



Diplomarbeit

Auswirkungen von Unsicherheiten auf das mechanische Verhalten von Gewebelaminaten

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Priv. Doz. Dipl. Ing. Dr. techn. Dieter Pahr

E 317

Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Andreas Lobner

0525145

Wehlistrasse 59/11/25 , 1200 Wien

Wien, im November 2009

Unterschrift (Andreas Lobner)

Kurzfassung

Faserverstärkte Kunststoffe finden in technischen Anwendungen einen immer stärkeren Einsatz. Eine besondere Gruppe der faserverstärkten Kunststoffe sind Gewebelamine, ein Geflecht aus Kohlefaserbündeln, welche vor allem im Bereich des Flugzeugbaus ihre Anwendung finden. Die makromechanischen Eigenschaften der Gewebelamine sind sowohl von den geometrischen Abmessungen und topologischen Anordnungen der Faserbündel auf Mikro- und Mesoskala als auch von den Materialeigenschaften der Einzelkomponenten abhängig. Diese zahlreichen Parameter ermöglichen einerseits das gezielte Entwerfen von Werkstoffen mit gewünschten mechanischen Eigenschaften. Andererseits verursachen viele Parameter auch eine hohe Streuung der mechanischen Eigenschaften.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden die Auswirkungen der geometrischen Abmessungen der Faserbündel und der Materialeigenschaften der Einzelkomponenten eines 3 schichtigen 2/2 Twill Gewebelaminates auf ihre Steifigkeit und Festigkeit untersucht. Die quantitativen Auswirkungen von Geometrie und Materialeigenschaften des Gewebelaminates werden mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente bestimmt und graphisch durch „Response Surfaces“ dargestellt. Aus diesen gewonnenen Informationen werden mechanische Erklärungsmodelle für das Verhalten des Gewebelaminates erstellt und praktische Vorschläge für die Optimierung des untersuchten Gewebelaminates ausgearbeitet.

Die Bestimmung der Streuung der makromechanischen Eigenschaften des Gewebelaminates erfolgt durch 100 Finite Elemente Simulationen, wobei die geometrischen Abmessungen und Materialeigenschaften der Einzelkomponenten zufällig nach dem „Latin Hypercube“ Konzept streuen. Die dafür zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsfunktionen basieren auf mehreren durchgeführten Mikroschliffproben eines 2/2 Twill Kohlestofffaser-Gewelaminats. Aus diesen gewonnenen Informationen wird der notwendige Sicherheitsfaktor für die Berücksichtigung aller Unsicherheiten des Gewebelaminates berechnet und jene Parameter identifiziert mit welchen eine signifikante Reduktion des Sicherheitsfaktors bei der Verringerung ihrer Streuungen möglich ist.

Abstract

Fiber reinforced plastics are used in many technical applications. A special part of fiber reinforced plastics are woven fabric laminates which are frequently used in the aircraft industry. The macromechanical properties of woven fabric laminates depend on geometrical dimensions and topological configurations of the fiber bundles as well as on material properties of the single constituents. On the one hand several parameters allow a proper material design with optimized macromechanical properties but on the other hand numerous parameters may cause a large statistical spread of macromechanical properties.

The present work analyzes the influence on the stiffness and the strength of geometrical dimensions of fiber bundles and material properties of a 2/2 Twill woven fabric laminate composed of three layers. The quantitative influence of the geometrical dimensions and material properties of the woven fabric laminate are determined by using the finite element method and are visualized with the help of response surfaces. Response surfaces provide the information to create an explanatory model of the mechanical behavior and to optimize the woven fabric laminate.

Numerous parameters may cause a large statistical spread of macromechanical properties, which is determined based on 100 finite element simulations. The geometrical dimensions and material properties are randomly distributed for these simulations and the probability distribution is based on data obtained by light microscopy. The randomly distributed parameters are created with the “Latin Hypercube” concept. The result is a failure safety factor. In conclusion all parameters which reduce the safety factor are identified.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
1.1.	Faserverstärkte Kunststoffe	1
1.2.	Unsicherheiten eines 2/2 Twill Gewebelaminates.....	3
1.3.	Aufgabenstellung und Literaturübersicht	3
2.	Parametrisierung des Gewebelaminats.....	5
2.1.	Parametrisierung der Einheitszelle einer Lamineinzelschicht.....	5
2.1.1.	Beschreibung der Geometrie einer Lamineinzelschicht	6
2.1.2.	Beschreibung der Materialeigenschaften einer Lamineinzelschicht	11
2.2.	Parametrisierung der Einheitszelle des Gewebelaminates (3 Lamineinzelschichten).....	16
3.	Finite Elemente Modell	18
3.1.	Geometrieerstellung	18
3.2.	Vernetzung	18
3.3.	Randbedingungen.....	22
3.3.1.	Periodische Randbedingungen	22
3.3.2.	Belastungssteuerung.....	22
3.4.	Linearisierung.....	23
4.	Angewandte Methoden und Modelle zur Ergebnisauswertung.....	25
4.1.	Maße für die Festigkeitsbewertung	25
4.1.1.	Beurteilung der Festigkeit der Rovinge.....	25
4.1.2.	Beurteilung der Festigkeit der Matrix	26
4.2.	Statistische Regressionsmodelle und Interpolationsmodelle.....	28
4.2.1.	Lineares und quadratisches Regressionsmodell	28
4.2.2.	Interpolation mit Hilfe radialer Basisfunktionen.....	29
4.3.	Statistische Kennzahlen und Methoden für die Robustheitsbewertung	30
4.3.1.	Statistische Kennzahlen.....	30
4.3.2.	Latin Hypercube Verfahren.....	31
5.	Ergebnisauswertung: Zuglastfall	32
5.1.	Voruntersuchung: Spannungsunterschiede in den Einzelschichten	32
5.2.	Response Surfaces bei Variation der Designvariablen.....	34
5.2.1.	Response Surface bei Variation der Modellierungsparameter	34
5.2.2.	Response Surface bei Variation der Fertigungsparameter.....	39
5.2.3.	Response Surface bei Variation der Materialparameter	42
5.2.4.	Response Surface bei Variation der Verschiebung der mittleren Schicht.....	46

5.2.5.	Zusammenfassung:	50
5.3.	Robustheitsbewertung	55
5.3.1.	Steifigkeitsbewertung	55
5.3.2.	Festigkeitsbewertung der Matrix	56
5.3.3.	Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	57
5.3.4.	Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	59
5.4.	Zusammenfassung und Verbesserungsvorschläge	61
6.	Ergebnisbewertung: Schublastfall	64
6.1.	Voruntersuchung: Spannungsunterschiede in den Einzelschichten	64
6.2.	Response Surface	66
6.2.1.	Response Surface bei Variation der Modellierungsparameter	66
6.2.2.	Response Surface bei Variation der Fertigungsparameter.....	70
6.2.3.	Response Surface bei Variation der Materialparameter	73
6.2.4.	Response Surface bei Variation der Verschiebung der mittleren Schicht.....	76
6.2.5.	Zusammenfassung:	79
6.3.	Robustheitsbewertung	82
6.3.1.	Steifigkeitsbewertung	82
6.3.2.	Festigkeitsbewertung der Matrix	83
6.3.3.	Festigkeitsbewertung der Rovinge	84
6.4.	Zusammenfassung und Verbesserungsvorschläge	86
7.	Zusammenfassung	89
	Anhang: Periodische Randbedingungen.....	92
	Abbildungsverzeichnis	95
	Tabellenverzeichnis.....	98
	Literaturverzeichnis.....	99

1. Einleitung

1.1. Faserverstärkte Kunststoffe

Der Stellenwert und die Anwendungshäufigkeit von faserverstärkten Kunststoffen sind in den letzten Jahren rapide gestiegen und eine Trendumkehr ist in den nächsten Jahren nicht zu erwarten. Die Anwendungsgebiete dieser Werkstoffgruppe umfassen sowohl den technisch sehr anspruchsvollen Flugzeugbau als auch Massenfertigungsbauteile im Bereich des Fahrzeugbaus, der Sportartikel und Prothetik. Aber auch im nicht klassischen Maschinenbau wie zum Beispiel der Architektur werden faserverstärkte Kunststoffe immer häufiger eingesetzt. Der Grund für diese breite Streuung der Anwendungsfelder liegt in der großen Anzahl von verschiedenartigen faserverstärkten Kunststoffen, welche sich in den mechanischen Eigenschaften, den thermischen Eigenschaften und auch in ihren Material- und Herstellungskosten gravierend unterscheiden. Eine Definition und Klassifizierung der faserverstärkten Kunststoffe ist daher unerlässlich. In Abbildung 1 ist die Größenordnung des spezifische Zugmoduls und der spezifische Festigkeit für verschiedene Materialien dargestellt.

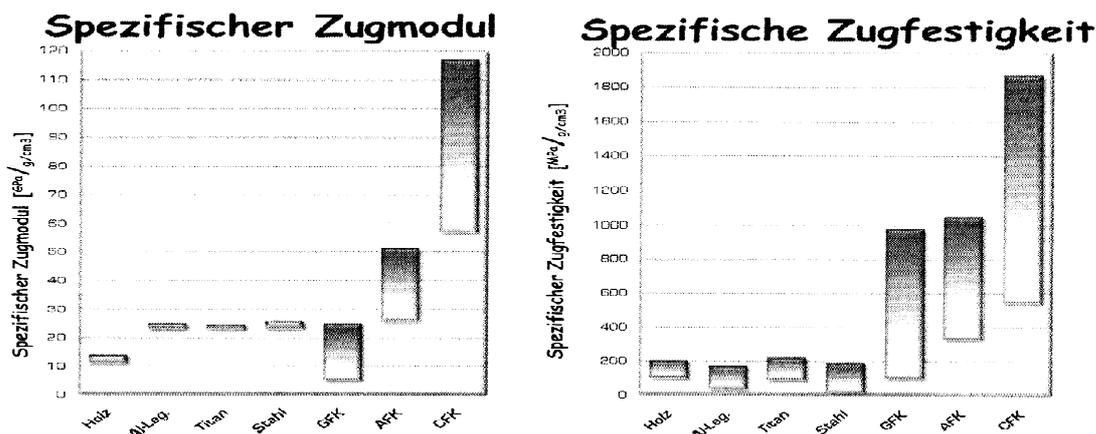


Abbildung 1: Überblick der Materialeigenschaften von faserverstärkten Kunststoffen [2]
GFK.....glasfaserverstärkte Kunststoffe, AFK.....aramidfaserverstärkte Kunststoffe
CFK....kohlestofffaserverstärkte Kunststoffe

Ein faserverstärkter Kunststoff besteht aus einer Verstärkungsphase und einer Bettungsmatrix. Die Verstärkungsphase besteht aus mehreren topologisch nicht zusammenhängenden Faserbündeln (Rovinge) welche eine hohe Steifigkeit und Festigkeit besitzen. Um eine zusammenhängende Struktur zu erhalten, müssen die Faserbündel (Rovinge) in eine Matrix eingebettet werden. Durch die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der Materialien für die Faserbündeln (Rovinge) und der Matrix, der geometrischen Abmessungen und Anordnungen der Faserbündeln (Rovinge) sowie des Volumenanteils der Faserbündeln (Rovinge) innerhalb der Matrix lassen sich Werkstoffe mit verschiedenen mechanischen und thermischen Eigenschaften konstruieren. Häufig eingesetzte Fasermaterialien sind Glasfasern, Kohlestofffasern und Aramidfasern. Während Glasfasern aufgrund ihres geringen Preises vorwiegend in der Massenfertigungsprodukten eingesetzt werden, erfolgt der Einsatz von Kohlestofffasern aufgrund ihrer äußerst hohen Festigkeit, Steifigkeit, geringen Gewichtes und hohen Kosten vorwiegend in der Luft- und Raumfahrtindustrie. Aramidfasern werden häufig eingesetzt um die Kerbschlagzähigkeit des Bauteiles zu erhöhen. Die am häufig eingesetzten geometrischen Anordnungen sind wahllos verteilte Kurzfasern, unidirektionale Fasern und Fasergewebe. Ein Fasergewebe besteht aus längsverlaufenden und querverlaufenden Faserbündeln, wobei diese miteinander verwebt sind. Die einfachste Webform ist die Leinwandbindung, welche in

Abbildung 2 dargestellt ist. Der wesentliche Nachteil der Leinwandbindung ist, dass durch den häufigen Wechsel von Ober- zur Unterseite der Faserbündel diese Webform eine geringe Festigkeit besitzt. Die 2/2 Twill Webform ist in Abbildung 3 dargestellt und unterscheidet sich durch der geringeren Anzahl der Wechsel von Ober- zur Unterseite der Faserbündel, wodurch eine höhere Festigkeit erreicht wird. Eine ausführliche Kategorisierung der Faserverbundwerkstoffe ist in der Literatur [2] und [8] dargestellt. Der im Rahmen dieser Diplomarbeit untersuchte faserverstärkte Kunststoff ist ein 2/2 Twill Fasergewebe, bestehend aus Kohlestofffasern und einer Epoxidharzmatrix.

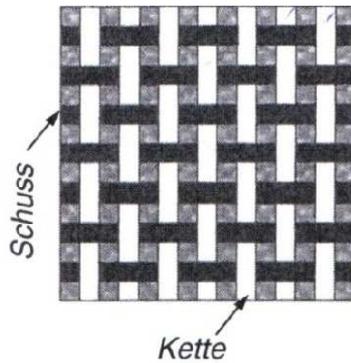


Abbildung 2: Leinwandbindung [2]

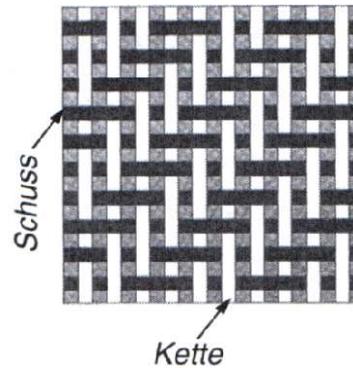


Abbildung 3: 2/2 Twill Gewebe [2]

Eine einzelne Gewebeschnitt besitzt eine Dicke von ca. 0,35-0,40 mm und wäre für viele technische Anwendung zu wenig steif beziehungsweise würde eine zu geringe Festigkeit aufweisen. Aus diesem Grund werden technische Bauteile durch das „übereinanderlegen“ von mehreren Schichten erstellt. Diesen Vorgang nennt man laminieren und die fertige Struktur Laminat. Die Festigkeitsberechnung des Laminats erfolgt für technische Bauteile mittels der Laminattheorie (siehe [3], [9] und [35]). Dabei werden die einzelnen Bestandteile einer Laminatzeile, also die Matrix und die Faserbündeln (Rovinge), nicht detailliert modelliert sondern durch ein Ersatzmodell mit gleichmäßigen homogenen verschmierten Materialeigenschaften ersetzt. Man spricht bei dieser Vorgangsweise auch von der Stufe 1 der Mesomechanik (MESO 1) der Werkstoffe. Allerdings ist die Anwendung der klassischen Laminattheorie auf unidirektionale faserverstärkte Kunststoffe beschränkt. In Gewebelaminaten herrscht aufgrund der Webstruktur in den Rovingen und der Matrix ein inhomogener Spannungszustand. Daher ist für die Bestimmung der Festigkeit und Steifigkeit von Geweben eine detaillierte Modellierung des Gewebelaminates notwendig. Werden die in der Realität inhomogenen Laminatzeile auch vollständig mit jedem einzelnen Faserbündel und der Matrix modelliert, so spricht man von der Stufe 2 der Mesomechanik (MESO 2). Im Ersatzmodell der Makromechanik werden weder die Laminatzeile noch die Komponenten der Laminatzeile detailliert modelliert, sondern das gesamte Laminat wird durch ein Ersatzmodell mit verschmierten homogenen Eigenschaften ersetzt. Die Unterscheidung der Meso1-, Meso2- und Makroebene wird in Abbildung 4 nochmals verdeutlicht.

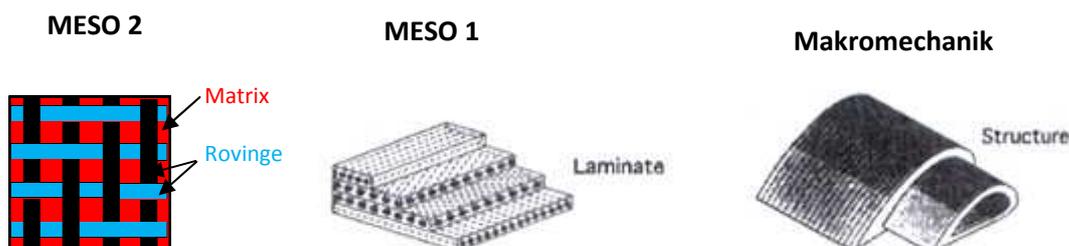


Abbildung 4: Meso1-, Meso2-, Makromechanik [2]

Für die vollständige Materialcharakterisierung sind daher die Beschreibungen der Mesostruktur (Meso1 und Meso2) und der Makrostruktur notwendig. Auf jeder dieser Ebenen lässt sich somit ein Materialdesign bzw. eine Optimierung der Materialeigenschaften vornehmen und mit jeder dieser Ebenen sind Unsicherheiten verbunden, welche im nächsten Abschnitt detailliert erläutert werden.

1.2. Unsicherheiten eines 2/2 Twill Gewebelaminates

Im Rahmen der Durchführung einer technischen Festigkeitsbewertung werden häufig für die Steifigkeiten und der zulässigen Spannungen des verwendeten Materials Mittelwerte aus Experimenten verwendet. Für homogene Werkstoffe wie z.B. Stahl besitzen die Steifigkeit und Festigkeit nur eine sehr geringe Streuung und die Annahme von deterministischen Materialkonstanten ist für viele technische Anwendungen gerechtfertigt. Composite Materialien bestehen aus mehreren Einzelmaterialien und die verschmierte Steifigkeit bzw. Festigkeit des Composites ist von vielen Parametern abhängig. Diese Parameter sind die Materialkennwerte der Einzelmaterialien, die geometrischen Abmessungen der verschiedenen Bestandteile des Composites auf Mesoskala 1 und 2. Einerseits kann jeder dieser Parameter die makromechanischen Eigenschaften des Gewebelaminates gravierend beeinflussen und andererseits können bereits beim Vorhandensein von geringen Streuungen von vielen verschiedenen Parametern diese eine sehr hohe Streuung der makromechanischen Eigenschaften bewirken. Die Beschreibung eines Bauteils auf Makroskala beschreibt die Form des Bauteils und bestimmt maßgeblich die Festigkeit bzw. Steifigkeit des Bauteils. Die Optimierung der makroskopischen Form eines Bauteils ist bereits seit Jahren der Stand der Technik (siehe [10], [11], und [12]), während das gezielte Designen eines Werkstoffes auf mesoskopischer Ebene erst in den letzten Jahren an Bedeutung gewann und sich nach wie vor in stürmischer Entwicklung befindet. Für einen faserverstärkten Kunststoff sind die beschreibenden Parameter auf Mesoskala 1 die Positionierung der Lamineinzelschichten des Gewebelaminates und die beschreibenden Parameter auf Mesoskala 2 sind die geometrischen Abmessungen der Rovinge. Der Lagenwinkel der Lamineinzelschichten wird zur Makroskala zugeordnet, da dieser erst während des Entwerfens der makroskopischen Bauteilgestalt festgelegt wird. Bei der nachfolgenden Untersuchung ist eine Berücksichtigung des Lagenwinkels der Lamineinzelschichten nicht möglich, da das verwendete Konzept der periodischen Einheitszelle nur dann gültig ist, wenn alle Lamineinzelschichten den gleichen Lagenwinkel besitzen. Die beiden Mesoskalen beschreiben nur das Material und sind somit von der Bauteilgeometrie selbst unabhängig. Eine nähere Erläuterung der Geometrieabmessung auf Mesoskala 1 und 2 ist im Abschnitt 2 angegeben.

1.3. Aufgabenstellung und Literaturübersicht

Der Arbeitsinhalt der Diplomarbeit umfasst die Untersuchung der Auswirkungen von geometrischen und materiellen Unsicherheiten auf das Steifigkeits- und Festigkeitsverhalten eines 2/2 Twill Gewebelaminates mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente. Eine detaillierte Darstellung der Methode der Finiten Elemente ist in [7] angegeben. Die geometrischen Abmessungen und ihre Streuungen sollen durch die Untersuchung einer Mikroschliffprobe ermittelt werden. Auf Basis dieser Untersuchungen soll eine repräsentative Einheitszelle im FE Programm ANSYS® Classic Academic Research HPC, V 12.0 von der Firma ANSYS Inc. erstellt werden. Schlussendlich sollen die Auswirkungen jeder einzelnen Designvariable auf das Steifigkeits- und Festigkeitsverhalten für einen

Zug- und einen Schublastfall ermittelt werden, welche durch Response Surfaces visualisiert werden. Allerdings besteht die Aufgabe nicht nur in der quantitativen Ermittlung der Zusammenhänge von den Designvariablen und Antwortgrößen (Steifigkeit bzw. Festigkeit) sondern auch in der qualitativen Erläuterung der strukturmechanischen Hintergründe. Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Ermittlung eines technischen Sicherheitsfaktors mit welchen die theoretisch zulässigen Spannungen aufgrund der Streuung der geometrischen Abmessungen und der Materialparameter abzuwerten sind. Für die Ermittlung des technischen Sicherheitsfaktors bildete sich in der Vergangenheit ein eigenes Wissenschaftsgebiet, welches sich „Robustness Evaluation“ bzw. „Robustheitsbewertung“ nennt.

Die ersten Analysen der strukturmechanischen Eigenschaften von Gewebelaminaten wurden bereits am Ende der 90iger Jahre durchgeführt. In der Arbeit von V. Carvelli und C. Poggi [26] wurden die makroskopische Steifigkeit eines Gewebelaminates mit Hilfe einer Einheitszelle mit der Methode der FEM bestimmt, während in der Veröffentlichung S.P. Ng, K.J. Lau und P.C. Tse [27] die Bestimmung der lokalen Spannungen in der Umgebung von Bohrlöchern im Vordergrund steht. Eine detaillierte Überblick des Wissenschaftsgebiet bis zum Jahr 2004 und die erste Untersuchung von der Auswirkung der Höhe des Gewebelaminates auf die Steifigkeit und Festigkeit ist in [28] von G. Nicoletto und E. Riva, in [29] und [30] von D.H. Pahr und F.G. Rammerstorfer und in [5] von C. Marte enthalten. Die Steigerung der Hardware Ressourcen im letzten Jahrzehnt ermöglicht immer feinere Modelle, womit das Themengebiet sich nach wie vor in stürmischer Entwicklung befindet. 2 kürzlich veröffentlichte Arbeiten von G. Anzelotti, G. Nicoletto, E. Riva [31] und von R.L. Karkkainen, B.V Sankar, J.T. Tzeng [32] geben einen Einblick in das aktuelle Forschungsgebiet. Des weiteren sei auf die Arbeiten [38] und [39] von Lomov et al verwiesen. Weitere Literaturangaben sind in den Referenzlisten der angegebenen Literatur zu finden. Eine Veröffentlichung zur detaillierten Untersuchung der Auswirkungen der geometrischen und materiellen Unsicherheiten auf das mechanische Verhalten von Gewebelaminaten ist dem Autor der vorliegenden Arbeit nicht bekannt.

Die Bestimmung der Auswirkungen von Designvariablen auf eine Antwortgröße nennt sich Sensitivitätsanalyse und wurde bereits in zahlreichen Veröffentlichungen beschrieben (siehe [10], [11], [12] und [6]). Während bei der Durchführung einer Sensitivitätsanalyse die Antwortgrößen bei vorgegeben Parameterkonfigurationen ermittelt werden und durch Interpolation bzw. Regression eine Response Surface gebildet wird, versucht das Wissenschaftsgebiet der Robustheitsbewertung die Realität nachzubilden indem die Designvariablen als Zufallsvariable nach einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion variieren. Theoretische Grundlagen zur Robustheitsbewertung sind in [6], [11], [24] und [25] erläutert, während praktische veröffentlichte Beispiele in [25], [33] und [34] zu finden sind.

2. Parametrisierung des Gewebelaminats

2.1. Parametrisierung der Einheitszelle einer Lamineinzelschicht

Das Konzept der Einheitszelle beruht auf einer sich periodisch wiederholenden Geometrie. Dabei wird davon ausgegangen, dass der zu betrachtende Körper entlang seiner Periodizitätsrichtungen unendlich ausgedehnt ist. Aus diesem unendlich ausgedehnten Körper wird die kleinstmögliche sich periodisch wiederholende Zelle im mechanischen Sinne freigeschnitten. Durch das Freischneiden müssen an den Schnittufern korrekte Randbedingungen definiert werden um eine periodische Verformung der Einheitszelle und einen periodischen Spannungszustand in der Einheitszelle aufzuprägen. Die dazu notwendigen Randbedingungen werden im Abschnitt 3.3 und in der Literatur ([5] und [9]) näher erläutert.

In diesem Abschnitt wird die Einheitszelle einer Lamineinzelschicht für ein $2/2$ Twill Gewebe näher betrachtet. Eine Lamineinzelschicht eines $2/2$ Twill Gewebes besitzt 2 orthogonale Periodizitätsvektoren, welche in Schuss- und Kettrichtung des Gewebes zeigen während in Dickenrichtung des Gewebes keine Periodizität auftritt. Die kleinstmögliche Einheitszelle für ein $2/2$ Twill Gewebe ist in Abbildung 5 dargestellt. Dabei ist die Wahl der Platzierung der Einheitszelle im Gewebe nicht von Bedeutung. Sowohl die in Abbildung 5 durch eine durchgezogene Linie begrenzte Einheitszelle als auch in jeder beliebig anderen Position befindliche Einheitszelle der gleichen Größe, z.B. jene Einheitszelle, welche in Abbildung 5 durch strichlierte Linien gekennzeichnet ist, ist für die Modellierung geeignet. Die beliebige Positionierbarkeit der Einheitszelle im Gewebe ist für die Modellierung eines Gewebelaminates, welches aus mehreren Einzelschichten besteht, von wesentlicher Bedeutung. Da auch die Auswirkung der relativen Positionierung der Lamineinzelschichten zueinander untersucht wird, erfolgt das Freischneiden der Einheitszelle für jede Einzelschicht an unterschiedlicher Stelle. Die Parametrisierung und das Freischneiden eines Gewebelaminates mit 3 Einzelschichten werden in Abschnitt 2.2 näher beschrieben. Die vollständige Charakterisierung der Einheitszelle für eine Lamineinzelschicht erfolgt durch

- die Beschreibung der Geometrie der Lamineinzelschicht
- die vollständige Beschreibung des Materials der Rovinge und der Matrix

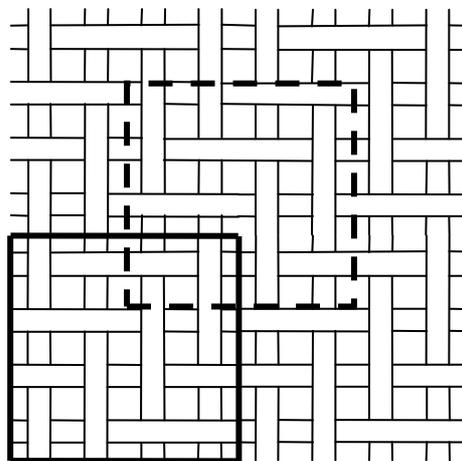


Abbildung 5: Mögliche Positionen einer Einheitszelle innerhalb einer Lamineinzelschicht

2.1.1. Beschreibung der Geometrie einer Laminat einzelschicht

Jede Laminat einzelschicht setzt sich aus längsverlaufenden Rovinge, querverlaufenden Rovinge und die die Rovinge umschließende Matrix zusammen. Für die Bestimmung der geometrischen Abmessungen der Rovinge und der Matrix werden Mikroschliffe eines Kohlestofffaser-Epoxidharz Gewebelaminats mittels der Lichtmikroskopie untersucht. Die Untersuchung einer Mikroschliffprobe des Gewebelaminates erfolgt an 8 verschiedenen Stellen. Exemplarische ist in Abbildung 8 ein Bildausschnitt einer einzelnen Untersuchung mit einer Vergrößerung von 50:1 dargestellt. Deutlich zu erkennen sind die einzelnen Bestandteile des Gewebelaminates, also die Querschnitte der quer zur Schliffrichtung verlaufenden Rovinge, die in Schliffrichtung verlaufenden Rovinge und die Matrix. Die deutliche Abgrenzung der einzelnen Bestandteile ist Voraussetzung für das Ausmessen der geometrischen Designvariablen. In Abbildung 9 ist der Querschnitt der quer zur Schliffrichtung verlaufenden Rovinge mit Hilfe eines weiß dargestellten Polygonzuges umrandet, welcher als Querschnittsfläche der Rovinge für das Finite Elemente Modell und für das Ausmessen der geometrischen Designvariablen verwendet wird. Die Querschnittsfläche der Rovinge weist eine Trapezform auf und ist Abbildung 6 skizziert und vollständig durch 5 Parameter bemaßt, welche allerdings nicht voneinander unabhängig sind. Für die vollständige Bemaßung der Skizze in Abbildung 6 sind 3 voneinander unabhängig Parameter ausreichend und daher ist die Skizze um 2 Parameter überbemaßt. Die Auswahl der voneinander unabhängigen Parameter beeinflusst maßgeblich das Ergebnis einer Sensitivitätsanalyse bzw. Robustheitsanalyse und die voneinander unabhängigen Parameter müssen sinnvoll gewählt werden. Einerseits müssen sie eine physikalische Bedeutung besitzen und andererseits messbar sein. Die Parameter „AF“, „HF“, und „tan(alpha)“ erfüllen die Bedingung der Messbarkeit und besitzen ebenfalls eine physikalische Bedeutung. Der Parameter „HF“ beeinflusst die Höhe der Rovinge bzw. die Höhe des Gewebelaminates und wird während der Fertigung des Gewebelaminates kontrolliert. Auf Grund der Kontrollierbarkeit bzw. Beeinflussbarkeit des Parameters „HF“ wird dieser im Rahmen der Diplomarbeit auch als Fertigungsparameter bezeichnet. Die Designvariable „tan(alpha)“ repräsentiert die Welligkeit der Rovinge, welche während des Fertigungsprozesses nur sehr schwer kontrollierbar bzw. steuerbar ist und daher in die Gruppe der Modellierungsparameter eingereiht wird. Der letzte verbleibende Parameter ist die Querschnittsfläche der Rovinge „AF“ und diese ist während des Herstellungsprozesses des Gewebelaminates nur sehr gering beeinflussbar, wodurch sie ebenfalls in die Gruppe der Modellierungsparameter eingestuft wird. Die mathematischen Beziehungen der verbleibenden Parameter zur Beschreibung der Querschnittsfläche der Rovinge in Abhängigkeit von „AF“, „HF“, „LF“ und „tan(alpha)“ werden durch die Formeln 1 bis 3 ausgedrückt. Die Abstände der einzelnen Rovinge werden ebenfalls mit Hilfe einer Mikroschliffprobe an 6 verschiedenen Stellen ermittelt und die Parametrisierung ist in Abbildung 7 schematisch dargestellt. Der Abstand der Rovinge wird während des Fertigungsprozesses von der Webmaschine gesteuert und ist daher ein Parameter der Gruppe der Fertigungsparameter.

Fertigungsparameter:

- HF.....Höhe der Rovinge
- LF.....Abstand der Rovinge

Modellierungsparameter:

- αWelligkeit der Rovinge
- AFQuerschnittsfläche der Rovinge

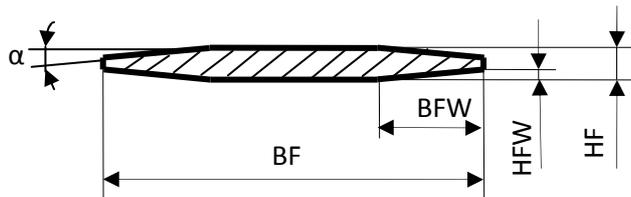


Abbildung 6: Parametrisierung der Querschnittsfläche der Rovinge

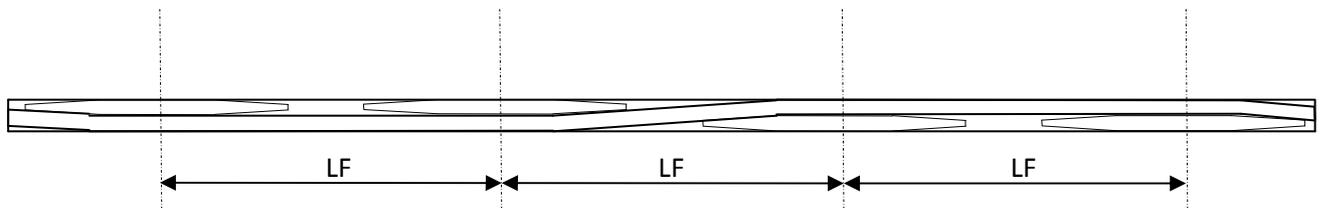


Abbildung 7: Parametrisierung des Pfades der Rovinge

$$BFW = \left(\frac{HF}{\tan(\alpha)} + BF - LF \right) * \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$HFW = \tan(\alpha) * BFW = \tan(\alpha) * \left(\frac{HF}{\tan(\alpha)} + BF - LF \right) * \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$BF = LF - \sqrt{LF^2 - \frac{2*AF}{\tan(\alpha)} - \left(\frac{HF}{\tan(\alpha)} - LF \right)^2} \quad (3)$$

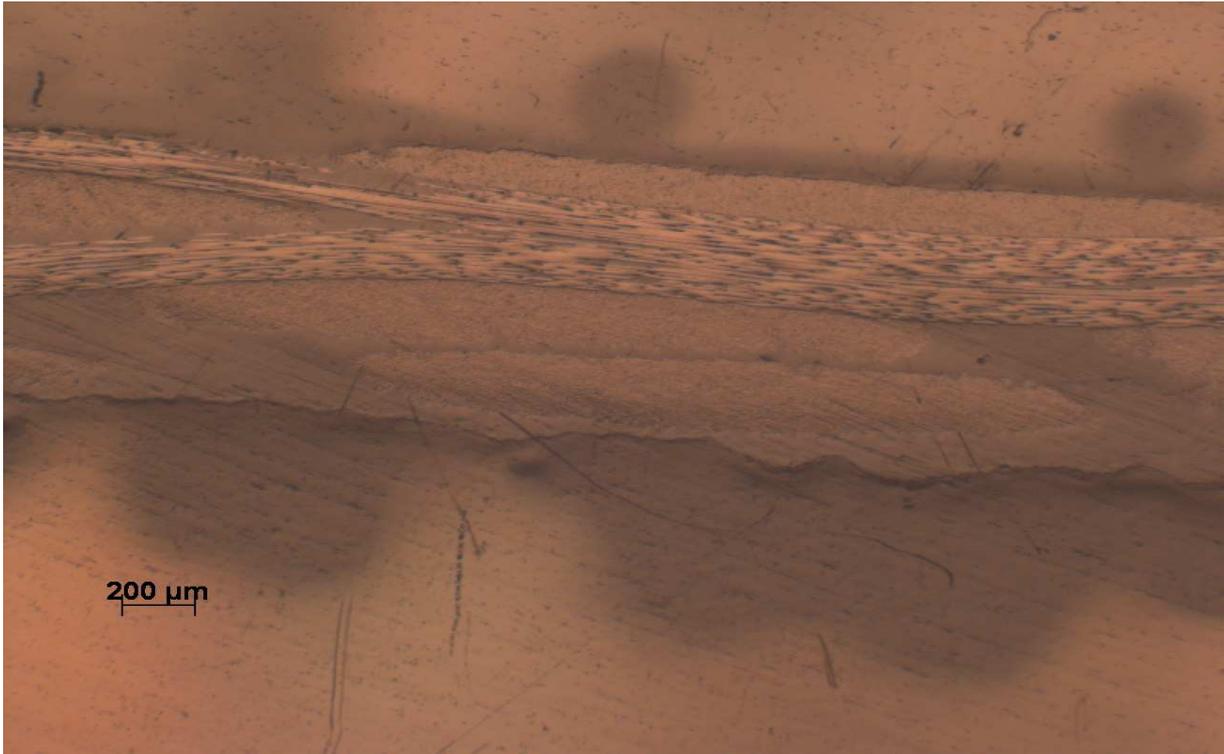


Abbildung 8: Exemplarisches Mikroschliffbild des untersuchten Gewebelaminats

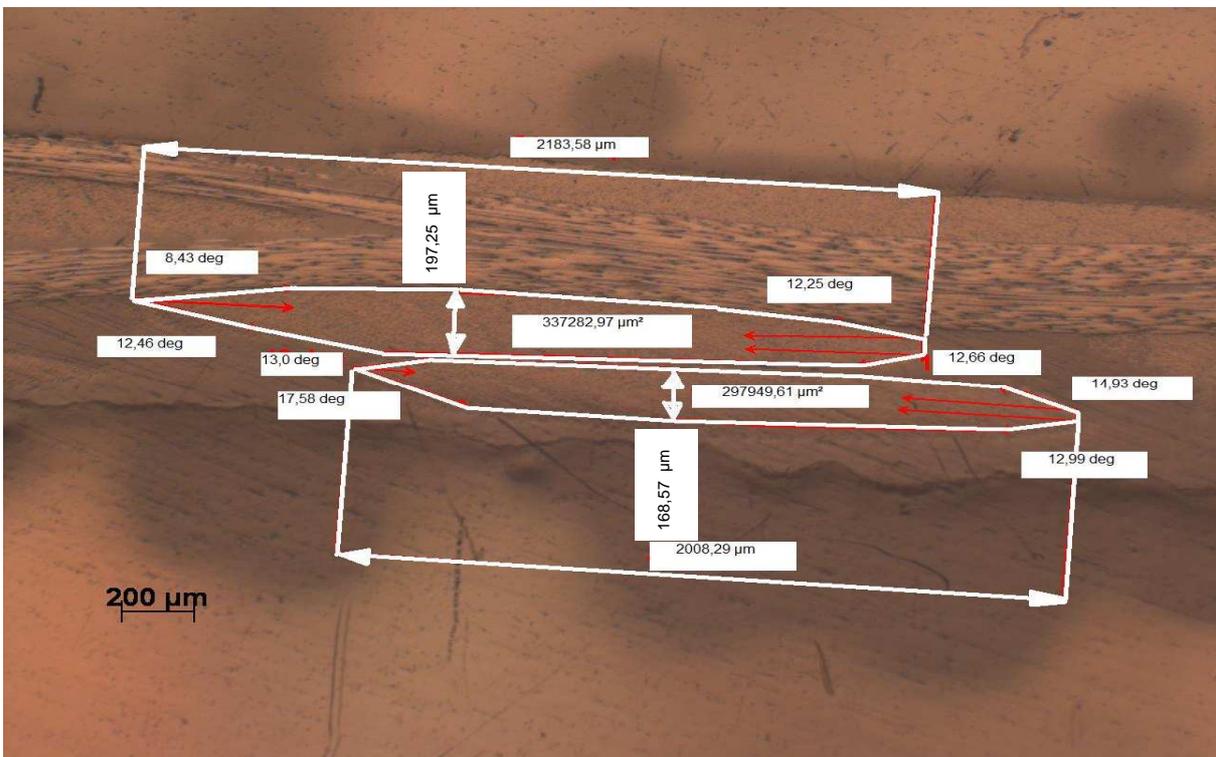


Abbildung 9: Bemaßtes exemplarisches Mikroschliffbild des untersuchen Gewebelaminats

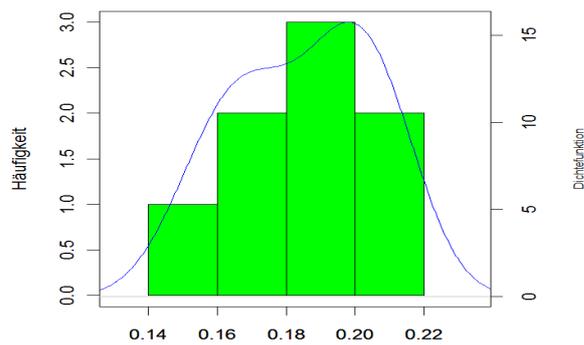


Abbildung 10: Häufigkeitsverteilung und Dichtefunktion (blaue Linie) von 8 Messungen der Designvariable „HF“

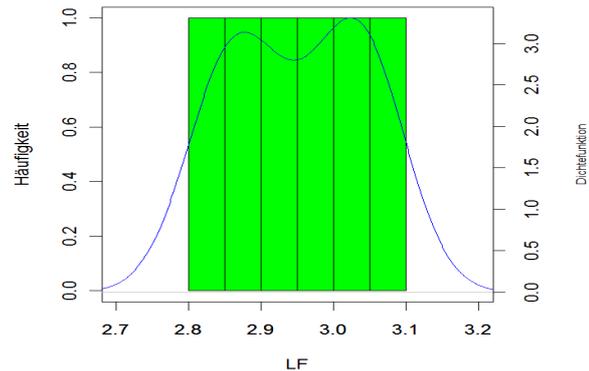


Abbildung 11: Häufigkeitsverteilung und Dichtefunktion (blaue Linie) von 6 Messungen der Designvariable „LF“

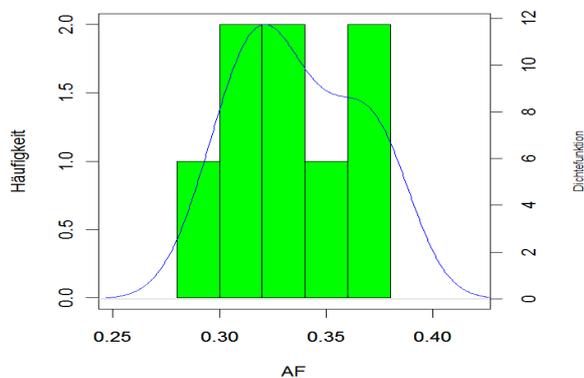


Abbildung 12: Häufigkeitsverteilung und Dichtefunktion (blaue Linie) von 8 Messungen Designvariable „AF“

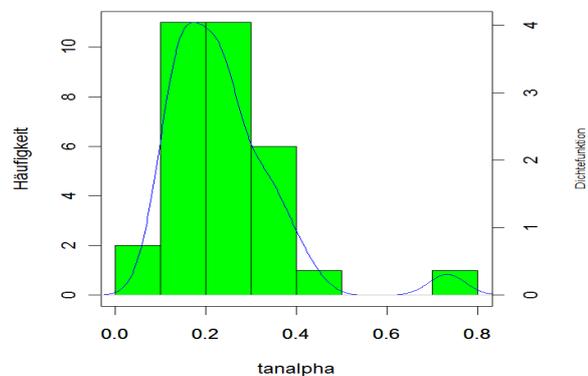


Abbildung 13: Häufigkeitsverteilung und Dichtefunktion (blaue Linie) von 32 Messungen der Designvariable „tan(alpha)“

Sampling der Fertigungsparameter:

Die Auswertung der Versuchsergebnisse für die Mikroschliffproben erfolgt mit Hilfe des Statistikprogrammes „R“ (siehe [13] und [14]) und sind in den Abbildungen 10 bis 13 dargestellt. Die gemessenen Werte liegen in der gleichen Größenordnung wie angegebene Werte in der Literatur. (vergleiche [37]) Die empirische Häufigkeitsverteilung des Parameters „HF“ ist in Abbildung 10 dargestellt und wird für die Robustheitsanalyse durch eine Gaußverteilung mit einem Mittelwert von 0,185 mm und einer Standardabweichung von 0,0207 mm approximiert. Eine Gaußverteilung beinhaltet auch negative und auch sehr hohe Werte, welche allerdings keinen physikalischen Sinn haben und somit in der Robustheitsanalyse nicht berücksichtigt werden dürfen. Das Ausschließen von physikalisch nicht möglichen Werten, erfolgt durch das Abschneiden der Dichtefunktion der approximierten Gaußverteilung bei 0,17 mm und 0,1995 mm. Dies entspricht den 95 % und 5 % Quantil der empirisch ermittelten Häufigkeitsverteilung.

Die empirische Häufigkeitsverteilung des Parameters „LF“ ist in Abbildung 11 dargestellt und entspricht einer Gleichverteilung mit einem Minimum bei 2,87 mm und einem Maximum bei 3,03 mm, welche als Streuung des Parameters „LF“ während der durchgeführten Robustheitsanalyse verwendet wird.

Die Auswahl der Parameterkombinationen, welche für das Erstellen der Response Surface für die beiden Fertigungsparameter verwendet werden, erfolgt mit Hilfe eines „Full Factorial“ Designplans. Beim Full Factorial Design Plan werden jeweils Stützpunkte bei den Maximalwerten, Minimalwerten und den Mittelwerten jeder Designvariable gewählt. Eine detaillierte Erläuterung dieses Konzeptes befindet sich in [10]. Die Grenzen des Designraumes für den verwendeten Designplan sind für den Parameter „HF“ 0,17 mm und 0,1995 mm und die Grenzen für den Parameter „LF“ liegen bei 2,87 mm und 3,03 mm. Die Parameterkombinationen sind als schwarze Punkte im Raum der Designvariablen in der Abbildung 14 dargestellt

Sampling der Modellierungsparameter

Die Modellierungsparameter beinhalten die Designvariable „AF“ und „tan(alpha)“. Die mittels Mikroschliffproben ermittelte Häufigkeitsverteilung und Dichtefunktion von „AF“ ist in Abbildung 12 dargestellt. Die empirische ermittelte Häufigkeitsverteilung wird durch eine Gaußverteilung mit einem Mittelwert von 0,3369 mm² und einer Standardabweichung von 0,0288 mm² approximiert. Da die Querschnittsfläche der Rovinge nicht negativ und auch nicht beliebig hoch sein kann, muss die approximierte Gaußverteilung beidseitig bei den 95 % und 5 % Quantil abgeschnitten werden. Das Minimum der abgeschnittenen Gaußverteilung liegt 0,317 mm² und das Maximum bei 0,36 mm².

Die durch Mikroschliffproben ermittelte Häufigkeitsverteilung für den Parameter „tan(alpha)“ zeigt 2 Ausreißer welche für die Approximation mit Hilfe einer Gaußverteilung nicht berücksichtigt werden. Für das Finite Elemente Modell wird eine Gaußverteilung mit einem Mittelwert bei 0,125 und einer Standardabweichung in der Höhe von 0,124 verwendet. Die physikalischen Grenzen liegen bei 0,120 und 0,130 und weichen stark von den gemessenen Werten in Abbildung 13 ab. Die Begründung dafür ist, dass die Messungen des Parameters „tan(alpha)“ jeweils an 4 Stellen des trapezförmigen Querschnittes durchgeführt wurden. Im Ersatzmodell wird ein gemittelter Wert aus diesen Werten verwendet. Dieser gemittelte Wert besitzt andere physikalisch mögliche Grenzwerte, welche aus geometrischen Überlegungen zu 0,120 und 0,130 ermittelt werden können.

Die Parameterkonfigurationen für die Erstellung der Response Surface in Abhängigkeit der Modellierungsparameter werden mit Hilfe eines „Full Factorial“ Designplans erstellt. Die gewählten Parameterkombinationen sind im Raum der Parameter „AF“ und „tan(alpha)“ in Abbildung 15 visualisiert.

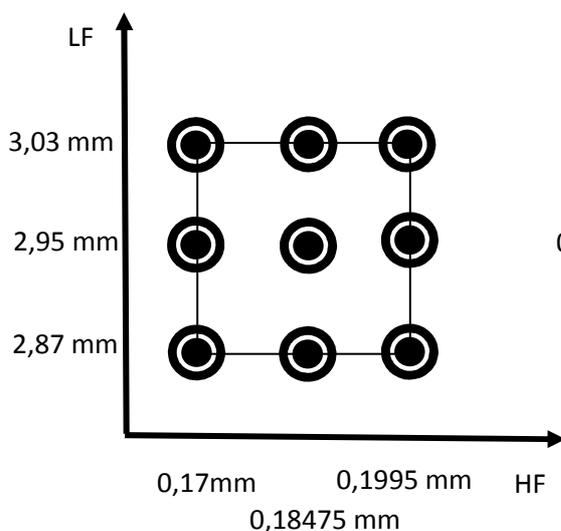


Abbildung 14: Full Factorial Designplan im Parameterraum HF - LF

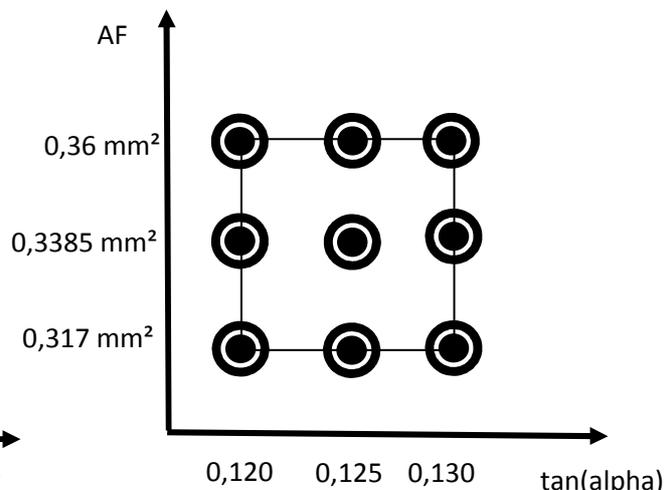


Abbildung 15: Full Factorial Designplan im Parameterraum AF-tan(alpha)

2.1.2. Beschreibung der Materialeigenschaften einer Lamineinzelschicht

Das untersuchte Gewebelaminat besteht aus Rovinge und der umgebenden Matrix. Die Rovinge selbst sind wiederum ein Verbundmaterial, welches aus Kohlenstofffasern und Matrixmaterial besteht. Die vollständige Beschreibung aller Materialeigenschaften des Gewebelaminats umfasst daher die Beschreibung der elastischen Materialeigenschaften der Matrix, der Fasern und der Ermittlung der verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge. Die Gliederung dieses Abschnittes erfolgt daher in 3 folgende Unterpunkte:

- Beschreibung der Materialeigenschaften der Kohlestofffasern
- Beschreibung des Matrixmaterials
- Ermittlung der verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge

Beschreibung der Materialeigenschaften der Kohlestofffasern:

Im Allgemeinen erfolgt die Beschreibung des elastischen Materialverhaltens eines anisotropen homogenen Materials mit Hilfe von 21 voneinander unabhängigen Materialkonstanten. Aufgrund des transversalen orthotropen Materialverhaltens von Kohlestofffaser verringert sich die Anzahl der voneinander unabhängigen Materialkonstanten, welche das elastische Materialverhalten vollständig beschreiben, zu 5 Materialkonstanten. Diese 5 Materialkonstanten sind:

- E_{f11} E-Modul in Faserlängsrichtung
- E_{f22} E-Modul in Faserquerrichtung
- ν_{f12} Querkontraktionszahl quer zur Faserrichtung bei Dehnung in Faserrichtung
- ν_{f23} Querkontraktionszahl in Dickenrichtung bei Belastung quer zur Faserrichtung
- G_{f12} Schubmodul in der 1-2 Ebene

Für die im Rahmen der Diplomarbeit durchgeführten Finite Elemente Simulation werden für die Materialeigenschaften der Kohlestofffasern, jene Materialeigenschaften der Kohlestofffaser „HexTow IM6“ von der Firma Hexcel® verwendet. Die Mittelwerte der Faser Materialeigenschaften sind aus [8] und [15] entnommen und sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Für die Berücksichtigung der Streuungen der Materialkennwerte in der Robustheitsanalyse bzw. Sensitivitätsanalyse ist nicht die Streuung der Materialkennwerte von jeder Einzelfaser heranzuziehen sondern die Streuung des Mittelwertes der Materialkennwerte von 12000 Einzelfasern, da jeder einzelne Roving aus 12000 Einzelfasern besteht. Für die Berechnung der Standardabweichung des Mittelwertes von 12000 Einzelfasern eignet sich der zentrale Grenzwertsatz der Statistik, welcher wie folgt lautet:

„Besitzt die Verteilung der Grundgesamtheit eine endliche Varianz, so ist die Verteilung der arithmetischen Mittel von Zufallsstichproben approximativ normal, sofern der Stichprobenumfang genügend groß ist.“ (Zitat aus [18])

Der Zentrale Grenzwertsatz hat zur Folge, dass die Verteilungsfunktion der Materialeigenschaften einer Einzelfaser unbedeutend ist, da die Verteilung des Mittelwertes der Materialeigenschaften immer normal verteilt ist. Somit beschränkt sich die vollständige Beschreibung der Materialkonstanten der Kohlestofffasern auf den Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwertes der Materialeigenschaften. Die Berechnung der Standardabweichung des Mittelwertes der Materialeigenschaften von 12000 Kohlestofffasern erfolgt mit Formel 4 (siehe [18]), wobei σ die Standardabweichung der Materialeigenschaften der Kohlestofffasern darstellt. Deutlich zu sehen ist,

dass die Standardabweichung des Mittelwertes der Materialkonstanten nur 1/109 der Standardabweichung der Materialeigenschaften selbst ist. Für die Standardabweichungen der Materialeigenschaften der Kohlestofffasern werden aufgrund fehlender Literaturwerte 10% ihres Mittelwertes angenommen womit sich die Standardabweichungen ihres Mittelwertes nach Formel 4 berechnen. Diese sind in Tabelle 1 dargestellt. Um negative Werte bzw. unrealistisch hohe Werte der Materialkonstanten zu vermeiden, werden die Gaußverteilungen beim 5% bzw. 95% Quantil abgeschnitten.

$$s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{12000}} \approx \frac{\sigma}{109} \quad (4)$$

Verteilungsparameter der Materialparameter für die Kohlestofffasern					
	E_{f11} [MPa]	E_{f22} [MPa]	ν_{f12} [-]	ν_{f23} [-]	G_{f12} [MPa]
Mittelwert	269000	17200	0,34	0,39	20700
$s_{\bar{x}}$	500	31,25	0,00062	0,00071	37,61
Maximalwert	270000	17263	0,34124	0,39142	20775
Minimalwert	268000	17138	0,33876	0,38858	20625

Tabelle 1: Tabellarische Übersicht der Verteilungsparameter der Materialparameter für die Kohlestofffasern

Beschreibung des Matrixmaterials

Als Matrixmaterial wird in vielen technischen Anwendungen ein Epoxidharz verwendet, welches in die Klasse der duromeren Kunststoffe eingeteilt wird. Die elastischen Materialeigenschaften von Epoxidharz weisen ein isotropes Verhalten auf, wodurch für die vollständige Beschreibung des Harzsystems lediglich 2 Materialkonstanten notwendig sind. Diese 2 Materialkonstanten sind:

- E_m E-Modul der Matrix
- ν_m Querkontraktionszahl der Matrix

Für die Eigenschaften des Matrixmaterials werden für die durchgeführten Untersuchungen jene Materialeigenschaften des Epoxidharzes RTM6 der Firma Hexcel® verwendet. Der Mittelwert der Materialeigenschaften ist in [8] und [16] dargestellt und in der Tabelle 2 nochmals zusammengefasst. Die Streuung der Materialeigenschaften ist abhängig von den Aushärtebedingungen, der Aushärtezeit und der Genauigkeit der Einhaltung der Aushärtebedingungen des Epoxidharzes während der Herstellung. Folglich sind über die Streuung der Materialeigenschaften keine allgemein gültigen Informationen vom Hersteller des Duromers bzw. in der Literatur erhältlich. Für die nachfolgende Robustheitsanalyse wird auf Grund fehlender Literaturwerte für die Streuung des E-Moduls der Matrix und für die Streuung der Querkontraktionszahl der Matrix eine Gaußverteilung mit einem Variationskoeffizient in der Höhe von 10 % angenommen. Um negative Werte bzw. unrealistisch hohe Werte der Materialkonstanten zu vermeiden, werden die Gaußverteilungen beim 5% bzw. 95% Quantil abgeschnitten. Die beschriebenen Verteilungskennzahlen sind in Tabelle 2 zusammengefasst.

Verteilungsparameter der Materialparameter für die Kohlestofffasern		
	E_m	ν_m
Mittelwert	4000	0,37
Standardabweichung	400	0,037
COV [%]	10 %	10 %
Maximalwert	4800	0,444
Minimalwert	3200	0,296

Tabelle 2: Tabellarische Übersicht der Verteilungskennzahlen der Materialparameter des Matrixmaterials

Ermittlung der verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge:

Ein einzelner Roving besteht im Allgemeinen aus mehreren tausend Einzelfasern welche wieder durch das Matrixmaterial umschlossen sind. Eine detaillierte Finite Elemente Modellierung eines Laminates mit der Abbildung jeder Einzelfaser ist zur aktuellen Zeit nicht möglich. Statt jede Faser im Roving einzeln zu modellieren wird jeder Roving mit verschmierten Materialeigenschaften modelliert. Für die Bestimmung der verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge stehen folgende 3 Methoden zur Verfügung:

- Praktische Versuche
- mit Hilfe eines Einheitszellenmodells und der Methode der finiten Elemente
- durch analytische mikromechanische Modelle

Die Bestimmung der Materialeigenschaften durch praktische Versuche ist äußerst schwierig. Einerseits erfordert die Bestimmung der transversalen Materialeigenschaften anspruchsvolle Versuchsmethoden (z.B. die Nanoindentation) und andererseits besteht zwischen den Eigenschaften in Längsrichtung und den transversalen Eigenschaften eine Korrelation, welche zur korrekten Modellierung ebenfalls bestimmt werden müsste. Als wesentlich besser geeignet erweist sich die Bestimmung der Materialeigenschaften mit einem analytischen mikromechanischen Modell. Dabei werden aus den Materialeigenschaften der Einzelkomponenten eines Verbundwerkstoffes die verschmierten Eigenschaften des Verbundwerkstoffes ermittelt. Ein Überblick der verschiedenen mikromechanischen Modelle ist in der Literatur [9] und [17] angegeben. Für längsfaserverstärkte Kunststoffe eignet sich das Mori Tanaka Modell, welches im Rahmen der Diplomarbeit in das FEM Programm ANSYS® Classic Academic Research HPC, V 12.0 von der Firma ANSYS Inc. implementiert wird. Eine detaillierte Darstellung des Mori Tanaka Modells ist in der Literatur [9] und [17] zu finden. Für die Anwendung des Mori Tanaka Modells sind einerseits die Materialeigenschaften der Einzelkomponenten der Rovinge und der Faservolumenanteil der Rovinge notwendig. Der Faservolumenanteil der Rovinge berechnet sich mit Hilfe der geometrischen Designvariable durch die Formel 5, während die Berechnung des Faservolumenanteil des gesamten Gewebelaminates durch Formel 6 erfolgt. Die Anzahl der Fasern („NF“) je Roving beträgt 12000 und der mittlere Faserdurchmesser („DF“) beträgt 5,2 µm. Die entspricht der gleichen Zusammensetzung des Rovings IM6 von der Firma Hexcel®[15].

$$X_F^{Tow} = \frac{A_F}{A_{Tow}} = \frac{1}{A_{Tow}} * \frac{DF^2 * \pi}{4} * NF \quad (5)$$

$$x_F^{Laminat} = \frac{V_F}{V_{Laminat}} = \frac{V_F}{(2*HF)*(4*LF)*(4*LF)} \approx \frac{1}{(2*HF)*(4*LF)*(4*LF)} * \frac{8*DF^2*\pi*NF}{4} * (4 * LF) \quad (6)$$

X_F^{Roving} Faservolumenanteil der Rovinge
 $x_F^{Laminat}$ Faservolumenanteil im Laminat
 NF.....Anzahl der Fasern innerhalb der Rovinge
 DF.....Mittlerer Faserdurchmesser

Reduktion der Anzahl der notwendigen Materialparameter:

Um eine Reduktion der Anzahl der Materialparameter vorzunehmen, werden die Einflüsse der einzelnen Materialkennwerte der Fasern und der Matrix auf die verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge untersucht. Für die Ermittlung des Einflusses der Fasereigenschaften und Matriceigenschaften auf die verschmierten Eigenschaften der Rovinge erfolgt die Implementierung des analytischen Mori Tanaka Modells im Programm Python. Anschließend wird das Mori Tanaka Modell 10000-mal mit zufällig streuenden Materialeigenschaften der Fasern und der Matrix aufgerufen. Die Materialeigenschaften der Fasern und Matrix bilden daher die Inputparameter und die verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge die Antwortgrößen. Die Korrelationskoeffizienten jeder Inputvariable mit jeder einzelnen Antwortgröße werden in Tabelle 3 zusammengefasst. Darin beschreibt die erste Spalte die Materialeigenschaften der Fasern und Matrix und die erste Zeile die verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge. Deutlich zu erkennen ist, dass den größten Einfluss auf die verschmierten Materialeigenschaften der Rovinge die 3 Materialkennwerte E_{f11} , E_m und v_m haben, während die Steuungen der restlichen Materialkennwerte vernachlässigbar sind. Daher werden im Rahmen der Diplomarbeit nur die 3 Materialkennwerte E_{f11} , E_m und v_m variiert, während alle anderen Materialkennwerte konstant gelassen werden.

Korrelationsmatrix der Ergebnisgrößen					
Materialkennzahl	E_{11}	E_{22}	v_{12}	v_{23}	G_{12}
E_{f11}	0,965	-0,006	-0,003	-0,003	-0,003
E_{f22}	-0,004	0,016	-0,005	-0,003	-0,001
v_{f12}	0,003	0,001	0,056	0,001	0,000
v_{f23}	0,000	0,001	0,000	0,010	0,001
G_{f12}	-0,005	-0,004	0,000	0,001	0,003
E_m	0,258	0,882	0,003	-0,062	0,965
v_m	0,002	0,460	0,998	0,997	-0,260

Tabelle 3: Korrelationsmatrix der Inputvariablen und Antwortgrößen

Zusammenfassung:

Die im Rahmen der durchgeführten Robustheitsanalyse und Sensitivitätsanalyse zu berücksichtigenden Materialparameter wurden von 8 auf 3 reduziert. Die Mittelwerte, Streuungen und Grenzwerte sind in Tabelle 4 zusammengefasst.

Die Parameterkonfigurationen für die Erstellung der Response Surface in Abhängigkeit der 3 verbleibenden Materialparameter werden mit Hilfe eines „Central Composite“ Designplans erstellt.

Zusammenfassung der Materialparameter								
Materialkennzahl	E_{f11} [MPa]	E_{f22} [MPa]	ν_{f12} [-]	ν_{f23} [-]	G_{f12} [MPa]	G_{f23} [MPa]	E_m [MPa]	ν_m [-]
Mittelwert	269000	17200	0,34	0,39	20700	6200	4000	0,37
Standardabweichung	500	-	-	-	-	-	400	0,037
COV [%]	0,18	-	-	-	-	-	10 %	10 %
Maximalwert	270000	-	-	-	-	-	4800	0,444
Minimalwert	268000	-	-	-	-	-	3200	0,296

Tabelle 4: Zusammenfassung der Materialparameter

2.2. Parametrisierung der Einheitszelle des Gewebelaminates (3 Lamineinzelschichten)

Das gesamte Gewebelaminat besteht aus 3 übereinander angeordneten Einzelschichten. Dabei können die 2. und 3. Schicht gegenüber der ersten Schicht in x- und y-Richtung verschoben sein. Die relative Verschiebung wird mit Hilfe der Parameter XP2, YP2, XP3 und YP3 parametrisiert und die maximale relative Verschiebung der 2. und 3. Einzelschicht gegenüber der ersten Schicht beträgt die Seitenlänge der Einheitszelle, da eine größere Verschiebung aufgrund der Periodizität der Einheitszelle nicht sinnvoll ist. Die automatische Geometrierstellung erfolgt, indem alle Einzelschichten mit gleicher relativer Lage erstellt werden und anschließend die 2. und 3. Einzelschicht gegenüber dem Ursprungs koordinatensystem verschoben werden. Dies führt zum Problem, dass die 3 Einzelschichten sich nicht vollständig überlappen und somit keine Einheitszelle mehr bilden. Das Problem wird mit Hilfe der Abbildung 16 verdeutlicht. Um dennoch eine vollautomatische Modellerstellung zu ermöglichen wird jede Einzelschicht mit doppelter Seitenlänge der ursprünglichen Einheitszelle erstellt und gegenüber dem Ursprungs koordinatensystem verschoben. Durch die doppelte Seitenlänge wird sichergestellt, dass sich alle 3 Einzelschichten im Bereich der Einheitszelle überlappen. Dies wird in Abbildung 17 dargestellt. Anschließend wird die Einheitszelle aus der modellierten Geometrie „ausgestanzt“. Das „Ausstanzen“ erfolgt im Preprozessor des Programmes ANSYS® Classic Academic Research HPC, V 12.0 von der Firma ANSYS Inc. mithilfe der booleschen Operation „Subtraktion“. Dabei wird die gesamte Geometrie welche außerhalb der Einheitszelle liegt entfernt. In Abbildung 18 ist die Parametrisierung der Verschiebung der mittleren Schicht dargestellt, wobei sich die Parameter XP2 und YP2 zwischen 0 und $4*LF$ befinden. Der Parameter „LF“ beschreibt den Abstand zwischen 2 Rovinge und da in x und y Richtung jeweils 4 Rovinge verlaufen, beträgt die Länge und Breite der Einheitszelle „ $4*LF$ “. Die Parametrisierung der Verschiebung der obersten Schicht ist in Abbildung 19 dargestellt und die Grenzen für XP3 und YP3 liegen wieder bei 0 und $4*LF$.

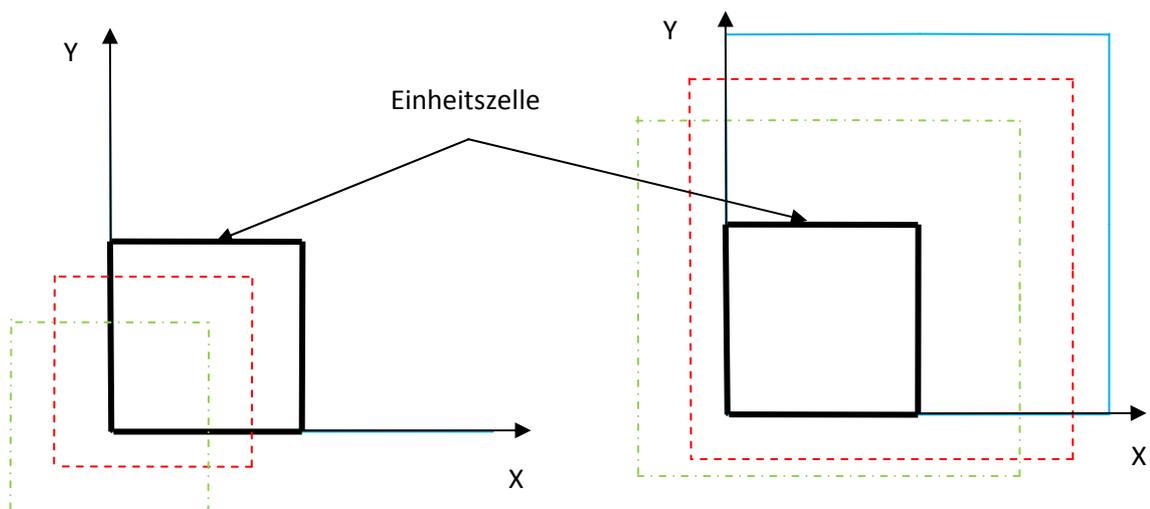


Abbildung 16: Nichtüberlappende Lamineinzelschichten

Abbildung 17: Überlappende Lamineinzelschichten

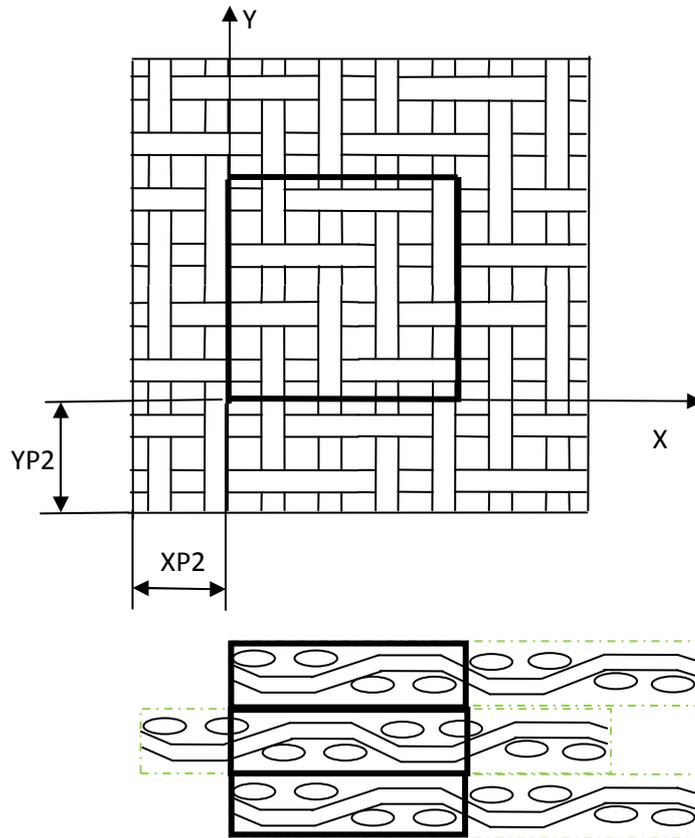


Abbildung 18: Parametrisierung der Verschiebung der mittleren Schicht

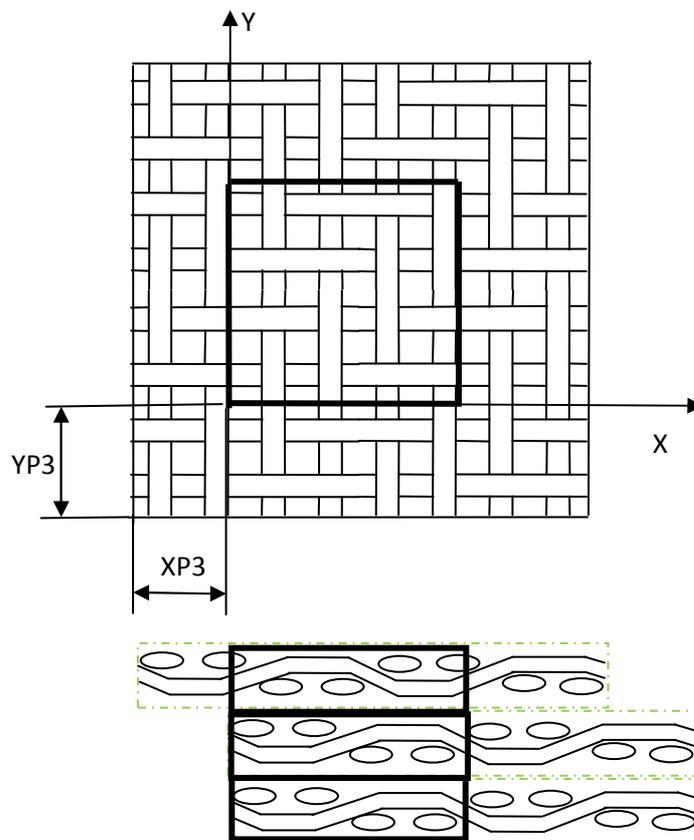


Abbildung 19: Parametrisierung der Verschiebung der obersten Schicht

3. Finite Elemente Modell

3.1. Geometrieerstellung

Die Sensitivitätsanalyse und die Robustheitsanalyse erfordern insgesamt 338 Simulationen mit jeweils unterschiedlichen Werten der Designvariablen und somit unterschiedlicher Geometrie bzw. unterschiedlicher Vernetzung. Daher ist für die Aufgabenstellung eine vollständig automatisierte Erstellung der Geometrie, des Netzes und aller Randbedingungen erforderlich. Dies erfordert, dass die Geometrieerstellung, die Netzerstellung und die Erstellung der Randbedingungen nicht interaktiv in einer graphischen Oberfläche des Finite Elemente Programmes durchgeführt werden sondern über ein Eingabeskript erfolgen muss, in welchem alle Designvariablen variiert werden können. Eine skriptgesteuerte Erstellung des parametrisierten Modells ruft verschiedene Probleme hervor und erfordert spezielle Vorgehensweisen. Für die Geometrieerstellung wird das Programm ANSYS® Classic verwendet, welches eine skriptgesteuerte Geometrieerstellung erlaubt. Die Geometrie besteht aus 4 längsverlaufenden Rovinge, 4 querverlaufenden Rovinge und der Matrix. Abbildung 20 zeigt die Geometrie der Matrix und in Abbildung 21 sind die Rovinge dargestellt. Während die Matrix aus einem einzigen Volumen besteht, setzt sich jeder Roving aus mehreren Volumen mit verschiedenen Orthotropieachsen zusammen. In Abbildung 21 sind die Volumen mit verschiedenen Orthotropieachsen durch verschiedene Einfärbungen gekennzeichnet.

3.2. Vernetzung

Für die Vernetzung des Gewebelaminates werden Tetraeder Elemente mit quadratischem Ritz Ansatz mit der Bezeichnung „SOLID187“ in ANSYS® Classic, V 12.0 verwendet. Die Elementgröße beträgt ca. 0,1 mm, womit über die Höhe der Rovinge je 2 Elemente angeordnet sind. Das Netz der Rovinge ist in den Abbildungen 22 und 23 abgebildet und das Netz der Matrix in den Abbildungen 24 und 25. Das gesamte Gewebelaminat besteht aus 1190965 Elementen, 1667643 Knoten und somit 5002929 Freiheitsgraden. Die Qualitätskontrolle des Finiten Elemente Netzes erfolgt mit Hilfe des prozentuellen „energy norm error“. Dieses Konzept beruht auf dem diskontinuierlichen Spannungsverlauf über die Elementgrenzen. Die Ermittlung der Knotenspannung erfolgt für jeden Knoten durch Interpolation der Spannungen der Integrationspunkte der Elemente. Für all jene Knoten welche an mehreren Elementen angrenzen, kann aus den Spannungen jedes angrenzenden Elements eine Knotenspannung berechnet werden. Diese so ermittelten Spannungen unterscheiden sich aufgrund der auftretenden Diskontinuitäten des Spannungsverlaufes über die Elementgrenzen. Die Spannungsunterschiede konvergieren mit kleiner werdendem Netz gegen Null und können als Qualitätsmaß des Finiten Elemente Netzes verwendet werden. Eine detaillierte Darstellung des Konzepts befindet sich in der ANSYS® Classic V 12.0 Hilfedokumentation in Kapitel 19.7 von der Firma ANSYS Inc. Der prozentuelle Energiefehler beträgt 5,1 % der Verzerrungsenergie. Dieser sollte für ein gutes qualitatives Netz unter 8% liegen. Die Lösung des Finiten Elemente Modells erfolgt geometrische nicht linear mit Hilfe des DPCG Solvers in ANSYS® Classic V 12.0 durch 8 CPUs. Die Lösung des algebraischen Gleichungssystems erfolgt mit den nichtlinearen „Full Newton Raphson“ Verfahren.

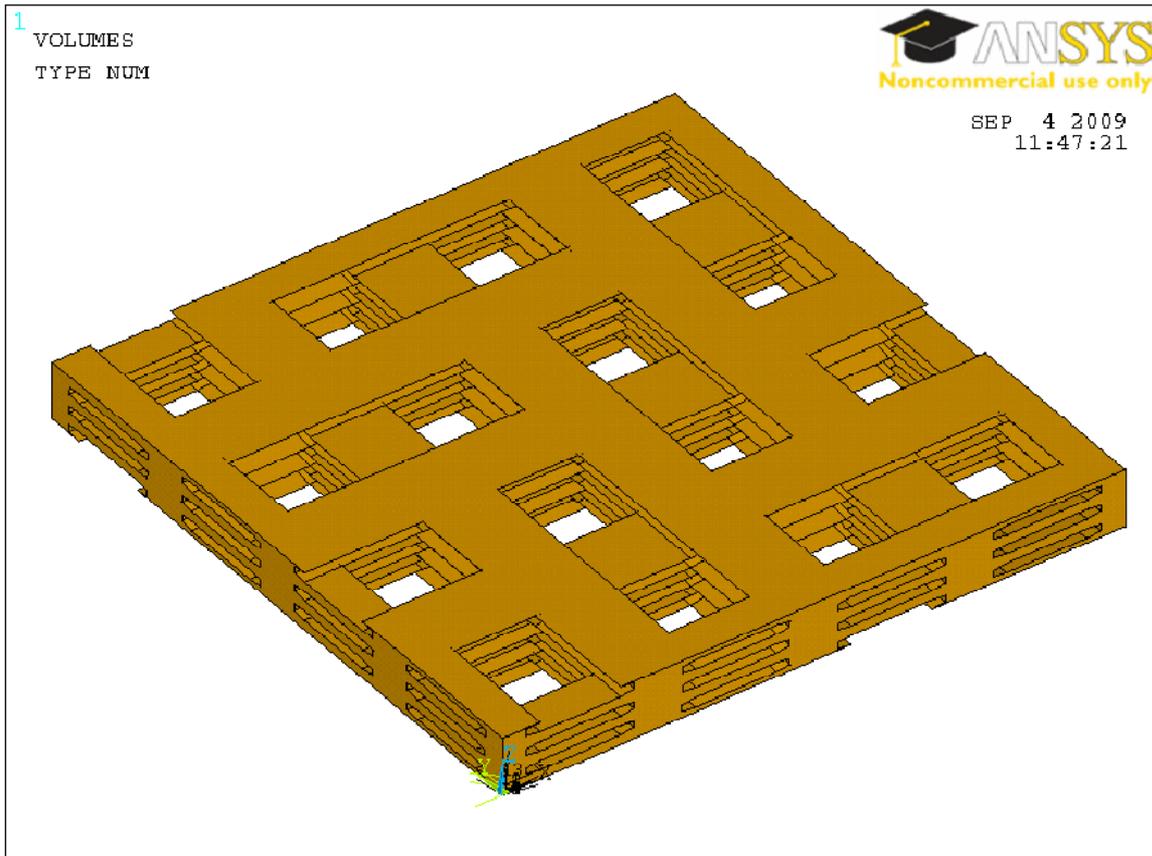


Abbildung 20: Geometriedarstellung der Matrix

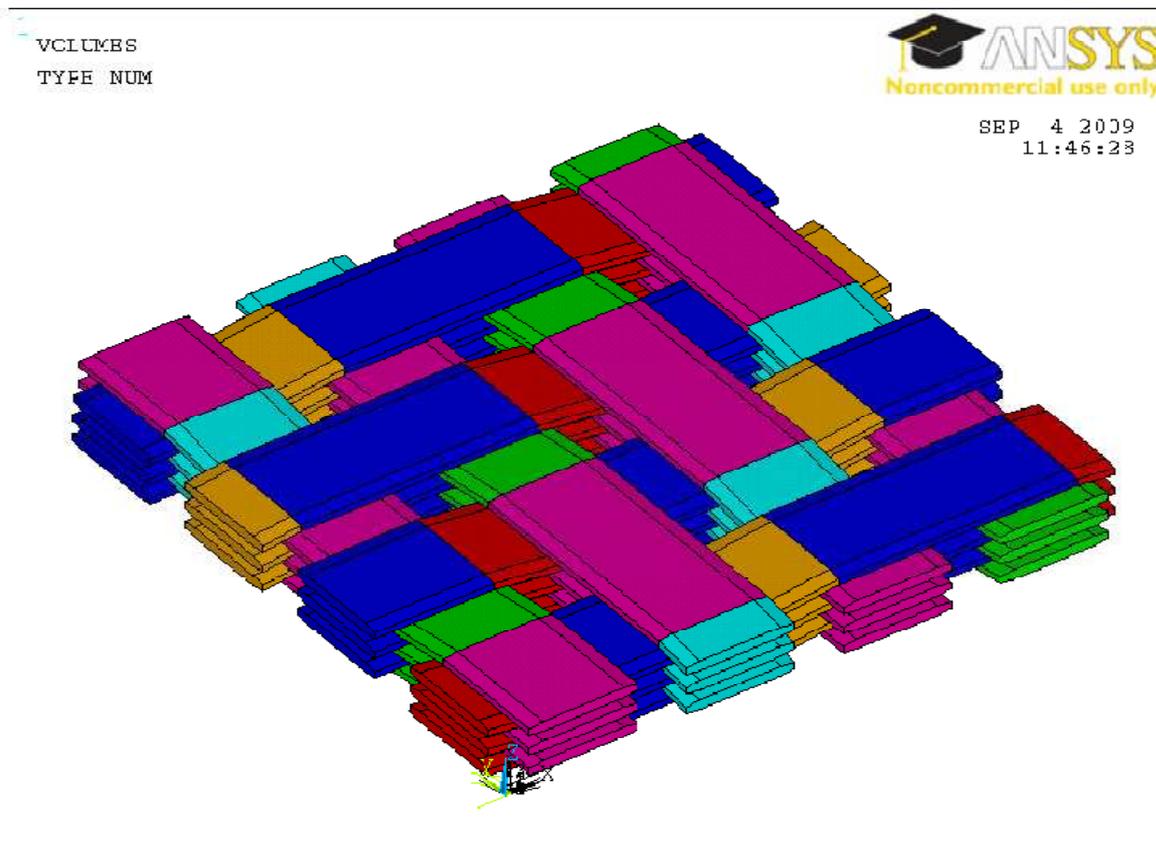


Abbildung 21: Geometriedarstellung der Rovinge

ELEMENTS



SEP 4 2009
10:35:05

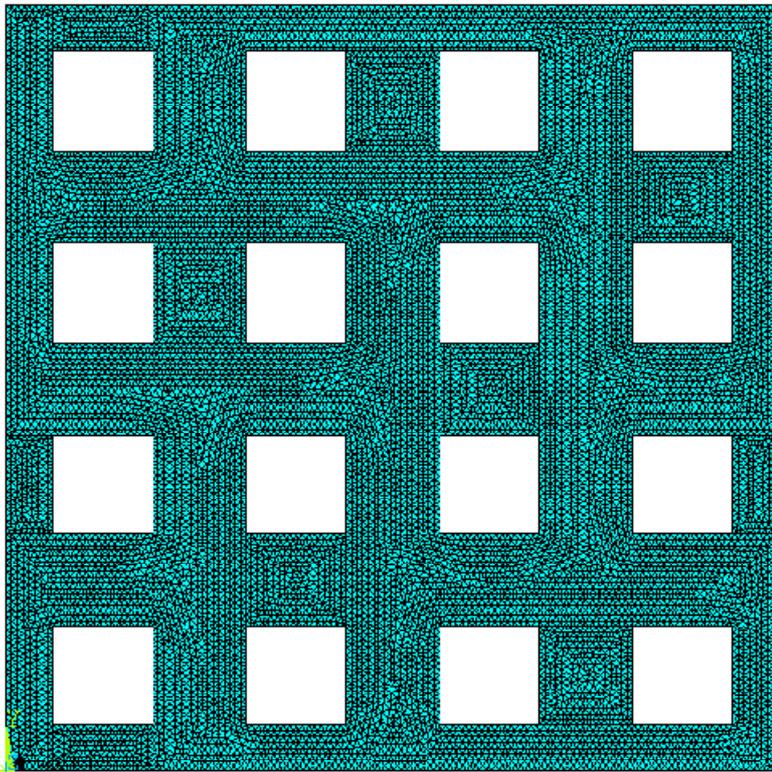


Abbildung 22: Vernetzung der Matrix: Draufsicht

ELEMENTS



SEP 4 2009
10:37:05

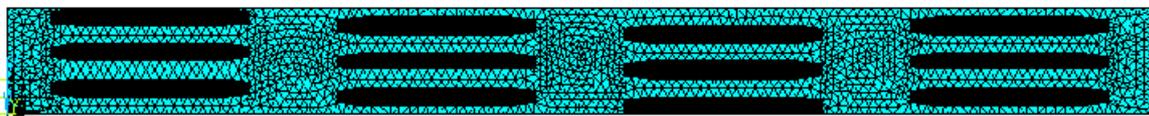


Abbildung 23: Vernetzung der Matrix: Vorderansicht

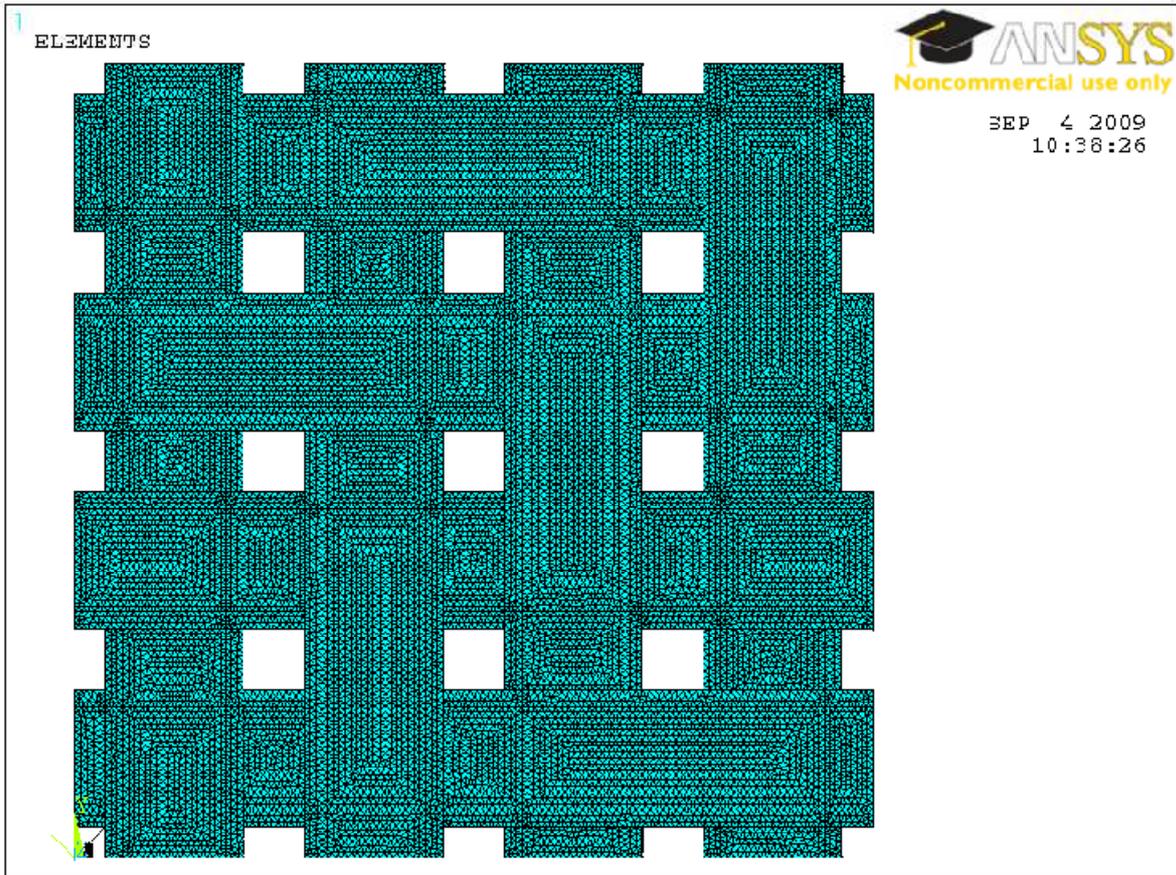


Abbildung 24: Vernetzung der Rovinge: Draufsicht

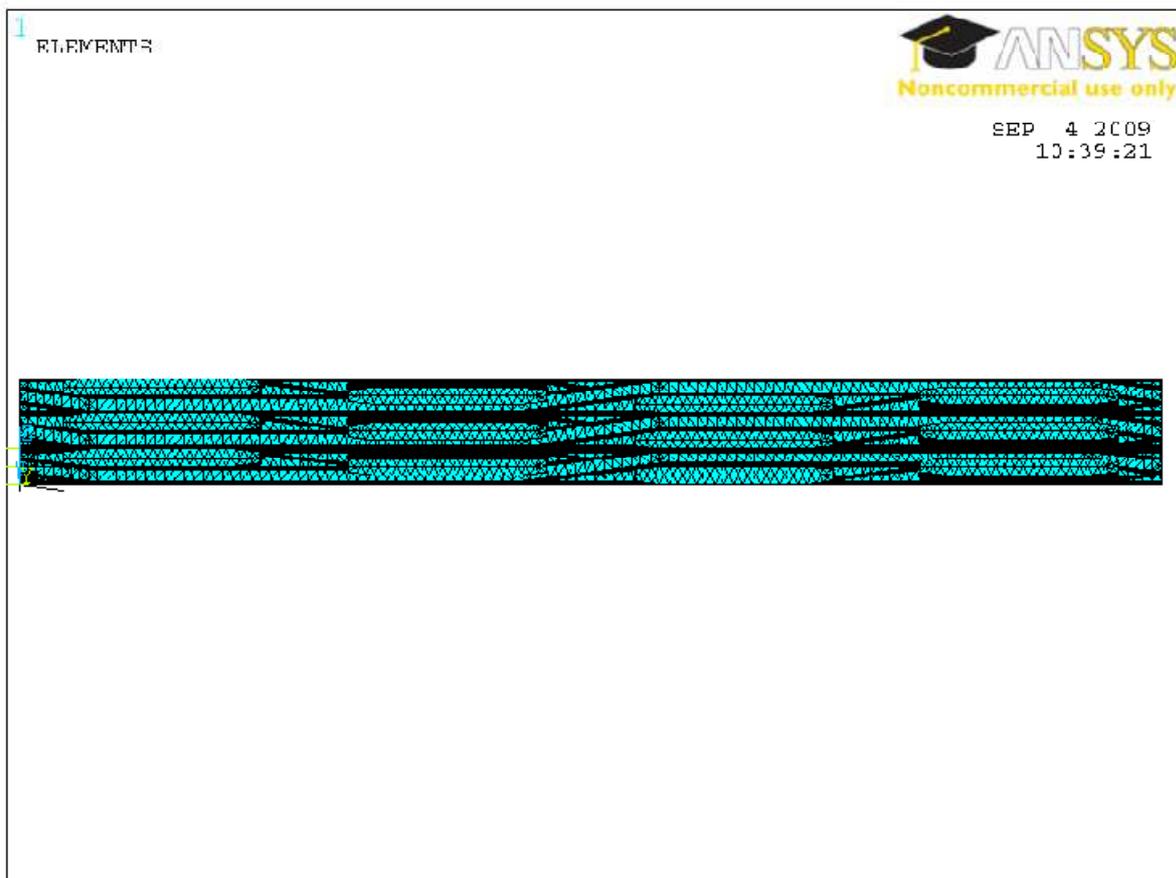


Abbildung 25: Vernetzung der Rovinge: Vorderansicht

3.3. Randbedingungen

3.3.1. Periodische Randbedingungen

Aufgrund der vorliegenden Periodizität des Gewebelaminates wird für die Erstellung des Finiten Elemente Modells eine Einheitszelle verwendet. Die Verwendung einer Einheitszelle entspricht einem Freischneiden eines sich periodisch wiederholenden Volumens aus dem gesamten Gewebelaminat, wodurch an den Schnittufern Schnittkräfte entstehen. Die auf das Finite Elemente Modell aufzubringenden Randbedingungen sind einerseits abhängig von Schnittkräften und andererseits müssen an den Schnittufern Verschiebungsrandbedingungen appliziert werden, welche die Periodizität des Spannungs- bzw. Verformungsfeldes sicherstellt. Das Aufbringen der Schnittkräfte ist im nächsten Abschnitt 3.3.2 ausführlich dargestellt. Die Periodizität der Spannungen bzw. Verzerrung wird gewährleistet durch das Aufbringen von Koppelbedingungen der Verschiebungen der Knoten von jeweils 2 gegenüberliegenden Flächen. Die mathematische Herleitung der Randbedingung zur Sicherstellung der Periodizität ist in den vergangenen Jahren durch zahlreiche Diplomarbeiten und Veröffentlichungen ausführlich diskutiert und dargestellt worden. Hier sei auf die Diplomarbeit von Herrn Marte [5] und auf die Veröffentlichung von D.H. Pahr und F.G. Rammerstorfer [36] verwiesen. Das Ergebnis der mathematischen Herleitung der notwendigen Randbedingung ist im Anhang dargestellt. Die Umsetzung in ANSYS® Classic Academic Research HPC, V 12.0 erfolgt durch Constraint Equations (CE) welche die Verschiebungen der Knoten von jeweils 2 gegenüberliegenden Flächen mittels einer linearen Gleichung miteinander koppelt. Diese beschriebene Kopplung erfordert, dass auf je 2 gegenüberliegenden Flächen auch äquivalente Netze während der Vernetzung erstellt werden.

3.3.2. Belastungssteuerung

Für die Festigkeits- bzw. Steifigkeitsbewertung von Mehrschichtverbundwerkstoffen erfolgt die Ermittlung der „verschmierten“ Spannungen je Einzelschicht mit Hilfe der klassischen Laminat-Theorie (siehe [3] und [9]), welche die Schnittgrößen des Laminates mit den Verzerrungen und Krümmungsänderung einer Bezugsfläche verbindet. Das Resultat der klassischen Laminat-Theorie ist in Formel 7 angegeben, welches sich durch algebraische Rechenoperationen in Formel 8 umformen lässt. Für die vollständige Bestimmung der Inverse der $\begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix}$ -Matrix sind 6 Lastfälle notwendig. Diese 6 Lastfälle beinhalten 2 Zuglastfälle, 1 Schublastfall, 2 Biegebelastfälle und 1 Torsionslastfall. Die zu den Lastfällen gehörenden Schnittkräfte sind in Tabelle 5 zusammengefasst. Im Rahmen der Diplomarbeit werden für die Beurteilung der Auswirkungen der angeführten Unsicherheiten exemplarisch 2 Lastfälle ausgewählt und untersucht. Diese 2 Lastfälle sind der Zuglastfall in X-Richtung und der Schublastfall. Für die Simulation des Zuglastfalles wird die Schnittspannung σ_{xx} in der Höhe von 450 MPa vorgegeben während die restlichen Schnittkräfte zu 0 gesetzt werden. Durch die Bestimmung der Verzerrung ϵ_{xx} mittels einer Finiten Elemente Simulation lässt sich die Inverse des ersten Wertes der Nachgiebigkeitsmatrix $\frac{1}{C_{11}}$ bestimmen, welcher den E-Modul in X Richtung repräsentiert und somit als Maß für die Bewertung der Steifigkeit bei Zugbeanspruchung herangezogen wird. Die Simulation des Schublastfalles erfolgt durch Aufbringung der Spannung σ_{xy}

in der Höhe von 65 MPa und dem 0 setzen aller weiteren Schnittkräfte. Durch die Bestimmung der Verzerrung ε_{xy} mittels einer Finiten Elemente Simulation lässt sich die Inverse des dritten Diagonalwertes der Nachgiebigkeitsmatrix $\frac{1}{C_{33}}$ bestimmen, welcher den Schubmodul in XY - Richtung repräsentiert und somit als Maß für die Bewertung der Steifigkeit bei Schubbeanspruchung herangezogen wird.

Lastfälle						
	N_{XX}	N_{YY}	N_{XY}	M_{XX}	M_{YY}	M_{XY}
Zuglastfall in X-Richtung	N_{XX}	0	0	0	0	0
Zuglastfall in Y-Richtung	0	N_{YY}	0	0	0	0
Schublastfall	0	0	N_{XY}	0	0	0
Biegefall um die X-Achse	0	0	0	M_{XX}	0	0
Biegefall um die Y-Achse	0	0	0	0	M_{YY}	0
Torsionslastfall	0	0	0	0	0	M_{XY}

Tabelle 5: Lastfälle

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \chi \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} \quad (8)$$

3.4. Linearisierung

In der Ergebnisauswertung in den Abschnitten 4 und 5 wird ein Laststeigerungsfaktor verwendet. Der Laststeigerungsfaktor ist definiert als jener Faktor mit welchem die äußeren Belastungen multipliziert werden müssen um innerhalb des Gewebelaminates eine kritische Spannung zu erreichen. **Die Verwendung des Laststeigerungsfaktors ist dann und nur dann zulässig wenn ein linearer Zusammenhang zwischen Belastung und der berechneten Knotenverschiebung besteht.** Die durchgeführten Finiten Elemente Analysen werden geometrisch nichtlinear durchgeführt womit grundsätzlich kein linearer Zusammenhang zwischen Belastung und der berechneten Knotenverschiebungen besteht. Besteht eine nur sehr schwache Nichtlinearität zwischen Belastung und Knotenverschiebung, so ist eine Linearisierung um einen gewünschten Punkt zulässig und somit ist die Verwendung eines Laststeigerungsfaktors ebenfalls zulässig. In den Abbildungen 26 und 27 ist der mit Hilfe eines Finiten Elemente Modells mit den Mittelwerten der Designvariablen berechnete Spannungs-Dehnungsverlauf für eine Zug bzw. Schubbelastung dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass für beide Lastfälle ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Belastungsspannung und Verzerrung besteht. Aus diesen Grund ist eine Linearisierung um den Punkt „A“ ($\sigma_{xx} = 450 \text{ MPa}$) bzw. Punkt „B“ ($\sigma_{xy} = 65 \text{ MPa}$) in den Abbildungen 26 und 27 und die Verwendung eines Laststeigerungsfaktors zulässig.

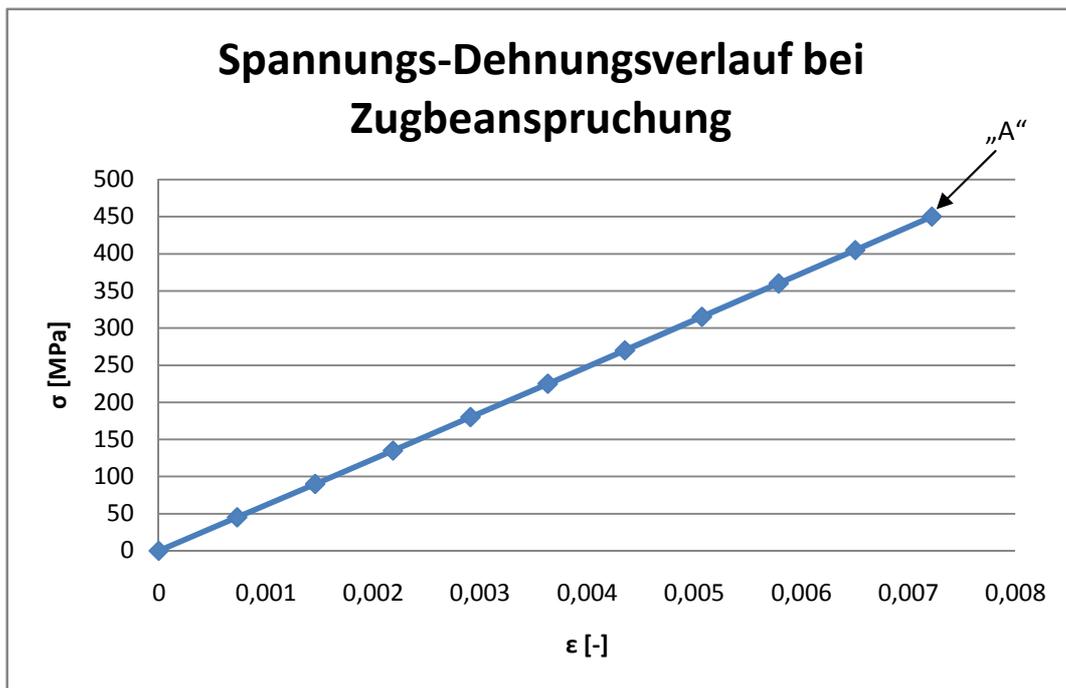


Abbildung 26: Spannungs-Dehnungsverlauf bei Zugbeanspruchung

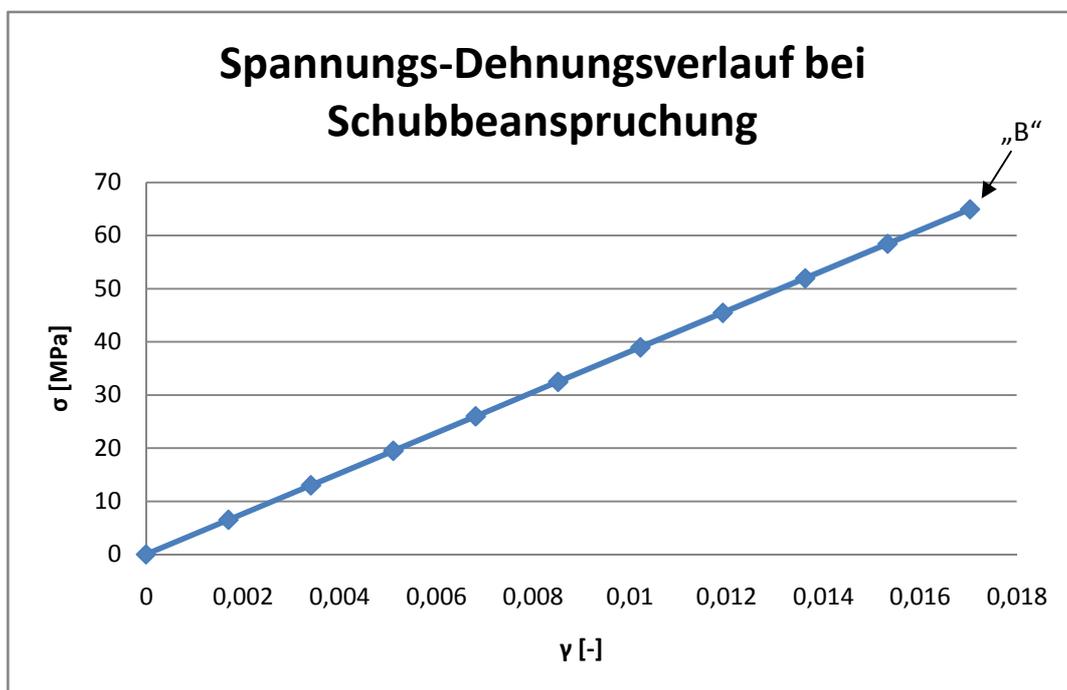


Abbildung 27: Spannungs-Dehnungsverlauf bei Schubbeanspruchung

4. Angewandte Methoden und Modelle zur Ergebnisauswertung

4.1. Maße für die Festigkeitsbewertung

Die Beurteilung der Festigkeit des Gewebelaminates ist für den Zug- als auch den Schublastfall ident und gliedert sich in 2 Bereiche:

- Beurteilung der Festigkeit der Rovinge
- Beurteilung der Festigkeit der Matrix

4.1.1. Beurteilung der Festigkeit der Rovinge

Da die Einzelfasern innerhalb der Rovinge nicht durch das Finite Elemente Modell modelliert werden, sondern die Rovinge als verschmiertes Material, bestehend aus Einzelfasern und Matrix, betrachtet werden, müssen für die Festigkeitsbewertung die verschmierten Spannungen im Roving einem Versagenskriterium gegenübergestellt werden. In weiterer Folge wird als Vergleichskriterium das Tsai-Wu Kriterium herangezogen welches detailliert in [1] und [4] erläutert wird und in Kurzform durch die Formel 9 dargestellt wird. Ein Tsai Wu Faktor größer 1 bedeutet, dass die kritische Spannung innerhalb des Rovings erreicht ist und dieser versagt, wobei über den Versagensmodus selbst keine Information im Tsai Wu Kriterium enthalten ist. Ein Tsai Wu Faktor kleiner 1 bedeutet, dass die kritische Spannung innerhalb der Rovinge noch nicht erreicht ist und der Roving nicht versagt. Allerdings enthält der Tsai Wu Faktor direkt keine Information über die mögliche Erhöhung der Belastung bis zum Bruch. Dies wird durch das Einführen eines Laststeigerungsfaktors λ_{TSAI} ermöglicht, wofür der mathematische Ausdruck in Formel 10 dargestellt ist. (siehe [1] und [4]) Für die zulässigen Zugspannungen, Druckspannungen, Schubspannungen sind in Tabelle 6 zusammengefasst, wobei die Kopplungskoeffizienten C_{xy} , C_{yz} , C_{xz} zu 0 gesetzt werden.

$R_{xx,t}$	$R_{xx,c}$	$R_{yy,t}$	$R_{yy,c}$	$R_{zz,t}$	$R_{zz,c}$	R_{xy}	R_{yz}	R_{xz}
2760	-1655	75	-132	75	-132	124	100	124

Tabelle 6: Zulässigen Spannungen für das Tsai Wu Kriterium

$$f_{TSAI} = A + B \quad (9)$$

$$\lambda_{TSAI} = -\frac{B}{2 \cdot A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2 \cdot A}\right)^2 + \frac{1}{A}} \quad (10)$$

mit

$$A = -\frac{\sigma_{xx}^2}{R_{xx,t} * R_{xx,c}} - \frac{\sigma_{yy}^2}{R_{yy,t} * R_{yy,c}} - \frac{\sigma_{zz}^2}{R_{zz,t} * R_{zz,c}} + \frac{\sigma_{xy}^2}{R_{xy}^2} + \frac{\sigma_{yz}^2}{R_{yz}^2} + \frac{\sigma_{xz}^2}{R_{xz}^2} + \frac{C_{xy} * \sigma_{xx} * \sigma_{yy}}{\sqrt{R_{xx,t} * R_{xx,c} * R_{yy,t} * R_{yy,c}}} + \frac{C_{yz} * \sigma_{yy} * \sigma_{zz}}{\sqrt{R_{yy,t} * R_{yy,c} * R_{zz,t} * R_{zz,c}}} + \frac{C_{xz} * \sigma_{xx} * \sigma_{zz}}{\sqrt{R_{xx,t} * R_{xx,c} * R_{zz,t} * R_{zz,c}}} \quad (11)$$

$$B = \left(\frac{1}{R_{xx,t}} + \frac{1}{R_{xx,c}}\right) * \sigma_{xx} + \left(\frac{1}{R_{yy,t}} + \frac{1}{R_{yy,c}}\right) * \sigma_{yy} + \left(\frac{1}{R_{zz,t}} + \frac{1}{R_{zz,c}}\right) * \sigma_{zz} \quad (12)$$

4.1.2. Beurteilung der Festigkeit der Matrix

Fließkriterien für metallische Werkstoffe beinhalten meist die Annahme, dass ein hydrostatischer Spannungszustand ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) zu keiner plastischen Verformung führt und somit für den Fließbeginn unbedeutend ist. Dies bedeutet, dass für die Beurteilung des Fließbeginnes nur der Spannungsdeviator von Bedeutung ist.

Der Versagensmechanismus bzw. Vorgang des Fließens bei Kunststoffen unterscheidet sich maßgeblich vom Mechanismus des Fließens bei metallischen Werkstoffen. Bei Kunststoffen ist die zulässige Spannung im Bereich einer hydrostatischen Druckspannung wesentlich höher als im Bereich hydrostatischer Zugspannung. Dieser Umstand wird im Fließkriterium berücksichtigt indem der Abstand der Fließfläche von der hydrostatischen Achse als Funktion der hydrostatischen Spannung σ_m formuliert wird, während dieser bei der klassischen Gestaltänderungshypothese von Mises als konstant angenommen wird. Grundsätzlich sind in der Literatur ([19] und [20]) verschiedene Möglichkeiten zur Approximation des Abstandes der Fließfläche von der hydrostatischen Achse zu finden. Eine weit verbreitete Möglichkeit besteht in der Beschreibung des Abstandsradius der Fließfläche von der hydrostatischen Achse durch Formel 13, in welcher der konstanten Abstandsradius in der Gestaltänderungshypothese von Mises ersetzt ist und es folgt die parabolisch modifizierte Gestaltänderungshypothese, welche durch Formel 14 beschrieben wird. Dabei ist „m“ ein weiterer materialspezifischer Materialkennwert, welcher den Unterschied des Materialverhaltens im Zug und Druckbereich charakterisiert. Dieser liegt für Epoxidharze, aus welchen die Matrix besteht, im sehr engen Bereich von 1,3 – 1,5 (siehe [19] und [20]) und für die weitere Festigkeitsbeurteilung wird im Rahmen dieser Diplomarbeit für den Materialparameter m ein Wert von 1,3 gewählt. Die Fließfläche der parabolisch modifizierten Gestaltänderungshypothese ist in Abbildung 28 dargestellt während die Fließfläche der klassischen Gestaltänderungshypothese von Mises in Abbildung 29 visualisiert ist.

$$R(\sigma_m) = \sqrt{\frac{2 \cdot m}{3} * R_p^2 - 2 * (m - 1) * R_p * \sigma_m} \quad (13)$$

$\sigma_{Vergleich} =$

$$\frac{m-1}{m} * (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \sqrt{\left[\frac{m-1}{m} * (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)\right]^2 + \frac{1}{2 \cdot m} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (14)$$

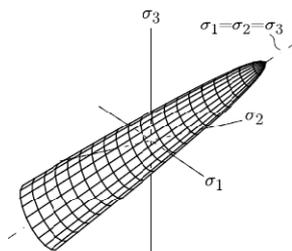


Abbildung 28: Versagensfläche der parabolisch modifizierten Mises Spannung [19]

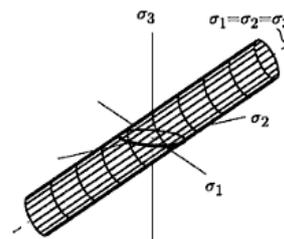


Abbildung 29: Versagensfläche der klassischen von Mises Spannung [19]

Spannungssingularitäten:

Im Bereich der Materialgrenze zwischen Rovings und Matrix tritt an den Eckpunkten theoretisch eine Spannungssingularität auf. [siehe [17] und [21)] Der Bereich der Spannungssingularität ist in Abbildung 30 schematisch skizziert. Auch das Finite Elemente Modell konvergiert mit feiner werdendem Netz gegen die theoretische Lösung der Elastizitätstheorie und somit zu unendlich hohen Spannungen in unmittelbarer Umgebung der Spannungssingularität. In realen Strukturen treten aufgrund von plastischen Deformationen natürlich nur endliche Spannungskomponenten auf. Für die Spannungsbewertungen dürfen daher die Spannungen in jenen Elementen, welche sich in unmittelbarer Umgebung der Spannungssingularitäten befinden nicht direkt herangezogen werden. Für die Spannungsbewertung in der Nähe von Spannungssingularitäten wurden verschiedene Methoden entwickelt, welche z.B. bruchmechanische Methoden, Integrationskriterien, und die Bewertung von Spannungen in entsprechender Entfernung der Spannungssingularität umfassen (siehe [4] und [21]). Im Rahmen der Diplomarbeit erfolgt die Spannungsbewertung in der Nähe von Spannungssingularitäten mit Hilfe des „Abstandskriteriums“. Dabei werden im Bereich der Singularitäten jene Spannungen für die Festigkeitsbewertung herangezogen, welche im Abstand „ w “ vom Mittelpunkt der Spannungssingularität auftreten. Dies wird in der Abbildung 31 erläutert. Der Abstand „ w “ ist geeignet zu wählen, wurde in [4] für eine ähnliches Gewebelaminat untersucht und wird auf Basis dieser Ergebnisse zu 0,1 mm gewählt.

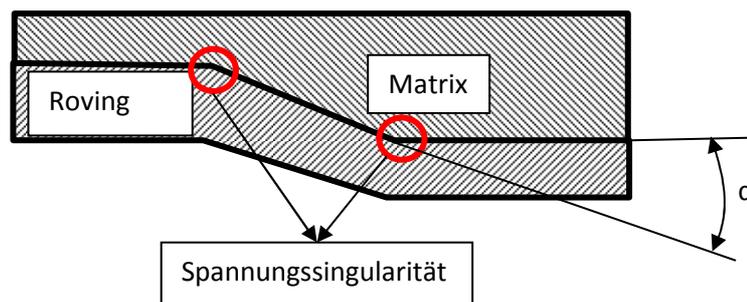


Abbildung 30: Spannungssingularität im Bereich von Materialgrenzen

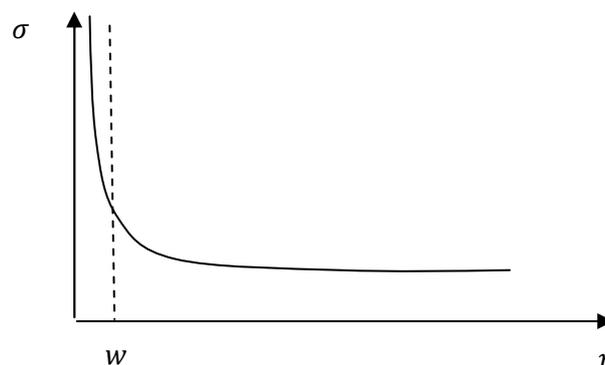


Abbildung 31: Spannungsverlauf im Bereich von Spannungssingularitäten

4.2. Statistische Regressionsmodelle und Interpolationsmodelle

4.2.1. Lineares und quadratisches Regressionsmodell

Besteht zwischen den Designvariablen und der Antwortgröße ein nahezu linearer Zusammenhang bzw. ein quadratischer Zusammenhang, so eignet sich für die Approximation der Response Surface ein lineares bzw. quadratisches Regressionsmodell. Besteht allerdings ein stark nichtlinearer Zusammenhang höherer Ordnung zwischen den Designvariablen und der Antwortgröße, so sind im Allgemeinen Regressionsmodelle für die Approximation der Response Surface ungeeignet. Der Grund hierfür ist, dass Polynomansätze mit Termen höherer Ordnung als quadratische Terme zum Überschwingen der Response Surface und somit zu einer nur sehr schlechten Approximation führen. In den folgenden Abschnitten der vorliegenden Diplomarbeit werden ein lineares Regressionsmodell, ein quadratisches Regressionsmodell und ein Interpolationsmodell verwendet und somit im folgendem kurz dargestellt.

Die mathematische Formulierung des linearen Regressionsmodells ist durch Formel 15 definiert, wobei „n“ die Anzahl der Designvariablen, „ x_i “ die Designvariablen, „ \hat{y} “ die approximierten Antwortgrößen und p_i die zu bestimmenden Polynomkoeffizienten sind. Die Polynomkoeffizienten, welche ebenfalls als Gradienten der Response Surface in die Richtung der jeweiligen Designvariable x_i interpretiert werden können, werden ermittelt, indem die Summe aller quadratischen Abweichungen der Response Surface von den Simulationsergebnissen für alle jene Kombinationen der Designvariablen, für welche Simulationsergebnisse erstellt wurden, minimiert werden.

$$\hat{y} = p_0 + \sum_{i=1}^n p_i * x_i \quad (15)$$

Das quadratische Regressionsmodell wird gebildet durch die Ergänzung des linearen Regressionsmodells mit den quadratischen Termen. Das quadratische Regressionsmodell besitzt $1+n*n*(n+1)/2$ zu bestimmende Polynomkoeffizienten und somit sind für die Anwendung dieses Modells mindestens $1+n*n*(n+1)/2$ Simulationsergebnisse erforderlich. Die mathematische Formulierung des quadratischen Regressionsmodells ist durch Formel 16 angegeben.

$$\hat{y} = p_0 + \sum_{i=1}^n p_i * x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n p_{ij} * x_j * x_i \quad (16)$$

Nach Erstellung der Response Surface mit Hilfe eines Regressionsmodells ist eine Überprüfung der Güte der vorgenommenen Approximation unerlässlich, welche mit Hilfe von statistischen Tests bzw. Fehlertermen vorgenommen wird. In verschiedener Literatur (siehe [6], [11] und [25]) sind je nach vorgegebener Problemstellung unterschiedliche Qualitätskriterien für Regressionsmodelle angegeben. In der vorliegenden Arbeit werden die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers und der angepasste Korrelationskoeffizient für die Qualitätsbeurteilung der erstellten Regressionsmodelle herangezogen und diese werden daher im folgendem kurz dargestellt.

Die Wurzel des quadratischen Fehlers gibt die Summe aller quadratischen Abweichungen der Response Surface von den Simulationsergebnissen für alle jene Kombinationen der Designvariablen an, für welche Simulationsergebnisse erstellt wurden. Die Berechnungsformel ist durch Formel 17 angegeben.

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{m}} \quad (17)$$

Der wesentliche Nachteil der Wurzel des quadratischen Fehlers ist, dass dieser ebenfalls vom Funktionswert selbst abhängig ist und somit von der Skalierung der Response Surface. Dies kann durch ein einfaches Zahlenbeispiel illustriert werden. Weicht eine Approximation eines Funktionswertes um 0,1 ab und der Funktionswert selbst beträgt 100 so beträgt die Abweichung nur 0,1 %. Beträgt allerdings der Funktionswert nur 10 und zwischen der Approximation und dem originalen Funktionswert ebenfalls eine Differenz in der Höhe von 0,1 so beträgt der prozentuelle Fehler bereits 1 %. Um dieses Problem zu umgehen besteht die Möglichkeit die Güte eines Regressionsmodells mit Hilfe des angepassten Korrelationskoeffizienten zu bewerten. Der „nicht angepasste“ Korrelationskoeffizient ist durch Formel 18 definiert. Desto näher der Korrelationskoeffizient bei 1 liegt, desto besser ist das verwendete Regressionsmodell, während ein Korrelationskoeffizient in der Nähe bei 0 ein sehr schlechtes Modell repräsentiert. (siehe [24], [25] und [6]) Jedoch steigt der Korrelationskoeffizient mit steigender Anzahl der Terme im verwendeten Regressionsmodell ohne zwingend die Güte der Approximation zu verbessern. Dieser Umstand wird korrigiert durch den angepassten Korrelationskoeffizient, welcher durch Formel 19 beschrieben und in [6] und [25] detailliert erläutert wird. Der Parameter L kennzeichnet die Anzahl der verwendeten Polynomkoeffizienten im Regressionsmodell.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2} \quad \text{mit} \quad \bar{y} = \sum_{i=1}^m \frac{y_i}{m} \quad (18)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{m-1}{m-L} * (1 - R^2) \quad (19)$$

4.2.2. Interpolation mit Hilfe radialer Basisfunktionen

Antwortgrößen, welche einen stark nichtlinearen Zusammenhang zu den Designvariablen aufweisen können nicht durch ein Regressionsmodell mit der geforderten Genauigkeit beschrieben werden. Daher erfolgt die Erstellung für stark nichtlineare Response Surfaces mit Hilfe eines Interpolationsmodells mit radialer Basisfunktion. Der Unterschied zwischen linearem Regressionsmodell, quadratischem Regressionsmodell und Interpolationsmodell ist in Abbildung 32 exemplarisch dargestellt. Die Definition des in den folgenden Abschnitten verwendeten Interpolationsmodells ist durch Formel 20 beschrieben, wobei der Operator „ $\|\cdot\|$ “ die euklidische Norm repräsentiert, m die Anzahl der Simulationsergebnisse darstellt und für f() ist eine geeignete Funktion zu wählen. Die m Parameter p_j werden durch eine Anpassung der interpolierten Response Surface an die Simulationsergebnisse bestimmt. Die Theorie der Interpolation mit radialer Basisfunktionen ist in [6] detailliert erläutert.

$$z(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m p_j * f(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) \quad (20)$$

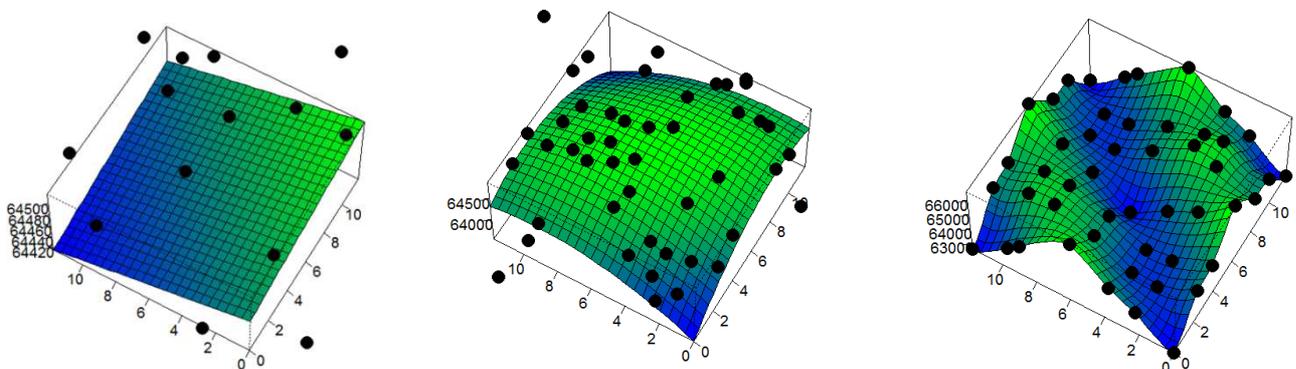


Abbildung 32: Exemplarischer Unterschied zwischen einem linearem Regressionsmodell (links), quadratischem Regressionsmodell (Mitte) und einem Interpolationsmodell mit Hilfe radialer Basisfunktionen (rechts)

4.3. Statistische Kennzahlen und Methoden für die Robustheitsbewertung

4.3.1. Statistische Kennzahlen

Eine Schätzung des arithmetischen Mittelwerts einer empirisch erstellten Häufigkeitsverteilung einer Zufallsvariable X errechnet sich mit Formel 21. Der Mittelwert für eine empirisch ermittelte Häufigkeitsverteilung ist eine Punktschätzung und daher ist die Angabe eines Vertrauensintervalls des Mittelwertes notwendig. Das Vertrauensintervall des Mittelwertes errechnet sich mit Hilfe der Formel 22, wobei $t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}$ dem $(1 - \frac{\alpha}{2})$ - Quantil der Student-T Verteilung mit (n-1) Freiheitsgraden entspricht. Im Rahmen der Diplomarbeit wurden für die Robustheitsanalyse 100 Simulationen mittels zufallsverteilten Designvariablen erstellt und somit beträgt in Formel 21 bis 22 der Parameter n gleich 100.

$$\mu_{x_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (21)$$

$$\left(\mu_{x_i} - t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{s_{x_i}}{\sqrt{n}} \quad , \quad \mu_{x_i} + t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{s_{x_i}}{\sqrt{n}} \right) \quad (22)$$

Der Mittelwert einer Zufallsvariable enthält keine Information über ihre Variabilität, welche durch die Varianz der Zufallsvariable beschrieben wird. Ein Schätzwert für die Varianz einer Zufallsvariable errechnet sich mit Formel 23. Die Berechnung des Vertrauensintervall für die Standardabweichung ist durch Formel 24 ausgedrückt, wobei $\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}$ das $(1 - \frac{\alpha}{2})$ Quantil der χ^2 -Verteilung mit (n-1) Freiheitsgraden ist.

$$s_{x_i}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_{x_i})^2 \quad (23)$$

$$\left(\frac{(n-1) * s_{x_i}^2}{\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}} \quad , \quad \frac{(n-1) * s_{x_i}^2}{\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}} \right) \quad (24)$$

Der einheitenlose Variationskoeffizient (COV) beschreibt die Variabilität und ist durch Formel 25 definiert.

$$COV_{x_i} = \frac{s_{x_i}}{\mu_{x_i}} \quad (25)$$

Das 10 % Quantil ist definiert als jener Wert, für welchen 10 % der empirisch ermittelten Simulationsergebnisse unterhalb des Wertes liegen. Die Ermittlung erfolgt durch aufsteigende Ordnung der Simulationsergebnisse und anschließende Bestimmung des Quantils. Diese Methode der Ermittlung der Quantile wird zu den nichtparametrischen Methoden der Statistik gezählt, welche den beträchtlichen Vorteil haben, dass ihre Gültigkeit nicht auf die Annahme einer Wahrscheinlichkeitsverteilung beruht. Somit ist der Schätzwert auch für eine allgemeine Wahrscheinlichkeitsverteilung gültig und setzt keine gaußverteilte Zufallsvariable voraus. Das Schätzintervall für die Quantile ist ebenfalls unabhängig von der zugrundeliegenden

Wahrscheinlichkeitsfunktion und das Intervall (X_j, X_k) ist ein Vertrauensintervall mit der Sicherheit $(1-\alpha)$ wenn Bedingung 26 erfüllt ist. Y entspricht dabei einer binomialverteilten Zufallsvariablen mit den Parametern (n,p) , n entspricht der Anzahl der Zufallsvariablen, p dem Quantil und X_j dem j Wert der geordneten Antwortgrößen. Die Parameter j und k sind noch unbekannt und müssen iterativ bestimmt werden. Eine detaillierte Darstellung zu nichtparametrischen Methoden in der Statistik ist in [14] und [18] angegeben.

$$P(j \leq Y \leq k) = 1 - \alpha \quad (26)$$

4.3.2. Latin Hypercube Verfahren

Beim klassischen Monte Carlo Verfahren erzeugt ein Zufallsgenerator N unabhängige gleichmäßig verteilte Pseudozufallszahlen im Intervall zwischen $[0,1]$. Dabei muss sichergestellt sein, dass die Pseudozufallszahlen unabhängig und gleichmäßig verteilt sind. Die Unabhängigkeit der erstellten Zufallszahlen ist nur gewährleistet bei einer genügend hohen Anzahl an Samples. In der Literatur [24] wird bei Verwendung des Monte Carlo Verfahren häufig eine Mindestanzahl von n^2 Zufallszahlen empfohlen, wobei n die Anzahl der Designvariablen darstellt. Um die Anzahl der notwendigen Samples und somit die notwendige Anzahl von Simulationsergebnissen zu verringern, eignet sich das Latin Hypercube Verfahren. Beim Latin Hypercube Verfahren wird die Verteilungsfunktion jeder einzelnen Designvariable in N Abschnitte gleicher Wahrscheinlichkeit unterteilt. Dadurch entstehen N^n „hypercubes“. Anschließend werden mittels eines Zufallsgenerators n Vektoren der Designvariablen erzeugt, so dass in jeder Zeile und in jeder Reihe des unterteilten Hyperraumes eine Parameterkonfiguration ausgewählt wird. (siehe [22] und [23]) Der Vorteil des Latin Hypercube Verfahrens ist, dass bereits bei einer geringen Anzahl der durchgeführten Simulationen keine Korrelationen der einzelnen Designvariablen vorhanden sind. Die Anzahl der notwendigen Simulationen reduziert sich auf $2*n$, während die Anzahl der notwendigen Simulationen für das Monte Carlo Verfahren bei n^2 liegt. Die Anzahl der Designvariablen für die Untersuchung des Gewebelaminates beträgt 11 und somit beträgt, für die Sicherstellung dass keine Korrelation der Designvariablen vorhanden ist, die minimale Anzahl an Simulationen 22. Die Anzahl der tatsächlich durchgeführten Simulationen beträgt 100 womit eine Korrelation der Designvariablen auszuschließen ist.

5. Ergebnisauswertung: Zuglastfall

5.1. Voruntersuchung: Spannungsunterschiede in den Einzelschichten

In dieser Voruntersuchung wird bereits auf die detaillierte Ergebnisauswertung vorgegriffen. Der Abschnitt soll den unterschiedlichen Spannungsverlauf in den Einzelschichten des Gewebelaminates zeigen. Damit kann schließlich jene Lamineinzelschicht identifiziert werden, in welcher die Spannungen maximal werden und die somit für eine detaillierte Betrachtung in den nachfolgenden Abschnitten herangezogen werden.

Die Abbildungen 33, 34 und 35 zeigen den Verlauf des Laststeigerungsfaktors der Rovinge innerhalb der untersten Schicht, obersten Schicht und mittleren Schicht, wobei die grüne Linie den Laststeigerungsfaktor an der Unterseite und die rote Linie den Laststeigerungsfaktor an der Oberseite der Rovinge repräsentiert. Deutlich zu erkennen ist, dass der Laststeigerungsfaktor der Rovinge in der untersten Schicht an der Unterseite (grün) sich gleich verhält wie der Laststeigerungsfaktor in der obersten Schicht an der Oberseite (rot) und vice versa.

In Abbildung 33 ist ersichtlich, dass im vorderen Abschnitt der Rovinge der Laststeigerungsfaktor höher und somit der Belastungszustand geringer ist als im hinteren Abschnitt. Im Sinne eines Leichtbauwerkstoffes ist zur Erfüllung der maximalen Festigkeit bei minimalem Gewicht ein gleichmäßiger Belastungsverlauf im gesamten Roving erstrebenswert, welcher durch eine sinnvolle Variation der im Abschnitt 2 vorgestellten Designvariablen erzielt werden kann. Die Details zur Optimierung des Belastungsverlaufes innerhalb der Rovinge werden in Abschnitt 5.2.4 näher vorgestellt und analysiert.

Ein Vergleich des Spannungsverlaufs der Rovinge innerhalb der mittleren Schicht, dargestellt durch Abbildung 35, mit den Spannungsverläufen der Rovinge innerhalb der obersten und untersten Schicht zeigt, dass der Laststeigerungsfaktor der Rovinge innerhalb der mittleren Schicht deutlich höher als der Laststeigerungsfaktor innerhalb der obersten und untersten Schicht ist und somit die beiden äußersten Schichten auch die kritischen Lamineinzelschichten sind. Für die Festigkeitsbewertung des Gewebelaminates ist es somit ausreichend, den Belastungszustand innerhalb der Matrix und den Belastungszustand der Rovinge innerhalb der untersten Schicht näher zu analysieren.

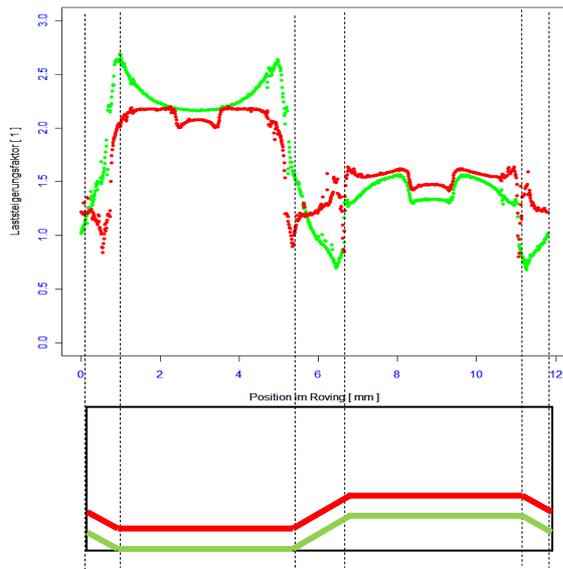


Abbildung 33: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der untersten Schicht

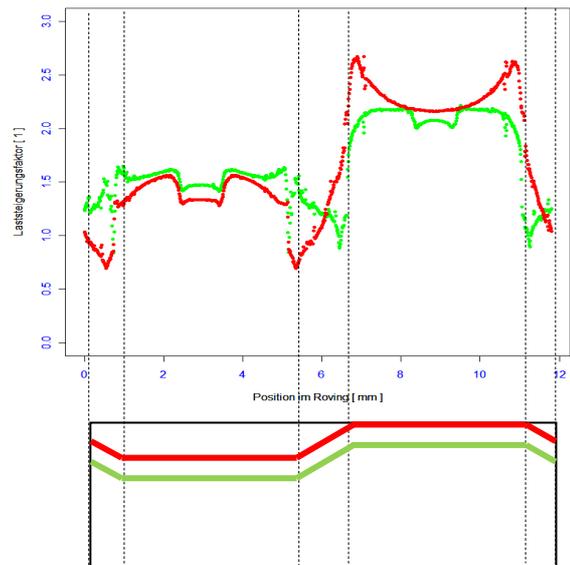


Abbildung 34: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der obersten Schicht

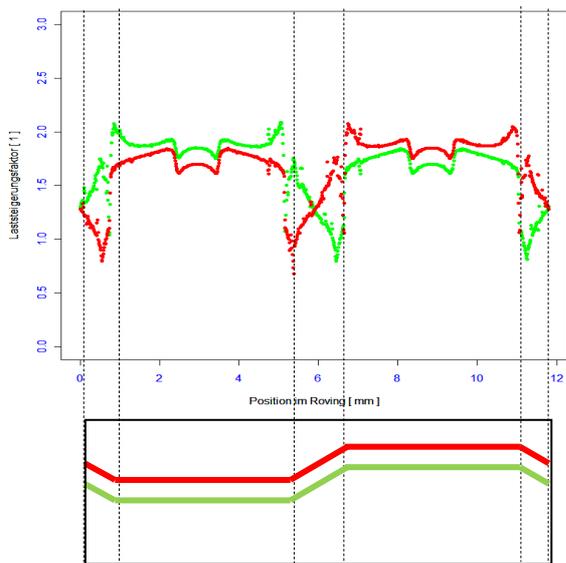


Abbildung 35: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der mittleren Schicht

5.2. Response Surfaces bei Variation der Designvariablen

Die Abschnitte 5.2.1 – 5.2.4 zeigen eine sehr detaillierte visuelle und mathematische Darstellung des Einflusses jeder einzelnen Designvariable auf die Festigkeit und die Steifigkeit des Gewebelaminates. Eine Zusammenfassung dieser Abschnitte befindet sich in Abschnitt 5.2.5 und daher kann der mathematisch weniger interessierte Leser direkt zu Abschnitt 5.2.5 übergehen.

Die „Operation Points“, von welchen aus in den nachfolgenden Abschnitten die Parameter variiert werden, sind:

AF.....	0,3385 mm ²	Em.....	4000 MPa
tan(alpha)...	0,125	Ef11.....	269000 MPa
HF.....	0,18475 mm	vm.....	0,37
LF.....	2,95 mm	XP2.....	0 mm
		YP2.....	0 mm

5.2.1. Response Surface bei Variation der Modellierungsparameter

Für die Erstellung der Response Surface für die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates, der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix (siehe Abschnitt 4.1.2), des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und des Laststeigerungsfaktors der quer verlaufenden Rovinge stehen insgesamt 9 Simulationsergebnisse aufgrund der Variation der Modellierungsparameter (siehe Abbildung 15) zur Verfügung.

Steifigkeitsbewertung:

Mit Hilfe dieser 9 Simulationsergebnisse wird ein lineares Regressionsmodell für die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates in Abhängigkeit der Modellierungsparameter erstellt, welches durch die Formel 27 ausgedrückt wird und in Abbildung 37 graphisch dargestellt ist. Schon der optische Vergleich der Simulationsergebnisse mit dem Regressionsmodell in Abbildung 37 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, welche durch den angepassten Korrelationskoeffizient (adjusted coefficient of determination) in der Höhe von 0,998 und der Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 7,45 MPa bestätigt wird.

Der Einfluss der Welligkeit der Rovinge, repräsentiert durch die Designvariable tan(alpha), ist aus Abbildung 37 ersichtlich und ist nur sehr gering ausgeprägt. Durch eine Erhöhung der Welligkeit der Rovinge, können diese während der Zugbelastung stärker „geglättet“ werden, womit eine höhere Dehnung resultiert und somit die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats sinkt. Quantitativ beträgt die maximale Änderung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates bei Änderung der Welligkeit innerhalb der vorgegebenen Grenzen nur $\pm 241,48$ MPa und somit $\pm 0,39$ % des Mittelwertes der Zugsteifigkeit. Der Einfluss des Modellierungsparameters „AF“ besitzt nahezu keinen Einfluss auf das Steifigkeitsverhalten des Gewebelaminates bei Zugbeanspruchung und die Änderung bei Variation von „AF“ innerhalb der vorgeschriebenen Grenzen beträgt $\pm 4,45$ MPa bzw. 0,01% des Mittelwertes der Zugsteifigkeit.

$$\hat{E}_{xx} = 68499 + 206,8 * AF - 48296,4 * \tan(\alpha) \quad (27)$$

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Die Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix wird durch ein quadratisches Regressionsmodell erstellt und ist in Abbildung 38 dargestellt. Bestätigt wird die Gültigkeit der Annahme eines quadratischen Regressionsmodells durch den angepassten Korrelationskoeffizient (adjusted coefficient of determination) in der Höhe von 0,86 und der Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 0,87 MPa.

Durch die Abnahme der Welligkeit der Rovinge treten 2 Effekte auf, welche den Spannungszustand innerhalb der Matrix wesentlich beeinflussen. Einerseits erhöht sich die Steifigkeit der Rovinge durch die Abnahme ihrer Welligkeit und somit erfolgt eine Spannungsumlagerung von der Matrix zu den Rovingen, welche ein Absinken der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix bewirkt.

Andererseits entsteht an der Grenze zwischen 2 unterschiedlichen Materialien, wie in [21] ausführlich erläutert, eine Spannungssingularität, wobei die Ordnung der entstehenden Spannungssingularität mit steigendem Winkel α ebenfalls steigt. Beide Effekte führen bei abnehmender Welligkeit zur Senkung der Spannung innerhalb der Matrix. Durch die Überlagerung der beiden Effekte entsteht ein quadratischer Zusammenhang. Quantitativ beträgt die maximale Änderung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix $\pm 3,66$ MPa bzw. $\pm 4,50$ % des Mittelwertes der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix. Der Einfluss der Welligkeit hat somit einen deutlich höheren Einfluss auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix als auf die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates.

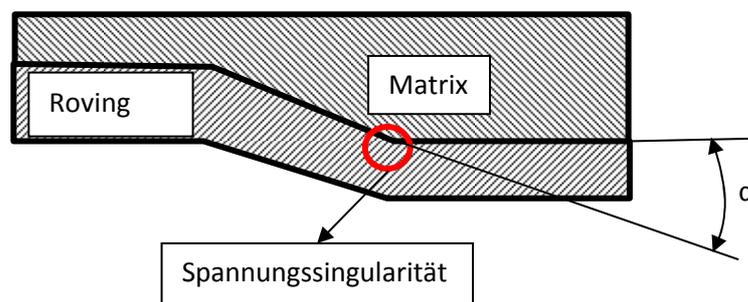


Abbildung 36: Spannungssingularität innerhalb der Matrix

Eine Zunahme der Querschnittsfläche der Rovinge führt zur geringfügigen Erhöhung der Steifigkeit der Rovinge, folglich dessen zur Spannungsumlagerung von Matrix zu den Rovingen und somit zum Absenken der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix. Die Maximale Änderung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix beträgt bei Änderung der Querschnittsfläche der Rovinge maximal $\pm 2,29$ MPa bzw. $\pm 2,81$ %.

$$\hat{\sigma}_{Matrix} = 1242,1 - 319,5 * AF - 18121,1 * \tan(\alpha) + 1009,0 * AF^2 + 80475,8 * \tan(\alpha)^2 - 3760,5 * AF * \tan(\alpha) \quad (28)$$

Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Abbildung 39 zeigt den Verlauf des Laststeigerungsfaktors entlang der in Belastungsrichtung verlaufende Rovinge. Dabei repräsentieren die unterschiedlichen Farben auch unterschiedliche Kombinationen von Modellierungsparametern. Der Sinn der Abbildung ist nicht die Zuordnung der jeweiligen Modellierungsparameter zu den einzelnen Farben, sondern Abbildung 39 soll zeigen, dass die Auswirkung der Variation der Modellierungsparameter nicht zu einer lokalen Änderung des Laststeigerungsfaktors führt, sondern, dass der Laststeigerungsfaktor entlang des gesamten Rovings gleichmäßig sinkt bzw. steigt. Zur Bestimmung des Einflusses der Modellierungsparameter wird eine Response Surface für den Laststeigerungsfaktor an der Position $x=9$ mm erstellt. Die Response Surface wird durch ein lineares Regressionsmodell beschrieben. Eine gute Approximationsgüte wird durch die statistischen Kennzahlen, den angepassten Korrelationskoeffizienten in der Höhe von 1,00 und der Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 0,001 bestätigt. Die Auswirkungen der Änderung der Designvariable „AF“ und der Welligkeit der Rovinge wird durch die Abbildungen 40 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass mit steigender Querschnittsfläche der Rovinge der Belastungszustand im Roving sinkt. Dies ist erklärbar durch die nahezu gleichbleibende Steifigkeit der Rovinge bzw. des Gewebelaminates und somit dem Gleichbleiben der zu übertragenden Schnittkraft der Rovinge, während die Querschnittsfläche steigt. Bei gleichbleibender Schnittkraft und steigender Querschnittsfläche der Rovinge folgt somit ein Absinken der Spannung und somit ein Steigen des Laststeigerungsfaktors.

Für die Erklärung des Zusammenhangs des Belastungszustands der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und der Welligkeit der Rovinge müssen die einzelnen Hauptnormalspannungen betrachtet werden. Mit sinkender Welligkeit steigt die Steifigkeit der Rovinge und somit erfolgt eine Spannungsumlagerung der Spannungskomponente S_{XX} von der Matrix zu den in Belastungsrichtung verlaufenden Rovingen. Allerdings sinken mit steigender Steifigkeit ebenfalls die Längsdehnung und somit auch die Querdehnung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Dadurch sinkt die Spannungskomponente S_{YY} innerhalb der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Resultierend aus beiden Effekten entsteht eine sinkende Belastung und somit ein steigender Laststeigerungsfaktor mit sinkender Welligkeit.

Das maximale Verbesserungspotenzial bzw. die Sensitivität des Laststeigerungsfaktors bei Änderung der Querschnittsfläche der Rovinge beträgt $\pm 0,088$ bzw. $\pm 6,62\%$ und bei Änderung der Welligkeit $\pm 0,002$ bzw. $0,15\%$.

$$\hat{\sigma}_{Rov-X} = 4,10 * AF - 0,39 * \tan(\alpha) \quad (29)$$

Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Abbildung 41 zeigt wiederum den Verlauf des Laststeigerungsfaktors an der Unterseite der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge, wobei die verschiedenen Einfärbungen für jeweils unterschiedliche Parameterkonfiguration von „AF“ und „tan(alpha)“ verwendet werden. Die Abbildung zeigt deutlich, dass der Laststeigerungsfaktor bei Variation der Modellierungsparameter im gesamten Roving angehoben bzw. gesenkt wird. Für die detaillierte Studie des Einflusses der Fertigungsparameter auf die Festigkeit der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge wird wiederum eine Response Surface für den Laststeigerungsfaktor an der Position $x=9$ mm erstellt, wofür ein lineares Regressionsmodell verwendet wird. Das Regressionsmodell wird durch Formel 30 beschrieben und ist in Abbildung 42 graphisch dargestellt. Der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 0,99 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 0,002. Die maximale Veränderung des Laststeigerungsfaktors der quer zu Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge beträgt 0,024 bzw. 3,93 % bei Variation des Parameters „AF“ und 0,007 bzw. 1,15 % bei Variation von „tan(alpha)“ innerhalb der vorgegebenen Grenzen.

$$\hat{\sigma}_{Rov-Y} = 0,41 + 1,13 * AF - 1,44 * \tan(\alpha) \quad (30)$$

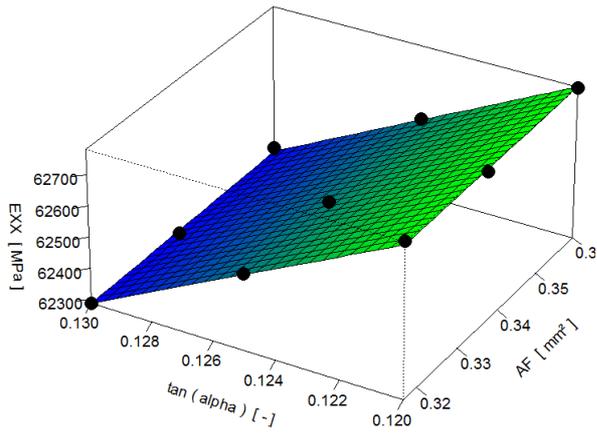


Abbildung 37: Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit von AF und $\tan(\alpha)$

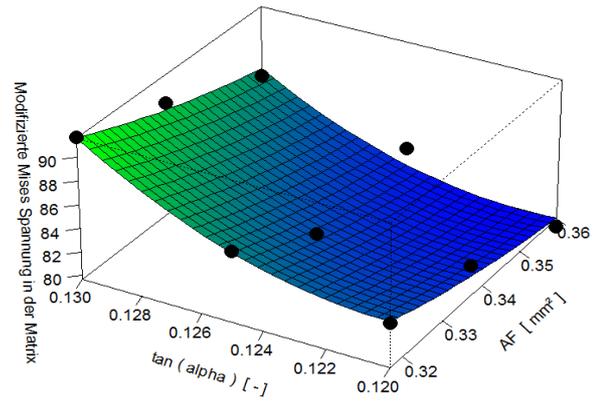


Abbildung 38: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von AF und $\tan(\alpha)$ (zulässige Spannung: 75 MPa)

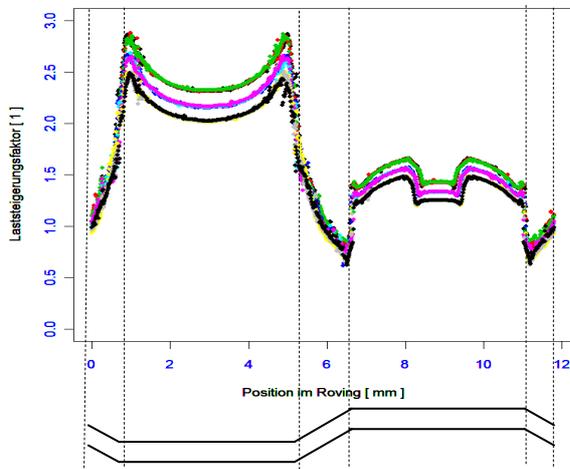


Abbildung 39: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von AF und $\tan(\alpha)$

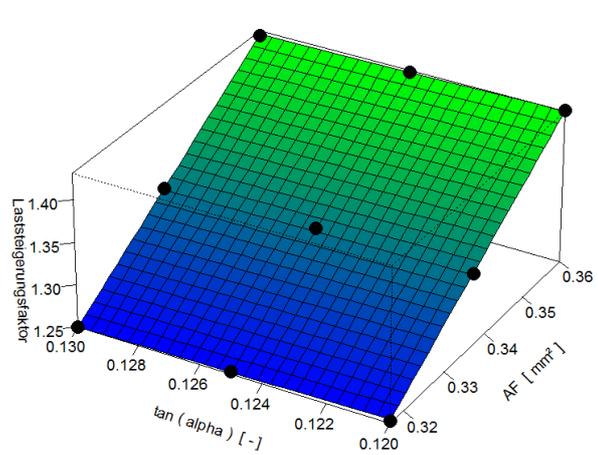


Abbildung 40: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von AF und $\tan(\alpha)$

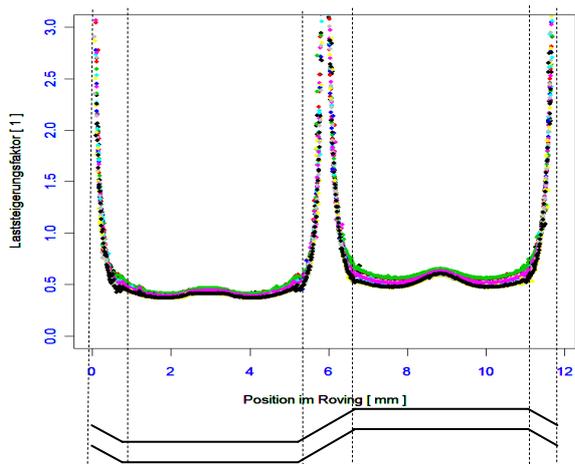


Abbildung 41: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von AF und $\tan(\alpha)$

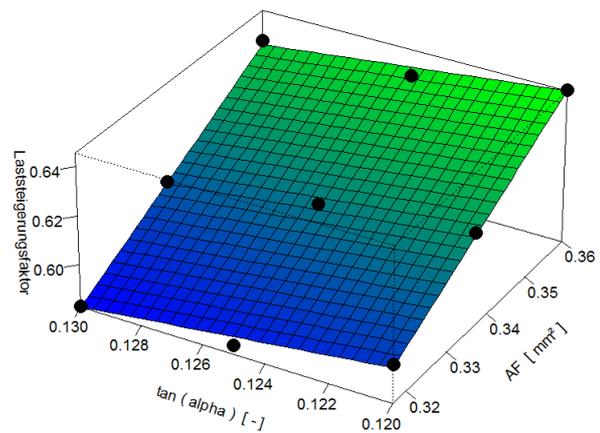


Abbildung 42: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von AF und $\tan(\alpha)$

5.2.2. Response Surface bei Variation der Fertigungsparameter

Für die Erstellung der Response Surface für die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates, der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix (siehe Abschnitt 4.1.2), des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und des Laststeigerungsfaktors der quer verlaufenden Rovinge stehen insgesamt 9 Simulationsergebnisse aufgrund der Variation der Modellierungsparameter (siehe Abbildung 14) zur Verfügung.

Steifigkeitsbewertung:

Für die Erstellung der Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit der Fertigungsparameter „HF“ und „LF“ wird ein lineares Regressionsmodell verwendet, welches durch Formel 31 beschrieben und in Abbildung 43 graphisch dargestellt wird. Die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 221,3 MPa und der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 1,00, wodurch eine gute Approximationsgüte sichergestellt ist.

Abbildung 43 zeigt, dass durch die Zunahme der Fertigungsparameter „HF“ und „LF“ die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates sinkt. Erklärt wird diese Steifigkeitsabnahme bei der Erhöhung der Fertigungsparameter durch die Erhöhung des Volumenanteils des Matrixmaterials innerhalb der Einheitszelle während die Faseranzahl konstant bleibt. Dadurch sinkt der Faservolumenanteil des Gewebelaminats und somit sinkt die Zugsteifigkeit. Die maximale Änderung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminats beträgt bei der Variation der Höhe des Gewebelaminats $\pm 4946,35$ MPa bzw. 7,91 % und bei Variation des Abstands der Rovinge $\pm 1576,2$ bzw. 2,52 %.

$$\hat{E}_{xx} = 182994 - 335349 * HF - 19703 * LF \quad (31)$$

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Zwischen den Fertigungsparametern und der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix herrscht ein positiver linearer Zusammenhang und wird folglich mit Hilfe der Methode der linearen Regression modelliert. Der mathematische Zusammenhang wird durch Formel 32 beschrieben und die Graphik in Abbildung 44 zeigt eine gute Übereinstimmung des Regressionsmodells mit den Simulationsergebnissen. Bestätigt wird dies wiederum mit Hilfe des angepassten Korrelationskoeffizienten und der Wurzel des quadratischen Fehlers. Erster beträgt 0,96 und letzterer 1,30 MPa.

Eine Zunahme der Fertigungsparameter bewirkt ebenfalls eine Zunahme der Querschnittsfläche des Gewebelaminats bzw. der Einheitszelle und somit steigt die Schnittkraft des Gewebelaminates. Die Zunahme der Schnittkraft teilt sich auf die Zunahme der Schnittkraft der Rovinge und die Zunahme der der Schnittkraft der Matrix auf. Die Zunahme der Schnittkraft der Matrix wird einerseits erreicht durch Zunahme der Schnittfläche der Matrix und durch Zunahme der Spannung innerhalb der Matrix. Zusammenfassend gilt: Die Zunahme der Höhe des Gewebelaminats und des Abstands der Rovinge führt zur Erhöhung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix. Die maximale Zunahme der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix bei Variation der Höhe des Gewebelaminates

innerhalb der vorgegeben Grenzen errechnet sich zu $\pm 8,67$ MPa bzw. $\pm 10,65$ % und bei Variation des Abstands der Rovinge zu $\pm 2,06$ MPa bzw. $\pm 2,53$ %.

$$\hat{\sigma}_{Matrix} = -104,79 + 587,96 * HF + 25,77 * LF \quad (32)$$

Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Das für den Laststeigerungsfaktor zugrundeliegende lineare Regressionsmodell wird durch Formel 33 beschrieben und ist in Abbildung 46 graphisch dargestellt. Der angepasste Korrelationskoeffizient in der Höhe von 1,00 und die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 0,005 bestätigen die ausgezeichnete Approximationsgüte des verwendeten linearen Regressionsmodells. Eine Zunahme der Höhe des Gewebelaminates und des Abstands der Rovinge bewirkt eine Steifigkeitsabnahme und somit eine Zunahme der Dehnung des Gewebelaminates. Allerdings bleiben die Querschnittsfläche und die Materialparameter der Rovinge bei Variation der Fertigungsparameter konstant und somit steigen die Spannungen und die Belastung der Rovinge. Dies ist gleichbedeutend mit der Abnahme des Laststeigerungsfaktors. Die maximale Auswirkung bei der Variation der Höhe des Gewebelaminates auf den Laststeigerungsfaktor der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge beträgt $\pm 0,10$ bzw. $\pm 7,52$ % und bei der Variation des Abstands der Rovinge $\pm 0,03$ bzw. $\pm 2,26$ %.

$$\hat{\sigma}_{Rov-X} = 3,758 - 7,021 * HF - 0,379 * LF \quad (33)$$

Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Der Laststeigerungsfaktor der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge verhält sich bei Variation der Fertigungsparameter ähnlich wie der Laststeigerungsfaktor der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Abbildung 47 zeigt wiederum den Laststeigerungsfaktor an der Unterseite der quer verlaufenden Rovinge. Diese Abbildung zeigt, dass die Auswirkungen der Fertigungsparameter den Laststeigerungsfaktor im gesamten Roving gleichmäßig beeinflussen und nicht nur zur lokalen Entlastung bzw. Belastung führen. Die detaillierte Untersuchung der Auswirkungen der Fertigungsparameter erfolgt mittels einer Response Surface, dargestellt in Abbildung 48, welche mit Hilfe eines linearen Regressionsmodells erstellt wird. Der angepasste Korrelationskoeffizient in der Höhe von 0,98 und die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 0,002 bestätigen die ausreichende Genauigkeit des verwendeten linearen Regressionsmodells. Die Belastung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge wird vorwiegend durch die Spannung innerhalb der Matrix bestimmt. Die Querrovinge verlaufen durch die Matrix quer zur Belastungsrichtung und somit wirken auf die Querrovinge ähnliche Spannungen wie innerhalb der Matrix. Steigen die Spannung innerhalb der Matrix bei Anstieg der Höhe der Fertigungsparameter so steigen ebenfalls die Spannung innerhalb der Querrovinge und der Laststeigerungsfaktor sinkt. Die maximale Änderung des Laststeigerungsfaktors bei Variation von „LF“ beträgt $\pm 0,01$ bzw. $\pm 1,66$ % und bei Variation von „HF“ $\pm 0,02$ bzw. $3,77$ %.

$$\hat{\sigma}_{Rov-Y} = 1,274 - 1,539 * HF - 0,127 * LF \quad (34)$$

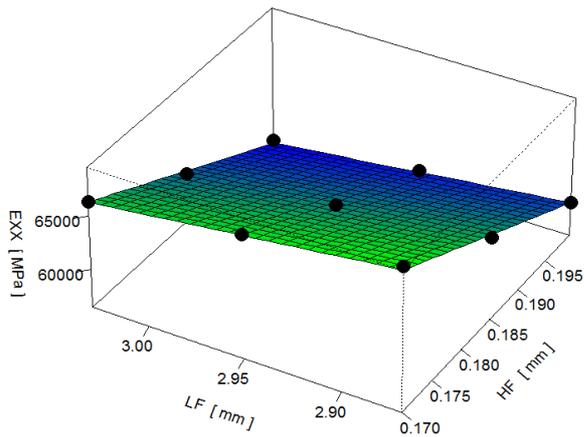


Abbildung 43: Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit von HF und LF

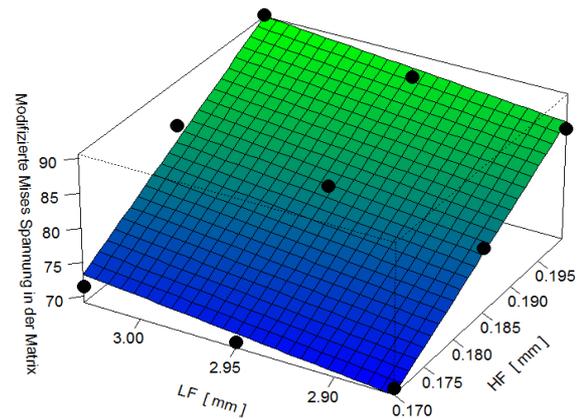


Abbildung 44: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von AF und LF (zulässige Spannung: 75 MPa)

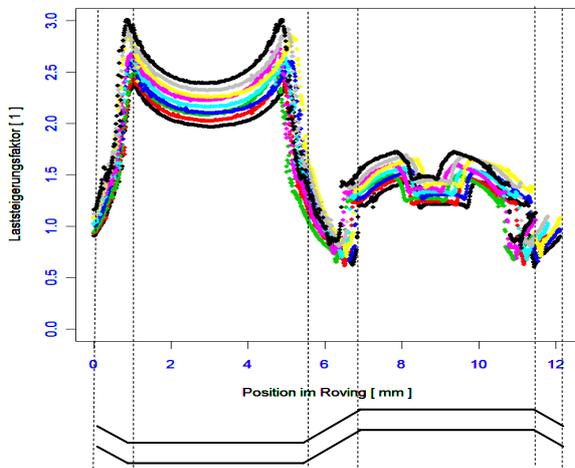


Abbildung 45: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

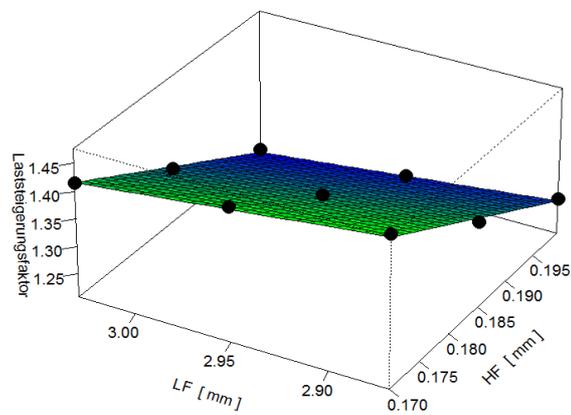


Abbildung 46: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

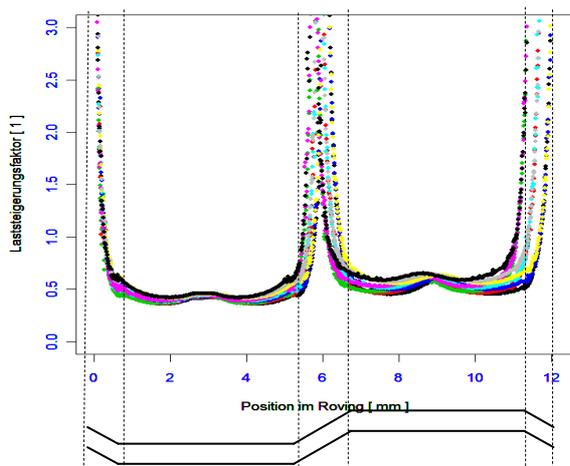


Abbildung 47: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

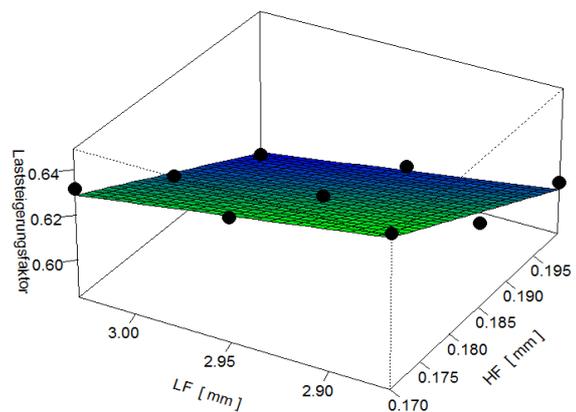


Abbildung 48: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

5.2.3. Response Surface bei Variation der Materialparameter

Für die Erstellung der Response Surface für die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates, der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix (siehe Abschnitt 4.1.2), des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und des Laststeigerungsfaktors der quer verlaufenden Rovinge stehen insgesamt 15 Simulationsergebnisse aufgrund der Variation der Modellierungsparameter (siehe Abschnitt 2.1.2) zur Verfügung. Die Gruppe der Materialparameter beinhaltet den E-Modul der Matrix, den E-Modul der Fasern in Faserlängsrichtung und die Querkontraktionszahl der Matrix. Dies sind insgesamt 3 Designvariablen, womit für die graphische Darstellung der Response Surface einer Antwortgröße, z.B. die Zugsteifigkeit, ein 4-dimensionaler Raum benötigt werden würde. Die nachfolgenden graphischen Abbildungen 50 bis 55 zeigen die Response Surfaces in Abhängigkeit der Materialparameter „Ef11“ und „Em11“. Die Querkontraktionszahl der Matrix bewirkt bei ihrer Variation eine Höhenverschiebung der linearen Response Surface. Für die Steifigkeitsbewertung und die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix wurde auf die Darstellung der Response Surfaces für verschiedenen Querkontraktionszahlen verzichtet, da ihr Einfluss nur sehr gering ist und somit als vernachlässigbar angesehen wird. Für die graphische Darstellung der Laststeigerungsfaktoren der in und quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge sind jeweils 3 Response Surfaces, welche jeweils für eine konstante Querkontraktionszahl der Matrix stehen, in einer Abbildung zusammengefasst.

Steifigkeitsbewertung:

Die Approximation der Response Surface für die Zugsteifigkeit erfolgt mit Hilfe eines linearen Regressionsmodell, welches durch Formel 35 beschrieben wird und in Abbildung 50 dargestellt ist. Der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 0,99 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 92,62 MPa, womit die bereits in Abbildung 50 sichtbare gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen des linearen Regressionsmodells bestätigt wird.

Eine Erhöhung des E-Moduls der Matrix oder der Fasern führt selbstverständlich zur Erhöhung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates. Aufgrund der höheren Streuung des E-Moduls der Matrix gegenüber dem E-Modul der Fasern, wirkt sich die Änderung des E-Moduls der Matrix wesentlich stärker auf die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates aus. Während die maximale Änderung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates bei Variation des E-Moduls der Matrix $\pm 1718,58$ MPa bzw. $\pm 2,75$ % beträgt, führt eine Variation des E-Moduls der Fasern innerhalb der vorgegeben Grenzen nur zu einer Änderung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates von $\pm 280,9$ bzw. $\pm 0,45$ %. Der Einfluss der Querkontraktionszahl ist noch geringer und beträgt $\pm 230,48$ MPa bzw. $\pm 0,37$ %. Erklärbar ist der positive lineare Zusammenhang zwischen Querkontraktionszahl der Matrix und Zugsteifigkeit des Gewebelaminates aufgrund der Behinderung der Querkontraktion durch die querverlaufenden Rovinge. Eine Erhöhung der Querkontraktionszahl der Matrix führt zur erhöhten Querdehnung bei vorgegebener Längsdehnung. Da allerdings die Querkontraktion durch die querlaufenden Rovinge stark behindert wird, führt eine Erhöhung der Querkontraktionszahl der Matrix ebenfalls zur Erhöhung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates.

$$\hat{E}_{xx} = 2187,35 + 0,1986 * Ef11 + 1,5187 * Em + 2202,331 * vm \quad (35)$$

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Der Zusammenhang zwischen der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix und den Materialparametern wird wieder durch ein lineares Regressionsmodell repräsentiert, welches in Formel 36 und Abbildung 51 ihren Ausdruck findet. Der angepasste Korrelationskoeffizient errechnet sich zu 0,99 und die Wurzel des quadratischen Fehlers zu 0,54 MPa. Eine Erhöhung des E-Moduls der Fasern führt selbstverständlich zur Umlagerung der Spannung von der Matrix zu den Rovingen während die Erhöhung des E-Moduls der Matrix zur Erhöhung der Spannung in der Matrix führt. Der positive Zusammenhang von Spannung in der Matrix und Änderung der Querkontraktionszahl wird durch die Annäherung der transversalen Querkontraktionszahl der Rovinge an die Querkontraktionszahl der Matrix bei Senkung der Querkontraktionszahl der Matrix erklärt. Dadurch sinkt die Differenz der Querkontraktionszahl der Matrix und der Rovinge und somit sinken die transversalen Spannungen. Die maximale Änderung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix beträgt bei Variation des E-Moduls der Fasern $\pm 0,113$ MPa bzw. $\pm 0,14\%$, bei Variation des E-Moduls der Matrix $\pm 10,52$ MPa bzw. $\pm 12,92\%$ und bei Variation der Querkontraktionszahl $\pm 0,54$ MPa bzw. $\pm 0,66\%$.

$$\hat{\sigma}_{Matrix} = 63,75 - 0,0001 * Ef11 + 0,01 * Em + 5,129 * vm \quad (36)$$

Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Die Veränderung der Belastung erfolgt bei Variation der Materialparameter wieder gleichmäßig im gesamten Roving wie in Abbildung 52, welche den Laststeigerungsfaktor für verschiedene Kombinationen der Materialparameter durch jeweils unterschiedliche Farben zeigt, ersichtlich ist. Zur detaillierten Untersuchung des Einflusses der Materialparameter auf den Laststeigerungsfaktor innerhalb der längs zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge wird eine Response Surface des Laststeigerungsfaktors an der Position $x=9$ gebildet, welche in Abbildung 53 dargestellt ist. Die Güte des Regressionsmodells ist, bestätigt durch den angepassten Korrelationskoeffizienten in der Höhe von 0,96 und die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 0,006, als sehr gut zu bewerten.

Die Änderung der Materialparameter hat nur einen sehr geringen Einfluss auf den Belastungszustand der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Durch Erhöhung des E-Moduls der Matrix entstehen 2 Effekte. Einerseits erfolgt eine Spannungsumlagerung der Spannungskomponente S_{xx} von Roving zur Matrix. Andererseits führt einer Zugbelastung zur wellenförmigen Deformation mit einer Frequenz der Länge der Einheitszelle. Diese Deformation wird durch einen erhöhten E-Modul der Matrix behindert, womit innerhalb der Rovinge Zwangsspannungen entstehen. In Abbildung 49 ist der Deformationsplot für einen E-Modul der Matrix in der Höhe von 4800 MPa (oben) und 3200 MPa (unten) abgebildet. Ersichtlich ist, dass bei kleinerem E-Modul der Matrix die Wellenbildung stärker ausgeprägt ist als bei höheren E-Modul. Der zweite erwähnte Effekt überwiegt und somit sinkt der Laststeigerungsfaktor innerhalb der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge mit steigendem E-Modul der Matrix. Die dabei maximale auftretende Variation des Laststeigerungsfaktors beträgt $\pm 0,033$ bzw. $\pm 2,48\%$. Durch die Verringerung der Querkontraktionszahl der Matrix nähert sich diese der transversalen Querkontraktionszahl der Rovinge an, somit sinkt die Spannung und der Laststeigerungsfaktor steigt. Die Variation der Querkontraktionszahl besitzt den stärksten Einfluss auf den Belastungszustand der Rovinge, welcher bei $\pm 0,039$ bzw. $\pm 2,39\%$ liegt.

$$\hat{\lambda}_{Rov-x} = 1,30 + 0,000001 * Ef11 - 0,00003 * Em - 0,429 * vm \quad (37)$$

Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Die Response Surface der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge ist in Abbildung 55 dargestellt. Die Erstellung erfolgte mit Hilfe eines linearen Regressionsmodells, der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 0,97 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 0,004. Der angepasste Korrelationskoeffizient liegt nahe bei 1 und ist somit ein Indikator für eine gute Approximationsgüte. Die mathematische Beschreibung der Approximation erfolgt mit Formel 38. Die maximale Änderung des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge beträgt bei Variation des E-Moduls der Matrix $\pm 0,0165$ bzw. $\pm 2,7\%$, bei Variation der Querkontraktionszahl der Matrix $\pm 0,039$ bzw. $\pm 6,4\%$ und bei Variation des E-Moduls der Faser $\pm 0,001$ bzw. $\pm 0,16\%$.

$$\hat{\lambda}_{Rov-Y} = 0,896 - 0,000001 * Ef11 + 0,00001 * Em - 0,37 * vm \quad (38)$$

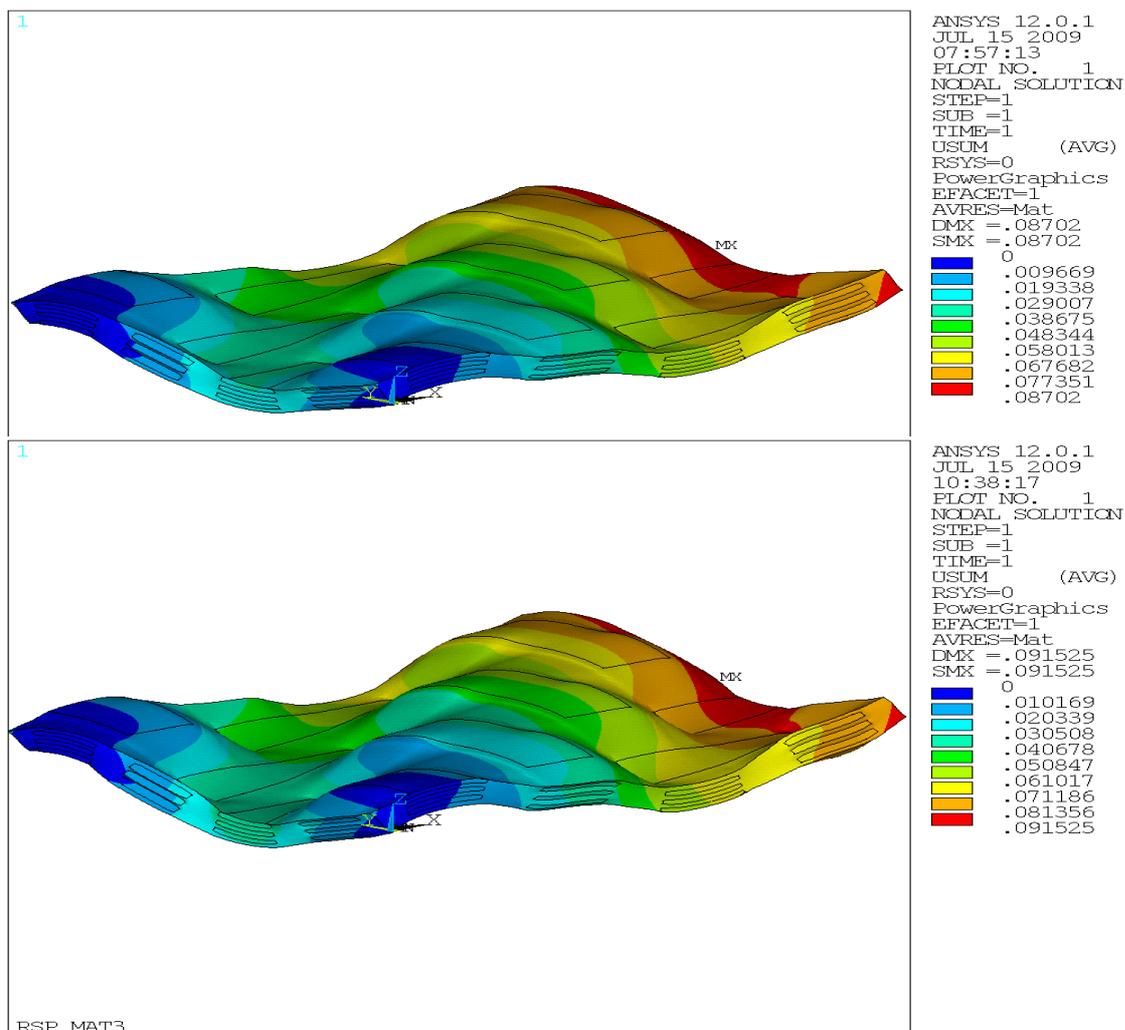


Abbildung 49: Deformationsplots des Gewebelaminates bei Zugbelastung für $E_m=4800$ MPa (oben) und $E_m=3200$ MPa (unten) (25 fach vergrößert)

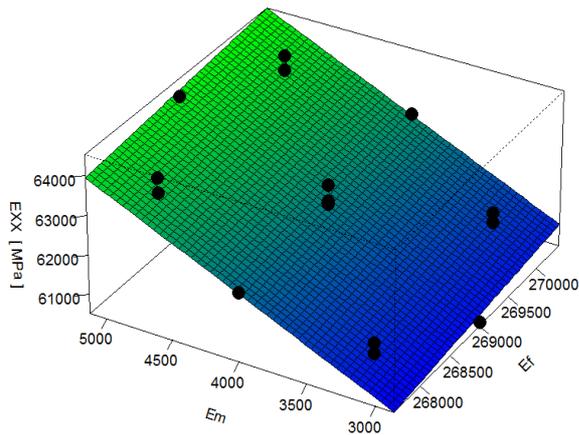


Abbildung 50: Response Surface der Zugsteifigkeit in in Abhängigkeit von E_{m11} und E_{f11}

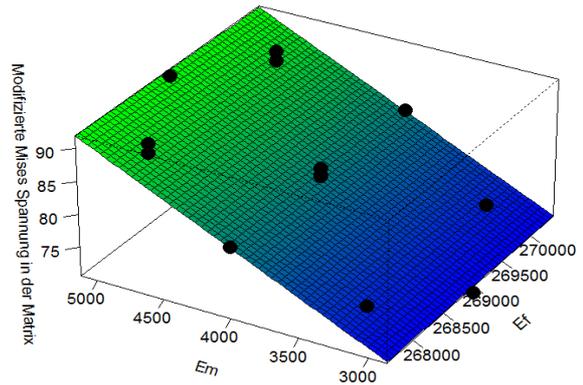


Abbildung 51: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von E_{m11} und E_{f11} (zulässige Spannung: 75 MPa)

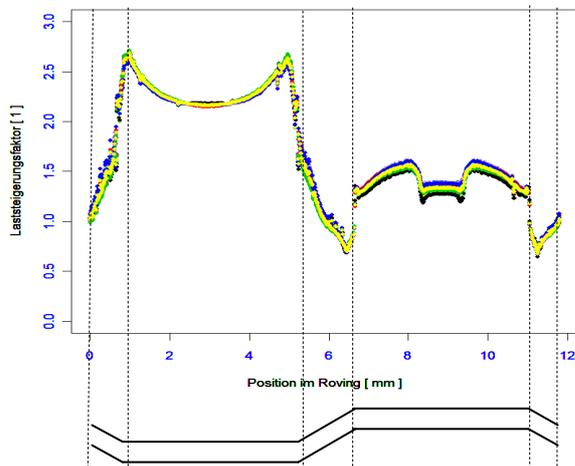


Abbildung 52: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von E_{m11} und E_{f11}

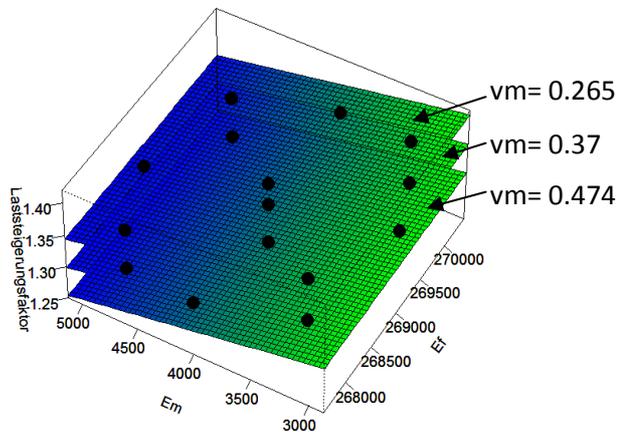


Abbildung 53: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von E_{m11} und E_{f11}

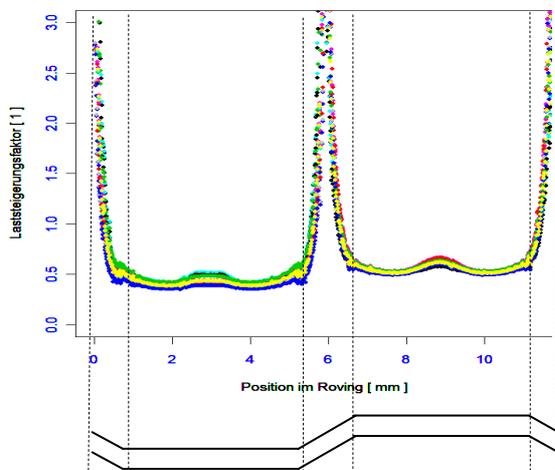


Abbildung 54: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von E_{m11} und E_{f11}

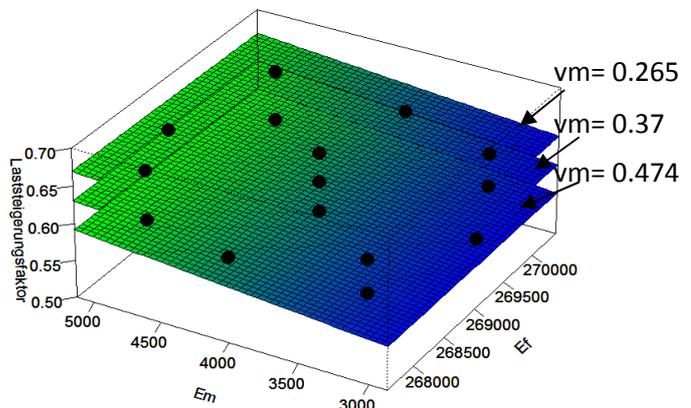


Abbildung 55: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von E_{m11} und E_{f11}

5.2.4. Response Surface bei Variation der Verschiebung der mittleren Schicht

Für die Interpolation der Response Surfaces der Zugsteifigkeit und Festigkeiten des Gewebelaminates in Abhängigkeit der Schichtverschiebung der mittleren Schicht stehen 49 Simulationsergebnisse zur Verfügung. Da alle Antwortgrößen in Bezug auf die Parameter „PX2“ und „PY2“ einen stark nichtlinearen ausgeprägten Zusammenhang besitzen, eignet sich kein lineares bzw. quadratisches Regressionsmodell. Stattdessen erfolgt die Interpolation mit Hilfe eines „Radial Basis“ Interpolationsmodell welches in Abschnitt 4.2.2 vorgestellt wird.

Steifigkeitsbewertung:

Die Basis für das Interpolationsmodell bildet Formel 20 und für die noch zu wählende Basisfunktion wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktion die Formel 39 gewählt. Die resultierende Response Surface für die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats ist in Abbildung 58 dargestellt.

$$f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^{\frac{3}{2}} \quad (39)$$

Werden alle 3 Lamineinzelschichten gleichmäßig übereinander angeordnet, also die Schichtverschiebung der Mittelschicht zu 0 gesetzt (PX2=0 und PY2=0), so besitzt das Gewebelaminat die geringste Zugsteifigkeit. Der mechanische Hintergrund hierfür ist, dass jede Lamineinzelschicht bei Zugbelastung zur Wellenbildung mit einer Wellenlänge der Länge der Einheitszelle führt (siehe Abbildung 56). Wird nun die mittlere Lamineinzelschicht in X-Richtung um die halbe Einheitszellenlänge verschoben, so liegt das Wellental der Verformung der mittleren Lamineinzelschicht genau über den Wellenberg der Verformung der obersten und untersten Lamineinzelschicht. Dadurch behindert jede Lamineinzelschicht ihre benachbarte Schicht, wodurch die Wellenbildung des Gesamtlaminates verhindert wird (siehe Abbildung 57). Diese Verformungsbinderung führt schlussendlich zu einer Versteifung des gesamten Gewebelaminates. Die Verschiebung der mittleren Lamineinzelschicht in Y-Richtung um die halbe Einheitszellenlänge führt ebenfalls zur Versteifung des Gesamtlaminates. Die Begründung für diese Versteifung liegt an der Webstruktur des Gewebelaminates. Bei Verschiebung der mittleren Einzelschicht um einen geringeren bzw. größeren Abstand als die halbe Länge der Einheitszelle liegen das Wellental der mittleren Schicht und der Wellenberg der untersten bzw. obersten Schicht nicht exakt übereinander und die Wellenausbildung wird nur teilweise behindert. Die Abnahme der Zugsteifigkeit zwischen Maximum und Minimum erfolgt linear. Das maximale Verbesserungspotential für die Zugsteifigkeit beträgt 4026,4 MPa bzw. 6,44 % des Minimums der Zugsteifigkeit.

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Für die Interpolation der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix basiert wieder auf Formel 20 und als Basisfunktion f() wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktion Formel 40 gewählt.

$$f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^{\frac{3}{2}} \quad (40)$$

Die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix erreicht ihr Minimum an jenen Stellen, an welchen die Zugsteifigkeit ihr Maximum erreicht und verhält sich somit reziprok zur Zugsteifigkeit des Gewebelaminates. Auffällig ist, dass die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix nahezu linear zwischen Maximum und Minimum ansteigt. Dies ist in Hinblick auf das

Verbesserungspotential der Festigkeit der Matrix von besonderer Bedeutung, da eine um die halbe Einheitszellenlänge verschobene Positionierung der mittleren Schicht niemals exakt erfolgen kann und somit immer mit Positionierungstoleranzen verbunden ist. Je flacher die Matrix von den Maxima zu den Minima abfällt, desto gutmütiger verhält sich die Festigkeit der Matrix in Bezug auf Positionierungstoleranzen. Das Minimum der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix liegt um 32 MPa bzw. 39,31 % tiefer als das Maximum.

Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Die Basisfunktion des Radialen Basis Interpolationsmodells bildet Gleichung 41. Diese wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktion gewählt.

$$f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^{\frac{3}{2}} \quad (41)$$

Die Response Surface des Laststeigerungsfaktors in Abhängigkeit von der Schichtverschiebung ist qualitativ gleich wie die Response Surface der Zugsteifigkeit. In den Abbildungen 62 und 63 repräsentiert der blaue Linienzug den Laststeigerungsfaktor innerhalb der längs zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge bei unverschobener Mittelschicht, während der orange Linienzug den Laststeigerungsfaktor bei einer um die halbe Einheitszellenlänge verschobenen Mittelschicht repräsentiert. Durch die Verschiebung der mittleren Schicht um die halbe Einheitszellenlänge tritt innerhalb der Rovinge eine Spannungumlagerung von der vorderen Hälfte zur hinteren Hälfte auf. Dies bewirkt insofern eine Verbesserung, da bei nicht verschobener Mittelschicht die Belastung der Rovinge zum größten Teil im vorderen Bereich erfolgt. Bei der verschobenen Konfiguration verteilt sich die Belastung der Rovinge annähernd gleichmäßig und stellt somit aus Sicht der Festigkeitsbeurteilung eine optimale Materialausnutzung dar. Quantitativ liegt das Potential der Erhöhung des Laststeigerungsfaktors bei 0,2 bzw. 15,0 %. Zu bedenken ist, dass die Erhöhung des Laststeigerungsfaktors in der Nähe des Maximums (Abbildung 52) sehr steil abfällt.

Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Die Basisfunktion des Radialen Basis Interpolationsmodells bildet Gleichung 42. Diese wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktionen gewählt.

$$f = f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^{\frac{5}{2}} \quad (42)$$

In Bezug auf die Festigkeitsbeurteilung der Querrovinge gilt ähnliches wie bei den Rovingen in X-Richtung, allerdings liegt bei den Querrovingen das Verbesserungspotenzial bei 0,9 bzw. 147,5%. Dies ist verhältnismäßig viel und besonders vorteilhaft, wenn man bedenkt, dass für das Gewebelaminat die Querrovinge das „schwächste“ Glied sind (siehe Abschnitt 5.3). Die maximale Erhöhung des Laststeigerungsfaktors ist durch Verschiebung der Mittelschicht um die halbe Einheitszellenlänge in X- oder Y-Richtung möglich, allerdings ist diese Position sehr scharf begrenzt und somit lässt sich durch eine Streuung im Herstellungsprozess diese maximale Erhöhung nur sehr schwer realisieren. Die Abbildungen 64 und 65 zeigen den Verlauf des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge für Gewebelaminat mit verschiedenen Konfigurationen der Verschiebung der mittleren Schicht. Der blaue Linienzug zeigt den Laststeigerungsfaktor für ein Gewebelaminat mit einer Schichtverschiebung der mittleren Schicht von $PX2=0$ mm und $PY2=0$ mm, während der orange Linienzug den Laststeigerungsfaktor für ein Gewebelaminat mit einer Verschiebung der mittleren Schicht von $PX2=5,9$ mm und $PY2=0$ mm veranschaulicht.

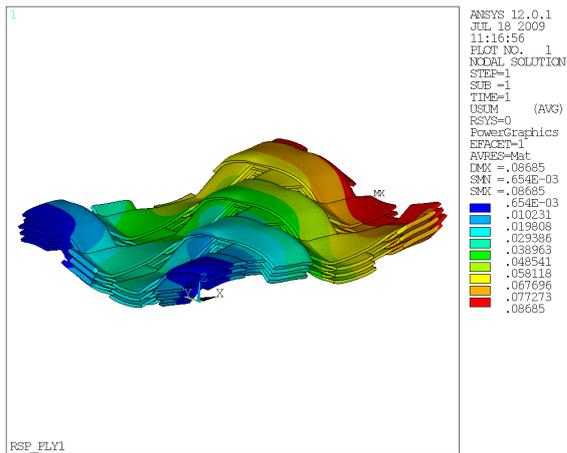


Abbildung 56: Verformungsplot für $PX2=0$ und $PY2=0$ (Matrix ausgeblendet) (25 fach vergrößert)

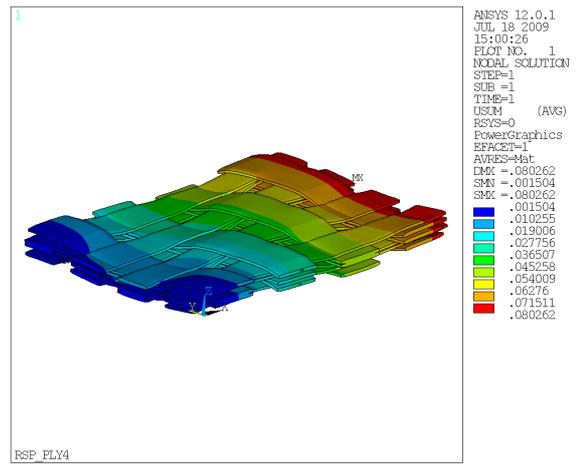


Abbildung 57: Verformungsplot für $PX=5.9$ und $PY2=0$ (Matrix ausgeblendet) (25 fach vergrößert)

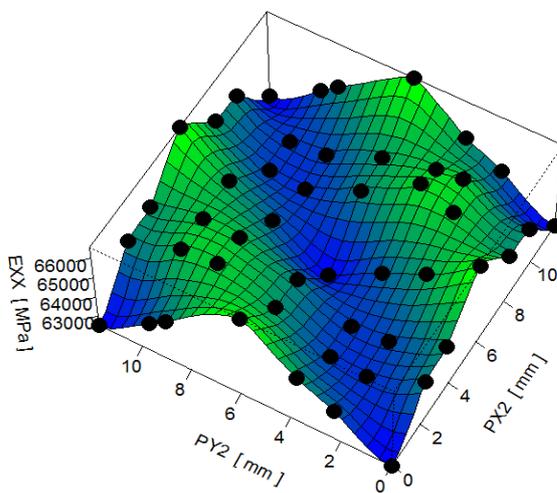


Abbildung 58: Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit von $PX2$ und $PY2$

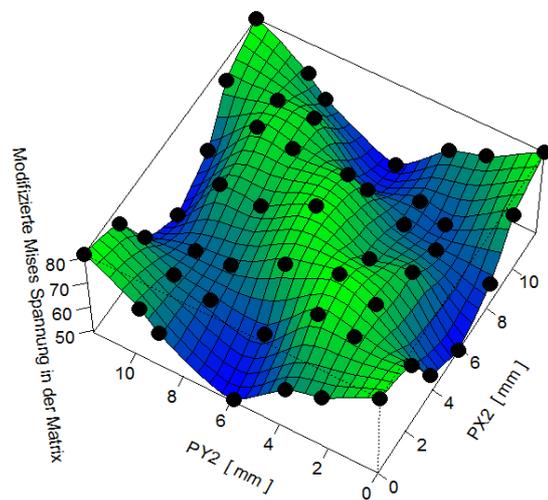


Abbildung 59: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von $PX2$ und $PY2$ (zulässige Spannung: 75 MPa)

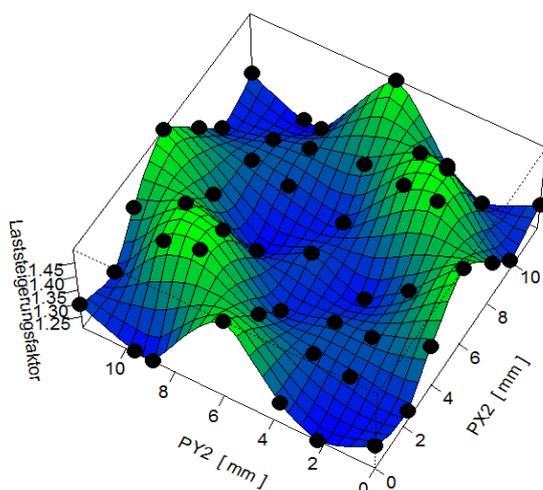


Abbildung 60: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von $PX2$ und $PY2$

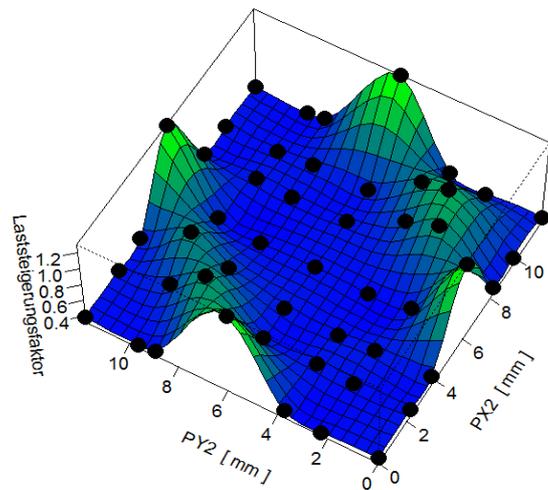


Abbildung 61: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von $PX2$ und $PY2$

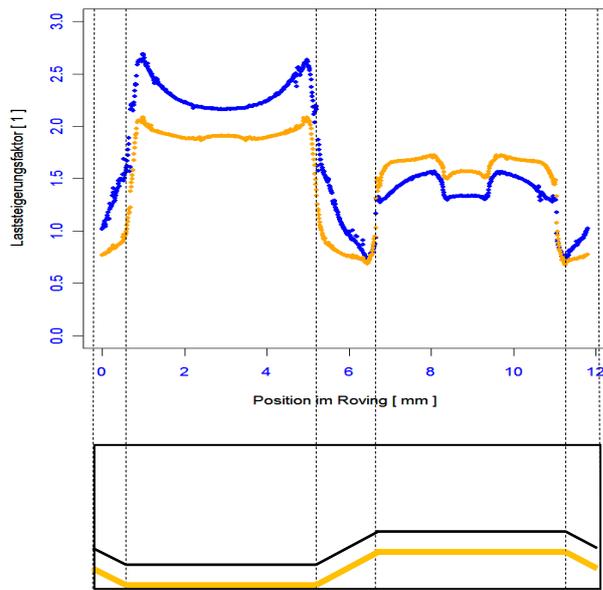


Abbildung 62: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in X- Richtung innerhalb der untersten Schicht

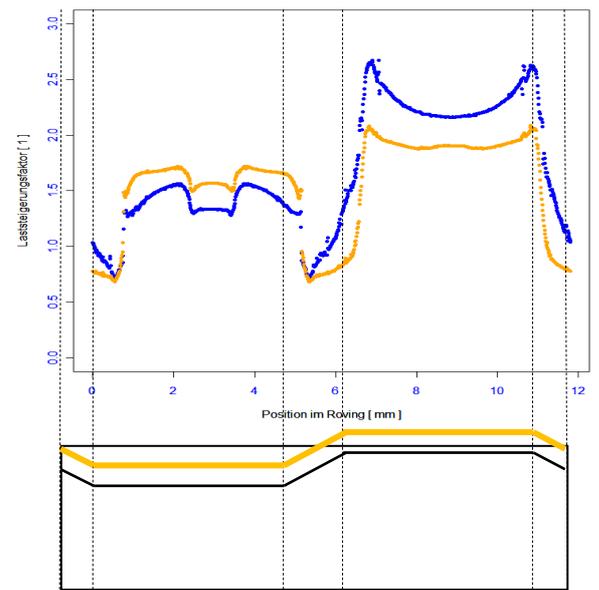


Abbildung 63: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in X- Richtung innerhalb der obersten Schicht

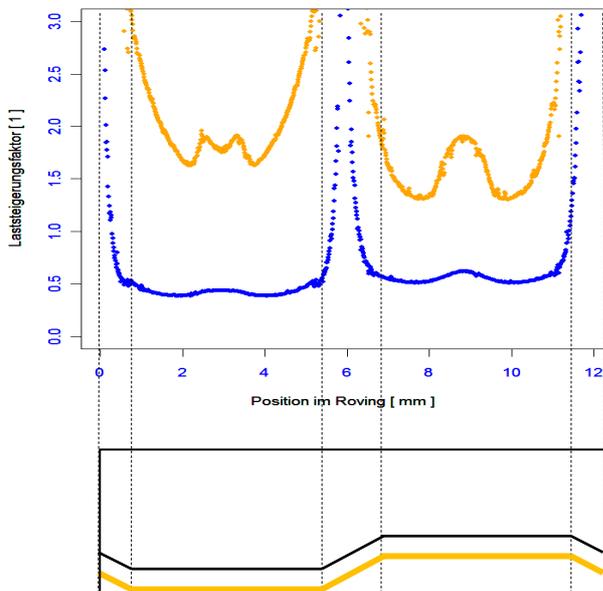


Abbildung 64: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in Y- Richtung innerhalb der untersten Schicht

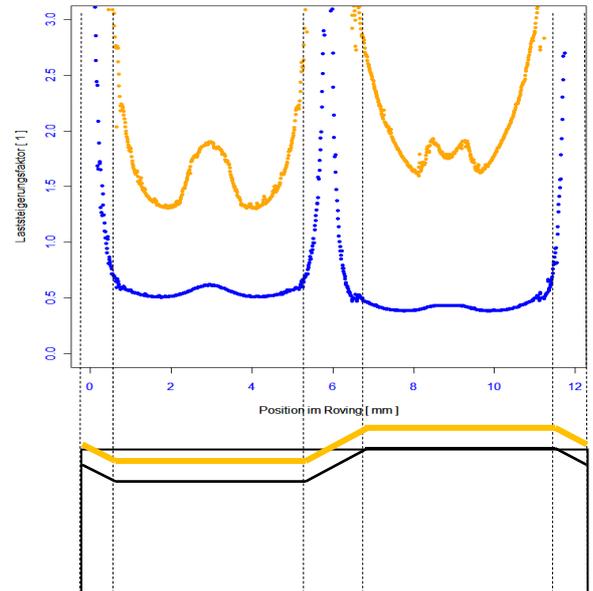


Abbildung 65: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in Y- Richtung innerhalb der obersten Schicht

5.2.5.Zusammenfassung:

Steifigkeitsbewertung:

In Tabelle 7 sind die Designvariablen mit dem dazugehörigen maximalen Einfluss auf die Zugsteifigkeit aufgelistet, wobei ein vorgestelltes negatives Vorzeichen bedeutet, dass eine positive Änderung einer Designvariable zur Verringerung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates führt. Die graphische Visualisierung des Einflusses jeder einzelnen Designvariable erfolgt mit Hilfe eines Balkendiagramms in Abbildung 66. Blaue Balken repräsentieren die Änderung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminats bei positiver maximaler Auslenkung der jeweiligen Designvariable und rote Balken die Auswirkung bei negativer minimaler Auslenkung der Designvariable. Zu erkennen ist, dass für die Designvariablen der Schichtverschiebung nur ein blauer Balken abgebildet ist. Grund hierfür ist, dass die Grundkonfiguration der Parameter der Schichtverschiebung zu einem Minimum der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates führt. Einen zu vernachlässigenden Einfluss zeigen die beiden Modellierungsparameter „AF“ und „tan(alpha)“ und die beiden Materialparameter „Ef11“ und „vm“. Die größte Sensitivität besitzt die Höhe des Gewebelaminates. Bei Verringerung der Höhe des Gewebelaminates nimmt der Volumenanteil der Matrix ab während die Anzahl der Fasern im Gewebelaminat konstant ist. Dadurch steigt der Faservolumenanteil des Gewebelaminates und somit steigt die Zugsteifigkeit. Daher ist einerseits zu empfehlen die Höhe des Gewebelaminates möglichst gering zu halten und andererseits die Streuung des Parameters im Fertigungsprozess zu reduzieren. Das zweitgrößte Verbesserungspotenzial bezüglich der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates besitzt die Schichtverschiebung der mittleren Schicht. Durch geeignete Schichtverschiebung, z.B. an die Position PX2= 5,9 und PY=0 kann die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates um 4026,4 MPa bzw. 6,44 % der Zugsteifigkeit der Grundkonfiguration erhöht werden. Allerdings ist zu beachten, dass zur aktuellen Zeit in industriell gefertigten Gewebelaminaten die gezielte relative Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit der geforderten Toleranz ($< \pm 6$ mm) nicht möglich ist. Ein wesentlicher Grund hierfür ist, dass die Herstellung von Bauteilen aus Gewebelaminaten in der Regel in Autoklaven erfolgt. Die darin auftretenden Temperaturen führen zum Schmelzen des Matrixmaterials, womit ein „Verrutschen“ der der Rovinge innerhalb der Lamineinzelschichten und der Lamineinzelschichten gegeneinander möglich ist. Des Weiteren führt die Krümmung von Bauteilen zu Schwierigkeiten bei einer gezielten relativen Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten. Für die vorgeschlagene Verbesserung müssten daher neue Fertigungstechnologien für die Herstellung der Gewebelamine entwickelt werden, welche eine gezielte Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit kleinen Toleranzen ($< \pm 6$ mm) ermöglichen. Zusammenfassend gilt, dass die Streuung aufgrund der relativen Positionierung der Lamineinzelschichten praktisch schwer zu kontrollieren ist und somit die damit verbundenen Streuungen nicht vermeidbar sind.

Designvariable	ΔE_{xx}
AF	4,445
tan(alpha)	-241,48
HF	-4946,35
LF	-1576,2
Ef11	280,925
Em	1718,58
Vm	230,475
Schichtverschiebung	4026,4

Tabelle 7: Einfluss der Designvariablen auf die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats

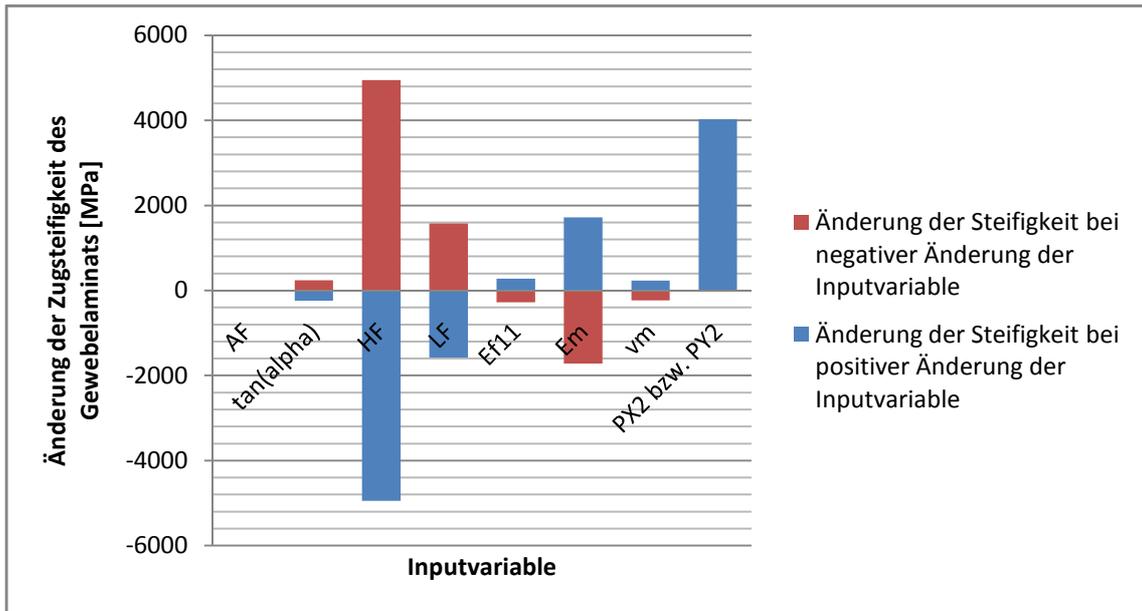


Abbildung 66: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Die maximale Änderung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix ist in Tabelle 8 aufgelistet und die graphische Visualisierung der Sensitivitäten erfolgt in Abbildung 67. Die Variation der Parameter „AF“, „tan(alpha)“, „LF“, „Ef11“, und „vm“ haben nahezu keinen Einfluss auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix. Das mit Abstand größte Potenzial zur Senkung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix besitzen die Parameter der Schichtverschiebung. Durch geeignete Positionierung der mittleren Schicht relativ zur ihren benachbarten Schichten kann die Spannung innerhalb der Matrix um 39,31 % gesenkt werden. Durch die Positionierung der mittleren Schicht bei PX2= 5,9 mm wird die Wellenbildung des Gewebelaminates verhindert und die Spannung in der Matrix sinkt. (siehe Abschnitt 5.2.4) Eine weitere Senkung der Mises Spannung kann erreicht werden, indem der E-Modul der Matrix gesenkt wird. Dabei ist allerdings zu bedenken, dass die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates ebenfalls sinkt. Während die gezielte Positionierung der mittleren Laminateneinzelschicht praktisch nur sehr schwer zu realisieren ist, lässt sich eine Erhöhung des E-Moduls des Matrixmaterials sehr schnell durch Substitution des Epoxidharzes erreichen.

Designvariable	$\Delta\sigma_{Matrix}$
AF	-2,29
tan(alpha)	3,655
HF	8,67
LF	2,06
Ef11	-0,113
Em	10,52
Vm	0,535
Schichtverschiebung	-32

Tabelle 8: Einfluss der Designvariablen auf die Festigkeit der Matrix

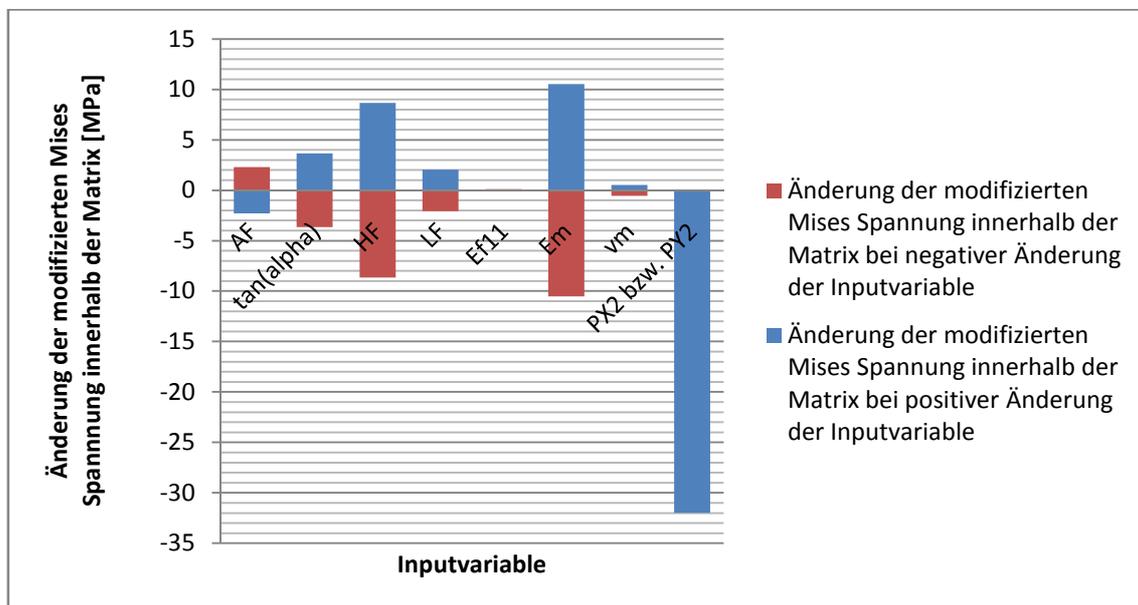


Abbildung 67: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix

Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

Tabelle 9 zeigt den Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Das Balkendiagramm zur Visualisierung der Sensitivitäten ist in Abbildung 68 dargestellt. Wiederum weist die Positionierung der mittleren Schicht das größte Verbesserungspotenzial auf. Durch geeignete Positionierung lässt sich der Laststeigerungsfaktor um 0,2 bzw. 15 % erhöhen, womit das prozentuelle Verbesserungspotenzial nur halb so groß ist wie jenes der Spannung innerhalb der Matrix. Weiters ist aus Abbildung 68 ersichtlich, dass die Querschnittsfläche der Rovinge einen wesentlichen Einfluss auf die Festigkeit der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge hat. Dies ist besonders vorteilhaft, da durch eine Erhöhung der Querschnittsfläche der Rovinge auch der Laststeigerungsfaktor erhöht werden kann, während die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates unberührt bleibt. Die Erhöhung der Querschnittsfläche der Rovinge lässt sich auch sehr einfach vom Lieferanten der Rovinge praktisch realisieren. Den drittgrößten Einfluss auf den Laststeigerungsfaktor besitzt die Höhe des Gewebelaminates. Durch eine möglichst geringe Höhe und somit möglichst wenige Matrixmaterial innerhalb des Gewebelaminates kann eine Erhöhung des Laststeigerungsfaktors erreicht werden und gleichzeitig eine Erhöhung der Zugsteifigkeit.

Designvariable	λ_{Rov-X}
AF	0,088
tan(alpha)	-0,002
HF	-0,1035
LF	-0,03
Ef11	0,0016
Em	-0,033
Vm	-0,0449
Schichtverschiebung	0,199

Tabelle 9: Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der längsverlaufenden Rovinge

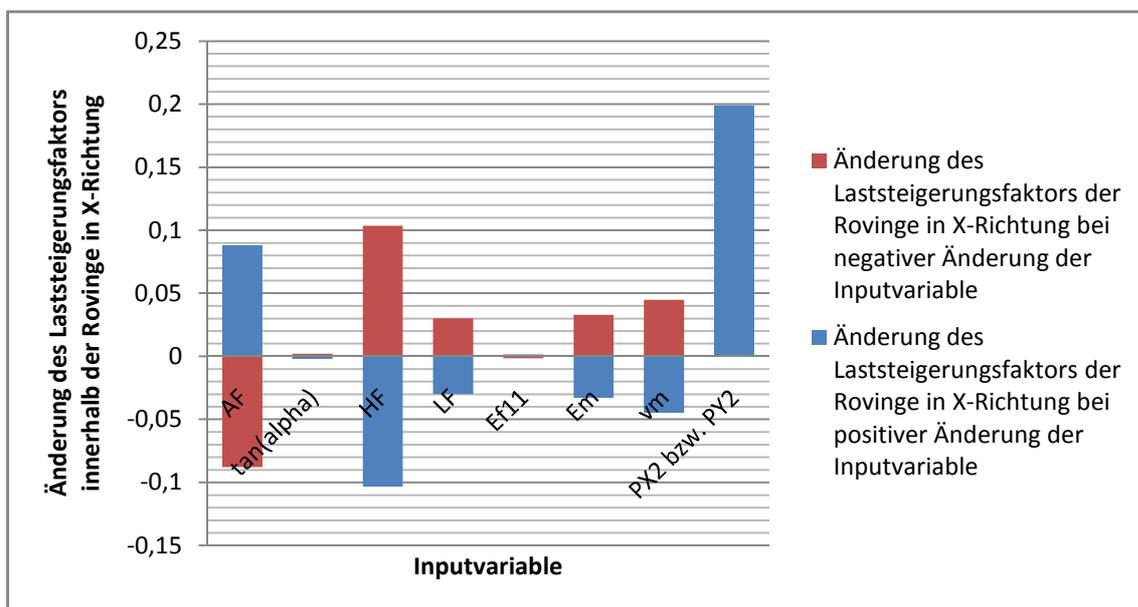


Abbildung 68: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge:

In Abbildung 69 ist ersichtlich, dass die Parameter der Verschiebung der mittleren Laminat einzelschicht den dominierenden Einfluss auf den Laststeigerungsfaktor der Rovinge besitzen, während eine Variation alle anderen Parameter nur eine sehr geringe Veränderung des Laststeigerungsfaktors bewirken. Die maximale Erhöhung des Laststeigerungsfaktors bei geeigneter Positionierung der mittleren Schicht beträgt 0,92 und somit 147,5 % des Laststeigerungsfaktors mit der Grundkonfiguration der Designvariablen. Eine Festigkeitssteigerung um 147,5 % ist besonders viel.

Designvariable	λ_{Rov-Y}
AF	0,02435
tan(alpha)	-0,0072
HF	-0,0227
LF	-0,0101
Ef11	-0,001
Em	0,0165
Vm	-0,039
Schichtverschiebung	0,92

Tabelle 10: Einfluss der Designvariable auf den Laststeigerungsfaktor der querverlaufenden Rovinge

Dies ist einerseits besonders vorteilhaft, da die quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge jene Bestandteile des Gewebelaminates sind, welche der geringsten Belastung standhalten und somit das schwächste Glied sind (siehe Abschnitt 5.3). Allerdings ist zu bedenken, dass die relative Positionierung von 2 benachbarten Schichten in der Fertigung zur **aktuellen Zeit** willkürlich und unkontrolliert erfolgt. Dies bedeutet, dass die Streuung der Parameter PX2 und PY2 eine hohe Streuung des Laststeigerungsfaktors bewirkt. In der durchgeführten Robustheitsanalyse, welche im Abschnitt 5.3 erläutert wird, werden die Parameter der Schichtverschiebung gemäß einer Gleichverteilung variiert. Dadurch wirkt sich die Streuung der Positionierung der mittleren Schicht besonders stark aus und bewirkt einen hohen Variationskoeffizient des Laststeigerungsfaktors. Nähere Information hierzu befinden sich im nächsten Abschnitt.

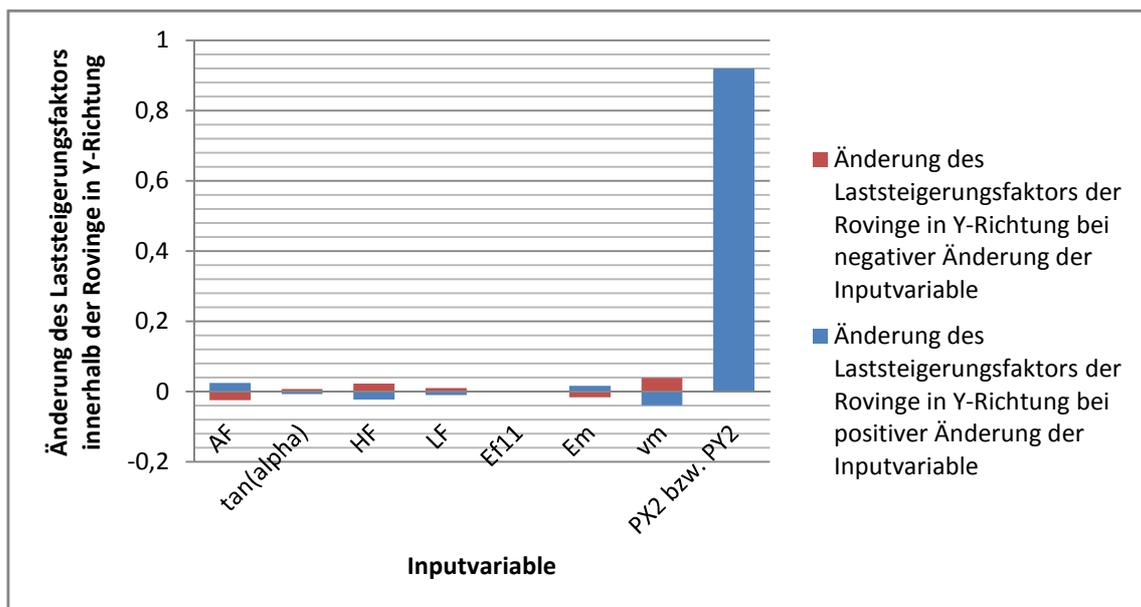


Abbildung 69: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

5.3. Robustheitsbewertung

5.3.1. Steifigkeitsbewertung

Das Resultat der für die Robustheitsbewertung durchgeführten 100 Simulationen mit statistisch verteilten Designvariablen gemäß des Latin Hypercube Konzepts ist in Abbildung 70 dargestellt. Die linke Ordinate zeigt die Häufigkeit der auftretenden Zugsteifigkeiten, welche als grüne Balken im Häufigkeitsdiagramm eingezeichnet sind. Der blaue Linienzug repräsentiert die Dichteverteilung der heuristisch erstellten Häufigkeitsverteilung und die dazugehörige Ordinate ist auf der rechten Seite von Abbildung 70 eingezeichnet. Aus dem Histogramm ist zu erkennen, dass die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates nicht ideal gaußverteilt ist, sondern dass 2 Anhäufungen bei 63000 MPa und 67000 MPa existieren. Die statistischen Kennzahlen zur Häufigkeitsverteilung sind in Tabelle 11 zusammengefasst. Der Mittelwert beträgt 65493 MPa und besonders hervorzuheben ist der Variationskoeffizient in der Höhe von 4,7 %. Der Variationskoeffizient ist äußerst gering obwohl die Designvariablen eine wesentlich größere Streuung (ca. 10 %) besitzen, wodurch die Zugsteifigkeit ein sehr robustes Verhalten bezüglich der variierten Designvariablen besitzt. Das Vertrauensintervall, in welchem die Zugsteifigkeit zu 80 % liegt, errechnet sich zu (61326 MPa, 70558 MPa). Werden die beiden Grenzen des 80 % Vertrauensintervalls als Prozentwerte des Mittelwertes angegeben, erhält man (93,6 %, 107,7%).

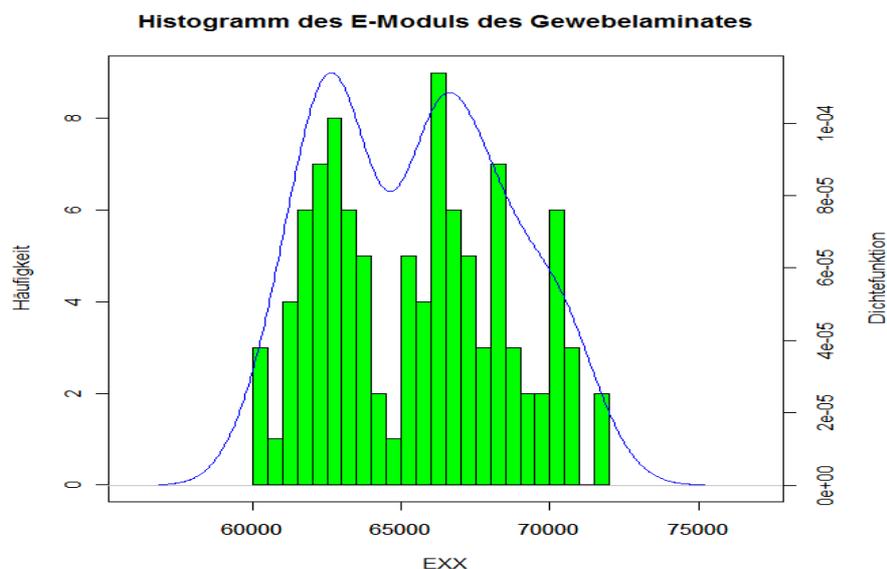


Abbildung 70: Histogramm und Dichteverteilung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminats

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90% Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	65493	64983 - 66003
Standardabweichung [MPa]	3071	2740 - 3461
COV [%]	4,7	4,15 - 5,33
10 % Quantil	61564	61326 - 62175
25 % Quantil	62767	62419 - 63050
50 % Quantil (Median)	65786	64532 - 66392
75 % Quantil	67828	671612 - 68518
90 % Quantil	70032	69267 - 70558

Tabelle 11: Verteilungskennzahlen der Zugsteifigkeit des Gewebelaminats

5.3.2. Festigkeitsbewertung der Matrix

Die Häufigkeitsverteilung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix ist in Abbildung 71 dargestellt, wobei die Dichtefunktion durch den blauen Linienzug dargestellt wird. Die Häufigkeitsverteilung bzw. Dichtefunktion ist einer Gaußverteilung ähnlich. Die statistischen Kennzahlen zur Häufigkeitsverteilung sind in Tabelle 12 zusammengefasst. Der Mittelwert der modifizierten Mises Spannung beträgt 62,82 MPa und liegt somit unterhalb der zulässigen Spannung in der Höhe von 75 MPa. Der Variationskoeffizient beträgt 12,5 %. Dieser ist dreifach so groß wie der Variationskoeffizient der Zugsteifigkeit und daher gilt, dass die Spannungen innerhalb der Matrix wesentlich sensitiver in Bezug auf die Variation der Designvariablen reagieren als die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates. Der Variationskoeffizient liegt in der gleichen Größenordnung wie die Streuung des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge (siehe Abschnitt 5.3.3). Die um 2 % höhere Streuung der modifizierten Spannung innerhalb der Matrix im Vergleich zur Streuung des Laststeigerungsfaktors der Rovinge liegt vermutlich in der ausgeprägte Auswirkung der Designvariable „tan(alpha)“ auf die Spannungen in der Matrix, wohingegen „tan(alpha)“ nahezu keinen Einfluss auf die Festigkeit der Rovinge besitzt. Der Variationskoeffizient von 12,5 % liegt in der gleichen Größenordnung wie die Streuung der variierenden Designvariablen (ca. 10 %), wodurch die Festigkeit ein „grenzrobustes“ bzw. gerade noch robustes Verhalten aufweist.

Da eine detaillierte Modellierung des Gewebelaminates mit einzelnen Rovingen und Matrixmaterialien in technischen Bauteilen, wie z.B. Flugzeugbauteile, aufgrund der intensiven Rechenzeiten nicht möglich ist, werden die Materialunsicherheiten bzw. Streuungen des Gewebelaminates in technischen Festigkeitsberechnungen häufig in Form eines Sicherheitsfaktors berücksichtigt. Der notwendige Sicherheitsfaktor, um die Materialunsicherheiten des untersuchten Gewebelaminates für eine 90 prozentige Überlebenswahrscheinlichkeit abzudecken, lässt sich ebenfalls mit Hilfe der vorgenommen Robustheitsanalyse, wie in Formel 43 angegeben, berechnen. Daher kann für zukünftige technische Untersuchungen für die Festigkeitsbewertung der Matrix ein Sicherheitsfaktor von 1,25 empfohlen werden.

$$\text{notwendiger Sicherheitsfaktor} = \frac{90\% \text{ Quantil der Spannung}}{\text{Mittelwert der Spannung}} = \frac{78,54}{62,82} = 1,25 \quad (43)$$

Die zulässige Belastungsspannung für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90 % welche sich mit Hilfe der Formel 44 berechnet, beträgt demnach 429,7 MPa.

$$\begin{aligned} \sigma_{zul,90\%} &= \frac{\text{zulässige Spannung innerhalb der Matrix}}{90\% \text{ Quantil der Spannung innerhalb der Matrix}} * \text{Belastungsspannung} \\ &= \frac{75}{78,54} * 450 \text{ MPa} = 429,7 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (44)$$

Histogramm der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix

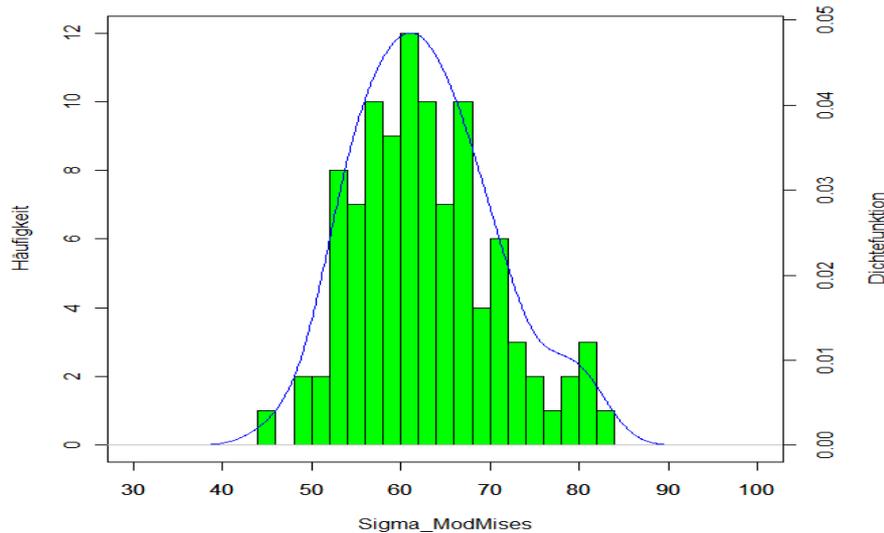


Abbildung 71: Histogramm und Dichteverteilung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90% Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	62,82	61,51 - 64,12
Standardabweichung [MPa]	7,85	7,00 - 8,84
COV [%]	12,49	10,91 - 14,37
25 % Quantil	57,23	55,41 - 58,16
50 % Quantil (Median)	61,62	61,01 - 63,68
75 % Quantil	67,81	66,02 - 70,18
90 % Quantil	72,81	71,20 - 78,54

Tabelle 12: Verteilungskennzahlen der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix

5.3.3. Festigkeitsbewertung der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

In Abbildung 72 zeigt der schwarze Linienzug den Mittelwert des Laststeigerungsfaktors innerhalb der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge, während das 10% und 90% Quantil des Laststeigerungsfaktors durch die grünen Datenpunkte repräsentiert wird. Deutlich zu erkennen ist, dass die Abweichung der Quantile vom Mittelwert entlang der Position der Rovinge annähernd gleich ist. Für die Auswertung des Histogramms und der statistischen Kennzahlen wird die Position bei $x = 9$ mm innerhalb der Rovinge betrachtet. Das Histogramm, dargestellt in Abbildung 73, zeigt eine der Gaußverteilung ähnliche Häufigkeitsverteilung bzw. Dichtefunktion. Tabelle 13 fasst die statistischen Kennzahlen der erstellten Häufigkeitsverteilung zusammen und zeigt, dass der Variationskoeffizient 10,6 % beträgt und somit doppelt so hoch wie jener der Zugsteifigkeit des Gewebelaminates. Dies bedeutet, dass die Spannungen im Roving wesentlich sensitiver auf die Streuungen der Eingangsgrößen reagieren als die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates.

Der notwendige Sicherheitsfaktor für eine Auslegung des Gewebelaminates in technischen Anwendungen mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit von 90% errechnet sich mit Formel 45 zu 1,227 und die zulässige Spannung für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90 % beträgt 579,6 MPa (Formel 46).

$$\text{Sicherheitsfaktor} = \frac{\text{Mittelwert des Laststeigerungsfaktors}}{10\% \text{ Quantil des Laststeigerungsfaktors}} = \frac{1,58}{1,288} = 1,227 \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zul,90\%} &= 90\% \text{ Quantil des Laststeigerungsfaktors} * \text{Belastungsspannung} \\ &= 1,288 * 450 \text{ MPa} = 579,6 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (46)$$

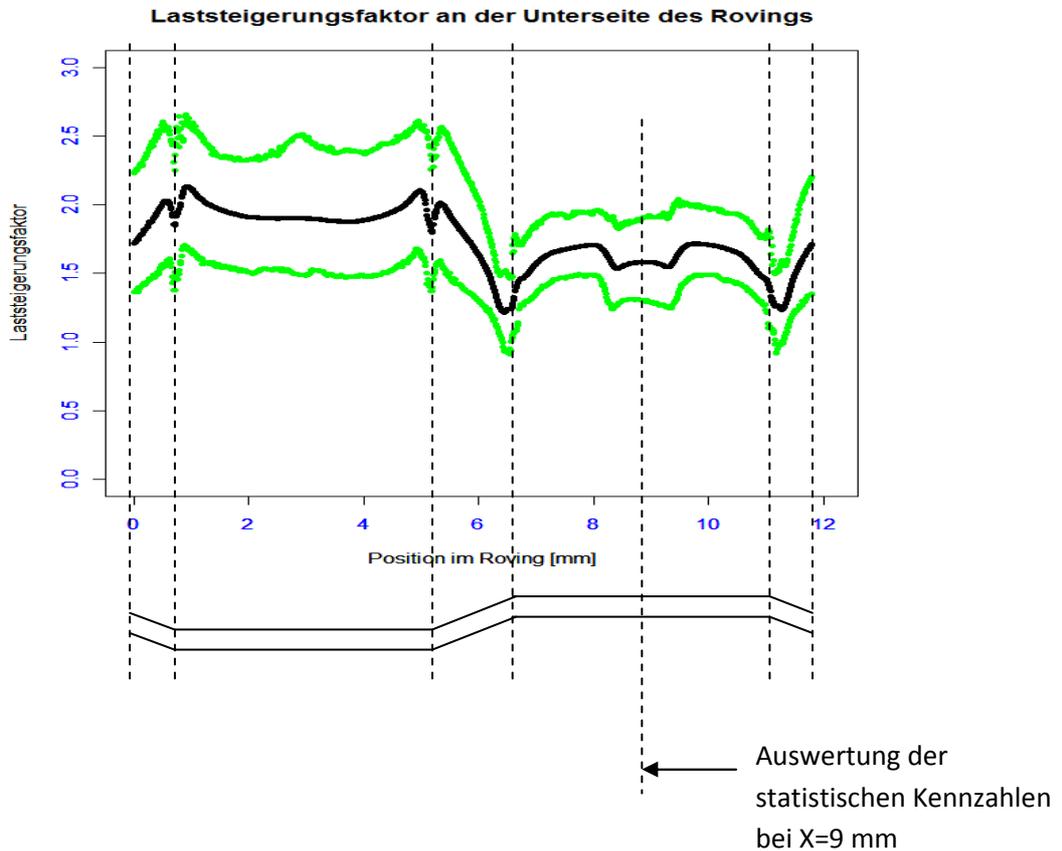


Abbildung 72: Mittelwert (schwarz) und 10 % bzw. 90 % Quantile (grün) für den Laststeigerungsfaktor der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

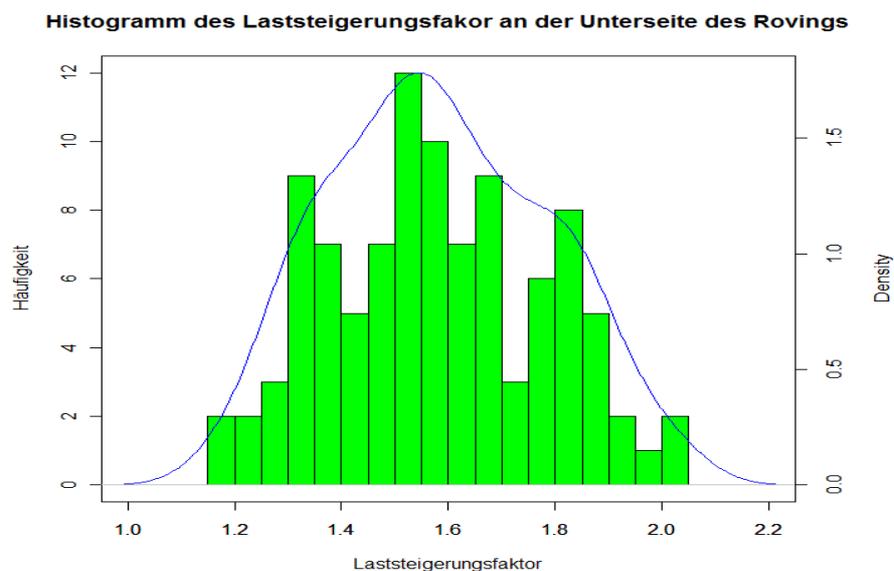


Abbildung 73: Histogramm und Dichteverteilung des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90 % Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	1,58	1,55 - 1,61
Standardabweichung [MPa]	0,202	0,18 - 0,23
COV [%]	12,76	11,39 - 14,56
25 % Quantil	1,426	1,38 - 1,48
50 % Quantil (Median)	1,568	1,53 - 1,61
75 % Quantil	1,737	1,69 - 1,80
10 % Quantil	1,32	1,28 - 1,35

Tabelle 13: Verteilungskennzahlen des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

5.3.4. Festigkeitsbewertung der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

Für die Rovinge quer zur Belastungsrichtung zeigt Abbildung 74 den Mittelwert des Laststeigerungsfaktors (schwarz) und das 10 % bzw. 90 % Quantil des Laststeigerungsfaktors (grün). Das Histogramm und die Dichteverteilung für den Laststeigerungsfaktor an der Position $x=9$ innerhalb der Rovinge ist in Abbildung 75 dargestellt, und zeigt eine nahezu ideale Gaußverteilung, wobei die vereinzelt auftretenden Werte bei 2,0 bzw. 1,6 als Ausreißer einzustufen sind. Die dazugehörigen statistischen Kennzahlen sind in Tabelle 14 zusammengefasst. Der Variationskoeffizient beträgt 17,38 % und ist somit deutlich höher als jener der Vergleichsspannung innerhalb der Matrix und des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Die Ursache hierfür ist die äußerst stark ausgeprägte Sensitivität des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge in Bezug zu den Designvariablen der Schichtverschiebung. Folglich dessen ist der notwendige Sicherheitsfaktor für die Festigkeitsberechnung von technischen Gewebelaminaten für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90 % wesentlich höher als jener der Matrix bzw. der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge. Die Berechnung des Sicherheitsfaktors erfolgt mit Formel 47 und beträgt 1,34. Die zulässige Spannung für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90 % errechnet sich mit Formel 48 und beträgt 387 MPa. Diese ist wesentlich kleiner als die Belastungsspannung der Matrix bzw. der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und somit folgt, dass die quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge die kritischen Bestandteile des Gewebelaminates sind.

$$\text{Sicherheitsfaktor} = \frac{\text{Mittelwert des Laststeigerungsfaktors}}{10\% \text{ Quantil des Laststeigerungsfaktors}} = \frac{1,15}{0,86} = 1,34 \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zul,90\%} &= 90\% \text{ Quantil des Laststeigerungsfaktors} * \text{Belastungsspannung} \\ &= 0,86 * 450 \text{ MPa} = 387 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (48)$$

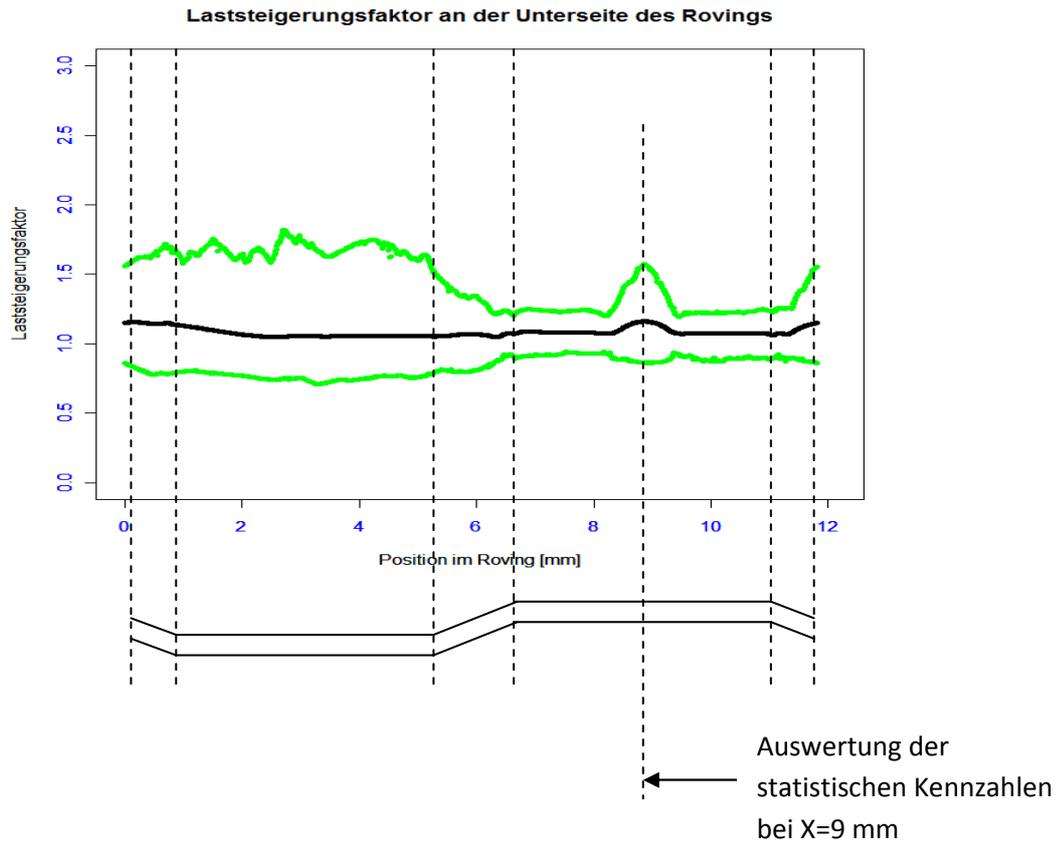


Abbildung 74: Mittelwert (schwarz) und 10 % bzw. 90 % Quantile (grün) für den Laststeigerungsfaktor der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

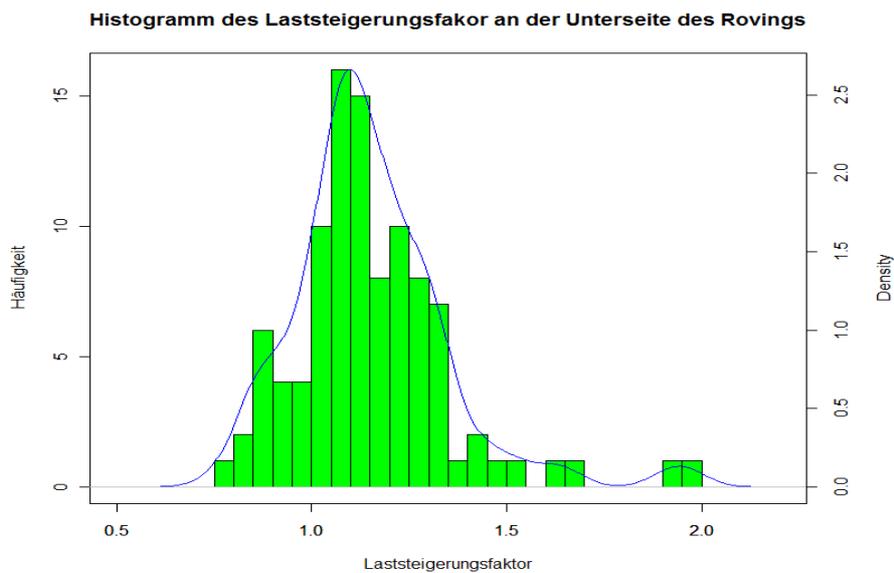


Abbildung 75: Histogramm und Dichteverteilung des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90 % Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	1,15	1,12 - 1,18
Standardabweichung [MPa]	0,20	0,18 - 0,23
COV [%]	17,38	15,08 - 20,17
25 % Quantil	1,05	1,01 - 1,07
50 % Quantil (Median)	1,12	1,10 - 1,16
75 % Quantil	1,24	1,21 - 1,29
10 % Quantil	0,93	0,86 - 0,98

Tabelle 14: Verteilungskennzahlen des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge

5.4. Zusammenfassung und Verbesserungsvorschläge

Zusammenfassung

Im Abschnitt 5.3 wurden die zulässigen Spannungen für die Matrix und der Rovinge berechnet. In Abbildung 76 ist zusammenfassend die Dichtefunktion der zulässigen Spannungen für die Matrix (blau), der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge (orange) und der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge (grün) dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass das Versagen der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge am wahrscheinlichsten ist. Während die Dichtefunktion der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und die der Matrix sehr nahe beieinander liegen, ist die Dichtefunktion der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge in Richtung einer höheren zulässigen Spannung verschoben. Die sich daraus ergebende Konsequenz ist, dass für unterschiedliche Belastungsspannungen auch die Wahrscheinlichkeit des Versagens der Rovinge und Matrix unterschiedlich ist. Dies soll an 2 Beispielen demonstriert werden. Für eine Belastungsspannung von 450 MPa tritt eine Versagenswahrscheinlichkeit der Matrix von 10 %, der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovingen von 0 % und der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovingen von 18 % auf. Bei einer Belastungsspannung von 600 MPa beträgt die Versagenswahrscheinlichkeit der Matrix 81 %, der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge 15 % und der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge 90 %. Für praktische Anwendungsfälle bedeutet dies, dass bei der Durchführung von mehreren Versuchen auch der Versagensmodus variiert.

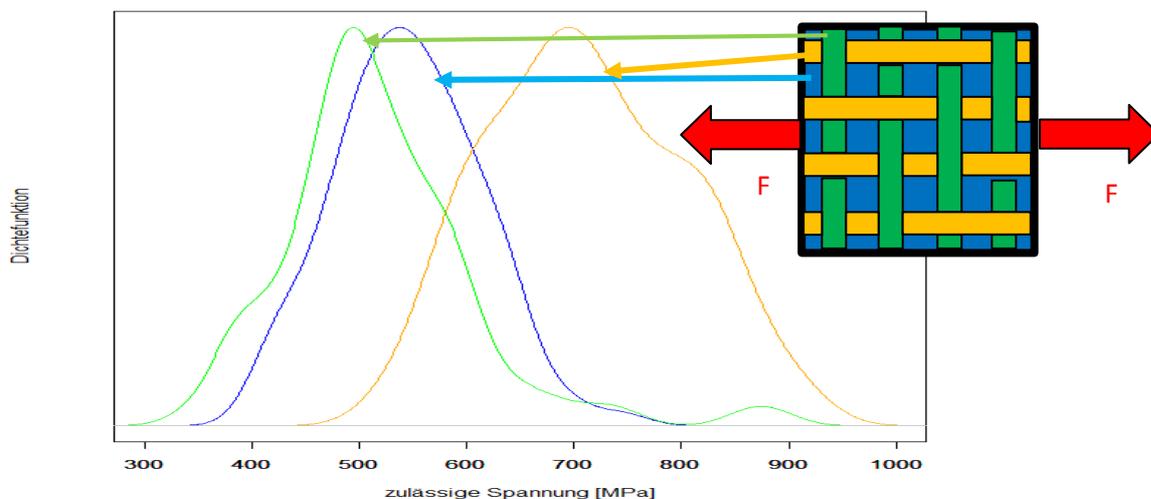


Abbildung 76: Dichtefunktion der zulässigen Spannungen der Matrix (blau), Rovinge in Belastungsrichtung (orange) und Rovinge quer zur Belastungsrichtung (grün) für ein Gewebelaminat mit einer zufällig streuenden Schichtverschiebung

Festigkeitsoptimierung

Der Abschnitt 5.3 zeigt, dass die zulässige Spannung durch das Versagen der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge bestimmt wird. Um eine höhere Festigkeit des Gewebelaminats zu erhalten, müssen jene Parameter identifiziert werden, welche die Spannung innerhalb der Querrovinge verringern. Aus Abbildung 69 in Abschnitt 5.2.5 ist ersichtlich, dass die Schichtverschiebung der mittleren Lamineinzelschicht das größte Verbesserungspotential für den Laststeigerungsfaktor der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge besitzt.

Daher wird für die Festigkeitserhöhung des Gewebelaminates bei Zugbelastung empfohlen, eine relative Schichtverschiebung von je 2 benachbarten Schichten von $XP2=5,9$ mm und $YP2=0$ mm vorzunehmen.

Diese Maßnahme verändert ebenfalls die zulässigen Spannungen der Rovinge, der Matrix und die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats. Die neuen zulässigen Spannungen der Komponenten des Gewebelaminates errechnen sich für ein Gewebelaminat mit der obigen empfohlenen Schichtverschiebung der mittleren Schicht mit den Formeln 49 bis 52. Allerdings ist zu beachten, dass zur aktuellen Zeit in industriell gefertigten Gewebelaminaten die gezielte relative Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit der geforderten Toleranz ($< \pm 6$ mm) nicht möglich ist. Ein wesentlicher Grund hierfür ist, dass die Herstellung von Bauteilen aus Gewebelaminaten in der Regel in Autoklaven erfolgt. Die darin auftretenden Temperaturen führen zum Schmelzen des Matrixmaterials, wodurch ein „Verrutschen“ der Rovinge innerhalb der Lamineinzelschichten und der Lamineinzelschichten gegeneinander möglich ist. Des Weiteren führt die Krümmung von Bauteilen zu Schwierigkeiten bei einer gezielten relativen Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten. Zusammenfassend gilt, dass die Streuung aufgrund der relativen Positionierung der Lamineinzelschichten praktisch schwer zu kontrollieren ist und somit die damit verbundenen Streuungen nicht vermeidbar sind. Für die vorgeschlagene Verbesserung müssten daher neue Fertigungstechnologien für die Herstellung der Gewebelamine entwickelt werden, welche eine gezielte Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit kleinen Toleranzen ($< \pm 6$ mm) ermöglichen.

$$E_{xx,mean} = 65493 + 4026,4 = 69519,4 \quad (49)$$

$$\sigma_{Matrix,zul,90\%} = \frac{75}{78,54-32,0} * 450MPa = 725,18 MPa \quad (50)$$

$$\sigma_{Rov-X,zul,90\%} = (1,288 + 0,2) * 450MPa = 669,60 MPa \quad (51)$$

$$\sigma_{Rov-Y,zul,90\%} = (0,86 + 0,9) * 450MPa = 792 MPa \quad (52)$$

Durch die gezielte Positionierung der mittleren Schicht bei $XP2=5,9$ mm und $YP2=0$ mm verändert sich der Versagensmodus. Nicht mehr die quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge sind nun die kritischen Komponenten sondern die längs zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und die Dichtefunktionen der zulässige Spannungen für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90% der Matrix (blau), der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge (orange) und der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge (grün) sind in Abbildung 77 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass das Versagen der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge am wahrscheinlichsten ist. Eine weitere Erhöhung der Festigkeit des Gewebelaminates ist also durch eine Erhöhung des Laststeigerungsfaktors der längs zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge möglich. Die Parameter, welche die Belastung der Längsrovinge reduzieren, sind mit Hilfe der Tabelle 68 zu identifizieren und sind „AF“ und „HF“. Die Erhöhung der Festigkeit kann nun auf 2 Arten erfolgen,

einerseits kann der Mittelwert der oben angeführten Parameter erhöht werden, welches ein deterministisches Eingreifen darstellt. Allerdings ist dies häufig mit hohen Kosten verbunden. Eine zweite Möglichkeit besteht darin die Streuung der Parameter zu reduzieren und somit den Sicherheitsfaktor zu reduzieren. Das maximale allerdings nie erreichbare Verbesserungspotential durch die Verringerung der Streuungen der Parameter „AF“ und „HF“ auf 0, errechnet sich durch die Formeln 53 bis 56.

Die zulässige Spannung für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90% kann durch die vorgeschlagenen Maßnahmen von 387 MPa auf 756 MPa verbessert werden. Dabei erhöht sich die Steifigkeit von 65493 MPa auf 74470 MPa .

Dies entspricht eine Erhöhung der Festigkeit um 95 % und der Steifigkeit um 13,7%.

$$E_{xx,mean} = 65493\text{MPa} + 4026,4\text{MPa} + 4946,35\text{MPa} + 4,445\text{MPa} = 74470,2\text{MPa} \quad (53)$$

$$\sigma_{Matrix,zul,90\%} = \frac{75}{78,54-32,0-2,29-8,67} * 450\text{MPa} = 948,57\text{MPa} \quad (54)$$

$$\sigma_{Rov-X,zul,90\%} = (1,288 + 0,2 + 0,1035 + 0,088) * 450\text{MPa} = 755,77\text{MPa} \quad (55)$$

$$\sigma_{Rov-Y,zul,90\%} = (0,86 + 0,9 + 0,0227 + 0,02435) * 450\text{MPa} = 813,17\text{MPa} \quad (56)$$

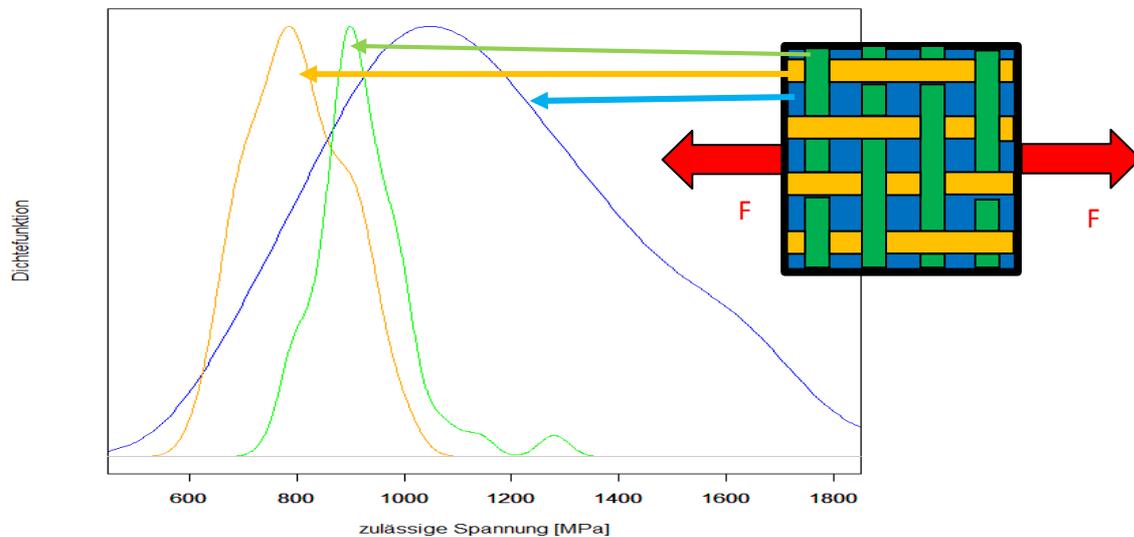


Abbildung 77: Dichtefunktion der zulässigen Spannungen der Matrix (blau), Rovinge in Belastungsrichtung (orange) und Rovinge quer zur Belastungsrichtung (grün) für ein Gewebelaminat mit einer Schichtverschiebung der mittleren Schicht von XP2=5.9 mm und PY2= 0 mm

6. Ergebnisauswertung: Schublastfall

6.1. Voruntersuchung: Spannungsunterschiede in den Einzelschichten

In dieser Voruntersuchung wird bereits auf die detaillierte Ergebnisauswertung vorgegriffen. Dieser Abschnitt soll den unterschiedlichen Spannungsverlauf in den Einzelschichten des Gewebelaminates zeigen. Damit kann schließlich jene Lamineinzelschicht identifiziert werden, in welcher die Spannungen maximal werden und somit für eine detaillierte Betrachtung in den nachfolgenden Abschnitten herangezogen werden.

Die Abbildungen 78, 79 und 80 zeigen jeweils den Verlauf des Laststeigerungsfaktors für die längs verlaufenden Rovinge in der untersten, obersten und mittleren Lamineinzelschicht. Während für die Zugbelastung die äußeren beiden Lamineinzelschichten signifikant stärker belastet sind, herrscht bei Schubbelastung in allen 3 Lamineinzelschichten ein gleichmäßiger Spannungszustand. Der Verlauf des Laststeigerungsfaktors entlang der Rovinge besitzt 4 Wellentäler und 4 Wellenberge. In jenen Bereichen, in welchen ein längs verlaufender Roving einen quer verlaufenden Roving überquert, wird der längs verlaufende Roving entlastet und somit steigt in diesen Bereichen der Laststeigerungsfaktor. In den Abbildungen 78, 79 und 80 sind die quer verlaufenden Rovinge als schraffierte Querschnitte dargestellt.

Nachdem alle 3 Lamineinzelschichten die gleiche Belastung aufweisen, wird für folgende Untersuchungen auf die detaillierten Darstellungen der Laststeigerungsfaktoren der mittleren und obersten Schicht verzichtet und nur die Festigkeitsbewertung für die Rovinge innerhalb der untersten Schicht vorgenommen.

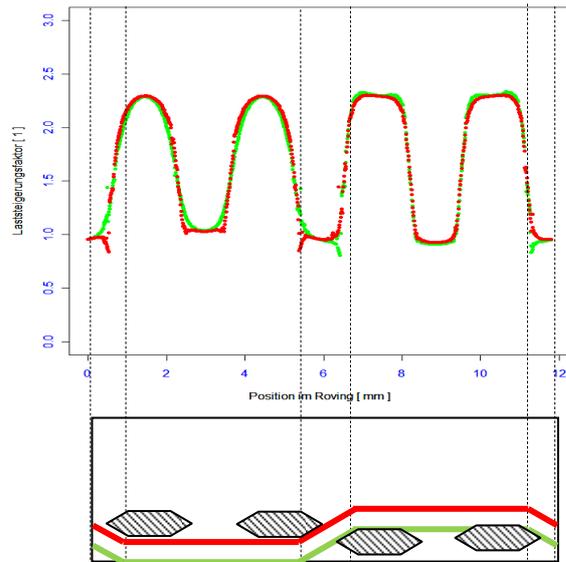


Abbildung 78: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der untersten Schicht

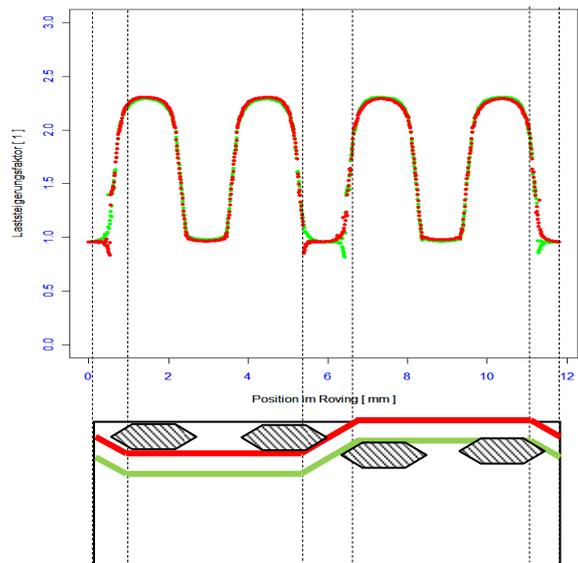


Abbildung 79: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der obersten Schicht

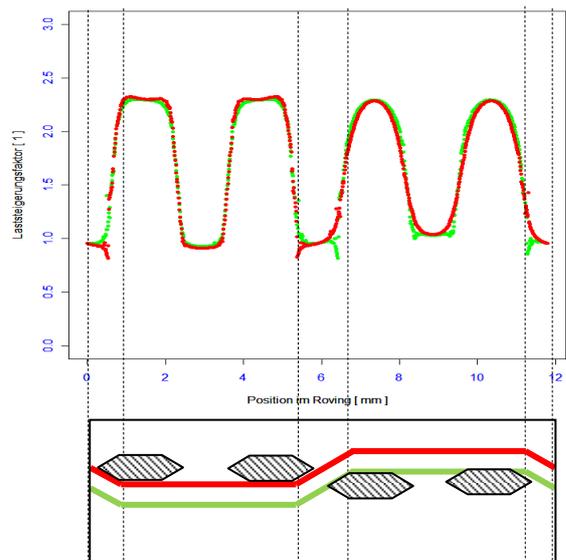


Abbildung 80: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der mittleren Schicht

6.2. Response Surface

Die Abschnitte 6.2.1 – 6.2.4 zeigen eine sehr detaillierte visuelle und mathematische Darstellung des Einflusses jeder einzelnen Designvariable auf die Festigkeit und die Steifigkeit des Gewebelaminates. Eine Zusammenfassung dieser Abschnitte befindet sich in Abschnitt 6.2.5 und daher kann der mathematisch weniger interessierte Leser direkt zu Abschnitt 6.2.5 übergehen.

Die „Operation Points“, von welchen aus in den nachfolgenden Abschnitten die Parameter variiert werden, sind:

AF.....	0,3385 mm ²	Em.....	4000 MPa
tan(alpha)...	0,125	Ef11.....	269000 MPa
HF.....	0,18475 mm	vm.....	0,37
LF.....	2,95 mm	XP2.....	0 mm
		YP2.....	0 mm

6.2.1. Response Surface bei Variation der Modellierungsparameter

Steifigkeitsbewertung:

Für die Erstellung der Response Surface der Schubsteifigkeit für die Designvariablen „AF“ und „tan(alpha)“ stehen insgesamt 9 Simulationsergebnisse zur Verfügung. (siehe Abbildung 15) Mit Hilfe eines linearen Regressionsmodells wird die Response Surface, wie in Abbildung 81 visualisiert und durch Formel 57 beschrieben, erstellt. Die Güte der Approximation wird durch den angepassten Korrelationskoeffizient in der Höhe von 0,97 und durch die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 11,45 MPa beschrieben. Da ersterer in der Nähe bei 1 liegt und die Wurzel des quadratischen Fehlers in Vergleich zu den Simulationsergebnissen sehr klein ist, ist die Approximationsgüte des verwendeten linearen Regressionsmodells als ausgezeichnet einzustufen.

Durch Verringerung der Querschnittsfläche der Rovinge verringert sich ebenfalls die Kontaktfläche zwischen Längs- und Querrovinge, wodurch die Schubverzerrung der Rovinge weniger stark behindert wird und somit die Schubsteifigkeit des Gewebelaminates abnimmt. Abbildung 81 zeigt allerdings, dass die Schubsteifigkeit mit sinkendem Querschnitt zunimmt. Der Grund für die Zunahme der Schubsteifigkeit bei Abnahme der Querschnittsfläche ist, dass die Schubsteifigkeit der Rovinge bei geringerer Querschnittsfläche und somit höher Packungsdichte stark zunimmt. Diese starke Zunahme der Schubsteifigkeit der Rovinge überwiegt die Abnahme der Schubsteifigkeit durch die Verringerung der Kontaktfläche der Rovinge wodurch die resultierende Response Surface entsteht. Zwischen Welligkeit und Schubsteifigkeit des Gewebelaminats besteht ein negativer Zusammenhang. Mit abnehmender Welligkeit wird der Roving mehr gespannt und die Schubsteifigkeit nimmt geringfügig zu. Quantitativ beträgt die maximale Änderung der Schubsteifigkeit bei Variation des Parameters „AF“ innerhalb seiner vorgegeben Grenzen $\pm 85,5$ MPa bzw. $\pm 2,19$ % des Mittelwertes. Die Veränderung der Schubsteifigkeit bei Variation der Welligkeit ist wesentlich geringer und beträgt $\pm 18,3$ MPa bzw. $\pm 0,47$ %.

$$\hat{G}_{xy} = 5719,0 - 3974,9 * AF - 3655,7 * \tan(\alpha) \quad (57)$$

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Für die Interpolation der Response Surfaces der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit der Parameter „AF“ und „tan(alpha)“ stehen 9 Simulationsergebnisse zur Verfügung. Da die Antwortgröße in Bezug auf die Parameter „AF“ und „tan(alpha)“ einen stark nichtlinear ausgeprägten Zusammenhang besitzt, eignet sich kein lineares bzw. quadratisches Regressionsmodell. Stattdessen erfolgt die Interpolation mit Hilfe eines „Radial Basis“ Interpolationsmodells welches im Abschnitt 4.2 vorgestellt wird. Die Basis für das Interpolationsmodell bildet Formel 20 und für die noch zu wählende Basisfunktion wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktion gewählt die Formel 58 gewählt.

$$f = \|x - x_j\|^{3.85} \quad (58)$$

Die qualitative Erklärung des Zusammenhanges der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix ist komplex und im Wesentlichen auf 3 mechanische Effekte zurückzuführen. Durch eine sinkende Querschnittsfläche der Rovinge steigt durch die höhere Packungsdichte auch die Schubsteifigkeit der Rovinge und somit erfolgt eine Spannungsumlagerung von der Matrix zu den Rovingen. Dies führt schlussendlich zum Absinken der Spannungen innerhalb der Matrix. Die Welligkeit der Rovinge, also der Modellierungsparameter „tan(alpha)“, beeinflusst einerseits die Schubsteifigkeit der Rovinge und andererseits die Ordnung der Spannungssingularität in Eckpunkten von der Grenzfläche der Matrix und der Rovinge. Die Versteifung der Rovinge erfolgt mit sinkendem Parameter „tan(alpha)“ durch die geringere Streckbarkeit der weniger gewellten Rovinge. Durch ein sinkendes tan(alpha) erfolgt eine Spannungsumlagerung von der Matrix zur den Rovingen. Allerdings sinkt dadurch ebenfalls die Ordnung der Spannungssingularität in Eckpunkten der Grenzfläche der Matrix und der Rovinge und führt somit ebenfalls zur Reduktion der Belastung innerhalb der Matrix. Beide Effekte führen zu einem Absinken der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix bei der Reduktion der Welligkeit der Rovinge. Durch die komplexe Beeinflussung aller 3 beschriebenen mechanischen Effekte, entsteht schlussendlich die in Abbildung 82 dargestellte Response Surface.

Die maximale Veränderung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix beträgt durch Variation der Querschnittsfläche 2,43 MPa bzw. 2,91% und bei Variation der Welligkeit 2,46 MPa bzw. 2,94 %.

Festigkeitsbewertung der Rovinge:

Die Belastung der längs und quer verlaufenden Rovinge ist bis auf numerisches Rauschen ident, was einerseits durch den optischen Vergleich der Abbildungen 83 bis 86 erkennbar ist und andererseits durch die gleichen Polynomkonstanten der Approximationsformeln 59 und 60 bestätigt wird. Der Korrelationskoeffizient der Response Surfaces der längs und quer verlaufenden Rovinge beträgt 1 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 0,003, womit eine ausgezeichnete Approximationsgüte erreicht wird.

Abbildung 83 und 85 zeigen, ausgedrückt durch verschiedene Farbtöne, den Verlauf des Laststeigerungsfaktors der in bzw. quer zur Belastungsrichtung verlaufende Rovinge für verschiedene Kombinationen der Designvariablen „AF“ und „tan(alpha)“. Die wesentliche Information der beiden Abbildungen ist, dass durch Variation der 2 Designvariablen die Belastungsänderung in den Rovingen nicht an vereinzelt lokalen Stellen erfolgt, sondern global im gesamten Roving. Weiters ist ersichtlich, dass die Sensitivität im Bereich der Wellenberge des Verlaufes des Laststeigerungsfaktors wesentlich höher ist als im Bereich der Wellentäler. Dies ist insofern vorteilhaft, da die Wellentäler für den Versagensbeginn der Rovinge verantwortlich sind und somit die Streuung des Laststeigerungsfaktors im Bereich der Wellentäler für den Sicherheitsfaktor verantwortlich ist. Die detaillierte quantitative Analyse der Sensitivität erfolgt mit Hilfe der Response Surface, welche für den Laststeigerungsfaktor der Rovinge bei der Position x=9 erstellt wurde. Der abnehmende Querschnitt bewirkt eine höhere Schubsteifigkeit der Rovinge und somit erfolgt eine Spannungsumlagerung von der Matrix zu den Rovingen. Dadurch steigt die Belastung innerhalb der Rovinge und der Laststeigerungsfaktor sinkt mit abnehmendem Querschnitt. Die Welligkeit der Rovinge besitzt auf die Festigkeit der Rovinge einen vernachlässigbaren Einfluss. Die maximale Änderung des Laststeigerungsfaktors bei Änderung der Querschnittsfläche beträgt 0,074 bzw. 8,04 % und bei Änderung der Welligkeit 0,0015 bzw. 0,16%.

$$\hat{\sigma}_{Rov-X} = -0,215 + 3,465 * AF - 0,330 * \tan(\alpha) \quad (59)$$

$$\hat{\sigma}_{Rov-Y} = -0,213 + 3,452 * AF - 0,322 * \tan(\alpha) \quad (60)$$

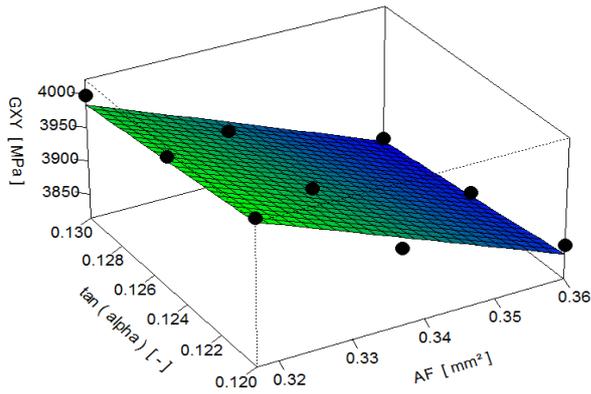


Abbildung 81: Response Surface des Schubmoduls in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)

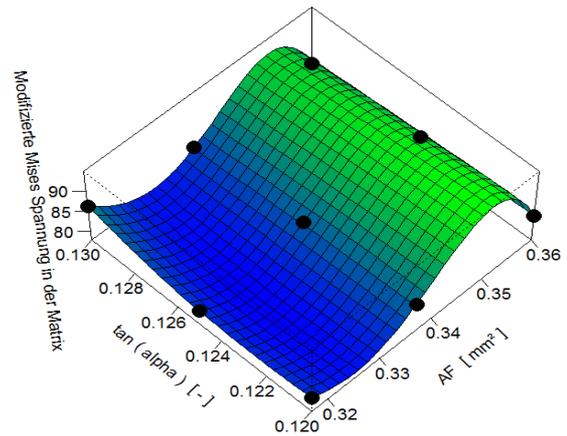


Abbildung 82: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von AF und tan(alpha) (zulässige Spannung: 75 MPa)

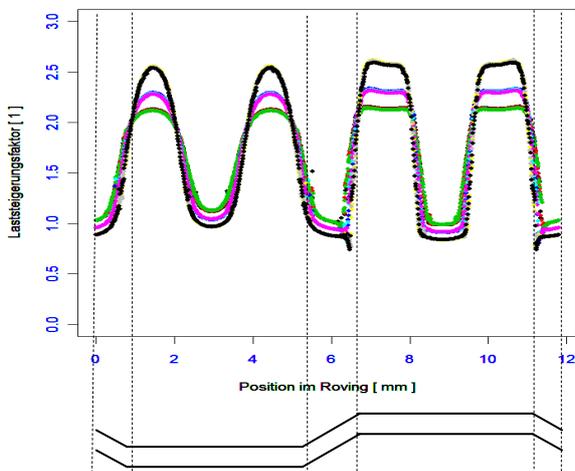


Abbildung 83: Laststeigerungsfaktor der Rovings in X- Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)

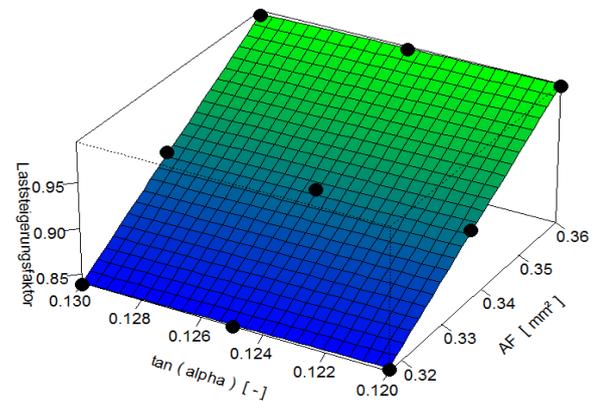


Abbildung 84: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)

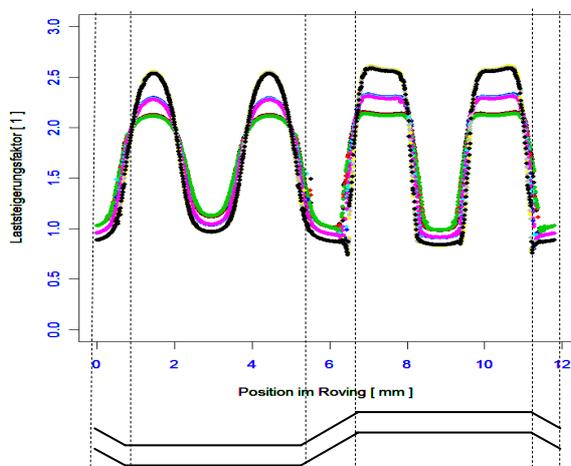


Abbildung 85: Laststeigerungsfaktor der Rovings in Y-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)

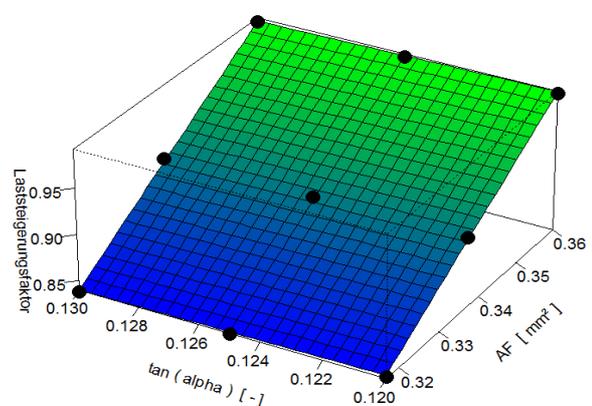


Abbildung 86: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovings in Y-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)

6.2.2. Response Surface bei Variation der Fertigungsparameter

Steifigkeitsbewertung:

Bei Variation der Fertigungsparameter wird die Höhe „HF“ des Gewebelaminates und der Abstand „LF“ der Rovinge verändert. Mit Hilfe der 9 vorhandenen Simulationsergebnisse (siehe Abbildung 14) wird für die Schubsteifigkeit ein lineares Regressionsmodell, beschrieben durch Formel 61 und visualisiert durch Abbildung 87, erstellt. Der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 0,99 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 27,28 MPa womit eine hohe Approximationsgüte garantiert ist.

Bei Zunahme der Fertigungsparameter „HF“ und „LF“ nimmt ebenfalls das Volumen der Matrix in der Einheitszelle des Gewebelaminats zu, während die Anzahl der einzelnen Fasern und das Volumen der Rovinge konstant bleibt. Während der Faservolumenanteil innerhalb der Rovinge bei Erhöhung des Matrixvolumens konstant bleibt, führt die Zunahme des Matrixvolumens zum Absenken des prozentuellen Faservolumenanteils des Gewebelaminates, wodurch schlussendlich die Schubsteifigkeit sinkt. Der Faservolumenanteil innerhalb der Rovinge ist durch Formel 62 definiert und der Faservolumenanteil des Gewebelaminates durch Formel 63. Der Ausdruck V_F wird für das Volumen der Fasern, V_R für das Volumen der Rovinge und V_E für das Volumen der Einheitszelle verwendet.

Quantitativ bewirkt eine Variation der Höhe des Gewebelaminats eine wesentlich stärkere Änderung der Schubsteifigkeit als die Variation des Abstands der Rovinge. $\pm 345,1$ MPa bzw. $\pm 8,83$ % beträgt die maximale Änderung der Schubsteifigkeit bei Variation von „HF“ und $\pm 135,4$ MPa bzw. $\pm 3,47$ % bei Variation von „LF“ innerhalb seiner vorgegebenen Grenzen.

$$\hat{G}_{xy} = 13263,0 - 23396,9 * HF - 1692,6 * LF \quad (61)$$

$$x_F^R = \frac{V_F}{V_R} \quad (62)$$

$$x_F^G = \frac{V_F}{V_E} \quad (63)$$

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Die Approximation der Response Surface erfolgt wiederum mit Hilfe eines linearen Regressionsmodells. Die ausreichende Güte der Approximation wird bestätigt durch den Korrelationskoeffizient in der Höhe von 0,85 und durch die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 1,19 MPa. Die graphische Darstellung der Response Surface erfolgt in Abbildung 88 und die mathematische Beschreibung durch Formel 64.

Aus Abbildung 88 ist zu erkennen, dass die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix bei Erhöhung der beiden Fertigungsparameter „HF“ und „LF“ zunimmt. Eine Zunahme der Fertigungsparameter bewirkt ebenfalls eine Zunahme der Querschnittsfläche des Gewebelaminats bzw. der Einheitszelle und somit steigt die Schnittkraft des Gewebelaminates. Die Zunahme der Schnittkraft teilt sich auf die Zunahme der Schnittkraft der Rovinge und die Zunahme der Schnittkraft der Matrix auf. Die Zunahme der Schnittkraft der Matrix wird einerseits erreicht durch Zunahme der Schnittfläche der Matrix und durch Zunahme der Spannung innerhalb der Matrix.

Zusammenfassend gilt, mit Zunahme der Höhe des Gewebelaminats und des Abstands der Rovinge erhöht sich ebenfalls die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix. Die maximale Zunahme der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix bei Variation der Höhe des Gewebelaminates innerhalb der vorgegeben Grenzen errechnet sich zu 4,0 MPa bzw. 4,8 % und bei Variation des Abstands der Rovinge 0,53 MPa bzw. 0,63 %.

$$\hat{\sigma}_{Matrix} = 12,20 + 271,67 * HF + 6,59 * LF \quad (64)$$

Festigkeitsbewertung von Rovinge:

Abbildung 89 und 91 zeigen den Verlauf des Laststeigerungsfaktors innerhalb der längs und quer verlaufenden Rovinge, wobei die unterschiedlichen Einfärbungen für jeweils unterschiedliche Kombinationen der Designvariablen „LF“ und „HF“ stehen. Die wesentliche Information in diesen beiden Abbildungen ist, dass durch Variation der beiden Designvariablen der Laststeigerungsfaktor im gesamten Roving gesenkt bzw. angehoben wird und nicht zu einer lokalen Spannungserhöhung führt. Die detaillierten Auswirkungen der Fertigungsparameter werden mit Hilfe einer Response Surface untersucht, welche in Abbildung 90 bzw. 92 dargestellt ist und durch Formel 65 bzw. 66 mathematisch beschrieben wird. Die ausgezeichnete Güte der verwendeten Approximation wird durch den angepassten Korrelationskoeffizienten in der Höhe von 0,99 und durch die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 0,002 bestätigt.

Aus den Polynomkoeffizienten der Formeln 65 und 66 ist zu erkennen, dass der Laststeigerungsfaktor der längs und quer verlaufenden Rovinge nahezu ident sind. Dieser Sachverhalt ist ebenfalls aus den Abbildungen 89 bis 92 erkennbar. Mit zunehmender Höhe des Gewebelaminats und zunehmenden Abstand der Rovinge sinkt die Schubsteifigkeit und somit erhöht sich die globale Schubverzerrung des Gewebelaminats. Der Querschnitt der Rovinge und die Materialparameter der Rovinge bleiben konstant und somit steigt die Spannung der Rovinge bei steigender Schubverzerrung des Gewebelaminates. Die maximale Zunahme des Laststeigerungsfaktors der Rovinge bei Variation der Höhe des Gewebelaminates innerhalb der vorgegeben Grenzen errechnet sich zu 0,025 MPa bzw. 2,7 % und bei Variation des Abstands der Rovinge 0,01 MPa bzw. 1,1 %.

$$\hat{\sigma}_{Rov-X} = 1,62 - 1,89 * HF - 0,12 * LF \quad (65)$$

$$\hat{\sigma}_{Rov-Y} = 1,59 - 1,86 * HF - 0,11 * LF \quad (66)$$

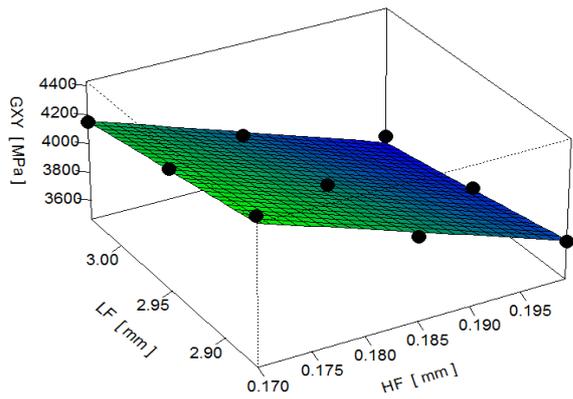


Abbildung 87: Response Surface des Schubmoduls in Abhängigkeit von HF und LF

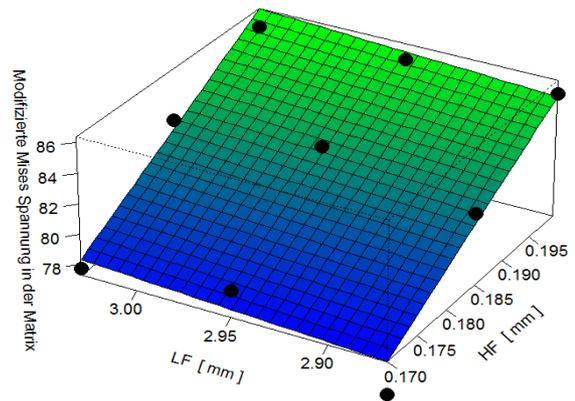


Abbildung 88: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von HF und LF (zulässige Spannung: 75 MPa)

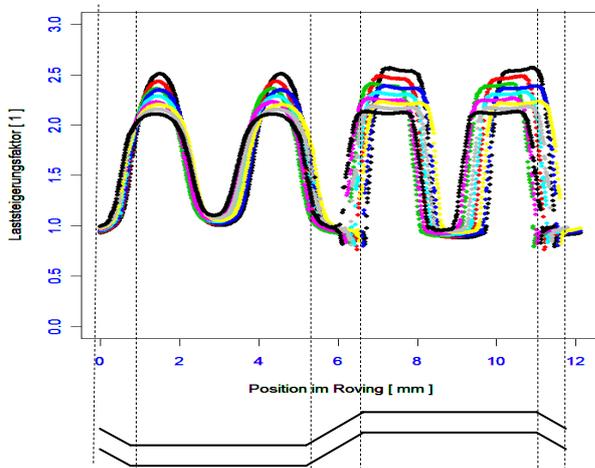


Abbildung 89: Laststeigerungsfaktor der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

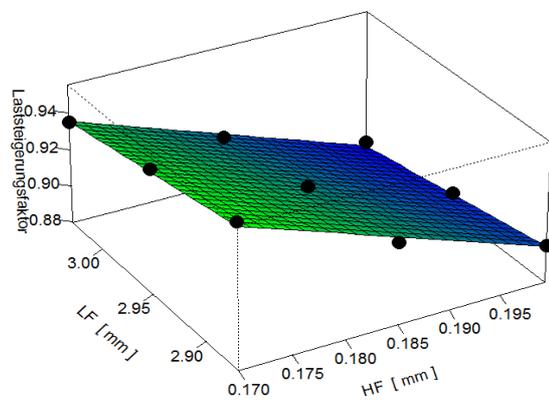


Abbildung 90: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

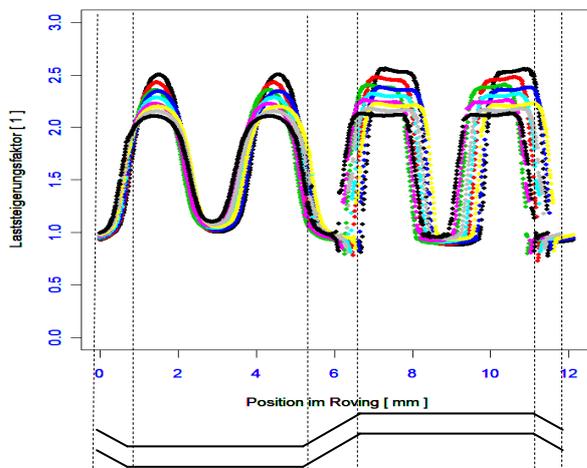


Abbildung 91: Laststeigerungsfaktor der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

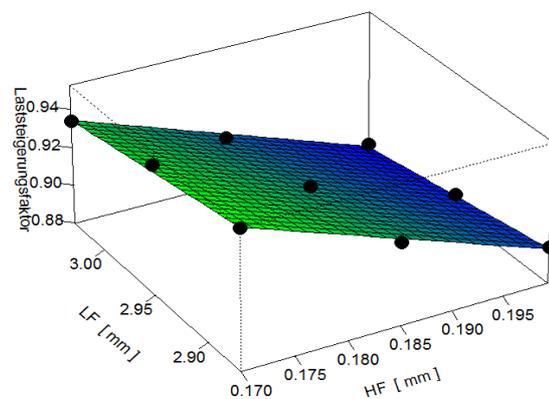


Abbildung 92: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF

6.2.3. Response Surface bei Variation der Materialparameter

Steifigkeitsbewertung:

Für die Erstellung der Response Surface für die Zugsteifigkeit des Gewebelaminates, der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix (siehe Abschnitt 4.1.2), des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge und des Laststeigerungsfaktors der quer verlaufenden Rovinge stehen insgesamt 15 Simulationsergebnisse aufgrund der Variation der Modellierungsparameter (siehe Abschnitt 2.1.2) zur Verfügung. Die Materialparameter umfassen den E-Modul der Kohlestofffasern, den E-Modul der Matrix und die Querkontraktionszahl der Matrix. Die graphische Darstellung der Response Surface ist nur im 3-dimensionalen Raum möglich und daher nur darstellbar wenn eine Designvariable konstant gehalten wird. Daher wird die Querkontraktionszahl der Matrix für die graphische Darstellung in Abbildung 93 konstant gesetzt. Die vollständige Beschreibung erfolgt durch Formel 67 und die Güte der Approximation ist, bestätigt durch den angepassten Korrelationskoeffizienten in der Höhe von 1 und durch die Wurzel des quadratischen Fehlers in der Höhe von 22,84 MPa, ausgezeichnet.

Auf die Schubsteifigkeit besitzt der E-Modul der Fasern nur einen sehr geringen Einfluss während der E-Modul der Matrix und die Querkontraktionszahl der Matrix einen signifikanten Einfluss auf die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats haben. Mit zunehmendem E-Modul und abnehmender Querkontraktionszahl der Matrix, steigt auch der Schubmodul der Matrix. Die resultierende Zunahme des Schubmoduls der Matrix führt schließlich zur Steifigkeitszunahme des Gewebelaminats. Bei Variation des E-Moduls der Fasern steigt ebenfalls die globale Schubsteifigkeit des Gewebelaminats. Die Höhe der maximalen Änderung der Schubsteifigkeit beträgt bei Variation des E-Moduls der Fasern $\pm 0,1$ MPa bzw. $\pm 0,003$ %, bei Variation des E-Moduls der Matrix $\pm 864,0$ MPa bzw. $\pm 22,1$ % und bei Variation der Querkontraktionszahl der Matrix $\pm 228,4$ MPa bzw. $\pm 5,85$ %.

$$\hat{G}_{xy} = 1626,99 + 20,32 * E_{f11} + 3054,02 * E_m - 807,52 * v_m \quad (67)$$

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Abbildung 94 zeigt die Abbildung der Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix, welche mit Formel 68 mathematisch beschrieben wird. Der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 0,99 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 0,18 MPa wodurch eine ausgezeichnete Qualität der Approximation gewährleistet ist.

Eine Erhöhung des E-Moduls des Epoxidharzes und eine Verringerung der Querkontraktionszahl des Epoxidharzes führen zur Zunahme des Schubmoduls der Matrix. Daher führt die Zunahme des E-Moduls des Epoxidharzes und die Abnahme der Querkontraktionszahl des Epoxidharzes zur Spannungsumlagerung von den Rovingen zur Matrix und schlussendlich zum Anstieg der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix. Die Höhe der maximalen Änderung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix beträgt bei Variation des E-Moduls der Fasern $\pm 0,02$ MPa bzw. $\pm 0,02$ %, bei Variation des E-Moduls der Matrix $\pm 3,165$ MPa bzw. $\pm 3,78$ % und bei Variation der Querkontraktionszahl der Matrix $\pm 0,09$ MPa bzw. $\pm 0,1$ %.

$$\hat{\sigma}_{Matrix} = 76,91 - 4,09 * Ef11 + 11,18 * Em - 0,31 * vm \quad (68)$$

Festigkeitsbewertung der Rovinge:

Abbildung 95 bzw. 97 zeigen in verschiedenen Farbtönen den Laststeigerungsfaktor innerhalb der längs bzw. quer verlaufenden Rovinge für verschiedene Kombinationen der Materialparameter. Deutlich zu erkennen ist, dass die Änderung des Laststeigerungsfaktors bei Variation der Materialparameter gleichmäßig im gesamten Roving erfolgt und nicht zu einer lokalen Spannungserhöhung führt. Die Response Surfaces der längs und quer verlaufenden Rovinge sind nahezu identisch. Diese sind in den Abbildungen 96 und 98 dargestellt und werden durch die Formeln 69 und 70 mathematisch beschrieben. Der angepasste Korrelationskoeffizient beträgt 1,00 und die Wurzel des quadratischen Fehlers beträgt 0,001, wodurch eine hohe Qualität der Approximation gewährleistet ist.

Eine Erhöhung des E-Moduls der Fasern führt zur Erhöhung der Schubsteifigkeit der Rovinge und somit erfolgt eine Spannungsumlagerung von Matrix zu den Rovingen. Daher sinkt der Laststeigerungsfaktor innerhalb der Rovinge bei Erhöhung des E-Moduls der Fasern. Der Schubmodul der Matrix wird beeinflusst durch die Querkontraktionszahl der Matrix und den E-Modul der Matrix. Eine Zunahme des E-Moduls der Matrix und Abnahme der Querkontraktionszahl der Matrix bewirken eine Zunahme des Schubmoduls der Matrix und führen somit zur Spannungsumlagerung von den Rovingen zur Matrix. Diese Spannungsumlagerung führt zum Ansteigen des Laststeigerungsfaktors bei Erhöhung des E-Moduls der Matrix bzw. beim Absenken der Querkontraktionszahl der Matrix. Die Höhe der maximalen Änderung des Laststeigerungsfaktors beträgt bei Variation des E-Moduls der Fasern $\pm 0,00$ MPa bzw. $\pm 0,00$ %, bei Variation des E-Moduls der Matrix $\pm 0,0275$ bzw. $\pm 3,0$ % und bei Variation der Querkontraktionszahl der Matrix $\pm 0,008$ MPa bzw. $\pm 0,8$ %.

$$\hat{\sigma}_{Rov-X} = 0,834 + 0,097 * Em - 0,027 * vm \quad (69)$$

$$\hat{\sigma}_{Rov-Y} = 0,833 + 0,098 * Em - 0,027 * vm \quad (70)$$

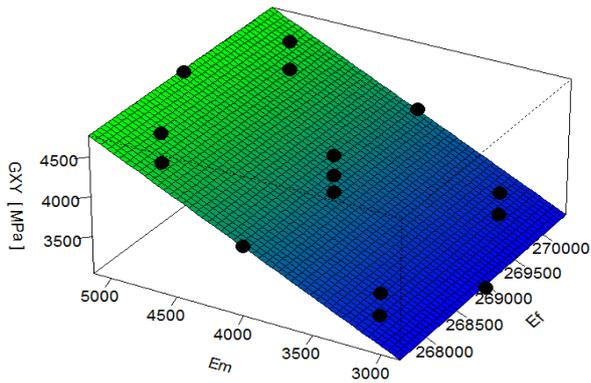


Abbildung 93: Response Surface des Schubmoduls in in Abhängigkeit von Em11 und Ef11

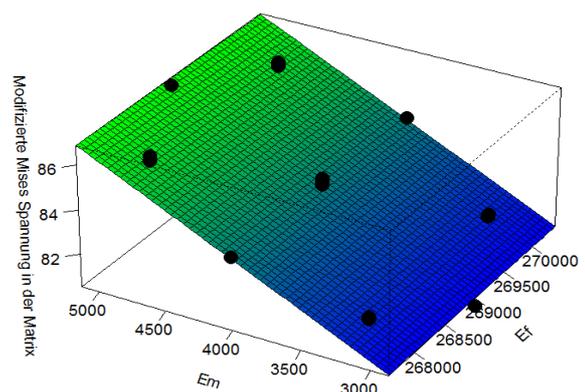


Abbildung 94: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von Em11 und Ef11 (zulässige Spannung: 75 MPa)

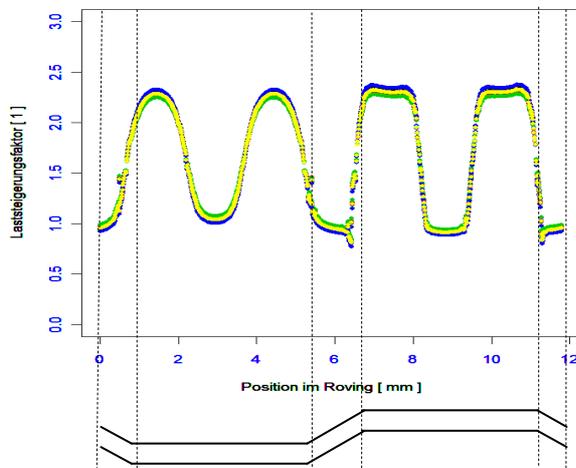


Abbildung 95: Laststeigerungsfaktor der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11

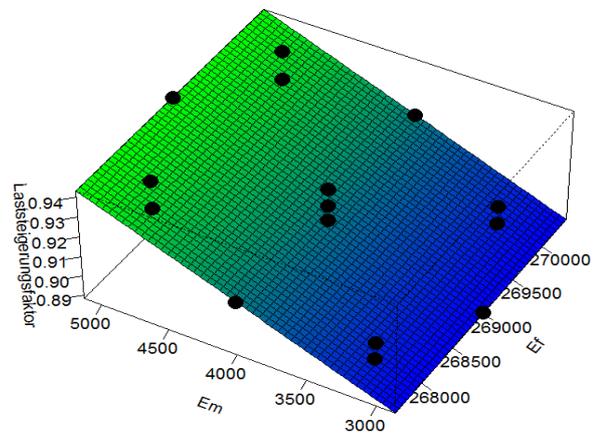


Abbildung 96: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovings in X-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11

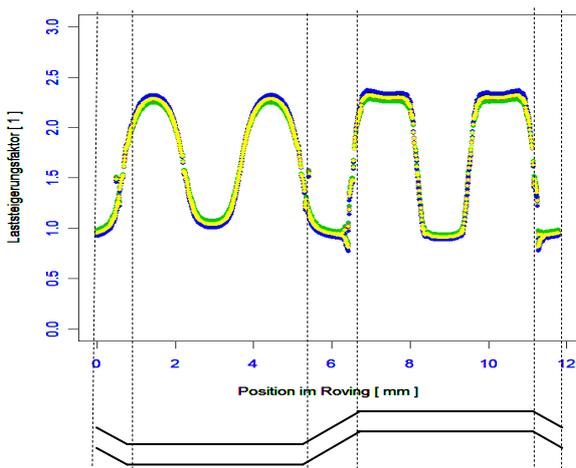


Abbildung 97: Laststeigerungsfaktor der Rovings in Y-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11

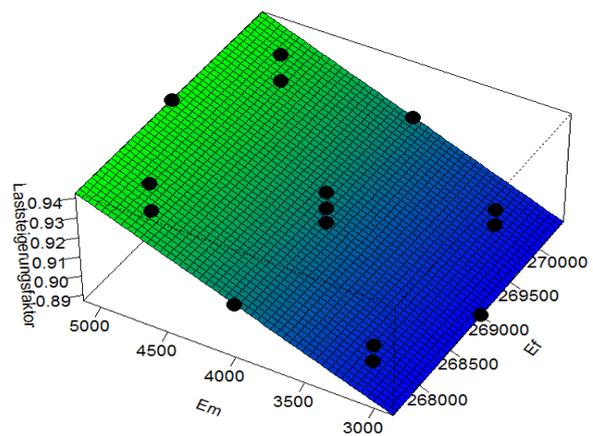


Abbildung 98: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovings in Y-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11

6.2.4. Response Surface bei Variation der Verschiebung der mittleren Schicht

Steifigkeitsbewertung:

Die Änderung der Schubsteifigkeit bei Variation der Schichtverschiebung ist sehr stark nichtlinear. Ein lineares bzw. quadratisches Regressionsmodell ist nicht in der Lage einen stark nichtlinearen Zusammenhang zu modellieren und Regressionsmodelle mit Termen höherer Ordnung als quadratische Terme neigen stark zum Überschwingen der Antwortgröße. Daher wird für die Approximation der Response Surfaces kein lineares Regressionsmodell sondern das in Formel 20 beschriebene Interpolationsmodell verwendet. Dieses wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktionen gewählt. Die Basisfunktion für das Interpolationsmodell ist in Formel 71 angegeben. Die Response Surface ist in Abbildung 103 visualisiert.

$$f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^2 \quad (71)$$

Die Schubsteifigkeit ist am geringsten falls die 3 Lamineinzelschichten unverschoben übereinander angeordnet sind. Dadurch entstehen innerhalb des Gewebelaminats sehr schubweiche Bereiche. Innerhalb dieser schubweichen Bereiche befinden sich keine längs bzw. querverlaufenden Rovinge, welche die Schubverformung verhindern und somit tritt innerhalb dieser Bereiche eine sehr hohe Schubverzerrung auf. Die schubarmen Bereiche sind schematisch in Abbildung 99 dargestellt. Wird die mittlere Schicht sowohl in X als auch in Y Richtung um ein Viertel der Einheitszellenlänge verschoben, so werden die querverlaufenden und längsverlaufenden Rovinge der mittleren Schicht innerhalb dieses schubweichen Bereiches verschoben. Diese behindern die Schubverformung und die Schubsteifigkeit steigt stark an. In Abbildung 100 repräsentieren die orangenen Linien alle Rovinge der mittleren Schicht und zeigen, wie schubarme Bereiche durch die längsverlaufenden und querverlaufenden Rovinge der mittleren Schicht aufgefüllt werden. Die maximale Zunahme der Schubsteifigkeit bei Verschiebung der mittleren Schicht um $PX_2=2,95$ und $PY_2=2,95$ beträgt 332,3 MPa bzw. 8,5 %. In den Abbildungen 101 und 102 sind die Deformationsplots des Gewebelaminats für unterschiedliche Konfigurationen der Schichtverschiebung angegeben.

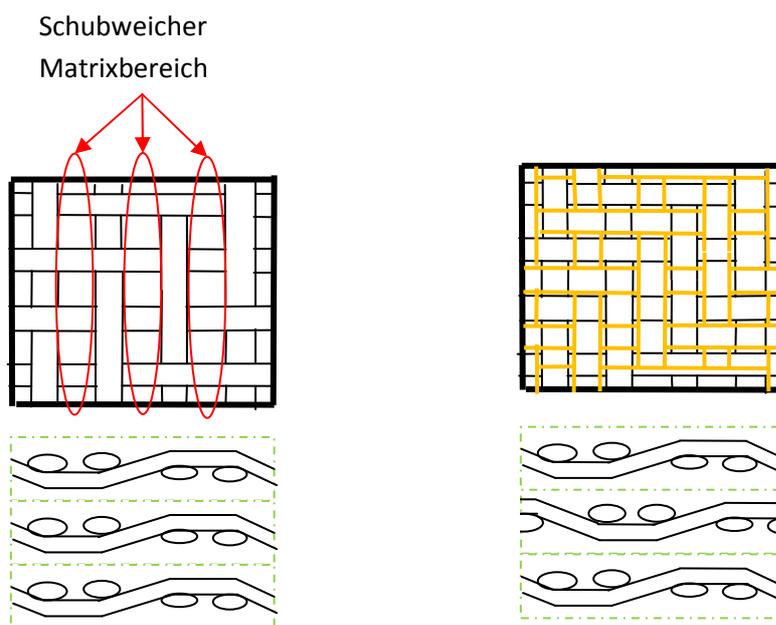


Abbildung 99: Schubweiches Gewebelaminat

Abbildung 100: Schubsteifes Gewebelaminat

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Die Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix für die Variablen der Schichtverschiebung zeigt wieder ein stark nichtlineares Verhalten und für die Approximation wird ein Interpolationsmodell, ausgedrückt durch Formel 20, verwendet. Als Basisfunktion wird für das Interpolationsmodell der Ansatz nach Formel 72 verwendet. Diese wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktion gewählt.

$$f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^5 \quad (72)$$

Die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix erreicht ihr Minimum an jenen Stellen an welchen die Schubsteifigkeit ihr Maximum erreicht. Die Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix ist in Abbildung 104 visualisiert und die Differenz zwischen Maximum und Minimum beträgt 11,3 MPa bzw. 13,5 % des Minimums.

Festigkeitsbewertung der quer und längs verlaufenden Rovinge:

Die Approximation der Response Surface für den Laststeigerungsfaktor der längs und querverlaufenden Rovinge erfolgt mit Hilfe eines Interpolationsmodells, welches durch Formel 20 beschrieben wird. Als Basisfunktion wird der Ansatz in Formel 73 verwendet. Diese wird nach dem optischen Vergleich verschiedener Basisfunktion gewählt.

$$f = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^{\frac{5}{2}} \quad (73)$$

Durch Verschiebung der Mittelschicht in X-Richtung um ein viertel der Einheitszellenlänge bzw. um $\frac{3}{4}$ der Einheitszellenlänge werden die Rovinge in X-Richtung in ein matrixdominiertes Gebiet verschoben und somit werden diese verstärkt belastet, der Laststeigerungsfaktor erreicht das Minimum und die Spannungen innerhalb der Rovinge steigt stark an. Der Vergleich der Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge und der Schubsteifigkeit des Gewebelaminates zeigt, dass eine hohe Schubsteifigkeit gleichzeitig zu einer erhöhten Belastung der Rovinge und somit zum Sinken der Festigkeit des Gewebelaminates führt, während für den Zuglastfall durch eine gute Positionierung der mittleren Schicht sowohl die Festigkeit als auch die Steifigkeit gesteigert werden kann. Die Response Surface für den Laststeigerungsfaktor ist in Abbildung 105 dargestellt und die Differenz zwischen Maximum und Minimum des Laststeigerungsfaktors beträgt 0,125 bzw. 13,6 % des Minimums.

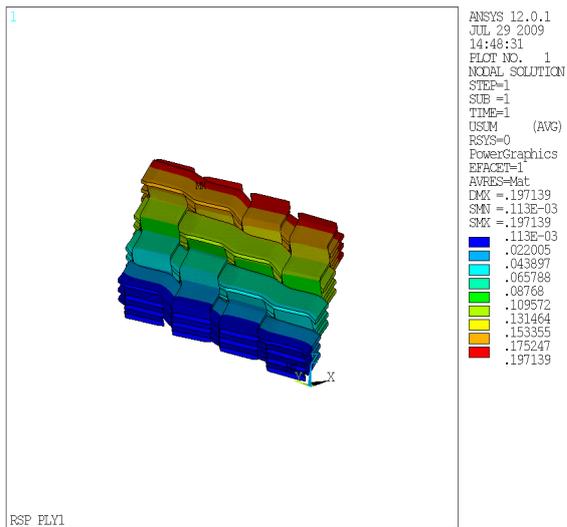


Abbildung 101: Verformungsplot für $PX2=0$ und $PY2=0$ (Matrix ausgeblendet) (25 fach vergrößert)

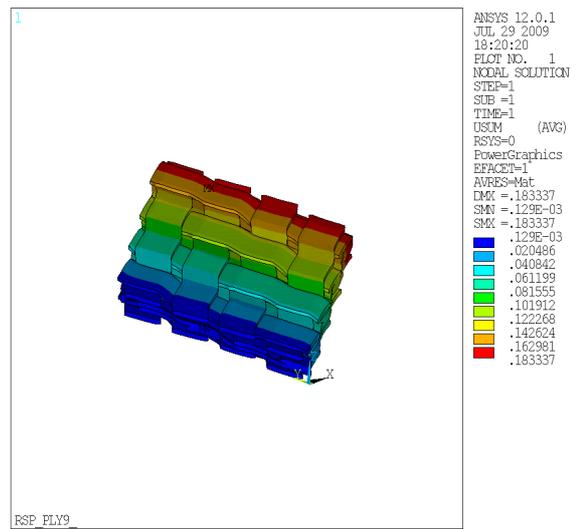


Abbildung 102: Verformungsplot für $PX2=5,9$ und $PY2=0$ (Matrix ausgeblendet) (25 fach vergrößert)

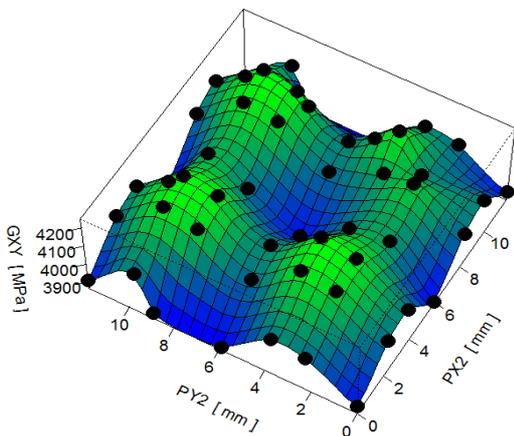


Abbildung 103: Response Surface des Schubmoduls in Abhängigkeit von $PX2$ und $PY2$

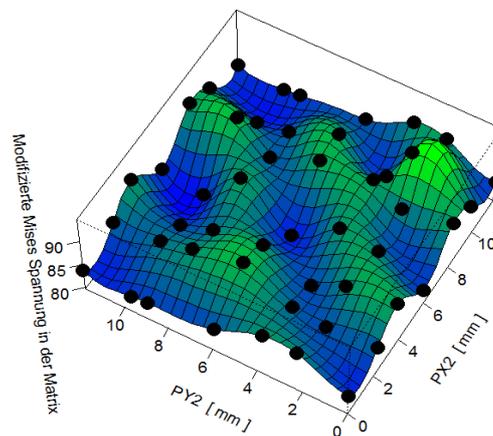


Abbildung 104: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von $PX2$ und $PY2$ (zulässige Spannung: 75 MPa)

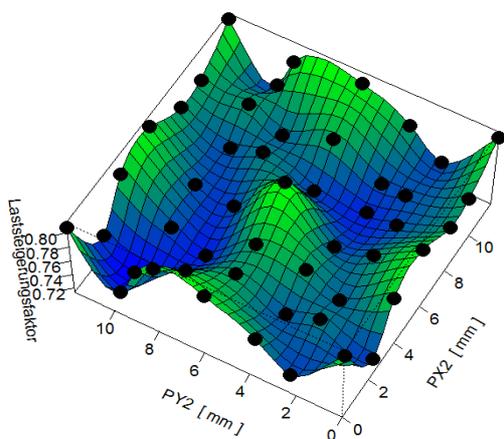


Abbildung 105: Response Surface des Minimums des Laststeigerungsfaktors der längs und querverlaufenden Rovinge

**6.2.5. Zusammenfassung:
Steifigkeitsbewertung:**

Tabelle 15 zeigt die maximale Änderung der Schubfestigkeit des Gewebelaminats bei Variation der Designvariablen innerhalb der vorgegebenen Grenzen. Abbildung 106 zeigt das zu Tabelle 15 gehörende Balkendiagramm. Den stärksten Einfluss auf die Schubsteifigkeit besitzen der E-Modul der Matrix, die Höhe des Gewebelaminates und die Positionierung der mittleren Lamineinzelschicht. Mit zunehmendem E-Modul der Matrix steigt auch der Schubmodul der Matrix. Mit zunehmender Höhe des Gewebelaminates nimmt ebenfalls der Volumenanteil der Matrix zu während die Anzahl der Fasern konstant bleibt. Dadurch sinkt die Schubsteifigkeit des Gewebelaminates bei Steigerung der Höhe des Gewebelaminates. Die Schubsteifigkeit ist am geringsten falls die 3 Lamineinzelschichten unverschoben übereinander angeordnet sind. Dadurch entstehen innerhalb des Gewebelaminats sehr schubweiche Bereiche. Innerhalb dieser schubweichen Bereiche befinden sich keine längs bzw. querverlaufenden Rovinge, welche die Schubverformung verhindern und somit tritt innerhalb dieser Bereiche eine sehr hohe Schubverzerrung auf. Die schubarmen Bereiche sind schematisch in Abbildung 99 dargestellt. Wird die mittlere Schicht sowohl in X als auch in Y Richtung um ein Viertel der Einheitszellenlänge verschoben, so werden die querverlaufenden und längsverlaufenden Rovinge der mittleren Schicht innerhalb dieses schubweichen Bereiches verschoben. Diese behindern die Schubverformung und die Schubsteifigkeit steigt stark an. (siehe Abschnitt 6.2.4) Der Einfluss der Modellierungsparameter, des Abstandes der Rovinge und des E Moduls der Kohlestofffasern ist nur sehr gering. Für eine Erhöhung der Schubsteifigkeit ist daher zu empfehlen, die Streuung des E-Moduls der Matrix und der Höhe des Gewebelaminates zu verringern. Das Potential der Position der Schichtverschiebung kann ausgenutzt werden, indem die mittlere Lamineinzelschicht bei $PX2=2,95$ und $PY2=2,95$ positioniert wird. Allerdings ist die gezielte Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten in der industriellen Fertigung nur sehr schwer zu realisieren. Der Grund hierfür wurde in Abschnitt 5.2.5 ausführlich diskutiert.

Designvariable	ΔG_{xy}
AF	-85,46
tan(alpha)	-18,28
HF	-345,1
LF	-135,4
Ef11	0,1
Em	863,95
Vm	-228,4
Schichtverschiebung	332,25

Tabelle 15: Einfluss der Designvariablen auf die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats

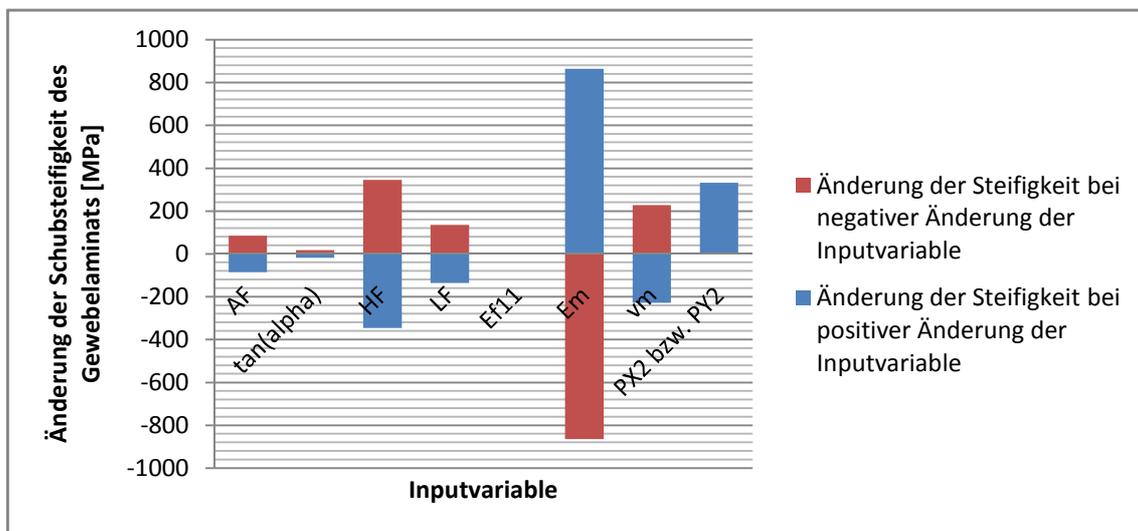


Abbildung 106: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats

Festigkeitsbewertung der Matrix:

Aus Abbildung 107 ist zu erkennen, dass die Positionierung der mittleren Schicht den größten Einfluss hat. Allerdings besitzt die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix, genauso wie die Schubsteifigkeit, bereits ihr Minimum bei der Grundkonfiguration der Designvariablen. Daher ist für den Hersteller des Gewebelaminates für eine Festigkeitserhöhung der Matrix zu empfehlen, jeweils 2 benachbarte Schichten unverschoben übereinander anzuordnen, während für eine Erhöhung der Schubsteifigkeit die jeweils 2 benachbarten Schichten um jeweils $PX2=2,95$ und $PY2=2,95$ verschoben angeordnet werden sollten. Deutlich hervorzuheben ist, dass die Welligkeit der Rovinge einen starken Einfluss auf die Festigkeit der Matrix besitzt. Dies ist sehr problematisch zu beurteilen, da die Welligkeit der Rovinge nur sehr schwer zu kontrollieren bzw. gezielt zu variieren ist, während die Streuung der Fertigungsparameter bzw. Materialparameter durch Qualitätssicherung während der Fertigung beeinflussbar sind. Durch gezielte Reduktion der Streuungen der Höhe des Gewebelaminats bzw. des E Moduls der Matrix, lässt sich der notwendige Sicherheitsfaktor reduzieren.

Designvariable	$\Delta\sigma_{Matrix}$
AF	2,43
tan(alpha)	2,46
HF	4,005
LF	0,525
Ef11	-0,02
Em	3,165
Vm	-0,09
Schichtverschiebung	-11,13

Tabelle 16: Einfluss der Designvariablen auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix

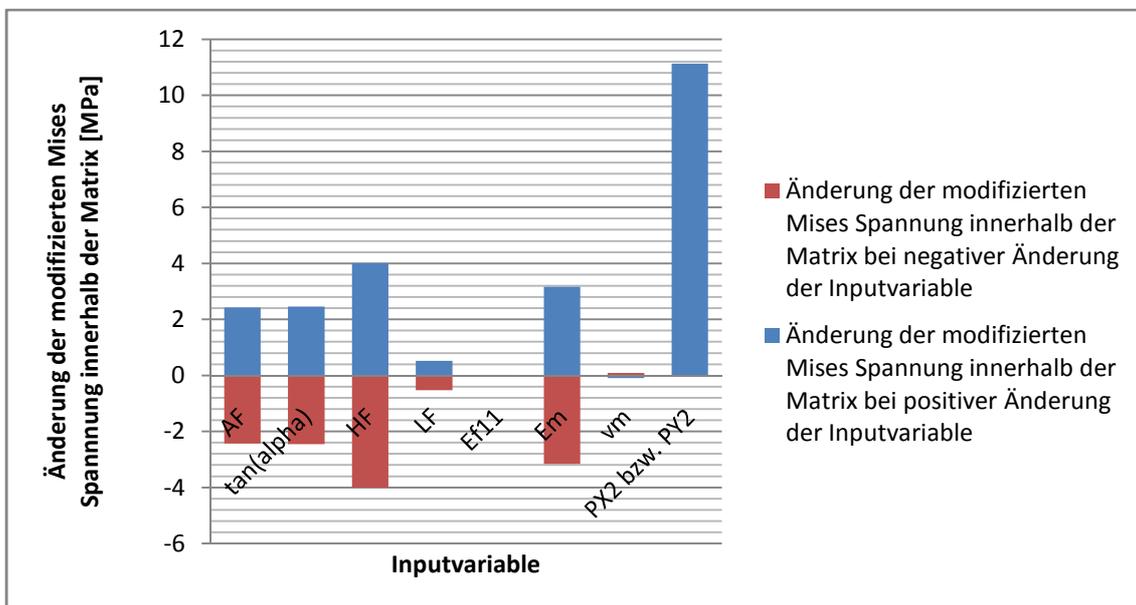


Abbildung 107: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix

Festigkeitsbewertung der Rovinge:

Die Auswirkungen der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der längsverlaufenden und querverlaufenden Rovinge sind nahezu gleich und daher wird in dieser Zusammenfassung nur die Auswirkung der Designvariable auf den Laststeigerungsfaktor der längsverlaufenden Rovinge präsentiert. Die Sensitivitäten sind in Tabelle 17 und Abbildung 108 dargestellt. Das größte Änderungspotenzial besitzt wiederum die Positionierung der mittleren Schicht, wodurch eine Erhöhung des Laststeigerungsfaktors um 0,125 bzw. 13,6 % erreicht werden kann. Allerdings besitzen die Rovinge die größte Festigkeit bei der Grundkonfiguration der Designvariable. Somit besteht für die Festigkeit der Rovinge und die Schubsteifigkeit des Gewebelaminates in Bezug zur Positionierung der mittleren Schicht ein Trade Off. Eine Erhöhung der Schubsteifigkeit des Gewebelaminates kann nicht erreicht werden ohne eine Verringerung der Festigkeit der Rovinge und vice versa. Den zweitgrößten Einfluss besitzt die Querschnittsfläche der Rovinge, während alle anderen Designvariablen vernachlässigbar sind.

Designvariable	$\Delta\sigma_{ROV}$
AF	0,074
tan(alpha)	-0,0015
HF	-0,025
LF	-0,01
Ef11	0
Em	0,0275
Vm	-0,008
Schichtverschiebung	-0,125

Tabelle 17: Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der Rovinge

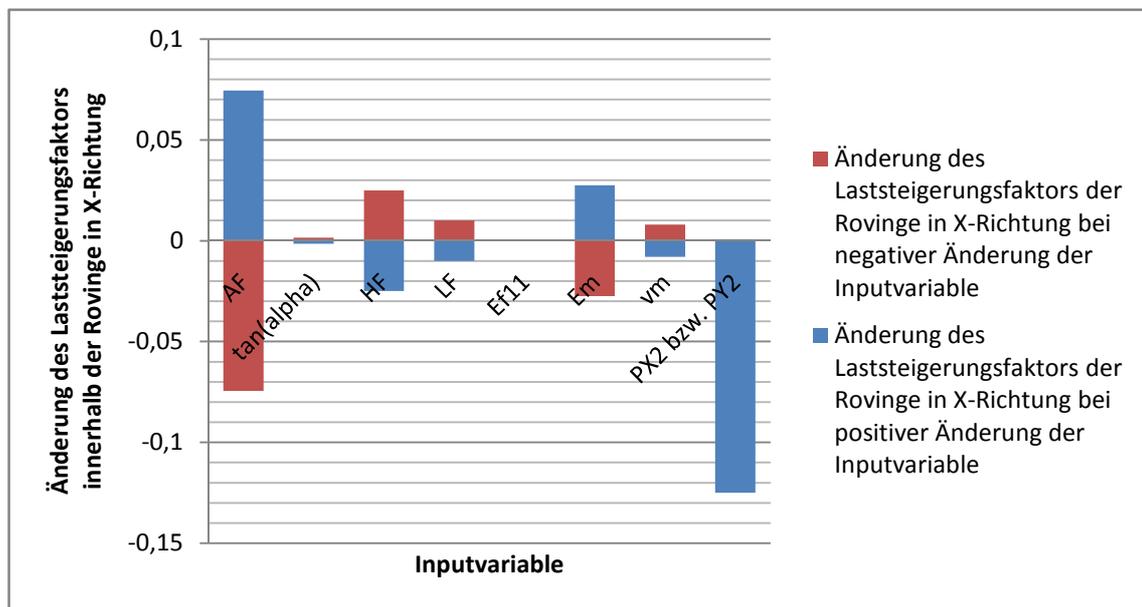


Abbildung 108: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der Rovinge

6.3. Robustheitsbewertung

6.3.1. Steifigkeitsbewertung

Die durchgeführte Robustheitsanalyse basiert auf 100 Simulationen mit statistisch verteilten Designvariablen gemäß dem Latin Hypercube Konzept. Die Häufigkeitsverteilung und die Dichteverteilung für die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats sind in Abbildung 109 dargestellt. Die linke Ordinate zeigt die auftretenden Häufigkeiten der jeweiligen Schubsteifigkeiten während die rechte Ordinate für die Dichtefunktion gilt. Der Schätzwert des Mittelwerts der empirisch ermittelten Häufigkeitsverteilung beträgt 4293 MPa und der Variationskoeffizient der Schubfestigkeit beträgt 10 %. Dieser ist somit doppelt so groß wie der Variationskoeffizient der Zugsteifigkeit. Nichts desto trotz liegt der Variationskoeffizient in der gleichen Größenordnung wie der Variationskoeffizient der Eingangsgrößen (ca. 10 %). Somit kann das Verhalten der Schubfestigkeit in Bezug auf die Eingangsvariablen als robust eingestuft werden. Das 80 % Vertrauensintervall errechnet sich zu (3592 MPa, 4898 MPa). Werden die beiden Grenzen des 80 % Vertrauensintervalls als Prozentwerte des Mittelwertes ausgedrückt so erhält man (83,7 %, 114,1 %). Die statistischen Kennzahlen mit den dazugehörigen Vertrauensintervallen sind in Tabelle 18 zusammengefasst.

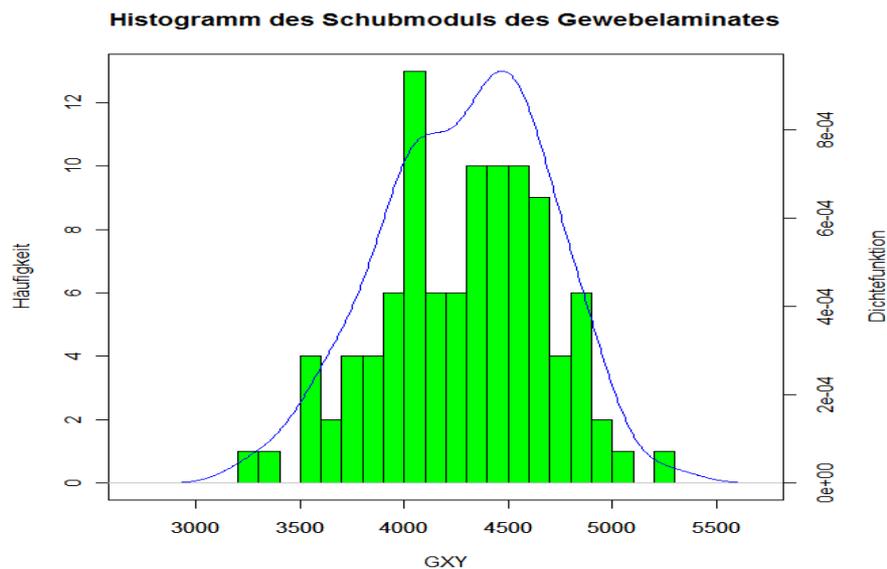


Abbildung 109: Histogramm und Dichteverteilung der Schubsteifigkeit des Gewebelaminats

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90% Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	4293	4227 - 4359
Standardabweichung [MPa]	395,6	353,0 - 445,9
COV [%]	9,21	8,22 - 10,39
10 % Quantil	3750	3592 - 3884
25 % Quantil	4034	3935 - 4078
50 % Quantil (Median)	4362	4223 - 4410
75 % Quantil	4588	4548 - 4639
90 % Quantil	4783	4678 - 4898

Tabelle 18: Verteilungskennzahlen der Schubsteifigkeit des Gewebelaminats

6.3.2. Festigkeitsbewertung der Matrix

Die durch FEM-Simulationen ermittelte Häufigkeitsverteilung und Dichterverteilung sind in Abbildung 110 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist eine starke Asymmetrie der Häufigkeitsverteilung. Es befinden sich Ausreißer in der Nähe des Spannungswertes 100 MPa und der Schwanz der Dichtefunktion fällt bei höheren Spannungswerten wesentlich flacher ab als bei niedrigen Spannungswerten. Der Variationskoeffizient beträgt 10,75 % und befindet sich somit in der gleichen Größenordnung wie der Variationskoeffizient der Schubsteifigkeit des Gewebelaminates. Da der für die Berechnung verwendete Variationskoeffizient der Designvariablen ebenfalls ca. 10 % betrug, wird das Verhalten der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix als robust eingestuft. Für technische Anwendungen erfolgt die Berücksichtigung von Unsicherheiten in der Festigkeitsberechnung mit Hilfe eines Sicherheitsfaktors. Für die im Rahmen dieser Diplomarbeit untersuchten Materialunsicherheiten kann der notwendige Sicherheitsfaktor für die Matrix mit Hilfe der Formel 74 berechnet werden. Der angegebene Sicherheitsfaktor gilt für eine 90 prozentige Überlebenswahrscheinlichkeit der Matrix. Die zulässige Belastungsspannung für eine 90 prozentige Überlebenswahrscheinlichkeit der Matrix errechnet sich durch Formel 75 und beträgt 53,2 MPa.

$$\text{Sicherheitsfaktor} = \frac{90\% \text{ Quantil der Spannung}}{\text{Mittelwert der Spannung}} = \frac{91,70}{76,41} = 1,20 \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zul,90\%} &= \frac{\text{zulässige Spannung innerhalb der Matrix}}{90\% \text{ Quantil der Spannung innerhalb der Matrix}} * \text{Belastungsspannung} \\ &= \frac{75}{91,70} * 65 \text{ MPa} = 53,2 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (75)$$

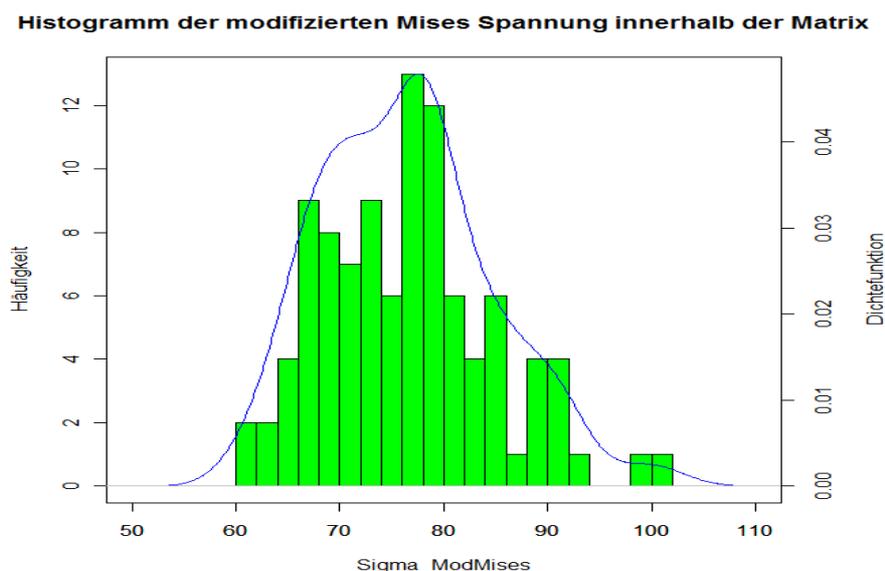


Abbildung 110: Histogramm und Dichteverteilung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90% Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	76,41	75,05 - 77,78
Standardabweichung [MPa]	8,21	7,33 - 9,26
COV [%]	10,75	9,59 - 12,11
25 % Quantil	70,14	68,96 - 72,10
50 % Quantil (Median)	76,68	74,16 - 77,81
75 % Quantil	80,61	78,89 - 84,30
90 % Quantil	88,28	85,36 - 91,70

Tabelle 19: Verteilungskennzahlen der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix

6.3.3. Festigkeitsbewertung der Rovinge

Das Festigkeitsverhalten der längs und quer verlaufenden Rovinge ist identisch und daher wird nur die Streuung des Laststeigerungsfaktors der längs verlaufenden Rovinge dargestellt und analysiert. In Abbildung 111 ist der Mittelwert des Laststeigerungsfaktors der Rovinge durch einen schwarzen Linienzug dargestellt, während das 10% bzw. 90 % Quantil durch einen grünen Linienzug visualisiert wird. Dadurch ist ersichtlich, dass die Auswirkungen der Streuung der Designvariablen den Belastungszustand innerhalb des gesamten Roving beeinflussen und somit nicht nur zu lokalen Spannungskonzentrationen führen. Für die Auswertung des Histogramms wurde exemplarisch die Streuung des Laststeigerungsfaktors an der Position $x=9\text{mm}$ herangezogen und das Histogramm mit der Dichteverteilung für den Laststeigerungsfaktor der längsverlaufenden Rovinge ist in Abbildung 112 dargestellt. Auffällig ist der hohe Variationskoeffizient in der Höhe von 14,11 %. Dieser ist um ein Drittel höher als der Variationskoeffizient der Schubsteifigkeit bzw. Spannung innerhalb der Matrix. Da der Variationskoeffizient signifikant höher ist als jener der Designvariablen muss das Verhalten des Laststeigerungsfaktors als nicht robust eingestuft werden. Der notwendige Sicherheitsfaktor für eine technische Bauteildimensionierung errechnet sich nach Formel 76 und beträgt 1,31. Der berechnete Sicherheitsfaktor gilt für eine Überlebenswahrscheinlichkeit der Rovinge in der Höhe von 90 %. Die zulässige Belastungsspannung für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90 % beträgt 55,25 MPa (Formel 77) und ist somit höher als die zulässige Belastungsspannung für die Matrix.

$$\text{Sicherheitsfaktor} = \frac{\text{Mittelwert des Laststeigerungsfaktors}}{10\% \text{ Quantil des Laststeigerungsfaktors}} = \frac{1,11}{0,85} = 1,31 \quad (76)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zul,90\%} &= 10\% \text{ Quantil des Laststeigerungsfaktors} * \text{Belastungsspannung} \\ &= 0,85 * 65\text{MPa} = 55,25 \text{MPa} \end{aligned} \quad (77)$$

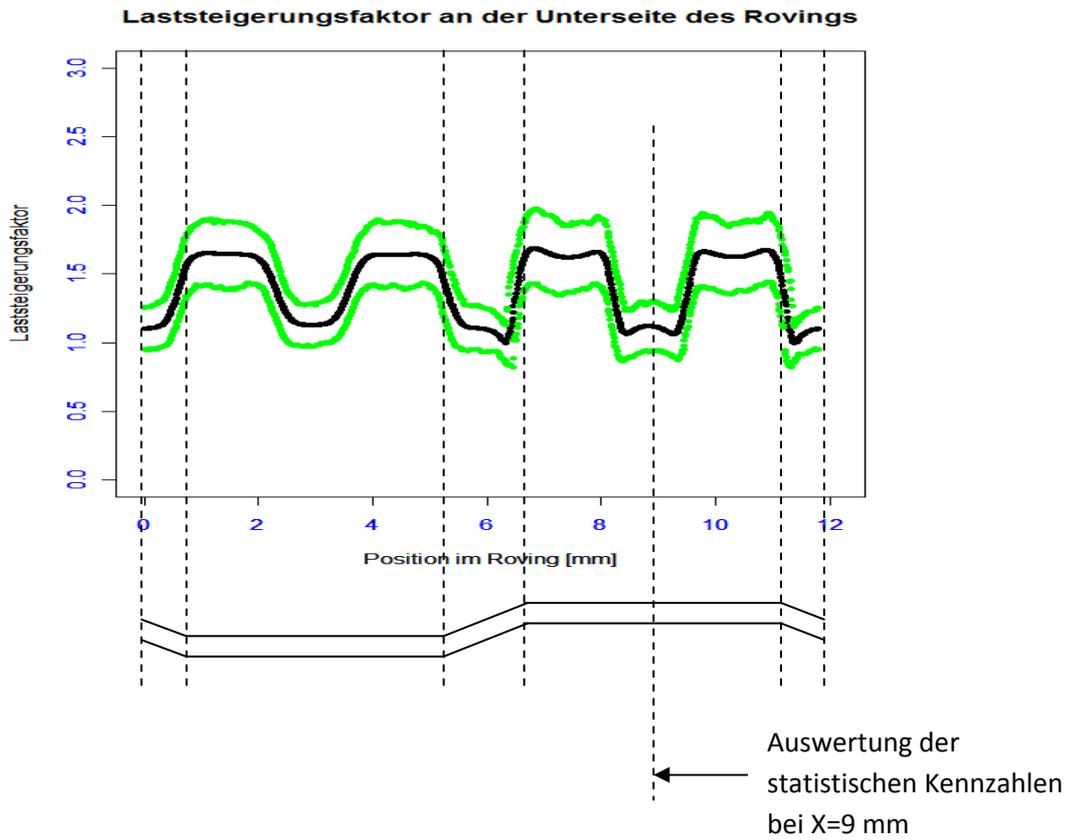


Abbildung 111: Mittelwert (schwarz) und 10 % bzw. 90 % Quantile für den Laststeigerungsfaktor der längs verlaufenden Rovinge

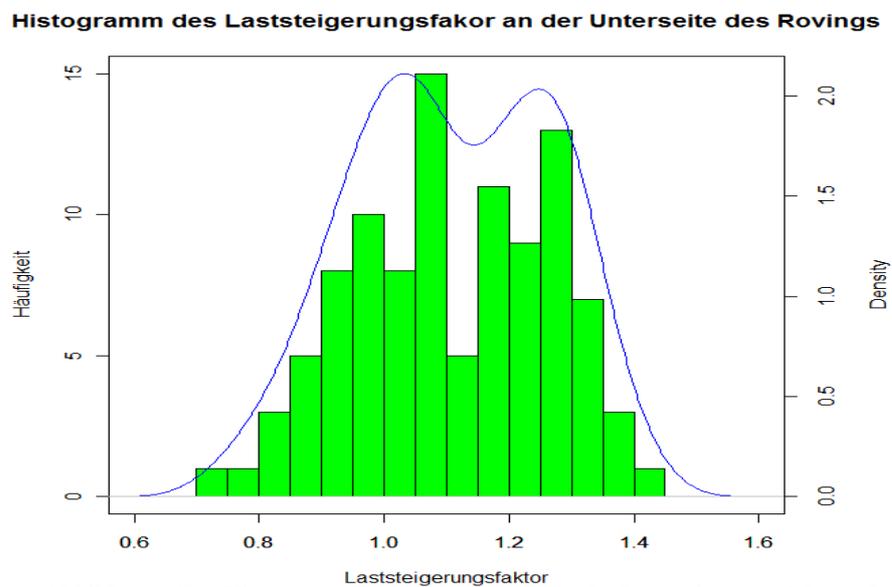


Abbildung 112: Histogramm und Dichteverteilung des Laststeigerungsfaktors der längs verlaufenden Rovinge

Statistische Kennzahlen	Empirische ermittelter Wert	90 % Vertrauensintervall
Mittelwert [MPa]	1,11	1,08 - 1,14
Standardabweichung [MPa]	0,157	0,140 - 0,177
COV [%]	14,11	12,59 - 15,91
25 % Quantil	0,991	0,96 - 1,02
50 % Quantil (Median)	1,09	1,07 - 1,18
75 % Quantil	1,244	1,20 - 1,28
10 % Quantil	0,90	0,85 - 0,94

Tabelle 20: Verteilungskennzahlen des Laststeigerungsfaktors der längs verlaufenden Rovinge

6.4. Zusammenfassung und Verbesserungsvorschläge

Zusammenfassung

Aus Abschnitt 6.3 ist ersichtlich, dass die Matrix für den Schublastfall die kritische Komponente ist. Zusammenfassend sind in Abbildung 113 die Dichtefunktionen der zulässigen Spannung der Matrix und der Rovinge dargestellt. In Abbildung 113 repräsentiert der blaue Linienzug die Dichtefunktion der zulässigen Spannung für die Matrix und der orange Linienzug die Dichtefunktion der Rovinge. Deutlich zu erkennen ist, dass die Dichtefunktion der Matrix weniger breit ist, während die Streuung der zulässigen Spannung der Rovinge sehr groß ist. Bei einer Belastungsspannung von 50 MPa beträgt die Versagenswahrscheinlichkeit der Matrix 3 % und die Versagenswahrscheinlichkeit der Rovinge 2 % während die Versagenswahrscheinlichkeit der Matrix bei einer Belastungsspannung von 60 MPa bereits 24 % beträgt und die Versagenswahrscheinlichkeit der Rovinge 14 %.

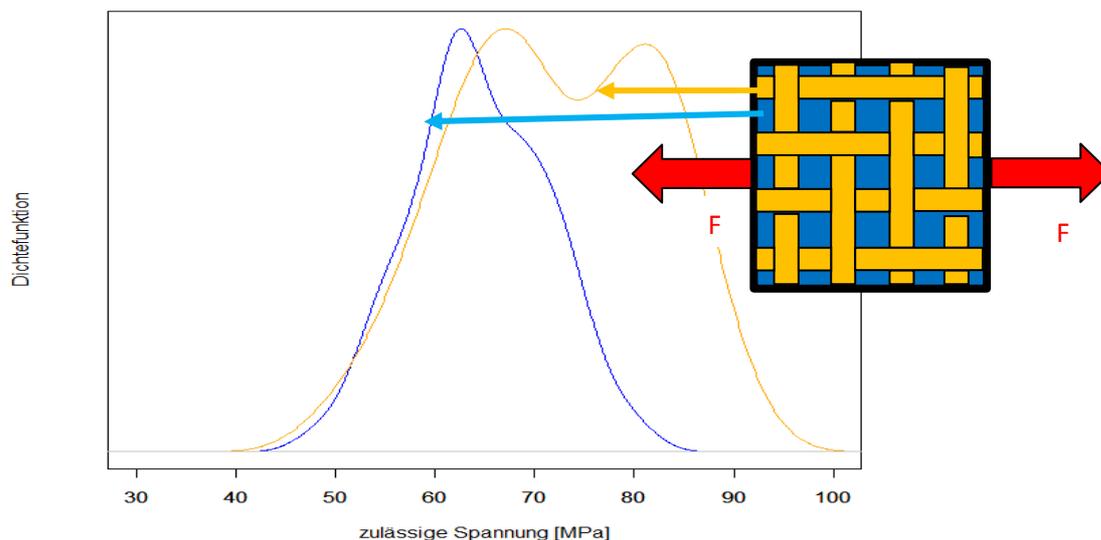


Abbildung 113: Dichtefunktion der zulässigen Spannungen der Matrix (blau) und der Rovinge (orange) für ein Gewebelaminat mit einer zufällig streuenden Schichtverschiebung

Festigkeitsoptimierung

Der Abschnitt 6.3 zeigt, dass die zulässige Spannung durch das Versagen der Matrix bestimmt wird. Um eine höhere Festigkeit des Gewebelaminats zu erhalten, müssen jene Parameter identifiziert werden, welche die Spannung innerhalb der Matrix verringern. Aus Abbildung 107 in Abschnitt 6.2.5 ist ersichtlich, dass die Schichtverschiebung der mittleren Lamineinzelschicht das größte Verbesserungspotential für die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix besitzt.

Daher wird für die Festigkeitserhöhung des Gewebelaminates bei Schubbelastung empfohlen, eine relative Schichtverschiebung von je 2 benachbarten Schichten von $XP2=0$ mm und $YP2=0$ mm vorzunehmen.

Diese Maßnahme verändert ebenfalls die zulässigen Spannungen der Rovinge, der Matrix und die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats. Die neuen zulässigen Spannungen der Komponenten des Gewebelaminates errechnen sich für ein Gewebelaminat mit der obigen empfohlenen Schichtverschiebung der mittleren Schicht mit den Formeln 78 bis 80. Allerdings ist zu beachten, dass zur aktuellen Zeit in industriell gefertigten Gewebelaminaten die gezielte relative Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit der geforderten Toleranz ($< \pm 6$ mm) nicht möglich ist. Ein wesentlicher Grund hierfür ist, dass die Herstellung von Bauteilen aus Gewebelaminaten in der Regel in Autoklaven erfolgt. Die darin auftretenden Temperaturen führen zum Schmelzen des Matrixmaterials, wodurch ein „Verrutschen“ der Rovinge innerhalb der Lamineinzelschichten und der Lamineinzelschichten gegeneinander möglich ist. Des Weiteren führt die Krümmung von Bauteilen zu Schwierigkeiten bei einer gezielten relativen Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten. Zusammenfassend gilt, dass die Streuung aufgrund der relativen Positionierung der Lamineinzelschichten praktisch schwer zu kontrollieren ist und somit die damit verbundenen Streuungen nicht vermeidbar sind. Für die vorgeschlagene Verbesserung müssten daher neue Fertigungstechnologien für die Herstellung der Gewebelamine entwickelt werden, welche eine gezielte Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit kleinen Toleranzen ($< \pm 6$ mm) ermöglichen.

$$G_{XY} = 4293 \text{ MPa} - 332,25 \text{ MPa} = 3960,75 \text{ MPa} \quad (78)$$

$$\sigma_{\text{Matrix}, \text{zul}, 10\%} = \frac{75}{(91,70 - 11,13)} * 65 \text{ MPa} = 60,5 \text{ MPa} \quad (79)$$

$$\sigma_{\text{Rov}, \text{zul}, 10\%} = (0,85 + 0,125) * 65 \text{ MPa} = 63,375 \text{ MPa} \quad (80)$$

Durch die Positionierung der mittleren Schicht bei $XP2=0$ mm und $YP2=0$ mm bleibt der Versagensmodus gleich und die kritische Komponente ist nach wie vor die Matrix. Eine weitere Erhöhung der Festigkeit des Gewebelaminates ist also durch eine weitere Senkung der Spannung innerhalb der Matrix möglich. Die Parameter, welche die Belastung der Matrix reduzieren, sind mit Hilfe der Abbildung 107 zu identifizieren und sind „AF“, „HF“, „Em“ und „tan(alpha)“. Die Erhöhung der Festigkeit kann nun auf 2 Arten erfolgen, einerseits kann der Mittelwert der oben angeführten Parameter erhöht werden und welches ein deterministisches Eingreifen darstellt. Allerdings ist dies häufig mit hohen Kosten verbunden. Eine zweite Möglichkeit besteht darin die Streuung der Parameter und somit den Sicherheitsfaktor zu reduzieren. Nachdem tan(alpha) nur sehr schwer zu kontrollieren ist, fällt dieser Parameter aus. Der Parameter „HF“ erfüllt im Vergleich zu „AF“ und „Em“ die Bedingung, dass die Spannung innerhalb der Matrix möglichst weit gesenkt werden kann

und gleichzeitig der Laststeigerungsfaktor der Rovinge steigt. Daher kann durch eine deterministische Variation der Höhe des Gewebelaminates die Festigkeit der Rovinge und der Matrix zu gleich erhöht werden. Bei einer deterministischen Variation der Parameter „Em“ und „AF“ führt eine Festigkeitserhöhung der Matrix zur Festigkeitsverringern der Rovinge, allerdings kann durch eine Verringerung der Streuung der Parameter „AF“ und „Em“ der notwendige Sicherheitsfaktor der Matrix und der Rovinge reduziert werden und somit auch die Festigkeit der Rovinge und der Matrix zeitgleich erhöht werden.

Daher wird für eine weitere Festigkeitserhöhung des Gewebelaminates bei Schubbelastung empfohlen, die Höhe des Gewebelaminates deterministisch zur reduzieren und die Streuung der Querschnittsfläche der Rovinge und des E-Moduls der Matrix zu verringern.

Diese Maßnahme verändert ebenfalls die zulässigen Spannungen der Rovinge, der Matrix und die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats. Die neuen zulässigen Spannungen der Komponenten des Gewebelaminates errechnen sich für ein Gewebelaminat mit den obigen empfohlenen Maßnahmen mit den Formeln 81 bis 83.

$$G_{XY} = 4293 \text{ MPa} - 332,25 \text{ MPa} + 345,1 \text{ MPa} + 85,46 \text{ MPa} + 863,95 \text{ MPa} = 5255 \text{ MPa} \quad (81)$$

$$\sigma_{Matrix, zul, 10\%} = \frac{75}{(91,70 - 11,13 - 4,005 - 2,43 - 3,165)} * 65 \text{ MPa} = 68,7 \text{ MPa} \quad (82)$$

$$\sigma_{Rov, zul, 10\%} = (0,85 + 0,125 + 0,025 + 0,074 + 0,0275) * 65 \text{ MPa} = 71,6 \text{ MPa} \quad (83)$$

Die zulässige Spannung für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 90% kann durch die vorgeschlagenen Maßnahmen maximal von 53,16 MPa auf 68,7 MPa verbessert werden. Dabei erhöht sich die Steifigkeit von 4293 MPa auf 5255 MPa .

Dies entspricht eine Erhöhung der Festigkeit um 29 % und der Steifigkeit um 22 %.

7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde das mechanische Verhalten eines 2/2 Twill Gewebelaminats mit Hilfe eines Finiten Elemente Modells untersucht. Die geometrischen Abmessungen und ihre Streuungen wurden mit Hilfe von Mikroschliffproben eines Gewebelaminats ermittelt. Auf Basis dieser Ergebnisse wurde ein vollständig parametrisiertes Finite Elemente Modell erstellt und durch Variation der Designvariablen wurden die Auswirkungen jeder einzelnen Designvariable auf die makroskopische Steifigkeit und Festigkeit analysiert. Die graphische Darstellung der Ergebnisse erfolgte mit Hilfe von Response Surfaces. Mit Hilfe der erstellten Response Surfaces konnten jene Parameter identifiziert werden, welche das größte Verbesserungspotential in Bezug auf eine Erhöhung der Steifigkeit und Festigkeit besitzen.

Für den Zuglastfall kann die Steifigkeit durch die Fertigung eines Gewebelaminates mit möglichst geringer Höhe des Gewebelaminates und durch geeignete Positionierung von je 2 benachbarten Schichten erhöht werden. Die Höhe des Gewebelaminates kann durch eine Erhöhung ihres Mittelwertes erreicht werden, allerdings ist die Erhöhung des Mittelwertes häufig mit hohen Kosten verbunden. Alternativ besteht auch die Möglichkeit die Streuung der Höhe des Gewebelaminats zu reduzieren. Die Positionierung von je 2 benachbarten Schichten sollte jeweils um den zweifachen Abstand der Rovinge (=halbe Einheitszellenlänge) versetzt erfolgen. Das gesamte theoretische Verbesserungspotential der Zugsteifigkeit beträgt 13,7 %.

Die Zugfestigkeit kann durch Verringerung der Spannungen innerhalb der querverlaufenden Rovinge erhöht werden. Das größte Verbesserungspotential bezüglich der Zugfestigkeit besitzen die geeignete Positionierung von je zwei benachbarten Schichten, die Höhe des Gewebelaminats und die Querschnittsfläche der Rovinge. Die Positionierung von je zwei benachbarten Schichten sollte um den zweifachen Abstand der Rovinge versetzt erfolgen. Die Höhe des Gewebelaminates sollte während der Fertigung so gering wie möglich gewählt werden und die Rovinge sollten zur Reduzierung der Querschnittsfläche möglichst hoch komprimiert hergestellt werden. Durch die vorgestellten Maßnahmen kann die Zugfestigkeit des Gewebelaminates theoretisch um 92 % erhöht werden. Vorteilhaft ist, dass die gleichen Maßnahmen zur Erhöhung der Zugfestigkeit auch die Zugsteifigkeit erhöhen.

Die Schubfestigkeit des Gewebelaminats verhält sich in Bezug zur relativen Positionierung von je 2 benachbarten Lamineinzelschichten reziprok zur Schubsteifigkeit. Die maximale Schubfestigkeit wird erreicht indem alle Lamineinzelschichten unversetzt übereinander angeordnet werden. Eine weitere Erhöhung der Schubfestigkeit kann durch das Verringern der Streuungen von der Höhe des Gewebelaminats, der Querschnittsfläche und des E-Moduls der Matrix erfolgen. Durch all diese Maßnahmen kann die Schubfestigkeit theoretisch um 29 % erhöht werden und die Schubsteifigkeit um 22 %.

Ein weiterer wichtiger Punkt für die Beurteilung und Optimierung eines Werkstoffs ist der notwendige Sicherheitsfaktor für die mit den Streuungen der geometrischen Abmessungen und Materialeigenschaften verbundenen Materialunsicherheiten. Für die Berechnung des Sicherheitsfaktors wurden je Lastfall 100 Finite Elemente Simulationen durchgeführt, wobei die Designvariablen als Zufallsvariable mit Hilfe des „Latin Hypercube“ Konzeptes erstellt wurden. Das Ergebnis zeigt, dass für den Zuglastfall die querverlaufenden Rovinge des Gewebelaminates die kritischen Komponenten sind und ein Sicherheitsfaktor von 1,34 notwendig ist, während für eine Schubbelastung die Matrix der geringsten Spannung standhält und ein Sicherheitsfaktor von 1,20 notwendig ist.

Wie bereits in der Diplomarbeit diskutiert, ist zu beachten, dass zur aktuellen Zeit in industriell gefertigten Gewebelaminaten die gezielte relative Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit der geforderten Toleranz ($< \pm 6$ mm) nicht möglich ist. Ein wesentlicher Grund hierfür ist, dass die Herstellung von Bauteilen aus Gewebelaminaten in der Regel in Autoklaven erfolgt. Die darin auftretenden Temperaturen führen zum Schmelzen des Matrixmaterials, wodurch ein „Verrutschen“ der Rovinge innerhalb der Lamineinzelschichten und der Lamineinzelschichten gegeneinander möglich ist. Des Weiteren führt die Krümmung von Bauteilen zu Schwierigkeiten bei einer gezielten relativen Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten. Zusammenfassend gilt, dass die Streuung aufgrund der relativen Positionierung der Lamineinzelschichten praktisch schwer zu kontrollieren ist und somit die damit verbundenen Streuungen nicht vermeidbar sind. Für die vorgeschlagene Verbesserung müssten daher neue Fertigungstechnologien für die Herstellung der Gewebelamine entwickelt werden, welche eine gezielte Positionierung von 2 benachbarten Lamineinzelschichten mit kleinen Toleranzen ($< \pm 6$ mm) ermöglichen. Zu berücksichtigen ist ebenfalls, dass die Streuung der Zug- und Schubfestigkeit bzw. Zug- und Schubsteifigkeit aufgrund der relativen Positionierung von 2 benachbarten Schichten für eine größere Anzahl von Lamineinzelschichten geringer werden. Der Grund hierfür ist, dass mit einer größeren Anzahl von Lamineinzelschichten die Wahrscheinlichkeit steigt, dass eine der Schichten relativ zur ihren benachbarten Schichten verschoben angeordnet ist. Dadurch wird die Wellenbildung verhindert. Dieser Effekt wurde in [28] diskutiert. Allerdings ist der darin gefasste Schluss, dass die Anzahl der Schichten und somit die Dicke des Gewebelaminates der **direkte** Grund für die Reduktion der Streuung ist, falsch. Auch bei bereits einer geringen Anzahl von Lamineinzelschichten lassen sich durch gezielte Positionierung von zwei benachbarten Schichten die Unsicherheiten reduzieren.

Ein Vergleich der Ergebnisse zur Diplomarbeit von Herrn Marte [5] zeigt, dass ein vereinfachtes Modell in welchem eine einzelne Laminatschicht mit einer festen Einspannung an ihrer Oberfläche den Effekt der Behinderung der Wellenbildung modellieren soll, zur starken Überschätzung der Steifigkeitszunahme führt. Dabei wird in diesem vereinfachten Modell die Zugsteifigkeitszunahme um ca. 30 % überschätzt. Für die Festigkeits- und Steifigkeitsbewertung des Schublastfalles erweist sich das vereinfachte Modell als vollkommen unzureichend, da die Versteifungszunahme bei der Verschiebung der mittleren Lamineinzelschicht nicht auf eine Behinderung der Wellenbildung zurückgeht.

Das untersuchte Modell beschränkt sich ausschließlich auf die Untersuchung der geometrischen Unsicherheiten innerhalb einer Einheitszelle, womit implizit alle geometrischen Abmessungen im gesamten Laminat als konstant angenommen werden. In realen Strukturen variieren diese allerdings im Gewebelaminat. Zum Beispiel ist die Querschnittsfläche im Roving entlang seines Pfades nicht konstant. Für die Steifigkeitsbewertung wird diese Vereinfachung zulässig sein, während für die Festigkeitsbewertung variierende geometrische Abmessung über die Einheitszelle hinweg zu einzelnen lokalen Spannungserhöhungen und somit zur Festigkeitsverminderung führen. Eine Berücksichtigung

all dieser Effekte, würde eine größere Einheitszelle benötigen und somit zur starken Zunahme der benötigten Hardwareressourcen.

Eine naheliegende Erweiterung des Modells besteht in der mathematischen Optimierung der Festigkeit und Steifigkeit unter Einbeziehung der Robustheit des Gewebelaminates. Während im Rahmen der vorliegenden Diplomarbeit die Optimierung „ingenieurmäßig“ auf Basis von Response Surfaces erfolgte, besteht auch die Möglichkeit durch mathematische Optimierungsverfahren die optimale Parameterkonfiguration zu bestimmen. Allerdings sind klassische Optimierungsverfahren, welche nur die optimale deterministische Parameterkonfiguration bestimmen in diesen Fall unzureichend, da diese so bestimmte Parameterkonfiguration aufgrund der immer auftretenden Fertigungstoleranzen zu einer hohen Streuung der Steifigkeit und Festigkeit und somit zu einem hohen Sicherheitsfaktor führen kann. Daher ist eine mathematische Optimierung nur dann sinnvoll, wenn der Optimierungsalgorithmus zum Auffinden des Maximums der Steifigkeit bzw. Festigkeit auch die immer auftretenden Fertigungstoleranzen berücksichtigt. So wäre z.B. häufig der Verzweigungspunkt eines Lastpfades ein deterministisches Optimum. Auf Grund der immer auftretenden Fertigungstoleranzen führen Bauteilentwürfe im Verzweigungspunkt eines Lastpfades in praktischen Versuchen aufgrund der Fertigungstoleranzen zum katastrophalen Bauteilversagen. Eine Berücksichtigung der Fertigungstoleranzen in mathematischen Optimierungsalgorithmus heißt Robustheitsoptimierung und benötigt sehr große Hardwareressourcen, womit eine praktische Durchführung dieses Vorschlages voraussichtlich erst in ein paar Jahren erfolgreich sein wird.

Anhang: Periodische Randbedingungen

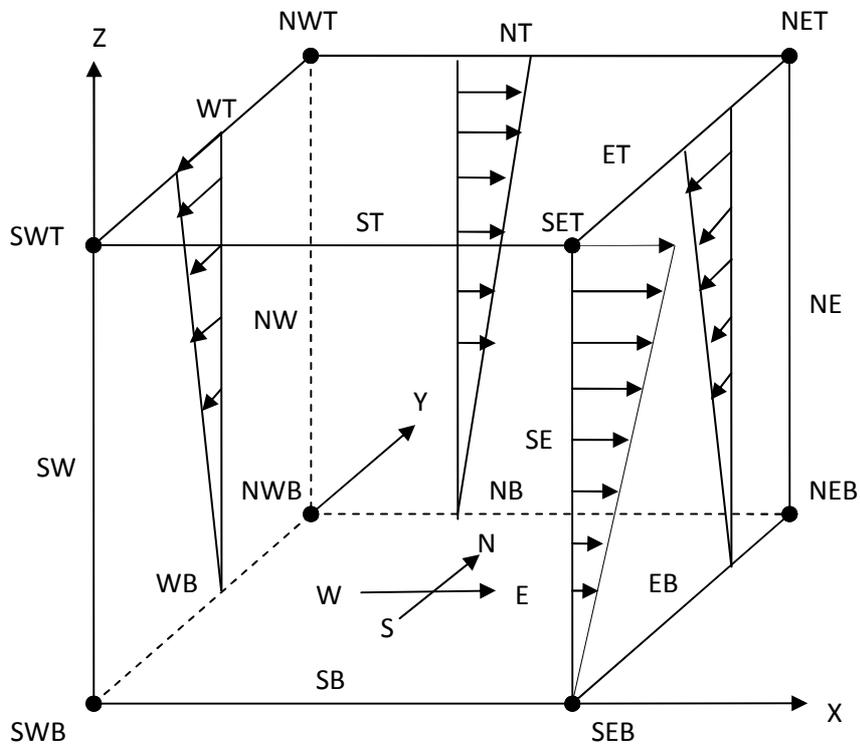


Abbildung 114: Periodische Randbedingungen

Die Formulierung der Randbedingungen gliedert sich in 3 verschiedenen Gruppen:

- Kopplung der Knoten der Ost und West Fläche
- Kopplung der Knoten der Kanten (die Eckpunkte werden nicht zu den Kanten gezählt)
- Kopplung der Eckpunkte
- Aufbringen der Belastungskräfte

Kopplung der Knoten der Ost und West Fläche:

Fläche „Ost (E)“ zu „West (W)“:

$$\begin{bmatrix} u_x^E(y, z) \\ u_y^E(y, z) \\ u_z^E(y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x^W(y, z) \\ u_y^W(y, z) \\ u_z^W(y, z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_x^{SEB} \\ u_y^{SEB} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u_x^{SET} - u_x^{SWT} - u_x^{SEB}) * \frac{z}{h} \\ (u_x^{NWT} - u_x^{SWT}) * \frac{z}{h} \\ (-u_x^{NWT} + u_x^{SWT}) * \frac{y}{h} \end{bmatrix}$$

Fläche „Nord (N)“ zu „Süd (S)“:

$$\begin{bmatrix} u_x^N(x, z) \\ u_y^N(x, z) \\ u_z^N(x, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x^S(x, z) \\ u_y^S(x, z) \\ u_z^S(x, z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_y^{NWB} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u_x^{NWT} - u_x^{SWT}) * \frac{z}{h} \\ (u_y^{NWT} - u_y^{SWT} - u_y^{NWB}) * \frac{z}{h} \\ (-u_x^{NWT} + u_x^{SWT}) * \frac{x}{h} \end{bmatrix}$$

Kopplung der Knoten der Kanten:

Kante „Südost (SE)“ zu „Südwest (SW)“:

$$\begin{bmatrix} u_x^{SE}(z) \\ u_y^{SE}(z) \\ u_z^{SE}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x^{SW}(z) \\ u_y^{SW}(z) \\ u_z^{SW}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u_x^{SET} - u_x^{SWT} - u_x^{SEB}) * \frac{z}{h} \\ (u_x^{NWT} - u_x^{SWT}) * \frac{z}{h} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_x^{SEB} \\ u_y^{SEB} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Kante „Nordwest (NW)“ zu „Südwest (SW)“:

$$\begin{bmatrix} u_x^{NW}(z) \\ u_y^{NW}(z) \\ u_z^{NW}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x^{SW}(z) \\ u_y^{SW}(z) \\ u_z^{SW}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_y^{NWB} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u_x^{NWT} - u_x^{SWT}) * \frac{z}{h} \\ (u_y^{NWT} - u_y^{SWT} - u_y^{NWB}) * \frac{z}{h} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Kante „Nordost (NE)“ zu „Südwest (SW)“:

$$\begin{bmatrix} u_x^{NE}(z) \\ u_y^{NE}(z) \\ u_z^{NE}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x^{SW}(z) \\ u_y^{SW}(z) \\ u_z^{SW}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_x^{SEB} \\ u_y^{SEB} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_y^{NWB} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u_x^{SET} - u_x^{SWT} - u_x^{SEB} + u_x^{NWT} - u_x^{SWT}) * \frac{z}{h} \\ (u_x^{NWT} - u_x^{SWT} + u_y^{NWT} - u_y^{SWT} - u_y^{NWB}) * \frac{z}{h} \\ (-u_x^{NWT} + u_x^{SWT}) * \frac{l}{h} \end{bmatrix}$$

Kopplung der Eckpunkte:

Eckpunkt „Südost-top (SET)“ zu „Südwest-top(SWT)“

$$\begin{bmatrix} 0 \\ u_y^{SET} \\ u_z^{SET} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_y^{SWT} + u_y^{SEB} + u_x^{NWT} - u_x^{SWT} \\ u_z^{SWT} \end{bmatrix}$$

Eckpunkt „Südost-bottom (SEB)“ zu „Südwest-bottom (SWB)“

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_z^{SEB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Eckpunkt „Nordwest-top (NWT)“ zu „Südwest-top (SWT)“

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_z^{NWT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_z^{SWT} \end{bmatrix}$$

Eckpunkt „Nordwest-bottom (NWB)“ zu „Südwest-bottom (SWB)“

$$\begin{bmatrix} u_x^{NWB} \\ 0 \\ u_z^{NWB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Eckpunkt „Nordost – top (NET)“ zu „Südwest - top (SWT)“

$$\begin{bmatrix} u_x^{NET} \\ u_y^{NET} \\ u_z^{NET} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +u_x^{SET} - u_x^{SWT} + u_x^{NWT} \\ u_y^{SEB} + u_y^{NWT} + u_x^{NWT} - u_x^{SWT} \\ u_z^{SWT} + (-u_x^{NWT} + u_x^{SWT}) * \frac{l}{h} \end{bmatrix}$$

Eckpunkt „Nordost – bottom (NEB)“ zu „Südwest - bottom (SWB)“

$$\begin{bmatrix} u_x^{NEB} \\ u_y^{NEB} \\ u_z^{NEB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x^{SET} \\ u_y^{SEB} + u_y^{NWB} \\ (-u_x^{NWT} + u_x^{SWT}) * \frac{l}{h} \end{bmatrix}$$

Eckknoten „Nordwest – bottom (SWB)“

$$\begin{bmatrix} u_x^{SWB} \\ u_y^{SWB} \\ u_z^{SWB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Überblick der Materialeigenschaften von faserverstärkten Kunststoffen [2].....	1
Abbildung 2: Leinwandbindung [2].....	2
Abbildung 3: 2/2 Twill Gewebe [2]	2
Abbildung 4: Meso1- , Meso2- , Makromechanik [2]	2
Abbildung 5: Mögliche Positionen einer Einheitszelle innerhalb einer Lamineinzelschicht.....	5
Abbildung 6: Parametrisierung der Querschnittsfläche der Rovinge.....	7
Abbildung 7: Parametrisierung des Pfades der Rovinge.....	7
Abbildung 8: Exemplarisches Mikroschliffbild des untersuchten Gewebelaminats.....	8
Abbildung 9: Bemaßtes exemplarisches Mikroschliffbild des untersuchen Gewebelaminats.....	8
Abbildung 10: Häufigkeitsverteilung von 8 Messungen der Designvariable „HF“	9
Abbildung 11: Häufigkeitsverteilung von 6 Messungen der Designvariable „LF“	9
Abbildung 12: Häufigkeitsverteilung von 8 Messungen der Designvariable „AF“	9
Abbildung 13: Häufigkeitsverteilung von 32 Messungen der Designvariable „tan(alpha)“	9
Abbildung 14: Full Factorial Designplan im Parameterraum HF - LF.....	10
Abbildung 15: Full Factorial Designplan im Parameterraum AF-tan(alpha)	10
Abbildung 16: Nichtüberlappende Lamineinzelschichten.....	16
Abbildung 17: Überlappende Lamineinzelschichten.....	16
Abbildung 18: Parametrisierung der Verschiebung der mittleren Schicht.....	17
Abbildung 19: Parametrisierung der Verschiebung der obersten Schicht.....	17
Abbildung 20: Geometriedarstellung der Matrix.....	19
Abbildung 21: Geometriedarstellung der Rovinge.....	19
Abbildung 22: Vernetzung der Matrix: Draufsicht.....	20
Abbildung 23: Vernetzung der Matrix: Vorderansicht.....	20
Abbildung 24: Vernetzung der Rovinge: Draufsicht.....	21
Abbildung 25: Vernetzung der Rovinge: Vorderansicht.....	21
Abbildung 26: Spannungs-Dehnungsverlauf bei Zugbeanspruchung.....	24
Abbildung 27: Spannungs-Dehnungsverlauf bei Schubbeanspruchung.....	24
Abbildung 28: Versagensfläche der parabolisch modifizierten Mises Spannung [19]	26
Abbildung 29: Versagensfläche der klassischen von Mises Spannung [19]	26
Abbildung 30: Spannungssingularität im Bereich von Materialgrenzen.....	27
Abbildung 31: Spannungsverlauf im Bereich von Spannungssingularitäten.....	27
Abbildung 32: Exemplarischer Unterschied zwischen einem linearen Regressionsmodell (links), quadratischen Regressionsmodell (Mitte) und einem Interpolationsmodell mit Hilfe radialer Basisfunktionen (rechts).....	29
Abbildung 33: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der untersten Schicht.....	33
Abbildung 34: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung innerhalb der obersten Schicht.....	33
Abbildung 35: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der mittleren Schicht.....	33
Abbildung 36: Spannungssingularität innerhalb der Matrix.....	35
Abbildung 37: Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)	38
Abbildung 38: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)	38
Abbildung 39: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)	38
Abbildung 40: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)	38
Abbildung 41: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in Y- Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)	38
Abbildung 42: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha)	38
Abbildung 43: Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit von HF und LF.....	41
Abbildung 44: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von AF und LF.....	41
Abbildung 45: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	41
Abbildung 46: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	41
Abbildung 47: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	41
Abbildung 48: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	41
Abbildung 49: Deformationsplots des Gewebelaminates bei Zugbelastung für $E_m=4800$ MPa (oben) und $E_m=3200$ MPa (unten) (25 fach vergrößert).....	44

Abbildung 50: Response Surface der Zugsteifigkeit in in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	45
Abbildung 51: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	45
Abbildung 52: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	45
Abbildung 53: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	45
Abbildung 54: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in Y- Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	45
Abbildung 55: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	45
Abbildung 56: Verformungsplot für PX2=0 und PY2=0 (Matrix ausgeblendet).....	48
Abbildung 57: Verformungsplot für PX=5,9 und PY2=0 (Matrix ausgeblendet).....	48
Abbildung 58: Response Surface der Zugsteifigkeit in Abhängigkeit von PX2 und PY2.....	48
Abbildung 59: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von PX2 und PY2.....	48
Abbildung 60: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von PX2 und PY2.....	48
Abbildung 61: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von PX2 und PY2.....	48
Abbildung 62: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in X- Richtung innerhalb der untersten Schicht.....	49
Abbildung 63: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in X- Richtung innerhalb der obersten Schicht.....	49
Abbildung 64: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in Y- Richtung innerhalb der untersten Schicht.....	49
Abbildung 65: Laststeigerungsfaktor entlang der Rovinge in Y- Richtung innerhalb der obersten Schicht.....	49
Abbildung 66: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats.....	51
Abbildung 67: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	52
Abbildung 68: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariable auf den Laststeigerungsfaktor innerhalb der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	53
Abbildung 69: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	54
Abbildung 70: Histogramm und Dichteverteilung der Zugsteifigkeit des Gewebelaminats.....	55
Abbildung 71: Histogramm und Dichteverteilung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	58
Abbildung 72: Mittelwert (schwarz) und 10 % bzw. 90 % Quantile (grün) für den Laststeigerungsfaktor der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	58
Abbildung 73: Histogramm und Dichteverteilung des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	58
Abbildung 74: Mittelwert (schwarz) und 10 % bzw. 90 % Quantile (grün) für den Laststeigerungsfaktor der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	60
Abbildung 75: Histogramm und Dichteverteilung des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	60
Abbildung 76: Dichtefunktion der zulässigen Spannungen der Matrix (blau), Rovinge in Belastungsrichtung (orange) und Rovinge quer zur Belastungsrichtung (grün) für ein Gewebelaminat mit einer zufällig streuenden Schichtverschiebung.....	61
Abbildung 77: Dichtefunktion der zulässigen Spannungen der Matrix (blau), Rovinge in Belastungsrichtung (orange) und Rovinge quer zur Belastungsrichtung (grün) für ein Gewebelaminat mit einer Schichtverschiebung der mittleren Schicht von XP2=5.9 mm und PY2= 0 mm.....	63
Abbildung 78: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der untersten Schicht.....	65
Abbildung 79: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung innerhalb der obersten Schicht.....	65
Abbildung 80: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X-Richtung innerhalb der mittleren Schicht.....	65
Abbildung 81: Response Surface des Schubmoduls in Abhängigkeit von AF und tan(alpha).....	69
Abbildung 82: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von AF und tan(alpha).....	69
Abbildung 83: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha).....	69
Abbildung 84: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha).....	69
Abbildung 85: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in Y- Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha).....	69
Abbildung 86: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von AF und tan(alpha).....	69
Abbildung 87: Response Surface des Schubmoduls in Abhängigkeit von HF und LF.....	72
Abbildung 88: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von HF und LF.....	72

Abbildung 89: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	72
Abbildung 90: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	72
Abbildung 91: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	72
Abbildung 92: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von HF und LF.....	72
Abbildung 93: Response Surface des Schubmoduls in in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	75
Abbildung 94: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	75
Abbildung 95: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in X- Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	75
Abbildung 96: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in X-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	75
Abbildung 97: Laststeigerungsfaktor der Rovinge in Y- Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	75
Abbildung 98: Response Surface des Laststeigerungsfaktors der Rovinge in Y-Richtung in Abhängigkeit von Em11 und Ef11.....	75
Abbildung 99: Schubweiches Gewebelaminat.....	76
Abbildung 100: Schubsteifes Gewebelaminat.....	76
Abbildung 101: Verformungsplot für PX2=0 und PY2=0 (Matrix ausgeblendet)	78
Abbildung 102: Verformungsplot für PX2=5,9 und PY2=0 (Matrix ausgeblendet)	78
Abbildung 103: Response Surface des Schubmoduls in in Abhängigkeit von PX2 und PY2.....	78
Abbildung 104: Response Surface der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix in Abhängigkeit von PX2 und PY2.....	78
Abbildung 105: Response Surface des Minimums des Laststeigerungsfaktors der längs und querverlaufenden Rovinge.....	78
Abbildung 106: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats.....	79
Abbildung 107: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariablen auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	80
Abbildung 108: Balkendiagramm für den Einfluss der Designvariable auf den Laststeigerungsfaktor der Rovinge.....	81
Abbildung 109: Histogramm und Dichteverteilung der Schubsteifigkeit des Gewebelaminats.....	82
Abbildung 110: Histogramm und Dichteverteilung der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	83
Abbildung 111: Mittelwert (schwarz) und 10 % bzw. 90 % Quantile für den Laststeigerungsfaktor der längs verlaufenden Rovinge.....	85
Abbildung 112: Histogramm und Dichteverteilung des Laststeigerungsfaktors der längs verlaufenden Rovinge.....	85
Abbildung 113: Dichtefunktion der zulässigen Spannungen der Matrix (blau) und der Rovinge (orange) für ein Gewebelaminat mit einer zufällig streuenden Schichtverschiebung	86
Abbildung 114: Periodische Randbedingungen.....	92

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Tabellarische Übersicht der Verteilungsparameter der Materialparameter für die Kohlestofffasern.....	12
Tabelle 2: Tabellarische Übersicht der Verteilungskennzahlen der Materialparameter des Matrixmaterials.....	13
Tabelle 3: Korrelationsmatrix der Inputvariablen und Antwortgrößen.....	14
Tabelle 4: Zusammenfassung der Materialparameter.....	15
Tabelle 5: Lastfälle	23
Tabelle 6: Zulässigen Spannungen für das Tsai Wu Kriterium.....	25
Tabelle 7: Einfluss der Designvariablen auf die Zugsteifigkeit des Gewebelaminats.....	50
Tabelle 8: Einfluss der Designvariablen auf die Festigkeit der Matrix	52
Tabelle 9: Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der längsverlaufenden Rovinge.....	53
Tabelle 10: Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der querverlaufenden Rovinge.....	54
Tabelle 11: Verteilungskennzahlen der Zugsteifigkeit des Gewebelaminats.....	55
Tabelle 12: Verteilungskennzahlen der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	57
Tabelle 13: Verteilungskennzahlen des Laststeigerungsfaktors der in Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	59
Tabelle 14: Verteilungskennzahlen des Laststeigerungsfaktors der quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Rovinge.....	61
Tabelle 15: Einfluss der Designvariablen auf die Schubsteifigkeit des Gewebelaminats.....	79
Tabelle 16: Einfluss der Designvariablen auf die modifizierte Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	80
Tabelle 17: Einfluss der Designvariablen auf den Laststeigerungsfaktor der Rovinge.....	81
Tabelle 18: Verteilungskennzahlen der Schubsteifigkeit des Gewebelaminats	82
Tabelle 19: Verteilungskennzahlen der modifizierten Mises Spannung innerhalb der Matrix.....	84
Tabelle 20: Verteilungskennzahlen des Laststeigerungsfaktors der längs verlaufenden Rovinge.....	86

Literaturverzeichnis

- [1] **ANSYS Inc.**, ANSYS® Classic Academic Research HPC , Hilfedokumentation, V 12.0
- [2] **Skrna-Jakl**: *Vorlesungsskriptum: Leichtbau mit faserverstärkten Werkstoffen*, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, TU-Wien, 2008
- [3] **Rammerstorfer**: *Vorlesungsskriptum: Grundzüge des Leichtbaus*, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, TU-Wien, 2007
- [4] **Pahr**: *Experimental and Numerical Investigations of Perforated FRP-Laminates*, VDI Reihe 18, Nr. 284, VDI Verlag, Düsseldorf, 2003
- [5] **Marte**: *Untersuchung von 2/2 Twill Gewebe Laminate mit Hilfe von 3D-Finite Elemente Einheitszellen*, Diplomarbeit an der TU-Wien, 2004
- [6] **Bucher**, *Computation Analysis of Randomness in Structural Mechanics*, Taylor & Francis, Auflage 1,2009
- [7] **Bathe**, *Finite Elemente Methoden*, Springer Verlag Berlin, 2002
- [8] **Brian N. Cox, Gerry Flanagan**: *Handbook of Analytical Methods for Textile Composites*, NASA Contractor Repoert 4750, 1997
- [9] **F.G Rammerstorfer, H.J. Boehm**: *Vorlesungsskriptum: Composite Engineering*, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, TU-Wien, 2008
- [10] **A. Schumacher**: *Optimierung mechanischer Strukturen*, Springer Verlag Berlin, 2005
- [11] **L. Harzheim**: *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen*, Verlag Harri Deutsch, 2008
- [12] **Jasbir S Arora**: *Optimization of Strucutral and Mechanical Systems*, World Scientific Publishing,2007
- [13] **W.N. Venables, D.M. Smith**: *An Introduction to R (Version 2.9.0)* , 2009
- [14] **C. Duller**: *Einführung in die nichtparametrische Statistik mit SAS und R*, Physica Verlag, 2008
- [15] **Hexcel®**, HexTow® IM6 Product Data,
http://www.hexcel.com/NR/rdonlyres/CC3848FC-EE13-4D7C-B91F-DE509EDF6C3E/0/HexTow_IM6.pdf
- [16] **Hexcel®**, HexFlow® RTM6 Product Data,
http://www.hexcel.com/NR/rdonlyres/B9DAF85C-DFA5-4158-8CE5-22A8F7146A94/0/HEX_CELRTM64PPA4.pdf
- [17] **D. Gross**: *Bruchmechanik mit Einführung in die Mikromechanik*, Springer Verlag Berlin, 2007
- [18] **R. Dutter**: *Vorlesungsskriptum: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung für Maschinenbau*, TU-Wien, 2006
- [19] **G. Erhard**: *Konstruieren mit Kunststoffen*, Carl Hanser Verlag, 2008

- [20] **J. Rösler et al:** *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*, Teubner Verlag, 2006
- [21] **R. Bitsche:** *Dissertation: Design and Computational Analysis of Compound Castings and other Multi-Material Structures*, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, TU-Wien, 2009
- [22] **Anders M. J. Ollson, Göran E. Sandberg:** *Latin Hypercube Sampling for Stochastic Finite Element Analysis*, Journal of Engineering Mechanics **128**(1), 2002
- [23] **A. Olsson, G. Sandberg, O. Dahlblom:** *On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis*, Structural Safety **25**(1) pages 47-68,2003
- [24] **J. Will et al:** *Robustheitsbewertung in der stochastischen Strukturmechanik*, NAFEMS Seminar „Use of Stochastic in FEM Analyses, Wiesbaden-Deutschland, 7-8 May 2003
- [25] **D.Roos:** *Lecture Notes: Design for Quality and Reliability*, Universität Weimar, 2008
- [26] **C.Carvelli, C. Poggi:** *A homogenization procedure for the numerical analysis of woven fabric composites*, Composites Part A **32**(10) pages 1425-1432,2001
- [27] **S.P. Ng, K.J. Lau, P.C. Tse:** *3D finite element analysis of tensile notched strength of 2/2 twill weave fabric composites with drilled circular hole*, Composites Part B **31**(2) pages 113-132, 2000
- [28] **G. Nicoletto, E. Riva:** *Failure mechanisms in twill weave laminates: FEM vs. Experiments*, Composites Part A **35**(7-8) pages 787-795,2004
- [29] **D.H. Pahr, F.G. Rammerstorfer:** *Experimental und numerical investigations of perforated CFR woven fabric laminates*, Composites Science and Technology **64**(9) pages 1403-1410,2004
- [30] **D.H. Pahr, F.G. Rammerstorfer:** *A fast multi-scale analyzing tool for the investigation of perforated laminates*, Composites and Structures **82**(2-3) pages 227-239, 2004
- [31] **G. Anzelotti, G. Nicoletto, E. Riva:** *Mesomechanic strain analysis of twill weave composite lamina under unidirectional in plane tension*, Composites Part A **39**(8) pages 1294-1301, 2008
- [32] **R.L. Karkkainen, B.V. Sankar, J.T. Tzeng:** *Strength prediction of multi layer plain weave textile composites using the direct micromechanics method*, Composites Part B **38**(7-8) pages 924-932, 2007
- [33] **J. Will:** *Introduction of Robustness Evaluation in CAE-based Virtual Prototyping Processes of Automotive Applications*, EUROMECH Kolloquium, London, 2007
- [34] **J. Will:** *Rechnerische Robustheitsbewertungen von Strukturcrashlastfällen bei der Daimler AG*, Weimarer Optimierungs- und Stochastiktag 5.0, 2008
- [35] **Robert M. Jones:** *Mechanics of composite Materials*, Taylor & Francis, 1999
- [36] **D.H. Pahr, F.G. Rammerstorfer:** *Buckling of Honeycomb Sandwiches: Periodic Finite Element Considerations*, CMES **12**(3) pages 229-241, 2006
- [37] **Martin Sherburn:** *Dissertation: Geometric and Mechanical Modelling of Textiles*, University of Nottingham, 2007

- [38] **S.V.Lomov et al:** *Homogenisation of a sheared unit cell of textile composites: FEA and approximate inclusion model*, *Revue europeenne des elements finis*, **14**(6-7):709-728, 2005
- [39] **I.Verpoest and S.V.Lomov:** *Virtual textile composites software Wisetex: integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis*, *Composites Science and Technology*, **65**(15-16):2563-2574,