

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

VIENNA
UNIVERSITY OF
TECHNOLOGY

DIPLOMARBEIT

Master's Thesis

Nachbemessung von auskragenden Natursteinstufen

Redesigning of natural stone cantilever stairs

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter
der Leitung von

Univ. Prof. DI Dr. techn. Andreas KOLBITSCH

und als verantwortlich mitwirkenden Assistenten

Wiss. Mit. i. A. DI Dr. Techn. Ildiko MERTA
am

Institut für Hochbau und Technologie
Fachbereich Hochbau

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Gerhard FEUERSTEIN

9825955

Riedstraße 4

A – 6700 Bludenz

Wien, im Mai 2008

.....

(Gerhard Feuerstein)

VORWORT

Die Idee, durch Stufen Höhenunterschiede leichter zugänglich zu machen, kann auch bei Primaten beobachtet werden. Daher können an fast allen längerfristigen Siedlungsplätzen mit unterschiedlichen Höhenlagen Treppen nachgewiesen werden. Funde von Baumstämmen mit stufenartigen Einkerbungen aus dem Neolithikum lassen auf eine Verwendung als Treppe schließen.

Der früheste gestalterische Einsatz in Verbindung mit Treppen ist in Göbekli Tepe 10.000 Jahre v. Chr. nachweisbar und findet einen ersten belegten Höhepunkt in der Anlage von Zikkurats in Mesopotamien 6.000 Jahre v. Chr. Neben der reinen Erschließungsfunktion hat die Treppe hier jene, die fortan bei fast allen sakralen oder repräsentativen Bauten zum Tragen kommt. Seit diesem Zeitpunkt gehören Treppen und Treppenanlagen zum festen Bestandteil der Formensprache aller weltweiten Architekturen.

Seit 1951 gibt es auch eine Wissenschaft, welche sich mit der Erforschung der Treppen befasst, die Scalalogie (lat. scala: Treppe, Stufe). Friedrich Mielke, Professor für Denkmalpflege, begründete die Treppenkunde als Forschungszweig der Baulehre. Mit der Scalalogie beschäftigt sich die 1980 von Mielke gegründete internationale Arbeitsstelle für Treppenforschung in Konstein sowie seit 1985 die Gesellschaft für Treppenforschung, der u.a. Bauingenieure, Architekten und Psychologen angehören.

Trotz dieses langen Zeitraums des Überwindens verschiedener Ebenen mittels einer Treppe bzw. Stiege gibt es immer noch offene Fragen zum Tragverhalten. Diese Diplomarbeit versucht nun zumindest für einen Treppentypus diese Lücke zu schließen bzw. ein Modell zur Nachbemessung zu entwickeln.

Bedanken möchte ich mich recht herzlich bei allen Mitarbeitern des Instituts für Hochbau und Technologie Fachbereich Hochbau. Im Besonderen gilt mein Dank Herrn Univ. Prof. DI Dr. techn. Andreas Kolbitsch, meiner Betreuerin Frau DI Ildiko Merta und Herrn DI Michael Dorn, dass sie mir mit Rat und Tat zur Seite standen und sich trotz ihres vollen Terminplans immer noch Zeit für mich nahmen.

Mein größter Dank gilt meinen Eltern, Egon und Inge Feuerstein, die mich während meines gesamten Studiums unterstützten und ohne deren Hilfe ich es wahrscheinlich nicht bis hierher geschafft hätte. Sie haben sehr viel Geduld und Verständnis bewiesen. DANKE

Vergessen möchte ich nicht auf meine Kollegen(-innen) die mich bei der Arbeit unterstützten. Sei es durch Korrekturlesen, Hilfe bei Computerproblemen oder einfach nur, indem sie Zeit für mich hatten und ich bei einer solchen Schreibpause wieder neue Energie für die Arbeit sammeln konnte.

Mit etwas Geschick kann man aus den Steinen, die einem in den Weg gelegt werden, eine Treppe bauen.
Robert Lembke

KURZFASSUNG

Trotz des langen Zeitraumes der Verwendung auskragender Natursteintreppen bzw. –stiegen, gibt es bis heute keine detaillierte Berechnungsmethode bzw. genaues Wissen über deren Tragverhalten. Nur durch Versuche bzw. Erfahrungen der Steinmetze war es möglich solche Treppen zu konstruieren. Dies mag natürlich auch an der ungeheuren Komplexität der dahinter stehenden Theorie liegen bzw. dessen statische Unbestimmtheit. Nur durch die heutige Rechenkapazität der Computer wird es möglich Modelle zu erstellen.

Es wurde vor über hundert Jahren ein Stiegenstufen-Ausschuss zur Ergründung des Tragverhaltens von auskragenden Natursteinstufen gegründet, welcher die Ergebnisse der Versuche und dessen Auswertungen in zwei Berichten publizierte.

Der erste Bericht des Stiegenstufen-Ausschusses im Jahre 1896 befasste sich mit einem bis zum Bruch belasteten Stiegenarm, sowie Versuchen mit einer einzelnen Stufe.

Die zweite Versuchsserie wurde im Jahr 1898 publiziert und beschäftigt sich mit der Torsionsbeanspruchung von Einzelstufen, sowie der Durchbiegung und Stufenverdrehung eines Stiegenarmes.

In der vorliegenden Arbeit wird als erstes der zweite Teil der Versuche bzw. dessen Auswertungen des Stiegenstufenausschusses behandelt. Dieser wurde im Jahr 1898 vom Österreichischen Ingenieur- und Architektenverein (ÖIAV) veröffentlicht und gibt als einziges Dokument hinweise auf das Tragverhalten einer auskragenden Treppe.

In dieser Diplomarbeit wird ein Stabwerksmodell erarbeitet und in das Programm RSTAB eingegeben um die durchgeführten Versuche von 1898 nachzustellen und ein Modell zu kalibrieren.

Mittels dieses kalibrierten Berechnungsmodells wird eine Nachbemessung diverser Treppen, die sich in Material und Geometrie (Stufenanzahl und Auskrugung) unterscheiden, unter der aktuellen Normbelastung durchgeführt.

ABSTRACT

Despite the long period of the use of cantilever staircases made of natural stone, there is no detailed calculation method or exact knowledge about their carrying behaviour. Only the experiences of the stone-cutters made it possible to design this stairs. It could be because of the tremendous complexity of the theory standing behind it because of its static indeterminacy. Only because of today's computer capacity it's possible to generate models.

Over hundred years ago a committee was founded to study the carrying behaviour of cantilever staircases made of natural stone. The results of the experiments and evaluations were published in two publications. The first part concerns the maximum load of cantilever staircases and the experiments with single steps. In the second part (published in 1898) torsional experiments of single steps have been published as well as deflection and rotation of a single stair flight.

In this work the second part of the experiments and the evaluations of the committee are treated. It was published in 1898 by the Austrian Engineer and Architect Association (ÖIAV) and it is the only document about the carrying behaviour of cantilever stairs. In the thesis a truss model was developed and was putted into the computer program RSTAB. The computer model was calibrated to the experiments of 1898. With the help of this calibrated computation model staircases of different materials and geometry (number of steps and bearing-out) were evaluated under the current standard load.

INHALTSVERZEICHNIS

AUSWERTUNG DES ZWEITEN UNTERSUCHUNGSABSCHNITTES DES STIEGENSTUFENAUSSCHUSSES	7
1. Einführung	7
1.1. Allgemeines.....	7
1.1.1. Historische Entwicklung	7
1.1.2. Ziele der Arbeit	8
2. Auskragende bzw. Freitragende Naturstufen / -treppen.....	8
2.1. Definitionen.....	8
2.2. Abmessungen	11
2.3. Stufenformen.....	12
2.4. Stiegen im Grundriss	13
2.5. Material	13
2.6. Schäden	14
3. Der zweite Bericht des Stiegenstufenausschusses	15
3.1. Allgemein	15
3.2. Versuchsdurchführung	16
3.2.1. Versuchsaufbau	16
3.2.2. Belastungsaufbringung.....	17
3.2.3. Biegungs- und Torsionselastizität.....	18
3.3. Resultate der Belastungsversuche	19
3.3.1. Biegeversuche vom 15.Mai 1897 an Einzelstufen aus Karststein und Kaiserstein	19
3.3.2. Versuch vom 15.Mai 1897 über den Einfluss bei Belastung nur einer Stufe im Stiegenarm.....	19
3.3.3. Torsionsversuche vom 12.Juni 1897	19
3.3.4. Belastungsversuch vom 3.April 1897 an einem Stiegenarm aus Karststein	19
3.3.5. Versuch vom 8.Mai 1897 an einem Stiegenarm aus Kaiserstein	20
3.3.6. Veranschaulichung der Deformationsversuche der Stiegenarme	20
3.3.7. Schlussfolgerungen	27

MODELLIERUNG UND VARIATION DER PARAMETER	29
1. Allgemeines.....	29
2. Grundlagenermittlung	30
2.1. Geometrische Kenngrößen	30
2.2. Materialabhängige Kenngrößen	32
2.2.1. Elastizitätsmodul E	32
2.2.2. Schubmodul G	32
3. Vorgehensweise.....	33
3.1. Einspann-Bruchmoment nach Professor Brik	33
3.2. Theoretische Ermittlung der Durchbiegung einer auskragenden Stufe	34
3.3. Ermittlung der Federsteifigkeit der elastischen Einspannung	36
3.3.1. Sandstein	36
3.3.2. Kaiserstein	38
3.3.3. Karststein	39
3.3.4. Zusammenfassung der Drehfedersteifigkeiten.....	40
3.4. Modellierung der Biegeversuche an Einzelstufen vom 15.Mai 1897 aus [3]	41
3.4.1. Biegeversuch am Kaiserstein	41
3.4.2. Biegeversuch am Karststein	42
3.5. Modellierung der Torsionsversuche an Einzelstufen vom 12.Juni 1897 aus [3].	43
3.6. Modellierung der Belastungsversuche am Stiegenarm.....	47
3.6.1. Versuch am Karststein vom 3. April 1897 aus [8]	51
3.6.2. Versuch am Kaiserstein vom 8. Mai 1897 aus [8]	56
3.6.3. Beurteilung des Stiegenarmmodells.....	60
4. Variation der Parameter	62
4.1. Ermittlung der kleinsten Bruchlast.....	64
ZUSAMMENFASSUNG.....	65
LITERATURVERZEICHNIS	66
TABELLENVERZEICHNIS.....	68
ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....	69

AUSWERTUNG DES ZWEITEN UNTERSUCHUNGSABSCHNITTES DES STIEGENSTUFENAUSSCHUSSES

1. Einführung

1.1. Allgemeines

Durch Treppen (D/A) bzw. Stiegen (A)¹ wird die sichere Erreichbarkeit der verschiedenen Ebenen eines Gebäudes gewährleistet. Stiegen sind die sichere vertikale Erschließung neben dem Aufzug, welcher in neueren bzw. modernisierten Bauten vorhanden ist. Die Treppe soll auf die Anzahl der Benutzer in hoch frequentierten Zeiten eines Bauwerkes ausgelegt sein, sowie auch bequem zu begehen sein.

Treppenhäuser wurden bzw. werden auch zur Erfüllung des Repräsentationbedürfnisses errichtet. Diese spiegeln Luxus und Monumentalität sowie auch vornehme Extravaganz in Bürgerhäusern, wie man es bei Ringstraßenbauten sehen kann. Bei diesen Bauten ist aber zu erkennen, dass die von damals gültigen Vorschriften über vorgeschriebene Maximalhöhen und Mindesttiefen nicht ausgenützt wurden. [10]

Eine besondere Bedeutung kommt einer Treppe im Falle einer Gefahr, wie z.B. Feuer, zu. Im Gefahrenfall muss das Gebäude schnell und auf die sicherste Art verlassen werden. Treppen sind somit Fluchtwege und unterliegen besonderen Auflagen. Aus diesem Grund gibt es eine Unterteilung in notwendige und nicht notwendige Treppen. Entsprechend gelten Anforderungen an die Konstruktion und auch an die Werkstoffe. Treppen müssen im Brandfall hinreichend lange die Flucht aus dem Gebäude bzw. die Rettung hilfloser Menschen ermöglichen. [11]

1.1.1. Historische Entwicklung

Bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts wurden die Treppenkonstruktionen aus Holz und Naturstein hergestellt. Dies änderte sich durch die Modifikation der Wiener Bauordnung von 1859, in der Hauptstiegen nur noch aus Natursteinstufen errichtet werden durften (nur diese sind „ganz feuersfest“, was vorgeschrieben wurde). Diese Vorgabe wurde dann in fast allen Ländern der K. u. K. Monarchie übernommen.

Die Berechnung von Stiegenarmen bzw. Stufen, speziell bei auskragenden Stufen, ist ein kompliziertes Kapitel. Deshalb wurde im Jahr 1896 ein Stiegenstufen Ausschuss gegründet, welcher sich zum Ziel setzte durch Versuche die Festigkeit von Steinstufen zu ermitteln, bzw. das theoretische Erfassen des Tragverhaltens von auskragenden Treppen. Diese Versuche bzw. deren Ergebnisse führten auch zu Änderungen in der Verordnung bezüglich des Stufenmaterials bei Bauten im Wiener Gemeindebezirk.

Es wurden in zwei Versuchsreihen Messergebnisse zusammengetragen, deren Auswertung zu einem Verständnis des Tragverhaltens von freitragenden Treppen führte. Durch die ermittelten Versuchswerte war man in der Lage empirische Formeln zu entwickeln, die zu weiteren Berechnungen benutzt wurden. Mit diesen Formeln konnte man ausreichend genaue Berechnungen anstellen, außer bei dem Material Sandstein.

¹ In der ÖNORM B 5371 wird der Begriff „Stiege“, zwecks einheitlicher Sprachregelung, ersetzt durch „Treppe“.

Zum Zeitpunkt der Versuche gab es schon viele solcher Treppen, welche wohl aufgrund der langen Erfahrungen von Steinmetzen gebaut werden konnten. Jedoch wurde damals schon von Schadensfällen berichtet: „Ist es doch schon vorgekommen, dass durch den bloßen Sturz eines Klaviers während des Hinauftragens die ganze Treppe zusammenbrach. Wenn aber eine Stufe bricht, ist der Kontakt der ganzen Treppe zunichte. Niemand darf es wagen, sich auf die wie Glas zerbrechlichen Treppengeländer zu stützen und die Belastung auf den äußersten schmalen Enden der Stufen ist überhaupt nicht ratsam.“ [15]

Daher muss man heute bei diesen alten Treppen, noch mehr denn je Vorsicht walten lassen, wenn man einen Transport von schweren Dingen über diese vornimmt!

Durch diverse Schadensfälle wurden seit 1987 von der Österreichischen Gesellschaft zur Erhaltung von Bauten (ÖGEB) einige Forschungsarbeiten durchgeführt. Dabei stellte man auch fest, dass zu einer konstruktiven Bewertung auf jeden Fall die Einspannung, sprich das vorhandene Mauerwerk, in dem die Stufen eingemauert sind, zu beachten bzw. notwendig ist.

1.1.2. Ziele der Arbeit

Ziel dieser Diplomarbeit ist es durch die Auswertung von vorhandenen Versuchsergebnissen bzw. durch deren Nachberechnen anhand eines dafür entwickelten Computermodells für auskragende Natursteinstufen die Stiegenarme auf ihre Belastbarkeit hin einzuordnen. Dabei werden nur ruhende, also statische Belastungen berücksichtigt.

Die Computermodelle werden in der Geometrie, das heißt Auskragungslänge sowie Stufenanzahl, und ihr Material variiert, wodurch ein Bild der Belastbarkeit dieser Stufen entstehen soll.

2. Auskragende bzw. Freitragende Natursteinstufen / -treppen

2.1. Definitionen

Eine Treppe ist laut ÖNORM B 5370 ein Bauteil zur Überwindung von Höhenunterschieden, bestehend aus mindestens einem Stiegenlauf und den allenfalls zugehörigen Podesten, wobei der Stiegenlauf eine ununterbrochene Folge von mehr als drei Stufen zwischen zwei betretbaren Ebenen und das Podest ein waagrechter Bauteil am Anfang und/oder am Ende eines Stiegenlaufes ist. [12]

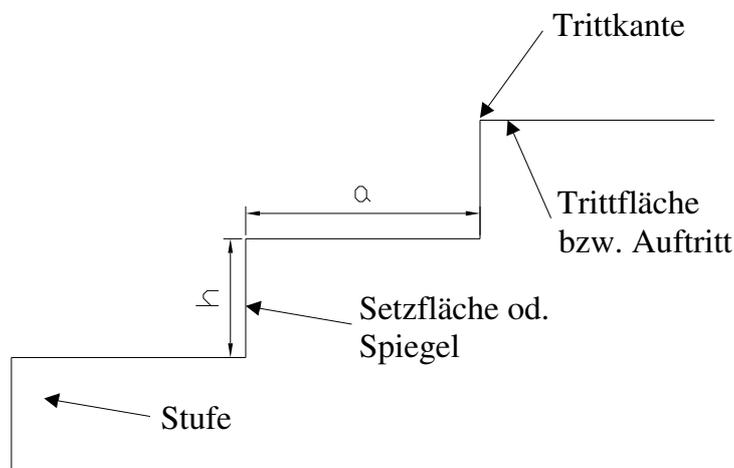


Abbildung 1: Stufenlänge/-breite

Aus den vielen Fachausdrücken um eine Treppe zu beschreiben, werden hier die wichtigsten angegeben.

STUFE ist jener Teil eines Treppenlaufes, der in der Regel mit einem Schritt überwunden wird, und ist begrenzt von Tritt- und Setzfläche. Die Schnittlinie von Tritt- und Setzfläche ist die Trittkante.

AUFTRITTSBREITE (a) ist der horizontale Abstand der Vorderkanten zweier aufeinander folgender Trittstufen. Die für das Steigungsverhältnis maßgebende Auftrittsweite wird in der Lauflinie (Gehlinie) gemessen.

STUFENHÖHE (h) ist das lotrechte Maß zwischen zwei aufeinander folgenden Trittflächen. In Verbindung mit der Auftrittsweite a ergibt sich das Verhältnis h/a , das Steigungsverhältnis, eine der wichtigsten Kennzahlen zur Definition der Treppe.

STUFENLÄNGE (l), STUFENBREITE (b) sind die Abmessungen der kleinsten Grundrissprojektion eines umschreibenden Rechteckes, das an der Trittkante anliegt.

SETZFLÄCHE, auch SPIEGEL, ist die Vorderfläche einer Stufe.

TRITTKANTE ist die Schnittlinie der Trittfläche und der anschließenden Setzfläche derselben Stufe.

AUFTRITT, TRITTFLÄCHE ist die betretbare waagrechte Oberfläche einer Stufe.

ARM, auch LAUF (Treppenlauf) ist eine zusammenhängende Folge von mindestens drei Stufen. Ein Lauf sollte bei Treppen im Freien und bei allgemeinen Gebäudetreppen nicht mehr als 15 Stufenhöhen, bei Wohnhaus- und Wohnungstreppe nicht mehr als 20 Stufenhöhen zählen. Im Bedarfsfall ist ein Zwischenpodest einzuplanen.

ANTRITT (Treppenantrittsstufe/Stiegenantritt) ist die erste Stufe eines Treppenlaufes.

WANGE heißt der seitlich sichtbare Teil des Treppenlaufes.

PODEST ist eine die Stufenfolge unterbrechende/begrenzende Fläche.

- TREPPENPODEST: waagrecht Bauteil am Anfang und/oder Ende des Treppenlaufes.
- GESCHOSSPODEST: Podest am Anfang und/oder Ende einer Geschoßtreppe (Treppe zwischen zwei Geschoßen).
- ZWISCHENPODEST: Podest zwischen Treppenläufen aufgrund einer Richtungsänderung oder zufolge der Begrenzung der Stufenhöhenzahl.

Bei freitragenden Stufen ist das linke Stufenende in die Stiegenmauer fest eingespannt, festgekeilt und das andere, sprich freie Ende, schwebt frei (Abb. 2). Dort wo die Einspannung nicht gewährleistet werden konnte, wie z.B. bei Fensteröffnungen, musste der Auflagerdruck durch Bögen oder Eisentraversen abgefangen werden (Abb. 3).

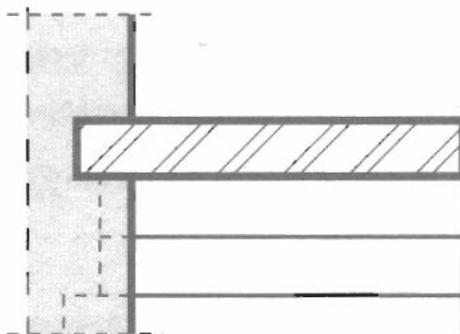


Abbildung 2: Stufe einseitig Eingespannt [14]

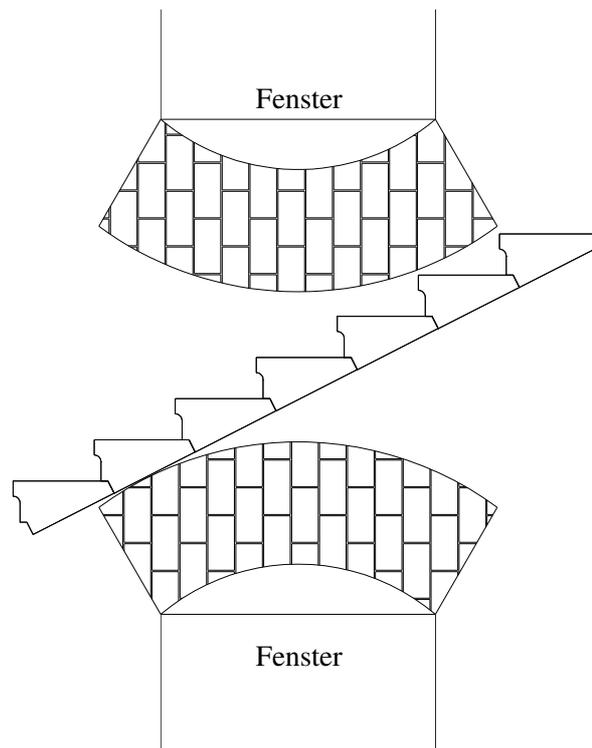


Abbildung 3: Gemauerte Bögen zur Gewährleistung der Einspannung der Stufen, nach [9]

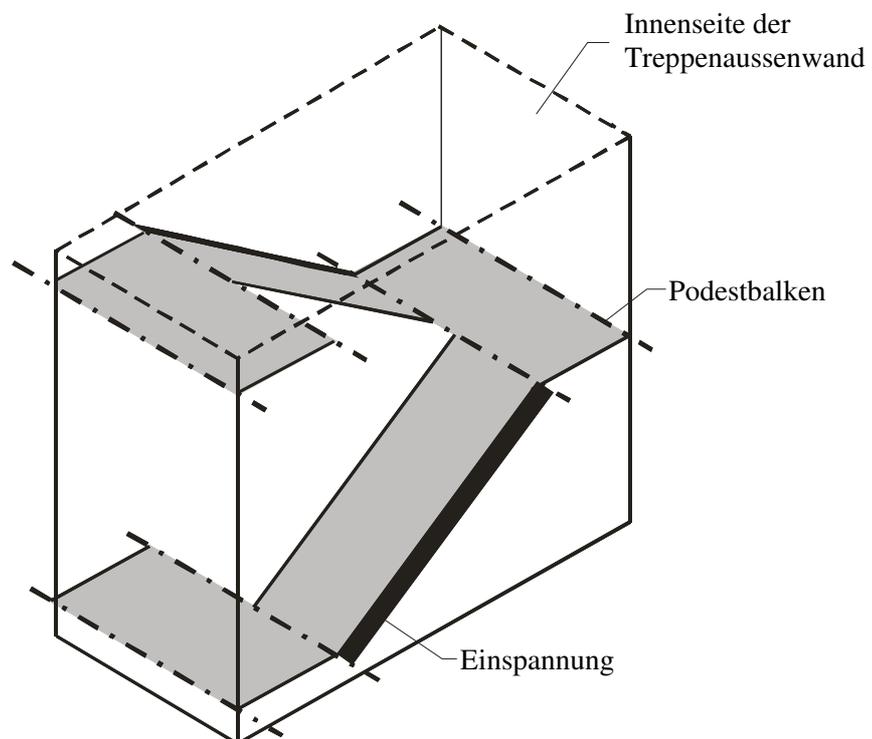


Abbildung 4: Gesamtsystem Treppenhaus [14]

2.2. Abmessungen

Die wichtigste Formel zur Festlegung des Steigungsverhältnisses ist die Schrittmaßregel:

$$2h+a=63 \text{ cm (laut ÖNORM B5371: } 2h+a= 62\pm 3 \text{ cm)} \quad (1)$$

Sie beruht auf der mittleren Schrittlänge des Menschen, die im Durchschnitt 70cm beträgt. Durch die übliche Neigung der Treppen von ca. 30° reduziert sich die Schrittlänge auf 63 cm.

Ebenfalls zur Bemessung des Steigungsverhältnisses dient die Sicherheitsregel:

$$a+h=46 \text{ cm} \quad (2)$$

Aus diesen beiden Formeln ergibt sich das optimale Steigungsverhältnis von 17/29 cm.

Für flache Treppen ($h < 13$ cm) kommt eher die Bequemlichkeitsregel zur Anwendung:

$$a-h=12 \text{ cm} \quad (3)$$

für steile Treppen ($h > 18$ cm) gibt es eine eigene Sicherheitsformel:

$$a = 52 - \frac{3}{4} \cdot h$$

$$\text{oder } a = \frac{500}{h} \quad (4)$$

Wobei für alle Formeln gilt:

h...Höhe der Stufe [cm]

a...Auftrittsbreite der Stufe [cm]

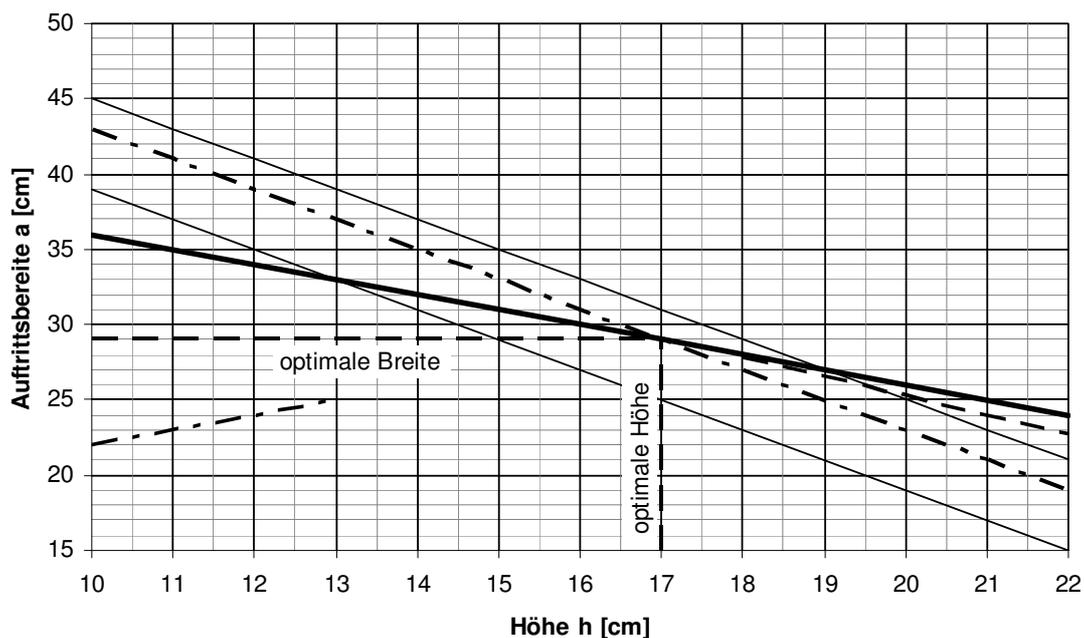


Abbildung 5: Verhältnis Auftrittsbreite / Höhe [6]

Die maximalen Abmessungen für die Stufenhöhe (h) bzw. die Minimalwerte für die Auftrittsweite (a) werden sowohl in der ÖNORM B5371 als auch in der Bauordnung festgelegt. Die ÖNORM unterscheidet dabei einerseits nach der Art der Benutzung, andererseits nach Notwendigkeit und Intensität der Benutzung und legt dementsprechend die Werte fest. Die Wiener Bauordnung hingegen legt nur die Abmessungen für notwendige Verbindungswege fest. [11]

2.3. Stufenformen

Die Unterseite und die Oberfläche von Naturstufen sind steinmetzmäßig bearbeitet. Von der Querschnittsform her wird unterschieden in Blockstufen, Keilstufen, Plattenstufen, Hohl- oder Mantelstufen und Winkelstufen (Abb. 6,7).

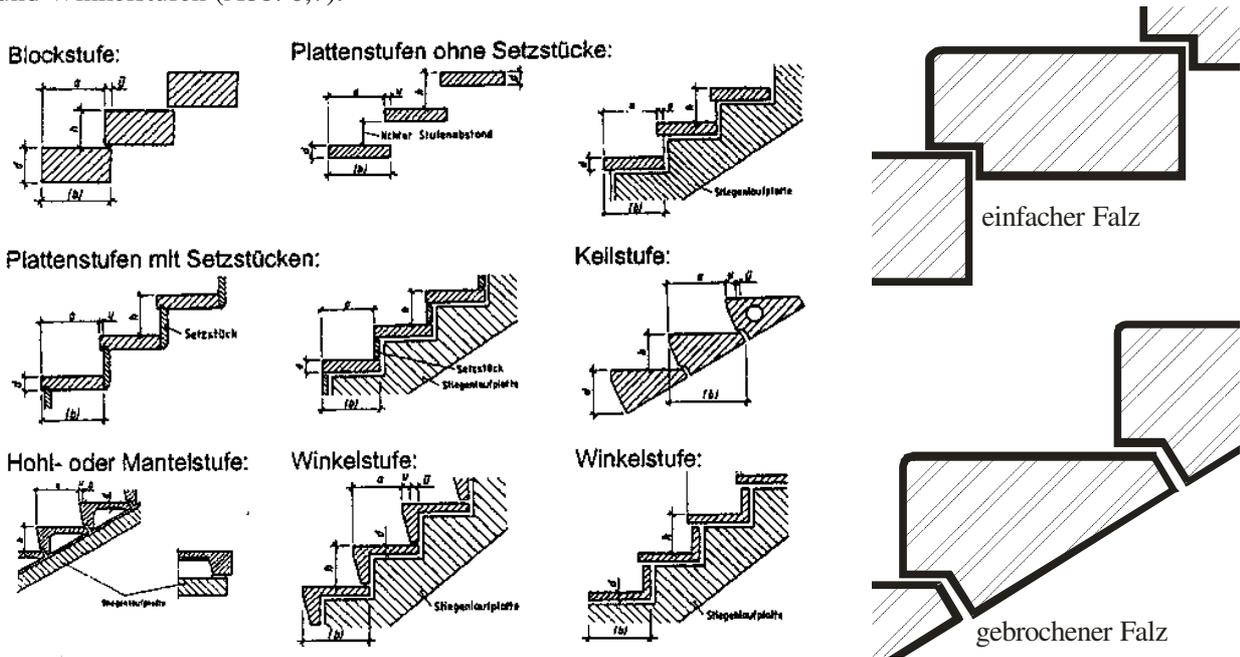


Abbildung 6: Stufenformen [11]

Abbildung 7: Falzarten [14]

Die verwendeten Formen und Ausführungen sind abhängig von der Konstruktion und Material der Treppe. Im Stoß von zwei Stufen ist entweder ein einfacher oder gebrochener Falz vorhanden. Der einfache Falz kann nur senkrecht gerichtete Kräfte übertragen.

Als besonders wichtig gilt die unterste Stufe, da diese praktisch als Auflager für die gesamte Treppe fungiert (Abb. 8).

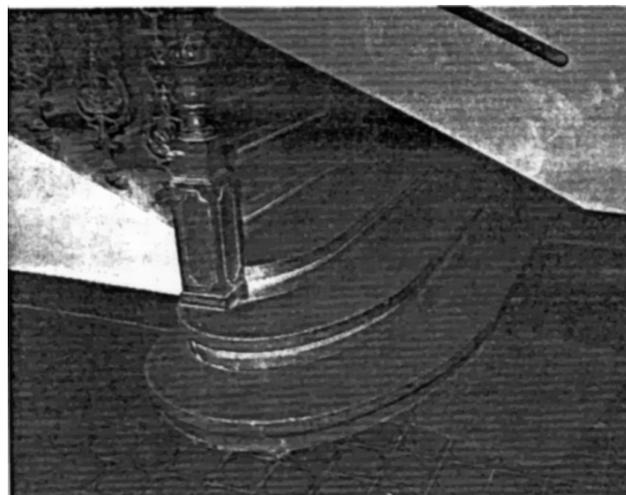


Abbildung 8: Treppenaufleger / unterste Stufe

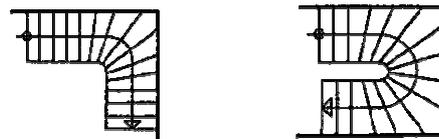
2.4. Treppen im Grundriss

Bei der Ausbildung der Grundrissformen einer Treppe, bei nicht geraden Treppen, ist zwischen einer Abwinkelung um einen bestimmten Winkel, die ein Zwischenpodest erfordert (bei 90° Viertelpodest, bei 180° Halbpodest), und einer Wendelung zu unterscheiden.

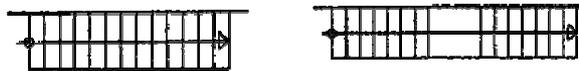
Gerade Stiegen mit gewendelten Laufteilen:



Gewinkelte Stiegen mit geraden und gewendelten Laufteilen:



Gerade Stiegen, ein- oder mehrläufig:



Gewinkelte Stiegen (mit geraden Läufen)

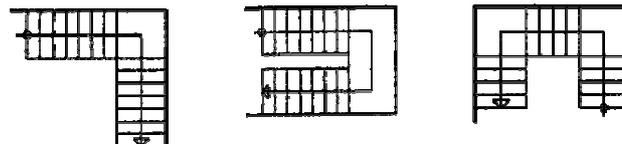


Abbildung 9: Auswahl an Treppengrundrissen [11]

Jede Treppe befindet sich in einem so genannten Stiegenraum, der gemeinsam mit den ihn umschließenden Bauteilen als Stiegenhaus bezeichnet wird. Für die Durchführung der Stiege wird eine Decken- bzw. Stiegenöffnung benötigt. Der lichte Raum zwischen den Stiegenläufen wird Spindel oder Spindelraum genannt. [11]

2.5. Material

Stufen und Podestplatten wurden aus Naturstein hergestellt. Stufen aus Granit wirken kühl, aber sehr solide. Sie sind dauerhaft und verschleißfest und erfordern nur einen geringen Aufwand für die Reinigung und Pflege. Deshalb wurden sie, trotz ihres höheren Preises, häufig verwendet, vor allem in öffentlichen Gebäuden des 19. Jahrhunderts. Auch heute nach über 100 Jahren Nutzung sind kaum Trittspuren zu bemerken.

Sandsteinstufen wurden im 19. Jahrhundert in Nebentreppen, wie z.B. Treppen, die zu Küchen führen, eingebaut. Sandstein war billiger, leichter zu bearbeiten, zeigt aber schon nach wenigen Jahren Verschleißschäden. [14]

2.6. Schäden

Der Bruch von Kragstufen an der Stelle der größten Biegebeanspruchung (nahe der Einspannstelle) wird durch Spannungskonzentration an (im Material vorhandenen) Inhomogenitäten verursacht. Die Form der Bruchfläche hängt von der Gesteinsart (Zähigkeit des Materials) und der Bruchgeschwindigkeit ab. Feinkörnige Gesteinsarten (z.B. Sandstein) weisen durchwegs glatte Formen des dem langsamen Bruch entsprechenden Teiles auf. Der plötzliche Bruch des Restquerschnittes zeigt meist zackige Formen.

Das eigentliche Versagen basiert entweder auf statischer Überlastung oder dynamischer Beanspruchung eines Treppenlaufes (herabfallende Gewichte).

Eine weitere Schadensursache, die das Versagen von Natursteinkonstruktionen hervorruft, resultiert aus Verformungen des Treppenhausmauerwerks. Durch bereichsweise Setzungen kann es sowohl zu Absenkungen als auch Verdrehungen einzelner oder mehrerer Kragstufen kommen. Die dadurch bewirkte Lösung der gegenseitigen Verspannung bedingt die Ausbildung einzelner Kragbalken, ohne Lastverteilung in Laufrichtung. Bei Belastung kann der Bruch bei weit geringeren als für das intakte Tragwerk anzusetzenden Belastungen eintreten. [13]

Das große Problem bei freitragenden Treppen ist vor allem in der ungünstigen Belastung zu finden. Bei z.B. beidseitig gelagerten Stufen ist an der Oberkante nur Druck vorhanden, jedoch bei freitragenden Stufen ist hier vor allem Zug.

3. Der zweite Bericht des Stiegenstufenausschusses

3.1. Allgemein

Die Versuchsserien und dessen Auswertungen wurden in der Zeitschrift „Österreichische Ingenieur- und Architektenverein (kurz ÖIAV) veröffentlicht.

Der erste Bericht des Stiegenstufen-Ausschusses im Jahre 1896 befasste sich mit einem bis zum Bruch belasteten Stiegenarm, sowie Versuchen mit einer einzelnen Stufe.

Es wurden neben Beton ebenfalls die Materialien Rekawinkler Sandstein, Kaiserstein (=Kalkstein) und Karst-Marmor untersucht.

Die zweite Versuchsserie wurde im Jahr 1898 publiziert und beschäftigt sich mit der Torsionsbeanspruchung von Einzelstufen, sowie der Durchbiegung und Stufenverdrehung eines Stiegenarmes. In erster Linie sollte eine Klärung der wissenschaftlich interessanten Frage nach der Druckverteilung auf die einzelnen Stufen eines Stiegenarmes bei Belastung einzelner Stufen gefunden werden. [8]

Ziel des Ausschusses war es ebenfalls ergänzende Versuche um die Lastverteilung, bei Belastung einer einzelnen Stufe im Stiegenarm, zu klären.

Zusammengesetzt war dieser Ausschuss aus folgenden Personen:

- K.k. Ober-Ingenieur Franz Berger
- Prof. J.E. Brik
- Böck
- Baumeister Georg Demski
- Ingenieur Greil
- Steinmetzmeister Ed. Hauser
- Oberingenieur Kapaun
- K.k. Baurath Julius Koch, Obmann
- Adolf Baron Pittel
- Oberingenieur Carl Ritter von Schlag
- K.k. Baurath Hermann Wehrenfennig

Gemeinsam legte man ergänzende Versuche in erster Linie zur Klärung der Druckverteilung auf die einzelnen Stufen eines Stiegenarmes bei Belastung einzelner Stufen fest. [8]

So wurde beschlossen einen auskragenden Stiegenarm herzustellen, einzelne Stufen zu belasten und die entstehenden Verformungen (Durchbiegung und Verdrehung) mittels größt möglicher Genauigkeit zu messen.

Zusätzlich wurden noch Versuche an einer einzelnen Stufe auf ihre Torsionselastizität hin durchgeführt.

Die Versuche wurden an zwei Stiegenarmen durchgeführt, mit jeweils unterschiedlichem Material, ebenso bei den Torsionsversuchen.

In Summe wurden 14 Versuche in dem zweiten Bericht dargestellt.

3.2. Versuchsdurchführung

3.2.1. Versuchsaufbau

Für den Versuch wurden zwei einseitig eingespannte Stiegenarme aus unterschiedlichen Materialien erstellt. Diese Stiegenarme bestanden aus je neun Stufen, wobei die unterste Stufe (Stufe 1) eine Blockstufe war, welche auf einem untermauerten Fundament gelagert war und ebenfalls einseitig eingemauert wurde. Die auskragende Länge betrug 160 cm mit einer Einmauerungstiefe von 25 cm. Es wurde der übliche Querschnitt verwendet, siehe Abbildung 10 und 20.

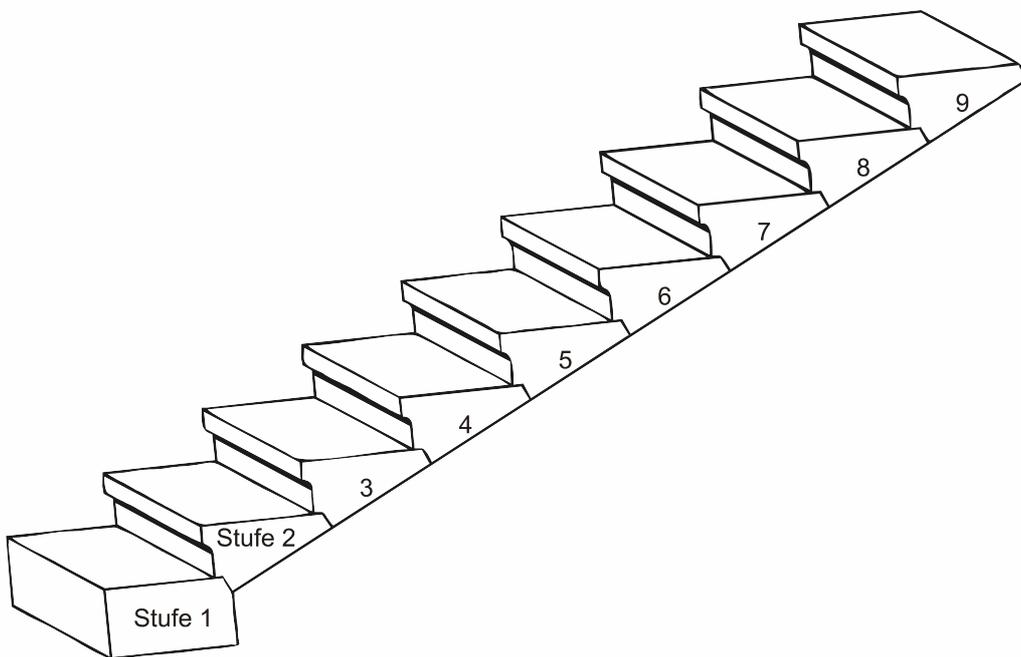


Abbildung 10: Geometrie des Stiegenarmes für die Versuchsdurchführung

Eine Ausnahme war noch die zweite Stufe, welche am eingemauerten Ende parallelpipedisch ausgebildet war, gegenüber den restlichen Stufen (3-9) die ihren Querschnitt auch in der Einmauerung beibehalten. Die Fugen zwischen den einzelnen Stufen wurden mit Portlandzementmörtel satt ausgefüllt.

Bei den Untersuchungen für die Biegungs- und Torsionselastizität des Stufenmaterials wurden aus je einem Material der angelieferten Stufen je eine genommen und mit gleicher Auskragung bzw. Einmauerungstiefe wie bei den Versuchen mit den Stiegenarmen gesondert versetzt.

3.2.2. Belastungsaufbringung

Die Belastung der einzelnen Stufen erfolgte mittels Roheisenflossen, welche möglichst gleichmäßig längs der Stufe verteilt wurden (Abb. 11). [8]

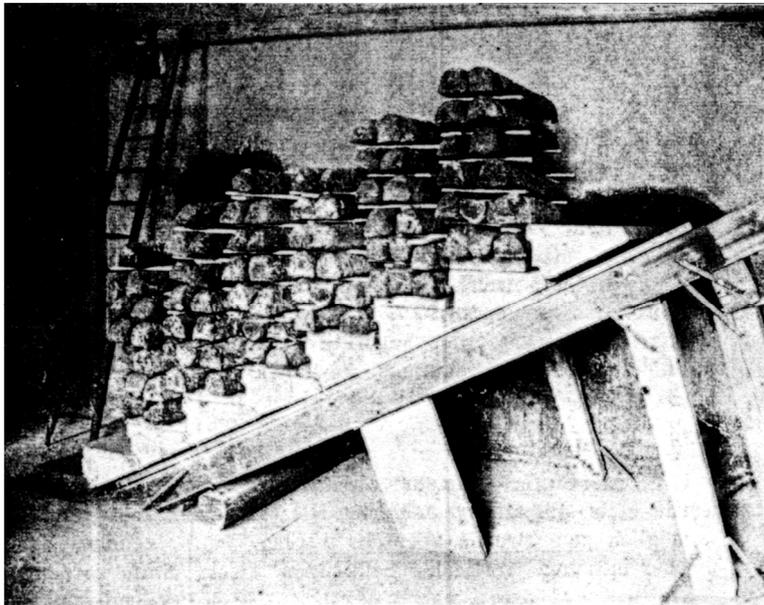


Abbildung 11: Foto Roheisenflossenbelastung [5]

Zuerst wurde nur eine Stufe einer nach und nach gesteigerten Belastung unterworfen und der Einfluss dieser Belastung auf die Deformationen der Stufe ermittelt. In weiterem Verlauf wurde noch eine zweite, dritte, allenfalls auch vierte Stufe belastet, wobei jedes Mal die Wirkung der Belastung auf die Formveränderungen festgestellt worden ist. Die Deformationen wurden dadurch erhoben, dass die Bewegungsgröße der Schwerpunkte der freien Stirnenden der Stufen in vertikaler und horizontaler Richtung, sowie die Verdrehungswinkel der Stufenenden gemessen wurden. [8]

3.2.3. Biegungs- und Torsionselastizität

Aus den Materialien Karst- und Kaiserstein wurde je eine Stufe zur Untersuchung herangezogen. Sie wurden mit gleicher Kraglänge (1,6m) wie die Stufen der Stiegenarme gesondert eingemauert und gleichmäßig belastet, wobei die Senkung der freien Stufenenden gemessen wurde.

Zur Ermittlung der Torsionselastizität wurde ein eigens dafür konstruierter eiserner Torsionshebel verwendet (Abb. 12).

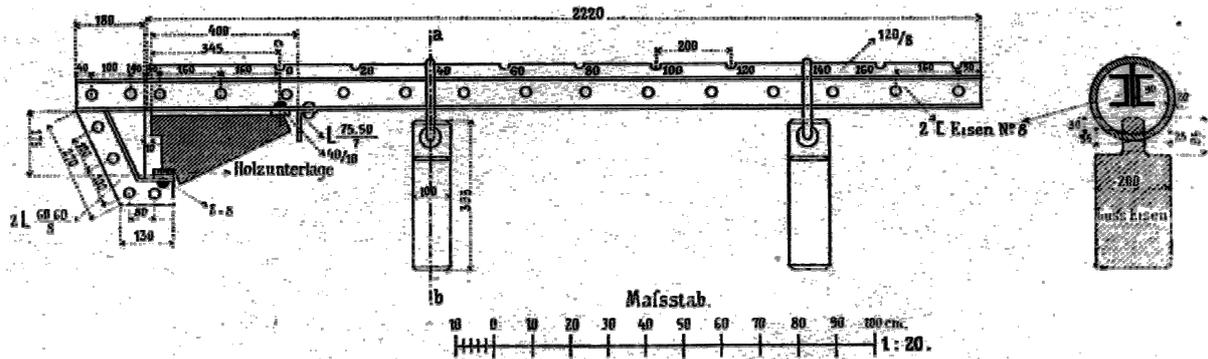


Abbildung 12: Torsionshebel [3]

Der Torsionshebel wurde so auf die Stufe aufgesetzt, dass dessen Mittelebene eine zur Längsachse der Stufe normale Lage erhielt und von dem freien Stufenende um 15 bzw. 18 cm abstand.

Die Größe der Verdrehungswinkel wurde mittels zwei Messlibellen, von welchen die eine nahe der Einmauerung, die andere dagegen am freien Stufenende aufgesetzt war, gemessen.

Durch die Verwendung des Torsionshebels wurde natürlich nicht nur ein Torsionsmoment, sondern auch ein Biegemoment hervorgerufen. Da jedoch dies als einfache und kostengünstige Methode verwendet werden konnte und eine Stufe im Stiegenarm ebenfalls Torsions- und Biegemoment gleichzeitig erfährt, diese Variante gewählt. Wenn auch diese Versuche über die Biegungs- und Torsionselastizität der Stiegenstufen keinen Anspruch haben, als Präzisionsversuche zu gelten, so bieten doch deren Ergebnisse immerhin wertvolle Anhaltspunkte zur praktischen Beurteilung der Biegungs- und Torsionswiderstände der Stufen in belasteten Stiegenarmen, bei welchen die statischen Verhältnisse so komplex sind, dass deren theoretische Untersuchung großen Schwierigkeiten begegneten. [3]

3.3. Resultate der Belastungsversuche

In diesem Teil wird nun ein Überblick über die wichtigen Ergebnisse der Versuche des Stiegenstufenausschusses zusammengestellt. Im nachfolgenden Kapitel werden die aus den Versuchen ermittelten Messdaten den aus der Modellrechnung gewonnenen Daten gegenübergestellt.

3.3.1. Biegeversuche vom 15.Mai 1897 an Einzelstufen aus Karststein und Kaiserstein

Je eine Stufe aus Karststein und Kaiserstein wurden über ihre gesamte Länge gleichmäßig belastet (siehe Tabelle 5, Seite 38 sowie Tabelle 6, Seite 39).

Da bei diesen Versuchen eine Verdrehung stattgefunden hat, kann man feststellen, dass die Lastresultierende außerhalb des Schubmittelpunktes liegen muss. Deshalb stellte sich eine Verdrehung aufgrund des dadurch entstehenden Torsionsmomentes ein.

Die gemessene horizontale Verschiebung dürfte jedoch auf einen Messfehler zurück zu führen sein.

3.3.2. Versuch vom 15.Mai 1897 über den Einfluss bei Belastung nur einer Stufe im Stiegenarm

Am Stiegenarm aus Kaiserstein wurde zuerst die oberste (neunte Stufe) gleichmäßig belastet und die Deformationen von darunter liegenden Stufen gemessen.

Hiermit konnte ermittelt werden, dass sich die Wirkung der Belastung der obersten Stufe bis auf die zweite Stufe erstreckt. Ebenfalls konnte beobachtet werden, dass die Verdrehungen der Stufen fast proportional mit der Entfernung zum Lastort abnehmen.

3.3.3. Torsionsversuche vom 12.Juni 1897

An denselben Einzelstufen, an denen die Biegeversuche vorgenommen wurden, wurden auch die Torsionsversuche durchgeführt.

Durch diesen Versuch wurde nachgewiesen, dass nach der Entlastung sich die Stufe in die ursprüngliche Ausgangslage zurückdreht, sprich es konnten keine bleibenden Verformungen beobachtet werden.

3.3.4. Belastungsversuch vom 3.April 1897 an einem Stiegenarm aus Karststein

Der Stiegenarm wurde am 10. März 1897 versetzt, und weist somit am Tag des Versuches ein Alter von 23 Tagen auf. Auf den Stufen 3 bis 7 lagen Holzpfosten, deren Gewicht zwischen 0,112 bis 0,127 kN betrug. Diese Pfosten waren so auf die Stufen gelegt, dass das Gewicht der Roheisenflossen nahezu als gleichmäßig verteilt auf die Stufenlänge angenommen werden konnte. Die Tabellen 12 (Seite 52) bis 17 (Seite 53) enthalten die Messergebnisse der bei den verschiedenen Belastungen entstandenen Formänderungen. [8]

Man erkennt, dass die vertikalen und horizontalen Verschiebungen absolut genommen nur sehr klein sind und dass daher insbesondere bei unteren Stufen der Einfluss der Beobachtungsfehler sich störend bemerkbar macht. Trotzdem ist die Wirkung der Belastung der einzelnen Stufen auf das Gesamtverhalten des Stiegenarmes deutlich erkennbar und die oberen Stufen 6 und 7 zeigen die Gesetzmäßigkeit des Zusammenhanges der Belastungen mit den Formänderungen.

Besonders ins Auge gefallen ist jedoch die Einwirkung der Belastungen auf die Größe und den Sinn der Verdrehungen auf die Stufen.

3.3.5. Versuch vom 8. Mai 1897 an einem Stiegenarm aus Kaiserstein

Am Tag des Versuches war der Stiegenarm 50 Tage alt. Die Belastung wurde in gleicher Weise, wie bei dem ersten Versuch, ausgeführt. In den Tabellen 18 bis 22 (Seite 56/57) sind die bei diesem Versuch erhobenen Resultate angeführt.

Obwohl die bei diesem Versuch erhaltenen vertikalen Verschiebungen der Schwerpunkte der Stufenenden noch kleiner sind als jene bei Karststein, so ist doch auch hier der gesetzmäßige Zusammenhang, welcher zwischen Belastung und Senkung besteht, nachweisbar. Auch die Erscheinungen der Verdrehungen der Stufen unter der Wirkung der Belastung einzelner Stufen stimmen mit jenen der vorigen Versuche überein.

3.3.6. Veranschaulichung der Deformationsversuche der Stiegenarme

Wenn die Messergebnisse dieser Versuche graphisch dargestellt zur Veranschaulichung gebracht werden, so wird neben der erleichterten Übersichtlichkeit auch der Zusammenhang zwischen den Belastungen und den Deformationen besser erkannt und verfolgt werden können. Zu diesem Zwecke stellen wir für jede in Beobachtung gezogene Stufe ein Diagramm der vertikalen Senkungen und der Verdrehungswinkel dar. Und zwar so, dass über einem rechtwinkligen Achsenkreuz die Belastung als Ordinaten und die entsprechenden Senkungen, bzw. Verdrehungswinkel als Abszissen aufgetragen erscheinen. Es entstehen dadurch die in Abbildung 13 dargestellten Diagramme. Aus denselben ist ersichtlich, dass die vertikalen Senkungen der belasteten obersten Stufen und der darunter befindlichen sehr nahe der Gesamtbelastung der Stiegenarme proportional sind. Jede neu hinzukommende Belastung einer unterhalb befindlichen Stufe wirkt auf die Biegung der obersten Stufe ebenso ein, als ob die Belastung unmittelbar auf die oberste Stufe selbst aufgebracht worden wäre. In den Abbildungen 14 und 15 sind die vertikalen Senkungen des Stiegenarmes bei deren Belastungen einzelner Stufen dargestellt. Diese Biegungskurven zeigen nahezu einen geradlinigen Verlauf, da die Abweichungen von der vermittelnden Geraden innerhalb der den Beobachtungsfehlern entsprechenden Grenzen liegen.

Die Abbildungen 17 und 18 zeigen die Verdrehungswinkel gemessen an den freien Stufenenden graphisch dargestellt. Man sieht, dass bei Belastung nur einer Stufe die nachbarlichen Stufen Verdrehungen erleiden in dem Sinne, dass sich deren Stufenenden stets gegen den Lastort neigen. Die Größen der Verdrehungswinkel nehmen hierbei mit der Entfernung von der Last fast proportional ab. Dabei sind die bezüglichlichen Verdrehungen der unterhalb des Lastortes befindlichen Stufen größer als jene der oberen. Hinzukommende neue Belastungen einer anderen Stufe bewirken eine Vergrößerung bzw. eine Verminderung der Verdrehungswinkel im Sinne einer algebraischen Summierung der Einzelwirkungen.

Durch den vierten Versuch wurde nachgewiesen, dass die Wirkung der Belastung der neunten Stufe sich bis auf die zweite Stufe erstreckt. Die horizontalen Verschiebungen der Stufenenden erfolgen nach Seite der Stiegensteigung. Ihre Größe wächst mit der Gesamtbelastung des Stiegenarmes. Es scheint jedoch, dass auch diese Biegungen einem ähnlichen Gesetze folgen, wie die vertikalen. Bei der Kleinheit dieser Verschiebungen und bei der Schwierigkeit genauer Messungen ist dieses Verhalten nicht mit Sicherheit festzustellen. [8]

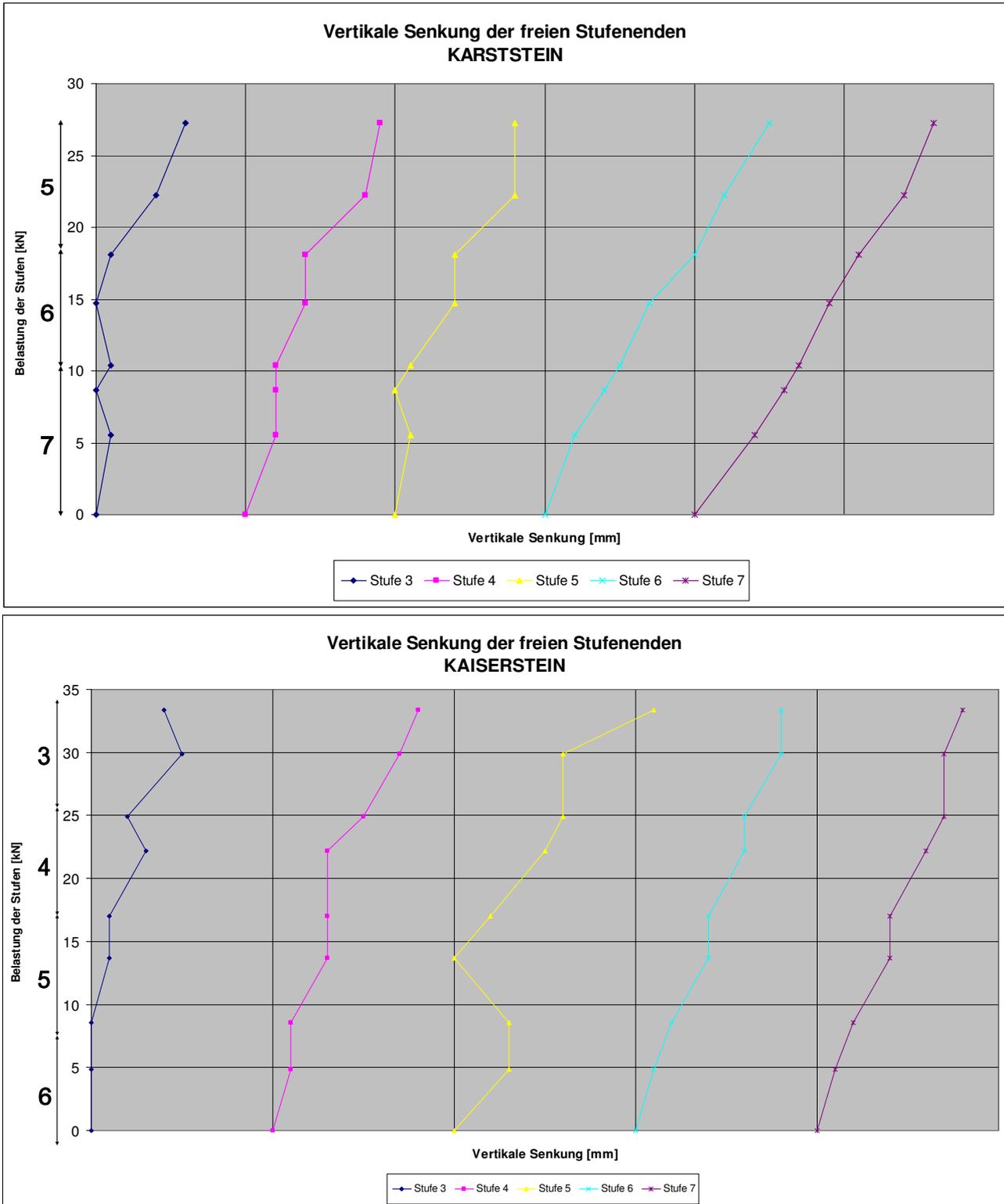


Abbildung 13: Vertikale Senkung der freien Stufenenden (Karststein/Kaiserstein)

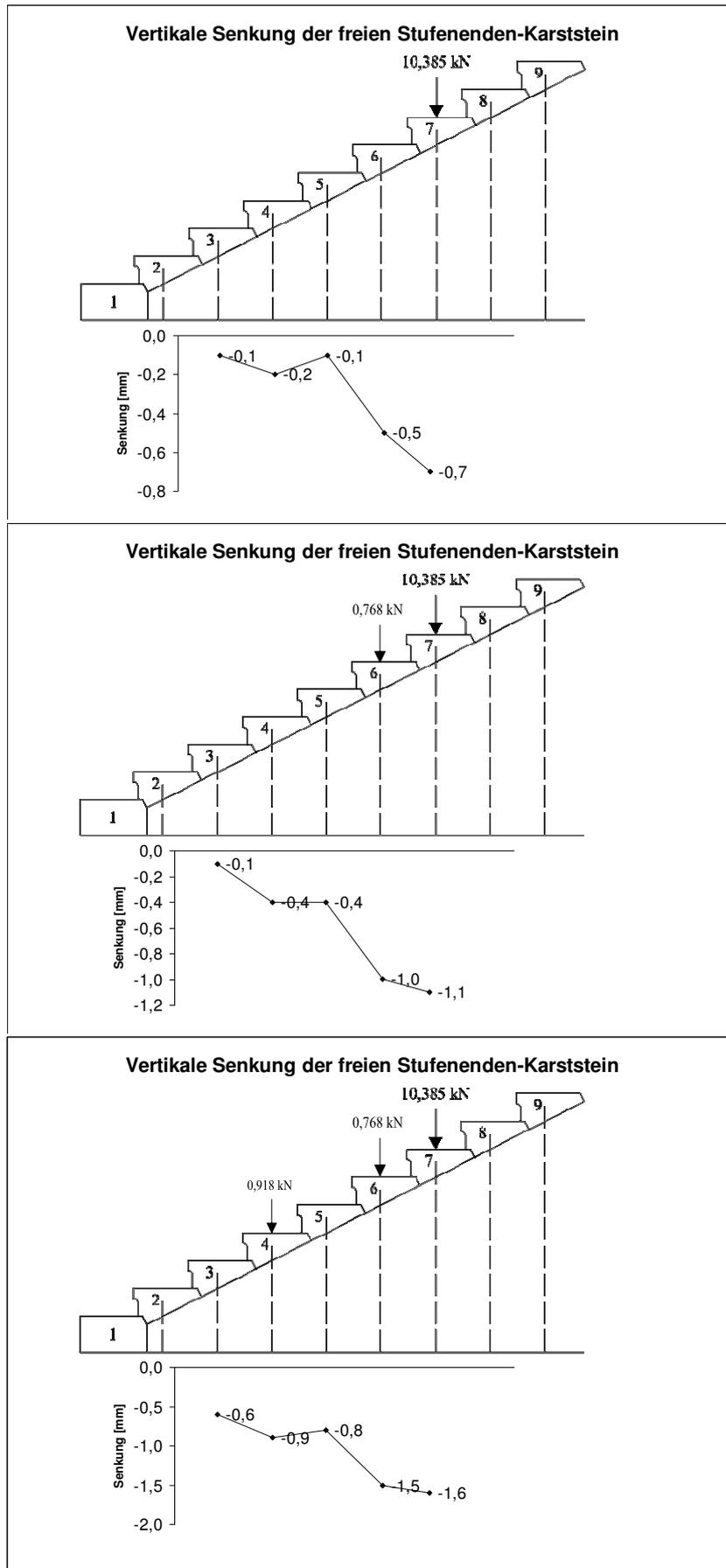


Abbildung 14: Vertikale Senkungen der freien Stufenenden-Karststein

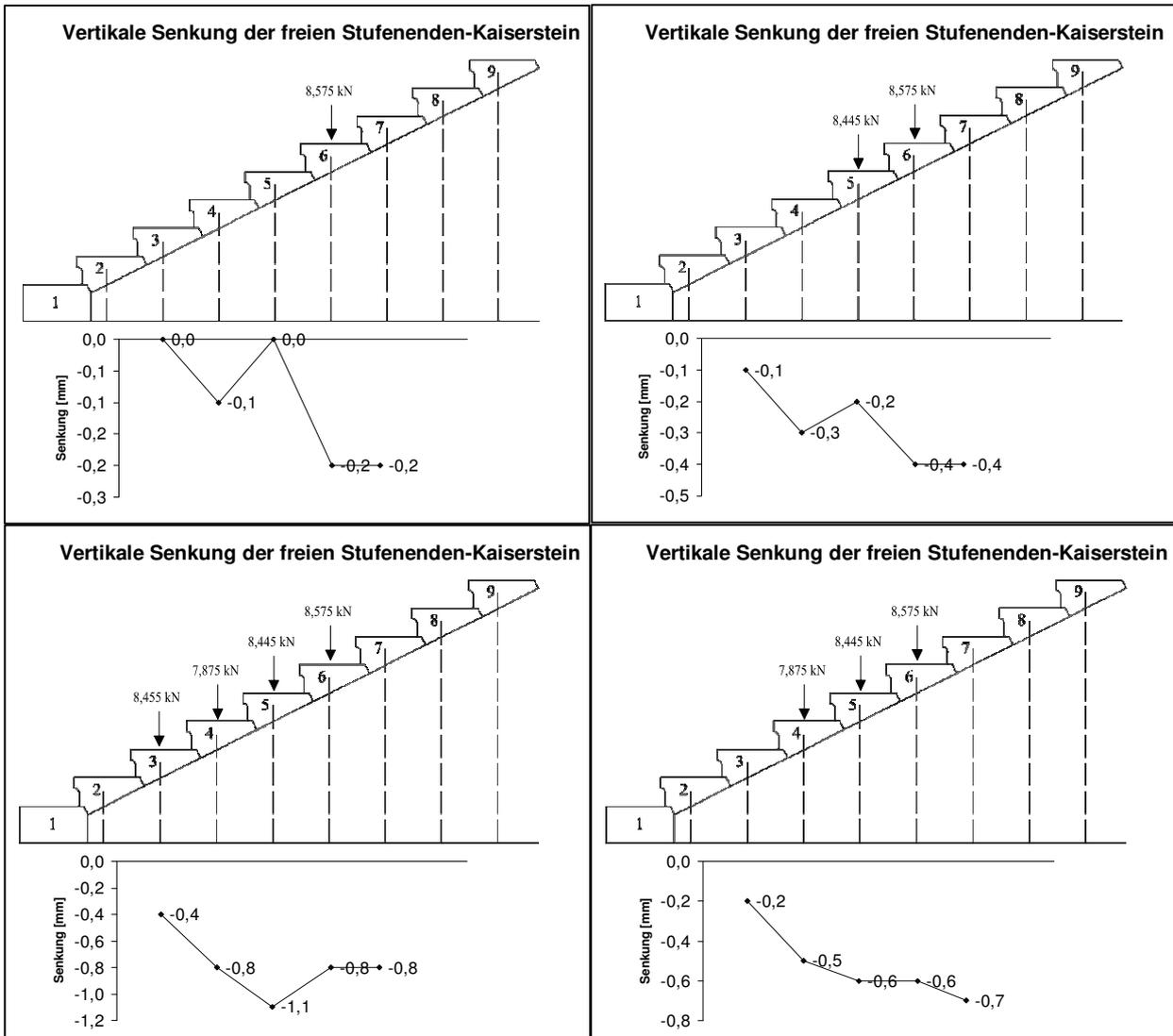


Abbildung 15: Vertikale Senkungen der freien Stufenenden-Kaiserstein

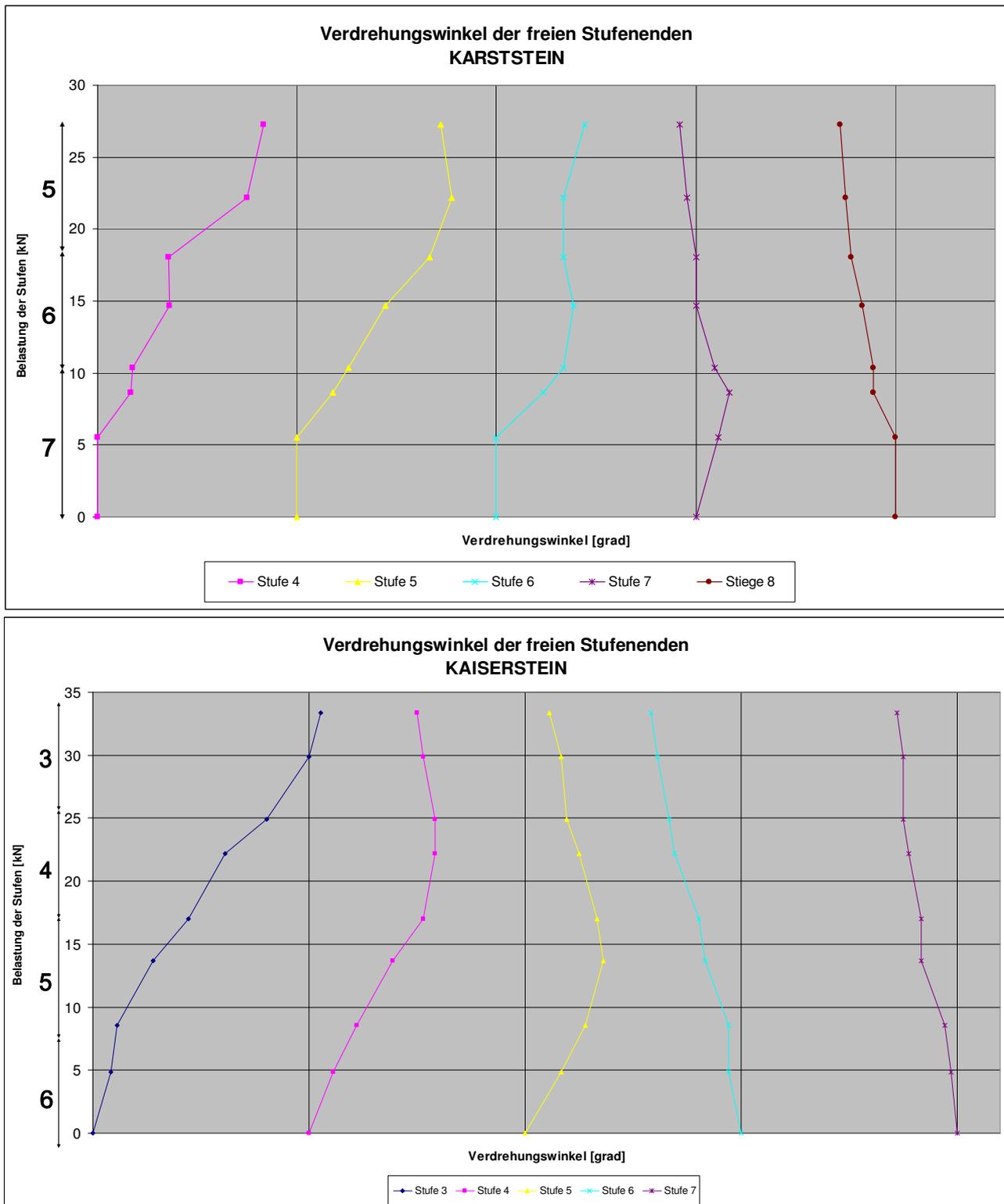


Abbildung 16: Verdrehungswinkel der freien Stufenenden (Karststein/Kaiserstein)

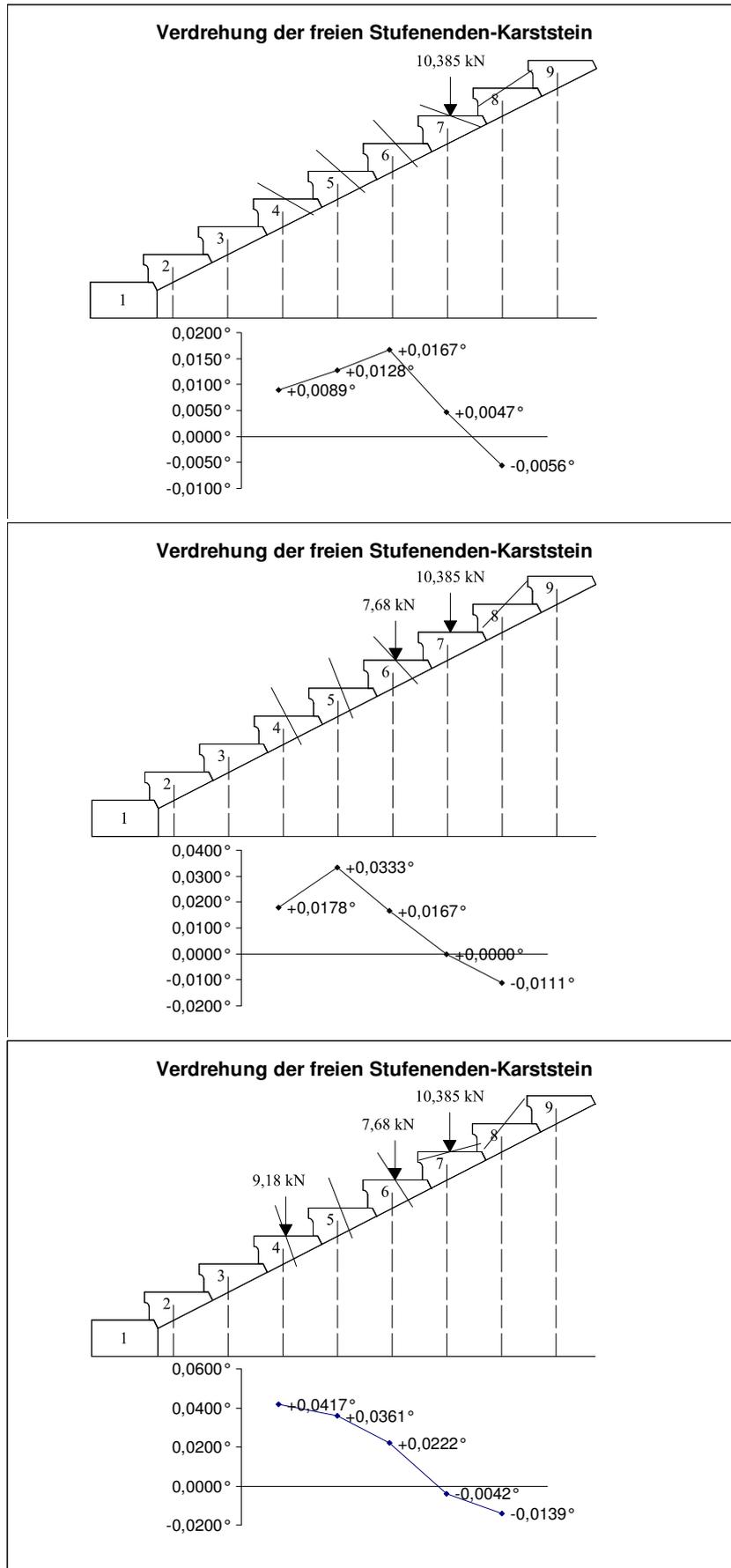


Abbildung 17: Verdrehungswinkel der freien Stufenenden-Karststein

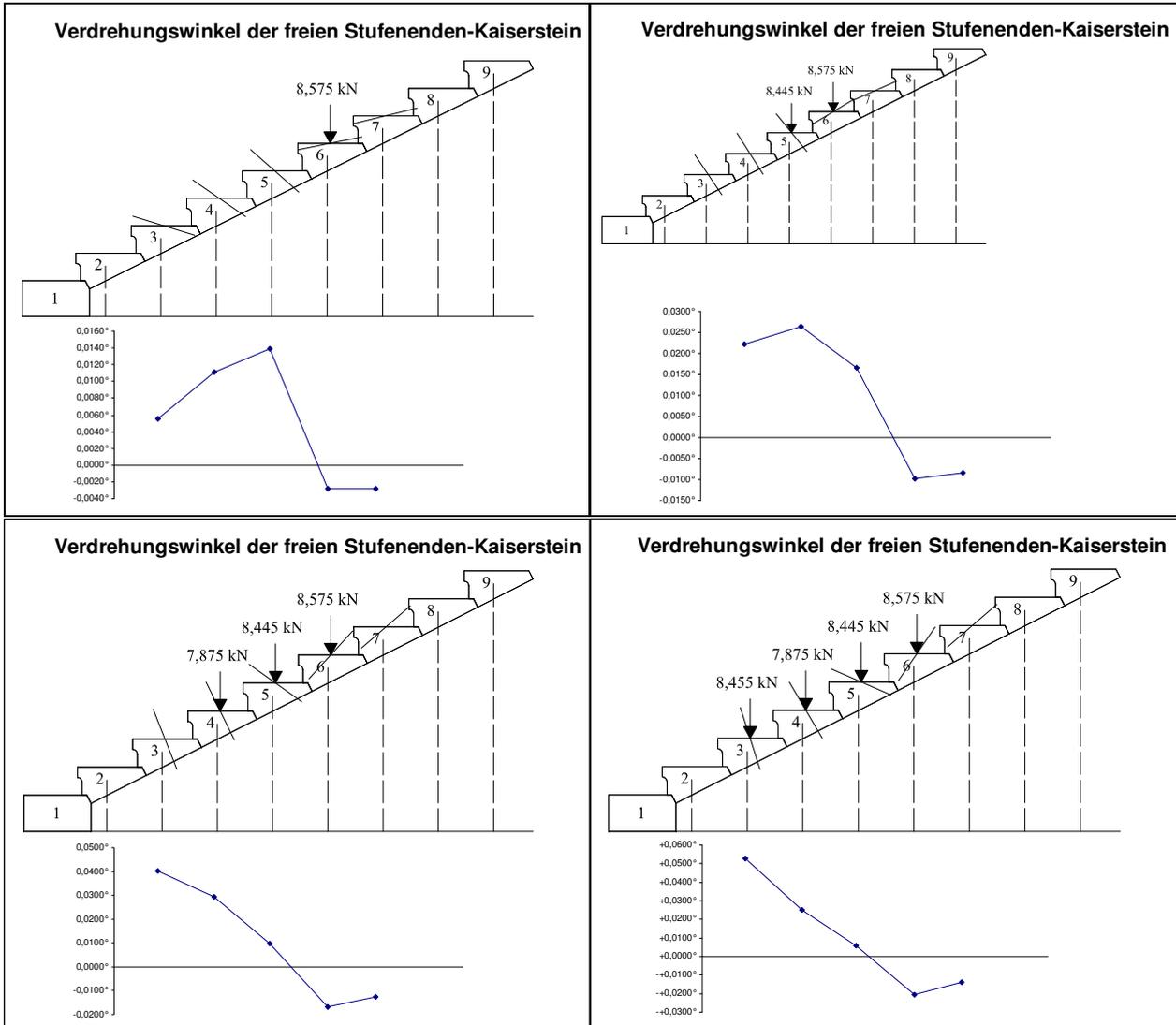


Abbildung 18: Verdrehungswinkel der freien Stufenenden-Kaiserstein

3.3.7. Schlussfolgerungen

1. Bei Belastung einer oder mehrerer Stufen eines freitragenden Stiegenarmes erleiden die einzelnen Stufen Formveränderungen, welche auf die Wirkung von Biegungen im vertikalen und horizontalen Sinne und auf Torsionswirkungen zurückzuführen sind.
2. Die vertikalen Senkungen der **obersten belasteten** Stufen und der darunter befindlichen sind proportional zu der Gesamtbelastung des Stiegenarmes, wobei es gleichgültig ist, welche oder wie viele unterhalb befindliche Stufen belastet sind. Die oberhalb der äußersten belasteten befindliche nächste unbelastete Stufe nimmt an der Senkung jener Stufe im gleichen Maße wie diese teil, und zwar in Folge des zwischen den Stufenfalzen vorhandenen Reibungs- bzw. Adhäsionswiderstandes.
3. Die horizontalen Biegungen der Stufen erfolgen nach Seite der Stiegenneigung. Sie wachsen mit der Gesamtbelastung des Stiegenarmes, doch scheint es, dass auch diese Biegungen einem ähnlichen Gesetz folgen wie die vertikalen (Punkt 2).
4. Die Verdrehungen der Stufenenden bei Belastung nur **einer** beliebigen Stufe des Stiegenarmes erfolgen derart, dass die unbelasteten Stufen sich **gegen den Lastort neigen**. Die Größe der Verdrehungswinkel der einzelnen Stufen nimmt fast proportional mit der Entfernung vom Lastort ab. Die **unterhalb der belasteten Stufe** gelegenen Stufen zeigen **erheblich größere Verdrehungen** als die oberhalb befindlichen. Jede hinzukommende neue Belastung einer anderen Stufe bewirkt eine Vergrößerung oder Verminderung der Verdrehungswinkel im Sinne einer algebraischen Summierung der Einzelwirkungen. Die **Wirkungswerte** der Belastung einer einzigen Stufe auf die Verdrehung der Nachbarstufen konnte **bis zur achten Stufe** nachgewiesen werden.
5. Da die Biegung der obersten belasteten Stufe der Gesamtbelastung des Stiegenarmes proportional ist, folgt, dass deren Anstrengung durch Biegung bei totaler Belastung den größten Wert erreicht und dass daher auch diese Anstrengung der Anzahl der Stufen proportional ist. Bei größerer Stufenzahl ist es möglich, dass bei voller Belastung die oberen Stufen eine Biegung erreichen, deren Größe der Biegung einer einzelnen, freien und in gleichem Maße belasteten Stufe gleichkommt. Solche Stufen des Stiegenarmes wären dann hinsichtlich der Biegung als Freiträger zu behandeln und zu berechnen.
6. Aus den nachgewiesenen Torsionswirkungen folgt, dass die unterste Stufe des Stiegenarmes bei totaler Belastung die größten Torsions-Anstrengungen zu erleiden hat.
7. Die gefährlichste Belastung eines Stiegenarmes ist daher die volle Belastung desselben durch die größte Verkehrslast. Die unterste Stufe erhält hierdurch die größte Anstrengung auf Torsion, während die obersten Stufen überwiegend durch Biegung beansprucht werden. Im Allgemeinen werden jedoch die einzelnen Stufen des Stiegenarmes auf „zusammengesetzte Festigkeit“ durch Biegung und Torsion in Anspruch genommen.
8. Die Versuche mit zwei einzelnen Stufen aus Karst- und Kaiserstein ergaben hinsichtlich der Torsionselastizität ein ziemlich gleichmäßiges Verhalten. Die Verdrehungswinkel wuchsen bei stufenweise gesteigerten Torsionsmomenten sehr nahe proportional mit letzteren. Nach Entlastung ging die Verdrehung wieder vollständig auf Null zurück. [8]

Aus Punkt zwei folgt, dass bei einer Gesamtbelastung eines Stiegenarms die oberste Stufe am meisten auf Biegung beansprucht wird und im Grenzfall einen Wert erreichen kann, der dem eines Kragbalkens mit gleicher Belastung entspricht.

Aus Punkt vier folgt, dass die unterste Stufe bei Vollast am meisten auf Torsion beansprucht wird und somit blockstufenartig ausgeführt und fundiert werden soll (siehe Abbildung 8 bzw. 10).

Alle anderen Stufen werden sowohl auf Torsion als auch auf Biegung belastet.

Somit ist die gefährlichste Belastung die Vollast. [9]

Abschließend ist noch zu sagen, dass diese Versuche einen sehr großen Beitrag zum Verständnis von freitragenden Stiegen geleistet haben, wenn nicht den Bedeutendsten. Dies gilt, obwohl die Versuche keinen Anspruch auf Exaktheit erheben, da sie ja auch schon vor über 100 Jahren realisiert wurden und die Durchführung mit einfachen Mitteln verwirklicht wurde. Durch die Inhomogenität des Gesteins liegt ebenfalls eine natürliche Schwankungsbreite der Gesteinsparameter vor, welche einen mittleren Rechenwert erfordert oder eine Kennwertermittlung in situ.

MODELLIERUNG UND VARIATION DER PARAMETER

1. Allgemeines

Zu aller erst sollte noch darauf hingewiesen werden, dass die Beurteilung einer vielleicht schon über 150 Jahre alten Treppe nicht alleine auf einer statischen Berechnung beruhen sollte. Versuche in situ sind sicherlich alleine wegen der Streuung der Kennwerte der verschiedenen Gesteinsarten von großer Bedeutung, sowie wegen dem Zustand der Stufen. Nicht zu vergessen ist die Beurteilung der Ziegelmauer, in der die Treppe eingespannt ist.

Zur Lösung der Aufgabenstellung wird ein dreidimensionales Stabwerksmodell (Abbildung 19) erarbeitet. Ausgangspunkt und Hilfestellung für dieses Berechnungsmodell ist unter anderem die zweidimensionale Modellidee aus [13].

Zur Modellierung des dreidimensionalen Stabwerkmodells wird das Programm RSTAB in der Version 5.14.321 der Firma Ing. Software Dlubal GmbH herangezogen. RSTAB ist tabellarisch, dialoggesteuert auch ermöglicht es die grafische interaktive Eingabe der Geometrie und Belastung. Berechnungen von ebenen oder räumlichen Tragwerken erfolgen nach Theorie I., II. oder bei Seilen auch nach Theorie III. Ordnung ist möglich. Wichtig für die Modellierung ist die Möglichkeit der Erstellung von Auflager- und Gelenkfedern. Ebenfalls stellt das Programm eine vollkommen automatische Generierung von regelmäßigen Tragwerken wie unter anderem Trägerrosten, Rahmen, Treppen oder Fachwerkbindern zur Verfügung. Die Generierung von Treppen kann jedoch nicht verwendet werden, da es sich hierbei nur um Treppen mit beidseitigen Wangen handelt. Hilfreich ist hingegen das Ausdruckprotokoll mit individuellen Gestaltungsmöglichkeiten.

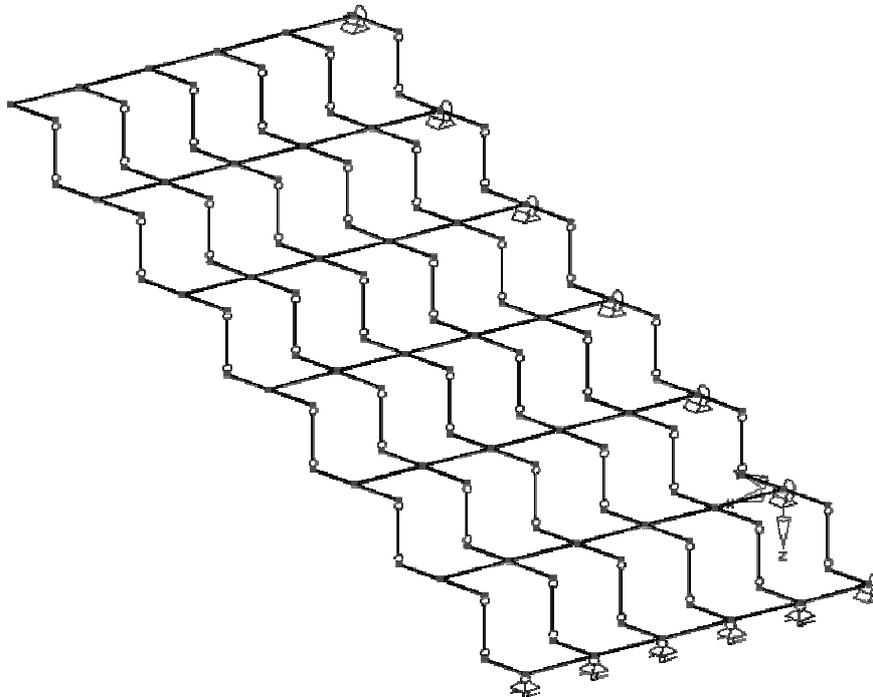


Abbildung 19: 3D-Stabwerksmodell

2. Grundlagenermittlung

Hier werden nun alle relevanten materialabhängigen und geometrischen Parameter zusammengestellt.

Für alle Berechnungen zum Rekawinkler Sandstein ist zu sagen, dass es sehr stark unterschiedliche Ergebnisse selbst bei Stufen aus dem gleichen Steinbruch gibt, sodass 1902 angeordnet wurde, dass jeder Rekawinkler Sandstein für freitragende Treppen eigens geprüft werden muss. Dies bedeutet, dass die berechneten Werte für den Sandstein also relativ ungenau für andere Bauwerke sein werden.

2.1. Geometrische Kenngrößen

Als geometrische Konstante wird der Stufenquerschnitt angesehen, welcher sich in jedem Modell mit den folgenden Abmessungen bzw. geometrischen Werten wieder findet (Abb. 20).

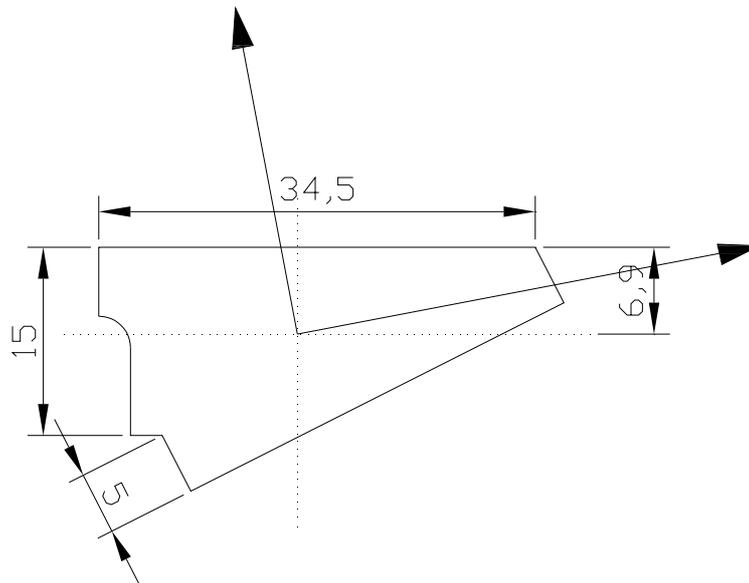


Abbildung 20: Stufenquerschnitt mit Hauptträgheitsachsen sowie Bemaßung in [cm]

Folgende Größen werden mit der Funktion „masseigen“ im Programm Autocad 2006 ausgelesen und zeigen die Masseneigenschaften im Textfenster wie folgt an.

```

----- REGIONEN -----
Fläche:           438.8569 cm²
Umfang:           96.4939 cm
Schwerpunkt:     X: 0.0000 cm
                  Y: -0.0049 cm
Trägheitsmomente: X: 9243.9692 cm⁴
                  Y: 35810.0594 cm⁴
Deviationsmoment: XY: 5321.9844 cm²
    
```

Trägheitsradien: X: 4.5895 cm⁴
Y: 9.0332 cm⁴

Hauptträgheitsmomente und X-Y-Richtung um Schwerpunkt:
I: 8217.4685 cm⁴ entlang [0.9819 0.1894]
J: 36836.5493 cm⁴ entlang [-0.1894 0.9819]

Widerstandsmoment: $W_x=13335\text{cm}^3$ aus [1]

Ein nicht sehr einfach analytisch lösbares Problem bei den benötigten Kenngrößen stellt das Torsionsträgheitsmoment dar. Dieses ist analytisch für den vorhandenen Vollquerschnitt nicht berechenbar. Bei komplizierten Querschnittsformen wie diesem, sind in der Regel nur numerische Lösungen, z.B. mit FEM (Finite-Elemente-Methode), denkbar.

Es ist jedoch einfach möglich sich an diesen Wert anzunähern. Dies gelingt durch die geometrische Annäherung an das Stufenprofil mittels eines gleichschenkligen Dreiecks, welches im Vollquerschnitt analytisch lösbar ist (Abb. 21).

RSTAB bietet ebenfalls eine Lösung, und zwar wird in der Frage des Torsionsträgheitsmomentes die Stiegenstufe durch einen Keil, also ein gleichschenkliges Dreieck, welches um 101 grad gedreht wird, angenähert (Abb.22).

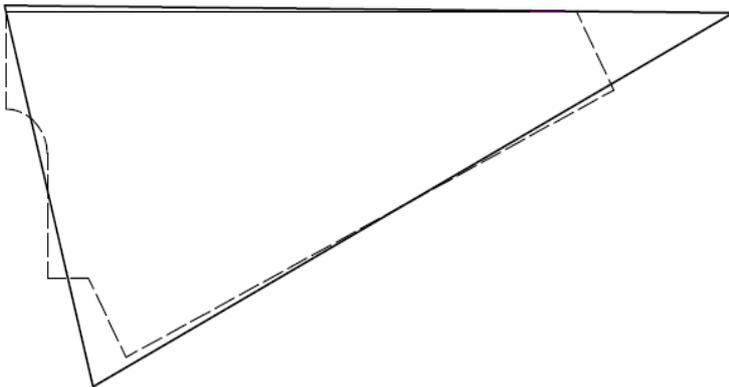


Abbildung 21: Vergleich Stufenquerschnitt / gleichschenkliges Dreieck

Abbildung 22: RSTAB Berechnung von I_T

Somit ergibt sich für das Torsionsträgheitsmoment $I_T=18331,3 \text{ cm}^4$.

An dieser Stelle muss noch erwähnt werden, dass obwohl der Schubmittelpunkt nicht mit dem Schwerpunkt zusammenfällt dies so angenommen wird, da eine solch aufwändige und komplexe Berechnung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Somit wird also ein kleiner Torsionsanteil außer Acht gelassen!

2.2. Materialabhängige Kenngrößen

2.2.1. Elastizitätsmodul E

Aus den Versuchen an den einseitig eingemauerten, gleichmäßig voll belasteten Balkenträgern, sprich Einzelstufen, ist die Durchbiegung am freien Ende ermittelt worden.

Aus der analytischen Formel dieser Durchbiegung lassen sich durch Umformen in Formel (5) und Einsetzen der Versuchsergebnisse die Werte in Tabelle 1 errechnen.

Es ist noch zu erwähnen, dass bei der Berechnung der Elastizitätsmodule von Professor Brik in [2] das Eigengewicht vernachlässigt wurde und somit liegt der Wert des Elastizitätsmodules auf der sicheren Seite. Zum Vergleich sieht man in der Tabelle 1 den errechneten E-Modul unter der Berücksichtigung des Eigengewichts (q+g) der jeweiligen Stufe, welcher im Schnitt ca. 150 % größer ist.

$$E = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^4 \cdot b}{I \cdot \delta} \quad (5)$$

wobei

q ... Belastung der Stufe

l ... Länge des Kragträgers

b ... Stufenbreite

I ... Trägheitsmoment des Querschnittes

δ ... Durchbiegung aus Messung

Tabelle 1: Elastizitätsmodul E und Rohdichte ρ nach [1]

Steinmaterial	E-Modul unter q [kN/cm ²]	Rohdichte [kN/m ³]	E-Modul unter q+g [kN/cm ²]
Rekawinkler Sandstein	326	24,2	577
Kaiserstein	2058	24,9	3135
Karststein	1197	25,8	1570

2.2.2. Schubmodul G

Die Berechnung des Schubmoduls mit folgender Formel (6) erfolgt unter Annahme des Elastizitätsparameters von Festgestein ν nach [7].

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (6)$$

Tabelle 2: Schubmodulberechnung

Steinmaterial	ν []	Schubmodul G [kN/cm ²]
Rekawinkler Sandstein	0,17	139,32
Kaiserstein	0,2	857,50
Karststein	0,2	498,75

3. Vorgehensweise

Es wird die folgende Vorgehensweise gewählt, bei der zwei Modelle zur Nachmodellierung erstellt werden. Mit dem ersten Modell wird eine Einzelstufe zur Ermittlung der elastischen Einspannung nachgebildet. Hat man diese errechnet, kann man nun einen ganzen Stiegenarm mit dieser elastischen Einspannung nachmodellieren.

Da es sich bei der Einspannung der Stufen nicht um eine vollkommene (sondern elastische) handelt wird diese durch eine Drehfeder ersetzt. Die Steifigkeit dieser Drehfeder wird anhand des Biege- und Bruchversuchs an einer Einzelstufe aus Rekawinkler Sandstein vom 29. Mai 1897 aus [3] ermittelt. Leider gibt es die benötigten Versuche nur für diese Gesteinsart.

Das zweite Modell dient zum Nachstellen der Versuche mit den Stiegenarmen aus den verschiedenen Gesteinsmaterialien. Die berechneten Werte werden dann den gemessenen Versuchswerten gegenüber gestellt und anhand derer können wir einschätzen, wie genau unsere Modellrechnung im Vergleich zum realen Versuch ist.

3.1. Einspann-Bruchmoment nach Professor Brik

Unter Annahme der Bruchspannungen σ von Professor Brik aus [9] und dem Widerstandsmoment wird das Bruchmoment der jeweiligen Gesteinsart wie folgt ermittelt:

$$M = \sigma \cdot W \quad (7)$$

Zur Modellierung und zum Zweck der Vergleichbarkeit mit den Versuchen wird $\sigma = f_{sd} = R_d$ gesetzt.

Durch die Annahme des durchschnittlichen Verhältnisses zwischen Bruchlast der vollflächig belasteten Stufe im Stiegenarm und der vollflächig belasteten Einzelstufe von 2:1 kommen wir zu dem folgenden Ergebnis für die Bruchlasten:

Tabelle 3: Bruchspannung nach Brik, Bruchmoment

Gesteinsart	Bruchspannung nach Brik	Bruchmoment	
		bei Einzelstufe	im Stiegenarm
	[N/mm ²]	[kNm]	[kNm]
Rekawinkler Sandstein	2,5	3,34	6,68
Kaiserstein	8,1	10,81	21,63
Karststein	10,1	13,48	26,97

Es stellte sich heraus, dass die Werte hinreichend genau sind, bis auf den Rekawinkler Sandstein. Deshalb wurde im Jahre 1902 angeordnet, jeden verwendeten Sandstein gesondert zu prüfen (auch aus demselben Steinbruch), da es hier eine große Streuung der Materialkennwerte gibt. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit dieser Rekawinkler Sandstein im Bereich der Stiegenmodellierung außer Acht gelassen.

Es gibt keine festgelegten Sicherheitsbeiwerte, aber um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wird in dieser Arbeit ohne Sicherheiten auf die Bruchspannung gearbeitet.

Laut Prof. Brik [4] sollte ein Sicherheitsbeiwert von $\gamma' = \gamma_R + \gamma_S = 8$ (Normalien um 1896) angenommen

werden, womit gelten würde $\frac{f_{stk}}{\gamma} = f_{sd} = R_d$ mit $\sigma = f_{stk}$.

3.2. Theoretische Ermittlung der Durchbiegung einer auskragenden Stufe

Professor Brik ermittelt in [2] mithilfe des Biegeversuches an der Einzelstufe das Elastizitätsmodul. In der vorliegenden Arbeit hingegen werden mittels der Durchbiegung die Drehfedersteifigkeit ermittelt.

Für einen einseitig eingemauerten, gleichmäßig voll belasteten Balkenträger ist die Biegung des freien Trägerendes wie folgt zu ermitteln:

$$\delta = \frac{1}{8} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \quad (8)$$

Mit folgenden Werten:

Q ... die Belastungsergebnis aus Eigengewicht und Nutzlast ... [kN]

q ... Streckenlast aus Eigengewicht und Nutzlast ... [kN/m]

l ... die Auskragungslänge ($l_{\text{vorh}}=1,6$ m) ... [m]

E ... Elastizitätsmodul ... [kN/m²]

I ... Trägheitsmoment ... [m⁴]

δ ... Durchbiegung am freien Ende ... [m]

Für einen einseitig eingemauerten, über die halbe Freilänge gleichmäßig belasteten Balkenträger ist die Biegung des freien Trägerendes wie folgt zu ermitteln:

$$\delta = \frac{41}{192} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{41}{192} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \quad (9)$$

Mit folgenden Werten:

Q ... die Belastungsergebnis aus Eigengewicht und Nutzlast ... [kN]

q ... Streckenlast aus Eigengewicht und Nutzlast ... [kN/m]

l ... die Auskragungslänge ($l_{\text{vorh}}=1,6$ m) ... [m]

E ... Elastizitätsmodul ... [kN/m²]

I ... Trägheitsmoment ... [m⁴]

δ ... Durchbiegung am freien Ende ... [m]

daraus folgt die allgemeine Formel:

$$\delta = k \cdot Q \text{ mit } k = \frac{1}{8} \cdot \frac{l^3}{E \cdot I} \quad (10)$$

Somit ergibt sich wie in [9] für den vorliegenden Versuch:

$$\text{Rekawinkler Sandstein} \quad \delta[mm] = 2,9 \cdot Q \text{ [kN]} \quad (11)$$

$$\text{Kaiserstein} \quad \delta[mm] = 0,27 \cdot Q \text{ [kN]} \quad (12)$$

$$\text{Karststein} \quad \delta[mm] = 0,46 \cdot Q \text{ [kN]} \quad (13)$$

3.3. Ermittlung der Federsteifigkeit der elastischen Einspannung

3.3.1. Sandstein

Aus dem Biege- und Bruchversuch vom 29.Mai 1897 in [3] werden die Werte übernommen, bei dem die halbe Freilänge gleichmäßig belastet wurde. Diese gemessene Durchbiegung am auskragenden Ende stellen wir nun der berechneten gegenüber und ermitteln hierdurch die Durchbiegung, die sich infolge der elastischen Einspannung ergeben muss. Das heißt, wir ziehen die berechnete Durchbiegung des Balkens von der gemessenen ab, erhalten somit eine vertikale Durchbiegung am Balkenende zufolge der Einspannsituation und berechnen daraus die Drehfedersteifigkeit c_s .

Die Durchbiegung berechnen wir nach Formel 10 bzw. Formel 11.

Tabelle 4: Rekawinkler Sandstein Nr. 32 S480-Versuch 29.Mai 1897

Belastung über halbe Länge [kN]	Einspannmoment [kNm]	Verschiebung Vertikal, Kragarmende		Unterschied der Verschiebungen [mm]
		gemessen [mm]	berechnet [mm]	
1,765	2,1	+3,8	+0,5	+3,3
3,545	4,3	+8,2	+1,0	+7,2
4,155	5,0	Bruch	+1,2	

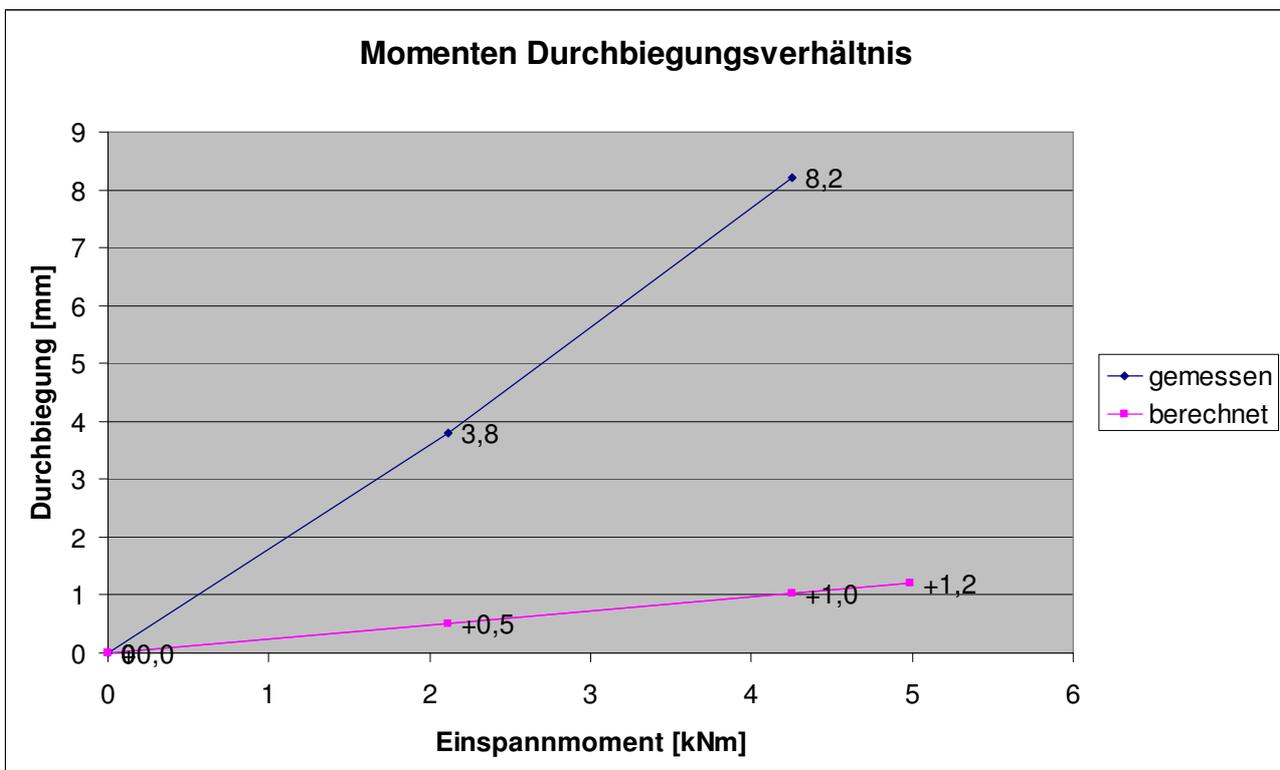


Abbildung 23: Momenten Durchbiegungsverhältnis bei Sandstein

Daraus wird der Unterschied der Verschiebung extrapoliert und erhält einen Wert von +8,5mm. Hieraus wird der Winkel φ der Verdrehung berechnet mit

$$\varphi = \arctan\left(\frac{8,8}{1600}\right) = 0,00535 \text{ [rad]} \quad (14)$$

Mit dem Bruchmoment $M_s=3,34$ kNm einer Einzelstufe lässt sich die Federkonstante berechnen mit

$$c = \frac{M}{\varphi} = \frac{3,34}{0,005335} = 626,05 \text{ [kNm / rad]} \quad (15)$$

Das Ergebnis der Formel 14 stellt die maximale Federkonstante einer einzelnen Stufe dar.

Zur Berücksichtigung des ganzen Stiegenarmes wird das max. Bruchmoment am Stiegenarm verwendet unter der Annahme der größten Durchbiegung einer Einzelstufe.

Da keine anderen Versuche vorliegen, die zu einer genauen Ermittlung der Federsteifigkeit nötig wären, begnügen wir uns mit dieser Methode. Zur genauen Nachmodellierung der Versuchsdurchführung kann man für jede Stufe die Federsteifigkeit bestimmen bzw. auch die Federsteifigkeit in der horizontalen Ebene.

$$c = \frac{M}{\varphi} = \frac{6,68}{0,005335} = 1252,11 \text{ [kNm / rad]} \quad (16)$$

Dieser ermittelte Wert in Formel 15 stellt die maximale Federkonstante einer einzelnen Stufe im Stiegenarm dar.

3.3.2. Kaiserstein

Aus dem Vergleich des Biegeversuches an Einzelstufen aus [3] für Kaiserstein mit der theoretischen Durchbiegung ist ersichtlich, dass ein Messfehler vorhanden sein muss (theoretische liegt über praktischer Durchbiegung). Deshalb kann der Wert nur ungefähr geschätzt werden und mit dem Karststein verglichen werden, welcher ähnliche Werte aufweisen sollte.

Hier wird nach demselben Schema wie für den Rekawinkler Sandstein vorgegangen, siehe Formel 10 bzw. Formel 12.

Tabelle 5: Kaiserstein Nr. 32 S477-Versuch 15.Mai 1897

Belastung	Einspannmoment	Verschiebung Vertikal, Kragarmende		Unterschied der Verschiebungen
		gemessen	berechnet	
[kN]	[kNm]	[mm]	[mm]	[mm]
3,350	2,7	+0,9	+0,9	0,0
5,745	4,6	+2,6	+1,6	+1,0
13,5125	10,8		+3,6	-

Unter der Annahme, dass sich die gemessene vertikale Durchbiegung fast linear verhält, wird eine Annäherung an einen realistischen Wert versucht. Und zwar wie in Abbildung 24 dargestellt, wird eine lineare gemittelte Trendlinie berechnet. Hieraus wird der Betrag der „gemessenen“ Verschiebung extrapoliert und man erhält einen Wert für die Durchbiegung von $\delta = 1,4$ mm, woraus sich wieder der Verdrehungswinkel wie folgt ergibt:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1,4}{1600}\right) = 0,000875 \text{ [rad]} \quad (17)$$

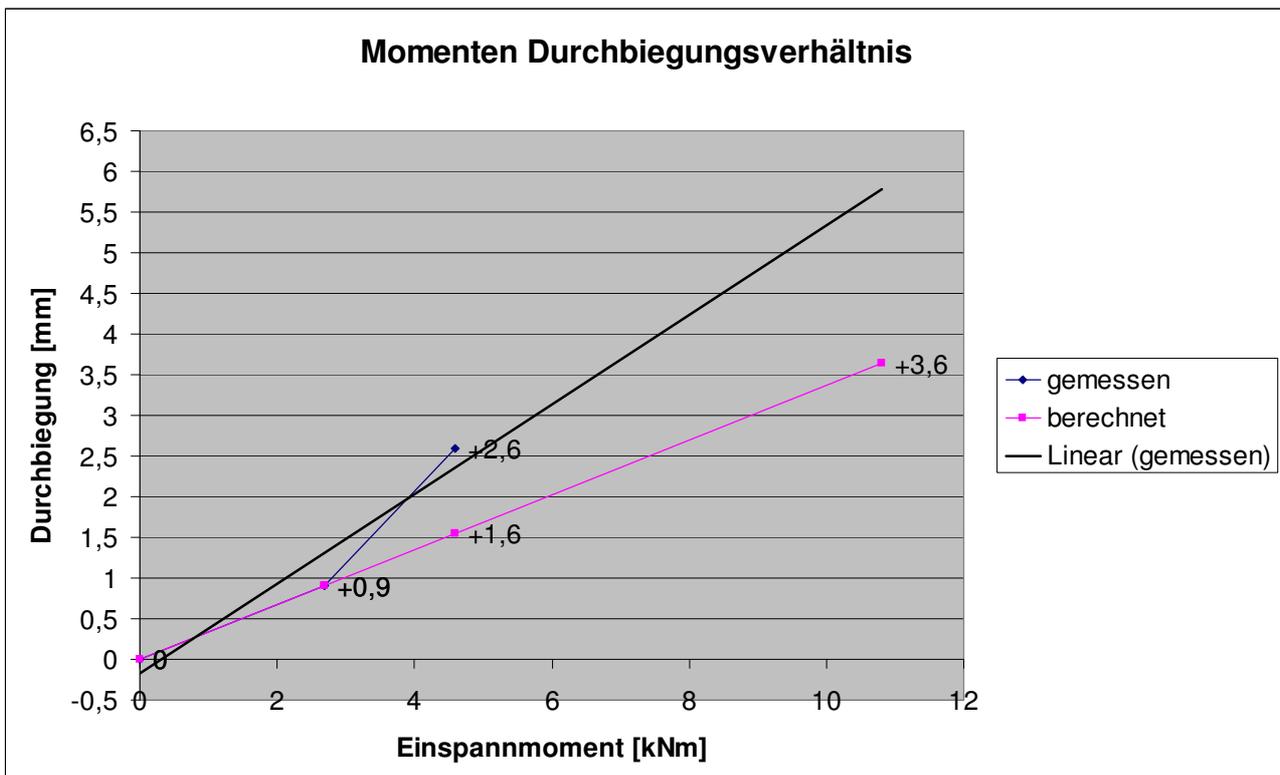


Abbildung 24: Momenten Durchbiegungsverhältnis bei Kaiserstein

Nun kann man die Federkonstanten mit der in Kapitel 3.3.1. beschriebenen Vorgehensweise Errechnen:

$$\text{Einzelstufe } c = \frac{M}{\varphi} = \frac{10,81}{0,000875} = 12354,3 \text{ [kNm / rad]} \quad (18)$$

$$\text{Stiegenarm } c = \frac{M}{\varphi} = \frac{21,63}{0,000875} = 24720,0 \text{ [kNm / rad]} \quad (19)$$

3.3.3. Karststein

Die Vorgehensweise für die Berechnung wird wie in dem vorangegangenen Kapitel 3.3.2. für Kaiserstein gewählt.

Tabelle 6: Karststein Nr. 32 S477-Versuch 15.Mai 1897

Belastung	Einspannmoment	Verschiebung Vertikal, Kragarmende		Unterschied der Verschiebungen
		gemessen	berechnet	
[kN]	[kNm]	[mm]	[mm]	[mm]
5,845	7,5	+2,7	+2,7	0,0
7,560	9,7	+4,1	+3,5	+0,6
16,850	13,5	-	+7,8	-

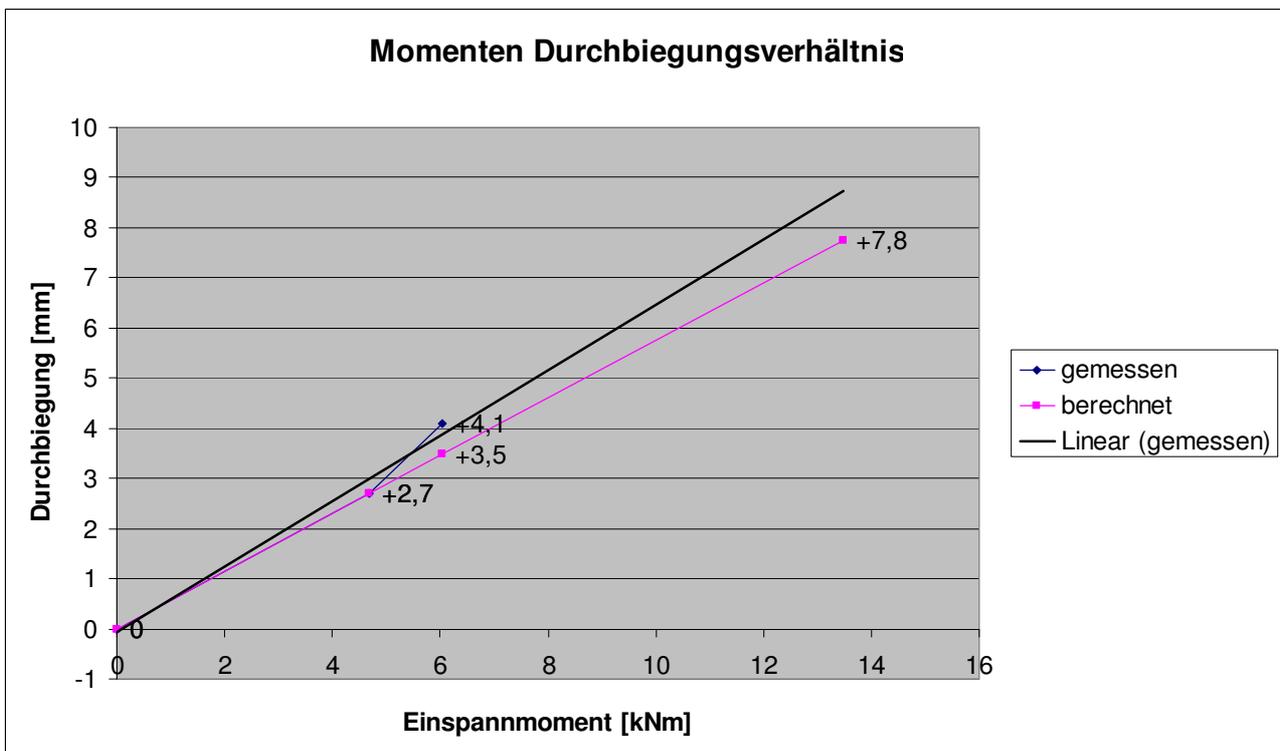


Abbildung 25: Momenten Durchbiegungsverhältnis bei Karststein

Folglich wird der Unterschied der Verschiebung extrapoliert und man erhält einen Wert von $\delta = 0,95\text{mm}$. Nun kann der Winkel φ der Verdrehung berechnet werden mit:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0,95}{1600}\right) = 0,000594 \text{ [rad]} \quad (20)$$

Mit Hilfe des Verdrehungswinkels und den jeweiligen Bruchmomenten wird nun die Federkonstante wie folgt ermittelt:

$$\text{Einzelstufe } c = \frac{M}{\varphi} = \frac{13,48}{0,000594} = 22693,6 \text{ [kNm/rad]} \quad (21)$$

$$\text{Stiegenarm } c = \frac{M}{\varphi} = \frac{26,97}{0,000594} = 45404,0 \text{ [kNm/rad]} \quad (22)$$

3.3.4. Zusammenfassung der Drehfedersteifigkeiten

Tabelle 7: Zusammenfassung der Drehfedersteifigkeiten

Gesteinsart	Drehfedersteifigkeit c	
	bei Einzelstufe	im Stiegenarm
	[kNm/rad]	[kNm/rad]
Rekawinkler Sandstein	626,05	1252,11
Kaiserstein	12354,3	24720,0
Karststein	22693,6	45404,0

Tatsächlich müsste die Reihung der Drehfedersteifigkeit laut E-Modul lauten: Sandstein, Karststein, Kaiserstein.

Der vorhandene Fehler ist sicherlich darin zu suchen, dass keine speziellen Versuche zur Ermittlung der Drehfedersteifigkeit durchgeführt wurden.

3.4. Modellierung der Biegeversuche an Einzelstufen vom 15.Mai 1897 aus [3]

Modelliert wird mittels des Standardquerschnitts mit einer Auskragung von 1,6m sowie einer gleichmäßig verteilten Last über den ganzen Querschnitt. Es werden die beiden Gesteinsarten Karststein und Kaiserstein nachmodelliert.

Die Beobachtung der horizontalen Verschiebungen bei den durchgeführten Versuchen wird auf einen Beobachtungsfehler zurückgeführt. Ebenfalls war die Auflast auch nicht mittig über dem Schwerpunkt bzw. Schubmittelpunkt verteilt.

An dieser Stelle erscheint es wichtig nochmals zu erwähnen, dass die Versuche eigentlich nicht zur Ermittlung von Kennwerten für die Nachmodellierung gemacht wurden und so z.B. auch zu wenige Datenpunkte festgehalten wurden, die für einen besseren Vergleich Berechnung -Versuch nötig wären.

3.4.1. Biegeversuch am Kaiserstein

Die Material- und Querschnittsparameter werden wie in den Kapiteln 2.1. bzw. 2.2. der Grundlagenermittlung angegeben eingesetzt (Abb.26).

Abbildung 26: Geometrische Eingabewerte RSTAB/Kaiserstein

Die zu modellierende Stufe wird als Balken (Abb. 28) mit einer einseitigen festen Einspannung, um die X- und Z- Achse sowie einer Drehfeder um die Y-Achse mit $c=12354,3$ kNm/rad eingegeben (Abb. 27). Die feste Stützung an der Seite der Einspannung erfolgt in alle Achsenrichtungen.

Abbildung 27: Eingabemaske für die Drehfedersteifigkeit/Kaiserstein

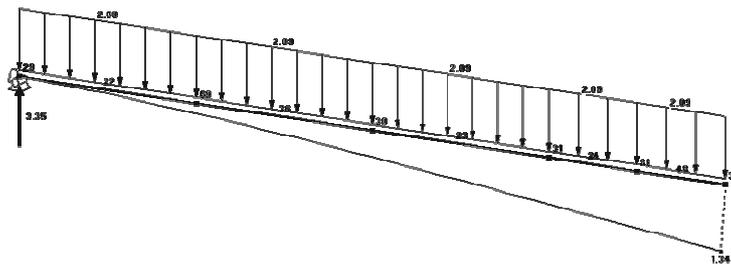


Abbildung 28: RSTAB Ausgabe für die Durchbiegung

Stellt man die Ergebnisse von Berechnung und Versuch gegenüber, erhält man folgende Tabelle.

Tabelle 8: Vertikale Verschiebung Kaiserstein

Belastung [kN/m]	Verschiebung vertikal		
	gemessen [mm]	berechnet [mm]	Differenz [mm]
2,094	+0,9	+1,3	0,4
3,591	+2,6	+2,3	0,3

Durch die Differenz von weniger als 1mm, welches der Messgenauigkeit entspricht, ist eine ausreichende Exaktheit bei der Biegung gegeben.

3.4.2. Biegeversuch am Karststein

Das statische Berechnungsmodell bzw. Stabwerk wird aus dem vorherigen Kapitel „Kaiserstein“ übernommen. Lediglich die Drehfeder um die Y-Achse ändert ihre Federsteifigkeit auf $c=22693,6$ kNm/rad. Angepasst werden nun an den Versuch die entsprechende Belastung sowie die Materialkennwerte und man erhält die Ergebnisse aus Tabelle 9.

Tabelle 9: Vertikale Verschiebung Karststein

Belastung [kN/m]	Verschiebung vertikal		
	gemessen [mm]	berechnet [mm]	Differenz [mm]
3,653	+2,7	+3,3	0,6
4,725	+4,1	+4,3	0,2

Auch hier wird die Messgenauigkeit von 1mm nicht überschritten und liegt somit im Toleranzbereich.

3.5. Modellierung der Torsionsversuche an Einzelstufen vom 12.Juni 1897 aus [3].

Für diese Versuche wurden dieselben Stufen verwendet wie für die Biegeversuche vom 15.Mai 1897 aus [3]. Abweichungen bzw. Ungenauigkeiten entstehen durch den Schubmodul G , auch kann die Belastung nicht als reine Torsion aufgebracht werden, sondern führt zusätzlich zu einer Querkraftbelastung und somit eines Momentes an der Einspannstelle, welches bei der Modellierung jedoch vernachlässigt wird.

In Kapitel 3.2.3. wird der zur Lastaufbringung verwendeten Torsionshebel genauer beschrieben.

Das statische System für diesen Versuch ist genau wie in Kapitel 3.4.1. bzw. Kapitel 3.4.2., genauer beschrieben wird ein einseitig eingespannter Balken.

Die Aufbringung des Torsionsmomentes in den verschiedenen Laststufen erfolgt beim durchgeführten Versuch im Abstand von 15 bzw. 18 cm vom auskragenden Ende. Im verwendeten Modell wird im Abstand von 20 cm vom freitragenden Stufenende das Torsionsmoment aufgebracht, welches keinen großen Einfluss haben dürfte.

Die Messung der Verdrehung im Modell wird in einem Knotenpunkt im Abstand von 2 cm von der Einspannung aus gemessen, da im Modell an der Einspannstelle keine Verdrehung herrschen kann (Abb. 29).

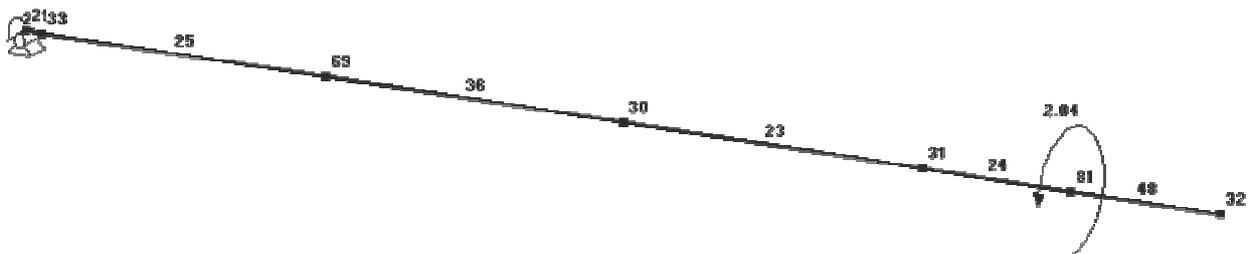


Abbildung 29: RSTAB Ausgabe für die Verdrehung des Querschnittes

Tabelle 10: Torsionsverhalten Kaiserstiebstufe

Torsionsmoment [kNm]	Verdrehungswinkel								
	gemessen			berechnet			Abweichungen		
M_T	am freien Ende	an der Einmauerung	Differenz	am freien Ende	an der Einmauerung	Differenz	am freien Ende	an der Einmauerung	der Differenzen
	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]
0,5354	0,0117°	0,0014°	0,0103°	0,0272°	0,0004°	0,0269°	0,0155°	0,0010°	0,0166°
0,7167	0,0139°	0,0000°	0,0139°	0,0365°	0,0005°	0,0360°	0,0226°	0,0005°	0,0221°
0,8127	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,9087	0,0194°	0,0000°	0,0194°	0,0462°	0,0007°	0,0456°	0,0268°	0,0007°	0,0262°
1,0047	0,0208°	0,0000°	0,0208°	0,0511°	0,0007°	0,0504°	0,0303°	0,0007°	0,0296°
1,1007	0,0222°	0,0000°	0,0222°	0,0560°	0,0008°	0,0552°	0,0338°	0,0008°	0,0330°
1,1967	0,0264°	0,0000°	0,0264°	0,0609°	0,0009°	0,0600°	0,0345°	0,0009°	0,0336°
1,2927	0,0292°	0,0000°	0,0292°	0,0658°	0,0009°	0,0649°	0,0366°	0,0009°	0,0357°
1,3887	0,0319°	0,0022°	0,0297°	0,0707°	0,0010°	0,0697°	0,0388°	0,0012°	0,0400°
1,4847	0,0347°	0,0028°	0,0319°	0,0756°	0,0011°	0,0745°	0,0409°	0,0017°	0,0426°
1,7591	0,0411°	0,0056°	0,0356°	0,0895°	0,0013°	0,0882°	0,0484°	0,0043°	0,0526°
1,8541	0,0431°	0,0042°	0,0389°	0,0944°	0,0013°	0,0930°	0,0513°	0,0029°	0,0541°
1,9491	0,0444°	0,0056°	0,0389°	0,0992°	0,0014°	0,0978°	0,0548°	0,0042°	0,0589°
2,0441	0,0458°	0,0069°	0,0389°	0,1040°	0,0015°	0,1025°	0,0582°	0,0054°	0,0636°
2,1391	0,0481°	0,0069°	0,0411°	0,1089°	0,0016°	0,1073°	0,0608°	0,0053°	0,0662°
2,2341	0,0481°	0,0069°	0,0411°	0,1137°	0,0016°	0,1121°	0,0656°	0,0053°	0,0710°
2,3291	0,0522°	0,0069°	0,0455°	0,1185°	0,0017°	0,1168°	0,0663°	0,0052°	0,0743°

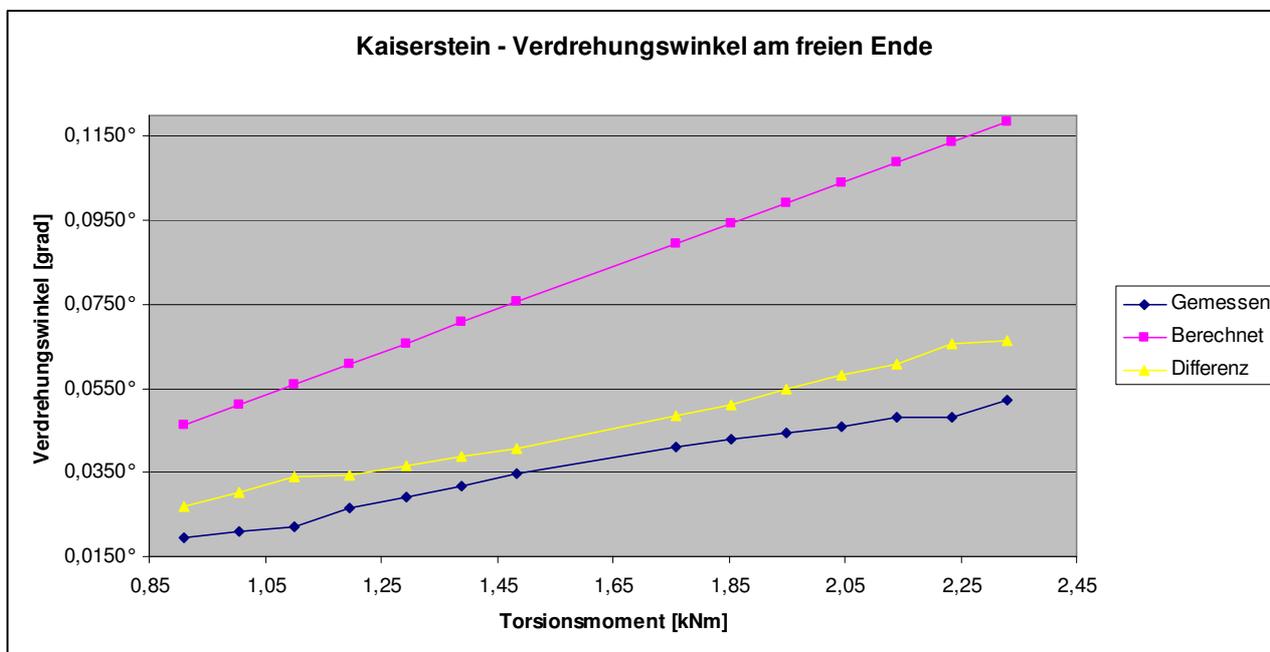


Abbildung 30: Wertevergleich Torsionsversuch Einzelstufe aus Kaiserstein

Tabelle 11: Torsionsverhalten Karststeinstufe

Torsionsmoment [kNm]	Verdrehungswinkel								
	gemessen			berechnet			Abweichungen		
	am freien Ende	an der Einmauerung	Differenz	am freien Ende	an der Einmauerung	Differenz	am freien Ende	an der Einmauerung	der Differenzen
M_T	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]	[grad]
0,5354	0,0125°	0,0000°	0,0125°	0,0468°	0,0007°	0,0462°	0,0343°	0,0007°	0,0337°
0,7167	0,0161°	0,0000°	0,0161°	0,0627°	0,0009°	0,0618°	0,0466°	0,0009°	0,0457°
0,8127	0,0194°	0,0000°	0,0194°	0,0711°	0,0011°	0,0700°	0,0517°	0,0011°	0,0506°
0,9087	0,0222°	0,0000°	0,0222°	0,0795°	0,0013°	0,0783°	0,0573°	0,0013°	0,0561°
1,0047	0,0236°	0,0000°	0,0236°	0,0879°	0,0014°	0,0865°	0,0643°	0,0014°	0,0629°
1,1007	0,0250°	0,0000°	0,0250°	0,0963°	0,0015°	0,0948°	0,0713°	0,0015°	0,0698°
1,1967	0,0278°	0,0000°	0,0278°	0,1131°	0,0016°	0,1115°	0,0853°	0,0016°	0,0837°
1,2927	0,0306°	0,0000°	0,0306°	0,1215°	0,0017°	0,1198°	0,0909°	0,0017°	0,0892°
1,3887	0,0333°	0,0000°	0,0333°	0,1299°	0,0019°	0,1281°	0,0966°	0,0019°	0,0948°
1,4847	0,0356°	0,0028°	0,0328°	0,1539°	0,0022°	0,1517°	0,1183°	0,0006°	0,1189°
1,6641	0,0383°	0,0042°	0,0341°	0,1622°	0,0023°	0,1599°	0,1239°	0,0019°	0,1258°
1,7591	0,0403°	0,0042°	0,0361°	0,1706°	0,0024°	0,1681°	0,1303°	0,0018°	0,1320°
1,8541	0,0439°	0,0056°	0,0383°	0,1789°	0,0026°	0,1763°	0,1350°	0,0030°	0,1380°
1,9491	0,0458°	0,0069°	0,0389°	0,1872°	0,0027°	0,1845°	0,1414°	0,0042°	0,1456°
2,0441	0,0486°	0,0069°	0,0417°	0,1955°	0,0028°	0,1927°	0,1469°	0,0041°	0,1510°
2,1391	0,0494°	0,0083°	0,0411°	0,2038°	0,0029°	0,2009°	0,1544°	0,0054°	0,1598°
2,2341	0,0500°	0,0083°	0,0417°	0,0468°	0,0007°	0,0462°	0,0032°	0,0076°	0,0045°
2,3291	0,0556°	0,0083°	0,0473°	0,0000°	0,0021°	0,0021°	0,0556°	0,0062°	0,0452°
0,5354	0,0133°	0,0000°	0,0133°	0,0000°	0,0010°	0,0010°	0,0133°	0,0010°	0,0123°

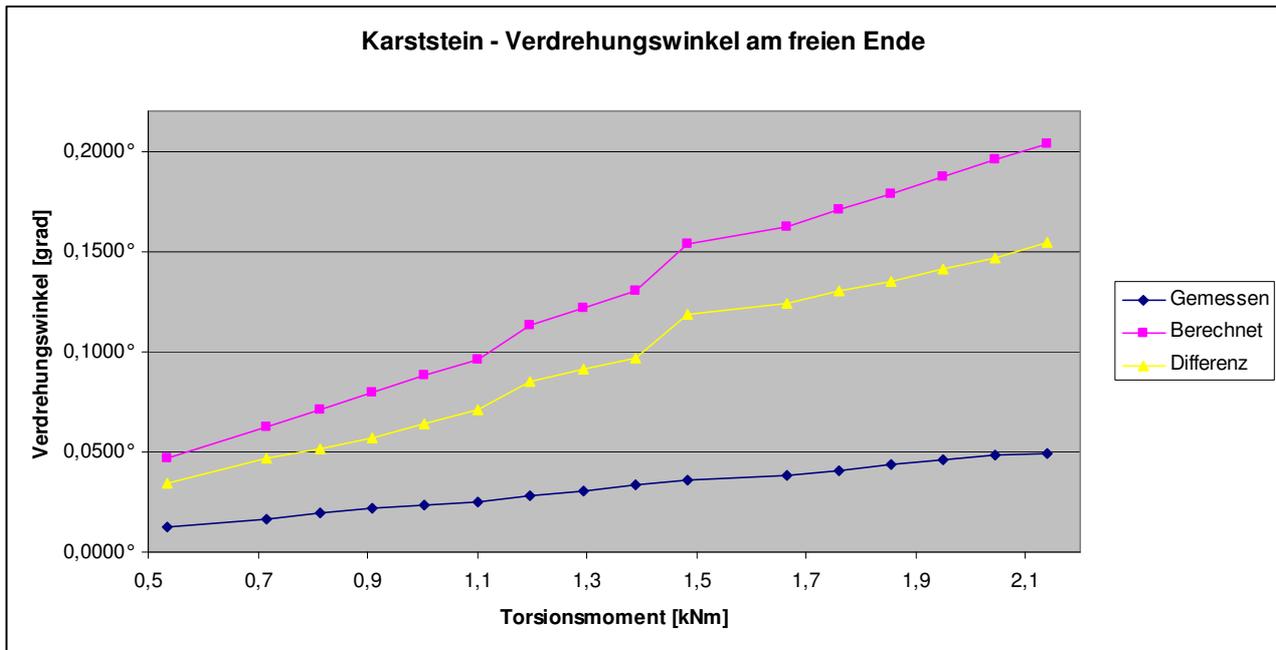


Abbildung 31: Wertevergleich Torsionsversuch Einzelstufe aus Karststein

Die Ablesung erfolgte auf Sekunden genau, das bedeutet also auf 0,0003 Grad genau. Aller Wahrscheinlichkeit nach war diese Ablesung aber wohl eher eine genaue Schätzung des Wertes. Darum wird bei dieser Diplomarbeit von einer Abmessung auf maximal 0,5 Grad genau ausgegangen, woraus man schließen kann, dass das Torsionsverhalten des Modells ausreichend genau modelliert wurde, da die höchste Abweichung der Berechnung bei ca. 0,15 Grad liegt.

3.6. Modellierung der Belastungsversuche am Stiegenarm

Nachmodelliert wird ein Stiegenarm aus 9 Stufen, wobei die oberen acht einen Standardquerschnitt (Abb. 20) aufweisen. Die unterste wird als Blockstufe (Abmessungen: $b/h= 358.1/194.6$ [mm], siehe Abb. 33) ausgeführt. Die Auskrümmung, bzw. im Falle der Blockstufe die Länge, beträgt 1,6m.

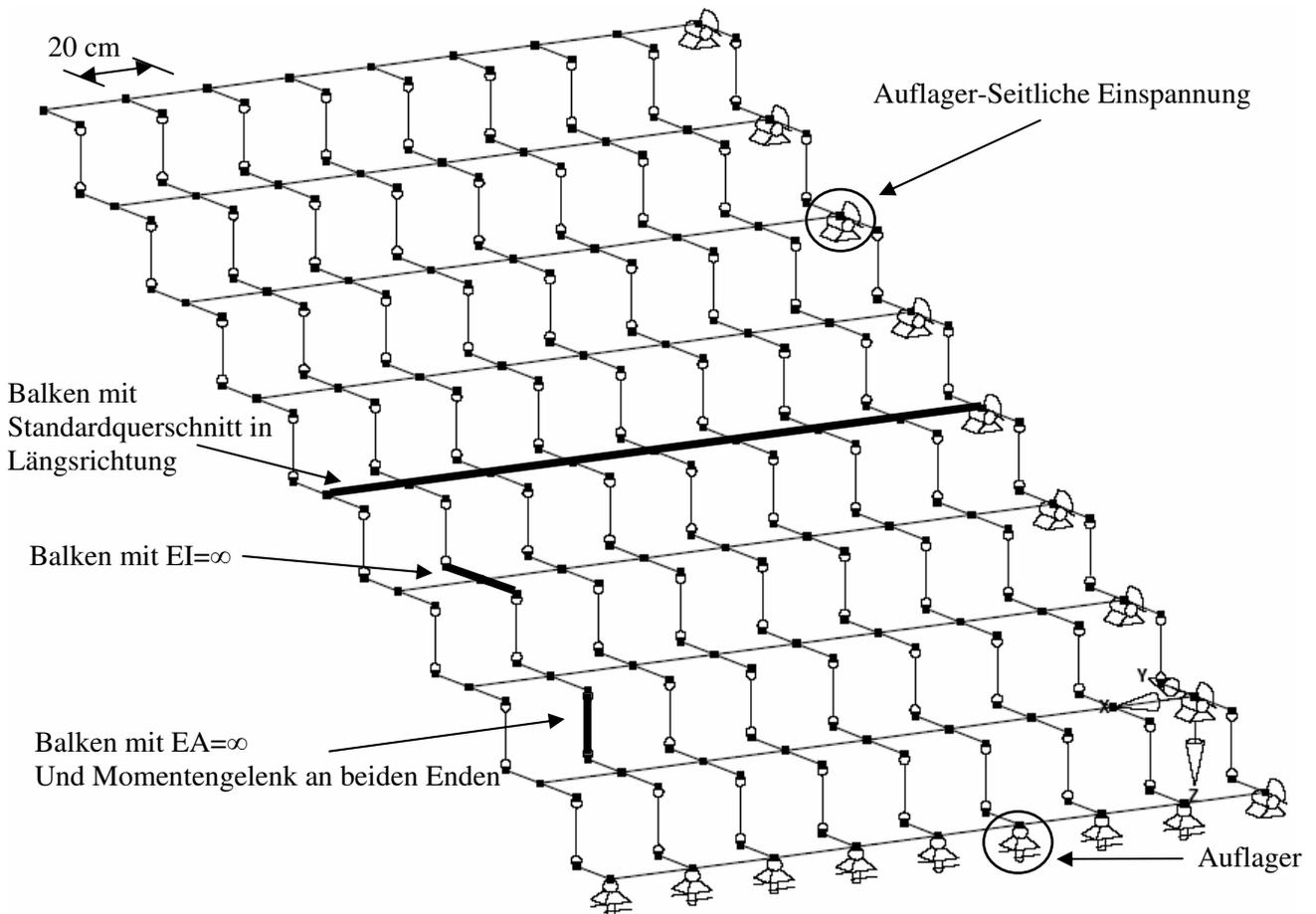


Abbildung 32: Stabwerksmodell Stiegenarm mit 7 Stufen

Querschnitt-Nr.: 4	Querschnitt-Name: Rechteck 358.1/194.6
Trägheitsmomente	
Torsion I-T:	58066.60 [cm ⁴]
Biegung I-2:	21991.30 [cm ⁴]
Biegung I-3:	74468.90 [cm ⁴]
Querschnittsflächen	
Gesamt A-1:	696.863 [cm ²]
Schub A-2:	0.000 [cm ²]
Schub A-3:	0.000 [cm ²]
Querschnittsdrehung	
Alpha:	0.00 [°]
Rechteck 358.1/194.6	

Abbildung 33: Ausbildung-Blockstufe

Die seitliche Einspannung wird wie bei der Einzelstufe definiert, sprich feste Stützung in alle Richtungen, eine feste Einspannung um die X- und Z- Achse sowie die materialabhängige Drehfeder um die Y- Achse. Die unteren Auflager, auf denen der Stiegenarm ruht, hat eine feste Stützung in Y- und Z- Richtung, siehe Abbildung 34.

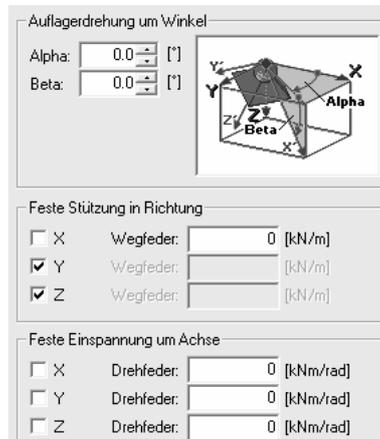


Abbildung 34: Eingabemaske für die Drehfedersteifigkeit/Kaiserstein

Bei der seitlichen Einspannung für den Stiegenarm ist noch zu erwähnen, dass es sich bei den Momenten um die X- und Z-Achse, also Moment und Torsion, sicherlich um keine feste Einspannung handelt. Diese wird aber angenommen, da keine dementsprechenden Versuche vorliegen um eine Steifigkeit zu ermitteln.

Die Verbindung der einzelnen Stufen ist der entscheidende Punkt und stellt die Kontaktfuge der Stufen nach. Es wird im System alle 20 cm eine solche Verbindung erstellt, welche sich durch folgende Eigenschaften definiert: Es werden nur Horizontal- und Vertikalkräfte an den Kontaktstellen der Stufen übertragen, siehe [13]. Die Torsion, die für diesen Stiegentypus so wichtig ist, wird hier hauptsächlich über die Vertikalkomponente mal dem Horizontalabstand zum Schwerpunkt des Querschnittes übertragen. Durch den vertikalen Verbindungsstab darf sich kein Moment bzw. keine Torsion ergeben, weshalb hier oben und unten Gelenke angeordnet sind, siehe Abbildung 35 bis Abbildung 37.

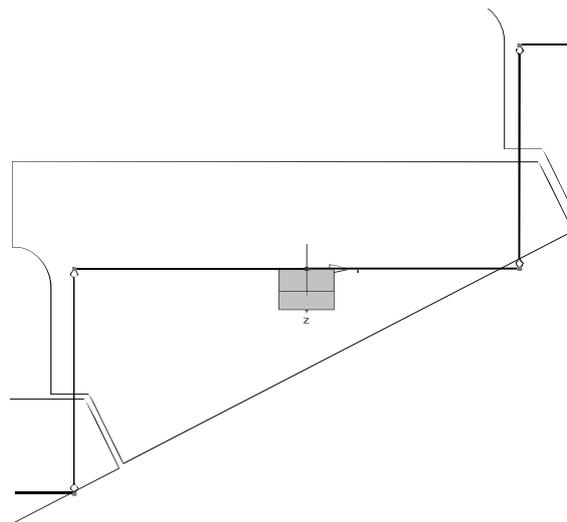


Abbildung 35: Horizontale und vertikale Balkenverbindung im statischen Modell-schematisch



Abbildung 36: Unteres Gelenk der vertikalen Balkenverbindung



Abbildung 37: Oberes Gelenk der vertikalen Balkenverbindung

Die Biegesteifigkeit EI im horizontalen Balken wird als unendlich angenommen, da dieser keine Formänderung erfahren soll, sondern lediglich die Kräfte weiterleiten. Ähnliches gilt für die vertikalen Verbindungs balken, jedoch wird hier die Dehnsteifigkeit EA als unendlich angenommen. Beides wird mittels der entsprechenden Annahmen erreicht, siehe Abbildung 38.

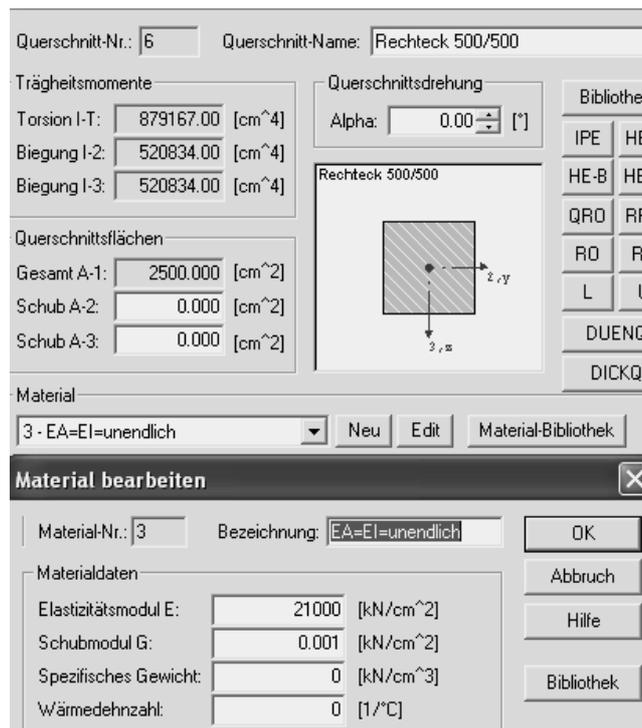


Abbildung 38: Materialkennwerte $EI=EA=\infty$

Somit ist nun die Nachmodellierung des statischen Systems abgeschlossen und der Stiegenarm kann nun wie in den Versuchen schrittweise belastet werden. Die aufgebrauchte Belastung wird auf der einzelnen Stufe über die gesamte Kraglänge gleichmäßig verteilt. Dies wird für die beiden Gesteinsarten Karststein und Kaiserstein ab Kapitel 3.6.1. nachmodelliert.

Durch die Verwendung eines Balkens als vertikale Kopplung muss natürlich der Nachteil in Kauf genommen werden, dass sich auch Zugkräfte übertragen lassen, was sich in RSTAB aber leider nicht anders realisieren lässt. Wie wir in den folgenden Kapiteln sehen, hat dies zum Glück keine große Auswirkung, da die Verbindungen hauptsächlich auf Druck beansprucht werden.

Das Öffnen von Fugen durch Verdrehung oder Durchbiegung, welches das ganze System in der Tragkraft bzw. generell in der Tragfähigkeit beeinträchtigt, sprich der Verbundverlust, kann nicht modelliert werden. Hierzu wären eventuell Federverbindungen modellierbar, wenn man dementsprechende Werte aus Versuchen zur Verfügung hat.

Da es sich bei den seitlichen Auflagern um eine starre Einspannung um die Z-Achse handelt, gibt es als direkte Auswirkung daraus eine geringere Horizontalverschiebung in der Berechnung, als im Versuch gemessen wurde.

3.6.1. Versuch am Karststein vom 3. April 1897 aus [8]

Die Material- und Querschnittsparameter werden wie im Kapitel der Grundlagenermittlung angegeben eingesetzt.

Abbildung 39: Geometrische Eingabewerte RSTAB/Karststein

Stufen werden als Balken eingegeben mit fester Einspannung um die X- und Z- Achse sowie einer Drehfeder mit $c=45404$ kNm/rad (Abbildung 40). Die feste Stützung erfolgt in alle Achsenrichtungen.

Abbildung 40: Eingabemaske für die Drehfedersteifigkeit/Karststein

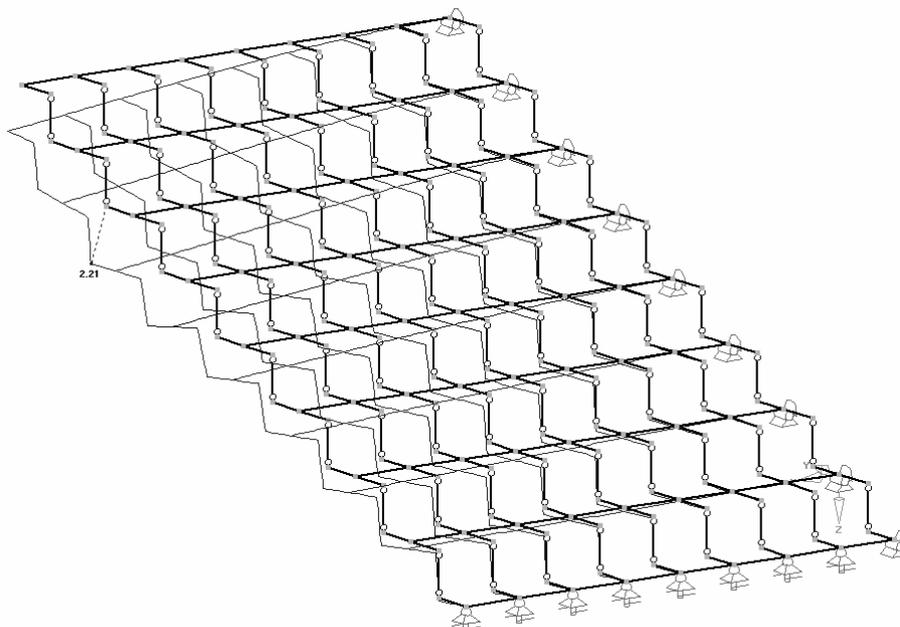


Abbildung 41: RSTAB Ausgabe für die Durchbiegung

Tabelle 12: Deformation der Stufe 3 aus Karststein

Belastung				Stufe 3					
der Stufe	Einzeln	des Stiegenarmes	q	gemessen		berechnet			Differenz
				Verschiebung		Verschiebung			
				vertikal	horizontal	vertikal	Differenz	horizontal	
[kN]		[kN/m]	[mm]		[mm]				
7	5,530	5,530	3,456	+0,1	-	0,368	0,268	0,197	-
	8,655	8,655	5,409	+0,0	+0,1	0,407	0,407	0,218	0,118
	10,385	10,385	6,491	+0,1	+0,0	0,429	0,329	0,230	0,230
6	4,310	14,695	2,694	+0,0	+0,1	0,501	0,501	0,272	0,172
	7,680	18,065	4,800	+0,1	+0,0	0,557	0,457	0,304	0,304
4	4,135	22,200	2,584	+0,4	-	0,701	0,301	0,396	-
	9,180	27,245	5,738	+0,6	-	0,877	0,277	0,507	-

Tabelle 13: Deformation der Stufe 4 aus Karststein

Belastung der Stufe(n)	Stufe 4								
	Gemessen			berechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
7	+0,2	+0,2	+0,0000°	0,516	0,316	0,265	0,065	+0,0261°	+0,0261°
	+0,2	+0,9	+0,0083°	0,582	0,382	0,302	0,598	+0,0319°	+0,0236°
	+0,2	+0,3	+0,0089°	0,619	0,419	0,323	0,023	+0,0352°	+0,0263°
6	+0,4	+0,2	+0,0181°	0,744	0,344	0,395	0,195	+0,0468°	+0,0287°
	+0,4	+0,3	+0,0178°	0,841	0,441	0,451	0,151	+0,0559°	+0,0381°
4	+0,8	+0,8	+0,0375°	1,043	0,243	0,552	0,248	+0,0596°	+0,0221°
	+0,9	+0,6	+0,0417°	1,290	0,390	0,676	0,076	+0,0642°	+0,0225°

Tabelle 14: Deformation der Stufe 5 aus Karststein

Belastung der Stufe(n)	Stufe 5								
	Gemessen			berechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
7	+0,1	+0,1	+0,0000°	0,648	0,548	0,331	0,231	+0,0250°	+0,0250°
	+0,0	+0,1	+0,0089°	0,751	0,751	0,390	0,290	+0,0333°	+0,0244°
	+0,1	+0,2	+0,0128°	0,808	0,708	0,422	0,222	+0,0380°	+0,0252°
6	+0,4	+0,2	+0,0222°	1,009	0,609	0,541	0,341	+0,0557°	+0,0335°
	+0,4	+0,6	+0,0333°	1,167	0,767	0,634	0,034	+0,0696°	+0,0363°
4	+0,8	+0,5	+0,0389°	1,341	0,541	0,699	0,199	+0,0560°	+0,0171°
	+0,8	+0,5	+0,0361°	1,555	0,755	0,779	0,279	+0,0393°	+0,0032°

Tabelle 15: Deformation der Stufe 6 aus Karststein

Belastung der Stufe(n)	Stufe 6								
	Gemessen			berechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
7	+0,2	+0,0	+0,0000°	0,789	0,589	0,408	0,408	+0,0295°	+0,0295°
	+0,4	+0,1	+0,0117°	0,948	0,548	0,502	0,402	+0,0427°	+0,0310°
	+0,5	+0,3	+0,0167°	1,037	0,537	0,553	0,253	+0,0500°	+0,0333°
6	+0,7	+0,3	+0,0194°	1,289	0,589	0,679	0,379	+0,0526°	+0,0332°
	+1,0	+0,2	+0,0167°	1,486	0,486	0,777	0,577	+0,0547°	+0,0380°
4	+1,2	+0,5	+0,0167°	1,606	0,406	0,822	0,322	+0,0469°	+0,0302°
	+1,5	+0,4	+0,0222°	1,752	0,252	0,877	0,477	+0,0373°	+0,0151°

Tabelle 16: Deformation der Stufe 7 aus Karststein

Belastung der Stufe(n)	Stufe 7								
	gemessen			berechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
7	+0,4	+0,0	+0,0056°	0,883	0,483	0,429	0,429	+0,0078°	0,002
	+0,6	+0,2	+0,0083°	1,082	0,482	0,529	0,329	+0,0104°	0,002
	+0,7	+0,3	+0,0047°	1,192	0,492	0,585	0,285	+0,0119°	0,007
6	+0,9	+0,3	+0,0000°	1,412	0,512	0,672	0,372	-0,0028°	0,003
	+1,1	+0,6	+0,0000°	1,584	0,484	0,741	0,141	-0,0138°	0,014
4	+1,4	+0,6	-+0,0022°	1,671	0,271	0,773	0,173	-0,0186°	0,016
	+1,6	+0,6	-+0,0042°	1,778	0,178	0,813	0,213	-0,0243°	0,020

Tabelle 17: Deformation der Stufe 8 aus Karststein

Belastung der Stufe(n)	Stufe 8		
	gemessen	berechnet	
	Verdrehungswinkel	Verdrehungswinkel	Differenz
	[grad]	[grad]	
7	+0,0000°	-0,0158°	-0,0158°
	-0,0056°	-0,0250°	-0,0306°
	-0,0056°	-0,0302°	-0,0358°
6	-0,0083°	-0,0374°	-0,0457°
	-0,0111°	-0,0432°	-0,0543°
4	-0,0125°	-0,0458°	-0,0583°
	-0,0139°	-0,0490°	-0,0629°

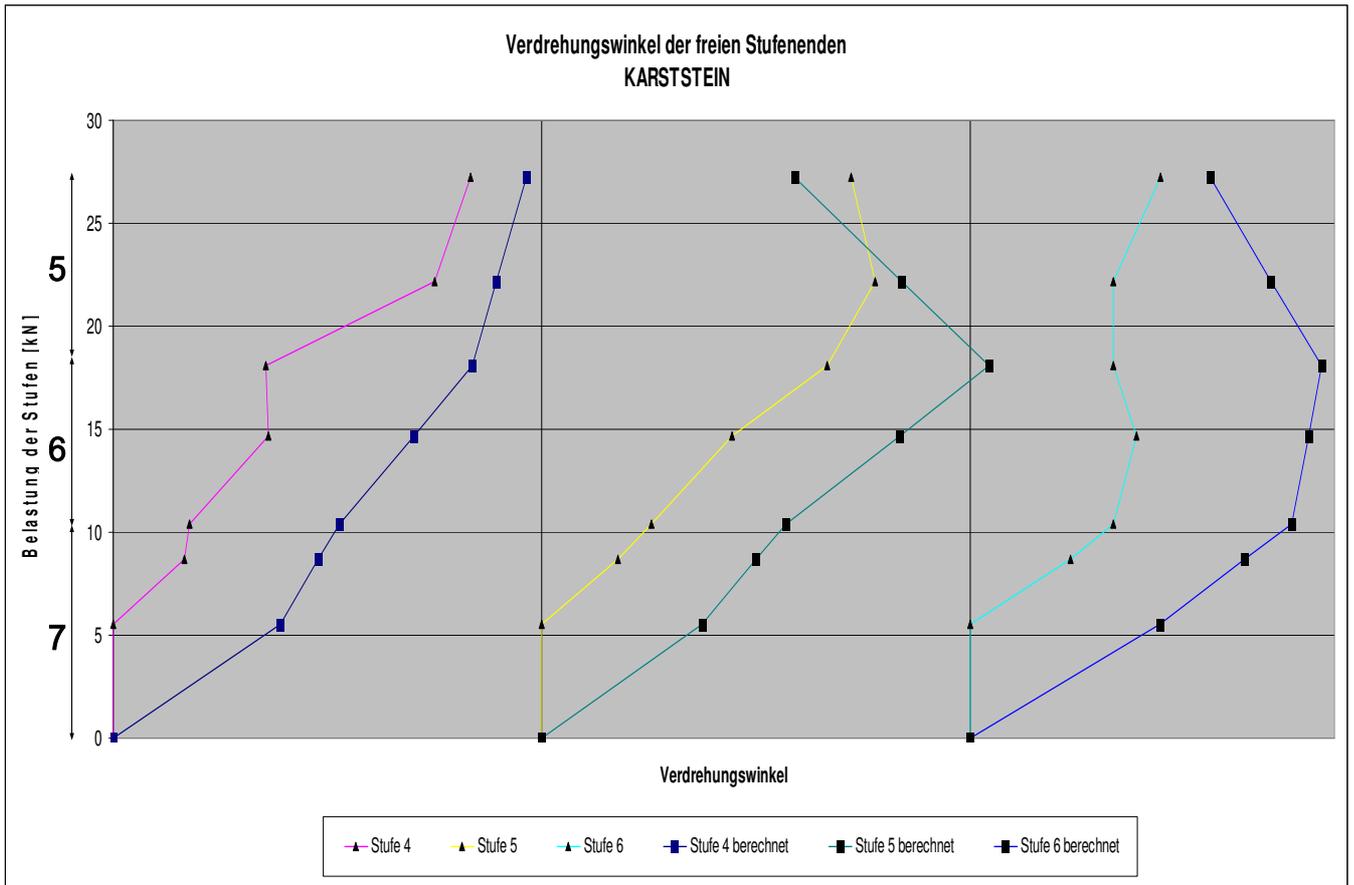


Abbildung 42: Vergleich der Verdrehungswinkel [grad] von Stufe 4,5,6 (Karststein)

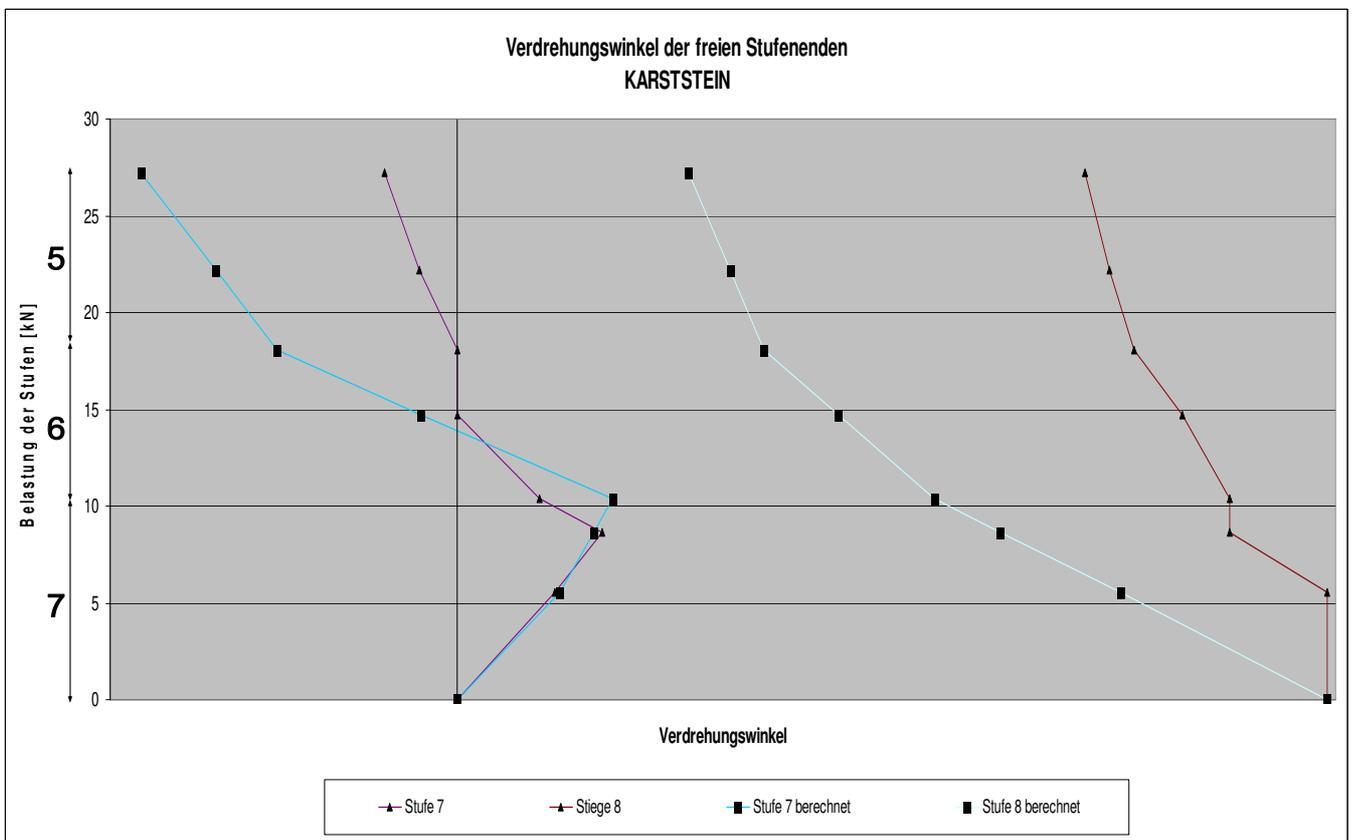


Abbildung 43: Vergleich der Verdrehungswinkel [grad] von Stufe 7,8 (Karststein)

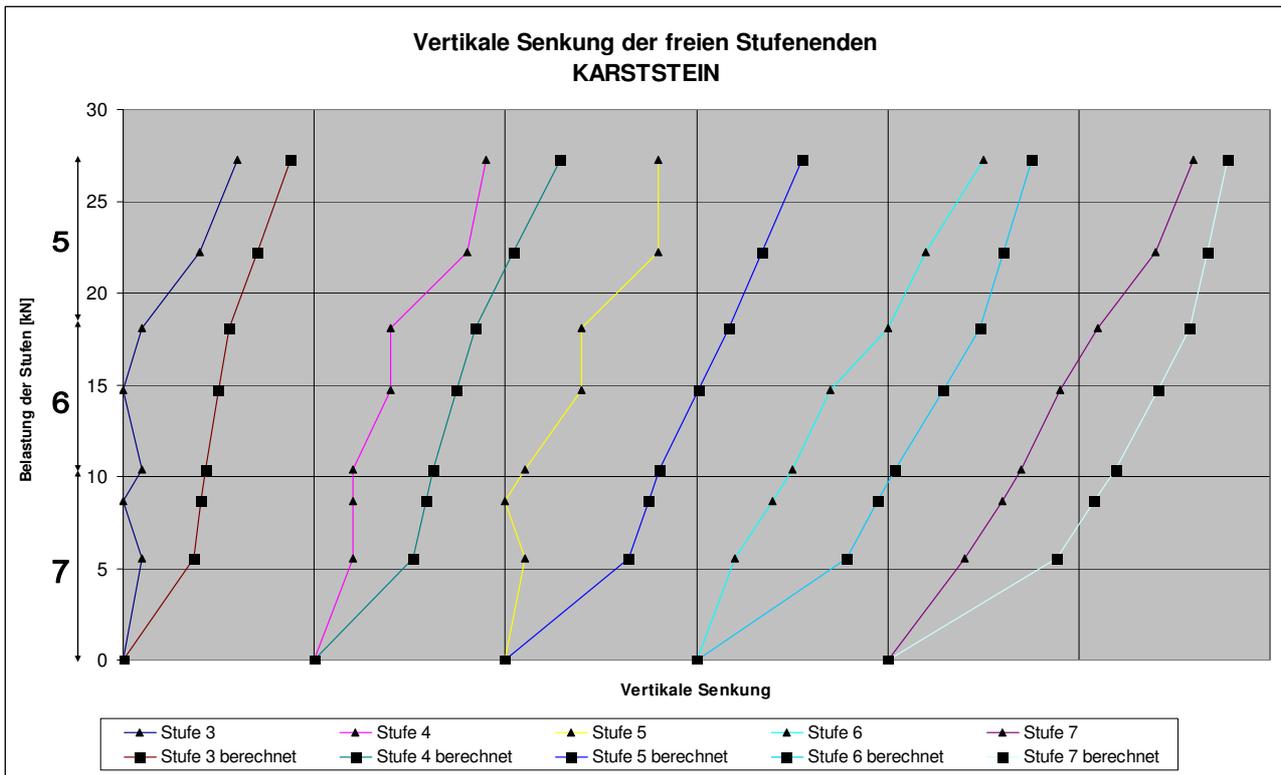


Abbildung 44: Vergleich der vertikalen Senkung [mm] der Stufen (Karststein)

In Abbildung 41 sieht man die berechnete Verformung im Stabwerksmodell, dessen Werte nach der Berechnung in den entsprechenden Knotenpunkten abgelesen und in die Tabellen 12 bis 17 zu den bestehenden Versuchsdaten eingetragen wurden. Hiermit kann nun ein Vergleich angestellt werden.

Bei der Verdrehung der freien Stufenenden sieht man, dass in allen Stufen die Tendenz der Verdrehungsrichtung stimmt und nur in Stufe 8 eine „größere“ Abweichung zu beobachten ist, welche $0,063^\circ$ beträgt. Diese Abweichung liegt meines Erachtens in der Messtoleranz der Versuchsdurchführung und wird sicherlich durch die Tatsache, dass Zugkräfte durch die vertikalen Verbindungsbalken übertragen werden, verursacht.

Bei der vertikalen Senkung der freien Stufenenden ist die Tendenz ebenfalls richtig mit einer maximalen Abweichung der Stufe 5, mit $0,75\text{ mm}$ bei der Belastung der Stufe 7, welche jedoch sicherlich auf einen Messfehler bei den Versuchen zurückzuführen ist, da hier plötzlich keine vertikale Senkung mehr vorliegt, obwohl eine Mehrbelastung vorhanden war. Ansonsten liegt die maximale Abweichung bei ca. $0,5\text{ mm}$, welches sich sicherlich auch in der Messtoleranz der Versuche befindet.

3.6.2. Versuch am Kaiserstein vom 8. Mai 1897 aus [8]

Prinzipiell ändern sich zum vorherigen Kapitel lediglich die Materialkennwerte, sowie die Drehfeder der seitlichen Einspannung und zwar wird $c=24720 \text{ kNm/rad}$.

Damit ergeben sich die in den Tabellen 18 bis 22 eingetragenen Vergleichsergebnisse.

Tabelle 18: Deformation der Stufe 3 aus Kaiserstein.

Belastung der Stufe(n)	Stufe 3								
	gemessen			gerechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
	[mm]		[grad]	[mm]			[grad]		
6	+0,0	-0,2	+0,0042°	0,224	0,224	0,120	0,320	+0,0197°	+0,0155°
	+0,0	-0,1	+0,0056°	0,262	0,262	0,142	0,242	+0,0241°	+0,0185°
5	+0,1	-0,3	+0,0139°	0,335	0,235	0,185	0,485	+0,0331°	+0,0192°
	+0,1	-0,1	+0,0222°	0,382	0,282	0,214	0,314	+0,0391°	+0,0169°
4	+0,3	-0,1	+0,0306°	0,490	0,190	0,281	0,381	+0,0535°	+0,0229°
	+0,2	+0,0	+0,0403°	0,546	0,346	0,317	0,317	+0,0611°	+0,0208°
3	+0,5	+0,0	+0,0500°	0,660	0,160	0,376	0,376	+0,0660°	+0,0160°
	+0,4	+0,3	+0,0528°	0,739	0,339	0,417	0,117	+0,0695°	+0,0167°

Tabelle 19: Deformation der Stufe 4 aus Kaiserstein.

Belastung der Stufe(n)	Stufe 4								
	gemessen			gerechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
	[mm]		[grad]	[mm]			[grad]		
6	+0,1	+0,1	+0,0056°	0,318	0,218	0,165	0,065	+0,0169°	+0,0113°
	+0,1	+0,2	+0,0111°	0,384	0,284	0,202	0,002	+0,0229°	+0,0117°
5	+0,3	+0,3	+0,0194°	0,512	0,212	0,279	0,021	+0,0356°	+0,0162°
	+0,3	+0,3	+0,0264°	0,597	0,297	0,329	0,029	+0,0441°	+0,0177°
4	+0,3	+0,4	+0,0292°	0,748	0,448	0,405	0,005	+0,0469°	+0,0177°
	+0,5	+0,4	+0,0292°	0,827	0,327	0,444	0,044	+0,0484°	+0,0192°
3	+0,7	+0,5	+0,0264°	0,931	0,231	0,481	0,019	+0,0402°	+0,0138°
	+0,8	+0,5	+0,0250°	1,004	0,204	0,507	0,007	+0,0345°	+0,0095°

Tabelle 20: Deformation der Stufe 5 aus Kaiserstein.

Belastung der Stufe(n)	Stufe 5								
				gerechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
6	+0,3	+0,1	+0,0083°	0,408	0,108	0,211	0,111	+0,0177°	+0,0094°
	-	+0,1	+0,0139°	0,512	-	0,272	0,172	+0,0267°	+0,0128°
5	+0,0	+0,1	+0,0181°	0,678	0,678	0,354	0,254	+0,0287°	+0,0106°
	+0,2	+0,1	+0,0167°	0,787	0,587	0,408	0,308	+0,0299°	+0,0132°
4	+0,5	+0,2	+0,0125°	0,918	0,418	0,457	0,257	+0,0200°	+0,0075°
	+0,6	-0,1	+0,0097°	0,987	0,387	0,483	0,583	+0,0148°	+0,0051°
3	+0,6	+0,6	+0,0083°	1,058	0,458	0,507	0,093	+0,0101°	+0,0018°
	+1,1	+0,4	+0,0056°	1,107	0,007	0,525	0,125	+0,0068°	+0,0012°

Tabelle 21: Deformation der Stufe 6 aus Kaiserstein.

Belastung der Stufe(n)	Stufe 6								
				gerechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
6	+0,1	+0,1	-0,0028°	0,466	0,366	0,225	0,125	+0,0054°	+0,0082°
	+0,2	+0,1	-0,0028°	0,596	0,396	0,290	0,190	+0,0067°	+0,0095°
5	+0,4	+0,0	-0,0083°	0,739	0,339	0,345	0,345	-0,0035°	+0,0048°
	+0,4	-0,1	-0,0097°	0,833	0,433	0,381	0,481	-0,0102°	-0,0005°
4	+0,6	+0,5	-0,0153°	0,924	0,324	0,415	0,085	-0,0160°	-0,0007°
	+0,6	+0,2	-0,0167°	0,972	0,372	0,433	0,233	-0,0190°	-0,0023°
3	+0,8	+0,4	-0,0194°	1,023	0,223	0,450	0,050	-0,0220°	-0,0026°
	+0,8	+0,5	-0,0208°	1,059	0,259	0,462	0,038	-0,0240°	-0,0032°

Tabelle 22: Deformation der Stufe 7 aus Kaiserstein.

Belastung der Stufe(n)	Stufe 7								
				gerechnet					
	Verschiebung		Verdrehungswinkel	Verschiebung			Differenz	Verdrehungswinkel	Differenz
	vertikal	horizontal		vertikal	Differenz	horizontal			
[mm]		[grad]	[mm]			[grad]			
6	+0,1	+0,2	-0,0014°	0,458	0,358	0,205	0,005	-0,0077°	-0,0063°
	+0,2	+0,1	-0,0028°	0,572	0,372	0,251	0,151	-0,0150°	-0,0122°
5	+0,4	+0,4	-0,0083°	0,675	0,275	0,290	0,110	-0,0207°	-0,0124°
	+0,4	+0,5	-0,0083°	0,742	0,342	0,317	0,183	-0,0245°	-0,0162°
4	+0,6	+0,5	-0,0111°	0,809	0,209	0,341	0,159	-0,0280°	-0,0169°
	+0,7	+0,5	-0,0125°	0,845	0,145	0,354	0,146	-0,0298°	-0,0173°
3	+0,7	+0,6	-0,0125°	0,884	0,184	0,367	0,233	-0,0316°	-0,0191°
	+0,8	+0,5	-0,0139°	0,911	0,111	0,376	0,124	-0,0328°	-0,0189°

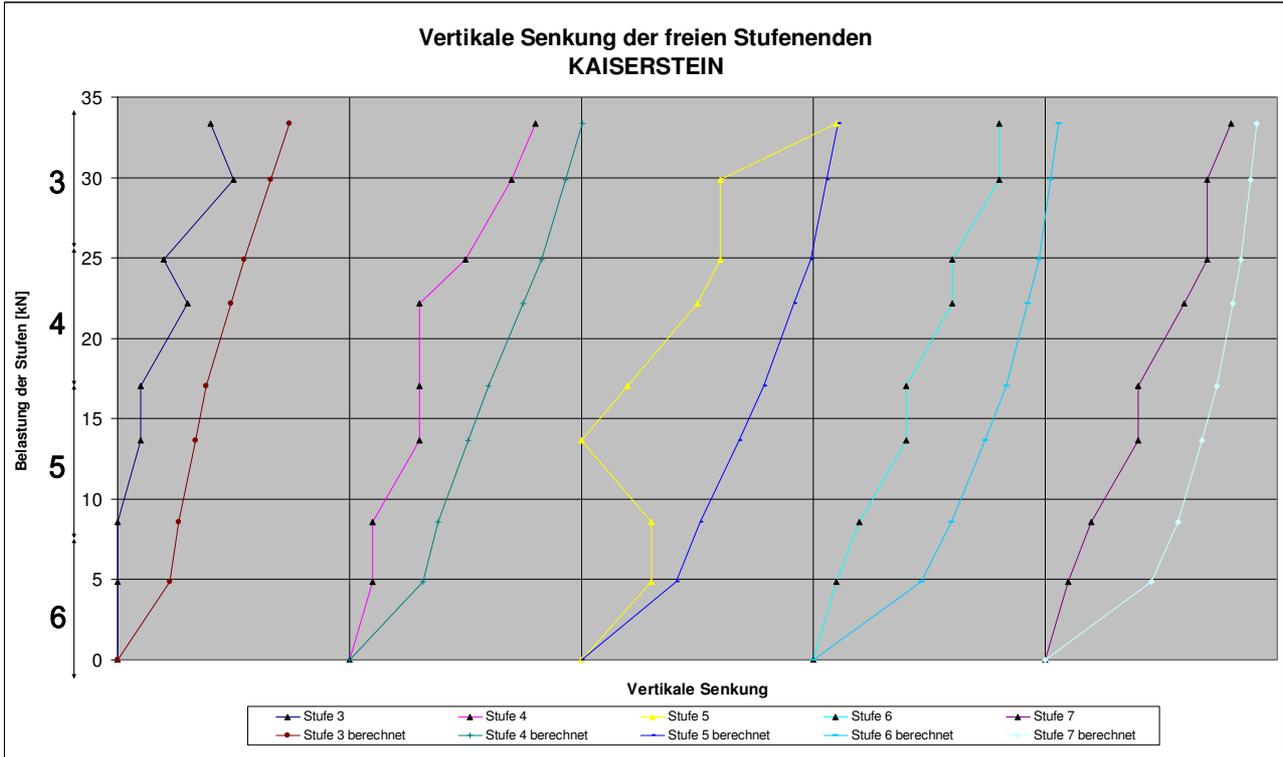


Abbildung 45: Vergleich der vertikalen Senkung [mm] der Stufen (Kaiserstein)

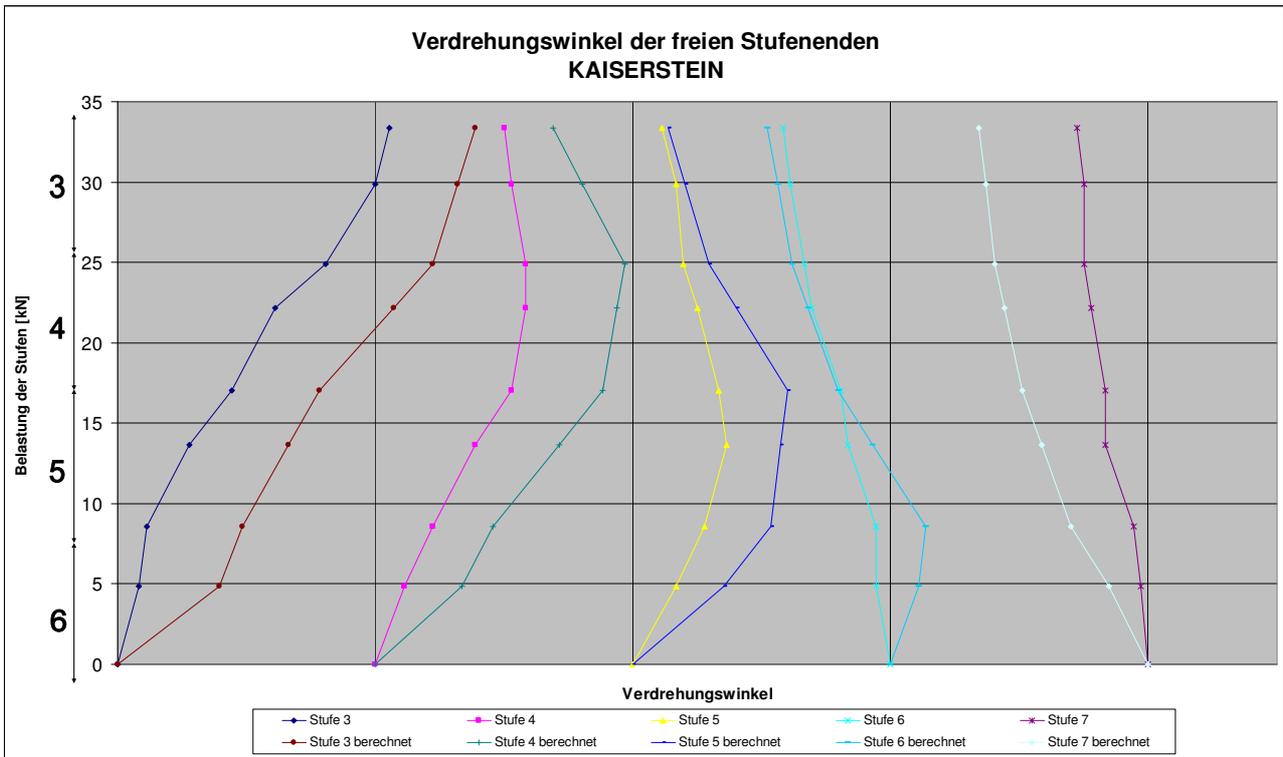


Abbildung 46: Vergleich der Verdrehungswinkel [grad] der Stufen (Kaiserstein)

Bei der vertikalen Senkung der freien Stufenenden ist die Tendenz auch hier richtig mit einer maximalen Abweichung der Stufe 5 mit 0,68 mm. Wie bei der Messung beim Stiegenarm aus Karststein springt auch hier trotz der höheren Belastung die Verschiebung wieder auf null, welches nicht logisch erklärbar ist. Es ist zu vermuten, dass derselbe Messfehler wie beim Karststein vorliegt.

Ansonsten liegt die maximale Abweichung hier bei ca. 0,45 mm, welches sich in der Messtoleranz der Versuche befindet.

Bei der Verdrehung der freien Stufenenden sieht man, dass in allen Stufen die Tendenz der Verdrehungsrichtung stimmt und auch hier nur in Stufe 8 eine „größere“ Abweichung zu beobachten ist, welche $0,019^\circ$ beträgt. Diese Abweichung liegt in der Messtoleranz der Versuchsdurchführung und wird sicherlich auch hier durch die Tatsache, dass Zugkräfte durch die vertikalen Verbindungsbalken übertragen werden, verursacht.

3.6.3. Beurteilung des Stiegenarmmodells

Mittels den Kontrollmöglichkeiten, welche durch die vorhandenen Versuche zur Verfügung stehen, ist es durch Vergleiche in diesem Abschnitt der Arbeit möglich zu sehen, dass es gelungen ist, ein Treppenmodell zu erstellen, welches sich relativ gut an die Realität anpasst.

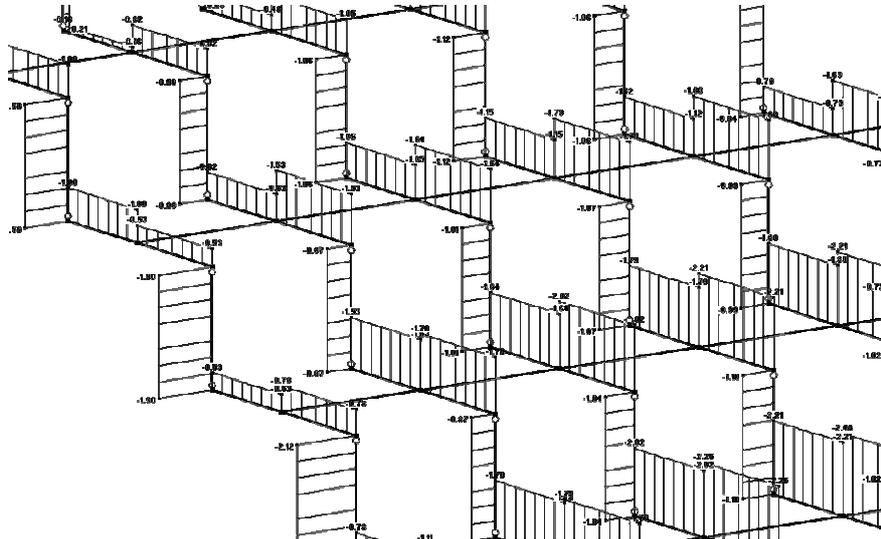


Abbildung 47: Normalkraftverteilung im Stiegenarm

In Abbildung 47 kann ebenfalls der Verlauf der Normalkraft in den Stäben betrachtet werden, welche sehr schlüssig aussieht. Man sieht z.B., dass in der vertikalen Verbindung eine konstante Druckkraft übertragen wird.

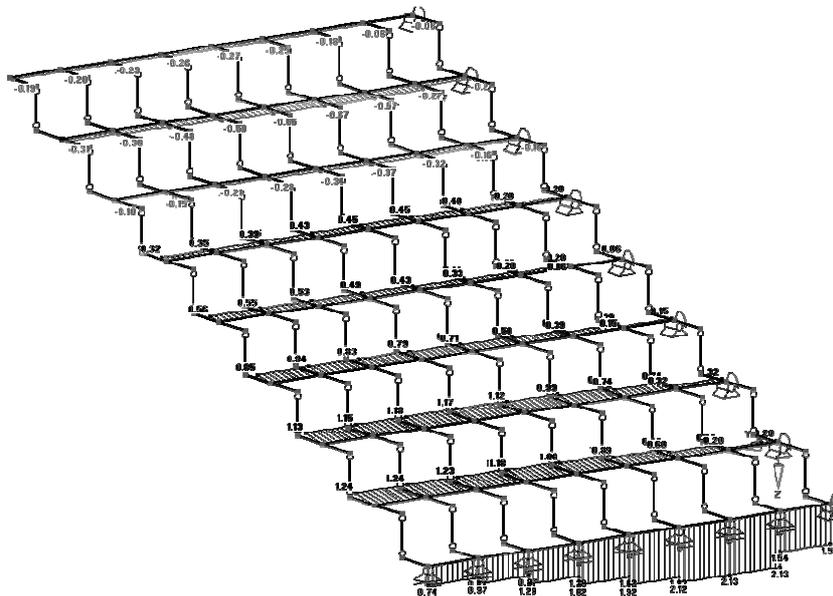


Abbildung 48: Torsionsaufnahme des Stiegenarmes

Ebenfalls kann im Rechenmodell nachgewiesen werden, dass in der untersten Stufe, welche als Blockstufe ausgebildet wird, das größte Torsionsmoment wirkt (Abb. 48).

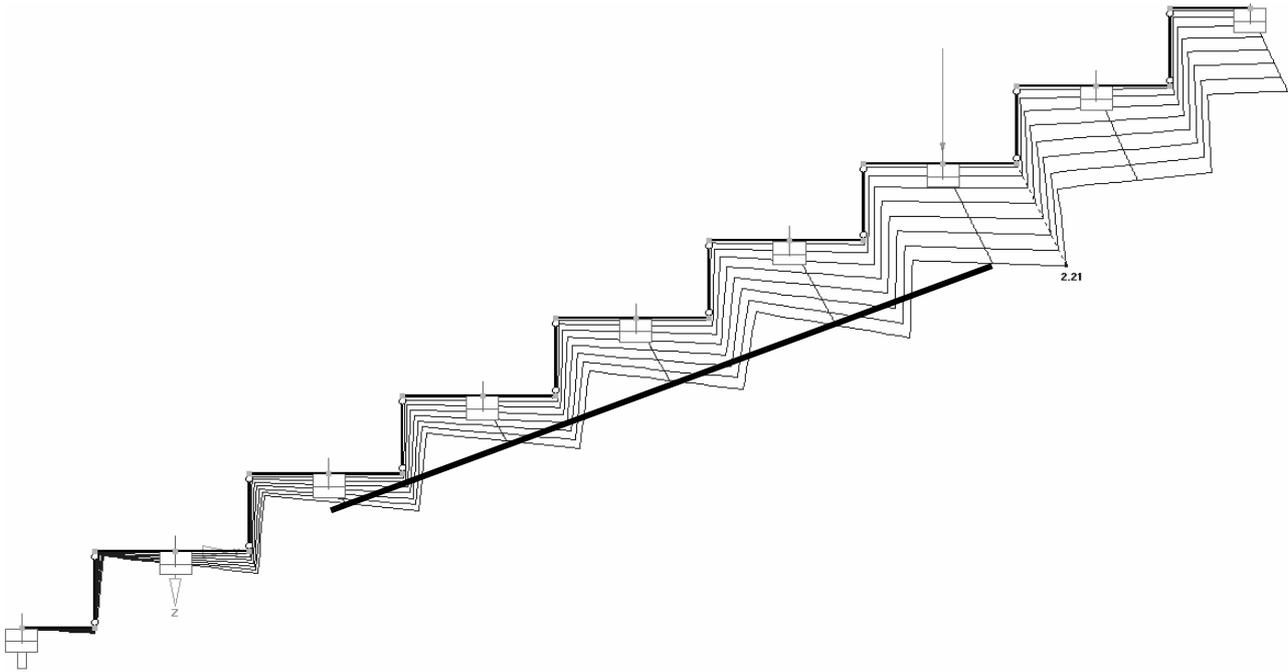


Abbildung 49: Lineare Durchbiegung eines Stiegenarmes

Auch kann die Schlussfolgerung nachvollzogen werden, dass die vertikale sowie horizontale Verschiebung der obersten Stufe und der darunter befindlichen proportional der Gesamtbelastung des Stiegenarms sind. Auch dass die Verdrehung der Stufe unterhalb einer einzelnen belasteten Stufe am größten ist, kann bestätigt werden (Abb. 49).

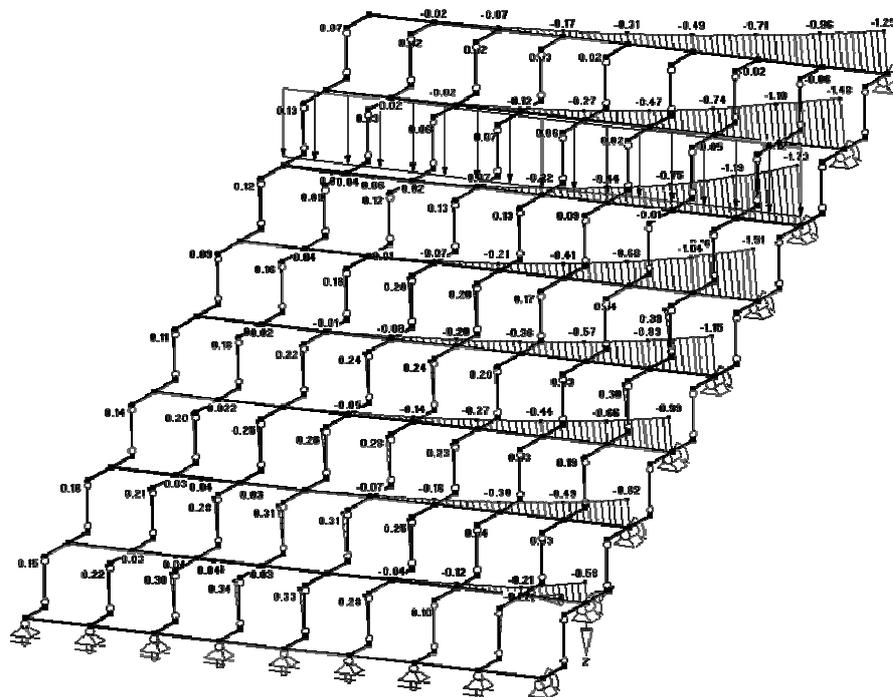


Abbildung 50: Momentenbild eines Stiegenarmes

Infolgedessen kann man sagen, dass alle Schlussfolgerungen der Versuche, welche in Kapitel 3.3.7 aufgelistet sind, im statischen Stabwerksmodell zu beobachten sind und somit ein sehr realistisches Modell erarbeitet wurde.

Durch das vorhandene System ist es auch möglich jegliche Form dieses Treppentypus nachzumodellieren, wie z.B. einen gewendelten Stiegenarm.

4. Variation der Parameter

Nach der Kalibrierung bzw. dem Nachmodellieren widmen wir uns nun der Nachberechnung verschiedener Treppen, die sich in ihrer Geometrie wie auch im Material unterscheiden.

Der Querschnitt der Stufen ist hier konstant der Standardquerschnitt aus der Grundlagenmittlung.

Die Geometrie der Treppen ändert sich in deren Auskragungslänge sowie in der Stufenanzahl (siehe Tabelle 26 und 27). Als Grundlage der maximalen Spannweite wird die von 1896 vom Magistrat der Stadt Wien getroffene Anordnung herangezogen, siehe Tabelle 23.

Tabelle 23: Max. Spannweite/Verordnung der Stadt Wien 1896

Gebäude	Maximale Spannweite [m] von Einseitig eingespannte Stufen aus		Belastung P [kN/m ²]
	Kaiserstein	Karstein	
Wohnhaus	1,5	1,65	4
Industriebau	1,3	1,45	6,4

Tabelle 24: Eingriff im Mauerwerk bei einseitig Eingespannten Stufen/Verordnung der Stadt Wien 1896

Freie Kraglänge [m]	Eingriff [cm]
1,00 bis 1,25	20
1,25 bis 1,50	25
1,50 bis 2,00	30 bis 35

Prinzipiell wird das statische System vom Kapitel über die Modellierung des Stiegenarms übernommen, welches mit der Normbelastung belastet wird. Diese Belastungen sind in Tabelle 25 zusammengefasst.

Tabelle 25: Nutzlasten von Treppen

Nutzungsart	Kategorie	q _k [kN/m ²]	Q _k [kN]	q _k [kN/m] bei Auftrittsweite von 34,5 cm
Wohngebäude, Hotels, Heime etc.	A1	3,0	2,0	1,035
Bürogebäude, Werkstätten, Kindergärten	C3.1	4,0	4,0	1,380
Schulen, Gaststätten, Verkaufsbauwerke	C3.2	5,0	5,0	1,725
Gebäude mit Menschenansammlungen	C5	6,0	4,0	2,070

Als Belastungsannahmen für die Nutzlasten gilt die ÖNORM EN 1991-1-1 [16]. Je nach Nutzung und Gebäudetyp ist mit einer Flächenlast q_k von 3,0 bis 6,0 kN/m² bzw. einer an der ungünstigsten Stelle wirkenden Einzellast Q_k zu rechnen. Diese Lastannahmen gelten für Treppenläufe wie auch für Podeste.

Da der ungünstigste Fall für das Bruchmoment die flächige Belastung des Stiegenarmes darstellt, wird dieser für das Berechnungsmodell herangezogen. Es wird für die Berechnung der Maximalwert (für Gebäude mit Menschenansammlungen) verwendet, um herauszufinden, ob noch genügend Sicherheit gegeben ist. Für die Tragsicherheit wird der Teilsicherheitsbeiwert von Nutzlasten (veränderliche, ungünstige Einwirkung) als 1,5 angenommen, sowie die ständigen Einwirkungen, also das Eigengewicht, werden mit 1,35 berücksichtigt.

Tabelle 26: Zusammenstellung der berechneten max. Einspannmomente / Material: Karstein

Stufenzahl	Auskragslänge l [m]												
	1,00			1,20			1,30			1,45			1,65
	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Durchbiegung [mm]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]
7	1,84	6,82	0,47	2,53	9,38	2,90	10,75	3,49	12,94	4,31	15,98	4,31	15,98
8	1,90	7,04	0,49	2,63	9,75	3,02	11,20	3,66	13,57	4,56	16,91	4,56	16,91
9	1,94	7,19	0,50	2,70	10,01	3,12	11,57	3,78	14,02	4,74	17,58	4,74	17,58
10	1,98	7,34	0,51	2,76	10,23	3,19	11,83	3,88	14,39	4,88	18,09	4,88	18,09
11	2,01	7,45	0,52	2,80	10,38	3,25	12,05	3,96	14,68	5,00	18,54	5,00	18,54
12	2,03	7,53	0,53	2,84	10,53	3,29	12,20	4,02	14,91	5,09	18,87	5,09	18,87
13	2,05	7,60	0,53	2,87	10,64	3,33	12,35	4,07	15,09	5,16	19,13	5,16	19,13
14	2,06	7,64	0,53	2,90	10,75	3,36	12,46	4,12	15,28	5,22	19,35	5,22	19,35
15	2,08	7,71	0,54	2,92	10,83	3,39	12,57	4,15	15,39	5,27	19,54	5,27	19,54

Tabelle 27: Zusammenstellung der berechneten max. Einspannmomente / Material: Kaiserstein

Stufenzahl	Auskragslänge l [m]												
	1,00			1,20			1,30			1,40			1,50
	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	max. Einspannmoment [kNm]	Auslastungsgrad zum Bruchmoment [%]	
7	1,66	7,67	2,28	2,28	10,54	2,61	12,07	2,96	13,68	3,33	15,40	3,33	15,40
8	1,72	7,95	2,38	2,38	11,00	2,74	12,67	3,12	14,42	3,52	16,27	3,52	16,27
9	1,77	8,18	2,47	2,47	11,42	2,84	13,13	3,24	14,98	3,66	16,92	3,66	16,92
10	1,81	8,37	2,53	2,53	11,70	2,92	13,50	3,34	15,44	3,78	17,48	3,78	17,48
11	1,84	8,51	2,58	2,58	11,93	2,98	13,78	3,42	15,81	3,87	17,89	3,87	17,89
12	1,87	8,65	2,62	2,62	12,11	3,04	14,05	3,48	16,09	3,95	18,26	3,95	18,26
13	1,89	8,74	2,65	2,65	12,25	3,08	14,24	3,53	16,32	4,01	18,54	4,01	18,54
14	1,91	8,83	2,69	2,69	12,44	3,12	14,42	3,57	16,50	4,06	18,77	4,06	18,77
15	1,93	8,92	2,71	2,71	12,53	3,15	14,56	3,61	16,69	4,11	19,00	4,11	19,00

Obwohl die von Professor Brik maximale Stufenanzahl bei meinen Berechnungen überschritten wird (vergleiche Tabellen 26 und 27 mit Tabelle 28), kommen wir zum Ergebnis, dass noch relativ große Sicherheiten vorliegen (Tabelle 29).

Daraus können wir nun folgern, dass sich die Sicherheiten bei einer Stufenanzahl von 15, mit der maximalen Auskragung sowie der maximalen Normbelastung, laut der Nachbemessung im Bereich von 4 bis 5 aufhalten. Somit erübrigt sich auch eine detaillierte Nachrechnung anderer Systeme, da diese noch größere Sicherheiten aufweisen.

Tabelle 28: maximale Stufenanzahl nach Brik [2]

Gesteinsart	maximale Stufenanzahl nach Brik
Karststein	11
Kaiserstein	9
Rekawinkler Sandstein	9

Tabelle 29: Sicherheiten gegenüber Bruchmoment

Gesteinsart	Kritische Stufenzahl überschritten um n- Stufen	Sicherheitsfaktor zum Bruchmoment	
		nach Brik	in dieser Arbeit ermittelt
Kaiserstein	6	3,9 mal	5,2 mal
Karststein	5	3,8 mal	5,0 mal

4.1. Ermittlung der kleinsten Bruchlast

Es werden die vorhandenen Modelle verwendet und zwar jene mit der größten Stufenanzahl sowie auch der maximalen Auskragung, jeweils von einer Gesteinsart. Dadurch ermitteln wir die kleinste Bruchlast für die jeweilige Gesteinsart bei bis zu maximal 15 Stufen.

Tabelle 30: Vollflächige Belastung die zum Bruchmoment führt bei max. Auskragung und Stufenzahl von 15

Gesteinsart (15 Stufen)	Bruchmoment	Vollflächige Belastung	Vollflächige Belastung mit Sicherheit	M max. bei Bruchlastung mit nur 7 Stufen	Bruch tritt ein bei Prozentueller Lasterhöhung der max. Normlast von 2,07 kN/m
	[kNm]	[kN/m]	[kN/m]	[kNm]	[%]
Kaiserstein 1,5m auskragung	21,63	17	25,5	17,37	1232
Karststein 1,65m auskragung	26,97	16,6	24,9	21,73	1203

Hier sieht man, dass man die maximale Bemessungslast, sprich Menschenansammlungen, um 1200 Prozent überschreiten kann und diese statische Last noch getragen werden würde.

ZUSAMMENFASSUNG

Zahlreiche auskragende NatursteinTreppen wurden schon vor über 100 Jahre gebaut und es sind seither auch einige Schadensfälle vorgefallen. Deswegen ist es notwendig ein Bewertungssystem zu haben, um diese Treppen auf ihre Tragfähigkeit hin zu beurteilen. Um dies besser zu gewährleisten, wurde in der vorliegenden Diplomarbeit das Tragverhalten anhand eines Stabwerkmodells nachmodelliert, welches ein zusätzliches Mittel zur Beurteilung bzw. Nachbemessung darstellt.

Es wurde vor über 100 Jahren ein Stiegenstufen-Ausschuss zur Ergründung des Tragverhaltens von auskragenden Natursteinstufen gegründet, welcher die Ergebnisse der Versuche und dessen Auswertungen in zwei Berichten publizierte.

Der erste Bericht des Stiegenstufen-Ausschusses im Jahre 1896 befasste sich mit einem bis zum Bruch belasteten Stiegenarm, sowie Versuchen mit einer einzelnen Stufe.

Die zweite Versuchsserie wurde im Jahr 1898 publiziert und beschäftigt sich mit der Torsionsbeanspruchung von Einzelstufen, sowie der Durchbiegung und Stufenverdrehung eines Stiegenarmes.

Zuerst wurden die wichtigsten Erkenntnisse über auskragende Stufen, welche schon vor über 100 Jahren erarbeitet wurden, zusammengetragen. Die Versuche und deren Auswertungen aus dem 18ten Jahrhundert führten zwar zu vielen Erkenntnissen und einigen Änderungen in der Bauordnung, jedoch gibt es bis dato nicht viele Veröffentlichungen zum Tragverhalten bzw. ein Modell zur Nachbemessung.

Dies mag natürlich auch an der ungeheuren Komplexität der dahinter stehenden Theorie liegen bzw. deren hoher statischer Unbestimmtheit. Nur durch die heutige Rechenkapazität der Computer wird es möglich Modelle zu erstellen.

Anhand der Versuche und Erkenntnisse wird ein Stabwerksmodell konstruiert, welches das Verhalten der Versuche bestmöglich abbildet, es wird also mithilfe der Versuchswerte kalibriert. Dies geschieht mittels des Stabwerksprogramms RSTAB der Firma Dlubal.

Mit diesem Modell lassen sich alle Formen dieses Treppentypus unter statischer Belastung nachmodellieren. Es wurden Modelle aus den Materialien Kaiserstein und Karststein erstellt, die in der Geometrie, Auskrugung und Stufenanzahl variieren. Durch die Belastung mit der Normlast wurde eruiert, inwieweit noch eine Sicherheit bzw. Reserven bis zum max. Bruchmoment gegeben sind.

Laut Berechnung ist für Kaiserstein bzw. Karststein bei statischer Belastung noch ein Sicherheitsfaktor im Bereich von 4 bis 5 bei maximaler Auskrugung und einer Stufenanzahl von 15 vorhanden.

Beim Verwenden dieser Ergebnisse ist zu berücksichtigen, dass sie auf diversen Voraussetzungen beruhen und zwar ist das z.B. abhängig von den vorhandenen Parametern des Materials, der vorhandenen Geometrie, der vorhandenen Einspannung, dem Zustand der Stufen usw. Hinzu kommt noch das nichtlineare Materialverhalten, Inhomogenitäten des Materials, nicht exakte Nachvollziehbarkeit des Versuches (z.B. Lastaufbringung, Messungen). Zudem ist Verbundverlust und Bruch einer Stufe ist nicht modellierbar.

Abschließend kann gesagt werden, dass im Allgemeinen eine relativ gute Annäherung an die Realität gelungen ist, welche aber sicherlich noch verbesserungswürdig ist, da hier noch einige Versuche fehlen. Vor allem bei den Kenntnissen um die Federsteifigkeiten (sprich der Einspannung ins Mauerwerk) bedarf es sicherlich noch einiger Versuche. Diese könnten an Gebäuden durchgeführt werden, die kurz vor ihrem Abriss stehen. Biegeversuche um alle Achsenrichtungen an Einzelstufen mit moderneren, besser gesagt genaueren Methoden könnten sehr hilfreich sein. Auch Untersuchungen über den Verbund der Stufen, wie z.B. welche bzw. ob eine Zugkraft übertragen werden kann, wären wünschenswert. Dies könnte man durch Belastungs- bzw. Torsionsversuche an Stiegenarmen realisieren.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1]
Kolbitsch, A.: Untersuchung und konstruktive Bewertung von Stiegenkonstruktionen aus Naturstein., Festschrift Prof. N. V. Waubke / Baustoffe für Konstruktion und Architektur, Universität Innsbruck, Institut für Konstruktion und Materialwissenschaften
- [2]
Brik, J.E.: Die statischen Verhältnisse der freitragenden Stiegenarme bei den Versuchen des Stufen-Ausschusses., Österreichische Ingenieur- und Architektenverein (ÖIAZ), Nr. 33, 1898, Wien, Österreichischer Ingenieur- und Architekten-Verein (OIAV)
- [3]
Brik, J.E.: II. Bericht des Stiegenstufen-Ausschusses., Österreichische Ingenieur- und Architektenverein (ÖIAZ), Nr. 32, 1898, Wien, Österreichischer Ingenieur- und Architekten-Verein (OIAV)
- [4]
Brik, J.E.: Zur Verwertung der Ergebnisse aus dem Bericht Stiegenstufen-Ausschusses., Österreichische Ingenieur- und Architektenverein (ÖIAZ), Nr. 22, 1896, Wien, Österreichischer Ingenieur- und Architekten-Verein (OIAV)
- [5]
Greil, A.: Bericht des Stiegenstufen-Ausschusses., Österreichische Ingenieur- und Architektenverein (ÖIAZ), Nr. 12, 1896, Wien, Österreichischer Ingenieur- und Architekten-Verein (OIAV)
- [6]
Kolbitsch, A., Pech A.: Baukonstruktionen, Band 10: Treppen, Stiegen., Wien, New-York: Springer-Verlag, 2005, ISBN 3-211-21499-2
- [7]
Pregl Otto: Handbuch der Geotechnik, Richtwerte für Festgestein, Institut für Geotechnik-Boku Wien 1989
- [8]
Brik, J.E.: II. Bericht des Stiegenstufen-Ausschusses., Österreichische Ingenieur- und Architektenverein (ÖIAZ), Nr. 31, 1898, Wien, Österreichischer Ingenieur- und Architekten-Verein (OIAV)
- [9]
Lenz, Peter: Konstruktionsprinzipien alter Natursteinstiegen., Diplomarbeit TU-Wien, 1987
- [10]
Wehdorn, Manfred: Die Bautechnik der Wiener Ringstraße., Steiner-Verlag, 1979
- [11]
Skriptum Hochbau, Institut für Hochbau und Industriebau, TU-Wien Fassung, Mai 2000
- [12]
Ö-NORM B 5370: Stiegen, Benennungen und Definitionen, 1977
- [13]
Kolbitsch, Andreas: Altbaukonstruktionen: Charakteristika, Rechenwerte, Sanierungsansätze., Wien, New-York: Springer-Verlag, 1991, ISBN 0-387-82123-6

[14]

Ahnert R., Krause K. H.: Typische Baukonstruktionen von 1860 bis 1960. Band 3., Verlag für Bauwesen, 1989

[15]

J. Trzeschlik: Moderne bautechnische Probleme., Fosters Bauzeitung, 1892

[16]

ÖNORM B 1991-1-1: Eurocode 1 – Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen – Wichten, Eigengewichte, Nutzlasten im Hochbau – Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1991-1-1 und nationale Ergänzungen. Österreichisches Normungsinstitut, Wien 2003-12-01.

[17]

ÖNORM B 5371: Stiegen; Abmessungen, Wien 2000-12-01

[18]

DIN 18065: Gebäudetreppen – Definitionen, Maßregeln, Hauptmaße, Berlin Januar 2000

[19]

Wiener Bauordnung: online auf:

<http://www.wien.gv.at/recht/landesrecht-wien/rechtsvorschriften/html/b0200000.htm> , August 2007

Verwendete Programme:

Autocad 2006, <http://usa.autodesk.com/adsk/servlet/index?id=773204&siteID=123112>

RSTAB 3D, Version 5.14.321 , <http://www.dlubal.de/>

Office Packet 2003, www.microsoft.com/germany/

TABELLENVERZEICHNIS

TABELLE 1: ELASTIZITÄTSMODUL E UND ROHDICHTE P NACH [1]	32
TABELLE 2: SCHUBMODULBERECHNUNG	32
TABELLE 3: BRUCHSPANNUNG NACH BRIK, BRUCHMOMENT	33
TABELLE 4: REKAWINKLER SANDSTEIN NR. 32 S480-VERSUCH 29.MAI 1897	36
TABELLE 5: KAISERSTEIN NR. 32 S477-VERSUCH 15.MAI 1897	38
TABELLE 6: KARSTSTEIN NR. 32 S477-VERSUCH 15.MAI 1897	39
TABELLE 7: ZUSAMMENFASSUNG DER DREHFEDERSTEIFIGKEITEN	40
TABELLE 8: VERTIKALE VERSCHIEBUNG KAISERSTEIN	42
TABELLE 9: VERTIKALE VERSCHIEBUNG KARSTSTEIN	42
TABELLE 10: TORSIONSVERHALTEN KAISERSTEINSTUFE	44
TABELLE 11: TORSIONSVERHALTEN KARSTSTEINSTUFE	45
TABELLE 12: DEFORMATION DER STUFE 3 AUS KARSTSTEIN	52
TABELLE 13: DEFORMATION DER STUFE 4 AUS KARSTSTEIN	52
TABELLE 14: DEFORMATION DER STUFE 5 AUS KARSTSTEIN	52
TABELLE 15: DEFORMATION DER STUFE 6 AUS KARSTSTEIN	53
TABELLE 16: DEFORMATION DER STUFE 7 AUS KARSTSTEIN	53
TABELLE 17: DEFORMATION DER STUFE 8 AUS KARSTSTEIN	53
TABELLE 18: DEFORMATION DER STUFE 3 AUS KAISERSTEIN	56
TABELLE 19: DEFORMATION DER STUFE 4 AUS KAISERSTEIN	56
TABELLE 20: DEFORMATION DER STUFE 5 AUS KAISERSTEIN	57
TABELLE 21: DEFORMATION DER STUFE 6 AUS KAISERSTEIN	57
TABELLE 22: DEFORMATION DER STUFE 7 AUS KAISERSTEIN	57
TABELLE 23: MAX. SPANNWEITE/VERORDNUNG DER STADT WIEN 1896	62
TABELLE 24: EINGRIFF IM MAUERWERK BEI EINSEITIG EINGESPANNTEN STUFEN/VERORDNUNG DER STADT WIEN 1896	62
TABELLE 25: NUTZLASTEN VON TREPPEN	62
TABELLE 28: MAXIMALE STUFENANZAHL NACH BRIK [2]	64
TABELLE 29: SICHERHEITEN GEGENÜBER BRUCHMOMENT	64
TABELLE 30: VOLLFLÄCHIGE BELASTUNG DIE ZUM BRUCHMOMENT FÜHRT BEI MAX. AUSKRAGUNG UND STUFENZAHL VON 15	64

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

ABBILDUNG 1: STUFENLÄNGE/-BREITE.....	8
ABBILDUNG 2: STUFE EINSEITIG EINGESPANNT [14]	9
ABBILDUNG 3: GEMAUERTE BÖGEN ZUR GEWÄHRLEISTUNG DER EINSpanNUNG DER STUFEN.....	10
ABBILDUNG 4: GESAMTSYSTEM TREPPENHAUS [14]	10
ABBILDUNG 5: VERHÄLTNIS AUFTRITTSBREITE / HÖHE [6].....	11
ABBILDUNG 6: STUFENFORMEN [11]	11
ABBILDUNG 7: FALZARTEN [14].....	12
ABBILDUNG 8: TREPPENAUFLAGER / UNTERSTE STUFE.....	12
ABBILDUNG 9: AUSWAHL AN TREPPENGRUNDRISSEN [11]	13
ABBILDUNG 10: GEOMETRIE DES STIEGENARMES FÜR DIE VERSUCHSDURCHFÜHRUNG.....	16
ABBILDUNG 11: FOTO ROHEISENFLOSSENBELASTUNG [5]	17
ABBILDUNG 12: TORSIONSHEBEL [3].....	18
ABBILDUNG 13: VERTIKALE SENKUNG DER FREIEN STUFENENDEN (KARSTSTEIN/KAISERSTEIN).....	21
ABBILDUNG 14: VERTIKALE SENKUNGEN DER FREIEN STUFENENDEN-KARSTSTEIN.....	22
ABBILDUNG 15: VERTIKALE SENKUNGEN DER FREIEN STUFENENDEN-KAISERSTEIN	23
ABBILDUNG 16: VERDREHUNGSWINKEL DER FREIEN STUFENENDEN (KARSTSTEIN/KAISERSTEIN)...	24
ABBILDUNG 17: VERDREHUNGSWINKEL DER FREIEN STUFENENDEN-KARSTSTEIN.....	25
ABBILDUNG 18: VERDREHUNGSWINKEL DER FREIEN STUFENENDEN-KAISERSTEIN	26
ABBILDUNG 19: 3D-STABWERKSMODELL.....	29
ABBILDUNG 20: STUFENQUERSCHNITT MIT HAUPTTRÄGHEITSACHSEN SOWIE BEMAßUNG IN [CM].	30
ABBILDUNG 21: VERGLEICH STUFENQUERSCHNITT / GLEICHSCHENKLIGES DREIECK	
ABBILDUNG 22: RSTAB BERECHNUNG VON IT	31
ABBILDUNG 23: MOMENTEN DURCHBIEGUNGSVERHÄLTNIS BEI SANDSTEIN	36
ABBILDUNG 24: MOMENTEN DURCHBIEGUNGSVERHÄLTNIS BEI KAISERSTEIN.....	38
ABBILDUNG 25: MOMENTEN DURCHBIEGUNGSVERHÄLTNIS BEI KARSTSTEIN	39
ABBILDUNG 26: GEOMETRISCHE EINGABEWERTE RSTAB/KAISERSTEIN	41
ABBILDUNG 27: EINGABEMASKE FÜR DIE DREHFEDERSTEIFIGKEIT/KAISERSTEIN	41
ABBILDUNG 28: RSTAB AUSGABE FÜR DIE DURCHBIEGUNG	42
ABBILDUNG 29: RSTAB AUSGABE FÜR DIE VERDREHUNG DES QUERSCHNITTES.....	43
ABBILDUNG 30: WERTEVERGLEICH TORSIONSVERSUCH EINZELSTUFE AUS KAISERSTEIN	44
ABBILDUNG 31: WERTEVERGLEICH TORSIONSVERSUCH EINZELSTUFE AUS KARSTSTEIN	45
ABBILDUNG 32: STABWERKSMODELL STIEGENARM MIT 7 STUFEN	47
ABBILDUNG 33: AUSBILDUNG-BLOCKSTUFE.....	47
ABBILDUNG 34: EINGABEMASKE FÜR DIE DREHFEDERSTEIFIGKEIT/KAISERSTEIN	48
ABBILDUNG 35: HORIZONTALE UND VERTIKALE BALKENVERBINDUNG IM STATISCHEN MODELL-SCHEMATISCH.....	48
ABBILDUNG 36: UNTERES GELENK DER VERTIKALEN	49
ABBILDUNG 37: OBERES GELENK DER VERTIKALEN	49
ABBILDUNG 38: MATERIALKENNWERTE $EI=EA=\infty$	49

ABBILDUNG 39: GEOMETRISCHE EINGABEWERTE RSTAB/KARSTSTEIN.....	51
ABBILDUNG 40: EINGABEMASKE FÜR DIE DREHFEDERSTEIFIGKEIT/KARSTSTEIN	51
ABBILDUNG 41: RSTAB AUSGABE FÜR DIE DURCHBIEGUNG	51
ABBILDUNG 42: VERGLEICH DER VERDREHUNGSWINKEL [GRAD] VON STUFE 4,5,6 (KARSTSTEIN)....	54
ABBILDUNG 43: VERGLEICH DER VERDREHUNGSWINKEL [GRAD] VON STUFE 7,8 (KARSTSTEIN).....	54
ABBILDUNG 44: VERGLEICH DER VERTIKALEN SENKUNG [MM] DER STUFEN (KARSTSTEIN).....	55
ABBILDUNG 45: VERGLEICH DER VERTIKALEN SENKUNG [MM] DER STUFEN (KAISERSTEIN)	58
ABBILDUNG 46: VERGLEICH DER VERDREHUNGSWINKEL [GRAD] DER STUFEN (KAISERSTEIN).....	58
ABBILDUNG 47: NORMALKRAFTVERTEILUNG IM STIEGENARM.....	60
ABBILDUNG 48: TORSIONSAUFNAHME DES STIEGENARMES	60
ABBILDUNG 49: LINEARE DURCHBIEGUNG EINES STIEGENARMES	61
ABBILDUNG 50: MOMENTENBILD EINES STIEGENARMES	61