

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der
Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt
(<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the
main library of the Vienna University of Technology
(<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).

(Unterschrift Betreuer)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

DIPLOMARBEIT

Bestimmung der Ladungsträgerdichte in thermoelektrischen Materialien

Ausgeführt am Institut für Festkörperphysik
der Technischen Universität Wien

Unter der Anleitung von
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Ernst Bauer

durch
Patrick-René Heinrich, BSc

Ed. Röschstraße 2/40

2000 Stockerau

12. August 2012

Danksagung

Besonders möchte ich mich bei meinem Betreuer Prof. Ernst Bauer für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe bedanken, sowie auch für die unermüdliche Unterstützung während dieser Zeit. Weiters möchte ich mich noch bei Dipl.-Ing. Matthias Ikeda, Dipl.-Ing. Friedrich Kneidinger, Dipl.-Ing. Martin Kriegisch, Dipl.-Ing. Karl-Anton Lorenzer, Dr. Michael Reissner, Dr. Esmaeil Royanian, Dipl.-Ing. Hannes Winkler, Dr. Xinlin Yan, der Werkstätte rund um Andreas Lahner und noch vielen anderen, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre, bedanken.

Abstract

Thermocouples convert thermal energy into electric energy. This process of energy conversion is determined by a quantity called figure of merit. One factor of the figure of merit is the thermoelectric power S which depends on density of charge carrier n . Another quantity is the electrical resistivity ρ . Nowadays, materials like skutterudites belong to the most promising thermoelectric materials; hence they are topical objects of research. Purpose of this diploma thesis was to determine the electrical resistivity and the density of charge carriers of these kind of materials, at nitrogen temperature, at room temperature and up to higher temperatures. To measure the above mentioned quantities, a resistivity and Hall effect measuring system for conventional and van der Pauw measurements was built up. Measurements on bismuth demonstrated the correct mode of operation. Moreover, it was possible to determine a proper value of resistivity and charge carrier density of silver compared with usual literature and measurements on the Physical Property Measurement System (PPMS). Also measurements on indium oxide were performed. In case of skutterudites, resistivity measurements were successful, too. In some cases, a correlation between thermoelectric power and density of charge carrier was noticed.

Kurzfassung

Thermoelemente wandeln Wärmeenergie in elektrische Energie um. Dieser Umwandlungsprozess wird maßgeblich durch die sogenannte *figure of merit* bestimmt. Dieser ist unter anderem durch den spezifischen Widerstand ρ , sowie durch den Seebeck-Koeffizienten S gegeben, welcher von der Ladungsträgerdichte n abhängig ist. Ziel dieser Arbeit war es, Größen wie den spezifischen Widerstand und die Ladungsträgerdichte, vornehmlich von thermoelektrischen Materialien, bei Raum- sowie bei Stickstofftemperatur messbar zu machen. Dabei ist die Ladungsträgerdichte durch den Hall-Effekt bestimmbar. Aus diesem Grund wurde ein Messsystem aufgebaut, welches eine Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hall-Effektes mittels zweier Messmethoden ermöglicht. Zum einen mit der herkömmlichen „Sechs-Punkt-Methode“ (6P-Methode) und zum anderen mit der Vander-Pauw-Methode (VdP-Methode). Letztere eignet sich besonders zur Messung dünner Schichten und ermöglicht es, Messungen an Proben mit „beliebiger“ Geometrie durchzuführen. Mittels VdP-Methode sind auch Messungen oberhalb der Raumtemperatur durchführbar. Weiters wurde der Messaufbau so konzipiert, dass Vergleichsmessungen mit dem Physical Property Measurement System (PPMS), ohne zusätzlichen Aufwand, durchgeführt werden können. Durch Messungen am Halbmetall Bismut, welches ein besonders starkes Hall-Signal aufweist, wurde die grundlegende Funktionsweise der Anlage geprüft. Messungen an Silber zeigten im Wesentlichen übereinstimmende Resultate, verglichen mit gängiger Literatur und Messungen mit dem PPMS. Darüber hinaus wurden Messungen an Indiumoxiden durchgeführt. Ein besonderes Augenmerk wurde auf Skutterudite gelegt, die heute zu den vielversprechendsten thermoelektrischen Materialien zählen und aktueller Gegenstand der Forschung sind. Im Falle der hier untersuchten Skutterudite ergab sich eine gute Übereinstimmung im spezifischen Widerstand und teilweise eine Korrelation des Seebeck-Koeffizienten mit der Ladungsträgerdichte, verglichen mit den Messdaten des Messsystems ULVAC ZEM-3.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Überblick	3
2. Theoretische Aspekte	7
2.1. Der elektrische Widerstand	7
2.1.1. Spezifischer Widerstand	7
2.1.2. Die Regel von Mathiessen	8
2.1.3. Temperaturabhängigkeit	9
2.1.3.1. Elektron-Phonon Streuung	9
2.1.3.2. Elektron-Elektron Streuung	10
2.1.4. Metall-Halbleiter-Modell	10
2.2. Transportphänomene	12
2.2.1. Allgemeine Transportkoeffizienten	12
2.2.2. Elektrische- und Wärmeleitfähigkeit	14
2.2.3. Seebeck-Effekt und Thermokraft	15
2.2.4. Thermomagnetische Effekte	17
2.2.4.1. Etingshausen-Effekt	17
2.2.4.2. Righi-Leduc-Effekt	18
2.2.4.3. Nernst-Effekt	18
2.3. Der Hall-Effekt	19
2.3.1. Hall-Spannung und Hall-Koeffizient	19
2.3.2. Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit	21
2.3.3. Ermittlung und Korrektur des Hall-Widerstandes	21
2.4. Die Van-der-Pauw-Methode	24
2.4.1. Spezifischer Widerstand mittels VdP-Methode	24
2.4.1.1. Das VdP-Theorem	25
2.4.1.2. Lösung der VdP-Gleichung	26
2.4.2. Hall-Effekt mittels VdP-Methode	27
2.4.3. Abschätzung von Kontaktfehlern	28
3. Experimentelle Durchführung	31
3.1. Hardware und Komponenten	31
3.1.1. 370 AC Resistance Bridge	31
3.1.2. NdFeB-Permanentmagnet	33
3.1.3. Software und Kommunikation	33
3.1.3.1. Der GPIB-Bus	33
3.1.3.2. LabVIEW	34
3.2. Experimenteller Aufbau der Messsysteme	36
3.2.1. Messaufbau zur Messung bei Stickstofftemperatur	36
3.2.2. Messaufbau zur Messung bei höheren Temperaturen	37

3.3.	Probenpräparation und Probenhalter	40
3.4.	Ausführung von Messungen	42
3.4.1.	6P-Messmethode	42
3.4.2.	VdP-Messmethode	43
3.4.2.1.	Messesequenzen	43
3.4.2.2.	Numerische Lösung der VdP-Gleichung	45
3.5.	Messablauf und Benutzeroberflächen	46
3.5.1.	Messablauf	46
3.5.2.	Grafische Benutzeroberflächen	47
3.5.2.1.	Oberfläche des 6P-Messsystems	47
3.5.2.2.	Oberfläche des VdP-Messsystems	49
4.	Auswertung und Diskussion	51
4.1.	Bismut	51
4.2.	Silber	55
4.3.	In_2O_3	58
4.4.	Skutterudite	60
4.4.1.	Messungen bei Raum- und Stickstofftemperatur	60
4.4.2.	Messungen über Raumtemperatur	66
5.	Conclusio	68
A.	Boltzmann-Transportgleichung	71
A.1.	Herleitung	71
A.2.	Linearisierung	72
A.3.	Relaxationszeit-Näherung	72
B.	Permanentmagnetjoch	73
C.	Verdrahtungsschemata	75

1. Einleitung und Überblick

Thermoelemente wandeln Wärmeenergie in elektrische Energie um. Der Wirkungsgrad [1], [2] mit dem dieser energetische Umwandlungsprozess geschieht, ist durch

$$\eta = \frac{\sqrt{1 + ZT} - 1}{\sqrt{1 + ZT} + \frac{T_2}{T_1}} \eta_c \quad (1.1)$$

gegeben, wobei

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

den Carnot-Wirkungsgrad darstellt. Dabei bezeichnet T_1 die konstante Temperatur eines Wärmereservoirs und T_2 die konstante Temperatur eines Kältereservoirs. Der Wirkungsgrad η wird maßgeblich durch den Gütefaktor ZT , dem sogenannten *figure of merit*, bestimmt. Aus Gleichung (1.1) folgt, dass im Falle hoher ZT -Werte

$$\lim_{ZT \rightarrow \infty} \eta = \eta_c$$

der Carnot-Wirkungsgrad η_c auch der maximal erreichbare Wirkungsgrad ist. Der ZT -Wert eines Materials kann durch die Größen

$$ZT = \frac{S^2 \sigma}{\lambda} T \quad (1.2)$$

angegeben werden. Dabei ist S der Seebeck-Koeffizient, σ die elektrische Leitfähigkeit und λ die thermische Leitfähigkeit. Im Falle freier Elektronen folgt der Seebeck-Koeffizient [3] zu

$$S = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3 e} \left[\frac{1}{n(E)} \frac{\partial n(E)}{\partial E} + \frac{\partial \ln \mu(E)}{\partial E} \right]_{E=E_F} \quad (1.3)$$

wobei n die Ladungsträgerdichte und μ die Beweglichkeit der Ladungsträger bezeichnet. Aus (1.3) ist eine direkte Abhängigkeit des Seebeck-Koeffizienten von der Ladungsträgerdichte n sowie von der Zustandsdichte $N(E_F)$ an der Fermi-Energie ersichtlich:

$$S \propto \frac{1}{n(E)} \frac{\partial n(E)}{\partial E} \Big|_{E=E_F} = \frac{N(E_F)}{n} \quad (1.4)$$

Im Allgemeinen besitzt der Seebeck-Koeffizient jedoch entweder ein negatives oder ein positives Vorzeichen. Ein negatives Vorzeichen besitzt er, wenn Elektronen die freien Ladungsträger sind, wie dies in Metallen der Fall ist, hingegen ein positives Vorzeichen wenn Löcher die Ladungsträger sind, wie dies bspw. in entarteten Halbleitern der Fall ist.

Für einen hohen ZT -Wert sind eine hohe elektrische Leitfähigkeit σ sowie eine niedrige thermische Leitfähigkeit λ notwendig. In Metallen ist der elektronische Anteil für die elektrische sowie die thermische Leitfähigkeit maßgeblich. Dies wird durch das Wiedemann-Franz-Gesetz

$$LT = \frac{\lambda}{\sigma} \quad (1.5)$$

beschrieben, wobei L die Lorenz-Konstante ist. Beide Transportprozesse sind somit über die freien Elektronen aneinander gekoppelt; dies stellt sich als besonders ungünstig heraus, wenn hohe ZT -Werte angestrebt werden. Wie in Gleichung (1.2) ersichtlich ist, hängt in diesem Fall der ZT -Wert nur noch von S ab. Deshalb ist es naheliegend Thermoelemente nicht aus Metallen, sondern bspw. aus Materialien mit halbleitenden Eigenschaften zu fertigen, um eine Entkopplung der beiden Leitfähigkeiten zu erzielen.

Die elektrische Leitfähigkeit [7], [8]

$$\sigma = en\mu \quad (1.6)$$

ist, wie der Seebeck-Koeffizient S , von der Ladungsträgerdichte n abhängig und direkt proportional zur Beweglichkeit μ . Des Weiteren ist σ über den Zusammenhang

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (1.7)$$

mit dem spezifischen elektrischen Widerstand ρ verknüpft. Mittels (1.7) kann Gleichung (1.2) auch als

$$ZT = \frac{S^2}{\lambda\rho} T \quad (1.8)$$

dargestellt werden. Wie durch Einsetzen von (1.6) in (1.7) und Umformen ersichtlich ist, kann die Beweglichkeit

$$\mu = \frac{1}{en\rho} \quad (1.9)$$

bei Kenntnis von ρ und n bestimmt werden.

Ziel dieser Arbeit war es, elektrische Größen wie den spezifischen Widerstand ρ , die Ladungsträgerdichte n sowie die Mobilität μ , vornehmlich von thermoelektrischen Materialien, zu messen. Der Grund dafür liegt in der Abhängigkeit des Seebeck-Koeffizienten von der Ladungsträgerdichte n (1.4). Dieser Zusammenhang ermöglicht es in vielen Fällen durch Kenntnis der Ladungsträgerdichte Aussagen über den Seebeck-Koeffizienten zu machen. Bei Kenntnis weiterer Größen ist es somit auch möglich, Aussagen über den ZT -Wert (1.2) zu treffen. Der spezifische Widerstand ρ kann dabei durch eine Widerstandsmessung ermittelt werden, die Größe n muss über den Hall-Effekt bestimmt werden. Die Beweglichkeit ergibt sich dann einfach über den Zusammenhang der beiden anderen Größen aus (1.9).

Im Folgenden sind die speziellen Anforderungen, die das Messsystem zu leisten hat, ersichtlich:

- Das Messsystem soll die Messung sehr kleiner und mittlerer Widerstände ermöglichen.
- Die Messungen sollen einerseits mit der herkömmlichen 6P-Methode und andererseits auch mittels VdP-Technik durchgeführt werden können.
- Im Falle der 6P-Methode sollen Vergleichsmessungen der Proben ohne zusätzlichen Kontaktierungs-Aufwand auf dem PPMS möglich sein.
- Das Messsystem soll Messungen bei Stickstoff- und Raumtemperatur mittels beider Messprinzipien ermöglichen.
- Messungen mittels VdP-Technik sollen auch bei höheren Temperaturen durchgeführt werden können.

Die Einschränkung auf die Messung kleiner und mittlerer Widerstände erfolgt deshalb, da die Messung sehr hoher Widerstände eine etwas andere Herangehensweise erfordert. Siehe dazu z.B. [25]. Die 6P-Messmethode bezeichnet eine Messung die vier Kontakte für die Messung des spezifischen Widerstandes sowie zwei weitere für die Messung des Hall-Effektes benötigt. Die VdP-Technik ist eine Methode, die sich speziell für die Messung sehr dünner Schichten eignet.

Um eine Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hall-Effektes zu ermöglichen, wird zum einen ein stabiler Strom aus einer Stromquelle und zum anderen eine Komponente zur Messung des Widerstandes benötigt. Dabei kann es sich um einen Gleichstrom oder um einen Wechselstrom handeln. Darüber hinaus wird ein stabiles Magnetfeld benötigt. Hierbei kann es sich ebenso um ein Gleich- bzw. um ein Wechselfeld handeln. Im Falle eines Gleichfeldes kann das magnetische Feld in nur einer Richtung sowie auch zusätzlich in exakter Gegenrichtung angelegt werden. Dadurch ergeben sich verschiedene Varianten, wie Messsysteme in der Praxis ausgeführt werden können. Deshalb werden die Anforderungen an dieser Stelle genauer spezifiziert:

- Um Störeffekte zu vermindern, sollen die Messungen durch einen Wechselstrom bzw. durch eine Wechselspannung erfolgen.
- Den vorherigen Punkt ausgenommen, soll das Messsystem nach den Vorschlägen des National Institute of Standards and Technology (NIST) [15] aufgebaut sein.
- Die Messung des spezifischen Widerstandes sowie des Hall-Widerstandes sollte mittels einer vorhandenen 370 AC Resistance Bridge von Lakeshore erfolgen.
- Das für die Messung des Hall-Effektes notwendige magnetische Feld soll durch einen vorhandenen NdFeB-Permanentmagneten bereitgestellt werden.
- Zur Messung des Hall-Widerstandes soll das magnetische Feld des Permanentmagneten in definierter Richtung sowie auch in exakter Gegenrichtung angelegt werden um weitere Störeffekte zu beseitigen.

- Die zu messenden Proben sollen auf einem speziellen Probenhalter aufgebracht werden, der für Messungen mit dem PPMS ausgelegt ist.

Um an einem breiten Spektrum an Materialien die Bestimmung der gewünschten Größen vorzunehmen, werden oft Gleichstrom-Messungen mit nur einer, oder auch zusätzlich mit der genau entgegengesetzten Richtung des Magnetfeldes durchgeführt. Hier wurde jedoch das Wechselstrom-Messprinzip bevorzugt, da Materialien mit geringer Beweglichkeit, wie sie üblicherweise in photovoltaischen aber auch in thermoelektrischen Materialien auftreten, mit der Gleichstrom-Methode und nur einer Magnetfeld-Richtung praktisch äußerst schwierig zu messen sind. Das liegt an den Störeffekten, die im besonderen bei Hall-Effekt Messungen auftreten. Die Spannung U_m die dabei ermittelt wird, setzt sich nach [24] aus mehreren Anteilen zusammen:

$$U_m = U_0 + U_H + U_{TE} \quad . \quad (1.10)$$

Dabei ist U_0 der Nullfeldbeitrag der auch bei Messungen ohne magnetischem Feld auftritt, U_H die gewünschte Hall-Spannung und U_{TE} die Summe der thermoelektrischen Spannungen, die bei einer Messung auftreten können.

Um diesen Anforderungen zu genügen wurde ein robustes und einfach zu bedienendes Messsystem namens HERMES (**H**all **E**ffect and **R**esistivity **M**Easurement **S**ystem) realisiert. Im Folgenden wird nun eine Übersicht über die wichtigsten theoretischen Aspekte und Methoden gegeben, die notwendig sind, um die wichtigsten Prinzipien dieser Arbeit zu verstehen. Danach wird eine Beschreibung des Aufbaus und der Bedienung von HERMES gegeben.

2. Theoretische Aspekte

2.1. Der elektrische Widerstand [5], [6], [7], [8]

2.1.1. Spezifischer Widerstand

Der elektrische Widerstand R , mit der Einheit $[\Omega]$, ist durch das Ohmsche Gesetz

$$R = \frac{U}{I} \quad (2.1)$$

gegeben und ist ein Maß dafür, welche elektrische Spannung U [V] angelegt werden muß, um einen bestimmten Strom I [A] durch einen Leiter fließen zu lassen. Wie

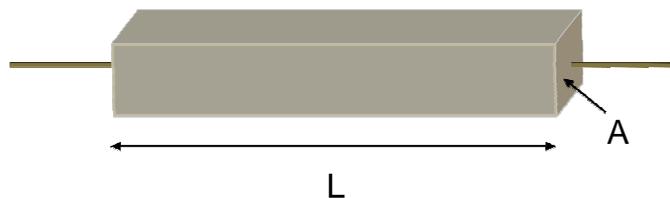


Abbildung 2.1.: Geometrie zur Widerstandsbestimmung.

Abbildung 2.1 zeigt, ist ein mittels dem Ohmschen Gesetz bestimmter Widerstand ein auf die Geometrie des Materials bezogener Wert, der durch die sogenannte Bemessungsgleichung des elektrischen Widerstandes

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (2.2)$$

ausgedrückt werden kann. Dabei ist ρ der von der Geometrie unabhängige spezifische Widerstand mit der Einheit $[\Omega\text{m}]$, A $[\text{m}^2]$ die Querschnittsfläche und L [m] die Länge des Materials. Durch Einsetzen von (2.1) in (2.2) und Umformen, folgt der spezifische Widerstand ρ zu:

$$\rho = R \frac{A}{L} = \frac{U A}{I L} \quad (2.3)$$

Aus Gleichung (2.3) geht hervor, dass bei Anlegen eines bekannten Stromes und Kenntnis der Geometrie durch Messen der abfallenden Spannung der spezifische Widerstand bestimmt werden kann. Dabei kann sowohl mit Gleichstrom sowie

auch mit Wechselstrom gemessen werden, wenn die zu messende Probe keine induktiven oder kapazitiven Anteile aufweist. Bei Widerstandsmessungen können an den Kontaktstellen Thermospannungen auftreten. Der Vorteil der Wechselstrom-Methode ist, dass diese Thermospannungen durch die ständige Umkehrung der Polarität eliminiert werden. Abbildung 2.2 zeigt eine Vierleitermessung mit getrennten Strom- und Spannungskontakten, wie sie typischerweise an der TU-Wien durchgeführt wird. Diese Methode erlaubt das Messen sehr kleiner Widerstände, da

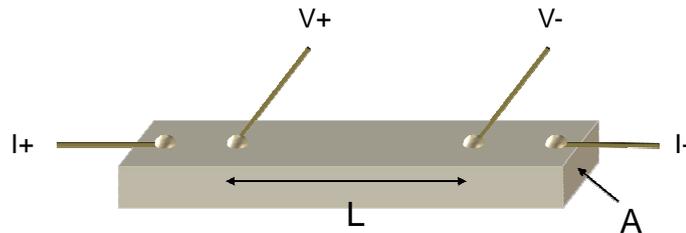


Abbildung 2.2.: Vierleitermessung zur Bestimmung des spezifischen Widerstandes.

die Zuleitungs- und Kontaktwiderstände, die durchaus sehr viel größer sein können als der zu messende Widerstand, aufgrund des hochohmigen Spannungsabgriffes vernachlässigbar sind. Zu beachten sind die unterschiedlichen Längen L in den Abbildungen 2.1 und 2.2. In Abbildung 2.2 ist dies die Abgriffslänge zwischen den beiden Spannungskontakten, während L in Abbildung 2.1 die gesamte Länge des Widerstandes bezeichnet.

2.1.2. Die Regel von Mathiessen

Der elektrische Widerstand resultiert aus verschiedenen Mechanismen wie bspw. durch Streuung der Leitungselektronen an den Gitterschwingungen, auch Phononen genannt, oder auch durch Streuprozesse der freien Elektronen untereinander. Daraus ergeben sich unterschiedliche Arten von Streuzentren die durch ihren Streuquerschnitt S und durch ihre Dichte n_S charakterisiert werden. Aus dem Produkt der beiden Größen folgt die reziproke mittlere freie Weglänge $\Lambda^{-1} = n_S S$. Treten nun in einer Probe verschiedene voneinander unabhängige Streuprozesse auf, so addieren sich prinzipiell die Streuquerschnitte:

$$\Lambda^{-1} = \sum_i n_{i,S} S \quad .$$

Da die mittlere freie Weglänge proportional zum Widerstand ρ ist, können somit die Widerstände ρ_i der voneinander unabhängigen Einzelprozesse aufsummiert werden und der Gesamtwiderstand kann in Metallen aus einem temperaturunabhängigen sowie einem temperaturabhängigen Anteil zusammengesetzt werden. Dieser Sachverhalt ist als Mathiessen-Regel bekannt:

$$\rho = \rho_0 + \sum_i \rho_i(T) \quad .$$

Dabei ist ρ_0 der bis auf 0 K extrapolierte Widerstand, der als Restwiderstand bezeichnet wird. Er resultiert aus der Streuung an Defekten wie Verunreinigungen, Versetzungen und Korngrenzen. Der temperaturabhängige Anteil

$$\sum_i \rho_i(T) = \rho_{ph}(T) + \rho_{el-el}(T) + \rho_{mag}(T) + \dots$$

ergibt sich aus der Summe der Streubeiträge an Phononen $\rho_{ph}(T)$ und an magnetischen Momenten $\rho_{mag}(T)$ sowie bei tiefen Temperaturen aus der Elektron-Elektron Streuung $\rho_{el-el}(T)$.

2.1.3. Temperaturabhängigkeit

Bei einfachen Metallen wird der Widerstand bei hohen Temperaturen weitgehendst durch Streuung der Leitungselektronen an den Gitterschwingungen verursacht. Der phononische Anteil des Widerstandes steigt dabei linear mit der Temperatur T an

$$\rho_{ph}(T) \propto \frac{T}{M\Theta_D^2} \quad \text{für } T > \Theta_D$$

wobei M die Ionenmasse und Θ_D die materialabhängige Debye-Temperatur bezeichnet. Dies findet bspw. bei der Temperaturmessung in Platin-Sensoren Anwendung.

Bei herkömmlichen Metallen und sehr tiefen Temperaturen ist der elektrische Widerstand ebenfalls durch die Streuung der Leitungselektronen an den Phononen bestimmt, was in einer Temperaturabhängigkeit proportional zu T^5 mündet. Die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Temperatur kann bei sehr tiefen und bei hohen Temperaturen durch das Bloch-Grüneisen-Gesetz beschrieben werden.

2.1.3.1. Elektron-Phonon Streuung

Unter der Annahme, dass ein einfaches Debye-Spektrum eine gute Näherung für die Phononen-Zustandsdichte ist, kann das Bloch-Grüneisen-Gesetz

$$\rho_{ph}(T) \propto \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^5 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{4x^5}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})} dx \quad (2.4)$$

angegeben werden, wobei $x = \hbar\omega_q/k_B T$ ist. Im Falle hoher Temperaturen geht das Integral in (2.4) gegen $(\Theta_D/T)^4$ und es folgt die bereits bekannte Beziehung:

$$\rho_{ph}(T) \propto T \quad \text{für } T > \Theta_D \quad .$$

Im Falle tiefer Temperaturen treten nur kleine Streuwinkel auf, was aus der Temperaturabhängigkeit des Streuwinkels ϑ hervorgeht. In diesem Fall treten üblicherweise nur Normalprozesse und somit Vorwärtsstreuung auf. Das Integral aus (2.4)

geht gegen einen konstanten Wert und es folgt:

$$\rho_{ph}(T) \propto \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^5 \quad \text{für } T < \Theta_D \quad .$$

Baucht sich jedoch die Fermie-Fläche zur Zonengrenze hin aus, so treten Umklappprozesse auf, die dann zusätzlich berücksichtigt werden müssen.

2.1.3.2. Elektron-Elektron Streuung

Neben der Elektron-Phonon Streuung existiert stets eine Streuung der Elektronen untereinander, welche sich durch einem T^2 -Term bemerkbar macht:

$$\rho_{el-el}(T) \propto \left(D(E_F) \frac{k_B T}{E_F}\right)^2 \quad .$$

Der T^2 -Term kann anschaulich durch die Landau'sche Theorie der Fermiflüssigkeit erklärt werden. Dabei werden sogenannte elementare Anregungen in Form von Quasiteilchen eingeführt, um die Wechselwirkung der Elektronen zu beschreiben. Die elementaren Anregungen des wechselwirkenden Systems haben nun praktisch die gleichen Eigenschaften wie die ursprünglichen Elektronen. Nur ihre effektive Masse m^* und folglich ihre Energie unterscheidet sich. Da die Zerfallsrate der Quasiteilchen proportional zu T^2 und der Widerstand eines Metalles ebenfalls proportional zur Zerfallsrate der Ladungsträger ist, liefert diese einfache Abschätzung der Zerfallsrate der Quasiteilchen eine Anschauung für das oben erwähnte Tieftemperaturverhalten des elektrischen Widerstandes bei metallischen Leitern. Im Falle normaler Metalle ist dieser Term jedoch i.A. vernachlässigbar. Bei Schweren-Fermionen-Systemen dominiert dieser Term jedoch das Tieftemperaturverhalten des elektrischen Widerstandes.

2.1.4. Metall-Halbleiter-Modell

Ein Modell, welches sowohl metallisches als auch halbleitendes Verhalten beschreibt, ist das Metall-Halbleiter-Modell [10]. Wie aus Abbildung 2.3 ersichtlich ist, geht das Modell von einer zweibändigen Struktur und einer rechteckigen Zustandsdichte $N(E)$

$$N(E) = \begin{cases} N, & E < E_1 \\ 0, & E_F < E < E_F + E_g \\ N, & E > E_2 \end{cases}$$

aus, wobei die Zustandsdichte eine Bandlücke E_g oberhalb der Fermi-Energie E_F hat. Ausgehend von der Ladungsträgerdichte der Elektronen

$$n_n(T) = \int_{E_F}^{\infty} N(E) f(E, T) dE$$

und jener der Löcher

$$n_p(T) = \int_{-\infty}^{E_F} N(E)(1 - f(E, T))dE$$

ergeben sich die Ladungsträgerdichten mit Hilfe der Fermi-Verteilung

$$f(E, T) = \left[e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1 \right]^{-1} \quad (2.5)$$

zu

$$n_n(T) = -NE_g + Nk_B T \ln \left(1 + e^{\frac{E_g}{k_B T}} \right)$$

und

$$n_p(T) = -Nk_B T \ln 2 \quad .$$

Daraus ergibt sich die totale temperaturabhängige Ladungsträgerdichte zu

$$n(T) = \sqrt{n_n(T)n_p(T)} + n_0 \quad .$$

Dies ergibt in Kombination mit dem Bloch-Grüneisen-Gesetz (2.4) einen Ausdruck für den spezifischen Widerstand im Metall-Halbleiter-Modell:

$$\rho(T) = \frac{\rho_0 n_0 + \rho_{ph}}{n(T)} \quad . \quad (2.6)$$

Im Falle einer Bandlücke oberhalb der Fermi-Energie kann damit metallisches Verhalten beschrieben werden. Wenn jedoch eine schmale Bandlücke nahe an der Fermi-Energie liegt, kann diese bei höheren Temperaturen überwunden und neue Zustände besetzt werden. Der Widerstand nimmt somit mit steigender Temperatur ab, was aus Gleichung (2.6) ersichtlich ist.

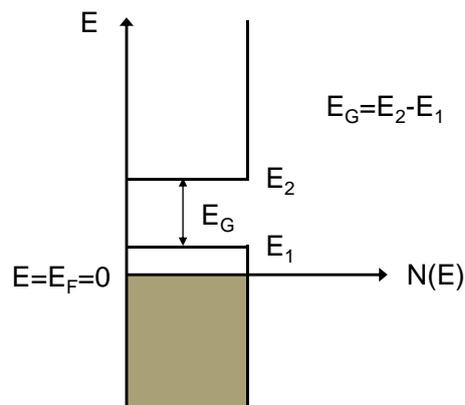


Abbildung 2.3.: Kastenförmige Zustandsdichte; eine Bandlücke E_G liegt dabei knapp oberhalb der Fermi-Energie E_F .

2.2. Transportphänomene [3], [4], [5]

2.2.1. Allgemeine Transportkoeffizienten

Um die allgemeinen Transportkoeffizienten zu erhalten, muss an einem Festkörper ein elektrisches Feld als auch ein Temperaturgradient anliegen. Dazu muss die linearisierte Boltzmann-Transportgleichung durch den Term

$$\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \left[\frac{E(\mathbf{k}) - \mu}{T}(-\nabla T)\right] \quad (2.7)$$

erweitert werden. Setzt man (2.7) in Gleichung (A.3) ein, so erhält man

$$\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \left[e \left(\mathbf{E} - \frac{\nabla \mu}{e}\right) + \frac{E(\mathbf{k}) - \mu}{T}(-\nabla T)\right] = - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Streu} \quad (2.8)$$

wobei vom homogenen Fall $\mathbf{v}(\mathbf{k})\nabla_{\mathbf{r}}g(\mathbf{k}) = 0$ und einem magnetischen Nullfeld $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ ausgegangen wurde. Durch Einführung der Größe

$$\mathbf{A} = \left[e \left(\mathbf{E} - \frac{\nabla \mu}{e}\right) + \frac{E(\mathbf{k}) - \mu}{T}(-\nabla T)\right] \quad (2.9)$$

folgt für Gleichung (2.8) eine wesentlich kompaktere Darstellung:

$$\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \mathbf{v}(\mathbf{k})\mathbf{A} = - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Streu} .$$

Mit Hilfe der Relaxationszeit-Näherung (A.4) folgt nun ein Ausdruck für die Abweichung von der Gleichgewichtsverteilung:

$$g(\mathbf{k}) = f(\mathbf{k}) - f_0 = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \tau(\mathbf{k})\mathbf{v}(\mathbf{k})\mathbf{A} . \quad (2.10)$$

Die elektrische Stromdichte ergibt sich nun, indem das Produkt der Ladungsdichte, der Ladungsträgergeschwindigkeit sowie der Besetzungswahrscheinlichkeit über alle Zustände aufintegriert wird. Somit folgt mittels (2.10) die elektrische Stromdichte

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_q &= \frac{1}{4\pi^3} \int e\mathbf{v}(\mathbf{k})f(\mathbf{k})d^3k \\ &= \frac{e}{4\pi^3} \left[\int \mathbf{v}(\mathbf{k})g(\mathbf{k})d^3k + \int \mathbf{v}(\mathbf{k})f_0(\mathbf{k})d^3k \right] \\ &= \frac{e}{4\pi^3\hbar} \int \int \tau(\mathbf{k})\mathbf{v}(\mathbf{k})\mathbf{v}(\mathbf{k})\mathbf{A} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \frac{dS_E}{v(\mathbf{k})} dE \end{aligned} \quad (2.11)$$

wobei $\int \mathbf{v}(\mathbf{k})f_0(\mathbf{k})d^3k \equiv 0$ verwendet wurde. Weiters wurde in (2.11) das Volumenintegral im \mathbf{k} -Raum d^3k mittels der Beziehung $d^3k = dS_E dk_{\perp} = dS_E \frac{dE}{|\nabla_{\mathbf{k}}E|} = dS_E \frac{dE}{\hbar v(\mathbf{k})}$ durch Integrale über Flächen konstanter Energie $dS_E dE$ ersetzt. Wie aus

den Gleichungen (2.9) und (2.11) ersichtlich ist, wird die elektrische Stromdichte sowohl durch ein elektrisches Feld als auch durch einen Temperaturgradienten getrieben. Die Tatsache, dass ein allein wirkender Temperaturgradient ∇T einen elektrischen Strom generiert, bezeichnet man als thermoelektrischen Effekt.

In analoger Weise kann mittels (2.10) die Wärmestromdichte, die durch einen Temperaturgradienten entsteht, geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_h &= \frac{1}{4\pi^3\hbar} \int [E(\mathbf{k}) - \mu] \nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}) d^3k \\ &= \frac{1}{4\pi^3} \left[\int [E(\mathbf{k}) - \mu] \mathbf{v}(\mathbf{k}) g(\mathbf{k}) d^3k + \int [E(\mathbf{k}) - \mu] \mathbf{v}(\mathbf{k}) f_0(\mathbf{k}) d^3k \right] \\ &= \frac{1}{4\pi^3\hbar} \int \int [E(\mathbf{k}) - \mu] \tau(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{A} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \frac{dS_E}{v(\mathbf{k})} dE \quad . \quad (2.12) \end{aligned}$$

Aus den Gleichungen (2.9), (2.11) und (2.12) folgen die allgemeinen Transportgleichungen

$$\mathbf{j}_q = L^{11} \mathbf{E} + L^{12} (-\nabla T) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{j}_h = L^{21} \mathbf{E} + L^{22} (-\nabla T) \quad (2.14)$$

wobei die Matrizen L^{ij} als allgemeine Transportkoeffizienten bezeichnet werden. Der Term $\frac{\nabla \mu}{e}$ in Gleichung (2.9) bzw. genauer $\nabla_{\mathbf{r}} \mu(\mathbf{r}) (1/e)$ beschreibt die räumliche Änderung des chemischen Potenziales, welche durch einen Temperaturgradienten hervorgerufen wird. Dieser spielt besonders bei Halbleitern eine Rolle. In den Transportgleichungen wird dieser jedoch weggelassen, unter der Annahme dass er bereits im beobachteten elektrischen Feld enthalten ist. Durch Einführung der Größe

$$\mathcal{L}^{(\alpha)} = \frac{e^2}{4\pi^3\hbar} \int \int [E(\mathbf{k}) - \mu]^\alpha \tau(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \frac{dS_E}{v(\mathbf{k})} dE \quad (2.15)$$

folgen nun zur Berechnung der allgemeinen Transportkoeffizienten die folgenden Relationen:

$$L^{11} = \mathcal{L}^{(0)} \quad (2.16)$$

$$L^{21} = T L^{12} = -\frac{1}{e} \mathcal{L}^{(1)} \quad (2.17)$$

$$L^{22} = \frac{1}{e^2 T} \mathcal{L}^{(2)} \quad . \quad (2.18)$$

Durch die Definition von

$$\boldsymbol{\sigma}(E) = \frac{e^2}{4\pi^3\hbar} \int \int \delta[E - E(\mathbf{k})] \tau(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \frac{dS_E}{v(\mathbf{k})} dE$$

läßt sich (2.15) nun kompakter als

$$\mathcal{L}^{(\alpha)} = \int [E(\mathbf{k}) - \mu]^\alpha \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \boldsymbol{\sigma}(E) dE \quad (2.19)$$

schreiben. Der Ausdruck $(-\frac{\partial f_0}{\partial E})$ ist außer dem Bereich der Breite $k_B T$, also um $\mu \cong E_F$ vernachlässigbar. Daher kann die Berechnung des Integrals in (2.19) mit Hilfe einer Sommerfeld-Entwicklung [3] durchgeführt werden. Somit folgen die Transportkoeffizienten zu:

$$L^{11} = \boldsymbol{\sigma}(E_F) \quad (2.20)$$

$$L^{21} = T L^{12} = -\frac{\pi^2}{3e} (k_B T)^2 \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}(E)}{\partial E} \Big|_{E=E_F} \quad (2.21)$$

$$L^{22} = \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2 T}{e^2} \boldsymbol{\sigma}(E_F) \quad (2.22)$$

Ausgehend von diesem Fundament ist es nun möglich eine quantitative Darstellung der Transportgrößen anzugeben.

2.2.2. Elektrische- und Wärmeleitfähigkeit

Um den elektrischen Leitfähigkeitstensor bei konstanter Temperatur zu bestimmen, muss der Temperaturgradient auf Null gesetzt werden. Somit folgt aus Gleichung (2.13) mit $\nabla T = \mathbf{0}$ das lokale Ohmsche Gesetz:

$$\mathbf{j}_q = L^{11} \mathbf{E} = \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{E} \quad (2.23)$$

Aus Gleichung (2.11) und der Größe (2.9), wo erneut $\nabla T = \mathbf{0}$ gesetzt wurde, folgt die elektrische Stromdichte zu:

$$\mathbf{j}_q = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar} \int \int \tau(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{E} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \frac{dS_E}{v(\mathbf{k})} dE \quad (2.24)$$

Da $k_B T \ll E_F$ gilt, kann $(-\frac{\partial f_0}{\partial E})$ durch eine Deltafunktion $\delta(E - E_F)$ ersetzt werden. Somit verbleibt nur noch das Integral dS_F über die Fermifläche

$$\mathbf{j}_q = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar} \int_{E=E_F} \frac{\tau(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{E}}{v(\mathbf{k})} dS_F \quad (2.24)$$

und ein Vergleich mit Gleichung (2.23) bringt einen Ausdruck für den elektrischen Leitfähigkeitstensor:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar} \int_{E=E_F} \frac{\tau(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k})}{v(\mathbf{k})} dS_F \quad (2.25)$$

In Kristallen mit kubischer Symmetrie, wie dies bspw. bei den einfachen Metallen Aluminium und Silber oder auch bei Skutteruditen der Fall ist, reduziert sich der Leitfähigkeitstensor zu einer skalaren Größe. Unter der Annahme, dass \mathbf{j}_q und \mathbf{E} beide in x-Richtung zeigen, vereinfacht sich der Integrand in Gleichung (2.24) zu $(\mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{v}(\mathbf{k}) \mathbf{E})_x = v_x^2 E$, wodurch mit $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$ für ein isotropes Medium $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$ der Ausdruck $v_x^2 = \frac{1}{3} v^2$ folgt. Daraus folgt für Gleichung (2.25) der Ausdruck

$$\sigma = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar} \frac{\tau(E_F)}{3} \int_{E=E_F} v_F dS_F$$

welcher mittels $v_F = \frac{\hbar k_F}{m}$, $n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$ und $\int_{E=E_F} dS_F = 4\pi k_F^2$ in das bekannte Resultat $\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$ mündet.

Um die thermische Leitfähigkeit zu erhalten setzt man nun $\mathbf{j}_q = \mathbf{0}$, woraus aus Gleichung (2.13) ein Ausdruck für das elektrische Feld

$$\mathbf{E} = -(L^{11})^{-1} L^{12} (-\nabla T)$$

resultiert, der wiederum in Gleichung (2.14) eingesetzt wird:

$$\mathbf{j}_h = [L^{22} - L^{21}(L^{11})^{-1}L^{12}] (-\nabla T) = \hat{\boldsymbol{\lambda}}(-\nabla T) \quad . \quad (2.26)$$

Betrachtet man z.B. Metalle, wo die Beweglichkeit der Ladungsträger größtenteils keine Energieabhängigkeit besitzt, ist der erste Term in der eckigen Klammer erheblich größer als der zweite, womit der zweite Term auch vernachlässigbar wird. Aus Gleichung (2.26) folgt deshalb mit (2.22) der Tensor der thermischen Leitfähigkeit

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = L^{22} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\boldsymbol{\sigma}(E_F)}{e^2} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{e^2} \quad (2.27)$$

wobei $L = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{1}{e^2}$ die Lorenz-Konstante ist. Gleichung (2.27) stellt somit, in tensorieller Form, das in Gleichung (1.5) behauptete Wiedemann-Franz-Gesetz dar.

2.2.3. Seebeck-Effekt und Thermokraft

Unter der Voraussetzung, dass $\mathbf{j}_q = 0$ folgt aus Gleichung (2.13) eine Proportionalität S zwischen dem elektrischen Feld und einem wirkenden Temperaturgradienten

$$\mathbf{E} = (L^{11})^{-1} L^{12} \nabla T = S \nabla T \quad (2.28)$$

welche Seebeck-Koeffizient oder auch Thermokraft genannt wird. Aus den Ausdrücken (2.20) und (2.21) und einem Vergleich mit Gleichung (2.28) folgt die Thermokraft somit zu:

$$S = (L^{11})^{-1} L^{12} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{1}{e} \left[\frac{\partial \ln \boldsymbol{\sigma}(E)}{\partial E} \right]_{E=E_F} \quad . \quad (2.29)$$

Unter der Annahme, dass τ und somit auch die Beweglichkeit μ von der Energie abhängig ist, folgt mittels (1.6) aus (2.29) die bereits aus (1.3) bekannte Beziehung:

$$S = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{1}{e} \left[\frac{1}{n(E)} \frac{\partial n(E)}{\partial E} + \frac{\partial \ln \mu(E)}{\partial E} \right]_{E=E_F} \quad .$$

Im einfachsten Fall ist τ und somit auch μ von der Energie unabhängig, woraus sich mittels $\boldsymbol{\sigma} = en\mu$ aus Gleichung (2.29) der folgende Ausdruck ergibt:

$$S = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{1}{e} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial E} \Big|_{E=E_F} \quad .$$

Hieraus ist die bereits angesprochene indirekte Proportionalität zur Ladungsträgerdichte ersichtlich. Aufgrund der gleichzeitigen Proportionalität zur Zustandsdichte kann es bei dotierten Halbleitern jedoch trotzdem zu einem ansteigenden Seebeck-Koeffizienten kommen, obwohl auch die Ladungsträgerdichte ansteigt. Bei Metallen und auch bei entarteten Halbleitern, wo eine Überlappung des Leitungs- und des Valenzbandes auftritt, ist der Seebeck-Koeffizient [11] durch

$$S = \frac{8\pi^2 k_B^2}{3eh^2} m^* T \left(\frac{\pi}{3n} \right)^{\frac{2}{3}} .$$

gegeben. Da bei Metallen der Hall-Koeffizient annähernd konstant ist, folgt daraus ein linearer Anstieg des Seebeck-Koeffizienten mit zunehmender Temperatur.

In Abbildung 2.4 ist eine übliche Anordnung ersichtlich, die eine Messung der Thermokraft erlaubt. Solch eine Anordnung wird Thermoelement genannt. Dies

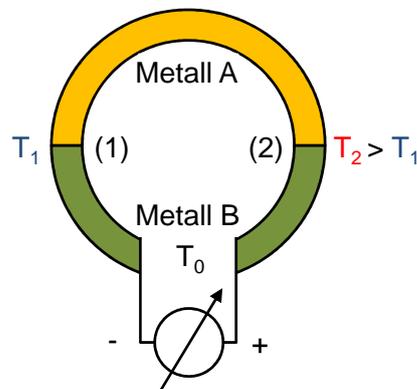


Abbildung 2.4.: Anordnung zur Messung des Seebeck-Koeffizienten.

besteht aus zwei Metallen A und B, die mit einem Spannungsmessgerät verbunden sind. Zwischen den beiden Metallen befinden sich zwei Kontaktstellen (1) und (2), die auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten werden. Die an dem Spannungsmessgerät auftretende Potentialdifferenz ist über das Wegintegral des elektrischen Feldes längs des Kreises gegeben:

$$\begin{aligned} U &= \int_0^1 \mathbf{E}_B ds + \int_1^2 \mathbf{E}_A ds + \int_2^0 \mathbf{E}_B ds \\ &= \int_2^1 S_B \frac{\partial T}{\partial s} ds + \int_1^2 S_A \frac{\partial T}{\partial s} ds \\ &= \int_{T_1}^{T_2} (S_A - S_B) dT = (S_A - S_B) \Delta T . \end{aligned}$$

Die Tatsache, dass die gemessene Spannung eine Funktion der Temperaturdifferenz an den beiden Kontaktstellen und der Differenz der beiden Seebeck-Koeffizienten ist, bezeichnet man als Seebeck-Effekt.

Denkt man sich in Abb. 2.4 anstatt des Spannungsmessgerätes eine Stromquelle und lässt nun einen Strom durch den Stromkreis fließen, so würde sich eine Kontaktstelle erwärmen und die andere abkühlen. Dies ist als umgekehrter Effekt zum Seebeck-Effekt zu sehen und wird als Peltier-Effekt bezeichnet.

2.2.4. Thermomagnetische Effekte

Um die Transportphänomene bei einem wirkenden Magnetfeld \mathbf{B} zu diskutieren, betrachtet man zur Vereinfachung ein isotropes System, wodurch die tensoriellen Transportkoeffizienten durch Skalare ersetzt werden können. Aus den Gleichungen (2.13), (2.14) und ersetzen der allgemeinen Transportkoeffizienten L^{ij} durch ρ , κ , S und Π folgt:

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}_q + S \nabla T \quad (2.30)$$

$$\mathbf{j}_h = \Pi \mathbf{j}_q - \kappa \nabla T \quad (2.31)$$

Da nun ein magnetisches Feld anliegt, müssen zusätzliche Terme eingefügt werden, die proportional zu $[\mathbf{B} \times \mathbf{j}_q]$ und $[\mathbf{B} \times \nabla T]$ sind. Es ergibt sich:

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}_q + A_H [\mathbf{B} \times \mathbf{j}_q] + S \nabla T + N [\mathbf{B} \times \nabla T] \quad (2.32)$$

$$\mathbf{j}_h = \Pi \mathbf{j}_q + P [\mathbf{B} \times \mathbf{j}_q] - \kappa \nabla T + L [\mathbf{B} \times \nabla T] \quad (2.33)$$

Unter der Annahme, dass ein Magnetfeld in z-Richtung angelegt ist, können nun die sogenannten thermomagnetischen Effekte hergeleitet werden (siehe dazu auch Abbildung 2.5).

2.2.4.1. Etingshausen-Effekt

Unter der Annahme, dass entlang der x-Richtung einer Probe ein Strom fließe, aber kein Temperaturgradient anliegt, d.h. $j_{q,x} \neq 0$ und $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, und in y-Richtung weder ein elektrischer noch ein Wärmestrom fließen kann, $j_{h,y} = 0$ und $j_{q,y} = 0$, folgt ein Temperaturgradient in y-Richtung

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{P}{\kappa} B j_{q,x} \quad (2.34)$$

was als Etingshausen-Effekt bezeichnet wird. Dabei ist $\frac{P}{\kappa}$ der Etingshausen-Koeffizient. Der entstehende Temperaturgradient ruft eine Thermospannung in Richtung der Hall-Spannung hervor, die auch Etingshausen-Spannung U_E genannt wird.

2.2.4.2. Righi-Leduc-Effekt

Unter der Annahme, dass nun kein elektrischer Strom durch die Probe in x-Richtung fließt, $j_{q,x} = 0$, jedoch ein endlicher Temperaturgradient entlang der Probe existiert $\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$, folgt unter den Bedingungen $j_{q,x} = 0$, $j_{h,y} = 0$ und $j_{q,y} = 0$ der Ausdruck

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{L}{\kappa} B \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.35)$$

was als Righi-Leduc-Effekt bezeichnet wird. Dieser entspricht dem thermischen Hall-Effekt. Die sich aufgrund $\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$ in x-Richtung der Probe bewegenden Ladungsträger erfahren durch das Magnetfeld eine Ablenkung in y-Richtung und führen deshalb zu einem transversalen Temperaturgradienten. Der Quotient $\frac{L}{\kappa}$ wird dabei als Righi-Leduc-Koeffizient bezeichnet. Der entstehende Temperaturgradient führt wiederum zu einer Thermospannung die Righi-Leduc-Spannung U_{RL} genannt wird.

2.2.4.3. Nernst-Effekt

Fließt erneut kein elektrischer Strom durch die Probe in x-Richtung, $j_{q,x} = 0$, und existiert jedoch ein endlicher Temperaturgradient entlang der Probe $\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$, folgt eine Ablenkung der sich in x-Richtung bewegenden Ladungsträger. Aus den Bedingungen $j_{q,x} = 0$, $j_{q,y} = 0$ und $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ ergibt sich somit ein Querfeld

$$E_y = NB \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.36)$$

was als Nernst-Effekt bezeichnet wird. Dabei ist N der Nernst-Koeffizient.

2.3. Der Hall-Effekt [5], [7], [8], [9]

Der nach Edwin H. Hall benannte Effekt, der Hall-Effekt, liefert eine Möglichkeit um das Vorzeichen der dominanten Ladungsträger q und deren Dichte n in einem Material zu bestimmen, da hierfür eine einfache Strom-Spannungsmessung nicht ausreichend ist. Da durch Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit (1.6) nur das Produkt aus Ladungsträgerdichte und der Beweglichkeit bestimmt werden kann, erlaubt der Hall-Effekt beide Größen unabhängig voneinander zu messen.

2.3.1. Hall-Spannung und Hall-Koeffizient

Im Jahre 1879 beobachtete Hall durch Messungen an Goldstreifen [12], dass der Quotient $\frac{IB}{E_H}$ konstant ist. Der Hall-Effekt beschreibt ein auftretendes elektrisches Querfeld, und somit eine auftretende Querspannung, die in einem stromdurchflossenen Leiter entsteht, wenn ein Magnetfeld angelegt wird. Abb.: 2.5 zeigt eine dünne

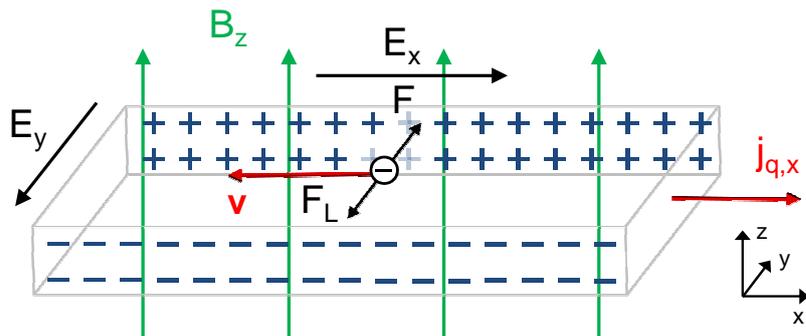


Abbildung 2.5.: Anordnung zur Messung des Hall-Effektes.

rechteckige Platte, die in x-Richtung von einem Strom $j_{q,x} = j_x$ durchflossen wird. Senkrecht dazu liegt ein stationäres Magnetfeld in positiver z-Richtung an. Zur Herleitung der Hall-Spannung und des Hall-Koeffizienten geht man nun von der Bewegungsgleichung des semiklassischen Modells aus. Unter der Berücksichtigung von Streuprozessen durch den Reibungsterm $\frac{v}{\tau}$ folgt

$$m^* \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} \right) = q[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})] \quad (2.37)$$

wobei die Lorentzkraft $\mathbf{F}_L = q[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]$ die rechte Seite von Gleichung (2.37) bildet. Dabei stehen das elektrische Feld $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$ und das magnetische Feld $\mathbf{B} = (0, 0, B_z = B)$ senkrecht zueinander. Im stationären Fall $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$ folgt aus Gleichung (2.37) mit den beiden konkreten Feldern

$$v_x = \frac{q\tau}{m^*} (E_x + v_y B) \quad (2.38)$$

$$v_y = \frac{q\tau}{m^*} (E_y - v_x B) \quad (2.39)$$

und durch Einsetzen von (2.38) in (2.39) und Umformen folgt:

$$v_y \left(1 + \frac{B^2 q^2 \tau^2}{m^{*2}} \right) = \frac{q\tau}{m^*} \left(E_y - \frac{q\tau}{m^*} B E_x \right) \quad .$$

Unter der Voraussetzung, dass Effekte zweiter Ordnung $\left(\frac{Bq\tau}{m^*}\right)^2$ vernachlässigt werden können und der Strom nur in x-Richtung, d.h. $v_y = 0$, fließt, ergibt sich:

$$E_y = \frac{q\tau}{m^*} B E_x \quad .$$

Mit der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma = \frac{nq^2\tau}{m^*}$ sowie der Stromdichte $j_x = \sigma E_x$ folgt

$$E_y = \frac{1}{nq} B j_x \quad (2.40)$$

woraus mittels $U_H = \int E_H ds = \int E_y ds = E_y b$ und $I = \int \int j_x dA = j_x A = j_x db$ ein Ausdruck für die Hall-Spannung gewonnen werden kann:

$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d} \quad . \quad (2.41)$$

Die Ladungsträger erfahren also durch die Lorentzkraft F_L eine Ablenkung in die negative y-Richtung wodurch sich auf einer Stirnfläche Ladungsträger ansammeln. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld, das Hall-Feld E_H , welches die Hall-Spannung U_H zur Folge hat. Durch das Hall-Feld wirkt auf die Ladungsträger eine Gegenkraft F , welche die Lorentzkraft F_L genau kompensiert. Daraus resultiert eine „stromlose“ Messung der Hall-Spannung, da die Stromlinien keine „Verschiebung“ erfahren (siehe dazu auch Abschnitt 2.4.2). Durch Einführung der Hall-Konstante $A_H = \frac{1}{nq}$ folgt die Hall-Spannung (2.41) zu

$$U_H = A_H \frac{IB}{d} \quad . \quad (2.42)$$

Dabei besitzt die Hall-Spannung je nach Richtung des Stromflusses und Richtung des Magnetfeldes ein negatives bzw. ein positives Vorzeichen. Somit kann aufgrund des Vorzeichens der Hall-Spannung eine Aussage darüber getroffen werden, ob es sich bei den Ladungsträgern um Elektronen oder um Löcher handelt.

Das Hall-Feld aus Gleichung (2.40) kann auch schon aus Gleichung (2.32) abgeleitet werden. Unter der Bedingung, dass in x-Richtung ein Strom fließt, $j_{q,x} \neq 0$, und kein Temperaturgradient entlang der Probe anliegt, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, sowie unter der Voraussetzung, dass der transversale Temperaturgradient $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ verschwindet, folgt für das Hall-Feld die aus Gleichung (2.40) bereits bekannte Beziehung. Dabei wurde die Proportionalitätskonstante schon „vorausschauend“ als A_H angenommen wissentlich, dass diese später den Hall-Koeffizienten darstellt.

Wie die Hall-Spannung U_H besitzt auch die Hall-Konstante

$$A_H = \begin{cases} +\frac{1}{n_p e} \\ -\frac{1}{n_n e} \end{cases} \quad (2.43)$$

je nach Art der Ladungsträger entweder ein positives oder ein negatives Vorzeichen. Aus dem Sommerfeld-Modell folgt eine negative Hall-Spannung für Metalle und somit auch eine negative Hall-Konstante. Die Hall-Konstante wird in der Einheit $[\text{cm}^3/\text{C}]$ angegeben.

2.3.2. Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit

Die Ladungsträgerdichte mit der Einheit $[1/\text{cm}^3]$ gibt die Anzahl der Ladungsträger pro Volumen an und folgt durch Umformen von Gleichung (2.41) zu:

$$n = \frac{1}{ed} \frac{IB}{U_H} \quad (2.44)$$

Wie auch aus dem Hall-Koeffizienten hervorgeht, wird dabei zwischen einer „negativen“ Ladungsträgerdichte n_n und einer „positiven“ Ladungsträgerdichte n_p unterschieden. Diese wird üblicherweise positiv angegeben und sollte deshalb zusätzlich gekennzeichnet sein, wenn das Vorzeichen nicht aus dem Kontext ersichtlich ist.

Wie schon in Gleichung (1.9) gezeigt wurde, errechnet sich die Beweglichkeit, auch Mobilität genannt, aus

$$\mu = \frac{1}{en\rho}$$

und ist eine aus der Ladungsträgerdichte und dem spezifischen Widerstand zusammengesetzte Größe. Sie wird in der Einheit $[\text{cm}^2/\text{Vs}]$ angegeben und ist per Definition positiv. Die Beweglichkeit stellt eine Beziehung zwischen der Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger und einem äußeren elektrischen Feld her.

2.3.3. Ermittlung und Korrektur des Hall-Widerstandes

Verglichen mit der Messung des spezifischen Widerstandes ist eine Bestimmung des Hall-Effektes i.d.R. schwieriger durchzuführen. Dies resultiert aus einer oft sehr kleinen Hall-Spannung U_H und mehreren Effekten, im Besonderen auch thermomagnetische bzw. thermoelektrische Effekte, die zusätzlich bei einer Messung der Hall-Spannung auftreten.

Führt man in der Praxis eine Messung an einer stromdurchflossenen Probe ohne Magnetfeld durch, so misst man trotzdem eine auftretende Querspannung. Diesen Effekt illustriert Abbildung 2.6. Lässt man mit der Hilfe der Kontakte I+ und I- einen Strom durch die Probe fließen, so kann an den Kontakten V+ und V- eine Spannung gemessen werden, da sich diese auf unterschiedlichen Äquipotentiallinien befinden. Dies entspricht einer herkömmlichen Messung des Widerstandes. Führt man unter Stromfluss eine Messung an den Hall-Kontakten V_{H+} und V_{H-} durch, so kann bei idealer Probengeometrie, punktförmigen und übereinander angeordneten Kontakten, keine Spannung gemessen werden, da diese auf der selben Äquipotentiallinie liegen. Solch eine ideale Ausführung ist in der Realität allerdings nicht

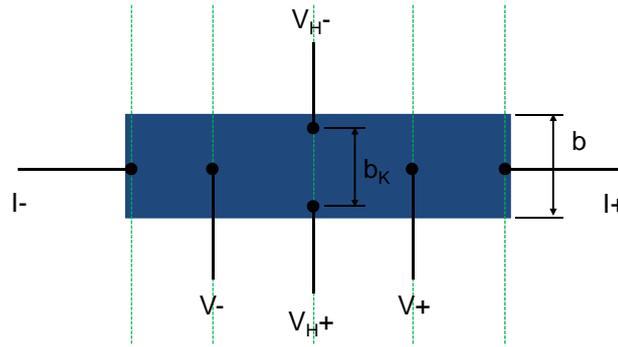


Abbildung 2.6.: Äquipotentiallinien einer idealen rechteckigen Platte zur Illustration der Querspannung ohne Magnetfeld.

machbar, wodurch auch bei magnetischen Nullfeld eine Querspannung gemessen wird. Diese Querspannung, auch Nullfeldbeitrag U_0 genannt, hat nichts mit dem Hall-Effekt zu tun und ist rein ohmscher Natur.

Bei einer Messung mit angelegtem Magnetfeld treten nun weitere Effekte auf. Einer davon ist der Ettingshausen-Effekt. Dieser ruft einen Temperaturgradienten in Richtung des Hall-Feldes hervor, welcher wiederum eine Spannung U_E hervorruft, die immer parallel zur Hall-Spannung auftritt. Dies ist auch aus den Gleichungen (2.34) und (2.41) ersichtlich. Beide Spannungen sind proportional zum Produkt aus Strom bzw. Stromdichte und Spannung. Zu diesem tritt bei Hall-Messungen auch noch eine Seebeck-Spannung U_S , eine Nernst-Spannung U_N sowie eine Righi-Leduc-Spannung U_{RL} auf. Bis auf die Ettingshausen-Spannung U_E lassen sich also alle anderen Spannungen durch die hier verwendete AC-Methode und der Umkehrung des magnetischen Feldes eliminieren.

Die Ausgangsgleichung zur Bestimmung der Hall-Spannung ist durch (1.10) gegeben. Da die hier verwendete 370 AC Resistance Bridge (siehe dazu auch Abschnitt 3.1.1) jedoch einen Widerstand ausgibt, wird an dieser Stelle der Hall-Widerstand

$$R_H = \frac{U_H}{I} \quad (2.45)$$

zusätzlich zu der Hall-Spannung U_H eingeführt. Aus (1.10) folgt somit

$$R_m = R_0 + R_H + R_E \quad (2.46)$$

wobei hier R_E als einzig verbleibenden Spannung bzw. als einzig verbleibender Widerstand berücksichtigt wurde. Dabei handelt es sich bis auf den Widerstand R_0 nicht um ohmsche Widerstände. Die Ettingshausen-Spannung U_E ist, wie erwähnt, immer parallel zur Hall-Spannung U_H und geht deshalb als systematischer Fehler in die Messung ein.

Der Nullfeldbeitrag R_0 kann durch Umkehren des Magnetfeldes und anschließendem Mitteln eliminiert werden. Dazu gehen wir davon aus, dass in Gleichung (2.46) der Magnet in N-S-Richtung eingelegt war. Eine Messung in S-N-Richtung verringert nun somit den gemessenen Widerstand R_m durch die Umkehrung von R_H und R_E :

$$R_m = R_0 - R_H - R_E \quad . \quad (2.47)$$

Es folgt durch Subtraktion der beiden letzten Gleichungen und Halbierung:

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{R_{m,N-S} - R_{m,S-N}}{2} & (2.48) \\ &= \frac{R_0 + R_H + R_E - (R_0 - R_H - R_E)}{2} \\ &= \frac{2(R_H + R_E)}{2} = R_H + R_E \quad . \end{aligned}$$

Somit ist der reale Hallwiderstand \tilde{R}_H durch

$$\tilde{R}_H = R_m = R_H + R_E \quad (2.49)$$

gegeben. Im weiteren Verlauf wird jedoch wieder R_H als Symbol für den theoretischen Hall-Widerstand verwendet. Allerdings unter Beachtung der Tatsache, dass in diesem auch der Ettingshausen-Effekt steckt.

In der Praxis muss an dem gemessenen Hall-Widerstand $R_{H,m}$ noch eine geometriebedingte Korrektur durchgeführt werden. Bei der Ableitung des Hall-Effektes wurde angenommen, dass die Hall-Kontakte ideal sind und am äußersten Rand der Probe sitzen. In Abbildung 2.6 befinden sich die Hall-Kontakte jedoch nicht am Rand, da eine ideale Kontaktierung praktisch nicht möglich ist. Geht man nun von Gleichung (2.40) aus und setzt $U_H = \int E_H ds = \int E_y ds = E_y b_K$ und $I = \int \int j_x dA = j_x A = j_x db$, so folgt für den real gemessenen Hall-Widerstand $R_{H,m}$:

$$R_{H,m} = \frac{b_K}{b} \frac{1}{nq} \frac{B}{d} \quad . \quad (2.50)$$

Der gemessene Hall-Widerstand ist somit kleiner als der theoretische Wert. Aus Gleichung (2.50) folgt der korrigierte Wert zu

$$R_H = \frac{b}{b_K} R_{H,m} = \text{GCF} \cdot R_{H,m} \quad (2.51)$$

wobei hier das Verhältnis der Breiten als GCF (**G**eometry **C**orrection **F**actor) bezeichnet.

Die hier im Falle der 6P-Methode angeführten Effekte treten auch alle bei VdP-Messungen auf. Eine Übersicht über die Fehlerkorrektur bei kreisrunden Proben wird in Abschnitt 2.4.3 gegeben.

2.4. Die Van-der-Pauw-Methode [13], [14]

Die Van-der-Pauw-Methode bietet die Möglichkeit, den spezifischen Widerstand ρ und den Hall-Koeffizienten A_H einer Probe willkürlicher Form, zu bestimmen. Dabei müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Die Kontakte sind an der Peripherie, also am Rand der Probe, angebracht.
- Die Kontakte sind hinreichend klein.
- Die Probe ist von homogener Dicke.
- Die Oberfläche der Probe ist einfach zusammenhängend, also ohne Löcher im Inneren.

2.4.1. Spezifischer Widerstand mittels VdP-Methode

Eine Probe in Form einer dünnen Platte ohne Löcher sei mit den Kontakten M, N, O und P, wie in Abbildung 2.7 ersichtlich, am Rand des Plättchens versehen. Legt man nun einen Strom I_{MN} am Kontakt M an und nimmt diesen wieder am Kontakt N ab, so kann eine Potentialdifferenz $U_P - U_O$ an den Kontakten P und

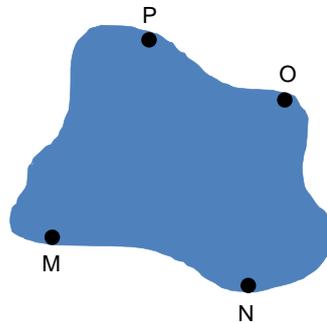


Abbildung 2.7.: Dünne und beliebig geformte Probe ohne Löcher mit den vier Kontakten M,N,O und P.

O in Form einer Spannung gemessen, und somit ein Widerstand

$$R_{MN,OP} = \frac{U_P - U_O}{I_{MN}} \quad (2.52)$$

ermittelt werden. Analog führt man die Bestimmung von

$$R_{NO,PM} = \frac{U_M - U_P}{I_{NO}} \quad (2.53)$$

durch. Nach dem VdP-Theorem stellt nun die Gleichung

$$e^{-\frac{\pi d}{\rho} R_{MN,OP}} + e^{-\frac{\pi d}{\rho} R_{NO,PM}} = 1 \quad (2.54)$$

eine Beziehung zwischen (2.52), (2.53) und dem spezifischem Widerstand ρ her, wobei d die Dicke des Plättchens bedeutet. Gleichung (2.54) wird auch als VdP-Gleichung bezeichnet.

2.4.1.1. Das VdP-Theorem

Für den Beweis von (2.54) geht man von einer ebenen, in allen ebenen Raumrichtungen unendlich ausgedehnten Platte aus. Man legt einen Strom der Stärke $2I$ an den Punkt M der radial nach einer Distanz r abgenommen wird. Die Stromdichte und die elektrische Feldstärke folgen in diesem Fall zu

$$j = \frac{2I}{2\pi r d},$$

und

$$E = \rho j = \frac{\rho I}{\pi r d}. \quad (2.55)$$

Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten O und P, welche auf einer Geraden mit M liegen, wie in Abbildung 2.8 ersichtlich ist, folgt nun durch Integration über

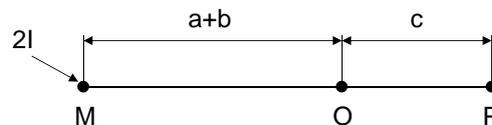


Abbildung 2.8.: Zur Herleitung der Potentialdifferenz zwischen den Punkten O und P, welche auf einer Linie mit Punkt M liegen.

(2.55) zu:

$$U_P - U_O = \int_P^O E dr = \frac{\rho I}{\pi d} \int_P^O \frac{dr}{r} = -\frac{\rho I}{\pi d} \ln \frac{a+b+c}{a+b}. \quad (2.56)$$

Die Beziehung (2.56) bleibt auch bestehen, wenn die unendlich ausgedehnte Platte entlang der Geraden und der Strom halbiert werden, siehe dazu Abbildung 2.9(a). Betrachtet man nun den Fall eines im Punkt N abfließenden Stromes der wieder



(a) Halbierung der Platte und des Stromes

(b) Abfließender Strom im Punkt N

Abbildung 2.9.: Zur Herleitung des VdP-Theorems

auf der selben Geraden wie O und P liegt, also auf der Kante der unendlich ausgedehnten Halbebene wie dies in Abbildung 2.9(b) zu sehen ist, so findet man:

$$U_P - U_O = \frac{\rho I}{\pi d} \ln \frac{b+c}{b} .$$

Aus der Superposition der beiden Fälle in Abbildung 2.9(a) und Abbildung 2.9(b) ergibt sich der in Abbildung 2.10 dargestellte Fall. Mathematisch folgt nach Superposition sowie nach einer Division durch I das Ergebnis

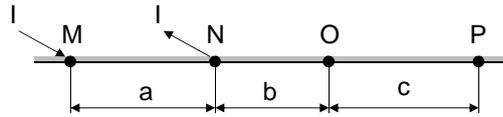


Abbildung 2.10.: Herleitung der VdP-Gleichung

$$R_{MN,OP} = \frac{\rho}{\pi d} \ln \frac{(a+b)(b+c)}{(a+b+c)b} ,$$

bzw. nach Umformung

$$\frac{(a+b+c)b}{(a+b)(b+c)} = e^{-\frac{\pi d}{\rho} R_{MN,OP}} . \quad (2.57)$$

In analoger Weise findet man

$$\frac{ac}{(a+b)(b+c)} = e^{-\frac{\pi d}{\rho} R_{NO,PM}} . \quad (2.58)$$

Durch Addition von (2.57) und (2.58) folgt nun die VdP-Gleichung, wie oben erwähnt, zu:

$$e^{-\frac{\pi d}{\rho} R_{MN,OP}} + e^{-\frac{\pi d}{\rho} R_{NO,PM}} = 1 .$$

Ein allgemein gültiger Beweis von Gleichung (2.54) kann ebenfalls gegeben werden. Dieser führt über konforme Abbildungen und kann in [14] eingesehen werden.

2.4.1.2. Lösung der VdP-Gleichung

Die VdP-Gleichung (2.54) kann analytisch nicht gelöst werden, d.h. es kann keine Lösung in geschlossener Form angegeben werden. Im allgemeinen Fall, wo keine Symmetrie vorliegt, kann ein Ausdruck für ρ in Form von

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_{MN,OP} + R_{NO,PM}}{2} f \quad (2.59)$$

hergeleitet werden, wobei

$$f = f \left(\frac{R_{MN,OP}}{R_{NO,PM}} \right) \quad (2.60)$$

eine Funktion in Abhängigkeit des Widerstandsverhältnisses ist. Der Zusammenhang zwischen der Funktion f in Gleichung (2.59) bzw. in (2.60) und dem Widerstandsverhältnis $R_{MN,OP}/R_{NO,PM}$ ist implizit durch

$$\cosh \left[\frac{(R_{MN,OP}/R_{NO,PM}) - 1 \ln 2}{(R_{MN,OP}/R_{NO,PM}) + 1} \frac{1}{f} \right] = \frac{1}{2} e^{\frac{\ln 2}{f}} \quad (2.61)$$

gegeben. Heutzutage ist es durch den Einsatz von Computersystemen jedoch ratsamer, Gleichung (2.54) mit Hilfe von numerischen Verfahren direkt zu lösen.

Lassen sich die Kontakte M, N, O und P, wie in Abbildung 2.11 gezeigt, jedoch um eine Symmetrielinie anordnen, so sind die Widerstände $R_{MN,OP}$ und $R_{NO,PM}$

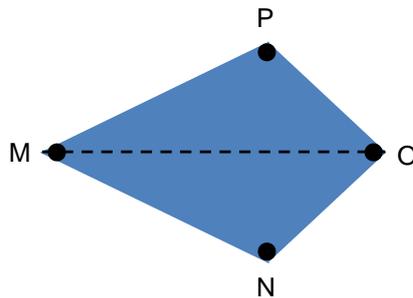


Abbildung 2.11.: Dünne symmetrisch geformte Probe ohne Löcher mit den vier Kontakten M,N,O und P.

gleich groß:

$$R_{MN,OP} = R_{NO,PM} \quad .$$

Im Falle einer solchen Symmetrie ergeben sich die Gleichungen (2.54) und (2.61) zu

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} R_{MN,OP}$$

wodurch der spezifische Widerstand ρ durch einfaches Einsetzen erhalten werden kann.

2.4.2. Hall-Effekt mittels VdP-Methode

Mittels VdP-Methode kann der spez. Widerstand einer beliebig geformten Probe gemessen werden. Dies gilt ebenso für den Hall-Koeffizienten. In Abschnitt 2.3 wurde bereits der Hall-Effekt im Falle einer Standard-Probe geschildert. Dieses Funktionsprinzip ist auch prinzipiell bei Proben mit beliebiger Form gegeben, sofern sie die schon eingangs aufgelisteten Punkte erfüllt.

Legt man ein Magnetfeld B im rechten Winkel zur Oberfläche der Probe an und schickt einen Strom, ausgehend von Kontakt M zu Kontakt O, durch die Probe

und misst den Widerstand $R_{MO,NP}$, so kann eine, durch die Lorentzkraft hervorgerufene, Abweichung

$$\Delta R_{MO,NP}$$

zum Widerstand $R_{MO,NP}$ festgestellt werden. Somit folgt der Hall-Koeffizient in Anlehnung an Gleichung (2.42) zu:

$$A_H = \frac{d}{B} \Delta R_{MO,NP} \quad . \quad (2.62)$$

Die Gültigkeit von (2.62) ist durch die Verteilung der Stromlinien bedingt, die sich beim Anlegen eines Magnetfeldes nicht ändert:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{j} &= 0 \quad , \\ \nabla \times \mathbf{j} &= \mathbf{0} \quad . \end{aligned}$$

Die Stromlinien verlaufen immer parallel zu der Umrandung der Probe. Das elektrische Feld E , welches den elektrischen Strom treibt, erfährt jedoch eine Verschiebung. Aus Abbildung 2.12(a) ist ersichtlich, dass jedoch das resultierende elektri-

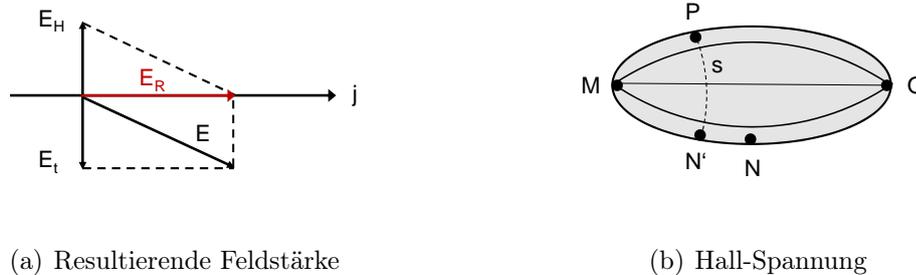


Abbildung 2.12.: Schematas zur Herleitung des Hall-Effektes

sche Feld E_R wieder exakt in Richtung der Stromlinie liegt. Dieses setzt sich aus dem Hall-Feld E_H , welches das transversale elektrische Feld E_t genau kompensiert, und dem elektrischen Feld E zusammen.

Die Berechnung der Hall-Spannung einer beliebig geformten Probe folgt mit Hilfe von Abbildung 2.12(b). Dazu fließe ein Strom I ausgehend von Punkt M zu Punkt O . Die Spannung zwischen den Punkten P und N folgt mit Hilfe von (2.42) durch Integration über den Weg s zu:

$$\Delta U = U_H = \int_P^{N'} E_H ds = R_H B \int_P^{N'} j ds = A_H B \frac{I}{d} \quad .$$

Da entlang von N' bis N kein Hall-Feld herrscht, bringt eine Integration über diesen Abschnitt keinen Beitrag.

2.4.3. Abschätzung von Kontaktfehlern

Zwei der wichtigsten Bedingungen um VdP-Messungen durchzuführen, wollen wir an dieser Stelle nochmals wiederholen:

- Die Kontakte sind an der Peripherie, also am Rand der Probe, angebracht.
- Die Kontakte sind hinreichend klein.

In der Realität ist es aber nicht machbar Proben mit Kontakten zu versehen, welche die oben genannte Bedingungen erfüllen. Sollten also diese Bedingungen nicht zu 100% erfüllt sein, besteht jedoch im Falle kreisrunder Proben die Möglichkeit einer einfachen Fehlerkorrektur. Abb.: 2.13 zeigt eine Probe mit den vier in 90°

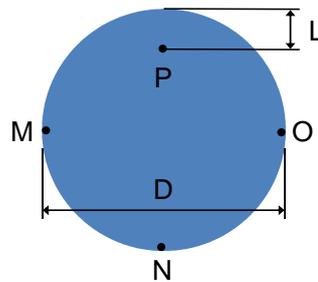
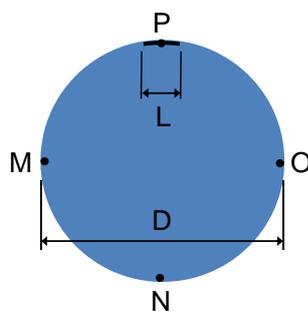
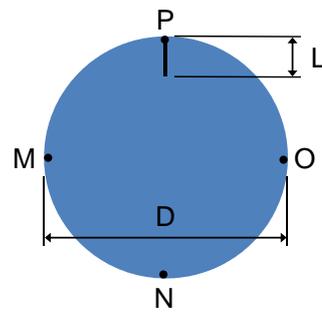


Abbildung 2.13.: Realer Kontakt P mit Abstand L zum Probenrand.

Winkeln angeordneten Kontakte P, M, N, O und dem Durchmesser D . Einer der Kontakte, der Kontakt P, ist dabei nicht am Rand der Probe angebracht, sondern weist einen Abstand L zur Peripherie auf. Desweiteren können ein oder mehrere Kontakte, wie in den Abb. 2.14(a) und 2.14(b) dargestellt, eine längliche Ausdehnung oder eine Ausdehnung senkrecht zum Probenrand besitzen. Der Gesamtfehler berechnet sich aus den drei Fehlerarten, die an den vier Kontakten entstehen, durch Summation. Somit sind 12 Fehler möglich. In Tabelle 2.1 sind die relativen Fehler



(a) Kontakt mit Breite L



(b) Kontakt mit Länge L

Abbildung 2.14.: Schema zur Illustration der Ausdehnung von Kontakten

des spezifischen Widerstandes $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ und des Hall-Koeffizienten $\frac{\Delta A_H}{A_H}$ nach der Art des Kontaktfehlers zusammengefasst. Dabei kann der richtige Wert der Messgröße ermittelt werden, indem der gemessene Wert mit $\frac{1}{1+K}$ multipliziert wird. K ist dabei der jeweilige Korrekturterm aus 2.1. Die korrigierten Werte werden somit größer. Für die Größe X , wobei X für ρ oder A_H steht, folgt somit bei einem Einzelfehler

$$X = \frac{1}{1+K} X_m$$

Art des Kontaktfehlers	$\frac{\Delta\rho}{\rho}$	$\frac{\Delta A_H}{A_H}$
Fall aus Abb.: 2.13	$\approx -\frac{L^2}{2D^2 \ln 2}$	$\approx -\frac{2L}{\pi D}$
Fall aus Abb.: 2.14(a)	$\approx -\frac{L^2}{16D^2 \ln 2}$	$\approx -\frac{2L}{\pi^2 D}$
Fall aus Abb.: 2.14(b)	$\approx -\frac{L^2}{4D^2 \ln 2}$	$\approx -\frac{4L}{\pi^2 D}$

Tabelle 2.1.: Relative Fehler bei VdP-Messungen

wobei X_m dem gemessenen Wert entspricht. Bei realen Proben ergibt sich jedoch eine Summation über alle 12 Einzelfehler:

$$X = X_m + X_m \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{1 + K_i} - 1 \right) .$$

Bei den hier durchgeführten Messungen an kreisrunden Proben wurde jedoch direkt der Hall-Widerstand R_H als gemessene Größe, an Stelle des Hall-Koeffizienten A_H , korrigiert:

$$R_H = R_{H,m} + R_{H,m} \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{1 + K_i} - 1 \right) . \quad (2.63)$$

Aus dem korrigierten Hall-Widerstand aus (2.63) können dann die Hall-Größen errechnet werden.

Als Beispiel soll eine Probe mit realer Geometrie, wie sie zu Messzwecken präpariert wird, dienen. Bei einem Durchmesser D von 5 mm und der selben Länge L für alle drei Fehlerarten von 0,3 mm, ergibt sich für den spezifischen Widerstand ρ ein Gesamtfehler von rund 1,7 %. Der Gesamtfehler im Falle des Hall-Koeffizienten liegt hingegen bei knapp 31 %. Dieses Beispiel demonstriert die Wichtigkeit einer Fehlerkorrektur bei der Ermittlung der Hall-Größen, wogegen eine Korrektur des spezifischen Widerstandes vernachlässigbar ist.

3. Experimentelle Durchführung

3.1. Hardware und Komponenten

Um ein Messsystem zur Messung des spezifischen Widerstandes und des Hall-Effektes bei Stickstofftemperatur sowie auch bei höheren Temperaturen aufzubauen, ergeben sich im hier vorliegenden Fall mehrere wichtige Komponenten: eine 370 AC Resistance Bridge, ein NdFeB-Permanentmagnet sowie ein GPIB-Bus der die Kommunikation zwischen einem Rechner, ausgestattet mit Labview, und der Brücke bewerkstelligt. Im Folgenden wird eine Beschreibung der angesprochenen Geräte und Komponenten gegeben.

3.1.1. 370 AC Resistance Bridge [22], [23]

Die 370 AC Resistance Bridge von Lakeshore ist ein Gerät, welches in Verbindung mit dem 3716L Low Resistance Scanner die Messung sehr kleiner aber auch sehr hoher Widerstände erlaubt. Dabei kann auf 19 Widerstands-Messbereiche zwischen $2\text{ m}\Omega$ und $2\text{ M}\Omega$ zurück gegriffen werden. Wie der Name des Modelles AC 370 verrät, können Messungen mittels Wechselstrom aber auch mit Wechselspannung durchgeführt werden. Dazu stehen 21 Ströme zwischen $3,16\text{ pA}$ und $31,6\text{ mA RMS}$, sowie 12 Spannungen zwischen $2\text{ }\mu\text{V}$ und 632 mV bereit. Da präzise Widerstandsmessmethoden auf einer Vierleitertechnik beruhen, arbeitet die 370 AC Resistance Bridge ebenfalls mit einer Anzahl von vier Leitungen pro Kanal: zwei Stromleitungen I+ und I- sowie zwei Spannungsleitungen V+ und V-. Die Brücke arbeitet mit einer standardmäßig eingestellten Frequenz von $13,7\text{ Hz}$. Darüber hinaus können auch Frequenzen von $9,8\text{ Hz}$ bzw. $16,2\text{ Hz}$ eingestellt werden. Die niedrigen Frequenzen tragen dazu bei, dass unerwünschte kapazitive Effekte in den Zuleitungen möglichst gering gehalten werden können. Damit im Rahmen der Möglichkeiten präzise Messungen durchgeführt werden können, sollte die Brücke Betriebstemperatur erreichen. Dazu sollte das Messgerät spätestens 30 Minuten vor Beginn der Messungen eingeschaltet werden, damit sich die Komponenten der Brücke ausreichend erwärmen können.

Eine besonders wichtige Komponente der Brücke ist der Filter. Die Filtertechnik basiert auf dem Prinzip des *moving average*. Dabei wird nach jeder Messung der aktuelle Durchschnitt, der sich aus allen bisher gemessenen Messwerte zusammensetzt, berechnet und am Display der Brücke ausgegeben. Bei der Durchführung von Messungen ist ein besonderes Augenmerk auf eine ausreichende Filterzeit zu werfen. Die Filterzeit kann von 1 - 200 Sekunden eingestellt werden, und definiert somit

die Anzahl der Messpunkte, aus denen sich der jeweilige aktuelle Durchschnitt ergibt. Dabei werden pro Sekunde Filterzeit 10 Messungen durchgeführt. Bei einer Filterzeit von 30 Sekunden bedeutet dies somit eine Anzahl von 300 Messpunkten. Von besonderer Bedeutung ist auch die Pausenzeit. Sie wird separat eingestellt und muss zusätzlich zur Filterzeit addiert werden. Der Grund dafür liegt beim Wechseln eines Kanals oder dem Wechseln des Widerstandsmessbereiches, wo starke Schwankungen der Messwerte auftreten können. Die Pausenzeit ergibt in Summe mit der Filterzeit die tatsächliche Zeit in der Messpunkte aufgenommen werden und somit die Messzeit pro Messdurchgang. Addiert man zur oben angenommenen Filterzeit von 30 Sekunden noch eine Pausenzeit von 10 Sekunden, werden in Summe tatsächlich 400 Messungen durchgeführt. Der jeweils aktuelle Durchschnitt bezieht sich jedoch immer auf das Zeitfenster, welches durch die Filterzeit definiert wird. Dies gleicht einem FIFO-Prinzip (First In First Out). Der Filter kann somit als Ringpuffer betrachtet werden. Im betrachteten Beispiel werden also in den letzten 10 Sekunden die ersten 100 Messpunkte hinausgeschoben um die Einschwingvorgänge zu ignorieren und den echten Messwert nicht zu verfälschen.

Ein sehr wichtiger externer Bestandteil der Brücke ist der 3716L Low Resistance Scanner. Dieser weist eine Rauschspannungsdichte von $4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ auf und ermöglicht eine Auflösung von $20 \text{ n}\Omega$. Durch den Scanner stehen 16 Messkanäle zur Verfügung, wobei gerade nicht benötigte Kanäle offen sind. Dadurch ergibt sich erst die Möglichkeit Messsequenzen, wie sie hier durchgeführt werden, abzuarbeiten.

An einer Probe, aber auch am Messsystem selbst, können diverse Fehler auftreten, wovon einige am Display der Brücke angezeigt werden. An dieser Stelle soll deshalb noch eine Übersicht über die häufigsten Fehler und Fehlerquellen gegeben werden.

- Current Source Overload (CS OVL): Eine offene Verbindung oder ein Drahtbruch an den Leitungen I+, I-. Üblicherweise ein schlechter Stromkontakt an der Messprobe. Tritt auch beim Abnehmen der Probe am aktiven Kanal auf (kein wirklicher Fehler).
- Differential Overload (VDIF OVL): Eine offene Verbindung oder ein Drahtbruch an den Leitungen V+, V-. Üblicherweise ein schlechter Spannungskontakt an der Messprobe. Tritt auch beim Abnehmen der Probe am aktiven Kanal auf (kein wirklicher Fehler).
- Mixer Overload (VMIX OVL): Der Versuch einen Widerstand zu messen der um eine Größenordnung höher ist, als der eingestellt Widerstandsbereich. Tritt häufig beim Wechseln von Proben am aktiven Kanal auf (kein wirklicher Fehler).
- Range Under (R. Under): Der eingestellte Widerstandsbereich ist niedriger als für die Messung erforderlich. Kann besonders am Kanal des Temperatursensors auftreten. Mögliche defekte Verkabelung des Sensors oder defekter Sensor.

Abschließend sei erwähnt, dass der Name „Brücke“ streng genommen nicht ganz richtig ist. Vielmehr basiert die Funktionsweise auf dem eines Lock-In-Verstärkers mit phasenempfindlicher Gleichrichtung. Dazu Lakeshore: „The Model 370 does not use a bridge configuration for resistance measurement ... The name „Bridge“ was retained to reflect the instrument’s heritage of precision resistance measurements... The Model 370 takes advantage of the AC filtering technique called phase sensitive detection that is used in Lock-In Amplifiers.“ (User’s Manual Model 370 AC Resistance Bridge, 2009, S 2-5).

3.1.2. NdFeB-Permanentmagnet

Um den Hall-Effekt zu bestimmen, wird ein stabiles Magnetfeld benötigt. Dazu wurde ein Permanentmagnet aus zwei Neodym-Eisen-Bor-Ringen (NdFeB) so angefertigt, dass die beiden NdFeB-Ringe einen Luftspalt von 25 mm Breite aufweisen (siehe dazu auch Anhang B). Die beiden Ringe weisen jeweils einen Durchmesser von 59,5 mm sowie eine Höhe von 26 mm auf. Nominell sollte der Magnet eine magnetische Flussdichte von 0,695 T aufweisen. Um dies zu überprüfen, wurde das Magnetfeld mit Hilfe einer axialen Indiumarsenid-Hall-Sonde HGCA-3020 von Lakeshore nachgemessen. Mit dieser Hall-Sonde ist eine Bestimmung der magnetischen Flussdichte über das Messen des elektrischen Widerstandes möglich. Dazu wurde wieder die 370 AC Resistance Bridge von Lakeshore als Widerstandsmessgerät herangezogen. Die Sonde wurde mit einem Speisestrom von 1 mA versorgt. Die Sonde weist eine Feldkonstante von 83,1 m Ω /T und einen Null-Feld-Offset von -0,167 m Ω auf, was dementsprechend berücksichtigt wurde. Das Ergebnis zeigt Abb. 3.1. Dabei wurde sowohl die N-S-Richtung als auch die S-N-Richtung aufgenommen. Zur Aufnahme der Kennlinie wurde die Hall-Sonde auf einem Probenträger an der Stelle des Probenortes im Tieftemperatur-Messsystem montiert. Der Probenort ist vertikal mittig angeordnet, allerdings in der Horizontalen genau 0,3 cm vom standardmäßig eingelegten Magneten weg verschoben. Zur Durchführung der Berechnungen wurde ein Feld von 0,648 T ermittelt. Eine Beeinträchtigung des magnetischen Feldes bei Abkühlung des Magneten konnte nicht festgestellt werden.

3.1.3. Software und Kommunikation

3.1.3.1. Der GPIB-Bus [19], [20]

Der General Purpose Interface Bus (GPIB), auch IEEE-488-Bus, ist ein 8 bit paralleles bzw. eine byteseriellles Bussystem mit einer Übertragungsraten von bis zu 1 MByte/s. Er wird oft zum Datenaustausch zwischen einer oder mehreren Recheneinheiten und Labor-Messgeräten eingesetzt. An ihn können bis zu 15 Geräte angeschlossen werden. Die Verkabelung des Busses darf dabei im äußersten Fall 20 m betragen. Der Verkabelungslänge zwischen 2 Teilnehmern darf jedoch 2 m nicht überschreiten. Der Der GPIB-Bus arbeitet nach dem Master-Slave-Prinzip, bei dem eine Recheneinheit die Steuerung übernimmt und die Kommunikation mit

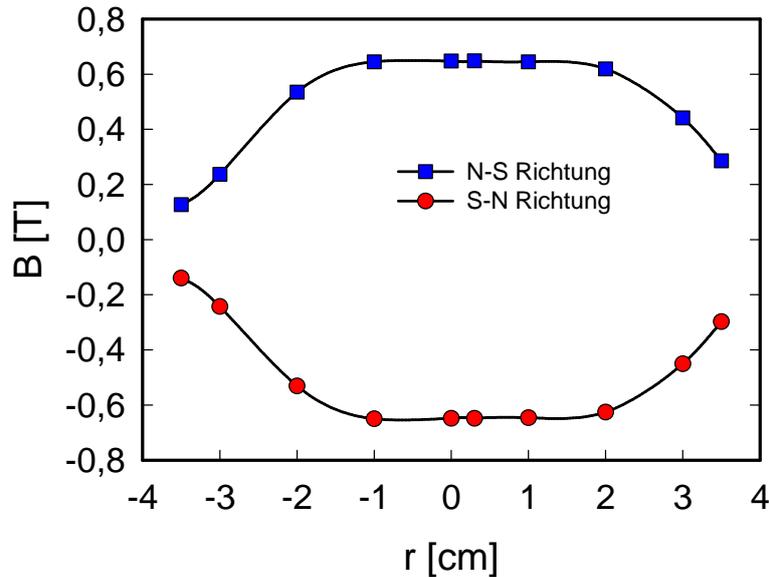


Abbildung 3.1.: Magnetische Flussdichte B in Abhängigkeit des Radius r . Das Zentrum des Magneten liegt bei 0,3 cm. 0 cm entsprechen dem realen Probenort.

den anderen Geräten verwaltet.

Da die 370 AC Resistance Bridge über eine GPIB-Schnittstelle verfügt, wurde die GPIB-Technologie zur Steuerung und zum Datenaustausch mit der Brücke eingesetzt. Die Verbindung wird dabei über ein GPIB-Kabel sowie einen GPIB-USB-HS von National Instruments hergestellt. Letzterer sorgt für eine Anschlussmöglichkeit an den USB-Port eines Rechners, da diese selten mit einer GPIB-Schnittstelle ausgestattet sind.

3.1.3.2. LabVIEW

Die Steuersoftware zur Ansteuerung der Brücke und der Stromquelle wurden mit LabVIEW erstellt. LabVIEW [26] ist eine grafische Programmiersprache von National Instruments und steht als Abkürzung für Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench. LabVIEW eignet sich besonders zur Gerätesteuerung, speziell auch in Kombination mit dem GPIB-Bus. LabVIEW-Programme setzen sich grundsätzlich aus einem Frontpanel und einem Blockdiagramm zusammen. Die Programmierung erfolgt dabei in Funktionsblöcken, auch virtuelle Instrumente oder VIs genannt, die in das Blockdiagramm „gezogen“ werden. Das Frontpanel dient als Bedienoberfläche des Programmes und beinhaltet die Bedien- und Anzeigeelemente. Zur Durchführung dieser Arbeit wurde die Steuerungssoftware mit einer Studentenversion von LabVIEW 8.6 erstellt. Diese unterscheidet sich von der Vollversion speziell dadurch, dass keine ausführbaren Dateien (EXE-Dateien) erstellt werden können. Der Nachteil besteht somit in einer leichten Verschiebbarkeit

der Bedien- und Anzeigeelemente im Frontpanel der Steuersoftware, worauf bei der Bedienung Rücksicht genommen werden muss.

Zur Entwicklung der Steuersoftware wurde auf ein einfaches Programm aus dem Hause Lakeshore [22] aufgesetzt, mit der eine einfache Messung des Widerstandes möglich ist.

3.2. Experimenteller Aufbau der Messsysteme

Um Messungen bei Stickstofftemperatur sowie bei höheren Temperaturen durchzuführen, sind zwei Messaufbauten notwendig. Die nachfolgenden Abschnitte geben einen Überblick über den Aufbau der entwickelten Messsysteme.

3.2.1. Messaufbau zur Messung bei Stickstofftemperatur

In Abbildung 3.2 ist ein Übersichtsschema der benötigten Geräte und Komponenten ersichtlich, die notwendig sind, um Messungen bei Stickstofftemperatur durchzuführen. Der Messaufbau besteht zum einen aus einem Computer (1) auf dem die

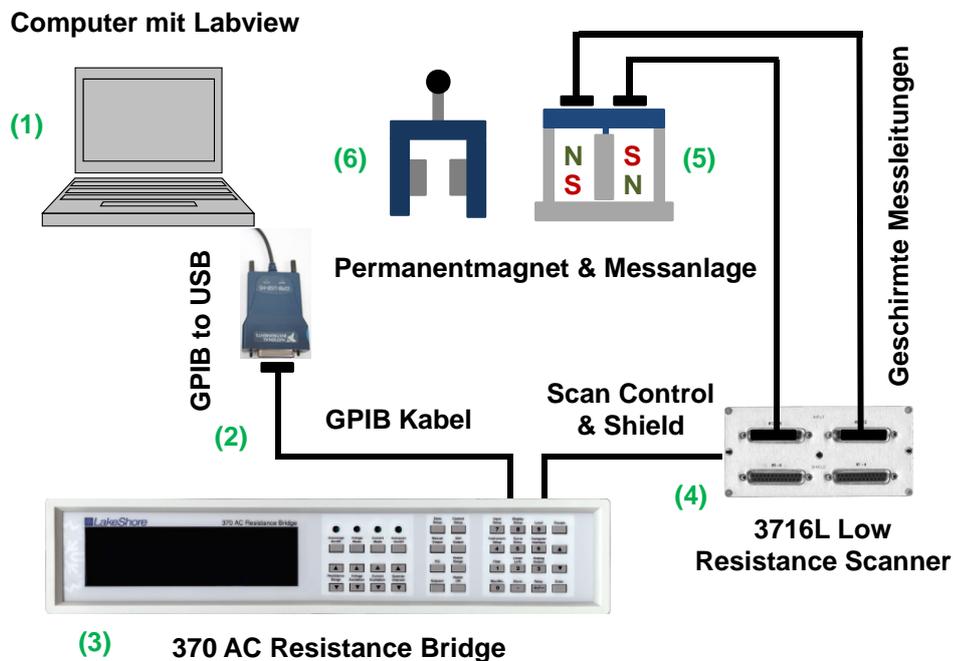


Abbildung 3.2.: Messsystem zur Messung bei Stickstofftemperatur.

Steuerungssoftware installiert ist. Dieser ist über über ein GPIB-Kabel sowie einen GPIB-USB-HS Controller (2) mit der 370 AC Resistance Bridge (3) verbunden. Die Brücke ist über ein weiteres GPIB-Kabel mit dem 3716L Low Resistance Scanner (4) verbunden. Eine Verbindung des Scanners mit der Messanlage (5) wird über zwei 10-polige geschirmte Messleitungen mit beiderseitig angeordneten 25 poligen D-Sub-Steckverbindungen hergestellt. Die beiden 25 poligen D-Sub-Buchsen auf Seite der Messanlage sind dabei an der Deckplatte angeschraubt. Dabei fungiert die Deckplatte als Messaufsatz, da an ihr die komplette Verkabelung installiert ist. Der Rest der Messanlage dient lediglich als tragendes Gerüst der Deckplatte und

zum Einschieben des NdFeB-Permanentmagneten (6) und ist somit als Messuntersatz zu sehen. An der Deckplatte ist senkrecht eine Streifenraster-Platine mittels zweier Winkel befestigt, die in das Zentrum der beiden Ringe des Permanentmagneten führt. An dieser Platine sind sowohl die 6 Pins zum Aufstecken des Probenhalters als auch der Pt-100 Temperatursensor angebracht. Der Sensor sitzt dabei direkt in vertikaler Position auf Höhe der Probe bzw. des Probenhalters und ist zwischen Probenhalter und der Platine befestigt. Um bei Stickstofftemperaturen messen zu können, wurde ein „Stickstoffbad“ eingerichtet. Dieses besteht aus einem Aluminiumgehäuse, welches mittels zweier Schrauben am Boden des Messuntersatzes festgeschraubt ist. In diesem Aluminiumgehäuse ist ein Becher aus Polystyrol eingearbeitet, der gerade genug Platz bietet um den Messaufsatz inklusive dem Probenhalter und einer Probe einzuführen. Die Führung des Messaufsatzes wird dabei durch vier Gewindestangen, die am Messuntersatz befestigt sind, erleichtert. Die Befüllung des Polystyrol-Bechers erfolgt über eine Öffnung in der Deckplatte. Über diese kann mit einem Dewar-Gefäß und einem Trichter flüssiger Stickstoff eingefüllt werden.

Ist die Befüllung mit Stickstoff erfolgt, kann die Messung gestartet werden. Bei der Hall-Effekt Messung ist darauf zu achten, dass der Magnet (6) zuerst in N-S-Richtung eingelegt wird. Unmittelbar danach folgt die S-N-Richtung. Die Einhaltung der richtigen Polarität ist deshalb sehr wichtig, da durch sie die Art der Ladungsträger bestimmt wird.

3.2.2. Messaufbau zur Messung bei höheren Temperaturen

Im nachfolgenden Schema 3.3 sind die benötigten Geräte und Komponenten angeordnet, die notwendig sind um Messungen bei höheren Temperaturen durchzuführen. Dabei ist die Anordnung der Komponenten (1)-(4) analog zur Messung bei Stickstofftemperatur, jedoch unterscheiden sich die Messanlagen und die daraus resultierenden zusätzlichen Komponenten. Die Messanlage (5) besteht aus einer Deckplatte, die eine kreisrunde Öffnung besitzt. An diese wird ein speziell konstruierter Stahlflansch aufgebracht. Dieser ist mit vier Schrauben an der Deckplatte befestigt und schließt auf der unteren Seite mit der Deckplatte ab. An der Unterseite wurde in den Flansch der obere Teil eines Glases aus Borsilikat mittels einem Zweikomponenten-Epoxidharzkleber montiert. Auf der oberen Seite ist der Flansch mit einem KF40-Kreuzstück durch eine passende Dichtung und einer Schelle verbunden. Die Befestigungsweise mit Dichtung und Schelle gilt für alle Anschlüsse des KF40-Kreuzstückes. An der oberen Seite des Kreuzstückes ist ein Blindflansch montiert. Dieser ist ebenfalls speziell angefertigt worden und ist wesentlich höher als normale Blindflansche. In diesem befindet sich eine Bohrung in die eine Messingstange eingeklebt ist. An dieser Stange ist das Heizsystem angebracht. Dieses besteht aus dem eigentlichen Heizer und drei Stangen aus Aluminiumoxid. Der Heizer besteht dabei aus einem Kupferstück, welches den Querschnitt des Metallfensters der Probenhalterung aufweist, einem Pt-100 Temperatursensor, der in die Bohrung des Kupferstückes eingeklebt ist, und einem gewendelten Manganindraht,

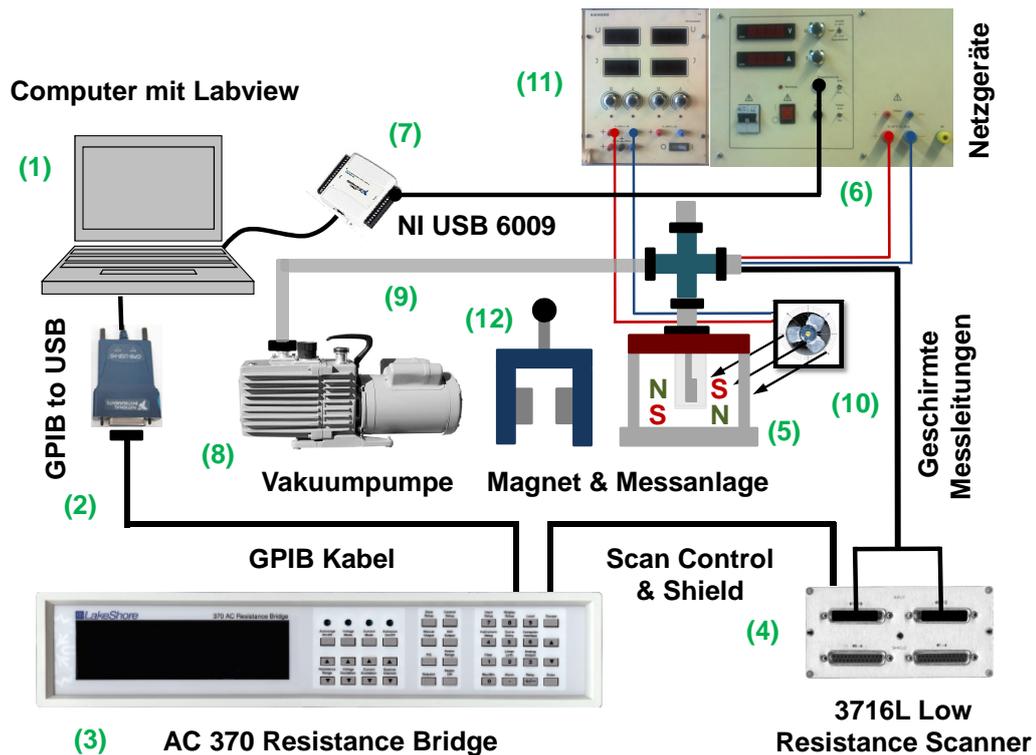


Abbildung 3.3.: Messsystem zur Messung bei höheren Temperaturen.

der rund um das Kupferstück gewickelt ist. Als Messleitungen fungieren vier Stiftkontakte (Pins zum Anbringen des Probenträgers) an die jeweils eine Kupferleitung angeschweißt ist. Dabei sind die für das Heizsystem benötigten acht Drähte (zwei für den Sensor, zwei Heizdrähte und vier Messleitungen) durch die Kanäle der Aluminiumoxid-Stangen durchgeführt. Das Kupferstück mit dem Sensor, die vier Pins und ein Teil der Aluminiumoxid-Stangen sind so mit einem Hochtemperatur-Zementkleber ausgegossen, dass noch ein kleiner Teil des Kupferstückes aus dem Kleber herausragt und ein „andocken“ an das Metallfenster der Probenhalterung ermöglicht. Somit bilden die drei Stangen, der Heizer und die Pins eine Einheit. Diese ist nun so an der oberen Seite der drei Aluminiumoxid-Stangen mit der Messingstange des Blindflansches angebracht, dass der Heizer in das Vakuumglas auf Höhe der Mitte des Magneten hineinragt. Die Anbringung an die Messingstange erfolgt dabei über ein Klebeband und zwei Kabelbinder. Die acht Drähte sind auf der rechten Seite des Kreuzstückes an einer 18-poligen vakuumdichten LEMO-Steckerbuchse angelötet, welche wiederum in einen Blindflansch eingesetzt ist.

Aus dem zur Steckverbindung zugehörigen LEMO-Stecker führen zwei 10-polige geschirmte Kabel, die am anderen Ende mit jeweils einem 25 poligen D-Sub-Stecker ausgestattet sind. Diese sind am Scanner (4) eingesteckt. Um eine VdP-Messesequenz durchzuführen, ist dazu wieder eine spezielle zusätzliche Verdrahtung an den D-Sub-Steckern notwendig. Zusätzlich zu den zwei geschirmten Kabeln führen noch zwei weitere Kabel (rot, blau), die als Heizerleitungen fungieren. Diese führen auf den Plus- und den Minuspol eines NTN 2800M Gleichspannungsnetzge-

rätes (NTN Niederspannungs-Transistor-Netzgerät). Diese Gleichspannungsquelle (6) ist digital steuerbar und verfügt über einen Anschluss über den die Programmierung vorgenommen werden kann. Dieser Anschluss ist über einen 12-poligen LEMO-Stecker und einem 10-poligen Kabel mit einem NI USB 6009 14-Bit Datenerfassungsmodul (7) von National Instruments verbunden. Das Modul selbst ist über USB am Rechner (1) angeschlossen. Um das Gleichspannungsnetzgerät und damit die Temperatur des Heizers zu regeln, ist eine Reglersoftware nötig. Diese wurde ursprünglich für die Regelung eines ZT-Meters entwickelt, und wurde mit LabVIEW (siehe Diplomarbeit B. Dangl und L. Spendlhofer) programmiert. An dieser Software wurden nur geringfügige Änderungen vorgenommen und die Regelparameter angepasst.

Auf der rechten Seite des KF40-Kreuzstückes ist eine Leybold-Heraeus D16A Drehschieber-Vakuumpumpe (8) über einen Vakuumschlauch (9) angeschlossen, mit der sich ein Feinvakuum erzeugen lässt. Zum einen verhindert das erzeugte Vakuum ein Oxidieren der Probe bei höheren Temperaturen, zum anderen verhindert das Vakuum die Wärmeleitung und somit eine starke Erwärmung des Glases, was sehr schädlich für den Magneten wäre. Der Wärmeübertrag auf das Glas kann jedoch nicht vollständig unterdrückt werden, da nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz die Wärmestrahlung mit T^4 zunimmt. Der Erwärmung des Glases wird allerdings durch eine Ventilation (10) in Form eines CPU-Lüfters entgegengewirkt, welcher mit einer zweiten Gleichspannungsquelle (11) verbunden ist. Diese sollte spätestens ab einer Heiztemperatur von 100 °C eingeschaltet werden.

Zusammen mit dem Stahlflansch, dem KF40-Kreuzstück mit angebrachtem Heizsystem sowie den drei restlichen Anschlüssen des Kreuzstückes ist die Deckplatte wieder als Messaufsatz zu sehen. Der Rest der Messanlage ist unverändert (wie bei tiefen Temperaturen) und dient wieder als tragendes Gerüst des Messaufsatzes und zum Einschieben des NdFeB-Permanentmagneten (12). Somit dienen auch wieder die vier Gewindestangen als Führungsinstrument beim Aufsetzen der Deckplatte. Wichtig ist, dass bei normaler Hantierung mit dem Messsystem nur der Vakuumanschluss sowie der LEMO-Stecker auf der rechten Seite des Kreuzstückes entfernt werden dürfen und nicht die Blindflansche. Um beispielsweise einen Probentausch vorzunehmen wird das Kreuzstück mitsamt dem Heizsystem und den beiden Blindflanschen über die Schnellverschluss-Schelle durch langsames Abziehen vom Stahlflansch gefühlvoll entfernt. Beim Auswechseln von Probenträgern und Proben ist darauf zu achten, das Heizsystem durch Biegen nicht zu sehr zu belasten, da die Aluminiumoxid-Stangen sehr leicht abgebrochen werden können. Das Einlegen des Magneten inklusive Richtungssinn ist wieder analog zum Fall der Stickstofftemperaturmessung. Bei Einlegen des Magneten sollte darauf geachtet werden, dass Glas nicht zu berühren. Zum einen wird dadurch eine Beschädigung des Glases verhindert und zum anderen auch eine Beschädigung des Magneten, da beim Anliegen des Magneten am Glas und höheren Temperaturen Wärmeleitung auftritt. Dies kann den Magneten zerstören.

3.3. Probenpräparation und Probenhalter

Um Messungen an Proben durchzuführen, müssen diese kontaktiert und an einen Probenträger angebracht werden. Die Kontaktierung erfolgt in der Regel mit Golddrähten, die an einem Ende an die Probe geschweißt werden (diese Möglichkeit besteht allerdings nur im Falle einer leitfähigen Probe). Der Schweißvorgang erfolgt dabei mit einem Widerstandspunktschweißgerät. Für eine zusätzliche mechanische Stabilität und eine bessere elektrische Ankopplung werden die Kontakte nach dem Punktschweißen mit einem Silberkleber versehen. Nach dem Kontaktierungsvorgang werden die Proben mit einem speziellen Kleber auf die Probenhalter aufgebracht. Dabei spielt es eine große Rolle, ob die Proben bei tiefen oder bei hohen Temperaturen gemessen werden sollen, da dies je nach Temperaturbereich verschiedene Klebemittel erfordert. Die Abbildungen 3.4(a) und 3.4(b) zeigen schematisch die Kontaktierung einer 6P-Probe sowie einer VdP-Probe und deren Anbringung an einen realen PPMS-Probenhalter. In Abb. 3.4(a) sind zwei kleine schwarze Bal-

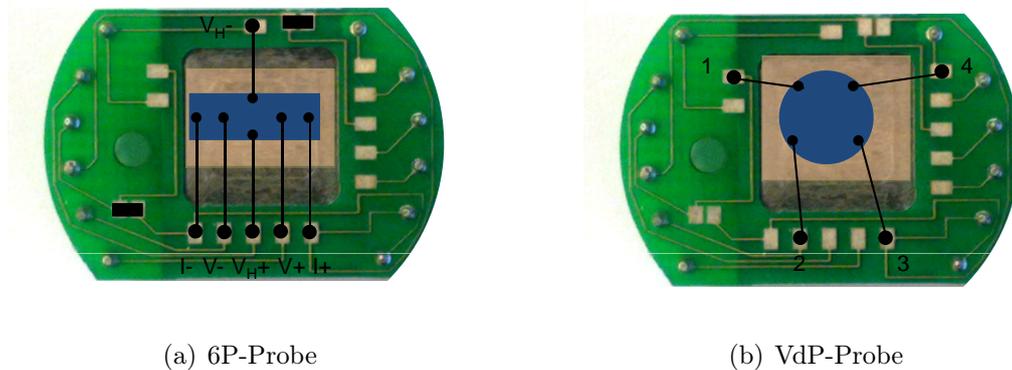


Abbildung 3.4.: Anbringung der Proben im Tieftemperaturfall.

ken erkennbar. Diese zeigen an wo Kontaktstellen miteinander verbunden werden müssen um korrekte Messungen durchführen zu können. Die Anbringung bei tiefen Temperaturen erfolgt dabei über ein Zigarettenpapier, welches für eine elektrische Isolation zwischen der Probe und dem metallischem Fenster des Probenträgers sorgt. Das Zigarettenpapier wird mit einem Tieftemperaturkleber an das Fenster angeklebt. Mit diesem Kleber wird auch die Probe an das Papier geklebt. Nach Anbringung der Probe werden die noch verbliebenen Golddrahtenden an die Metallkontakte des Probenhalters angelötet. Abbildung 3.5 zeigt eine kreisförmige, kontaktierte VdP-Probe um Messungen bei höheren Temperaturen durchzuführen. Der Zementkleber sorgt dabei einerseits wieder für eine elektrische Isolation und andererseits für eine thermische Ankopplung an das metallische Fenster.

Um mittels VdP-Technik zu messen, muss die Probe samt dem Probenträger an HERMES angebracht werden. Im Falle einer Stickstoffmessung muss diese auf die Stiftkontakte der Streifenraster-Platine gesteckt werden. Bei einer Messung über Raumtemperatur muss der Probenhalter auf den Heizer aufgebracht werden. In beiden Fällen ist darauf zu achten, dass sich die runde Öffnung des Probenträgers

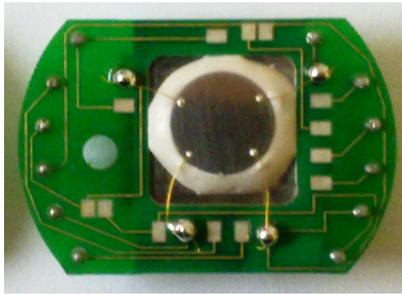


Abbildung 3.5.: Anbringung der Probe bei Messungen über Raumtemperatur mittels Omega CC Hochtemperatur-Zementkleber.

immer links befindet.

Um 6P-Messungen an HERMES durchzuführen ist ein Adapter notwendig. Dieser besteht aus einer angepassten Lochrasterplatine mit angelöteten Stiftkontakten. Der Adapter passt das Kontaktschema von HERMES an die Belegung des PPMS an. Abbildung 3.6 zeigt die korrekte Anbringung des Adapters an den Probenhalter (ohne Probe). Die Anbringung an HERMES erfolgt wieder so, dass sich die runde

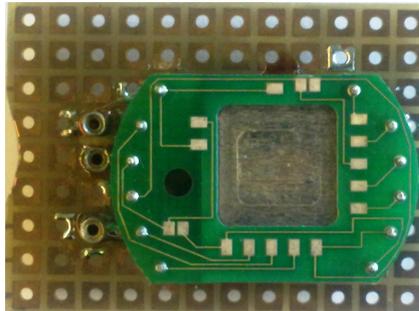


Abbildung 3.6.: Anbringung des Probenhalters an den Adapter. Die runde Öffnung des Probenträgers muss sich auf selber Seite wie die Ausfräsung (links) des Adapters befinden.

Öffnung des Probenhalters bzw. die Ausfräsung des Adapters auf der linken Seite der Streifenrasterplatine befindet.

3.4. Ausführung von Messungen

In den Folgenden Abschnitten wird eine Übersicht über die konkrete Realisierung der Mess- und der Berechnungsmethoden gegeben, die notwendig sind um die gewünschten Größen zu ermitteln.

3.4.1. 6P-Messmethode

In Abbildung 3.7 liegt ein Anschlussschema vor, wie es zur Messung des spezifischen Widerstandes und des Hall-Effektes mittels 6P-Messmethode notwendig ist. Zur konkreten Anbringung an den Probenhalter sei an dieser Stelle nochmals auf

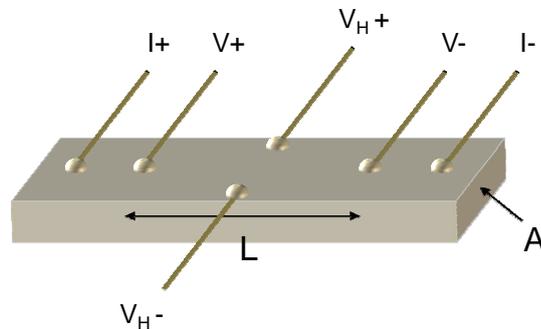


Abbildung 3.7.: 6P-Messmethode.

Abbildung 3.4(a) hingewiesen. Dabei erfolgt über die Anschlüsse I+, I-, V+, V- die Messung des spezifischen Widerstandes. Diese erfolgt mit Hilfe der Brücke standardmäßig über den Scanner-Kanal 13. Über die Anschlüsse I+, I-, V_{H+}, V_{H-} geschieht die Messung des Hall-Widerstandes. Diese erfolgt standardmäßig über den Scanner-Kanal 15.

Die Berechnung des spezifischen Widerstandes ρ erfolgt dabei mittels Gleichung (2.3). Der Hall-Widerstand berechnet sich aus den Gleichungen (2.48) und (2.51). Ein negatives Vorzeichen des Hall-Widerstandes entsteht dann, wenn in erster Messrichtung (N-S-Richtung) der Hall-Widerstand geringer ist als in S-N-Richtung. Die Ladungsträgerdichte berechnet sich im Falle der 6P- und der VdP-Methode aus Gleichung (2.44) und NIST-Konvention zu

$$n = \frac{10^{-8} B}{ed R_H} .$$

wobei die Umrechnung $[G] = 10^{-8} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{cm}^2} \right]$ verwendet wurde. Zudem wurde der Quotient aus Strom und Hall-Spannung durch den Hall-Widerstand ersetzt. Aus der Ladungsträgerdichte und dem spezifischen Widerstand errechnet sich wieder in gewohnter Weise die Beweglichkeit.

3.4.2. VdP-Messmethode

3.4.2.1. Messesequenzen

Die nachstehende Abbildungen 3.8(a) - 3.8(d) bilden die Messesequenz ab, wie sie zur Messung des spezifischen Widerstandes mittels VdP-Technik notwendig ist. Zu

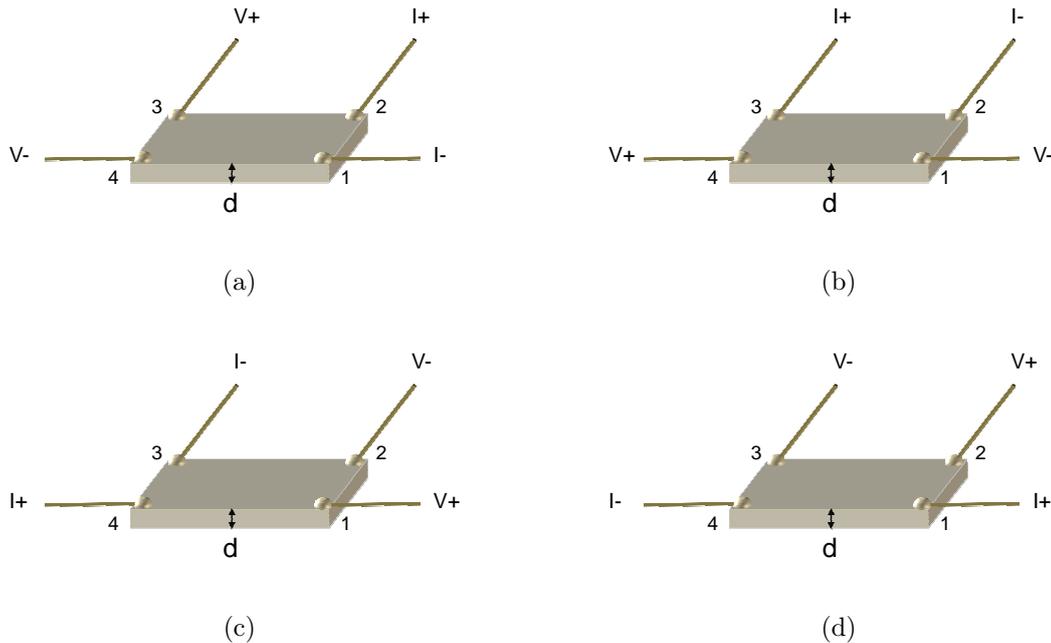


Abbildung 3.8.: VdP-Messesequenz zur Bestimmung des spezifischen Widerstandes. Die Ziffern 1-4 entsprechen jenen in Abb. 3.4(b).

jeder dieser vier Messungen ist ein eigener Messkanal notwendig. Sind die Stecker standardmäßig am Scanner befestigt, werden die vier Messungen an den Kanälen 9-12 durchgeführt. Der jeweils aktuelle Kanal wird dabei von der Brücke über die Steuersoftware eingestellt. Um dabei auch die Messleitungen vertauschen zu können, muss auf Seiten der Hardware eine spezielle Verdrahtung an den beiden 25-poligen D-SUB-Steckern vorgenommen werden (siehe dazu auch Anhang C). Die Ermittlung der zur Lösung der VdP-Gleichung benötigten Widerstände R_A und R_B erfolgt über die Widerstände $R_{ij,kl}$. Dabei bezeichnen die Indizes die jeweils aktuelle Position (Ziffern 1-4) der Stromkontakte (i,j) sowie der aktuellen Spannungskontakte (k,l). Aus den Abbildungen 3.8(a) - 3.8(d) ergeben sich dadurch vier Widerstände: $R_{21,34}$, $R_{32,41}$, $R_{43,12}$ und $R_{14,23}$. Die Widerstände R_A und R_B folgen nun zu:

$$R_A = \frac{R_{21,34} + R_{43,12}}{2} \quad , \quad (3.1)$$

$$R_B = \frac{R_{32,41} + R_{14,23}}{2} \quad . \quad (3.2)$$

Mit diesen beiden ermittelten Widerständen kann der spezifische Widerstand ρ berechnet werden.

Die nachstehenden Abbildungen 3.9(a) - 3.9(b) zeigen die Konfigurationen, wie sie zur Bestimmung des Hall-Widerstandes R_H mittels VdP-Technik notwendig sind. Die gesamte Messsequenz des Hall-Widerstandes besteht jedoch ebenfalls aus vier

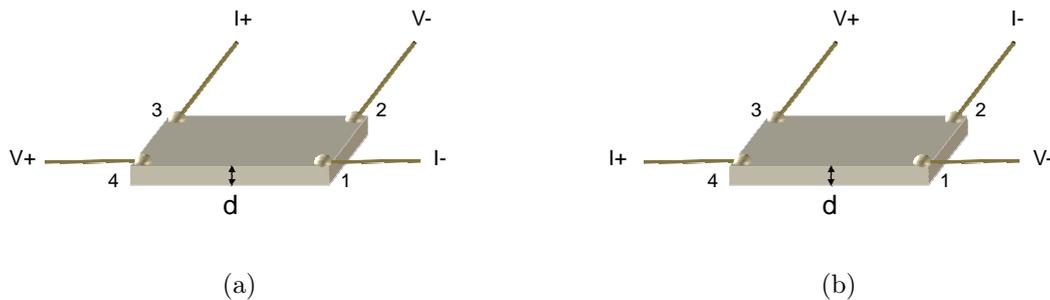


Abbildung 3.9.: VdP-Messsequenz zur Ermittlung des Hall-Widerstandes.

Messungen, da einmal bei einem Magnetfeld in N-S-Richtung und zusätzlich in S-N-Richtung gemessen werden muss. Dafür sind zwei Messkanäle notwendig. Sind die Stecker wieder standardmäßig am Scanner befestigt, werden die vier Messungen an den Kanälen 13-14 durchgeführt. Der jeweils aktuelle Kanal wird dabei wieder von der Brücke über die Steuersoftware eingestellt. Dazu ist wieder eine spezielle Verdrahtung an der Rückseite des zweiten 25-poligen D-SUB-Steckers erforderlich (siehe dazu Anhang C). Wird nun das Magnetfeld in N-S-Richtung (hier als positive Richtung P definiert) angelegt, ergeben sich aus den Abbildungen 3.9(a) - 3.9(b) die beiden Widerstände zu $R_{31,42,P}$ und $R_{42,31,P}$. Durch Umkehrung der Polarität des magnetischen Feldes in S-N-Richtung (hier als negative Richtung N definiert) folgen die Widerstände drei und vier zu $R_{31,42,N}$ und $R_{42,31,N}$. Durch Subtraktion

$$\begin{aligned} R_C &= R_{31,42,P} - R_{31,42,N} \\ R_D &= R_{42,31,P} - R_{42,31,N} \end{aligned} \quad (3.3)$$

und anschließende Mittelung folgt der Hall-Widerstand R_H zu:

$$R_H = \frac{R_C + R_D}{4} \quad (3.4)$$

Die Messsequenzen aus Abbildung 3.8(a) - 3.8(d) und 3.9(a) - 3.9(b), sowie deren Berechnungen wurden nach dem Vorschlag des NIST [16], [17] ausgeführt. Wie jedoch aus dem Reziprozitätstheorem für passive Vierpole hervorgeht, ist es nicht zwingend notwendig, Strom und Spannung zu vertauschen. Somit wären zur Bestimmung von ρ auch grundsätzlich zwei Anordnungen ausreichend. Hier wurde jedoch trotzdem auf vier zurückgegriffen, da sich bei isotropen Proben gewisse qualitative Aussagen über die Messung machen lassen. Der Unterschied zur NIST-Konvention ist lediglich die hier verwendete AC-Messmethode, die vier Messkonfigurationen bei der Ermittlung des spezifischen Widerstandes und zwei Konfigurationen bei der Ermittlung des Hall-Widerstandes einspart, da die Polarität des Stromkontakte bei gleichbleibender Konfiguration nicht vertauscht werden muss.

3.4.2.2. Numerische Lösung der VdP-Gleichung

Wie bereits oben erwähnt wurde, besitzt die VdP-Gleichung keine analytische Lösung. Daher muss ein numerisches Verfahren zur Lösung eingesetzt werden. In vorliegenden Fall wurde die Vorgehensweise des NIST [18] gewählt und das Newton-Verfahren [21] zur Lösung der VdP-Gleichung herangezogen. Beim Newton-Verfahren geht es um das Auffinden einer Nullstelle z_N einer impliziten Funktion $f(z) = 0$. Die dafür notwendige Iteration

$$z_i = z_{i-1} - \frac{f(z_{i-1})}{f'(z_{i-1})} \quad (3.5)$$

wobei $i \in \mathbb{N}_0$ ist, wird solange durchgeführt, bis man die gewünschte Nähe zur Nullstelle erreicht hat.

Ausgehend von der VdP-Gleichung (2.54) folgt durch die Substitutionen $R_{MN,OP} = R_A$, $R_{NO,PM} = R_B$ sowie $R_S = \frac{\rho}{d}$ folgt

$$e^{-\pi \frac{R_A}{R_S}} + e^{-\pi \frac{R_B}{R_S}} = 1 \quad . \quad (3.6)$$

Mit Hilfe der zusätzlichen Substitution $z = \frac{1}{R_S}$ ergibt sich nun aus (2.54) eine reduzierte VdP-Gleichung in impliziter Form zu:

$$f(z) = e^{-\pi R_A z} + e^{-\pi R_B z} - 1 \quad . \quad (3.7)$$

Mit Hilfe der ersten Ableitung von (3.7)

$$f'(z) = -\pi (R_A e^{-\pi R_A z} + R_B e^{-\pi R_B z}) \quad (3.8)$$

der Definition von

$$y_i = e^{-\pi R_A z_{i-1}} + e^{-\pi R_B z_{i-1}} \quad (3.9)$$

und entsprechender restlicher Indizierung ergibt sich somit die i -te Iteration mittels Newton-Verfahren (3.5) zu:

$$z_i = z_{i-1} - \left[\frac{1 - y_i}{\pi (R_A e^{-\pi R_A z_{i-1}} + R_B e^{-\pi R_B z_{i-1}})} \right] \quad . \quad (3.10)$$

Für den erten Iterationsschritt wir ein Startwert z_0 benötigt der möglichst nahe an der Nullstelle liegt, um eine schnelle Konvergenz des Verfahrens zu erreichen. Nach der NIST-Konvention wird hierbei für

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_A + R_B}{2} \quad (3.11)$$

gewählt, der auch aus (2.59) erhalten werden kann, indem $f = 1$ gewählt wird.

3.5. Messablauf und Benutzeroberflächen

3.5.1. Messablauf

Die Messabläufe bei Raum- und Stickstofftemperatur mittels beider Methode unterscheiden sich kaum. Um Messungen bei diesen Temperaturen durchzuführen, muss der Messaufbau nach Abb. 3.2 erfolgen. Sollte eine 6P-Messung durchgeführt werden, muss die Anbringung der Probe mit dem Probenhalter über den schon oben angesprochenen Adapter erfolgen. Sollte mit einer der beiden Methoden eine Stickstofftemperatur-Messung durchgeführt werden, darf auf das Anbringen des „Stickstoffbades“ nicht vergessen werden. Dieses muss mittels zweier Schrauben am Messuntersatz montiert werden. Bevor der Messaufsatz angebracht wird, sollte der Polystyrol-Becher einmal randvoll mit Stickstoff befüllt werden. Dabei friert der Becher außen an und kühlt gleichzeitig das Aluminiumgehäuse herunter, wodurch der Stickstoff bei dem nächsten Nachfüllen nicht mehr so schnell verdampft. Der Magnet liegt beim Einschieben am Aluminiumgehäuse an. Demnach sollte bevor die Messung gestartet wird auch der Magnet einmal eingeschoben werden um diesen herunterzukühlen und dem Stickstoffreservoir in weiterer Folge nicht unnötig „Kälte zu entziehen“. Ist dies geschehen, muss der Messaufsatz angebracht werden. Über die Öffnung in der Deckplatte kann mit einem kleinen Dewar-Gefäß über einen Trichter Stickstoff während der Messung nachgefüllt werden. Dies sollte nach Ausfrieren des Systems alle paar Minuten erfolgen. Sollen mehrere Proben hintereinander gemessen werden, sollte man das System jedesmal vor dem Probenwechsel langsam erwärmen lassen. Der Messaufsatz sollte keinesfalls zu schnell vom Messuntersatz getrennt werden, da sonst die Platine, die Probe und der Probenhalter sowie ein Teil der Zuleitungen anfrieren. Dies ruft mechanische Spannungen in den Leitungen und in den Kontakten hervor und sollte möglichst vermieden werden. Sollte der Messaufsatz in einer Messserie trotzdem zu früh entfernt worden sein, kann dieser mit einem Heißluftfön abgetaut und getrocknet werden. Es sollte jedoch niemals ein nasser Messaufsatz bzw. eine nasse Platine mit Probenhalterung in das „Stickstoffbad“ eingeführt werden, da die Lötstellen Risse und die Probenkontakte abgerissen werden könnten. Ein Erklärung des Programmablaufes und weitere Details zum Messablauf bei Raum- und Stickstofftemperatur werden in Abschnitt 3.5.2 gegeben.

Im Falle einer VdP-Messung über Raumtemperatur muss der Messaufbau nach Abb. 3.3 geschehen. Darüber hinaus wird eine Reglersoftware benötigt, um die gewünschte Messtemperatur einstellen zu können. Diese regelt solange bis die Messtemperatur erreicht ist und hält anschließend die Heizleistung konstant. Ist dieser Vorgang abgeschlossen, kann der Messvorgang über die VdP-Benutzeroberfläche gestartet werden (Siehe dazu Abschnitt 3.5.2.2).

3.5.2. Grafische Benutzeroberflächen

Zur Steuerung der Brücke und zur Auswertung der Messwerte wurden zwei grafische Oberflächen mittels LabVIEW gestaltet: eine als Benutzeroberfläche zur Durchführung von 6P-Messungen sowie eine zur Messung mittels VdP-Technik. Diese setzen sich grundsätzlich aus vier wichtigen Teilen zusammen.

- Weißer Bereich: Bereich in dem vor Beginn der Messung die benötigten Einstellungen vorgenommen werden müssen.
- Grüner Bereich rechts: Bereich in dem während des Ablaufs Programmteile händisch gestartet werden müssen.
- Grüner Bereich unten: Bereich in dem nach Beendigung der Messung die Messgrößen ausgegeben werden.
- Drei Fortschrittsbalken (ganz unten): Bereich in dem während des Ablaufs des Programmes der Fortschritt der Messung angezeigt wird.

Im Folgenden wird eine Übersicht über die Bedienung der Oberflächen gegeben.

3.5.2.1. Oberfläche des 6P-Messsystems

Öffnet man das 6P-Messprogramm erscheint eine grafische Benutzeroberfläche wie sie in Abbildung 3.10 ersichtlich ist. Um mit der Messbrücke zu kommunizieren muss unter VISA (Instrument Software Architecture) die GPIB-Adresse der Brücke ausgewählt werden. Diese erscheint automatisch, wenn man unter VISA die Suchfunktion anklickt. Am 6P-Port muss nichts geändert werden, wenn die D-SUB-Stecker immer an den selben Ports befestigt sind. Dies hat den Vorteil, dass die gerade durchgeführte Messung eines Kanales am Display der Brücke mitverfolgt werden kann, und somit schwerwiegende Fehler an der Probe schnell erkannt werden. Ändert man die Portbelegung kann aber trotzdem gemessen werden und die Messresultate werden korrekt ausgegeben. Unter Excitation Mode wird festgelegt, ob mit konstanter Spannung oder mit konstantem Strom gemessen werden soll. Der zugehörige Spannungs- oder Stromwert kann dazu unter Excitation Range eingestellt werden. Standardmäßig ist ein Konstantstrom mit einer Höhe von 1 mA vorgegeben. Unter Filter Time und Pause Time wird die Filterzeit der Messung pro Kanal eingestellt. Die Standardwerte von 30 s bzw. 10 s sind in den meisten Fällen ausreichend. In der nächsten Zeile werden unter l (length), w (width) und t (thickness) sowie unter GCF (Geometry Correction Factor) die geometriebezogenen Parameter der Probe eingegeben. Das Feld N. of Measurements definiert die Anzahl der Messungen, also wieviele komplette Messdurchgänge durchlaufen werden sollen. Unter Filename kann durch Überschreiben von „Datei“ der Name des Files festgelegt werden, indem die gesammelten Messwerte aus dem unteren grünen Bereich eingetragen werden. Im Feld Material kann die Art des Material eingegeben werden und unter Comments können weitere Kommentare, wie der Zustand der Probe oder die Art der Kontaktierung, festgehalten werden.

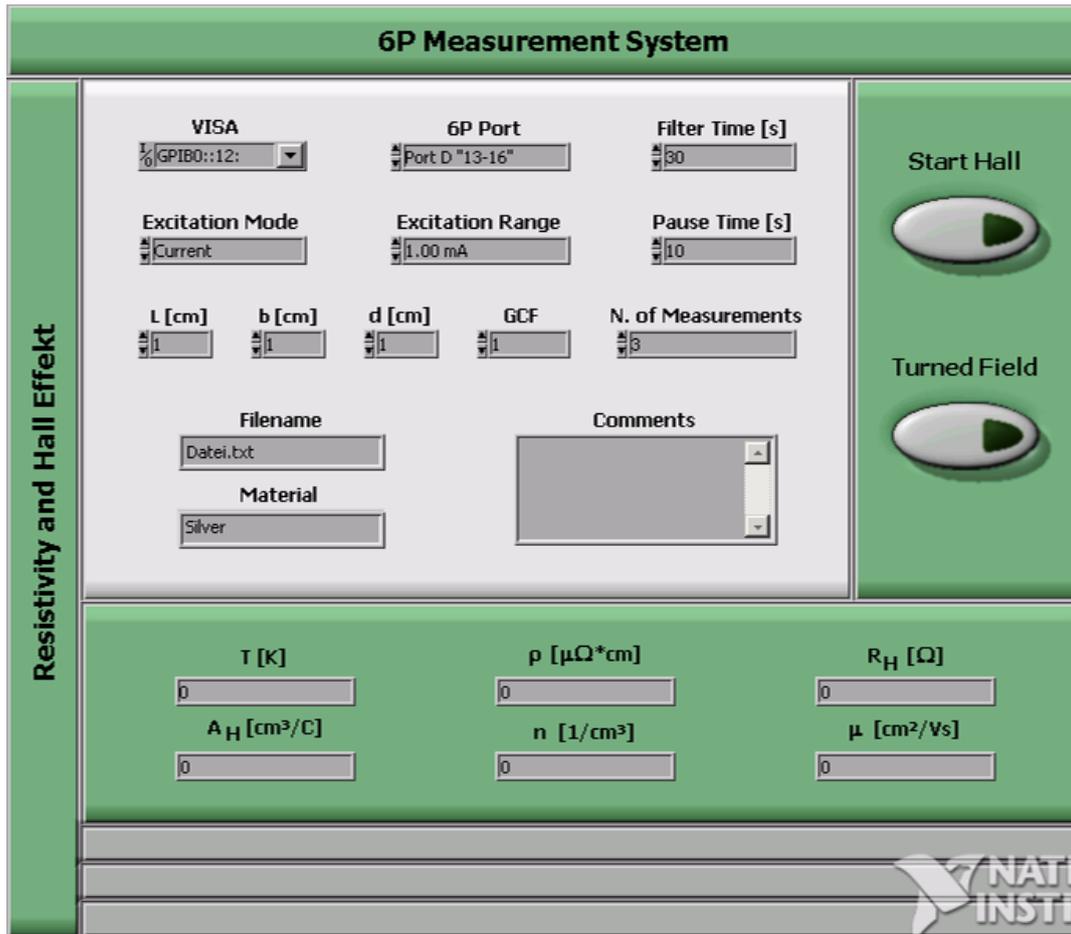


Abbildung 3.10.: 6P-Oberflaeche.

Hat man diese Einstellungen getätigt, muss die Messung, wie in Abb. 3.11 gezeigt, mittels Drücken des Ausführen-Symbols in der LabVIEW-Symbolleiste am oberen Fensterrand gestartet werden. Ist dies geschehen startet die Messung mit

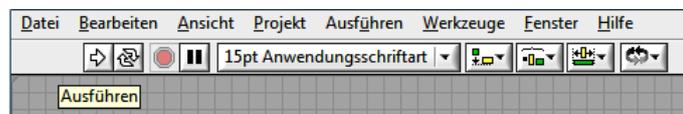


Abbildung 3.11.: Symbolleiste.

der Bestimmung der Temperatur. Danach erfolgt eine Einstellung des Widerstandsmessbereiches der für die Widerstandsmessung erforderlichen Kanäle. Anschließend wird jeder Kanal so oft gemessen, wie es im Feld N. of Measurements eingetragen ist. Gleichzeitig mit dem Drücken des Ausführen-Symbols startet auch der obere Fortschrittsbalken im unteren grünen Feld. Dieser ist blau und ist so eingestellt, dass er alle 10 Sekunden seine Länge ändert. Ist die Widerstandsmessung beendet und der Fortschrittsbalken komplett blau gefärbt, wird der Wert des spezifischen Widerstandes ρ im unteren grünen Bereich ausgegeben.

Nun wartet das Messsystem auf eine Benutzereingabe. Diese erfolgt durch Drücken der Schaltfläche Start Hall nach dem Einlegen des Magneten. Der Benutzer wird während des Messvorganges auch durch Dialogfenster durch eine richtige Bedienung der Anlage geführt. Dabei wird auch nochmals das richtige Einlegen des Magneten erklärt. Nun startet die Messung erneut mit der Bestimmung der Temperatur. Danach erfolgt wieder eine Einstellung des Widerstandsmessbereiches und der mittlere Fortschrittsbalken im unteren grünen Feld beginnt nach rechts zu „laufen“. Ist der Fortschrittsbalken am Ende rechts angekommen und die Messung des Hall-Widerstandes in der einen Magnetfeldrichtung beendet, so muss die Magnetfeldrichtung durch Drehen des Magneten um 180° umgekehrt werden und der Turned Field Schalter muss betätigt werden. Die nun ablaufende Prozedur ist analog zu vorher. Sind alle drei Fortschrittsbalken bis zum rechten Rand „gelaufen“, ist die Messung beendet und die restlichen Messwerte werden im unteren grünen Bereich ausgegeben und in das Datenfile geschrieben. Die Temperatur entspricht dabei dem Mittelwert der drei gemessenen Temperaturen zusammen.

3.5.2.2. Oberfläche des VdP-Messsystems

Die grafische Benutzeroberfläche des VdP-Messprogrammes ist in Abbildung 3.12 ersichtlich. Obwohl sich die beiden Messprogramme „unterhalb“ der Oberfläche stark unterscheiden, so besteht der Unterschied in den grafischen Oberflächen nur in zwei kleinen Details. Zum einen müssen hier zwei Ports des Scanners angegeben werden, da bei einer VdP-Messung wesentlich mehr Kanäle benötigt werden und auch der Verdrahtungsaufwand höher ist. Die Einstellungen und auch die Steckerpositionen sollten nicht verändert werden, da sonst das schon angesprochene Problem der „blinden“ Messung auftritt. Zum anderen muss anstelle der drei (bzw. vier) geometrischen Abmessungen bei der 6P-Methode nur ein Wert im Feld Thickness eingegeben werden.

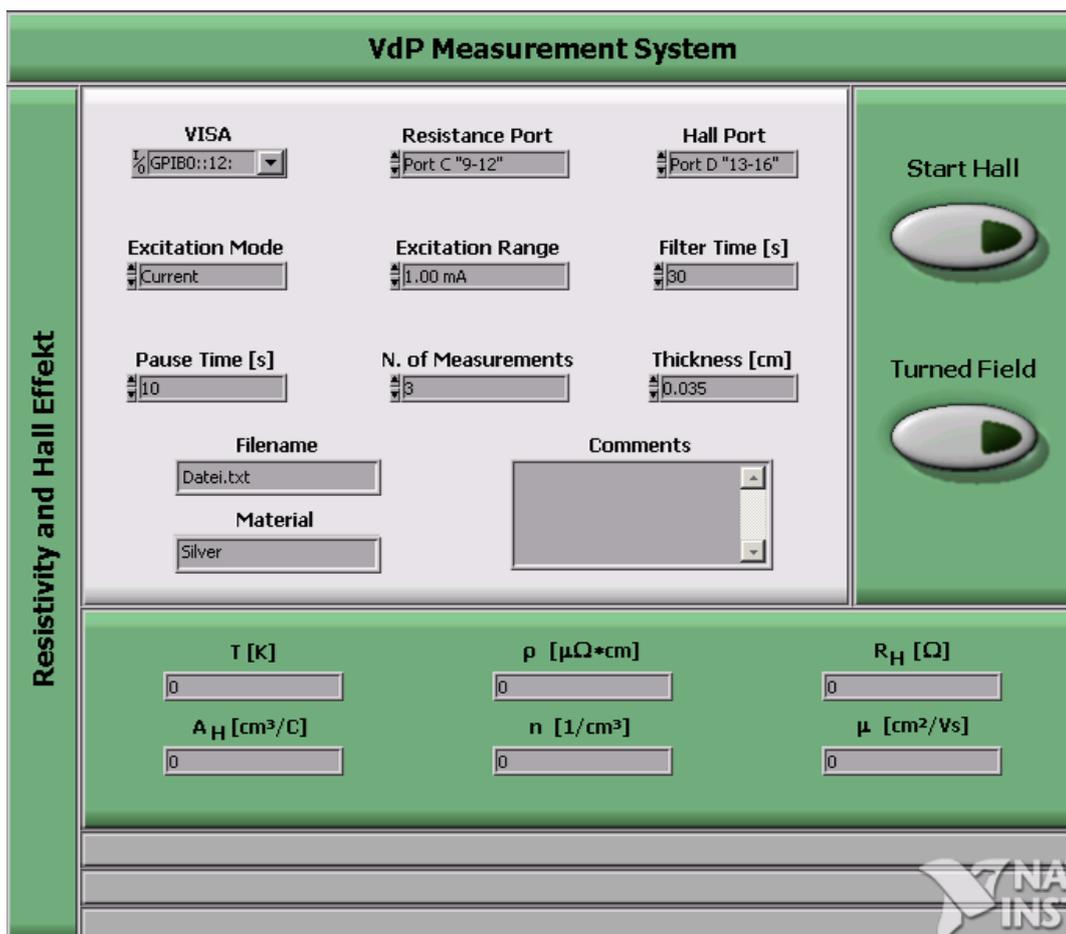


Abbildung 3.12.: VdP-Oberflaeche.

4. Auswertung und Diskussion

4.1. Bismut

Bismut, oder auch Wismut, ist ein sprödes Halbmetall mit rhomboedrischer Kristallstruktur und der Kernladungszahl 83. Zudem weist es ein besonders starkes Hall-Signal auf. Aufgrund des besonders starken Hall-Signales wurde Bismut verwendet um die grundlegende Funktion der Anlage zu testen. Im Vordergrund stand dabei die korrekte Funktionsweise der AC-Brücke, sowie der Ablauf der Messsequenzen und der Berechnungen. Im speziellen treten an Bismut, begründet durch das starke Hall-Signal, auch Widerstände mit negativem Vorzeichen auf. Dies resultiert aus der Messung eines wesentlich größeren Widerstandes bei angelegtem äußeren Magnetfeld, im Gegensatz zur Messung im Nullfeld.

Die Messungen wurden an Bismut mit 99,99%-iger Reinheit durchgeführt. Die Proben wurden aus einem halbkugelförmigen Bismut-Rohstück ausgeschnitten und mit Golddrähten kontaktiert. Die Drahtenden wurden dabei auf der Probe punktgeschweißt und zusätzlich mit einem Zweikomponenten-Klebstoff auf Silberbasis versehen. Zum Vergleich wurde die 6P-Probe auch auf dem PPMS gemessen. Die Messung des spezifischen Widerstandes an der 6P-Probe mittels PPMS zeigen die Abbildungen 4.1(a) und 4.1(b). Ein Vergleich mit HERMES bei Raumtemperatur

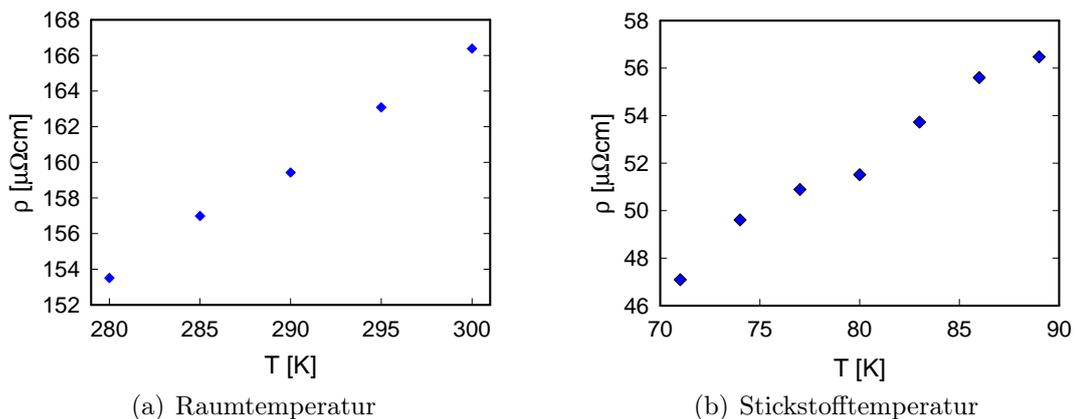


Abbildung 4.1.: Spezifischer Widerstand $\rho(T)$ von Bismut, aufgenommen mit dem Physical Property Measurement System (PPMS).

zeigt eine Abweichung des spezifischen Widerstandes von unter einem Prozent, bei Stickstofftemperatur 4,5%. Siehe dazu auch Tab. 4.1.

Den Hall-Widerstand R_H in Abhängigkeit der Temperatur zeigt Abb. 4.2. Da an der Aufbringung der 6P-Probe am PPMS-Probenhalter nichts geändert werden muss, um auf beiden Messanlagen gemessen werden zu können, kann der Hall-Widerstand direkt verglichen werden. Die Abbildungen 4.3(a) und 4.3(b) geben

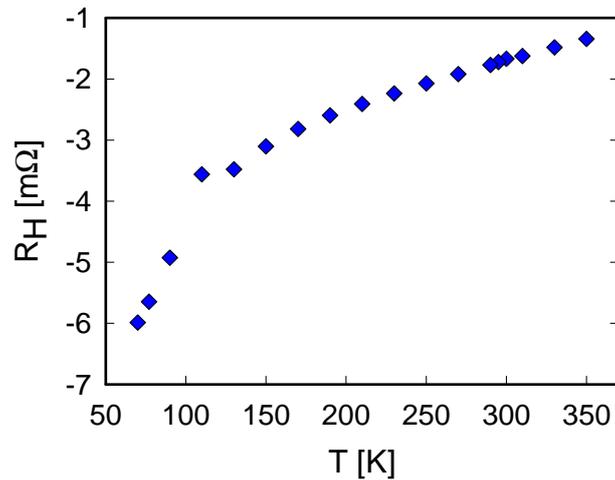


Abbildung 4.2.: Hall-Widerstand $R_H(T)$ von Bismut, aufgenommen mit dem PPMS.

die Hall-Spannung U_H in Abhängigkeit des eingepprägten Stromes bei Raumtemperatur wieder, aufgenommen durch HERMES mittels VdP- und 6P-Methode. Aus

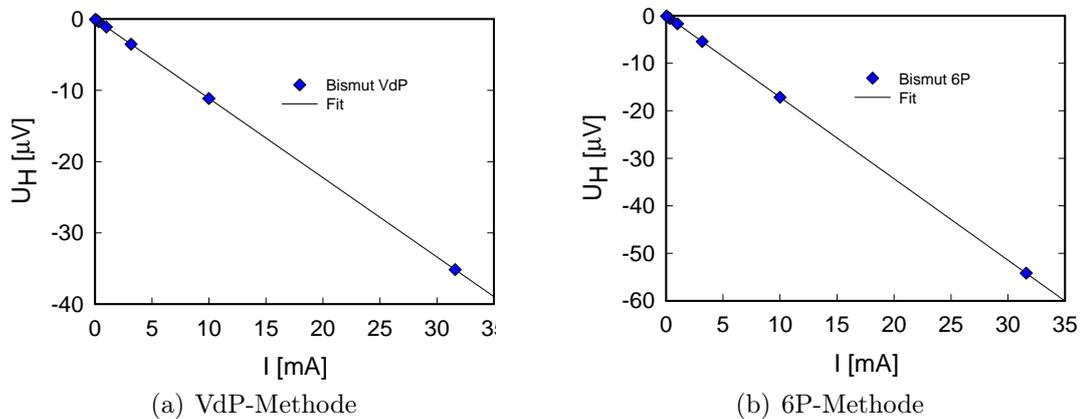


Abbildung 4.3.: Hall-Spannung $U_H(I)$ bei Raumtemperatur, gemessen mit HERMES.

Abb. 4.3(b) kann der Hall-Widerstand errechnet werden. Ein Vergleich mit dem Hall-Widerstand in Abb. 4.2 bei $T = 295$ K zeigt eine Abweichung von rund 0.5% über den gesamten Bereich des Treibstromes.

Ein Vergleich der beiden Methoden und somit der beiden Kennlinien untereinander zeigt eine starke Abweichung der Hall-Spannungen. Diese Abweichung resultiert

allerdings größtenteils daraus, dass die beiden Proben nicht die selbe Dicke aufwiesen. Ein direkter Vergleich der Hall-Widerstände R_H bzw. Hall-Spannungen U_H ist deshalb ausschließlich nur dann möglich, wenn die Proben von gleicher Dicke sind. Die Abbildungen 4.4(a) und 4.4(b) zeigen die Hall-Spannung U_H in Abhängigkeit des Treibstromes bei Stickstofftemperatur, gemessen mit HERMES. Ein

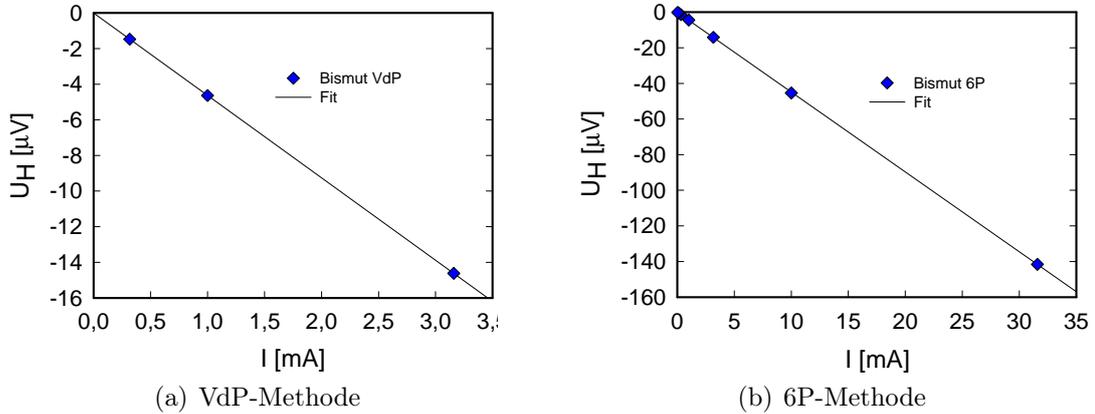


Abbildung 4.4.: Hall-Spannung $U_H(I)$ von Bismut bei Stickstofftemperatur aufgenommen mit HERMES

erneuter Vergleich von R_H in Abb.: 4.4(b) mit dem Hall-Widerstand in Abb. 4.2 bei $T = 77$ K zeigt eine Abweichung von rund 25%. Bis auf eine minimale Abweichung herrscht am Probenort die selbe Temperatur wie am Ort des fest installierten Temperaturfühlers. Der Unterschied im Hall-Widerstand kann also nicht durch eine Temperaturdifferenz im Stickstoffgefäß von HERMES erklärt werden. Die Messungen am PPMS wurden allerdings mit Gleichstrom durchgeführt. Eine naheliegende Erklärung wäre, dass bei tiefen Temperaturen thermoelektrische Effekte schlagend werden. Zudem ist der Ettingshausen-Effekt in Bismut aufgrund der schlechten thermischen Leitfähigkeit stärker als in allen anderen Elementen metallischer Art. Da das PPMS grundsätzlich als „Black Box“ zu sehen ist, ist eine Untersuchung des Inneren nicht machbar. Ein Teil der Abweichung könnte auch, speziell am Tag der Messdurchführung, in der Temperaturregelung des PPMS begründet sein. Durch den relativ einfachen und robusten Aufbau von HERMES sind hier Fehler auszuschließen.

Die aufgenommenen Messwerte mittels HERMES bei Raum- und Stickstofftemperatur zeigt Tabelle 4.1. Die aufgenommenen Größen sind allesamt von der Reinheit des Materials abhängig. Ein Vergleich mit Literaturwerten bringt, in Hinblick auf die Genauigkeit, keine absolute Gewissheit, da auch bei Bismut selten Angaben über die Reinheit des Materials auffindbar sind. Vergleichsweise wird für den elektrischen Widerstand bei Raumtemperatur oft ein Wert um $125 \mu\Omega\text{cm}$ angegeben, was eine gute Übereinstimmung mit dem VdP-Wert bedeuten würde. Für die Hall-Konstante gilt in der Regel ein Wert von $-0,5 \frac{\text{cm}^3}{\text{C}}$, was im Vergleich zur VdP-Methode einen um 20% geringeren Wert bedeutet. Die Abweichungen sind ausschließlich durch die Kontakte gegeben, da diese nicht exakt an den Ecken bzw.

Rändern saßen und natürlich auch nicht punktförmig waren. Dies gilt insbesondere auch für die 6P-Probe und ihre Kontakte. Wie die Tabelle zeigt, sind die Fehler im Vergleich zur VdP-Methode und den Literaturdaten, sehr groß. Wie oben ausgeführt, brachten die Messungen mittels PPMS allerdings ausgezeichnete Übereinstimmungen im elektrischen Widerstand und dem Hall-Widerstand. Deshalb sind die entstandenen Fehler ebenfalls auf die Kontakte sowie die Probe selbst rückführbar. Besonders nachteilig bei der 6P-Methode ist der enorme Einfluss der Geometrie. Die Kontaktabstände wurden jeweils von Drahtmitte zu Drahtmitte bestimmt, ohne Berücksichtigung der Ausdehnung des Klebers. Aufgrund des Klebers betragen die Durchmesser der Kontakte im Durchschnitt $300 \mu\text{m}$, die prinzipiell bei der Bestimmung der Kontaktabstände berücksichtigt werden müssen. Dies gilt ebenso für die VdP-Methode. Die Dicken der Proben betragen $350 \mu\text{m}$ im Falle der VdP-Probe sowie $270 \mu\text{m}$ im Falle der 6P-Probe. Diese Dicken sind akzeptabel, da Bismut wie erwähnt sehr spröde und leicht brüchig ist. Jedoch wird, besonders in Hinblick auf die Hall-Größen, eine umso höhere Genauigkeit erzielt, je dünner die Proben sind.

Methode	T [K]	ρ [$\mu\Omega\cdot\text{cm}$]	n_e [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
VdP	295,2	129,5	$1,04\cdot 10^{19}$	-0,599	4630
6P	294,9	164,3	$7,44\cdot 10^{18}$	-0,839	5107
VdP	76,9	39,2	$2,50\cdot 10^{18}$	-2,495	63646
6P	77,3	53,3	$3,34\cdot 10^{18}$	-1,869	35051

Tabelle 4.1.: Vergleich der VdP-Methode und der 6P-Methode (HERMES).

Die eingangs gesteckten Ziele wurden mit Bismut erreicht. Weitere Untersuchung wurden mit Silber (siehe dazu Abschnitt 4.2) durchgeführt.

4.2. Silber

Silber ist ein Edelmetall mit Ordnungszahl 47 und kubisch flächenzentrierter Kristallstruktur. Es ist das Metall mit der größten elektrischen Leitfähigkeit bzw. mit dem kleinsten spezifischen Widerstand. Zudem besitzt es, wie bei Metallen üblich, eine kleine Hall-Konstante und somit ein kleines Hall-Signal. Deshalb eignet sich Silber besonders gut zur Kalibration der Messanlage.

Die Reinheit des verwendeten Silbers betrug 99,95%. Die Silberproben wurden aus einer 10 μm dicken Silberfolie ausgeschnitten und mit Golddrähten kontaktiert. Die Drahtenden wurden, wie bei Bismut, punktgeschweißt und zusätzlich mit einem Zweikomponenten-Klebstoff auf Silberbasis versehen. Allerdings läßt sich Silber nur sehr schlecht punktschweißen, bzw. nur unter sehr geringen Strömen schweißen, was in ein oberflächliches Kleben der Kontakte durch den Schweißvorgang mündet. Bei höheren Strömen setzt unmittelbar eine Zerstörung der 10 μm dicken Silberfolie ein. Somit erhalten die Kontakte ausschließlich nur durch den Zweikomponenten-Klebstoff ihre mechanische Festigkeit und ihre elektrische Leitfähigkeit.

Die aufgenommene Hall-Spannung bei Raumtemperatur, als Funktion des eingepprägten Stromes zeigen die Abb. 4.5(a) und 4.5(b). Insbesondere zeigt Abbildung 4.5(b) die geometrie-korrigierte Hall-Spannung U_H . Die Kennlinien wurden zur bes-

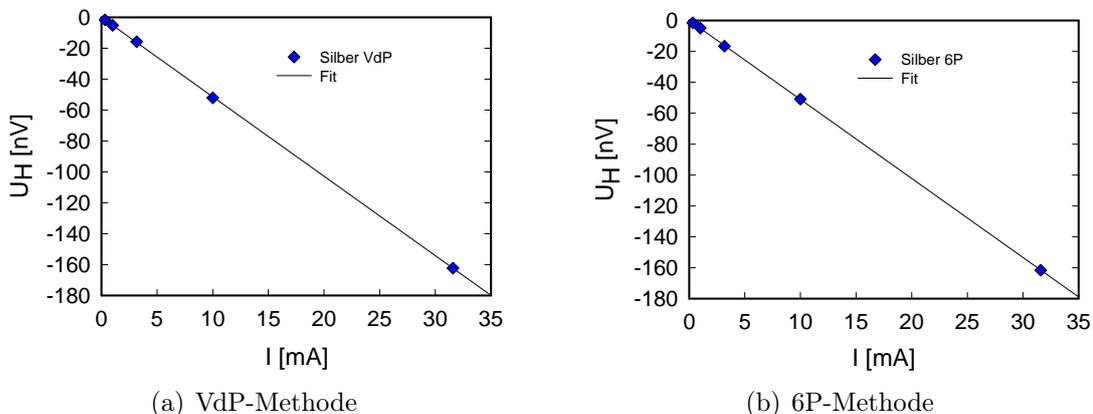


Abbildung 4.5.: Hall-Spannung U_H von Silber in Abhängigkeit des Stromes I (Raumtemperatur).

seren Illustration auf zwei Graphen aufgeteilt, da sie nahezu 100%-ig deckungsgleich sind.

Die aufgenommene Hall-Spannung bei Stickstofftemperatur, in Abhängigkeit des Treibstromes ist in Abbildung 4.6 ersichtlich. Die Hall-Spannungen als Funktion des Stromes zeigen die erwünschte lineare Abhängigkeit. Dies bescheinigt ein exaktes Arbeiten der Brücke, auch bei zu messenden Spannungen im nV-Bereich bzw.

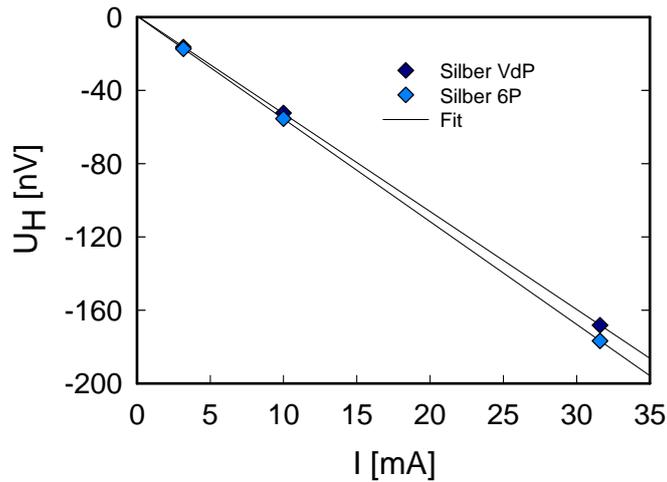


Abbildung 4.6.: Hall-Spannung U_H von Silber in Abhängigkeit des Stromes I (Stickstofftemperatur).

bei Widerständen im wenigen $\mu\Omega$ -Bereich.

Die aufgenommenen Messwerte beider Methoden zeigt Tabelle 4.2. Durch einen Vergleich mit [27] an 99,999%-igem Silber, folgt für die VdP-Methode ein in etwa 4% niedrigerer spezifischer Widerstand bei Raumtemperatur, sowie ein 15% höherer Wert bei Stickstofftemperatur. Die hohe Abweichung bei tiefer Temperatur erklärt sich durch die wesentlich höhere Reinheit des Referenzmaterials.

Methode	T [K]	ρ [$\mu\Omega\cdot\text{cm}$]	n_e [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
VdP	295,3	1,54	$7,85\cdot 10^{22}$	$-7,95\cdot 10^{-5}$	51,7
6P	295,4	1,30	$8,06\cdot 10^{22}$	$-7,75\cdot 10^{-5}$	59,8
VdP	77,1	0,31	$7,73\cdot 10^{22}$	$-8,08\cdot 10^{-5}$	256,9
6P	77,0	0,32	$7,57\cdot 10^{22}$	$-8,24\cdot 10^{-5}$	258,0

Tabelle 4.2.: Vergleich der VdP-Methode und der 6P-Methode

Im Falle der 6P-Messung bei Raumtemperatur ist aus Tabelle 4.2 eine hohe Abweichung von ρ zum VdP-Messwert feststellbar. Dies liegt an der Geometrie und an der fehlenden Länge der Probe. Gute Widerstandsmessungen erfordern eine dünne und vor allem eine verhältnismäßig lange Probe; dies war in diesem Fall nicht gegeben. Im Rahmen einer Bachelorarbeit [28] an der TU-Wien, wurden Messungen an $50\ \mu\text{m}$ dicken Silber (selber Reinheit) durchgeführt. Diese wurden mit Hilfe des PPMS durchgeführt und zeigen bezüglich der Hall-Konstante eine sehr gute Übereinstimmung mit den hier gemessenen Werten.

Abschließend wurden Messungen an einer Probe trapezförmiger Art durchgeführt um die „Beliebigkeit“ der Probenform zu testen. Mit einem ermittelten Widerstand

von $1,58 \mu\Omega\cdot\text{cm}$ und einer Ladungsträgerdichte von $7,89\cdot 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$ reihen sich die Ergebnisse nahtlos in Tabelle 4.2 ein.

4.3. In_2O_3

Indium (In) ist ein Schwermetall mit der Ordnungszahl 49. Indiumoxid (In_2O_3) [29] bildet sich durch Erhitzen unter einer Flamme aus den Elementen Indium und Sauerstoff, wobei das für Indium charakteristische indigoblaue Licht ausgesendet wird. Aufgrund einer Bandlücke ist In_2O_3 eine halbleitende Verbindung. Zudem zeichnet es sich, im Bereich dünner Schichten, durch eine hohe Transparenz im sichtbaren Spektralbereich aus. Durch diese Eigenschaften findet Indiumoxid beispielsweise in Flüssigkristallanzeigen seine Anwendung.

Von der Forschungsgruppe Oberflächenphysik der Technischen Universität Wien wurden zwei Indiumoxid-Einkristalle hergestellt, welche mittels VdP-Methode auch für diese vermessen wurden. Diese sind mit zusätzlichen Stoffen (1,5 Mol-%) wie Calciumoxid (CaO) bzw. Magnesiumoxid (MgO) versetzt, was auch Auswirkungen auf die Farbe der Kristalle hat, wodurch ein schwarzer und somit undurchsichtiger Kristall sowie ein dunkelgrüner und teilweise transparenter Kristall resultieren. Die Proben wurden mit Golddrähten kontaktiert, wobei diese ausschließlich mit dem Zweikomponenten-Klebstoff auf Silberbasis versehen wurden. Die Hall-Spannungen U_H der beiden Indiumoxid-Einkristalle als Funktion des Stromes I , gemessen bei Raumtemperatur, zeigen die Abbildungen 4.7(a) und 4.7(b). Dabei

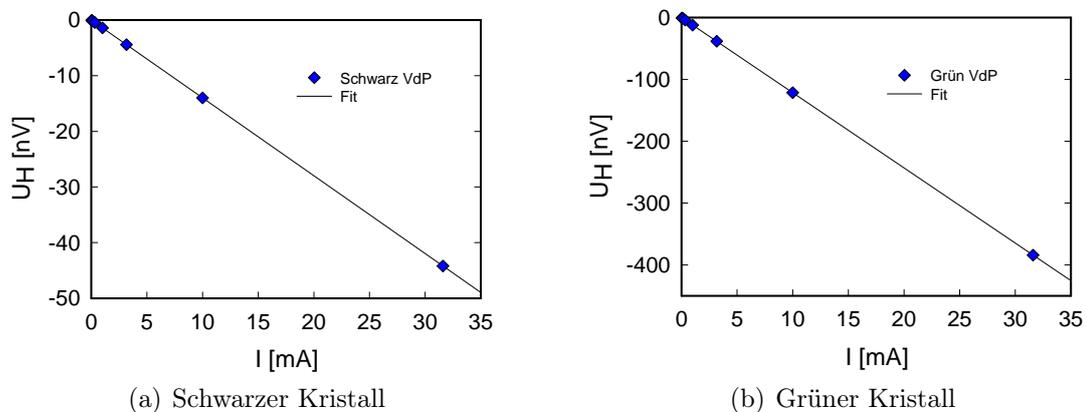


Abbildung 4.7.: Hall-Spannung $U_H(I)$ von Indiumoxid bei Raumtemperatur, durchgeführt mit HERMES (VdP-Methode).

wurde der Strom in 7 Stufen von $31,6 \mu\text{A}$ bis $31,6 \text{ mA}$ variiert. Desweiteren wurden die Proben auch mit der Spannungsmethode gemessen. Die Spannung wurde hierbei von $200 \mu\text{V}$ in 6 Stufen auf $63,2 \text{ mV}$ erhöht. Die gesammelten Ergebnisse zeigt Tabelle 4.3. Ein Vergleich der Strom- und der Spannungsmethode zeigt eine eindeutige Übereinstimmung. Die Indiumoxid-Proben weisen zudem auch von allen Proben die geringste Streuung in den gemessenen Hall-Widerständen auf.

Ein Vergleich der Beweglichkeit der Kristalle bspw. mit [30], wo sehr dünne Schichten mit einer Dicke von maximal $1 \mu\text{m}$ vermessen wurden, zeigt grundsätzlich keine

Kristall	I, U	T [K]	ρ [$\mu\Omega\cdot\text{cm}$]	n_e [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
Schwarz	I	298,5	$2,48\cdot 10^4$	$7,06\cdot 10^{18}$	$-8,85\cdot 10^{-1}$	35,7
Schwarz	U	297,5	$2,49\cdot 10^4$	$7,07\cdot 10^{18}$	$-8,83\cdot 10^{-1}$	35,5
Grün	I	297,3	$1,42\cdot 10^6$	$6,07\cdot 10^{17}$	$-1,03\cdot 10^{+1}$	7,24
Grün	U	297,8	$1,42\cdot 10^6$	$6,06\cdot 10^{17}$	$-1,03\cdot 10^{+1}$	7,25

Tabelle 4.3.: Vergleich der Messungen mit Konstantstrom und Konstantspannung

Übereinstimmung. Am ehesten ist noch ein Vergleich des schwarzen Kristalles mit den Messungen von Zhang [30] vergleichbar. Dabei ist anzumerken, dass die an der TU-Wien hergestellten Kristalle eine Dicke um die $500\ \mu\text{m}$ aufwiesen und durch einen Schleifvorgang nicht beschädigt werden sollten, da Einkristalle in solchen Größenordnungen schwer herzustellen sind. Solche Dicken können aber wie hier, wo die Proben rund 500 mal dicker sind, bei einem Vergleich mit dünnen Schichten zu enormen Abweichungen führen. Außerdem sind die hergestellten Kristalle nicht einphasig, was sich bei näherer Betrachtung an kleinen Einschlüssen, in Form von Blasen im Kristall, bemerkbar macht. Da die exakte Zusammensetzung ebenfalls nicht bekannt ist, kann auch im Wesentlichen kein sinnvoller Vergleich angestellt werden.

4.4. Skutterudite

Skutterudite [1] sind Mineralien mit kubischem Kristallsystem. In der Regel zeichnen sie sich durch eine geringe thermische Gitter-Leitfähigkeit und vergleichsweise hohe Mobilitäten aus, was sich positiv auf die elektrische Leitfähigkeit und somit auch auf den ZT-Wert der Materialien auswirkt. Dadurch sind Skutterudite besonders als thermoelektrische Materialien interessant.

CoAs_3 erhielt als erstes Material den Namen Skutterudit, wobei auch andere Verbindungen diesen Namen erhalten haben, wie beispielsweise CoSb_3 . Als allgemeine Formel und Bezeichnung kann MX_3 notiert werden, wobei M für Co, Rh oder Ir und X für P, As oder Sb stehen kann. Eine alternative Bezeichnung kann auch durch $[\]_2\text{M}_8\text{X}_{24}$ gegeben werden. Dabei formen 8 kubisch raumzentrierte Zellen eine Elementarzelle. In 6 dieser Zellen befinden sich 4 quadratisch angeordnete X-Atome, wodurch in 2 der 8 Zellen Plätze frei bleiben. Dies ist durch $[\]_2$ angedeutet. In diesem Fall spricht man von ungefüllten Skutteruditen. Im Falle gefüllter Skutterudite werden Fremdatome in die Leerstellen eingebracht. Diese Fremdatome, auch *rattler* genannt, weisen im Gegensatz zu den restlichen Atomen der Kristallstruktur eine geringere Bindungsenergie auf. Aufgrund der geringeren Bindungsenergie zeigen die *rattler* größere ADP-Werte (atomic displacement parameter) und sind für die geringe thermische Leitfähigkeit verantwortlich.

Um einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Seebeck-Koeffizienten und der Ladungsträgerdichte festzustellen, wurden insgesamt acht Proben präpariert. Sechs Proben, davon drei Proben mit negativen Ladungsträgern (n-Proben) sowie drei Proben mit positiven Ladungsträgern (p-Proben), um VdP-Messungen bei Stickstoff- und Raumtemperatur durchzuführen. Sowie zwei Proben um mittels VdP-Methode oberhalb der Raumtemperatur zu messen, davon wieder jeweils eine n- und eine p-Probe. Die Proben wurden mit Hilfe eines Ultraschall-Bohrers kreisförmig aus einem Rohstück ausgeschnitten, und mit Golddrähten kontaktiert. Die Drahtenden wurden dabei punktgeschweißt und geklebt. In den folgenden Abschnitten sind die gesammelten Messresultate ersichtlich.

4.4.1. Messungen bei Raum- und Stickstofftemperatur

Die mit ULVAC ZEM-3 aufgenommenen Messwerte des spezifischen Widerstandes und des Seebeck-Koeffizienten der drei n- und der drei p-Proben zeigen die Abbildungen 4.10(a) - 4.10(d). Die Abnahme des spezifischen Widerstandes mit steigender Temperatur kann dabei mit dem Metall-Halbleiter-Modell erklärt werden (Siehe dazu Abschnitt 2.1.4). Die ZEM-3 Messwerte können mit den von HERMES aufgenommenen Messwerten bei Raumtemperatur verglichen werden. Aus Tabelle 4.6 und Abbildung 4.10(c) zeigt sich, dass die Ladungsträgerdichte mit größer werdendem Seebeck-Koeffizienten sinkt. Bemerkenswert sind auch die Größenunterschiede. Probe 1 und Probe 3 liegen bei den Seebeck-Koeffizienten und den

Ladungsträgerdichten nahe beieinander. Probe 2 weist den mit Abstand höchsten Seebeck-Koeffizienten und gleichzeitig auch die mit Abstand geringste Ladungsträgerdichte auf. Im Falle der p-Proben zeigt sich aus Tabelle 4.7 und Abbildung 4.10(d), dass die höchste Ladungsträgerdichte zum kleinsten Seebeck-Koeffizienten zugehörig ist (Probe 1). Bei den beiden anderen Proben ist eine weitere Reihung nach der Ladungsträgerdichte nicht möglich. Die gemessenen p-Proben gehören allerdings einer frühen Generation an und weisen Fremdphasen auf, worin die fehlende Korrelation begründet sein könnte. Aus dem Rohmaterial, aus dem p-Probe 2 entstammt, wurde auch (aus weiter unten genannten Gründen) eine 6P-Probe (p-Probe (2)) präpariert. Vergleicht man die Ergebnisse der beiden Proben bei Raumtemperatur, ist eine ausgezeichnete Übereinstimmung im elektrischen Widerstand und der Ladungsträgerdichte ersichtlich, was den oben genannten Verdacht der Fremdphasigkeit erhärtet. Die zugehörigen Hall-Spannungskennlinien bei Raum- und Stickstofftemperatur, aufgenommen als Funktion des Speisestromes, zeigen die Abbildungen 4.11(a) - 4.11(d).

Tabelle 4.4 zeigt die Messwerte bei Stickstofftemperatur der p-Proben. Probe 2

p-Proben	I, U	T [K]	ρ [$\mu\Omega \cdot \text{cm}$]	n_p [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
Probe 1	I	77,5	952	$6,51 \cdot 10^{20}$	$9,62 \cdot 10^{-3}$	10,11
Probe 3	I	77,3	2078	$2,99 \cdot 10^{20}$	$2,10 \cdot 10^{-2}$	10,10

Tabelle 4.4.: Messwerte der p-Proben bei Stickstofftemperatur, mittels VdP-Methode.

fehlt jedoch in dieser Tabelle, da einer der Golddrähte während der ersten Messung durch Vereisung brach. An Stelle von Probe 2 wurde deshalb zusätzlich eine 6P-Probe (p-Probe (2)) kontaktiert um die fehlende Stickstoffmessung zu ergänzen. Die Probe wurde zudem auch bei Raumtemperatur gemessen, um einen Vergleich der beiden Methoden anzustellen. Die Resultate der 6P-Messung können in Tabelle 4.5 eingesehen werden. Die aufgenommene Hall-Spannungskennlinie bei Raumtem-

6P-Probe	I, U	T [K]	ρ [$\mu\Omega \cdot \text{cm}$]	n_p [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
Probe (2)	I	298,6	1405	$3,28 \cdot 10^{20}$	$1,90 \cdot 10^{-2}$	13,55
Probe (2)	U	298,8	1405	$3,21 \cdot 10^{20}$	$1,94 \cdot 10^{-2}$	13,83
Probe (2)	I	77,5	1491	$2,04 \cdot 10^{20}$	$3,28 \cdot 10^{-2}$	21,97

Tabelle 4.5.: Messwerte der p-Probe (2) bei Raum- und Stickstofftemperatur, gemessen mit HERMES (6P-Methode).

peratur zeigt Abbildung 4.8. Jene bei Stickstofftemperatur ist in Abbildung 4.9 gegeben. Mit Hilfe von Tabelle 4.5 läßt sich ein Vergleich der Strom- und der Span-

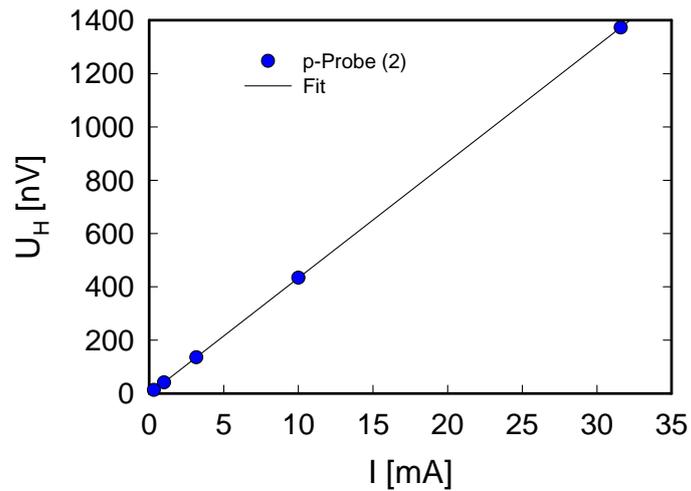


Abbildung 4.8.: Hall-Spannungskennlinie $U_H(I)$ bei Raumtemperatur mittels 6P-Methode.

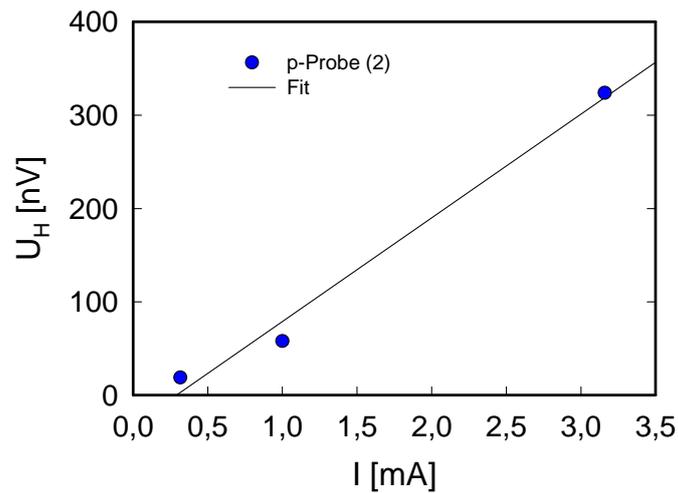
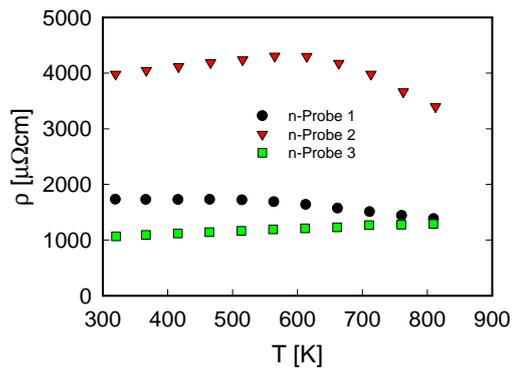
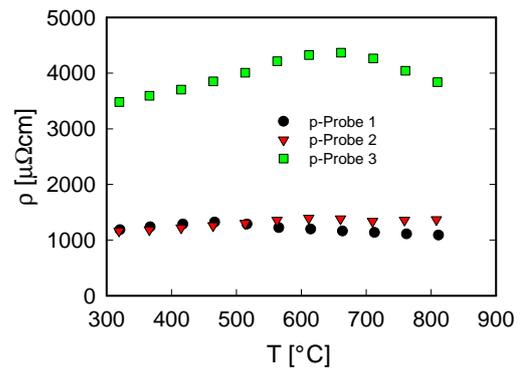


Abbildung 4.9.: Hall-Spannung $U_H(I)$ von p-Probe (2) bei Stickstofftemperatur (6P-Methode).

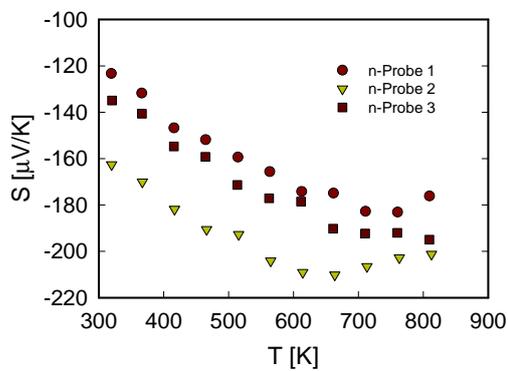
nungsmessmethode anstellen. Die mittels 6P-Methode durchgeführten Messungen, ergaben dabei nahezu identische Ergebnisse. Besonders bei Betrachtung des spezifischen Widerstand ρ zeigt sich eine Identität. Bei Stickstofftemperatur wurden jedoch ausschließlich Messungen mit der Strommessmethode durchgeführt, da der Messaufsatz bei zu vielen durchgeführten Messungen stark zu vereisen beginnt.



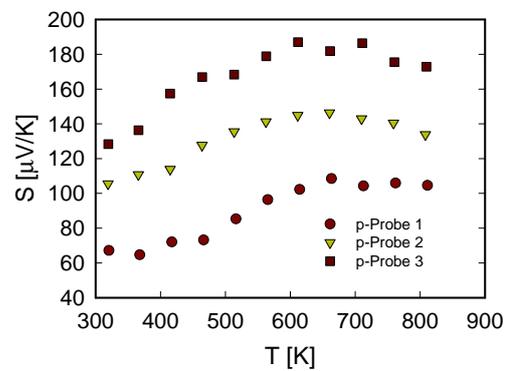
(a) n-Proben



(b) p-Proben



(c) n-Seebeck



(d) p-Seebeck

Abbildung 4.10.: Spezifischer Widerstand $\rho(T)$ und Seebeck-Koeffizient $S(T)$ aufgenommen mit ULVAC ZEM-3.

n-Proben	I,U	T [K]	ρ [$\mu\Omega\cdot\text{cm}$]	n_e [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
Probe 1	I	296,8	1681	$2,26\cdot 10^{21}$	$-2,76\cdot 10^{-3}$	1,64
Probe 1	U	297,4	1683	$2,48\cdot 10^{21}$	$-2,52\cdot 10^{-3}$	1,49
Probe 2	I	298,2	3904	$3,87\cdot 10^{20}$	$-1,62\cdot 10^{-2}$	4,14
Probe 2	U	297,1	3904	$3,69\cdot 10^{20}$	$-1,69\cdot 10^{-2}$	4,33
Probe 3	I	296,8	752	$1,35\cdot 10^{21}$	$-4,62\cdot 10^{-3}$	6,15
Probe 3	U	297,0	752	$1,37\cdot 10^{21}$	$-4,54\cdot 10^{-3}$	6,04

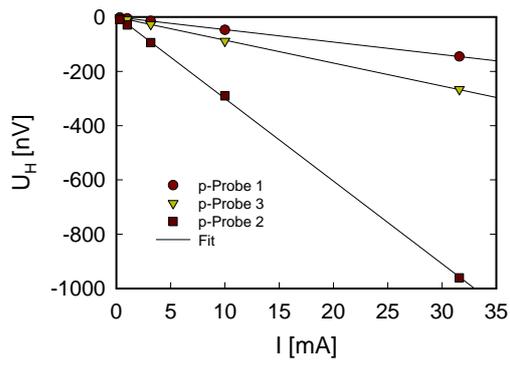
Tabelle 4.6.: Gesammelte Messwerte der n-Proben bei Raumtemperatur (VdP-Methode).

p-Proben	I,U	T [K]	ρ [$\mu\Omega\cdot\text{cm}$]	n_p [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
Probe 1	I	297,4	786	$1,10\cdot 10^{21}$	$5,70\cdot 10^{-3}$	7,24
Probe 1	U	297,5	786	$1,12\cdot 10^{21}$	$5,56\cdot 10^{-3}$	7,08
Probe 2	I	296,7	1350	$3,49\cdot 10^{20}$	$1,79\cdot 10^{-2}$	13,25
Probe 2	U	297,4	1350	$3,56\cdot 10^{20}$	$1,76\cdot 10^{-2}$	13,00
Probe 3	I	297,9	2058	$6,51\cdot 10^{20}$	$9,60\cdot 10^{-3}$	4,66
Probe 3	U	297,8	2058	$6,62\cdot 10^{20}$	$9,43\cdot 10^{-3}$	4,58

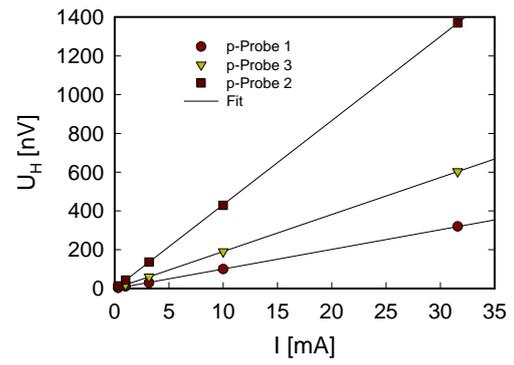
Tabelle 4.7.: Gesammelte Messwerte der p-Proben bei Raumtemperatur (VdP-Methode).

n-Proben	I,U	T [K]	ρ [$\mu\Omega\cdot\text{cm}$]	n_e [$1/\text{cm}^3$]	A_H [cm^3/C]	μ [cm^2/Vs]
Probe 1	I	77,5	1521	$1,14\cdot 10^{20}$	$-5,51\cdot 10^{-2}$	36,20
Probe 2	I	77,6	3381	$6,97\cdot 10^{19}$	$-8,98\cdot 10^{-2}$	26,55
Probe 3	I	77,6	605	$2,35\cdot 10^{21}$	$-2,66\cdot 10^{-3}$	4,40

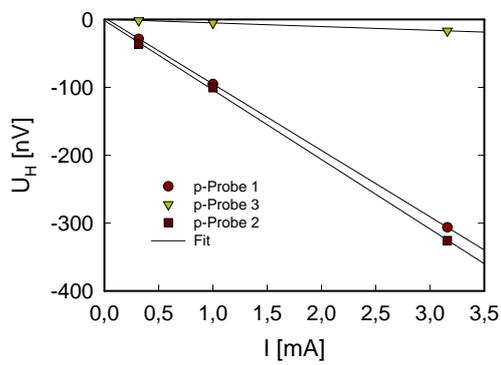
Tabelle 4.8.: Gesammelte Messwerte der n-Proben bei Stickstofftemperatur (VdP-Methode).



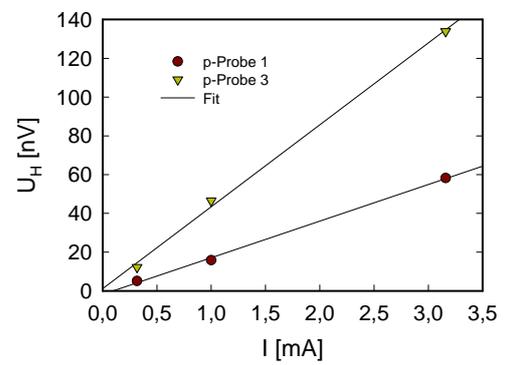
(a) n-Proben



(b) p-Proben



(c) n-Proben



(d) p-Proben

Abbildung 4.11.: Hall-Spannung $U_H(I)$ bei Raum- (oben) und Stickstofftemperatur (unten) mittels VdP-Methode.

4.4.2. Messungen über Raumtemperatur

Um den elektrischen Widerstand zu vergleichen, wurden die beiden Proben mit der Messanlage ULVAC-Zem3 und mit HERMES gemessen. Abbildung 4.12(a) und Abbildung 4.12(b) zeigen die Ergebnisse. Beide Bilder zeigen ein lineares Ansteigen

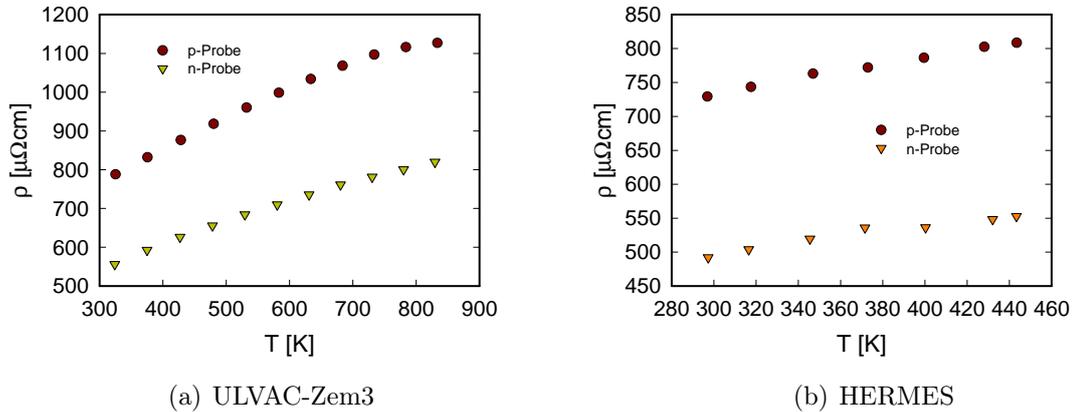


Abbildung 4.12.: Spezifischer Widerstand $\rho(T)$ über Raumtemperatur.

des Widerstandes mit zunehmender Temperatur, so wie es üblicherweise bei Metallen der Fall ist. Die Abweichungen in den gemessenen Widerständen sind nach Abzug einer 10 %-igen Toleranz minimal. Diese Toleranz ist auf Grund der beweglichen Messspitzen an der Messanlage ULVAC gerechtfertigt.

Die Abbildungen 4.13(a) und 4.13(b) zeigen die Seebeck-Koeffizienten der beiden Proben, aufgenommen mit ULVAC-Zem3. Diese erlauben einen Vergleich mit den

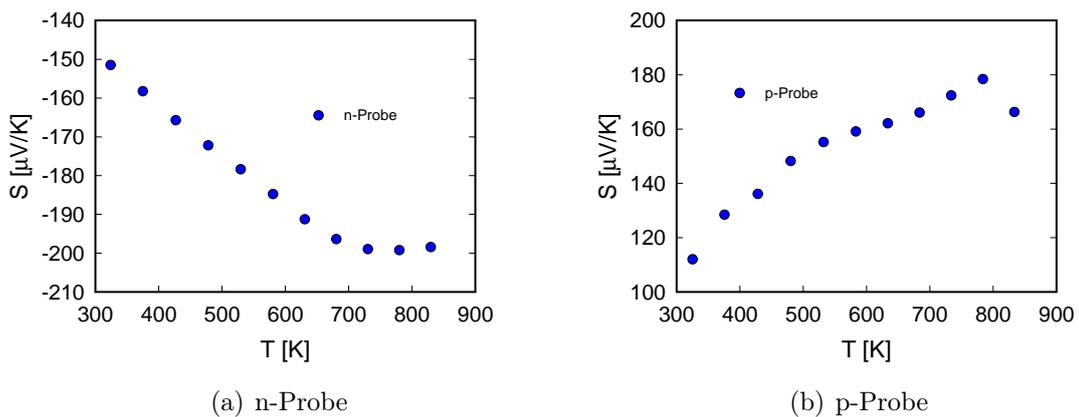


Abbildung 4.13.: Seebeck-Koeffizient $S(T)$ der p- und n-Probe über Raumtemperatur, gemessen mittels ULVAC-Zem3.

Ladungsträgerdichten aus Abb. 4.14(a). Aus Abb. 4.13(a) ist ein deutliches Ansteigen des Seebeck-Koeffizienten der n-Probe erkennbar. Die Ladungsträgerdichten der

n-Probe aus Abbildung 4.14(a) zeigt ein proportionales Verhalten zum Seebeck-Koeffizienten. Der Seebeck-Koeffizient aus Abb. 4.13(b) und die Ladungsträger-

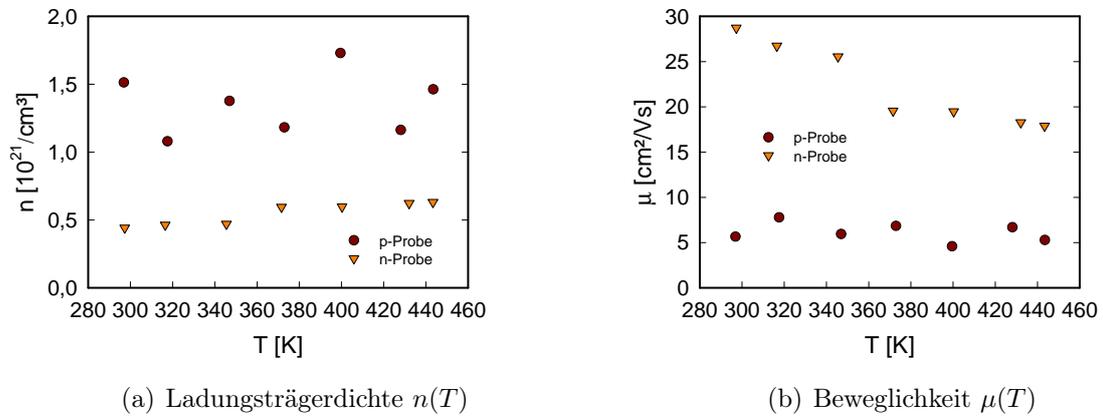


Abbildung 4.14.: Ladungsträgerdichten $n(T)$ und Beweglichkeiten $\mu(T)$ der p- und n-Proben über Raumtemperatur, gemessen mittels VdP-Methode.

dichte der p-Probe zeigen jedoch keine Korrelation. Vielmehr ist die Messkurve im Falle der p-Probe (Abbildung 4.14(a)) sehr stark schwankend, wodurch sich keine Tendenz ablesen lässt. Siehe dazu auch Abschnitt 5.

5. Conclusio

Bei „sauberen“ Kontakten und adäquater Probe bzw. Probengeometrie haben die Messungen mit HERMES gezeigt, dass Widerstandsmessungen und Messungen der Hall-Größen sehr zufriedenstellende Ergebnisse, sowohl bei Raum- als auch bei Stickstofftemperatur, bringen.

Die Messungen des spezifischen Widerstandes an Skutteruditen über Raumtemperatur verliefen ebenfalls sehr zufriedenstellend. Erreicht wurde eine maximale Temperatur von rund 450 K. Bei dieser Temperatur tritt ein Aufweichen der Lötstellen ein, womit der elektrische Kontakt nicht mehr gegeben ist. Ein Vergleich mit dem Messsystem ULVAC ZEM-3 zeigt eine Abweichung von wenigen Prozent. Die Bestimmung der Ladungsträgerdichte an der n-Probe ergab einen Anstieg der Ladungsträgerdichte bei einem gleichzeitigen Anstieg des Seebeck-Koeffizienten mit zunehmender Temperatur. Die Messungen an der p-Probe ergaben ein stark schwankendes Hall-Signal, jedoch zumindest immer vorzeichenrichtig. Die Schwankung des Hall-Signales und damit der Ladungsträgerdichte ist durch eine Temperaturdrift während der Messung erklärbar. Wenn sich das Messsystem auf eine vorgegebene Temperatur „eingeregelt“ hat, muss die Heizleistung für die anschließende Messung konstant gehalten werden. Dies resultiert aus der Tatsache, dass mit zwei Kanälen nicht gleichzeitig gemessen werden kann. Somit ist es nicht möglich, die Temperatur zu messen um die Regelung aufrechtzuerhalten, und gleichzeitig das Hall-Signal zu bestimmen. Die Regelung muss dazu unterbrochen werden. Um dieses Problem zu beheben und die Messtemperatur noch weiter zu erhöhen, sollten noch folgende Modifikationen am System durchgeführt werden:

- Um eine etwaige Differenz zwischen dem Temperatursensor innerhalb des Heizsystemes und dem Probenort festzustellen, sollte auf einem Probenträger ein baugleicher Temperatursensor wie eine Probe angebracht werden. Damit kann ein Temperaturabgleich über den gesamten Temperaturbereich durchgeführt werden.
- Um das Problem der Temperaturdrift zu beseitigen, sollte die Messung bzw. die Regelung der Temperatur anstelle der 370 AC Resistance Bridge mit einem anderen GPIB-fähigen Messgerät durchgeführt werden.
- Die Befestigung der Proben und die thermische Ankopplung an das metallische Fenster des Probenträgers könnte auch mit einer temperaturbeständigen Wärmeleitpaste mit hoher thermischer Leitfähigkeit erfolgen.
- Die Verbindung der Drähte an der Probe mit den Kontakten am Probenträger sollten mit Loten, die einen höheren Schmelzpunkt aufweisen, oder auch mit

dem Zweikomponenten-Kleber auf Silberbasis hergestellt werden. Die Kontaktierung der Proben könnte auch an Stelle von Golddrähten mit Drähten aus Platin erfolgen.

Neben den Skutteruditen wurden auch Messungen an Bismuttelluriden durchgeführt. Dies jedoch ohne Erfolg. Der Grund dafür liegt an der Beschaffenheit der Bismuttelluride. Diese bestehen aus einem Trägermaterial auf dem eine $50\ \mu\text{m}$ dicke Bismuttellurid-Schicht aufgebracht ist. Das Trägermaterial stellt eine Isolationschicht dar, wodurch ein Schweißen der Kontakte unmöglich wird. Ein Kleben der Anschlussdrähte an die Proben mit verschiedenen Klebemitteln brachte zwar einen mechanischen, aber keinen guten elektrischen Kontakt. Um auch diese Proben messbar zu machen könnte ein VdP-Messaufsatz entwickelt werden, der eine Messung ohne ein Schweißen oder Kleben der Probe ermöglicht. Abbildung 5.1 zeigt dazu ein Schema mit einer Probe und gefederten metallischen Messspitzen. Dabei kann das Konzept des Messaufsatzes, wie er für Raum- und Stickstofftemperatur entwickelt wurde, erweitert werden. Erforderlich dafür ist eine Arretierung, die eine gefühlvolle Befestigung, bspw. durch Stellschrauben, ermöglicht. Da die Messspitzen eine feste Position aufweisen, kann bei kreisförmiger Konzeption automatisch eine softwaretechnische Fehlerkorrektur erfolgen.

Um den ohmschen Beitrag an den Hall-Kontakten bei ausgeschaltetem magnetischen Feld zu eliminieren, besteht neben der Umkehrung des Magnetfeldes noch eine weitere Möglichkeit, die hier kurz vorgestellt werden soll. Abbildung 5.2 zeigt dazu ein erweitertes Schema der 6P-Messmethode, wobei dieses Konzept auch auf VdP-Messungen anwendbar ist. Dabei werden an Stelle der üblichen zwei Hall-Kontakte drei Kontakte angebracht. Auf einer Seite werden zwei Kontakte mit einem Potentiometer verbunden, sodass sich ein Potentialabgleich durchführen lässt. Diese Anordnung der Kontakte erlaubt eine Messung des Hall-Widerstandes ohne Nullfeldbeitrag. Ein digitales Potentiometer kann dabei mittels LabVIEW gesteuert werden. Allerdings sind digitale Potentiometer im Bereich von wenigen Ω , wie sie hier zum Potentialabgleich gebraucht werden, de facto nicht erhältlich. Eine Alternative wäre ein durch Transistoren gesteuertes Widerstandsnetzwerk. Die einfachste Möglichkeit besteht aber darin, den Abgleich immer manuell durchzuführen, was jedoch auf Kosten der Genauigkeit und des Komforts geht.

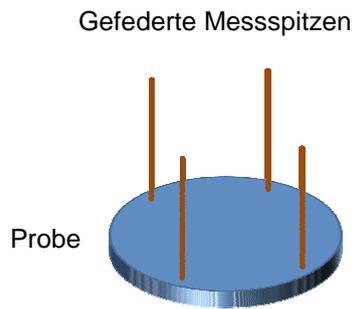


Abbildung 5.1.: Alternative mechanische Ausführung der VdP-Messmethode.

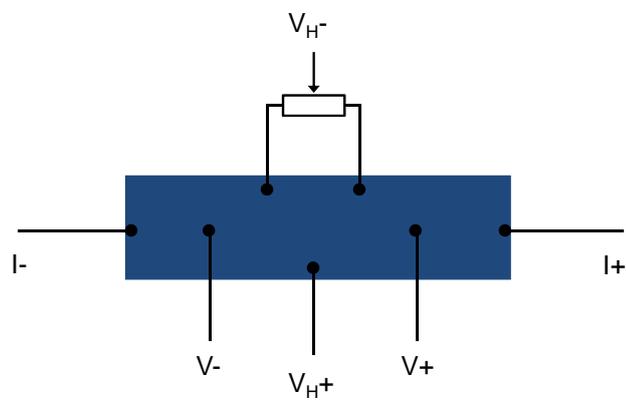


Abbildung 5.2.: Potentialabgleich mit Potentiometer zur Eliminierung des Nullfeldbeitrages.

A. Boltzmann-Transportgleichung

A.1. Herleitung

Der Ausgangspunkt zur Berechnung von Transporteigenschaften ist die Boltzmann-Transportgleichung. Sie dient als Berechnungsgrundlage und beschreibt die Änderung der Gleichgewichtsfunktion der Ladungsträger in einem Festkörper durch Einwirkung von äußeren Kräften und Streuprozessen, wobei die äußere Kraft

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

die Lorentz-Kraft ist. Als Gleichgewichtsverteilung fungiert hier die Fermi-Dirac-Verteilung

$$f_0(E(\mathbf{k})) = \left[e^{\frac{E(\mathbf{k}) - \mu}{k_B T}} + 1 \right]^{-1}$$

wobei diese Gleichgewichtsverteilung durch die angesprochenen Streuprozesse und die äußeren Kräfte in eine Nicht-Gleichgewichtsverteilung übergeht:

$$f_0 \rightarrow f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) \quad .$$

Unter anfänglicher Vernachlässigung der Streuprozesse und Betrachtung der Verteilung der Ladungsträger in einem Testvolumen zu den Zeitpunkten t : \mathbf{r} , \mathbf{k} und $t - dt$: $\mathbf{r} - \mathbf{v}(\mathbf{k})dt$, $\mathbf{k} - \frac{\mathbf{F}}{\hbar}dt$ folgt mit Hilfe des Liouvilleschen Satzes, wonach die Dichte im Phasenraum ohne Stöße erhalten bleibt:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = f(\mathbf{r} - \mathbf{v}dt, \mathbf{k} - \mathbf{F}/\hbar dt, t - dt) \quad .$$

Unter Berücksichtigung der Streuprozesse

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = f(\mathbf{r} - \mathbf{v}dt, \mathbf{k} - \mathbf{F}/\hbar dt, t - dt) + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Streu} dt$$

und der Gegebenheit dass

$$\frac{df}{dt} = \frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) - f(\mathbf{r} - \mathbf{v}dt, \mathbf{k} - \mathbf{F}/\hbar, t - dt)}{dt}$$

der zeitlichen Entwicklung entspricht, folgt durch eine Entwicklung bis zur 1. Ordnung

$$\left(\frac{df(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)}{dt} \right)_{Streu} = \left(\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)}{\partial \mathbf{r}} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)}{\partial \mathbf{k}} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} \right) + \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)}{\partial t} \quad .$$

Mittels $\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} = \frac{\mathbf{F}}{\hbar} = \frac{e}{\hbar}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ und $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{v}$ und Auflösen nach $\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)}{\partial t}$ folgt die Boltzmann-Transportgleichung zu:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Streu} - \mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f - \frac{e}{\hbar} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{k}} f \quad . \quad (\text{A.1})$$

Im Folgenden sollen zwei Näherungen vorgestellt werden, durch die eine Lösung der Boltzmann-Transportgleichung ermöglicht wird.

A.2. Linearisierung

Um eine linearisierte Boltzmann-Transportgleichung zu erhalten, kann im Falle kleiner Abweichungen von der Gleichgewichtsverteilung $f_0(\mathbf{k})$ folgender Ansatz

$$g(\mathbf{k}) = f(\mathbf{k}) - f_0(\mathbf{k}) \quad (\text{A.2})$$

gemacht werden. Durch Einsetzen von (A.2) in die Boltzmann-Transportgleichung (A.1) folgt für den stationären Zustand:

$$-\frac{e}{\hbar} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{k}} f_0(\mathbf{k}) = - \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Streu} + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \nabla_{\mathbf{r}} g(\mathbf{k}) + \frac{e}{\hbar} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{k}} g(\mathbf{k}) \quad .$$

Unter Zuhilfenahme des kinematischen Prinzipes $\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k})$ folgt $\nabla_{\mathbf{k}} f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial E} \nabla_{\mathbf{k}} E = \frac{\partial f_0}{\partial E} \hbar \mathbf{v}$, womit die linearisierte Boltzmann-Transportgleichung

$$\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \mathbf{v}(\mathbf{k}) (e\mathbf{E}) = - \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Streu} + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \nabla_{\mathbf{r}} g(\mathbf{k}) + \frac{e}{\hbar} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{k}} g(\mathbf{k}) \quad (\text{A.3})$$

angeschrieben werden kann. Dabei wurde verwendet, dass der Term $\mathbf{v}(\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{v}(\mathbf{k}) \times \mathbf{B})$ identisch gleich Null ist und der Term $\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{k}} g(\mathbf{k})$ weggelassen werden kann, da er von zweiter Ordnung in \mathbf{E} ist.

A.3. Relaxationszeit-Näherung

Um den Streuterm zu beschreiben, kann die sogenannte Relaxationszeit-Näherung verwendet werden. Diese ist durch den folgenden Ausdruck

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Streu} = -\frac{f(\mathbf{k}) - f_0(\mathbf{k})}{\tau(\mathbf{k})} = -\frac{g(\mathbf{k})}{\tau(\mathbf{k})} \quad (\text{A.4})$$

gegeben, wobei $\tau(\mathbf{k})$ die Relaxationszeit beschreibt. Bei der Abschaltung einer äußeren Kraft ist dies die Zeitspanne, die erforderlich ist, um das System durch inelastische Streuprozesse wieder in den Gleichgewichtszustand relaxieren bzw. zurückkehren zu lassen:

$$g(\mathbf{k}, t) = g(\mathbf{k}, 0) e^{-t/\tau(\mathbf{k})} \quad .$$

Das bedeutet konkret, dass $g(\mathbf{k})$ mit der Zeitkonstante τ wieder auf Null relaxiert. Setzt man (A.4) in (A.3) folgt für den homogenen Fall $\nabla_{\mathbf{r}} f = 0$ und $\mathbf{B} = 0$:

$$\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \mathbf{v}(\mathbf{k}) e\mathbf{E} = \frac{g(\mathbf{k})}{\tau(\mathbf{k})} \quad . \quad (\text{A.5})$$

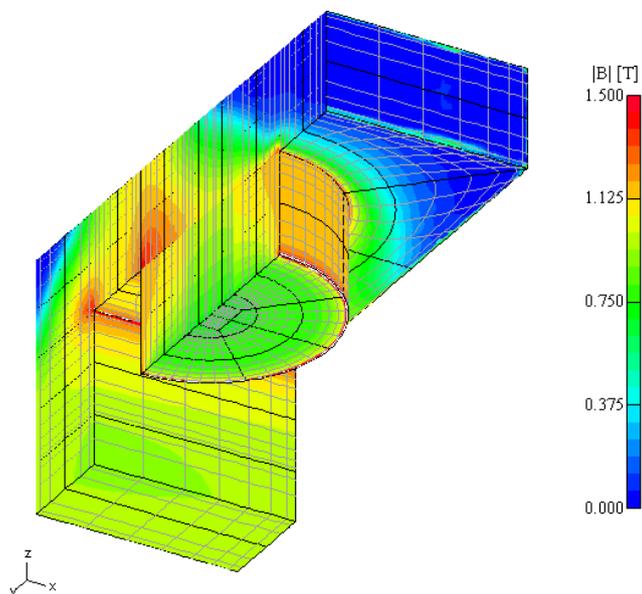
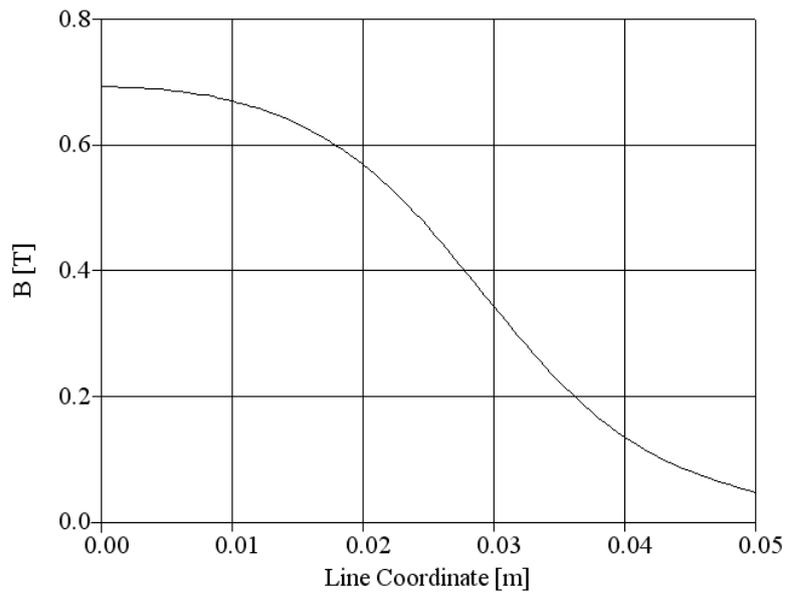
MAGNETTECHNIK DI. DR. SIEGFRIED HEISS

A - 3341 YBBSITZ, Markt 31
Tel. +43 7443 87 129, +43 676 9237899
Fax +43 7443 87 129 20 oder +43 810 9554 245640
E-Mail: info@magnettechnik.com



2

Bei Verwendung von zwei Ringen mit einseitig geschlossenem Eisenrückschluss, ergibt sich entlang des Pfeils in der Mitte des 25mm Luftspalts folgender Flussdichteverlauf



Bankverbindung: Raiffeisenbank Waidhofen an der Ybbs, BLZ 32906, Konto Nr.: 4.300.208,
BIC RLNWATWWWHY IBAN: AT063290600004300208
UID-Nr. ATU39259002, ARA Lizenznr. 11686, ÖBB Kundennr. 734 106 – 8, www.magnettechnik.com, info@magnettechnik.com

C. Verdrahtungsschemata

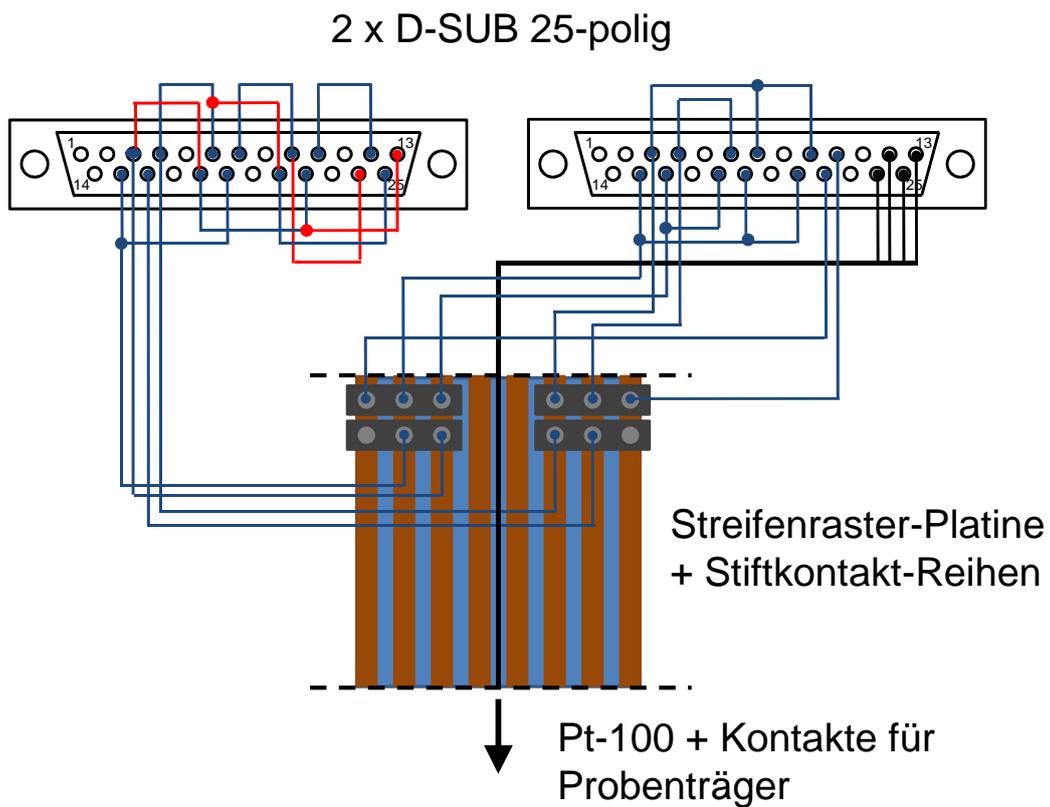


Abbildung C.1.: Verdrahtungsschema bei Raum- und Stickstofftemperatur. Dieses ist auch im Falle hoher Temperaturen ähnlich. Der Unterschied besteht lediglich darin, dass die Anschlüsse der beiden D-SUB-Buchsen auf einen 18-poligen LEMO-Stecker geführt werden. Zudem entfällt die Verdrahtung der 6P-Methode da bei höheren Temperaturen ausschließlich VdP-Messungen möglich sind.

Literaturverzeichnis

- [1] H.J. Goldsmid, Introduction to Thermoelectricity (Springer, Heidelberg Dordrecht London New York, 2010).
- [2] H.J. Goldsmid et al., Thermoelectrics (Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2001).
- [3] R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2012).
- [4] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, Festkörperphysik (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2. Auflage, 2005).
- [5] G. Hilscher et al., Festkörperphysik I, Skriptum zur Vorlesung, Technische Universität Wien, 2009.
- [6] P. Mohn, S. Bühler-Paschen, Festkörperphysik II, Skriptum zur Vorlesung, Technische Universität Wien, 2009.
- [7] C. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 14. Auflage, 2006).
- [8] S. Blügel et al., Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik (Walter de Gruyter Verlag, New York, Band 6 Festkörper, 2. Auflage, 2005).
- [9] M. von Ardenne et al., Effekte der Physik und ihre Anwendungen (Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 3. Auflage, 2005).
- [10] S. Berger, Novel thermoelectric materials, Technische Universität Wien, 2003.
- [11] J. M. Ziman, Electrons and Phonons (Clarendon Press, Oxford, 1960).
- [12] E. H. Hall, On a New Action of the Magnet on Electric Currents, American Journal of Mathematics **2**, 287-292 (1879).
- [13] L. J. van der Pauw, A Method of Measuring the Resistivity and Hall Coefficient on Lamellae of Arbitrary Shape, Philips Technical Review **20**, 220-224 (1958).
- [14] L. J. van der Pauw, A Method of Measuring Specific Resistivity and Hall Effekt of Discs of Arbitrary Shape, Philips Research Reports **13**, 1-9 (1958).
- [15] National Institute of Standards and Technology (NIST), www.nist.gov.
- [16] National Institute of Standards and Technology (NIST), The Hall Effect [Online], 3 March 2012, www.nist.gov/pml/div683/hall_effect.cfm.

- [17] National Institute of Standards and Technology (NIST), Resistivity and Hall Measurements [Online], 3 March 2012, www.nist.gov/pml/div683/hall_resistivity.cfm.
- [18] National Institute of Standards and Technology (NIST), Resistivity and Hall Measurements [Online], 3 March 2012, www.nist.gov/pml/div683/hall_algorithm.cfm.
- [19] National Instruments (NI), GPIB: Hardware und -Softwarespezifikationen [Online], 10 July 2012, <http://www.ni.com/white-paper/3388/de>.
- [20] Interfacebus, GPIB Bus [Online], 10 July 2012, http://www.interfacebus.com/Design_Connector_GPIB.html.
- [21] M. Knorrenschild, Numerische Mathematik (Carl Hanser Verlag, München, 4. Auflage, 2010).
- [22] LakeShore, Model 370 AC Resistance Bridge [Online], 5 March 2012, <http://www.lakeshore.com/products/AC-Resistance-Bridges/Model-370/Pages/Overview.aspx>.
- [23] LakeShore, Operating Manual for Model 370 AC Resistance Bridge [Online], 5 March 2012, http://www.lakeshore.com/Documents/370_Manual.pdf.
- [24] LakeShore, An Introduction to AC Field Hall Effect Measurements [Online], 5 March 2012, http://www.lakeshore.com/Documents/ACField_AppNote_h.pdf.
- [25] Keithley, Making Precision Low Current and High Resistance Measurements [Online], 22 July 2012, <http://www.keithley.com/data?asset=55803>.
- [26] W. Georgi, E. Metin, Einführung in LabVIEW (Carl Hanser Verlag, München, 2009).
- [27] R. A. Matula, Electrical Resistivity of Copper, Gold, Palladium and Silver, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **8**, No. 4, 1257-1290 (1979).
- [28] A. Galler, Halleffekt und elektrischer Widerstand von Silber (Ag) und Niob (Nb), Bachelorarbeit, Technische Universität Wien, 2010.
- [29] R. L. Weiher, Electrical Properties of Single Crystals of Indium Oxide, *Journal of Applied Physics* **33**, No. 9, 2834-2839 (1962).
- [30] O. Bierwagen, J. S. Speck, High electron mobility In₂O₃(001) and (111) thin films with nondegenerate electron concentration, *Applied Physics Letters* **97**, No. 072103-1 (2010).