

Diploma Thesis
**Dynamic analysis
of a double-track railway bridge
with separate structures
and common ballast bed**

Submitted in satisfaction of the requirements for the degree of
Diplom-Ingenieur
of the TU Wien, Faculty of Civil Engineering

DIPLOMARBEIT

**Dynamische Analyse
einer zweigleisigen Eisenbahnbrücke
mit getrennten Tragwerken
und gemeinsamem Schotterbett**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs
eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Max Affenzeller
Matr.Nr.: 01354190

unter der Anleitung von

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Josef Fink**
Univ.-Ass. Dipl.-Ing. **Andreas Stollwitzer**

Institut für Tragkonstruktionen
Forschungsbereich Stahlbau
Technische Universität Wien,
Karlsplatz 13, A-1040 Wien

Wien, im März 2020

Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der dynamischen Analyse einer zweigleisigen Eisenbahnbrücke der Tiroler Unterinntalstrecke. Das Tragwerk der Brücke bilden zwei getrennte Grobblechplatten. Die Besonderheit des Tragsystems ist ein gemeinsames Schotterbett über den beiden Tragplatten. Es kommt somit zu einer Kopplung der Platten, die auf die dynamischen Eigenschaften großen Einfluss nimmt.

Aufgrund der vergleichsweise kurzen Stützweite der Brücke muss eine dynamische Berechnung des Tragwerks erfolgen. Grundlegend ist dabei die Einhaltung der maximalen Beschleunigungen und Durchbiegungen infolge von Zugsüberfahrten mit der vorgegebenen Entwurfsgeschwindigkeit. Dabei kann es bei bestimmten Geschwindigkeiten zu Resonanzproblemen kommen. In diesem Fall stellt die Brückendämpfung einen entscheidenden Faktor für die realitätsnahe Berechnung der Beschleunigungen dar.

Bei einer bereits durchgeführten dynamischen Simulation des Brückentragwerks kam es zur Überschreitung der maximal zulässigen Beschleunigung. Es wurden daher zur Überprüfung zwei Messungen des Tragwerks veranlasst. Diese Messungen kamen auf sehr unterschiedliche Ergebnisse der Eigenfrequenzen und Dämpfungen.

Es wird daher in dieser Arbeit eine Parameterstudie des Brückentragwerks durchgeführt. Dabei werden in Finite Elemente Modelle unterschiedliche Parameter modelliert und die Auswirkungen auf die Eigenfrequenzen analysiert.

Aufgrund der Diskrepanz der durchgeführten Messungen wurden zwei weitere Messungen durchgeführt. Eine dieser Messungen wird im Zuge dieser Arbeit ausgewertet. Die Ergebnisse der Auswertungen stellen dabei Werte für die Eigenfrequenzen und der Dämpfungen sowie der Eigenformen dar. Durch einen Vergleich der ausgewerteten Messung mit den Messberichten der im Vorhinein durchgeführten Messungen werden Gründe für die Diskrepanz angeführt.

Im letzten Teil werden die Erkenntnisse der Sensitivitätsstudie mit den Messauswertungen zusammengeführt und eine Parametervalidierung des FE – Modells durchgeführt. Es wird ein Modell erstellt, mit dem die Messergebnisse gut abgebildet werden können.

Abstract

This thesis deals with the dynamic analysis of a certain railway bridge in Tyrol. The structure of the bridge is formed by two separate steel plates. The peculiarity is the common ballast bed on the plates. The plates are thus coupled, which has a great influence on the dynamic properties.

Due to the comparatively short span of the bridge, the structure must be dynamically calculated. It is essential to comply with the maximum accelerations and deflections as a result of simulated train crossings at the specified design speed. This can lead to resonance problems at certain speeds. In this case, the bridge damping is a decisive factor for the correct calculation of the accelerations.

A dynamic simulation of the bridge structure that was already carried out exceeded the maximum permitted acceleration. Two measurements of the structure were therefore carried out to check the structure. These measurements came up with very different results of the natural frequencies and damping.

Therefore, a parameter study of the bridge structure is discussed in this work. Different parameters are modeled in finite element models and the effects on the natural frequencies are analyzed. Due to the discrepancy between the previous measurements, two further measurements were carried out. One of these measurements is evaluated in the course of this work. The results of the evaluations represent values for the natural frequencies and the damping as well as the natural shapes. By comparing the evaluated measurement with the existing measurement reports, reasons for the discrepancy are given.

In the last part, the findings of the sensitivity study are combined with the measurement evaluations and a parameter validation of the FE – model is carried out. A model is created with which the measurement results can be recalculated well.

Danksagung

Ich bedanke mich bei Herrn Univ.Prof. Dipl.Ing. Dr.Techn. Josef Fink für die Möglichkeit der Erstellung der Diplomarbeit. Darüber hinaus beim AIT und der Firma Red Bernard für die Möglichkeit der Teilnahme an der Brückenmessung in Radfeld.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern die es mir ermöglichten eine so unbeschwerte Studienzeit zu erleben.

Bei meiner Freundin Marie möchte ich mich für ihre Unterstützung während des Studiums bedanken.

Zum Abschluss möchte ich mich bei meinen Studienfreunden bedanken. Mit Nena, Wolfgang und Christoph sind die fünf Jahre wie im Flug vergangen. Wir haben uns immer unterstützt, unsere Fragen ausgetauscht und Freunde fürs Leben gefunden.

Inhalt

Kurzfassung.....	iii
Abstract.....	v
Danksagung.....	vii
1. Einleitung.....	11
1.1. Ausgangssituation.....	11
1.2. Ziel der Arbeit.....	12
2. Theoretische Grundlagen.....	13
2.1. Zeitabhängigkeit.....	13
2.2. Eigenfrequenzen und Eigenformen.....	13
2.3. Bewegungsgleichungen.....	13
2.3.1. Einmassenschwinger.....	13
2.3.2. Ungedämpfter Einfeldbalken.....	14
2.3.3. Mehrmassenschwinger.....	15
2.4. Darstellung von Schwingungen.....	17
2.4.1. Darstellung im Zeitbereich.....	17
2.4.2. Frequenzverlaufsdarstellung.....	18
2.5. Dämpfung.....	19
2.6. Erzwungene Schwingung eines <i>EMS</i>	21
2.7. Ermittlung von Dämpfungen.....	23
2.7.1. Bestimmung des Lehr'sches Dämpfungsmaß über das logarithmische Dekrement..	23
2.7.2. Bestimmung des Lehr'sches Dämpfungsmaß über die Bandbreitenmethode.....	24
2.8. Beispiel Zweimassenschwinger.....	25
2.8.1. Simulationsprogramm.....	26
3. Brücke Radfeld 2 – dynamische Analyse.....	33
3.1. Tragwerk Radfeld.....	33
3.1.1. Bauelemente und Massenannahmen.....	35
3.2. Modellierung der einzelnen Tragwerkskomponenten.....	38
3.2.1. Elastomerlager und Vergussbeton.....	38
3.2.2. Festhaltedorne.....	41
3.2.3. Bahnschotter und Koppelfugen.....	44
3.3. Mechanische Modellierung des Tragwerks.....	45
3.4. Eigenfrequenz- und Eigenformanalyse mit verschiedenen Methoden.....	48
3.4.1. Einfeldbalken.....	48
3.4.2. FE-Stabmodell.....	50
3.4.3. FE-Flächenmodell.....	53
3.5. Zusammenfassung der Sensitivitätsstudie.....	74
3.5.1. Tabellarische Zusammenfassung der dynamischen Analyse.....	76
4. Dynamische Messung der Brücke Radfeld 2.....	78
4.1. Sensoraufbau.....	78

4.1.1.	Messprogramm	82
4.2.	Messdatenbearbeitung.....	84
4.3.	Messauswertung.....	85
4.3.1.	Sandballversuche.....	85
4.3.2.	Synchrone Anregung beider Tragwerke	87
4.3.3.	Asynchrone Anregung beider Tragwerke	92
4.3.4.	Alleinige Anregung von Tragwerk 1	97
4.3.5.	Alleinige Anregung von Tragwerk 2	102
4.3.6.	Synchrone Anregung mit zwei Shakern von Tragwerk 1 – Aufstellung 2	107
4.3.7.	Asynchrone Anregung von Tragwerk 1 durch beide Shaker	111
4.4.	Fazit der Messauswertung.....	117
4.5.	Kommentar zu den bereits durchgeführten Messungen	119
5.	Rückrechnung der Messauswertung.....	121
5.1.	Normative Vorgaben	121
5.2.	FE – Stabmodell.....	121
5.3.	FE – Flächenmodell	122
5.4.	Fazit der Parametervalidierung.....	125
6.	Fazit	127
7.	Literaturverzeichnis	128
8.	Abbildungsverzeichnis	129
9.	Tabellenverzeichnis	133
10.	Anhang.....	134
10.1.	Simulink Modell des Zweimassenschwinger.....	134
10.2.	Datenblatt UIC 60 Schienenprofil	135
10.3.	Datenblatt Betonschwelle.....	136
10.4.	Datenblatt Schwellenbesohlung	137
10.5.	Datenblatt Unterschottermatte	138
10.6.	Datenblatt Lagerelastomerstreifen [15]	139

1. Einleitung

1.1. Ausgangssituation

Diese Arbeit befasst sich mit den dynamischen Eigenschaften einer Eisenbahnbrücke aus einer Stahlgrobblechkonstruktion mit einer kurzen Stützweite von 4,50 m. In Bezug auf die dynamische Berechnung von Eisenbahnbrücken finden in Österreich die Norm *ÖNORM EN 1991-2 Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken* [1] und das darauf aufbauende Regelwerk der ÖBB *RW 08.01.04 Dynamische Berechnung von Eisenbahnbrücken* [2] Anwendung. Darin finden sich rechnerische Werte für die Dämpfung von Tragwerken, sowie Ansätze für die Massenbelegung der Brücke, insbesondere der Schotterdichte. Das Regelwerk der ÖBB [2] gibt an, dass bei Plattentragwerken mit Stützweiten zwischen 5,00 – 15,00 m unter besonderen Umständen auf eine dynamische Berechnung verzichtet werden kann. Es wird auch darauf verwiesen, dass Plattentragwerke mit einer Stützweite kleiner als 2,00 m unter Einhaltung einer Mindestplattenstärke keine dynamische Berechnung erfordern. Das Tragwerk der Brücke *Radfeld 2* hingegen findet sich mit einer Stützweite von 4,50 m nicht in diesen Grenzwerten wieder. Aus diesem Grund kam es zu einer dynamischen Berechnung der Eisenbahnbrücke durch das Technische Büro Revotech ZT GmbH. Diese befasst sich mit der Berechnung der Eigenfrequenzen und Tragwerksbeschleunigungen infolge Zugsüberfahrten. Dabei konnten die geforderten Vertikalbeschleunigungen von 6 m/s^2 der Tragwerke für die Entwurfsgeschwindigkeiten der Bahnstrecke nicht eingehalten werden [3].

Dieser Umstand führte dazu, dass es zu einer ergänzenden Messung des Brückentragwerks kam. Dabei wurden die tatsächlichen dynamischen Brückenparameter (Dämpfung und Eigenfrequenz) zur Kalibrierung der Berechnung messtechnisch ermittelt. Es konnte festgestellt werden, dass im Fall der sehr kurzen Spannweite die Dämpfung durch den normativ einzuhaltenden *Mindestwert* im Vergleich zu dem realen Wert unterschätzt und somit die Tragwerksbeschleunigungen zu hoch berechnet werden. Die ÖBB veranlassten zur Verifizierung dieser ermittelten Brückenparameter eine weitere Messung des Tragwerks durch das technische Büro *Schimetta Consult* [4]. Beide Messungen kamen zu unterschiedlichen Ergebnissen. Die gemessenen Eigenfrequenzen betragen 14,9 Hz und 13,2 Hz. Der Unterschied dieser Werte beträgt 11 %. Die Dämpfung wurde im ersten Messbericht mit 2,53% angegeben, der zweite Messbericht zeigte eine amplitudenabhängige Dämpfung von 4 – 12%. Der normative untere Grenzwert für die Dämpfung einer 4,5 m langen Stahlbrücke ist 2,43 % [1] [2].

Diese Diplomarbeit befasst sich somit mit dem Einfluss der Systemparameter des Tragwerks zur Berechnung von Eigenfrequenzen und Eigenformen. Dabei wird die reale Brückenkonstruktion in einem Finiten-Elemente Programm modelliert und die Einflüsse der Systemparameter untersucht. Diese stellen zum Beispiel eine überschotterten Fuge zwischen den zwei Tragwerksplatten oder die mechanische Modellierung der Lagerungsverhältnisse dar.

Um die Diskrepanz der zuvor durchgeführten Messungen zu klären, sind zwei weitere Messungen beauftragt worden, die Brückenparameter erneut messtechnisch zu erfassen. Die Messdaten einer dieser Messungen ist zur Verfügung gestellt worden und die Auswertung dieser wird gezeigt.

Durch das Zusammenführen der Sensitivitätsstudie und der Messdaten werden im letzten Teil dieser Diplomarbeit Modellparameter für die FE-Modellierung gesucht, womit eine bestmögliche Abbildung der Realität erreicht wird.

Folgende Programme werden für die Bearbeitung genutzt:

Dlubal RFEM 5.18

Matlab R2019a

MS Excel 2013

1.2. Ziel der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, den Einfluss von Modellparametern zu studieren. Es soll gezeigt werden, welche Parameter einen entscheidenden Einfluss auf die dynamischen Eigenschaften im Berechnungsmodell haben. Mit dieser Information sollen Modellparameter für eine reale Brückenkonstruktion gefunden werden.

Ein weiteres Ziel ist es, den Grund für die unterschiedlichen Messwerte der ersten beiden Brückenmessungen zu ermitteln.

2. Theoretische Grundlagen

nach [5], [6], [7], [8], [9], [10]

Die im Bauwesen oft angewendete statische Analyse von Tragwerken unterscheidet sich von der dynamischen Analyse grundlegend. Während es sich bei der Statik um in Ruhe verharrende Massen handelt, befindet sich bei der Dynamik das System in Bewegung. Die auf ein Tragwerk einwirkenden Kräfte sind von der Zeit abhängig. Daraus folgt auch eine von der Zeit abhängige Verformung. Es kommt somit zu einer Schwingung von Tragsystemen. Dieses Kapitel soll einen kurzen Überblick über die Grundlagen der Dynamik geben und das Verständnis der nachfolgenden Kapitel erleichtern [10].

2.1. Zeitabhängigkeit

Aufgrund der bereits erwähnten Zeitabhängigkeit der Einwirkung kommt es zu einer erzwungenen Schwingung des Systems. Wiederholt sich diese Einwirkung in bestimmten Zeitabständen nennt man diese „periodisch“. Lässt sich diese periodische Einwirkung mit einer Sinus- oder Kosinusfunktion beschreiben, nennt man diese „harmonisch“.

Ein Ereignis dieser regelmäßigen Wiederholung nennt man „Periode“. Die Zeitdauer zwischen den Perioden wird Periodendauer, oder im Fall von Schwingungen Schwingungsdauer T [s] genannt. Die Anzahl der Ereignisse pro Sekunde wird Frequenz f genannt und besitzt die Einheit Hertz [Hz]. Die Frequenz f berechnet sich als Kehrwert der Schwingungsdauer.

$$f = \frac{1}{T} \quad (1)$$

2.2. Eigenfrequenzen und Eigenformen

Elastische Systeme lassen sich durch stoßartige Anregungen oder Auslenkungen aus der statischen Ruhelage zu sogenannten freien Schwingungen anregen. Diese Schwingungen werden Eigenschwingung genannt und die Frequenz dieser Schwingung nennt man Eigenfrequenz. Die Schwingform der Eigenschwingung wird Eigenform genannt. Reale Systeme besitzen im Allgemeinen viele Eigenformen, in der sie schwingen können.

2.3. Bewegungsgleichungen

Analog zur Statik bilden bei der Dynamik die einwirkenden Kräfte und die Systemantwort ein Gleichgewicht. Im statischen Fall, als Sonderfall der Dynamik, bilden die Massen eines Tragsystems in Folge der Gravitation eine konstante Kraft. Im dynamischen Fall ist die Beschleunigung, als zweite Ableitung des Weges nach der Zeit, keine konstante Größe mehr. Deshalb sind die zeitabhängigen Bewegungsgleichungen der Schwingungen von Interesse. Die Bewegungsmöglichkeit beziehungsweise die Bewegungsrichtung wird dabei Freiheitsgrad genannt.

2.3.1. Einmassenschwinger

Das einfachste System bildet ein System mit nur einem Freiheitsgrad. Dieses System wird durch den Einmassenschwinger (Abk.: *EMS*) beschrieben und nennt sich auch „Single Degree of Freedom“ (Abk.: *SDOF*). In Abbildung 2.1 ist auf der linken Seite der *EMS* dargestellt. Dieser besteht aus:

- Masse m
- Feder k
- Dämpfer c



Abbildung 2.1: Einmassenschwinger

Auf der rechten Seite dieser Abbildung befindet sich der *EMS* im ausgelenkten Zustand, wobei die Laufkoordinate mit x bezeichnet ist. Die Ableitungen nach der Zeit sind die Geschwindigkeit \dot{x} sowie die Beschleunigung \ddot{x} . Die Bewegungsgleichung lässt sich nun über ein Kräftegleichgewicht herleiten. Dies ist in Gleichung (2) gezeigt:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = 0 \quad (2)$$

Die darin enthaltenen Kräfte sind:

- Trägheitskraft $m \cdot \ddot{x}$
- Dämpfungskraft $c \cdot \dot{x}$
- Rückstellkraft $k \cdot x$

Für diese homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung wird der harmonische Ansatz

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

gewählt. x_0 stellt dabei die Bewegungsamplitude dar, φ_0 die Phasenverschiebung des Sinus zum Zeitpunkt $t=0$. Für die Geschwindigkeit \dot{x} und die Beschleunigung \ddot{x} wird dieser Ansatz nach der Zeit abgeleitet.

Geht man nun vereinfacht von einem ungedämpften System ($c=0$) aus, stellt sich die Bewegungsgleichung mit dem in Gleichung (3) gezeigten harmonischen Bewegungsansatz wie folgt dar:

$$-m \cdot x_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi) + k \cdot x_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) = 0 \quad (4)$$

Nachdem das Produkt $x_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ nur zu bestimmten Zeitpunkten gleich null ist und deshalb aus der Gleichung gekürzt werden kann, ergibt sich nach entsprechender Umformung die Eigenkreisfrequenz ω des ungedämpften *EMS* zu

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \left[\frac{1}{s} \right] \quad (5)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega \quad [\text{Hz}] \quad (6)$$

Die Eigenfrequenz f erhält man durch die Division der Eigenkreisfrequenz durch 2π . Es zeigt sich somit, dass die Eigenfrequenz des ungedämpften *EMS* abhängig von dem Verhältnis zwischen Steifigkeit k und Masse m ist.

2.3.2. Ungedämpfter Einfeldbalken

An dieser Stelle wird der Übergang eines kontinuierlichen Systems am Beispiel eines Einfeldbalkens zurück auf den *EMS* gezeigt. In Abbildung 2.2 ist ein Einfeldbalken mit der Biegesteifigkeit EI und einer Massenbelegung von ρA gezeigt. Dieses System soll auf einen *EMS*, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, mit den Eigenschaften einer generalisierten Masse m^* und einer generalisierten Federsteifigkeit k^* , reduziert werden.

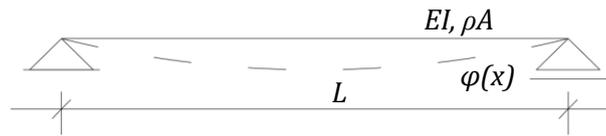


Abbildung 2.2: Einfeldbalken und seine Schwingform

Dafür wird ein Vergleich der kinetischen und potentiellen Energien herangezogen. Nachdem es sich um ein ungedämpftes System handelt, wird keine Energie während des Schwingvorganges durch eine Dämpfung dissipiert. Daraus entsteht die erste Bedingung, dass die maximale potentielle Energie gleich der maximalen kinetischen Energie ist.

$$E_{pot} = E_{kin} \quad (7)$$

Für die Durchbiegung des Einfeldbalkens mit beidseitig gelenkiger Lagerung wird der „Ritz’sche Ansatz“ für die Durchbiegung w an der Stelle x zum Zeitpunkt t

$$w(x, t) = q(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (8)$$

verwendet. $q(t)$ beschreibt dabei den Freiheitsgrad und wird generalisierte Koordinate genannt. Die daraus ergebenden Energien sind

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot EI \cdot \int_0^l \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx = \frac{1}{2} \cdot EI \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{\pi^4}{l^4} \cdot q^2 \quad (9)$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \rho A \cdot \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho Al}{2} \cdot \dot{q}^2 \quad (10)$$

Betrachtet man den generalisierten EMS stellen sich die Energien wie folgt dar:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k^* \cdot x^2 \quad (11)$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m^* \cdot \dot{x}^2 \quad (12)$$

Durch einen Koeffizientenvergleich der Gleichungen (9) und (10) mit (11) und (12) können die generalisierten Größen k^* und m^* des kinetisch äquivalenten EMS und die zugehörige erste Eigenfrequenz, wie in Gleichung (13) bis (15) dargestellt ermittelt werden.

$$k^* = EI \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{\pi^4}{l^4} \quad (13)$$

$$m^* = \frac{\rho Al}{2} \quad (14)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \frac{\pi}{2l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (15)$$

2.3.3. Mehrmassenschwinger

Um die Auswirkungen an einem etwas komplexeren System zu erläutern, wird hier noch auf den Zweimassenschwinger (Abk.: ZMS) eingegangen. Die Erweiterung auf beliebig viele Massen funktioniert analog zum Übergang vom EMS zum ZMS.

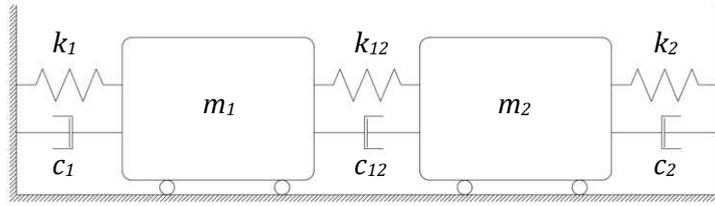


Abbildung 2.3: gekoppelter Zweimassenschwinger

Die in Abbildung 2.3 gezeigte Schwingerkette besteht aus zwei gekoppelten Massen. Es gibt daher nun zwei gekoppelte Bewegungsgleichungen, die durch das Kräftegleichgewicht der an den Massen m_1 und m_2 angreifenden Kräfte gebildet werden. Diese Kräfte sind in Abbildung 2.4 dargestellt. Das gebildete Kräftegleichgewicht ist in den Gleichungen (16) und (17) angegeben.

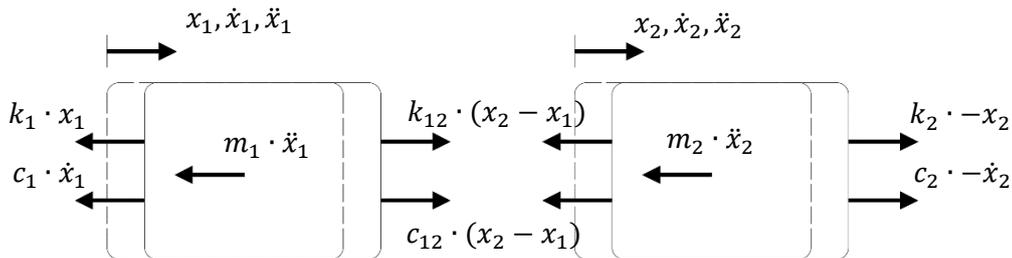


Abbildung 2.4: Kräfte im ZMS-System im ausgelenkten Zustand

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c_1 \cdot \dot{x}_1 + c_{12} \cdot (x_1 - x_2) + k_1 \cdot x_1 + k_{12} \cdot (x_1 - x_2) = 0 \quad (16)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_2 \cdot \dot{x}_2 + c_{12} \cdot (x_2 - x_1) + k_2 \cdot x_2 + k_{12} \cdot (x_2 - x_1) = 0 \quad (17)$$

Diese lassen sich in Matrixschreibweise übersichtlicher zusammenfassen in

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} \\ -c_{12} & c_2 + c_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

Es wird nun im Folgenden, zur Vereinfachung, von einem symmetrischen, ungedämpften System ausgegangen. Somit gilt:

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 \\ c_1 &= c_{12} = c_2 = 0 \\ k_1 &= k_2 \end{aligned}$$

Durch den bereits gezeigten Ansatz für x_i in Gleichung (3) lässt sich Gleichung (18) anschreiben zu:

$$\begin{bmatrix} k + k_{12} - m\omega^2 & -k_{12} \\ -k_{12} & k + k_{12} - m\omega^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (19)$$

Die nichttriviale Lösung dieses Gleichungssystem wird durch das Nullsetzen der Determinante der linken Matrix und Auflösen nach ω gefunden. Die Eigenkreisfrequenzen ω_i dieses ZMS betragen:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (20)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k + 2k_{12}}{m}} \quad (21)$$

Setzt man nun diese Eigenkreisfrequenzen in Gleichung (19) ein, ergeben sich die Bewegungsamplituden und somit die Bewegungsgleichungen. Diese haben folgende, bemerkenswerte Gestalt:

$$\text{für } \omega_1 \rightarrow x_1=x_2 \quad (22)$$

$$\text{für } \omega_2 \rightarrow x_1=-x_2 \quad (23)$$

Zusammenfassend können zu dieser Schwingerkette zwei Aussagen getroffen werden. Die erste Eigenfrequenz wird von der Kopplungssteifigkeit k_{12} nicht beeinflusst. Weiters schwingen bei der ersten Eigenfrequenz beide Massen synchron in die gleiche Richtung. Bei der zweiten Eigenfrequenz schwingen die Massen hingegen asynchron gegeneinander und auseinander.

2.4. Darstellung von Schwingungen

2.4.1. Darstellung im Zeitbereich

Schwingungen können unterschiedlich dargestellt werden. Zur Veranschaulichung wird die Schwingung der Form

$$x = 0,7 \cdot \sin(2\pi \cdot 5 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 17 \cdot t) \quad (24)$$

untersucht. Die Zeitverlaufsdarstellung dieser Schwingung ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Dabei wird der Schwingweg über der Zeitachse aufgetragen. Die Gesamtschwingung besteht aus einer Schwingung mit einer Amplitude von 0,7 (oben) und einer Frequenz von 5 Hz und einer Schwingung mit einer Amplitude von 1 und einer Frequenz von 17 Hz. Die Darstellung im Zeitbereich zeigt einen zeitlichen Verlauf der Schwingung, wodurch wie zum Beispiel die Erkenntnis eine Phasenverschiebung bei mehreren Schwingungen gewonnen werden kann, jedoch können bei mehreren überlagerten Schwingungen keine Auskünfte über enthaltene Frequenzen oder Amplituden gegeben werden. Um die Frequenzen und Amplituden zu beurteilen, kann zum Beispiel die Frequenzanalyse verwendet werden. Diese wird im folgenden Kapitel vorgestellt.

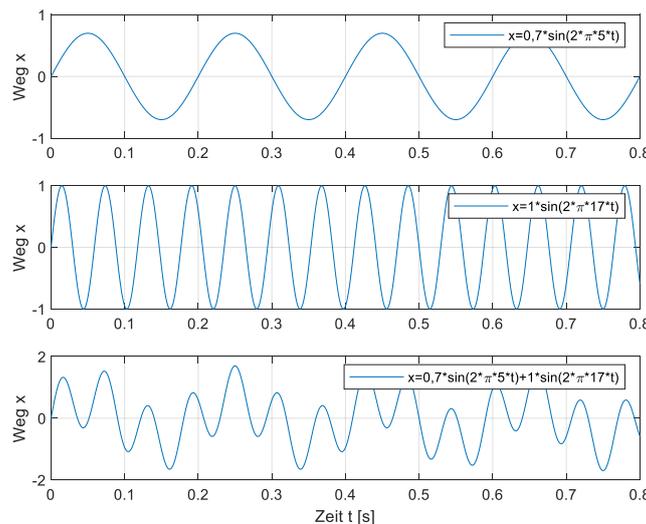


Abbildung 2.5: Zeitbereichsdarstellung einer Schwingung

Komplexe Beschreibung

Schwingungen lassen sich auch als rotierender Zeiger in der komplexen Ebene darstellen. Die Bewegungsgleichung eines ungedämpften EMS in der komplexen Ebene stellt sich wie in Gleichung (25) dar.

$$z = x_0 * e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (25)$$

In Gleichung (25) wird die Imaginäre Einheit $i^2 = -1$ eingeführt. Die bereits bekannte Schwingung auf der reellen Zeitachse ergibt sich aus dem Auswerten des Imaginärteils von Gleichung (25) und beträgt

$$\text{Im}(z) = x_0 * \sin(\omega t + \varphi) \quad (26)$$

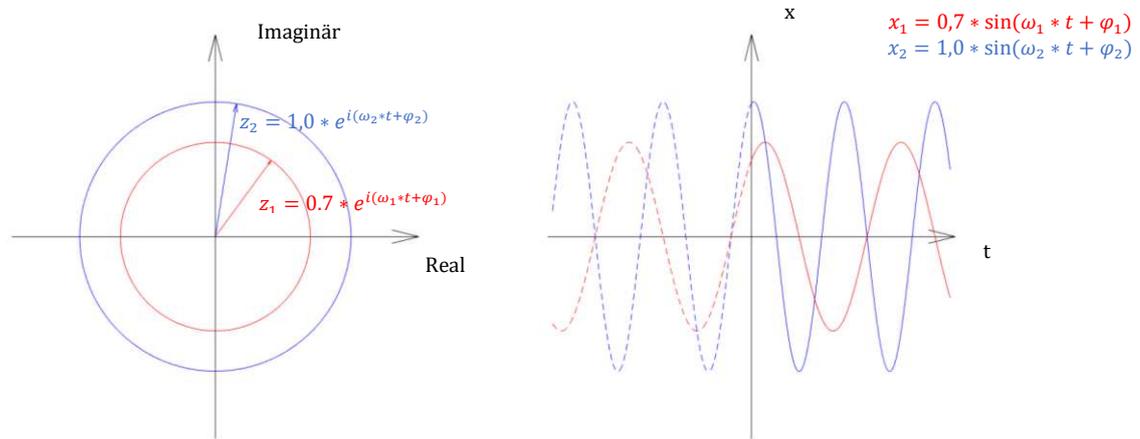


Abbildung 2.6: Vergleich komplexer Darstellung mit Zeitverlaufsdarstellung einer Schwingung

2.4.2. Frequenzverlaufsdarstellung

Mithilfe der Frequenzverlaufsdarstellung können Frequenzen und Amplituden genauer beurteilt werden. Grundlage darin ist die Fourierreihenentwicklung. Damit können periodische Funktionen mit der Periode T_P als Summe von harmonischen Funktionen dargestellt werden. Diese Fourierreihe ist in Gleichung (27) dargestellt. $\bar{\omega}_1$ stellt dabei die Grundfrequenz $\frac{2\pi}{T_P}$ dar. a_n und b_n werden Amplitudenkoeffizienten der n -ten harmonischen Schwingung genannt.

$$x = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n * \cos(n\bar{\omega}_1 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n * \sin(n\bar{\omega}_1 t) \quad (27)$$

$$x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n * e^{in\bar{\omega}_1 t} \quad (28)$$

Die komplexe Darstellung ist in Gleichung (28) gezeigt. Durch weitere mathematische Schritte können, durch die Fourieranalyse, die von der Zeit abhängigen Werte x , in die von der Frequenz abhängigen, komplexen Werte X_n umgerechnet werden. Diese komplexen Werte enthalten wie in Abbildung 2.6 gezeigt einen Real- und Imaginärteil. Daraus kann durch folgende Umrechnung die Amplitude P_1 und die Phasenlage φ der enthaltenen harmonischen Schwingung ausgewertet werden:

$$P_1 = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \quad (29)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}}\right) \quad (30)$$

Die Amplitude kann in einem Diagramm, in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt werden. Diese Darstellung wird Frequenzverlaufsdarstellung genannt. Es können somit die Amplituden eines Schwingensystems bei entsprechender Anregungsfrequenz analysiert werden. Die in dieser Arbeit enthaltenen Frequenzverlaufsdarstellungen werden im Programm Matlab mit der „Fast Fourier Transformation“ (FFT) erstellt. Durch diesen automatisierten Algorithmus lässt sich die

Frequenzverlaufsdarstellung in kurzer Zeit erstellen. Die FFT der in Abbildung 2.5 dargestellten Schwingung ist in Abbildung 2.7 gezeigt. Klar zu erkennen sind die Frequenzen der zwei enthaltenen Sinusschwingungen bei 5 und 17 Hz und der Unterschied der zwei Amplituden.

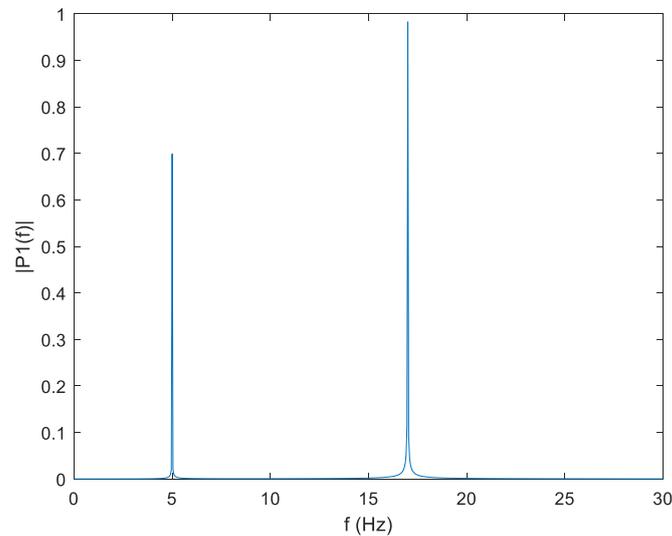


Abbildung 2.7: Frequenzbereichsdarstellung einer Schwingung

Das Ergebnis des FFT – Algorithmus sind die bereits beschriebenen komplexen Fourierkoeffizienten. Betrachtet man eine weitere FFT einer Schwingung kann durch einen Vergleich der Phasen in der jeweiligen n – ten harmonischen Grundfrequenz die Phasenverschiebung der betrachteten Schwingungen in dieser Frequenz berechnet werden.

2.5. Dämpfung

Ungedämpfte Systeme sind in der Realität nicht vorhanden. Für die Beschreibung von gedämpften Strukturen können verschiedene Ansätze gewählt werden, wobei hier das Lehr'sche Dämpfungsmaß ζ beschrieben wird.

Die Lösung der homogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung aus Gleichung (2) wird durch den D'Alembert'schen Ansatz in Gleichung (31) gelöst.

$$x = e^{\lambda t} \quad (31)$$

Durch zweimaliges Ableiten dieser Gleichung und einsetzen in die Bewegungsgleichung, erhält man für einen beliebigen Wert t die charakteristische Gleichung

$$\lambda^2 + \frac{c}{m} \cdot \lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad (32)$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung ist in Gleichung (33) dargestellt.

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (33)$$

Jene Dämpfung c_c , für die der Radikand in Gleichung (33) Null wird, nennt man kritische Dämpfung. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für die kritische Dämpfung zu:

$$\frac{c_c}{2m} = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow c_c = 2 \cdot \sqrt{k \cdot m} = 2 \cdot m \cdot \omega \quad (34)$$

Das Lehr'sche Dämpfungsmaß ζ , wie in Gleichung (35) für den EMS gezeigt, ist der Quotient aus Dämpfung c und kritischer Dämpfung c_c .

$$\zeta \equiv \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \quad (35)$$

Gedämpfte Systeme werden in Bezug auf die Größe von ζ in drei Fälle unterschieden.

$0 < \zeta < 1$: Schwach gedämpfte Systeme

Schwachgedämpfte Systeme zeichnen sich durch einen Ausschwingvorgang aus, bei dem es zu einer abklingenden Schwingung kommt.

$\zeta = 1$: Kritisch gedämpfte Systeme

Den Fall $\zeta = 1$ nennt man aperiodischen Grenzfall. Die Dämpfung c ist gleich der kritischen Dämpfung c_c . Diese Dämpfung c_c stellt die kleinste Dämpfung dar, in der das System ohne einer Überschwingung in die Ausgangslage zurückkriecht.

$\zeta > 1$: Stark gedämpfte Systeme

Im Fall von stark gedämpften Systemen kriecht das System nach einer Auslenkung ohne einer Schwingbewegung in die statische Ruhelage zurück. Die Dauer dieses Vorganges ist dabei abhängig von der Stärke der Dämpfung.

Durch die Tatsache, dass im Bauwesen sehr kleine Dämpfungen die überwiegende Rolle spielen, befasst sich diese Arbeit im Folgenden nur mit dem Fall von schwach gedämpften Systemen. Setzt man ζ in die charakteristische Gleichung (33) ein, wird der Radikand negativ. Durch die Einführung der imaginären Einheit i stellt sich Gleichung (33) wie folgt dar.

$$\lambda_{1,2} = \left(-\zeta \pm i\sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \cdot \omega \quad (36)$$

Setzt man die zwei Lösungen aus Gleichung (36) in den Ansatz aus Gleichung (31) ein, so lautet die Lösung der Bewegungsgleichung

$$x = e^{-\zeta\omega t} \cdot (A \cdot e^{i\sqrt{1-\zeta^2}\omega t} + B \cdot e^{-i\sqrt{1-\zeta^2}\omega t}) \quad (37)$$

Mithilfe der Euler-Identität

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (38)$$

kann Gleichung (37) umgeschrieben werden zu

$$x = e^{-\zeta\omega t} \cdot (C \cdot \cos(\sqrt{1-\zeta^2} \cdot \omega \cdot t) + D \cdot \sin(\sqrt{1-\zeta^2} \cdot \omega \cdot t)) \quad (39)$$

Die Konstanten C und D stellen dabei die Auslenkung x und die Geschwindigkeit \dot{x} zum Zeitpunkt $t=0$ dar. Alternativ kann dazu auch Gleichung (39) umgeschrieben werden zu Gleichung (40). Dabei stellt x_0 die Auslenkung zum Zeitpunkt $t=0$ dar, φ_0 wiederum die Phasenverschiebung, die bereits aus Gleichung (3) bekannt ist.

$$x = x_0 \cdot e^{-\zeta\omega t} \cdot \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_0) \quad (40)$$

Gleichung (40) besteht dabei aus zwei wesentlichen Teilen. Einerseits aus einer e-Funktion, die mit der Zeit und mit der Stärke der Dämpfung abklingt. Der zweite Teil beschreibt eine Schwingung, wobei die Eigenkreisfrequenz nun mit einem von der Dämpfung abhängigen Wert multipliziert wird. Die Eigenkreisfrequenz von gedämpften Systemen ω_D wird nach Gleichung (41) berechnet. Es zeigt sich, dass für einen beispielhaft angegebenen hohen Dämpfungsgrad $\zeta=0,1$ der Quotient aus gedämpfter und ungedämpfter Eigenfrequenz $\frac{\omega_D}{\omega} = 0,995$ ist. Diese Verringerung um 0,5% ist somit ein sehr kleines Maß. Es soll somit zum Ausdruck kommen, dass im Fall von Eisenbahnbrücken die Annahme $\omega_D = \omega$ ausreichend genau ist.

$$\omega_D \equiv \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (41)$$

In Abbildung 2.8 ist ein Ausschwingvorgang eines EMS mit einer Eigenfrequenz von $f_0=5$ Hz und einer Lehr'schen Dämpfung von $\zeta=0,1$ gezeigt. Die Anfangsauslenkung wird dabei mit $x_0=1$ gewählt.

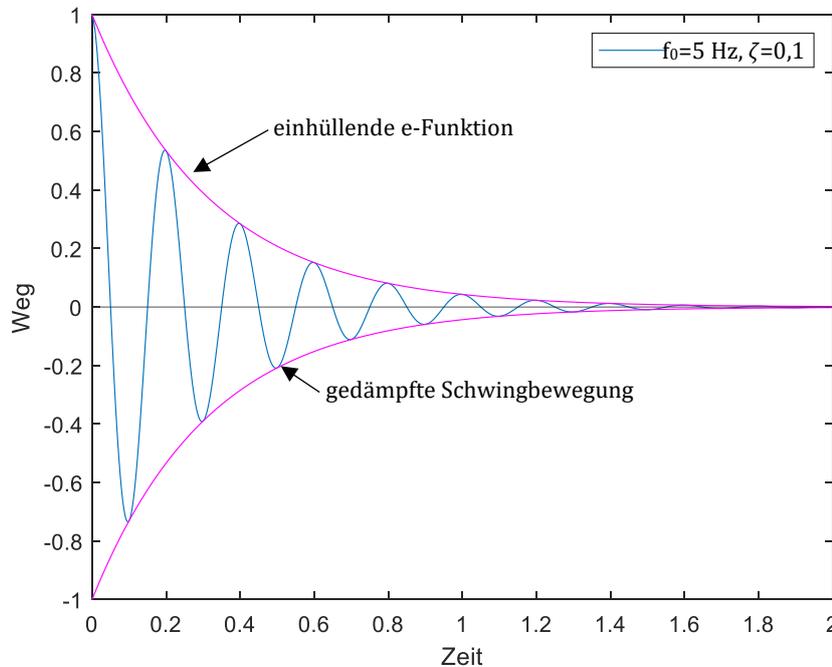


Abbildung 2.8: Ausschwingvorgang eines EMS

In Abbildung 2.8 wird darüber hinaus auch die abklingende e-Funktion dargestellt. Bemerkenswert ist, dass die gedämpfte Schwingung trotz abklingender Amplitude in der Eigenfrequenz weiter schwingt.

2.6. Erzwungene Schwingung eines EMS

In realen Umgebungen werden Strukturen durch Einflüsse wie Wind, Verkehr oder Maschinen dynamisch angeregt. Um Strukturen auf ihre dynamischen Eigenschaften zu untersuchen, können diese gezielt harmonisch angeregt werden. Wird dies zum Beispiel durch eine kraftgesteuerte Anregung realisiert, wird die homogene Differentialgleichung der Bewegung des EMS in Gleichung (2) durch die harmonische Kraft

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t \quad (42)$$

auf der rechten Seite der Gleichung ergänzt. Diese Gleichung besteht aus der konstanten Kraftamplitude F_0 und der Erregerkreisfrequenz Ω . Die Differentialgleichung wird dadurch inhomogen und die bereits bekannte, homogene Lösung in Gleichung (40) muss durch einen Partikulärteil ergänzt werden. Bei der Betrachtung von Gleichung (40), dem Homogenteil der Differentialgleichung, fällt auf, dass dieser mit der Zeit abklingt. Betrachtet man also eine erzwungene Schwingung im eingeschwungenen Zustand, ist nur der Partikulärteil, der mit der Zeit nicht abklingt, von Interesse.

Nachdem das System eingeschwungen und der Homogenteil, wie beschrieben, irrelevant geworden ist, schwingt das System in der gleichen Frequenz wie die Erregerfrequenz. Wird ein System mit der gleichen Frequenz Ω wie seine Eigenfrequenz ω angeregt, kommt es zur *Resonanz*. Dabei vergrößert sich die statische Auslenkung y_{st} abhängig von der Dämpfung ζ .

$$y_{st} = \frac{F_0}{k} \quad (43)$$

Diese statische Auslenkung stellt die Verschiebung im statischen Fall, somit mit einer Frequenz von 0 Hz dar. In Abbildung 2.9 ist die Vergrößerungsfunktion für verschiedene Dämpfungsmaße gezeigt. Darin wird auf der horizontalen Achse der Quotient aus Erregerfrequenz und Eigenfrequenz aufgetragen und auf der vertikalen Achse der dynamische Vergrößerungsfaktor D .

$$D = \frac{y}{y_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \zeta \cdot \frac{\Omega}{\omega}\right)^2}} \quad (44)$$

Ersichtlich ist das Resonanzproblem bei schwacher Dämpfung. Werden daher Strukturen mit einer Frequenz, die nahe an ihrer Eigenfrequenz liegt, angeregt, kann es zu sehr hohen Bewegungsamplituden und somit zu Schäden kommen.

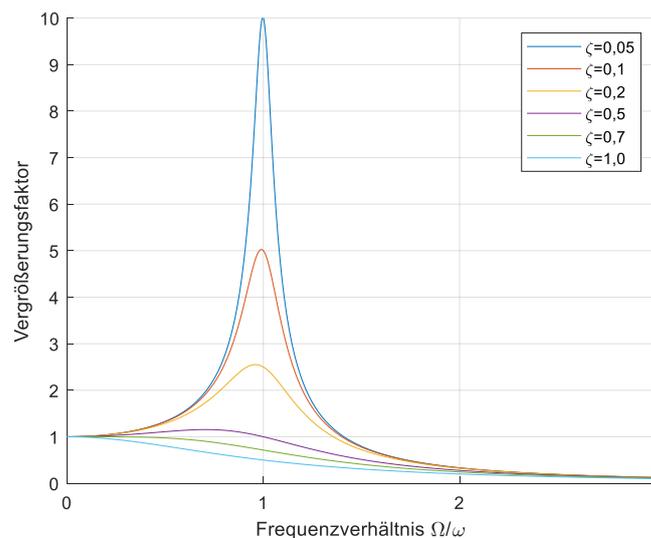


Abbildung 2.9: Vergrößerungsfunktion

Unter anderem kann man auch die Phasenverschiebung zwischen Erregerkraft $F(t)$ und Systemantwort $w(t)$ vergleichen. Regt der Erreger das Schwingensystem genau mit der Eigenfrequenz an, beträgt die Phasenverschiebung 90° bzw. $\pi/2$ (in Radiant). Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.10 dargestellt. Dabei ist die Phasenverschiebung in Grad gegenüber dem Frequenzverhältnis aus Erreger- und Schwingereigenkreisfrequenz aufgetragen. Die Kernaussage ist, dass die Phasenverschiebung, unabhängig von der Dämpfung, im Resonanzfall 90° beträgt und dass bei schwach gedämpften Systemen diese Verschiebung sich bei geringen Abweichungen von der Eigenfrequenz rapide ändert.

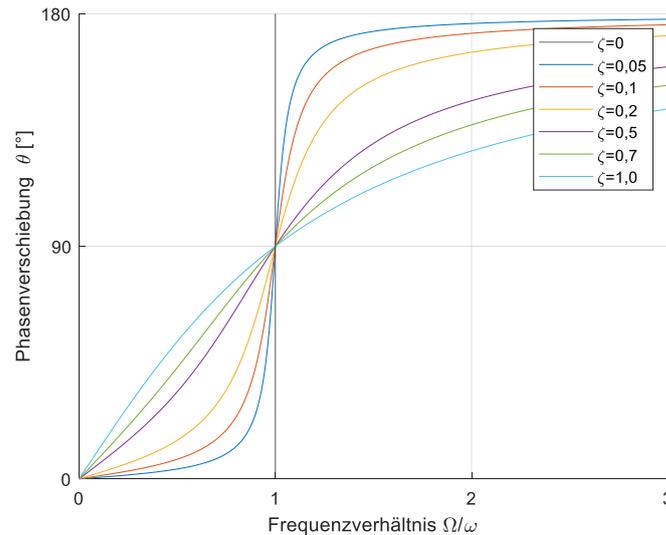


Abbildung 2.10: Phasenverschiebung in Abhängigkeit des Frequenzverhältnisses von Erreger- zu Eigenkreisfrequenz

2.7. Ermittlung von Dämpfungen

Für die Ermittlung von Dämpfungen werden in dieser Arbeit zwei Methoden vorgestellt. Die erste findet im Zeitbereich durch einen Ausschwingversuch statt. Dabei wird ein Tragwerk einmalig angeregt und der weitere Schwingvorgang beurteilt. Die zweite Methode wird im Frequenzbereich über die Form des Frequenzverlaufes durchgeführt. Im Frequenzverlauf wird die sich einstellende Schwingamplitude, des mit einer bestimmten Frequenz angeregten Systems über dieser Frequenz dargestellt.

2.7.1. Bestimmung des Lehr'sches Dämpfungsmaß über das logarithmische Dekrement

Wie bereits in Abbildung 2.11 dargestellt, beschreibt die Einhüllende einer abklingenden, gedämpften Schwingung die Form einer e-Funktion. Der Verlauf dieser e-Funktion wird dabei über die Dämpfung ζ bestimmt. In Abbildung 2.11 ist wiederum der bereits gezeigte gedämpfte Ausschwingvorgang dargestellt. Darin werden die Berührungspunkte der e-Funktion mit der Schwingbewegung markiert und beschriftet.

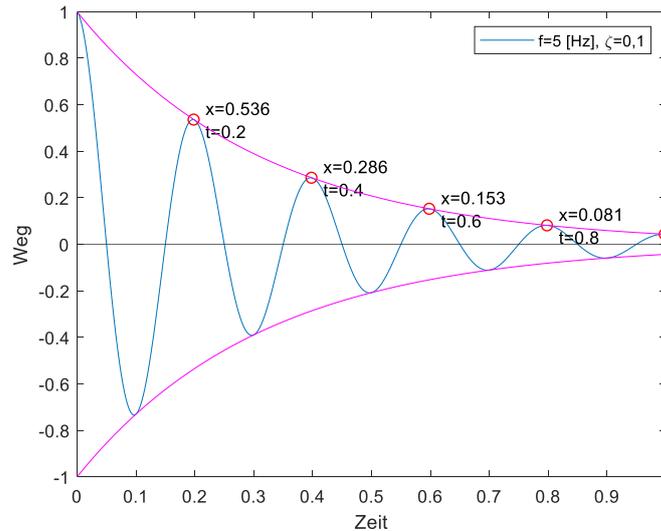


Abbildung 2.11: Ausschwingvorgang zur Bestimmung der Dämpfung ζ

Betrachtet man die Zeitdifferenzen Δt der Amplituden, kann man bereits die Eigenfrequenz f_0 des dargestellten Schwingsystems ermitteln.

Für die Ermittlung der Dämpfung wird das logarithmische Dekrement δ verwendet. Dieses ist definiert als der natürliche Logarithmus des Quotienten zwei aufeinanderfolgender Schwingungsmaxima.

$$\delta = \ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right) = \ln\left(\frac{e^{-\zeta\omega t}}{e^{-\zeta\omega(t+T)}}\right) = \ln(e^{\zeta\omega T}) = \zeta\omega T = \zeta\omega \frac{2\pi}{\omega} = \zeta \cdot 2\pi \quad (45)$$

In Gleichung (45) ist die Ermittlung des logarithmischen Dekrements gezeigt. Durch die Division durch 2π erhält man daraus den Wert für das Lehr'sche Dämpfungsmaß ζ .

Ausschwingversuche können zum Beispiel durch einmaliges Anregen eines Tragwerks durch einen Abwurf eines Sandballes durchgeführt werden. Weiters kann das Ausschwingverhalten nach einer Zugüberfahrt ausgewertet werden. Durch diese Versuch kann damit sowohl die erste Eigenfrequenz f_0 und die Dämpfung ζ ermittelt werden.

2.7.2. Bestimmung des Lehr'sches Dämpfungsmaß über die Bandbreitenmethode

In Abbildung 2.9 wird bereits gezeigt, dass die Form der Vergrößerungsfunktion vom Dämpfungsmaß ζ abhängt. Durch eine Analyse dieses Amplitudenspektrums kann die Höhe der Dämpfung bestimmt werden.

Grundlage dafür bietet eine Anregung der Struktur mit einem möglichst stetigen Frequenzverlauf. Unter anderem kann mithilfe der FFT-Analyse aus den Schwingungsdaten die Resonanzkurve gebildet werden. Das Lehr'sche Dämpfungsmaß ζ berechnet sich demnach aus der Breite der Resonanzkurve Δf in Höhe von $\sqrt{2}/2$ des maximalen Wertes a_1 .

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta f}{\omega} = \frac{f_{12} - f_{11}}{f_{12} + f_{11}} \quad (46)$$

In Gleichung (46) ist die Formel für die Berechnung von ζ durch die Bandbreitenmethode gezeigt. Darin sind folgende Variablen verwendet:

- Eigenkreisfrequenz ω
- Bandbreite Δf
- Frequenzen in Höhe der Bandbreite f_{11} & f_{12}

In Abbildung 2.12 ist der Frequenzverlauf eines numerisch simulierten EMS gezeigt. In dieser Simulation wird der EMS mit einer, über die Simulationsdauer linear steigenden Frequenz zwischen 7 Hz und 15 Hz angeregt. Es werden dabei die folgenden Parameter für das Schwingsystem verwendet:

- Masse $m = 1 \text{ kg}$
- Dämpfer $c = 12,57 \text{ Ns/m}$
- Feder $k = 3900 \text{ N/m}$

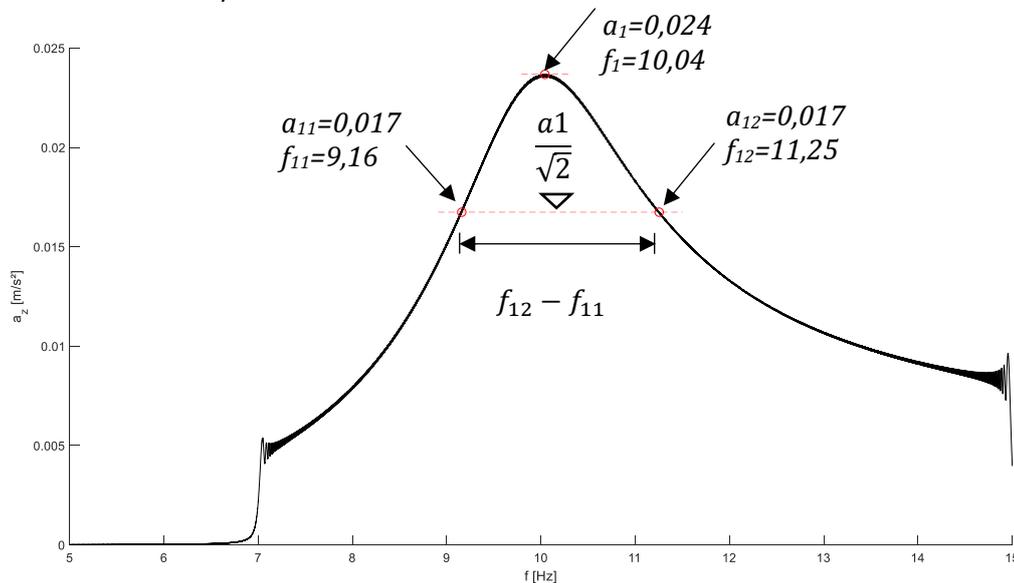


Abbildung 2.12: Resonanzkurve eines EMS zur Feststellung der Dämpfung ζ

Aus den verwendeten Parametern können bereits vor der Simulation die Werte für die Eigenfrequenz und Dämpfung zur Anschauung berechnet werden. Für die Eigenfrequenz werden die Formeln (5) und (6) verwendet.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 62,45 \rightarrow f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 9,94 \text{ Hz} \quad (47)$$

Zur Berechnung des Dämpfungsmaßes wird Formel (35) verwendet.

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} = 0,101 \quad (48)$$

Wertet man die Resonanzkurve in Abbildung 2.12 mit Formel (46) aus, erhält man die Werte für die Dämpfung und die Eigenfrequenz von

$$\zeta = \frac{f_{12} - f_{11}}{f_{12} + f_{11}} = 0,102 \quad f_0 = 10,04 \text{ Hz} \quad (49)$$

Man kann somit, durch die Messung von dynamisch angeregten Systemen wirkungsvoll die Eigenfrequenz, sowie die Lehr'sche Dämpfung dieser Eigenfrequenz durch die Bandbreitenmethode messen.

2.8. Beispiel Zweimassenschwinger

In diesem letzten Unterkapitel der theoretischen Grundlagen werden einige Zusammenhänge am Beispiel des Zweimassenschwingers genauer vorgestellt. Diese Arbeit befasst sich mit einer Eisenbahnbrücke mit getrennten Tragwerken und einem gemeinsamem Schotterbett. Bei diesem

System handelt es sich somit, im einfachsten Sinn um zwei schwingende Massen. Infolge des gemeinsamen Schotterbetts findet eine Kopplung der Massen statt. Diese gekoppelten Massen werden durch einen ZMS, wie in Abbildung 2.13 dargestellt beschrieben.

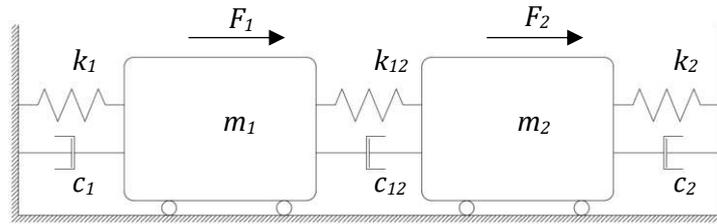


Abbildung 2.13: Skizze eines ZMS für die dynamische Simulation

Um die Auswirkungen einer Veränderung der Massen und Federsteifigkeiten auf die Eigenfrequenzen und Eigenformen zu beurteilen, werden Testberechnungen und Simulationen in Matlab und im Aufsatzprogramm für Matlab, Simulink durchgeführt.

In Simulink wird das Zweimassensystem modelliert. Der Simulink-Code ist im Anhang dargestellt. Für die numerische Simulation wird eine Dauer von 500 Sekunden gewählt. Die Erregung der zwei Massen findet über zwei Kräfte statt, die an den jeweiligen Massen angreifen.

$$F_i = 1 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \quad (50)$$

Der Verlauf der Kräfte stellt eine Sinuswelle mit Amplitude 1 dar, wobei die Frequenz f linear über die gesamte Simulationsdauer von 0 Hz auf 1 Hz gesteigert wird.

$$f = t \frac{1}{t_{\text{gesamt}}} \quad (51)$$

Für jede Kombination an Massen, Federsteifigkeiten und Dämpfersteifigkeiten werden die Massen folgendermaßen angeregt:

- Im ersten Durchlauf wurden beide Kräfte synchron gesteuert $\rightarrow F_1=F_2$
- Im zweiten Durchlauf wurden beide Kräfte asynchron gesteuert $\rightarrow F_1=-F_2$
- Im dritten Durchlauf wurde nur Masse 1 angeregt $\rightarrow F_2=0$
- Im vierten Durchlauf wurde nur Masse 2 angeregt $\rightarrow F_1=0$

Für die Werte der Massen, Federsteifigkeiten und Dämpfersteifigkeiten werden beliebige Werte gewählt, da die qualitativen Unterschiede der Variation von Bedeutung sind.

2.8.1. Simulationsprogramm

Für die Simulation werden sechs Kombinationen an Werten für das System gewählt, wofür jeweils vier Durchläufe der unterschiedlichen Anregungen durchgeführt werden. In Tab. 1 sind die Systemparameter abgebildet, wobei jede Spalte eine Kombination an Parameter dargestellt. Die Dämpfungskonstante c wird für jede Berechnung gleich gewählt. Somit besitzt jeder Dämpfer eine Dämpfungskonstante von $c_i=0,1 \text{ Ns/m}$. Aufgrund der unterschiedlichen Anregungsarten soll gezeigt werden, dass daraus unterschiedliche Schwingungsverläufe im Zeit- und im Frequenzbereich resultieren.

Tab. 1: Parameter des Simulationsprogramms

Par.\Set Nr	1	2	3	4	5	6
m1 [kg]	1	2	1	1,5	1	1
m2 [kg]	1	1	1	0,5	1	1
k1 [N/m]	4	4	4	4	2	4
k2 [N/m]	4	4	8	4	6	4
k12 [N/m]	4	4	4	4	4	8

Die unterschiedlichen Kombinationen an Parametern werden wie folgt gewählt:

- Kombination 1: Symmetrisches Schwingsystem wie in Kapitel 2.3.3 bereits gezeigt. Dieses System stellt auch das Vergleichssystem dar.
- Kombination 2: Masse m_1 wird verdoppelt.
- Kombination 3: Federsteifigkeit k_2 wird verdoppelt
- Kombination 4: Masse m_1 wird erhöht, Masse m_2 verringert, wobei die Gesamtmasse im System konstant gehalten wird
- Kombination 5: k_1 wird verringert, k_2 wird erhöht
- Kombination 6: Kopplungssteifigkeit k_{12} wird erhöht

Ausgewertet werden die Frequenzanalysen der Bewegungssignale x_i der Massen m_i , sowie die Phasenverschiebungen θ der Signale zwischen der Erregerkraft F_i und dem Bewegungssignal x_i . Weiters werden die Eigenfrequenzen f_i und Eigenformen ϕ_i der Systeme berechnet. Im Folgenden werden die Ergebnisse für die unterschiedlichen Parameterkombinationen gezeigt.

Kombination 1 – Symmetrischen Schwingsystem

Das symmetrische System besitzt die Eigenfrequenzen $f_1=0,32$ Hz und $f_2=0,55$ Hz. Diese Frequenzen können auch mit den Formeln aus Kapitel 2.3.3 berechnet werden. Auch die Eigenformen sind bereits bekannt mit

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Die obere Zahl die Bewegungsamplitude von m_1 und die untere Zahl die Bewegungsamplitude von m_2 darstellt. In Abbildung 2.14 sind die Ergebnisse der numerischen Simulation gezeigt. Darin stellt jede Spalte einen der vier Durchläufe der Anregung dar. In der ersten Zeile wird das Zeitsignal dargestellt. Die zweite Zeile zeigt die Frequenzanalyse und die dritte Zeile die Phasenverschiebung θ zwischen Erregerkraft und Systemantwort von x_1 und x_2 .

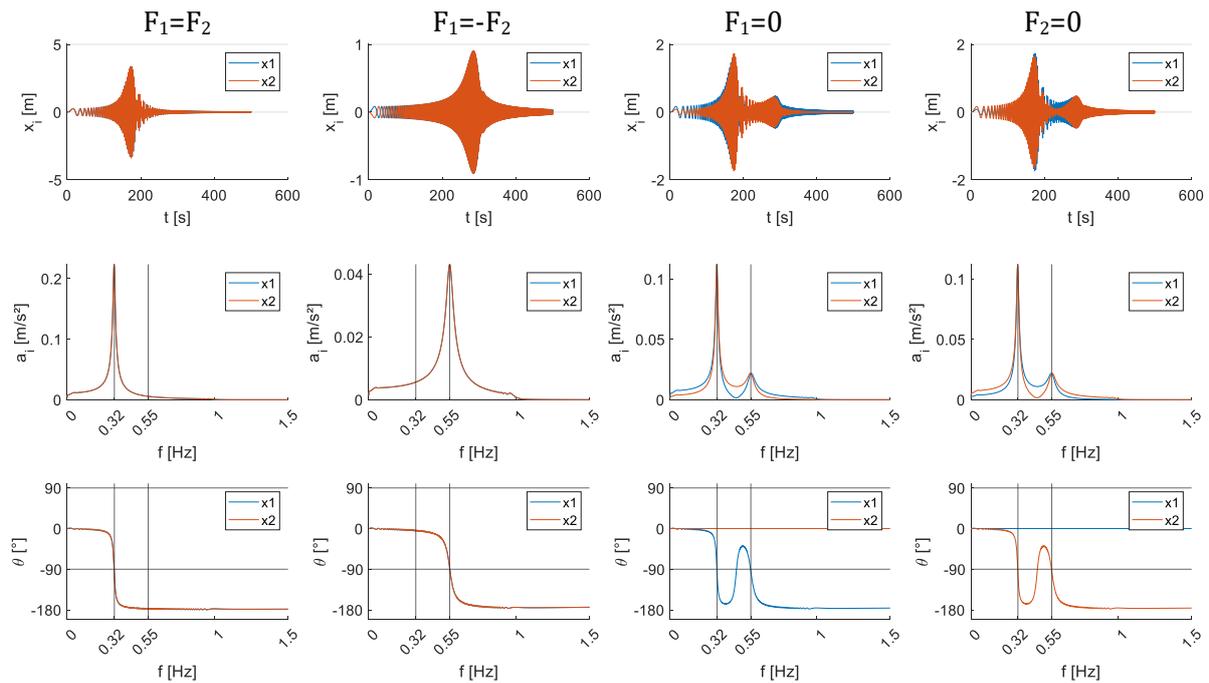


Abbildung 2.14: Simulation des symmetrischen Systems (Kombination 1)

Die analytisch berechneten Eigenfrequenzen können auch durch die Frequenzanalyse gezeigt werden. Auch die charakteristische Phasenverschiebung von $\theta=90^\circ$ zwischen Erregerkraft und Systemantwort können klar dargestellt werden.

Bei der Betrachtung der Frequenzverläufe zeigt sich, dass beide Eigenfrequenzen nur bei einer alleinigen Anregung einer Masse erkannt werden können. Darüber hinaus sind bei der alleinigen Anregung eines Tragwerks immer die Beschleunigungen in der ersten Eigenfrequenz höher als die der zweiten Eigenfrequenz. Die Beschleunigungsamplituden sind bei beiden Anregungsarten gleich groß.

Kombination 2: Verdoppelung von Masse 1

Durch die Verdoppelung von m_1 werden die Eigenfrequenzen $f_1=0,25$ Hz und $f_2=0,49$ Hz verringert. Die Eigenformen sind

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,73 \end{bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} -0,36 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Es zeigt sich somit, dass durch die Erhöhung der Gesamtmasse im System, eine Verringerung beider Eigenfrequenzen erzeugt wird. Außerdem sind die Schwingungsamplituden nicht mehr gleich bzw. exakt asynchron. Bei der ersten Eigenfrequenz besitzt die schwerere Masse die höhere Amplitude, bei der zweiten Eigenfrequenz schwingt die leichtere Masse mit einer höheren Amplitude. Steigert man den Wert für m_1 weiter, schwingt diese bei f_2 aufgrund ihrer Trägheit immer weniger mit. Vergleicht man Abbildung 2.15 und Abbildung 2.14, so fällt auf, dass bei einem asymmetrischen System die Eigenfrequenzen auch bei der symmetrischen und asymmetrischen Anregung (siehe ersten beiden Spalten) hervorkommen. Der Vergleich der Frequenzverläufe dieser Anregungen zeigt, dass im Fall der symmetrischen Anregung die erste Eigenfrequenz deutlich höhere Beschleunigungsamplitude aufweist. Wird das System asynchron angeregt, sind die Amplituden im Bereich der zweiten Eigenfrequenz höher. Dies zeigt sich im Fall der alleinigen Anregung der Massen nicht. Bei beiden Anregungen sind die Amplituden in der ersten Eigenfrequenz höher.

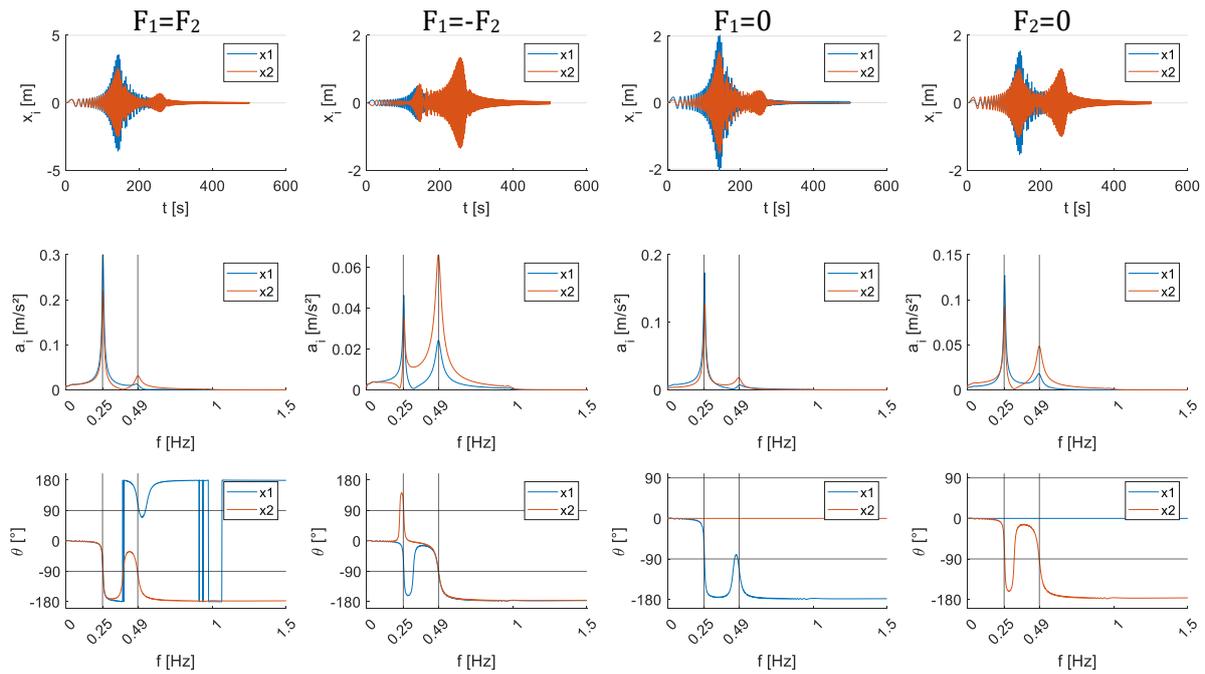


Abbildung 2.15: Simulation mit doppelter Masse 1 (Kombination 2)

Kombination 3: Verdoppelung der Federsteifigkeit k_2

Durch die Verdoppelung von k_2 wird die Gesamtsteifigkeit des Systems erhöht. Dadurch erhöhen sich auch beide Eigenfrequenzen zu $f_1=0,37$ Hz und $f_2=0,60$ Hz. Die Eigenformen sind

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,62 \end{bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} -0,62 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

Steigert man den Wert für k_2 weiter, erhöht sich f_1 soweit, dass diese über f_2 steigt. Ist das Verhältnis von k_2 zu k_1 sehr groß, schwingt somit bei f_1 nur mehr m_1 und bei f_2 nur mehr m_2 . Die in Abbildung 2.16 dargestellten Ergebnisse der Simulation zeigen in Bezug auf die Form der Frequenzspektren und der Phasenverschiebung sehr ähnliche Funktionen wie die bei Kombination 2.

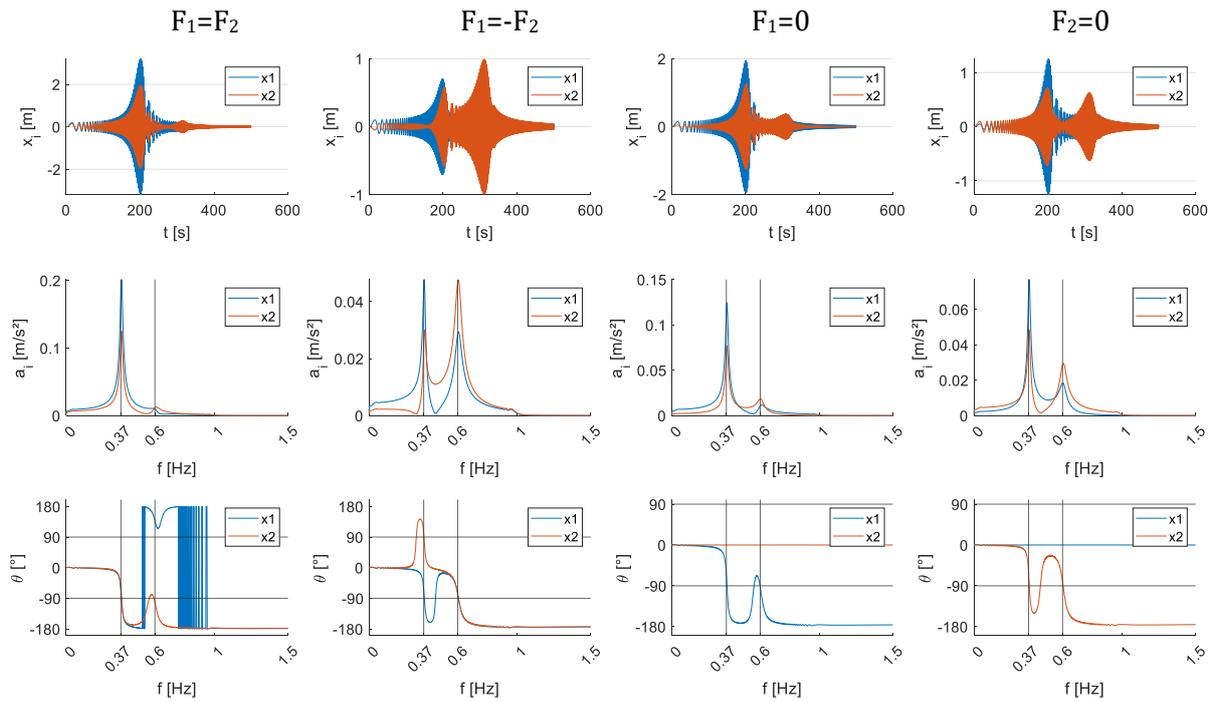


Abbildung 2.16: Simulation mit doppelter Federsteifigkeit k_2 (Kombination 3)

Set 4: Erhöhung von m_1 , Verringerung von m_2 , Gesamtmasse=const.

Durch die Veränderung der Massen m_1 und m_2 , mit einer gleichen Gesamtmasse wie die vorherigen Kombinationen, passiert eine Vergrößerung des Abstandes der zwei Eigenfrequenzen f_i . Diese sind bei dieser Parameterwahl $f_1=0,30$ Hz und $f_2=0,67$ Hz. Die Eigenformen verändern sich zu

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,65 \end{bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} -0,22 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (55)$$

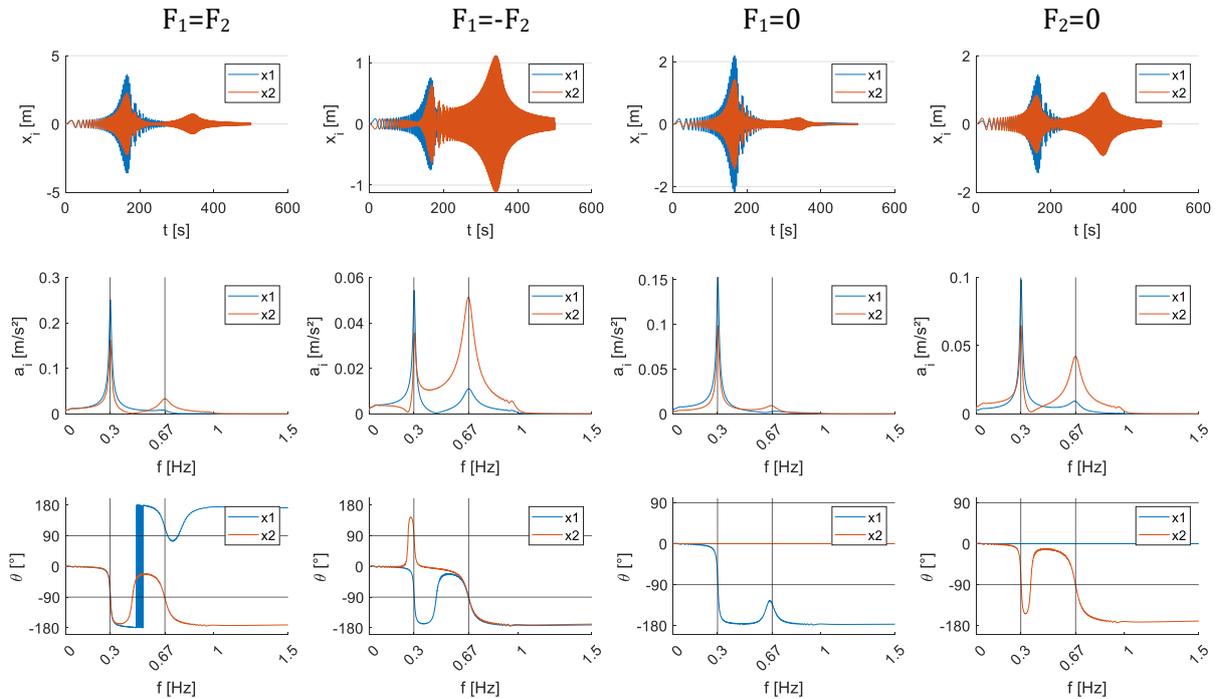


Abbildung 2.17: Simulation mit veränderten Massen und konstanter Gesamtmasse – Kombination 4

Kombination 5: Verringerung k_1 und Erhöhung von k_2

Durch die Veränderungen von k_1 und k_2 verändern sich die Eigenfrequenzen zu $f_1=0,30$ Hz und $f_2=0,56$ Hz. Es kommt somit ebenfalls zur Erhöhung der Differenz von f_1 und f_2 . Die Eigenformen verändern sich zu

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,62 \end{bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} -0,62 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (56)$$

Die Eigenformen zeigen somit für diese gewählten Werte sehr ähnliche Auswirkungen als bei Kombination 3. Abbildung 2.18 bestätigt dies durch einen ähnlichen Verlauf der Spektren wie in Abbildung 2.16 bei Kombination 3.

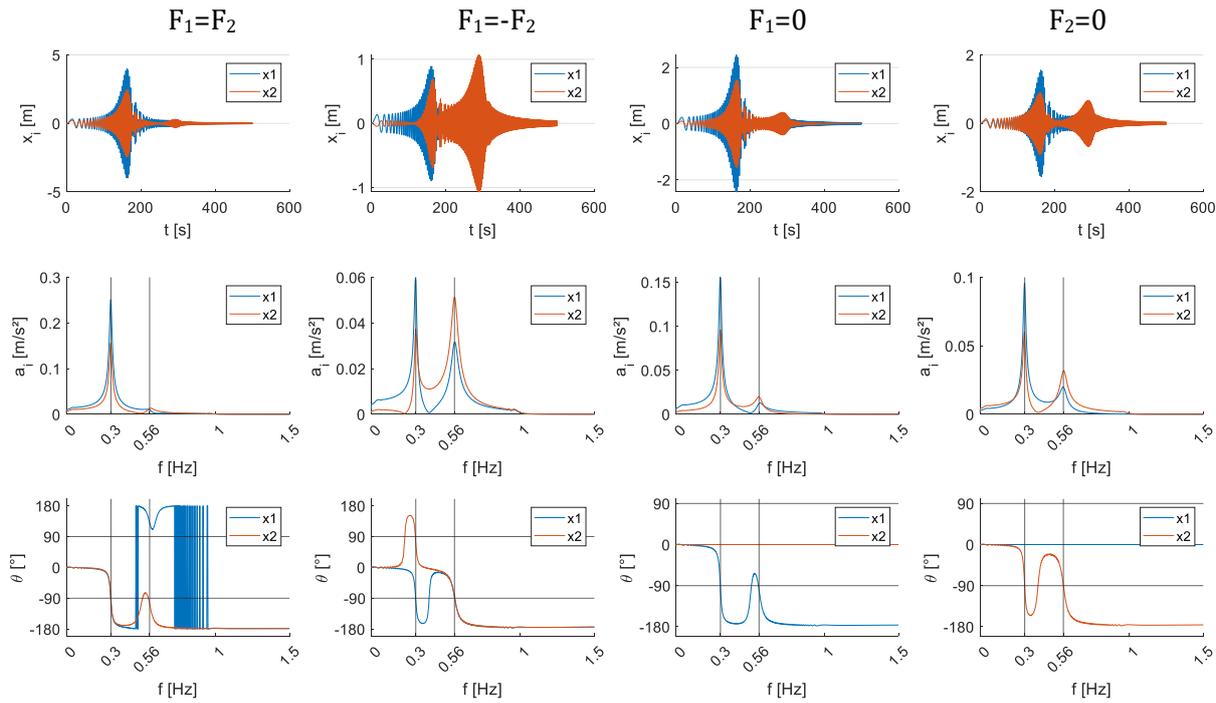


Abbildung 2.18: Simulation mit Veränderung beider Steifigkeiten – Kombination 5

Kombination 6: Verdoppelung der Kopplungssteifigkeit k_{12}

Wie bereits in Kapitel 2.3.3 gezeigt, hat die Kopplungssteifigkeit nur einen Einfluss auf die zweite Eigenfrequenz. Die Eigenfrequenzen betragen bei dieser Parameterwahl $f_1=0,32$ Hz und $f_2=0,71$ Hz. Da, wie ebenfalls bereits gezeigt, die Kopplungssteifigkeit bei gleichen Randsteifigkeiten k_1 und k_2 keinen Einfluss auf die Eigenform hat, bleibt auch diese gleich wie bei Kombination 1. Aus den grafischen Ergebnissen in Abbildung 2.19 ist dies vor allem in den Spektren der ersten beiden Spalten erkennbar. Hier zeigen sich, wie in Abbildung 2.14 von Kombination 1, nur jeweils eine Eigenfrequenz, wobei diese durch die richtige Anregung (synchron oder asynchron) hervorkommt.

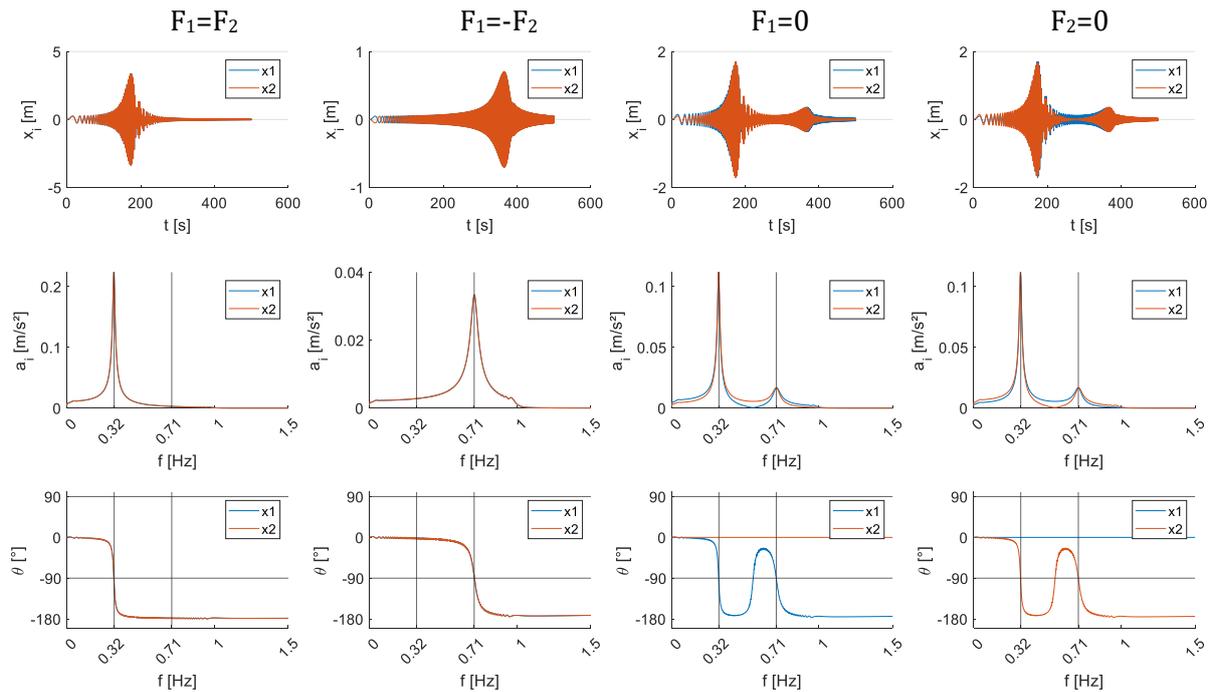


Abbildung 2.19: Simulation mit doppelter Kopplungssteifig – Kombination 6

Zusammenfassung:

Die Ergebnisse der Simulation des Zweimassenschwingers sind in Tab. 2 zusammengefasst. Die Auswirkungen der Veränderung von Systemparametern konnten analytisch und auch numerisch gezeigt werden.

Tab. 2: Ergebnisse der Simulation in Simulink

	Set 1	Set 2	Set 3	Set 4	Set 5	Set 6
f_1 [Hz]	0,32	0,25	0,37	0,30	0,30	0,32
$\phi_1(x_1)$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$\phi_1(x_2)$	1,00	0,73	0,62	0,65	0,62	1,00
f_2 [Hz]	0,55	0,49	0,60	0,67	0,56	0,71
$\phi_2(x_1)$	-1,00	-0,37	-0,62	-0,22	-0,62	-1,00
$\phi_2(x_2)$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Mithilfe der gezeigten Auswirkungen der Veränderungen in dem Zweimassensystem soll im letzten Kapitel dieser Arbeit die Parametervalidierung des betrachteten Brückentragwerks erleichtert werden.

3. Brücke Radfeld 2 – dynamische Analyse

Nachdem im Kapitel 2 einige theoretischen Grundlagen der Dynamik sowie die dynamischen Parameter wie Eigenfrequenzen, Eigenformen und Dämpfung vorgestellt werden, wird in diesem Kapitel das Tragwerk der Brücke *Radfeld 2* behandelt. Wie bereits im einleitenden Kapitel 1 erklärt, wurden schon dynamische Berechnungen und Messungen dieses Tragwerks durchgeführt. Es stellte sich heraus, dass die berechnete Eigenfrequenz von der gemessenen Eigenfrequenz um 10% abwich.

In diesem Kapitel werden daher verschiedene analytische Berechnungen der Eigenfrequenzen mit diversen Variationen an Brückenparameter durchgeführt. Für diese Brückenparameter wie der Schotterdichte, Lagersteifigkeiten oder die Kopplung der Tragwerksplatten durch den Schotter werden Werte in realistischen Bereichen angesetzt. Im Verlauf der Analyse wird aus einem sehr einfachen Balkenmodell der Brücke ein komplexes Flächenmodell erarbeitet. Die berechneten Eigenfrequenzen dieser Modellierungsschritte werden mit denen von einfacheren Modellbildungen verglichen. Daraus soll ein Überblick erstellt werden, welche Brückenparameter die berechneten Eigenfrequenzen erhöhen oder senken. Darüber hinaus soll gezeigt werden, wie stark sich diese Brückenparameter auf die Veränderung der Eigenfrequenzen auswirken.

3.1. Tragwerk Radfeld

Für die im Zuge dieser Arbeit durchgeführte dynamische Analyse, wird eine Überquerung eines Wirtschaftsweges im Gemeindegebiet von Radfeld in Tirol analysiert. Die Brücke ist Teil der Unterinntalstrecke der ÖBB und befindet sich bei Streckenkilometer 29,056 der Strecke Kufstein – Brenner [4].

Die Überquerung wird durch eine Grobblechbrücke realisiert. Wie in Abbildung 3.1 dargestellt, besitzt die Brücke eine lichte Weite von 3,70 m und eine Stützweite von 4,50 m. An beiden Seiten des Tragwerks gibt es einen Überstand der Tragwerksplatten von 350 mm über die Lagerachse hinaus. Die zwei Gleise der Bahnstrecke werden jeweils auf einer voneinander getrennten Grobblechplatte geführt. Da im Bestandsplan keine genaue Information über die Gleislage vorhanden ist, wird angenommen, dass die Gleise in den Mitten der Platten liegen. Beide Platten besitzen jeweils eine Abmessung von 5200 x 4025 mm und eine Dicke von 160 mm. Die Randbalken der Brücke sind in Stahlbeton ausgeführt und vom Tragwerk getrennt.

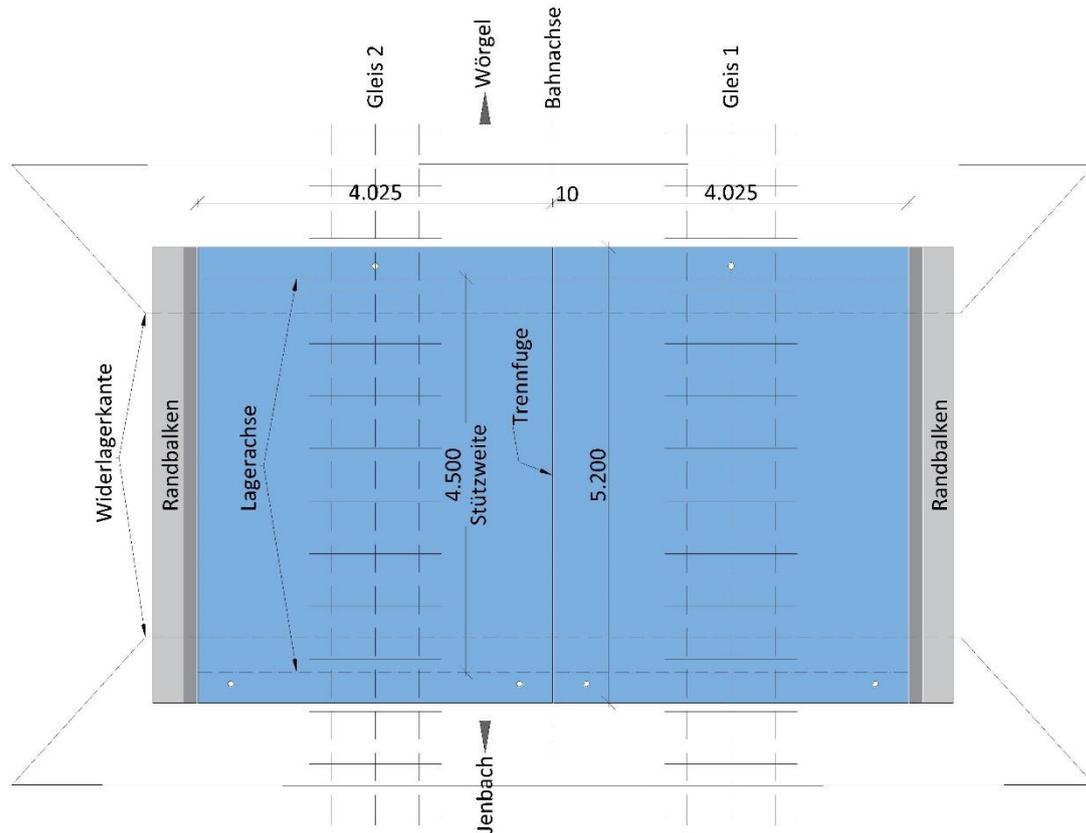


Abbildung 3.1: Grundriss Tragwerk Radfeld 2 [Quelle: Tragwerksplan ÖBB]

Für die Lagerung der Stahlplatten ist, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, ein 150 mm breiter Elastomertreifen eingebaut. Die Elastomere sind in einem Vergussbetonbett gelagert. Um die Lagesicherheit der Platten zu gewährleisten, sind an den Tragwerksrändern Stahldorne, die im Widerlager fest verankert sind, versetzt. Am Widerlager Jenbach sind zwei Dorne und am Widerlager Innsbruck ist ein Dorn versetzt. Um Horizontalspannungen infolge der jahreszeitlich bedingten Temperaturschwankungen zu vermeiden, ist am Widerlager Innsbruck ein Langloch für den Stahldorn geplant worden.

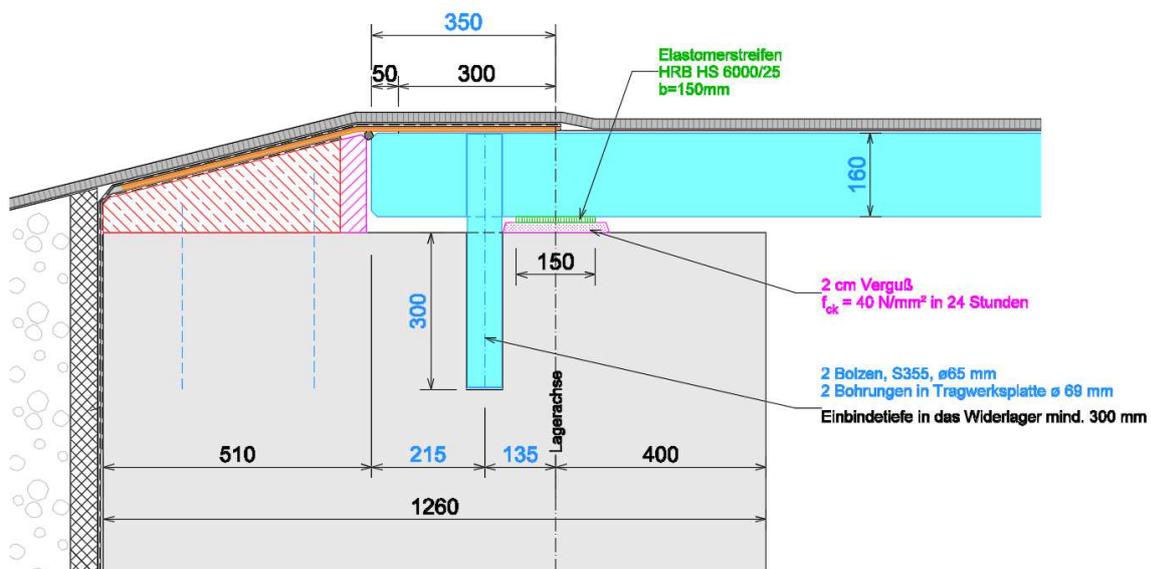


Abbildung 3.2: Widerlagerdetail [Quelle: Tragwerksplan ÖBB]

Zwischen dem Tragwerk und dem Gleisschotter ist eine Gleisschottermatte eingelegt. Der am Tragwerk verwendete Gleisschotter ist aus einem nahegelegenen Steinbruch geliefert. Dieser Steinbruch baut vorwiegend Diabasgestein ab. Der Gleisrost ist mit Betonschwellen und einem Schienenprofil *UIC 60* hergestellt.

3.1.1. Bauelemente und Massenannahmen

Schiene [11]

Das Schienenprofil UIC 60 ist ein internationales Standardprofil im Bahnbau. UIC steht dabei für *Union internationale des chemins de fer* und ist ein internationaler Eisenbahnverband. Üblicherweise werden Schienen nach ihrem Metergewicht bezeichnet. Im Fall des UIC 60-Profiles besitzt die Schiene ein Eigengewicht von 60 kg/m.

Die folgende Auflistung gibt Auskunft über die Eigenschaften des in Abbildung 3.3 dargestellten Profilquerschnitts:

Höhe	17,20 cm
Breite	15,00 cm
Querschnittsfläche	7686 mm ²
Gewicht	60,34 kg/m
Trägheitsmoment	3055 cm ⁴

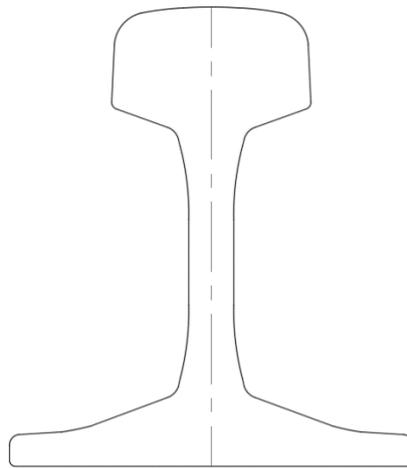


Abbildung 3.3: UIC60 Schienenprofil [siehe Datenblatt im Anhang]

Betonschwelle

Aus dem Datenblatt eines Betonschwellenherstellers [siehe Datenblatt im Anhang] kann das Gesamtgewicht einer Schwelle, inklusive des pauschalen Zuschlags von Kleinmaterial zur Schienenbefestigungen, mit 326 kg entnommen werden. Das Volumen der Schwelle beträgt 0,128 m³. Für die 2,6 x 0,3 m große Schwelle wird eine Schwellenbesohlung mit einem spezifischen Gewicht von 3 kg pro Quadratmeter angenommen. Der Schwellenabstand beträgt 60 cm. Der Gleisrost, bestehend aus Schienen und Schwellen ist in Abbildung 3.4 dargestellt.



Abbildung 3.4: Blick auf den Gleisrost

Unterschottermatte

Dem Bestandsplan des Tragwerks kann eine Unterschottermatte mit einem statischen Bettungsmodul von $c_{\text{stat}}=0,1 \text{ N/mm}^2$ entnommen werden. Das spezifische Flächengewicht beträgt $6,8 \text{ kg/m}^2$.

Tragwerk

Die 160 mm dicken Stahlplatten werden mit einer Wichte von 7850 kg/m^3 in den Massenannahmen berücksichtigt. Die Stahlgüte des Tragwerks ist mit S 275 NL angegeben. Der E-Modul von Baustahl beträgt 210.000 N/mm^2 . Durch die zu erwartenden Temperaturen an der Einbaustelle kann dieser Modul als konstant angenommen werden.

Gleisschotter

Eine besondere Betrachtung in den Belastungsannahmen kommt dem Gleisschotter zugute. Es konnte bei Mitarbeitern der ÖBB im Zuge der Brückenmessung der Hersteller des verwendeten Bahnschotters erfragt werden. Die Herstellerangaben der Dichte des Schotters beziehen sich einerseits auf die Gesteinsrohddichte [12] und andererseits auf die Schüttdichte [13]. Die im Bahnbau angestrebte dichteste Lagerung der Schotterkörner liegt somit am unteren Ende dieser Bandbreite. Die Rohddichte des Diabas beträgt 2930 kg/m^3 , wobei die Schüttdichte 1480 kg/m^3 beträgt. Für die Analyse der dynamischen Eigenschaften der Brücke, wird daher für die 51 cm dicke Gleisschottererschicht, eine Bandbreite von $\rho_{\text{Schotter}} = 1500 - 2000 \text{ kg/m}^3$ für die Dichte im eingebauten Zustand gewählt. Die anzuwendende Richtlinie der ÖBB für dynamische Berechnungen von Eisenbahnbrücken gibt vor, für die Dichte des Gleisschotters $\rho_{\text{Schotter}} = 2000 \text{ kg/m}^3$ anzunehmen. Dies liegt somit am oberen Ende der Bandbreite.

Zusammenstellung

In Tab. 3 sind die Massenannahmen mit der Bandbreite der Schotterdichte dargestellt. Zur Vereinfachung des Systems werden die Massen auf eine Flächenlast für einen 1 m breiten Tragwerksstreifen gemittelt. Die Einzeleinwirkungen werden summiert und für die Analyse herangezogen.

Tab. 3: Lastaufstellung der Brücke Radfeld

			kg/m	kg/m
		Geometrie	untere Bandbreite	obere Bandbreite
Schiene	g ₁	2 x 60/4,025	30	30
Schwelle+ Schienenbefestigung	g ₂	326/0,6/4,025	135	135
Schwellenbesohlung	g ₃	2,6 x 0,3 x 3/0,6/4,025	1	1
Gleisschotter	g ₄	(0,51-0,053) x 1500÷2000	686	914
Unterschottermatte	g ₅	6,8	7	7
Tragplatte	g ₆	0,16 x 7850	1256	1256
Σ mit Stahlplatte			2114	2343
Σ ohne Stahlplatte			858	1087

Randbalken

Die Randbalken des Tragwerks sind aus Stahlbeton ausgeführt. Da in den Bestandsplänen die Betongüte nicht angegeben ist, wird von einer Güte C 25/30 ausgegangen. Die Funktion der Randbalken ist einerseits die Leitungsüberquerung und andererseits die Befestigungsmöglichkeit einer Lärmschutzwand. Der Randbalken auf der rechten Bahnseite weist eine größere Breite auf wie der linke Randbalken. Es werden jedoch zur Vereinfachung gleiche Querschnittswerte angesetzt. Diese Vereinfachung kann durch unterschiedliche Kopplungssteifigkeiten zwischen dem Tragwerk und dem Randbalken ausgeglichen werden.

SCHNITT 3-3

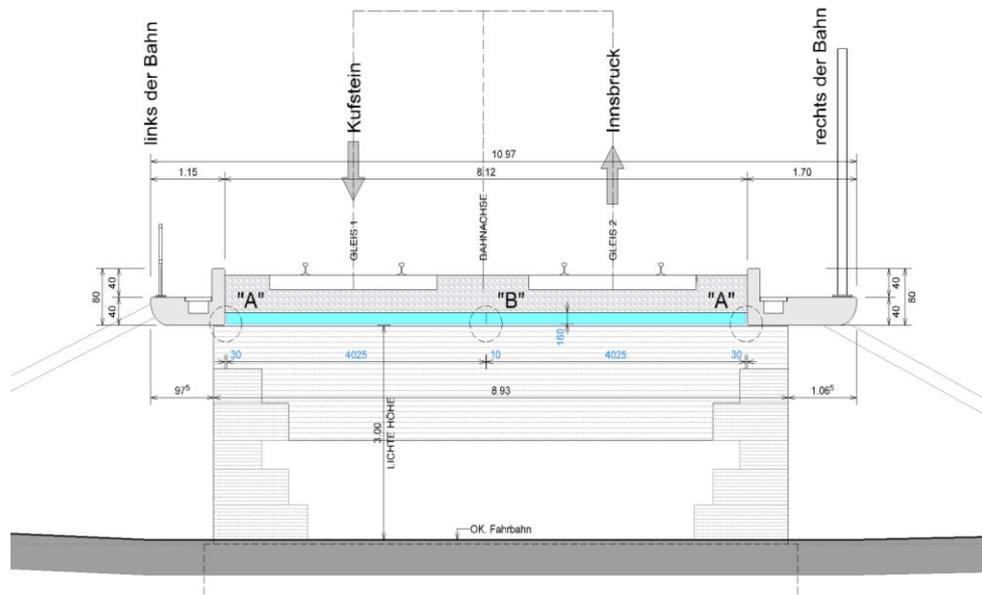


Abbildung 3.5: Randbalken mit anschließendem Tragwerk [Tragwerksplan ÖBB]

Für den in Abbildung 3.5 dargestellten Randbalkenquerschnitt werden folgende Querschnittswerte errechnet:

Querschnittsfläche	4756 cm ²
Trägheitsmoment	1,902 x 10 ⁶ cm ⁴

Festhaltedorne

Wie bereits erwähnt sind für die Lagesicherheit der Tragwerksplatten Stahldorne im Widerlager einbetoniert. Eine Skizze des Widerlageraufbaus wird bereits in Abbildung 3.2 dargestellt. Auf der Widerlagerseite Kufstein gibt es zwei Dorne mit einem Durchmesser von 65 mm. Diese befinden sich in einem Loch der Tragwerksplatte mit dem Durchmesser von 69 mm. Auf der gegenüberliegenden Widerlagerseite gibt es nur einen Dorn, Durchmesser 60 mm. Das Langloch in der Stahlplatte umfasst eine Größe von 64 x 78 mm. Die Einbindetiefe der Dorne in das Widerlager ist 300 mm. Das Material der Dorne wurde mit einem Baustahl S 355 angegeben.

3.2. Modellierung der einzelnen Tragwerkskomponenten

Dieser Abschnitt soll einen Überblick über die angewandten Modellierungen der einzelnen Tragwerkskomponenten geben. Die dabei getroffenen Vereinfachungen von der Realität hin zu einer Modellbildung werden bei den einzelnen Komponenten gezeigt.

3.2.1. Elastomerlager und Vergussbeton

Die Lagerung der Stahlplatten wird in der Modellbildung wie in Abbildung 3.6 ersichtlich als Linienlager abgebildet. Die Lagerlängsachse wird dabei als x-Achse festgelegt. Für die vertikale Richtung wird die globale z-Achse mit einer nach unten zeigenden positiven Richtung verwendet, womit sich die y-Achse in einem rechtsdrehenden Achssystem ergibt.

Die verwendeten Elastomerstreifen sind aus geschlossenzelligem Polyurethan – Elastomer gefertigt. Dieser Werkstoff besitzt eine hohe Federsteifigkeit mit geringen Restverformungen. Die Verformung zur Aktivierung der Federsteifigkeit kann somit als elastisch angenommen werden. Die Richtung der Verformung wird dabei an die Richtungen des Achssystems der Linienlager angelehnt. Für die korrekte Umsetzung, der aus dem Elastomerstreifen folgenden Lagerwiderstände

- $k_{u,y}$ → horizontale Verschiebung in y-Richtung
- $k_{u,z}$ → vertikale Verschiebung in z-Richtung
- $k_{\varphi,x}$ → Drehung um die x-Achse

wird ein Federmodell gewählt. Die Federung wird dabei als kontinuierlich über die Lagerlänge verteilt angenommen. Die jeweiligen Steifigkeiten werden nach der Norm EN 1337-3: 2005 [14] berechnet.

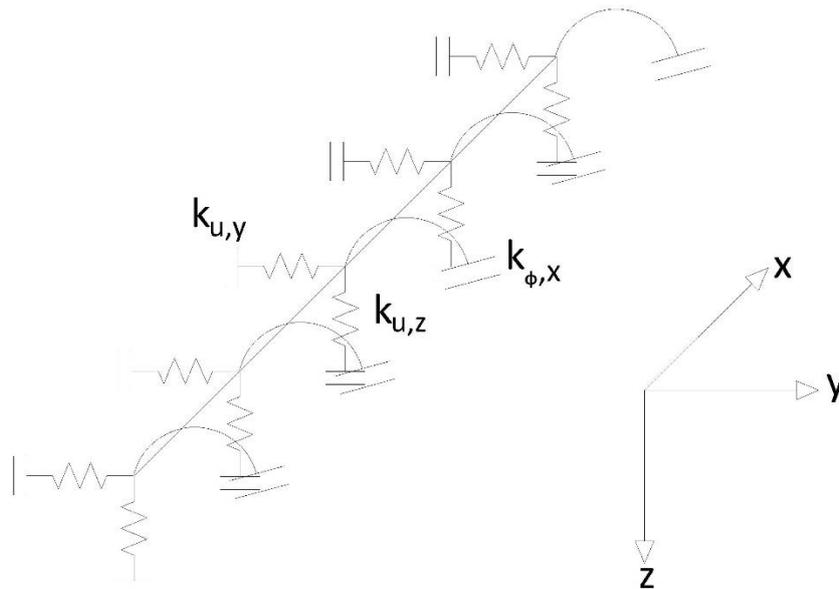


Abbildung 3.6: Modellierung Linienlager

In die Berechnung der Lagersteifigkeit geht als Materialkonstante der Schubmodul G des Elastomers ein. In [14] gehen für die Berechnung noch die in Tab. 4 angeführten Parameter ein.

Tab. 4: Faktoren für die Berechnung von Verformungswiderstände der Elastomerstreifen

Formelzeichen	Bezeichnung	Erklärung	Berechnungsformel
t_0	unbelastete Lagerdicke		
t_e	wirksame Lagerdicke	bei Elastomerstreifen	$t_e = 1,80 * t_0$
a	Breite des Lagers	kürzere Lagerseite	
b	Länge des Lagers	längere Lagerseite (1 Meter)	
S	Formfaktor	bei Streifenlagern	$S = \frac{a}{2 * t_e}$
K_s	Faktor für das Rückstellmoment	Tabellenwert aus Verhältnis b/a	

Der Faktor für das Rückstellmoment kann Tab. 5 entnommen werden. Zwischen den Werten kann interpoliert werden.

Tab. 5: Faktor für das Rückstellmoment [14]

b/a	0,5	0,75	1	1,2	1,25	1,3	1,4	1,5
K_s	137	100	86,2	80,4	79,3	78,4	76,7	75,3
b/a	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,5	10	
K_s	74,1	73,1	72,2	71,5	70,8	68,3	61,9	60

Der horizontale Lagerwiderstand $k_{u,y}$ resultiert aus der Schubverformung des Elastomerstreifens. Nach [14] berechnet sich dieser Widerstand zu:

$$k_{u,y} = \frac{a * G}{t_0} \tag{57}$$

Der Widerstand gegen eine Verdrehung um die Lagerlängsachse berechnet sich mit der Formel

$$k_{\varphi,x} = \frac{G \cdot a^5}{t_0^3 \cdot K_s} \quad (58)$$

Der in Formel (58) verwendete Faktor K_s für das Rückstellmoment beträgt 64,75 [14].

Um die vertikale Steifigkeit des Elastomers, in Kombination mit dem Vergussbeton abzubilden, wird ein seriell angeordnetes Federpaar angenommen.

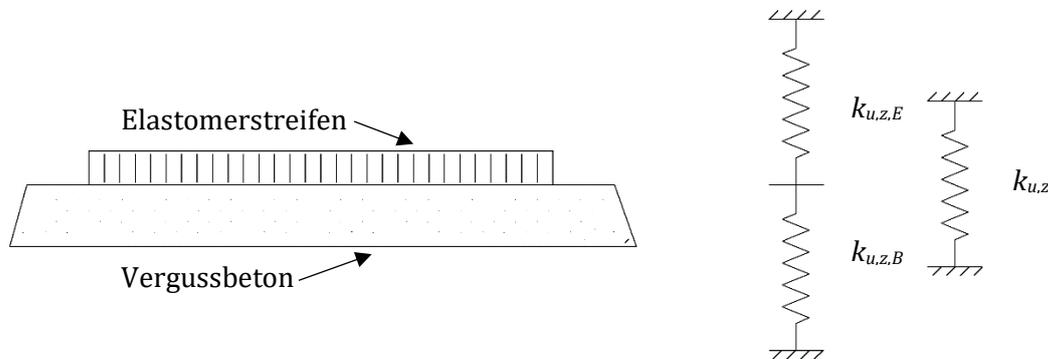


Abbildung 3.7: Modellbildung Elastomer auf Vergussbeton

Für die vertikale Federwirkung des Vergussbetons $k_{u,z,B}$, gehen der Elastizitätsmodul E , die Dicke der Vergussbetonschicht t_B und die Pressfläche $A=a \times 1m$ ein.

$$k_{u,z,B} = \frac{E \cdot a}{t_B} \quad (59)$$

$$k_{u,z,E} = \frac{a \cdot 5 \cdot G \cdot S^2}{t_0} \quad (60)$$

$$k_{u,z} = \frac{k_{u,z,E} \cdot k_{u,z,B}}{k_{u,z,E} + k_{u,z,B}} \quad (61)$$

Die Formeln (57) bis (61) wurden in Tab. 6 zur Übersichtlichkeit zusammengefasst.

Tab. 6: Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung der Lagerwiderstände [14]

horizontaler Lagerwiderstand	$k_{u,y} = \frac{a \cdot G}{t_0}$
Widerstand gegen Verdrehung	$k_{\varphi,x} = \frac{G \cdot a^5}{t_0^3 \cdot K_s}$
vertikaler Widerstand des Vergussbetons	$k_{u,z,B} = \frac{E \cdot a}{t_B}$
vertikaler Widerstand des Elastomerstreifens	$k_{u,z,E} = \frac{a \cdot 5 \cdot G \cdot S^2}{t_0}$
kombinierter Widerstand der Seriellfeder	$k_{u,z} = \frac{k_{u,z,E} \cdot k_{u,z,B}}{k_{u,z,E} + k_{u,z,B}}$

Dem Tragwerksplan der ÖBB kann entnommen werden, dass an der Brücke Radfeld ein Elastomer der Firma Getzner der Produktreihe „Sylodyn HRB HS 6000“ eingebaut ist. Dem Produktdatenblatt (siehe Anhang [15]) können Werte für den dynamischen E-Modul und den dynamischen Schubmodul für eine Vorspannung von 6 N/mm^2 , einer Erregerfrequenz von 10 Hz und einem Formfaktor von $S=3$ entnommen werden. Eine Grafik für die Umrechnung des dynamischen Moduls in die relevante Vorspannung und den verwendeten Formfaktor, wird nur für den E-Modul

angegeben. Deshalb wird ein konstantes Verhältnis von E-Modul zu Schubmodul angenommen und daraus die dynamischen Werte des Schubmoduls rückgerechnet. Für die Sensitivitätsanalyse wird ein Mittelwert des Schubmoduls von $G=4,2 \text{ N/mm}^2$ angenommen und dieser um $\pm 10\%$ variiert.

Der Elastomerstreifen besitzt eine Breite von $a=150 \text{ mm}$ und eine unbelastete Dicke von $t_0=25 \text{ mm}$. Daraus resultiert die wirksame Dicke t_e nach [14]

$$t_e = t_0 \cdot 1,8 = 45 \text{ mm} \quad (62)$$

Der daraus ergebende Formfaktor S beträgt

$$S = \frac{a}{2 \cdot t_e} = 1,667 \quad (63)$$

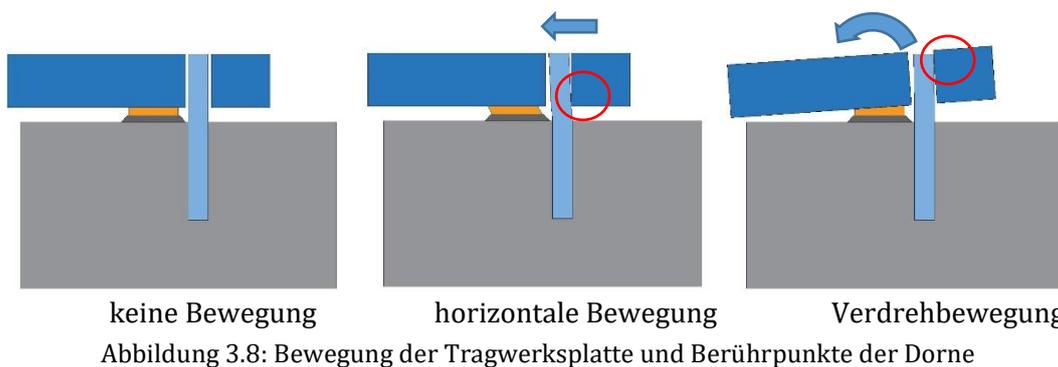
In Tab. 7 ist die Variation der Lagersteifigkeiten in Abhängigkeit des Schubmoduls ersichtlich. Aufgrund der Linearität der Eingangsgröße, variieren die Lagersteifigkeiten auch um $\pm 10\%$

Tab. 7: Lagersteifigkeiten in Abhängigkeit des Schubmoduls

G [N/mm ²]	$k_{u,z}$ [N/mm ²]	$k_{u,y}/k_{u,x}$ [N/mm ²]	$k_{\varphi,x}$ [Nmm/mm*rad]
3,8	316	22,8	285220
4,0	333	24,0	300232
4,2	350	25,2	315243
4,4	366	26,4	330255
4,6	383	27,6	345266

3.2.2. Festhaltedorne

Die verbauten Stahldorne können durch die Berührung mit der Tragwerksplatte eine Versteifung darstellen. Diese Versteifung hat einerseits Einfluss auf die horizontale Bewegung und andererseits auf die Verdrehung der Stahlplatte. Diese Bewegungsmöglichkeiten sind in Abbildung 3.8 gezeigt. Das Ziel der Modellierung ist die Versteifung durch die Dorne einerseits als horizontalen Widerstand und andererseits durch einen Widerstand gegen Verdrehung zu approximieren.



Zunächst wird untersucht, welchen Widerstand die Dorne gegen eine Belastung normal zur Längsachse entgegenbringen. Für die Modellierung dieses Widerstands als Feder wird der Dorn als Kragträger idealisiert. Bei einer horizontalen Bewegung findet der Kontakt auf der Ebene der Elastomeroberkante statt. Für diesen Fall beträgt die Länge des Kragträgers 45 mm. Bei der Verdrehung der Platte, mit der Drehachse in der Mitte des Elastomers, findet der Kontakt an der Dornoberkante statt. Die Kragträgerlänge beträgt somit 205 mm.

Für die Belastung eines Kragträgers mit einer Einzellast am freien Ende, wird zur Berechnung der Durchbiegung w die Formel in Gleichung (64) verwendet [16].

$$w = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot EI} \quad (64)$$

Das Flächenträgheitsmoment der Dorne wird pauschal zur Vereinfachung für einen Durchmesser von 65 mm zu 87,6 cm⁴ angenommen.

$$c = \frac{F}{w} = \frac{3 \cdot EI}{l^3} \quad (65)$$

Durch Umformen von Gleichung (64) auf Gleichung (65) kommt man auf eine äquivalente Federsteifigkeit von $c=6056$ kN/mm für den kurzen Dorn und auf $c=64,1$ kN/mm für den langen Dorn.

Da für diese Träger aufgrund des Längen zu Durchmesser Verhältnisses die technische Biegelehre nicht mehr vollständig angewendet werden kann, wird die Steifigkeit der Träger numerisch in einem FE-Programm simuliert. Dabei werden jeweils die Träger modelliert und einer Laststeigerung am freien Ende unterworfen. Die Anfangslast beträgt 1 kN und wird in Inkrementen um 1 kN gesteigert. Für das Materialmodell der Dorne wird das elastisch - plastische Modell gewählt. Durch die Auswertung der Inkrementen der Belastung und Verformung kann man die Federsteifigkeit rückrechnen.

In Abbildung 3.9 ist das Last - Verformungsdiagramm für den langen Träger dargestellt. Es wird die jeweilige Verschiebung des Kragträgerendes zur aufgebracht Kraft aufgetragen. Der Widerstand gegen eine Kraft normal zur Stabachse wird als Steigung dieser Linie interpretiert. Es kann somit der erste Term aus Gleichung (65) verwendet werden.

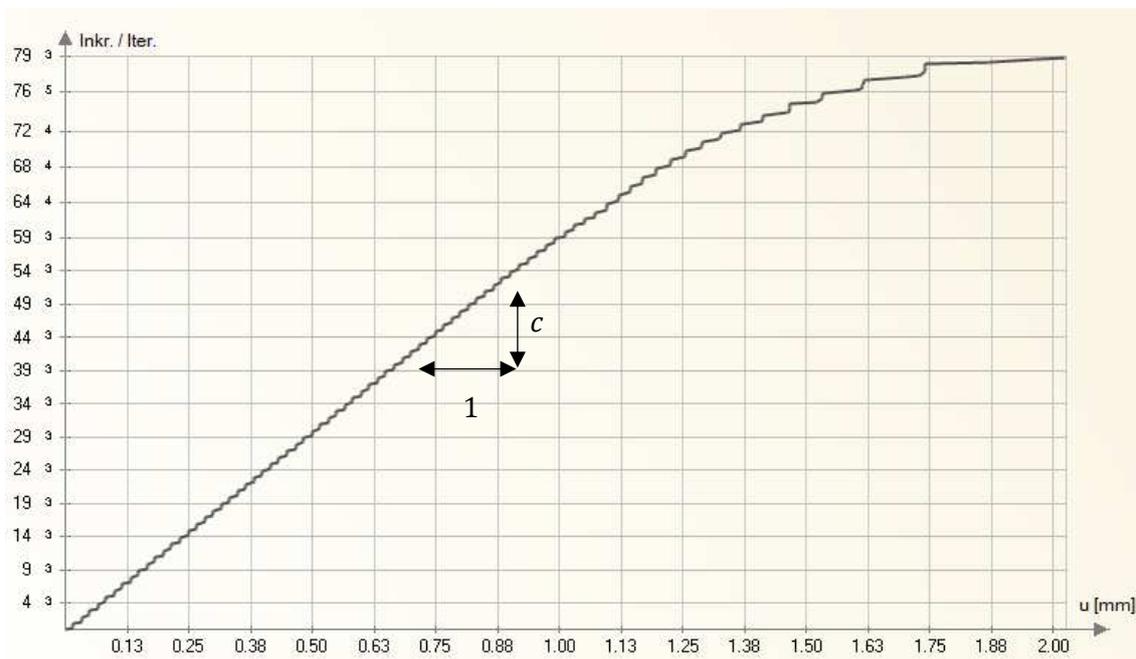


Abbildung 3.9: Versuchsauswertung des langen Dorns

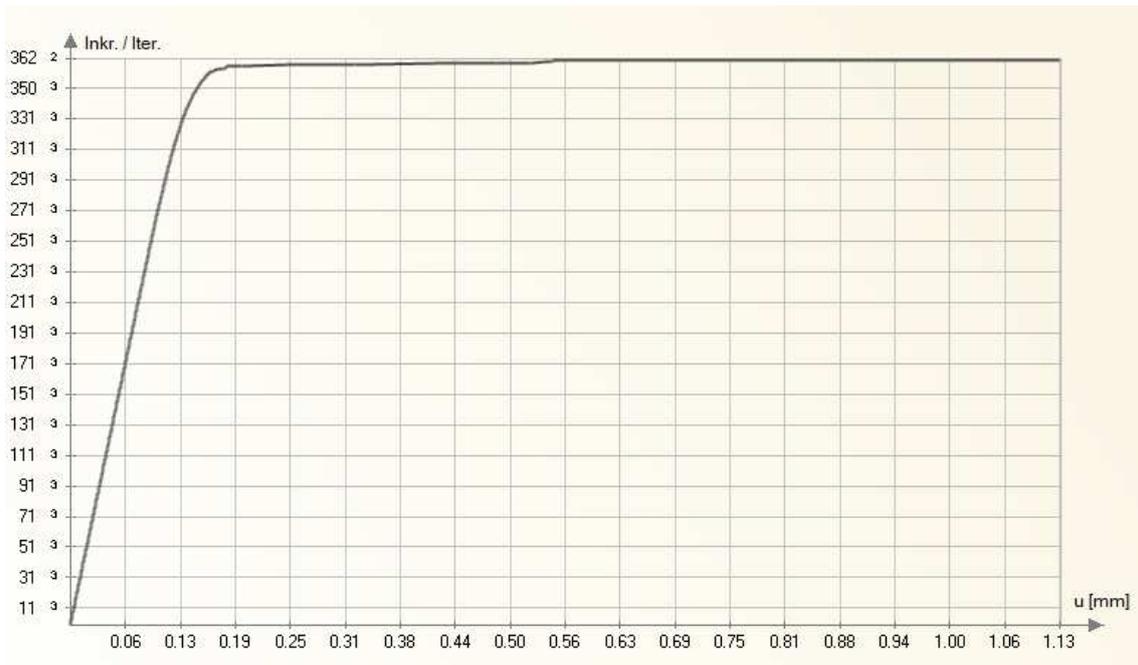


Abbildung 3.10: Versuchsauswertung des kurzen Dorns

Die Träger verhalten sich linear elastisch, bis es zu einer Krümmung im Last-Verschiebungsdiagramm kommt. Für den elastischen Bereich dieser Diagramme kann somit die äquivalente Wegfedersteifigkeit $k_{u,y}$, als Quotient zwischen aufgebrachtener Kraft und zugehöriger Verschiebung, des kurzen Trägers zu 2717 kN/mm und für den langen Träger zu 59,6 kN/mm abgeleitet werden. Vergleicht man die Auswertungen in Abbildung 3.9 und Abbildung 3.10 fällt auf, dass sich der kurze Träger wesentlich steifer verhält als der lange Träger.

Um den Widerstand des Dornes gegen Verdrehung zu berechnen, muss die Wegfeder $k_{u,y}$ des langen Trägers in eine Drehfeder k_{φ} in der Lagerachse umgerechnet werden. Die Umrechnung von der Wegfeder in die Drehfeder erfolgte durch geometrische Überlegungen.

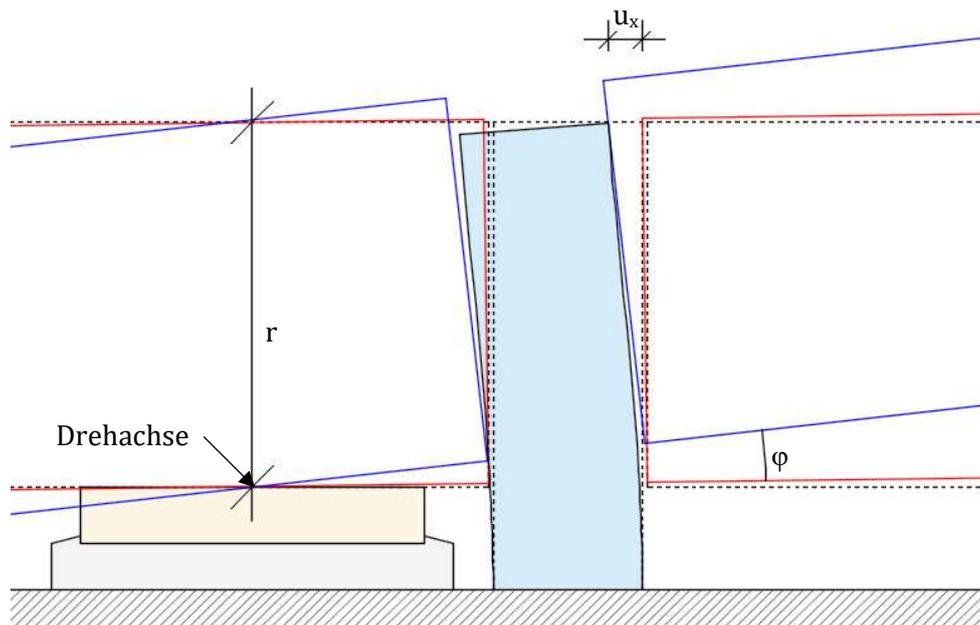


Abbildung 3.11: Geometrie zur Umrechnung der Wegfeder in eine Drehfeder

In Abbildung 3.11 ist die Geometrie im Fall der Lagerverdrehung dargestellt. Darin ist in rot die Position der Platte dargestellt, bei der es zum Kontakt an der Oberkante des langen Trägers kommt. Die um φ weiter gedrehte Position ist in blau dargestellt. Die verformte Lage des Trägers ist in hellblau angelegt.

Daraus folgte, dass eine Verdrehung φ um 0,1 Radiant eine Verschiebung u_x des langen Trägers am Trägerende um 16 mm zur Folge hat. Aus dem Normalabstand des Kontaktpunktes zur Drehachse r von 160 mm berechnet sich die Drehsteifigkeit des Dorns in der Drehachse zu:

$$k_{\varphi, \text{Dorn}} = \frac{k_{u,y} \cdot 1000 \cdot r \cdot u_x}{\varphi} = \frac{59,6 \cdot 160 \cdot 16 \cdot 1000}{0,1} = 1,53 \times 10^9 \text{ Nmm/rad} \quad (66)$$

3.2.3. Bahnschotter und Koppelfugen

Im Modell der Brücke gibt es einerseits eine Kopplung der zwei Tragwerksplatten über die Koppelfuge in der Mitte und andererseits eine Kopplung der Randbalken mit den Platten.

Koppelfuge zwischen den Tragwerksplatten

Durch die Überschotterung der Fuge zwischen den Tragwerksplatten entsteht eine Kopplung der Vertikalverschiebungen der Plattenränder. Diese Verbindung wird durch ein Liniengelenk zwischen den Flächen abgebildet. Die Modellbildung ist in Abbildung 3.12 dargestellt. Rauert führte in [17] Versuche durch, um eine Federsteifigkeit dieser Kopplungen zu erlangen. Dabei stellte er einen zweiteiligen Stahlkasten mit einer in der Mittelachse verlaufenden Trennfuge her. Beide Kastenhälften wurden auf jeweils zwei Stahlträger gelagert, wodurch ein 4 m langer Träger entstand. Der Stahlkasten wurde mit Bahnschotter mit einer Füllhöhe von 50 cm gefüllt. Die Verdichtung des Schotters wurde mit einer Rüttelplatte durchgeführt. Durch die Belastung einer Kastenhälfte und der Messung der Verformungen in Feldmitte, wurden Steifigkeiten der Kraftübertragung über die Schotterfuge berechnet. Im quasi-statischen Fall gab er eine Federsteifigkeit von $k_{Sch}=4350 \text{ kN/m}^3$ in vertikaler Richtung, bezogen auf die Kontaktflächen der angrenzenden Schotterschichten an. Im dynamischen Fall konnte er höhere Steifigkeiten berechnen, die jedoch bei einer Steigerung der Lastamplituden abnehmen. Er verweist darauf, dass die Steifigkeit $k_{Sch}=4350 \text{ kN/m}^3$ einen unteren Grenzwert darstellt. Im Zuger einer Nachberechnung einer WIB-Brücke verwendete er auch diesen Wert. Nimmt man eine kontinuierliche Feder als Kopplung zwischen den zwei Tragwerksplatten an, ergibt das Produkt zwischen Schotterhöhe h_{Sch} und Schotterscheifigkeit k_{Sch} die Koppelsteifigkeit $k_{Sch,z}$. Die Formel zur Berechnung der Koppelsteifigkeit $k_{Sch,z}$ ist:

$$k_{Sch,z} = k_{Sch} \cdot h_{Sch} = 4350 \cdot 0,51 \cong 2219 \text{ kN/m}^2 \quad (67)$$

Diese wird für die Analyse auf das Schwingungsverhalten um $\pm 20\%$ variiert. Um eine eventuell vorhandene Beeinflussung der Kopplung durch die unter dem Schotter befindliche Gleisschottermatte zu erkennen, werden darüber hinaus noch Steifigkeiten mit $k_{Sch,z}=1000 \text{ kN/m}^2$ und $k_{Sch,z}=4000 \text{ kN/m}^2$ durchgeführt.

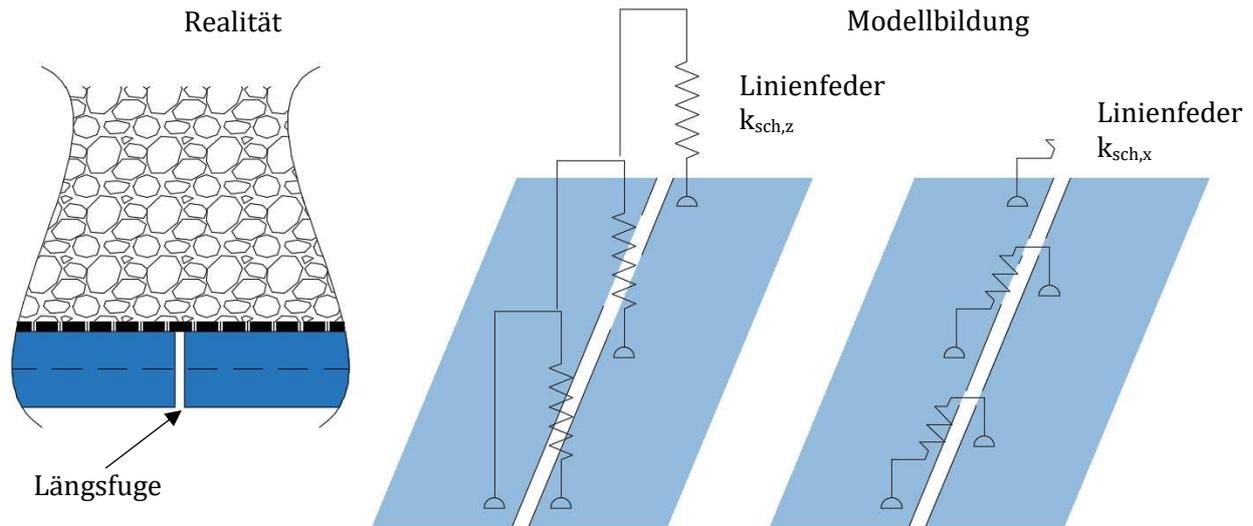


Abbildung 3.12: Modellbildung der Schotterkopplung

Analog zu den Linienauflagern, stellt die Längsachse der Fuge die lokale x-Achse der Schotterfeder dar. Für die Relativverschiebungen der Tragwerksränder zueinander werden folgende Notationen eingeführt:

Verschiebung in vertikaler Richtung	u_z
Verschiebung in horizontaler Richtung	u_x

Für der Steifigkeit einer Verschiebung in horizontaler Richtung wird die Steifigkeit $k_{sch,x}$ eingeführt.

Kopplung der Randbalken mit der Tragwerksplatte

Für die Kopplung der an das Tragwerk angrenzenden Randbalken, werden als Startwert die gleichen Werte wie für die Verbindung in Tragwerksmitte angenommen. Diese Kopplung beeinflusst darüber hinaus der Anschluss der Abdichtung an den Randbalken. Wie bereits bei der Berechnung der Querschnittseigenschaften der Randbalken erwähnt, können falsche oder vereinfachte Querschnittswerte durch die Kopplungssteifigkeit ausgeglichen werden.

3.3. Mechanische Modellierung des Tragwerks

Für die Analyse wird eine Variation der mechanischen Modellbildung, insbesondere der Lagerung vorgenommen. Dabei unterscheiden sich die Modelle in der Wahl der angesetzten Federn, sowie in der exzentrischen Lagerung der Stahlplatte zur Achse des Linienlagers. In den nächsten Unterkapiteln werden acht Modellierungen gezeigt. Diese acht Modellbildungen stellen jeweils Erweiterungen des Grundmodells dar. Es wird somit von einem einfachen Grundmodell zu einem komplexen Modell mit einer Berücksichtigung aller Lagersteifigkeiten übergegangen.

Modell 1 – Einfeldträger mit Kragarmen

Die erste Modellbildung stellt das mechanische Grundmodell dar. Es besteht aus einem Einfeldträger mit Kragarmen. Die Lagerung wird mit einem Festlager auf der einen Seite und einem verschiebbaren Lager auf der anderen Seite modelliert. In Abbildung 3.13 ist das Modell dargestellt.

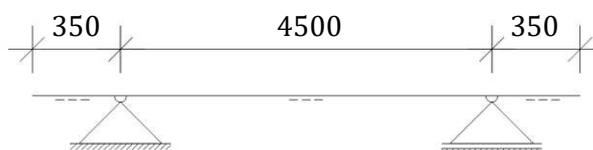


Abbildung 3.13.: Mechanische Modellbildung – Modell 1

Modell 2 – Grundsystem mit Systemexzentrizität

Im Modell 2 wird eine Exzentrizität e_z der Systemachse zur Lagerachse modelliert. Der Grund für die Exzentrizität ist der Abstand des realen Drehpunktes von der Systemachse aufgrund der Systemdicke. Modell 2 ist in Abbildung 3.14 dargestellt.

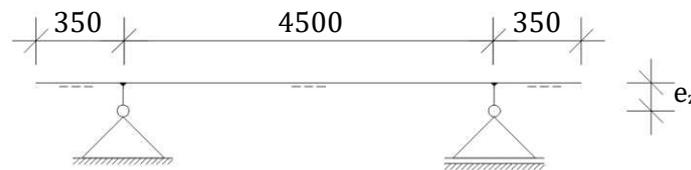


Abbildung 3.14.: Mechanische Modellbildung – Modell 2

Da der reale Drehpunkt nicht genau bekannt ist, wird das Modell 2 in zwei Varianten unterteilt. Für das Modell 2a wird der Drehpunkt an der Elastomeroberkante und im Modell 2b an der Elastomerunterkante angenommen. In Abbildung 3.15 ist links die Variante 2a gezeigt mit einer Exzentrizität von $e_z=80$ mm. Rechts ist die Variante 2b dargestellt mit einer Exzentrizität von $e_z=105$ mm.

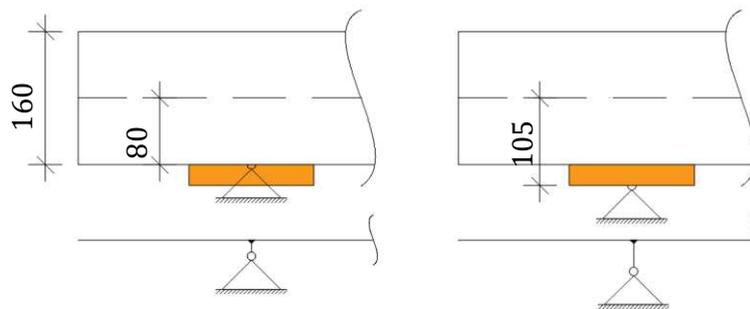


Abbildung 3.15.: Variation der Plattenexzentrizität für Modell 2

Modell 3 – beidseitige Vertikalfedern

Um den dynamischen Einfluss der vertikalen Federwirkung von Elastomerstreifen und Vergussbeton zu untersuchen, werden an beiden Lagern vertikale Linienfedern modelliert. Die horizontale Verschiebbarkeit und die Systemexzentrizität wird dabei wie in Modell 1 angenommen. Die Federsteifigkeit wird dabei, wie in Tab. 7 dargestellt, festgelegt. Dieses Modell ist in Abbildung 3.16 dargestellt.



Abbildung 3.16.: Mechanische Modellbildung – Modell 3

Modell 4 – einseitige Horizontalfeder

Bei der vierten Modellvariante wird der horizontale Verschiebungswiderstand des Gleitlagers durch den Elastomerstreifen berücksichtigt. Am zweiten Auflager wird das Festlager weiterverwendet. Die Stärke des Widerstandes kann Tab. 7 entnommen werden. Modell 4 ist in Abbildung 3.17 dargestellt.



Abbildung 3.17.: Mechanische Modellbildung - Modell 4

Modell 5 – beidseitige Horizontalfeder

Da die Festhaltedorne ein kleines Spiel in den Löchern der Tragwerksplatte haben, wird in Modell 5 an beiden Lagern eine horizontale Verschiebbarkeit angesetzt. In Abbildung 3.18 ist das mechanische Modell dargestellt.



Abbildung 3.18.: Mechanische Modellbildung - Modell 5

Modell 6 – beidseitige Drehfedern

Um die Drehsteifigkeit der Elastomerstreifen für das mechanische Modell abzubilden, werden an beiden Lagern Drehfedern modelliert.



Abbildung 3.19.: Mechanische Modellbildung - Modell 6

Modell 7 – komplexes Modell mit einseitigem Festlager

Für Modell 7 wird dem Grundmodell die Plattenexzentrizität, die vertikalen Lagerfedern, die Drehsteifigkeit der Lager und ein Widerstand gegen horizontale Verschiebung am Gleitlager hinzugefügt. Dieses Modell entspricht im Grunde einer Zusammenführung der vorherigen Modelle. Das Modell ist in Abbildung 3.20 dargestellt.



Abbildung 3.20.: Mechanische Modellbildung - Modell 7

Modell 8 – komplexes Modell mit beidseitiger Horizontalfeder

Für dieses Modell werden an beiden Lagern alle Lagersteifigkeiten angesetzt. Außerdem wird die Exzentrizität des Tragsystems modelliert. Wie bei Modell 5 wird dabei das Spiel der Festhaltedorne berücksichtigt. In Abbildung 3.21 ist die Modellbildung dargestellt.



Abbildung 3.21.: Mechanische Modellbildung - Modell 8

In Tab. 8 werden die verschiedenen Modelle zusammenfassend dargestellt.

Tab. 8: Mechanische Modelle

Nr.	Bezeichnung	Abbildung
1	Einfeldträger mit Kragarmen Grundsystem	
2	Grundsystem mit Plattenexzentrizität	
3	Grundsystem mit beidseitigen Vertikalfedern	
4	Grundsystem mit einseitiger Horizontalfeder	
5	Grundsystem mit beidseitigen Horizontalfedern	
6	Grundsystem mit beidseitigen Drehfedern	
7	Grundsystem mit Plattenexzentrizität beidseitigen Vertikal- und Drehfedern und einseitiger Horizontalfeder	
8	Grundsystem mit Plattenexzentrizität beidseitigen Vertikal-, Dreh- und Horizontalfeder	

3.4. Eigenfrequenz- und Eigenformanalyse mit verschiedenen Methoden

In diesem Kapitel werden die Eigenfrequenzen und Eigenformen der Brücke Radfeld mit verschiedenen Methoden berechnet und untereinander verglichen. Zu Beginn werden diese Brückeneigenschaften durch eine Handrechnung am vereinfachten Einfeldbalken berechnet. Im Hauptteil dieses Kapitels wird die Brücke in einem Finiten-Elemente Modell analysiert. Dabei wird das Tragwerk zuerst durch ein FE-Stabmodell modelliert. Im Weiteren wird das Tragwerk durch ein FE-Flächenmodell idealisiert. In den unterschiedlichen FE – Berechnungsmethoden werden die Auswirkungen der Variationen der Tragwerkskomponenten und der mechanischen Modellierungen auf die Eigenfrequenzen und Eigenformen analysiert.

3.4.1. Einfeldbalken

Zur Abschätzung der zu erwarteten ersten Eigenfrequenz wird das reale Tragsystem, bestehend aus zwei Platten, auf einen Balken reduziert. Die erste Eigenfrequenz eines Einfeldbalkens unter Gleichlast kann mit Formel (69) berechnet werden [9]. Dabei werden folgende Parameter gewählt:

- Für die Länge l wird die Stützweite der Brücke von 4,50 m gewählt
- Für den E-Modul E wird der E-Modul von Baustahl mit 210.000 N/mm^2 gewählt
- Das Flächenträgheitsmoment I wird für einen 1 m breiten und 0,16 m dicken Rechteckquerschnitt berechnet

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{1,00 \cdot 0,16^3}{12} = 3,41 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \quad (68)$$

- Die Masse m wird dabei wie in Tab. 3 ermittelt. Die Bandbreite der Schotterdichte wird dabei in 10 Teile geteilt. Es wird somit die Dichte um je 50 kg/m^3 gesteigert.

$$f = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (69)$$

In Tab. 9 ist die berechnete Eigenfrequenz in Abhängigkeit zur Schotterdichte dargestellt. Die erste Eigenfrequenz liegt im Bereich von 14 Hz. Eine weitere Interpretation dieser Werte ist, dass die Schotterdichte ausgehend von 1750 kg/m^3 um 14% variiert wird. Die Werte der Eigenfrequenz variieren dahingehend um rund 2,5%. Abbildung 3.22 zeigt eine grafische Auswertung, der von der Schotterdichte abhängigen Eigenfrequenzen.

Tab. 9: Eigenfrequenz des Einfeldbalkens

Schotterdichte ρ_{sch} [kg/m ³]	Eigenfrequenz Einfeldbalken [Hz]	prozentuale Abweichung EF ₁ v. $\rho_{\text{sch}}=1750$
1500	14,28	2,67%
1550	14,21	2,12%
1600	14,13	1,58%
1650	14,06	1,04%
1700	13,98	0,52%
1750	13,91	0,00%
1800	13,84	-0,51%
1850	13,77	-1,01%
1900	13,70	-1,51%
1950	13,63	-1,99%
2000	13,57	-2,47%

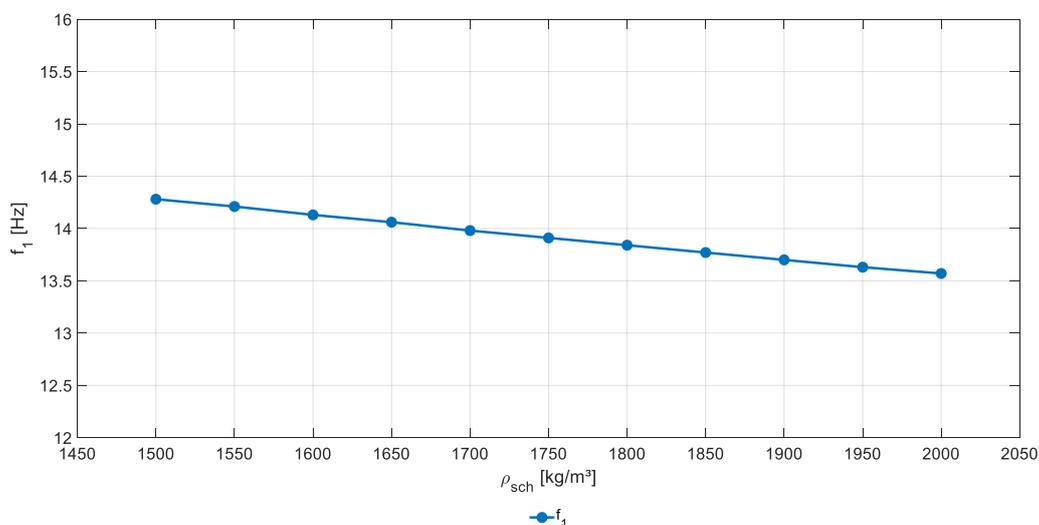


Abbildung 3.22.: Balkenmodell: Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Schotterdichte

3.4.2. FE-Stabmodell

Als nächster Modellierungsschritt wird in *RFEM* ein Träger modelliert. Der Querschnitt des Trägers wird wie im vorhergehenden Kapitel als 1 m breiter und 0,16 m hohen Rechteckquerschnitt gewählt. Die einwirkenden Massen werden gleich zum vorherigen Kapitel angesetzt. In Abbildung 3.23 ist Modell 8 in *RFEM* dargestellt.

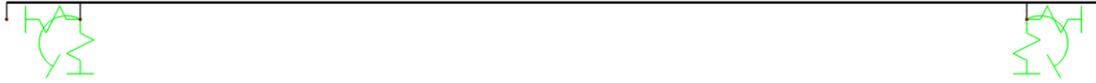


Abbildung 3.23.: Balkenmodell in Variante 8 in *RFEM*

Die Modellbildung als Balkenmodell dient zur Abschätzung der zu erwartenden Eigenfrequenzen. Daher werden die Federsteifigkeiten an den Lagern in diesem Kapitel nicht variiert und werden für einen Schubmodul von $G = 4,2 \text{ N/mm}^2$ gewählt. Die relevanten Lagerwiderstände sind in Tab. 10 angeführt.

Tab. 10: Lagersteifigkeiten für die Stabmodelle

G [N/mm ²]	K _{u,z} [kN/mm]	K _{u,y} /K _{u,x} [kN/mm]	K _{φ,x} [kNmm/rad]
4,2	350	25	3,15 x 10 ⁵

3.4.2.1 Variation der mechanischen Modellbildung

In dieser Berechnung werden die Auswirkungen der verschiedenen mechanischen Modelle 1-8 (siehe Tab. 8) untersucht. Zu Vergleichszwecken wird Modell 0 als Einfeldträger ohne Kragarme eingeführt. Daraus kann ein Vergleich zur Handrechnung gestellt werden.

Tab. 11: Eigenfrequenz der FE - Stabmodelle

ρ _{Sch} [kg/m ³]	M. 0 [Hz]	M. 1 [Hz]	M. 2a [Hz]	M. 2b [Hz]	M. 3 [Hz]	M. 4 [Hz]	M. 5 [Hz]	M. 6 [Hz]	M. 7 [Hz]	M. 8 [Hz]
1500	14,26	14,22	14,14	14,08	13,64	14,22	14,22	14,27	13,68	13,70
1550	14,18	14,14	14,06	14,00	13,57	14,14	14,14	14,20	13,61	13,62
1600	14,11	14,06	13,99	13,93	13,50	14,06	14,06	14,12	13,53	13,55
1650	14,03	13,99	13,91	13,86	13,43	13,99	13,99	14,05	13,46	13,48
1700	13,96	13,92	13,84	13,78	13,36	13,92	13,92	13,97	13,39	13,41
1750	13,89	13,85	13,77	13,71	13,29	13,85	13,85	13,90	13,32	13,34
1800	13,82	13,78	13,70	13,64	13,22	13,78	13,78	13,83	13,26	13,27
1850	13,75	13,71	13,63	13,57	13,15	13,71	13,71	13,76	13,19	13,20
1900	13,68	13,64	13,56	13,51	13,09	13,64	13,64	13,69	13,12	13,14
1950	13,61	13,57	13,49	13,44	13,02	13,57	13,57	13,62	13,06	13,07
2000	13,55	13,50	13,43	13,37	12,96	13,50	13,50	13,56	12,99	13,01

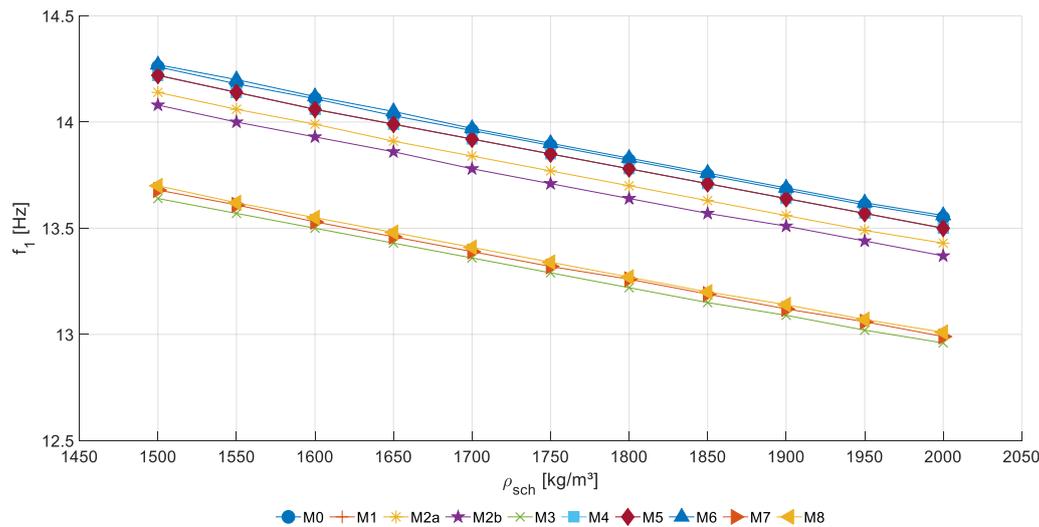


Abbildung 3.24: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen mechanischen Modellen im Stabmodell

In Tab. 11 werden die Ergebnisse der FE-Stabmodelle zusammengefasst und in Abbildung 3.24 grafisch aufbereitet. Im Allgemeinen, kann der Einfluss der Schotterdichte auf die Eigenfrequenz, wie schon bei der Handrechnung gezeigt, auch in diesem Modell bestätigt werden.

Der Vergleich von Modell 0 und Modell 1 ergibt ein leichtes Absinken der Eigenfrequenz infolge der Modellierung der Kragarme. Durch die Modellierung der Drehfedern am Auflager steigt die Eigenfrequenz wieder auf das Niveau von Modell 0. Man kann daraus schließen, dass die gleichzeitige Modellierung von Kragarmen und Drehfedern keinen Effekt auf die Eigenfrequenz bringt.

Die Modellierung einer horizontalen Auflagerfeder, also Modell 4 und Modell 5, zeigen keinen Unterschied zu Modell 1. Dieser Aussage kann man entnehmen, dass bei einer Modellierung ohne Stabexzentrizität, ein horizontaler Lagerwiderstand keinen Einfluss auf die Eigenfrequenz des Balkens hat und somit auf eine Modellierung dieser verzichtet werden kann.

Die Implementierung einer Stabexzentrizität bei Modell 2a und 2b senkt die Eigenfrequenz. Der Grund dafür ist eine zusätzliche Massenaktivierung in Längsrichtung. Der Grafik kann entnommen werden, dass die Eigenfrequenz mit einer höheren Exzentrizität stärker absinkt. Aufgrund der deutlich erkennbaren Absenkung der Eigenfrequenz, sollte die Modellierung der Stabexzentrizität im Stabmodell berücksichtigt werden.

Ein signifikanter Unterschied besteht beim Vergleich von Modell 1 und Modell 3, dem Modell mit vertikalen Auflagerfedern. Durch diesen Modellierungsschritt verringern sich die Eigenfrequenzen deutlich. Betrachtet man dazu auch noch Modell 7 und 8, befinden sich diese Eigenfrequenzen auch im Bereich von Modell 3. Man kann daher davon ausgehen, dass die vertikalen Auflagerfedern einen erheblichen Einfluss auf das Gesamtsystem haben und in der Modellbildung berücksichtigt werden sollen.

Das Absinken der Eigenfrequenz infolge der Modellierung von vertikalen Auflagerfedern ist eine Folge der Absenkung der Gesamtsteifigkeit des Systems. Im Kapitel der Grundlagen wird der Übergang des Balkens auf den EMS gezeigt. Werden zusätzliche Federn k an den Auflagern angesetzt, wirken diese in Kombination mit der generalisierten Federsteifigkeit k^* in Serie. Nachdem eine serielle Feder immer eine kleinere Steifigkeit wie eine der enthaltenen Federn haben muss, sinkt die Eigenfrequenz ab.

$$k_{\text{seriell}} = \frac{k \cdot k^*}{k + k^*} < k^* \leftrightarrow k < k + k^* \quad (70)$$

Einfluss der Schiene

Um den Einfluss der Schiene auf das Schwingungsverhalten des Tragwerks abzuschätzen, werden vereinfacht die Flächenträgheitsmomente der Platte und der Schiene addiert. Es wird dabei das Flächenträgheitsmoment beider Schienen auf die Plattenbreite aufgeteilt. In dieser Berechnung werden die Steineranteile der Querschnittsflächen vernachlässigt. Dies stellt den Fall dar, dass der Schotter keine Längskräfte zwischen der Tragwerksplatte und dem Gleisrost überträgt.

$$I_{\Sigma} = I_{\text{Platte}} + I_{\text{Schiene}} = 34133 + \frac{2 \cdot 3055}{4,025} = 35651 \text{ cm}^4 \quad (71)$$

Das resultierende Trägheitsmoment beträgt demnach 35651 cm^4 für einen 1 m breiten Plattenstreifen. Berücksichtigt man als Abschätzung die Steineranteile zu einem Zehntel mit der Annahme, dass die Schwerachse des Gesamtsystems in der Schwerachse der Platte bleibt und der Abstand der Schwerachse der Schiene $e_s=60 \text{ cm}$ beträgt, errechnet sich das Trägheitsmoment zu

$$I_{\Sigma, \text{Steiner}} = I_{\Sigma} + \frac{0,1 \cdot 2 \cdot A_{\text{Schiene}} \cdot e_s^2}{4,025} = 35651 + 13749 = 49400 \text{ cm}^4 \quad (72)$$

Dieses Trägheitsmoment setzt eine Übertragung von Längskräften von der Schiene und der Tragwerksplatte durch den Bahnschotter voraus.

In Tab. 12 sind die Werte der ersten Eigenfrequenz des Modells 1 und das gleiche statische Modell mit den erhöhten Trägheitsmomenten dargestellt. Aufgrund der erhöhten Gesamtsteifigkeit des Balkens erhöht sich auch die Eigenfrequenz. Im Fall der vereinfachten Summe der Trägheitsmomente um 2 %. Berücksichtigt man auch den Einfluss des Längswiderstandes des Schotters steigen die Eigenfrequenzen deutlich an.

Tab. 12: Eigenfrequenz mit Schienensteifigkeit

Schotterdichte [kg/m ³]	Modell 1 [Hz]	Modell 1 mit I_{Σ} [Hz]	Modell 1 mit $I_{\Sigma, \text{Steiner}}$ [Hz]
1500	14,28	14,53	17,09
1550	14,21	14,45	17,00
1600	14,13	14,37	16,91
1650	14,06	14,30	16,82
1700	13,98	14,22	16,73
1750	13,91	13,85	14,20
1800	13,84	14,08	16,56
1850	13,77	14,01	16,48
1900	13,70	13,94	16,39
1950	13,63	13,87	16,31
2000	13,57	13,80	16,23

Eigenform und höhere Eigenfrequenzen

In Abbildung 3.25 sind die ersten zwei Eigenformen des Stabmodells für Modell 1 dargestellt. Bei der ersten Eigenfrequenz handelt es sich dabei um die erste Biegeform. Die zweite Eigenfrequenz beträgt rund 50 Hz und stellt eine doppelte Biegelinie dar. Da diese hohen Frequenzen für diese Arbeit nicht von Interesse sind, wird darauf nicht weiter eingegangen.

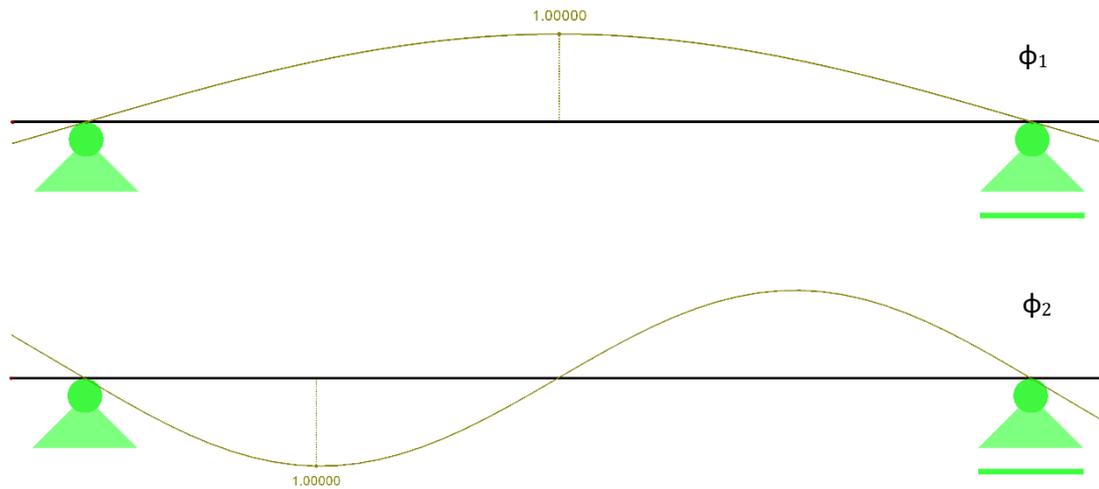


Abbildung 3.25.: Eigenformen des Balkenmodells

3.4.3. FE-Flächenmodell

Für das weitere FE – Modell wird die Tragwerksplatte als Fläche modelliert. Eine durchschnittliche FE-Netzgröße von 0,45 m wird als Einstellung gewählt. Im Regelwerk der ÖBB für dynamische Berechnungen wird eine maximale Netzgröße von 1/10 der Feldlänge gefordert [2]. Dies wird somit eingehalten. Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei der Abstraktion des Elastomerstreifens, als Lager der Tragwerksplatte, um ein Linienlager. Um die Genauigkeit der Berechnung zu steigern, wird eine FE – Netzverfeinerung auf eine Netzgröße von 0,10 m entlang der Linienlager, sowie entlang der Koppelfuge der Tragwerksplatten vorgenommen. An den Tragwerksrändern werden die Randbalken als Stäbe modelliert und mittels Knotenlager gelagert. An der Koppelfuge der Platten untereinander und an den Kopplungen der Randbalken mit den Platten werden Linienfedern zur kontinuierlichen Kopplung der Verformungen modelliert. In Abbildung 3.26 ist das Flächenmodell mit den Linienlagern und dem FE – Netz dargestellt. Für die mechanische Modellierung an den Lagerungen werden die Modelle aus Kapitel 3.3 verwendet.

Die einwirkenden Massen auf das Tragwerk werden als einheitliche Flächenmassen angesetzt. Die Bandbreite der Schotterdichte wird dabei gleich wie in den vorherigen Kapiteln gewählt. Im Folgenden werden jeweils die ersten vier Eigenfrequenzen des Gesamttragwerks untersucht.

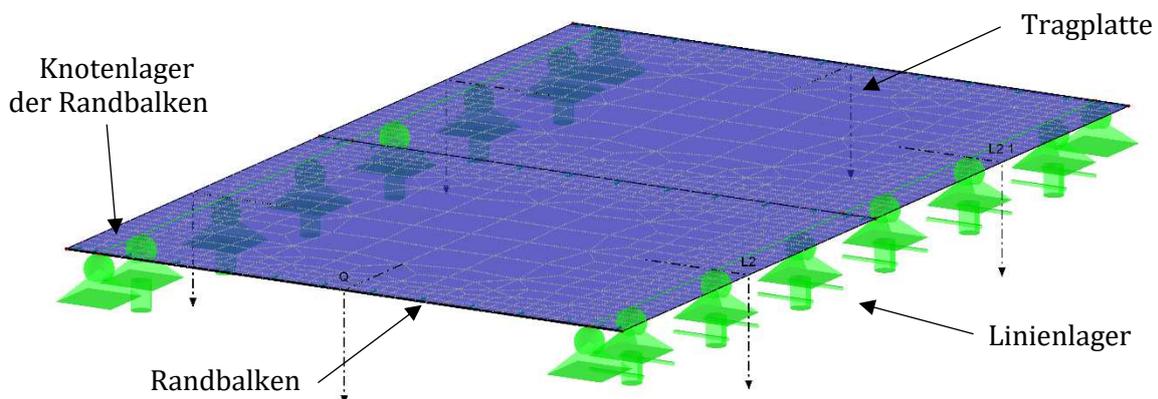


Abbildung 3.26.: Flächenmodell mit Linienlager in RFEM

3.4.3.1 Vergleich der Grundmodelle

Im ersten Schritt soll ein Vergleich der bereits vorgestellten Stabmodelle und dem neuen Flächenmodell dargestellt werden. Dem Flächenmodell wird dabei keine Kopplung zwischen den Platten untereinander und den Randbalken mit den Platten zugewiesen und als mechanisches Modell

wird Modell 1 gewählt. Es handelt sich daher um die Schwingung einer Einzelplatte. Somit ist dies die erste Erweiterung des Einzelstabes zu einer Einzelplatte.

Tab. 13: Vergleich Einfeldbalken, Kragarmmodell, Flächenmodell

Schotterdichte [kg/m ³]	Modell 0 f ₁ [Hz]	Stabmodell Modell 1 f ₁ [Hz]	Flächenmodell ohne Kopplung f ₁ [Hz]
1500	14,28	14,22	14,58
1550	14,21	14,14	14,50
1600	14,13	14,06	14,42
1650	14,06	13,99	14,35
1700	13,98	13,92	14,27
1750	13,91	13,85	14,20
1800	13,84	13,78	14,13
1850	13,77	13,71	14,06
1900	13,70	13,64	13,99
1950	13,63	13,57	13,92
2000	13,57	13,50	13,85

In Tab. 13 ist der Vergleich der bereits vorgestellten Stabmodelle, Einfeldbalken und Einfeldbalken mit Kragarm, mit dem neuen Flächenmodell dargestellt. Die erste Eigenfrequenz einer Tragwerksplatte ohne Kopplung unterscheidet sich von den vereinfachten Modellen um 2%. In Abbildung 3.27 ist die grafische Auswertung von Tab. 13 gezeigt. Die erhöhte Eigenfrequenz der Platte im Vergleich zum Stab ist deutlich zu erkennen.

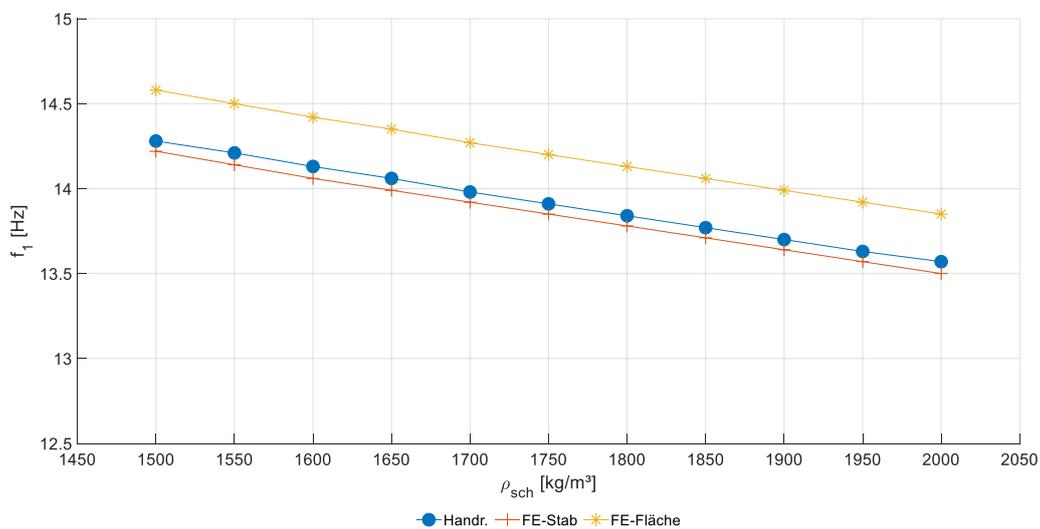


Abbildung 3.27.: Erste Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Schotterdichte für verschiedene Berechnungsmethoden

3.4.3.2 Variation der Schotterkopplung

Durch die Aktivierung der Schottersteifigkeit an der Tragwerksfuge zwischen den Platten wird das System der zwei Platten gekoppelt. Dadurch ändert sich das dynamische Verhalten grundlegend. Es zeigt sich, dass es im Bereich zwischen 13 und 25 Hz vier Eigenfrequenzen mit den zugehörigen Eigenformen gibt. Für die Analyse der Schotterkopplung wird Modell 1 verwendet. Die Kopplungsstärke wird dabei wie in Kapitel 3.2.3 vorgestellt variiert. Die Lagerwiderstände werden auch wie im vorherigen Kapitel für einen Schubmodul von $G=4,2 \text{ N/mm}^2$ angesetzt. Für die Mechanik des Modells wird Modell 1 gewählt. Auf eine Kopplung der Randbalken wird für diesen Vergleich noch verzichtet. Die ersten vier Eigenfrequenzen des Gesamtsystems sind in Abbildung 3.28.1 bis Abbildung 3.28.4 abgebildet.

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 1 - 14.199 Hz

Isometrie

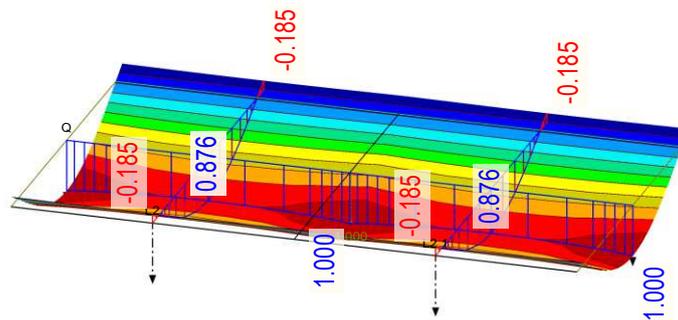


Abbildung 3.28.1.: Eigenform 1 – Modell mit Plattenkopplung

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 14.678 Hz

Isometrie

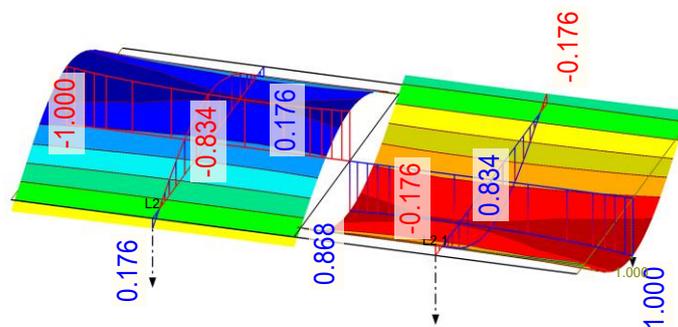


Abbildung 3.28.2: Eigenform 2 – Modell mit Plattenkopplung

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 3 - 26.833 Hz

Isometrie

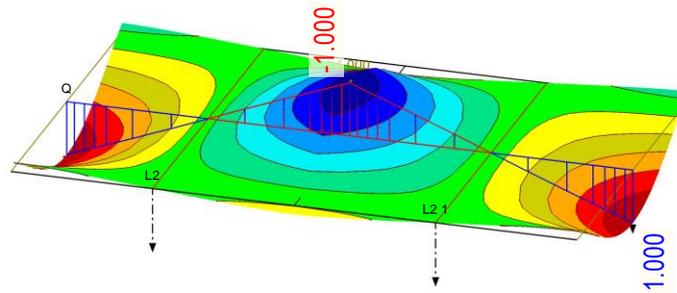


Abbildung 3.28.3: Eigenform 3 – Modell mit Plattenkopplung

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 4 - 27.510 Hz

Isometrie

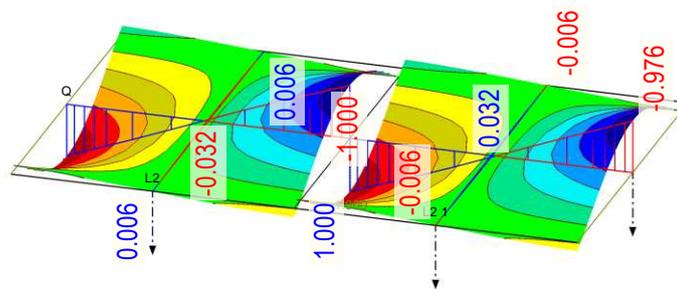


Abbildung 3.28.4: Eigenform 4 – Modell mit Plattenkopplung

Eigenform 1 und 2 stellen die jeweils erste „Biegeform“ der Platten dar, wobei es bei Eigenform 2 zu einem gegengleichen Schwingen kommt. Die zwei weiteren Eigenformen stellen Torsionsformen der Platten dar. Kennzeichnend dabei ist, dass es bei der vierten Eigenform zur Klaffung der Tragwerksfuge kommt.

Die in Eigenform 2 und Eigenform 4 erkennbare Klaffung in der Koppelfuge wird durch die Stärke der Kopplung beeinflusst. In Tab. 14 werden die Eigenfrequenzen mit der Variation der Schotterkopplungssteifigkeit dargestellt. In der linken Spalte ist die Schotterdichte dargestellt. In den rechten Spalten werden die Eigenfrequenzen mit den, in der obersten Zeile angeführten Kopplungssteifigkeiten, angeführt. Bei der Spalte ohne Kopplungssteifigkeit, handelt es sich, wie bereits erwähnt, um die Schwingung einer einzelnen Platte der Größe 5,20 m x 4,025 m. Bei der Kopplungssteifigkeit „∞“ ist keine Klaffung der Koppelfuge mehr möglich. Es werden somit die zwei Tragwerksplatten steif miteinander verbunden. Die schwingende Platte hat somit eine Größe von 5,20 m x 8,05 m. Die Eigenformen dieses Modells sind in Abbildung 3.29.1. bis Abbildung 3.29.4. Das Schwingungsverhalten ändert sich eindeutig. Die erste Eigenform stellt sich noch gleich wie die Modellierung mit nachgiebiger Schotterfuge dar. Die zweite Eigenform stellt eine Torsionsschwingung der Platten dar, wobei die Mittelfuge in Ruhe bleibt. In der dritten Eigenform kommt es zu einer gleichen Schwingform wie die der dritten Eigenform mit nachgiebiger Fuge. Jedoch stellt sich die Eigenfrequenz als wesentlich höher dar. In der vierten Eigenform kommt es zu einer Querbiegung der Platte. Die Mittelfuge bleibt dabei in Ruhe.

Tab. 14: Variation der Schotterkopplung der Tragwerksplatten

$\rho_{\text{Schotter}} \setminus k_{\text{Schotter}}$		0	1000	1780	2000	2220	2440	2660	4000	∞
1500	f ₁	14,58	14,58	14,58	14,58	14,58	14,58	14,58	14,58	14,76
	f ₂	14,58	14,81	14,98	15,03	15,07	15,11	15,16	15,40	18,97
	f ₃	27,55	27,55	27,55	27,55	27,55	27,55	27,55	27,55	30,56
	f ₄	27,55	27,86	28,11	28,18	28,25	28,31	28,38	28,80	49,87
1550	f ₁	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,68
	f ₂	14,50	14,73	14,90	14,95	14,99	15,03	15,08	15,32	18,86
	f ₃	27,40	27,40	27,40	27,40	27,40	27,40	27,40	27,40	30,40
	f ₄	27,40	27,71	27,96	28,03	28,09	28,16	28,23	28,64	49,60
1600	f ₁	14,42	14,42	14,42	14,42	14,42	14,42	14,42	14,42	14,60
	f ₂	14,42	14,65	14,82	14,87	14,91	14,95	15,00	15,24	18,76
	f ₃	27,26	27,26	27,26	27,26	27,26	27,26	27,26	27,26	30,24
	f ₄	27,26	27,57	27,81	27,88	27,94	28,01	28,08	28,49	49,34
1650	f ₁	14,35	14,35	14,35	14,35	14,35	14,35	14,35	14,35	14,52
	f ₂	14,35	14,58	14,74	14,79	14,83	14,87	14,92	15,16	18,67
	f ₃	27,11	27,11	27,11	27,11	27,11	27,11	27,11	27,11	30,08
	f ₄	27,11	27,42	27,66	27,73	27,80	27,87	27,93	28,34	49,08
1700	f ₁	14,27	14,27	14,27	14,27	14,27	14,27	14,27	14,27	14,45
	f ₂	14,27	14,50	14,67	14,71	14,75	14,80	14,84	15,08	18,57
	f ₃	26,97	26,97	26,97	26,97	26,97	26,97	26,97	26,97	29,92
	f ₄	26,97	27,28	27,52	27,59	27,65	27,72	27,79	28,19	48,82
1750	f ₁	14,20	14,20	14,20	14,20	14,20	14,20	14,20	14,20	14,37
	f ₂	14,20	14,43	14,59	14,64	14,68	14,72	14,76	15,00	18,47
	f ₃	26,83	26,83	26,83	26,83	26,83	26,83	26,83	26,83	29,77
	f ₄	26,83	27,14	27,38	27,44	27,51	27,58	27,64	28,05	48,57
1800	f ₁	14,13	14,13	14,13	14,13	14,13	14,13	14,13	14,13	14,30
	f ₂	14,13	14,35	14,52	14,56	14,60	14,65	14,69	14,92	18,38
	f ₃	26,70	26,70	26,70	26,70	26,70	26,70	26,70	26,70	29,61
	f ₄	26,70	27,00	27,24	27,30	27,37	27,44	27,50	27,90	48,32
1850	f ₁	14,06	14,06	14,06	14,06	14,06	14,06	14,06	14,06	14,23
	f ₂	14,06	14,28	14,44	14,49	14,53	14,57	14,61	14,85	18,29
	f ₃	26,56	26,56	26,56	26,56	26,56	26,56	26,56	26,56	29,47
	f ₄	26,56	26,86	27,10	27,17	27,23	27,30	27,36	27,76	48,08
1900	f ₁	13,99	13,99	13,99	13,99	13,99	13,99	13,99	13,99	14,15
	f ₂	13,99	14,21	14,37	14,41	14,46	14,50	14,54	14,77	18,19
	f ₃	26,43	26,43	26,43	26,43	26,43	26,43	26,43	26,43	29,32
	f ₄	26,43	26,73	26,96	27,03	27,10	27,16	27,23	27,63	47,84
1950	f ₁	13,92	13,92	13,92	13,92	13,92	13,92	13,92	13,92	14,08
	f ₂	13,92	14,14	14,30	14,34	14,39	14,43	14,47	14,70	18,10
	f ₃	26,30	26,30	26,30	26,30	26,30	26,30	26,30	26,30	29,17
	f ₄	26,30	26,60	26,83	26,90	26,96	27,03	27,09	27,49	47,60
2000	f ₁	13,85	13,85	13,85	13,85	13,85	13,85	13,85	13,85	14,02
	f ₂	13,85	14,07	14,23	14,27	14,32	14,36	14,40	14,63	18,02
	f ₃	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	29,03
	f ₄	26,17	26,47	26,70	26,76	26,83	26,90	26,96	27,35	47,37

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 1 - 14.4 Hz

Isometrie

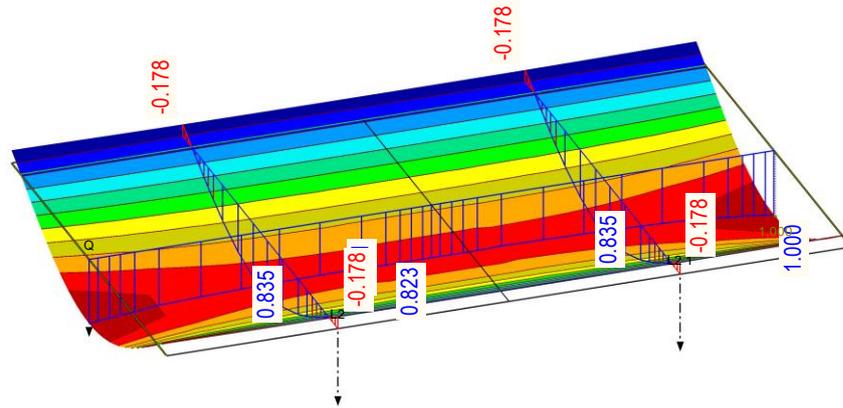


Abbildung 3.29.1.: Eigenform 1 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 18.5 Hz

Isometrie

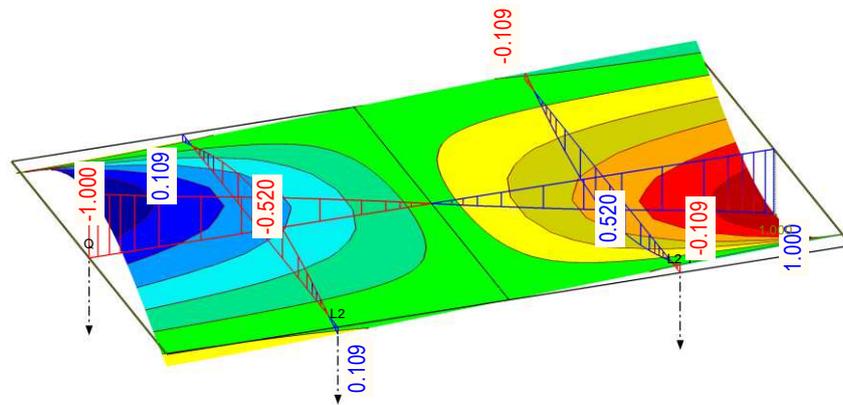


Abbildung 3.29.2.: Eigenform 2 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 3 - 29.8 Hz

Isometrie

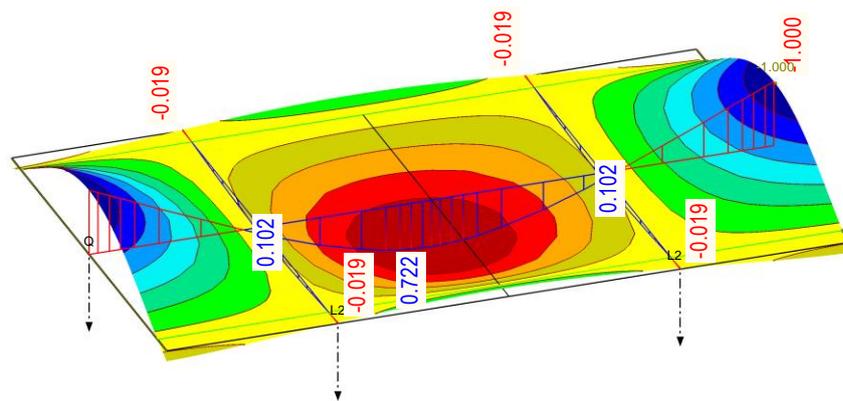


Abbildung 3.29.3.: Eigenform 3 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 4 - 48.5 Hz

Isometrie

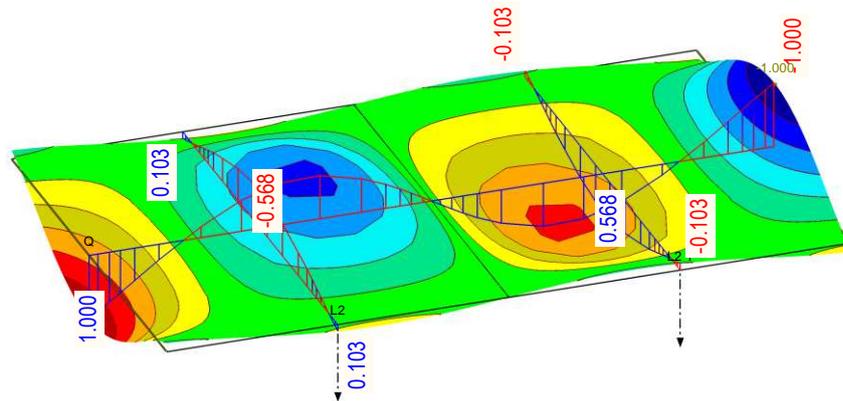


Abbildung 3.29.4.: Eigenform 4 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“

Bei der Betrachtung der Zahlwerte erkennt man, dass die Schotterkopplung nur die Frequenzen der zweiten und vierten Eigenform beeinflusst. Vergleicht man die Werte der Schottersteifigkeiten von 1780 – 2660 kN/m² mit dem Mittelwert von 2220 kN/m², so weichen diese nur um 0,6 % voneinander ab. Für die Werte von 1000 und 4000 kN/m² ergibt der Vergleich eine Abweichung von rund ± 2 %. In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse der vorherigen Tabelle grafisch aufbereitet. In Abbildung 3.30 sind die Ergebnisse der Zeile mit einer Schotterdichte von 1750 kg/m³ dargestellt. In Abbildung 3.31 werden dahingehend die Ergebnisse bei einer konstanten Kopplungssteifigkeit von 2220 kN/m² und einer Variation der Schotterdichte dargestellt.

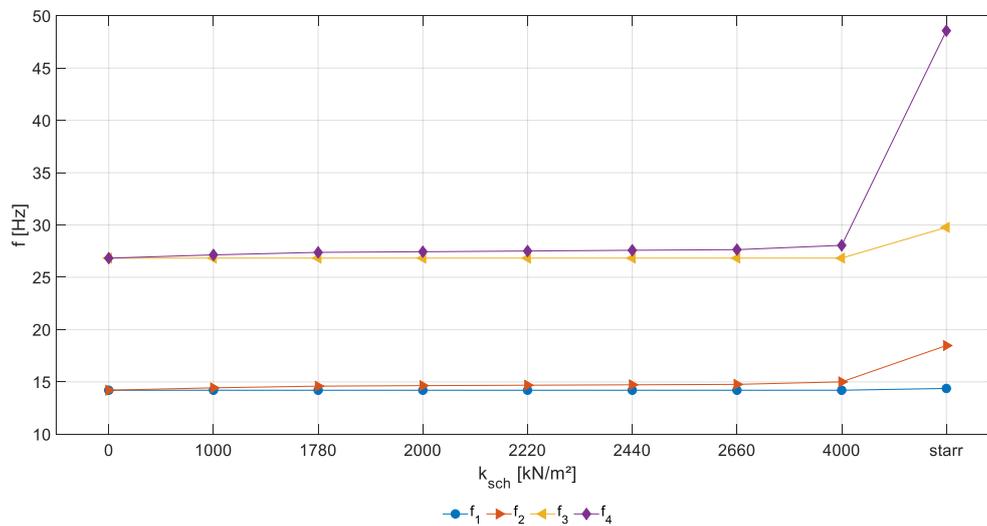
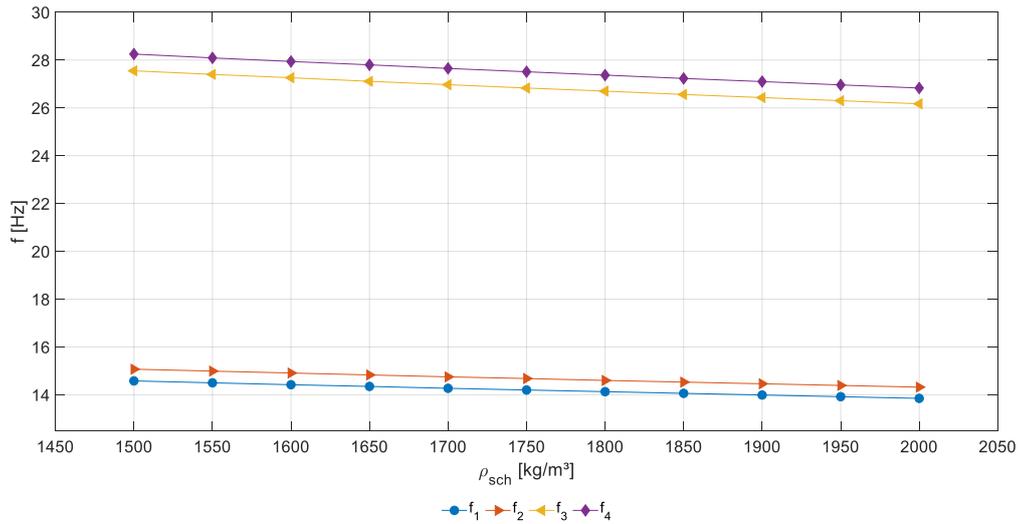


Abbildung 3.30.: Variation der Kopplungssteifigkeit bei Schotterwichte 1750 kg/m³

Abbildung 3.31.: Variation der Schotterdichte bei Kopplungssteifigkeit 2220 kN/m²

3.4.3.3 Variation der mechanischen Modellbildung im Flächenmodell

Für die Analyse des Einflusses der unterschiedlichen mechanischen Modellierungen, wie in Kapitel 3.3 dargestellt, auf die Eigenfrequenz des Tragwerkes, wird einerseits die Schotterdichte $\rho_{Schotter}$ mit 1750 kg/m³ und andererseits die Schotterkopplung $k_{Schotter}$ mit 2220 kN/m² konstant gehalten.

Tab. 15: Einfluss der mechanischen Modellierung auf die Eigenfrequenzen im Flächenmodell

Mode	Modell 1	Modell 2a	Modell 2b	Modell 3	Modell 4	Modell 5	Modell 6	Modell 7	Modell 8
f_1	14,20	14,13/ 14,13	14,08/ 14,08	13,51	14,20	14,20	14,25	13,59/ 13,58	13,60/ 13,59
f_2	14,68	17,75/ 14,61	18,56/ 14,56	14,01	14,68	14,68	14,73	16,59/ 14,07	14,08/ 14,08
f_3	26,83	28,88/ 28,79	29,54/ 29,43	22,80	26,83	26,83	26,86	24,69/ 24,11	23,47/ 22,89
f_4	27,51	30,49/ 29,41	30,92/ 30,04	23,63	27,51	27,51	27,53	25,56/ 24,88	23,70/ 23,70

In Tab. 15 werden die berechneten Ergebnisse dargestellt. Die obere Zeile bei den Modellen 2a, 2b, 7 und 8 sind die Werte der Eigenfrequenzen mit schubfester Verbindung in Längsrichtung ($k_{sch,x}=\infty$). Die zweite Zeile stellt die Eigenfrequenz mit einer gleichen Längsschubsteifigkeit wie Vertikalsteifigkeit ($k_{sch,x}=k_{sch,z}$) dar. Es zeigt sich, dass bei den Modellen mit Plattenexzentrizität (Modell 2a, 2b, 7 und 8), die Modellierung der Längsschubsteifigkeit auf die Eigenfrequenz einen hohen Einfluss hat. Zur besseren Anschauung werden diese Zahlwerte in Abbildung 3.32 und Abbildung 3.33 als Diagramm dargestellt. In dieser Grafik sind auf der Abszisse die mechanischen Modelle sowie auf der Ordinate die Eigenfrequenzen aufgetragen.

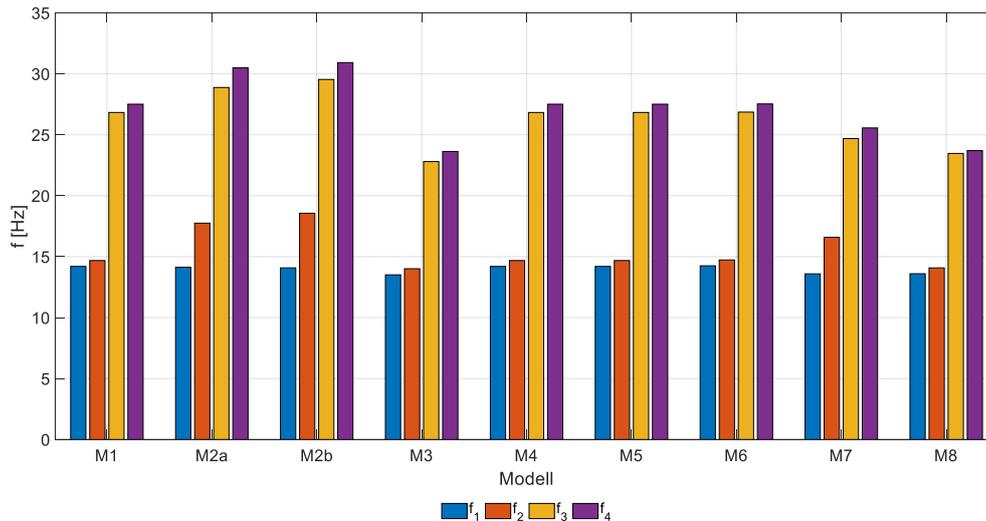


Abbildung 3.32.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlicher Lagermodellierung mit starrer Schotterlängsfuge – $\rho_{sch}=1750 \text{ kg/m}^3$, $k_{sch,z}=2220 \text{ kN/m}^2$, $k_{sch,x}=\infty$

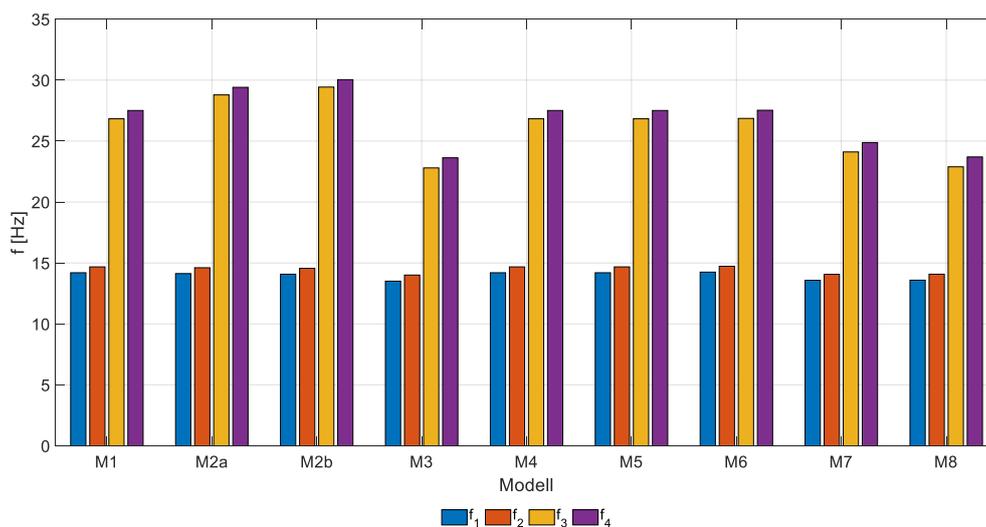


Abbildung 3.33.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen mechanischer Modellierung mit nachgiebiger Schotterlängsfuge – $\rho_{sch}=1750 \text{ kg/m}^3$, $k_{sch,z}=k_{sch,x}=2220 \text{ kN/m}^2$

Auswirkungen der mechanischen Modellierung auf die erste Eigenfrequenz

Die Auswirkungen der unterschiedlichen Lagermodellierungen auf die erste Eigenfrequenz bleiben im Allgemeinen gering. Durch die Modellierung der Vertikalfederung des Lagers (Modell 3) sinkt die Eigenfrequenz um rund 5% im Vergleich zu Modell 1. Auch in den komplexeren Modellen 7 und 8 ist diese Verminderung erkennbar.

Auswirkungen der mechanischen Modellierung auf die zweite Eigenfrequenz

Durch die Modellierung einer Plattenexzentrizität (Modell 2a und 2b) ist ein deutlicher Anstieg der zweiten Eigenfrequenz in Abbildung 3.32 erkennbar. Dies trifft aber nur bei einer schubfesten Verbindung der Schotterfuge in Längsrichtung zu. Ist dies der Fall liegt der Anstieg im Bereich von 20% im Vergleich zu Modell 1. Wird die Längssteifigkeit der Schubverbindung jedoch gleich steif wie die Quersteifigkeit modelliert ($k_{sch,x}=k_{sch,z}$), sinkt die zweite Eigenfrequenz sogar leicht ab. Dies ist in Abbildung 3.33 erkennbar. Bei der Modellierung der Vertikalfeder (Modell 3) wird die

zweite Eigenfrequenz um 5% verringert. Die Modellierungen der Horizontal- bzw. der Drehfeder (Modell 4 bis 6) haben im Flächenmodell einen äußerst geringen Einfluss.

Bei der Betrachtung von Modell 7 zeigen sich ähnliche Effekte wie bei Modell 2. Auch hier hat die Längsschubverbindung einen hohen Einfluss auf die zweite Eigenfrequenz. Wird eine schubsteife Längsverbindung modelliert, fällt ein Anstieg der zweiten Eigenfrequenz auf. Modelliert man jedoch diese Steifigkeit mit demselben Wert wie die Quersteifigkeit, so stellt sich die Erhöhung nicht mehr ein. Durch die Modellierung der beidseitigen horizontalen Lagerfeder (Modell 8) ist dieser Anstieg bei beiden Längsschubsteifigkeiten nicht mehr ersichtlich. Vergleicht man Modell 1 und Modell 8, so sinkt die zweite Eigenfrequenz um 4%.

Auswirkungen der mechanischen Modellierung auf die dritte und vierte Eigenfrequenz

Wie bei der zweiten Eigenfrequenz steigen in den Modellen 2a und 2b die dritte und vierte Eigenfrequenz um 10% an. Die Längsschubsteifigkeit hat bei diesen Frequenzen einen nicht so hohen Einfluss wie bei der zweiten Eigenfrequenz. Auch die Modellierung der vertikalen Auflagerfeder (Modell 3) hat eine deutliche Reduktion von rund 15 % der dritten und vierten Eigenfrequenz zur Folge. Analog zum vorherigen Punkt, haben die reinen horizontalen Lagerwiderstände und die Drehfederwirkung keinen Einfluss auf diese Eigenfrequenzen. Bei der Betrachtung der Modelle 7 und 8 fällt wieder der überwiegende Einfluss der Vertikalfeder auf. Die Eigenfrequenzen sinken im Vergleich zum Modell 1 ab. Ein weiteres Absinken im Modell 8 ist durch die Verringerung der Steifigkeit im Bereich der horizontalen Lagerwiderstände zu erklären.

Zusammenfassende Analyse der mechanischen Modellierung

Durch die Analyse der verschiedenen mechanischen Modellparametern können folgende Schlussfolgerungen getroffen werden:

- * Die Modellierung einer Plattenexzentrizität in Verbindung mit einer schubsteifen Verbindung in Längsrichtung der Schotterfuge hebt die zweite Eigenfrequenzen deutlich und die dritte und vierte Eigenfrequenz leicht an.
- * Eine vertikale Auflagerfeder hat ein deutliches Absinken der Eigenfrequenzen zur Folge.
- * Eine beidseitige horizontale Auflagerfeder wirkt auf die Dynamik des Bauteils erst durch die Modellierung einer Exzentrizität und hat ein Absinken der Eigenfrequenzen zur Folge.
- * Die Modellierung der Drehfedern hat einen äußerst geringen Einfluss auf die Eigenfrequenzen.

Für die folgenden Analysen wird die Längsschubsteifigkeit $k_{sch,x}$ der Schotterfuge als starr betrachtet.

3.4.3.4 Einfluss des Randbalkens im Flächenmodell

Um den Einfluss der Randbalken auf die Eigenfrequenzen und die Eigenformen zu untersuchen, wird das einfachste mechanische Modell 1 als Grundmodell herangezogen. Darin werden die Randbalken an den freien Flächenrändern als Balken modelliert. Die Schotterdichte und die Kopplung der Tragwerksplatten werden mit $\rho_{Schotter}=1750 \text{ kg/m}^3$ bzw. $k_{Schotter,z}=2220 \text{ kN/m}^2$ konstant gehalten. Die Kopplungssteifigkeit zwischen Tragwerk und Randbalken wird in den gleichen Abstufungen wie in Kapitel 3.4.3.2 bei der Schotterkopplung gewählt.

Tab. 16: Eigenfrequenzen mit Randbalkenkopplung

k_{RB}	0	1000	1780	2000	2220	2440	2660	4000	∞
f_1	14,20	14,32	14,40	14,42	14,45	14,47	14,49	14,62	17,61
f_2	14,68	14,80	14,90	14,92	14,95	14,97	15,00	15,14	18,43
f_3	26,83	26,98	27,10	27,13	27,16	27,20	27,23	27,42	35,22
f_4	27,51	27,65	27,76	27,79	27,82	27,85	27,88	28,06	35,55

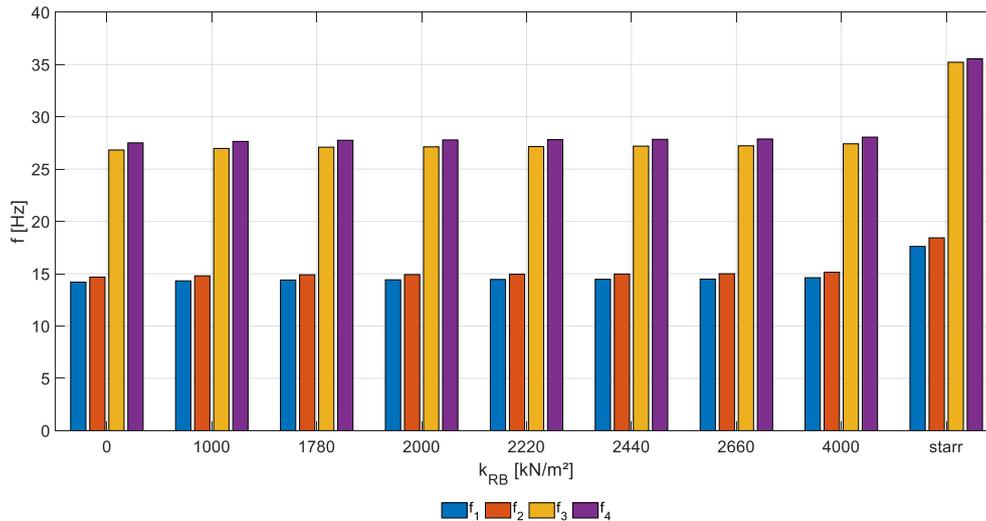


Abbildung 3.34.: Eigenfrequenzen im Flächenmodell mit unterschiedlicher Steifigkeit der Randbalkenkopplung

Die Ergebnisse der Variation der Randbalkenkopplung sind in Tab. 16 aufgelistet und in Abbildung 3.34 grafisch ausgewertet. Erkennbar ist, dass die Kopplung der Randbalken mit dem Tragwerk eine Erhöhung der Eigenfrequenzen bewirkt. Eine Variation der Kopplungssteifigkeit in einem realistisch erwartbaren Bereich hat nahezu keinen Einfluss auf die Eigenfrequenzen.

Für den Einfluss der Randbalken wird eine weitere Analyse durchgeführt. Dabei werden die Kopplungssteifigkeiten an den Randbalken unterschiedlich angesetzt und die Schotterdichte bei $\rho_{\text{Schotter}}=1750 \text{ kg/m}^3$ sowie die Kopplungssteifigkeit der Schotterfuge bei $k_{\text{Schotter}}=2220 \text{ kN/m}^2$ belassen. Für die Kopplung der Randbalken wird der linke Stab mit mit einer schwachen Kopplung von $k_{RB,li}=1000 \text{ kN/m}^2$ und der rechte Stab mit mit einer starken Kopplung von $k_{RB,re}=4000 \text{ kN/m}^2$ an die Flächenränder der Tragplatten gekoppelt.

Tab. 17: Eigenfrequenzen im Flächenmodell mit unterschiedlicher Randbalkenkopplung

k_{RB}	0	2220	1000/4000
f_1	14,20	14,45	14,42
f_2	14,68	14,95	15,02
f_3	26,83	27,16	27,14
f_4	27,51	27,82	27,92

Tab. 17 zeigt die Ergebnisse der Analyse mit unterschiedlichen Randbalkenkopplungen. In Bezug auf die Eigenfrequenzen zeigen sich ähnliche Ergebnisse wie Tab. 16, dem Modell mit gleichen Kopplungen an beiden Seiten. Bemerkenswert ist jedoch der Einfluss auf die Eigenform. Durch die asymmetrische Modellbildung bildet sich auch eine asymmetrische Eigenform aus. In Abbildung 3.35.1 und Abbildung 3.35.2 sind die erste und zweite Eigenform dieses Modells dargestellt. Zu erkennen ist, dass bei der ersten Eigenform das Tragwerk mit der geringeren Kopplungssteifigkeit am Rand den höheren Schwingweg einnimmt, wohingegen es sich bei der zweiten Eigenform genau umgekehrt verhält.

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 1 - 14.422 Hz

Isometrie

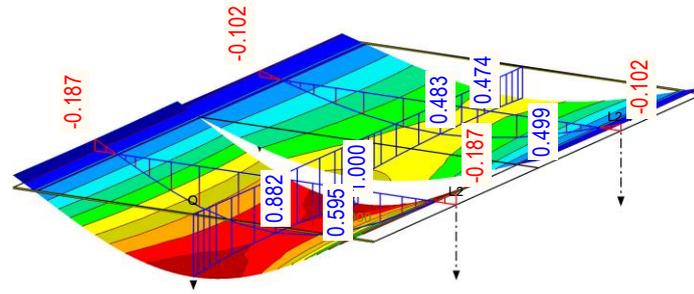


Abbildung 3.35.1: Erste Eigenform vom Modell mit unterschiedlichen Randbalkenkopplungen

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 15.016 Hz

Isometrie

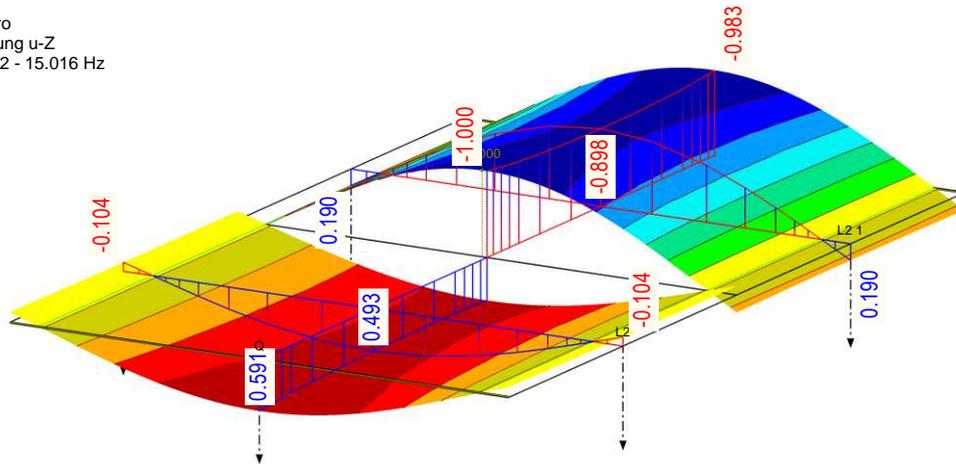


Abbildung 3.35.2: Zweite Eigenform vom Modell mit unterschiedlichen Randbalkenkopplungen

Zusammenfassend bewirkt die Kopplung der Randbalken mit den Tragwerksplatten eine Systemversteifung und somit eine Erhöhung der Eigenfrequenzen. Die Modellierung unterschiedlicher Kopplungssteifigkeiten hat eine deutliche Auswirkung auf die Eigenformen.

3.4.3.5 Einfluss der Lagersteifigkeit im Flächenmodell

Um den Einfluss einer Variation der Lagersteifigkeit zu analysieren, werden die mechanischen Modelle gewählt, die alle Lagerbewegungsmöglichkeiten enthalten. Diese sind Modell 7 und Modell 8.

In Kapitel 3.2 wird bereits auf die Berechnung der Lagersteifigkeit eingegangen. Die Größe der Steifigkeit hängt demnach, bei vorgegebener Geometrie des Elastomers, nur vom Schubmodul des Lagermaterials ab. Für die Vergleichbarkeit der Ergebnisse wird eine Schotterdichte von $\rho_{\text{Schotter}}=1750 \text{ kg/m}^3$ und eine Kopplungssteifigkeit von $k_{\text{Schotter,z}}=2220 \text{ kN/m}^2$ angenommen.

In Tab. 18 sind die ersten vier Eigenfrequenzen für das mechanische Modell 7 angegeben. Dieses Modell besitzt nur an einem Widerlager eine horizontale Lagerverschieblichkeit. Der Schubmodul des Elastomers wird dabei von $G=3,8 - 4,6 \text{ N/mm}^2$ variiert.

Tab. 18: Variation des Schubmoduls im Modell 7

$f_i \backslash G$	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6
f_1	13,52	13,56	13,59	13,62	13,65
f_2	16,47	16,54	16,59	16,65	16,70
f_3	24,37	24,53	24,69	24,83	24,97
f_4	25,14	25,36	25,56	25,74	25,92

Die Eigenfrequenzen bei der Berechnung mit Modell 7 in Tab. 18 streuen um die Ergebnisse mit dem Schubmodul von $4,2 \text{ N/mm}^2$ bei der ersten und zweiten Eigenfrequenz um weniger als 1 % und bei der dritten und vierten Eigenfrequenz um rund 1,5 %.

In Tab. 19 werden die Eigenfrequenzen für die Berechnung nach Modell 8 dargestellt. Die Streuung der Werte liegt im gleichen Bereich wie bei der Berechnung im Modell 7. In Abbildung 3.36 werden die Ergebnisse der Berechnungen mit Modell 7 und Modell 8 grafisch dargestellt. Es zeigt sich eine deutliche Herabsetzung der zweiten bis vierten Eigenfrequenz infolge einer beidseitigen horizontalen Auflagerfeder. Die erste Eigenfrequenz bleibt jedoch trotz der veränderten Modellierung nahezu unverändert.

Tab. 19: Variation des Schubmoduls im Modell 8

Mode\G	3,8	4	4,2	4,4	4,6
f_1	13,53	13,57	13,60	13,63	13,66
f_2	14,01	14,05	14,08	14,11	14,14
f_3	23,21	23,34	23,47	23,58	23,69
f_4	23,38	23,54	23,70	23,84	23,97

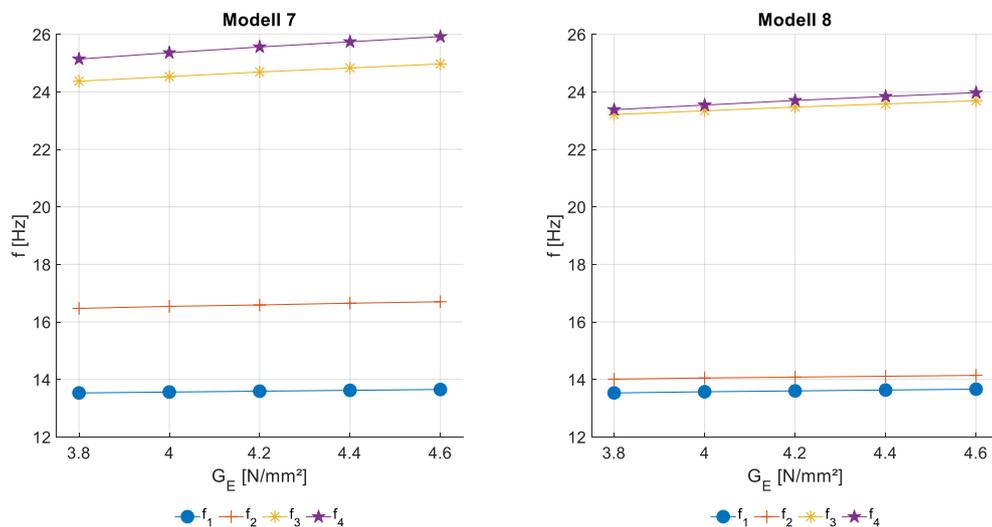


Abbildung 3.36.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen Lagernachgiebigkeit in Modell 7 und Modell 8

3.4.3.6 Einfluss der Kopplung zwischen Schiene und Tragwerk im Flächenmodell

Für die Abschätzung des Einflusses der Schienensteifigkeit auf die Eigenfrequenz, wird das FE – Flächenmodell erweitert. Die Schienen werden als Stäbe mit den Biegesteifigkeiten der UIC 60 Schiene, in das mechanische Modell 8 eingefügt. Dieses Modell ist in Abbildung 3.37 dargestellt.

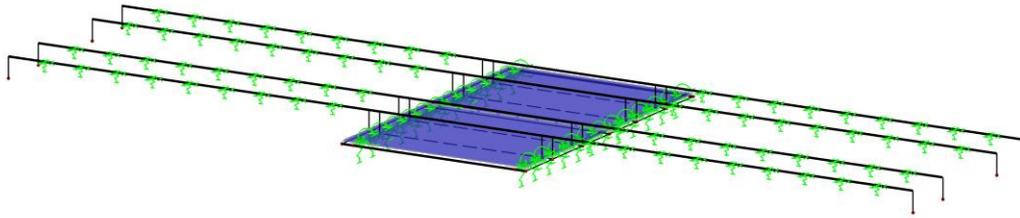


Abbildung 3.37.: FE – Modell mit Schienen

Um den Einfluss der kontinuierlichen Lagerung der Schienen über das Tragwerk hinaus zu simulieren, werden die Schienen um jeweils 10 m an beiden Tragwerksenden weitergeführt. In diesen Bereichen werden die Schienen in Längs- und Vertikalrichtung kontinuierlich gelagert. Für die Steifigkeit der Lagerung werden dabei die in [18] angegebenen Werte verwendet. Diese sind in Tab. 20 angeführt.

Tab. 20: Widerstände der kontinuierlichen Schienenlagerung am Bahndamm pro Laufmeter Schiene [18]

horizontaler Widerstand in Querrichtung	$k_{h,y,D}$	festgehalten
horizontaler Widerstand in Längsrichtung	$k_{h,x,D}$	20 kN/mm
vertikaler Widerstand	$k_{v,D}$	90 kN/mm

Den Stäben wird eine Exzentrizität in der Höhe des Schotterbettes zugewiesen. Im Bereich der Tragwerksplatten werden die Schienen durch eine Linienfreigabe von den Platten gelöst. Linienfreigaben ermöglichen es, eine kontinuierliche Verbindung mit Verschiebewiderständen zwischen Flächen und Stäben zu erzeugen. Die verwendeten Steifigkeiten für diese Freigaben sind in Tab. 21 angeführt.

Tab. 21: Widerstände der kontinuierlichen Schienenlagerung am Tragwerk pro Laufmeter Schiene [18]

horizontaler Widerstand in Querrichtung	$k_{h,y,B}$	festgehalten
horizontaler Widerstand in Längsrichtung	$k_{h,x,B}$	20 kN/mm
vertikaler Widerstand	$k_{v,B}$	260 kN/mm

Aufgrund der zusätzlichen Steifigkeit der Schienen ist eine Erhöhung der Eigenfrequenzen zu erwarten. In Tab. 22 sind die Ergebnisse der Berechnung gezeigt. Es zeigt sich eine Erhöhung der ersten und zweiten Eigenfrequenz. Bemerkenswert ist ein Absinken der dritten Eigenfrequenz. Die vierte Eigenfrequenz bleibt durch die Modellierung der Schienen nahezu unverändert.

Tab. 22: Ergebnis der Berechnung mit Schienensteifigkeit

Mode	Modell 8	Modell 8 mit Schiene	prozentuale Veränderung
f ₁	13,60	14,40	+5,9%
f ₂	14,08	14,86	+5,5%
f ₃	23,47	22,91	-2,4%
f ₄	23,70	23,77	+0,3%

3.4.3.7 Lagerversteifung durch Dorne

Wie bereits in Kapitel 3.2 erwähnt kann es zu einer Erhöhung der Lagersteifigkeit bei der Berührung zwischen Lagerdorn und Tragwerksplatte kommen. Kommt es zum Kontakt, wirken die Feder des Dorns und die Lagerfeder parallel. Das heißt, beide Federsteifigkeiten werden addiert. Wie bereits erwähnt, sind die Steifigkeiten des Dorns für eine horizontale Verschiebung und eine Verdrehung aufgrund des unterschiedlichen Kontaktpunktes der Platte am Dorn unterschiedlich.

Für die Analyse auf den Einfluss der Eigenfrequenzen werden zwei Modellvarianten gewählt. Zuerst wird die Versteifung der Dorne auf die Linienfeder umgelegt. Danach werden die Auswirkungen als Feder im konkreten FE – Netzknoten untersucht. Als Ausgangsmodellierung wird Modell 8 herangezogen.

Umwandlung in Linienfeder

Bei dieser Modellvariante werden die errechneten Federsteifigkeiten, die aus den Dornen resultieren auf die gesamte Lagerlänge (4025 mm) aufgeteilt. In den Formeln (73) und (74) wird diese Umrechnung gezeigt:

$$k_{\varphi,x,Gesamt} = \frac{K_{\varphi,x,Dorn}}{4025} + k_{\varphi,x,Elastomer} \quad (73)$$

$$k_{u,x/y,Gesamt} = \frac{K_{u,x/y,Dorn}}{4025} + k_{u,x/y,Elastomer} \quad (74)$$

In Tab. 23 sind die Lagersteifigkeiten mit den Dornversteifungen für einen Schubmodul des Elastomers von $G=4,2 \text{ N/mm}^2$ aufgeführt. Am Widerlager 1 gibt es die Versteifung mit zwei Dornen, am Widerlager 2 die Versteifung mit nur einem Dorn.

Tab. 23: Lagersteifigkeiten mit Berücksichtigung der Dorne

$k_{u,z}$ [N/mm ²]	$K_{u,x/y,Dorn}$ [N/mm]	$k_{u,x/y,Elastomer}$ [N/mm ²]	$k_{u,x/y,Gesamt}$ [N/mm ²]	$K_{\varphi,x,Dorn}$ [Nmm/ rad]	$k_{\varphi,x,Elastomer}$ [Nmm/mm*rad]	$k_{\varphi,x,Gesamt}$ [Nmm/mm*rad]
Widerlagerseite mit 2 Dornen						
350	$5,43 \times 10^6$	25,2	1375	$3,06 \times 10^9$	$3,15 \times 10^5$	$1,08 \times 10^6$
Widerlagerseite mit 1 Dorn						
350	$2,72 \times 10^6$	25,2	700	$1,53 \times 10^9$	$3,15 \times 10^5$	$6,95 \times 10^5$

Diese Kombinationen an Steifigkeiten werden ausgehend von Modell 8 in drei weitere Modelle übergeführt. Diese unterscheiden sich durch:

- Modell 8.1 Kontakt Platte und Dorn am Widerlager 1
- Modell 8.2 Kontakt Platte und Dorn am Widerlager 2
- Modell 8.3 Kontakt Platte und Dorn an beiden Widerlagern

In Tab. 24 sind die Lagersteifigkeiten der drei Erweiterungsmodelle aufgeführt.

Tab. 24: Übersicht der Lagersteifigkeiten

	WL1	WL2	
Modell 8.1			
$k_{u,z}$	350	350	[N/mm ²]
$k_{u,x/y}$	1375	25	[N/mm ²]
$k_{\varphi,x}$	$1,08 \times 10^6$	$3,15 \times 10^5$	[Nmm/mm*rad]
Modell 8.2			
$k_{u,z}$	350	350	[N/mm ²]
$k_{u,x/y}$	25	700	[N/mm ²]
$k_{\varphi,x}$	$3,15 \times 10^5$	$6,95 \times 10^5$	[Nmm/mm*rad]
Modell 8.3			
$k_{u,z}$	350	350	[N/mm ²]
$k_{u,x/y}$	1375	700	[N/mm ²]
$k_{\varphi,x}$	$1,08 \times 10^6$	$6,95 \times 10^5$	[Nmm/mm*rad]

Feder im FE – Netzknoden

Für diese Untersuchung werden konkrete Knoten in das Flächenmodell, an der Stelle des Dorns gelegt. Danach werden die Steifigkeiten der Dorne als Knotenlager definiert. Auf die Möglichkeit einer Kraftübertragung von der Platte auf den Dorn in vertikaler Richtung wird dabei verzichtet. In Tab. 25 sind die Steifigkeiten der Knoten angegeben. Die Steifigkeit des Linienlagers wird dabei wie in Kapitel 3.2 mit einem Schubmodul des Elastomers mit $G=4,2 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Diese Modellierung wird Modell 8.4 genannt.

Tab. 25: Knotensteifigkeit für den Einzeldorn

$K_{u,z}$ [N/mm]	$K_{u,x/y, \text{Dorn}}$ [N/mm]	$K_{\varphi,x, \text{Dorn}}$ [Nmm/rad]
0	$2,72 \times 10^6$	$1,53 \times 10^9$

In Tab. 26 sind die berechneten Eigenfrequenzen mit der linienförmigen Lagerversteifung und mit den Federn im FE – Netzknoden dargestellt. Die Aktivierung der Steifigkeit der Dorne erhöht die dritte und vierte Eigenfrequenz bei den kontinuierlichen Modellen (8.1-8.3) um 1,5 %. Beim punktuellen Modell erhöhen sich diese Frequenzen um nur 1 %.

Die erste Eigenfrequenz erhöht sich bei den Modellen 8.1 und 8.2 nicht. Unter der Annahme eines Kontakts an beiden Widerlagern (Modell 8.3) erhöht sich die erste Eigenfrequenz um 6 %. Diese Modellierung scheint aber unrealistisch, weil sich das Tragwerk sehr hohen Verschiebungen unterwerfen müsste, um in den Kontakt mit beiden Dornen zu kommen.

Die zweite Eigenfrequenz erhöht sich in den kontinuierlichen Modellen mit einseitiger Versteifung um 3%. Bei einem Kontakt von beiden Dornen und bei der Modellierung der Einzeldorne im FE – Knoten erhöht sich die zweite Eigenfrequenz um 6 %.

Tab. 26: Eigenfrequenzen mit Lagerversteifung

Mode	Modell 8	Modell 8.1	Modell 8.2	Modell 8.3	Modell 8.4
f_1	13,60	13,63	13,60	14,43	14,27
f_2	14,08	14,60	14,37	14,94	14,80
f_3	23,47	23,80	23,71	23,90	23,73
f_4	23,70	24,02	23,93	24,12	23,98

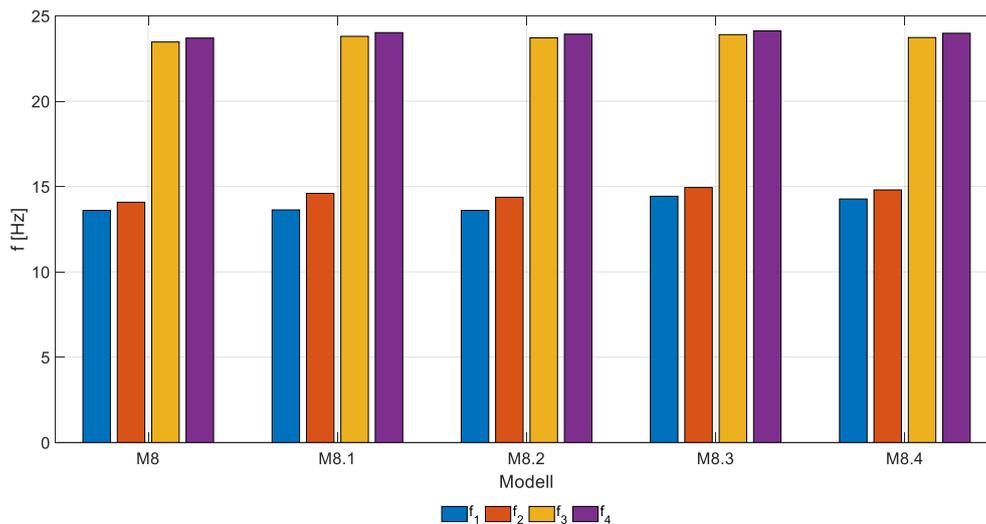


Abbildung 3.38.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen Lagerversteifungen aufgrund der Festhaltedorne

Generell kommt es aufgrund der Modellierung der Festhaltedorne zu einer Steifigkeitserhöhung des Gesamtsystems und somit zu einer (geringfügigen) Erhöhung der Eigenfrequenzen.

3.4.3.8 Spezielle Lagerungsverhältnisse der Platten

Ziel dieser Untersuchung ist es, Auswirkungen aus unregelmäßigen Lagerungsverhältnissen zu erkennen. Dafür werden unterschiedliche Variationen durchgeführt. Für das mechanische Ausgangsmodell wird Modell 8 verwendet.

Zuerst wird die Auswirkung von unterschiedlichen Lagersteifigkeiten aufgrund unterschiedlicher Schubmodule der Elastomere der zwei Tragplatten untersucht. Dabei wird die Platte unter Gleis 1 mit einem Elastomerschubmodul $G=3,8 \text{ N/mm}^2$ und die Platte unter Gleis 2 mit einem Elastomerschubmodul $G=4,6 \text{ N/mm}^2$ gelagert. Daraus folgen unterschiedliche Lagersteifigkeiten für alle Bewegungsmöglichkeiten. Dieses Modell wird Modell 8.5 genannt.

Zusätzlich wird die Auswirkung einer Hohllage der Auflagerung einer Platte untersucht. Dabei wird simuliert, dass eine Tragwerksplatte auf einer Länge von 0,5 m nicht am Elastomer aufliegt. Für die Berechnung der Lagersteifigkeiten wird dabei ein Schubmodul $G= 4,2 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Dieses Modell wird Modell 8.6 genannt.

Tab. 27: Eigenfrequenzen mit Lagerveränderung

	Modell 8	Modell 8.5	Modell 8.6
f ₁	13,60	13,59	13,58
f ₂	14,08	14,08	14,06
f ₃	23,47	23,27	23,47
f ₄	23,70	23,85	23,70

In Tab. 27 sind die Eigenfrequenzen dargestellt, die aus der Variation des Schubmoduls der Elastomere der Tragwerke bzw. durch die Hohllage eines Lagers resultieren. Bemerkenswert bei dieser Variation sind vor allem die Eigenformen. Während die Eigenfrequenzen nur unwesentlich vom Grundmodell abweichen, ist eine Veränderung der Eigenformen der zwei Tragwerke zu erkennen. Es kommt zu unterschiedlichen Amplituden der zwei Tragwerke.

In Abbildung 3.39 und Abbildung 3.40 sind die Eigenformen des Tragwerks mit der Variante der unterschiedlichen Schubmoduli dargestellt. Deutlich, an den Zahlenwerten des Mittelschnitt-

tes, zu erkennen sind die unterschiedlichen Amplituden der Tragwerksplatten. Auch bei den Darstellungen mit der Hohllage in Abbildung 3.41 und Abbildung 3.42 ist diese Unterscheidung erkennbar. Vergleicht man die Bilder, sind die Amplituden zueinander relativ gleich. Daraus kann man die Erkenntnis treffen, dass die unterschiedlichen Schubmoduli der Elastomere an den Widerlagern die gleichen Auswirkungen auf die Eigenformen haben wie eine Hohllage des Auflagers.

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 1 - 13.589 Hz

Isometrie

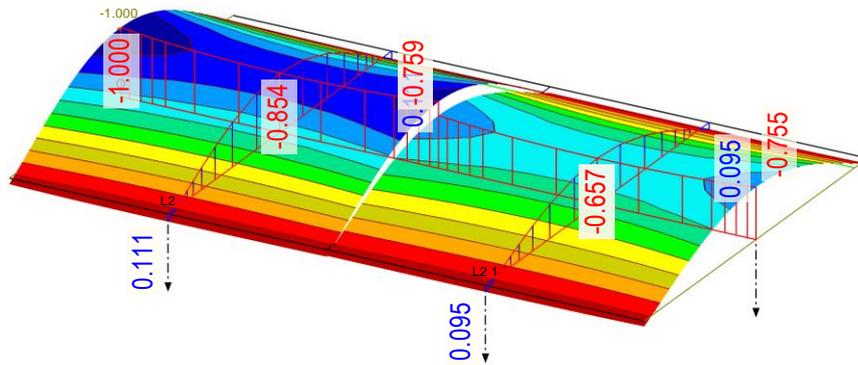


Abbildung 3.39.: Erste Eigenform bei unterschiedlichem Schubmodul des Elastomers (Modell 8.5)

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 14.082 Hz

Isometrie

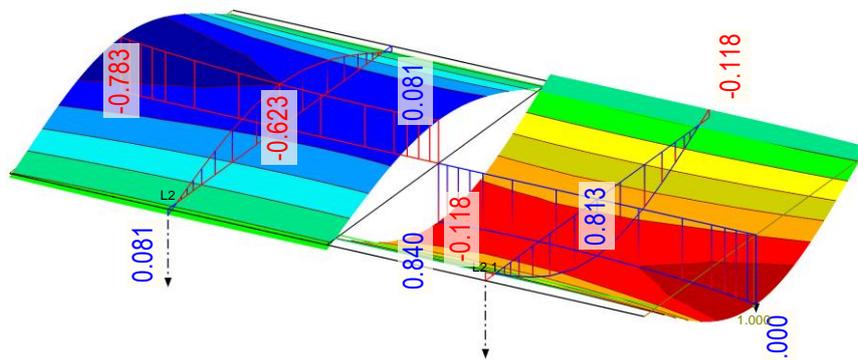


Abbildung 3.40.: Zweite Eigenform bei unterschiedlichem Schubmodul des Elastomers (Modell 8.5)

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 1 - 13.583 Hz

Isometrie

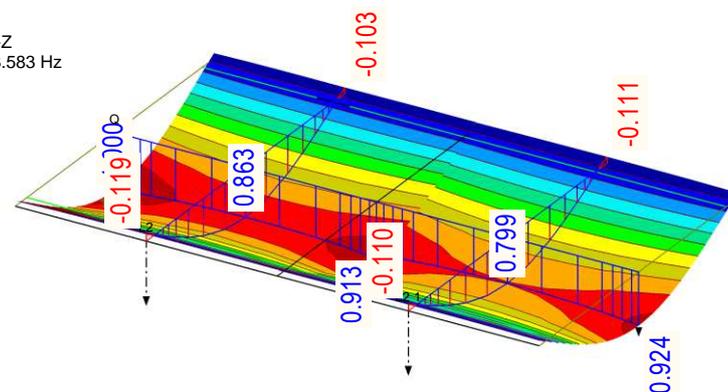


Abbildung 3.41.: Erste Eigenform bei einer Lagerhohllage (Modell 8.6)

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 14.062 Hz

Isometrie

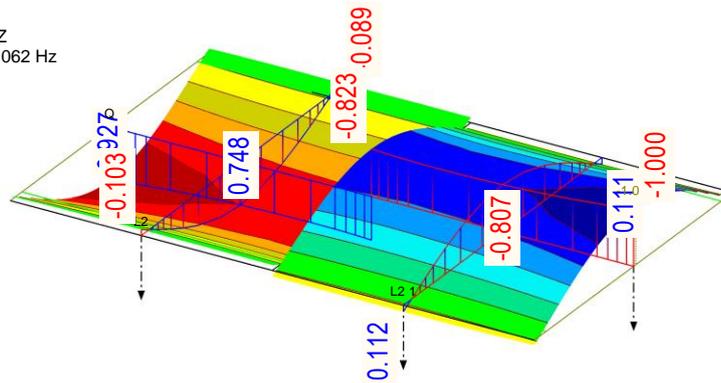


Abbildung 3.42.: Zweite Eigenform bei einer Lagerhohlage (Modell 8.6)

3.4.3.9 Unterschiedliche Schotterdichten

In diesem Unterkapitel wird untersucht, welchen Einfluss eine unterschiedliche Massenbelegung der zwei Tragwerke zur Folge hat. Dies könnte zum Beispiel durch eine ungleiche Verdichtung des Schotters eines Gleises im Vergleich zum anderen Gleis entstehen.

Die Massenbelegung wird so gewählt, dass auf dem einen Tragwerk Schotter mit einer Dichte von $\rho_{\text{Schotter}}=1500 \text{ kg/m}^3$ und auf dem zweiten Tragwerk Schotter mit einer Dichte von $\rho_{\text{Schotter}}=2000 \text{ kg/m}^3$ liegt. Diese Werte stellen somit das untere und obere Ende der verwendeten Bandbreite der Schotterdichte dar. Als Ausgangsmodell wird Modell 8 verwendet, wobei dieses Modell 8.7 genannt wird.

Tab. 28: Eigenfrequenzen mit verschiedenen Massen

	Modell 8	Modell 8.7
f_1	13,60	13,43
f_2	14,08	14,25
f_3	23,47	22,99
f_4	23,70	24,23

In Tab. 28 sind die Eigenfrequenzen mit den unterschiedlichen Massebelegungen angegeben. Zu Erkennen ist eine Verringerung der ersten und dritten, aber eine Erhöhung der zweiten und vierten Eigenfrequenz. Durch die unterschiedlichen Massenbelegungen verändern sich auch die Eigenformen.

In Abbildung 3.43.1. und Abbildung 3.43.2. sind die erste und die zweite Eigenform für die Variation mit unterschiedlichen Massebelegungen gezeigt. In der Software wird aus dieser Perspektive das linke Tragwerk der höheren Massenbelegung unterworfen. Interessant ist, dass bei der ersten Eigenfrequenz das Tragwerk mit der höheren Belastung den größeren Schwingweg nimmt. Bei der zweiten Eigenfrequenz ist das umgekehrt. Es zeigt sich eine größere Klaffung der Tragwerksränder als in der Berechnung mit unregelmäßigen Lagerungsbedingungen. In der dritten und vierten Eigenform in Abbildung 3.43.3. und Abbildung 3.43.4. schwingt jeweils ein Tragwerk kaum mit.

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 13.426 Hz

Isometrie

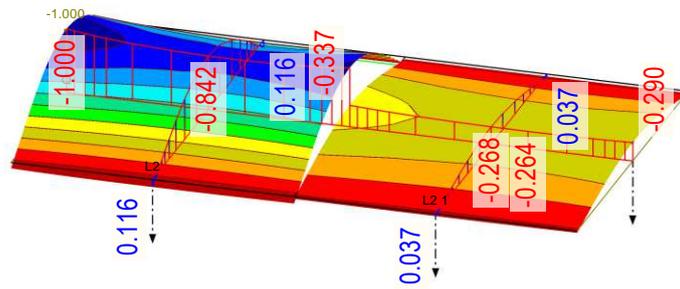


Abbildung 3.43.1: Erste Eigenform Modell 8.7

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 3 - 14.282 Hz

Isometrie

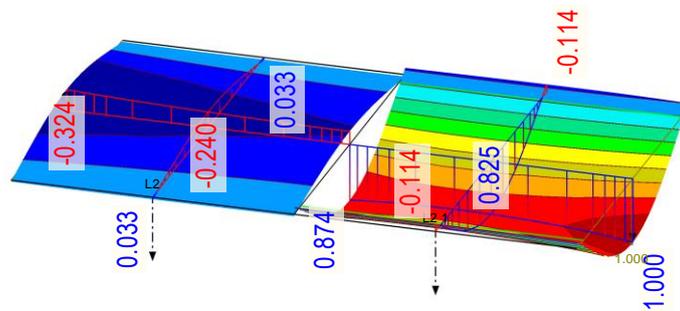


Abbildung 3.43.2: Zweite Eigenform Modell 8.7

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 4 - 22.990 Hz

Isometrie

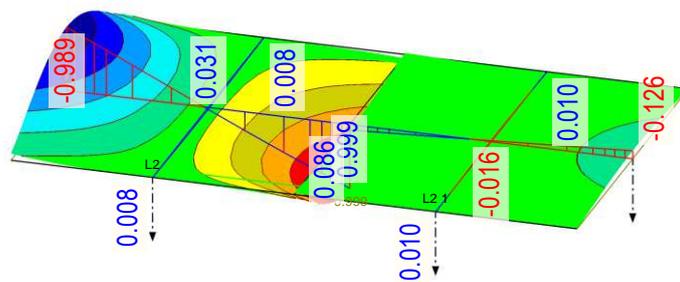


Abbildung 3.43.3: Dritte Eigenform Modell 8.7

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 5 - 24.224 Hz

Isometrie

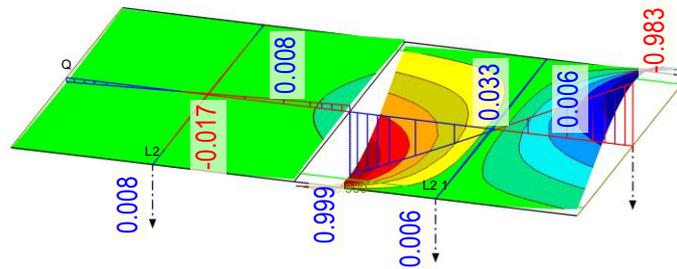


Abbildung 3.43.4: Vierte Eigenform Modell 8.7

3.4.3.10 Stahlplattendicke

Bisher wurde für die Dicken der Stahlplatten die in den Ausführungsplänen angegebene Solldicke von 160 mm verwendet. In der ÖNorm EN 10029 „Warmgewalztes Stahlblech von 3 mm Dicke an - Grenzabmaße und Formtoleranzen“ sind Grenzabmaße für die Dicken von Stahlblechen angegeben. Diese Grenzabmaße sind abhängig von der Dicke des Blechs und von der Bestellklasse. Die Norm gibt Auskunft darüber, dass bei keiner genauen Definition der Bestellklasse Klasse A gilt. Daraus ergibt sich das untere Grenzabmaß für eine Nenndicke von 160 mm zu - 1,2 mm und das obere Grenzabmaß zu +2,4 mm. Für die Berechnung werden somit drei Modelle mit unterschiedlichen Stahlplattendicken gewählt. Allen drei Modellen liegt das mechanische Modell 8 zugrunde. Für das Modell 8.8 werden beide Platten mit einer Dicke von 159 mm gewählt. Bei Modell 8.9 werden beide Platten mit einer Dicke von 162 mm gewählt und bei Modell 8.10 wird eine Platte mit einer Dicke von 159 mm und die zweite Platte mit einer Dicke von 162 mm gewählt.

Tab. 29: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen Plattendicken

	Modell 8 D=160mm	Modell 8.8 D=159mm	Modell 8.9 D=162mm	Modell 8.10 D=159-162mm
f_1	13,60	13,51	13,78	13,61
f_2	14,08	13,99	14,25	14,16
f_3	23,47	23,34	23,71	23,44
f_4	23,70	23,60	23,91	23,84

In Tab. 29 sind die Ergebnisse der Berechnungen mit unterschiedlichen Plattendicken ersichtlich. Die Veränderung der Eigenfrequenzen liegt in einem Bereich von rund 1 % und ist somit gering. Durch die Verringerung der Plattendicke und somit der Steifigkeit, zeigt sich die erwartete Verringerung der Eigenfrequenz. Durch die Erhöhung der Plattendicke zeigen sich analoge Ergebnisse. Die Modellierung unterschiedlicher Plattendicken in Modell 8.10 haben unterschiedliche Veränderungen der Eigenfrequenzen zur Folge. Während die erste und die dritte Eigenfrequenz sinken bzw. sich nicht verändern, steigen die zweite und die vierte Eigenfrequenz an. Die Ergebnisse von Tab. 29 sind in Abbildung 3.44 grafisch dargestellt.

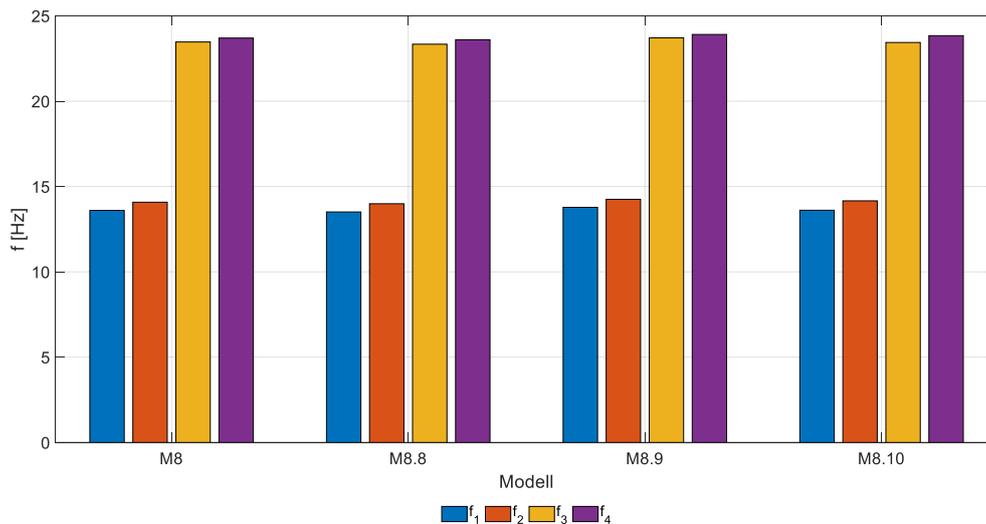


Abbildung 3.44.: Eigenfrequenzen aufgrund unterschiedlicher Stahlplattendicken

3.5. Zusammenfassung der Sensitivitätsstudie

Dieses Kapitel soll einen qualitativen Überblick über den Einfluss der Variation der einzelnen Modellparameter bieten.

Im Allgemeinen kann gesagt werden, dass die Veränderung des Schubmoduls der Elastomerlager äußerst wenig Einfluss auf die Eigenfrequenzen hat. Ebenfalls kann bei der Berechnung der Eigenfrequenz auf die Modellierung der Randbalken verzichtet werden.

Erste Eigenfrequenz im Stabmodell

Die erste Eigenfrequenz und die zugehörige Eigenform ist die erste Biegeschwingung. Die Höhe der ersten Eigenfrequenz kann durch eine Überschlagsrechnung durch eine Formel abgeschätzt werden. Es zeigt sich, dass diese Abschätzung mit dem berechneten Stabmodell in der FE – Software eine gute Übereinstimmung findet. Durch die Variation der mechanischen Modellbildung am Balkenmodell wird bereits der Einfluss einer vertikalen Lagerfeder ersichtlich. Durch diese vertikale Lagerfeder, im Vergleich zu einer unendlich großen Steifigkeit bei starrer Lagerung, verringert sich die Eigenfrequenz des Tragwerks.

Durch die Addition des Flächenträgheitsmomentes des Balkens und der Schiene wird eine Abschätzung des Einfluss der Symbiose Schiene/Tragwerk durchgeführt. Dies hat eine Erhöhung der ersten Eigenfrequenz zur Folge.

Erste Eigenfrequenz im Flächenmodell

Durch die Modellierung im Flächenmodell werden zuerst der Einfluss der Schotterdichte und der Schotterkopplung auf die Tragwerke untersucht. Es zeigt sich, dass die Schotterdichte einen relativ linearen Einfluss auf die Eigenfrequenz hat. Wird die Schotterdichte erhöht, verringert sich die Eigenfrequenz. Durch die symmetrische Schwingform in der ersten Eigenfrequenz, hat die Schotterkopplung nahezu keinen Einfluss auf diese Schwingung.

Die Modellierung der Schienen im Flächenmodell mit einer Kopplung über den Schotterkörper zum Tragwerk verursachte eine Erhöhung der ersten Eigenfrequenz.

Wie bereits beim Balkenmodell erwähnt, zeigt sich auch bei der Variation der Modellbildung im Flächenmodell eine Verringerung der Eigenfrequenz durch die vertikale Federwirkung der Elastomerlager. Die Veränderung der Plattenexzentrizität, die Lagerversteifung und die unterschiedliche Massenbelegung der Tragwerke haben auf die erste Eigenfrequenz wenig Einfluss. Die

speziellen Lagerverhältnisse und die verschiedenen Massenbelegungen der Tragwerke haben aber eine Auswirkung auf die Eigenform.

Die Werte für die erste Eigenfrequenz betragen zwischen 13 und 14,5 Hz.

Zweite Eigenfrequenz im Flächenmodell

Bei der zweiten Eigenfrequenz und der zugehörigen Eigenform schwingen die zwei Platten in der ersten Biegeform, jedoch asynchron. Diese Eigenfrequenz und Eigenform wird durch die räumliche Modellierung im Flächenmodell ersichtlich.

Die Variation der Schotterdichte hat auch auf diese Eigenfrequenz, im betrachteten Bereich der Schotterdichte, einen relativ linearen Einfluss. Durch die Klaffung der Kopplungsfuge wird bei dieser Schwingung auch die Koppelfeder aktiviert. Die Stärke dieser Feder hat aber im untersuchten Bereich einen sehr geringen Einfluss auf die Eigenfrequenz.

Auffallend bei der Variation der mechanischen Modellbildung ist der Anstieg bei der Variante mit der Plattenexzentrizität in Verbindung mit einer schubsteifen Verbindung der Koppelfuge, in Längsrichtung. Die Vertikalfeder am Auflager hat eine Verringerung der Eigenfrequenz zur Folge. Durch den Vergleich einer horizontalen Federwirkung der Elastomere an den Widerlagern kann eine Erhöhung der Eigenfrequenz bei der einseitigen Feder festgestellt werden.

Bei der Analyse des Einflusses von Versteifungen durch die Auflagerdorne zeigt sich ein höherer Anstieg der zweiten Eigenfrequenz im Vergleich zur ersten Eigenfrequenz. Für ein realistisches Szenario mit der Berührung eines Auflagerdorns, stellt sich eine Erhöhung von 0,5 Hz ein.

Wie bereits bei der ersten Eigenfrequenz erwähnt, kann bei der Berechnung mit speziellen Lagerungsverhältnissen im Bezug auf die Eigenfrequenz keine signifikante Veränderung festgestellt werden. Bei der Betrachtung der Eigenform kann jedoch eine Abweichung von symmetrischen Amplituden der Plattenschwingungen erkannt werden.

Analoge Beobachtungen können auch bei der Analyse mit unterschiedlichen Massenbelegungen der Tragwerke, festgestellt werden. Trotz der nicht auffallenden Abweichung der Eigenfrequenz, verändert sich die Eigenform sehr deutlich im Vergleich zur Eigenform mit symmetrischen Massen.

Infolge der Modellierung der Schienen im Flächenmodell zeigt sich ein Anstieg der zweiten Eigenfrequenz um 5 %.

Die Werte für die zweite Eigenfrequenz betragen zwischen 14,5 und 16 Hz.

Dritte Eigenfrequenz

Die dritte Eigenform ist eine Torsionsbewegung der Tragwerke, wobei die Tragwerksränder an der Koppelfuge in Phase schwingen. Auch diese Eigenfrequenz und Eigenform wird erst durch die Modellierung des Flächenmodells erkannt.

Die Schotterdichte hat ebenso einen relativ linearen Einfluss auf die dritte Eigenfrequenz. Bei der Betrachtung mit einer symmetrischen Massenbelegung hat auch die Schotterkopplung, wie bei der ersten Eigenfrequenz, keinen Einfluss.

Eine signifikante Erhöhung der Eigenfrequenz hat die Modellierung der Plattenexzentrizität zur Folge, wohingegen die Anordnung einer vertikalen Feder, wie bei der zweiten Eigenfrequenz eine Verringerung zur Folge hat. Der Vergleich der Modelle mit einseitiger und beidseitiger Horizontalfeder zeigt, dass bei beiden Modellen die Eigenfrequenz verringert wird.

Die Analyse mit den speziellen Lagerungsverhältnissen und den unterschiedlichen Belastungen der Tragwerke zeigt sehr ähnliche Ergebnisse wie die der zweiten Eigenfrequenz. Während die Auswirkungen auf die Höhe der Eigenfrequenz gering bleiben, zeigt sich eine deutliche Veränderung der Eigenform.

Auffallend ist, dass infolge der Modellierung der Schienen im Flächenmodell ein Absinken der dritten Eigenfrequenz erfolgt.

Die Werte für die dritte Eigenfrequenz betragen zwischen 22,8 und 26 Hz.

Vierte Eigenfrequenz

Bei der vierten Eigenfrequenz schwingt das Tragwerk ähnlich zur dritten Eigenform in einer Torsionsform. Der Unterschied besteht darin, dass die Tragwerksränder an der Koppelfuge asynchron schwingen.

Die Analysen mit verschiedenen Schotterdichten und verschiedenen Kopplungssteifigkeiten bringen annähernd gleiche Ergebnisse wie bei der dritten Eigenfrequenz. Auch bei den unterschiedlichen mechanischen Modellierungen verhalten sich die dritte und vierte Eigenform gleich.

Analoges zeigt die Auswertung der Berechnungen mit den speziellen Lagerungsverhältnissen. Interessant ist, wie bei den zwei niedrigeren Eigenfrequenzen, dass die Differenz der dritten zur vierten Eigenfrequenz bei der asymmetrischen Belastung steigt.

Die Werte für die vierte Eigenfrequenz betragen zwischen 23 und 28 Hz.

3.5.1. Tabellarische Zusammenfassung der dynamischen Analyse

In Tab. 30 sind die verschiedenen Auswirkungen der Veränderungen in der Modellbildung auf die Eigenfrequenzen tabellarisch zusammengefasst. Dabei wird eine Erhöhung mit einem „+“ und eine Verringerung mit einem „-“ aufgefasst. Die Anzahl an Zeichen gibt Auskunft über die Größe der Erhöhung bzw. der Verringerung. Hat die Modellierung keinen Einfluss auf die Eigenfrequenz, ist dies mit einem „o“ vermerkt. Im Stabmodell wird nur die erste Eigenfrequenz berechnet. Somit können über die Auswirkungen auf f_2 bis f_4 keine Aussagen getroffen werden. Die Veränderungen werden in Relation zum Modell 1 ausgewertet.

Allgemein bringt die dynamische Analyse einige Erkenntnisse. Die Schotterdichte hat auf alle Eigenfrequenzen einen relativ linearen Einfluss, der in der betrachteten Bandbreite relativ groß ist. Aufgrund des großen Einflusses der vertikalen Auflagerfeder sollte diese bei der Berechnung modelliert werden. Die Modellierung einer Plattenexzentrizität bringt eine Erhöhung der zweiten bis vierten Eigenfrequenz mit sich. Wie auch im Regelwerk der ÖBB erwähnt, soll eine Exzentrizität des Tragsystems in der Modellbildung berücksichtigt werden [2].

Infolge asymmetrischer Modellierungen zeigen sich Auswirkungen auf die Eigenformen des Tragwerks. Diese Veränderung zeigt sich bei einer unterschiedlichen Massenbelegung der Platten besonders stark.

Tab. 30: Tabellarische Übersicht der Sensitivitätsstudie

Veränderung	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄
Abschätzung der Schienensteifigkeit im Stabmodell	+	keine Auskunft	keine Auskunft	keine Auskunft
Abschätzung der Schienensteifigkeit im Flächenmodell	++	++	-	+
Verringerung der Schotterdichte	+	+	+	+
Erhöhung der Schotterdichte	-	-	-	-
Variation der Schotterkopplung	o	o	o	o
Modellierung der Plattenexzentrizität Längsfuge schubsteif	o	+++	++	++
Modellierung der Plattenexzentrizität Längsfuge schubweich	o	-	++	++
Modellierung einer vertikalen Auflagerfeder	-	-	--	--
Modellierung einer horizontalen Auflagerfeder	o	o	o	o
Modellierung einer Drehfeder	o	o	o	o
Modell mit einseitiger Horizontalfeder	o	+	-	-
Modell mit beidseitiger Horizontalfeder	o	-	--	--
Modellierung der Randbalken	o	o	o	o
Variation des Schubmoduls der Elastomerlager	o	o	o	o
Linienförmige Auflagerversteifung durch Dorne	o	+	+	+
Punktförmige Auflagerversteifung durch Dorne	+	+	+	+
Unterschiedliche Lagersteifigkeiten der Tragwerke	o	o	-	-
Hohlage eines Elastomerstreifens	o	o	o	o
Asymmetrische Massenbelegung der Tragwerke	-	+	-	+
Erhöhung der Plattendicke	+	+	+	+
Unterschiedliche Plattendicken	o	+	-	+

4. Dynamische Messung der Brücke Radfeld 2

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, kam es bei Messungen der Brücke Radfeld 2 zu unterschiedlichen Messergebnissen. Dabei wurden die erste Eigenfrequenz mit $f_1=13,6$ Hz und 14,9 Hz berechnet. Das Lehr'sche Dämpfungsmaß wurde in diesen Messberichten mit Werten von 2,53 % und 4-12% angegeben. Die ÖBB veranlassten zwei weitere Messungen der Brücke. In diesen Messungen waren der Messaufbau und das Messprogramm gleich. Es wurden lediglich unterschiedliche Messsensoren verwendet. Die Messdaten einer dieser Messungen wurden zur Verfügung gestellt und werden in diesem Kapitel ausgewertet.

Ziel der Auswertung ist die Analyse der Eigenfrequenzen und Dämpfungen der Brücke. Durch eine Analyse der Signale sollen auch Erkenntnisse über die Eigenformen der Brücke gewonnen werden.

4.1. Sensoraufbau

Am Tragwerk wurden einige Sensoren befestigt. Diese beinhalteten:

- 18 Beschleunigungssensoren, Kennzeichen $a_1 - a_{18}$
- 6 Relativwegaufnehmer, Kennzeichen $r_1 - r_6$
- 2 Absolutwegaufnehmer, Kennzeichen $w_1 - w_2$
- 2 Longstrokeshaker, Kennzeichen $S_1 - S_2$
- 4 Beschleunigungssensoren auf den Shakern, Kennzeichen $a_1S_1 - a_2S_2$

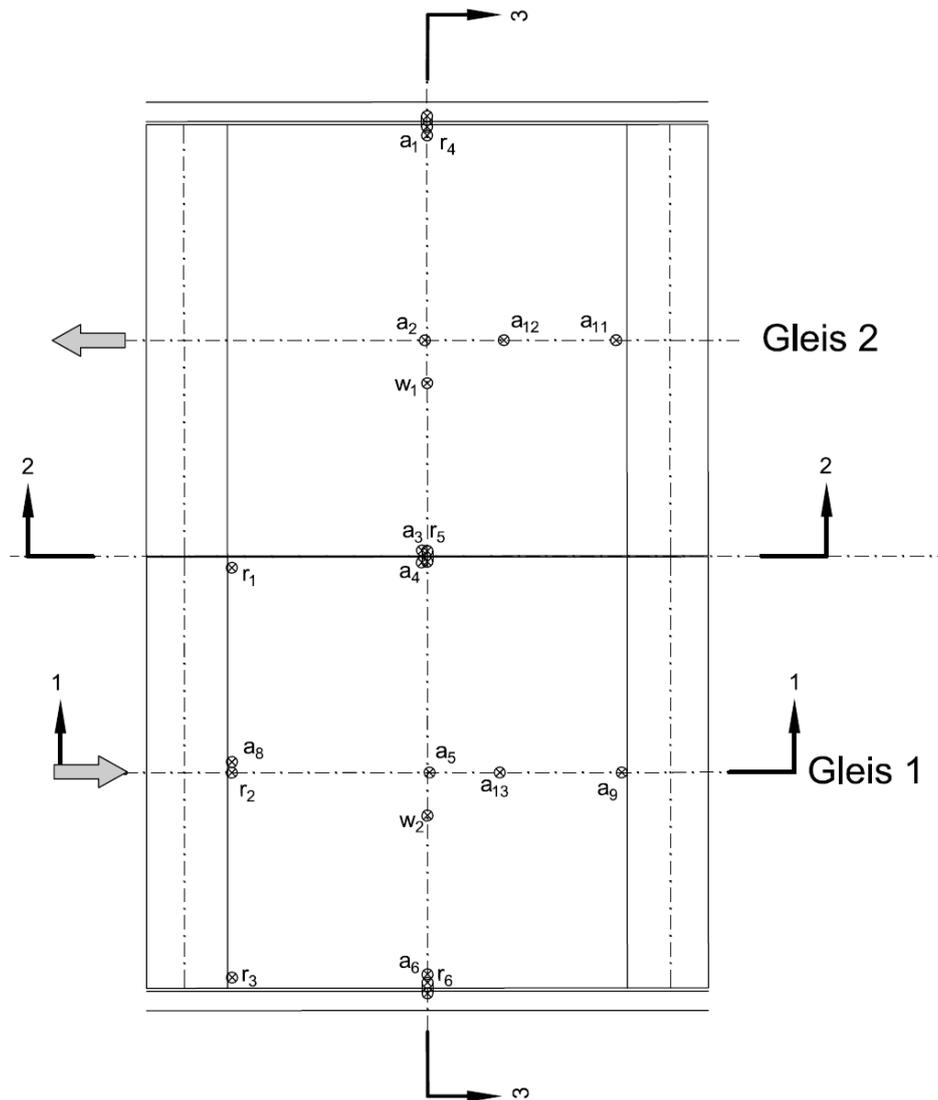


Abbildung 4.1.: Übersicht der Sensoranordnung [A. Lechner, AIT]

In Abbildung 4.1 ist die Aufstellung der Sensoren gezeigt. Die Abtastrate der Sensoren betrug 2048 Hz. Es wurden somit pro Sekunde 2048 Daten der Sensoren aufgezeichnet. Die Richtung der positiven z-Achse für Bewegungen wird nach unten zeigend festgelegt.

Beschleunigungssensoren

Die Sensoren a_1 bis a_6 wurden in der Tragwerksmitte angeordnet und spielen für die Auswertung der dynamischen Eigenschaften eine übergeordnete Rolle. Die Sensoren a_8 , a_9 und a_{11} maßen Beschleunigungen am Tragwerksrand über der Widerlagerkante. Die Sensoren a_7 und a_{10} maßen Beschleunigungen am Widerlager unter der Tragwerksplatte von Gleis 1, dargestellt in Abbildung 4.2. Für Schwingungen am Widerlager in Fahrbahnhöhe, wurden die Sensoren a_{14} und a_{15} auf die Widerlagermauer montiert und a_{16} wurde in der Brückenmitte auf die Fahrbahn aufgelegt. Diese Aufstellung ist in Abbildung 4.3 zu sehen. Zur Messung der Schwingbeschleunigung in Gleishöhe wurden die Sensoren a_{17} und a_{18} auf einer Schwelle in Tragwerksmitte von Gleis 1 montiert.

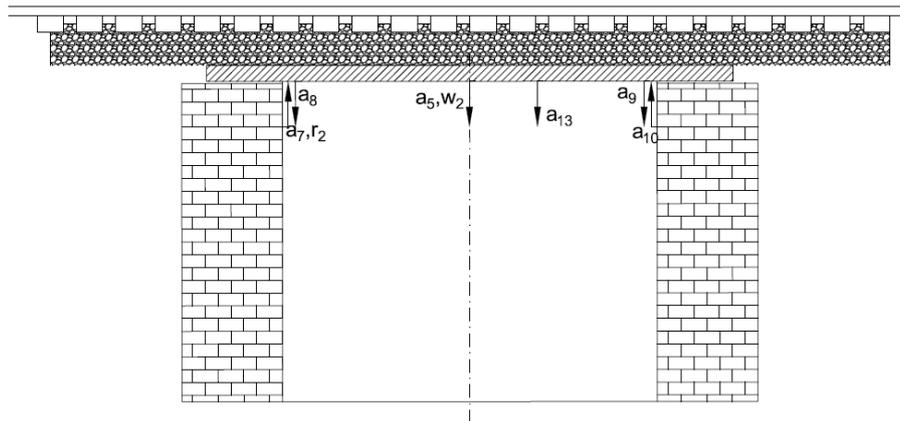


Abbildung 4.2.: Schnitt 1

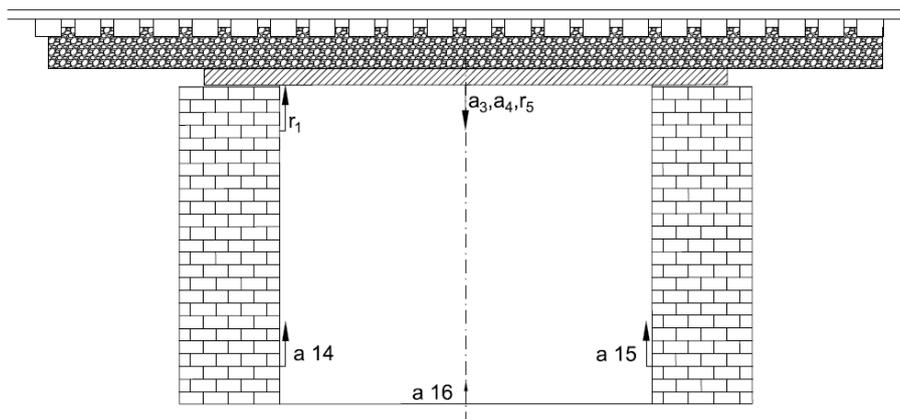


Abbildung 4.3.: Schnitt 2

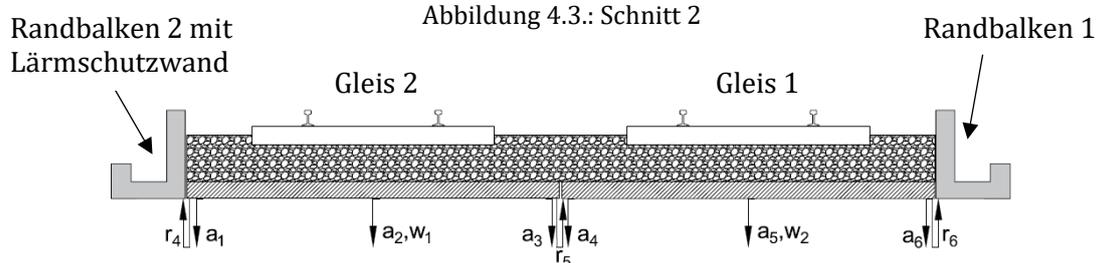


Abbildung 4.4.: Schnitt 3

Absolutwegaufnehmer

Die Absolutwegaufnehmer wurden auf Stative montiert, die auf der Fahrbahn aufgestellt wurden. Diese wurde so positioniert, dass die Wegaufnehmer die Vertikalbewegung der Platten im Plattenschwerpunkt maßen.

Relativwegaufnehmer

Die Sensoren r_1 bis r_3 maßen Relativverschiebungen der Tragwerksunterkante zur Widerlagerkante und wurden unter dem Tragwerk von Gleis 1 montiert. r_4 und r_6 maßen Relativverschiebungen zwischen Tragwerk und Randbalken und der Sensor r_5 maßt die Relativverschiebung der zwei Tragwerksplatten zueinander. Positive Werte der Sensoren sind wie folgt zu bewerten:

$r_1 - r_3$	Platte 1 bewegt sich zur Widerlagerkante
r_4	Plattenrand 2 befindet sich unter dem Randbalkenrand
r_5	Plattenrand 2 befindet sich unter Plattenrand 1
r_6	Plattenrand 1 befindet sich unter dem Randbalkenrand

Longstrokeshaker

Für die Anregung der Tragwerke wurden so genannte Longstroke Shaker der Firma APS verwendet. In Abbildung 4.5 ist ein Shaker dargestellt. Die Shaker wurden auf einem Formrohr aufgestellt. Dieses wurde durch Stahlstangen magnetisch an das Tragwerk angehängt.

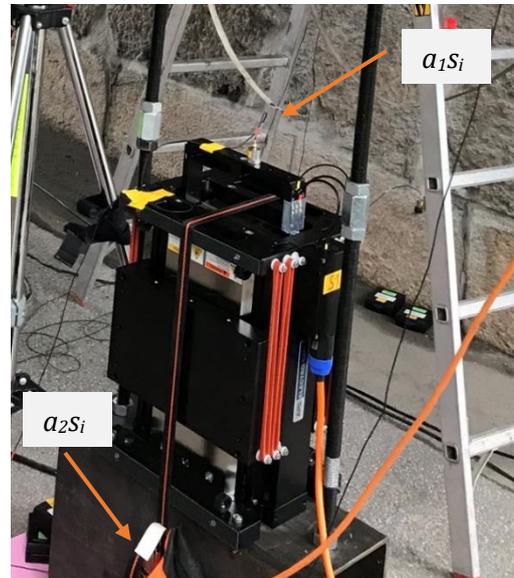


Abbildung 4.5.: Longstroke Shaker APS 400

Durch elektromagnetische Impulse im Shaker wird die Schwingmasse beschleunigt. Das Gesamtgewicht eines Shakers beträgt 73 kg und die schwingende Masse 23 kg. Aufgrund des physikalischen Zusammenhangs zwischen Masse m und Beschleunigung a resultiert eine Kraft F , welche auf das Tragwerk übergeben wird. Das Funktionsprinzip des Longstrokeshakers ist in Abbildung 4.6 dargestellt.

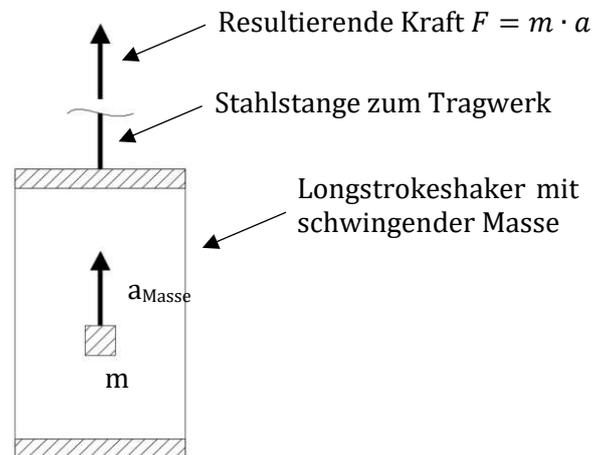


Abbildung 4.6.: Prinzip Longstrokeshaker

Die Shaker regen das Tragwerk in Frequenzbereichen mit konstanter Kraftamplitude dynamisch an. Bei diesen so genannten Frequenzsweeps werden Frequenzbereiche durch eine kontinuierliche Frequenzsteigerung abgefahren. Die Masse wird in eine gesteuerte Sinusschwingung mit konstanten Beschleunigungsamplituden versetzt.

$$u_{Masse} = u_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (75)$$

$$a_{Masse} = -\omega^2 \cdot u_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (76)$$

Aufgrund der Beziehung zwischen der Bewegung der Masse u_{Masse} und der Beschleunigung der Masse a_{Masse} reduziert die Shakersteuerung mit steigender Frequenz die Bewegungsamplituden u_0 . Infolge der daraus resultierenden konstanten Beschleunigungsamplitude der Schwungmasse bleibt auch die induzierte Kraftamplitude über die Anregungsdauer konstant.

Die Sensoren a_{2S_i} wurden für die Steuerung der Schwungmassen verwendet. Die Sensoren a_{2S_i} wurden in den Formrohren montiert und zeigen somit die Beschleunigungen der Tragvorrichtung.

4.1.1. Messprogramm

Bei der Messung der Tragwerke fand die Anregung der Tragwerke durch die Longstroke Shaker und Sandballabwürfe statt.

Durch die Voruntersuchung der Eigenformen der Brücke wurden auch die Shakerpositionen am Tragwerk gewählt. Die zwei Aufstellungen sind in Abbildung 4.7 dargestellt.

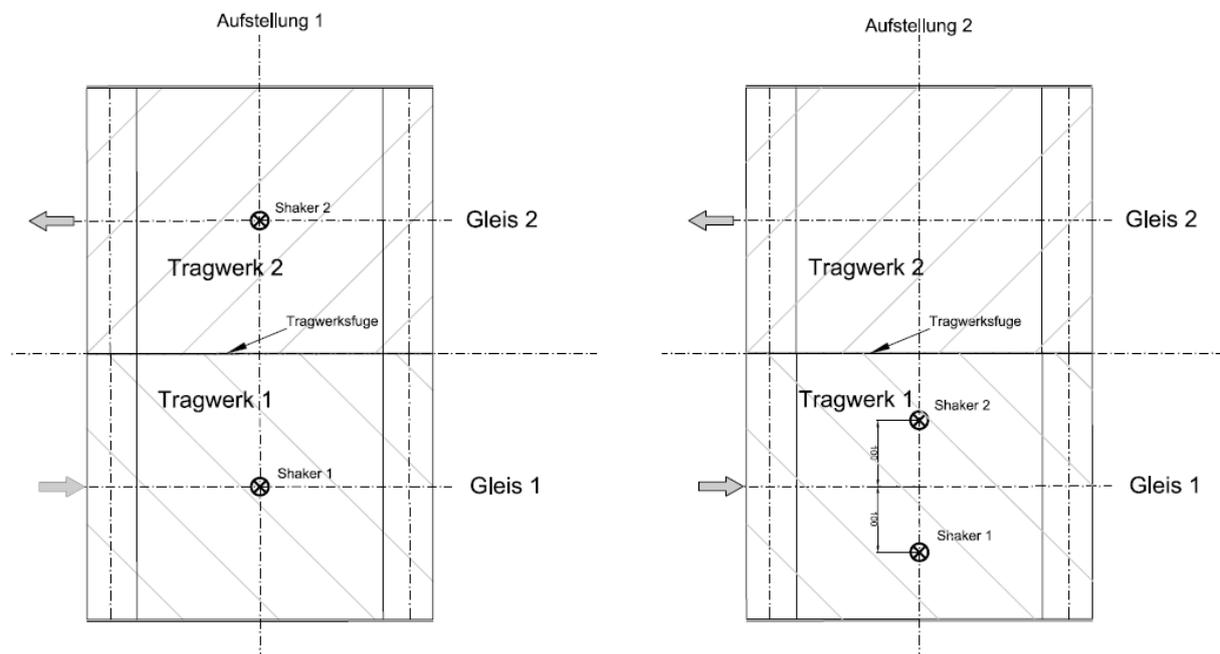


Abbildung 4.7.: Shakeraufstellungen [A. Lechner, AIT]

Durch Aufstellung 1 sollen vor allem die erste und zweite Eigenfrequenz angeregt werden. Die Anregung fand dabei möglichst zentral im Plattenschwerpunkt statt. In Aufstellung 2 wurden beide Shaker an Tragwerk 1 angebracht. Durch diese Aufstellung soll vor allem die Torsionsform des Tragwerks angeregt werden. In Tab. 31 ist das Messprogramm der Shaker dargestellt. Der Frequenzbereich gibt die durchfahrenen Frequenzen beim Sweep an. Die Steigerung der Frequenz fand linear über die Anregungsdauer mit einer Steigerung von 2 Hz pro Minute statt. Die Grenzen der Frequenz wurde aufgrund der FE – Voruntersuchung festgelegt. Sie decken somit die Bandbreite der ermittelten ersten und zweiten Eigenfrequenz mit Aufstellung 1 ab. In der Voruntersuchung konnten folgende Bereiche für die zu erwartenden Eigenfrequenzen ermittelt werden:

$$f_1 = 13,0 - 14,0 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 14,5 - 16,0 \text{ Hz}$$

Bei der zweiten Aufstellung wurden die Bandbreiten der dritten und vierten Eigenfrequenz abgedeckt. Dafür wurden in der Voruntersuchung folgende Bereiche für die erwartenden Eigenfrequenzen ermittelt:

$$f_3=22,8 - 26,0 \text{ Hz}$$

$$f_4=23,0 - 28,0 \text{ Hz}$$

Durch die Pfeile in den Spalten von Tragwerk 1 und 2 wird die synchrone oder asynchrone Anregung bzw. die Anregung von nur einem Tragwerk illustriert.

Tab. 31: Shaker Messprogramm Aufstellung 1

Name	Frequenzbereich [Hz]	Shaker 1	Shaker 2
Messung 1	8,5 - 18,5	↓	↓
Messung 2	8,5 - 18,5	↓	↑
Messung 3	8,5 - 18,5	↓	
Messung 4	8,5 - 18,5		↓

Messung 1

Durch diese Messung soll die erste Systemeigenfrequenz angeregt werden. Durch die FE - Voruntersuchung wurde festgestellt, dass dabei beide Tragwerke in Phase schwingen. Daher werden auch beide Tragwerke in Phase angeregt.

Messung 2

Bei dieser Anregung wurden die Shaker asynchron gesteuert. Die Voruntersuchung ergab auch eine asynchrone Schwingung der Tragwerksplatten.

Messung 3

Um die Eigenfrequenz von Tragwerksplatte 1 anzuregen, wurde bei Messung 3 auch nur diese Platte angeregt.

Messung 4

Diese Messung stellt die analoge Anregung zu Messung 3 dar. Dabei wurde nur Tragwerksplatte 2 angeregt.

In Tab. 32 ist das Messprogramm für die zweite Aufstellungsvariante dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass nur das Tragwerk von Gleis 1 angeregt wurde.

Tab. 32: Shaker Messprogramm Aufstellung 2

Name	Frequenzbereich [Hz]	Shaker 1	Shaker 2
Messung 5	8,5 - 18,5	↓	↓
Messung 6	18 - 28	↓	↑

Messung 5

Bei dieser Messung fand die Anregung beider Shaker synchron statt. Durch die symmetrische Anordnung der Shaker stellte diese Messung im Grunde Messung 3 dar.

Messung 6

Die Schwingungen der Shakermassen wurden bei dieser Messung asynchron gesteuert. Es wurde somit eine Torsionsbewegung von Tragwerksplatte 1 angeregt. Die in der Voruntersuchung ermittelte dritte oder vierte Eigenform sollte somit angeregt werden.

Sandballversuche

Bei den Sandballversuchen wurde ein Ball mit einer Masse von 10 kg aus circa 1,5 m Höhe auf eine in Brückenmitte gelegene Schwelle abgeworfen. Diese Abwürfe fanden auf Schwellen beider Tragwerke statt.

Durch Sandballabwürfe werden die Tragwerke einmalig angeregt und schwingen danach aus. Dieses Ausschwingen der Tragwerke erfolgt in der Regel in der ersten Eigenfrequenz. Somit kann durch eine Aufzeichnung der Beschleunigungssignale im Ausschwingvorgang die Eigenfrequenz der Tragwerke und über eine Analyse des Ausschwingverlaufes die Dämpfung ermittelt werden.

4.2. Messdatenbearbeitung

Beschleunigungssensoren

Die Daten der Beschleunigungssensoren zeigen bis auf eine Ausnahme eine gute Signalqualität und können ohne einer nachträglichen Messdatenbearbeitung ausgewertet werden. In Messung 1 zeigt sich ein Messrauschen in den Signalen des Sensors a_5 . Dieser Sensor wird für die Messauswertung mit einem Bandpassfilter mit den Grenzfrequenzen von 5 und 30 Hz gefiltert. Durch eine Bandpassfilterung werden Frequenzen außerhalb der Grenzfrequenzen entfernt. Die Grenzfrequenzen werden aufgrund der zu erwartenden Eigenfrequenzen der FE – Vorstudie festgelegt. Um die Relativbewegungen zwischen den Plattenrändern und der Randbalken zu analysieren, werden die Schwingbewegungen der Randsensoren der Platte (a_1 und a_6) durch eine doppelte Integration über die Zeit errechnet. Diese Schwingbewegungen werden den *Relativwegen* der Sensoren r_4 und r_6 gegenüber gestellt.

Die Beschleunigungssignale werden dabei wie von Hofmann in [19] vorgeschlagen bearbeitet. Nach dem Abzug des Mittelwerts der Signale werden diese mit einem Hochpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 10 Hz gefiltert. Bei der Hochpassfilterung werden niedrigere Frequenzen als die Grenzfrequenz entfernt. Um eine Phasenverschiebung durch die Filterung zu vermeiden wird auf die Matlabfunktion *filtfilt* zurückgegriffen. Die Integration findet durch eine kumulative Trapezintegration statt. Der Vorgang der Filterung und der Integration wird dabei wie in Abbildung 4.8 dargestellt durchgeführt.

$$\ddot{x} \rightarrow \frac{\text{Hochpassfilter}}{f \geq 10 \text{ Hz}} \rightarrow \text{Integration} \rightarrow \dot{x} \rightarrow \frac{\text{Hochpassfilter}}{f \geq 10 \text{ Hz}} \rightarrow \text{Integration} \rightarrow x$$

Abbildung 4.8.: Flussdiagramm der Messdatenbearbeitung für die numerische Integration

Wegaufnehmer

Die Signale der Wegaufnehmer werden vor der Auswertung mit Bandpassfiltern mit den Grenzfrequenzen von 5 und 30 Hz gefiltert. Die Grenzfrequenzen werden festgelegt, um die Bewegungen in den zu erwartenden Eigenfrequenzen hervorzuheben.

Frequenzverläufe

Aus den Beschleunigungssignalen werden mithilfe der Fourier – Transformation die Frequenzverläufe erstellt. Das Prinzip der Fourier-Transformation wird bereits in Kapitel 2.4.2 vorgestellt. Um den Verlauf der FFTs besser beurteilen zu können, werden die Verläufe mit einem gleitenden Mittelwert über 0,05 Hz geglättet. Durch den gleitenden Mittelwert werden die Rohdaten des Frequenzverlaufs über eine Breite von 0,05 Hz gemittelt und anschließend erneut dargestellt.

Aufgrund der Aufzeichnungsrate von 2048 Hz ergibt die maximal darstellbare Frequenz im Frequenzverlauf 1024 Hz. Diese Frequenz wird *Nyquist-Frequenz* genannt. Diese ist definiert als die halbe Abtastfrequenz.

$$f_{\text{Nyquist}} = \frac{f_{\text{Abtast}}}{2} \quad (77)$$

4.3. Messauswertung

Eigenfrequenzen

Die Auswertung findet mit der Software Matlab statt. Die Ermittlung der Eigenfrequenzen findet durch die Analyse der Signale im Frequenzbereich bzw. durch die Analyse der Ausschwingvorgänge der Sandballabwürfe statt. In den Frequenzverläufen werden die Hochpunkte der Verläufe von den Sensoren der Mittelachse ausgewertet.

Dämpfungsmaß

Das Lehr'sche Dämpfungsmaß wird mithilfe der Sandballversuche anhand des Ausschwingvorgangs ermittelt. Dabei wird im Zeitverlauf der Schwingbeschleunigungen die Dämpfung mithilfe des logarithmischen Dekrements berechnet. Dieses wird in Kapitel 2.7.1 vorgestellt. Bei den Auswertungen der Shakeranregungen wird für die Bestimmung der Dämpfung die Bandbreitenmethode verwendet. Dabei wird über die Form des Frequenzverlaufs die Dämpfung bestimmt. Diese Vorgehensweise wird in Kapitel 2.7.2 vorgestellt.

Eigenformen

In den Resonanzbereichen der Shakeranregungen werden für die Ermittlung der Eigenformen die Signale im Zeitbereich ausgewertet. Dabei werden die Bewegungssignale der numerisch integrierten Beschleunigungssignale der Sensoren $a_1 - a_6$ verwendet. Die Schwingbewegungen werden dabei in Zeitpunkten ausgewertet, in denen jeweils ein Tragwerk eine Bewegungsamplitude aufweist. Die ausgewerteten Bewegungen werden so skaliert, dass die größte Bewegung den Wert 1 bekommt. Auf der horizontalen Achse wird der Querschnitt durch das Tragwerk dargestellt. Die Werte der x-Achse stellen somit den Abstand von Sensor a_1 , dem Tragwerksrand von Platte 2 dar. Auf der vertikalen Achse ist die skalierte Bewegung aufgetragen. Die ausgewerteten Zeitpunkte der ersten Eigenform werden in den Farben blau und orange dargestellt, die der zweiten Eigenform in grau und gelb.

In den Legenden der Grafiken wird die Position des Sensors als Index vermerkt. Dabei gelten folgende Notationen:

TM	→	Tragwerksmitte
TR	→	Tragwerksrand
WL	→	Widerlager

Die nachstehende Zahl gibt das jeweilige Tragwerk an.

4.3.1. Sandballversuche

Mit den Messdaten der Sandballversuche werden die Eigenfrequenzen und Dämpfungen der Tragwerke ermittelt. Das Dämpfungsmaß wird dabei mithilfe des *Logarithmischen Dekrements* berechnet.

Abwurf auf Tragwerk 1

In Abbildung 4.9 ist der Ausschwingvorgang nach einem Sandballabwurf auf Tragwerk 1 dargestellt. Der Abwurf wurde sieben Mal wiederholt.

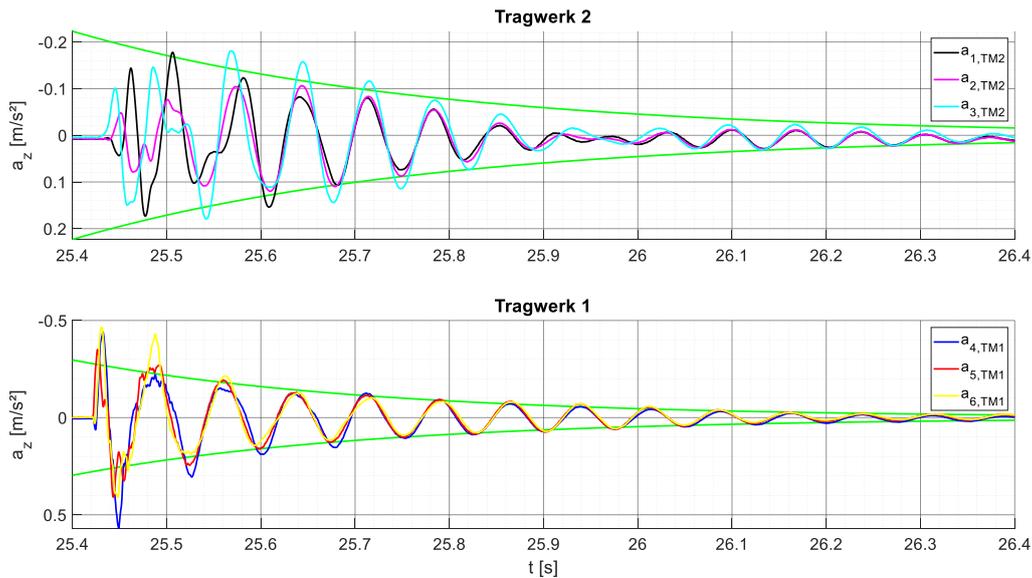


Abbildung 4.9.: Ausschwingvorgang nach einem Sandabwurf auf Tragwerk 1

Die berechneten Werte sind in Tab. 33 angegeben. Diese sind Mittelwerte der sieben Sandballabwürfe. Es zeigt sich, dass Tragwerk 1 mit einer niedrigeren Frequenz schwingt als Tragwerk 2. Die berechnete Dämpfung von Tragwerk 1 ist höher als jene von Tragwerk 2

Tab. 33: Eigenfrequenzen und Dämpfung Sandballabwurf 1 – Tragwerk 1

	Sensor	f [Hz]	ζ [%]
TW2	a_1	15,4	5,20
	a_2	14,8	4,44
	a_3	14,5	4,48
		14,9	4,71
TW1	a_4	13,8	4,28
	a_5	13,8	5,10
	a_6	13,9	5,28
		13,8	4,89

Abwurf auf Tragwerk 2

Die Abwürfe auf Tragwerk 2 bestätigen die Auswertung der Abwürfe auf Tragwerk 1. Die Frequenz des Ausschwingvorgangs von Tragwerk 1 ist niedriger als jene von Tragwerk 2. Auch die Dämpfung wird in dieser Auswertung für Tragwerk 1 höhere berechnet wie jene von Tragwerk 2. Der Ausschwingvorgang eines Abwurfes auf Tragwerk 2 ist in Abbildung 4.10 dargestellt.

Tab. 34: Eigenfrequenzen und Dämpfung Sandballabwurf 2 – Tragwerk 2

	Sensor	f [Hz]	ζ [%]
TW2	a_1	15,4	4,63
	a_2	15,3	4,47
	a_3	15,4	4,80
		15,4	4,63
TW1	a_4	13,8	5,25
	a_5	14,5	5,35
	a_6	15,0	5,31
		14,4	5,30

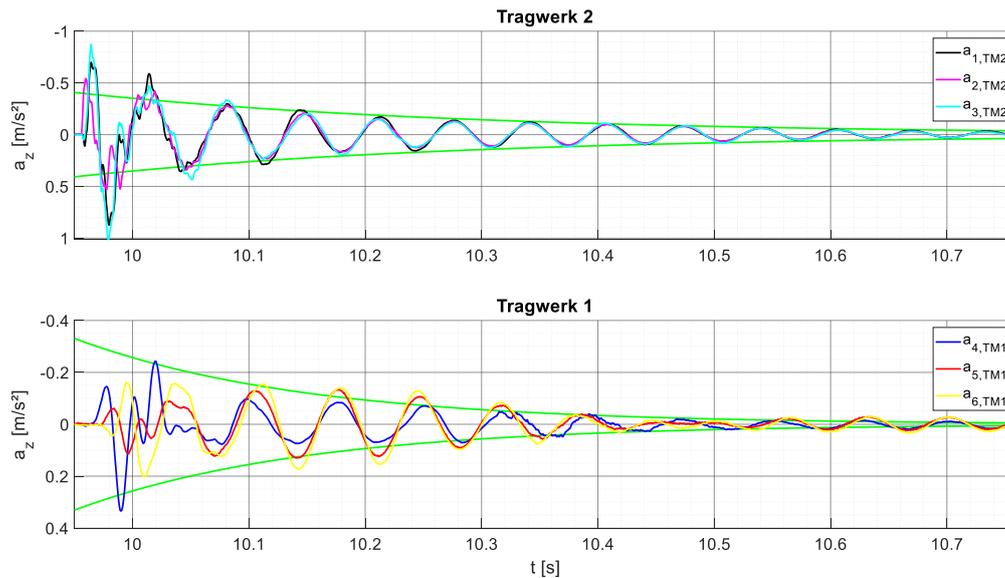


Abbildung 4.10.: Ausschwingvorgang nach einem Sandabwurf auf Tragwerk 2

4.3.2. Synchrone Anregung beider Tragwerke

Wie bereits erwähnt, fand bei Messung 1 die Anregung des Tragwerks durch beide Shaker synchron statt. Durch den Sweep wurden die Frequenzen zwischen mit einer Frequenzsteigerung von 2 Hz pro Minute 8,5 und 18,5 Hz angeregt. In Abbildung 4.11 ist das Ergebnis der FFT-Analyse dargestellt. Infolge des Messrauschens von Sensor a_5 zeigt sich ein rauher Verlauf. Zu erkennen sind die erste Eigenfrequenz f_1 bei rund 13,3 Hz und die zweite Eigenfrequenz f_2 bei rund 15,3 Hz. Bei 13,3 Hz bilden die Sensoren von Platte 1 ($a_4 - a_6$) die höheren Amplituden. Bei 15,3 Hz bilden die Sensoren von Platte 2 ($a_1 - a_3$) einen Hochpunkt. Im Bereich bei f_2 bilden die Sensoren von Platte 1 kein Maximum. Darum können auch in Tab. 35 keine Werte für die Eigenfrequenz und Dämpfung ermittelt werden.

Das ermittelte Lehr'schen Dämpfungsmaßes mithilfe der Bandbreiten Methode und die Eigenfrequenzen sind in Tab. 35 angegeben.

Tab. 35: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 1

	Sensor	f_1 [Hz]	ζ_1 [%]	f_2 [Hz]	ζ_2 [%]
TW2	a_1	13,1	3,90	15,3	3,26
	a_2	13,1	3,81	15,3	3,29
	a_3	13,2	3,86	15,4	3,71
TW1	a_4	13,2	4,47	n.v.	n.m
	a_5	13,3	4,53	n.v.	n.m
	a_6	13,4	4,80	n.v.	n.m.

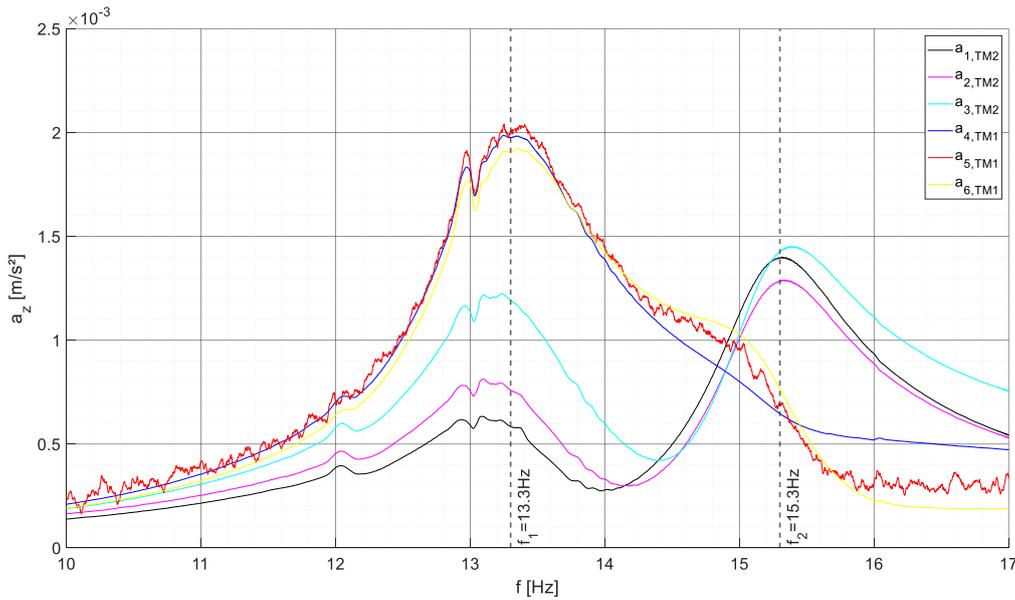


Abbildung 4.11.: Frequenzverlauf der Sensoren der Mittelachse von Messung 1

In Abbildung 4.12 ist der Frequenzverlauf der Sensoren am Widerlager gezeigt. Deutlich zu erkennen sind Hochpunkte der Verläufe bei 13,3 Hz. Im Bereich der zweiten Eigenfrequenz haben die Verläufe aller Sensoren einen ähnlichen Verlauf als jene der Mittelachse von Tragwerk 1. Es zeigt sich also, dass die Beschleunigungshochpunkte im Bereich der zweiten Eigenfrequenz von Tragwerk 2 in Abbildung 4.11 nicht auf das Widerlager übertragen werden.

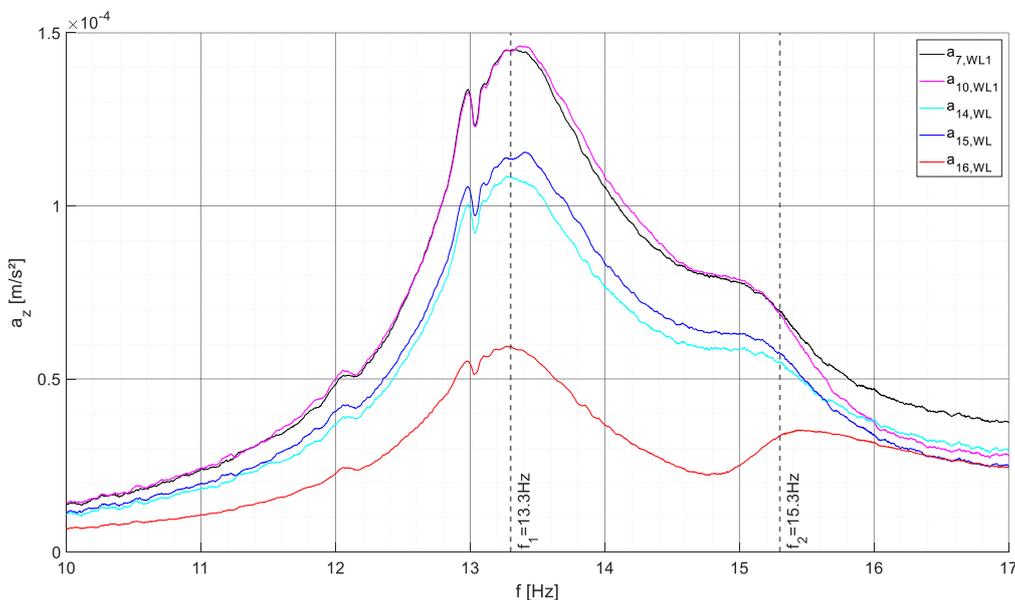


Abbildung 4.12.: Frequenzverlauf der Sensoren am Widerlagern in Messung 1

Die Unregelmäßigkeit im Bereich von 12 Hz und knapp unter 13,3 Hz sind auf hohe Beschleunigungen der Shakervorrichtungen zurückzuführen. Die Frequenzverläufe der Sensoren an den Shakervorrichtungen sind in Abbildung 4.13 dargestellt. Klar zu erkennen ist das erste Maximum bei 12 Hz. Sensor a_{2s2} von Shaker 2 schwingt dabei mit höheren Amplituden als jener Sensor unter Shaker 1. Mit 13 Hz verhält es sich genau umgekehrt. Die Beschleunigungen der Shakersensoren

sind auch circa vier Mal höher als die der Sensoren an den Platten. Es handelt sich dabei um Eigenfrequenzen der Shakervorrichtung.

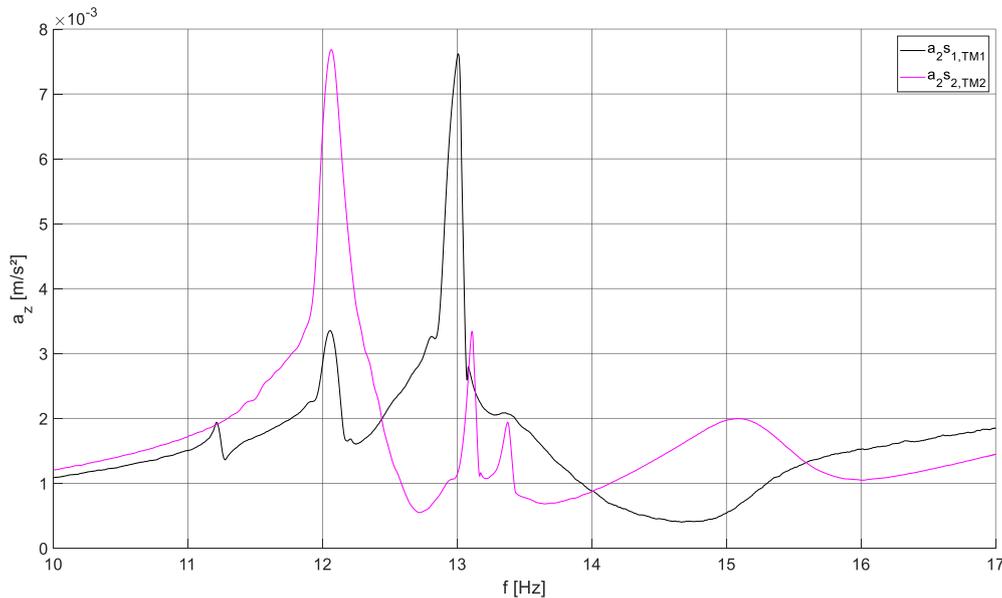


Abbildung 4.13.: Frequenzverlauf der Shakervorrichtungen in Messung 1

In Abbildung 4.14 ist ein Ausschnitt aus dem Zeitverlauf gezeigt. Die Anregungsfrequenz beträgt in diesem Ausschnitt 13,3 Hz. Betrachtet man die Signale der Beschleunigungssensoren, erkennt man, dass beide Tragwerke in Phase schwingen. Die Phasenverschiebung zwischen Shakermasse und Tragwerk beträgt 180°.

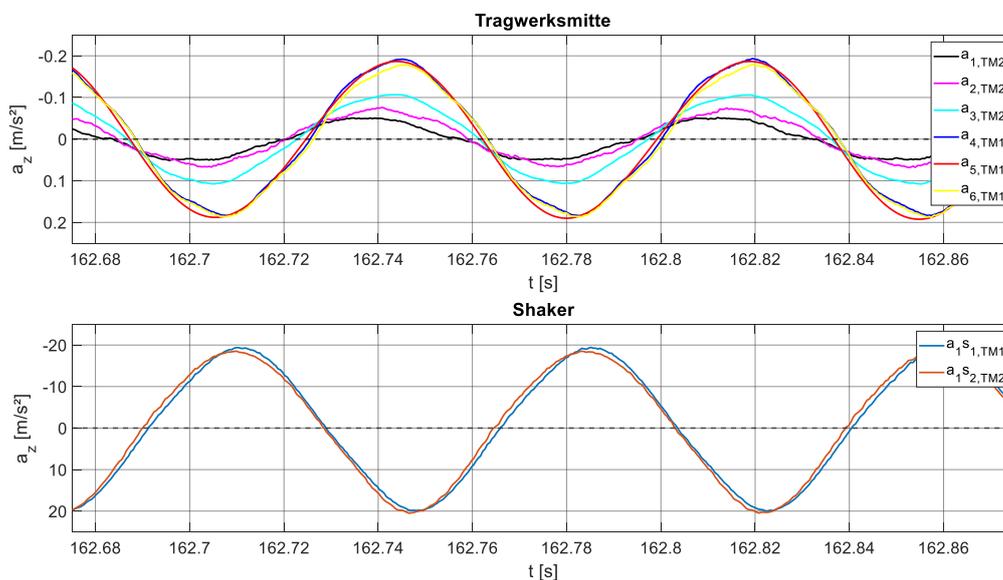


Abbildung 4.14.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 1

In Abbildung 4.15 ist die Schwingform bei 13,3 Hz dargestellt. Die Schwingung von Platte 1 stellt eine überwiegende Biegeschwingung dar. Platte 2 schwingt in einer Kombination aus Biegung und Torsion. Da beide Schwingformen zu unterschiedlichen Zeitpunkten eine nahezu exakte Deckung aufweisen, kann man davon ausgehen, eine Eigenform gefunden zu haben.

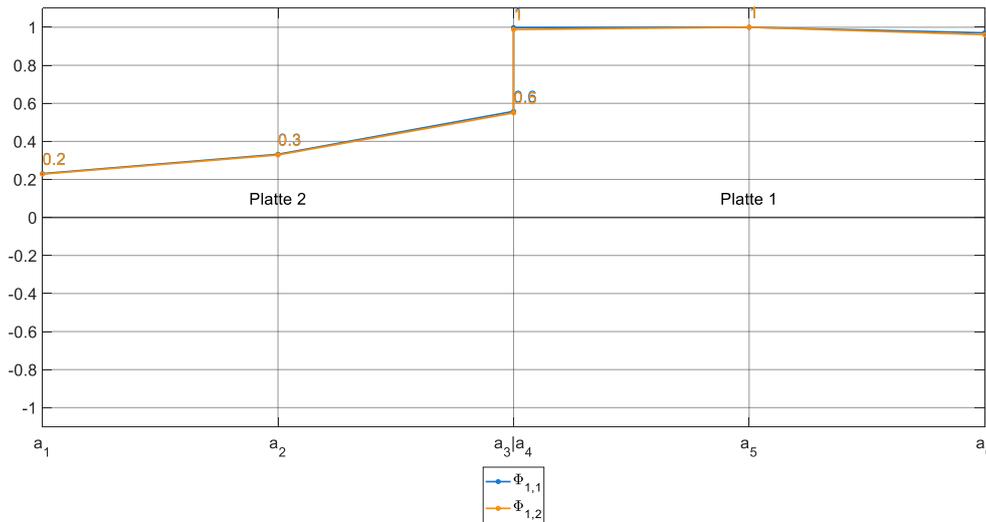


Abbildung 4.15.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 1

In Abbildung 4.16 sind die Schwingbewegungen der Tragwerksränder und die Relativbewegungen zu den Randbalken dargestellt. Aufgrund der gleichen Relativwege von r_4 und r_6 und der unterschiedlichen Schwingamplituden von a_1 und a_6 kann darauf geschlossen werden, dass es zu höheren Schwingbewegungen von Randbalken 1 kommt.

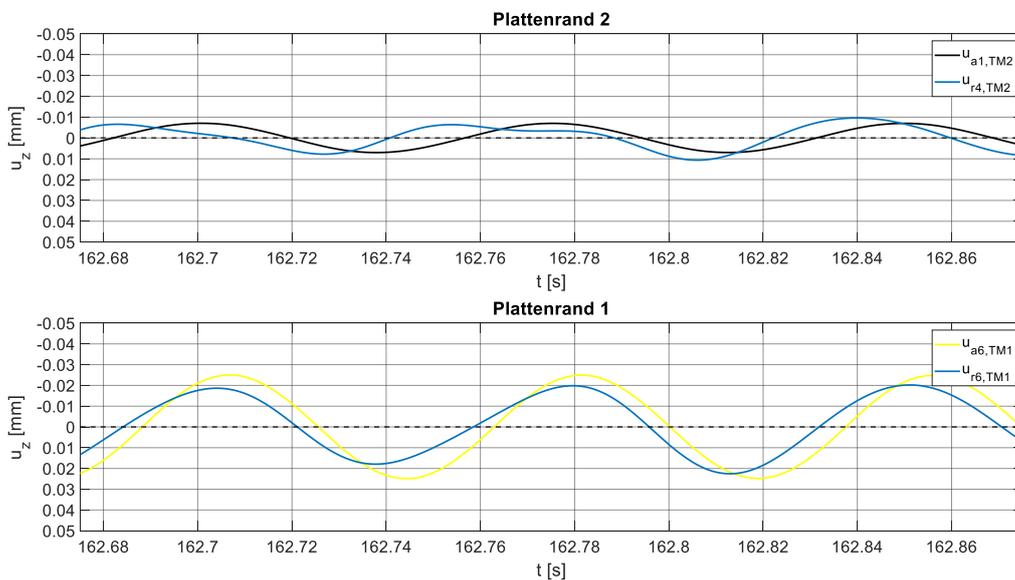


Abbildung 4.16.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 1

Bei der Betrachtung von Abbildung 4.17, dem Beschleunigungsverlauf der Mittelachse bei 15,3 Hz Anregungsfrequenz, zeigt sich eine Phasenverschiebung der Amplituden von Tragwerk 1 und 2 um 90° . Tragwerk 2 (höhere Amplituden) läuft dabei Tragwerk 1 (niedrigere Amplituden) vor. Vergleicht man den Verlauf der Beschleunigungen der Shakermasse 1 und der Sensoren $a_4 - a_6$, sind diese um 90° phasenverschoben. Somit wirkt die schwingende Shakermasse dem Tragwerk entgegen. Dies kann der Grund für das Fehlen des Maximums der Sensoren im Frequenzverlauf sein. Die geringe Phasenverschiebung von a_6 zu a_5 und a_4 kann durch eine Querbiegung der Platte

entstehen. Aufgrund der gleichen Amplitudenwerte der Sensoren an den jeweiligen Platten kommt es zu keiner Torsionsbewegung beider Platten.

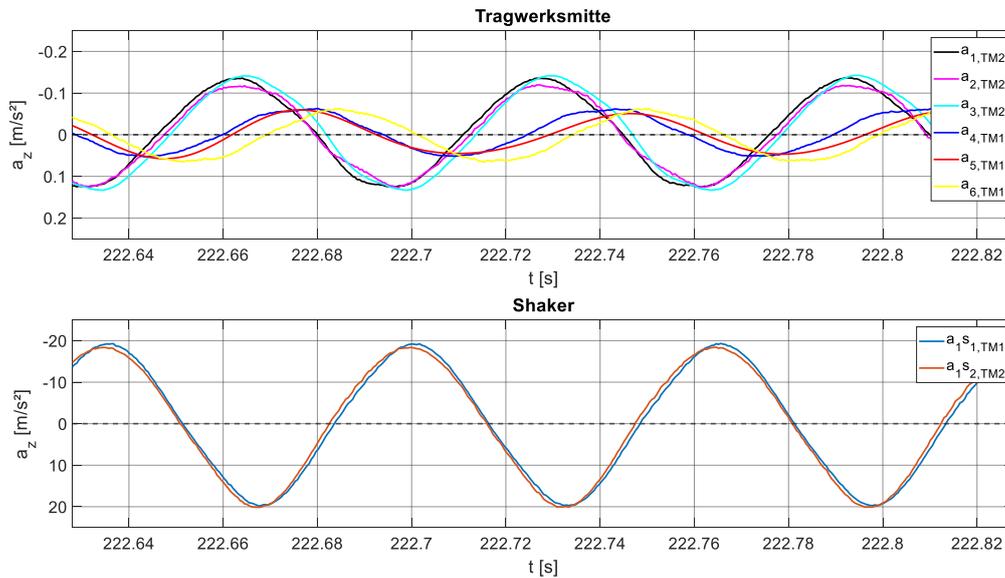


Abbildung 4.17.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz in Messung 1

In Abbildung 4.18 werden die integrierten Beschleunigungssignale für die Analyse der Schwingform herangezogen. Die Schwingformen zu den unterschiedlichen Zeitpunkten bekommen aufgrund der Phasenverschiebung der zwei Platten keine Deckung. Es kann somit keine eindeutige Aussage über die Eigenform getroffen werden. Der Grund dafür liegt wieder an der Gegenläufigkeit der Erregerkraft und der Plattenschwingung von Tragwerk 1. Erkennbar ist geringe Querbiegung von Platte 1 aufgrund der Phasenverschiebung des Randsensors a_6 zu den Sensoren a_4 und a_5 .

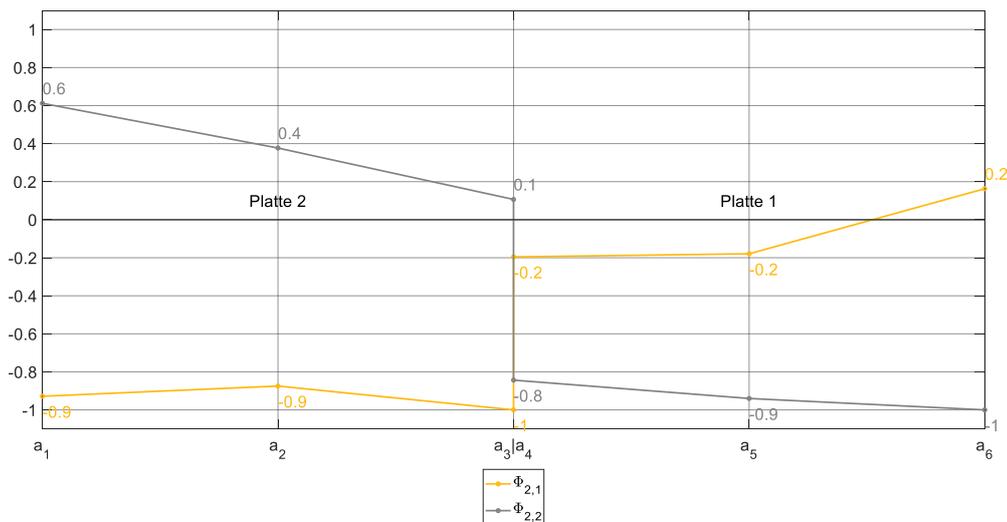


Abbildung 4.18.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz in Messung 1

Bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz zeigt die Schwingbewegung von Plattenrand 2 höhere Amplituden als jene von Plattenrand 1. Die in Abbildung 4.19 dargestellten Relativverschiebungen zu den Randbalken zeigt gleiche Amplituden als die der Plattenrandbewegungen. Es kommt bei den Signalen von Randbalken 2 zu einer geringen Phasenverschiebung zwischen Relativbewegung und Plattenrandbewegung nach.

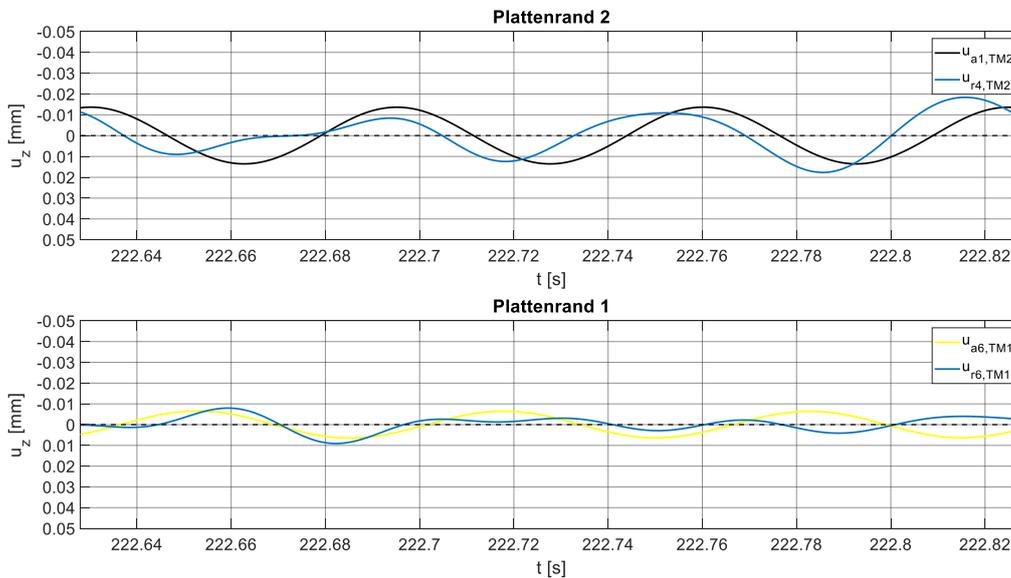


Abbildung 4.19.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz in Messung 1

Fasst man die Ergebnisse der Analyse von Messung 1 zusammen, können folgende Aussagen getroffen werden. Durch die synchrone Anregung beider Tragwerke wird die erste Systemeigenfrequenz eindeutig angeregt. Diese liegt bei 13,3 Hz. Die Simulation in der FE – Software zeigt, dass die zweite Eigenform eine asynchrone Schwingung der Tragwerksplatten darstellt. Durch die synchrone Steuerung der Shakermassen wirkt eine Erregerkraft bei einer Frequenz von rund 15 Hz einer Plattenbewegung entgegen. Es handelt sich dabei um Platte 1, welche in dieser Frequenz die kleinere Schwingamplitude haben sollte. Es kann sich somit die charakteristische zweite Eigenform nicht ausbilden.

4.3.3. Asynchrone Anregung beider Tragwerke

Die Anregung durch die Shaker wurde bei Messung 2 asynchron gesteuert. Vergleicht man dies mit der Voruntersuchung wurde versucht die zweite Systemeigenfrequenz anzuregen. Der Frequenzsweep wurde wiederum von 8,5 bis 18,5 Hz mit einer Frequenzsteigerung von 2 Hz pro Minute durchgeführt.

In Abbildung 4.20 ist die FFT-Analyse von Messung 2 dargestellt. Die Sensoren auf Platte 1 ($a_4 - a_6$) zeigen bei 13,3 Hz ein Maximum. Bei 15,1 Hz bilden die Sensoren beider Platten ($a_1 - a_6$) ein Maximum. Vergleicht man die Frequenzverläufe von Messung 1 und 2 fällt auf, dass jeweils ein Maximum einer Platte nicht ausgebildet wird. Die Auswertung der Eigenfrequenzen und des Lehr'schen Dämpfungsmaßes sind in Tab. 36 angegeben.

Tab. 36: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 2

	Sensor	f_1 [Hz]	ζ_1 [%]	f_2 [Hz]	ζ_2 [%]
TW2	a_1	n.v.	n.m.	15,1	3,64
	a_2	n.v.	n.m.	15,1	3,45
	a_3	n.v.	n.m.	15,1	3,45
TW1	a_4	13,3	3,79	15,2	4,09
	a_5	13,3	3,62	15,2	3,61
	a_6	13,3	3,76	15,2	3,67

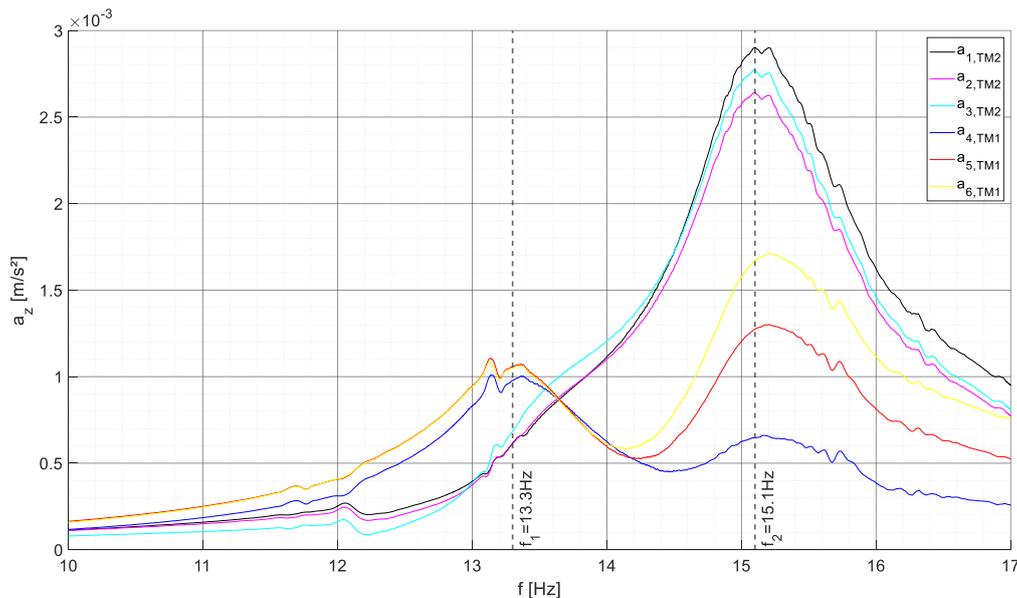


Abbildung 4.20.: Frequenzverlauf der Sensoren in der Mittelachse bei Messung 2

In Abbildung 4.21 ist der Frequenzverlauf der Sensoren am Widerlager dargestellt. Aus dem Verlauf von Sensor a_{14} kann aufgrund von Messrauschen keine Information gewonnen werden. Die Tragwerksbeschleunigungen von Platte 1 ($a_4 - a_6$) übertragen sich im gleichen Ausmaß auf das Widerlager wie bei Messung 1. Dies ist vor allem im Bereich der f_1 bei 13,3 Hz zu erkennen. Die Platten- und Widerlagerbeschleunigungen haben bei Messung 1 und Messung 2 das gleiche Verhältnis. Darüber hinaus zeigt sich, dass die Verläufe der Sensoren in Tragwerksmitte und die am Widerlager den gleichen qualitativen Verlauf haben. Die deutlich höheren Beschleunigungen von Tragwerk 2 bei f_2 übertragen sich nicht auf das Widerlager.

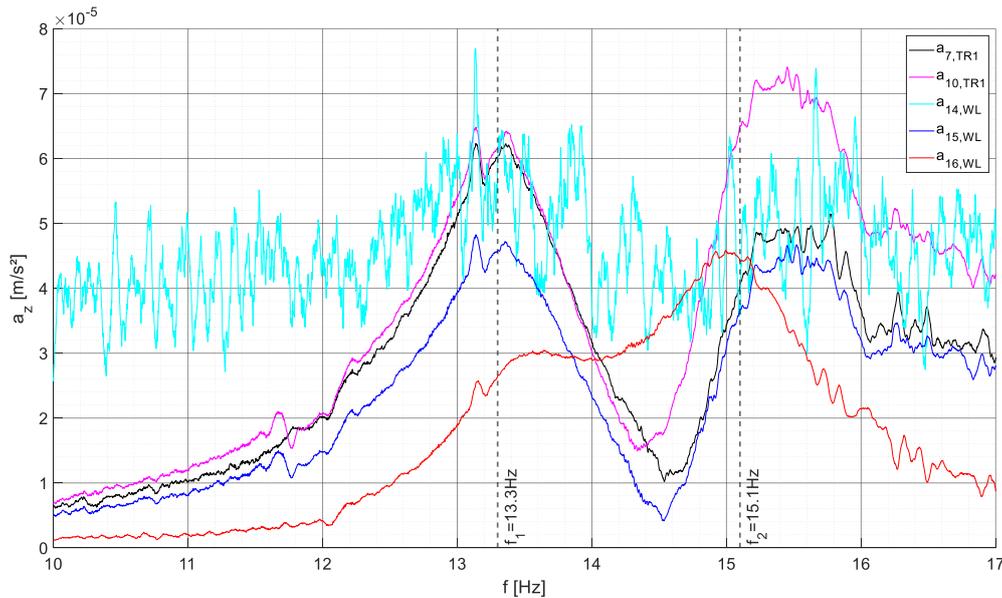


Abbildung 4.21.: Frequenzverlauf der Sensoren am Widerlager bei Messung 2

In Abbildung 4.22 ist der Ausschnitt des Zeitverlaufs bei 13,3 Hz gezeigt. Die Phasenverschiebung der Signale von Tragwerk 1 und Tragwerk 2 beträgt 90° . Die niedrigeren Amplituden laufen wieder den höheren nach. Die Phasenverschiebung zwischen der Shakermasse 1 und den Sensoren auf Tragwerk 1 beträgt 90° . Die Erregerkraft ist somit mit der Plattenbeschleunigung gleichgerichtet. Die Anregung von Platte 2 ist mit der Schwingung um 180° phasenverschoben.

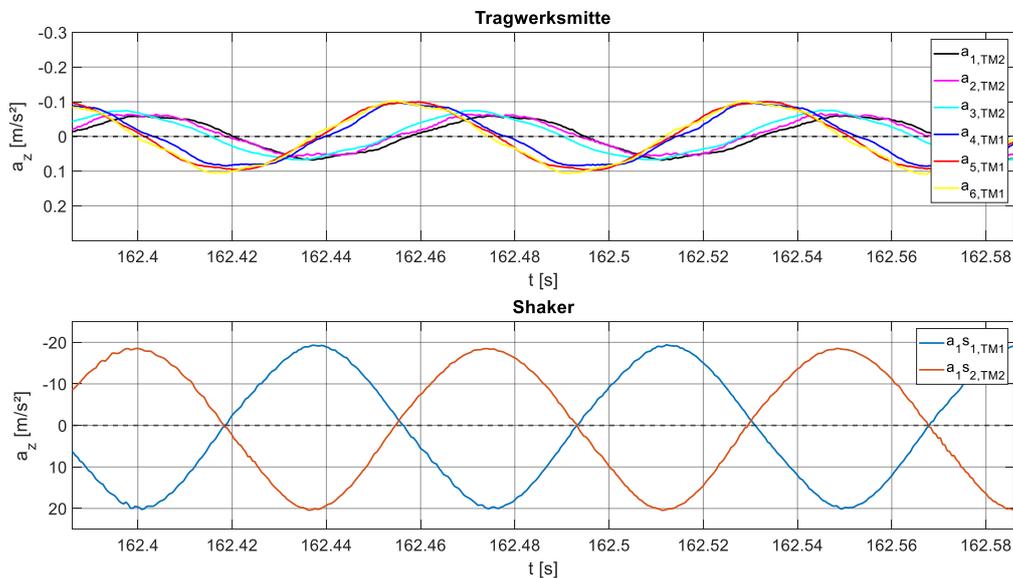


Abbildung 4.22.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 2

In Abbildung 4.23 werden die Tragwerksbewegungen für die Bildung der skalierten Schwingformen verwendet. Aufgrund der Phasenverschiebung der Tragwerke kann keine eindeutige Aussage über eine Eigenform gegeben werden.

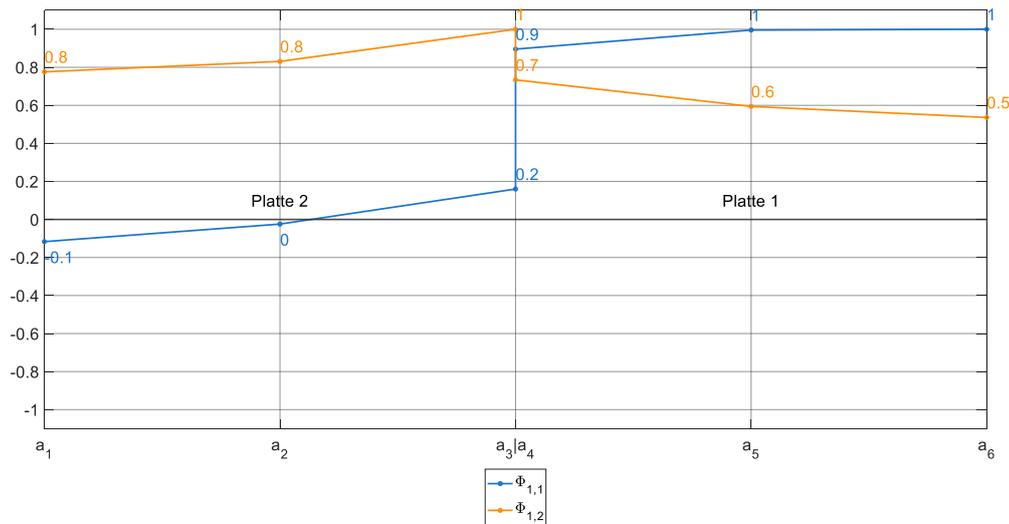


Abbildung 4.23.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 2

Die Schwingbewegungen der Tragwerksränder und der zu den Randbalken ist in Abbildung 4.24 dargestellt. Es zeigen sich größere Bewegungen von Plattenrand 1 mit in etwa gleichen Amplituden der Relativverschiebung zum Randbalken. Es kommt somit zu einer sehr schwachen Anregung von Randbalken 1. Die Bewegungen von Plattenrand 2 sind in etwa halb so groß als jene von Plattenrand 1. Die Relativbewegungen zeigen keinen periodischen Verlauf, womit es zu keiner Anregung des Randbalkens durch die Platte kommt.

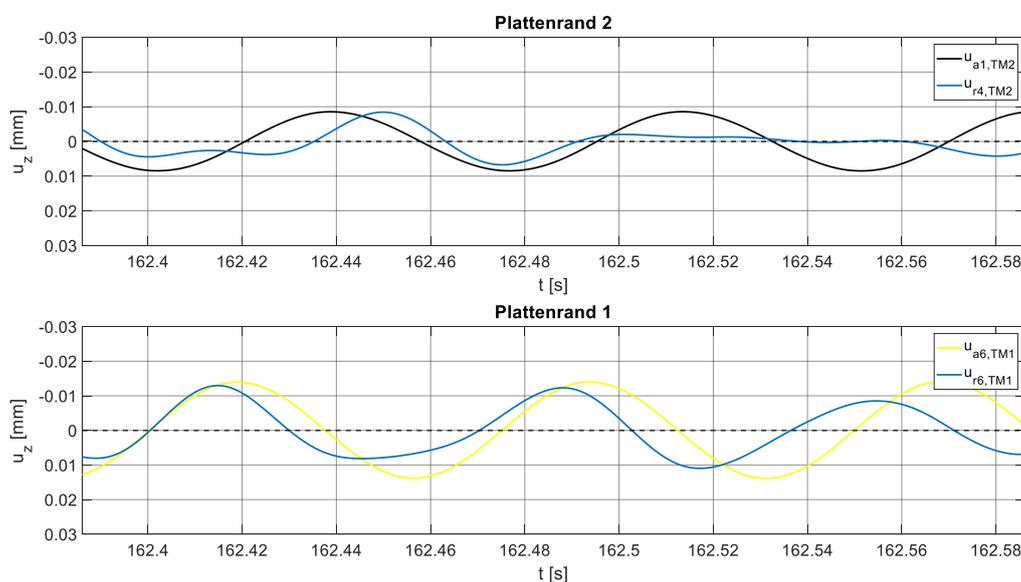


Abbildung 4.24.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 2

Der in Abbildung 4.25 dargestellte Zeitverlauf zeigt eine Phasenverschiebung der Tragwerke von 180°. Es kommt somit zu einem gegeneinander Schwingen der Platten. Die Sensoren des Tragwerks 2 zeigen die höheren Amplituden. Betrachtet man auch die Phasenverschiebungen der Shakermassen mit den zugehörigen Platten betragen diese 90°. Die Anregung beider Platten findet somit gleichgerichtet statt.

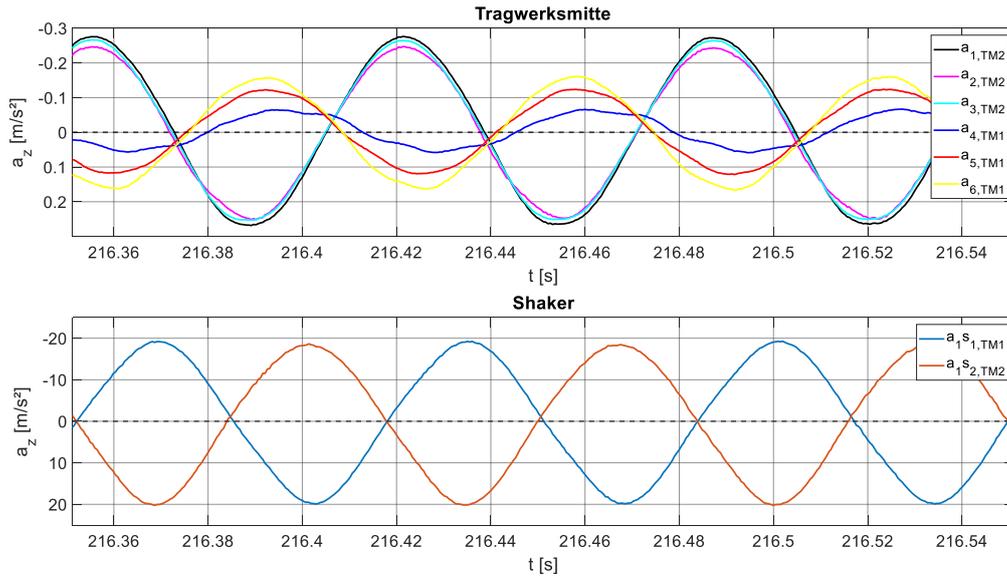


Abbildung 4.25.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 2

Die Auswertung der Schwingform in Abbildung 4.26 zeigt eine sehr gute Spiegelung der Formen in den unterschiedlichen Zeitpunkten. Der Schwingweg von Platte 2 beschreibt eine Biegeschwingung. Platte 1 hingegen schwingt in der Kombination Biegung und Torsion, wobei sich Platte 1 zur Tragwerkskopplung dreht.

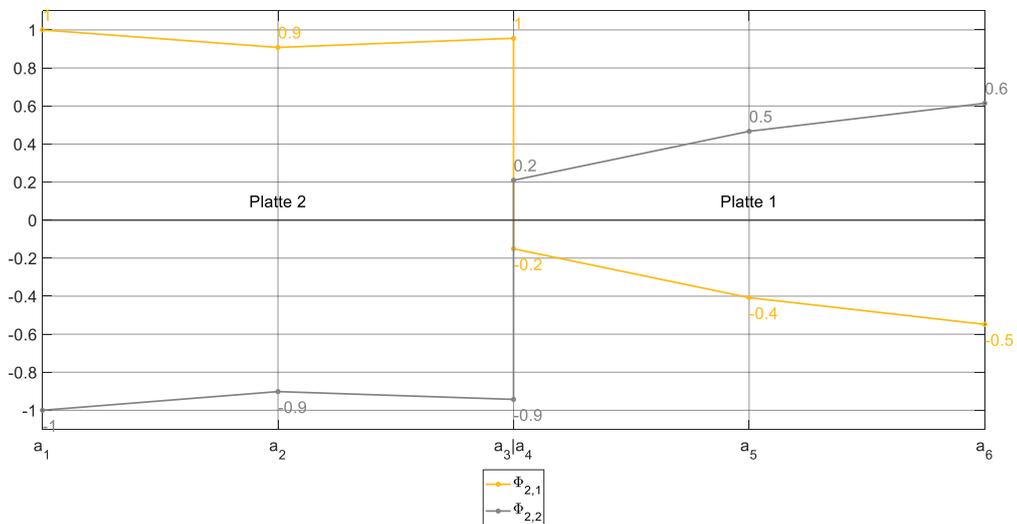


Abbildung 4.26.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 2

In Abbildung 4.27 ist zu erkennen, dass die Bewegungen von Plattenrand 2 doppelt so groß sind als jene von Plattenrand 1. Die Verläufe der Relativwegaufnehmer beider Randbalken zeigen jedoch annähernd gleiche Amplitudenwerte. Es kommt somit zu einer größeren Bewegung von Randbalken 2.

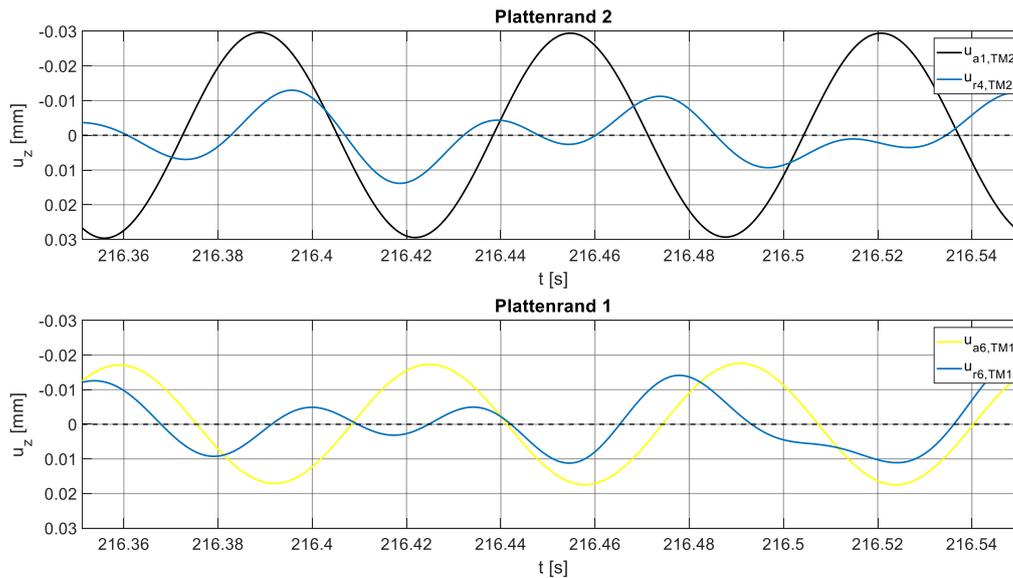


Abbildung 4.27.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 2

Durch die kombinierte Auswertung im Frequenzbereich und im Zeitbereich, kann die zweite Systemeigenfrequenz $f_2=15,1$ Hz durch Messung 2 gefunden werden. Es zeigt sich auch, dass durch die asynchrone Anregung der Tragwerke diese Eigenform angeregt wird. Es kommt in dieser Eigenform zu einer um 180° phasenverschobenen Schwingung der Tragwerksplatten. Platte 2 besitzt dabei die größeren Schwingamplituden. Bei der Schwingung von Platte 1 kommt es darüber hinaus zu einer kombinierten Schwingung aus Biegung und Torsion.

4.3.4. Alleinige Anregung von Tragwerk 1

In Messung 3 wurde nur Tragwerk 1 angeregt. Aus dem Vergleich von Messung 1 und 2 geht man von einer Anregung der ersten Systemeigenfrequenz bei 13,3 Hz aus.

Im Frequenzverlaufs in Abbildung 4.28 erkennt man das erste Maximum bei 13,3 Hz. Dieses ist von den Sensoren auf Tragwerk 1. Die Verläufe der Sensoren von Tragwerk 2 bilden teilweise ein Plateau zwischen den beiden Maxima. Der zweite Hochpunkt liegt bei 15,2 Hz. Auffallend ist, dass der Sensor am Tragwerksrand von Platte 1 kein Maximum an der zweiten Eigenfrequenz ausbildet.

Ein weiteres Detail ist im Vergleich der Messungen 1 und 3 zu erkennen. In Messung 1 wird f_1 der Sensoren von Platte 2 geringfügig unter den Werten von Platte 1 berechnet. In Messung 3 verhält es sich genau umgekehrt. Es dürfte sich somit nicht um zwei Eigenfrequenzen im Bereich von 13,3 Hz handeln, sondern um eine Messungenauigkeit. Das ermittelte Lehr'schen Dämpfungsmaßes mithilfe der Bandbreiten Methode ist in Tab. 37 angegeben.

Tab. 37: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 3

	Sensor	f_1 [Hz]	ζ_1 [%]	f_2 [Hz]	ζ_2 [%]
TW2	a_1	n.m.	n.m.	15,2	3,44
	a_2	13,6	n.m.	15,1	4,07
	a_3	13,5	n.m.	15,1	n.m.
TW1	a_4	13,2	4,14	n.v.	n.m.
	a_5	13,2	3,99	15,4	n.m.
	a_6	13,1	4,03	15,4	4,07

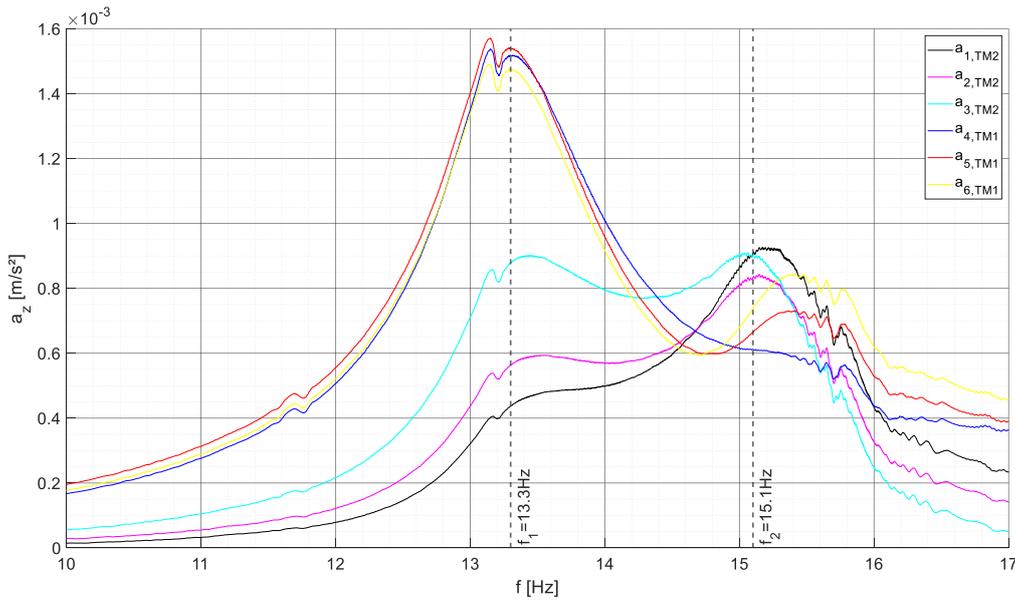


Abbildung 4.28.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 3

Die Auswertung der Widerlagerbeschleunigungen in Abbildung 4.29 zeigt eine Übertragung der Beschleunigungen von Tragwerk 1 auf das Widerlager. Dies ist vor allem am Verlauf von a_{15} zu erkennen. Der Unterschied der Amplituden zwischen der Widerlageroberkante (a_7, a_{10}) und der Unterkante (a_{14}, a_{15}) bleibt im Frequenzverlauf konstant. Somit kann man von einer hohen Widerlagersteifigkeit ausgehen.

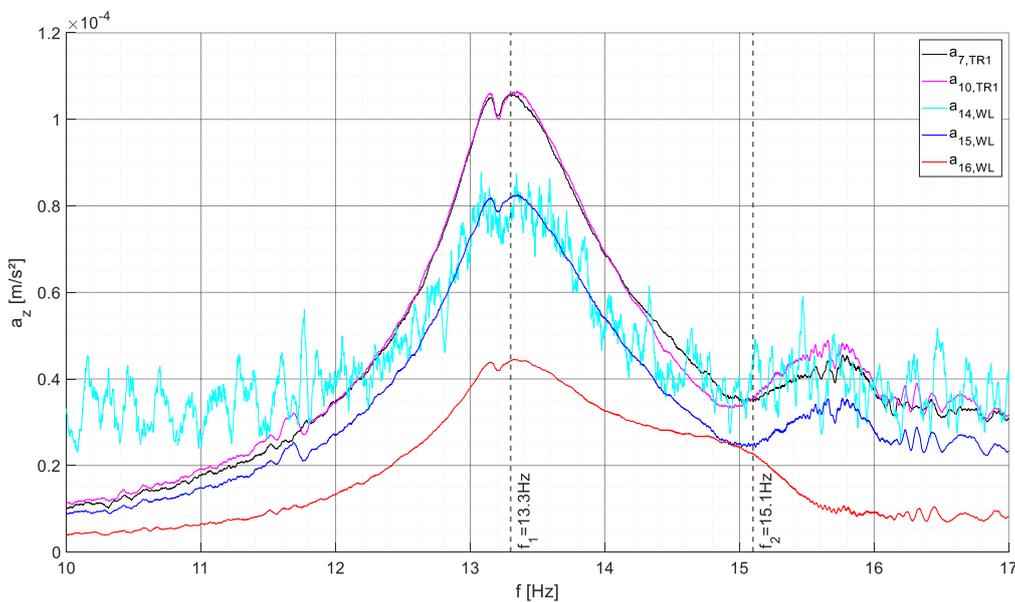


Abbildung 4.29.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen von Messung 3

In Abbildung 4.30 ist der Ausschnitt aus dem Zeitsignal bei 13,3 Hz Anregung gezeigt. Die Phasenverschiebung der Tragwerksplatten ist gering. Ein weiteres, interessantes Detail ist die Phasenverschiebung zwischen dem Shaker und Tragwerksplatte 1 um 90° . Die Erregerkraft ist somit mit dem Schwingsystem gleichgerichtet.

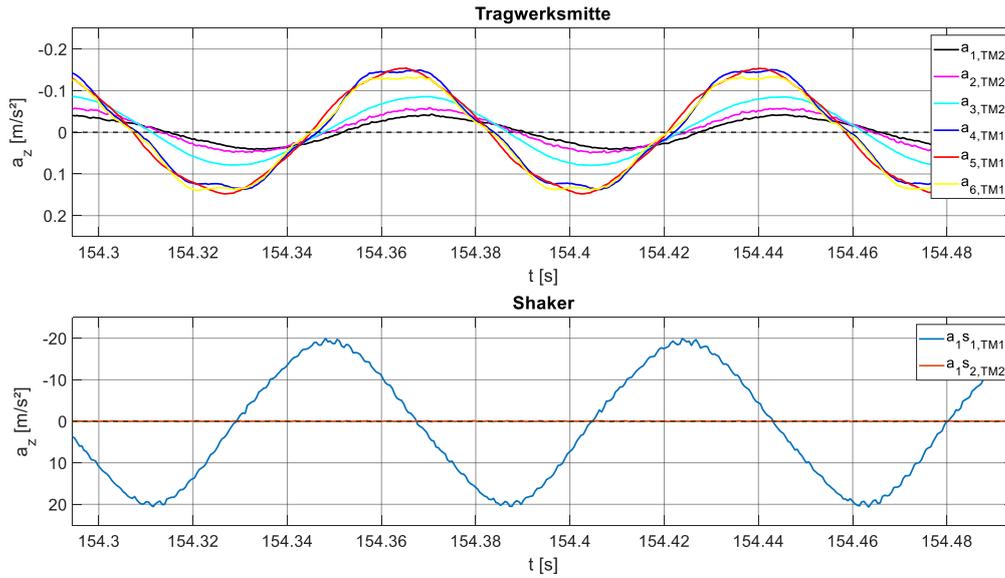


Abbildung 4.30.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 3

In Abbildung 4.31 ist die Schwingform bei 13,3 Hz dargestellt. Tragwerk 1 schwingt in einer reinen Biegeschwingung. Tragwerk 2 schwingt mit geringeren Amplituden in einer kombinierten Schwingung aus Biegung und Torsion. Vergleicht man diese Abbildung mit Abbildung 4.15 zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Schwingformen. Somit ist die erste Eigenform bestätigt.

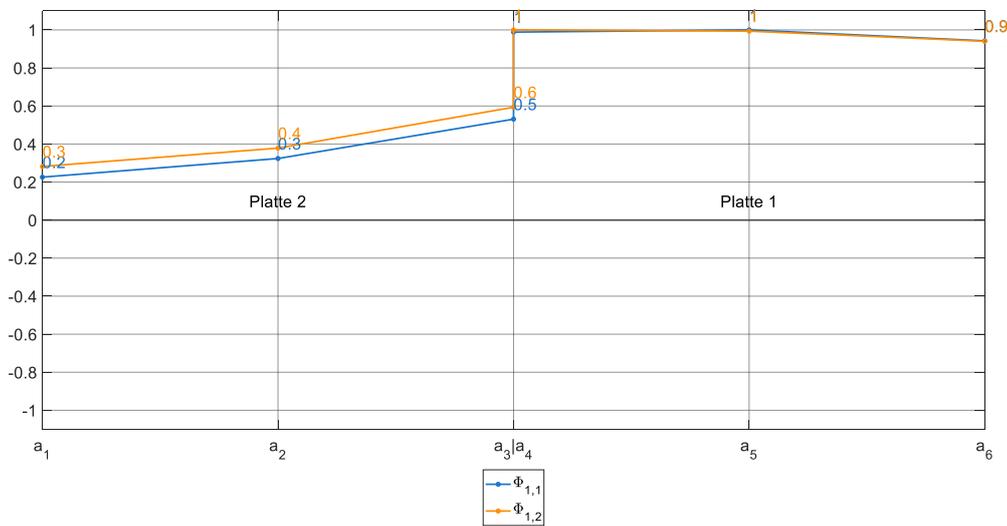


Abbildung 4.31.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 3

Im Verlauf der Plattenrandbewegungen in Abbildung 4.24 sind größere Bewegungen von Plattenrand 1 erkennbar. Die Signale der Relativbewegung haben dazu eine Phasenverschiebung von 45°. Der Verlauf der Relativbewegungen zwischen Tragwerk 2 und Randbalken 2 zeigt sehr kleine Amplituden. Es kommt somit zu einer Anregung von Randbalken 2.

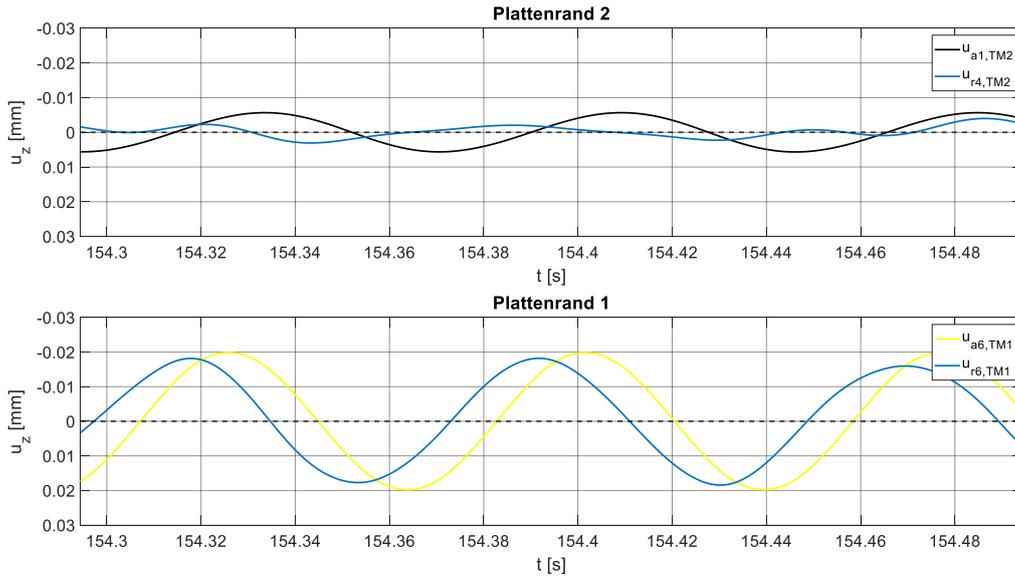


Abbildung 4.32.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 3

Das zweite Maximum im Frequenzverlauf von Messung 3 liegt bei 15,1 Hz. Dies liegt im Bereich der identifizierten zweiten Systemeigenfrequenz aus Messung 2. Bei der Betrachtung des Ausschnitts aus dem Zeitsignal in Abbildung 4.33, erkennt man wieder eine Phasenverschiebung der Signale von Tragwerk 1 und 2 um 90° . Im Vergleich zu den Anregungen beider Tragwerke in Messung 1, läuft bei der alleinigen Anregung das Tragwerk mit den höheren Amplituden nach. Die Erregerkraft von Shaker 1 ist gleichgerichtet mit der Schwingung von Platte 1. Bei der synchronen Anregung beider Tragwerke wirkte Shaker 1 dem Tragwerk 1 entgegen (vgl. Abbildung 4.17). Daraus resultierte, dass es zu keinem Maximum der Sensoren im Frequenzverlauf kommt.

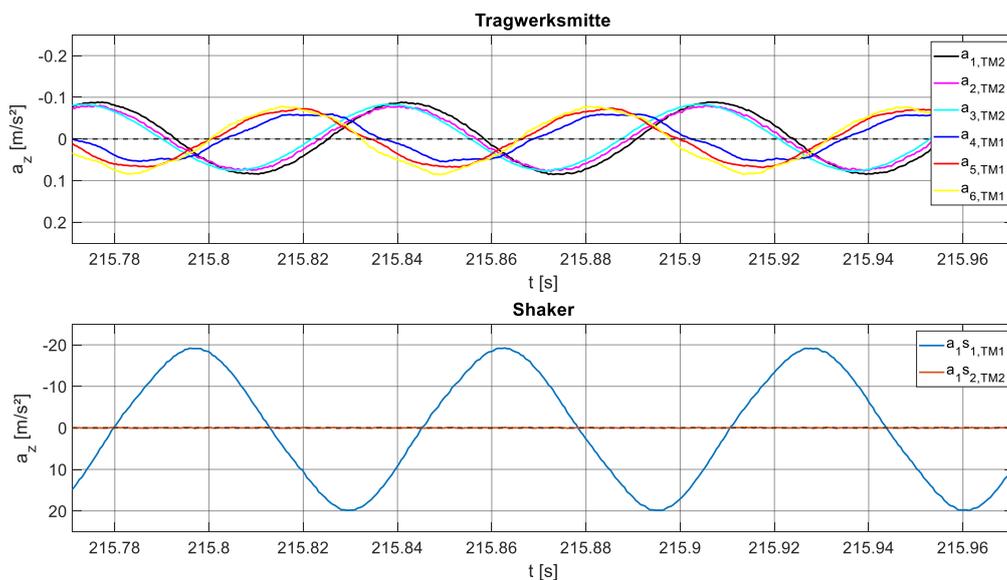


Abbildung 4.33.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 3

In Abbildung 4.34 ist die Schwingform bei einer Anregung von 15,1 Hz gezeigt. Die Schwingform in Gelb zeigt einen gleichen Verlauf wie der bei asynchroner Anregung beider Tragwerke. Im zweiten Zeitpunkt sind die Amplituden beider Tragwerke jedoch annähernd gleich. Es bildet sich somit nicht das charakteristische Schwingbild mit unterschiedlichen Amplituden aus.

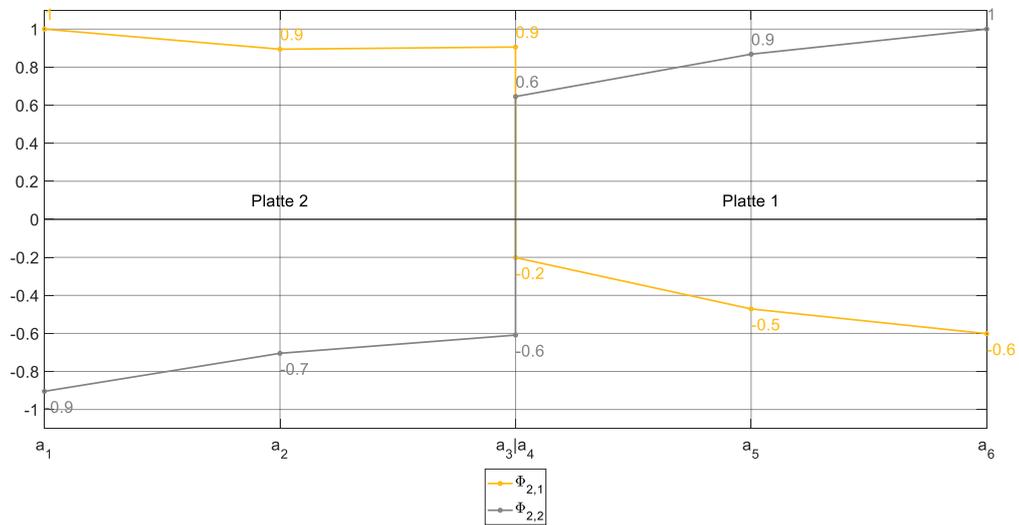


Abbildung 4.34.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 3

Bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz zeigen sich im Vergleich von Plattenrand 1 und Randbalken 1 in Abbildung 4.27 gleiche Amplituden eine annähernd keine Phasenverschiebung. Es kommt somit zu keiner Anregung von Randbalken 1. Die Schwingamplituden von Plattenrand 2 haben vergleichbare Werte mit denen von Plattenrand 1. Es bestätigt sich somit die nicht eindeutige Anregung der zweiten Eigenform.

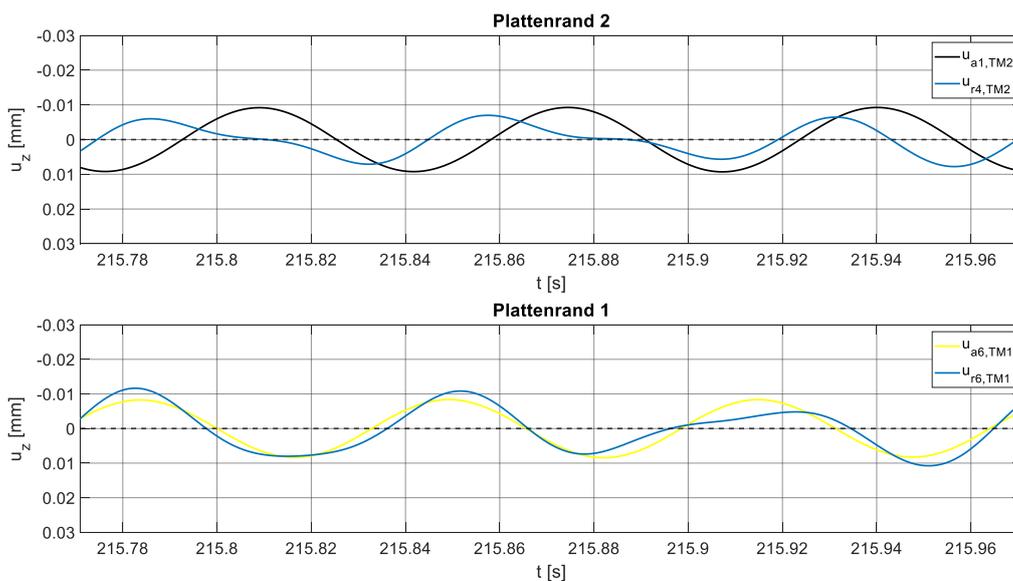


Abbildung 4.35.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 3

Fasst man die Ergebnisse aus Messung 3 zusammen, kann die erste Systemeigenfrequenz von rund 13,3 Hz aus Messung 1 bestätigt werden. Die zweite Eigenfrequenz bei 15,1 Hz wird bei beiden Tragwerken im Frequenzverlauf identifiziert. Jedoch zeigt sich bei der genaueren Betrachtung der Signale im Zeitbereich eine geringe Phasenverschiebung. Dadurch kann bei der Betrachtung der Schwingform keine eindeutige Eigenform abgebildet werden.

4.3.5. Alleinige Anregung von Tragwerk 2

Durch die alleinige Anregung von Tragwerk 2 durch Shaker 2 ist analog zu Messung 2 ein Maximum im Frequenzverlauf im Bereich von 15,3 Hz zu erwarten. Diese Information konnte durch Messung 2 gewonnen werden.

In Abbildung 4.36 ist das Ergebnis der FFT – Analyse dargestellt. Im Bereich der ersten Systemeigenfrequenz bei rund 13,5 Hz besitzen alle Sensoren ein Maximum, jedoch bildet sich keine eindeutige Eigenfrequenz einer Tragwerksplatte aus. Betrachtet man jedoch den Bereich bei 15,2 Hz, gibt es einen eindeutigen Hochpunkt der Sensoren auf der Platte 2. Die Spitzen der Sensoren von Platte 1 bilden sich bei einer etwas niedrigeren Frequenz aus. Vergleicht man jedoch dieses Bild mit der FFT – Analyse von Messung 3 (Abbildung 4.28) zeigt sich dort ein Abstand der Hochpunkte auf die rechte Seite. Da der Versatz bei Messung 4 (Abbildung 4.36) sich auf der linken Seite zeigt, kann man von einer Messunschärfe ausgehen. Die ermittelten Werte für die Eigenfrequenzen und der Lehr'schen Dämpfung sind in Tab. 38 angegeben.

Tab. 38: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 4

	Sensor	f_1 [Hz]	ζ_1 [%]	f_2 [Hz]	ζ_2 [%]
TW2	a_1	n.m.	n.m.	15,3	3,30
	a_2	n.m.	n.m.	15,2	3,26
	a_3	13,1	n.m.	15,3	3,30
TW1	a_4	13,5	4,56	n.v.	n.m.
	a_5	13,5	n.m.	15,1	n.m.
	a_6	n.m.	n.m.	15,1	3,71

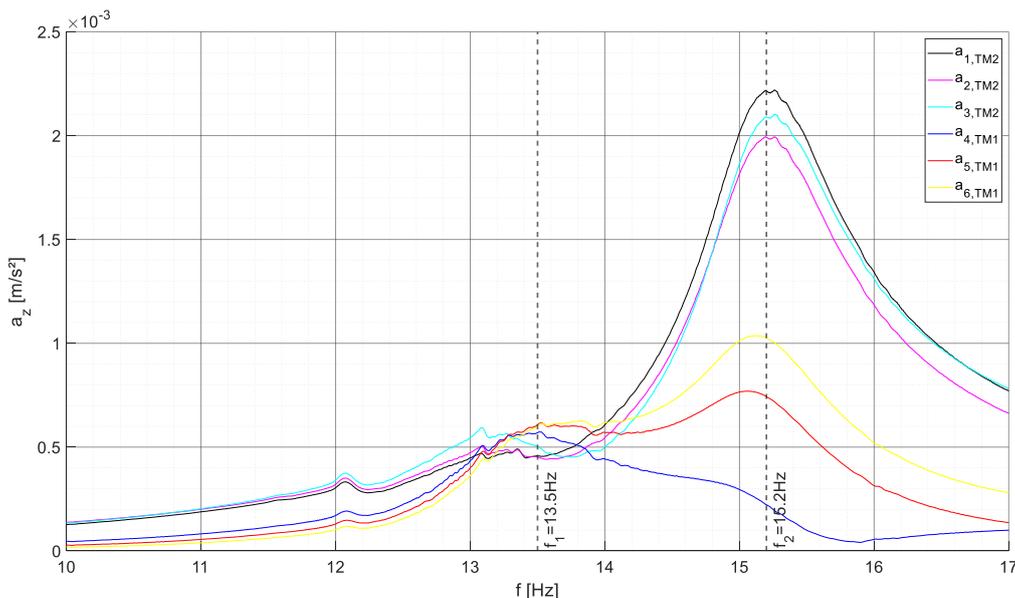


Abbildung 4.36.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 4

Im Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen bildet sich das Maximum bei 13,5 Hz deutlicher aus. Es zeigt sich auch, dass die Hochpunkte der ersten und zweiten Eigenfrequenz vergleichbare Werte aufweisen. Vergleicht man Abbildung 4.36 und Abbildung 4.37 haben die Sensoren am Widerlager einen ähnlichen Verlauf wie die von Platte 1. Es übertragen sich somit die Schwingungen von Platte 1 mehr auf das Widerlager.

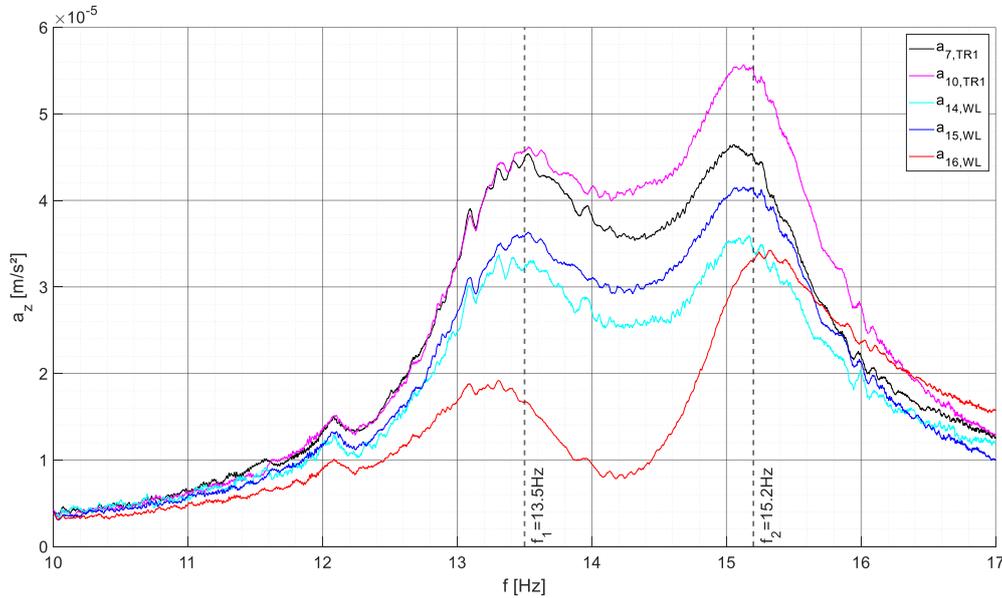


Abbildung 4.37.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen von Messung 4

Bei der Analyse des in Abbildung 4.38 dargestellten Zeitsignals bei 13,5 Hz, zeigt sich die charakteristische Phasenverschiebung von 90° der zwei Tragwerksplatten. Die Platte mit den höheren Amplituden läuft der mit den niedrigeren nach. Shaker 2 und die Schwingung von Tragwerk 2 weisen in diesem Verlauf annähernd keine Phasenverschiebung auf. Es kann jedoch aufgrund der Phasenverschiebung von 90° zwischen den Tragwerken von einer Anregung der Eigenfrequenz ausgegangen werden.

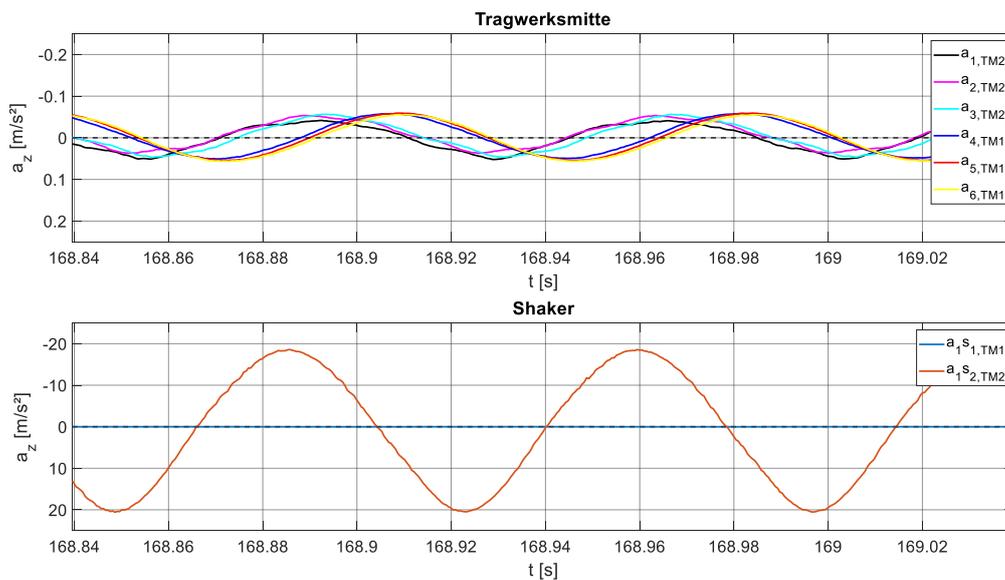


Abbildung 4.38.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,5 Hz in Messung 4

Die Bewegungen der Platten werden in Abbildung 4.39 für die Abbildung der Schwingform herangezogen. Aufgrund der Phasenverschiebung kann keine deutliche Eigenform abgebildet werden. Die Eigenformen in Messung 1 und 3 zeigten auch deutlich höhere Amplituden von Tragwerk 1. Dies ist bei dieser Messung in diesem Frequenzbereich nicht der Fall.

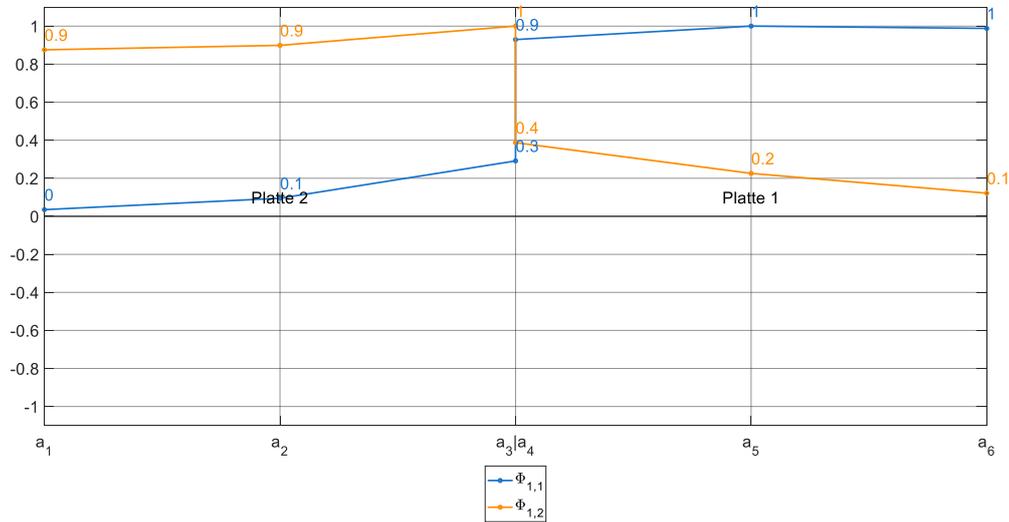


Abbildung 4.39.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,5 Hz in Messung 4

In Abbildung 4.40 sind die Schwingbewegung der Plattenränder und die Relativbewegungen zu den Randbalken dargestellt. Aufgrund keiner Signale der Relativbewegung zu Randbalken 1 wird von einem Messfehler in dieser Messung ausgegangen. Der Verlauf der Relativbewegungen von Randbalken 2 zum Plattenrand zeigt eine leichte Phasenverschiebung und gleiche Amplitudenwerte. Es kommt somit keiner wesentlichen Schwingung des Randbalkens.

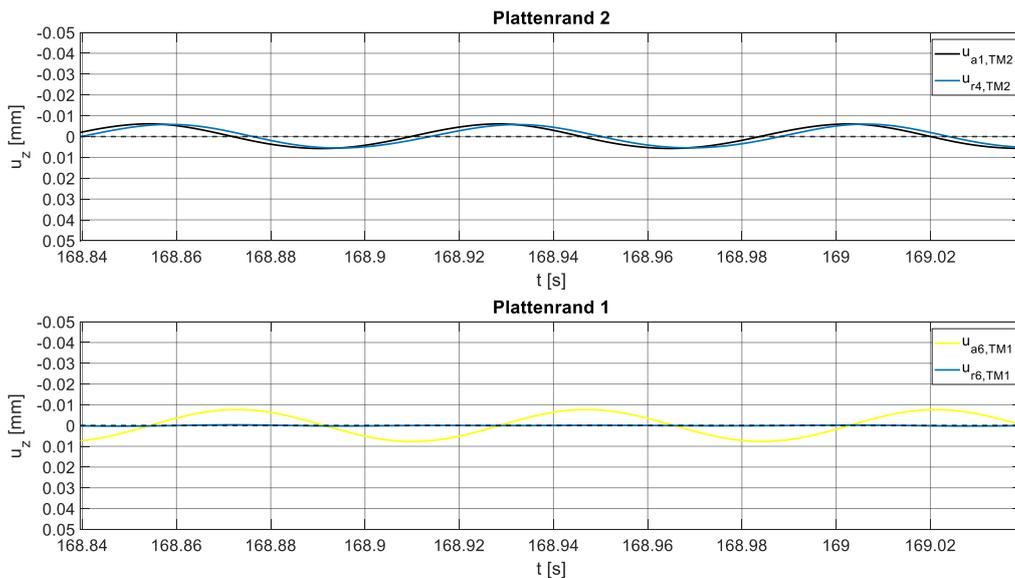


Abbildung 4.40.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,5 Hz in Messung 4

Bei der Betrachtung des Zeitsignals bei 15,2 Hz, zeigt sich erneut die charakteristische Phasenverschiebung um 180° der zwei Tragwerksplatten. Sie schwingen nahezu exakt asynchron. Die Shakerbeschleunigungen und die Plattenbeschleunigungen sind 90° phasenverschoben. Man kann somit davon ausgehen, dass es sich bei dieser Anregungsfrequenz um eine Eigenfrequenz der Tragwerksplatte 2 handelt. Das angeregte Tragwerk 2 besitzt auch deutlich höhere Amplituden als Tragwerk 1.

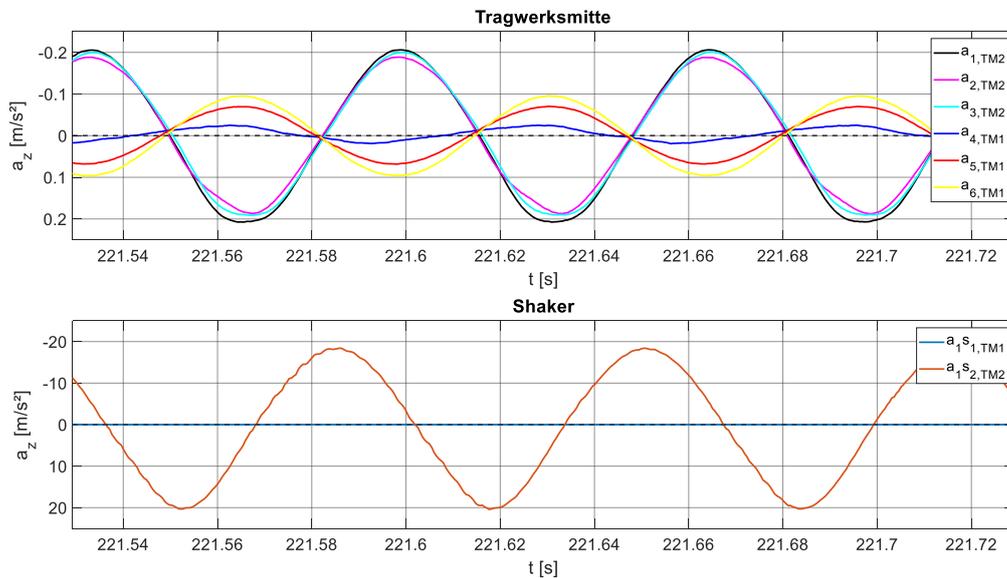


Abbildung 4.41.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 4

Auch die in Abbildung 4.42 dargestellte Schwingform gibt, wie bei Messung 2, ein eindeutiges Bild ab. Die Amplituden der zwei Tragwerke bilden eine exakte Spiegelung um die horizontale Achse. Tragwerk 2 schwingt mit höheren Amplituden in einer reinen Biegeschwingung. Tragwerk 1 schwingt mit kleineren Amplituden in einer Kombination aus Biege- und Torsionsschwingung. Die Torsionsbewegung wird aufgrund der Kopplung zu Tragwerk 2 eingetragen. Der Vergleich mit Abbildung 4.26 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung womit die zweite Eigenform bestätigt ist.

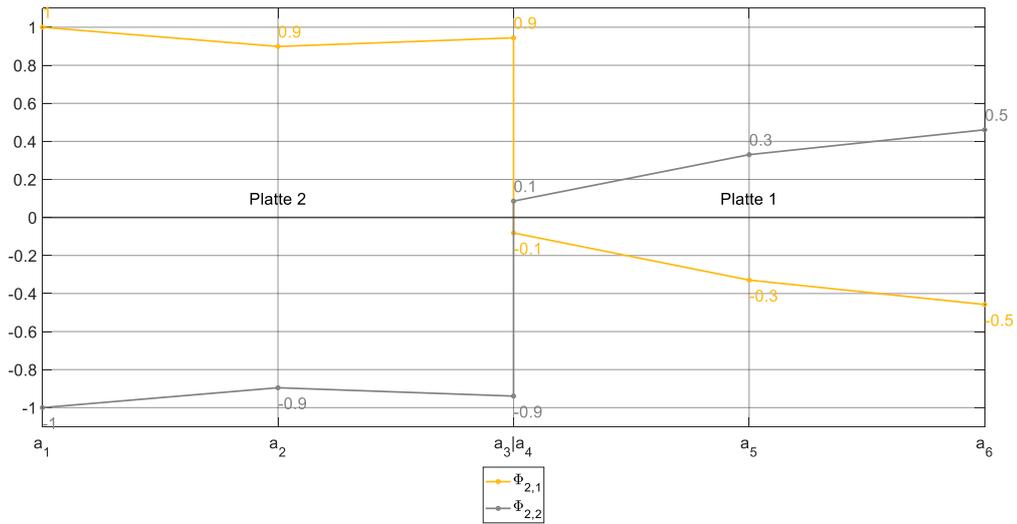


Abbildung 4.42.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 4

In Abbildung 4.43 zeigt sich erneut der Ausfall des Sensors r_4 . Erkennbar sind die größeren Schwingbewegungen von Plattenrand 2 zu Plattenrand 1. Es zeigt sich auch, dass die Phasenverschiebung der Relativbewegung zu Randbalken 2 größer ist als jene bei einer Anregung mit 13,3 Hz. Es kommt somit bei einer größeren Schwingbewegung zu einer größeren Phasenverschiebung.

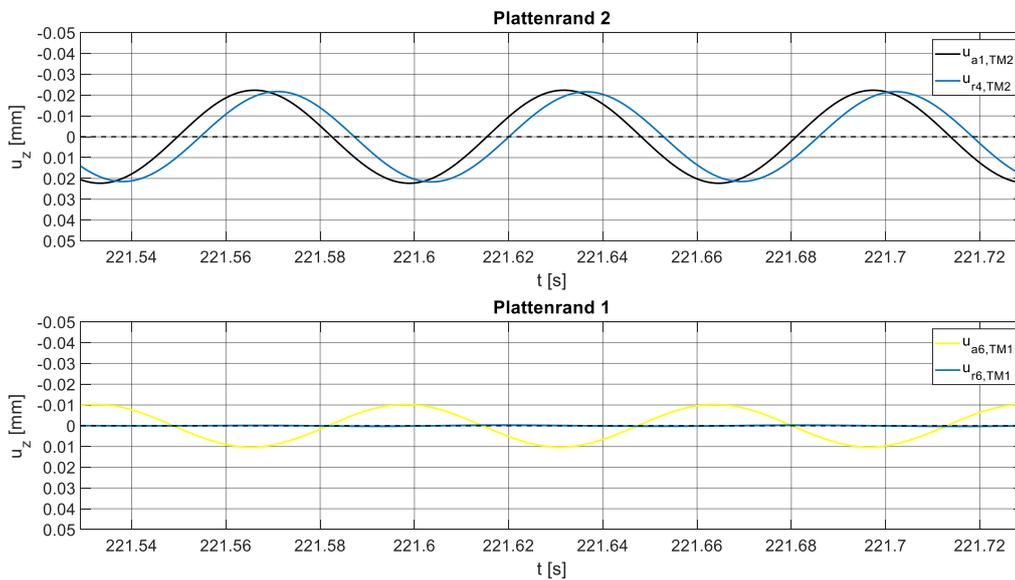


Abbildung 4.43.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 4

Durch die alleinige Anregung von Tragwerksplatte 2 kann die zweite Systemeigenfrequenz von 15,2 Hz eindeutig identifiziert werden. Auch das Zeitsignal und die Schwingform geben ein eindeutiges Bild ab. Es können somit die zweite Eigenfrequenz aus Messung 2 ($f_2=15,1$ Hz) und die zweite Eigenform bestätigt werden.

4.3.6. Synchrone Anregung mit zwei Shakern von Tragwerk 1 – Aufstellung 2

In Messung 5 wurde Tragwerk 1 durch beide Shaker synchron angeregt. Da die resultierende Kraft im Schwerpunkt von Platte 1 liegt, stellte diese Messung das Äquivalente zu Messung 3 dar. Es kommt jedoch aufgrund von zwei Shakern zu einer Anregung mit doppelter Kraft. Die in Abbildung 4.44 dargestellte FFT – Analyse zeigt ein nahezu identes Bild zur FFT – Analyse der Messung 3 (Abbildung 4.28). Wiederum liegen die ersten zwei Systemeigenfrequenzen bei 13,2 und 15,2 Hz. In Tab. 39 sind die ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungen angegeben. Vergleicht man dazu die ermittelten Werte aus Messung 3 in Tab. 37 werden in Messung 5 geringfügig niedrigere Eigenfrequenzen ermittelt. Dieser Unterschied liegt jedoch in einem Bereich von 0,1 Hz und kann als Messungenauigkeit angenommen werden. Die Werte der Dämpfung werden in Messung 5 höher berechnet als in Messung 3. Es kommt demnach aufgrund der höheren, anregenden Kraft zu einer um Steigerung der Dämpfung um 5%. Es zeigt sich somit die in [2] und [17] beschriebene Tatsache, dass bei höheren Kraftanregungen und daraus resultierenden größeren Schwingamplituden höhere Dämpfungswerte berechnet werden. Dies entsteht aufgrund der größeren Reibung der Schotterkörner in der Schotterfuge.

Tab. 39: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 5

	Sensor	f_1 [Hz]	ζ_1 [%]	f_2 [Hz]	ζ_2 [%]
TW2	a_1	n.v.	n.m.	15,1	3,68
	a_2	13,4	n.m.	15,1	n.m.
	a_3	13,4	n.m.	15,0	n.m.
TW1	a_4	13,2	4,31	n.v.	n.m.
	a_5	13,1	4,22	15,3	n.m.
	a_6	13,1	4,19	15,3	n.m.

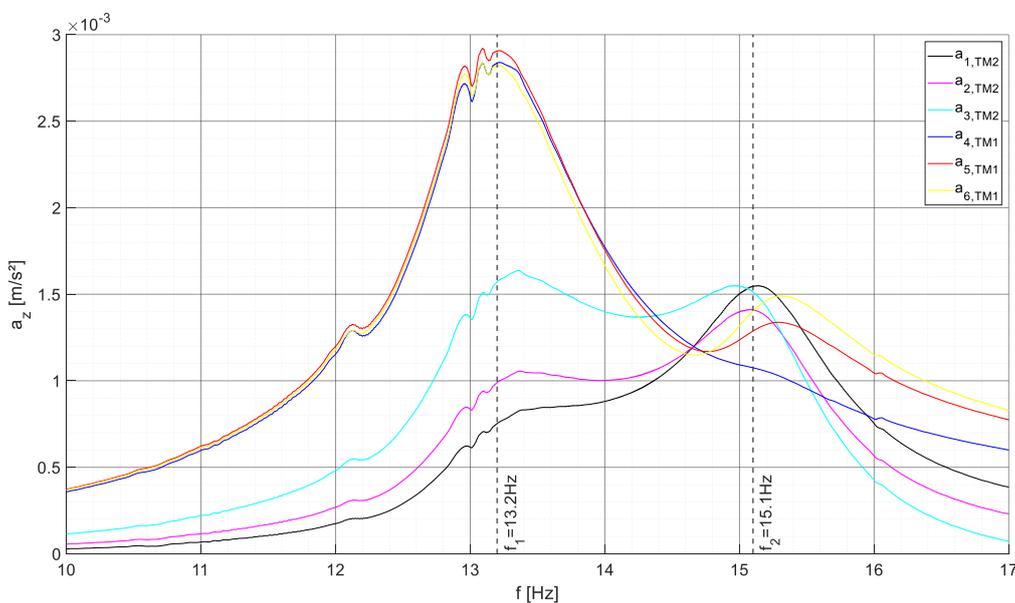


Abbildung 4.44.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 5

Der Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen zeigt einen ähnlichen Verlauf wie der Frequenzverlauf der Beschleunigungen von Tragwerk 1. Der Frequenzverlauf von Messung 3 (Abbildung 4.29) hat trotz niedrigerer Beschleunigungen (halbe Erregerkraft) einen qualitativ identischen Verlauf.

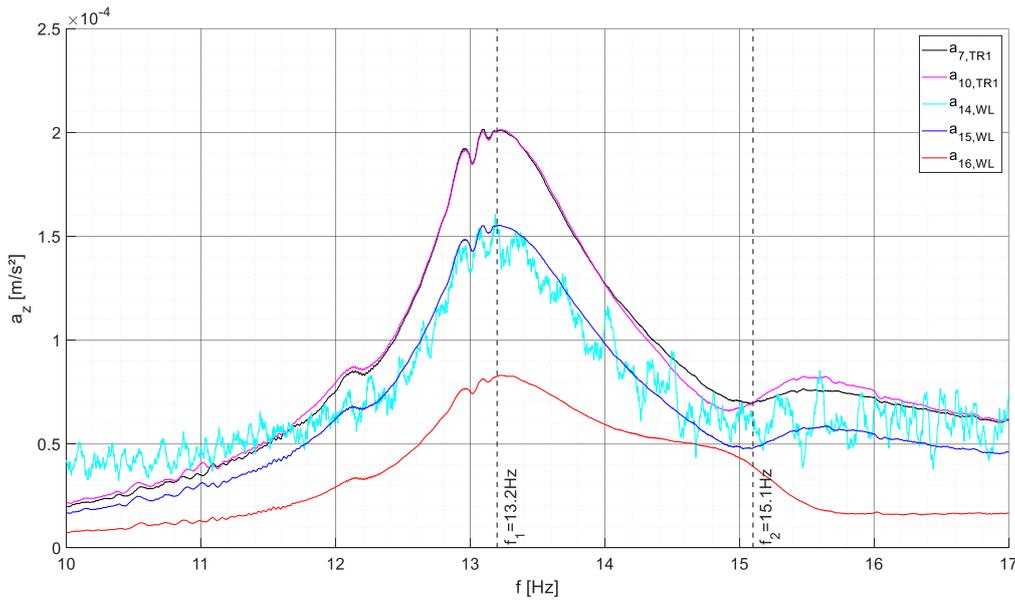


Abbildung 4.45.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen in Messung 5

In Abbildung 4.46 ist der Ausschnitt des Zeitsignals im Bereich der Anregung von 13,2 Hz gezeigt. Es zeigt sich ein, in Bezug auf die Beschleunigungssignale, sehr ähnliches Bild zu denen von Messung 3 (Abbildung 4.30). Die Phasenverschiebung zwischen Anregung und Systemantwort beträgt 90° . Auch die Darstellung der Schwingform in Abbildung 4.47 ist ähnlich zu Messung 3. Platte 1 schwingt in einer Biegeschwingung, während Platte 2 eine kombinierte Schwingung aus Biegung und Torsion hat. Es bestätigen sich dadurch die erste Eigenform aus Messung 1 und Messung 3.

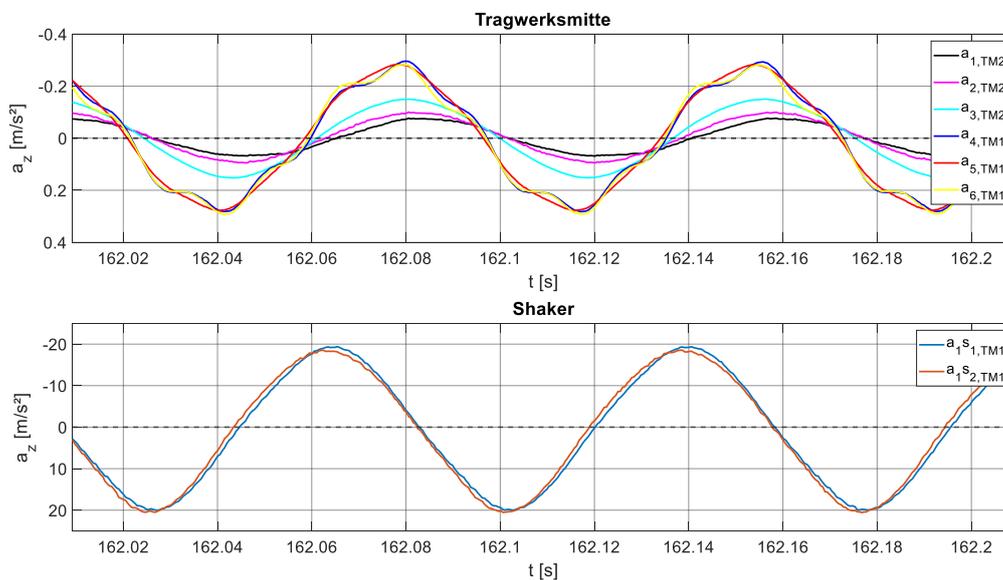


Abbildung 4.46.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,2 Hz in Messung 5

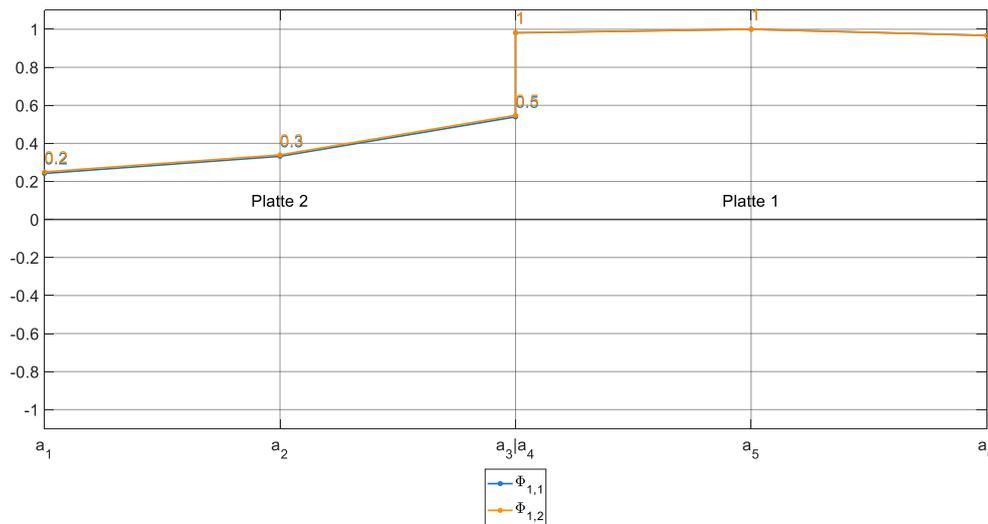


Abbildung 4.47.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,2 Hz in Messung 5

In Abbildung 4.48 ist die Schwingbewegung der Tragwerksränder gezeigt. Es zeigen sich Phasenverschiebungen der Relativverschiebungen zur Plattenrandbewegung von 45° mit vergleichbaren Amplituden der jeweiligen Plattenränder. Plattenrand 1 schwingt in einer vier Mal zu großen Schwingbewegung als Plattenrand 2. Es kommt dadurch auch zu einer größeren Klaffung in der Fuge zwischen Tragwerk 2 und Randbalken 2.

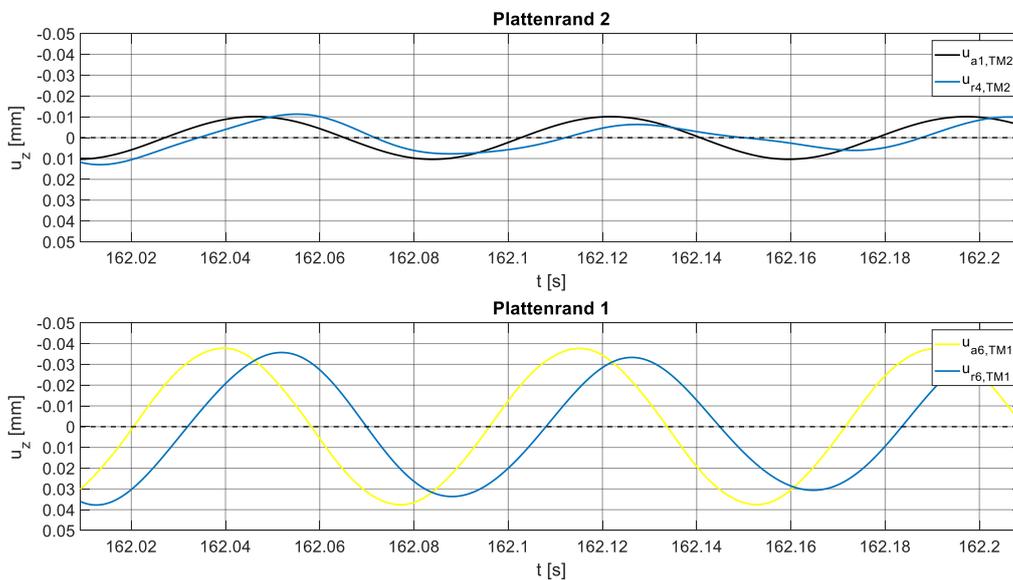


Abbildung 4.48.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,2 Hz in Messung 5

Im Zeitsignal im Bereich der 15,2 Hz Anregung (Abbildung 4.49) zeigt sich wieder die typische Phasenverschiebung der zwei Tragwerke um 90°. Das angeregte Tragwerk läuft dabei dem anderen Tragwerk voraus. Die Phasenverschiebung zwischen Erreger und dem angeregten Tragwerk beträgt 90°. Die Erregerkraft ist somit mit der Schwingbewegung gleichgerichtet. Trotzdem

schwingt das nicht angeregte Tragwerk (Tragwerk 2) mit höheren Amplituden. Aufgrund der Phasenverschiebungen zwischen den Tragwerken, regt Tragwerk 1 das andere Tragwerk zur Eigen-schwingung an.

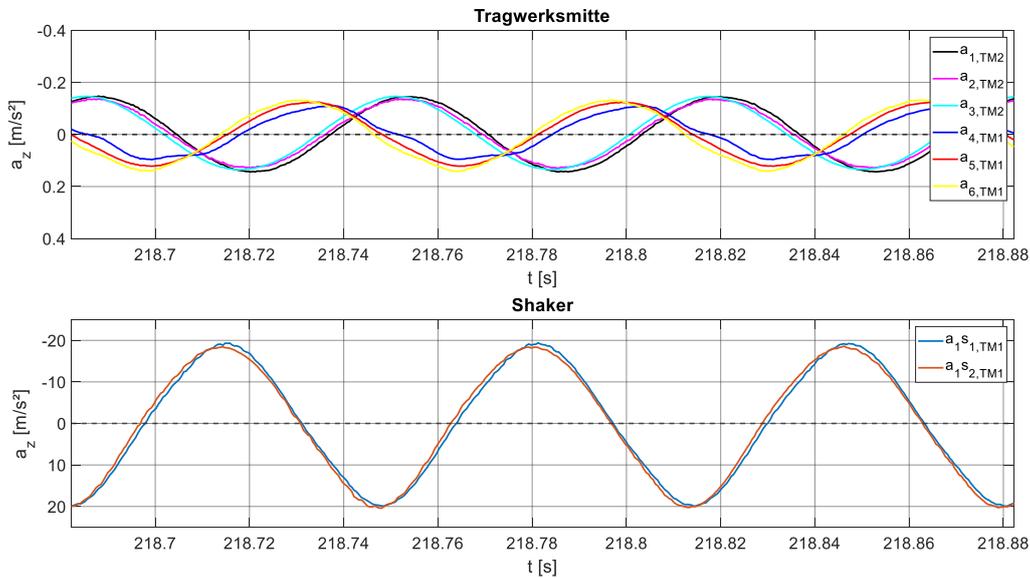


Abbildung 4.49.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 5

Die Darstellung der Schwingform in zwei Zeitpunkten (Abbildung 4.50) zeigt eine asynchrone Schwingung der beiden Tragwerksplatten. Jedoch kommt es aufgrund der geringen Amplitudendifferenz beider Tragwerke nicht zur charakteristischen zweiten Eigenform (vgl. Abbildung 4.42).

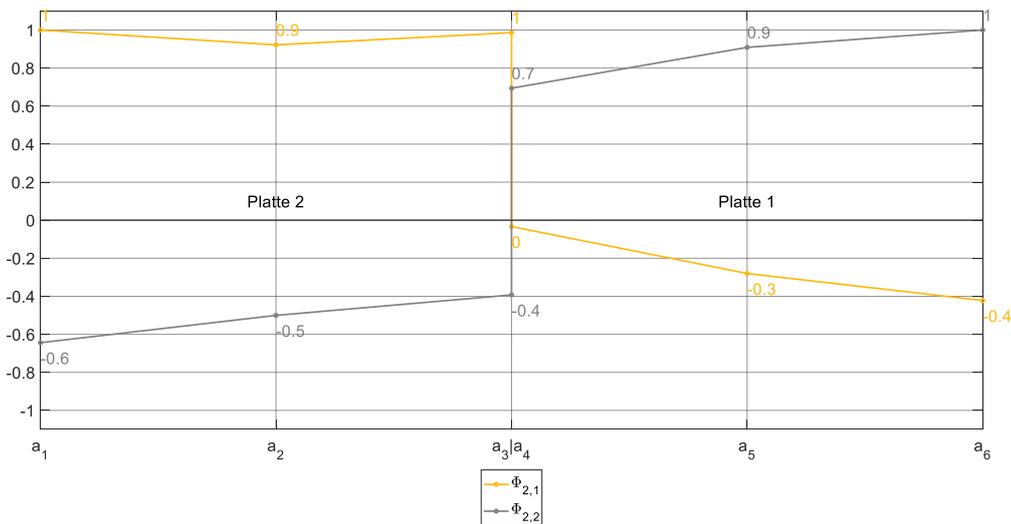


Abbildung 4.50.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 5

In der in Abbildung 4.51 dargestellte Schwingbewegung der Plattenränder ist eine größere Phasenverschiebung zwischen Plattenrand 1 und Randbalken 1 im Vergleich zu Plattenrand 2 erkennbar.

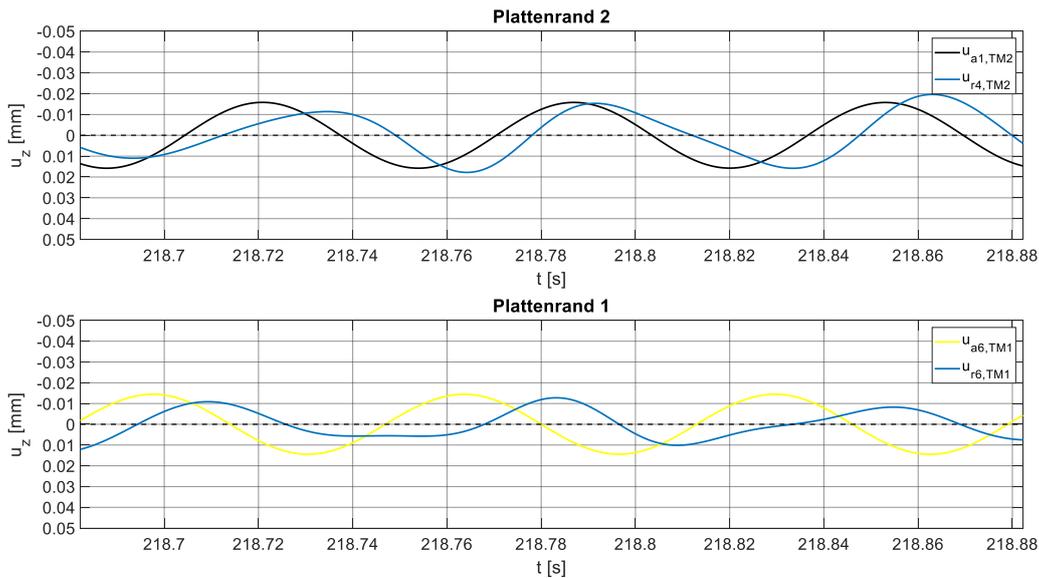


Abbildung 4.51.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 5

Zusammenfassend zeigen sich durch Messung 5 sehr ähnliche Ergebnisse wie in Messung 3. Die Ergebnisse aus Messung 3 können damit bestätigt werden.

4.3.7. Asynchrone Anregung von Tragwerk 1 durch beide Shaker

In Messung 6 wurde Tragwerk 1 durch beide Shaker asynchron angeregt. Es wurde somit eine Torsionsbewegung dieser Platte angeregt. Die Voruntersuchung ergab, dass die dritte und vierte Eigenform eine Torsionsform des Tragwerks darstellt.

Betrachtet man die FFT-Analyse in Abbildung 4.52, erkennt man zwei Maxima der Außensensoren von Tragwerk 1. Diese liegen bei 21,5 Hz und 24,7 Hz. Die Randsensoren von Tragwerk 2 bilden Hochpunkte bei 22 Hz und 24 Hz. Die Mittelsensoren der Tragwerksplatten zeigen deutlich niedrigere Amplituden als die Randsensoren. Es wurde somit die gewünschte Torsionsbewegung angeregt. Die ermittelten Eigenfrequenz und Dämpfungen sind in zusammengefasst.

Tab. 40: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 6

	Sensor	f_3 [Hz]	ζ_3 [%]	f_4 [Hz]	ζ_4 [%]
TW2	a_1	21,9	n.m.	n.v.	n.m.
	a_2	21,4	n.m.	24,6	n.m.
	a_3	22,2	n.m.	23,9	n.m.
TW1	a_4	21,5	4,74	24,7	6,41
	a_5	n.v.	n.m.	24,3	n.m.
	a_6	21,5	4,56	24,8	6,32

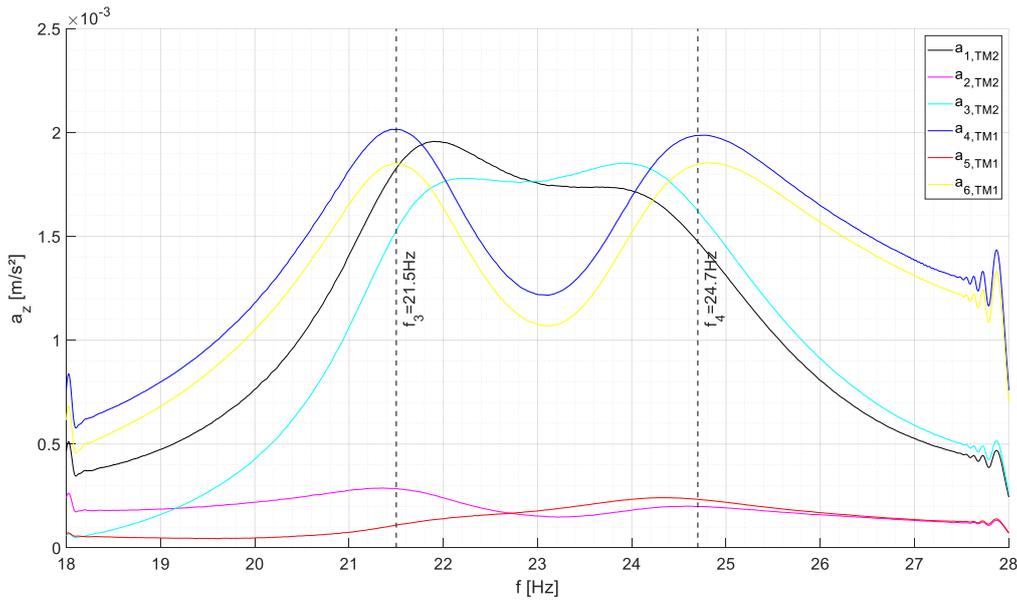


Abbildung 4.52.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 6

Im Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen ist die dritte Eigenfrequenz bei 21,5 Hz gut erkennbar. Ein weiteres Beschleunigungsmaximum tritt am Widerlager bei 25,4 Hz auf.

In Abbildung 4.54 ist die Phasenverschiebung in Abhängigkeit von der Frequenz der Randsensoren zueinander dargestellt. Diese wird wie in Kapitel 2.4.2 vorgestellt berechnet.

Es kann damit dargestellt werden, dass die Randsensoren der jeweiligen Platten über den Frequenzverlauf hinweg mit einer Phasenverschiebung von 180° schwingen. Bei den Sensoren an der Koppelfuge hingegen verändert sich die Phasenverschiebung. Im Bereich der ersten Eigenfrequenz ist die Phasenverschiebung gering, während sie im Bereich der zweiten Eigenfrequenz 150° ansteigt. Man kann somit von einer asynchronen Schwingung der Plattenränder ausgehen.

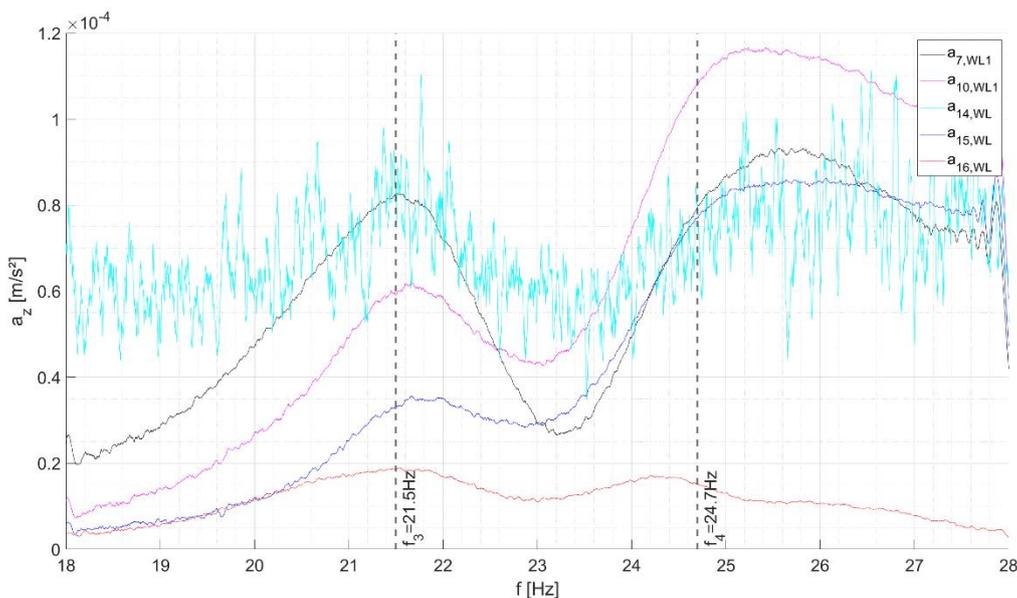


Abbildung 4.53.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen von Messung 6

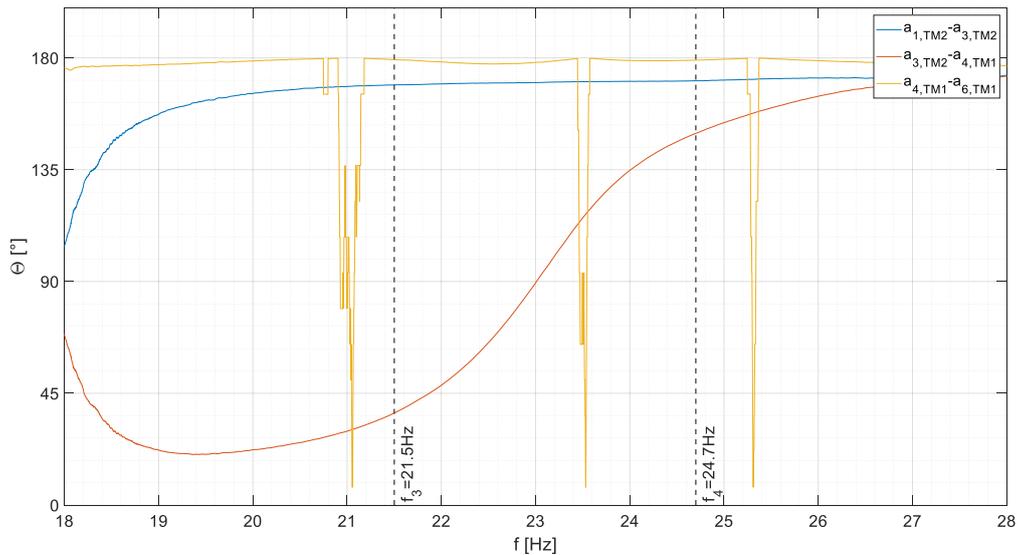


Abbildung 4.54.: Phasenverschiebung der Mittelachse in Messung 6

In Abbildung 4.55 ist das Zeitsignal im Bereich von 21,5 Hz dargestellt. Es zeigt sich auch eine Überlagerung mit einer Frequenz im Bereich von 50 Hz in den Beschleunigungen von Tragwerk 1. Die Signale der Mittelachse werden daher mit einem *Tiefpass - Filter* mit einer Grenzfrequenz von 40 Hz gefiltert. Dadurch werden die unerwünschten höheren Frequenzen entfernt.

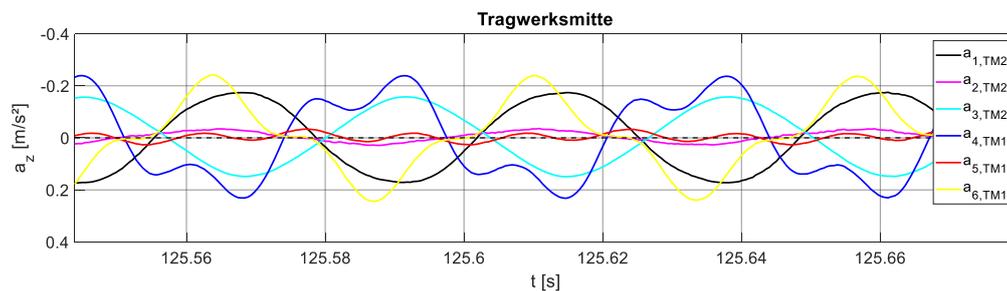


Abbildung 4.55.: Ungefilterte Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6

In Abbildung 4.56 ist das gefilterte Zeitsignal dargestellt. Die Randsensoren der jeweiligen Platten sind 180° phasenverschoben, während die Mittelsensoren sehr geringe Amplituden haben. Es kommt somit zur überwiegenden Torsionsschwingung. Die Sensoren $a_{3,2}$ und $a_{4,1}$ haben nur eine geringe Phasenverschiebung. Die Amplituden der Ränder beider Platten treten in vergleichbaren Größen auf.

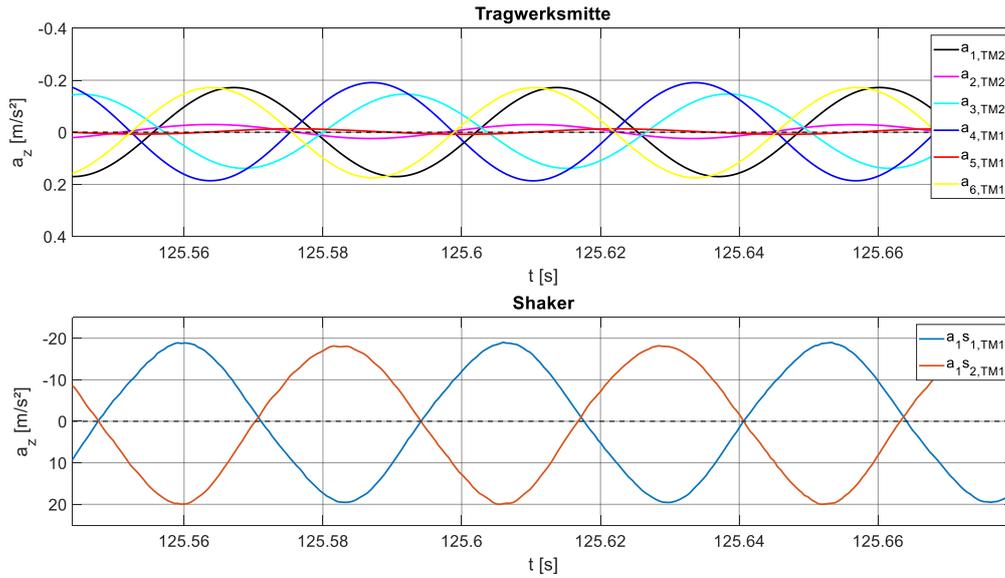


Abbildung 4.56.: Gefilterte Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6

Die in Abbildung 4.57 dargestellte Schwingform bei 21,5 Hz ist ähnlich zu der erwarteten Schwingform aus der FE – Simulation. Die Torsionsbewegungen der Platten überwiegen eindeutig. Ebenso schwingen die Tragwerksränder an der Schotterfuge ohne Phasenverschiebung. Die Schwingamplituden der Tragwerksränder von Platte 1 sind dabei geringfügig höher als die von Platte 2.

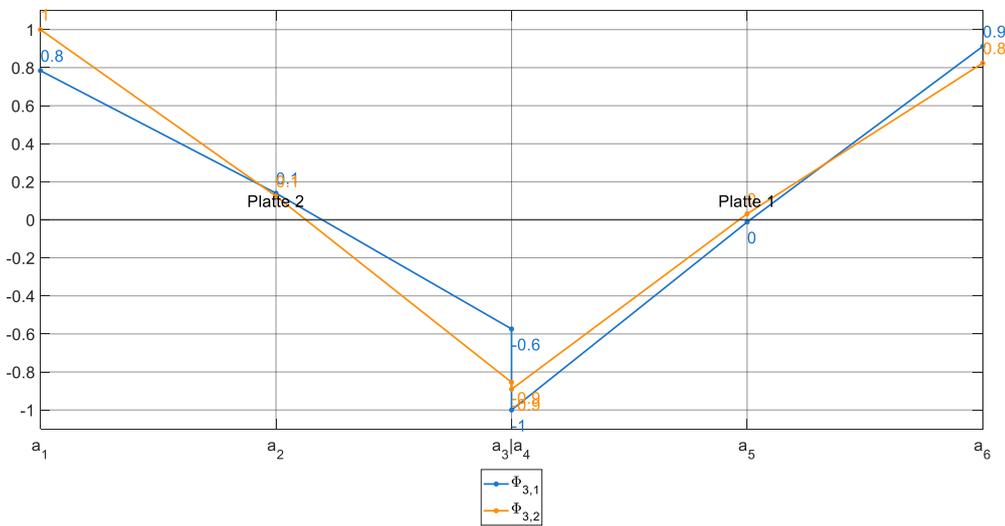


Abbildung 4.57.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6

Der Verlauf der Schwingbewegung der Plattenränder in Abbildung 4.58 zeigen keine Phasenverschiebung und gleiche Amplituden beider Tragwerke. Die Relativverschiebung zu Randbalken 2 hat bei dieser Anregungsfrequenz höhere Amplitudenwerte als die des Plattenrandes. Es kommt somit zu höheren Schwingwegen des Randbalkens.

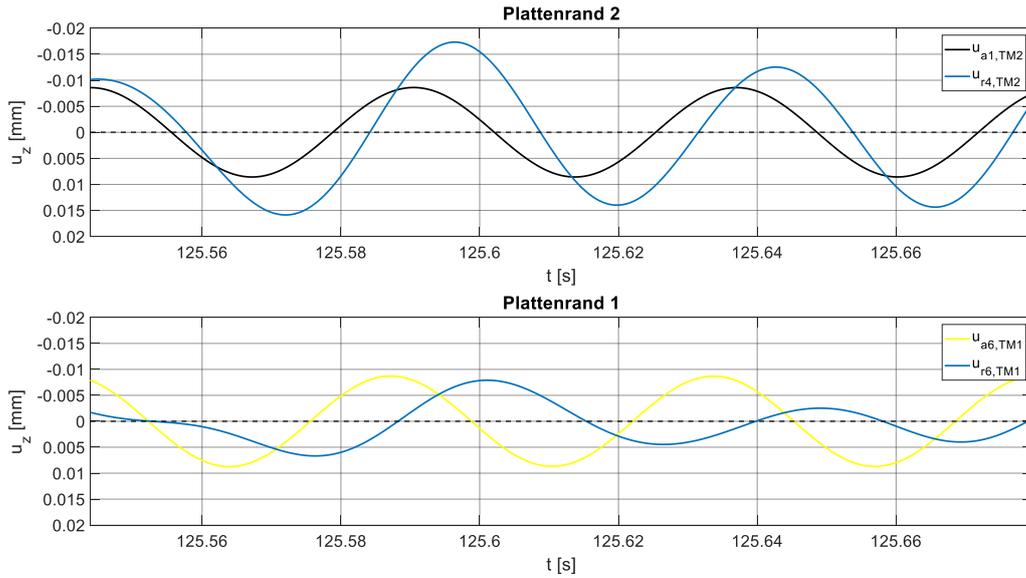


Abbildung 4.58.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6

In Abbildung 4.59 ist der Zeitverlauf der Beschleunigungssignale im Bereich der vierten Eigenfrequenz dargestellt. Die Amplituden von Tragwerk 1 sind größer als die von Tragwerk 2. Es kommt auch zu einer geringen Phasenverschiebung zwischen den Tragwerken, wobei Tragwerk 1 nachläuft.

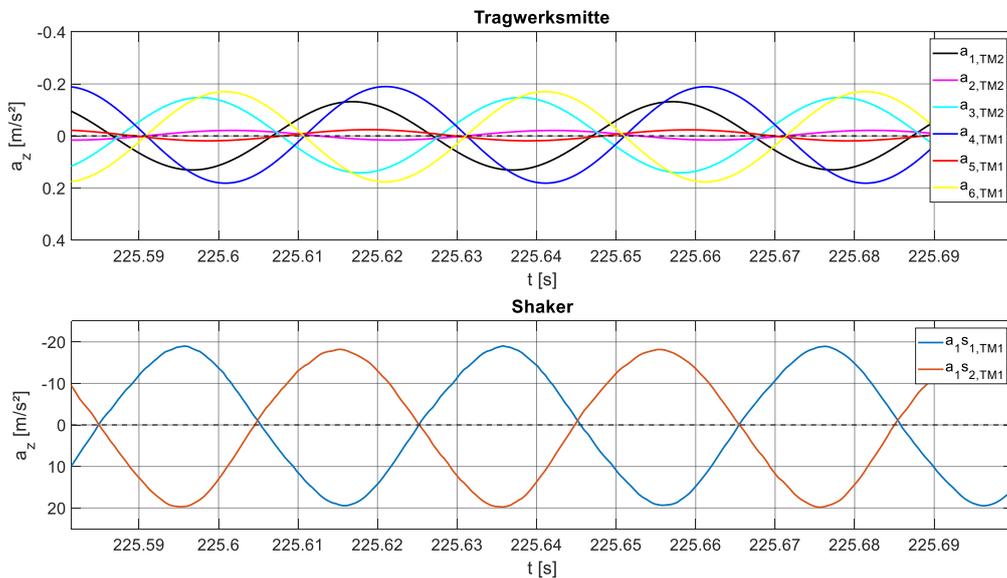


Abbildung 4.59.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz in Messung 6

Die aus der FE – Simulation gewonnene Kenntnis über die vierte Eigenform bestätigt sich im Bild der Schwingungsform bei 24,8 Hz (Abbildung 4.60). Es stellt sich als eine Torsionsbewegung beider Tragwerke dar, wobei es zu einer Öffnung und somit zur Aktivierung der Kopplung der Tragwerke kommt. Die Amplituden von Tragwerk 1 sind dabei höher.

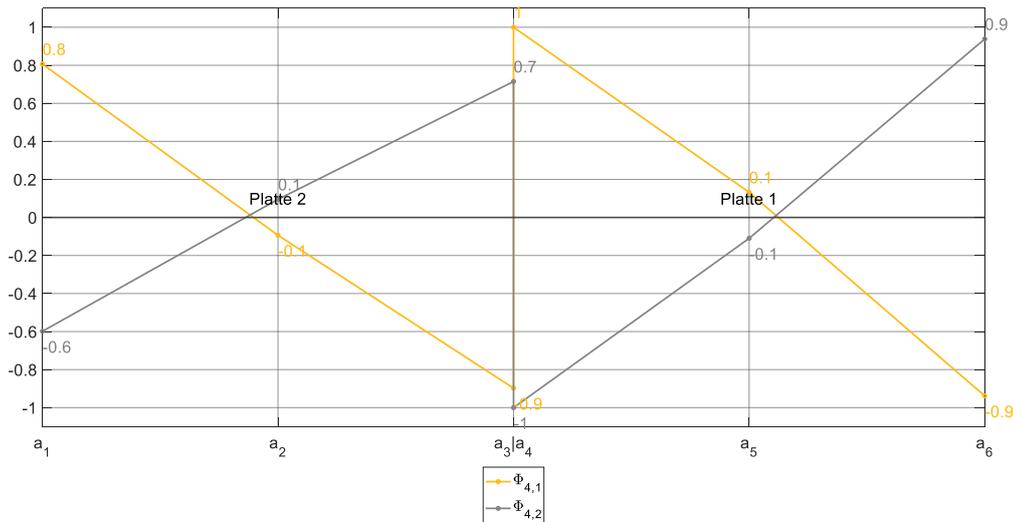


Abbildung 4.60.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz in Messung 6

In Abbildung 4.61 sind die Schwingbewegungen der Plattenränder bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz gezeigt. Es zeigen sich erneut höhere Amplituden der Relativverschiebung zu Randbalken 2 als die Bewegung des Plattenrandes. Es kommt auch zu einer Phasenverschiebung von annähernd 90° . Die Relativverschiebungen zwischen Randbalken 1 und Plattenrand sind dahingegen klein.

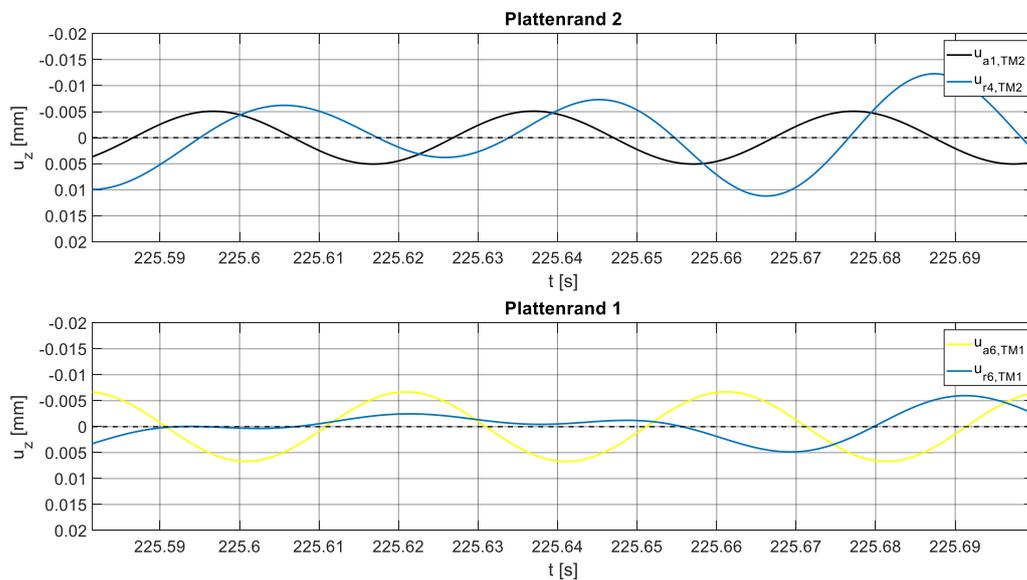


Abbildung 4.61.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz in Messung 6

Zusammenfassend kann man aus den Ergebnissen von Messung 6 einige Erkenntnisse ziehen. Die dritte und vierte Systemeigenfrequenz können durch die FFT-Analyse identifiziert werden. Im Bereich der dritten Eigenfrequenz gibt es Überlagerungen höherer Frequenzen im Zeitsignal. Diese werden durch einen Tiefpassfilter entfernt. Die Torsionswirkung wird mit der Schwingungsform dargestellt. Charakteristisch für die dritte Eigenform ist das Schwingen der Tragwerksränder an der Schotterkopplung ohne Phasenverschiebung. Im Gegensatz dazu kann bei der

vierten Eigenfrequenz die Schwingform, mit um 180° phasenverschobenen schwingenden Tragwerksrändern an der Schotterkopplung, gezeigt werden.

4.4. Fazit der Messauswertung

Durch Shakeraufstellung 1 kann die erste Systemeigenfrequenz bei 13,2 Hz und die zweite Systemeigenfrequenz bei 15,2 Hz identifiziert werden. Durch die synchrone und asynchrone Anregung beider Shaker, kann jedoch jeweils nur die erste bzw. die zweite Eigenfrequenz eindeutig angeregt werden. Durch die Anregung von nur einem Shaker auf Platte 1 bzw. Platte 2 können beide Eigenfrequenzen in der FFT-Analyse erkannt werden. Jedoch zeigt sich bei der Auswertung der Zeitsignale und der Schwingformen, dass auch bei der einseitigen Anregung nur die jeweilige Eigenform der angeregten Platte eindeutig angeregt wird. Im Bereich der Eigenfrequenz des nicht angeregten Tragwerks beträgt die Phasenverschiebungen der Tragwerke zueinander 90° . Die dritte Systemeigenfrequenz wird bei 21,5 Hz und die vierte bei 24,5 Hz identifiziert.

Auffallend in Tab. 41 sind der Unterschied der Dämpfungen beider Tragwerke. Tragwerk 1 wird demnach stärker gedämpft. Der untere Grenzwert der Dämpfung aus der Norm für dynamische Berechnungen ist ebenfalls angegeben [2]. Die normativ anwendbare Zusatzdämpfung $\Delta\zeta$, welche sich aus der Interaktion von Fahrzeugmasse und Brückenmasse ergibt wird in diesem Vergleich nicht angesetzt, da es sich um die Dämpfung des Brückentragwerks ohne Fahrzeugmasse handelt.

$$\zeta_{EN\ 1991-2} = 0,5 + 0,125 \cdot (20 - L) = 0,5 + 0,125 \cdot (20 - 4,5) = 2,44 \text{ [\%]} \quad (78)$$

$$\Delta\zeta = \frac{0,0187 \cdot L - 0,00064 \cdot L^2}{1 - 0,0441 \cdot L - 0,0044 \cdot L^2 + 0,000255 \cdot L^3} = 0,097 \text{ [\%]}$$

Die gemessenen Dämpfungen liegen deutlich über dem Grenzwert. Die ansetzbare Zusatzdämpfung $\Delta\zeta$ ist auch zu gering um diesen Unterschied auszugleichen. Wird somit der normative Wert in dynamischen Berechnungen angesetzt, werden Tragwerksbeschleunigungen im Resonanzfall überschätzt.

Tab. 41: Mittelwerte der Eigenfrequenzen und Dämpfungen

	Sensor	f_1 [Hz]		ζ_1 [%]		f_2 [Hz]		ζ_2 [%]		$\zeta_{EN\ 1991-2}$ [%]
TW2	a_1	13,1	13,2	3,90	3,86	15,2	15,2	3,52	3,49	2,44
	a_2	13,2		3,81		15,2		3,37		
	a_3	13,3		3,86		15,2		3,58		
TW1	a_4	13,2	13,2	4,19	4,19	15,2	15,3	4,09	3,79	
	a_5	13,2		4,12		15,3		3,61		
	a_6	13,2		4,25		15,3		3,67		
		f_3 [Hz]		ζ_3 [%]		f_4 [Hz]		ζ_4 [%]		$\zeta_{EN\ 1991-2}$ [%]
TW2	a_1	21,9	21,8	n.m.	n.m.	n.v.	24,3	n.m.	n.m.	2,44
	a_2	21,4		n.m.		24,6		n.m.		
	a_3	22,2		n.m.		23,9		n.m.		
TW1	a_4	21,5	21,5	4,74	4,65	24,7	24,6	4,09	3,88	
	a_5	n.v.		n.m.		24,3		n.m.		
	a_6	21,5		4,56		24,8		3,67		

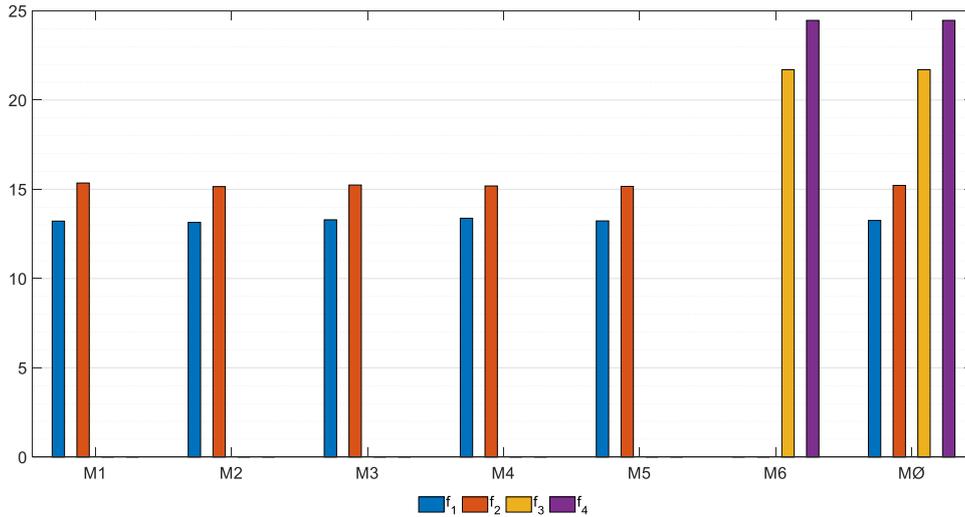


Abbildung 4.62.: Ermittelte Eigenfrequenzen durch die Messung des Tragwerks

Es zeigt sich auch, dass die Beschleunigungen von Tragwerk 1 mehr auf das Widerlager und den Untergrund übertragen werden. Die unterschiedlichen Schwingamplituden der Tragwerke zueinander in den Eigenformen deuten auf eine Asymmetrie der Tragwerke hin. Es könnte sich dabei um unterschiedliche Lagerverhältnisse der Platten handeln. In Abbildung 4.63 sind die ermittelten Dämpfungen aller Messungen grafisch dargestellt.

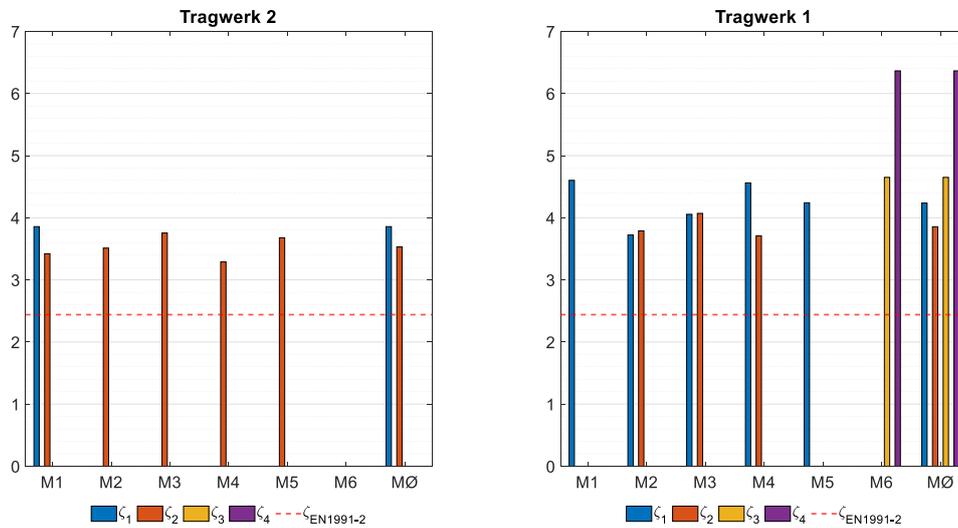


Abbildung 4.63.: Ermittelte Dämpfungen der Tragwerke

In Abbildung 4.64 sind die ermittelte erste und zweite Eigenform abgebildet. Die erste Eigenform charakterisiert sich durch eine Biegeschwingung von Platte 1. Platte 2 schwingt in einer Kombination aus Biegung und Torsion mit kleineren Amplituden als Tragwerk 1. Die zweite Eigenform charakterisiert sich durch eine Biegeschwingung von Tragwerk 2 mit größeren Bewegungsamplituden wie Tragwerk 1. Platte 1 schwingt in der zweiten Eigenform mit einer Biege- und Torsionsbewegung, wobei die Tragwerke auch 180° phasenverschoben sind.

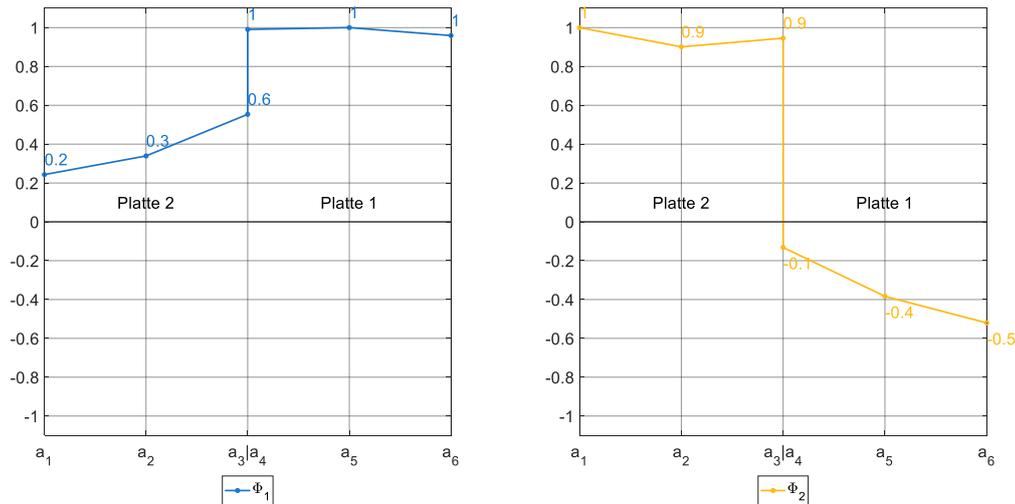


Abbildung 4.64.: Ermittelte erste und zweite Eigenform

Nachdem die Relativverschiebungen in der Koppelfuge der beiden Tragwerksplatten größer waren als die zwischen Randbalken und Tragwerk, ist davon auszugehen, dass die Kopplungen zu den Randbalken stärker sind wie die überschotterte Tragwerksfuge.

Mithilfe des bereits durchgeführten Messprogramms konnten die ersten zwei Eigenfrequenzen ausreichend genau bestimmt werden. Für die Bestimmung der dritten und vierten Eigenfrequenz gab es nur die Shakeraufstellung am Tragwerk 1 und es stand nur eine Messung der Auswertung zur Verfügung. Diese Eigenfrequenzen konnten daher nicht durch Vergleichsmessungen bestätigt werden.

4.5. Kommentar zu den bereits durchgeführten Messungen

In Kapitel 1, der Einleitung wird als Motivation dieser Arbeit auch über bereits durchgeführte Messungen berichtet. Das Tragwerk Radfeld 2 wurde bereits zweimal dynamisch untersucht, wobei es zu deutlichen Messunterschieden kam. Die Messergebnisse stellten sich demnach wie folgt dar:

Messung 1	$f_1=13,2$ Hz	$\zeta_1=4-12\%$	$f_2=21,4$ Hz
Messung 2	$f_1=14,9$ Hz	$\zeta_1=2,53\%$	

Durch den Vergleich der in dieser Arbeit behandelten Messauswertung mit den bereits existierenden Berichten können die Gründe für den festgestellten Messunterschied analysiert werden.

In einem Messbericht wurde das Frequenzspektrum nach einer Impulsanregung mittels Sandsackabwurf ausgewertet. Es konnten die erste Systemeigenfrequenz 13,2 Hz und die dritte Eigenfrequenz bei 21,4 Hz festgestellt werden. Das dargestellte Spektrum im Messbericht zeigt aber auch einen deutlich kleineren Hochpunkt eines Sensors bei rund 15,2 Hz. Dieses Maximum wurde nicht erwähnt und ausgewertet. Das dargestellte Spektrum weist damit einen ähnlichen Verlauf auf, als jenes bei einer alleinigen Anregung von Tragwerk 1. Die Darstellungen der Ausschwingvorgänge zeigen auch deutlich höhere Amplituden des Tragwerks, auf dem der Sandballabwurf durchgeführt wurde. Dies würde auch eine Erklärung für den kleinen Hochpunkt im Spektrum des Messberichts von Tragwerk 2 sein. Es wird somit davon ausgegangen, dass nur die Sandsackabwürfe auf Tragwerk 1 ausgewertet wurden.

Im Fall der zweiten Messung des Tragwerks, wurde durch einen Shaker nur Tragwerk 2 ange-regt. Es wurde dabei eine Eigenfrequenz des Tragwerks bei 14,9 Hz festgestellt. Vergleicht man

dies mit der Auswertung aus Kapitel 4.3.5 bei dem ebenfalls nur Tragwerk 2 angeregt wurde, kann hier von einer guten Übereinstimmung gesprochen werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass in beiden Messungen jeweils nur ein Tragwerk angeregt und nur eine der ersten zwei Eigenfrequenzen analysiert wurde. Es zeigt sich, dass bei einer dynamischen Messung dieser Brücke beide Tragwerke angeregt werden sollten.

5. Rückrechnung der Messauswertung

Im letzten Teil dieser Diplomarbeit sollen für das Tragwerk Radfeld 2 Parameter für das FE – Modell gesucht werden, mit denen die Messergebnisse bestmöglich abgebildet werden. Es sollen somit die Modellparameter validiert werden.

Für diese Rückrechnung stehen einerseits die ausgewerteten Eigenfrequenzen, andererseits auch die ermittelten Eigenform zur Verfügung. Die folgenden Eigenschaften sind somit relevant:

- Eigenfrequenzen
 - * 1. Eigenfrequenz 13,3 Hz
 - * 2. Eigenfrequenz 15,2 Hz
 - * 3. Eigenfrequenz 21,5 Hz
 - * 4. Eigenfrequenz 24,8 Hz
- Eigenformen
 - * 1. Eigenform: Platten schwingen in Phase, Platte 1 mit höherem Schwingweg
 - * 2. Eigenform: Platten schwingen 180° phasenverschoben, Platte 2 mit höherem Schwingweg
 - * 3. Eigenform: Torsionsschwingung der Platten, Ränder an Schotterfuge schwingen in Phase
 - * 4. Eigenform: Torsionsschwingung der Platten, Ränder schwingen 180° phasenverschoben

5.1. Normative Vorgaben

Im *Regelwerk 08.01.04 Dynamisch Berechnungen von Eisenbahnbrücken* [2] werden einige Vorgaben für die Berechnung von Eisenbahnbrücken aufgezählt.

Modellierung allgemein

Das Regelwerk fordert eine maximale FE – Netzgröße von 1/10 der Feldlänge. Diese Forderung wurde bereits bei der Erstellung der FE – Modells für die Sensitivitätsstudie eingehalten.

Lagerungsbedingungen

Es wird eine realistische Modellierung der Lagerungsbedingungen gefordert. Diese Forderung bezieht sich auf die Nachgiebigkeit in vertikaler und horizontaler Richtung. Diese Forderung wird aufgrund der Modellierung der Linienlager mit den errechneten Nachgiebigkeiten als erfüllt angesehen. Es wird auch gefordert eine korrekte Exzentrizität der Lagerfederung an den Überbauquerschnitt nachzubilden. Es kommt demnach bei Biegeschwingungen zu einer Massenaktivierung in Längsrichtung. Durch die Exzentrizität der Plattenquerschnitte wurde auch diese Forderung im FE – Modell bereits erfüllt.

Massenbelegung

Wie bereits in der Sensitivitätsstudie festgestellt, hängen das Ergebnis der Eigenfrequenz und die Wahl der Massenbelegung sehr stark zusammen. Das Regelwerk fordert eine korrekte Aufteilung der Massenbelegung auf die Strukturen des Tragsystems. Diese Forderung wurde durch die Belegung mit kontinuierlichen Linienlasten im Stabmodell und den Flächenlasten im Flächenmodell entsprochen. Hinsichtlich der Masse des Schotterbetts wird für die Dichte des Gleisschotter ein Wert von 2000 kg/m³ angegeben.

5.2. FE – Stabmodell

In Kapitel 3.4.2 wurde im Zuge der Sensitivitätsstudie bereits ein Stabmodell untersucht. Es konnten dabei eine Übereinstimmung der ersten Eigenfrequenz des Stabmodells mit der ersten Eigenfrequenz des Flächenmodells gezeigt werden. Dem Regelwerk der ÖBB [2] ist zu entnehmen, dass

bei Tragwerken mit kleinen Stützweiten aufgrund des Längen/Breitenverhältnisses eine Verwendung von Stabmodellen im Regelfall inadäquat ist. Es wird eine Stützweite von mindestens 20 m für eine Berechnung mit Stabmodellen angegeben. Es werden in diesem Kapitel trotzdem Parameter für ein Stabmodell gesucht, mit denen die Messergebnisse der ersten Eigenfrequenz bestmöglich abgebildet werden können.

Für das Stabmodell wird ein 1 m breiter und 16 cm hoher Balken modelliert. Für eine erste Annahme wird die Schotterdichte mit der normativ vorgeschlagenen Dichte von $\rho_{\text{Sch}}=2000 \text{ kg/m}^3$ angenommen. Die Lagerparameter werden für einen Schubmodul des Elastomers mit $G=4,2 \text{ N/mm}^2$ angesetzt. Der Einfluss der Schiene wird vereinfacht über eine Summe der Einzelträgheitsmomente angenommen. Die Parameter des Stabmodells ergeben sich wie folgt:

Tab. 42: Modellparameter des Stabmodells

Stab	
I_{Stab}	35651 cm ⁴
$e_{z,\text{Stab}}$	8 cm
$m_{\text{Stab,Schotter}}$	1087 kg/m
Lager	
$K_{u,x}$	$2,5 \times 10^4 \text{ N/mm}$
$K_{u,z}$	$3,5 \times 10^5 \text{ N/mm}$
$K_{\varphi,x}$	$3,15 \times 10^5 \text{ Nm/rad}$

Die berechnete erste Eigenfrequenz des Stabmodells beträgt dabei $f_1=13,52 \text{ Hz}$. Es kann somit die erste Eigenfrequenz der Messung mit einer Abweichung von 1,5% gut abgebildet werden.

In dieser Berechnung wird jedoch eine Schubverbindung zwischen Schiene und Tragwerk vernachlässigt. Es werden auch die Versteifungen der Lager durch den Kontakt der Dorne vernachlässigt. Nachdem die Richtlinie jedoch diese Berechnungsmethode als unzureichend einstuft, wird auf die weitere Modellierung im Stabmodell nicht eingegangen.

5.3. FE – Flächenmodell

Flächenmodelle mit FE sind aufgrund der besser abbildbaren Mechanismen von Kombinationen aus Längen/Breitenverhältnissen, Biege- und Torsionswirkung und der Kopplung von Tragwerksplatten den Stabmodellen vorzuziehen [2]. Es stellen sich dabei jedoch die Probleme der komplexen Modellierung und der Parameterwahl. In der Sensitivitätsstudie werden die Auswirkungen der Modellierungselemente gezeigt. Diese Elemente sollen in diesem Kapitel so gewählt werden, dass die Eigenfrequenzen und die Eigenformen der Brückenmessung abgebildet werden können.

Schotterdichte

Die Auswertungen der Sensitivitätsstudie ergaben, dass die Wahl der Schotterdichte, in dem für Bahnschotter relevanten Bereich, einen nahezu linearen und relativ großen Einfluss auf die Eigenfrequenz hat. Am Institut für Tragkonstruktionen Forschungsbereich Stahlbau, konnte einen Schätzwert für das Verhältnis von Rohdichte und Dichte unmittelbar nach dem Einbau von Bahnschotter ermittelt werden. Dieser Wert beträgt 0,54. Zieht man diesen Wert für die Parameterbestimmung heran, beträgt die Schotterdichte im verdichteten Zustand in Radfeld:

$$\rho_{\text{Schotter}} = \rho_{\text{Diabas}} \cdot 0,54 = 2930 \cdot 0,54 \cong 1582 \text{ kg/m}^3$$

Dieser Wert der Schotterdichte entspricht einer Massenbelegung der Tragwerksplatten von $m=895 \text{ kg/m}^2$. Die Dichte des Schotters mit diesem Verhältniswert liegt jedoch deutlich unter dem normativ vorgeschlagenen Wert von $\rho_{\text{Sch}}=2000 \text{ kg/m}^3$. Da das Tragwerk in einem geraden

Gleisabschnitts liegt und somit keine Gleisüberhöhungen vorhanden sind wird davon ausgegangen, dass auf beiden Tragwerksplatten gleiche Schotterhöhen vorherrschen.

Für die erste Testberechnung wird das mechanische Modell 8 herangezogen. Darin werden an beiden Linienlagern alle Lagersteifigkeiten sowie die Plattenexzentrizität angesetzt. Die Modellparameter sind in Tab. 43 zusammengefasst.

Tab. 43: Modellparameter der ersten Testberechnung im Flächenmodell

Schotterdichte	$\rho_{\text{Schotter}}=1582 \text{ kg/m}^3$
Plattenexzentrizität	$e=8 \text{ cm}$
Elastomerschubmodul	$G=4,2 \text{ N/mm}^2$
Schotterkopplung	$k_{\text{schotter}}=2220 \text{ kN/m}^2$
Randbalkenkopplung	$k_{\text{RB}}=2220 \text{ kN/m}^2$

Die Ergebnisse der ersten Testberechnung sind in Tab. 44 dargestellt. Vergleicht man diese Ergebnisse mit denen der Messauswertung, können folgende Schlüsse gezogen werden. Die erste und dritte Eigenfrequenz wird zu hoch berechnet, während die zweite und vierte Eigenfrequenz zu niedrig berechnet werden. Des Weiteren sind die Eigenformen aufgrund der symmetrischen Modellbildung auch symmetrisch.

Tab. 44: Eigenfrequenzen nach erster Testberechnung TB1

	Messergebnisse	TB 1.1		TB 1.2 $\rho_{\text{Schotter}}=2000 \text{ kg/m}^3$	
		EF 1	13,3	14,12	6,2%
EF 2	15,2	14,63	-3,8%	14,02	-7,8%
EF 3	21,5	24,28	12,9%	23,26	8,2%
EF 4	24,8	24,48	-1,3%	23,46	-5,4%

In TB 1.2 wird die Massenbelegung mit einer Schotterdichte von $\rho_{\text{Schotter}}=2000 \text{ kg/m}^3$ durchgeführt. Es zeigt sich, dass das Ergebnis der ersten Eigenfrequenz vergleichbar mit dem Messergebnis ist. Aufgrund des Einflusses der höheren Masse auf alle Eigenfrequenzen werden die Abweichungen der zweiten und vierten Eigenfrequenz höher.

Asymmetrische Schwingform

Die Messauswertung zeigt, dass die Bewegungsamplituden der Tragwerke in den Eigenschwingungen stark abweichen. Die Tragwerke besitzen somit unterschiedliche Gesamtsteifigkeiten. Aufgrund der höheren Amplituden in der ersten Eigenschwingung von Tragwerk 1, besitzt dieses Tragwerk die geringere Gesamtsteifigkeit. Diese Steifigkeitsdifferenz wird vor allem der vertikalen Auflagersteifigkeit zugeordnet. Diese zeigt in der Sensitivitätsstudie die größte Auswirkung auf die erste Eigenfrequenz in den unterschiedlichen mechanischen Modellierungen.

Die Analyse der Eigenformen zeigt, dass das Tragwerk mit den geringeren Amplituden in einer Kombination aus Biege- und Torsionsbewegung schwingt. Es zeigt sich auch, dass die Verdrehung dieser Platte zur zweiten Platte gerichtet ist. Betrachtet man die erste Eigenform aus Abbildung 4.64 mit den höheren Bewegungen von Platte 1, ist die Amplitude am Außenrand von Platte 2 die geringste des Plattenquerschnitts. Im Fall der zweiten Eigenform ist die Amplitude des Außenrands von Platte 1 jedoch die höchste des Plattenquerschnitts. Es wird daraus geschlossen, dass die Kopplung zum Randbalken an Platte 1 niedriger ist als die von Platte 2. Am Tragwerk in Randfeld ist auch Randbalken 2 jener mit der darauf montierten Lärmschutzwand. Es kann somit von einer höheren Steifigkeit dieses Randbalkens ausgegangen werden. Dies spricht auch für eine stärkere Kopplung im Fall gleicher Randbalkensteifigkeiten.

Die Steifigkeit der Schotterkopplung beeinflusst die Differenz der Eigenfrequenzen. Je steifer die Schotterkopplung modelliert wird, desto mehr steigen die Frequenzen an. Dieser Modellparameter beeinflusst auch die Verdrehung der Platten. Es zeigt sich in den Simulationen, dass bei einer zu geringen Koppelsteifigkeit der innere Plattenrand die größten Bewegungsamplituden erfährt. Wird die Kopplungssteifigkeit zu hoch gewählt, kommt es zu überschätzten Eigenfrequenzen. Es zeigt sich, dass vor allem die zweite Eigenform ein Indikator für die Wahl der Kopplungssteifigkeit ist. Die Steifigkeit wird demnach an die Verdrehung der Platte angepasst.

Die korrekte Exzentrizität des Tragwerks zur horizontalen Auflagerfeder wird auch im Regelwerk für dynamische Berechnungen hervorgehoben. Für diese Parametervalidierung wird die Drehachse des Lagers an der Elastomer-Oberkante angenommen. Die Exzentrizität der Tragwerksplatten wird somit mit 8 cm angenommen. Die angesetzten Parameter sind in Tab. 45 aufgelistet.

Tab. 45: Modellparameter von TB 2 im Flächenmodell

Platte			
Plattendicke		16 cm	
Material		S275 NL	
Exzentrizität		8 cm	
Koppelfugen			
k_{sch}		5000 kN/m ²	
k_{RB1}		2200 kN/m ²	
k_{RB2}		8800 kN/m ²	
Lagerung Platte 1			
Widerlager Innsbruck		Widerlager Kufstein	
$k_{u,y}$	500 N/mm ²	$k_{u,y}$	25,2 N/mm ²
$k_{u,z}$	300 N/mm ²	$k_{u,z}$	300 N/mm ²
$k_{\phi,x}$	5,95 x 10 ⁵ Nmm/mm rad	$k_{\phi,x}$	3,15 x 10 ⁵ Nmm/mm rad
Lagerung Platte 2			
Widerlager Innsbruck		Widerlager Kufstein	
$k_{u,y}$	700 N/mm ²	$k_{u,y}$	25,2 N/mm ²
$k_{u,z}$	350 N/mm ²	$k_{u,z}$	350 N/mm ²
$k_{\phi,x}$	6,95 x 10 ⁵ Nmm/mm rad	$k_{\phi,x}$	3,15 x 10 ⁵ Nmm/mm rad
Schotterdichte			
$\rho_{Schotter}$		2000 kg/m ³	

Wie bereits in Kapitel 3.2.3 vorgestellt, führte Rauert in [17] Versuche zur Kopplungssteifigkeit von überschotterten Tragwerksfugen durch. Dabei kam er zu einer quasi-statischen Steifigkeit von 4350 kN/m³. Dies ergibt für eine, wie in Radfeld vorherrschende Schotterdicke von 51 cm eine Steifigkeit der Kopplung von 2200 kN/m². Rauert erläuterte, dass es sich bei diesem Steifigkeitswert um einen unteren Grenzwert handelt. Wird mit einer geringen Kraft ein derartiges Tragwerk angeregt, kann es zu höheren Steifigkeiten kommen. Somit stellt dieser angesetzte Wert für k_{sch} einen realistischen Wert dar.

Bei der Wahl der Lagerparameter wird bei Platte 1 weniger Vertikalsteifigkeit angesetzt. Am Widerlager Innsbruck wird für die Horizontal- und Drehsteifigkeit von einem Kontakt mit einem Lagerdorn ausgegangen.

Mit diesen Parametern können in der Berechnung zufriedenstellende Ergebnisse der Eigenfrequenzen und Eigenformen erreicht werden. Die Werte der Eigenfrequenzen und die Abweichungen zu den Messergebnissen sind in Tab. 46 gezeigt.

Tab. 46: Eigenfrequenzen TB 2

	Mess- ergebnisse	TB 2	
EF 1	13,3	13,63	2,5%
EF 2	15,2	14,91	-2,1%
EF 3	21,5	22,80	6,0%
EF 4	24,8	24,98	0,7%

Die Eigenformen der Simulationen in Abbildung 5.1.1. und Abbildung 5.1.2. zeigen gute Übereinstimmungen mit den Eigenformen der Messergebnisse.

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 1 - 13.628 Hz

In X-Richtung

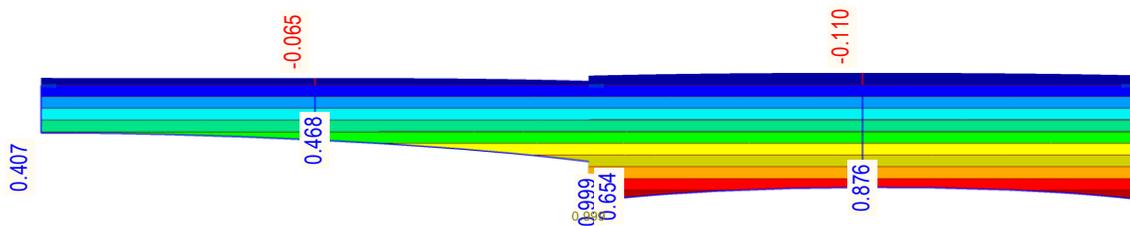


Abbildung 5.1.1.: Querschnitt erste Eigenform

RF-DYNAM Pro
Eigenschwingung u-Z
Eigenform Nr. 2 - 14.913 Hz

In X-Richtung

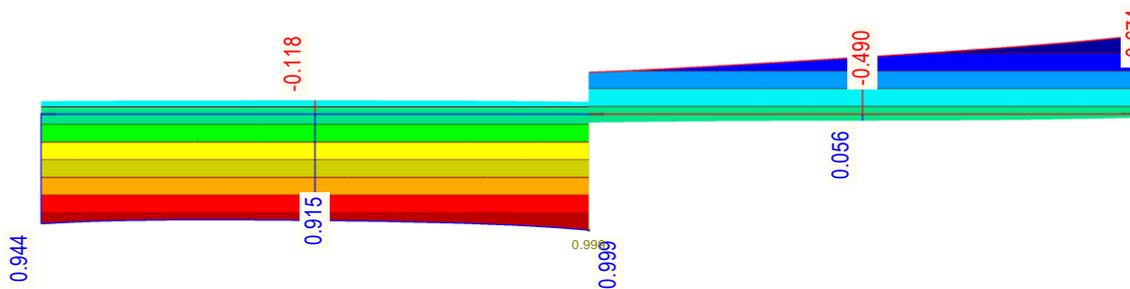


Abbildung 5.1.2.: Querschnitt zweite Eigenform

5.4. Fazit der Parametervalidierung

In diesem Kapitel werden Parameter für die Berechnungen von Stabmodelle und Flächenmodelle gesucht, um eine gute Abbildung der Messauswertung zu schaffen. Es können für beide Berechnungsmodelle Modellierungsvarianten gefunden werden.

Stabmodell

Im Stabmodell wird die erste Eigenfrequenz berechnet. Eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen kann dabei erreicht werden. In diesem Modell werden die Auflagersteifigkeiten

ohne eine Interaktion mit den Widerlagern berechnet. Ein Einfluss der Schienensteifigkeit wird dabei durch eine Addition der Trägheitsmomente von Balken und Schiene erreicht.

Flächenmodell

Die Validierung der Modellparameter im Flächenmodell gestaltete sich aufgrund der komplexen Kombinationen der Parameter schwieriger als im Stabmodell. Aufgrund der asymmetrischen Schwingform werden die Steifigkeiten der Tragwerke unterschiedlich gewählt. Die Wahl der Kopplungssteifigkeiten erfolgte vorwiegend über die Beurteilung der Eigenformen.

Aufgrund der deutlichen Differenz zwischen erster und zweiter Eigenfrequenz wird von einer steiferen Lagerung von Tragwerksplatte 2 ausgegangen. Für die Wahl der Horizontal- und Drehsteifigkeit wird von einem Kontakt der Platten mit den Festhaldedornen an einem Widerlager ausgegangen.

Es zeigt sich, dass durch eine unterschiedliche Kopplungssteifigkeit der Randbalken sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. Dieser Unterschied kann unter anderem durch unterschiedliche Steifigkeiten der Randbalken selbst oder an unterschiedlichen Ausführungen des Anschlusses vom Randbalken an die Platte entstehen. Es wird dabei die Abdichtungsbahn von der Platte an den Randbalken hochgeführt. Wird dabei bei der Ausführung eine Seite straffer hochgeführt, stellt dies schon einen steiferen Anschluss dar.

6. Fazit

Durch die, am Anfang dieser Arbeit durchgeführte dynamische Analyse der Modellparameter, können bereits einige aufschlussreiche Erkenntnisse für die weiteren Kapitel gewonnen werden. Grundlage für das bessere Verständnis der Ergebnisse wird dabei im ersten Kapitel geschaffen.

Während bei der Modellierung des Tragwerks Radfeld, durch ein Stabmodell die erste Eigenfrequenz als Biegeschwingung identifiziert werden kann, zeigt sich durch die Modellbildung als Plattenmodell die Komplexität der Dynamik dieses Systems. Die ersten zwei Eigenschwingungen stellen dabei Biegeschwingungen dar. Die dritte und vierte Eigenschwingung werden als Torsionsschwingungen der Tragwerksplatten identifiziert.

Die dynamische Analyse zeigt, dass die Längsfuge in Verbindung mit einer Plattenexzentrizität und einer einseitigen horizontalen Lagerversteifung, unter anderem einen hohen Einfluss auf Schwingfrequenz und Schwingform hat. Vor allem die Schubsteifigkeit in Längsrichtung der Fuge ist hier als entscheidender Faktor zu nennen. Rauert modellierte im Zuge seiner Dissertation eine WIB-Brücke, bei der ähnlich wie beim Tragwerk Radfeld, eine Tragwerksfuge überschottet wurde [17]. Soweit dies aus seiner schriftlichen Ausführung zu seiner Modellierung hervor geht, besitzt seine Kopplung nur einen vertikalen Charakter. Längsschubkräfte in der Schotterfuge hatten in seiner Arbeit keine Bedeutung. In der Parametervalidierung wird für die Längssteifigkeit der Fuge der Wert der Vertikalsteifigkeit angesetzt. Es zeigt sich, dass durch den Ansatz einer doppelt so hohen Steifigkeit wie von Rauert vorgeschlagen, gute Ergebnisse erzielt werden können.

Die Kopplung der Randbalken zeigt in der Sensitivitätsstudie kleine Auswirkungen auf die Eigenfrequenzen. Es zeigt sich jedoch bei der Nachberechnung, dass die Messergebnisse bestmöglich mit unterschiedlichen Kopplungssteifigkeiten der Randbalken berechnet werden können. Aufgrund der hohen Biegesteifigkeit der Randbalken stellen diese einen hohen Beitrag zur Gesamtsteifigkeit der Platten dar. Es können somit durch die unterschiedlichen Kopplungen auf die Differenz der Eigenfrequenzen Einfluss genommen werden. Die Wahl der Steifigkeiten selbst wird dabei durch Anpassung der Eigenform getroffen.

Die Messergebnisse zeigen, dass die erste und zweite Eigenfrequenz durch ein separates Anregen beider Tragwerksplatten durch einen Schwingungserreger identifiziert werden können. Es kommt dabei zu Kombinationen aus Biege- und Torsionsschwingungen. Die ermittelten Dämpfungen der Tragwerke weichen deutlich voneinander ab. Insgesamt liegt die Dämpfung des Tragwerks deutlich über dem normativ vorgeschlagenen Wert. Es kommt somit bei dynamisch simulierten Zugüberfahrten zu überschätzten Tragwerksbeschleunigungen. Die Diskrepanz der vorliegenden Messberichte entstand aufgrund von unterschiedlich gemessenen Tragwerksplatten.

Durch die Kombination aus Sensitivitätsstudie, Messauswertung und Parametervalidierung können Modellparameter für das Tragwerk Radfeld 2 gefunden werden. Die Berechnung der ersten vier Eigenfrequenzen und Eigenformen brachte dabei eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen.

7. Literaturverzeichnis

- [1] *ÖNORM EN 1991-2:2003 Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken.* Norm
- [2] ÖBB-Infra AG, *RW 08.01.04 Dynamische Berechnung von Eisenbahnbrücken, Regelwerk* 2011.
- [3] M. Vospernig, „Dynamische Messungen, Zugüberfahren und Systemidentifikation Tragwerk Radfeld 2,“ Messbericht 2017.
- [4] D. Doppler und T. Mack, „Brückensonderprüfung,“ Messbericht. Schimetta ZT GmbH, 2016.
- [5] C. Bucher, *Mechanik für IngenieurInnen*, Buch. Wien, 2015.
- [6] R. Clough und J. Penzien, *Dynamics of Structures*, Buch. Berkley, 1993.
- [7] H. Kramer, *Angewandte Baudynamik*, Buch. 2007.
- [8] G. Merzinger und T. Wirth, *Repetitorium Höherer Mathematik*, Buch. Hannover, 2010.
- [9] C. Petersen und H. Werkle, *Dynamik der Baukonstruktionen*, Buch. Wiesbaden: Springer Verlag, 2017.
- [10] M. Reiterer, Auszug aus dem Manuskript "Dynamik und Messtechnik der Tragsysteme", Manuskript.
- [11] V. Matthews, *Bahnbau*, Buch. Vieweg + Teubner Verlag, 2011.
- [12] H. Kitzbühel, „Webseite des Hartsteinwerk Kitzbühel Leistungserklärung Bahnschotter,“ [Online]. Available: <https://www.hwk.at/media/le-1100-02-16-k-i-32-63.pdf>. Lieferbedingungen [Zugriff am 8 Oktober 2019].
- [13] H. Kitzbühel, „Webseite des Hartsteinwerk Kitzbühel Preisliste 2019,“ [Online]. Available: <https://www.hwk.at/media/hwk-preisliste-2019-neu-08-2019.pdf>. Preisliste [Zugriff am 8 Oktober 2019].
- [14] *ÖNORM EN 1337-3:2005 Lager im Bauwesen - Teil 3: Elastomerlager, Norm.* 2005.
- [15] Getzner, „Getzner Elastomere,“ [Online]. Available: <https://www.getzner.com/media/998/download/Data%20Sheet%20Sylodyn%20HRB%20HS%206000%20DE.pdf?v=10>. Produktdatenblatt [Zugriff am 8 Oktober 2019].
- [16] Krapfenbauer, *Bautabellen*, Buch Wien: Jung & Volk, 2008.
- [17] T. Rauert, „Zum Einfluss baulicher Randbedingungen auf das dynamische Verhalten von WIB-Eisenbahnbrücken,“ Dissertation. 2011.
- [18] G. Brandstetter, „Analyse einfacher Tragwerksmodelle zur dynamischen Berechnung von Eisenbahnbrücken mit Schwerpunkt Schotteroberbau,“ Dissertation. TU Wien, 2018.
- [19] S. Hofmann, „Numerische Intregation von Beschleunigungssignalen,“ Institutsmitteilung 2013.

8. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1: Einmassenschwinger	14
Abbildung 2.2: Einfeldbalken und seine Schwingform.....	15
Abbildung 2.3: gekoppelter Zweimassenschwinger.....	16
Abbildung 2.4: Kräfte im ZMS-System im ausgelenkten Zustand.....	16
Abbildung 2.5: Zeitbereichsdarstellung einer Schwingung.....	17
Abbildung 2.6: Vergleich komplexer Darstellung mit Zeitverlaufsdarstellung einer Schwingung.....	18
Abbildung 2.7: Frequenzbereichsdarstellung einer Schwingung	19
Abbildung 2.8: Ausschwingvorgang eines EMS.....	21
Abbildung 2.9: Vergrößerungsfunktion.....	22
Abbildung 2.10: Phasenverschiebung in Abhängigkeit des Frequenzverhältnisses von Erreger- zu Eigenkreisfrequenz.....	23
Abbildung 2.11: Ausschwingvorgang zur Bestimmung der Dämpfung ζ	24
Abbildung 2.12: Resonanzkurve eines EMS zur Feststellung der Dämpfung ζ	25
Abbildung 2.13: Skizze eines ZMS für die dynamische Simulation.....	26
Abbildung 2.14: Simulation des symmetrischen Systems (Kombination 1).....	28
Abbildung 2.15: Simulation mit doppelter Masse 1 (Kombination 2).....	29
Abbildung 2.16: Simulation mit doppelter Federsteifigkeit k_2 (Kombination 3)	30
Abbildung 2.17: Simulation mit veränderten Massen und konstanter Gesamtmasse – Kombination 4	30
Abbildung 2.18: Simulation mit Veränderung beider Steifigkeiten – Kombination 5	31
Abbildung 2.19: Simulation mit doppelter Kopplungssteifigkeit – Kombination 6	32
Abbildung 3.1: Grundriss Tragwerk Radfeld 2 [Quelle: Tragwerksplan ÖBB].....	34
Abbildung 3.2: Widerlagerdetail [Quelle: Tragwerksplan ÖBB].....	34
Abbildung 3.3: UIC60 Schienenprofil [siehe Datenblatt im Anhang].....	35
Abbildung 3.4: Blick auf den Gleisrost	36
Abbildung 3.5: Randbalken mit anschließendem Tragwerk [Tragwerksplan ÖBB].....	37
Abbildung 3.6: Modellierung Linienlager	39
Abbildung 3.7: Modellbildung Elastomer auf Vergussbeton	40
Abbildung 3.8: Bewegung der Tragwerksplatte und Berührungspunkte der Dorne.....	41
Abbildung 3.9: Versuchsauswertung des langen Dorns	42
Abbildung 3.10: Versuchsauswertung des kurzen Dorns	43
Abbildung 3.11: Geometrie zur Umrechnung der Wegfeder in eine Drehfeder.....	43
Abbildung 3.12: Modellbildung der Schotterkopplung.....	45
Abbildung 3.13.: Mechanische Modellbildung – Modell 1.....	45
Abbildung 3.14.: Mechanische Modellbildung – Modell 2.....	46
Abbildung 3.15.: Variation der Plattenexzentrizität für Modell 2.....	46
Abbildung 3.16.: Mechanische Modellbildung – Modell 3.....	46
Abbildung 3.17.: Mechanische Modellbildung – Modell 4.....	47
Abbildung 3.18.: Mechanische Modellbildung – Modell 5.....	47
Abbildung 3.19.: Mechanische Modellbildung – Modell 6.....	47
Abbildung 3.20.: Mechanische Modellbildung – Modell 7.....	47
Abbildung 3.21.: Mechanische Modellbildung – Modell 8.....	47
Abbildung 3.22.: Balkenmodell: Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Schotterdichte.....	49
Abbildung 3.23.: Balkenmodell in Variante 8 in <i>RFEM</i>	50
Abbildung 3.24: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen mechanischen Modellen im Stabmodell	51
Abbildung 3.25.: Eigenformen des Balkenmodells	53
Abbildung 3.26.: Flächenmodell mit Linienlager in <i>RFEM</i>	53
Abbildung 3.27.: Erste Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Schotterdichte für verschiedene Berechnungsmethoden.....	54
Abbildung 3.28.1.: Eigenform 1 – Modell mit Plattenkopplung	55
Abbildung 3.28.2.: Eigenform 2 – Modell mit Plattenkopplung	55
Abbildung 3.28.3.: Eigenform 3 – Modell mit Plattenkopplung	55
Abbildung 3.28.4.: Eigenform 4 – Modell mit Plattenkopplung	55
Abbildung 3.29.1.: Eigenform 1 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „ ∞ “	58

Abbildung 3.29.2.: Eigenform 2 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“	58
Abbildung 3.29.3.: Eigenform 3 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“	58
Abbildung 3.29.4.: Eigenform 4 – Modell mit Kopplungssteifigkeit „∞“	58
Abbildung 3.30.: Variation der Kopplungssteifigkeit bei Schotterwichte 1750 kg/m ³	59
Abbildung 3.31.: Variation der Schotterdichte bei Kopplungssteifigkeit 2220 kN/m ²	60
Abbildung 3.32.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlicher Lagermodellierung	61
Abbildung 3.33.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen mechanischer Modellierung.....	61
Abbildung 3.34.: Eigenfrequenzen im Flächenmodell mit unterschiedlicher Steifigkeit der Randbalkenkopplung.....	63
Abbildung 3.35.1: Erste Eigenform vom Modell mit unterschiedlichen Randbalkenkopplungen	64
Abbildung 3.35.2: Zweite Eigenform vom Modell mit unterschiedlichen Randbalkenkopplungen.....	64
Abbildung 3.36.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen Lagernachgiebigkeit in Modell 7 und Modell 8.....	65
Abbildung 3.37.: FE – Modell mit Schienen	66
Abbildung 3.38.: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen Lagerversteifungen aufgrund der Festhaltedorne.....	69
Abbildung 3.39.: Erste Eigenform bei unterschiedlichem Schubmodul des Elastomers (Modell 8.5) .	70
Abbildung 3.40.: Zweite Eigenform bei unterschiedlichem Schubmodul des Elastomers (Modell 8.5)	70
Abbildung 3.41.: Erste Eigenform bei einer Lagerhohlage (Modell 8.6).....	70
Abbildung 3.42.: Zweite Eigenform bei einer Lagerhohlage (Modell 8.6).....	71
Abbildung 3.43.1: Erste Eigenform Modell 8.7.....	72
Abbildung 3.43.2: Zweite Eigenform Modell 8.7	72
Abbildung 3.43.3: Dritte Eigenform Modell 8.7	72
Abbildung 3.43.4: Vierte Eigenform Modell 8.7.....	72
Abbildung 3.44.: Eigenfrequenzen aufgrund unterschiedlicher Stahlplattendicken.....	74
Abbildung 4.1.: Übersicht der Sensoranordnung [A. Lechner, AIT]	79
Abbildung 4.2.: Schnitt 1.....	80
Abbildung 4.3.: Schnitt 2.....	80
Abbildung 4.4.: Schnitt 3.....	80
Abbildung 4.5.: Longstroke Shaker APS 400.....	81
Abbildung 4.6.: Prinzip Longstrokeshaker	81
Abbildung 4.7.: Shakeraufstellungen [A. Lechner, AIT].....	82
Abbildung 4.8.: Flussdiagramm der Messdatenbearbeitung für die numerische Integration	84
Abbildung 4.9.: Ausschwingvorgang nach einem Sandabwurf auf Tragwerk 1	86
Abbildung 4.10.: Ausschwingvorgang nach einem Sandabwurf auf Tragwerk 2	87
Abbildung 4.11.: Frequenzverlauf der Sensoren der Mittelachse von Messung 1	88
Abbildung 4.12.: Frequenzverlauf der Sensoren am Widerlagern in Messung 1	88
Abbildung 4.13.: Frequenzverlauf der Shakervorrichtungen in Messung 1.....	89
Abbildung 4.14.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 1	89
Abbildung 4.15.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 1	90
Abbildung 4.16.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 1	90
Abbildung 4.17.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz in Messung 1	91
Abbildung 4.18.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz in Messung 1	91
Abbildung 4.19.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,3 Hz in Messung 1	92
Abbildung 4.20.: Frequenzverlauf der Sensoren in der Mittelachse bei Messung 2	93
Abbildung 4.21.: Frequenzverlauf der Sensoren am Widerlager bei Messung 2	94
Abbildung 4.22.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 2	94

Abbildung 4.23.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 2	95
Abbildung 4.24.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 2	95
Abbildung 4.25.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 2	96
Abbildung 4.26.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 2	96
Abbildung 4.27.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 2	97
Abbildung 4.28.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 3	98
Abbildung 4.29.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen von Messung 3	98
Abbildung 4.30.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 3	99
Abbildung 4.31.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 3	99
Abbildung 4.32.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,3 Hz in Messung 3	100
Abbildung 4.33.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 3	100
Abbildung 4.34.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 3	101
Abbildung 4.35.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,1 Hz in Messung 3	101
Abbildung 4.36.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 4	102
Abbildung 4.37.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen von Messung 4	103
Abbildung 4.38.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,5 Hz in Messung 4	103
Abbildung 4.39.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,5 Hz in Messung 4	104
Abbildung 4.40.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,5 Hz in Messung 4	104
Abbildung 4.41.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 4	105
Abbildung 4.42.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 4	106
Abbildung 4.43.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 4	106
Abbildung 4.44.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 5	107
Abbildung 4.45.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen in Messung 5	108
Abbildung 4.46.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 13,2 Hz in Messung 5	108
Abbildung 4.47.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 13,2 Hz in Messung 5	109
Abbildung 4.48.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 13,2 Hz in Messung 5	109
Abbildung 4.49.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 5	110
Abbildung 4.50.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 5	110
Abbildung 4.51.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 15,2 Hz in Messung 5	111
Abbildung 4.52.: Frequenzverlauf der Mittelachse von Messung 6	112
Abbildung 4.53.: Frequenzverlauf der Widerlagerbeschleunigungen von Messung 6	112
Abbildung 4.54.: Phasenverschiebung der Mittelachse in Messung 6	113

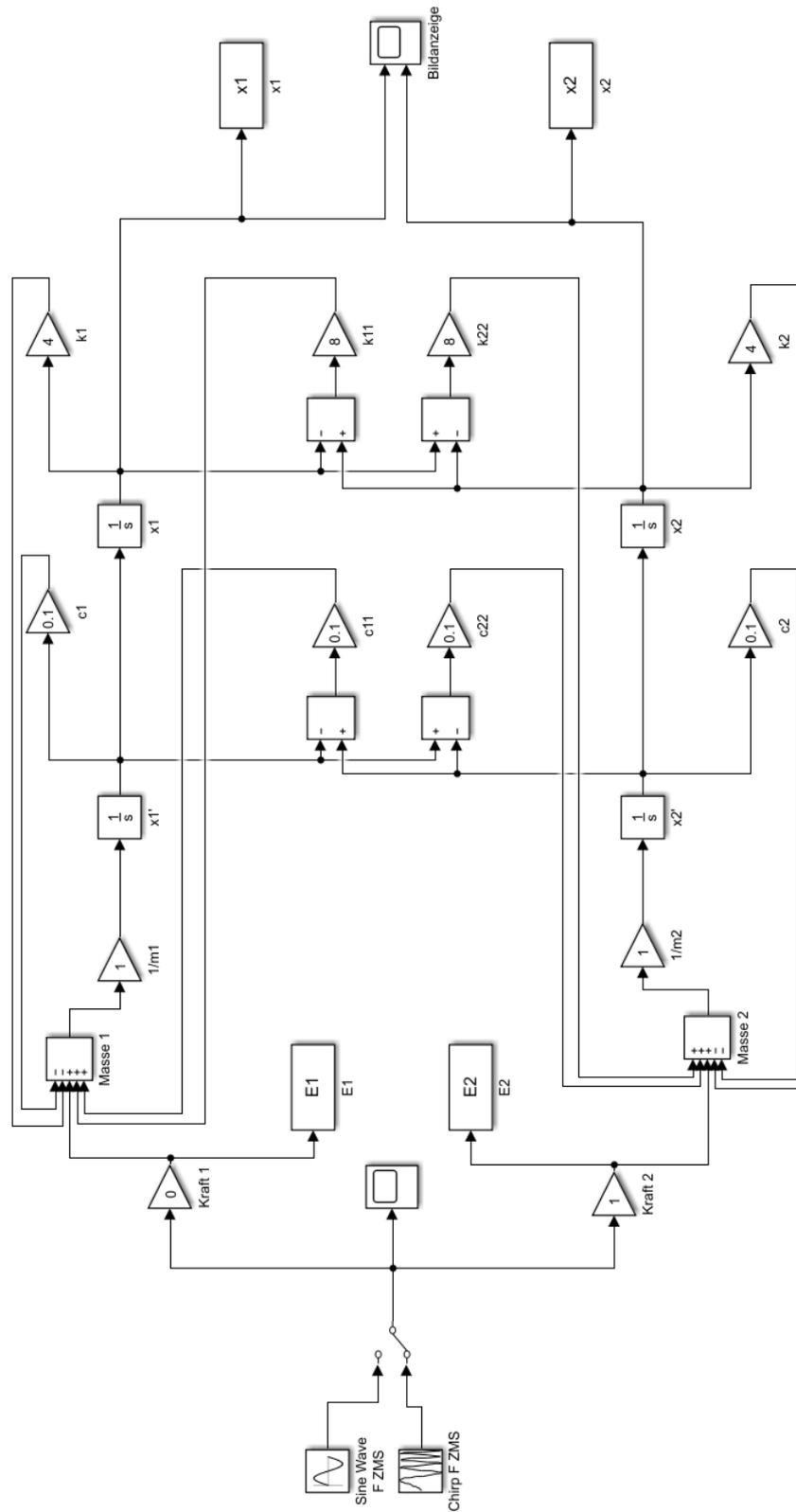
Abbildung 4.55.: Ungefilterte Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6	113
Abbildung 4.56.: Gefilterte Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6	114
Abbildung 4.57.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6	114
Abbildung 4.58.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 21,5 Hz in Messung 6	115
Abbildung 4.59.: Beschleunigungen der Tragwerksmitte und der Shakermassen im Zeitverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz in Messung 6	115
Abbildung 4.60.: Schwingformen in zwei Zeitpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz in Messung 6	116
Abbildung 4.61.: Schwingbewegung der Tragwerksränder und Verlauf der Relativbewegungen bei einer Anregungsfrequenz von 24,8 Hz in Messung 6	116
Abbildung 4.62.: Ermittelte Eigenfrequenzen durch die Messung des Tragwerks	118
Abbildung 4.63.: Ermittelte Dämpfungen der Tragwerke	118
Abbildung 4.64.: Ermittelte erste und zweite Eigenform	119
Abbildung 5.1.1.: Querschnitt erste Eigenform	125
Abbildung 5.1.2.: Querschnitt zweite Eigenform	125

9. Tabellenverzeichnis

Tab. 1: Parameter des Simulationsprogramms	27
Tab. 2: Ergebnisse der Simulation in Simulink.....	32
Tab. 3: Lastaufstellung der Brücke Radfeld.....	37
Tab. 4: Faktoren für die Berechnung von Verformungswiderstände der Elastomerstreifen.....	39
Tab. 5: Faktor für das Rückstellmoment [14].....	39
Tab. 6: Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung der Lagerwiderstände [14].....	40
Tab. 7: Lagersteifigkeiten in Abhängigkeit des Schubmoduls.....	41
Tab. 8: Mechanische Modelle.....	48
Tab. 9: Eigenfrequenz des Einfeldbalkens.....	49
Tab. 10: Lagersteifigkeiten für die Stabmodelle.....	50
Tab. 11: Eigenfrequenz der FE - Stabmodelle.....	50
Tab. 12: Eigenfrequenz mit Schienensteifigkeit	52
Tab. 13: Vergleich Einfeldbalken, Kragarmmodell, Flächenmodell.....	54
Tab. 14: Variation der Schotterkopplung der Tragwerksplatten.....	57
Tab. 15: Einfluss der mechanischen Modellierung auf die Eigenfrequenzen im Flächenmodell	60
Tab. 16: Eigenfrequenzen mit Randbalkenkopplung	62
Tab. 17: Eigenfrequenzen im Flächenmodell mit unterschiedlicher Randbalkenkopplung.....	63
Tab. 18: Variation des Schubmoduls im Modell 7.....	64
Tab. 19: Variation des Schubmoduls im Modell 8.....	65
Tab. 20: Widerstände der kontinuierlichen Schienenlagerung am Bahndamm pro Laufmeter Schiene [18].....	66
Tab. 21: Widerstände der kontinuierlichen Schienenlagerung am Tragwerk pro Laufmeter Schiene [18]	66
Tab. 22: Ergebnis der Berechnung mit Schienensteifigkeit	66
Tab. 23: Lagersteifigkeiten mit Berücksichtigung der Dorne.....	67
Tab. 24: Übersicht der Lagersteifigkeiten.....	68
Tab. 25: Knotensteifigkeit für den Einzeldorn	68
Tab. 26: Eigenfrequenzen mit Lagerversteifung.....	68
Tab. 27: Eigenfrequenzen mit Lagerveränderung	69
Tab. 28: Eigenfrequenzen mit verschiedenen Massen	71
Tab. 29: Eigenfrequenzen mit unterschiedlichen Plattendicken	73
Tab. 30: Tabellarische Übersicht der Sensitivitätsstudie	77
Tab. 31: Shaker Messprogramm Aufstellung 1	83
Tab. 32: Shaker Messprogramm Aufstellung 2.....	83
Tab. 33: Eigenfrequenzen und Dämpfung Sandballabwurf 1 – Tragwerk 1.....	86
Tab. 34: Eigenfrequenzen und Dämpfung Sandballabwurf 2 – Tragwerk 2.....	86
Tab. 35: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 1	87
Tab. 36: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 2	93
Tab. 37: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 3	97
Tab. 38: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 4.....	102
Tab. 39: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 5.....	107
Tab. 40: Eigenfrequenzen und Dämpfung Messung 6.....	111
Tab. 41: Mittelwerte der Eigenfrequenzen und Dämpfungen.....	117
Tab. 42: Modellparameter des Stabmodells	122
Tab. 43: Modellparameter der ersten Testberechnung im Flächenmodell.....	123
Tab. 44: Eigenfrequenzen nach erster Testberechnung TB1	123
Tab. 45: Modellparameter von TB 2 im Flächenmodell	124
Tab. 46: Eigenfrequenzen TB 2	125

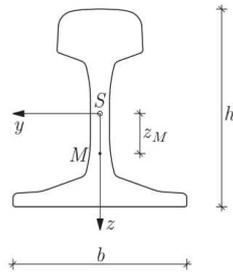
10. Anhang

10.1. Simulink Modell des Zweimassenschwinger



10.2. Datenblatt UIC 60 Schienenprofil

aus [Hac12, Abb. 2.6/ Tab. 2.3, S.11]



b	15,00	cm
h	17,20	cm
A	76,66	cm ²
I_y	3036,39	cm ⁴
A_y	65,41	cm ²
I_z	511,11	cm ⁴
A_z	32,46	cm ²
I_T	220,67	cm ⁴
z_S^u	8,11	cm
z_M	3,47	cm

10.3. Datenblatt Betonschwelle



PRODUKTDATENBLATT BETONSCHWELLE L2

Dok: PD3003KFTH

gültig ab: 30.09.2015
letzte Änd.: -
ÄndgsNr: 01

Ersatz für alle vorherigen Versionen

BETONSCHWELLE L2

Die Betonschwelle L2 wurde zusammen mit den ÖBB für Haupt- und Hochgeschwindigkeitsstrecken entwickelt. Es sind Maximalgeschwindigkeiten bis 250 km/h möglich. Die Schwelle ist für das Netz der ÖBB, der MÁV (HU) und der TCDD (TK) zugelassen.



WESENTLICHE MERKMALE

- ▶ Hohe Gleislagequalität
- ▶ Für Standardschienenbefestigungen
- ▶ Umweltfreundlich
- ▶ Frostbeständig
- ▶ 100% recyclingfähig
- ▶ Maximale Arbeitssicherheit durch Antirutschknoppen
- ▶ Hohe Lebensdauer
- ▶ Besohlung optional

Technische Daten	L2
Zulässige Achslast	25 t
Zulässige Geschwindigkeit	≤ 250 km/h
Spurweite	1437 mm
Schienenneigung	1:40
Schienenprofil	49E1, 54E2 und 60E1
Schienenbefestigung	Vossloh W14
Schwellenlänge	2600 mm
Schwellenbreite	300 mm
Schwellenhöhe unter der Schiene	215 mm
Gewicht ohne Schienenbefestigung	320 kg
Gewicht mit Schienenbefestigung	326 kg

10.4. Datenblatt Schwellenbesohlung

erhalten von Fa. MABA

sylomer® Schwellenbesohlung SLB 3007 G



Beschreibung:
Elastoplastische Schwellenbesohlung aus Polyurethan mit Montagegitter für Betonschwellen

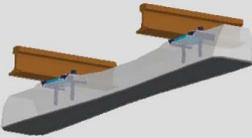
Anwendung:

- im Schotteroberbau
- zur Schotter- und Unterbauschonung
- zur Verbesserung der Gleislagequalität

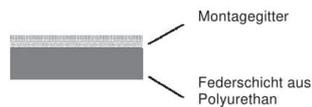
Einsatzbereich:
Vollbahn, Hochgeschwindigkeitsverkehr

Bettungsmodul:
 $C_{stat} = 0,30 \text{ N/mm}^3$

(Sekante der statischen Federkennlinie (nach DIN 45673-1) zwischen $0,02 \text{ N/mm}^2$ und $0,16 \text{ N/mm}^2$ auf Normschotterplatte (DIN 45673-1), bei Raumtemperatur)



Aufbau:



Gesamtdicke inklusive Montagegitter:

ca. 12 mm

Nennstärke ohne Montagegitter:

ca. 7 mm

Flächengewicht:

ca. 3 kg/m²

Lieferform:

2 Halbtteile pro Schwelle

Befestigung an der Schwelle:

Vollflächiges einbringen des Montagegitters in den nassen Beton bei der Produktion der Schwelle

Abreißfestigkeit der Verbindung Schwellenbesohlung – Betonschwelle:

min. $0,4 \text{ N/mm}^2$, im Durchschnitt $0,5 \text{ N/mm}^2$

(Prüfung nach DBS 918 145-1)

Gebrauchstauglichkeitsprüfung:

Prüfbericht: Bericht Nr. 2007-03
(Ermittlung der Dauerschwellfestigkeit der Schwellenbesohlung SLB 3007 G nach BN 918 145 – 01)

(Prüfung nach DBS 918 145-1 „Spannbetonschwelle mit elastischer Sohle“)

Geometrie:

Abhängig von der Schwellenform

(als Abstand vom Schwellenrand werden min. 10 mm empfohlen)

Getzner Werkstoffe GmbH
Herrenau 5
6706 Burs
Österreich
Tel +43-5552-201-0
Fax +43-5552-201-899
info.buers@getzner.com

Getzner Werkstoffe GmbH
Am Borsigturm II
13507 Berlin
Deutschland
Tel +49-30-405034-00
Fax +49-30-405034-35
info.berlin@getzner.com

Getzner Werkstoffe GmbH
Nördliche Münchner Str. 27a
82031 Grünwald
Deutschland
Tel +49-89-693500-0
Fax +49-89-693500-11
info.gruenwald@getzner.com

Getzner Werkstoffe GmbH
Middle East Regional Office
Abdul-Hameed Sharaf Str. 114
Rimawi Center - Shmeisani
P.O. Box 961 303
Amman 1196, Jordanien
Tel +962-560-7341
Fax +962-569-7352
info@gemejo

Nihon Getzner K.K.
Landmark Plaza, 8F
Shiba Koen 1-6-7, Minato-ku
105-0011 Tokyo, Japan
Tel +81-3-5402-5340
Fax +81-3-5402-6039

www.getzner.com

the good vibrations company

10.5. Datenblatt Unterschottermatte

Typenprogramm Unterschottermatten

Das Sylomer® und Sylodyn®
Unterschottermatten-Programm

Nahverkehr				
EINSATZBEREICH	C_{stat}	TYPENBEZEICHNUNG	DICKE mm	GEWICHT kg/m ²
Stadt-/U-Bahn ≤ 130 kN Radsatzkraft v ≤ 100 km/h	$C_{stat} = 0,007 \text{ N/mm}^2$ v ≤ 100 km/h	Sylomer® A 728	28	6,0
		Sylomer® B 119	20	4,8
		Sylomer® B 123	23	5,8
		Sylomer® B 135	33	9,5
		Sylodyn® BN 140	40	11,0
S-Bahn ≤ 160 kN Radsatzkraft v ≤ 120 km/h	$C_{stat} = 0,02 \text{ N/mm}^2$ v ≤ 120 km/h	Sylomer® C 219	19	5,3
		Sylodyn® CN 225	25	6,8
		Sylodyn® CN 235	35	10,0
Seitenmatte Nahverk.	$C_{stat} = 0,01 \text{ N/mm}^2$	Sylomer® SM 119	19	4,3

Für die unterschiedlichen Einsatzbereiche von Unterschottermatten - von der Straßenbahn bis zur Hochgeschwindigkeitsstrecke, zum Zwecke des Erschütterungsschutzes und zur Verbesserung der Gleislagestabilität - haben wir ein umfangreiches Typenprogramm erarbeitet. Es berücksichtigt sowohl die unterschiedlichen Betriebsbedingungen als auch die verschiedenen schwingungstechnischen Anforderungen.

Vollbahn				
EINSATZBEREICH	C_{stat}	TYPENBEZEICHNUNG	DICKE mm	GEWICHT kg/m ²
≤ 250 kN Radsatzkraft v ≤ 120 km/h	$C_{stat} = 0,03 \text{ N/mm}^2$ v ≤ 120 km/h	Sylomer® D 319	20	6,3
		Sylodyn® DN 319	18	4,8
		Sylodyn® DN 325	25	7,4
		Sylodyn® DN 335	35	11,2
		Sylodyn® DN 619	18	6,1
	$C_{stat} = 0,06 \text{ N/mm}^2$ v ≤ 200 km/h	Sylodyn® DN 619	20	6,5
		Sylodyn® DN 1019	18	6,9
	$C_{stat} = 0,10 \text{ N/mm}^2$ v ≥ 200 km/h	Sylodyn® DN 1019	18	6,7
		Sylodyn® DN 1519	18	8,4
	Seitenmatte Vollbahn	$C_{stat} = 0,03 \text{ N/mm}^2$	Sylomer® SM 319	19

Der Einsatzbereich wird durch die maximale Achslast, die maximale Fahrgeschwindigkeit und dem daraus resultierenden statischen Bettungsmodul C_{stat} gekennzeichnet. Damit kann von Getzner in jeder Situation die wirtschaftlichste Lösung angeboten werden. Für spezielle Anforderungen fertigen wir auch Sondertypen.

Die Wirksamkeit der jeweiligen Matten-Typen nimmt innerhalb der einzelnen Blöcke von oben nach unten zu.

Der statische Bettungsmodul C_{stat} wurde gemäß DIN 45673-5 zwischen ebenen Platten ermittelt.

Der angegebene Einsatzbereich der Unterschottermatten stellt einen groben Richtwert dar und wurde in Anlehnung an DB TL 918 071 definiert. In der Praxis können die einzelnen Typen unter Berücksichtigung der geforderten Einsenkung auch für abweichende Geschwindigkeiten und Achslasten eingesetzt werden.

Das dynamische Verhalten ist den spezifischen Datenblättern zu entnehmen.

Auf Wunsch senden wir Ihnen gerne Datenblätter der einzelnen Matten-Typen.

www.getzner.com
getzner
engineering a quiet future

10.6. Datenblatt Lagerelastomerstreifen [15]

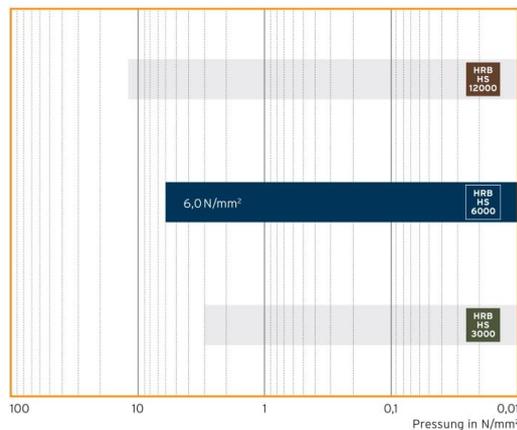


Werkstoff geschlossenzelliges PUR-Elastomer (Polyurethan)
Farbe dunkelblau

Standard-Lieferform
 Dicke: 12,5 mm / 25 mm
 Platte: 1,2 m breit, 1,5 m lang

Andere Abmessungen sowie Stanzteile auf Anfrage.

Sylodyn® HRB HS Typenreihe
 Statischer Einsatzbereich



Einsatzbereich	Druckbelastung	Verformung
	formfaktorabhängig, die angegebenen Werte gelten für Formfaktor q = 3	
Statischer Einsatzbereich (statische Lasten)	bis 6,0 N/mm ²	ca. 12 %
Dynamischer Einsatzbereich (statische und dynamische Lasten)	bis 9,0 N/mm ²	ca. 15 %
Lastspitzen (seltene, kurzzeitige Lasten)	bis 18,0 N/mm ²	ca. 25 %

Werkstoffeigenschaften	Prüfverfahren	Anmerkung
Mechanischer Verlustfaktor	0,07	DIN 53513 ¹ temperatur-, frequenz-, druck- und amplitudenabhängig
Druckverformungsrest ²	< 5 %	EN ISO 1856 25 % Verformung, 23 °C, 72 h, 30 min nach Entlastung
Statischer Schubmodul ³	3,5 N/mm ²	DIN ISO 1827 ¹ bei einer Vorspannung von 6,0 N/mm ²
Dynamischer Schubmodul ³	4,2 N/mm ²	DIN ISO 1827 ¹ bei einer Vorspannung von 6,0 N/mm ² , 10 Hz
Reibungskoeffizient (Stahl)	≥ 0,6	Getzner Werkstoffe trocken, Haftreibung
Reibungskoeffizient (Beton)	≥ 0,7	Getzner Werkstoffe trocken, Haftreibung
Wärmeleitfähigkeit	0,17 W/(mK)	DIN EN 12664
Einsatztemperatur	-30 °C bis 70 °C	kurzzeitig höhere Temperaturen möglich
Brandverhalten	Klasse E	EN ISO 11925-2 normal entflammbar, EN 13501-1

¹ Messung / Auswertung in Anlehnung an die jeweilige Norm
² Die Messung erfolgt dichteabhängig mit variierenden Prüfparametern
³ Werte gelten für Formfaktor q = 3

Alle Angaben und Daten beruhen auf unserem derzeitigen Wissensstand. Sie können als Rechen- bzw. Richtwerte herangezogen werden, unterliegen produkt- und anwendungsspezifischen Fertigungstoleranzen und stellen keine zugesicherten Eigenschaften dar. Die Werkstoffeigenschaften und deren Toleranzen variieren je nach Art der Anwendung und Beanspruchung und sind auf Anfrage bei Getzner erhältlich. Änderungen vorbehalten.

Weitere allgemeine Informationen siehe VDI Richtlinie 2062 sowie Glossar. Weitere Kennwerte auf Anfrage.

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar. The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Sylodyn® HRB HS 6000 HRB HS 6000

Federkennlinie

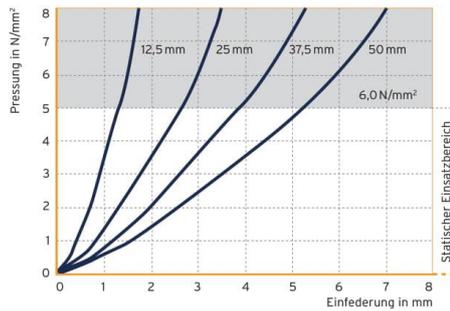


Abb. 1: Quasistatische Federkennlinie für verschiedene Lagerdicken

Quasistatische Federkennlinie mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 0,6 N/mm²/s.

Prüfung zwischen sandgestrahlten, ebenen und planparallelen Stahlplatten, Aufzeichnung der 1. Belastung mit linearisiertem Startbereich nach ISO 844, Prüfung bei Raumtemperatur.

Formfaktor: $q = 3$

Elastizitätsmodul

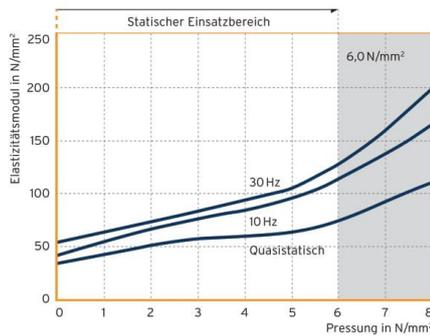


Abb. 2: Belastungsabhängigkeit des statischen und dynamischen Elastizitätsmoduls

Quasistatischer Elastizitätsmodul als Tangentenmodul aus der Federkennlinie. Dynamischer Elastizitätsmodul aus sinusförmiger Anregung mit einer Schwingweite von 100 dBV re. $5 \cdot 10^{-8}$ m/s (entsprechend einer Schwingweite von 0,22 mm bei 10 Hz und 0,08 mm bei 30 Hz).

Messung in Anlehnung an DIN 53513

Formfaktor: $q = 3$

Eigenfrequenzen

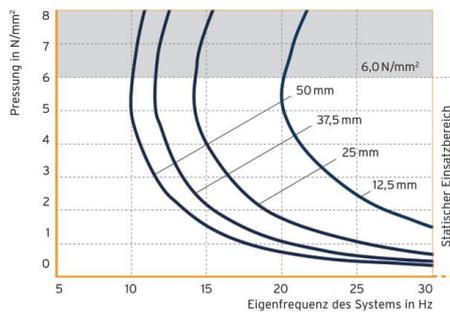


Abb. 3: Eigenfrequenzen für verschiedene Lagerdicken

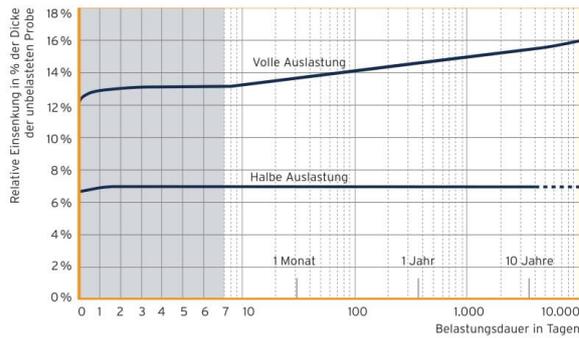
Eigenfrequenzen eines schwingungsfähigen Systems mit einem Freiheitsgrad, bestehend aus einer starren Masse und einem elastischen Lager Sylodyn® HRB HS 6000 auf starrem Untergrund.

Parameter: Dicke des Lagers

Formfaktor: $q = 3$



Statisches Dauerstandverhalten



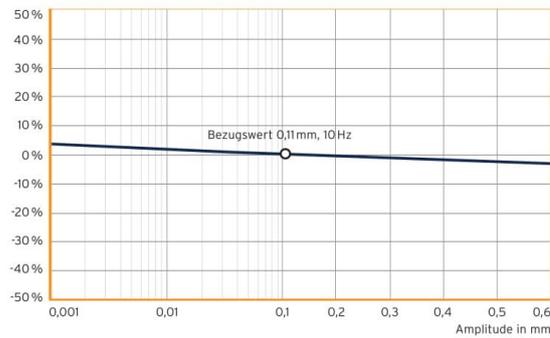
Verformungszunahme unter gleich bleibender Druckbelastung.

Parameter: Ständige Pressung

Formfaktor: $q = 3$

Abb. 4: Verformung unter statischer Belastung in Abhängigkeit der Zeit

Amplitudenabhängigkeit



Abhängigkeit des dynamischen Elastizitätsmoduls von der Schwingungsamplitude.

Sylodyn® HRB HS 6000 weist eine vernachlässigbare Amplitudenabhängigkeit auf.

Abb. 5: Dynamischer Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Schwingungsamplitude



WMJFAT

Einfluss des Formfaktors

Die Diagramme geben Werkstoffeigenschaften bei unterschiedlichen Formfaktoren an.

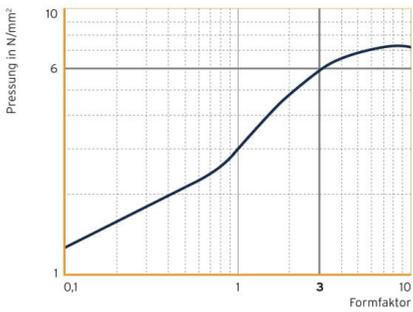


Abb. 6: Statischer Einsatzbereich in Abhängigkeit des Formfaktors

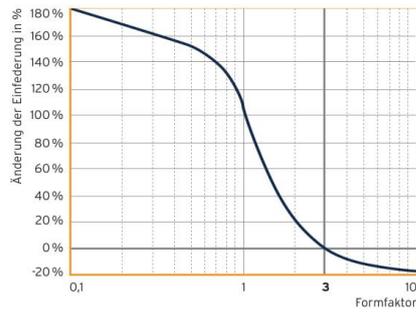


Abb. 7: Einfederung³ in Abhängigkeit des Formfaktors

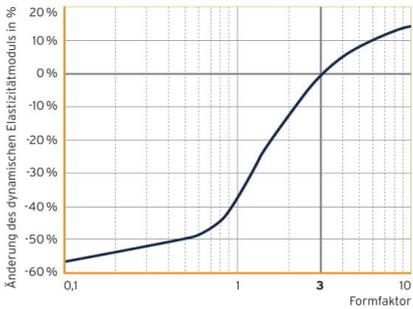


Abb. 8: Dynamischer Elastizitätsmodul³ bei 10Hz in Abhängigkeit des Formfaktors

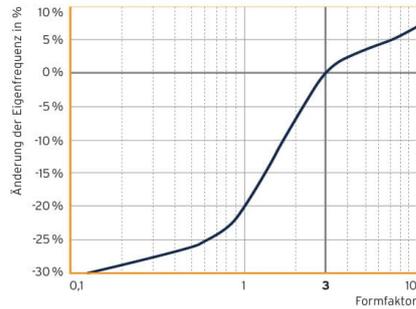


Abb. 9: Eigenfrequenz³ in Abhängigkeit des Formfaktors

³ Referenzwerte: Pressung 6,0 N/mm², Formfaktor q = 3



ClimatePartner • klimaneutral gedruckt

DB SN_HRB_HS_6000.de © Copyright by Getzner Werkstoffe GmbH | 03-2019
 Änderungen vorbehalten.