

DIPLOMARBEIT

MASTERS'S THESIS

Musterbeispiele zum besseren Verständnis des neuen EC 4

ausgeführt am

**Institut für Tragkonstruktionen
der Technischen Universität Wien**

unter der Anleitung von

O.UNIV.-PROF. DIPL.-ING. DR. TECHN. Josef FINK

und

UNIV.-ASS. DIPL.-ING. Tobias MÄHR

durch

**Johannes Benedikt ORNETSMÜLLER
Am Kirchenberg 18
4770 ANDORF**

WIEN, im April 2007

Johannes Ornetsmüller

Zusammenfassung

Autor: Johannes Ornetsmüller

Titel: Musterbeispiele zum besseren Verständnis des neuen EC 4

Der Stahlbetonverbundbau hat sich in den letzten Jahrzehnten neben den klassischen Bauweisen in Stahlbeton, Stahl, Mauerwerk und Holz fest etabliert. Dieser „neue Werkstoff“ vereinigt dabei die Vorteile der beiden eingesetzten Materialien Stahl und Beton durch Ausnutzung ihrer spezifischen Werkstoffeigenschaften. Der Stahlbetonverbundbau zeichnet sich durch einen hohen Grad industrieller Fertigung und Maßhaltigkeit aus, ist relativ witterungsunabhängig herstell- und montierbar durch „stahlbaumäßige“ Anschlüsse und verhilft zu kurzen, präzise planbaren Bauabläufen in nahezu „trockener“ Bauweise. Seine Hauptanwendungsgebiete liegen heute neben dem Brückenbau insbesondere im Geschoß- und Industriebau, sowie im Parkhausbau.

Mit dem Eurocode 4 liegt in Zusammenhang mit dem Eurocode 2 und dem Eurocode 3 ein Regelwerk für Verbundkonstruktionen vor, in dem alle wesentlichen Aspekte für Verbundkonstruktionen des Hoch- und Industriebaus behandelt werden.

Im Zuge der letzten Novellierung des EC 4 wurden am Institut für Tragkonstruktionen die bestehenden Skripten zum Thema „Stahlbetonverbundbau“ überarbeitet.

Dieses Werk ist Teil dieser, für die Lehre neu aufgelegten Literatur. Der Grundgedanke dieser Diplomarbeit ist den Studierenden eine Beispielsammlung anzubieten die von einem Studenten verfasst und didaktisch aufbereitet wurde und deshalb dem interessierten Anwender einen möglichst einfachen Zugang zu der Materie gewähren sollte.

Abstract

Author: Johannes Ornetsmüller

Title: Classic examples for a better understanding of new Eurocode 4

Composite steel and concrete structures have firmly set up in the last few decades beside the classical construction methods, building in reinforced concrete, steel, wood or bonded masonry. This new method of building combines the advantages of both used materials, steel and concrete, by exploitation of their specific material qualities.

Composite steel and concrete structures distinguishes themselves by a high degree of industrial manufacturing and accuracy to size. Using typical steel structure connections helps to short and exact sequences of construction.

The main area of application of this building method is, beside the bridge engineering, particular the industrial building as well as multi-storey car park constructions.

The Eurocode 4, in connection with Eurocode 2 and Eurocode 3 is a set of rules in which all essential aspects of composite steel and concrete structures are treated.

In course of the last amendment of Eurocode 4 the existing scripts of composite steel and concrete structures from the institute for steel structures had been reworked.

This workout is part of that new literature for apprenticeship.

The basic idea of this master's thesis is to offer a collection of classic examples, which was written by a student, to students for a better understanding and a fluent entrance in the matter.

Inhaltsverzeichnis

1	Verbundträger	5
1.1	Tragfähigkeitsnachweise	5
1.1.1	Schnitt I-I: Momententragfähigkeit im Bereich positiver Biegemomente	7
1.1.1.1	Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Betongurt	7
1.1.1.2	Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Stahlbergurt	9
1.1.1.3	Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Steg	11
1.1.1.4	Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung, unter Verwendung von Baustählen S 420 oder S 460 und bei vollständiger Verdübelung	13
1.1.1.5	Berechnung der elastischen Querschnittstragfähigkeit unter positiver Momentenbeanspruchung [8]	16
1.1.1.6	Berechnung der Spannungszustände Kriechen und Schwinden mit dem Näherungsverfahren nach EC 4	25
1.1.2	Schnitt II-II: Querkrafttragfähigkeit	29
1.1.2.1	Plastische Querkrafttragfähigkeit bei Verbundträgern ohne Kammerbeton	29
1.1.2.2	Interaktion Biegung und Querkraft	31
1.1.3	Schnitt III-III: Momententragfähigkeit im Bereich negativer Biegemomente	33
1.1.3.1	Berechnung des plastischen Momentes bei negativer Momentenbeanspruchung	33
1.1.3.2	Berechnung der elastischen Querschnittstragfähigkeit unter negativer Momentenbeanspruchung ohne Berücksichtigung der Rissbildung	35
1.1.3.3	Elastische Querschnittstragfähigkeit unter negativer Momentenbeanspruchung mit Berücksichtigung der Rissbildung	40

1.1.3.4	Ermittlung des Grenzmomentes für einen Querschnitt der Klasse 4	47
1.1.3.5	Interaktionskurve unter Berücksichtigung des Beulens	51
1.1.4	Schnitt IV-IV: Verbundsicherung	53
1.1.4.1	Ermittlung der Dübelanzahl bei vollständiger Verdübelung . . .	53
1.1.4.2	Verbundsicherung bei Trägern mit Profilblechen	57
1.1.4.3	Teilverbund im positiven Momentenbereich	60
1.1.5	Schnitt V-V: Schubsicherung des Betongurtes	64
1.1.6	Schnitt VI-VI: Nachweis der Dübelumrissfläche	66
1.1.7	Schnitt VII-VII: Biegedrillknicknachweis nach [1]	68
1.1.7.1	Biegedrillknicknachweis für einen Zweifeldträger	68
1.2	Gebrauchstauglichkeitsnachweise	73
1.2.1	Durchbiegungsnachweis	73
1.2.1.1	Verformungsnachweis für einen Einfeldträger	73
1.2.2	Rissbreitenbeschränkung	78
1.2.2.1	Ermittlung der Mindestbewehrung	78
1.2.2.2	Nachweis für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung unter quasi-ständiger Belastung	80
1.3	ausgewählte Beispiele	82
1.3.1	Berücksichtigung der Belastungsgeschichte	82
1.3.1.1	Bemessung eines einfeldrigen Verbundträgers mit einer Hilfsstütze im Bauzustand	82
1.3.2	Elastische Bemessung	94
1.3.2.1	Bemessung eines zweifeldrigen Verbundträgers mit elastischer Schnittgrößenermittlung	94
1.3.3	Plastische Bemessung	107
1.3.3.1	Bemessung eines zweifeldrigen Verbundträgers nach dem Fließgelenkverfahren	107
2	Verbunddecken	115
2.1	Allgemeines	115
2.2	Beispiele zum Thema Verbunddecken	118
2.2.1	Bemessung einer Verbunddecke im Bau- und Endzustand	118
2.2.2	Erhöhung der Längsschubtragfähigkeit	130
2.2.3	Bemessung einer Verbunddecke als Durchlaufträger [7]	137

3	Verbundstützen	148
3.1	Einführende Beispiele	148
3.1.1	Anwendungsbereich der einfachen Bemessung	148
3.1.2	Umschnürungswirkung bei betongefüllten Rundrohren	150
3.1.3	Berechnung der polygonzugartigen Querschnittsinteraktionskurve	154
3.2	Tragfähigkeitsnachweise	159
3.2.1	Tragfähigkeitsnachweis bei planmäßig zentrischem Druck	159
3.2.2	Tragfähigkeitsnachweis bei Druck und einachsiger Biegung	163
4	Brandschutz im Verbundbau	174
4.1	Allgemeines	174
4.2	Nachweisstufe 1 - Klassifizierung mit Tabellenwerken	176
4.2.1	Brandschutztechnische Bemessung eines Verbundträgers	176
4.2.2	Bemessung einer Verbundstütze mit Kammerbeton unter zentrischer Last	180
4.3	Nachweisstufe 2 - vereinfachtes Verfahren	185
4.3.1	Bemessung eines Stahlträgers im Brandfall [6]	185
	Literaturverzeichnis	195

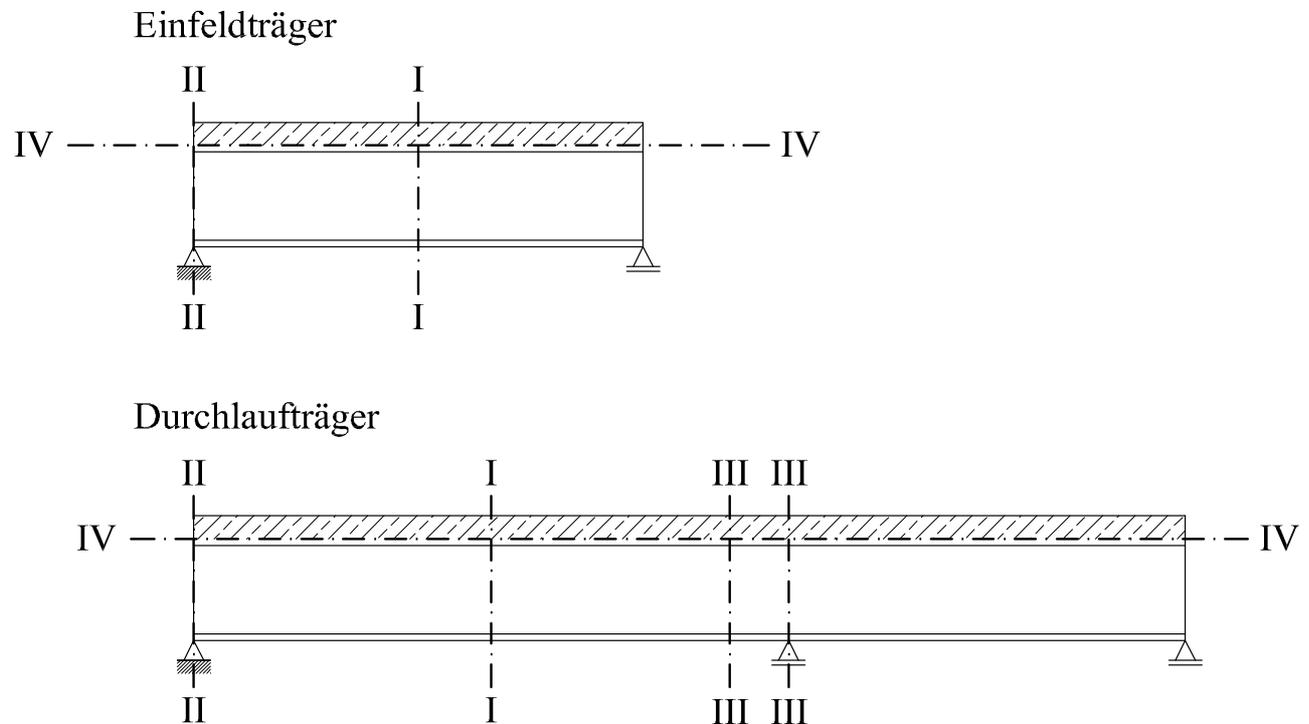
Kapitel 1

Verbundträger

1.1 Tragfähigkeitsnachweise

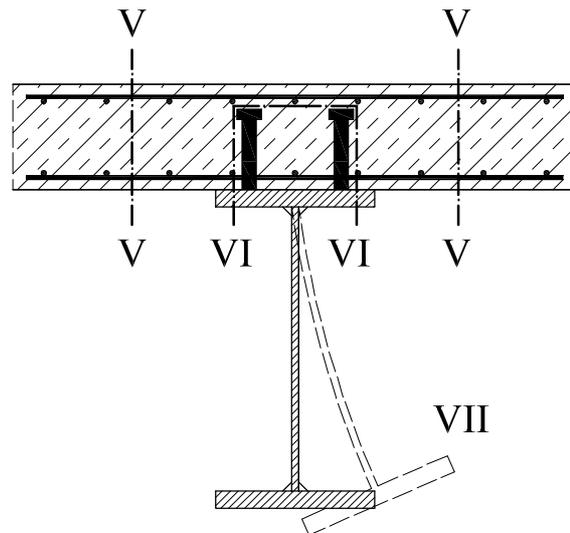
Die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden mit Hilfe der sogenannten **kritischen Schnitte** geführt. Die **geforderte Bauwerkszuverlässigkeit** ist dann gegeben, wenn der **Bemessungswert der Einwirkung E_d** den entsprechenden Wert **R_d** der Beanspruchbarkeit in eben jenen Schnitten nicht überschreitet.

Die folgenden Abbildungen zeigen diese kritischen Schnitte.



kritische Schnitte entlang Trägerachse

1. Verbundträger



kritische Schnitte im Trägerquerschnitt

Schnitt I-I: Momententragfähigkeit im Bereich positiver Biegemomente

Schnitt II-II: Querkrafttragfähigkeit

Schnitt III-III: Momententragfähigkeit im Bereich negativer Biegemomente unter Berücksichtigung der Querkraft (Interaktion Biegung und Querkraft)

Schnitt IV-IV: Verbundsicherung, Nachweis der Verbundmittel zur Übertragung der Schubkräfte zwischen Stahlträgern und Betongurt

Schnitt V-V: Schubsicherung des Betongurtes, Nachweis der seitlichen Ausleitung der Schubkräfte in den Betongurt

Schnitt VI-VI: Nachweis der Dübelumrissfläche, örtliche Einleitung der Schubkräfte in den Betongurt

Schnitt VII-VII: seitliches Ausweichen des gedrückten Untergurtes (Biegedrillknicken)

1. Verbundträger

1.1.1 Schnitt I-I: Momententragfähigkeit im Bereich positiver Biegemomente

1.1.1.1 Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Betongurt

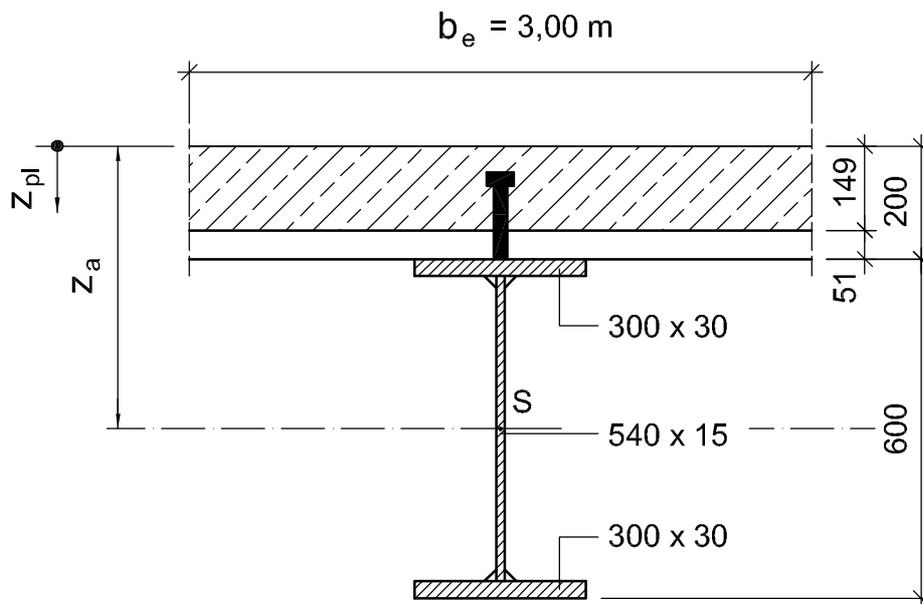


Abb.: 1.1 - Plastisches Moment bei positiver Momentenbeanspruchung

- Beton: C 35/45

$$f_{cd} = \frac{35}{1,5} = 23,33 \text{ N/mm}^2 = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 275

$$f_{yd} = \frac{275}{1,0} = 275 \text{ N/mm}^2 = 27,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Querschnittsfläche des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 2 \cdot 30 \cdot 3,0 + 54 \cdot 1,5 = 261 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 0,3 + 0,2 = 0,50 \text{ m}$$

- plastische Normalkraft des Stahlträgers nach Gleichung [5](4.129):

$$N_{pl,a,Rd} = 261 \cdot 27,5 = 7177,5 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Lage der plastischen Nulllinie nach Gleichung [5](4.131):

$$z_{pl} = \frac{N_{pl,a,Rd}}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_e}$$

Der Faktor $\alpha_c = 0,85$ beschreibt das Verhältnis von Dauerstandfestigkeit zu Kurzzeitfestigkeit des Betons

$$z_{pl} = \frac{7177,5}{0,85 \cdot 2,33 \cdot 300} = 12,1 \text{ cm} < 20 - 5,1 = 14,9 \text{ cm}$$

- Die plastische Nulllinie liegt somit innerhalb des Betongurtes und das plastische Moment $M_{pl,Rd}$ des Verbundquerschnittes bezogen auf die Wirkungslinie von N_{cd} ergibt sich nach Gleichung [1](4.132) zu:

$$M_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} \left[z_a - \frac{z_{pl}}{2} \right]$$

$$M_{pl,Rd} = 7177,5 \left[0,500 - \frac{0,121}{2} \right] = 3154,5 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

1.1.1.2 Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Stahlobergurt

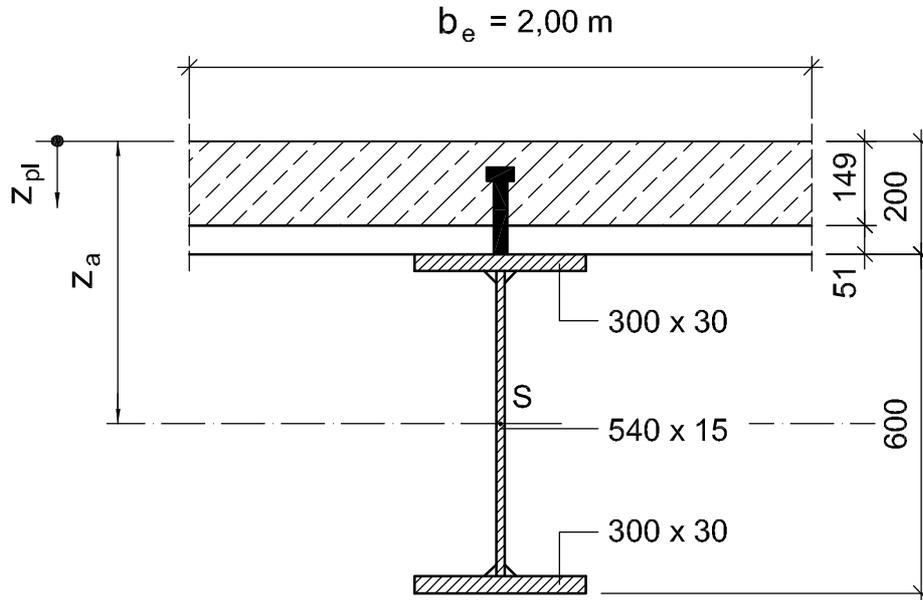


Abb.: 1.2 - Plastisches Moment bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Stahlobergurt

- Beton: C 35/45

$$f_{cd} = \frac{3,5}{1,5} = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 355

$$f_{yd} = \frac{355}{1,0} = 355 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Querschnittsfläche des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 30 \cdot 3 \cdot 2 + 54 \cdot 1,5 = 261 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 0,3 + 0,2 = 0,50 \text{ m}$$

- plastische Normalkraft des Stahlträgers nach Gleichung [5](4.129):

$$N_{pl,a,Rd} = 261 \cdot 35,5 = 9265,5 \text{ kN}$$

- Normalkraft des Betongurtes nach Gleichung [5](4.130):

$$N_{cd} = 0,85 \cdot 2,33 \cdot 200 \cdot 14,9 = 5901,9 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Lage der plastischen Nulllinie nach Gleichung [5](4.135):

$$z_{pl} = 20 + \frac{9265,5 - 5901,9}{2 \cdot 35,5 \cdot 30} = 21,6 \text{ cm}$$

- Normalkraft im Obergurt des Stahlträgers nach Gleichung [5](4.134):

$$N_f = 2 \cdot 35,5 \cdot 30 \cdot (21,6 - 20) = 3363,6 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment des Verbundquerschnittes nach Gleichung [5](4.136):

$$M_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} \left[z_a - \frac{h_c - h_p}{2} \right] - N_f \left[\frac{z_{pl} + h_p}{2} \right]$$
$$M_{pl,Rd} = 9265,5 \left[0,5 - \frac{0,2 - 0,051}{2} \right] - 3363,6 \left[\frac{0,216 + 0,051}{2} \right] = 3493,4 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

1.1.1.3 Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Steg

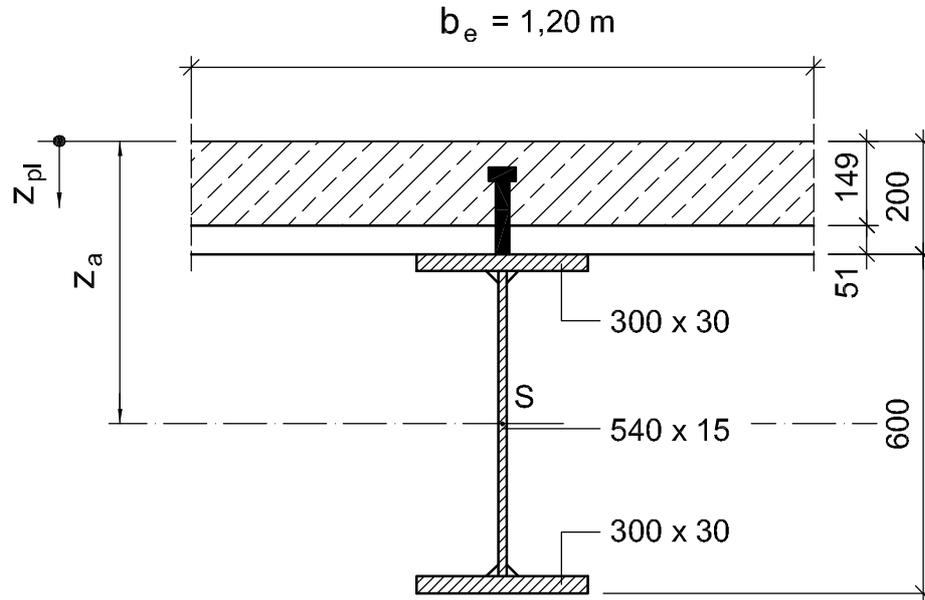


Abb.: 1.3 - Plastisches Moment bei positiver Momentenbeanspruchung und Nulllinienlage im Steg

- Beton: C 25/30

$$f_{cd} = \frac{2,5}{1,5} = 1,67 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 355

$$f_{yd} = \frac{355}{1,0} = 355 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Querschnittsfläche des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 30 \cdot 3 \cdot 2 + 54 \cdot 1,5 = 261 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 0,3 + 0,2 = 0,50 \text{ m}$$

- plastische Normalkraft des Stahlträgers:

$$N_{pl,a,Rd} = 261 \cdot 35,5 = 9265,5 \text{ kN}$$

- Normalkraft des Betongurtes:

$$N_{cd} = 0,85 \cdot 1,67 \cdot 120 \cdot 14,9 = 2533 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Normalkraft im Obergurt des Stahlträgers:

$$N_f = 2 \cdot 3,0 \cdot 30,0 \cdot 35,5 = 6390 \text{ kN}$$

- Lage der plastischen Nulllinie nach Gleichung [5](4.139):

$$z_{pl} = 20 + 3 + \frac{9265,5 - 2533 - 6390}{2 \cdot 35,5 \cdot 1,5} = 26,2 \text{ cm}$$

- Normalkraft N_w nach Gleichung [5](4.138):

$$N_w = 2 \cdot 35,5 \cdot 1,5 (26,2 - 20,0 - 3,0) = 342,5 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment des Verbundquerschnittes nach Gleichung [5](4.141):

$$\begin{aligned} M_{pl,Rd} &= N_{pl,a,Rd} \left[z_a - \frac{h_c - h_p}{2} \right] - N_f \left[\frac{t_f + h_c + h_p}{2} \right] - N_w \left[\frac{z_{pl} + t_f + h_p}{2} \right] \\ M_{pl,Rd} &= 9265,5 \left[0,50 - \frac{0,20 - 0,051}{2} \right] - 6390 \left[\frac{0,03 + 0,20 + 0,051}{2} \right] - \\ &- 342,5 \left[\frac{0,262 + 0,03 + 0,051}{2} \right] = M_{pl,Rd} = 2985,9 \text{ kNm} \end{aligned}$$

- Zum Vergleich wird das plastische Moment mit der Näherungsformel Gleichung [5](4.142) berechnet:

$$\begin{aligned} W_{pl} &= 2 \cdot \left(b_f \cdot t_f \frac{1}{2} \cdot (h - t_f) + t_w \cdot \frac{h - 2 \cdot t_f}{2} \cdot \frac{h - 2 \cdot t_f}{4} \right) \\ W_{pl} &= 2 \cdot \left(30 \cdot 3 \frac{1}{2} \cdot (60 - 3) + 1,5 \cdot \frac{60 - 2 \cdot 3}{2} \cdot \frac{60 - 2 \cdot 3}{4} \right) = 6223,5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$M_{pl,a,Rd} = W_{pl} \cdot f_{yd} = 6223,5 \cdot 35,5 = 2209,3 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} M_{pl,Rd} &= N_{cd} \left[\frac{h + h_p + h_c}{2} \right] + 1,11 \cdot M_{pl,a,Rd} \left[1 - \frac{N_{cd}}{N_{pl,a,Rd}} \right] \\ M_{pl,Rd} &= 2533 \left[\frac{0,60 + 0,051 + 0,20}{2} \right] + 1,11 \cdot 2209,3 \left[1 - \frac{2533}{9265,5} \right] = 2859,7 \text{ kNm} \end{aligned}$$

- Die Abweichung gegenüber der genaueren Berechnung beträgt ca.4,0%.

1. Verbundträger

1.1.1.4 Berechnung des plastischen Momentes bei positiver Momentenbeanspruchung, unter Verwendung von Baustählen S 420 oder S 460 und bei vollständiger Verdübelung

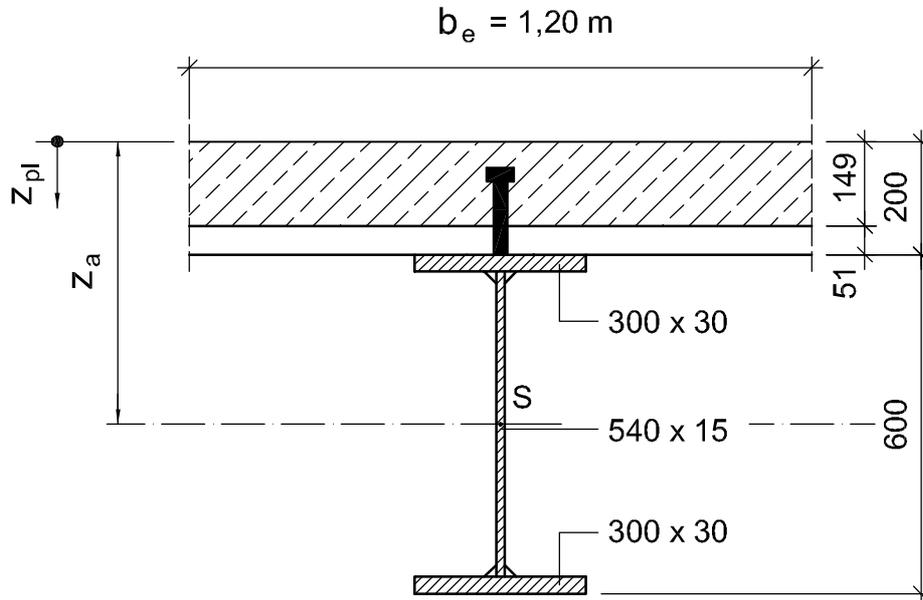


Abb.: 1.4 - Trägergeometrie

- Beton: C 25/30

$$f_{cd} = \frac{2,5}{1,5} = 1,67 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 460

$$f_{yd} = \frac{460}{1,0} = 460 \text{ N/mm}^2 = 46,0 \text{ kN/cm}^2$$

- Querschnittsfläche des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 30 \cdot 3 \cdot 2 + 54 \cdot 1,5 = 261 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 0,3 + 0,2 = 0,50 \text{ m}$$

- plastische Normalkraft des Stahlträgers:

$$N_{pl,a,Rd} = 261 \cdot 46,0 = 12006 \text{ kN}$$

- Normalkraft des Betongurtes:

$$N_{cd} = 0,85 \cdot 1,67 \cdot 150 \cdot 14,9 = 3166,3 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Normalkraft im Obergurt des Stahlträgers:

$$N_f = 2 \cdot 3,0 \cdot 30,0 \cdot 46,0 = 8280 \text{ kN}$$

- Lage der plastischen Nulllinie:

$$z_{pl} = 20 + 3 + \frac{12006 - 3166,3 - 8280}{2 \cdot 46,0 \cdot 1,5} = 27,1 \text{ cm}$$

- Normalkraft N_w im Steg des Stahlträgers:

$$N_w = 2 \cdot 46,0 \cdot 1,5 (27,1 - 20,0 - 3,0) = 565,8 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment des Verbundquerschnittes:

$$M_{pl,Rd} = 12006 \left[0,5 - \frac{0,2 - 0,051}{2} \right] - 8280 \left[\frac{0,03 + 0,2 + 0,051}{2} \right] - 565,8 \left[\frac{0,271 + 0,03 + 0,051}{2} \right] = 3845,6 \text{ kNm}$$

- Ist $z_{pl} > 0,15 \cdot h$, so ist bei Baustählen der Güte $S 420$ oder $S 460$ das plastische Moment mit dem Faktor β abzumindern:

$$\frac{z_{pl}}{h} = \frac{27,1}{80} = 0,34 > 0,15$$

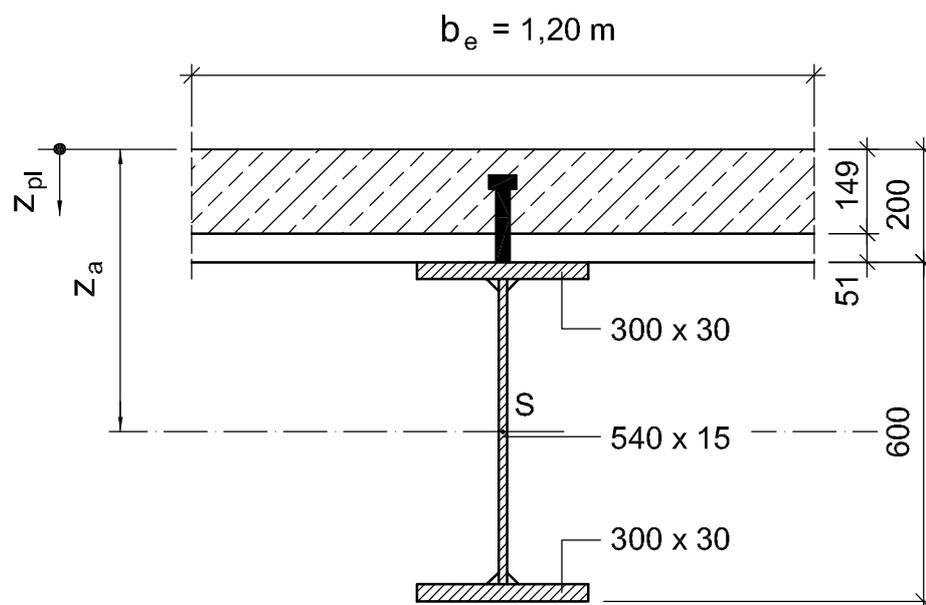


Abb.: 1.5 - Abminderungsfaktor β für $M_{pl,Rd}$

1. Verbundträger

- Den gesuchten Wert für β erhält man durch lineare Interpolation:

z_{pl}/h	0,15	0,34	0,40
β	1,00	0,89	0,85

- Der Bemessungswert der Momententragfähigkeit ergibt sich somit zu:

$$M_{Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \beta = 3845,6 \cdot 0,89 = 3407,2 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

1.1.1.5 Berechnung der elastischen Querschnittstragfähigkeit unter positiver Momentenbeanspruchung [8]

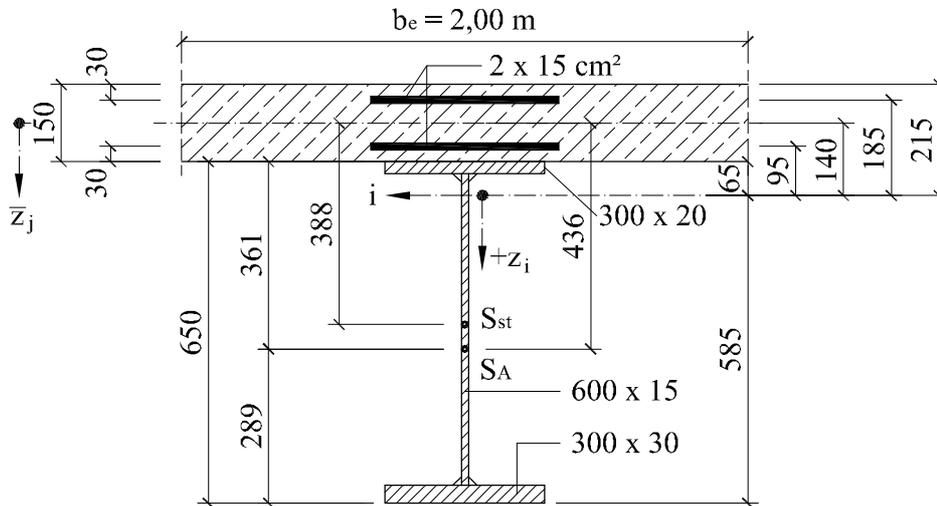


Abb.: 1.6 - Abmessungen des Verbundquerschnittes

Für den oben dargestellten Deckenträger sind die Spannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ zu berechnen. Der Träger wird mit Eigengewichtsverbund hergestellt. Bei Aufbringung der zeitlich konstant wirkenden Lasten hat die Betondecke ein wirksames Betonalter von $t = 90$ Tagen. Das Biegemoment in Feldmitte beträgt $M_F = 1490$ kNm

Werkstoffe:

- Beton: C 35/45

$$f_{cd} = \frac{3,5}{1,5} = 2,33 \text{ kN/cm}^2 \quad E_{cm} = 3350 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 235

$$f_{yd} = \frac{235}{1,0} = 235 \text{ N/mm}^2 = 23,5 \text{ kN/cm}^2 \quad E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahl: BSt500 S

$$f_{sd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

Querschnittswerte:

- Querschnittsfläche Stahlträger:

$$A_a = 30 \cdot 2,0 + 60 \cdot 1,5 + 30 \cdot 3,0 = 240 \text{ cm}^2$$

- Schwerpunktlage des Stahlprofils bezogen auf die Unterkante des Betongurtes:

$$z'_a = \frac{30 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 60 \cdot 1,5 \cdot 32 + 30 \cdot 3,0 \cdot 63,5}{A_a} = 36,1 \text{ cm}$$

- Schwerpunktlage des Stahlprofils bezogen auf die Schwerachse des Betongurtes:

$$\bar{z}_a = 36,1 + \frac{15}{2} = 43,6 \text{ cm}$$

- Eigenträgheitsmoment des Stahlquerschnittes:

$$I_a = \frac{30 \cdot 2^3}{12} + 30 \cdot 2 \cdot 35,1^2 + \frac{1,5 \cdot 60^3}{12} + 1,5 \cdot 60 \cdot 4,1^2 + \frac{30 \cdot 3^3}{12} + 30 \cdot 3 \cdot 27,4^2 = 170089,4 \text{ cm}^4 \approx 17,0 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Querschnittsfläche Gesamtstahlträger:

$$A_{st} = 240 + 2 \cdot 15 = 270 \text{ cm}^2$$

- Analog zu Gleichung [1](4.16) gilt für \bar{z}_{st} :

$$\bar{z}_{st} = \bar{z}_a \cdot \frac{A_a}{A_{st}} = 43,6 \cdot \frac{240}{270} = 38,8 \text{ cm}$$

- Nach Gleichung [1](4.26) ergibt sich I_{st} zu:

$$I_{st} = I_a + \bar{z}_a^2 \cdot \frac{A_a \cdot A_s}{A_{st}} = 17,0 + 0,436^2 \cdot \frac{240 \cdot 30}{270} = 22,07 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Das Verhältnis der Elastizitätsmoduli nach Gleichung [5](4.5) lautet:

$$n_0 = \frac{21 \cdot 10^3}{3,35 \cdot 10^3} = 6,27$$

- Betonquerschnittsfläche:

$$A_c = 200 \cdot 15 = 3000 \text{ cm}^2$$

- Damit ergibt sich die reduzierte Betonfläche nach Gleichung [5](4.12) zu:

$$A_{c,0} = \frac{3000}{6,27} = 478,5 \text{ cm}^2$$

1. Verbundträger

- Trägheitsmoment des Betongurtes:

$$I_c = \frac{200 \cdot 15 \cdot 0,15^2}{12} = 5,625 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Analog zur Fläche wird I_c reduziert:

$$I_{c,0} = \frac{5,625}{6,27} = 0,897 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Analog zu Gleichung [5](4.16) gilt für $z_{i,0}$:

$$z_{i,0} = \bar{z}_{st} \cdot \frac{A_{st}}{A_{i,0}} = 0,388 \cdot \frac{270}{748,5} = 0,14 \text{ m}$$

- Somit ergeben sich die Querschnittswerte des Verbundquerschnitts nach den Gleichungen [5](4.25) bis [5](4.27) zu:

$$A_{i,0} = 270 + 478,5 = 748,5 \text{ cm}^2$$

$$S_{i,0} = 478,5 \cdot 0,14 = 66,8 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,0} = 22,07 + 0,897 + 66,8 \cdot 0,388 = 48,88 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Mit den in Bild 1.6 eingetragenen Randabständen werden folgende Widerstandsmomente errechnet:

$$W_a^u = \frac{48,88}{0,585} = 83,56 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_a^o = \frac{48,88}{-0,065} = -752,08 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_s^u = \frac{48,88}{-0,095} = -514,58 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_s^o = \frac{48,88}{-0,185} = -264,25 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_c^u = \frac{48,88}{-0,065} = -752,08 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_c^o = \frac{48,88}{-0,215} = -227,37 \text{ cm}^2\text{m}$$

1. Verbundträger

Spannungen unmittelbar nach Lastaufbringung:

Vereinfachend wird hier unterstellt, dass das Eigengewicht der gesamten Deckenkonstruktion erst zusammen mit der Nutzlast wirksam wird.

- Im Stahlprofil und Betongurt wirken somit folgende Spannungen:

$$\begin{aligned}\sigma_a^u &= \frac{1490}{83,56} = 17,83 \text{ kN/cm}^2 < f_{yd} = 23,5 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_a^o &= \frac{1490}{-752,08} = -1,98 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^u &= \frac{1490}{6,27 \cdot -752,08} = -0,32 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^o &= \frac{1490}{6,27 \cdot -227,37} = -1,05 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd} = 0,85 \cdot 2,33 = 1,98 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

Durch das Kriechen und Schwinden des Betons verlagert sich das Biegemoment teilweise auf den Stahlquerschnitt.

Spannungen nach Kriechen ($t = \infty$):

Die Last wird nach einem wirksamen Betonalter von 90 Tagen aufgebracht. Die Endkriechzahlen $\varphi_{t\infty}$ und Endschwindmaße $\varepsilon_{S\infty}$ sind außer vom Betonalter noch von der wirksamen Bauteildicke h_0 abhängig.

- Nach Gleichung [5](3.2) ist:

$$h_0 = 2 \cdot \frac{A_c}{u} = 2 \cdot \frac{\sum b_e \cdot h}{2 \cdot \sum b_e} = h_0 = 150 \text{ mm}$$

- $\varphi_{t\infty}$ und $\varepsilon_{S\infty}$ sind wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned}\varphi_{t\infty} &= 2,0 \\ \varepsilon_{S\infty} &= -60 \cdot 10^{-5}\end{aligned}$$

- Gleichung [5](4.89) führt zu den folgenden Querschnittskennwerten:

$$\begin{aligned}\alpha_T &= \frac{270 \cdot 22,07}{748,5 \cdot (48,8 - 0,897)} = 0,166 \\ \alpha_I &= \frac{22,07}{0,897 + 22,07} = 0,961\end{aligned}$$

- Aus den Gleichungen [5](4.95) und [5](4.96) folgen die Kriechbeiwerte:

$$\begin{aligned}\psi_{A,P} &= \frac{1}{1 - 0,5 \cdot 0,166 \cdot 2,0 + 0,08 \cdot (0,166 \cdot 2,0)^2} = 1,186 \\ \psi_{I,P} &= \frac{1}{1 - 0,5 \cdot 0,961 \cdot 2,0 + 0,08 \cdot (0,961 \cdot 2,0)^2} = 2,989\end{aligned}$$

1. Verbundträger

$$z_{i,st}^o = -0,254 + \frac{0,15}{2} = -0,179 \text{ m}$$

$$z_{i,st}^u = 0,650 - 0,179 = 0,471 \text{ m}$$

$$z_{id,c}^o = -0,254 - \frac{0,0725}{2} = -0,290 \text{ m}$$

$$z_{id,c}^u = -0,254 + \frac{0,0725}{2} = -0,218 \text{ m}$$

- Mit den in Bild 1.1.1.5 eingetragenen Randabständen werden folgende Widerstandsmomente errechnet:

$$W_a^u = \frac{36,19}{0,471} = 76,83 \text{ cm}^2\text{m} \quad W_c^u = \frac{36,19}{-0,218} = -165,99 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_a^o = \frac{36,19}{-0,179} = -202,16 \text{ cm}^2\text{m} \quad W_c^o = \frac{36,19}{-0,290} = -124,78 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Nach Abschluss des Kriechens sind daher folgende Spannungen wirksam:

$$\begin{aligned} \sigma_a^u &= \frac{1490}{76,79} = 19,39 \text{ kN/cm}^2 < f_{yd} = 23,5 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_a^o &= \frac{-1490}{-202,07} = -7,37 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^u &= \frac{-1490}{21,14 \cdot -165,92} = -0,42 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^o &= \frac{-1490}{21,14 \cdot -124,72} = -0,56 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Spannungen nach Schwinden ($t = \infty$):

Der Schwindvorgang wird zeitlich affin zum Kriechvorgang erstellt. Dann lassen sich die entsprechenden Spannungen linear überlagern, wenn für das Schwinden die maßgebenden Reduktionsfaktoren berücksichtigt werden. Der Schwindbeginn wird mit $t_0=1$ Tag angesetzt. Damit lautet die entsprechende Endkriechzahl: $\varphi_{1\text{Tag},\infty} = 4,7$

- Sie hängen lt. Gl. [5](4.97) und Gl. [5](4.98) von folgenden Kriechbeiwerten ab:

$$\psi_{A,S} = 0,5 + 0,08 \cdot 0,166 \cdot 4,7 = 0,562$$

$$\psi_{I,S} = 0,5 + 0,08 \cdot 0,961 \cdot 4,7 = 0,861$$

- Daraus errechnen sich folgende Reduktionszahlen:

$$n_{A,S} = 6,27 \cdot (1 + 0,562 \cdot 4,7) = 22,84$$

$$n_{I,S} = 6,27 \cdot (1 + 0,861 \cdot 4,7) = 31,65$$

1. Verbundträger

- Die Berechnung der Querschnittswerte erfolgt analog zum Lastfall Kriechen:

$$A_{c,S} = \frac{3000}{22,84} = 131,33 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,S} = \frac{5,625}{31,65} = 0,178 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$A_{i,S} = 270 + 131,33 = 401,33 \text{ cm}^2$$

$$\bar{z}_{i,S} = \frac{270 \cdot 0,178}{401,33} = 0,120 \text{ m}$$

$$S_{i,S} = 131,33 \cdot 0,120 = 15,7 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,S} = 22,07 + 0,178 + 15,7 \cdot 0,388 = 28,34 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Die ideelle Plattendicke errechnet sich wiederum zu:

$$d_{id} = 15,0 \cdot \frac{22,84}{31,65} = 10,83 \text{ cm}$$

- Somit erhält man folgende maßgebende Randabstände:

$$z_{i,st}^o = -0,120 + \frac{0,15}{2} = -0,045 \text{ m}$$

$$z_{i,st}^u = 0,650 - 0,045 = 0,605 \text{ m}$$

$$z_{id,c}^o = -0,120 - \frac{0,1083}{2} = -0,174 \text{ m}$$

$$z_{id,c}^u = -0,120 + \frac{0,1083}{2} = -0,066 \text{ m}$$

- Mit den ermittelten Randabständen ergeben sich die Widerstandsmomente zu:

$$W_a^u = \frac{28,34}{0,605} = 46,84 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_a^o = \frac{28,34}{-0,045} = -629,77 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_c^u = \frac{28,34}{-0,066} = -430,37 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_c^o = \frac{28,34}{-0,174} = -162,73 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Das Schwinden erzeugt eine (gedachte) Normalkraft:

$$N_S = \varepsilon_{S\infty} \cdot \frac{n_0}{n_{A,S}} \cdot E_{c,m} \cdot A_c$$

$$N_S = \pm 60 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{6,27}{22,84} \cdot 3350 \cdot 3000 = \pm 1655,35 \text{ kN}$$

- Sowie ein Moment von:

$$M_S = N_S \cdot z_{i,S}$$

$$M_S = 1655,35 \cdot 0,120 = 198,64 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

- Lt.Gl. [5](4.104) und Gl. [5](4.105) ergeben sich die zusätzlichen Spannungsanteile infolge Schwinden zu:

$$\begin{aligned}\sigma_a^u &= \frac{-1655,35}{401,33} + \frac{198,64}{46,84} = +0,12 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_a^o &= \frac{-1655,35}{401,33} + \frac{198,64}{-629,77} = -4,44 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^u &= \frac{1655,35}{3000} + \frac{2935}{22,84 \cdot 401,33} - \frac{198,64}{22,84 \cdot -430,37} = 0,35 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^o &= \frac{1655,35}{3000} + \frac{2935}{22,84 \cdot 401,33} - \frac{198,64}{22,84 \cdot -162,73} = 0,32 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

- Daraus resultieren die Gesamtspannungen zu:

$$\begin{aligned}\sigma_a^u &= 19,39 + 0,12 = 19,51 \text{ kN/cm}^2 < f_{yd} = 23,5 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_a^o &= -7,37 - 4,44 = -11,81 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^u &= -0,42 + 0,35 = -0,07 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_c^o &= -0,56 + 0,32 = -0,24 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd} = 0,85 \cdot 2,33 = 1,98 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

- Resultierende Spannungsverteilung:

Klassifizierung des Querschnittes nach Tafel [5](4.7):

- Flansche

$$\frac{c}{t} = \frac{15}{2} = 7,5 \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1$$
$$7,5 < 9 \cdot \varepsilon = 9$$

Die Flansche sind daher in Querschnittsklasse 1 einzustufen

- Steg

$$\psi = \frac{\sigma_a^u}{\sigma_a^o} = \frac{-19,51}{11,81} = -1,65 \quad \varepsilon = 1$$

$$\frac{d}{t} \leq 62 \cdot \varepsilon \cdot (1 - \psi) \cdot \sqrt{-\psi}$$

$$\frac{60}{1,5} = 40 < 62 \cdot 1 \cdot (1 + 1,65) \cdot \sqrt{1,65} = 211,3$$

Für den Steg gilt somit mindestens Querschnittsklasse 3

Das elastische Grenzmoment:

Der Träger wurde mit Eigengewichtsverbund hergestellt. Das bedeutet, dass die Einwirkungen aus dem Eigengewicht der Verbundkonstruktion durch eine Unterstellung des Stahltragwerks

1. Verbundträger

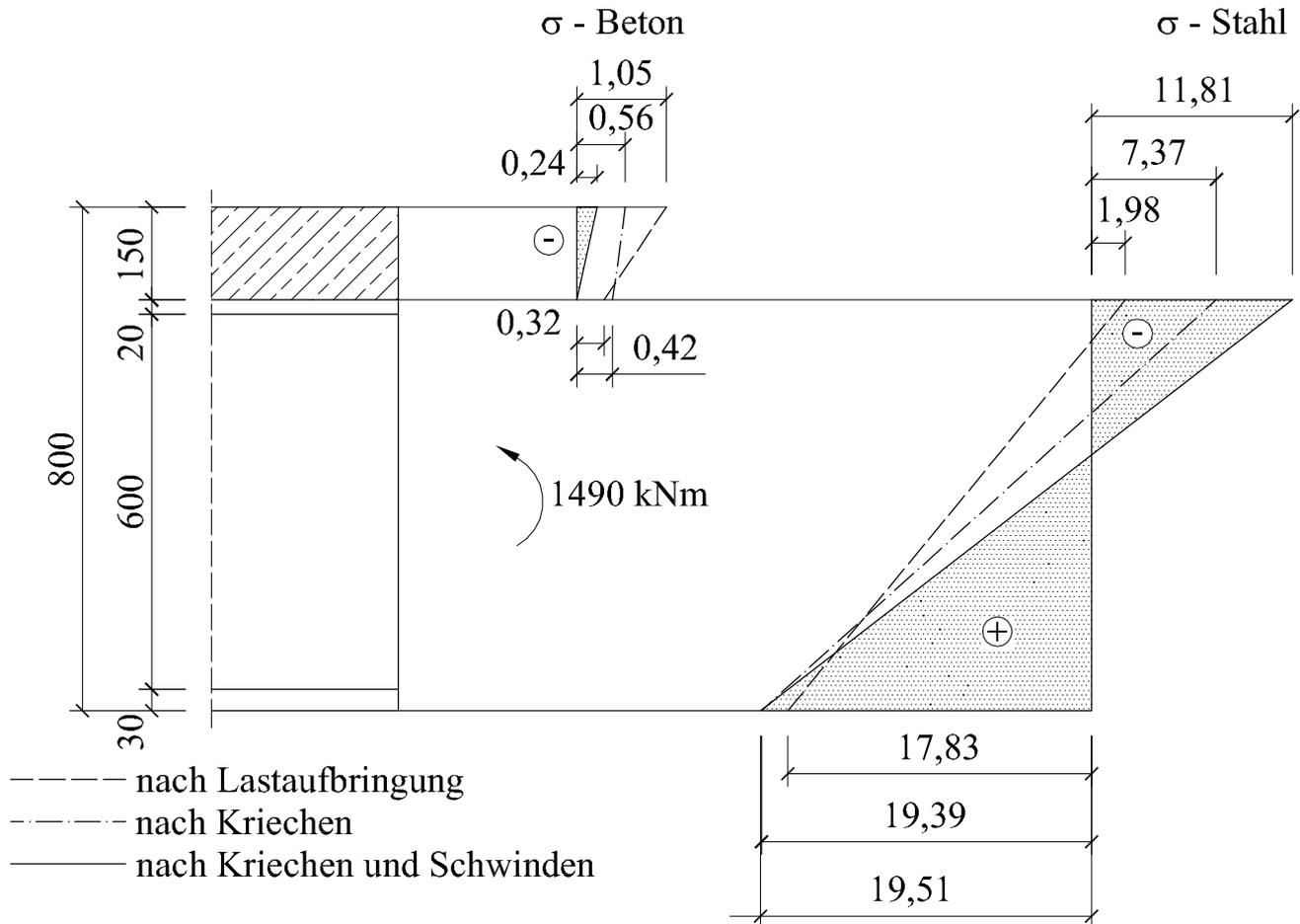


Abb.: 1.8 - zeitabhängige Spannungsverteilung

oder durch andere unabhängige Bauteile bis zu dem Zeitpunkt aufgenommen worden sind, an dem bis der Beton planmäßige Beanspruchungen aufnehmen konnte. Es gilt somit $M_{a,Ed} = 0$.

$$M_{el,Rd} = (M_{a,Ed} + M_{c,Ed}) \cdot \frac{\sigma_d}{\frac{M_{a,Ed}}{W_a} + \frac{M_{c,Ed}}{W_c}}$$

$$M_{el,Rd} = 1490 \cdot \frac{23,5}{19,51} = 1794,7 \text{ kNm}$$

Zum Vergleich wird im Folgenden $M_{el,a,Rd}$ ermittelt:

$$M_{el,a,Rd} = W_{el,a} \cdot f_{yd} = \frac{17 \cdot 23,5}{0,36} = 1109,7 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{el,a,Rd}}{M_{el,Rd}} = \frac{1109,7}{1794,7} = 0,62$$

Der reine Stahlquerschnitt könnte also nur 62% von dem Moment aufnehmen, das der gesamte Verbundquerschnitt tragen kann.

1. Verbundträger

- Nach Gl. [5](4.90) ergibt sich die Reduktionszahl zu:

$$n_P = 6,27 \cdot (1 + 1,10 \cdot 2,0) = 20,06$$

- n_P wird wiederum auf den Betonquerschnitt(A_c, I_c) angewendet:

$$A_{c,P} = \frac{3000}{20,06} = 149,52 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,P} = \frac{5,625}{20,06} = 0,280 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$A_{i,P} = 270 + 149,52 = 419,52 \text{ cm}^2$$

$$\bar{z}_{i,P} = \frac{270 \cdot 0,388}{419,52} = 0,250 \text{ m}$$

$$S_{i,P} = 149,52 \cdot 0,250 = 37,34 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,P} = 22,07 + 0,280 + 37,34 \cdot 0,388 = 36,84 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Die Widerstandsmomente ergeben sich zu:

$$W_a^u = \frac{36,84}{0,478} = 77,07 \text{ cm}^2\text{m} \quad W_a^o = \frac{36,84}{-0,175} = -210,51 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_s^u = \frac{36,84}{-0,205} = -179,71 \text{ cm}^2\text{m} \quad W_s^o = \frac{36,84}{-0,295} = -124,88 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_c^u = \frac{36,84}{-0,175} = -210,51 \text{ cm}^2\text{m} \quad W_c^o = \frac{36,84}{-0,325} = -113,35 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Nach Abschluss des Kriechens sind daher folgende Spannungen wirksam:

$$\sigma_a^u = \frac{1490}{77,07} = 19,33 \text{ kN/cm}^2 < f_{yd} = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_a^o = \frac{1490}{-210,51} = -7,08 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_c^u = \frac{1490}{20,06 \cdot (-210,51)} = -0,35 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_c^o = \frac{1490}{20,06 \cdot (-113,35)} = -0,66 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd} = 0,85 \cdot 2,33 = 1,98 \text{ kN/cm}^2$$

Spannungen nach Schwinden ($t = \infty$):

- Der Kriechbeiwert für das Schwinden wird wie folgt angenommen:

$$\psi_S = 0,55$$

- Daraus errechnet sich folgende Reduktionszahl:

$$n_S = 6,27 \cdot (1 + 0,55 \cdot 4,7) = 22,48$$

1. Verbundträger

- Die Berechnung der Querschnittswerte erfolgt analog zum Lastfall Kriechen:

$$A_{c,S} = \frac{3000}{22,48} = 133,46 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,S} = \frac{5,625}{22,48} = 0,250 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$A_{i,S} = 270 + 133,46 = 403,46 \text{ cm}^2$$

$$\bar{z}_{i,S} = \frac{270 \cdot 0,388}{403,46} = 0,260 \text{ m}$$

$$S_{i,S} = 133,46 \cdot 0,260 = 34,65 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,S} = 22,07 + 0,250 + 34,65 \cdot 0,388 = 35,77 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Mit denselben Randabständen wie oben ergeben sich die Widerstandsmomente zu:

$$W_a^u = \frac{35,77}{0,468} = 76,43 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$W_a^o = \frac{35,77}{-0,185} = -193,35 \text{ cm}^2\text{m} = W_c^u$$

$$W_c^o = \frac{35,77}{-0,335} = -106,78 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Die Schwindnormalkraft ergibt sich zu:

$$N_S = \varepsilon_{S\infty} \cdot \frac{n_0}{n_S} \cdot E_{c,m} \cdot A_c$$

$$N_S = \pm 60 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{6,27}{22,48} \cdot 3350 \cdot 3000 = \pm 1681,85 \text{ kN}$$

- Sowie ein Moment von:

$$M_S = N_S \cdot z_{i,S}$$

$$M_S = 1681,85 \cdot 0,260 = 437,28 \text{ kNm}$$

- Lt. Gl. [5](4.104) und Gl. [5](4.105) ergeben sich die zusätzlichen Spannungsanteile infolge Schwindens zu:

$$\sigma_a^u = \frac{-1681,85}{403,46} + \frac{437,28}{76,43} = +1,55 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_a^o = \frac{-1681,85}{403,46} + \frac{437,28}{-193,35} = -6,43 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_c^u = \frac{1681,85}{3000} - \frac{1681,85}{22,48 \cdot 403,46} + \frac{437,28}{22,48 \cdot -193,35} = 0,27 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_c^o = \frac{1681,85}{3000} - \frac{1681,85}{22,48 \cdot 403,46} + \frac{437,28}{22,48 \cdot -106,78} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

- Daraus resultieren die Gesamtspannungen zu:

$$\sigma_a^u = 19,33 + 1,55 = 20,88 \text{ kN/cm}^2 < f_{yd} = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_a^o = -7,08 - 6,43 = -13,51 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_c^u = -0,35 + 0,27 = -0,08 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_c^o = -0,66 + 0,19 = -0,47 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd} = 0,85 \cdot 2,33 = 1,98 \text{ kN/cm}^2$$

Nach dem auf der sicheren Seite liegenden Näherungsverfahren sind die Spannungen in der unteren Randfaser des Stahlquerschnitts um ca. 7% höher als bei der exakten Berechnung. In Grenzfällen kann der Vorteil der raschen Berechnungsmethode auch auf Kosten der Wirtschaftlichkeit gehen, etwa, wenn der Nachweis der elastischen Querschnittstragfähigkeit nicht mehr erbracht werden kann.

1. Verbundträger

1.1.2 Schnitt II-II: Querkrafttragfähigkeit

1.1.2.1 Plastische Querkrafttragfähigkeit bei Verbundträgern ohne Kammerbeton

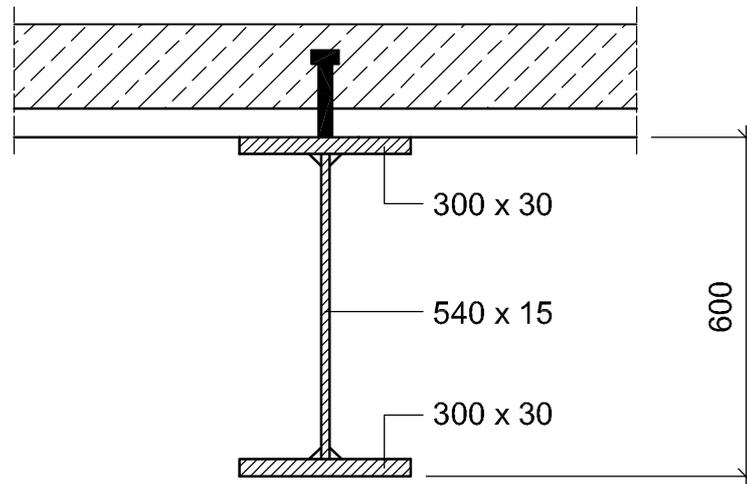


Abb.: 1.10 - Querschnittsabmessungen

- Bemessungswert der Querkraftbeanspruchung:

$$V_{Ed} = 289,1 \text{ kN}$$

- Baustahl: S 275

$$f_{yd} = \frac{275}{1,0} = 275 \text{ N/mm}^2 = 27,5 \text{ kN/cm}^2$$

- wirksame Schubfläche bei geschweißten I-Profilen:

$$A_v = \eta \cdot \sum (h_w \cdot t_w)$$

$$A_v = 1,0 \cdot (54,0 \cdot 1,5) = 81,0 \text{ cm}^2$$

η ... nach EC 3 1-5, auf der sicheren Seite liegend, mit 1,0 angenommen

- plastische Querkrafttragfähigkeit nach Gleichung [5](4.158):

$$V_{pl,Rd} = \eta \cdot \frac{A_v \cdot f_{yd}}{\sqrt{3}}$$

$$V_{pl,Rd} = 1,0 \cdot \frac{81,0 \cdot 23,5}{\sqrt{3}} = 1099 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = 1099 \text{ kN} > V_{Ed} = 289,1 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Begrenzung nicht ausgesteifter Stege ohne Nachweis des Schubbeulens nach Gleichung [5](4.159):

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 72 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} \quad \text{mit } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0,92 \quad \text{und } \eta = 1,0$$
$$\frac{54,0}{1,5} = 36,0 < 72 \cdot \frac{0,92}{1,0} = 66,2$$

Ein Nachweis gegen Schubbeulen ist somit nicht erforderlich!

1. Verbundträger

1.1.2.2 Interaktion Biegung und Querkraft

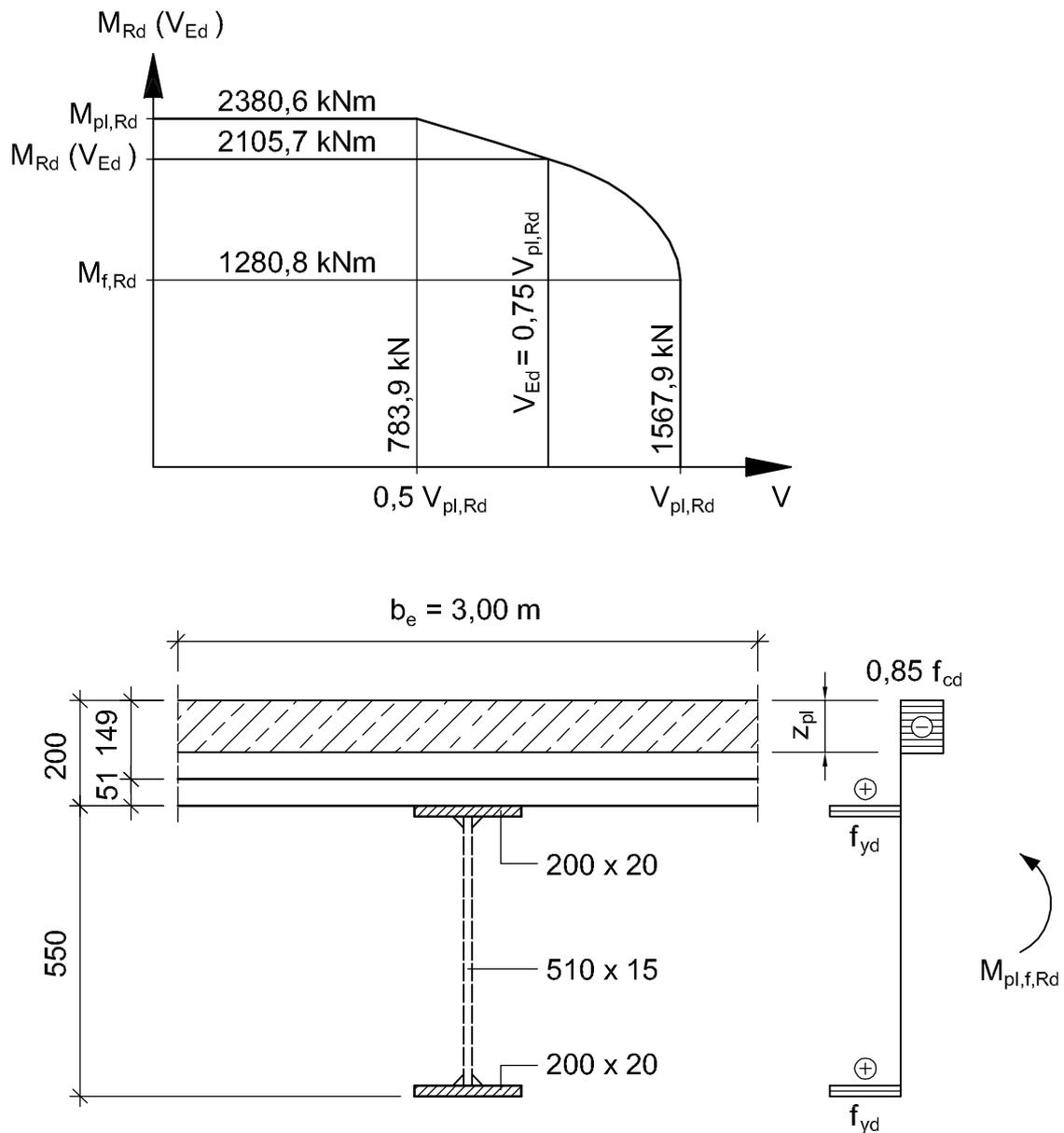


Abb.: 1.11 - M-V-Interaktion für einen Querschnitt

- Beton: C 35/45

$$f_{cd} = \frac{35}{1,5} = 23,33 \text{ N/mm}^2 = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 355

$$f_{yd} = \frac{355}{1,0} = 355 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

- Plastisches Moment $M_{pl,Rd}$ ohne Berücksichtigung der Querkraft:

$$M_{pl,Rd} = 2380,6 \text{ kNm}$$

- Ermittlung des plastischen Momentes $M_{f,Rd}$:

$$N_{pl,a,Rd} = 2 \cdot 20 \cdot 2,0 \cdot 35,5 = 2840 \text{ kN}$$

$$z_{pl} = \frac{2840}{0,85 \cdot 2,33 \cdot 300} = 4,8 \text{ cm}$$

$$M_{f,Rd} = 2840 \cdot \left[0,475 - \frac{1}{2} \cdot 0,048 \right] = 1280,8 \text{ kNm}$$

- Ermittlung der plastischen Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd} = V_{bw,Rd}$:

- d/t-Verhältnis:

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{51}{1,5} = 34 < 72 \cdot 0,81 = 58,3$$

- Stegfläche:

$$A_w = 51 \cdot 1,5 = 76,5 \text{ cm}^2$$

- plastische Querkraft die vom Steg aufgenommen wird:

$$V_{bw,Rd} = 76,5 \cdot \frac{35,5}{\sqrt{3}} = 1567,9 \text{ kN}$$

- Ermittlung des Grenztragemomentes für $V_{Ed}/V_{bw,Rd} = 0,75$ nach Gleichung [5](4.167):

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \right) (2 \bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1,0$$

- Dabei ergeben sich die Beiwerte nach [5] zu:

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \quad \text{und} \quad \bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} = 0,75$$

- Setzt man nun in Gleichung [5](4.167) ein und formt um so erhält man für M_{Ed} :

$$M_{Ed} = M_{pl,Rd} \left[1 - \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \right) (2 \bar{\eta}_3 - 1)^2 \right]$$
$$2380,6 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{1280,8}{2380,6} \right) \cdot (2 \cdot 0,75 - 1)^2 \right] = 2105,7$$

1.1.3 Schnitt III-III: Momententragfähigkeit im Bereich negativer Biegemomente

1.1.3.1 Berechnung des plastischen Momentes bei negativer Momentenbeanspruchung

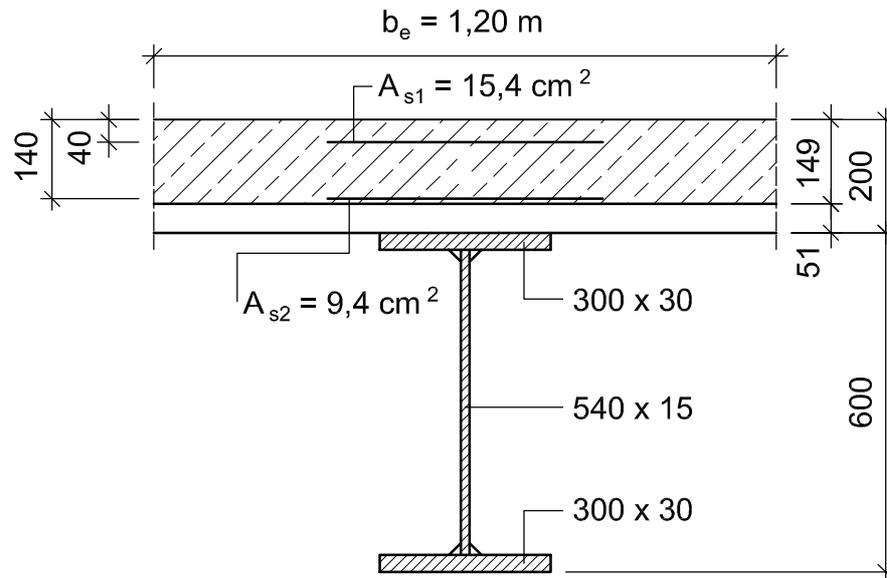


Abb.: 1.12 - Berechnung des plastischen Momentes bei negativer Momentenbeanspruchung

- Baustahl: S 355

$$f_{yd} = \frac{355}{1,0} = 355 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahl:

$$f_{sd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

- Normalkräfte in der Bewehrung nach [5]:

$$N_{s1} = 15,4 \cdot 43,48 = 669,6 \text{ kN}$$

$$N_{s2} = 9,4 \cdot 43,48 = 408,7 \text{ kN}$$

- Plastische Normalkraft des Baustahlquerschnittes:

$$N_{pl,a,Rd} = (2 \cdot 30 \cdot 3 + 54 \cdot 1,5) \cdot 35,5 = 9265,5 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Normalkraft N_f im Obergurt des Stahlträgers:

$$N_f = 2 \cdot 30,0 \cdot 3,0 \cdot 35,5 = 6390 \text{ kN}$$

- Lage der plastischen Nulllinie nach Gleichung [5](4.145):

$$z_{pl} = 20 + 3 + \frac{9265,5 - 669,6 - 408,7 - 6390}{2 \cdot 35,5 \cdot 1,5} = 39,9 \text{ cm}$$

- Normalkraft N_w des Steges:

$$N_w = 2 \cdot 35,5 \cdot 1,5 \cdot (39,9 - 3 - 20) = 1797,2 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment nach Gleichung [5](4.146):

$$M_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} z_a - \sum N_{si} z_{si} - N_f \left[h_c + \frac{t_f}{2} \right] - N_w \left[\frac{z_{pl} + t_f + h_c}{2} \right]$$
$$M_{pl,Rd} = 9265,5 \cdot 0,5 - (669,6 \cdot 0,04 + 408,7 \cdot 0,14) - 6390 \cdot \left[0,20 + \frac{0,03}{2} \right] -$$
$$-1797,2 \cdot \left[\frac{0,399 + 0,03 + 0,20}{2} \right] = 2609,9 \text{ kNm}$$

- Ermittlung des Beiwertes α zur Klassifizierung des Steges nach Gleichung [5](4.147):

$$\alpha = 1 - \frac{N_{pl,a,Rd} - N_{s1} - N_{s2} - N_f}{2 f_{yd} t_w h_w}$$
$$\alpha = 1 - \frac{9265,5 - 669,6 - 408,7 - 6390}{2 \cdot 35,5 \cdot 1,5 \cdot 54,0} = 0,69$$

- Zum Vergleich wird das plastische Moment mit der Näherungsformel Gleichung [5](4.148) berechnet:

- plastisches Moment des Stahlträgers:

$$M_{pl,a,Rd} = 2209,3 \text{ kNm} \quad (\text{siehe 1.1.1.3})$$

- plastisches Moment des Verbundquerschnittes:

$$M_{pl,Rd} = \sum N_{si} (z_a - z_{si}) + 1,11 M_{pl,a,Rd} \left[1 - \frac{\sum N_{si}}{N_{pl,a,Rd}} \right]$$
$$M_{pl,Rd} = 669,6 \cdot (0,5 - 0,04) + 408,7 \cdot (0,5 - 0,14) + 1,11 \cdot 2209,3 \left[1 - \frac{669,6 + 408,7}{9265,5} \right]$$
$$= 2622,1 \text{ kNm}$$

- Klassifizierung des Querschnittes nach Abschnitt [5](4.2):

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$
$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{54}{1,5} = 36 < \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,69 - 1} = 40,3$$

- Es liegt somit ein Querschnitt der Klasse 1 vor.

1. Verbundträger

1.1.3.2 Berechnung der elastischen Querschnittstragfähigkeit unter negativer Momentenbeanspruchung ohne Berücksichtigung der Rissbildung

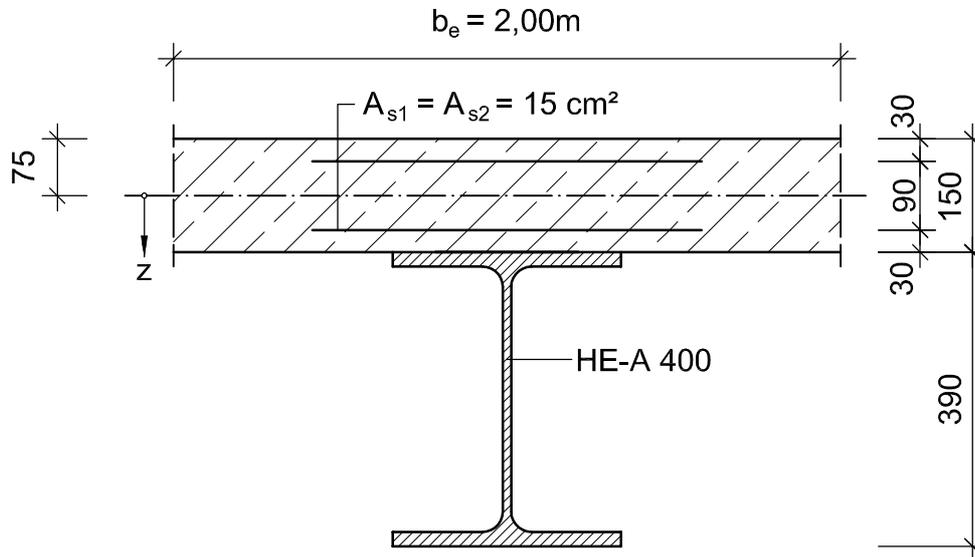


Abb.: 1.13 - Trägergeometrie des Verbundquerschnittes

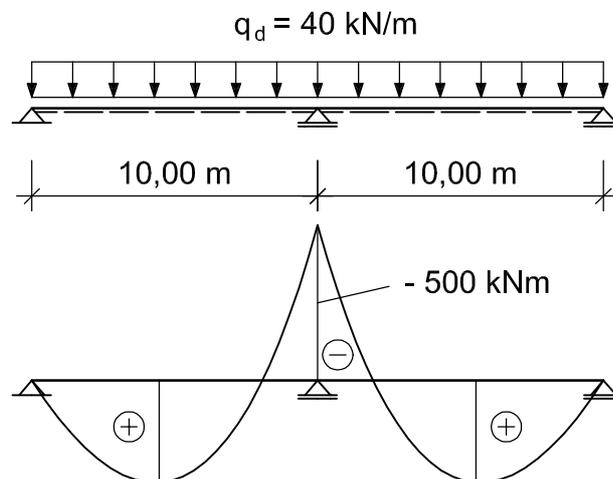


Abb.: 1.14 - Verbundträger und zugehörige Momentenlinie

Berechnung der mitwirkenden Gurtbreite im Stützbereich:

$$L_e = 0,25 \cdot (L_1 + L_2) = 0,25 \cdot (10 + 10) = 5,0 \text{ m}$$

$$b_{e1} = b_{e2} = \frac{5,0}{8} = 0,625 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 2 \cdot 0,625 = 1,25 \text{ m}$$

1. Verbundträger

Querschnittswerte Betonquerschnitt C 35/45:

$$A_c = b_{eff} \cdot h_c = 125 \cdot 15 = 1875 \text{ cm}^2$$

$$I_c = \frac{b_{eff} \cdot h_c^3}{12} = \frac{1,25 \cdot 0,15 \cdot 15^2}{12} = 3,516 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$E_{cm} = 3350 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varphi_t = 2,0 \text{ (für zeitlich konstante Einwirkungen } t_0=28 \text{ Tage)}$$

$$\varphi_t = 3,6 \text{ (für Schwinden } t_0=1 \text{ Tag)}$$

$$\varepsilon_s = -60 \cdot 10^{-5}$$

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{21 \cdot 10^3}{3,35 \cdot 10^3} = 6,27$$

Die Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnittes betragen:

	A	z_i	$A z_i$	$A z_i^2$	I
1	15,0	-4,5	-67,5	303,75	-
2	15,0	4,5	67,5	303,75	-
3	159,0	27,0	4293,0	115911,00	45070,0
Σ	189,0	-	4293,0	116518,50	45070,0

$$A_{st} = 189 \text{ cm}^2$$

$$z_{st} = \frac{A z_i}{A} = \frac{4293}{189} = 22,7 \text{ cm} = 0,227 \text{ m}$$

$$I_{st} = 45070,0 + 116518,5 - 189 \cdot 22,7^2 = 64198,69 \text{ cm}^4 \approx 6,420 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$a_{st} = z_{st}$$

Die elastischen Verbundquerschnittswerte betragen:

$$A_{c,0} = \frac{1875}{6,27} = 299 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,0} = \frac{3,516}{6,27} = 0,561 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$A_{i,0} = 189 + 299 = 488 \text{ cm}^2$$

$$z_{i,0} = 189 \frac{0,227}{488} = 0,088 \text{ m}$$

$$S_{i,0} = 189 \cdot 299 \frac{0,227}{488} = 26,29 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,0} = 6,420 + 0,561 + (26,29 \cdot 0,227) = 12,95 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

1. Verbundträger

Die Ermittlung der Querschnittswerte für zeitlich konstante Beanspruchungen nach dem Gesamtquerschnittsverfahren ergibt:

- Kriechbeiwert für zeitlich konstante Beanspruchungen:

$$\psi_P = 1,10$$

- Daraus resultiert der Reduktionsbeiwert:

$$n_P = n_0 (1 + \psi_P \varphi_t)$$

$$n_P = 6,27 \cdot (1 + 1,10 \cdot 2,0) = 20,06$$

- Querschnittswerte des Betongurtes:

$$A_{c,P} = \frac{1875}{20,06} = 93,5 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,P} = \frac{3,516}{20,06} = 0,175 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- ideelle Querschnittswerte des Verbundquerschnittes:

$$A_{i,P} = 189 + 93,5 = 282,5 \text{ cm}^2$$

$$z_{i,P} = 189 \frac{0,227}{282,5} = 0,152 \text{ m}$$

$$S_{i,P} = 189 \cdot 93,5 \frac{0,227}{282,5} = 14,2 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,P} = 6,420 + 0,175 + (14,2 \cdot 0,227) = 9,819 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Die Querschnittswerte für Schwinden und zeitlich veränderliche Beanspruchungen betragen:

- Kriechbeiwerte:

$$\psi_S = 0,55$$

- Reduktionsbeiwerte:

$$n_S = n_0 (1 + \psi_S \varphi_t)$$

$$n_S = n_{PT} = 6,27 (1 + 0,55 \cdot 3,6) = 18,68$$

- Querschnittswerte des Betongurtes:

$$A_{c,S} = \frac{1875}{18,68} = 100,4 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,S} = \frac{3,516}{18,68} = 0,188 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

1. Verbundträger

- Querschnittswerte des Verbundquerschnittes:

$$A_{i,s} = 189 + 100,4 = 289,4 \text{ cm}^2$$

$$z_{i,s} = 189 \frac{0,227}{289,4} = 0,148 \text{ m}$$

$$S_{i,s} = 189 \cdot 100,4 \frac{0,227}{289,4} = 14,88 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,s} = 6,420 + 0,188 + (14,88 \cdot 0,227) = 9,987 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Ermittlung der primären und sekundären Beanspruchungen aus Schwinden:

- Primäre Beanspruchung: Schwindnormalkraft N_s und Schwindmoment M_s

$$N_s = 60 \cdot 10^{-5} \frac{6,27}{18,68} 3350 \cdot 1875 = 1265 \text{ kN}$$

$$M_s = 1265 \cdot 0,148 = 187,2 \text{ kNm}$$

- Ermittlung der sekundären Auswirkungen (Zwangsbeanspruchungen):

Der zeitliche Verlauf der Zwängungen wird über φ_t affin zum Kriechen und Schwinden angenommen.

$$E_a I_{i,S} \delta_{10} = 2 \cdot 1/2 \cdot 187,2 \cdot 1,0 \cdot 10,0 = 1872,2 \text{ kNm}^2$$

$$E_a I_{i,PT} \delta_{11} = 2 \cdot 1/3 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 10,0 = 6,667 \text{ m}$$

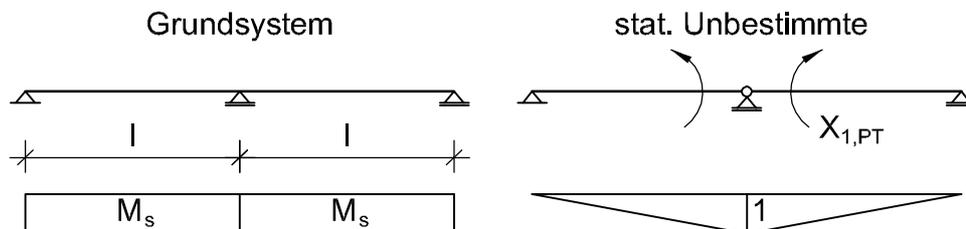


Abb.: 1.15 - Ermittlung der sekundären Auswirkungen

- mit $I_{i,S} = I_{i,PT}$ folgt:
$$X_{1,PT} = \frac{-1872,2}{6,667} = -280,8 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

Spannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ für den Querschnitt an der Stütze:

- ständige Lasten:

– Stahlspannungen:

$$\sigma_{st,u} = \frac{-500}{9,819} (0,465 - 0,152) = -15,94 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{st,o} = \frac{-500}{9,819} (-0,152 + 0,075) = 3,92 \text{ kN/cm}^2$$

– Betonspannungen:

$$\sigma_{c,o} = \frac{-500}{9,819 \cdot 20,06} \left(-0,152 - \frac{0,075}{2} \right) = 0,481 \text{ kN/cm}^2 = 4,81 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,u} = \frac{-500}{9,819 \cdot 20,06} \left(-0,152 + \frac{0,075}{2} \right) = 0,291 \text{ kN/cm}^2 = 2,91 \text{ N/mm}^2$$

- Schwinden:

– Stahlspannungen:

$$\sigma_{st,u} = \frac{-1265}{289,4} + \frac{187,2 - 280,8}{9,987} (0,465 - 0,148) = -7,37 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{st,o} = \frac{-1265}{289,4} + \frac{187,2 - 280,8}{9,987} (-0,148 + 0,075) = -3,69 \text{ kN/cm}^2$$

– Betonspannungen:

$$\begin{aligned} \sigma_{c,o} &= \frac{1265}{1875} - \frac{1265}{289,4 \cdot 18,68} + \frac{187,2 - 280,8}{9,987 \cdot 18,68} (-0,148 - 0,075) = \\ &= 0,553 \text{ kN/cm}^2 = 5,53 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,u} &= \frac{1265}{1875} - \frac{1265}{289,4 \cdot 18,68} + \frac{187,2 - 280,8}{9,987 \cdot 18,68} (-0,148 + 0,075) = \\ &= 0,477 \text{ kN/cm}^2 = 4,77 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Dieses Beispiel verdeutlicht, dass **an den Innenstützen von Durchlaufträgern** im Betongurt in der Regel die **Betonzugfestigkeit** $f_{ctm} = 3,2 \text{ N/mm}^2$ (Betonfestigkeitsklasse C 35/45) **überschritten wird**. Im vorliegenden Beispiel ergeben sich allein aus dem Schwinden Betonrandspannungen in der Größenordnung der Betonzugfestigkeit. Bei der Berechnung der **Schnittgrößen und Spannungen** sind daher stets die **Einflüsse aus der Rissbildung zu berücksichtigen**.

1. Verbundträger

1.1.3.3 Elastische Querschnittstragfähigkeit unter negativer Momentenbeanspruchung mit Berücksichtigung der Rissbildung

Für den zweifeldrigen Verbundträger aus dem vorigen Beispiel werden des weiteren die Schnittgrößen und Spannungen unter Berücksichtigung der Rissbildung im Bereich der Mittelstütze ermittelt. Der Berechnung wird die Steifigkeitsverteilung nach Abb. [5](4.39) zugrunde gelegt. Im Rahmen des Beispiels wird davon ausgegangen, dass die gesamte Belastung ständig wirkt. Die Trägheitsmomente wurden bereits unter 1.1.3.2 ermittelt. Für die Berechnung der statisch Unbestimmten unter Berücksichtigung der Steifigkeitsverteilung nach Abb. [5](4.39) sind die δ_{ik} -Werte in der nachstehenden Tabelle 1.1.3.3 zusammengestellt.

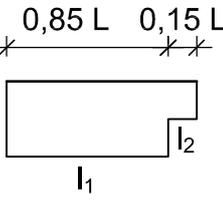
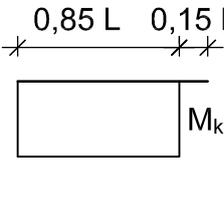
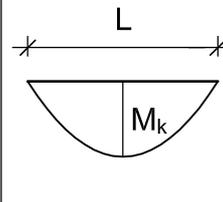
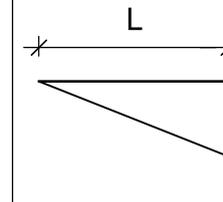
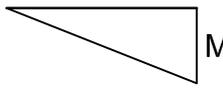
$\frac{1}{E_a I_1} \int M_i(x) M_k(x) dx = \frac{1}{E_a I_1} M_i M_k L \cdot (\text{Tafelwert})$			
			
	0,361	$0,294 + 0,039 \frac{I_1}{I_2}$	$0,204 + 0,129 \frac{I_1}{I_2}$

Abb.: 1.16 - Integraltafel

Ermittlung der Schnittgrößen zum Zeitpunkt $t = 0$ (siehe Abb. 1.1.3.3):

- Trägheitsmomente:

$$I_1 = I_{i0} = 12,95 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_2 = I_{St} = 6,420 \text{ cm}^2\text{m}^2 \quad I_1/I_2 = 2,02$$

$$E_a I_{i0} \delta_{10} = 2 \cdot 1,0 \cdot 500 (0,294 + 0,039 \cdot 2,02) \cdot 10 = 3726,68 \text{ kNm}^2$$

$$E_a I_{i0} \delta_{11} = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 (0,204 + 0,129 \cdot 2,02) \cdot 10 = 9,28 \text{ m}$$

$$X_{1,0} = \frac{-3726,68}{9,28} = -401,4 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

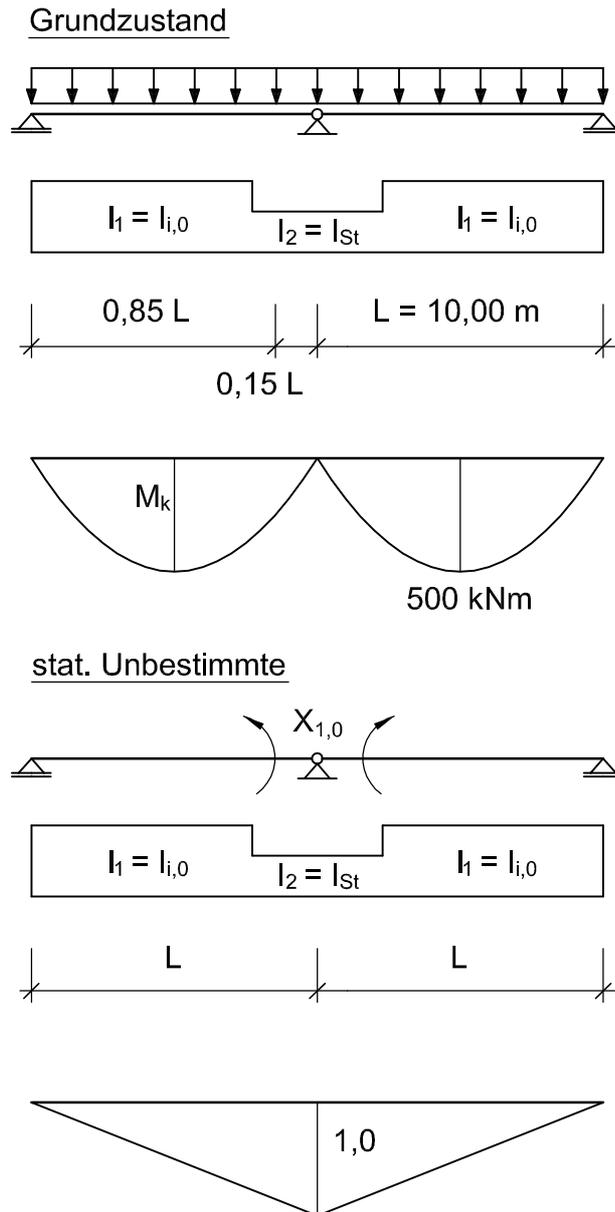


Abb.: 1.17 - Ermittlung der Schnittgrößen zum Zeitpunkt $t = 0$

Ermittlung der Schnittgrößen für den Zeitpunkt $t = \infty$ (siehe Abb. 1.1.3.3):

Für den Zeitpunkt $t = \infty$ ergibt sich aus Kriechen eine zeitabhängige Zwangsschnittgröße $X_{1,PT}$

- Trägheitsmomente:

$$I_1 = I_{iP} = 9,819 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_2 = I_{St} = 6,420 \text{ cm}^2\text{m}^2 \quad I_1/I_2 = 1,53$$

$$E_a I_{iP} \delta_{10} = 2 \cdot 1,0 \cdot 500 (0,294 + 0,039 \cdot 1,53) \cdot 10$$

$$-2 \cdot 1,0 \cdot 401,4 (0,204 + 0,129 \cdot 1,53) \cdot 10 = 314,9 \text{ kNm}^2$$

1. Verbundträger

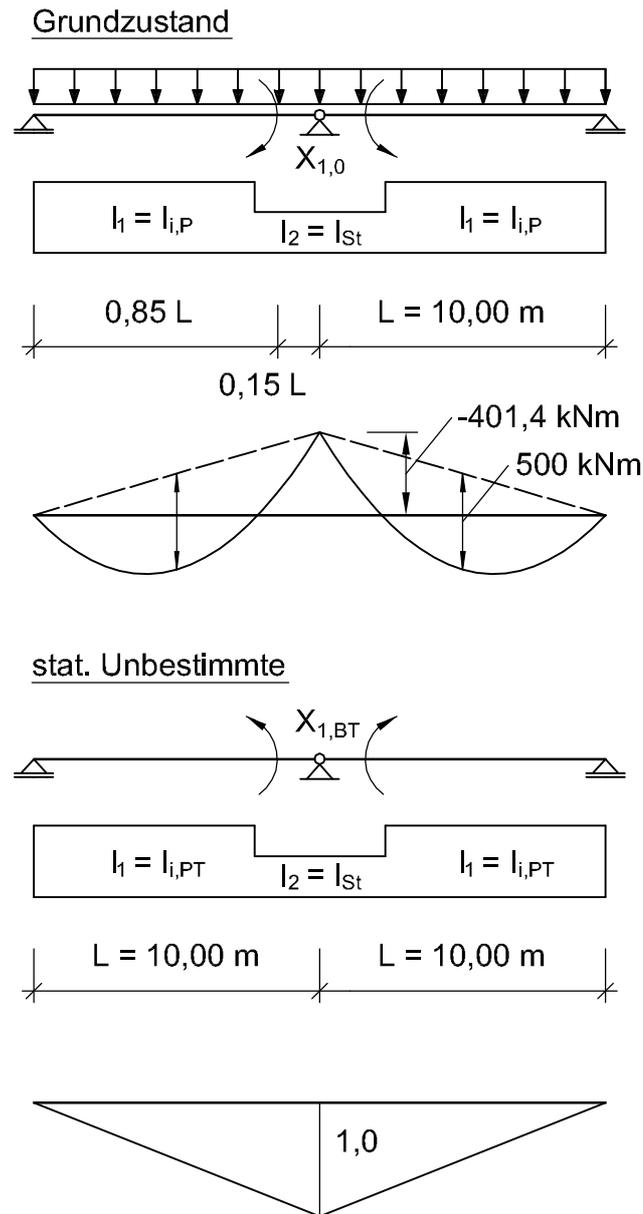


Abb.: 1.18 - Ermittlung der Schnittgrößen für den Zeitpunkt $t = \infty$

Für die Zwangsschnittgröße $X_{1,PT}$ wird ein zum Kriechen affiner zeitlicher Verlauf vorausgesetzt.

- Trägheitsmomente:

$$I_1 = I_{i,PT} = 9,987 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_2 = I_{St} = 6,420 \text{ cm}^2\text{m}^2 \quad I_1/I_2 = 1,56$$

$$E_a I_{i,PT} \delta_{11} = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 (0,204 + 0,129 \cdot 1,56) \cdot 10 = 8,09 \text{ m}$$

$$X_{1,PT} = \frac{-314,9}{8,09} \frac{9,987}{9,819} = -39,6 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

- Stützmoment zum Zeitpunkt $t = \infty$:

$$X_{1,\infty} = X_{10} + X_{1,PT} = -401,4 - 39,6 = -440,97 \text{ kNm}$$

Die Berechnung mit den **Steifigkeiten nach Zustand I** (siehe voriges Beispiel) ergab zum Vergleich ein Stützmoment von $M = -500 \text{ kNm}$ **Dies entspricht einem Unterschied von ca. 13%**.

Näherungsweise können die Biegemomente auch wie für den Zeitpunkt $t = 0$ berechnet werden, wenn anstelle der Biegesteifigkeit $E_a I_{i,0}$ die Biegesteifigkeit $E_a I_{i,P}$ angesetzt wird.

$$E_a I_{i,P} \delta_{10} = 2 \cdot 1,0 \cdot 500 (0,294 + 0,039 \cdot 1,53) \cdot 10 = 3536,5 \text{ kNm}^2$$

$$E_a I_{i,P} \delta_{11} = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 (0,204 + 0,129 \cdot 1,53) \cdot 10 = 8,03 \text{ m}$$

$$X_{1,\infty} = \frac{-3536,5}{8,03} = -440,63 \text{ kNm}$$

In diesem Fall gibt es de facto „keine“ Abweichung zwischen der Näherungslösung und dem Ergebnis der exakten Berechnung.

Zwangsschnittgrößen aus Schwinden (siehe Abb.: 1.19):

- Trägheitsmomente:

$$I_1 = I_{i,PT} = 9,987 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_2 = I_{st} = 6,420 \text{ cm}^2\text{m}^2 \quad I_1/I_2 = 1,56$$

- Schwindmoment M_s nach dem vorigen Beispiel:

$$M_s = 187,2 \text{ kNm}$$

$$E_a I_{i,S} \delta_{10} = 2 \cdot 1,0 \cdot 187,2 \cdot 0,361 \cdot 10 = 1351,6 \text{ kNm}^2$$

$$E_a I_{i,PT} \delta_{11} = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 (0,204 + 0,129 \cdot 1,56) \cdot 10 = 8,09 \text{ m}$$

$$X_{1,PT} = \frac{-1351,6}{8,09} = -167,07 \text{ kNm}$$

Gegenüber der Berechnung nach Zustand I wird die Zwangsschnittgröße durch Rissbildung um ca. 41% abgebaut.

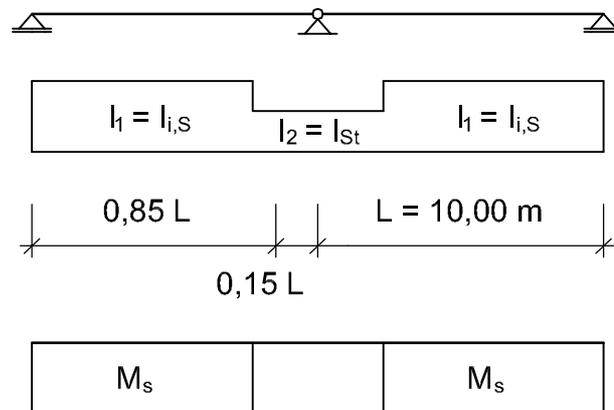
Stützmoment zum Zeitpunkt $t = \infty$ infolge q_d und der sekundären Auswirkungen aus Schwinden:

$$M = -440,97 - 167,07 = -608,04 \text{ kNm}$$

Die Berechnung mit den Steifigkeiten nach Zustand I ergab zum Vergleich ein Biegemoment $M = -500 - 280,8 = -780,8 \text{ kNm}$.

1. Verbundträger

Grundzustand



stat. Unbestimmte

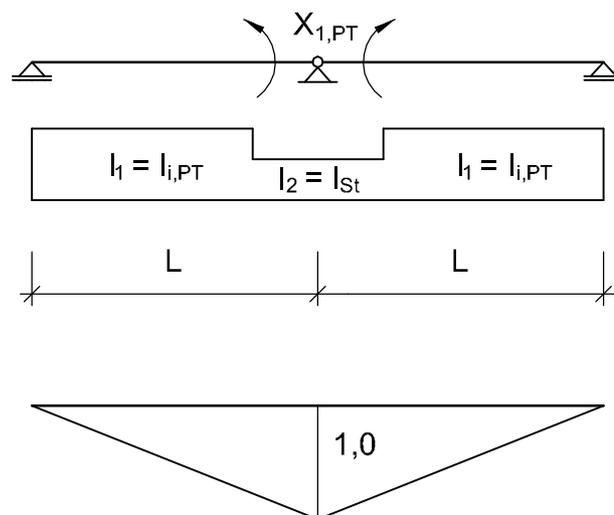


Abb.: 1.19 - Ermittlung der Zwangsschnittgrößen aus Schwinden

Ermittlung der Spannungen für den Querschnitt an der Mittelstütze:

Bei Nachweisen im **Grenzzustand der Tragfähigkeit** dürfen die **Spannungen** am **reinen Zustand-II-Querschnitt** (Gesamtstahlquerschnitt) berechnet werden. In den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit - z.B. Rissbreitenbeschränkung - ist der Einfluss aus der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zu berücksichtigen. Im folgenden werden die Spannungen exemplarisch nach beiden Methoden berechnet.

1. Verbundträger

- Spannungen am reinen Zustand-II-Querschnitt:

- Betonstahlspannung $\sigma_{s,II}$:

$$\sigma_{s,o} = \frac{-608,04}{6,420} (-0,227 - 0,075 + 0,03) = 25,76 \text{ kN/cm}^2$$
$$\sigma_{s,u} = \frac{-608,04}{6,420} (-0,227 + 0,075 - 0,03) = 17,24 \text{ kN/cm}^2$$

- Spannungen in Baustahlquerschnitt:

$$\sigma_{st,o} = \frac{-608,04}{6,420} (-0,227 + 0,075) = 14,40 \text{ kN/cm}^2$$
$$\sigma_{st,u} = \frac{-608,04}{6,420} (0,465 - 0,227) = -22,54 \text{ kN/cm}^2$$

- Ermittlung der Spannungen unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen:

- Für die Betonstahlspannung folgt in Anlehnung an Gleichung [5](4.123):

$$\sigma_s = \sigma_{s,II} + 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{\rho \alpha_{st}}$$

- Querschnittswerte des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 159 \text{ cm}^2 \quad I_a = 4,507 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Querschnittsparameter α_{st} nach Gleichung [5](4.124):

$$\alpha_{st} = 6,420 \frac{189}{159 \cdot 4,507} = 1,69$$

- Ermittlung des Bewehrungsgrades:

$$\rho = \frac{30}{1875} = 0,016$$

- Effektive Betonzugfestigkeit: hier gilt $f_{ct,eff} = f_{ctm}$

$$f_{ct,eff} = 3,2 \text{ N/mm}^2 = 0,32 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahlspannungen:

$$\sigma_{s,o} = 25,76 + 0,4 \frac{0,32}{1,69 \cdot 0,016} = 30,49 \text{ kN/cm}^2$$
$$\sigma_{s,u} = 17,24 + 0,4 \frac{0,32}{1,69 \cdot 0,016} = 21,97 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

Die Spannungen im Stahlträger können aus den Teilschnittgrößen des Baustahlquerschnittes berechnet werden.

Für die Normalkraft N_a des Baustahlquerschnittes folgt aus Gl. 4.123:

$$N_s = -N_a = -608,04 \cdot 30 \frac{-0,227}{6,420} + 0,4 \cdot 0,32 \frac{30}{0,016 \cdot 1,69} = 787 \text{ kN}$$

Biegemoment des Baustahlquerschnittes:

$$M_a = -608,04 + 787 \left(\frac{0,39}{2} + 0,075 \right) = -395,55 \text{ kNm}$$

Spannungen im Baustahlquerschnitt:

$$\sigma_{st,o} = \frac{-787}{159} + 395,55 \frac{0,195}{4,507} = 12,16 \text{ kN/cm}^2$$
$$\sigma_{st,u} = \frac{-787}{159} - 395,55 \frac{0,195}{4,507} = -22,06 \text{ kN/cm}^2$$

Dieses Beispiel verdeutlicht, dass die **Rissbildung in den Stützenbereichen** von Durchlaufträgern zu einer **nennenswerten Momentenumlagerung** führt. Insbesondere die **Zwangschnittgrößen aus Schwinden** werden durch die **Rissbildung beachtlich abgebaut**. Der **Einfluss der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen** auf die Spannungsverteilung ist bei den **Betonstahlspannungen** und bei den **Obergurtspannungen des Stahlträgers** von Bedeutung.

1. Verbundträger

1.1.3.4 Ermittlung des Grenzmomentes für einen Querschnitt der Klasse 4

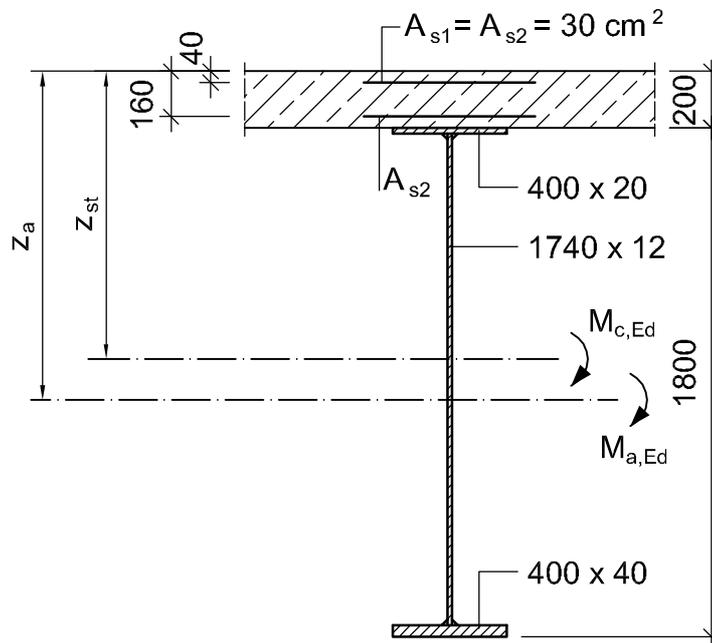


Abb.: 1.20 - Grenzmoment für einen Querschnitt der Klasse 4

- Baustahl: S 355

$$f_y = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

- Betonstahl:

$$f_{sk} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{sd} = \frac{50}{1,15} = 43,4 \text{ kN/cm}^2$$

- Querschnittswerte des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 448,8 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 229,8 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$z_a = 125,0 \text{ cm}$$

- Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnittes:

$$A_{st} = 508,8 \text{ cm}^2$$

$$I_{st} = 300,1 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$z_{st} = 111,5 \text{ cm}$$

1. Verbundträger

- Der Querschnitt wird durch die Biegemomente $M_{a,Ed} = -3300$ kNm und $M_{c,Ed} = -5700$ kNm beansprucht. Für die Randspannungen des Steges folgt:

- Spannungen infolge $M_{a,Ed} = -3300$ kNm

$$\sigma_{wo} = \frac{3300 \cdot 1,030}{229,8} = 14,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{wu} = \frac{-3300 \cdot 0,710}{229,8} = -10,2 \text{ kN/cm}^2$$

- Spannungen infolge $M_{c,Ed} = -5700$ kNm

$$\sigma_{wo} = \frac{5700 \cdot 0,895}{300,1} = 17,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{wu} = \frac{-5700 \cdot 0,845}{300,1} = -16,0 \text{ kN/cm}^2$$

- Klassifizierung des Querschnittes:

$$\sum \sigma_{wo} = 14,8 + 17,0 = 31,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sum \sigma_{wu} = -10,2 - 16,0 = -26,2 \text{ kN/cm}^2$$

- Randspannungsverhältnis ψ :

$$\psi = \frac{-31,8}{26,2} = -1,21$$

$$\varepsilon = 0,81$$

$$\frac{d}{t} = \frac{174}{1,2} = 145 > 62 \cdot 0,81 \cdot (1 + 1,21) \cdot \sqrt{1,21} = 122,1$$

- Der Querschnitt ist in Klasse 4 einzustufen.

[4-1-1] erlaubt näherungsweise auch eine Klassifizierung mit dem Randspannungsverhältnis des Gesamtstahlquerschnittes, wenn die Bewehrung über ausreichende Duktilität verfügt. Wie die Randspannungen für $M_{c,Ed}$ zeigen, liegt dieser Nachweis immer auf der sicheren Seite, da aufgrund der Nulllinienlagen gegenüber dem reinen Baustahlquerschnitt eine größere Druckzone entsteht. Für die Klassifizierung folgt dann:

- Randspannungsverhältnis ψ :

$$\psi = \frac{-17,0}{16,0} = -1,06$$

$$\varepsilon = 0,81$$

$$\frac{d}{t} = \frac{174}{1,2} = 145 > 62 \cdot 0,81 \cdot (1 + 1,06) \cdot \sqrt{1,06} = 106,5$$

1. Verbundträger

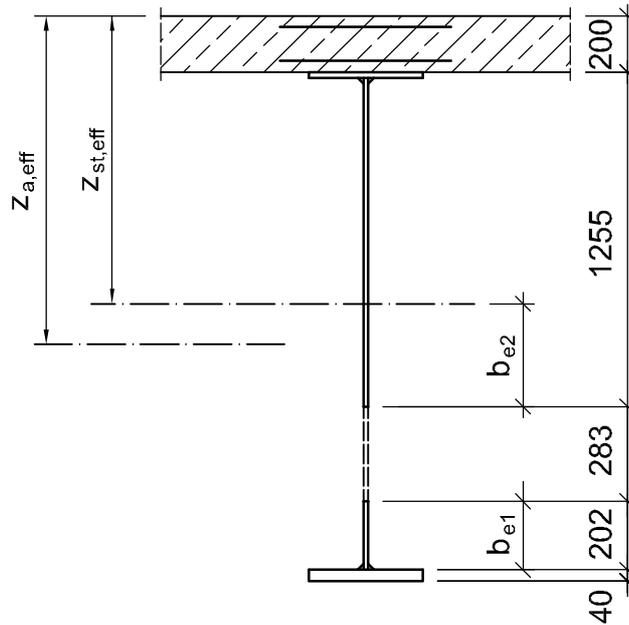


Abb.: 1.21 - Klassifizierung mit dem Randspannungsverhältnis des Gesamtstahlquerschnittes

Ermittlung des effektiven Stegquerschnittes:

- Beulwert k_σ und bezogene Plattenschlankheit $\bar{\lambda}_p$ nach [3-1-5]:

$$k_\sigma = 5,98 \cdot (1 - 4)^2 = 53,82$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{b_w}{t_w 28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{174}{1,2 \cdot 28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{53,82}} = 0,86$$

- Reduktionsfaktor ρ und Höhe b_c :

$$\rho = \frac{0,86 - 0,055 \cdot (3 + 4)}{0,86^2} = 0,64 \quad \text{mit } \psi = 4$$

$$b_c = 26,2 \cdot \frac{174}{26,2 + 31,8} = 78,6 \text{ cm}$$

- effektiver Stegquerschnitt:

$$b_{eff} = 0,64 \cdot 78,6 = 50,5 \text{ cm}$$

$$b_{e1} = 0,40 \cdot 50,5 = 30,3 \text{ cm}$$

$$b_{e2} = 0,60 \cdot 50,5 = 20,2 \text{ cm}$$

- Querschnittswerte des effektiven Baustahlquerschnittes:

$$A_{a,eff} = 415,1 \text{ cm}^2$$

$$I_{a,eff} = 224,6 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$z_{a,eff} = 121,9 \text{ cm}$$

1. Verbundträger

- Querschnittswerte des effektiven Gesamtstahlquerschnittes:

$$A_{st,eff} = 475,1 \text{ cm}^2$$

$$I_{st,eff} = 290,1 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$z_{st,eff} = 107,8 \text{ cm}$$

- Für die maßgebenden Randspannungen im Ober- und Untergurt des Stahlträgers sowie in der Bewehrung ergibt sich:

- Spannungen infolge $M_{a,Ed} = -3300 \text{ kNm}$

$$\sigma_{ao} = \frac{3300 \cdot 1,019}{224,6} = 15,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{au} = \frac{-3300 \cdot 0,781}{224,6} = -11,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Spannungen infolge $M_{c,Ed} = -5700 \text{ kNm}$

$$\sigma_{ao} = \frac{5700 \cdot 0,878}{290,1} = 17,3 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{au} = \frac{-5700 \cdot 0,922}{290,1} = -18,1 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{s1} = \frac{5700 \cdot 1,038}{290,1} = 20,4 \text{ kN/cm}^2 < f_{sd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

- Resultierende Spannungen infolge $M_{a,Ed}$ und $M_{c,Ed}$:

$$\sum \sigma_{ao} = 15,0 + 17,3 = 32,3 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sum \sigma_{au} = -11,5 - 18,1 = -29,6 \text{ kN/cm}^2$$

- Grenztragemoment des Gesamtquerschnittes nach [5](4.149):

$$M_{el,Rd} = (3300 + 5700) \frac{35,5}{1,0 \cdot 32,3} = 9922 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

1.1.3.5 Interaktionskurve unter Berücksichtigung des Beulens

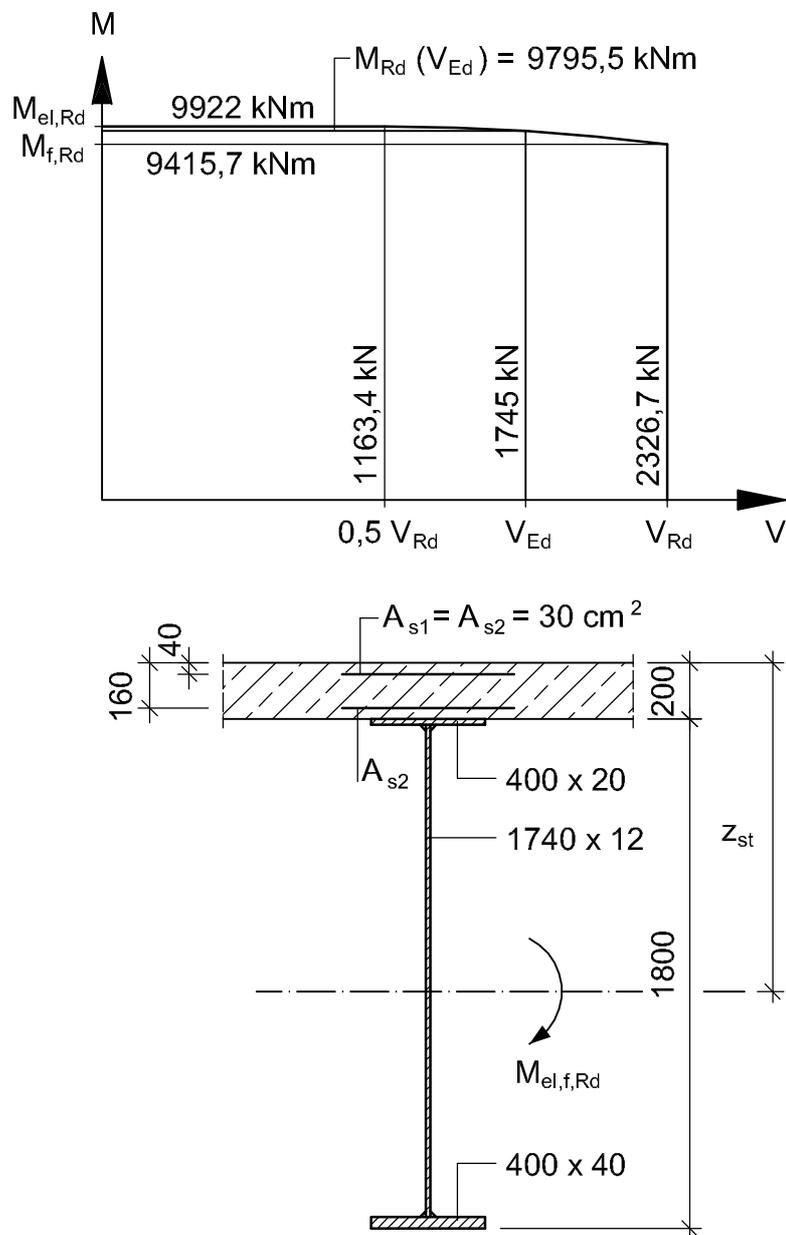


Abb.: 1.22 - Interaktionskurve eines Querschnittes unter Berücksichtigung des Beulens

- Ermittlung des Flanschmodentes $M_{f,Rd} = M_{el,f,Rd}$:
 - Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnittes ohne Berücksichtigung des Steges:

$$A_{st} = 300,0 \text{ cm}^2$$

$$I_{st} = 247,2 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$z_{st} = 113,2 \text{ cm}$$

1. Verbundträger

- Ermittlung des maßgebenden Momentes:

Untergurt:

$$M_{f,Rd} = 35,5 \cdot \frac{247,2}{2,0 - 1,132} = 10110,1 \text{ kNm}$$

Obergurt:

$$M_{f,Rd} = 35,5 \cdot \frac{247,2}{1,132 - 0,2} = 9415,9 \text{ kNm} \quad (\text{maßgebend})$$

Bewehrung:

$$M_{f,Rd} = \frac{50}{1,15} \cdot 247,2 (1,132 - 0,04) = 9842 \text{ kNm}$$

- Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit V_{Rd} :

- Quersteifenabstand:

$$a = 2,0 \text{ m} \quad \frac{a}{h_w} = \frac{2,0}{1,74} = 1,15$$

- Beulwert nach [3-1-5]:

$$k_\tau = 5,34 + \frac{4}{1,152} = 8,36$$

- bezogener Schlankheitsgrad:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{174}{1,2 \cdot 37,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{8,36}} = 1,7$$

- Tragschubspannung:

$$\tau_{ba} = \frac{0,9}{1,7} \cdot \frac{35,5}{\sqrt{3}} = 11,1 \text{ kN/cm}^2$$

- Querkrafttragfähigkeit:

$$V_{Rd} = \frac{11,1}{1,0} \cdot 174 \cdot 1,2 = 2326,7 \text{ kN}$$

- Berechnung des aufnehmbaren Momentes für eine Querkraft $V_{Ed}/V_{Rd} = 0,75$ nach Gleichung [5](4.168):

Auf der sicheren Seite und aus Gründen der Rechenvereinfachung wird die Interaktionsformel mit $M_{el,Rd}$ angewendet.

$$M_{Ed} = M_{el,Rd} \left[1 - \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{el,Rd}} \right) (2 \bar{\eta}_3 - 1)^2 \right]$$
$$9922 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{9415,9}{9922} \right) \cdot (2 \cdot 0,75 - 1)^2 \right] = 9795,5 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

1.1.4 Schnitt IV-IV: Verbundsicherung

1.1.4.1 Ermittlung der Dübelanzahl bei vollständiger Verdübelung

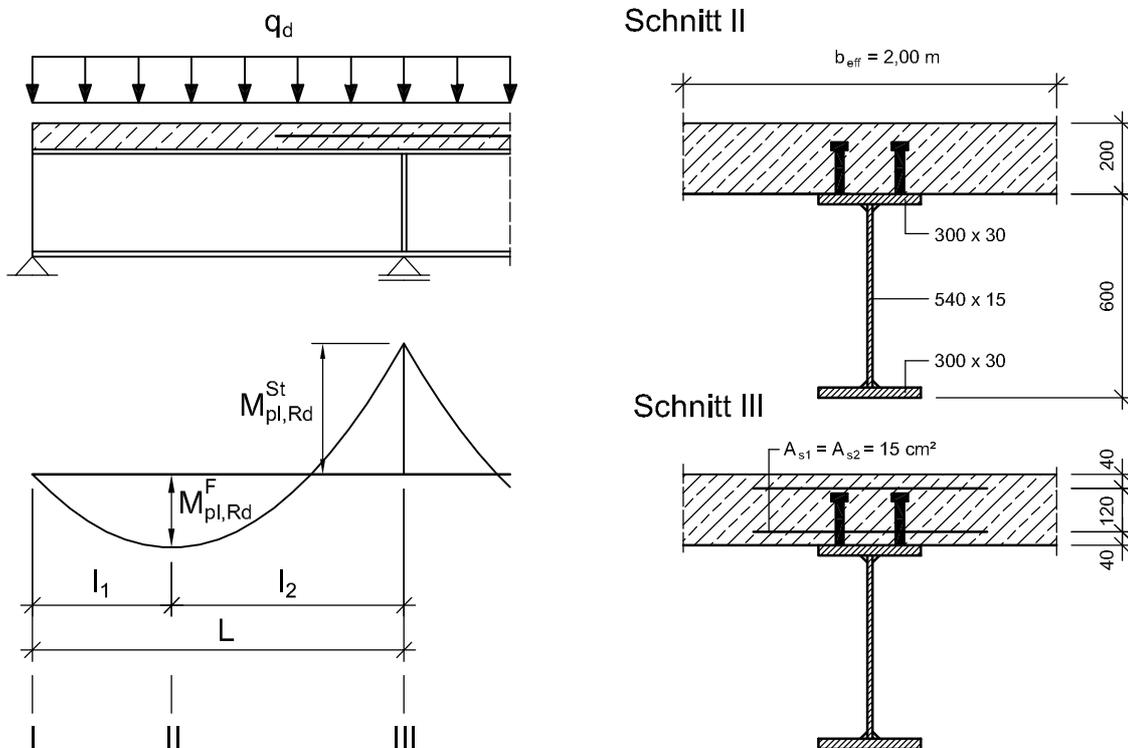


Abb.: 1.23 - plastische Bemessung bei Trägern mit Querschnitten der Klasse 1 und 2

Bei vollständiger Verdübelung ist das Momentenversagen in kritischen Schnitten für die Tragfähigkeit eines Verbundträgers maßgebend.

- Beton: C 35/45

$$f_{cd} = \frac{3,5}{1,5} = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 355

$$f_y = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

- Betonstahl:

$$f_{sk} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{sd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

Momententragfähigkeit im Feld

- Querschnittsfläche des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 30 \cdot 3 \cdot 2 + 54 \cdot 1,5 = 261 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 0,3 + 0,2 = 0,50 \text{ m}$$

- plastische Normalkraft des Stahlträgers:

$$N_{pl,a,Rd} = 261 \cdot 35,5 = 9265,5 \text{ kN}$$

- Normalkraft des Betongurtes:

$$N_{cd} = 0,85 \cdot 2,33 \cdot 200 \cdot 20 = 7922 \text{ kN}$$

- Lage der plastischen Nulllinie:

$$z_{pl} = 20 + \frac{9265,5 - 7922}{2 \cdot 35,5 \cdot 30} = 20,6 \text{ cm}$$

- Normalkraft im Obergurt des Stahlträgers:

$$N_f = 2 \cdot 35,5 \cdot 30 \cdot (20,6 - 20) = 1278,0 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment des Verbundquerschnittes:

$$M_{pl,Rd}^F = 9265,5 \left[0,5 - \frac{0,2}{2} \right] - 1278,0 \left[\frac{0,206}{2} \right] = 3574,6 \text{ kNm}$$

Momententragfähigkeit über der Stütze

- Normalkräfte in der Bewehrung:

$$N_{s1} = N_{s2} = 15 \cdot 43,48 = 652,2 \text{ kN}$$

- Plastische Normalkraft des Baustahlquerschnittes:

$$N_{pl,a,Rd} = (2 \cdot 30 \cdot 3 + 54 \cdot 1,5) \cdot 35,5 = 9265,5 \text{ kN}$$

- Normalkraft N_f im Obergurt des Stahlträgers:

$$N_f = 2 \cdot 30,0 \cdot 3,0 \cdot 35,5 = 6390 \text{ kN}$$

- Lage der plastischen Nulllinie:

$$z_{pl} = 20 + 3 + \frac{9265,5 - 2 \cdot 652,2 - 6390}{2 \cdot 35,5 \cdot 1,5} = 37,8 \text{ cm}$$

1. Verbundträger

- Normalkraft N_w des Steges:

$$N_w = 2 \cdot 35,5 \cdot 1,5 \cdot (37,8 - 3 - 20) = 1576,2 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment:

$$M_{pl,Rd}^S = 9265,5 \cdot 0,5 - (652,2 \cdot 0,04 + 652,2 \cdot 0,16) - 6390 \cdot \left[0,20 + \frac{0,03}{2} \right] - \\ - 1576,5 \cdot \left[\frac{0,378 + 0,03 + 0,20}{2} \right] = 2649,2 \text{ kNm}$$

- Ermittlung des Beiwertes α zur Klassifizierung des Steges:

$$\alpha = 1 - \frac{N_{pl,a,Rd} - N_{s1} - N_{s2} - N_f}{2 f_{yd} t_w h_w} \\ \alpha = 1 - \frac{9265,5 - 2 \cdot 652,2 - 6390}{2 \cdot 35,5 \cdot 1,5 \cdot 54,0} = 0,73$$

- Klassifizierung des Querschnittes nach Abschnitt [5](4.2):

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81 \\ \frac{h_w}{t_w} = \frac{54}{1,5} = 36 < \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,73 - 1} = 37,8$$

- **Es liegt somit ein Querschnitt der Klasse 1 vor.**

Verbundsicherung

- Kopfbolzendübel:

$$\varnothing = 22 \text{ mm}$$

$$h = 150 \text{ mm}$$

$$f_{uk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

- Dübeltragfähigkeit nach den Gleichungen [5](4.208) und [5](4.209):

$$P_{Rd} = 0,29 d^2 \alpha \sqrt{f_{ck} E_{cm}} \frac{1}{\gamma_{v,c}} \\ \frac{h}{d} = \frac{150}{22} = 6,8 > 4 \quad \rightarrow \alpha = 1,0 \\ P_{Rd} = 0,29 \cdot 2,2^2 \cdot 1,0 \sqrt{3,5 \cdot 3350} \frac{1}{1,50} = 101,3 \text{ kN} \rightarrow \text{maßgebend} \\ P_{Rd} = 0,8 f_u \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{\gamma_{v,a}} \\ P_{Rd} = 0,8 \cdot 45 \cdot \frac{\pi \cdot 2,2^2}{4} \frac{1}{1,25} = 109,5 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

Im Bereich zwischen den **Schnitten I und II** ergibt sich die für die vollständige Verdübelung erforderliche Anzahl der Verbundmittel n_f **aus der Druckkraft $N_{cf} = V_L$ des Betongurtes**.

- Betondruckkraft mit $b_{eff,1} = 2,00\text{m}$ im Feld:

$$N_{cf} = \alpha_c A_c f_{cd}$$
$$N_{cf} = 0,85 \cdot 200 \cdot 20 \cdot 2,33 = 7922 \text{ kN}$$

- Somit ergibt sich n_f in diesem Bereich zu:

$$n_f = \frac{V_L}{P_{Rd}} = \frac{7922}{101,3} = 78,2 \rightarrow 79 \text{ Stück erforderlich}$$

Zwischen den **Schnitten II und III** erhält man die resultierende Schubkraft V_L **aus der Betondruckkraft N_{cf} im Schnitt II und der Zugkraft N_s des Stahlbetongurtes im Schnitt III**.

- Zugkraft:

$$N_s = A_s f_{sd} = 2 \cdot 15 \cdot 43,3 = 1299 \text{ kN}$$
$$V_L = N_{cf} + N_s = 7922 + 1299 = 9221 \text{ kN}$$

- n_f ergibt sich zu:

$$n_f = \frac{V_L}{P_{Rd}} = \frac{9221}{101,3} = 91 \text{ Stück erforderlich}$$

Wird der Träger zusätzlich durch größere Einzellasten beansprucht oder sind über die Trägerlänge Querschnittsabstufungen im Stahlträger bzw. in der Bewehrung vorhanden, so ist n_f auch zwischen diesen zusätzlichen kritischen Schnitten zu ermitteln.

[4-1-1] erlaubt eine äquidistante Dübelverteilung zwischen den kritischen Schnitten, wenn die Querschnitte im betrachteten Trägerbereich die Bedingungen der Klasse 1 oder 2 erfüllen und die vollplastische Momententragfähigkeit des Verbundquerschnittes den 2,5fachen Wert der vollplastischen Momententragfähigkeit des Baustahlquerschnitts nicht überschreitet. Andernfalls ist die Momentendeckung gesondert nachzuweisen!

- das vollplastische Moment des Stahlträgers ergibt sich zu:

$$M_{pl,a,Rd} = 2209,3 \text{ kNm} \quad (\text{siehe 1.1.1.3})$$
$$M_{pl,a,Rd} \cdot 2,5 = 5523,3 > M_{pl,Rd}^F$$

Somit sind alle Bedingungen für eine äquidistante Dübelaufteilung erfüllt.

1. Verbundträger

1.1.4.2 Verbundsicherung bei Trägern mit Profilblechen

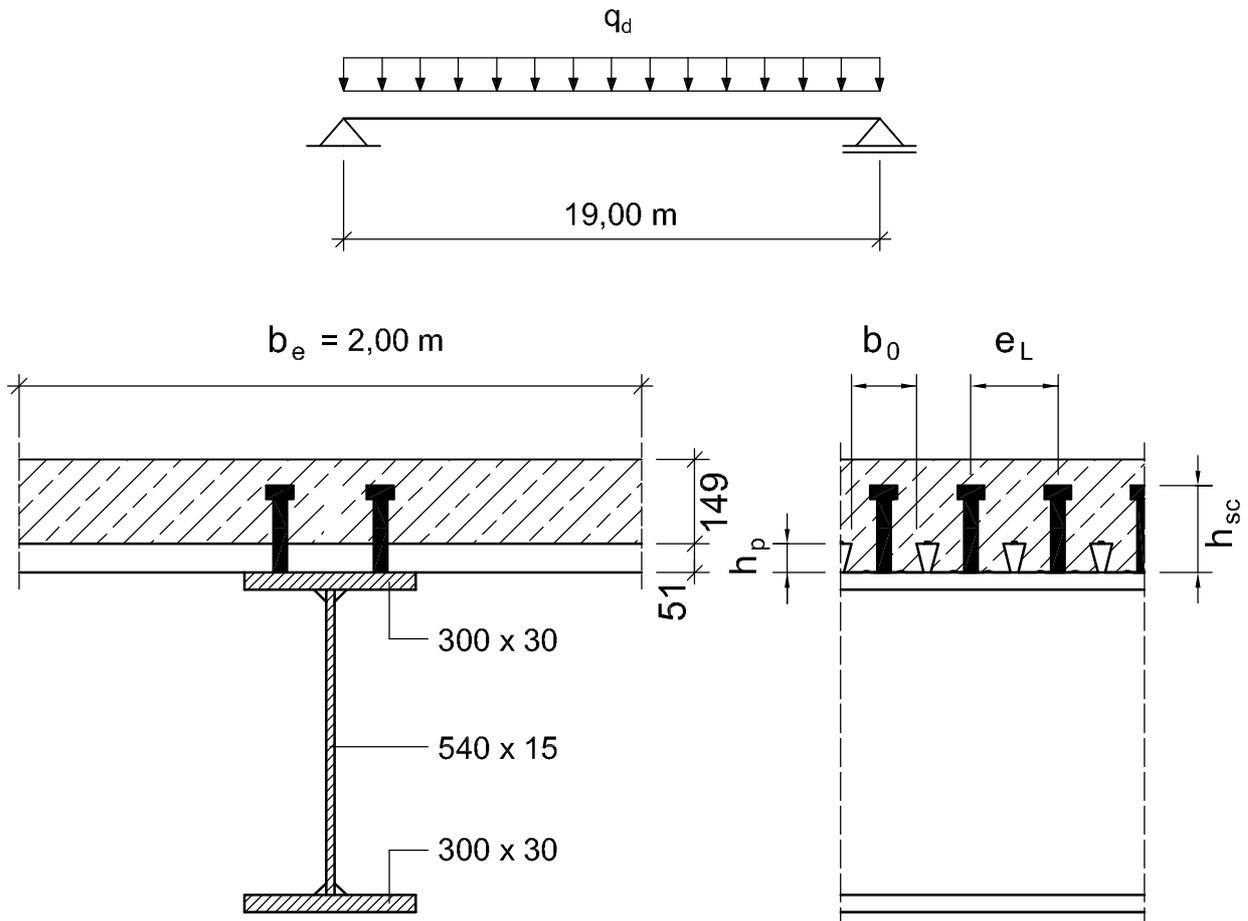


Abb.: 1.24 - Nachweis der Verdübelung eines Einfeldträgers

Trapezblech: $h_c = 200$ mm, $b_0 = 113$ mm, $h_p = 51$ mm und $h_{sc} = 150$ mm.

Verbundmittel: Kopfbolzendübel $\varnothing 22$ mm, $h = 150$ mm, $f_{uk} = 450$ N/mm², Dübelabstand in Längsrichtung $e_L = 150$ mm.

Für die vorhandene Dübelanzahl zwischen dem Auflager und dem kritischen Schnitt in Feldmitte ergibt sich: $n_{vorh.} = 2 \cdot (950/15) = 126$ Stück.

- Ermittlung der Dübeltragfähigkeit nach Gleichungen [5](4.208) und [5](4.209):

$$h/d = 150/22 = 6,8 \geq 4 \quad \rightarrow \quad \alpha = 1,0$$

$$P_{Rd} = 0,29 \cdot 2,2^2 \cdot 1,0 \sqrt{3,5 \cdot 3350} \frac{1}{1,5} = 101,3 \text{ kN}$$

$$P_{Rd} = 0,8 \cdot 45 \frac{2,2^2 \cdot 3,14}{4} \frac{1}{1,25} = 109,5 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

- Abminderungsfaktor k_t nach Gleichung [5](4.210):

$$k_t = \frac{0,7}{\sqrt{n_r}} \frac{b_0}{h_p} \left[\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right]$$
$$k_t = \frac{0,7}{\sqrt{2}} \frac{113}{51} \left[\frac{150}{51} - 1 \right] = 2,12 > k_{t,max} = 0,6$$

- Bemessungswert der Dübeltragfähigkeit:

$$P_{t,Rd} = k_t P_{Rd} = 101,3 \cdot 0,6 = 60,8 \text{ kN}$$

- Schnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

- charakteristischer Wert der Einwirkungen:

- * Eigengewicht und Ausbaulasten: $g_k = 20 \text{ kN/m}$

- * Verkehrslasten: $p_k = 25 \text{ kN/m}$

- Bemessungswert:

$$q_d = 1,35 \cdot 20 + 1,5 \cdot 25 = 64,5 \text{ kN/m}$$

- Biegemoment in Feldmitte:

$$M_{Ed} = 64,5 \frac{19^2}{8} = 2910,6 \text{ kNm}$$

- Die Ermittlung der vollplastischen Momententragfähigkeit des Verbundquerschnittes wird an dieser Stelle nicht mehr explizit angezeigt. Die Berechnung erfolgte unter 1.1.1.2.

$$M_{pl,Rd} = 3493,4 \text{ kNm} \quad M_{pl,a,Rd} = 2009,3 \text{ kNm}$$

- Druckkraft des Betongurtes bei vollständiger Verdübelung:

$$N_{cd} = N_{pl,a,Rd} = 9265,5 \text{ kN}$$

- Normalkraft bei teilweiser Verdübelung nach Gleichung [5](4.203): und erforderliche Dübelanzahl:

$$N_c = \frac{2910,6 - 2009,3}{3493,4 - 2009,3} 9265,5 = 5627 \text{ kN}$$

- Erforderliche Dübelanzahl:

$$n_{erf.} = \frac{N_c}{P_{Rd}} = \frac{5627}{60,8} = 92,9 < n_{vorh.} = 126$$

- Ermittlung des Mindestverdübelungsgrades nach Abbildung [5](4.82):

$$\eta = 1 - \left(\frac{355}{275} \right) (0,75 - 0,03 L_e) = 0,77$$

1. Verbundträger

- Die Dübelanzahl bei vollständiger Verdübelung n_f wird aus der Druckkraft des Betongurtes für das vollplastische Moment ermittelt:

$$N_{cd} = N_{pl,a,Rd} = 9265,5 \text{ kN}$$
$$n_f = \frac{9265,5}{60,8} = 152,4$$

- Für den vorhandenen Verdübelungsgrad folgt:

$$n_{vorh.}/n_f = \frac{126}{152,4} = 0,83 \geq \eta = 0,77$$

Zum Vergleich wird ein genauerer Nachweis mit Hilfe der plastischen Momententragfähigkeit bei teilweiser Verdübelung nach den Gleichung [5](4.195) bis Gleichung [5](4.202) geführt:

- Druckkraft des Betongurtes und Lage der plastischen Nulllinie $z_{pl,1}$ nach Gleichung [5](4.195):

$$N_c = 126 \cdot 60,8 = 7660 \text{ kN}$$
$$z_{pl,1} = \frac{7660}{300 \cdot 0,85 \cdot 2,33} = 12,9 \text{ cm}$$

- Bestimmung von $z_{pl,2}$ und N_f nach Gleichung [5](4.199):

$$z_{pl,2} = 20 + \frac{9265,5 - 7660}{2 \cdot 35,5 \cdot 30} = 20,8 \text{ cm}$$
$$N_f = 2 \cdot 35,5 \cdot 30 \cdot 0,8 = 1605,5 \text{ kN}$$

- Plastisches Moment des Verbundquerschnittes bei teilweiser Verdübelung nach Gleichung [5](4.202):

$$M_{Rd} = 9265,5 \left[0,50 - \frac{0,129}{2} \right] - 1605,5 \cdot \frac{0,20 + 0,208 - 0,129}{2} = 3811,2 \text{ kNm} > 2910,6$$

Da die Dübel äquidistant über die Trägerlänge angeordnet werden, ist zusätzlich die Bedingung $M_{pl,a,Rd} \cdot 2,5 = 5023,3 > M_{pl,Rd} = 3811,2$ einzuhalten.

1. Verbundträger

1.1.4.3 Teilverbund im positiven Momentenbereich

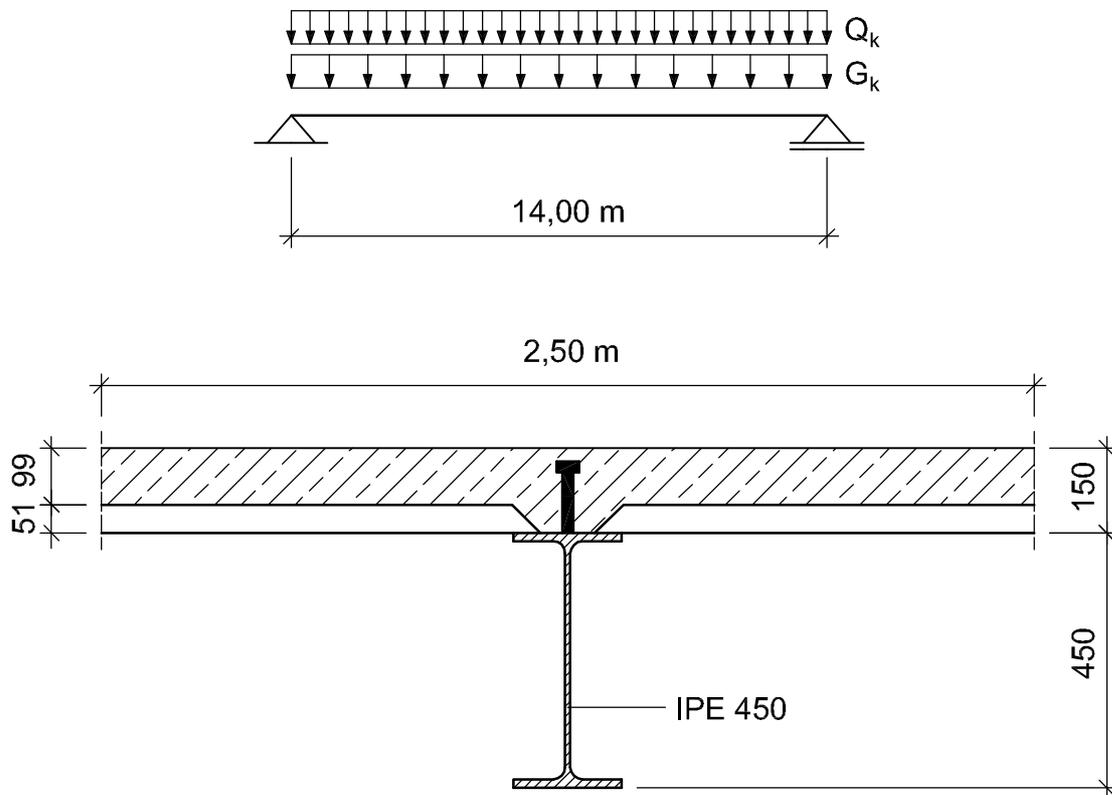


Abb.: 1.25 - Bemessung eines einfeldrigen Verbundträgers

Lastannahmen Charakteristische Werte der ständigen Einwirkungen:

- Stahlträger: $g_k = 0,80 \text{ kN/m}$
- Betonplatte und Profilblech: $g_k = 9,40 \text{ kN/m}$
- Ausbaulasten: $g_k = 6,50 \text{ kN/m}$

Charakteristische Werte der veränderlichen Einwirkungen:

- Verkehrslast: ($p = 5,00 \text{ kN/m}^2$) $q_k = 12,50 \text{ kN/m}$

Teilsicherheitsbeiwerte für die Einwirkungen:

- ständige Einwirkungen: $\gamma_g = 1,35$
- veränderlicher Einwirkungen: $\gamma_q = 1,50$

1. Verbundträger

Bemessungsschnittgrößen

- Biegemoment in Feldmitte:

$$M_{Ed} = \frac{[1,35(0,80 + 9,40 + 6,50) + 1,5 \cdot 12,50] 14,00^2}{8} = \frac{41,295 \cdot 14,0^2}{8} = 1011,7 \text{ kNm}$$

- Querkraft am Auflager:

$$V_{Ed} = \frac{41,295 \cdot 14,0}{2} = 289,1 \text{ kN}$$

Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

- Beton: C 35/45

$$f_{cd} = \frac{35}{1,5} = 23,33 \text{ N/mm}^2 = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl: S 355

$$f_{yd} = \frac{355}{1,0} = 355 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

Plastische Momententragfähigkeit (siehe Abschnitt [5](4.7.1))

$$A_a = 98,8 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 0,5 \cdot 0,45 + 0,15 = 0,375 \text{ m}$$

$$N_{pl,a,Rd} = 98,8 \cdot 35,5 = 3507,4 \text{ kN}$$

- Mittragende Breite (siehe Abschnitt [5](4.3)):

$$b_e = 2 \frac{14,0}{8} = 3,5 \text{ m} > 2,5 \text{ m} \rightarrow b_e = 2,5 \text{ m}$$

- Lage der plastischen Nulllinie:

$$z_{pl} = \frac{3507,4}{0,85 \cdot 2,33 \cdot 250} = 7,1 \text{ cm} \leq 9,9 \text{ cm}$$

- Bemessungswert der plastischen Momententragfähigkeit:

$$M_{pl,Rd} = 3507,4 \left[0,375 - \frac{0,071}{2} \right] = 1191,0 \text{ kNm} > M_{Ed} = 1011,7 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

Plastische Querkrafttragfähigkeit

$$A_w = A - 2b + t_f + (t_w + 2r) t_f = 98,8 - 2 \cdot 19,0 \cdot 1,46 + (0,94 + 2 \cdot 2,1) \cdot 1,46 = 50,82 \text{ cm}^2$$

$$t_w = 9,4 \text{ mm}$$

$$d = 450 - 2(14,6 + 21) = 378,8 \text{ mm}$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{378,8}{9,4} = 40,3 \leq 72 \sqrt{\frac{235}{355}} = 58,6$$

$$V_{pl,Rd} = A_w \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = 50,82 \frac{35,5}{\sqrt{3}} = 1041,69 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} \cdot 0,5 = 520,85 \text{ kN} \geq V_{Ed} = 289,1 \text{ kN}$$

Damit ist keine $M - V$ -Interaktion erforderlich.

Nachweis der Verbundsicherung:

- Die Verbundsicherung erfolgt mit Kopfbolzendübeln $\varnothing 19 \times 125 \text{ mm}$; die Zugfestigkeit des Bolzenwerkstoffes beträgt $f_{uk} = 450 \text{ N/mm}^2$. Die Profilbleche werden über dem Träger gestoßen; daher dürfen die Dübeltragfähigkeiten für Vollbetonplatten in Rechnung gestellt werden. Für die Dübeltragfähigkeit ergibt sich gemäß den Gleichungen [5](4.208) und [5](4.209) sowie mit $h/d = 125/19 = 6,6 \geq 4 \rightarrow \alpha = 1,0$.

$$P_{Rd} = 0,29 \alpha \cdot d^2 \sqrt{f_{ck} \cdot E_{cm}} \frac{1}{\gamma_v} = 0,29 \cdot 1,0 \cdot 1,9^2 \sqrt{3,5 \cdot 3350} \frac{1}{1,5} = 75,6 \text{ kN}$$

$$P_{Rd} = 0,8 f_{uk} \frac{\pi \cdot d^2}{4} \frac{1}{\gamma_v} = 0,8 \cdot 45 \frac{\pi \cdot 1,9^2}{4} \frac{1}{1,25} = 81,7 \text{ kN}$$

- Ermittlung der Dübelanzahl n_f bei vollständiger Verdübelung mit $N_{cf} = N_{pl,a,Rd}$:

$$n_f = \frac{N_{pl,a,Rd}}{P_{Rd}} = \frac{3507,4}{75,6} = 46,4$$

Der Träger ist hinsichtlich der Momententragfähigkeit nicht voll ausgenutzt. Die erforderliche Dübelanzahl wird daher nach der Teilverbundtheorie ermittelt:

- Plastisches Moment des Baustahlquerschnittes:

$$M_{pl,a,Rd} = 2 S_y \frac{f_{yk}}{1,0} = 2 \cdot 8,51 \frac{35,5}{1,0} = 604,2 \text{ kNm}$$

- Normalkraft im Betongurt bei teilweiser Verdübelung mit $N_{cf} = N_{pl,a,Rd}$:

$$\frac{N_c}{N_{cf}} = \frac{M_{Ed} - M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}} = \frac{1011,7 - 604,2}{1191,0 - 604,2} = 0,7$$

$$N_c = 0,7 \cdot 3507,4 = 2455,2 \text{ kN}$$

- Erforderliche Dübelanzahl bei teilweiser Verdübelung:

$$n_{erf.} = \frac{N_c}{P_{Rd}} = \frac{2455,2}{75,6} = 32,5$$

1. Verbundträger

gewählt: Kopfbolzendübel $\varnothing 19$ mm mit $e_L = 17,5$ cm und

$$n_{vorh.} = \frac{7,0}{0,175} = 40 \geq n_{erf.} = 32,5$$

Erforderlicher Mindestverdübelungsgrad nach Abbildung [5](4.82):

$$\eta = 1 - \left(\frac{355}{355} \right) (0,75 - 0,03 L_e) = 0,67$$

$$\eta = 0,67 < \frac{n_{vorh.}}{n_f} = \frac{40}{46,4} = 0,86$$

Da die Dübel äquidistant über die Trägerlänge angeordnet werden, ist zusätzlich die Bedingung $M_{pl,a,Rd} \cdot 2,5 = 1510,5 > M_{pl,Rd} = 1191,0$ einzuhalten.

1.1.5 Schnitt V-V: Schubsicherung des Betongurtes

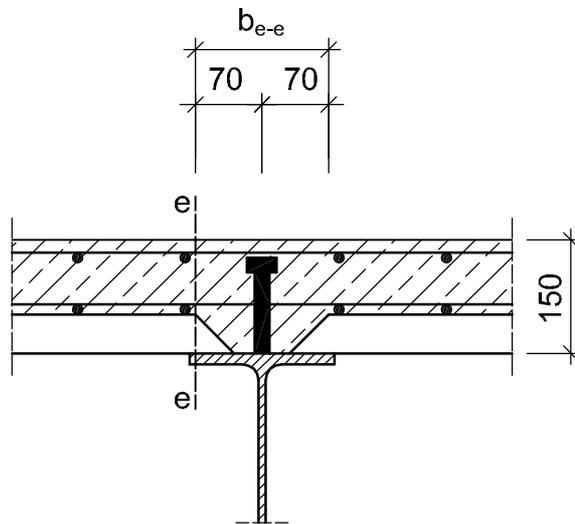


Abb.: 1.26 - maßgebender Schnitt im Plattenanschnitt

Die nachfolgenden Nachweise stellen eine fortführende Berechnung des letzten Beispiels dar. Alle erforderlichen Angaben sind also 1.1.4.3 zu entnehmen. Die mitwirkende Breite b_{eff} beträgt also 2,50 m. Die Länge des Schnittes $b_{e-e} = 2 \cdot 7,0$ cm wird durch die Profilbleche, die über dem Träger gestossen sind, bestimmt.

Die vorhandene Längsschubkraft pro Längeneinheit im Plattenanschnitt (Schnitt e-e) wird aus den Schubkräften in den Verbundmitteln zurückgerechnet:

$$V_{L,Ed} = \frac{1}{2} \frac{P_{Rd}}{e_L} \left(\frac{b_{eff} - b_{e-e}}{b_{eff}} \right) \frac{n_{erf.}}{n_{vorh.}}$$

$$V_{L,Ed} = \frac{1}{2} \frac{75,6}{0,175} \left(\frac{250 - 14}{250} \right) \frac{32,5}{40} = 165,6 \text{ kN/m}$$

Im Plattenanschnitt darf nur die Betonfläche oberhalb des Profilbleches angerechnet werden, siehe Abbildung [5](4.103).

$$A_{cv} = (15 - 5,1) \cdot 100 = 990 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Bemessungswert der Schubtragfähigkeit $V_{L,Rd}$ bei Versagen der Betondruckstreben nach Gleichung [5](4.216):

$$V_{L,Rd} = \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta_f \cdot \cos \theta_f \cdot A_{cv}$$

Der Winkel θ_f der Betondruckstreben zur Trägerachse wird mit 40° angenommen (siehe dazu Abbildung [5](4.103)). Der Beiwert ν hingegen ergibt sich nach [5] zu:

$$\nu = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{35}{250} \right) = 0,5$$

1. Verbundträger

Damit ergibt sich $V_{L,Rd}$ zu:

$$\begin{aligned}V_{L,Rd} &= 0,5 \cdot 2,33 \cdot \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot 990 = 568,7 \text{ kN/m} \\V_{L,Rd} &= 568,7 \text{ kN/m} > V_{L,Ed} = 165,6 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Bemessungswert der Schubtragfähigkeit der Bewehrung:

Die obere Bewehrung aus der Deckentragwirkung darf im Plattenanschnitt voll angerechnet werden. Mit $a_{so} = 2,21 \text{ cm}^2/\text{m}$ und $a_{su} = 1,88 \text{ cm}^2/\text{m}$ ergibt sich die Längsschubtragfähigkeit nach Gleichung [5](4.217):

$$\begin{aligned}V_{L,Rd} &= \frac{A_{sf}}{s_f} \cdot f_{sd} \cdot \cot \theta_f \\V_{L,Rd} &= (2,21 + 1,88) \cdot 43,48 \cdot 1,2 = 212,0 \text{ kN/m} > V_{L,Ed} = 165,6 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Nachweis der Mindestquerkraftbewehrung:

Der Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung lässt sich nach Gleichung [5](4.218) ermitteln. Der Winkel, den die Querkraftbewehrung mit der Trägerachse einschließt beträgt 45° .

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha} = \frac{2,21 + 1,88}{250 \cdot \sin 45^\circ} = 2,31\%$$

Die Mindestquerkraftbewehrung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\rho_{w,min} &= 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{sk}} = 0,08 \cdot \frac{\sqrt{35}}{500} = 0,94\text{‰} \\ \rho_{w,min} &= 0,94\text{‰} < \rho_w = 2,31\text{‰}\end{aligned}$$

1.1.6 Schnitt VI-VI: Nachweis der Dübelumrissfläche

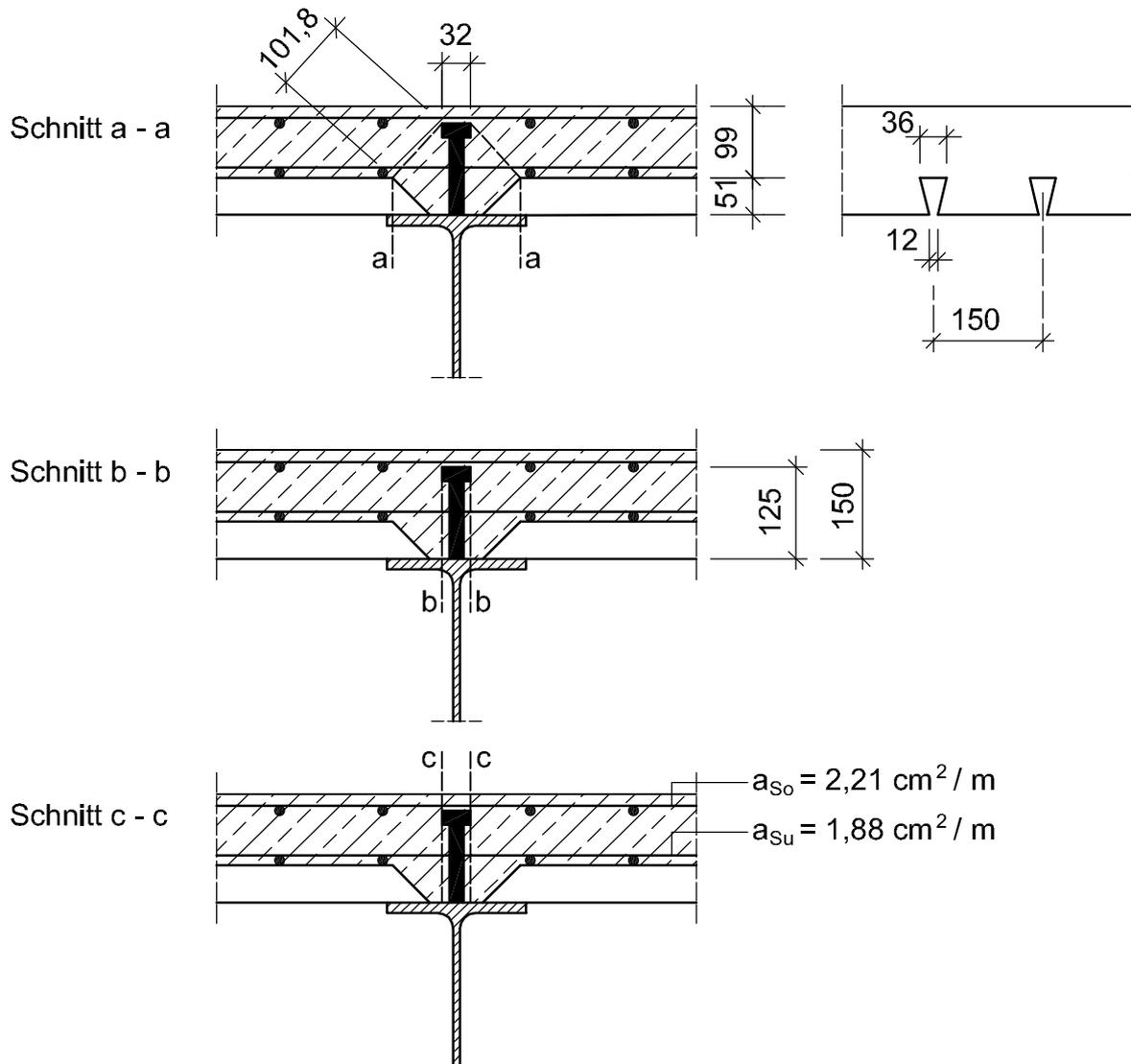


Abb.: 1.27 - Kritische Schnitte in der Dübelumrissfläche

- Anrechenbare Betonfläche A_{cv} im Schnitt a-a:

$$A_{cv} = (3,2 + 2 \cdot 10,18 + 2 \cdot 5,1) 100 - 2 \frac{1}{2} (1,2 + 3,6) \frac{5,1}{0,15} = 3376 - 163 = 3213 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Anrechenbare Betonfläche A_{cv} im Schnitt b-b:

$$A_{cv} = (2 \cdot 12,5 + 3,2) 100 = 2820 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Anrechenbare Betonfläche A_{cv} im Schnitt c-c:

$$A_{cv} = 2 \cdot 15 \cdot 100 = 3000 \text{ cm}^2/\text{m}$$

1. Verbundträger

Maßgebend für die Bemessung ist der Schnitt b-b. Die vorhandene Längsschubkraft in der Dübelumrissfläche beträgt:

$$V_{L,Ed} = \frac{P_{Rd}}{e_L} \cdot \frac{n_{erf.}}{n_{vorh.}} = \frac{75,6}{0,175} \cdot \frac{32,5}{40} = 350,9 \text{ kN/m}$$

Bemessungswert der Schubtragfähigkeit bei Versagen der Betondruckstrebe:

$$V_{L,Rd} = 0,5 \cdot 2,33 \cdot \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot 2820 = 1617,7 \text{ kN/m} \geq 350,9 \text{ kN/m}$$

Nachweis der Schubbewehrung:

Da die obere Bewehrung nicht im Bereich der Dübelumrissfläche liegt, kann nur die untere Bewehrungslage angerechnet werden.

$$V_{L,Rd} = (2 \cdot 1,88) \cdot 43,48 \cdot 1,2 = 196,3 \text{ kN/m} < V_{L,Ed} = 350,9 \text{ kN/m}$$

Damit ist eine Zulagebewehrung notwendig. Gewählt werden $\varnothing 10/30\text{cm}$. Das ergibt $A_{sw}/s_w = 2,61\text{cm}^2/\text{m}$. Bei einer neuerlichen Nachweisführung ergibt sich dann:

$$V_{L,Rd} = 2 \cdot (2,61 + 1,88) \cdot 43,48 \cdot 1,2 = 468,8 \text{ kN/m} > V_{L,Ed} = 350,7 \text{ kN/m}$$

1.1.7 Schnitt VII-VII: Biegedrillknicknachweis nach [1]

1.1.7.1 Biegedrillknicknachweis für einen Zweifeldträger

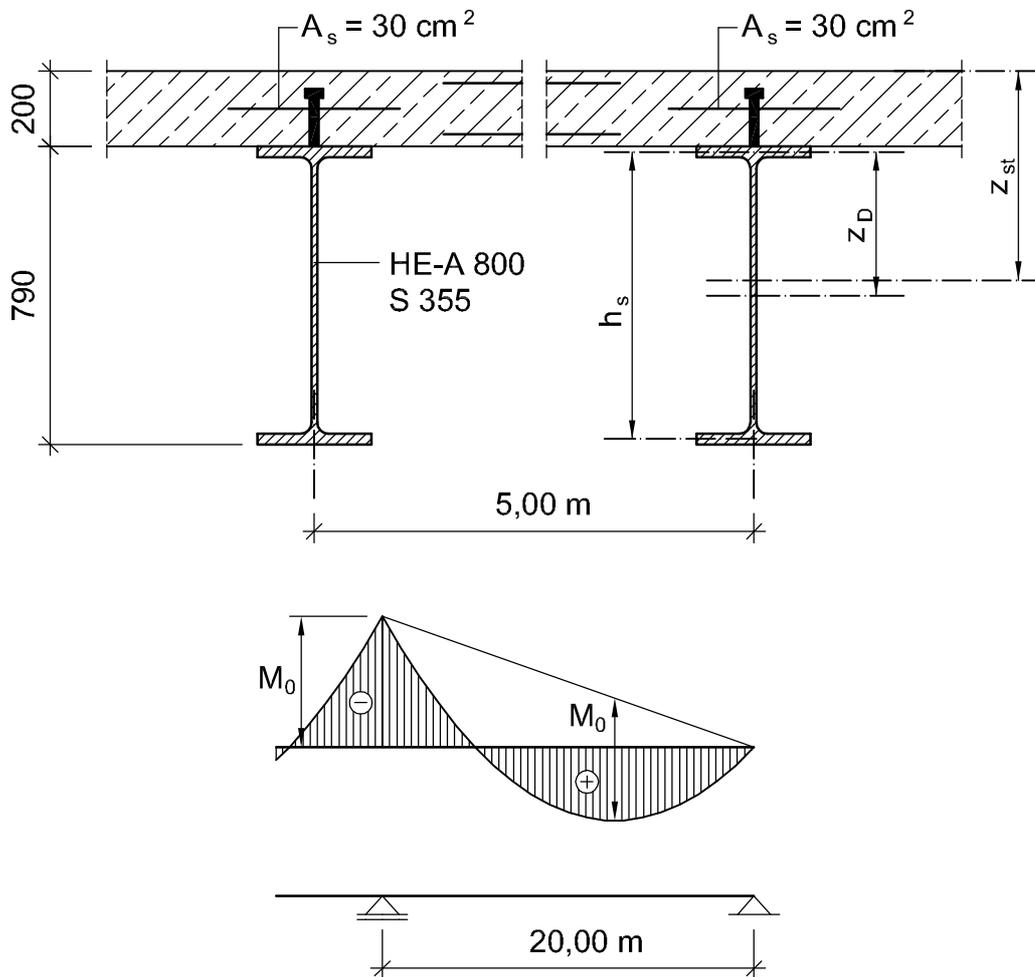


Abb.: 1.28 - Biegedrillknicknachweis für einen Zweifeldträger

- Querschnittswerte des Baustahlquerschnittes HEA 800:

$$A_a = 286,0 \text{ cm}^2$$

$$I_{ay} = 30,34 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_{az} = 1,26 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Trägheitsmoment des Untergurtes um die z-Achse I_{afz} :

$$I_{afz} = \frac{t_f b_f^3}{12} = \frac{2,8 \cdot 0,3^3}{12} = 0,63 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

1. Verbundträger

- Wölbflächenmoment zweiten Grades bezogen auf die Drehachse $I_{\omega D}$ nach Gleichung [1](4.187):

$$I_{\omega D} = I_{afz} h_s^2 = 0,63 \cdot (790 - 28)^2 = 0,48 \text{ cm}^2\text{m}^4$$

- St. Venant'scher Torsionswiderstand des Baustahlquerschnittes lt. Tabellenwerk:

$$I_T = 0,0599 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- der polare Trägheitsradius i_P ergibt sich zu:

$$i_P^2 = \frac{I_{ay} + I_{az}}{A_a} = \frac{30,34 + 1,26}{286,0} = 0,11 \text{ m}^2$$

- Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnittes:

	A	z_i	$A z_i$	$A z_i^2$	I_y
A_s	30,0	0,100	3,00	0,300	-
A_a	286,0	0,595	170,17	101,251	30,34
Σ	316,0		173,17	101,551	30,34

$$z_{st} = \frac{\sum A z_i}{\sum A} = \frac{173,17}{316} = 0,548 \text{ m}$$

$$I_{st} = \sum I_y + \sum (A z_i^2) - A z_{st}^2 = 101,551 + 30,34 - 316 \cdot 0,548^2 = 36,99 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- z_e ergibt sich nach Gleichung [5](4.189) zu:

$$z_e = -\frac{I_a}{z_{st} A_a} = -\frac{30,34}{0,548 \cdot 286} = -0,194 \text{ m}$$

- k_z ergibt sich nach Gleichung [5](4.185) zu:

$$k_z = \left[\frac{(z_D + z_M)^2 + i_P^2}{z_e} + 2 z_D - r_{Mz} \right] \frac{I_a}{I_{st}}$$

Dabei ist $z_D = \frac{h_s}{2} = \frac{0,762}{2} = -0,381 \text{ m}$

Außerdem ist bei doppelt-symmetrischen Querschnitten $r_{Mz} = 0$

$$k_z = \left[\frac{(-0,381)^2 + 0,11}{-0,194} + 2 \cdot (-0,381) \right] \frac{30,34}{36,99} = -1,70$$

- Ermittlung der Drehfedersteifigkeiten:

1. Verbundträger

- Drehfederkonstante k_1 der Betonplatte: Biegesteifigkeit der Betonplatte in Querrichtung nach Gleichung [1](4.177) für einen Bewehrungsgrad $\rho = 0,5\%$

$$(E_{cm}I_c)_{II} = 21000 \cdot 1,0 \cdot 0,2 \cdot \frac{20^2}{12} \cdot 6,5 \cdot 0,005 = 4550 \text{ kNm}^2/\text{m}$$

$$k_1 = 4 \cdot \frac{4550}{5} = 3640 \text{ kNm/m}$$

- Drehfederkonstante k_2 aus Profilverformung nach Gleichung [5](4.179):

$$h_s = 790 - 28 = 762 \text{ mm} \quad \text{und} \quad t_w = 15 \text{ mm}$$

$$\text{Querkontraktionszahl} \quad \nu_a = 0,3$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \cdot 21000 \cdot 0,015 \cdot \frac{1,5^2}{0,762 \cdot 0,91} = 255,5 \text{ kNm/m}$$

- resultierende Drehfedersteifigkeit k_s :

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{255,5} + \frac{1}{3640} = \frac{1}{239}$$

$$k_s = c_{\vartheta} = 239 \text{ kNm/m}$$

- Aus Abbildung [5](4.73) ergibt sich das ideale Biegedrillknickmoment M_{cr} zu:

$$M_{cr} = \frac{1}{k_z} \left[\frac{\pi^2 EI_{\omega D}}{(\beta L)^2} + GI_{T,eff} \right]$$

$$GI_{T,eff} = 1,25 (1,5 - 0,5 \psi) GI_T \quad \text{mit } \psi = 0$$

$$GI_{T,eff} = 1,25 \cdot 1,5 \cdot 8100 \cdot 0,0599 = 909,73 \text{ kNm}^2$$

$$\eta = \sqrt{\frac{k_s L^4}{EI_{\omega D}}} = \sqrt{\frac{239 \cdot 20^4}{21000 \cdot 0,48}} = 61,59$$

$$\frac{\sqrt{\eta}}{\pi} = \frac{\sqrt{61,59}}{\pi} = 1,5 \rightarrow \text{aus Tabelle ?? erhält man } \beta = 0,18$$

$$M_{cr} = \frac{1}{-1,70} \left[\frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 0,48}{(0,18 \cdot 20)^2} + 909,73 \right] = -5039,3 \text{ kNm}$$

- Ermittlung des plastischen Momentes des Verbundquerschnittes unter Ansatz der charakteristischen Festigkeiten:

$$f_{ya} = 35,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{und} \quad f_{ys} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

- Plastische Normalkraft und plastisches Moment des Baustahlquerschnittes:

$$N_{pl,a} = 286 \cdot 35,5 = 10153 \text{ kN}$$

$$M_{pl,a} = W_{el} \cdot \alpha_{pl} \cdot f_{ya} = 76,8 \cdot 1,13 \cdot 35,5 = 3080,8 \text{ kNm}$$

- Normalkraft in der Bewehrung:

$$N_s = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ kN}$$

1. Verbundträger

– Plastisches Moment des Verbundquerschnittes nach Gleichung [5](4.148):

$$M_{pl} = 1500 \cdot 0,495 + 1,11 \cdot 3080,8 \cdot \left[1 - \frac{1500}{10153} \right] = 3657 \text{ kNm}$$

- Ermittlung des bezogenen Schlankheitsgrades:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{3657}{(|-5039,3|)}} = 0,85$$

- Nach Gleichung [5](4.173) erhält man χ_{LT} zu:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\varphi_{LT} + \sqrt{\varphi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0$$

mit dem Wert $\alpha_{LT} = 0,21$ der Knickspannungslinie a erhält man φ_{LT} zu:

$$\varphi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,85 - 0,4) + 0,85^2] = 0,91$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,91 + \sqrt{0,91^2 - 0,85^2}} = 0,81$$

- Ermittlung des Bemessungswertes des plastischen Momentes des Verbundquerschnittes unter Berücksichtigung der Bemessungswerte der Festigkeiten:

$$N_{sd} = \frac{1500}{1,15} = 1304,3 \text{ kN}$$

$$N_{pl,a,Rd} = \frac{10153}{1,0} = 10153,0 \text{ kN}$$

$$M_{pl,a,Rd} = \frac{3080,8}{1,0} = 3080,8 \text{ kNm}$$

$$M_{pl,Rd} = 1304,3 \cdot 0,495 + 1,11 \cdot 3080,8 \left[1 - \frac{1304,3}{10153,0} \right] = 4021,2 \text{ kNm}$$

- Klassifizierung des Querschnittes:

– Steghöhe d :

$$d = h_a - 2(t_f + r) = 79 - 2(3,0 + 2,8) = 67,4 \text{ cm}$$

$$\alpha = 0,5 \left[1 + \frac{1304,3}{35,5 \cdot 1,5 \cdot 67,4} \right] = 0,68$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

– Ermittlung von d/t :

$$\frac{d}{t} = \frac{67,4}{1,5} = 44,9 \leq 456 \cdot \frac{0,81}{13 \cdot 0,68 - 1} = 47,1$$

1. Verbundträger

Der Querschnitt ist somit in Klasse 2 einzustufen.

- Das Grenztragemoment des Querschnittes gegen Biegedrillknicken ergibt sich somit zu:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} M_{pl,Rd} = 0,81 \cdot 4021,2 = 3266,25 \text{ kNm}$$

1.2 Gebrauchstauglichkeitsnachweise

1.2.1 Durchbiegungsnachweis

1.2.1.1 Verformungsnachweis für einen Einfeldträger

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind die Verformungen des Trägers sowie die erforderliche Überhöhung von Bedeutung. Der Träger wird ohne Eigengewichtsverbund hergestellt. Der Einfluss der Nachgiebigkeit der Verbundfuge auf die Verformungen braucht nicht berücksichtigt werden. **Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind sämtliche Nachweise elastisch zu führen!** Bei diesem Beispiel wird die exakte Berechnungsmethode zur Bestimmung der Kriechbeiwerte angewendet und nicht wie in vorangegangenen Berechnungen das Näherungsverfahren nach EC 4.

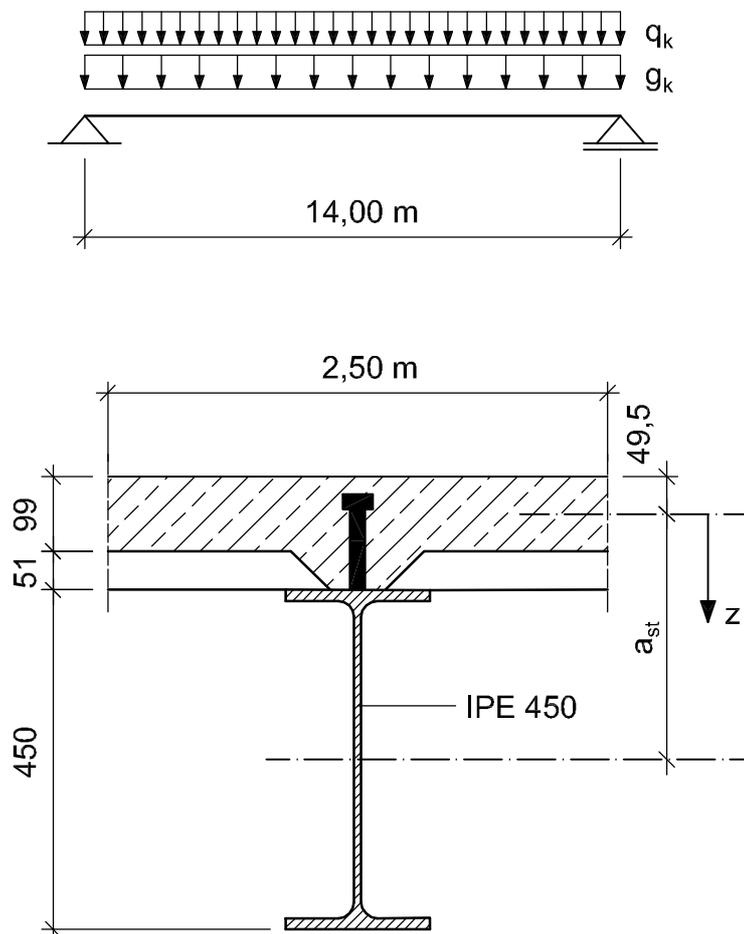


Abb.: 1.29 - Querschnitt im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Charakteristische Werte der ständigen Einwirkungen:

- Stahlträger: $g_k = 0,80 \text{ kN/m}$

1. Verbundträger

- Betonplatte und Profilblech: $g_k = 9,40 \text{ kN/m}$
- Ausbaulasten: $g_k = 6,50 \text{ kN/m}$

Charakteristische Werte der veränderlichen Einwirkungen:

- Verkehrslast: ($p = 5,00 \text{ kN/m}^2$) $q_k = 12,50 \text{ kN/m}$

Teilsicherheitsbeiwerte für die Einwirkungen:

- ständige Einwirkungen: $\gamma_g = 1,35$
- veränderlicher Einwirkungen: $\gamma_q = 1,50$

Ermittlung der Querschnittswerte:

- Querschnittswerte des Stahlprofils IPE 450:

$$A_a = 98,8 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 3,374 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$a_{st} = 0,5 \cdot 0,45 + 0,15 - \frac{0,099}{2} = 0,325 \text{ m}$$

- Querschnittswerte des Betongurtes:

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{21000}{3350} = 6,27$$

$$A_{c,0} = \frac{A_c}{n_0} = \frac{250 \cdot 9,9}{6,27} = 394,7 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,0} = \frac{I_c}{n_0} = \frac{250 \cdot 9,9^3}{12 \cdot 6,27} = 3224 \text{ cm}^4 = 0,3224 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Ideelle Querschnittswerte des Verbundquerschnittes für veränderliche Einwirkungen und ständige Einwirkungen zum Zeitpunkt $t = 0$:

$$A_{i,0} = A_a + A_{c,0} = 98,8 + 394,7 = 493,5 \text{ cm}^2$$

$$z_{i,0} = A_a \frac{a_{st}}{A_{i,0}} = 98,8 \frac{0,325}{493,5} = 0,065 \text{ m}$$

$$S_{i,0} = A_{c,0} \cdot z_{i,0} = 394,7 \cdot 0,065 = 25,7 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,0} = I_{c,0} + I_a + S_{i,0} \cdot a_{st} = 0,3224 + 3,374 + 25,7 \cdot 0,325 = 12,05 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Ermittlung der Querschnittskenngrößen α_T und α_I . (Da die Bewehrung im Betongurt bei der Ermittlung der Querschnittswerte vernachlässigt wurde, gilt $I_{st} = I_a$ und $A_{st} = A_a$.)

$$\alpha_T = \frac{A_{st} I_{st}}{A_{i,0} (I_{i,0} - I_{c,0})} = \frac{3,374 \cdot 98,8}{493,5 (12,05 - 0,3224)} = 0,0575$$

$$\alpha_I = \frac{I_{st}}{I_{c,0} + I_{st}} = \frac{3,374}{0,3224 + 3,374} = 0,913$$

1. Verbundträger

Ideelle Querschnittswerte des Verbundquerschnittes für ständige Einwirkungen (Ausbaulasten). Die Kriechbeiwerte $\psi_{A,P}$ und $\psi_{I,P}$ ergeben sich mit $\alpha_T = 0,0575$ bzw. $\alpha_I = 0,913$ und $\varphi_{t\infty} = 2,3$ zu:

$$\psi_{A,P} = \frac{1}{1 - 0,5 \alpha_T \cdot \varphi_{t\infty} + 0,08 (\alpha_T \cdot \varphi_{t\infty})^2} = 1,06$$

$$\psi_{I,P} = \frac{1}{1 - 0,5 \alpha_I \cdot \varphi_{t\infty} + 0,08 (\alpha_I \cdot \varphi_{t\infty})^2} = 3,30$$

- Reduktionszahlen für die Betonfläche und das Betonträgheitsmoment:

$$n_{A,P} = n_0 (1 + \psi_{A,P} \cdot \varphi_{t\infty}) = 6,27 (1 + 1,06 \cdot 2,3) = 21,6$$

$$n_{I,P} = n_0 (1 + \psi_{I,P} \cdot \varphi_{t\infty}) = 6,27 (1 + 3,30 \cdot 2,3) = 53,9$$

- Ideelle Querschnittswerte des Betongurtes:

$$A_{c,P} = \frac{A_c}{n_{A,P}} = \frac{250 \cdot 9,9}{21,6} = 114,6 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,P} = \frac{I_c}{n_{I,P}} = \frac{250 \cdot 9,9^3}{12 \cdot 53,9} = 375,0 \text{ cm}^4 = 0,038 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Ideelle Querschnittswerte des Verbundquerschnittes:

$$A_{i,P} = A_a + A_{c,P} = 98,8 + 114,6 = 213,4 \text{ cm}^2$$

$$z_{i,P} = A_a \frac{a_{st}}{A_{i,P}} = 98,8 \frac{0,325}{213,4} = 0,151 \text{ m}$$

$$S_{i,P} = A_{c,P} \cdot z_{i,P} = 114,6 \cdot 0,151 = 17,30 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,P} = I_{c,P} + I_a + S_{i,P} \cdot a_{st} = 0,038 + 3,374 + 17,3 \cdot 0,325 = 9,03 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

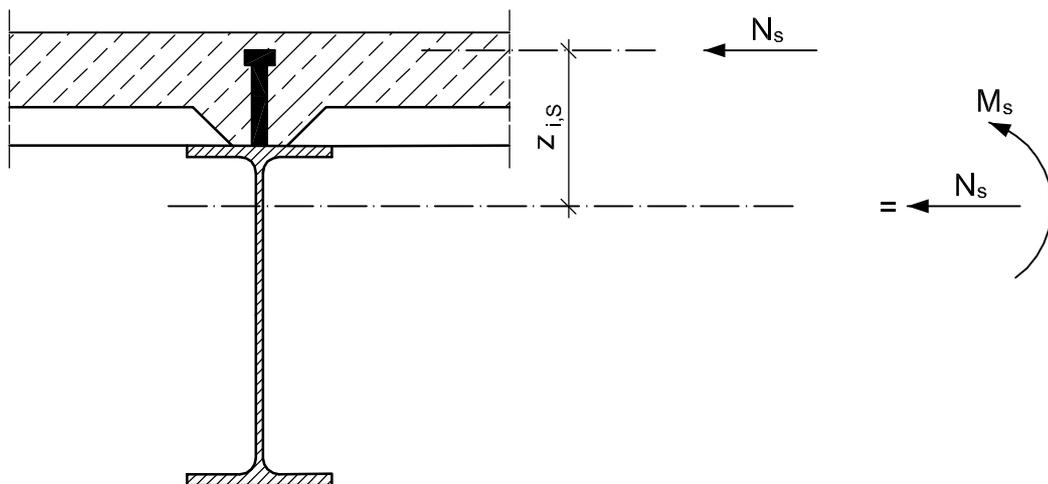


Abb.: 1.30 - Schnittgrößen infolge Schwinden am ideellen Querschnitt

1. Verbundträger

- Ideelle Querschnittswerte des Verbundquerschnittes für Schwinden
Kriechbeiwerte $\psi_{A,S}$ und $\psi_{I,S}$ mit $\varphi_t = 4,1$:

$$\psi_{A,S} = 0,5 + 0,08 \alpha_T \cdot \varphi_t = 0,5 + 0,08 \cdot 0,0575 \cdot 4,1 = 0,52$$

$$\psi_{I,S} = 0,5 + 0,08 \alpha_I \cdot \varphi_t = 0,5 + 0,08 \cdot 0,9130 \cdot 4,1 = 0,80$$

Reduktionszahlen für den Betongurt und das Betonträgheitsmoment:

$$n_{A,S} = n_0 (1 + \psi_{A,S} \cdot \varphi_t) = 6,27 (1 + 0,52 \cdot 4,1) = 19,6$$

$$n_{I,S} = n_0 (1 + \psi_{I,S} \cdot \varphi_t) = 6,27 (1 + 0,80 \cdot 4,1) = 26,8$$

Ideelle Querschnittswerte des Betongurtes:

$$A_{c,S} = \frac{A_c}{n_{A,S}} = \frac{250 \cdot 9,9}{19,6} = 126,3 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,S} = \frac{I_c}{n_{I,S}} = \frac{250 \cdot 9,9^3}{12 \cdot 26,8} = 754,3 \text{ cm}^4 = 0,075 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Ideelle Querschnittswerte des Verbundquerschnittes:

$$A_{i,S} = A_a + A_{c,S} = 98,8 + 126,3 = 225,1 \text{ cm}^2$$

$$z_{i,S} = A_a \frac{a_{st}}{A_{i,S}} = 98,8 \frac{0,325}{225,1} = 0,143 \text{ m}$$

$$S_{i,S} = A_{c,S} \cdot z_{i,S} = 126,3 \cdot 0,143 = 18,1 \text{ cm}^2\text{m}$$

$$I_{i,S} = I_{c,S} + I_a + S_{i,S} \cdot a_{st} = 0,075 + 3,374 + 18,1 \cdot 0,325 = 9,33 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Ermittlung der Verformungen aus ständigen Lasten und Verkehrslasten

- Verformungen des Stahlträgers aus ständigen Einwirkungen:

$$w = \frac{5 q l^4}{384 EI} = \frac{5 (0,8 + 9,4) 14^4}{384 \cdot 21000 \cdot 3,374} = 0,072 \text{ m}$$

- Verformungen aus Ausbaulasten zum Zeitpunkt $t=\infty$:

$$w = \frac{5 \cdot 6,5 \cdot 14^4}{384 \cdot 21000 \cdot 9,03} = 0,017 \text{ m}$$

Verformungen aus Schwinden:

- Schwindnormalkraft:

$$N_S = \varepsilon_{st} \frac{n_0}{n_{A,S}} E_{cm} \cdot A_c = 55 \cdot 10^{-5} \frac{6,27}{19,6} 3350 \cdot 250 \cdot 9,9 = 1458,8 \text{ kN}$$

- Schwindmoment:

$$M_S = N_S \cdot z_{i,S} = 1458,8 \cdot 0,143 = 208,6 \text{ kNm}$$

$$w = \frac{1}{E_a I_{i,S}} \int M_1 M_S ds = \frac{1}{E_a I_{i,S}} \frac{1}{2} M_S \frac{L^2}{4} = \frac{M_S}{E_a I_{i,S}} \frac{L^2}{8} = \frac{208,6 \cdot 14^2}{8 \cdot 21000 \cdot 9,33} = 0,026 \text{ m}$$

1. Verbundträger

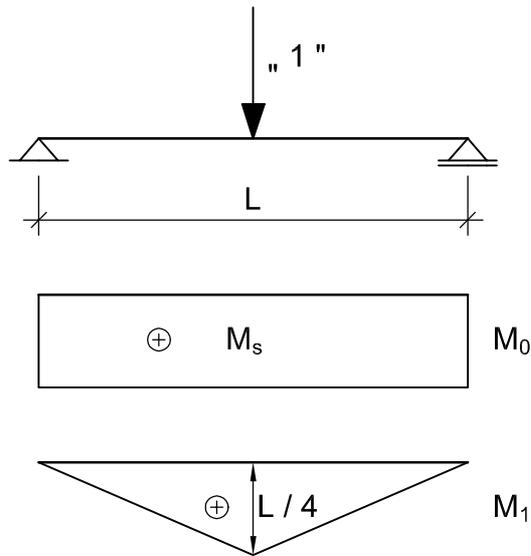


Abb.: 1.31 - virtueller Einheitszustand

Ermittlung der erforderlichen Überhöhung für die Verformungsanteile aus den ständigen Einwirkungen und Schwinden:

$$\text{Überhöhung} = 0,072 + 0,017 + 0,026 = 0,12 \text{ m}$$

Verformungen in Feldmitte aus dem häufigen Verkehrslastanteil mit dem Kombinationsbeiwert $\psi_2 = 0,6$:

$$w = \frac{5 (0,6 \cdot 12,5) 14^4}{384 \cdot 21000 \cdot 12,05} = 0,015 \text{ m} \approx \frac{L}{933} < \frac{L}{250}$$

1.2.2 Rissbreitenbeschränkung

1.2.2.1 Ermittlung der Mindestbewehrung

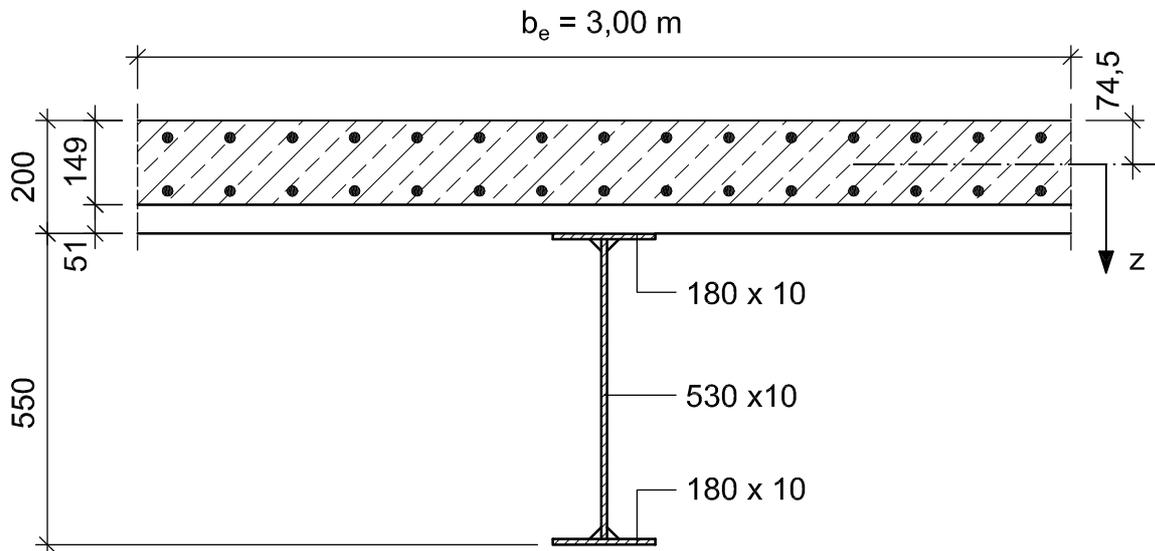


Abb.: 1.32 - Ermittlung der Mindestbewehrung

- Betongüte: C 30/37

- Elastizitätsmodul:

$$E_{cm} = 3200 \text{ kN/cm}^2$$
$$n_0 = \frac{21000}{3200} = 6,56$$

- mittlere Betonzugfestigkeit:

$$f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$$

- Querschnittsfläche des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 2 \cdot 18 \cdot 1,0 + 53 \cdot 1,0 = 89 \text{ cm}^2$$

- ideelle Querschnittsfläche des Betongurtes:

$$A_{c0} = 300 \frac{14,9}{6,56} = 681,1 \text{ cm}^2$$

- Abstand zwischen den Schwerachsen des Stahlquerschnittes und der Betonplatte:

$$a = \frac{55,0}{2} + 5,1 + \frac{14,9}{2} = 40,05 \text{ cm}$$

1. Verbundträger

- ideale Querschnittsfläche des Verbundquerschnittes:

$$A_{i0} = 89 + 681,1 = 770,1 \text{ cm}^2$$

- Schwerpunktsabstand z_{i0} des Verbundquerschnittes:
Bei der Ermittlung von z_{i0} kann der Einfluss der Bewehrung vernachlässigt werden.

$$z_{i0} = 89 \frac{40,05}{770,1} = 4,63 \text{ cm}$$

- Ermittlung des Beiwertes k_c :

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 z_{i0}}} + 0,3 \leq 1,0$$
$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{14,9}{2 \cdot 4,63}} + 0,3 = 0,68 < 1,0$$

- Für die effektive Betonzugfestigkeit darf angenommen werden:

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$$

- Ermittlung der Mindestbewehrung: Für $w_k = 0,3 \text{ mm}$ und $d_s = 8 \text{ mm}$ erhält man die Betonstahlspannung $\sigma_s = 360 \text{ N/mm}^2$ aus Tabelle [1](4.12).

$$A_{s,erf} = \frac{k_s k_c k f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s}$$

Mit den weiteren Beiwerten $k_s = 0,9$ und $k = 0,8$ ergibt sich $A_{s,erf}$ zu:

$$A_{s,erf} = \frac{0,9 \cdot 0,68 \cdot 0,8 \cdot 2,9}{360} \cdot 14,9 \cdot 100 = 5,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählt: $\varnothing 8/17$ jeweils oben und unten

$$A_{s,erf} = 5,88 \text{ cm}^2/\text{m} \leq A_{s,vorh} = 5,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

1. Verbundträger

1.2.2.2 Nachweis für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung unter quasi-ständiger Belastung

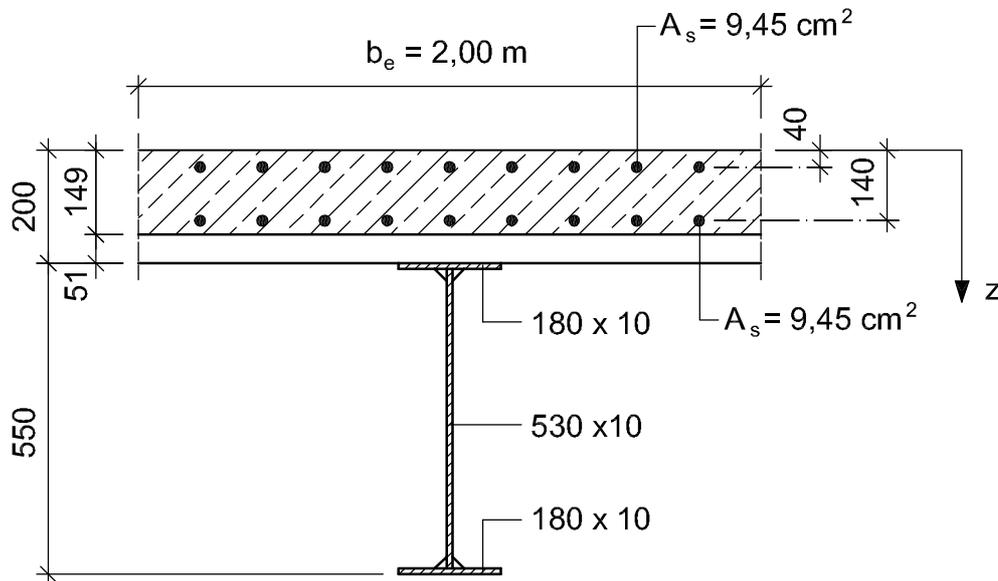


Abb.: 1.33 - Nachweis der Rissbreitenbeschränkung

- Bemessungswert der Einwirkung unter quasi-ständiger Belastung ([4-1-1], 7.4.3.(4)): $M_{Ed} = 300 \text{ kNm}$
- Betongüte: C 35/45
- Querschnittswerte des Baustahlquerschnittes:

$$A_a = 89 \text{ cm}^2 \quad I_a = 3,87 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Die einzelnen Bewehrungslagen bestehen aus je 12 Stück $\varnothing 10/15 \text{ cm}$:

$$\sum A_s = 2 \cdot 9,45 = 18,9 \text{ cm}^2$$

- Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnittes:

$$z_{st} = \frac{\sum A z_i}{\sum A} = \frac{4397,6}{107,9} = 40,8 \text{ cm}$$

$$I_{st} = \sum I_y + \sum (A z_i^2) - A z_{st}^2 = 38700 + 202809,7 - 107,9 \cdot 40,8^2 = 61895 \text{ cm}^4$$

$$I_{st} = 61895 \text{ cm}^4\text{m} \approx 6,2 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Betonfläche:

$$A_c = 200 \cdot 14,9 = 2980 \text{ cm}^2$$

1. Verbundträger

	A	z_i	$A z_i$	$A z_i^2$	I_y
A_s	9,45	4,0	37,8	151,2	-
A_s	9,45	14,0	132,3	1852,2	-
A_a	89,00	47,5	4227,5	200806,3	38700
Σ	107,9	-	4397,6	202809,7	38700

- Querschnittsparameter α_{st} :

$$\alpha_{st} = \frac{A_{st} I_{st}}{A_a I_a} = \frac{107,9 \cdot 6,2}{89 \cdot 3,87} = 1,97$$

- Widerstandsmoment der oberen Bewehrungslage:

$$W_{so} = \frac{6,20}{0,408 - 0,04} = 16,85 \text{ cm}^2\text{m}$$

- Ermittlung der Betonstahlspannung nach Gleichung [5](4.224)
Anmerkung: Für $f_{ct,eff}$ darf näherungsweise f_{ctm} angesetzt werden.

$$\sigma_s = \sigma_{sII} + 0,4 \frac{f_{ct,eff} A_c}{\alpha_{st} A_s}$$

$$\sigma_s = \frac{300}{16,85} + 0,4 \frac{0,32 \cdot 2980}{1,97 \cdot 18,9} = 17,8 + 10,2 = 28,0 \text{ kN/cm}^2 = 280 \text{ N/mm}^2$$

Für die gewählte obere Bewehrungslage ($\varnothing 10$, $a = 15 \text{ cm}$) ergibt sich aus Tabelle [1](4.11) für $w_k = 0,3 \text{ mm}$ eine maximal zulässige Betonstahlspannung $\sigma_s = 320 \text{ N/mm}^2$. Zudem darf bei einer vorhandenen Stahlspannung σ_s von 280 N/mm^2 ein maximal zulässiger Bewehrungsabstand von $a_{max} = 15 \text{ cm}$ (siehe Tabelle [5](4.12)) nicht überschritten werden. Im vorliegenden Fall sind beide Bedingungen erfüllt.

1.3 ausgewählte Beispiele

1.3.1 Berücksichtigung der Belastungsgeschichte

1.3.1.1 Bemessung eines einfeldrigen Verbundträgers mit einer Hilfsstütze im Bauzustand

System und Belastung Herstellung:

Das Eigengewicht der Betonplatte und der Stahlträger wird im Bauzustand von einer Hilfsstütze getragen (Verbundträger mit Eigengewichtsverbund). Nach Freisetzen der Hilfsstütze wirken alle Eigengewichtslasten, ständige Lasten sowie die Nutz- und Verkehrslasten auf den Verbundträger.

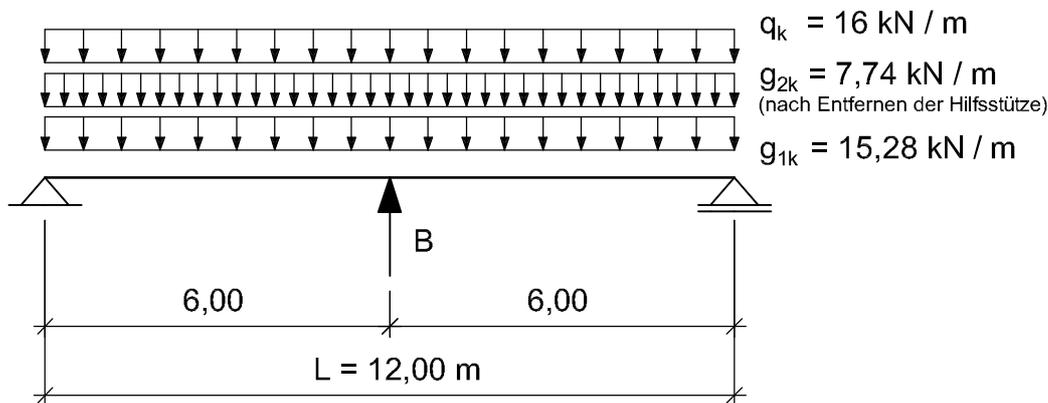


Abb.: 1.34 - Einfeldriger Verbundträger, System und Belastung
(B = Hilfsstütze für den Bauzustand)

Mit den Teilsicherheitsbeiwerten gemäß Abschnitt [5](2.3) ergibt sich:

$$r_d = g_{1,d} + g_{2,d} + q_d = 1,35 (15,28 + 7,74) + 1,50 \cdot 16 = 55,08 \text{ kN/m}$$

Querschnitt und Werkstoffeigenschaften

- Beton: C 25/30

$$f_{ck} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 2,5/1,5 = 1,67 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{cm} = 3050 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

Die Querschnittstragfähigkeit bei vollständiger Verdübelung beträgt:

$$b_{eff} = 2 \frac{L_0}{8} = 2 \frac{12}{8} = 3,0 \text{ m} < 3,60 \text{ m} \quad (= \text{Trägerabstand})$$

$$A_a = 98,8 \text{ cm}^2 \quad \text{IPE 450}$$

$$A_w = A_a - 2 b_f t_f + (t_w + 2 r) t_f = 98,8 - 2 \cdot 19 \cdot 1,46 + (0,94 + 2 \cdot 2,1) \cdot 1,46 = 50,82 \text{ cm}^2$$

$$N_{pl,a,Rd} = 98,8 \cdot 35,5 = 3507,4 \text{ kN}$$

$$N_{cd} = 0,85 \cdot 1,67 \cdot 300 (16 - 5,1) = 4642 \text{ kN} > 3507,4 \text{ kN}$$

$$z_{pl} = \frac{N_{pl,a,Rd}}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_{eff}} = \frac{3507,4}{0,85 \cdot 1,67 \cdot 300} = 8,3 \text{ cm}$$

⇒ Die plastische Nulllinie liegt im Betongurt oberhalb des Profilbleches.

Der Abstand der Betondruckkraft vom Schwerpunkt des Stahlträgers beträgt:

$$a = \frac{45}{2} + 16 - \frac{8,3}{2} = 34,4 \text{ cm} = 0,344 \text{ m}$$

$$M_{pl,Rd} = 3507,4 \cdot 0,344 = 1205,6 \text{ kNm} > M_{Ed} = 991,4 \text{ kNm}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{50,82 \cdot 35,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1041,7 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} 0,5 = 1041,7 \cdot 0,5 = 520,8 > V_{Ed} = 330,5 \text{ kN}$$

Längsschubtragfähigkeit und Verdübelung gewählt:

Kopfbolzendübel $\varnothing 22 \text{ mm}$, $h = 100 \text{ mm}$ (nach dem Schweißen).

Die Profilbleche werden vorgelocht montiert.

$$\frac{h}{d} = \frac{100}{22} = 4,54 > 4 \rightarrow \text{nach EC 4 sind die Kopfbolzen als duktil einzustufen}$$

$$e_L = 15 \text{ cm} \rightarrow \text{Abstand der Kopfbolzendübel in Längsrichtung}$$

$$f_u = 45,0 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

Berechnung der Grenzkraft eines Kopfbolzendübels:

$$P_{Rd} = 0,8 f_u \frac{\pi \cdot d^2}{4} \frac{1}{\gamma_{v,a}} = 0,8 \cdot 45 \frac{\pi \cdot 2,2^2}{4} \frac{1}{1,25} = 109,5 \text{ kN}$$

oder

$$P_{Rd} = 0,29 \alpha \cdot d^2 \sqrt{f_{ck} \cdot E_{cm}} \frac{1}{\gamma_{v,c}}$$

mit $\alpha = 1,0$ für $\frac{h}{d} > 4$ folgt

$$P_{Rd} = 0,29 \cdot 1,0 \cdot 2,2^2 \sqrt{2,5 \cdot 3050} \frac{1}{1,5} = 81,7 \text{ kN}$$

Maßgebend: $P_{Rd} = 81,7 \text{ kN}$ je Kopfbolzendübel

Abminderungsfaktor k_t wegen der unterbrochenen Verbundfuge durch das quer durchlaufende Profilblech mit $n_r = 1$ (1 Kopfbolzendübel je Rippe):

$$k_t = \frac{0,7}{\sqrt{n_r}} \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right) = \frac{0,7}{\sqrt{1}} \frac{12,6}{5,1} \left(\frac{10}{5,1} - 1 \right) = 1,66$$

Allerdings begrenzt [4-1-1] für vorgelochte Profilbleche und Dübel mit $\varnothing = 22 \text{ mm}$ den Abminderungsfaktor zu $k_{t,max} = 0,75$. Damit ergibt sich die Grenzkraft der Tragfähigkeit mit: $P_{Rd} = 0,75 \cdot 81,7 = 61,3 \text{ kN}$ je Kopfbolzendübel

Erforderliche Dübelanzahl bei vollständiger Verdübelung:

$$\begin{aligned} N_{pl,a,Rd} &= N_{cf} = 3507,4 \text{ kN} \\ n_{erf.} &= \frac{3507,4}{61,3} = 57,2 \rightarrow 58 \text{ Dübel} \\ n_{vorh.} &= \frac{6,00}{0,15} = 40 \text{ Dübel} \end{aligned}$$

Da $n_{vorh.} < n_{erf.} = n_f$ ist, liegt Teilverbund vor.

Die maximal übertragbare Betondruckkraft beträgt:

$$N_c = 40 \cdot 61,3 = 2451,3 \text{ kN}$$

Verdübelungsgrad η :

$$\eta_{vorh.} = \frac{N_c}{N_{cf}} = \frac{2451,3}{3507,4} = 0,70 < 1$$

Reduziertes plastisches Biegemoment nach der Teilverbundtheorie:

$$\begin{aligned} M_{pl,a,Rd} &= W_{pl} f_y = 1702 \cdot 35,5 = 60421,0 \text{ kNcm} = 604,2 \text{ kNm} \\ M_{Rd} &= M_{pl,a,Rd} + \eta (M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}) = 604,2 + 0,70 \cdot (1205,6 - 604,2) = 1025,2 \text{ kNm} \\ &> M_{Ed} = 991,4 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Eine Abminderung der Biegetragfähigkeit wegen der gleichzeitig vorhandenen Querkraft ist nicht erforderlich, weil die maximalen Schnittgrößen in Feldmitte (M_{Ed}) und am Auflager (V_{Ed}) auftreten und der Verbundträger nicht abgestuft ist.

1. Verbundträger

Überprüfung der Kriterien für eine äquidistante Dübelaufteilung

(a) Im kritischen Schnitt muss ein Querschnitt der Klasse 1 oder 2 vorhanden sein. Diese Bedingung ist hier erfüllt, weil der Stahlträger voll in der Zugzone liegt.

$$(b) \frac{n}{n_f} = \eta \geq 1 - \left(\frac{355}{f_y} \right) (0,75 - 0,03 L_e) = 1 - \left(\frac{355}{355} \right) (0,75 - 0,03 \cdot 12) = 0,61$$

$$\eta_{vorh.} = 0,70 > \eta_{erf.} = 0,61$$

$$(c) 2,5 M_{pl,a,Rd} \geq M_{pl,Rd}$$

$$2,5 \cdot 604,2 = 1510,5 \text{ kNm} > 1205,6 \text{ kNm}$$

⇒ eine äquidistante Dübelaufteilung ist erlaubt.

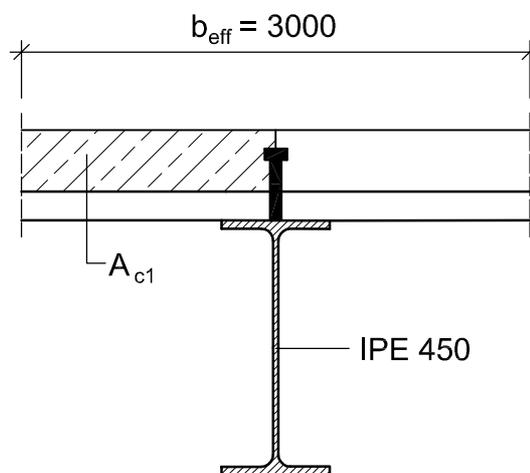


Abb.: 1.36 - Einfeldriger Verbundträger, Anschluss der seitlichen Betongurte

Anschluss der seitlichen Betongurte Scheibenschub:

$$V_{Ed} = \frac{N_c}{L/2} = \frac{P_{Rd}}{e_L} = \frac{61,3}{0,15} = 408,5 \text{ kN/m}$$

Maßgebender Scheibenschub im Anschnitt (links):

$$V_{Ed,li} = V_{Ed} \frac{A_{c1}}{A_c} = 456,0 \frac{1}{2} = 204,3 \text{ kN/m}$$

Nachweis der Betondruckstrebe:

$$V_{L,Rd} = \nu A_{cv} f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f$$

Die Neigung der Betondruckstreben $\theta_f = 40^\circ$, die anderen Faktoren ergeben sich wie folgt:

$$A_{cv} = (16 - 5,1) 100 = 1090 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250} \right) = 0,54$$

1. Verbundträger

Damit ergibt sich unter Vernachlässigung des Profilbleches:

$$V_{L,Rd} = 0,54 \cdot 1090 \cdot 1,67 \cdot \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ = 483,0 \text{ kN/m} > 204,3 \text{ kN/m}$$

Nachweis der Querbewehrung unter Berücksichtigung des Profilbleches:

$$V_{L,Rd} = \left(\frac{A_{sf} f_{yd}}{s_f} + A_{pe} f_{yp,d} \right) \cot \theta_f$$

Bei Vernachlässigung des Anteils aus der Querbewehrung ergibt sich die Längsschubtragfähigkeit rechnerisch zu:

$$V_{L,Rd} = A_{pe} f_{yp,d} \cot \theta_f = 15,62 \cdot 28,0 \cdot 1,2 = 524,8 \text{ kN/m} > 204,3 \text{ kN/m}$$

Das bedeutet, dass für den Anschluss der seitlichen Betonteile keine statische Querkraftbewehrung erforderlich ist. Dennoch fordert [4-1-1] eine Mindestquerkraftbewehrung, die sich bei Verwendung von BSt 500 wie folgt ergibt:

$$\rho_{w,min} = 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{sk}} = 0,08 \cdot \frac{\sqrt{25}}{500} = 0,08\%$$

Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Reduktionszahlen:

Kurzzeitlast und Dauerlasten zum Zeitpunkt $t = 0$:

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{21000}{3050} = 6,88$$

Bei der Berechnung der Endkriechzahl $\varphi(\infty, t_0)$ ist die wirksame Bauteildicke h_0 von Bedeutung:

$$h_0 = 2 \frac{A_c}{u} = 2 \frac{16 \cdot 300}{300} = 32 \text{ cm} = 320 \text{ mm}$$

Das Profilblech behindert das Austrocknen des Betons an der Unterseite.

Nach [2-1-1](3.1.4) ergibt sich $\varphi(\infty, t_0)$ mit dem Belastungsalter von $t_0 = 14$ Tagen und für trockene Umgebungsbedingungen (innen) zu : $\varphi(\infty, t_0) = 2,7$ Für das Schwinden ergibt sich $\varphi(\infty, t_0)$ mit dem Belastungsalter von einem Tag: $\varphi(\infty, t_0) = 4,5$ Der Ansatz zur Ermittlung der Reduktionszahlen laut [4-1-1] lautet wie folgt: $n_L = n_0 (1 + \psi_L \cdot \varphi)$ mit dem Kriechbeiwert $\psi_{F,L}$

$\psi_P = 1,10$ (konstante Dauerlast)

$\psi_S = 0,55$ (Schwinden)

$$n_P = 6,88 (1 + 1,1 \cdot 2,7) = 27,3 \quad \dots \text{Kriechen unter Dauerlast}$$

$$n_S = 6,88 (1 + 0,55 \cdot 4,5) = 23,9 \quad \dots \text{Schwinden}$$

1. Verbundträger

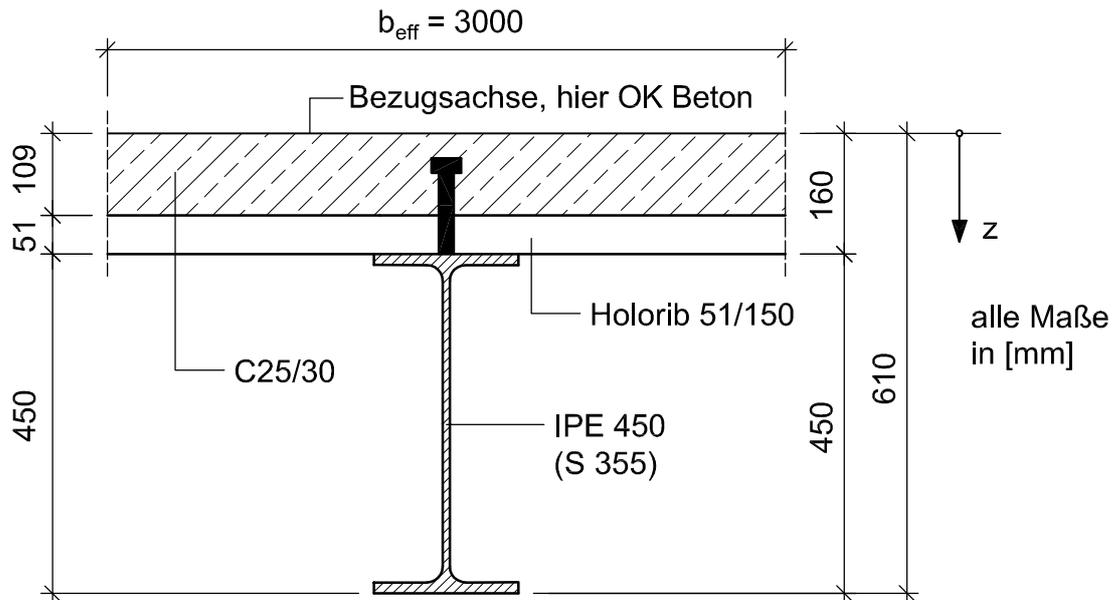


Abb.: 1.37 - Querschnittswerte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Querschnittswerte allgemein:

$$\begin{aligned}
 A_a &= 98,82 \text{ cm}^2 & , & & I_a &= 33740 \text{ cm}^4 \\
 A_c &= 3270 \text{ cm}^2 & , & & I_c &= 3,2376 \text{ cm}^2\text{m}^2
 \end{aligned}$$

$$A_{c,0} = \frac{A_c}{n_0} = \frac{3270}{6,88} = 475,3 \text{ cm}^2 \quad I_{c,0} = \frac{I_c}{n_0} = \frac{3,2376}{6,88} = 0,471 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Teil	A_i [cm ²]	\bar{z}_i [m]	$A_i \bar{z}_i$ [cm ² m]	$A_i \bar{z}_i^2$ [cm ² m ²]	I_{eigen} [cm ² m ²]	I [cm ² m ²]
1	98,82	0,385	38,05	14,65	3,374	$t = t_0 = 0$
2	475,3	0,055	26,14	1,44	0,471	$n_0 = 6,88$
Σ	574,12	0,112	64,19	16,09	3,845	$I_{i,0} = 12,73$

Die Lage der Schwerachse des ideellen Querschnitts lässt sich wie folgt berechnen:

$$\bar{z}_s = \frac{\sum A_i \bar{z}_i}{\sum A_i} = \frac{64,19}{574,12} = 0,112 \text{ m}$$

Und das Trägheitsmoment des ideellen Querschnitts ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 I &= \sum I_{eigen} + \sum A_i \bar{z}_i^2 - \bar{z}_s^2 \cdot \sum A_i \\
 I_{i,0} &= 3,845 + 16,09 - 0,112^2 \cdot 574,12 = 12,73 \text{ cm}^2\text{m}^2
 \end{aligned}$$

1. Verbundträger

Querschnittswerte für den Lastfall Kriechen:

Diese lassen sich in derselben Art und Weise berechnen wie die Allgemeinen.

$$A_{c,P} = \frac{A_c}{n_P} = \frac{3270}{27,3} = 119,69 \text{ cm}^2 \quad I_{c,P} = \frac{I_c}{n_P} = \frac{3,2376}{27,3} = 0,1185 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Teil	A_i [cm ²]	\bar{z}_i [m]	$A_i \bar{z}_i$ [cm ² m]	$A_i \bar{z}_i^2$ [cm ² m ²]	I_{eigen} [cm ² m ²]	I [cm ² m ²]
1	98,82	0,385	38,05	14,65	3,374	$t = \infty$
2	119,69	0,055	6,59	0,362	0,1185	$n_P = 27,3$
Σ	218,51	0,205	44,64	15,01	3,493	$I_{i,P} = 9,32$

\bar{z}_s ergibt sich zu:

$$\bar{z}_s = \frac{44,64}{218,51} = 0,205 \text{ m}$$

Und das Trägheitsmoment:

$$I_{i,P} = 3,493 + 15,01 - 0,205^2 \cdot 218,51 = 9,32 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Querschnittswerte für den Lastfall Schwinden:

$$A_{c,S} = \frac{A_c}{n_S} = \frac{3270}{23,9} = 136,77 \text{ cm}^2 \quad I_{c,S} = \frac{I_c}{n_S} = \frac{3,2376}{23,9} = 0,1354 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Teil	A_i [cm ²]	\bar{z}_i [m]	$A_i \bar{z}_i$ [cm ² m]	$A_i \bar{z}_i^2$ [cm ² m ²]	I_{eigen} [cm ² m ²]	I [cm ² m ²]
1	98,82	0,385	38,05	14,65	3,374	$t = \infty$
2	136,77	0,055	7,45	0,406	0,1354	$n_s = 23,9$
Σ	235,59	0,193	45,50	15,06	3,509	$I_{i,s} = 10,70$

\bar{z}_s ist gleich:

$$\bar{z}_s = \frac{45,50}{235,59} = 0,193 \text{ m}$$

Während sich das Trägheitsmoment wie folgt ergibt:

$$I_{i,S} = 3,509 + 15,06 - 0,193^2 \cdot 235,59 = 9,79 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

1. Verbundträger

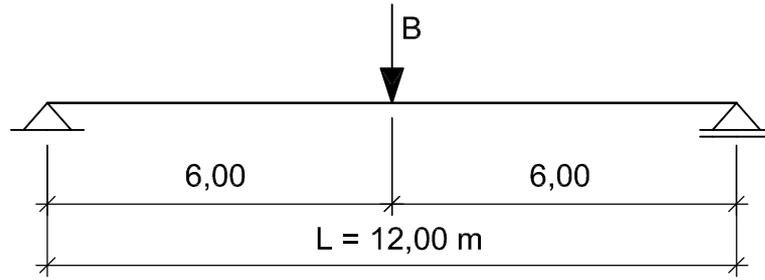


Abb.: 1.38 - Einfeldriger Verbundträger, Berechnung der Durchbiegungen in Feldmitte

Berechnung der Durchbiegungen in Feldmitte Beim Freisetzen der Hilfsstütze tritt zum Zeitpunkt $t = t_0 = 0$ folgende Durchbiegung auf:

$$B = 15,28 \cdot 1,25 \cdot 6,0 = 114,6 \text{ kN}$$

$$f_{B,0} = \frac{B L^3}{48 E_a I_{i,0}} = \frac{114,6 \cdot 12^3}{48 \cdot 21000 \cdot 12,73} = 0,015 \text{ m}$$

Aus der Ausbaulast g_2 und aus ca. 40% der Nutzlast (= quasi-ständiger Anteil) entsteht zum Zeitpunkt $t = 0$ die Durchbiegung:

$$f_{g_2,0} = \frac{5}{384} \frac{(7,74 + 0,4 \cdot 18) \cdot 12^4}{21000 \cdot 12,73} = 0,015 \text{ m}$$

Aus Verkehrslast (= kurzzeitig wirkender Anteil der Nutzlast ca. 60% der gesamten Nutzlast):

$$f_q = \frac{5}{384} \frac{0,6 \cdot 18 \cdot 12^4}{21000 \cdot 12,73} = 0,011 \text{ m}$$

Aus dem Entfernen der Hilfsstütze mit Kriechen zum Zeitpunkt $t = \infty$:

$$f_{B,\infty} = 0,0154 \frac{12,73}{9,32} = 0,021 \text{ m}$$

Aus $g_2 + q_{\text{ständig}}$ zum Zeitpunkt $t = \infty$:

$$f_{g_2,\infty} = 0,0151 \frac{12,73}{9,32} = 0,021 \text{ m}$$

Aus Schwinden zum Zeitpunkt $t = \infty$:

$$N_S = A_c \frac{E_a}{n_S} \varepsilon_{cs} = 3270 \frac{21000}{23,9} 325 \cdot 10^{-6} = 933,8 \text{ kN}$$

$$M_S = N_S \cdot z_s = 933,8 (0,193 - 0,055) = 128,86 \text{ kNm}$$

$$f_S = \frac{1}{8} 146,2 \frac{12^2}{21000 \cdot 9,79} = 0,013 \text{ m}$$

Die maximale Durchbiegung tritt zum Zeitpunkt $t = \infty$ auf und beträgt:

$$\text{max.} f = f_{B,\infty} + f_{g_2,\infty} + f_S + f_q = 0,021 + 0,021 + 0,013 + 0,011 = 0,066 \text{ m}$$

1. Verbundträger

Den Träger sollte man vor dem Betonieren mindestens für die Durchbiegung aus ständiger Last zum Zeitpunkt $t = 0$, besser noch für die quasi-ständige Einwirkungskombination, überhöhen:

$$f_0 = f_{B,0} + f_{g_2,0} = 0,015 + 0,015 = 0,030 \text{ m}$$

Die maximale Durchbiegung im Endzustand, bezogen auf die Systemlinie, beträgt dann nur noch:

$$\text{max. } f = 0,066 - 0,030 = 0,036 \text{ m; } \rightarrow \text{ das entspricht } L/343 \text{ und ist durchaus noch zulässig.}$$

Die Kriechverformungen allein betragen:

$$\text{max. } f = f_{B,\infty} - f_{B,0} - f_{g_2,\infty} + f_{g_2,0} = 0,021 - 0,015 + 0,021 - 0,015 = 0,012 \text{ m}$$

Nach dem Freisetzen der Hilfsstütze und nach Aufbringen des 2. Eigengewichts sind unter der kurzzeitig wirkenden Nutzlast und infolge des Langzeitverhaltens des Betons die folgenden, zusätzlichen Durchbiegungen zu erwarten:

$$\Delta f = f_k + f_S + f_q = 0,012 + 0,013 + 0,011 = 0,036 \text{ m}$$

Diese veränderlichen, mit der Zeit zunehmenden Durchbiegungen könnten beim Ausbau zu Schäden führen, wenn sie nicht berücksichtigt werden.

Spannungen in Feldmitte im Gebrauchszustand Bei kompakten Verbundträgern im Hochbau ist es nicht erforderlich, Spannungsnachweise zu führen; hier soll die Berechnung von Spannungen dennoch erläutert werden. Außerdem kann mit den Maximalwerten beurteilt werden, ob sich der Träger im Gebrauchszustand noch elastisch verhält. Wie man sieht, erreicht der Stahlträger an der Unterkante die Streckgrenze von S 355 noch nicht.

- Bei der Spannungsberechnung muss berücksichtigt werden, ob die Lasten auf den Stahlträger (mit oder ohne Hilfsunterstützung) oder auf den Verbundträger wirken.
- Für den Nachweis der Tragfähigkeit des Stahlträgers im Betonierzustand sind zusätzliche Montagelasten zu berücksichtigen; in diesem Beispiel wird dieser Nachweis jedoch nicht geführt.

Die Spannungen in Feldmitte werden tabellarisch wie folgt ermittelt:

- (a) Spannungen im Stahlträger nach dem Betonieren: (während des Betonierens sind zusätzliche Montagelasten zu berücksichtigen)

$$M_a = -g_1 \left(\frac{L}{2} \right)^2 \frac{1}{8} = -15,28 \frac{6^2}{8} = -68,76 \text{ kNm}$$

$$W_a = 1500 \text{ cm}^3 \quad \dots \text{elastisches Widerstandsmoment des IPE 450}$$

$$\sigma_a = \pm \frac{6876}{1500} = \pm 4,58 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

(b) Der Verbundträger wird durch folgende Biegemomente in Feldmitte beansprucht:

$$\begin{aligned}
 M_B &= B \frac{L}{4} = 343,8 \text{ kNm} \\
 M_{g_2} &= (7,74 + 0,4 \cdot 18) \frac{12^2}{8} = 268,9 \text{ kNm} \\
 M_q &= 0,6 \cdot 18 \frac{12^2}{8} = 194,4 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

(c) Spannungen im Verbundträger unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden, und zwar im Stahlträger am unteren Flansch ($\sigma_{a,\text{unten}}$) und im Betongurt ($\sigma_{b,\text{Oberkante}}$):

$$\begin{aligned}
 \rightarrow t = 0: \quad \sigma_a &= \frac{M_{g+q}}{I_{i,0}} z_{i,0} \\
 \sigma_b &= \frac{M_{g+q}}{I_{i,0}} \frac{z_{i,0}}{n_0} \\
 \rightarrow t = \infty: \quad \sigma_a &= \frac{M_g}{I_{i,P}} z_{i,P} + \frac{M_q}{I_{i,0}} z_{i,0} - \frac{N_S}{A_{i,S}} + \frac{M_S}{I_{i,S}} z_s \\
 \sigma_b &= \frac{M_g}{I_{i,P}} \frac{z_{i,P}}{n_P} + \frac{M_q}{I_{i,0}} \frac{z_{i,0}}{n_0} + \frac{N_S}{A_c} - \frac{N_S}{A_{i,S}} \frac{1}{n_S} + \frac{M_S}{I_{i,S}} \frac{z_s}{n_S} z_{i,S}
 \end{aligned}$$

(d) Tabellarische Zusammenstellung der Spannungen

$\sigma_{a,\text{unten}} \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$	$\sigma_{b,\text{oben}} \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$	Einwirkung	
-4,58	-	nach dem Betonieren, vor Entfernen der Hilfsstütze, aus g_1	$t = 0$
13,44	-0,44	M_B (Entfernen der Hilfsstütze)	
10,52	-0,34	$g_2 + 0,4 q$; $t = 0$ (ständige Last)	
7,60	-0,25	$0,6 q$ (veränderliche Last)	
26,98	-1,03	$\Sigma g_1 + g_2 + q$; $t = 0$	
14,89	-0,28	M_B (Entfernen der Hilfsstütze)	$t = \infty$
11,69	-0,22	$g_2 + 0,4 q$; $t = \infty$ (quasi-ständige Last)	
7,60	-0,25	$0,6 q$ (veränderliche Last)	
1,56	0,24	Schwinden	
35,74	-0,71	$\Sigma g_1 + g_2 + q + S$; $t = \infty$	

1. Verbundträger

Nachweis des Schwingungsverhaltens Die Schwingungsempfindlichkeit eines Verbundträgers wird über die erste Eigenfrequenz abgeschätzt:

$$\omega = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_a I_{i,0}}{m}}$$

mit der Massebelegung $m = g/9,81$

und dem ständig wirkenden Lastanteil $g = 15,28 + 7,74 = 23,02$ kN/m ergibt sich:

$$\omega = \frac{\pi^2}{12^2} \sqrt{\frac{21000 \cdot 12,73}{23,02/9,81}} = 23,13 \text{ s}^{-1}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{23,13}{2\pi} = 3,68 \text{ Hz} > 3 \text{ Hz}$$

Dieser Wert ist ausreichend für Geschößdecken üblicher Nutzung.

1.3.2 Elastische Bemessung

1.3.2.1 Bemessung eines zweifeldrigen Verbundträgers mit elastischer Schnittgrößenermittlung

Der Bemessung wird eine **elastisch berechnete Schnittgrößenverteilung** zugrunde gelegt. Dabei wird der bewehrte Kammerbeton, der nur dem Brandschutz dienen soll, zur Vereinfachung vernachlässigt.

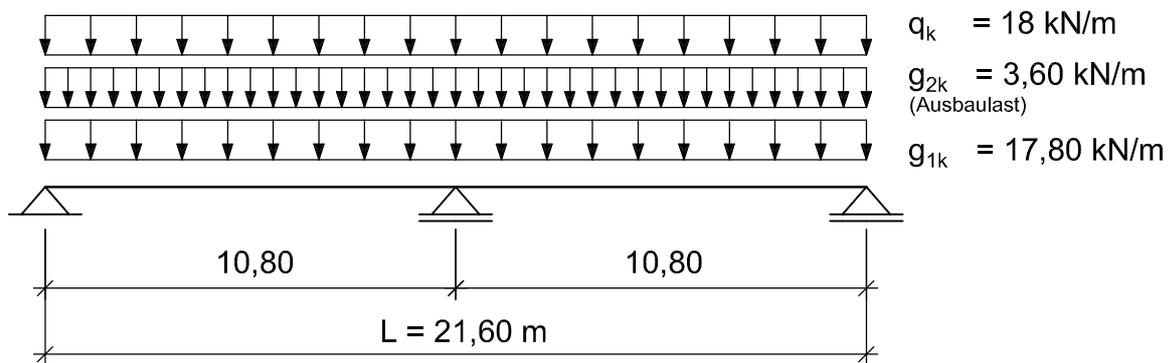


Abb.: 1.39 - Zweifeldriger Verbundträger, System und Belastung

System und Belastung Mit den Teilsicherheitsbeiwerten gemäß [5](2.3) ergibt sich:

$$r_d = g_{1,d} + g_{2,d} + q_d = 1,35 (17,8 + 3,6) + 1,50 \cdot 18 = 55,89 \text{ kN/m}$$

Querschnitt und Werkstoffeigenschaften

- **Beton:** C 25/30

$$f_{ck} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 2,5/1,5 = 1,67 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{cm} = 3050 \text{ kN/cm}^2$$

- **Baustahl:** HE-A 320 - S 355

$$f_{yk} = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_a = 35,5/1,0 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

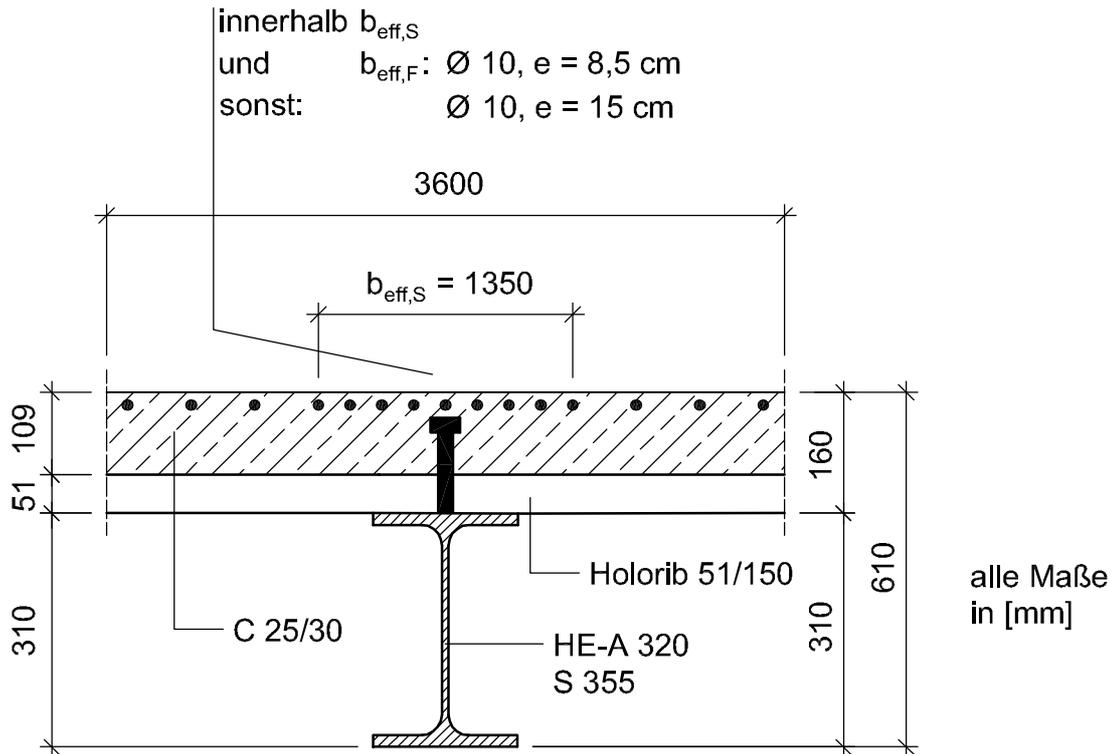


Abb.: 1.40 - Zweifeldriger Verbundträger, Querschnitt und Werkstoffeigenschaften

- **Betonstahl:** BSt500 S

$$f_{sd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

- **Holoribblech:**

$$f_{yp} = 28 \text{ kN/cm}^2 \quad (\dots \text{aus der bauaufsichtlichen Zulassung})$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

Der Kammerbeton bleibt bei der Tragwirkung unberücksichtigt. Lediglich beim Nachweis des Brandwiderstandes wird er als mittragend herangezogen.

Um die plastische Querschnittstragfähigkeit über der Stütze ausnutzen zu können, muss der Stahlträger HEA 320 mindestens in Querschnittsklasse 2 eingestuft werden.

Mittragende Breiten:

$$\text{Feldquerschnitt: } b_{eff,F} = 2 \frac{0,85 \cdot 10,8}{8} = 2,30 \text{ m} < 3,6 \text{ m}$$

$$\text{Stützquerschnitt: } b_{eff,St} = 2 \frac{0,25 \cdot (10,8 + 10,8)}{8} = 1,35 \text{ m} < 3,6 \text{ m}$$

$$\text{Reduktionszahl: } n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{21000}{3050} = 6,88$$

1. Verbundträger

Im folgenden werden die ideellen Gesamtquerschnittswerte mit der Reduktionszahl n_0 ermittelt. Mit den so berechneten Steifigkeiten werden auch die Schnittgrößen bestimmt, weil diese bei statisch unbestimmten Systemen von den Steifigkeiten bzw. Steifigkeitsverhältnissen abhängen. Eine genauere elastische Schnittgrößenermittlung müsste mit Berücksichtigung von n_0 , n_P und n_S erfolgen, aber das ist bei der Bemessung von Verbundträgern im Hochbau, die nicht in die Querschnittsklasse 3 oder 4 fallen, nicht erforderlich.

Feldquerschnitt (positives Biegemoment):

Teil	A_i [cm ²]	\bar{z}_i [m]	$A_i \cdot \bar{z}_i$ [cm ² m]	$A_i \cdot \bar{z}_i^2$ [cm ² m ²]	I_{eigen} [cm ² m ²]	I [cm ² m ²]
Betongurt	364,4,2	0,055	20,04	1,102	0,3608	$n_0 = 6,88$
Bewehrung	21,25	0,035	0,744	0,026	≈ 0	
HEA 320	124	0,315	39,06	12,304	2,293	
Σ	509,7	0,120	59,846	13,432	2,654	8,964

$$\bar{z}_s = \frac{\sum A_i \bar{z}_i}{\sum A_i} = \frac{59,846}{509,7} = 0,117 \text{ m}$$

$$I_{i,0} = \sum I_{eigen} + \sum A_i \bar{z}_i^2 - \bar{z}_s^2 \cdot A_{ges} = 2,654 + 13,432 - 0,117^2 \cdot 509,7 = 9,109 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Stützquerschnitt (negatives Biegemoment):

Der gerissene Beton in der Zugzone über der Stütze wird bei der Ermittlung der Steifigkeit nicht berücksichtigt (reiner Stahlquerschnitt, Zustand II)

Teil	A_i [cm ²]	\bar{z}_i [m]	$A_i \cdot \bar{z}_i$ [cm ² m]	$A_i \cdot \bar{z}_i^2$ [cm ² m ²]	I_{eigen} [cm ² m ²]	I [cm ² m ²]
Bewehrung	12,5	0,035	0,438	0,015	≈ 0	
HEA 320	124	0,315	39,06	12,304	2,293	
Σ	136,5	0,29	39,498	12,319	2,293	3,158

$$\bar{z}_s = \frac{\sum A_i \bar{z}_i}{\sum A_i} = \frac{39,498}{136,5} = 0,29 \text{ m}$$

$$I_{St} = \sum I_{eigen} + \sum A_i \bar{z}_i^2 - \bar{z}_s^2 \cdot A_{ges} = 2,293 + 12,319 - 0,29^2 \cdot 136,5 = 3,132 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

1. Verbundträger

Elastische Schnittgrößenermittlung Die Schnittgrößen werden nach dem Kraftgrößenverfahren unter Berücksichtigung der Rissbildung am Zwischenauflager berechnet.

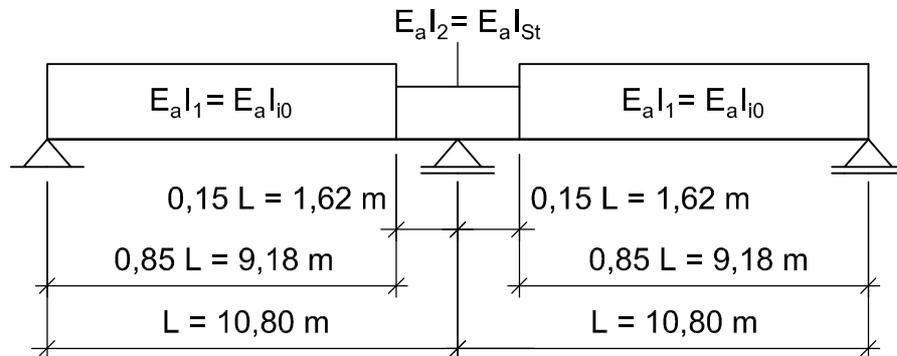


Abb.: 1.41 - Zweifeldriger Verbundträger, elastische Schnittgrößenermittlung

$$E_a I_1 = 21000 \cdot 9,109 = 191,3 \cdot 10^3 \text{ kNm}^2$$

$$E_a I_2 = 21000 \cdot 3,132 = 65,78 \cdot 10^3 \text{ kNm}^2$$

Momentenverteilung am statisch bestimmten Grundsystem:

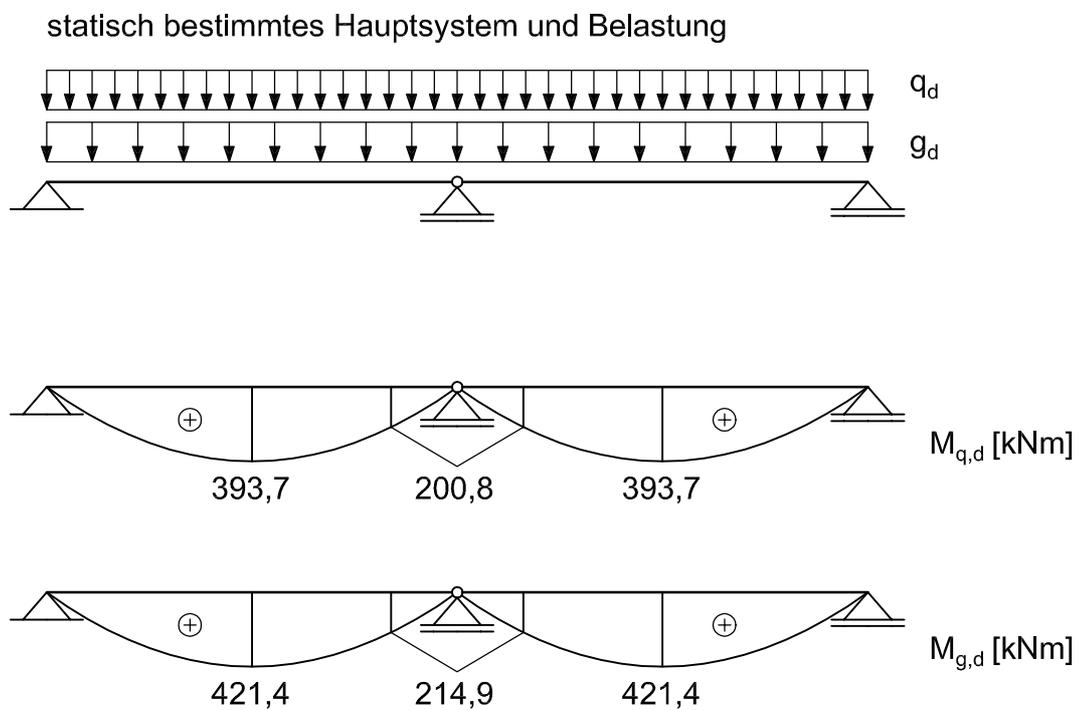


Abb.: 1.42 - Momentenverteilung am statisch bestimmten Grundsystem

1. Verbundträger

$$\begin{aligned}
 g_d &= (17,8 + 3,6) \cdot 1,35 = 28,9 \text{ kNm} \\
 q_d &= 1,5 \cdot 18 = 27,0 \text{ kNm} \\
 r_d &= (g + q)_d = 55,9 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Momentenverteilung aufgrund $X_1 = 1$ am Grundsystem:

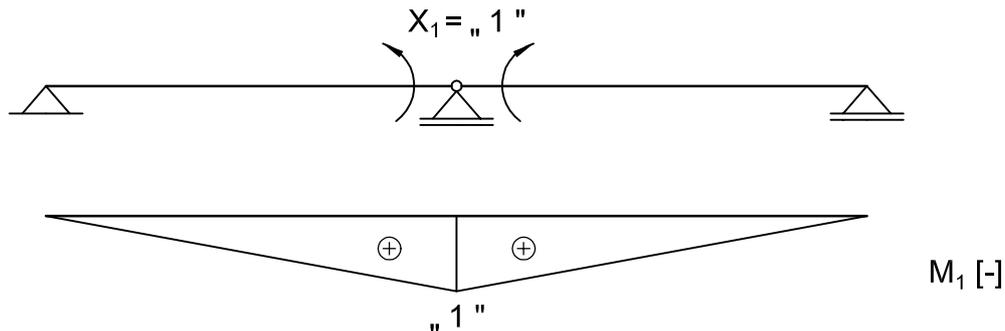


Abb.: 1.43 - Momentenverteilung aufgrund $X_1 = 1$ am Grundsystem

$$\frac{E_a I_1}{E_a I_2} = \frac{191,3}{65,78} = 2,91$$

Die Schnittgrößenermittlung erfolgt zunächst ausführlich:

Ermittlung des minimalen Stützmomentes:

$$\begin{aligned}
 E_a I_i \cdot \delta_{10} &= 2 [1 (393,7 + 421,4) (0,294 + 0,039 \cdot 2,91) 10,8] = 7172,9 \text{ kNm}^2 \\
 E_a I_i \cdot \delta_{11} &= 2 [1 \cdot 1 (0,204 + 0,129 \cdot 2,91) 10,8] = 12,51 \text{ m} \\
 X_1 &= -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{7172,9}{12,51} = -573,4 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Die statisch Überzählige X_1 (das Moment über der Innenstütze) läßt sich für dieses System und die Belastung auch wie folgt berechnen:

$$X_1 = \frac{-(g + q) L^2}{8} \frac{0,89 + 0,11 \alpha}{0,61 + 0,39 \alpha}; \quad \text{mit } \alpha = \frac{I_1}{I_2} = 2,91$$

Ermittlung des maximalen Feldmomentes (maßgebend ist der Lastfall einseitige Verkehrslast):

Das Stützmoment aus ständiger Last beträgt:

$$X_1 = M_{St} = -\frac{28,9 \cdot 10,8^2}{8} \frac{0,89 + 0,11 \cdot 2,91}{0,61 + 0,39 \cdot 2,91} = -292,3 \text{ kNm}$$

1. Verbundträger

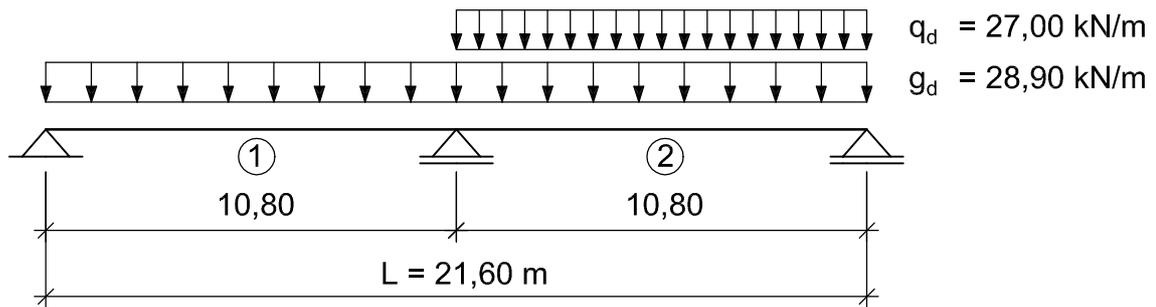


Abb.: 1.44 - Zweifeldriger Verbundträger, Lastfall einseitige Verkehrslast

Das Stützmoment aus veränderlicher Last nur in Feld 2 (es ist nur das halbe System belastet) beträgt:

$$X_1 = M_{St} = -\frac{1}{2} \frac{27 \cdot 10,8^2}{8} \frac{0,89 + 0,11 \cdot 2,91}{0,61 + 0,39 \cdot 2,91} = -136,5 \text{ kNm}$$

Somit ergibt sich für diesen Lastfall das Stützmoment zu:

$$M_{St} = -(292,3 + 136,5) = -428,8 \text{ kNm}$$

Mit den Gleichgewichtsbedingungen ($\sum M_{B,re} = 0$ und $\sum M_{xm} = 0$) wird das maximale Feldmoment bestimmt:

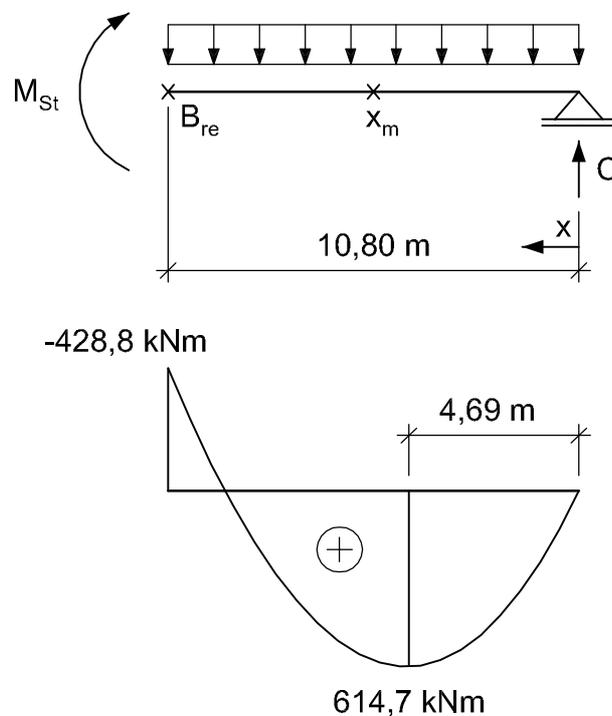


Abb.: 1.45 - Zweifeldriger Verbundträger, Ermittlung des maximalen Feldmomentes

1. Verbundträger

$$C = (28,9 + 27) \frac{10,8}{2} - \frac{428,8}{10,8} = 262,15 \text{ kN}$$
$$x_m = \frac{262,15}{28,9 + 27} = 4,69 \text{ m}$$
$$M_F = 262,15 \frac{4,69}{2} = 614,7 \text{ kNm}$$

Querschnittstragfähigkeiten bei vollständiger Verdübelung

Querschnittstragfähigkeit im Feld:

Die Querschnittstragfähigkeit im Feld - ohne Ansatz der konstruktiven Längsbewehrung im Feld - beträgt:

$$b_{eff} = 2,30 \text{ m}$$

Druckkraft im Betongurt im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

$$N_{cd} = 0,85 \cdot 1,67 \cdot 230 (16 - 5,1) = 3551,6 \text{ kN}$$

Zugkraft im Stahlträger im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

$$N_{pl,a,Rd} = 35,5 \cdot 124 = 4402 \text{ kN} > N_{cd}$$

→ Bei vollständiger Verdübelung liegt die plastische Nulllinie im Stahlträger.

Annahme: - die plastische Nulllinie liegt im Obergurt des Stahlträgers.

$$z_{pl} = 16 + \frac{4402 - 3551,6}{2 \cdot 35,5 \cdot 30} = 16,40 \text{ cm}$$

Die Kontrolle erfolgt mit der Bedingung $\sum F_x = 0$:

Die zweifache Zugkraft im Obergurt beträgt:

$$N_f = 2 \cdot 35,5 \cdot 30 \cdot 0,40 = 850,4 \text{ kN}$$
$$N(M_{pl,Rd}) = N_{cd} + N_f$$
$$4402 = 3551,6 + 850,4 = 4402 \text{ kNm}$$

Der Bemessungswert des plastischen Stützmomentes beträgt:

$$M_{pl,Rd} = 4402 \left[15,5 + \frac{16 + 5,1}{2} \right] - 850,4 \frac{16,34 + 5,1}{2} =$$
$$= 114672,1 - 9141,8 = 105530,3 \text{ kNcm} = 1055,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 614,7 \text{ kNm}$$

Kontrolle des c/t-Verhältnisses des Druckgurtes (mit Berücksichtigung des Kammerbetons, der nur für den Brandschutz herangezogen wird):

$$c/t = \frac{15}{1,55} = 9,67 < 14 \cdot 0,81 = 11,34$$

Der Druckgurt erfüllt das erforderliche c/t-Verhältnis für druckbeanspruchte Flansche der Querschnittsklasse 2.

1. Verbundträger

Querschnittstragfähigkeit an der Innenstütze:

Das Mitwirken des Kammerbetons, der nur dem Brandschutz dient, wird auch hier vereinfachend vernachlässigt.

$$M_{pl,a,Rd} = 2 \cdot 814 \cdot 35,5 = 57794 \text{ kNcm} = 577,9 \text{ kNm} \quad N_{pl,a,Rd} = A_a f_{yd} = 124,0 \cdot 35,5 = 4402,0 \text{ kN}$$

Die Zugkraft im Betonstahl im Grenzzustand der Tragfähigkeit beträgt:

$$N_s = 12,47 \frac{50}{1,15} = 542,1 \text{ kN} \quad (\text{Ø}10 \text{ mm}; e = 8,5 \text{ cm}; b_{eff} = 1,35 \text{ m})$$

Die Normalkraft im Obergurt des Stahlträgers ergibt sich zu:

$$N_f = 2 f_{yd} b_f t_f = 2 \cdot 35,5 \cdot 30,0 \cdot 1,55 = 3301,5 \text{ kN}$$

$M_{pl,Rd}$ ergibt sich bei doppelt-symmetrischen Querschnitten zu:

$$M_{pl,Rd} = \sum N_{si} (z_a - z_{si}) + 1,11 M_{pl,a,Rd} \left[1 - \frac{\sum N_{si}}{N_{pl,a,Rd}} \right]$$
$$M_{pl,Rd} = 542,1 \cdot \left(\frac{0,31}{2} + 0,16 - 0,035 \right) + 1,11 \cdot 577,9 \cdot \left[1 - \frac{542,1}{4402} \right] = 714,3 \text{ kNm}$$

Die plastische Tragfähigkeit des Verbundträgers an der Innenstütze ist groß genug, um die Schnittgrößen aufzunehmen. Dabei wurde der Kammerbeton nicht in die Berechnung mit einbezogen.

$$M_{pl,Rd} = 714,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 573,42 \text{ kNm}$$

Kontrolle der b/t- bzw. d/t-Verhältnisse für den Stahlträger an der Innenstütze:

Steg:

Die Steghöhe des Stahlträgers (HE-A 320) innerhalb der Ausrundungsradien beträgt $d = 225 \text{ mm}$.

Der davon unter Druckspannung stehende Bereich beträgt:

$$\alpha = 1 - \frac{N_{pl,a,Rd} - N_{s1} - N_{s2} - N_f}{2 f_{yd} t_w h_w}$$
$$\alpha = 1 - \frac{4402,0 - 542,1 - 3301,5}{2 \cdot 35,5 \cdot 0,9 \cdot 22,5} = 0,61$$
$$\text{vorh. } d/t = \frac{22,5}{0,9} = 25$$
$$< \text{grenz } d/t = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,61 - 1} = 46,15 \quad \rightarrow \quad \text{Querschnittsklasse 1}$$

Der Untergurt liegt in der Querschnittsklasse 2 (siehe Feldquerschnitt).

Der gesamte Querschnitt kann der Querschnittsklasse 2 zugeordnet werden, der Nachweis der plastischen Grenztragfähigkeit ist zulässig.

In Abhängigkeit von der Querschnittsklasse dürfte man noch Momente umlagern, aber in diesem Fall ist das nicht notwendig.

1. Verbundträger

Querkraft-Schubnachweis an der Innenstütze:

Die wirksame Schubfläche des HE-A 320 beträgt nach [4](6.2.6): $A_w = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) t_f = 124,4 - 2 \cdot 30 \cdot 1,55 + (0,9 + 2 \cdot 2,7) \cdot 1,55 = 41,13 \text{ cm}^2$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot f_{y,k}}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = \frac{41,13 \cdot 35,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 843,0 \text{ kN}$$

Aus dem Lastfall für *min.* M an der Stütze ergibt sich:

$$\begin{aligned} \sum M_{B,li} &= 0 \rightarrow A = V_A = (28,9 + 27) \frac{10,8}{2} - \frac{578,4}{10,8} = 248,3 \text{ kN} \\ \sum F_z &= 0 \rightarrow V_{B,li} = 248,3 - (28,9 + 27) 10,8 = -355,4 \text{ kN} \\ &\Rightarrow \frac{355,4}{843,0} = 0,42 < 0,5 \end{aligned}$$

Die Abminderung der Biegetragfähigkeit an der Innenstütze wegen der gleichzeitig vorhandenen Querkraft kann entfallen, weil die Querkraft ausreichend klein und daher praktisch ohne Einfluss ist.

Längsschubtragfähigkeit und Verdübelung gewählt:

Kopfbolzendübel $\varnothing 25 \text{ mm}$, $h = 120 \text{ mm}$ (nach dem Schweißen).

Die Profilbleche werden vorgelocht montiert.

$$\begin{aligned} \frac{h}{d} &= \frac{100}{25} = 4,0 \rightarrow \alpha = 0,2 \cdot \left(\frac{100}{25} + 1 \right) = 1,0 \\ e_L &= 15 \text{ cm} \rightarrow \text{Abstand der Kopfbolzendübel in Längsrichtung} \\ f_u &= 45,0 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Berechnung der Grenzkraft eines Kopfbolzendübels:

$$P_{Rd} = 0,8 f_u \frac{\pi \cdot d^2}{4} \frac{1}{\gamma_{v,a}} = 0,8 \cdot 45 \frac{\pi \cdot 2,5^2}{4} \frac{1}{1,25} = 141,4 \text{ kN}$$

oder

$$P_{Rd} = 0,29 \alpha \cdot d^2 \sqrt{f_{ck} \cdot E_{cm}} \frac{1}{\gamma_{v,c}}$$

mit $\alpha = 1,0$ für $\frac{h}{d} > 4$ folgt

$$P_{Rd} = 0,29 \cdot 1,0 \cdot 2,5^2 \cdot \sqrt{2,5 \cdot 3050} \frac{1}{1,5} = 105,5 \text{ kN}$$

Maßgebend: $P_{Rd} = 105,5 \text{ kN}$ je Kopfbolzendübel

Abminderungsfaktor k_t wegen der unterbrochenen Verbundfuge durch das quer durchlaufende Profilblech mit $n_r = 1$ (1 Kopfbolzendübel je Rippe):

$$k_t = \frac{0,7}{\sqrt{n_r}} \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right) = \frac{0,7}{\sqrt{1}} \frac{12,6}{5,1} \left(\frac{10}{5,1} - 1 \right) = 1,66$$

1. Verbundträger

Allerdings begrenzt [4-1-1] für vorgelochte Profilbleche und Dübel mit $\varnothing = 22 \text{ mm}$ den Abminderungsfaktor zu $k_{t,max} = 0,75$. Damit ergibt sich die Grenzkraft der Tragfähigkeit mit: $P_{Rd} = 0,75 \cdot 105,5 = 79,1 \text{ kN}$ je Kopfbolzendübel

Druckkraft im Betongurt im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

$$\begin{aligned} N_{cd} &= 3551,6 \text{ kN} \\ \sum P_{Rd} &= 79,1 \cdot \frac{4,68}{0,15} = 2469 \text{ kN} \end{aligned}$$

Verdübelungsgrad:

$$\eta = \frac{2469}{3551,6} = 0,70$$

Damit die Dübel als duktil gelten, muss folgender Mindestverdübelungsgrad eingehalten werden:

$$\begin{aligned} \eta &\geq 1 - \left(\frac{355}{f_y} \right) (0,75 - 0,03 L) \geq 0,4 \\ 0,70 &> 1 - \left(\frac{355}{355} \right) (0,75 - 0,03 \cdot 2 \cdot 4,68) = 0,53 \end{aligned}$$

Die reduzierte Biegetragfähigkeit aufgrund des Teilverbundes beträgt:

$$M_{Rd} = M_{pl,a,Rd} + \eta (M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}) = 577,9 + 0,70 \cdot (1055,3 - 577,9) = 912,1 \text{ kNm}$$

Nachweis:

$$M_{Ed} = 614,7 \text{ kNm} < M_{Rd} = 912,1 \text{ kNm}$$

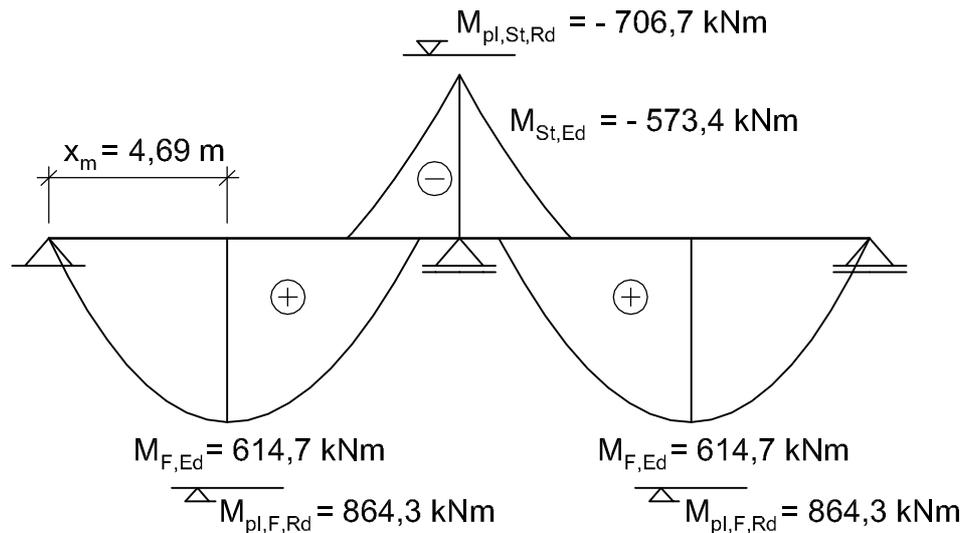
Da die Tragfähigkeit im Feld größer ist als die ermittelte Schnittgröße, ist es möglich, den Verdübelungsgrad η noch weiter zu reduzieren. Allerdings ist der Mindestverdübelungsgrad η einzuhalten.

Grafische Darstellung der Schnittgrößen, Tragfähigkeiten und der Verdübelung:

Die Aufnahme der mit Hilfe der Elastizitätstheorie ermittelten Schnittgrößen durch den Verbundträger ist somit gewährleistet.

Biegedrillknicknachweis des Trägers im Stützbereich Der Nachweis wird ohne statische Berechnung geführt: der Verbundträger hält alle geforderten Bedingungen nach [4-1-1](6.4.3) ein. Insbesondere wird die geforderte maximale Profilhöhe h_a von $(650 + 200) \text{ mm}$ für das HEA-Profil aus S 355 eingehalten. Die Erhöhung des Wertes um 200 mm ist aufgrund des Kammerbetons zulässig.

1. Verbundträger



Verdübelung mit Kopfbolzendübel $\varnothing 22$, $h = 100$ mm, $e_L = 150$ mm

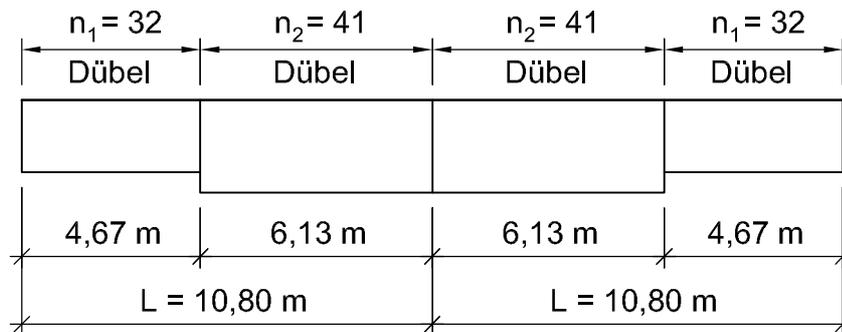


Abb.: 1.46 - Zweifeldriger Verbundträger, grafische Darstellung der Schnittgrößen

Mindestbewehrung und Rissbreitenbeschränkung Zuerst wird die Mindestbewehrung zur Vermeidung eines Fließens der Bewehrung bei der Erstrissbildung berechnet.

Anschließend wird die Rissbreitenbeschränkung auf $w_k = 0,3$ mm durchgeführt.

Ermittlung der Mindestbewehrung im Betongurt:

Die Mindestbewehrung für den Betongurt beträgt:

$$A_s \geq \frac{k_s k_c k f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s}$$

1. Verbundträger

mit

$$\begin{aligned}k &= 0,8 \quad \text{und} \quad k_s = 0,9 \\k_c &= \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2z_0}} + 0,3 \leq 1,0 \\h_c &= 160 - 51 = 109 \text{ mm} \\z_0 &= 120 - \frac{109}{2} = 66 \text{ mm} \\k_c &= \frac{1}{1 + \frac{109}{2 \cdot 66}} + 0,3 = 0,85 \leq 1,0 \\f_{ct,eff} &= f_{ctm} = 2,6 \text{ N/mm}^2 = 0,26 \text{ kN/cm}^2 \\A_{ct} &= 100 (16 - 5,1) = 1090 \text{ cm}^2/\text{m} \\\sigma_s &= 320 \text{ N/mm}^2 = 32 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{für } \varnothing 10 \text{ und } w_k = 0,3 \text{ mm} \\\rightarrow A_s &\geq \frac{0,9 \cdot 0,85 \cdot 0,8 \cdot 0,26 \cdot 1090}{32} = 5,42 \text{ cm}^2/\text{m}\end{aligned}$$

Nachweis der Rissbreitenbeschränkung im Betongurt:

Die Bewehrung für die Rissbreitenbeschränkung infolge von äußeren Lasten (ermittelt ohne den Schwindeinfluss) wird wie folgt berechnet:

$$\sigma_s = \sigma_{sII} + \frac{0,4 f_{ct,eff} \cdot A_c}{\alpha_{st} \cdot A_s}$$

wobei:

σ_s Spannung in der Gurtlängsbewehrung unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

σ_{sII} Spannung in der oberen Bewehrungslage im Zustand II

Belastung des Trägers im Gebrauchszustand:

$$g_k + q_k = 17,8 + 18 = 35,8 \text{ kN/m}$$

In diesem Rechenbeispiel wird der Rissbreitenbegrenzung vereinfachend die gesamte Gebrauchslast zugrunde gelegt.

Das Stützmoment im Gebrauchszustand ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}M_{St} &= X_1 = -\frac{35,8 \cdot 10,8^2}{8} \frac{0,89 + 0,11 \cdot 2,91}{0,61 + 0,039 \cdot 2,91} = -362,1 \text{ kNm} \\I_{St} &= 31,32 \cdot 10^3 \text{ cm}^4\end{aligned}$$

Der Hebelarm a_b zwischen dem Betonstahl und der elastischen neutralen Faser beträgt:

$$a_b = \bar{z}_s - c = 29 - 3,5 = 25,5 \text{ cm}$$

1. Verbundträger

Spannung im Bewehrungsstahl:

$$\begin{aligned}\sigma_{sII} &= \frac{36208,7}{31,32 \cdot 10^3} 25,5 = 29,5 \text{ kN/cm}^2 \\ f_{ctm} &= 0,26 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Beton C25/30}) \\ \alpha &= \frac{A_{St} I_{St}}{A_a I_a} \\ A_{St} I_{St} &= 136,2 \cdot 3,132 = 426,6 \text{ cm}^4 \text{m}^2 \\ A_a I_a &= 124 \cdot 2,293 = 284 \text{ cm}^4 \text{m}^2 \\ \alpha_{st} &= \frac{426,6}{284} = 1,50 \\ \text{vorh. } a_s &= 9,24 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{gew.: } \varnothing 10, e = 8,5 \text{ cm})\end{aligned}$$

Der Betonstahl hat unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen folgende erhöhte Spannung:

$$\sigma_s = 29,5 + \frac{0,4 \cdot 0,26 \cdot (100 \cdot 10,9)}{1,50 \cdot 9,24} = 29,4 + 8,1 = 37,5 \text{ kN/cm}^2$$

Die maximal zulässige Betonstahlspannung für Rippenstähle mit Durchmesser 10 mm beträgt 32 kN/cm². Diese wird hier überschritten, was eine Zulagebewehrung erfordert.

1.3.3 Plastische Bemessung

1.3.3.1 Bemessung eines zweifeldrigen Verbundträgers nach dem Fließgelenkverfahren

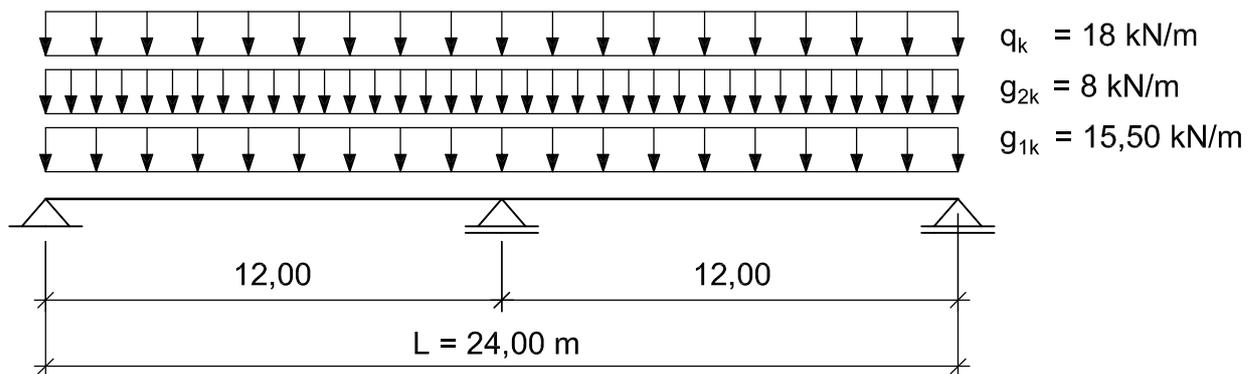


Abb.: 1.47 - Zweifeldriger Verbundträger, System und Belastung

System und Belastung Herstellung:

Das Eigengewicht der Betonplatte und der Stahlträger wird im Bauzustand vom Stahlträger allein getragen (Verbundträger ohne Eigengewichtsverbund); hier jedoch ohne Nachweis.

Über der Innenstütze wird eine Fuge im Betongurt angeordnet, so dass der Betongurt nicht durchläuft.

Berechnung und Bemessung des Verbundträgers nach der **Fließgelenktheorie**.

Querschnitt und Werkstoffeigenschaften

- **Beton:** C 25/30

$$f_{ck} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 2,5/1,5 = 1,67 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{cm} = 3050 \text{ kN/cm}^2$$

- **Baustahl:** IPE 450 - S 355

$$f_{yk} = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_{M0} = 35,5/1,0 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

1. Verbundträger

→ Druckgurt:

$$\begin{aligned} \text{vorh. } c/t &= 95/14,6 = 6,5 \\ < \text{grenz } c/t &= 9\varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,3 \end{aligned}$$

→ Steg:

$$\begin{aligned} \text{vorh. } b/t &= 378/9,4 = 40,2 \\ < \text{grenz } b/t &= \frac{36 \cdot 0,81}{0,5} = 58,3 \end{aligned}$$

mit $\alpha = 0,5$ für die reine Biegebeanspruchung.

Der Querschnitt fällt in Klasse 1 (plastische Querschnitte); d.h. es ist ein ausreichendes Rotationsvermögen vorhanden, es besteht keine Gefahr übermäßigen Beulens.

$$\begin{aligned} W_{pl,y} &= 1702 \text{ cm}^3 && \dots \text{Stahlträger allein} \\ M_{pl,a,Rd} &= 1702 \frac{35,5}{100} = 604,2 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Nachweis der Traglast bei vollständiger Verdübelung $r_d = (g+q)_d = 1,35(15,5 + 1,50 \cdot 18) = 58,73 \text{ kN/m}$

Zur Berechnung der Traglast max. r_d wird folgende Tafel für die Traglast und den Biegemomentenverlauf herangezogen.

Momentenverlauf:

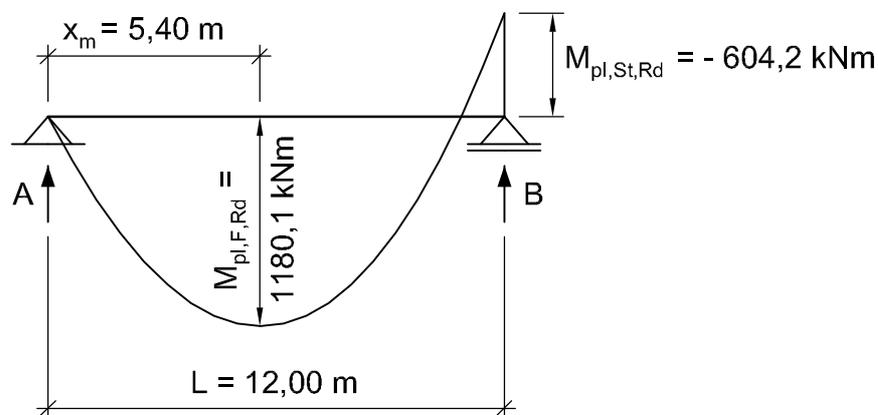


Abb.: 1.50 - Zweifeldriger Verbundträger, Momentenverlauf des Verbundträgers

1. Verbundträger

	l_0	x_m	l	$q \cdot l^2$	x_1	l_0
$\frac{M_{pl,S}}{M_{pl,F}}$	$\frac{q \cdot l^2}{M_{pl,F}}$	$\frac{x_m}{l}$	$\frac{l_0}{l}$	$\frac{q \cdot l^2}{M_{pl,F}}$	$\frac{x_1}{l}$	$\frac{l_0}{l}$
0	8,0	0,5	1,0	8,0	0	1,0
0,1	8,395	0,488	0,98	8,8	0,023	0,95
0,2	8,782	0,477	0,95	9,6	0,044	0,91
0,3	9,161	0,467	0,93	10,4	0,061	0,88
0,4	9,533	0,458	0,92	11,2	0,077	0,85
0,5	9,899	0,450	0,90	12,0	0,092	0,82
0,6	10,26	0,442	0,88	12,8	0,105	0,79
0,7	10,62	0,434	0,87	13,6	0,117	0,77
0,8	10,97	0,427	0,86	14,4	0,127	0,75
0,9	11,31	0,421	0,84	15,2	0,137	0,73
1,0	11,66	0,414	0,83	16,0	0,146	0,71

Abb.: 1.49 - Traglast und Biegemomentenverlauf für Rand- und Innenfelder unter Gleichstreckenlast ($x_m = \text{Stelle mit } \max.M$)

$$\frac{M_{pl,St,Rd}}{M_{pl,F,Rd}} = \frac{604,2}{1180,1} = 0,51$$

$$\frac{\max. r_d \cdot L^2}{M_{pl,F,Rd}} = 9,899$$

$$\rightarrow \max. r_d = 9,899 \frac{M_{pl,F,Rd}}{L^2} = 9,899 \frac{1180,1}{12^2} = 81,12 \text{ kN/m}$$

$$> 58,73 \text{ kN/m} = (g + q)_d \quad \dots \text{Bemessungslast}$$

$$\frac{x_m}{L} = 0,45 \rightarrow x_m = 0,45 \cdot 12 = 5,4 \text{ m}$$

Schubkräfte im Trägersteg aus Querkraft:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow A \cdot 12,0 - 58,73 \frac{12^2}{2} + 604,2 = 0 \rightarrow A = 302,0 \text{ kN}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 58,73 \cdot 12,0 - 302,0 = 402,7 \text{ kN} = V_B = V_{Ed}$$

1. Verbundträger

Schubnachweis der Querkraft an der Innenstütze:

$$\begin{aligned}\text{mit } A_w &= A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) t_f \\ &= 98,8 - 2 \cdot 19 \cdot 1,46 + (0,94 + 2 \cdot 2,1) \cdot 1,46 = 50,85 \text{ kN/cm}^2 \text{ ...folgt} \\ V_{pl,Rd} &= \frac{A_w \cdot f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{50,85 \cdot 35,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1042,2 \text{ kN} \\ \frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} &= \frac{402,7}{1042,2} = 0,39 < 0,5\end{aligned}$$

Die M - V -Interaktion über der Innenstütze kann entfallen. Die volle Biegetragfähigkeit steht (ohne Abminderung wegen der gleichzeitig vorhandenen Querkraft) zur Verfügung.

Längsschubtragfähigkeit und Verdübelung gewählt:

Kopfbolzendübel $\varnothing 22$ mm, $h = 100$ mm (nach dem Schweißen).

Die Profilbleche werden vorgelocht montiert.

$$P_{Rd} = 0,75 \cdot 81,7 = 61,3 \text{ kN je Kopfbolzendübel, siehe 1.3.1.1}$$

Die zur Biegetragfähigkeit bei vollständiger Verdübelung gehörende Betondruckkraft beträgt:

$$\begin{aligned}N_{cf} &= N_{pl,a,Rd} = 3507,4 \text{ kN} \\ \sum P_{Rd} &= 61,3 \cdot \frac{5,4}{0,15} = 2205,9 \text{ kN} < 3507,4 \text{ kN}\end{aligned}$$

Die Betondruckkraft kann bis zum kritischen Schnitt bei $x = 5,4$ m (=Stelle mit max M_F) nicht eingeleitet werden; d.h. es liegt ein Verbundträger mit teilweiser Verdübelung vor.

$$\begin{aligned}\eta = \frac{2205,9}{3507,4} = 0,63 &\rightarrow \eta \geq 1 - \left(\frac{355}{f_y}\right) (0,75 - 0,03 \cdot 2 \cdot L) \geq 0,4 \\ 0,63 &> 1 - \left(\frac{355}{355}\right) (0,75 - 0,03 \cdot 2 \cdot 5,4) = 0,57\end{aligned}$$

Traglast (plastische Grenzlast) bei teilweiser Verdübelung

$$M_{Rd} = M_{pl,a,Rd} + \eta (M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}) = 604,2 + 0,63 (1180,1 - 604,2) = 966,4 \text{ kNm}$$

Neuberechnung der Traglast mit reduziertem Biegemoment M_{Rd} :

$$\frac{M_{pl,St,Rd}}{M_{pl,F,Rd}} = \frac{604,2}{966,4} = 0,63$$

... aus Tafel für die Traglast und dem Biegemomentenverlauf ergibt sich für die Traglast $max. r_d$ (= plastische Grenzlast):

$$\begin{aligned}\frac{max. r_d L^2}{M_{pl,F,Rd}} &= 10,37 \quad \text{...linear interpoliert} \\ \rightarrow max. r_d &= 10,37 \frac{M_{pl,F,Rd}}{L^2} = 10,37 \frac{966,4}{12^2} = 69,58 \text{ kN/m} > 58,73 \text{ kN/m} \\ \frac{x_m}{L} &= 0,44 \rightarrow x_m = 0,44 \cdot 12 = 5,28 \text{ m} \rightarrow \text{Iteration}\end{aligned}$$

1. Verbundträger

Grundsätzlich wären an dieser Stelle weiter iterative Berechnungen für eine exakte Berechnung nötig. Aufgrund der geringfügigen Unterschiede wird jedoch darauf verzichtet. Der Träger ist ausreichend bemessen, er kann mehr als die Bemessungslast aufnehmen.

Anschluss der seitlichen Betongurte

Scheibenschub:

$$V_{Ed} = \frac{P_{Rd}}{e_L} = \frac{61,3}{0,15} = 408,5 \text{ kN/m}$$

Der maßgebende Scheibenschub im Anschnitt beträgt:

$$V_{L,Ed} = V_{Ed} \frac{A_{c1}}{A_c} \cong 204,3 \text{ kN/m}$$

Die Nachweise der Druckstrebe und der Zugstrebe mit Profilblech können wie im vorigen Rechenbeispiel geführt werden.

Anmerkung:

Wäre über der Innenstütze anstelle der Fuge ein durchlaufender Betongurt mit anrechenbarer Bewehrung vorgesehen, dann würde die Druckzonenhöhe im Steg des IPE 450 über der Nulllinie des Stahlträgers ansteigen. Für $\alpha = 0,7$ fällt der Querschnitt bereits in Klasse 2, so dass keine ausreichende Rotationskapazität für die Anwendung der Fließgelenktheorie mehr vorhanden wäre.

Biegedrillknicknachweis des Trägers im Stützbereich Da sich im Betongurt über der Innenstütze eine durchgehende Trennfuge befindet, trägt der Stahlträger IPE 450 das Stützmoment allein ab. Deshalb wird dem folgenden Nachweis vereinfachend der reine Stahlträger zugrunde gelegt. Im negativen Stützmomentenbereich ist dies auch richtig, weil das Biegedrillknicken direkt neben der Innenstütze erwartet werden kann. Für den Feldbereich (der Obergurt des Stahlträgers kann dort seitlich nicht ausweichen) liegt diese Annahme auf der sicheren Seite.

Nachweis nach [4-1-1] mit dem idealen Biegedrillknickmoment M_{cr} :

Das ideale, kritische Moment berechnet sich zu nach Abbildung[5](4.73):

$$M_{cr} = \frac{1}{k_z} \left[\frac{\pi^2 EI_{\omega D}}{(\beta L)^2} + GI_{T,eff} \right]$$

Mit:

1. Verbundträger

- Querschnittswerte des Baustahlquerschnittes IPE 450 lt. Tabellenwerk:

$$A_a = 98,9 \text{ cm}^2$$

$$I_{ay} = 3,374 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_{az} = 1,68 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$h_s = 45,0 - 1,46 = 43,54 \text{ cm}$$

$$t_w = 0,94 \text{ cm}$$

$$M_{pl,a,Rd} = 603 \text{ kNm}$$

- Trägheitsmoment des Untergurtes um die z-Achse I_{afz} :

$$I_{afz} = \frac{t_f b_f^3}{12} = \frac{1,46 \cdot 19 \cdot 0,19^2}{12} = 0,083 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- Wölbflächenmoment zweiten Grades bezogen auf die Drehachse $I_{\omega D}$:

$$I_{\omega D} = I_{afz} h_s^2 = 0,083 \cdot (43,54)^2 = 0,01573 \text{ cm}^2\text{m}^4$$

- St. Venant'scher Torsionswiderstand des Baustahlquerschnittes lt. Tabellenwerk:

$$I_T = 0,00667 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

- das polare Trägheitsmoment ergibt sich zu:

$$i_P^2 = \frac{I_{ay} + I_{az}}{A_a} = \frac{3,374 + 1,68}{98,8} = 0,036 \text{ m}^2$$

- die geometrischen Beiwerte ergeben sich zu:

$$z_e = -\frac{I_a}{z_{st} A_a} \rightarrow \text{in diesem Fall gilt: } z_e = -\frac{I_a}{\frac{h}{2} A_a}$$

$$z_e = -\frac{3,374}{\frac{0,45}{2} \cdot 98,8} = -0,152 \text{ m}$$

$$z_D = \frac{h_s}{2} = \frac{43,54}{2} = -0,218 \text{ m}$$

$$k_z = \left[\frac{(z_D + z_M)^2 + i_P^2}{z_e} + 2 z_D - r_{Mz} \right] \frac{I_a}{I_{st}}$$

$$k_z = \frac{(-0,218)^2 + 0,036}{-0,152} + 2 \cdot (-0,218) = -0,36$$

- Ermittlung der Drehfedersteifigkeiten: die Drehfedersteifigkeit der Betonplatte wird aufgrund der Trennfuge vernachlässigt

- Drehfederkonstante k_2 aus Profilverformung, wobei die Querkontraktionszahl ν_a mit 0,3 angenommen wird:

$$k_2 = \frac{1}{4} \cdot 21000 \cdot 0,0094 \cdot \frac{0,94^2}{0,4354 \cdot 0,91} = 110,06 \text{ kNm/m}$$

1. Verbundträger

– resultierende Drehfedersteifigkeit k_s :

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{110,06} \quad \rightarrow \quad k_s = 110,06 \text{ kNm/m}$$

$$M_{cr} = \frac{1}{k_z} \left[\frac{\pi^2 E I_{\omega D}}{(\beta L)^2} + G I_{T,eff} \right]$$

$$G I_{T,eff} = 1,25 (1,5 - 0,5 \psi) G I_T \quad \text{mit } \psi = 0$$

$$G I_{T,eff} = 1,25 \cdot 1,5 \cdot 8100 \cdot 0,00667 = 101,3 \text{ kNm}^2$$

$$\eta = \sqrt{\frac{k_s L^4}{E I_{\omega D}}} = \sqrt{\frac{110,06 \cdot 12^4}{21000 \cdot 0,01573}} = 83,12$$

$$\frac{\sqrt{\eta}}{\pi} = \frac{\sqrt{83,12}}{\pi} = 2,9 \rightarrow \text{aus Tabelle ?? erhält man } \beta = 0,175$$

$$M_{cr} = \frac{1}{-0,36} \left[\frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 0,01573}{(0,175 \cdot 12)^2} + 101,3 \right] = -2333,75 \text{ kNm}$$

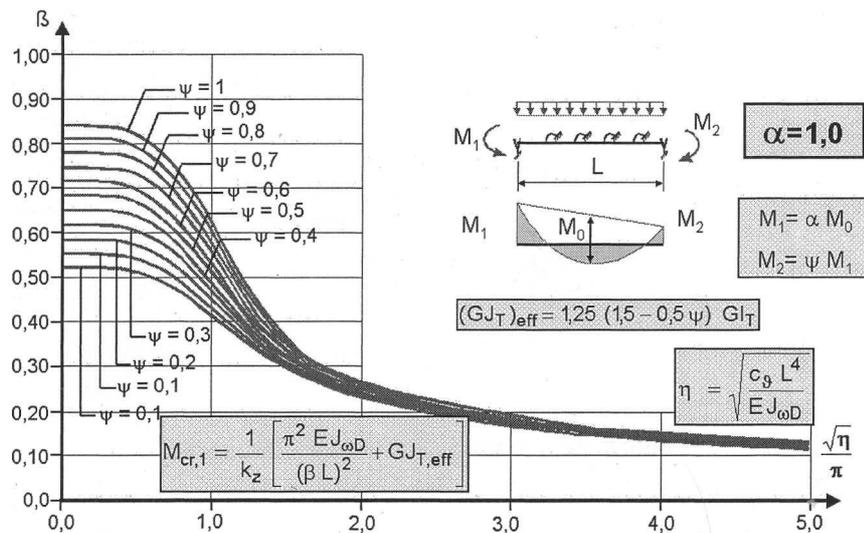


Abb.: 1.50 - Knicklängenbeiwerte bei Trägern mit Gleichstreckenbelastung für $\alpha = 1$

- Damit ergibt sich der bezogene Schlankheitsgrad zu:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{603}{(|-2333,75|)}} = 0,26 < 0,4$$

→ ...der Biegedrillknicknachweis kann wegen geringer Schlankheit entfallen.

Der Biegedrillknicknachweis kann vereinfachend auch nach [3-1-1] durchgeführt werden.

Kapitel 2

Verbunddecken

2.1 Allgemeines

Die nachfolgenden Beispiele sollen dem Anwender einen Überblick über die Bemessung von Verbunddecken geben. Bei ihrer Ausarbeitung wurde darauf Bedacht genommen, den Aufbau der Beispiele möglichst einfach und nachvollziehbar zu gestalten und dennoch ein möglichst breites Spektrum der Regeln und Prinzipien des neuen EC 4 zu betrachten.

Folgende Bemessungssituationen müssen berücksichtigt werden:

- **Profilblech als Schalung im Bauzustand**

Dabei sind folgende Einwirkungen zu berücksichtigen:

- Eigengewicht des Frischbetons und des Profilbleches
- Montage und Ersatzlasten aus Arbeitsbetrieb beim Betonieren
- Einwirkungen aus gelagerten Materialien sofern vorhanden
- Mehrgewicht des Betons infolge der Durchbiegung des Bleches

- **Verbunddecke**

Die für den Endzustand erforderlichen Nachweise gelten für den Zustand nach Herstellung der Verbundwirkung und nach Entfernen von eventuellen Hilfsunterstützungen.

Konstruktionsgrundsätze:

- Gesamtdicke $h \geq 80 \text{ mm}$ und Aufbetondicke $h_c \geq 40 \text{ mm}$
- Gesamtdicke $h \geq 90 \text{ mm}$ und Aufbetondicke $h_c \geq 50 \text{ mm}$, wenn die Verbunddecke gleichzeitig Gurt eines Verbundträgers ist

2. Verbunddecken

- Im Aufbeton ist eine Längs- und Querbewehrung vorzusehen ($\rho_{min} \geq 80 \text{ mm}^2/m$), wobei die Stababstände in beiden Richtungen den Höchstwert von entweder $2 h$ oder 350 mm nicht überschreiten dürfen

2. Verbunddecken

Zuschlagstoffe:

Der zulässige Größtkorndurchmesser der Zuschlagstoffe wird durch die kleinsten Bauteilabmessungen bestimmt. So darf er den 0,4-fachen Wert der Aufbetondicke h_c , ein Drittel von b_0 oder 31,5 mm nicht überschreiten. Der Wert b_0 ist bei offener Profilblechgeometrie die mittlere Rippenbreite und bei hinterschnittener Profilblechgeometrie die kleinste Breite.

Auflagerung der Bleche:

Durch eine ausreichende Auflagertiefe ist sicherzustellen, dass ein Versagen des Bleches und der Unterkonstruktion verhindert wird. Die Auflagertiefen sind im Allgemeinen so zu wählen, dass Verbindungsmittel zur Befestigung der Bleche auf der Unterkonstruktion ohne Beschädigung der Unterkonstruktion angeordnet werden können und dass beim Verlegen der Bleche infolge unplanmäßiger Verschiebungen kein Versagen des Auflagerpunktes, hervorgerufen durch eine zu geringe Auflagertiefe, eintreten kann. Die in Abbildung 2.1 angegebenen Auflagertiefen l_{bc} und l_{bs} dürfen die nachfolgend angeführten Mindestwerte nicht unterschreiten.

- bei Auflagerung auf Stahl oder Beton:

$$l_{bc} = 75 \text{ mm} \quad \text{und} \quad l_{bs} = 50 \text{ mm}$$

- bei Auflagerung auf anderen Werkstoffen:

$$l_{bc} = 100 \text{ mm} \quad \text{und} \quad l_{bs} = 70 \text{ mm}$$

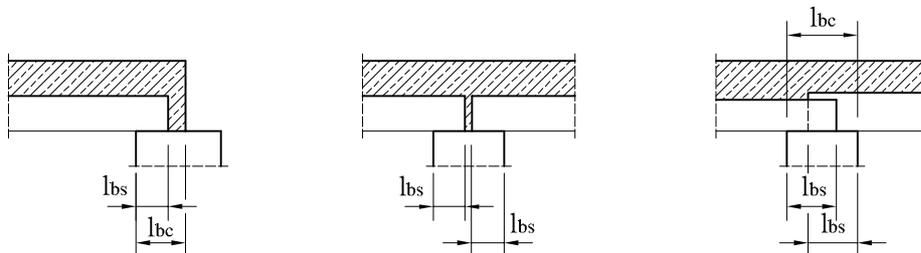


Abb.: 2.1 - Mindestauflagertiefen

2.2 Beispiele zum Thema Verbunddecken

2.2.1 Bemessung einer Verbunddecke im Bau- und Endzustand

Eingangsgrößen, System und Belastung

a) Stahlprofilbleche mit Nocken

Aus der Zulassung des Herstellers sind folgende Werte zu entnehmen:

$$t = 0,86 \text{ mm}$$

$$f_{yp} = 350 \text{ N/mm}^2$$

$$A_p = 1562 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$I_p = 62 \cdot 10^4 \text{ mm}^4/\text{m}$$

Für den Bauzustand gilt:

$$M_{pl,Rd}^+ = 6,1 \text{ kNm/m}$$

$$M_{pl,Rd}^- = -6,3 \text{ kNm/m}$$

$$R_{pl,Rd} = 37,0 \text{ kN/m}$$

Für den Endzustand gilt:

$$M_{pl,a,Rd} = 8,1 \text{ kNm/m} \quad \text{Anmerkung: kein örtliches Beulen maßgebend!}$$

b) Verbunddecke

Gesamtdicke: $h = 140 \text{ mm}$

Beton: C 25/30

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk;0,05} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 30500 \text{ N/mm}^2$$

2. Verbunddecken

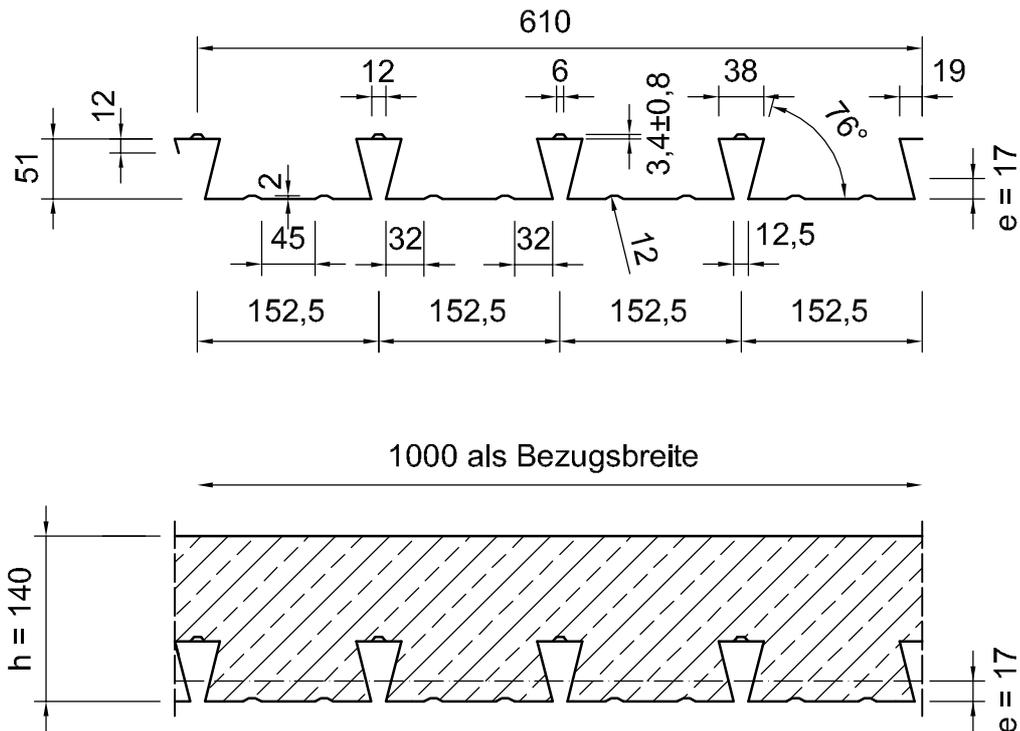


Abb. B.5.1.1 - hinterschnittenes Stahlprofilblech für Bemessung im Bauzustand

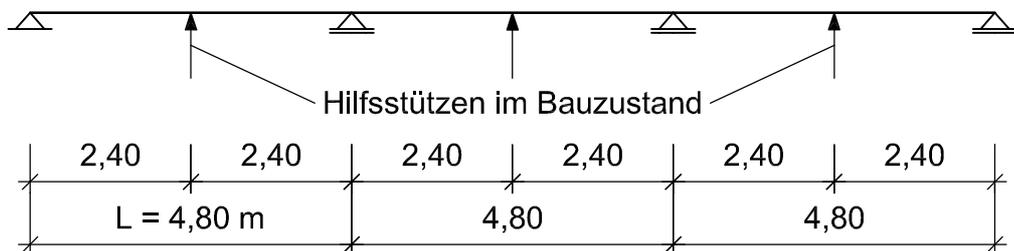


Abb.: 2.2 - Statisches System der Verbunddecke mit Hilfsstützen für den Bauzustand

c) Statisches System

Bauzustand (nacktes Stahlprofilblech):

Das Profilblech wird als dreifeldriger Durchlaufträger mit Hilfsstützen (Sprießung) in den Feldmitten ausgeführt.

Endzustand (Verbunddecke):

Die Verbunddecke wird als Kette von Einfeldträgern mit $L = 4,80$ m bemessen. In solchen Fällen ist jedoch an den Innenstützen zur Sicherstellung einer ausreichenden Rissbreitenbeschränkung eine Mindestbewehrung anzuordnen, siehe [2-1-1](7.3.2).

d) Einwirkungen

2. Verbunddecken

für den Bauzustand, siehe [4-1-1](9.3.2):

Eigengewicht Blech $g_p = 0,13 \text{ kN/m}^2$

Eigengewicht Frischbeton ($h = 140 \text{ mm}$) $g_c = 3,37 \text{ kN/m}^2$

Montagelasten gleichmäßig $q_1 = 0,75 \text{ kN/m}^2$

Montagelasten konzentriert $q_2 = 1,50 \text{ kN/m}^2$

für den Endzustand, siehe [1]:

Eigengewicht Verbunddecke $g_1 = 3,3 \text{ kN/m}^2$

Eigengewicht Ausbaulasten $g_2 = 1,2 \text{ kN/m}^2$

Verkehrslast $q = 5,0 \text{ kN/m}^2$

e) Teilsicherheitsbeiwerte

Einwirkungen:

$$\gamma_g = 1,35$$

$$\gamma_q = 1,50$$

Widerstände:

Beton $\gamma_c = 1,50$

Profilblech $\gamma_{M0} = 1,00$

Bewehrung $\gamma_s = 1,15$

Längsschub $\gamma_{vs} = 1,25$

Nachweis für das Profilblech als Schalung im Bauzustand

a) Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS)

Bemessungsmomente und Auflagerkräfte:

Die Ermittlung der Schnittgrößen erfolgt unter Verwendung von Tafelwerken, die in der Rechnung zur besseren Orientierung fett gekennzeichnet sind. Die Schnittgrößen werden auf einen 1 m breiten Deckenstreifen bezogen.

Maximales Feldmoment (nach Abb. 2.2.1):

2. Verbunddecken

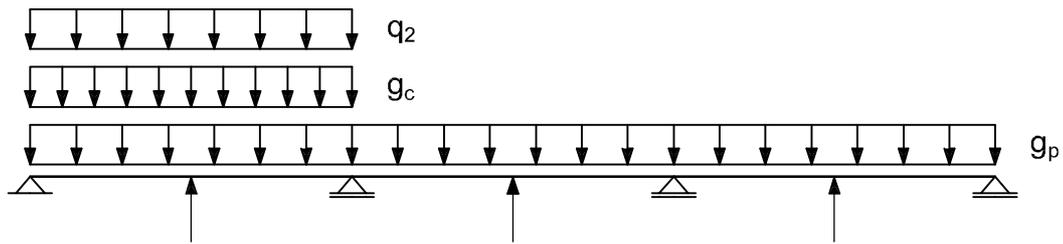


Abb.: 2.3 - Nachweis des Profilbleches; maximales Feldmoment (ULS)

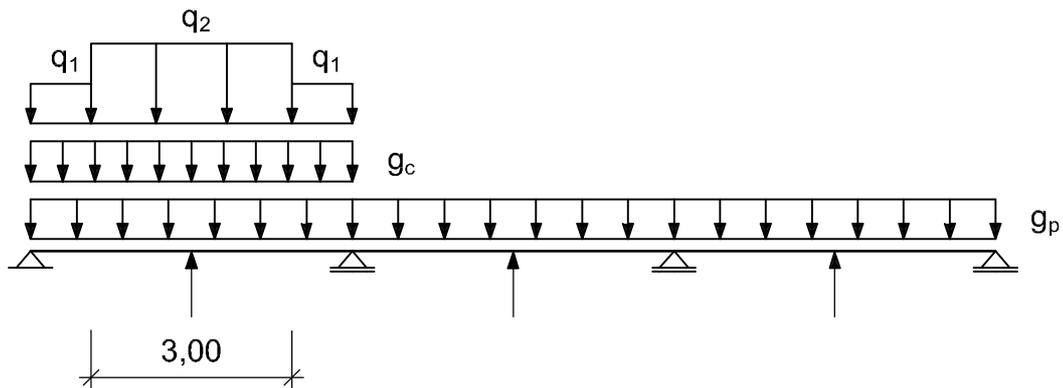


Abb.: 2.4 - Nachweis des Profilbleches; minimales Stützmoment und Auflagerkraft (ULS)

$$\begin{aligned}
 M_{Ed}^+ &= \gamma_g \cdot M_g^+ + \gamma_q \cdot M_q^+ \\
 M_{Ed}^+ &= 1,35 \cdot 0,078 \cdot 0,13 \cdot 2,4^2 + 1,35 \cdot 0,094 \cdot 3,37 \cdot 2,4^2 + 1,50 \cdot 0,094 \cdot 1,5 \cdot 2,4^2 \\
 &= 3,76 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

Minimales Stützmoment und die zugehörige Auflagerkraft (nach Abb. 2.2.1):

Analog zur Berechnung des Feldmomentes wird das Stützmoment ermittelt:

$$\begin{aligned}
 M_{Ed}^- &= \gamma_g M_g^- + \gamma_q M_q^- = -4,47 \text{ kNm/m} \\
 R_{Ed} &= \gamma_g R_g + \gamma_q R_q = 19,51 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Nachweisführung erfolgt nach [3-1-3]:

$$\begin{aligned}
 M_{Ed}^+ &= 3,76 \text{ kNm/m} < M_{pl,Rd}^+ = 6,1 \text{ kNm/m} \\
 M_{Ed}^- &= -4,47 \text{ kNm/m} < M_{pl,Rd}^- = -6,3 \text{ kNm/m} \\
 R_{Ed} &= 19,51 \text{ kN/m} < R_{pl,Rd} = 37,0 \text{ kN/m} \\
 \frac{M_{Ed}^-}{M_{pl,Rd}^-} + \frac{R_{Ed}}{R_{pl,Rd}} &= \frac{-4,47}{-6,30} + \frac{19,51}{37,00} = 1,24 \leq 1,25
 \end{aligned}$$

2. Verbunddecken

Eventuell wird das Stahlprofilblech noch dazu herangezogen, den Stahlträger im Betonierzustand gegen Biegedrillknicken (Kippen) seitlich abzustützen. Die dazu erforderlichen Nachweise werden in diesem Rechenbeispiel nicht geführt.

b) Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS)

Die Nachweisführung erfolgt nach [4-1-1](9.6)

Maßgebendes Feldmoment (nach Abb. 2.2.1):

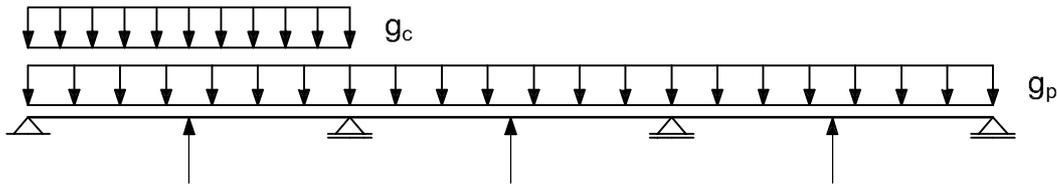


Abb.: 2.5 - Nachweis des Profilbleches; maßgebendes Feldmoment (SLS)

$$M_{ser,Ed} = 0,078 \cdot 0,13 \cdot 2,4^2 + 0,094 \cdot 3,37 \cdot 2,4^2 = 1,88 \text{ kNm/m}$$

Maximale Druckspannung im oberen Flansch:

$$\sigma_{com} = \frac{M_{ser,Ed}}{I_p} z_{com} = \frac{1,88 \cdot 10^6}{62 \cdot 10^4} (51 - 17) = 103,1 \text{ N/mm}^2$$

Kontrolle der mitwirkenden Breite für den oberen Flansch nach [3-1-3]:

$$\lambda_p = 1,053 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{com}}{E k_\sigma}} = 1,053 \frac{38}{0,86} \sqrt{\frac{103,1}{210000 \cdot 4,0}}$$

$$\lambda_p = 0,515 < 0,637 \quad \Rightarrow \quad \rho = 1,0$$

⇒ Das Blech wirkt voll mit und braucht nicht auf einen effektiven Querschnitt reduziert werden.

Durchbiegungen:

$$\delta_{ser} = \frac{(2,65 G_p + 3,4 G_c) L^4}{384 E I_p} = \frac{(2,65 \cdot 0,13 + 3,4 \cdot 3,37) 2400^4}{384 \cdot 210000 \cdot 62 \cdot 10^4} = 7,8 \text{ mm}$$

$$\delta_{ser} = 7,8 \text{ mm} < \frac{h}{10} = \frac{140}{10} = 14 \text{ mm}$$

Nach [4-1-1](9.3.2.(2)) braucht das aus der Durchbiegung resultierende Mehrgewicht des Betons bei der Bemessung des Profilbleches nicht berücksichtigt werden, wenn die Mittendurchbiegung δ des Bleches unter seinem Eigengewicht und dem Gewicht des Frischbetons im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit kleiner als 1/10 der Deckendicke ist.

2. Verbunddecken

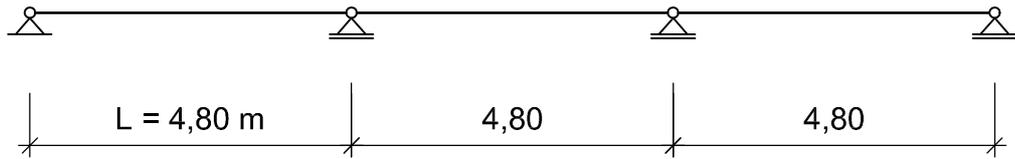


Abb.: 2.6 - Nachweis der Verbunddecke im Endzustand als Kette von Einfeldträgern

Nachweis der Verbunddecke im Endzustand

a) Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS)

Ermittlung der Momententragfähigkeit im Feldbereich:

$$M_{Ed} = \frac{[\gamma_G (G_1 + G_2) + \gamma_Q Q] L^2}{8} = \frac{[1,35 (3,3 + 1,2) + 1,5 \cdot 5,0] 4,8^2}{8} = 39,1 \text{ kNm/m}$$

Ermittlung der Momententragfähigkeit bei vollständiger Verdübelung:

$$N_{cf} = \frac{A_p f_{yp}}{\gamma_{M0}} = \frac{1562 \cdot 350}{1,0} \cdot 10^{-3} = 546,7 \text{ kN/m}$$

$$z_{pl} = \frac{N_{cf}}{b \left(0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right)} = \frac{546,7}{1000 \left(0,85 \frac{25}{1,5}\right)} \cdot 10^3 = 38,6 \text{ mm}$$

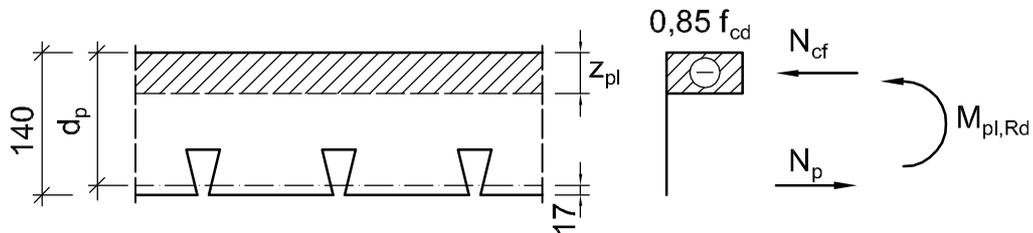


Abb.: 2.7 - Ermittlung der Momententragfähigkeit im Feldbereich

$$d_p = h - e = 14,0 - 1,7 = 12,3 \text{ cm}$$

$$M_{pl,Rd} = N_{cf} \left(d_p - \frac{z_{pl}}{2}\right) = 546,7 \left(123 - \frac{38,6}{2}\right) \cdot 10^{-3} = 56,7 \text{ kNm/m}$$

Nachweisführung:

$$M_{Ed} = 39,1 \text{ kNm/m} < M_{pl,Rd} = 56,7 \text{ kNm/m}$$

2. Verbunddecken

Ermittlung der Längsschubtragfähigkeit nach der m+k Methode:

Bei Anwendung dieses Verfahrens ist nachzuweisen, dass der auf die Plattenbreite b bezogene Bemessungswert der einwirkenden Querkraft V_{Ed} den nachfolgend angegebenen Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit $V_{l,Rd}$ nicht überschreitet.

Bemessungsquerkraft am Endauflager:

$$A_d = V_{Ed} = \frac{[\gamma_g (g_1 + g_2) + \gamma_q q] L}{2} = \frac{[1,35 (3,3 + 1,2) + 1,5 \cdot 5,0] \cdot 4,8}{2} = 32,6 \text{ kN/m}$$

Längsschubtragfähigkeit:

Die Informationen der Hersteller enthalten die Parameter m und k (siehe Zulassung!):

$$m = 166 \quad \text{und} \quad k = 0,15$$

Die Schublänge für eine Gleichstreckenlast ergibt sich nach [4-1-1], (9.7.3.(5)) zu:

$$L_s = \frac{L}{4} = \frac{4,8}{4} = 1,2 \text{ m}$$

Damit ergibt sich der Bemessungswert der Querkraft $V_{l,Rd}$ zu:

$$V_{l,Rd} = \frac{b d_p}{\gamma_{vs}} \left(\frac{m A_p}{b L_s} + k \right)$$
$$V_{l,Rd} = \frac{1000 \cdot 123}{1,25} \left(\frac{166 \cdot 1562}{1000 \cdot 1200} + 0,15 \right) \cdot 10^{-3} = 36,0 \text{ kN/m}$$

Nachweisführung:

$$V_{Ed} = 32,6 \text{ kN/m} < V_{l,Rd} = 36,0 \text{ kN/m}$$

2. Verbunddecken

Ermittlung der Längsschubtragfähigkeit nach dem Teilverbund-Verfahren:

Der Bemessungswert der Verbundfestigkeit $\tau_{u,Rd}$, der aus Versuchen ermittelt wurde ergibt sich nach Herstellerangaben zu:

$$\tau_{u,Rd} = 280 \text{ kN/m}^2$$

Die Schublänge für vollständige Verdübelung ($\eta = 1$) wird nach [4-1-1](9.7.3.(8)) ermittelt:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b \tau_{u,Rd}} = \frac{546,7}{1,0 \cdot 280} = 1,953 \text{ m}$$

Nachweisführung:

Es ist nachzuweisen, dass in keinem Querschnitt das Bemessungsmoment M_{Ed} den Widerstand M_{Rd} überschreitet. Den Maßstab für das Einzeichnen des Bemessungsmomentes in das Teilverbunddiagramm des vorliegenden Verbunddeckenquerschnittes liefert die Schublänge L_{sf} die zum Verdübelungsgrad $\eta = 1$ gehört.

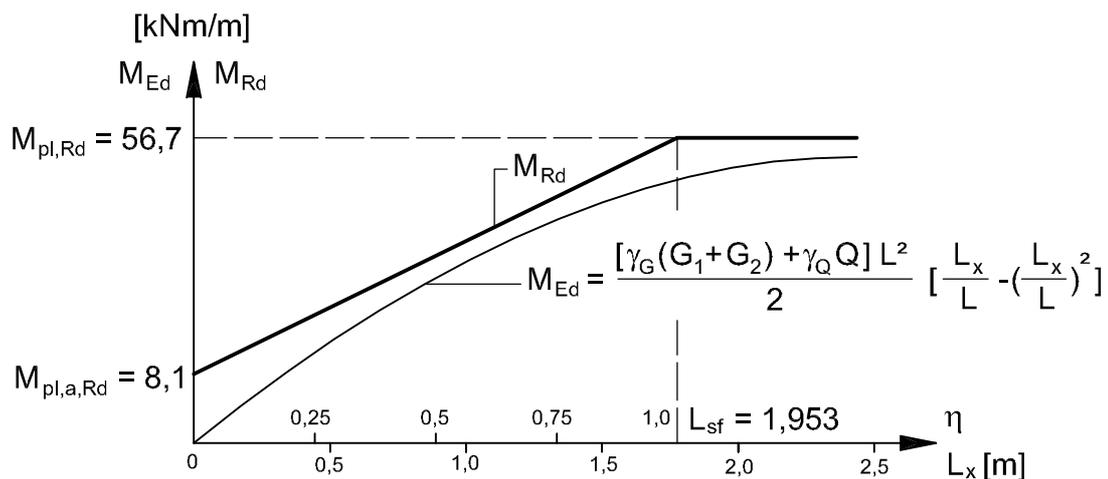


Abb.: 2.8 - Nachweis nach dem Teilverbund-Verfahren

Nach Abbildung 2.2.1 gilt für alle Querschnitte:

$$M_{Ed} < M_{Rd}$$

Der Nachweis ist somit erfüllt.

2. Verbunddecken

Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit:

Wie bereits vorher berechnet ergibt sich der Bemessungswert der Querkraft V_{Ed} zu:

$$V_{Ed} = 32,6 \text{ kN/m}$$

Die Querkrafttragfähigkeit einer Verbunddecke $V_{v,Rd}$ wird in Übereinstimmung mit [2-1-1](6.2.2) ermittelt. Nach Gleichung [5](5.14) erhält man $V_{v,Rd}$ also zu:

$$V_{v,Rd} = \left[C_{Rd,c} \kappa (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_0 d_p$$

Dabei ergeben sich die einzelnen Faktoren zur Bemessung des Widerstandes wie folgt:

$$\begin{aligned} b_0 &= 750 \text{ mm} && \text{minimale Breite der Betonrippe} \\ A_p &= b_0 t = 750 \cdot 0,86 = 645 \text{ mm}^2 && \text{Querschnittsfläche des Profilbleches} \\ \kappa &= 1 + \sqrt{\frac{200}{d_p}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{123}} = 2,275 \rightarrow \leq 2,0 \rightarrow \kappa = 2,0 \\ \rho_1 &= \frac{A_p}{b_w d_p} = \frac{645}{750 \cdot 123} = 0,007 \leq 0,02 \\ C_{Rd,c} &= \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12 \\ k_1 &= 0,15, \quad \sigma_{cp} = 0 \end{aligned}$$

Setzt man nun in Gleichung [5](5.14) ein so ergibt sich die Querkrafttragfähigkeit zu:

$$V_{v,Rd} = \left[0,12 \cdot 2,0 \cdot (100 \cdot 0,007 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 750 \cdot 123 \cdot 10^{-3} = 57,5 \text{ kN/m}$$

Dabei muss $V_{v,Rd}$ einen Mindestwert erreichen der wie folgt ermittelt wird:

$$V_{v,Rd,min} = (\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d_p$$

Hierbei ergibt sich ν_{min} zu:

$$\nu_{min} = 0,035 \kappa^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 \cdot 2,0^{\frac{3}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} = 0,495$$

Damit erhält man $V_{v,Rd,min}$ zu:

$$V_{v,Rd,min} = (0,495 + 0,15 \cdot 0) \cdot 750 \cdot 123 \cdot 10^{-3} = 45,7 \text{ kN/m}$$

Der **Nachweis** stellt sich dann folgendermaßen dar:

$$V_{v,Rd} = 57,5 \text{ kN/m} > V_{Ed} = 32,6 \text{ kN/m}$$

b) Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für die Verbunddecke (SLS)

Rissbreitenbeschränkung im Aufbeton (siehe [4-1-1](9.8.1.(2)))

Da die durchlaufende Decke als Kette von Einfeldträgern bemessen wurde, ist zur Verhinderung einer unkontrollierten Rissbildung im Aufbeton eine konstruktive Mindestbewehrung ausreichend, die bei Decken mit Hilfsunterstützungen im Bauzustand mindestens 0,4% der Betonquerschnittsfläche oberhalb des Profilbleches betragen sollte.

$$\min.A_s = 0,004 b h_c = 0,004 \cdot 1000 \cdot 89 = 356 \text{ mm}^2/\text{m}$$

gewählt: Schlaufenmatte CQS 9 mit 424 mm²/m

Durchbiegungen (siehe [4-1-1](9.8.2.))

Verformungen infolge von Einwirkungen auf die Verbunddecke sind mit elastischen Berechnungsverfahren zu ermitteln, wobei die Einflüsse aus dem Schwinden vernachlässigt werden dürfen. Für Verformungen von Innenfeldern von Durchlaufträgern erlaubt [4-1-1] ein Näherungsverfahren bei dem das effektive Flächenmoment 2.Grades des Deckenquerschnitts aus dem Mittelwert der Werte des ungerissenen und des gerissenen Querschnitts bestimmt wird. Zudem wird der Einfluss aus dem Langzeitverhalten des Betons durch Ansatz des Mittelwertes der Reduktionszahlen für kurzzeitige und für ständige Beanspruchungen berücksichtigt.

Die Reduktionszahl für kurzzeitige Beanspruchungen n_0 ergibt sich zu:

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{210000}{30500} = 6,89$$

Die Reduktionszahl für ständige Beanspruchungen errechnet sich unter Annahme von φ_t ($t_0=28$ Tage) und $\psi_P = 1,10$ zu:

$$n_P = n_0 (1 + \varphi_t \psi_P) = 6,89 \cdot (1 + 2,3 \cdot 1,10) = 24,30$$

Den Mittelwert zur Berechnung des effektiven Flächenmomentes 2.Grades erhält man zu:

$$n = \frac{n_0 + n_P}{2} = \frac{6,89 + 24,30}{2} = 15,60$$

Elastisch berechnete Querschnittseigenschaften

Gerissener Querschnitt:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i} \\ &= \frac{b x \frac{x}{2} + n A_p d_p}{b x + n A_p} \\ &= \frac{n A_p}{b} \left(\sqrt{1 + \frac{2 b d_p}{n A_p}} - 1 \right) \\ &= \frac{15,60 \cdot 1562}{1000} \left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 1000 \cdot 123}{15,60 \cdot 1562}} - 1 \right) = 56,79 \text{ mm} \end{aligned}$$

2. Verbunddecken

$$\begin{aligned}
 I_{c,c} &= \frac{b x_c^3}{12 n} + \frac{b x_c \left[\frac{x_c}{2}\right]^2}{n} + A_p (d_p - x_c)^2 + I_p \\
 &= \frac{b x_c^3}{3 n} + A_p (d_p - x_c)^2 + I_p \\
 &= \frac{1000 \cdot 56,79^3}{3 \cdot 15,60} + 1562 (123 - 56,79)^2 + 62 \cdot 10^4 = 1138,2 \cdot 10^4 \text{ mm}^4/\text{m}
 \end{aligned}$$

Ungerissener Querschnitt:

$$\begin{aligned}
 x_u &= \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i} \\
 &= \frac{b h_c \frac{h_c^2}{2} + b_m h_p \left(h - \frac{h_p}{2}\right) + n A_p d_p}{b h_c + b_m h_p + n A_p} \\
 &= \frac{1000 \frac{89^2}{2} + 834 \cdot 51 \left(140 - \frac{51}{2}\right) + 15,60 \cdot 1562 \cdot 123}{1000 \cdot 89 + 834 \cdot 51 + 15,60 \cdot 1562} = 75,87 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{c,u} &= \frac{b h_c^3}{12 n} + \frac{b h_c}{n} \left(x_u - \frac{h_c}{2}\right)^2 + \frac{b_m h_p^3}{12 n} + \frac{b_m h_p}{n} \left(h_t - x_u - \frac{h_p}{2}\right)^2 \\
 &\quad + A_p (d_p - x_u)^2 + I_p \\
 &= \frac{1000 \cdot 89^3}{12 \cdot 15,60} + \frac{1000 \cdot 89}{15,60} \left(75,87 - \frac{89}{2}\right)^2 + \frac{834 \cdot 51^3}{12 \cdot 15,60} + \frac{834 \cdot 51}{15,60} \left(140 - 75,87 - \frac{51}{2}\right)^2 \\
 &\quad + 1562 (123 - 75,87)^2 + 62 \cdot 10^4 = 1813,39 \cdot 10^4 \text{ mm}^4/\text{m}
 \end{aligned}$$

Mittelwert zwischen gerissenem und ungerissenem Querschnitt:

$$I_{c,m} = \frac{I_{c,c} + I_{c,u}}{2} = \frac{1138,2 + 1813,39}{2} 10^4 = 1475,80 \cdot 10^4 \text{ mm}^4/\text{m}$$

Ermittlung der Durchbiegungen:

- aus Entfernen der Hilfsstützen (Sprießen)

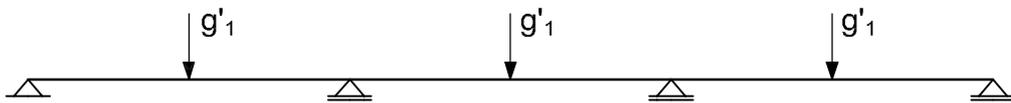


Abb.: 2.9 - Ermittlung der Durchbiegungen aus dem Entfernen der Hilfsstützen

$$\begin{aligned}
 g'_1 &= g_1 \frac{L}{2} = 3,3 \frac{4,8}{2} = 7,92 \text{ kN/m} \\
 d_{c,g'_1} &= 2,5 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

2. Verbunddecken

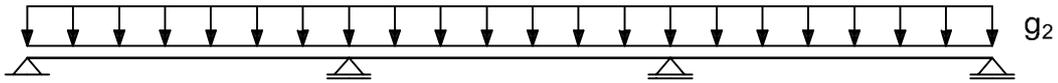


Abb.: 2.10 - Ermittlung der Durchbiegungen aus den Ausbaulasten

- aus Ausbaulasten:

$$d_{c,g_2'} = 0,0068 \frac{g_2 L^4}{E I_{c,m}} = 0,0068 \frac{1,2 \cdot 4800^4}{210000 \cdot 1475,80 \cdot 10^4} = 1,4 \text{ mm}$$

- aus Verkehrslasten (Nutzlasten):

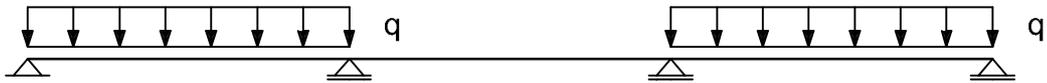


Abb.: 2.11 - Ermittlung der Durchbiegungen aus den Verkehrslasten

$$d_{c,q} = 0,0099 \frac{Q L^4}{E I_{c,m}} = 0,0099 \frac{5,0 \cdot 4800^4}{210000 \cdot 1475,80 \cdot 10^4} = 8,5 \text{ mm}$$

- Durchbiegungen insgesamt:

$$\begin{aligned} d_c &= d_{c,g_1'} + d_{c,g_2'} + d_{c,q} = 2,5 + 1,4 + 8,5 = 12,4 \text{ mm} \\ d_c &= 12,4 \hat{=} L/387 < L/250 \end{aligned}$$

Die Durchbiegungen sind somit kleiner als der in technischen Regeln für den Hochbau empfohlene Grenzwert $L/250$ für Decken.

2.2.2 Erhöhung der Längsschubtragfähigkeit

Eingangsgrößen

a) hinterschnittenes Stahlprofilblech ohne Nocken

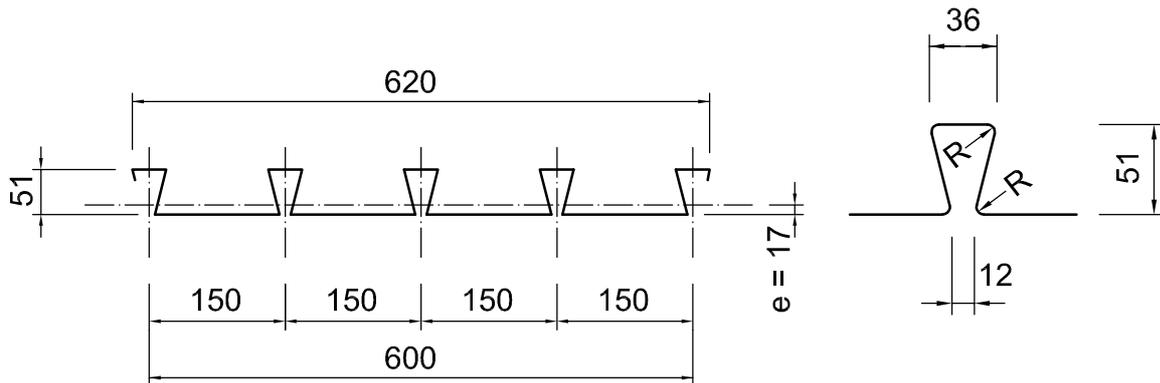


Abb.: 2.12 - hinterschnittenes Stahlprofilblech ohne Nocken einer Verbunddecke

$$t = 0,84 \text{ mm}$$

$$f_{yp} = 280 \text{ N/mm}^2$$

$$A_p = 1562 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$I_p = 62 \cdot 10^4 \text{ mm}^4/\text{m}$$

b) Verbunddecke im Endzustand

Biegemomenten Tragfähigkeit des nackten Profilbleches ohne Verbund ($\eta = 0$):

$$M_{pl,a,Rd} = 6,3 \text{ kNm/m}$$

c) Verbunddecke

Dicke: $h = 160 \text{ mm}$

Beton: C 25/30

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk;0,05} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 30500 \text{ N/mm}^2$$

2. Verbunddecken

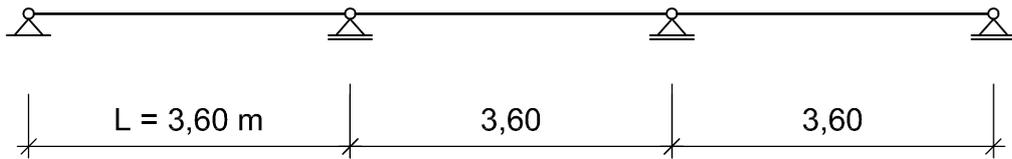


Abb.: 2.13 - Nachweis im Endzustand für eine Kette von Einfeldträgern

d) Statisches System

Endzustand: Die Bemessung erfolgt für eine Kette von Einfeldträgern.

e) Einwirkungen im Endzustand

Eigengewicht Verbunddecke $g_1 = 3,55 \text{ kN/m}^2$

Eigengewicht Ausbaulasten $g_2 = 1,2 \text{ kN/m}^2$

Verkehrslast $q = 5,0 \text{ kN/m}^2$

f) Teilsicherheitsbeiwerte

Einwirkungen:

$$\gamma_g = 1,35$$

$$\gamma_q = 1,50$$

Widerstände:

Beton $\gamma_c = 1,50$

Profilblech $\gamma_{M0} = 1,0$

Bewehrung $\gamma_s = 1,15$

Längsschub $\gamma_{vs} = 1,25$

Allgemeines zur Bemessung Das gewählte Stahlprofilblech mit Hinterschnitt, aber ohne Nocken, erzeugt nur eine geringe mechanische Verdübelung. Deshalb wird für die Tragfähigkeit der Decke die begrenzte Längsschubtragfähigkeit maßgebend.

Die Tragfähigkeit der Decke kann dadurch erhöht werden, dass entweder zusätzliche Verankerungsmaßnahmen an den Blechtafelenden vorgesehen werden oder Bewehrungszulagen im Feld angeordnet werden. Beide Maßnahmen können in der Bemessung nach der Teilverbundmethode (teilweise Verdübelung) berücksichtigt werden.

2. Verbunddecken

Bemessungswert der Momentenbeanspruchung

$$M_{Ed} = \frac{[\gamma_g (g_1 + g_2) + \gamma_q q] L^2}{8} = \frac{[1,35 (3,55 + 1,2) + 1,5 \cdot 5,0] \cdot 3,6^2}{8} = 22,5 \text{ kNm/m}$$

Nachweis der Längsschubtragfähigkeit; siehe [4-1-1](9.7.3.(8)) Bemessungswert der Verbundfestigkeit aus den Informationen des Herstellers:

$$\tau_{u,Rd} = 34,0 \text{ kN/m}^2$$

Schublänge, die für eine vollständige Verdübelung ($\eta = 1$) erforderlich wäre:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b \tau_{u,Rd}} = \frac{A_p \frac{f_{yp}}{\gamma_{M0}}}{b \tau_{u,Rd}} = \frac{1562 \frac{280}{1,0}}{1000 \cdot 34} = 12,86 \text{ m}$$

Nachweis nach der Teilverbund-Theorie:

$$N_{cf} = \frac{A_p f_{yp}}{\gamma_{ap}} = \frac{1562 \cdot 280}{1,0} = 437,4 \text{ kN/m}$$

$$z_{pl} = \frac{N_{cf}^-}{b \left(0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right)} = \frac{437,4 \cdot 10^3}{1000 \left(0,85 \frac{25}{1,5}\right)} = 30,9 \text{ mm}$$

$$d_p = h - e = 160 - 17 = 143 \text{ mm}$$

$$M_{pl,Rd}^- = N_{cf} \left(d_p - \frac{z_{pl}}{2}\right) = 437,4 \left(143 - \frac{30,9}{2}\right) = 55,8 \text{ kNm/m}$$

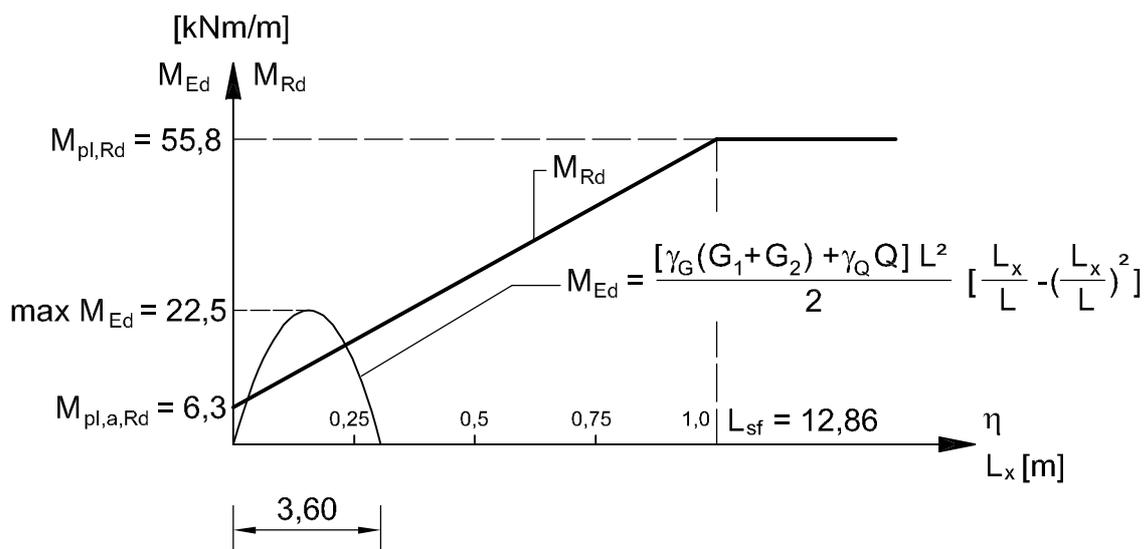


Abb.: 2.14 - Nachweis der Längsschubtragfähigkeit nach dem Teilverbund-Verfahren

2. Verbunddecken

$$M_{Ed} > M_{Rd}$$

Der Nachweis ist nicht erfüllt !!!

Nachweis mit Endverankerung; nach [4-1-1](9.7.4) Eingangsgrößen für die Endverankerung mit Kopfbolzendübel:

$$\begin{aligned} \varnothing &= 19 \text{ mm} & f_{uk} &= 450 \text{ N/mm}^2 \\ h_{sc} &= 120 \text{ mm} & b_0 &= 150 - 36 = 114 \text{ mm} & h_p &= 51 \text{ mm} \\ \frac{h_{sc}}{d} &= \frac{120}{19} = 6,32 > 4 \rightarrow \alpha &= 1,0 \end{aligned}$$

Anzahl: 1 Dübel je Tiefsicke (Rippe), d.h. 6,67 Dübel / m Breite

Bemessungswert der Dübeltragfähigkeit für Kopfbolzendübel

Hierbei gilt der kleinere Wert aus den folgenden Gleichungen als maßgebend.

$$P_{t,Rd} = k_t P_{Rd} \quad \text{mit} \quad k_t = \frac{0,7}{\sqrt{n_R}} \frac{b_0}{h_p} \left[\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right]$$

Aus den Gleichungen [5](4.208) und [5](4.209) erhält man:

$$\begin{aligned} P_{Rd} &= 0,29 d^2 \alpha \sqrt{f_{ck} E_{cm}} \frac{1}{\gamma_{v,c}} \\ P_{Rd} &= 0,29 \cdot 1,9^2 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{2,5 \cdot 3050} \cdot \frac{1}{1,5} = 61 \text{ kN} \\ P_{Rd} &= 0,8 f_u \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{\gamma_{v,a}} \\ P_{Rd} &= 0,8 \cdot 45 \cdot \frac{\pi \cdot 1,9^2}{4} \cdot \frac{1}{1,25} = 81,7 \text{ kN} \end{aligned}$$

Zudem muss noch der Abminderungsfaktor k_t nach Gleichung [5](4.210) ermittelt werden. Dieser ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} k_t &= \frac{0,7}{\sqrt{n_R}} \frac{b_0}{h_p} \left[\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right] \\ k_t &= \frac{0,7}{\sqrt{1}} \cdot \frac{114}{51} \left[\frac{120}{51} - 1 \right] = 2,12 > k_{t,max} = 0,85 \end{aligned}$$

Damit erhält man:

$$P_{t,Rd} = k_t P_{Rd} = 0,85 \cdot 61 = 51,8 \text{ kN}$$

Des Weiteren muss der Bemessungswert der Schubtragfähigkeit nach Gleichung [5](5.21) ermittelt werden. Die Ausgangswerte hierfür sind:

2. Verbunddecken

$$t = 0,84 \text{ mm}$$

$$d_{d0} = 1,1 \cdot 19 = 20,9 \text{ mm}$$

$$a = 2 d_{d0}$$

$$k_{\varphi} = 1 + a/d_{d0} = 3 < 4,0$$

$$P_{pb,Rd} = k_{\varphi} d_{d0} t \frac{f_{yp}}{\gamma_{M0}} = 3 \cdot 20,9 \cdot 0,84 \frac{280}{1,0} 10^{-3} = 14,8 \text{ kN}$$

Damit ist $P_{pb,Rd}$ maßgebend!

Die Tragfähigkeit der Endverankerung folgt zu:

$$V_{ld} = 6,67 \text{ Dübel/m Breite} \quad 14,8 \text{ kN/Dübel} = 98,4 \text{ kN/m}$$

$$\eta_{ld} = \frac{V_{ld}}{N_{cf}} = \frac{98,4}{437,4} = 0,225$$

Nachweis mit dem geradlinigen Interpolationsverfahren:

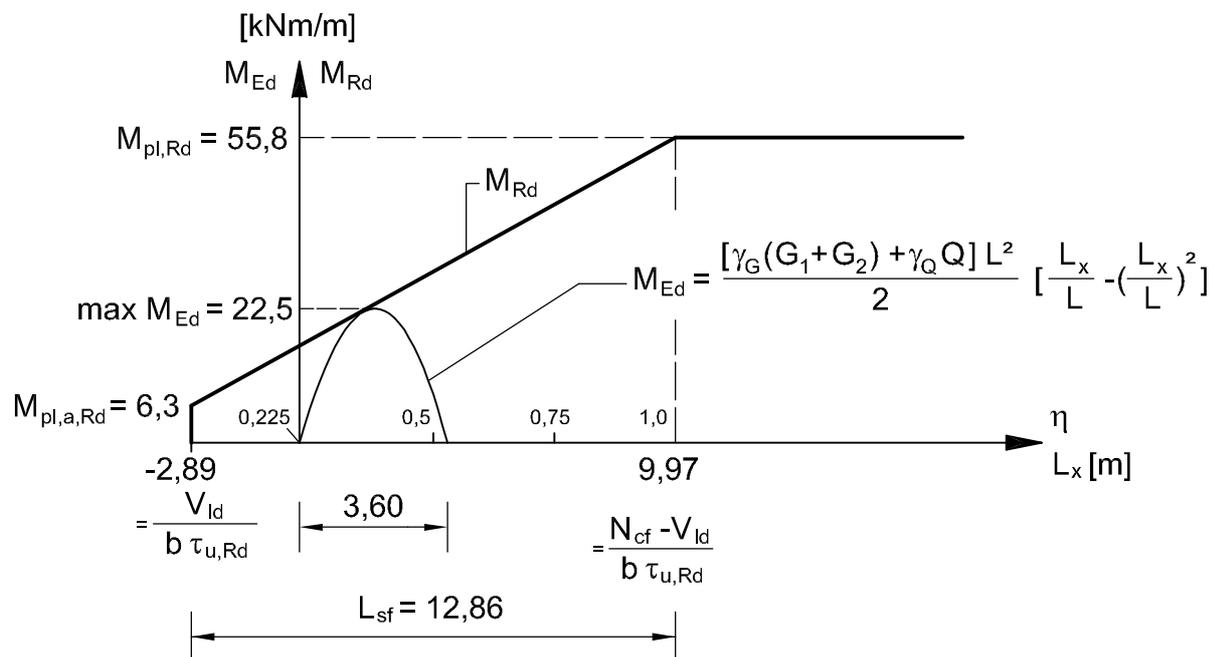


Abb.: 2.15 - Nachweis der Endverankerung mit dem geradlinigen Interpolationsverfahren

Der Beitrag der Endverankerung zur Längsschubtragfähigkeit wird dadurch berücksichtigt, dass die Gerade, die den Bauteilwiderstand angibt, nach links verschoben wird. Das Maß dieser Verschiebung wird aus dem Anteil an der Längsschubtragfähigkeit bestimmt.

2. Verbunddecken

$$\frac{-V_{ld}}{b \tau_{u,Rd}} = \frac{-98,4}{1,0 \cdot 34} = -2,89 \text{ m}$$

$$\frac{N_{cf} - V_{ld}}{b \tau_{u,Rd}} = \frac{437,4 - 98,4}{1,0 \cdot 34} = 9,97 \text{ m}$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}$$

Der Nachweis ist jetzt (mit Endverankerung) erfüllt !!!

Nachweis mit Zugbewehrung; Eingangsgrößen für die Bewehrungsstäbe: 1 Ø 6 mm je Tiefsicke (Rippe)

$$A_s = 188 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$f_{sk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$d_s = 130 \text{ mm (Abstand von Oberkante Deckenbeton)}$$

Biegemomenten Tragfähigkeit:

$$N_{as} = \frac{A_s f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{188 \cdot 500 \cdot 10^{-3}}{1,15} = 81,7 \text{ kN/m}$$

Für $\eta = 0,0$ und $L_x = 0$ ergibt sich:

$$N_p = 0$$

$$z_{pl} = \frac{N_{as}}{b \left(0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right)} = \frac{81,7 \cdot 10^3}{1000 \left(0,85 \frac{25}{1,5}\right)} = 5,8 \text{ mm}$$

$$z_2 = d_s - 0,5 \cdot z_{pl} = 130 - 0,5 \cdot 5,8 = 127,1 \text{ mm}$$

$$M_{pr} = M_{pl,a,Rd} = 6,3 \text{ kNm/m}$$

$$M_{Rd}(\eta = 0) = M_{pr} + N_{as} z_2 = 6,3 + 81,7 \cdot 0,1271 = 16,7 \text{ kNm/m}$$

Für $\eta = 1,0$ und $L_x = L_{sf}$ gilt:

$$N_p = N_{cf} = 437,4 \text{ kN/m}$$

$$z_{pl} = \frac{N_p + N_{as}}{b \left(0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right)} = \frac{(437,4 + 81,7) \cdot 10^3}{1000 \left(0,85 \frac{25}{1,5}\right)} = 36,6 \text{ mm}$$

$$z_2 = d_s - 0,5 x = 130 - 0,5 \cdot 36,6 = 111,7 \text{ mm}$$

$$z_1 = h_t - 0,5 x - e = 160 - 0,5 \cdot 36,6 - 17 = 124,7 \text{ mm}$$

$$M_{pr} = 0$$

$$M_{Rd}(\eta = 1,0) = N_p z_1 + M_{pr} + N_{as} z_2 = 397,6 \cdot 0,1247 + 0 + 81,7 \cdot 0,1117 = 59,4 \text{ kNm/m}$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}$$

Der Nachweis ist erfüllt !!!

2. Verbunddecken

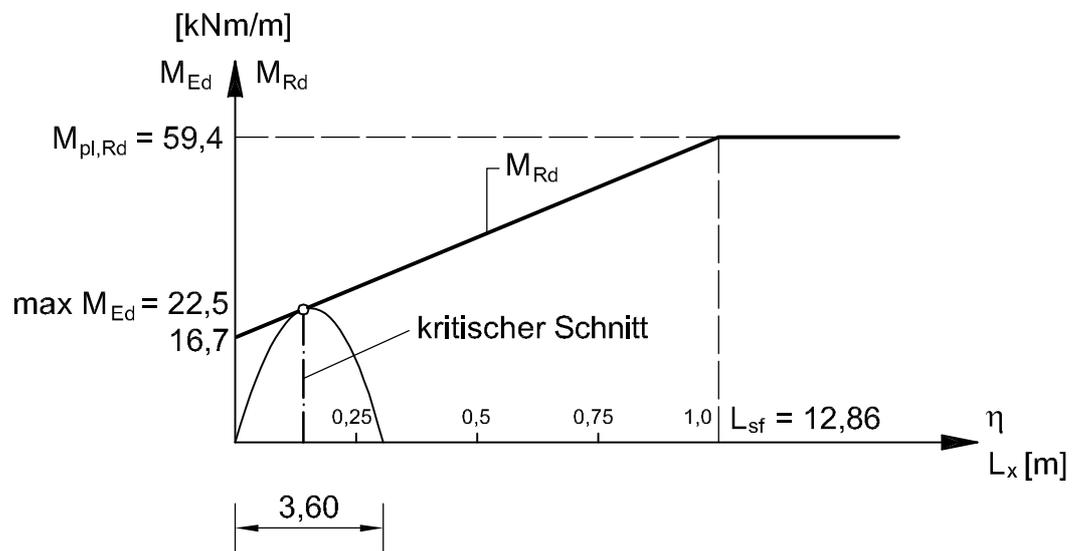


Abb.: 2.16 - Nachweis der Zugbewehrung

2.2.3 Bemessung einer Verbunddecke als Durchlaufträger [7]

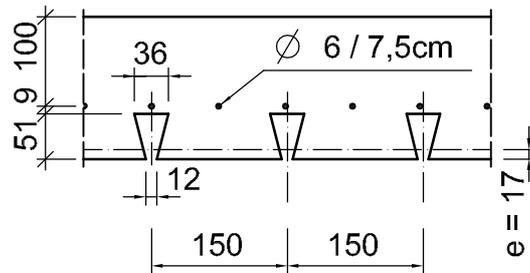
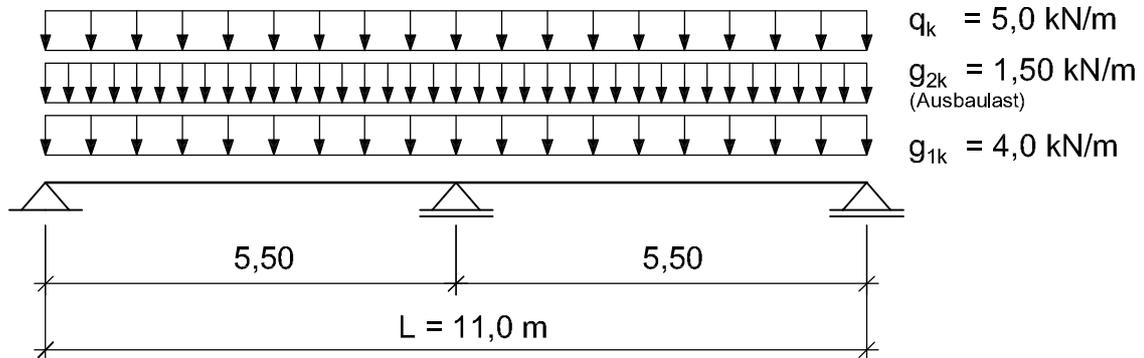


Abb.: 2.17 - System und Querschnitt

Eingangsgrößen

a) Werkstoffe

- Beton: C 20/25

$$f_{cd} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2 = 1,33 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahl: BSt 500

$$f_{sd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

- Profilblech: HR 51/150, $t_p = 0,88$ mm

$$f_{yp,d} = \frac{32}{1,00} = 32,0 \text{ kN/cm}^2$$

2. Verbunddecken

b) Querschnittswerte

Blechprofil: $A_{pe} = 15,62 \text{ cm}^2/\text{m}$

Betonstahl: $A_s = 3,77 \text{ cm}^2/\text{m}$

c) Einwirkungen

Die Summe der Bemessungslasten aus Abbildung 2.2.3 ergibt sich zu:

$$(g + q)_d = 1,35 \cdot (4,0 + 1,5) + 1,50 \cdot 5,0 = 14,93 \text{ kN/m}^2$$

Bauzustand Der Nachweis für Frischbetongewicht und Montagelasten für das reine Stahlprofilblech wird hier nicht geführt. In den Zulassungen werden im Allgemeinen Grenzstützweiten für den Bauzustand angegeben. Für den vorliegenden Fall ist eine Montageunterstützung erforderlich.

Schnittgrößenermittlung im Endzustand Die elastische Schnittgrößenermittlung erfolgt unter Verwendung von Tafelwerken, dessen Werte zur leichteren Orientierung wiederum **fett** gekennzeichnet sind. Die Schnittgrößen werden auf einen 1 m breiten Deckenstreifen bezogen.

a) Maximales Feldmoment M_{Ed}^F und maximale Auflagerkraft A_{Ed}

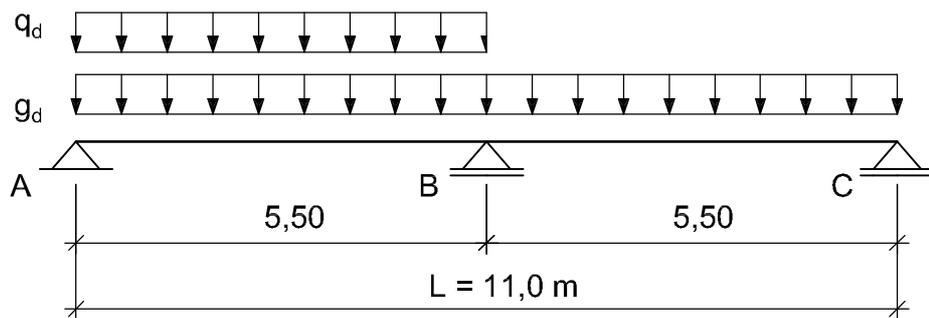


Abb.: 2.18 - Laststellung für M_{Ed}^F und A_{Ed}

maximales Feldmoment M_{Ed}^F :

$$M_{Ed}^F = (0,070 \cdot 7,43 + 0,096 \cdot 7,5) \cdot 5,5^2 = 37,50 \text{ kNm/m}$$

maximale Auflagerkraft A_{Ed} :

$$A_{Ed} = (0,375 \cdot 7,43 + 0,438 \cdot 7,5) \cdot 5,5 = 33,40 \text{ kN/m}$$

2. Verbunddecken

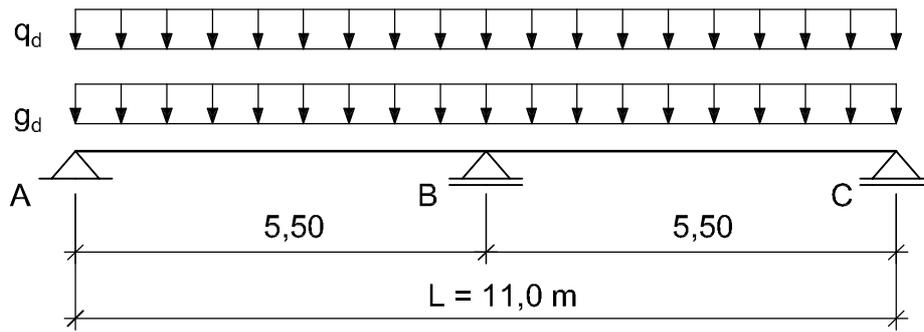


Abb.: 2.19 - Laststellung für M_{Ed}^{St} und $B_{v,Ed}$

b) Minimales Stützmoment M_{Ed}^{St} und maximale Querkraft in B $V_{B,Ed}$

maximales Stützmoment M_{Ed}^{St} :

$$M_{Ed}^{St} = -0,125 \cdot (7,43 + 7,5) \cdot 5,5^2 = -56,45 \text{ kNm/m}$$

maximale Querkraft $V_{B,Ed}$:

$$V_{B,Ed} = 0,625 \cdot (7,43 + 7,5) \cdot 5,5 = 51,32 \text{ kN/m}$$

c) Umlagerung des Stützmomentes

Die aus einer linear-elastischen Tragwerksberechnung resultierenden Schnittgrößen dürfen bis zu den in Tabelle 5.1 angegebenen Grenzwerten umgelagert werden, wenn die Bedingungen nach nach [4-1-1](5.4.4) eingehalten werden. In diesem Fall wird das Stützmoment (siehe Abb. 2.2.3) um 10% umgelagert.

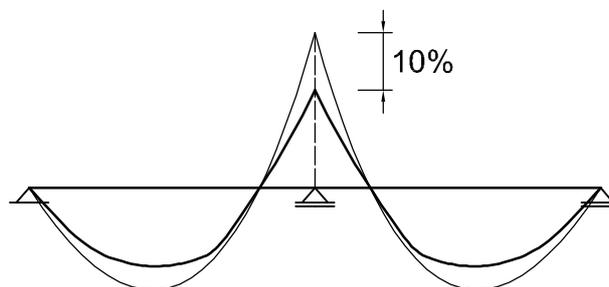


Abb.: 2.20 - Schnittgrößenumlagerung an der Innenstütze

Das reduzierte Stützmoment errechnet sich somit zu:

$$M_{Ed}^{St} = 0,90 \cdot M_{Ed}^{St} = 0,90 \cdot (-56,45) = -50,81 \text{ kNm/m}$$

2. Verbunddecken

Die zugehörigen Schnittgrößen ergeben sich wie folgt :

$$\begin{aligned}
 A_{Ed} &= (7,43 + 7,5) \cdot \frac{5,5}{2} - \frac{50,81}{5,5} = 31,82 \text{ kN/m} \\
 V_{B,Ed} &= -(7,43 + 7,5) \cdot \frac{5,5}{2} - \frac{50,81}{5,5} = -50,29 \text{ kN/m} \\
 B_{Ed} &= 2 \cdot |V_{B,Ed}| = 2 \cdot 50,29 = 100,59 \text{ kN/m} \\
 M_{Ed}^F &= \frac{A_{Ed}^2}{2 \cdot (7,43 + 7,5)} = \frac{31,82^2}{2 \cdot (7,43 + 7,5)} = 33,91 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

Bei überwiegend biegebeanspruchten Betonbauteilen fordert [2-1-1](2.5.5) allerdings eine Kontrolle der Zulässigkeit einer Momentenumlagerung von 10%. Dieses Kriterium lautet bei Verwendung von Beton der Festigkeitsklassen $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ wie folgt:

$$\delta \geq k_1 + \frac{k_2 x_u}{d}$$

Das Verhältnis des umgelagerten Moments zum Ausgangsmoment vor der Umlagerung wird dabei mit δ bezeichnet. Zur Biegebemessung im Stützbereich wird das Profilblech wegen der Beulgefahr nicht mit herangezogen. Das innere Kräftegleichgewicht ist zwischen der Stützbe-
wehrung und der unter der Berücksichtigung der wirksamen Breite des kammartigen Beton-
querschnittes ermittelten Druckzone zu suchen. Die wirksame Breite des Betonquerschnittes b_M ergibt sich aus der mittleren Sickenbreite b_{sl} zu:

$$\begin{aligned}
 b_{sl} &= \frac{(12 + 36)}{2} = 24,0 \text{ mm} \\
 b_M &= \frac{(15 - 2,4)}{0,15} = 84,0 \text{ cm/m}
 \end{aligned}$$

Die Stützbe-
wehrung wird durch eine zweilagige Mattenbewehrung gebildet (siehe Abb. 2.24),
dabei ergibt sich die **statische Nutzhöhe** d_s . Die Berechnung der Druckzonenhöhe x_u wird
unter Ausnutzung der plastischen Spannungsverteilung vorgenommen.

$$\begin{aligned}
 |M_{Ed}^{St}| &= b_M \cdot f_{cd} \cdot x_u \cdot \left(d - \frac{x_u}{2}\right) \\
 0 &= 0,5 \cdot b_M \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot x_u^2 - b_M \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot d \cdot x_u + |M_{Ed}^{St}| \\
 0 &= 0,5 \cdot 84,0 \cdot 0,85 \cdot 1,33 \cdot x_u^2 - 84,0 \cdot 0,85 \cdot 1,33 \cdot 13,5 \cdot x_u + |-50,81| \cdot 10^2 \\
 &\rightarrow x_u = 4,8 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Die beiden Beiwerte k_1 und k_2 sind laut [2-1-1] dem NAD zu entnehmen. Die empfohlenen Werte lauten:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= 0,44 \quad k_2 = 1,25 \cdot \left(0,6 + \frac{0,0014}{\varepsilon_{cu2}}\right) \\
 &\text{mit } \varepsilon_{cu2} \text{ nach EC 2 Tabelle 3.1} \\
 k_2 &= 1,25 \cdot \left(0,6 + \frac{0,0014}{3,5 \cdot 10^{-3}}\right) = 1,25
 \end{aligned}$$

2. Verbunddecken

Für das Kriterium ergibt sich nun:

$$0,9 \geq 0,44 + \frac{1,25 \cdot 4,8}{13,5} = 0,89$$

Daraus folgt, dass die Grenzwerte für eine Momentenumlagerung mit $\delta=0,9$ (10%) eingehalten werden. Die maßgebenden Schnittgrößen ergeben sich damit wie folgt:

$$\begin{aligned} M_{Ed}^F &= 37,50 \text{ kNm/m} & M_{Ed}^{St} &= -50,81 \text{ kNm/m} \\ A_{Ed} &= 33,40 \text{ kN/m} & V_{B,Ed} &= 50,29 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Die Stelle des maximalen Feldmomentes wird wie folgt berechnet:

$$x = \frac{A_{Ed}}{g_{Ed} + q_{Ed}} = \frac{33,40}{7,43 + 7,5} = 2,24 \text{ m}$$

Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

a) Ermittlung der Momententragfähigkeit im Feldbereich

$$\begin{aligned} N_{pl,p} &= A_{pe} f_{yp,d} = 15,62 \cdot 32,0 = 499,8 \text{ kN/m} \\ N_s &= A_s f_{sd} = 3,77 \cdot 43,48 = 163,9 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Das plastische Moment bei voller Verdübelung ($\eta = 1,0$) ergibt sich nach Abb. 2.2.3

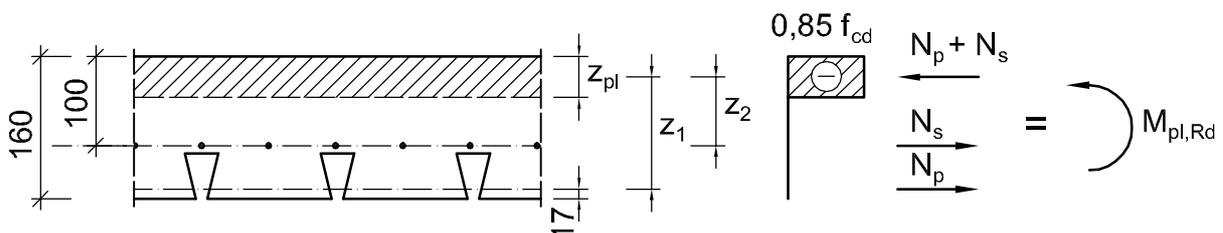


Abb.: 2.21 - Spannungsverteilung bei vollständiger Verdübelung

Die plastische Druckzonenhöhe errechnet sich nach Gleichung [5](5.5) zu:

$$\begin{aligned} z_{pl} &= \frac{N_{pl,p} + N_s}{b_e \alpha_c f_{cd}} \\ &= \frac{499,8 + 163,9}{100 \cdot 0,85 \cdot 1,33} = 5,86 \text{ cm} \end{aligned}$$

2. Verbunddecken

Die Momententragfähigkeit errechnet man dann in Anlehnung an Gleichung [5](5.6) zu:

$$M_{pl,Rd} = N_{pl,p} z_1 + N_s z_2$$

$$z_1 = 16,0 - 1,7 - \frac{5,86}{2} = 11,37 \text{ cm}$$

$$z_2 = 10,0 - \frac{5,86}{2} = 7,07 \text{ cm}$$

$$M_{pl,Rd} = (499,8 \cdot 11,37 + 163,9 \cdot 7,07) \cdot 10^{-2} = 68,4 \text{ kNm/m}$$

Das plastische Moment bei Verdübelungsgrad ($\eta = 0$) ergibt sich nach Abb. 2.2.3

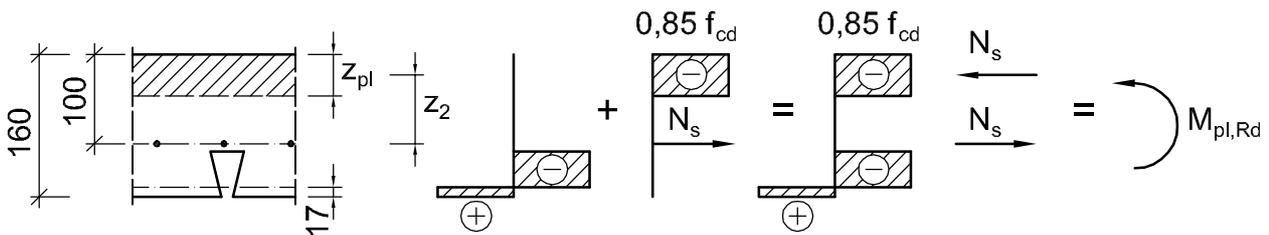


Abb.: 2.22 - Spannungsverteilung bei Verdübelungsgrad $\eta = 0$

Die plastische Druckzonenhöhe errechnet sich nach Gleichung [5](5.5) zu:

$$z_{pl} = \frac{N_s}{b_e \alpha_c f_{cd}}$$

$$z_{pl} = \frac{163,9}{100 \cdot 0,85 \cdot 1,33} = 1,45 \text{ cm}$$

Die Momententragfähigkeit errechnet sich dann mit $M_{pl,a,Rd} = 6,30 \text{ kNm/m}$ (siehe Herstellerangabe) zu:

$$M_{pl,Rd} = M_{pl,a,Rd} + N_s z_2$$

$$z_2 = 10,0 - \frac{1,45}{2} = 9,28 \text{ cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 6,30 + (163,9 \cdot 9,28) \cdot 10^{-2} = 21,5 \text{ kNm/m}$$

2. Verbunddecken

b) Nachweis der Momententragfähigkeit im Feldbereich

Der Nachweis wird mit Hilfe des Teilverbunddiagramms (siehe Abb. 2.2.3) geführt. Als Grenzwert der Verbundfestigkeit wird der in der Zulassung angegebene Wert $\tau_{u,Rd} = 34,0 \text{ kN/m}^2$ zugrunde gelegt. Damit wird die für den vollständigen Verbund erforderliche Schublänge ermittelt. Für N_{cf} ist dabei $N_{pl,p}$ einzusetzen.

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b_e \tau_{u,Rd}} = \frac{499,8}{1,0 \cdot 34,0} = 14,70 \text{ m}$$

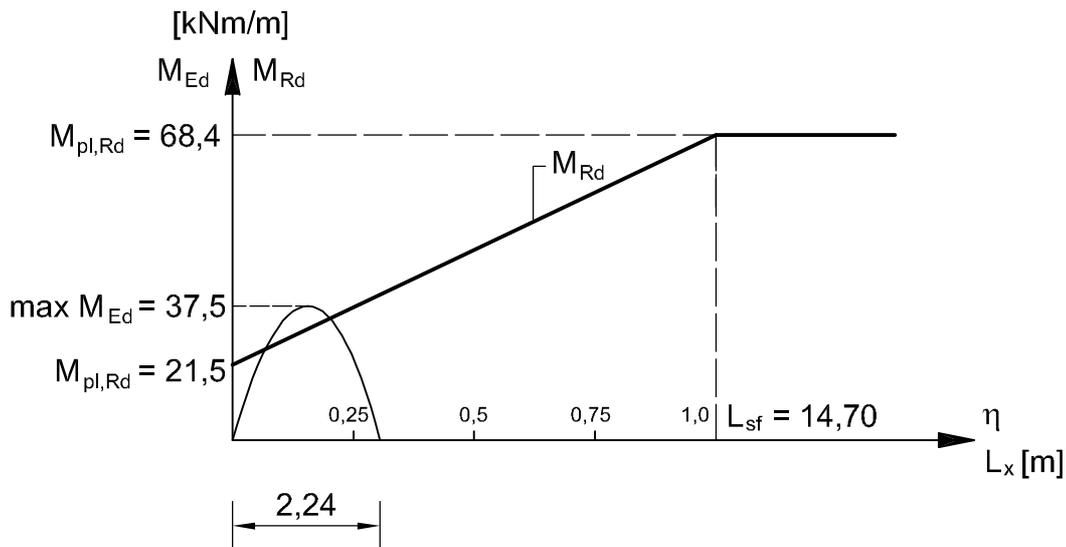


Abb.: 2.23 - Teilverbunddiagramm

Da das Moment aus der äußeren Last M_{Ed} oberhalb der Teilverbundgerade liegt, ist der **Nachweis nicht erfüllt**. Es wird daher eine zusätzliche Endverankerung mit Blechverformungsankern (siehe Abbildung [5](5.2)) angeordnet. Aus der Zulassung wird für die Grenzscherkraft $P_l = 36,6 \text{ kN/Stk}$ angesetzt. Damit wird:

$$V_{l,Rd} = \frac{P_l}{e \gamma_{vs}} = \frac{36,6}{0,15 \cdot 1,25} = 195,2 \text{ kN/m}$$

Das entspricht einem Verdübelungsgrad:

$$\eta_{ld} = \frac{N_{cf}}{V_{l,Rd}} = \frac{195,2}{499,8} = 0,39$$

oder einer rechnerischen Vorblechlänge von:

$$L_{ld} = \frac{V_{l,Rd}}{b_e \tau_{u,Rd}} = \frac{195,2}{1,0 \cdot 34,0} = 5,74 \text{ m}$$

2. Verbunddecken

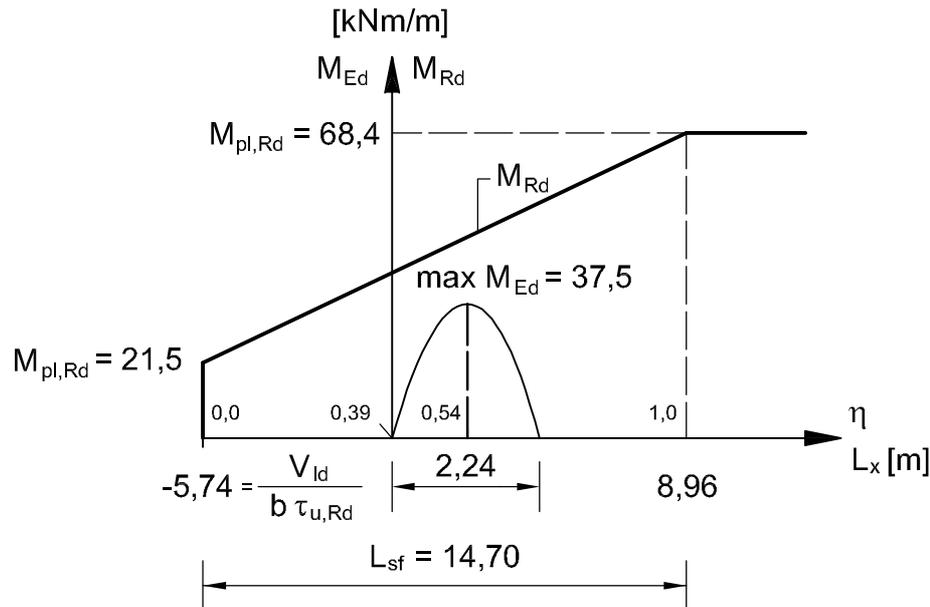


Abb.: 2.24 - Nachweis nach Teilverbund-Theorie mit Endverankerung

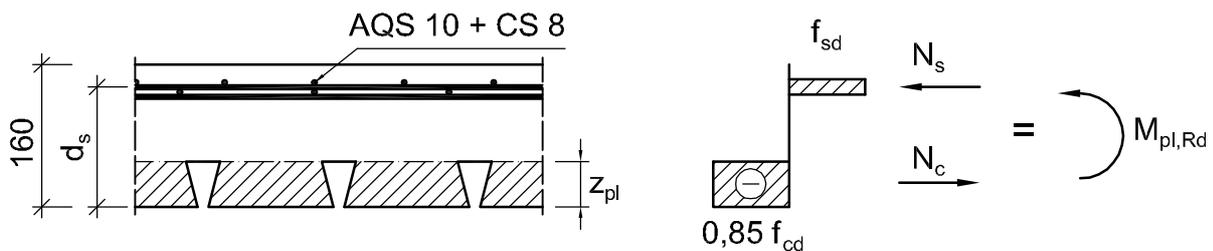


Abb.: 2.25 - Spannungsverteilung bei negativer Momentenbeanspruchung

c) Nachweis der Momententragfähigkeit im Stützbereich

Wegen der Beulgefahr wird das Profilblech nicht zur Bemessung der Momententragfähigkeit herangezogen. Die negative Momententragfähigkeit wird nach Abb. 2.25 vollplastisch ermittelt.

Wie oben bereits angeführt beträgt die Breite des mitwirkenden Betons $b_M = 84,0 \text{ cm/m}$ während $d_s = 13,5 \text{ cm}$ ist. Die vollplastische Zugkraft im Betonstahl ergibt sich zu:

$$N_s = A_s f_{sd} = (7,85 + 3,35) \cdot 43,48 = 487,0 \text{ kN/m}$$

Die Lage der plastischen Druckzonenhöhe z_{pl} ergibt sich zu:

$$z_{pl} = \frac{N_s}{0,85 f_{cd} b_M} = \frac{487,0}{0,85 \cdot 1,33 \cdot 84,0} = 5,1 \text{ cm}$$

Die Momententragfähigkeit beträgt:

$$M_{pl,Rd} = N_s \left(d_s - \frac{z_{pl}}{2} \right) = 487,0 \cdot \left(0,135 - \frac{0,051}{2} \right) = 53,3 \text{ kNm/m}$$

Die Nachweisführung erfolgt klassisch.

$$\frac{M_{Ed}^S t}{M_{pl,Rd}} = \frac{|-50,81|}{53,3} = 0,95 < 1,0$$

2. Verbunddecken

d) Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit im Stützbereich

Wie bereits berechnet ergibt sich der Bemessungswert der Querkraft im Stützbereich $V_{B,Ed}$ zu:

$$V_{Ed} = 50,29 \text{ kN/m}$$

Die Querkrafttragfähigkeit einer Verbunddecke $V_{v,Rd}$ wird in Übereinstimmung mit [2-1-1](6.2.2) ermittelt. Nach Gleichung [5](5.14) aus dem Skriptum erhält man $V_{v,Rd}$ also zu:

$$V_{v,Rd} = \left[C_{Rd,c} \kappa (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_0 d_p$$

Dabei ergeben sich die einzelnen Faktoren zur Bemessung des Widerstandes wie folgt:

$$b_w = \frac{150 - 36}{0,15} = 760 \text{ mm/m}$$

$$A_s = (3,35 + 7,85) \cdot 10^2 = 1120 \text{ mm}^2 \quad \text{Querschnittsfläche der Mattenbewehrung}$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d_p}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{135}} = 2,22 \rightarrow \leq 2,0 \rightarrow \kappa = 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{A_p}{b_0 d_p} = \frac{1120}{760 \cdot 135} = 0,0109 \leq 0,02$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

$$k_1 = 0,15 \quad , \quad \sigma_{cp} = 0$$

Setzt man nun in Gleichung [5](5.14) ein so ergibt sich die Querkrafttragfähigkeit zu:

$$V_{v,Rd} = \left[0,12 \cdot 2,0 \cdot (100 \cdot 0,0109 \cdot 20)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 760 \cdot 135 \cdot 10^{-3} = 68,8 \text{ kN/m}$$

Dabei muss $V_{v,Rd}$ einen Mindestwert erreichen der wie folgt ermittelt wird:

$$V_{v,Rd,min} = (\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d_p$$

Hierbei ergibt sich ν_{min} zu:

$$\nu_{min} = 0,035 \kappa^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 \cdot 2,0^{\frac{3}{2}} \cdot 20^{\frac{1}{2}} = 0,443$$

Damit erhält man $V_{v,Rd,min}$ zu:

$$V_{v,Rd,min} = (0,443 + 0,15 \cdot 0) \cdot 760 \cdot 135 \cdot 10^{-3} = 45,5 \text{ kN/m}$$

Die Nachweisführung folgt somit:

$$V_{v,Rd} = 68,8 \text{ kN/m} > V_{Ed} = 50,29 \text{ kN/m}$$

2. Verbunddecken

d) Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit im Auflagerbereich

Der Bemessungswert der einwirkenden Querkraft wird aus der maßgebenden Auflagerkraft im Auflager A errechnet.

$$V_{Ed} = A_{Ed} - 2,5 \cdot d \cdot (g + q)_d = 33,40 - 2,5 \cdot 0,135 \cdot (7,43 + 7,5) = 28,4 \text{ kN/m}$$

Der im Auflagerbereich verankerte Anteil des Profilbleches wird bei der Ermittlung des Bewehrungsgrades berücksichtigt. Die statische Nutzhöhe im Feldbereich ergibt sich somit zu:

$$d = \frac{A_s d_s + A_{pe} d_p}{A_s + A_{pe}} = \frac{3,78 \cdot 10,0 + 15,62 \cdot (16,0 - 1,7)}{3,78 + 15,62} = 13,5 \text{ cm}$$

Die anrechenbare Profilfläche ergibt sich unter Berücksichtigung der Auflagerung (siehe Einleitung) nach Abbildung 2.2.3 zu:

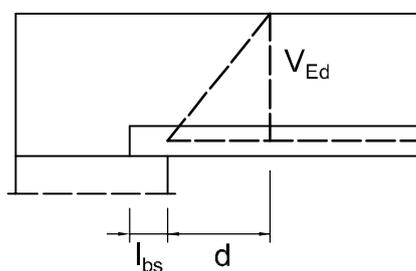


Abb.: 2.26 - Auflagerbereich

$$V_{l,Rd} = (d + l_{bs}) \tau_{u,Rd} = (13,5 + 5,0) \cdot 0,34 = 6,29 \text{ kN/m}$$

$$V_{l,Rd} = 195,2 \text{ kN/m} \rightarrow \text{aus der Endverankerung}$$

$$A_{pe}^* = A_{pe} \frac{\sum V_{l,Rd}}{N_{pl,p}} = 15,62 \cdot \frac{6,29 + 195,5}{499,8} = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_1 = \frac{3,78 + 6,29}{76 \cdot 13,5} = 0,0098$$

Der Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit ergibt sich somit zu:

$$V_{v,Rd} = \left[C_{Rd,c} \kappa (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d_p$$

$$V_{v,Rd} = \left[0,12 \cdot 2,0 \cdot (100 \cdot 0,0098 \cdot 20)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 760 \cdot 135 = 66,4 \text{ kN/m}$$

$$V_{v,Rd,min} = (\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d_p$$

$$\nu_{min} = 0,035 \kappa^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 \cdot 2,0^{\frac{3}{2}} \cdot 20^{\frac{1}{2}} = 0,443$$

$$V_{v,Rd,min} = (0,443 + 0,15 \cdot 0) \cdot 760 \cdot 135 \cdot 10^{-3} = 45,5 \text{ kN/m}$$

Nachweis:

$$V_{v,Rd} = 66,4 \text{ kN/m} > V_{Ed} = 28,4 \text{ kN/m}$$

Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

a) Durchbiegungsbeschränkung

Laut [4-1-1](9.8.2.(4)) darf auf einen Nachweis der Verformungen verzichtet werden, wenn die Biegeschlankheit (Verhältnis von Stützweite zu Nutzhöhe) die Grenzwerte für gering beanspruchten Beton nach [2-1-1](7.4) nicht überschreitet und die Einflüsse aus dem Endschlupf vernachlässigt werden dürfen. Der Grenzwert der Biegeschlankheit ergibt sich zu:

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} \right] \quad \text{wenn } \rho > \rho_0$$

Dabei wurden die jene Teile des Kriteriums nach [2-1-1] die eine etwaige Druckbewehrung behandeln von vornherein vernachlässigt. Der Referenzbewehrungsgrad beträgt:

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} = \sqrt{20} \cdot 10^{-3} = 0,0045$$

Bei der Ermittlung des Zugbewehrungsgrades in Feldmitte wird neben der Bewehrung auch das Profilblech berücksichtigt.

$$\rho = \frac{A_s + A_{pe}}{b_w d_p} = \frac{3,78 + 15,62}{76, \cdot 13,5} = 0,0163$$

Der Beiwert K berücksichtigt das statische System und ist nach [2-1-1] für das Endfeld einer durchlaufenden Platte mit 1,3 anzunehmen.

$$\frac{l}{d} = 1,3 \cdot \left[11 + 1,5 \sqrt{20} \cdot \frac{0,0045}{0,0163} \right] = 16,7 < 26$$

Mit 26 als Grundwert der Biegeschlankheit von Stahlbetonbauteilen nach Tabelle 7.4N aus [2-1-1].

b) weitere Nachweise

Für die Nachweise der **Rissbreitenbeschränkung** sowie der **Mindestbewehrung** wird auf die Beispiele ,die zum Thema Verbundträger ausgearbeitet wurden, verwiesen. Sie werden an dieser Stelle nicht mehr explizit angeführt.

Kapitel 3

Verbundstützen

3.1 Einführende Beispiele

3.1.1 Anwendungsbereich der einfachen Bemessung

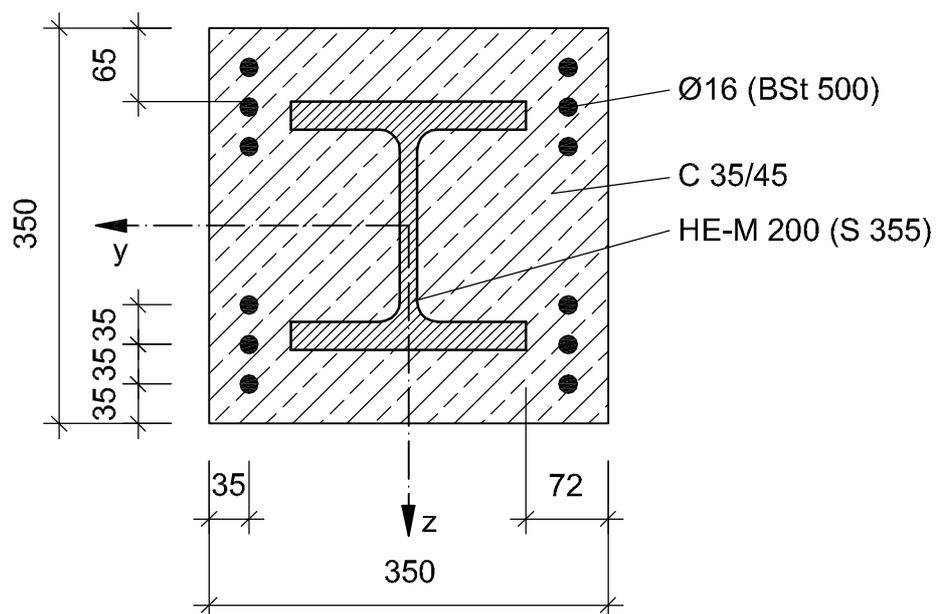


Abb.: 3.1 - Einbetoniertes I-Profil

3. Verbundstützen

a) Querschnittswerte

Profil: HE-M 200 S 355

Bewehrung: 12Ø 16 BSt 500

Beton: C 35/45

$$f_{yd} = \frac{355,0}{1,0} = 355,0 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{sd} = \frac{500,0}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{35,0}{1,5} = 23,3 \text{ N/mm}^2 = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_a = 131,0 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 24,1 \text{ cm}^2$$

$$A_b = 35,0 \cdot 35,0 - 131,0 - 24,1 = 1069,9 \text{ cm}^2$$

b) Überprüfung der Kriterien für die einfache Bemessung

Der Querschnitt ist **doppelsymmetrisch** und quadratisch. Das bedeutet er liegt im erlaubten **Verhältnis von Querschnittshöhe zu Querschnittsbreite also zwischen 0,2 und 5,0**. Zudem wird angenommen, dass der Querschnitt **entlang der Stützhöhe konstant** bleibt und die nach Gleichung [5](6.7) **maximale bezogene Schlankheit von $\bar{\lambda} = 2,0$** einhält. Wie Abbildung 3.1.1 zu entnehmen ist, betragen die Betondeckungen des Stahlquerschnitts:

$$c_y = 7,2 \text{ cm} \quad \text{und} \quad c_z = 6,5 \text{ cm}$$

Auch sie liegen innerhalb der von den Gleichungen [5](6.5) und [5](6.6) angegebenen Grenzen.

$$40 \text{ mm} \leq c_y \leq 0,4b = 0,4 \cdot 35,0 = 14,0 \text{ cm}$$

$$40 \text{ mm} \leq c_z \leq 0,3h = 0,3 \cdot 35,0 = 10,5 \text{ cm}$$

Die **vorhandene Längsbewehrung darf nur bis zu 6%** berücksichtigt werden. Es muss jedoch bei einbetonierten Stahlprofilen eine rechnerische Mindestbewehrung von 0,3% der Betonfläche eingebaut werden. Der Bewehrungsgrad ρ errechnet sich zu und:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c - A_a} = \frac{24,1}{35,0 \cdot 35,0 - 131,0} = 0,022 = 2,2\% < 6\%$$

Der Normalkraftwiderstand des Querschnitts ergibt sich nach Gleichung [5](6.8) zu:

$$\begin{aligned} N_{pl,Rd} &= A_a f_{yd} + A_c \alpha_c f_{cd} + A_s f_{sd} \\ &= 131,0 \cdot 35,5 + 1069,9 \cdot 0,85 \cdot 2,33 + 24,1 \cdot 43,5 = 7817,8 \text{ kN} \end{aligned}$$

Der Querschnittsparameter δ ergibt sich nach Gleichung [5](6.2) zu:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{131,0 \cdot 35,5}{7817,8} = 0,59 \\ &0,2 \leq 0,59 \leq 0,9 \end{aligned}$$

Damit **erfüllt** die Verbundstütze **alle Voraussetzungen** die [4-1-1] für die Anwendung der **vereinfachten Bemessung** fordert. Außerdem ist in diesem Fall **kein Beulnachweis** zu führen, da der Querschnitt vollständig einbetoniert ist.

3.1.2 Umschnürungswirkung bei betongefüllten Rundrohren

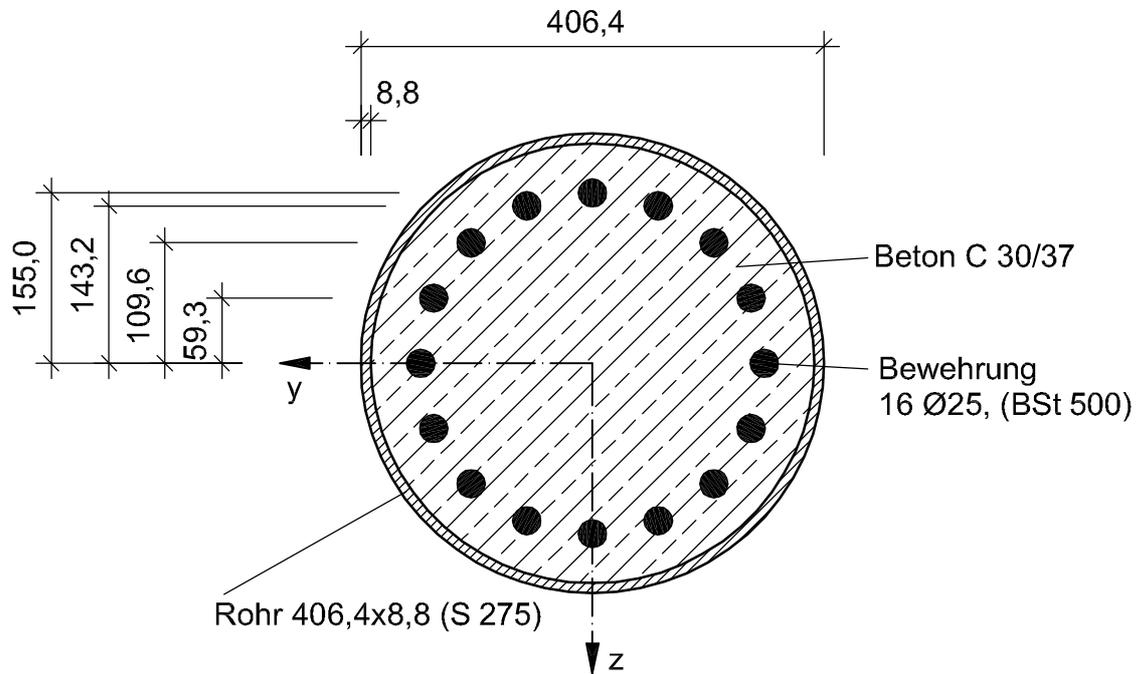


Abb.: 3.2 - Betongefülltes Rundrohr mit Bewehrung

a) Werkstoffe

- Beton C 30/37

$$f_{cd} = \frac{30,0}{1,5} = 20,0 \text{ N/mm}^2 = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl S 275

$$f_{yd} = \frac{275,0}{1,0} = 275,0 \text{ N/mm}^2 = 27,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahl BSt 500

$$f_{sd} = \frac{500,0}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

3. Verbundstützen

b) Querschnittswerte

- Rohr: 406,4x8,8 (S 275) $A_a = 110,0 \text{ cm}^2$
- Bewehrung : 16 Stück $\varnothing 25$ (Bst 500) $A_s = 78,5 \text{ cm}^2$
- Beton : C 30/37 $A_c = \pi \cdot \frac{40,64^2}{4} - 110,0 - 78,5 = 1108,7 \text{ cm}^2$

c) Berechnungsannahmen

- Bemessungswert der Normalkraftbeanspruchung: $N_{Ed} = 6000 \text{ kN}$
- Bemessungsmoment aus äußerer Belastung: $M_{max,Ed} = 60 \text{ kNm}$
- bezogene Schlankheitsgrad: $\bar{\lambda} = 0,15$

d) Bewehrungsanteil

$$\rho = \frac{78,5 \cdot 4}{\pi \cdot 40,64^2 - 110} = 6,2\%$$

Der EC 4 erlaubt beim vereinfachten Bemessungsverfahren jedoch **keinen höheren Bewehrungsanteil als 6%**. Das bedeutet der Bewehrungsanteil ist rechnerisch auf 6% zu begrenzen. Dies kann auf zwei verschiedene Arten geschehen.

- über eine rechnerische Reduktion aller Bewehrungsdurchmesser

$$d_{neu} = \sqrt{\frac{(\pi \cdot 40,64^2/4 - 110,0)0,06 \cdot 4}{16 \cdot \pi}} = 2,38 \text{ cm} = 23,8 \text{ mm}$$

- oder durch rechnerisches Vernachlässigen statisch ungünstig liegender Bewehrung

Hier wird die zweite Methode bevorzugt. Man vernachlässigt jene Bewehrungsteile welche nur über einen geringen **Steiner'schen Anteil** verfügt. In unserem Fall werden die beiden äußersten „Eisen“ die in der y-Achse liegen annulliert. Dies führt zu folgenden neuen Querschnittsverhältnissen.

$$\begin{aligned} A_s &= 14 \cdot 4,91 = 68,7 \text{ cm}^2 \\ A_c^* &= \pi \cdot \frac{40,64^2}{4} - 110,0 - 68,7 = 1118,4 \text{ cm}^2 \\ \rho &= \frac{68,7}{\pi \cdot 40,64^2} = 5,8\% < 6\% \end{aligned}$$

Damit ist die Forderung nach einem rechnerisch beschränkten Bewehrungsgrad erfüllt!

3. Verbundstützen

e) Querschnittsparameter δ

Um den Nachweis für die Abgrenzung zur Stahl- bzw. Stahlbetonstütze führen zu können, muss der Bemessungswert der Normalkraftbeanspruchbarkeit $N_{pl,Rd}$ ermittelt werden. Bei betongefüllten Rohrquerschnitten ist $\alpha_c = 1,0$.

$$\begin{aligned} N_{pl,Rd} &= A_a f_{yd} + A_c^* \alpha_c f_{cd} + A_s f_{sd} \\ N_{pl,Rd} &= 110,0 \cdot 27,5 + 1118,4 \cdot 2,0 + 68,7 \cdot 43,5 = 8250,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nach Gleichung [5](6.2) ergibt sich δ somit zu:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{110,0 \cdot 27,5}{8250,3} = 0,37 \\ 0,2 &< \delta = 0,37 < 0,9 \end{aligned}$$

f) Umschnürungswirkung

Wird der positive Effekt der Umschnürungswirkung berücksichtigt, hat der Querschnitt neben einer **maximalen bezogenen Schlankheit von 0,5** auch noch andere Voraussetzungen zu erfüllen. Es darf etwa die Exzentrizität der Normalkraft **e nicht größer sein als d/10**. Nach Gleichung [5](6.9) ergibt sich in unserem Fall:

$$\begin{aligned} e &= \frac{60 \cdot 10^2}{6000} = 1,0 \text{ cm} \\ \frac{d}{10} &= \frac{40,64}{10} = 4,064 \text{ cm} > 1,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

Der Normalkraftwiderstand für Querschnitte mit Umschnürungswirkung wird nach Gleichung [5](6.10) berechnet.

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} \eta_a + A_c^* f_{cd} \left(1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_{ck}} \right) + A_s f_{sd}$$

Die Beiwerte η_i ergeben sich nach den Gleichungen [5](6.11) bis [5](6.14) zu:

$$\eta_{a0} = 0,25 (3 + 2\bar{\lambda}) = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot 0,15) = 0,825$$

$$\eta_{c0} = 4,9 - 18,5 \bar{\lambda} + 17 \bar{\lambda}^2 = 4,9 - 18,5 \cdot 0,15 + 17 \cdot 0,0225 = 2,508$$

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \left(\frac{10e}{d} \right) = 0,825 + (1 - 0,825) \left(\frac{10 \cdot 1}{40,64} \right) = 0,868$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - \frac{10e}{d} \right) = 2,508 \cdot \left(1 - \frac{10 \cdot 1}{40,64} \right) = 1,891$$

3. Verbundstützen

Damit erhält man $N_{pl,Rd}$ zu:

$$N_{pl,Rd} = 110,0 \cdot 27,5 \cdot 0,868 + 1118,4 \cdot 2,0 \cdot \left(1 + 1,891 \cdot \frac{0,88}{40,64} \cdot \frac{27,5}{3,0}\right) + 68,7 \cdot 43,5 =$$

$$N_{pl,Rd} = 8690,7 \text{ kN}$$

Der positive Effekt der Umschnürungswirkung beträgt:

$$\frac{8690,7}{8250,3} = 1,05 \quad \Rightarrow \mathbf{5\%}$$

g) Beulnachweis

Nach [4-1-1] darf bei ausbetonierten Rundrohren der Beulnachweis entfallen, wenn folgendes Kriterium erfüllt ist:

$$\text{max} \left(\frac{d}{t} \right) = 90 \frac{235}{f_y} = 90 \cdot \frac{235}{275} = 76,9$$

$$\text{vorh.} \left(\frac{d}{t} \right) = \left(\frac{40,64}{0,88} \right) = \underline{46,2} < 76,9$$

3.1.3 Berechnung der polygonzugartigen Querschnittsinteraktionskurve

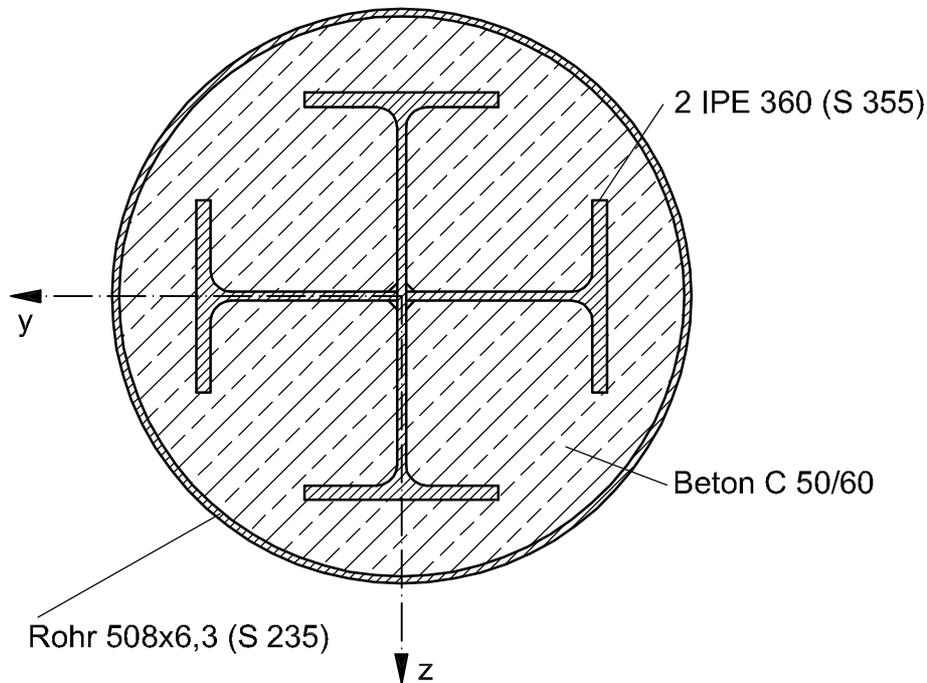


Abb.: 3.3 - zusammengesetzter Querschnitt

a) Werkstoffe

- Beton C 50/60

$$f_{cd} = \frac{50,0}{1,5} = 33,3 \text{ N/mm}^2 = 3,3 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl S 235

$$f_{yd,\circ} = \frac{235,0}{1,0} = 235,0 \text{ N/mm}^2 = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl S 355

$$f_{yd,I} = \frac{355,0}{1,0} = 355,0 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

3. Verbundstützen

b) Querschnittswerte

- Rohr: 508,0x6,3 (S 235) $A_o = 99,3 \text{ cm}^2$

- I PE 360 (S 355) $A_I = 72,7 \text{ cm}^2$

$$h = 360 \text{ mm} \quad b = 170 \text{ mm} \quad t_w = 8 \text{ mm} \quad t_f = 12,7 \text{ mm}$$

$$I_y = 16270 \text{ cm}^4 \quad I_z = 1043 \text{ cm}^4$$

$$W_{pl,I,y} = 1019 \text{ cm}^3 \quad W_{pl,I,z} = 191 \text{ cm}^3$$

- Beton : C 50/60 $A_c = \frac{\pi \cdot (50,8 - 2 \cdot 0,63)^2}{4} - 2 \cdot 72,7 = 1782,1 \text{ cm}^2$

c) Berechnungsannahmen

- der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ ist kleiner als 2,0
- der Beulnachweis darf für den vorhandenen Querschnitt entfallen

d) Berechnung der vollplastischen Normalkraft

Nach Gleichung [5](6.8) ergibt sich $N_{pl,Rd}$ zu:

$$N_{pl,Rd} = A_o f_{yd,o} + 2 A_I f_{yd,I} + A_c \alpha_c f_{cd}$$
$$99,3 \cdot 23,5 + 2 \cdot 72,7 \cdot 35,5 + 1782,1 \cdot 1,0 \cdot 3,3 = 13435,0 \text{ kN}$$

Der Querschnittsparameter δ beträgt dann:

$$\delta = \frac{99,3 \cdot 23,5 + 145,4 \cdot 35,5}{13435,0} = 0,56$$
$$0,2 < \delta = 0,56 < 0,9$$

e) Berechnung der Querschnittsinteraktionskurve

Die Nachweisform von [4-1-1] verlangt nach einer Interaktionskurve für den gewählten Querschnitt. Bei der polygonzuartigen Näherung werden vier signifikante Punkte berechnet

Punkt A:

Punkt A ist durch eine reine Normalkraftbeanspruchung gekennzeichnet. $N_{pl,Rd}$ wurde im vorigen Abschnitt bereits ermittelt.

3. Verbundstützen

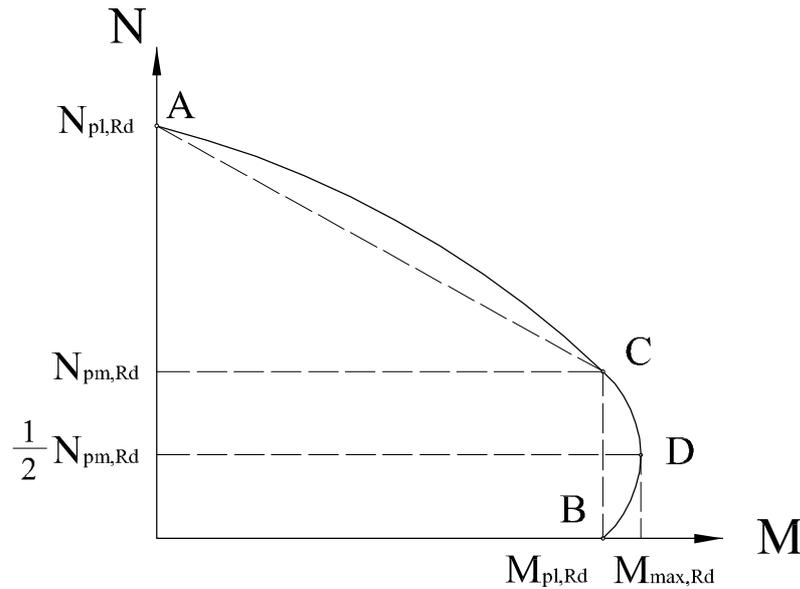


Abb.: 3.4 - - Querschnittsinteraktionskurve

Punkt D:

Das plastische Widerstandsmoment $W_{pl,a,y}$ des zusammengesetzten Stahlquerschnitts ergibt sich zu:

$$W_{pl,a,y} = W_{pl,I,y} + W_{pl,I,z} = 1019 + 191 = 1210 \text{ cm}^3$$

Jenes des Rundrohres errechnet sich nach Gleichung [5](6.47) zu:

$$W_{pl,o} = \frac{d^3 - (d - 2t)^3}{6} = \frac{50,8^3 - (50,8 - 2 \cdot 0,63)^3}{6} = 1585,8 \text{ cm}^3$$

Das plastische Widerstandsmoment des eingeschlossenen Betonquerschnitts ergibt sich damit zu:

$$W_{pl,c} = \frac{(d - 2t)^3}{6} - W_{pl,a,y} = \frac{(50,8 - 2 \cdot 0,63)^3}{6} - 1114,5 = 19149,1 \text{ cm}^3$$

Der Maximalwert des Biegemomentes $M_{max,Rd} = M_{d,Rd}$ ergibt sich nach Gleichung [5](6.19) zu:

$$M_{max,Rd} = W_{pl,a,y} f_{yd} + W_{pl,o} f_{yd} + \frac{1}{2} W_{pl,c} \alpha_c f_{cd}$$

$$1210 \cdot 35,5 + 1585,8 \cdot 23,5 + \frac{1}{2} \cdot 19149,1 \cdot 1,0 \cdot 3,33 = 1121,4 \text{ kNm}$$

Das besondere Merkmal von Punkt D ist, dass die Spannungsnulllinie genau in der Mittellinie liegt. Gegenüber Punkt B (siehe Abbildung 3.1.3), dem Spannungszustand bei reiner Momentenbeanspruchung $M_{pl,Rd}$, hat sich die Spannungsnulllinie nämlich um den Abstand h_n bis in die Mittellinie hineinverschoben. Da die innere Normalkraft im Punkt B gleich Null ist, kann

3. Verbundstützen

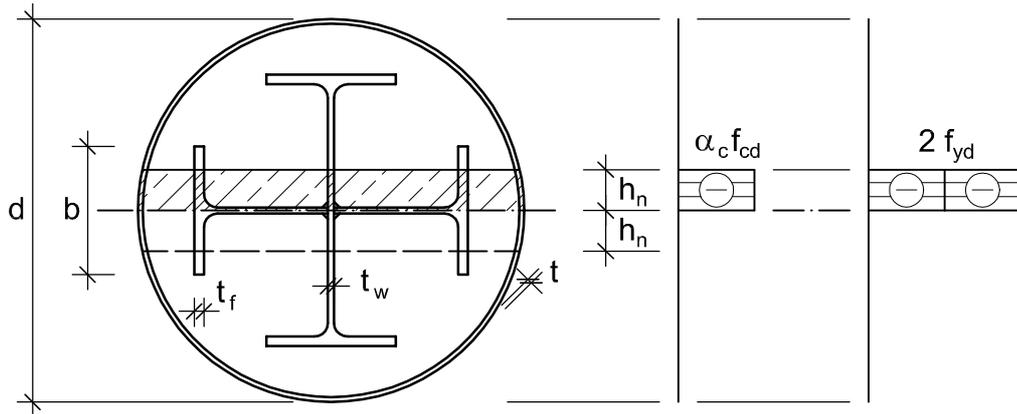


Abb.: 3.5 - zusätzliche Spannungsteile im Punkt D

die im Punkt D resultierende innere Normalkraft $N_{D,Rd}$ nur aus den zusätzlich überdrückten Querschnittsteilen (siehe Abbildung 3.1.3) herrühren.

Die innere Normalkraft im Punkt D ($N_{D,Rd}$) ergibt sich nur aus den Betonanteilen des Querschnitts, weil sich die Anteile aus Stahl und Bewehrung aufheben. Nach Gleichung [5](6.20) ist:

$$N_{D,Rd} = \frac{1}{2} N_{pm,Rd} = \frac{1}{2} A_c \alpha_c f_{cd}$$

$$N_{D,Rd} = \frac{1}{2} \cdot 1782,1 \cdot 3,33 = 2967,2 \text{ kN}$$

Punkt C:

Betrachtet man die Querschnittsinteraktionskurve erkennt man, dass die plastische Normalkraft im Punkt C gleich der doppelten von $N_{D,Rd}$ sein muss.

$$N_{C,Rd} = N_{pm,Rd} = 2 \cdot N_{D,Rd} = 2 \cdot 2967,2 = 5934,4 \text{ kN}$$

Die Lage der Spannungsnulllinie bei $M_{pl,Rd}$ wird aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte ermittelt. Die Bestimmungsgleichung für h_n wird aus den Gleichungen [5](6.29), [5](6.37) und [5](6.48) für die Einzelquerschnitte zusammengesetzt.

$$h_n = \frac{N_{pm,Rd} - (A_I - 2 t_f b)(2 f_{yd,I} - \alpha_c f_{cd})}{2 d \alpha_c f_{cd} + (2 t_w + 4 t_f)(2 f_{yd,I} - \alpha_c f_{cd}) + 4 t(2 f_{yd,o} - \alpha_c f_{cd})} \quad (3.1)$$

$$\frac{5934,4 - (72,2 - 2 \cdot 1,27 \cdot 17,0) \cdot 67,7}{2 \cdot 50,8 \cdot 3,33 + (2 \cdot 0,8 + 4 \cdot 1,27) \cdot 67,7 + 4 \cdot 0,63 \cdot 39,47} = 4,46 \text{ cm} \quad (3.2)$$

3. Verbundstützen

Um das plastische Moment des Querschnittes im Bereich von $2 \cdot h_n$ berechnen zu können, müssen die plastischen Widerstandsmomente der einzelnen Querschnitte im Bereich von $2 \cdot h_n$ ermittelt werden. Sie ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 W_{pan,I} &= t_w h_n^2 + W_{pl,I,z} - \frac{f_f}{2} \cdot (b^2 - 4 \cdot h_n^2) \\
 W_{pan,I} &= 0,8 \cdot 4,46^2 + 191 - \frac{1,27}{2} (17^2 - 4 \cdot 4,46^2) = 73,93 \text{ cm}^3 \\
 W_{pan,o} &= 2 \cdot t \cdot h_n^2 \\
 W_{pan,o} &= 2 \cdot 0,63 \cdot 4,46^2 = 25,07 \text{ cm}^3 \\
 W_{pcn} &= (d - 2 \cdot t) \cdot h_n^2 - W_{pan,I} \\
 W_{pcn} &= (50,8 - 2 \cdot 0,63) \cdot 4,46^2 - 73,93 = 911,61 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Damit erhält man $M_{n,Rd}$ zu:

$$\begin{aligned}
 M_{n,Rd} &= W_{pan,I} \cdot f_{yd,I} + W_{pan,o} \cdot f_{yd,o} + \frac{1}{2} \cdot W_{pcn} \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \\
 &= 73,93 \cdot 35,5 + 25,07 \cdot 23,5 + 911,61 \cdot \frac{3,3}{2} = 47,3 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich das plastische Moment des Verbundstützenquerschnittes $M_{pl,Rd}$ zu:

$$M_{pl,Rd} = M_{D,Rd} - M_{n,Rd} = 1087,1 - 53,72 = 1033,4 \text{ kNm}$$

Damit sind alle Interaktionskurvenpunkte nach Abbildung 3.1.3 bestimmt. Sie lassen sich in dimensionslosen Koordinaten wie folgt angeben.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Punkt A:} & \chi_A = \frac{N_{A,Rd}}{N_{pl,Rd}} = 1,0 \qquad \mu_A = \frac{M_{A,Rd}}{M_{pl,Rd}} = 0,0 \\
 \text{Punkt B:} & \chi_B = \frac{N_{B,Rd}}{N_{pl,Rd}} = 0,0 \qquad \mu_B = \frac{M_{B,Rd}}{M_{pl,Rd}} = 1,0 \\
 \text{Punkt C:} & \chi_C = \frac{N_{C,Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{5934,4}{13435,0} = 0,44 \qquad \mu_C = \frac{M_{C,Rd}}{M_{pl,Rd}} = 1,0 \\
 \text{Punkt D:} & \chi_D = \frac{N_{D,Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{2967,2}{13435,0} = 0,22 \qquad \mu_D = \frac{M_{D,Rd}}{M_{pl,Rd}} = \frac{1121,4}{1074,1} = 1,04
 \end{array}$$

3.2 Tragfähigkeitsnachweise

3.2.1 Tragfähigkeitsnachweis bei planmäßig zentrischem Druck

a) System und Belastung

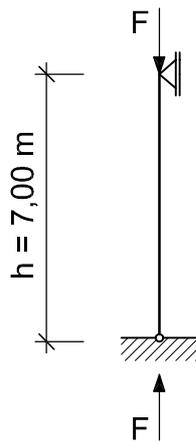


Abb.: 3.6 - statisches System

$$G_k = 500 \text{ kN}$$

$$Q_k = 600 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 500 + 1,5 \cdot 600 = 1575 \text{ kN}$$

b) Werkstoffe

- Beton C 30/37

$$f_{cd} = \frac{30,0}{1,5} = 20,0 \text{ N/mm}^2 = 2,0 \text{ kN/cm}^2, \quad E_{cm} = 3200 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl S 355

$$f_{yd,I} = \frac{355,0}{1,0} = 355,0 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2, \quad E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

3. Verbundstützen

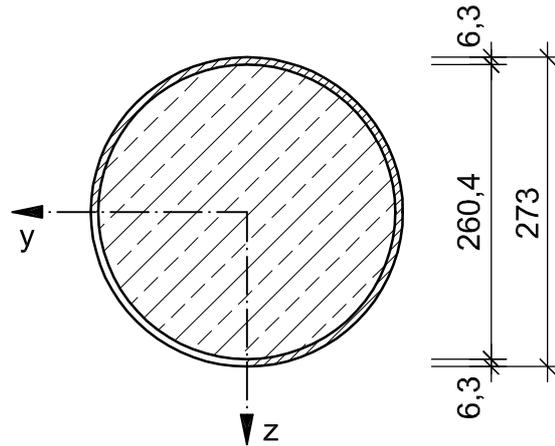


Abb.: 3.7 - Querschnitt

c) Querschnittswerte

- Rundrohr $\varnothing 273 \times 6,3$ mm:

$$A_a = 52,8 \text{ cm}^2 \quad I_a = 4696 \text{ cm}^4$$

- eingeschlossener Betonquerschnitt:

$$A_c = 532,6 \text{ cm}^2 \quad I_c = 22570 \text{ cm}^4 \quad u = d \cdot \pi = 26,04 \cdot \pi = 81,8 \text{ cm}$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 532,6}{81,8} = 13,0 \text{ cm}$$

$$\varphi_t \cong 2,8 \text{ für Ausbaulasten mit } t_0 = 28 \text{ Tage}$$

Durch das Hohlprofil wird die Austrocknung des umschlossenen Betons verhindert, was deutlich günstigere Verhältnisse bezüglich Schwinden und Kriechen bedeutet. Deshalb darf die Kriechzahl φ_t auf 25% abgemindert werden (siehe [5]).

$$\varphi_t^* = 0,25 \cdot \varphi_t = 0,25 \cdot 2,8 = 0,7$$

Der Einfluss der Längsbewehrung auf die Tragfähigkeit der Stütze wird vernachlässigt.

d) Beulnachweis

Nach [4-1-1] darf bei ausbetonierten Rundrohren der Beulnachweis entfallen, wenn folgendes Kriterium erfüllt ist:

$$\max \left(\frac{d}{t} \right) = 90 \frac{235}{f_y} = 90 \cdot \frac{235}{355} = 59,6$$

$$\text{vorh.} \left(\frac{d}{t} \right) = \left(\frac{273}{6,3} \right) = 43,3 < 59,6$$

3. Verbundstützen

e) Nachweis der Tragfähigkeit der Stütze

Normalkrafttragfähigkeit des Querschnittes (ohne Berücksichtigung der Bewehrung):

$$\begin{aligned} N_{pl,Rd} &= A_a \cdot f_{yd} + A_c \cdot f_{cd} \\ &= 52,8 \cdot 35,5 + 532,6 \cdot 2,0 = 2939,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

Prüfung der Anwendbarkeit des Nachweisverfahrens:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{A_a \cdot f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{52,8 \cdot 35,5}{2939,1} = 0,64 \\ 0,2 < \delta &= 0,64 < 0,9 \\ N_{pl,Rk} &= 52,8 \cdot 35,5 + 532,6 \cdot 1,0 \cdot 3,0 = 3472 \text{ kN} \end{aligned}$$

Wirksame elastische Biegesteifigkeit $(EI)_{eff}$ ergibt sich nach Gleichung [5](6.51):

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + K_e E_{cm} I_c$$

Dabei muss das Langzeitverhalten des Betons berücksichtigt werden. Nach Gleichung [5](6.52) gilt:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \right) \varphi_t^*} = 3200 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{1,35 \cdot 500}{1575} \right) \cdot 0,7} = 2461,5 \text{ kN/cm}^2$$

Damit ergibt sich die effektive Biegesteifigkeit zu:

$$(EI)_{eff} = (21000 \cdot 4696 + 0,6 \cdot 2461,5 \cdot 22570) \cdot 10^{-4} = 13195 \text{ kNm}^2$$

Bezogener Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$:

$$\begin{aligned} N_{cr} &= \frac{\pi^2 \cdot (EI)_{eff}}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 13495}{7,0^2} = 2657,75 \text{ kN} \\ \bar{\lambda} &= \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{3472}{2657,75}} = 1,14 \end{aligned}$$

Die Umschnürungswirkung des Rundhohlprofils wirkt sich nicht aus, da die bezogene Schlankheit $\bar{\lambda}$ größer ist als $\bar{\lambda} = 0,5$. Bei betongefüllten Hohlprofilen mit einem Bewehrungsgrad von $\rho \leq 3 \%$ ist die Knickspannungslinie a anzuwenden $\implies \alpha = 0,21$.

Die Gleichungen [5](6.60)

$$\begin{aligned} \phi &= 0,5(1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2) \\ &= 0,5 \cdot (1 + 0,21 \cdot (1,14 - 0,2) + 1,14^2) = 1,25 \end{aligned}$$

und [5](6.59) führen zum Abminderungsfaktor χ .

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \\ &= \frac{1}{1,25 + \sqrt{1,25^2 - 1,14^2}} = 0,57 \end{aligned}$$

3. Verbundstützen

Tragfähigkeit der Stütze:

$$N_{Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,57 \cdot 2939,1 = 1666,5 \text{ kN} \quad N_{Ed} = 1575 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{pl,Rd}} = \frac{1575}{1666,5} = 0,95 < 1,0$$

Die Grenztragfähigkeit der Verbundstütze wird beinahe vollständig ausgenutzt.

3.2.2 Tragfähigkeitsnachweis bei Druck und einachsiger Biegung

a) System und Belastung

Eine Stütze im Erdgeschoß eines Gebäudes wird als Verbundstütze mit Kammerbeton ausgeführt. Die Stütze ist oben und unten unverschieblich gehalten.

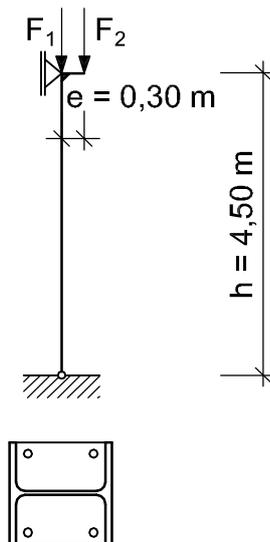


Abb.: 3.8 - Außermittig gedrückte Verbundstütze

- ständige Lasten: $F_{1G} = 2100,0 \text{ kN}$
- veränderliche Lasten: $F_{1Q} = 800,0 \text{ kN}$; $F_{2Q} = 120,0 \text{ kN}$

b) Werkstoffe

- Beton C 40/45

$$f_{cd} = \frac{40,0}{1,5} = 26,67 \text{ N/mm}^2 = 2,67 \text{ kN/cm}^2, \quad E_{cm} = 3500 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl S 355

$$f_{yd} = \frac{355,0}{1,0} = 355,0 \text{ N/mm}^2 = 35,5 \text{ kN/cm}^2, \quad E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahl BSt 500

$$f_{sd} = \frac{500,0}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

3. Verbundstützen

c) Querschnittswerte

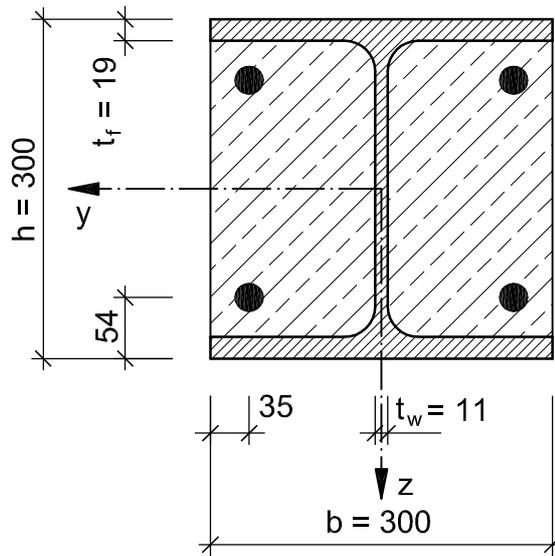


Abb.: 3.9 - Querschnitt

- HE-B 300:

$$A_a = 149,0 \text{ cm}^2 \quad I_{a,y} = 2,517 \text{ cm}^2 \text{ m}^2 \quad I_{a,z} = 0,856 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

- Bewehrung: 4 \varnothing 25

$$A_s = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot 4 = 2,5^2 \cdot \pi = 19,6 \text{ cm}^2$$

$$I_{s,y} = A_s \cdot z_s = 19,6 \cdot 0,096^2 = 0,181 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

$$I_{s,z} = A_s \cdot y_s = 19,6 \cdot 0,115^2 = 0,259 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

- Betonquerschnitt:

$$A_c = 30 \cdot 30 - 149,0 - 19,6 = 731,4 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,y} = \frac{30^2 \cdot 0,30^2}{12} - 2,517 - 0,181 = 4,052 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

$$I_{c,z} = \frac{30^2 \cdot 0,30^2}{12} - 0,856 - 0,259 = 5,635 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

näherungsweise darf der wirksame Umfang des Betons wie folgt berechnet werden:

$$u = 2 \cdot h + 0,5 \cdot b = 2 \cdot 30 + 0,5 \cdot 30 = 75,0 \text{ cm}$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 731,4}{75,0} = 19,5 \text{ cm}$$

$$\varphi_t \cong 1,86 \text{ für Ausbaulasten mit } t_0 = 28 \text{ Tage}$$

3. Verbundstützen

d) Beulnachweis

$$\max \left(\frac{b}{t_f} \right) = 44 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 44 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} = 35,8$$

$$\text{vorh.} \left(\frac{b}{t_f} \right) = \left(\frac{30}{1,9} \right) = \underline{15,8 < 35,8}$$

e) Überprüfung des Anwendungsbereiches für das vereinfachte Verfahren

Bewehrungsanteil:

$$\rho = \frac{19,6}{30 \cdot 30 - 149,0} = 2,6\% < 6\%$$

vollplastische Normalkraft und Querschnittsparameter δ :

$$N_{pl,Rd} = 149,0 \cdot 35,5 + 731,4 \cdot 0,85 \cdot 2,67 + 19,6 \cdot 43,5 = 7799,9 \text{ kN}$$

$$0,2 < \delta = \frac{149,0 \cdot 35,5}{7799,9} = 0,68 < 0,9$$

$$N_{pl,Rk} = 149,0 \cdot 35,5 + 731,4 \cdot 0,85 \cdot 4,0 + 19,6 \cdot 50 = 8756,3 \text{ kN}$$

f) Tragsicherheitsnachweis um die schwache Achse z-z

- Bemessungswerte der Beanspruchung:

$$N_{Ed} = 2100,0 \cdot 1,35 + (800,0 + 120,0) \cdot 1,50 = 4215,0 \text{ kN}$$

- wirksame Biegesteifigkeit nach Gleichung [5](6.51) unter Einfluss des Langzeitverhaltens von Beton:

$$(EI)_{eff} = E_a I_{a,z} + E_s I_{s,z} + K_e E_{c,eff} I_{c,z}$$

$$E_{c,eff} = E_{cm} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \right) \cdot \varphi_t}$$

$$E_{c,eff} = 3500 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{1,35 \cdot 2100}{4215} \right) \cdot 1,86} = 1554,8 \text{ kNm}^2$$

$$(EI)_{eff} = 21000,0 \cdot (0,856 + 0,259) + 0,6 \cdot 1554,8 \cdot 5,635 = 28671,9 \text{ kNm}^2$$

- Knicklast der Verbundstütze:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 28671,9}{4,5^2} = 13974,3 \text{ kN}$$

3. Verbundstützen

- bezogener Schlankheitsgrad:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{8756,3}{13974,3}} = 0,79 \text{ kN}$$

- Knickbeiwerte, $\alpha = 0,49$ bei teilweise einbetonierten I-Profilen (z-z Achse):

$$\begin{aligned}\phi &= 0,5 \cdot \left(1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2\right) \\ \phi &= 0,5 \cdot \left(1 + 0,49 \cdot (0,79 - 0,2) + 0,79^2\right) = 0,96 \\ \chi &= \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \\ \chi &= \frac{1}{0,96 + \sqrt{0,96^2 - 0,79^2}} = 0,67\end{aligned}$$

- Nachweisführung:

$$N_{Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,67 \cdot 7799,9 = 5206,0 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{4215}{5206,0} = 0,81 < 1,0$$

g) Tragsicherheitsnachweis um die starke Achse y-y

- Bemessungswerte der Beanspruchung:

$$N_{Ed} = 2100,0 \cdot 1,35 + (800,0 + 120,0) \cdot 1,50 = 4215,0 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,5 \cdot 120 \cdot 0,3 = 54,0 \text{ kNm}$$

- wirksame Biegesteifigkeit nach Theorie II.Ordnung nach Gleichung [5](6.54):

$$\begin{aligned}(EI)_{eff,II} &= K_0 (E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{cm} I_c) \\ (EI)_{eff,II} &= 0,9 \cdot (21000,0 \cdot (2,517 + 0,181) + 0,5 \cdot 1554,8 \cdot 4,052) = 53827,2 \text{ kNm}^2\end{aligned}$$

- Kontrolle für Art der Schnittgrößenberechnung nach Gleichung [5](6.55):

$$\begin{aligned}N_{cr} &= \frac{\pi^2 \cdot 58808,4}{4,5^2} = 26225,6 \text{ kN} \\ \alpha_{cr} &= \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} = \frac{26225,6}{4215} = 6,2 < 10\end{aligned}$$

Die Berechnung der Schnittgrößen muss nach der Elastizitätstheorie II. Ordnung erfolgen.

- Momentenbeiwert β nach Tabelle [5](6.27) mit $r = 0$:

$$\beta = 0,66 + 0,44 \cdot r = 0,66 + 0,44 \cdot 0 = 0,66$$

3. Verbundstützen

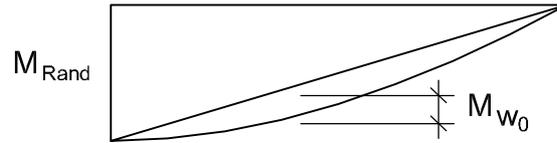


Abb.: 3.10 - Momentenverlauf nach Theorie I. Ordnung einschließlich Imperfektionsmoment

Nach [4-1-1], Tabelle (6.5) beträgt der **Stich der Vorkrümmung L/200** bei teilweise einbetonierten I-Profilen und Knicken um die starke Achse (Knickspannungslinie b).

Der Vergrößerungsfaktor k zur Berücksichtigung der Einflüsse aus Theorie II. Ordnung wird nach Gleichung [5](6.56) berechnet.

$$k = \frac{\beta}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,eff}}} \geq 1,0$$

$$k = \frac{0,66}{1 - \frac{4215}{26225,6}} = 0,79 \rightarrow k = 1,0$$

Damit ergibt sich $M_{Ed,max}$ nach Theorie II. Ordnung zu:

$$M_{Ed,max} = (N_{Ed} \cdot w_0 + M_{Ed}) \cdot k = (4215 \cdot \frac{4,5}{200} + 54,0) \cdot 1,0 = 148,8 \text{ kNm}$$

Der Vollständigkeit halber wird der Knicknachweis noch zu Ende geführt bevor die polygonzugartige Querschnittsinteraktionskurve berechnet wird.

- bezogener Schlankheitsgrad:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{8756,3}{26225,6}} = 0,58 \text{ kN}$$

- Knickbeiwerte, $\alpha = 0,34$ bei teilweise einbetonierten I-Profilen (y-y Achse):

$$\phi = 0,5 \cdot \left(1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2\right)$$

$$\phi = 0,5 \cdot \left(1 + 0,34 \cdot (0,58 - 0,2) + 0,58^2\right) = 0,73$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\chi = \frac{1}{0,73 + \sqrt{0,73^2 - 0,58^2}} = 0,85$$

- Nachweisführung:

$$N_{Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,85 \cdot 7799,9 = 6614,6 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{4215}{6614,6} = 0,64 < 1,0$$

3. Verbundstützen

Berechnung der polygonalen Interaktionskurve

Punkt D:

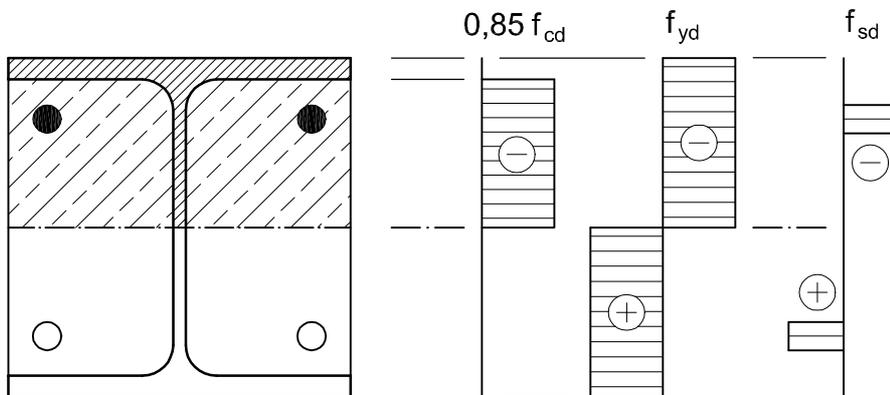


Abb.: 3.11 - Spannungsnulldlinie für maximales Moment im Punkt D

- vollplastische Normalkraft des Betonquerschnitts:

$$N_{pm,Rd} = 731,4 \cdot 0,85 \cdot 2,67 = 1659,9 \text{ kN}$$

$$N_{D,Rd} = \frac{1}{2} \cdot 1659,9 = 830,0 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{D,Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{830,0}{7799,9} = 0,11$$

- plastische Widerstandsmomente:

$$W_{pl,a} = 2 \cdot S_y = 2 \cdot 9,34 = 18,68 \text{ cm}^2 \text{ m}$$

$$W_{pl,s} = \sum A_{si} \cdot e_{si} = 19,6 \cdot 0,096 = 1,88 \text{ cm}^2 \text{ m}$$

$$W_{pl,c} = \frac{b \cdot h^2}{4} - W_{pl,a} - W_{pl,s} = \frac{0,30 \cdot 30,0^2}{4} - 18,68 - 1,88 = 46,94 \text{ cm}^2 \text{ m}$$

- das maximale Moment im Punkt D ergibt somit zu:

$$M_{D,Rd} = W_{pl,a} \cdot f_{yd} + \frac{1}{2} \cdot W_{pl,c} \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} + W_{pl,s} \cdot f_{sd}$$

$$M_{D,Rd} = 18,68 \cdot 35,5 + \frac{1}{2} \cdot 46,94 \cdot 0,85 \cdot 2,67 + 1,88 \cdot 43,5 = 798,2 \text{ kNm}$$

3. Verbundstützen

Punkte B und C:

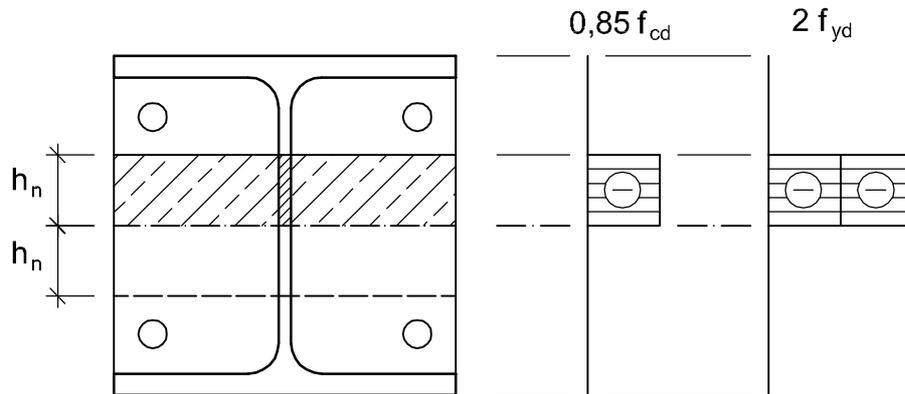


Abb.: 3.12 - Differenz der Spannungen bei $M_{D,Rd}$ und $M_{C,Rd}$

Aus der Differenz der Spannungsverteilungen für Punkt D und Punkt C erhält man mit der Annahme, dass die Spannungsnulllinie im Steg des Profils liegt:

- h_n (siehe Gleichung [5](6.27)):

$$h_n = \frac{N_{pm,Rd}}{2 \cdot b_c \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} + 2 \cdot t_w \cdot (2 \cdot f_{yd} - \alpha_c \cdot f_{cd})}$$

$$h_n = \frac{1659,9}{2 \cdot 30,0 \cdot 0,85 \cdot 2,67 + 2 \cdot 1,1 \cdot (2 \cdot 35,5 - 0,85 \cdot 2,67)} = 5,8 \text{ cm}$$

- vollplastische Widerstandsmomente des Querschnitts mit der Höhe $2 \cdot h_n$:

$$W_{pl,an} = \frac{1}{4} \cdot t_w \cdot (2 \cdot h_n)^2 = \frac{1}{4} \cdot 0,011 \cdot (2 \cdot 5,8)^2 = 0,37 \text{ cm}^2 \text{ m}$$

$$W_{pl,cn} = b_c \cdot h_n^2 - W_{pl,an} = 30,0 \cdot 5,8 \cdot 0,058 - 0,37 = 9,72 \text{ cm}^2 \text{ m}$$

- $M_{n,Rd}$ ergibt sich somit zu:

$$M_{n,Rd} = 0,37 \cdot 35,5 + \frac{1}{2} \cdot 9,72 \cdot 0,85 \cdot 2,67 = 24,2 \text{ kNm}$$

- damit ist $M_{pl,Rd}$ zu berechnen:

$$M_{pl,Rd} = M_{D,Rd} - M_{n,Rd} = 798,2 - 24,2 = 774,0 \text{ kNm}$$

3. Verbundstützen

Da der Verlauf der Interaktionskurve zwischen Punkt A und Punkt C linear angenommen wird, läßt sich μ aus geometrischen Beziehungen berechnen:

$$\kappa_c = \frac{N_{C,Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{1659,9}{7799,9} = 0,21 \quad \mu_C = 1,0$$

$$\kappa_d = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{4215}{7799,9} = 0,54$$

$$\mu_d = \mu_c \cdot \frac{1 - \kappa_d}{1 - \kappa_C} = 1,0 \cdot \frac{1 - 0,54}{1 - 0,21} = 0,58$$

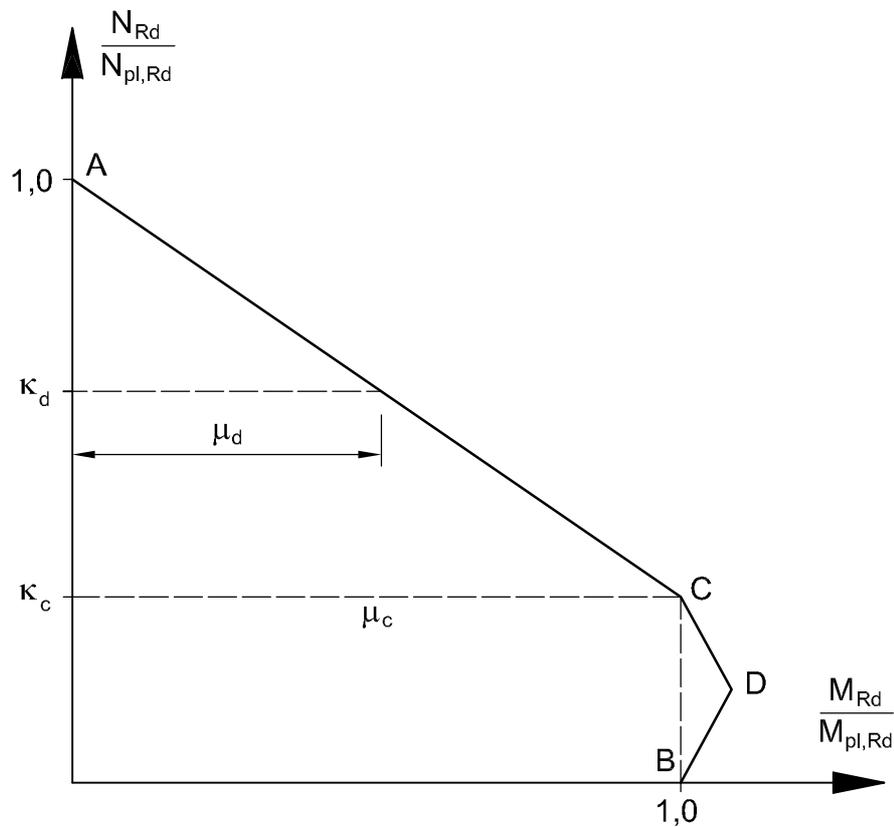


Abb.: 3.13 - Interaktionsdiagramm

Tragfähigkeitsnachweis nach Gleichung [5](6.61):

$$\frac{M_{Ed}}{\mu_d \cdot M_{pl,Rd}} = \frac{148,8}{0,58 \cdot 774,0} = 0,33 < 0,9 = \alpha_M$$

3. Verbundstützen

h) Einfluss von Querkräften Näherungsweise wird angenommen, dass V_{Ed} nur vom Baustahlquerschnitt übertragen wird (siehe EC 4).

- Berechnung der Querkraft aus F_{2Q} :

$$V_{Ed} = V_{a,Ed} = \frac{M_{Ed}}{l} = \frac{54,0}{4,5} = 12,0 \text{ kN}$$

- Berechnung der Querkrafttragfähigkeit $V_{pl,Rd}$:

$$A_v = A_a - 2 \cdot b_f \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_w$$
$$A_v = 149,0 - 2 \cdot 30,0 \cdot 1,9 + (1,1 + 2 \cdot 2,7) \cdot 1,1 = 42,15 \text{ cm}^2$$

$$V_{pl,a,Rd} = \frac{A_v \cdot f_{yd}}{\sqrt{3}} = \frac{42,15 \cdot 35,5}{\sqrt{3}} = 863,9 \text{ kN}$$

- Nachweisführung:

$$\frac{V_{a,Ed}}{V_{pl,a,Rd}} = \frac{12,0}{863,9} = 0,014 \ll 0,5$$

Die Querkraft nimmt somit keinen Einfluss auf die Momenten Tragfähigkeit.

i) Verbundsicherung

Die Verbundsicherung außerhalb der Kräfteinleitungsbereiche wird ohne rechnerischen Nachweis durch die konstruktive Verdübelung in Längsrichtung sichergestellt. Es wird je ein Kopfbolzendübel pro Seite im Abstand von 1,0 m angeordnet. Alternierend ebenfalls im Abstand von 1,0 m werden S-Haken durch Bohrungen im Steg gesteckt, um den Bügelkorb zu halten.

j) Nachweis der Lasteinleitung

Es wird angenommen, dass die Lastanteile aus dem ersten Obergeschoß

$$\Delta F_{1G} = 420 \text{ kN} \quad \Delta F_{1Q} = 160 \text{ kN} \quad \Delta F_{2Q} = 120 \text{ kN}$$

in die Stütze einzuleiten sind. Daraus ergeben sich die:

- Bemessungslasten für die Lasteinleitung:

$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 420 + 1,5 \cdot (160 + 120) = 987,0 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,5 \cdot 0,3 \cdot 120 = 54,0 \text{ kNm}$$

3. Verbundstützen

Die Lasteinleitung erfolgt über den Stahlquerschnitt. Die Teilschnittgrößen des Beton- und Stahlquerschnittes werden mit Hilfe der vollplastischen Grenzschnittgrößen der Einzelquerschnitte ermittelt. Die zwischen Stahl- und Betonquerschnitt wirkenden Schubkräfte ergeben sich aus den Teilschnittgrößen des Betonquerschnittes.

- die Teilschnittgrößen ergeben sich zu:

$$M_{a,Ed} = M_{Ed} \cdot \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} \quad , \quad M_{c+s,Ed} = M_{Ed} - M_{a,Ed}$$
$$N_{a,Ed} = N_{Ed} \cdot \frac{N_{pl,a,Rd}}{N_{pl,Rd}} \quad , \quad N_{c+s,Ed} = N_{Ed} - N_{a,Ed}$$

- der Stahlanteil an den vollplastischen Schnittgrößen:

$$M_{pl,a,Ed} = (W_{pl,a} - W_{pl,an}) \cdot f_{yd} = (18,68 - 0,37) \cdot 35,5 = 650,0 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} = \frac{650,0}{774,0} = 0,84 \quad , \quad \frac{N_{pl,a,Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{149,0 \cdot 35,5}{7799,9} = 0,68$$

- damit wird:

$$M_{a,Ed} = M_{Ed} \cdot 0,84 = 54,0 \cdot 0,84 = 45,4 \text{ kNm}$$

$$N_{a,Ed} = N_{Ed} \cdot 0,68 = 987,0 \cdot 0,68 = 669,3 \text{ kN}$$

- als zu übertragende Dübelbeanspruchung ergibt sich dann:

$$M_{c+s,Ed} = M_{Ed} - M_{a,Ed} = 54,0 - 45,4 = 8,7 \text{ kNm}$$

$$N_{c+s,Ed} = N_{Ed} - N_{a,Ed} = 987,0 - 669,3 = 317,7 \text{ kNm}$$

- folgende Kopfbolzendübel wurden gewählt:

$$\varnothing = 22 \text{ mm}$$

$$h_{sc} = 100 \text{ mm}$$

$$f_{uk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

- Dübeltragfähigkeit nach den Gleichungen [5](4.208) und [5](4.209):

$$P_{Rd} = 0,29 d^2 \alpha \sqrt{f_{ck} E_{cm}} \frac{1}{\gamma_{v,c}}$$

$$\frac{h_{sc}}{d} = \frac{100}{22} = 4,5 > 4 \quad \rightarrow \alpha = 1,0$$

$$P_{Rd} = 0,29 \cdot 2,2^2 \cdot 1,0 \sqrt{4,0 \cdot 3500} \frac{1}{1,50} = 110,7 \text{ kN}$$

$$P_{Rd} = 0,8 f_u \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{\gamma_{v,a}}$$

$$P_{Rd} = 0,8 \cdot 45 \cdot \frac{\pi \cdot 2,2^2}{4} \frac{1}{1,25} = 109,5 \text{ kN} \rightarrow \text{maßgebend}$$

3. Verbundstützen

In jeder Kammer werden zwei Dübel im Abstand $e_D = 15$ cm angeordnet (siehe Abbildung 3.2.2).

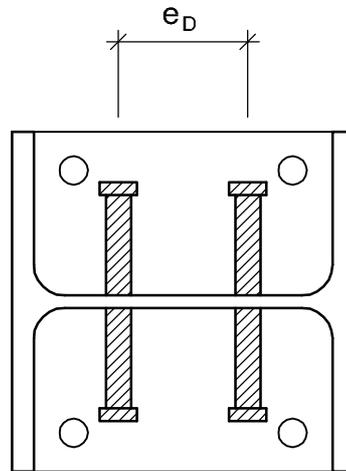


Abb.: 3.14 - Lasteinleitung mit Kopfbolzendübel

Aus der Reibwirkung mit dem Reibbeiwert $\mu = 0,5$ an den Flanschen resultiert nach Gleichung [5](6.71):

$$R = \mu \frac{P_{Rd}}{2} = 0,5 \cdot \frac{109,5}{2} = 27,4 \text{ kN} \quad \text{je Flansch}$$

Dieser Wert wird rechnerisch der Tragfähigkeit zugeschlagen. Bei zwei Dübelreihen ergibt sich:

$$P_{Rd}^* = P_{Rd} + R = 109,5 + 27,4 = 136,9 \text{ kN}$$

Die maximale Dübelkraft $P_{Ed,max}$ ergibt sich in Anlehnung an Gleichung [5](6.70) zu:

$$P_{Ed,max} = \frac{N_{c+s,Ed}}{4} + \frac{M_{c+s,Ed}}{2 \cdot e_D} = \frac{317,7}{4} + \frac{8,7}{2 \cdot 0,15} = 108,4 \text{ kN}$$

Nachweisführung:

$$\frac{P_{Ed,max}}{P_{Rd}^*} = \frac{108,4}{136,9} = 0,79 < 1$$

Kapitel 4

Brandschutz im Verbundbau

4.1 Allgemeines

Der brandschutztechnische Nachweis kann grundsätzlich auf drei Stufen vorgenommen werden:

Nachweisstufe 1: Bemessungstabellen

Es werden mittels tabellarischer Daten für die erforderliche Feuerwiderstandsdauer die Mindestquerschnittsabmessungen von Einzelbauteilen ermittelt, wobei die Einheits-Temperaturzeitkurve nach Abbildung ?? als Brandbeanspruchung zugrunde gelegt wird. Der Nachweis beschränkt sich in der Regel darauf, die Querschnittsabmessungen des zu untersuchenden Bauteils (z.B. bei Betonbauteilen die Bauteildicke oder den Achsabstand der Bewehrung) mit Werten zu vergleichen, die nach Brandversuchergebnissen zum Erreichen der vorgesehenen Feuerwiderstandsdauer erforderlich sind. Der Nachteil dieses Stufe 1-Verfahrens liegt darin, dass die Ergebnisse teilweise weit auf der sicheren Seite liegen und die Tabellen nur für Standardfälle gelten. Eine Extrapolation der Werte über den untersuchten und definierten Bereich hinaus ist nicht erlaubt.

Nachweisstufe 2: vereinfachte Berechnungsverfahren

Die Einzelbauteile werden mit Hilfe von vereinfachten Rechenverfahren bemessen, wobei ebenfalls die Einheits-Temperaturzeitkurve als Brandbeanspruchung zugrunde gelegt wird. Die Temperaturermittlung im Bauteilquerschnitt und die Beschreibung des Versagenszustandes sind an den Ergebnissen aus Normbrandversuchen kalibriert. Nachgewiesen wird, dass alle maßgebenden Einwirkungen bis zum Erreichen der erforderlichen Feuerwiderstandsdauern vom Bauteil aufgenommen werden können, ohne dass ein Versagen eintritt.

Nachweisstufe 3: allgemeine Berechnungsverfahren

Mit Hilfe von allgemeinen Rechenverfahren sollen Teil- und Gesamttragwerke für natürliche Brände bemessen werden, d.h. dieses Verfahren beschränkt sich nicht ausschließlich auf Brandbeanspruchungen nach der Einheits-Temperaturzeitkurve. Für eine vorgegebene Feuerwiderstandsdauer wird das tatsächliche Tragvermögen der Tragwerke ermittelt, wobei auch die Zwängungskräfte berücksichtigt werden, die sich im Tragwerk aufgrund des thermischen Ausdehnungsbestrebens der Bauteile aufbauen können. Diese Verfahren sind jedoch nicht in allen Teilen entwickelt und dürfen nur von Ingenieuren angewendet werden die auf diesem Gebiet wissenschaftlich besonders qualifiziert sind.

4.2 Nachweisstufe 1 - Klassifizierung mit Tabellenwerken

4.2.1 Brandschutztechnische Bemessung eines Verbundträgers

Aufgabenstellung Für einen einfeldrigen Deckenträger eines Geschäfts- und Warenhauses mit einer Stützweite von 14 m ist der brandschutztechnische Nachweis zu führen. Die brandschutztechnischen Anforderungen lauten auf die Feuerwiderstandsklasse R90. Als Maßnahme zur Erfüllung dieser Anforderungen werden die Bereiche zwischen den Flanschen des Stahlprofils ausbetoniert (Kammerbeton). Innerhalb des Kammerbetons wird für den Brandfall eine zusätzliche Längsbewehrung aus Betonstahl eingelegt.

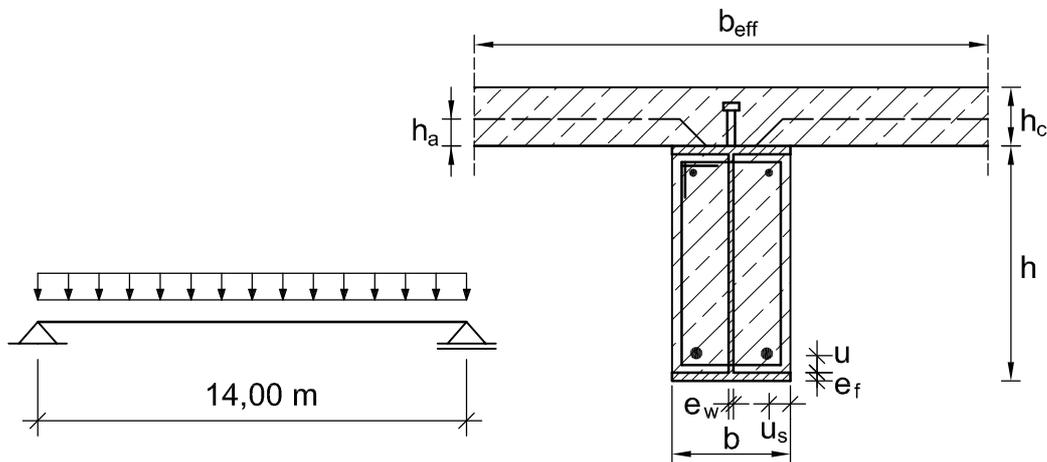


Abb.: 4.1 - Statisches System und Querschnitt des Verbundträgers

Querschnittswerte:

- Stahlprofil IPE: 450, S 355

$$h = 450 \text{ mm} \quad b = 190 \text{ mm} \quad e_w = 9,4 \text{ mm}$$

$$e_f = 14,6 \text{ mm} \quad r = 21 \text{ mm}$$

- Verbunddecke: Beton C 35/45

$$b_{eff} = 2,5 \text{ m}, h_c = 15 \text{ cm}, \text{ Beton C 35/45}$$

$$\text{hinterschnittenes Stahlprofilblech } h_a = 51 \text{ mm}$$

4. Brandschutz im Verbundbau

Tragfähigkeitsnachweis bei Raumtemperatur Die Biegemomenten Tragfähigkeit bei Raumtemperatur sei bereits ermittelt worden und ergab sich zu

$$M_{pl,Rd} = 1094 \text{ kNm.}$$

Dieser Wert dient später als Bezugswert bei der brandschutztechnischen Bemessung. Dabei sind der Kammerbeton und die zusätzliche Längsbewehrung noch nicht einbezogen.

Tragfähigkeitsnachweis im Brandfall

1. Mechanische Einwirkungen im Brandfall

Die charakteristischen Werte der Einwirkungen seien ebenfalls ermittelt worden und ergaben sich wie folgt:

Ständige Einwirkungen:

- Stahlträger $G_k = 0,80 \text{ kN/m}$
- Betonplatte und Profilblech $G_k = 9,40 \text{ kN/m}$
- Kammerbeton $G_k = 1,90 \text{ kN/m}$
- Ausbaulasten $G_k = 6,50 \text{ kN/m}$

Veränderliche Einwirkungen:

- Verkehrslast $(p = 5,0 \text{ kN/m}^2) \quad Q_k = 12,50 \text{ kN/m}$

Für den Brandfall gelten die Kombinationsregeln für außergewöhnliche Einwirkungen:

$$E_{d,A} = E \left[\sum G_k + A_d + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum (\psi_{2,i} Q_{k,i}) \right]$$

Der Kombinationsbeiwert $\psi_{1,1}$ für die führende veränderliche Last ergibt sich für Geschäfts- und Warenhäuser zu 0,8.

$$q_{fi,d} = [0,80 + 9,40 + 1,90 + 6,50 + 0,8 \cdot 12,5] = 28,6 \text{ kN/m}$$

Biegemoment in Feldmitte

$$M_{fi,d} = 28,6 \frac{14,00^2}{8} = 700,7 \text{ kNm}$$

4. Brandschutz im Verbundbau

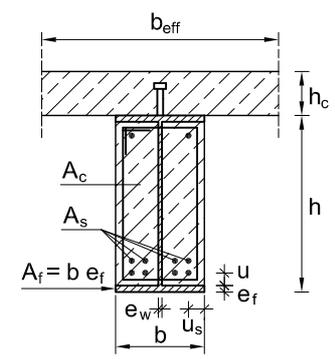
		Feuerwiderstandsklasse				
		R30	R60	R90	R120	R180
						
1	für den Ausnutzungsfaktor $\eta_{fl,t} = 0,3$					
min b [mm] und min (A_s/A_f)						
1.1	$h \geq 0,9 \cdot \min b$	70/0,0	100/0,0	170/0,0	200/0,0	260/0,0
1.2	$h \geq 1,5 \cdot \min b$	60/0,0	100/0,0	150/0,0	180/0,0	240/0,0
1.3	$h \geq 2,0 \cdot \min b$	60/0,0	100/0,0	150/0,0	180/0,0	240/0,0
2	für den Ausnutzungsfaktor $\eta_{fl,t} = 0,5$					
min b [mm] und min (A_s/A_f)						
2.1	$h \geq 0,9 \cdot \min b$	80/0,0	170/0,0	250/0,4	270/0,5	-
2.2	$h \geq 1,5 \cdot \min b$	80/0,0	150/0,0	200/0,2	240/0,3	300/0,5
2.3	$h \geq 2,0 \cdot \min b$	70/0,0	120/0,0	180/0,2	220/0,3	280/0,3
2.4	$h \geq 3,0 \cdot \min b$	60/0,0	100/0,0	170/0,2	200/0,3	250/0,3
3	für den Ausnutzungsfaktor $\eta_{fl,t} = 0,7$					
min b [mm] und min (A_s/A_f)						
3.1	$h \geq 0,9 \cdot \min b$	80/0,0	270/0,4	300/0,6	-	-
3.2	$h \geq 1,5 \cdot \min b$	80/0,0	240/0,3	270/0,4	300/0,6	-
3.3	$h \geq 2,0 \cdot \min b$	70/0,0	190/0,3	210/0,4	270/0,5	320/1,0
3.4	$h \geq 3,0 \cdot \min b$	70/0,0	170/0,2	190/0,4	270/0,5	300/0,8

Abb.: 4.2 - Mindestquerschnittsabmessungen *min. b* und erforderliche Verhältnisse *min. (A_s/A_f)* von Zulagebewehrung zur Untergurtfläche für Verbundträger mit ausbetonierten Kammern

2. Brandschutznachweis - mittels Tabelle nach [4-1-2]

Einfeldrige Verbundträger mit ausbetonierten Kammern dürfen in Abhängigkeit von dem Ausnutzungsfaktor $\eta_{fi,t}$, der Trägerbreite b und der Zulagebewehrung A_s bezogen auf die Fläche des unteren Flansches A_f nach Tab. 4.2.1 klassifiziert werden. Dabei wird normalerweise so vorgegangen, dass zunächst der Ausnutzungsfaktor $\eta_{fi,t}$ bestimmt wird, um dann die erforderliche Trägerbreite b und die erforderliche Zulagebewehrung für eine vorgegebene Feuerwiderstandsklasse zu ermitteln.

4. Brandschutz im Verbundbau

Um diese Tabelle anwenden zu dürfen, müssen einige geometrische Randbedingungen erfüllt sein:

	<u>erforderliche Werte</u>	<u>vorhandene Werte</u>
Stegdicke	$e_w \leq b/15 = 190/15 = 12,7 \text{ mm}$	$e_w = 9,4 \text{ mm}$
Flanschdicke	$e_f \leq 2 e_w = 2 \cdot 9,4 = 18,8 \text{ mm}$	$e_f = 14,6 \text{ mm}$
Plattendicke	$h_c \leq 12 \text{ cm}$	$h_c = 15 \text{ cm}$
Plattenbreite	$b_{eff} \leq 5,0 \text{ m}$	$b_{eff} = 2,5 \text{ m}$

⇒ Die Tabelle 4.2.1 kann angewendet werden.

Der Ausnutzungsfaktor $\eta_{fi,t}$ in der Tabelle kennzeichnet den Quotienten zwischen Bemessungswert der Beanspruchungen im Brandfall und der Beanspruchbarkeit für Normaltemperatur

$$\eta_{fi,t} = \frac{E_{fi,d,t}}{R_d}$$

Hier ergibt sich der Ausnutzungsfaktor für die entsprechenden Werte des Biegemomentes zu:

$$\eta_{fi,t} = \frac{M_{fi,d}}{M_{pl,Rd}} = \frac{700,7}{1094} = 0,64$$

Mit dem Verhältnis von Trägerhöhe zu Trägerbreite von $h/b = 450/190 = 2,4$ und dem Ausnutzungsfaktor $\eta_{fi,t} = 0,64$ werden aus Tab. 4.2.1 mittels linearer Interpolation folgende Werte ermittelt:

$$\min b = 194 \text{ mm} \quad \text{und} \quad \min. (A_s/A_f) = 0,34$$

Mit der vorhandenen Breite von 190 mm wird die erforderliche Mindestbreite von 194 mm lediglich annähernd erfüllt. Für die Einstufung in die Feuerwiderstandsklasse R90 sind 34% der Untergurtfläche als Zulagebewehrung in den ausbetonierten Kammern des Stahlprofils anzuordnen:

$$A_s = 0,34 A_f = 0,34 \cdot 19,0 \cdot 1,46 = 9,4 \text{ cm}^2$$

gewählt: 2 Ø 25 mm vorh. $A_s = 2 \cdot 4,91 = 9,8 \text{ cm}^2$

Der zulässige Bewehrungsgrad im Kammerbeton ist auf 5% beschränkt:

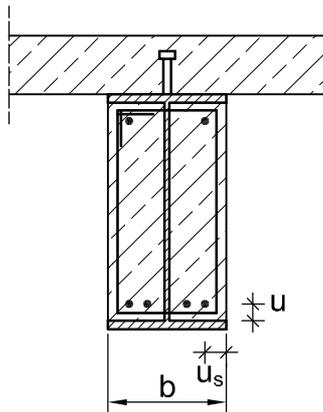
$$A_c = 19 \cdot 45 - 98,9 - 9,8 = 746,3 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_s}{A_c + A_s} = \frac{9,8}{746,3 + 9,8} = 1,3\% < 5\%$$

Die Mindestabstände der Bewehrung sind nach Tab. 4.2.1 zu wählen. Sie betragen bei Verwendung eines IPE 450 mit einer Profildbreite von 190 mm in der Feuerwiderstandsklasse R90 (mittels linearer Interpolation):

$$u = 107 \text{ mm} \quad \text{und} \quad u_s = 57 \text{ mm.}$$

Die Tabellen 4.1 und 4.2 aus [4-1-2] dürfen für Verbundträger mit Stahlprofilblech-Verbunddecken angewendet werden, wenn mindestens 85% der Oberseite des Stahlprofils durch das Stahlprofilblech abgedeckt sind. Wenn nicht, sind die Öffnungen der Profilblechdecke über dem Obergurt der Träger mit Brandschutzmaterial zu schließen.



Profilbreite b [mm]	Mindestachsabst. u, u _s [mm]	Feuerwiderstandsklasse			
		R60	R90	R120	R180
≤ 170	u	100	120	-	-
	u _s	45	60	-	-
200	u	80	100	120	-
	u _s	40	55	60	-
250	u	60	75	90	120
	u _s	35	50	60	60
≥ 300	u	40	50	70	90
	u _s	(25)	45	60	60

Abb.: 4.3 - Mindestabstände der Zulagebewehrung für Verbundträger mit ausbetonierten Kammern

4.2.2 Bemessung einer Verbundstütze mit Kammerbeton unter zentrischer Last

In folgendem Beispiel wird die brandschutztechnische Bemessung einer kammerbetonierten Verbundstütze gezeigt. Dabei handelt es sich um eine Stütze in einem ausgesteiften Rahmentragwerk, die biegesteif an die darüber bzw. die darunter liegende Stütze angeschlossen ist. Die geometrische Länge beträgt 4,0 m. Unter den genannten Bedingungen darf die Knicklänge im Brandfall halbiert werden. Die Stütze ist durch eine zentrische Normalkraft von 1450 kN ($\gamma_{F,fi} = 1,0$) beansprucht. Als brandschutztechnische Anforderung gilt die Feuerwiderstandsklasse R90.

Statisches System:

Werkstoffe:

- Beton C 25/30

$$f_{cd} = \frac{25,0}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2 = 1,67 \text{ kN/cm}^2, \quad E_{cm} = 3050 \text{ kN/cm}^2$$

- Baustahl S 355

$$f_{yd} = \frac{235,0}{1,0} = 235,0 \text{ N/mm}^2 = 23,5 \text{ kN/cm}^2, \quad E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

- Betonstahl BSt 500

$$f_{sd} = \frac{500,0}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

4. Brandschutz im Verbundbau

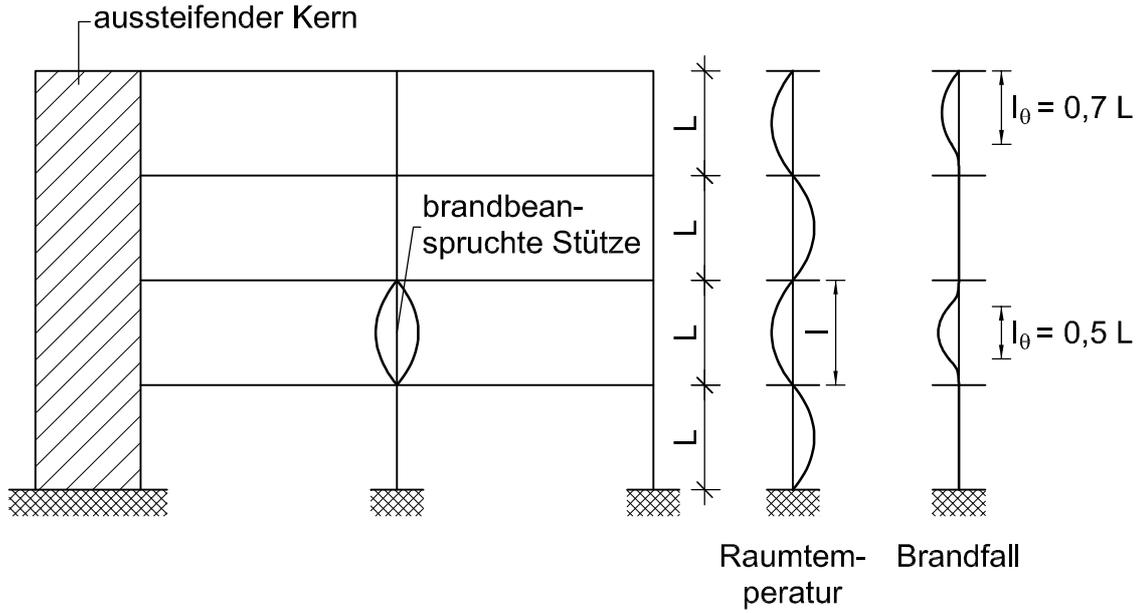


Abb.: 4.4 - Knicklänge für den Brandfall

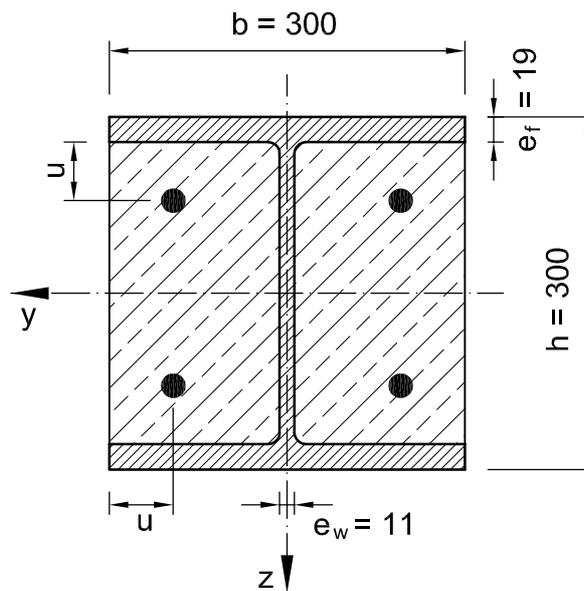


Abb.: 4.5 - Querschnitt

Querschnittswerte:

- HE-B 300:

$$A_a = 149,0 \text{ cm}^2 \quad I_{a,z} = 0,856 \text{ cm}^2 \text{ m}^2 \quad L = 4,0 \text{ m}$$

4. Brandschutz im Verbundbau

- Bewehrung: 4 Ø 25

$$A_s = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot 4 = 2,5^2 \cdot \pi = 19,6 \text{ cm}^2$$

$$I_{s,z} = 4 \cdot 4,9 \cdot \left(\frac{30,0}{2} - 5,0\right)^2 = 0,196 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

- Betonquerschnitt:

$$A_c = 30 \cdot 30 - 149,0 - 19,6 = 731,4 \text{ cm}^2 \quad u = 5,0 \text{ cm} \quad E_{c,eff} = 1123 \text{ kNm}^2$$

$$I_{c,z} = \frac{30^2 \cdot 0,30^2}{12} - 0,856 - 0,196 = 5,698 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

Tragfähigkeitsnachweis bei Raumtemperatur um die schwache Achse:

Bewehrungsanteil:

$$\rho = \frac{19,6}{30 \cdot 30 - 149,0} = 2,6\% < 6\%$$

vollplastische Normalkraft und Querschnittsparameter δ :

$$N_{pl,Rd} = 149,0 \cdot 23,5 + 731,4 \cdot 0,85 \cdot 1,67 + 19,6 \cdot 43,5 = 5392,3 \text{ kN}$$

$$0,2 < \delta = \frac{149,0 \cdot 23,5}{5392,3} = 0,65 < 0,9$$

$$N_{pl,Rk} = 149,0 \cdot 23,5 + 731,4 \cdot 0,85 \cdot 2,5 + 19,6 \cdot 50 = 6035,7 \text{ kN}$$

- wirksame Biegesteifigkeit nach Gleichung [5](6.51) unter Einfluss des Langzeitverhaltens von Beton:

$$(EI)_{eff} = E_a I_{a,z} + E_s I_{s,z} + K_e E_{c,eff} I_{c,z}$$

$$(EI)_{eff} = 21000,0 \cdot (0,856 + 0,196) + 0,6 \cdot 1123 \cdot 5,698 = 25931,3 \text{ kNm}^2$$

- Knicklast der Verbundstütze:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 25931,3}{4,0^2} = 15995,7 \text{ kN}$$

- bezogener Schlankheitsgrad:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{6035,7}{15995,7}} = 0,61 \text{ kN}$$

4. Brandschutz im Verbundbau

- Knickbeiwerte, $\alpha = 0,49$ bei teilweise einbetonierten I-Profilen (z-z Achse):

$$\phi = 0,5 \cdot \left(1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2\right)$$

$$\phi = 0,5 \cdot \left(1 + 0,49 \cdot (0,61 - 0,2) + 0,61^2\right) = 0,79$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\chi = \frac{1}{0,79 + \sqrt{0,79^2 - 0,61^2}} = 0,78$$

- Normalkrafttragfähigkeit:

$$N_{Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,78 \cdot 5392,3 = 4189,2 \text{ kN}$$

Tragfähigkeitsnachweis im Brandfall mittels Tabelle nach [4-1-2]:

Verbundstützen mit Kammerbeton dürfen in Abhängigkeit vom Ausnutzungsfaktor $\eta_{fi,t}$, den Querschnittsabmessungen b oder h , dem Mindestabstand der Längsbewehrung u_s und dem Verhältnis von Stegdicke e_w zur Flanschdicke e_f nach Tab. 4.2.2 klassifiziert werden.

Zunächst ist zu prüfen, ob der Bewehrungsgrad den Bedingungen nach [4-1-2], Abschnitt 4.2.3.3(2) genügt:

$$\frac{A_s}{A_c + A_s} = \frac{19,6}{731,4 + 19,6} = 2,6\% \quad \left\{ \begin{array}{l} \geq 1\% \\ \leq 6\% \end{array} \right\}$$

Mit Tab. 4.2.2 ist für die vorliegende Stütze nachzuweisen, dass die Mindestquerschnittsabmessungen min. h und min. b , der Mindestabstand min. u_s der Bewehrung und das Mindestverhältnis von Steg- zu Flanschdicke min. (e_w/e_f) in Abhängigkeit von der geforderten Feuerwiderstandsklasse und dem vorliegenden Ausnutzungsgrad $\eta_{fi,d}$ eingehalten sind. Der Ausnutzungsgrad ergibt sich zu:

$$\eta_{fi,d} = \frac{E_{fi,t}}{R_d} = \frac{1450}{4189,2} = 0,35$$

Die einzuhaltenden Querschnittseigenschaften werden für die Feuerwiderstandsklasse R90 der Tab. 4.2.2 entnommen. Dabei muß in Bezug auf den Ausnutzungsgrad zwischen den Werten der Zeile 1 und 2 interpoliert werden:

R90

erforderliche Werte

vorhandene Werte

min. h bzw. min. $b = 300 \text{ mm}$

300 mm

min. $u_s = 50 \text{ mm}$

50 mm

min. $(e_w/e_f) = 0,55 \text{ mm}$ (interpoliert)

11/19 = 0,58

Die Stütze erfüllt damit die Anforderungen der Feuerwiderstandsklasse R90.

4. Brandschutz im Verbundbau

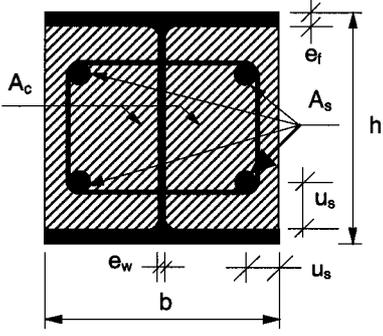
		Feuerwiderstandsklasse			
		R30	R60	R90	R120
1	für den Ausnutzungsfaktor $\eta_{fl,t} = 0,3$				
1.1	min h und min b [mm]	160	260	300	300
1.2	min u_s [mm]	40	40	50	60
1.3	min (e_w / e_f)	0,6	0,5	0,5	0,7
2	für den Ausnutzungsfaktor $\eta_{fl,t} = 0,5$				
2.1	min h und min b [mm]	200	300	300	-
2.2	min u_s [mm]	35	40	50	-
2.3	min (e_w / e_f)	0,6	0,6	0,7	-
3	für den Ausnutzungsfaktor $\eta_{fl,t} = 0,7$				
3.1	min h und min b [mm]	250	300	-	-
3.2	min u_s [mm]	30	40	-	-
3.3	min (e_w / e_f)	0,6	0,7	-	-

Abb.: 4.6 - Mindestquerschnittsabmessungen min. h und min. b , Mindestabstand min. u_s der Bewehrung und Mindestverhältnis von Steg- zu Flanschdicke min. (e_w/e_f) von Verbundstützen mit Kammerbeton

4.3 Nachweisstufe 2 - vereinfachtes Verfahren

4.3.1 Bemessung eines Stahlträgers im Brandfall [6]

Im folgenden Beispiel wird die brandschutztechnische Bemessung eines Stahlträgers in einem Geschäfts- und Warenhaus vorgeführt. Es handelt sich um einen beidseitig gelenkig gelagerten Einfeldträger mit einer Stützweite von 12 m. Der Träger soll der Einfachheit halber im Rahmen dieses Beispiels nicht schubfest mit der Stahlbetonplatte verbunden werden. Er ist durch Gleichstreckenlasten beansprucht und wegen der aufliegenden Platte im Brandfall als dreiseitig beflammt anzusehen. Als Brandschutzanforderung wird sowohl die Feuerwiderstandsklasse R30 wie auch R90 untersucht.

Als Brandschutzmaßnahmen werden zwei Möglichkeiten betrachtet:

- Kastenförmige Verkleidung aus Gipskarton-Feuerschutzplatten
- Profilfolgende Putzverkleidung.

Querschnittswerte und Werkstoffeigenschaften:

- Materialkennwerte: $f_{yd} = 23,5/1,0 = 23,5 \text{ kN/cm}^2$, $E_a = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- Querschnittswerte: Walzprofil, IPE 550, S 235, Querschnittsklasse 1

$$\begin{aligned}
 A_a &= 134 \text{ cm}^2 & W_{pl,y} &= 2788 \text{ cm}^3 \\
 h &= 550 \text{ mm} & b &= 210 \text{ mm} & t_w &= 11,1 \text{ mm} \\
 t_f &= 17,2 \text{ mm} & r &= 24 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Belastungen:

ständig: $g_k = 13,60 \text{ kN/m}$

veränderlich: $p_k = 7,50 \text{ kN/m}$

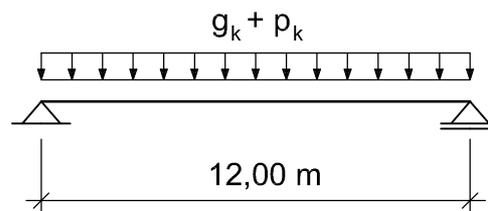


Abb.: 4.7 - Statisches System

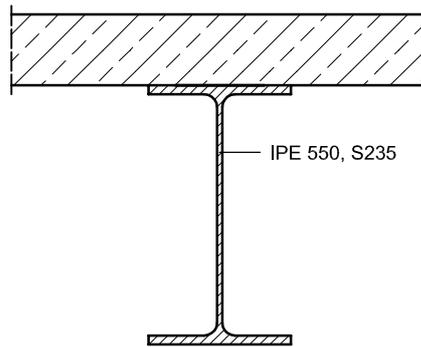


Abb.: 4.8 - Trägerquerschnitt

Tragfähigkeitsnachweis bei Raumtemperatur

Nachweis der Biegemomenten- und Querkrafttragfähigkeit bei Raumtemperatur, Verfahren elastisch-plastisch:

plastische Biegemomentenragfähigkeit:

$$M_{pl,Rd} = \frac{2788 \cdot 23,5 \cdot 10^{-2}}{1,0} = 655,2 \text{ kNm}$$

Wirksame Schubfläche:

$$A_v = 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f = 2 \cdot 210 \cdot 17,2 + (11,1 + 2 \cdot 24) \cdot 17,2 = 8240,5 \text{ mm}^2$$

Querkrafttragfähigkeit:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v f_y}{\gamma_{M0} \sqrt{3}} = \frac{8240,5 \cdot 235}{1,0 \sqrt{3}} \cdot 10^{-3} = 1118 \text{ kN}$$

Nachweis:

Biegemomentenragfähigkeit in Feldmitte:

$$M_{Ed} = (1,35 \cdot 13,60 + 1,50 \cdot 7,50) \frac{12,00^2}{8} = 533,0 \text{ kNm} < M_{pl,Rd} = 655,2 \text{ kNm}$$

Querkrafttragfähigkeit am Auflager:

$$V_{Ed} = (1,35 \cdot 13,60 + 1,50 \cdot 7,50) \frac{12,00}{2} = 177,7 \text{ kN} < V_{pl,Rd} = 1118 \text{ kN}$$

Der Tragfähigkeitsnachweis bei Raumtemperatur ist erfüllt. Eine Momenten-Querkraft-Interaktion ist hier nicht notwendig.

Tragfähigkeitsnachweis im Brandfall

Einwirkungen im Brandfall:

Hinsichtlich der mechanischen Einwirkungen im Brandfall gelten die Kombinationsregeln für außergewöhnliche Einwirkungen:

$$E_{d,A} = S \left[\sum G_k + A_d + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum (\psi_{2,i} Q_{k,i}) \right]$$

Der Kombinationsbeiwert $\psi_{1,1}$ für die führende veränderliche Last ergibt sich für Geschäfts- und Warenhäuser zu 0,8.

Beanspruchungen im Brandfall:

Biegemoment in Feldmitte:

$$M_{fi,d} = (13,6 + 0,8 \cdot 7,5) \frac{12,00^2}{8} = 352,8 \text{ kNm}$$

Querkraft am Auflager:

$$V_{fi,d} = (13,6 + 0,8 \cdot 7,5) \frac{12,00}{2} = 117,6 \text{ kN}$$

Die Brandbeanspruchung ergibt sich aus den Anforderungen der Feuerwiderstandsklasse R30 bzw. R90 zu 30 bzw. 90 Minuten Branddauer nach der Einheits-Temperaturzeitkurve.

Berechnung der Stahltemperaturen:

Zur Berechnung der Erwärmung des verkleideten Stützenquerschnittes wird das Berechnungsverfahren nach [3-1-2] angewendet. Danach ergibt sich der Temperaturanstieg $\Delta\theta_{a,t}$ eines verkleideten Stahlbauteils wie folgt:

$$\Delta\theta_{a,t} = \frac{\lambda_p \frac{A_p}{V}}{d_p c_a \rho_a} \frac{(\theta_{g,t} - \theta_{a,t})}{\left(1 + \frac{\phi}{3}\right)} \Delta t - \left(e^{\frac{\phi}{10}} - 1\right) \Delta\theta_{g,t} \quad \text{jedoch} \quad \Delta\theta_{a,t} \geq 0$$

Dabei bedeuten:

$\frac{A_p}{V}$ der Profilmfaktor des verkleideten Stahlbauteils

A_p die Fläche des Brandschutzmaterials, bezogen auf die Bauteillänge

V das Volumen des Bauteils pro Längeneinheit

c_a spezifische Wärme von Stahl [J/(kg K)]

c_p spezifische Wärme des Brandschutzmaterials [J/(kg K)]

d_p Dicke des Brandschutzmaterials [m]

Δt das Zeitintervall [Sekunden] ≤ 30 Sek.

$\theta_{a,t}$ die Stahltemperatur zum Zeitpunkt t

4. Brandschutz im Verbundbau

$\theta_{g,t}$ die Temperatur der umgebenden Luft zum Zeitpunkt t

$\Delta\theta_{g,t}$ der Anstieg der Umgebungstemperatur während des Zeitintervalls Δt

λ_p die Wärmeleitfähigkeit des Brandschutzmaterials [W/(m K)]

ρ_a die Dichte des Stahls [kg/m³]

ρ_p die Dichte des Brandschutzmaterials [kg/m³]

Berechnet werden die unterschiedlichen Verläufe der Erwärmung für das verkleidete Walzprofil IPE 550 in Abhängigkeit der Branddauer. Dieses kann mit Hilfe eines kleinen Rechenprogrammes oder mit den sog. Euronomogrammen erfolgen.

	R 30	R 90
<u>GKF-Platte nach DIN 18180:</u> DIN 4102-4 / Tab. 90 $A_p/V = 98 \text{ m}^{-1}$	$\Leftrightarrow d = 12,5 \text{ mm}$	$\Leftrightarrow d = 2 \cdot 15 = 30 \text{ mm}$
<u>Putz IVa/IVb nach DIN 18850-2</u> DIN 4102-4 / Tab. 92 $A_p/V = 128 \text{ m}^{-1}$	$\Leftrightarrow d = 5 \text{ mm}$ $D_{\text{ges}} = 5 + 10 = 15 \text{ mm}$	$\Leftrightarrow d = 15 \text{ mm}$ $D_{\text{ges}} = 15 + 10 = 25 \text{ mm}$
Bei den Putzbekleidungen ergibt sich die tatsächliche Dicke D_{ges} aus der rechnerischen Dicke d zuzüglich eines konstruktiven Zuschlages (s. NAD); $\min D_{\text{ges}} \geq 15\text{mm}$.		

Abb.: 4.9 - Gewählte Verkleidungsdicken d [mm] in Abhängigkeit von der Art der Verkleidung und der angestrebten Feuerwiderstandsklasse

Die rechnerischen Verkleidungsdicken d werden zunächst in Anlehnung an die bisherigen Regelungen der DIN 4102, Teil 4 angenommen. Die thermischen Materialkennwerte entsprechen dem NAD, siehe Tab. 4.3.1, wobei der Feuchtigkeitsgehalt konservativ zu Null angenommen wurde. Der Profilkfaktor ist als Verhältnis von brandbeanspruchter Oberfläche A_p zum Volumen V des Stahlbauteils definiert. Beispiele für die Ermittlung des Profilkfaktors bei I-Profilen zeigt Tab. 4.3.1.

4. Brandschutz im Verbundbau

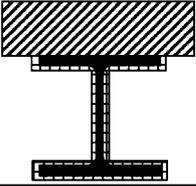
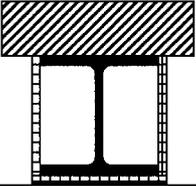
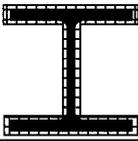
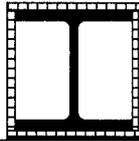
Brandbeanspruchung	dreiseitig		allseitig	
Art der Bekleidung	profilfolgend	kastenförmig	profilfolgend	kastenförmig
				
Profilmfaktor $A_p/V =$	$\frac{\text{Mantelfläche} - b}{A}$	$\frac{2h + b}{A}$	$\frac{\text{Mantelfläche}}{A}$	$\frac{2h + 2b}{A}$

Abb.: 4.10 - Ermittlung des Profilmfaktors $\frac{A_p}{V}$ [m^{-1}]

Brandschutzmaterial	Wärmeleitfähigkeit λ_p [$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$]	Spezifische Wärme c_p [$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$]	Dichte ρ_p [kg/m^3]	
Putze	Mörtelgruppe P II, PIV a,b,c nach DIN 18550 Teil 2	0,12	1100	550
	Vermiculite- und Perlite-mörtel nach DIN 4102-4 Abschn. 3.1.6.5	0,12	1100	550
Platten	Gipskarton-Feuerschutz-Platten (GKF) nach DIN 18180	0,20	1700	945

Abb.: 4.11 - Thermische Materialkennwerte von Brandschutzverkleidungen

Profilmfaktor für Verkleidung mit GKF-Platten:

$$\frac{A_p}{V} = \frac{(2 \cdot 55 + 21)}{134} \cdot 10^2 = 98 \text{ m}^{-1}$$

Profilmfaktor für Verkleidung mit Putz:

$$\frac{A_p}{V} \approx \frac{(2 \cdot 55 + 3 \cdot 21 - 2 \cdot 1,11)}{134} \cdot 10^2 = 128 \text{ m}^{-1}$$

4. Brandschutz im Verbundbau

Nachweis auf Temperaturebene (θ_{cr} - Verfahren)

Beim Nachweis auf Temperaturebene ist nachzuweisen, dass die höchste im Brandfall auftretende Stahltemperatur $\theta_{a,max}$ unterhalb der kritischen Stahltemperatur θ_{cr} bleibt. Die kritische Stahltemperatur θ_{cr} ergibt sich in Abhängigkeit vom Ausnutzungsgrad. Der Ausnutzungsgrad $\eta_{fi,t}$ darf wie folgt bestimmt werden:

$$\eta_{fi,t} = \frac{E_{fi,d,t}}{R_d}$$

In diesem Beispiel ergibt sich der Ausnutzungsgrad aus den Biegemomenten des Trägers:

$$\eta_{fi,t} = \frac{E_{fi,d,t}}{R_d} = \frac{M_{fi,d,t}}{M_{fi,Rd,0}}$$

Das im Brandfall wirkende Biegemoment $M_{fi,d} = 352,8$ kNm wurde bereits ermittelt. Die Biegemomententragfähigkeit im Brandfall zum Zeitpunkt $t = 0$ ist zu ermitteln.

$$M_{fi,Rd,0} = W_{pl} f_y k_{y,\theta,max} \frac{1}{\gamma_{M,fi}}$$

mit $k_{y,\theta,max} = 1,0$ für $\theta = 20^\circ\text{C}$ zum Zeitpunkt $t = 0$;
wobei der Teilsicherheitsbeiwert für den Werkstoff $\gamma_{M,fi} = 1,0$ gesetzt wird.

Biegemomententragfähigkeit:

$$M_{fi,20^\circ\text{C},Rd} = W_{pl} f_y \frac{1}{\gamma_{M,fi}} = 2788 \cdot 23,5 \frac{1}{1,0 \cdot 100} = 655,2 \text{ kNm}$$

Ausnutzungsgrad:

$$\eta_{fi,t} = \mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}} = \frac{352,8}{655,2} = 0,54$$

Anmerkung: μ_0 nach DIN 4102-4

Die kritische Temperatur $\theta_{a,cr}$ ergibt sich zu:

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[\frac{1}{0,9674 \cdot \mu_0^{3,833}} - 1 \right] + 482 = 39,19 \ln \left[\frac{1}{0,9674 \cdot 0,540^{3,833}} - 1 \right] + 482 = 572^\circ\text{C}$$

Die maximal auftretende Bauteiltemperatur muss unterhalb der kritischen Temperatur von 572°C bleiben, um die geforderte Feuerwiderstandsklasse zu gewährleisten. Aus der Berechnung der Stahltemperaturen, siehe Abb. 4.3.1 und 4.3.1, ergibt sich als höchste Stahltemperatur für die lt. Abb. 4.3.1 gewählten Parameter:

$$\begin{aligned} \theta_{a,max} &= 530^\circ\text{C} \text{ (R90, GKF-Platten } d = 20 \text{ mm)} \\ \theta_{a,max} &= 584^\circ\text{C} \text{ (R90, Putzverkleidung } d = 15 \text{ mm)} \\ \theta_{a,max} &= 313^\circ\text{C} \text{ (R30, GKF-Platten } d = 12,5 \text{ mm)} \\ \theta_{a,max} &= 509^\circ\text{C} \text{ (R30, Putzverkleidung } d = 5 \text{ mm)} \end{aligned}$$

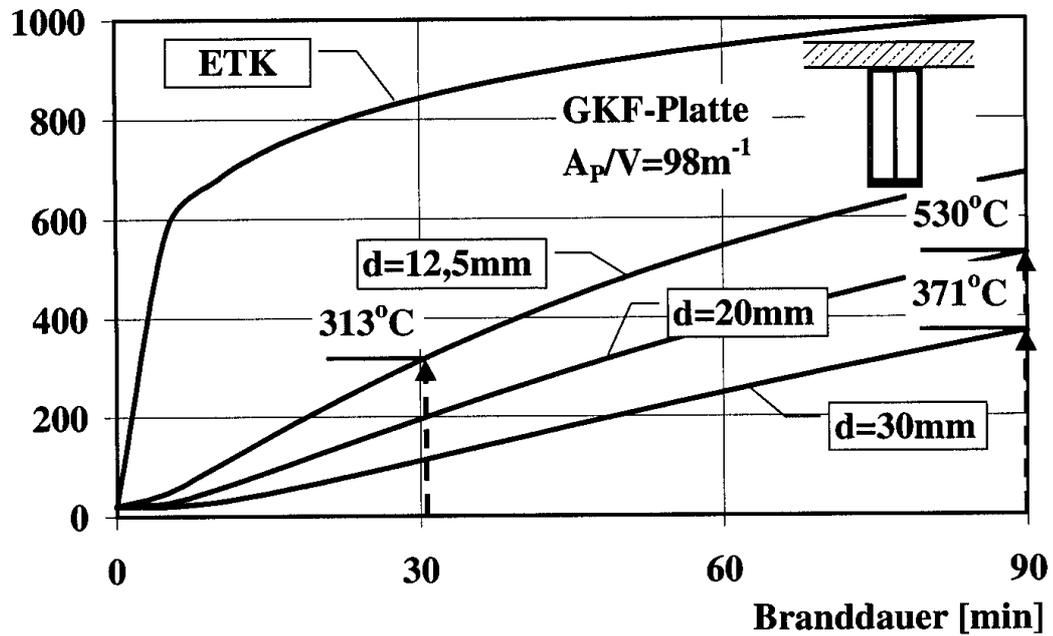


Abb.: 4.12 - Erwärmungskurven für den Trägerquerschnitt mit GKF-Platten; Kurvenparameter: Dicke d der Verkleidung

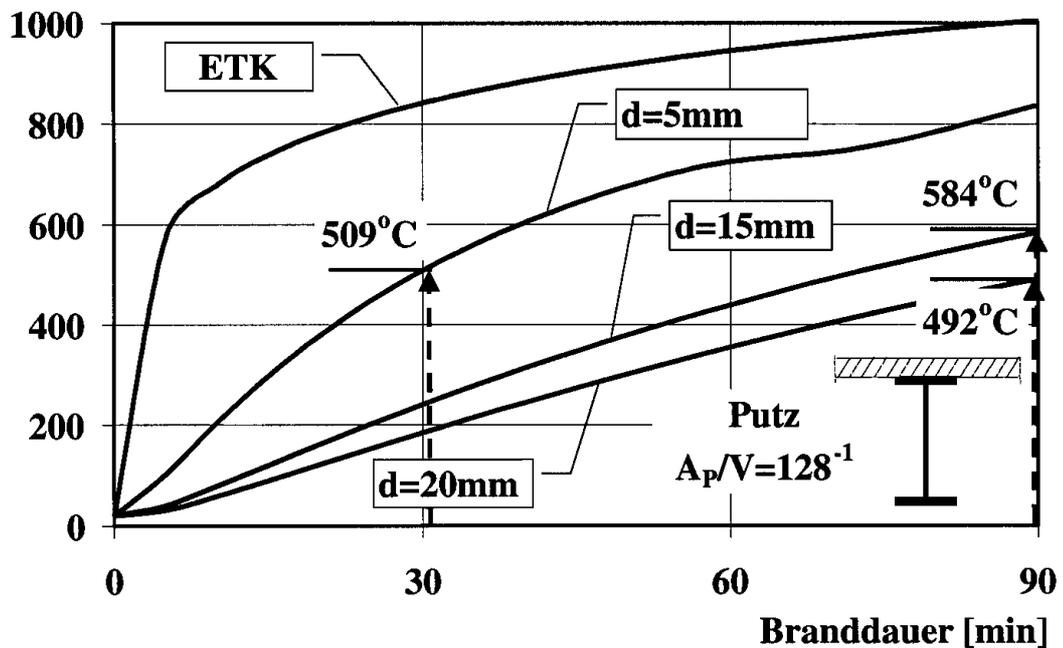


Abb.: 4.13 - Erwärmungskurven für den Trägerquerschnitt mit Putz; Kurvenparameter: Dicke d der Verkleidung

4. Brandschutz im Verbundbau

Der Brandschutznachweis ist mit

$$\theta_{a,max} = 530^{\circ}\text{C} < \theta_{a,cr} = 572^{\circ}\text{C}$$

sowohl für die GKF-Plattenverkleidung als auch für die Putzverkleidung mit den jeweiligen Verkleidungsdicken in den Feuerwiderstandsklassen R30 und R90 erfüllt. Für die 15 mm dicke Putzverkleidung ist der Nachweis für die Feuerwiderstandsklasse R90 nicht erbracht, da die maximale Bauteiltemperatur $\theta_{a,max} = 584^{\circ}\text{C}$ größer als die kritische Temperatur ist.

Nachweis auf Tragfähigkeitsebene:

Beim Nachweis auf Tragfähigkeitsebene wird im Brandfall der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit geführt:

$$E_{fi,d,t} \leq R_{fi,d,t}$$

Im vorliegenden Beispiel ist der Nachweis für die Biegemomente in dem Träger zu führen:

$$M_{fi,d} \leq M_{b,fi,Rd,t}$$

Die Biegemomententragfähigkeit im Brandfall zum Zeitpunkt t ist in Abhängigkeit von den dann herrschenden Stahltemperaturen zu ermitteln. Für die Bemessung wird die maximale Stahltemperatur maßgebend. Die maximale auftretende Bauteiltemperatur für den verkleideten Träger ist $\theta_{a,max} = 530^{\circ}\text{C}$; siehe dazu die Erwärmungsverläufe gemäß den Abb. 4.3.1 und 4.3.1 für die Verkleidungsdicken nach Tab. 4.3.1. Die Biegemomententragfähigkeit unter erhöhter Temperatur ergibt sich aus:

$$M_{fi,90,Rd} = M_{pl,Rd,20^{\circ}\text{C}} k_{y,530^{\circ}\text{C}} \frac{\gamma_{M,1}}{\gamma_{fi}} \frac{1}{\kappa_1 \kappa_2}$$

Der Einfluss der erhöhten Stahltemperatur auf die Festigkeitseigenschaften von Baustahl wird in Abb. 4.3.1 deutlich.

In Abhängigkeit von $\theta_{a,max}$ werden die Abminderungsfaktoren $k_{y,\theta}$ und $k_{E,\theta}$ (linear interpoliert) abgelesen:

$$k_{y,530^{\circ}\text{C}} = 0,69 \quad \text{und} \quad k_{E,530^{\circ}\text{C}} = 0,51$$

Es ergeben sich für $\theta_a = 530^{\circ}\text{C}$ folgende Materialkennwerte:

$$f_{y,530^{\circ}\text{C}} = k_{y,530^{\circ}\text{C}} f_y = 0,69 \cdot 23,5 = 16,2 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{a,530^{\circ}\text{C}} = k_{E,530^{\circ}\text{C}} E = 0,51 \cdot 21000 = 10710 \text{ kN/cm}^2$$

Der Einfluss der Lagerungsbedingungen und der ungleichförmigen Temperaturverteilung über den Querschnitt wird durch die Anpassungsfaktoren κ berücksichtigt. Der Träger ist an den Auflagern statisch bestimmt gelagert und liegt unter der Stahlbetonplatte (dreiseitig beflammt). Der Anpassungsfaktor ist Tab. 4.3.1 zu entnehmen: $\kappa = 1,0$

$$M_{fi,90,Rd} = M_{pl,Rd,20^{\circ}\text{C}} k_{y,530^{\circ}\text{C}} \frac{\gamma_{M,1}}{\gamma_{fi}} \frac{1}{\kappa} = 655,2 \cdot 0,69 \frac{1,0}{1,0} = 452,1 \text{ kNm}$$

4. Brandschutz im Verbundbau

Nachweis:

$$M_{fi,d} = 352,8 \text{ kNm} < 450,8 \text{ kNm} = M_{b,fi,Rd,d}$$

Der Nachweis der Tragfähigkeit im Brandfall ist erbracht.

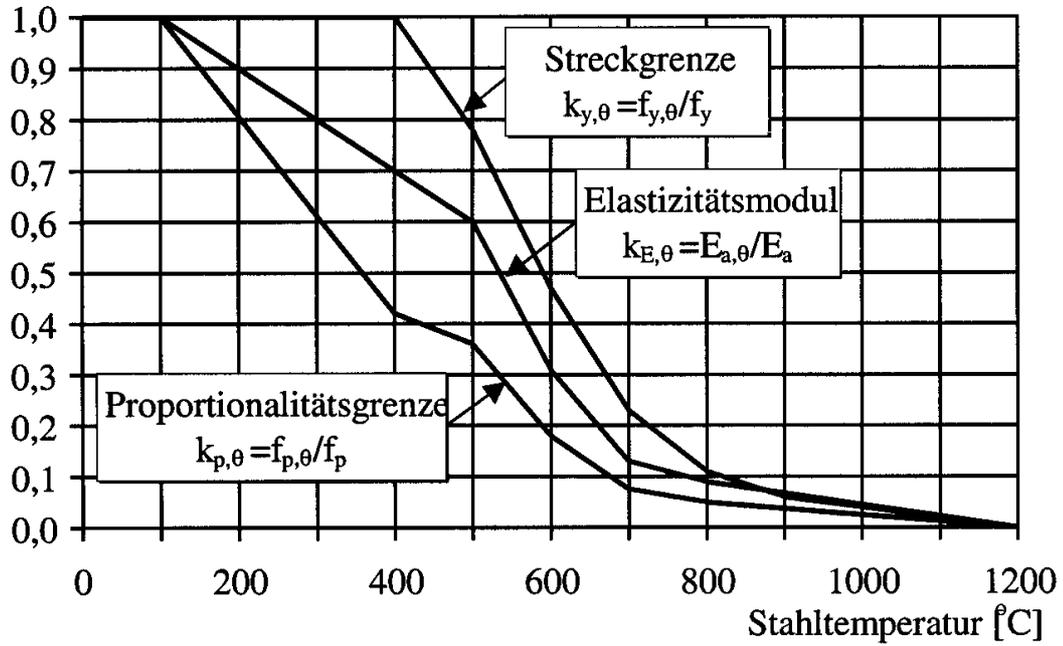


Abb.: 4.14 - Abhängigkeit der Streckgrenze, der Proportionalitätsgrenze und des Elastizitätsmoduls von der Temperatur

4. Brandschutz im Verbundbau

	Statisches System	Beflammung	Anpassungs- faktor κ
Träger	Einfeldträger (statisch bestimmt)	allseitig	1,0
		dreiseitig mit Beton- oder Verbunddeckenplatte	1,0*)
	statisch unbestimmte Träger	allseitig	0,8
		dreiseitig mit Beton- oder Verbunddeckenplatte	0,8*)
Stützen	alle Lagerungs- bedingungen	allseitig	1,2
Zugglieder	-	allseitig	1,0

*) durch NAD gegenüber EC3-1-2 geändert

Abb.: 4.15 - Anpassungsfaktoren $\kappa = \kappa_1 \kappa_2$ nach [3-1-2]

LITERATURVERZEICHNIS

Normen:

- [1] ÖNORM EN 1990, Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung (März 2003)
- [2-1-1] ÖNORM EN 1992, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken
Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau (Dezember 2004)
- [3-1-1] ÖNORM EN 1993, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau (Mai 2005)
- [3-1-2] ÖNORM EN 1993, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-2: Tragwerksbemessung für den Brandfall
- [3-1-3] ÖNORM EN 1993, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-3: Kaltgeformte dünnwandige Stahlteile und Bleche
- [3-1-5] ÖNORM EN 1993, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-5: Bauteile aus ebenen Blechen mit Beanspruchungen in Blechebene
- [3-1-5] ÖNORM EN 1993, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-5: Bauteile aus ebenen Blechen mit Beanspruchungen in Blechebene
- [4-1-1] ÖNORM EN 1994, Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau, inkl. NAD (Juni 2005)
- [4-1-2] ÖNORM EN 1994, Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken
Teil 1-1: Allgemeine Regeln Tragwerksbemessung im Brandfall (juni 2004)

Literatur:

- [5] Studienblätter zur Vorlesung Stahlbau 2, O.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Josef Fink
Institut für Tragkonstruktionen, TU-Wien
- [6] Stahlbaukalender 2001, Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann
Brandschutzbemessung im Verbundbau, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- [7] Stahlbaukalender 2005, Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann
Bemessung von Stahlbetonverbundtragwerken, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- [8] Stahlbau 2, Prof. Dr.-Ing. Wolfram Lohse
Verbundkonstruktionen des Hochbaus, Teubner-Verlag, Stuttgart