



DIPLOMARBEIT  
Master Thesis

# BRÜCKENKLAPPVERFAHREN FÜR HUBBRÜCKEN

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des  
akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

o.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Tech. Johann KOLLEGER M.Eng

Dipl.-Ing. Susanne GMAINER

E212

Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau

eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Stephan Wambacher

Matr.Nr.: 0526119

Parz 4, 4681 Rottenbach

Wien, am 25. Mai 2011

---

(Ort/Datum)

---

(Unterschrift)

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung

### **D I P L O M A R B E I T**

nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

Ich erkläre weiters an Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur genannt habe.

Wien, am 25. Mai 2011

Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift

## **DANKSAGUNG**

Ein großer Dank gebührt an dieser Stelle o.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Johann Kollegger, der mir ermöglicht hat, an der Weiterentwicklung und Modifikation des Brückenklappverfahrens mitarbeiten zu können.

In diesem Zusammenhang möchte ich auch Dipl.-Ing. Susanne Gmainer und Dipl.-Ing. Herbert Pardatscher nennen. Sie haben durch ihren Innovationsgeist viel zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen.

Ein weiteres Dankeschön richtet sich an Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Rudolf Heuer, der mir beratend bei der Entwicklung des dynamischen Modells zur Seite stand.

Ganz besonderer Dank gilt meinem Mitbewohner und Freund Lukas Schneiderbauer. Er fand trotz seines aufwendigen Physikstudiums stets die Zeit für eine angeregte Diskussion und ermöglichte mir durch andere Betrachtungsweisen und Ansätze oftmals und zu jeder Tageszeit eine neue Sicht auf die Dinge.

Abschließend bedanke ich mich bei all jenen Menschen, die mir am Nächsten stehen und sowohl privat als auch im Laufe meines Studiums für mich da waren, mich unterstützt und begleitet haben.

**DANKE!**

## ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird die Ausführbarkeit des am Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau der TU Wien entwickelten Brückenklappverfahrens als dauerhaft bewegliches Brückentragwerk untersucht. Im Speziellen wird hierbei das Verhalten des Tragwerks während des Hub- und Absenkvorgangs analysiert. Dies geschieht auf Basis eines Feldversuchs im Maßstab 1:5/6, der bereits im Zuge einer Diplomarbeit<sup>2</sup> am Versuchsgelände Aspanggründe der TU Wien zur Ausführung gebracht wurde. Die an diesem Tragwerk durchgeführten Versuche werden ausgewertet und mit den Ergebnissen aus statischer und dynamischer Berechnung des Modells verglichen.

Zudem wird das Tragwerk auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse optimiert. Als besonders effizient zeigt sich hier der Einbau eines mit Wasser betriebenen Hydraulikzylinders, welcher eine verbesserte Steuerbarkeit des Hub- und Absenkvorgangs ermöglicht.

Im Zuge der Auswertungen ergeben sich relativ große Abweichungen zwischen den Ergebnissen des Feldversuchs und der dynamischen Berechnung. Diese sind auf die getroffenen Vereinfachungen der Modellbildung am bewegten System zurückzuführen. Mit den statischen Berechnungen stimmen die Versuchsergebnisse sowohl in Verlauf als auch in Größe sehr genau überein. Die Versuche zeigen zudem, dass die Entwicklung dynamischer Kräfte aufgrund der daraus resultierenden hohen Beanspruchungen für das Tragwerk und die Einbauteile auf ein Minimum zu beschränken ist. Aufgrund dessen wird eine statische Berechnung des sich kontrolliert hebenden und senkenden Systems als ausreichend erachtet.

Anhand der erhaltenen Ergebnisse erweist sich ein mit dem Brückenklappverfahren ausgeführtes, dauerhaft bewegliches Brückentragwerk für die untersuchte Aufgabenstellung als besonders geeignet.

## **ABSTRACT**

The present master thesis deals with the practicability of a lifting bridge construction which is built with the balanced lift method. This procedure was developed by the Institute of Structural Engineering at the Technical University of Vienna.

This work is focused on the behaviour and analysis of a bridge during the opening and closing process. We can already find this bridge model in another thesis<sup>2</sup> which used a field trial at the Aspanggründe using a model scaled 1:5/6 to proof the theory. The examination of this experiment was compared and evaluated with a static and dynamic calculation method.

Due to the result the bridge's structure has been optimised. Especially useful to control the opening and closing movement is the installation of a water-powered hydraulic cylinder.

In the course of the analysis we could see a rather big variance between the result of the test trial and the dynamic calculation. This difference is caused by the needed simplification of the dynamic system modelling. The outcome of the static evaluation is agreeing with the experimental results. Furthermore the results are showing that it is crucial to minimise the development of dynamic forces. Due to this conclusion the use of a static calculation is sufficient for a controlled lifting and closing process.

In consideration of all obtained facts a lifting bridge construction with balanced lift method is particularly suitable for the discussed task.

## INHALTSVERZEICHNIS

<b>EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG</b> .....	<b>II</b>
<b>DANKSAGUNG</b> .....	<b>III</b>
<b>ZUSAMMENFASSUNG</b> .....	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>V</b>
<b>INHALTSVERZEICHNIS</b> .....	<b>VI</b>
<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS</b> .....	<b>X</b>
<b>TABELLENVERZEICHNIS</b> .....	<b>XII</b>
<b>1 EINLEITUNG</b> .....	<b>1</b>
1.1 HINTERGRUND DES BRÜCKENKLAPPVERFAHRENS.....	1
1.2 MOTIVATION DER ARBEIT.....	2
<b>2 BEWEGLICHE BRÜCKEN</b> .....	<b>4</b>
2.1 ALLGEMEINES.....	4
2.2 HUBBRÜCKEN.....	5
2.3 KLAPPBRÜCKEN.....	7
<b>3 BRÜCKENKLAPPVERFAHREN</b> .....	<b>8</b>
3.1 DRUCKSTREBENVARIANTE MIT ZWEI ODER VIER DRUCKSTREBEN .....	8
3.2 DRUCKSTREBENVARIANTE MIT HILFSPFEILER .....	9
3.3 ZUGSTREBENVARIANTE MIT ZUGKABELN .....	10
3.4 HERSTELLUNG UND KOMBINATION DER VARIANTEN.....	10
3.5 FELDVERSUCHE MIT DEM BRÜCKENKLAPPVERFAHREN .....	11
3.6 AUSGEFÜHRTE BZW. GEPLANTE PROJEKTE .....	13
3.6.1 <i>Klappbrücke Gars am Kamp</i> .....	13
3.6.2 <i>Klappbrücke Lobau</i> .....	15
<b>4 FELDVERSUCH KLAPPBRÜCKE LOBAU</b> .....	<b>18</b>
4.1 ALLGEMEINES.....	18
4.1.1 <i>Modellbildung</i> .....	19

4.1.2	<i>Montage des Feldversuchs am bestehenden Pylon</i> .....	22
4.2	HUBKONZEPT MIT WASSERTANKS .....	22
4.3	VERSUCHSDURCHFÜHRUNG.....	24
4.3.1	<i>Allgemeines</i> .....	24
4.3.2	<i>Klappvorgang</i> .....	24
4.3.3	<i>Gemessene Hubkurve</i> .....	26
4.4	ÜBERARBEITUNG DES FELDVERSUCHS .....	28
4.4.1	<i>Bestehendes System</i> .....	28
4.4.1.1	Berechnung der statischen Hubkurve.....	28
4.4.2	<i>Optimierung des Systems</i> .....	31
4.4.2.1	Hydraulikzylinder .....	31
4.4.2.1.1	Funktionsweise .....	31
4.4.2.1.2	Bemessung des Hydraulikzylinders .....	32
4.4.2.2	Hilfswassertanks.....	39
4.4.2.2.1	Gegenüberstellung der Systeme.....	40
<b>5</b>	<b>DYNAMISCHE BERECHNUNG DER HUBBRÜCKE</b> .....	<b>46</b>
5.1	ALLGEMEINES.....	46
5.2	BERECHNUNG DER BAUTEILSCHWERPUNKTE.....	47
5.2.1	<i>Rechtes Teilsystem</i> .....	48
5.2.1.1	Schwerpunktberechnung Bauteil 1 .....	48
5.2.1.2	Schwerpunktberechnung Bauteil 3 .....	48
5.2.2	<i>Linkes Teilsystem</i> .....	49
5.2.2.1	Schwerpunktberechnung Bauteil 2 .....	49
5.2.2.2	Schwerpunktberechnung Bauteil 4 .....	49
5.3	HERLEITUNG DER LAGRANGE'SCHEN BEWEGUNGSGLEICHUNG .....	50
5.3.1	<i>Lagrange'sche Bewegungsgleichung für holonome Systeme</i> .....	52
5.3.2	<i>Trägheitsmoment des dünnen Stabs</i> .....	53
5.4	ANWENDUNG DER LAGRANGE'SCHEN BEWEGUNGSGLEICHUNG.....	54
5.4.1	<i>Lagrange'sche Bewegungsgleichung: rechtes Teilsystem</i> .....	54
5.4.1.1	Systemskizze – Ausgangslage rechtes Bauteil: Zeitpunkt $t = 0$ .....	55
5.4.1.2	Systemskizze – Klappvorgang rechtes Bauteil: Zeitpunkt $t \neq 0$ .....	56

5.4.1.3	Kinetische Energie.....	57
5.4.1.4	Schwerpunkt Abstand $l_{S1}(t)$ .....	58
5.4.1.5	Potential-Kräfte.....	61
5.4.1.6	Ergebnis der Berechnung: rechtes Teilsystem.....	63
5.4.2	<i>Lagrange'sche Bewegungsgleichung: linkes Teilsystem</i> .....	64
5.4.2.1	Systemskizze – Ausgangslage linkes Bauteil: Zeitpunkt $t = 0$ .....	64
5.4.2.2	Systemskizze – Klappvorgang linkes Bauteil: Zeitpunkt $t \neq 0$ .....	65
5.4.2.3	Kinetische Energie.....	66
5.4.2.4	Schwerpunkt Abstand $l_{S2}(t)$ .....	67
5.4.2.5	Potential-Kräfte.....	71
5.4.2.6	Ergebnis der Berechnung: linkes Teilsystem.....	73
5.4.3	<i>Lagrange'sche Bewegungsgleichung des Gesamtsystems</i> .....	74
5.4.3.1	Vorgehen zur Lösung der Differenzialgleichung.....	74
5.4.3.2	Eingesetzte Variablen.....	75
5.4.3.3	Berechnung der Hubkraft $L(t)$ .....	76
5.4.3.4	Rechnerische Ermittlung der Füllzeit der Hubwassertanks.....	78
5.4.3.4.1	Höhenlage $H_2$ .....	79
5.4.3.4.2	Höhenlage $H_3$ .....	83
5.5	AUSWERTUNG DER DYNAMISCHEN HUBKURVE.....	88
5.5.1	<i>Heben des Tragwerks</i> .....	88
<b>6</b>	<b>FAZIT</b> .....	<b>92</b>
6.1	GEGENÜBERSTELLUNG DER ERGEBNISSE.....	92
6.2	VORTEILE DES SYSTEMS.....	94
6.3	ANWENDUNG AUF DIE KLAPPBRÜCKE LOBAU.....	95
	<b>LITERATURVERZEICHNIS</b> .....	<b>97</b>
	<b>ABKÜRZUNGS- UND EINHEITENVERZEICHNIS</b> .....	<b>99</b>
	<b>ANHANG</b> .....	<b>101</b>
	ANHANG A – SCHWERPUNKTBERECHNUNG.....	101
	A 1. Bauteil 1.....	101
	A 1.1. x-Richtung.....	102

A 1.2.	z-Richtung .....	106
A 2.	<i>Bauteil 2</i> .....	109
A 2.1.	x-Richtung .....	110
A 2.2.	z-Richtung .....	112
A 3.	<i>Bauteil 3</i> .....	114
A 3.1.	x-Richtung .....	115
A 4.	<i>Bauteil 4</i> .....	118
A 4.1.	x-Richtung .....	119
ANHANG B	– AUSDRUCKPROTOKOLL RSTAB .....	121
ANHANG C	– AUSDRUCKPROTOKOLL MATHEMATICA .....	127
ANHANG D	– LEBENSLAUF .....	135

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1: Bogenklappverfahren bei der Argentobelbrücke <sup>16</sup> .....	1
Abbildung 2: Drehbrücke El Ferdan <sup>6,7</sup> .....	5
Abbildung 3: Kattwykbrücke mit geöffnetem Tragwerk <sup>17</sup> .....	6
Abbildung 4: BLM nach der Druckstrebenvariante <sup>16</sup> .....	9
Abbildung 5: BLM nach der Druckstrebenvariante mit Hilfspfeiler <sup>16</sup> .....	9
Abbildung 6: BLM nach der Zugstrebenvariante <sup>16</sup> .....	10
Abbildung 7: taktweise Herstellung einer Talbrücke mit dem BLM <sup>16</sup> .....	11
Abbildung 8: fertig hergestellte Talbrücke mittels BLM <sup>16</sup> .....	11
Abbildung 9: Feldversuch Druckstrebenvariante – Klappvorgang <sup>1,18</sup> .....	12
Abbildung 10: Errichtung der Klappbrücke Gars am Kamp <sup>18</sup> .....	14
Abbildung 11: fertig gestelltes Brückentragwerk – Klappbrücke Gars am Kamp <sup>18</sup> ...	14
Abbildung 12: Klappbrücke Lobau – Darstellung des Klappvorgangs <sup>2</sup> .....	16
Abbildung 13: Klappbrücke Lobau – Lageplan <sup>16</sup> .....	17
Abbildung 14: Grundriss und Längsschnitt des Feldversuchs Klappbrücke Lobau <sup>2</sup> .	20
Abbildung 15: Regelquerschnitte des Feldversuchs Klappbrücke Lobau <sup>2</sup> .....	21
Abbildung 16: Anlagenschema – System Wassertanks .....	23
Abbildung 17: Klappvorgang beim Feldversuch Klappbrücke Lobau .....	25
Abbildung 18: gemessene Hubkurve .....	27
Abbildung 19: Gelenkskräfte C des bestehenden Systems .....	30
Abbildung 20: Systemskizze zur Ermittlung der Kolbenfläche .....	34
Abbildung 21: Einbau des Hydraulikzylinders .....	37
Abbildung 22: Bauteile des Hydraulikzylinders .....	38
Abbildung 23: Prinzipskizze der Hilfswassertanks, Maße in [mm] .....	39
Abbildung 24: Änderung der Hubkraft $L(t)$ abhängig von $\alpha(t)$ mit HIT .....	41
Abbildung 25: Änderung der Hubkraft $L(t)$ abhängig von $h'(t)$ mit HIT .....	42
Abbildung 26: Modell Gelenkskräfte .....	43
Abbildung 27: Gegenüberstellung horizontale Gelenkskräfte .....	44
Abbildung 28:Gegenüberstellung vertikale Gelenkskräfte .....	45
Abbildung 29: Stabrotation um die Achsen A und B <sup>12</sup> .....	53
Abbildung 30: Übersicht rechtes Teilsystem <sup>2</sup> .....	54
Abbildung 31: Systemskizze Ausgangslage rechtes Bauteil.....	55

Abbildung 32: Systemskizze Klappvorgang rechtes Bauteil .....	56
Abbildung 33: Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 1 .....	58
Abbildung 34: Systemskizze zur Ermittlung von $I_{s1}(t)$ .....	59
Abbildung 35: Systemskizze Potentialkräfte rechtes Teilsystem .....	62
Abbildung 36: Übersicht linkes Teilsystem <sup>2</sup> .....	64
Abbildung 37: Systemskizze Ausgangslage linkes Bauteil .....	64
Abbildung 38: Systemskizze Klappvorgang linkes Bauteil.....	65
Abbildung 39: Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 2 .....	67
Abbildung 40: genäherte Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 2 .....	69
Abbildung 41: Systemskizze Potentialkräfte linkes Teilsystem .....	71
Abbildung 42: zeitlicher Verlauf der Hubkraft $L(t)$ .....	77
Abbildung 43: Nomogramm von Mock <sup>15</sup> .....	87
Abbildung 44: Hubkraft $L(t)$ abhängig vom Winkel $\alpha(t)$ .....	90
Abbildung 45: Winkelgeschwindigkeit $\alpha'(t)$ .....	90
Abbildung 46: Winkelbeschleunigung $\alpha''(t)$ .....	91
Abbildung 47: Gegenüberstellung der Ergebnisse mit $\alpha(t)$ .....	93
Abbildung 48: Gegenüberstellung der Ergebnisse mit $h'(t)$ .....	93
Abbildung 49: Systemskizze Bauteil 1 .....	101
Abbildung 50: Systemskizze Bauteil 2 .....	109
Abbildung 51: Systemskizze Bauteil 3 .....	114
Abbildung 52: Systemskizze Bauteil 4 .....	118

## TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 1: Auswertung der Messwerte des Feldversuchs .....	26
Tabelle 2: Gelenkskräfte C des bestehenden Systems .....	29
Tabelle 3: Berechnung von $\Delta\alpha'_i(t)$ .....	35
Tabelle 4: Berechnung von $A_{r,erf}$ .....	35
Tabelle 5: Berechnung von $A_{l,erf}$ , $A_{erf}$ und $d_{erf}$ .....	36
Tabelle 6: resultierende Gelenkskräfte in C mit HIT .....	41
Tabelle 7: Gegenüberstellung $\alpha'_r$ rechtes Gelenk .....	43
Tabelle 8: Gegenüberstellung $\alpha'_l$ linkes Gelenk .....	44
Tabelle 9: Eingabewerte zur Näherung der Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 2 .....	68
Tabelle 10: Auswertung der Lagrange'schen Bewegungsgleichung.....	89
Tabelle 11: Gegenüberstellung der Ergebnisse.....	92

# 1 EINLEITUNG

## 1.1 Hintergrund des Brückenklappverfahrens

Am Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau der Technischen Universität Wien wurde aufbauend auf dem Bogenklappverfahren eine neue Methode zur Herstellung von Brückentragwerken entwickelt, das sogenannte Brückenklappverfahren. Hierbei kommen wie auch beim Bogenklappverfahren das Prinzip der Kletterschalung und moderne Hebe- und Absenktechniken zum Einsatz. Die grundlegende Weiterentwicklung besteht darin, die Brückenträger nicht gebogen, sondern dem Pylon entsprechend gerade und in vertikaler Lage herzustellen. Diese werden im Anschluss mit Gelenken am Pylon montiert und in die horizontale Lage geklappt. Das Brückenklappverfahren kann grundsätzlich mit zwei unterschiedlichen statischen Systemen ausgeführt werden, die sich in der Abstützung der Brückenträger unterscheiden.<sup>1</sup>

Zur ersten Anwendung des Bogenklappverfahrens kam es durch *Ricardo Morandi*, welcher 1953 eine Fußgängerbrücke in Lussia, Italien und 1955 die Storms River Bridge in Südafrika nach dieser damals neuen Brückenbaumethode errichtete. In weiterer Folge entstanden mit Hilfe des Bogenklappverfahrens Bauwerke in Deutschland, Japan und Spanien. Die 1985 errichtete Argentobelbrücke in Deutschland (Abbildung 1) stellt mit einer Bogenspannweite von 145m die bisher größte mit dieser Baumethode errichtete Brücke dar.<sup>1</sup>

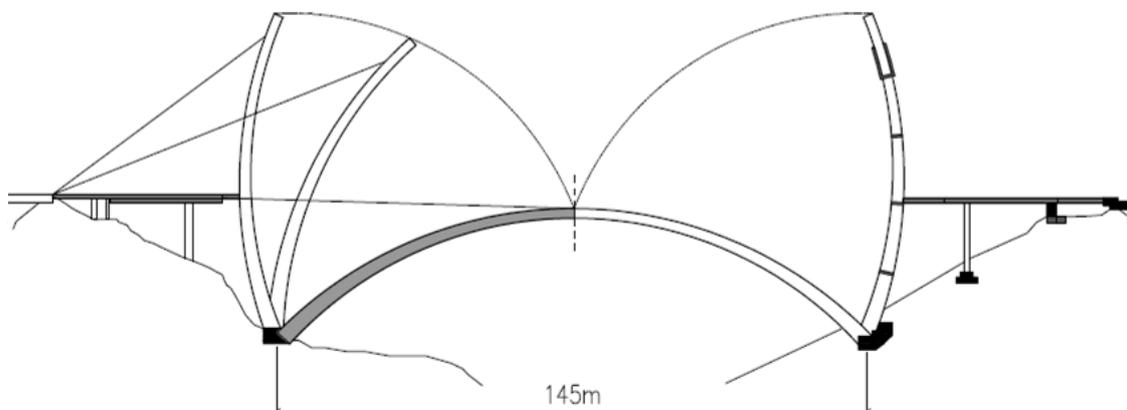


Abbildung 1: Bogenklappverfahren bei der Argentobelbrücke<sup>16</sup>

## 1.2 Motivation der Arbeit

Im Zuge einer Machbarkeitsstudie wurde im Auftrag der MA 29 – Brückenbau und Grundbau auf Grundlage der neuentwickelten Brückenbaumethode ein Konzept für die Neutrassierung des Donauradweges im Bereich des OMV-Zentrallagers Lobau erarbeitet. Dieser Entwurf sieht die Errichtung einer Klappbrücke für Fußgänger und Radfahrer im Mündungsbereich der Ölhafeneinfahrt vor.<sup>2</sup>

Die Aufgabenstellung wurde im Zuge der Machbarkeitsstudie bereits in folgenden Punkten bearbeitet:<sup>16</sup>

- Erhebung des bestehenden Radwegnetzes und Finden einer neuen nachhaltigen und ansprechenden Trassenführung des Donauradweges im Bereich des OMV-Zentrallagers.
- Wahl des Tragwerks und Festlegung des bestgeeigneten Klappmechanismus durch Erstellung einer Entwurfsbeschreibung und mit Hilfe von Entwurfsstudien über verschiedene Varianten des Brückenklappverfahrens. Diese wurden hinsichtlich Ästhetik, Klappmechanismus und Effizienz des Tragwerks bewertet.
- Zudem wurde eine Bauplatzerkundung, die Festlegung der Konstruktion, die statische Bemessung und eine Kostenschätzung der Klappbrücke Lobau durchgeführt.

Weiters wurde im Rahmen einer Diplomarbeit<sup>2</sup> die maßstäbliche Nachbildung des Tragwerks zum Zwecke der Durchführung eines Feldversuchs erarbeitet. Diese beinhaltete neben der statischen Bemessung auch die Ausführungsplanung für die gewählte Konstruktion und die Errichtung des Modellkörpers.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Auswirkungen der beim Klappvorgang entstehenden Trägheitskräfte auf das Tragwerk des *Feldversuchs Klappbrücke Lobau* und das Verhalten während des Bewegungsablaufs zu untersuchen. Dies geschieht auf Basis von Versuchen an oben erwähntem Modell. Die Auswertungen werden anschließend

sowohl einer statischen als auch dynamischen Berechnung der Schnittgrößen gegenübergestellt. Zur Ermittlung der Kräfte am bewegten Bauwerk wird das kinetische System der Hubbrücke mit Hilfe der Lagrange'schen Bewegungsgleichung modelliert. Die aus den Berechnungen resultierenden Ergebnisse werden mit den Versuchsauswertungen verglichen und auf ihre Plausibilität in Größe und Verlauf hin untersucht. Zudem wird der *Feldversuch Klappbrücke Lobau* auf Funktionserfüllung getestet und gegebenenfalls optimiert. Die erhaltenen Erkenntnisse werden abschließend auf die Anwendbarkeit für die *Klappbrücke Lobau* untersucht.

## 2 BEWEGLICHE BRÜCKEN

### 2.1 Allgemeines

Überall dort, wo an Kreuzungspunkten von Schifffahrts- und Verkehrswegen der erforderliche Lichtraum nicht mehr eingehalten werden kann und wo Rampenbauwerke unwirtschaftlich oder aus ästhetischen Gründen unerwünscht sind, findet sich das Einsatzgebiet beweglicher Brücken. Diese spezielle Art der Brückentragwerke ist jederzeit in der Lage, eine der beiden Fahrtrassen für den Verkehr freizugeben. Für die Dauer der Richtungsfreigabe ist der kreuzende Verkehrsweg für Fahrzeuge bzw. Schiffe gesperrt. Dies führt zu Fahrtverzögerung und kann erhebliche wirtschaftliche Einbußen nach sich ziehen. Erweist sich eine Ausführung in konventioneller Bauweise mit Anrampung als ungeeignet, sind eine ausführliche Planung des Tragwerks und die Entwicklung eines nachhaltigen Brücken- und Verkehrskonzepts zur Begrenzung der ökonomischen Verluste von größter Bedeutung. Die stetige Zunahme von Schiffs- und Landverkehr resultiert in der Forderung von immer kürzeren Öffnungsintervallen für bewegliche Brücken. Daraus ergibt sich, dass die Dauer des Öffnungs- und Schließvorgangs in Zukunft bei der Beurteilung der Wirtschaftlichkeit solcher Tragwerke immer mehr in den Mittelpunkt rückt.<sup>2,5</sup>

Auf Grund der dynamischen Wechselbeanspruchungen und einer angestrebten Gewichtsreduktion zur Verminderung der erforderlichen Hubenergie kommt für bewegliche Brückentragwerke als Baustoff beinahe ausschließlich Stahl zum Einsatz. In Anbetracht des Antriebs, der Seile, der Rollen und der vielen beweglichen Einzelteile entsprechen solche Brücken nicht nur einem Tragwerk, sondern in ihrer Gesamtheit auch einer großen Maschine. Daher sind bei der Bemessung sowohl dynamische Kräfte resultierend aus dem Hub- bzw. Klappvorgang als auch Windkräfte meist nicht vernachlässigbare Größen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der reibungslose Bewegungsablauf und somit die Funktionalität der beweglichen Brücke ständig gewährleistet sein muss. Zudem stellt der Verschleiß und in weiterer Folge die Instandhaltung der bewegten Bauteile einen nicht unerheblichen Kostenfaktor dar.<sup>2,5</sup>

Die weitaus häufigsten Anwendungen fallen in der Praxis den Hub- und Klappbrücken zu. Dreh-, Zug- und Rollbrücken kommen eher selten zur Ausführung und werden aus diesem Grund in dieser Arbeit nicht detaillierter behandelt.<sup>2,5</sup>

Um jedoch die technischen Ausführungsmöglichkeiten dieser Bauarten nicht außer Acht zu lassen, sei auf das in Abbildung 2 dargestellte Tragwerk verwiesen. Hierbei handelt es sich um die Drehbrücke El Ferdan nahe Ismailia, Ägypten, welche bei einer Spannweite des mittleren Feldes von 340m und einer Gesamtlänge von 640m die weltgrößte Brücke dieser Art darstellt. Die über der Drehachse angeordneten Pylone sind 60m hoch und der Schwenkvorgang zum Öffnen bzw. Schließen dauert ca. 15 Minuten. Die Fahrbahn der Brücke mit ihrer Breite von 12,8m ist als orthotrope Platte ausgebildet. Die Fertigstellung dieser Drehbrücke im Jahr 2001 machte eine eingleisige Bahn- wie auch eine zweispurige Straßenverbindung über den Suezkanal möglich.<sup>6,7</sup>



Abbildung 2: Drehbrücke El Ferdan<sup>6,7</sup>

## 2.2 Hubbrücken

Die grundlegenden Tragelemente einer Hubbrücke setzen sich aus einem Einfeldbalken, den an seinen Enden angeordneten Hubtürmen und den Hubseilen zusammen. Die Herstellung der Brückenhauptträger ist mit sämtlichen heute üblichen Methoden und Baustoffen zur Errichtung von Balkenbrücken möglich. Die Turmbauten werden meist aus Stahlbeton gefertigt, was bei hohen Türmen auf Grund des

Gewichts bei schlechtem Baugrund zu Gründungsproblemen führen kann. Über Seilwinden kann der Brückenträger lotrecht in eine beliebige, durch die Hubtürme begrenzte Höhe gebracht werden. Angetrieben wird dieser Vorgang bei kleiner Hubhöhe von Hydraulik-, andernfalls von Elektromotoren. Von den Antriebsaggregaten werden die Kräfte auf Winden übertragen, mit deren Hilfe das Auf- und Abwickeln der Zugseile bewerkstelligt wird.<sup>5,11</sup>

Als wesentliche Vorteile von Hubbrücken sind folgende Punkte zu nennen:<sup>5,11</sup>

- Das statische System ist einfach, die Lastableitung simpel und der Weg der Last vom Tragwerk in den Untergrund ist logisch nachvollziehbar.
- Die Bewegung des Tragwerks erfolgt geradlinig in vertikaler Richtung.
- Nach dem Schließen der Brücke kann diese ohne weitere Maßnahmen sofort für den Verkehr freigegeben und als feste Brücke verwendet werden.
- Bei der Durchfahrt kleinerer Schiffe muss das Tragwerk nicht vollständig gehoben werden.

Bei der Gegenüberstellung mit Klappbrücken gleicher Spannweite erreicht eine Hubbrücke nur rund 25% des maximalen Werts der Momentenbeanspruchung. Somit sind mit dieser Art von Brücken relativ große Öffnungsweiten erreichbar.<sup>2,5,11</sup>

Die aus ästhetischer Sicht ungern in Kauf genommenen Hubtürme, die bei schlechtem Baugrund hohen Gründungskosten wie auch der hohe Verschleiß der Seile und der Seiltrommeln sind als Nachteile der Hubbrücke zu nennen.<sup>2,5,11</sup>



Abbildung 3: Kattwykbrücke mit geöffnetem Tragwerk<sup>17</sup>

Im Hafengebiet von Hamburg wurde 1970 die in Abbildung 3 dargestellte Kattwykbrücke errichtet. Der Hubbalken weist eine Länge von 100m auf und kann um

eine Höhe von maximal 46m angehoben werden. Bei diesem Bauwerk handelt es sich um die zur Zeit zweitgrößte Hubbrücke der Welt.<sup>5,10</sup>

### 2.3 Klappbrücken

Dieser Bauart von beweglichen Brücken liegt als statisches System der Kragträger zugrunde. Klappbrücken sind in vier unterschiedlichen Bewegungsarten ausführbar, wobei heute die Klappbrücke mit fester Drehachse überwiegend zum Einsatz kommt. Das Tragwerk kann aus einem oder zwei Kragarmen bestehen. Ersteres liegt in geschlossenem Zustand auf der anderen Uferseite auf, zweiteres schließt mit einem zweiten gegenüberliegenden Kragträger die Fahrbahn. Die zweiflügelige Ausführung als Doppelklappbrücke birgt den Vorteil einer verringerten Spannweite der einzelnen Kragarme. Auch wird so eine schnellere Freigabe der Öffnung für den Schiffsverkehr ermöglicht. Bei Klappbrücken mit fester Drehachse kommen für die Brückenträger heute beinahe ausschließlich Fachwerks- und Vollwandträger aus Stahl zum Einsatz. Sie werden sowohl elektrisch als auch hydraulisch angetrieben, wobei zur Reduktion der benötigten Hubenergie meist ein Gegengewicht angebracht wird. In dem dafür erforderlichen Senksten ist oftmals das Maschinenhaus untergebracht.<sup>2,5,11</sup>

Die Vorteile von Klappbrücken liegen im geringen Gewicht, der Wirtschaftlichkeit bei kleinen Spannweiten und der gegenüber Hubbrücken ästhetisch anspruchsvolleren Konstruktion.<sup>2,5,11</sup>

Als Nachteile sind die geringe Steifigkeit, die schwierige Verriegelung der Klappen in geschlossenem Zustand, die negativen Auswirkungen von Windkräften während des Klappvorgangs und die großen Widerlagerkonstruktionen, in denen der Senksten der Gegengewichte untergebracht werden muss, zu nennen.<sup>2,5,11</sup>

Für Klappbrücken wurden in den letzten Jahren zahlreiche innovative Lösungen entwickelt und gebaut. Hierzu zählt auch das, in dieser Arbeit behandelte Brückenkippverfahren, welches am Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau der Technischen Universität Wien entworfen und welchem 2007 das deutsche Patent erteilt wurde.<sup>1,4</sup>

### **3 BRÜCKENKLAPPVERFAHREN**

Das in den letzten Jahren am Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau der Technischen Universität Wien entwickelte Brückenklappverfahren stellt eine neue Brückenbaumethode auf Basis des Bogenklappverfahrens dar. Mit dieser Balanced Lift Method for Bridge Constructions (BLM) ist die Herstellung von Spann- und Stahlbetonbrücken möglich. Um Kosten für das Lehrgerüst einzusparen, werden wie auch beim Bogenklappverfahren nicht nur die Brückenpfeiler, sondern auch die Brückenträger mit Hilfe einer Kletterschalung oder Fertigteilen nahezu senkrecht hergestellt. Anschließend werden die Brückenträger mittels hydraulischen Pressen in ihre horizontale Endlage geklappt. Da zum Bau der Brückenträger auf ein Lehrgerüst verzichtet werden kann und bei deren Herstellung die Biegebeanspruchungen wegfallen, ergeben sich mit dem BLM einige wirtschaftliche Vorteile gegenüber konventionellen Verfahren wie z.B. dem Freivorbau. Diese Stärken zeigen sich besonders bei Brücken mit hohen Pfeilern und bei Tragwerksspannweiten zwischen 50m und 250m.<sup>1,4</sup>

Grundsätzlich kann beim BLM zwischen zwei statischen Systemen differenziert werden, deren Unterschied in der Art der Abstützung der Brückenträger zu finden ist. Die erste Variante bewerkstelligt dies durch Druckstreben und kann bei geringer Höhe des Pylons auch mit einem Hilfspfeiler zur Ausführung gebracht werden, bei der zweiten Variante wird der Brückenbalken durch Zugstreben gehalten.<sup>1,4</sup>

#### **3.1 Druckstrebenvariante mit zwei oder vier Druckstreben**

Mit einer Kletterschalung werden Pfeiler und Brückenträger gleichzeitig in die Höhe gebaut. Durch Kopplung der Schalungen und Verbinden der einzelnen Arbeitsbühnen ergibt sich eine große Arbeitsfläche, welche zur Einhaltung einer optimalen Taktfrequenz notwendig ist. So wird die Herstellung von 4m Tragwerk pro fünf-tägigem Takt möglich. Da die Brückenträger in vertikaler Lage hergestellt werden, sind die statischen Beanspruchungen im Bauzustand eher gering. Für den Klappvor-

gang ist beidseits des Pylons ein entsprechender Freiraum erforderlich. Zudem muss bei dieser Variante die Höhe des Brückenpfeilers mindestens der Länge der Brückenträger entsprechen, wodurch sich als Anwendungsgebiete vor allem tiefe Taleinschnitte mit hohen Pfeilern anbieten.<sup>1,4</sup>

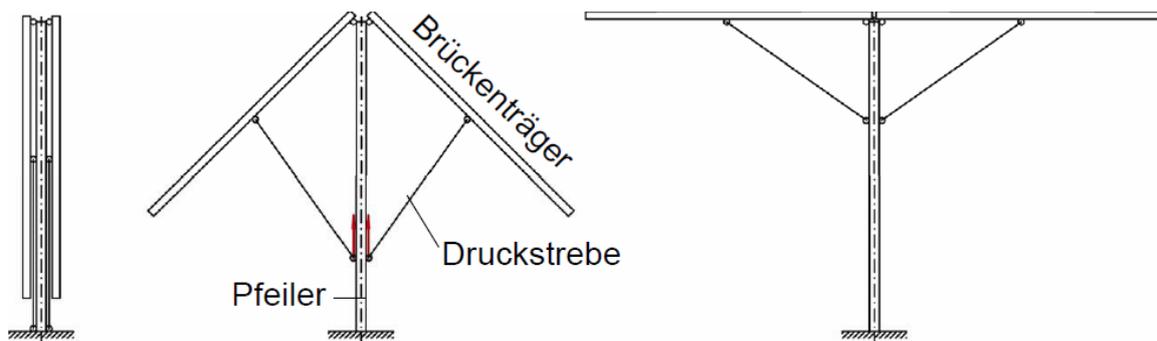


Abbildung 4: BLM nach der Druckstrebenvariante<sup>16</sup>

### 3.2 Druckstrebenvariante mit Hilfspfeiler

Diese Variante ist als Weiterentwicklung der oben erwähnten Druckstrebenvariante zu sehen. Sie findet ihre Anwendung in flachen Taleinschnitten, bei denen die Höhe der Pfeiler geringer ist als die Länge der Brückenträger. Mittels eines Hilfspfeilers wird die für den Aufklappvorgang benötigte Höhe erreicht. Der Hilfspfeiler kann aus einem Stahlbetonfertigteile oder einem Stahlfachwerk hergestellt werden, wird nach dem Aufklappen der Brückenträger wieder demontiert und kann für das nächste Brückenfeld erneut verwendet werden.<sup>1,4</sup>

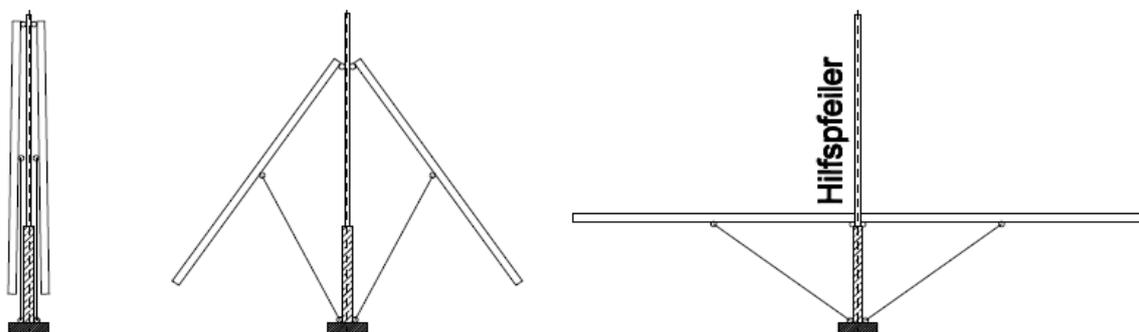


Abbildung 5: BLM nach der Druckstrebenvariante mit Hilfspfeiler<sup>16</sup>

### 3.3 Zugstrebenvariante mit Zugkabeln

Die Fertigung und Montage der Tragwerksteile erfolgt analog der Druckstrebenvariante aus Kap.3.1. Die Brückenträger werden jedoch ähnlich einer Schrägseilbrücke mittels am Pylonkopf angeschlossenen Zugstreben abgehängt. Verwendet werden hierbei Zugseile aus Stahl. Um den Klappvorgang bei dieser Variante durchführen zu können, muss die Höhe des Brückenpfeilers mindestens der Länge der Brückenträger entsprechen.<sup>1,4</sup>

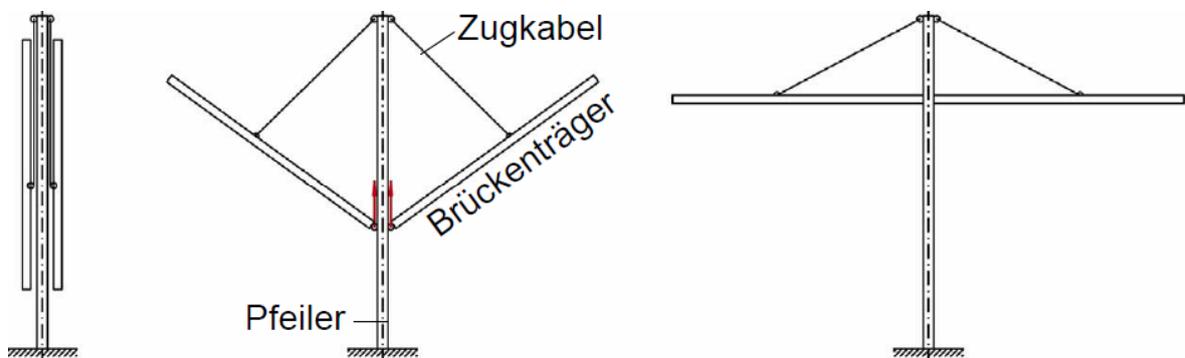


Abbildung 6: BLM nach der Zugstrebenvariante<sup>16</sup>

### 3.4 Herstellung und Kombination der Varianten

Das BLM ist nicht ausschließlich zur Überbrückung von Einzelhindernissen geeignet. Bei Aneinanderreihung mehrerer Brückenfelder ist es möglich auch große Taleinschnitte zu überwinden. Durch die Kombination der drei Varianten des BLM ergibt sich ein sehr variables und wirtschaftliches Brückenbauverfahren mit breitem Anwendungsspektrum.<sup>1,4</sup>

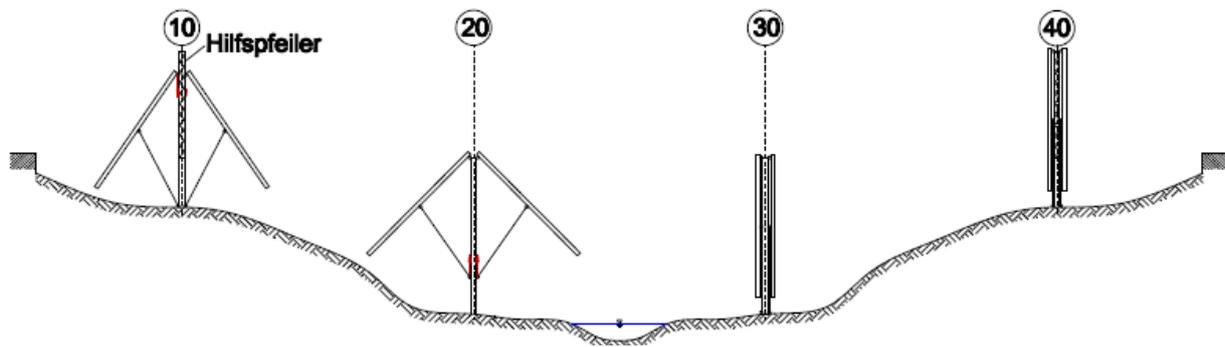


Abbildung 7: taktweise Herstellung einer Talbrücke mit dem BLM<sup>16</sup>

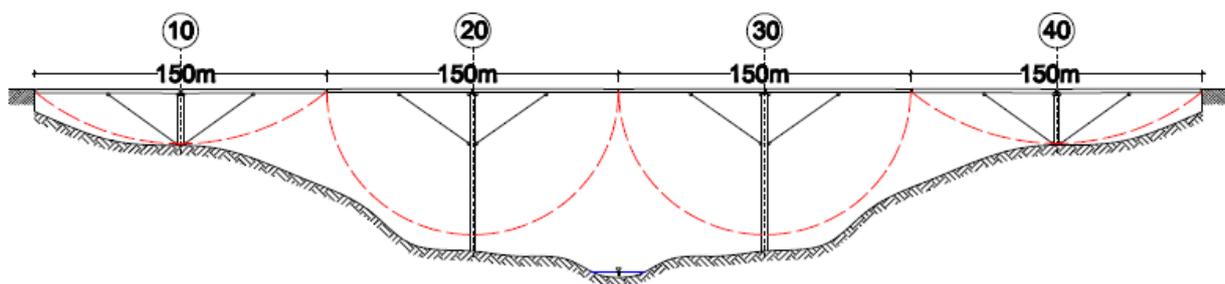


Abbildung 8: fertig hergestellte Talbrücke mittels BLM<sup>16</sup>

### 3.5 Feldversuche mit dem Brückenklappverfahren

Auf dem Versuchsgelände *Aspanggründe* der Technischen Universität Wien wurden im Dezember 2007 Feldversuche für die Zugstreben- und die Druckstrebenvariante des Brückenklappverfahrens in Zusammenarbeit mit der Firma STRABAG erfolgreich durchgeführt. Ziel der Versuche war, den Aufklappvorgang für beide Ausführungsvarianten des Verfahrens zu testen.<sup>1,4</sup>

Sämtliche dafür benötigten Tragwerksteile wurden hierfür aus Spann- bzw. Stahlbeton vor Ort mit konventioneller Schalung gefertigt. Die Brückenträger wurden als Vollquerschnitte mit einer Betongüte C50/60 hergestellt. Der Trägerquerschnitt wurde bei der Zugstrebenvariante gevoutet mit den Abmessungen von 0,40 x 0,30m bzw. 0,15 x 0,30m ausgebildet. Für die Druckstrebenvariante kam ein konstanter Rechtecksquerschnitt mit 0,64 x 0,3m zum Einsatz.<sup>1,4</sup>

Die Spannweite der Zugstrebenbrücke betrug beim Versuch 17m, die der Druckstre-

benbrücke 15m. Beide Versuchsmodelle wurden am selben Pfeiler montiert. Dieser hatte eine Höhe von 8,32m und einen über die Höhe konstanten Querschnitt von 1,10 x 0,40m. Um ein Abrollen der Wälzelenke gegeneinander möglich zu machen, wurde der Pfeiler bis zu einer Höhe von 6,27m geteilt ausgeführt.<sup>1,4</sup>

Für die zum Klappen der Brückenträger erforderliche Hebetechnik kamen vier Hydraulikzylinder mit einer Hubhöhe von 25cm zum Einsatz. Die zu hebenden Brückenteile waren über vertikal durch den Pfeiler laufende Gewindestangen mit den Köpfen der Hydraulikzylinder verbunden.<sup>1,4</sup>

Abbildung 9 zeigt den Klappvorgang der Druckstrebenvariante. Die sich gegeneinander stützenden Wälzlager befinden sich an den unteren Enden der Druckstreben. An den Verbindungsblechen der Wälzlager wurden Dehnmessstreifen appliziert, mit deren Hilfe die Verformungen dieser Bauteile gemessen wurden.<sup>1,4</sup>



Abbildung 9: Feldversuch Druckstrebenvariante – Klappvorgang<sup>1,18</sup>

Ein aus den Feldversuchen abgeleitetes Entwurfsbeispiel für eine Druckstrebenbrücke wies auf einen idealen Anwendungsbereich dieses Bauverfahrens für Talbrücken mit hohen Pfeilern und Feldlängen von 50 bis 250m hin. Verglichen mit einer Brücke, hergestellt im Freivorbau, konnten folgende Vorteile der neuen Bautechnik festgestellt werden:<sup>1,4</sup>

- Mit dem BLM ist eine Verkürzung der Gesamtbauzeit von 24 bis 28 Wochen pro Pfeilerstandort möglich.
- Sowohl die erforderlichen Querschnittsabmessungen als auch die notwendigen Baustoffmassen können gegenüber dem konventionellen Freivorbau deutlich reduziert werden.

Anhand dieser Versuchsergebnisse stellt das BLM eine neue, wirtschaftliche und konkurrenzfähige Brückenbaumethode dar.<sup>1,4</sup>

### **3.6 Ausgeführte bzw. geplante Projekte**

Das Brückenklappverfahren wurde am Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau der Fakultät für Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Wien entwickelt. Aufbauend auf den Ergebnissen der Feldversuche mit zwei Varianten des Brückenklappverfahrens auf dem Versuchsareal der TU Wien wurde das neue Bauverfahren durch fortlaufende Forschung zur Ausführungsreife weiterentwickelt. Im Folgenden werden geplante bzw. bereits verwirklichte Projekte vorgestellt, welchen als Entwurfs- und Bemessungsgrundlage die Erkenntnisse aus den durchgeführten Versuchen dienten.<sup>1,4</sup>

#### **3.6.1 Klappbrücke Gars am Kamp**

Am Werksgelände der Firma Oberndorfer in Gars am Kamp, Niederösterreich wurde gemeinsam mit ASFINAG, ÖBB und FFG am 24. September 2010 das BLM mit Brückenträgern aus Betonfertigteilen in einem Großversuch erstmals getestet. Dabei kam zum ersten Mal die Druckstrebenvariante mit Hilfspfeiler in der Praxis zur Anwendung. Zunächst wurden der Brückenpfeiler in konventioneller Ortbetonbauweise und die Brückenträger aus 70 Millimeter dicken Fertigteilplatten ähnlich einer Elementdecke hergestellt. Dieses Trägerfertigteil ist in Abbildung 10 rechts zu sehen. Es folgte die in Abbildung 10 links dargestellte Montage des Hilfspfeilers und das Einheben der 20,8 Tonnen schweren Fertigteilbrückenträger in vertikaler Lage. In die 25m langen Brückenträger wurden vorab die notwendige Bewehrung und die erforderlichen Spannglieder für Bau- und Endzustand integriert. Zur Steuerung des Aufklappvorgangs kamen zwei Mobilkräne der Firma Trost zum Einsatz, auf welche eine maximale Last von 27 Tonnen einwirkte. Nach Abschluss des Klappvorgangs dienten die nun horizontalen Brückenträger als Schalung für den Füllbeton und der

Querschnitt konnte nach Herstellung einer verbindenden Platte und weiterer Stegquerschnitte zu einer Plattenbalkenbrücke ausgebaut werden. Der Feldversuch in Gars am Kamp diente zur Ermittlung der Ausführbarkeit und der Bemessung von vier Brückentragwerken der S7 – Fürstenfelder Schnellstraße, welche von der ASFINAG zur Errichtung in alternativer Bauweise ausgeschrieben wurden. Die Spannweite der dort herzustellenden Brückenfelder beträgt 72m, die der Versuchsbrücke 50m. Somit wurde der Versuchskörper mit 70% skaliert ausgeführt. Mit dem Bau der S7 – Brückentragwerke soll 2012 begonnen werden.<sup>8</sup>



Abbildung 10: Errichtung der Klappbrücke Gars am Kamp<sup>18</sup>



Abbildung 11: fertig gestelltes Brückentragwerk – Klappbrücke Gars am Kamp<sup>18</sup>

### 3.6.2 Klappbrücke Lobau

Für eine von der MA 29 – Brückenbau und Grundbau ausgeschriebene Machbarkeitsstudie, mit der eine alternative Streckenführung des Donauradweges im Bereich des OMV-Zentrallagers gefunden werden sollte, wurde vom Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau der Technischen Universität Wien ein Vorschlag zur Neutrassierung abgegeben, welcher ein Brückentragwerk im Bereich der Ölhafeneinfahrt vorsieht.<sup>2</sup>

Um den erforderlichen Lichtraum für die Schifffahrt gewährleisten zu können, wäre für eine Brücke in konventioneller Bauweise die Errichtung einer langen Rampe oder eines hohen Kreiselbauwerks erforderlich. Aus diesen Rahmenbedingungen heraus entwickelte sich die Idee zum Entwurf einer dauerhaft beweglichen Klappbrücke, die auf dem in Kap.3.1 vorgestellten Mechanismus beruht. Durch die Ausführung des Brückentragwerks mit dem BLM wird einem Konfliktpunkt zwischen Rad- und Schiffsverkehr bestmöglich aus dem Weg gegangen, ohne das Radwegniveau anheben zu müssen.<sup>2</sup>

Um die Machbarkeit und Nachhaltigkeit des Konstruktionsprinzips zu prüfen, wird derzeit auf dem Forschungsgelände der Technischen Universität Wien ein Feldversuch im Maßstab 1:5 durchgeführt. Für diesen wurde das für die Klappbrücke Lobau entworfene Tragwerk möglichst wirklichkeitsnahe nachgebildet.<sup>2</sup>

Da sich der Standort des Bauwerks in einem Naturschutz- und Erholungsgebiet befindet, wurde zur Bereitstellung der erforderlichen Hubenergie ein spezielles Antriebssystem entworfen. Die Variation des Füllstandes der seitlich am Pylon geführten Wassertanks ermöglicht ein beliebiges Heben und Senken des Tragwerks. Der Bewegungsmechanismus kann ohne weitere Energiezufuhr in Gang gesetzt werden, wodurch das Tragwerk den heutigen hohen Anforderungen an ökonomische und ökologische Nachhaltigkeit entspricht.<sup>2</sup>

Zu diesem Projekt wurde bereits eine Diplomarbeit<sup>2</sup> verfasst, welche die Erhebung des bestehenden Radwegnetzes, die Untersuchung von möglichen Varianten der Streckenführung im Bereich des OMV-Zentrallagers, eine Bauplatzerkundung, die Wahl des am besten geeigneten Klappmechanismus und die statische Bemessung

auf Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit sowohl des Feldversuchs als auch des tatsächlichen Entwurfs beinhaltet.<sup>2</sup>

Um die auf das Tragwerk wirkenden Kräfte und die erforderliche Hubkraft während des Klappvorgangs statisch berechnen zu können, wurde die Hubhöhe in gleiche Abstände geteilt und die Kräfte für jede einzelne dadurch definierte Lage errechnet. Für diese rein statische Berechnung bildete die Betrachtung „Summe aller Kräfte gleich Null“ die Grundlage:  $\sum F_{i,s} = 0$

In dieser Arbeit soll nun aufbauend auf der durchgeführten statischen Bemessung eine dynamische Berechnung des Brückentragwerks des Feldversuchs durchgeführt werden. Die resultierenden Trägheitskräfte, welche auf das Tragwerk während des Klappvorgangs einwirken, werden wie folgt berechnet:  $\sum_{i=1}^n F_{i,d} = \sum(m_i * a_i)$  - also „Summe der Kräfte gleich Summe aller Massen mal zugehöriger Beschleunigung“. Hierfür wird das System mit der Lagrange'schen Bewegungsgleichung modelliert und die daraus ermittelten Kräfte mit denen aus den statischen Belastungen verglichen. Im Weiteren erfolgt eine Neu beurteilung der Querschnitte mit dieser kombinierten Beanspruchung aus statischen und dynamischen Lasten und gegebenenfalls eine Nachbemessung.

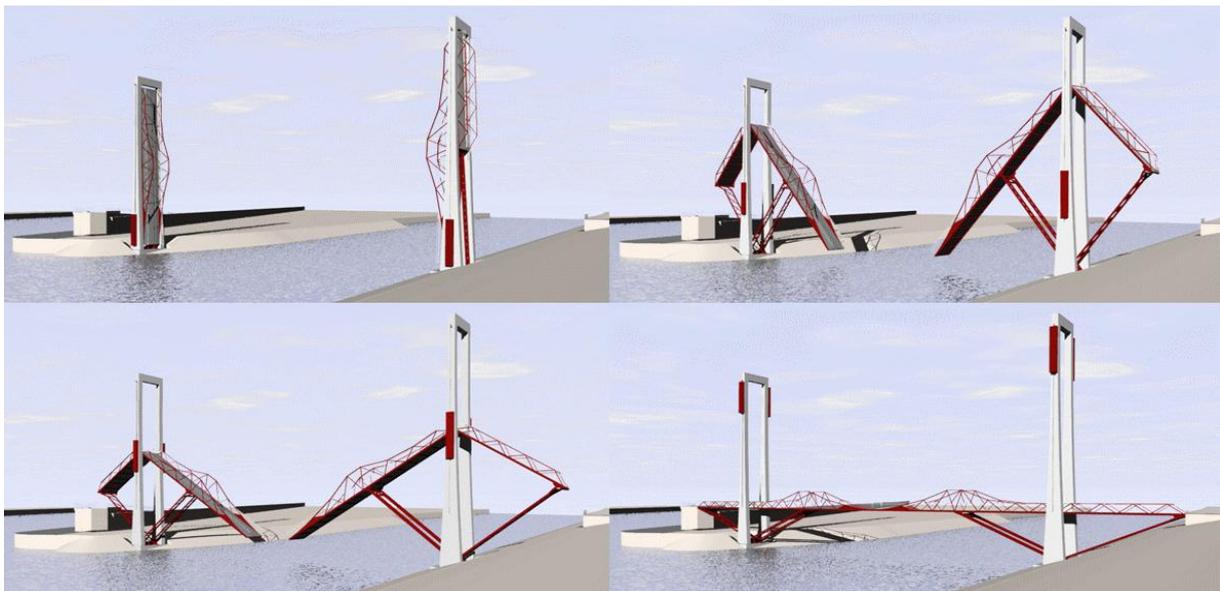


Abbildung 12: Klappbrücke Lobau – Darstellung des Klappvorgangs<sup>2</sup>

In Abbildung 13 ist der Lageplan der Klappbrücke Lobau dargestellt. Diese überspannt die Ölhafenzufahrt am unteren Ende der Donauinsel. Links vom Brückentragwerk ist die bestehende Rohrbrücke schemenhaft dargestellt.

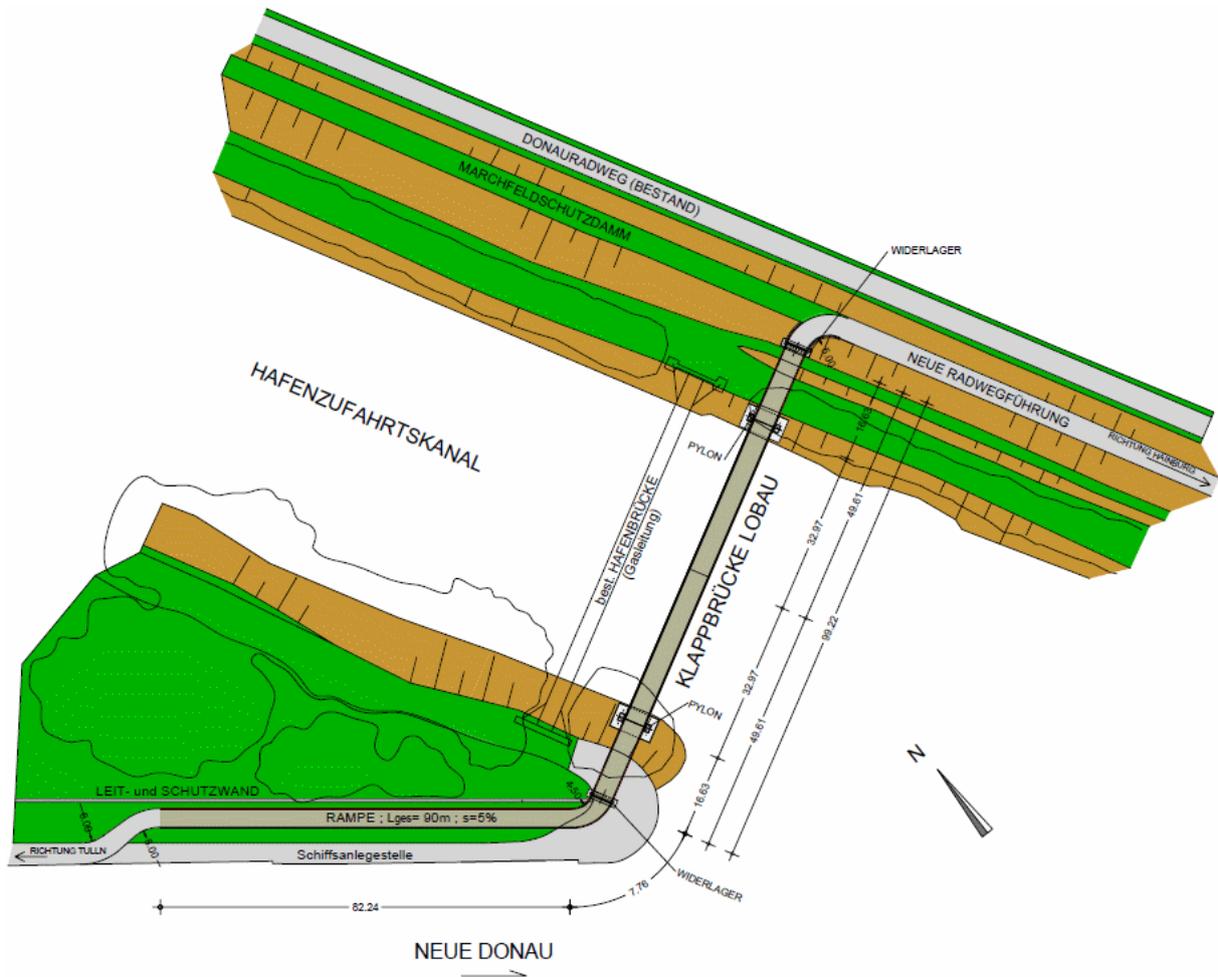


Abbildung 13: Klappbrücke Lobau – Lageplan<sup>16</sup>

## 4 FELDVERSUCH KLAPPBRÜCKE LOBAU

### 4.1 Allgemeines

Sowohl der grundlegende Mechanismus der Klappbrücke Lobau als auch das statische System entsprechen der in Kap.3.1 bereits vorgestellten Brückenklappvariante mit Druckstreben. Die Eingangswerte des Feldversuchs Klappbrücke Lobau wurden den Ergebnissen des in Kap.3.5 beschriebenen Modellversuchs entnommen. Während jedoch bei diesem von einem einmaligen Hub der Fahrbahnträger von der vertikalen in die horizontale Lage und abschließendem Verguss der Gelenke ausgegangen wurde, handelt es sich bei dem Tragwerk des Feldversuchs Klappbrücke Lobau um ein dauerhaft bewegliches System. Als Baustoff für dieses wurde zur Reduktion der notwendigen Hubkraft und der dynamischen Wechselbeanspruchung nicht Stahlbeton, sondern Baustahl gewählt. Der bereits durchgeführte Feldversuch der Druckstrebenvariante auf den *Aspanggründen* der TU Wien weist somit viele Ähnlichkeiten zur Klappbrücke Lobau auf, sodass man von einer Weiterentwicklung dieses Projekts für ein konkretes Anforderungsprofil sprechen kann.

Die für ein dauerhaft bewegliches Brückentragwerk erforderlichen Parameter können aus diesen Versuchen jedoch nur bedingt abgeleitet werden. Aus diesem Grund wurde im Zuge einer bereits abgeschlossenen Diplomarbeit<sup>2</sup> ein Modell für einen Feldversuch geplant und auf dem Versuchsgelände *Aspanggründe* der Technischen Universität Wien ausgeführt, anhand dessen nun die Konstruktion an sich und der Funktionsablauf während des Klappvorgangs getestet und optimiert werden sollte.<sup>2</sup>

Um den Bewegungsvorgang des Absenkens der Brückenträger besser in Gang bringen zu können, wurde der Fahrbahnträger mit einer Anfangsschiefstellung durch Versatz des Fußpunktes der Druckstrebe um  $e=14,5\text{cm}$  ausgebildet.<sup>2</sup>

#### 4.1.1 Modellbildung

Besonderer Wert wurde auf eine möglichst getreue Nachbildung der Tragwerksteile der Klappbrücke Lobau gelegt. Der bestehende Pfeiler aus den Versuchen für das BLM fand in dem Feldversuch der Klappbrücke Lobau erneut Verwendung. Da dieser nicht eigens für die Geometrie des neuen Tragwerks ausgebildet wurde, mussten geeignete Längen-, Höhen- und Breitenmaßstäbe gewählt werden.<sup>2</sup>

Diese wurden nach Abnahme der Naturmaße des Pylons wie folgt festgelegt:<sup>2</sup>

- Breitenmaßstab M 1:9
- Höhen- und Längenmaßstab M 1:5/6

Die unterschiedlichen Maßstäbe hatten zur Folge, dass manche Querschnitte nicht maßstabsgetreu nachgebildet werden konnten. Daraus ergab sich für bestimmte Tragwerksteile eine übermäßige, auf der sicheren Seite liegende Dimensionierung gegenüber der mit der Statiksoftware *RSTAB* durchgeführten Bemessung und in weiterer Folge ein größeres Hubgewicht. Jedoch entsprechen die Bauteile in Anordnung und Aufbau jenen der Klappbrücke Lobau. Die beweglichen Knotenverbindungen wurden mittels Radialgelenken hergestellt. Bei horizontaler Lage der Fahrbahnträger liegen diese im Detail C auf einem Federelement auf. Dieses soll die Trägheitskräfte des Tragwerks am Ende des Absenkvorgangs dämpfen und die horizontale Endlage sicherstellen.<sup>2</sup>

Als Fahrbahnbelag kamen für das Modell flächig verlegte Schaltafeln mit einer Dicke von  $t = 2,7\text{cm}$  zum Einsatz.



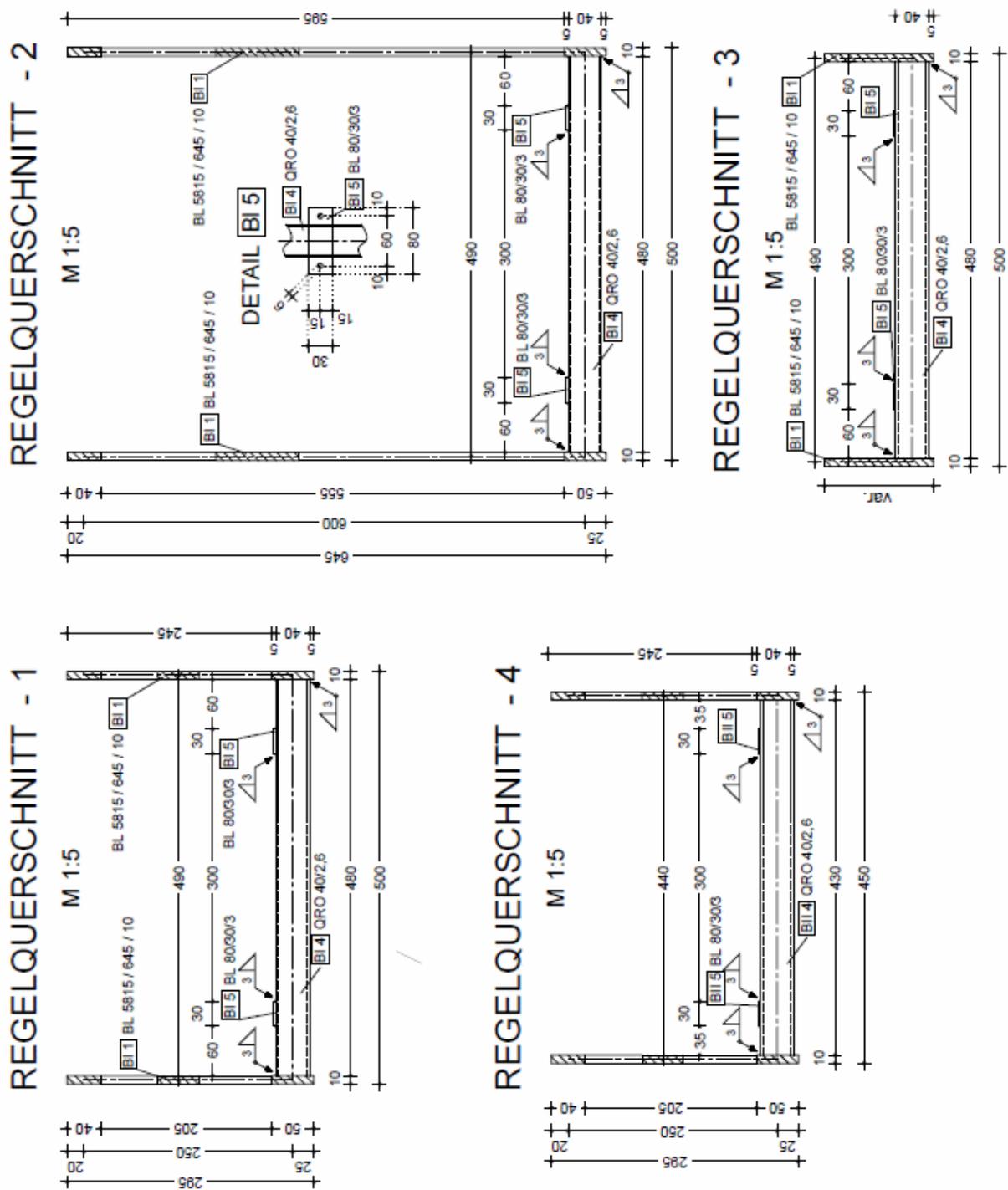


Abbildung 15: Regelquerschnitte des Feldversuchs Klappbrücke Lobau<sup>2</sup>

#### **4.1.2 Montage des Feldversuchs am bestehenden Pylon**

Die Montage begann mit dem Befestigen der vertikalen Führungsschiene, durch welche die Laufräder in der richtigen Bahn gehalten werden. Der Einbau der Tragwerksteile erfolgte in dem für den Radverkehr nicht passierbarem, vertikalem Zustand, wobei sämtliche Tragwerksteile durch die Radialgelenke verbunden wurden. Der am Pylonkopf befestigte Vorratswassertank wurde auf einem vorab montierten Holzrost angebracht. In diese Holzkonstruktion wurden auch die Umlenkseilrollen für die Hubseile der beweglichen Hubwassertanks eingebaut. Nach abgeschlossener Montage wurde die Konstruktion provisorisch auf Leichtgängigkeit und Funktionserfüllung getestet. Diese ersten Versuche zeigten, dass die in Detail C eingebauten Radialgelenklager der Laufräder einen zu großen Reibungswiderstand aufbauten und wurden deshalb im Zuge der Tragwerksoptimierung durch Wälzlager ersetzt.<sup>2</sup>

#### **4.2 Hubkonzept mit Wassertanks**

Durch die besondere Lage des Bauplatzes, angrenzend an den Nationalpark Donauauen, und die stetig steigenden Anforderungen an ökonomische und ökologische Nachhaltigkeit wurde für den Entwurf der Klappbrücke Lobau ein spezielles Konzept zur Bereitstellung der Hubenergie entwickelt.<sup>2</sup>

Am Kopf des Pylons befindet sich ein fix montierter Vorratswassertank, welcher über eine Schlauchleitung durch eine am Pylonfuß angebrachte Pumpe gespeist wird. Dieser Tank wird bei fallendem Wasserstand über ein Schwimmventil versorgt. An beiden Seiten des Pylons sind mittels Drahtseilen vertikal geführte, bewegliche Wassertanks befestigt. Sie dienen als Hubgewichte und sind durch eine Schlauchleitung mit dem Vorratstank am Pylonkopf verbunden. Das Füllen der Behälter basiert auf dem Prinzip der kommunizierenden Gefäße. Soll die Brücke zusammengeklappt werden, geben Magnetventile den Leitungsquerschnitt des Zulaufs frei. Die Hubbehälter beginnen sich auf Grund des Potentialgefälles zu füllen und das Hubgewicht vergrößert sich. Die über zwei Umlenkrollen geführten Hubseile leiten

die resultierende Kraft an das Brückentragwerk weiter. Dessen Gleichgewichtszustand wird gestört und der Hubvorgang setzt sich in Bewegung. Die beweglichen Wasserbehälter sind so bemessen, dass sie bei abgeschlossenem Klappvorgang vollgefüllt sind. Die Zulaufleitung wird automatisch blockiert und das Tragwerk verharrt in für den Schiffsverkehr geöffneter Position. Um die Brücke wieder abzusenken, werden die Hubbehälter über einen im Behälterboden eingebauten Ablauf entleert. Sowohl das Füllen als auch das Entleeren der Wassertanks wird mit zwangsgesteuerten Magnetventilen bewerkstelligt. Durch den Einbau von Füllstandensensoren kann eine gleichmäßige Füllung der beiden Hubtanks gewährleistet werden. Zusätzlich verhindern diese ein unbeabsichtigtes Überlaufen der Behälter. Eine elektronische Ansteuerung jedes einzelnen Magnetventils ist möglich.<sup>2</sup>

Da die Klappbrücke Lobau nur drei bis vier Mal täglich geöffnet und geschlossen wird, ist eine Pumpe mit geringem Fördervolumen ausreichend. Ihr Stromverbrauch kann mit Hilfe von am Pylon montierten Photovoltaikzellen gedeckt werden.<sup>2</sup>

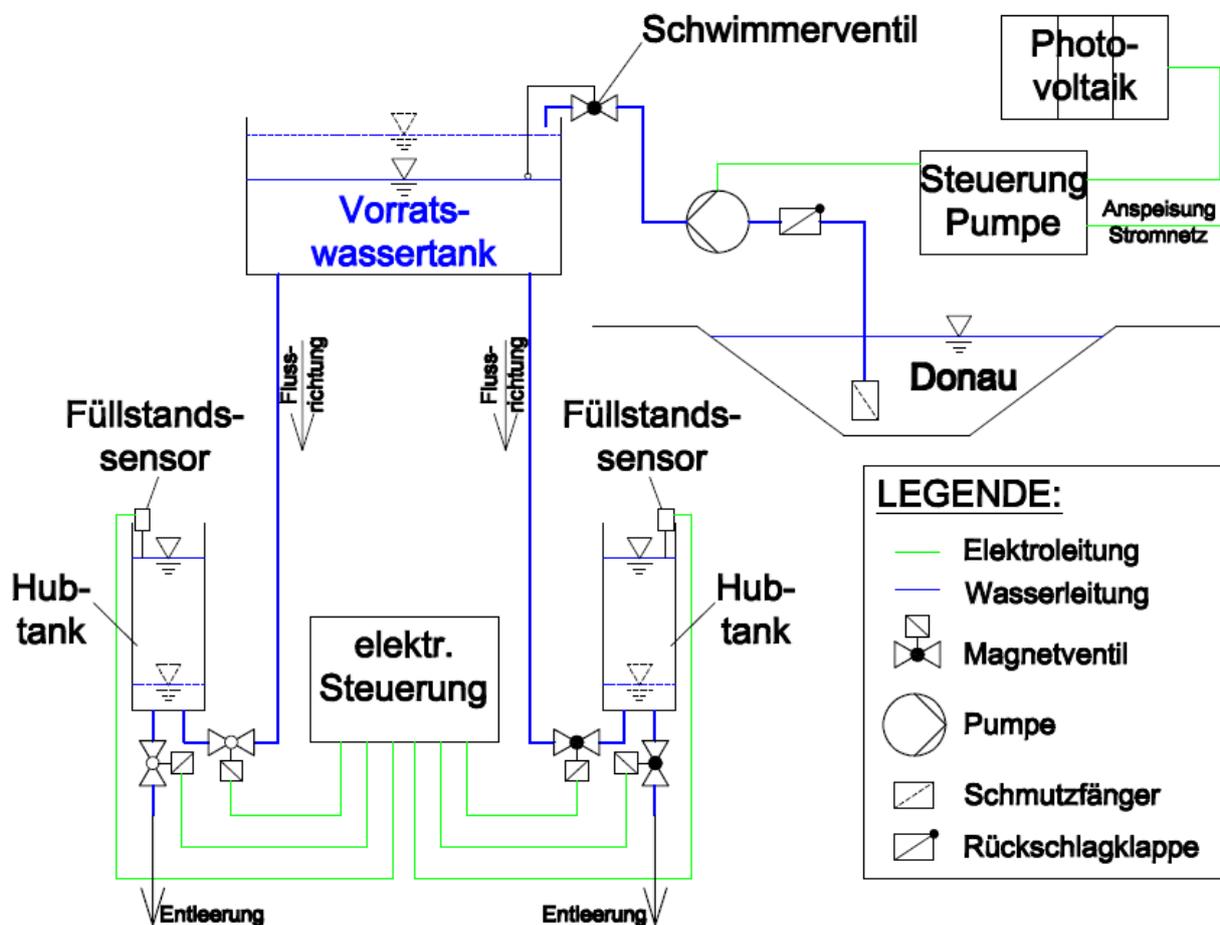


Abbildung 16: Anlagenschema – System Wassertanks

## 4.3 Versuchsdurchführung

### 4.3.1 Allgemeines

Nach Herstellung der Strom- und Wasserversorgung und abgeschlossener Füllung des Vorratswassertanks werden die Querschnitte der beiden Leitungen zu den Hubwassertanks (HUT) freigegeben. Die Steuerung der Magnetventile erfolgt hierbei von einem zentralen Schaltelement. Das Füllen und Entleeren der HUT ist dabei primär von Hand zu steuern. Um ein Überlaufen dieser zu verhindern, wird der Füllvorgang mittels Drucksensor ab einer Füllhöhe von  $h_F = 1,58m$  automatisch gestoppt. Über die Drucksteuerung kann auf einer LED-Anzeige auch der Füllstand der Behälter skaliert in 10 Stufen abgelesen werden. Diese macht die Ermittlung einer gemessenen Hubkurve im Feldversuch möglich.

### 4.3.2 Klappvorgang

Wie aus der beim Hubvorgang gemessenen Kurve in Abbildung 18 ersichtlich ist, setzt sich die Hebung des Tragwerks am Beginn des Klappvorgangs relativ träge in Bewegung. Dies resultiert einerseits aus dem in dieser Lage verhältnismäßig geringen Potentialunterschied und somit niedrigem Volumenstrom der Füllleitung, andererseits aus der relativ hohen vertikalen Auflagerkraft im Knoten C bei horizontalem Fahrbahnträger. Der Hubvorgang nimmt jedoch mit zunehmender Neigung der Brückenträger an Geschwindigkeit zu und nach einer Dauer von ca. 6 Minuten ist das Tragwerk vollständig geöffnet. Bei Erreichen der maximalen Hubhöhe  $h' = 4,70m$  kommt es aufgrund der Trägheit der beschleunigten Massen zu einer leichten Geräusentwicklung durch den Kontakt der Druckstreben mit den Fahrbahnträgern. Danach verharrt die Brücke planmäßig in völlig geklappter Lage.

Trotz der berücksichtigten Anfangsschiefstellung der Druckstreben von  $e = 14,5cm$  setzt sich der Absenkvorgang des Tragwerks erst nach Entleerung einer großen Wassermenge aus den HUT in Bewegung. Dies hat zur Folge, dass sich die

Konstruktion aufgrund des geringen in den Hubbehältern verbleibenden Gegengewichts sehr schnell abzusenken beginnt. Mit relativ hoher Geschwindigkeit federt das Tragwerk in horizontaler Lage in die Dämpfung des Details C ein. Im Hinblick auf die Langlebigkeit und den Verschleiß der Gelenke und der Dämpfungsfedern sind hier Maßnahmen zur Reduktion bzw. Unterbindung dieser dynamischen Vorgänge zu setzen.



Abbildung 17: Klappvorgang beim Feldversuch Klappbrücke Lobau

### 4.3.3 Gemessene Hubkurve

Wie eingangs schon erwähnt wird die Hubkurve mit Hilfe der LED-Anzeige der elektronischen Steuerung ermittelt. Dabei handelt es sich um 10 Dioden, bei denen jede für sich für ein Zehntel der Füllhöhe also für  $\frac{h_F}{10} = 0,158m$  steht. Bei jedem Aufleuchten einer Diode werden die Füllventile geschlossen und die Hubhöhe  $h'$  gemessen. Diese wird von der Ausgangslage des Gelenks C bei horizontalen Fahrbahnträgern bis zur Höhenlage des Gelenks C zum Zeitpunkt  $t$  gemessen.

Die *Hubkraft*  $L(t)$  ergibt sich aus dem Füllgewicht und wird aus der Formel für das Zylindervolumen berechnet.

LED-Anzeige [Stk]	Füllhöhe Tank [m]	Hubkraft $L(t)$ [kN]	Hubhöhe $h'$ [m]	$\alpha$ [°]
0	0,00	0,0000	0,00	67,35
1	0,16	0,1075	0,00	67,35
2	0,31	0,2149	0,03	67,22
3	0,47	0,3224	0,09	67,06
4	0,62	0,4299	0,28	66,67
5	0,78	0,5374	0,58	65,54
6	0,93	0,6448	0,86	63,81
7	1,09	0,7523	1,08	62,20
8	1,24	0,8598	1,38	60,00
9	1,40	0,9673	1,80	55,50
10	1,55	1,0747	2,90	42,80
	1,58	1,0955	4,70	5,00

Tabelle 1: Auswertung der Messwerte des Feldversuchs

Der Winkel  $\alpha(t)$  wird durch Umformulierung der in Kap.5.4.1.5 und Kap.5.4.2.5 hergeleiteten Beziehung für  $s(t)$  ermittelt.

$$\alpha(t) = \frac{\cos^{-1}((h_0 + h')^2 - l_{11}^2)}{2 * l_3^2}$$

mit:  $h_0 = 1,184m$  ...Höhe vom Fußpunkt zu Gelenk C in Ausgangslage

$h'$  ...gemessene Hubhöhe in Gelenk C

$l_{11} = 2,873m$  ...Teillänge Bauteil 1 (BT1)

$l_3 = 3,074m$  ...Länge Bauteil 3 (BT3)

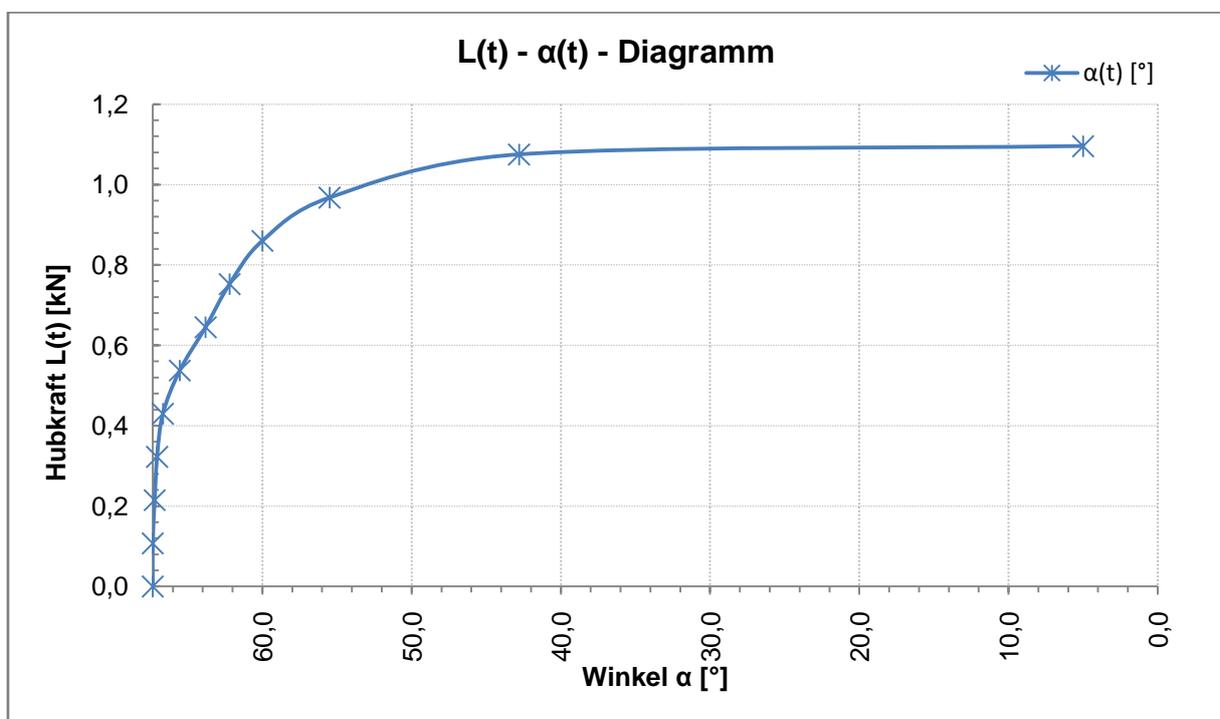


Abbildung 18: gemessene Hubkurve

In ist Abbildung 18 das Eigengewicht der Hubwassertanks nicht berücksichtigt, weshalb die Hubkurve im Ursprung des Koordinatensystems entspringt.

## 4.4 Überarbeitung des Feldversuchs

Die nach abgeschlossener Errichtung des Tragwerks durchgeführte Überprüfung auf Funktionserfüllung zeigte, dass die Radialgelenke des Verbindungsgelenks in Detail C zu viel Reibungswiderstand aufbauten. Daher wurden diese durch Wälzlager ersetzt. Erste Versuche am *Feldversuch Klappbrücke Lobau* erbrachten die Erkenntnis, dass die anfängliche Neigung der Druckstreben nicht ausreichend ist, um den Klappvorgang planmäßig in Gang zu bringen. Zur Erhöhung dieser Anfangsschiefstellung und um die entstehenden dynamischen Effekte beim Absenken der Brücke zu minimieren, werden zwei mit Wasser betriebene Hydraulikzylinder eingebaut. Als weitere Option zur Optimierung des Tragwerks werden die Auswirkungen von an der Konstruktion gezielt angebrachten Gewichten auf ihre Effizienz hin untersucht.

### 4.4.1 Bestehendes System

Um die Effekte der Optimierungsmaßnahmen am *Feldversuch Klappbrücke Lobau* erfassen zu können, sind diese mit dem bestehenden Modell zu vergleichen. Hierfür werden in diesem Kapitel die erforderlichen Systemgrößen des Bestands in rein statischer Betrachtung ermittelt. Dabei wird das Tragwerk in ausgewählte Winkelstellungen  $\alpha(t)$  geklappt, in dieser Lage gehalten und die Auflagerkräfte und Schnittgrößen am unbewegten System ermittelt.

#### 4.4.1.1 Berechnung der statischen Hubkurve

Die Berechnung wird mit der Statiksoftware RSTAB für ein vereinfachtes zweidimensionales Modell durchgeführt. In diesem wird sowohl die Anfangsschiefstellung der Druckstreben als auch der Verzug der Führungsschiene berücksichtigt.

Die Bauteile werden mittels in ihrer Schwerachse liegenden Biegeträgern mit *Querschnittsfläche*  $A = \infty$  und *Trägheitsmoment*  $I_y = \infty$  abgebildet. Die Bauteileingewichte werden in den in Anhang A ermittelten Schwerpunkten angesetzt. Das

Gewicht der Fahrbahn wird mit Hilfe von biegesteif an BT1 und Bauteil 2 (BT2) angeschlossene Exzenter in das Tragwerk eingeleitet. Die Verbindungen zwischen den Bauteilen erfolgen durch ideale, reibungsfreie Gelenke.

Die Umrechnung vom Winkel  $\alpha(t)$  zur Hubhöhe  $h'$  ergibt sich aus der in Kap.5.4.1.5 und Kap.5.4.2.5 hergeleiteten Beziehung für  $s(t)$ .

$$h' = s(t) - h_0 = l_3 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin(\alpha(t))^2} - h_0$$

mit:  $h_0 = 1,835m$  ...Höhe vom Fußpunkt zum Gelenk in Detail C bei  $\alpha(0) = 67,35^\circ$

$l_3 = 3,0741m$ ...Länge BT3

$l_{11} = 2,873m$  ...Teillänge BT1

Die Ergebnisse der Berechnung weichen von jenen aus der Diplomarbeit<sup>2</sup> von David Wimmer in geringem Maße ab. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der dort durchgeführten Berechnung mit RSTAB die Querschnitt bis zu den Systemlinien der Einzelbauteile berücksichtigt werden, was zu höheren Bauteilgewichten führt.

Stellung	Winkel $\alpha$ [°]	Hubhöhe $h'$ [m]	Auflagerkraft $C_v$ [kN]	Auflagerkraft $C_h$ [kN]
0	67,35	0,0000	0,5300	2,64
1	62,35	0,7410	1,2100	1,66
2	57,35	1,4250	1,4400	1,21
3	47,35	2,4780	1,5700	0,79
4	37,35	3,3080	1,6100	0,55
5	27,35	3,9440	1,6000	0,38
6	22,35	4,1900	1,5800	0,31
7	17,35	4,3850	1,5500	0,24
8	12,35	4,5300	1,4800	0,18
9	7,35	4,6240	1,3100	0,12
10	4,85	4,6510	1,0700	0,10
Richtung der Auflagerreaktion:			↑ +	← +

Tabelle 2: Gelenkskräfte C des bestehenden Systems

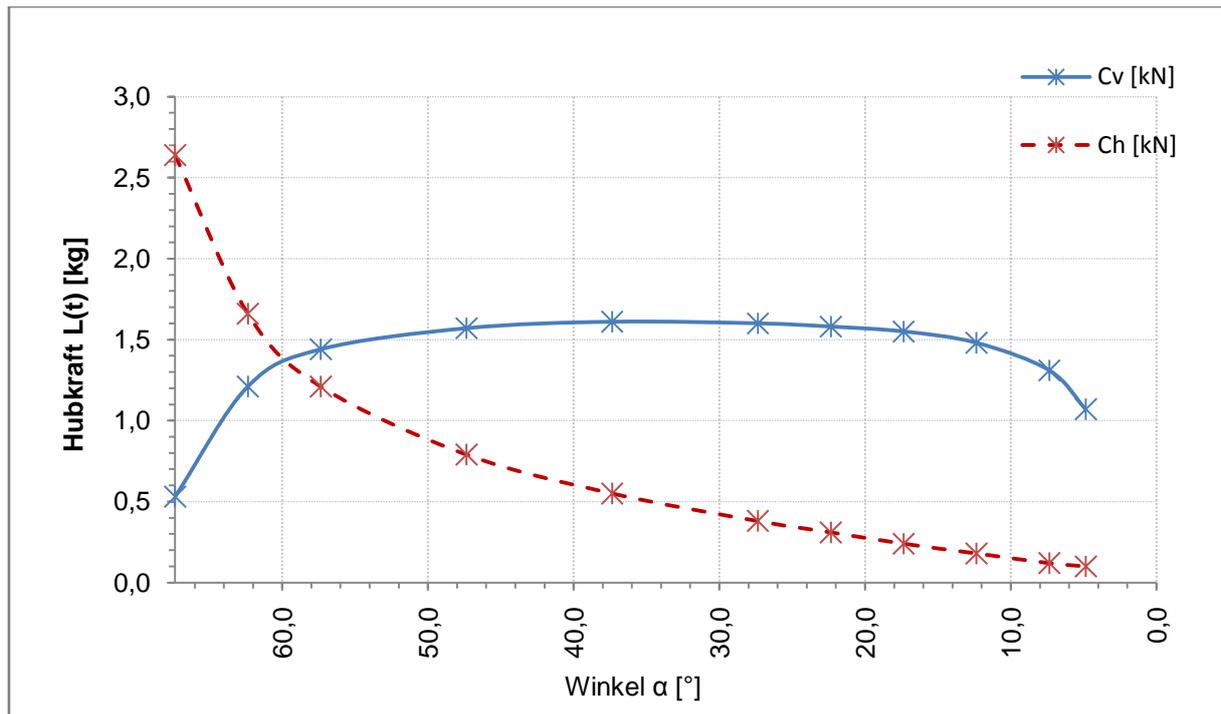


Abbildung 19: Gelenkskräfte C des bestehenden Systems

Die aus der Berechnung erhaltene und in Abbildung 19 dargestellte Hubkurve zeigt anfangs einen relativ steilen Anstieg. Das Tragwerk setzt sich somit zu Beginn des Hubvorgangs langsam in Bewegung. Mit fortschreitendem Klappvorgang kommt es zu einer Abnahme der zur Hebung des Tragwerks erforderlichen Hubkraft. Aus Abbildung 41 geht hervor, dass der Volumenstrom zur Füllung der HUT mit steigender Hubhöhe aufgrund des größeren Potentialgefälles zunimmt. Somit erfährt das Tragwerk mit fortschreitender Klappung eine Beschleunigung.

## 4.4.2 Optimierung des Systems

Um die in Kap.4.3.2 beschriebenen dynamischen Effekte auf ein Minimum zu begrenzen, werden im Folgenden zwei Lösungsansätze untersucht.

### 4.4.2.1 Hydraulikzylinder

Die in Kap.4.3.2 beschriebene schnelle Bewegung der Klappbrücke in die horizontale Lage ist die Folge des zu zaghaf in Gang kommenden Absenkvorgangs. Um diesen am bestehenden System in Gang zu bringen, ist die Entleerung einer großen Menge Wasser aus den HUT erforderlich. Diese Masse fehlt in weiterer Folge als Gegengewicht für den restlichen Klappvorgang, wodurch sich die Bauteilmassen stark beschleunigen können und mit großer Geschwindigkeit in die Dämpfung einfedern. Hieraus resultieren hohe dynamische Belastungen für die Bauteile, die Gelenke und die Dämpfung, welche im Hinblick auf die Dauerhaftigkeit des Tragwerks weitestgehend minimiert werden müssen.

#### 4.4.2.1.1 Funktionsweise

Die Hydraulikzylinder werden wie die Hubwassertanks aus dem am Pylonkopf positionierten Vorratswassertank gespeist und über Magnetventile gesteuert. Vor Beginn des eigentlichen Absenkvorgangs wird der Querschnitt der Zuleitung geöffnet und der Zylinder beginnt sich zu strecken. Durch die so in horizontaler Richtung über die beiden Druckstreben des BT3 ins System eingetragene Kraft wird eine Erhöhung der Anfangsschiefstellung der Druckstäbe erreicht. Hieraus resultiert neben der Verschiebung der Bauteilschwerpunkte auch die Störung des Systemgleichgewichts. Als Folge beginnt sich das Tragwerk früher und mit einer gleich-mäßigeren Bewegung abzusenken.

Bei Hebung des Tragwerks wird der in ausgestreckter Lage verbliebene Zylinder als Dämpfer eingesetzt. Das darin befindliche Wasser entleert sich über einen Auslass

an der Unterseite. Gleichzeitig wird über ein Schwimmerventil an der Oberseite Luft angesaugt. So erhält man ein kompressibles Füllvolumen, welches den in Kap.4.3.2 beschriebenen, abrupten Kontakt der Druckstreben mit den Fahrbahnträgern verhindert. Durch die über die Druckstreben in den Zylinder eingetragene Kraft beginnt die Luft durch das noch immer geöffnete Entleerungsventil zu entweichen und es wird eine langsame Bewegung bis zum Abschluss des Hubvorgangs erreicht.

Die Wirkungsweise des mit Wasser betriebenen Zylinders wurde im Zuge der Versuchsdurchführung am Modell des Feldversuchs mithilfe eines Provisoriums erfolgreich getestet.

#### 4.4.2.1.2 Bemessung des Hydraulikzylinders

Die Dimensionierung des *erforderlichen Zylinderdurchmessers*  $d_{erf}$  erfolgt, wie aus Abbildung 20 ersichtlich, ausgehend von der *resultierenden Gelenkkraft*  $R'_i$ , deren *Horizontal- und Vertikalkomponente*  $(G_{i,H}, G_{i,V})$  mit Hilfe der Statiksoftware RSTAB (siehe Anhang B) ermittelt wurde. Diese im Verbindungsgelenk zwischen BT1 und BT3 bzw. BT2 und BT4 angreifende Kraft kann mit dem *Hebelsarm*  $r(\Delta\alpha(t))$  in ein auf das System wirkendes *Moment*  $M'_i$  umgerechnet werden. Ergibt sich  $M'_i$  in der Berechnung mit negativem Vorzeichen, so hat die *Kraft*  $R'_i$  eine treibende und somit den Absenkvorgang beschleunigende Wirkung.

$$r(\Delta\alpha'(t)) = l_3 * \sin(\Delta\alpha'(t)) = l_3 * \sin(\alpha'_i - \alpha(t))$$

$$M'_i = R'_i * r(\Delta\alpha'(t))$$

mit:  $\alpha'_i = \tan^{-1}\left(\frac{G_{i,H}}{G_{i,V}}\right)$  ...Neigung der resultierenden Kraft  $R'_i$  gegen die Vertikale

$l_3 = l_4 = 3,0741m$  ...Länge BT3 bzw. Bauteil 4 (BT4)

Über den *Hebelsarm*  $z$  kann in weiterer Folge die erforderliche *Zylinderdruckkraft*  $Z_i$  berechnet werden:

$$Z_i = \frac{M'_i}{z}$$

Aus der vorhandenen Druckhöhe von  $h_d = 7,721m \rightarrow p_d = 0,007721 \frac{kN}{cm^2}$ , gemessen von der Wasseroberfläche des Vorratswassertanks bis zur Mitte des Zylinders, ergibt sich die *erforderliche Druckfläche*  $A_{i,erf}$  wie folgt:

$$A_{i,erf} = \frac{Z_i}{p_d}$$

Aufgrund der vorgegebenen Geometrie werden zwei Zylinder eingebaut, deren Kraft auf die zwei Druckstäbe des BT3 wirkt. Für die Berechnung der erforderlichen *Fläche pro Zylinder*  $A_{erf}$  werden die *Druckflächen*  $A_{i,erf}$  je Zeitschritt aufsummiert und halbiert.

$$A_{erf} = \frac{(A_{l,erf} + A_{r,erf})}{2}$$

Der erforderliche *Durchmesser pro Zylinder*  $d_{erf}$  ergibt sich durch Umformen der Formel für die Kreisfläche:

$$d_{erf} = \sqrt{4 * \frac{A_{erf}}{\pi}}$$

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tabelle 3, Tabelle 4 und Tabelle 5 ersichtlich. Aus diesen geht hervor, dass ein maximaler Kolbendurchmesser von  $d_{erf} = 14,42cm$  erforderlich ist. Aufgrund der beschränkten Platzverhältnisse zwischen den bewegten Bauteilen darf der maximale Außendurchmesser des Kolbens einen Durchmesser von  $d_{A,max} = 15,0cm$  nicht übersteigen.

Die aus der Berechnung erhaltenen Zylinderdimensionen decken sich mit den beim Feldversuch überschlägig ermittelten Werten. Zur Feststellung der *erforderlichen Kolbenlänge*  $l_{k,erf}$  wurde der Klappvorgang des vollständig gehobenen Tragwerks gestartet und die Brücke per Hand soweit abgesenkt, bis sich der Vorgang selbst-

ständig in Bewegung setzte. Dabei wurde der horizontal zurückgelegte Weg der Druckstrebe in Höhe  $z$  gemessen, welcher der *erforderlichen Kolbenlänge*  $l_{k,erf}$  entspricht. Somit ergab sich ein auf der sicheren Seite liegender Wert von  $l_{k,erf} = 40\text{cm}$ .

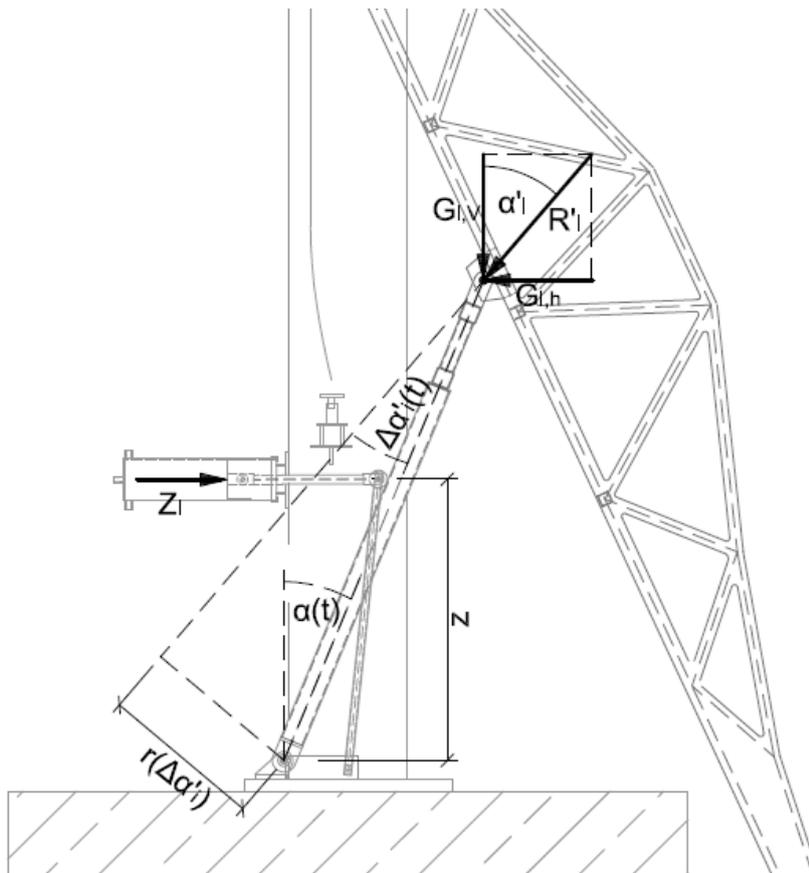


Abbildung 20: Systemskizze zur Ermittlung der Kolbenlänge

Stellung	Winkel $\alpha$ [°]	Winkel $\alpha_r$ [°]	$\Delta \alpha_r$ [°]	Winkel $\alpha_i$ [°]	$\Delta \alpha_i$ [°]
0	67,35	71,5651	4,2151	74,7224	7,3724
1	62,35	49,8040	-12,5460	50,9557	-11,3943
2	57,35	26,7551	-30,5949	31,5672	-25,7828
3	47,35	9,5357	-37,8143	0,7203	-46,6297
4	37,35	43,5707	6,2207	32,9638	-4,3862
5	27,35	50,6708	23,3208	55,4594	28,1094
6	22,35	49,1338	26,7838	54,4883	32,1383
7	17,35	45,0000	27,6500	50,8550	33,5050
8	12,35	37,6155	25,2655	43,2072	30,8572
9	7,35	26,4400	19,0900	30,3685	23,0185
10	4,85	18,8886	14,0386	22,0204	17,1704

Tabelle 3: Berechnung von  $\Delta \alpha_i(t)$

Stellung	$R_r$ [kN]	$M_r$ [kNm]	$Z_r$ [kN]	$A_{r,erf}$ [cm <sup>2</sup> ]
0	5,06	1,2016	1,2564	144,4988
1	3,25	-2,2835	-2,3876	-274,5979
2	2,42	-3,9777	-4,1590	-478,3235
3	1,68	-3,3350	-3,4871	-401,0419
4	1,32	0,4625	0,4836	55,6169
5	1,42	1,8198	1,9028	218,8340
6	1,39	2,0242	2,1165	243,4118
7	1,33	2,0005	2,0917	240,5597
8	1,27	1,7523	1,8321	210,7110
9	1,31	1,3824	1,4454	166,2326
10	1,49	1,1666	1,2198	140,2903

Tabelle 4: Berechnung von  $A_{r,erf}$

Stellung	$R'_i$ [kN]	$M'_i$ [kNm]	$Z_i$ [kN]	$A_{l,erf}$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_{erf}$ pro Zylinder [cm <sup>2</sup> ]	$d_{erf}$ pro Kolben [cm]
0	2,2391	0,9284	0,9707	111,6412	128,07	12,77
1	1,4177	-0,9050	-0,9462	-108,8256	-191,71	0,00
2	1,0280	-1,4448	-1,5107	-173,7413	-326,03	0,00
3	0,6768	-1,5896	-1,6621	-191,1532	-296,10	0,00
4	0,4948	-0,1223	-0,1278	-14,7030	20,46	5,10
5	0,4151	0,6319	0,6607	75,9905	147,41	13,70
6	0,4018	0,6906	0,7221	83,0510	163,23	14,42
7	0,3734	0,6660	0,6964	80,0926	160,33	14,29
8	0,3268	0,5415	0,5662	65,1222	137,92	13,25
9	0,2825	0,3569	0,3732	42,9235	104,58	11,54
10	0,2767	0,2640	0,2760	31,7447	86,02	10,47

Tabelle 5: Berechnung von  $A_{l,erf}$ ,  $A_{erf}$  und  $d_{erf}$

Nach Besichtigung des *Feldversuchs Klappbrücke Lobau* mit Vertretern einer Fachfirma für Stahl- und Maschinenbau, wurde der in Abbildung 21 und Abbildung 22 dargestellte Hydraulikzylinder entworfen und in Auftrag gegeben. Der planlichen Darstellung bleiben diverse Änderungen bzw. Adaptierungsmaßnahmen im Zuge der Entwicklung des Bauteils vorbehalten.

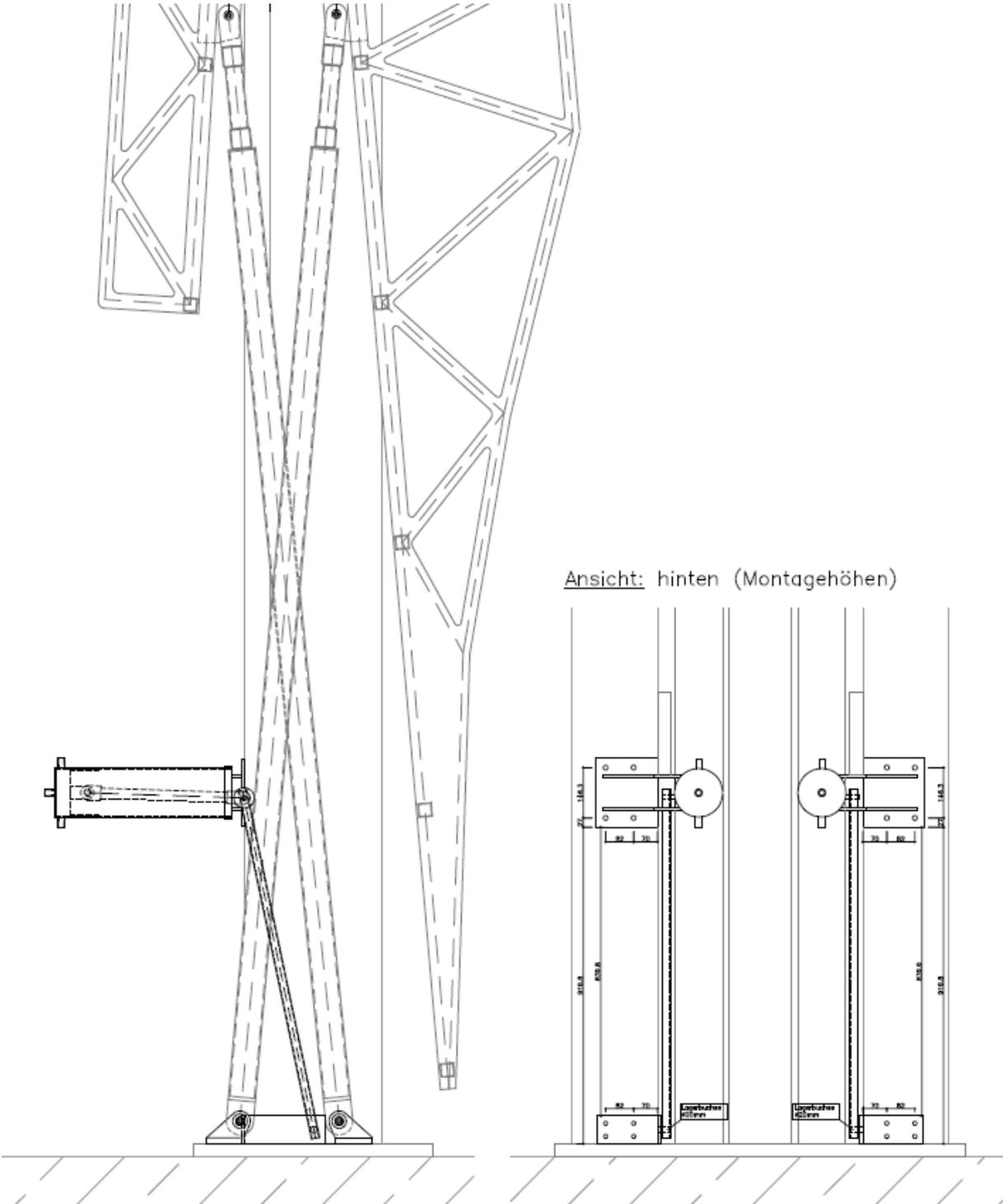
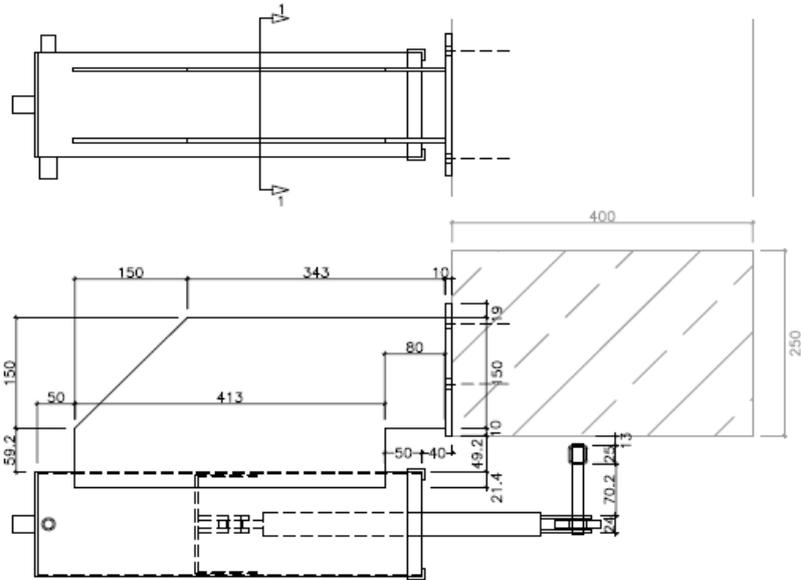
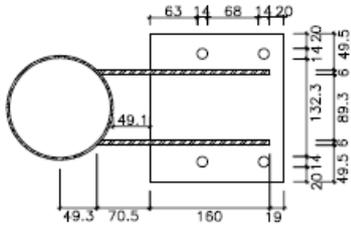


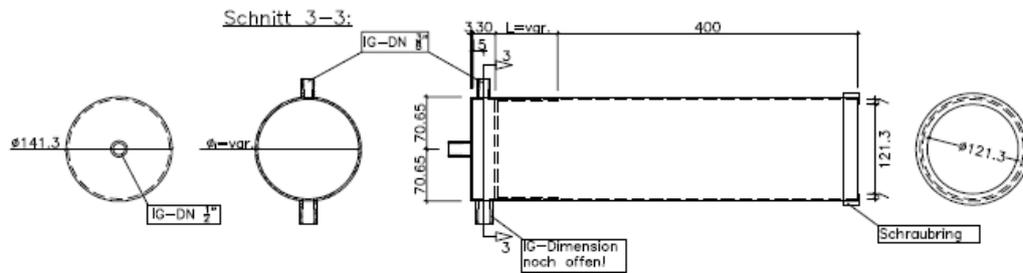
Abbildung 21: Einbau des Hydraulikzylinders

**Konsole:** Edelstahlblech  
d=10mm/6mm

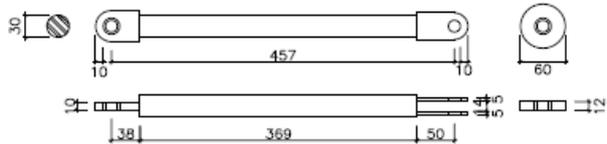
**Schnitt 1-1:**



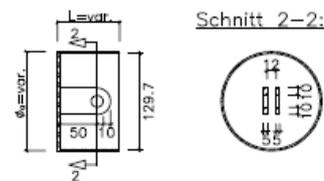
**Zylinder:** Edelstahlrohr  $\phi 141,3/5\text{mm}$



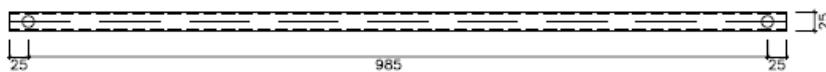
**Kolbenstange:** Edelstahl-Rundstahl  $\phi 30\text{mm}$   
oder RO  $\phi 30/3,0\text{mm}$



**Kolben:** Edelstahlrohr  $\phi 139,7/5\text{mm}$   
oder Lieferteil



**Pendelstab:** Edelstahl-QR0 25/2,5mm



**Winkelblech:** Edelstahl d=6mm

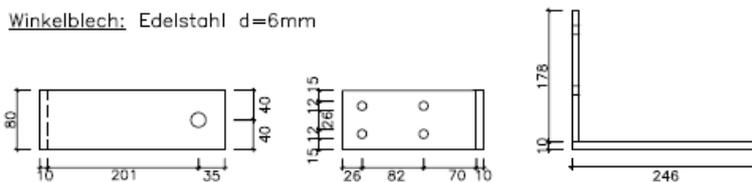


Abbildung 22: Bauteile des Hydraulikzylinders

#### 4.4.2 Hilfswassertanks

Im Folgenden werden die Wirkung und die Effizienz von gezielt im System aufgebracht, zeitlich veränderlichen Zusatzlasten untersucht. Hauptaugenmerk liegt dabei auf einer günstigen Beeinflussung des dynamischen Verhaltens zu Beginn des Absenkvorgangs. Die Wirkung der Hilfswassertanks (HIT) ist sowohl von ihrer Masse als auch von ihrer Lage im System abhängig. Als besonders günstig zeigt sich hier die Positionierung im inneren Bereich nahe dem Verbindungsgelenk von BT1 und BT3 bzw. BT2 und BT4.

Die gewählte Form und die Abmessungen des HIT ergeben sich aus folgenden Forderungen:

- Der Tank soll unter Berücksichtigung der geometrischen Zwänge ein größtmögliches Wasservolumen aufnehmen können.
- Es soll eine selbstständige Entleerung des Behälters während des Absenkvorgangs möglich sein.
- Um die effiziente Wirkung der HIT zu gewährleisten muss der resultierende Behälterschwerpunkt möglichst günstig am System angebracht werden können.

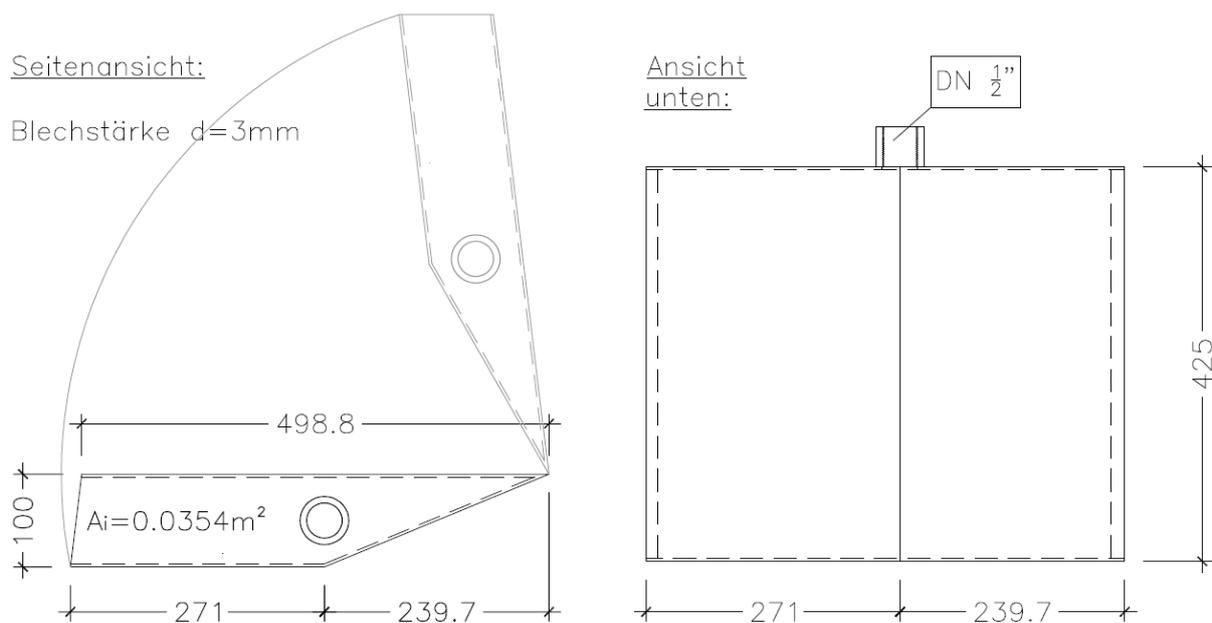


Abbildung 23: Prinzipskizze der Hilfswassertanks, Maße in [mm]

Massenermittlung:

$$G_W = V_W * \rho_W = 0,0148m^3 * 1000 \frac{kg}{m^3} = 14,8kg \quad \dots \text{Gewicht Wasserfüllung}$$

$$G_{St} = t_{Bl} * \rho_{St} * V_{St} = 0,003m * 7850 \frac{kg}{m^3} * [2 * 0,0354m^2 + 0,425m * (0,4988m + 0,271m + \sqrt{(0,2397m)^2 + (0,10m)^2})] \approx 12,0kg \quad \dots \text{Eigengewicht Stahltank}$$

Der Bauteilschwerpunkt wird vereinfacht in der Behältermitte angesetzt.

Die bereits für die Berechnung des bestehenden Systems verwendeten Modelle werden mit der Masse  $G_{HIT} = G_W + G_{St}$  der vollgefüllten HIT beaufschlagt und die Systemgrößen mit der Statiksoftware RSTAB ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6, Tabelle 7 und Tabelle 8 dargestellt. Details zur Berechnung sind dem Anhang B beigelegt.

#### 4.4.2.2.1 Gegenüberstellung der Systeme

Der Vergleich der *Auflagerkräfte*  $C_V$  und  $C_H$  des bestehenden und des mit HIT optimierten Systems zeigt bei gleichbleibender Horizontalkraft einen signifikanten Anstieg der vertikalen Kräfte. Da die Last  $G_{HIT}$  vor dem Öffnen der Entleerungsventile auf das Tragwerk beaufschlagt wird, befindet sich das Gesamtsystem zu diesem Zeitpunkt nicht mehr im Gleichgewicht. Vernachlässigt man die Reibung in den Gelenken, senkt sich die Brücke vor Beginn des eigentlichen Klappvorgangs also bereits soweit ab, bis wieder ein Kräftegleichgewicht gefunden ist.

Stellung	Winkel $\alpha$ [°]	Hubhöhe $h'$ [m]	Auflagerkraft $C_v$ [kN]	Auflagerkraft $C_h$ [kN]
0	67,35	0,0000	0,6700	2,64
1	62,35	0,7410	1,4500	1,66
2	57,35	1,4250	1,7100	1,21
3	47,35	2,4780	1,8700	0,79
4	37,35	3,3080	1,9100	0,55
5	27,35	3,9440	1,9200	0,38
6	22,35	4,1900	1,9000	0,31
7	17,35	4,3850	1,8800	0,24
8	12,35	4,5300	1,8300	0,18
9	7,35	4,6240	1,7000	0,13
10	4,85	4,6510	1,5100	0,10
Richtung der Auflagerreaktion:			↑+	←+

Tabelle 6: resultierende Gelenkskräfte in C mit HIT

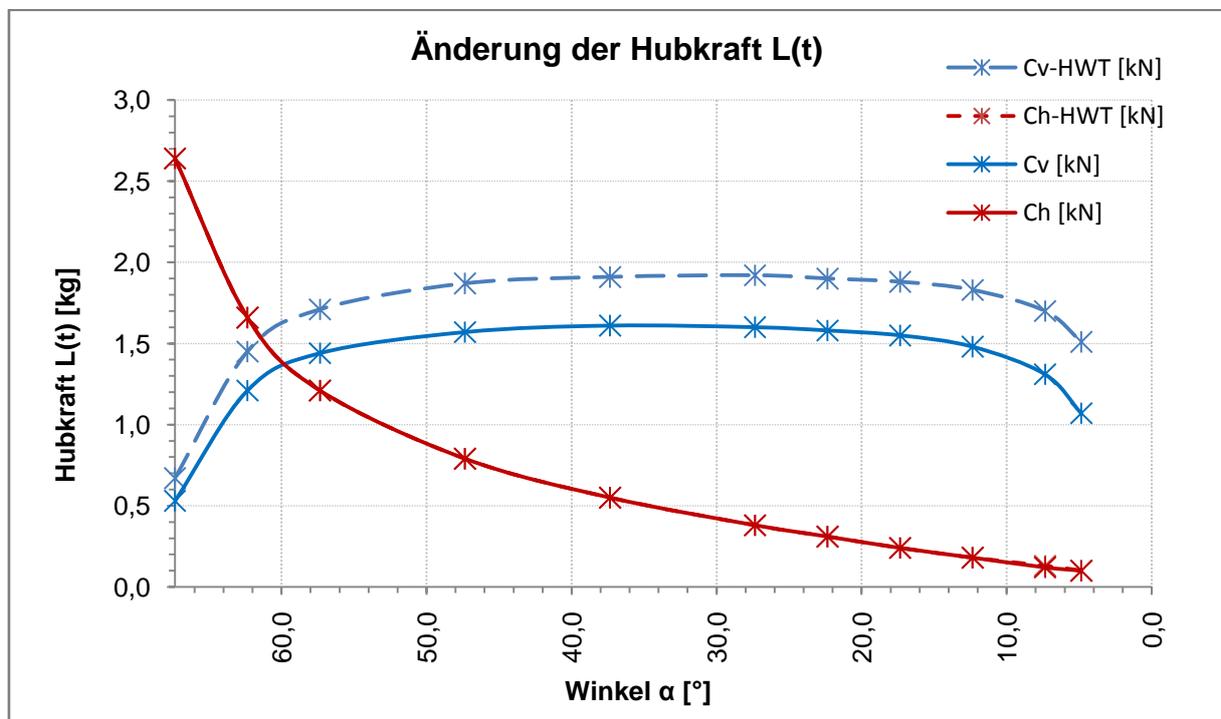


Abbildung 24: Änderung der Hubkraft L(t) abhängig von  $\alpha(t)$  mit HIT

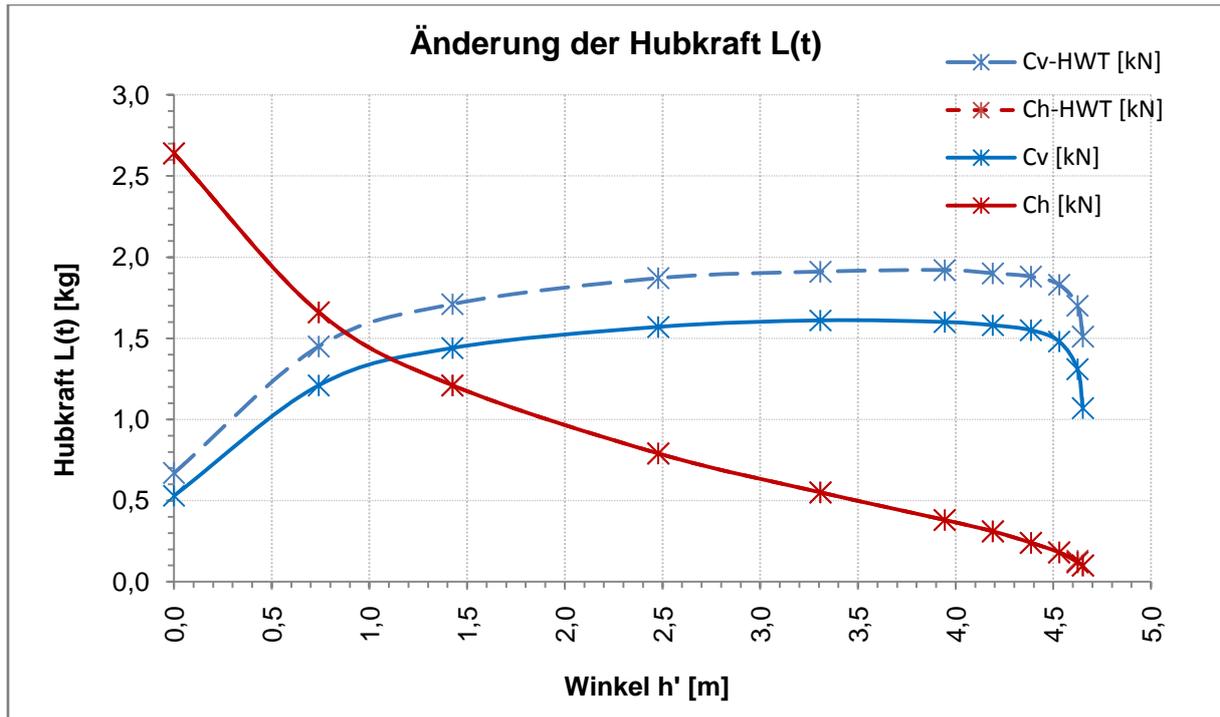


Abbildung 25: Änderung der Hubkraft L(t) abhängig von h'(t) mit HIT

Da durch die HIT nur vertikale Kräfte in das System eingeleitet werden, sind in Abbildung 24 und Abbildung 25 die Kurven für  $C_H$  und  $C_{H-HWT}$  deckungsgleich.

Die aus der Berechnung mit der zusätzlichen Last  $G_{HIT}$  erhaltenen Gelenks- und Auflagerkräfte der äußeren Verbindungsgelenke werden den schon ermittelten Ergebnissen des bestehenden Systems gegenübergestellt.

Um die Ergebnisse anschaulicher darzustellen, wird der zwischen der resultierenden Kraft und der Vertikalen eingeschlossene Winkel  $\alpha'_r$  bzw.  $\alpha'_l$  des bestehenden und des optimierten Systems berechnet. Für den Fall  $\alpha(t) > \alpha'_r$  bzw.  $\alpha(t) > \alpha'_l$  wirkt die resultierende Gelenkskraft beim Absenkvorgang treibend auf das System.

Berechnet man die Differenz  $\Delta\alpha'_r = \alpha'_{r,b} - \alpha'_{r,\bar{u}}$  bzw.  $\Delta\alpha'_l = \alpha'_{l,b} - \alpha'_{l,\bar{u}}$  des bestehenden abzüglich des Tragwerks mit HIT bedeutet ein negatives Vorzeichen eine durch die Optimierung steilere Neigung der resultierenden Gelenkskraft und somit eine den Absenkvorgang unterstützende Wirkung.

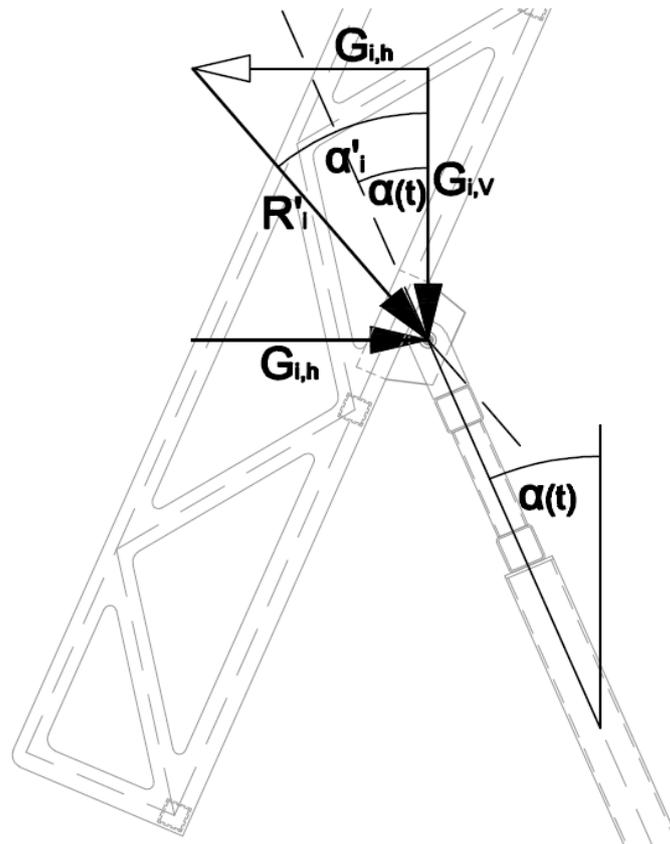


Abbildung 26: Modell Gelenkskräfte

Stellung	Winkel $\alpha$ [°]	Winkel $\alpha'_r$ [°]	Winkel $\alpha'_{r,HIT}$ [°]	$\Delta \alpha'_r$ [°]
0	67,35	71,5651	71,1421	-0,4230
1	62,35	49,8040	49,1791	-0,6249
2	57,35	26,7551	26,0531	-0,7019
3	47,35	9,5357	10,2423	0,7066
4	37,35	43,5707	44,5629	0,9921
5	27,35	50,6708	50,4674	-0,2034
6	22,35	49,1338	48,8194	-0,3145
7	17,35	45,0000	44,6855	-0,3145
8	12,35	37,6155	37,4513	-0,1642
9	7,35	26,4400	26,1559	-0,2841
10	4,85	18,8886	18,7584	-0,1302

Tabelle 7: Gegenüberstellung  $\alpha'_r$ , rechtes Gelenk

Stellung	Winkel $\alpha$ [°]	Winkel $\alpha'_1$ [°]	Winkel $\alpha'_{1,HIT}$ [°]	$\Delta \alpha'_1$ [°]
0	67,35	74,7224	73,3406	-1,3819
1	62,35	50,9557	48,8609	-2,0948
2	57,35	31,5672	28,7964	-2,7708
3	47,35	0,7203	4,9664	4,2460
4	37,35	32,9638	37,8377	4,8739
5	27,35	55,4594	53,6399	-1,8195
6	22,35	54,4883	52,5832	-1,9051
7	17,35	50,8550	48,4026	-2,4524
8	12,35	43,2072	41,6632	-1,5440
9	7,35	30,3685	28,6992	-1,6693
10	4,85	22,0204	20,4247	-1,5957

Tabelle 8: Gegenüberstellung  $\alpha'_1$  linkes Gelenk

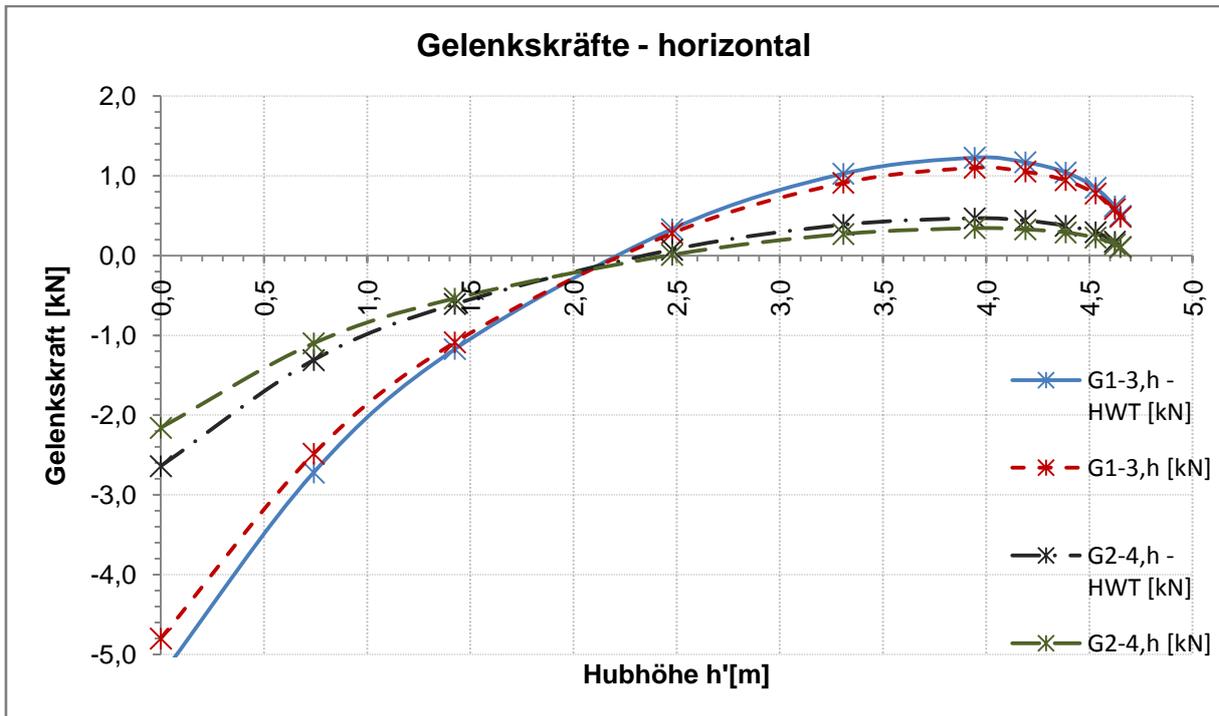


Abbildung 27: Gegenüberstellung horizontale Gelenkskräfte

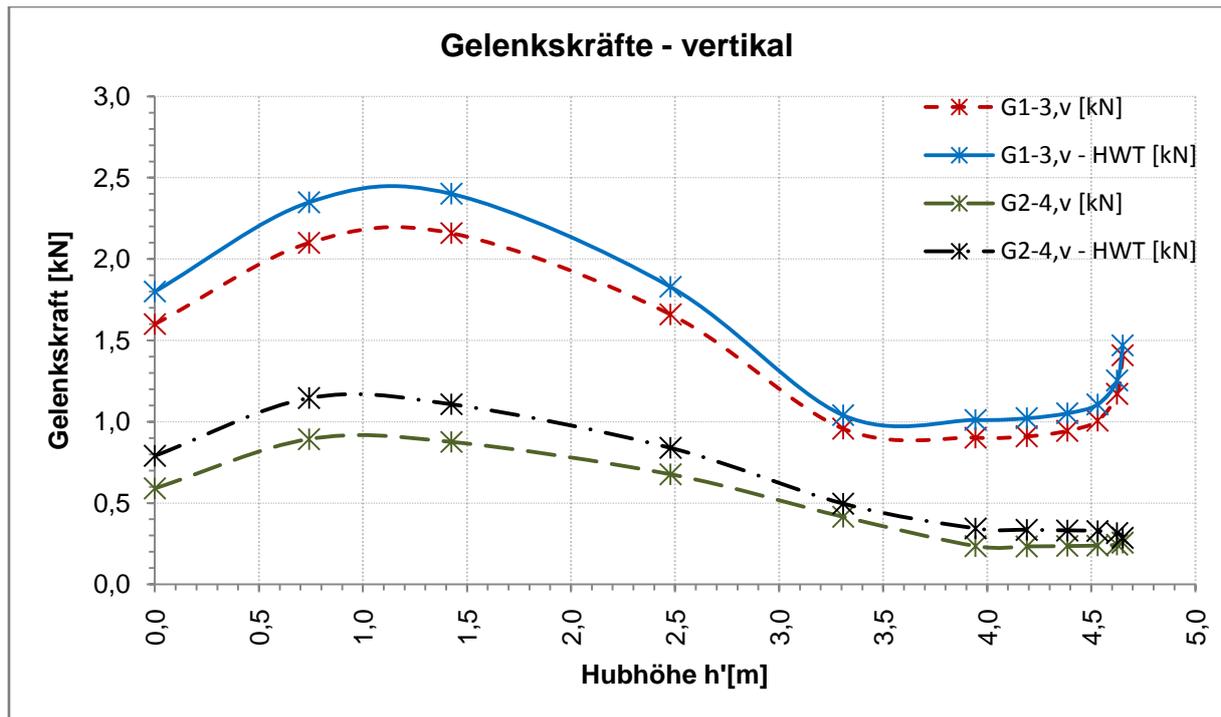


Abbildung 28:Gegenüberstellung vertikale Gelenkskräfte

Die Ergebnisse zeigen für den beginnenden Absenkvorgang bis zum Winkel  $\alpha(t) = 27,35^\circ$  eine steilere Stellung der resultierenden und somit eine Erhöhung der treibenden Kräfte auf das Gesamtsystem. Da sich durch die gezielt angebrachten Lasten der HIT das Systemgleichgewicht ändert, beginnt sich das Tragwerk früher und mit einer konstanteren Bewegung zu senken. Durch ihre spezielle Formgebung entleeren sich die HIT mit fortschreitender Absenkung selbstständig, wodurch eine Verstärkung von dynamischen Effekten infolge erhöhter Bauteilmassen vermieden wird.

Wie schon zu Beginn erwähnt handelt es sich um einen von den Massen und deren Schwerpunktlage abhängigen Effekt. Bei entsprechender Dimensionierung ist durch die untersuchten Maßnahmen somit eine Reduzierung der dynamischen Effekte für den gesamten Absenkvorgang möglich.

## 5 DYNAMISCHE BERECHNUNG DER HUBBRÜCKE

### 5.1 Allgemeines

Das Tragwerk des Feldversuchs Klappbrücke Lobau führt eine aus Translation und Rotation kombinierte Bewegung aus. Zur Beschreibung dieser wird das System mit Hilfe der Lagrange'schen Bewegungsgleichung modelliert. Hierzu ist die exakte Ermittlung der Lage jedes Bauteilschwerpunkts, in welchem die Masse des Bauteils angreift, erforderlich. Die für die Berechnung notwendigen Massenträgheitsmomente der einzelnen Stäbe werden vereinfacht für einen Stab mit über seine gesamte Länge konstantem Querschnitt ermittelt. Als Lagekoordinate zum Zeitpunkt  $t$  wird der Winkel  $\alpha(t)$  herangezogen, welcher von der Druckstrebe und der Vertikalen eingeschlossen ist. Das System besitzt nur einen Freiheitsgrad. Daher sind für eine vorgegebene und somit bekannte Winkeländerung die Bewegungen und Beschleunigungen der Bauteilmassen eindeutig bestimmbar. Als Vereinfachung werden in den nachfolgenden Rechengängen zu Beginn jeweils das linke und das rechte Teilsystem getrennt voneinander betrachtet. Die erhaltenen Lagrange'schen Bewegungsgleichungen werden im Anschluss zu einer das Gesamtsystem beschreibenden Gleichung zusammengeführt. Die so erhaltene Differentialgleichung wird dann mit der numerischen Lösungssoftware *MATHEMATICA Version 7.0.0* gelöst.

Für die Modellbildung werden u.a. folgende Vereinfachungen getroffen:

- Die Fußpunkte der Druckstreben werden in einem gemeinsamen Auflagerpunkt zusammengeführt. Dieser wird durch den Schnittpunkt von BT1 und BT4 bei horizontaler Fahrbahn definiert.
- Der Verzug der Führungsschiene wird vernachlässigt. Das Tragwerk bewegt sich somit während des Klappvorgangs entlang einer vertikalen Geraden.
- Die Reibung der Gelenke wird nicht berücksichtigt.

Die aus dieser Berechnung erhaltenen Beschleunigungs- und Trägheitsterme werden hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf das Tragwerk und auf die Notwendigkeit einer Nachbemessung der Bauteile untersucht.

## 5.2 Berechnung der Bauteilschwerpunkte

Auf Grund der Symmetrieeigenschaften des Tragwerks ist die Wahl eines zweidimensionalen Koordinatensystems zulässig. Die Ermittlung des jeweiligen Bauteilschwerpunkts erfolgt getrennt in x- und z-Richtung. Der Ursprung der Koordinatenachsen wird in einem die Berechnung möglichst vereinfachenden Punkt des Tragwerks gewählt und der Abstand des Schwerpunkts jedes Konstruktionselements ausgehend von diesem gemessen. Für die Berechnung werden die Abstände mit den zugehörigen Massen multipliziert, aufsummiert und durch die Summe der Abstände geteilt.

Mathematisch formuliert wird dies wie folgt dargestellt:

$$\text{in x-Richtung: } X_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i)}$$

$$\text{in z-Richtung: } Z_s = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (z_i)}$$

Hierbei stehen die einzelnen Terme für:

- $X_s, Z_s$  ...Schwerpunkt Abstand des Bauteils vom gewählten Bezugspunkt
- $x_i, z_i$  ...Schwerpunkt Abstand des Einzelbauteils vom gewählten Bezugspunkt
- $m_i$  ...Masse des Einzelbauteils

Die so berechneten Bauteilschwerpunkte bilden die Grundlage zur Formulierung der Lagrange'schen Bewegungsgleichungen.

Die detaillierten Berechnungen der folgenden Zahlenwerte sind in Anhang A – Schwerpunkt berechnung ersichtlich. Im Folgenden werden nur die Ergebnisse angeführt.

## 5.2.1 Rechtes Teilsystem

### 5.2.1.1 Schwerpunktberechnung Bauteil 1

Der Ursprung des Koordinatensystems (x- und z-Achse) wird in der Mitte des Verbindungsgelenks der beiden Teilsysteme (Detail C) gewählt.

- in x-Richtung:  $x_{S,1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i)} = 325,6214 \text{ cm}$
- in z-Richtung:  $z_{S,1} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (z_i)} = 14,2738 \text{ cm}$

Der berechnete Schwerpunkt des BT1 ergibt sich somit mit den Koordinaten  **$x_{S,1} / z_{S,1} = 325,6214 \text{ cm} / 14,2738 \text{ cm}$** .

### 5.2.1.2 Schwerpunktberechnung Bauteil 3

Der Ursprung des Koordinatensystems (x- und z-Achse) wird im Fußpunkt der Druckstrebe gewählt.

- in x-Richtung:  $x_{S,3} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i)} = 150,3692 \text{ cm}$
- in z-Richtung:  $z_{S,3} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (z_i)} = 0,0000 \text{ cm}$

Der berechnete Schwerpunkt des BT3 ergibt sich somit mit den Koordinaten  **$x_{S,3} / z_{S,3} = 150,3692 \text{ cm} / 0,0000 \text{ cm}$** .

## 5.2.2 Linkes Teilsystem

### 5.2.2.1 Schwerpunktberechnung Bauteil 2

Der Ursprung des Koordinatensystems (x- und z-Achse) wird in der Mitte des Verbindungsgelenks der beiden Teilsysteme (Detail C) gewählt.

- in x-Richtung:  $x_{S,2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i)} = 185,4787 \text{ cm}$
- in z-Richtung:  $z_{S,2} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (z_i)} = 9,7354 \text{ cm}$

Der berechnete Schwerpunkt des BT2 ergibt sich somit mit den Koordinaten  **$x_{S,2} / z_{S,2} = 185,4787 \text{ cm} / 9,7354 \text{ cm}$** .

### 5.2.2.2 Schwerpunktberechnung Bauteil 4

Der Ursprung des Koordinatensystems (x- und z-Achse) wird im Fußpunkt der Druckstrebe gewählt.

- in x-Richtung:  $x_{S,4} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i)} = 156,6110 \text{ cm}$
- in z-Richtung:  $z_{S,4} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i * m_i)}{\sum_{i=1}^n (z_i)} = 0,0000 \text{ cm}$

Der berechnete Schwerpunkt des BT4 ergibt sich somit mit den Koordinaten  **$x_{S,4} / z_{S,4} = 156,6110 \text{ cm} / 0,0000 \text{ cm}$** .

### 5.3 Herleitung der Lagrange'schen Bewegungsgleichung

Es wird das bewegte System in der Momentanlage zum Zeitpunkt  $t$  betrachtet. Durch Ausführen einer virtuellen Verschiebung bei festgehaltener Zeit und Formulieren des dynamischen Grundgesetzes errechnet sich die spezifische Arbeit.<sup>3</sup>

$$(\vec{f} - \rho * \vec{a}) * \delta\vec{r} = 0$$

„Integration über das gesamte Volumen des Körpers ergibt dann mit der von den inneren und äußeren Kräften insgesamt geleisteten virtuellen Arbeit das *D'Alembertsche Prinzip*.“<sup>3</sup>

$$\delta A - \int_m \vec{a} * \delta\vec{r} dm = 0$$

Spezialisiert man dieses Prinzip auf *bewegte Systeme mit endlich vielen Freiheitsgraden* und bezeichnet mit  $q_i(t), (i = 1, \dots, n)$  eine Lagekoordinate, so ist jeder Ortsvektor zu einem Systempunkt als Funktion der Lagekoordinate und der Zeit  $t$  in der Form  $\vec{r} = \vec{r}(q_1, q_2, \dots, q_n)$  darstellbar. Für die virtuelle Arbeit  $\vec{F} * \delta\vec{r}$  einer Einzelkraft  $\vec{F}$  kann die virtuelle Änderung der Lagekoordinate wie folgt beschrieben werden:<sup>3</sup>

$$\delta\vec{r} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial\vec{r}}{\partial q_i} \delta q_i$$

Aus der Berechnung der virtuellen Arbeit von  $k$  äußeren und inneren Kräfte ergibt sich schließlich:<sup>3</sup>

$$\delta A = \sum_{l=1}^k \vec{F}l * \delta\vec{r}l = \sum_{l=1}^k \vec{F}l * \sum_{i=1}^n \frac{\partial\vec{r}l}{\partial q_i} * \delta q_i = \sum_{i=1}^n Q_i * \delta q_i$$

$Q_i$  stellt nun eine verallgemeinerte, generalisierte Kraft dar, welcher als virtueller Arbeitsweg die Änderung der zugehörigen Lagekoordinate  $q_i$  mit einer Anzahl von  $n$

Freiheitsgraden zuzuordnen ist. Haben die Kräfte, die virtuelle Arbeit leisten, konservativen Charakter, gilt durch Einführen des Potentials  $V = V(q_1, q_2, \dots, q_n)$  und eines festen  $t$ :<sup>3</sup>

$$\delta A = -\delta V = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial q_i} * \delta q_i = \sum_{i=1}^n Q_i * \delta q_i$$

Somit sind die generalisierten Kräfte durch folgende Differentialquotienten bestimmt:<sup>3</sup>

$$Q_i = -\frac{\partial V}{\partial q_i}$$

Durch Umformung des Integranden  $\vec{a} * \delta \vec{r}$  mit  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  und Anwendung von  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} \right) = \frac{\partial \vec{v}}{\partial q_i}$  ergibt sich:<sup>3</sup>

$$\vec{a} * \delta \vec{r} = \frac{d\vec{v}}{dt} * \sum_{i=1}^n \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} \delta q_i = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{d}{dt} \left( \vec{v} * \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} \right) - \vec{v} * \frac{\partial \vec{v}}{\partial q_i} \right] \delta q_i$$

Auf Grund von  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt}$  und  $\frac{dq_i}{dt} = \dot{q}_i$  ist:<sup>3</sup>

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i}$$

Aus  $\vec{v} * \frac{\partial \vec{v}}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (v^2)$  und  $\vec{v} * \frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (v^2)$  eingesetzt in obige Gleichung folgt:<sup>3</sup>

$$\vec{a} * \delta \vec{r} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial q_i} \right] \delta q_i$$

Die Integration und die Differentiation können auf Grund der konstanten Masse vertauscht werden. Daher kann die kinetische Energie mit  $T = \frac{1}{2} \int_m v^2$  dargestellt

werden. Für die virtuelle Arbeit ergibt sich somit:<sup>3</sup>

$$\int_m \vec{a} * \delta \vec{r} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right] \delta q_i$$

Das *D'Alembertsche Prinzip* nimmt nun die folgende, etwas einfachere Form an:<sup>3</sup>

$$\sum_{i=1}^n \left[ Q_i - \frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{d\dot{q}_i} \right) + \frac{dT}{dq_i} \right] \delta q_i = 0$$

### 5.3.1 Lagrange'sche Bewegungsgleichung für *holonome* Systeme

Ein System gilt als *holonom*, wenn neben seinen Lagekoordinaten  $q_i(t) = 1, \dots, n$ , auch deren virtuelle Änderungen unabhängig sind. Viele in der Technik wichtige Systeme erfüllen diese Bedingung. Dies trifft auch auf das in dieser Arbeit modellierte Tragwerk zu. Da für ein beliebiges  $\delta q_i$  jeder der Koeffizienten aus obiger Gleichung verschwinden muss, gilt für *holonome* Systeme die folgende *Lagrange'sche Bewegungsgleichung*:<sup>3</sup>

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{d\dot{q}_i} \right) - \frac{dT}{dq_i} = - \frac{dV}{dq_i}$$

Für den Feldversuch der Klappbrücke Lobau wurde als Lagekoordinate  $q_i(t) = \alpha_i(t)$  gewählt. Durch Einsetzen und Umformen kommt man auf die in der folgenden Berechnung verwendete Formel:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{d\dot{\alpha}_i} \right) - \frac{dT}{d\alpha_i} + \frac{dV}{d\alpha_i} = 0$$

Hierbei stehen die einzelnen Terme für:

- $T$  ...kinetische Energie des Systems
- $V = U + W$  ...potentielle Kräfte des Systems

- $U$  ...Federkräfte
- $W$  ...äußere Kräfte, Gewichtskräfte
- $\alpha_i$  ...zeitlich veränderliche Lagekoordinate: jener Winkel der von BT1 bzw. BT3 und der Vertikalen eingeschlossen wird
- $\dot{\alpha}_i = \frac{d\alpha_i}{dt}$  ...nach der Zeit abgeleitete Lagekoordinate, die als Winkelgeschwindigkeit interpretiert werden kann

### 5.3.2 Trägheitsmoment des dünnen Stabs

Das Trägheitsmoment des dünnen Stabs mit der *Länge*  $L$  und der über seine gesamte Stablänge konstanten *Querschnittsfläche*  $A$  ergibt sich wie folgt:<sup>12</sup>

- bei Rotation um eine senkrechte *Achse*  $A$  am Ende des Stabs – siehe Abbildung 29: linkes Bild – nach dem Satz von Steiner:<sup>12</sup>

$$I_B = I_S + M \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

- bei Rotation um eine durch den *Schwerpunkt*  $S$  gehende, senkrechte *Achse*  $B$  – siehe Abbildung 29: rechtes Bild:<sup>12</sup>

$$I_S = \rho * \int x^2 dV = \rho A \int_{-L/2}^{+L/2} x^2 dx = \frac{1}{12} \rho AL^3 = \frac{1}{12} ML^2$$

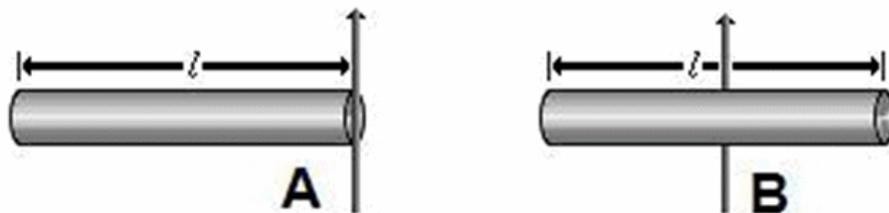


Abbildung 29: Stabrotation um die Achsen A und B<sup>12</sup>

## 5.4 Anwendung der Lagrange'schen Bewegungsgleichung

Für die Modellierung des dynamischen Systems wird das Tragwerk zuerst getrennt als ein linkes und ein rechtes Teilsystem betrachtet. Die Modelle dieser Teiltragwerke werden in Abbildung 31 und Abbildung 37 veranschaulicht. In diesen sind die Bauteilschwerpunkte der BT1 bis BT4 wie in Kap.5.2.1 und Kap.5.2.2 berechnet dargestellt. Die in den Systemskizzen eingezeichneten Volllinien bilden die Lage und die Länge der einzelnen Bauteile ab. Der Verbindungspunkt der beiden Stäbe wird durch die Gelenksachse des gemeinsamen Gelenks definiert.

Zum *Zeitpunkt*  $t=0$  ergeben sich die *Winkel*  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$  aus den geometrischen Randbedingungen der Bauteillängen und der Forderung, dass der Fahrbahnträger des Tragwerks eine horizontale Lage einnimmt. Die Berechnung der Winkel zum Zeitpunkt  $t$  wird bei der Berechnung des jeweiligen Bauteils angeführt.

### 5.4.1 Lagrange'sche Bewegungsgleichung: rechtes Teilsystem

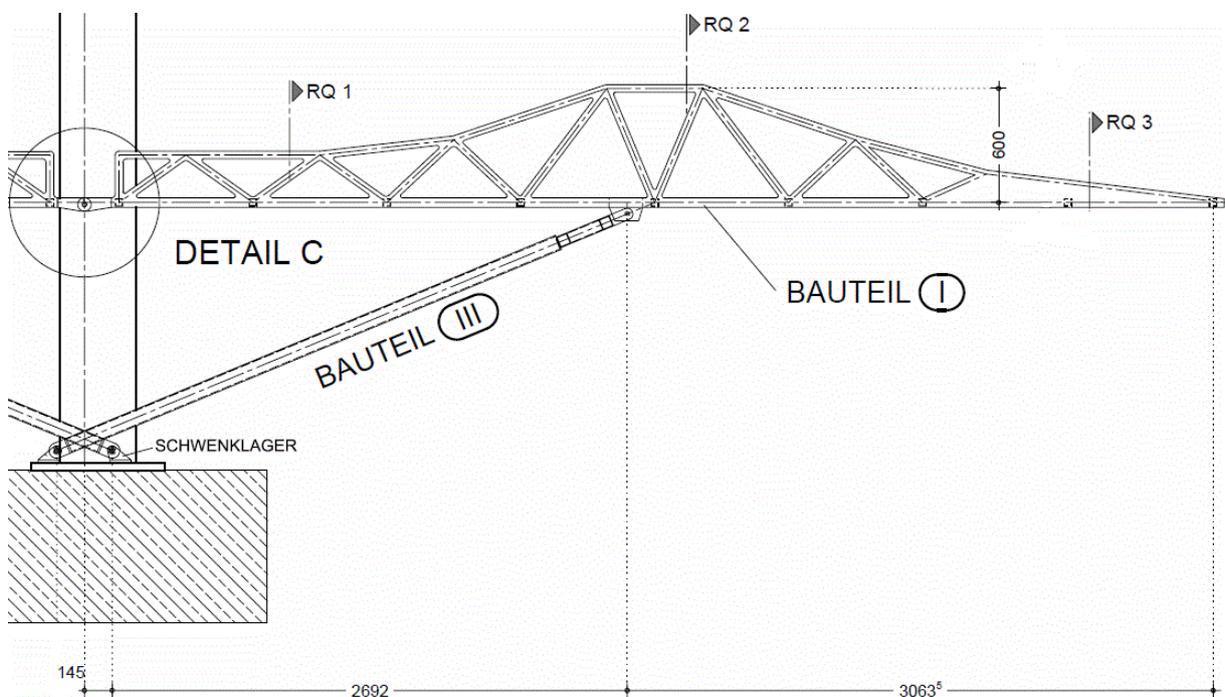


Abbildung 30: Übersicht rechtes Teilsystem<sup>2</sup>

5.4.1.1 Systemskizze – Ausgangslage rechtes Bauteil: Zeitpunkt  $t = 0$

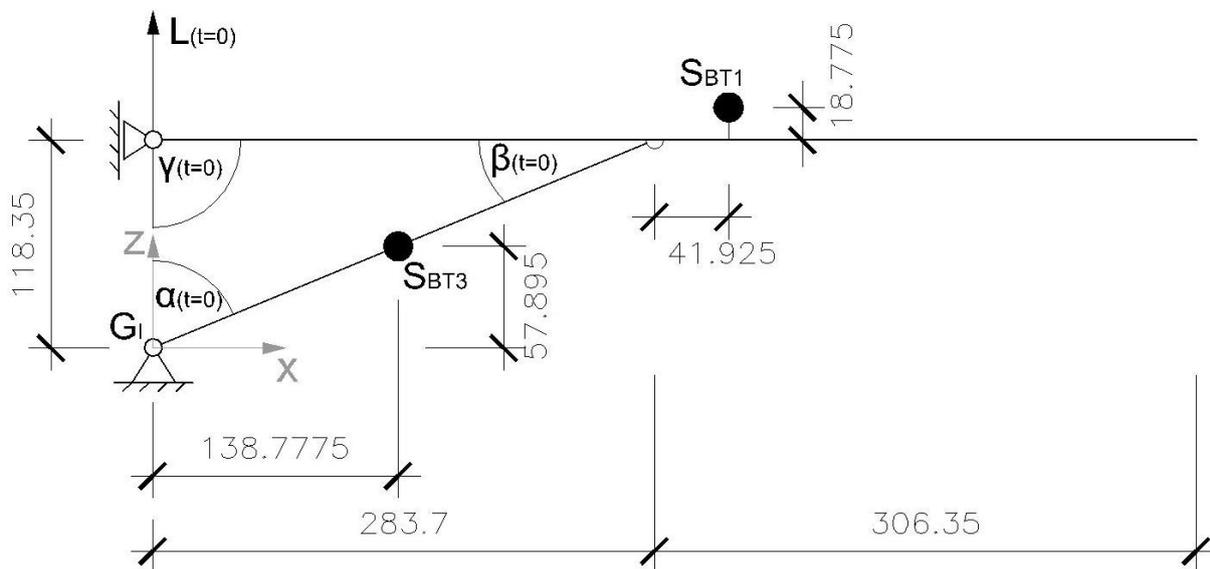


Abbildung 31: Systemskizze Ausgangslage rechtes Bauteil

$$\alpha(t = 0) = 67,35^\circ$$

$$\gamma(t = 0) = 90,00^\circ$$

$$l_3 = 307,41\text{cm}$$

$$\beta(t = 0) = 22,65^\circ$$

5.4.1.2 Systemskizze – Klappvorgang rechtes Bauteil: Zeitpunkt  $t \neq 0$

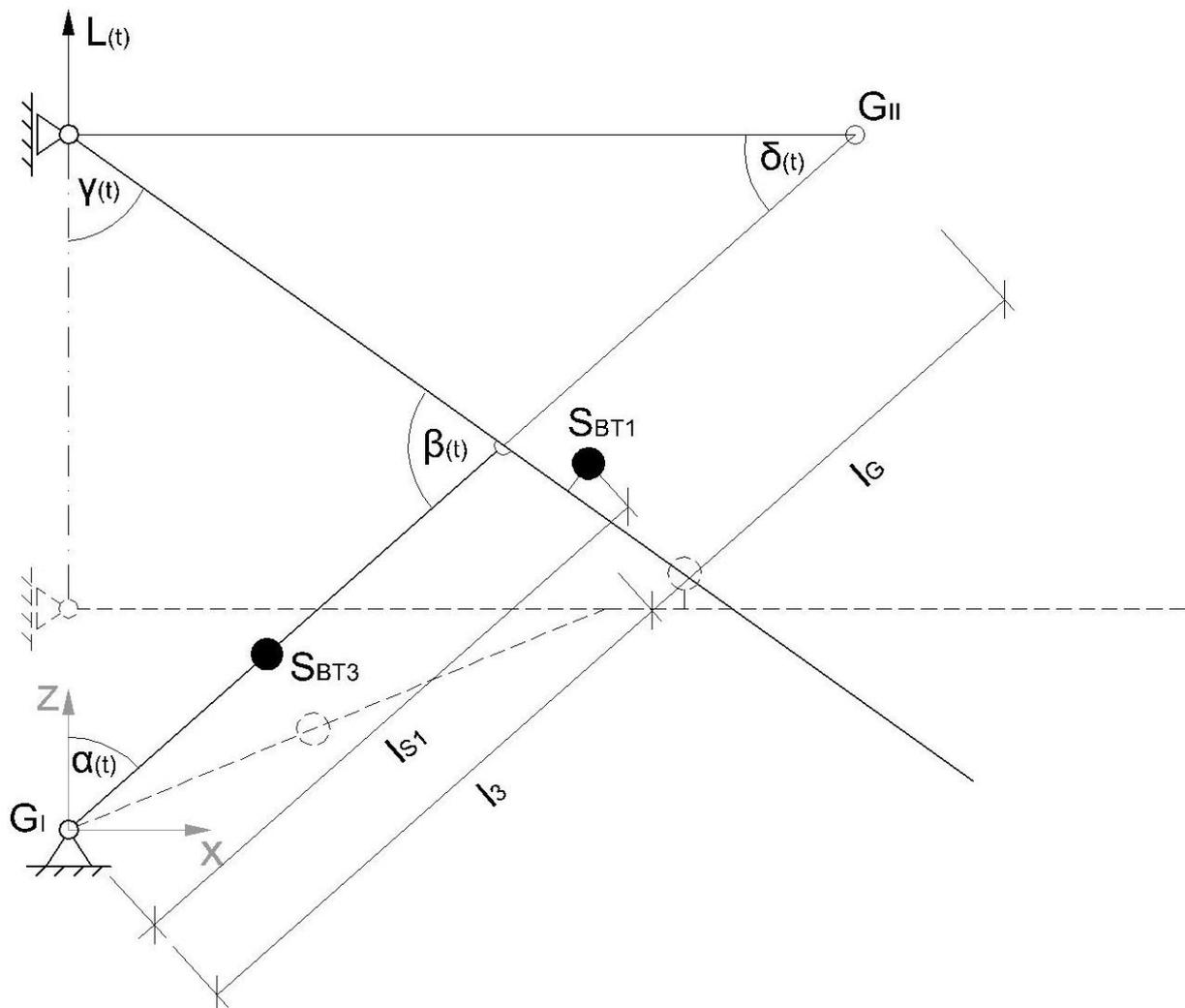


Abbildung 32: Systemskizze Klappvorgang rechtes Bauteil

Winkel  $\delta(t)$ : 
$$\delta(t) = \pi - \frac{\pi}{2} - \alpha(t) = \frac{\pi}{2} - \alpha(t)$$

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha(t) \right) = -\dot{\alpha}(t)$$

### 5.4.1.3 Kinetische Energie

Bauteil 3: Druckstab

$$T_3 = \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * I_A = \frac{1}{6} * \dot{\alpha}(t)^2 * l_3^2 * m_3$$

$$I_A = \frac{1}{3} * m_3 * l_3^2$$

Bauteil 1: Fachwerk

$$T_1 = \frac{1}{2} * m_1 * v_{M1}^2 + \frac{1}{2} * \dot{\delta}(t)^2 * I_{S1}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} * m_1 * l_{S1}(t)^2 * \dot{\alpha}(t)^2 + \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{12} * m_1 * l_1^2 + m_1 * x_{SR}^2 \right)$$

$$I_{S1} = \frac{1}{12} * m_1 * l_2^2 + m_1 * x_{SR}^2$$

$$v_{m1} = \dot{\alpha}(t) * l_{S1}(t)$$

mit:  $x_{SR}$  ...Abstand vom Schwerpunkt BT1 zu Drehpunkt BT1 – BT3

$l_{S1}(t)$  ...zeitlich veränderlicher Abstand von Auflager A zum Schwerpunkt von  
BT 1 → Berechnung siehe Folgeseite

$$T_R = T_1 + T_3 =$$

$$= \frac{1}{6} * \dot{\alpha}(t)^2 * m_3 * l_3^2 + \frac{1}{2} * m_1 * \dot{\alpha}(t)^2 * l_{S1}(t)^2 + \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{12} * m_1 * l_1^2 + m_1 * x_{SR}^2 \right)$$

$$T_R = \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left[ \frac{1}{3} * m_3 * l_3^2 + m_1 * \left( l_{S1}(t)^2 + \frac{1}{12} * l_1^2 + x_{SR}^2 \right) \right]$$

5.4.1.4 Schwerpunktabstand  $l_{S1}(t)$

Die Länge  $l_{S1}(t)$  ist der Abstand vom *Geschwindigkeitspol*  $G_I$  zum Schwerpunkt von BT 1. Dieser ist zeitlich nicht konstant und muss für die Formulierung der Lagrange'schen Bewegungsgleichung vom *Winkel*  $\alpha(t)$  abhängig gemacht werden.

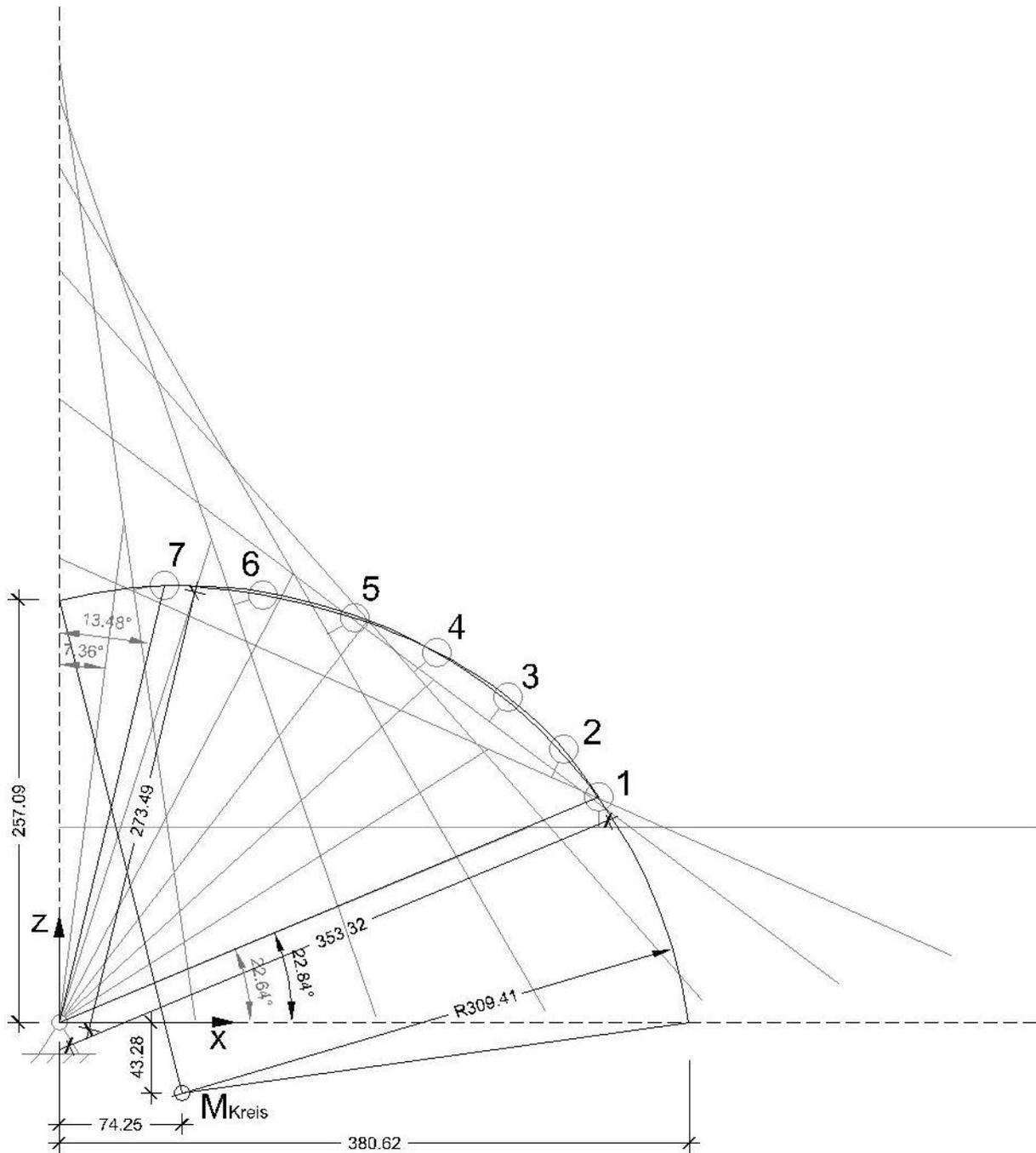


Abbildung 33: Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 1

Der Weg, den der Schwerpunkt von BT 1 beim Klappvorgang zurücklegt, kann in guter Näherung durch einen Kreisbogen wie in Abbildung 33 und Abbildung 34 dargestellt beschrieben werden.

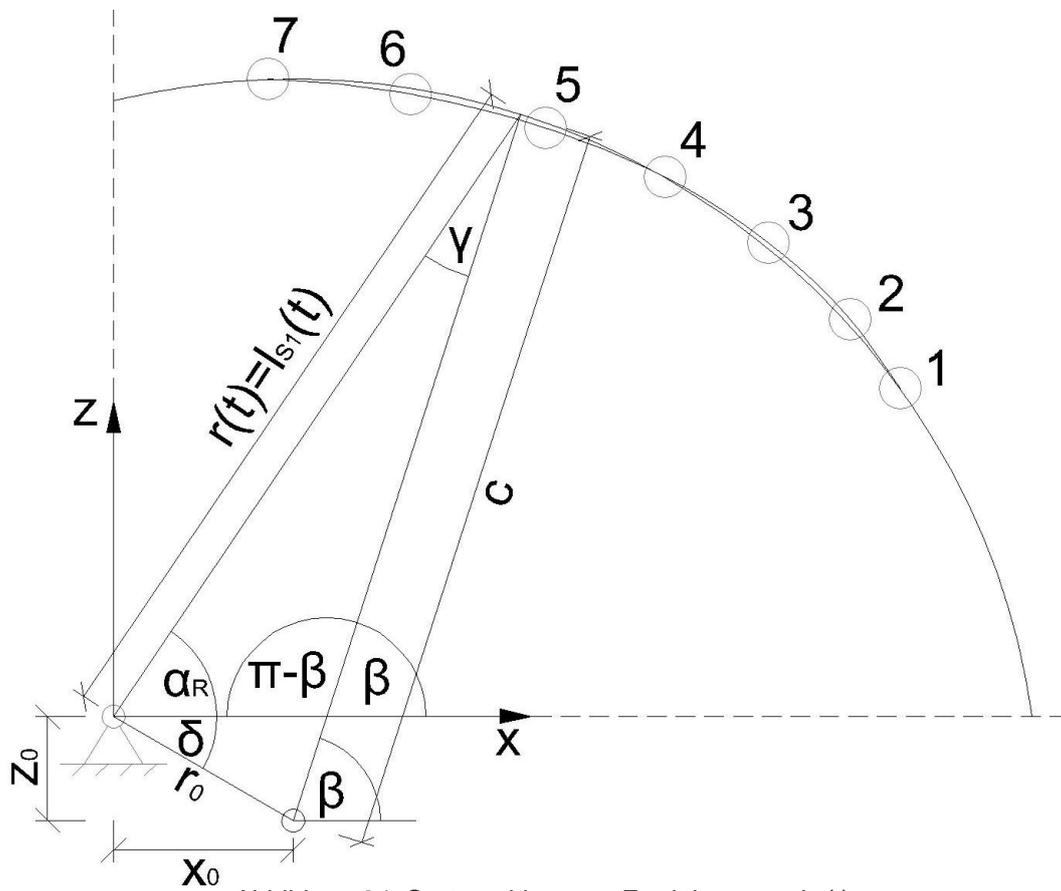


Abbildung 34: Systemskizze zur Ermittlung von  $I_{S1}(t)$

Der Schwerpunktabstand  $I_{S1}(t)$  lässt sich nun wie folgt ermitteln:

$$\gamma(t) = \pi - \alpha_R - (\pi - \beta) = \beta - \alpha_R$$

Durch Anwendung des Sinussatzes unter Berücksichtigung obiger Beziehung folgt:

$$\frac{c}{\sin(\alpha_R + \delta)} = \frac{r_0}{\sin(\beta - \alpha_R)}$$

Löst man diese Gleichung nach  $\beta$  auf, erhält man:

$$\beta = \sin^{-1} \left[ \frac{r_0}{c} * \sin(\alpha_R + \delta) \right] + \alpha_R$$

Aus einer Parameterdarstellung des Kreises folgt:

$$c^2 = (r_0 + r)^2 * \cos(\beta - \alpha_R)$$

Durch Umformen und Einsetzen von  $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  ergibt sich:

$$r(t) = \frac{c}{\sqrt{\cos(\beta - \alpha_R)}} - r_0$$

Einsetzen der Beziehung für  $\beta$  aus obiger Gleichung liefert:

$$r(t) = l_{S1}(t) = \frac{c}{\sqrt{\cos \left[ \sin^{-1} \left( \frac{r_0}{c} * \sin(\alpha_R + \delta) \right) \right] + \alpha_R - \alpha_R}} - r_0$$

Vereinfacht man diese Gleichung erhält man den gesuchten Ausdruck für  $l_{S1}(t)$ :

$$l_{S1}(t) = \frac{c}{\sqrt[4]{1 - r_0^2 * \frac{\sin(\alpha_R + \delta)^2}{c^2}}} - r_0$$

Der Winkel  $\alpha_R(t)$  wird durch den folgenden linearen Zusammenhang mit dem Winkel  $\alpha$  genähert:

$$\alpha_R(t) = \alpha(t) * \left( 1 \pm \frac{\Delta\alpha_{R-0} - \Delta\alpha_{R-1}}{\Delta\alpha} \right)$$

mit:  $\Delta\alpha_{R-0} = \alpha_R(0) - \alpha(0) = -22,84^\circ + 22,64^\circ = -0,2^\circ \approx 0,00^{rad}$

$$\Delta\alpha_{R-1} = \alpha_R(1) - \alpha(1) = 82,64^\circ - 76,52^\circ = 6,13^\circ = 0,10699^{rad}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_R(1) - \alpha_R(0) = 82,64^\circ + 22,84^\circ = 59,80^\circ \approx 1,04371^{rad}$$

$$\kappa = \frac{\Delta\alpha_{R-1} - \Delta\alpha_{R-0}}{\Delta\alpha} = 0,10251$$

$$\alpha_R(t) = \alpha(t) * \left(1 \pm \frac{\Delta\alpha_{R-1} - \Delta\alpha_{R-0}}{\Delta\alpha}\right) = \alpha(t) * (1 \pm \kappa) = \alpha(t) * (1 \pm 0,1025)$$

Das Vorzeichen im Ausdruck  $(1 \pm \kappa)$  wird für den Hubvorgang positiv und für den Absenkvorgang negativ definiert.

#### 5.4.1.5 Potential-Kräfte

$$V = U + W$$

$U$  ...Federkräfte

$W$  ...äußere Kräfte, Gewichtskräfte

$U = 0$  ...keine Federkräfte im System

$$W_3 = m_3 * g * \sin(\alpha(t)) * l_{S3}$$

$$W_1 = m_1 * g * \sin(\alpha(t)) * l_{S1}(t)$$

$$W_L = -L(t) * s(t) = -L(t) * \left[ l_3 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin(\alpha(t))^2} \right]$$

Nebenrechnung:  $s(t)$  ...zurückgelegter Weg im Zeitschritt  $\Delta t$

$$d(t) = l_3 * \sin(\alpha(t))$$

$$h_1(t) = l_3 * \cos(\alpha(t))$$

$$h_2(t) = \sqrt{l_{11}^2 - d(t)^2} = \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin(\alpha(t))^2}$$

$$s(t) = h_1(t) + h_2(t) = l_3 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin(\alpha(t))^2}$$

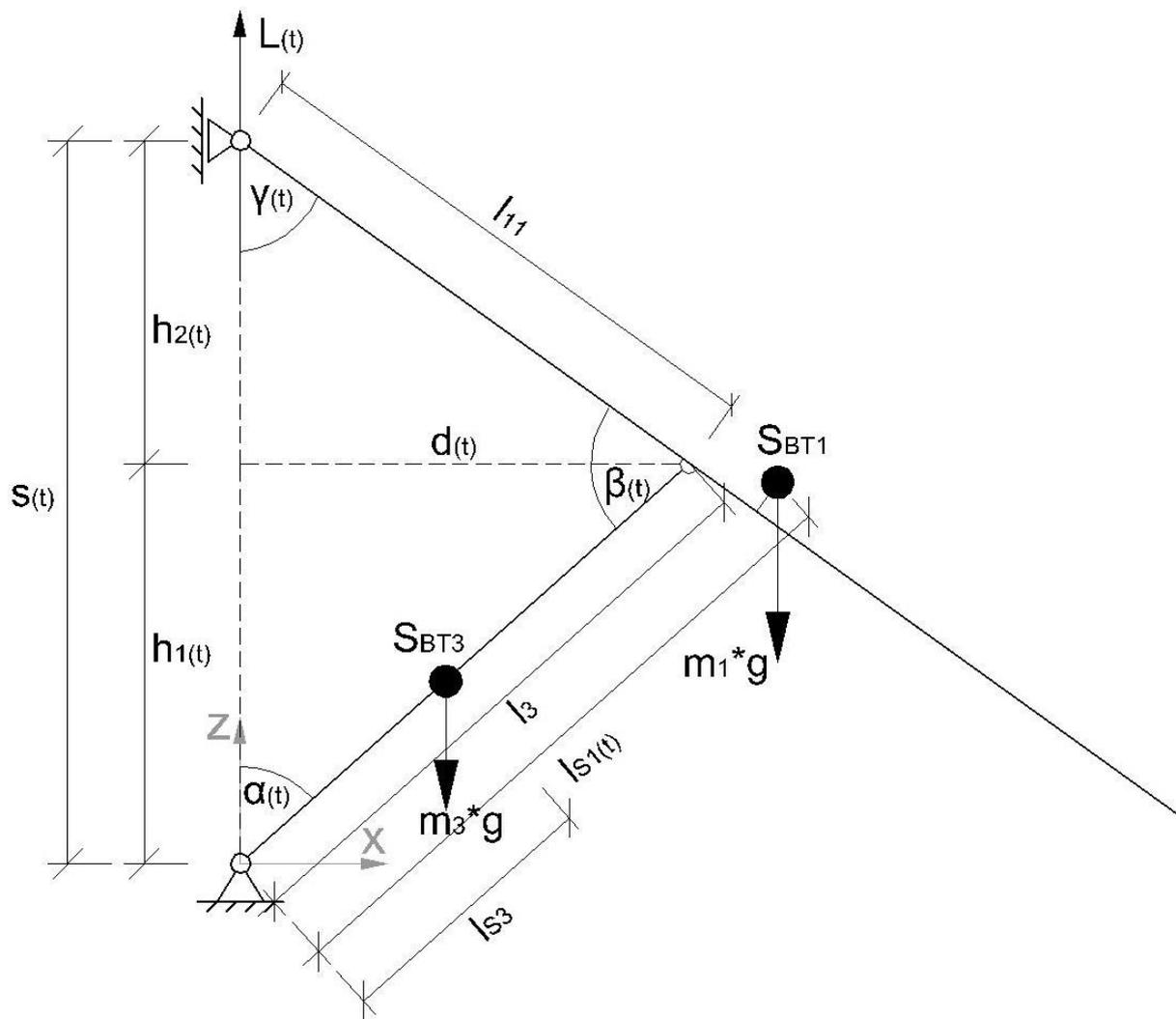


Abbildung 35: Systemskizze Potentialkräfte rechtes Teilsystem

$$V_R = W_1 + W_3 + W_L = g * \sin(\alpha(t)) * (m_3 * l_{S3} + m_1 * l_{S1}(t)) -$$

$$-L(t) * \left( l_3 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin(\alpha(t))^2} \right)$$

5.4.1.6 Ergebnis der Berechnung: rechtes Teilsystem

$$\left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha(t)} + \frac{\partial V}{\partial \alpha(t)} \right]_R = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha(t)} + \frac{\partial V}{\partial \alpha(t)} \right]_R = \\ & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}(t)} * \left[ \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{3} * m_3 * l_3^2 + m_1 * \left( l_{S1}(t)^2 + \frac{1}{12} * l_1^2 + x_{SR}^2 \right) \right) \right] \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \alpha(t)} [g * \sin \alpha(t) * (m_3 * l_{S3} + m_1 * l_{S1}(t)) - L(t) * (l_3 * \cos \alpha(t) + \\ & + \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin^2 \alpha(t)})] = 0 \end{aligned}$$

Die oben dargestellte Differentialgleichung wird mit Hilfe der Software Mathematica abgeleitet und weitestmöglich vereinfacht. Die zeitlich veränderliche Länge  $l_{S1}(t)$  wird dabei als ein von t abhängiges Glied mitgeführt und erst nach Abschluss der Differentiation mit der in Kap.5.4.1.4 hergeleiteten Beziehung ersetzt. Die Eingaben und Rechengänge sind in Anhang C ersichtlich.

### 5.4.2 Lagrange'sche Bewegungsgleichung: linkes Teilsystem

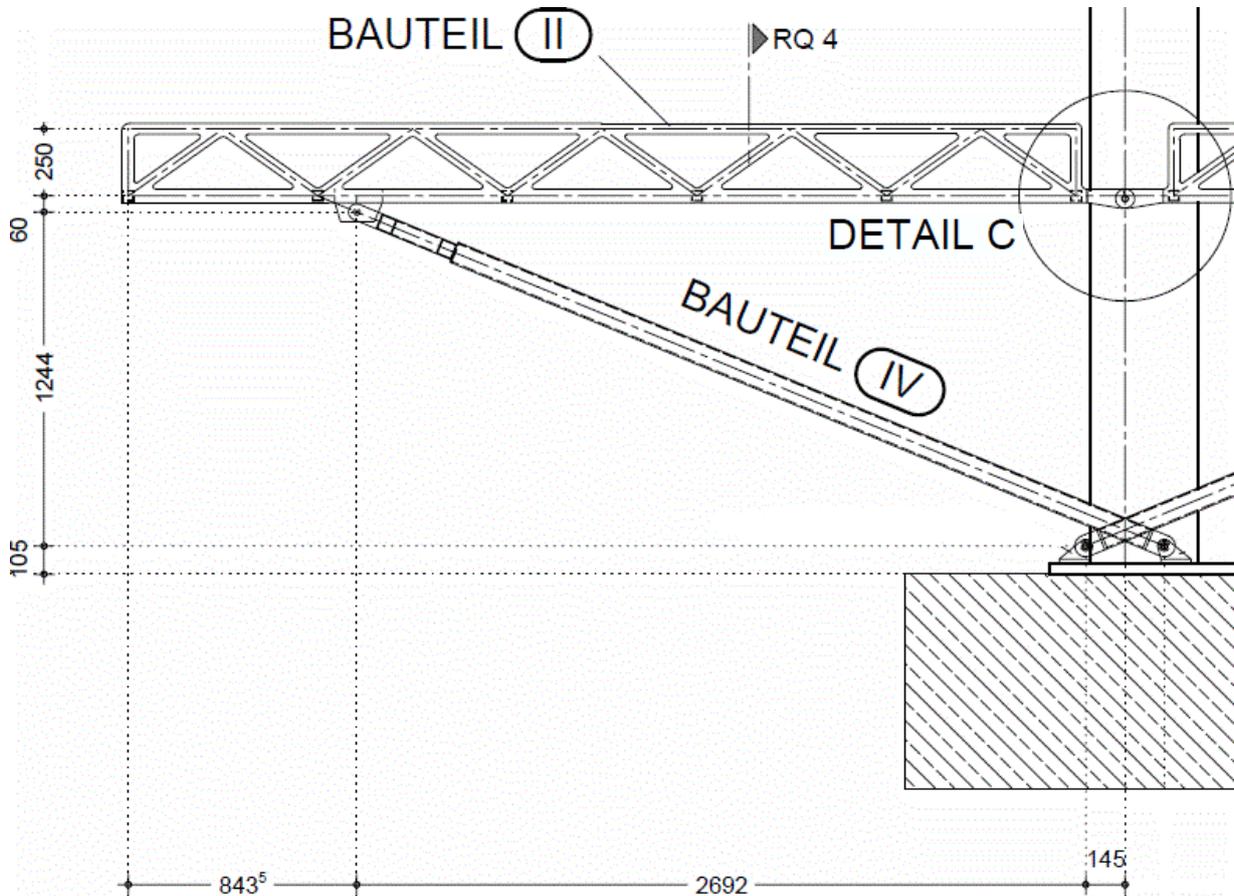


Abbildung 36: Übersicht linkes Teilsystem<sup>2</sup>

#### 5.4.2.1 Systemskizze – Ausgangslage linkes Bauteil: Zeitpunkt $t = 0$

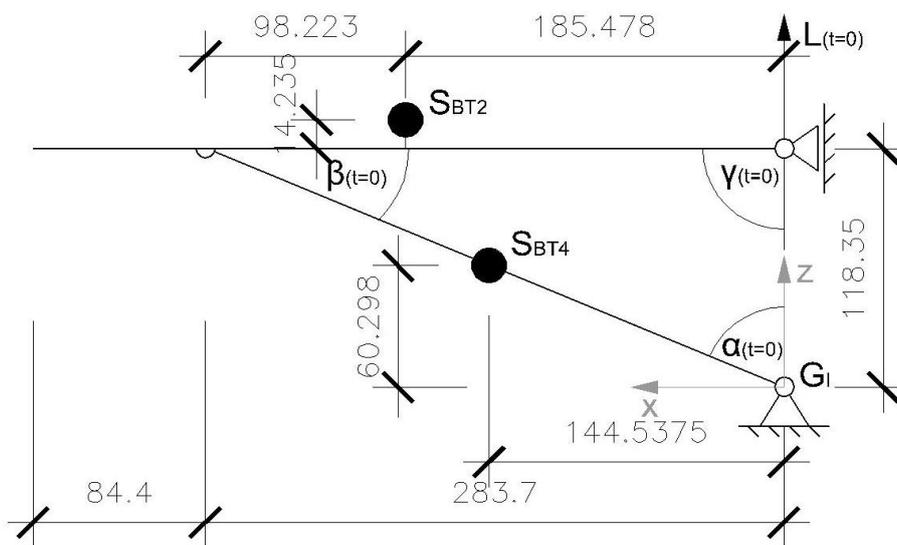


Abbildung 37: Systemskizze Ausgangslage linkes Bauteil

$$\alpha(t = 0) = 67,35^\circ$$

$$\gamma(t = 0) = 90,00^\circ$$

$$l_4 = 307,41\text{cm}$$

$$\beta(t = 0) = 22,65^\circ$$

5.4.2.2 Systemskizze – Klappvorgang linkes Bauteil: Zeitpunkt  $t \neq 0$

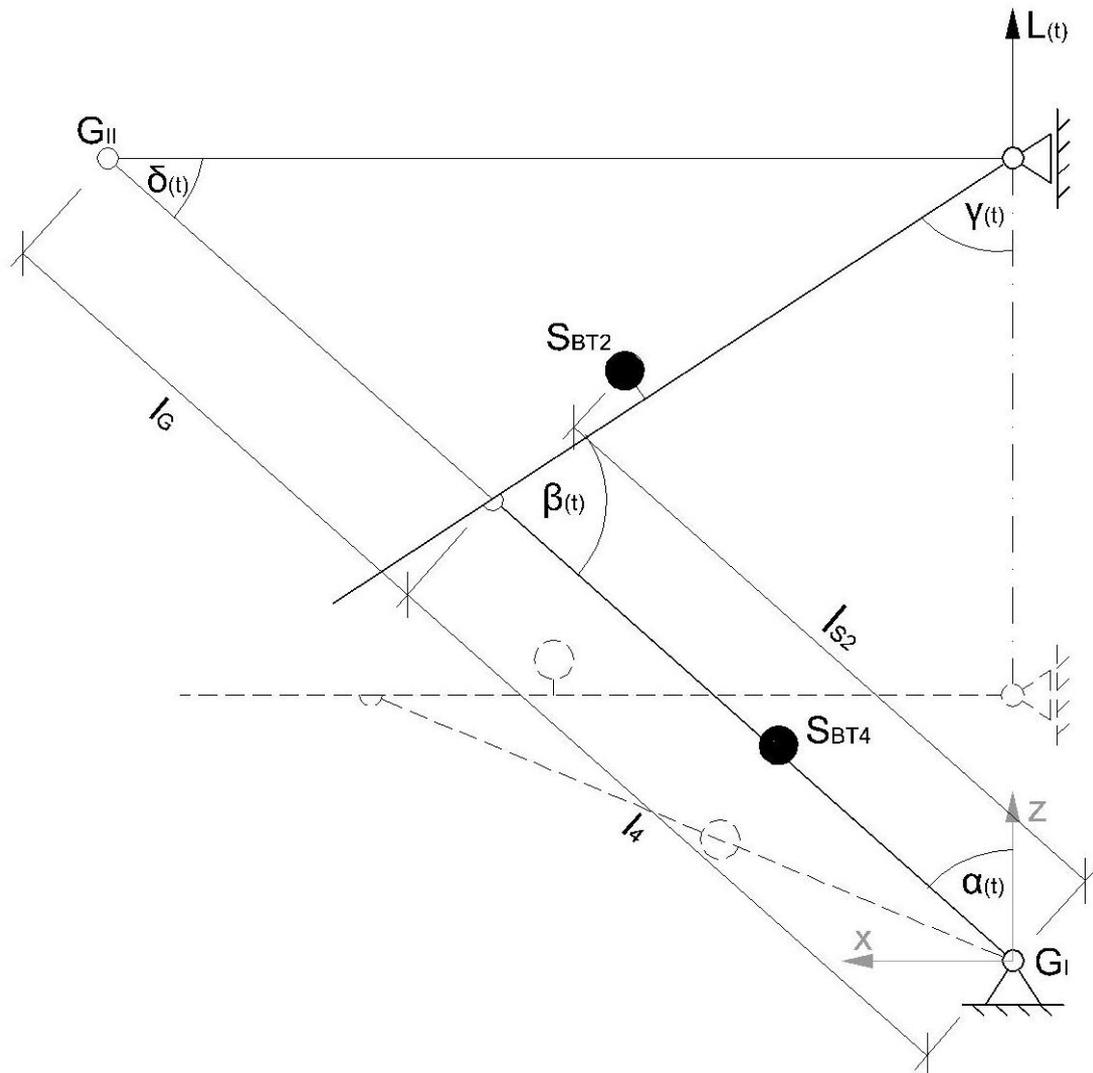


Abbildung 38: Systemskizze Klappvorgang linkes Bauteil

Winkel  $\delta(t)$ :

$$\delta(t) = \pi - \frac{\pi}{2} - \alpha(t) = \frac{\pi}{2} - \alpha(t)$$

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha(t) \right) = -\dot{\alpha}(t)$$

### 5.4.2.3 Kinetische Energie

Bauteil 4: Druckstab

$$T_4 = \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * I_A = \frac{1}{6} * \dot{\alpha}(t)^2 * l_4^2 * m_4$$

$$I_A = \frac{1}{3} * m_4 * l_4^2$$

Bauteil 2: Fachwerk

$$T_2 = \frac{1}{2} * m_2 * v_{m2}^2 + \frac{1}{2} * \dot{\delta}(t)^2 * I_{S2}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} * m_2 * l_{S2}(t)^2 * \dot{\alpha}(t)^2 + \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{12} * m_2 * l_2^2 + m_2 * x_{SL}^2 \right)$$

$$I_{S2} = \frac{1}{12} * m_2 * l_2^2 + m_2 * x_{SL}^2$$

$$v_{m2} = \dot{\alpha}(t) * l_{S2}(t)$$

mit:  $x_{SL}$  ...Abstand von Schwerpunkt BT 2 zu Drehpunkt BT 2 – BT 4

$l_{S2}(t)$  ...zeitlich veränderlicher Abstand von Auflager A zum Schwerpunkt von  
BT 2 → Berechnung siehe Folgeseite

$$T_L = T_2 + T_4 =$$

$$= \frac{1}{6} * \dot{\alpha}(t)^2 * m_4 * l_4^2 + \frac{1}{2} * m_2 * \dot{\alpha}(t)^2 * l_{S2}(t)^2 + \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{12} * m_2 * l_2^2 + m_2 * x_{SL}^2 \right)$$

$$T_L = \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left[ \frac{1}{3} * m_4 * l_4^2 + m_2 * \left( l_{S2}(t)^2 + \frac{1}{12} * l_2^2 + x_{SL}^2 \right) \right]$$

5.4.2.4 Schwerpunktabstand  $l_{S2}(t)$

Der Schwerpunktabstand  $l_{S2}(t)$  ist zeitlich nicht konstant und muss somit vom Winkel  $\alpha(t)$  abhängig gemacht werden. Die Beschreibung dieser Abstandsänderung macht die Formulierung einer genäherten Kurvenfunktion erforderlich.

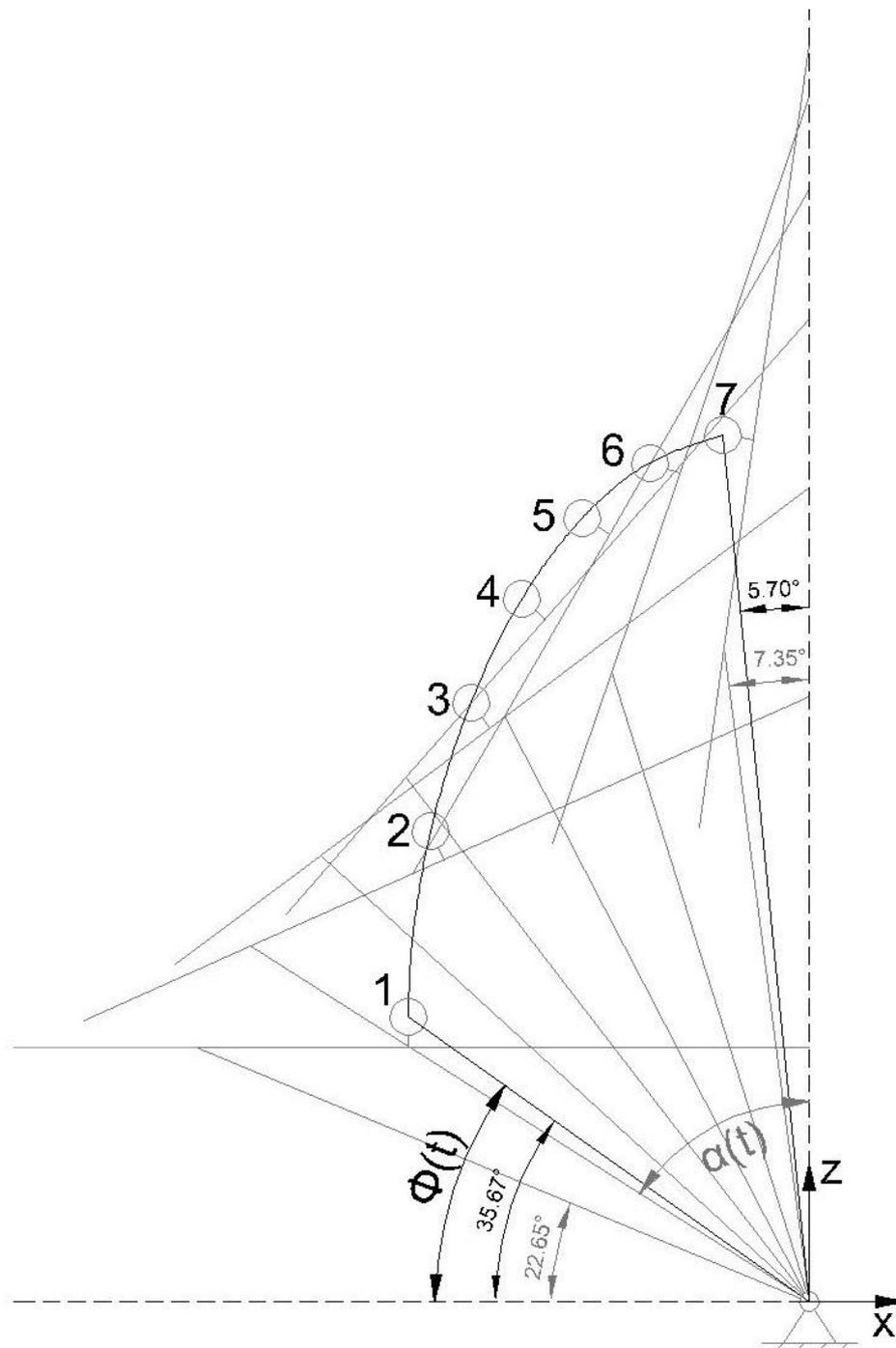


Abbildung 39: Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 2

Für den Weg, den der Schwerpunkt von BT1 beim Klappvorgang zurücklegt, wird mithilfe der Software Mathematica Version 7.0.0 eine Näherungsfunktion berechnet. Hierfür ist die koordinative Eingabe der Punkte 1 bis 7 (siehe Abbildung 39) notwendig.

Eingabekoordinaten	x – Richtung [m]	z – Richtung [m]	Winkel $\alpha$ [°]
Punkt 1	1,8548	1,3312	67,35
Punkt 2	1,7526	2,1951	57,35
Punkt 3	1,5673	2,7935	47,35
Punkt 4	1,3304	3,2808	37,35
Punkt 5	1,0512	3,6557	27,35
Punkt 6	0,7388	3,9114	17,35
Punkt 7	0,4031	4,0420	7,35

Tabelle 9: Eingabewerte zur Näherung der Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 2

Aus den zwei erhaltenen, in Abbildung 40 dargestellten Näherungslösungen wird aufgrund der besseren Approximation die exponentielle Näherung gewählt.

Somit lässt sich der Zusammenhang von x- und z-Koordinate des *Schwerpunktstands*  $l_{S2}(t)$  wie folgt beschreiben:

$$z = f(x) = y_L + A * \exp\left(\frac{x}{t_L}\right)$$

mit:  $y_L = 4.0552244421991$

$A = -0.024222288335482$

$t_L = 0.39601151239723$

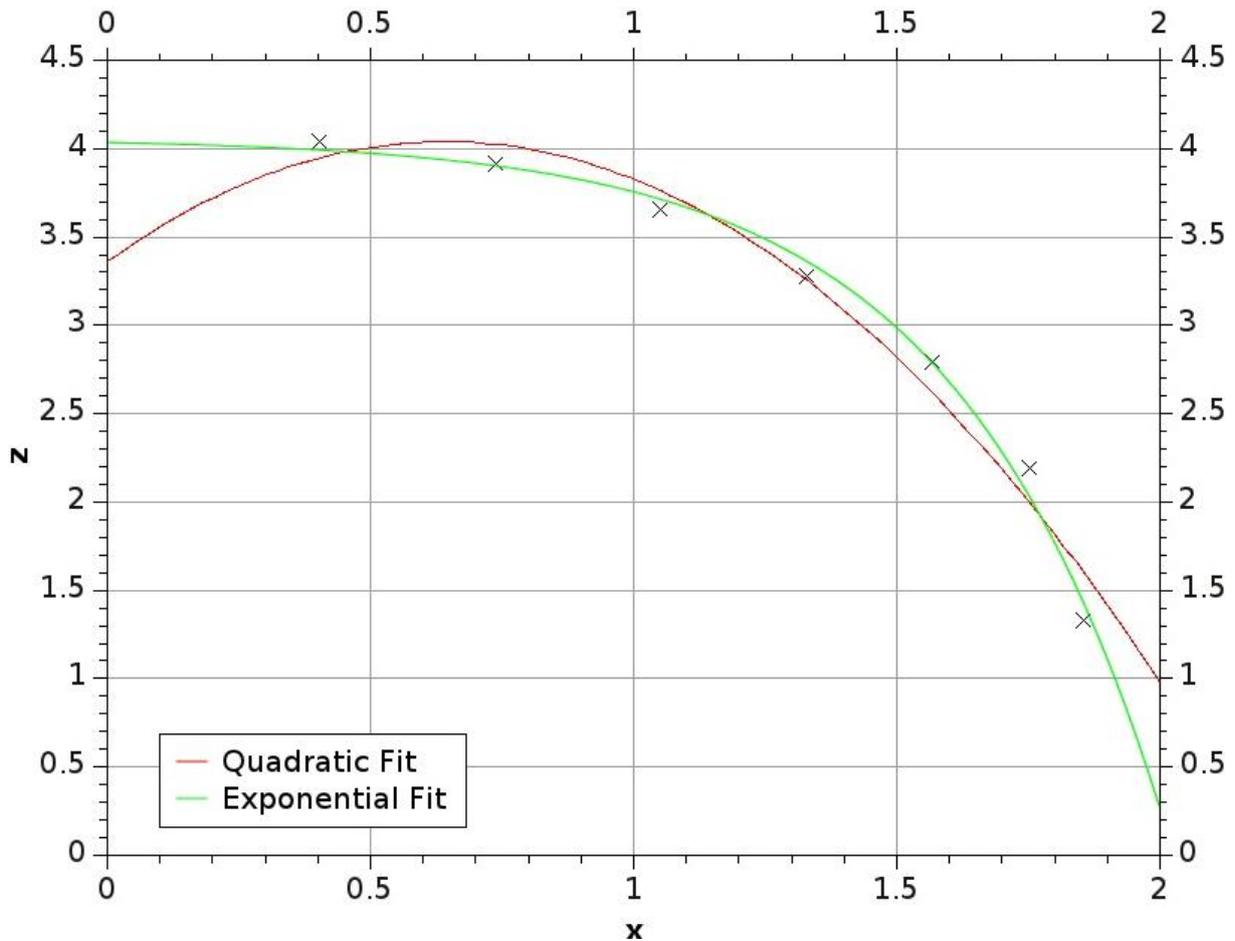


Abbildung 40: genäherte Bahnlinie Schwerpunkt Bauteil 2

Das Umformen in eine polare Darstellung der obigen Gleichung führt zu:

$$r(\phi) = \left( y_L * \cot(\phi) - t_L * \text{ProductLog} \left[ -\frac{A * e^{\frac{y_L * \cot(\phi)}{t_L}} * \cot(\phi)}{t_L} \right] \right) * \sec(\phi)$$

Hierbei ist  $r(\phi)$  der Radius, also der *Abstand*  $l_{S2}(t)$  vom Koordinatenursprung bzw. vom Fußpunkt des BT4 zum Schwerpunkt von BT2 und die *Größe*  $\phi$  der vom *Radius*  $r(\phi)$  und der x-Achse eingeschlossene Winkel.

Der *Winkel*  $\phi$  wird durch den folgenden linearen Zusammenhang mit dem *Winkel*  $\alpha$  genähert:

$$\phi(t) = \alpha(t) * \left( 1 \pm \frac{\Delta\alpha_{\phi-0} - \Delta\alpha_{\phi-1}}{\Delta\alpha} \right)$$

mit:  $\Delta\alpha_{\phi-0} = \phi_0 - \alpha_0 = 35,67^\circ - 22,65^\circ = 13,02^\circ = 0,22724^{rad}$

$$\Delta\alpha_{\phi-1} = \phi_1 - \alpha_1 = 7,35^\circ - 5,70^\circ = 1,65^\circ = 0,02880^{rad}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_1 = 67,35^\circ - 7,35^\circ = 60,00^\circ = 1,04720^{rad}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta\alpha_{\phi-0} - \Delta\alpha_{\phi-1}}{\Delta\alpha}$$

$$\phi(t) = \alpha(t) * \left(1 \pm \frac{\Delta\alpha_{\phi-0} - \Delta\alpha_{\phi-1}}{\Delta\alpha}\right) = \alpha(t) * (1 \pm \epsilon) = \alpha(t) * (1 \pm 0,1895)$$

Das Vorzeichen im Ausdruck  $(1 \pm \epsilon)$  definiert sich positiv für den Hubvorgang und negativ für den Absenkvorgang des Tragwerks.

Das Einsetzen der Gleichung für  $\phi(t)$  liefert die Beziehung für  $l_{S2}(t)$ :

$$l_{S2}(t) = r(\alpha(t) * (1 \pm \epsilon)) = r(\phi_t) = \left( y_L * \cot(\phi(t)) - t_L * \text{ProductLog} \left[ -\frac{A * e^{\frac{y_L * \cot(\phi(t))}{t_L}} * \cot(\phi(t))}{t_L} \right] \right) * \text{se c}(\phi(t))$$

5.4.2.5 Potential-Kräfte

$$V = U + W$$

$U$  ...Federkräfte

$W$  ...äußere Kräfte, Gewichtskräfte

$U = 0$  ...keine Federkräfte im System

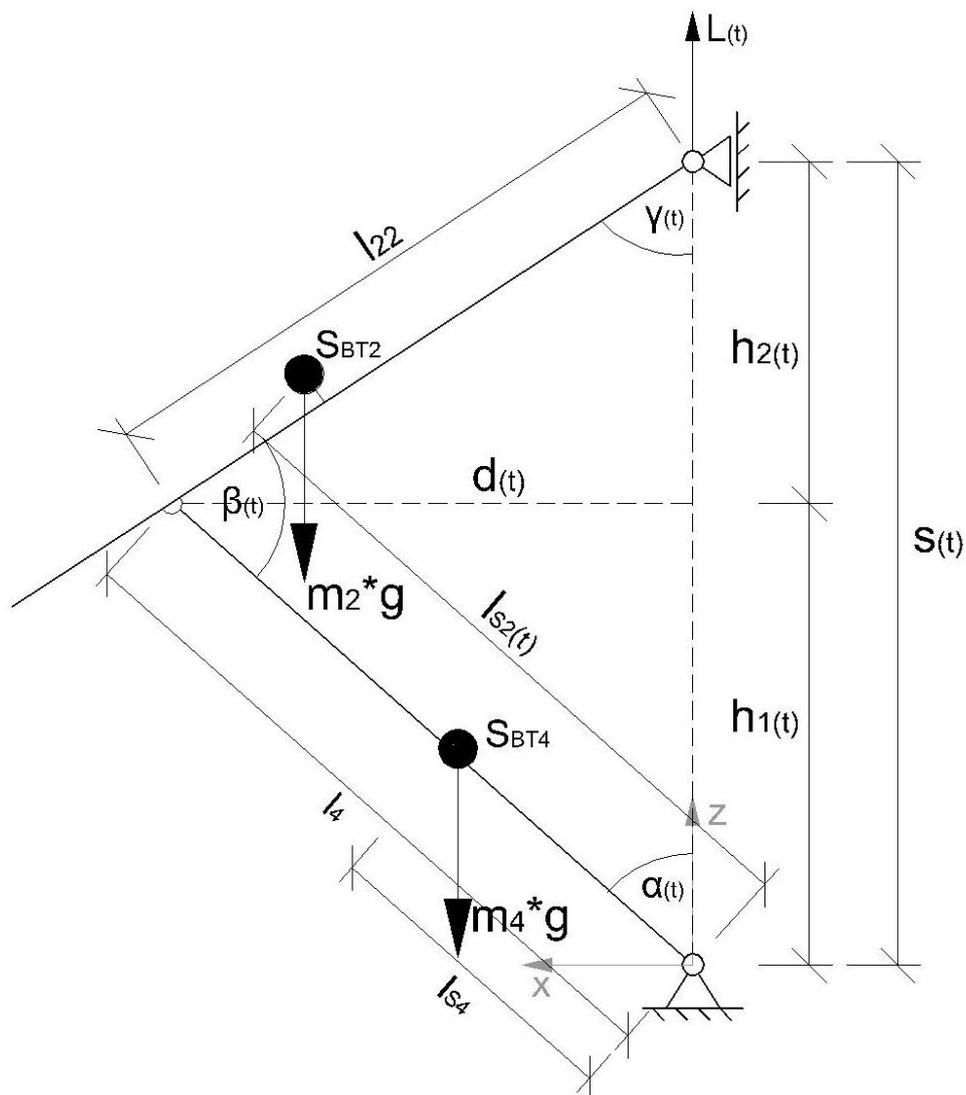


Abbildung 41: Systemskizze Potentialkräfte linkes Teilsystem

$$W_4 = m_4 * g * \sin(\alpha(t)) * l_{S4}$$

$$W_2 = m_2 * g * \sin(\alpha(t)) * l_{S2}(t)$$

$$W_L = -L(t) * s(t) = -L(t) * [l_4 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin(\alpha(t))^2}]$$

Nebenrechnung:  $s(t)$  ...zurückgelegter Weg zum Zeitpunkt  $t$

$$d(t) = l_4 * \sin(\alpha(t))$$

$$h_1(t) = l_4 * \cos(\alpha(t))$$

$$h_2(t) = \sqrt{l_{22}^2 - d(t)^2} = \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin(\alpha(t))^2}$$

$$s(t) = h_1(t) + h_2(t) = l_4 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin(\alpha(t))^2}$$

$$V_L = W_2 + W_4 + W_L = g * \sin(\alpha(t)) * (m_4 * l_{S4} + m_2 * l_{S2}(t)) - \\ -L(t) * \left( l_4 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin(\alpha(t))^2} \right)$$

5.4.2.6 Ergebnis der Berechnung: linkes Teilsystem

$$\left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right]_L = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha(t)} + \frac{\partial V}{\partial \alpha(t)} \right]_L = \\ & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}(t)} \left[ \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{3} * m_4 * l_4^2 + m_2 * \left( l_{S2}(t)^2 + \frac{1}{12} * l_2^2 + x_{SL}^2 \right) \right) \right] \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \alpha(t)} [g * \sin \alpha(t) * (m_4 * l_{S4} + m_2 * l_{S2}(t)) + L(t) * (l_4 * \cos \alpha(t) + \\ & + \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin \alpha(t)^2})] = 0 \end{aligned}$$

Die oben dargestellte Differentialgleichung wird mit Hilfe der Software Mathematica abgeleitet und weitestmöglich vereinfacht. Die zeitlich veränderliche Länge  $l_{S2}(t)$  wird dabei als ein von t abhängiges Glied mitgeführt und erst nach Abschluss der Differentiation mit der in Kap.5.4.2.4 hergeleiteten Beziehung ersetzt. Die Eingaben und Rechengänge sind in Anhang C ersichtlich.

### 5.4.3 Lagrange'sche Bewegungsgleichung des Gesamtsystems

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha(t)} + \frac{\partial V}{\partial \alpha(t)} \right]_R + \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha(t)} + \frac{\partial V}{\partial \alpha(t)} \right]_L = \\
 & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}(t)} \left[ \frac{1}{2} * \dot{\alpha}(t)^2 * \left( \frac{1}{3} * (m_3 * l_3^2 + m_4 * l_4^2) + m_1 * (l_{S1}(t)^2 + \frac{1}{12} * l_1^2 + x_{SR}^2) + \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. m_2 * (l_{S2}(t)^2 + \frac{1}{12} * l_2^2 + x_{SL}^2) \right) \right] \right) + \\
 & \frac{\partial}{\partial \alpha(t)} \left[ g * \sin \alpha(t) * (m_3 * l_{S3} + m_1 * l_{S1}(t) + m_4 * l_{S4} + m_2 * l_{S2}(t)) - \right. \\
 & \left. L(t) * \left( \cos \alpha(t) * (l_3 + l_4) + \sqrt{l_{11}^2 - l_3^2 * \sin^2 \alpha(t)} + \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin^2 \alpha(t)} \right) \right] = 0
 \end{aligned}$$

#### 5.4.3.1 Vorgehen zur Lösung der Differenzialgleichung

Die aus den Lagrange'schen Bewegungsgleichungen erhaltene Differentialgleichung (DGL) kann wegen der Vielzahl von Variablen und ihrer komplexen Form mit der Software Mathematica nicht analytisch gelöst werden.

Aufgrund dessen werden nach abgeschlossener Differentiation die in den nachfolgenden Kapiteln angeführten bzw. ermittelten Variablen in das Gleichungssystem eingesetzt und die DGL numerisch gelöst.

Dies erfolgt für einen Wertebereich von  $t = 0$  bis  $t = 1,63$  und mit den Startwerten  $\alpha(t = 0) = 67,34^\circ$  und  $\dot{\alpha}(t = 0) = 0$ , bei welchen sich die Fahrbahn des Tragwerks in horizontaler Ruhelage befindet.

Aufgrund der zeitlich veränderlichen höhenmäßigen Position der Hubwassertanks ändert sich das Druckgefälle während des Klappvorgangs. Mit größer werdendem Potential steigt sowohl die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in der Leitung als auch der Druckverlust zufolge der Reibung an der Rohrwandung. Die Forderung nach einer exakten Beschreibung der *Hubkraft*  $L(t)$  macht somit die Ermittlung der *Strömungsgeschwindigkeit*  $v(t)$  zum *Zeitpunkt*  $t$  erforderlich.

Die Eingabe und die Lösung der DGL ist dem Anhang C beigelegt.

### 5.4.3.2 Eingesetzte Variablen

#### Längen und Abstände:

$$l_1 = 5,9005 \text{ m}$$

$$l_2 = 3,6805 \text{ m}$$

$$l_3 = 3,0741 \text{ m}$$

$$l_4 = 3,0741 \text{ m}$$

$$l_{11} = 2,8370 \text{ m}$$

$$l_{22} = 2,8370 \text{ m}$$

$$l_{S3} = 1,5037 \text{ m}$$

$$l_{S4} = 1,5661 \text{ m}$$

$$x_{SR} = 0,4292 \text{ m}$$

$$x_{SL} = 0,9822 \text{ m}$$

$$l_{S1}(t) = \frac{c}{\sqrt[4]{1 - r_0^2 \frac{\sin(\alpha_R + \delta)^2}{c^2}}} - r_0$$

$$c = 3,0941$$

$$\delta = 0,528486$$

$$r_0 = 0,8594 \text{ m}$$

$$l_{S2}(t) = \left( y_L * \cot(\epsilon + \alpha(t)) - t_L * \text{ProductLog} \left[ -\frac{A * e^{\frac{y_L * \cot(\epsilon + \alpha(t))}{t_L}} * \cot(\epsilon + \alpha(t))}{t_L} \right] \right) * \sec(\epsilon + \alpha(t))$$

$$y_L = 4,0552244$$

$$A = -0,0242223$$

$$t_L = 0,3960115$$

$$\epsilon = 0,1895$$

#### Massen:

$$m_1 = 163,4310 \text{ kg}$$

$$m_2 = 109,4630 \text{ kg}$$

$$m_3 = 85,1539 \text{ kg}$$

$$m_4 = 63,4141 \text{ kg}$$

#### Erdbeschleunigung:

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

### 5.4.3.3 Berechnung der Hubkraft $L(t)$

Die *Hubkraft*  $L(t)$  setzt sich aus einem kontinuierlich wirkenden Anteil, der dem *Eigengewicht der Hubwassertanks*  $G_k$  entspricht, und einem zeitlich veränderlichen Anteil aus dem Gewicht der *Tankfüllung*  $G_v$  zusammen. Diese ergeben sich zu:

$$G_k = 2 * \rho_{St} * V_{St} = 2 * \frac{7850kg}{m^3} * (0,21m * 0,07m * 0,008m + \frac{(0,2191m - 0,2101m)^2 * \pi}{4} * 1,60m + \frac{(0,2101m)^2 * \pi}{4} * 0,005m) = 80,778kg$$

$$G_v = 2 * 1000 \frac{kg}{m^3} * \frac{(0,2101m)^2 * \pi}{4} * 1,58m = 109,554kg$$

Die in Kap.5.4.3.4 durchgeführte Berechnung der in die Hubwassertanks einströmenden Volumina zeigt, dass sich diese über die Dauer des Hubvorgangs nicht konstant füllen. Zur Beschreibung der Änderung wird eine Funktion für den zeitlich *veränderlichen Anteil der Hubkraft*  $L_v(t)$  ausgehend von folgendem Ansatz ermittelt:

$$L_v'(t) = A * t + B$$

Diese Gleichung ist den gegebenen Randbedingungen anzupassen:

$$L_v(t = 1) = m = G_v \quad L_v'(t = 0) = V_0 \quad L_v'(t = 1) = f * V_0$$

$$L_v'(t) = (f * V_0 - V_0) * t + V_0 = V_0 * [(f - 1) * t + 1]$$

Integration über die Zeit  $t$  liefert:

$$L_v(t) = V_0 * \left[ (f - 1) * \frac{t^2}{2} + t \right] + C$$

Unter Berücksichtigung der Randbedingungen ergibt sich:

$$L_v(t = 0) = C = 0$$

$$L_v(t = 1) = G_v = V_0 * \left[ (f - 1) * \frac{1}{2} + 1 \right] \rightarrow V_0 = \frac{m}{\frac{1}{2} * (f + 1)} = 2 * \frac{m}{f + 1}$$

Einsetzen der Beziehung für  $V_0$  in die Gleichung für  $L(t)$  ergibt die gesuchte Funktion:

$$L_v(t) = 2 * \frac{m}{f + 1} * \left[ (f - 1) * \frac{t^2}{2} + t \right]$$

Die Berechnungen mit Mathematica zeigen, dass der Klappvorgang zum Zeitpunkt  $t \approx 1,6$  abgeschlossen ist. Da die Hubwassertanks hier zur Gänze gefüllt sein sollen, erfolgt eine Einteilung der *Hubkraft*  $L(t)$  in zwei Intervalle. Diese ergeben sich nun wie folgt:

$$L(t) = G_k + \frac{2 * G_v}{(f + 1)} * \left[ (f - 1) * \frac{t^2}{2} + t \right] \quad \dots \text{für } 0 \leq t \leq 1,6$$

$$L(t) = G_k + G_v \quad \dots \text{für } t > 1,6$$

mit:  $G_k = 80,778 \text{ kg}$

$G_v = 109,554 \text{ kg}$

$f = \frac{v_{3-3}}{v_{2-3}} = \frac{1,5688}{0,9988} = 1,570685 \quad \dots \text{Verhältnis der maximalen und minimalen Strömungsgeschwindigkeit (lt. Kap.5.4.3.4)}$

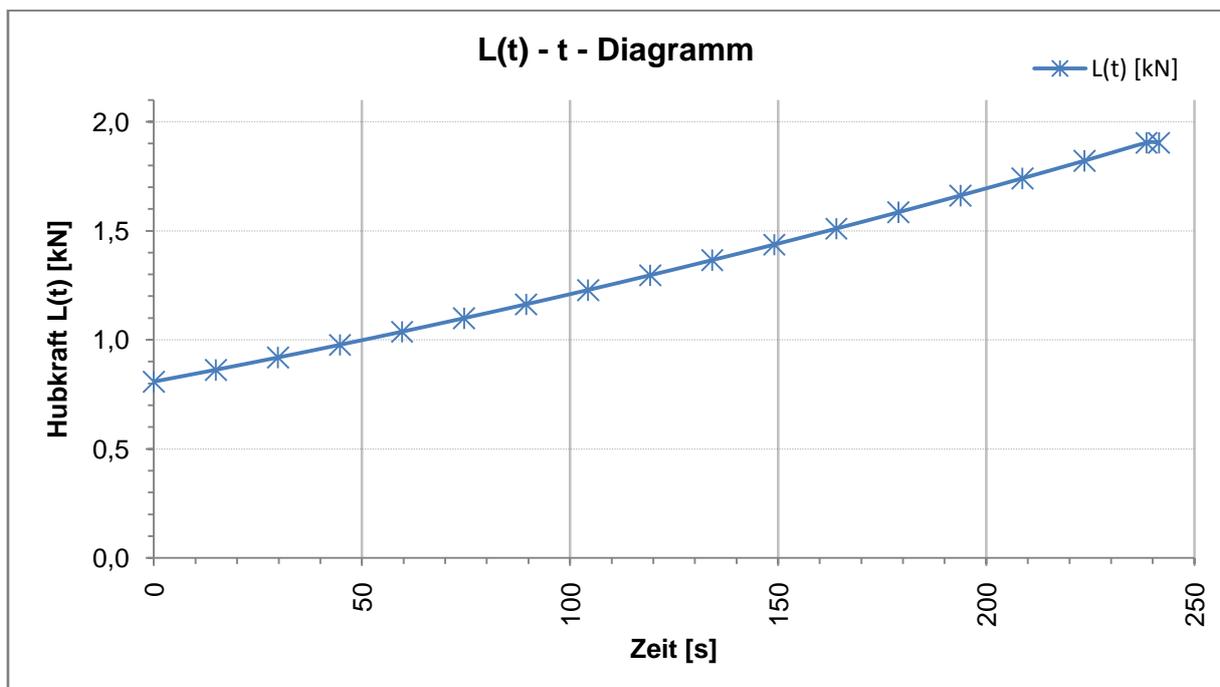


Abbildung 42: zeitlicher Verlauf der Hubkraft L(t)

#### 5.4.3.4 Rechnerische Ermittlung der Füllzeit der Hubwassertanks

Die Berechnung der Behälterfüllzeit erfolgt mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung. Diese lautet für stationäre Strömungen und inkompressible, nicht reibungsfreie Flüssigkeiten wie folgt:<sup>15</sup>

$$\frac{v_a^2}{2 * g} + \frac{p_a}{g * \rho} + z_a = \frac{v_b^2}{2 * g} + \frac{p_b}{g * \rho} + z_b + \Delta h_v$$

In dieser werden reibungsbedingte und lokale Verluste durch die Energieverlusthöhe  $\Delta h_v$  berücksichtigt. Diese ergibt sich durch das Aufsummieren der lokalen und kontinuierlichen Verluste.<sup>15</sup>

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,\text{lokal}} + \sum \Delta h_{v,R}$$

Lokale Verluste:  $\Delta h_{v,\text{lokal}} = \zeta * \frac{v^2}{2 * g}$

Der *Beiwert*  $\zeta$  berücksichtigt hierbei verschiedene Einbauten, Querschnittsänderungen etc. Er wird experimentell bestimmt und ist aus Tabellenwerken zu entnehmen.<sup>15</sup>

Kontinuierliche Rohrreibungsverluste:  $\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{1}{d} * \frac{v^2}{2 * g}$

Eine explizite Form für den *Widerstandsbeiwert*  $\lambda$  existiert nicht. Er wird mit den Eingangsparametern *Reynoldszahl*  $Re$  und der relativen *Rauigkeit*  $k/d$  aus den *Nomogrammen von Mock* (siehe Abbildung 43) ermittelt.<sup>15</sup>

Die Bernoulli-Gleichung wird im Folgenden für die *minimale Höhenlage*  $H_2$  und die *maximale Höhenlage*  $H_3$  der Hubwassertanks nach  $v_b$  aufgelöst und in jeweils 3 Iterationsschritten ausgewertet. Der Flüssigkeitsspiegel im Vorratswassertank wird dabei durch entsprechenden Zufluss auf konstanter Höhe gehalten. Da die Wasseroberfläche des Behälters im Vergleich zum Ausströmquerschnitt sehr groß ist, ist die Annahme  $v_1 \rightarrow 0$  zulässig.<sup>15</sup>

Aus dem Mittelwert der in den Kap.5.4.3.4.1 und Kap.5.4.3.4.2 berechneten *Strömungsgeschwindigkeiten*  $v_{2-3}$  und  $v_{3-3}$  wird die zur Behälterfüllung erforderliche Zeit  $t_F$  berechnet:<sup>13</sup>

$$t_F = \frac{V_B}{\dot{V}_m} = \frac{0,05478m^3}{2,26866 * 10^{-4} \frac{m^3}{s}} = 241,5s \approx 4 \text{ min } 2sec$$

mit:  $V_B = \frac{d^2 * \pi}{4} * h = \frac{(0,2101m)^2 * \pi}{4} * 1,58m = 0,05478m^3$

$$\dot{V}_m = v_m * A_R = 1,2838 \frac{m}{s} * \frac{0,015^2 * \pi}{4} = 2,26866 * 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

$$v_m = \frac{v_{2-3} + v_{3-3}}{2} = \frac{0,9988 + 1,5688}{2} = 1,2838 \frac{m}{s}$$

#### 5.4.3.4.1 Höhenlage H<sub>2</sub>

Bei für den Radverkehr geöffnetem Brückentragwerk befinden sich die Hubwassertanks am Kopfende des Pylons. In dieser Lage herrscht in der Rohrleitung die kleinste Druckhöhe und die für die Berechnung von  $v_2$  erforderlichen Parameter ergeben sich wie folgt:

##### Einlaufverluste:

$$\Delta h_{v,E} = \zeta * \frac{v^2}{2 * g} = 1,3 * \frac{v_2^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,06626 * v_2^2$$

mit:  $\zeta = 1,3$  ...für Einlauf in herausragendes, dünnwandiges Rohr<sup>15</sup>

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2} \quad \dots \text{Erdbeschleunigung}$$

##### Verluste durch Einbauten: Magnetventil und Schlauchanschlüsse

$$\Delta h_{v,M} = (\zeta_M + \zeta_S) * \frac{v^2}{2 * g} = (18,17 + 5,68) * \frac{v_2^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 1,21560 * v_2^2$$

mit:  $\zeta_M = 18,17$  ...lt. Datenblatt ODE Magnetventil G1/2“ NC zwangsgesteuert HT4

$\zeta_S = 5,68$  ...Schlauchanschluss: 2 Stück (Annahme: wirkt wie Kreisblende)<sup>15</sup>

Ausströmverluste:

$$\Delta h_{v,A} = \zeta * \frac{v^2}{2 * g} = 0,0 * \frac{v_2^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0$$

mit:  $\zeta \approx 0,0$  ...freier Austritt des Wassers<sup>15</sup>

Rohrreibungsverluste:

$$\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{l}{d} * \frac{v_2^2}{2 * g} = 0,0186 * \frac{8500mm}{15mm} * \frac{v_2^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,53721 * v_2^2$$

mit:  $l = 8500m$  ...Länge der Rohrleitung

$l = 15,0mm$  ...Öffnungsweite Schlauchleitung 1/2"

In erster Näherung wird der Widerstandsbeiwert  $\lambda$  für die *Reynoldszahl*  $Re \rightarrow \infty$  bestimmt.

$$\frac{k}{d} = \frac{0,012mm}{15mm} = 8,0 * 10^{-4} \quad \dots \text{relative Rauigkeit}$$

mit:  $k = 0,012mm$  ...absolute Rauigkeit für PE-Leitungen<sup>14</sup>

$d = 15,0mm$  ...Öffnungsweite Schlauchleitung 1/2"

Aus Abbildung 43 ergibt sich  $\lambda$  somit zu:

$$\lambda = 0,0186$$

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,i} * v_2^2 = v_2^2 * (0,06626 + 0,0 + 1,21560 + 0,53721) = 1,81907 * v_2^2$$

Als Nullniveau des Potentials wird die Fundamentoberkante mit nach oben positiver z-Achse definiert.

$$z_1 = 0,040m + 8,26m + 0,10m + 0,40m = 8,80m$$

$$z_2 = 0,040m + 8,26m - 1,70m = 6,60m$$

$$p_1 = 100,0kPa + 0,0kPa = 100,0kPa$$

$$p_2 = 100,0Pa + 0,0kPa = 100,0kPa$$

$$\rho = 1,0 \frac{t}{m^3}$$

Als erste Abschätzung ergibt sich durch Einsetzen obiger Werte aus der Bernoulli-Gleichung die Ausströmgeschwindigkeit  $v_2$  zu: (1. Iterationsschritt)

$$\frac{100,0kPa}{9,81 \frac{m}{s^2} * 1,0 \frac{t}{m^3}} + 8,85m = \frac{v_{2-1}^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} + \frac{100,0kPa}{9,81 \frac{m}{s^2} * 1,0 \frac{t}{m^3}} + 6,60m + 1,81907 * v_{2-1}^2$$

$$v_{2-1} = \sqrt{\frac{1}{1,87004} * (10,1937 + 8,80 - 10,1937 - 6,60)} = 1,0846 \frac{m}{s}$$

Auf Basis von  $v_{2-1}$  wird  $\lambda$  entsprechend der sich daraus ergebenden *Reynoldszahl*  $Re$  korrigiert: (2. Iterationsschritt)

$$Re = v_{2-1} * \frac{d_{hyd}}{\nu} = \frac{v_{2-1} * 4 * r_{hyd}}{\nu} = \frac{1,0846 \frac{m}{s} * 4 * 0,00375m}{1,01 * 10^{-6}} = 16107,9$$

$$\text{mit: } r_{hyd} = \frac{A}{U} = d^2 * \frac{\pi}{4} * \frac{1}{d * \pi} = \frac{d}{4} = \frac{0,015m}{4} = 0,00375mm$$

$$\frac{k}{d} = \frac{0,012mm}{15mm} = 8,0 * 10^{-4} \quad \dots \text{relative Rauigkeit}$$

Somit ergibt sich  $\lambda$  aus Abbildung 43 mit:

$$\lambda = 0,0293$$

Es folgt die Berechnung von  $\Delta h_{v,R}$  und  $\Delta h_v$ :

$$\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{1}{d} * \frac{v_2^2}{2 * g} = 0,0293 * \frac{8500mm}{15mm} * \frac{v_2^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,84625 * v_2^2$$

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,i} * v_2^2 = v_2^2 * (0,06626 + 0,0 + 1,21560 + 0,84625) = 2,12811 * v_2^2$$

Einsetzen in die Bernoulli-Gleichung liefert:

$$v_{2-2} = \sqrt{\frac{1}{2,17908} * (10,1937 + 8,80 - 10,1937 - 6,60)} = 1,0047 \frac{m}{s}$$

Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird der Iterationsvorgang zur Berechnung von  $v_{2-3}$  nochmals durchgeführt:

$$Re = v_{2-2} * \frac{d_{hyd}}{\nu} = \frac{v_{2-2} * 4 * r_{hyd}}{\nu} = \frac{1,0047 \frac{m}{s} * 4 * 0,00375m}{1,01 * 10^{-6}} = 14921,3$$

$$\text{mit: } r_{hyd} = \frac{A}{U} = d^2 * \frac{\pi}{4} * \frac{1}{d * \pi} = \frac{d}{4} = \frac{0,015m}{4} = 0,00375mm$$

$$\frac{k}{d} = \frac{0,012mm}{15mm} = 8,0 * 10^{-4} \quad \dots \text{relative Rauigkeit}$$

Somit ergibt sich  $\lambda$  aus Abbildung 43 mit:

$$\lambda = 0,0302$$

Es folgt die Berechnung von  $\Delta h_{v,R}$  und  $\Delta h_v$ :

$$\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{1}{d} * \frac{v_2^2}{2 * g} = 0,0302 * \frac{8500mm}{15mm} * \frac{v_2^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,87224 * v_2^2$$

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,i} * v_2^2 = v_2^2 * (0,06626 + 0,0 + 1,21560 + 0,87224) = 2,15410 * v_2^2$$

Einsetzen in die Bernoulli-Gleichung liefert:

$$v_2 = \sqrt{\frac{1}{2,20507} * (10,1937 + 8,80 - 10,1937 - 6,60)} = 0,9988 \frac{m}{s}$$

Berechnung des Volumenstroms:

$$\dot{V}_2 = v_{2-3} * A_R = 0,9988 \frac{m}{s} * \frac{0,015^2 * \pi}{4} = 1,76502 * 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

#### 5.4.3.4.2 Höhenlage H<sub>3</sub>

Bei für den Radverkehr geschlossenem Brückentragwerk befinden sich die Hubwassertanks am Fußpunkt des Pylons. In dieser Lage herrscht in der Rohrleitung die größte Druckhöhe und die für die Berechnung von  $v_3$  erforderlichen Parameter ergeben sich analog zu Kap.5.4.3.4.1 wie folgt:

##### Einlaufverluste:

$$\Delta h_{v,E} = \zeta * \frac{v^2}{2 * g} = 1,3 * \frac{v_3^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,06626 * v_3^2$$

mit:  $\zeta = 1,3$  ...für Einlauf in herausragendes, dünnwandiges Rohr<sup>15</sup>

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2} \quad \dots \text{Erdbeschleunigung}$$

##### Verluste durch Einbauten: Magnetventil

$$\Delta h_{v,M} = (\zeta_S + \zeta_{S'}) * \frac{v^2}{2 * g} = (18,17 + 5,68) * \frac{v_3^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 1,21560 * v_3^2$$

mit:  $\zeta_M = 18,17$  ...lt. Datenblatt ODE Magnetventil G1/2" NC zwangsgesteuert HT4

$\zeta_S = 5,68$  ...Schlauchanschluss: 2 Stück (Annahme: wirkt wie Kreisblende)<sup>15</sup>

##### Ausströmverluste:

$$\Delta h_{v,A} = \zeta * \frac{v^2}{2 * g} = 1,0 * \frac{v_3^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,05097 * v_3^2$$

mit:  $\zeta \approx 1,0$  ...für  $A_2 \gg A_1$ : Austritt unter Wasser (Hubwassertank gefüllt)<sup>15</sup>

##### Rohrreibungsverluste:

$$\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{l}{d} * \frac{v^2}{2 * g} = 0,0186 * \frac{8500mm}{15mm} * \frac{v_3^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,53721 * v_3^2$$

mit:  $l = 8500m$  ...Länge der Rohrleitung

$l = 15,0mm$  ...Öffnungsweite Schlauchleitung 1/2"

In erster Näherung wird der Widerstandsbeiwert  $\lambda$  wieder für die *Reynoldszahl*  $Re \rightarrow \infty$  bestimmt.

$$\frac{k}{d} = \frac{0,012mm}{15mm} = 8,0 * 10^{-4} \quad \dots \text{relative Rauigkeit}$$

mit:  $k = 0,012mm$   $\dots$  absolute Rauigkeit für PE-Leitungen<sup>14</sup>

$d = 15,0mm$   $\dots$  Öffnungsweite Schlauchleitung ½"

Aus Abbildung 43 ergibt sich  $\lambda$  somit zu:

$$\lambda = 0,0186$$

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,i} * v_3^2 = v_3^2 * (0,06626 + 0,05097 + 1,21560 + 0,53721) = 1,87004 * v_3^2$$

Als Nullniveau des Potentials wird die Fundamentoberkante mit nach oben positiver z-Achse definiert.

$$z_1 = 0,040m + 8,26m + 0,10m + 0,40m = 8,80m$$

$$z_3 = z_2 - (0,25m + 4,50m) = 6,60m - 4,75m = 1,85m$$

$$p_1 = 100,0kPa + 0,0kPa = 100,0kPa$$

$$p_3 = 100,0kPa + 15,8kPa = 115,8kPa \quad \dots \text{Füllhöhe } h_F = 1,58m$$

$$\rho = 1,0 \frac{t}{m^3}$$

Als erste Abschätzung ergibt sich durch Einsetzen obiger Werte aus der Bernoulli-Gleichung die Ausströmgeschwindigkeit  $v_3$  zu: (1. Iterationsschritt)

$$\frac{100,0kPa}{9,81 \frac{m}{s^2} * 1,0 \frac{t}{m^3}} + 8,85m = \frac{v_{3-1}^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} + \frac{115,8kPa}{9,81 \frac{m}{s^2} * 1,0 \frac{t}{m^3}} + 1,85m + 1,87004 * v_{3-1}^2$$

$$v_{3-1} = \sqrt{\frac{1}{1,92101} * (10,1937 + 8,80 - 11,8043 - 1,85)} = 1,6671 \frac{m}{s}$$

Auf Basis von  $v_{3-1}$  wird  $\lambda$  entsprechend der sich daraus ergebenden *Reynoldszahl*  $Re$  korrigiert: (2. Iterationsschritt)

$$Re = v_{3-1} * \frac{d_{hyd}}{\nu} = \frac{v_{3-1} * 4 * r_{hyd}}{\nu} = \frac{1,6671 \frac{m}{s^2} * 4 * 0,00375m}{1,01 * 10^{-6}} = 24760,4$$

$$\text{mit: } r_{hyd} = \frac{A}{U} = d^2 * \frac{\pi}{4} * \frac{1}{d * \pi} = \frac{d}{4} = \frac{0,015m}{4} = 0,00375mm$$

$$\frac{k}{d} = \frac{0,012mm}{15mm} = 8,0 * 10^{-4} \quad \dots \text{relative Rauigkeit}$$

Somit ergibt sich  $\lambda$  aus Abbildung 43 mit dem Wert:

$$\lambda = 0,0269$$

Es folgt die Berechnung von  $\Delta h_{v,R}$  und  $\Delta h_v$ :

$$\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{1}{d} * \frac{v_3^2}{2 * g} = 0,0269 * \frac{8500mm}{15mm} * \frac{v_3^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,77693 * v_3^2$$

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,i} * v_3^2 = v_3^2 * (0,06626 + 0,05097 + 1,21560 + 0,77693) = 2,10976 * v_3^2$$

Einsetzen in die Bernoulli-Gleichung liefert:

$$v_{3-2} = \sqrt{\frac{1}{2,16073} * (10,1937 + 8,80 - 11,8043 - 1,85)} = 1,5719 \frac{m}{s}$$

Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird obiger Iterationsschritt zur Berechnung von  $v_{3-3}$  nochmals durchgeführt:

$$Re = v_{3-2} * \frac{d_{hyd}}{\nu} = \frac{v_{3-2} * 4 * r_{hyd}}{\nu} = \frac{1,5719 \frac{m}{s^2} * 4 * 0,00375m}{1,01 * 10^{-6}} = 23345,0$$

$$\text{mit: } r_{hyd} = \frac{A}{U} = d^2 * \frac{\pi}{4} * \frac{1}{d * \pi} = \frac{d}{4} = \frac{0,015m}{4} = 0,00375mm$$

$$\frac{k}{d} = \frac{0,012mm}{15mm} = 8,0 * 10^{-4} \quad \dots \text{relative Rauigkeit}$$

Somit ergibt sich  $\lambda$  aus Abbildung 43 zu:

$$\lambda = 0,0272$$

Es folgt die Berechnung von  $\Delta h_{v,R}$  und  $\Delta h_v$ :

$$\Delta h_{v,R} = \lambda * \frac{1}{d} * \frac{v_3^2}{2 * g} = 0,0272 * \frac{8500mm}{15mm} * \frac{v_3^2}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,78560 * v_3^2$$

$$\Delta h_v = \sum \Delta h_{v,i} * v_3^2 = v_3^2 * (0,06626 + 0,05097 + 1,21560 + 0,78560) = 2,11842 * v_3^2$$

Einsetzen in die Bernoulli-Gleichung liefert:

$$v_{3-3} = \sqrt{\frac{1}{2,16940} * (10,1937 + 8,80 - 11,8043 - 1,85)} = 1,5688 \frac{m}{s}$$

Berechnung des Volumenstroms:

$$\dot{V}_3 = v_{3-3} * A_R = 1,5688 \frac{m}{s} * \frac{0,015^2 * \pi}{4} = 2,77229 * 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

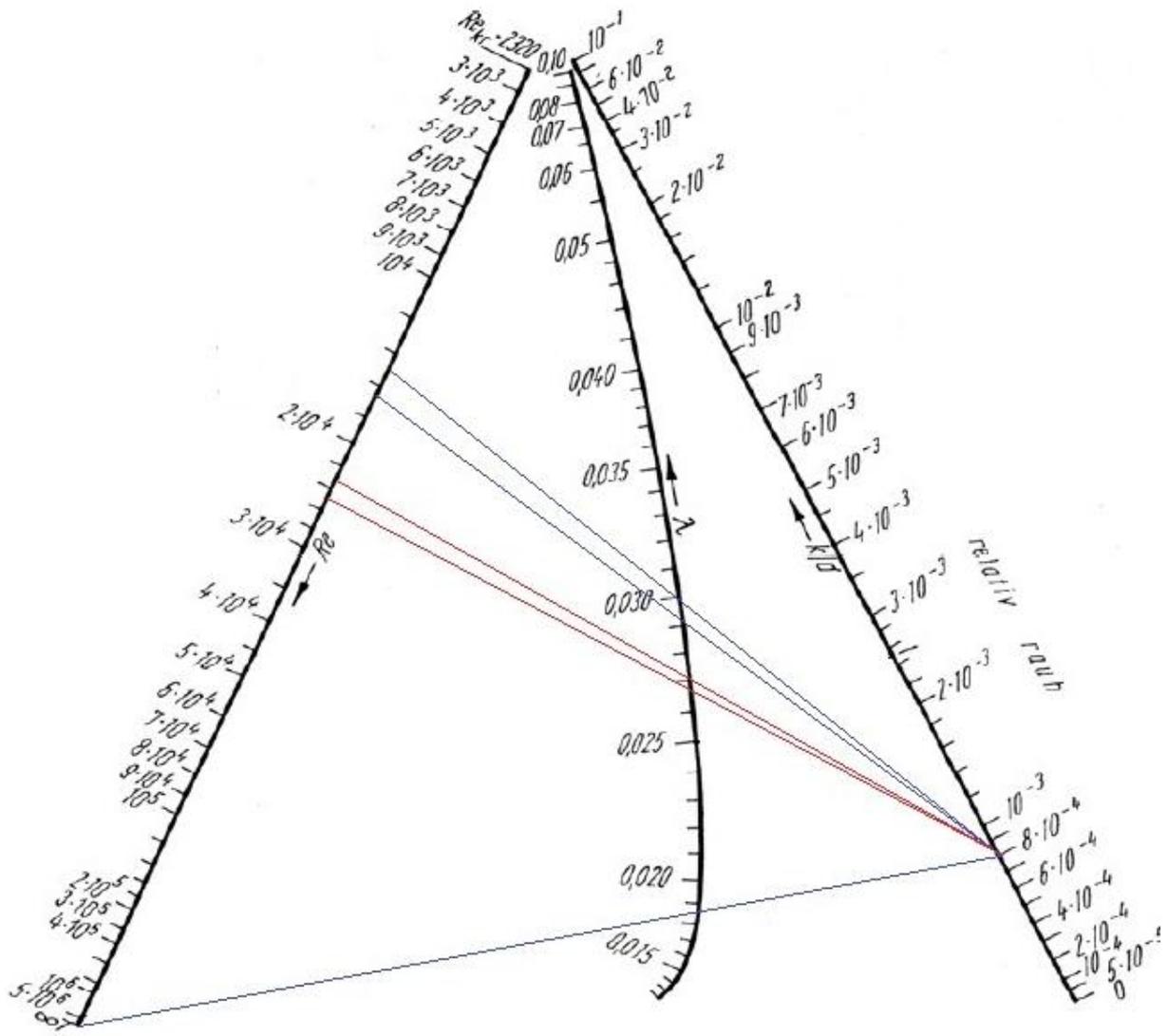


Abbildung 43: Nomogramm von Mock<sup>15</sup>

## 5.5 Auswertung der dynamischen Hubkurve

### 5.5.1 Heben des Tragwerks

Mit der Software Mathematica erhält man nach numerischer Lösung der DGL eine Funktion für den zwischen der Vertikalen und den Druckstreben eingeschlossenen Winkel  $\alpha(t)$ . Nach Ableitung der Beziehung für  $\alpha(t)$  nach der Zeit  $t$  werden in weiterer Folge die Ergebnisse für die Winkelgeschwindigkeit  $\alpha'(t)$  und die Winkelbeschleunigung  $\alpha''(t)$  ausgewertet. Die aus diesen Berechnungen erhaltenen Zahlenwerte sind in Tabelle 10 aufgelistet.

Die angegebenen Werte für den Zeitschritt  $t[s]$  und die Hubhöhe  $h'[m]$  wurden aus folgenden Zusammenhängen berechnet:

$$\text{Zeitschritt } t[s]: t[s] = \frac{t_F}{1,5} * t[-]$$

mit:  $t_F = 241,5s$  ...in Kap.5.4.3.4 ermittelte Behälterfüllzeit

$$\text{Hubhöhe } h'[m]: h' = s(t) - h_0 = l_4 * \cos(\alpha(t)) + \sqrt{l_{22}^2 - l_4^2 * \sin(\alpha(t))^2} - h_0$$

mit:  $h_0 = 1,184m$  ...Höhe vom Fußpunkt zum Gelenk in Detail C bei  $t = 0$

Die Beziehung für  $h'$  ergibt sich aus der in Kap.5.4.1.5 und Kap.5.4.2.5 hergeleiteten Gleichung für  $s(t)$ .

Die Details zur Berechnung der Ableitungen  $\alpha'(t)$  und  $\alpha''(t)$  sind in Anhang C beigelegt.

Zeitschritt t [-]	Zeitschritt t [s]	$\alpha(t)$ [rad]	$\alpha(t)$ [°]	L(t) [kN]	Hubhöhe h' [m]	$L_v(t)$ [kN]	$\alpha'(t)$ [rad/s]	$\alpha''(t)$ [rad/s <sup>2</sup> ]
0,00	0	1,175	67,34	0,808	0,000	0,000	0,000	-4,489
0,10	15	1,165	66,76	0,862	0,294	0,054	-0,159	-0,827
0,20	30	1,146	65,64	0,919	0,539	0,111	-0,230	-0,641
0,30	45	1,119	64,14	0,977	0,786	0,169	-0,291	-0,600
0,40	60	1,087	62,30	1,037	1,045	0,229	-0,352	-0,614
0,50	75	1,049	60,11	1,099	1,321	0,291	-0,415	-0,668
0,60	89	1,004	57,53	1,162	1,616	0,355	-0,486	-0,756
0,70	104	0,951	54,52	1,228	1,936	0,420	-0,567	-0,864
0,80	119	0,890	51,01	1,296	2,280	0,488	-0,659	-0,970
0,90	134	0,819	46,95	1,365	2,647	0,557	-0,760	-1,052
1,00	149	0,738	42,28	1,436	3,032	0,629	-0,868	-1,092
1,10	164	0,646	37,00	1,510	3,422	0,702	-0,977	-1,086
1,20	179	0,543	31,09	1,585	3,800	0,777	-1,083	-1,030
1,30	194	0,429	24,60	1,661	4,143	0,854	-1,182	-0,928
1,40	209	0,307	17,58	1,740	4,427	0,932	-1,268	-0,781
1,50	224	0,176	10,11	1,821	4,628	1,013	-1,336	-0,587
1,60	239	0,040	2,30	1,903	4,722	1,096	-1,383	-0,345
1,62	242	0,000	0,00	1,903	4,727	1,096		

Tabelle 10: Auswertung der Lagrange'schen Bewegungsgleichung

Die grafische Darstellung des Hubkraftverlaufs in Abbildung 44 zeigt für den beginnenden Hubvorgang eine Kurve mit relativ steil ansteigender Tangente, welche mit fortschreitender Hebung immer flacher wird. Das Tragwerk führt somit eine anfangs langsame und sich während des Klappvorgangs beschleunigende Bewegung aus. Dieses Verhalten wird durch das gleichsam steigende Potentialgefälle und der damit verbundenen Erhöhung des Volumenstroms (siehe Abbildung 42) in die Hubwassertanks zusätzlich verstärkt. Die Bewegung des Tragwerks würde bei Erreichen der maximalen Hubhöhe durch den Kontakt der Druckstreben mit den Fahrbahnträgern abrupt gestoppt werden.

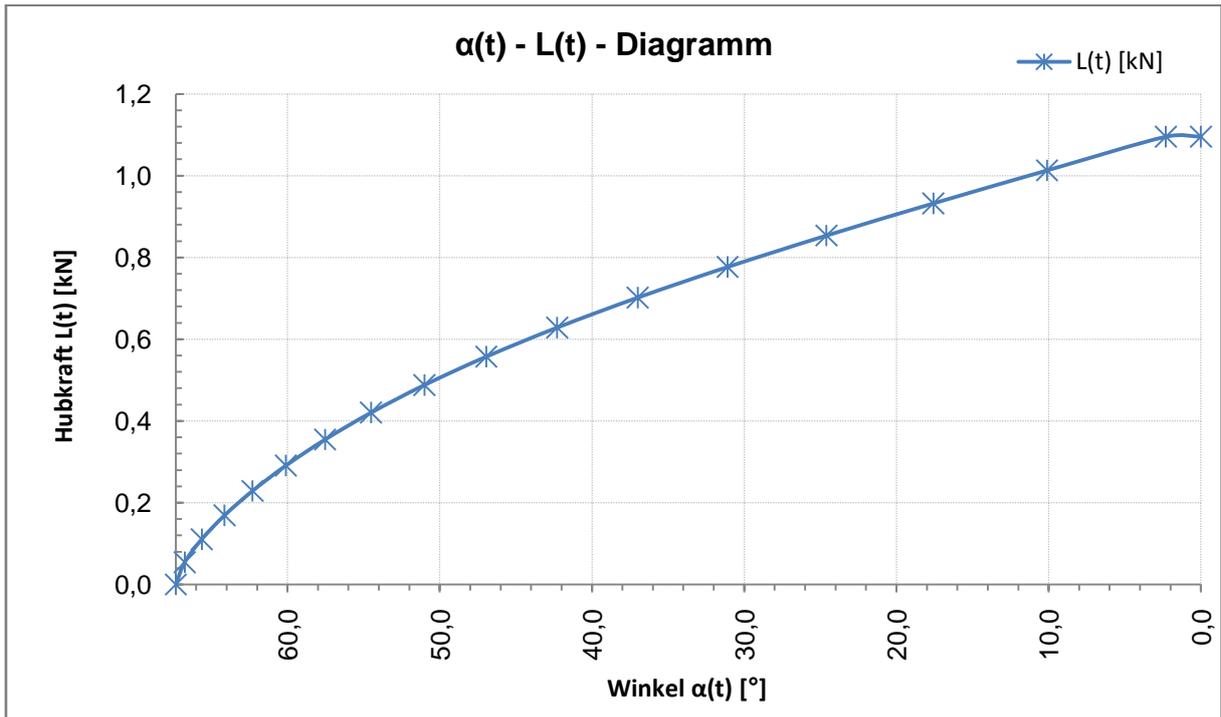


Abbildung 44: Hubkraft  $L(t)$  abhängig vom Winkel  $\alpha(t)$

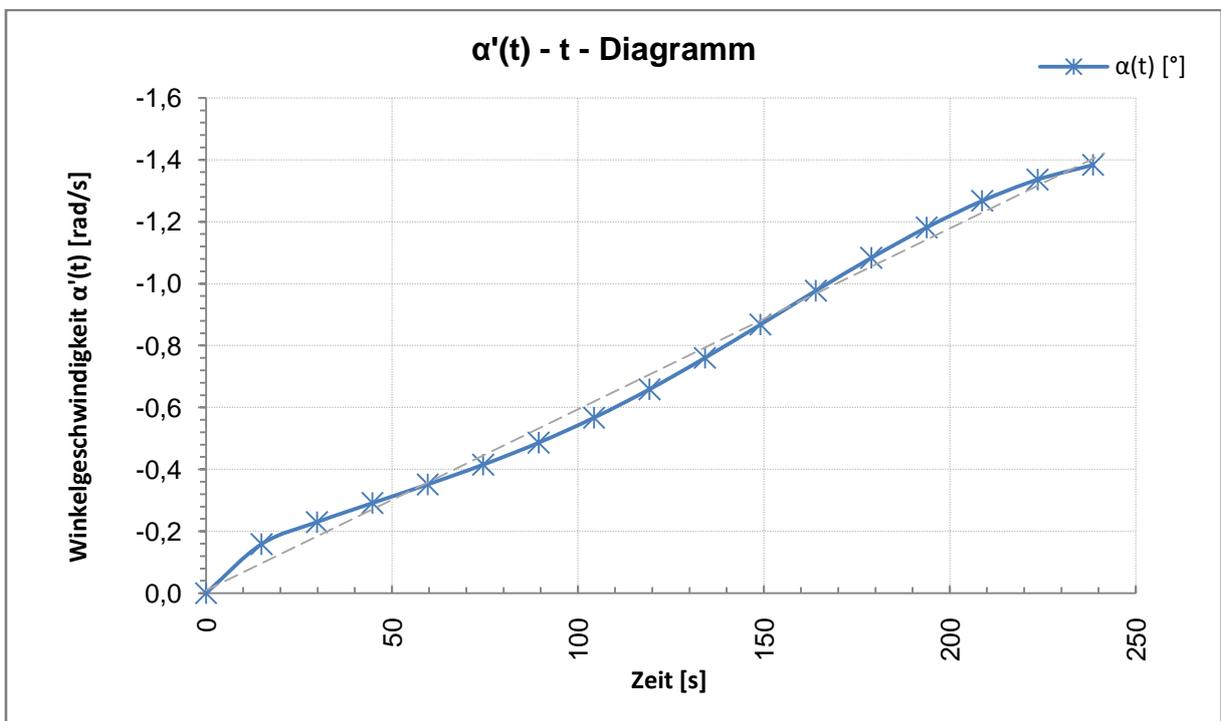


Abbildung 45: Winkelgeschwindigkeit  $\alpha'(t)$

Die Winkelgeschwindigkeit steigert sich annähernd linear über die Dauer des

gesamten Hubvorgangs. Ihrem Verlauf zufolge würde der Klappvorgang bei einer Geschwindigkeit von  $\dot{\alpha} \approx 1,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  durch den Kontakt von Druckstreben und Fahr-  
bahnträger plötzlich beendet werden.

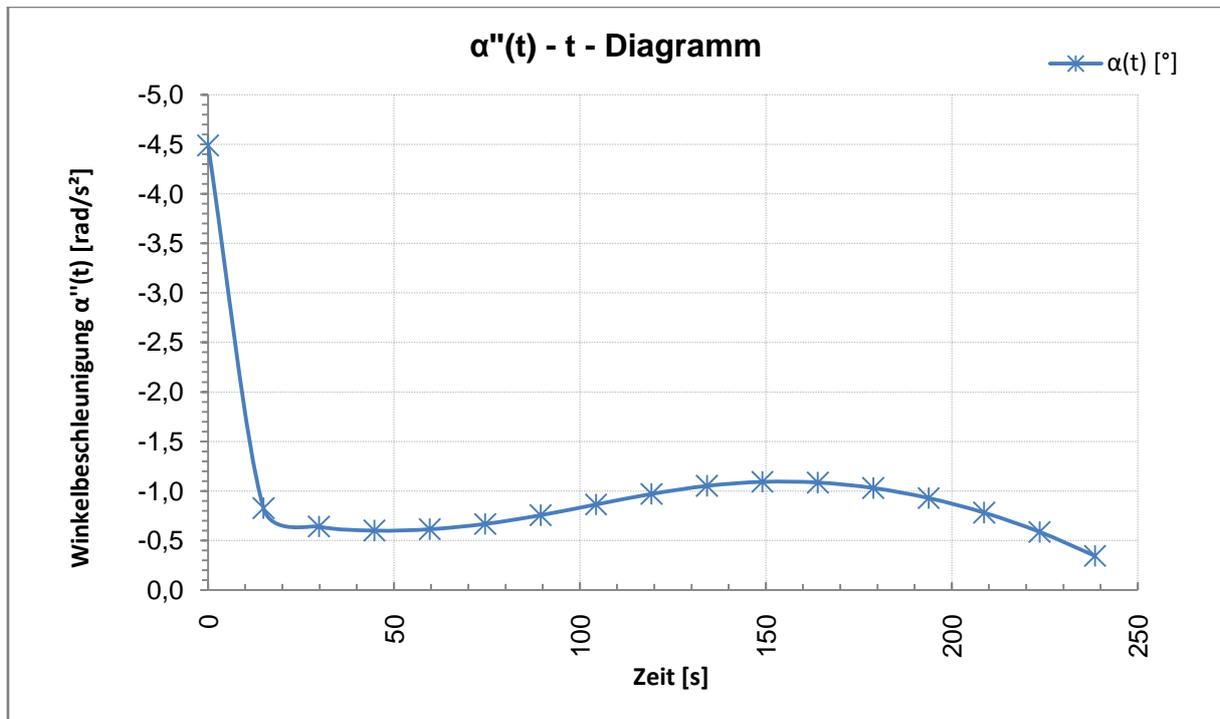


Abbildung 46: Winkelbeschleunigung  $\alpha''(t)$

Aus der in Abbildung 46 dargestellten Verlauf der Winkelbeschleunigung geht hervor, dass das Tragwerk, dessen Masse sich vor dem Klappvorgang in Ruhelage befindet, beim ersten Anheben die größte dynamische Beanspruchung erfährt. Danach kommt es bis zum Zeitpunkt  $t \approx 150\text{s}$  zu einem geringfügigen, jedoch nicht mehr maßgebenden Anstieg.

## 6 FAZIT

### 6.1 Gegenüberstellung der Ergebnisse

Im Folgenden werden die gemessene, die statisch und die dynamisch ermittelte Hubkurve in Abhängigkeit vom Klappwinkel  $\alpha(t)$  und zur besseren Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der Diplomarbeit<sup>2</sup> von David Wimmer (siehe Kurve:  $\alpha(t)$  – statisch DA [°]) abhängig von der Hubhöhe  $h'$  gegenübergestellt. In Tabelle 11 sind die in den vorangegangenen Kapiteln ermittelten Zahlenwerte für die Hubkraft  $L(t)$  und den Winkel  $\alpha(t)$  nochmals aufgelistet.

gemessene Werte		statisch ermittelte Werte		dynamisch ermittelte Werte	
Winkel $\alpha$ [°]	Hubkraft $L(t)$ [kN]	Winkel $\alpha$ [°]	Hubkraft $L(t)$ [kN]	Winkel $\alpha$ [°]	Hubkraft $L(t)$ [kN]
67,350	0,808	67,350	0,530	67,340	0,808
67,350	0,915	62,350	1,210	66,760	0,862
67,220	1,023	57,350	1,440	65,640	0,919
67,060	1,130	47,350	1,570	64,140	0,977
66,670	1,238	37,350	1,610	62,300	1,037
65,540	1,345	27,350	1,600	60,110	1,099
63,810	1,453	22,350	1,580	57,530	1,162
62,200	1,560	17,350	1,550	54,520	1,228
60,000	1,668	12,350	1,480	51,010	1,296
55,500	1,775	7,350	1,310	46,950	1,365
42,800	1,883	4,850	1,070	42,280	1,436
5,000	1,904			37,000	1,510
				31,090	1,585
				24,600	1,661
				17,580	1,740
				10,110	1,821
				2,300	1,903
				0,000	1,903

Tabelle 11: Gegenüberstellung der Ergebnisse

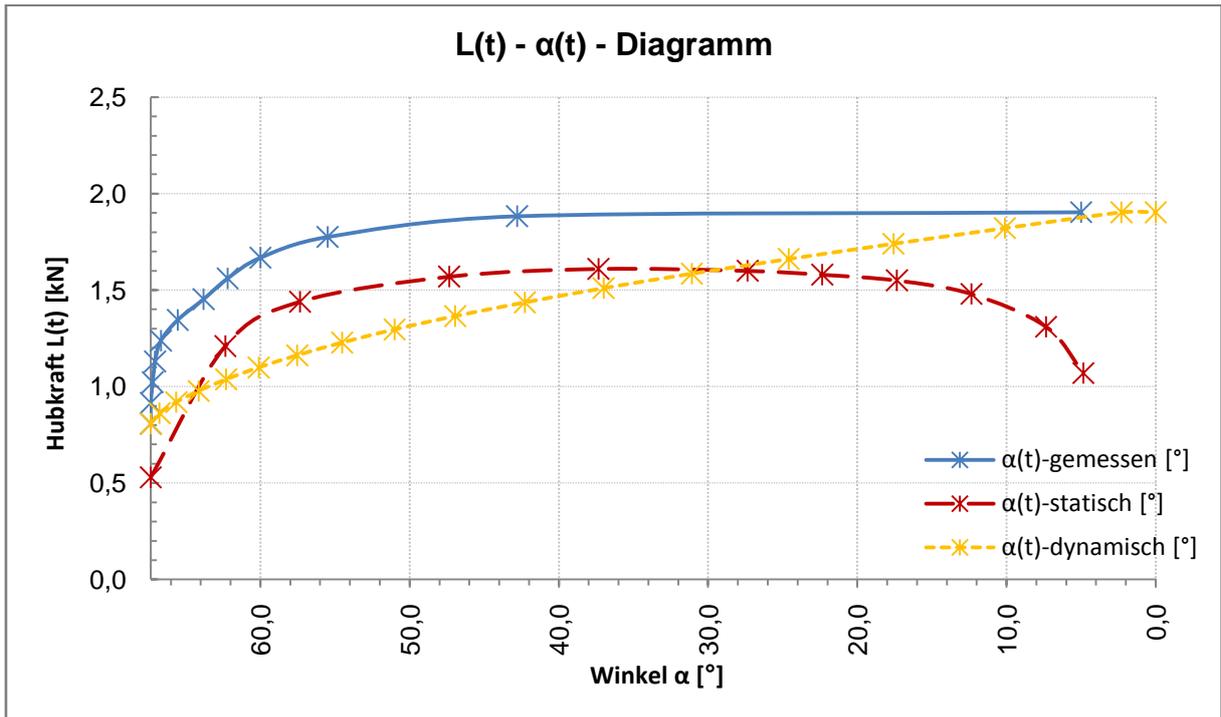


Abbildung 47: Gegenüberstellung der Ergebnisse mit  $\alpha(t)$

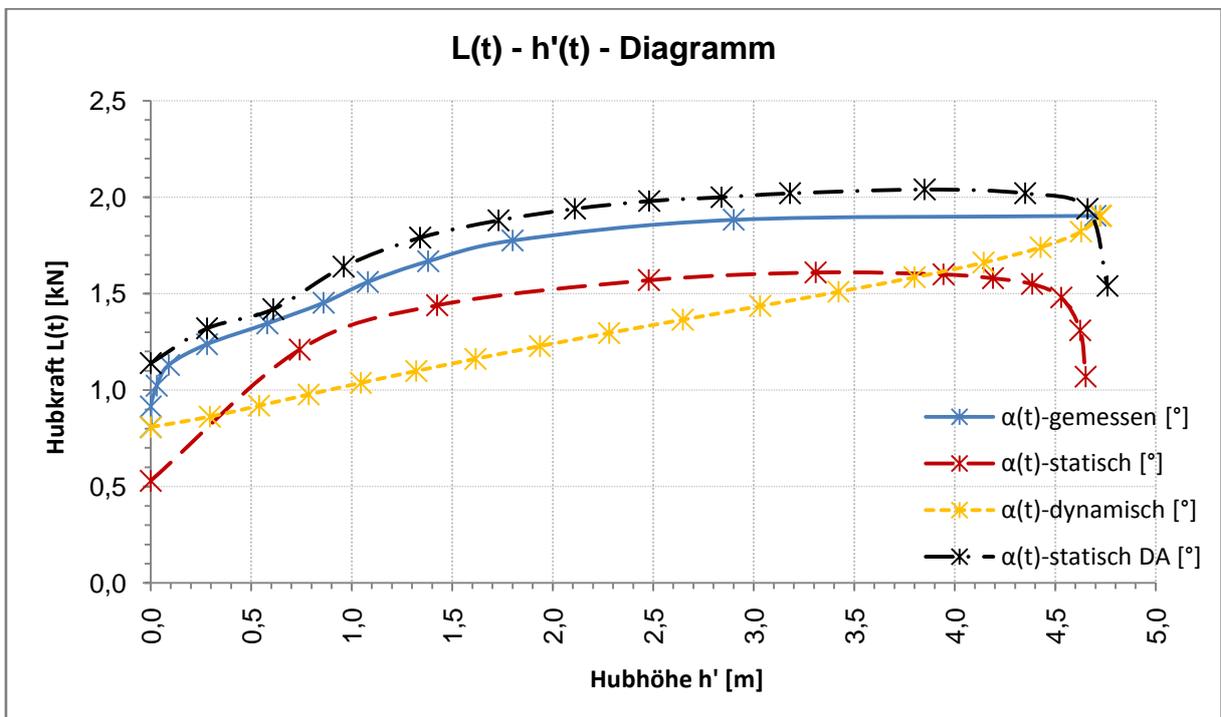


Abbildung 48: Gegenüberstellung der Ergebnisse mit  $h'(t)$

Aus Abbildung 47 und Abbildung 48 ist eine relativ große Abweichung zwischen der

dynamisch berechneten und der gemessenen bzw. der statisch ermittelten Hubkurve ersichtlich. Diese resultiert größtenteils aus den in Kap.5.1 aufgelisteten und im Laufe der Bemessung getroffenen Vereinfachungen. Aufgrund der stark zunehmenden Komplexität, die eine exakte geometrische Beschreibung des Systems mit sich bringt, und den sich dadurch um ein vielfaches erhöhenden, per Handrechnung kaum noch zu bewältigenden Berechnungsaufwand erscheint eine dynamische Bemessung des *Feldversuchs Klappbrücke Lobau* in dieser Form als nicht zielführend.

Die Werte der am realen Tragwerk gemessenen und in dieser Arbeit statisch ermittelten Hubkurven entsprechen sich in Verlauf und Größe relativ genau. Der überwiegende Teil der vorhandenen Abweichungen ist hierbei dem aus der Berechnung resultierenden geringeren Tragwerksgewicht und der vernachlässigten Reibung zuzuschreiben. Ähnliches gilt für den Vergleich der Ergebnisse mit jenen Werten aus der Diplomarbeit<sup>2</sup>. Die Abweichung des Verlaufs von gemessener und statisch ermittelter Hubkurve am Ende des Klappvorgangs geht aus der sich kontinuierlich erhöhenden Hubkraft zufolge der Füllung der Hubwassertanks hervor. Diese Steigerung wäre in der Endphase der Hebung lt. statischer Gleichgewichtsbeachtung in dieser Größenordnung nicht erforderlich und führt zu einer aus dem Energieüberschuss resultierenden Beschleunigung der Tragwerksbewegung. Aufgrund der großen Ähnlichkeit der Hubkurven in Größe und Verlauf erscheint eine rein statische Bemessung des Systems jedoch als ausreichend.

Weiters haben die durchgeführten Tests am *Feldversuch Klappbrücke Lobau* gezeigt, dass das Aufkommen dynamischer Kräfte beim Klappvorgang aufgrund der aus ihnen resultierenden hohen Belastungen für das Tragwerk, die Gelenke und die Dämpfer im Sinne einer nachhaltigen Bemessung weitestmöglich zu vermeiden ist.

## 6.2 Vorteile des Systems

Die klug gewählte, ausgewogene Konstruktion des *Feldversuchs Klappbrücke Lobau* macht den effizienten und nachhaltigen Betrieb einer nur mit Wasser angetriebenen Hubbrücke möglich. Zur Ausführung des gesamten Bewegungsablaufs ist ein

äußerst geringer Energieaufwand und eine Wassermenge von nur ~55l je Hubwassertank erforderlich.

Aus dem hinsichtlich Beanspruchung optimierten statischen System folgen geringe Querschnittsabmessungen und somit ein leichtes, transparentes Tragwerk. Der minimierte Materialeinsatz resultiert in einer ressourcenschonenden Konstruktion mit ansprechender Optik. Zudem führt die Brücke beim Klappvorgang eine für den Betrachter sehr außergewöhnliche Bewegung aus.

Die Versuchsauswertung zeigt, dass für die dauerhaft bewegliche Klappbrücke mit den untersuchten Optimierungsmaßnahmen ein reibungsloser und nachhaltiger Betrieb gewährleistet werden kann. Die Auswirkungen dynamischer Kräfte auf das Tragwerk sind mit der zur Ausführung gebrachten Konstruktion auf ein Minimum reduzierbar. So wird eine unnötig hohe Beanspruchung der Querschnitte vermieden und der Verschleiß der Gelenke, Dämpfer und sonstiger Einbauteile stark vermindert.

Die Brücke hebt und senkt sich beim Klappvorgang kontinuierlich und mit ausreichender Geschwindigkeit. Der Weg der Lastableitung ist logisch und für den Betrachter klar erkennbar. Aus diesen Gründen erscheint die Brücke für den Nutzer als sicher und zuverlässig.

### **6.3 Anwendung auf die Klappbrücke Lobau**

Die besondere Lage der geplanten Radwegüberführung in einem Naturschutz- und Erholungsgebiet entspricht dem idealen Einsatzort für die Errichtung einer dauerhaft beweglichen Brücke mit dem Brückenklappverfahren. Die leichte, transparente Konstruktion, die sich gut in die Umgebung integrieren lässt, und die beim Klappvorgang ausgeführte, außergewöhnliche Bewegung wirken sehr ansprechend auf den Betrachter.

Durch die für den Betrieb erforderliche, sehr geringe Wassermenge der Hubwassertanks ist eine Pumpe mit geringem Fördervolumen ausreichend. Die Deckung des Strombedarfs ist beispielsweise durch eine am Pylon angebrachte Photovoltaik-Anlage möglich. Das zum Betrieb erforderliche Wasser kann direkt aus der angren-

zenden Donau entnommen werden.

Das Aufkommen dynamischer Kräfte ist, wie aus den Ergebnissen des *Feldversuchs Klappbrücke Lobau* bekannt, möglichst zu vermeiden. Die am Modell hierzu untersuchten und ausgeführten Optimierungsmaßnahmen sind äquivalent auf das Tragwerk der *Klappbrücke Lobau* anwendbar. Zudem ist die für den Klappvorgang erforderliche Zeit und somit dessen Geschwindigkeit über entsprechende Dimensionierung der Füll- und Entleerungsquerschnitte der Hubwassertanks regelbar.

Aufgrund der maßstäblichen Versuchsnachbildung der *Klappbrücke Lobau* behalten die in Kap.6.2 angeführten Vorteile i.A. auch für das reale Tragwerk ihre Gültigkeit. Somit genügt die *Klappbrücke Lobau* den heute sehr hohen Ansprüchen an eine wirtschaftliche, nachhaltige und dauerhafte Konstruktion.

## LITERATURVERZEICHNIS

1. Kollegger J., Blail S.: Feldversuche mit dem Brückenklappverfahren, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 2: ISSN 0005-9900, 2009.
2. Wimmer D.: Klappbrücke Lobau - Planung und Modellversuch, Diplomarbeit, E212 Institut für Tragkonstruktionen - Betonbau, TU Wien, 2010.
3. Ziegler F.: Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper, 3. Auflage, ISBN: 3-211-83193-2, 1998.
4. Kollegger J., Blail S.: Balanced Lift Method for Bridge Constructions, Structural Engineering International, IABSE, 3/2008.
5. Gruber T.: Hub- und Klappbrücken, Bachelorarbeit, E212 Institut für Tragkonstruktionen - Betonbau, TU Wien, 2010.
6. Structurae: Internationale Datenbank für Brückenbau, Ingenieurbau, Tunnelbau und Hochbau, Drehbrücke El Ferdan, 18.05.2011, <http://de.structurae.de/structures/data/index.cfm?ID=s0002510>
7. Wikipedia: El Ferdan Brücke, 18.05.2011, <http://de.wikipedia.org/wiki/El-Ferdan-Br%C3%BCcke>
8. Kollegger J., Gmainer S., Wimmer D.: Maintaining Balance, Bridge – Design and Engineering, 4. Ausgabe 2010: Issue No. 61.
9. Structurae: Internationale Datenbank für Brückenbau, Ingenieurbau, Tunnelbau und Hochbau, La Porta d'Europa, 18.05.2011, <http://de.structurae.de/structures/data/index.cfm?id=s0000684>
10. Structurae: Internationale Datenbank für Brückenbau, Ingenieurbau, Tunnelbau und Hochbau, Kattwykbrücke, 18.05.2011, <http://de.structurae.de/structures/data/index.cfm?id=s0008761>
11. Hawranek A.: Bewegliche Brücken – Berechnung und Konstruktion. Springer - Verlag Berlin, 1936.
12. Buchner C.: Skriptum Mechanik 2, E206 Institut für Hochbau und Technologie - Baumechanik und Baudynamik, TU Wien, 2010/11.
13. Gieck K., Gieck R.: Technische Formelsammlung, 30. deutsche Auflage, ISBN: 3-920379-21-7, 1995.
14. Schneider K. J.: Bautabellen für Ingenieure, 17. Auflage, ISBN-10: 3-8041-5228-7, 2006.
15. Tschernutter P.: Skriptum Technische Hydraulik, E222 Institut für Wasserbau und Ingenieurhydrologie - Wasserbau, TU Wien, 2007/08.
16. Blail, S.: Machbarkeitsstudie für das Brückenklappverfahren, Diplomarbeit, E212 Institut für Tragkonstruktionen - Betonbau, TU Wien, 2007.

17. Ponton's Brücken: Kattwykbrücke, 18.05.2011,  
<http://ndtponton.wordpress.com/category/2-brucken-nach-material/stahlbrücke/page/10>
18. Archiv, E212 Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau, TU Wien

## ABKÜRZUNGS- UND EINHEITENVERZEICHNIS

ASFINAG	Autobahnen- und Schnellstraßen Finanzierungs-AG
b	Breite
Bl	Blech
BT	Bauteil
bzw.	beziehungsweise
ca.	cirka
cm	Zentimeter
DGL	Differentialgleichung
Dipl.-Ing.	Diplomingenieur
Dr.Tech.	Doktor der Technik
FFG	Österreichische Forschungsförderungsgesellschaft
HIT	Hilfswassertank(s)
HUT	Hubwassertank(s)
i.A.	im Allgemeinen
inkl.	inklusive
Kap.	Kapitel
kg	Kilogramm
l	Liter
lt.	laut
m	Meter
M.Eng.	Master of Engineering
ÖBB	Österreichische Bundesbahn
o.Univ.Prof.	ordentlicher Universitätsprofessor

t	Dicke
TU	Technische Universität
u.a.	unter anderem
z.B.	zum Beispiel

## ANHANG

### Anhang A – Schwerpunktberechnung

Alle Zahlenwerte und Bemaßungen sind falls nicht anders angemerkt in Zentimetern [cm] angegeben.

Die Masse sämtlicher Bauteile wird mit einer spezifischen Stahldichte von  $\rho_{St} = 7850 \text{ kg/m}^3$  berechnet.

#### A 1. Bauteil 1

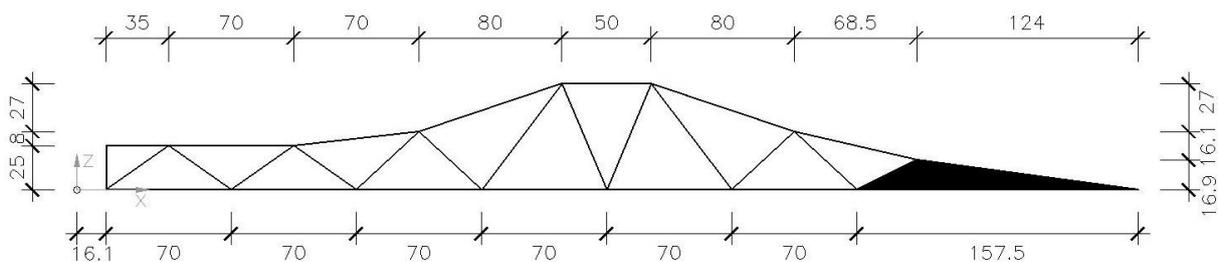


Abbildung 49: Systemskizze Bauteil 1

Untergurt: BI 50/10mm

Fahrbahnträger: QRO 40x2,6mm ...mit:  $g_{FT} = 0,0305 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

Obergurt: BI 40/10mm

Diagonalen: BI 40/10mm

Fahrbahn: Schalttafel (lt. Doka) ...mit:  $m_{FB} = 0,00125 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$b_{FB} = 48,0 \text{ cm}$$

$$t_{FB} = 2,7 \text{ cm}$$

Dichte Baustahl:  $\rho_{St} = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,00785 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$

Die Berechnung des Bauteilschwerpunkts erfolgt mit den folgenden Formeln:

$$x_{S,i} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} \quad ; \quad z_{S,i} = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i}$$

$$m_i = V_i \cdot \rho_{St}$$

### A 1.1. x-Richtung

Der Koordinatenursprung wird in die Mitte des Verbindungsgelenks von Bauteil 1 und Bauteil 2 (Detail C) gelegt.

#### Obergurt:

$$2 \cdot \sum m_i = 2 \cdot \rho_{St} \cdot b \cdot t \cdot \sum l_i = 2 \cdot 0,00785 \frac{kg}{cm^2} \cdot 1,0 \cdot 4,0 \cdot 467,123 = \mathbf{29,3353 \text{ kg}}$$

$$\sum l_i = 2,0 + 35,0 + 70,0 + \sqrt{8,0^2 + 70,0^2} + \sqrt{27,0^2 + 80,0^2} + 50,0 + \sqrt{27,0^2 + 80,0^2} + \sqrt{17,9^2 + 68,5^2} = 467,123 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot \sum m_i \cdot x_i &= 2 \cdot 0,00785 \frac{kg}{m^3} \cdot 1,0 \cdot 4,0 \cdot \left[ (2,0 + 35,0 + 70,0) \cdot \left( 16,1 + \frac{2,0+35,0+70,0}{2} \right) + \right. \\ &\sqrt{8,0^2 + 70,0^2} \cdot \left( 16,1 + 2,0 + 35,0 + 70,0 + \frac{70,0}{2} \right) + \sqrt{27,0^2 + 80,0^2} \cdot \left( 16,1 + 2,0 + \right. \\ &35,0 + 2 \cdot 70,0 + \frac{80,0}{2} \left. \right) + 50,0 \cdot \left( 16,1 + 2,0 + 35,0 + 2 \cdot 70,0 + 80,0 + \frac{50,0}{2} \right) + \\ &\sqrt{27,0^2 + 80,0^2} \cdot \left( 16,1 + 2,0 + 35,0 + 2 \cdot 70,0 + 80,0 + 50,0 + \frac{80,0}{2} \right) + \sqrt{17,9^2 + 68,0^2} \cdot \\ &\left. \left( 16,1 + 2,0 + 35,0 + 2 \cdot 70,0 + 2 \cdot 80,0 + 50,0 + \frac{68,5}{2} \right) \right] = \mathbf{7209,02 \text{ kg} \cdot \text{cm}} \end{aligned}$$

#### Untergurt:

$$2 \cdot \sum m_i = 2 \cdot \rho_{St} \cdot \sum V_i = 2 \cdot 0,00785 \frac{kg}{cm^2} \cdot 4218,185 = \mathbf{66,2255 \text{ kg}}$$

Berechnung von  $\sum V_i$ :

$$V_1 = \left(7,0^2 * \frac{\pi}{4} + 14,1 * 6,0\right) * 2,0 = 207,685 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = (4,0 + 6 * 70,0 + 33,5) * 5,0 * 1,0 = 2287,500 \text{ cm}^3$$

mit:  $l_{D1} = 76,1 + 75,9 + 5,5 - 124,0 = 33,5 \text{ cm}$

$$V_3 = 4,5 * 124,0 * 1,0 = 558,000 \text{ cm}^3$$

$$V_4 = (14,9 - 0,5) * \frac{33,5}{2} * 1,0 = 241,200 \text{ cm}^3$$

$$V_5 = 14,9 * \frac{124,0}{2} * 1,0 = 923,800 \text{ cm}^3$$

$$\sum V_i = 207,685 + 2287,500 + 558,000 + 241,200 + 923,800 = 4218,185 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} 2 * \sum m_i * x_i &= 2 * 0,00785 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} * [207,685 \text{ cm}^3 * \left(\frac{17,6}{2} - 3,5\right) + 2287,5 \text{ cm}^3 * \\ &\left(14,1 + \frac{4,0+6*70,0+33,5}{2}\right) + 558,0 \text{ cm}^3 * \left(14,1 + 4,0 + 6 * 70,0 + 2 * \frac{33,5}{3}\right) + 923,8 \text{ cm}^3 * \\ &\left(14,1 + 4,0 + 6 * 70,0 + 33,5 + \frac{124,0}{3}\right)] = \mathbf{22596,5900 \text{ kg} * \text{cm}} \end{aligned}$$

Diagonalen:

$$2 * \sum m_i = 2 * \rho_{St} * b * t * \sum l_i = 2 * 0,00785 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 4,0 * 1,0 * 597,072 = \mathbf{18,748 \text{ kg}}$$

Die Längen der Diagonalstäbe werden durch die Innenkanten des Ober- und Untergurts begrenzt. Hierfür werden von den Achsmaßen näherungsweise folgende Abstände abgezogen:

$$h_i = H_i - \Delta h \quad \dots \text{mit: } \Delta h = \frac{5,0}{2} + \frac{4,0}{2} = 4,5 \text{ cm}$$

$$l_i = L_i - \Delta l \quad \dots \text{mit: } \Delta l = 4,5 * \frac{1}{\tan(\alpha)} = 3,66 \text{ cm}$$

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = \sqrt{(35,0 - 3,66)^2 + 20,5^2} = 37,449\text{cm}$$

$$l_5 = l_6 = l_{11} = l_{12} = \sqrt{(35,0 - 3,66)^2 + (33,0 - 4,5)^2} = 42,361\text{cm}$$

$$l_7 = l_{10} = \sqrt{(60,0 - 4,5)^2 + (45,0 - 3,66)^2} = 69,204\text{cm}$$

$$l_8 = l_9 = \sqrt{(60,0 - 4,5)^2 + (25,0 - 3,66)^2} = 59,461\text{cm}$$

$$l_{13} = 20,500\text{cm}$$

$$\sum l_i = 4 * 37,449 + 4 * 42,361 + 2 * 69,204 + 2 * 59,461 + 20,500 =$$

$$\begin{aligned} 2 * \sum m_i * x_i &= 2 * 0,00785 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} * 4,0 * 1,0 * [37,449 * (14,1 + 4,0 + \frac{35,0}{2}) + 37,449 * \\ &(14,1 + 4,0 + 35,0 + \frac{35,0}{2}) + 37,449 * (14,1 + 4,0 + 2 * 35,0 + \frac{35,0}{2}) + 37,449 * \\ &(14,1 + 4,0 + 3 * 35,0 + \frac{35,0}{2}) + 42,361 * (14,1 + 4,0 + 4 * 35,0 + \frac{35,0}{2}) + 42,361 * \\ &(14,1 + 4,0 + 5 * 35,0 + \frac{35,0}{2}) + 69,204 * (14,1 + 4,0 + 6 * 35,0 + \frac{45,0}{2}) + 59,461 * \\ &(14,1 + 4,0 + 6 * 35,0 + 45,0 + \frac{50,0}{2}) + 59,461 * (14,1 + 4,0 + 6 * 35,0 + 45,0 + 3 * \\ &\frac{50,0}{4}) + 69,204 * (14,1 + 4,0 + 5 * 70,0 - \frac{45,0}{2}) + 42,361 * (14,1 + 4,0 + 5 * 70,0 + \\ &\frac{35,0}{2}) + 42,361 * (14,1 + 4,0 + 5 * 70,0 + 35,0 + \frac{35,0}{2}) + 20,5 * (14,1 + 2 * 2,0) = \\ &\mathbf{8841,5974 \text{ kg} * \text{cm}} \end{aligned}$$

### Fahrbahnträger:

$$\sum m_i = \sum l_i * m = 432,0 * 0,03505 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = \mathbf{13,1760 \text{ kg}}$$

$$l_{1-9} = 48,0\text{cm}$$

$$\begin{aligned} \sum m_i * x_i &= 0,0305 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} * 48,0 * [(14,1 + 2,0) + (14,1 + 2,0 + 70,0) + (14,1 + 2,0 + 2 * \\ &70,0) + (14,1 + 2,0 + 3 * 70,0) + (14,1 + 2,0 + 4 * 70,0) + (14,1 + 2,0 + 5 * 70,0) + \\ &(14,1 + 2,0 + 6 * 70,0) + (14,1 + 2,0 + 6 * 70,0 + 76,1) + (14,1 + 2,0 + 6 * 70,0 + \\ &76,1 + 75,9)] = \mathbf{3927,9120 \text{ kg} * \text{cm}} \end{aligned}$$

Fahrbahn:

$$\sum m_i = \rho_{FB} * b * t * l_1 = 0,00125 \frac{kg}{cm^2} * 48,0 * 599,1 = \mathbf{35,9460 kg}$$

$$l_1 = 17,6 + 581,5 = 599,1 cm$$

$$\sum m_i * x_i = 0,00125 \frac{kg}{cm^2} * 48,0 * 599,1 * \left( \frac{599,1}{2} - 3,5 \right) = \mathbf{10641,8130 kg * cm}$$

Gesamtschwerpunktkoordinate: x-Richtung

$$m_1 = \sum(\sum m_i) = 29,3353 + 66,2255 + 18,7481 + 13,1760 + 35,9460 = 163,431 kg$$

$$\sum(\sum m_i * x_i) = 7209,118 + 22596,59 + 8841,597 + 3927,912 + 10641,813 = 53217,031 kg * cm$$

$$x_{s,1} = \frac{\sum(\sum m_i * x_i)}{\sum(\sum m_i)} = \frac{53217,031 kg * cm}{163,431 kg} = \mathbf{325,6241 cm}$$

Schwerpunktkoordinate Tragkonstruktion: x-Richtung

$$x_{st,1} = \frac{\sum(\sum m_{i,st} * x_{i,st})}{\sum(\sum m_{i,st})} = \frac{53217,031 kg * cm - 10641,813 kg * cm}{163,431 kg - 35,9460 kg} = 333,963 cm$$

Schwerpunktkoordinate Fahrbahn: x-Richtung

$$x_{fb,1} = \frac{\sum(\sum m_{i,fb} * x_{i,fb})}{\sum(\sum m_{i,fb})} = \frac{10641,813 kg * cm}{35,9460 kg} = 296,05 cm$$

### A 1.2. z-Richtung

Die horizontale x-Achse wird in die Mitte des Verbindungsgelenks von Bauteil 1 und Bauteil 2 (Detail C) gelegt.

#### Obergurt:

$$2 * \sum m_i = 2 * \rho_{St} * b * t * \sum l_i = 2 * 0,00875 \frac{kg}{cm^3} * 4,0 * 1,0 * 467,123 = \mathbf{29,3353 kg}$$

$$\sum l_i = 467,123 cm \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 1 – OG – x-Richtung}$$

$$2 * \sum m_i * z_i = 2 * 0,00875 \frac{kg}{cm^3} * 4,0 * 1,0 * [(29,5 - 2,0 - 1,5) * (2,0 + 35,0 + 70,0) + (29,5 - 2,0 - 1,5 + \frac{8,0}{2}) * \sqrt{8,0^2 + 70,0^2} + 2 * (29,5 - 2,0 - 1,5 + 8,0 + \frac{27,0}{2}) * \sqrt{27,0^2 + 80,0^2} + (29,5 - 2,0 - 1,5 + 8,0 + 27,0) * 50,0 + (1,0 + 33,0 - \frac{17,9}{2}) * \sqrt{17,9^2 + 68,5^2}] = \mathbf{1114,0963 kg * cm}$$

#### Untergurt:

$$2 * \sum m_i = \mathbf{66,2255 kg} \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 1 – UG – x-Richtung}$$

Teilvolumina des Untergurts: Berechnung siehe Bauteil 1 – UG – x-Richtung

$$V_1 = 207,685 cm^3$$

$$V_2 = 2287,500 cm^3$$

$$V_3 = 558,000 cm^3$$

$$V_4 = 241,200 cm^3$$

$$V_5 = 923,800 cm^3$$

$$2 * \sum m_i * z_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{m^3} * [207,685 cm^3 * 0,7722 + 2287,500 cm^3 * 1,0 + 558,000 cm^3 * 0,75 + 241,200 cm^3 * 8,3 + 923,800 cm^3 * 7,8] = \mathbf{188,2980 kg * cm^3}$$

Diagonalen:

$$2 * \sum m_i = \mathbf{18,747 kg} \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 1 – DIAG – x-Richtung}$$

Die Längen der Diagonalstäbe werden aus der Berechnung Bauteil 1 – DIAG – x-Richtung übernommen.

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 37,449cm$$

$$l_5 = l_6 = l_{11} = l_{12} = 42,361cm$$

$$l_7 = l_{10} = 69,204cm$$

$$l_8 = l_9 = 59,461cm$$

$$l_{13} = 20,500cm$$

$$2 * \sum m_i * z_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 4,0 * 1,0 * [4 * 37,449 * \left(3,5 + \frac{20,5}{2}\right) + 4 * 42,361 * \left(1,0 + \frac{33,0}{2}\right) + 2 * 69,204 * \left(1,0 + \frac{60,0}{2}\right) + 2 * 59,461 * \left(1,0 + \frac{60,0}{2}\right) + 20,5 * \left(3,5 + \frac{20,5}{2}\right)] = \mathbf{834,2426 kg * cm}$$

Fahrbahn:

$$\sum m_i = \mathbf{35,946 kg} \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 1 – FB – x-Richtung}$$

$$l_1 = 599,100 cm \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 1 – FB – x-Richtung}$$

$$\sum m_i * z_i = 0,00125 \frac{kg}{cm^2} * 48,0 * 599,1 * \left(3,5 + \frac{2,7}{2}\right) = \mathbf{174,338 kg * cm}$$

Gesamtschwerpunktkoordinate: z-Richtung

$$m_1 = \sum(\sum m_i) = 163,431 \text{ kg}$$

$$\sum(\sum m_i * z_i) = 1114,09151 + 188,2980 + 834,2426 + 13,1760 + 174,3380 = 2324,151 \text{ kg} * \text{cm}$$

$$z_{s,1} = \frac{\sum(\sum m_i * z_i)}{\sum(\sum m_i)} = \frac{2324,151}{163,431} = 14,2738 \text{ cm}$$

Schwerpunktkoordinate Tragkonstruktion: z-Richtung

$$z_{st,1} = \frac{\sum(\sum m_{i,st} * z_{i,st})}{\sum(\sum m_{i,st})} = \frac{2324,151 \text{ kg} * \text{cm} - 174,338 \text{ kg} * \text{cm}}{163,431 \text{ kg} - 35,946 \text{ kg}} = 16,875 \text{ cm}$$

Schwerpunktkoordinate Fahrbahn: z-Richtung

$$z_{fb,1} = \frac{\sum(\sum m_{i,fb} * z_{i,fb})}{\sum(\sum m_{i,fb})} = \frac{174,338 \text{ kg} * \text{cm}}{35,946 \text{ kg}} = 4,85 \text{ cm}$$

## A 2. Bauteil 2

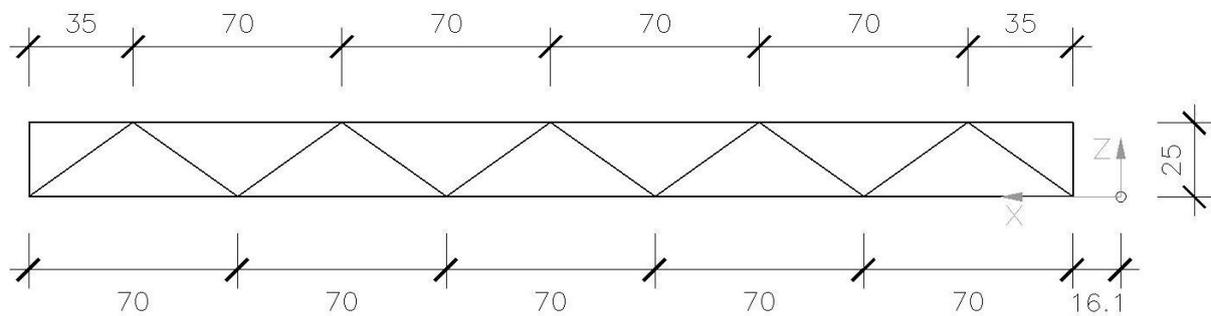


Abbildung 50: Systemskizze Bauteil 2

Untergurt: BI 50/10mm

Fahrbahnträger: QRO 40x2,6mm ...mit:  $g_{FT} = 0,0305 \frac{kg}{cm}$

Obergurt: BI 40/10mm

Diagonalen: BI 40/10mm

Fahrbahn: Schalttafel (lt. Doka) ...mit:  $m_{FB} = 0,00125 \frac{kg}{cm^2}$

$$b_{FB} = 48,0cm$$

$$t_{FB} = 2,7cm$$

Dichte Baustahl:  $\rho_{St} = 7850 \frac{kg}{m^3} = 0,00785 \frac{kg}{cm^3}$

Die Berechnung des Bauteilschwerpunkts erfolgt mit den folgenden Formeln:

$$x_{S,i} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} \quad ; \quad z_{S,i} = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i}$$

$$m_i = V_i \cdot \rho_{St}$$

### A 2.1. x-Richtung

Die vertikale z-Achse wird in die Mitte des Verbindungsgelenks von Bauteil 1 und Bauteil 2 (Detail C) gelegt.

Die Berechnung der x-Koordinate erfolgt unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften des Querschnitts um die z-Achse. Nur das Anschlussblech in Detail C und der Fahrbahnbelag führen zu einer geringen Verschiebung des Schwerpunkts aus der Symmetrieachse.

#### Schwerpunktkoordinate des symmetrischen Querschnitts:

$$x_{S,S} = \frac{1}{2} * (356,5 - 2,0) + 14,1 + 2,0 = \mathbf{193,350\ cm}$$

$$\sum m_{S,S} = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * [5,0 * 1,0 * 354,4 + 4,0 * 1,0 * 354,5 + 3 * 4,0 * 1,0 * 20,5 + 10 * 4,0 * 1,0 * \sqrt{20,5^2 + (35,0 - 6,3)^2}] + 6 * 48,0 * 0,0305 \frac{kg}{cm} = \mathbf{83,5989\ kg}$$

$$\sum m_{S,S} * x_{S,S} = 83,5989\ kg * 193,350 = \mathbf{16163,900\ kg * cm}$$

#### Fahrbahn:

$$\sum m_{FB} = m_{FB} * b * l_{FB} = 0,00125 \frac{kg}{cm^2} * 48,0 * 374,1 = 22,446\ kg$$

$$l_{FB} = 356,5 + 17,6 = 374,1\ cm$$

$$\sum m_{FB} * x_{FB} = 22,446\ kg * \left[ \frac{356,5+17,6}{2} - 3,5 \right] = \mathbf{4119,960\ kg * cm}$$

Anschlussblech:

$$2 * \sum m_{AB} = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * \left[ \frac{7,0^2 * \pi}{8} * 2,0 + 5,0 * 14,1 * 2,0 + 5,0 * 2,0 * 1,0 + \frac{1}{2} * 14,1 * 2,0 * 2,0 \right] = 3,4177 \text{ kg}$$

$$2 * \sum m_{AB,i} * x_{AB,i} = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * \left[ \frac{7,0^2 * \pi}{8} * 2,0 * \left( 0,424 * \frac{7,0}{2} \right) + 5,0 * 2,0 * \frac{14,1^2}{2} + 5,0 * 2,0 * 1,0 * (14,1 + 1,0) + \frac{1}{2} * 14,1 * 2,0 * 2,0 * \frac{14,1}{3} \right] = 19,1615 \text{ kg} * \text{cm}$$

Schwerpunktkoordinate: x-Richtung

$$m_2 = \sum(\sum m_i) = 83,5989 + 22,4460 + 3,4277 = 109,4630 \text{ kg}$$

$$\sum(\sum m_i * x_i) = 19,1615 + 4119,9600 + 16163,9000 = 20302,975 \text{ kg} * \text{cm}$$

$$x_{S,2} = \frac{\sum(\sum m_i * x_i)}{\sum(\sum m_i)} = \frac{20302,975}{109,463} = 185,4787 \text{ cm}$$

Schwerpunktkoordinate Tragkonstruktion: x-Richtung

$$x_{St,2} = \frac{\sum(\sum m_{i,St} * x_{i,St})}{\sum(\sum m_{i,St})} = \frac{20302,975 \text{ kg} * \text{cm} - 4119,960 \text{ kg} * \text{cm}}{109,463 \text{ kg} - 22,446 \text{ kg}} = 185,975 \text{ cm}$$

Schwerpunktkoordinate Fahrbahn: x-Richtung

$$x_{Fb,2} = \frac{\sum(\sum m_{i,Fb} * x_{i,Fb})}{\sum(\sum m_{i,Fb})} = \frac{4119,960 \text{ kg} * \text{cm}}{22,446 \text{ kg}} = 183,550 \text{ cm}$$

### A 2.2. z-Richtung

Die horizontale x-Achse wird in die Mitte des Verbindungsgelenks von Bauteil 1 und Bauteil 2 (Detail C) gelegt.

#### Obergurt:

$$2 * \sum m_i = 2 * \rho_{St} * b * t * l_0 = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 4,0 * 1,0 * 354,5 = \mathbf{22,2626 kg}$$

$$l_0 = 356,5 - 2,0 = 354,5 cm$$

$$2 * \sum m_i * z_i = 2 * \sum m_i * z_i = 22,2626 kg * (2,0 + 20,5 + 3,5) = \mathbf{578,8276 kg * cm}$$

#### Untergurt:

$$2 * \sum m_i = 2 * \rho_{St} * b * t * l_u = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 5,0 * 1,0 * 354,5 = \mathbf{27,8283 kg}$$

$$l_u = l_0 = 354,5 cm$$

$$2 * \sum m_i * z_i = 2 * \sum m_i * z_i = 27,8283 kg * (3,5 - 2,5) = \mathbf{27,8283 kg * cm}$$

#### Diagonalen:

$$2 * \sum m_i = 2 * \rho_{St} * b * t * \sum l_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 4,0 * 1,0 * 393,6953 = \mathbf{24,7241 kg}$$

$$\sum l_i = 2 * 20,5 + 10 * \sqrt{20,5^2 + 28,7^2} = 393,6953 cm$$

$$2 * \sum m_i * z_i = 2 * \sum m_i * z_i = 24,7241 kg * \left(\frac{20,5}{2} + 3,5\right) = \mathbf{339,9559 kg * cm}$$

#### Fahrbahnträger:

$$\sum m_i = 6 * 0,0305 \frac{kg}{m} * 48,0 = \mathbf{8,7840 kg}$$

$$\sum m_i * z_i = 8,784 kg * (3,5 - 2,5) = \mathbf{8,7840 kg}$$

Fahrbahn:

$$\sum m_i = 0,00125 \frac{kg}{cm^2} * 48,0 * (356,5 + 17,6) = \mathbf{22,4460 kg}$$

$$\sum m_i * z_i = 22,4460 kg * \left(3,5 + \frac{2,7}{2}\right) = \mathbf{108,8631 kg * cm}$$

Anschlussblech:

$$2 * \sum m_{AB} = \mathbf{3,4177 kg} \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 2 – AB – x-Richtung}$$

$$2 * \sum m_{AB} * z_{AB} = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * [5,0 * 14,1 * 2,0 * 1,0 + 5,0 * 2,0 * 1,0 * 1,0 + \frac{1}{2} * 14,1 * 2,0 * 2,0 \left(-1,5 - \frac{2,0}{3}\right)] = \mathbf{1,4114 kg * cm}$$

Schwerpunktkoordinate: z-Richtung

$$m_2 = \sum(\sum m_i) = 109,4630 kg$$

$$\sum(\sum m_i * z_i) = 1,4114 + 108,8631 + 8,7840 + 339,9559 + 27,8283 + 578,8276 = 1065,6700 kg * cm$$

$$z_{s,2} = \frac{\sum(\sum m_i * z_i)}{\sum(\sum m_i)} = \frac{1065,6700}{109,463} = \mathbf{9,7354 cm}$$

Schwerpunktkoordinate Tragkonstruktion: z-Richtung

$$z_{St,2} = \frac{\sum(\sum m_{i,St} * x_{i,St})}{\sum(\sum m_{i,St})} = \frac{1065,670 kg * cm - 108,163 kg * cm}{109,463 kg - 22,446 kg} = 11,0037 cm$$

Schwerpunktkoordinate Fahrbahn: z-Richtung

$$z_{Fb,2} = \frac{\sum(\sum m_{i,Fb} * x_{i,Fb})}{\sum(\sum m_{i,Fb})} = \frac{108,163 kg * cm}{22,446 kg} = 4,8188 cm$$

### A 3. Bauteil 3

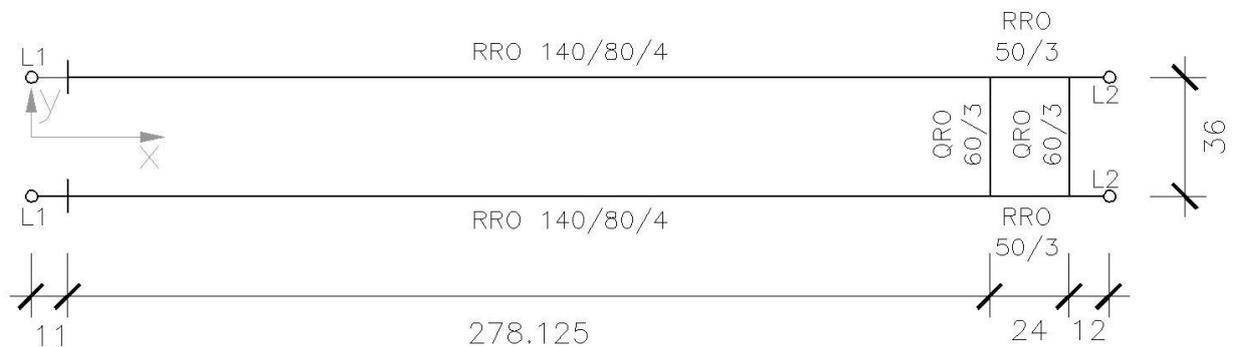


Abbildung 51: Systemskizze Bauteil 3

L1: Anschlusslasche Fußpunkt

L2: Anschlusslasche an Bauteil 1

$$\text{RRO } 140/80/4: \quad g_{RRO140} = 12,99 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0,1299 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{RRO } 50/3: \quad g_{RRO50} = 4,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0,0425 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{QRO } 60/3: \quad g_{QRO60} = 5,19 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0,0519 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{Dichte Baustahl: } \rho_{St} = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,00785 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

Bauteil 3 ist in z- und y-Richtung symmetrisch. Somit fallen für diese Achsen die Schwerpunktkoordinaten auf die Symmetrieachse.

Die Berechnung des Bauteilschwerpunkts erfolgt mit den folgenden Formeln:

$$x_{S,i} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}$$

$$m_i = V_i \cdot \rho_{St}$$

### A 3.1. x-Richtung

Der Koordinatenursprung wird in die Mitte des Fußpunktgelenks (L1) gelegt.

#### Lasche L1:

$$2 * \sum m_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * \sum V_i = \mathbf{3,9759 kg}$$

$$V_1 = \frac{1}{2} * \frac{d^2 * \pi}{4} * t = \frac{8,0^2 * \pi}{8} * 1,8 = 45,2386 cm^3$$

$$V_2 = 6,0 * 8,0 * 2,0 = 96,000 cm^3$$

$$V_3 = 14,0 * 8,0 * 1,0 = 112,000 cm^3$$

$$\sum V_i = 45,2389 + 96,000 + 112,000 = 253,239 cm^3$$

$$2 * \sum m_i * x_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * [45,2389 cm^3 * \left(-0,424 * \frac{8,0}{2}\right) + 96,0 cm^3 * 3,0 + 112,0 cm^3 * 6,5] = \mathbf{14,7466 kg * cm}$$

#### RRO 140/80/4:

$$2 * \sum m_i = 2 * g_{RRO140} * \sum l_i = 2 * 0,1299 \frac{kg}{cm} * 276,625 = \mathbf{71,8672 kg}$$

$$\sum l_i = (278,125 - 1,0 - 0,5) = 276,625 cm$$

$$2 * \sum m_i * x_i = 71,8672 kg * \left(\frac{276,625}{2} + 6,0 + 1,0\right) = \mathbf{10443,1988 kg * cm}$$

QRO 60/3:

$$2 * \sum m_i = 2 * \rho_{St} * V_i + g_{RRO60} * l_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 56,0 cm^3 + 0,0519 \frac{kg}{cm} * 50,0 =$$

**3,472 kg**

$$V_i = 0,5 * 14,0 * 8,0 = 56,0 cm^3$$

$$l_i = 50,0 cm$$

$$2 * \sum m_i * x_i = 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 56,0 cm^3 * \left(6,0 + 1,0 + 276,625 - \frac{0,5}{2}\right) + 0,0519 \frac{kg}{cm} * 50,0 * \left(6,0 + 1,0 + 276,625 + \frac{6,0}{2}\right) = \mathbf{992,935 kg * cm}$$

RRO 50/3:

$$2 * \sum m_i = g_{RRO50} * l_i = 0,0519 \frac{kg}{cm} * 50,0 = \mathbf{2,595 kg}$$

$$2 * \sum m_i * x_i = 2,595 kg * \left(6,0 + 1,0 + 276,625 + 6,0 + 18,0 + \frac{6,0}{2}\right) = \mathbf{806,072 kg * m}$$

Lasche L2:

$$\sum m_i = 4 * \rho_{St} * V_i = 4 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 54,51 cm^3 = \mathbf{1,7116 kg}$$

$$V_i = \frac{d^2 * \pi}{8} * 0,8 + 9,0 * 6,0 * 0,8 = 54,51 cm^3$$

$$2 * \sum m_i * x_i = 4 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * [9,0 * 6,0 * 0,8 * \left(330,125 - 3,0 - \frac{9,0}{2} - 4,0\right) + \frac{6,0^2 * \pi}{8} * \left(330,125 - \left(1 - 0,424 * \frac{6,0}{2} - 4,0\right) * 0,8\right)] = \mathbf{547,572 kg * cm}$$

Schwerpunktkoordinate: x-Richtung

$$m_3 = \sum(\sum m_i) = 3,9759 + 71,8672 + 3,4742 + 1,530 + 2,595 + 1,7116 = 85,1539 \text{ kg}$$

$$\sum(\sum m_i * x_i) = 14,7466 + 10443,1988 + 992,935 + 806,072 + 547,572 = 12804,5244 \text{ kg * cm}$$

$$x_{S,3} = \frac{\sum(\sum m_i * x_i)}{\sum(\sum m_i)} = \frac{12804,5244}{85,1539} = 150,3692 \text{ cm}$$

#### A 4. Bauteil 4

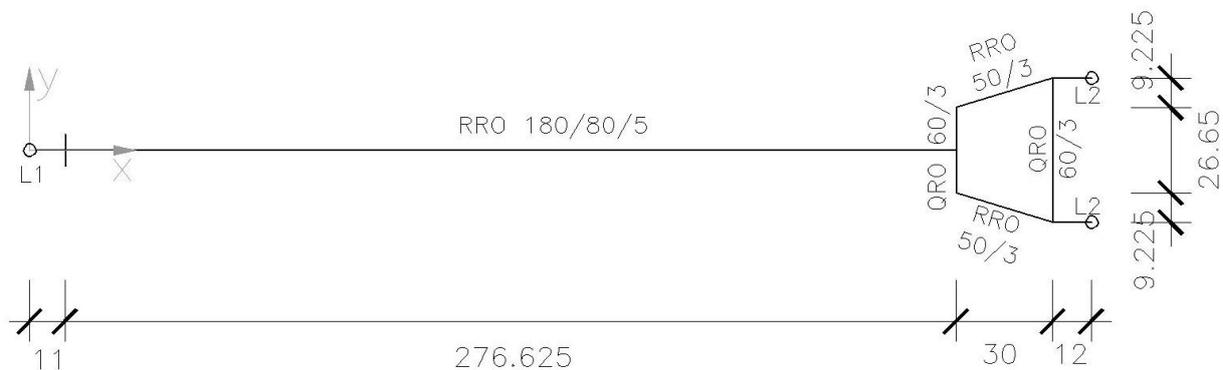


Abbildung 52: Systemskizze Bauteil 4

L1: Anschlusslasche Fußpunkt

L2: Anschlusslasche an Bauteil 2

$$\text{RRO } 180/80/5: \quad g_{RRO180} = 18,95 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0,1895 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{RRO } 50/3: \quad g_{RRO50} = 4,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0,0425 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{QRO } 60/3: \quad g_{QRO60} = 5,19 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0,0519 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{Dichte Baustahl: } \rho_{St} = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,00785 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

Bauteil 4 ist in z- und y-Richtung symmetrisch. Somit fallen für diese Achsen die Schwerpunktkoordinaten auf die Symmetrieachse.

Die Berechnung des Bauteilschwerpunkts erfolgt mit den folgenden Formeln:

$$x_{S,i} = \frac{\sum m_i * x_i}{\sum m_i}$$

$$m_i = V_i * \rho_{St}$$

#### A 4.1. x-Richtung

Der Koordinatenursprung wird in die Mitte des Fußpunktgelenks (L1) gelegt.

##### Lasche L1:

$$\sum m_i = \rho_{St} * (2 * V_1 + V_2) = 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * (2 * 146,265 + 144,0) = \mathbf{3,4268 kg}$$

$$V_1 = \frac{8,0^2 * \pi}{8} * 2,0 + 8,0 * 6,0 * 2,0 = 146,265 cm^3$$

$$V_2 = 18,0 * 8,0 * 1,0 = 144,0 cm^3$$

$$\begin{aligned} \sum m_i * x_i &= 2 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * \left[ \frac{8,0^2 * \pi}{8} * 2,0 * \left( -0,424 * \frac{8,0}{2} \right) + 8,0 * 6,0 * 2,0 * 3,0 \right] + \\ &0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 18,0 * 8,0 * 1,0 * (6,0 + 0,5) = \mathbf{10,5308 kg * cm} \end{aligned}$$

##### RRO 180/80/5:

$$\sum m_i = g_{RRO180} * l_i = 0,1895 \frac{kg}{cm} * (276,625 - 0,5) = \mathbf{52,3257 kg}$$

$$\sum m_i * x_i = 52,3257 kg * \left( 6,0 + 1,0 + \frac{276,625 - 0,5}{2} \right) = \mathbf{7590,50 kg * cm}$$

##### QRO 60/3:

$$\begin{aligned} \sum m_i &= \rho_{St} * V_i + g_{RRO60} * l_i = 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 72,0 cm^3 + 0,0519 \frac{kg}{cm} * 26,65 = \\ &\mathbf{1,94366 kg} \end{aligned}$$

$$V_i = 18,0 * 8,0 * 0,5 = 72,0 cm^3$$

$$l_i = 18,0 + 2 * 3,0 + 2,65 = 26,65 cm$$

$$\begin{aligned} \sum m_i * x_i &= 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * 18,0 * 8,0 * 0,5 * \left( 6,0 + 1,0 + 276,635 + \frac{0,5}{2} \right) + 0,0519 \frac{kg}{cm} * \\ &26,65 * \left( 6,0 + 1,0 + 276,625 + 0,5 + \frac{6,0}{2} \right) = \mathbf{557,296 kg * cm} \end{aligned}$$

RRO 50/3:

$$\sum m_i = 2 * g_{RRO50} * l_i = 2 * 0,0425 \frac{kg}{cm} * \sqrt{18,0^2 + 7,9^2} = \mathbf{1,67087 kg}$$

$$\sum m_i * x_i = 1,67087 kg * \left(6,0 + 1,0 + 276,625 + 6,0 + \frac{18,0}{2}\right) = \mathbf{498,964 kg * cm}$$

QRO 60/3:

$$\sum m_i = g_{RRO60} * l_i = 0,0519 \frac{kg}{cm} * 45,0 = \mathbf{2,3355 kg}$$

$$\sum m_i * x_i = 2,3355 kg * \left(6,0 + 278,125 + 30,0 - \frac{6,0}{2}\right) = \mathbf{726,6324 kg * cm}$$

Lasche L2:

$$\sum m_i = \mathbf{1,7116 kg} \quad \dots \text{Berechnung siehe Bauteil 3 – Lasche L2}$$

$$\begin{aligned} \sum m_i * x_i &= 4 * 0,00785 \frac{kg}{cm^3} * \left[9,0 * 6,0 * 0,8 * \left(330,125 - 4,0 - 3,0 - \frac{9,0}{2}\right) + \frac{6,0^2 * \pi}{8} * \right. \\ &\left. 0,8 * \left(330,125 - 4,0 - (1 - 0,424) * \frac{6,0}{2}\right)\right] = \mathbf{547,4101 kg * cm} \end{aligned}$$

Schwerpunktkoordinate: x-Richtung

$$m_4 = \sum(\sum m_i) = 3,4268 + 52,3257 + 1,94366 + 1,67087 + 2,3355 + 1,7116 = \mathbf{63,4141 kg}$$

$$\sum(\sum m_i * x_i) = 10,5308 + 7590,50 + 557,296 + 498,964 + 726,6324 + 547,4101 = \mathbf{9931,330 kg * cm}$$

$$x_{S,4} = \frac{\sum(\sum m_i * x_i)}{\sum(\sum m_i)} = \frac{\mathbf{9931,33}}{\mathbf{63,4141}} = \mathbf{156,611 cm}$$

## Anhang B – Ausdruckprotokoll RSTAB

Da sich die berechneten Modelle in Lage der Last und Geometrie gleichen wird hier exemplarisch nur der erste Berechnungsschritt in Stellung 0 ( $\alpha=67,35^\circ$ ) angeführt.

### INHALT

Inhalt .....	119
<b>Strukturdaten</b>	
· Materialien .....	119
· Querschnitte .....	119
· Stabendgelenke .....	119
· Auflager .....	119
· Stabzüge .....	119
<b>Belastungen</b>	
· Basisangaben der Lastfälle .....	120
· LF 1 - g - Bauteil 1 .....	120
· LF 2 - g - Bauteil 2 .....	120
· LF 3 - g - Bauteil 3 .....	121
· LF 4 - g - Bauteil 4 .....	121
· LF 5 - g - Fahrbahn BT1 .....	121
· LF 6 - g - Fahrbahn BT2 .....	122
· LF 7 - g - Hilfswassertanks .....	122
<b>LF-Gruppen</b>	
Grafik - Ergebnisse .....	123
Grafik - Ergebnisse .....	123
Grafik - Ergebnisse .....	123
Grafik - Ergebnisse .....	124
Grafik - Ergebnisse .....	124
Grafik - Ergebnisse .....	124

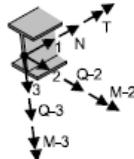
### MATERIALIEN

Mater.-Nr.	Material-Bezeichnung	E-Modul [kN/cm <sup>2</sup> ]	Schubmodul [kN/cm <sup>2</sup> ]	Sp. Gewicht [kN/cm <sup>3</sup> ]	Wärmedehn. [1/°C]
1	Stahl	2.100E+04	8.100E+03	7.850E-05	1.200E-05

### QUERSCHNITTE

Quer.-Nr.	Mater.-Nr.	Querschnitts-Bezeichnung	I <sub>2</sub> [cm <sup>4</sup> ]	A [cm <sup>2</sup> ]	A <sub>3</sub> [cm <sup>2</sup> ]
1	1	1	1.00e+10	1.000e+10	1.000e+10

### Lokale Gelenkdefinition



### STABENDGELENKE

Gelenk-Nr.	Bezugs-Achse	N/Q-Gelenk bzw. Feder [kN/m]			T/M-Gelenk bzw. Feder [kNm/rad]		
		1-Normal	2-Schub	3-Schub	1-Torsion	2-Biegung	3-Biegung
1	Lokal	Nein	Nein	Nein	Nein	Ja	Nein

### AUFLAGER

Lager-Nr.	Gelagerte Knoten	Drehung [°]		Festes Auflager bzw. Feder [kN/m] [kNm/rad]						
		Alpha	Beta	in X	in Y	in Z	um X	um Y	um Z	
1	1,2,5	0,0	0,0	Ja		Ja			Nein	

### STABZÜGE

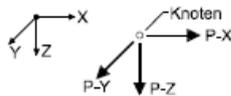
Zug-Nr.	Stabzug-Bezeichnung	Stabzug gebildet aus Stäben
1	Fachwerk lang	5,4,17,24,15
2	Fachwerk kurz	6,8,22,20,19
3	Druckstab links	1,10
4	Druckstab rechts	2,9

**BELASTUNG**

**BASISANGABEN DER LASTFÄLLE**

LF-Nr.	LF-Bezeichnung	Faktor	Überlagerungsart	Eigengewicht
1	g - Bauteil 1	1.00	Ständig	-
2	g - Bauteil 2	1.00	Ständig	-
3	g - Bauteil 3	1.00	Ständig	-
4	g - Bauteil 4	1.00	Ständig	-
5	g - Fahrbahn BT1	1.00	Ständig	-
6	g - Fahrbahn BT2	1.00	Ständig	-
7	g - Hilfswassertanks	1.00	Ständig	-

Globale Knotenkraft



**KNOTENKRÄFTE**

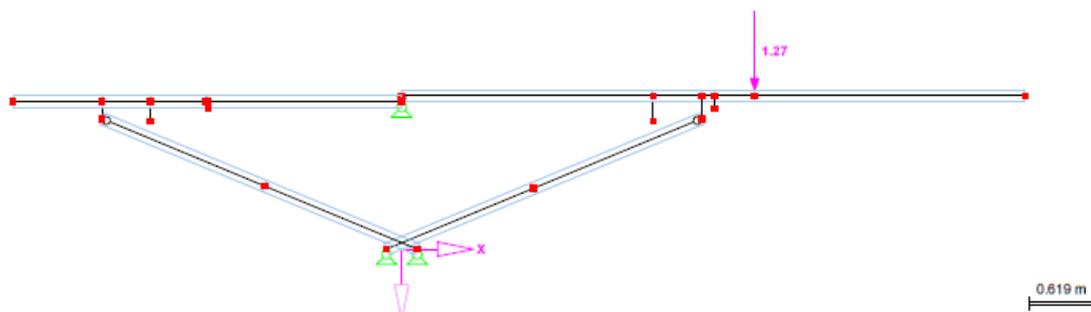
LF 1

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
1	6	0.000	0.000	1.27485

**BELASTUNG**

LF 1 - g - Bauteil 1  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**KNOTENKRÄFTE**

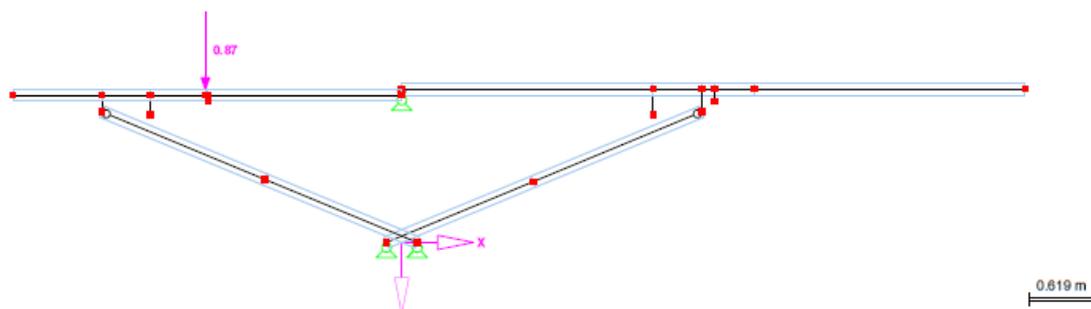
LF 2

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
1	11	0.000	0.000	8.70170E-01

**BELASTUNG**

LF 2 - g - Bauteil 2  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**KNOTENKRÄFTE**

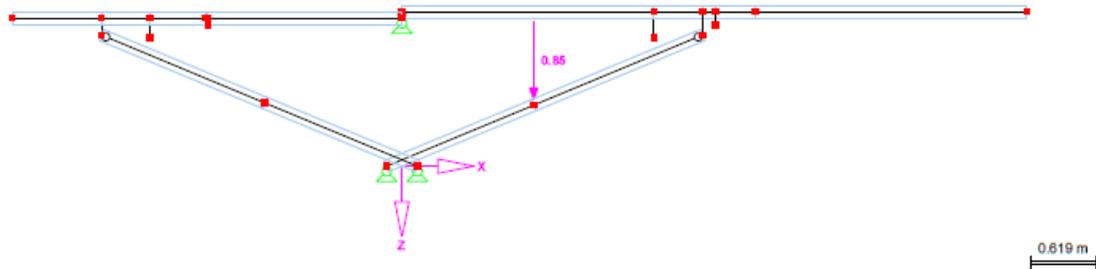
LF 3

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
1	13	0.000	0.000	8.51539E-01

**BELASTUNG**

LF 3 - g - Bauteil 3  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**KNOTENKRÄFTE**

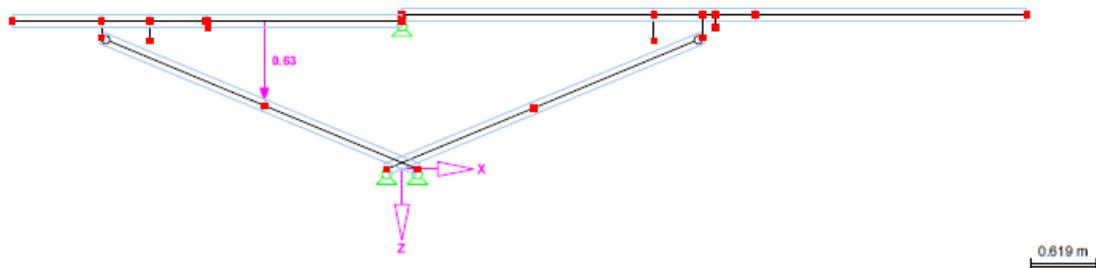
LF 4

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
1	12	0.000	0.000	6.34141E-01

**BELASTUNG**

LF 4 - g - Bauteil 4  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**KNOTENKRÄFTE**

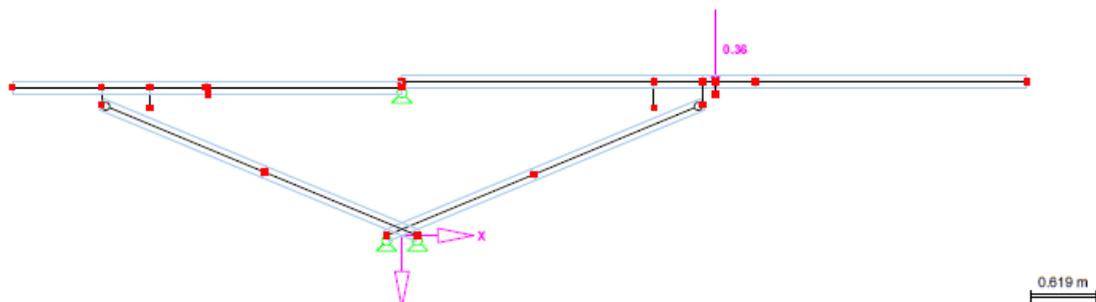
LF 5

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
1	15	0.000	0.000	3.59460E-01

**BELASTUNG**

LF 5 - g - Fahrbahn BT1  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**KNOTENKRÄFTE**

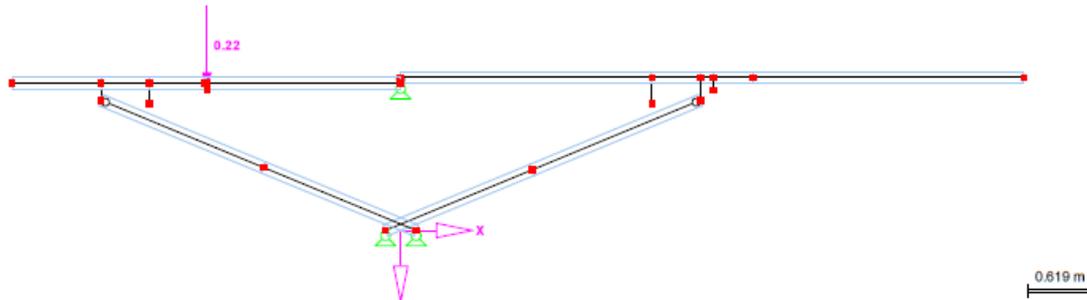
LF 6

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
1	16	0.000	0.000	2.24460E-01

**BELASTUNG**

LF 6 - g - Fahrbahn BT2  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**KNOTENKRÄFTE**

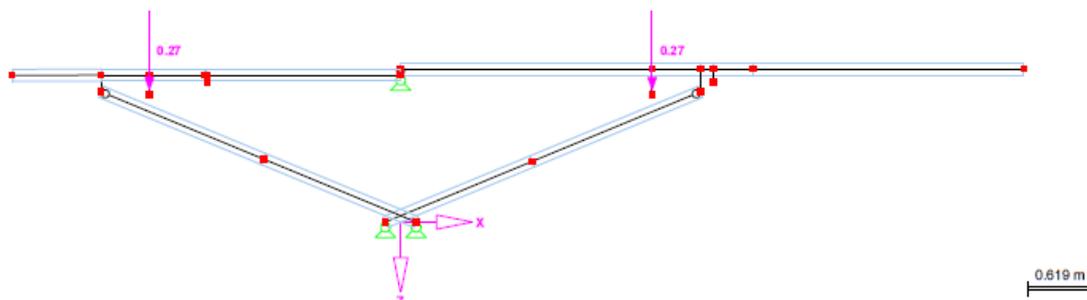
LF 7

Nr.	Belastete Knoten	$P_x$ [kN]	Knotenkräfte $P_y$ [kN]	$P_z$ [kN]
5	21	0.000	0.000	0.268
6	23	0.000	0.000	0.268

**BELASTUNG**

LF 7 - g - Hilfswassertanks  
[kN]

Entgegen der Y-Richtung



**LF-GRUPPEN**

LG-Nr.	LG-Bezeichnung	Faktor	Beiwert $\gamma_M$	Lastfälle in LG
1	gck - Tragwerk	1.00	1.10	LF 1 + LF 2 + LF 3 + LF 4
2	gck - Fahrbahn	1.00	1.10	LF 5 + LF 6
3	gck - T+FB	1.00	1.10	LF 1 + LF 2 + LF 3 + LF 4 + LF 5 + LF 6
4	gck - T+FB+HWT	1.00	1.10	LF 1 + LF 2 + LF 3 + LF 4 + LF 5 + LF 6 + LF 7

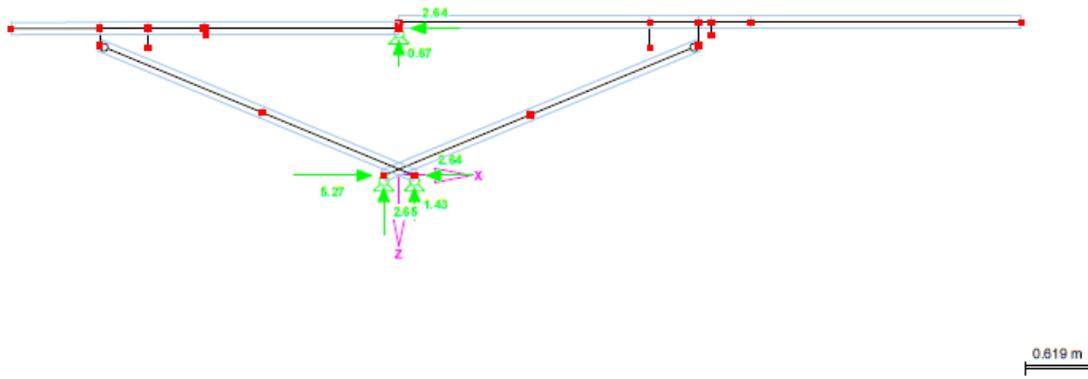


**ERGEBNISSE**

LG 4 - gck - T+FB+HWT

Entgegen der Y-Richtung

Auflagerreaktionen

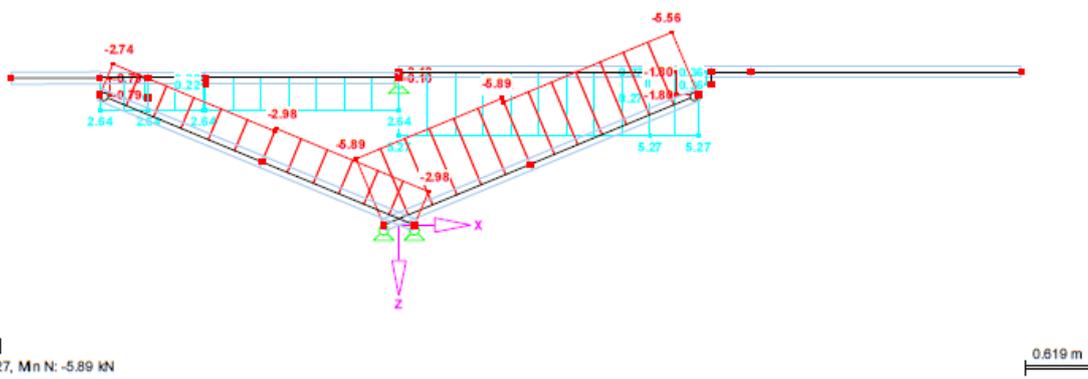


**ERGEBNISSE**

LG 4 - gck - T+FB+HWT

Entgegen der Y-Richtung

Schnittgrößen N



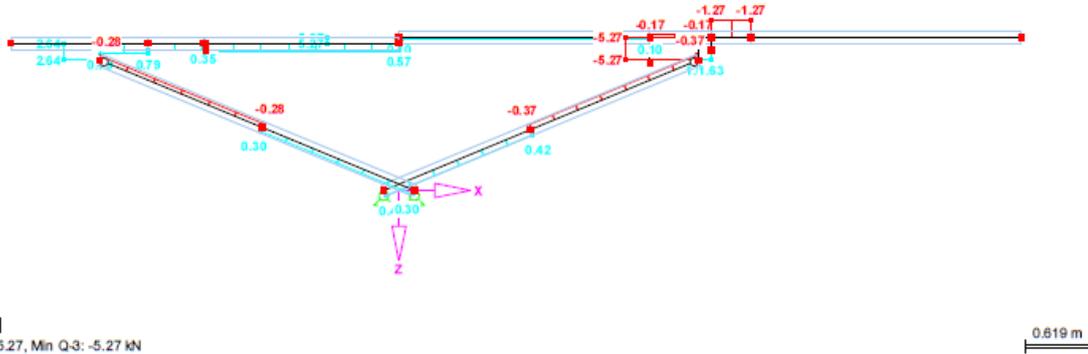
5.324 kN  
Max N: 5.27, Min N: -5.89 kN

**ERGEBNISSE**

LG 4 - gck - T+FB+HWT

Entgegen der Y-Richtung

Schnittgrößen Q-3



4.763 kN  
Max Q-3: 5.27, Min Q-3: -5.27 kN

## Anhang C – Ausdruckprotokoll Mathematica

(\* RECHTES TEILSYSTEM \*)

(\* kinetische Energie \*)

(\* Ableitung:  $\partial T/\partial \alpha'(t)$  \*)

$$\text{In}[1]= \mathbf{R1} = \partial_{\alpha'[t]} \left( \frac{1}{2} \alpha'[t]^2 \left( \frac{m3 \, 13^2}{3} + m1 \left( l s1[t]^2 + \frac{11^2}{12} + xsr^2 \right) \right) \right)$$

$$\text{Out}[1]= \left( \frac{13^2 \, m3}{3} + m1 \left( \frac{11^2}{12} + xsr^2 + l s1[t]^2 \right) \right) \alpha'[t]$$

(\* Ableitung:  $d/dt(\partial T/\partial \alpha'(t))$  \*)

$$\text{In}[2]= \mathbf{R2} = \text{Dt}[\mathbf{R1}, t]$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[2]= & \left( \frac{2}{3} \, 13 \, m3 \, \text{Dt}[13, t] + \frac{1}{3} \, 13^2 \, \text{Dt}[m3, t] + \text{Dt}[m1, t] \left( \frac{11^2}{12} + xsr^2 + l s1[t]^2 \right) + \right. \\ & \left. m1 \left( \frac{1}{6} \, 11 \, \text{Dt}[11, t] + 2 \, xsr \, \text{Dt}[xsr, t] + 2 \, l s1[t] \, l s1'[t] \right) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{13^2 \, m3}{3} + m1 \left( \frac{11^2}{12} + xsr^2 + l s1[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] \end{aligned}$$

(\* potentielle Energie \*)

(\* Ableitung:  $\partial V/\partial \alpha(t)$  \*)

$$\text{In}[3]= \mathbf{R3} = \partial_{\alpha[t]} \left( \text{Sin}[\alpha[t]] (m1 \, l s1[t] + m3 \, l s3) - L[t] \left( 13 \, \text{Cos}[\alpha[t]] + \sqrt{111^2 - 13^2 \, \text{Sin}[\alpha[t]]^2} \right) \right)$$

$$\text{Out}[3]= \text{Cos}[\alpha[t]] (l s3 \, m3 + m1 \, l s1[t]) - L[t] \left( -13 \, \text{Sin}[\alpha[t]] - \frac{13^2 \, \text{Cos}[\alpha[t]] \, \text{Sin}[\alpha[t]]}{\sqrt{111^2 - 13^2 \, \text{Sin}[\alpha[t]]^2}} \right)$$

(\* lagrangesche Bewegungsgleichung rechtes Teilsystem \*)

(\*  $(d/dt(\partial T/\partial \alpha'(t)) + \partial V/\partial \alpha(t))_R = 0$  \*)

$$\text{In}[4]= \mathbf{R4} = \mathbf{R2} + \mathbf{R3}$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[4]= & \text{Cos}[\alpha[t]] (l s3 \, m3 + m1 \, l s1[t]) - L[t] \left( -13 \, \text{Sin}[\alpha[t]] - \frac{13^2 \, \text{Cos}[\alpha[t]] \, \text{Sin}[\alpha[t]]}{\sqrt{111^2 - 13^2 \, \text{Sin}[\alpha[t]]^2}} \right) + \\ & \left( \frac{2}{3} \, 13 \, m3 \, \text{Dt}[13, t] + \frac{1}{3} \, 13^2 \, \text{Dt}[m3, t] + \text{Dt}[m1, t] \left( \frac{11^2}{12} + xsr^2 + l s1[t]^2 \right) + \right. \\ & \left. m1 \left( \frac{1}{6} \, 11 \, \text{Dt}[11, t] + 2 \, xsr \, \text{Dt}[xsr, t] + 2 \, l s1[t] \, l s1'[t] \right) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{13^2 \, m3}{3} + m1 \left( \frac{11^2}{12} + xsr^2 + l s1[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] \end{aligned}$$

In[5]:= R5 = FullSimplify[R4]

$$\text{Out[5]} = \cos[\alpha[t]] (l_3 m_3 + m_1 l_1[t]) + l_3 L[t] \sin[\alpha[t]] \left( 1 + \frac{13 \cos[\alpha[t]]}{\sqrt{111^2 - 13^2 \sin[\alpha[t]]^2}} \right) + \left( \frac{1}{6} 11 m_1 \text{Dt}[l_1, t] + \frac{1}{3} 13 (2 m_3 \text{Dt}[l_3, t] + 13 \text{Dt}[m_3, t]) + \text{Dt}[m_1, t] \left( \frac{11^2}{12} + x_{sr}^2 + l_1[t]^2 \right) + 2 m_1 (x_{sr} \text{Dt}[x_{sr}, t] + l_1[t] l_1'[t]) \right) \alpha'[t] + \left( \frac{13^2 m_3}{3} + m_1 \left( \frac{11^2}{12} + x_{sr}^2 + l_1[t]^2 \right) \right) \alpha''[t]$$

(★ LINKES TEILSYSTEM ★)

(★ kinetische Energie ★)

(★ Ableitung:  $\partial T / \partial \alpha'(t)$  ★)

$$\text{In[6]}:= L1 = \partial_{\alpha'[t]} \left( \frac{1}{2} \alpha'[t]^2 \left( \frac{m_4 l_4^2}{3} + m_2 \left( l_2[t]^2 + \frac{12^2}{12} + x_{s1}^2 \right) \right) \right)$$

$$\text{Out[6]} = \left( \frac{14^2 m_4}{3} + m_2 \left( \frac{12^2}{12} + x_{s1}^2 + l_2[t]^2 \right) \right) \alpha'[t]$$

(★ Ableitung:  $d/dt(\partial T / \partial \alpha'(t))$  ★)

In[7]:= L2 = Dt[L1, t]

$$\text{Out[7]} = \left( \frac{2}{3} 14 m_4 \text{Dt}[l_4, t] + \frac{1}{3} 14^2 \text{Dt}[m_4, t] + \text{Dt}[m_2, t] \left( \frac{12^2}{12} + x_{s1}^2 + l_2[t]^2 \right) + m_2 \left( \frac{1}{6} 12 \text{Dt}[l_2, t] + 2 x_{s1} \text{Dt}[x_{s1}, t] + 2 l_2[t] l_2'[t] \right) \right) \alpha'[t] + \left( \frac{14^2 m_4}{3} + m_2 \left( \frac{12^2}{12} + x_{s1}^2 + l_2[t]^2 \right) \right) \alpha''[t]$$

(★ potentielle Energie★)

(★ Ableitung:  $\partial V / \partial \alpha(t)$  ★)

$$\text{In[8]}:= L3 = \partial_{\alpha[t]} \left( \sin[\alpha[t]] (m_2 l_2[t] + m_4 l_4) - L[t] \left( 14 \cos[\alpha[t]] + \sqrt{122^2 - 14^2 \sin[\alpha[t]]^2} \right) \right)$$

$$\text{Out[8]} = \cos[\alpha[t]] (l_4 m_4 + m_2 l_2[t]) - L[t] \left( -14 \sin[\alpha[t]] - \frac{14^2 \cos[\alpha[t]] \sin[\alpha[t]]}{\sqrt{122^2 - 14^2 \sin[\alpha[t]]^2}} \right)$$

(★ lagrangesche Bewegungsgleichung linkes Teilsystem ★)

(★ (  $d/dt(\partial T / \partial \alpha'(t)) + \partial V / \partial \alpha(t)$  )<sub>L</sub>=0 ★)

In[9]:= **L4 = L2 + L3**

$$\begin{aligned} \text{Out[9]} = & \text{Cos}[\alpha[t]] (l s_4 m_4 + m_2 l s_2[t]) - L[t] \left( -14 \text{Sin}[\alpha[t]] - \frac{14^2 \text{Cos}[\alpha[t]] \text{Sin}[\alpha[t]]}{\sqrt{122^2 - 14^2 \text{Sin}[\alpha[t]]^2}} \right) + \\ & \left( \frac{2}{3} 14 m_4 \text{Dt}[l_4, t] + \frac{1}{3} 14^2 \text{Dt}[m_4, t] + \text{Dt}[m_2, t] \left( \frac{12^2}{12} + x s_1^2 + l s_2[t]^2 \right) + \right. \\ & \left. m_2 \left( \frac{1}{6} 12 \text{Dt}[l_2, t] + 2 x s_1 \text{Dt}[x s_1, t] + 2 l s_2[t] l s_2'[t] \right) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{14^2 m_4}{3} + m_2 \left( \frac{12^2}{12} + x s_1^2 + l s_2[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] \end{aligned}$$

In[10]:= **L5 = FullSimplify[L4]**

$$\begin{aligned} \text{Out[10]} = & \text{Cos}[\alpha[t]] (l s_4 m_4 + m_2 l s_2[t]) + 14 L[t] \text{Sin}[\alpha[t]] \left( 1 + \frac{14 \text{Cos}[\alpha[t]]}{\sqrt{122^2 - 14^2 \text{Sin}[\alpha[t]]^2}} \right) + \\ & \left( \frac{1}{6} 12 m_2 \text{Dt}[l_2, t] + \frac{1}{3} 14 (2 m_4 \text{Dt}[l_4, t] + 14 \text{Dt}[m_4, t]) + \text{Dt}[m_2, t] \left( \frac{12^2}{12} + x s_1^2 + l s_2[t]^2 \right) + \right. \\ & \left. 2 m_2 (x s_1 \text{Dt}[x s_1, t] + l s_2[t] l s_2'[t]) \right) \alpha'[t] + \left( \frac{14^2 m_4}{3} + m_2 \left( \frac{12^2}{12} + x s_1^2 + l s_2[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] \end{aligned}$$

**( \* LAGRANGE'SCHE BEWEGUNGSGLEICHUNG GESAMTSYSTEM \* )**

**( \* ( d/dt(∂T/∂α(t))+∂V/∂α(t))<sub>R</sub>+ (d/dt(∂T/∂α(t))+∂V/∂α(t))<sub>L</sub> \* )**

In[11]:= **G1 = R5 + L5**

$$\begin{aligned} \text{Out[11]} = & \text{Cos}[\alpha[t]] (l s_3 m_3 + m_1 l s_1[t]) + \text{Cos}[\alpha[t]] (l s_4 m_4 + m_2 l s_2[t]) + \\ & 13 L[t] \text{Sin}[\alpha[t]] \left( 1 + \frac{13 \text{Cos}[\alpha[t]]}{\sqrt{111^2 - 13^2 \text{Sin}[\alpha[t]]^2}} \right) + \\ & 14 L[t] \text{Sin}[\alpha[t]] \left( 1 + \frac{14 \text{Cos}[\alpha[t]]}{\sqrt{122^2 - 14^2 \text{Sin}[\alpha[t]]^2}} \right) + \\ & \left( \frac{1}{6} 11 m_1 \text{Dt}[l_1, t] + \frac{1}{3} 13 (2 m_3 \text{Dt}[l_3, t] + 13 \text{Dt}[m_3, t]) + \right. \\ & \left. \text{Dt}[m_1, t] \left( \frac{11^2}{12} + x s_r^2 + l s_1[t]^2 \right) + 2 m_1 (x s_r \text{Dt}[x s_r, t] + l s_1[t] l s_1'[t]) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{1}{6} 12 m_2 \text{Dt}[l_2, t] + \frac{1}{3} 14 (2 m_4 \text{Dt}[l_4, t] + 14 \text{Dt}[m_4, t]) + \right. \\ & \left. \text{Dt}[m_2, t] \left( \frac{12^2}{12} + x s_1^2 + l s_2[t]^2 \right) + 2 m_2 (x s_1 \text{Dt}[x s_1, t] + l s_2[t] l s_2'[t]) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{13^2 m_3}{3} + m_1 \left( \frac{11^2}{12} + x s_r^2 + l s_1[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] + \left( \frac{14^2 m_4}{3} + m_2 \left( \frac{12^2}{12} + x s_1^2 + l s_2[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] \end{aligned}$$

In[12]:= G2 = FullSimplify[G1]

$$\begin{aligned} \text{Out[12]} = & \cos[\alpha[t]] (l_3 m_3 + m_1 l_1[t]) + \cos[\alpha[t]] (l_4 m_4 + m_2 l_2[t]) + \\ & 13 L[t] \sin[\alpha[t]] \left( 1 + \frac{13 \cos[\alpha[t]]}{\sqrt{111^2 - 13^2 \sin^2[\alpha[t]]}} \right) + \\ & 14 L[t] \sin[\alpha[t]] \left( 1 + \frac{14 \cos[\alpha[t]]}{\sqrt{122^2 - 14^2 \sin^2[\alpha[t]]}} \right) + \\ & \left( \frac{1}{6} l_1 m_1 \text{Dt}[l_1, t] + \frac{1}{3} l_3 (2 m_3 \text{Dt}[l_3, t] + 13 \text{Dt}[m_3, t]) + \right. \\ & \quad \left. \text{Dt}[m_1, t] \left( \frac{11^2}{12} + x_{sr}^2 + l_1[t]^2 \right) + 2 m_1 (x_{sr} \text{Dt}[x_{sr}, t] + l_1[t] l_1'[t]) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{1}{6} l_2 m_2 \text{Dt}[l_2, t] + \frac{1}{3} l_4 (2 m_4 \text{Dt}[l_4, t] + 14 \text{Dt}[m_4, t]) + \right. \\ & \quad \left. \text{Dt}[m_2, t] \left( \frac{12^2}{12} + x_{sl}^2 + l_2[t]^2 \right) + 2 m_2 (x_{sl} \text{Dt}[x_{sl}, t] + l_2[t] l_2'[t]) \right) \alpha'[t] + \\ & \left( \frac{13^2 m_3}{3} + m_1 \left( \frac{11^2}{12} + x_{sr}^2 + l_1[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] + \left( \frac{14^2 m_4}{3} + m_2 \left( \frac{12^2}{12} + x_{sl}^2 + l_2[t]^2 \right) \right) \alpha''[t] \end{aligned}$$

(\* EINSETZEN DER BEKANNTEN VARIABLEN \*)

In[13]:= l1 = 5.9005;  
l2 = 3.6805;  
l3 = 3.0741;  
l4 = 3.0741;

$$l_1[t_] = \left( \frac{c}{\left( 1 - \frac{r_0^2 \sin^2[(1-\phi)\alpha[t] + \delta]^2}{a^2} \right)^{1/4}} - r_0 \right);$$

l2[t\_] =

$$\text{Sec}[(\epsilon + 1)\alpha[t]] \left( y_L \text{Cot}[(\epsilon + 1)\alpha[t]] - tL \text{ProductLog}\left[ -\frac{A \text{Cot}[(\epsilon + 1)\alpha[t]] e^{\frac{y_L \text{Cot}[(\epsilon + 1)\alpha[t]]}{tL}}}{tL} \right] \right);$$

l3 = 1.3466;  
l4 = 1.409;  
l11 = 2.837;  
l22 = 2.837;  
xsr = 0.4192;  
xsl = 0.9822;

m1 = 163.431;  
m2 = 109.463;  
m3 = 85.1539;  
m4 = 63.4141;

$$L[t_] = \begin{cases} (ms + 2 * mw / (f + 1) * ((f - 1) * (t / 1.6)^2 / 2 + t / 1.6)) & t \leq 1.6; \\ ms + mw & t > 1.6; \end{cases}$$

ms = 80.778;  
mw = 109.554;  
f = 1.57068;

```

c = 3.0941;
δ = 0.528486;
r0 = 0.8594;
φ = 0.1025;

yL = 4.0552244;
A = -0.0242223;
tL = 0.3960115;
ε = 0.1895;

```

```
In[41]= G3 = Simplify[G2]
```

```

Out[41]= Cos[α[t]] (89.3505 + 443.897 Csc[1.1895 α[t]] -
43.3486 ProductLog[0.0611656 e10.2402 Cot[1.1895 α[t]] Cot[1.1895 α[t]]] Sec[1.1895 α[t]]) +
Cos[α[t]] ( -25.7844 +  $\frac{505.672}{(1 - 0.0771475 \sin[0.528486 + 0.8975 \alpha[t]]^2)^{1/4}}$  ) +
6.1482 ( {  $\begin{cases} 190.332 & t > 1.6 \\ 80.778 + 53.2709 t + 9.5002 t^2 & \text{True} \end{cases}$  } )
Sin[α[t]] ( 1 +  $\frac{3.0741 \cos[\alpha[t]]}{\sqrt{8.04857 - 9.45009 \sin[\alpha[t]]^2}}$  ) +
 $\frac{17.5063 \left( -0.8594 + \frac{3.0941}{(1 - 0.0771475 \sin[0.528486 + 0.8975 \alpha[t]]^2)^{1/4}} \right) \sin[1.05697 + 1.795 \alpha[t]] \alpha'[t]^2}{(1 - 0.0771475 \sin[0.528486 + 0.8975 \alpha[t]]^2)^{5/4}} +$ 
(218.926 (4.05522 Cot[1.1895 α[t]] -
0.396012 ProductLog[0.0611656 e10.2402 Cot[1.1895 α[t]] Cot[1.1895 α[t]]]) Sec[1.1895 α[t]]2
(4.82369 - 4.82369 Csc[1.1895 α[t]]2 + ProductLog[0.0611656 e10.2402 Cot[1.1895 α[t]] Cot[1.1895 α[t]]]
Cot[1.1895 α[t]]) (4.82369 + 0.942111 Csc[2.379 α[t]] - 0.471056 Tan[1.1895 α[t]]) -
0.471056 ProductLog[0.0611656 e10.2402 Cot[1.1895 α[t]] Cot[1.1895 α[t]]]2 Tan[1.1895 α[t]])
α'[t]2) / (1. + ProductLog[0.0611656 e10.2402 Cot[1.1895 α[t]] Cot[1.1895 α[t]]]) +
(199.756 + 109.463 (2.09356 + (4.05522 Csc[1.1895 α[t]] - 0.396012 ProductLog[
0.0611656 e10.2402 Cot[1.1895 α[t]] Cot[1.1895 α[t]]]) Sec[1.1895 α[t]]2)) α''[t] +
( 268.237 + 163.431 ( 3.07705 + ( 0.8594 -  $\frac{3.0941}{(1 - 0.0771475 \sin[0.528486 + 0.8975 \alpha[t]]^2)^{1/4}}$  ) )2 ) )
α''[t]

```

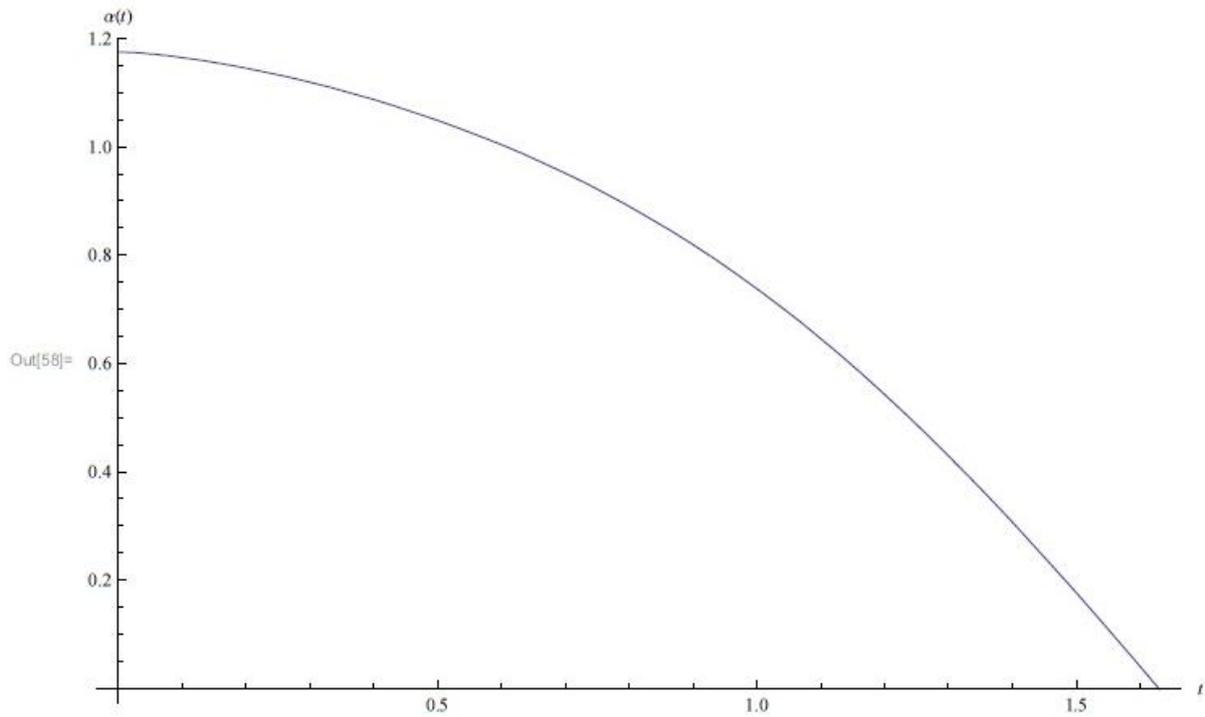
(**\*numerische Lösung der Differentialgleichung\***)

```
In[56]= s = NDSolve[{G3 == 0, α[0] == (67.34 Degree), α'[0] == 0}, α[t], {t, 0, 1.62}]
```

```
Out[56]= {{α[t] → InterpolatingFunction[{{0., 1.62}}, <>][t]}}
```

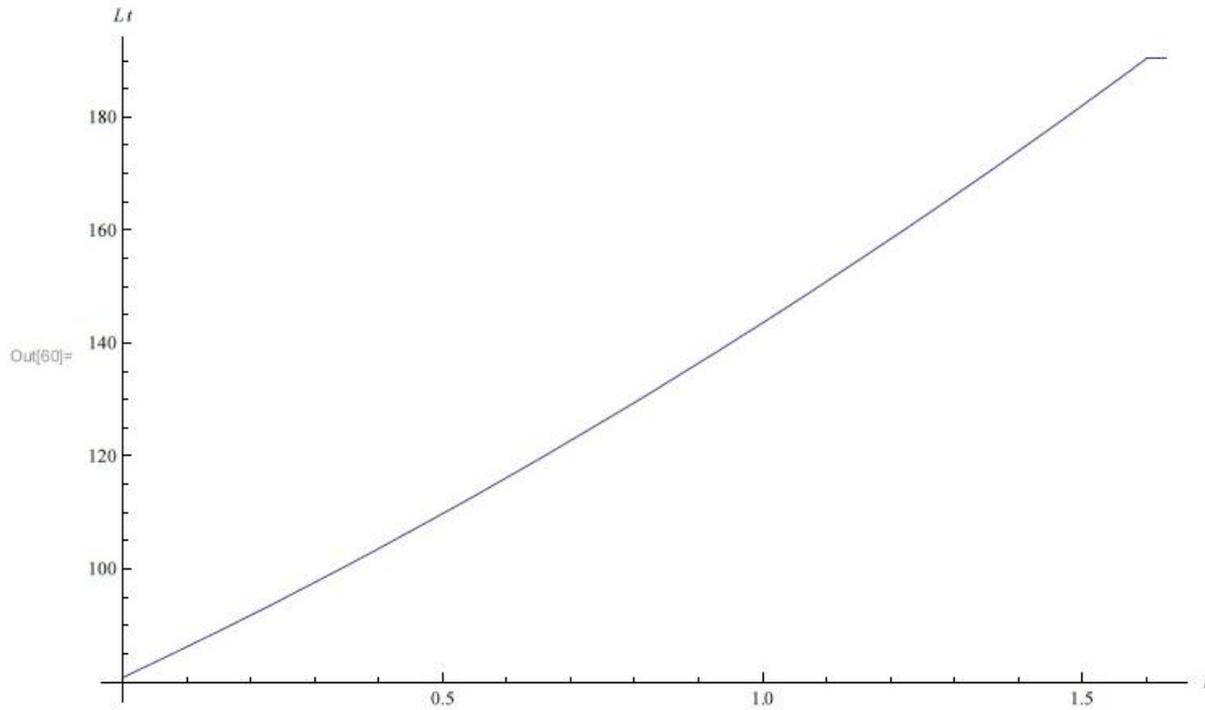
(**\*Darstellung Winkel α[t]: α[t]-t-Diagramm\***)

```
In[58]= Plot[Evaluate[ $\alpha[t]$  /. s], {t, 0, 1.63}, AxesLabel -> {t,  $\alpha[t]$ }]
```



(**\*Darstellung Hubkraft: L[t]-t-Diagramm\***)

```
In[60]= Plot[Evaluate[L[t] /. s], {t, 0, 1.63}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {t, L(t)}]
```



```
In[61]= Table[s, {t, 0, 1.63, 0.1}]
```

```
Out[61]= {{α[0.] → 1.1753}, {α[0.1] → 1.16511}, {α[0.2] → 1.14555}, {α[0.3] → 1.11948},
  {α[0.4] → 1.08735}, {α[0.5] → 1.04906}, {α[0.6] → 1.00406}, {α[0.7] → 0.951483},
  {α[0.8] → 0.890271}, {α[0.9] → 0.819378}, {α[1.] → 0.738002},
  {α[1.1] → 0.645742}, {α[1.2] → 0.542667}, {α[1.3] → 0.429328},
  {α[1.4] → 0.306742}, {α[1.5] → 0.176385}, {α[1.6] → 0.0401943}}
```

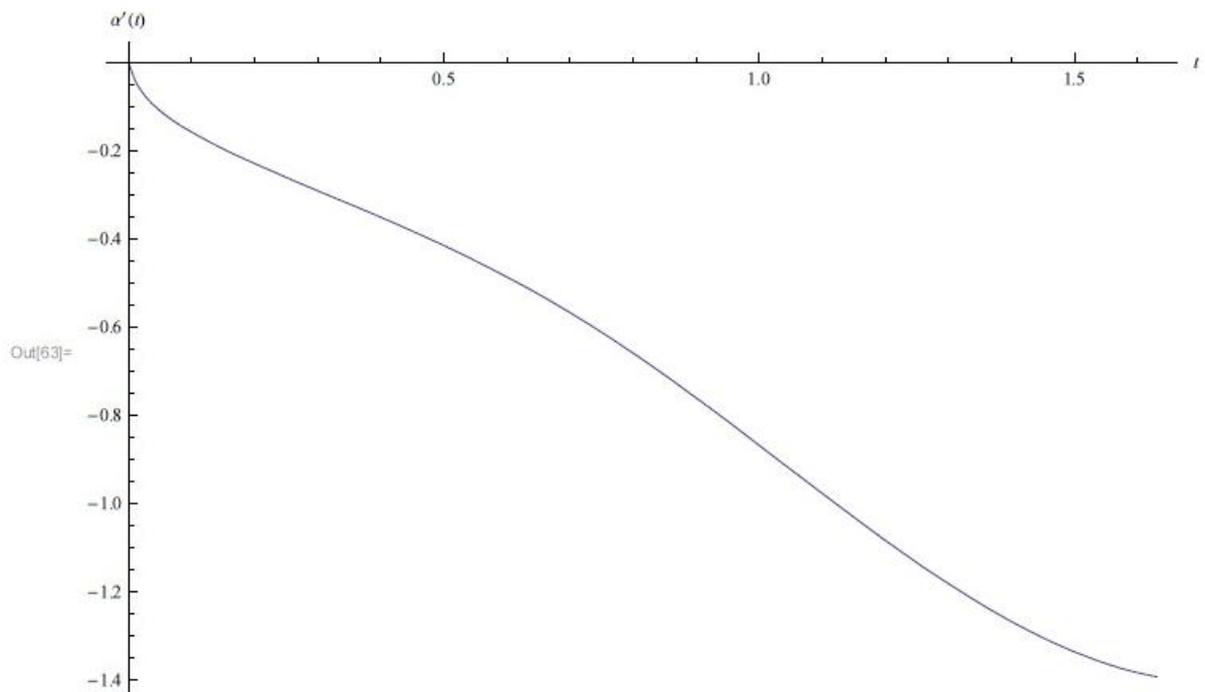
**(\* Berechnen der Winkelgeschwindigkeit α'[t]\*)**

```
In[62]= s1 = Dt[s, t]
```

```
Out[62]= {{α'[t] → InterpolatingFunction[{{0., 1.62}}, <>][t]}}
```

```
Out[46]= {{α'[t] → InterpolatingFunction[{{0., 1.62}}, <>][t]}}
```

```
In[63]= Plot[Evaluate[α'[t] /. s1], {t, 0, 1.63}, PlotRange → All, AxesLabel → {t, α'[t]}
```



```
In[64]= Table[s1, {t, 0, 1.63, 0.1}]
```

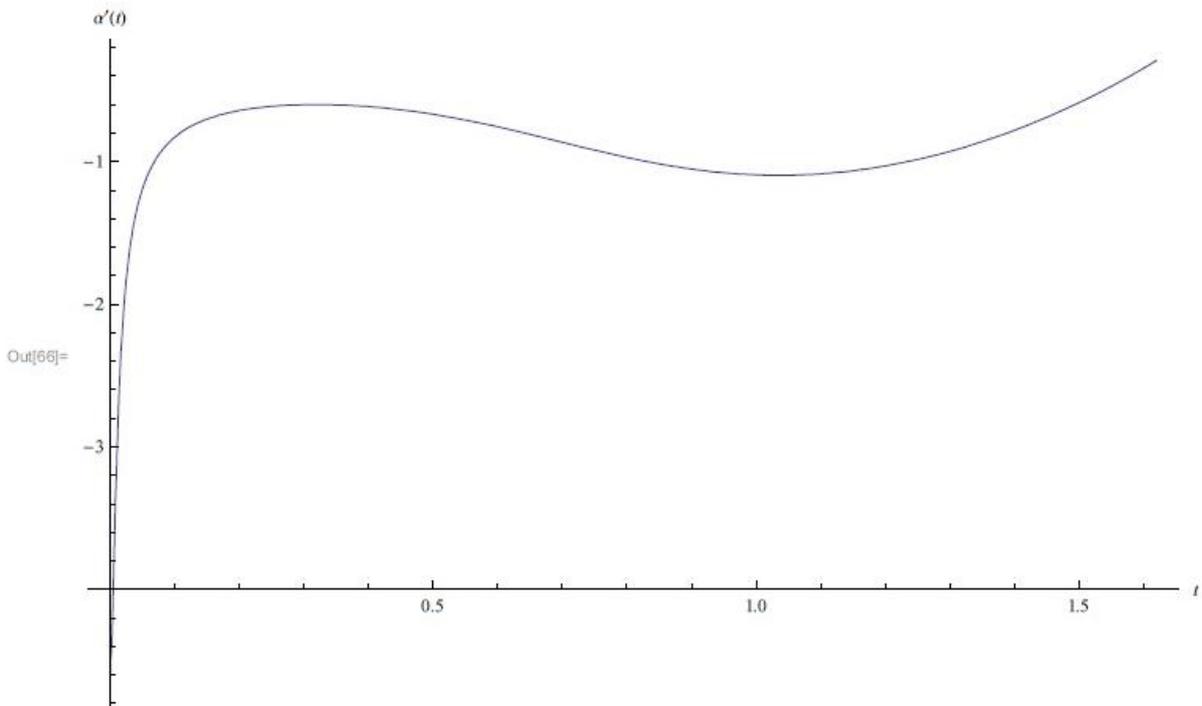
```
Out[64]= {{{α'[0.] → 4.05649 × 10-21}, {α'[0.1] → -0.158517}},
  {{α'[0.2] → -0.229682}, {α'[0.3] → -0.291163}, {α'[0.4] → -0.351514}},
  {{α'[0.5] → -0.415282}, {α'[0.6] → -0.486207}, {α'[0.7] → -0.5671}},
  {{α'[0.8] → -0.658923}, {α'[0.9] → -0.760302}, {α'[1.] → -0.867889}},
  {{α'[1.1] → -0.977195}, {α'[1.2] → -1.08338}, {α'[1.3] → -1.1817}},
  {{α'[1.4] → -1.26756}, {α'[1.5] → -1.33637}, {α'[1.6] → -1.38341}}}
```

**(\* Berechnen der Winkelbeschleunigung α''[t]\*)**

```
In[65]= s2 = Dt[s1, t]
```

```
Out[65]= {{α''[t] → InterpolatingFunction[{{0., 1.62}}, <>][t]}}
```

```
In[66]:= Plot[Evaluate[ $\alpha'$ '[t] /. s2], {t, 0, 1.62}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {t,  $\alpha'$ '[t]}]
```



```
In[67]:=
```

```
Table[s2, {t, 0, 1.62, 0.1}]
```

```
Out[67]= {{ $\alpha''$ [0.] -> -4.48937}}, {{ $\alpha''$ [0.1] -> -0.827452}},
{{ $\alpha''$ [0.2] -> -0.641289}}, {{ $\alpha''$ [0.3] -> -0.600333}}, {{ $\alpha''$ [0.4] -> -0.613925}},
{{ $\alpha''$ [0.5] -> -0.667728}}, {{ $\alpha''$ [0.6] -> -0.755639}}, {{ $\alpha''$ [0.7] -> -0.863911}},
{{ $\alpha''$ [0.8] -> -0.970197}}, {{ $\alpha''$ [0.9] -> -1.05166}}, {{ $\alpha''$ [1.] -> -1.09245}},
{{ $\alpha''$ [1.1] -> -1.08553}}, {{ $\alpha''$ [1.2] -> -1.0303}}, {{ $\alpha''$ [1.3] -> -0.928456}},
{{ $\alpha''$ [1.4] -> -0.781044}}, {{ $\alpha''$ [1.5] -> -0.587299}}, {{ $\alpha''$ [1.6] -> -0.345353}}}
```

## Anhang D – Lebenslauf

### Curriculum Vitae

Stephan Wambacher Bsc  
4681 Rottenbach  
Parz 4  
Tel.: 0043-(0)680-1181579  
Email: [stephan.wambacher@gmail.com](mailto:stephan.wambacher@gmail.com)

### Persönliche Daten

---

Geburtsdatum	11.04.1984
Staatsbürgerschaft	Österreich
Religion	Kirche Jesu Christi der Heiligen der letzten Tage
Familienstand	ledig

### Bildungsweg

---

1990 - 1994	Volksschule Rottenbach
1994 - 1998	Hauptschule Haag am Hausruck
1998 - 1999	Landwirtschaftliche Berufs- und Fachschule (LWBFS) Waizenkirchen
1999 - 2003	Lehre zum Gas-, Wasser-, Heizungsinstallateur Fa. Heigl, Haag am Hausruck
2000 - 2004	Berufsreifeprüfung HTL Vöcklabruck
2003 - 2004	Anstellung als Geselle für Gas-, Wasser-, Heizungs- installation, Fa. Heigl, Haag am Hausruck
2004 - 2005	Grundwehrdienst beim Österreichischen Bundesheer
2005 - 2009	Bachelorstudium Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Wien
2009 - 2011	Masterstudium Konstruktiver Ingenieurbau an der Technischen Universität Wien

## **Berufserfahrung**

1999 - 2005	Anstellung als Lehrling und Geselle für Gas-, Wasser-, Heizungsinstallation, Fa. Heigl, Haag am Hausruck
02.2009 - 06.2009	Anstellung als technischer Zeichner, Dipl.-Ing. Markus Kuhlant, Zivilingenieur für Bauwesen, Mödling 32 Stunden/Monat
07.2009 - 08.2009	Ferialpraktikum als Statiker, Dipl.-Ing. Klaus Bieregger, Zivilingenieur für Bauwesen, Haiding bei Wels 6 Wochen
10.2009 - 06.2010	Anstellung als Statiker, Dipl.-Ing. Markus Kuhlant, Zivilingenieur für Bauwesen, Mödling 32 Stunden/Monat
07.2010 - 08.2010	Ferialpraktikum als Statiker, Dipl.-Ing. Markus Kuhlant, Zivilingenieur für Bauwesen, Mödling 8 Wochen
10.2010 - 05.2011	Anstellung als Statiker, Dipl.-Ing. Markus Kuhlant, Zivilingenieur für Bauwesen, Mödling 32 Stunden/Monat

## **Wissenschaftliche Tätigkeiten**

Bachelorarbeit	„Auswirkungen des Klimawandels auf die Wasserressourcen in Österreich - ein Vergleich von Informationen aus Medien und tatsächlich wissenschaftlich belegbaren Fakten“ Institut für Ingenieurhydrologie, Technische Universität Wien
Interdisziplinäre Seminararbeit	„Entwurf und Bemessung einer Pelletsproduktionsanlage“ Institut für Betonbau, Technische Universität Wien Institut für Hochbau, Technische Universität Wien
Diplomarbeit	„Hubbrücke mit dem Brückenklappverfahren“ Institut für Betonbau, Technische Universität Wien

## **Fortbildungen**

Seminar CAD1	Grundlagen des CAD-Programms Nemetschek Allplan Lehrveranstaltung der Technischen Universität Wien
--------------	---

Seminar CAD2                      Vertiefung des CAD-Programms Nemetschek Allplan  
Lehrveranstaltung der Technischen Universität Wien

### **Kenntnisse & Fähigkeiten**

---

EDV                                      Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint, Outlook)  
AutoCAD  
Nemetschek Allplan  
Dlubal (RSTAB, RFEM)  
Conkret  
Condim  
Abisplan 3D, Abisstatik  
ArchiPhysik  
BuildDesk ECOTECH

Englisch                                4 Jahre an der Hauptschule Haag am Hausruck  
1 Jahr an der LWBFS Waizenkirchen  
2 Jahre an der HTL Vöcklabruck (Berufsreifeprüfung)

Führerschein                         B

### **Auszeichnungen**

---

2009 - 2010                            Verleihung eines Leistungsstipendiums für ausge-  
zeichneten Studienerfolg an der Fakultät für Bau-  
ingenieurwesen der Technischen Universität Wien