



DIPLOMARBEIT
Master Thesis

Topologieoptimierung von einem Tanzboden

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieurs/ einer Diplom-Ingenieurin

unter der Leitung von

Dipl.-Ing. Dr.tech. Peter Rosko

E206

Institut für Hochbau und Technologie
Forschungsbereich für Beumechanik und Baudynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Stefan Schmeiser

9071465

Beatrixgasse 14/12, 1030 Wien

Wien, am 4.11. 2010

eigenhändige Unterschrift

Abstract: The thesis deals with a dance floor analysis and optimization concerning its dynamic behavior caused by classical dancing. Due to its low eigenfrequency, dancing can cause vibration, which reduces the structural serviceability potentially leading to panic. In extreme cases the structure can collapse. Hence improving the vibration behavior of the dance floor is necessary and useful. Given that the design of the dance floor has to eliminate the danger of resonance, the design is defined as a topology optimization problem. The objective is the maximization of the first eigenfrequency and the constraint is defined as a maximum of the volume. The technology of composite reinforced concrete with polystyrene elements used for the floor prescribes the constraint by technology. Based on this optimization a realizable model is developed. The analysis of the designed structure shows, that the optimization of the dancing floor was successful as the deflection caused by classical dancing decreased.

Zusammenfassung: Im Zuge dieser Diplomarbeit wird ein Tanzboden hinsichtlich seines durch klassisches Tanzen verursachten Schwingverhaltens untersucht und optimiert. Wegen der niedrigen Eigenfrequenz des Tanzbodens können durch Tanzen Schwingungen hervorgerufen werden, die die Gebrauchstauglichkeit reduzieren und eventuell Panik auslösen können. In Extremfällen kann es zum Versagen der Struktur kommen. Daher ist die Verbesserung des Schwingverhaltens notwendig und nützlich. Da der Entwurf des Tanzbodens Resonanz verhindern soll, wird eine Topologieoptimierung durchgeführt. Die Zielfunktion stellt die Maximierung der ersten Eigenfrequenz dar und als Randbedingung wird eine obere Grenze für das Volumen definiert. Die Hohlkörpertechnologie für Stahlbetondecken beschreibt die technologische Randbedingung des Optimierungsproblems. Aufgrund der Optimierungsergebnisse wird ein realisierbares Modell erstellt. Die Analyse jenes Modells zeigt, dass die Optimierung erfolgreich war, da die Durchbiegung abgenommen hat.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	4
1.1	Stukturop Optimierung	5
1.1.1	Materialoptimierung	7
1.1.2	Größenoptimierung	7
1.1.3	Formoptimierung	8
1.1.4	Topologieoptimierung	8
2	Topologieoptimierung	10
2.1	Einleitung	10
2.2	Definition des Optimierungsproblems	14
2.2.1	Allgemein	14
2.2.2	Maximierung der statischen Steifigkeit	14
2.2.3	Minimierung von Volumen	15
2.2.4	Maximierung der Eigenfrequenz	16
2.3	Die SIMP-Methode	17
2.3.1	Basiskonzept von SIMP	17
2.3.2	Physikalisches Modell von der SIMP Methode	18
2.3.3	SIMP im Vergleich mit anderen Methoden	19
2.3.4	Geschichte der SIMP Methode	19
2.3.5	Diskussion über SIMP Methode	21
3	FEM Finite Elemente Methode	23
3.1	Modellbildung	23
3.2	Statische Analyse	24
3.3	Dynamische Analyse	24

3.3.1	Eigenwertoptimierung	24
3.3.2	Erregte Schwingung	27
4	Kurze Übersicht über klassische Tänze	28
4.1	Der Wiener Walzer	28
4.2	Der Langsame Walzer	29
4.3	Der Quickstep / Foxtrott	29
4.4	Der Tango	30
4.5	Der Cha-Cha-Cha	30
4.6	Die Rumba	31
4.7	Die Samba	31
4.8	Der Jive	31
4.9	Der Paso Doble	32
4.10	Zusammenfassung der Frequenzen	33
5	Böden für Tanz- und Sportaktivitäten	34
5.1	Problembeschreibung	34
5.2	Dynamische Bewegungen	35
5.3	Strukturelle Kriterien	36
5.4	Effekte	37
5.5	Einfache Konstruktionsregeln	37
5.6	Rhythmische Körperbewegungen	38
6	Schwingungsoptimierung von einem Tanzboden	40
6.1	Modell	40
6.1.1	Lagerung	41
6.1.2	Eingangsparameter	42
6.2	Berechnungen mit ANSYS	42
6.2.1	Eigenmodes der nicht optimierten Platte	43
6.2.2	Topologieoptimierung	46
6.2.3	Ergebnisanalyse	48
7	Entwurf - Praktische Realisierung	52
7.1	Hohlkörperdecken	52

7.2	Grundlagen der Realisierung	55
7.3	Entwurfsmodell	58
7.4	Bemessung	59
7.4.1	Ermittlung der erforderlichen Bewehrung	59
7.5	Eigenformen	78
7.6	Gegenüberstellung der Ergebnisse	84
8	Entwurfsuntersuchung	85
8.1	Statische Belastung	85
8.1.1	Ermittlung der maßgebenden Lastkombination	85
8.1.2	Ergebnis	85
8.1.3	Durchbiegung	87
8.2	Dynamische Belastung	88
8.2.1	Belastungsmodelle	88
8.2.2	Ermittlung der kritischen Tänze	89
8.2.3	Berechnung	90
8.2.4	Vergleich	104
8.2.5	Zusammenfassung der Ergebnisse	108
	Literaturverzeichnis	109
	Abbildungsverzeichnis	111
	Tabellenverzeichnis	115
A	Programmcode für ANSYS	116
A.1	Erstellen des Modells für die nicht optimierte Platte	116
A.2	Erstellen des Modells für die optimierte Platte	121

Kapitel 1

Einführung

Der Designprozess von Ingenieuren ist ein interaktiver. Der Ingenieur entwirft ein Design und definiert sowohl die Topologie also auch die Form von einem Objekt auf Basis des Wissens und der Erfahrung seiner VorgängerInnen. Im nächsten Schritt werden einige Analysen und erforderlichenfalls Experimente durchgeführt, deren Ergebnisse wiederum dazu führen, das ursprüngliche Design zu verändern. Jenes wird erneut analysiert. Dieser traditionelle „evolutionäre“ Designprozess ist iterativ und sehr zeitaufwändig. Der computergestützte Designprozess ist ein automatisierter iterativer Prozess für eine effiziente Designentwicklung. Viele Programme für Strukturoptimierung wie Form- und Größenoptimierung gibt es schon seit ein paar Jahrzehnten. Schon seit einigen Jahren gewinnt die relativ neue Topologieoptimierung mehr und mehr an Bedeutung. Die Theorie ist hinreichend verfeinert, wird benutzerfreundlich in Softwarepaketen eingearbeitet und heutige Computer haben ausreichend Kapazitäten für den Rechenprozess. Da sie in einer sehr frühen Phase zum Tragen kommt, kommt der Topologieoptimierung zusätzlich große Bedeutung im Entwicklungsprozess zu. Nachdem die Designzone (design space) und die Randbedingungen definiert worden sind, ist die Topologieoptimierung ein gutes Mittel um einen ersten Designentwurf zu liefern. Dadurch, dass schon am Beginn des Entwicklungsprozesses ein komplett neues Design entworfen wird, können Materialersparnisse und Optimierungspotential enorm sein.

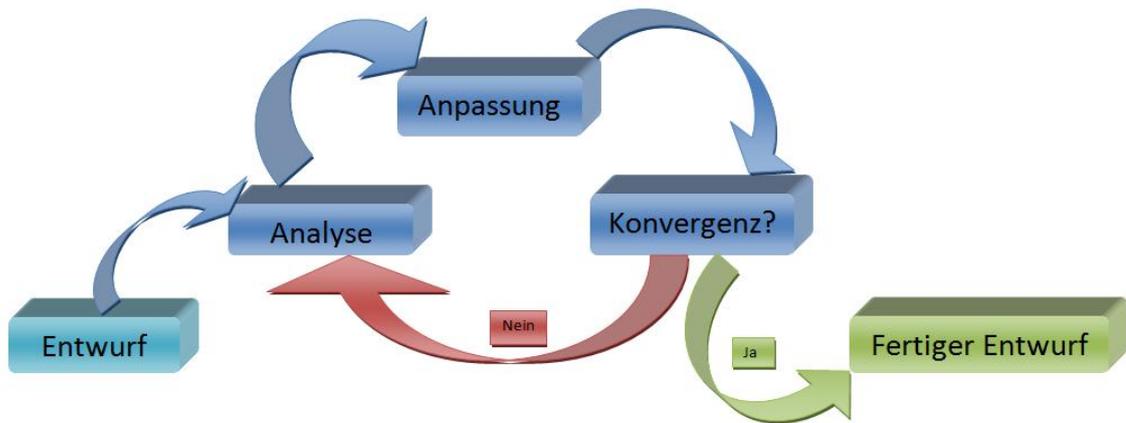


Abbildung 1.1: Designprozess

1.1 Stukturoptimierung

Bei Strukturanalysen werden die Prinzipien der Mechanik auf ein schon existierendes Design angewendet um das Verhalten unter Beanspruchung bei bestimmten Randbedingungen festzustellen. Der inverse Prozess, bei dem eine Struktur entwickelt wird für eine verlangte Strukturantwort unter Anwendung der selben mechanischen Gesetze wie bei der Strukturanalyse, wird als Stukturoptimierung bezeichnet. Die Zielfunktion der Optimierung wird auch Designkriterium (design criterium) genannt. Dabei stehen eine Vielzahl von Zielfunktionen, wie zum Beispiel minimale Nachgiebigkeit oder maximale Eigenfrequenz von einer Konstruktion, zur Verfügung. Der Lösungsraum ist normal durch Grenzen wie zum Beispiel die maximale Spannung begrenzt.

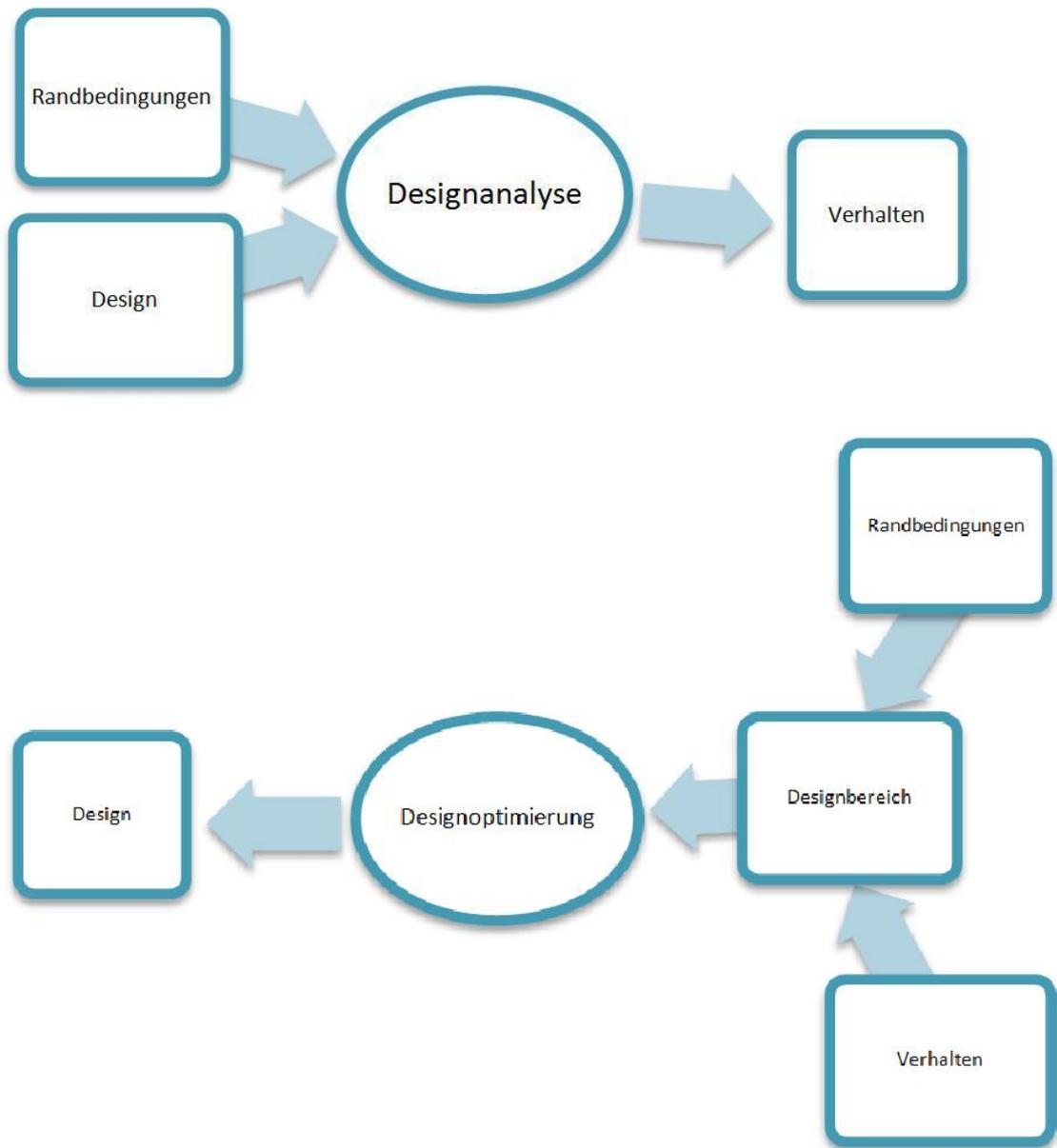


Abbildung 1.2: Designoptimierung als inverse Analyse

Die klassische Strukturoptimierung kann in vier Klassen unterteilt werden, abhängig von den geometrischen Eigenschaften und den Eigenschaften des Materials, die während dem Prozess variiert werden können:

- Materialoptimierung
- Größenoptimierung / Size optimization (SO)
- Formoptimierung / Parametric and Free Shape optimization (PSO, FSO)
- Topologieoptimierung / Topology optimization (TPO)

Die Materialoptimierung ist eine interne Strukturoptimierung, während die drei anderen externe (geometrische) Strukturoptimierungen sind.

In Abbildung 1.3 werden die Kategorien der geometrischen Optimierungen in Bezug auf die Komplexität für den/die BenutzerIn, der Vielfältigkeit der vorhandenen Zielfunktionen und auf die typische Anzahl von Designvariablen, die in diesem Typ vorkommen, dargestellt.

Weiters ist in Abbildung 1.3 zu sehen, dass bei der Topologieoptimierung im Vergleich mit den anderen Optimierungsklassen der Aufwand für den/die BenutzerIn sowie die Anzahl der möglichen Ziele gering, und die Anzahl der möglichen Designvariablen am größten ist.

1.1.1 Materialoptimierung

Im Kontrast zur externen Strukturoptimierung, bei welcher geometrische Parameter, die die äußere Struktur definieren, variiert werden, ist die Materialoptimierung eine interne Optimierungsklasse, bei der Parameter, die die innere Struktur bestimmen, variiert werden.

1.1.2 Größenoptimierung

Die Komplexität variiert in Abhängigkeit von der Computersoftware, die verwendet wird und dem Optimierungsproblem, das gelöst werden soll. Skalare geometrische Parameter wie Querschnittsdimensionen von Balken bezie-

hungsweise Platten- oder Scheibendicke können optimiert werden. Es können mehrere Zielfunktionen verwendet werden.

1.1.3 Formoptimierung

Bei dieser Art der Optimierung werden die Positionen der Verbindungen oder die internen und externen Grenzen der Strukturen variiert um eine allgemeine Verbesserung der Effizienz zu erreichen. Die Außenlinien der Kanten und die Form der Oberflächen werden variiert um die Effizienz der Struktur zu verbessern. Dabei gibt es zwei Annäherungen:

- Parametric Shape Optimization: In diesem Fall können die geometrischen Parameter (Designvariablen) , wie zum Beispiel die Dicke von einem Balken oder der Radius, während dem Optimierungsprozess variiert werden. Normalerweise ist es sehr aufwendig das Optimierungsproblem in ein Computerprogramm einzugeben. Im Gegensatz zu anderen Optimierungsklassen steigt die Fehleranfälligkeit mit einer ansteigenden Zahl von Designvariablen. Ebenso verschlechtert sich das Konvergenzverhalten.
- Non-parametric (Free) Shape Optimization: Hier ist die Näherung weniger restriktiv. Es wird eine Fläche definiert in der Veränderungen frei erlaubt sind. Daher ist die Zahl der Designvariablen tendenziell groß. Komplexität und notwendiger Aufwand um das Optimierungsproblem einzugeben hängen stark von der verwendeten Software ab.

1.1.4 Topologieoptimierung

Auf die Topologieoptimierung wird im folgenden Kapitel 2 ausführlich eingegangen.

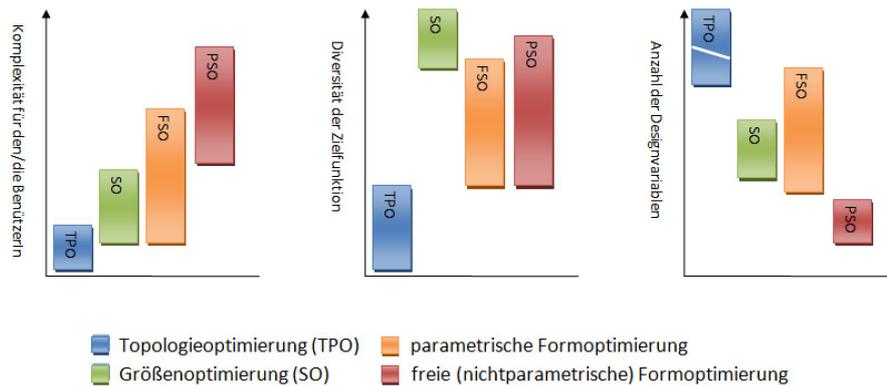


Abbildung 1.3: Überblick über Arten geometrischer Strukturanalysen.

Komplexität für den/die BenutzerIn:

damit ist der Aufwand für den/die BenutzerIn gemeint um ein Optimierungsproblem zu eingeben.

Diversität der Zielfunktion:

Anzahl der möglichen Ziele (z.B.: maximale Steifigkeit, minimale Masse, ect.)

Designvariablen bei den einzelnen Optimierungen:

TPO: Anzahl der Variablen(Elementdichte) auf dem Designbereich (design area)

SO : Querschnittsparameter wie Höhe, Breite von einem Balken oder variable Dicke von Platten- oder Schalenstrukturen

PSO: spezifische geometrische Parameter, die die Form der Struktur beschreiben

FSO: Translationsfreiheitsgrad für alle Verbindungen innerhalb der Designzone

Kapitel 2

Topologieoptimierung

2.1 Einleitung

Um die Methode der Topologieoptimierung zu beschreiben ist es zunächst erforderlich näher auf den Begriff der Topologie einzugehen:

Definition Topologie

Topologie beschäftigt sich Allgemein mit der Anordnung von Elementen in einem System. Die Topologie einer Struktur ist im Fall von diskreten Strukturen als eine Anordnung von Strukturgliedern und Verbindungen definiert, beziehungsweise bei kontinuierlichen Strukturen als die Bestimmung von internen und externen Grenzen. Dr. Nils Rosehr [14] beschreibt Topologie folgendermaßen: „Topologie beschäftigt sich mit der Stetigkeit von Abbildungen und topologischen Räumen. Topologische Räume sind so definiert, dass man Stetigkeit definieren kann. Für einen Differentialgeometer sind zwei Tori mit verschiedenen Radien, also verschiedenen Krümmungen, verschieden; für einen Topologen sind ein Torus und eine Kaffeetasse nicht verschieden.“

Definition Topologieoptimierung

Im Gegensatz zur Formoptimierung wird nicht nur das äußere Profil von existierenden Grenzen verändert, es können auch neue Grenzen im Inneren der Struktur entstehen. Das bedeutet, dass bei der Formoptimierung die

Topologie der Struktur nicht verändert wird. Benachbarte Punkte bleiben benachbart und nicht benachbarte Punkte bleiben nicht benachbart. Die Bildung von Öffnungen verändert die Topologie und ist eine diskontinuierliche Transformation. Daher spricht man von Formoptimierung, wenn die Materialdichte konstant bleibt und ausschließlich das strukturelle Profil verändert wird. Wenn jedoch die Materialdichte variiert wird und auch Löcher generiert werden (verschwindende Dichte), wird dies als Topologieoptimierung bezeichnet.

In einer Computersoftware ist es nur notwendig den Bereich zu definieren, der optimiert werden soll und gegebenenfalls Bereiche, die nicht entfernt werden dürfen. Weiters werden die Belastung und die Randbedingungen festgelegt. Danach wird die Lösung durch einen iterativen Prozess gefunden. Der Zielfunktion folgend wird Material in den Regionen, wo es nicht effizient eingesetzt wird, entfernt, um bei einem Minimum an Gewicht eine höhere Effizienz der Struktur zu erreichen. Natürlich kann Topologieoptimierung nicht die Grenzen der Physik überwinden. Speziell im Fall der Optimierung der Nachgiebigkeit (minimum compliance optimization) wird die Steifigkeit des Designbereichs immer durch die Elimination von Elementen reduziert und die Belastung des Designbereichs im Optimierungsprozess homogenisiert. Im Vergleich zur Größen- und zur Formoptimierung ist es relativ einfach das Optimierungsproblem zu definieren. Daraus folgt, dass Topologieoptimierung



Abbildung 2.1: Eingabe des Topologieproblems für ein Design

der Prozess des Variierens der Konnektivität zwischen Strukturgliedern bei diskreten Strukturen beziehungsweise das Variieren des Bereiches der kontinuierlichen Struktur ist. Daher muss die Topologieoptimierung, abhängig davon welcher Strukturtyp optimiert werden, soll in zwei Bereiche unterteilt werden:

- diskrete Strukturen (Abbildung 2.2)
- kontinuierliche Strukturen (Abbildung 2.3 und 2.4)

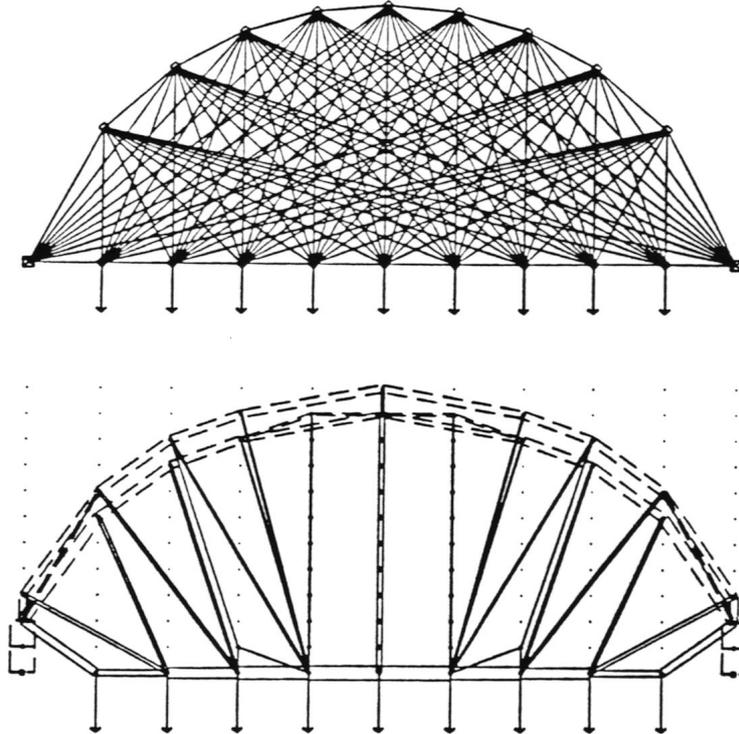


Abbildung 2.2: Topologieoptimierung einer diskreten Struktur (Brückenbogen).[3]

Im Fall von fachwerkähnlichen Strukturen bedeutet die Variation der Konnektivität, dass Strukturglieder neu generiert beziehungsweise eliminiert werden. Bei kontinuierlichen Strukturen wird der ursprüngliche Entwurf in kompliziertere Konfigurationen aufgeteilt, indem Zwischenräume eingefügt werden.

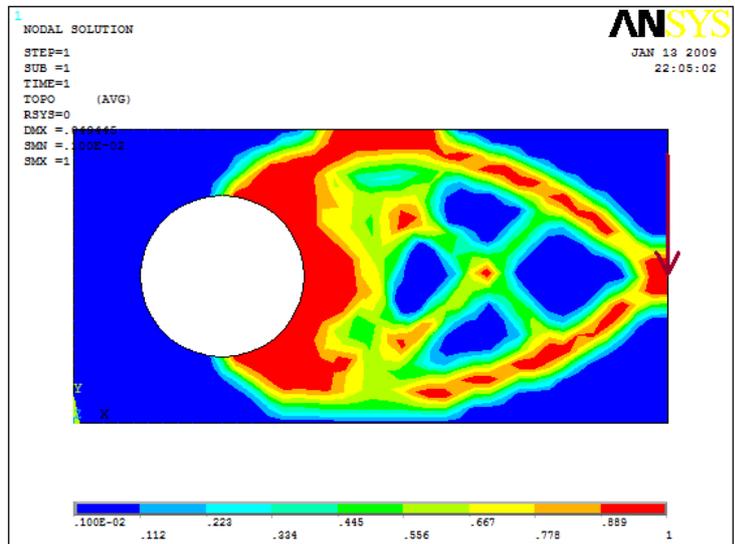


Abbildung 2.3: Topologieoptimierung einer kontinuierlichen Struktur. Optimierung der Nachgiebigkeit; Ausgangspunkt: Platte mit Loch, wobei die Platte entlang des Lochrandes festgehalten wird. Am rechten Rand in der Mitte befindet sich eine Last

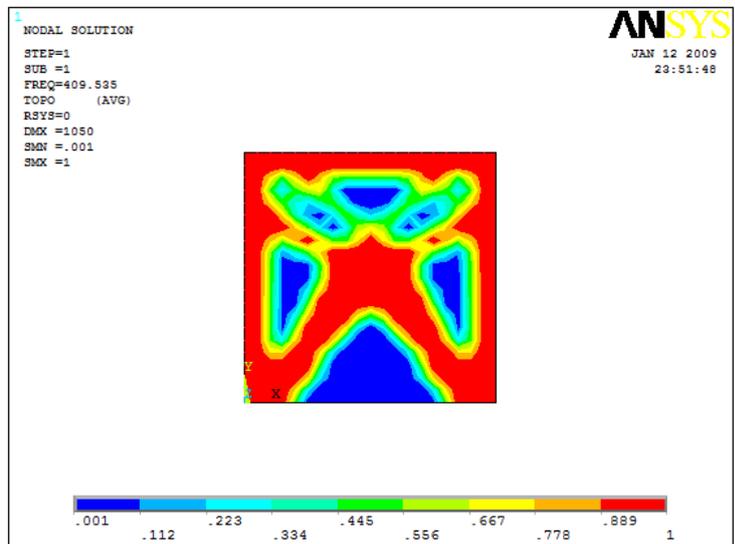


Abbildung 2.4: Topologieoptimierung einer kontinuierlichen Struktur. Maximierung der ersten Eigenfrequenz; Ausgangspunkt: der äußere Rand des Designbereichs wird als fix angenommen (=Rahmen), im Inneren wird Material hinzugefügt

2.2 Definition des Optimierungsproblems

2.2.1 Allgemein

In der Theorie der Topologieoptimierung versucht man die Zielfunktion (f) unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen (g) zu minimieren beziehungsweise zu maximieren. Die Designvariablen (η_i) sind Pseudodichten, die sich auf jedes Finite Element (i) innerhalb des topologischen Problems beziehen. Die Pseudodichten für jedes Element haben einen Wert zwischen 0 und 1, wobei ein Wert nahe bei 0 ein zu entfernendes Material und ein Wert nahe bei 1 ein Material, das beibehalten werden soll, darstellt. Das Optimierungsproblem wird in mathematischer Schreibweise wie folgt dargestellt:

$$f = \text{minimum}/\text{maximum} \quad \text{bezüglich} \quad \eta_i \quad (2.1)$$

für

$$0 < \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.2)$$

$$\underline{g}_j < g_j \leq \overline{g}_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, M) \quad (2.3)$$

dabei bedeuten:

N: Anzahl der Elemente

M: Anzahl der Randbedingungen

g_j : Wert der jten Randbedingung

\underline{g}_j : untere Grenze für die jte Randbedingung

\overline{g}_j : obere Grenze für die jte Randbedingung

2.2.2 Maximierung der statischen Steifigkeit

Bei diesem Verfahren wird davon ausgegangen, dass das maximale Volumen von einem Körper als Randbedingung definiert wird. Diese Art von Design wird auch als Standardverfahren von dem Layoutproblem bezeichnet, bei dem man versucht die Nachgiebigkeit für einen definierten Lastfall und einer vordefinierten Volumsreduktion zu minimieren. Die Minimierung der Nachgiebigkeit ist gleichbedeutend mit der Maximierung der statischen

Steifigkeit. In diesem Fall kann das Problem als Spezialfall der Gleichungen (2.1),(2.2),(2.3) formuliert werden:

$$U_c = \text{minimum bezüglich } \eta_i \quad (2.4)$$

für:

$$0 < \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.5)$$

$$V \leq V_0 - V^* \quad (2.6)$$

dabei bedeuten:

U_c : Nachgiebigkeit

V: errechnetes Volumen

V_0 : ursprüngliches Volumen

V^* : Material, das entfernt wird

2.2.3 Minimierung von Volumen

Im Gegensatz zur Maximierung der Steifigkeit kann es in manchen Fällen notwendig sein, das Volumen zu minimieren, wobei die Nachgiebigkeit als Randbedingung eingesetzt wird. In diesem Fall wird das Problem bei k gegebenen Lastfällen folgendermaßen formuliert:

$$V = \text{minimum bezüglich } \eta_i \quad (2.7)$$

für

$$0 < \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.8)$$

$$\underline{U}_C^j < U_C^j \leq \overline{U}_C^j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, M) \quad (2.9)$$

dabei bedeuten:

V: Volumen

M: Anzahl der Randbedingungen

U_C^j : Wert der jten Nachgiebigkeit

$\underline{U_C^j}$: untere Grenze für die jte Nachgiebigkeit

$\overline{U_C^j}$: obere Grenze für die jte Nachgiebigkeit

2.2.4 Maximierung der Eigenfrequenz

Bei der Maximierung der dynamischen Steifigkeit versucht man die i-te Eigenfrequenz ($f_i > 0$) unter Berücksichtigung von einer festgesetzten Volumsreduktion als Randbedingung zu maximieren, wobei die Eigenfrequenz durch eine modale Analyse bestimmt wird. In diesem Fall wird das Optimierungsproblem folgend formuliert:

$$f_i = \text{maximum bezüglich } \eta_i \quad (2.10)$$

für

$$0 < \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.11)$$

$$V \leq V_0 - V^* \quad (2.12)$$

dabei bedeuten:

f_i : ite Eigenfrequenz

V: errechnetes Volumen

V_0 : ursprüngliches Volumen

V^* : Material, das entfernt wird

Die Maximierung einer bestimmten Eigenfrequenz ist ein typisches Problem für Frequenzoptimierung durch Topologieoptimierung. Manchmal kann der Fall eintreten, dass sich aufgrund von dem Optimierungsprozess die Reihenfolge der Eigenformen ändert. Das bedeutet, dass wenn man zunächst die erste Eigenfrequenz optimieren will, diese erhöht wird. Dadurch kann es allerdings passieren, dass die zweite Eigenform eine geringere Eigenfrequenz aufweist als die Erste. Somit wird diese eigentlich zur ersten Eigenfrequenz.

[1]

2.3 Die SIMP-Methode

Die derzeit gängigste auf der Finite-Elemente-Methode basierende Methode für Topologieoptimierung ist die in den späten Achtzigern entwickelte SIMP Methode. Sie wird manchmal als „material interpolation“, „artificial material“, „power law“ oder „density method“ bezeichnet, jedoch ist „SIMP“ der gebräuchlichste Begriff. Die Abkürzung „SIMP“ steht für **S**olid **I**sotropic **M**icrostructure (or **M**aterial) with **P**enalization for intermediate densities. (Übersetzung: Massive, isotropische Struktur mit Beschränkung der zwischen 0 und 1 liegenden Dichten)

2.3.1 Basiskonzept von SIMP

Bei Topologieoptimierungsproblemen hat man oft in der Praxis eine sehr große Anzahl von Grundelementen. Wegen der Größe von diskreten Problemen (0-1) wären direkte Suchmethoden unverhältnismäßig teuer. Daher ist es zweckmäßig eine stetige Formulierung der Variablen (continuous variable formulation) zu verwenden. Allgemein werden die Variablen als Pseudodichten bezeichnet, wobei man diese im Fall von Platten auch als Dicke interpretieren kann. Die Erklärung erfolgt vom konkreten Fall ins Allgemeine. Wenn man zum Beispiel die Topologieoptimierung von einer perforierten Platte im ebenen Spannungszustand betrachtet, kann man die Dicke der Platte durch ρ beschreiben. Bei anderen Topologieproblemen kann ρ auch die Dichte oder die Kosten repräsentieren. Bei einer Optimierung einer Platte mit variabler Dicke für bestimmte Randbedingungen, wie zum Beispiel Nachgiebigkeit oder Lagerung, wird die Beziehung, wenn sie linear ist, zwischen der Steifigkeit (s) und der Plattendicke (ρ) zu:

$$\rho = s \tag{2.13}$$

(rote Linie in Abbildung 2.5). Die Plattendicke wird normiert, indem die tatsächliche Dicke ($\bar{\rho}$) durch die vorgeschriebene maximale Dicke (ρ_0) dividiert wird, also $\rho = \bar{\rho}/\rho_0$. Nach demselben Muster wird auch die Steifigkeit normiert. Weiße Elemente in einem Berechnungsergebnis wie zum Beispiel

in Abbildung 2.6 entsprechen Bereichen mit keinem Material und schwarze Elemente Bereichen mit Material, beziehungsweise $\rho = 0$ und $\rho = 1$.

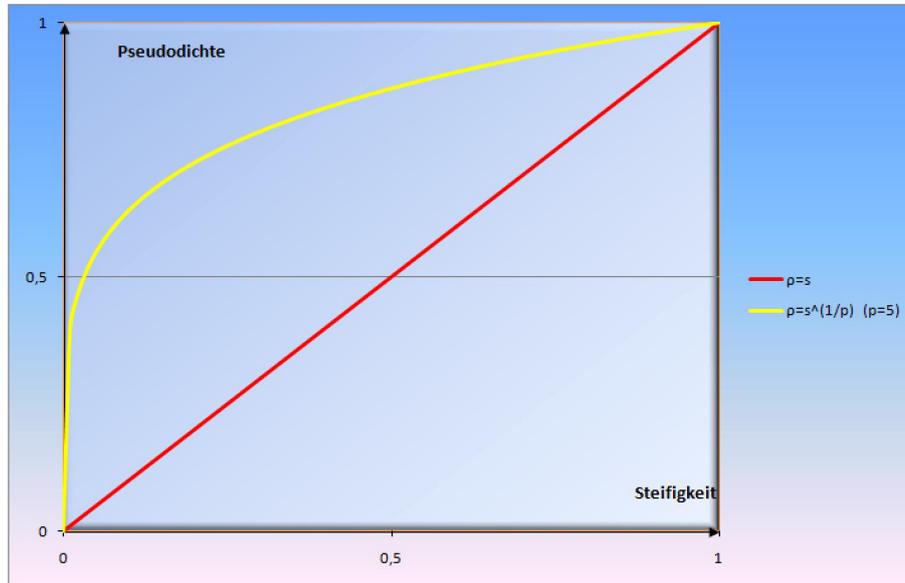


Abbildung 2.5: Beziehung Steifigkeit - Pseudodichte

Optimale Lösungen, die auf (2.13) basieren, für Nachgiebigkeit und Lagerungsbedingungen würden hauptsächlich aus „grauen“ Elementen bestehen mit $0 < \rho < 1$. Ein solches Ergebnis ist relativ weit entfernt von einem (0-1) Ergebnis, wie es bei der Topologieoptimierung verlangt wird und würde daher nicht viel nützen. Fast schwarz-weiß Lösungen können erreicht werden, indem man graue Elemente, die eine dazwischenliegende Dichte aufweisen ($0 < \rho < 1$) beschränkt (penalize). Um das zu erreichen können verschiedene Funktionen benutzt werden, dabei stellt das sogenannte „power law“ von Bendsoe (siehe auch Abbildung 2.5) eine der einfachsten dar:

$$\rho = s^{1/p} \quad (p > 1) \quad (2.14)$$

2.3.2 Physikalisches Modell von der SIMP Methode

Um die eingeführte Beziehung in (2.14) zu rechtfertigen, können physikalische oder rechnerische Argumente betrachtet werden. Die physikalischen Begründungen sind in der Vergangenheit durch (a) Betrachtung von fiktiven

Herstellungskosten für die abgestufte Dicke oder (b) durch inhomogene Plattelemente mit einer passenden Mikrostruktur durchgeführt worden. Im Fall (a) beschreibt ρ in Abbildung 2.5 die Kosten (pro Quadratmeter) der Platte inklusive der Herstellungskosten. Das Optimierungsproblem besteht in der Minimierung der Kosten bei einer gegebenen Grenze für die Nachgiebigkeit oder umgekehrt. Im Fall (b) gilt (2.2) nur in bestimmten Grenzen für ρ . Eine rechnerische Begründung erfordert kein physikalisches Modell. Beschränkung (penalization) ist eine Standardtechnik bei diskreten Optimierungen.

2.3.3 SIMP im Vergleich mit anderen Methoden

Neben der SIMP Methode gibt es noch Homogenisierungsmethoden wie OMP (**O**ptimal **M**icrostructures with **P**enalization) oder NOM (**N**ear-**O**ptimal **M**icrostructure). Die letztgenannten verwenden optimierte quadratische oder rechteckige Löcher und Homogenisierung. Die NOM Methode kann durch ineffiziente Beschränkung (penalization) zu einigen grauen Elementen führen. Optimale Mikrostrukturen würden eine zu geringe Beschränkung (penalization) erzeugen ohne dass man noch zusätzliche Beschränkungen im weiteren Rechenverlauf einführt. Beide Methoden benützen mehrere Variablen pro Grundelement, wogegen SIMP nur eine benötigt. Zusätzlich bedarf SIMP keiner Homogenisierung.

2.3.4 Geschichte der SIMP Methode

Roscow und Taylor haben 1973 die Idee zu einer auf Finite Elemente basierender Topologieoptimierung gehabt. Sie haben eine nicht beschränkte Optimierung (rote Linie in Abbildung 2.5) benützt und so eine Lösung mit unterschiedlichen Dicken erhalten (graue Elemente, also zwischen $\rho = 0$ und $\rho = 1$). In einer Publikation von 1988 haben Bendsoe und Kikuchi Homogenisierung basierend auf quadratischen und rechteckigen Löchern, die auch ein gewisses Maß an Beschränkung (penalization) bewirken, vorgeschlagen (gelbe Linie in Abbildung 2.5). Ein Jahr später hat Bendsoe in einem weiteren Artikel eine der SIMP Methode ähnlichen Methode basierend auf dem „power law“ in (2.2) in Erwägung gezogen, wobei er aber der Homogenisie-

rung mit quadratischen Löchern den Vorzug gegeben hat. Rozvany und Zhou haben die Beziehung (2.2) auf kombinierten Kosten für das Material und die Herstellung bezogen. Dabei haben sie angenommen, dass nur eine Dicke zur Verfügung steht und die Herstellung von anderen Dicken sehr kostenaufwändig ist. Zhou hat daraufhin die vollständigen Details zur SIMP Methode erarbeitet. Heute ist SIMP allgemein akzeptiert. Topologieoptimierung ist in einer Vielzahl von Bereichen beliebt geworden, wie zum Beispiel in der Automobilindustrie, Luftfahrt oder Schwerindustrie etc. Das ist unter anderem auf kommerzielle FEA (**F**inite **E**lement **A**nalysis) Software, wie OptiStruct, Genesis, MSC/Nastran, Ansys, Tosca, etc. , zurückzuführen. Laut einem Artikel von Rozvany ist in all diesen Programmen SIMP implementiert, ausser Tosca, das eine andere Methode benützt. Allerdings deuten Publikationen, wie zum Beispiel von Pedersen und Allinger, an, dass Tosca damit begonnen hat auch SIMP zu integrieren.

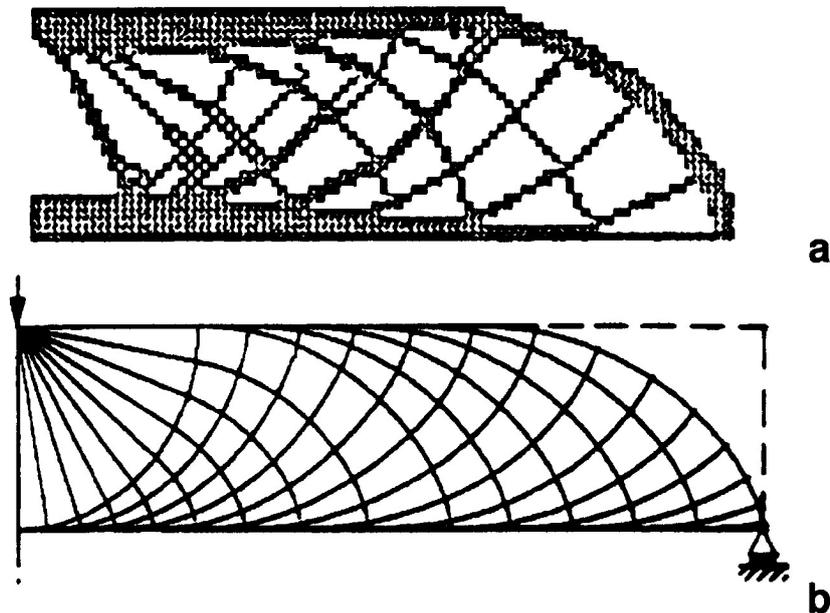


Abbildung 2.6: a: Ein frühes Beispiel von einer SIMP Lösung, b: exakte analytische Lösung [16]

2.3.5 Diskussion über SIMP Methode

Einige ForscherInnen, die nicht im Bereich der Topologie arbeiten scheinen zufolge Rozvany der Ansicht zu sein, dass SIMP eine heuristische Methoden ist und dass es nur eine Glücksfrage ist, ob man die richtige Lösung bekommt. Laut dem Artikel von Rozvany[16] ist das nicht der Fall.

Wenn man als Basis für SIMP fiktive Herstellungskosten für beispielsweise unterschiedliche Dichten annimmt, dann hat man ein physikalisches Problem, auch wenn die angenommene Kostenstruktur nicht mit den wirklichen Kosten übereinstimmt. Es existieren jedoch Methoden, um dieses reale Problem zu behandeln.

Durch die oben genannte Beschränkung (penalization) werden sogar ursprünglich konvexe Probleme, wie zum Beispiel die Minimierung von der Nachgiebigkeit für ein gegebenes Volumen zu nichtkonvexen Problemen. Für diese ist es theoretisch möglich, zu einem lokalen Optimum zu gelangen. Zuerst ist von Rozvany ein nicht beschränktes (unpenalized) Problem ($p=1$) verwendet worden, wobei der Beschränkungsfaktor (penalization factor, p) in den folgenden Berechnungen in kleinen Schritten erhöht worden ist. Auf diesem Weg bekommt man für ursprünglich konvexe Probleme ein globales Optimum für $p=1$. Später verändern sich die grauen Regionen in schwarz-weiße Regionen mit derselben Durchschnittsdichte. Dabei entfernt man sich nicht zu weit vom globalen Maximum, was beim Vergleich mit analytischen Lösungen herausgefunden worden ist. In der Praxis sind alle Probleme im Ingenieursektor nichtkonvexe Probleme wodurch ein Optimierungsprozess normalerweise zu einem lokalen Optimum führt. Das bedeutet allerdings nicht, dass das ganze Feld der Strukturoptimierung heuristisch ist.

Von Beginn an war bei SIMP das falsche Auftreten von Eckkontakt zwischen Grundelementen von Platten ein Problem (Schachbrettmuster, diagonale Elementketten, isolierte Gelenke) . Eine sehr effiziente, aber teilweise heuristische Methode ist die Filtermethode (filtering method), vorgeschlagen von Sigmund. Dabei muss man aber berücksichtigen, dass das Auftreten von Schachbrettmustern lediglich ein Diskretisierungsfehler der Feniten Elemente Methode ist und nichts mit SIMP zu tun hat. Dieser Fehler resultiert

aus einer Überschätzung der Steifigkeit, wenn zum Beispiel jedes Grundelement aus einem aus vier Knoten bestehenden Finiten Element besteht und die Plattenelemente nur Eckkontakt haben. Wenn der Berechnungszeit keine Bedeutung zukommt, kann man das Schachbrettmusterproblem kontrollieren, indem man Elemente von höherer Ordnung oder mehr Finite Elemente pro Grundelement verwendet.

Kapitel 3

FEM Finite Elemente Methode

Das im Rahmen dieser Diplomarbeit behandelte Beispiel einer Topologieoptimierung eines Tanzbodens wird mit der Finite Elemente Methode (FEM) im Programm ANSYS berechnet.

3.1 Modellbildung

Um die Wirklichkeit möglichst gut abzubilden wird ein Modell erstellt. Dafür wird ein Körper aus Einzelteilen, den sogenannten „finiten Elementen“, die nur mehr in einigen Knoten mit den Nachbarelementen verbunden sind, zusammengesetzt. Diese Elemente werden wie ein Körper behandelt und die Gleichungen des „kleinen“ Ersatzsystems bestimmt. Anschließend werden die Ersatzsysteme überlagert. Die Lösungsfunktion der Differentialgleichungen gewinnt man entweder analytisch oder numerisch, wobei die analytischen Lösungen nur für akademische Fälle möglich sind. Daher wird in der Praxis die Lösung durch Iterationen mit Hilfe von Computern bestimmt [18], [11].

Um das in dieser Diplomarbeit behandelte Problem zu berechnen wurde der Tanzboden in ANSYS als SHELL93 (Element des Programms zur Berechnung) eingegeben. Shell-Elemente werden in ANSYS genutzt um eine mathematische 2-D Idealisierung einer 3-D Struktur zu erhalten [1]. Bei der Eingabe wird eine Fläche und in einem späteren Schritt die Dicke der Platte definiert. Als Elemente der FEM werden sogenannte Strukturelemente be-

nützt, die das Volumen auf eine Struktur reduzieren [13]. In diesem Fall wird die Schale auf eine Schalenbezugsfläche reduziert. Für SHELL93 werden Elemente mit Zwischenknoten verwendet. Diese zeichnen sich durch eine hohe Qualität aus [12].

3.2 Statische Analyse

Die Verformungen und Spannungen werden über die Differentialgleichungen der Elastizitätstheorie berechnet. Da in der Praxis die Gleichungssysteme nichtlinear sind, wird die Lösung durch Iterationen mit einem Computer bestimmt.

3.3 Dynamische Analyse

Eine der ersten Anwendungen der Topologieoptimierung außerhalb der Nachgiebigkeitsminimierung war die Optimierung der Eigenwerte. Dieses Problem ist für Maschinen und Strukturen, die dynamisch beansprucht werden, relevant. Zum Beispiel will man die Eigenfrequenz einer Struktur möglichst weit entfernt von der Erregerfrequenz einer angebauten Maschine planen. Weiters sind Strukturen mit einer hohen Eigenfrequenz relativ steif. Daher nützt eine Eigenfrequenzmaximierung auch der statischen Lastableitung.

3.3.1 Eigenwertoptimierung

Ein häufiges Designziel ist die Maximierung der ersten Eigenfrequenz λ_{min} . Das Problem kann folgendermaßen definiert werden:

$$\max_{\rho} \{ \lambda_{min} = \min_{i=1, \dots, N_{dof}} \lambda_i \} \quad (3.1)$$

$$s.t. : (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \Phi_i = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, N_{dof} \quad (3.2)$$

$$\sum_{e=1}^N v_e \rho_e \leq V, \quad 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, \dots, N \quad (3.3)$$

\mathbf{K} und \mathbf{M} sind die Steifigkeitsmatrix und die Massenmatrix vom System. Φ_i ist der Eigenvektor verbunden mit dem i ten Eigenwert.

In der Praxis wird das Eigenwertproblem nicht für alle Eigenwerte gelöst. Normalerweise spielen nur die ersten Modes eine Rolle um die dynamische Antwort von einem System zu bestimmen.

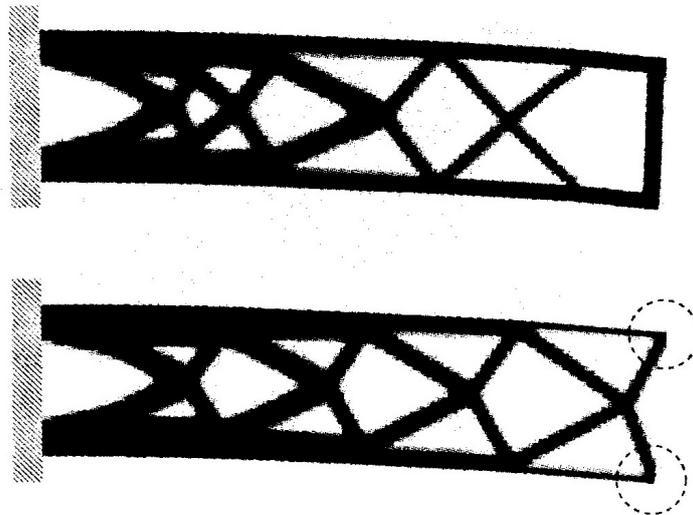


Abbildung 3.1: Beispiel dynamisches Problem[4]

Oben: Ein Aussteifungsproblem. Maximierung der Grundfrequenz von einer fünffeldrigen Turmstruktur, wobei der äußere Rahmen als unveränderlich fixiert worden ist.

Unten: Maximierung der Eigenfrequenz, wobei Punktmassen (jede mit einer Masse von 10% der verfügbaren Masse) an den rechten äußeren Ecken angefügt wurden .

Die Figuren werden in ihrer Grundeigenform gezeigt.

Eine Alternative zu der oben beschriebenen Formulierung des Problems ist folgende mit einer eingeführten Schranke β (bound-formulation):

$$\max_{\rho} \beta \tag{3.4}$$

$$s.t. : \lambda_i \geq \beta, \quad i = 1, \dots, N_{dof} \tag{3.5}$$

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \Phi_i = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, N_{dof} \tag{3.6}$$

$$\sum_{e=1}^N v_e \rho_e \leq V, \quad 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, \dots, N \quad (3.7)$$

Wenn Eigenwerte im Zuge der Optimierung zusammenfallen, sind sie nicht differenzierbar. Bei Nichtbeachtung dieses Aspekts führt dies zu ungewöhnlichen Resultaten oder zu einer falschen Konvergenz des Algorithmus.

In vielen Fällen wird die optimierte Struktur multimodale Eigenwerte aufweisen, was sich kritisch auf die Stabilität auswirken kann. Um zu verhindern, dass man mehrere Eigenformen für eine Eigenfrequenz hat, wird verlangt, dass der zweite Eigenwert um einige Prozent größer ist als der erste, der dritte um einige Prozent größer als der zweite, und so weiter. Das kann leicht erreicht werden, indem man die oben genannte Formulierung folgendermaßen umschreibt:

$$\max_{\rho} \beta \quad (3.8)$$

$$s.t. : [\alpha]^i \lambda_i \geq \beta, \quad i = 1, \dots, N_{dof} \quad (3.9)$$

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \Phi_i = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, N_{dof} \quad (3.10)$$

$$\sum_{e=1}^N v_e \rho_e \leq V, \quad 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, \dots, N \quad (3.11)$$

Auf diese Art wird das Problem der Nichtdifferenzierbarkeit beim Optimum für eine Lösung mit mehreren Eigenwerten (multiple eigenvalue solution) gelöst. Allerdings sollte bei der Anwendung dieser Methode vorsichtig vorgegangen werden, da diese Grenzen die Eigenmodes davon abhalten können, ihre Reihenfolge während der Optimierung zu tauschen.

Ein anderer Bereich der Eigenfrequenzoptimierung, dem besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden sollte, ist das Ausnützen der Symmetrie um die Größe der einzugebenden Struktur zu reduzieren. Da die Eigenformen auch bei symmetrischen Strukturen asymmetrisch oder überhaupt nichtsymmetrisch sein können, sollte dies vermieden werden. Zumindest sollte die Lösung mit einer Analyse des ganzen Problems verglichen werden.

Bei Topologiedesign, basierend auf Interpolationsmodelle, ist weiters das

Auftreten von „künstlichen Modes“ („artificial modes“) in Regionen mit geringer Dichte von Bedeutung. Bei Vibrationsproblemen treten künstliche Modes als lokale Modes (Gruppen mit ein paar Elementen) in Regionen mit relativ großer Masse im Vergleich zur Steifigkeit auf. Bei der SIMP Interpolation (siehe Kapitel 2) ist dies der Fall, wenn die Dichte gegen Null geht [4].

3.3.2 Erregte Schwingung

Im Gegensatz zur freien Schwingung wird bei der erregten Schwingung ein System mit einer Kraft belastet. In diesem Fall ist es notwendig die dynamische Antwort auf eine Erregerfrequenz oder ein Erregerfrequenzband zu minimieren oder zu maximieren. Um dieses Problem zu lösen wird die Anregerkraft mal der Verschiebungsgröße als dynamische Nachgiebigkeit definiert. Das Ziel für die dynamische Antwort wird in dieser Nachgiebigkeit ausgedrückt. Ein Optimierungsproblem, bei dem die dynamische Nachgiebigkeit einer Stuktur mit der periodischen Anregerkraft $\mathbf{f}(\Omega)$ mit der Frequenz Ω minimiert werden soll, wird folgendermaßen formuliert:

$$\max_{\rho} \{c = (\mathbf{f}^T \mathbf{u})^2\} \quad (3.12)$$

$$[\alpha]^i \lambda_i \geq \beta, \quad i = 1, \dots, N_{dof} \quad (3.13)$$

$$s.t. : (\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (3.14)$$

$$\sum_{e=1}^N v_e \rho_e \leq V, \quad 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, \dots, N \quad (3.15)$$

Man kann aus der Formel 3.14 erkennen, dass für niedrige Erregerfrequenzen Ω das Ergebnis dem einer statischen Analyse ähnlich ist, da der Term $\Omega^2 \mathbf{M}$ nur leicht von der Steifigkeitsmatrix abweicht. Für höhere Erregerfrequenzen weichen die Ergebnisse sehr wohl ab [4].

Kapitel 4

Kurze Übersicht über klassische Tänze

In diesem Abschnitt wird ein kurzer Überblick über die Tänze geboten, die im Welttanzprogramm enthalten sind. Die Angaben zur Anzahl der Personen pro Quadratmeter basieren auf [2] (Table G.2) und wurden vom Autor auf Basis seiner langjährigen Tanzerfahrung angepasst. Die Angaben zur Musik (Takt, Takt/Min) wurden von der Internetseite der Tanzschule Wankmüller übernommen [17]. Die Frequenzen wurden aufgrund dieser Angaben errechnet. Sie liegen alle in dem in [2] (TableG.1) angegebenen Bereich für „classical and modern dancing“ von 1,5-3 Hz, mit Ausnahme des Quicksteps, der 0,46 Hz darüber liegt. Da der Quickstep allerdings viele Sprungelemente enthält, kann der Bereich „jumping, skipping and runnig to rhythmical music“ herangezogen werden, der von 1,8 Hz bis 3,5 Hz reicht.

4.1 Der Wiener Walzer

Der Tanz wurde 1932 ins Turnierprogramm aufgenommen. Sein Reiz liegt nicht im Figurenmaterial, sondern im berausenden Körperschwung. Der Wiener Walzer zählt zu den schnellen Tänzen, wobei jedoch keine Hüpfbewegungen vorkommen. Durch die schnellen Drehungen kann der Wiener Walzer nicht auf engem Raum getanzt werden.

2 Personen/ m^2

Musik: 3/4 Takt, 58-60 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$3 * 60 = 180 \rightarrow 180 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 3 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 3Hz \quad (4.1)$$

4.2 Der Langsame Walzer

In England setzte sich um 1910 bei jungen Leuten ein Tanz mit dem Namen „Boston“ gegen den traditionellen Wiener Walzer durch. Er ist etwas langsamer, wodurch er auch auf engem Raum getanzt werden kann.

5-6 Personen/ m^2 (totales Maximum)

Musik: 3/4 Takt, 28-30 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$3 * 30 = 90 \rightarrow 90 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 1,5 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 1,5Hz \quad (4.2)$$

4.3 Der Quickstep / Foxtrott

Der Quickstep entstand Mitte der 1920er Jahre, als das Tempo vom Foxtrott beschleunigt worden ist. Er ist ein schneller Tanz, welcher Platz benötigt und in dem Hüpfbewegungen enthalten sind.

2 Personen/ m^2

Musik: 4/4 Takt, 50-52 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$4 * 52 = 108 \rightarrow 208 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 3,46 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 3,46 \text{ Hz} \quad (4.3)$$

4.4 Der Tango

Der Tango stammt aus Argentinien und ist, dem Stakkato der Musik entsprechend, geprägt vom Wechsel zwischen Aktion und Pause. Er ist ein langsamer Tanz.

$$4 \text{ Personen}/m^2$$

Musik: 2/4 Takt oder auch 4/4 Takt, 31-33 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$4 * 33 = 132 \rightarrow 132 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 2,2 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 2,2 \text{ Hz} \quad (4.4)$$

4.5 Der Cha-Cha-Cha

Der von Enrique Jorrin (u.a.) aus dem Mambo entwickelte kubanische Tanz wurde 1957 nach Europa importiert. Er zählt nicht zu den schnellen Tänzen, dennoch wird viel Platz benötigt.

$$2 \text{ Personen}/m^2$$

Musik: 4/4 Takt, 30-32 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$4 * 32 = 128 \rightarrow 128 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 2,13 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 2,13 \text{ Hz} \quad (4.5)$$

4.6 Die Rumba

Die Rumba stammt aus dem Mambo-Bolero und ist ein langsamer afrokubanischer Tanz. Besonders zur Squarerumba können viele Paare auf engem Raum tanzen.

5-6 Personen/ m^2 (totales Maximum)

Musik: 4/4 Takt, 25-27 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$4 * 32 = 108 \rightarrow 108 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 1,8 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 1,8 \text{ Hz} \quad (4.6)$$

4.7 Die Samba

Die Samba ist ein schneller mit Wippbewegungen versehener afrobrasilianischer Tanz und entstand in Brasilien im 19. Jahrhundert.

2 Personen/ m^2

Musik: 2/4 Takt, 50-52 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$2 * 52 = 104 \rightarrow 104 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 1,73 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 1,73 \text{ Hz} \quad (4.7)$$

4.8 Der Jive

Der Jive ist eine spezielle Boogie-Form und wird zu den lateinamerikanischen Tänzen gezählt. Er ist ein schneller, mit vielen Hüpfbewegungen versehener, platzbeanspruchender Tanz.

2 Personen/ m^2

Musik: 4/4 Takt, 42-44 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$4 * 44 = 176 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 2,93 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 2,93 \text{ Hz} \quad (4.8)$$

4.9 Der Paso Doble

Der Paso Doble ist eine in Spanien und Frankreich entwickelte Darstellung eines Stierkampfes mit Einschluss von Flamencoelementen. Ursprünglich als Marsch gedacht, ist er nun den schnellen Tänzen zuzuordnen.

2 Personen/ m^2

Musik: 2/4 Takt, 60-62 Takte/Min.

Daraus folgt:

$$2 * 62 = 124 \text{ Schläge/Minute} \rightarrow 2,06 \text{ Schläge/Sekunde} \rightarrow 2,06 \text{ Hz} \quad (4.9)$$

4.10 Zusammenfassung der Frequenzen

	Frequenz	Personen/m^2
Wiener Walzer	$3Hz$	2
Langsamer Walzer	$1,5Hz$	5 – 6
Quickstep / Foxtrott	$3,46Hz$	2
Tango	$2,2Hz$	4
Cha-Cha-Cha	$2,13Hz$	2
Rumba	$1,8Hz$	5 – 6
Samba	$1,73Hz$	2
Jive	$2,93Hz$	2
Paso Doble	$2,06Hz$	2

Tabelle 4.1: klassische Tänze

Kapitel 5

Böden für Tanz- und Sportaktivitäten

5.1 Problembeschreibung

Böden, die in diesem Kapitel beschrieben werden, befinden sich in Gebäuden, die sich in

- Tanzsälen, Konzertsälen ohne fix am Boden befestigte Sitzplätze oder Mehrzweckhallen, die ebenfalls für Tanzveranstaltungen genutzt werden können oder in
- Sporthallen, Gymnastikräumen oder anderen Räumen, die für Gymnastiktraining verwendet werden

befinden.

Die Ursachen für die Vibrationen sind:

- Im Fall von Tanzböden: Tänze unter anderen Walzer, Marsch, Tango, Polka, Rock and Roll, usw. Weiters kann rhythmisches Händeklatschen von einem stehenden Publikum oft kombiniert mit gleichzeitigem Springen (meistens bei Konzerten) große dynamische Kräfte auslösen.
- Im Fall von Sportböden meistens rhythmische Übungen wie zum Beispiel Springen, Seilspringen und Laufen. Diese Aktivitäten werden oft

von vielen Leuten gleichzeitig in einem bestimmten Rhythmus zur Musik und zu einem großen Anteil synchron ausgeführt. Also zum Beispiel Fitnesstraining, Jazzdance oder Aerobic. Diese Aktivitäten dauern in der Regel länger als 20 Sekunden. Daher können solche Übungen große dynamische Kräfte verursachen.

Die Grenzen zwischen den in diesem Kapitel beschriebenen Kategorien „Tanz“ und „Sport“ sind fließend. Einige Tänze können aufgrund ihres Tempos und den hüpfenden Bewegungen bereits nicht mehr in die Kategorie „Tanzen“ sondern schon unter „Sport“ eingeordnet werden.

5.2 Dynamische Bewegungen

Die dynamischen Kräfte, die durch Sportaktivitäten oder durch Tanzen verursacht werden, können sehr weit gestreut sein. Allerdings gibt es einige wichtige gemeinsame Eigenschaften. Bei den meisten Sportaktivitäten ist der Bodenkontakt der Füße temporär unterbrochen, was große rhythmische Stoßkräfte verursacht. Die beobachtete maximale Bewegungshäufigkeit liegt bei ungefähr 3,5 Hz und die Dichte der ausführenden Personen ist relativ gering. Auf der anderen Seite ist Tanzen dadurch charakterisiert, dass ein ständiger Bodenkontakt besteht. Daraus resultieren geringere Kräfte. Diese Bewegung kann man mit flottem Gehen vergleichen. Die beobachtete maximale Tanzrate liegt ungefähr bei 3,1 Hz and ist daher etwas kleiner als die maximale Bewegungshäufigkeit bei anderen sportlichen Aktivitäten. Allerdings kann die Dichte der Tänzer viel höher sein als bei Leuten, die andere Sportaktivitäten ausführen. Für das Design von einem Tanzboden kann die in der Tabelle G1 und G2 in [2] als Aktivität „Tanzen“ angeführte Tätigkeit als repräsentativ angenommen werden. Der relevante Bereich der Aktivität liegt bei 1,5 - 3,0 Hz. In Tabelle G2 in [2] ist die Dichte der Menschen für die dynamische Berechnung von Tanzböden angeführt (siehe Kapitel 4).

5.3 Strukturelle Kriterien

1. Eigenfrequenzen

Weitgespannte Sportböden, die nur auf statische Beanspruchung bemessen worden sind, haben häufig eine Eigenfrequenz von 4,5 bis 5,5 Hz. Solche Böden können zu starker Resonanz angeregt werden, besonders von der Frequenz der zweiten Oberschwingung der Kraftfunktion (z.B.: $2 \cdot 1,8$ Hz bis $2 \cdot 3,4$ Hz ergibt 3,6 Hz bis 6,8 Hz). Nicht so weit gespannte Sportböden mit einer Eigenfrequenz von 6 - 9 Hz können besonders zu Resonanzvibrationen durch die dritte, in extremen Fällen auch durch die vierte Oberschwingung der Kraftfunktion angeregt werden (z.B.: $3 \cdot 2,0$ Hz bis $3 \cdot 3,0$ Hz ergibt 6 Hz bis 9 Hz). Tanzböden können durch die zweite oder dritte, in Extremfällen auch vierte Oberschwingung angeregt werden.

2. Dämpfung

Bei Sport- und Tanzböden wird die Dämpfung der freiliegenden Struktur durch ausreichende Kontaktdämpfung, verursacht durch nichttragende Elemente, verstärkt. Aus Tabelle 1.2 in [2] wurde die in dieser Arbeit verwendete Dämpfung von $\xi = 0,025$ gewählt (reinforced concrete: min: 0,014; max: 0,035).

In ANSYS wird die Dämpfung durch Massedämpfung α und Materialdämpfung β eingegeben. Die Dämpfungsmatrix $[\mathbf{C}]$ schaut folgendermaßen aus:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (5.1)$$

α und β stehen in folgendem Verhältnis zueinander:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad \text{wobei } \omega_i = 2\pi f_i \quad (5.2)$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich durch Lösung eines Gleichungssystems mit zwei Variablen für $\xi_1 = \xi_2 = 0,025$ und $f_1 = 1,5$ Hz und $f_2 = 6$ Hz:

$$\alpha = 0,377$$

$$\beta = 0,00106$$

5.4 Effekte

Bei Tanz- oder Sportböden kann der Fall eintreten, dass Menschen, die sich in daneben oder darunter liegenden Räumen befinden, sich durch die auftretenden Vibrationen gestört fühlen, während die Menschen, die diese verursachen sie weder wahrnehmen noch sich von ihnen gestört fühlen. Im Fall von Tanzböden können Leute, die an Tischen sitzen, welche sich ebenfalls auf dem Tanzboden befinden, durch die Vibrationen gestört werden. Ähnlich gelagert ist die Situation bei Tanzvorführungen auf Bühnen, wenn sich davor ein sitzendes oder stehendes Publikum befindet. In Extremfällen können die Vibrationen dazu führen, dass die betroffenen Personen schnell den Raum verlassen. Im weiteren Verlauf könnte es auch zu einer Panik kommen. Weiters ist von großer Wichtigkeit, dass zusätzlich zu mechanischen Vibrationen, akustische Effekte wie zum Beispiel Nachhall oder das Scheppern von Equipment, ebenso der Eindruck von einer sich bewegenden Decke oder ebensolchen Wänden sehr beunruhigend sein können. Vibrationen, die durch Tanzen oder Sport verursacht werden, können auch die Gebrauchstauglichkeit von Gebäuden beeinträchtigen, da nicht tragende Elemente, wie zum Beispiel Decken, Außenhülle oder Fenster beschädigt werden können. Sicherheitsprobleme verursacht durch Ermüdung oder Überlastung in den tragenden Gebäudeteilen sind allerdings selten. Jedoch kann die Sicherheit durch von Vibrationen abgelösten herabfallenden Deckenelementen beeinträchtigt werden.

5.5 Einfache Konstruktionsregeln

Als erstes Kriterium sollte die Grundfrequenz der Sport- oder Tanzböden höher sein als die Obergrenze der Frequenz der zweiten Oberschwingung von der repräsentativen normalisierten dynamischen Kraft. Wenn man den Tanz mit der höchsten Frequenz betrachtet ergibt sich:

$$2 * 3,46Hz = 6,92Hz \quad (5.3)$$

Zusätzlich sollte als zweites Kriterium der große Energieinput, der von großen Gruppen von AthletenInnen oder TänzernInnen verursacht wird, die unterschiedlichen Werte der effektiven Steifigkeit, Masse und Dämpfung von verschiedenen Konstruktionsarten annähernd berücksichtigt werden. Zum Beispiel sind Stahlkonstruktionen unter derselben dynamischen Beanspruchung viel beweglicher als Betonkonstruktionen. Diese Kriterien führen zu folgenden Empfehlungen für die Untergrenzen von den Grundeigenfrequenzen der Böden (Tabelle 5.1) :

	Sportböden	Tanzböden
Stahlbeton	$f_1 > 7,5Hz$	$f_1 > 6,5Hz$
Vorgespannte Betonstrukturen	$f_1 > 8,0Hz$	$f_1 > 7,0Hz$
Verbundkonstruktionen	$f_1 > 8,5Hz$	$f_1 > 7,5Hz$
Stahlkonstruktionen	$f_1 > 9,0Hz$	$f_1 > 8,0Hz$

Tabelle 5.1: Obergrenzen für Sport- und Tanzböden[2]

5.6 Rhythmische Körperbewegungen

Rhythmische Körperbewegungen, die länger als 20 Sekunden durchgeführt werden, verursachen dynamische Kräfte, die nahezu periodisch auftreten. Diese können zu Vibrationen von Bauteilen führen. Solche Aktivitäten werden oft zu rhythmischer Musik ausgeführt, welche die Bewegungsabläufe der handelnden Personen noch stärker synchronisiert. Dabei nehmen die auftretenden dynamischen Kräfte fast linear mit der Anzahl der aktiven Personen zu.

Beispiele für Anregerfunktionen werden in den Abbildungen 5.1 und 5.2 dargestellt. Diese Beispiele zeigen, dass nicht nur die Erregerfrequenz selbst, sondern auch Vielfache der Erregerfrequenz von Bedeutung sein können.

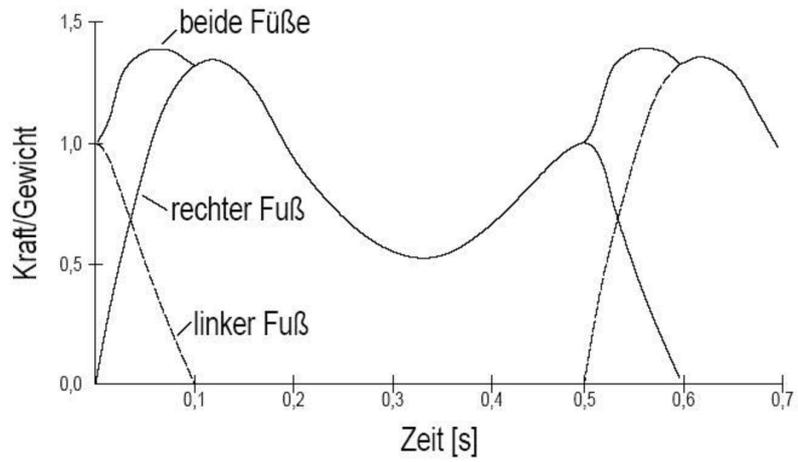


Abbildung 5.1: Erregerfunktion hervorgerufen durch Gehen mit einer Frequenz von 2 Hz[2]

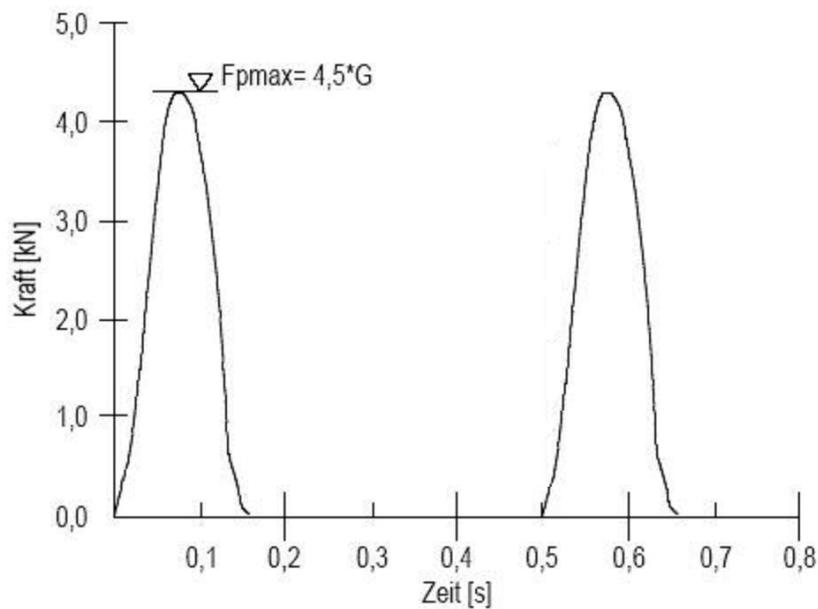


Abbildung 5.2: Erregerfunktion hervorgerufen durch beidfüßiges Springen am Stand mit einer Frequenz von 2 Hz[2]

Kapitel 6

Schwingungsoptimierung von einem Tanzboden

6.1 Modell

Im Rahmen dieser Diplomarbeit ist das Schwingungsverhalten von einem Tanzboden untersucht worden. Die Platte des Tanzbodens hat eine Länge von 27 Metern, eine Breite von 13 Metern und ist 0,20 Meter dick. Es wird Beton C30/37 und St 550 verwendet.

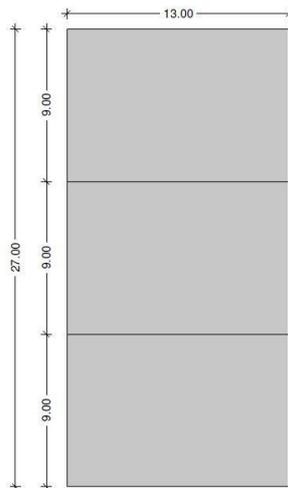


Abbildung 6.1: Angabe Masse

6.1.1 Lagerung

Die Platte wird an ihren Rändern durch gelenkige Auflager vertikal (in Z Richtung) gehalten. Weiters wird sie jeweils auf einer Breitseite und einer Längsseite punktweise durch Auflager in X Richtung und in Y Richtung gehalten. Zusätzlich wird sie noch durch Balken in einem Abstand von 9 Metern unterstützt. Für die Berechnung wurde eine steife Lagerung angenommen. Es handelt sich daher um eine dreifeldrige Platte (siehe Abbildung 6.2).

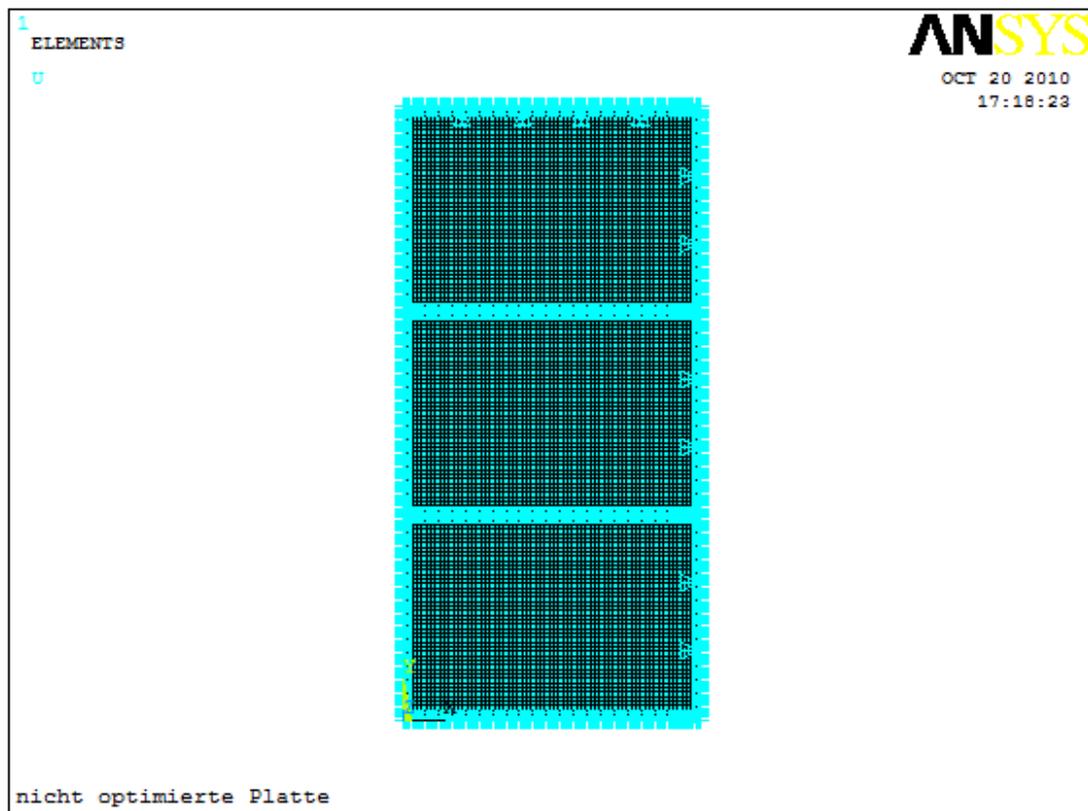


Abbildung 6.2: Angabe Lagerung

6.1.2 Eingangsparameter

Die folgenden Parameter wurden zur Berechnung der Platte verwendet (6.1 bis 6.1 aus [9] und 6.4 aus [2]) :

$$E = 3.3 * 10^{10} N/m^2 \quad (6.1)$$

$$\nu = 0.2 \quad (6.2)$$

$$Dichte \quad \rho = 2500 kg/m^3 \quad (6.3)$$

$$D\u00e4mpfung \quad \xi = 2,5\% \text{ (aus Kapitel 5.3)} \quad (6.4)$$

6.2 Berechnungen mit ANSYS

Die Berechnungen wurden mit dem Computerprogramm ANSYS durchgef\u00fchrt. F\u00fcr die Platte wurde das Element SHELL93 verwendet und die Auflager an den Knoten definiert.

6.2.1 Eigenmodes der nicht optimierten Platte

Als erster Schritt wurden die fünf ersten Eigenmodes der nicht optimierten Platte ermittelt.



Abbildung 6.3: Eigenmode 1 nicht optimierte Platte

	Eigenfrequenz
Eigenmode1	6,108Hz
Eigenmode2	7,033Hz
Eigenmode3	9,155Hz
Eigenmode4	12,039Hz
Eigenmode5	12,647Hz

Tabelle 6.1: Eigenfrequenzen nicht optimierte Platte

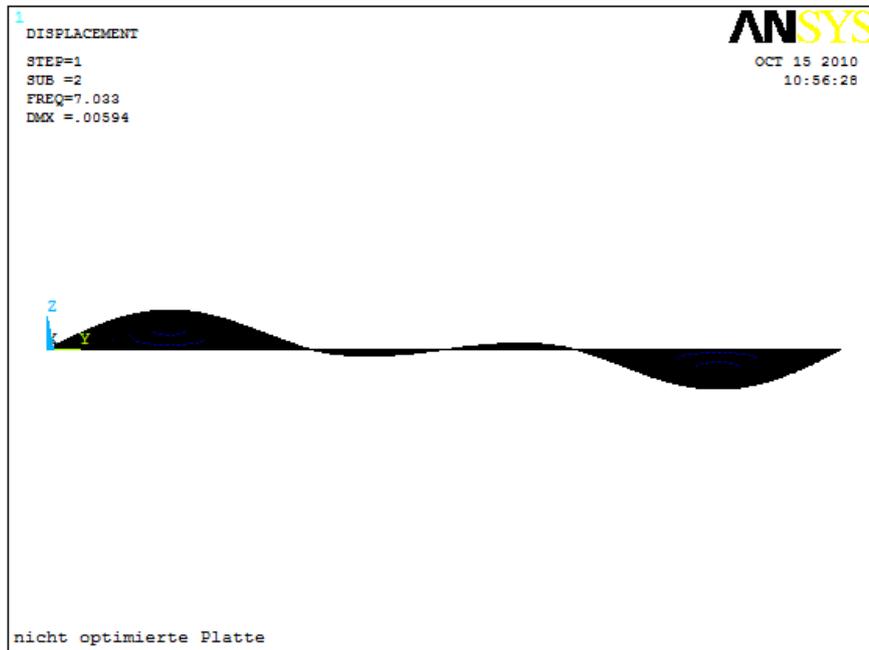


Abbildung 6.4: Eigenmode 2 nicht optimierte Platte

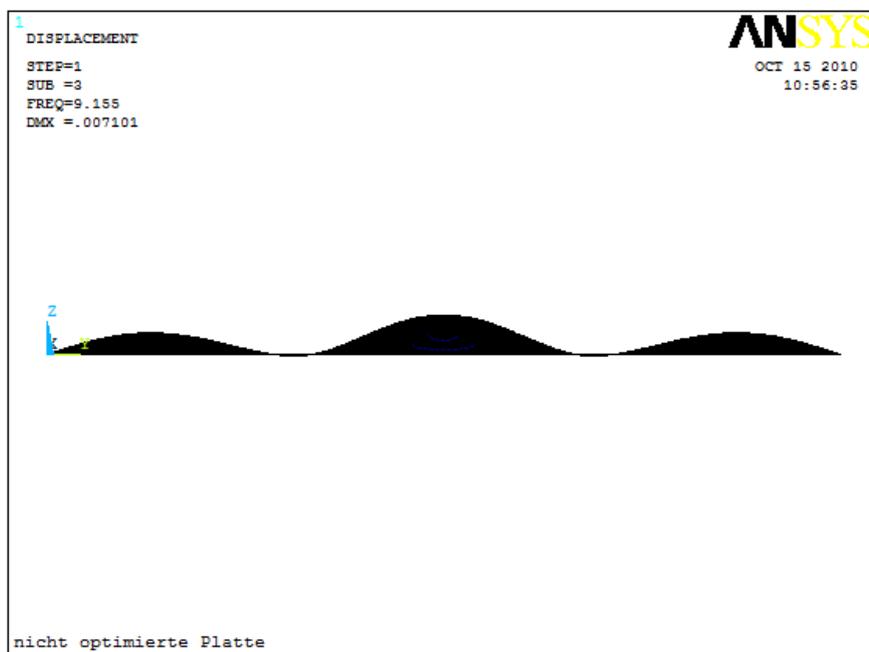


Abbildung 6.5: Eigenmode 3 nicht optimierte Platte

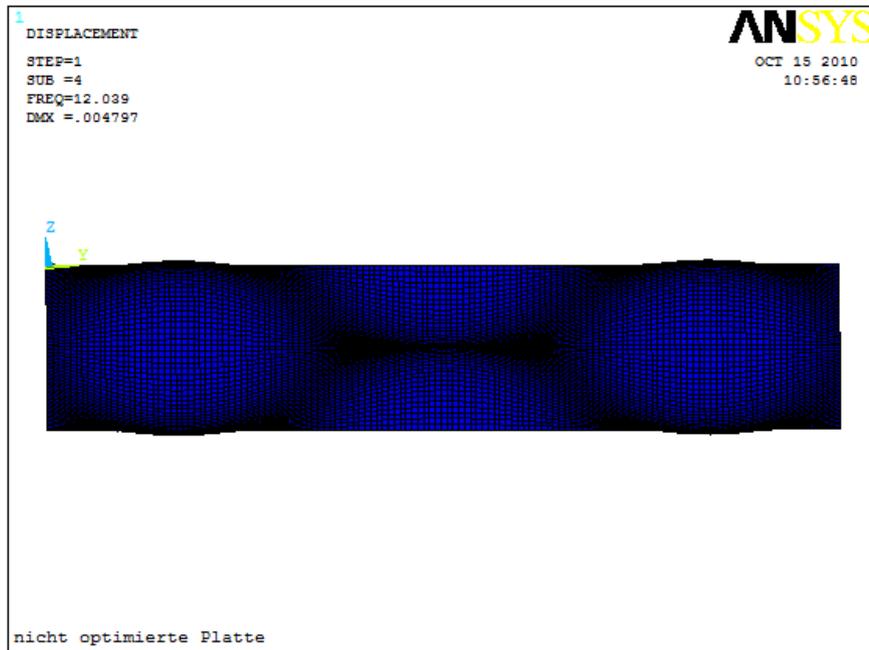


Abbildung 6.6: Eigenmode 4 nicht optimierte Platte

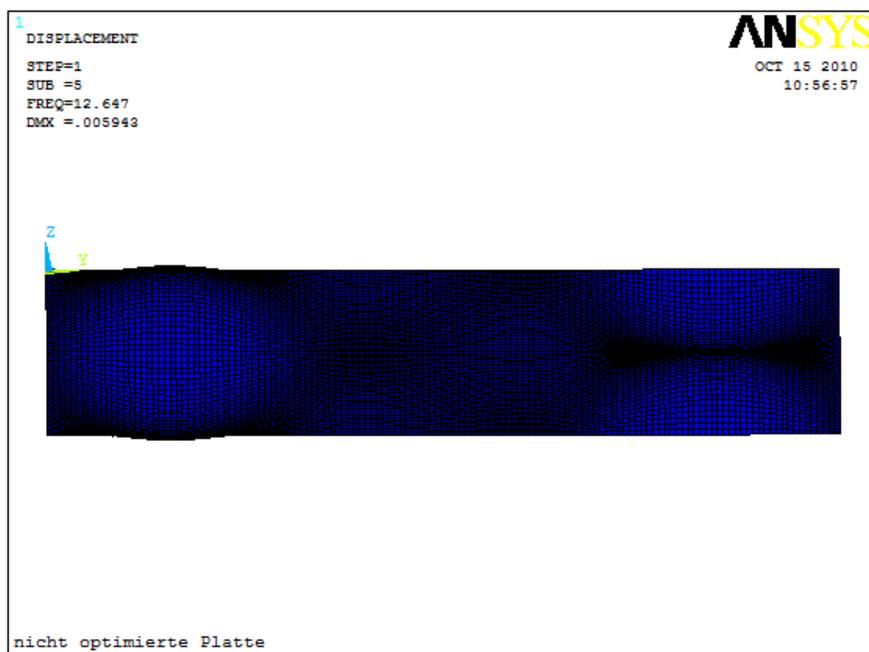


Abbildung 6.7: Eigenmode 5 nicht optimierte Platte

6.2.2 Topologieoptimierung

Als nächster Schritt wurde die Platte mit Hilfe von ANSYS optimiert. Das Optimierungsproblem wurde folgendermaßen definiert (siehe auch Kapitel 2):

$$f_1 = \text{maximum bezüglich } \eta_i \quad (6.5)$$

für

$$0 < \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (6.6)$$

$$V \leq V_0 - V^* \quad (6.7)$$

dabei bedeuten:

η_i : Dichte, die sich auf jedes Finite Element (i) bezieht

N: Anzahl der Elemente

f_1 : erste Eigenfrequenz

V: errechnetes Volumen

V_0 : ursprüngliches Volumen

V^* : Material, das entfernt wird

Als Zielfunktion wurde die Eigenfrequenz gewählt und die Dichtereduktion auf 50 Prozent gesetzt. Es wurden 100 Iterationen mit einer Konvergenz von 0.001 durchgeführt. Die Optimierung konvergierte nach der 12. Iteration.

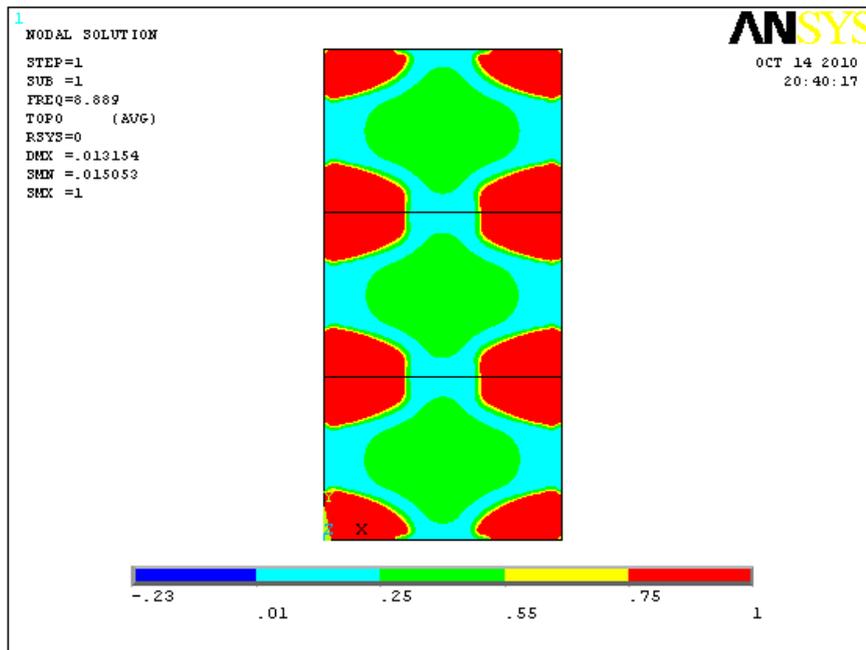


Abbildung 6.8: Ergebnis Topologieoptimierung
 (die unterschiedlichen Farben stellen die verschiedenen Dichten dar)

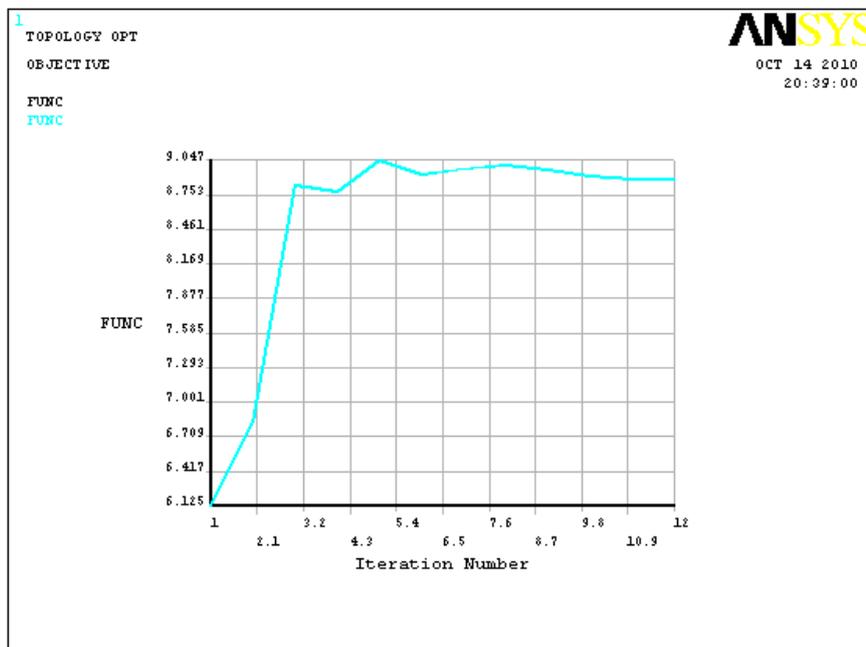


Abbildung 6.9: Verlauf der Iteration

6.2.3 Ergebnisanalyse

Danach wurde in ANSYS ein Modell der optimierten Platte auf Basis der Topologieoptimierung gestaltet und untersucht. Aus technologischen Gründen ist die Modellierung gekrümmter Linien nicht möglich beziehungsweise nicht wirtschaftlich. Es ist zu erkennen, dass sich die Eigenfrequenzen deutlich erhöht haben und über 6,92Hz beziehungsweise 6,5Hz liegen. Aus theoretischer Sicht war die Optimierung des Tanzbodens also erfolgreich.

Anmerkung zu Abbildung 6.10 : rote Bereiche $\rho = 2500\text{kg/m}^3$ (100%), gelbe Bereiche $\rho = 1250\text{kg/m}^3$ (50%),blaue Bereiche $\rho = 250\text{kg/m}^3$ (10%)

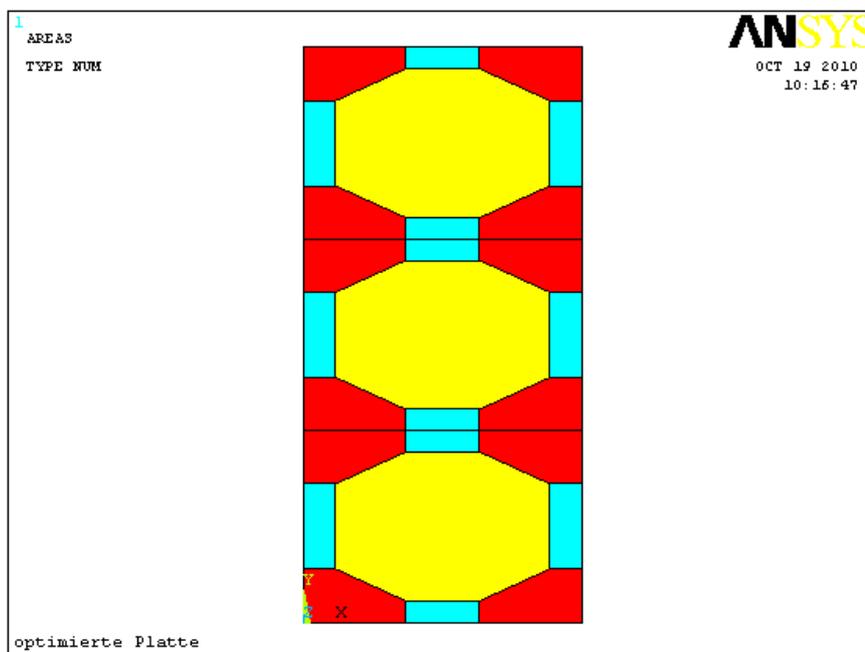


Abbildung 6.10: ANSYS Modell der optimierten Platte

	optimiert	nicht optimiert
Eigenmode1	8,543Hz	6,108Hz
Eigenmode2	9,844Hz	7,033Hz
Eigenmode3	12,856Hz	9,155Hz
Eigenmode4	16,555Hz	12,039Hz
Eigenmode5	17,436Hz	12,647Hz

Tabelle 6.2: Eigenfrequenzen im Vergleich

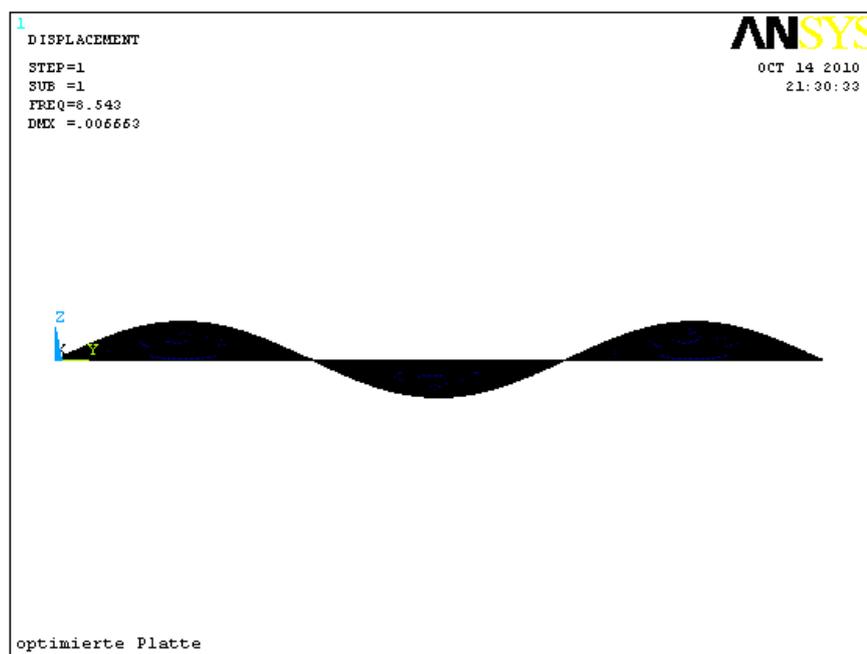


Abbildung 6.11: Eigenmode 1 der optimierten Platte

Aus Abbildung 6.11 bis 6.15 ist zu erkennen, dass sich das Schwingungsverhalten im Vergleich zur nicht optimierten Platte prinzipiell nicht verändert hat.

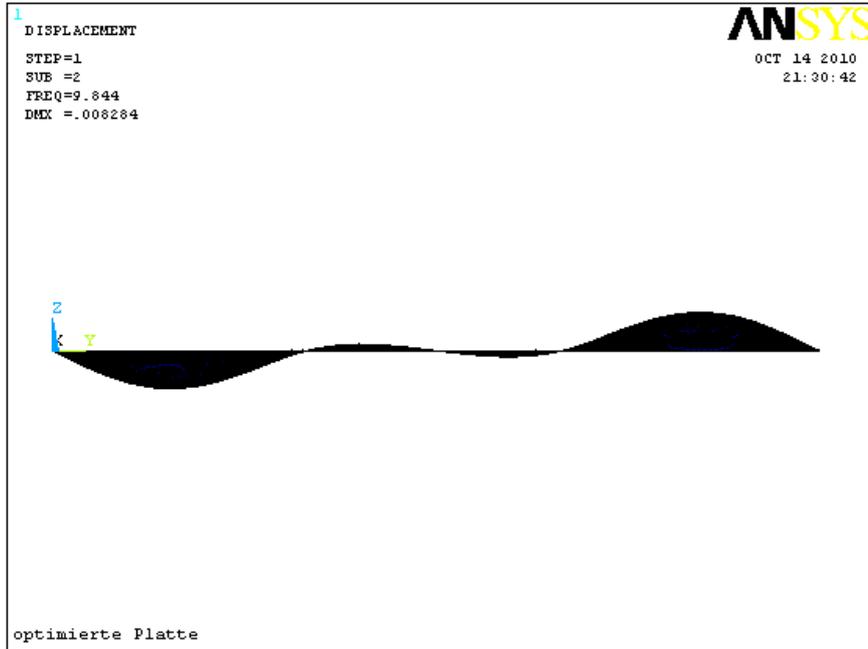


Abbildung 6.12: Eigenmode 2 der optimierten Platte

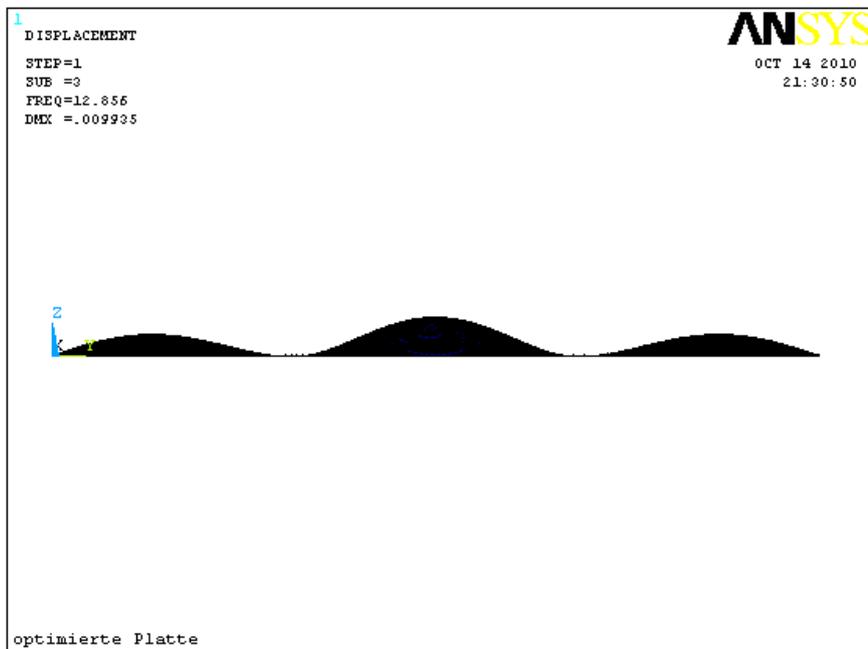


Abbildung 6.13: Eigenmode 3 der optimierten Platte

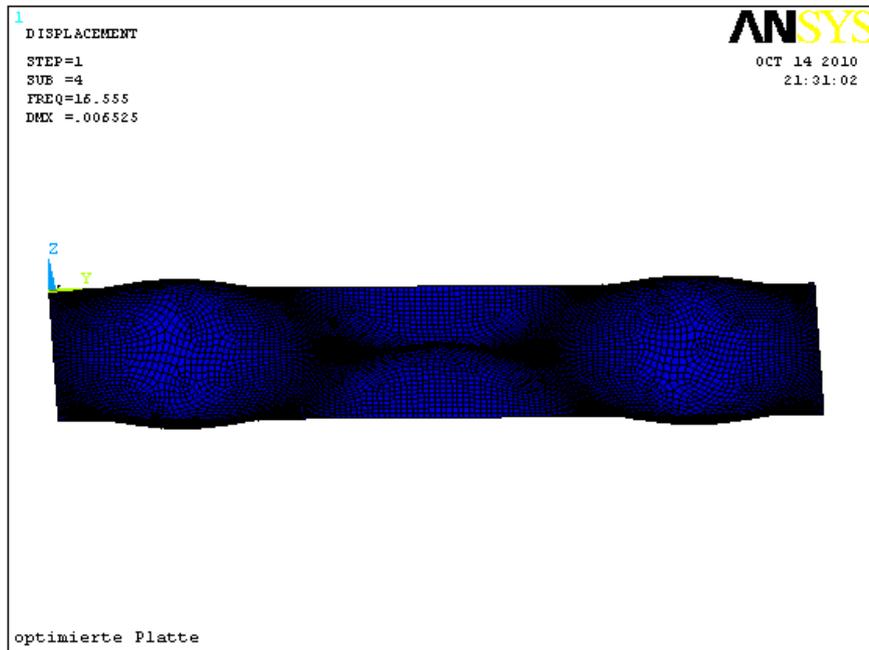


Abbildung 6.14: Eigenmode 4 der optimierten Platte

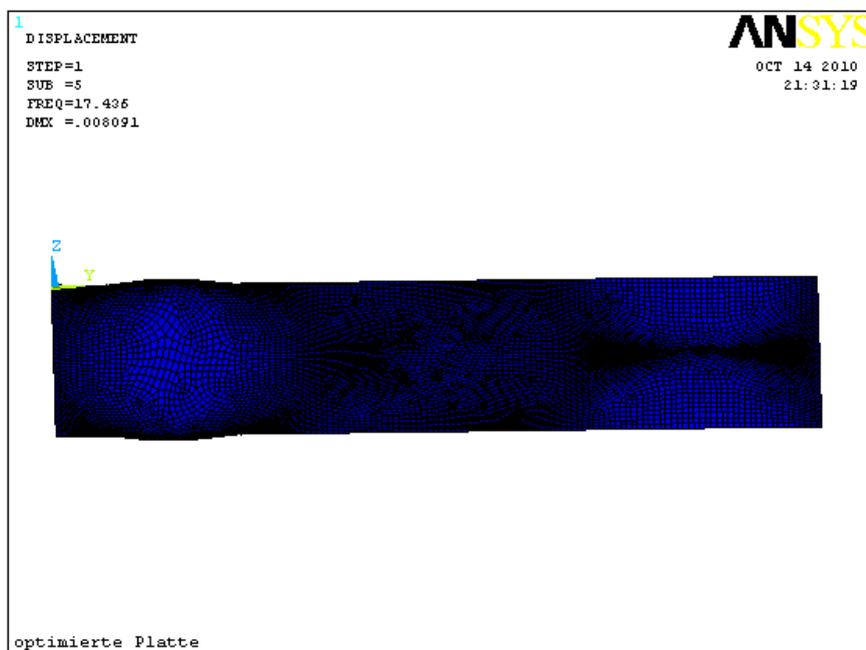


Abbildung 6.15: Eigenmode 5 der optimierten Platte

Kapitel 7

Entwurf - Praktische Realisierung

Die Überlegung bestand darin, welche Möglichkeiten es gibt in der Betonplatte Bereiche von unterschiedlichen Dichten herzustellen. Die Entscheidung ist auf Hohlkörperdecken gefallen, da dieses System mittlerweile relativ häufig in der Praxis zur Gewichtsreduktion angewendet wird.

7.1 Hohlkörperdecken

Hohlkörperdecken werden normalerweise zur Gewichtsreduktion und Materialersparnis eingesetzt. Bei der Untersuchung wurde auf Unterlagen von der Firma Cobiax zurückgegriffen [7]. Im Folgenden werden einige Illustrationen der Hohlkörper dargestellt.

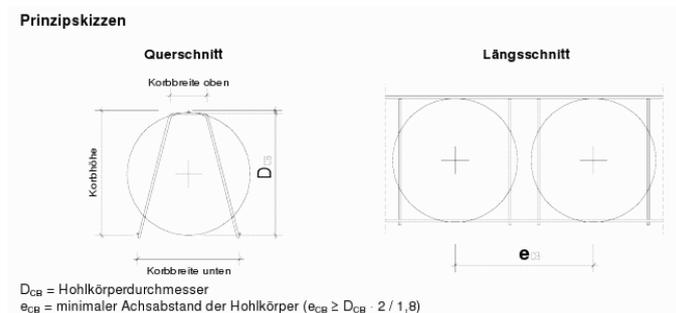


Abbildung 7.1: cobiax Eco-Line

3D-Illustration – cobiax Eco-Line Korbmodul

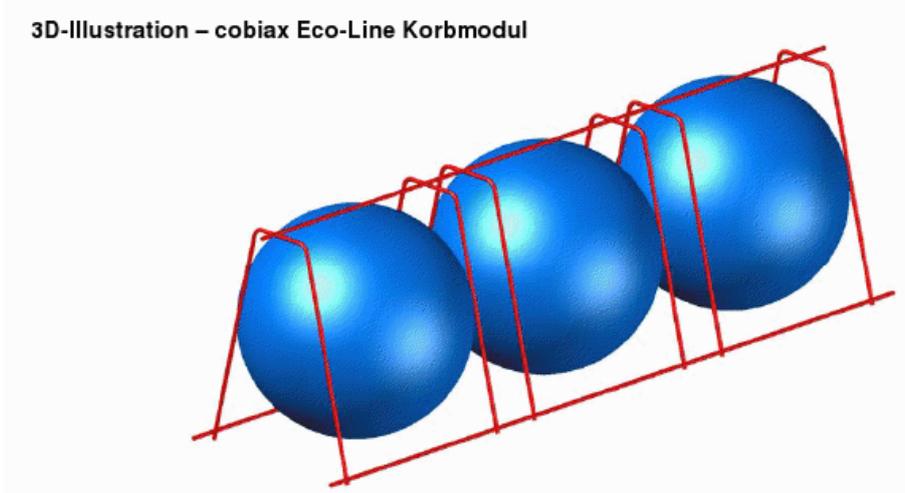


Abbildung 7.2: 3D Illustration Eco-Line

Durch diese Technologie ergeben sich, herkömmlich verwendet, bereits einige Vorteile. Große Spannweiten können ohne Mühe überbrückt werden und durch die Biaxialität ergibt sich für den/die PlanerIn große Planungsfreiheit, da diese Technologie bei beliebigen Grundrissen und Auflagerungen angewendet werden kann. Durch die Betoneinsparung und Bewehrungseinsparung, sowie durch Reduzierung der lastabtragenden Bauteile ergibt sich eine hohe Ressourcen- und damit verbunden auch Kosteneffizienz. Die vorgefertigten Cobiax-Korbmodule lassen sich flexibel auf der unteren Bewehrung vor Ort einbauen.

Prinzipskizzen

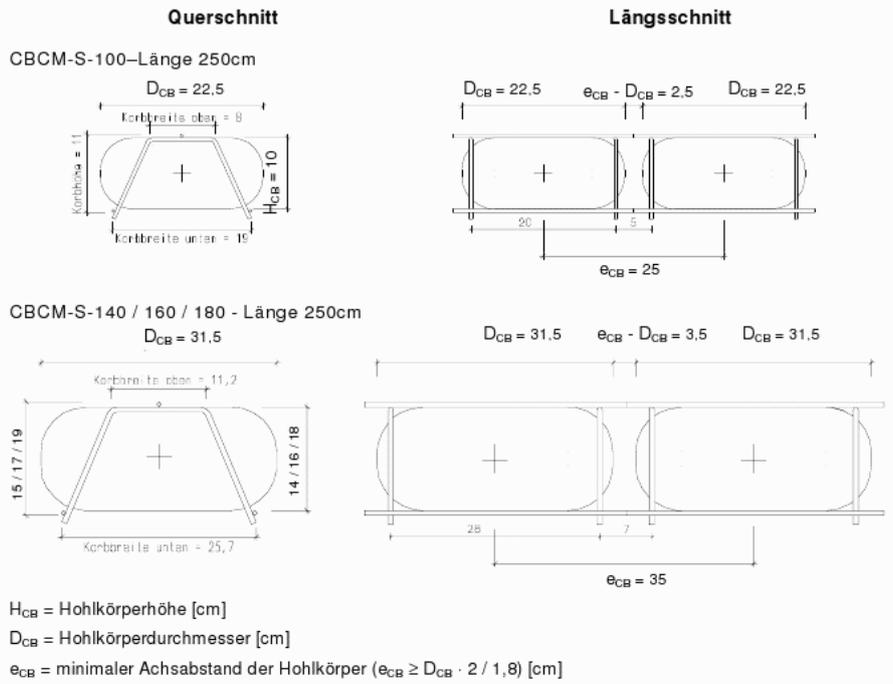


Abbildung 7.3: cobiax Slim-Line

3D-Illustration – cobiax Slim-Line Korbmodul

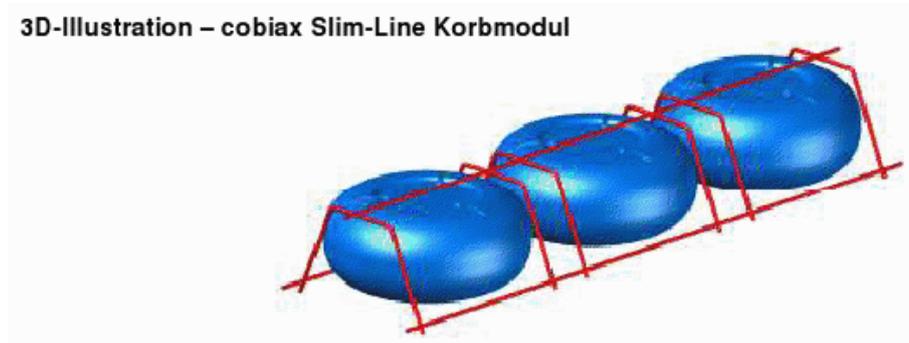


Abbildung 7.4: 3D Illustration Slim-Line

7.2 Grundlagen der Realisierung

Aufgrund der Maße des Tanzbodens (Dicke=0,20 m) kommt für die Realisierung nur die cobiax Slim-Line in Frage. In Abbildung 7.5 werden die Produktdaten der cobiax Slim-Line aufgeführt. Wegen den geometrischen Randbedingungen kommt für die Anwendung wohl nur das Produkt CBCM-S-100 in Frage. Es kann also mit dieser Methode eine Dichtereduktion auf 74% der ursprünglichen Dichte erreicht werden. Zuerst bestand die Überlegung, die Teile, die auf Abbildung 6.10 blau dargestellt sind, mit dem Produkt CBMC-S-140 auszustatten, das laut Abbildung 7.5 ohnehin nicht von der Firma Cobiax für eine Plattendicke von 20cm empfohlen wird. Weiters ändert sich laut einer Berechnung mit ANSYS die Durchbiegung bei Verwendung der größeren Kugeln um weniger als 1%.

Laut cobiax dürfen die Hohlkörper nur in jenen Bereichen eingesetzt werden,

Bezeichnung	CBCM	S-100	S-140	E-180	E-225	E-270	E-315	E-360	E-405	E-450
Hohlkörperhöhe	[cm]	10,0	14,0	18,0	22,5	27,0	31,5	36,0	40,5	45,0
Mindestdeckenstärke*	[cm]	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0
Unterstützungshöhe	[cm]	11,0	15,0	18,5	23,0	27,5	32,0	36,5	41,0	45,5
Minimaler Achsabstand	[cm]	25,0	35,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0
Max. Hohlkörperanzahl	[1/m ²]	16,00	8,16	25,00	16,00	11,11	8,16	5,25	4,94	4,00
Max. Lastreduktion	[kN/m ²]	1,30	1,84	1,91	2,39	2,86	3,34	3,82	4,29	4,77
Max. Betoneinsparung	[m ³ /m ²]	0,052	0,074	0,076	0,095	0,115	0,134	0,153	0,172	0,191
Steifigkeitsfaktor	[-]	0,95	0,93	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,90	0,89
Querkraftfaktor	[-]	0,50	0,50	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
CO ₂ Reduzierung	[t/m ²]	0,011	0,016	0,016	0,020	0,024	0,028	0,032	0,036	0,040

* der Querschnittsaufbau ist hinsichtlich Betondeckungen und den Bewehrungslagen zu überprüfen

Abbildung 7.5: Produktdaten Slim-Line [6]

in denen 55% der Querkrafttragfähigkeit einer Massivdecke nicht überschritten werden. Im konkreten Fall würde das bedeuten:

$$V_{Rd,ct} = [0,1 * \eta_1 * \kappa * (100 * \rho * f_{ck})^{1/3} - 0,12 * \sigma_{cd}] * b_w * d \quad (7.1)$$

$$\eta = 1 \quad (7.2)$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{200/d} = 1 + \sqrt{200/180} = 2,05 \leq 2 \quad (7.3)$$

$$d = 17cm \quad (7.4)$$

$$b_w = 100cm \quad (7.5)$$

$$\sigma_{cd} = N_{Ed}/A_c = 0 \quad (7.6)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w * d} \leq \frac{15,40}{100 * 17} = 0,0092 \leq 0,02 \quad (7.7)$$

$$V_{Rd,ct} = [0,1 * 1 * 2 * (100 * 0,0092 * 30)^{1/3} - 0] * 1 * 0,17 = 101,42kN/m \quad (7.8)$$

$$V_{Rd,ct,Cobiax} = 0,55 * V_{Rd,ct} = 55,78kN/m \quad (7.9)$$

In den Bereichen der Platte, in denen die Querkraft 55,78 kN übersteigt dürfen also keine Hohlkörper zum Einsatz kommen.

Lastaufstellung:

Für den Fußbodenaufbau wurde auf Material der Firma Harlequin zurückgegriffen, wobei das Produkt Harlequin ACTIVITY mit PVC-Belag[8] verwendet wurde. Der Plattenaufbau besteht von der obersten zur untersten Lage aus: PVC-Belag, obere Schicht semi-flexibler Platten, untere Schicht semi-flexibler Platten, feuchtigkeitsabweisende Unterlage und PU-Zellschaumlage (Fußbodenaufbau insgesamt: 19,5kg/m²), Stahlbetonplatte flügelgeglättet.

	<i>kN/m²</i>	SF	Gesamt
Ständige Lasten			
Fußbodenaufbau 195/1000	0.195	1.35	0.263
Stahlbeton 0.2 * 25	5.0	1.35	6.75
Veränderliche Lasten			
Nutzlast	5.0	1.5	7.5
Summe			14.513

Tabelle 7.1: Lastaufstellung

In der Abbildung 7.6 werden diese Bereiche rot bzw. blau dargestellt.

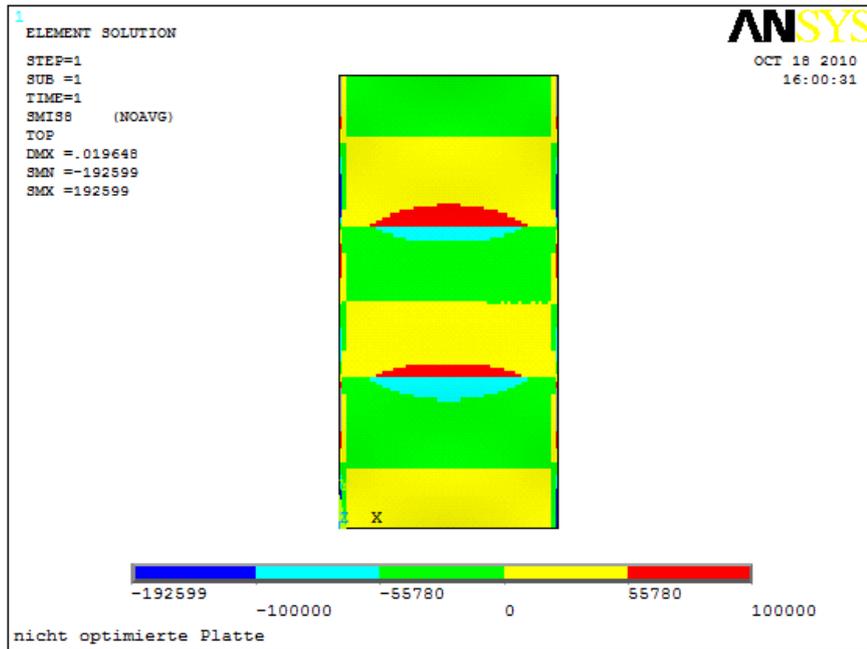


Abbildung 7.6: Querkräfte

Die rot und blau markierten Bereiche zeigen jene Regionen an, in denen die zulässige Querkraft für den Einsatz der Hohlkörper überschritten wird. Die roten und blauen Punkte am Rand sind wegen ihres geringen Randabstandes vernachlässigbar.

Erklärung zu allen folgenden ANSYS Ergebnisausdrucken:

SMN: auftretender Minimalwert der Schnittgröße in N

SMX: auftretender Maximalwert der Schnittgröße in N

DMX: Maximale Durchbiegung in m

7.3 Entwurfsmodell

Aufgrund der im Kapitel 7.2 genannten Tatsachen ist das Modell wie in Abbildung 7.7 entwickelt worden. Die roten Bereiche werden ohne Hohlkörper ausgeführt und in den gelben Bereichen werden Hohlkörper des Typs CBCM-S-100 der Firma cobiax eingefügt.

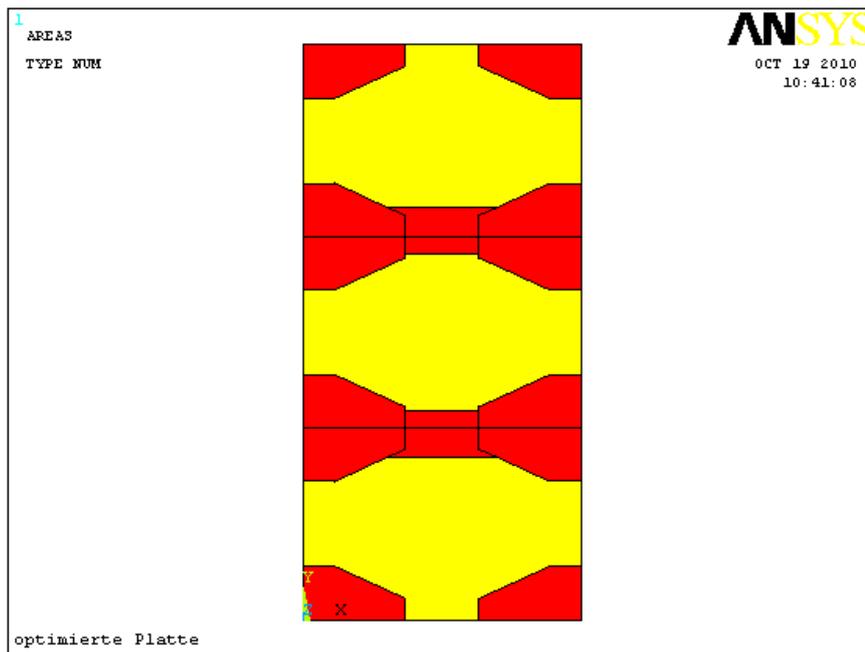


Abbildung 7.7: realisierbares Modell

roter Bereich: Stahlbeton

gelber Bereich: Stahlbeton mit Hohlkörpern

7.4 Bemessung

Die Bemessung des Stahlbetons erfolgt nach [5] und [9].

7.4.1 Ermittlung der erforderlichen Bewehrung

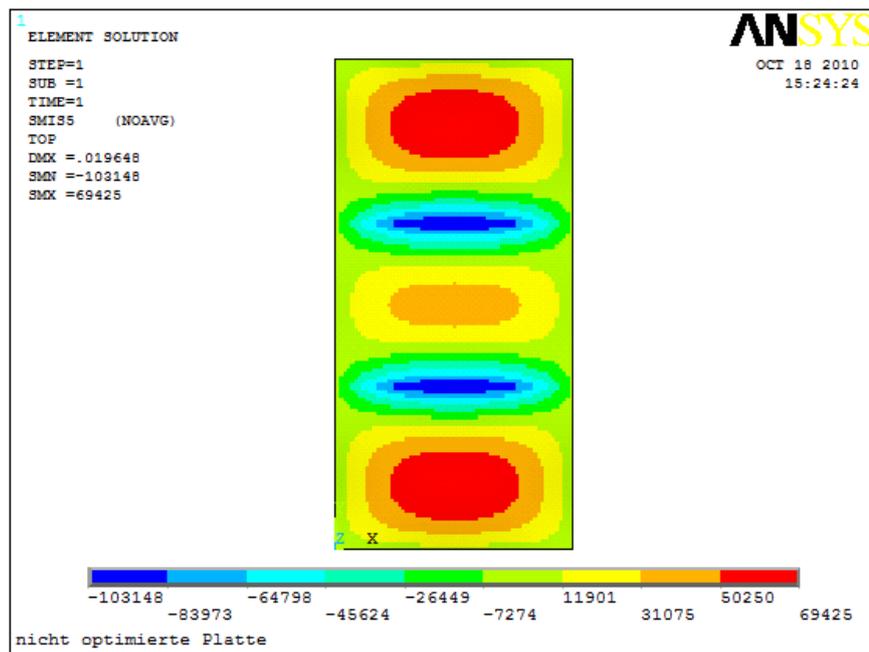


Abbildung 7.8: Schnittgrößen Moment Vollast
(Skala in Nm)

Da:

$$\mu_{Eds} = m_{Ed} * D_{CB} * 1,96 / (d^3 * f_{ck}) = 0,079 * 0,1 * 1,96 / ((0,168)^3 * 30) = 0,11 \leq 0,2 \quad (7.10)$$

wobei:

μ_{Eds} = bezogenes Biegemoment im Kugelbereich

m_{Ed} = maximales Biegemoment im Kugelbereich

D_{cb} = Hohlkörperdurchmesser

d = statische Höhe der coaxial Flächendecke

f_{ck} = charakteristische Festigkeit

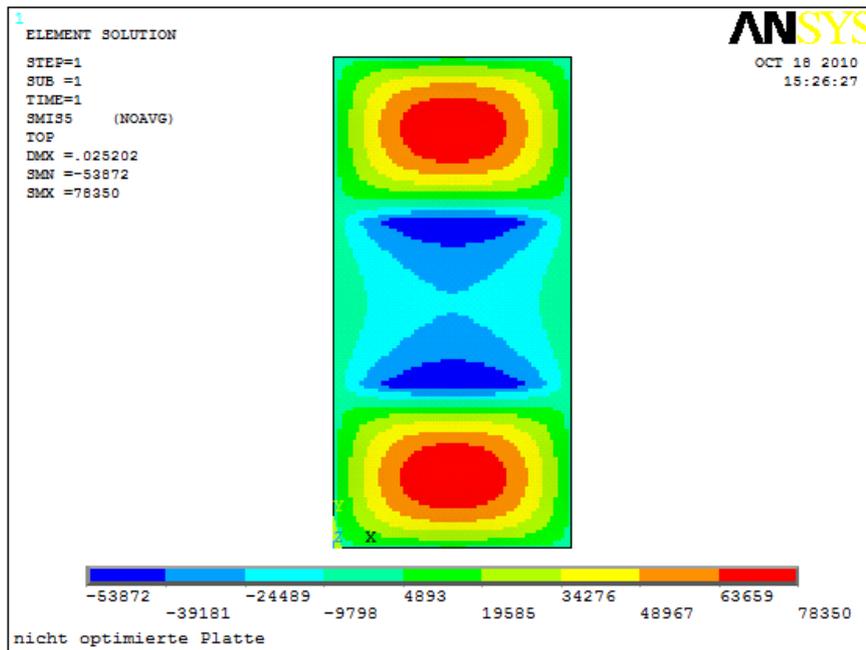


Abbildung 7.9: Schnittgrößen Moment Randflächen belastet

kann die Bemessung mit herkömmlichen Bemessungsmethoden für den Rechteckquerschnitt durchgeführt werden.

Parameter für die Bemessung:

M_{SF} Moment Feldmitte: 0.07835 MNm

M_{SL} Moment Lager: 0.10315 MNm

$d=0.17\text{m}$

Beton: C30/37

$f_{cd} = 20.0\text{N/mm}^2$

Stahl: BSt 550

$f_{yd} = 478.3\text{N/mm}^2$

$b=1\text{m}$

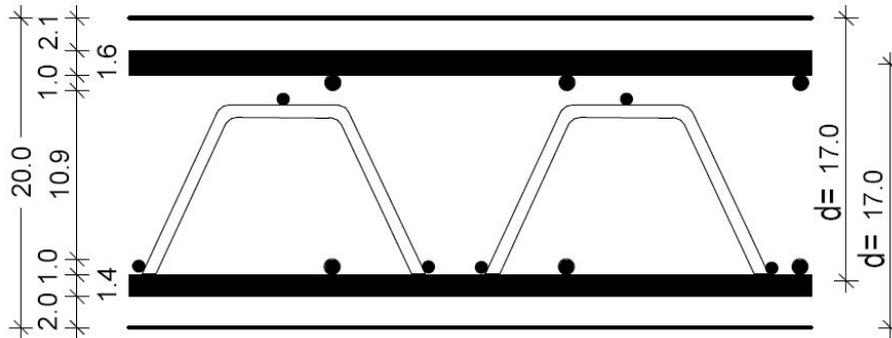


Abbildung 7.10: Plattenquerschnitt

Bemessung Tragfähigkeit: Bemessung am Auflager:

$$x = 1.202 * (d - \sqrt{d^2 - \frac{2.055 * M_{SL}}{b * f_{cd}}}) = 0.04236m \quad (7.11)$$

$$x_{lim} = \frac{700 * d}{f_{yd} + 700} = 0.09980m \quad (7.12)$$

$$0 \leq x \leq x_{lim} \quad (7.13)$$

$$F_{cd} = 0.8095 * x * b * f_{cd} = 0.6858MN \quad (7.14)$$

$$A_{S1} = \frac{F_{cd} - N}{\sigma_{S1}} = 14,34cm^2/m \quad (7.15)$$

Bemessung in Feldmitte:

$$x = 1.202 * (d - \sqrt{d^2 - \frac{2.055 * M_{SF}}{b * f_{cd}}}) = 0.03121m \quad (7.16)$$

$$x_{lim} = \frac{700 * d}{f_{yd} + 700} = 0.09980m \quad (7.17)$$

$$0 \leq x \leq x_{lim} \quad (7.18)$$

$$F_{cd} = 0.8095 * x * b * f_{cd} = 0.5053MN \quad (7.19)$$

$$A_{S1} = \frac{F_{cd} - N}{\sigma_{S1}} = 10,56cm^2/m \quad (7.20)$$

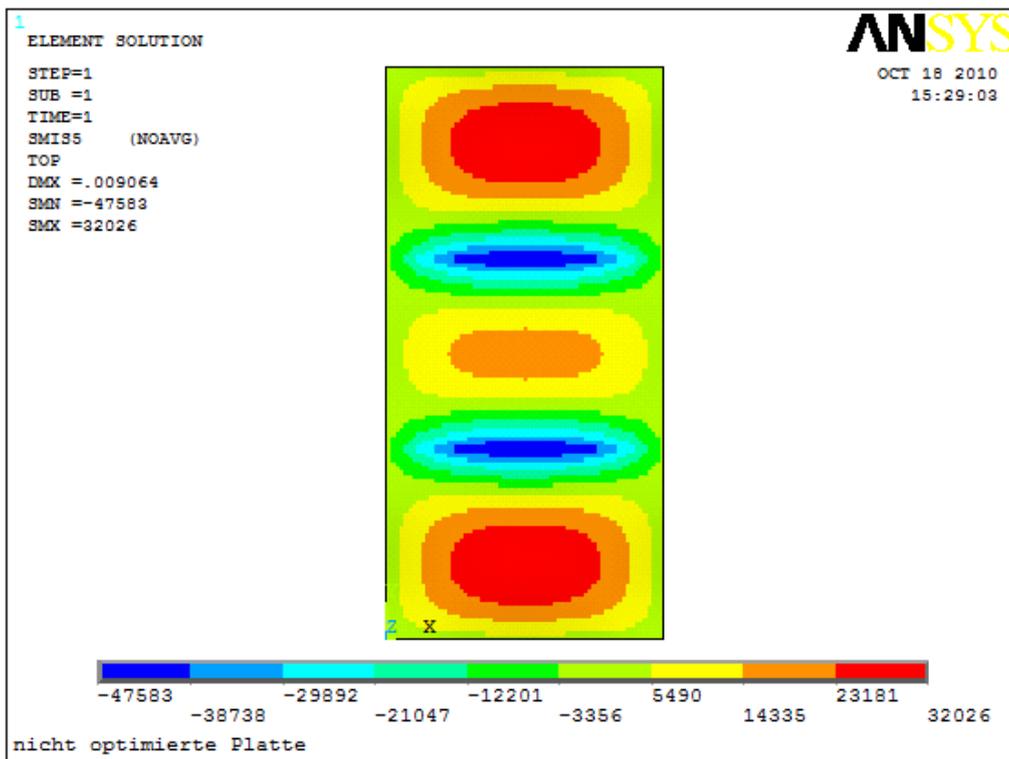


Abbildung 7.11: Moment aus quasi-ständigen Einwirkungen gemäß EC.

Querkraftbemessung

$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$A_{\text{st\u00fctze}} = 15,18 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$C_{Rd,c} = 0,12$$

$$f_d = 30,00 \text{ N/mm}^2$$

$$k = \sqrt{\frac{200}{d}} = 3,5 \leq 2,0$$

$$\rho_I = \frac{A_{s1}}{b_w d} = 0,009 \leq 0,02$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{2/3} f_{ck}^{1/2} = 0,54$$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_I f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d = 120,16 \text{ kN}$$

mindestens

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d = 90,01 \text{ kN}$$

maßgebend: **120,16 kN**

Abbildung 7.12: Querkraftbemessung

Berechnung des Maximalwertes, für den keine Querkraftbewehrung notwendig ist.

(Fortsetzung Abbildung 7.13)

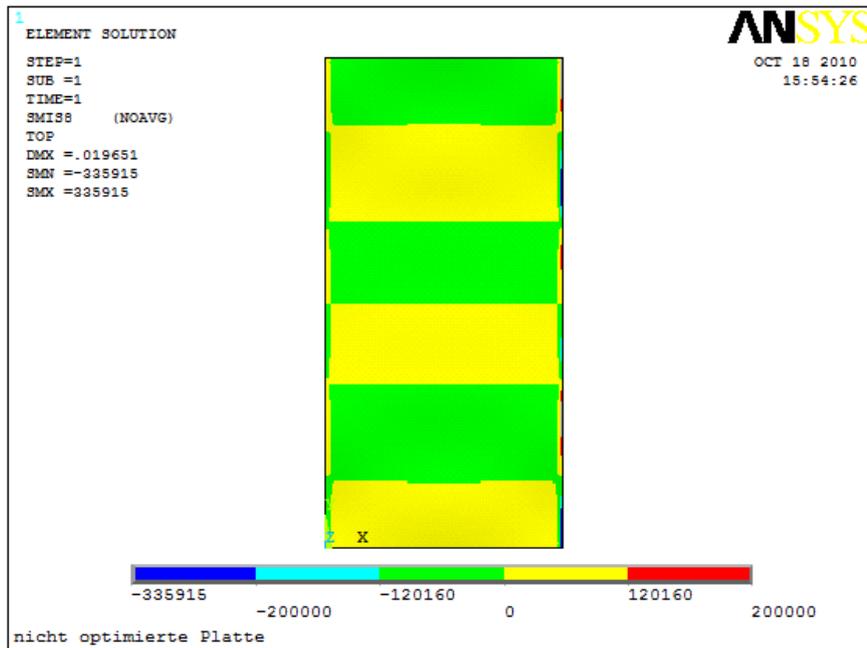


Abbildung 7.13: Querkräfte

In dieser Abbildung ist zu sehen, dass an keiner für die Querkraftbemessung relevanten Stelle (Abstand zum Rand: $d +$ die Hälfte einer in diesem Beispiel nicht näher definierten Wanddicke; da $d=0,17$ m liegt der für die Bemessung relevante Bereich jedenfalls nicht im Bereich der ersten Elementreihe ($0,10$ m), wo sich rote und blaue Punkte befinden) $V_{Rd,c}$ überschritten wird, da nur gelbe und grüne Bereiche, in denen für die Querkraft gilt: $V_{Rd,c} \geq Q \geq -V_{Rd,c}$ abgebildet werden. Es ist daher **keine Querkraftbewehrung erforderlich**. (Anmerkung: die Berechnung der Querkräfte wurde mit einer Elementgröße von $0,1$ m durchgeführt. Die größeren Werte unter SMN und SMX sind auf lokale Spitzen durch die FEM Berechnung zurückzuführen).

Gebrauchstauglichkeit Platte bei Zwischenlager(Spannungen, Risse)

Materialkennwerte:

Beton	C30/37	Stahl	BSt 550
$f_{ck} =$	30,00 N/mm ²	$f_{yk} =$	550,00 N/mm ²
$f_{cm} =$	38,00 N/mm ²	$E_s =$	200000,00 N/mm ²
$f_{ctm} =$	2,90 N/mm ²		
$E_{cm} =$	33000,00 N/mm ²		

Endkriechzahl 2,5

Querschnittsangaben

Plattendicke: 0,20 m
 Betondeckung oben 0,021 m

Hauptbewehrung oben Ø16/10 20,01 cm²/m
 Querbewehrung oben Ø10/15 4,71 cm²/m

Bewehrungsschwerpunkt obere Bewehrung von Oberseite:
 0,034 m

d= 0,17 m

Feldlänge 9,00 m
 Breite 1,00 m

Schnittgrößen

charakteristische Einwirkungen

q= 10,195 kN/m

M_s= -72,46 kNm

Ausrundung:

Auflagerkraft: 135,00 kN

Auflagerbreite: 0,30 m

ΔM= 5,06 kN F*t/8

M₀= -67,40 kNm

quasi-ständige Einwirkung

q= 6,695 kN/m

M_{2Stütze}= -47,58 kNm

Ermittlung der Querschnittswerte und Biegesteifigkeiten

Zustand I Kurzzeit

$\alpha_s =$	6,06	$\frac{E_s}{E_{cm}}$
$x_I(t_0) =$	10,38 cm	$\frac{\sum A * x_s}{\sum A}$
$I_I(t_0) =$	71647,30 cm ⁴	$\frac{b * h^3}{12} + b * h * (x_I(t_0) - \frac{h}{2})^2 + \alpha_s * A_s * (d - x_I(t_0))^2$
$B_I(t_0) =$	23,64 MNm ²	$E_{cm} * I_I(t_0)$

Zustand I Langzeit

$E_{cm,eff} =$	9428,57 N/mm ²	$\frac{E_{cm}}{(1 + \varphi(\infty, t_0))}$
$\alpha_{s,eff} =$	21,21	$\frac{E_{cm,eff}}{E_s}$
$x_I(\infty, t_0) =$	11,16 cm	$\frac{E_{cm,eff} \sum A * x_s}{\sum A}$
$I_I(\infty, t_0) =$	81918,96 cm ⁴	$\frac{b * h^3}{12} + b * h * (x_I(\infty, t_0) - \frac{h}{2})^2 + \alpha_{s,eff} * A_s * (d - x_I(\infty, t_0))^2$
$B_I(\infty, t_0) =$	7,72 MNm ²	$E_{cm,eff} * I_I(\infty, t_0)$

Reiner Zustand II Kurzzeit

$\rho_s =$	0,01205	$\frac{A_{s1}}{b * d}$
$\zeta(t_0) =$	0,32	$-\alpha_s * \rho_s + \sqrt{(\alpha_s * \rho_s)^2 + 2 * \alpha_s * \rho_s}$
$x_{II}(t_0) =$	5,25 cm	$d * \zeta(t_0)$
$z_{II}(t_0) =$	14,85 cm	$d - x_{II}(t_0) / 3$
$I_{II}(t_0) =$	20446,09 cm ⁴	$b * \frac{x_{II}(t_0)^3}{3} + A_{s1} * \alpha_s * (d - x_{II}(t_0))^2$
$B_{II}(t_0) =$	6,75 MNm ²	$E_{cm} * I_{II}(t_0)$

Reiner Zustand II Langzeit

$\zeta(t_0, \infty) =$	0,50376	$-\alpha_{s,eff} * \rho_s + \sqrt{(\alpha_{s,eff} * \rho_s)^2 + 2 * \alpha_{s,eff} * \rho_s}$
$x_{II}(t_0, \infty) =$	8,36 cm	$d * \zeta(\infty, t_0)$
$z_{II}(t_0, \infty) =$	13,81 cm	$d - x_{II}(\infty, t_0) / 3$
$I_{II}(t_0, \infty) =$	27722,01 cm ⁴	$b * \frac{x_{II}(\infty, t_0)^3}{3} + A_{s1} * \alpha_s * (d - x_{II}(\infty, t_0))^2$
$B_{II}(t_0, \infty) =$	9,15 MNm ²	$E_{cm} * I_{II}(\infty, t_0)$

Ermittlung des Rissmoments

$$M_{r,cr} = \left(f_{ct,eff} - \frac{N}{A_f} \right) * \frac{I_f(t_0)}{h - x_f(t_0)}$$

$M_{r,cr} = 21,59 \text{ kNm}$

Begrenzung der Spannung für die quasi-ständige Einwirkung $\sigma_c \leq 0,45 * f_{ct}$

$$\sigma_c(t_0) = - \frac{M_2}{b * d^2 * \left(\frac{\zeta(t_0)}{2} + \left(1 - \frac{\zeta(t_0)}{3} \right) \right)}$$

$\sigma_c(t_0) = 12,21 \text{ N/mm}^2 < 13,50 \text{ N/mm}^2$ Nachweis erfüllt!

Begrenzung der Spannung für die charakteristische Einwirkung $\sigma_c \leq 0,60 * f_{ct}$

$$\sigma_c(t_0) = - \frac{M_0}{b * d^2 * \left(\frac{\zeta(t_0)}{2} + \left(1 - \frac{\zeta(t_0)}{3} \right) \right)}$$

$\sigma_c(t_0) = 17,30 \text{ N/mm}^2 < 18,00 \text{ N/mm}^2$ Nachweis erfüllt!

Begrenzung der Betonstahlspannung für die charakteristische Einwirkung $\sigma_s \leq 0,80 * f_{ct}$

$$\sigma_s(t_0) = -\sigma_c(t_0) * \alpha_s * \left(\frac{1}{\zeta(t_0)} - 1 \right)$$

$\sigma_s(t_0) = 226,80 \text{ N/mm}^2 < 440,00 \text{ N/mm}^2$ Nachweis erfüllt!

**Rissbreite
direkte Berechnung**

Expositionsklasse XC1 max $w_k = 0,4 \text{ mm}$

ohne Berücksichtigung von Kriechen

$\sigma_c(t_0) = 12,21 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_s(t_0) = 226,80 \text{ N/mm}^2$

$k_1 = 0,4$

$h_{c,eff} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,085 \text{ m } 2,5 * (h-d) \\ 0,049 \text{ m } (h-x_{f1}(t_0))/3 \\ 0,100 \text{ m } h/2 \end{array} \right. \min = 0,049 \text{ m}$

$\rho_{s,eff} = 0,0407$

$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,000956299 > 0,000680393$

$$\frac{\sigma_s}{E_s} - k_1 * \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{s,eff} * E_s} * (1 + \alpha_s * \rho_{s,eff}) \geq 0,6 * \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$S_{r,max} = 0,11 < 0,35$

$$\frac{\sigma_s * \varnothing_s}{3,6 * \rho_{s,eff}} \leq \frac{\sigma_s * \varnothing_s}{3,6 * f_{ct,eff}}$$

$w_k = S_{r,max} * (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$

$w_k = 0,10 \text{ mm} < 0,4 \text{ mm}$ Nachweis erfüllt!

mit Berücksichtigung von Kriechen

$$\sigma_c(\infty, t_0) = - \frac{M_2}{b * d^2 * \frac{\zeta(\infty, t_0)}{\gamma} * (1 - \frac{\zeta(\infty, t_0)}{\beta})} = 8,24$$

$$\sigma_s(\infty, t_0) = -\sigma_c(\infty, t_0) * \alpha_s * (\frac{1}{\zeta(\infty, t_0)} - 1) = 172,16$$

$$k_1 = 0,4$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,000595231 > 0,000516479$$

$$\frac{\sigma_s}{E_s} - k_1 * \frac{f_{tr,eff}}{\rho_{s,eff} * E_s} * (1 + \alpha_s * \rho_{s,eff}) \geq 0,6 * \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$s_{r,max} = 0,11 < 0,26$$

$$w_k = s_{r,max} * (s_{sm} - s_{cm})$$

$$w_k = 0,14 \text{ mm} < 0,4 \text{ mm Nachweis erfüllt!}$$

Gebrauchstauglichkeit Platte Feldmitte (Durchbiegung)

Materialkennwerte:

Beton	C30/37	Stahl	BSt 550
$f_{ck} =$	30,00 N/mm ²	$f_{yk} =$	550,00 N/mm ²
$f_{cm} =$	38,00 N/mm ²	$E_s =$	200000,00 N/mm ²
$f_{ctm} =$	2,90 N/mm ²		
$E_{cm} =$	33000,00 N/mm ²		

Endkriechzahl 2,5

Querschnittsangaben

Plattendicke: 0,20 m
Betondeckung unten 0,02 m

Hauptbewehrung unten $\varnothing 14/10$ 15,40 cm²/m
Querbewehrung unten $\varnothing 10/15$ 4,71 cm²/m

Bewehrungsschwerpunkt unter Bewehrung von Unterseite:
0,032 m

d= 0,168 m

Feldlänge 9,00 m
Breite 1,00 m

Schnittgrößen

quasi-ständige Einwirkung

q= 6,695 kN/m
 $M_{2\text{Feldmitte}} =$ 32,03 kNm

Ermittlung der Querschnittswerte und Biegesteifigkeiten

Zustand I Kurzzeit

$\alpha_s =$	6,06	$\frac{E_s}{E_{cm}}$
$x_I(t_0) =$	10,30 cm	$\frac{\sum A * x_s}{\sum A}$
$I_I(t_0) =$	70789,98 cm ⁴	$\frac{b * h^3}{12} + b * h * (x_I(t_0) - \frac{h}{2})^2 + \alpha_s * A_s * (d - x_I(t_0))^2$
$B_I(t_0) =$	23,36 MNm ²	$E_{cm} * I_I(t_0)$

Zustand I Langzeit

$E_{cm,eff} =$	9428,57 N/mm ²	$\frac{E_{cm}}{(1 + \varphi(\infty, t_0))}$
$\alpha_{s,eff} =$	21,21	$\frac{E_{s,eff}}{\sum A * x_s}$
$x_I(\infty, t_0) =$	10,95 cm	$\frac{\sum A * x_s}{\sum A}$
$I_I(\infty, t_0) =$	79650,96 cm ⁴	$\frac{b * h^3}{12} + b * h * (x_I(\infty, t_0) - \frac{h}{2})^2 + \alpha_s * A_s * (d - x_I(\infty, t_0))^2$
$B_I(\infty, t_0) =$	7,51 MNm ²	$E_{cm,eff} * I_I(\infty, t_0)$

Reiner Zustand II Kurzzeit

$\rho_s =$	0,00917	$\frac{A_{s1}}{b * d}$
$\zeta(t_0) =$	0,28	$-\alpha_s + \rho_s + \sqrt{(\alpha_s + \rho_s)^2 + 2 * \alpha_s * \rho_s}$
$x_{II}(t_0) =$	4,74 cm	$d * \zeta(t_0)$
$z_{II}(t_0) =$	15,22 cm	$\frac{d - x_{II}(t_0)}{3}$
$I_{II}(t_0) =$	17124,61 cm ⁴	$b * \frac{x_{II}(t_0)^3}{3} + A_{s1} * \alpha_s * (d - x_{II}(t_0))^2$
$B_{II}(t_0) =$	5,65 MNm ²	$E_{cm} * I_{II}(t_0)$

Reiner Zustand II Langzeit

$\zeta(t_0, \infty) =$	0,45878	$-\alpha_{s,eff} * \rho_s + \sqrt{(\alpha_{s,eff} * \rho_s)^2 + 2 * \alpha_{s,eff} * \rho_s}$
$x_{II}(t_0, \infty) =$	7,71 cm	$d * \zeta(\infty, t_0)$
$z_{II}(t_0, \infty) =$	14,23 cm	$\frac{d - x_{II}(\infty, t_0)}{3}$
$I_{II}(t_0, \infty) =$	42268,97 cm ⁴	$b * \frac{x_{II}(\infty, t_0)^3}{3} + A_{s1} * \alpha_s * (d - x_{II}(\infty, t_0))^2$
$B_{II}(t_0, \infty) =$	3,99 MNm ²	$E_{cm} * I_{II}(\infty, t_0)$

Ermittlung des Rissmoments

$$M_r = \left(f_{ct,eff} - \frac{N}{A_I} \right) * \frac{I_I(t_0)}{h - x_I(t_0)}$$

$M_r = 21,17 \text{ kNm}$

Direkte Berechnung der Durchbiegung

β	1	
ζ	0,56	$1 - \beta * \left(\frac{M_r}{M_{2Feldmitte}} \right)$
$w_I(t_0) =$	0,0093 m	$\frac{1}{12} * \frac{M_2}{B_I(t_0)} * l^2$
$w_{II}(t_0) =$	0,0383 m	$\frac{1}{12} * \frac{M_2}{B_{II}(t_0)} * l^2$
$w(t_0) =$	0,0256 m	$\zeta * w_{II}(t_0) + (1 - \zeta) * w_I(t_0)$
$w(t_0) =$	0,0056 m <	0,0360 m =l/250
		Nachweis erfüllt!

β	0,5	
ζ	0,78	$1 - \beta * \left(\frac{M_r}{M_{2Feldmitte}} \right)$
$w_I(\infty, t_0) =$	0,0288 m	$\frac{1}{12} * \frac{M_2}{B_I(\infty, t_0)} * l^2$
$w_{II}(\infty, t_0) =$	0,0542 m	$\frac{1}{12} * \frac{M_2}{B_{II}(\infty, t_0)} * l^2$
$w(\infty, t_0) =$	0,0487 m	$\zeta * w_{II}(\infty, t_0) + (1 - \zeta) * w_I(\infty, t_0)$
$w(\infty, t_0) =$	0,0287 m <	0,0360 m =l/250
		Nachweis erfüllt!

Überhöhung $w_{max} < l/250$ 0,02

Durch die Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit und die Tragfähigkeit ergibt sich folgende Bewehrung:

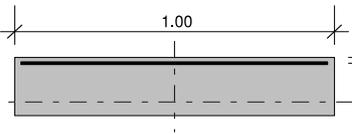
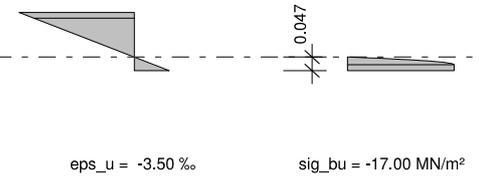
obere Lage: $\Phi 16/10 = 20.01 \text{cm}^2/\text{m}$

untere Lage: $\Phi 14/10 = 15.40 \text{cm}^2/\text{m}$

Querbewehrung: $\Phi 10/15 = 5.24 \text{cm}^2/\text{m}$

Vergleichsrechnung mit ConDim

Um die berechneten Ergebnisse zu Überprüfen wurde eine Vergleichsrechnung mit dem Betonbemessungsprogramm ConDim durchgeführt. Die Resultate stimmen bis auf kleine Abweichungen, die auf unterschiedliche Berechnungsmethoden zurückzuführen sind, überein.

Stefan Schmeiser		Projekt: Diplomarbeit	Seite:
		Abschnitt:	
BETONBEMESSUNG mit ConDim™ V 5.5.2			
Bauteil:	Decke	Bemessungsschnittgrößen:	
Position:	Lager	M _d =	-103.15 kNm
Norm:	EC 2	N _d =	0.00 kN
Beton:	C30/37	Q _d =	0.00 kN
Bewehrung:	BSt 550	T _d =	0.00 kNm
		Druck negativ !	
Querschnitt	Maße in [m]	Dehnungen	Betonspannungen
As _o = 13.43 cm ²		eps _o = 11.50 ‰ eps _{so} = 10.00 ‰	
			
		eps _u = -3.50 ‰	sig _{bu} = -17.00 MN/m ²
Maßgebende Längsbewehrung:		As _o = 20.11 cm ²	
Material- und Querschnittswerte			
E-Modul Beton:	E _c =	32000	MN/m ²
E-Modul Bewehrung:	E _s =	200000	MN/m ²
Bemessungswert der Betondruckfestigkeit:	f _{cd} =	17.0	MN/m ²
Bemessungswert der Streckgrenze Bewehrung:	f _{yd} =	478	MN/m ²
Fläche Betonquerschnitt:	A _c =	0.2000	m ²
Eigengewicht pro Meter Länge:	g ₁ =	5.0000	kN/m
Trägheitsmoment Betonquerschnitt:	I _c =	0.000667	m ⁴
Schwerpunktsabstand Betonquerschnitt unten:	y _{su} =	0.100	m
Biegesteifigkeit Betonquerschnitt:	EI _c =	21.3333	MN×m ²
Bemessung für Biegung und Längskraft			
Maximales Bemessungsmoment:	max M _d =		-163.09 kNm
Erforderliche Bewehrung:	erf As _o =		13.43 cm ²
Mindestbewehrung:	min As _o =		2.70 cm ²
Maximalbewehrung:	max As _o =		80.00 cm ²
Gewählte Bewehrung:	vorh As _o =		20.11 cm ²
			(ø16/10)
Stahldehnung:	eps _{so} =		10.00 ‰
Randdehnung:	eps _u =	-3.50 ‰	eps _o = 11.50 ‰
Datei: D:\Uni\Diplomarbeit\Dokumente\Topologieoptimierung\condimlager.c			

© Thomas Lorenz, Graz

Stefan Schmeiser	Projekt: Diplomarbeit	Seite:
	Abschnitt:	
Rissebeschränkung für Lastbeanspruchung		
Berechnung nach EC 2 / 4.4.2.3		
Gebrauchslasten:	M = -67.40 kNm	N = 0.00 kN
Bewehrung:	As_u = 0.00 cm ²	As_o = 20.11 cm ²
Dauerlastanteil:	p_d/p = 1.00	
Stahlspannung:	σ_s = 208 MN / m ²	
Zugzonenhöhe (Zustand 1):	h_t = 0.100 m	
Entweder Grenzdurchmesser am Biegezugrand : (für Rißbreite w_k = 0.30 mm)		d_sg = 24 mm
oder Höchstwert der Stababstände :		s_max = 241 mm
Rissebeschränkung für Zwangsbeanspruchung		
Berechnung nach EC 2 / 4.4.2.2		
Zwangsbeanspruchung:	Biegezwang, Zug oben	
Rißbreite:	w_k = 0.30 mm	
Grenzdurchmesser für vorhandene Bewehrung oben	As_o = 20.11 cm ² :	d_sg = 36 mm
	oben: ø 36 / 50.5 cm	
Mindestbewehrung für vorhandenen Stabdurchmesser	d_s = 16 mm:	minAs_o = 3.07 cm ²
	oben: ø 16 / 65.0 cm	
Datei: D:\Uni\1\Diplomarbeit\Dokumente\Topologieoptimierung\condimlager.c		

© Thomas Lorenz, Graz

Stefan Schmeiser		Projekt: Diplomarbeit	Seite:
		Abschnitt:	
BETONBEMESSUNG mit ConDim™ V 5.5.2			
Bauteil:	Decke	Bemessungsschnittgrößen:	Gebrauchsschnittgrößen:
Position:	Feldmitte	M _d = 109.69 kNm	M = 78.35 kNm
Norm:	EC 2	N _d = 0.00 kN	N = 0.00 kN
Beton:	C30/37	Q _d = 0.00 kN	Q = 0.00 kN
Bewehrung:	BSt 550	T _d = 0.00 kNm	T = 0.00 kNm
	Druck negativ !		
	Lastsicherheit: $\gamma_f = 1.40$		
Querschnitt	Maße in [m]	Dehnungen	Betonspannungen
<p>As_u = 14.40 cm²</p>		eps _o = -3.50 ‰	sig _{bo} = -17.00 MN/m ²
		eps _{su} = 9.09 ‰	eps _u = 10.49 ‰
Maßgebende Längsbewehrung:		As _u =	15.39 cm ²
Material- und Querschnittswerte			
E-Modul Beton:	E _c =	32000	MN/m ²
E-Modul Bewehrung:	E _s =	200000	MN/m ²
Bemessungswert der Betondruckfestigkeit:	f _{cd} =	17.0	MN/m ²
Bemessungswert der Streckgrenze Bewehrung:	f _{yd} =	478	MN/m ²
Fläche Betonquerschnitt:	A _c =	0.2000	m ²
Eigengewicht pro Meter Länge:	g ₁ =	5.0000	kN/m
Trägheitsmoment Betonquerschnitt:	I _c =	0.000667	m ⁴
Schwerpunktsabstand Betonquerschnitt unten:	y _{su} =	0.100	m
Trägheitsmoment Verbundquerschnitt:	I _v =	0.000716	m ⁴
Biegesteifigkeit Betonquerschnitt:	EI _c =	21.3333	MN×m ²
Biegesteifigkeit im Zustand I (Verbundquerschnitt):	B _I =	22.9238	MN×m ²
Biegesteifigkeit im Zustand II (Gebrauchszustand):	B _{II} =	6.5376	MN×m ²
Bemessung für Biegung und Längskraft			
Maximales Gebrauchsmoment (ohne Sicherheit):	M _{max} =	116.49	kNm
Erforderliche Bewehrung:	erf As _u =	14.40	cm ²
Mindestbewehrung:	min As _u =	2.70	cm ²
Maximalbewehrung:	max As _u =	80.00	cm ²
Gewählte Bewehrung:	vorh As _u =	15.39	cm ²
	($\varnothing 14/10$)		
Stahldehnung:	eps _{su} =	9.09 ‰	
Randdehnung:	eps _u =	10.49 ‰	eps _o = -3.50 ‰
Datei: D:\Uni\Diplomarbeit\Dokumente\Topologieoptimierung\condimfm.c			

© Thomas Lorenz, Graz

Stefan Schmeiser	Projekt: Diplomarbeit	Seite:
	Abschnitt:	
Durchbiegungsberechnung		
Gebrauchslasten:	M = 32.03 kNm N = 0.00 kN	Kriechzahl: phi = 2.50 Stützweite: L = 9.00 m
Bewehrung:	As_o = 0.00 cm ² As_u = 15.39 cm ²	Dauerlastanteil: p_d/p = 1.000 Rißmoment: M_r = 21.44 kNm
Das System ist ein Durchlaufträger-Randfeld unter Gleichlast, Bemessungsort Feldmitte.		
Kurzzeit:	Dauerlasten: w_p_d = 2.02 cm = L / 445 = 2.218 × w_p_d (1) Gesamtlast: w_p = 2.02 cm = L / 445 = 2.218 × w_p (1) Verkehrslast: dw_q = 0.00 cm	
Langzeit:	Dauerlasten: w_p_d = 3.96 cm = L / 227 = 4.344 × w_p_d (1) Gesamtlast: w_p = 3.96 cm = L / 227 = 4.344 × w_p (1)	
Rissebeschränkung für Lastbeanspruchung		
Berechnung nach EC 2 / 4.4.2.3		
Gebrauchslasten:	M = 32.03 kNm	N = 0.00 kN
Bewehrung:	As_u = 15.39 cm ²	As_o = 0.00 cm ²
Dauerlastanteil:	p_d/p = 1.00	
Stahlspannung:	σ_s = 127 MN / m ²	
Zugzonenhöhe (Zustand 1):	h_t = 0.100 m	
Entweder Grenzdurchmesser am Biegezugrand : (für Rißbreite w_k = 0.30 mm)		d_sg = 32 mm
oder Höchstwert der Stababstände :		s_max = 300 mm
Rissebeschränkung für Zwangsbeanspruchung		
Berechnung nach EC 2 / 4.4.2.2		
Zwangsbeanspruchung:	Biegezwang, Zug unten	
Rißbreite:	w_k = 0.30 mm	
Grenzdurchmesser für vorhandene Bewehrung unten	As_u = 15.39 cm ² : unten: ø 36 / 66.0 cm	d_sg = 36 mm
Mindestbewehrung für vorhandenen Stabdurchmesser	d_s = 14 mm : unten: ø 14 / 52.5 cm	minAs_u = 2.91 cm ²
Datei: D:\Uni\Diplomarbeit\Dokumente\Topologieoptimierung\condimfm.c		

© Thomas Lorenz, Graz

Stefan Schmeiser		Projekt: Diplomarbeit	Seite:
		Abschnitt:	
BETONBEMESSUNG mit ConDim™ V 5.5.2			
Bauteil:	Decke	Bemessungsschnittgrößen:	
Position:	Querkraft	M _d =	0.00 kNm
Norm:	EC 2	N _d =	0.00 kN
Beton:	C30/37	Q _d =	130.00 kN
Bewehrung:	BSt 550	T _d =	0.00 kNm
		Druck negativ !	
Querschnitt Maße in [m]			
as _Q = 0.00 cm ² /m ²			
Querkraftbemessung für Flächentragwerke			
Querkraftbemessung mit Verfahren variabler Druckstrebenneigung (EC 2/4.3.2.4.4)			
Q _{max} ohne Schubbewehrung:	Q _{max} =	143.12 kN	
innerer Hebelsarm:	z =	0.162 m	
Schubbewehrung je [m] Breite & Länge:	as _Q =	0.00 cm ² /m ²	Für Platten keine Schubbewehrung erforderlich !
berücksichtigte Längsbewehrung:	As =	20.11 cm ² /m	
Neigung der Betondruckstrebe:	tan β =	0.50	
Zusatzlängsbewehrung Biegezugzone:	As _Q =	2.72 cm ²	
Versatzmaß:	a _v =	0.32 m	
Datei: D:\Uni\Diplomarbeit\Dokumente\Topologieoptimierung\condimqk.c			

7.5 Eigenformen

Um die veränderte Steifigkeit zu berücksichtigen wurde die Federsteifigkeit EI des bestehenden Querschnitts ausgerechnet und für ANSYS ein Homogener Querschnitt mit gleichem EI erstellt. (Abbildungen 7.26 und 7.27)

Querschnittsaufbau Beton: 20 cm Breite: 100 cm
 Beton: E= 3300000 N/cm²
 Stahl: E= 20000000 N/cm²

	Dicke	Fläche/m ²	Abst zu S	I	EI
Beton	2,1	210	8,95	16899	55765710000
Längsbewehrung	1,6	160	7,1	8100	43727089908
Querbewehrung	1	100	5,8	3372	14077501839
Beton	5,3	530	2,65	4963	16376470000
Beton	5,6	560	-2,8	5854	19317760000
Querbewehrung	1	100	-6,1	3729	15567766193
Längsbewehrung	1,4	140	-7,3	7483	38437037282
Beton	2	200	-9	16267	53680000000
Gesamt					2,56949E+11

xs= 10 cm

Längsbewehrung oben

Fläche einer Bewehrung d 16 mm 2,01 cm²
 Abstand 10 cm
 geamt 20,11 cm²/m

Querbewehrung oben

Fläche einer Bewehrung d 10 mm 0,79 cm²
 Abstand 15 cm
 geamt 5,24 cm²/m

Querbewehrung unten

Fläche einer Bewehrung d 10 mm 0,79 cm²
 Abstand 15 cm
 geamt 5,24 cm²/m

Längsbewehrung unten

Fläche einer Bewehrung d 14 mm 1,54 cm²
 Abstand 10 cm
 geamt 15,39 cm²/m

Berechnung Ersatzquerschnitt:

EI 2,56949E+11 Ncm²
 I 2,56949E+11 cm⁴
 E 3300000 N/cm²
 Ersatzhöhe:
 he= 21,06 cm

Querschnittsaufbau Hohlkörper: 20 cm Breite: 100 cm
 Beton: E= 3300000 N/cm²
 Stahl: E= 20000000 N/cm²

	Dicke	Fläche/m ²	Abst zu S	I	EI
Beton	2,1	210	8,95	16899	5,5766E+10
Längsbewehrung	1,6	160	7,1	8100	4,3727E+10
Querbewehrung	1	100	5,8	3372	1,4078E+10
Hohlkörperschicht	5,3	530	2,65	2815	9288877813
Hohlkörperschicht	5,6	560	-2,8		
Querbewehrung	1	100	-6,1	3729	1,5568E+10
Längsbewehrung	1,4	140	-7,3	7483	3,8437E+10
Beton	2	200	-9	16267	5,368E+10
Gesamt					2,3054E+11

xs= 10 cm

Längsbewehrung oben

Fläche einer Bewehrung d 16 mm 2,01 cm²
 Abstand 10 cm
 geamt 20,11 cm²/m

Querbewehrung oben

Fläche einer Bewehrung d 10 mm 0,79 cm²
 Abstand 15 cm
 geamt 5,24 cm²/m

Querbewehrung unten

Fläche einer Bewehrung d 10 mm 0,79 cm²
 Abstand 15 cm
 geamt 5,24 cm²/m

Längsbewehrung unten

Fläche einer Bewehrung d 14 mm 1,54 cm²
 Abstand 10 cm
 geamt 15,39 cm²/m

Hohlkörperbereich:

Raster sowohl längs als quer:

Betonstreifenbreite: 3,5 cm
 Betonstreifenhöhe: 10,9 cm
 Betonstreifenabstand: 25 cm
 Streifen pro Meter: 4 Stück

I_{quer}: 155,78 cm⁴

I_{längs}: 10791,91 cm⁴

Berechnung Ersatzquerschnitt:

EI 2,30544E+11 Ncm²

I 2,30544E+11 cm⁴

E 3300000 N/cm²

Ersatzhöhe:

he= 20,31 cm

Danach wurden mit ANSYS die ersten fünf Eigenmodes errechnet. In den Abbildungen 7.28 bis 7.28 ist zu sehen, dass die Eigenformen im Vergleich zu den vorigen Modellen gleich geblieben sind.

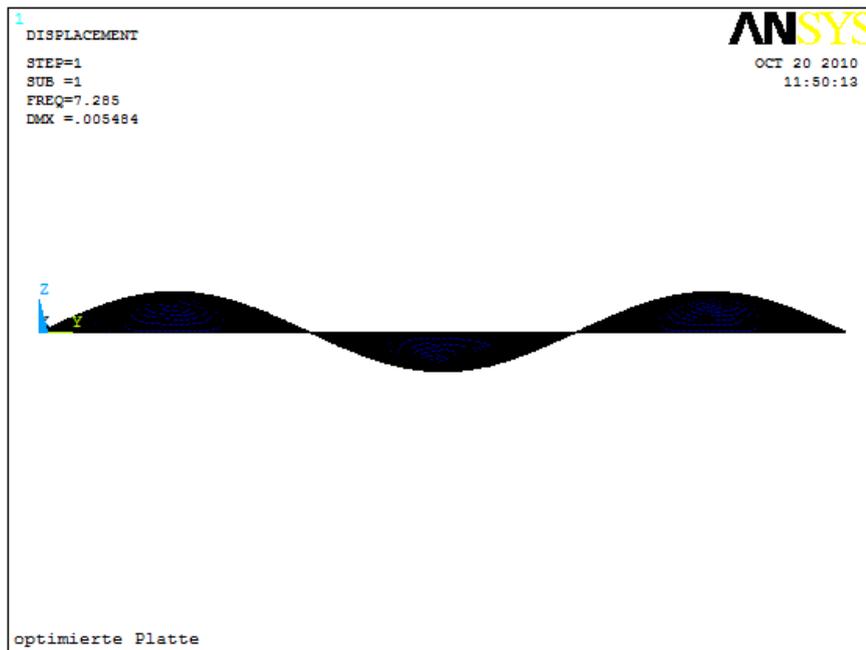


Abbildung 7.28: Eigenmode 1 realisierbares Modell

	realisierbar	optimiert	nicht optimiert
Eigenmode1	7,285Hz	8,543Hz	6,108Hz
Eigenmode2	8,413Hz	9,844Hz	7,033Hz
Eigenmode3	11,047Hz	12,856Hz	9,155Hz
Eigenmode4	14,195Hz	16,555Hz	12,039Hz
Eigenmode5	14,933Hz	17,436Hz	12,647Hz

Tabelle 7.2: realisierbare Eigenfrequenzen im Vergleich

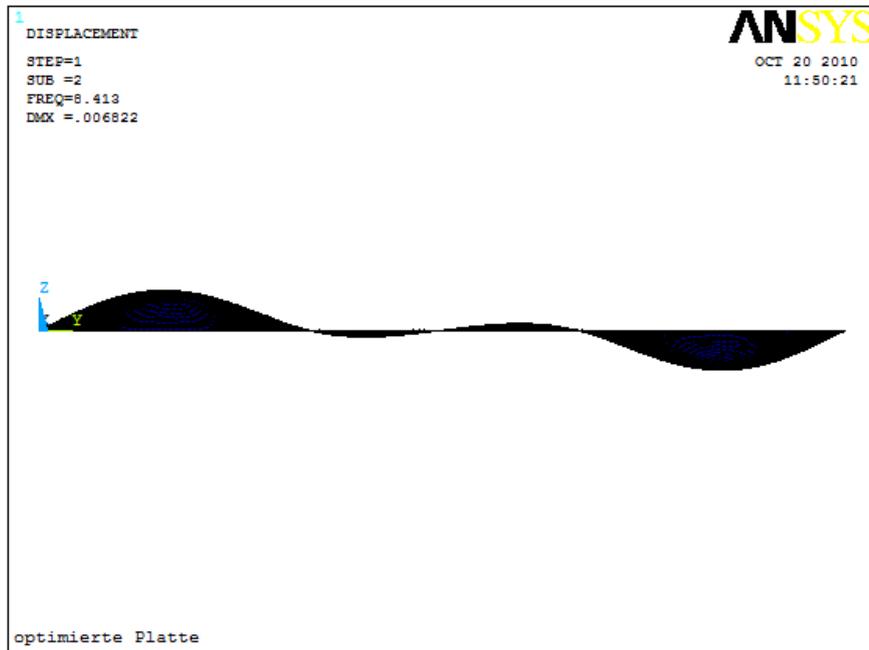


Abbildung 7.29: Eigenmode 2 realisierbares Modell

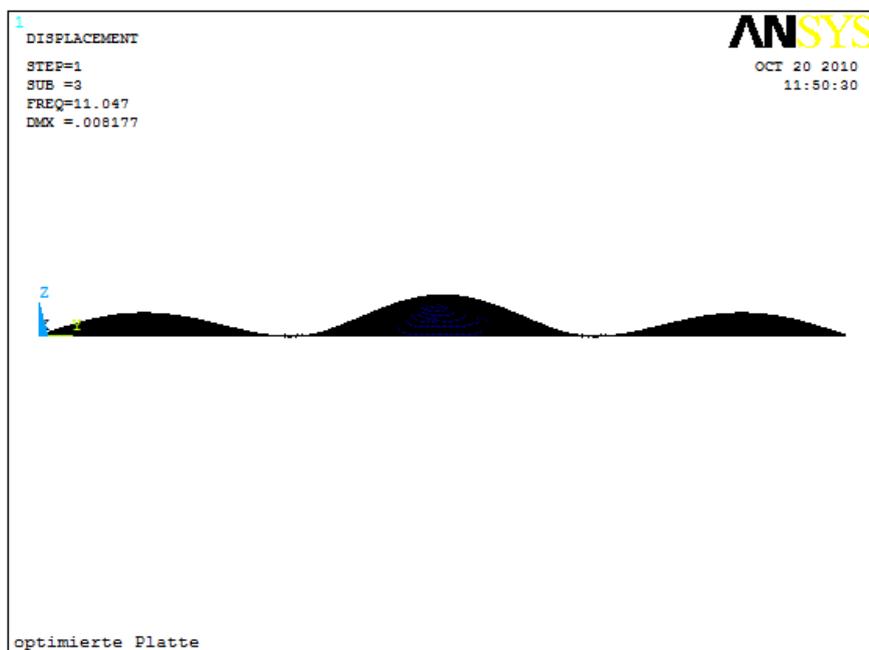


Abbildung 7.30: Eigenmode 3 realisierbares Modell

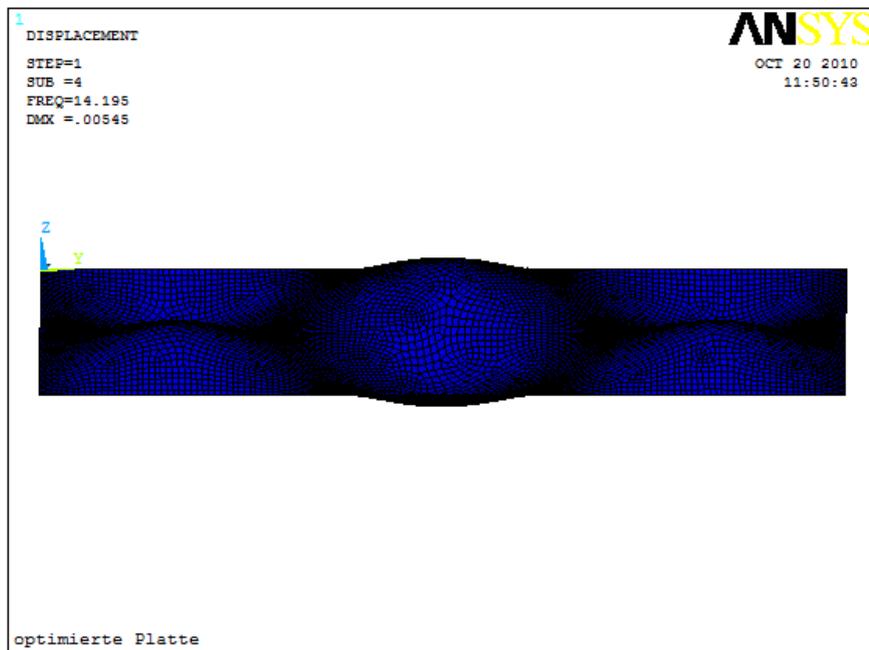


Abbildung 7.31: Eigenmode 4 realisierbares Modell

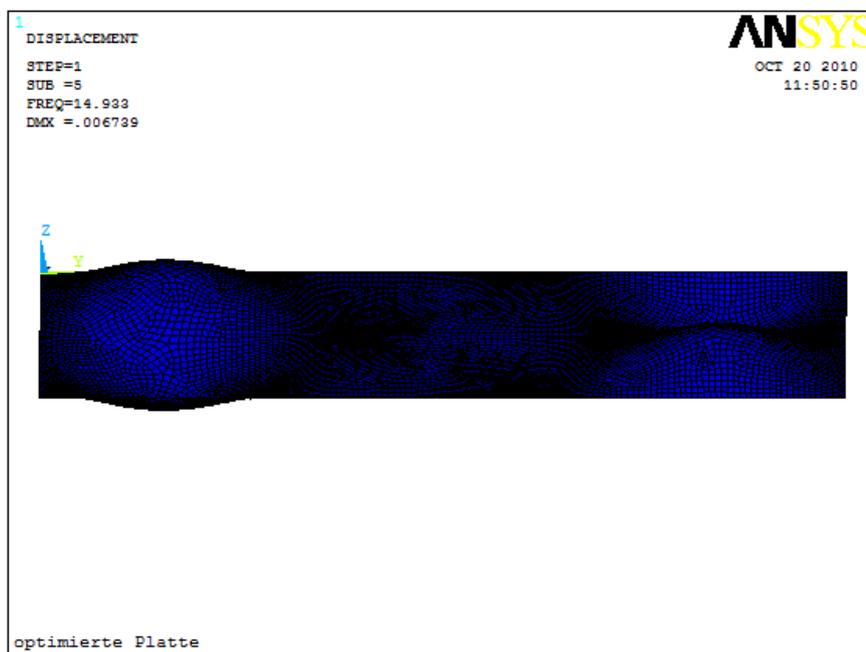


Abbildung 7.32: Eigenmode 5 realisierbares Modell

7.6 Gegenüberstellung der Ergebnisse

Die nicht optimierte Platte erfüllt die Bedingung für Tanzböden in Kapitel 5, die besagt, dass ein Tanzboden eine Eigenfrequenz von mindestens 6,5 Hz haben sollte, nicht. Die Eigenfrequenz beläuft sich auf 6,108 Hz. Nach der Topologieoptimierung und der Untersuchung des dazugehörigen Modells beträgt die Eigenfrequenz 8,543 Hz und ist daher deutlich über der Bedingung in Kapitel 5. Nach dem Erstellen eines realisierbaren Modells mit Hilfe der Hohlkörper beträgt die Eigenfrequenz der Platte 7,285 Hz. Die Bedingung ist daher für das realisierbare Modell erfüllt.

Kapitel 8

Entwurfsuntersuchung

In diesem Kapitel werden das zuvor entworfene realisierbare Modell belastet und die Ergebnisse mit den Anforderungen und dem nicht optimierten Modell verglichen.

8.1 Statische Belastung

8.1.1 Ermittlung der maßgebenden Lastkombination

Um den maßgebenden Lastfall zu finden, wird die Platte mit der im Kapitel 7 definierten statischen Bemessungslast belastet. Es werden dabei folgende Lastfälle unterschieden:

- Platte mit Vollast
- Platte nur auf einem Randfeld belastet
- Platte nur am Mittelfeld belastet
- Platte auf beiden Randfeldern belastet

8.1.2 Ergebnis

In den folgenden Abbildungen (8.1 bis 8.4) werden die Ergebnisse der Berechnung dargestellt:

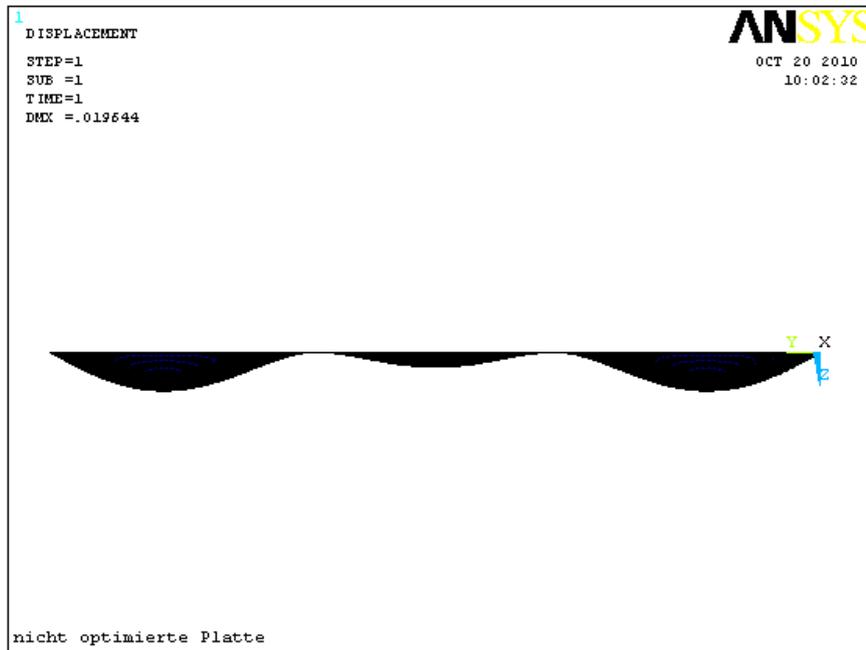


Abbildung 8.1: Vollast

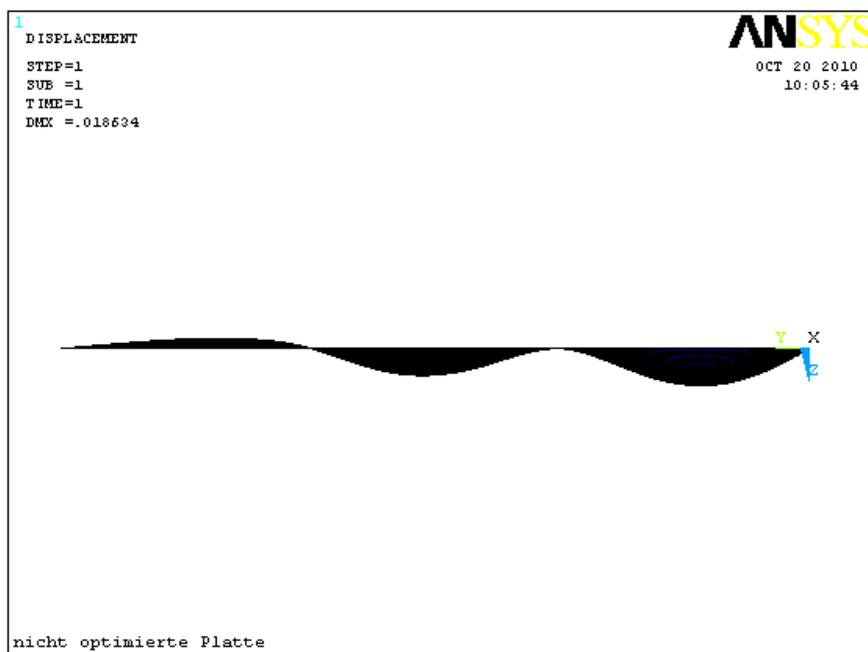


Abbildung 8.2: Platte nur auf einem Randfeld belastet

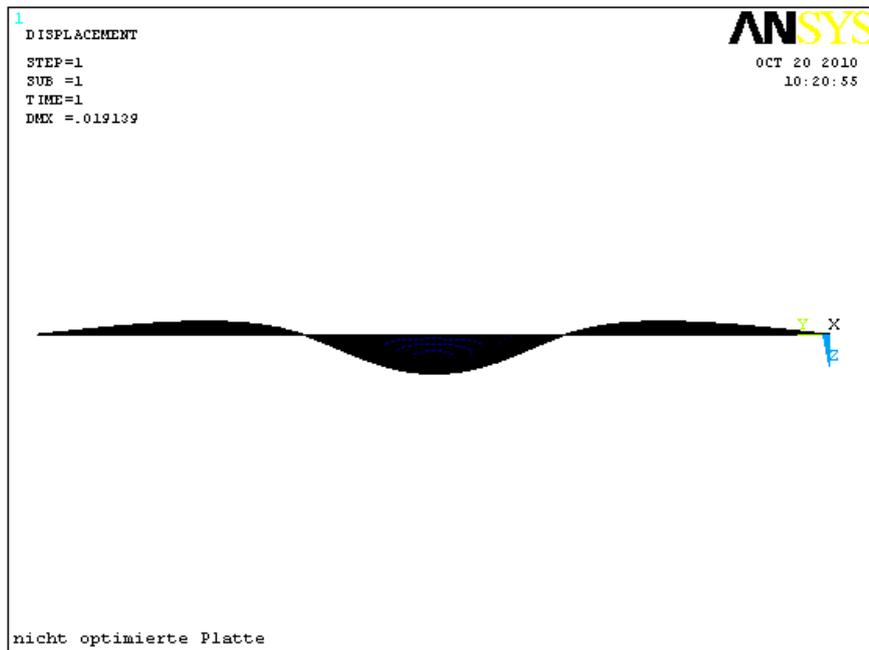


Abbildung 8.3: Platte nur am Mittelfeld belastet

8.1.3 Durchbiegung

Die nachfolgende Tabelle fasst die bisherigen Ergebnisse zusammen:

	maximale Durchbiegung
Platte mit Vollast	0.01964m
Platte nur auf einem Randfeld belastet	0.01853m
Platte nur am Mittelfeld belastet	0.01914m
Platte auf beiden Randfeldern belastet	0.02520m

Tabelle 8.1: Durchbiegungen bei verschiedenen Lastfällen

Daraus folgt, dass der Fall „Platte auf beiden Randfeldern belastet“ der maßgebende Lastfall ist.

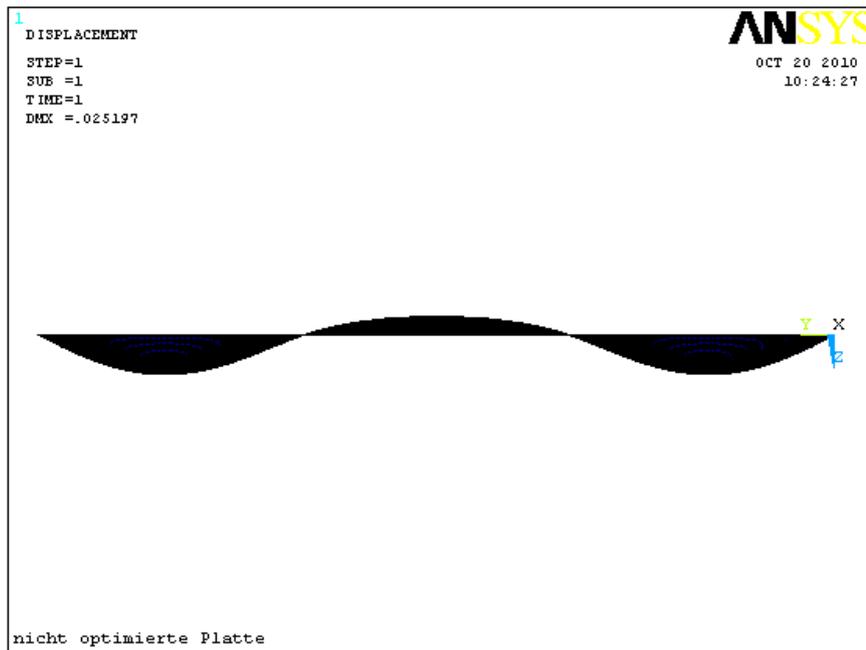


Abbildung 8.4: Platte auf beiden Randfeldern belastet

8.2 Dynamische Belastung

8.2.1 Belastungsmodelle

Um die Belastungskurve zu erstellen wird eine Fourierreihe wie in [2] herangezogen:

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G * \alpha_i * \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (8.1)$$

G = Gewicht der Tänzer

α_i = Fourierkoeffizient für die i -te Eigenfrequenz

f_p = Tanzfrequenz

ϕ_i = Phasenverschiebung der i -ten Eigenfrequenz relativ zur ersten

i = Nummer der Eigenfrequenz

n = Gesamtzahl der berücksichtigten Eigenfrequenzen

8.2.2 Ermittlung der kritischen Tänze

Auf der folgenden Skala werden in einem Bereich von 5 Hz bis 8 Hz die Tanzfrequenzen, beziehungsweise die doppelten und dreifachen Tanzfrequenzen dargestellt (kleine Symbole). Weiters werden die Eigenfrequenz der nicht optimierten Platte (großes rotes X) und die Eigenfrequenz der optimierten Platte (großes grünes X) dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass die Eigenfrequenz der nicht optimierten Platte in einem Bereich liegt, in dem auch einige Vielfache von Tanzfrequenzen liegen. Im Gegensatz dazu liegt im Bereich der Eigenfrequenz der optimierten Platte kein Vielfaches einer Tanzfrequenz. Daher werden für die weitere Untersuchung die zwei Tänze herangezogen, die sehr nahe an der Eigenfrequenz der nicht optimierten Platte liegen. Das ist zum einen die dreifache Frequenz des Paso Dobles und zum anderen die doppelte Frequenz des Wiener Walzers.

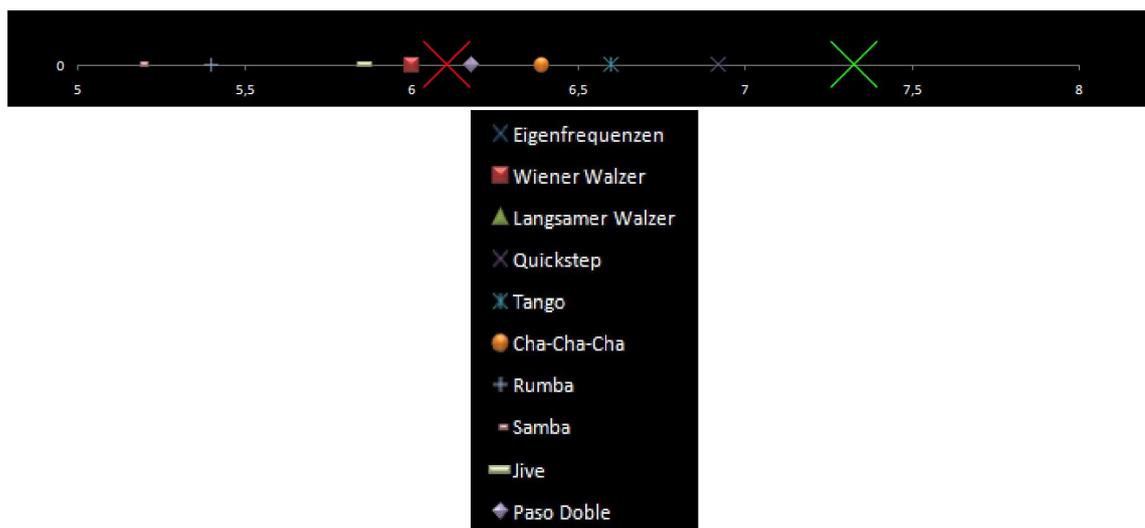


Abbildung 8.5: Skala der Tanzfrequenzen und Eigenfrequenzen in Hz
kleine Symbole: Vielfache der Tanzfrequenzen
großes rotes X: Eigenfrequenz der nicht optimierten Platte
großes grünes X: Eigenfrequenz der optimierten Platte

	Frequenz	doppelt	dreifach
Wiener Walzer	$3Hz$	$6Hz$	$9Hz$
Langsamer Walzer	$1,5Hz$	$3Hz$	$4,5Hz$
Quickstep / Foxtrott	$3,46Hz$	$6,92Hz$	$10,38Hz$
Tango	$2,2Hz$	$4,4Hz$	$6,6Hz$
Cha-Cha-Cha	$2,13Hz$	$4,26Hz$	$6,39Hz$
Rumba	$1,8Hz$	$2,36Hz$	$5,4Hz$
Samba	$1,73Hz$	$3,46Hz$	$5,19Hz$
Jive	$2,93Hz$	$5,86Hz$	$8,79Hz$
Paso Doble	$2,06Hz$	$4,12Hz$	$6,18Hz$

Tabelle 8.2: Frequenzen der Tänze einfach bis dreifach

8.2.3 Berechnung

Da sich die Belastung aus einem statischen und einem dynamischen Teil zusammensetzt, wurde die Belastung sowohl aufgeteilt als auch getrennt berechnet. Im Verlauf der Berechnung werden die Ergebnisse zusammengezählt. Es wurden folgende Tänze jeweils bei der nicht optimierten und optimierten Platte untersucht:

- Paso Doble 2,06 Hz
- Wiener Walzer 3,00 Hz

Belastungskurven

Die Belastung für die Tänze mit gehendem Charakter werden durch einer Kurve wie in Abschnitt 8.2.1 angenähert:

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G * \alpha_i * \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (8.2)$$

G = Gewicht der Tänzer (je 2*80kg \Rightarrow 1600N)

n = 3

i = 1,2,3

$\alpha_1 = 0,5$

$\alpha_2 = 0,15$

$\alpha_3 = 0,10$

f_p = Tanzfrequenz

$\phi_i = 0$

- Paso Doble 2,06 Hz:

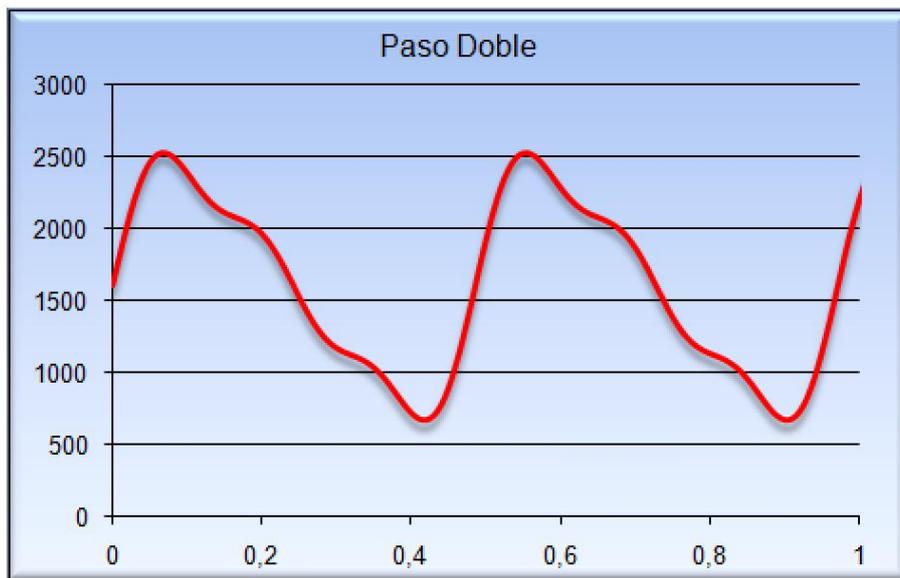


Abbildung 8.6: Belastungskurve Paso Doble

- Wiener Walzer 3 Hz

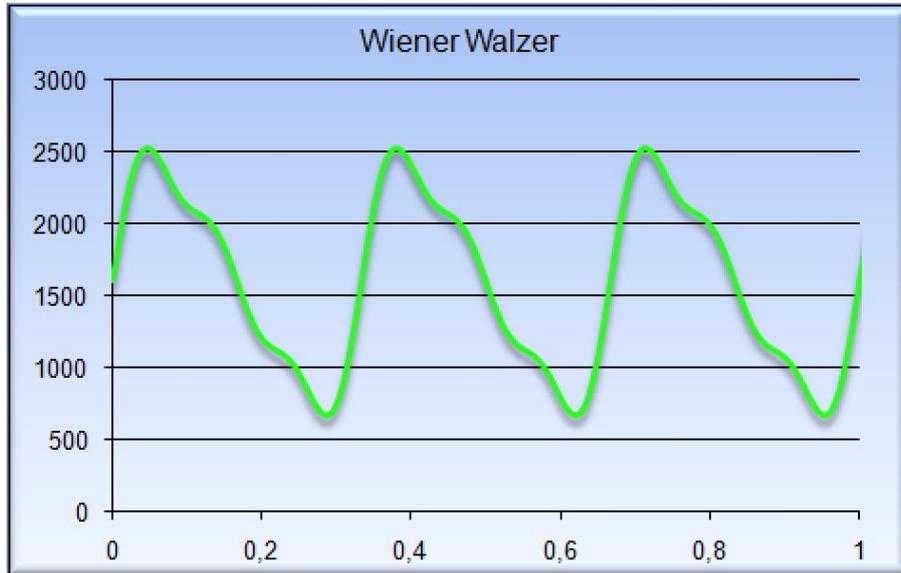


Abbildung 8.7: Belastungskurve Wiener Walzer

Nicht optimierte Platte

Als erstes wurde die Durchbiegung zufolge Eigengewicht und Fussbodenaufbau bestimmt. Anschließend kommt die Durchbiegung aus der dynamischen Belastung der verschiedenen Tänze hinzu.

Die Antwort auf die dynamische Belastung wird für die ersten 10 Sekunden berechnet. Neben dem ganzen Verlauf werden noch die ersten zwei Sekunden dargestellt um das Einschwingverhalten darzustellen so wie die letzten 2 Sekunden um die Antwort genauer darzustellen, wenn die Platte bereits eingeschwungen ist. Für das Ergebnis wird die Durchbiegung im eingeschwungenem Zustand herangezogen.

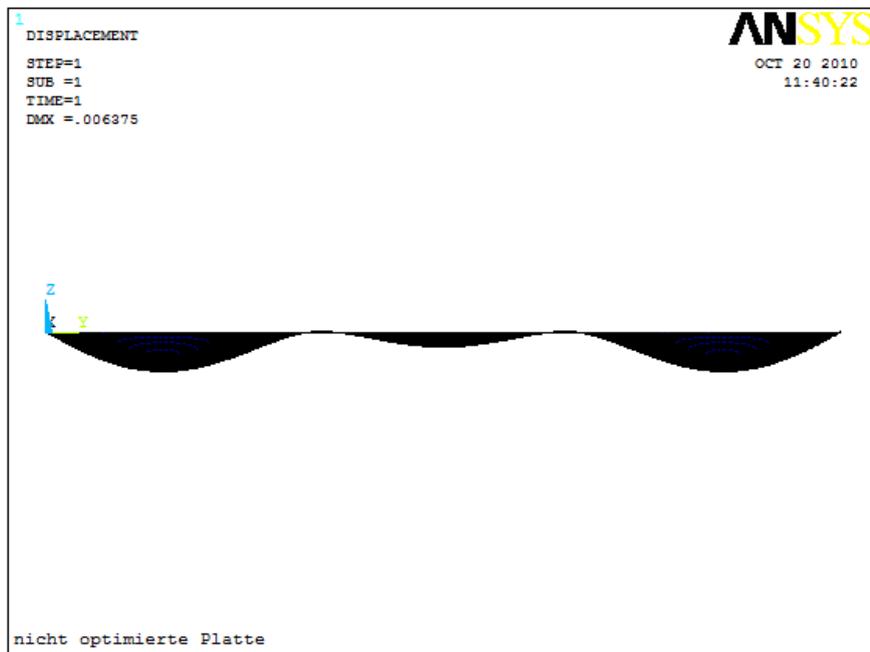


Abbildung 8.8: Eigengewicht der nicht optimierten Platte

- Paso Doble 2,06 Hz

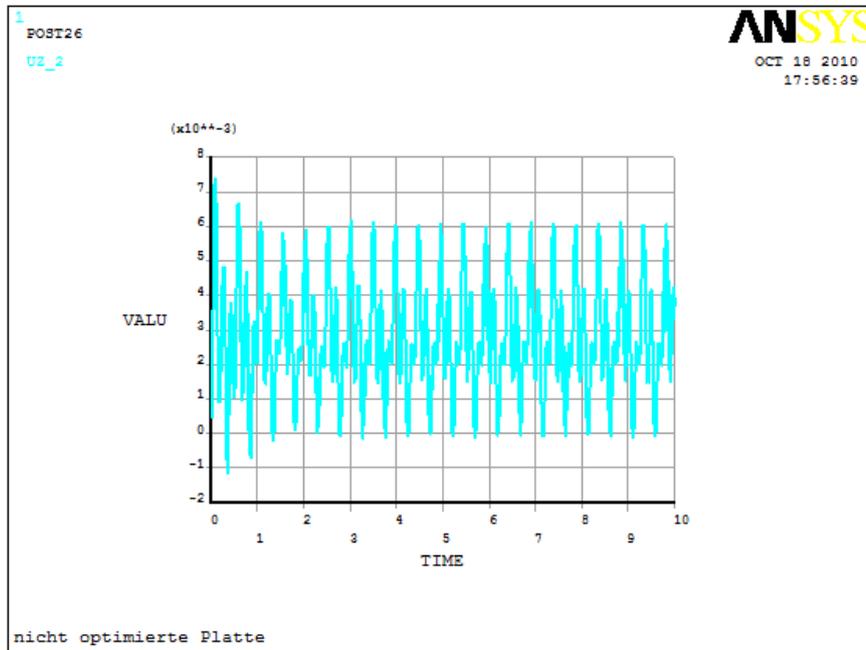


Abbildung 8.9: Antwort Paso Doble ersten 10 Sekunden

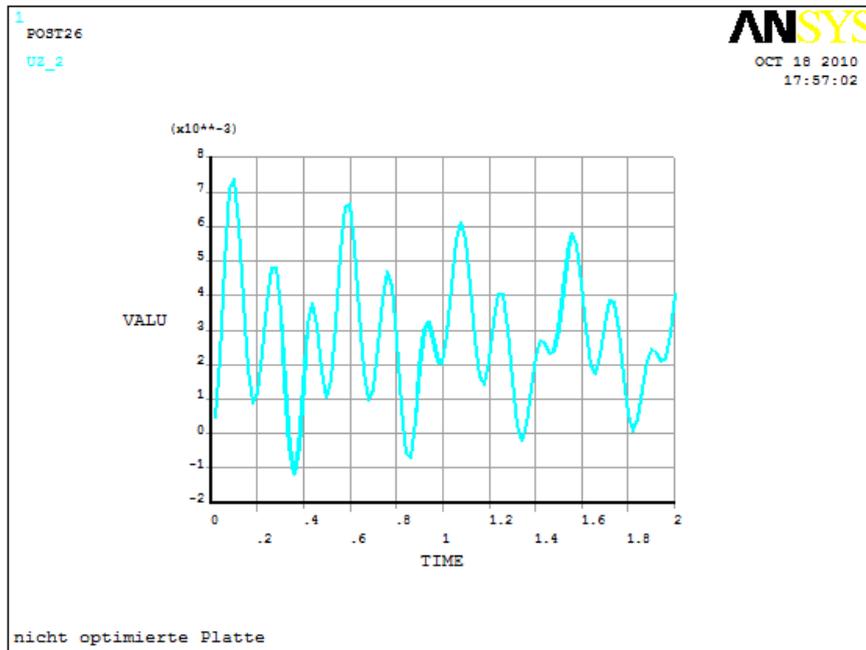


Abbildung 8.10: Antwort Paso Doble ersten 2 Sekunden

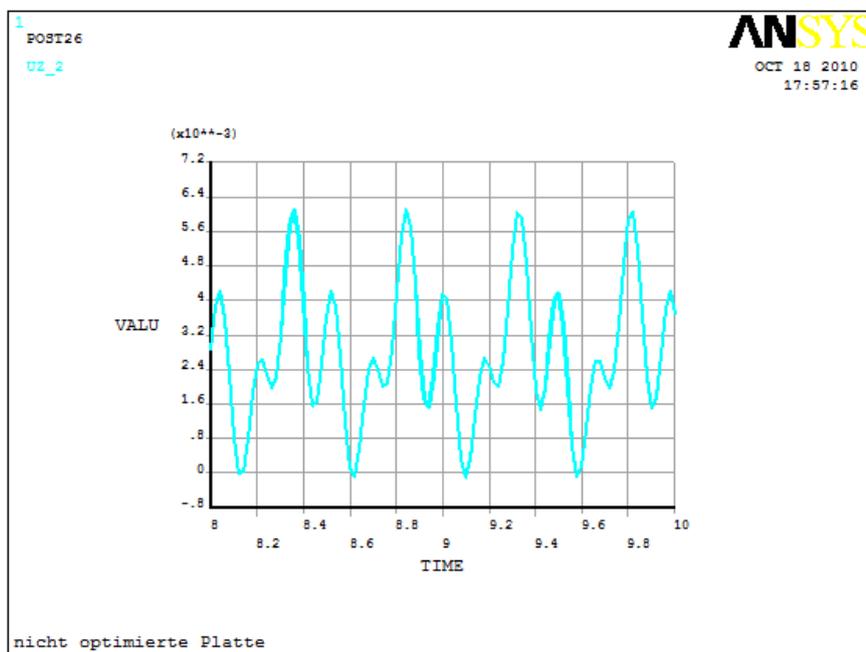


Abbildung 8.11: Antwort Paso Doble letzten 2 Sekunden

- Wiener Walzer 3 Hz

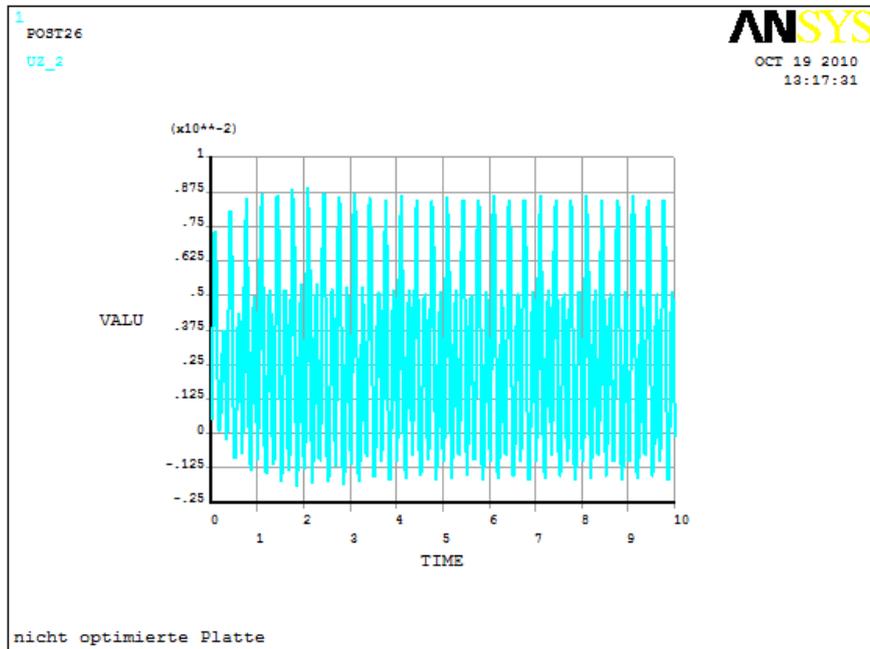


Abbildung 8.12: Antwort Wiener Walzer ersten 10 Sekunden

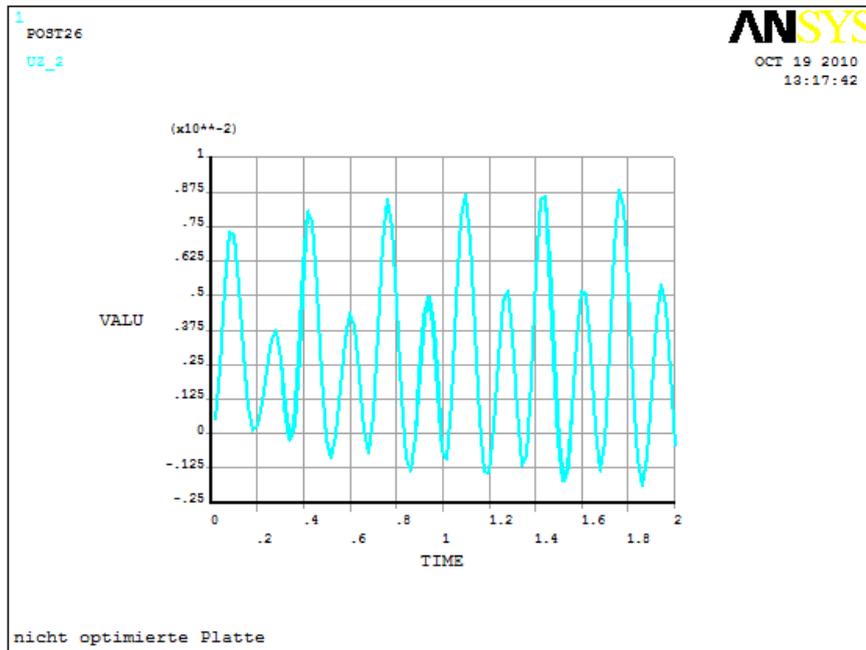


Abbildung 8.13: Antwort Wiener Walzer ersten 2 Sekunden

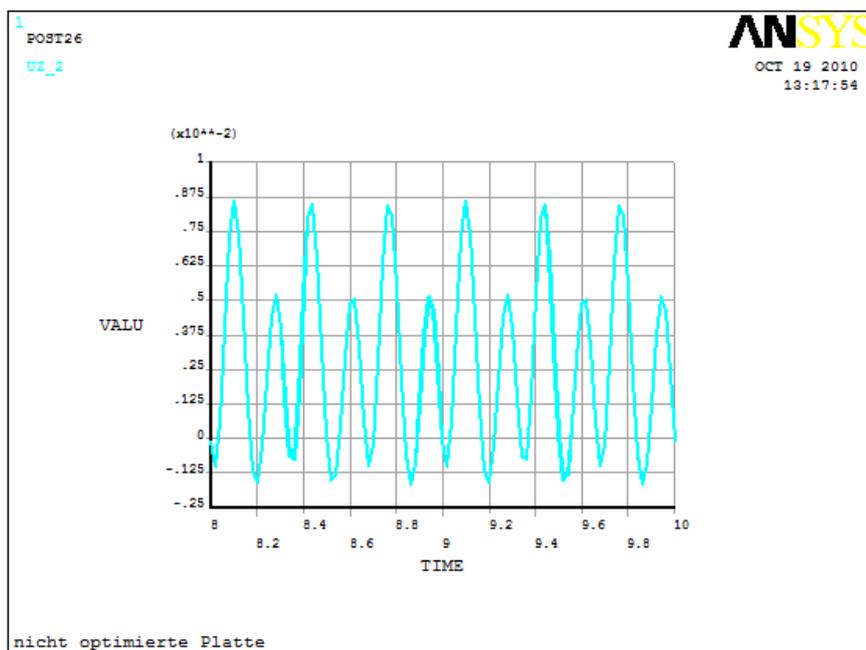


Abbildung 8.14: Antwort Wiener Walzer letzten 2 Sekunden

	statisch (Eigengewicht)	dynamisch (Nutzlast)	gesamt
Paso Doble	0.006375m	0.0062m	0.01258m
Wiener Walzer	0.006375m	0.0085m	0.01488m

Tabelle 8.3: Gesamtdurchbiegung nicht optimierte Platte

Optimierte Platte

Bei der Berechnung der statischen Durchbiegung wurde die Gewichtsreduktion der Cobiax-Kugeln berücksichtigt.

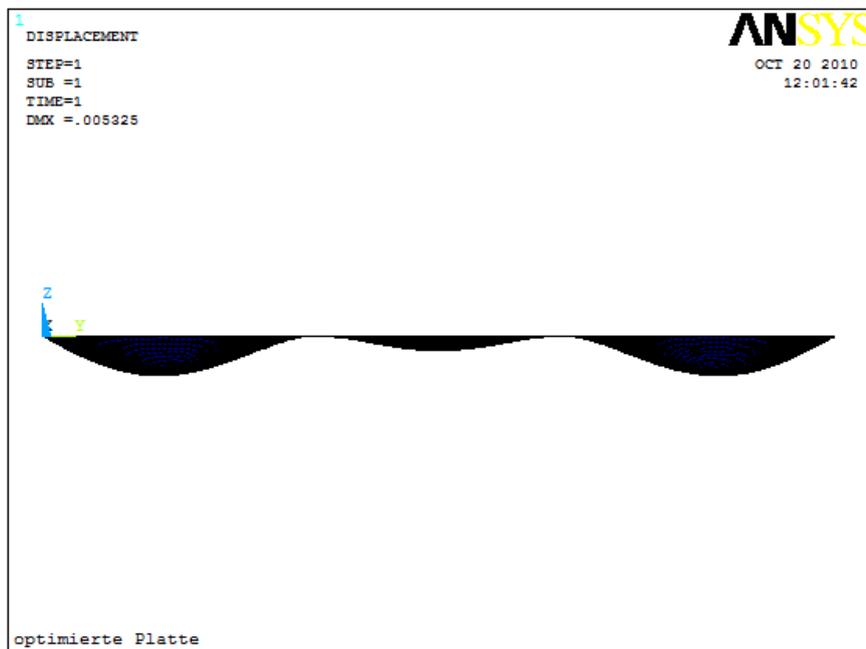


Abbildung 8.15: Eigengewicht der optimierten Platte

- Paso Doble 2,06 Hz

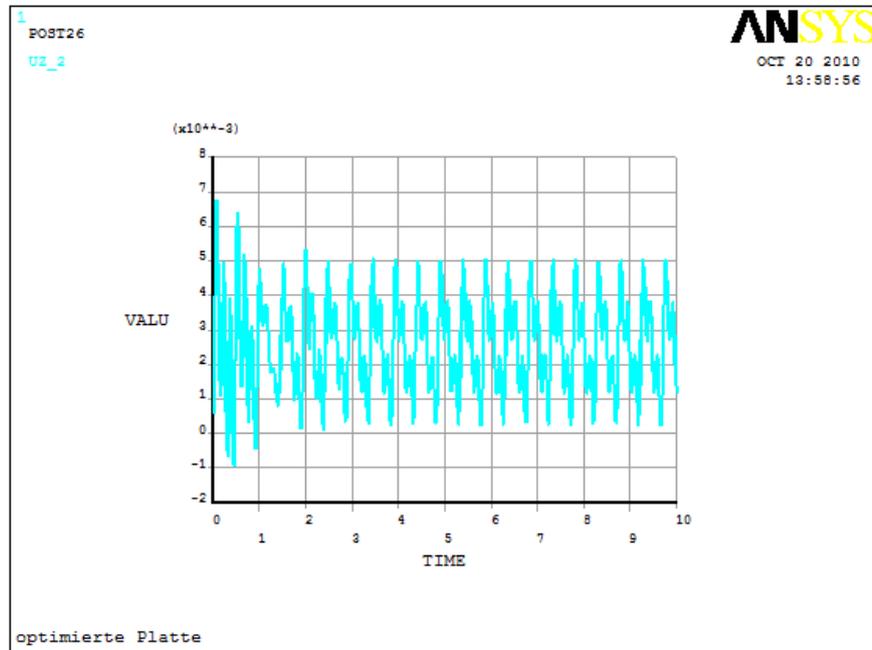


Abbildung 8.16: Antwort Paso Doble ersten 10 Sekunden

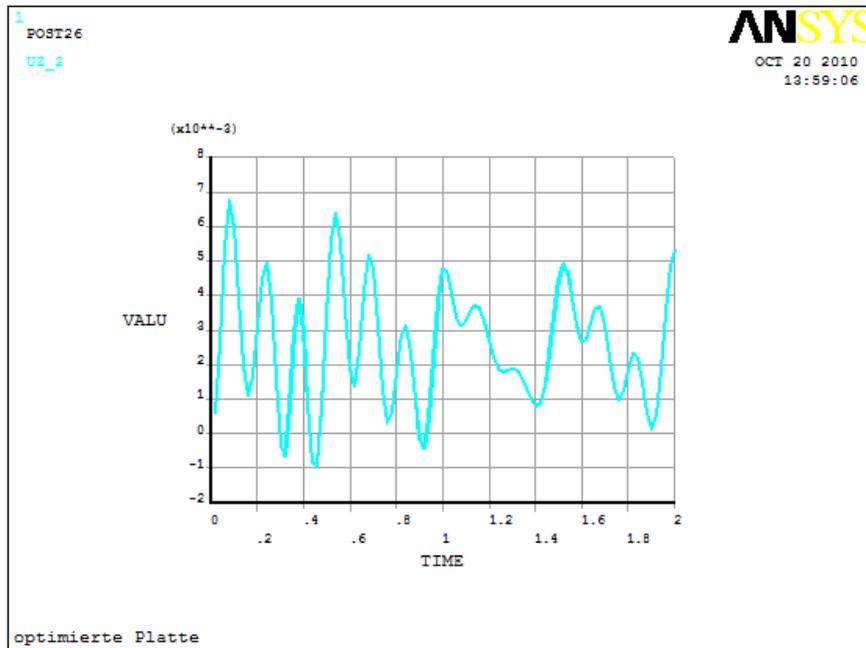


Abbildung 8.17: Antwort Paso Doble ersten 2 Sekunden

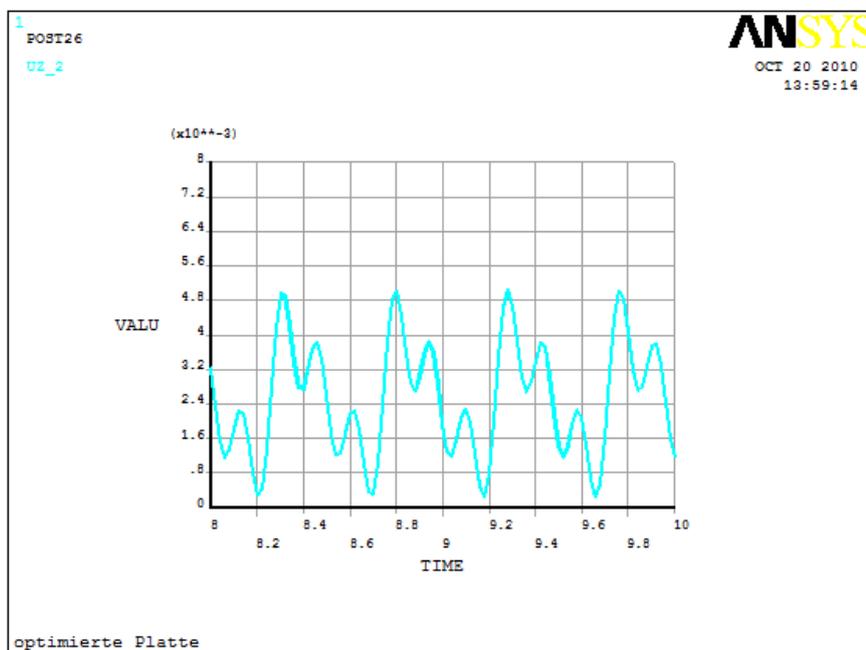


Abbildung 8.18: Antwort Paso Doble letzten 2 Sekunden

- Wiener Walzer 3 Hz

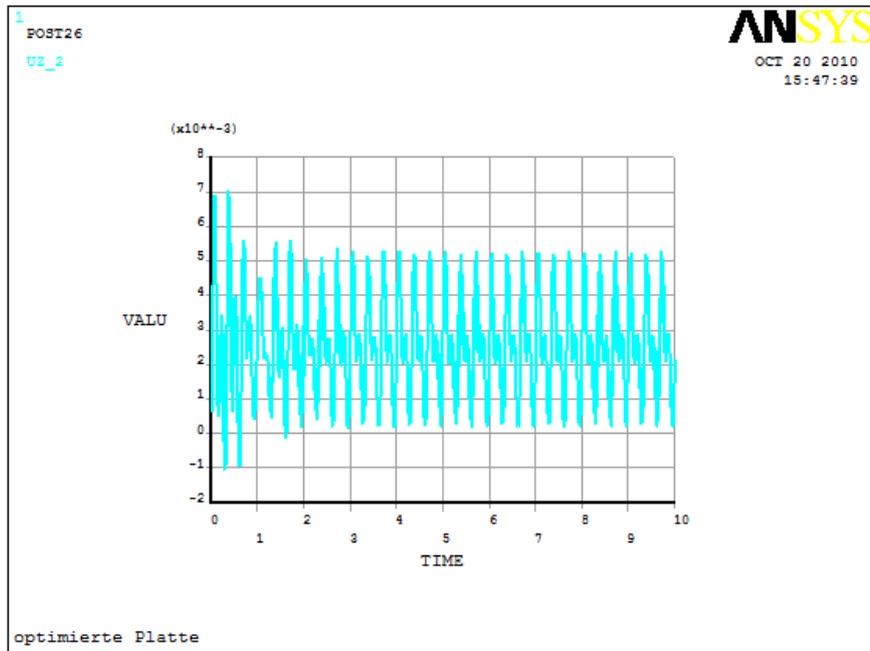


Abbildung 8.19: Antwort Wiener Walzer ersten 10 Sekunden

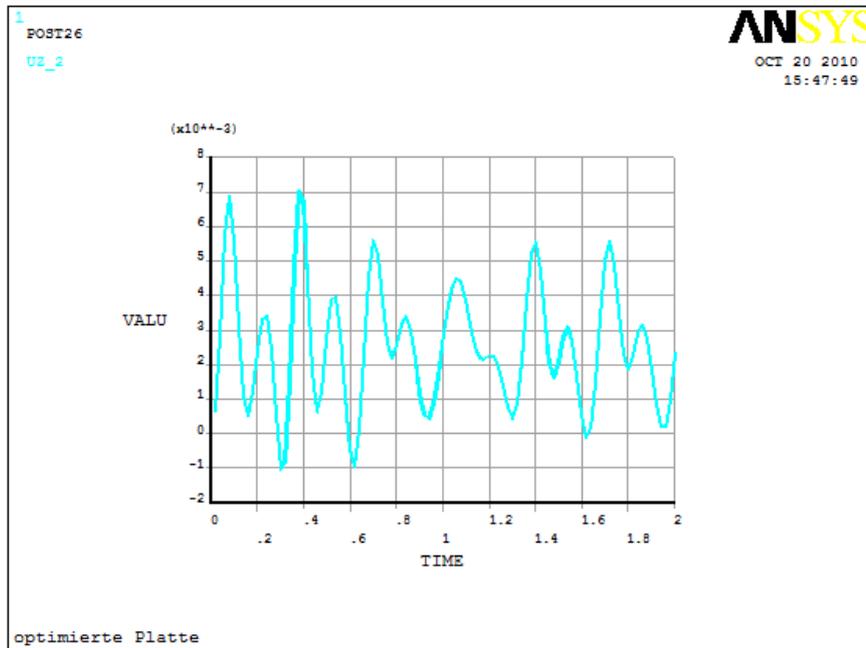


Abbildung 8.20: Antwort Wiener Walzer ersten 2 Sekunden

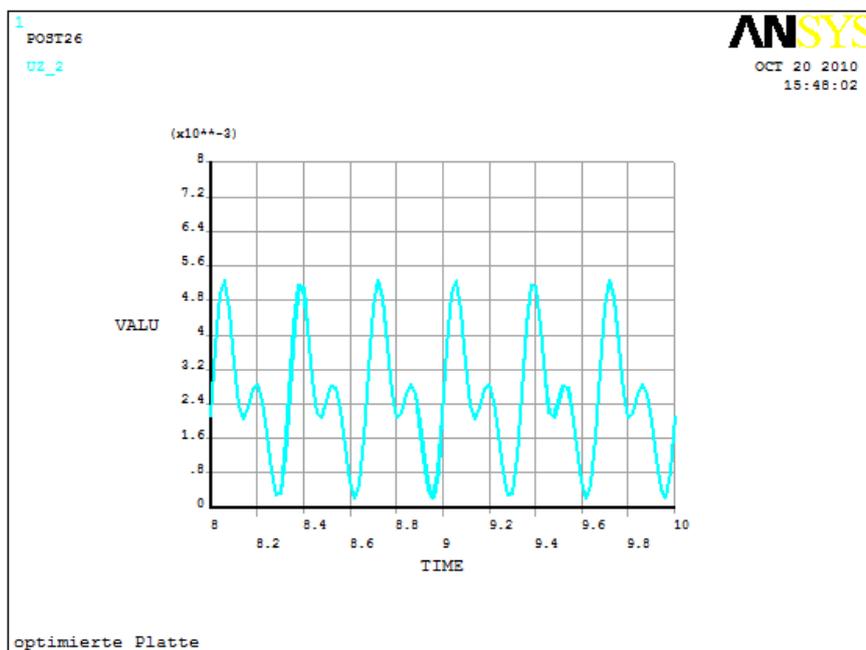


Abbildung 8.21: Antwort Wiener Walzer letzten 2 Sekunden

	statisch (Eigengewicht)	dynamisch (Nutzlast)	gesamt
Paso Doble	0.005325 <i>m</i>	0.00500 <i>m</i>	0.001033 <i>m</i>
Wiener Walzer	0.005325 <i>m</i>	0.00510 <i>m</i>	0.01043 <i>m</i>

Tabelle 8.4: Gesamtdurchbiegung optimierte Platte

8.2.4 Vergleich

	statische Durchbiegung	dynamische Durchbiegung	gesamt
Paso Doble	$0.00105m$	$0.00120m$	$0.00225m$
Verbesserung	16,47%	19,35%	17,89%

Tabelle 8.5: Verbesserung Paso Doble

	statische Durchbiegung	dynamische Durchbiegung	gesamt
Wiener Walzer	$0.00105m$	$0.00340m$	$0.00490m$
Verbesserung	16,47%	40,00%	29,92%

Tabelle 8.6: Verbesserung Wiener

Aus den Tabellen ist ersichtlich, dass sich das Verhalten um circa 20% beziehungsweise 30% verbessert hat. Der Unterschied von 10% ist dadurch zu erklären, dass beim Paso Doble die dreifache Frequenz der Tanzfrequenz ausschlaggebend war und beim Wiener Walzer die doppelte. Dadurch ist die dynamische Durchbiegung der nicht optimierten Platte größer. Die Verbesserung der Durchbiegung ist jeweils größer als die Verbesserung der statischen Durchbiegung.

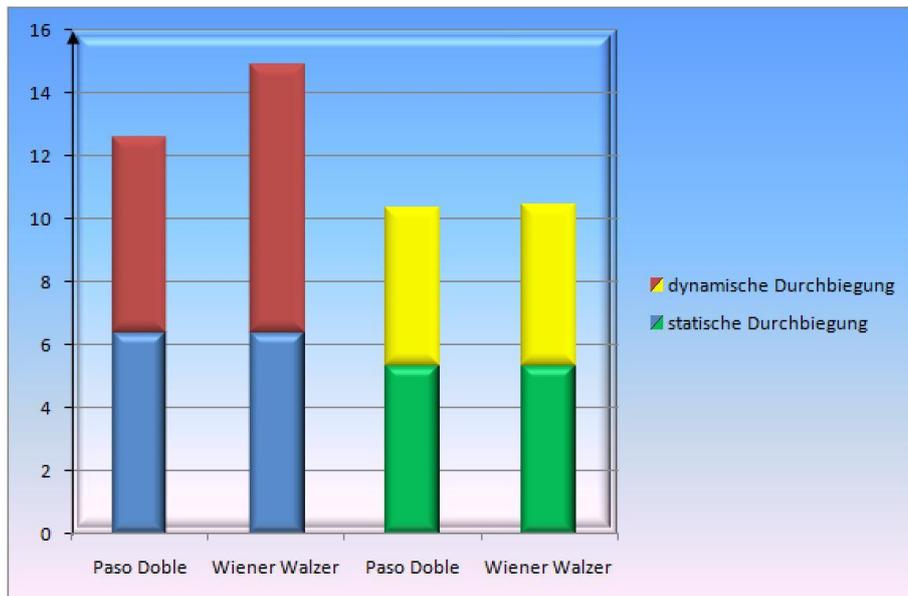


Abbildung 8.22: Durchbiegungen statisch-dynamisch
 rot: dynamische Durchbiegung, nicht optimierte Platte
 blau: statische Durchbiegung, nicht optimierte Platte
 gelb: dynamische Durchbiegung, optimierte Platte
 grün: statische Durchbiegung, optimierte Platte

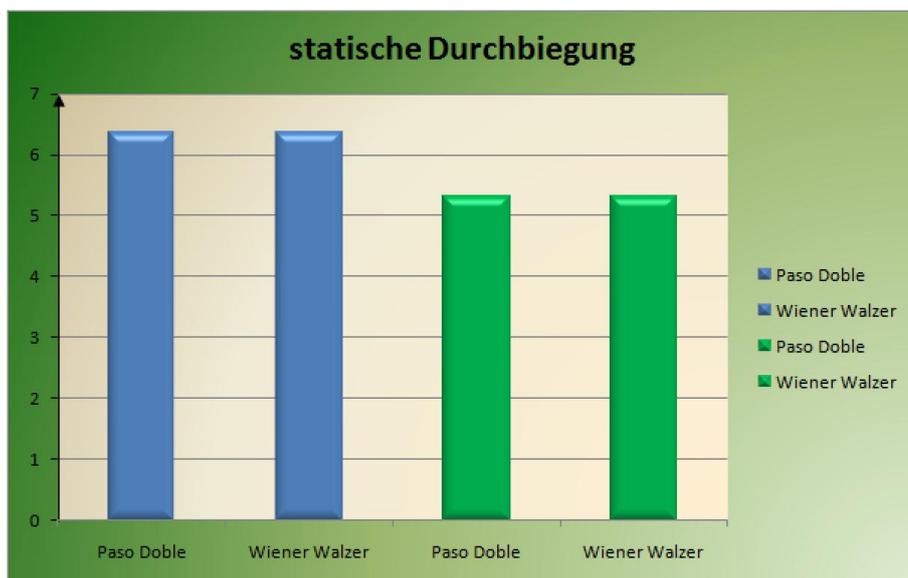


Abbildung 8.23: statische Durchbiegung
 grün: nicht optimierte Platte
 blau: optimierte Platte



Abbildung 8.24: dynamische Durchbiegung
 rot: nicht optimierte Platte
 gelb: optimierte Platte

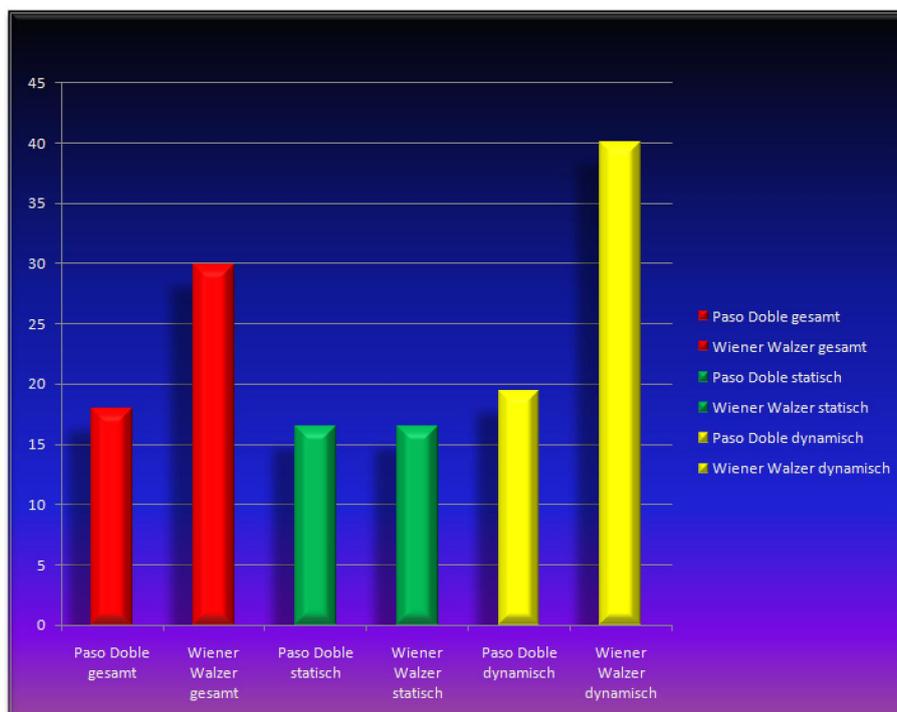


Abbildung 8.25: Verbesserung in Prozent

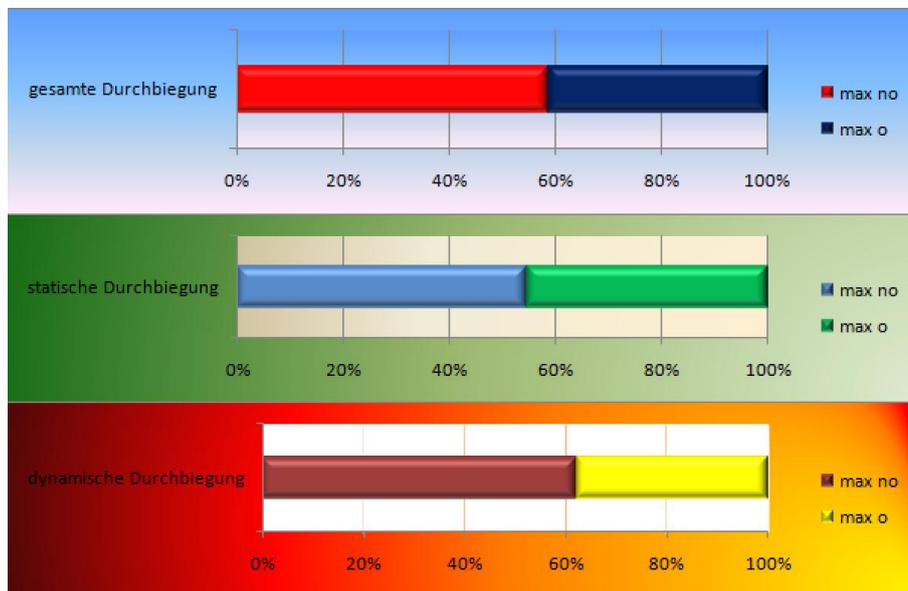


Abbildung 8.26: Verhältnisse beim Wiener Walzer

8.2.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Vor der Optimierung hatte die Platte eine Eigenfrequenz von 6,108 Hz und erfüllte damit nicht die in Kapitel 5 geforderten Bedingungen, dass ein Tanzboden mindestens eine Eigenfrequenz von 6,5 Hz haben muss und, dass die Eigenfrequenz höher als das Doppelte der höchsten Tanzfrequenz, also $3,46 \cdot 2 = 6,92$ Hz, sein muss nicht. Nach der Optimierung hat der Tanzboden eine Eigenfrequenz von 7,285 Hz. Damit sind die zwei geforderten Bedingungen erfüllt. Weiters hat die Untersuchung des realisierbaren Modells ergeben, dass sich bei Belastung mit kritischen Tänzen eine Verbesserung des Schwingverhaltens von bis zu 30% einstellt. Darüber hinaus ergeben sich laut Unterlagen der Firma Cobiax [7] durch den Einsatz der Hohlkörper eine Einsparung an Beton von $11,50 \text{ m}^3$ und eine CO_2 Einsparung von rund 2,5 t. Die Optimierung war also nicht nur hinsichtlich des Schwingungsverhaltens, sondern auch ökonomisch und ökologisch erfolgreich.

Literaturverzeichnis

- [1] ANSYS. *Release 11.0 Documentation for ANSYS*. 2007.
- [2] BACHMANN, H. *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*. Birkhäuser Verlag Basel, 1995.
- [3] BEN-TAL, A.; KOČVARA, M.; ZOWE, J. *Two Nonsmooth Approaches to Simultaneous Geometry and Topology Design of Trusses*. 1992.
- [4] BENDSOE, M.P.; SIGMUND, O. *Topology Optimization: Theory, Methods and Application*. Springer, 2003.
- [5] CEN. *EN 1992-1-1*. CEN Europäisches Komitee für Normung, 2004.
- [6] COBIAX. *Planungshilfe Flachdecken - leicht & biaxial*. Cobiax Technologies Group, 2008.
- [7] COBIAX. *Technologiehandbuch*. Cobiax Technologies Group, 2008.
- [8] HARLEQUIN. <http://www.harlequinfloors.com/euro/images/stories/DE/PDF/activity-de.pdf>, 2009.
- [9] KOLLEGER, J. O.UNIV.PROF.DIPL.-ING.DR.-ING.M.ENG. *Betonbau Stahlbeton*. TU Wien Institut für Tragkonstruktionen - Betonbau, 2006.
- [10] LILLEY, J. AND OTHERS. *ANSYS Tutorials*. <http://www.mece.ualberta.ca/tutorials/ansys/>, 2001.
- [11] MÜLLER, G. *Finite Element Methode - FEM*. <http://www.cadfem.de/unternehmen/portrait/finite-element-methode.html>, 2010.

- [12] MÜLLER, G.; REHFELD, I.; KATHEDER, W. *FEM für Praktiker*. Expert-Verlag, 1995.
- [13] RAMMERSTORFER, F.G. O.UNIV.PROF.DR. *Grundlagen der Finite Elemente Methode*. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik der TU Wien, 2007.
- [14] ROSEHR, N. PD DR. *Topologie*. Universität Würzburg, 2006.
- [15] ROSKO, P. *A Topology Design of a Composite Dance Hall Roof*. Civil-Comp Press, 2010.
- [16] ROZVANY, G. A critical review of established methods of structural topology optimization. *Springer* (2007), 217.
- [17] WANKMÜLLER, T. Alles über das Welttanzprogramm. <http://www.wankmueller.at/?SIid=24&LAid=1&pagetype=main&fk=>, 2006.
- [18] ZIEGLER, F. *Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper*. Springer, 1998.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Designprozess	5
1.2	Designoptimierung als inverse Analyse	6
1.3	Überblick über Arten geometrischer Strukturanalysen.	9
2.1	Eingabe des Topologieproblems für ein Design	11
2.2	Topologieoptimierung einer diskreten Stuktur (Brückenbogen).[3]	12
2.3	Topologieoptimierung einer kontinuierlichen Struktur.	13
2.4	Topologieoptimierung einer kontinuierlichen Struktur.	13
2.5	Beziehung Steifigkeit - Pseudodichte	18
2.6	a: Ein frühes Beispiel von einer SIMP Lösung, b: exakte analytische Lösung [16]	20
3.1	Beispiel dynamisches Problem[4]	25
5.1	Erregerfunktion hervorgerufen durch Gehen mit einer Frequenz von 2 Hz[2]	39
5.2	Erregerfunktion hervorgerufen durch beidfüßiges Springen am Stand mit einer Frequenz von 2 Hz[2]	39
6.1	Angabe Masse	40
6.2	Angabe Lagerung	41
6.3	Eigenmode 1 nicht optimierte Platte	43
6.4	Eigenmode 2 nicht optimierte Platte	44
6.5	Eigenmode 3 nicht optimierte Platte	44
6.6	Eigenmode 4 nicht optimierte Platte	45
6.7	Eigenmode 5 nicht optimierte Platte	45

6.8	Ergebnis Topologieoptimierung	47
6.9	Verlauf der Iteration	47
6.10	ANSYS Modell der optimierten Platte	48
6.11	Eigenmode 1 der optimierten Platte	49
6.12	Eigenmode 2 der optimierten Platte	50
6.13	Eigenmode 3 der optimierten Platte	50
6.14	Eigenmode 4 der optimierten Platte	51
6.15	Eigenmode 5 der optimierten Platte	51
7.1	cobiax Eco-Line	52
7.2	3D Illustration Eco-Line	53
7.3	cobiax Slim-Line	54
7.4	3D Illustration Slim-Line	54
7.5	Produktdaten Slim-Line [6]	55
7.6	Querkräfte	57
7.7	realisierbares Modell	58
7.8	Schnittgrößen Moment Vollast	59
7.9	Schnittgrößen Moment Randflächen belastet	60
7.10	Plattenquerschnitt	61
7.11	Moment aus quasi-ständigen Einwirkungen gemäß EC.	62
7.12	Querkraftbemessung	63
7.13	Querkräfte	64
7.14	Gebrauchstauglichkeit Seite 1	65
7.15	Gebrauchstauglichkeit Seite 2	66
7.16	Gebrauchstauglichkeit Seite 3	67
7.17	Gebrauchstauglichkeit Seite 4	68
7.18	Gebrauchstauglichkeit Seite 5	69
7.19	Gebrauchstauglichkeit Seite 6	70
7.20	Gebrauchstauglichkeit Seite 7	71
7.21	Vergleichsrechnung Zwischenlager Seite 1	73
7.22	Vergleichsrechnung Zwischenlager Seite 2	74
7.23	Vergleichsrechnung Feldmitte Seite 1	75
7.24	Vergleichsrechnung Feldmitte Seite 2	76

7.25	Vergleichsrechnung Querkraft	77
7.26	Berechnung des Ersatzquerschnitts für den Betonbereich	79
7.27	Berechnung des Ersatzquerschnitts für die Bereiche mit Hohlkörper	80
7.28	Eigenmode 1 realisierbares Modell	81
7.29	Eigenmode 2 realisierbares Modell	82
7.30	Eigenmode 3 realisierbares Modell	82
7.31	Eigenmode 4 realisierbares Modell	83
7.32	Eigenmode 5 realisierbares Modell	83
8.1	Vollast	86
8.2	Platte nur auf einem Randfeld belastet	86
8.3	Platte nur am Mittelfeld belastet	87
8.4	Platte auf beiden Randfeldern belastet	88
8.5	Sakala der Tanzfrequenzen und Eigenfrequenzen in Hz	89
8.6	Belastungskurve Paso Doble	91
8.7	Belastungskurve Wiener Walzer	92
8.8	Eigengewicht der nicht optimierten Platte	93
8.9	Antwort Paso Doble ersten 10 Sekunden	94
8.10	Antwort Paso Doble ersten 2 Sekunden	95
8.11	Antwort Paso Doble letzten 2 Sekunden	95
8.12	Antwort Wiener Walzer ersten 10 Sekunden	96
8.13	Antwort Wiener Walzer ersten 2 Sekunden	97
8.14	Antwort Wiener Walzer letzten 2 Sekunden	97
8.15	Eigengewicht der optimierten Platte	98
8.16	Antwort Paso Doble ersten 10 Sekunden	99
8.17	Antwort Paso Doble ersten 2 Sekunden	100
8.18	Antwort Paso Doble letzten 2 Sekunden	100
8.19	Antwort Wiener Walzer ersten 10 Sekunden	101
8.20	Antwort Wiener Walzer ersten 2 Sekunden	102
8.21	Antwort Wiener Walzer letzten 2 Sekunden	102
8.22	Durchbiegungen statisch-dynamisch	105
8.23	statische Durchbiegung	105

8.24 dynamische Durchbiegung	106
8.25 Verbesserung in Prozent	106
8.26 Verhältnisse beim Wiener Walzer	107

Tabellenverzeichnis

4.1	klassische Tänze	33
5.1	Obergrenzen für Sport- und Tanzböden[2]	38
6.1	Eigenfrequenzen nicht optimierte Platte	43
6.2	Eigenfrequenzen im Vergleich	49
7.1	Lastaufstellung	56
7.2	realisierbare Eigenfrequenzen im Vergleich	81
8.1	Durchbiegungen bei verschiedenen Lastfällen	87
8.2	Frequenzen der Tänze einfach bis dreifach	90
8.3	Gesamtdurchbiegung nicht optimierte Platte	98
8.4	Gesamtdurchbiegung optimierte Platte	103
8.5	Verbesserung Paso Doble	104
8.6	Verbesserung Wiener	104

Anhang A

Programmcode für ANSYS

A.1 Erstellen des Modells für die nicht optimierte Platte

```
/PREP7
/TITLE,nicht optimierte Platte
! C*** Define parameters
*SET,length,27
*SET,width,13
*SET,thick,0.2
! C*** Keypoints
K , 1 , 0.000000 , 0.000000 , 0.000000
K , 2 , width , 0.000000 , 0.000000
K , 3 , width , length , 0.000000
K , 4 , 0.000000 , length , 0.000000
K , 5 , 0.000000 , length/3*2 , 0.000000
K , 6 , 0.000000 , length/3 , 0.000000
K , 7 , width , length/3*2 , 0.000000
K , 8 , width , length/3 , 0.000000
!C*** Areas
A,1,2,8,6
A,6,8,7,5
```

```

A,5,7,3,4
! C*** Select Element Type and Size
ET,1,93
ESIZE,0.2
! C*** Mat props
MP,EX,1,3.3E+010
MP,PRXY,1,0.2
MP,DENS,1,2500

MP,EX,2,3.3E+010
MP,PRXY,2,0.2
MP,DENS,2,2500 ! C*** Select Element Thickness
R,1,thick
R,2,thick
! C*** define Area type 1 ASEL,S,,2
MAT,1
AMESH,all
! C*** define Area type 2
ASEL,S,,1,3
MAT,2
AMESH,all
ALLSEL
SELTOL,1e-6

! C*** define Loads
NSEL,R,LOC,X,0
D,ALL,uz
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,uz
NSEL,ALL

```

```
NSEL,R,LOC,Y,0
D,ALL,uz
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length
D,ALL,uz
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,0
D,ALL,uy
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,2*width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,3*width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,4*width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*2
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*3
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*4
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*5
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*6
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
```

NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length/9*7

NSEL,R,LOC,X,width

D,ALL,ux

NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length/9*8

NSEL,R,LOC,X,width

D,ALL,ux

NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length

NSEL,R,LOC,X,width

D,ALL,ux

D,ALL,uy

NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length/3*2

D,ALL,uz

NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length/3

D,ALL,uz

NSEL,ALL

A.2 Erstellen des Modells für die optimierte Platte

```
/PREP7
/TITLE,Test
! C*** Define parameters
*SET,length,27
*SET,width,15
*SET,thick,0.20

! C*** nicht optimierte Bereiche
! C*** Trapez Höhe
*SET,th,width/2.72
! C*** Trapez Breite Rand
*SET,tbr,length/10.8
! C*** Trapez Breite Mitte
*SET,tbm,length/27
! C*** Trapez gerades Stück
*SET,tgs,length/18
! C*** Abstand vom Lager Richtung Mitte
*SET,slm,length/33.75
! C*** Abstand vom Lager Richtung Rand
*SET,slr,length/19.28

! C*** Geradenabstand
*SET,gab,(slr-tbm)/((tbr-tbm)/th)-0.35

! C*** Keypoints

K , 1 , 0.000000 , 0.000000 , 0.000000
K , 2 , width , 0.000000 , 0.000000
K , 3 , width , length , 0.000000
K , 4 , 0.000000 , length , 0.000000
```

K , 5 , 0.000000 , length/3*2 , 0.000000
K , 6 , 0.000000 , length/3 , 0.000000
K , 7 , tgs , length-tbr , 0.000000
K , 8 , 0.000000 , length-tbr , 0.000000
K , 9 , 0.000000 , length/3*2+tbr , 0.000000
K , 10 , tgs , length/3*2+tbr , 0.000000
K , 11 , th , length/3*2+tbm , 0.000000
K , 12 , th , length/3*2-tbm , 0.000000
K , 13 , tgs , length/3*2-tbr , 0.000000
K , 14 , 0.000000 , length/3*2-tbr , 0.000000
K , 15 , 0.000000 , length/3+tbr , 0.000000
K , 16 , tgs , length/3+tbr , 0.000000
K , 17 , th , length/3+tbm , 0.000000
K , 18 , th , length/3-tbm , 0.000000
K , 19 , tgs , length/3-tbr , 0.000000
K , 20 , 0.000000 , length/3-tbr , 0.000000
K , 21 , 0.000000 , tbr , 0.000000
K , 22 , tgs , tbr , 0.000000
K , 23 , th , tbm , 0.000000
K , 24 , th , 0.000000 , 0.000000
K , 25 , width , length/3*2 , 0.000000
K , 26 , th , length , 0.000000
K , 27 , th , length-tbm , 0.000000
K , 28 , width-th , length , 0.000000
K , 29 , width-th , length-tbm , 0.000000
K , 30 , width-tgs , length-tbr , 0.000000
K , 31 , width , length-tbr , 0.000000
K , 32 , width , length/3*2+tbr , 0.000000
K , 33 , width-tgs , length/3*2+tbr , 0.000000
K , 34 , width-th , length/3*2+tbm , 0.000000
K , 35 , width-th , length/3*2-tbm , 0.000000
K , 36 , width-tgs , length/3*2-tbr , 0.000000
K , 37 , width , length/3*2-tbr , 0.000000

K , 38 , width , length/3+tbr , 0.000000
 K , 39 , width-tgs , length/3+tbr , 0.000000
 K , 40 , width-th , length/3+tbm , 0.000000
 K , 41 , width-th , length/3-tbm , 0.000000
 K , 42 , width-tgs , length/3-tbr , 0.000000
 K , 43 , width , length/3-tbr , 0.000000
 K , 44 , width , tbr , 0.000000
 K , 45 , width-tgs , tbr , 0.000000
 K , 46 , width-th , tbm , 0.000000
 K , 47 , width-th , 0.000000 , 0.000000
 K , 48 , width , length/3 , 0.000000
 K , 49 , width-th , length/3*2-slm , 0.000000
 K , 50 , th , length/3*2-slm , 0.000000
 K , 51 , width-th+gab , length/3*2+slr , 0.000000
 K , 52 , th-gab , length/3*2+slr , 0.000000
 K , 53 , th , length/3+slm , 0.000000
 K , 54 , width-th , length/3+slm , 0.000000
 K , 55 , th-gab , length/3-slr , 0.000000
 K , 56 , width-th+gab , length/3-slr , 0.000000
 K , 57 , th , length/3 , 0.000000
 K , 58 , th , length/3*2 , 0.000000
 K , 59 , width-th , length/3*2 , 0.000000
 K , 60 , width-th , length/3 , 0.000000

! C*** Areas

A,4,26,27,7,8

A,28,3,31,30,29

A,9,10,52,11,58,5

A,5,58,50,12,13,14

A,33,32,25,59,34,51

A,25,37,36,35,49,59

A,15,16,17,53,57,6

A,6,57,18,55,19,20

```
A,39,38,48,60,54,40
A,48,43,42,56,41,60
A,21,22,23,24,1
A,46,45,44,2,47
A,52,51,34,59,58,11
A,58,59,49,50
A,55,18,57,60,41,56
A,57,53,54,60
A,26,28,29,30,31,32,33,51,52,10,9,8,7,27
A,12,50,49,35,36,37,38,39,40,54,53,17,16,15,14,13
A,20,19,55,56,42,43,44,45,46,47,24,23,22,21
```

```
! C*** Select Element Type and Size
```

```
ET,1,93
```

```
ESIZE,0.2
```

```
! C*** Mat props
```

```
MP,EX,1,3.3E+010
```

```
MP,PRXY,1,0.2
```

```
MP,DENS,1,2500
```

```
MP,EX,2,3.3E+010
```

```
MP,PRXY,2,0.2
```

```
MP,DENS,2,1835
```

```
! C*** Select Element Thickness
```

```
R,1,0.2106
```

```
R,2,0.2031
```

```
! C*** define Area type 2
```

```
ASEL,S,,17,19
```

```
MAT,2
```

```
REAL,2
```

```

AMESH,all

! C*** define Area type 1
ASEL,S,,1,16
MAT,1
REAL,1
AMESH,all

ALLSEL
SELTOL,1e-6

NSEL,R,LOC,X,0
D,ALL,uz
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,uz
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,0
D,ALL,uz
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length
D,ALL,uz
NSEL,ALL

ALLSEL
SELTOL,5e-2

NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,0
D,ALL,uy

```

NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,2*width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,3*width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length
NSEL,R,LOC,X,4*width/5
D,ALL,uy
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length/9
NSEL,R,LOC,X,width
D,ALL,ux
NSEL,ALL

NSEL,R,LOC,Y,length/9*2

```
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*3  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*4  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*5  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*6  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*7  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/9*8  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length  
NSEL,R,LOC,X,width  
D,ALL,ux  
D,ALL,uy  
NSEL,ALL
```

```
ALLSEL  
SELTOL,1e-6
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/3*2  
D,ALL,uz  
NSEL,ALL
```

```
NSEL,R,LOC,Y,length/3  
D,ALL,uz  
NSEL,ALL
```