ε_{s1}	Koeffizient λ
Wasser		0,8	+0,00010	30
Sehr feuchte Atmosphäre	90%	1,0	-0,00013	5
Außen im Allgemeinen	70%	2,0	-0,00032	1,5
Sehr trockene Atmosphäre	40%	3,0	-0,00052	1

**Abb. 3.27:** Einfluss der wirksamen Querschnittsdicke auf das Kriechen - in Anlehnung an [23]

Die wirksame Querschnittsdicke h_0 kann mit Gleichung (3.47) ermittelt werden. A_c ist die Querschnittsfläche und u die Umfangslänge der Flächen, die der Trocknung ausgesetzt sind. Der Parameter λ ist ein Koeffizient, der von den Umgebungsbedingungen abhängt. Er kann aus Tabelle 3.12 entnommen werden [23].

$$h_0 = \lambda \cdot \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad (3.47)$$

$\beta_f(t)$ ist eine Funktion nach Abb. 3.28, die der zeitlichen Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung entspricht. Diese ist abhängig von der wirksamen Querschnittsdicke h_0 in mm und den Zeitpunkten t und t_0 [23].

Für mittlere Umgebungstemperaturen $\neq 20$ °C bei der Aushärtung des Betons muss eine Modifizierung von t und t_0 nach Gleichung (3.48) erfolgen. T ist die mittlere tägliche Temperatur des Betons in °C. Δt_m ist die Anzahl der Tage, an denen die mittlere tägliche Temperatur T erreicht wird [23].

$$t = \frac{\alpha}{30} \cdot \sum_0^{t_m} ([T(t_m) + 10] \cdot \Delta t_m) \quad (3.48)$$

Der Koeffizient α ist abhängig von der Zementart und kann aus Tabelle 3.13 entnommen werden [23].

In [2] finden sich analytische Ausdrücke (siehe Gleichungen (3.49)- (3.57)), die den Diagrammen des Modells ausreichend genau entsprechen. Diese können für eine Computerberechnung verwendet

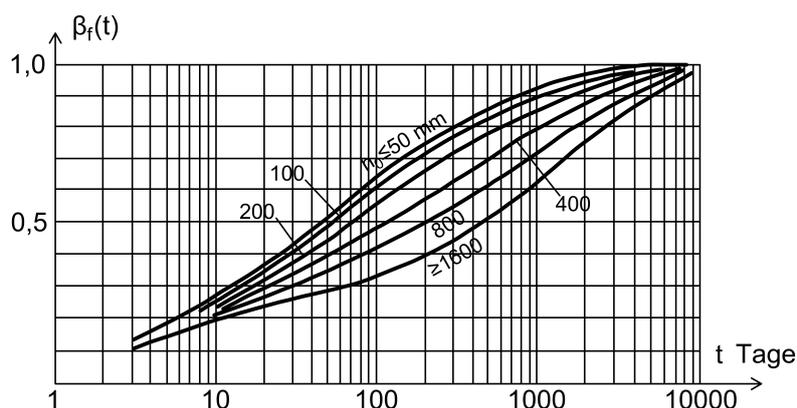


Abb. 3.28: zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung - in Anlehnung an [23]

Tab. 3.13: α -Werte [15]

Zementtyp (Charakteristik)		α
Kriechen	normal und langsam erhärtend	1
	schnell erhärtend	2
	schnell erhärtend und hochfest	3
Schwinden		1

werden. h_0 ist die wirksame Querschnittsdicke in cm und RH die relative Luftfeuchte in %. t und t_0 sind in Tagen einzusetzen [2].

$$\beta_c(t_0) = \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{cm\infty}} = \left[\frac{t_0}{t_0 + 47} \right]^{\frac{1}{2,45}} \quad (3.49)$$

$$\beta_i(t_0) = \left[\frac{\beta_c(28)}{\beta_c(t_0)} \right]^{\frac{1}{3}} = 0,875 \cdot \left[\frac{t_0 + 47}{t_0} \right]^{\frac{1}{7,35}} \quad (3.50)$$

$$\beta_a(t_0) = 0,8 \cdot [1 - \beta_c(t_0)] = 0,8 \cdot \left[1 - \left(\frac{t_0}{t_0 + 47} \right)^{\frac{1}{2,45}} \right] \quad (3.51)$$

$$\beta_d(t - t_0) = \left[\frac{t - t_0}{t - t_0 + 328} \right]^{\frac{1}{4,2}} \quad (3.52)$$

$$\beta_f(t) = \left[\frac{t}{t + K_1(h_0)} \right]^{K_2(h_0)} \quad (3.53)$$

$$K_1(h_0) = e^{\left[\frac{5,02}{h_0} + \ln(6,95 \cdot h_0^{1,25}) \right]} \quad (3.54)$$

$$K_2(h_0) = e^{\left[0,00144 \cdot h_0 - \frac{1,1}{h_0} - \ln(1,005 \cdot h_0^{0,2954}) \right]} \quad (3.55)$$

$$\varphi_{f1} = 4,45 - 0,035 \cdot RH \quad (3.56)$$

$$\varphi_{f2} = e \left[4,4 \cdot 10^{-5} \cdot h_0 - \frac{0,357}{h_0} - \ln \left(\frac{h_0^{0,1667}}{2,6} \right) \right] \quad (3.57)$$

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Kriechzahl- bzw. Kriechdehnungsverläufe nach dem Model Code 1978 in Folge von unterschiedlichen Spannungsverläufen wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten analytischen Ausdrücken durchgeführt.

Zusätzlich wurden die nachfolgenden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt um den Einfluss des Querschnitts auf die Größe und den Verlauf der Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen aufzuzeigen. Der Einfluss des Querschnitts wird für den Fall mit konstanten Spannungen erläutert, da für die Fälle mit steigenden Spannungen und Entlastung die Einflüsse des Querschnitts auf die Kriechdehnungen äquivalent zu den konstanten Spannungen sind.

Die wirksame Querschnittsdicke h_0 beeinflusst in diesem Modell den Fließkoeffizienten φ_f und die zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung $\beta_f(t)$. Der Parameter h_0 wird von der relativen Luftfeuchtigkeit durch den Parameter λ beeinflusst. Der Einfluss von h_0 auf φ_f ist durch den Parameter φ_{f2} gegeben. Dieser ist in Abb. 3.27 zu sehen. Für den Trägerquerschnitt ergibt sich der Wert 1,29 für φ_{f2} im Vergleich zu 1,44 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Wert für den Fließkoeffizienten φ_f von 3,37 für den Wandquerschnitt im Vergleich zu 3,03 für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe von φ_f beeinflusst die wirksame Querschnittsdicke h_0 auch die zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung $\beta_f(t)$, siehe Abb. 3.28. Somit steigt die zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung des Wandquerschnitts schneller an als die des Trägerquerschnitts.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Kriechzahl/Kriechdehnung zufolge des Fließkoeffizienten und die zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung steigt schneller an. Dies spiegelt sich auch im gesamten Kriechzahlverlauf wider.

- Eingangsparmeter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Betonkonsistenz: plastisch
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Zementtyp: langsam oder normal erhärtend
 - Temperatur während Betonaushärtung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$

- Ergebnisse:

- Kriechzahlverlauf einer konstanten Spannung (nach Abb. 3.29a) - mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.30
- Kriechdehnungsverlauf einer steigenden Spannung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.29b) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage - siehe Abb. 3.31
- Kriechdehnungsverlauf nach einer Entlastung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.29c) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage - siehe Abb. 3.32

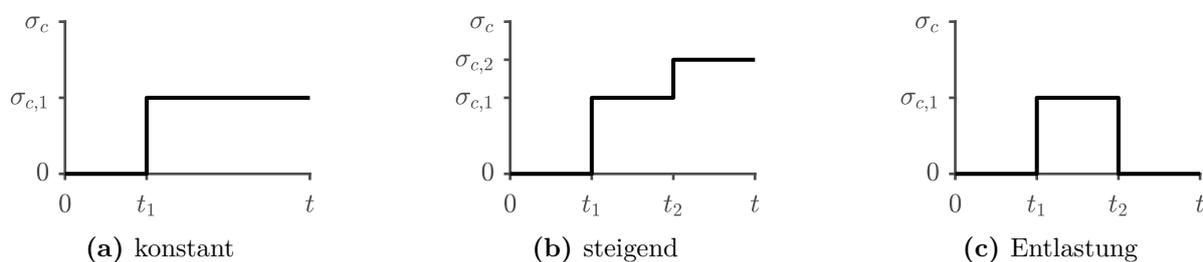


Abb. 3.29: Spannungsverläufe

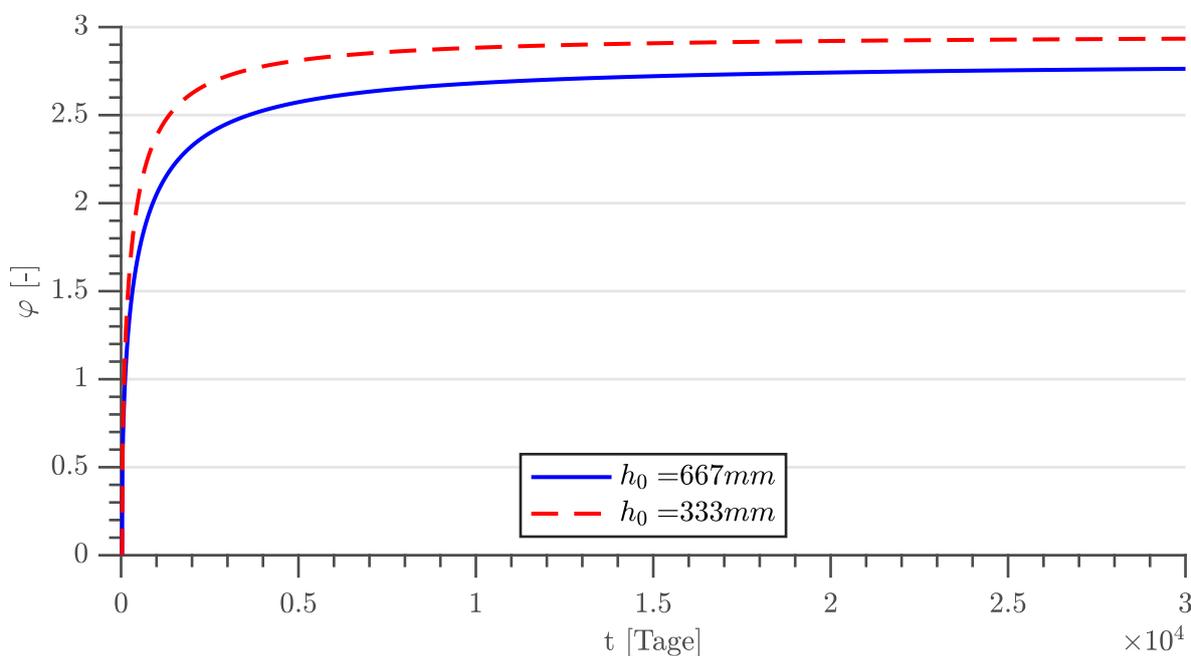


Abb. 3.30: Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach Model Code 1978

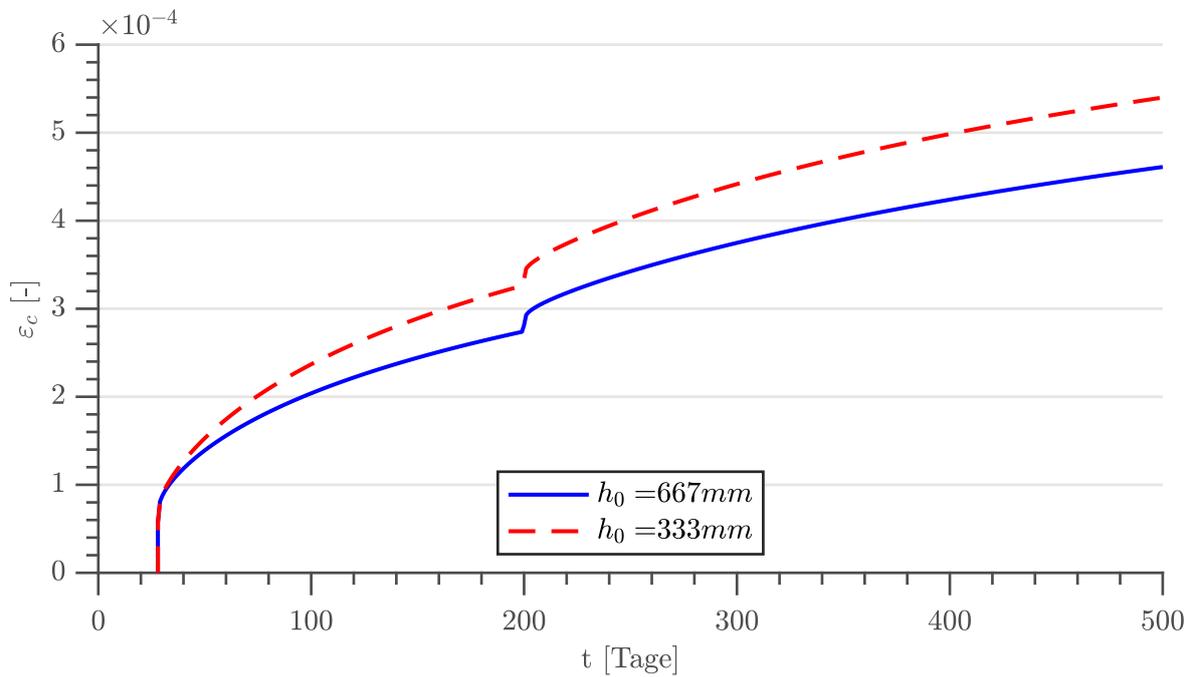


Abb. 3.31: Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach Model Code 1978

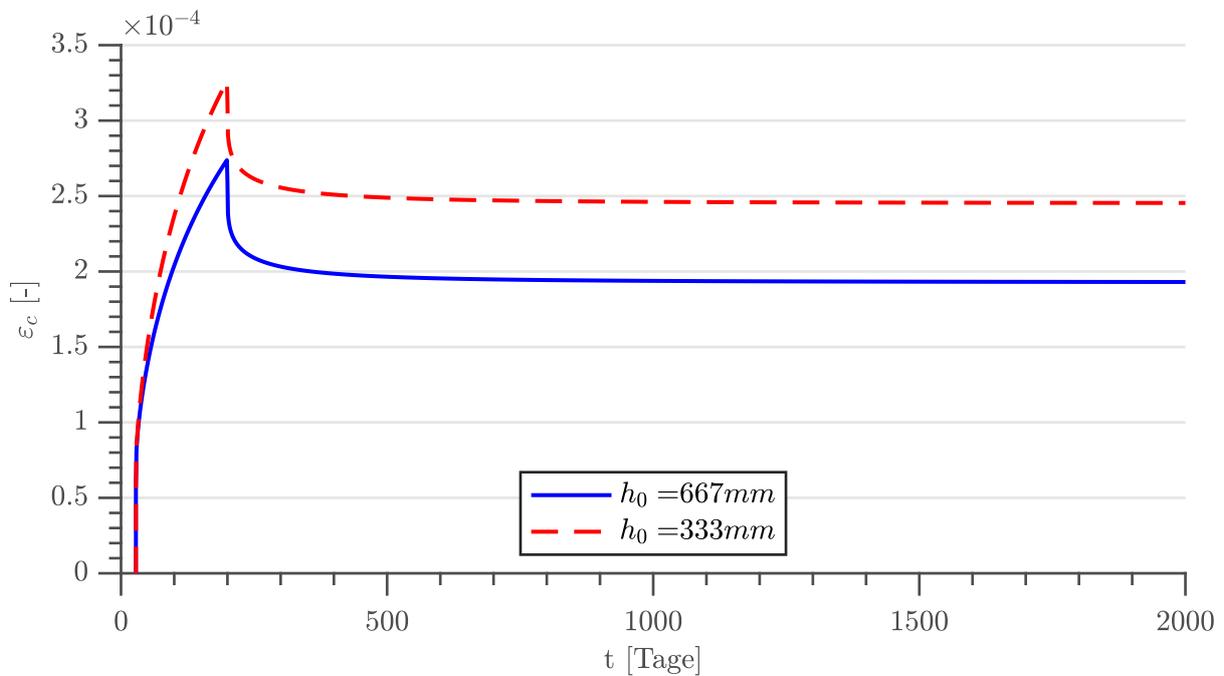


Abb. 3.32: Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach Model Code 1978

3.7.2 Schwinden

Die Schwinddehnung $\varepsilon_s(t, t_0)$ kann durch Gleichung (3.58) ermittelt werden. t ist das Alter des Betons zum betrachteten Zeitpunkt der Berechnungen in Tagen und t_0 das Alter des Betons in Tagen, ab dem der Einfluss des Schwindens beginnt. t und t_0 müssen bei Bedarf durch Gleichung (3.48) modifiziert werden [23].

$$\varepsilon_s(t, t_0) = \varepsilon_{s0} \cdot [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (3.58)$$

Der Basisschwindkoeffizient ε_{s0} kann mit Gleichung (3.59) berechnet werden [23].

$$\varepsilon_{s0} = \varepsilon_{s1} \cdot \varepsilon_{s2} \quad (3.59)$$

ε_{s1} kann aus Tabelle 3.12 in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen entnommen werden. ε_{s2} ist abhängig von der wirksamen Querschnittsdicke h_0 in mm und kann aus Abb. 3.33 abgelesen werden [23].

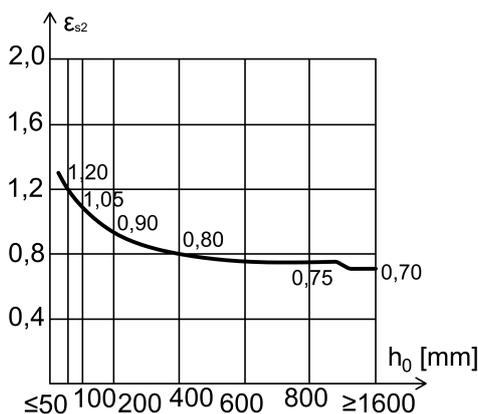


Abb. 3.33: zeitliche Schwindentwicklung - in Anlehnung an [23]

β_s ist eine Funktion für die zeitliche Änderung des Schwindens nach Abb. 3.34. Diese ist abhängig von der wirksamen Querschnittsdicke h_0 in mm [23].

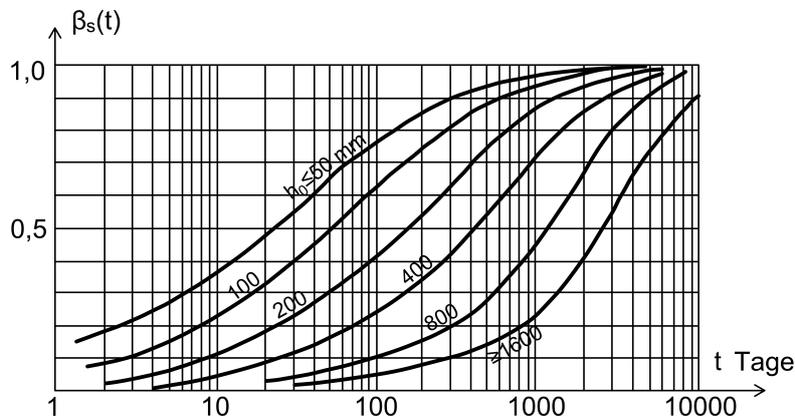


Abb. 3.34: Einfluss der wirksamen Querschnittsdicke auf das Schwinden - in Anlehnung an [23]

In [2] sind die analytischen Ausdrücke (siehe Gleichungen (3.60)- (3.64)) angegeben, die den Diagrammen des Modells ausreichend genau entsprechen. Diese können für eine Computerberechnung verwendet werden. h_0 ist die wirksame Querschnittsdicke in cm und RH die relative Luftfeuchte in % . t und t_0 sind in Tagen einzusetzen [2].

$$\beta_s(t) = \left[\frac{t}{t + K_3(h_0)} \right]^{K_4(h_0)} \quad (3.60)$$

$$K_3(h_0) = 11,8 \cdot h_0 + 16 \quad (3.61)$$

$$K_4(h_0) = e^{\left[-0,00257 \cdot h_0 + \frac{0,32}{h_0} + \ln(0,22 \cdot h_0^{0,4}) \right]} \quad (3.62)$$

$$\varepsilon_{s1} = \left(0,000775 \cdot RH^3 - 0,1565 \cdot RH^2 + 11,0325 \cdot RH - 303,25 \right) \cdot 10^{-5} \quad (3.63)$$

$$\varepsilon_{s2} = e^{\left[0,00174 \cdot h_0 - \frac{0,32}{h_0} - \ln\left(\frac{h_0^{0,251}}{1,9} \right) \right]} \quad (3.64)$$

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Schwinddehnungsverläufe nach dem Model Code 1978 wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Wie bereits bei den Berechnungen für die Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen wurden bei den Berechnungen der Schwinddehnungen ebenfalls zwei unterschiedliche Querschnitte betrachtet. Die wirksame Querschnittsdicke h_0 beeinflusst in diesem Modell sowohl den Basisschwindkoeffizienten ε_{s0} als auch die zeitliche Änderung des Schwindens β_s . Der Parameter h_0 wird von der relativen Luftfeuchtigkeit durch den Parameter λ beeinflusst. Der Einfluss von h_0 auf ε_{s0} ist durch den Parameter ε_{s2} gegeben. Dieser ist in Abb. 3.33 zu sehen. Für den Trägerquerschnitt ergibt sich der Wert 0,74 für ε_{s2} im Vergleich zu 0,83 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Wert für den Basisschwindkoeffizienten ε_{s0} von $3,085 \cdot 10^{-4}$ für den Wandquerschnitt im Vergleich zu $2,76 \cdot 10^{-4}$ für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe von ε_{s0} beeinflusst die wirksame Querschnittsdicke h_0 auch die zeitliche Änderung des Schwindens β_s , siehe Abb. 3.34. Somit steigt die zeitliche Änderung des Schwindens des Wandquerschnitts schneller an als die des Trägerquerschnitts.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Schwinddehnung und die zeitliche Änderung des Schwindens steigt schneller an.

- Eingangparameter:
 - Betonkonsistenz: plastisch
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Betonaushärtung unter $20 \text{ }^\circ\text{C}$

– Querschnitte:

- * Träger mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
- * Wand mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

• Ergebnisse:

– Schwinddehnungsverlauf mit $t_s = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.35

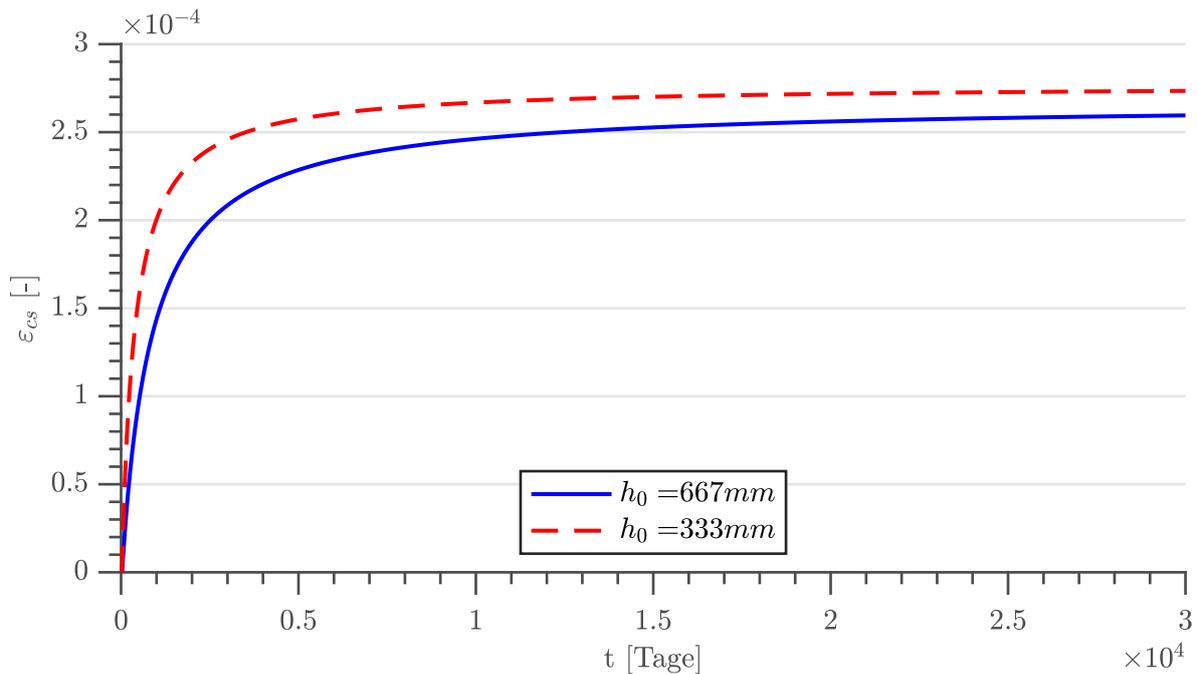


Abb. 3.35: Schwinddehnungsverläufe nach Model Code 1978

3.7.3 Literatur Analyse

In [26] wurde das Kriechmodell des Model Codes 1978 analysiert [26]:

- Die rasche Anfangsverformung $\beta_a(t_0)$ wurde von den Initiatoren des Modells als irreversibler Anteil definiert. Bei einer strikten Anwendung des Superpositionsgesetzes ist dieser allerdings teilweise reversibel.
- Für mittlere und höhere Belastungsalter ($t_0 > 28$ Tage) ist die Vorhersage des Fließens nach einem Tag der Belastung zu klein. Bei der Analyse wurde allerdings eine große Streubandbreite der Testergebnisse für das rasche Anfangsfließen festgestellt.
- Die verzögerte elastische Verformung ist von der Betonzusammensetzung abhängig und eine Komponente der Altersdehnung. Dies wird im Model Code 1978 nicht berücksichtigt. Zudem weist die Verformung nach Beobachtungen Unterschiede bei Belastung und Entlastung des Betonkörpers auf. Bei Beibehaltung dieser Komponente in zukünftigen Ansätzen müsste

das Verhältnis für die Zeitentwicklung auf höhere Dehnungen kalibriert werden, da diese auch die Entwicklung des Endwerts bestimmt.

- Experimente haben gezeigt, dass die Annahme einer einheitlichen Fließfunktion für den Effekt des Alters zur Belastung und die zeitliche Entwicklung des Fließens nicht richtig ist. Dies gilt auch für eine etwaige Separation des raschen Anfangsfließens vom gesamten Fließen.
- Die Reduktion der Kriechverformung durch den Koeffizienten λ in Abhängigkeit von der relativen Luftfeuchtigkeit der Umgebung konnte in Experimenten nicht beobachtet werden.
- Die Berücksichtigung der Betonkonsistenz von frischem Beton ist fraglich, da diese hauptsächlich durch Zusätze kontrolliert wird und nicht wesentlich durch den Wasser-Zement-Faktor sowie den Zementgehalt beeinflusst wird. Auch für Betone ohne Zusätze überschätzt der Ansatz den Effekt der Konsistenz.
- Das Kriechmodell im Model Code 1978 weist folgende Fehler bei der Berücksichtigung des Zementtyps auf. Bei einem jungen Belastungsalter des Betons wird das Fließen nach einer kurzen Belastungsdauer für schnell erhärtende Zemente höher vorhergesagt als für langsam erhärtende Zemente. Zudem weist das Modell eine stärkere Ausprägung des Fließverhaltens aufgrund der Zementart bei alten Betonen auf. Diese beiden Effekte konnten ebenfalls nicht in Experimenten nachgewiesen werden.
- Der Einfluss der Querschnittsgröße steht nicht im Einklang mit experimentellen Untersuchungen.

Die Schwächen des Schwindmodells des Model Codes 1978 wurden ebenfalls in [26] ausgeführt [26]:

- Die ermittelten Schwinddehnungen unterschätzen systematisch gemessene Schwinddehnungen aus Laborversuchen.
- Durch die unklare Definition der Zeitvariablen scheint es, als ob das Modell den Effekt der Dauer der Feuchtaushärtung auf das Schwinden berücksichtigen würde. Dies war bei der Konzeption des Modells nicht vorgesehen.
- Der Koeffizient λ impliziert eine Abhängigkeit der zeitlichen Entwicklung des Schwindens von der relativen Luftfeuchtigkeit. Dies ist allerdings auf Basis von Testergebnissen nicht der Fall und deckt sich auch nicht mit den theoretischen Überlegungen auf Grundlage der Diffusionstheorie.
- Die Modellannahme, dass der Endwert des Schwindens mit steigender Probengröße abnimmt, kann durch Testergebnisse nicht bestätigt werden.

- Testergebnisse zeigten auch, dass Betone, die mit rasch erhärtenden hochfesten Zementen hergestellt wurden, eine größere Schwinddehnung aufweisen als Betone, die mit normal oder langsam erhärtenden Zementen hergestellt wurden.
- Der Einfluss der Betonkonsistenz im Model Code 1978 ist nach Testergebnissen nicht sonderlich ausgeprägt.

3.8 DIN 4227:1979 (1979)

Die DIN 4227:1979 löste die DIN 4227:1973 ab und übernahm die dort enthaltenen Vorhersagemodelle für Kriechen und Schwinden bis auf geringfügige Änderungen.

3.9 DIN 4227-1:1988 (1988)

Die DIN 4227-1:1988 löste die DIN 4227:1979 ab und übernahm die dort enthaltenen Vorhersagemodelle für Kriechen und Schwinden.

3.10 CEB 1990 (Verbesserter CEB MC 78 Ansatz) (1990)

In [26] wurde ein verbesserter Ansatz der Modelle des Model Codes 1978 vorgestellt, der im Zuge der Arbeiten der „General Task Group 9“ des CEB an der Entwicklung eines neuen Ansatz für den Model Code 1990 zwischen 1980 und 1987 erarbeitet wurde. Dieser ist nun in Form von Funktionen statt Diagrammen angegeben [26].

Als Basis zur Entwicklung des verbesserten Kriech- und Schwindmodells diente eine computer-gestützte Datenbank von Ergebnissen aus Kriech- und Schwindversuchen [26].

Das verbesserte Kriechmodell unterscheidet sich durch folgende Punkte vom Modell des Model Codes 1978 [26]:

- Der Koeffizient λ , der den Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit berücksichtigt, wurde nicht übernommen.
- Der Koeffizient β_{c0} , der den Einfluss der Betonkonsistenz miteinbezieht, wurde reduziert.
- Der Effekt der Dicke auf das Fließen wurde im Koeffizient $\beta_f(t)$ integriert.
- Der Zementtyp wurde auf eine andere Art berücksichtigt, um die Fehler des Model Code 1978 zu vermeiden.
- Die Beziehung zwischen der Entwicklung des Fließens und der zeitlich verzögerten Elastizität wurde überarbeitet.
- Es wurde eine neue Beziehung zur Abschätzung des raschen Anfangsfließens vorgeschlagen, die auch den Effekt der Konsistenz auf die Größe mitberücksichtigt.

Das vorliegende Kriechmodell entspricht somit ebenfalls einem Summationsansatz.

Das verbesserte Modell zur Ermittlung der Schwinddehnung weist folgende Unterschiede zum Modell des Model Codes 1978 auf [26]:

- Der Koeffizient λ , der den Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit berücksichtigt, wurde nicht übernommen.
- Die Koeffizienten, die den Effekt der Betonkonsistenz berücksichtigen, wurden reduziert.
- Der Effekt der Dicke auf den Endwert des Schwindens wurde nicht übernommen.
- Ein Faktor für den Einfluss des Zementtyps wurde eingeführt.
- Die Beziehungen für die Zeitentwicklung des Schwindens wurden korrigiert.

In dieser Publikation gelten die Annahmen der Linearität nach Kapitel 2.2.2.

3.10.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_c nach Gleichung (3.65) benötigt. Dieser ist als Tangentenmodul in einem Betonalter von 28 Tagen definiert. Die Werte für E_c werden in N/mm^2 ermittelt. f_{cm} ist in N/mm^2 einzusetzen und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [26].

$$E_c = 1000 \cdot (f_{cm})^{1/3} \quad (3.65)$$

E_c nach Gleichung (3.65) gilt für Quarzitzuschläge. Für andere Zuschläge muss E_c noch mit einem zusätzlichen Koeffizient α_E nach Tabelle 3.14 multipliziert werden.

Tab. 3.14: α_E -Werte [26]

Arten von Zuschlagsstoffen	α_E
Basalt, dichte Kalksteinzuschläge	1,2
Kalksteinzuschläge	0,9
Sandsteinzuschläge	0,7

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Allerdings muss für den elastischen Anteil der Elastizitätsmodul $E_c(t)$ zum Zeitpunkt t (Zeitpunkt der Lastaufbringung) nach Gleichung (3.66) verwendet werden [26].

$$E_c(t) = \beta_E \cdot E_c \quad (3.66)$$

β_E ist ein dimensionsloser Koeffizient, der vom Betonalter t in Tagen abhängt. Dieser kann durch Gleichung (3.67) berechnet werden [26].

$$\beta_E = e^{\frac{s}{2} \cdot (1 - \sqrt{\frac{28}{t}})} \quad (3.67)$$

Der Koeffizient s ist vom Zementtyp abhängig und kann aus Tabelle 3.15 entnommen werden [26].

Tab. 3.15: s -Werte [26]

Zementklasse	Charakteristik des Zements	s	t_c
RS	rasch erhärtend, hochfest	0,20	+2
N, R	normal oder rasch erhärtend	0,25	0
SL	langsam erhärtend	0,38	-4

Zur Berücksichtigung der Temperatur T zwischen 5 °C und 80 °C statt der Referenztemperatur von 20 °C zum Zeitpunkt der Lastaufbringung kann der modifizierte Elastizitätsmodul $E_c(T)$ nach Gleichung (3.68) verwendet werden. Diese Gleichung kann sowohl für den Elastizitätsmodul nach 28 Tagen E_c als auch für einen Elastizitätsmodul zu einem beliebigen Zeitpunkt t $E_c(t)$ genutzt werden. T ist die Temperatur in °C [26].

$$E_c(T) = E_c \cdot (1,06 - 0,003 \cdot T) \quad (3.68)$$

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ kann durch Gleichung (3.69) berechnet werden [26].

$$\varphi(t, t_0) = \beta_a(t_0) + 0,4 \cdot \beta_d(t - t_0) + \varphi_f \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] \quad (3.69)$$

Das rasche Anfangsfließen $\beta_a(t_0)$, welches sich im Laufe des ersten Tages der Belastung entwickelt, kann mit Gleichung (3.70) ermittelt werden [26].

$$\beta_a(t_0) = 0,4 \cdot (1 - 0,2 \cdot \ln(t_0)) \cdot \beta_{c0} \geq 0 \quad (3.70)$$

Der Koeffizient β_{c0} berücksichtigt den Effekt der Konsistenz des frischen Betons und kann aus Tabelle 3.16 entnommen werden [26].

Tab. 3.16: β_{c0} -Werte [26]

Konsistenz des frischen Betons	β_{c0}
steif	0,8
plastisch	1
halbflüssig	1,2

Der Zeitpunkt der Belastung t_0 und der betrachtete Zeitpunkt t müssen nach Gleichung (3.71) modifiziert werden. Dies gilt für Temperaturen $\neq 20$ °C. Δt_i repräsentiert die Anzahl der Tage, an denen die mittlere Temperatur T_i in °C vorherrscht [26].

$$t_0 = t_c + \sum^i \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_i \geq 1 \quad (3.71)$$

Der Koeffizient t_c berücksichtigt den Zementtyp und kann aus Tabelle 3.15 abgelesen werden [26].

Die zeitliche Entwicklung der verzögerten Elastizität $\beta_d(t - t_0)$ kann durch Gleichung (3.72) bestimmt werden [26].

$$\beta_d(t - t_0) = 1 - e^{-0,5 \cdot (t - t_0)^{0,3}} \quad (3.72)$$

Der Grundfließkoeffizient φ_f kann durch Gleichung (3.73) berechnet werden [26].

$$\varphi_f = \beta_{c0} \cdot \varphi_{f1} \quad (3.73)$$

φ_{f1} ist der Fließkoeffizient nach Gleichung (3.74) mit RH als relative Luftfeuchtigkeit in %. Diese muss im Bereich von 40 – 100 % liegen [26].

$$\varphi_{f1} = 6,5 - 0,05 \cdot RH \quad (3.74)$$

Die Entwicklung des Fließens nach der Zeit $\beta_f(t)$ kann durch Gleichung (3.75) bestimmt werden [26].

$$\beta_f(t) = 1 - e^{(1 - t^{\beta_{th}})} \quad (3.75)$$

Für β_{th} siehe Gleichung (3.76). Diese ist für wirksame Bauteildicken h_0 zwischen 100 – 800 mm gültig. h_0 kann durch die Angaben in Kapitel 2.4.3 berechnet werden. Bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von $RH = 100$ % muss $h_0 = 100$ mm angenommen werden [26].

$$\beta_{th} = \frac{1}{15} \cdot \ln \left(\frac{25700}{h_0} \right) \quad (3.76)$$

3.10.2 Schwinden

Die Anwendungsgrenzen des vorliegenden Modells stimmen mit denen aus dem Model Code 1978 überein [26].

Die Schwinddehnung ε_{cs} kann mit Gleichung (3.77) ermittelt werden. t ist das Betonalter, t_s das Betonalter zum Zeitpunkt des Beginns des Schwindens und t_0 das Betonalter, ab dem der Einfluss des Schwindens vermutet wird [26].

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s, t_0) = \varepsilon_{s1} \cdot [\beta_s(t - t_s) - \beta_s(t_0 - t_s)] \quad (3.77)$$

Für den Fall, dass $t_0 = t_s$ gilt, kann die Schwinddehnung ε_{cs} auf Gleichung (3.78) reduziert werden [26].

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{s1} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad \text{für } t_0 = t_s \quad (3.78)$$

Der Grundschildkoeffizient ε_{s1} kann durch Gleichung (3.79) berechnet werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung in % [26].

$$\varepsilon_{s1} = \begin{cases} -0,00069 \cdot \beta_{s1} \cdot \beta_{s2} \cdot \beta_{sH} & \text{für } 40 \leq RH < 99 \% \\ +0,00011 \cdot \beta_{s1} \cdot \beta_{s2} & \text{für } RH \geq 99 \% \end{cases} \quad (3.79)$$

Der Koeffizient β_{s1} kann in Abhängigkeit von der Konsistenz des frischen Betons aus Tabelle 3.17 und β_{s2} in Abhängigkeit von der Zementklasse aus Tabelle 3.18 entnommen werden [26].

Tab. 3.17: β_{s1} -Werte [26]

Konsistenz des frischen Betons	β_{s1}
steif	0,85
plastisch	1,0
halbflüssig	1,15

Tab. 3.18: β_{s2} -Werte [26]

Charakteristik des Zements	Zementklasse	β_{s2}
langsam, normal oder rasche erhärtende Zemente	SL, N, R	1,0
rasch erhärtender hochfester Zement	RS	1,2

β_{sH} kann durch Gleichung (3.80) ermittelt werden [26].

$$\beta_{sH} = 1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \quad (3.80)$$

β_s nach Gleichung (3.81) beschreibt die zeitliche Entwicklung des Schwindvorgangs. h_0 ist die wirksame Bauteildicke in mm und kann durch Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden. Unter \bar{t} nach Gleichung (3.82) wird entweder die Trocknungsdauer $t - t_s$ oder die Trocknungsdauer $t_0 - t_s$ vor dem Zeitpunkt, ab dem der Einfluss des Schwindens berücksichtigt wird, in Tagen verstanden [26].

$$\beta_s = \left[\frac{\bar{t}}{0,0018 \cdot h_0^2 + \bar{t}} \right]^{0,6} \quad (3.81)$$

$$\bar{t} = t - t_s \quad \text{oder} \quad \bar{t} = t_0 - t_s \quad (3.82)$$

3.10.3 Literatur Analyse

Durch die Verbesserung der Modelle des Model Code 1978 konnte eine bessere Vorhersagegenauigkeit im Vergleich zu den Modellen des Model Code 1978 erreicht werden. Die Schwächen des Summationsansatzes konnten dadurch allerdings nicht überwunden werden. Somit können die Schwächen sinngemäß vom Model Code 1978 übernommen werden.

3.11 CEB 1990 (Überarbeiteter Summationsansatz) (1990)

In [26] wurde neben dem zuvor vorgestellten verbesserten Ansatz der Modelle des Model Codes 1978 ein überarbeiteter Summationsansatz vorgestellt, der ebenfalls im Zuge der Arbeiten der „General Task Group 9“ des CEB an der Entwicklung eines neuen Ansatz im Model Code 1990 zwischen 1980 und 1987 erarbeitet wurde. Ursprünglich war geplant, dass dieser Ansatz in den Anhang des Model Code 1990 aufgenommen wird. Allerdings wurde dieses Vorhaben im Zuge der Arbeiten aufgrund der Komplexität des Ansatzes wieder verworfen. Ein umfangreiches Modell, das in [28] entwickelt wurde, stellt die Grundlage dieses Ansatzes dar [26].

Das überarbeitete Kriechmodell ist ebenfalls in Form von Funktionen statt Diagrammen angegeben und unterscheidet sich durch folgende Punkte vom Modell des Model Codes 1978 [26]:

- Die verzögerte Elastizität ist abhängig vom Betonalter und der Betonfestigkeit.
- Die rasche Anfangsfließkomponente wurde nicht übernommen.
- Fließen wurde in Grundfließen und Trocknungsfließen mit unterschiedlichen Zeitfunktionen getrennt. Der Effekt des Belastungszeitpunkts wurde für beide Komponenten vom Effekt der zeitlichen Entwicklung des Fließens separiert.
- Die Konsistenz des frischen Betons als Parameter wurde durch die Druckfestigkeit des Betons ersetzt.

Das Modell basiert auf einem charakteristischen Ansatz nach Gleichung (3.83). Die Kriechzahl φ ist in diesem Ansatz vom Zeitpunkt des Beginns der Belastung t_0 und von der Zeitvariable τ , die den Zeitpunkt der Belastung bzw. das Alter bei einem Spannungswechsel darstellt, abhängig [26].

$$\varphi = \varphi_d(t, \tau) + [\varphi_{fb}(t, t_0) - \varphi_{fb}(\tau, t_0)] + [\varphi_{fd}(t, t_0) - \varphi_{fd}(\tau, t_0)] \quad (3.83)$$

In diesem Modell wird Kriechen in zwei Komponenten (viskoelastische und viskose Dehnungskomponente) aufgespalten. Der verzögert elastische Koeffizient φ_d ist größtenteils reversibel und stellt den viskoelastischen Anteil dar. Die viskose Dehnungskomponente wird durch die irreversiblen Fließkoeffizienten φ_{fb} und φ_{fd} repräsentiert [26].

Kriechen ist von t_0 abhängig, welches als die Zeit zu Beginn der Lastgeschichte definiert ist. Bei einem zusätzlichen Spannungsincrement $\Delta\sigma$ zum Zeitpunkt τ ist das zusätzliche Kriechen kleiner als bei einer anfänglichen Belastung von $\sigma_c = \Delta\sigma$ zum Zeitpunkt t_0 . Dieser Ansatz berücksichtigt eine sogenannte spannungsinduzierte Alterung, die eine Reduzierung des Kriechens aufgrund der vorangegangenen Lastgeschichte impliziert. Mit einer Unterscheidung zwischen t_0 und τ berücksichtigt das vorliegende Modell diesen Effekt [26].

Das nachfolgende Kriechmodell ist für Strukturbeton mit $20 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 70 \text{ MPa}$ geeignet. Die Kriechspannungen σ_c dürfen zum Zeitpunkt der Belastung t_0 maximal $0,4 \cdot f_c(t_0)$ betragen. Zusätzlich darf der Beton nur einer mittleren relativen Luftfeuchtigkeit von 40 % bis 100 % und einer mittleren Temperatur von 5 °C bis 30 °C ausgesetzt sein [26].

In dieser Publikation gelten die Annahmen der Linearität nach Kapitel 2.2.2.

Eine Superposition kann durch Gleichung (3.84) berücksichtigt werden [26].

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{1}{E_c} \cdot \sum_{i=0}^n [\varphi_d(t, \tau_i) + (\varphi_{fb}(t, t_0) - \varphi_{fb}(\tau_i, t_0)) + (\varphi_{fd}(t, t_0) - \varphi_{fd}(\tau_i, t_0))] \cdot \Delta\sigma_i \quad (3.84)$$

3.11.1 Kriechen

Für die Ermittlung der Elastizitätsmoduln für die Kriechdehnung und den elastischen Anteil der lastabhängigen Gesamtdehnung siehe Kapitel 3.10.

Die Kriechzahl $\varphi(t, \tau, t_0)$ kann durch Gleichung (3.85) berechnet werden. t ist der betrachtete Zeitpunkt, t_0 das Betonalter zum Zeitpunkt der ersten Belastung und τ das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung oder Spannungsänderung. t_0 und τ (falls zum Zeitpunkt τ keine Spannungsänderung stattfindet) müssen durch Gleichung (3.98) modifiziert werden. Zur Modifizierung von t und τ (im Fall einer Spannungsänderung zum Zeitpunkt τ) dient Gleichung (3.100) [26].

$$\varphi(t, \tau, t_0) = \varphi_d(t, \tau) + \varphi_{fb}(t, \tau, t_0) + \varphi_{fd}(t, \tau, t_0) \quad (3.85)$$

Der Kriechkoeffizient für die verzögerte elastische Dehnung $\varphi_d(t, \tau)$ kann mit Gleichung (3.86) ermittelt werden [26].

$$\varphi_d(t, \tau) = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(t, \tau) \quad (3.86)$$

Für φ_{d0} siehe Gleichung (3.87). f_{cm} ist die mittlere Betondruckfestigkeit in einem Alter von 28 Tagen in N/mm² und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [26].

$$\varphi_{d0} = \frac{0,9}{\sqrt[5]{f_{cm}}} \quad (3.87)$$

$\beta_d(t, \tau)$ kann mit Gleichung (3.88) berechnet werden [26].

$$\beta_d(t, \tau) = \left[0,25 + \frac{46}{60 + \sqrt{\tau}} \right] \cdot \left[0,24 + \sum_{i=1}^4 a_i \cdot \left(1 - e^{-b_i \cdot (t^{0,35} - \tau^{0,35})} \right) \right] \quad (3.88)$$

Die Koeffizienten a_i und b_i können aus Tabelle 3.19 entnommen werden [26].

Tab. 3.19: Koeffizienten zur Vorhersage der verzögerten Elastizität [26]

i	1	2	3	4
a_i	0,23	0,22	0,19	0,12
b_i	1,3	2,9	8,8	42

Die Fließkoeffizienten φ_{fb} und φ_{fd} sind vom Alter der ersten Belastung t_0 abhängig. Diese sind durch Gleichung (3.89) definiert. φ_f repräsentiert in dieser Gleichung φ_{fb} oder φ_{fd} . Für eine konstante Spannung zum Zeitpunkt t_0 folgt Gleichung (3.90) [26].

$$\varphi_f(t, \tau, t_0) = \varphi_f(t, t_0) - \varphi_f(\tau, t_0) \quad (3.89)$$

$$\varphi_f(t, \tau, t_0) = \varphi_f(t, t_0) \quad (3.90)$$

Der Grundfließkoeffizient $\varphi_{fb}(t, t_0)$ kann durch Gleichung (3.91) ermittelt werden [26].

$$\varphi_{fb}(t, t_0) = \varphi_{fb_0} \cdot \beta_{fb}(t, t_0) \quad (3.91)$$

Für φ_{fb_0} siehe Gleichung (3.92) [26].

$$\varphi_{fb_0} = \frac{1,1}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (3.92)$$

$\beta_{fb}(t, t_0)$ ist die zeitliche Entwicklung des Grundfließkoeffizienten unter einer Belastung nach Gleichung (3.93) [26].

$$\beta_{fb}(t, t_0) = \ln \left[\left(\frac{7 \cdot f_{cm}}{10000} + \frac{7}{2 + t_0^{1,2}} \right) \cdot (t - t_0)^{2/3} + 1 \right] \quad (3.93)$$

Der Trocknungsfließkoeffizient $\varphi_{fd}(t, t_0)$ kann mit Gleichung (3.94) berechnet werden [26].

$$\varphi_{fd}(t, t_0) = \varphi_{fd_0} \cdot \varphi_{fd_1} \cdot \beta_{fd}(t, t_0) \quad (3.94)$$

Für φ_{fd_0} siehe Gleichung (3.95) [26].

$$\varphi_{fd_0} = \frac{38}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (3.95)$$

φ_{fd_1} kann durch Gleichung (3.96) ermittelt werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit in % [26].

$$\varphi_{fd_1} = 1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^{1,5} \quad (3.96)$$

Mit $\beta_{fd}(t, t_0)$ wird die zeitliche Entwicklung des Trocknungsfließkoeffizienten nach Gleichung (3.97) berücksichtigt. h_0 ist die wirksame Bauteildicke in mm und kann durch Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden. $\beta_{fd}(t, t_0)$ konvergiert gegen 0 für $RH = 100$ % und für $h_0 \rightarrow \infty$. Die wirksame Bauteildicke beeinflusst nicht den Endwert des Trocknungsfließens sondern dessen Zeitentwicklung [26].

$$\beta_{fd}(t, t_0) = \frac{e^{-0,001 \cdot t_0} + 0,2}{t_0^{0,15}} \cdot \left[\frac{t - t_0}{0,35 \cdot f_{cm} \cdot h_0 + t - t_0} \right]^{0,4} \quad (3.97)$$

Durch die Modifizierung des Zeitpunkts der Belastung t_0 nach Gleichung (3.98) kann der Einfluss des Zementtyps auf den Kriechkoeffizienten berücksichtigt werden. Hier wird unter $t_{0,act}$ das tatsächliche Alter des Betons zum Zeitpunkt der ersten Belastung verstanden. Falls eine Berücksichtigung der Umgebungstemperatur während der Aushärtung des Betons notwendig

ist (falls $\neq 20^\circ\text{C}$), muss $t_{0,act}$ durch $t_{0,T}$ nach Gleichung (3.99) für Temperaturen von $5 - 80^\circ\text{C}$ modifiziert werden. Hier ist $T(\Delta t_i)$ die Temperatur in $^\circ\text{C}$ während der Zeitperiode Δt_i . Δt_i ist die Anzahl der Tage, an denen die Temperatur T vorherrscht [26].

$$t_0 = t_{0,act} \cdot \left[\frac{9}{2 + t_{0,act}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \quad (3.98)$$

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot e^{-\left[\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65 \right]} \quad (3.99)$$

Der Koeffizient α berücksichtigt den Einfluss des Zementtyps und kann aus Tabelle 3.20 abgelesen werden [26].

Tab. 3.20: α -Werte [26]

Charakteristik des Zements	Zementklasse	α
langsam erhärtend	SL	-1
normal oder rasch erhärtend	N, R	0
rasch erhärtend, hochfest	RS	1

Der betrachtete Zeitpunkt t muss durch Gleichung 3.100 modifiziert werden um den Effekt des Zementtyps und der Temperatur zu berücksichtigen. Hier ist $(t - t_0)_{act}$ die tatsächliche Dauer der Belastung und t_0 ist mit Gleichung 3.98 und 3.99 modifiziert [26].

$$t = (t - t_0)_{act} + t_0 \quad (3.100)$$

Die Nichtlinearität des Kriechens, die bei Spannungen $|\sigma_c(t_0)| > 0,4 \cdot f_c(t_0)$ auftritt, darf für konstante Spannungen $0,4 \cdot f_c(t_0) < |\sigma_c(t_0)| \leq 0,6 \cdot f_c(t_0)$ nach den Gleichungen (3.101) und (3.102) berücksichtigt werden. Diese Gleichungen stellen Vereinfachungen dar, da die Erhöhung der Nichtlinearität durch eine längere Belastungsdauer und größeren Belastungszeitpunkt nicht abgebildet wird. Bei Verwendung der Gleichungen gilt das Superpositions-gesetz nicht [26].

$$\varphi_{fb,\bar{\sigma}} = \begin{cases} \varphi_{fb} \cdot e^{1,3 \cdot (\bar{\sigma} - 0,4)} & \text{für } 0,4 < \bar{\sigma} \leq 0,6 \\ \varphi_{fb} & \text{für } \bar{\sigma} \leq 0,4 \end{cases} \quad (3.101)$$

$$\varphi_{fd,\bar{\sigma}} = \begin{cases} \varphi_{fd} \cdot e^{1,7 \cdot (\bar{\sigma} - 0,4)} & \text{für } 0,4 < \bar{\sigma} \leq 0,6 \\ \varphi_{fd} & \text{für } \bar{\sigma} \leq 0,4 \end{cases} \quad (3.102)$$

3.11.2 Literatur Analyse

In [26] werden auch die Vorteile dieses Modells hervorgehoben [26]:

- Das vorliegende Modell kann einige allgemeine Schwächen von Summationsansätzen überwinden.

- Die Vorhersagegenauigkeit unter konstanten Spannungen entspricht der von Produktansätzen, da eine Unterscheidung des Verformungsverhaltens von Frischbeton und belastetem Beton durch die Einführung von zusätzlichen Zeitvariablen erreicht werden konnte.
- Abnehmende Spannungen und Dehnungen können mit diesem Modell besser abgebildet werden, da der Effekt der Alterung der verzögerten Elastizität berücksichtigt wird.
- Dieses Modell inkludiert mit t_0 und τ den Einfluss von nicht belasteten Beton und vorbelasteten Beton auf die Kriechverformung. Da die Größe der Spannung zum Zeitpunkt t_0 nicht berücksichtigt wird, kommt es im Fall von steigenden Spannungen mit einer kleinen Belastung zum Zeitpunkt t_0 gefolgt von einem größeren Spannungsanstieg zum Zeitpunkt $\tau_1 > t_0$ zu einer Unterschätzung der Kriechverformung.

3.12 Model Code 1990 (1993)

Die Vorhersagemodelle von Kriechen und Schwinden des Model Code 1990 wurden von der „General Task Group 9“ des CEB zwischen 1980 und 1987 entwickelt und die Analysen in [26] veröffentlicht. Im Zuge dieser Arbeiten wurden einerseits die bis dahin existierenden Modelle von Kriechen und Schwinden (vor allem des Model Code 1978) auf deren Vorhersagegenauigkeit untersucht und, aufbauend auf diesen, verbesserte und neue Ansätze entwickelt. Als Basis für die Entwicklung und Optimierung diente eine computerbasierte Datenbank mit Ergebnissen aus Kriechtests. Das Kriechmodell CEB 1990 (Überarbeiteter Summationsansatz) (1990) war ursprünglich als zusätzliches Modell im Anhang des Model Code 1990 geplant. Aufgrund der Komplexität wurde entschieden, nur das vorliegende Modell ins Hauptdokument des Model Code 1990 aufzunehmen und auf ein zusätzliches Modell im Anhang zu verzichten [26].

Die Modelle im Model Code 1990 basieren auf einem Produktansatz. Die letzte Publikation der CEB für ein Kriechmodell auf Basis eines Produktansatzes waren die CEB/FIP Empfehlungen aus dem Jahr 1970. Im Vergleich mit diesem Modell wurden folgende Verbesserungen realisiert [26]:

- Eine erhebliche Änderung des Effekts der Querschnittsgröße auf die zeitliche Entwicklung des Kriechens wurde durchgeführt. Als Grundlage dienten die Prinzipien der Diffusionstheorie.
- Es wurde eine Verbindung zwischen den Auswirkungen der Umgebungsbedingungen und der Elementgröße geschaffen.
- In diesem Modell kommen nur Parameter zum Einsatz, die dem planenden Ingenieur zum Zeitpunkt der Berechnung bekannt sind.
- Die Mängel, die Produktansätze bei variablen Spannungen aufweisen (inklusive dem Modell der CEB/FIP Empfehlungen 1970), wurden signifikant reduziert.
- Die Effekte von anderen Parametern wurden verändert und die Anwendungsgrenzen in Bezug auf die Temperaturen und Spannungen vergrößert.

- Der Einfluss einer anderen konstanten Temperatur als 20 °C während der Belastung des Betons wird in diesem Modell berücksichtigt.

Das Modell nach Model Code 1990 zur Ermittlung der Schwinddehnung weist folgende Unterschiede zum Modell des Model Codes 1978 auf [26]:

- Der Koeffizient λ , der den Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit berücksichtigt, wurde nicht übernommen.
- Der Parameter der Betondruckfestigkeit wurde im Schwindmodell eingeführt um den Effekt der Zementzusammensetzung und des Wasser-Zement-Faktors auf das Schwinden abzubilden.
- Das Schwindmodell berücksichtigt auch den Effekt des Quellens für den Fall, dass der Betonkörper in Wasser getaucht wird.

Beide Modelle sind durchgängig mit Gleichungen angegeben.

Die nachfolgenden Berechnungen von Schwinden und Kriechen prognostizieren das zeitabhängige, mittlere Querschnittsverhalten eines Betonelements für normalen Strukturbeton mit $12 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 80 \text{ MPa}$. Zusätzlich darf der Beton nur einer mittleren relativen Luftfeuchtigkeit von 40 % bis 100 % und einer mittleren Temperatur von 5 °C bis 30 °C ausgesetzt sein. Die Berechnungen sind bei Zugspannungen im Beton möglich, auch wenn diese vorwiegend für Druckspannungen konzipiert wurden. Lokale rheologische Eigenschaften innerhalb des Betonquerschnitts, wie z. B. Schwankungen aufgrund von Eigenspannungen, Feuchtigkeitszuständen oder den Auswirkungen von lokalen Rissbildungen, werden durch die folgenden Gleichungen nicht berücksichtigt [24].

Der Einfluss von Temperaturen von $0 \text{ °C} < T < 80 \text{ °C}$ während der Belastung wird in diesem Kriechmodell berücksichtigt [24].

In Model Code 1990 gelten die Grenzen der Linearität nach Kapitel 2.2.2.

3.12.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_{ci} benötigt. Dieser ist hier als Tangentenmodul in einem Alter von 28 Tagen definiert und darf mithilfe der Gleichung (3.103) oder (3.104) berechnet werden. Diese sind abhängig von den Koeffizienten $E_{c0} = 2,15 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $\Delta f = 8 \text{ MPa}$ und $f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$ [24].

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{f_{cm0}} \right)^{1/3} \quad (3.103)$$

Unter der Bedingung, dass die tatsächliche Druckfestigkeit des Betons f_{cm} im Alter von 28 Tagen in MPa bekannt ist, darf E_{ci} mit Gleichung (3.104) abgeschätzt werden [24].

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{1/3} \quad (3.104)$$

Gleichungen (3.103) und (3.104) gelten nur für Betone mit Quarzitzuschlägen. Für Betone mit anderen Zuschlägen muss eine Multiplikation mit einem zusätzlichen Koeffizienten α_E erfolgen, siehe Tabelle 3.21 [24].

Tab. 3.21: α_E -Werte [24]

Arten von Zuschlagsstoffen	α_E
Basalt, dichte Kalksteinzuschläge	1,2
Quarzitzuschläge	1,0
Kalksteinzuschläge	0,9
Sandsteinzuschläge	0,7

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Allerdings muss für den elastischen Anteil der Elastizitätsmodul $E_{ci}(t_0)$, der Tangentenmodul zum Zeitpunkt t_0 (Zeitpunkt der Lastaufbringung), nach Gleichung (3.105) verwendet werden [24].

$$E_{ci}(t) = \beta_E(t) \cdot E_{ci} \quad (3.105)$$

$\beta_E(t)$ kann mit Gleichung (3.106) berechnet werden [24].

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5} \quad (3.106)$$

$\beta_{cc}(t)$ ist ein Koeffizient nach Gleichung (3.107), der vom Betonalter t abhängt. t_1 ist eine Bezugsgröße mit $t_1 = 1$ Tag [24].

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left(s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t/t_1} \right)^{0,5} \right] \right) \quad (3.107)$$

s ist abhängig vom Zementtyp und kann aus Tabelle 3.22 entnommen werden [24].

Tab. 3.22: s -Werte [24]

Zementfestigkeitsklasse	Charakteristik	s	α	β_{sc}
RS	schnell erhärtend und hochfest	0,20	1	8
N, R	normal und schnell erhärtend	0,25	0	5
SL	langsam erhärtend	0,38	-1	4

Zur Berücksichtigung von erhöhten oder verminderten Temperaturen T zwischen 0 °C und 80 °C statt der Referenztemperatur von 20 °C kann der modifizierte Elastizitätsmodul $E_{ci}(T)$ nach Gleichung (3.108) verwendet werden. Diese Gleichung gilt für den Elastizitätsmodul in einem Betonalter von 28 Tagen zum Zeitpunkt der Prüfung. T_0 ist eine Bezugsgröße mit $T_0 = 1$ °C [24].

$$E_{ci}(T) = E_{ci} \cdot (1,06 - 0,003 \cdot T/T_0) \quad (3.108)$$

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ kann durch Gleichung (3.109) berechnet werden [24].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (3.109)$$

Die Grundzahl des Kriechens φ_0 kann mit Gleichung (3.110) ermittelt werden [24].

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.110)$$

φ_{RH} kann durch Gleichung (3.111) ermittelt werden. RH ist die relative Luftfeuchte der Umgebung in % und RH_0 stellt eine Bezugsgröße dar mit $RH_0 = 100$ %. h ist die wirksame Bauteildicke in mm und kann nach Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden und h_0 ist eine Bezugsgröße mit $h_0 = 100$ mm [24].

φ_{RH} berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchte für $h \rightarrow \infty$ (mit h als wirksame Querschnittsdicke) verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100$ % verschwindet [26].

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/RH_0}{0,46 \cdot (h/h_0)^{1/3}} \quad (3.111)$$

$\beta(f_{cm})$ darf durch Gleichung (3.112) ermittelt werden. Für f_{cm} siehe Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2. Die Bezugsgröße f_{cm0} ist mit $f_{cm0} = 10$ MPa definiert [24].

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{(f_{cm}/f_{cm0})^{0,5}} \quad (3.112)$$

$\beta(t_0)$ kann mit Gleichung (3.113) berechnet werden. t_0 ist der Zeitpunkt der Belastung und muss bei Bedarf durch Gleichung (3.116) modifiziert werden. t_1 ist eine Bezugsgröße mit $t_1 = 1$ Tag [24].

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_0/t_1)^{0,2}} \quad (3.113)$$

$\beta_c(t - t_0)$ nach Gleichung (3.114) ist ein Koeffizient zur Beschreibung der zeitlichen Kriechentwicklung. $(t - t_0)$ stellt die Zeitdifferenz zwischen dem Zeitpunkt der Belastung t_0 und dem betrachteten Zeitpunkt t dar. t_0 muss hier nicht durch Gleichung (3.116) modifiziert werden. t_1 ist hier wieder eine Bezugsgröße und wurde bereits definiert [24].

$\beta_c(t - t_0)$ stellt eine hyperbolische Zeitfunktion dar, die für $t \rightarrow \infty$ einen asymptotischen Endwert annimmt [26].

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_0)/t_1}{\beta_H + (t - t_0)/t_1} \right]^{0,3} \quad (3.114)$$

β_H kann durch Gleichung (3.115) ermittelt werden. RH_0 und h_0 wurden bereits definiert und stellen Bezugsgrößen dar [24].

$$\beta_H = 150 \left(1 + \left(1,2 \cdot \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right) \cdot \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (3.115)$$

Unterschiedliche Zementsorten führen im Beton zu einem differenten Grad der Hydratation, der das Kriechen stark beeinflusst. Dieser Einfluss kann durch t_0 nach Gleichung (3.116) berücksichtigt werden. $t_{0,T}$ ist das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung und muss bei Bedarf nach Gleichung (3.117) modifiziert werden. $t_{1,T}$ ist eine Bezugsgröße mit $t_{1,T} = 1$ Tag [24].

α ist ein Koeffizient der vom Zementtyp abhängig ist und kann aus Tabelle 3.22 entnommen werden [24].

Das Kriechverhalten von Beton mit Mischzementen kann als erste Abschätzung ebenfalls mit dieser Berechnung ermittelt werden. Allerdings muss mit großen Prognosefehlern gerechnet werden [24].

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2 + (t_{0,T}/t_{1,T})^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ Tage} \quad (3.116)$$

Für den Fall, dass die Aushärtung bei mittleren Temperaturen von $\neq 20$ °C stattfindet, muss das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung t_0 nach Gleichung (3.117) modifiziert werden. $T(\Delta t_i)$ ist die Temperatur in °C während der Zeitperiode Δt_i . Δt_i ist die Anzahl der Tage, an denen die Temperatur T auftritt. T_0 ist eine Bezugsgröße mit $T_0 = 1$ °C [24].

Gleichung (3.117) ist gültig für Portlandzemente oder Zemente, die nur eine kleine Menge von anderen Komponenten als Portlandzement (CE I und CE II) enthalten [24].

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot \exp \left[13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)/T_0} \right] \quad (3.117)$$

Zur Berücksichtigung des Einflusses einer konstanten Temperatur $T \neq 20$ °C während der Belastung des Betons können die Gleichungen (3.118)–(3.121) verwendet werden [24].

Die vorliegenden Gleichungen zur Berücksichtigung von Temperaturen bis 80 °C stellen nur grobe Schätzungen dar. Für genauere Vorhersagen muss der Feuchtezustand des Betons zum Zeitpunkt der Belastung und eine Trennung zwischen Grundkriechen und Trocknungskriechen berücksichtigt werden. Aus diesem Grund ist die Vorhersage für dicke Betonkörper mit einer geringen Änderung des Feuchtigkeitsgehalts mit diesen Gleichungen genauer als bei dünnen Betonkörpern mit erheblichen Änderungen des Feuchtigkeitsgehalts, vor allem mit erhöhten Temperaturen [24].

$\beta_{H,T}$ nach Gleichung (3.118) berücksichtigt den Effekt der Temperatur auf die zeitliche Entwicklung des Kriechens und ersetzt β_H in Gleichung (3.114) zur Ermittlung von $\beta_c(t - t_0)$ [24].

$$\beta_{H,T} = \beta_H \cdot \beta_T \quad (3.118)$$

β_H kann mit Gleichung (3.115) und β_T mit Gleichung (3.119) berechnet werden. T_0 stellt eine Bezugsgröße dar mit $T_0 = 1$ °C [24].

$$\beta_T = \exp[1500/(273 + T/T_0) - 5, 12] \quad (3.119)$$

$\varphi_{RH,T}$ nach Gleichung (3.120) ist ein Koeffizient, der von der Temperatur T in °C abhängt, und φ_{RH} in Gleichung (3.110) zur Ermittlung von φ_0 ersetzt [24].

$$\varphi_{RH,T} = \varphi_T + (\varphi_{RH} - 1) \cdot \varphi_T^{1,2} \quad (3.120)$$

φ_{RH} kann mit Gleichung (3.111) und φ_T mit Gleichung (3.121) berechnet werden. T_0 wurde bereits definiert [24].

$$\varphi_T = \exp[0, 015 \cdot (T/T_0 - 20)] \quad (3.121)$$

Für den Fall, dass sich die Temperatur T in °C während der Belastung des Betonkörpers erhöht, kann $\varphi(t, t_0, T)$ nach Gleichung (3.122) verwendet werden [24].

$$\varphi(t, t_0, T) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) + \Delta\varphi_{T,trans} \quad (3.122)$$

φ_0 kann mit Gleichung (3.110) und $\beta_c(t - t_0)$ mit Gleichung (3.114) berechnet werden. Der Einfluss der Temperatur muss in diesen Gleichungen durch $\varphi_{RH,T}$ nach Gleichung (3.120) und $\beta_{H,T}$ nach Gleichung (3.118) berücksichtigt werden [24].

$\Delta\varphi_{T,trans}$ nach Gleichung (3.123) ist der vorübergehende thermische Kriechfaktor, der zum Zeitpunkt der Temperaturerhöhung auftritt. $T_0 =$ stellt wieder die Bezugsgröße dar [24].

$$\Delta\varphi_{T,trans} = 0, 0004 \cdot (T/T_0 - 20)^2 \quad (3.123)$$

Die Nichtlinearität des Kriechens, die bei Spannungen $|\sigma_c(t_0)| > 0, 4 \cdot f_{cm}(t_0)$ auftritt, darf für Spannungen $0, 4 \cdot f_{cm}(t_0) < |\sigma_c(t_0)| \leq 0, 6 \cdot f_{cm}(t_0)$ nach Gleichung (3.124) berücksichtigt werden. Die Nichtlinearität resultiert aus den entstehenden Mikrorissen. Die vorliegende Gleichung ist eine Vereinfachung, da die Kriechzahl nur erhöht wird und bei Experimenten beobachtet wurde, dass die Nichtlinearität mit zunehmender Belastungsdauer und abnehmender Umgebungsfeuchte unter Belastung abnimmt. $k_\sigma = |\sigma_c|/f_{cm}(t_0)$ stellt das Verhältnis zwischen Spannung und Festigkeit dar. Der Koeffizient α_σ beträgt 1, 5. Für Massenbeton und bei sehr hohen relativen Luftfeuchtigkeiten kann der Koeffizient bis zu $\alpha_\sigma = 0, 5$ betragen. Für φ_0 siehe Gleichung (3.110). $\varphi_{0,k}$ ersetzt φ_0 in Gleichung (3.109) [24].

$$\varphi_{0,k} = \varphi_0 \cdot \exp[\alpha_\sigma \cdot (k_\sigma - 0, 4)] \quad (3.124)$$

Durch die inhärente Streuung von Kriech- und Schwindverformungen, Fehler im Modell und der Unsicherheit durch die Zufälligkeit der Materialeigenschaften und der Umgebung können erhebliche Fehler bei der Vorhersage der Verformung entstehen. Die Fehler sind bei kurzen Spannungseinwirkungen und Trocknungszeiten größer. Laut Model Code 1990 zeigten Auswertungen auf der Grundlage von Testergebnissen, dass diese Gleichungen eine hinreichend gute

Annäherung für die zeitliche Entwicklung der Kriechdehnungen für Belastungen von bis zu 70 Jahren darstellen [24].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Kriechzahl- bzw. Kriechdehnungsverläufe nach dem Model Code 1990 in Folge von unterschiedlichen Spannungsverläufen wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Zusätzlich wurden die nachfolgenden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt, um den Einfluss des Querschnitts auf die Größe und den Verlauf der Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen aufzuzeigen. Der Einfluss des Querschnitts wird für den Fall mit konstanten Spannungen erläutert, da für die Fälle mit steigenden Spannungen und Entlastung die Einflüsse des Querschnitts auf die Kriechdehnungen äquivalent zum Fall mit den konstanten Spannungen sind.

Dieser Einfluss wird durch die wirksame Bauteildicke h in den Termen φ_{RH} sowie β_H berücksichtigt. φ_{RH} koppelt die relative Luftfeuchtigkeit RH mit der wirksamen Bauteildicke h . Somit wird berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit auf die Kriechzahl für $h \rightarrow \infty$ verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100\%$ verschwindet. Bei einem konstanten Wert für h wird φ_{RH} zu einer linearen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für φ_{RH} ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1,51 im Vergleich zu 1,64 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert für die Endkriechzahl φ_0 von 2,34 für den Wandquerschnitt im Vergleich zu 2,15 für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe der Grundkriechzahl beeinflusst die wirksame Bauteildicke h auch den zeitlichen Verlauf der Kriechzahl $\beta_c(t, t_0)$ durch β_H . Bei einem konstanten Wert für h wird β_H zu einer Polynomfunktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für β_H ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1002 im Vergleich zu 626 für den Wandquerschnitt. Somit steigt der zeitliche Kriechverlauf des Wandquerschnitts schneller an als der des Trägerquerschnitts.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Kriechzahl/Kriechdehnung und der zeitliche Kriechverlauf steigt schneller an.

- Eingangparameter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60\%$
 - Zuschläge: Quarzit
 - Zemente: normal erhärtend - N und R
 - Temperatur während Betonaushärtung: 20 °C
 - Temperatur während Belastung: 20 °C
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$

* Wand mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

• Ergebnisse:

- Kriechzahlverlauf einer konstanten Spannung (nach Abb. 3.36a) - mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.37
- Kriechdehnungsverlauf einer steigenden Spannung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.36b) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage - siehe Abb. 3.38
- Kriechdehnungsverlauf nach einer Entlastung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.36c) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage - siehe Abb. 3.39

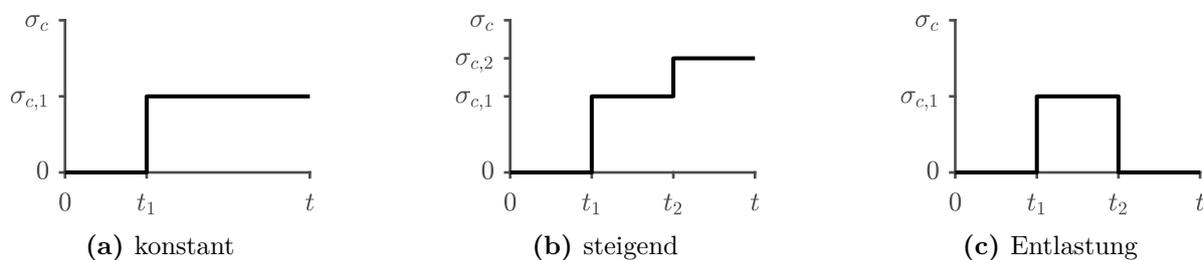


Abb. 3.36: Spannungsverläufe

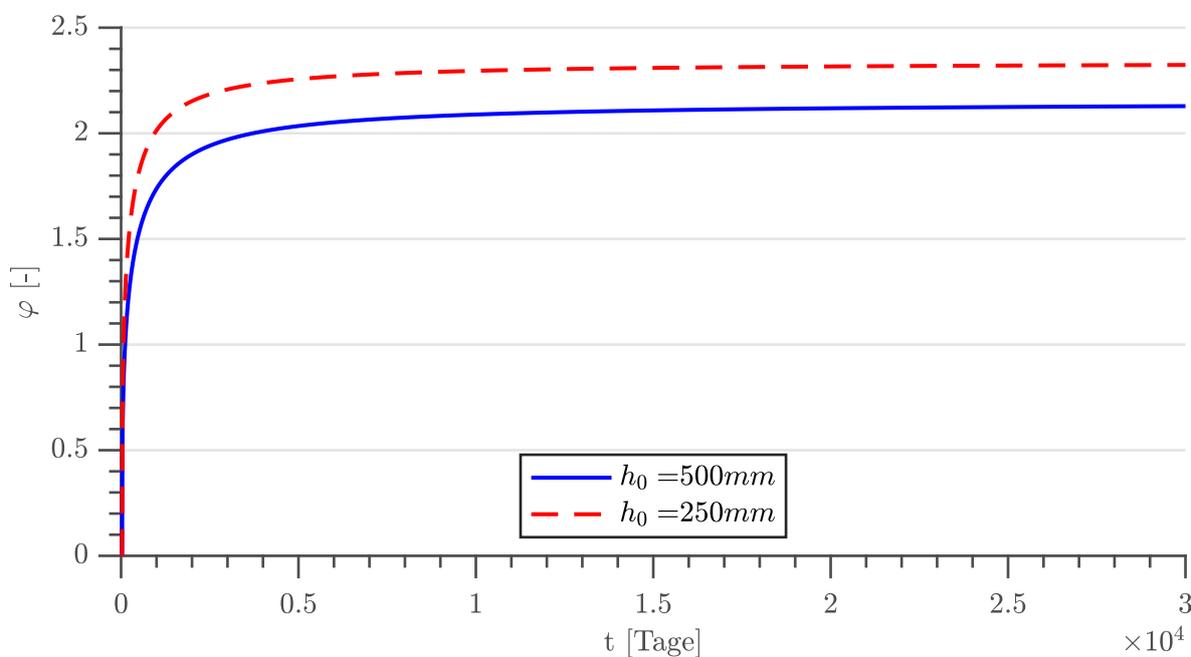


Abb. 3.37: Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach Model Code 1990

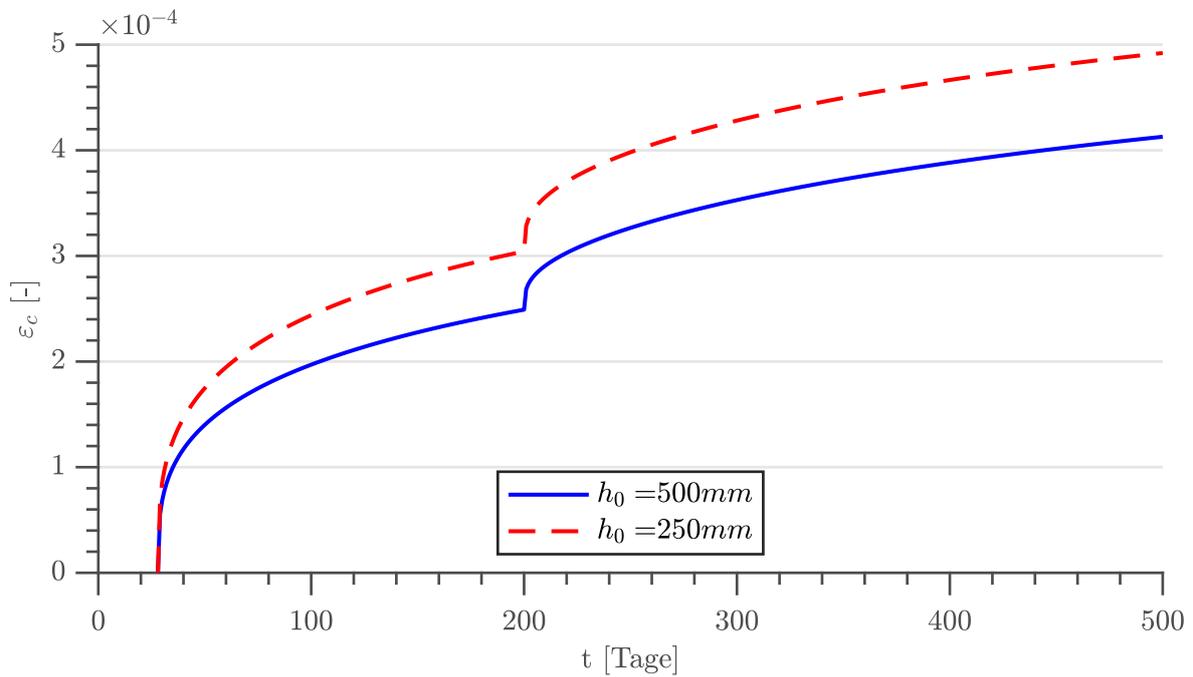


Abb. 3.38: Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach Model Code 1990

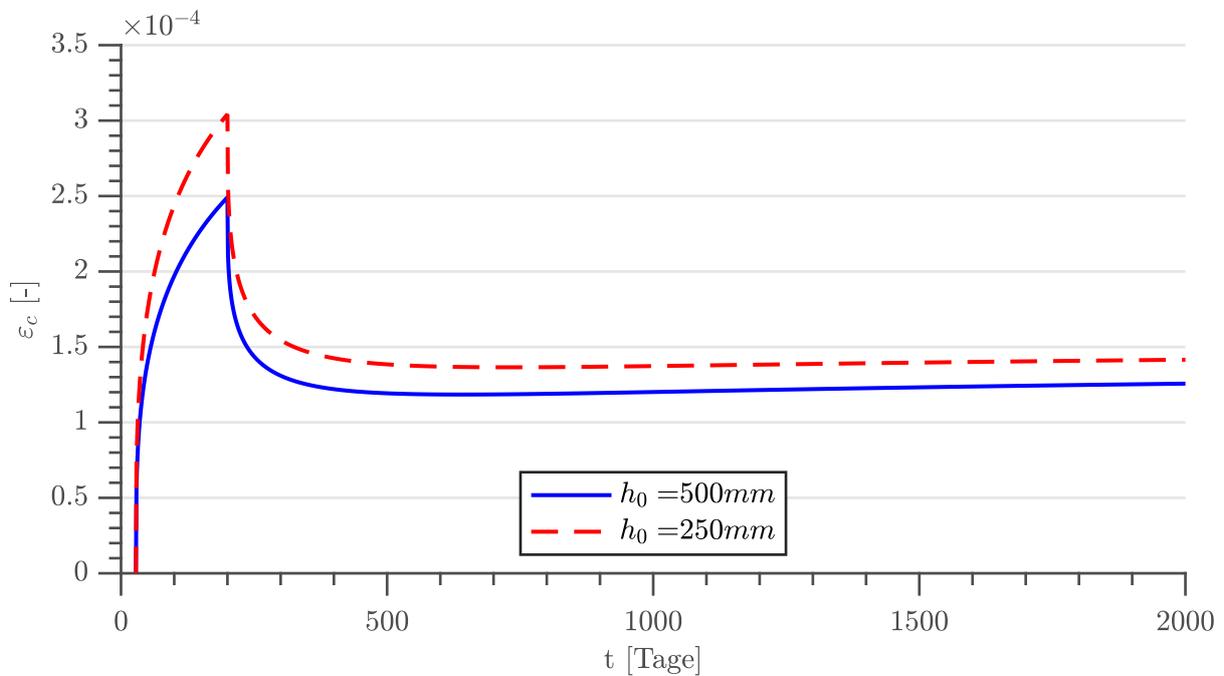


Abb. 3.39: Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach Model Code 1990

3.12.2 Schwinden

Die gesamte Schwinddehnung $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ kann mit Gleichung (3.125) berechnet werden [24].

Da für Aushärtungszeiten von Betonelementen von < 14 Tage bei normalen Umgebungstemperaturen die Dauer der feuchten Aushärtung keinen signifikanten Einfluss auf das Schwinden hat, wird diese bei den Parametern sowie die Aushärtungstemperatur, nicht berücksichtigt [24].

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (3.125)$$

ε_{cs0} nach Gleichung (3.126) ist die Grundzahl des Schwindkoeffizienten [24].

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (3.126)$$

$\varepsilon_s(f_{cm})$ kann durch Gleichung (3.127) ermittelt werden. Für die mittlere Druckfestigkeit f_{cm} in einem Betonalter von 28 Tagen in MPa siehe Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2. f_{cm0} ist eine Bezugsgröße mit $f_{cm0} = 10$ MPa. β_{sc} ist ein Koeffizient, der vom Zementtyp abhängt. Dieser kann aus Tabelle 3.22 entnommen werden [24].

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10 \cdot \beta_{sc} \cdot (9 - f_{cm}/f_{cm0})] \cdot 10^{-6} \quad (3.127)$$

β_{RH} kann mit Gleichung (3.128) berechnet werden [24].

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \cdot \beta_{sRH} & \text{für } 40 \% \leq RH < 99 \% \\ +0,25 & \text{für } RH \geq 99 \% \end{cases} \quad (3.128)$$

Für β_{sRH} siehe Gleichung (3.129). RH ist die relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung und RH_0 eine Bezugsgröße mit $RH_0 = 100$ % [24].

$$\beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \quad (3.129)$$

$\beta_s(t - t_s)$ kann durch Gleichung (3.130) ermittelt werden. t ist das Betonalter in Tagen und t_s das Betonalter bei Beginn der Trocknung in Tagen. Diese Altersangaben müssen nicht durch die Gleichungen (3.116) und (3.117) modifiziert werden. h ist die wirksame Bauteildicke in mm. t_1 und h_0 sind Bezugsgrößen mit $t_1 = 1$ Tag und $h_0 = 100$ mm [24].

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{(t - t_s)/t_1}{350 \cdot (h/h_0)^2 + (t - t_s)/t_1} \right]^{0,5} \quad (3.130)$$

Zur Berücksichtigung des Einflusses einer konstanten Temperatur $T \neq 20$ °C während der Trocknung des Betons können die Gleichungen (3.131)-(3.133) verwendet werden [24].

Der Feuchtigkeitsgehalt des Betons vor einer Temperaturerhöhung sowie der nachfolgende Feuchtigkeitsverlust beeinflussen den Effekt der erhöhten Temperaturen auf den Schwindverlauf wesentlich. Die Gleichungen (3.131)-(3.133) beschreiben das Betonschwinden für längere Aushärtungen als 14 Tage oder einer Vortrocknung [24].

$\alpha_{sT}(T)$ nach Gleichung (3.131) berücksichtigt den Effekt der Temperatur T in °C auf die zeitliche Entwicklung des Schwindens und ersetzt das Produkt $350 \cdot (h/h_0)^2$ in Gleichung (3.130) zur Ermittlung von $\beta_s(t - t_s)$. h_0 und T_0 sind Bezugsgrößen mit $h_0 = 100$ mm und $t_0 = 1$ °C [24].

$$\alpha_{sT}(T) = 350 \cdot \left(\frac{h}{h_0}\right)^2 \cdot \exp[-0,06 \cdot (T/T_0 - 20)] \quad (3.131)$$

$\beta_{RH,T}$ nach Gleichung (3.132) berücksichtigt den Einfluss der Temperatur T in °C auf die Grundzahl des Schwindkoeffizienten und ersetzt β_{RH} in Gleichung (3.126) zur Ermittlung von ε_{sc0} [24].

$$\beta_{RH,T} = \beta_{RH} \cdot \beta_{sT} \quad (3.132)$$

β_{sT} kann durch Gleichung (3.133) ermittelt werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit in %. RH_0 und T_0 sind Bezugsgrößen mit $RH_0 = 100$ % und $T_0 = 1$ °C [24].

$$\beta_{sT} = 1 + \left(\frac{8}{103 - 100 \cdot RH/RH_0}\right) \cdot \left(\frac{T/T_0 - 20}{40}\right) \quad (3.133)$$

Es waren wenig Information über die Schwindverformungen von großen Bauteilen nach langen Trocknungszeiten zum Zeitpunkt der Entwicklung des Modells vorhanden. Dies resultiert in einer Unsicherheit und Überschätzung der Werte nach Gleichung (3.130) und Schwinddehnungen nach einer Trocknung von 70 Jahren für wirksame Querschnittsdicken mit $h_0 = 500$ mm [24].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Schwinddehnungsverläufe nach dem Model Code 1990 wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Wie bereits bei den Berechnungen für die Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen wurden bei den Berechnungen der Schwinddehnungen ebenfalls zwei unterschiedliche Querschnitte betrachtet. In diesem Modell zur Berechnung der Schwinddehnung beeinflusst der Querschnitt mit der wirksamen Bauteildicke h nur den zeitlichen Verlauf der Schwinddehnung $\beta_s(t, t_s)$. Der zeitliche Schwinddehnungsverlauf steigt beim Wandquerschnitt schneller an als beim Trägerquerschnitt.

Somit bewirken kleinere Querschnitte einen schnelleren Anstieg des zeitlichen Schwinddehnungsverlaufs.

- Eingangsparmeter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33$ N/mm²
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60$ %
 - Zemente: normal erhärtend - N und R
 - Temperatur während Trocknung: 20 °C
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
 - * Wand mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

- Ergebnisse:

- Schwinddehnungsverlauf mit $t_s = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.40

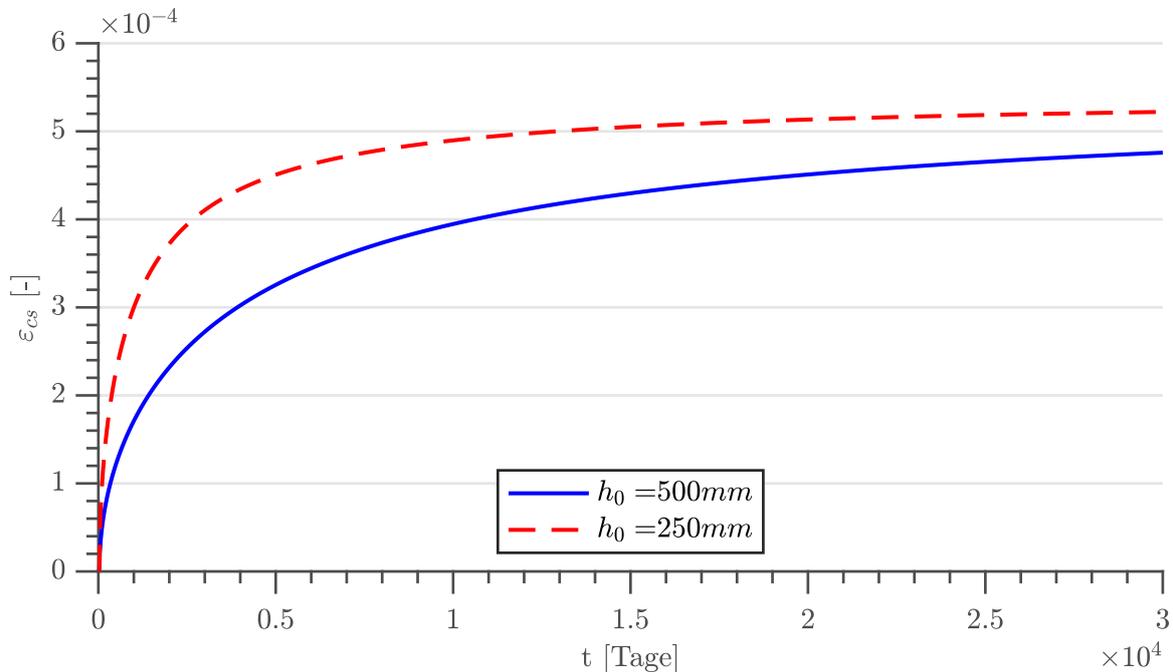


Abb. 3.40: Schwinddehnungsverläufe nach Model Code 1990

3.12.3 Literatur Analyse

Das Kriechmodell des Model Code 1990 überschätzt die Kriechzahl für dünne Querschnitte bei trockenen Umgebungen und späten Belastungszeitpunkten. Dies ist auf die Verwendung von einer einfachen hyperbolischen Funktion zurückzuführen, die den Feuchtigkeitsverlust bei dünnen Querschnitten vor der Belastung (Trocknungskriechen) nicht ausreichend abbilden kann [26].

Durch die Verwendung von β_H nach Gleichung (3.115) im Kriechmodell weist die relative Luftfeuchtigkeit größenmäßig den gleichen Effekt auf die zeitliche Entwicklung des Kriechens auf wie die Elementgröße. Dies konnte allerdings nicht durch Testergebnisse bestätigt werden [26].

Das Kriechmodell hat Schwächen in der stoffgesetzlichen Darstellung und eine unzureichende Genauigkeit der Vorhersage der Verformung. Die Genauigkeit der Vorhersage der Schwindverformung war wenig befriedigend [30].

Eine feuchte Aushärtung weist keinen signifikanten Effekt auf die Schwinddehnung von Beton bei Aushärtungen unter zwei Wochen auf. Längere Aushärtungszeiten bewirken eine Abnahme der Schwinddehnung. Das Schwindmodell überschätzt somit die Schwinddehnung eines Bauteils bei längeren Aushärtezeiten [26].

Die Effekte der Betondruckfestigkeit und des Zementtyps, die mit $\varepsilon_s(f_{cm})$ nach Gleichung (3.127) Berücksichtigung finden, werden durch die Gleichung nur rudimentär beschrieben. Ein großer Anteil der Vorhersagefehler resultiert aus diesem Ansatz [26].

In diesem Schwindmodell weist die Querschnittsgröße keinen Einfluss auf die Größe der Schwinddehnung auf. Diese beeinflusst nur die zeitliche Entwicklung. Somit weist ein Querschnitt mit einer wirksamen Querschnittsdicke von $h_0 = 1000$ mm nur 59 % der Schwinddehnung eines Querschnitts mit einer wirksamen Querschnittsdicke von $h_0 = 100$ mm nach 50 Jahren auf. Diese Annahme impliziert allerdings, dass bei einem höheren Betonalter die Mikrostruktur des wasserhaltigen Zementleims sowohl beim dünnen als auch beim dickeren Querschnitt ident ist. Dies entspricht vermutlich nicht der Realität [26].

3.13 DIN 1045-1:2001 (2001)

Die DIN 1045-1:2001 in Verbindung mit Heft 525 des deutschen Ausschusses für Stahlbeton [6] ersetzte die DIN 4227-1:1988. Die Berechnungsmodelle in der DIN 1045-1 lehnen sich an die Konzepte im Model Code 1990 bzw. der DIN V ENV 1992-1-1 an. Diese mussten allerdings erweitert werden, da die Berechnungen auch für Betone bis zur Festigkeitsklasse C100/115 gelten [9].

Die Anwendungsgrenze des Schwindmodells wurde für hochfeste Betone bis zu C100/115 im Vergleich zum Model Code 1990 ebenfalls erhöht. Aus diesem Grund war für die Ermittlung der Schwinddehnung eine Trennung zwischen Grundschwinden und Trocknungsschwinden notwendig [6].

Die DIN 1045-1:2001 beinhaltet im Hauptdokument Diagramme zur Ermittlung der Endkriechzahlen bzw. Endschwindmaße für eine Belastungsdauer von 70 Jahren. Zudem verweist die Norm auf das Heft 525 des deutschen Ausschusses für Stahlbeton für eine Berechnung der Kriechzahl bzw. des Schwindmaßes zu einem beliebigen Zeitpunkt. Nachdem die Endkriechzahlen und Endschwindmaße in den Diagrammen in der DIN 1045-1:2001 mit den nachfolgenden Gleichungen aus dem Heft 525 des deutschen Ausschusses für Stahlbeton ermittelt werden können, werden diese hier nicht angeführt [9].

Eine feuchte Nachbehandlung des Betons darf nach den nachfolgenden Modellen nicht länger als 14 Tage erfolgen. Die mittlere relative Luftfeuchte muss zwischen 40 % und 100 % und die Temperaturen müssen 10 °C bis 30 °C betragen [9].

Das Kriechmodell ist für eine mittlere Temperatur von 20 °C ausgelegt. Zur Berücksichtigung einer größeren Abweichung der mittleren Temperatur im betrachteten Zeitraum findet sich in der DAfStb-Heft 525 ein Verweis auf den Model Code 1990 (siehe [24]) für eine Modifikation des wirksamen Bauteilalters $t_{0,eff}$ [6].

Der Anwendungsbereich der Linearität erstreckt sich auf Druckbeanspruchungen in einem Alter j von höchstens $0,45 \cdot f_{ckj}$ [9].

3.13.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_{c0} benötigt. Dieser darf vereinfachend mit $E_{c0} = 1,1 \cdot E_{cm}$ angenommen werden. DAfStb-Heft 525 weist eine Druckfehlerberichtigung

für die DIN 1045:2001 auf, in der E_{cm} durch E_{c0m} ersetzt werden muss. Somit ergibt sich $E_{c0} = 1,1 \cdot E_{c0m}$ [9].

Der zusätzliche Faktor von 1,1 wurde mit der Berichtigung 1:2005-05 zum DAfStb-Heft 525 wieder entfernt. Somit gilt $E_{c0} = E_{c0m}$ [5].

Der Tangentenmodul E_{c0m} kann mit Gleichung (3.134) berechnet werden. Die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} des Betons nach 28 Tagen kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden. Für Festigkeitsklassen C12/15-C60/75 muss der Tangentenmodul noch mit einem zusätzlichen Faktor $\eta_E = (\rho/2200)^2$, mit ρ als Trockenrohddichte in kg/m^3 , multipliziert werden [9].

$$E_{c0m} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (3.134)$$

Nach DAfStb-Heft 525 gelten die Werte für E_{c0m} nach DIN 1045:2001 für quarzitische Gesteinskörnungen. Der Elastizitätsmodul kann für andere Gesteinskörnungen mit Gleichung (3.135), mit $E_{c0m} = E_{cm}$, abgeschätzt werden [6].

$$E_{c0m,mod} = \alpha_E \cdot E_{c0m} \quad (3.135)$$

α_E weist Schwankungen auf und kann aus Tabelle 3.23 entnommen werden [6].

Tab. 3.23: α_E -Werte [6]

Art der Gesteinskörnung	α_E
Basalt, dichter Kalkstein	1,05 – 1,45
Quarz, Quarzite	0,80 – 1,20
Kalkstein	0,70 – 1,10
Sandstein	0,55 – 0,85

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Allerdings muss für den elastischen Anteil der Elastizitätsmodul E_{cm} (Sekantenmodul) verwendet werden [9].

Im DAfStb-Heft 525 ist die Beziehung zwischen E_{cm} und E_{c0m} durch Gleichung (3.136) gegeben. α_i kann durch Gleichung (3.137) ermittelt werden. f_{cm} kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [6].

$$E_{cm} = \alpha_i \cdot E_{c0m} \quad (3.136)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \leq 1,0 \quad (3.137)$$

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ kann nach DAfStb-Heft 525 mit Gleichung (3.138) berechnet werden [6].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (3.138)$$

φ_0 stellt die Grundzahl des Kriechens nach Gleichung (3.139) dar [6].

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.139)$$

φ_{RH} kann durch Gleichung (3.140) berechnet werden. Hier stellt h_0 die wirksame Bauteildicke in mm nach Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 dar. h_1 ist eine Bezugsgröße mit $h_1 = 100$ mm. RH ist die relative Luftfeuchte der Umgebung in %. α_1 und α_2 berücksichtigen den Einfluss der Betondruckfestigkeit und können mit Gleichung (3.146) ermittelt werden [6].

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h_0}{h_1}}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad (3.140)$$

Für $\beta(f_{cm})$ siehe Gleichung (3.141). f_{cm} ist die mittlere Zylinderdruckfestigkeit des Betons im Alter von 28 Tagen in N/mm². Diese kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [6].

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (3.141)$$

$\beta(t_0)$ kann mit Gleichung (3.142) ermittelt werden [6].

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_{0,eff}/t_1)^{0,2}} \quad (3.142)$$

$t_{0,eff}$ ist das wirksame Betonalter bei Belastungsbeginn nach Gleichung (3.143). t_0 ist das Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen. t_1 ist eine Bezugsgröße mit $t_1 = 1$ Tag [6].

$$t_{0,eff} = t_0 \cdot \left[\frac{9}{2 + (t_0/t_1)^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ Tage} \quad (3.143)$$

α ist ein Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses in Abhängigkeit von der Zementart und kann aus Tabelle 3.24 entnommen werden [6].

Tab. 3.24: α -Werte [6]

Zementart	α
RS	1
N, R	0
SL	-1

$\beta_c(t, t_0)$ beschreibt den zeitlichen Verlauf der Kriechverformung nach Gleichung (3.144). Diese ist eine hyperbolische Funktion mit Grenzwert 1 für hohe Belastungsdauern. t ist das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen [6].

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)/t_1}{\beta_H + (t - t_0)/t_1} \right]^{0,3} \quad (3.144)$$

Für β_H siehe Gleichung (3.145). α_3 kann mit Gleichung (3.146) berechnet werden [6].

$$\beta_H = 150 \cdot \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{h_1} + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad (3.145)$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (3.146)$$

Zur Berücksichtigung der Nichtlinearität des Kriechens, die bei Betondruckspannungen $\sigma_c(t_0) > 0,45 \cdot f_{ck}(t_0)$ sind, auftritt, dient Gleichung (3.147). Diese ersetzt für Spannungen $0,45 \cdot f_{ck}(t_0) \leq \sigma_c(t_0) \leq 0,6 \cdot f_{ck}(t_0)$ die ermittelte Kriechzahl. Der Koeffizient $\alpha_\sigma = 1,5$. Eine Reduktion dieses Koeffizienten bis zu Werten von 0,5 kann bei dicken Bauteilen notwendig sein [6].

$$\varphi(\infty, t_0)_k = \varphi(\infty, t_0) \cdot \exp^{\alpha_\sigma \cdot \left(\frac{\sigma_c}{f_{ck}(t_0)} - 0,45 \right)} \quad (3.147)$$

Für Leichtbetone dürfen nach DIN 1045:2001, unter der Voraussetzung das keine Versuchsergebnisse vorliegen, die ermittelten Kriechzahlen mit einem zusätzlichen Faktor $\eta_E = (\rho/2200)^2$ multipliziert werden. ρ entspricht der Trockenrohichte in kg/m^3 . Für Betone der Festigkeitsklassen LC12/13 und LC16/18 müssen die Kriechzahlen noch mit einem weiteren Faktor $\eta_2 = 1,3$ multipliziert werden [9].

Um die Kriechdehnung zu berechnen, darf für den Tangentenmodul E_{lc0} der mittlere Elastizitätsmodul E_{lcm} verwendet werden. Dieser kann durch $E_{lcm} = \eta_E \cdot E_{cm}$, mit E_{cm} nach Gleichung (3.136), berechnet werden [9].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Kriechzahl- bzw. Kriechdehnungsverläufe nach der DIN 1045-1:2001 in Folge von unterschiedlichen Spannungsverläufen wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Zusätzlich wurden die nachfolgenden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt, um den Einfluss des Querschnitts auf die Größe und den Verlauf der Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen aufzuzeigen. Der Einfluss des Querschnitts wird für den Fall mit konstanten Spannungen erläutert, da für die Fälle mit steigenden Spannungen und Entlastung die Einflüsse des Querschnitts auf die Kriechdehnungen äquivalent zum Fall mit konstanten Spannungen sind.

Dieser Einfluss wird durch die wirksame Bauteildicke h_0 in den Termen φ_{RH} sowie β_H berücksichtigt. φ_{RH} koppelt die relative Luftfeuchtigkeit RH mit der wirksamen Bauteildicke h_0 . Somit wird berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit auf die Kriechzahl für $h_0 \rightarrow \infty$ verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100\%$ verschwindet. Bei einem konstanten Wert für h_0 wird φ_{RH} zu einer linearen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für φ_{RH} ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1,54 im Vergleich zu 1,61 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert für die Endkriechzahl φ_0 von 2,40 für den Wandquerschnitt im Vergleich zu 2,20 für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe der Grundkriechzahl beeinflusst die wirksame Bauteildicke h_0 auch den zeitlichen Verlauf der Kriechzahl $\beta_c(t, t_0)$ durch β_H . Bei einem konstanten Wert für h_0 wird β_H zu einer Polynomfunktion und umgekehrt für

einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für β_H ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1010 im Vergleich zu 633 für den Wandquerschnitt. Somit steigt der zeitliche Kriechverlauf des Wandquerschnitts schneller an als der des Trägerquerschnitts.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Kriechzahl/Kriechdehnung und der zeitliche Kriechverlauf steigt schneller an.

- Eingangsparemeter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Zuschläge: Quarzit
 - Zementklasse: N
 - mittlere Temperatur während Betonaushärtung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - mittlere Temperatur während Belastung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
- Ergebnisse:
 - Kriechzahlverlauf einer konstanten Spannung (nach Abb. 3.41a) - mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.42
 - Kriechdehnungsverlauf einer steigenden Spannung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.41b) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage - siehe Abb. 3.43
 - Kriechdehnungsverlauf nach einer Entlastung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.41c) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage - siehe Abb. 3.44

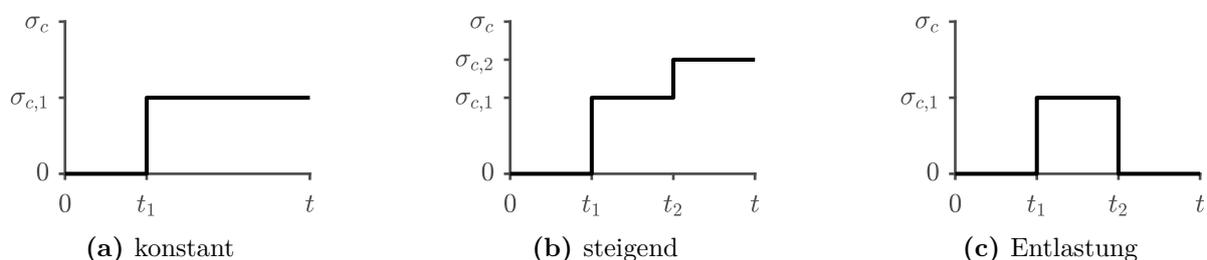


Abb. 3.41: Spannungsverläufe

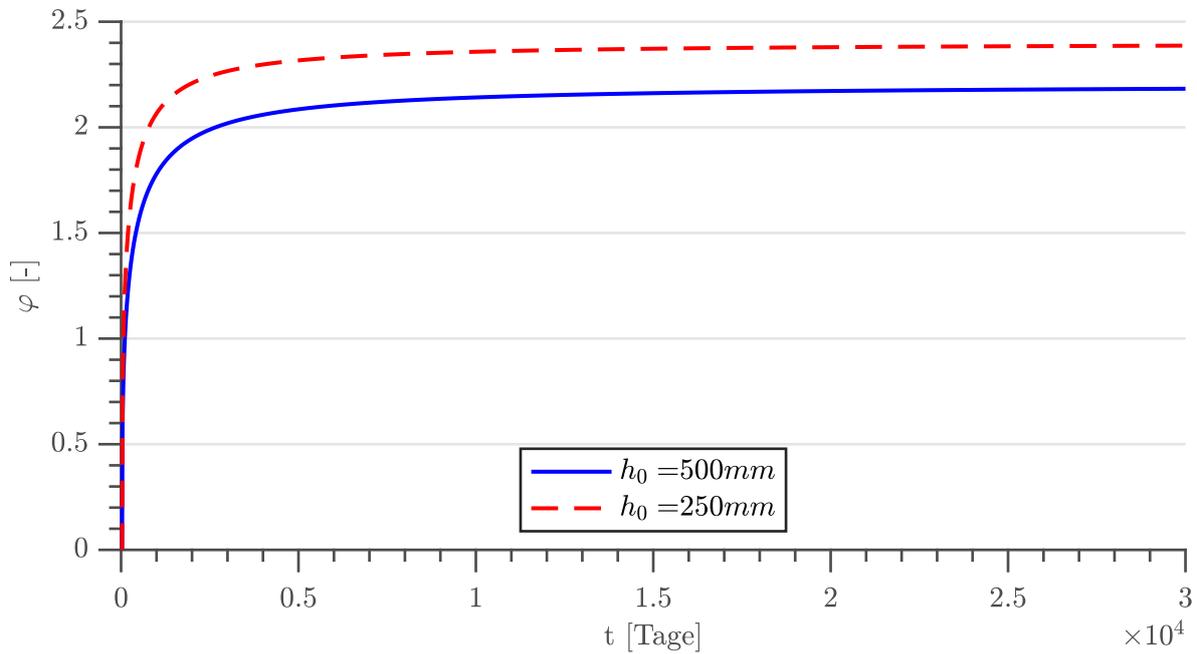


Abb. 3.42: Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach DIN 1045-1:2001

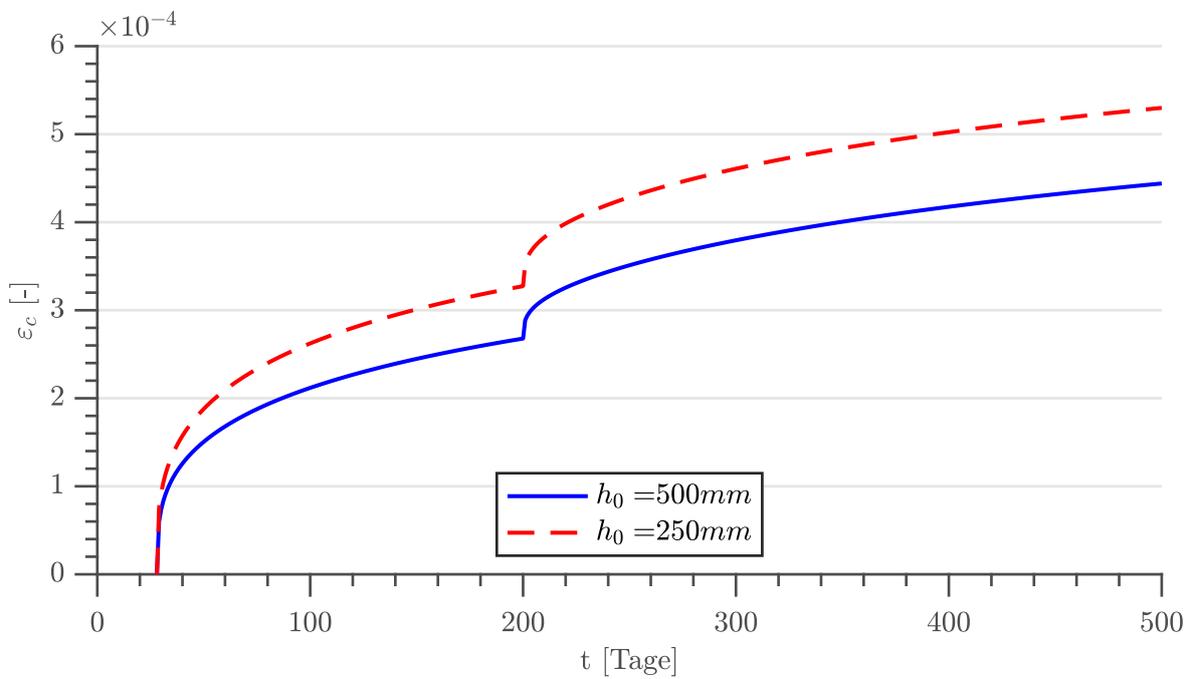


Abb. 3.43: Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach DIN 1045-1:2001

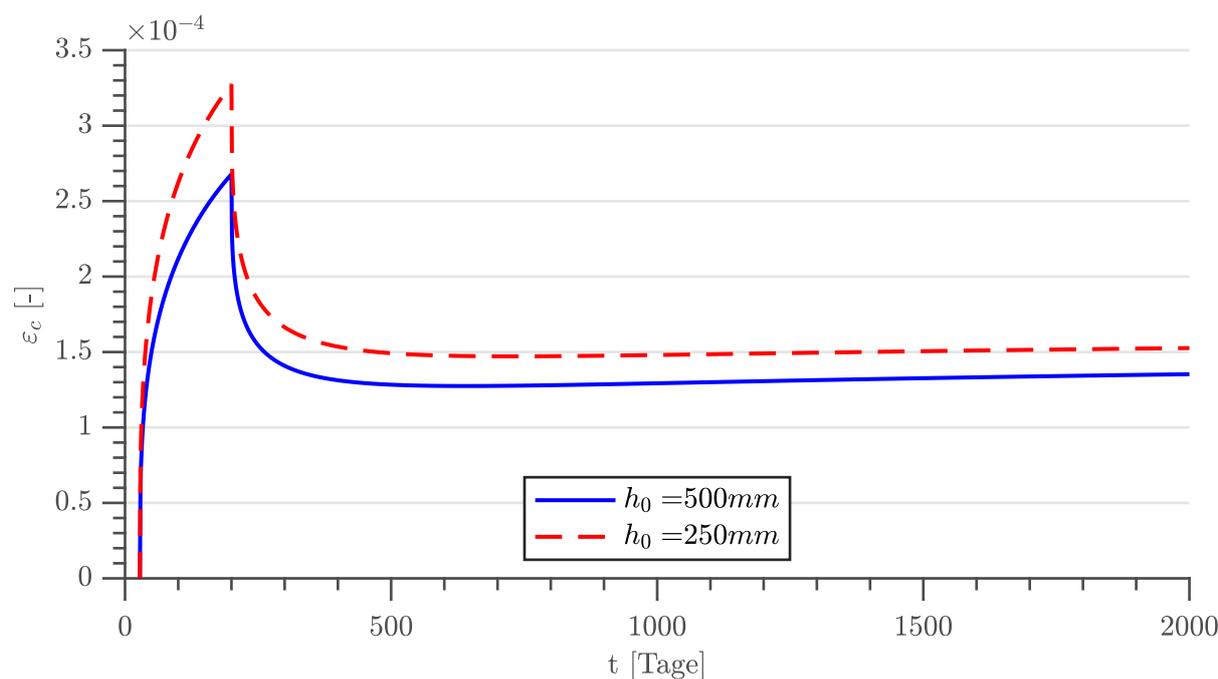


Abb. 3.44: Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach DIN 1045-1:2001

3.13.2 Schwinden

Die Gesamtschwindverformung $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ kann nach dem DAfStb-Heft 525 mit Gleichung (3.148) berechnet werden. Diese setzt sich aus dem Grundswindanteil $\varepsilon_{cas}(t)$ nach Gleichung (3.149) und dem Trocknungsschwindanteil $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ nach Gleichung (3.150) zusammen. t ist das Alter des Betons zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen und t_s das Alter des Betons bei Beginn der Trocknung in Tagen [6].

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (3.148)$$

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (3.149)$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \quad (3.150)$$

$\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$ nach Gleichung (3.151) ist der Grundwert des Grundswindens. Dieser ist abhängig von der mittleren zylindrischen Druckfestigkeit des Betons f_{cm} im Alter von 28 Tagen in N/mm^2 und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [6].

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{60 + f_{cm}} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad (3.151)$$

Der Beiwert α_{as} ist abhängig vom Zementtyp und kann aus Tabelle 3.25 entnommen werden [6]. $\beta_{as}(t)$ kann mit Gleichung (3.152) berechnet werden. t_1 ist eine Bezugsgröße mit $t_1 = 1$ Tag [6].

Tab. 3.25: α_i -Werte [6]

Zementtyp nach EC 2	Merkmal	α_{as}	α_{ds1}	α_{ds2}
SL	langsam erhärtend	800	3	0,13
N, R	normal oder schnell erhärtend	700	4	0,12
RS	schnell erhärtend und hochfest	600	6	0,12

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp\left(-0,2 \cdot \sqrt{t/t_1}\right) \quad (3.152)$$

$\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ nach Gleichung (3.153) ist der Grundwert des Trocknungsschwindens. α_{ds1} und α_{ds2} sind Beiwerte zur Berücksichtigung des Zementtyps nach Tabelle 3.25 [6].

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{10}\right) \right] \cdot 10^{-6} \quad (3.153)$$

Für $\beta_{RH}(RH)$ siehe Gleichung (3.154). RH ist die relative Luftfeuchte der Umgebung in % [6].

$$\beta_{RH}(RH) = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100}\right)^3\right] & \text{für } 40 \% \leq RH < 99 \% \cdot \beta_{s1} \\ 0,25 & \text{für } RH \geq 99 \% \cdot \beta_{s1} \end{cases} \quad (3.154)$$

β_{s1} nach Gleichung (3.155) ist ein Beiwert zur Berücksichtigung der inneren Austrocknung des Betons [6].

$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,1} \leq 1,0 \quad (3.155)$$

$\beta_{ds}(t-t_s)$ kann durch Gleichung (3.156) ermittelt werden. h_0 ist die wirksame Querschnittsdicke in mm und kann durch Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden. h_1 ist ein Bezugswert mit $h_1 = 100$ mm [6].

$$\beta_{ds}(t-t_s) = \sqrt{\frac{(t-t_s)/t_1}{350 \cdot \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^2 + (t-t_s)/t_1}} \quad (3.156)$$

Für Leichtbetone darf, unter der Voraussetzung dass keine Versuchsergebnisse vorliegen, die Schwinddehnung $\varepsilon_{cds\infty}$ nach den vorherigen Gleichungen zugrunde gelegt werden. Diese ist für Betone der Festigkeitsklassen LC12/13 und LC16/18 mit einem zusätzlichen Faktor $\eta_3 = 1,5$ und für Betone der Festigkeitsklassen ab LC20/22 mit $\eta_3 = 1,2$ zu multiplizieren [9].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Schwinddehnungsverläufe nach der DIN 1045-1:2001 wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Wie bereits bei den Berechnungen für die Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen wurden bei den Berechnungen der Schwinddehnungen ebenfalls zwei unterschiedliche Querschnitte betrachtet. In diesem Modell wird bei der Berechnung der Schwinddehnung zwischen Grundswinden und

Trocknungsschwinden unterschieden. Der Querschnitt beeinflusst das Grundswinden nicht, somit ist dieser Anteil bei den zwei unterschiedlichen Querschnitten ident. Beim Trocknungsschwinden beeinflusst der Querschnitt mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 nur den zeitlichen Verlauf des Trocknungsschwindens $\beta_{ds}(t, t_s)$. Der zeitliche Verlauf des Trocknungsschwindens steigt beim Wandquerschnitt schneller an als beim Trägerquerschnitt.

Somit bewirken kleinere Querschnitte einen schnelleren Anstieg des zeitlichen Verlaufs des Trocknungsschwindens. Dies spiegelt sich auch im gesamten Schwinddehnungsverlauf wider.

- Eingangsparmeter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Zementklasse: N
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
- Ergebnisse:
 - Schwinddehnungsverlauf mit $t_s = 28 \text{ Tage}$ und $t = 30000 \text{ Tage}$ - siehe Abb. 3.45

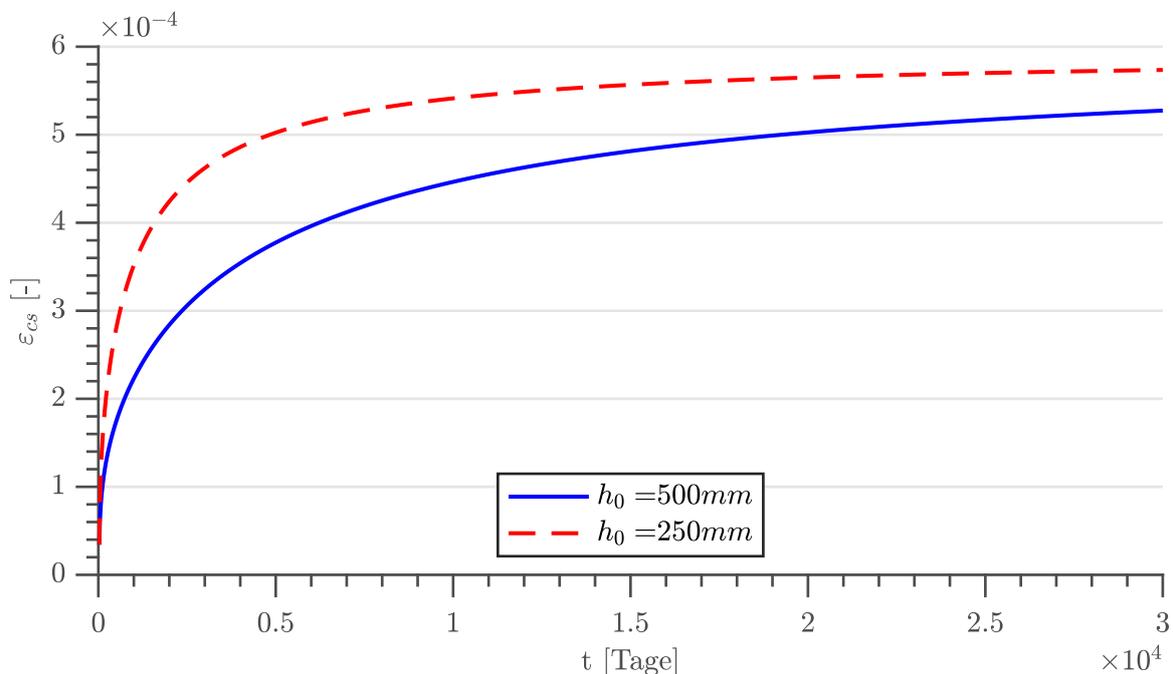


Abb. 3.45: Schwinddehnungsverläufe nach DIN 1045-1:2001

3.13.3 Literatur Analyse

Da das Kriechmodell für hochfeste Betone geeignet ist, erfolgte eine Aufspaltung in Grund- und Trocknungskriechen. Diese ist durch Gleichung (3.140) gegeben. Vereinfacht wird in Verbindung mit Gleichung (3.138) unterstellt, dass beide Verformungsanteile dieselbe Kriechfunktion besitzen [30].

Das Produkt aus $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ und dem Beiwert β_{RH} , der den Einfluss der Umgebungsfeuchte berücksichtigt, ergibt den Endwert des Trocknungsschwindens. Die Bauteildicke hat nach diesem Modell keinen Einfluss auf die Größe des Endwerts, sondern nur auf den zeitlichen Verlauf. Dies stimmt mit der Diffusionstheorie überein. Die Betonfestigkeit beeinflusst den Verlauf des Trocknungsschwindens nicht [6].

Die klimatischen Umgebungsbedingungen weisen keinen Einfluss auf das Grundkriechen auf. Der zeitliche Verlauf des Grundschildens ist unabhängig von der Bauteildicke [6].

3.14 DIN EN 1992-1-1 (2005-2011)

Die Berechnungen für Kriechen und Schwinden unterscheiden sich in den unterschiedlichen Versionen der DIN EN 1992-1-1 nicht. Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich auf die DIN EN 1992-1-1 aus dem Jahr 2011.

Das Kriechmodell in der DIN EN 1992-1-1 orientiert sich stark an dem Modell im Model Code 1990. Zusätzlich werden Diagramme für eine schnelle Ermittlung der Endkriechzahl angegeben. Diese sind für eine Belastungsdauer von 70 Jahren angeführt. Da diese Endkriechzahlen in den Diagrammen auch mit den folgenden Gleichungen berechnet werden können, werden diese hier nicht angeführt. Die Ermittlung der Schwinddehnung wird in der DIN EN 1992-1-1 auf zwei Komponenten (Trocknungsschwinddehnung + autogene Schwinddehnung) erweitert [16].

Der angewendete Produktansatz der DIN EN 1992-1-1 ist ident mit dem in der DIN 1045:2001. Für Betonfestigkeiten $\geq C30/37$ sind die ermittelten Werte ident und für $\leq C25/30$ sind die Werte in der DIN EN 1992-1-1 geringer [8].

Die Grundlage des Kriechmodells stellt die Auswertung einer digitalen Datenbank aus Laborversuchsergebnissen dar [16].

Im Vergleich zur DIN 1045:2001 sind die Grundwerte des Trocknungsschwindens auf 85 % reduziert. So sollen die Unterschiede zwischen den auftretenden Schwinddehnungen unter Laborbedingungen und am realen Bauteil berücksichtigt werden. Da die Schwindansätze in der DIN 1045:2001 zu hohen unrealistischen Werten geführt haben, wurden in der DIN EN 1992-1-1 die Verlaufsfunktion $\beta_{ds}(t, t_s)$ des Trocknungsschwindens, die von der Austrocknungsgeschwindigkeit und somit von der wirksamen Dicke h_0 abhängig ist, und der Korrekturfaktor von 0,85 und k_h eingeführt. Somit unterscheiden sich die ermittelten Werte in einem Zeitraum nach 5 Jahren von denen in der DIN 1045:2001. Der Koeffizient k_h , der in der Berechnung ingenieurmäßig angepasst wird, dient zur Berücksichtigung des reduzierten Austrocknungsverhaltens von Bauteilen mit größerer wirksamer Querschnittsdicke [8].

Im Vergleich zur DIN 1045:2001 ist anzumerken, dass die ermittelten Werte in der DIN EN 1992-1-1 größere Schwinddehnungen in den ersten Jahren und für $t \rightarrow \infty$ kleinere Werte liefert [8].

Die Gültigkeit der Kriechzahlen erstreckt sich auf Temperaturen im Bereich von -40 °C bis $+40\text{ °C}$, sowie Luftfeuchtigkeiten der Umgebung von 40% bis 100% [8].

Die folgenden Gleichungen sind für eine mittlere Temperatur von 20 °C ausgelegt. Zur Berücksichtigung einer größeren Abweichung der mittleren Temperatur im betrachteten Zeitraum findet sich im DAfStb-Heft 600 ein Verweis auf den Model Code 1990 (siehe [24]) für eine Modifikation des wirksamen Bauteilalters $t_{0,eff}$ [8].

Der Anwendungsbereich der Linearität erstreckt sich auf Druckbeanspruchungen $\sigma_c(t_0)$ in einem Alter t_0 von höchstens $0,45 \cdot f_{ck}(t_0)$ [16].

3.14.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_c benötigt. Dieser ist hier als Tangentenmodul definiert und darf mit Gleichung (3.157) berechnet werden. Für E_{cm} und f_{cm} siehe Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2. Die Werte für E_{cm} aus Tabelle 2.4 gelten für quarzithaltige Gesteinskörnungen. Diese sollten für andere Gesteinskörnungen prozentual nach Tabelle 3.26 erhöht werden [16].

$$E_c = 1,05 \cdot E_{cm} \quad (3.157)$$

Tab. 3.26: Erhöhung von E_{cm} [16]

Gesteinskörnungen	Prozentuale Erhöhung
Kalkstein	10 %
Basalt	20 %
Sandstein	30 %

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Allerdings muss für den elastischen Anteil der Elastizitätsmodul $E_{cm}(t)$ nach Gleichung (3.158) verwendet werden [16].

$$E_{cm}(t) = [f_{cm}(t)/f_{cm}]^{0,3} \cdot E_{cm} \quad (3.158)$$

$f_{cm}(t)$ kann durch Gleichung (3.159) ermittelt werden [16].

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (3.159)$$

Für $\beta_{cc}(t)$ siehe Gleichung (3.160). t ist das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen [16].

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \cdot [1 - \sqrt{28/t}]} \quad (3.160)$$

s ist ein Beiwert nach Tabelle 3.27 in Abhängigkeit vom Zementtyp [16].

Tab. 3.27: s -Werte [16]

Zementfestigkeitsklassen	s
CEM 42,5 R, CEM 52,5 N und CEM 52,5 R (Klasse R)	0,20
CEM 32,5 R, CEM 42,5 N (Klasse N)	0,25
CEM 32,5 N (Klasse S)	0,38

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ kann durch Gleichung (3.161) ermittelt werden [16].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (3.161)$$

φ_0 stellt hier die Grundzahl des Kriechens dar und wird durch Gleichung (3.162) bestimmt [16].

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.162)$$

φ_{RH} nach Gleichung (3.163) berücksichtigt, wie sich die relative Luftfeuchtigkeit auf die Grundzahl des Kriechens auswirkt. f_{cm} ist die mittlere Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen in N/mm² und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung in %. h_0 stellt die wirksame Bauteildicke des Querschnitts in mm dar und kann durch Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden. Für α_1/α_2 siehe Gleichung (3.168) [16].

$$\varphi_{RH} = \begin{cases} 1 + \frac{1-RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} & \text{für } f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2 \\ \left[1 + \frac{1-RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 & \text{für } f_{cm} > 35 \text{ N/mm}^2 \end{cases} \quad (3.163)$$

$\beta(f_{cm})$ nach Gleichung (3.164) berücksichtigt, wie sich die Betondruckfestigkeit auf die Grundzahl des Kriechens auswirkt [16].

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (3.164)$$

$\beta(t_0)$ nach Gleichung (3.165) berücksichtigt, wie sich das Betonalter bei Beginn der Belastung auf die Grundzahl des Kriechens auswirkt. t_0 ist das Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen [16].

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})} \quad (3.165)$$

$\beta_c(t, t_0)$ nach Gleichung (3.166) beschreibt die zeitliche Entwicklung des Kriechens nach Beginn der Belastung [16].

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (3.166)$$

β_H nach Gleichung (3.167) berücksichtigt die relative Luftfeuchte RH in % und die wirksame Bauteildicke h_0 in mm [16].

$$\beta_H = \begin{cases} 1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0 + 250 \leq 1500 & \text{für } f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2 \\ 1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 & \text{für } f_{cm} > 35 \text{ N/mm}^2 \end{cases} \quad (3.167)$$

α_3 kann durch Gleichung (3.168) ermittelt werden. Die α -Werte berücksichtigen den Einfluss der Betondruckfestigkeit [16].

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (3.168)$$

Zusätzlich darf das Betonalter bei Beginn der Belastung t_0 in Abhängigkeit von der Zementart nach Gleichung (3.169) berücksichtigt werden. Das so ermittelte t_0 muss in Gleichung (3.165) zur Ermittlung von $\beta(t_0)$ eingesetzt werden [16].

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \quad (3.169)$$

α ist ein Exponent in Abhängigkeit von der Zementart und kann aus Tabelle 3.28 abgelesen werden [16].

Tab. 3.28: α -Werte [16]

Zementklasse	α	α_{ds1}	α_{ds2}
Klasse R	1	6	0,11
Klasse N	0	4	0,12
Klasse S	-1	3	0,13

$t_{0,T}$ darf mit Gleichung (3.170) ermittelt werden. Diese berücksichtigt eine Anpassung des Betonalters aufgrund der Auswirkungen von Temperaturen zwischen 0 °C und 80 °C und $\neq 20$ °C auf den Grad der Aushärtung des Betons. $T(\Delta t_i)$ ist die Temperatur in °C im Zeit-Intervall Δt_i . Δt_i ist die Anzahl der Tage, in denen die Temperatur T vorherrscht [16].

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13,65)} \cdot \Delta t_i \quad (3.170)$$

Zur Berücksichtigung der Nichtlinearität des Kriechens, die bei Betondruckspannungen $\sigma_c(t_0) > 0,45 \cdot f_{ck}(t_0)$ auftritt, dient Gleichung (3.171). k_σ stellt das Spannungs-Festigkeitsverhältnis $\sigma_c(t_0)/f_{ck}(t_0)$ dar. $\sigma_c(t_0)$ ist die einwirkende Druckspannung [16].

Die Anwendbarkeit der Gleichung (3.171) erweitert sich laut DAfStb-Heft 600 auf $0,45 \cdot f_{ck}(t_0) \leq \sigma_c(t_0) \leq 0,7 \cdot f_{ck}(t_0)$. Es kann notwendig sein, den Koeffizienten 1,5 bis zu 0,5 bei dicken Bauteilen zu reduzieren [8].

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{1,5(k_\sigma - 0,45)} \quad (3.171)$$

$f_{ck}(t_0)$ ist die charakteristische Betondruckfestigkeit zum Zeitpunkt t_0 nach Gleichung (3.172) [16].

$$f_{ck}(t) = \begin{cases} f_{cm}(t) - 8[\text{N/mm}^2] & \text{für } 3 < t < 28 \text{ Tage} \\ f_{ck} & \text{für } t \geq 28 \text{ Tage} \end{cases} \quad (3.172)$$

Für Leichtbetone darf die Kriechzahl für Normalbeton mit den zusätzlichen Faktoren $(\rho/2200)^2$ und η_2 multipliziert werden. ρ entspricht der Trockenrohdichte in kg/m^3 und η_2 kann aus Tabelle 3.29 entnommen werden [16].

Tab. 3.29: η -Werte [16]

	η_2	η_3
$f_{lck} \leq \text{LC16/18}$	1,3	1,5
$f_{lck} \geq \text{LC20/22}$	1,0	1,2

Um die Kriechdehnung zu berechnen, darf für den Tangentenmodul E_{lcm} der Elastizitätsmodul für normal dichten Beton mit einem Beiwert $(\rho/2200)^2$ multipliziert werden [16].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Kriechzahl- bzw. Kriechdehnungsverläufe nach der DIN EN 1992-1-1 in Folge von unterschiedlichen Spannungsverläufen wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Zusätzlich wurden die nachfolgenden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt, um den Einfluss des Querschnitts auf die Größe und den Verlauf der Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen aufzuzeigen. Der Einfluss des Querschnitts wird für den Fall mit konstanten Spannungen erläutert, da für die Fälle mit steigenden Spannungen und Entlastung die Einflüsse des Querschnitts auf die Kriechdehnungen äquivalent zum Fall mit den konstanten Spannungen sind.

Der Querschnitt beeinflusst sowohl den Grundwert der Kriechzahl sowie den zeitlichen Kriechverlauf. Der Einfluss wird durch die wirksame Bauteildicke h_0 in den Termen φ_{RH} sowie β_H berücksichtigt. Beide Terme weisen Unterschiede aufgrund der Betonfestigkeit f_{cm} auf. Für $f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2$ weist das Berechnungsmodell bis auf einen kleinen Unterschied die gleiche Formulierung wie beim Model Code 1990 für φ_{RH} und ein identes β_H auf. Für $f_{cm} > 35 \text{ N/mm}^2$ fließen wie bei der DIN 1045-1:2001 zusätzliche Terme α_{1-3} in Abhängigkeit von f_{cm} in die Ermittlung von φ_{RH} und β_H ein. φ_{RH} koppelt die relative Luftfeuchtigkeit RH mit der wirksamen Bauteildicke h_0 . Somit wird berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit auf die Kriechzahl für $h_0 \rightarrow \infty$ verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100 \%$ verschwindet. Bei einem konstanten Wert für h_0 wird φ_{RH} zu einer linearen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für φ_{RH} ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1,50 im Vergleich zu 1,64 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert für die Endkriechzahl φ_0 von 2,34 für den Wandquerschnitt im Vergleich zu 2,15 für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe der Grundkriechzahl beeinflusst die wirksame Bauteildicke h_0 auch den zeitlichen

Verlauf der Kriechzahl $\beta_c(t, t_0)$ durch β_H . Bei einem konstanten Wert für h_0 wird β_H zu einer Polynomfunktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für β_H ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1002 im Vergleich zu 626 für den Wandquerschnitt. Somit steigt der zeitliche Kriechverlauf des Wandquerschnitts schneller an als der des Trägerquerschnitts.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Kriechzahl/Kriechdehnung und der zeitliche Kriechverlauf steigt schneller an.

- Eingangsparmeter:

- Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
- Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
- Zuschläge: Quarzit
- Zementklasse: N
- Temperatur während Betonaushärtung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
- Temperatur während Belastung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
- Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$

- Ergebnisse:

- Kriechzahlverlauf einer konstanten Spannung (nach Abb. 3.46a) - mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.47
- Kriechdehnungsverlauf einer steigenden Spannung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.46b) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage - siehe Abb. 3.48
- Kriechdehnungsverlauf nach einer Entlastung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.46c) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage - siehe Abb. 3.49

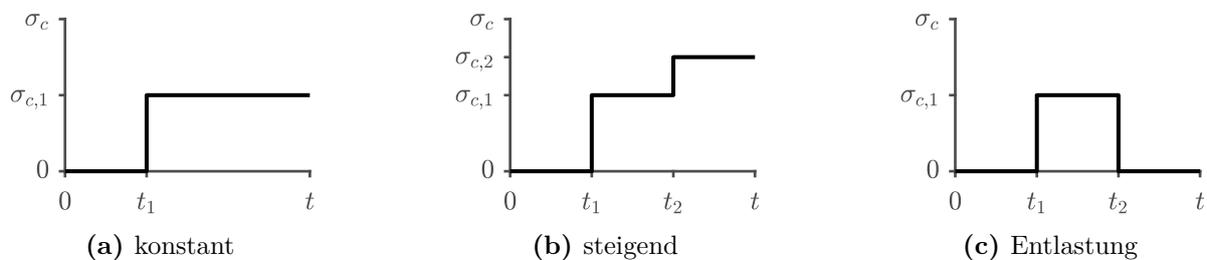


Abb. 3.46: Spannungsverläufe

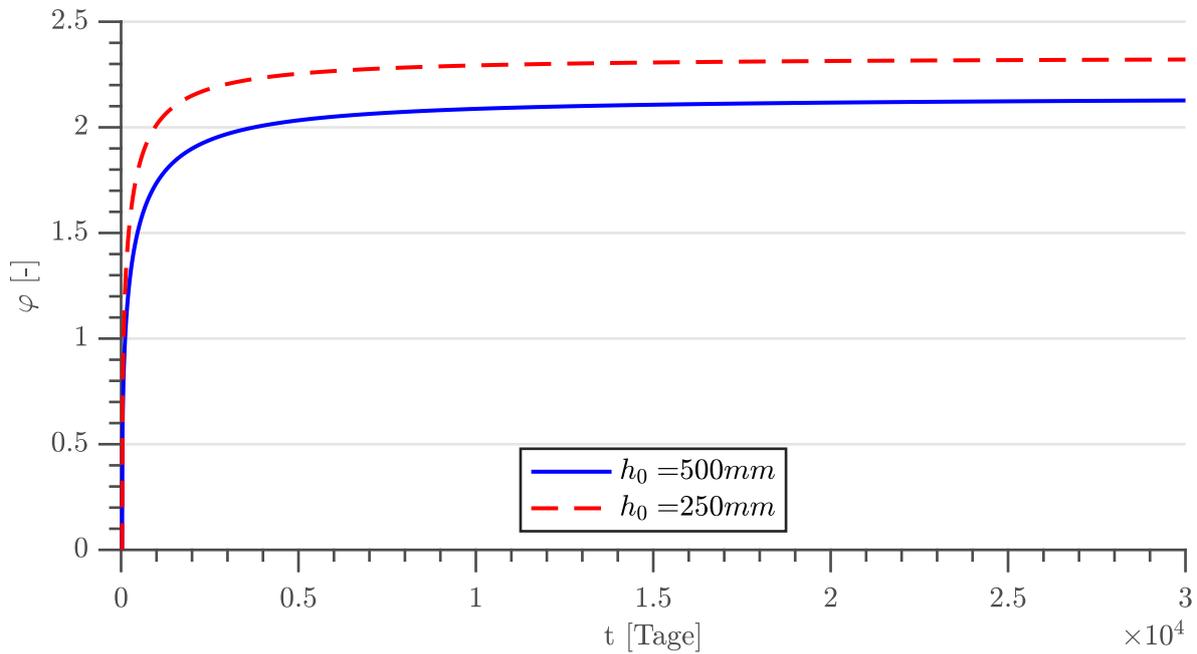


Abb. 3.47: Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach DIN EN 1992-1-1

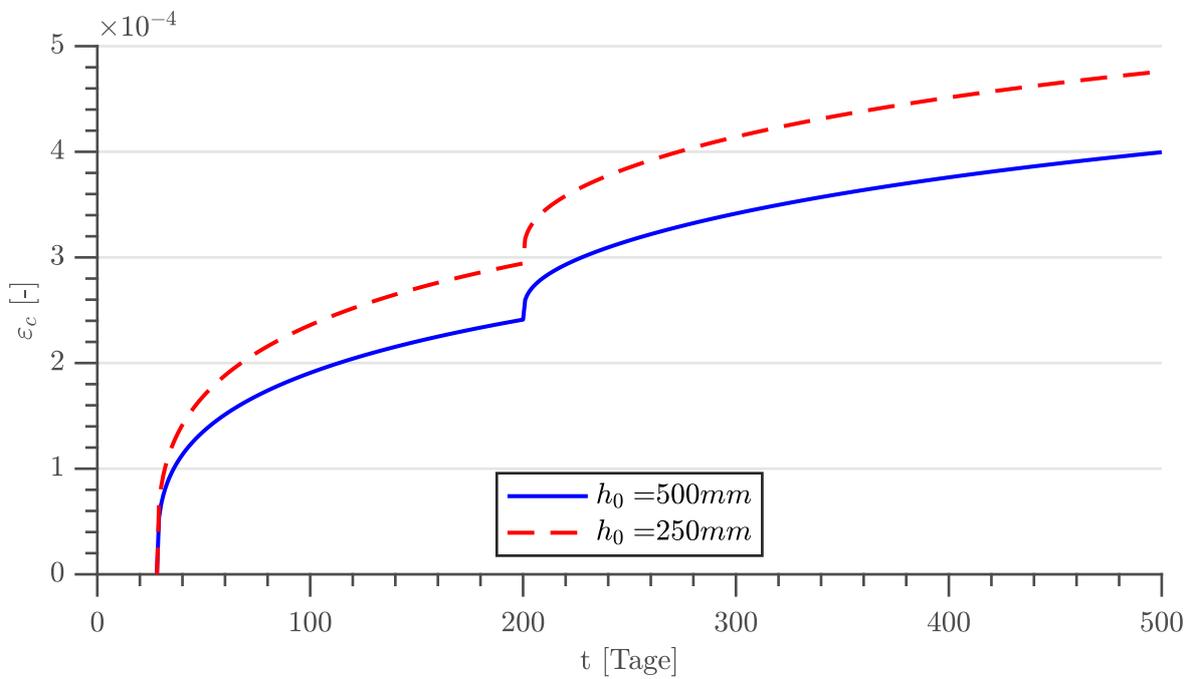


Abb. 3.48: Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach DIN EN 1992-1-1

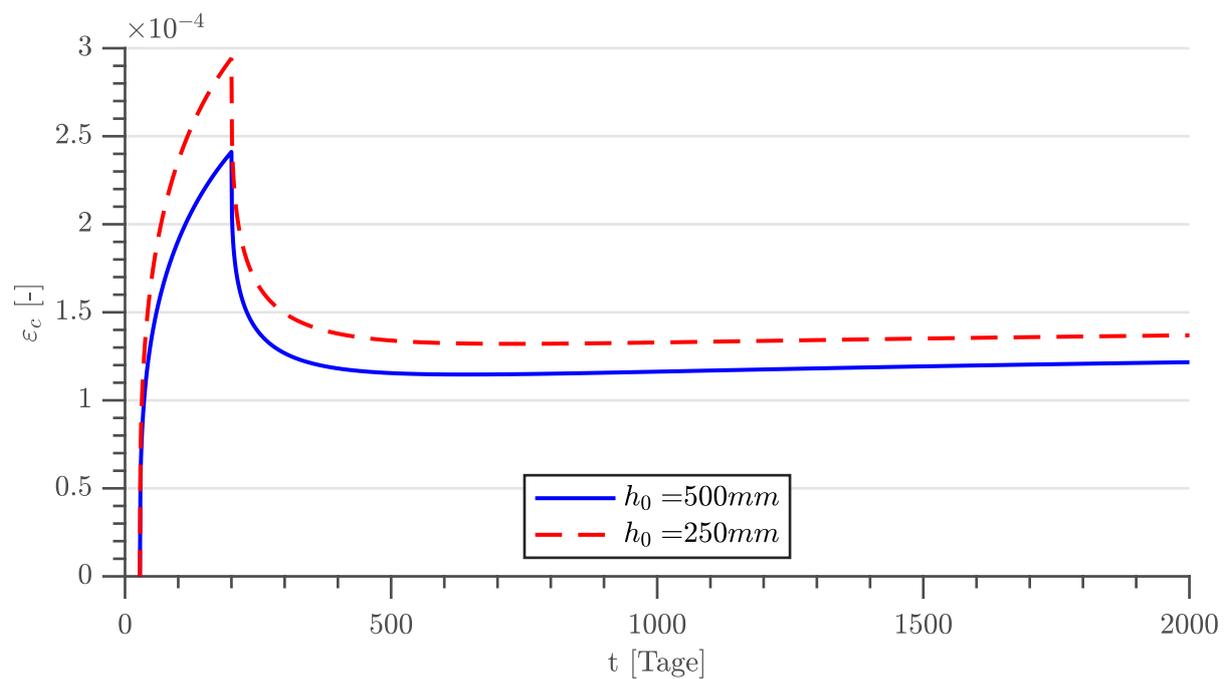


Abb. 3.49: Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach DIN EN 1992-1-1

3.14.2 Schwinden

Wie bereits bei Schwindansätzen in anderen Publikationen wird die Gesamtschwinddehnung ε_{cs} nach Gleichung (3.173) durch zwei Komponenten berechnet. Die zwei Komponenten sind die Trocknungsschwinddehnung ε_{cd} und die autogene Schwinddehnung ε_{ca} [16].

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (3.173)$$

Die zeitabhängige Trocknungsschwinddehnung $\varepsilon_{cd}(t)$ kann mit Gleichung (3.174) berechnet werden [16].

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (3.174)$$

k_h ist abhängig von der wirksamen Querschnittsdicke h_0 in mm und kann aus Tabelle 3.30 entnommen werden. Die wirksame Querschnittsdicke h_0 kann mit Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden [16].

Tab. 3.30: k_h -Werte [16]

h_0 [mm]	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

$\beta_{ds}(t, t_s)$ kann mit Gleichung (3.175) berechnet werden. t ist das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen und t_s das Betonalter zum Zeitpunkt des Beginns des Trocknungsschwindens (normalerweise am Ende der Nachbehandlung) in Tagen [16].

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} \quad (3.175)$$

Der Grundwert des Trocknungsschwindens $\varepsilon_{cd,0}$ kann durch Gleichung (3.176) ermittelt werden. Für f_{cm} siehe Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 und f_{cm0} entspricht 10 N/mm². Die Werte α_{ds1} und α_{ds2} können in Abhängigkeit von der Zementart aus Tabelle 3.28 entnommen werden [16].

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (3.176)$$

β_{RH} kann mit Gleichung (3.177) berechnet werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung in % und $RH_0 = 100$ % [16].

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (3.177)$$

Die autogene Schwinddehnung ε_{ca} kann durch Gleichung (3.178) ermittelt werden und stellt eine lineare Funktion der Betonfestigkeit dar [16].

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (3.178)$$

Für $\varepsilon_{ca}(\infty)$ siehe Gleichung (3.179). f_{ck} kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [16].

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (3.179)$$

$\beta_{as}(t)$ kann mit Gleichung (3.180) berechnet werden [16].

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0,2 \cdot \sqrt{t}} \quad (3.180)$$

Für Leichtbetone darf der Endwert der Trocknungsschwinddehnung für Normalbeton mit einem zusätzlichen Faktor η_3 multipliziert werden. η_3 kann aus Tabelle 3.29 entnommen werden [16].

Das vorliegende Berechnungsmodell des autogenen Schwindens ergibt Höchstwerte für Leichtbetonsorten, da in diesem Modell keine Zuführung in die trocknende Mikrostruktur von Wasser aus der Gesteinskörnung erfolgt. Autogene Schwindwerte sind bei der Verwendung von wassergesättigten oder auch nur teilweise gesättigten leichten Gesteinskörnungen erheblich geringer [16].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Schwinddehnungsverläufe nach der DIN EN 1992-1-1 wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Wie bereits bei den Berechnungen für die Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen wurden bei den Berechnungen der Schwinddehnungen ebenfalls zwei unterschiedliche Querschnitte betrachtet. In

diesem Modell wird bei der Berechnung der Schwinddehnung zwischen autogenem Schwinden und Trocknungsschwinden unterschieden. Der Querschnitt beeinflusst das autogene Schwinden nicht, somit ist dieser Anteil bei den zwei unterschiedlichen Querschnitten ident. Beim Trocknungsschwinden beeinflusst der Querschnitt mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 den Grundwert des Trocknungsschwindens mit dem Koeffizienten k_h . Für den Trägerquerschnitt ergibt sich der Wert 0,7 für k_h im Vergleich zu 0,8 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert der Trocknungsschwinddehnung von $3,6705 \cdot 10^{-4}$ für den Wandquerschnitt im Vergleich zu $3,2116 \cdot 10^{-4}$ für den Trägerquerschnitt. Zusätzlich zum Grundwert wird der zeitliche Verlauf des Trocknungsschwindens $\beta_{ds}(t, t_s)$ ebenfalls durch den Querschnitt beeinflusst. Der zeitliche Verlauf des Trocknungsschwindens steigt beim Wandquerschnitt schneller an als beim Trägerquerschnitt.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Trocknungsschwinddehnung und einen schnelleren Anstieg des zeitlichen Verlaufs des Trocknungsschwindens. Dies spiegelt sich auch im gesamten Schwinddehnungsverlauf wider.

- Eingangsparmeter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Zementklasse: N
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
- Ergebnisse:
 - Schwinddehnungsverlauf mit $t_s = 28 \text{ Tage}$ und $t = 30000 \text{ Tage}$ - siehe Abb. 3.50

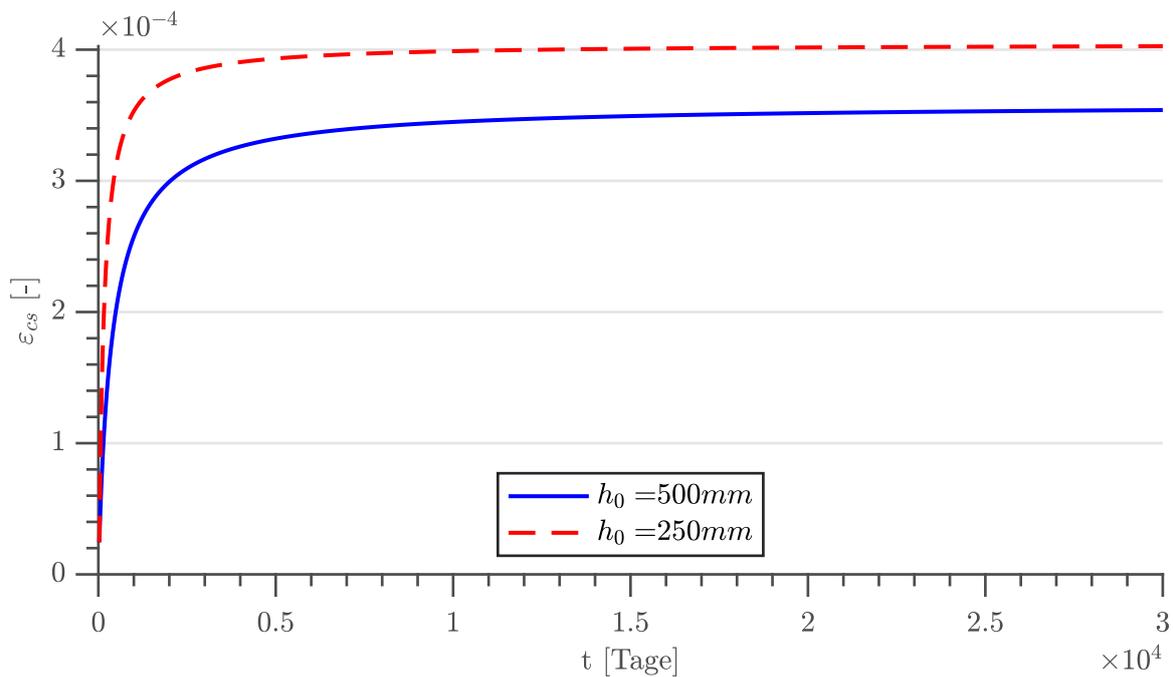


Abb. 3.50: Schwinddehnungsverläufe nach DIN EN 1992-1-1

3.15 DIN EN 1992-2 (2007-2010)

In der DIN EN 1992-2 sind zusätzlich zu den Vorhersagemodellen in der DIN EN 1992-1-1 Berechnungen für Kriechen und Schwinden für hochfeste Betone mit einer Zylinderdruckfestigkeit $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$ aus R-Zementen, mit oder ohne Mikrosilica, gegeben. Zusätzlich sollten diese Berechnungen für dicke Bauteile denen aus der DIN EN 1992-1-1 vorgezogen werden [17].

Im deutschen nationalen Anhang der DIN EN 1992-2 wird das nachfolgende Berechnungsmodell allerdings nur als informativ eingestuft und soll nicht angewendet werden [18].

Die Berechnungsmodelle wurden durch Baustellenprüfungen und -messungen abgesichert. In den folgenden Literaturquellen sind Hintergrundinformationen zu den nachfolgenden Berechnungen zu finden [17].

- R. Le Roy, F. De Larrard und G. Pons. „The AFREM code type model for creep and shrinkage of high performance concrete“. (1996)
- F. Toutlemonde, F. De Larrard, D. Brazellier. „Structural application of HPC: a survey of recent research in France“. (2002)
- R. Le Roy, J. M. Cussac, O. Martin. „Structures sensitive to creep: from laboratory experimentation to structural design - The case of the Avignon high-speed rail viaduct“. (1999)

Die Gültigkeit der nachfolgenden Kriechberechnungen erstreckt sich auf eine mittlere Zylinderdruckfestigkeit zum Zeitpunkt der Belastung $f_{cm}(t_0) > 0,6 \cdot f_{cm}$. Zudem sollten die Gleichungen

für Anteile von Gesteinskörnungen kleiner als 67 % (selbstverdichtender Beton) nicht ohne Nachweis verwendet werden. Eine Verwendung von Microsilica wird in den Gleichungen ebenfalls berücksichtigt. Diese sind bei mindestens 5 % des Zementgewichts relevant [17].

Aufgrund der begrenzten Zeitperiode der experimentellen Untersuchungen, die als Basis dieser Modelle dienten, mussten die Ansätze mit extrapolierten Ergebnissen konzipiert werden. Die angewendete Extrapolation resultiert in mathematischen Fehlern. Diese Fehler können für Projekte, bei denen genauere Kriech- und Schwindberechnungen erforderlich sind, mit einem Sicherheitsfaktor nach DIN EN 1992-2 berücksichtigt werden [17].

In den nachfolgenden Modellen ist der Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons $f_{cm}(t)$ zum Zeitpunkt t relevant. Dieser muss nach DIN EN 1992-2 mit Gleichungen aus der DIN EN 1992-1-1, siehe Kapitel 3.14 ermittelt werden [17].

3.15.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 3.14 angegeben, ermittelt werden [17].

Die Kriechzahl nach Gleichung (3.181) setzt sich hier aus zwei Anteilen, Grundkriechen und Trocknungskriechen, zusammen [17].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_b(t, t_0) + \varphi_d(t, t_0) \quad (3.181)$$

$\varphi_b(t, t_0)$ nach Gleichung (3.182) berücksichtigt das Grundkriechen. t ist das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt und t_0 das Betonalter zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns [17].

$$\varphi_b(t, t_0) = \varphi_{b0} \cdot \frac{\sqrt{t - t_0}}{[\sqrt{t - t_0} + \beta_{bc}]} \quad (3.182)$$

Für φ_{b0} siehe Gleichung (3.183). Für $f_{cm}(t)$ siehe Kapitel 3.14 [17].

$$\varphi_{b0} = \begin{cases} \frac{3,6}{f_{cm}(t_0)^{0,37}} & \text{für Microsilicabeton} \\ 1,4 & \text{für Beton ohne Microsilica} \end{cases} \quad (3.183)$$

β_{bc} kann mit Gleichung (3.184) berechnet werden. Für f_{ck} siehe Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 [17].

$$\beta_{bc} = \begin{cases} 0,37 \cdot \exp\left(2,8 \cdot \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{ck}}\right) & \text{für Microsilicabeton} \\ 0,4 \cdot \exp\left(3,1 \cdot \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{ck}}\right) & \text{für Beton ohne Microsilica} \end{cases} \quad (3.184)$$

Der Anteil Trocknungskriechen kann durch Gleichung (3.185) ermittelt werden [17].

$$\varphi_d(t, t_0) = \varphi_{d0} \cdot [\varepsilon_{cd}(t) - \varepsilon_{cd}(t_0)] \quad (3.185)$$

Für φ_{d0} siehe Gleichung (3.186). Die Dehnung zufolge Trocknungsschwindens $\varepsilon_{cd}(t)$ kann mit Gleichung (3.189) berechnet werden [17].

$$\varphi_{d0} = \begin{cases} 1000 & \text{für Microsilicabeton} \\ 3200 & \text{für Beton ohne Microsilica} \end{cases} \quad (3.186)$$

3.15.2 Schwinden

Die Schwinddehnung wird nach DIN EN 1992-2 in zwei Anteile, chemisches Schwinden und Trocknungsschwinden, aufgespalten. Das chemische Schwinden ist nach dem nachfolgenden Modell nach 3 Monaten zu 97 % abgeschlossen [17].

Die Dehnung zufolge chemischen Schwindens $\varepsilon_{ca}(t)$ kann in Abhängigkeit von der Reife des jungen Betons, die als Verhältnis $f_{cm}(t)/f_{ck}$ definiert ist, für $t < 28$ Tage nach Gleichung (3.187) berechnet werden [17].

$$\varepsilon_{ca}(t) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} < 0,1 \\ (f_{ck} - 20) \cdot \left(2,2 \cdot \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} - 0,2\right) \cdot 10^{-6} & \text{wenn } \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} \geq 0,1 \end{cases} \quad (3.187)$$

Für $t \geq 28$ Tage kann für $\varepsilon_{ca}(t)$ Gleichung (3.188) verwendet werden [17].

$$\varepsilon_{ca}(t) = (f_{ck} - 20) \cdot [2,8 - 1,1 \cdot \exp(-t/96)] \cdot 10^{-6} \quad (3.188)$$

Die Dehnung zufolge Trocknungsschwindens $\varepsilon_{cd}(t)$ kann durch Gleichung (3.189) ermittelt werden. Für die Luftfeuchtigkeit RH in % dürfen Werte von bis zu 80 % verwendet werden. t ist das Alter des Betons zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen und t_s ist das Alter des Betons in Tagen ab Beginn des Trocknungsschwindens (am Ende der Nachbehandlung). h_0 ist die wirksame Querschnittsdicke und kann mit Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden [17].

$$\varepsilon_{cd}(t) = \frac{K(f_{ck}) \cdot [72 \cdot \exp(-0,046 \cdot f_{ck}) + 75 - RH] \cdot (t - t_s) \cdot 10^{-6}}{(t - t_s) + \beta_{cd} \cdot h_0^2} \quad (3.189)$$

Für $K(f_{ck})$ siehe Gleichung (3.190) [17].

$$K(f_{ck}) = \begin{cases} 18 & \text{wenn } f_{ck} \leq 55 \text{ N/mm}^2 \\ 30 - 0,21 \cdot f_{ck} & \text{wenn } f_{ck} > 55 \text{ N/mm}^2 \end{cases} \quad (3.190)$$

β_{cd} kann mit Gleichung (3.191) berechnet werden [17].

$$\beta_{cd} = \begin{cases} 0,007 & \text{für Microsilicabeton} \\ 0,021 & \text{für Beton ohne Microsilica} \end{cases} \quad (3.191)$$

3.16 DIN 1045-1:2008 (2008)

Die DIN 1045-1:2008 löste die DIN 1045-1:2001 ab und übernahm die dort enthaltenen Vorhersagemodelle für Kriechen und Schwinden.

3.17 Model Code 2010 (2013)

Als Basis der Modellentwicklung für das Kriechen wurde eine Datenbank von RILEM verwendet, die ausgewählte Versuchsauswertungen enthält. Das Kriechmodell weist folgende Unterschiede zum Modell des Model Codes 1990 auf [25]:

- Das Kriechmodell im Model Code 2010 ist neben normal festen Betonen auch für hochfeste Betone geeignet. Hierfür wurde das Kriechmodell in Trocknungskriechen und Grundkriechen aufgeteilt, da Grundkriechen bei hochfesten Betonen wesentlich ausgeprägter ist als bei normal festen Betonen.
- Der Exponent der Zeitfunktion für Kriechen wurde neu entwickelt. Dieser stellt nicht länger einen konstanten Parameter dar, sondern ist abhängig vom Belastungszeitpunkt. Dies resultiert in einer Vorhersage einer höheren Kriechrate bei abnehmendem Belastungsalter.
- Für die Zeitfunktion des Trocknungskriechens wurde eine hyperbolische Funktion und für Grundkriechen eine logarithmische Funktion gewählt.

Für die Basis der Modellentwicklung für die Schwinddehnung wurde ebenfalls eine Datenbank von RILEM verwendet, die ausgewählte Versuchsauswertungen enthält. Das Schwindmodell weist folgende Unterschiede zum Modell des Model Codes 1990 auf [25]:

- Da das Schwindmodell im Model Code 2010 ebenfalls für hochfeste Betone geeignet ist, wurde im Schwindmodell auch in Trocknungsschwinden und Grundswinden unterschieden.
- Das Schwindmodell berücksichtigt auch den Effekt des Quellens für den Fall, dass der Betonkörper in Wasser getaucht wird.

Die nachfolgenden Berechnungen von Schwinden und Kriechen prognostizieren das zeitabhängige, mittlere Querschnittsverhalten eines bei Normaltemperaturen feucht ausgehärteten Betonelements (nicht länger als 14 Tage) und gelten für normalen Strukturbeton mit $20 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 130 \text{ MPa}$, der mit einer Druckspannung $\sigma_c \leq 0,4 \cdot f_{cm}(t_0)$ im Alter t_0 belastet wird. Zusätzlich darf der Beton nur einer mittleren relativen Luftfeuchtigkeit von 40 % bis 100 % und einer mittleren Temperatur von 5 °C bis 30 °C ausgesetzt sein. Das Alter bei Belastung soll zumindest einen Tag betragen. Die Berechnungen sind bei Zugspannungen im Beton möglich, auch wenn diese vorwiegend für Druckspannungen konzipiert wurden. Lokale rheologische Eigenschaften innerhalb des Betonquerschnitts, wie zum Beispiel Schwankungen aufgrund von Eigenspannungen, Feuchtigkeitszuständen oder den Auswirkungen von lokalen Rissbildungen, werden durch die folgenden Gleichungen nicht vorausgesagt [27].

In Model Code 2010 gelten die Grenzen der Linearität nach Kapitel 2.2.2.

3.17.1 Kriechen

Die Kriechdehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.13) ermittelt werden. Für die Ermittlung wird der Elastizitätsmodul E_{ci} benötigt. Dieser ist hier als Tangentenmodul

in einem Alter von 28 Tagen definiert und darf mithilfe der Gleichungen (3.192) oder (3.193) ermittelt werden. Der Koeffizient E_{c0} beträgt $21,5 \cdot 10^3$ MPa. f_{ck} ist die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit in MPa und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden. Δf beträgt 8 MPa [27].

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10} \right)^{1/3} \quad (3.192)$$

α_E kann in Abhängigkeit von den Betonzuschlägen aus Tabelle 3.31 entnommen werden [27].

Tab. 3.31: α_E -Werte [27]

Arten von Zuschlagsstoffen	α_E	$E_{c0} \cdot \alpha_E$ [MPa]
Basalt, dichte Kalksteinzuschläge	1,2	25800
Quarzitzuschläge	1,0	21500
Kalksteinzuschläge	0,9	19400
Sandsteinzuschläge	0,7	15100

Unter der Bedingung, dass die tatsächliche Druckfestigkeit des Betons f_{cm} im Alter von 28 Tagen bekannt ist, darf E_{ci} mithilfe von Gleichung (3.193) abgeschätzt werden. f_{cm} ist die mittlere Zylinderdruckfestigkeit und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [27].

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (3.193)$$

Die gesamte Dehnung kann, wie in Kapitel 2.4.1 angegeben, nach Gleichung (2.16) ermittelt werden. Allerdings muss für den elastischen Anteil der Elastizitätsmodul $E_{ci}(t)$ (Tangentenmodul) zum Zeitpunkt t (Zeitpunkt der Lastaufbringung), nach Gleichung (3.194) verwendet werden [27].

$$E_{ci}(t) = \beta_E(t) \cdot E_{ci} \quad (3.194)$$

$\beta_E(t)$ nach Gleichung (3.195) ist ein Koeffizient, der vom Betonalter abhängt [27].

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5} \quad (3.195)$$

$\beta_{cc}(t)$ nach Gleichung (3.196) beschreibt die zeitliche Entwicklung der Festigkeit. t ist das Alter des Betons zum Zeitpunkt der Betrachtung in Tagen und muss bei Bedarf durch Gleichung (3.212) modifiziert werden [27].

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left(s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right) \quad (3.196)$$

s ist ein Koeffizient, der von der Zementfestigkeitsklasse abhängt und aus Tabelle 3.32 ausgelesen werden kann [27].

Zur Berücksichtigung von erhöhten oder verminderten Temperaturen T zwischen 0 °C und 80 °C statt der Referenztemperatur von 20 °C kann der modifizierte Elastizitätsmodul $E_{ci}(T)$

Tab. 3.32: s -Werte [27]

f_{cm} [MPa]	Zementfestigkeitsklasse	s
	32,5 N	0,38
≤ 60	32,5 R; 42,5 N	0,25
	42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	0,20
> 60	alle Klassen	0,20

nach Gleichung (3.197) verwendet werden. Diese Gleichung gilt für den Elastizitätsmodul in einem Betonalter von 28 Tagen zum Zeitpunkt der Prüfung [27].

$$E_{ci}(T) = E_{ci} \cdot (1,06 - 0,003 \cdot T) \quad (3.197)$$

Die mittlere Druckfestigkeit $f_{cm}(t)$ in MPa zu einem beliebigen Zeitpunkt t kann mit Gleichung (3.198) berechnet werden [27].

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (3.198)$$

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ kann mit Gleichung (3.199) berechnet werden. Hier wurde Kriechen in die Anteile Grundkriechen und Trocknungskriechen aufgeteilt [27].

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \quad (3.199)$$

$\varphi_{bc}(t, t_0)$ nach Gleichung (3.200) ist die Kriechzahl zufolge von Grundkriechen [27].

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \quad (3.200)$$

Für $\beta_{bc}(f_{cm})$ siehe Gleichung (3.201). f_{cm} ist die mittlere Zylinderdruckfestigkeit in einem Betonalter von 28 Tagen in MPa und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden [27].

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{(f_{cm})^{0,7}} \quad (3.201)$$

$\beta_{bc}(t, t_0)$ nach Gleichung (3.202) ist eine zeitliche Funktion. $t_{0,adj}$ ist das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung. Dieses muss bei Bedarf durch Gleichung (3.211) modifiziert werden. t ist das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen und t_0 das Betonalter zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns [27].

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \ln \left(\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0,035 \right)^2 \cdot (t - t_0) + 1 \right) \quad (3.202)$$

$\varphi_{dc}(t, t_0)$ nach Gleichung (3.203) ist die Kriechzahl zufolge von Trocknungskriechen [27].

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \quad (3.203)$$

$\beta_{dc}(f_{cm})$ kann mit Gleichung (3.204) berechnet werden [27].

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1,4}} \quad (3.204)$$

$\beta(RH)$ kann durch Gleichung (3.205) ermittelt werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung in %. h ist die wirksame Querschnittsdicke in mm und kann nach Gleichung (2.17) in Kapitel 2.4.3 berechnet werden [27].

$$\beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{100}}} \quad (3.205)$$

Für $\beta_{dc}(t_0)$ siehe Gleichung (3.206). $t_{0,adj}$ ist das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung. Dieses muss bei Bedarf durch Gleichung (3.211) modifiziert werden [27].

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_{0,adj}^{0,2}} \quad (3.206)$$

Die zeitliche Entwicklung des Trocknungskriechens $\beta_{dc}(t, t_0)$ wird durch Gleichung (3.207) beschrieben [27].

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_h + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)} \quad (3.207)$$

$\gamma(t_0)$ kann mit Gleichung (3.208) berechnet werden. $t_{0,adj}$ ist das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung. Dieses muss bei Bedarf durch Gleichung (3.211) modifiziert werden [27].

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t_{0,adj}}}} \quad (3.208)$$

Für β_h siehe Gleichung (3.209) [27].

$$\beta_h = 1,5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{f_{cm}} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \quad (3.209)$$

$\alpha_{f_{cm}}$ kann durch Gleichung (3.210) ermittelt werden [27].

$$\alpha_{f_{cm}} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (3.210)$$

Unterschiedliche Zementsorten führen im Beton zu einem differenten Grad der Hydratation, der das Kriechen stark beeinflusst. Dieser Einfluss kann durch $t_{0,adj}$ nach Gleichung (3.211) berücksichtigt werden. $t_{0,T}$ ist das Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung und muss bei Bedarf nach Gleichung (3.212) modifiziert werden. $t_{1,T}$ ist eine Bezugsgröße mit $t_{1,T} = 1$ Tag [27].

Diese Gleichung wurde auf Grundlage von Experimenten mit CEM I und CEM III Zementen aufgestellt. Bei Verwendung von anderen Zementarten sollte der Kriecheffekt experimentell für das betreffende Bauteil untersucht werden, sofern Kriechen einen maßgebenden Einfluss haben könnte [27].

$$t_{0,adj} = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ Tage} \quad (3.211)$$

α ist ein Koeffizient der vom Zementtyp abhängt und kann aus Tabelle 3.33 entnommen werden [27].

Tab. 3.33: α_i -Werte [27]

Zementfestigkeitsklasse	α	α_{bs}	α_{ds1}	α_{ds2}
32,5 N	-1	800	3	0,013
32,5 R; 42,5 N	0	700	4	0,012
42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	1	600	6	0,012

t_T nach Gleichung (3.212) berücksichtigt die Temperatur zwischen -20°C und $+40^\circ\text{C}$ während der Aushärtung für Temperaturen $\neq 20^\circ\text{C}$. Hier ist Δt_i die Anzahl der Tage, in denen die Temperatur T auftritt. $T(\Delta t_i)$ ist die Mitteltemperatur in $^\circ\text{C}$ während der Zeitperiode Δt_i [27].

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot \exp \left[13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} \right] \quad (3.212)$$

Zur Berücksichtigung des Einflusses einer konstanten Temperatur $T \neq 20^\circ\text{C}$ während der Belastung eines Normalgewichtsbetons können die Gleichungen (3.213)-(3.217) verwendet werden [27].

Die vorliegenden Gleichungen zur Berücksichtigung von Temperaturen bis 80°C stellen nur grobe Schätzungen dar. Für genauere Vorhersagen muss der Feuchtezustand des Betons zum Zeitpunkt der Belastung berücksichtigt werden. Aus diesem Grund ist die Vorhersage für dicke Betonkörper mit einer geringen Änderung des Feuchtigkeitsgehalts mit diesen Gleichungen genauer als für dünne Betonkörper mit erheblichen Änderungen des Feuchtigkeitsgehalts, vor allem mit erhöhten Temperaturen [27].

Es sind keine Informationen über selbstverdichtenden Beton, Leichtbeton und grünen Beton verfügbar [27].

Für eine genauere Beurteilung werden Tests empfohlen [27].

$\beta_{H,T}$ nach Gleichung (3.213) berücksichtigt den Effekt der Temperatur auf die zeitliche Entwicklung des Kriechens und ersetzt β_H in Gleichung (3.207) zur Ermittlung von $\beta_{dc}(t, t_0)$ [27].

$$\beta_{H,T} = \beta_H \cdot \beta_T \quad (3.213)$$

β_H kann mit Gleichung (3.209) und β_T mit Gleichung (3.214) berechnet werden [27].

$$\beta_T = \exp [1500 / (273 + T) - 5,12] \quad (3.214)$$

$\varphi_{bc,T}$ nach Gleichung (3.215) und $\varphi_{dc,T}$ nach Gleichung (3.216) berücksichtigen den Effekt der Temperatur auf die Kriechzahl, der von der Temperatur T in °C abhängt. $\varphi_{bc,T}$ ersetzt φ_{bc} und $\varphi_{dc,T}$ ersetzt φ_{dc} in Gleichung (3.199) zur Ermittlung von $\varphi(t, t_0)$ [27].

$$\varphi_{bc,T} = \varphi_{bc} + \varphi_T \quad (3.215)$$

$$\varphi_{dc,T} = \varphi_{dc} + \varphi_T^{1,2} \quad (3.216)$$

φ_{bc} kann mit Gleichung (3.200) und φ_{dc} mit Gleichung (3.203) berechnet werden. Für φ_T siehe Gleichung (3.217) [27].

$$\varphi_T = \exp[0,015 \cdot (T - 20)] \quad (3.217)$$

Für den Fall, dass sich die Temperatur T in °C während der Belastung des Betonkörpers erhöht, kann $\varphi(t, t_0, T)$ nach Gleichung (3.218) verwendet werden [27].

$$\varphi(t, t_0, T) = \varphi(t, t_0) + \Delta\varphi_{T,trans} \quad (3.218)$$

$\varphi(t, t_0)$ kann mit Gleichung (3.199) berechnet werden. Der Einfluss der Temperatur muss mit den Gleichungen (3.215)-(3.217) berücksichtigt werden [27].

$\Delta\varphi_{T,trans}$ nach Gleichung (3.219) ist der vorübergehende thermische Kriechfaktor, der zum Zeitpunkt der Temperaturerhöhung auftritt [27].

$$\Delta\varphi_{T,trans} = 0,0004 \cdot (T - 20)^2 \quad (3.219)$$

Die Nichtlinearität des Kriechens, die bei Spannungen $|\sigma_c(t_0)| > 0,4 \cdot f_{cm}(t_0)$ auftritt, darf für Spannungen $0,4 \cdot f_{cm}(t_0) < |\sigma_c(t_0)| \leq 0,6 \cdot f_{cm}(t_0)$ nach Gleichung (3.220) berücksichtigt werden. Die Nichtlinearität resultiert aus den entstehenden Mikrorissen. Die vorliegende Gleichung ist eine Vereinfachung, da die Kriechzahl nur erhöht wird und bei Experimenten beobachtet wurde, dass die Nichtlinearität mit zunehmender Belastungsdauer abnimmt. Zudem wird ein unterschiedlicher Ansatz für Grund- und Trocknungskriechen vernachlässigt. k_σ stellt das Verhältnis zwischen Spannung und Festigkeit mit $k_\sigma = |\sigma_c(t_0)|/f_{cm}(t_0)$ dar [27].

$$\varphi_\sigma(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \cdot \exp[1,5 \cdot (k_\sigma - 0,4)] \quad (3.220)$$

Für Leichtbeton darf die zugehörige Kriechzahl mit Gleichung (3.221) ermittelt werden. η_E ist durch $\eta_E = (\rho/2200)^2$ mit der Trockenrohdichte ρ in kg/m³ definiert. $\varphi(t, t_0)$ ist die Kriechzahl nach Gleichung (3.199). Für die Betonsorten LC12 und LC16 muss die Kriechzahl φ_l mit einem zusätzlichen Faktor von 1,3 multipliziert werden [27].

$$\varphi_l = \eta_E \cdot \varphi(t, t_0) \quad (3.221)$$

Um die Kriechdehnung für Leichtbetone zu berechnen, darf der Elastizitätsmodul E_{lci} nach Gleichung (3.222) berechnet werden. η_E wurde bereits definiert [27].

$$E_{lci} = \eta_E \cdot E_{ci} \quad (3.222)$$

Zur Berücksichtigung von erhöhten oder verminderten Temperaturen T zwischen 0 °C und 80 °C statt der Referenztemperatur von 20 °C kann der modifizierte Elastizitätsmodul $E_{lci}(T)$ für Leichtbeton nach Gleichung (3.223) verwendet werden. Diese Gleichung gilt für den Elastizitätsmodul bei einem Betonalter von 28 Tagen zum Zeitpunkt der Prüfung [27].

$$E_{lci}(T) = E_{lci} \cdot (1,04 - 0,002 \cdot T) \quad (3.223)$$

Durch die inhärente Streuung von Kriech- und Schwindverformungen, Fehler im Modell und der Unsicherheit durch die Zufälligkeit der Materialeigenschaften und der Umgebung können erhebliche Fehler bei der Vorhersage der Verformung resultieren. Die Fehler sind bei kurzen Spannungseinwirkungen und Trocknungszeiten größer. Es ist nicht bekannt, ob sich das Kriechen einem endlichen Wert nähert oder nicht. Dem Grundkriechen liegt eine logarithmische Funktion ohne endlichen Wert und dem Trocknungskriechen eine hyperbolische Funktion, die sich einem asymptotischen Wert für $t \rightarrow \infty$ annähert, zugrunde. Laut Model Code 2010 zeigten Auswertungen auf der Grundlage von Testergebnissen, dass diese Gleichungen eine hinreichend gute Annäherung für die zeitliche Entwicklung der Kriechentwicklung für Belastungen über Zeiträume von bis zu 50 Jahren darstellen [27].

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Kriechzahl- bzw. Kriechdehnungsverläufe nach dem Model Code 2010 in Folge von unterschiedlichen Spannungsverläufen wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Zusätzlich wurden die nachfolgenden Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt, um den Einfluss des Querschnitts auf die Größe und den Verlauf der Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen aufzuzeigen. Der Einfluss des Querschnitts wird für den Fall mit konstanten Spannungen erläutert, da für die Fälle mit steigenden Spannungen und Entlastung die Einflüsse des Querschnitts auf die Kriechdehnungen äquivalent zum Fall mit den konstanten Spannungen sind.

In diesem Modell wird bei der Berechnung der Kriechzahl zwischen Grundkriechen und Trocknungskriechen unterschieden. Der Querschnitt beeinflusst das Grundkriechen nicht, somit ist dieser Anteil bei den zwei unterschiedlichen Querschnitten ident. Beim Trocknungskriechen beeinflusst der Querschnitt mit der wirksamen Querschnittsdicke h sowohl den Grundwert der Kriechzahl sowie den zeitlichen Kriechverlauf. Dieser Einfluss wird durch die wirksame Bauteildicke h in den Termen $\beta(RH)$ sowie β_h berücksichtigt. $\beta(RH)$ koppelt die relative Luftfeuchtigkeit RH mit der wirksamen Bauteildicke h . Somit wird berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit auf die Kriechzahl für $h \rightarrow \infty$ verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100\%$ verschwindet. Bei einem konstanten Wert für

h wird $\beta(RH)$ zu einer linearen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Für $\beta(RH)$ ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 0,50 im Vergleich zu 0,64 für den Wandquerschnitt. Dies resultiert in einem größeren Grundwert für die Kriechzahl zufolge Trocknungskriechen von 0,96 für den Wandquerschnitt im Vergleich zu 0,76 für den Trägerquerschnitt. Neben der Größe der Trocknungskriechzahl beeinflusst die wirksame Bauteildicke h auch den zeitlichen Verlauf der Kriechzahl $\beta_{dc}(t, t_0)$ durch β_h . β_h koppelt die Druckfestigkeit f_{cm} mit dem wirksamen Querschnittsdicke h . Bei einem konstanten Wert für h wird β_h zu einer hyperbolischen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für f_{cm} zu einer linearen Funktion. Für β_h ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Wert 1008 im Vergleich zu 632 für den Wandquerschnitt. Somit steigt der zeitliche Kriechverlauf zufolge Trocknungskriechen des Wandquerschnitts schneller an als der des Trägerquerschnitts.

Somit bewirken kleinere Querschnitte eine größere Trocknungskriechzahl und einen schnelleren Anstieg des zeitlichen Verlaufs des Trocknungskriechens. Dies spiegelt sich auch im gesamten Kriechzahlverlauf wider.

- Eingangsparmeter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Zuschläge: Quarzit
 - Zementfestigkeitsklasse: 32,5 R - 42,5 N
 - Temperatur während Betonaushärtung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Temperatur während Belastung: $20 \text{ }^\circ\text{C}$
 - Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
 - * Wand mit $t = 250 \text{ mm}$ und $b = 1000 \text{ mm}$
- Ergebnisse:
 - Kriechzahlverlauf einer konstanten Spannung (nach Abb. 3.51a) - mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.52
 - Kriechdehnungsverlauf einer steigenden Spannung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.51b) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage - siehe Abb. 3.53
 - Kriechdehnungsverlauf nach einer Entlastung ohne Darstellung der elastischen Dehnung zum Zeitpunkt der Lastaufbringung (nach Abb. 3.51c) - mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage - siehe Abb. 3.54

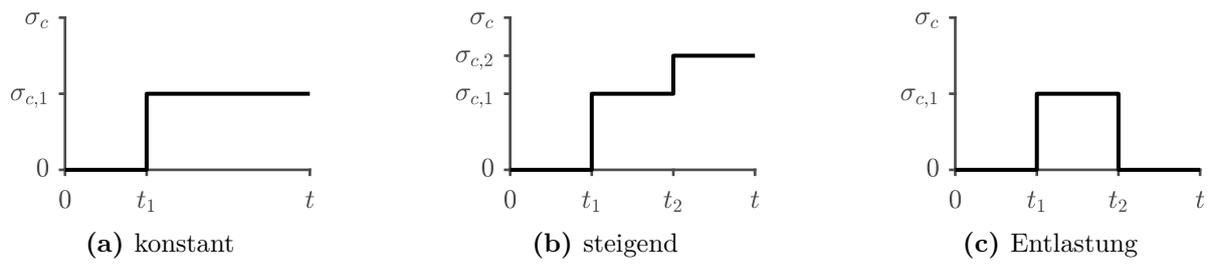


Abb. 3.51: Spannungsverläufe

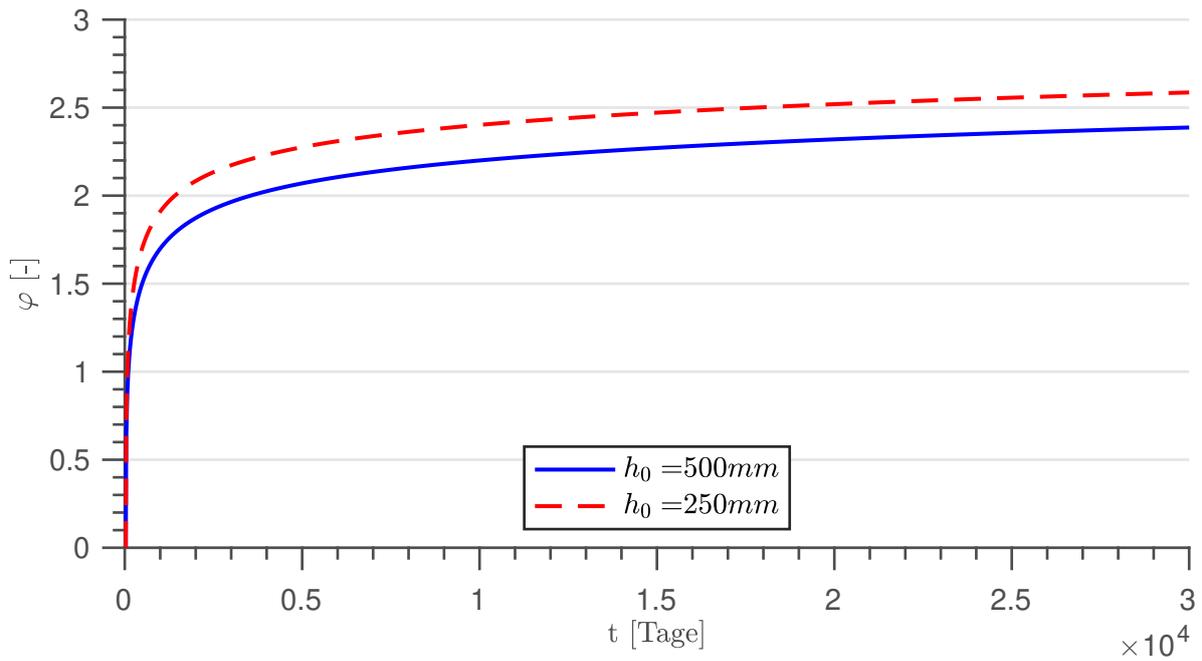


Abb. 3.52: Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach Model Code 2010

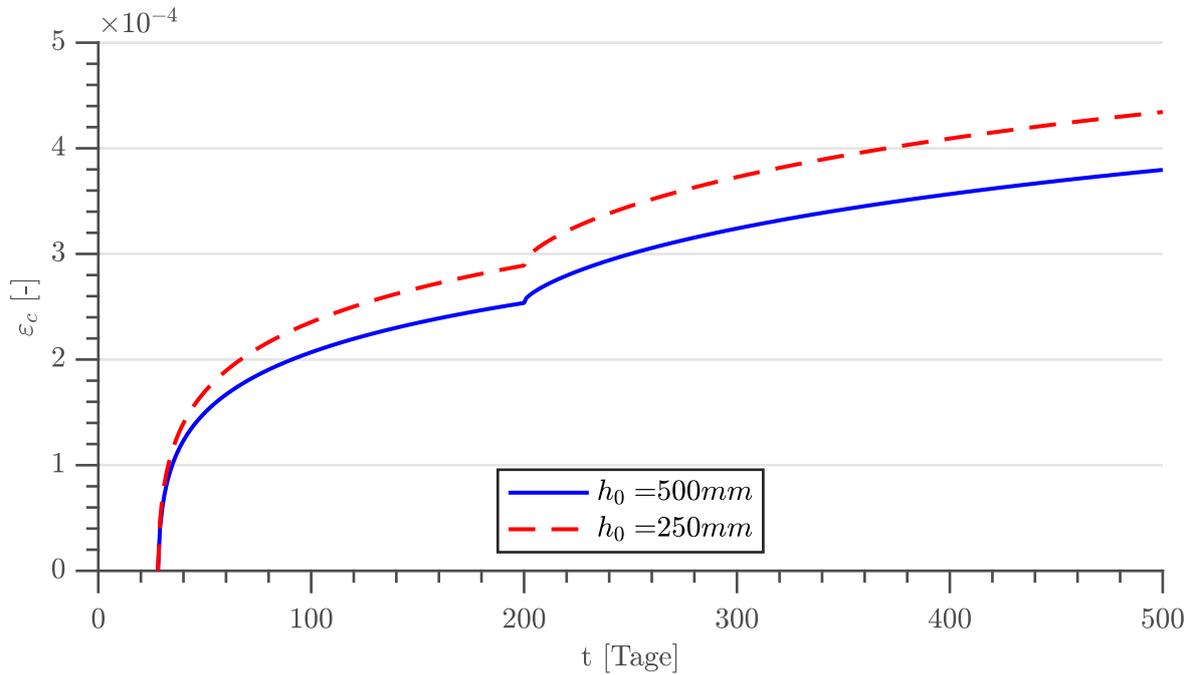


Abb. 3.53: Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach Model Code 2010

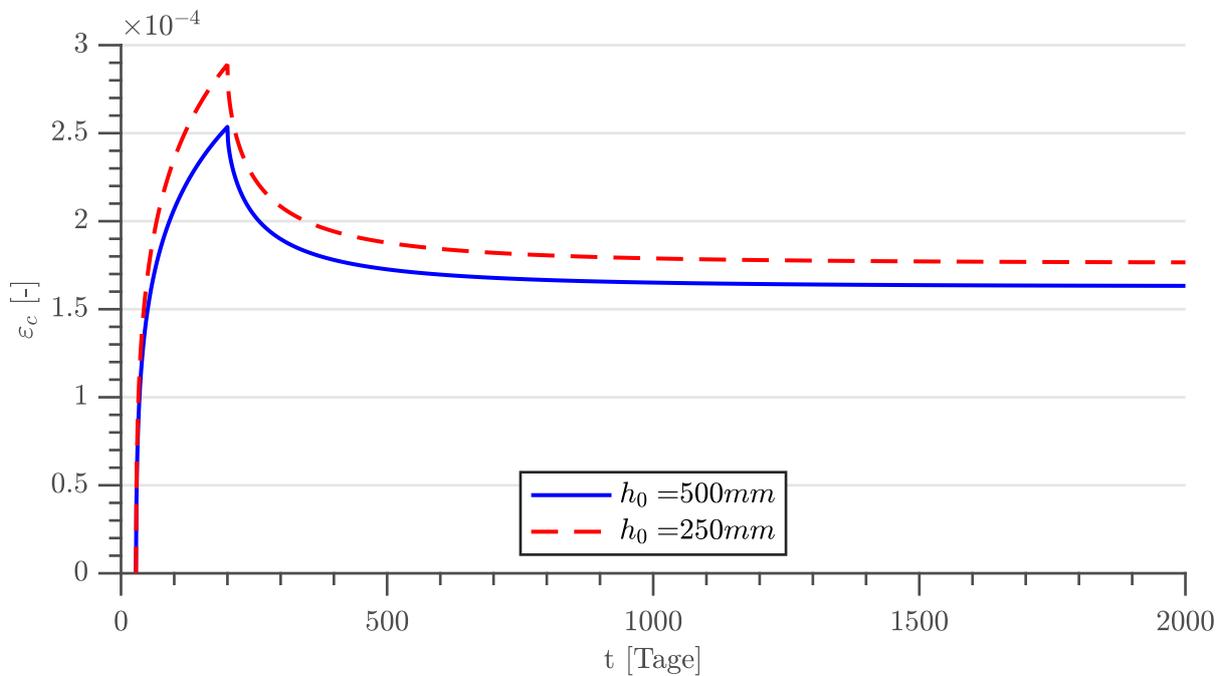


Abb. 3.54: Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach Model Code 2010

3.17.2 Schwinden

Die gesamte Schwinddehnung $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ kann mit Gleichung (3.224) berechnet werden. Hier wird zwischen dem Grundswinden $\varepsilon_{cbs}(t)$ nach Gleichung (3.225) und dem Trocknungsswinden $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ nach Gleichung (3.226) unterschieden [27].

Wenn andere Zementarten als CEM I, CEM II oder CEM III verwendet werden, müssen die Schwindverformungen experimentell erfasst werden. t stellt das Alter des Betons zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen dar. t_s ist das Alter des Betons bei Beginn der Trocknung in Tagen. $(t - t_s)$ ist die Dauer der Trocknung in Tagen [27].

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cbs}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (3.224)$$

$$\varepsilon_{cbs}(t) = \varepsilon_{cbs0}(f_{cm}) \cdot \beta_{bs}(t) \quad (3.225)$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \quad (3.226)$$

Für $\varepsilon_{cbs0}(f_{cm})$ nach Gleichung (3.227) ist das Grundswindmaß zufolge von Grundkriechen. f_{cm} ist die mittlere Zylinderdruckfestigkeit in einem Betonalter von 28 Tagen in MPa und kann aus Tabelle 2.4 in Kapitel 2.4.2 entnommen werden. α_{bs} nach Tabelle 3.33 ist ein Koeffizient, der vom Zementtyp abhängt [27].

$$\varepsilon_{cbs0}(f_{cm}) = -\alpha_{bs} \cdot \left(\frac{0,1 \cdot f_{cm}}{6 + 0,1 \cdot f_{cm}} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad (3.227)$$

$\beta_{bs}(t)$ nach Gleichung (3.228) ist eine Zeitfunktion [27].

$$\beta_{bs}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot \sqrt{t}) \quad (3.228)$$

$\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ nach Gleichung (3.229) ist das Grundswindmaß zufolge von Trocknungsswinden. α_{ds1} und α_{ds2} sind Koeffizienten in Abhängigkeit vom Zementtyp und können aus Tabelle 3.33 entnommen werden [27].

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = [(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm})] \cdot 10^{-6} \quad (3.229)$$

β_{RH} nach Gleichung (3.230) ist ein Koeffizient, der den Effekt der Umgebungsfeuchte auf den Beton abbildet [27].

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{für } 40 \leq RH < 99\% \cdot \beta_{s1} \\ 0,25 & \text{für } RH \geq 99\% \cdot \beta_{s1} \end{cases} \quad (3.230)$$

Für β_{s1} siehe Gleichung (3.231) [27].

$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1,0 \quad (3.231)$$

$\beta_{ds}(t - t_s)$ nach Gleichung (3.232) ist eine Funktion, welche die Zeitentwicklung beschreibt [27].

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left(\frac{(t - t_s)}{0,035 \cdot h^2 + (t - t_s)} \right)^{0,5} \quad (3.232)$$

Eine konstante Temperatur $T \neq 20$ °C während der Trocknung des Betons beeinflusst sowohl Grundswinden als auch Trocknungsswinden. Zur Berücksichtigung des Einflusses auf das Trocknungsswinden können die Gleichungen (3.233)-(3.239) verwendet werden [27].

Der Feuchtigkeitsgehalt des Betons vor einer Temperaturerhöhung sowie der nachfolgende Feuchtigkeitsverlust beeinflussen den Effekt der erhöhten Temperaturen auf den Schwindverlauf wesentlich [27].

$\alpha_{sT}(T)$ nach Gleichung (3.233) berücksichtigt den Effekt der Temperatur T in °C auf die zeitliche Entwicklung des Trocknungsswindens und ersetzt das Produkt $0,035 \cdot h^2$ in Gleichung (3.232) zur Ermittlung von $\beta_{ds}(t - t_s)$ [27].

$$\alpha_{sT}(T) = 350 \cdot \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 \cdot \exp[-0,06 \cdot (T/T_0 - 20)] \quad (3.233)$$

$\beta_{RH,T}$ nach Gleichung (3.234) berücksichtigt den Einfluss der Temperatur T in °C auf die Größe des Trocknungsswindens und ersetzt β_{RH} in Gleichung (3.226) zur Ermittlung von $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ [27].

$$\beta_{RH,T} = \beta_{RH} \cdot \beta_{sT} \quad (3.234)$$

β_{sT} kann durch Gleichung (3.235) ermittelt werden. RH ist die relative Luftfeuchtigkeit in % [27].

$$\beta_{sT} = 1 + \left(\frac{4}{103 - RH} \right) \cdot \left(\frac{T - 20}{40} \right) \quad (3.235)$$

Für β_{RH} siehe Gleichung (3.236) [27].

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{für } 40 \leq RH < RH_T \\ 0,25 & \text{für } RH \geq RH_T \end{cases} \quad (3.236)$$

RH_T kann mit Gleichung (3.237) berechnet werden [27].

$$RH_T = 99 \cdot \beta_{s1} + \beta_{s1,T} \leq 100 \% \quad (3.237)$$

β_{s1} kann durch Gleichung (3.238) ermittelt werden [27].

$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1,0 \quad (3.238)$$

Für $\beta_{s1,T}$ siehe Gleichung (3.239) [27].

$$\beta_{s1,T} = \left(\frac{T - 20}{25} \right)^3 \quad (3.239)$$

Der Effekt der Temperatur beeinflusst beim Grundschrinden hauptsächlich die zeitliche Entwicklung. Um den Effekt der Temperatur T in °C zu berücksichtigen muss das Betonalter t in Gleichung (3.228) durch Gleichung (3.212) modifiziert werden [27].

Versuchsergebnisse deuten darauf hin, dass bei Grundschrinden nicht nur die zeitliche Entwicklung durch erhöhte Aushärtungstemperaturen beeinflusst wird, sondern auch die Größe erhöht wird. Mit zunehmender Betonfestigkeit nimmt dieser Effekt ab. Dies wird in diesem vereinfachten Ansatz nicht berücksichtigt [27].

Für Leichtbeton kann die Schwinddehnung $\varepsilon_{lcs}(t, t_s)$ durch Gleichung (3.240) abgeschätzt werden [27].

$$\varepsilon_{lcs}(t, t_s) = \eta \cdot \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (3.240)$$

η kann aus Tabelle 3.34 entnommen werden [27].

Tab. 3.34: η -Werte [27]

Druckfestigkeit	η
LC8, LC12, LC16	1,5
\geq LC20	1,2

Berechnungsbeispiele

Zur grafischen Anschauung der Schwinddehnungsverläufe nach dem Model Code 2010 wurden nachfolgend Berechnungen mit den vorgestellten Gleichungen durchgeführt.

Wie bereits bei den Berechnungen für die Kriechzahlen bzw. Kriechdehnungen wurden bei den Berechnungen der Schwinddehnungen ebenfalls zwei unterschiedliche Querschnitte betrachtet. In diesem Modell wird bei der Berechnung der Schwinddehnung zwischen Grundschrinden und Trocknungsschrinden unterschieden. Der Querschnitt beeinflusst das Grundschrinden nicht, somit ist dieser Anteil bei den zwei unterschiedlichen Querschnitten ident. Beim Trocknungsschrinden beeinflusst der Querschnitt mit der wirksamen Querschnittsdicke h nur den zeitlichen Verlauf des Trocknungsschrindens $\beta_{ds}(t - t_s)$. Der zeitliche Verlauf des Trocknungsschrindens steigt beim Wandquerschnitt schneller an als beim Trägerquerschnitt.

Somit bewirken kleinere Querschnitte einen schnelleren Anstieg des zeitlichen Verlaufs des Trocknungsschrindens. Dies spiegelt sich auch im gesamten Schwinddehnungsverlauf wider.

- Eingangparameter:
 - Betondruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
 - Relative Luftfeuchtigkeit: $RH = 60 \%$
 - Zementfestigkeitsklasse: 32,5 R - 42,5 N

- Temperatur während Trocknung: 20 °C
- Querschnitte:
 - * Träger mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
 - * Wand mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

- Ergebnisse:

- Schwinddehnungsverlauf mit $t_s = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage - siehe Abb. 3.55

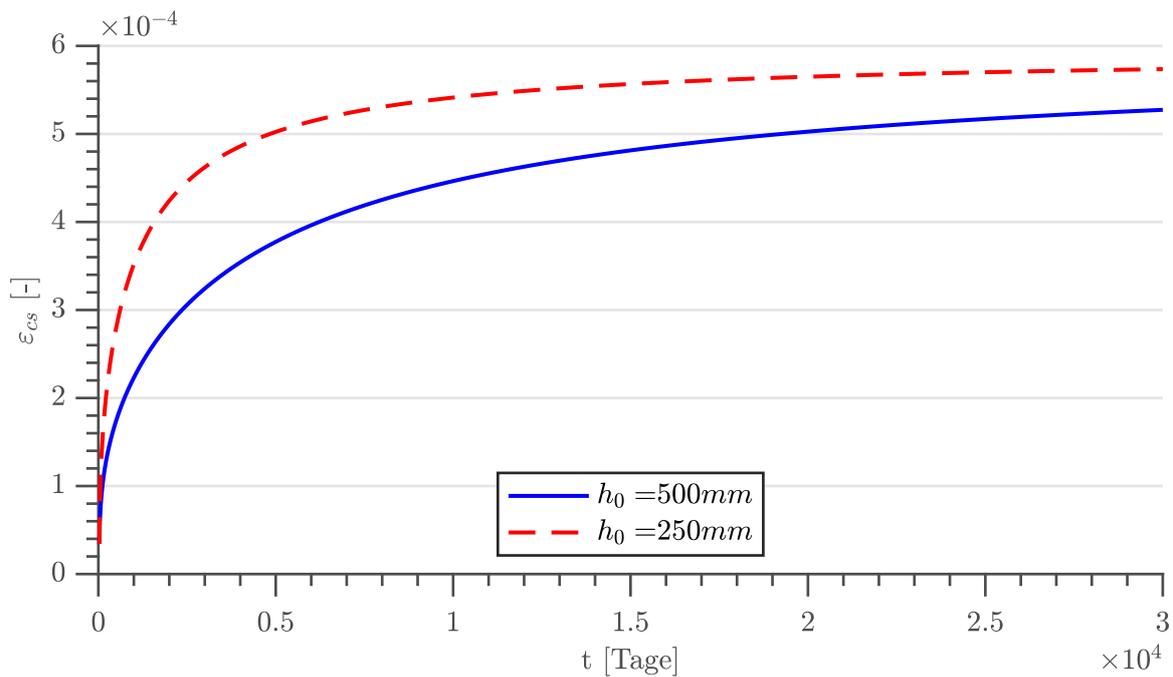


Abb. 3.55: Schwinddehnungsverläufe nach Model Code 2010

3.17.3 Literatur Analyse

Um eine bessere Vorhersage der Kriechdehnung in Modellen zu erreichen, muss der Parameter Betondruckfestigkeit, der nur als Ersatz für wesentliche Einflüsse (wie zum Beispiel Wasser-Zement-Faktor oder Zementgehalt) dient, verbessert oder ausgetauscht werden. Da viele Parameter zum Zeitpunkt der Berechnung dem Ingenieur nicht bekannt sind, stellt dieser Sachverhalt eine große Herausforderung dar [25].

Obwohl mit dem neuen Exponenten in der Zeitfunktion eine Verbesserung des Vorhersagemodells für Kriechdehnungen für den Fall von Entlastungen erzielt werden konnte (Produktansätze weisen bei Entlastungen nach einiger Zeit zunehmende Dehnungen auf), weist dieser Ansatz ebenfalls in sehr speziellen Fällen ein geringes Maß an sogenanntem Dehnungswechsel auf. Somit könnte durch eine weitere Optimierung der Zeitfunktion das Kriechmodell verbessert werden [25].

Eine weitere Verbesserung kann durch die Erforschung des Kriechverhaltens bei unterschiedlichen Umgebungsbedingungen erreicht werden [25].

Eine neue Technik (Kleinwinkel Röntgen Technik) könnte in Zukunft ein besseres Verständnis für die Vorgänge innerhalb des Betons beim Kriechprozess erzielen. Mit einem besseren Verständnis der Vorgänge könnten bessere Modelle erzielt werden [25].

Die Vorhersage der Schwinddehnung des Model Codes 2010 könnte nach [25] verbessert werden, wenn genauere Informationen über den Zementtyp und Zusätze wie Silikastaub, Flugasche oder Hochofenschlacke einfließen würden. Bei Ersetzen des Parameters der Betondruckfestigkeit durch die Parameter Wasser-Zement-Faktor, Zementgehalt und dem Gehalt sowie dem Typ der Zusätze könnte ebenfalls eine Verbesserung erzielt werden. Allerdings sind derartige Informationen dem Planer zum Zeitpunkt der Berechnung meist nicht bekannt und somit wird auf diese verzichtet. Eine weitere Verbesserung könnte durch die Berücksichtigung des Zeitpunkts des Beginns der Trocknung als wesentliche Komponente im Modell erreicht werden. Allerdings konnte für normale Dauern der feuchten Aushärtung kein signifikanter Einfluss dieses Parameters auf die Größe des Schwindens festgestellt werden. Da der Ansatz für den Einfluss der Selbsttrocknung bei hochfestem Beton auf die Unterscheidung zwischen Schwind- und Quellverformungen grob entwickelt wurde, empfiehlt [25], diesen auf Grundlage von systematischen Messungen der inneren relativen Luftfeuchtigkeit des Betons und der langfristigen Verformungen unter verschiedenen Lagerungsbedingungen weiterzuentwickeln. In [25] wird zudem darauf hingewiesen, dass die Modellentwicklung auf Basis von Versuchsergebnissen entwickelt wird. Diese unterscheiden sich regional, da Schwindversuchsergebnisse zwischen Europa und Amerika differieren. Dies resultiert in einer möglichen Abweichung von 20 % der Vorhersage der Schwinddehnung des Model Codes 2010 außerhalb von Europa [25].

Kapitel 4

Gegenüberstellung der Kriech- und Schwindmodelle der vorgestellten Normen

4.1 Berücksichtigte Parameter der Berechnungsmodelle

In Tabelle 4.1 sind die berücksichtigten Parameter der vorgestellten Kriechmodelle zusammengefasst.

4.2 Gültigkeitsgrenzen der Berechnungsmodelle

In Tabelle 4.2 sind die Gültigkeitsgrenzen für die Betonfestigkeiten, die Druckspannungen, die relative Luftfeuchtigkeit und die mittlere Temperatur der vorgestellten Modelle zusammengefasst.

Tab. 4.1: Übersicht der berücksichtigten Parameter in den vorgestellten Kriechmodellen

Modelle	RH	QW	f_c	ZT	t_0	t	T.w.A.	W/Z	c	BK	ZS	T.w.B.	τ	MSB
Ansatz nach Dischinger														
DIN 4227:1953	×	×	×	×										
CEB/FIP Empfehlungen (1970)	×	×		×	×	×	×	×	×					
DIN 1045:1972	×	×		×	×	×	×			×				
DIN 4227:1973	×	×		×	×	×	×			×				
Model Code 1978	×	×	×	×	×	×	×			×				
DIN 4227:1979	×	×		×	×	×	×			×				
DIN 4227-1:1988	×	×		×	×	×	×			×				
CEB 1990 (Verbessertes CEB MC 78 Ansatz)	×	×		×	×	×	×			×	×	×		
CEB 1990 (Überarbeiteter Summationsansatz)	×	×	×	×	×	×	×				×		×	
Model Code 1990	×	×	×	×	×	×	×					×		
DIN 1045:2001	×	×	×	×	×	×	*				×		*	
DIN EN 1992-1-1	×	×	×	×	×	×	×				×		*	
DIN EN 1992-2			×	×	×	×								×
DIN 1045:2008	×	×	×	×	×	×	*				×		*	
Model Code 2010	×	×	×	×	×	×	×				×		×	

Mit den Abkürzungen: RH = rel. Luftfeuchtigkeit, QW = Querschnittswerte, f_c = Druckfestigkeit, ZT = Zementtyp, t_0 = Betonalter zum Zeitpunkt der Belastung, t = Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt, W/Z = Wasser-Zement-Faktor, c = Zementgehalt, T.w.A. = Temperatur während Aushärtung, BK = Betonkonsistenz, ZS = Zuschlagstoffe, T.w.B. = Temperatur während Belastung, τ = Betonalter zum Spannungswechsel, MSB = Microsilicabeton

× = Parameter wird in Modell berücksichtigt, * = Verweis auf Model Code 1990

Tab. 4.2: Ausgewählte Gültigkeitsgrenzen der vorgestellten Modelle

Modelle	Betonfestigkeiten	Druckspannungen	rel. Luftfeuchtigkeit	m. Temperatur
Ansatz nach Dischinger	k.A.	< 80 kg/cm ²	k.A.	k.A.
DIN 4227:1953	k.A.	i.d.G.	k.A.	k.A.
CEB/FIP Empfehlungen (1970)	k.A.	< 40 % BBS	30 % - 100 %	≤ 45 °C
DIN 1045:1972	k.A.	i.d.G.	40 % - 100 %	k.A.
DIN 4227:1973	k.A.	< 0,6 · f_{ckj}	40 % - 100 %	0 °C - 30 °C
Model Code 1978	k.A.	< 0,4 · f_{ckj}	40 % - 100 %	k.e.k.o.h.T.
DIN 4227:1979	k.A.	< 0,6 · f_{ckj}	40 % - 100 %	0 °C - 30 °C
DIN 4227-1:1988	k.A.	< 0,6 · f_{ckj}	40 % - 100 %	0 °C - 30 °C
CEB 1990 (Verbesserter CEB MC 78 Ansatz)	k.A.	< 0,4 · f_{ckj}	40 % - 100 %	k.A.
CEB 1990 (Überarbeiteter Summationsansatz)	20 MPa ≤ f_{cm} ≤ 70 MPa	< 0,4 · $f_c(t_0)$	40 % - 100 %	5 °C - 30 °C
Model Code 1990	12 MPa ≤ f_{cm} ≤ 80 MPa	≤ 0,4 · $f_{cm}(t_0)$	40 % - 100 %	5 °C - 30 °C
DIN 1045:2001	- C 100/115	< 0,45 · f_{ckj}	40 % - 100 %	10 °C - 30 °C
DIN EN 1992-1-1	C 20/25 - C 90/105	< 0,45 · $f_{ck}(t_0)$	40 % - 100 %	-40 °C - 40 °C
DIN EN 1992-2	$f_{ck} > 50$ N/mm ²	k.A.	k.A.	k.A.
DIN 1045:2008	- C 100/115	< 0,45 · f_{ckj}	40 % - 100 %	10 °C - 30 °C
Model Code 2010	20 MPa ≤ f_{cm} ≤ 130 MPa	≤ 0,4 · $f_{cm}(t_0)$	40 % - 100 %	5 °C - 30 °C

Mit den Abkürzungen: k.A. = keine Angabe, i.d.G. = innerhalb der Gebrauchsspannungen,
BBS = Betonbruchspannung, k.e.k.o.h.T. = keine extrem kalten oder heißen Temperaturen

4.3 Parameterabhängigkeiten und Grenzwerte der Kriechmodelle

Für ein besseres Verständnis der Einflüsse der einzelnen Parameter für die nachfolgenden Kurvenvergleiche ausgewählter Kriechmodelle werden diese vorab diskutiert.

4.3.1 CEB/FIP Empfehlungen (1970)

Die Kriechzahl in den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) kann durch eine Multiplikation von vier unabhängigen Parametern, die den Kriechendwert ergeben, mit einer Zeitfunktion berechnet werden. Diese Parameter weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzwerte auf:

- Der Kriechendwert lässt sich durch das Produkt der vier Koeffizienten k_d , k_c , k_b und k_e ermitteln.
- Im Diagramm für die Ermittlung von k_d sind zwei Kurven in Abhängigkeit vom Belastungsalter des Betons und der Zementart angegeben. Für hochfesten Zement verschiebt sich die Kurve im Vergleich zu normalen Zement in Richtung kleinerer Werte für k_d . Die Kurven stellen hyperbolische Funktionen dar. Je höher das Belastungsalter des Betons ist, desto kleiner ist k_d . Für Temperaturen $\neq 20$ °C während der Aushärtung des Betons muss das Belastungsalter mit dem Aushärtungsgrad ersetzt werden. Dieser ist abhängig von der auftretenden Temperatur T und der Anzahl der Tage an denen T auftritt. Je größer die Temperatur ist, desto kleiner ist k_d .
- k_c ist abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit RH und stellt eine quadratische Funktion dar. Die Grenzen sind 100 % mit $k_c = 1$ und 30 % mit $k_c = 3,2402$. Je kleiner die relative Luftfeuchtigkeit desto größer ist k_c .
- Der Parameter k_b berücksichtigt den Einfluss der Betonparameter Wasser/Zement-Faktor W/Z und Zementgehalt c . Im Diagramm von k_b ist eine Kurvenschar zu sehen, deren Kurven annähernd lineare Funktionen darstellen. Abhängig vom Zementgehalt muss eine Kurve gewählt werden. Für einen höheren Zementgehalt ergibt sich eine Kurve mit einer steileren Funktion für k_b , aber auch eine Verschiebung der Kurve zu kleineren W/Z -Werten. Der Wert k_b ergibt sich anschließend mit dem Wasser/Zement-Faktor. Je höher der Wasser/Zement-Faktor ist, desto größer ist k_b .
- k_e stellt eine hyperbolische Funktion dar und ist abhängig vom Betonquerschnitt mit der theoretischen Dicke e_m . Die Grenzen sind $e_m = 5$ cm mit $k_e = 1,20$ und $e_m = 50$ cm mit $k_e = 0,70$. Somit sinkt k_e bei größeren Querschnitten.
- Die zeitliche Entwicklung k_t ist abhängig vom Betonquerschnitt mit der theoretischen Dicke e_m und der Belastungsdauer t . k_t steigt mit zunehmender Belastungsdauer. In Abhängigkeit von e_m sind im Diagramm für k_t mehrere Kurven in einer Kurvenschar angegeben. Dies berücksichtigt einen schnelleren Anstieg von k_t für kleiner werdende Querschnitte. Alle Kurven weisen den Startpunkt 0 und den Grenzwert 1 für $t \rightarrow \infty$ auf. Somit konvergiert die Berechnung der Kriechzahl gegen den Kriechendwert.

- Der Elastizitätsmodul, der für die Ermittlung der Kriechdehnung benötigt wird, ist in diesem Modell abhängig von der durchschnittlichen Zylinderdruckfestigkeit R'_{b28} . Je größer die Zylinderdruckfestigkeit ist, desto größer ist der Elastizitätsmodul.

4.3.2 Model Code 1978

Die Kriechzahl nach Model Code 1978 wird durch die Summe der Terme $\beta_a(t_0)$, $\varphi_d \cdot \beta_d(t - t_0)$ und $\varphi_f \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$ berechnet. Diese Parameter weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzwerte auf:

- $\beta_a(t_0)$ stellt den irreversiblen Teil der Verformung dar und ist abhängig vom Verhältnis der Druckfestigkeit $f_c(t_0)$ zum Endwert der Druckfestigkeit $f_{c\infty}$. $f_c(t_0)$ ist abhängig vom Belastungsalter des Betons. Somit steigt das Verhältnis mit dem Belastungsalter an. Dies bewirkt eine Verringerung der Werte für β_a .
- φ_d stellt den verzögerten Elastizitätsmodul dar und wird mit einem fixen Wert von 0,4 angenommen.
- Die Zeitfunktion $\beta_d(t - t_0)$ beschreibt somit die zeitliche Entwicklung der verzögerten elastischen Dehnung. Diese ist eine hyperbolische Funktion und ist abhängig von der Belastungsdauer $(t - t_0)$. Die Grenzwerte sind $(t - t_0) = 1$ mit $\beta_d(t - t_0) = 0,25$ und $(t - t_0) \rightarrow \infty$ mit $\beta_d(t - t_0) = 1$. Somit konvergiert die Funktion gegen φ_d und steigt mit einer steigenden Belastungsdauer $(t - t_0)$ an.
- φ_f ist der Fließkoeffizient und ergibt sich aus dem Produkt der Parameter φ_{f1} und φ_{f2} .
- φ_{f1} ist eine lineare Funktion und ist abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit RH und der Betonkonsistenz. Die Grenzen sind 100 % mit $\varphi_{f1} = 0,8$ und 40 % mit $\varphi_{f1} = 3,0$. Je kleiner die Luftfeuchtigkeit desto größer ist φ_{f1} . Eine andere Betonkonsistenz als plastisch führt zu einer Erhöhung (halbflüssig) oder Reduktion (steif) der ermittelten Werte um 25 %.
- Die Querschnittsgröße mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 beeinflusst φ_{f2} . Die Grenzwerte sind $h_0 \leq 50$ mm mit $\varphi_{f2} = 1,85$ und $h_0 \geq 1600$ mit $\varphi_{f2} = 1,12$. Somit sinkt φ_{f2} mit steigendem Querschnitt.
- Die wirksame Querschnittsdicke h_0 ist in diesem Modell abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit. Das wird durch den Koeffizienten λ berücksichtigt. Die Grenzen sind 100 % mit $\lambda = 30$ und 40 % mit $\lambda = 1$. Je größer die relative Luftfeuchtigkeit desto größer ist die wirksame Querschnittsdicke.
- Im Diagramm für die zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung β_f sind mehrere Kurven in Abhängigkeit von der Querschnittsgröße mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 angegeben. Dies berücksichtigt einen schnelleren Anstieg von β_f für kleiner

werdende Querschnitte. Alle Kurven sind abhängig vom Betonalter. Hier werden die Betonalter t (zum betrachteten Zeitpunkt) und t_0 (Belastungszeitpunkt) getrennt ermittelt. β_f steigt mit zunehmendem Betonalter. Die Kurven weisen den Startpunkt 0 und den Grenzwert 1 für $t \rightarrow \infty$ auf. Somit konvergiert die Zeitfunktion gegen φ_f .

- Die Betonalter t zum betrachteten Zeitpunkt und t_0 zum Belastungszeitpunkt müssen für Umgebungstemperaturen von $\neq 20$ °C bei der Aushärtung des Betons modifiziert werden. Das modifizierte Betonalter ist abhängig von der auftretenden Temperatur T , der Anzahl der Tage, an denen T auftritt, und vom Zementtyp. Je größer die Temperatur ist und je schneller der Zement erhärtet (Zementtyp), desto größer ist das modifizierte Betonalter.
- Die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} beeinflusst den Elastizitätsmodul, der für die Ermittlung der Kriechdehnungen benötigt wird. Je größer die Zylinderdruckfestigkeit ist, desto größer ist der Elastizitätsmodul.

4.3.3 Model Code 1990

Die Kriechzahl nach Model Code 1990 kann durch eine Multiplikation des Kriechendwerts in Abhängigkeit von drei unabhängigen Parametern und einer Zeitfunktion ermittelt werden. Diese Parameter weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzwerte auf:

- Der Kriechendwert kann aus der Grundzahl des Kriechens φ_0 berechnet werden. Diese ergibt sich durch eine Multiplikation der drei Parameter φ_{RH} , $\beta(f_{cm})$ und $\beta(t_0)$.
- φ_{RH} koppelt die relative Luftfeuchtigkeit RH mit der wirksamen Bauteildicke h . Somit wird berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit auf die Kriechzahl für $h \rightarrow \infty$ verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100$ % verschwindet. Bei einem konstanten Wert für h wird φ_{RH} zu einer linearen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Je kleiner die relative Luftfeuchtigkeit und je größer die Querschnittsgröße ist, desto größer ist φ_{RH} .
- $\beta(f_{cm})$ ist eine hyperbolische Funktion und ist abhängig von der Betonfestigkeit f_{cm} . Die Grenzwerte sind $f_{cm} = 12$ MPa mit $\beta(f_{cm}) = 4,84$ und $f_{cm} = 80$ MPa mit $\beta(f_{cm}) = 1,88$. Je größer die Betonfestigkeit f_{cm} desto kleiner ist $\beta(f_{cm})$.
- $\beta(t_0)$ ist eine hyperbolische Funktion und ist abhängig vom Belastungsalter t_0 . Die Grenzwerte sind $\beta(t_0) = 10$ für $t_0 \rightarrow 0$ und $\beta(t_0) = 0$ für $t_0 \rightarrow \infty$. Je größer das Belastungsalter t_0 desto kleiner ist $\beta(t_0)$.
- Das Belastungsalter t_0 für $\beta(t_0)$ muss für Umgebungstemperaturen von $\neq 20$ °C bei der Aushärtung des Betons und in Abhängigkeit vom Zementtyp modifiziert werden. Das modifizierte Betonalter ist abhängig von der auftretenden Temperatur T , der Anzahl der Tage an denen T auftritt und vom Zementtyp. Je größer die Temperatur ist und je schneller der Zement erhärtet (Zementtyp), desto größer ist das modifizierte Betonalter.

- Die hyperbolische Zeitfunktion $\beta_c(t - t_0)$ ist abhängig von der Belastungsdauer $(t - t_0)$ und vom Koeffizienten β_H . β_H koppelt die relative Luftfeuchtigkeit und die Querschnittsgröße mit der Zeitfunktion. Je größer die relative Luftfeuchtigkeit und je größer die Querschnittsgröße, desto kleiner ist $\beta_c(t - t_0)$. $\beta_c(t - t_s)$ steigt mit einer steigenden Belastungsdauer $(t - t_0)$. Die Grenzen sind 0 für $(t - t_0) \rightarrow 0$ und 1 für $(t - t_0) \rightarrow \infty$. Somit konvergiert die Berechnung der Kriechzahl gegen den Kriechendwert.
- Der Elastizitätsmodul für die Ermittlung von Kriechdehnungen weist die gleichen Abhängigkeiten auf wie im Model Code 1978.

4.3.4 DIN 1045-1:2001

Die Ermittlung der Kriechzahl in der DIN 1045-1:2001 ist sehr ähnlich zum Berechnungsmodell des Model Code 1990. Da dieses Modell auch für hochfeste Betone geeignet ist, wurden kleine Anpassungen implementiert und die obere Grenze der Druckfestigkeit auf $\leq f_{cm} = 108$ MPa erhöht. Nachfolgend werden nur die Abweichungen der Parameter angeführt:

- φ_{RH} ist bis auf kleine Unterschiede der Formulierung im Model Code 1990 sehr ähnlich. Zusätzlich fließen die Parameter α_1 und α_2 in die Ermittlung von φ_{RH} ein. Diese stellen hyperbolische Funktionen dar und sind abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} . Größere Druckfestigkeiten bewirken kleinere Werte von φ_{RH} .
- Bei der Ermittlung der Zeitfunktion $\beta_c(t - t_0)$ fließt in β_H ebenfalls ein zusätzlicher Parameter α_3 ein. Die hyperbolische Funktion α_3 ist wieder abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} . Größere Druckfestigkeiten bewirken kleinere Werte für β_H und somit größere Werte für $\beta_c(t - t_0)$.

4.3.5 DIN EN 1992-1-1

Die Ermittlung der Kriechzahl in der DIN EN 1992-1-1 ist für Druckfestigkeiten $f_{cm} \leq 35$ N/mm² bis auf kleine Unterschiede ident zum Berechnungsmodell des Model Code 1990. Für Druckfestigkeiten $f_{cm} > 35$ N/mm² fließen die gleichen Parameter $\alpha_{(1-3)}$ wie in der DIN 1045-1:2001 ein.

4.3.6 Model Code 2010

Die Kriechzahl setzt sich nach Model Code 2010 aus den zwei Anteilen Grundkriechen und Trocknungskriechen zusammen. Somit weist die Berechnung zwei unabhängige Kriechendwerte und Zeitfunktionen auf. Die Parameter für die Ermittlung dieser Werte weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzen auf:

- Der Kriechendwert zufolge Grundkriechen kann durch $\beta_{bc}(f_{cm})$ ermittelt werden. Dieser stellt eine hyperbolische Funktion dar und ist abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} .

Die Grenzwerte sind $f_{cm} = 20$ MPa mit $\beta_{bc}(f_{cm}) = 0,22$ und $f_{cm} = 130$ MPa mit $\beta_{bc}(f_{cm}) = 0,06$. Je größer die Druckfestigkeit desto größer ist $\beta_{bc}(f_{cm})$.

- Die Zeitfunktion für das Grundkriechen $\beta_{bc}(t, t_0)$ ist abhängig von der Belastungsdauer $(t - t_0)$ und dem Belastungsalter t_0 . Die Funktion stellt eine logarithmische Funktion dar und weist die Grenzen 0 für $(t - t_0) \rightarrow 0$ und ∞ für $(t - t_0) \rightarrow \infty$. Somit divergiert die Zeitfunktion $\beta_{bc}(t, t_0)$ und wird mit der Zeit immer größer. Die Werte von $\beta_{bc}(t, t_0)$ steigen mit zunehmender Belastungsdauer $(t - t_0)$. Ein größeres Belastungsalter t_0 bewirkt kleinere Werte von $\beta_{bc}(t, t_0)$.
- Der Kriechendwert zufolge Trocknungskriechen wird durch Multiplikation der drei Parameter $\beta_{dc}(f_{cm})$, $\beta(RH)$ und $\beta_{dc}(t_0)$ ermittelt.
- $\beta_{dc}(f_{cm})$ ist abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} und stellt eine hyperbolische Funktion dar. Die Grenzwerte sind $f_{cm} = 20$ MPa mit $\beta_{dc}(f_{cm}) = 6,22$ und $f_{cm} = 130$ MPa mit $\beta_{dc}(f_{cm}) = 0,45$. Je größer die Druckfestigkeit desto kleiner ist $\beta_{dc}(f_{cm})$.
- $\beta(RH)$ koppelt die relative Luftfeuchtigkeit RH mit der wirksamen Querschnittsdicke h . Somit wird berücksichtigt, dass der Effekt der relativen Luftfeuchtigkeit auf die Kriechzahl für $h \rightarrow \infty$ verringert wird und umgekehrt der Effekt der Querschnittsgröße bei $RH = 100\%$ verschwindet. Bei einem konstanten Wert für h wird $\beta(RH)$ zu einer linearen Funktion und umgekehrt für einen konstanten Wert für RH zu einer hyperbolischen Funktion. Je kleiner die relative Luftfeuchtigkeit und je kleiner die Querschnittsgröße ist, desto größer ist $\beta(RH)$.
- $\beta_{dc}(t_0)$ ist eine hyperbolische Funktion und ist abhängig vom Belastungsalter t_0 . Die Grenzwerte sind $\beta(t_0) = 10$ für $t_0 \rightarrow 0$ und $\beta(t_0) = 0$ für $t_0 \rightarrow \infty$. Je größer das Belastungsalter t_0 desto kleiner ist $\beta_{dc}(t_0)$.
- Die hyperbolische Zeitfunktion $\beta_{dc}(t - t_0)$ ist abhängig von der Belastungsdauer $(t - t_0)$, vom Parameter β_h und dem Exponenten $\gamma(t_0)$. β_h koppelt die Druckfestigkeit f_{cm} und die Querschnittsgröße mit der wirksamen Querschnittsdicke h mit der Zeitfunktion. Je größer die Querschnittsgröße und je kleiner die Druckfestigkeit f_{cm} , desto kleiner ist $\beta_{dc}(t - t_0)$. $\beta_{dc}(t - t_0)$ steigt mit einer steigenden Belastungsdauer $(t - t_0)$. Die Grenzen sind 0 für $(t - t_0) \rightarrow 0$ und 1 für $(t - t_0) \rightarrow \infty$. Somit konvergiert die Zeitfunktion gegen den Kriechendwert zufolge Trocknungskriechen. Der Exponent $\gamma(t_0)$ ist abhängig vom Belastungszeitpunkt t_0 . $\gamma(t_0)$ weist die Grenzwerte 0 für $t_0 \rightarrow 0$ und 0,435 für $t_0 \rightarrow \infty$ auf. Somit nimmt die Zeitfunktion $\beta_{dc}(t - t_0)$ mit steigendem Belastungszeitpunkt t_0 zu.
- Das Belastungsalter t_0 für $\beta_{bc}(t_0)$, $\beta_{dc}(t_0)$ und $\gamma(t_0)$ muss für Umgebungstemperaturen von $\neq 20$ °C bei der Aushärtung des Betons und in Abhängigkeit vom Zementtyp modifiziert werden. Das modifizierte Betonalter ist abhängig von der auftretenden Temperatur T , der Anzahl der Tage an denen T auftritt und vom Zementtyp. Je größer die Temperatur ist und je schneller der Zement erhärtet (Zementtyp), desto größer ist das modifizierte Betonalter.

- In die Ermittlung der Kriechdehnungen fließt der Elastizitätsmodul ein. Dieser ist abhängig von der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} . Je größer die Zylinderdruckfestigkeit ist, desto größer ist der Elastizitätsmodul.

4.4 Kurvenvergleiche der Kriechmodelle

Nachfolgend werden die Kriechzahl- und die Kriechdehnungsverläufe verglichen, die bereits in Kapitel 3 unter verschiedenen Spannungsverläufen nach Abb. 4.1 in den jeweiligen Modellen mit zwei unterschiedlichen Betonquerschnitten angeführt wurden. In den Kriechdehnungsverläufen werden die elastischen Dehnungen zum Zeitpunkt der Lastaufbringung nicht dargestellt. Die jeweiligen individuellen Eingangsparameter sind in den entsprechenden Kapiteln zu finden. In Anhang A wurden zusätzlich Kriechzahlen und Kriechdehnungen zu bestimmten Zeitpunkten für die gegebenen Berechnungen ermittelt. Diese sind in Form von Tabellen angeführt.

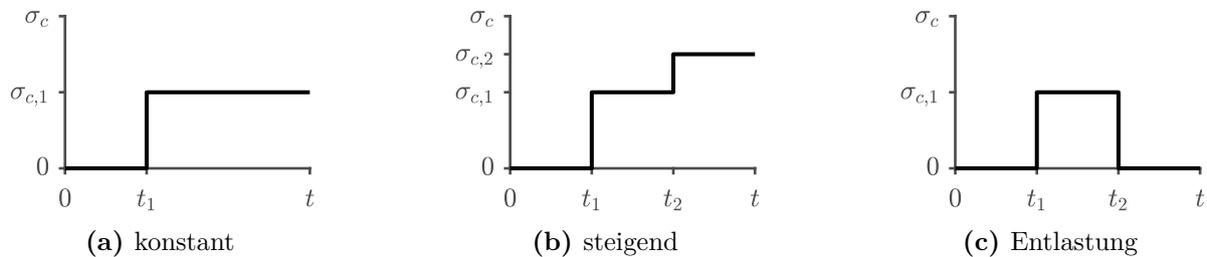


Abb. 4.1: Spannungsverläufe

4.4.1 Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung

Die Zeitangaben und Querschnittsgrößen der Kurvenvergleiche werden vorab kurz zusammengefasst:

- Zeit/Spannungsangaben: mit $t_1 = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage nach Abb. 4.1a
 - Abb. 4.2 - Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
 - Abb. 4.3 - Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

Die größten Abweichungen der Kriechzahlverläufe weisen in Abb. 4.2 und 4.3 die Kurven der CEB/FIP Empfehlungen (1970) und des Model Code 1978 auf. Für einen Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) ergeben sich die Kriechzahlen nach Tabelle A.1 für einen Trägerquerschnitt 1,81 nach den CEB/FIP Empfehlungen (1970) und 2,76 nach dem Model Code 1978. Im Vergleich mit der Kriechzahl nach dem Model Code 2010 mit 2,36 weichen diese um 23,44 % (CEB/FIP-Empfehlungen (1970)) und 16,74 % (Model Code 1978) ab. Dies kann durch eine nicht ausreichend genaue Kalibrierung der Parameter begründet werden.

Die Kriechzahlkurven des Model Code 1990 und der DIN EN 1992-1-1 sind ident, da bei den Berechnungen nach der DIN EN 1992-1-1 für Druckfestigkeiten von $f_{cm} \leq 35$ N/mm² die zusätzlichen Parameter $\alpha_{(1-3)}$ nicht berücksichtigt werden. Die DIN 1045-1:2001 weist keine großen Abweichungen von den Kurven des Model Code 1990 auf.

Beim Verlauf der Kriechzahlkurve des Model Code 2010 ist zu sehen, dass diese nach ca. 5000 Tagen die größte Steigung aufweist. Dies resultiert aus der getrennten Berücksichtigung von Trocknungskriechen und Grundkriechen. Die Zeitfunktion des Grundkriechens konvergiert nicht gegen einen Endwert und steigt somit kontinuierlich an. Die anderen Modelle weisen wesentlich geringere Steigungen nach ca. 5000 Tagen auf.

In den ersten 1000 Tagen steigt die Kriechzahlkurve des Model Code 1978 am langsamsten an.

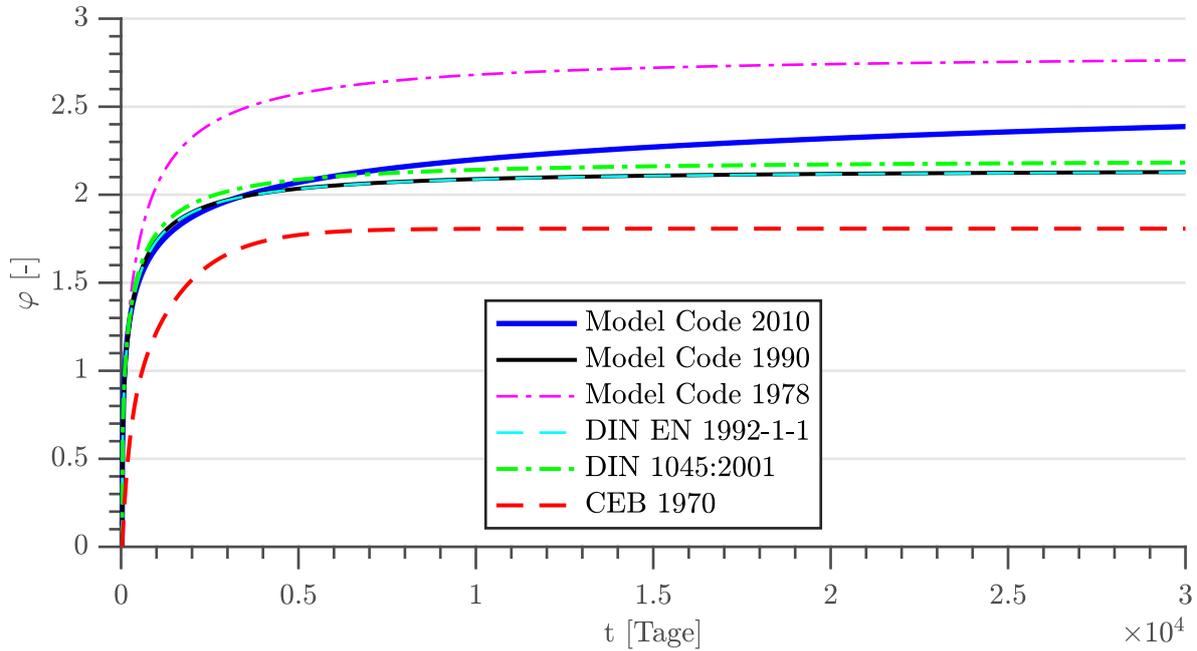


Abb. 4.2: Vergleich von Kriechzahlverläufen mit konstanter Spannung mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)

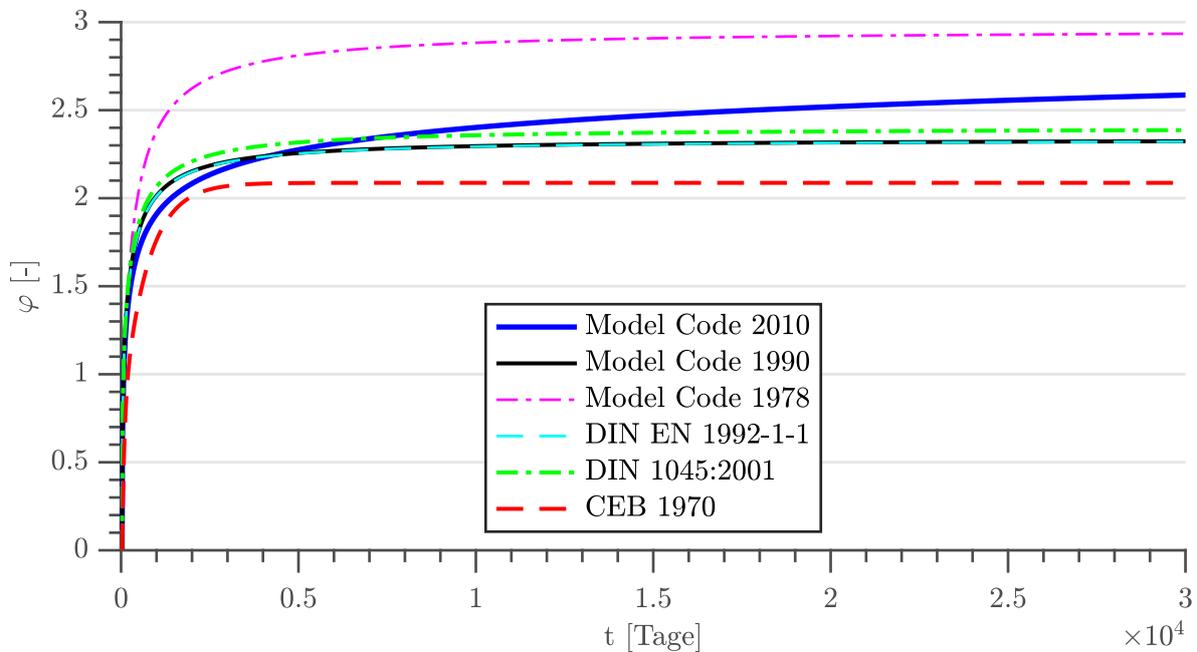


Abb. 4.3: Vergleich von Kriechzahlverläufen mit konstanter Spannung mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)

4.4.2 Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung

Für die Kurvenvergleiche werden die Zeitangaben und Querschnittsgrößen vorab kurz zusammengefasst:

- Zeit/Spannungsangaben: mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $\sigma_{c,2} = 0,3 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 500$ Tage nach Abb. 4.1b
 - Abb. 4.4 - Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
 - Abb. 4.5 - Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

Im Fall von steigenden Spannungen (siehe Abb. 4.1b) muss die Kriechdehnung zufolge der Spannung $\sigma_{c,1}$ ab dem Zeitpunkt t_1 mit der Kriechdehnung $\Delta\sigma = \sigma_{c,2} - \sigma_{c,1}$ ab dem Zeitpunkt t_2 nach dem Superpositionsgesetz kombiniert werden.

In allen Modellen sind die Kriechendwerte zufolge der Spannungssteigerung zum Zeitpunkt t_2 kleiner als für die Spannung zum Zeitpunkt t_1 , da das Belastungsalter in der Berechnung berücksichtigt wird. Die Zeitfunktionen sind bei allen Modellen bis auf den Model Code 2010 für beide Zeitpunkte ident.

In Abb. 4.4 und 4.5 weichen die Kriechdehnungskurven der CEB/FIP Empfehlungen (1970) stark von den anderen Modellen ab. Im Vergleich zu den Kurven unter einer konstanten Spannung, wurde der betrachtete Zeitpunkt t hier mit 500 Tage gewählt um die Steigung besser darzustellen. In Abb. 4.2 und 4.3 ist zu sehen, dass der Verlauf der Kriechzahl nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) unter einer konstanten Spannung ebenfalls langsamer ansteigt als bei den anderen Modellen. Dieser Umstand und die ohnehin niedrigeren Kriechendwerte resultieren in einer deutlich niedrigeren Kurve.

Die Abweichung der Kriechdehnung für einen Zeitpunkt von 500 Tagen nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) beträgt für einen Trägerquerschnitt 47,91 % im Vergleich zum Model Code 2010. Dieser wird bis zu einem Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) auf 36,93 % verringert.

Die Kriechdehnungskurve nach dem Model Code 1978 scheint zum Zeitpunkt $t = 500$ Tage keine große Abweichung von den anderen Modellen aufzuweisen. Allerdings beträgt die Kriechdehnung für einen Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) nach Tabelle A.2 für einen Trägerquerschnitt $7,99 \cdot 10^{-4}$ und weist im Vergleich zum Model Code 2010 ($6,48 \cdot 10^{-4}$) eine Abweichung von 23,25 % auf.

Obwohl die Kriechzahlkurven für konstante Spannungen nach Model Code 1990 und DIN EN 1992-1-1 im vorherigen Vergleich ident waren, unterscheiden sich hier die Kriechdehnungskurven. Dies resultiert aus leicht unterschiedlichen Elastizitätsmoduln.

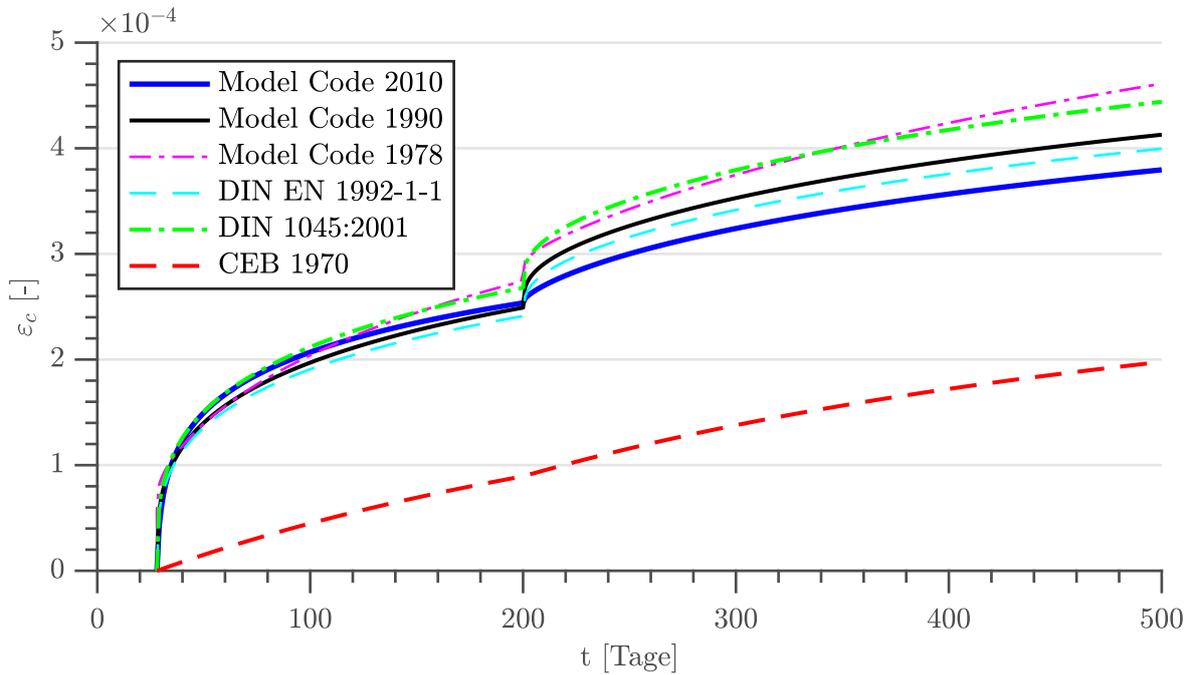


Abb. 4.4: Vergleich von Kriechdehnungsverläufen mit steigender Spannung mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)

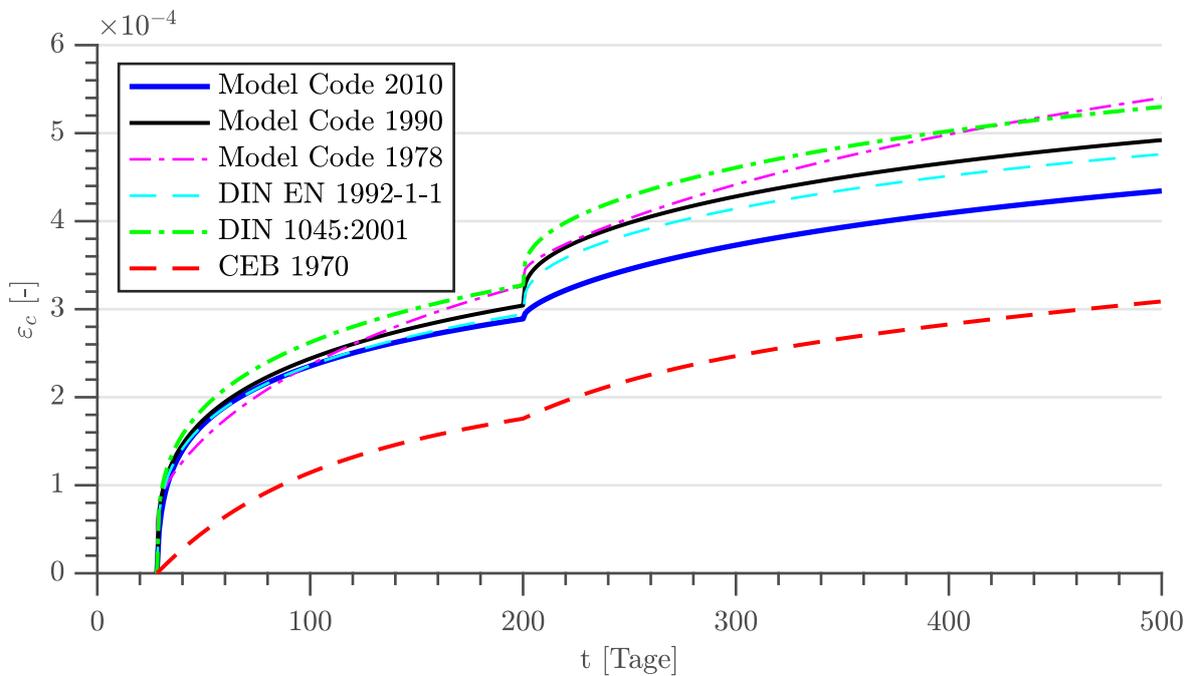


Abb. 4.5: Vergleich von Kriechdehnungsverläufen mit steigender Spannung mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)

4.4.3 Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung

Vorab werden die Zeitangaben und Querschnittsgrößen der Kurvenvergleiche kurz zusammengefasst:

- Zeit/Spannungsangaben: mit $\sigma_{c,1} = 0,2 \cdot f_{cm}$, $t_1 = 28$ Tage, $t_2 = 200$ Tage und $t = 2000$ Tage nach Abb. 4.1c
 - Abb. 4.6 - Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
 - Abb. 4.7 - Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

Im Fall der Entlastung (siehe Abb. 4.1c) wird die Spannung $\sigma_{c,1}$ zum Zeitpunkt t_1 auf den Betonkörper aufgebracht und ab dem Entlastungszeitpunkt t_2 mit der Spannung $-\sigma_{c,1}$ überlagert.

Hier ist in Abb. 4.6 und 4.7 nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) ein Charakteristikum von Produktansätzen zu sehen. Es kommt in Folge der Entlastung zu einem sogenannten „Kriechdehnungswechsel“. In diesem steigt die resultierende Kriechdehnung nach einem anfänglichen Absinken nach der Entlastung wieder an. Dies deckt sich auch mit den berechneten Kriechdehnungen in Tabelle A.3. Dieser Umstand lässt sich wie folgt analysieren. Die Kriechdehnung zufolge $\sigma_{c,1}$, aufgebracht zum Zeitpunkt t_1 , wird mit der gegensätzlichen Kriechdehnung zufolge $-\sigma_{c,1}$ zum Zeitpunkt t_2 überlagert. Der Kriechendwert zum Belastungszeitpunkt t_2 ist kleiner als zum Zeitpunkt t_1 . Zudem wird die gleiche Zeitfunktion für beide Kriechdehnungsverläufe verwendet. Somit ist der Einfluss der Kriechdehnung vom aufgebrauchten Zeitpunkt t_1 zu groß und bewirkt den „Kriechdehnungswechsel“.

Die Kriechdehnungskurven nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) sind hier ebenfalls bis zur Entlastung weitaus niedriger als bei den anderen Modellen, da die Entlastung zu einem Zeitpunkt von 200 Tagen angesetzt wurde und hier die gleichen Gegebenheiten auftreten wie bei den steigenden Spannungen.

Nach Model Code 1978 weist die Kriechdehnungskurve keinen „Kriechdehnungswechsel“ auf, da dieses Modell einen Summationsansatz darstellt und bis auf den Parameter $\beta_a(t_0)$ das Belastungsalter keinen direkten Einfluss aufweist.

Die Kriechdehnungskurven nach dem Model Code 1990, der DIN 1045-1:2001 und der DIN EN 1992-1-1 weisen ebenfalls geringfügige „Kriechdehnungswechsel“ auf. Diese sind in den Diagrammen noch zu erkennen und auch in Tabelle A.3 ersichtlich.

Da das Belastungsalter im Model Code 2010 sowohl in der Zeitfunktion für das Grundkriechen und das Trocknungskriechen berücksichtigt wird, konnte eine wesentliche Verbesserung im Bezug auf den „Kriechdehnungswechsel“ erzielt werden. Dennoch tritt nach Tabelle A.3 ein minimaler „Kriechdehnungswechsel“ auf, da die Kriechdehnung für einen Zeitpunkt von $t = 5000$ Tage $1,63 \cdot 10^{-4}$ und für $t = 25550$ Tage $1,64 \cdot 10^{-4}$ beträgt.

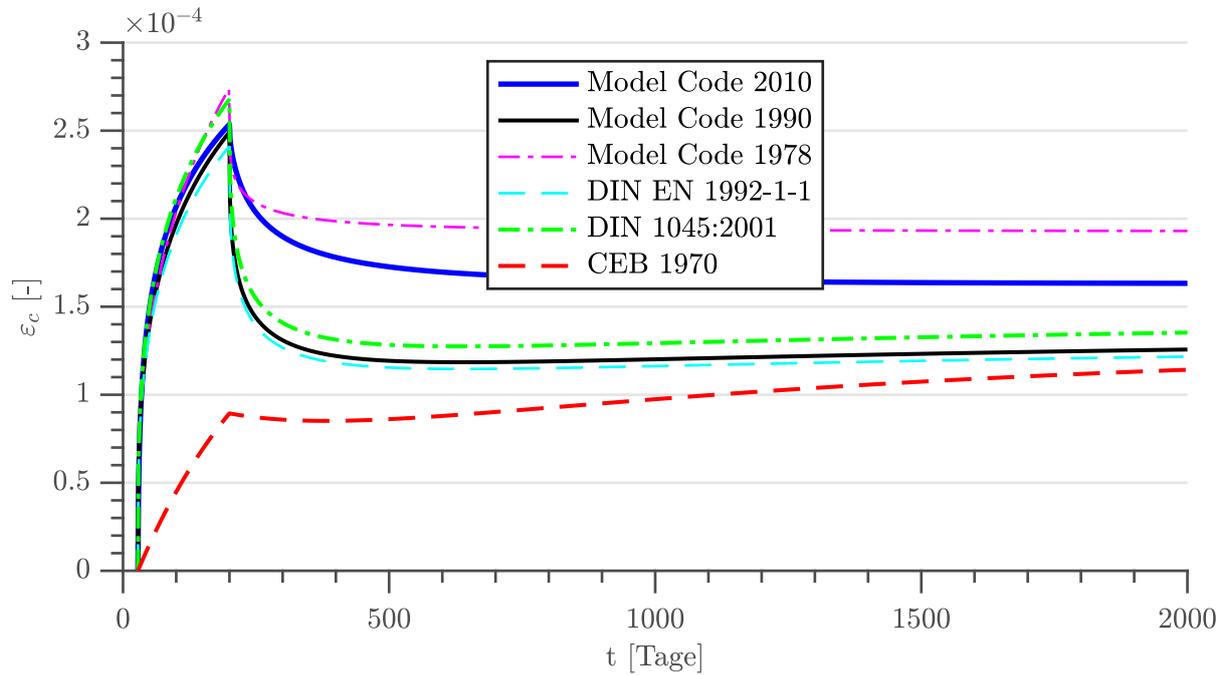


Abb. 4.6: Vergleich von Kriechdehnungsverläufen bei Entlastung mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)

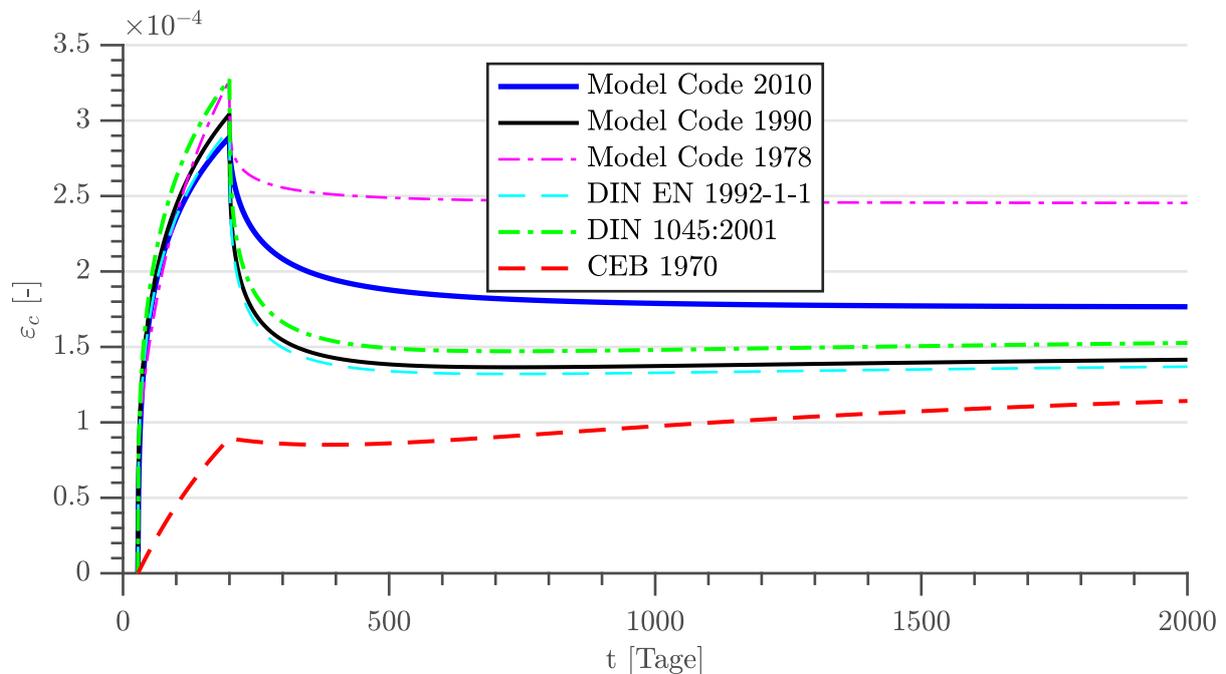


Abb. 4.7: Vergleich von Kriechdehnungsverläufen bei Entlastung mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)

4.5 Parameter der Schwindmodelle

Für ein besseres Verständnis der Einflüsse der einzelnen Parameter für die nachfolgenden Kurvenvergleiche ausgewählter Schwindmodelle werden diese vorab diskutiert.

4.5.1 CEB/FIP Empfehlungen (1970)

Die Schwinddehnung in den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) kann durch eine Multiplikation von vier unabhängigen Parametern, die den Schwindendwert ergeben, mit einer Zeitfunktion berechnet werden. Diese Parameter weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzwerte auf:

- Der Schwindendwert lässt sich durch das Produkt der vier Koeffizienten k_p , ε_c , k_b und k_e ermitteln.
- k_p würde die Längsbewehrung innerhalb des Querschnitts berücksichtigen. Je mehr Längsbewehrung vorhanden ist, desto kleiner wird der Koeffizient k_p . Eine Längsbewehrung wurde in dieser Berechnung nicht berücksichtigt. Somit ergibt sich $k_p = 1$.
- ε_c ist abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit RH und stellt eine quadratische Funktion dar. Die Grenzen sind 100 % mit $\varepsilon_c = 0$ und 40 % mit $\varepsilon_c = 4,0312 \cdot 10^{-4}$. Je kleiner die relative Luftfeuchtigkeit desto größer ist ε_c .
- Der Parameter k_b berücksichtigt den Einfluss der Betonparameter Wasser/Zement-Faktor W/Z und den Zementgehalt c . Im Diagramm von k_b ist eine Kurvenschar zu sehen, deren Kurven annähernd lineare Funktionen darstellen. Abhängig vom Zementgehalt muss eine Kurve gewählt werden. Für einen höheren Zementgehalt ergibt sich eine Kurve mit einer steileren Funktion für k_b , aber auch eine Verschiebung der Kurve zu kleineren W/Z -Werten. Der Wert k_b ergibt sich anschließend mit dem Wasser/Zement-Faktor. Je höher der Wasser/Zement-Faktor ist, desto größer ist k_b .
- k_e stellt eine hyperbolische Funktion dar und ist abhängig vom Betonquerschnitt mit der theoretischen Dicke e_m . Die Grenzen sind $e_m = 5$ cm mit $k_e = 1,20$ und $e_m = 50$ cm mit $k_e = 0,50$. Somit sinkt k_e bei größeren Querschnitten.
- Die zeitliche Entwicklung k_t ist abhängig vom Betonquerschnitt mit der theoretischen Dicke e_m und der Belastungsdauer t . k_t steigt mit zunehmender Belastungsdauer. In Abhängigkeit von e_m sind im Diagramm für k_t mehrere Kurven in einer Kurvenschar angegeben. Dies berücksichtigt einen schnelleren Anstieg von k_t für kleiner werdende Querschnitte. Alle Kurven weisen den Startpunkt 0 und den Grenzwert 1 für $t \rightarrow \infty$ auf. Somit konvergiert die Berechnung der Schwinddehnung gegen den Schwindendwert.

4.5.2 Model Code 1978

Die Schwinddehnung nach Model Code 1978 wird durch eine Multiplikation eines Schwindendwerts, der mit zwei unabhängigen Parametern berechnet wird, mit einer Zeitfunktion ermittelt. Die Abhängigkeiten und Grenzwert dieser Parameter sind:

- Der Schwindendwert lässt sich durch den Basisschwindkoeffizienten ε_{s0} berechnen. Dieser wird aus einem Produkt der Koeffizienten ε_{s1} und ε_{s2} ermittelt.
- ε_{s1} ist eine Polynomfunktion und ist abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit RH und der Betonkonsistenz. Die Grenzen sind 100 % mit $\varepsilon_{s1} = -6,257 \cdot 10^{-4}$ und 40 % mit $\varepsilon_{s1} = 1,000 \cdot 10^{-4}$. Je größer die Luftfeuchtigkeit desto größer ist der absolute Wert von ε_{s1} . Eine andere Betonkonsistenz als plastisch führt zu einer Erhöhung (halbflüssig) oder Reduktion (steif) der ermittelten Werte um 25 %.
- Die Querschnittsgröße mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 beeinflusst ε_{s2} . Die Grenzwerte sind $h_0 \leq 50$ mm mit $\varepsilon_{s2} = 1,2$ und $h_0 \geq 1600$ mit $\varepsilon_{s2} = 0,7$. Somit sinkt ε_{s2} mit größer werdendem Querschnitt.
- Die wirksame Querschnittsdicke h_0 ist in diesem Modell abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit. Das wird durch den Koeffizienten λ berücksichtigt. Die Grenzen sind 100 % mit $\lambda = 30$ und 40 % mit $\lambda = 1$. Je größer die relative Luftfeuchtigkeit desto größer ist die wirksame Querschnittsdicke.
- Im Diagramm für die zeitliche Änderung des Schwindens β_s sind mehrere Kurven in Abhängigkeit von der Querschnittsgröße mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 angegeben. Dies berücksichtigt einen schnelleren Anstieg von β_s für kleiner werdende Querschnitte. Alle Kurven sind abhängig vom Betonalter. Hier werden die Betonalter t (zum betrachteten Zeitpunkt) und t_s (Beginn der Trocknung) getrennt ermittelt. β_s steigt mit zunehmenden Betonalter. Die Kurven weisen den Startpunkt 0 und den Grenzwert 1 für $t \rightarrow \infty$ auf. Somit konvergiert die Berechnung der Schwinddehnung gegen den Schwindendwert.

4.5.3 Model Code 1990

Die Schwinddehnung nach Model Code 1990 kann mit einer Multiplikation des Schwindendwerts in Abhängigkeit von zwei unabhängigen Parametern und einer Zeitfunktion ermittelt werden. Diese Parameter weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzwerte auf:

- Der Schwindendwert kann durch die Grundzahl des Schwindkoeffizienten ε_{cs0} berechnet werden. Diese ergibt sich durch eine Multiplikation der zwei Parameter $\varepsilon_s(f_{cm})$ und β_{RH} .
- $\varepsilon_s(f_{cm})$ ist eine lineare Funktion und ist abhängig von der Betonfestigkeit f_{cm} und dem Zementtyp. Die Grenzwerte für die Betonfestigkeit sind $12 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 80 \text{ MPa}$. Je größer die Betonfestigkeit f_{cm} und je langsamer der Zement erhärtet (Zementtyp) desto kleiner ist $\varepsilon_s(f_{cm})$.

- β_{RH} stellt eine Polynomfunktion dar und ist abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit RH . Allerdings gilt für $RH \geq 99\%$ $\beta_{RH} = +0,25$. Ansonsten sind die Grenzen $RH = 99\%$ mit $\beta_{RH} = -0,0460$ und $RH = 40\%$ mit $\beta_{RH} = -1,4508$. Somit steigt β_{RH} bei einer sinkenden relativen Luftfeuchtigkeit.
- Die hyperbolische Zeitfunktion $\beta_s(t - t_s)$ ist abhängig von der Belastungsdauer $(t - t_s)$ und der Querschnittsgröße in Form von der wirksamen Bauteildicke h . $\beta_s(t - t_s)$ steigt mit einer steigenden Belastungsdauer und einem kleiner werdenden Querschnitt an. Die Grenzen sind 0 für $(t - t_s) \rightarrow 0$ und 1 für $(t - t_s) \rightarrow \infty$. Somit konvergiert die Berechnung der Schwinddehnung gegen den Schwindendwert.

4.5.4 DIN 1045-1:2001

Die Schwinddehnung setzt sich nach DIN 1045-1:2001 aus den zwei Anteilen Grundswinden und Trocknungsswinden zusammen. Somit weist die Berechnung zwei unabhängige Schwindendwerte und Zeitfunktionen auf. Die Parameter für die Ermittlung dieser Werte weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzen auf:

- Der Schwindendwert zufolge Grundswinden kann durch den Grundwert des Grundswindens $\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$ ermittelt werden. Dieser stellt eine hyperbolische Funktion dar und ist abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} und dem Zementtyp. Die obere Grenze für die Druckfestigkeit ist $f_{cm} = 108$ MPa. Je größer die Druckfestigkeit ist und je langsamer der Zement erhärtet (Zementtyp) desto größer ist der absolute Wert von $\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$.
- Die Zeitfunktion für das Grundswinden $\beta_{as}(t)$ ist abhängig vom betrachteten Zeitpunkt t . Die Grenzen sind 0 für $t \rightarrow 0$ und 1 für $t \rightarrow \infty$. Somit konvergiert das Grundswinden gegen den Schwindendwert zufolge Grundswinden.
- Der Schwindendwert zufolge Trocknungsswinden wird durch die Multiplikation der zwei Parameter $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ und $\beta_{RH}(RH)$ ermittelt.
- $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ ist abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} und dem Zementtyp. Die obere Grenze für die Druckfestigkeit ist $f_{cm} = 108$ MPa. Je größer die Druckfestigkeit ist und je langsamer der Zement erhärtet (Zementtyp) desto kleiner ist $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$.
- β_{RH} in diesem Modell ist ident mit β_{RH} im Model Code 1990. Nur verschiebt sich die Grenze für den Wert $+0,25$ für β_{RH} durch eine zusätzliche Bedingung mit $RH \geq 99\% \cdot \beta_{s1}$. β_{s1} ist abhängig von der Druckfestigkeit f_{cm} und weist die Grenzen $f_{cm} = 35$ mit $\beta_{s1} = 1$ und $f_{cm} = 108$ mit $\beta_{s1} = 0,89$ auf.
- Die Zeitfunktion für das Trocknungsswinden $\beta_s(t - t_s)$ ist ident mit der Zeitfunktion im Model Code 1990.

4.5.5 DIN EN 1992-1-1

Die Schwinddehnung setzt sich nach der DIN EN 1992-1-1:2001 aus den zwei Anteilen autogenes Schwinden und Trocknungsschwinden zusammen. Somit weist die Berechnung zwei unabhängige Schwindendwerte und Zeitfunktionen auf. Die Parameter für die Ermittlung dieser Werte weisen folgende Abhängigkeiten und Grenzen auf:

- Der Schwindendwert zufolge autogenem Schwinden kann durch die lineare Funktion $\varepsilon_{ca}(\infty)$ ermittelt werden. Diese ist abhängig von der Druckfestigkeit f_{ck} . Die Grenzen sind $f_{ck} = 20$ MPa mit $\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot 10^{-5}$ und $f_{ck} = 90$ MPa mit $\varepsilon_{ca}(\infty) = 2 \cdot 10^{-4}$. Somit steigt $\varepsilon_{ca}(\infty)$ je größer die Druckfestigkeit ist.
- Die Zeitfunktion für das autogene Schwinden $\beta_{as}(t)$ ist ident mit der Zeitfunktion für das Grundswinden $\beta_{as}(t)$ in der DIN 1045-1:2001.
- Der Schwindendwert zufolge Trocknungsschwinden wird durch das Produkt der beiden Parameter $\varepsilon_{cd,0}$ und k_h ermittelt.
- $\varepsilon_{cd,0}$ ist im Kern ident mit $\varepsilon_{cd,s0}(f_{cm})$ in der DIN 1045-1:2001. Dieser wird in diesem Berechnungsmodell zusätzlich mit einem Faktor von 0,85 multipliziert. Somit sind die Werte von $\varepsilon_{cd,0}$ um 15 % kleiner als in der DIN 1045-1:2001.
- k_h ist abhängig von der Querschnittsgröße mit der wirksamen Querschnittsdicke h_0 . Die Grenzen sind $h_0 = 100$ mm mit $k_h = 1$ und $h_0 \geq 500$ mm mit $k_h = 0,7$. Somit steigt k_h je kleiner der Querschnitt ist.
- Die Zeitfunktion für das Trocknungsschwinden $\beta_{ds}(t, t_s)$ weist die gleichen Einflüsse und Auswirkungen auf wie die Zeitfunktion $\beta_s(t - t_s)$ im Model Code 1990. Allerdings entsteht durch geringfügige Änderungen in der DIN EN 1992-1-1 eine schnellere Steigung der Trocknungsschwinddehnung als in der DIN 1045-1:2001.

4.5.6 Model Code 2010

Die Ermittlung der Schwinddehnung im Model Code 2010 ist ident mit DIN 1045-1:2001. Nur die Indizes der Parameter wurden zum Teil nicht gleich gewählt.

4.6 Kurvenvergleiche der Schwindmodelle

Die Schwinddehnungsverläufe, die bereits in Kapitel 3 in den jeweiligen Modellen mit zwei unterschiedlichen Betonquerschnitten angeführt wurden, werden in den Abb. 4.8-4.9 verglichen. In den entsprechenden Kapiteln sind die jeweiligen individuellen Eingangsparameter zu finden. Wie bei den Kriechzahlen und -dehnungen wurden zusätzlich zu den Diagrammen Schwinddehnungen zu bestimmten Zeitpunkten für die gegebenen Berechnungen in Form von einer Tabelle A.4 in Anhang A ermittelt.

Zusätzlich folgt noch eine Übersicht der Zeitangaben und Querschnittsgrößen für die Kurvenvergleiche:

- Zeitangaben: mit $t_s = 28$ Tage und $t = 30000$ Tage
 - Abb. 4.8 - Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm
 - Abb. 4.9 - Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm

In Abb. 4.8 und 4.9 ist zu sehen, dass die Schwinddehnungskurven der CEB/FIP Empfehlungen (1970) die kleinsten Werte aufweisen. Nach Tabelle A.4 ergibt sich für die Schwinddehnung für einen Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) und einen Trägerquerschnitt eine Schwinddehnung von $1,7 \cdot 10^{-4}$. Im Vergleich mit dem Model Code 2010 weicht diese um 67,25 % ab. Dies ist zum größten Teil auf den angenommenen Einfluss des Querschnitts zurückzuführen. In dieser Berechnung ergibt sich für den Trägerquerschnitt der Faktor $k_e = 0,492$. Somit wird der Schwindendwert um ca. 50 % reduziert. Ab dem Model Code 1990 wurde der Einfluss des Querschnitts auf den Schwindendwert gestrichen. Dies deckt sich auch mit den Erkenntnissen, dass der Querschnitt nur den zeitlichen Verlauf des Trocknungsschwindens beeinflusst. Zudem steigt die Schwinddehnung des Model Code 2010 wesentlich schneller an als nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970). Somit kann angenommen werden, dass das Modell nach Model Code 2010 annimmt, dass der Querschnitt schneller austrocknet.

Bei Betrachtung der Schwindkurven des Model Code 1978 fällt auf, dass die Schwinddehnungen nach Model Code 1978 geringer sind als nach den Schwindmodellen ab dem Model Code 1990. Für einen Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) ergibt sich eine Schwinddehnung von $2,58 \cdot 10^{-4}$ nach Tabelle A.4 für einen Trägerquerschnitt. Dies stellt eine Abweichung von 50,16 % mit dem Model Code 2010 dar. Wie bereits bei den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) wird im Model Code 1978 noch angenommen, dass der Querschnitt den Schwindendwert beeinflusst. ε_{s2} berücksichtigt diesen Einfluss und beträgt im Falle des Trägerquerschnitts 0,74. Dies resultiert in einer Abminderung des Schwindendwerts um ca. 25 %. Ohne dieser Abminderung wären die Schwinddehnungen nach 70 Jahren nahe den Werten nach der DIN EN 1992-1-1:2001. Die Austrocknung des Querschnitts erfolgt nach dem Model Code 1978, wie bereits bei den CEB/FIP-Empfehlungen (1970) langsamer als nach dem Model Code 2010.

Nach dem Berechnungsmodell des Model Code 1990 weist der Trägerquerschnitt für einen Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) nach Tabelle A.4 eine Schwinddehnung von $4,67 \cdot 10^{-4}$ auf. Die Abweichung vom Model Code 2010 beträgt nach 70 Jahren nur 9,96 %. Im Vergleich der

Schwindkurven des Model Code 2010 und des Model Code 1990 ist zu sehen, dass die Steigungen der Schwinddehnungen ident sind.

Die Schwindkurven nach DIN 1045-1:2001 und Model Code 2010 sind ident.

Die Schwinddehnung nach DIN EN 1992-1-1:2001 ergibt für einen Zeitpunkt von 70 Jahren (25550 Tagen) nach Tabelle A.4 mit $3,53 \cdot 10^{-4}$. Diese weicht um 31,87 % vom Model Code 2010 (DIN 1045-1:2001) ab. Bei der Entwicklung des Modells für die DIN EN 1992-1-1:2001 wurde der Parameter $\varepsilon_{cd,0}$ im Vergleich zur DIN 1045-1:2001 bewusst um 15 % verringert. Somit ist der Schwindendwert zufolge Trocknungsschwinden geringer. Zudem ist der Schwindendwert zufolge autogenem Schwinden geringer als der Grundkriechendwert nach der DIN 1045-1:2001. Der Verlauf der Schwinddehnung weist ebenfalls Unterschiede zur DIN 1045-1:2001 auf.

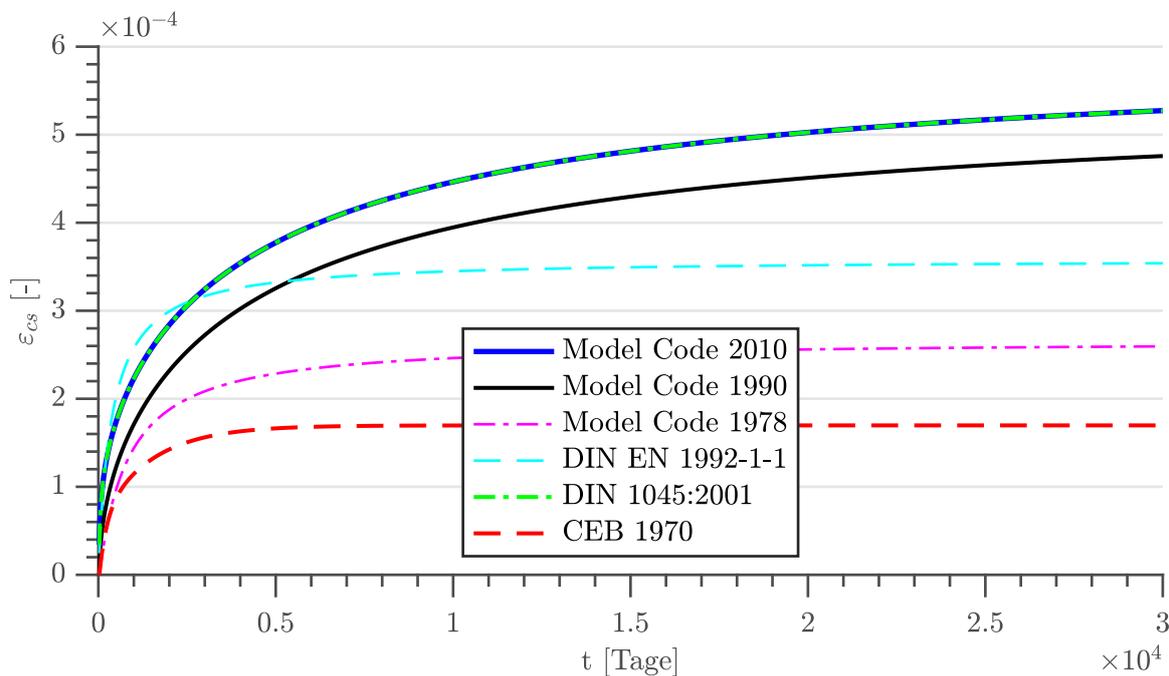


Abb. 4.8: Vergleich von Schwinddehnungsverläufen mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)

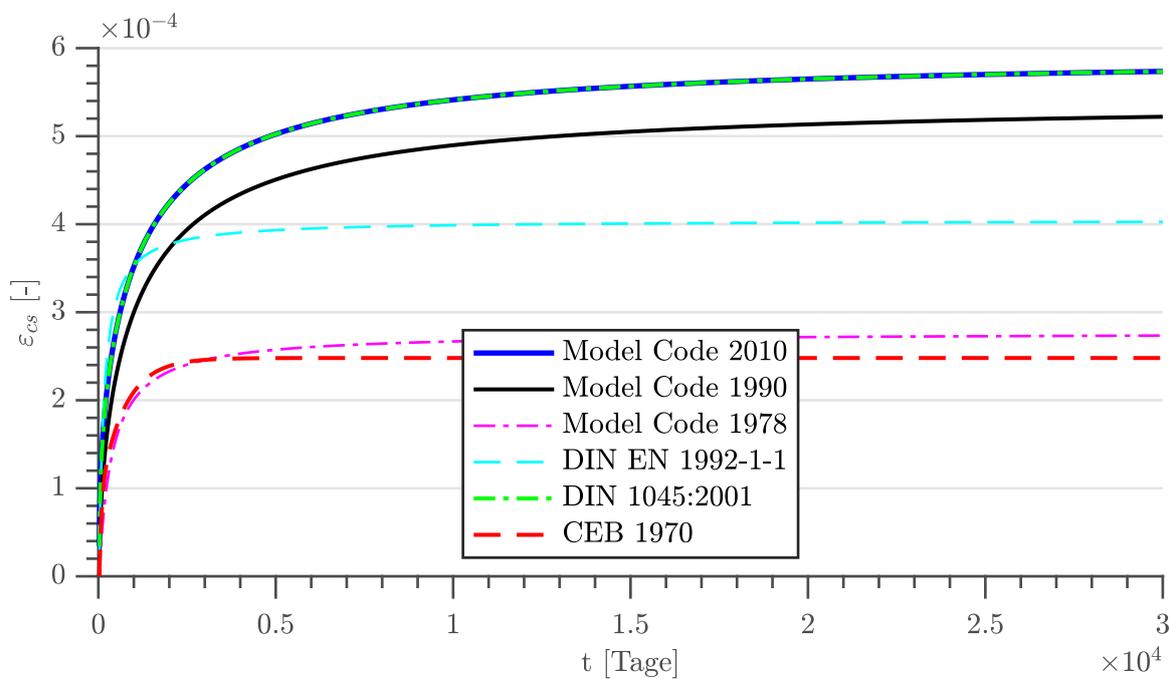


Abb. 4.9: Vergleich von Schwinddehnungsverläufen mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)

Kapitel 5

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, die unterschiedlichen Berechnungsmodelle, welche im Laufe der Zeit zunächst in Deutschland und später in vielen anderen europäischen Ländern Eingang in Normen gefunden haben und jene Modelle, die dazu als Vorlage gedient haben, untereinander zu vergleichen.

Hierfür wurde zunächst der aktuelle Wissensstand über die Kriech- und Schwindvorgänge von Beton ausgeführt. Es ist anzumerken, dass trotz der langen Kenntnis der Kriechverformungen noch immer keine lückenlose Klärung der physikalischen Vorgänge möglich war, da Kriechen einen sehr komplexen Vorgang darstellt.

Den nächsten Schritt stellten die Ausführungen über die Entwicklung geeigneter Modelle dar. Die Entwicklung dieser Modelle stößt auf einige Probleme. Zum einen sind das die Kriechversuche selbst, welche die Basis für die Kalibrierung der Parameter der Modelle darstellen. Die Probleme sind unter anderem auf die Durchführung dieser Versuche zurückzuführen, welche international stattfinden und daher immer wieder Übersichten notwendig sind, um die Erkenntnisse zusammenzufassen und zur weiteren Verwendung aufzubereiten. Zusätzlich weichen Versuche aufgrund der Komplexität des Werkstoffes Beton oft voneinander ab. Dieser kann durch verschiedene Zuschlagstoffe und Mischungen hergestellt werden. Zudem ist die exakte Erfassung von Kriechverformungen bei Versuchen sehr schwierig, da hierfür Kriech- und Schwindversuche parallel an gleich hergestellten Betonkörpern durchgeführt werden müssen. Da allerdings bereits ein Einfluss von Kriechen auf Schwinden und umgekehrt festgestellt werden konnte, ist es fraglich, ob die Versuche reale Ergebnisse widerspiegeln.

Neben der Kalibrierung der Parameter stellt auch die Wahl der Einflüsse auf das Berechnungsmodell eine weitere Herausforderung dar. Von den betrachteten Modellen hatten nur die CEB/FIP Empfehlungen (1970) die Betonparameter Wasser/Zement-Faktor und Zementgehalt im Modell inkludiert. Die Berücksichtigung dieser Parameter würde in neueren Modellen eine große Verbesserung der Vorhersage erzielen. Allerdings sind diese Daten zum Zeitpunkt der Berechnung dem Planer nicht bekannt bzw. kann er diese nur abschätzen. Somit fiel die Wahl des Ersatzparameters zunächst auf die Betonkonsistenz und anschließend auf die Druckfestigkeit. Die Druckfestigkeit stellt einen Kompromiss zwischen der notwendigen Vereinfachung für die Praxis und der Genauigkeit der Vorhersage dar.

Die Wahl eines geeigneten Ansatzes für das Berechnungsmodell ist ebenfalls bedeutend. Hierfür wurden die Vor- und Nachteile der verschiedenen Ansätze ausgeführt. Seit dem Model Code 1990

werden allerdings nur noch Produktansätze verwendet. Eine der großen Schwächen, nämlich der sogenannte „Kriechdehnungswechsel“ bei einer Entlastung, konnte mit dem Berechnungsmodell im Model Code 2010 überwunden werden.

Somit weisen die Modelle eine kontinuierliche Verbesserung über die Zeit auf. Diese zeitliche Entwicklung wurde in dieser Arbeit ebenfalls dokumentiert. Den Beginn stellt die Arbeit Dischingers im Jahr 1937 dar und endet mit dem aktuellen Model Code 2010.

Der Model Code 2010 weist die neueste Entwicklung, die Trennung des Kriechprozesses in Grund- und Trocknungskriechen, auf. Dies stellt eine große Verbesserung der Kriechvorhersage dar. Durch die Wahl einer logarithmischen Zeitfunktion für das Grundkriechen steigt die Kriechverformung mit der Zeit immer mehr an und konvergiert nicht gegen einen Endwert. Dies deckt sich auch mit den aktuellen Erkenntnissen der Kriechverformungen.

Neben der Vorstellung aller zugehörigen Gleichungen/Diagramme und Definitionen der betrachteten Berechnungsmodelle wurden in den jeweiligen Kapiteln für ausgewählte Modelle Berechnungen mit zwei unterschiedlichen Querschnitten durchgeführt und deren Einfluss auf die Kriech- und Schwindverformung analysiert. Diese Berechnungen wurden in Form von Diagrammen und Tabellen im Anschluss miteinander verglichen und die einzelnen Einflüsse der Parameter genau betrachtet.

In Zukunft könnten weitere Verbesserungen zum Beispiel durch eine tiefer gehende Untersuchung der Vorgänge im Beton (durch Kleinwinkel Röntgen Technik) oder durch die Erforschung des Kriechverhaltens bei unterschiedlichen Umgebungsbedingungen erzielt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Z. P. Bažant und M. Jirásek. *Creep and Hygrothermal Effects in Concrete Structures*. Dordrecht: Springer, Dordrecht, 2018. ISBN: 978-94-024-1136-2.
- [2] Comité Euro-International du Béton. *CEB Manual Structural Effects of Time-dependent Behaviour of Concrete (Bulletin 142/142Bis)*. Saint-Saphorin: Georgi Publishing Company, 1984. ISBN: 2-604-00067-9.
- [3] M. Curbach, H. Michler und S. Scheerer. „Freivorbau“. In: *Handbuch Brücken: Entwerfen, Konstruieren, Berechnen, Bauen und Erhalten*. Hrsg. von G. Mehlhorn. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007, S. 753–767. ISBN: 978-3-540-29659-1.
- [4] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. „Vorgespannte Stahlbetonbauteile, Richtlinien für die Bemessung – DIN 4227; 7.Entwurf Januar 1950“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 4 (1950), S. 80–90.
- [5] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. – DAfStb. *Berichtigung 1:2005-05 zum DAfStb-Heft 525 – Erläuterungen zu DIN 1045-1*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2005.
- [6] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. – DAfStb. *Erläuterungen zu DIN 1045-1 – 1.Auflage 2003*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2003.
- [7] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. – DAfStb. *Erläuterungen zu DIN 1045-1 – 2.überarbeitete Auflage 2010*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2010.
- [8] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. – DAfStb. *Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2) – 1.Auflage 2012*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2012.
- [9] *DIN 1045-1:2001 07 00: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Juli 2001.
- [10] *DIN 1045-1:2008 08 00: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Aug. 2008.
- [11] *DIN 1045:1972 01 00: Beton- und Stahlbetonbau – Bemessung und Ausführung*. Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Jan. 1972.
- [12] *DIN 4227-1:1979 12 00: Spannbeton; Bauteile aus Normalbeton, mit beschränkter oder voller Vorspannung*. Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Dez. 1979.
- [13] *DIN 4227-1:1988 07 00: Spannbeton; Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung*. Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Juli 1988.

- [14] *DIN 4227:1953 10 00: Spannbeton – Richtlinien für Bemessung und Ausführung.* Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Okt. 1953.
- [15] *DIN 4227:1973 06 00: Spannbeton, Richtlinien für Bemessung und Ausführung.* Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Juni 1973.
- [16] *DIN EN 1992-1-1:2011 01 00: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.* Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Jan. 2011.
- [17] *DIN EN 1992-2:2010 12 00: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln.* Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Dez. 2010.
- [18] *DIN EN 1992-2/NA:2013 04 00: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln.* Berlin: DIN-Normenausschuss Bauwesen, Apr. 2013.
- [19] F. Dischinger. „Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken“. In: *Der Bauingenieur* 5/6 (1939), S. 53–63.
- [20] F. Dischinger. „Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken“. In: *Der Bauingenieur* 35/36 (1937), S. 539–552.
- [21] Fédération internationale du béton. *CEB-FIP International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures: Vol. 2 (Bulletin 73).* London und Bradford: Cement und Concrete Association, 1970.
- [22] Fédération internationale du béton. *CEB-FIP International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures: Vol. 1 (Bulletin 72).* London und Bradford: Cement und Concrete Association, 1970.
- [23] Fédération internationale du béton. *CEB-FIP Model Code 1978 (Bulletin 124/125-E).* Paris, London, Berlin: Comité Euro-International du Béton (CEB), 1978.
- [24] Fédération internationale du béton. *CEB-FIP Model Code 1990 (Bulletin 213/214).* Paris, London, Berlin: Thomas Telford Services Ltd, 1993. ISBN: 0 7277 1696 4.
- [25] Fédération internationale du béton. *Code-type models for structural behaviour of concrete: Background of the constitutive relations and material models in the fib Model Code for Concrete Structures 2010.* Lausanne: International Federation for Structural Concrete (fib), 2013. ISBN: 978-2-88394-110-6.
- [26] Fédération internationale du béton. *Evaluation of the Time Dependent Behavior of Concrete (Bulletin 199).* Lausanne: Comité Euro-International du Béton (CEB), 1990. ISBN: 2-88394-005-3.
- [27] Fédération internationale du béton. *fib Model Code for Concrete Structures 2010.* Berlin: Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2013. ISBN: 978-3-433-03061-5.

- [28] H. S. Müller. „Zur Vorhersage des Kriechens von Konstruktionsbeton“. Dissertation. Universität Karlsruhe, 1986.
- [29] H. S. Müller und H. K. Hilsdorf. „Stoffgesetze für das Kriechen und Schwinden von Dischinger bis heute“. In: *Spannweite der Gedanken : zur 100. Wiederkehr des Geburtstages von Franz Dischinger*. Hrsg. von M. Specht. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1987, S. 193–212. ISBN: 978-3-662-09967-4.
- [30] H. S. Müller und V. Kvitsel. „Kriechen und Schwinden von Beton. Grundlagen der neuen DIN 1045 und Ansätze für die Praxis“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 97 (2002), S. 8–19.
- [31] H. S. Müller und U. Wiens. „Beton“. In: *Beton-Kalender 2014: Unterirdisches Bauen, Grundbau, Eurocode 7*. Hrsg. von K. Bergmeister, F. Fingerloos und J.-D. Wörner. Karlsruhe und Berlin: Ernst & Sohn GmbH & Co. KG., 2014, S. 1–164. ISBN: 978-3-433-03051-6.
- [32] M. Pilz. „Untersuchungen zum Einsturz der K–B-Brücke in Palau“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 94 (1999), S. 229–232.
- [33] H. Rüschi. „Erläuterungen zu den Richtlinien für die Bemessung vorgespannter Stahlbetonbauteile“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 5 (1950), S. 108–116.
- [34] H. Rüschi, D. Jungwirth und H. Hilsdorf. „Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 3, 4, 6 (1973), S. 49–60, 76–86, 152–158.
- [35] Störfix. *Datei:Weidatalbruecke3 2005-11-02.jpg*. Lizenz: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.de>. 2005. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/File:Weidatalbruecke3_2005-11-02.jpg (Zugriff am 25.08.2019).
- [36] J. Telles, A. Halbritter und F. Carneiro. „Creep and shrinkage functions according to CEB-FIP“. In: *Materials and Structures* 11 (1978), S. 269–273.
- [37] O. Wagner. *Das Kriechen unbewehrten Betons: Eine für die Anwendung in der Praxis geschaffene Zusammenfassung und Auswertung aller vorliegenden Versuchsergebnisse*. Berlin: Willhelm Ernst & Sohn, 1958.
- [38] E. Zeilhofer. *File:Original Koror-Babeldaob Bridge collapse.png*. Lizenz: <https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/deed.de>. 2011. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Original_Koror-Babeldaob_Bridge_collapse.png (Zugriff am 07.08.2019).

Abbildungsverzeichnis

1.1	Viadukt La Lutrive – System - in Anlehnung an [1]	14
1.2	Viadukt La Lutrive – Querschnitt - in Anlehnung an [1]	14
1.3	Einsturz der Koror-Babeldaob Brücke [38]	15
1.4	Weidatalbrücke im Bauzustand (im Freivorbau errichtet) [35]	16
1.5	Effekt von Kriechdifferenzen infolge von Zeitdifferenzen - in Anlehnung an [1]	16
2.1	Übliche Definition der Verformungskomponenten von Beton im Einstufenversuch - in Anlehnung an [30]	23
2.2	Whitney’schen Idealkurven - in Anlehnung an [29]	27
2.3	Schematische Darstellung der von verschiedenen Grundansätzen vorhergesagten Kriechdehnungen des Betons im Einstufenversuch - in Anlehnung an [29]	29
2.4	Schematische Darstellung des von verschiedenen Grundansätzen vorhergesagten Spannungsabfalls im Relaxationsversuch bei Beton - in Anlehnung an [29]	29
2.5	Einfluss des Betonalters zum Zeitpunkt der Belastung auf die Kriechzahlen $\varphi(t, t_0)$ und $\varphi^*(t, t_0)$ - in Anlehnung an [25]	31
3.1	Darstellung des Einflusses der Spannungshöhe auf die Kriechdehnung - in Anlehnung an [29]	35
3.2	Darstellung des Einflusses der Spannungshöhe auf die lastabhängige Gesamtdehnung des Betons für verschiedene Belastungsdauern - in Anlehnung an [29]	35
3.3	Verlauf des Kriechens f als Funktion der Zeit für eine gegebene Spannung - in Anlehnung an [20]	36
3.4	Der Einfluss des Belastungsalters und der Belastungsdauer auf die lastabhängigen Verformungen des Betons - in Anlehnung an [29]	37
3.5	Kriechkurven für Dauerlasten zum Zeitpunkt $t = 0, t_a$ bzw. t_b - in Anlehnung an [19]	38
3.6	Verhältnis der bezogenen Längenänderung infolge Kriechen zu dem elastischen Anteil der bezogenen Längenänderung - in Anlehnung an [14]	40
3.7	Beiwert k für Kriechen und Schwinden - in Anlehnung an [14]	40
3.8	Koeffizient k_c (Umweltbedingungen) - in Anlehnung an [22]	44
3.9	Koeffizient k_d (Betonverfestigung zum Zeitpunkt der Belastung) - in Anlehnung an [22]	44
3.10	Koeffizient k_b (Betonzusammensetzung) - in Anlehnung an [22]	45
3.11	Koeffizient k_e (theoretische Dicke) - in Anlehnung an [22]	46
3.12	Koeffizient k_t (Variation als Funktion der Zeit) - in Anlehnung an [22]	46

3.13	Spannungsverläufe	49
	a konstant	49
	b steigend	49
	c Entlastung	49
3.14	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)	49
3.15	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)	50
3.16	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)	50
3.17	Beiwert ε_c (Umgebung) - in Anlehnung an [22]	51
3.18	Koeffizient k_e für Schwinden (theoretische Dicke) - in Anlehnung an [22]	52
3.19	Schwinddehnungsverläufe nach den CEB/FIP-Empfehlungen (1970)	54
3.20	Mittlerer Einfluss des Erhärungsgrades des Betons auf das Kriechen - in Anlehnung an [11]	56
3.21	Mittlerer zeitlicher Verlauf von Kriechen und Schwinden - in Anlehnung an [11] .	56
3.22	Beiwerte k_f - angenähert gezeichnet von - in Anlehnung an [15]	60
3.23	Verlauf der verzögert elastischen Verformung k_v - in Anlehnung an [15]	60
3.24	Beiwerte k_s - in Anlehnung an [15]	61
3.25	Veränderung der Festigkeit des Betons mit dem Alter - in Anlehnung an [23] . .	64
3.26	zeitliche Entwicklung der verzögerten elastischen Dehnung - in Anlehnung an [23]	64
3.27	Einfluss der wirksamen Querschnittsdicke auf das Kriechen - in Anlehnung an [23]	65
3.28	zeitliche Entwicklung der verzögerten plastischen Dehnung - in Anlehnung an [23]	66
3.29	Spannungsverläufe	68
	a konstant	68
	b steigend	68
	c Entlastung	68
3.30	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach Model Code 1978	68
3.31	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach Model Code 1978	69
3.32	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach Model Code 1978	69
3.33	zeitliche Schwindentwicklung - in Anlehnung an [23]	70
3.34	Einfluss der wirksamen Querschnittsdicke auf das Schwinden - in Anlehnung an [23]	70
3.35	Schwinddehnungsverläufe nach Model Code 1978	72
3.36	Spannungsverläufe	90
	a konstant	90
	b steigend	90
	c Entlastung	90
3.37	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach Model Code 1990	90
3.38	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach Model Code 1990	91
3.39	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach Model Code 1990	91
3.40	Schwinddehnungsverläufe nach Model Code 1990	94
3.41	Spannungsverläufe	99
	a konstant	99

b	steigend	99
c	Entlastung	99
3.42	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach DIN 1045-1:2001	100
3.43	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach DIN 1045-1:2001	100
3.44	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach DIN 1045-1:2001	101
3.45	Schwinddehnungsverläufe nach DIN 1045-1:2001	103
3.46	Spannungsverläufe	109
a	konstant	109
b	steigend	109
c	Entlastung	109
3.47	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach DIN EN 1992-1-1	110
3.48	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach DIN EN 1992-1-1	110
3.49	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach DIN EN 1992-1-1	111
3.50	Schwinddehnungsverläufe nach DIN EN 1992-1-1	114
3.51	Spannungsverläufe	125
a	konstant	125
b	steigend	125
c	Entlastung	125
3.52	Kriechzahlverläufe mit konstanter Spannung nach Model Code 2010	125
3.53	Kriechdehnungsverläufe mit steigender Spannung nach Model Code 2010	126
3.54	Kriechdehnungsverläufe bei Entlastung nach Model Code 2010	126
3.55	Schwinddehnungsverläufe nach Model Code 2010	130
4.1	Spannungsverläufe	140
a	konstant	140
b	steigend	140
c	Entlastung	140
4.2	Vergleich von Kriechzahlverläufen mit konstanter Spannung mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)	142
4.3	Vergleich von Kriechzahlverläufen mit konstanter Spannung mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)	142
4.4	Vergleich von Kriechdehnungsverläufen mit steigender Spannung mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)	144
4.5	Vergleich von Kriechdehnungsverläufen mit steigender Spannung mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)	144
4.6	Vergleich von Kriechdehnungsverläufen bei Entlastung mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978)	146
4.7	Vergleich von Kriechdehnungsverläufen bei Entlastung mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978)	146
4.8	Vergleich von Schwinddehnungsverläufen mit $h_0 = 500$ mm (667 mm für MC 1978) 153	

4.9 Vergleich von Schwinddehnungsverläufen mit $h_0 = 250$ mm (333 mm für MC 1978) 153

Tabellenverzeichnis

2.1	Einflüsse auf Kriechen und Schwinden [31]	20
2.2	Grundelemente und Grundmodelle der Rheologie - in Anlehnung an [29]	26
2.3	Vergleich zwischen Produkt- und Summationsansatz - in Anlehnung an [26]	30
2.4	Festigkeitskennwerte für Beton [16]	32
3.1	Übersicht Berechnungsmodelle für Kriechen und Schwinden	33
3.2	Elastizitätsmodul E_b [14]	39
3.3	Endkriechzahlen und Endschwindmaße [14]	40
3.4	Endfestigkeit W_∞ [14]	41
3.5	Beiwert k [14]	41
3.6	k_t als Summe von drei Exponentialfunktionen [36]	48
3.7	Rechenwerte des Elastizitätsmoduls des Betons [11]	55
3.8	Endkriechzahlen und Endschwindmaße [11]	56
3.9	Elastizitätsmodul des Betons [15]	58
3.10	Grundfließzahl und Grundschildmaß in Abhängigkeit von der Lage des Bauteils [15]	59
3.11	k_Z -Werte [15]	61
3.12	Basiskoeffizienten von Kriechen und Schwinden [23]	65
3.13	α -Werte [15]	66
3.14	α_E -Werte [26]	75
3.15	s -Werte [26]	76
3.16	β_{c0} -Werte [26]	76
3.17	β_{s1} -Werte [26]	78
3.18	β_{s2} -Werte [26]	78
3.19	Koeffizienten zur Vorhersage der verzögerten Elastizität [26]	80
3.20	α -Werte [26]	82
3.21	α_E -Werte [24]	85
3.22	s -Werte [24]	85
3.23	α_E -Werte [6]	96
3.24	α -Werte [6]	97
3.25	α_i -Werte [6]	102
3.26	Erhöhung von E_{cm} [16]	105
3.27	s -Werte [16]	106
3.28	α -Werte [16]	107

3.29 η -Werte [16]	108
3.30 k_h -Werte [16]	111
3.31 α_E -Werte [27]	118
3.32 s -Werte [27]	119
3.33 α_i -Werte [27]	121
3.34 η -Werte [27]	129
4.1 Übersicht der berücksichtigten Parameter in den vorgestellten Kriechmodellen	133
4.2 Ausgewählte Gültigkeitsgrenzen der vorgestellten Modelle	134
A.1 Kriechzahlwerte für ausgewählte Tage mit konstanter Spannung	166
A.2 Kriechdehnungen für ausgewählte Tage mit steigender Spannung	166
A.3 Kriechdehnungen für ausgewählte Tage bei einer Entlastung	167
A.4 Schwinddehnungen für ausgewählte Tage	167

Anhang A

Tab. A.1: Kriechzahlwerte für ausgewählte Tage mit konstanter Spannung

Kriechzahl-Werte [-] (Abweichung in % im Vergleich zu MC 2010-Werten)						
Tage	Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	0.26 (-74.3)	0.94 (-6.17)	0.96 (-4.76)	0.98 (-2.54)	0.96 (-4.82)	1 (0)
300	0.69 (-48.9)	1.47 (8.26)	1.35 (-0.15)	1.38 (2.21)	1.35 (-0.21)	1.35 (0)
500	0.92 (-38.79)	1.72 (14.28)	1.53 (1.41)	1.56 (3.83)	1.53 (1.34)	1.51 (0)
1000	1.22 (-28.19)	2.05 (20.62)	1.74 (2.26)	1.78 (4.74)	1.74 (2.2)	1.7 (0)
5000	1.77 (-14.43)	2.57 (24.35)	2.03 (-1.71)	2.09 (0.75)	2.03 (-1.77)	2.07 (0)
25550	1.81 (-23.44)	2.76 (16.74)	2.13 (-9.98)	2.18 (-7.7)	2.12 (-10.04)	2.36 (0)
Tage	Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	0.66 (-42.45)	1.09 (-4.23)	1.18 (3.59)	1.21 (6.07)	1.18 (3.47)	1.14 (0)
300	1.19 (-23.1)	1.75 (13.65)	1.63 (5.96)	1.67 (8.57)	1.63 (5.84)	1.54 (0)
500	1.42 (-16.93)	2.05 (19.73)	1.81 (6.26)	1.86 (8.93)	1.81 (6.14)	1.71 (0)
1000	1.76 (-7.71)	2.38 (24.68)	2.01 (5.45)	2.07 (8.16)	2.01 (5.33)	1.91 (0)
5000	2.09 (-8.31)	2.81 (23.55)	2.26 (-0.82)	2.32 (1.83)	2.25 (-0.94)	2.28 (0)
25550	2.09 (-18.47)	2.93 (14.45)	2.32 (-9.32)	2.38 (-6.86)	2.32 (-9.42)	2.56 (0)

Tab. A.2: Kriechdehnungen für ausgewählte Tage mit steigender Spannung

Kriechdehnungen [$\times 10^{-4}$] (Abweichung in % im Vergleich zu MC 2010-Werten)						
Tage	Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	0.45 (-78.3)	2.04 (-1.44)	1.97 (-4.76)	2.12 (2.38)	1.91 (-7.81)	2.07 (0)
300	1.38 (-57.47)	3.75 (15.67)	3.53 (8.89)	3.79 (17.09)	3.42 (5.4)	3.24 (0)
500	1.98 (-47.91)	4.61 (21.47)	4.13 (8.75)	4.44 (16.96)	4 (5.26)	3.8 (0)
1000	2.7 (-39.07)	5.69 (28.45)	4.78 (7.76)	5.14 (15.94)	4.62 (4.3)	4.43 (0)
5000	4 (-28.46)	7.4 (32.45)	5.63 (0.81)	6.06 (8.55)	5.45 (-2.43)	5.59 (0)
25550	4.09 (-36.93)	7.99 (23.25)	5.88 (-9.23)	6.34 (-2.23)	5.7 (-12.14)	6.48 (0)
Tage	Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	1.14 (-51.41)	2.37 (0.61)	2.44 (3.59)	2.62 (11.42)	2.36 (0.21)	2.35 (0)
300	2.47 (-33.79)	4.42 (18.46)	4.28 (14.85)	4.61 (23.6)	4.14 (11.11)	3.73 (0)
500	3.09 (-28.9)	5.4 (24.31)	4.92 (13.29)	5.3 (21.99)	4.76 (9.6)	4.34 (0)
1000	3.91 (-21.94)	6.51 (29.78)	5.54 (10.56)	5.97 (19.13)	5.36 (6.96)	5.01 (0)
5000	4.72 (-23.34)	7.91 (28.46)	6.25 (1.48)	6.74 (9.45)	6.04 (-1.83)	6.16 (0)
25550	4.72 (-32.88)	8.29 (17.89)	6.43 (-8.63)	6.93 (-1.41)	6.22 (-11.6)	7.03 (0)

Tab. A.3: Kriechdehnungen für ausgewählte Tage bei einer Entlastung

Kriechdehnungen [$\times 10^{-4}$] (Abweichung in % im Vergleich zu MC 2010-Werten)						
Tage	Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	0.45 (-78.3)	2.04 (-1.44)	1.97 (-4.76)	2.12 (2.38)	1.91 (-7.81)	2.07 (0)
300	0.86 (-54.78)	2.03 (7.06)	1.31 (-31.03)	1.41 (-25.81)	1.27 (-33.24)	1.9 (0)
500	0.86 (-50.12)	1.97 (13.83)	1.19 (-30.91)	1.28 (-25.66)	1.15 (-33.13)	1.73 (0)
1000	0.97 (-40.98)	1.94 (17.36)	1.2 (-27.24)	1.29 (-21.7)	1.16 (-29.58)	1.65 (0)
5000	1.26 (-22.95)	1.93 (18.12)	1.32 (-18.93)	1.43 (-12.7)	1.28 (-21.53)	1.63 (0)
25550	1.26 (-22.97)	1.93 (17.7)	1.38 (-15.93)	1.48 (-9.44)	1.33 (-18.62)	1.64 (0)
Tage	Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	1.14 (-51.41)	2.37 (0.61)	2.44 (3.59)	2.62 (11.42)	2.36 (0.21)	2.35 (0)
300	1.26 (-39.69)	2.56 (22.68)	1.55 (-25.84)	1.66 (-20.13)	1.49 (-28.26)	2.08 (0)
500	1.23 (-34.36)	2.49 (32.53)	1.38 (-26.27)	1.49 (-20.55)	1.34 (-28.67)	1.88 (0)
1000	1.38 (-22.88)	2.46 (37.62)	1.37 (-23.22)	1.48 (-17.24)	1.33 (-25.72)	1.79 (0)
5000	1.46 (-17.31)	2.45 (39.05)	1.47 (-16.88)	1.58 (-10.34)	1.42 (-19.58)	1.76 (0)
25550	1.46 (-17.52)	2.45 (38.77)	1.5 (-14.86)	1.62 (-8.14)	1.46 (-17.63)	1.77 (0)

Tab. A.4: Schwinddehnungen für ausgewählte Tage

Schwinddehnungen [$\times 10^{-4}$] (Abweichung in % im Vergleich zu MC 2010-Werten)						
Tage	Vergleich mit einem Träger-Querschnitt mit $h = 1000$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	0.24 (-74.28)	0.21 (-77.38)	0.49 (-48.12)	0.94 (0)	0.77 (-18.27)	0.94 (0)
300	0.65 (-55.03)	0.66 (-54.46)	0.94 (-35.06)	1.45 (0)	1.58 (9.13)	1.45 (0)
500	0.87 (-50.23)	0.97 (-44.43)	1.22 (-29.7)	1.74 (0)	2.02 (16.07)	1.74 (0)
1000	1.15 (-48.61)	1.44 (-35.51)	1.71 (-23.35)	2.23 (0)	2.57 (15.38)	2.23 (0)
5000	1.66 (-55.92)	2.29 (-39.44)	3.26 (-13.75)	3.77 (0)	3.32 (-11.99)	3.77 (0)
25550	1.7 (-67.25)	2.58 (-50.16)	4.67 (-9.96)	5.18 (0)	3.53 (-31.87)	5.18 (0)
Tage	Vergleich mit einem Wand-Querschnitt mit $t = 250$ mm und $b = 1000$ mm					
	CEB 1970	MC 1978	MC 1990	DIN 1045	EC2	MC 2010
100	0.78 (-44.92)	0.48 (-65.85)	0.97 (-31.9)	1.42 (0)	1.47 (3.89)	1.42 (0)
300	1.41 (-38.83)	1.2 (-48.1)	1.8 (-21.93)	2.3 (0)	2.68 (16.53)	2.3 (0)
500	1.69 (-39.64)	1.56 (-44.04)	2.28 (-18.43)	2.79 (0)	3.12 (11.71)	2.79 (0)
1000	2.09 (-40.46)	2.01 (-43)	3 (-14.74)	3.52 (0)	3.53 (0.38)	3.52 (0)
5000	2.48 (-50.66)	2.57 (-48.76)	4.51 (-10.29)	5.02 (0)	3.93 (-21.72)	5.02 (0)
25550	2.48 (-56.53)	2.73 (-52.18)	5.19 (-9.04)	5.71 (0)	4.02 (-29.49)	5.71 (0)