



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN

Vienna University of Technology

DIPLOMARBEIT  
Master Thesis

# UNTERSUCHUNGEN ZUR ENTWICKLUNG EINER TRAGKONSTRUKTION MIT HOHER STRUKTURDÄMPFUNG

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades  
eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Johann Kollegger M.Eng.

und

Dipl.-Ing. Philipp Egger

E212-2

Institut für Tragkonstruktionen – Forschungsbereich für Stahlbeton- und Massivbau

eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Christian Neubauer BSc

0325534

Kudlichgasse 42/3, 1100 Wien

Wien, im Oktober 2009

## Danksagung

20 Jahre nachdem ich meinen ersten Schultag antrat, verfasse ich heute diesen Teil meiner Abschlussarbeit. In all diesen Jahren wurde mir viel Fleiß und Mühe abverlangt, um das Ziel, vor dem ich heute stehe, zu erreichen.

Den notwendigen Rückhalt, um die Hürden des Alltags zu meistern, gab mir meine Familie, der ich hiermit meinen Dank aussprechen möchte. Besonders möchte ich meinen Eltern danken, die mir zu jeder Zeit ihre Unterstützung zukommen ließen und ohne die es mir nicht möglich gewesen wäre, meine gesteckten Ziele zu erreichen. Sie waren es, die mich mit dem nötigen Nachdruck jedoch stets ohne Zwang durchs Leben führten.

Meiner Freundin danke ich für viele schöne Augenblicke in den vergangenen Jahren und natürlich für die wertvolle Unterstützung bei der Korrektur und Gestaltung dieser Arbeit.

Wohlwissend, dass nach den vergangenen Jahren, in denen der Schulalltag ein fixer Bestandteil meines Lebens war, das Lernen keineswegs zu Ende geht, blicke ich mit Freude der Zukunft entgegen, da ich auf einen starken Rückhalt meiner Familie vertrauen kann.

*Wer aufhört zu lernen, ist alt, sei er zwanzig oder achtzig.  
Wer immer lernt bleibt immer jung.*

(HENRY FORD)

---

---

## Kurzfassung

Der Umstand, dass moderne Bauwerke bzw. deren Tragstrukturen aus Gründen der Ästhetik immer schlanker konstruiert werden, führt dazu, dass neben den statischen Anforderungen, die an das Tragwerk gestellt werden, dem Verhalten bei dynamischer Einwirkung vermehrt Beachtung geschenkt werden muss. Derartige Bauwerke benötigen zur Aufrechterhaltung ihrer Stabilität und vor allem zur Gewährleistung ihrer Gebrauchstauglichkeit Systeme, welche die Energie der dynamischen Belastung dissipieren. Diese Aufgabe kann von Schwingungsdämpfern übernommen werden. Durch ein Überführen der Bewegungsenergie in Wärme wird mit deren Hilfe die Belastung des Gebäudes reduziert.

In der vorliegenden Arbeit wird die Möglichkeit der Anwendung eines neuen Dämpfungssystems für schlanke Baukonstruktionen untersucht. Solche können beispielsweise Brückenpylone oder schlanke Hochbauten darstellen. Das System dissipiert unter Ausnutzung der Tragwerksverkrümmungen die einwirkende dynamische Belastung. Aufgrund dieser Verkrümmung kommt es zu einer Relativverformung zwischen der Mittelachse und den außenliegenden Bereichen des Tragwerks. Basierend auf diesem Verformungsverhalten wird durch die Vertikalbewegung eines Dämpfers in einem geeigneten Fluid der gewünschte Effekt erzielt. Neben den Erläuterungen zum Wirkungsprinzip werden in dieser Arbeit Voruntersuchungen an unterschiedlichen Dämpfertypen durchgeführt und diese an einem wirklichkeitsnahen Modell untersucht. Beurteilt werden unterschiedliche Gewindestangen sowie Varianten mit an diesen Stangen angebrachten Beilagscheiben oder Gitterblechen. Als Dämpfungsmedien dienen Wasser und Silikonöl, deren Wirkung bei verschiedenen Füllhöhen festgestellt wird. Die aus den Versuchen gewonnenen Messdaten werden ausgewertet, gegenübergestellt und analysiert. Abschließend wird ein Versuch an einem realen Brückenpfeiler vorgestellt, für welchen diese Informationen als Grundlage dienen.

---

---

## **Abstract**

Nowadays target of most architects and civil engineers is to construct higher and more slender buildings for aesthetical reasons. Consequently it becomes more and more important to consider dynamic loads in addition to static force. These structures need systems for the dissipation of energy coming from dynamic loads to ensure stability and serviceability. For that purpose dampers which convert kinetic energy into thermal energy are needed. The result of this measure is reduced stress on the structure.

This master thesis deals with the possibility of using a new kind of damping mechanism for slender constructions like pylons or high-rise buildings. The damping system dissipates the dynamic load by utilizing the bending of a structure. Due to this bending a relative deformation between the centre line and exterior parts of the structure occurs. Based on this deformation behaviour a vertical movement of a damper in an adequate fluid produces the desired damping effect. In the first part of this thesis the principles of operation are described. A preexamination of damper types is specified and followed by tests on a realistic model. This leads to an evaluation of the damping effects that come from different threaded rods with and without washers or grid sheets. As fluid water and silicone oil are used and their damping effect was tested with different filling levels. Furthermore all data from the tests is analysed and interpreted. The results of this thesis are the basis for an experiment on a real pylon which is presented in the last part.

---

---

## Inhalt

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>BAUDYNAMISCHE GRUNDLAGEN .....</b>	<b>3</b>
2.1	<b>Einwirkungsarten .....</b>	<b>3</b>
2.1.1	Harmonische Einwirkung.....	4
2.1.2	Quasi-harmonische Einwirkung.....	5
2.1.3	Periodische Einwirkung .....	5
2.1.4	Quasi-periodische Einwirkung.....	6
2.1.5	Zufällige Einwirkung.....	6
2.2	<b>Der lineare Einmassenschwinger (SDOF).....</b>	<b>6</b>
2.2.1	Freie, ungedämpfte Schwingung.....	7
2.2.2	Harmonisch erzwungene, ungedämpfte Schwingung.....	8
<b>3</b>	<b>DÄMPFUNG IN DER BAUDYNAMIK.....</b>	<b>12</b>
3.1	<b>Begriffsbildung .....</b>	<b>12</b>
3.2	<b>Der gedämpfte lineare Einmassenschwinger .....</b>	<b>14</b>
3.2.1	Freie, viskos gedämpfte Schwingung .....	14
3.2.2	Harmonisch erzwungene, viskos gedämpfte Schwingung .....	16
3.3	<b>Arten der Dämpfung.....</b>	<b>19</b>
3.3.1	Viskose Dämpfung .....	20
3.3.2	Äquivalente, viskose Dämpfung .....	22
3.3.3	Frequenz-unabhängige Dämpfung .....	23
3.3.4	Reibungsdämpfung.....	24
3.4	<b>Ermittlung der Dämpfung.....</b>	<b>25</b>
3.4.1	Innere Dämpfung von Baukonstruktionen .....	26
3.4.2	Experimentelle Bestimmung .....	27
3.5	<b>Praxiserprobte Systeme .....</b>	<b>30</b>
3.5.1	Systeme zur Erhöhung der Strukturdämpfung.....	30
3.5.2	Systeme zur Abwehr windinduzierter Schwingungen.....	31
3.5.3	Systeme zur Abwehr personeninduzierter Schwingungen .....	32
3.5.4	Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen .....	33
<b>4</b>	<b>DÄMPFUNG SCHLANKER STRUKTUREN .....</b>	<b>35</b>
4.1	<b>Grundsätzliche Überlegungen.....</b>	<b>35</b>
4.2	<b>Dämpfungsmedien .....</b>	<b>41</b>

---

---

4.3	Anpassung an Versuche.....	42
<b>5</b>	<b>VERSUCHSREIHE ZUR ERMITTLUNG VON DÄMPFUNGSPARAMETERN .....</b>	<b>43</b>
5.1	Versuchsaufbau.....	43
5.2	Messkette .....	44
5.3	Versuchsvarianten.....	45
5.4	Auswertung.....	47
5.4.1	Methoden .....	47
5.4.2	Deutung .....	50
<b>6</b>	<b>VORVERSUCHE ZUR UNTERSUCHUNG EINER VISKOSEN STRUKTURDÄMPFUNG.....</b>	<b>58</b>
6.1	Versuchsaufbau.....	58
6.2	Messkette .....	60
6.3	Versuchsvarianten.....	61
6.4	Auswertung.....	62
6.4.1	Methoden .....	62
6.4.2	Deutung .....	62
<b>7</b>	<b>PLAUSIBILITÄTSKONTROLLE .....</b>	<b>66</b>
7.1	Versuchsreihe 1.....	66
7.2	Versuchsreihe 2.....	69
<b>8</b>	<b>FAZIT.....</b>	<b>72</b>
<b>9</b>	<b>AUSBLICK .....</b>	<b>74</b>
<b>A</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>79</b>
<b>B</b>	<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS .....</b>	<b>81</b>
<b>C</b>	<b>TABELLENVERZEICHNIS .....</b>	<b>85</b>
<b>D</b>	<b>ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS.....</b>	<b>86</b>
<b>E</b>	<b>ANHANG .....</b>	<b>87</b>

## 1 EINLEITUNG

*Abu Dhabi und Dubai setzen immer größer und teurer werdende Hotels in die Wüste. Die beiden Emirate jagen nach Rekorden.*

(DER SPIEGEL ONLINE, 13.09.2004)

Das Streben der Menschen, Bauwerke zu errichten, welche sich in ihrer Größe ständig übertreffen, ist bestimmt kein Phänomen der Neuzeit. Monumentale Sakralbauten oder imposante Wehranlagen wie etwa die chinesische Mauer zeugen vom Schaffensgeist vergangener Kulturen.

Der Fortschritt in der Berechnung und Modellierung von Tragwerken sowie die bessere Kenntnis über Eigenschaften und Verhalten der verwendeten Materialien führen heute zur Errichtung immer ausgereifterer Konstruktionen. Seien es Brücken, die immer größere Distanzen überspannen, oder Wolkenkratzer, um deren Konstruktionshöhe ein andauernder Wettlauf herrscht.

Diesem Streben nach Superlativen wirken Naturgewalten wie etwa Erdbeben oder starke Winde entgegen, die mit steigender Höhe bzw. größerer Spannweite der Bauwerke an Einfluss gewinnen. Einwirkungen wie diese, aber auch die ständig anwachsenden Verkehrslasten, machen eine genaue Berechnung der Bauwerke hinsichtlich ihres dynamischen Verhaltens unumgänglich. Besonders die Gebrauchstauglichkeit der Konstruktion, wozu Tragwerksdeformationen wie Horizontalauslenkungen bei Hochbauten oder vertikale Schwingungen bei Brückenkonstruktionen zählen, leidet bei unzureichender Beachtung der dynamischen Lasten. Damit ein befriedigendes Verhalten der Bauwerke hinsichtlich ihrer Gebrauchstauglichkeit sichergestellt ist, müssen Schwingungen durch geeignete Maßnahmen reduziert werden.

Es gibt eine Vielzahl an Systemen, die in Veröffentlichungen beschrieben werden bzw. in Bauwerken zur Anwendung kommen. Eine Möglichkeit schädigende bzw. unangenehme Bewegungen zu reduzieren, besteht darin, schlanke Konstruktionen, wie sie etwa

Hochhäuser oder Brückenpylone darstellen, mit Dämpfern zu versehen. Diese wandeln bei dynamischer Anregung die auftretende Bewegungsenergie in Wärmeenergie um und vermindern auf diese Art die Einwirkung auf die Konstruktion.

Ein Dämpfer kann beispielsweise aus einem massiven Pendel, einem sich bewegenden Fluid oder – wie in dieser Arbeit näher beschrieben – aus einem in einem Fluid bewegten Stab bestehen. Die Eigenschaften des Fluids bzw. die Form des Stabes sind dabei so zu wählen, dass ein Optimum an Dämpfungsarbeit geleistet wird.

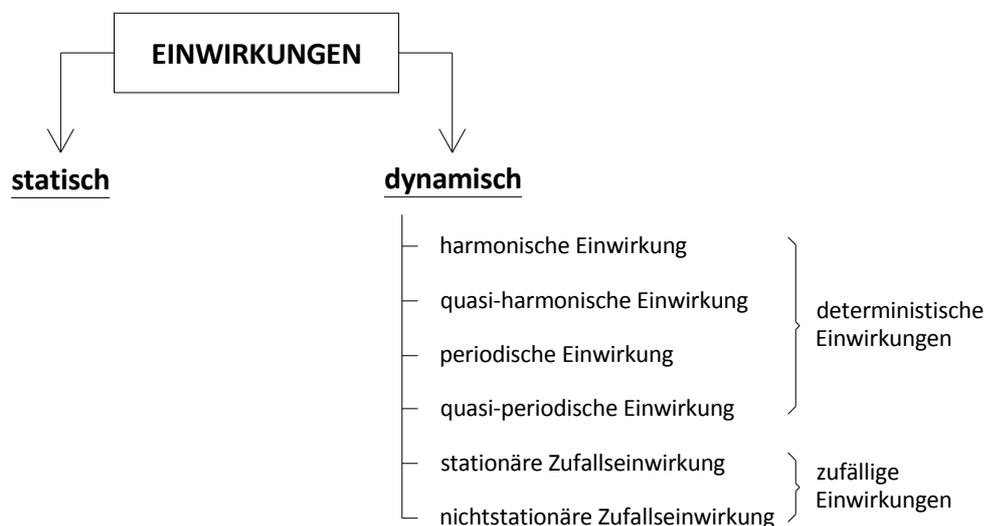
Die Gliederung der Arbeit umfasst zwei einführende Punkte, in denen grundlegende Dinge der Baudynamik und der Dämpfung angeführt werden, sowie weiterführende Kapitel, die sich auf das zu untersuchende Dämpfungssystem beziehen. Hierin wird in einem ersten Punkt auf das Wirkungsprinzip des Systems, auf die Dämpferfluide sowie auf die darauf folgenden Versuche eingegangen. Im Weiteren werden zwei Versuchsreihen erläutert, in welchen Untersuchungen an unterschiedlichen Dämpfern und an einem wirklichkeitsnahen Modell durchgeführt wurden. Die Methoden der Auswertung, die erhaltenen Daten sowie die daraus gezogenen Schlüsse sind bei den entsprechenden Punkten beschrieben. Eine EDV-unterstützte Nachberechnung der Ergebnisse wurde zur Kontrolle durchgeführt. Im Fazit werden die Ergebnisse der Untersuchungen bewertet und Schlüsse für weiterführende Versuche, die im abschließenden Punkt beschrieben werden, gezogen.

## 2 BAUDYNAMISCHE GRUNDLAGEN

Es ist festzuhalten, dass grundsätzlich alle Baukonstruktionen schwingungsfähig sind. Ob es sich um eine schwingungsanfällige Konstruktion handelt, ist mittels baudynamischer Untersuchungen gesondert zu klären. Vor allem die Eigenfrequenz samt zugehöriger Eigenform sowie das Dämpfungsverhalten einer Struktur sind von entscheidender Bedeutung.

### 2.1 Einwirkungsarten

Einwirkungen auf Konstruktionen können in statische und dynamische Belastungen gegliedert werden (vgl. Abbildung 2.1). Man spricht in diesem Zusammenhang von einer direkten Belastung, wenn die Last unmittelbar am Tragwerk angreift und von einer indirekten Belastung, wenn diese z.B. vom Baugrund über das Fundament in das Bauwerk eingetragen wird (PETERSEN, 2001). Auf Arten und Eigenschaften statischer Belastungen wird in dieser Arbeit nicht näher eingegangen.



**Abbildung 2.1:** Gliederung der Einwirkungsarten

Bei den dynamischen Einwirkungen handelt es sich um zeitabhängige Belastungen, weshalb die von ihnen erzeugte Reaktion der Struktur auch von der Zeit abhängt. Man spricht in diesen Fällen von einer „erzwungenen Schwingung“. Im Gegensatz zur „freien Schwingung“ einer Struktur, die ohne äußere Einwirkung abläuft (KRAMER, 2007).

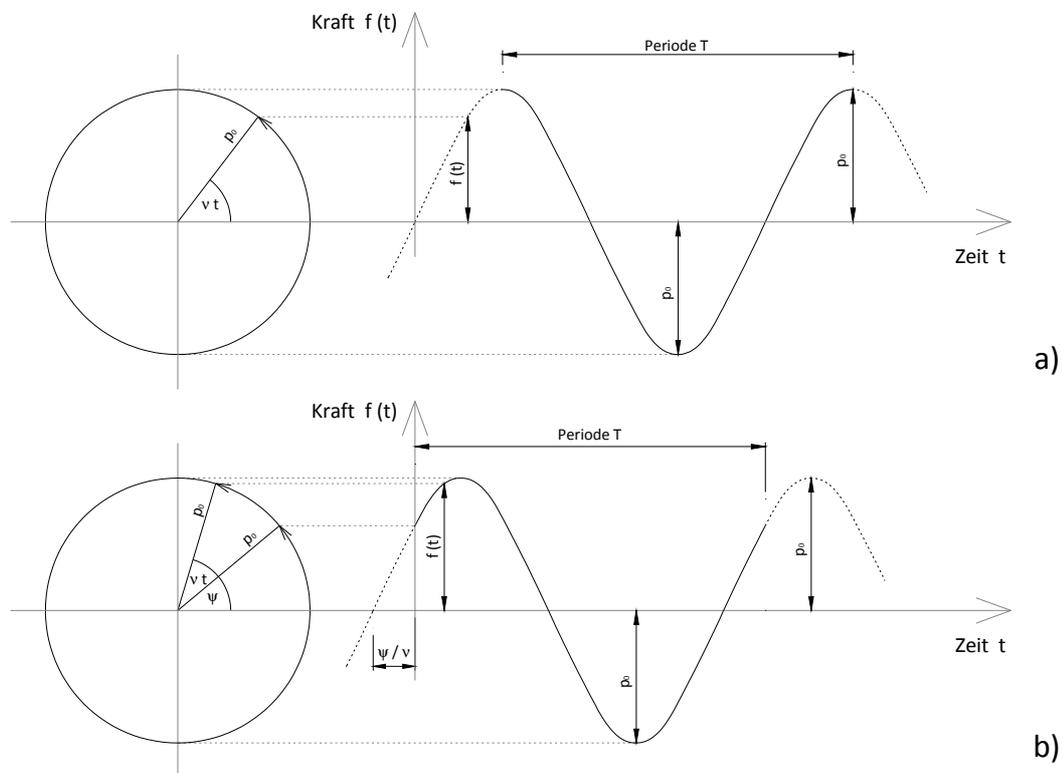
2.1.1 Harmonische Einwirkung

Lässt sich die Zeitabhängigkeit einer Einwirkung durch eine Sinus- oder Kosinusfunktion beschreiben, so handelt es sich um eine harmonische Einwirkung. Die Anregung kann in Form einer Kraftanregung oder einer Weganregung erfolgen.

$$f(t) = p(t) = p_0 \sin(v t) \tag{2.1}$$

$$f(t) = - m \ddot{x}_g(t) = m v^2 a_0 \sin(v t) \tag{2.2}$$

Hierin stellt  $p_0$  die Kraftamplitude,  $v$  die Erregerkreisfrequenz,  $m$  die Masse,  $x_g$  die Auslenkung zum Zeitpunkt  $t$  und  $a_0$  die Wegamplitude dar.



**Abbildung 2.2:** Harmonische Einwirkung a) ohne und b) mit Phasenverschiebung (In Anlehnung an KRAMER, 2007)

Aus Abbildung 2.2 ist ersichtlich, dass eine harmonische Schwingung durch Verschiebung der Zeitachse stets phasenfrei angeschrieben werden kann (PETERSEN, 2001). Durch Einsetzen von

$$T = \frac{2 \pi}{v} \quad \text{bzw.} \quad f = \frac{1}{T} \tag{2.3}$$

in Gleichung (2.1) erhält man

$$f(t) = p_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \psi\right) = p_0 \sin(\nu t + \psi). \quad (2.4)$$

$\psi$  bezeichnet die Phase der Erregung bzw. den Phasenwinkel (vgl. Abbildung 2.2).

### 2.1.2 Quasi-harmonische Einwirkung

Diese Einwirkung besitzt ebenso wie die harmonische Einwirkung einen sinus- bzw. kosinusförmigen Verlauf. Die Frequenz und/oder die Amplitude verändern sich im Zeitverlauf jedoch geringfügig (FLESCH, 1993).

### 2.1.3 Periodische Einwirkung

Das Kennzeichen dieser Einwirkung ist die periodische Wiederholung von identischen Zeitverläufen, welche z.B. durch Maschinen mit mehreren Unwuchten hervorgerufen werden. Durch Superposition harmonischer Anteile lässt sich stets ein periodischer Verlauf kombinieren.

$$f(t) = \sum_n p_{0n} \sin\left(2\pi \frac{t}{T_n} + \psi_n\right) = \sum_n p_{0n} \sin(\nu_n t + \psi_n) \quad (2.5)$$

Die Möglichkeit der Superposition besitzt eine große Bedeutung, da im Umkehrschluss jede periodische Anregung mit Hilfe der FOURIER-Analyse in harmonische Anteile zerlegt werden kann. Unter Zuhilfenahme des Additionstheorems der Trigonometrie und unter Einführung der FOURIER-Koeffizienten  $a_0$  (konstant),  $a_n$  und  $b_n$  erhält man

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_n [a_n \cos(\nu_n t) + b_n \sin(\nu_n t)] \quad (2.6)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (2.7)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(\nu_n t) dt \quad (2.8)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(\nu_n t) dt. \quad (2.9)$$

Im Allgemeinen genügen einige wenige FOURIER-Glieder, um einen periodischen Verlauf ausreichend genau wiedergeben zu können. Es sei erwähnt, dass eine periodische Erregung im Gegensatz zu einer harmonischen Erregung niemals phasenfrei angeschrieben werden kann (PETERSEN, 2001).

### 2.1.4 Quasi-periodische Einwirkung

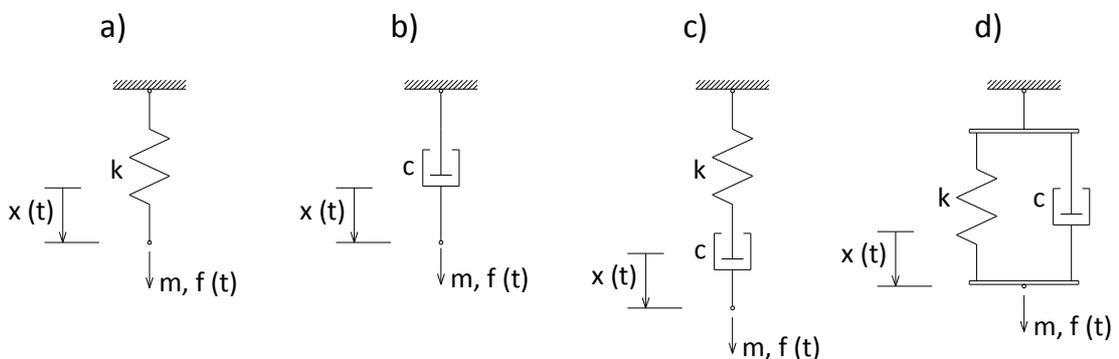
Diese Einwirkung weicht entsprechend der quasi-harmonischen Einwirkung nur geringfügig von der „ideal“-periodischen Einwirkung ab (FLESCH, 1993).

### 2.1.5 Zufällige Einwirkung

Ist die Einwirkung stochastisch (Anm.: statistisch zufällig, d.h. der zeitliche Verlauf der Belastung kann lediglich auf Basis einer Wahrscheinlichkeitsverteilung angegeben werden), spricht man von einer zufälligen Einwirkung. Sind die statistischen Verteilungen der Momentan-, Größt- und Extremwerte zeitinvariant, handelt es sich um eine stationäre Zufallsschwingung. Im Gegensatz dazu spricht man von einer nichtstationären Zufallsschwingung oder einer aperiodischen Schwingung, wenn eine Zeitvarianz der statistischen Verteilungen vorliegt. Als Beispiele dienen Anfahrts- und Bremsvorgänge, Luftdruckstöße oder auch Explosionen (PETERSEN, 2001).

## 2.2 Der lineare Einmassenschwinger (SDOF)

Das mechanische Grundmodell eines linearen Einmassenschwingers oder auch SDOF (Anm.: single degree of freedom system) besteht aus einer Punktmasse  $m$ , die an einer masselosen Feder mit linearer Kennlinie aufgehängt ist. Wird diese Feder nicht gedämpft, spricht man von einer HOOKESchen Feder. Anderenfalls von einem KELVIN-VOIGHTSchen Körper (ZIEGLER, 1998).



**Abbildung 2.3:** Feder – Dämpfermodellierung (In Anlehnung an PETERSEN, 1996)

Abbildung 2.3 zeigt a) eine HOOKESche Feder, b) ein NEWTONSches Modell, c) ein MAXWELLSches Modell und d) ein KELVIN-VOIGHTSches Modell.

Nach Ansetzen der Gleichgewichtsbedingung am freigeschnittenen System des KELVIN-VOIGHTSchen Modells erhält man die allgemeine Bewegungsgleichung des linearen Einmassenschwingers.

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = f(t) \quad (2.10)$$

### 2.2.1 Freie, ungedämpfte Schwingung

Man spricht von einer freien Schwingung einer Struktur, wenn diese aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt wird und danach ohne äußere dynamische Einwirkungen schwingen kann (CHOPRA, 2001). Wird zusätzlich die Dämpfung des Systems verhindert, liegt eine freie, ungedämpfte Schwingung vor. Aus Gleichung (2.10) lässt sich für einen ungedämpften Einmassenschwinger mit der Punktmasse  $m$  und der Steifigkeit  $k$  folgende Bewegungsgleichung ableiten.

$$m \ddot{x} + k x = 0 \quad (2.11)$$

Löst man diese homogene Gleichung auf, erhält man die Schwingungsantwort für den freien, ungedämpften Einmassenschwinger.

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad (2.12)$$

Die Integrationskonstanten  $A$  und  $B$  folgen aus den Anfangsbedingungen

$$x(t=0) = x_0 \quad \text{und} \quad \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0. \quad (2.13)$$

Nach Einsetzen der Anfangsbedingungen in Gleichung (2.12) erhält man die Integrationskonstanten und damit die Auslenkung zum Zeitpunkt  $t$ .

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \quad (2.14)$$

Die Eigenkreisfrequenz der Struktur wird mit  $\omega_0$ , die Amplitude mit  $a$  bezeichnet.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad a = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega_0^2}} \quad (2.15)$$

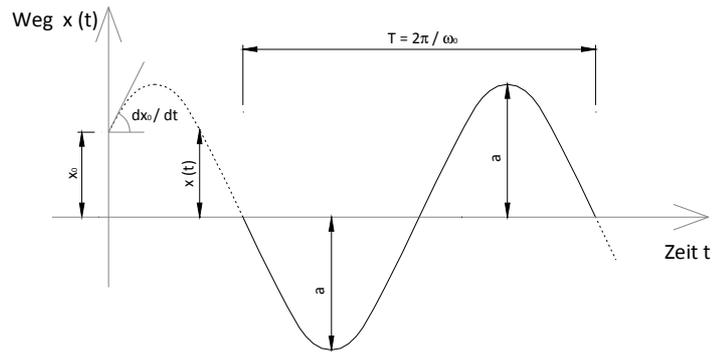


Abbildung 2.4: Freie, ungedämpfte Schwingung (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

### 2.2.2 Harmonisch erzwungene, ungedämpfte Schwingung

Für einen ungedämpften, harmonisch angeregten Einmassenschwinger mit der Punktmasse  $m$  und der Steifigkeit  $k$  lässt sich Gleichung (2.10) zu folgender Bewegungsgleichung vereinfachen.

$$m \ddot{x} + k x = f(t) = p_0 \sin(v t) \quad (2.16)$$

Die homogene Lösung dieses Gleichungssystems wurde bereits unter Punkt 2.2.1 angeschrieben. Sie lautet

$$x_h(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t). \quad (2.17)$$

Die partikuläre Lösung errechnet sich zu

$$x_p(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2} \sin(v t) \quad \text{mit } v \neq \omega_0. \quad (2.18)$$

Nach Aufsummierung der homogenen und der partikulären Lösung sowie unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen aus Gleichung (2.13) erhält man die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

$$x(t) = \underbrace{x_0 \cos(\omega_0 t) + \left[ \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} - \frac{p_0}{k} \frac{\frac{v}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2} \right] \sin(\omega_0 t)}_{\text{transient}} + \underbrace{\frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2} \sin(v t)}_{\text{stationär}} \quad (2.19)$$

Die ersten Terme in Gleichung (2.19) werden auch als transienter Teil der Gleichung bezeichnet. Es handelt sich dabei um Terme, bei denen die Winkelfunktionen mit der

Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  des Systems verknüpft sind, weshalb die von ihnen beschriebene Schwingung auch als Eigenschwingung des Systems bezeichnet wird. Im Fall einer vorhandenen Dämpfung klingen diese Terme ab (vgl. Abschnitt 3.2). Die Winkelfunktion des letzten Terms ist von der Erregerkreisfrequenz  $\nu$  abhängig. Dieser beschreibt den stationären bzw. eingeschwungenen Zustand, welcher sich nach Abklingen des transienten Anteils einstellt.

Berücksichtigt man, dass jedes System ein gewisses Maß an Dämpfung besitzt, gelangt man zu dem Schluss, dass nach hinreichend langer Einschwingdauer einzig der transiente Schwingungszustand vorherrschen muss. Ein Systemverhalten, welches Gleichung (2.19) entspricht, ist deshalb als rein akademisch zu betrachten. Gleichung (2.19) vereinfacht sich unter Berücksichtigung von „realem“ Materialverhalten zu

$$x(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^2} \sin(\nu t) . \quad (2.20)$$

Unter Vernachlässigung von dynamischen Effekten lässt sich Gleichung (2.16) wie folgt umschreiben.

$$x(t) = x_{st}(t) = \frac{p_0}{k} \sin(\nu t) \quad (2.21)$$

Die maximale statische Auslenkung beträgt demnach

$$x_{st_0} = x_{st}(\nu = 0) = \frac{p_0}{k} . \quad (2.22)$$

Unter Voraussetzung einer harmonisch auf das System einwirkenden Belastung schwingt das System seinerseits, nach abgeklungener Einschwingphase, harmonisch mit der Erregerfrequenz.

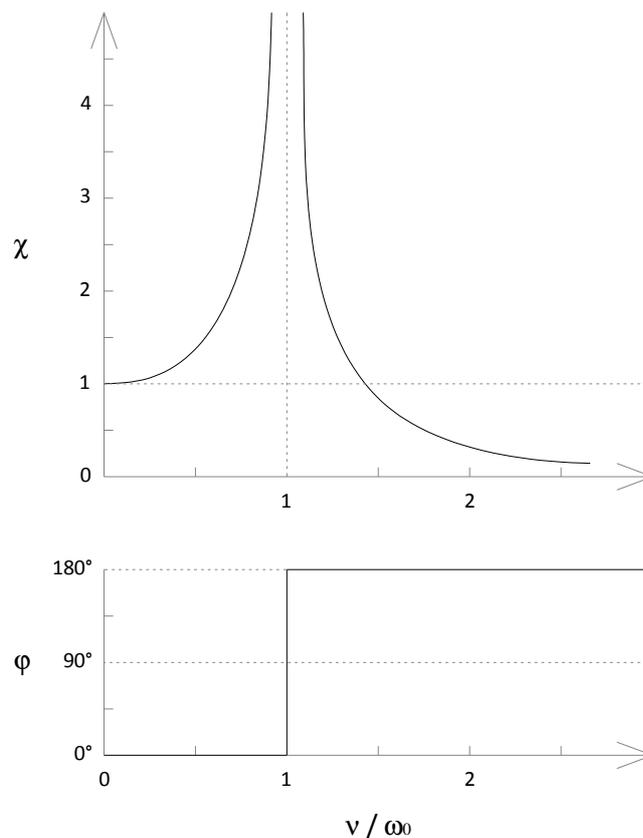
$$x(t) = a \sin(\nu t - \varphi) = x_{st_0} \chi \sin(\nu t - \varphi) \quad (2.23)$$

Der Faktor  $\varphi$  kennzeichnet den Phasenwinkel, um den die Schwingungsamplitude der Kraftamplitude hinterherläuft, und  $a$  die Amplitude der Schwingung (PETERSEN, 2001).

Nach Einsetzen der maximalen statischen Auslenkung in Gleichung (2.20) und Vergleich mit Gleichung (2.23) folgt

$$\chi = \frac{a}{x_{st0}} = \frac{1}{\left|1 - \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^2\right|} \quad \text{mit} \quad \varphi = \begin{cases} 0^\circ, & \nu < \omega_0 \\ 180^\circ, & \nu > \omega_0 \end{cases} \quad (2.24)$$

Der Faktor  $\chi$  wird als Vergrößerungsfaktor bezeichnet. Er stellt das Verhältnis zwischen der Amplitude und der maximalen statischen Auslenkung dar. Der Vergrößerungsfaktor erreicht einen unendlichen Wert, wenn das Verhältnis  $\nu/\omega_0$  den Wert Eins annimmt. Man spricht in diesem Fall von Resonanz.



**Abbildung 2.5:** Amplitudenfrequenzgang und Phasenfrequenzgang eines harmonisch angeregten, ungedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

Ist  $\nu/\omega_0 < 1$ , wird der Nenner in Gleichung (2.20) positiv. Die Auslenkung  $x(t)$  besitzt somit das gleiche Vorzeichen wie  $f(t)$ . Die Verschiebung schwingt in Phase mit der Einwirkung. Da in diesem Fall  $\varphi$  den Wert  $0^\circ$  annimmt, schwingt die Auslenkung mit  $\sin(\nu t)$  in Phase mit der Einwirkung. Im Fall  $\nu/\omega_0 > 1$  besitzt die Auslenkung  $x(t)$  ein

negatives Vorzeichen. Die Einwirkung schwingt in Gegenphase mit der Auslenkung.  $\varphi$  nimmt in diesem Fall den Wert  $180^\circ$  an. Die Auslenkung schwingt also mit  $\sin(\nu t)$  phasenverschoben zur Einwirkung.

Für den Fall der Resonanz ist die partikuläre Lösung nach Gleichung (2.18) nicht gültig. Die allgemeine Lösung für den Resonanzfall lautet

$$x(t) = \left[ x_0 - \frac{p_0}{2k} \omega_0 t \right] \cos(\omega_0 t) + \left[ \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} + \frac{p_0}{2k} \right] \sin(\omega_0 t) \quad \text{mit} \quad \nu = \omega_0. \quad (2.25)$$

Werden die Anfangsbedingungen  $x_0 = \dot{x}_0 = 0$  und Gleichung (2.22) berücksichtigt, erhält man

$$\frac{x(t)}{x_{st0}} = \frac{1}{2} [\sin(\omega_0 t) - \omega_0 t \cos(\omega_0 t)] \quad \text{mit} \quad \nu = \omega_0. \quad (2.26)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass mit zunehmender Schwingungsdauer die Amplitude des Systems gegen unendlich strebt. Ein reales System würde jedoch bereits zu einem früheren Zeitpunkt Schaden erleiden bzw. an Steifigkeit verlieren. Aufgrund dessen käme es zu einer Reduktion der Eigenkreisfrequenz und somit zu einer Verhinderung der Resonanz (CHOPRA, 2001).

### 3 DÄMPFUNG IN DER BAUDYNAMIK

Wird ein schwingungsfähiges System zeitlich begrenzt angeregt, stellt sich eine Schwingung ein, die nach hinreichend langer Zeitdauer abklingt. Es wirkt also ein Mechanismus, welcher die Bewegung des Systems hemmt. Dieser Wirkmechanismus wird mit dem Begriff der Dämpfung umschrieben. Die im System innewohnende Energie wird infolge dieser Dämpfung dissipiert (Anm.: lat. zerstreut) (PETERSEN, 1996).

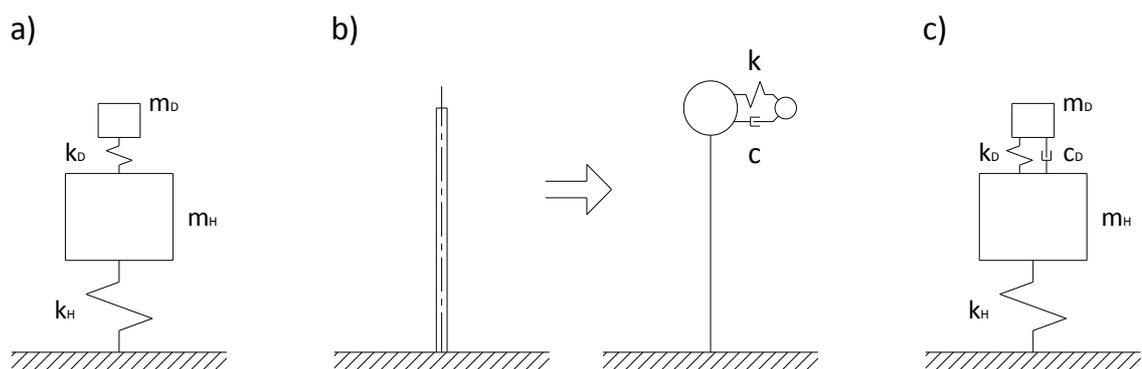
Im Unterschied zu Steifigkeits- oder Lasteigenschaften kann die Dämpfung eines Systems lediglich aus Versuchen oder aus der Erfahrung bzw. dem Wissen über bekannte, bereits bestehende Strukturen gewonnen werden. Da der Fokus dieser Arbeit auf Systemen mit einem ausgeprägten Freiheitsgrad liegt, wird bei der Beschreibung der Dämpfung ausschließlich auf den Einmassenschwinger Bezug genommen.

#### 3.1 Begriffsbildung

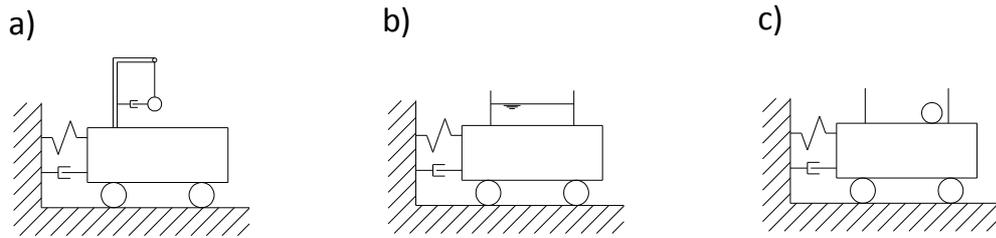
Die Begriffe der Baudynamik sind in der Literatur nicht einheitlich erfasst. In der vorliegenden Arbeit hält man sich an jene Definitionen, die PETERSEN (2001) liefert:

- *Dämpfungselement*: Bezeichnet ein energiedissipierendes Element, welches zwischen der Konstruktion und einem Festpunkt vorgesehen wird.
- *Dämpfer*: Wird an die zu dämpfende Konstruktion (Hauptmasse  $m_H$ ) eine zusätzliche Masse (Hilfsmasse  $m_D$ ) angekoppelt, spricht man von einem Dämpfer.
- *Tilger*: Wird durch eine Dämpfermasse  $m_D$  gebildet, sofern diese lediglich über eine Feder mit der Hauptmasse  $m_H$  verbunden ist. Durch exakte Abstimmung der Federsteifigkeit  $k_D$  ist es möglich, die Hauptmasse gänzlich zu dämpfen. In der Literatur ist auch die Bezeichnung Absorber gebräuchlich (Abbildung 3.1 a).
- *Passiver Schwingungsdämpfer*: Ist eine mittels einer Feder und eines Dämpfers an ein zu bedämpfendes System angeschlossene Zusatzmasse. Die Wirkung des Dämpfers setzt eine Schwingung der Hauptmasse voraus (passives System). In Abbildung 3.1 b) sind das reale und das daraus abgeleitete Ersatzsystem dargestellt.

- *Dynamischer Schwingungsdämpfer*: Im Unterschied zum Tilger ist zwischen den beiden Massen  $m_D$  und  $m_H$  zusätzlich ein Dämpfer angebracht. Die Hauptkonstruktion lässt sich in diesem Fall nicht zur Gänze dämpfen. Es verbleiben gewisse Restschwingungen im System, die benötigt werden, um den Schwingungsdämpfer zu aktivieren. Es handelt sich wie beim passiven Schwingungsdämpfer um ein passives Dämpfungssystem (Abbildung 3.1 c).
- *Federdämpfer*: Bei dieser Art der Dämpfung wird die Zusatzmasse mittels einer Feder an das System angekoppelt.
- *Pendeldämpfer*: Bei turmartigen Bauwerken wird die Zusatzmasse i.A. in eine Pendelbewegung versetzt (Abbildung 3.2 a).
- *Fluiddämpfer*: Die Funktion der Zusatzmasse als auch die des Dämpfungsmediums werden hierbei von einer Flüssigkeit übernommen. Die Rückstellung erfolgt wie beim Pendeldämpfer durch die Erdgravitation (Abbildung 3.2 b).
- *Impulsdämpfer*: Ein federloser Dämpfer, welcher durch einen, entgegen der Bewegungsrichtung des Systems wirkenden Impuls, eine Dämpfung bewirkt. Als Beispiele können eine in einem Behälter rollende Kugel oder eine Kette, die an eine Behälterwand schlägt, genannt werden (Abbildung 3.2 c).
- *Aktive Systeme*: Die Zusatzmasse wird bei derartigen Systemen servohydraulisch geregelt. Ein aktives System setzt somit die Verfügbarkeit einer Energiequelle voraus.



**Abbildung 3.1:** a) Tilger, b) passiver Schwingungsdämpfer und c) dynamischer Schwingungsdämpfer (In Anlehnung an PETERSEN, 2001)



**Abbildung 3.2:** a) Pendeldämpfer, b) Fluiddämpfer und c) Impulsdämpfer (In Anlehnung an PETERSEN, 2001)

## 3.2 Der gedämpfte lineare Einmassenschwinger

### 3.2.1 Freie, viskos gedämpfte Schwingung

Die Vereinfachung von Gleichung (2.10) für eine freie, viskos gedämpfte Schwingung eines linearen Einmassenschwingers mit dem Dämpfungsbeiwert  $c$  führt zu

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = 0 . \quad (3.1)$$

Nach Division von Gleichung (3.1) durch  $m$  und unter Berücksichtigung von

$$\zeta = \frac{c}{2 m \omega_0} = \frac{c}{c_{kr}} \quad \text{und} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.2)$$

erhält man die neue Bewegungsgleichung

$$\ddot{x} + 2 \zeta \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 . \quad (3.3)$$

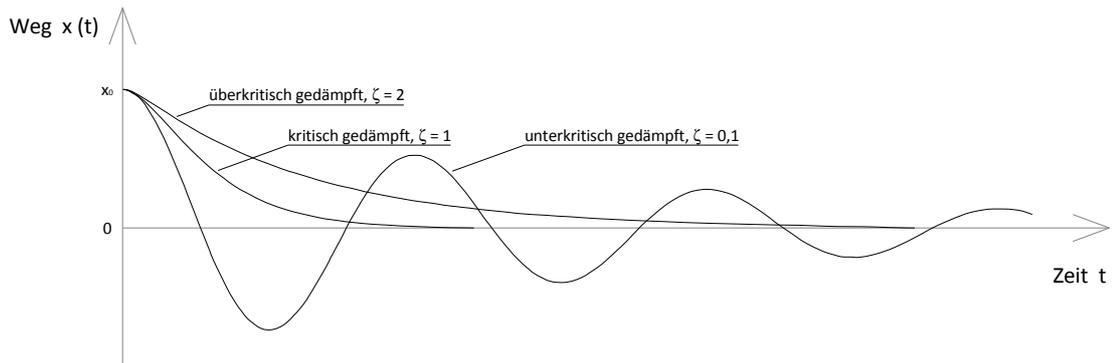
Aus Gleichung (3.2) lassen sich folgende Zusammenhänge ableiten.

$$c_{kr} = 2 m \omega_0 = 2 \sqrt{m k} = \frac{2 k}{\omega_0} \quad (3.4)$$

Der Faktor  $\zeta$  wird als LEHRsches Dämpfungsmaß oder auch als „Prozentsatz der kritischen Dämpfung“ bezeichnet, da dieser das Verhältnis zwischen  $c$  und  $c_{kr}$  beschreibt.

Systeme, bei denen  $\zeta < 1$  bzw.  $c < c_{kr}$  ist, schwingen harmonisch um deren Gleichgewichtslage. Die Schwingungsamplitude nimmt je nach Höhe der Dämpfung mehr oder minder rasch ab. Anders verhalten sich Systeme, deren  $\zeta > 1$  bzw. deren  $c > c_{kr}$  ist. Diese kehren nach einer Anregung ohne zu schwingen in ihre Gleichgewichtslage zurück.

Für den Sonderfall, dass  $\zeta$  den Wert Eins annimmt bzw.  $c = c_{kr}$  ist, bewegt sich das System ebenfalls ohne zu oszillieren in seine Ruhelage. In diesem Grenzfall erfolgt die Dämpfung der Amplitude jedoch schneller. Die kritische Dämpfung  $c_{kr}$  beschreibt also den kleinsten Wert von  $c$ , bei welchem eine Schwingung um die Nulllage noch verhindert ist (vgl. Abbildung 3.3). Man spricht in diesem Zusammenhang auch von unterkritisch, kritisch und überkritisch gedämpften Systemen.



**Abbildung 3.3:** Unterkritische, kritische und überkritische Dämpfung (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

Die kritische und überkritische Dämpfung wird in weiterer Folge außer Acht gelassen, da der Dämpfungswert  $c$  von Baukonstruktionen in der Regel weit unterhalb deren kritischer Dämpfung  $c_{kr}$  zu liegen kommen.

Die Auflösung der Differentialgleichung (3.1) führt zu

$$x(t) = e^{-\zeta \omega_0 t} [A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)] \quad (3.5)$$

Unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen nach Gleichung (2.13) erhält man die Lösung für den unterkritisch gedämpften, frei schwingenden Einmassenschwinger.

$$x(t) = e^{-\zeta \omega_0 t} \left[ x_0 \cos(\omega_D t) + \frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_0 x_0}{\omega_D} \sin(\omega_D t) \right] \quad (3.6)$$

Wobei folgender Zusammenhang gilt.

$$\omega_D = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad \text{und} \quad \zeta < 1 \quad (3.7)$$

Aus Gleichung (3.6) lässt sich ableiten, dass die Amplitude einer freien, gedämpften Schwingung bei  $t \rightarrow \infty$  dem Wert Null zustrebt. Die Schwingung klingt also ab. Weiters ist zu beachten, dass man bei der Wahl von  $\zeta = 0$  die allgemeine Lösung der freien, ungedämpften Schwingung erhält (vgl. Gleichung (2.14) (CHOPRA, 2001).

$\omega_D$  bezeichnet die gedämpfte Eigenkreisfrequenz des Systems. Für kleine Werte von  $\zeta$  unterscheidet sich diese kaum von der ungedämpften Eigenfrequenz (vgl. Tabelle 3.1).

Dämpfungsmaß $\zeta$	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20
$\omega_D/\omega_0$	0,9999	0,9987	0,9950	0,9887	0,9798
Fehler bei $\omega_D = \omega_0$	0,01 %	0,13 %	0,50 %	1,14 %	2,06 %

**Tabelle 3.1:** Gedämpfte und ungedämpfte Eigenkreisfrequenz

### 3.2.2 Harmonisch erzwungene, viskos gedämpfte Schwingung

Aus Gleichung (2.10) folgt die Bewegungsgleichung für ein sinusförmig angeregtes System mit der Masse  $m$ , dem Dämpfungsbeiwert  $c$  und der Steifigkeit  $k$ .

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = f(t) = p_0 \sin(v t) \quad (3.8)$$

Nach Division durch  $m$  und unter Berücksichtigung von Gleichung (3.2) erhält man

$$\ddot{x} + 2 \zeta \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{p_0}{m} \sin(v t) . \quad (3.9)$$

Die homogene Lösung dieser Differentialgleichung kennzeichnet, wie bereits unter Punkt 2.2.2 beschrieben, den transienten Anteil bzw. die Eigenschwingung, welche mit fortschreitender Schwingungsdauer abklingt. In Gleichung (3.5) wurde diese freie, viskos gedämpfte Schwingung bereits angeschrieben. Sie lautet

$$x_h(t) = e^{-\zeta \omega_0 t} [A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)] . \quad (3.10)$$

Die partikuläre Lösung, welche den eingeschwungenen Zustand nach abgeklungener Eigenschwingung beschreibt, lautet

$$x_p(t) = C \sin(v t) + D \cos(v t) . \quad (3.11)$$

Die Gesamtlösung erhält man durch Summation beider Anteile.

$$x(t) = \underbrace{e^{-\zeta \omega_0 t} [A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)]}_{\text{transient}} + \underbrace{C \sin(v t) + D \cos(v t)}_{\text{stationär}} \quad (3.12)$$

Die Konstanten A, B, C und D folgen aus den Anfangsbedingungen (vgl. Gleichung (2.13) bzw. durch Einsetzen von Gleichung (3.11) in (3.9).

$$\begin{aligned} A &= x_0 & B &= \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} - \frac{p_0}{k} \frac{\frac{v}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2} \\ C &= \frac{p_0}{k} \frac{1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2 \zeta \left(\frac{v}{\omega_0}\right)\right]^2} & D &= \frac{p_0}{k} \frac{-2 \zeta \frac{v}{\omega_0}}{\left[1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2 \zeta \left(\frac{v}{\omega_0}\right)\right]^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Diese Zusammenhänge gelten für den Fall, dass keine Resonanz auftritt. Für den Sonderfall der Resonanz errechnen sich die Konstanten unter Annahme der Anfangsbedingungen  $x_0 = \dot{x}_0 = 0$  zu

$$\begin{aligned} A &= \frac{x_{st0}}{2 \zeta} & B &= \frac{x_{st0}}{2 \sqrt{1 - \zeta^2}} \\ C &= 0 & D &= -\frac{x_{st0}}{2 \zeta} . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Nach Einsetzen der Konstanten in Gleichung (3.12) erhält man die allgemeine Lösung der harmonisch erzwungenen, viskos gedämpften Schwingung für den Resonanzfall.

$$x(t) = \frac{x_{st0}}{2 \zeta} \left\{ e^{-\zeta \omega_0 t} \left[ \cos(\omega_D t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_D t) \right] - \cos(\omega_0 t) \right\} . \quad (3.15)$$

Aus Gleichung (3.15) ist ersichtlich, dass bei hinreichend langer Schwingungsdauer die Amplitude des Systems gegen den Wert  $x_{st0}/(2 \zeta)$  strebt. Im Falle eines ungedämpften Systems würde theoretisch ein unendlicher Wert erreicht werden (vgl. Gleichung (2.25)). Dass ein solches Verhalten aufgrund der Veränderung der Eigenfrequenz während der Beanspruchung als rein akademisch zu betrachten ist, wurde bereits unter Punkt 2.2.2 erläutert.

Die partikuläre Lösung aus Gleichung (3.11) kann entsprechend Gleichung (2.23) auch wie folgt angeschrieben werden.

$$x(t) = a \sin(v t - \varphi) = x_{st_0} \chi \sin(v t - \varphi) \quad (3.16)$$

Hierbei gelten folgende Zusammenhänge.

$$a = \sqrt{C^2 + D^2} \quad \text{und} \quad \varphi = \tan^{-1} \left( -\frac{D}{C} \right) \quad (3.17)$$

Nach Einsetzen der Gleichungen (3.13) in die Gleichungen (3.17) und anschließender Kombination mit Gleichung (3.16) erhält man den Vergrößerungsfaktor  $\chi$  und den Phasenwinkel  $\varphi$  (CHOPRA, 2001).

$$\chi = \frac{a}{x_{st_0}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2 \zeta \left(\frac{v}{\omega_0}\right)\right]^2}} \quad \varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{2 \zeta \left(\frac{v}{\omega_0}\right)}{1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2} \right] \quad (3.18)$$

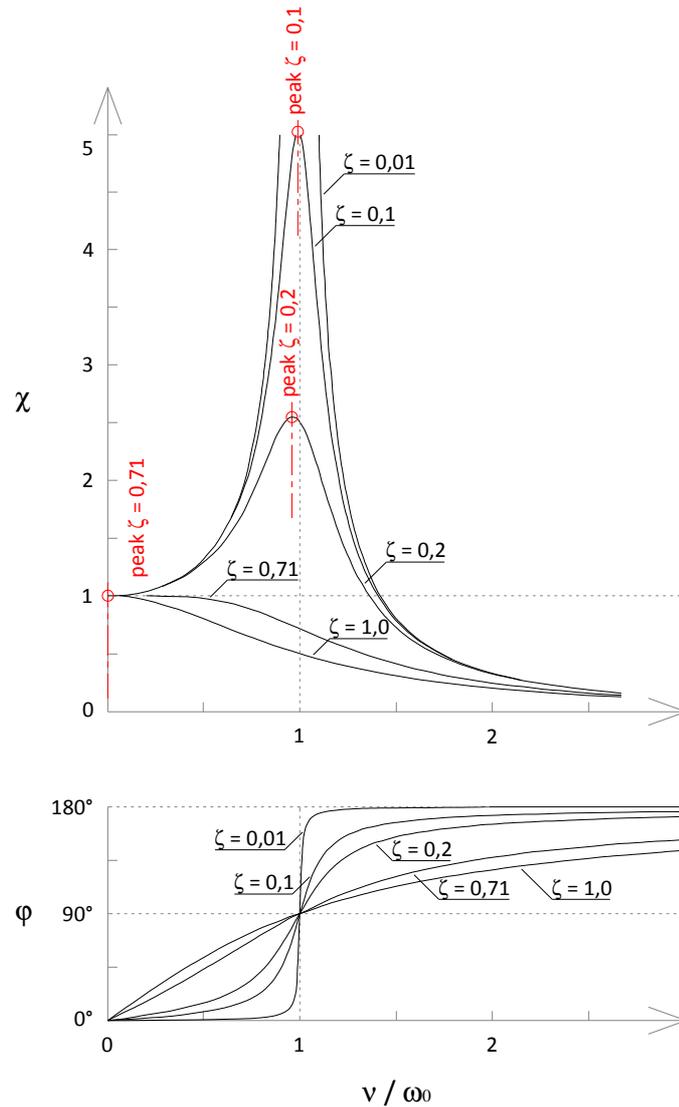
Aus Gleichung (3.18) lässt sich ermitteln, dass das Maximum des Vergrößerungsfaktors nicht exakt an der Stelle  $v/\omega_0 = 1$  zu liegen kommt (vgl. Abbildung 3.4). Es rückt mit steigendem Dämpfungsgrad weiter nach links an die Stelle

$$\frac{v}{\omega_0} = \sqrt{1 - 2 \zeta^2}. \quad (3.19)$$

Der Wert des maximalen Vergrößerungsfaktors lautet dem zufolge

$$\max \chi = \frac{1}{2 \zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \text{bzw.} \quad \max \chi \approx \frac{1}{2 \zeta} \quad \text{für} \quad \zeta \ll 1. \quad (3.20)$$

Ab einem Dämpfungsmaß von  $\zeta > 1/\sqrt{2}$  besitzt der Amplitudenfrequenzgang keinen ausgeprägten Spitzenwert mehr (BUCHER, 2008).



**Abbildung 3.4:** Amplituden- und Phasenfrequenzgänge eines harmonisch angeregten, viskos gedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

### 3.3 Arten der Dämpfung

Der Mechanismus der Dämpfung bewirkt entweder das Abklingen einer freien Schwingung zu null bzw. bei einem angeregten System das Erreichen eines stationären Schwingungszustandes. Im letzteren Fall stellt sich ein Gleichgewichtszustand zwischen der auf das System einwirkenden und der durch die Dämpfung dissipierten Energie ein.

Nach der Art der Dämpfungskraft, mit welcher diese Energie dissipiert wird, unterscheidet man nachfolgende Dämpfungscharakteristiken:

- Viskose Dämpfung
- Äquivalente, viskose Dämpfung
- Frequenz-unabhängige Dämpfung
- Reibungsdämpfung

### 3.3.1 Viskose Dämpfung

Wie im vorhergehenden Absatz beschrieben, wird zur Aufrechterhaltung eines stationären Schwingungszustandes die Erregerenergie durch die Dämpfung dissipiert. Im Fall eines Einmassenschwingers, für den  $x(t) = a \sin(\nu t - \varphi)$  gilt, errechnet sich die Dämpfungsarbeit  $W_D$  wie folgt aus der Dämpfungskraft  $F_D$ .

$$[W_D]_{0 \rightarrow t} = \int_0^t F_D dx = \int_0^t c \dot{x} dx = \int_0^t c \dot{x}^2 d\tau \quad (3.21)$$

Nach Einsetzen von

$$\dot{x}(t) = \nu a \cos(\nu t - \varphi) \quad (3.22)$$

und der Beziehungen

$$\zeta = \frac{c}{2 m \omega_0} \quad \text{und} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.23)$$

in Gleichung (3.21) erhält man die Dämpfungsarbeit je Schwingungszyklus.

$$W_D = \int_0^{2\pi/\nu} c [\nu a \cos(\nu t - \varphi)]^2 dt = \pi c \nu a^2 = 2 \pi \zeta \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right) k a^2 \quad (3.24)$$

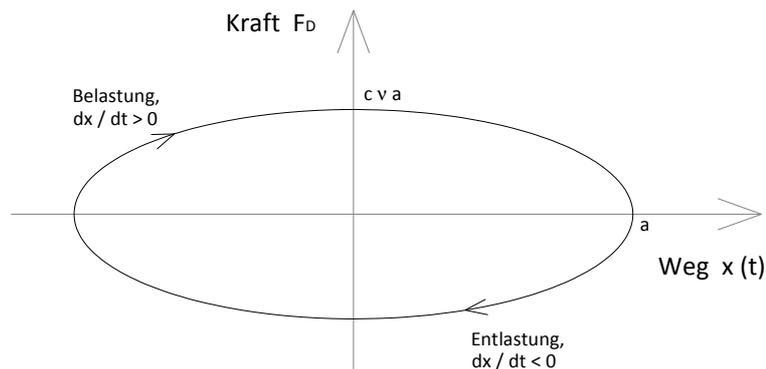
Die pro Zyklus verrichtete Dämpfungsarbeit ist dem zufolge proportional zum Quadrat der Amplitude und proportional zur Erregerfrequenz. Die Funktion der Arbeitslinie bzw. der Hysterese lässt sich wie folgt anschreiben.

$$F_D = c \dot{x} = c \nu a \cos(\nu t - \varphi) = c \nu a \sqrt{1 - \sin^2(\nu t - \varphi)} = c \nu a \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (3.25)$$

Nach Umstellung obiger Gleichung kann diese in Form einer Ellipsengleichung angeschrieben werden.

$$\left(\frac{F_D}{c v a}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1 \quad (3.26)$$

Die beiden Nenner auf der linken Seite der Gleichung kennzeichnen die Abmessungen der Halbachsen. Die grafische Deutung wird in Abbildung 3.5 veranschaulicht.



**Abbildung 3.5:** Hysterese für ein System mit alleiniger Wirkung einer Dämpfungskraft (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

Die von der Hysterese eingeschlossene Fläche errechnet sich zu

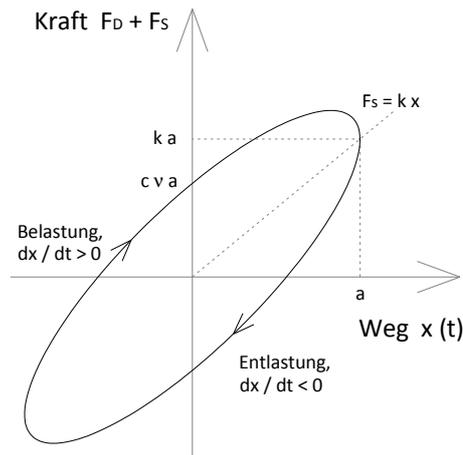
$$A_D = \pi a c v a = \pi c v a^2 = 2 \pi \zeta \left(\frac{v}{\omega_0}\right) k a^2 . \quad (3.27)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit Gleichung (3.24), kommt man zu dem Schluss, dass die Fläche der Hysterese der geleisteten Dämpfungsarbeit entspricht.

Üblicherweise besitzen „reale“ Systeme neben einer Dämpfungskraft  $F_D$  stets auch eine Federkraft  $F_S$ . Die resultierende Kraft setzt sich wie folgt zusammen.

$$F_D + F_S = c \dot{x} + k x = c v a \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + k x \quad (3.28)$$

Infolge des hinzutretenden linearen Terms kommt es zu einer Rotation der Kurve (vgl. Abbildung 3.6). Die vom System dissipierte Energie kann jedoch weiterhin aus der von der Hysterese begrenzten Fläche ermittelt werden, da die Federkraft keine zusätzliche Dämpfungsarbeit leistet.



**Abbildung 3.6:** Hysterese für ein System mit Feder- und Dämpfungskraft (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

Die in einer linearen Feder mit der Steifigkeit  $k$  innenwohnende Energie errechnet sich bei vorhandener Amplitude  $a$  wie folgt.

$$W_{S_0} = \frac{k a^2}{2} \quad (3.29)$$

Verbindet man diesen Zusammenhang mit Gleichung (3.24), erhält man nachstehenden Zusammenhang für das LEHRsche Dämpfungsmaß (CHOPRA, 2001).

$$\zeta = \frac{1}{4 \pi} \left( \frac{\omega_0}{v} \right) \frac{W_D}{W_{S_0}} \quad (3.30)$$

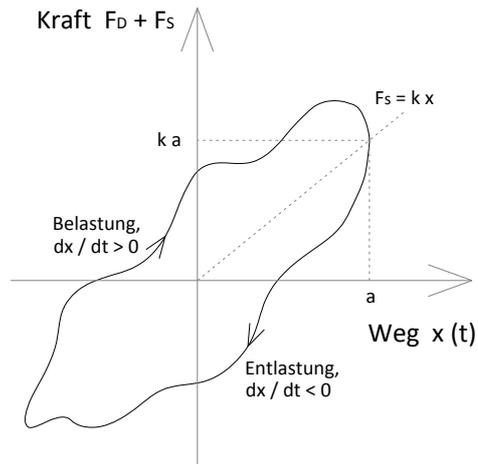
Für den Resonanzfall gilt demnach

$$\zeta (v = \omega_0) = \frac{1}{4 \pi} \frac{W_D}{W_{S_0}}. \quad (3.31)$$

### 3.3.2 Äquivalente, viskose Dämpfung

Weist das zu untersuchende System nichtviskose Dämpfungsmechanismen auf, weicht die Form der Hysteresekurve mehr oder minder stark von der idealen Ellipsenform ab (vgl. Abbildung 3.7). Wird für eine derartige Kurve die Dämpfungsarbeit, also die von ihr eingeschlossene Fläche, bestimmt, kann unter Zuhilfenahme von Gleichung (3.30), ein äquivalentes viskoses Dämpfungsmaß definiert werden (CHOPRA, 2001).

$$\zeta_{\text{äqu}} = \frac{1}{4 \pi} \left( \frac{\omega_0}{v} \right) \frac{W_D}{W_{S_0}} \quad \text{bzw.} \quad \zeta_{\text{äqu}} (v = \omega_0) = \frac{1}{4 \pi} \frac{W_D}{W_{S_0}} \quad (3.32)$$



**Abbildung 3.7:** Arbeitslinie eines allgemeinen, nicht viskos gedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

### 3.3.3 Frequenz-unabhängige Dämpfung

In der Literatur ist für diese Art der Dämpfungskraft auch die Bezeichnung „Strukturdämpfung“ gebräuchlich.

Versuche an dynamisch belasteten Strukturen ergaben, dass die äquivalente, viskose Dämpfung annähernd unabhängig von der Frequenz der Belastung ist. Aus diesem Grund wird bei dieser Art der Dämpfungskraft von „frequenz-unabhängiger linearer Dämpfung“ gesprochen.

Zweckmäßig wird ein Ansatz gewählt, der die Dämpfungskraft direkt proportional zur Geschwindigkeit und indirekt proportional zur Erregerkreisfrequenz setzt.

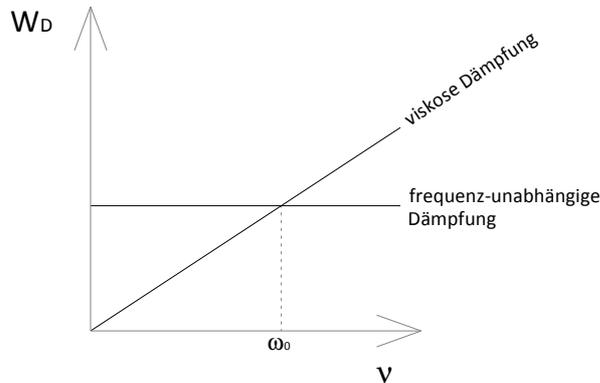
$$F_D = \frac{\eta k}{v} \dot{x} \quad (3.33)$$

Der Faktor  $\eta$  kennzeichnet den Dämpfungskoeffizienten der frequenz-unabhängigen Dämpfung. Die Energiedissipation des Systems während einer Periode ist unabhängig von der Erregerkreisfrequenz. Man erhält diese durch Einsetzen von Gleichung (3.33) in Gleichung (3.21) (CHOPRA, 2001).

$$W_D = \pi \eta k a^2 = 2 \pi \eta W_{S_0} \quad (3.34)$$

Aus diesem Zusammenhang erhält man unter Beachtung von Gleichung (3.32) die äquivalente, viskose Dämpfung.

$$\zeta_{\text{äqu}} = \frac{\eta}{2} \left( \frac{\omega_0}{\nu} \right) \quad \text{bzw.} \quad \zeta_{\text{äqu}} (\nu = \omega_0) = \frac{\eta}{2} \quad (3.35)$$



**Abbildung 3.8:** Energiedissipation eines viskos gedämpften und eines frequenz-unabhängig gedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

In Abbildung 3.4 werden die Amplituden- und Phasenfrequenzgänge eines harmonisch angeregten, viskos gedämpften Systems für unterschiedliche Dämpfungszahlen dargestellt. Im Falle einer frequenz-unabhängigen Dämpfung würden die Maximalwerte der Frequenzgänge im Unterschied zur viskosen Dämpfung für jede Dämpfungszahl an der Stelle  $\nu/\omega_0 = 1$  liegen. Der an dieser Stelle auftretende Spitzenwert liegt etwas niedriger bei  $\max \chi = 1/\eta = 1/(2 \zeta)$ . Die Maxima sind demnach nur bei sehr kleinen Werten von  $\zeta$  bei beiden Dämpfungsarten annähernd gleich.

#### 3.3.4 Reibungsdämpfung

Für den Fall der COULOMBSchen Reibungsdämpfung lautet die Bewegungsgleichung für den Einmassenschwinger

$$m \ddot{x} + \mu N \operatorname{sgn}(\dot{x}) + k x = f(t) = p_0 \sin(\nu t) . \quad (3.36)$$

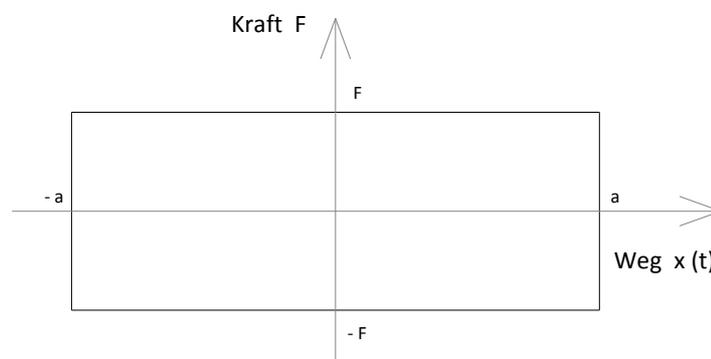
Hierin stellt  $\mu$  den Reibbeiwert und  $N$  die normal zur Reibfläche wirkende Kraft dar. Die Multiplikation des zweiten Terms mit  $\operatorname{sgn}(\dot{x})$  weist darauf hin, dass die Reibungskraft nach jedem Halbzyklus ihr Vorzeichen wechselt, weshalb es sehr schwierig ist, eine

strenge Lösung für den Verschiebungsverlauf zu finden. Aus diesem Grund bedient man sich der äquivalent, viskosen Dämpfung.

$$\zeta_{\text{äqu}} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\omega_0}{v} \right) \frac{W_D}{W_{S_0}} \quad (3.37)$$

Die Dämpfungsarbeit, die von einer konstanten Reibungskraft pro Schwingungszyklus geleistet wird, beträgt

$$W_D = 4 \mu N a . \quad (3.38)$$



**Abbildung 3.9:** Arbeitslinie für ein System mit Reibungsdämpfung (In Anlehnung an CHOPRA, 2001)

Nach Einsetzen der Gleichungen (3.38) und (3.29) in Gleichung (3.37) erhält man das äquivalente LEHRsche Dämpfungsmaß (FLESCH, 1993).

$$\zeta_{\text{äqu}} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{\omega_0}{v} \right) \frac{\mu N}{k a} \quad (3.39)$$

#### 3.4 Ermittlung der Dämpfung

Informationen über den Grad der Dämpfung lassen sich aus Erfahrungswerten oder aus experimentellen Untersuchungen gewinnen. Eine Beurteilung von bereits bestehenden Strukturen bzw. von Systemen, die zu umfangreich sind, um sie im Labor zu untersuchen, kann mit Hilfe von Tabellenwerken erfolgen. Einige dieser Erfahrungswerte sind auf der nachfolgenden Seite angeführt. Bei einer experimentellen Untersuchung im Labor kann das Dämpfungsmaß exakt bestimmt und mit Hilfe von unterschiedlichen Methoden kontrolliert werden.

### 3.4.1 Innere Dämpfung von Baukonstruktionen

Jene Dämpfungsmechanismen, die innerhalb einer Konstruktion wirken, werden als „innere Dämpfung“ bezeichnet. Diese stellen eine summarische Größe, bestehend aus folgenden Anteilen, dar:

- Baustoff- bzw. Materialdämpfung ( $\Lambda_1$ )
- Bauteil- bzw. Konstruktionsdämpfung ( $\Lambda_2$ )
- Baugrund- bzw. Gründungsdämpfung ( $\Lambda_3$ )

Die Summe dieser Anteile bildet das logarithmische Dekrement  $\Lambda$  (vgl. Punkt 3.4.2).

$$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 \quad \text{mit} \quad \zeta = \frac{\Lambda}{2\pi} \quad (3.40)$$

Bei den Anteilen der inneren Dämpfung handelt es sich um keine Stoffkonstanten. Mit steigender Beanspruchungsamplitude steigt i.A. die aktivierbare Dämpfung. In Tabelle 3.2 sind die Anteile des logarithmischen Dekrements für einige Beispiele angegeben. Je nach Höhe der Amplitude werden für jeden Parameter unterschiedlich hohe Dekremente definiert. Die Werte der linken Spalte beschreiben die Dekremente für eine niedrige, die der rechten Spalte jene für eine hohe Beanspruchungsamplitude (PETERSEN, 1996).

		Beanspruchungsamplitude:		
		niedrig	mittel	hoch
$\Lambda_1$	Stahl	0,005	0,008	0,012
	Aluminium	0,010	0,015	0,025
	Stahlbeton: Zustand I	0,025	0,030	0,040
	Spannbeton	0,020	0,025	0,030
$\Lambda_2$	Stahlhochbau GV-, SLP- oder Schweißverbindungen	0,012	0,015	0,018
	Stahlhochbau SL-Verbindungen	0,015	0,020	0,025
	Stahlbetondecken und Träger	0,035	0,040	0,050
	Stahlbetonhochbau Scheiben- und Kastenbauweise	0,020	0,030	0,040
	Stahlbetonhochbau Rahmenbauweise	0,025	0,035	0,045
	Turmartige Stahlbetonbauwerke	0,010	0,015	0,020
$\Lambda_3$	Turmartige Konstruktionen auf Fels fundiert	0,004	0,005	0,006
	Turmartige Konstruktionen auf Kies fundiert	0,006	0,008	0,010
	Turmartige Konstruktionen auf Pfahlrost	0,012	0,015	0,018

**Tabelle 3.2:** Dämpfungsdekremente ausgewählter Konstruktionen (PETERSEN, 1996)

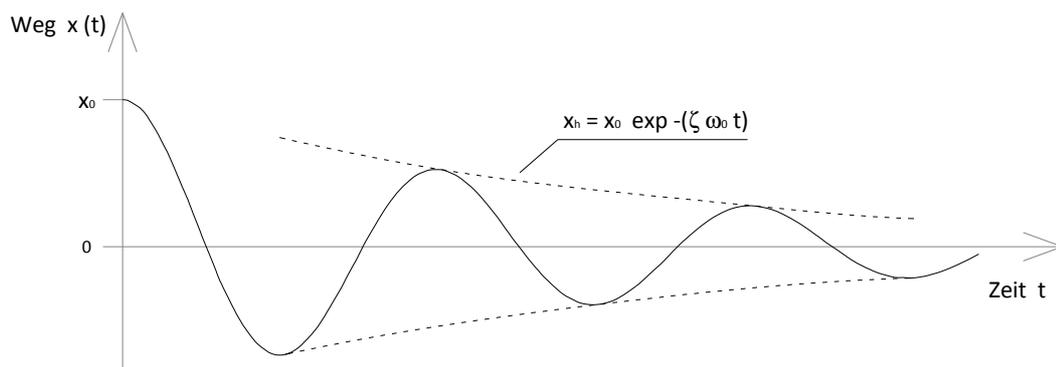
#### 3.4.2 Experimentelle Bestimmung

Wie bereits unter Punkt 3.3 erläutert, kann die Dämpfung aus der von der Hysterese aufgespannten Fläche ermittelt werden. Sie entspricht der pro Zyklus dissipierten Energie  $W_d$ . Man spricht in diesem Fall von einer direkten Bestimmung der Dämpfungsenergie.

Praktisch wird die Dämpfung realer Strukturen immer indirekt bestimmt, da der Dämpfungsbeitrag gegenüber der Rückstellwirkung der elastischen Federung i.A. verschwindend gering ist, womit sich die Form der Hysterese einem Strich annähert. Dieser Umstand führt gemeinsam mit der Tatsache, dass es sich bei Dämpfung um eine summarische Größe (Material, Konstruktion, Fundierung) handelt, dazu, dass diese üblicherweise indirekt mittels folgender Methoden ermittelt wird (PETERSEN, 1996):

- Ausschwingversuch (Zeitbereich)
- Methode der halben Bandbreite bzw. Wurzel-Zwei-Methode (Frequenzbereich)
- Ausschwingversuch

Grundlage dieses Versuches ist die Tatsache, dass die Abnahme der Schwingungsamplituden eines frei schwingenden Systems nach einer bekannten, vom Dämpfungsgrad abhängigen Funktion verläuft (vgl. Abbildung 3.10). Dieses exponentielle Abklingen gilt streng genommen nur für eine viskos gedämpfte Schwingung.



**Abbildung 3.10:** Ausschwingversuch (In Anlehnung an PETERSEN, 2001)

Die Anregung des Systems kann auf zwei Arten erfolgen. Zum einen durch ein gezieltes Aufschaukeln mit darauf folgender freien Ausschwingung des Systems und zum anderen

durch das Einprägen einer anfänglich statischen Auslenkung und anschließender Freigabe des Systems. Im letzteren Fall sind anfängliche Störungen, die sich aufgrund der unterschiedlichen Form der statischen Biegelinie und der freien Schwingungsform des Systems ergeben, zu berücksichtigen.

Zur Beschreibung der Dämpfung ist die Verwendung des logarithmischen Dekrements  $\Lambda$  gebräuchlich. Es wird als der natürliche Logarithmus des Quotienten aus zwei aufeinanderfolgenden Schwingungsmaxima definiert.

$$\Lambda = \ln \frac{e^{-\zeta \omega_0 t}}{e^{-\zeta \omega_0 (t+T)}} = \ln e^{\zeta \omega_0 T} = \zeta \omega_0 T = \zeta \omega_0 \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \zeta \quad (3.41)$$

$$\zeta = \frac{\Lambda}{2\pi} \quad (3.42)$$

Messtechnisch wird zur Ermittlung von  $\Lambda$  bzw.  $\zeta$  jene Anzahl an Schwingungszyklen bestimmt, für welche die Anfangsauslenkung  $x_0$  zur Auslenkung  $x_n$  abgeklungen ist (PETERSEN, 2001).

$$n \Lambda = \ln \frac{x_0}{x_n} \quad \rightarrow \quad \Lambda = \frac{1}{n} \ln \frac{x_0}{x_n} \quad (3.43)$$

Werden die Werte zweier im Abstand von  $p$  Perioden auftretender Amplituden herangezogen sowie die Gleichungen (3.42) und (3.43) mitsammen kombiniert, erhält man folgenden Zusammenhang für die Bestimmung des Dämpfungsmaßes.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi p} \ln \frac{x_n}{x_{n+p}} \quad (3.44)$$

- Methode der halben Bandbreite bzw. Wurzel-Zwei-Methode

Im Gegensatz zum Ausschwingversuch erfolgt die Auswertung hierbei im Frequenzbereich. Zu diesem Zweck ist es notwendig, für jede Erregerfrequenz  $\nu$  den zugehörigen Vergrößerungsfaktor  $\chi$  zu bestimmen. Entweder werden für einen Sweep von Erregerfrequenzen die zugehörigen Auslenkungen und Kräfte bestimmt, woraus sich mit zunehmender Anzahl an untersuchten Frequenzen eine zunehmende Genauigkeit des Frequenzganges erreichen lässt, oder es wird mit Hilfe der Fast Fourier Transformation (FFT) die entsprechende Kurve ermittelt.

Bei der FFT-Analyse kommt ein Algorithmus zur Anwendung, der die Transformation einer Variable vom Zeitbereich in den Frequenzbereich ermöglicht.

$$x(t) = \mathbf{F}^{-1}\{X(v)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(v) e^{i v t} dv \quad (3.45)$$

$$X(v) = \mathbf{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i v t} dt \quad (3.46)$$

Aus diesem Grund ist es möglich, mit Hilfe eines auf das System einwirkenden Kraftverlaufs (Systemeingang  $f(t)$ ) und der daraus folgenden Systemantwort  $x(t)$ , den Amplitudenfrequenzgang zu ermitteln. Den Verlauf erhält man nach Division der transformierten Systemantwort durch den transformierten Systemeingang. Hieraus wird mittels jener Frequenzen, für die der Vergrößerungsfaktor  $\chi = \chi_{\max}/\sqrt{2}$  beträgt, das Dämpfungsmaß ermittelt (vgl. Abbildung 3.11).

$$\chi = \frac{\max \chi}{\sqrt{2}} \quad (3.47)$$

Nach Einsetzen dieses Zusammenhangs in die Gleichungen (3.20) und (3.18) erhält man

$$8 \zeta^2 = \left[1 - \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2 \zeta \left(\frac{v}{\omega_0}\right)\right]^2. \quad (3.48)$$

Eine weitere Umformung nach  $v/\omega_0$  liefert folgende quadratische Gleichung für die gesuchten Werte der Erregerfrequenz.

$$\left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2 = (1 - 2 \zeta^2) \pm 2 \zeta \sqrt{1 + \zeta^2} \quad (3.49)$$

Da lediglich kleine Werte für  $\zeta$  zugelassen werden ( $\zeta \ll 1$ ), können Terme, die klein höherer Ordnung sind, vernachlässigt werden. Es gilt somit weiter

$$\left(\frac{v_2}{\omega_0}\right)^2 - \left(\frac{v_1}{\omega_0}\right)^2 = 1 + 2 \zeta - (1 - 2 \zeta) = 4 \zeta. \quad (3.50)$$

In guter Näherung lässt sich daraus folgender Zusammenhang für das Dämpfungsmaß ableiten.

$$\zeta \cong \frac{v_2 - v_1}{2 \omega_0} \cong \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \quad (3.51)$$

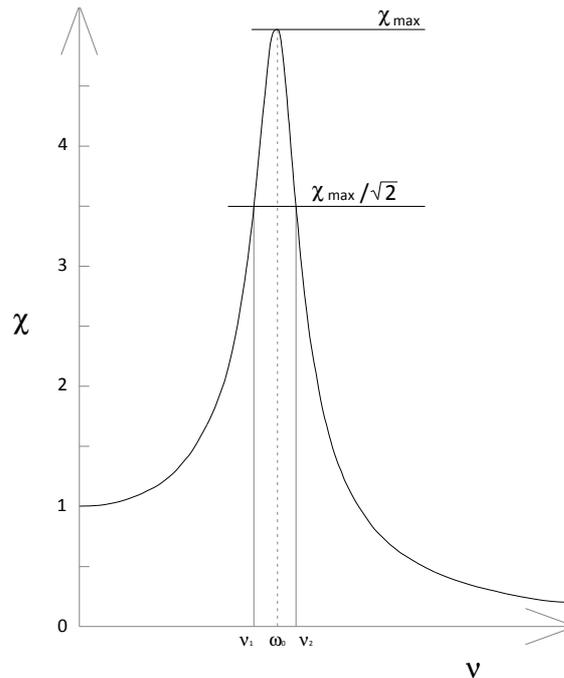


Abbildung 3.11: Methode der halben Bandbreite (In Anlehnung an FLESCHE, 1993)

## 3.5 Praxiserprobte Systeme

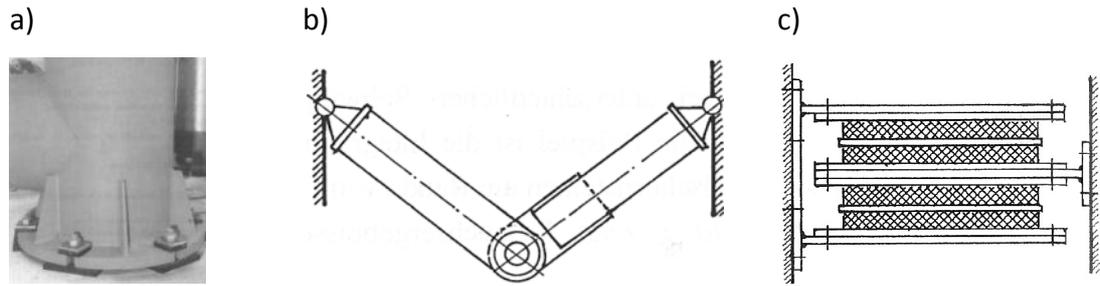
Nachfolgende Beispiele geben auszugsweise einen Überblick über Art und Anwendung bereits ausgeführter Systeme.

### 3.5.1 Systeme zur Erhöhung der Strukturdämpfung

Elastomerwerkstoffe sind die am häufigsten verwendeten Materialien zur Verbesserung der Strukturdämpfungseigenschaften von Konstruktionen. Sie werden in Form von Kompaktlagern, Platten oder Matten eingebaut, wobei deren chemische und physikalische Eigenschaften je nach Bedarf unterschiedlich gewählt werden (PETERSEN, 2001).

Folgende Systeme sind beispielhaft zu nennen:

- Unterfütterung von Fußpunkten mittels Elastomerelementen (Abbildung 3.12 a)
- Reib-Zangen-Element (Abbildung 3.12 b)
- Elastomerschubelement (Abbildung 3.12 c)



**Abbildung 3.12:** Systeme zur Erhöhung der Strukturdämpfung. a) Elastomer-Fußpunktunterfütterung, b) Reib-Zangen-Element c) Elastomerschubelement (PETERSEN, 2001)

### 3.5.2 Systeme zur Abwehr windinduzierter Schwingungen

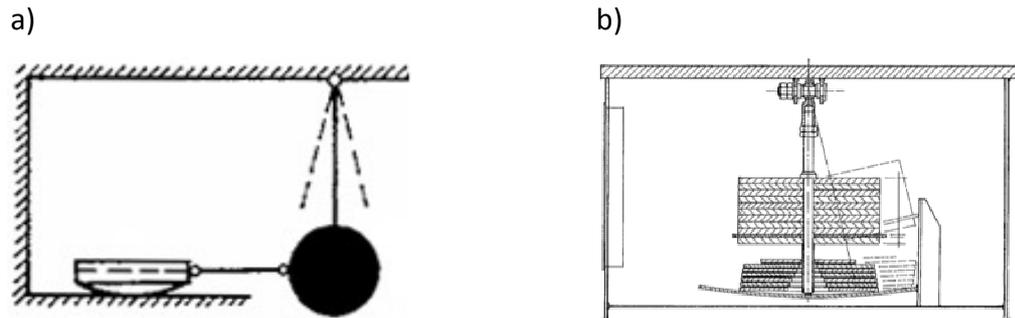
Neben der Windgeschwindigkeit stellt die Höhe der Strukturdämpfung einen wesentlichen Faktor zur Beurteilung der Schwingungsgefährdung winderregter Strukturen dar. Je niedriger die Strukturdämpfung ist, desto größer ist die Gefahr, dass kritische Schwingungen auftreten (PETERSEN, 2001).

Folgende Systeme sind beispielhaft zu nennen:

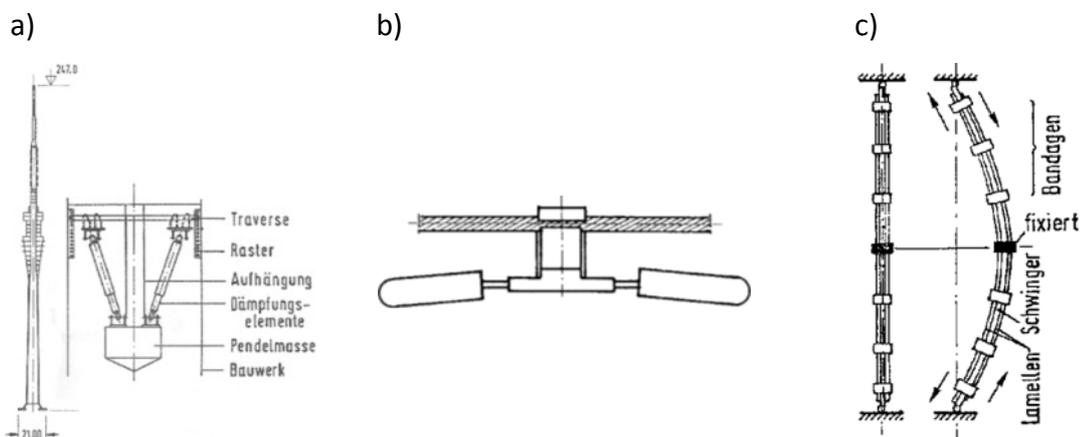
- Aerodynamische Störelemente (Abbildung 3.13 a und b)
- Reibungsdämpfer (Abbildung 3.14 a und b)
- Pendeldämpfer (Abbildung 3.15 a)
- Seilschwingungsdämpfer (Abbildung 3.15 b)
- Dämpfer für Brückenhänger (Abbildung 3.15 c)



**Abbildung 3.13:** Systeme zur Abwehr windinduzierter Schwingungen. Aerodynamische Störelemente. a) SCRUTON-Wendel und b) PRICE-Shroud (PETERSEN, 2001)



**Abbildung 3.14:** System zur Abwehr windinduzierter Schwingungen. Reibungsdämpfer.  
a) Prinzipskizze und b) Dämpfer Antennenträger Steinsberg (D) (PETERSEN, 2001)



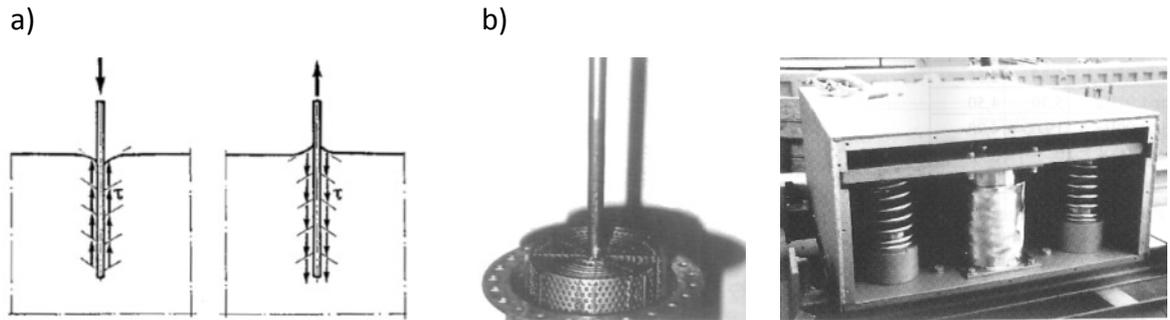
**Abbildung 3.15:** Systeme zur Abwehr windinduzierter Schwingungen. a) Pendeldämpfer Fernsehturm Dresden (D), b) Seilschwingungsdämpfer und c) Dämpfer für Brückenhänger (PETERSEN, 2001)

### 3.5.3 Systeme zur Abwehr personeninduzierter Schwingungen

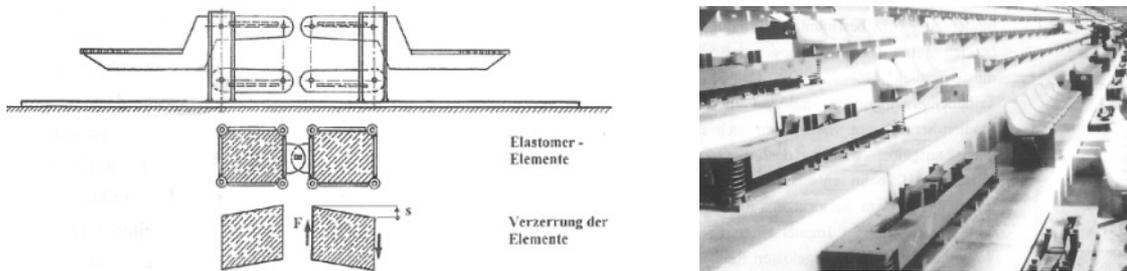
Eine kritische Anregung durch Personen kann stoßartig, rhythmisch oder auch gezielt, also mutwillig erfolgen (PETERSEN, 2001).

Folgende Systeme sind beispielhaft zu nennen:

- Viskose Dämpfer (Abbildung 3.16 a und b)
- Elastomer-Elemente (Abbildung 3.17)



**Abbildung 3.16:** Systeme zur Abwehr personeninduzierter Schwingungen. Viskoser Dämpfer. a) Wirkprinzip und b) Dämpfungselement. System MAURER SÖHNE-PETERESEN (PETERSEN, 2001)



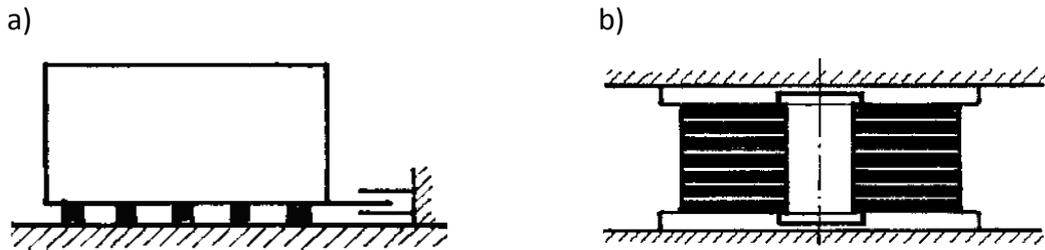
**Abbildung 3.17:** System zur Abwehr personeninduzierter Schwingungen. Elastomerdämpfer. Frankenstadion Nürnberg (D) (PETERSEN, 2001)

### 3.5.4 Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen

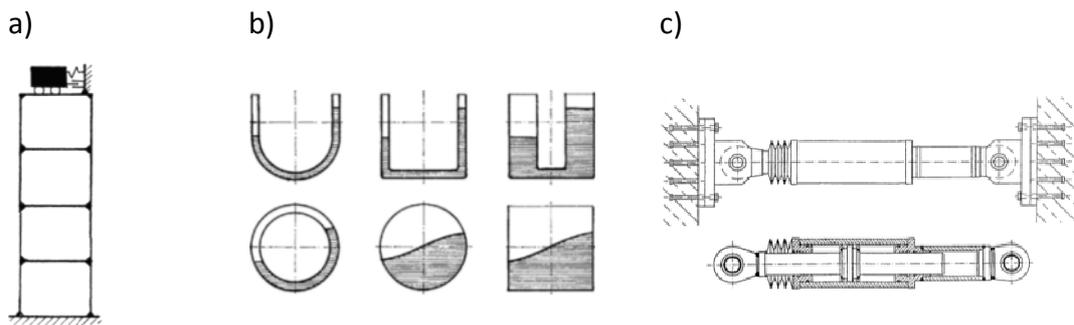
Bauwerke, die einer dynamischen Belastung aus Erdbebeneinwirkung ausgesetzt werden, sollten neben einer eventuell vorhandenen Dämpfung ein ausreichendes Maß an Duktilität besitzen. Dadurch kann bei starker Erdbebenbeanspruchung ein hohes Maß an Energie durch Verformungen dissipiert und ein Totalversagen der Konstruktion verhindert werden (PETERSEN, 2001).

Folgende Systeme sind beispielhaft zu nennen:

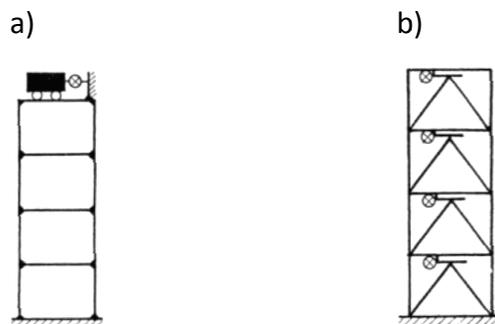
- Elastomer-Elemente bzw. Basisisolierungen (Abbildung 3.18 a und b)
- Fluiddämpfer (Abbildung 3.19 b)
- Hydraulische Dämpfer (Abbildung 3.19 c)
- Aktive Schwingungsdämpfer (Abbildung 3.20 a und b)



**Abbildung 3.18:** Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen. Basisisolierung.  
a) Prinzipskizze und b) Elastomerelement mit Bleikern (PETERSEN, 2001)



**Abbildung 3.19:** Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen. Passive Systeme.  
a) Prinzipskizze, b) Auswahl an Fluiddämpfern und c) hydraulischer Dämpfer (PETERSEN, 2001)



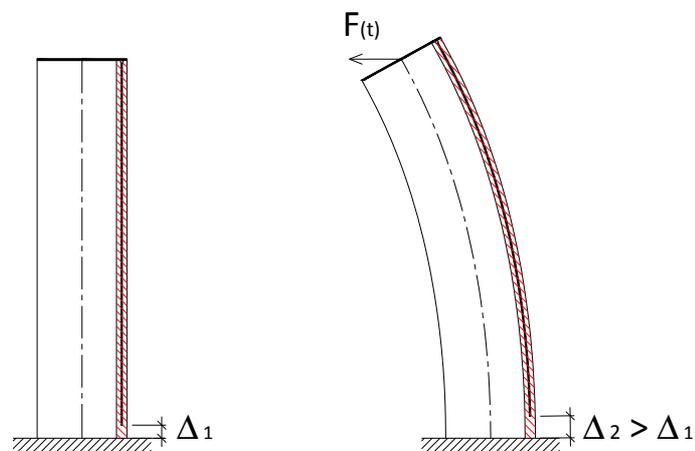
**Abbildung 3.20:** Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen. Aktive Systeme.  
a) Punktuelle und b) geschossweise Anordnung (PETERSEN, 2001)

## 4 DÄMPFUNG SCHLANKER STRUKTUREN

Im vorangegangenen Abschnitt wurde eine Möglichkeit zur Dämpfung der Hänger von Stabbogenbrücken vorgestellt (vgl. Abbildung 3.15). In den Erläuterungen zu diesem Dämpfungssystem weist PETERSEN (2001) auf Schwierigkeiten bei der technischen Realisierung bzw. auf die Problematik bei der Gewährleistung des Korrosionsschutzes hin. Für moderne Baukonstruktionen gilt, dass sie neben der Erfüllung ihrer eigentlichen Funktion, nach Möglichkeit einfach und wirtschaftlich zu errichten und zu erhalten sind. Eine befriedigende Lösung für die Dämpfung schlanker Strukturen wäre demnach dadurch gekennzeichnet, dass bei vergleichsweise einfacher Bauweise die Wartungsmaßnahmen auf ein Minimum reduziert werden. Eine Einbindung des Dämpfers in die vorhandene Tragstruktur bzw. die Verwendung von im Bauwesen üblichen Bauelementen entspricht dieser Forderung.

### 4.1 Grundsätzliche Überlegungen

Wird eine schlanke Konstruktion durch eine normal zur Längsachse wirkende Kraft beansprucht, erfährt diese eine Verkrümmung. Infolge dessen kommt es mit zunehmendem Abstand von der Nulllinie zu einer Dehnung bzw. Stauchung der Konstruktion (vgl. Abbildung 4.1). Diese Längenänderung der Randfasern wird durch die Anordnung eines geeigneten Dämpfers verwendet, um die Strukturdämpfung des Systems zu erhöhen.



**Abbildung 4.1:** Verformte und unverformte Lage einer auf Biegung beanspruchten, schlanken Konstruktion

Ein Dämpfungselement, welches an einem Ende an die Konstruktion gekoppelt ist, erfährt infolge der beschriebenen Verkrümmung eine Relativverschiebung bezüglich der restlichen Konstruktion. Diese Relativverschiebung ist an der Verbindungsstelle gleich Null und nimmt mit fortschreitendem Abstand zu. Ein geeignetes Dämpfungsmedium, welches zwischen dem Dämpfungselement und der Konstruktion vorgesehen ist, kann somit durch Aktivierung von Verbundspannungen die Energie einer dynamischen Einwirkung dissipieren.

Der Verlauf der Krümmung eines durch reine Biegung um eine Hauptachse beanspruchten Stabes wird durch die folgende Beziehung beschrieben.

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = - \frac{\frac{d^2 w}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (4.1)$$

$\rho$  bezeichnet den Krümmungsradius, also den Kehrwert der Krümmung  $\kappa$ .  $M$  stellt das auftretende Biegemoment und  $E I$  die Biegesteifigkeit des Stabes dar. Für den Fall kleiner Verformungen ist der Ausdruck  $dw/dx$  klein gegen eins. Aus diesem Grund darf der Term  $(dw/dx)^2$  in Gleichung (4.1) entfallen. Man spricht in diesem Fall auch vom linearisierten Ausdruck für die Krümmung der Biegelinie (MANG & HOFSTETTER, 2004).

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = - \frac{M}{EI} \quad (4.2)$$

Für den gegenständlichen Fall einer schlanken, am Fußpunkt eingespannten Konstruktion, an welcher am oberen Ende eine horizontale Kraft wirkt, lässt sich folgender Zusammenhang für die Momentenbeanspruchung anschreiben.

$$M(x) = P (x - h) \quad (4.3)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (4.3) in Gleichung (4.2) und nach Auflösung der damit gewonnen Differentialgleichung erhält man

$$w(x) = \frac{P x^2 (3 h - x)}{6 EI} + C_1 x + C_2 . \quad (4.4)$$

#### 4 Dämpfung schlanker Strukturen

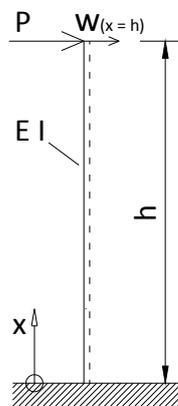
---

Mit Hilfe der Randbedingungen  $w(x=0) = dw/dx(x=0) = 0$  erhält man die Werte der Integrationskonstanten  $C_1 = C_2 = 0$ . Das an die Randbedingungen angepasste Ergebnis lautet

$$w(x) = \frac{P x^2 (3h - x)}{6EI}. \quad (4.5)$$

Spezialisiert für den Endpunkt erhält man folgende Verschiebung.

$$w(x=h) = \frac{P h^3}{3EI} \quad (4.6)$$



**Abbildung 4.2:** Prinzipskizze eines am Fußpunkt eingespannten und mit einer Einzellast beanspruchten Stabes

Aufgrund der Bedingung, dass  $dw/dx$  klein gegen eins ist, gilt  $\tan \varphi \cong \sin \varphi \cong \varphi$ . Aus Abbildung 4.3 lassen sich damit folgende Beziehungen ableiten.

$$\tan \varphi = \frac{dw}{dx} \cong \varphi \quad (4.7)$$

$$\sin \varphi = \frac{u(z)}{z} \cong \varphi \quad (4.8)$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

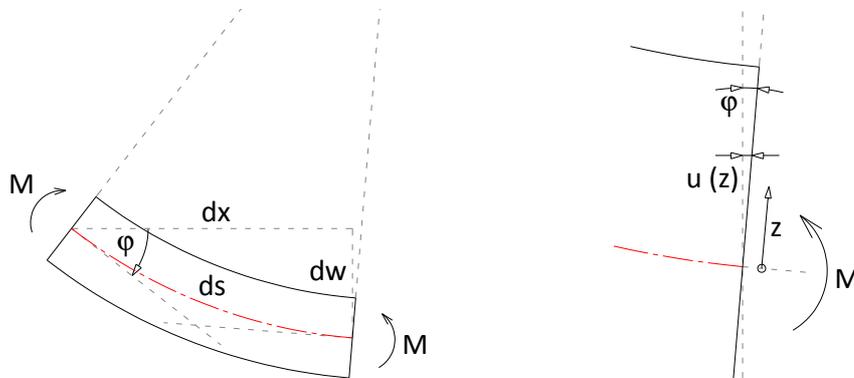
$$u(z) = z \frac{dw}{dx}. \quad (4.9)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (4.5) in diese Beziehung erhält man

$$u(x, z) = z \frac{P x (2h - x)}{2EI}. \quad (4.10)$$

Spezialisiert für den Endpunkt des Stabes lautet das Ergebnis

$$u(x = h, z) = z \frac{P h^2}{2 EI}. \quad (4.11)$$



**Abbildung 4.3:** Verformung der Stabachse zufolge Momentenbeanspruchung (In Anlehnung an MANG & HOFSTETTER, 2004)

Nimmt man an, dass es sich um einen Stab der Dicke  $b$  handelt, dessen Nulllinie in der Mitte des Querschnittes zu liegen kommt, gilt  $z = b/2$ . Setzt man diese Annahme in Gleichung (4.11) ein und verknüpft das Resultat mit Gleichung (4.6), erhält man folgendes Verformungsverhältnis am Ende des Stabes.

$$\frac{u(x = h, z = b/2)}{w(x = h)} = 0,75 \frac{b}{h} \quad (4.12)$$

In den vorhergehenden Berechnungen wurde der Einfluss, den die Querkraft auf die Durchbiegung des Stabes besitzt, vernachlässigt. Berücksichtigt man den Einfluss der Querkraft und den der Temperatur, lässt sich Gleichung (4.2) wie folgt erweitern.

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = - \left( \frac{M}{EI} + \alpha_T \frac{\Delta T}{b} + \frac{\kappa}{GA} \frac{dV}{dx} \right) \quad (4.13)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite der Gleichung beschreibt den Einfluss der Temperatur. Der Ausdruck  $GA/\kappa$  wird als Schubsteifigkeit, der Faktor  $\kappa$  als Schubbeiwert bezeichnet.  $V$  stellt die auf den Stab einwirkende Querkraft dar. Der Schubbeiwert ist eine dimensionslose, lediglich von der Form des Querschnitts abhängige Größe. Für Rechteckquerschnitte beträgt dieser 1,2 und für Kreisquerschnitte 1,185 (MANG & HOFSTETTER, 2004).

Löst man die Differentialgleichung (4.13) unter Beachtung obiger Randbedingungen und unter Vernachlässigung des Temperaturterms, erhält man die Durchbiegung am Ende des Stabes.

$$w(x = h) = \frac{P h^3}{3 E I} + \frac{\kappa P h}{G A} = w_M + w_V \quad (4.14)$$

Der erste Term beschreibt die Durchbiegung zufolge des Biegemoments, der zweite jenen Anteil, den die Querkraft an der Durchbiegung besitzt. Das Verhältnis dieser beiden Anteile lautet unter Berücksichtigung von  $I = i^2 A$  und  $E = 2 (1 + \nu) G$

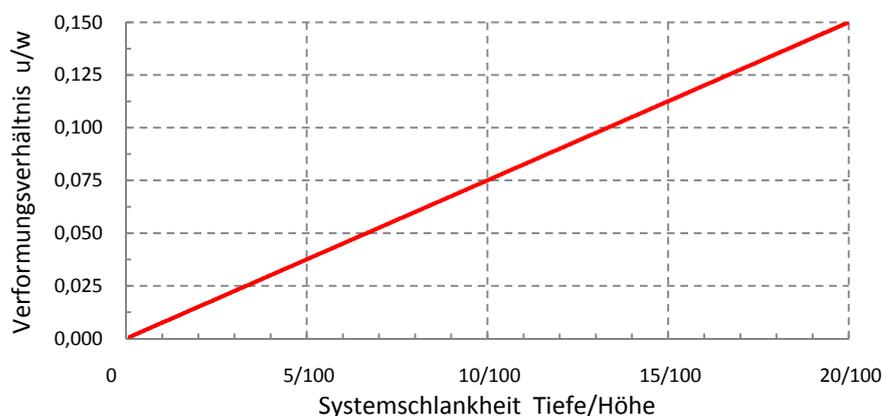
$$\frac{w_V}{w_M} = 6 (1 + \nu) \kappa \left(\frac{i}{h}\right)^2. \quad (4.15)$$

$\nu$  bezeichnet die Querdehnungszahl des entsprechenden Materials (MANG & HOFSTETTER, 2004). Formuliert man Gleichung (4.15) für einen rechteckigen Querschnitt ( $\kappa = 1,2$ ) und setzt die Querdehnungszahlen für Beton ( $\nu = 0,2$ ) bzw. Stahl ( $\nu = 0,3$ ) sowie die Beziehungen  $I = t b^3/12$  und  $A = t b$  ein, erhält man folgende Zusammenhänge.

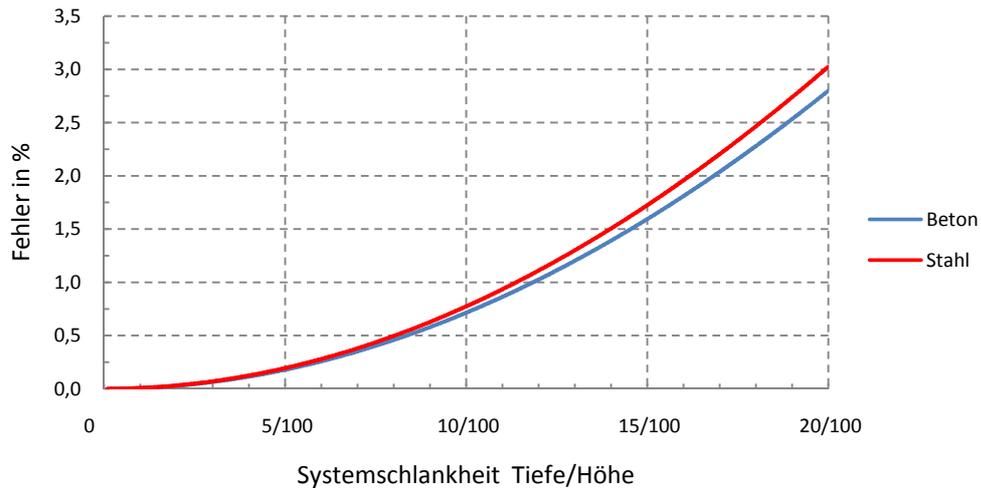
- Beton  $\frac{w_V}{w_M} = 0,72 \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad (4.16)$

- Stahl  $\frac{w_V}{w_M} = 0,78 \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad (4.17)$

In den Abbildungen 4.4 und 4.5 werden das Verformungsverhältnis  $u/w$  sowie der begangene Fehler bei Vernachlässigung der Querkraftverformung in Abhängigkeit der Systemschlankheit grafisch dargestellt.



**Abbildung 4.4:** Verhältnis der vertikalen-zur horizontalen Systemverformung



**Abbildung 4.5:** Begangener Fehler bei Vernachlässigung der Querkraftverformung

Einige Werte werden zur Veranschaulichung in nachfolgender Tabelle zusammengefasst.

System schlankheit Tiefe/Höhe	Verformungsverhältnis $u/w$	Begangener Fehler in %	
		Beton	Stahl
<b>0,1</b>	0,075	0,715	0,774
0,114	0,085	0,924	<b>1</b>
0,118	0,089	<b>1</b>	1,082
0,133	<b>0,1</b>	1,264	1,368

**Tabelle 4.1:** Verformungsverhältnis und begangener Fehler bei Vernachlässigung der Querkraftverformung jeweils in Abhängigkeit der System schlankheit

Es zeigt sich, dass bei schlanken Konstruktionen, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden, die Vernachlässigung der Querkraftverformung zu keinen großen Fehlern führt.

Bei großen Verformungen bzw. wenn eine höhere Genauigkeit des Verformungsverhaltens notwendig ist, tritt an die Stelle des linearisierten Ausdrucks für die Krümmung die allgemeine Krümmungsbeziehung (vgl. Gleichungen (4.1) und (4.2)). Für die Form der Biegelinie erhält man anstelle einer quadratischen Parabel ein Kreisbogensegment (MANG & HOFSTETTER, 2004). Aufgrund der Komplexität der Lösungsfindung für die allgemeine Krümmungsbeziehung wird für den Vergleich der Biegelinienverläufe aus der allgemeinen und der linearisierten Beziehung auf Kapitel 7 verwiesen.

## 4.2 Dämpfungsmedien

Die Eigenschaften eines Dämpfungsmediums, wie das Temperaturverhalten, die Dichte oder die Viskosität werden durch die Bestandteile und deren Anteil am Gemisch definiert. KIRCHHOFER & HAUER (2008) vergleichen unterschiedliche Fluide hinsichtlich oben genannter Eigenschaften. Sie geben auch Auskunft über die Wirtschaftlichkeit der verschiedenen Produkte.

Unter Viskosität wird die Zähflüssigkeit eines Fluids verstanden. Je höher sie ist, desto geringer ist die Fließfähigkeit des Stoffes. Zu ihrer Bestimmung kommen unterschiedliche Verfahren zur Anwendung, auf die in dieser Arbeit jedoch nicht näher eingegangen wird. Die Einheit der dynamischen Viskosität ist  $\text{Ns/m}^2$ . Dividiert man diese durch ihre Dichte, erhält man die kinematische Viskosität mit der Einheit  $\text{m}^2/\text{s}$ . Für die kinematische Viskosität war ehemals auch die Einheit Centistokes (cSt) gebräuchlich, womit noch heute die Eigenschaften von Ölen definiert werden. Es gilt:  $1 \text{ cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Für die im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Versuche wurden Wasser und Silikonöl (5000 cSt – die Zähigkeit ist vergleichbar mit jener von warmem Honig) verwendet, wengleich bekannt ist, dass reines Wasser aufgrund seiner unzureichenden Temperaturbeständigkeit für die praktische Anwendung nicht in Frage kommen kann. Da es sich bei diesen Untersuchungen um Vorversuche handelt, bei welchen lediglich das Verhalten der Dämpfer in unterschiedlichen Fluiden beurteilt wird, ist dieser Mangel für die Auswertung der Versuchsergebnisse nicht von Bedeutung. Von besonderem Interesse sind Methylsilikonöle. Diese weisen eine geringe Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur auf und besitzen ein hohes Maß an Kompressibilität (Anm.: selbst bei hohem Druck besteht keine Gefahr des Festwerdens). Silikonöle werden für verschiedene Anwendungsbereiche mit kinematischen Viskositäten von 1 bis  $10^6$  cSt hergestellt.

Zusätzlich zu diesen flüssigen Medien besteht die Möglichkeit gasförmige, granulare und Kombinationen aus festen und flüssigen Medien einzusetzen. Granulare Medien bestehen etwa aus Kunststoff- oder Metallkugeln sowie Sand und Kies. Als Gase sind u.a. Luft und Stickstoff denkbar (KOLLEGER & EGGER, 2009).

### 4.3 Anpassung an Versuche

Das in der zweiten Versuchsreihe zu untersuchende Modell soll nach Möglichkeit das Verhalten des Dämpfers in einer zukünftigen, realen Struktur widerspiegeln. Wesentlich ist dabei, dass die Krümmung, welche der angeregte Teil erfährt, auf den Dämpfer bzw. das Hüllrohr übertragen wird. Gleichzeitig muss sichergestellt sein, dass es durch den Dämpfer bzw. das Hüllrohr zu keiner wesentlichen Steifigkeitserhöhung der eigentlichen Struktur kommt. Damit dies gewährleistet ist, muss das Hüllrohr möglichst biegeweich jedoch in horizontaler Richtung unbeweglich mit dem angeregten Teil verbunden sein. Zusätzlich muss der Fußpunkt des Hüllrohrs gelenkig gleichzeitig jedoch unverschieblich am Boden fixiert sein.

Wie in den vorangegangenen Punkten beschrieben, ist das Verhältnis aus vertikaler und horizontaler Verformung von der Schlankheit der Struktur abhängig. Die Schlankheit des Modells muss aus diesem Grund ein realistisches Verhältnis besitzen, damit aussagekräftige Schlüsse aus den Versuchen gezogen werden können.

Eine Relativverschiebung zwischen Dämpfer und Hüllrohr kann nur erfolgen, wenn die Exzentrizität des Dämpfers von der Struktur bei der Anregung konstant gehalten wird und eine Relativverdrehung zwischen der angeregten Struktur und dem Abstand haltenden Element verhindert ist (vgl. Abbildung 4.6). Eine Verkrümmung der angeregten Struktur kann nur so zu einer entsprechenden Bewegung des Dämpfers führen.

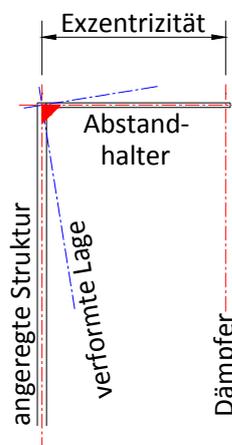


Abbildung 4.6: Formtreue Verformung der Struktur

## **5 VERSUCHSREIHE ZUR ERMITTLUNG VON DÄMPFUNGS- PARAMETERN**

Mit Hilfe der ersten Versuchsreihe galt es, das unterschiedliche Dämpfungsverhalten von Wasser und Öl anhand verschiedener Dämpfertypen zu untersuchen. Ein Aluminiumstab, welcher an einem Ende fest eingespannt und an dessen gegenüberliegendem Ende ein Dämpfer gelenkig angeschlossen wurde, bildete im Wesentlichen den Versuchsaufbau. Dieser Einmassenschwinger wurde durch einen Shaker mit einem sinusförmigen Signal angeregt und die Auslenkung mittels eines Lasers sowie die vertikale Beschleunigung mittels eines Beschleunigungsaufnehmers erfasst.

### **5.1 Versuchsaufbau**

Nachfolgend ist der Versuchsaufbau für die Versuchsreihe 1 grafisch dargestellt (vgl. Abbildung 5.1). Der verwendete Aluminiumkragarm war 1 cm dick, 5 cm breit und besaß eine effektive Länge von 100 cm. Die Einspannung wurde durch einen massiven Stahlbauteil gewährleistet, an welchem der Kragarm mittels Schraubzwingen befestigt wurde. Die Kraftanregung erfolgte in einem Abstand von 13 cm von der Einspannstelle mittels eines elektromagnetischen Shakers (LDS, V406). Die maximale Kraft bzw. die maximale Wegamplitude für den eingesetzten Shaker betrug 167 N bzw. 8,8 mm. Um die Kraft, die der Shaker auf den Kragarm ausübte, zu messen, wurde dieser auf drei Kraftmessdosen gestellt. In exakt gleichem Abstand von der Einspannstelle wurden am Ende des Kragträgers ein induktiver Beschleunigungsaufnehmer (HBM, B12/200), ein Laserdistanzmessgerät (BAUMER, OADM 20|6460/S14F) und die Fixierung für den Dämpfer angebracht. Um die horizontale Schwingung des Dämpfers während der Versuchsdurchführung zu verringern und somit eine Verfälschung der Messergebnisse zu verhindern, wurde zwischen Kragarm und Dämpfer ein Gelenk vorgesehen. Dieses erlaubte eine reibungsarme Relativverdrehung zwischen Kragarm und Dämpfer. Die unterschiedlichen Dämpfer wurden mittels Gewinde am Gelenk befestigt. Als Dämpfungsfluide wurden wie bereits zuvor erwähnt Wasser und Silikonöl verwendet. Das entsprechende Fluid wurde je nach Versuchsvariante in unterschiedlichen Füllhöhen in die verschiedene Hüllrohre eingebracht (vgl. Punkt 5.3). Die Hüllrohre bestanden aus

durchsichtigem Plexiglas mit Innendurchmessern von 1,6 cm bis 11 cm. Der Abstand, welcher aufgrund der vertikalen Auslenkung des Dämpfers zwischen diesem und dem Hüllrohrboden notwendig war, wurde bei jeder Versuchsvariante auf 5 cm einjustiert.

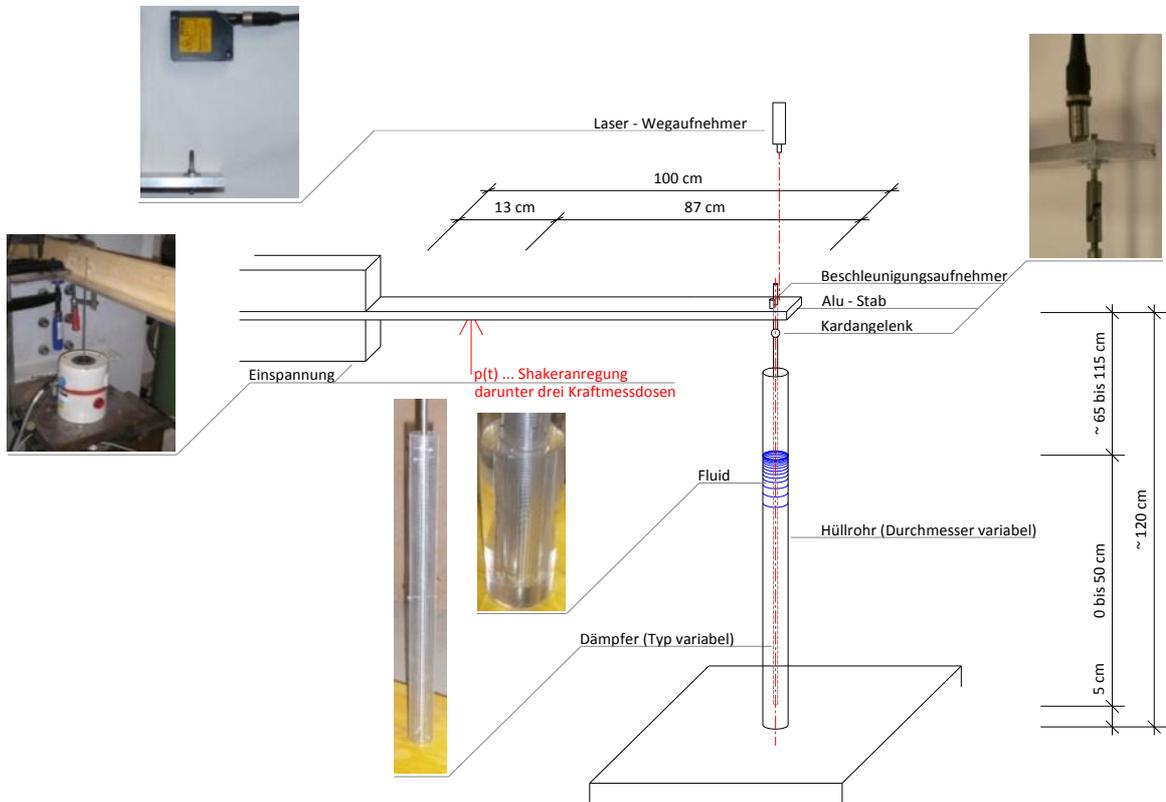


Abbildung 5.1: Versuchsreihe 1 – Versuchsaufbau

## 5.2 Messkette

Im Folgenden wird die Messkette für die erste Versuchsreihe grafisch dargestellt. Den Kern der Messeinrichtung bildete das COMPACTRIO-System von National Instruments (vgl. Abbildung 5.3). Mit diesem wurden sämtliche Dateneingänge und -ausgänge gebündelt und verarbeitet. Über eine USB-Verbindung erfolgte der Anschluss an den Computer. Die Verstärker zwischen den induktiven Beschleunigungsaufnehmern und dem Controller wurden benötigt, um den Wechselstrom in einen für das COMPACTRIO-System benötigten Gleichstrom zu wandeln.

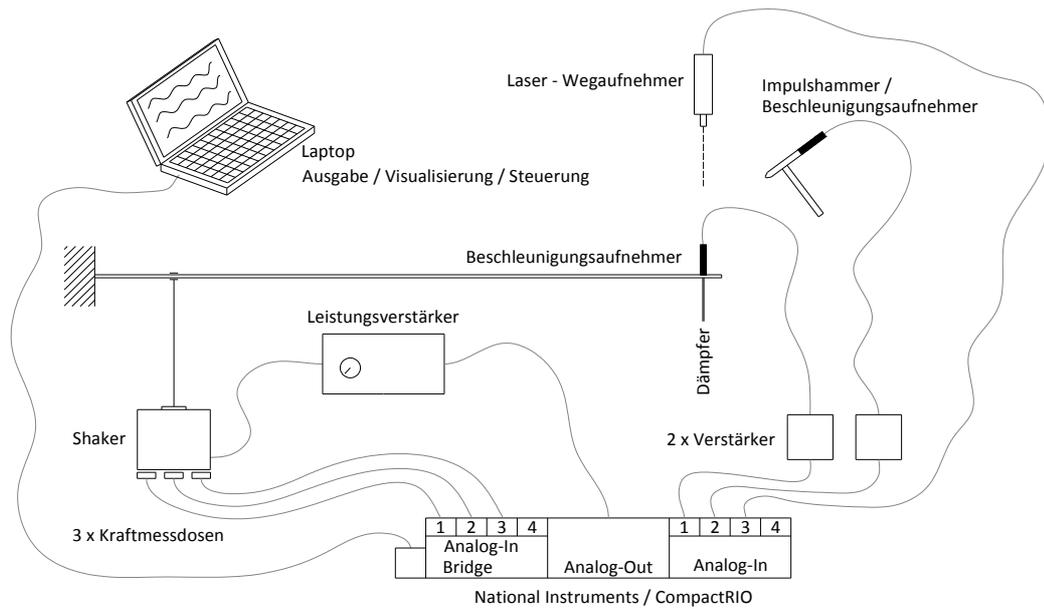


Abbildung 5.2: Versuchsreihe 1 – Messkette

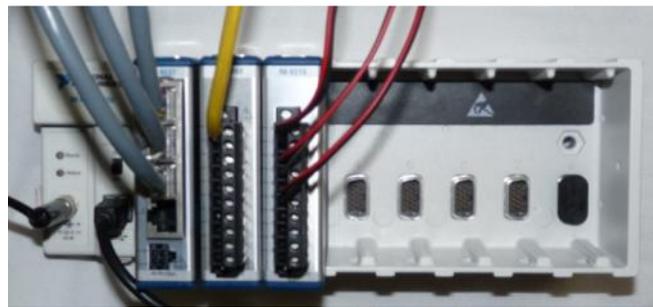


Abbildung 5.3: COMPACTRIO-Controller

### 5.3 Versuchsvarianten

Bei den durchgeführten Versuchen wurden folgende Parameter variiert:

- Dämpfungsmedium: Wasser, Silikonöl 5000 cSt
- Durchmesser des Hüllrohres:  $d_i = 16, 34, 54, 70$  und  $110$  mm
- Dämpfertypen (vgl. Abbildung 5.4)
- Wirksame Dämpferlänge (je nach Füllstand):  $0, 25$  und  $50$  cm

Versuchsvarianten, die im gleichen Medium, im gleichen Hüllrohr, mit dem gleichen Dämpfertyp jedoch mit unterschiedlichen Füllständen durchgeführt wurden, werden im Folgenden als Serie bezeichnet.

## 5 Versuchsreihe zur Ermittlung von Dämpfungsparametern

	Medium	Hüllrohr- durchmesser $d_i$	Dämpfer	
Serie 112	Wasser	16 mm	Gewindestange M 3	
Serie 114	Silikonöl			
Serie 121	Wasser		Kleine Beilagscheiben, Abstand 4 cm	
Serie 123	Silikonöl			
Serie 131	Wasser		Kleine Beilagscheiben, Abstand 2 cm	
Serie 133	Silikonöl			
Serie 141	Wasser	34 mm	Große Beilagscheiben, Abstand 4 cm	
Serie 143	Silikonöl			
Serie 151	Wasser		Große Beilagscheiben, Abstand 2 cm	
Serie 153	Silikonöl			
Serie 161	Wasser	54 mm	Gewindestange M 10	
Serie 163	Silikonöl			
Serie 171	Wasser	54 mm	Gewindestange M 10 mit Gitter, einfach	
Serie 173	Silikonöl			
Serie 181	Wasser	70 mm	Gewindestange M 10 mit Gitter, zweifach	
Serie 183	Silikonöl			

**Tabelle 5.1:** Versuchsreihe 1 – untersuchte Versuchsvarianten

Sämtliche Versuchsvarianten wurden zusätzlich in einem Hüllrohr mit einem Innendurchmesser von 110 mm durchgeführt. In Summe wurden bei der ersten Versuchsreihe 68 Versuche durchgeführt und analysiert.



**Abbildung 5.4:** Versuchsreihe 1 – verwendete Hüllrohre und untersuchte Dämpfer

## 5.4 Auswertung

### 5.4.1 Methoden

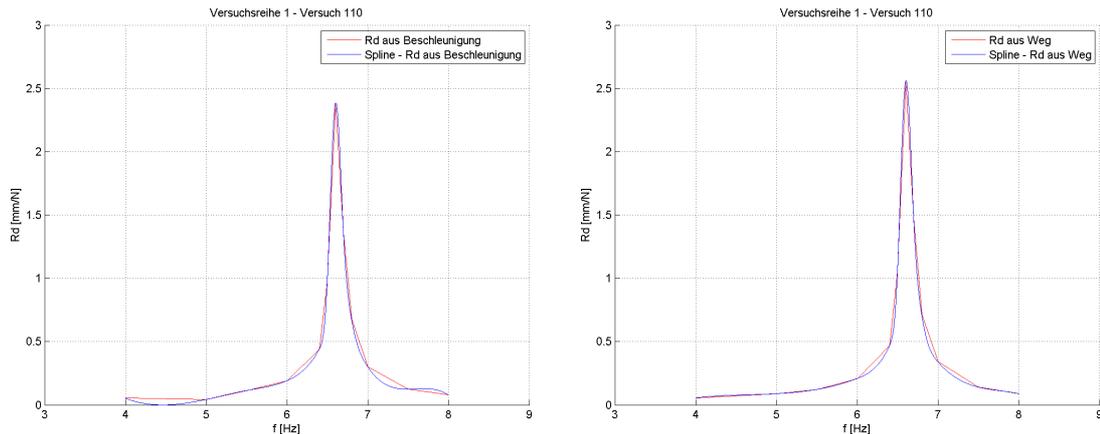
Nachfolgende Methoden wurden zur Auswertung der ersten Versuchsreihe angewendet (vgl. Punkte 3.3 bis 3.4).

- Methode der halben Bandbreite bzw. Wurzel-Zwei-Methode

Die Grundlage für die Anwendung dieser Methode stellt der Amplitudenfrequenzgang dar. Dieser wurde entsprechend der vorangegangenen Erläuterungen auf zwei verschiedene Arten ermittelt.

Für die erste Analyse wurden die Beschleunigung, die Wegamplitude sowie die Shakerkraft, die bei einer entsprechenden Erregerfrequenz auftraten, im Programm Ms-EXCEL festgehalten. Die Ablesung der Messdaten erfolgte nach Abklingen des transienten Schwingungsanteils, also nach Einstellung eines eingeschwungenen Zustandes. Nachdem ein Sweep über alle wesentlichen Erregerfrequenzen (Anm.: nahe der ersten

Eigenfrequenz) stattgefunden hatte, konnte mit den gesammelten Daten der Amplitudenfrequenzgang als Polygonzug dargestellt werden. Dieser wurde in das Programm MATLAB eingelesen und mittels einer Splinekurve geglättet dargestellt. Analysiert wurden die Amplitudenfrequenzgänge, welche aus der Wegamplitude (Lasermessdaten) und aus der Beschleunigung (Daten des Beschleunigungsaufnehmers) ermittelt wurden.



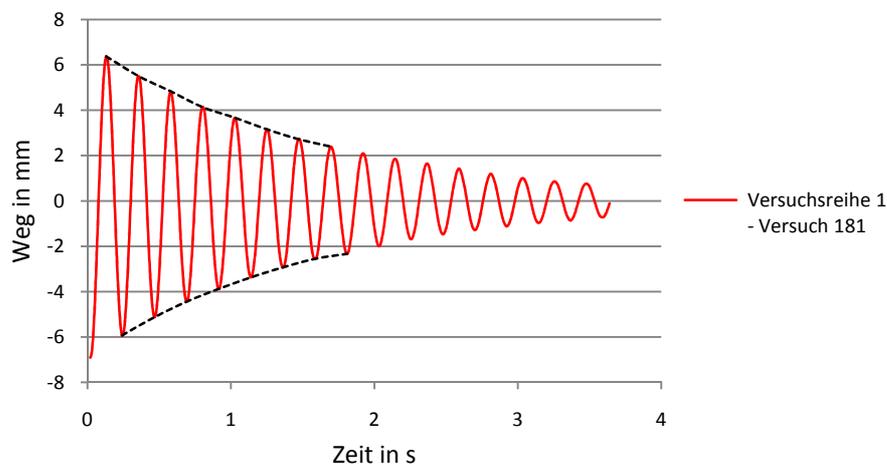
**Abbildung 5.5:** Versuchsreihe 1 – Auswertung/Methode der halben Bandbreite.  
Vergrößerungsfaktor aus Weg und Beschleunigung

Die zweite Analyse erfolgte unter Zuhilfenahme eines Impulshammers, welcher aus einem einfachen Hammer mit fest angeschlossenem Beschleunigungsaufnehmer bestand. Mit dessen Hilfe wurde auf das in Ruhe befindliche System ein Impuls eingetragen. Die Systemantwort, also die dabei vollzogenen Auslenkungen, wurden mit Hilfe des Lasers gemessen und gemeinsam mit den Beschleunigungsdaten des Impulshammers abgespeichert. Dieser zeitliche Verlauf der Beschleunigung wurde mit der Masse des Hammers multipliziert, um auf den in das System eingetragenen Kraftverlauf (Systemeingang) schließen zu können. Mit Hilfe des Programms MATLAB wurde die FFT-Analyse für die Zeitfunktionen des Systemeinganges und der Systemantwort durchgeführt. Als Ergebnis erhielt man die entsprechenden Funktionen im Frequenzbereich. Nach Division der transformierten Systemantwort durch den transformierten Systemeingang erhielt man den gewünschten Amplitudenfrequenzgang. In beiden Fällen erfolgten die Signalausgabe der Erregerfrequenz an den Shaker sowie die Signalauswertung mit dem Programm LABVIEW.

Unter Zugrundelegung der eingelesenen Splinekurven wurde mit dem Programm MATLAB, entsprechend Punkt 3.4.2, das Dämpfungsmaß errechnet.

- Ausschwingversuch

Das in Ruhe befindliche System wurde per Hand angeregt und anschließend die freie, gedämpfte Schwingung gemessen. Die Auswertung erfolgte mit dem Programm MS-EXCEL und den im Vorfeld für diese Methode erläuterten Formeln. Zur Fehlerminimierung wurden mehrere Stützstellen für die Berechnung herangezogen.



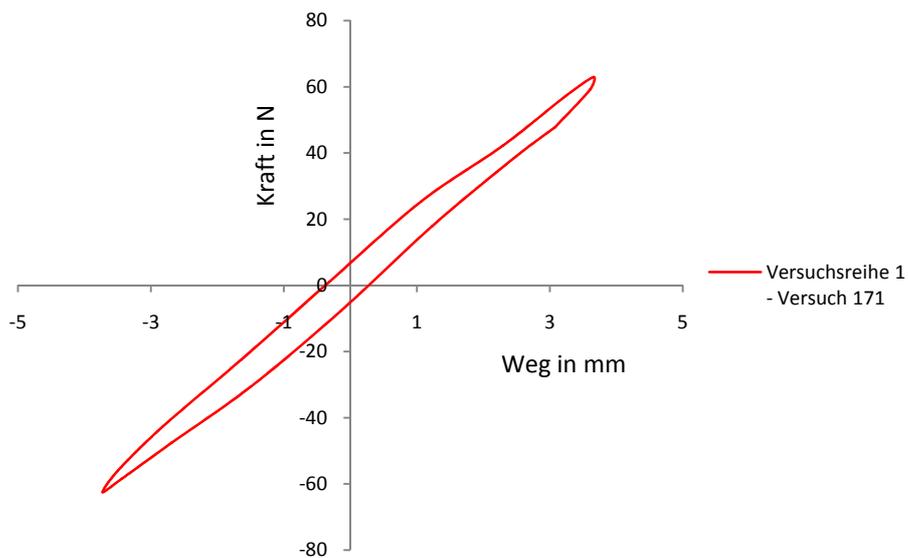
**Abbildung 5.6:** Versuchsreihe 1 – Auswertung/Ausschwingversuch

- Analyse der Hysterese

Das System wurde mit einer im Programm LABVIEW vorgegebenen Frequenz angeregt. Nach dem Abklingen des transienten Schwingungsanteils, erhielt man durch Vergleich der Kraft- und Wegdaten die Hysterese. Der Flächeninhalt der Kurve, welcher jener vom System dissipierten Energie entspricht, wurde mit Hilfe der GAUßschen Trapezformel

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [(y_i + y_{i+1}) (x_i - x_{i+1})] = W_D \quad (5.1)$$

im Programm MS-EXCEL berechnet. Zu diesem Zweck wurde die Hysterese durch einen Polygonzug mit ausreichender Genauigkeit angenähert. Der formelmäßige Zusammenhang, mit welchem das Dämpfungsmaß aus der Hysterese errechnet werden kann, wurde bereits in einem vorangegangenen Punkt erläutert.



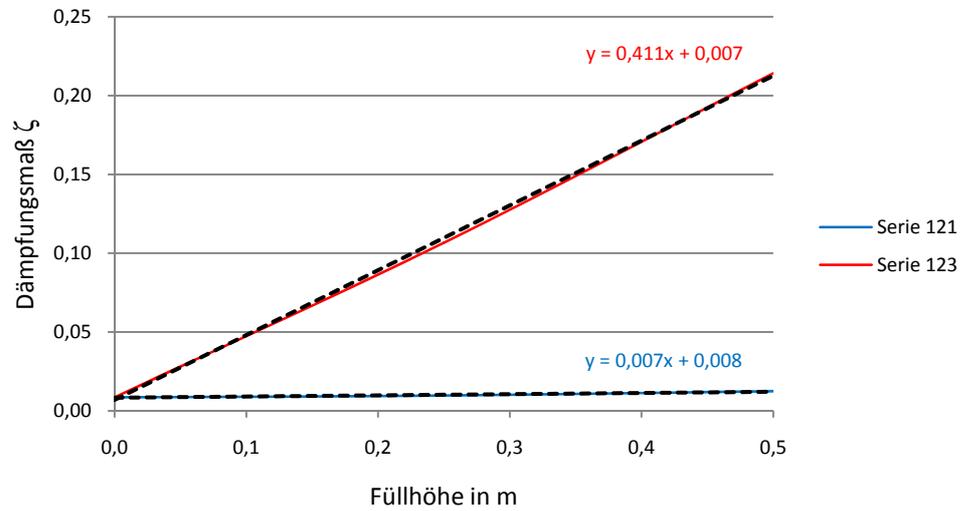
**Abbildung 5.7:** Versuchsreihe 1 – Auswertung/Hysterese

### 5.4.2 Deutung

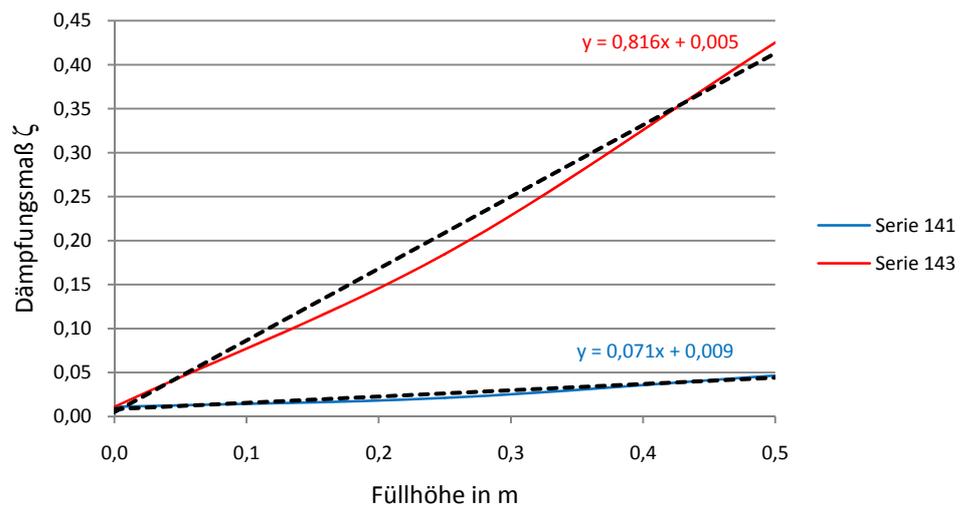
Bei der Analyse der Ergebnisse wurden das unterschiedliche Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, die Eigenschaften der verschiedenen Dämpfertypen sowie der Einfluss des Hüllrohrdurchmessers auf die Dämpfung bestimmt.

- Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl

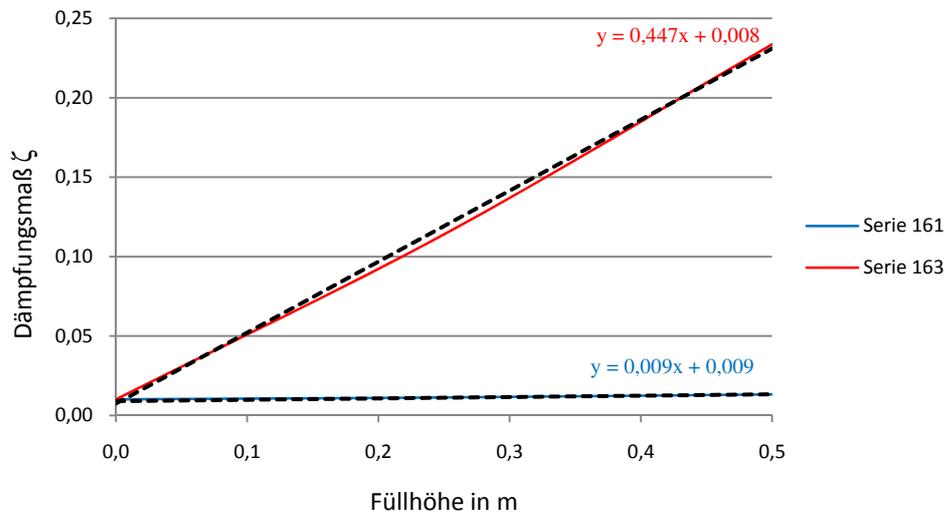
Nachfolgend werden ausgewählte Versuchsserien hinsichtlich des unterschiedlichen Dämpfungsverhaltens von Wasser und Silikonöl (5000 cSt) miteinander verglichen. Sie stellen das Dämpfungsmaß  $\zeta$  in Beziehung zur Füllhöhe im Hüllrohr. Da von einem linearen Zusammenhang zwischen diesen beiden Parametern ausgegangen wird, kann der ermittelte Datensatz durch eine Trendlinie mit konstanter Steigung abgeschätzt werden. Die Funktionen der Trendlinie sind neben den entsprechenden Verläufen angeschrieben. Um den Einfluss des Hüllrohres auf die Dämpfung möglichst gering zu halten, werden hier lediglich jene Versuche verglichen, die im großen Rohr ( $d_i = 110$  mm) durchgeführt wurden.



**Abbildung 5.8:** Versuchsreihe 1 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 121 und Serie 123



**Abbildung 5.9:** Versuchsreihe 1 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 141 und Serie 143



**Abbildung 5.10:** Versuchsreihe 1 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 161 und Serie 163

In Abbildung 5.8 bis 5.10 lassen sich deutliche Unterschiede im Dämpfungsverhalten von Wasser (blaue Kurven) und Silikonöl (rote Kurven) erkennen. Je nach dem welcher Dämpfer untersucht wird, ist eine bis zu 60fache Erhöhung des Gradienten festzustellen. Die konstanten Terme in den Funktionen der Trendlinien kennzeichnen die innere Dämpfung des Systems. Dieser Term beschreibt also jenen Wert der Dämpfung, der ohne Fluid erreicht wird. Für jeden Versuch kam dasselbe Grundsystem zur Anwendung, weshalb die innere Dämpfung für alle Versuche den gleichen Wert aufweisen müsste. Eine geringe Schwankung von  $\zeta = 0,005$  bis  $0,009$  ist aufgrund von Messungenauigkeiten zu verzeichnen. Diese Ungenauigkeit ist jedoch nicht wesentlich, da die Gradienten der Funktionen ohnehin von höherem Interesse sind.

Abbildung 5.8 und 5.10 beschreiben das Verhalten eines Dämpfers, bestehend aus kleinen Beilagscheiben, die im Abstand von 4 cm angebracht sind, und einem M 10 Gewindestab (vgl. Tabelle 5.1). Die Gradienten des Dämpfungsmaßes beider Typen sind sehr ähnlich. Es kann somit daraus geschlossen werden, dass kleine Beilagscheiben, die mit großem Abstand voneinander angebracht werden, keinen wesentlichen Unterschied im Dämpfungsverhalten verglichen mit einem gleich dicken Gewindestab aufweisen (Anm.: Beilagscheiben und Gewindestab besitzen etwa den gleichen Durchmesser).

Wird nun der Abstand der Beilagscheiben reduziert, erhöht sich der Gradient des Dämpfungsbeiwertes wesentlich. Es kommt beinahe zu einer Verdopplung der Dämpfung im Silikonöl und zu einer Verzehnfachung im Medium Wasser.

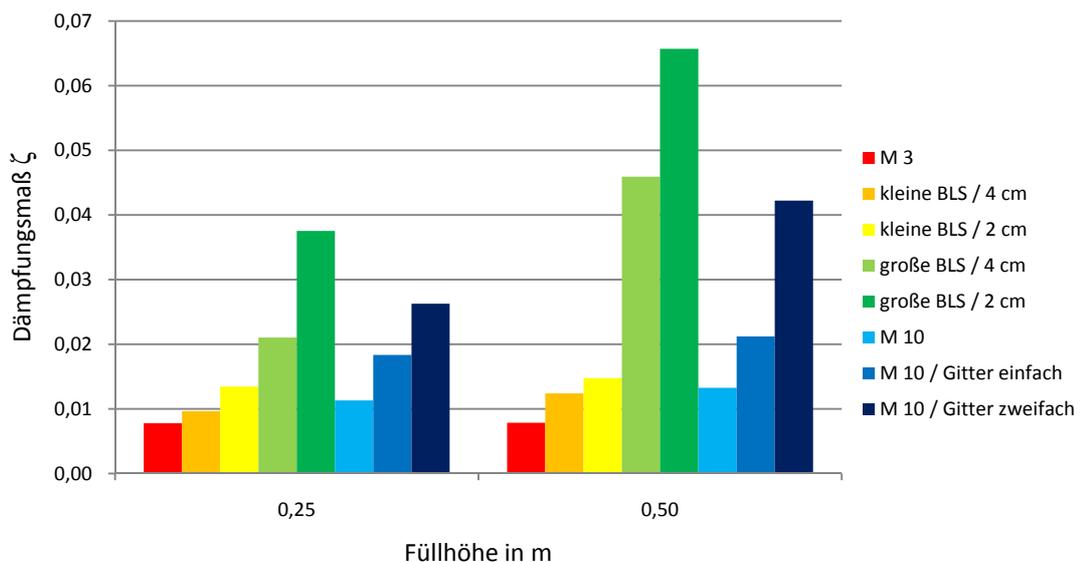
Das Verhältnis von Durchmesser der Beilagscheiben zu deren Abstand, beträgt im ersten Fall etwa 0,2 und im zweiten etwa 0,4. Die angeführten Serien gelten hinsichtlich des unterschiedlichen Dämpfungsverhaltens in Wasser und Öl als repräsentativ für die gesamte erste Versuchsreihe.

- Vergleich der Dämpfertypen

Die Dämpfungseigenschaften der unterschiedlichen Dämpfertypen werden in den beiden nachfolgenden Abbildungen veranschaulicht. Es wird das Dämpfungsmaß sämtlicher Typen in Abhängigkeit der beiden Füllstände 25 cm und 50 cm im Dämpfungsmedium Wasser bzw. Silikonöl dargestellt. Entsprechend des vorangegangenen Punktes werden auch bei dieser Analyse lediglich jene im großen Hüllrohr durchgeführten Versuche verglichen.

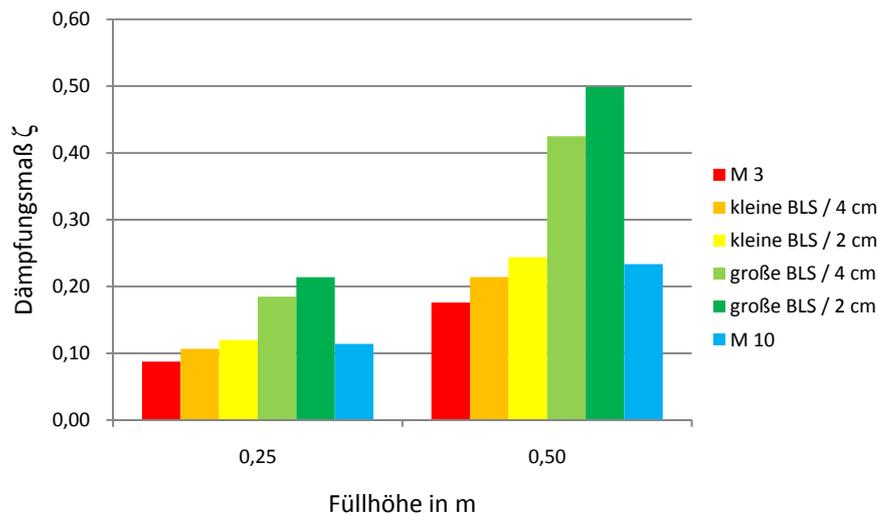
Abbildung 5.11 zeigt den deutlichen Anstieg des Dämpfungsmaßes vom dünnen Gewindestab bis hin zum Gewindestab mit eng angeordneten großen Beilagscheiben. Der Wert fällt beim dickeren Gewindestab wieder stark ab und steigt mit zunehmender Anzahl an Gitterlagen an. Der höchste Wert beider Füllstände wird beim Dämpfer mit eng angebrachten, großen Beilagscheiben gemessen ( $\zeta = 0,066$ ). Signifikant ist, dass die Dämpfungszahlen bei den Dämpfern mit großen Beilagscheiben weitaus stärker ansteigen als bei jenen mit kleinen Beilagscheiben. Der Grad der Dämpfung ist also wesentlich vom Verhältnis des Durchmessers der angebrachten Beilagscheiben zum Gewindestabdurchmesser abhängig. Dieses Verhältnis beträgt im Falle der Dämpfer mit kleinen Beilagscheiben 3,3 und erreicht bei jenen mit großen Beilagscheiben einen Wert von etwa 8,9. Erkennbar ist auch, dass dieses Verhältnis für den Grad der Dämpfung von höherer Bedeutung ist als der Abstand, den die Dämpfungselemente zueinander einnehmen. Es besitzt jener Dämpfer mit kleinen, im Abstand von 2 cm angebrachten Beilagscheiben ein geringeres Dämpfungsmaß als jener, dessen Scheiben einen Abstand von 4 cm aufweisen.

Die Anzahl der Gitterlagen auf den entsprechenden Dämpfern wirken sich erst mit steigendem Füllstand merkbar aus. Von allen untersuchten Dämpfertypen liefert jener mit zwei Gitterlagen den größten prozentuellen Anstieg des Dämpfungsmaßes (62 % in Wasser). Daraus lässt sich schließen, dass jene Dämpfer, die mit Beilagscheiben versehen sind, bei geringen Füllhöhen bereits gute Dämpfungswerte erreichen, jedoch bei größeren Füllhöhen den Gitterdämpfern der Vorzug zu geben ist.



**Abbildung 5.11:** Versuchsreihe 1 – Vergleich der Dämpfertypen, Fluid: Wasser

Was das unterschiedliche Verhalten der Dämpfer zueinander betrifft, verhalten sich diese im Silikonöl ähnlich wie im Wasser. Jedoch ist der Anstieg des Dämpfungsmaßes bei Erhöhung des Füllstandes beim viskoserem Silikonöl bedeutend größer. Selbst jene Dämpfer, die mit steigendem Wasserstand lediglich eine geringe Erhöhung der Dämpfungszahl erreichen, weisen bei den Versuchen mit dem viskoserem Silikonöl einen bedeutend höheren Anstieg auf. Besonders stark wirkt sich das Silikonöl auf das Dämpfungsverhalten der Gitterdämpfer aus. Diese beiden Typen werden durch das Silikonöl bereits überkritisch gedämpft und sind deshalb in Abbildung 5.12 nicht dargestellt.

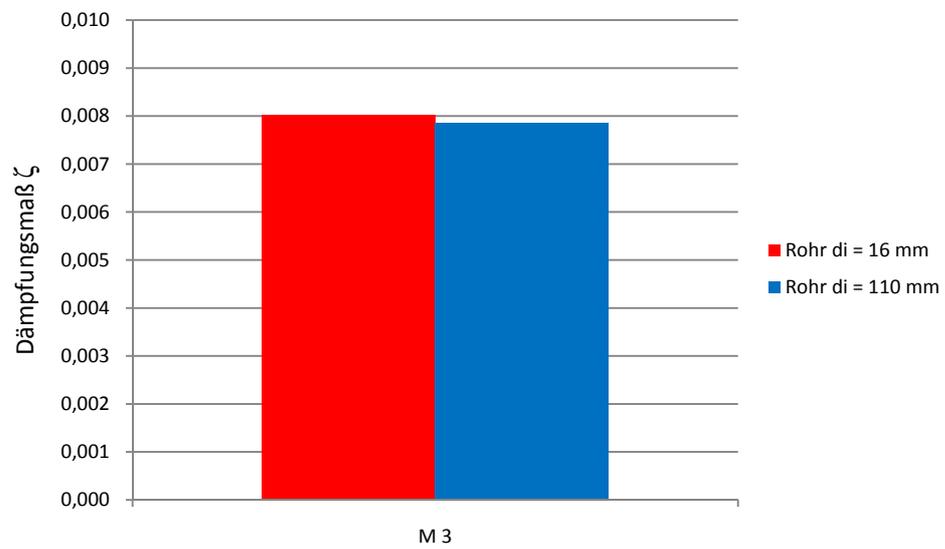


**Abbildung 5.12:** Versuchsreihe 1 – Vergleich der Dämpfertypen, Fluid: Silikonöl

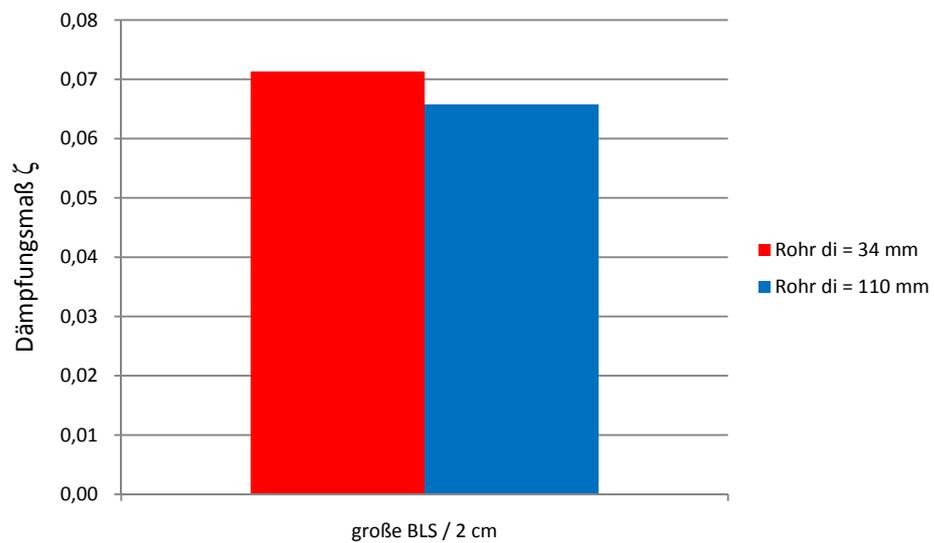
- Einfluss des Hüllrohrdurchmessers

In der letzten Analyse soll der Einfluss des Hüllrohres am Grad der Dämpfung diskutiert werden. Wie aus Tabelle 5.1 ersichtlich ist, wurde jeder Dämpfer neben einem großen Rohr in einem seinem Durchmesser entsprechenden Hüllrohr getestet. Es ist einsichtig, dass mit abnehmendem Abstand des Dämpfers zum Hüllrohr, das Fluid schwieriger um das Dämpfungselement strömen kann. Dieser Widerstand führt zu einer Erhöhung der Dämpfung, weshalb der Abstand zur Rohrberandung einen wesentlichen Faktor für das Verhalten des Dämpfers darstellt. Neben diesem vom Fluid herrührenden Faktor ist bei kleinen Rohrdurchmessern mit vereinzelt Messungenauigkeiten aufgrund der nur schwer zu beherrschenden Reibung zwischen dem Dämpfer und dem Rohrmantel zu rechnen. Eine Übertragung der Schwingung vom Alu-Kragarm auf den Dämpfer wird zwar durch ein Gelenk (vgl. Abbildung 5.1) bestmöglich unterbunden, jedoch kann eine geringe Auslenkung des Dämpfers nicht gänzlich verhindert werden.

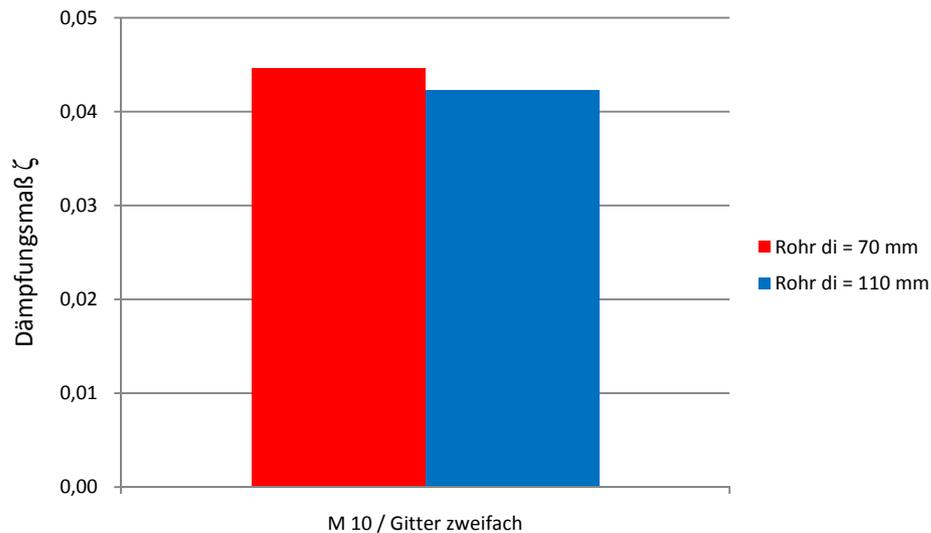
In den nachfolgenden Abbildungen werden unterschiedliche Dämpfertypen hinsichtlich ihres Dämpfungsmaßes in einem „passenden“ und in einem großen Hüllrohr verglichen. Als Dämpfungsfliuid diente für diese Versuche Wasser.



**Abbildung 5.13:** Versuchsreihe 1 – Einfluss des Hüllrohrdurchmessers, Serie 113



**Abbildung 5.14:** Versuchsreihe 1 – Einfluss des Hüllrohrdurchmessers, Serie 152



**Abbildung 5.15:** Versuchsreihe 1 – Einfluss des Hüllrohrdurchmessers, Serie 182

Prozentuell betrachtet ist beim dünnen Gewindestab (M 3) beim Übergang vom kleineren auf das größere Rohr der geringste Dämpfungsverlust zu verzeichnen. Zwar ist bei allen drei Varianten der Abstand zwischen Dämpfer und Rohr in etwa gleich, doch aufgrund der Beilagscheiben bzw. dem Gitter wird das Fluid in der Strömung behindert und damit die Dämpfung erhöht. Mit zunehmender Anzahl an Störelementen bzw. zunehmender Rauheit der Dämpferoberfläche gewinnt der Abstand, den das Hüllrohr zum Dämpfer einnimmt, an Bedeutung. Im Mittel über alle Dämpfervarianten kommt es zu einer etwa fünfprozentigen Erhöhung des Dämpfungsmaßes beim Vergleich des „passenden“ und des großen Hüllrohrs.

Die angeführten Varianten gelten hinsichtlich des Einflusses des Hüllrohres als repräsentativ für die gesamte erste Versuchsreihe.

## **6 VORVERSUCHE ZUR UNTERSUCHUNG EINER VISKOSEN STRUKTURDÄMPFUNG**

In der zweiten Versuchsreihe wurde versucht, das Dämpferverhalten unter Ausnutzung einer Systemverkrümmung zu simulieren. Es galt also, nicht lediglich die Charakteristik des Dämpfers zu untersuchen, sondern ihn in jener Form zu konstruieren, wie es für die zukünftige, praktische Anwendung vorgesehen ist. Zu diesem Zweck bediente man sich der Erkenntnisse aus der ersten Versuchsreihe über die Dämpfer und deren Verhalten in unterschiedlichen Medien. Das zukünftige Bauwerk wurde durch einen Aluminiumstab modelliert, welcher in vertikaler Form eingespannt wurde. Parallel zu diesem wurde ein Hüllrohr angebracht, in welchem analog zur ersten Versuchsreihe ein Dämpfer in einem Fluid bewegt wurde. Diese Bewegung entstand durch die Exzentrizität zwischen dem Hüllrohr und dem Aluminiumstab.

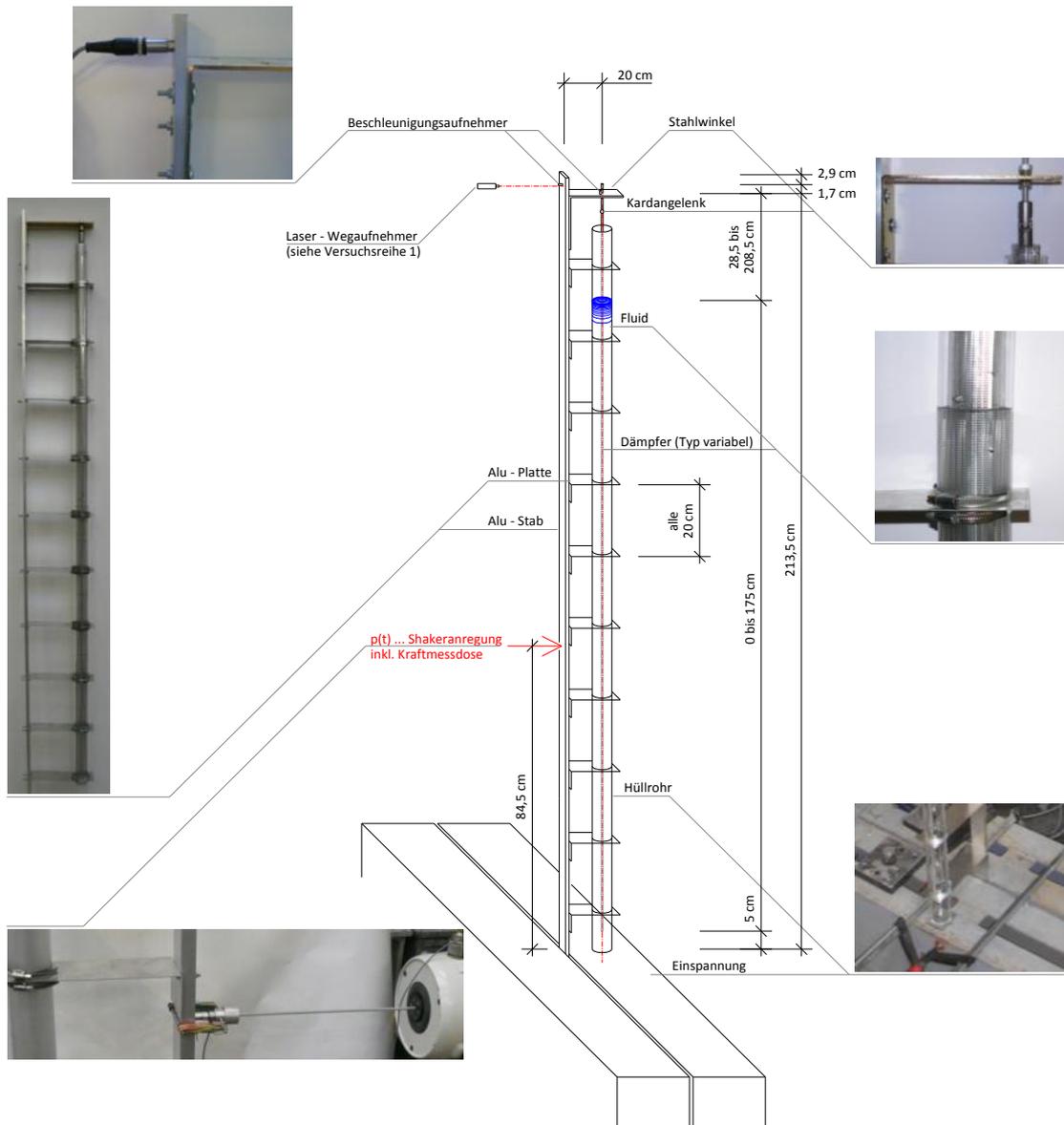
### **6.1 Versuchsaufbau**

Der Aufbau der zweiten Versuchsreihe bestand im Wesentlichen aus einem etwa 218 cm hohen Aluminiumstab, welcher am unteren Ende mittels zweier Stahlträger am Boden fixiert wurde. Die Querschnittsabmessungen dieses Stabes betragen 1 cm mal 5 cm bzw. in einer zweiten Versuchsreihe 2 cm mal 5 cm. Im Abstand von 20 cm befand sich ein Hüllrohr mit einem Innendurchmesser von 54 mm. Dünne Aluminiumplatten, die alle 20 cm am Aluminiumstab angebracht wurden, hielten die Exzentrizität zum Hüllrohr konstant. Die Verkrümmung des Aluminiumstabes wurde dadurch dem Hüllrohr aufgezwungen. Die Kraftanregung erfolgte durch jenen Shaker, der auch bereits in der ersten Versuchsreihe verwendet wurde. Im Abstand von etwa 85 cm vom Fußpunkt erfolgte durch diesen die horizontale Anregung. Zwischen dem Shaker und dem Stab wurde eine piezoelektrische Kraftmessdose (KISTLER, 9011A) eingebaut, welche die Kraft während der sinusförmigen Anregung feststellte (vgl. Abbildung 6.1). Es ist anzumerken, dass der hergeleitete Zusammenhang des Verformungsverhältnisses  $u/w$  nach Gleichung (4.12) für eine am oberen Stabende wirkende Kraft gilt. Da die maximal mögliche Wegamplitude des Shakers begrenzt ist und die Auslenkung des Systems mit

## 6 Vorversuche zur Untersuchung einer viskosen Strukturdämpfung

zunehmendem Abstand vom Fußpunkt zunimmt, musste der Shaker in der angegebenen, niedrigeren Höhe montiert werden. Nach einer hier nicht näher angeführten, erneuten Herleitung erhält man den an die neuen Randbedingungen angepassten Zusammenhang.

$$\frac{u(x = h, z = b/2)}{w(x = h)} \cong 0,58 \frac{b}{h} = 0,58 \frac{40}{213,5} \cong 0,109 \quad (6.1)$$



**Abbildung 6.1:** Versuchsreihe 2 – Versuchsaufbau

In einer Höhe von ca. 215 cm wurde mittels eines Lasers die horizontale Auslenkung gemessen und zugleich von einem Beschleunigungsaufnehmer (HBM, B12/200) die Beschleunigung in horizontaler Richtung festgestellt. Ein Stahlwinkel hielt den Dämpfer im

gewünschten Abstand zum Aluminiumstab. Auf diesem Winkel befand sich ein weiterer Beschleunigungsaufnehmer (HBM, B12/200), der die vertikale Beschleunigung neben dem Dämpfer feststellte. Ein Gelenk zwischen dem Dämpfer und dem Stahlwinkel verhinderte auch in dieser Versuchsreihe eine allzu starke Auslenkung des Dämpfers während der Anregung. Das Hüllrohr wurde in den verschiedenen Versuchsserien in unterschiedlichen Höhen mit Wasser bzw. Silikonöl befüllt (vgl. Punkt 6.3).

## 6.2 Messkette

Die Messkette dieser Versuchsreihe war ähnlich der ersten. Lediglich die Messung der zeitabhängigen Kraft sowie der zusätzliche Beschleunigungsaufnehmer unterscheiden diese Messkette von der ersten.

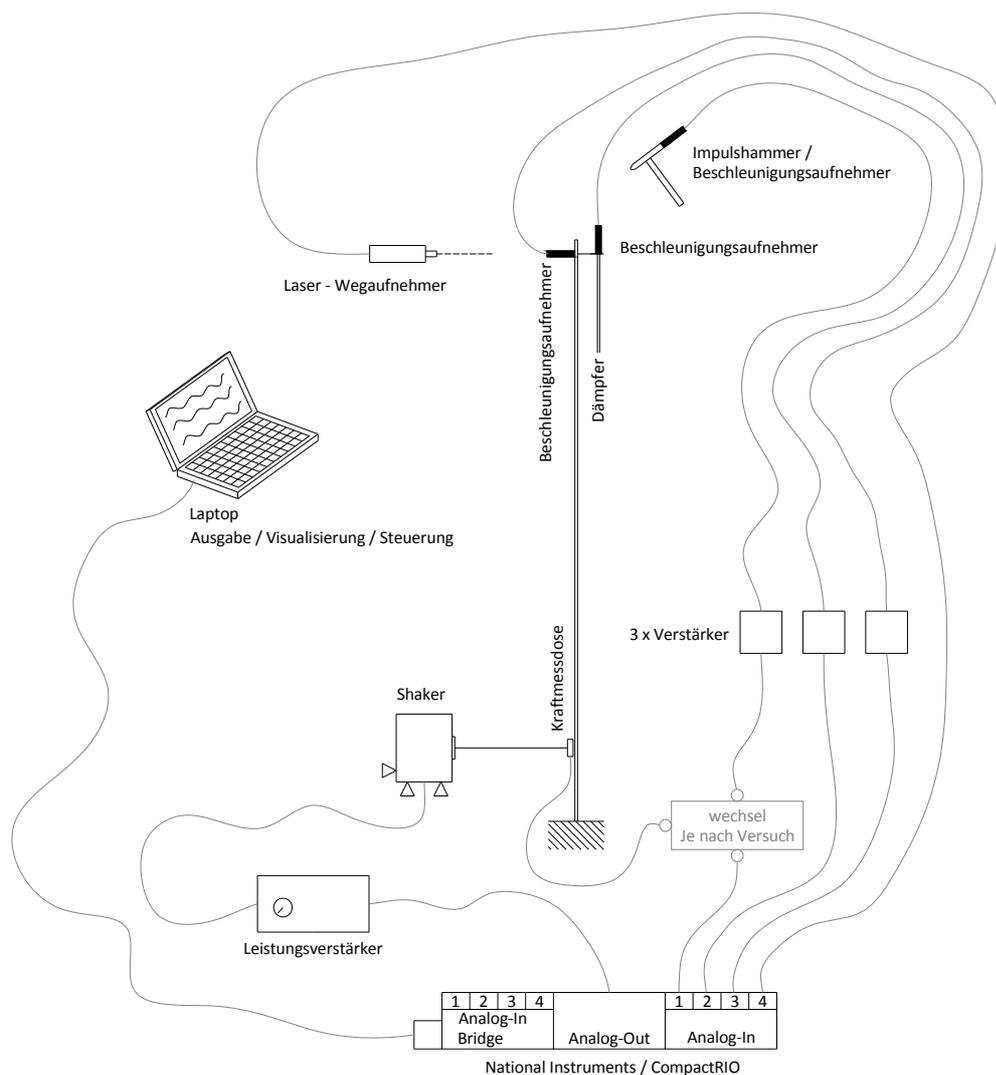


Abbildung 6.2: Versuchsreihe 2 – Messkette

### 6.3 Versuchsvarianten

Bei den durchgeführten Versuchen wurden folgende Parameter variiert:

- Dicke des Aluminiumstabes: 1 cm und 2 cm
- Dämpfungsmedium: Wasser, Silikonöl 5000 cSt
- Dämpfertypen (vgl. Tabelle 6.1)
- Wirksame Dämpferlänge (je nach Füllstand): 0, 25, 50, 75, 100, 125, 150 und 175 cm

Sämtliche auf den nachfolgenden Seiten angeführten Versuchsergebnisse gelten für den 2 cm dicken Aluminiumstab. Versuchsvarianten, die im gleichen Medium mit dem gleichen Dämpfertyp jedoch mit unterschiedlichen Füllständen durchgeführt wurden, werden im Folgenden als Serie bezeichnet.

	Medium	Hüllrohr- durchmesser $d_i$	Dämpfer	
Serie 210	Wasser	54 mm	Gewindestange M 10	
Serie 220			Gewindestange M 10 mit Gitter, einfach	
Serie 230	Silikonöl	54 mm	Gewindestange M 10	
Serie 240			Gewindestange M 10 mit Gitter, einfach	

**Tabelle 6.1:** Versuchsreihe 2 – untersuchte Versuchsvarianten

Damit genauere Aussagen über das Dämpfungsverhalten getroffen werden können, wird im Unterschied zur ersten Versuchsreihe eine größere Anzahl an Füllständen untersucht. Auf Aussagen über das Dämpfungsverhalten in Rohren mit größeren Durchmessern wird verzichtet, da jene Effekte, die sich aus den beschränkten Platzverhältnissen im Hüllrohr ergeben, auch in realen Strukturen erwartet werden. In der zweiten Versuchsreihe

wurden zwei Dämpfertypen analysiert – eine M 10-Gewindestange sowie eine mit angebrachtem, einlagigen Gitter. Der Gitterdämpfer wurde gewählt, da mit diesem bei vergleichsmäßig einfacher Herstellung die größten Dämpfungswerte zu erwarten sind. Dies kann aus dem Vergleich der Dämpfertypen der ersten Versuchsreihe geschlossen werden. Die einfache Gewindestange liefert dazu die Referenzwerte.

In Summe wurden bei der zweiten Versuchsreihe 30 Versuche durchgeführt und analysiert.

### 6.4 Auswertung

#### 6.4.1 Methoden

Bei der Auswertung der zweiten Versuchsreihe kamen die gleichen Methoden wie bei der ersten Versuchsreihe zur Anwendung (vgl. Punkt 5.4.1).

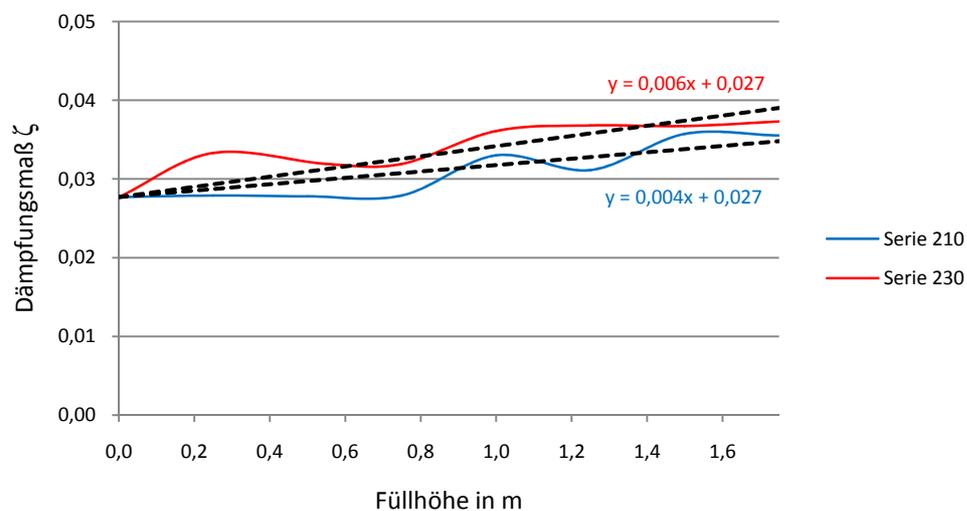
#### 6.4.2 Deutung

Die Auswertung der Ergebnisse liefert, ähnlich der ersten Versuchsreihe, einen funktionellen Zusammenhang zwischen dem Dämpfungsmaß und der Füllhöhe des Dämpfungsmediums im Hüllrohr. Aus den beiden Abbildungen 6.3 und 6.4 lassen sich neben dem unterschiedlichen Verhalten der Dämpfer in Wasser (blaue Kurven) und Silikonöl (rote Kurven) die Eigenschaften beider Dämpfertypen erkennen. Wie bereits in der ersten Versuchsreihe wird ein linearer Zusammenhang zwischen dem Dämpfungsmaß  $\zeta$  und der Füllhöhe unterstellt. Die Trendlinien und die entsprechenden Funktionen sind den Kurven beigelegt.

Zu Beginn der Versuchsreihe wurde für jeden der beiden Dämpfertypen eine Messung ohne Fluid durchgeführt. Als Ergebnis erhielt man den Wert der inneren Dämpfung, welcher durch Effekte, wie etwa jenen der Reibung zwischen Dämpfer und Rohr, erweitert wurde. Für den M 10-Gewindestab (Serien 210 und 230) erhielt man einen Wert von  $\zeta = 0,027$ . Der weitaus dickere Gitterdämpfer (Serien 220 und 230) besitzt eine „innere“ Dämpfung von  $\zeta = 0,031$ . Diese Zahlen spiegeln sich in den konstanten Termen

der Funktionen der Trendlinien wieder. Der Wert des Gitterdämpfers ist um ca. 15 % höher als jener des Gewindestabes. Begründet wird dieser Anstieg des Dämpfungswertes damit, dass beim Gitterdämpfer der Abstand zwischen der Dämpferoberfläche und dem Hüllrohr geringer ist als beim Gewindestab. Er beträgt im Fall des Gitterdämpfers nur etwa 5 mm. Dieser geringe Abstand ist notwendig, um das Strömen von Dämpferfluiden zu erschweren und somit den Dämpfungswert zu erhöhen. Der Abstand zwischen Gewindestab und Hüllrohr beträgt dagegen 23 mm. Der Einfluss der Mantelreibung kann bei diesem Dämpfertyp ausgeschlossen werden, was durch die Messergebnisse bestätigt wurde.

In Abbildung 6.3 werden die Dämpfungseigenschaften des M 10-Gewindestabes in Wasser bzw. in Silikonöl dargestellt. Wengleich die Werte beider Kurven Schwankungen unterliegen, die physikalisch nicht begründet werden können, stellt die Trendlinie doch eine repräsentative Aussage für den entsprechenden Versuch dar.



**Abbildung 6.3:** Versuchsreihe 2 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 210 und Serie 230

Die Werte der Gradienten beider Funktionen lassen darauf schließen, dass sich mit dem Gewindestab, sei er nun mit Wasser oder Öl gedämpft, nur sehr geringe Dämpfungswerte erreichen lassen. Die Trendlinie steigt zwar im Fall des mittels Silikonöl gedämpften Stabes etwas mehr an, jedoch ist der Unterschied äußerst gering. Für einen acht Meter

hohen Brückenpylon, wie er in weiterführenden Versuchsreihen untersucht wird (vgl. Punkt 9), kann mit diesen Ergebnissen und unter Zuhilfenahme von Tabelle 3.2 das Dämpfungsmaß in einer groben Näherung abgeschätzt werden.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3) + 8 \text{ m} \cdot \text{Gradient} \quad (6.2)$$

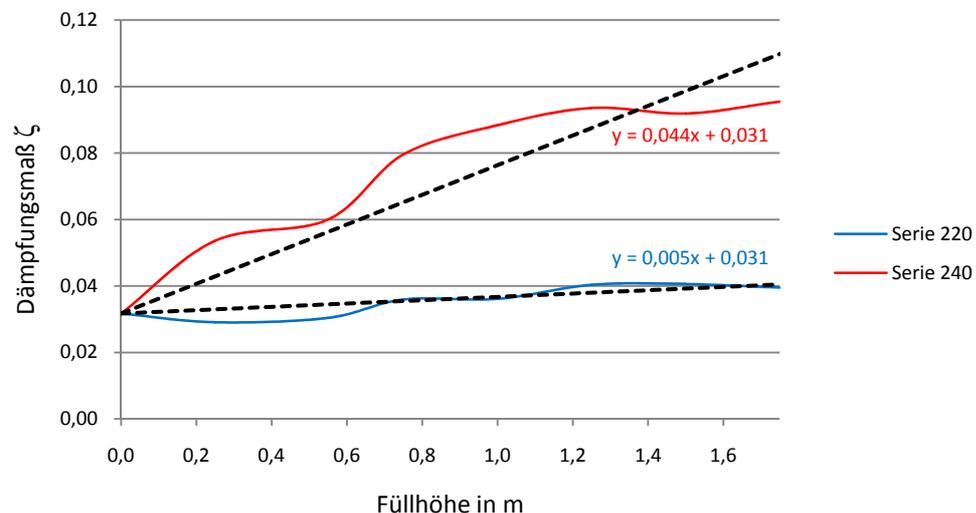
*Baustoffdämpfung:* Stahlbeton Zustand I:  $\Lambda_1 = 0,030$

*Bauteildämpfung:* turmartiges Stahlbetonbauwerk:  $\Lambda_2 = 0,015$

*Baugrunddämpfung:* turmartige Konstruktion auf Kies fundiert:  $\Lambda_3 = 0,008$

- Wasser  $\zeta = \frac{1}{2\pi} (0,030 + 0,015 + 0,008) + 8 \cdot 0,004 = 0,040$
- Silikonöl  $\zeta = \frac{1}{2\pi} (0,030 + 0,015 + 0,008) + 8 \cdot 0,006 = 0,056$

Größere Unterschiede im Dämpfungsgradienten sind bei den Versuchsserien 220 und 240 zu erkennen. Abbildung 6.4 veranschaulicht diese beiden Serien, also die Eigenschaften des Gitterdämpfers in Wasser sowie in Silikonöl.



**Abbildung 6.4:** Versuchsreihe 2 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 220 und Serie 240

Deutlich erkennbar ist der Unterschied im Verhalten zwischen den beiden Dämpfungsmedien. Während der Gitterdämpfer im Wasser praktisch keinen Unterschied zum reinen Gewindestab aufweist, bewirkt das Silikonöl eine neunfache Erhöhung des

Dämpfungsgradienten von  $\zeta = 0,005$  auf  $\zeta = 0,044$ . Beim Vergleich der beiden im Silikonöl durchgeführten Serien (230 und 240) ist ein Anstieg des Gradienten um das Siebenfache festzustellen. Im Fall des acht Meter hohen Pylons würde man in einer ersten Abschätzung zu folgenden Dämpfungswerten gelangen.

○ Wasser  $\zeta = \frac{1}{2\pi} (0,030 + 0,015 + 0,008) + 8 \cdot 0,005 = 0,048$

○ Silikonöl  $\zeta = \frac{1}{2\pi} (0,030 + 0,015 + 0,008) + 8 \cdot 0,044 = 0,360$

## 7 PLAUSIBILITÄTSKONTROLLE

Weiterführende Untersuchungen, die an komplexeren Systemen durchgeführt werden, machen den Einsatz von EDV-Programmen notwendig, damit bereits im Vorfeld Aussagen über das Systemverhalten getroffen werden können. Die Übereinstimmung des tatsächlichen mit dem vom Programm ermittelten Verhalten wird anhand der ersten beiden Versuchsreihen überprüft.

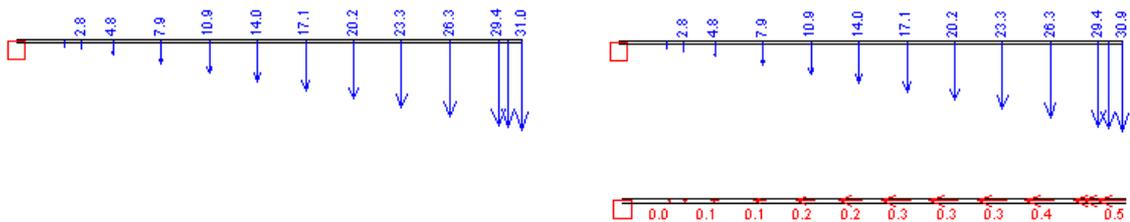
Mit dem Programm SOFISTIK wurde das System inklusive des Dämpfers modelliert und berechnet. Das Dämpfungsmaß des Systems kann nicht vom EDV-Programm errechnet werden, sondern muss aus Versuchen bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurden die versuchstechnisch ermittelten Dämpfungswerte im Programm eingegeben. Stimmen die Berechnungen des EDV-Programms mit den Messergebnissen der Versuchsreihen überein, müssen bei gleicher Anregung beide ein gleiches Schwingungsverhalten aufweisen.

### 7.1 Versuchsreihe 1

Der in Gleichung (4.12) angeschriebene Zusammenhang für das Verformungsverhältnis wurde nach Theorie II Ordnung, also unter der Voraussetzung von kleinen Verformungen, hergeleitet. Eine exaktere Berechnung der Verformung kann mit Hilfe des Programms nach Theorie III Ordnung durchgeführt werden. Zu diesem Zweck wird das System ohne Dämpfer modelliert und mit einer statischen Last von 1 kN belastet.

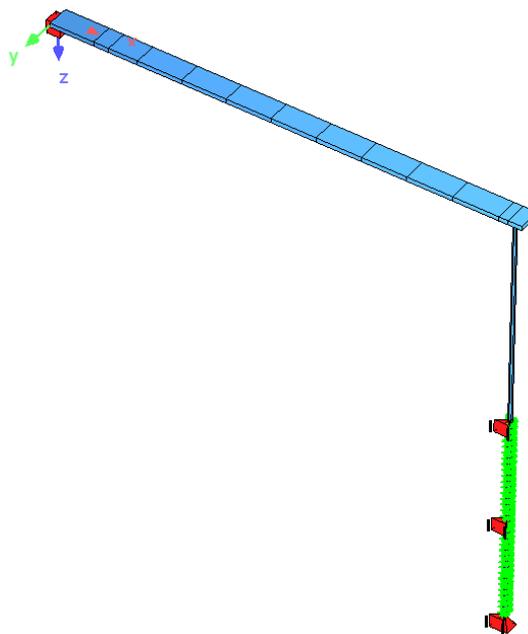
In den nachfolgenden Abbildungen sind die Vertikal- bzw. Horizontalverformung der Mittelachse des Kragträgers dargestellt. Die linke Abbildung stellt die Verformung nach Theorie II Ordnung, die beiden rechten jene nach Theorie III Ordnung dar. Aufgrund des Bezugs auf die Mittelachse kommt es bei der Berechnung nach Theorie II Ordnung zu keiner Horizontalverschiebung der Stabpunkte. Eine Abschätzung des Systemverhaltens nach Theorie II Ordnung ist aufgrund der erhaltenen Ergebnisse erlaubt, da der Verformungsunterschied beider Modelle unwesentlich ist. Weiters lag die Belastung während der Versuchsdurchführung unter 1 kN, weshalb der begangene Fehler noch

geringer ist, als er sich hier darstellt. Die Eigenfrequenz des abgebildeten Aluminiumstabes beträgt nach der EDV-Berechnung 7,43 Hz. Dieser Wert ist ähnlich jenem, der bei den Versuchen gemessen wurde. Hierbei wurde eine Eigenfrequenz von 7,02 Hz festgestellt. Der Unterschied ist auf die unzureichende Modellierung des Lagerpunktes zurückzuführen. Während im EDV-Modell eine ideale Einspannung definiert werden kann, ist dies in der Realität kaum zu gewährleisten.



**Abbildung 7.1:** Versuchsreihe 1 – Knotenverschiebung nach Theorie II und III Ordnung

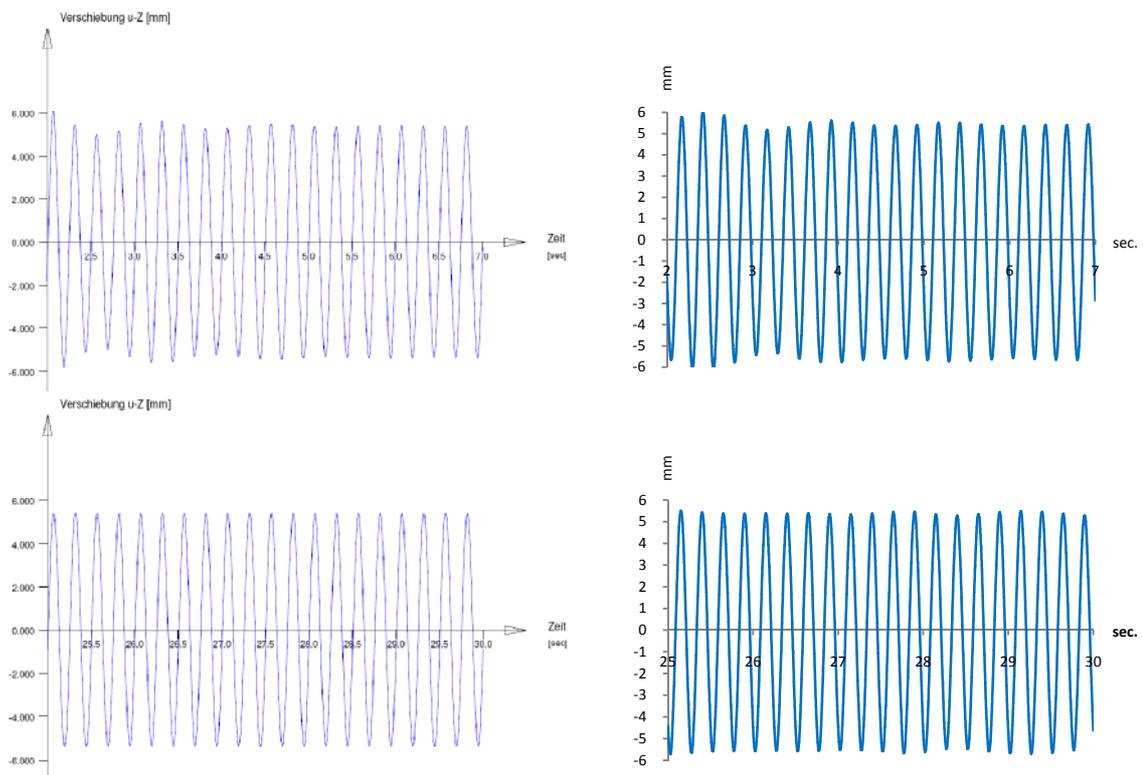
Nachfolgend wird anhand einer Versuchsserie das Schwingungsverhalten bei harmonischer Anregung bzw. das Ausschlagverhalten kontrolliert. Die in Abbildung 7.2 dargestellte EDV-Modellierung dient als Referenzobjekt für die im Labor durchgeführten Versuche. Eine in der vertikalen Achse geführte Feder (grün) modelliert den Dämpfer, welcher entsprechend dem ermittelten Dämpfungsmaß die Energie des Systems dissipiert. Die Lagerpunkte sind in der Abbildung rot dargestellt.



**Abbildung 7.2:** Versuchsreihe 1 – SOFISTIK-Modell

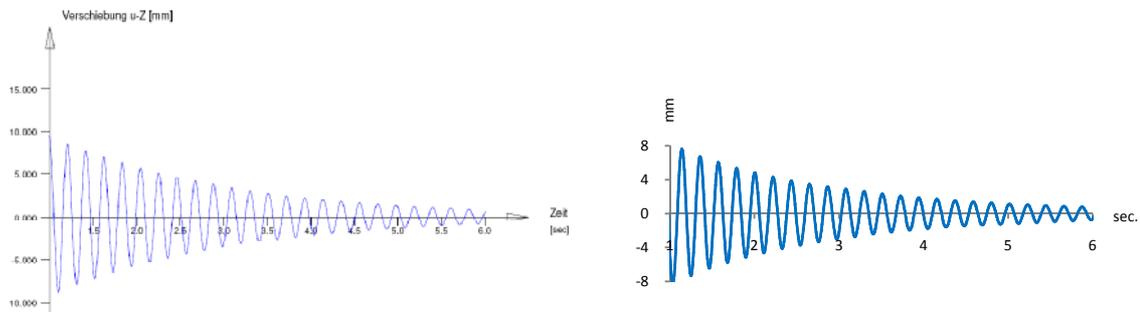
Abbildung 7.3 und 7.4 vergleichen den Versuch der Serie 171 (mit einer Füllhöhe von 50 cm) mit der Lösung des SOFISTIK-Modells. In der linken Spalte sind die Lösungen der EDV-Berechnung, in der rechten die des Laborversuchs dargestellt. Die obere Zeile der ersten Abbildung vergleicht den Einschwingvorgang zu Beginn des Versuches. Das Verhalten im eingeschwungenen Zustand ist in der Zeile darunter dargestellt. Die Erregerfrequenz betrug 4 Hz. Aufgrund der zusätzlichen Masse des Dämpfers kommt es zu einer Reduktion der Eigenfrequenz des Systems von 7,43 Hz auf 4,77 Hz. Wie bereits zuvor liegt auch hier der am realen System ermittelte Wert für die Eigenfrequenz etwas niedriger bei 4,59 Hz.

Die Amplituden der Schwingungen sind zu Beginn als auch im eingeschwungenen Zustand ähnlich. Die Wegamplitude beträgt zu Beginn 6 mm und im eingeschwungenen Zustand etwa 5,5 mm.



**Abbildung 7.3:** Versuchsreihe 1 – Gegenüberstellung SOFISTIK-Berechnung/reales Modell, Serie 171\_4,0 Hz, Schwingungsverhalten zu Beginn und im eingeschwungenen Zustand

Nahezu identisch stellt sich das Ausschwingverhalten beider Modelle dar. Bei genauer Betrachtung lassen sich hieraus durch Abzählen der Schwingungsperioden die unterschiedlichen Eigenfrequenzen erkennen.

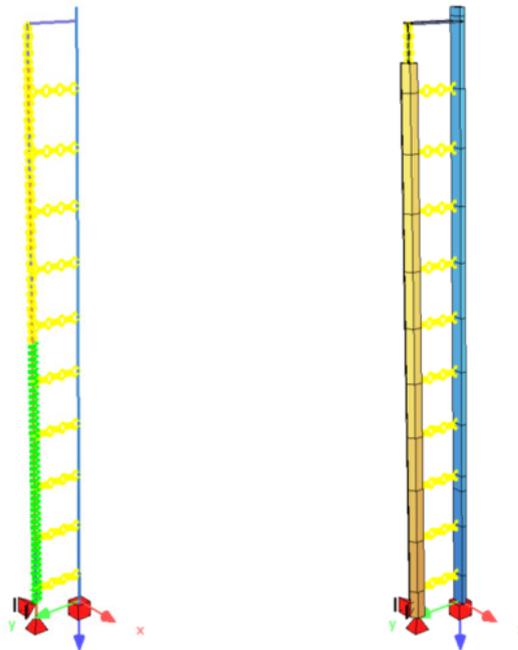


**Abbildung 7.4:** Versuchsreihe 1 – Gegenüberstellung SOFISTIK-Berechnung/reales Modell, Serie 171, Ausschwingverhalten

### 7.2 Versuchsreihe 2

Im Gegensatz zur ersten Versuchsreihe ist eine realitätsnahe EDV-Modellierung der zweiten Serie mit etwas mehr Unsicherheiten behaftet. Vor allem um eine korrekte Modellierung der Alu-Verbindungsbleche sowie der Lagerung des Plexiglasrohres sicher zu stellen, wird ein statischer Versuch durchgeführt, aus welchem die Steifigkeit des Systems errechnet werden kann. Wurde das System korrekt abgebildet, müssen die Steifigkeit des Modells und jene des realen Systems gleich sein. In Abbildung 7.5 ist das SOFISTIK-Modell dargestellt. Die horizontalen Aluminiumbleche wurden durch dehnsteife Kopplungen modelliert (gelb), die den Abstand zum Plexiglasrohr konstant halten. Im Plexiglasrohr befindet sich eine Feder, die, wie bereits im Modell der ersten Versuchsreihe, den Dämpfer des Systems bildet (grün). Die Feder wird, je nach dem welcher Versuch nachgebildet wird, in ihrer Länge variiert und am oberen Ende dehnsteif an den Stahlwinkel gekoppelt (gelb). Der Alustab wird am Fußpunkt eingespannt. Das Rohr wird wie der Alustab vertikal unverschieblich, jedoch gelenkig gelagert.

Das SOFISTIK-Modell wird am oberen Ende des Alustabes mit einer statischen Kraft von 9,81 N belastet. Die horizontale Auslenkung beträgt in diesem Fall 9,6 mm woraus sich eine Steifigkeit von 1,02 N/mm für das EDV-Modell ergibt.



**Abbildung 7.5:** Versuchsreihe 2 – SOFISTIK-Modell

Mit Hilfe von Umlenkrollen (vgl. Abbildung 7.6) wurde das reale System mit einer horizontalen Last von 9,81 N beansprucht. Da hierfür eine Auslenkung von 12,6 mm gemessen wurde, beträgt die Steifigkeit des realen Systems 0,78 N/mm. Die Eigenfrequenz des Modells beträgt 2,62 Hz, jene des realen Systems 2,48 Hz.

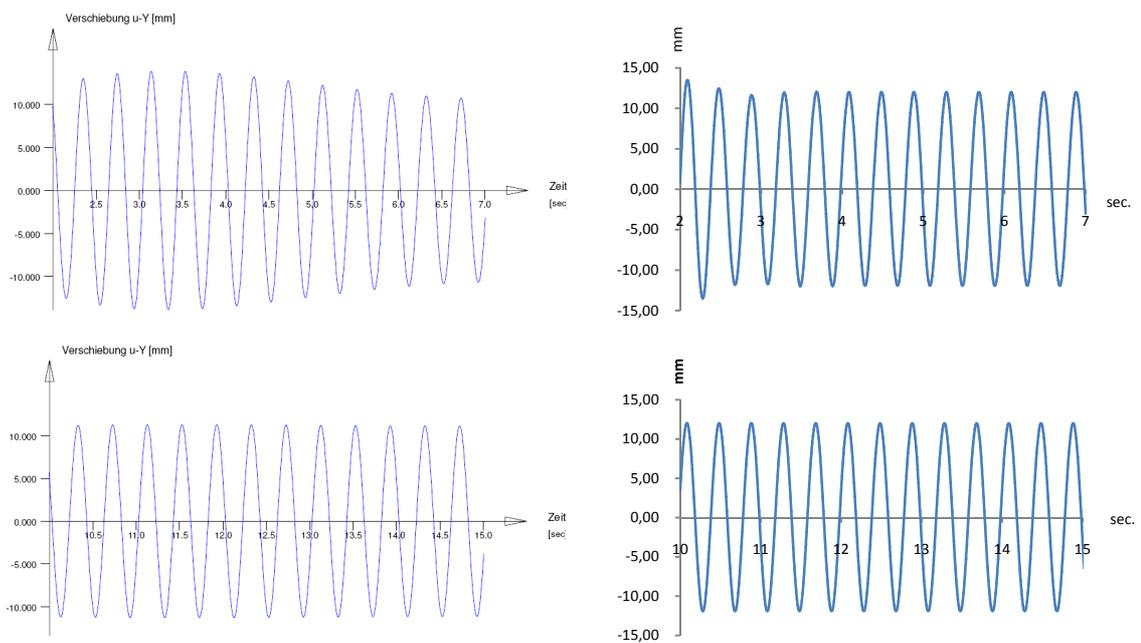


**Abbildung 7.6:** Versuchsreihe 2 – statischer Versuch

Die Steifigkeit sowie die Eigenfrequenz des realen Systems sind kleiner als die entsprechenden Werte des SOFISTIK-Modells. Dies deckt sich mit den Erkenntnissen aus der ersten Versuchsreihe, wo festgestellt wurde, dass die Auflager-Randbedingungen des realen Systems nur näherungsweise mit jenen des Modells vergleichbar sind. Zum einen lässt die Einspannung des Aluminiumstabes durch die Stahlträger minimale Bewegungen

zu und zum anderen können geringe Bewegungen des Rohrfußpunktes nicht ausgeschlossen werden. Dadurch wird die beschriebene Reduktion der Steifigkeit und der Eigenfrequenz begründet.

Die Kontrolle der ermittelten Dämpfungszahlen erfolgt wie bereits in der ersten Versuchsreihe durch einen Vergleich des Schwingungsverhaltens des realen Systems und des SOFISTIK-Modells. In Abbildung 7.7 werden die Wegamplituden aus beiden Berechnungen grafisch dargestellt. Die Verläufe auf der linken Seite zeigen die Ergebnisse der SOFISTIK-Berechnung, jene auf der rechten Seite die des realen Modells (Serie 240 mit einer Füllhöhe von 105 cm). Die beiden oberen Diagramme stellen das Schwingungsverhalten zu Beginn des Versuches, die beiden unteren jenes im eingeschwungenen Zustand dar.

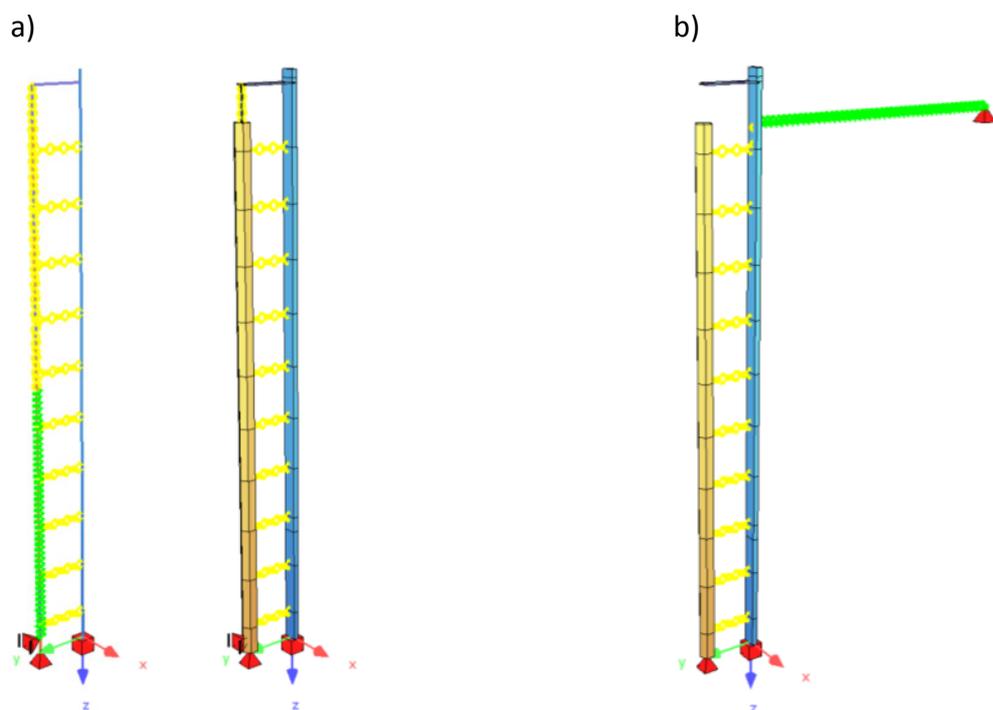


**Abbildung 7.7:** Versuchsreihe 2 – Gegenüberstellung SOFISTIK-Berechnung/reales Modell, Serie 240\_2,5 Hz, Schwingungsverhalten zu Beginn und im eingeschwungenen Zustand

Die Wegamplituden in der Einschwingphase wie auch im eingeschwungenen Zustand sind ähnlich. Die maximale Amplitude beträgt zu Beginn des Versuches etwa 14 mm, im eingeschwungenen Zustand sind es etwa 12 mm. Die Phasenverschiebung zwischen den beiden oberen Diagrammen folgt aus dem unterschiedlichen Zeitpunkt des Beginns der Datenspeicherung und des Versuchsbegins.

## 8 FAZIT

Die Ergebnisse der durchgeführten Versuche bestätigen, dass eine Dämpfung schlanker Strukturen basierend auf deren Verkrümmung zielführend ist. Weiterführende Untersuchungen dieses Dämpfungssystems sind demnach sinnhaft. Die grundsätzliche Frage, ob die Dämpfung einer horizontalen Anregung in Richtung der vertikalen Achse möglich ist, kann mit Ja beantwortet werden. Zukünftige Versuche müssen klären, ob der Vorteil dieses Dämpfungssystems, nämlich die Ausnutzung der gesamten Tragwerkshöhe zur Dämpfung, den Nachteil der geringeren Effizienz gegenüber einer horizontalen Dämpfung, aufwiegt. Der Unterschied kann rasch anhand nachfolgender SOFISTIK-Modelle erläutert werden.



**Abbildung 8.1:** Gegenüberstellung einer a) vertikalen und einer b) horizontalen Dämpfung, SOFISTIK-Modelle

Die Feder im rechten Modell stellt einen Dämpfer dar (grün), welcher im Unterschied zum untersuchten System die Auslenkung in Richtung der horizontalen Achse dämpft. Der Lagerpunkt am Ende der Feder (rot) ist bei realen Systemen nicht vorhanden, weshalb dieses Modell als eine reine akademische Lösung zu betrachten ist, die lediglich Referenzwerte zum Modell mit vertikaler Dämpfung liefert. Bei gleicher Dämpferlänge,

gleichem Dämpfungsmaß sowie gleichem Ort und Größe der Anregung wird das Verhalten beider Modelle verglichen. Aufgrund der identen Systemsteifigkeit ist die Auslenkung im eingeschwungenen Zustand bei beiden Modellen gleich. Die Zeitdauer, bis sich das System mit vertikaler Dämpfung im eingeschwungenen Zustand befindet, ist fünfmal so lange wie bei jenem System mit vergleichbarer horizontaler Dämpfung. Dieses Verhältnis stellt, sofern es sich auf weiterführende, praktische Untersuchungen umlegen lässt, einen vertretbaren Wert dar. Vertretbar deshalb, zumal in der baupraktischen Ausführung höhere Dämpfungswerte durch Variation der Randbedingungen, wie etwa die Anzahl der Dämpfer oder die Eigenschaften des Fluids, erreicht werden können.

Den Kern der Untersuchungen stellte die Beurteilung der verschiedenen Dämpfertypen dar. Auf Basis der ersten Versuchsreihe wurde festgestellt, dass Dämpfer mit Gitterlagen jenen mit Beilagscheiben bzw. den einfachen Gewindestangen vorzuziehen sind. In der zweiten Versuchsreihe wurde das günstige Verhalten dieses Dämpfertyps bestätigt. Jedoch lassen sich mit diesem nur in Kombination mit einem geeigneten Dämpfungsmedium befriedigende Ergebnisse erzielen. Die Viskosität von Wasser scheint dafür zu gering zu sein. Silikonöl stellt entsprechend der Versuchsergebnisse das weitaus bessere Dämpfungsmedium dar. Ein Dämpfer mit einer oder auch mehreren Gitterlagen, welcher durch Silikonöl gedämpft wird, kann nach Auswertung der beiden Versuchsreihen als die brauchbarste Variante angesehen werden.

Die weiterführenden Untersuchungen werden an größeren Konstruktionen durchgeführt, weshalb das Hüllrohr der Dämpferkonstruktion an die veränderten Größenverhältnisse anzupassen ist. Zusätzliche, radial angebrachte Gitterlagen wären die logische Erweiterung dieses Dämpfertyps für den Einsatz in einem größeren Hüllrohr. Damit ist jedoch der Nachteil verbunden, dass mit steigender Anzahl an Gitterlagen bzw. mit größer werdender Dämpferlänge der Herstellungsaufwand ansteigt. Bestände der Dämpfer nicht aus mehreren, sondern aus einem, spiralförmig angebrachten Element, wäre es aufgrund der geringeren Anzahl an Bauteilen einfacher, diesen herzustellen. Ein derartiger Dämpfer kann, aufgrund der Ähnlichkeit zum Dämpfer mit mehreren Gitterlagen, als ebenso geeignet angesehen werden.

## 9 AUSBLICK

- Weiterführende Versuchsreihen an realen Brückenpfeilern

Aufbauend auf den Ergebnissen dieser Arbeit werden Untersuchungen an einem realen Brückenpfeiler durchgeführt. Dieser Pfeiler ist 8,26 m hoch und besteht aus zwei Stützen (jeweils 25 mal 40 cm), die am oberen Ende durch einen horizontalen Riegel mitsammen verbunden sind (vgl. Abbildung 9.1). Der Abstand dieser beiden Stützen beträgt 60 cm. Mit Hilfe von Manschetten wird ein Hüllrohr mit der restlichen Konstruktion kraftschlüssig verbunden. Die Exzentrizität zwischen diesem Hüllrohr und der Achse des Pylons beträgt demnach je nach Richtung der Anregung etwa 25 bzw. 60 cm. Als Dämpfer werden jene Typen zu Anwendung kommen, die bereits in der zweiten Versuchsreihe untersucht wurden. Die Systemanregung erfolgt mittels vier ELEKTRO-SEIS-Shakern, die am oberen Ende angebracht werden. Eine ausreichende Einspannung des Fußpunkts, wird durch ein massives Blockfundament sicher gestellt.

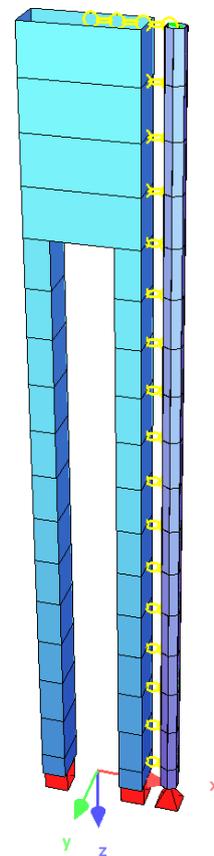
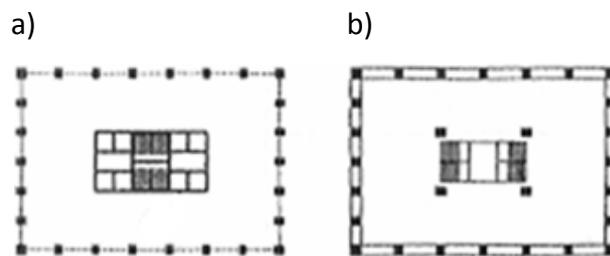


Abbildung 9.1: Stahlbetonpylon und entsprechendes SOFISTIK-Modell

- Anwendung für Tragkonstruktionen des Hochbaus

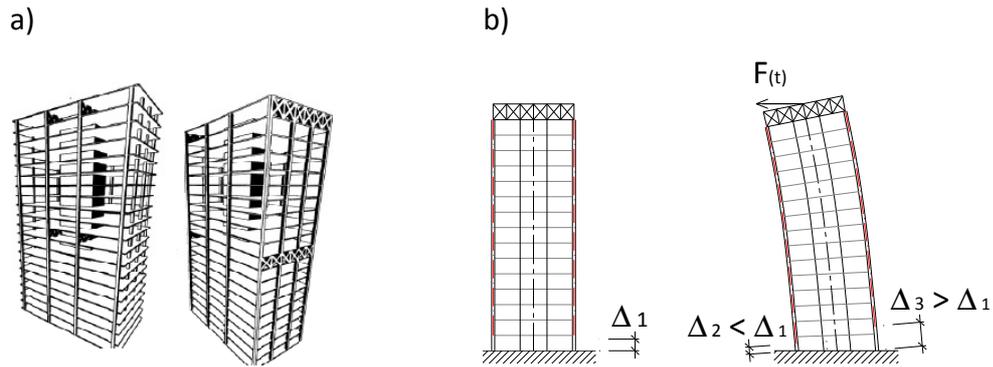
Bei sehr hohen und schlanken Stahlbetonbauwerken bietet sich die Möglichkeit, die Dämpferkonstruktion in den tragenden Wandscheiben unterzubringen. Je nach Bedarf können ein oder mehrere Hüllrohre bereits in der Schalung vorgesehen und mit dem Betonierfortschritt kraftschlüssig mit der Konstruktion verbunden werden. Hochhäuser unterscheiden sich hinsichtlich ihrer statischen Konstruktion in solche, welche die Lasten über einen tragenden Innenkern ableiten und solche, die zu diesem Zweck einen außenliegenden „Tube“ besitzen (vgl. Abbildung 9.2).



**Abbildung 9.2:** Grundrisse von a) Tragstrukturen mit innenliegendem Kern und b) außenliegendem „Tube“ (KOLBITSCH, 2008)

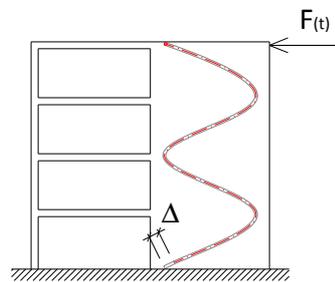
Neben Wandscheiben existieren in Hochbauten zumeist auch Stützen, die überwiegend vertikale Lasten ableiten. Da die flächenmäßige Ausdehnung dieser Tragelemente begrenzt ist und ein Dämpfer viel von diesem Raum verbrauchen würde, kann von einer befriedigenden Kombination dieser beiden Elemente nicht ausgegangen werden. Anders verhält es sich bei Schleuderbetonstützen. Diese besitzen herstellungsbedingt einen Hohlraum, welcher die Funktion des Hüllrohres übernehmen kann. Der Durchmesser dieses Hohlraumes liegt bei üblichen Schleuderbetonstützen zwischen 6,67 und 60 cm (MABA, 2009).

Die steife Verbindung von Dämpfer und Biegeachse, also die Funktion des Stahlwinkels in der zweiten Versuchsreihe, könnten sogenannte Outriggergeschosse übernehmen. Es handelt sich dabei um geschosshohe Tragstrukturen, die zur Erhöhung der Steifigkeit in Gebäuden mit hoher Längsausdehnung vorzufinden sind (vgl. Abbildung 9.3).



**Abbildung 9.3:** a) Outrigger und Off-Set-Outrigger Konstruktion (KOLBITSCH, 2006) und  
b) Einbindung von Outriggergeschossen in die Dämpferstruktur (In Anlehnung an KOLLEGER &  
EGGER, 2009)

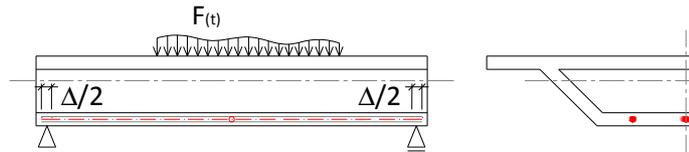
Zur Dämpfung von Schubdeformationen bietet es sich an, den Dämpfer samt Hüllrohr schräg oder in Schlangenform in Wandscheiben vorzusehen (vgl. Abbildung 9.4). Bei der zweiten Variante ist eine gewisse Flexibilität des Hüllrohrs und des Dämpfers erforderlich. Eine exzentrische Anordnung des Dämpfers bezüglich der Achse des Gebäudes ist aufgrund der Tatsache, dass Querkräfte gedämpft werden, nicht erforderlich.



**Abbildung 9.4:** Varianten zur Dämpfung von Schubdeformationen (In Anlehnung an KOLLEGER  
& EGGER, 2009)

- Anwendung für Brückentragwerke

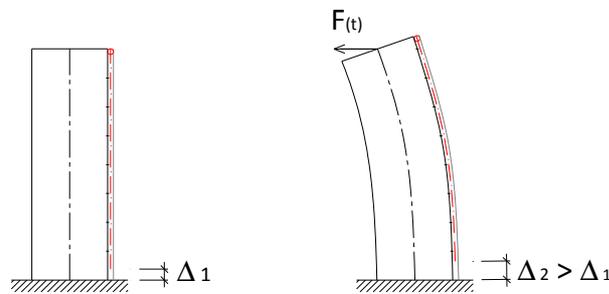
Die bisher beschriebenen Lastabtragungselemente leiten die Kräfte überwiegend in vertikaler Richtung ab. Anders verhält es sich bei Brückentragwerken, welche ihre Lasten in horizontaler Richtung zu den Auflagern leiten. Ein bezüglich der Trägerachse exzentrisch angebrachtes Hüllrohr, in welchem sich der Dämpfer befindet, erfährt bei einer Biegebeanspruchung höhere Verzerrungen als die Schwerachse des Trägers (vgl. Abbildung 9.5). Diese Differenz kann in gewohnter Weise zur Dämpfung einer dynamischen Belastung herangezogen werden.



**Abbildung 9.5:** System zur Dämpfung eines Stahlbetonträgers (In Anlehnung an KOLLEGGER & EGGER, 2009)

- Sanierung von Masten und Schloten

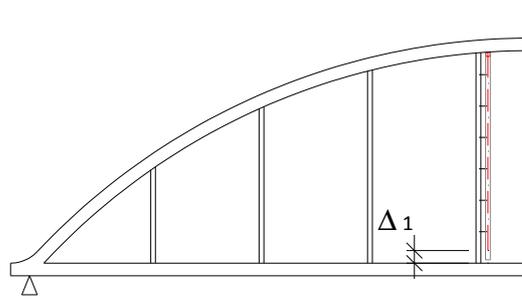
Schlänke Bauwerke wie Masten und Schloten, können durch eine nachträgliche, kraftschlüssige Verbindung mit dem Dämpfersystem soweit saniert werden, dass übermäßige, tragwerksschädigende Verformungen verhindert werden.



**Abbildung 9.6:** Außenliegender Dämpfer (In Anlehnung an KOLLEGGER & EGGER, 2009)

- Sanierung schlanker Stahlkonstruktionen

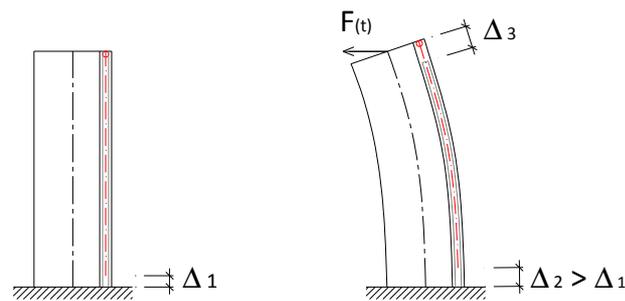
Die Hänger von Stabbogenbrücken werden aufgrund der Art ihrer Belastung sehr schlank konstruiert. Dieser Umstand führt zu einer erhöhten Schwingungsanfälligkeit dieser Bauteile bei Windanregung. In Abbildung 9.7 ist eine mögliche Variante der Dämpfung dieser Elemente dargestellt.



**Abbildung 9.7:** System zur Dämpfung von Hängern bei Stabbogenbrücken (In Anlehnung an KOLLEGGER & EGGER, 2009)

- Systeme mit erhöhter Effizienz des Dämpfers

Der in den vorangegangenen Punkten beschriebene Mechanismus der Dämpfung beruht auf der Relativverschiebung eines Dämpfers bezüglich der restlichen Konstruktion. Der Dämpfer wird zu diesem Zweck am oberen bzw. unteren Ende mit dem Tragwerk verbunden (vgl. Abbildung 4.1). Die maximal mögliche Relativverschiebung ist abhängig von der Systemschlankheit und wurde unter Punkt 4.1 hergeleitet. Die zur Verbesserung der Dämpfercharakteristik notwendige Erhöhung der Wegamplitude ist also bei dieser Variante begrenzt. Eine Separierung des Hüllrohres von der restlichen Tragstruktur würde entsprechend Abbildung 9.8 zu einer Verdopplung des Weges und somit zu einer deutlichen Verbesserung der Dämpfungseigenschaften führen. Das Hüllrohr erfährt im Gegensatz zu den vorhergehenden Varianten aufgrund dieser Entkopplung keine Längsdehnung.



**Abbildung 9.8:** System mit erhöhter Dämpfereffizienz (In Anlehnung an KOLLEGGER & EGGER, 2009)

## A Literaturverzeichnis

Bucher C.: *Baudynamik (Studienblätter)*. Technische Universität Wien, Institut für Hochbau und Technologie – Forschungsbereich für Baumechanik und Baudynamik, 2008

Chopra A.: *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering, Second Edition*. United States, Prentice Hall, 2001

Flesch R.: *Baudynamik Praxisgerecht, Band 1 Berechnungsgrundlagen*. Wiesbaden und Berlin, Bauverlag GmbH, 1993

Kirchhofer J. & Hauer T.: *Untersuchungen zur Tilgung von Brückenschwingungen an einem realen Brückentragwerk, Diplomarbeit*. Institut für Tragkonstruktionen-Stahlbau, TU-Wien, 2008

Kolbitsch A.: *Hochbaukonstruktionen Band 2 (Vorlesungsskript)*. Technische Universität Wien, Institut für Hochbau und Technologie – Forschungsbereich für Hochbaukonstruktionen und Bauwerkserhaltung, 2006

Kolbitsch A.: *Hochbaukonstruktionen II (Vorlesungsskript)*. Technische Universität Wien, Institut für Hochbau und Technologie – Forschungsbereich für Hochbaukonstruktionen und Bauwerkserhaltung, 2008

Kollegger J. & Egger P.: *Tragkonstruktionen. Patentanmeldung T12456*. Österreich, 2009

Kramer H.: *Angewandte Baudynamik*. Berlin, Ernst & Sohn, 2007

MABA Fertigteilindustrie GmbH: *Technische Produktbeschreibung ROTOP-Schleuderbetonstützen*. Online im Internet: <http://www.maba.at/produkte/468.htm> (16.August 2009)

Mang H. & Hofstetter G.: *Festigkeitslehre, 2. Auflage*. Wien, Springer-Verlag, 2004

Petersen Ch.: *Dynamik der Baukonstruktionen*. Braunschweig, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, 1996

Petersen Ch.: *Schwingungsdämpfer im Ingenieurbau*. München, Maurer & Söhne GmbH & CoKG, 2001

Ziegler F.: *Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper, Dritte verbesserte Auflage*. Wien, Springer-Verlag, 1998

## B Abbildungsverzeichnis

<b>Abbildung 2.1:</b> Gliederung der Einwirkungsarten.....	3
<b>Abbildung 2.2:</b> Harmonische Einwirkung a) ohne und b) mit Phasenverschiebung (In Anlehnung an KRAMER, 2007).....	4
<b>Abbildung 2.3:</b> Feder – Dämpfermodellierung (In Anlehnung an PETERSEN, 1996) .....	6
<b>Abbildung 2.4:</b> Freie, ungedämpfte Schwingung (In Anlehnung an CHOPRA, 2001).....	8
<b>Abbildung 2.5:</b> Amplitudenfrequenzgang und Phasenfrequenzgang eines harmonisch angeregten, ungedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001) .....	10
<b>Abbildung 3.1:</b> a) Tilger, b) passiver Schwingungsdämpfer und c) dynamischer Schwingungsdämpfer (In Anlehnung an PETERSEN, 2001).....	13
<b>Abbildung 3.2:</b> a) Pendeldämpfer, b) Fluiddämpfer und c) Impulsdämpfer (In Anlehnung an PETERSEN, 2001).....	14
<b>Abbildung 3.3:</b> Unterkritische, kritische und überkritische Dämpfung (In Anlehnung an CHOPRA, 2001) .....	15
<b>Abbildung 3.4:</b> Amplituden- und Phasenfrequenzgänge eines harmonisch angeregten, viskos gedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001).....	19
<b>Abbildung 3.5:</b> Hysterese für ein System mit alleiniger Wirkung einer Dämpfungskraft (In Anlehnung an CHOPRA, 2001).....	21
<b>Abbildung 3.6:</b> Hysterese für ein System mit Feder- und Dämpfungskraft (In Anlehnung an CHOPRA, 2001).....	22
<b>Abbildung 3.7:</b> Arbeitslinie eines allgemeinen, nicht viskos gedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001).....	23
<b>Abbildung 3.8:</b> Energiedissipation eines viskos gedämpften und eines frequenzunabhängig gedämpften Systems (In Anlehnung an CHOPRA, 2001).....	24
<b>Abbildung 3.9:</b> Arbeitslinie für ein System mit Reibungsdämpfung (In Anlehnung an CHOPRA, 2001) .....	25
<b>Abbildung 3.10:</b> Ausschwingversuch (In Anlehnung an PETERSEN, 2001) .....	27
<b>Abbildung 3.11:</b> Methode der halben Bandbreite (In Anlehnung an FLESCHE, 1993) .....	30
<b>Abbildung 3.12:</b> Systeme zur Erhöhung der Strukturdämpfung. a) Elastomer-Fußpunktunterfütterung, b) Reib-Zangen-Element c) Elastomerschubelement (PETERSEN, 2001) .....	31

<b>Abbildung 3.13:</b> Systeme zur Abwehr windinduzierter Schwingungen. Aerodynamische Störelemente. a) SCRUTON-Wendel und b) PRICE-Shroud (PETERSEN, 2001) .....	31
<b>Abbildung 3.14:</b> System zur Abwehr windinduzierter Schwingungen. Reibungsdämpfer. a) Prinzipskizze und b) Dämpfer Antennenträger Steinsberg (D) (PETERSEN, 2001) .....	32
<b>Abbildung 3.15:</b> Systeme zur Abwehr windinduzierter Schwingungen. a) Pendeldämpfer Fernsehturm Dresden (D), b) Seilschwingungsdämpfer und c) Dämpfer für Brückenhänger (PETERSEN, 2001) .....	32
<b>Abbildung 3.16:</b> Systeme zur Abwehr personeninduzierter Schwingungen. Viskoser Dämpfer. a) Wirkprinzip und b) Dämpfungselement. System MAURER SÖHNE-PETERSEN (PETERSEN, 2001) .....	33
<b>Abbildung 3.17:</b> System zur Abwehr personeninduzierter Schwingungen. Elastomerdämpfer. Frankenstadion Nürnberg (D) (PETERSEN, 2001).....	33
<b>Abbildung 3.18:</b> Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen. Basisisolierung. a) Prinzipskizze und b) Elastomerelement mit Bleikern (PETERSEN, 2001) .....	34
<b>Abbildung 3.19:</b> Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen. Passive Systeme. a) Prinzipskizze, b) Auswahl an Fluiddämpfern und c) hydraulischer Dämpfer (PETERSEN, 2001) .....	34
<b>Abbildung 3.20:</b> Systeme zur Abwehr erdbebeninduzierter Schwingungen. Aktive Systeme. a) Punktuelle und b) geschossweise Anordnung (PETERSEN, 2001).....	34
<b>Abbildung 4.1:</b> Verformte und unverformte Lage einer auf Biegung beanspruchten, schlanken Konstruktion .....	35
<b>Abbildung 4.2:</b> Prinzipskizze eines am Fußpunkt eingespannten und mit einer Einzellast beanspruchten Stabes.....	37
<b>Abbildung 4.3:</b> Verformung der Stabachse zufolge Momentenbeanspruchung (In Anlehnung an MANG & HOFSTETTER, 2004) .....	38
<b>Abbildung 4.4:</b> Verhältnis der vertikalen-zur horizontalen Systemverformung.....	39
<b>Abbildung 4.5:</b> Begangener Fehler bei Vernachlässigung der Querkraftverformung .....	40
<b>Abbildung 4.6:</b> Formtreue Verformung der Struktur .....	42
<b>Abbildung 5.1:</b> Versuchsreihe 1 – Versuchsaufbau.....	44
<b>Abbildung 5.2:</b> Versuchsreihe 1 – Messkette.....	45

<b>Abbildung 5.3:</b> COMPACTRIO-Controller .....	45
<b>Abbildung 5.4:</b> Versuchsreihe 1 – verwendete Hüllrohre und untersuchte Dämpfer.....	47
<b>Abbildung 5.5:</b> Versuchsreihe 1 – Auswertung/Methode der halben Bandbreite. Vergrößerungsfaktor aus Weg und Beschleunigung.....	48
<b>Abbildung 5.6:</b> Versuchsreihe 1 – Auswertung/Ausschwingversuch.....	49
<b>Abbildung 5.7:</b> Versuchsreihe 1 – Auswertung/Hysterese .....	50
<b>Abbildung 5.8:</b> Versuchsreihe 1 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 121 und Serie 123.....	51
<b>Abbildung 5.9:</b> Versuchsreihe 1 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 141 und Serie 143.....	51
<b>Abbildung 5.10:</b> Versuchsreihe 1 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 161 und Serie 163.....	52
<b>Abbildung 5.11:</b> Versuchsreihe 1 – Vergleich der Dämpfertypen, Fluid: Wasser.....	54
<b>Abbildung 5.12:</b> Versuchsreihe 1 – Vergleich der Dämpfertypen, Fluid: Silikonöl .....	55
<b>Abbildung 5.13:</b> Versuchsreihe 1 – Einfluss des Hüllrohrdurchmessers, Serie 113.....	56
<b>Abbildung 5.14:</b> Versuchsreihe 1 – Einfluss des Hüllrohrdurchmessers, Serie 152.....	56
<b>Abbildung 5.15:</b> Versuchsreihe 1 – Einfluss des Hüllrohrdurchmessers, Serie 182.....	57
<b>Abbildung 6.1:</b> Versuchsreihe 2 – Versuchsaufbau.....	59
<b>Abbildung 6.2:</b> Versuchsreihe 2 – Messkette.....	60
<b>Abbildung 6.3:</b> Versuchsreihe 2 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 210 und Serie 230.....	63
<b>Abbildung 6.4:</b> Versuchsreihe 2 – Dämpfungsverhalten von Wasser und Silikonöl, Serie 220 und Serie 240.....	64
<b>Abbildung 7.1:</b> Versuchsreihe 1 – Knotenverschiebung nach Theorie II und III Ordnung.....	67
<b>Abbildung 7.2:</b> Versuchsreihe 1 – SOFISTIK-Modell .....	67
<b>Abbildung 7.3:</b> Versuchsreihe 1 – Gegenüberstellung SOFISTIK-Berechnung/reales Modell, Serie 171_4,0 Hz, Schwingungsverhalten zu Beginn und im eingeschwungenen Zustand.....	68
<b>Abbildung 7.4:</b> Versuchsreihe 1 – Gegenüberstellung SOFISTIK-Berechnung/reales Modell, Serie 171, Ausschwingverhalten .....	69
<b>Abbildung 7.5:</b> Versuchsreihe 2 – SOFISTIK-Modell .....	70

<b>Abbildung 7.6:</b> Versuchsreihe 2 – statischer Versuch.....	70
<b>Abbildung 7.7:</b> Versuchsreihe 2 – Gegenüberstellung SOFISTIK-Berechnung/reales Modell, Serie 240_2,5 Hz, Schwingungsverhalten zu Beginn und im eingeschwungenen Zustand.....	71
<b>Abbildung 8.1:</b> Gegenüberstellung einer a) vertikalen und einer b) horizontalen Dämpfung, SOFISTIK-Modelle.....	72
<b>Abbildung 9.1:</b> Stahlbetonpylon und entsprechendes SOFISTIK-Modell .....	74
<b>Abbildung 9.2:</b> Grundrisse von a) Tragstrukturen mit innenliegenden Kern und b) außenliegendem „Tube“ (KOLBITSCH, 2008) .....	75
<b>Abbildung 9.3:</b> a) Outrigger und Off-Set-Outrigger Konstruktion (KOLBITSCH, 2006) und b) Einbindung von Outriggerschossen in die Dämpferstruktur (In Anlehnung an KOLLEGER & EGGER, 2009) .....	76
<b>Abbildung 9.4:</b> Varianten zur Dämpfung von Schubdeformationen (In Anlehnung an KOLLEGER & EGGER, 2009) .....	76
<b>Abbildung 9.5:</b> System zur Dämpfung eines Stahlbetonträgers (In Anlehnung an KOLLEGER & EGGER, 2009) .....	77
<b>Abbildung 9.6:</b> Außenliegender Dämpfer (In Anlehnung an KOLLEGER & EGGER, 2009).....	77
<b>Abbildung 9.7:</b> System zur Dämpfung von Hängern bei Stabbogenbrücken (In Anlehnung an KOLLEGER & EGGER, 2009) .....	77
<b>Abbildung 9.8:</b> System mit erhöhter Dämpfereffizienz (In Anlehnung an KOLLEGER & EGGER, 2009).....	78

## C Tabellenverzeichnis

<b>Tabelle 3.1:</b> Gedämpfte und ungedämpfte Eigenkreisfrequenz .....	16
<b>Tabelle 3.2:</b> Dämpfungsdekrement ausgewählter Konstruktionen (PETERSEN, 1996) .....	26
<b>Tabelle 4.1:</b> Verformungsverhältnis und begangener Fehler bei Vernachlässigung der Querkräfteverformung jeweils in Abhängigkeit der Systemschlankheit .....	40
<b>Tabelle 5.1:</b> Versuchsreihe 1 – untersuchte Versuchsvarianten.....	46
<b>Tabelle 6.1:</b> Versuchsreihe 2 – untersuchte Versuchsvarianten.....	61

## D Abkürzungsverzeichnis

Anm.	Anmerkung
bzw.	beziehungsweise
ca.	circa
d.h.	das heißt
i.A.	im Allgemeinen
lat.	lateinisch für ...
u.a.	unter anderem
vgl.	vergleiche
z.B.	zum Beispiel

## E Anhang

### MATLAB Programmtext, Versuchsreihe 1 und 2, Auswertung Amplitudenfrequenzgang

```
% Einlesen der Datei
clear all
filename = 'Versuchsreihe x Versuch xxx'; % Eingabe des Dateinamens
auswertung = xlsread('xxx.xls'); % Einlesen der entsprechenden Excel-Datei

% Definition der Variablen aus der eingelesenen Datei
f = auswertung(:,1); % Es werden alle Zellen der ersten Spalte als Frequenzdaten -
    % definiert [Hz, 1/s]
u = auswertung(:,2); % Es werden alle Zellen der zweiten Spalte als Wegdaten definiert [mm]
a = auswertung(:,3); % Es werden alle Zellen der dritten Spalte als Beschleunigungsdaten -
    % definiert [m/s^2]
p = auswertung(:,4); % Es werden alle Zellen der vierten Spalte als Kraftdaten -
    % definiert [N]

% Berechnungen für die Darstellung der Splinekurve
V_u = u./p; % Berechnung des Vergrößerungsfaktoren aus den -
    % Wegdaten bei jeder Erregerfrequenz [mm/N]
V_a = (a./(2*pi*f).^2./p)*1000; % Berechnung des Vergrößerungsfaktoren aus den -
    % Beschleunigungsdaten bei jeder Erregerfrequenz [mm/N]
f_min = min(f); % Definition der minimalen Erregerfrequenz
f_max = max(f); % Definition der maximalen Erregerfrequenz
sp_u = spline(f,V_u); % Definition der Spline aus V_u
sp_a = spline(f,V_a); % Definition der Spline aus V_a
xx = linspace(f_min,f_max,1000000); % Aufteilen der x-Achse in 1.000.000 Punkte
V_u_sp = ppval(sp_u,xx); % Zuordnung der Splinekurvenwerte zu den Punkten, -
    % aus dem Weg
V_a_sp = ppval(sp_a,xx); % Zuordnung der Splinekurvenwerte zu den Punkten, -
    % aus der Beschleunigung

% Berechnung der Werte für die Bandbreitenmethode
V_u_sp_max = max(V_u_sp); % Definition des maximalen -
    % Vergrößerungsfaktors
V_u_sp_max_f = find(V_u_sp==max(V_u_sp)); % Erregerfrequenz beim maximalen -
    % Vergrößerungsfaktor
V_u_sp_10000 = (round(V_u_sp.*10000)); % Multiplizieren mit 10.000 und -
    % runden auf ganze Zahlen
V_u_sp_sqrt_10000 = round((max(V_u_sp_10000))/sqrt(2)); % Maximalwert durch Wurzel aus -
    % Zwei und runden auf ganze Zahlen
V_u_sp_sqrt_n = find(V_u_sp_10000>=(V_u_sp_sqrt_10000)); % Definition des Wertebereichs -
    % über die Wurzel aus Zwei
V_u_sp_sqrt_n_max = max(V_u_sp_sqrt_n); % Maximaler Vergrößerungsfaktor -
    % dieses Bereichs
V_u_sp_sqrt_n_min = min(V_u_sp_sqrt_n); % Minimaler Vergrößerungsfaktor -
    % dieses Bereichs
f_u_0 = (xx(V_u_sp_max_f)); % Eigenfrequenz
f_u_1 = (xx(V_u_sp_sqrt_n_min)); % Kleinere Erregerfrequenz für -
    % die Bandbreitenmethode
f_u_2 = (xx(V_u_sp_sqrt_n_max)); % Größere Erregerfrequenz für -
    % die Bandbreitenmethode

% Fortsetzung auf nächster Seite
```

```

% Fortsetzung von vorhergehender Seite

V_a_sp_max = max(V_a_sp);
V_a_sp_max_f = find(V_a_sp==max(V_a_sp)); % Gleiche Berechnungsschritte, -
V_a_sp_10000 = (round(V_a_sp.*10000)); % jedoch mit Beschleunigungsdaten
V_a_sp_sqrt_10000 = round((max(V_a_sp_10000))/sqrt(2));
V_a_sp_sqrt_n = find(V_a_sp_10000>=(V_a_sp_sqrt_10000));
V_a_sp_sqrt_n_max = max(V_a_sp_sqrt_n);
V_a_sp_sqrt_n_min = min(V_a_sp_sqrt_n);
f_a_0 = (xx(V_a_sp_max_f));
f_a_1 = (xx(V_a_sp_sqrt_n_min));
f_a_2 = (xx(V_a_sp_sqrt_n_max));

% Berechnung des Dämpfungsmaßes
zeta_u = (f_u_2-f_u_1)/(f_u_2+f_u_1) % Lehr'sches Dämpfungsmaß aus den Wegdaten [1]
zeta_a = (f_a_2-f_a_1)/(f_a_2+f_a_1) % Lehr'sches Dämpfungsmaß aus den -
% Beschleunigungsdaten [1]
k_u = 1/((zeta_u)*2*V_u_sp_max) % Steifigkeit aus den Wegdaten [N/mm]
k_a = 1/((zeta_a)*2*V_a_sp_max) % Steifigkeit aus den Beschleunigungsdaten [N/mm]
c_u = 1/(2*pi*f_u_0*V_u_sp_max) % Dämpfungskonstante aus den Wegdaten [Ns/mm]
c_a = 1/(2*pi*f_a_0*V_a_sp_max) % Dämpfungskonstante aus den -
% Beschleunigungsdaten [Ns/mm]

% Darstellung und speichern der Grafiken für die Bandbreitenmethode
hold on
plot(f,V_u, 'r'); % Plotten des Polygonzuges aus den Wegdaten
plot(xx,V_u_sp, 'b'); % Plotten der Spline aus den Wegdaten
plot(f,V_a, 'b'); % Plotten des Polygonzuges aus den -
% Beschleunigungsdaten
plot(xx,V_a_sp, 'c'); % Plotten der Spline aus den -
% Beschleunigungsdaten
axis([3 9 0 3]) % Skalierung der Achsen
grid on % Raster ein
title(filename) % Titel der Abbildung
xlabel('f [Hz]') % Bezeichnung der x-Achse
ylabel('Rd [mm/N]') % Bezeichnung der y-Achse
legend('Rd aus Weg', 'Spline - Rd aus Weg') % Bezeichnung der Legende
hold on
print('-dpng', filename) % Speichern als dpng
print('-dpdf', filename) % Speichern als dpdf
hold off
close all

% Exportieren der berechneten Daten
export={filename, zeta_u, zeta_a, k_u, k_a, c_u, c_a}; % Exportieren der Daten
xlswrite('xxx_Afg.xls', export, filename, 'A1') % Schreiben der Daten in die -
% entsprechenden Excel-Datei

```

## MATLAB Programmtext, Versuchsreihe 1 und 2, Auswertung FFT

```

% Einlesen der Datei
clear all
filename = 'xx_Av_Hammer'; % Eingabe des Dateinamens
auswertung = xlsread('xxx_Av_Hammer.xls'); % Einlesen der entsprechenden Excel-Datei

% Fortsetzung auf nächster Seite

```

```
% Fortsetzung von vorhergehender Seite

% Definition der Variablen aus der eingelesenen Datei
s = auswertung(:,1); % Es werden alle Zellen der ersten Spalte als Zeitdaten -
                    % definiert [s]
u = auswertung(:,5); % Es werden alle Zellen der fünften Spalte als Wegdaten -
                    % definiert [m]
ai = auswertung(:,7); % Es werden alle Zellen der siebten Spalte als -
                    % Beschleunigungsdaten definiert [m/s2]
Fs = 9600;           % Definition der Abtastfrequenz [Hz]

% Definitionen für die FFT-Analyse
T=1/Fs;              % Sample Zeit
L=length(s);        % Länge des Signals
t=(0:L-1)*T;        % Vektor Zeit
NFFT = 2^nextpow2(L); % Nächste Zweierpotenz der Länge des Signals

% Darstellung der Antwort vom Laser
fig = figure(1);
subplot(3,1,1);
plot(u)
U = fft(u,NFFT)/L; % FFT der Wegdaten

% Darstellung des Stimulus
fi = (0.370.*ai); % Masse des Hammer multipliziert mit der -
                 % Beschleunigung
subplot(3,1,2);
plot(fi)
F = fft(fi,NFFT)/L; % FFT des Systemeingangs

% Übertragungsfunktion
H_u = (U./F);
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
subplot(3,1,3)
plot(f(1:100),2*abs(H_u(1:100))) % Darstellen der ersten 100 Werte

% Generieren der Spline
f_red = f(1:100);
H_u_red = abs(H_u(1:100));
f_min = min(f_red);
f_max = max(f_red);
sp_u = spline(f_red,H_u_red); % Definieren der Splinekurve
xx = linspace(f_min,f_max,1000000); % Aufteilen der x-Achse in 1.000.000 Punkte
V_u_sp = ppval(sp_u,xx);

% Berechnung der Werte für die Bandbreitenmethode - siehe vorhergehenden Programmtext

% Grafische Ausgabe der Übertragungsfunktion
fig = figure(2);
plot(f_red,H_u_red)
hold on
plot(xx,V_u_sp, 'r')
hold off

% Darstellung und speichern der Grafiken für die Bandbreitenmethode - siehe vorhergehenden
  Programmtext

% Exportieren der berechneten Daten - siehe vorhergehenden Programmtext
```

## SOFISTIK Programmtext, Versuchsreihe 1, Definition des Systems

```
$ Eingabe des Systems
+prog sofimsha
kopf Text Eingabe des Systems
syst raum

$ Knoten des Aluminiumstabes
knot nr 1      x 0          y 0 z 0      fix f      $ Einspannstelle
knot nr 2      x 0.100     y 0 z 0
knot nr 3      x 0.134     y 0 z 0      $ Shakerposition
knot nr 4      x 0.200     y 0 z 0
knot nr (5 12 1) x (0.3 0.1) y 0 z 0
knot nr 13     x 1.020     y 0 z 0      $ Laserposition
knot nr 14     x 1.050     y 0 z 0      $ Stabende

$ Knoten des Dämpfers
knot nr 21     x 1.020     y 0 z 1.00   fix zp     $ vertikale Führung
knot nr 22     x 1.020     y 0 z 0.75   fix zp
knot nr 23     x 1.020     y 0 z 0.50   fix zp
knot nr 24     x 1.020     y 0 z 1.00   fix pp     $ Gelenk

$ Stab des Aluminiumträgers
stab (1 13 1)  ka (1 1)  ke (2 1)  qnr 1

$ Stäbe des Dämpfers
stab 21  ka 21  ke 22  qnr 3      $ Querschnitt je nach Versuch zu wählen
stab 22  ka 22  ke 23  qnr 3
stab 23  ka 23  ke 13  qnr 3  ende mymzmb      $ Gelenkige Lagerung

$ Punktmasse
mass 13  mz 0.00      $ Punktmasse im Knoten 13 ist -
                        $ entsprechend der Versuchsvariante einzugeben

$ Federn des Dämpfers
fede 200  ka 24  ke 22  dp 0.00    $ Die Dämpfungszahl wurde aus Versuchen ermittelt
fede 201  ka 22  ke 23  dp 0.00    $ Je nach Füllhöhe werden kein, ein oder zwei -
                        $ Federelemente angesprochen

ende
```

## SOFISTIK Programmtext, Versuchsreihe 1, Definition der Lastfälle

```
$ Eingabe der Lastfälle
+prog sofiload
kopf Text Eingabe der Lastfälle

$ Berechnung der Eigenwerte mit DYNA
+prog dyna
kopf EgW
eige 4 lf 1
ende

$ Berechnung der Eigenwerte mit ASE
+prog ase
kopf EgW
eige 4 etyp LANC lf 5
ende

$ Berechnung der statischen Durchbiegung
+prog ase
kopf Lastfälle
syst prob th3 $ Berechnung nach Theorie III. Ordnung
lf 1
kl nr 3 typ pz p1 0.00 $ Belastung im Knoten 3
ende

$ Generierung einer sinusförmigen Belastung
+prog sofiload
kopf Sinus
lf 2 bez 'SINUS 4 Hz'
funk t 1/4 f 1 t1 1.0 tmin 0.0 tmax - $ Belastungsdauer von 0 bis unendlich
knot 3 typ pz p1 0.00 $ Vertikale Last im Knoten 3
ende

$ Ermittlung des Verformungsverlaufes
+prog dyna
kopf direkte Zeitintegration
step 6000 0.005 $ Für die Darstellung der Verformung werden 6000 -
lf 2 $ Schritte in einem Abstand von 0.005 sek. dargestellt
hist uz 13 lfsp 10 $ Die Verformung im Knoten 13 wird unter -
ende $ Lastfallspeicher 10 gespeichert

$ Generierung einer Stoßbelastung
+prog sofiload
kopf Sinus
lf 3 bez 'SINUS 2.5 Hz'
funk t 1/2.5 f 1 t1 0.4 tmin 0.0 tmax 0.2 $ Belastungsdauer von 0 bis 0.2 sek.
knot 14 typ pz p1 0.00 $ Vertikale Last im Knoten 14
ende

$ Ermittlung des Verformungsverlaufes zufolge Stoßbelastung
+prog dyna
kopf direkte Zeitintegration
step 7000 0.001 $ Für die Darstellung der Verformung werden 7000 -
lf 3 $ Schritte in einem Abstand von 0.001 sek. dargestellt
hist uz 13 lfsp 11 $ Die Verformung im Knoten 13 wird unter -
ende $ Lastfallspeicher 11 gespeichert

$ Fortsetzung auf nächster Seite
```

```

$ Fortsetzung von vorhergehender Seite

$ Graphische Darstellung der Ergebnisse
+prog dynr
kopf Verschiebungsverläufe
hist 10 uz 13 f0 4001 tmin 2 tmax 7 $ Darstellung im Zeitbereich von 2 bis 7 sek.
hist 10 uz 13 f0 4001 tmin 25 tmax 30 $ Darstellung im Zeitbereich von 25 bis 30 sek.
hist 11 uz 13 f0 4001 tmin 1 tmax 6 $ Darstellung im Zeitbereich von 1 bis 6 sek.
ende

ende

```

## SOFIK Programmtext, Versuchsreihe 2, Definition des Systems

```

$ Eingabe des Systems
+prog sofimsha
kopf Text Eingabe des Systems
syst raum

$ Knoten des Aluminiumstabes
knot nr 1 x 0 y 0 z 0 fix f $ Einspannstelle
knot nr (2 5 1) x 0 y 0 z (-0.115 -0.2)
knot nr 6 x 0 y 0 z -0.845 $ Shakerposition
knot nr (7 12 1) x 0 y 0 z (-0.915 -0.2)
knot nr 13 x 0 y 0 z -2.135 $ Position des Stahlwinkels
knot nr 14 x 0 y 0 z -2.152 $ Laserposition
knot nr 15 x 0 y 0 z -2.181 $ Stabende

$ Knoten des Stahlwinkels
knot nr 21 x 0 y 0.2 z -2.135

$ Knoten des Rohrs
knot nr 101 x 0 y 0.2 z -0.01 fix pp $ Gelenk
knot nr (102 105 1) x 0 y 0.2 z (-0.115 -0.2)
knot nr 106 x 0 y 0.2 z -0.845 $ Rohrende
knot nr (107 112 1) x 0 y 0.2 z (-0.915 -0.2)

$ Knoten des Dämpfers
knot nr 201 x 0 y 0.2 z -0.06 fix zp $ vertikale Führung
knot nr 202 x 0 y 0.2 z -0.31
knot nr 203 x 0 y 0.2 z -0.56
knot nr 204 x 0 y 0.2 z -0.81
knot nr 205 x 0 y 0.2 z -1.06
knot nr 206 x 0 y 0.2 z -1.31
knot nr 207 x 0 y 0.2 z -1.56
knot nr 208 x 0 y 0.2 z -1.81

$ Kopplungen zwischen dem Träger und dem Rohr
knot nr 2 fix kf nr1 102 $ fixe Einspannung
knot nr (3 5 1) fix kpy nr1 (103 1) $ unverschieblich in y-Richtung gehalten
knot nr (7 12 1) fix kpy nr1 (107 1)

$ Stäbe des Aluminiumstabes
stab nr (1 14 1) ka (1 1) ke (2 1) qnr 1

$ Fortsetzung auf nächster Seite

```

```

$ Fortsetzung von vorhergehender Seite

$ Stäbe des Stahlwinkels
stab nr 21 ka 13 ke 21 qnr 3

$ Stäbe des Rohrs
stab nr (101 111 1) ka (101 1) ke (102 1) qnr 2

$ Stäbe des Dämpfers
stab nr (201 207 1) ka (201 1) ke (202 1) qnr 4
stab nr 208 ka 208 ke 21 qnr 4 ende mymzmb $ Gelenkige Lagerung

$ Kopplung Dämpfer und System
knot nr 205 fix kf nr1 21 $ Der Kopplungsknoten ändert -
$ sich je nach Versuchsvariante

$ Federn des Dämpfers
fede nr (301 304 1) ka (201 1) ke (202 2) dp 0.00 $ Die Dämpfungszahl wurde -
$ aus Versuchen ermittelt
$ Je nach Füllhöhe werden Dämpfer -
$ elemente zu oder ausgeschalten

$ Punktmasse
mass 21 mz 0.00 $ Punktmasse im Knoten 21 ist -
$ entsprechend der Versuchsvariante einzugeben

ende

```

### SOFIK Programmtext, Versuchsreihe 2, Definition der Lastfälle

```

$ Text Eingabe der Lastfälle
+prog sofiload
kopf Text Eingabe der Lastfälle

$ Berechnung der Eigenwerte mit DYNA
+prog dyna
kopf EgW
eige 4 lf 1
ende

$ Berechnung der Eigenwerte mit ASE
+prog ase
kopf EgW
eige 4 etyp lanc lf 5
ende

$ Berechnung der statischen Durchbiegung
+prog ase
kopf Lastfälle
syst prob th3 $ Berechnung nach Theorie III. Ordnung
lf 1
kl nr x typ py pl 0.00 $ Belastung im entsprechenden Knoten
ende

$ Fortsetzung auf nächster Seite

```

```

$ Fortsetzung von vorhergehender Seite

$ Generierung einer sinusförmigen Belastung
+prog sofiload
kopf Sinus
lf 2 bez 'SINUS 2Hz'
funk t 1/2 f 1 t1 1.0 tmin 0.0 tmax - $ Belastungsdauer von 0 bis unendlich
knot 6 typ py p1 0.00 $ Horizontale Last im Knoten 6
ende

$ Ermittlung des Verformungsverlaufes
+prog dyna
kopf direkte Zeitintegration
step 6000 0.005 $ Für die Darstellung der Verformung werden 6000 -
lf 2 $ Schritte in einem Abstand von 0.005 sek. dargestellt
hist uz 21 lfsp 10 $ Zuordnung der Lastfallspeicher
hist uy 13 lfsp 11
hist uy 14 lfsp 12
ende

$ Generierung einer Stoßbelastung
+prog sofiload
kopf Sinus
lf 3 bez 'SINUS 2.5 Hz'
funk t 1/2.5 f 1 t1 0.4 tmin 0.0 tmax 0.2 $ Belastungsdauer von 0 bis 0.2 sek.
knot 15 typ pz p1 0.00 $ Horizontale Last im Knoten 15
ende

$ Ermittlung des Verformungsverlaufes zufolge Stoßbelastung
+prog dyna
kopf direkte Zeitintegration
step 7000 0.001 $ Für die Darstellung der Verformung werden 7000 -
lf 3 $ Schritte in einem Abstand von 0.001 sek. dargestellt
hist uy 14 lfsp 15 $ Zuordnung der Lastfallspeicher
ende

$ Graphische Darstellung der Ergebnisse
+prog dynr
kopf Verschiebungsverläufe
hist 10 uz 21 f0 4001 tmin 2 tmax 7 $ Darstellung im Zeitbereich von 2 bis 7 sek.
hist 10 uz 21 f0 4001 tmin 25 tmax 30 $ Darstellung im Zeitbereich von 25 bis 30 sek.
hist 11 uy 13 f0 4001 tmin 2 tmax 7 $ Darstellung im Zeitbereich von 2 bis 7 sek.
hist 11 uy 13 f0 4001 tmin 25 tmax 30 $ Darstellung im Zeitbereich von 25 bis 30 sek.
hist 12 uy 14 f0 4001 tmin 2 tmax 7 $ Darstellung im Zeitbereich von 2 bis 7 sek.
hist 12 uy 14 f0 4001 tmin 25 tmax 30 $ Darstellung im Zeitbereich von 25 bis 30 sek.
hist 15 uy 14 f0 4001 tmin 1 tmax 6 $ Darstellung im Zeitbereich von 1 bis 6 sek.
ende
ende

```