



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna | Austria

## Diplomarbeit

# Geometrische Optimierung einer Peltonschaufel mit parametrischen Freiformflächen

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades  
eines Diplom-Ingenieurs (DI) unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Grafinger  
und

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Christian Bauer

Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung

eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Martin Klaf



Gmunden, November 2022



# Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde. Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der von den Begutachterinnen/Begutachtern beurteilten Arbeit überein.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die vorgelegte Arbeit mit geeigneten und dem derzeitigen Stand der Technik entsprechenden Mitteln (Plagiat-Erkennungssoftware) elektronisch-technisch überprüft wird. Dies stellt einerseits sicher, dass bei der Erstellung der vorgelegten Arbeit die hohen Qualitätsvorgaben im Rahmen der geltenden Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis „Code of Conduct“ an der TU Wien eingehalten wurden. Zum anderen werden durch einen Abgleich mit anderen studentischen Abschlussarbeiten Verletzungen meines persönlichen Urheberrechts vermieden.

Gmunden, 06.12.2022

---

*Stadt und Datum*

*Unterschrift*

---

# Danksagung

Zuerst möchte ich mich bei allen Mitarbeitern der Technischen Universität Wien bedanken, die mir in meiner Studienphase auch während des Verfassens dieser Arbeit vieles beigebracht haben.

Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Christian Bauer, dem Leiter des Forschungsbereich für Strömungsmaschinen am Institut für Energietechnik und Thermodynamik, der immer ein offenes Ohr für mich hatte und seine Begeisterung für technische Feinheiten in der Wasserkraft mit mir teilte.

Großer Dank gilt auch Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Grafinger, nicht nur für die technische Expertise im Bereich des Modellierens, sondern auch für die Möglichkeit einer Diplomarbeit in einem interessanten Gebiet.

Weiters bedanke ich mich bei allen Kommilitonen und Wegbegleitern die mir im Laufe des Studiums zur Seite gestanden sind.

Von ganzem Herzen möchte ich mich auch bei meinen Eltern Maria und Gerhard Klappf bedanken. Durch ihre jahrelange tatkräftige Unterstützung ermöglichten sie mir das Studium und diese Diplomarbeit.

# Kurzfassung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird die parametrische Konstruktion und Validierung einer Pelton-Schaufelgeometrie behandelt. Die experimentelle Charakterisierung der Geometrie wird mithilfe eines Versuchsaufbaus im Labor des Instituts für Energietechnik und Thermodynamik an der Technischen Universität Wien ermittelt. Die Arbeit fasst in ihrem einführenden Teil auch die Geschichte und Entwicklung der Pelton-turbine und die Grundlagen der Freiformflächenmodellierung zusammen.

Aufbauend auf Vorgängermodellen und einem vorhanden Turbinen-Laufrad wird die gesamte Schaufelgeometrie mit insgesamt 15 veränderlichen Parametern im 3D Modellierprogramm „Siemens NX12“ erstellt. In der Parameterstudie werden die genauen Auswirkungen und Parametergrenzen beschrieben, um auch nachträglich gezielte Änderungen vornehmen zu können.

Um nachzuweisen, dass der konstruierte Peltonbecher für den Dauerbetrieb geeignet ist, werden die kritischen Belastungsfälle berechnet und in dem Finite Elemente Programm von Ansys Workbench simuliert. Eine Auswertung der Ergebnisse wird zeigen, dass der Peltonbecher ausreichend dimensioniert ist.

# Abstract

This diploma thesis deals with the parametric design and validation of a Pelton blade geometry. The experimental characterisation of the geometry is determined with the help of an experimental setup in the laboratory of the Institute of Energy Technology and Thermodynamics at the Vienna University of Technology. In its introductory part, the paper also summarises the history and development of the Pelton turbine and the basics of free-form surface modelling.

Based on previous models and an existing turbine runner, the entire blade geometry is created with a total of 15 variable parameters in the 3D modelling programme Siemens NX 12. In the parameter study, the exact effects and parameter limits are described in order to be able to make specific changes at a later date.

In order to prove that the designed Pelton bucket is suitable for operation, the stresses of the critical load cases are calculated and simulated in the finite element programme of Ansys Workbench. An evaluation of the results shows that the Pelton bucket is sufficiently scaled for its purpose.

# Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung	I
Danksagung	II
Kurzfassung	III
Abstract	IV
Inhaltsverzeichnis	V
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	VIII
Abkürzungsverzeichnis	IX
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Hintergrund und Motivation</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Gliederung der Arbeit</b>	<b>3</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>4</b>
<b>2.1 Peltonturbine</b>	<b>4</b>
2.1.1 Einsatzbereiche	6
2.1.2 Geometrie einer Peltonschaufel	9
2.1.3 Arbeitsprinzip einer Peltonturbine	11
<b>2.2 Freiformflächenmodellierung</b>	<b>15</b>
2.2.1 Kurven und Flächen	15
2.2.2 Parametrische Kurven	16
2.2.3 Parametrische Flächen	17
2.2.4 Bézier-Kurve	18
2.2.5 B-Spline Kurven	20
2.2.6 NURBS-Kurven (Non-Uniform Rational B-Spline)	22
2.2.7 NURBS-Flächen	25
2.2.8 Krümmung ebener Kurven	27
2.2.9 Geometrische Stetigkeiten von Freiformflächen	28
<b>2.3 Verwendete Software</b>	<b>31</b>
<b>3 Konstruktionsaufbau</b>	<b>32</b>
<b>3.1 Becherwanne</b>	<b>34</b>
<b>3.2 Hauptschneide</b>	<b>35</b>

<b>3.3</b>	<b>Nebenschneide und Becherrand</b>	<b>37</b>
<b>3.4</b>	<b>Becherrücken</b>	<b>40</b>
<b>3.5</b>	<b>Flächenkörper verschließen</b>	<b>42</b>
<b>3.6</b>	<b>Volumenkörper und Feinschliff</b>	<b>43</b>
<b>3.7</b>	<b>Laufgradanschluss</b>	<b>44</b>
<b>3.8</b>	<b>Spannungskerbe</b>	<b>45</b>
<b>3.9</b>	<b>Ausnehmung und Erhöhung am Becherrand</b>	<b>46</b>
<b>4</b>	<b>Parameterstudie</b>	<b>47</b>
<b>4.1</b>	<b>Ein- und Austrittswinkel</b>	<b>49</b>
<b>4.2</b>	<b>Hauptschneide</b>	<b>51</b>
<b>4.3</b>	<b>Becherrand-Dicke</b>	<b>52</b>
<b>4.4</b>	<b>Becherrücken-Dicke</b>	<b>53</b>
<b>4.5</b>	<b>Bechertiefe</b>	<b>54</b>
<b>5</b>	<b>Festigkeitsnachweis mittels Finiter Elemente Methode (FEM)</b>	<b>55</b>
<b>5.1</b>	<b>Grundlagen zur Festigkeitsberechnung</b>	<b>56</b>
5.1.1	Vernetzung	57
5.1.2	Berechnungsgrundlagen für Betriebsbelastungen	58
5.1.3	Materialeigenschaften	62
<b>5.2</b>	<b>Stillstand</b>	<b>63</b>
<b>5.3</b>	<b>Normalbetrieb / Arbeitspunkt</b>	<b>64</b>
<b>5.4</b>	<b>Durchgangsdrehzahl</b>	<b>65</b>
<b>5.5</b>	<b>Fazit Festigkeitsnachweis</b>	<b>66</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>67</b>
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>69</b>
<b>8</b>	<b>Anhang</b>	<b>71</b>

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: 3D-Modell einer Pelton turbine.....	1
Abbildung 2.1: Pelton-Turbine: 1) Gehäuseunterteil; 2) Gehäusedeckel; 3) Düsenzuleitung; 4) Rohrverzweigung; 5) Düse; 6) Führungskreuz; 7) Düsennadel; 8) Düsennadelspindel; 9) Nadelspindeldichtung; 10) Strahlumlenker; 11) Strahlblöser; 12) Becherschaufel; 13) Laufradscheibe; 14) Turbinenwelle; 15) Turbinenlager; 16) Wellenkupplung; 17) Bremsdüse; 18) Reglerwelle; 19) Regulierhebel; 20) gefederte Regulierzugstange; 21) Reglergestänge; 22) Hydraulikzylinder [3].....	4
Abbildung 2.2: Vertikale Pelton turbine mit sechs Düsen in Ansicht und Draufsicht [3].....	5
Abbildung 2.3: Einsatzbereiche von Wasserturbinen nach Fallhöhe und Durchflussmenge [4].....	6
Abbildung 2.4: Wirkungsgradkurven von verschiedenen Wasserturbinen [3].....	7
Abbildung 2.5: Prinzip eines Speicherkraftwerks mit einer Pelton turbine [5].....	8
Abbildung 2.6: Geometrie und Definitionen eines Peltonbechers .....	9
Abbildung 2.7: Darstellung eines Laufrads mit einigen Peltonbechern in Schnittansicht für die Parameterbezeichnung .....	10
Abbildung 2.8: Strömung des Wassers im linear bewegten Peltonbecher [2] .....	11
Abbildung 2.9: Parametrische Fläche [6].....	17
Abbildung 2.10: Zwei Bézier-Kurven 3. Grades mit Parameter t.....	18
Abbildung 2.11: B-Spline mit markierten Segmenten.....	21
Abbildung 2.12: NURBS Kurve 3. Grades mit 7 Kontrollpunkten [8] .....	22
Abbildung 2.13: Beispiel einer NURBS-Fläche [7] .....	25
Abbildung 2.14: Definition der Krümmung einer ebenen Kurve.....	27
Abbildung 2.15: Geometrische Stetigkeit von Kurvenübergängen .....	28
Abbildung 2.16: Geometrische Stetigkeit von Flächenübergängen [9].....	30
Abbildung 3.1: Siemens NX Teile-Navigator.....	32
Abbildung 3.2: Siemens NX Modellhistorie mit Geometriebefehlen in Formelementgruppen.....	33
Abbildung 3.3: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Becherwanne .....	34
Abbildung 3.4: Definition der Punkte für die Hauptschneide .....	35
Abbildung 3.5: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Hauptschneide .....	36
Abbildung 3.6: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Nebenschneide .....	37
Abbildung 3.7: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Außenkontur des Becherrands.....	38
Abbildung 3.8: Konstruktionsbefehl zur Erstellung des Becherrands .....	39
Abbildung 3.9: Definition der Kurven für den Becherrücken.....	40
Abbildung 3.10: Darstellung aller Flächen des Becherrückens .....	41

Abbildung 3.11: Darstellung der geschlossenen Becherhälfte .....	42
Abbildung 3.12: Darstellung des Bechers nach der Volumensbildung .....	43
Abbildung 3.13: Darstellung des Laufradanschlusses.....	44
Abbildung 3.14: Darstellung der Spannungskerbe .....	45
Abbildung 3.15: Darstellung der Ausnehmung und Erhöhung am Becherrand .....	46
Abbildung 4.1: Parameterdefinition des Ein- und Austrittswinkels.....	49
Abbildung 4.2: Parameterdefinition der Hauptschneide .....	51
Abbildung 4.3: Parameterdefinition der Becherranddicke .....	52
Abbildung 4.4: Parameterdefinition des Becherrückens.....	53
Abbildung 4.5: Parameterdefinition der Bechertiefe .....	54
Abbildung 5.1: Vernetzung der Peltonschaufel in Ansys.....	57
Abbildung 5.2: Vergleichsspannung bei Belastung im Stillstand .....	63
Abbildung 5.3: Vergleichsspannung bei Belastung im Arbeitspunkt.....	64
Abbildung 5.4: Vergleichsspannung bei Belastung bei Durchgang .....	65

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1: Kontrollpunkte deren Gewichtung einer NURBS-Kurve [8].....	22
Tabelle 4.1: Parameterauflistung für CAD Modell mit Grenzwerten .....	48
Tabelle 4.2: Richtwerte für $\beta_{1B}$ aus der Literatur.....	50
Tabelle 4.3: Richtwerte für $\beta_{2B}$ aus der Literatur.....	50
Tabelle 5.1: Durch die Aufgabenstellung vorgegebene Daten .....	59
Tabelle 5.2: Berechnete Daten für den Festigkeitsnachweis.....	61
Tabelle 5.3: chemische Zusammensetzung von X3CrNiMo13-4.....	62
Tabelle 5.4: mechanische Eigenschaften von X3CrNiMo13-4 im vergüteten Zustand .....	62

# Abkürzungsverzeichnis

CAD	...Computer-Aided Design
CFD	...Computational Fluid Dynamics
FEM	...Finite Elemente Methode
HS	...Hauptschneide
IET	...Institut für Energietechnik und Thermodynamik
NURBS	... Non-Uniform Rational B-Splines
TU	...Technische Universität



# 1 Einführung

## 1.1 Hintergrund und Motivation

In einem Wasserkraftwerk wird die potentielle Energie des Wassers über eine Turbine in mechanische Energie umgewandelt. Diese Turbine treibt meist über ein Getriebe einen Generator an, der elektrische Energie erzeugt. Grundsätzlich wird unterschieden in Speicherkraftwerke mit einem höhergelegenen aufgestauten Wasserspeicher und Laufkraftwerke mit einem fließenden Gewässer. Je nach Bedingungen des einzelnen Kraftwerks werden verschiedene hydraulische Turbinen eingesetzt.

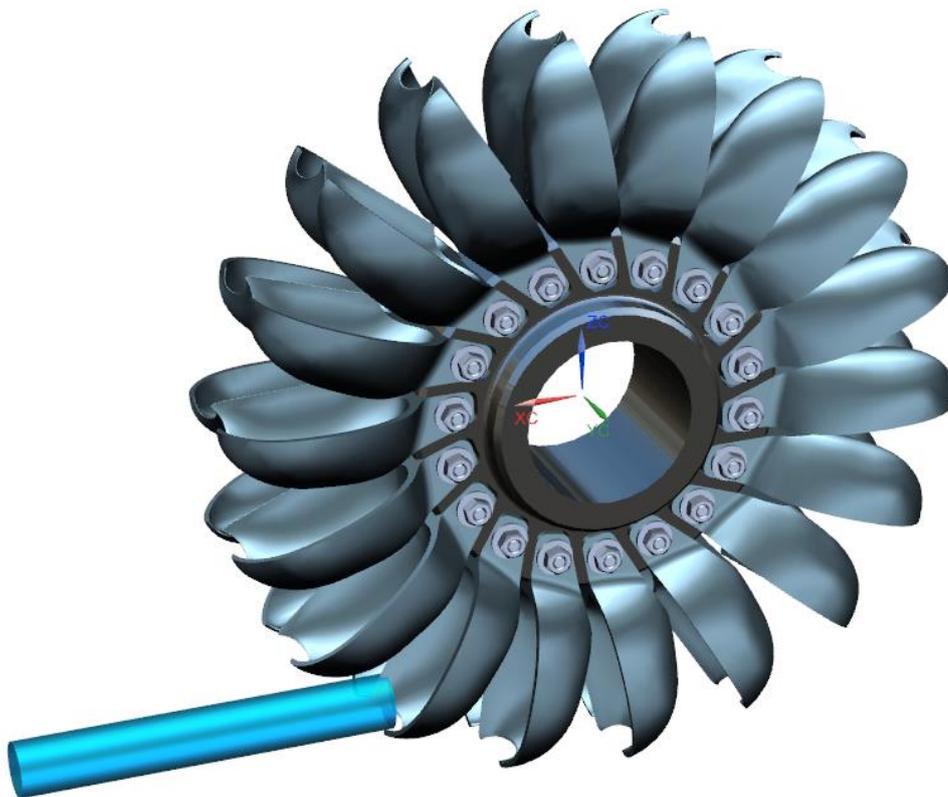


Abbildung 1.1: 3D-Modell einer Pelton-turbine

Die in Abbildung 1.1 dargestellte Pelton-turbine, auch als Freistrahls- oder Gleichdruckturbine bezeichnet, zählt neben der Francis- und der Kaplan-turbine zu den wichtigsten hydraulischen Maschinen zur Stromerzeugung. Ein wesentlicher Vorteil der Pelton-turbine gegenüber anderen Turbinenarten ist, dass jede einzelne Düse für

sich geregelt werden kann und Schwankungen der Wassermenge den Wirkungsgrad nicht sehr stark beeinflussen. Das Haupteinsatzgebiet von Peltonturbinen liegt hauptsächlich in Gebirgsregionen mit mittleren bis hohen Fallhöhen und vergleichsweise geringen Durchflussmengen [1].

Peltonlaufräder gibt es in allen Größenklassen, vom Pico Wasserkraftwerk für einzelne Häuser bis zur weltweit größten Anlage, dem Kraftwerk Bieudron in der Schweiz mit einer Fallhöhe von 1883m und drei Turbinen mit jeweils einer elektrischen Maximalleistung von 423MW [2].

Entwickelt wurde die Pelton turbine 1879 vom amerikanischen Erfinder Lester Allan Pelton und wird seither kontinuierlich verbessert. Die meisten der erzielten Fortschritte beruhen auf praktischen Erfahrungen, Know-how und umfangreichen experimentellen Versuchen. Um die Nutzung kleinster Wasserkraftpotenziale wirtschaftlich rentabel zu machen, ist es notwendig die Entwicklungszeit und die Auslegungskosten zu verringern. Dafür ist die Nutzung von computergestützten numerischen Simulationswerkzeugen und Optimierungstechniken erforderlich. Je nach Anwendungsfall werden verschiedene Konstruktions-, Berechnungs- und Simulationsprogramme verwendet [2].

Ziel dieser Arbeit ist die Verbesserung bzw. Neuentwicklung eines parametrischen Flächenmodells einer Peltonschaufel mit Parametervariationen. Aufbauend kann dieses Modell zur Wirkungsgraduntersuchung am Turbinenprüfstand des Fachbereichs für Strömungsmaschinen an der TU Wien dienen.

## 1.2 Gliederung der Arbeit

In Kapitel 1 wird allgemein der Aufbau und die Verwendung der Pelton-turbine erläutert und das Ziel dieser Arbeit definiert.

Die Grundlagen zu Pelton-turbinen und zu Freiformflächen werden in Kapitel 2 ausführlich beschrieben. Um die diskutierten Problemstellungen in Kapitel 3 und 4 leichter verstehen zu können, ist ein gewisser Einblick in die Arbeitsweise der Freistrahlturbine und in die Hintergründe der CAD Konstruktion hilfreich.

In Kapitel 3 wird der gesamte Konstruktionsaufbau der Pelton-schaufel behandelt. Es soll nachfolgenden Arbeiten die Möglichkeit geben, die Herangehensweise und den Aufbau schnell zu überblicken.

Ergänzend zur Konstruktion werden in Kapitel 4 die Parameter erklärt und dargestellt. Durch insgesamt 15 Werte lässt sich die Geometrie einfach und schnell im CAD Programm anpassen.

Um zu zeigen, dass die konstruierte Pelton-schaufel für die Belastungen im Betrieb ausreichend dimensioniert ist, wird in Kapitel 5 ein Festigkeitsnachweis mittels einer FEM-Analyse durchgeführt.

Abschließend werden in der Zusammenfassung die Ergebnisse diskutiert und eine mögliche Fortsetzung des Projekts vorgestellt.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Pelton-turbine

Eine Pelton-turbine besteht primär aus einem Laufrad mit becherförmigen Schaufeln. Durch eine oder mehrere Düsen mit verstellbaren Austrittsöffnungen strömt das Triebwasser in einem Strahl mit sehr hoher Geschwindigkeit auf die Schaufel, siehe Abbildung 2.1. Mit dem Düsenaustritt herrscht im Wasser Atmosphärendruck und die Pelton-turbine wird deshalb auch Gleichdruckturbine oder Freistrahlturbine genannt. An der Hauptschneide der Schaufel teilt sich der Wasserstrahl, wird durch die Becher um fast 180° umgelenkt und gibt nahezu seine gesamte kinetische Energie an die Schaufel ab.

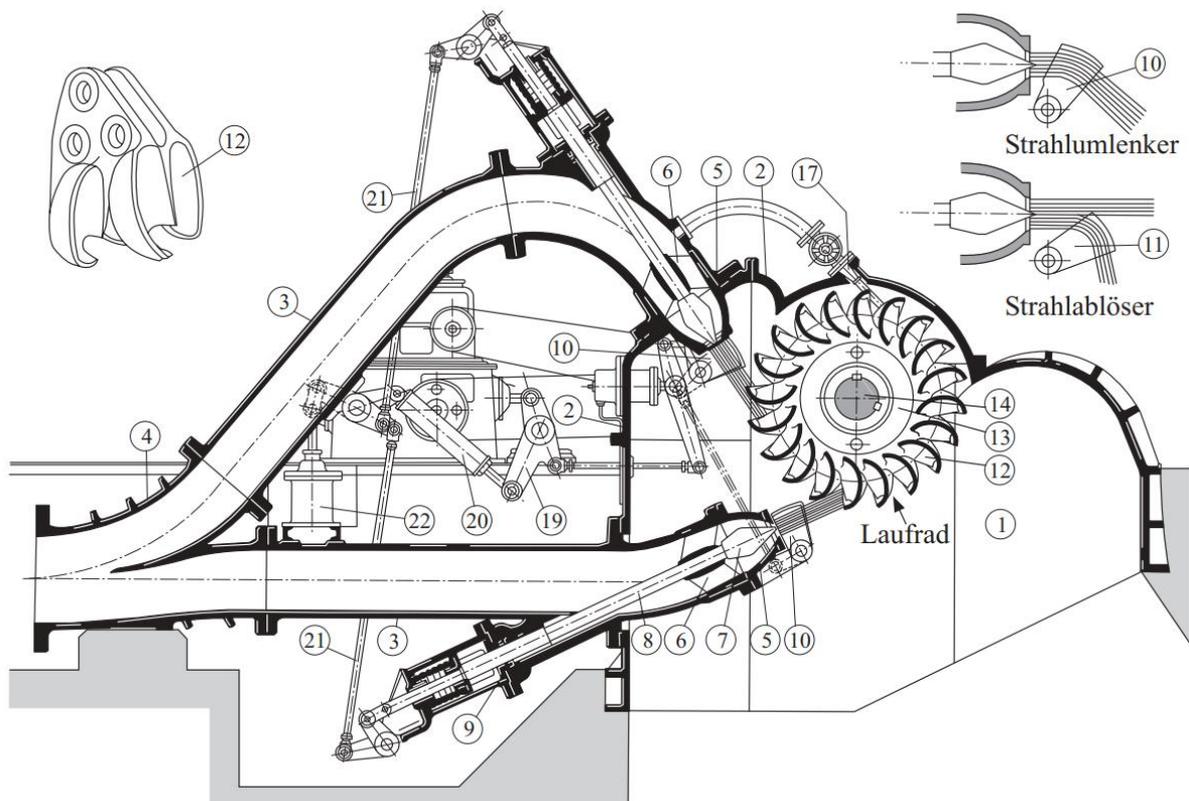


Abbildung 2.1: Pelton-Turbine: 1) Gehäuseunterteil; 2) Gehäusedeckel; 3) Düsenzuleitung; 4) Rohrverzweigung; 5) Düse; 6) Führungskreuz; 7) Düsennadel; 8) Düsennadelspindel; 9) Nadelspindeldichtung; 10) Strahlumlenker; 11) Strahlablöser; 12) Becherschaufel; 13) Laufradscheibe; 14) Turbinenwelle; 15) Turbinenlager; 16) Wellenkupplung; 17) Bremsdüse; 18) Reglerwelle; 19) Regulierhebel; 20) gefederte Regulierzugstange; 21) Reglergestänge; 22) Hydraulikzylinder [3]

Abhängig vom Anwendungsfall kann die Pelton-turbine auf einer horizontalen oder vertikalen Welle gelagert sein. Horizontale Turbinenanlagen mit maximal vier Düsen kommen meist bei kleineren Wasserkraftwerken zum Einsatz. Bei Anlagen mit hohem Durchfluss und größeren Fallhöhen wird häufig eine vertikale Wellenausrichtung mit bis zu sechs Düsen verwendet, siehe Abbildung 2.2. Die allgemeine Funktionsweise und der Aufbau sind bei beiden Wellenausrichtungen grundsätzlich identisch. Durch die niedrige spezifische Drehzahl von 1-20 Umdrehungen pro Minute, erfolgt die Kraftübertragung auf den Generator direkt über die Welle. Bei derzeit produzierten Pelton-turbinen sind Wirkungsgrade bis über 93% möglich [1].

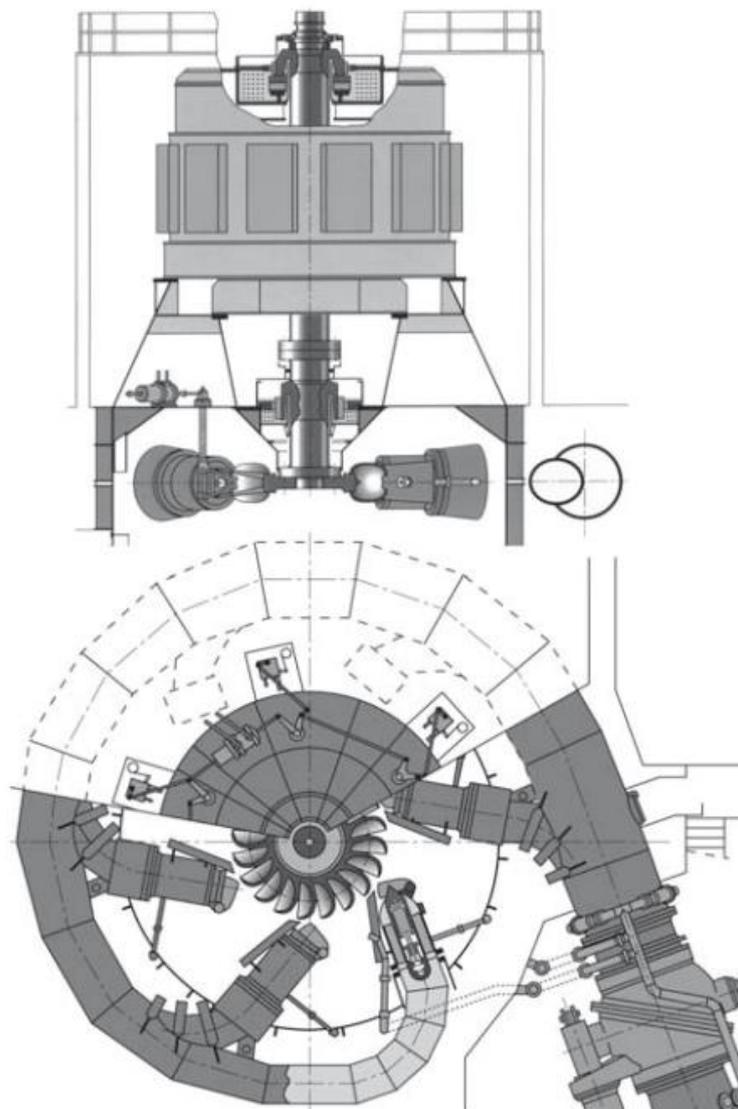


Abbildung 2.2: Vertikale Pelton-turbine mit sechs Düsen in Ansicht und Draufsicht [3]

## 2.1.1 Einsatzbereiche

Die Peltonturbine zeichnet sich aus in Anwendungsfällen in denen der Volumenstrom im Verhältnis zur Fallhöhe gering ist, typischerweise bei Fallhöhen von 550-2000m. Der Grund für diese Eigenschaft ist, dass die Turbine mit einer Vielzahl von Düsen geregelt wird, wobei jede Düse den Volumenstrom separat regulieren kann. Aufgrund dieser Eigenschaft ist die Peltonturbine eine sehr gute Wahl, wenn die verfügbare abzuarbeitende Wassermenge unvorhersehbar ist und sich im Laufe der Saison stark ändern kann [1].

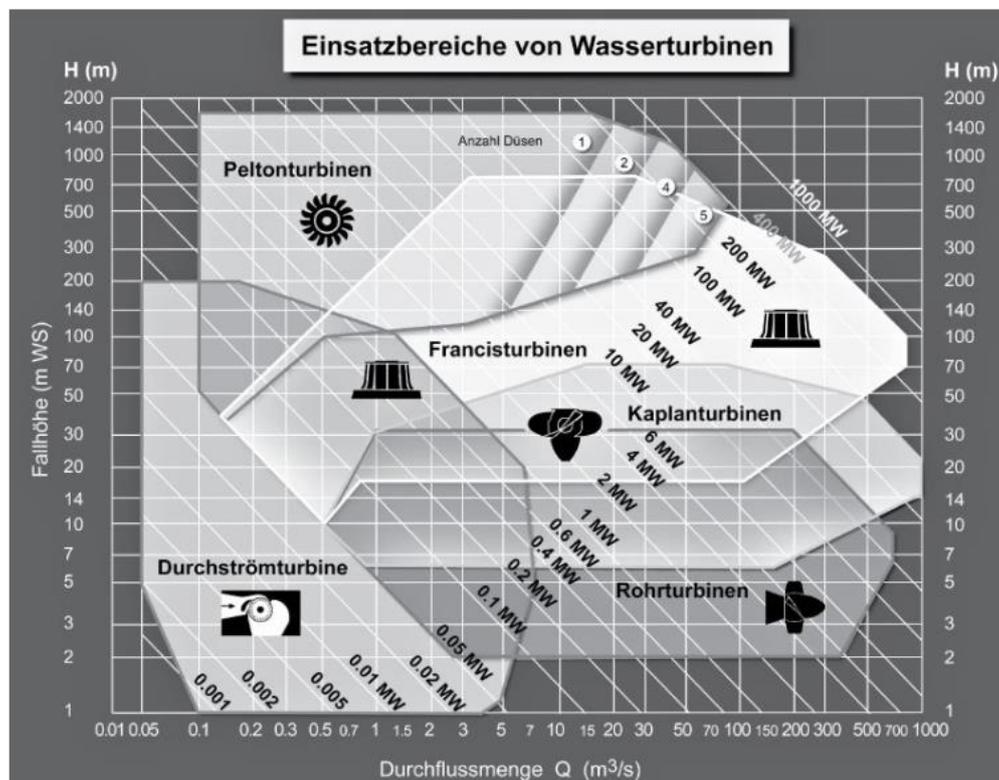


Abbildung 2.3: Einsatzbereiche von Wasserturbinen nach Fallhöhe und Durchflussmenge [4]

Alle Typen von Wasserkraftwerken werden im Allgemeinen von drei verschiedenen Turbinentypen abgedeckt. Durch die Kaplan-, Francis- und Peltonturbine können alle verschiedenen vorkommenden Wasserpotentiale effektiv genutzt werden, siehe Abbildung 2.3. Das Einsatzgebiet von Kaplanturbinen liegt hauptsächlich im Niederdruckbereich, also in Flusskraftwerken mit großen Durchflüssen und geringen Fallhöhen. Die Francisturbine hingegen arbeitet als Überdruckturbine und kann im

Regelfall Fallhöhen von ca. 50 bis 600m verarbeiten. Peltonturbinen werden hingegen für kleine Durchflüsse und große Fallhöhen verwendet [1]. Die Wirkungsgradkurve der Peltonturbine über dem Durchfluss, dargestellt in Abbildung 2.4, ist im Vergleich zur Francis- oder Kaplanmaschine flach, und der maximale Wirkungsgrad ist niedriger.

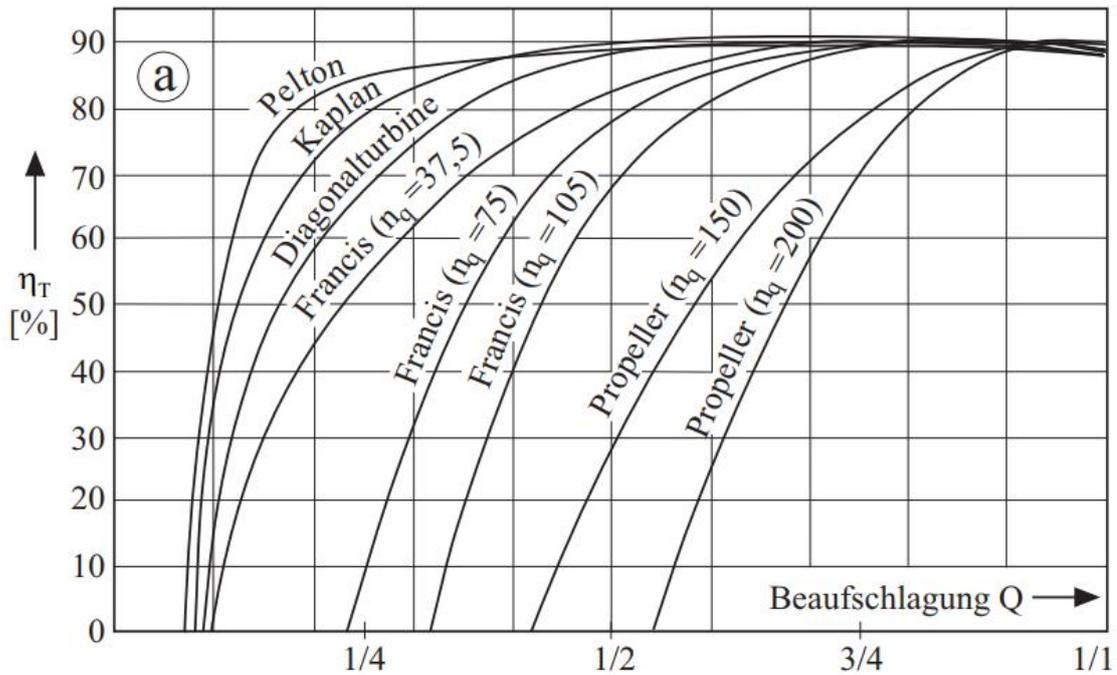


Abbildung 2.4: Wirkungsgradkurven von verschiedenen Wasserturbinen [3]

## Kraftwerkseinsatz

Aufgrund ihrer Spezifikationen eignet sich die Peltonturbine vor allem für den Einsatz in Speicherkraftwerken und Pumpspeicherkraftwerken. Das notwendige Wasser wird in einem Speichersee, der entweder natürlichen Ursprungs ist oder durch eine Staumauer entsteht, gesammelt bzw. aufgestaut. Zwischen dem Druckstollen und der Druckrohrleitung passiert das Wasser meist ein Wasserschloss, um Schäden durch Druckstöße zu verhindern. Im Krafthaus, oder auch Maschinenhaus, trifft das Wasser auf die Turbine und treibt damit den Generator an, siehe Abbildung 2.5. Im Gegensatz zu anderen Kraftwerkstypen können Speicherkraftwerke sehr rasch aktiviert werden und können somit kurzfristige Strombedarfsspitzen abdecken bzw. auch die Versorgungssicherheit in Notfällen garantieren [1].

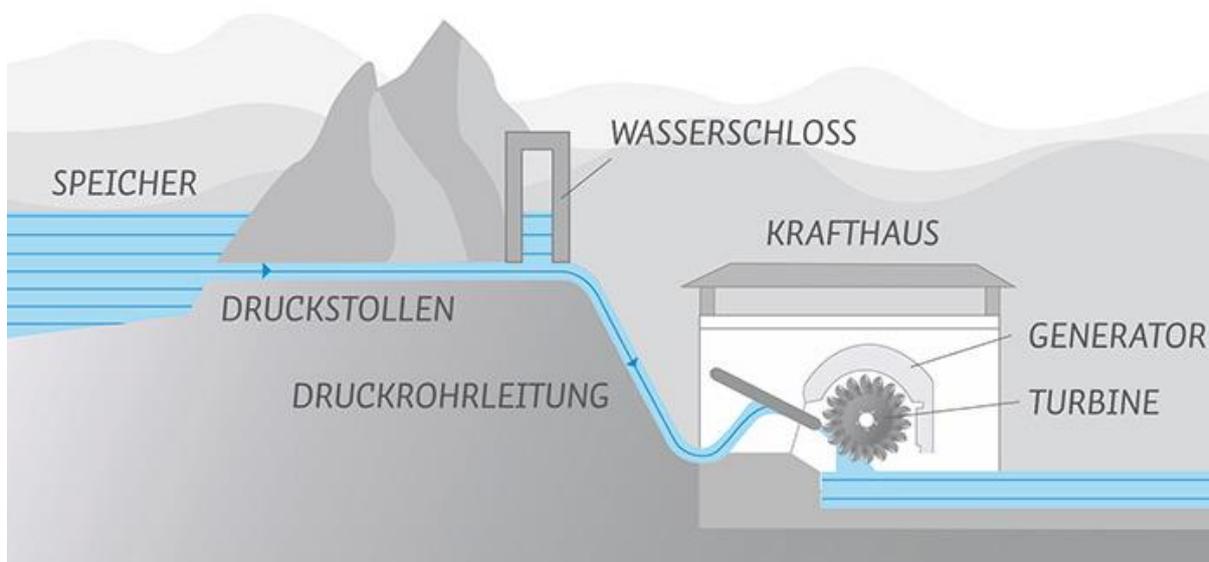


Abbildung 2.5: Prinzip eines Speicherkraftwerks mit einer Peltonturbine [5]

## 2.1.2 Geometrie einer Peltonschaufel

Die Auslegung eines Pelton-Laufrades hängt von den jeweiligen hydraulischen Voraussetzungen der Turbinenanlage ab. Diese sind definiert durch die hydraulischen Kennzahlen, welche in Kapitel 6 behandelt werden. Durch die definierten Bezeichnungen in Abbildung 2.6 und Abbildung 2.7 werden die Spezifikationen von Peltonturbinen hauptsächlich beschrieben:

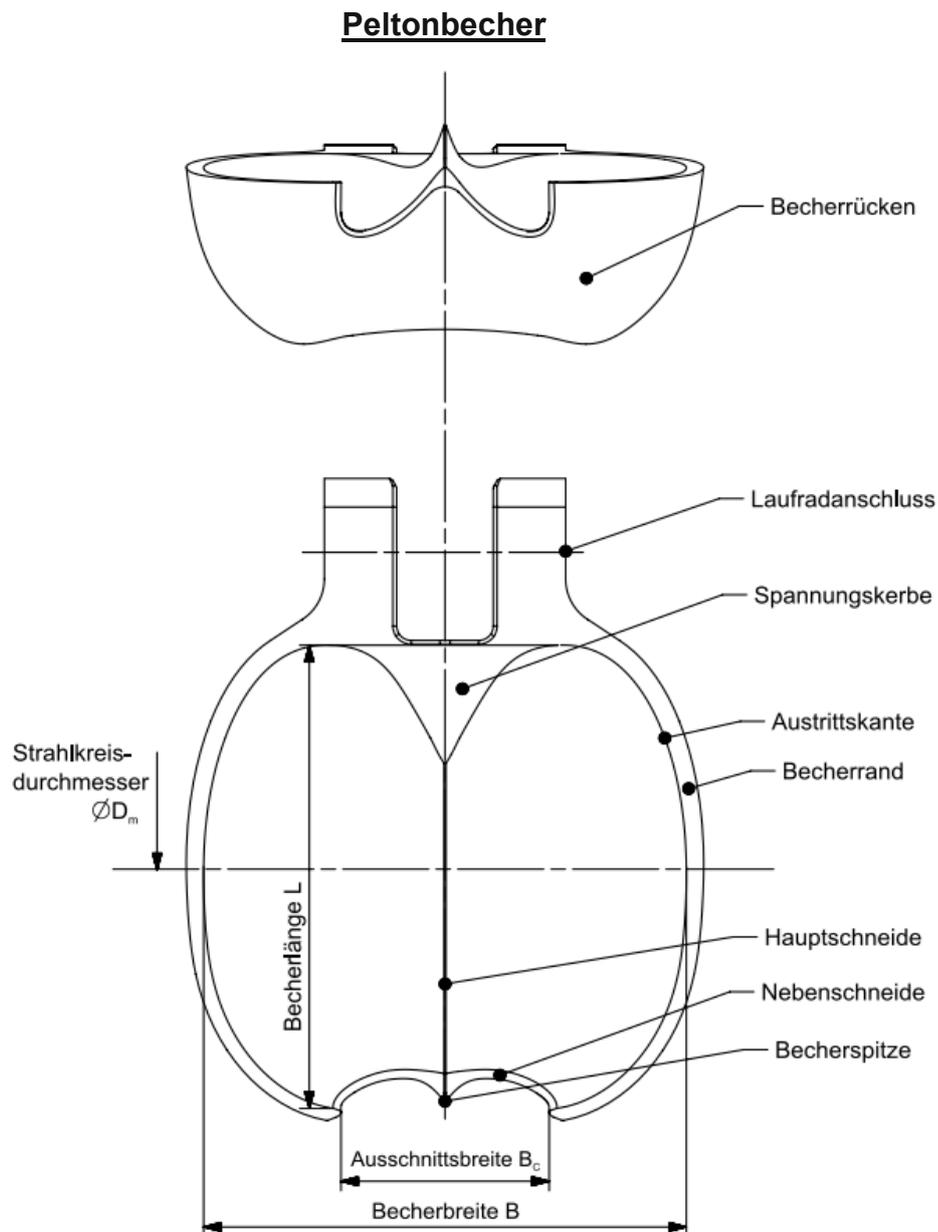


Abbildung 2.6: Geometrie und Definitionen eines Peltonbeckers

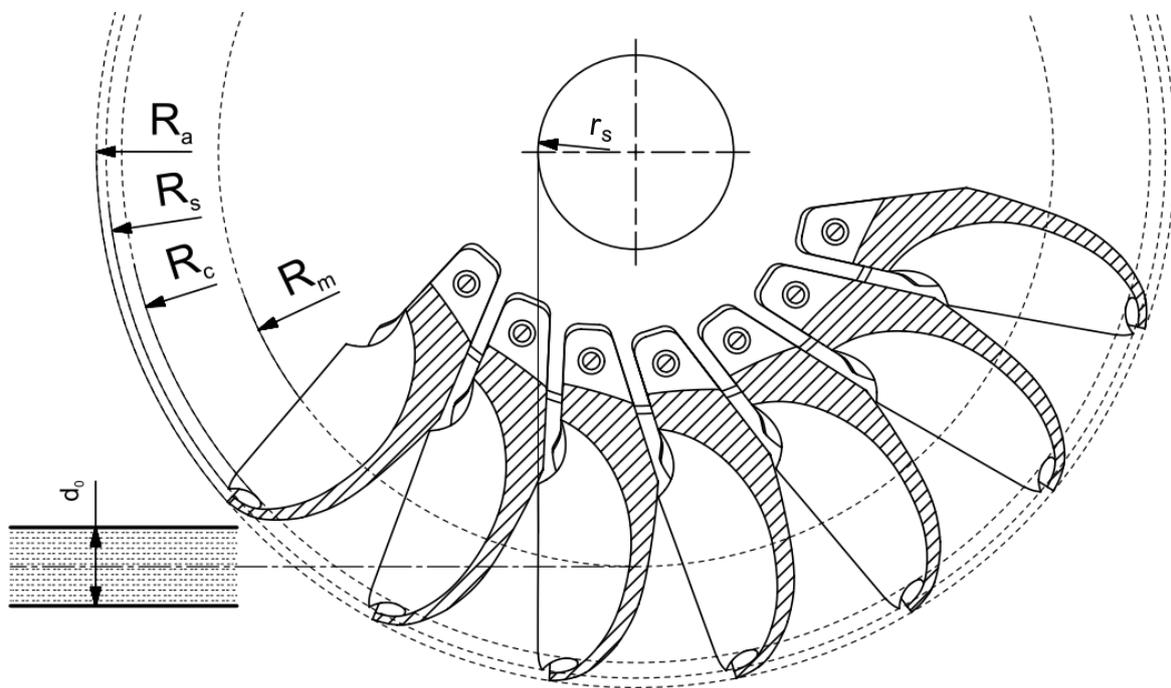
**Pelton-Laufrad**

Abbildung 2.7: Darstellung eines Laufrads mit einigen Peltonbechern in Schnittansicht für die Parameterbezeichnung

Wie in Abbildung 2.7 dargestellt, wird ein Pelton-Laufrad durch folgenden Parameter definiert [2]:

- $D_m = 2R_m$  Strahlkreisdurchmesser
- $D_a = 2R_a$  Radaußendurchmesser
- $D_s = 2R_s$  Spitzenkreisdurchmesser
- $D_c = 2R_c$  Durchmesser des Nebenschneidekreises
- $N$  Schaufelzahl
- $r_s$  Grundkreisradius der Hauptschneide
- $d_0$  Strahldurchmesser

## 2.1.3 Arbeitsprinzip einer Peltonturbine

Für die Energieumwandlung wird die potentielle Energie des Wassers durch die geodätische Höhendifferenz des Wasserspeichers und der tiefer gelegenen Turbine verwendet. In der Terminologie der Wasserkraftmaschinen wird die Höhendifferenz als Fallhöhe  $H$  bezeichnet [2]. Die Peltonturbine ist eine Gleichdruckturbine, was bedeutet, dass das Arbeitsmedium vor und nach dem Laufrad den gleichen statischen Druck hat.

Zuerst erfolgt die Umwandlung der potentiellen Energie in kinetische Energie durch die Bildung eines Wasserstrahls durch die Düse des Injektors. Eine direkte Folge davon ist, dass es keinen Druckunterschied zwischen dem Einlass und dem Auslass des Laufrads gibt. Werden alle Verluste vernachlässigt, ergibt sich die Strahlgeschwindigkeit  $C_0$  durch die Bernoulli-Gleichung [2]:

$$C_0 = \sqrt{2gH} \quad (2.1)$$

mit Erdbeschleunigung  $g$  und Fallhöhe  $H$

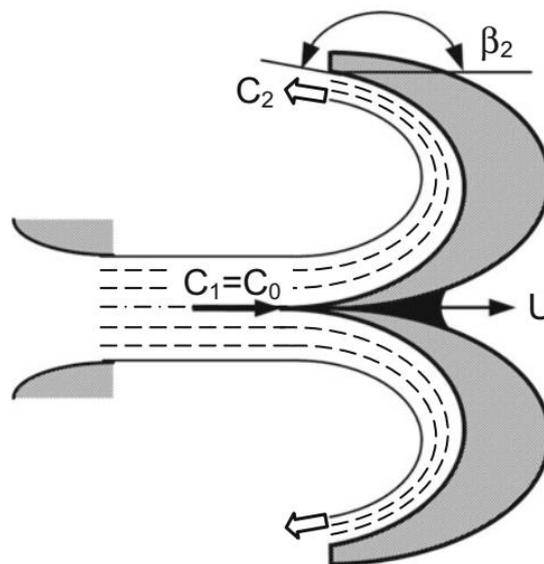


Abbildung 2.8: Strömung des Wassers im linear bewegten Peltonbecher [2]

Durch die Umleitung des Wassers in den rotierenden Schaufelbechern um fast  $180^\circ$ , dargestellt in Abbildung 2.8, wird die kinetische Energie des Wasserstrahls in mechanische Energie umgewandelt.

Als Vereinfachung wird angenommen, dass sich die Schaufel geradlinig mit der konstanten Geschwindigkeit  $U$  bewegt. Die mechanische Energie, die auf die Welle übertragen wird, stammt also allein von den Impulskräften der Strömung. Die Impulskräfte entstehen, wenn der Schaufelbecher die Strömungsvektoren zu einer Richtungsänderung zwingen.

Die Relativgeschwindigkeit des Wasserstrahls  $W_1$  gegenüber der Schaufel wird definiert als [2]:

$$W_1 = C_1 - U \quad (2.2)$$

mit Strahlgeschwindigkeit  $C_1=C_0$  und Umfangsgeschwindigkeit  $U$

Durch die Ausbreitung des Wassers in der Schaufel erhöht sich der Druck unter dem Wasserfilm. Nach der Bernoulli-Gleichung mit konstanter Totalenergie erhöht sich die Strömungsgeschwindigkeit bei Verringerung der Wasserfilmdicke. An der Oberfläche des Wasserfilms herrscht Umgebungsdruck und bei einer angenommenen reibungsfreien Strömung stellt sich hier auch eine konstante Strömungsgeschwindigkeit ein. Bei Austritt aus der Schaufel steht das gesamte Wasser wieder unter dem Umgebungsdruck. Durch vektorielle Addition ergibt sich für die Austrittsgeschwindigkeit  $C_2$  [2]:

$$C_2^2 = U^2 + W^2 + 2UW\cos\beta_2 \quad (2.3)$$

mit Umfangsgeschwindigkeit  $U$ , Relativgeschwindigkeit  $W$  und Austrittswinkel  $\beta_2$

Durch die Richtungsänderung der Strömung wird nach dem Impulssatz eine Kraft an die Schaufel abgegeben. Die gesamte vom Wasser auf die Schaufel übertragene Kraft entsteht durch die Druckkraft unter dem Wasserfilm. Betrachtet man die Strömung bei Ein- und Austritt der bewegten Schaufel, so ergibt sich eine resultierende Kraftkomponente  $F_{\text{Schaufel}}$  in Richtung der Schaufelbewegung [2]:

$$F_{\text{Schaufel}} = \dot{m}_W * (W_1 - W_2 * \cos\beta_2) = \dot{m}_W * W(1 - \cos\beta_2) \quad (2.4)$$

mit Wassermassenstrom mit Relativgeschwindigkeit  $\dot{m}_W$ , Relativgeschwindigkeit  $W$  und Austrittswinkel  $\beta_2$

Der Massenstrom  $\dot{m}_W$  steht mit dem Massenstrom des Absolutsystems  $\dot{m}_c$  im folgenden Zusammenhang [2]:

$$\dot{m}_W = \frac{W}{C_0} * \dot{m}_c \quad (2.5)$$

mit Relativgeschwindigkeit  $W$  und Strahlgeschwindigkeit  $C_0$

Die Arbeitsleistung  $P_W$  im Relativsystem ist definiert als [2]:

$$P_W = F_{\text{Schaufel}} * U = \dot{m}_c * \frac{W^2}{C_0} * (1 - \cos\beta_2) * U \quad (2.6)$$

mit Schaufelkraft  $F_{\text{Schaufel}}$ , Umfangsgeschwindigkeit  $U$ , Massenstrom des Absolutsystems  $\dot{m}_c$ , Relativgeschwindigkeit  $W$ , Strahlgeschwindigkeit  $C_0$  und Austrittswinkel  $\beta_2$

Um geometrisch eine maximale Umwandlung der im Wasserstrahl vorhandenen kinetischen Energie zu erreichen, muss der Term  $(1-\cos\beta_2)$  maximal werden. Dies erfolgt  $\beta_2 = 180^\circ$  und würde eine vollständige Umlenkung des Strahls bedeuten.

Aus der Umformung von Gleichung (2.3) ergibt sich für die Austrittsgeschwindigkeit  $C_2$  [2]:

$$C_2^2 = \frac{1}{2} C_0^2 (1 + \cos\beta_2) \quad (2.7)$$

mit Strahlgeschwindigkeit  $C_0$  und Austrittswinkel  $\beta_2$

Mit vorangegangenen Vereinfachungen würde bei  $\beta_2 = 180^\circ$  ergibt sich für die Austrittsgeschwindigkeit  $C_2$  [2]:

$$C_2 = 0 \quad (2.8)$$

Die Austrittsgeschwindigkeit  $C_2$  darf aber nicht Null werden, weil das Wasser aus der Schaufel ausströmen muss um nicht auf die nachkommende Schaufel aufzutreffen. Wenn die Austrittsgeschwindigkeit des Wasserfilms am Becheraustritt Null wäre, würde die gesamte kinetische Energie auf die Schaufel übertragen werden. Da dies aber im realen Fall nicht möglich ist, wird der Winkel oft mit ca.  $170^\circ$  festgelegt und es entstehen sogenannte Austrittsverluste. Um diese Verluste zu minimieren muss die Becherwanne geometrisch in Richtung eines möglichst großen Austrittswinkel optimiert werden.

Neben Austrittsverlusten entstehen im Betrieb einer Peltonturbine auch Ventilationsverluste, Radseitenreibung durch etwaiges Spritzwasser und einen Fallhöhenverlust durch einen bedingten geodätischen Freihang der Turbine. Der Freihang einer Peltonturbine beschreibt den Abstand zwischen der Laufradunterkante und dem höchstmöglichen Unterwasserspiegel und soll verhindern, dass bereits abgearbeitetes Wasser wieder die Turbinenbewegung beeinflusst [1].

## 2.2 Freiformflächenmodellierung

Non-uniform rational B-Splines (deutsch: nicht-uniforme rationale B-Splines, kurz NURBS) sind heutzutage der Standard für die Beschreibung und Modellierung von beliebigen Kurven und Flächen in der Computergrafik. Sie werden verwendet um Fahrzeuge, Schiffe, Flugzeuge aber auch um Charaktere in Animationsfilmen zu modellieren. Viele der typischen Oberflächenformen, wie z. B. Zylinder, Kugeln, Ellipsoide, aber auch komplexere Flächen, lassen sich leicht und genau durch rationale B-Spline-Flächen darstellen. Mit der NURBS Methode ist nur eine einzige Oberflächenbeschreibung in einem computergestützten Modellersystem notwendig, um alle Flächen darstellen zu können [7].

In den nächsten Absätzen wird kurz die Kurven- und Oberflächenbeschreibung im Allgemeinen erörtert und anschließend die Hintergründe und "Vorgänger" von NURBS beschrieben.

### 2.2.1 Kurven und Flächen

Kurven und Flächen werden mathematisch entweder explizit, implizit oder parametrisch dargestellt.

Explizite Darstellungen der Form  $y = f(x)$  sind zwar in vielen Anwendungen nützlich, aber sie sind auch achsenabhängig, können mehrwertige Funktionen nicht angemessen darstellen und können nicht verwendet werden, wenn eine Bedingung eine unendliche Ableitung beinhaltet. Daher werden sie in der Computergrafik kaum verwendet.

Implizite Darstellungen der Form  $f(x, y) = 0$  und  $f(x, y, z) = 0$  für Kurven bzw. Flächen sind in der Lage, mehrwertige Funktionen darzustellen, sind aber weiterhin achsenabhängig. Universell geeignet für die Verwendung in der Computergrafik sind parametrische Kurven- und Flächendarstellungen. Rationale und nicht-rationale B-Spline-Kurven und -Flächen und ihre Vorläufer, Bézier-Kurven und -Flächen werden parametrisch dargestellt [6].

## 2.2.2 Parametrische Kurven

Parametrische Kurvendarstellungen mit dem Parameter  $t$  und der Form

$x = f(t)$	$y = g(t)$	$z = h(t)$
------------	------------	------------

sind äußerst flexibel. Sie sind achsenunabhängig, stellen leicht mehrwertige Funktionen und unendliche Ableitungen dar und haben zusätzliche Freiheitsgrade im Vergleich zu expliziten oder impliziten Formulierungen [6]. Die explizite kubische Gleichung:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (2.9)$$

weist vier Freiheitsgrade auf; einen für jeden konstanten Koeffizienten:  $a, b, c, d$

In parametrischer Form ergibt sich die Gleichung (2.9) zu:

$$x(t) = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta \quad (2.10)$$

$$y(t) = \bar{\alpha} t^3 + \bar{\beta} t^2 + \bar{\gamma} t + \bar{\delta} \quad (2.11)$$

$$c_1 \leq t \leq c_2 \quad (2.12)$$

Hier gibt es acht Freiheitsgrade; einen für jeden der acht konstanten Koeffizienten:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}$

Der Parameterbereich wird vereinfacht häufig auf  $0 < t < 1$  normiert.

## 2.2.3 Parametrische Flächen

Um eine Fläche parametrisch zu spezifizieren, sind zwei Parameter erforderlich, z. B. in der Form:

$x = x(u, w)$	$y = y(u, w)$	$z = z(u, w)$
---------------	---------------	---------------

Eine solche Fläche wird aufgrund der zwei Parameter auch als biparametrisch bezeichnet [6]. Ein Beispiel für eine biparametrische Fläche ist in Abbildung 2.9. dargestellt. Wird einer der Parameterwerte konstant gehalten, während der andere variiert wird, entsteht auf der Fläche eine isoparametrische Kurve. Werden beide Parameter konstant gehalten, so ergibt sich ein Punkt auf der biparametrischen Fläche. Die Ränder der Fläche werden gebildet, indem der Minimal- oder Maximalwert eines der Parameter konstant gehalten und der andere Parameter variiert wird.

Gibt man einen der Parameter als Funktion des anderen an, so ergibt sich ebenfalls eine Kurve auf der Fläche. Für eine Fläche, die durch  $0 \leq u \leq 1$  und  $0 \leq w \leq 1$  beschrieben wird, ergeben die Funktionen  $w = 1 - u$  und  $u = 1 - w$  beispielsweise Diagonalen der Fläche.

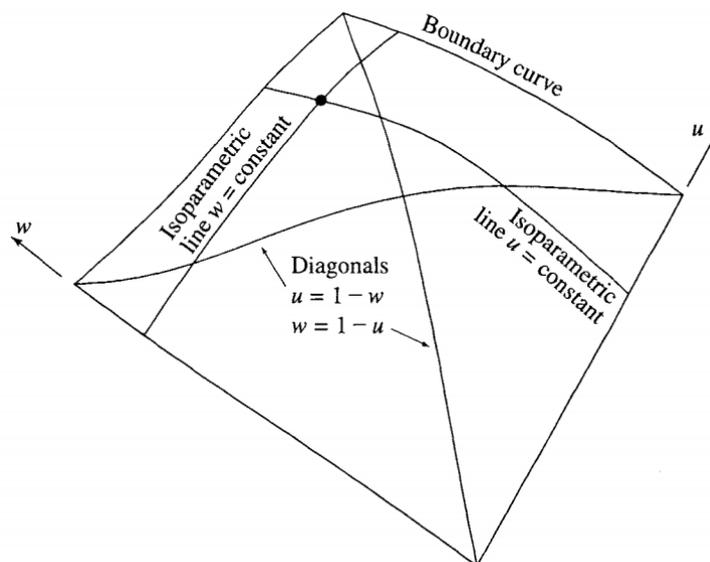


Abbildung 2.9: Parametrische Fläche [6]

## 2.2.4 Bézier-Kurve

Die Bézier-Kurve ist eine parametrisch modellierte Kurve, die sich aufgrund ihres verhältnismäßig einfachen mathematischen Hintergrunds sehr gut für rechnerunterstütztes Konstruieren (CAD) oder andere Grafikdesignprogramme eignet. Wie in Kapitel 2.2.2 beschrieben, ist die Bézier-Kurve eine parametrische Kurve  $P(t)$ , also eine Polynomfunktion des Parameters  $t$ . Der Grad des Polynoms hängt von der Anzahl der zur Definition der Kurve verwendeten Punkte ab. Die Methode verwendet Kontrollpunkte und erzeugt eine Näherungskurve. Die Kurve geht nicht durch die Kontrollpunkte, sondern nähert sich ihnen. Als Beispiel sind in Abbildung 2.10 zwei kubische (3. Grad) Bézier-Kurven dargestellt. Durch die Veränderung der Anzahl oder Lage der Kontrollpunkte kann so eine Kurve sehr einfach modifiziert werden [7].

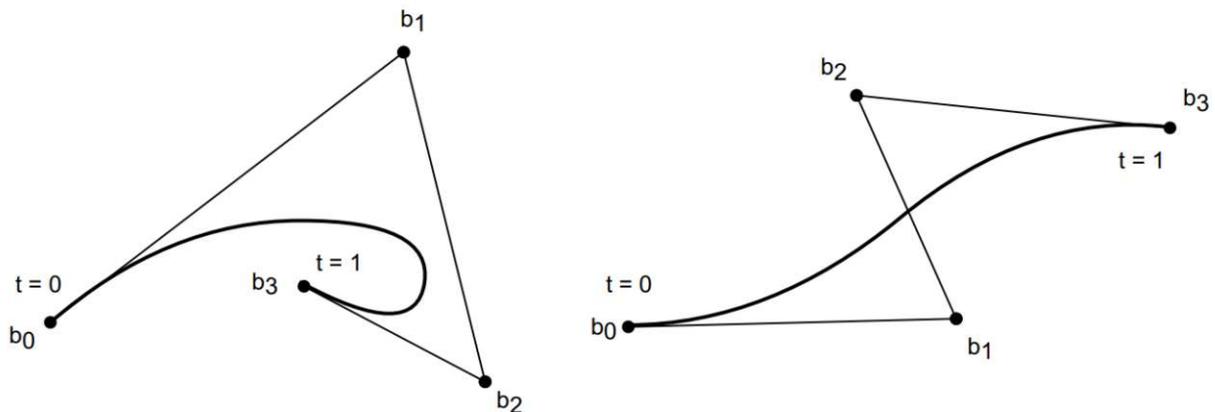


Abbildung 2.10: Zwei Bézier-Kurven 3. Grades mit Parameter  $t$

Ursprünglich ist die Bézier-Kurve nach dem Ingenieur Pierre Bézier benannt, der sie Anfang der 1960er Jahren für die Gestaltung von Kurven für die Karosserie von Renault-Fahrzeugen verwendete. Ungefähr zur selben Zeit entwickelte Paul de Casteljau bei Citroën das gleiche Konzept, veröffentlichte die Entdeckung aber erst später. Die Methode, um jeden beliebigen Punkt einer Bézier-Kurve ohne größeren Aufwand zu bestimmen, heißt De-Casteljau-Algorithmus [6].

Da der Bézier-Kurvenaufbau auf den Bernsteinpolynomen basiert, sind mehrere Eigenschaften von Bézier-Kurven unmittelbar aus der Literatur [6, 7] bekannt:

- Die Basisfunktionen sind reelle Funktionen.
- Der Grad des Polynoms, das den Kurvenabschnitt definiert, ist um eins kleiner als die Anzahl der Kontrollpolygonpunkte.
- Die Kurve folgt im Allgemeinen der Form des Kontrollpolygons.
- Der erste und letzte Punkt der Kurve fallen mit dem ersten und letzten Punkt des Kontrollpolygons zusammen.

Die Tangentenvektoren an den Enden der Kurve haben die gleiche Richtung wie die erste bzw. letzte Polygonspanne. Die Kurve liegt innerhalb der konvexen Hülle des Kontrollpolygons, d.h. innerhalb des größten konvexen Polygons, das durch die Eckpunkte des Kontrollpolygons  $b_0, \dots, b_n$  definiert ist, siehe Abbildung 2.10.

Eine Bézier-Kurve ist mathematisch definiert als [6]:

$$x = b(t) = \sum_{i=0}^n b_i * B_i^n(t) = b_0 B_0^n(t) + b_1 B_1^n(t) + \dots + b_n B_n^n(t), \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (2.13)$$

Mit den Polynomen auf Bernsteinbasis [6]:

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad 0 \leq i \leq n \quad (2.14)$$

Mehrere Bézier-Kurven können zu einem Bézier-Spline kombiniert oder in weiterer Folge verwendet werden, um Bézier-Flächen zu bilden. Um eine Bézier-Kurve zu erstellen, werden immer mindestens 4 Kontrollpunkte benötigt. Der Grad einer Bézier-Kurve ist wie die Anzahl an Richtungsänderungen immer eins weniger als die Ordnung; also  $n-1$ .

## 2.2.5 B-Spline Kurven

Durch die Gleichungen (2.13) und (2.14) wird gezeigt, wie anhand der Bernstein-Basis Bézier-Kurven erzeugt werden können. Zwei Merkmale der Bernstein-Basis schränken jedoch die Flexibilität der resultierenden Kurven ein [6].

Erstens legt die Anzahl der angegebenen Polygonscheitelpunkte die Ordnung des resultierenden Polynoms fest. So muss beispielsweise eine kubische Kurve durch ein Polygon mit vier Kontrollpunkten und drei Kontrolllinien definiert werden. Ein Polygon mit sechs Kontrollpunkten ergibt immer eine Kurve fünften Grades.

Die einzige Möglichkeit, den Grad der Kurve zu verringern, besteht darin, die Anzahl der Kontrollpunkte zu verringern. Umgekehrt besteht die einzige Möglichkeit, den Grad der Kurve zu erhöhen, darin, die Anzahl der Kontrollpunkte zu erhöhen.

Die zweite einschränkende Eigenschaft ist auf die globale Natur der Bernstein-Basis zurückzuführen. Der Wert der Basisfunktion  $B_i^n(t)$  (Gleichung (2.14)) ist für alle Parameterwerte über die gesamte Kurve ungleich Null. Da jeder Punkt auf einer Bézier-Kurve ein Ergebnis der Überlagerung der Werte aller Kontrollpunkte ist, wirkt sich eine Änderung an einem Kontrollpunkt auf die gesamte Kurve aus. Dadurch ist es nicht mehr möglich, eine lokale Änderung innerhalb einer Kurve zu erzeugen. Diese geringe lokale Kontrolle kann bei bestimmten Anwendungsfällen zu Problemen führen [6].

Die Lösung für diese Einschränkungen bietet die sogenannte B-Spline-Basis. Das nicht-globale Verhalten von B-Spline-Kurven ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass jeder Kontrollpunkt  $B_i$  mit einer eindeutigen Basisfunktion (Stützfunktion) verbunden ist. Damit beeinflusst jeder Scheitelpunkt die Form einer Kurve nur in einem Bereich von Parameterwerten in dem die zugehörige Basisfunktion ungleich Null ist. Die B-Spline-Basis ermöglicht es auch, den Grad der resultierenden Kurve zu ändern, ohne die Anzahl der Kontrollpunkte des Kontrollpolygons zu ändern.

Eine B-Spline-Kurve, dargestellt in Abbildung 2.11, ist im Grunde eine stückweise kontinuierliche Polynomkurve. Jedes Segment einer B-Spline-Kurve ist also eine Polynomkurve mit einem bestimmten Grad. Eine Bézier-Kurve ist ebenfalls eine

Polynomkurve; und jede Polynomkurve kann als Bézier-Kurve dargestellt werden. Daher kann jedes Segment einer B-Spline-Kurve als Bézier-Kurve dargestellt werden [7].

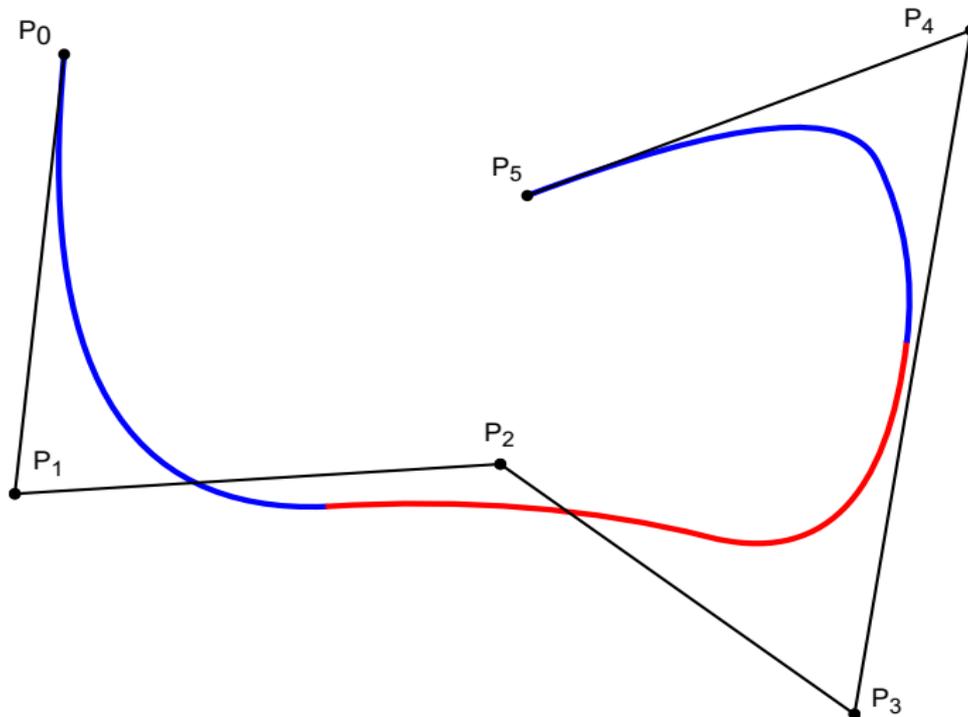


Abbildung 2.11: B-Spline mit markierten Segmenten

Wird  $S(t)$  als Positionsvektor entlang einer Kurve als Funktion des Parameters  $t$  bestimmt, so ist eine B-Spline Kurve mathematisch folgendermaßen definiert:

$$S(t) = \sum_{i=1}^n P_i N_{i,k}(t) \quad (2.15)$$

$P_i$  sind die Positionsvektoren der Kontrollpunkte und  $N_{i,k}$  sind die B-Spline Basisfunktionen

Die B-Spline Basisfunktion basiert auf dem Algorithmus von Cox-de Boor [6]:

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.16)$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+j} - t_i} N_{i,j-1}(t) + \frac{t_{i+j+1} - t}{t_{i+j+1} - t_{i+1}} N_{i+1,j-1}(t) \quad (2.17)$$

## 2.2.6 NURBS-Kurven (Non-Uniform Rational B-Spline)

Die Grundlage der NURBS sind die B-Spline-Basis-Funktionen. Eine Verallgemeinerung von Splines sind NURBS, die durch stückweise rationale Funktionen anstelle von Polynomen beschrieben werden. Mit NURBS-Kurven sind im Gegensatz zu Bézier-Kurven und B-Spline-Kurven auch Kreise exakt darstellbar. Die Besonderheit von NURBS-Kurven ist, dass die einzelnen Kontrollpunkte unterschiedlich stark (rational) auf den Kurvenverlauf einwirken [6].

Als Beispiel wird in Abbildung 2.12 eine kubische NURBS-Kurve mit 7 Kontrollpunkten und jeweiliger Gewichtung dargestellt. Das Kontrollpolygon ist tangential zur Kurve im Start- und Endpunkt. Der Knotenvektor  $U = [0, 0, 0, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1, 1, 1]$  besitzt gleichmäßig verteilte Mittelknoten. Knoten definieren den Einflussbereich jedes Kontrollpunktes auf der Kurve [6].

Tabelle 2.1: Kontrollpunkte deren Gewichtung einer NURBS-Kurve [8]

	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
<b>Kontrollpunkte (X, Y)</b>	(0, 0)	(0.5, 1)	(1.5, 2)	(3, 2)	(4, -0.3)	(5, 0.5)	(6, 1.5)
<b>Gewichtung</b>	1	0.4	1.5	1	1	1	1

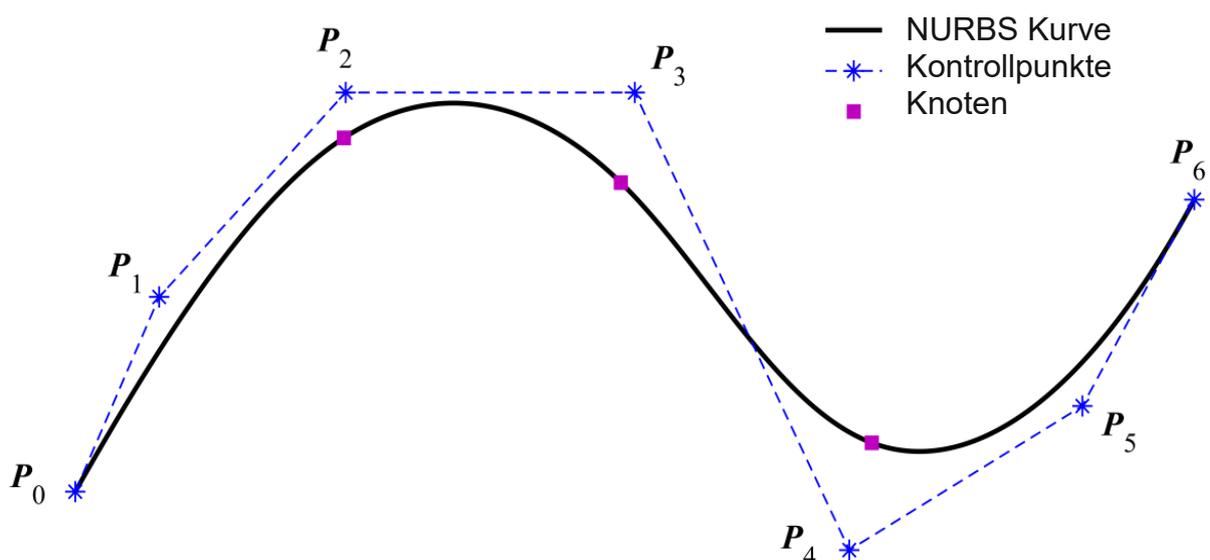


Abbildung 2.12: NURBS Kurve 3. Grades mit 7 Kontrollpunkten [8]

Eine NURBS-Kurve  $C(u)$  lässt sich mathematisch definieren durch folgende Gleichung [6]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,k}(u)P_i \quad (2.18)$$

mit Parameter  $u$ , rationaler B-Spline-Basisfunktion  $R_{i,k}$ , Grad der Basispolynome  $k$  und Kontrollpunkte  $P_i$

Die rationale B-Spline-Basisfunktion  $R_{i,k}$  ist definiert durch [6]:

$$R_{i,k}(u) = \frac{N_{i,k}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{i,k}(u)w_j} \quad (2.19)$$

mit B-Spline-Basisfunktion  $N_{i,k}$  und Gewichtung der Kontrollpunkte  $w_{i,j}$

Durch den Knotenvektor  $U$  schaltet der Parameter  $u \in [a, b]$  die einzelnen Segmente der Spline –Kurve aktiv [6]:

$$U = \left( \underbrace{a_{(0)}, \dots, a_{(p-1)}}_p, u_p, \dots, u_n, \dots, \underbrace{b_{(n+1)}, \dots, b_{(n+p)}}_p \right) \quad (2.20)$$

mit Parameter  $u$ , Ordnung  $p$  und Elemente des Knotenvektors  $a, b$

NURBS sind im Wesentlichen B-Splines, beschrieben in homogenen Koordinaten. Wie B-Splines werden sie durch ihre Ordnung, einen Knotenvektor und eine Reihe von Kontrollpunkten definiert. Gegenüber einfachen B-Splines haben NURBS den Vorteil, den Kontrollpunkten jeweils eine Gewichtung zuweisen zu können. Wenn die Gewichtung gleich 1 ist, entspricht die NURBS-Kurve einer B-Spline-Kurve und als solches verallgemeinert NURBS sowohl B-Splines als auch Bézier-Kurven bzw. – Flächen. Die Gewichtung der Kontrollpunkte macht die NURBS-Kurven "rational".

Für die Anwendung in computergestützten Modellierungen haben NURBS-Kurven und -Flächen noch eine Reihe interessanter Eigenschaften [6]:

- Sie sind invariant für projektive Transformationen.
- Sie bieten eine gemeinsame mathematische Darstellung für sowohl analytische Standardformen (z. B. Kegelschnitte) als auch Freiformflächen.
- Sie reduzieren den Speicheraufwand für geometrische Objekte (im Vergleich zu einfacheren Methoden).
- Sie können durch numerisch stabile und präzise Algorithmen verhältnismäßig schnell ausgewertet werden.
- Sie sind Verallgemeinerungen von nicht-rationalen B-Splines und nicht-rationalen und rationalen Bézier-Kurven und -Flächen. Die Aussage, dass NURBS-Kurven eine Verallgemeinerung von Bézier-Kurven sind, bedeutet, dass alle Bézier-Kurven NURBS-Kurven sind, aber nicht alle NURBS-Kurven auch Bézier-Kurven sind.

Mit NURBS lassen sich sowohl analytische Kurven und Flächen, wie z. B. der Kreis oder der Zylinder, als auch Freiformflächen, wie z. B. ein Teil einer Gussform, beschreiben. Algorithmen für NURBS-Kurven und -Flächen sind im Vergleich zu anderen Kurvenmodellen schnell und numerisch stabil. NURBS-Kurven und -Flächen sind invariant bezüglich einiger geometrischer Transformationen, wie z. B. Drehung und Verschiebung [7].

NURBS sind seit 1983 ein Standard für die Initial Graphics Exchange Specification (IGES) [9]. IGES ist ein Datenformat zum Austausch von Geometrien zwischen verschiedenen CAD-Programmen.

## 2.2.7 NURBS-Flächen

Technisch gesehen, ist eine NURBS-Oberfläche ein Spezialfall einer allgemeinen rationalen B-Spline-Fläche, die eine besondere Form des Knotenvektors verwendet. Bei einer NURBS-Fläche, dargestellt in Abbildung 2.13, hat der Knotenvektor eine Vielzahl von doppelten Knotenwerten, die der Ordnung der Basisfunktion an den Enden entspricht. Der Knotenvektor kann, muss aber nicht uneinheitliche interne Knotenwerte haben [7].

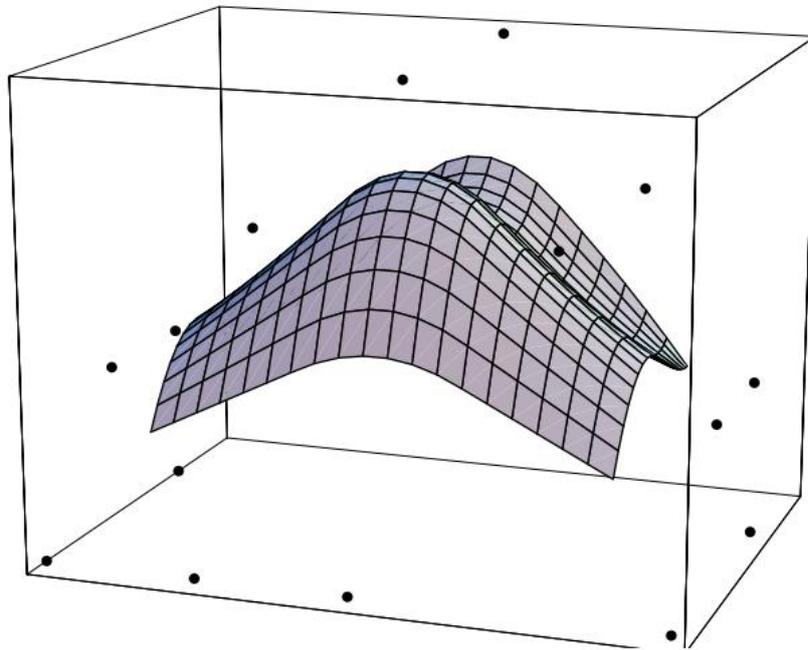


Abbildung 2.13: Beispiel einer NURBS-Fläche [7]

Eine NURBS-Oberfläche ergibt sich als Tensorprodukt zweier NURBS-Kurven, wobei zwei unabhängige Parameter  $u$  und  $v$  (mit den Indizes  $i$  bzw.  $j$ ) verwendet werden. Die Abbildung der Fläche im kartesischen Raum ist definiert durch [7]:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u, v) P_{i,j} \quad (2.21)$$

mit rationaler B-Spline-Basisfunktion  $R_{i,k}$  und Kontrollgitter  $P_{i,j}$

Die rationale B-Spline-Basisfunktion ist bei NURBS-Flächen definiert durch [7]:

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{N_{i,p}(u)N_{j,p}(u)w_{i,j}}{\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m N_{k,p}(u)N_{l,q}(v)w_{k,l}} \quad (2.22)$$

mit zweidimensionaler Gewichtungsmatrix  $w_{i,j}$  und B-Spline Basisfunktion  $N_{i,k}$

Neben dem für die Kurve benötigten Knotenvektor  $U$  ist für die zweite Dimension der Fläche  $S(u,v)$  auch ein Knoten  $V$  mit dem Parameter  $v$  notwendig [7]:

$$V = \{\underbrace{c, \dots, c}_q, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{d, \dots, d}_q\} \quad (2.23)$$

mit Ordnung  $q$ , Parameter  $v$ , Elemente des Knotenvektors  $c, d$  und Länge  $s$

## 2.2.8 Krümmung ebener Kurven

Um die Stetigkeit einer Kurve oder einer Fläche zu behandeln ist die Definition der Krümmung essentiell. Die Krümmung ist der lokale Wert, um den eine Kurve von einer geraden Linie oder eine Oberfläche von einer Ebene abweicht [7].

Mathematisch ist die Krümmung einer Kurve definiert als die Richtungsänderung pro durchlaufene Länge eines genügend kurzen Kurvenstücks. Eine ebene Kurve  $C$  sei parametrisch durch den Radiusvektor  $r(t)$  definiert. Wenn sich der Punkt  $P1$  entlang der Kurve  $C$  bewegt, ändert sich die Richtung der Tangente.

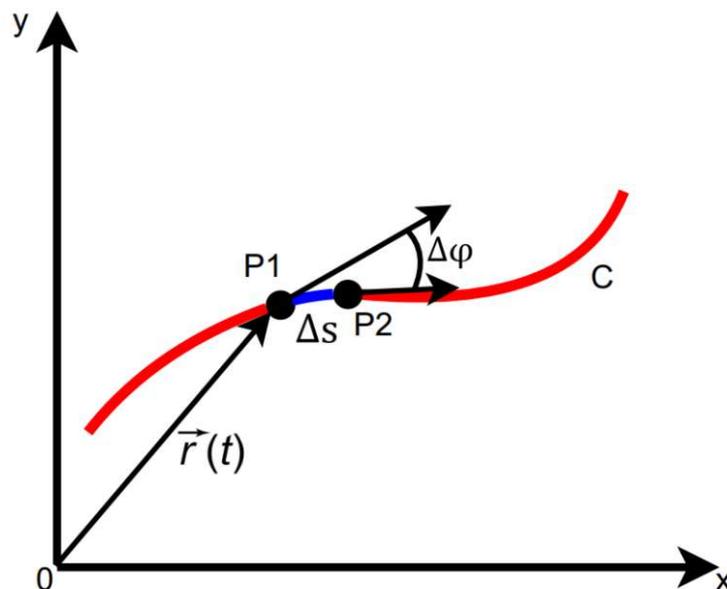


Abbildung 2.14: Definition der Krümmung einer ebenen Kurve

Die Krümmung der Kurve kann als das Verhältnis zwischen dem Drehwinkel  $\Delta\varphi$  der Tangente und der durchlaufenen Bogenlänge  $\Delta s$  definiert werden. Wenn sich der Punkt  $P1$  dem Punkt  $P2$  nähert, also  $\Delta s$  gegen Null geht, ergibt sich die Krümmung der Kurve:

$$\kappa = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{d\varphi}{ds} \quad (2.24)$$

## 2.2.9 Geometrische Stetigkeiten von Freiformflächen

Die Geometrische Stetigkeit ist ein Begriff aus dem Gebiet der geometrische Modellierungen und beschreibt die Güte des Kontaktes zweier ebener Kurven bzw. Flächen in einem gemeinsamen Punkt, ohne Berücksichtigung der zufällig gewählten (impliziten oder expliziten) Darstellung der Kurven bzw. Flächen [7].

Der Übergang von Freiformflächen ist nicht nur für die optische Qualität von Flächen, sondern auch für das strömungstechnische Verhalten wichtig. Für die bessere Veranschaulichung sind in der nachfolgenden Abbildung 2.15 die Krümmungskämme aller Kurven dargestellt. Die Länge der Kammstacheln beschreibt den Betrag der Krümmung an der jeweiligen Stelle. Lange Stacheln entsprechen einem kleinen Krümmungsradius und somit einer starken Krümmung.

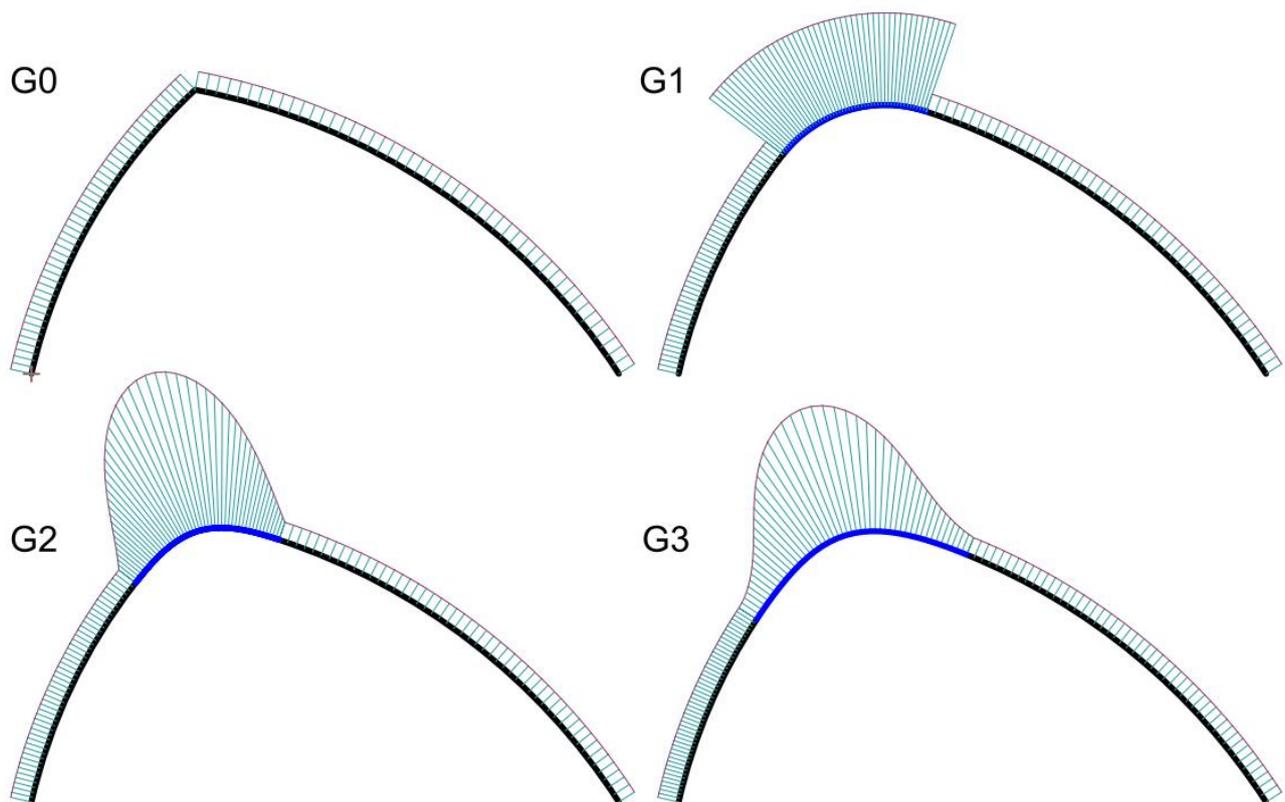


Abbildung 2.15: Geometrische Stetigkeit von Kurvenübergängen

## **G0-positionsstetig**

G0 bedeutet, dass sich die End- bzw. Startpunkte zweier Kurven an derselben Position befinden [7].

## **G1-tangentenstetig**

Die erste Ableitung beider Kurven im Berührungspunkt ist ident. D.h. die Krümmungskämme sind am Flächenübergang gleich ausgerichtet, die Krümmung selbst bleibt aber bei den Kurven verschieden [7].

## **G2-krümmungsstetig**

G2 bedeutet, dass die zweite Ableitung beider Kurven ident ist.

Die Kämme der beiden Kurven haben an der Übergangsstelle denselben Betrag, damit ist der Krümmungsradius am Ende der blauen und am Anfang der grünen Kurve genau gleich groß [7].

Vor allem optisch wirkt dieser Übergang sanfter und höherwertiger als bei einer G1-Stetigkeit. Aber auch bei der Laufruhe bei funktionalen Maschinen wie einer Turbinenschaufel oder einer Nockenwelle sorgt eine G2-Stetigkeit für eine Verbesserung [10].

## **G3-krümmungsänderungsstetig (Fluss)**

Zu einem noch sanfteren Übergang führt die G3-Stetigkeit. Die Änderung des Krümmungskamms erfolgt hier nicht sprunghaft, sondern tangential zur nächsten Kurve [7].

Theoretisch ist es möglich, noch höhere Ableitungen als ident zu definieren. In Siemens NX12 ist konstruktiv bei Kurvenübergängen eine G3-Stetigkeit und bei Flächenübergängen eine G2-Stetigkeit möglich

In der Abbildung 2.16 und werden die beschriebenen Flächenübergänge G0, G1, G2, G3 dargestellt.

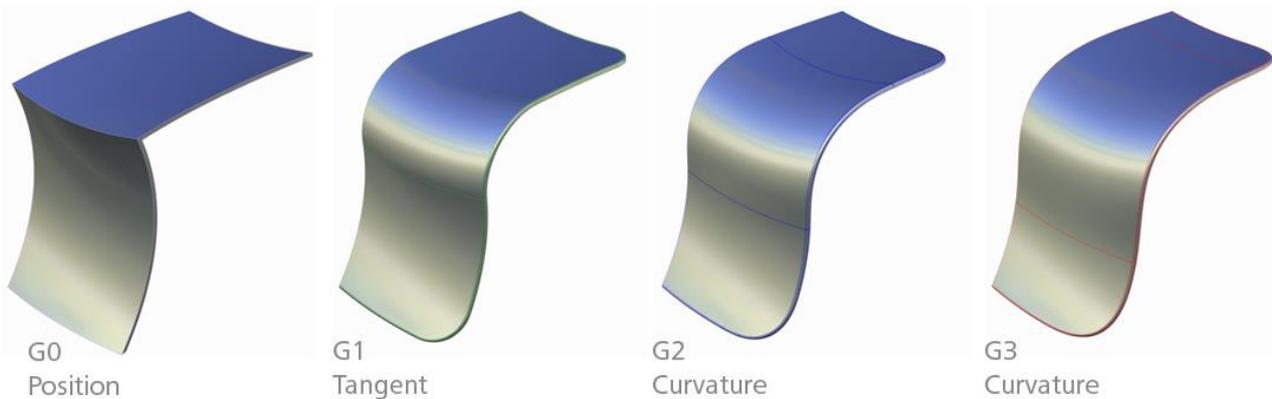


Abbildung 2.16: Geometrische Stetigkeit von Flächenübergängen [9]

Da Oberflächen von vielen Produkten eine sehr anspruchsvolle, ästhetische und sehr komplexe Form besitzen, ist es sinnvoll die Oberfläche zu segmentieren bzw. aufzuteilen [10]. Damit wird erreicht, dass das Produkt abgebildet werden kann, ohne dass die erstellten Flächen zu komplex werden. Die Hauptflächen sollten möglichst einsegmentig sein und maximal den 7. Grad nicht übersteigen.

Deshalb versucht man z.B.: die großen Flächen eines Fahrzeuges oder einer Turbinenschaufel zu segmentieren. Diese Vorgangsweise bezeichnet man als Patch-Layout (Segment-Layout) und kommt auch bei der Konstruktionsbeschreibung der Peltonschaufel in Kapitel 3 zur Anwendung.

Unstetige Krümmungsverläufe haben einen negativen Einfluss auf das Strömungsfeld von Turbinen [12, 13]. Wenn eine Fläche aus mehreren Segmenten zusammengeführt wird, müssen die Übergänge von den einzelnen Segmenten zueinander eine Mindestqualität erfüllen. Bei veränderbaren Flächen mit strömungstechnischen Aspekten ist eine G2–Stetigkeit bereits konstruktiv anspruchsvoll [10].

## 2.3 Verwendete Software

Es gibt auf dem Markt viele CAD-Programme mit denen es möglich ist, eine Peltonschaufel zu konstruieren. Ein wichtiger Aspekt des Programms ist eine hohe Flexibilität und Stabilität von parametrisch veränderbaren Freiformflächen. Da zum Verändern des Modells und der Modellparameter die verwendete Software erforderlich ist, muss auch sichergestellt sein, dass ein Programm mit fortlaufender Lizenz der TU Wien verwendet wird. Aufgrund dieser zwei Anforderungen wird die gesamte Konstruktion mit Siemens NX12 durchgeführt.

Siemens NX12 verwendet eine verlaufs-basierte bzw. historienbasierte Modellierung. Ein historienbasiertes 3D-CAD-Programm erstellt die Geometrie durch eine Reihe von Modellierungsbefehlen, die den Historienbaum aufbauen und jeweils von den vorherigen abhängig sein können. Änderungen in einem historienbasierten Ansatz aktualisieren alle nachkommenden abhängigen Elemente und erfordern deshalb ein solides Verständnis darüber, wie das Modell erstellt wurde.

Der gezielte Ersatz von einzelnen Maßen durch Parameter erleichtert spätere Modifikationen von charakteristischen Werten jedoch erheblich. Wichtig sind bei der Parameterveränderung die allgemeinen Gültigkeitsgrenzen des Modells, damit es sich fehlerfrei aktualisiert. Diese Grenzen werden für zukünftige Anpassungen in der Parameterstudie in Kapitel 4 untersucht und übersichtlich dargestellt.

Für den Festigkeitsnachweis in Kapitel 5 wird die Finite-Elemente-Software Ansys verwendet. Ansys ist in der Industrie weit verbreitet und liefert im Bereich der Turbinentechnik bei der Vernetzung, der Strukturmechanik und auch bei der Strömungssimulation im Vergleich zu Konkurrenzsoftwares zuverlässige Ergebnisse [14].

### 3 Konstruktionsaufbau

In diesem Kapitel wird der Aufbau der Konstruktion erläutert um zukünftige Änderungen bzw. Verbesserungen ohne Neukonstruktion vornehmen zu können. Die gesamte Konstruktion wird mit Siemens NX12 durchgeführt, da sich diese Software sehr gut für Freiformflächenanwendungen mit leicht veränderbaren integrierten Parametern eignet. Da die Peltonschaufel entlang der Hauptschneide perfekt symmetrisch ist, wird nur eine Schaufelhälfte konstruiert und die Geometrie dann gespiegelt. In der Endversion besteht eine Schaufelhälfte aus 20 Flächen, die miteinander vernäht werden, um einen Volumenkörper zu erstellen.

Manche Aspekte der 3D Geometrie basieren grundsätzlich auf den Modellen aus den Arbeiten von Pfaffeneder [15] und Zwölfer [16], welche in Zusammenarbeit mit dem Institut für Energietechnik und Thermodynamik durchgeführt wurden. Die hier vorgestellte Konstruktion wird jedoch komplett neu aufgebaut und soll als Basis für zukünftige Optimierungspotentiale dienen.

In dem CAD-Programm Siemens NX12 befindet sich links in der Ressourcenleiste der Teile-Navigator, siehe Abbildung 3.1, der für die Geometriebearbeitung benötigt wird. Die Benutzerausdrücke beschreiben 15 veränderbare charakteristische Parameter und drei Ebenen-Parameter, welche für die Konstruktion allgemein essentiell sind aber nicht verändert werden sollten. In dem Unterpunkt „Geometrie ohne Zeitstempel“ befinden sich 20 Punkte, die als Hilfestellung für die Nebenschneide aus dem Bechermmodell von Pfaffeneder [15] importiert werden.



Abbildung 3.1: Siemens NX Teile-Navigator

Wie schon in Kapitel 2.3 erläutert, verwendet Siemens NX12 eine historienbasierte Modellierung, in der die Geometriebefehle eine Reihenfolge haben und von vorherigen Geometriebefehlen abhängig sein können. Das bedeutet, dass jede kleine Änderung eines Geometriebefehls bzw. eines Parameters eine maßgebliche Änderung eines nachfolgenden Geometriebefehls haben kann. Bei unzulässigen Änderungen kann das Modell instabil werden und einen Fehler ausgeben. In der Modellhistorie wird jeder Geometriebefehl automatisch nummeriert und bei jeder Änderung aktualisiert. Zur besseren Übersichtlichkeit der insgesamt 224 Geometriebefehle werden diese, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, in Formelementgruppen zusammengefasst.



Abbildung 3.2: Siemens NX Modellhistorie mit Geometriebefehlen in Formelementgruppen

In den nachfolgenden Unterkapiteln werden die Geometriebefehle der jeweiligen Formelementgruppen gezeigt und beschrieben. Die strömungstechnisch wichtigen und geometrisch komplexen Geometrien werden zuerst konstruiert, damit sie nicht von nachfolgenden Geometriebefehlen abhängig sind.

Zu beachten ist die G0-Toleranz bei allen flächenerzeugenden Befehlen. Vor allem bei dem in Kapitel 3.1 beschriebenen Befehl „Fläche füllen“, führen kleine Wertänderungen zu signifikanten Änderungen der Fläche. Aber auch die Stabilität der gesamten Geometrie bei Parameterveränderungen hängt immer wieder von dem Wert der G0-Toleranz einzelner Befehle ab. Es gibt für diesen Wert aber keine optimale Referenz, mit der die Flächen immer stabil bleiben. Der Grund dafür liegt an der Komplexität des Übergangs zwischen mehreren Freiformflächen.

### 3.1 Becherwanne

Wie in Kapitel 2.2.9 aufgezeigt, können Flächenübergänge verschiedene Randbedingungen aufweisen. Daher wird versucht, alle strömungstechnisch relevanten Geometrien aus möglichst wenigen Flächen zu erstellen, um damit Flächenübergänge und dadurch ungewollt entstehende Flächenkrümmungen zu vermeiden.

Die gesamte Becherwanne, dargestellt in Abbildung 3.3, wird mit dem Befehl "Fläche füllen" erstellt und besteht damit aus nur einer einzigen NURBS-Fläche. Vier Splines definieren die Begrenzung an der Deckfläche und vier Splines geben der Fläche mithilfe der Profilsteuerungsmethode "An Kurven anpassen" ihre Form. Wichtig ist, dass die ausgewählten Kurven zusammen bzw. aufeinander stehen um keine lokalen Krümmungsfehler zu erzeugen.

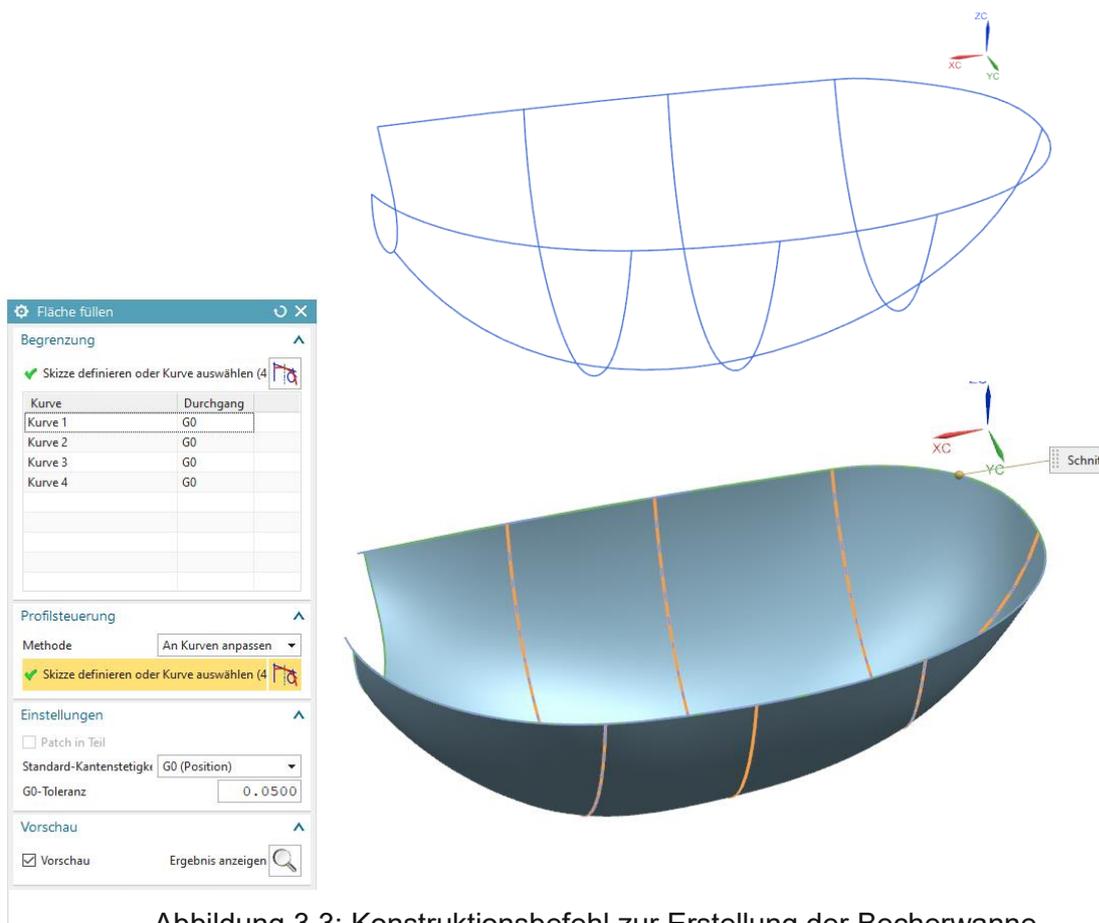


Abbildung 3.3: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Becherwanne

## 3.2 Hauptschneide

Wie in Abbildung 3.4 ersichtlich, wird die Hauptschneide (HS) definiert durch drei Punkte die auf der Y-Ebene des Bezugssystem liegen. Bei allen drei Punkten wird jeweils der X und Z Wert durch einen Parameter gesteuert. Die HS-Punkte 1 und 2 werden durch eine gerade Linie verbunden und definieren somit auch den Winkel der Hauptschneide. Die HS-Punkte 2 und 3 werden durch einen Spline verbunden und definieren den vorderen abgerundeten Bereich der Hauptschneide.

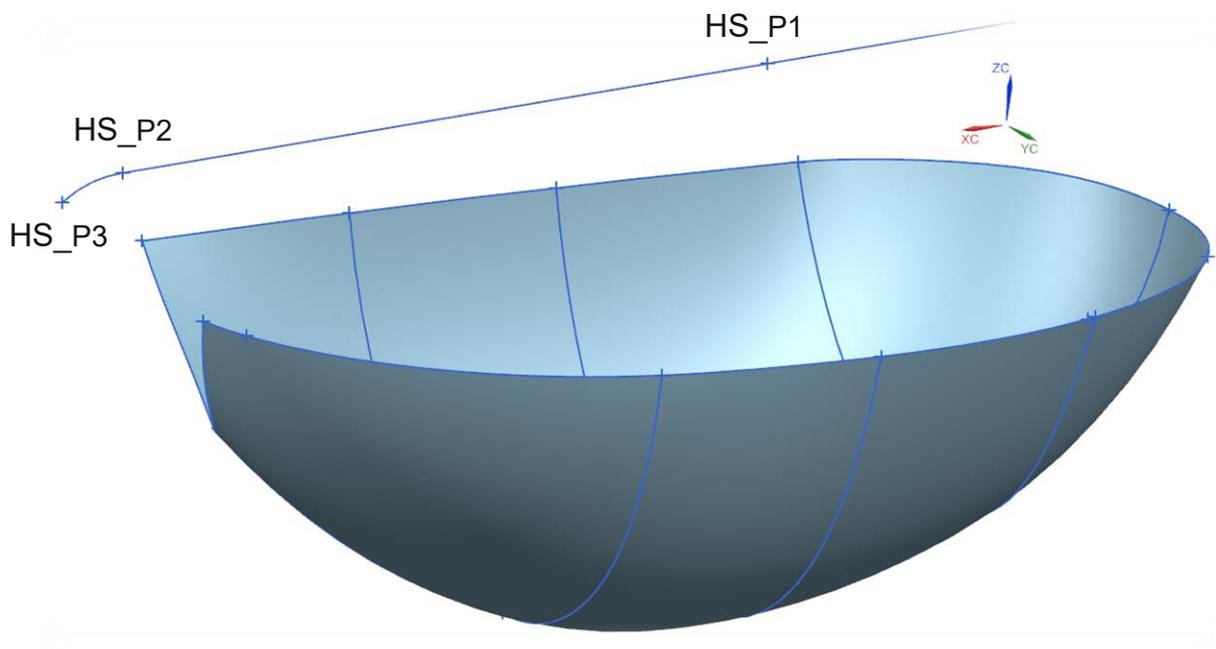


Abbildung 3.4: Definition der Punkte für die Hauptschneide

Für die HS wird wieder der Befehl "Fläche füllen" verwendet, siehe Abbildung 3.5. Der Flächenübergang von der Hauptschneide zur Becherwanne wird mit einer G2 (Fluss) Stetigkeit definiert. Eine kleine Fläche am hinteren Teil der HS wird einzeln erstellt, um die Stabilität bei Veränderung der Parameter zu gewährleisten. Bei jeder Veränderung des HS-Punkt 3 wird auch die Geometrie der Spannungskerbe verändert.

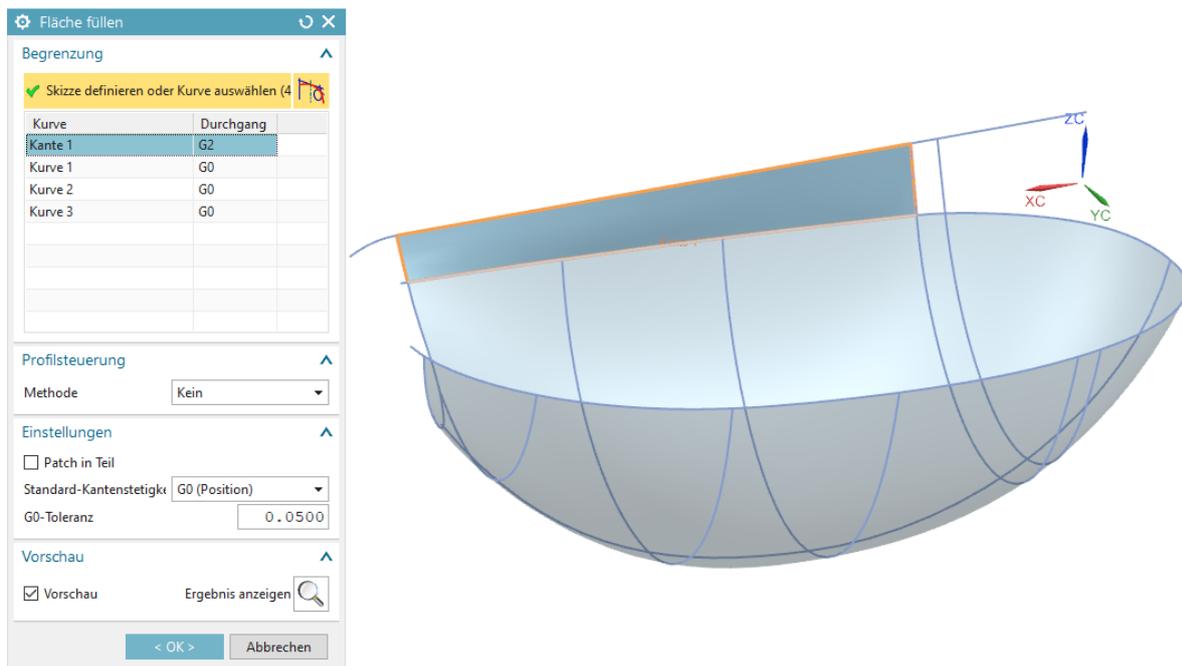


Abbildung 3.5: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Hauptschneide

### 3.3 Nebenschneide und Becherrand

Die Geometrie der Nebenschneide, wie in Abbildung 3.6 ersichtlich, ist im Vergleich zu den anderen Flächen sehr komplex und wird definiert über drei Splines, die alle von importierten festen Punkten aus dem JP Modell und von den veränderbaren HS-Punkten 2 und 3 abhängig sind. Für die Fläche wird der Befehl "Durch Kurvennetz" verwendet und der Flächenübergang zur Becherwanne und zur Hauptschneide als G1 (Tangente) definiert.

Bei signifikanten Veränderungen der Parameter für HS-Punkt 2 und 3 werden die Nebenschneiden instabil und das Programm kann einen Fehler ausgeben. Deswegen ist der, in Kapitel 4.2 beschriebene Bereich, für gültige Veränderung der jeweiligen Parameter verhältnismäßig klein.

Beide Nebenschneiden-Flächen werden analog erstellt und haben eine spitze Verbindungskante, die erst nach der Volumenbildung verrundet wird.

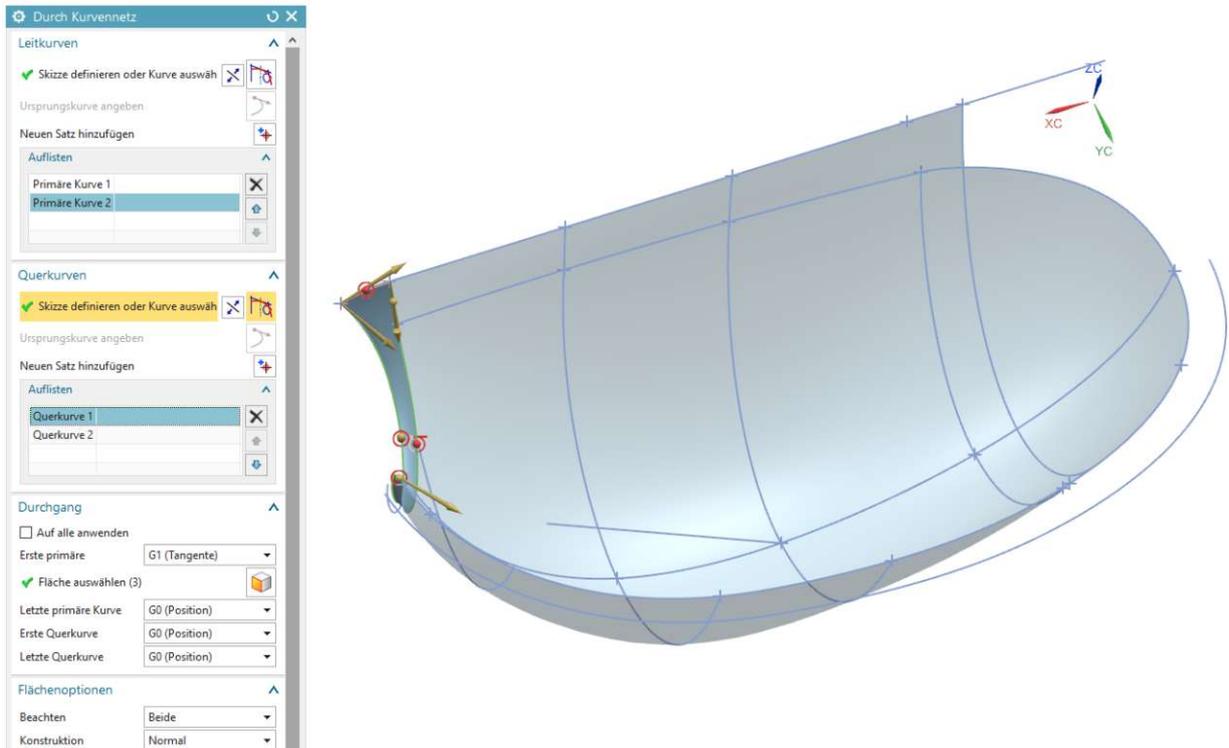


Abbildung 3.6: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Nebenschneide

Für die Fläche des Becherrands wird zuerst mit dem Befehl "Kurven versetzen" die Außenkontur definiert, siehe Abbildung 3.7. Die Wandstärke der Schaufel muss dick genug sein um den Festigkeitsanforderungen zu genügen und dünn genug, damit kein Wasser des vorherigen Bechers auf den Becherrücken trifft. Um im hinteren Bereich einfache Veränderungen vornehmen zu können, wird in diesem Befehl der Parameter "Wanddicke" verwendet. Die Dicke im vorderen Bereich bleibt konstant.

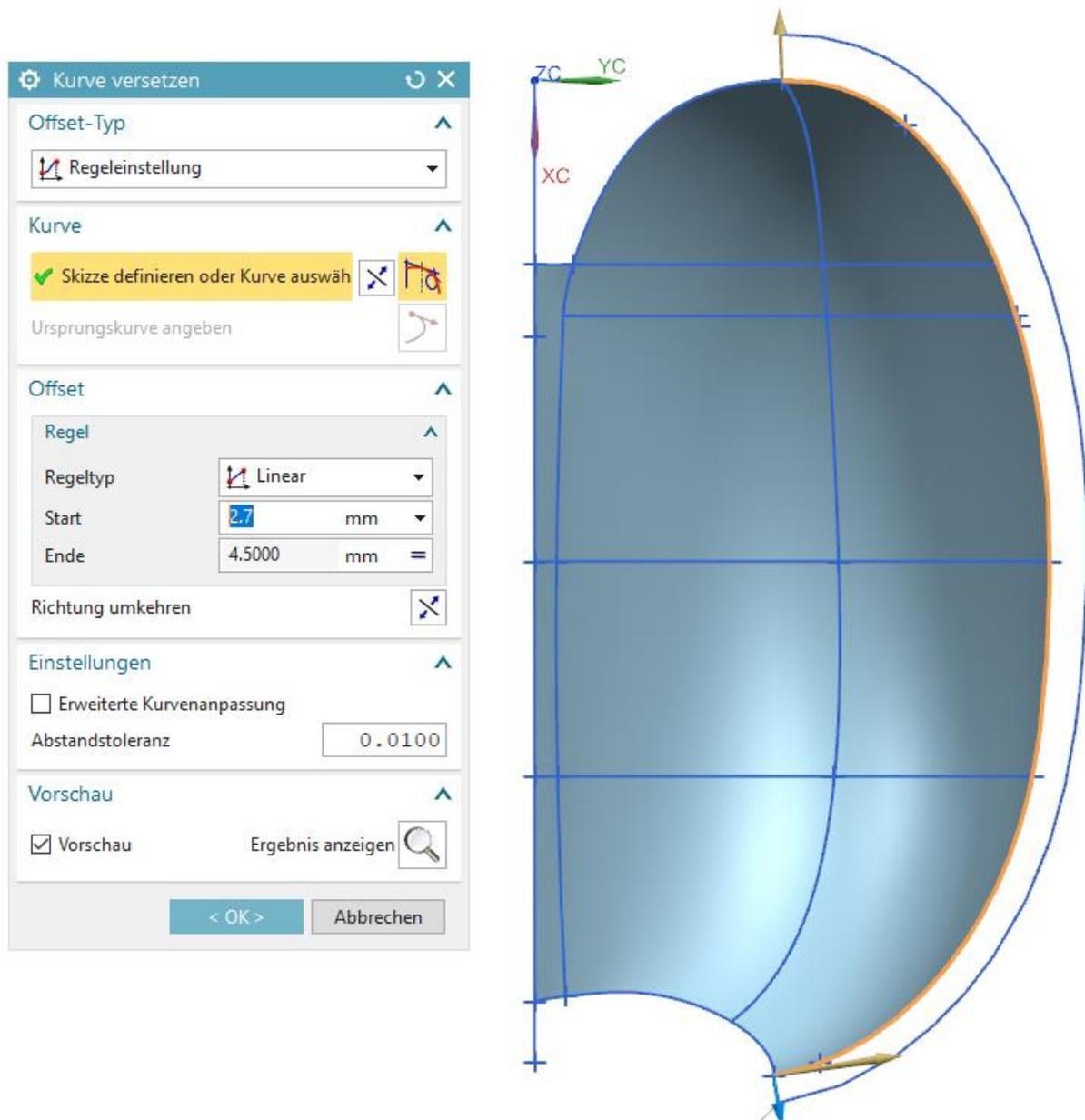


Abbildung 3.7: Konstruktionsbefehl zur Erstellung der Außenkontur des Becherrands

Um die Becherrandfläche mit dem Befehl „Fläche füllen“ zu erstellen, wird bereits die fertige Kontur der Nebenschneide benötigt, siehe Abbildung 3.8. Das bedeutet, dass jede Änderung der Nebenschneide auch die Becherrandfläche beeinflusst.

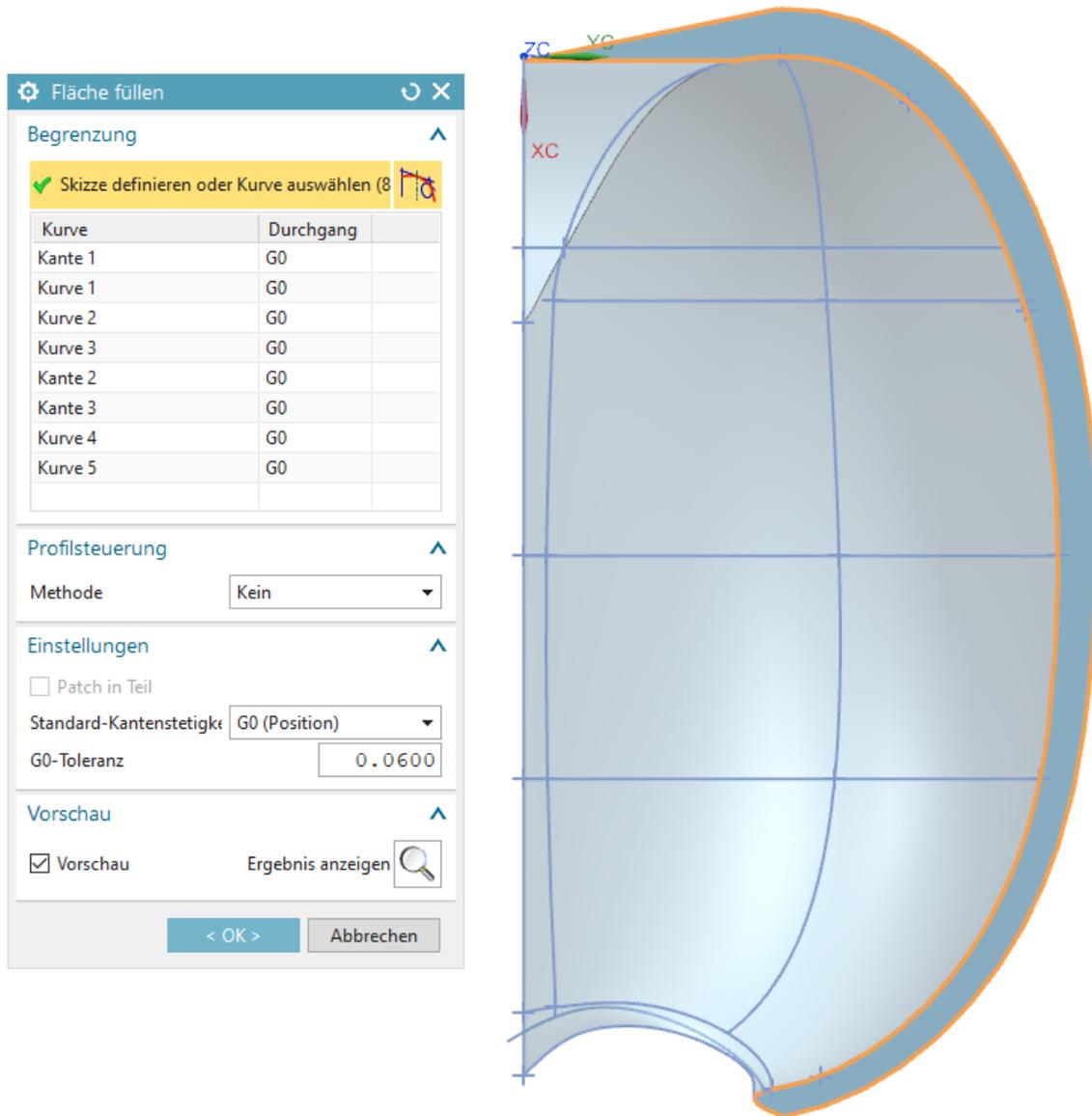


Abbildung 3.8: Konstruktionsbefehl zur Erstellung des Becherrands

### 3.4 Becherrücken

Das Grundgerüst für die Rückenfläche besteht aus zwei Kurven. Wie in Abbildung 3.9 dargestellt, definiert die Kurve "Ruecken\_Mittellinie" den Querschnitt in der Mitte (bei  $Y=0$ ) und die Kurve "Ruecken\_Hauptspline" definiert die Außenkontur über dem Becher.

Insgesamt besteht der Becherrücken aus acht Flächen die miteinander verknüpft werden. Nur jene Flächen im Bereich der Nebenschneide kommen mit dem Wasser in Kontakt und sind deshalb mit genaueren Zwangsbedingungen versehen.

Um die Parameteranzahl gering zu halten, werden durch den Parameter "Dicke\_Schaufelmitte" drei verschiedene Befehle beeinflusst. Zwei davon verändern die "Ruecken\_Mittellinie" und einer davon die "Ruecken\_Hauptspline".

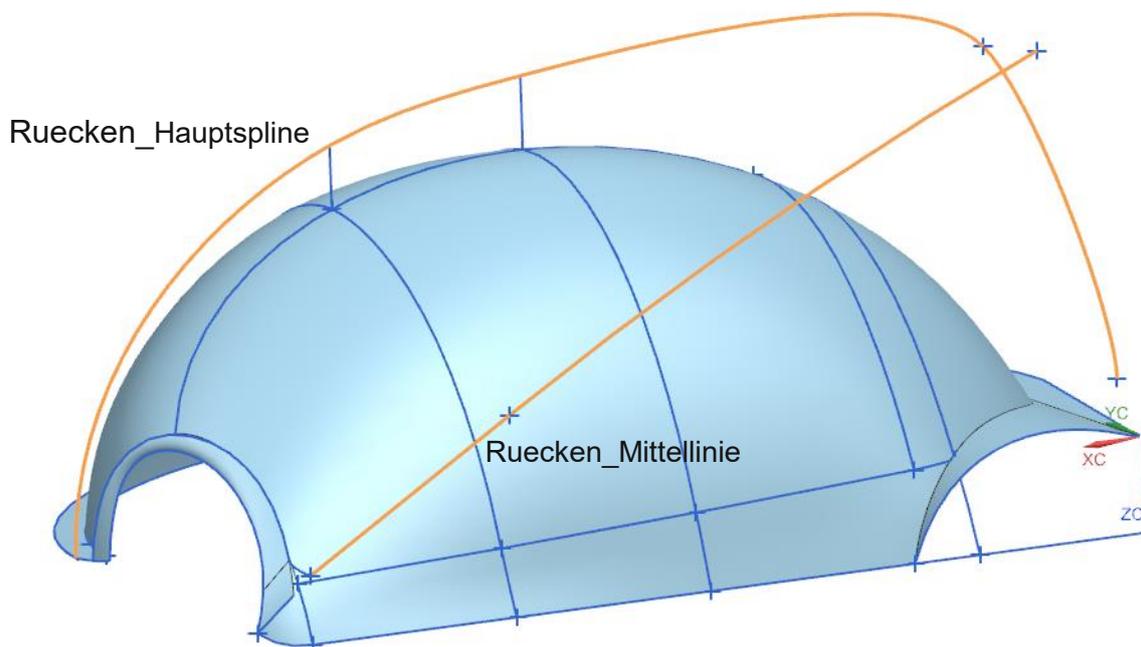


Abbildung 3.9: Definition der Kurven für den Becherrücken

Eine Hälfte des Becherrückens besteht aus insgesamt acht Flächen, die alle mit einer G1-Tangentenstetigkeits-Bedingung verbunden sind, siehe Abbildung 3.10. Der Abstand des Becherrückens zur Becherwanne bestimmt die Dicke und damit das Gewicht des ganzen Bechers. Hier wird darauf geachtet so wenig wie möglich Material zu verwenden, um eine potentielle Bremsung durch Spritzwasser und eine zu hohe Belastung durch die Fliehkräfte zu vermeiden.

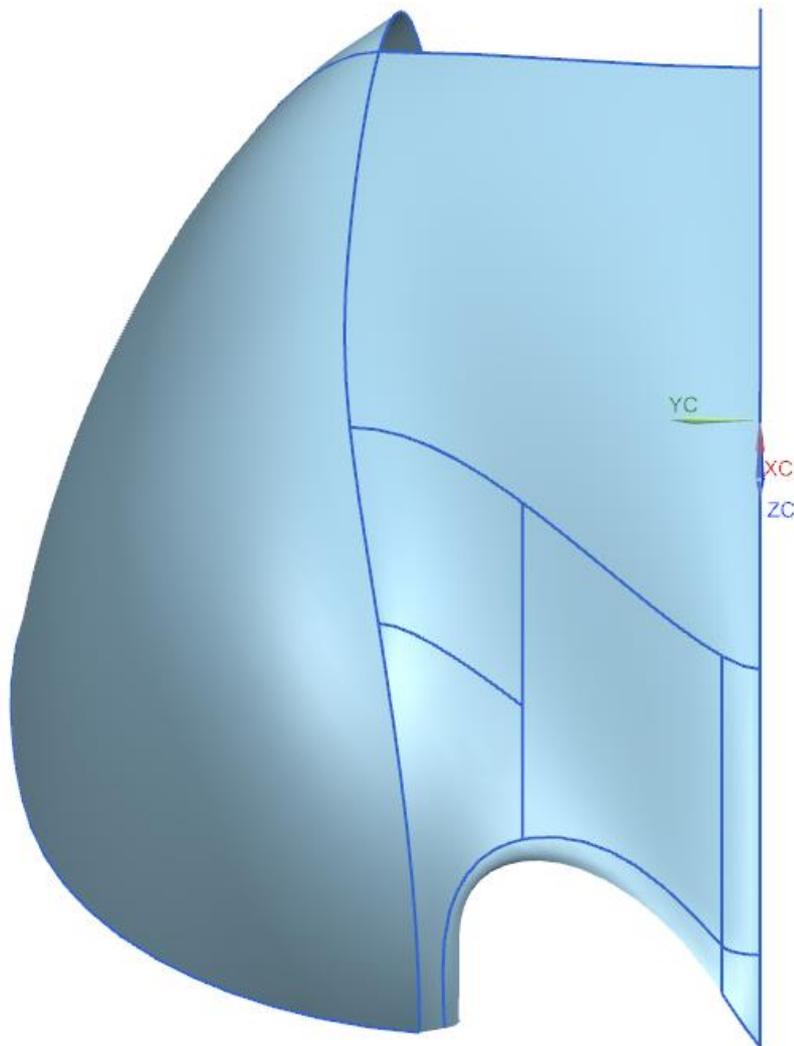


Abbildung 3.10: Darstellung aller Flächen des Becherrückens

### 3.5 Flächenkörper verschließen

In dieser Formelementgruppe wird zuerst der Becherrücken durch zwei Ebenen getrimmt, die durch den Laufradanschluss vorgegeben sind. Anschließend werden fünf Flächen hinzugefügt, damit ein geschlossener Flächenkörper entsteht. Nur ein vollständig geschlossener Flächenkörper, dargestellt in Abbildung 3.11, kann zu einem Volumenkörper transformiert werden. Dieser Schritt ist für spätere Bearbeitungsschritte und die Ausgabe von genauen Körperdaten notwendig.

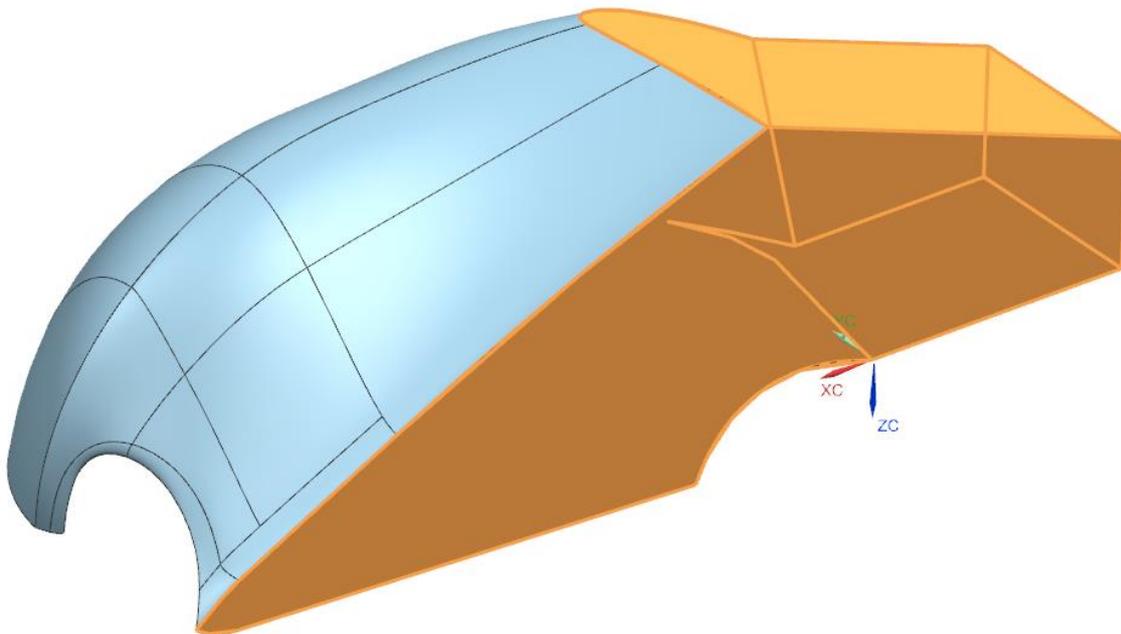


Abbildung 3.11: Darstellung der geschlossenen Becherhälfte

### 3.6 Volumenkörper und Feinschliff

Zur Volumenbildung werden zuerst alle Flächen in einer angegebenen Toleranz mit dem Befehl „Vernähen“ verbunden. Damit werden etwaige minimale Öffnungen bei komplexen Flächenübergängen verschlossen. Da der Körper genau symmetrisch ist, kann mit dem einfachen Befehl "Geometrie spiegeln" die zweite Hälfte der Schaufel erstellt werden, siehe Abbildung 3.12. Wie bereits in Kapitel 2.3 erläutert, wird durch die historienbasierte Konstruktion jede Änderung eines vorherigen Befehls analog auf die gespiegelte Becherhälfte übertragen.

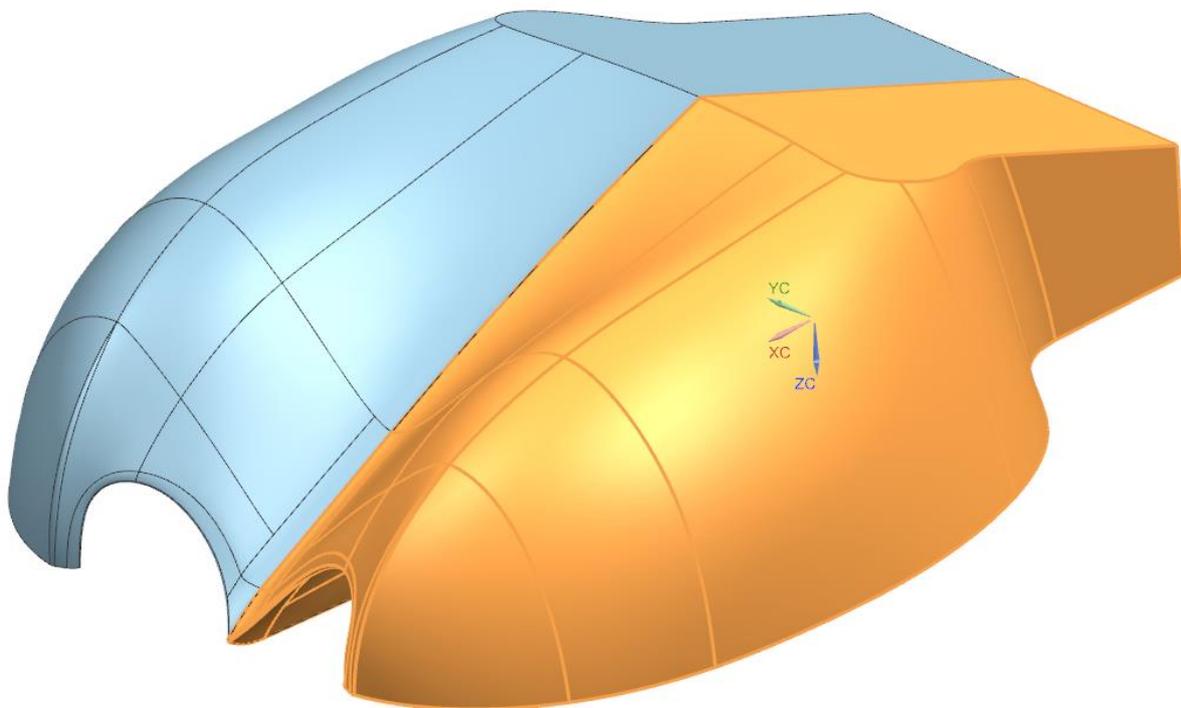


Abbildung 3.12: Darstellung des Bechers nach der Volumensbildung

In dieser Formelementgruppe werden, um spitze Kanten zu vermeiden, zusätzliche Kantenverrundungen an der Haupt- und Nebenschneide sowie am Rücken erstellt.

### 3.7 Laufradanschluss

Die geometrischen Maße für den Anschluss des Laufrad sind durch das vorgegebene Laufrad definiert und in Abbildung 3.13 dargestellt. Viele konstruktionstechnische Einschränkungen, wie zum Beispiel die schräge Deckfläche, ergeben sich durch das Laufrad und müssen daher von Anfang an berücksichtigt werden. Eine Konstruktionszeichnung des Laufrads mit den wichtigsten Maßen befindet sich im Anhang.

Grundsätzlich werden alle Belastungen im Betrieb der Turbine über den Laufradanschluss übertragen. In Kapitel 5 wird eine FEM-Analyse durchgeführt, in der zu sehen ist, dass die höchsten Spannungen im Bereich des Laufradanschlusses auftreten. Daher können bei höheren Belastungen einer aufskalierten Peltonschaufel in diesem Bereich geometrische Änderungen notwendig werden, falls eine kritische Beanspruchung auftritt.

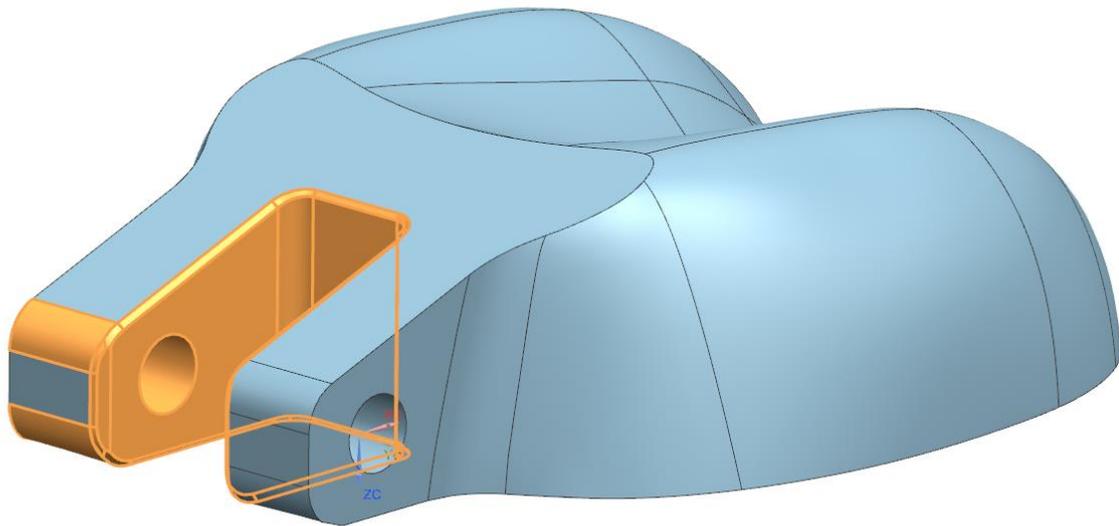


Abbildung 3.13: Darstellung des Laufradanschlusses

### 3.8 Spannungskerbe

Durch eine Kurve vom hinteren Teil des Bechers zum HS-Punkt 1 (siehe Abbildung 3.4) wird die Spannungskerbe definiert. Die Spannungskerbe, dargestellt in Abbildung 3.14 ändert sich mit dem Parameter für diesen Punkt mit, wird aber bei signifikanten Änderungen instabil. Mit zwei Extrudier-Befehlen wird zuerst eine Fläche und anschließend ein Körper erstellt und aus dem Modell subtrahiert.

Die Spannungskerbe dient dazu, den Kraftfluss an dem stark belasteten Bereich vorbeizuführen und damit Kerbspannungsspitzen zu vermeiden.

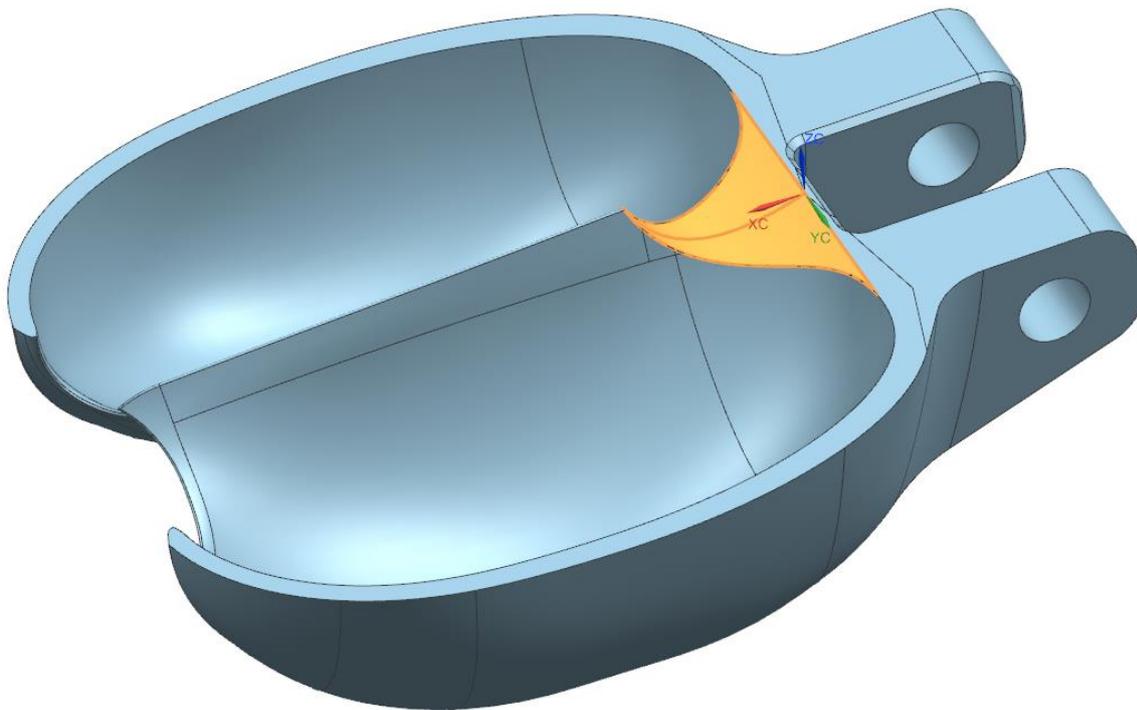


Abbildung 3.14: Darstellung der Spannungskerbe

### 3.9 Ausnehmung und Erhöhung am Becherrand

Neue Ideen im Bereich der Pelton-Schaufelgeometrie geben Anlass dazu, die Höhe des Becherrands des Peltonbechers zu variieren, siehe Abbildung 3.15. Optional kann in der Konstruktionsdatei die letzte Formelementgruppe aktiviert oder deaktiviert werden, um die Seitenwand zu verändern. Die gesamte Geometrie dieser Befehlsgruppe basiert auf fünf Punkten und einem Spline.

Ob die Ausnehmung und Erhöhung eine Besserung des Wirkungsgrads zur Folge haben, sollte noch mithilfe von Simulationen oder einem Versuchsmodell überprüft werden und wird in dieser Arbeit nicht behandelt.

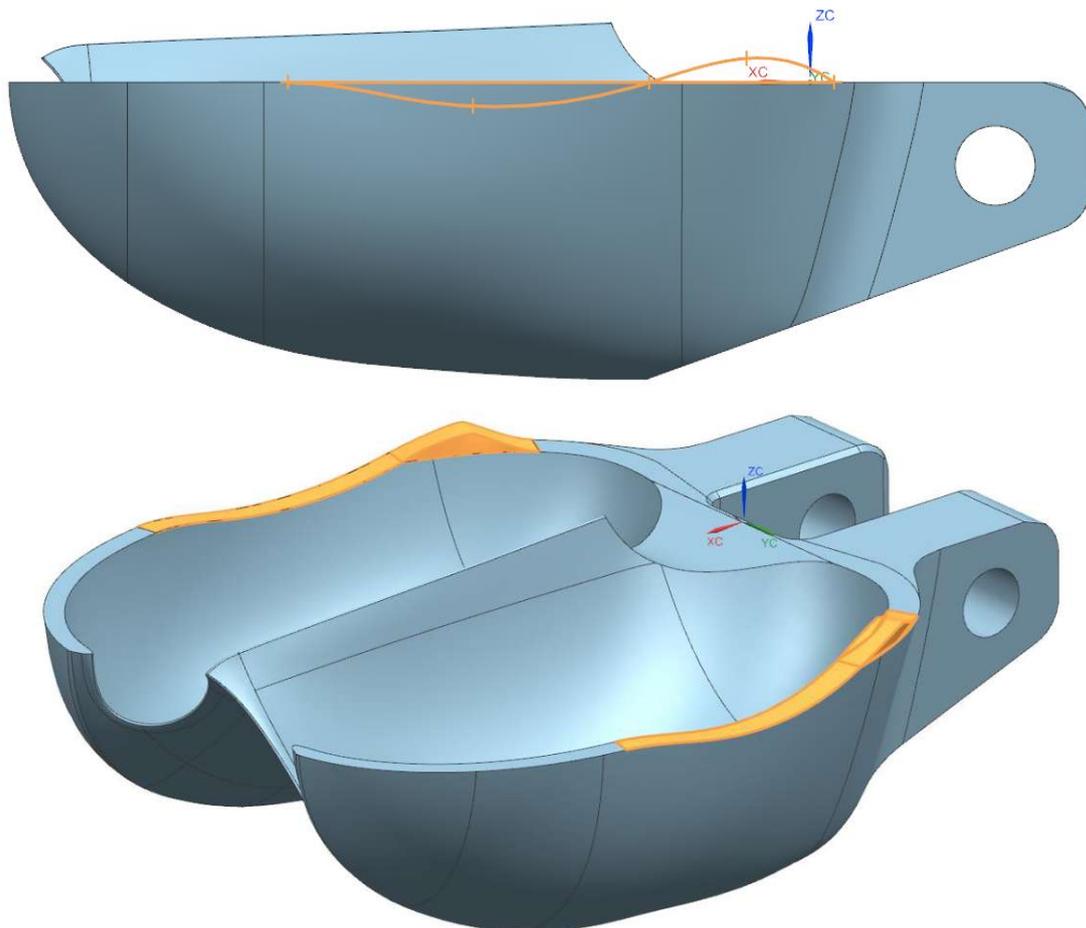


Abbildung 3.15: Darstellung der Ausnehmung und Erhöhung am Becherrand

## 4 Parameterstudie

In dem 3D-Modell sind insgesamt 15 verschiedene Parameter integriert, um auch ohne Vorkenntnisse des Modellaufbaus gezielt charakteristische Werte der Peltonschaufel verändern zu können. Die Parameter sind in Tabelle 4.1 aufgelistet und werden anschließend näher beschrieben.

Aufgrund der Komplexität des 3D Modells mit vielen zusammenhängenden Splines und Freiflächen, ist es äußerst schwierig allgemeine Gültigkeitsgrenzen für die Parameter festzulegen, ohne dass das Modell instabil wird und Fehler ausgibt. Mit dieser Parameterstudie wird ein Überblick gegeben, welche Ober- und Untergrenzen für die jeweiligen Parameter möglich sind.

Nachdem verschiedene Parameter dieselben Geometrien beeinflussen, ist oft auch eine Kombination von Parameterveränderungen notwendig, um ein stabiles Endmodell zu erhalten.

Die Becherbreite  $B$ , die Becherlänge  $L$  und der Strahldurchmesser  $d_0$  sind aus der Aufgabenstellung vorgegeben und unveränderlich.

Tabelle 4.1: Parameterauflistung für CAD Modell mit Grenzwerten

Parameter	Abkürzung	Min	Originalwert	Max
Hauptschneide_P1_X	HS_P1_X	20	25	35
Hauptschneide_P1_Z	HS_P1_Z	2	8.5	14
Hauptschneide_P2_X	HS_P2_X	85	90	94
Hauptschneide_P2_Z	HS_P2_Z	4	5	9
Hauptschneide_P3_X	HS_P3_X	94.5	96	96
Hauptschneide_P3_Z	HS_P3_Z	1.5	3	5
Eintrittswinkel_A	$\beta_{1A}$	159	164	173
Eintrittswinkel_B	$\beta_{1B}$	163	169	173
Eintrittswinkel_C	$\beta_{1C}$	161	165	173
Austrittswinkel_A	$\beta_{2A}$	151	165	170
Austrittswinkel_B	$\beta_{2B}$	151	172	176
Austrittswinkel_C	$\beta_{2C}$	156	177	180
Dicke_Becherrand	D <sub>BRand</sub>	2.7	4.5	9
Dicke_Becherruecken	D <sub>BRuecken</sub>	5	8	12
Bechertiefe	t	25	30	34

## 4.1 Ein- und Austrittswinkel

Die Ein- und Austrittswinkel eines Peltonbechers bestimmen das Strömungsverhalten des Wassers maßgeblich. Die Becherwanne ist durch drei Splines beschrieben, welche jeweils am Anfang und Ende durch diese Winkelparameter definiert sind. Dadurch ergeben sich, wie in Abbildung 4.1 dargestellt, durch die drei Ebenen und insgesamt sechs Winkel.

Die Ebene B befindet sich genau am Strahlkreisdurchmesser der Peltonturbine und die Richtwerte der Literatur beziehen sich auf die Ein- und Austrittswinkel an dieser Stelle. Alle Empfehlungen für die Winkel in den Ebenen A und C beziehen sich auf Erfahrungswerte aus den vorherigen geometrischen Modellen der TU Wien [15, 16].

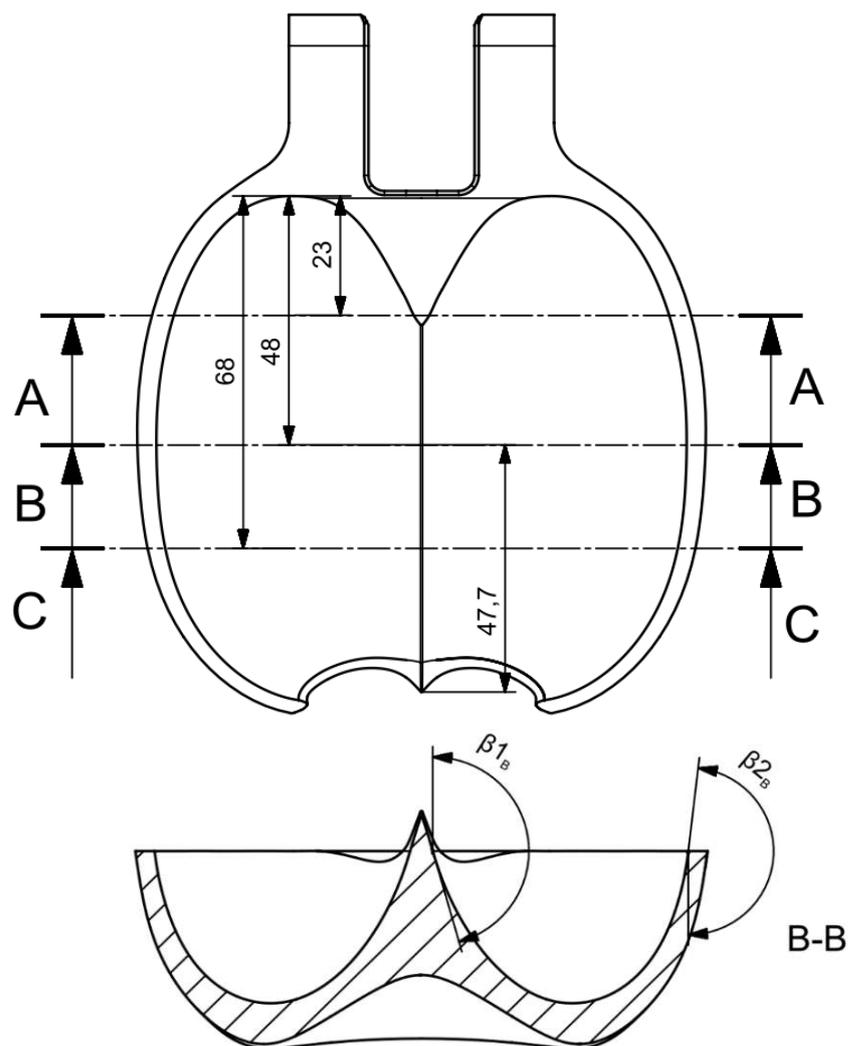


Abbildung 4.1: Parameterdefinition des Ein- und Austrittswinkels

**Schaufeleintrittswinkel oder Hauptschneidenwinkel  $\beta_1$** Tabelle 4.2: Richtwerte für  $\beta_{1B}$  aus der Literatur

Bohl [17]	Pfleiderer, Petermann [18]	Raabe [19]	Menny [20]
163° bis 173°	165° bis 173°	169°	173° bis 176°

Empfehlungen aus Erfahrungswerten:

- Aufgrund der Wannengeometrie sollte der Winkel  $\beta_{1B}$  nicht kleiner sein als  $\beta_{1A}$  und  $\beta_{1C}$ :  $\beta_{1B} \geq \beta_{1C} \geq \beta_{1A}$

**Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$** Tabelle 4.3: Richtwerte für  $\beta_{2B}$  aus der Literatur

Bohl [17]	Raabe [19]	Menny [20]
151° bis 176°	173°	165° bis 173°

Empfehlungen aus Erfahrungswerten:

- Der Austrittswinkel sollte im Bereich der Nebenschneide am größten sein und stetig kleiner werden:  $\beta_{2C} > \beta_{2B} \geq \beta_{2A}$
- Je größer der Schaufelaustrittswinkel ist, desto mehr lenkt das Wasser um und damit steigt der Wirkungsgrad. Sobald das austretende Wasser jedoch den nächsten Becher berührt, bremst es das Laufrad. Um die maximal möglichen Schaufelaustrittswinkel für genaue diese Bechergeometrie zu ermitteln, ist eine Strömungssimulation oder ein Versuchsaufbau notwendig.

## 4.2 Hauptschneide

Die Hauptschneide basiert auf drei Punkten, die auf der Y-Achse liegen. Mithilfe der in Tabelle 4.1 angeführten Parameter können jeweils die X und Z Koordinaten, der in Abbildung 4.2 dargestellten Punkte, verändert werden. Der Winkel der Hauptschneide ergibt sich durch die Punkte HS\_P2 und HS\_P3.

HS\_P3\_Z sollte immer mindestens 2mm kleiner als HS\_P2\_Z sein, um eine stabile Geometrie zu gewährleisten:  $HS\_P2\_Z \geq HS\_P3\_Z + 2$

Der Hauptschneidenwinkel  $\Delta\alpha_{HS}$  ergibt sich durch den Arkustangens

$$\Delta\alpha_{HS} = \arctan\left(\frac{HS_{P1Z} - HS_{P2Z}}{HS_{P2X} - HS_{P1X}}\right) \quad (4.1)$$

Mit den Standardwerten ergibt sich ein Winkel von:

$$\Delta\alpha_{HS} = \arctan\left(\frac{8 - 5}{90 - 25}\right) = 2.643^\circ \quad (4.2)$$

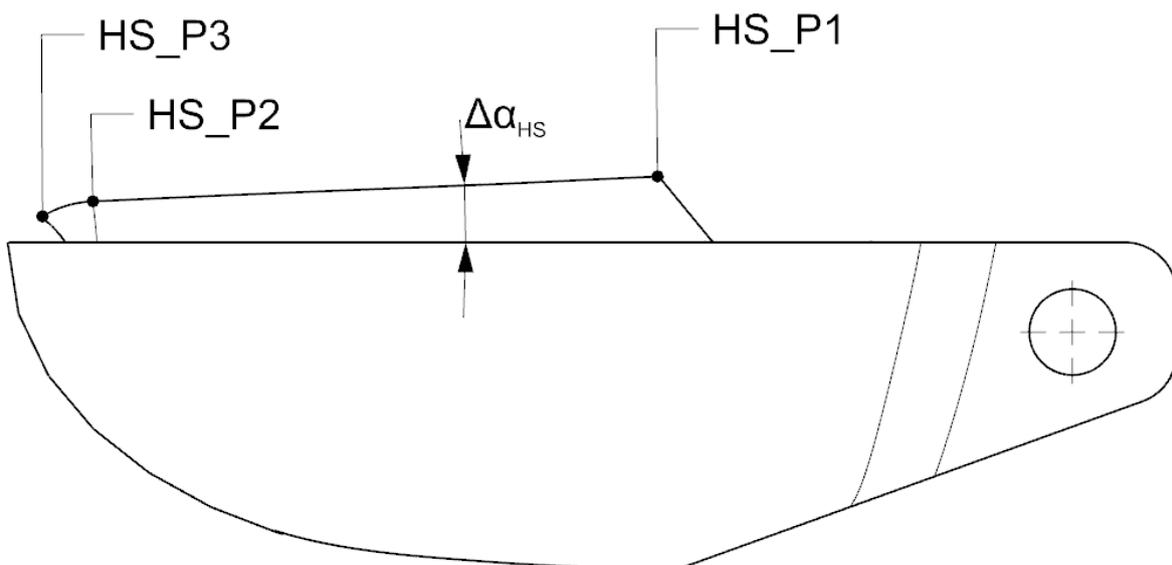


Abbildung 4.2: Parameterdefinition der Hauptschneide

### 4.3 Becherrand-Dicke

Der Parameter "Dicke\_Becherrand", dargestellt in Abbildung 4.3, verändert die Breite der Becherranddeckfläche und damit den gesamten Becherrand, sowie auch den Becherrücken. Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, nimmt die Dicke des Becherrands durch den Befehl "Kurve versetzen" mit dem Offset-Typ "Regeleinstellung" linear zu. Der Startwert für den Abstand dieser Kurve entspricht Erfahrungswerten und wird mit 2,7 mm als konstant gewählt. Wird als Parameterwert der Minimalwert 2,7 mm gewählt, bleibt die Dicke des Becherrands über die Becherlänge konstant.

Dieser Parameter hat einen signifikanten Einfluss auf das Gewicht, die Becherfestigkeit und das Strömungsverhalten. Wird zum Beispiel statt dem Originalwert von 4,5 mm der Maximalwert von 9 mm ausgewählt, nimmt das Bechergewicht um ca. 7% zu. Bei einem zu großen Wert erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, dass abgeleitetes Wasser des vorherigen Bechers auf den Becherrücken auftrifft.

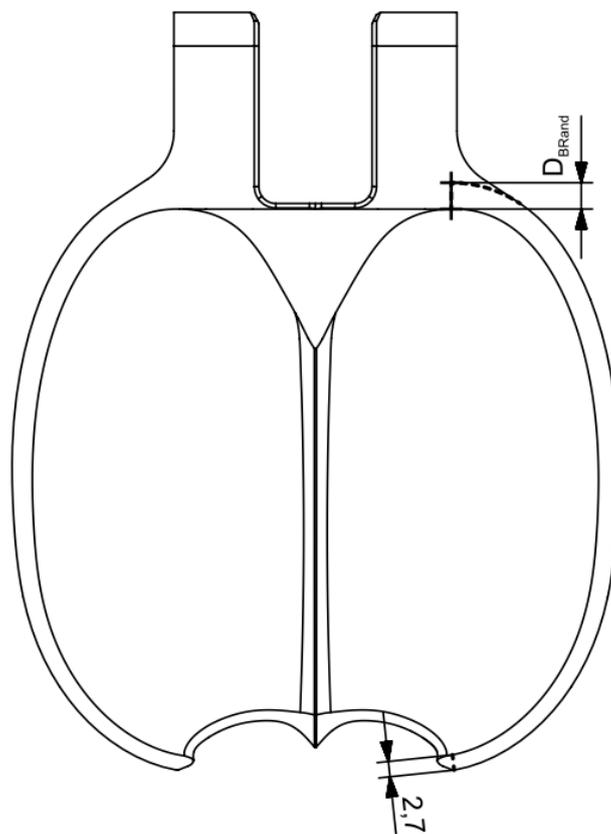


Abbildung 4.3: Parameterdefinition der Becherranddicke

## 4.4 Becherrücken-Dicke

Mit dem Parameter "Dicke\_Becherruecken" werden mehrere Befehle beeinflusst, damit der Becherrücken bei verändertem Parametermaß nicht seine grundlegende Geometrie verliert. Alle beeinflussten Werte sind in Kapitel 3.4 beschrieben und dargestellt.

Das Hauptmaß  $D_{BRuecken}$  wird in Abbildung 4.4 dargestellt. Auch dieses Maß beeinflusst die Becherfestigkeit und das Bechergewicht maßgeblich. Grundsätzlich ist die gesamte Geometrie auf den Originalwert ausgelegt und Änderungen außerhalb der angegebenen Grenzen können zu ungewünschten Proportionen führen.

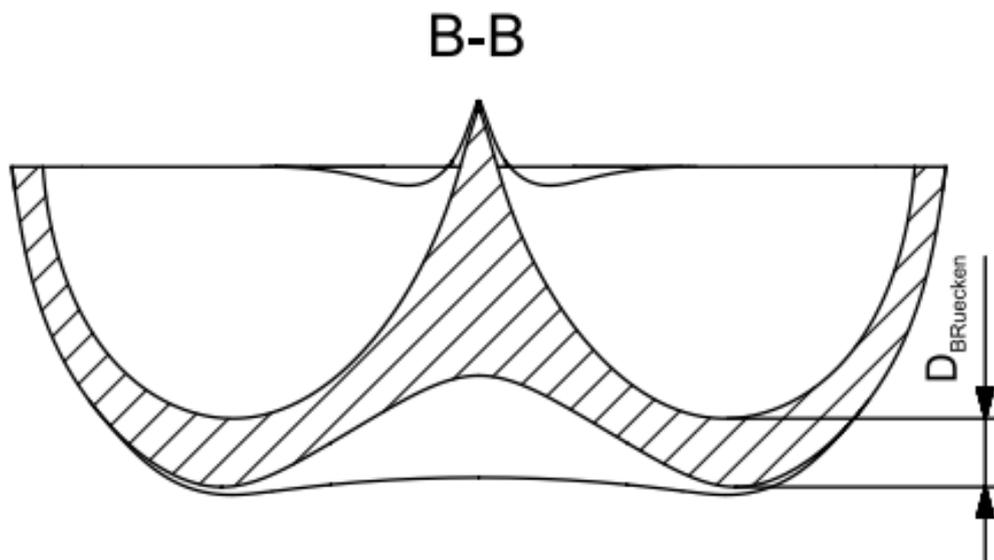


Abbildung 4.4: Parameterdefinition des Becherrückens

## 4.5 Bechertiefe

Der Parameter "Bechertiefe" verändert den tiefsten Punkt der Becherwanne und somit neben der Wanne auch die gesamte Bechergeometrie. Wenn die Becherdicke aber gleich bleibt, verändert sich mit der Bechertiefe auch der Becherrücken. Die Eintritts- und Austrittswinkel und die Bechertiefe definieren das ellipsenförmige Schaufelprofil in der Ebene des Strahlkreisdurchmessers.

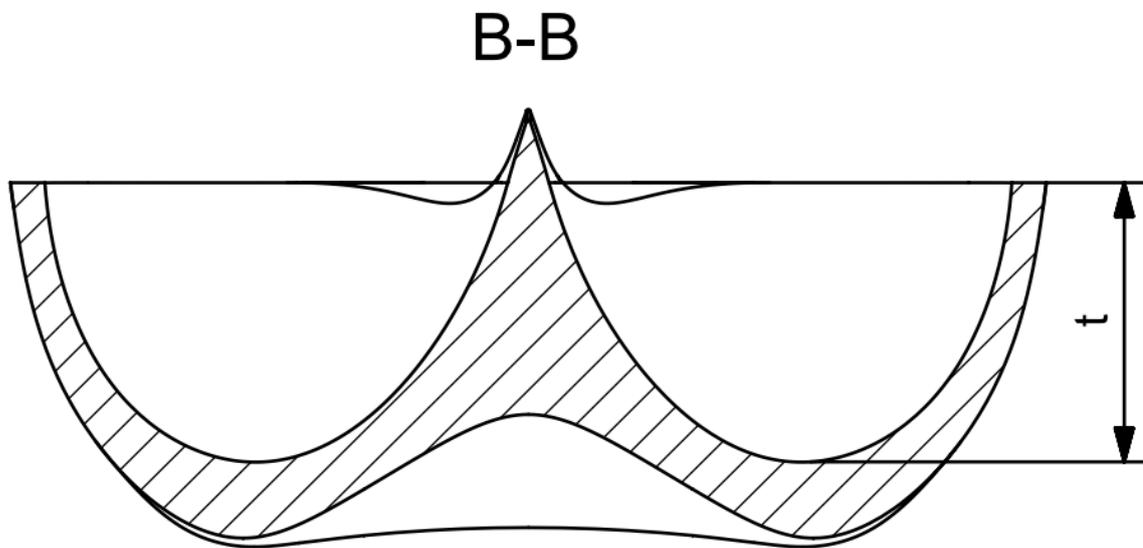


Abbildung 4.5: Parameterdefinition der Bechertiefe

## 5 Festigkeitsnachweis mittels Finiter Elemente Methode (FEM)

Die Finite Elemente Methode ist ein rechnergestütztes numerisches Verfahren zur Verformungs- und Festigkeitsuntersuchung von Festkörpern. In diesem Kapitel werden die verschiedenen Belastungsfälle der Pelton turbine in einer FEM Software simuliert und bewertet.

Vor allem im Bereich der Schaufelwurzel und des Becheranschlusses an das Laufrad werden große Beanspruchungen erwartet. Die Anschlusslösung mittels Passflächen und Befestigungsschraube wird in diesem Projekt für den Versuchsaufbau verwendet, um eine einfache Austauschbarkeit der Peltonbecher auf einem bereits vorhandenen Laufrad zu ermöglichen. Im vorgesehenen industriellen Einsatzfall wird die Pelton turbine aus einem Teil geschmiedet und anschließend gefräst. Um realistische Ergebnisse zu erhalten, wird für die nachfolgenden Berechnungen der Peltonbecher starr mit dem Laufrad verbunden.

Grundsätzlich erfahren die Pelton schaufeln eine starke dynamische und periodische Belastung. Der Wasserstrahl trifft immer nur punktuell auf und belastet einzelne Schaufeln, während andere Schaufeln entlastet sind. Zusätzlich wirken bei Drehung der Turbine auch die Zentrifugal- und Corioliskraft auf die Pelton schaufel. Zur Auslegung der Schaufelfestigkeit müssen alle Betriebspunkte, bei der diese Kräfte maximal werden, untersucht werden.

## 5.1 Grundlagen zur Festigkeitsberechnung

Nach der Herleitung in Kapitel 2.1.3 wird als Vereinfachung angenommen, dass das Wasser im Becher um  $180^\circ$  umgelenkt wird und damit die Strahlkraft maximal wird. Zusätzlich wird angenommen, dass die gesamte Strahlkraft auf nur einen Peltonbecher wirkt. Das ganze System wird als reibungsfrei betrachtet.

Durch diese Annahmen ergeben sich für einen aussagekräftigen Festigkeitsnachweis drei konkrete Betriebspunkte:

- Stillstehender Becher: Beim Anfahrvorgang wird der Becher mit voller Strahlkraft beansprucht. Es wirken keine Fliehkräfte.
- Nennbetriebspunkt: Auf den Becher wirkt nur ein Teil der Strahlkraft und die Fliehkräfte bei Betriebsdrehzahl.
- Durchgang: Wenn sich die Turbine mit der gleichen Geschwindigkeit wie der Wasserstrahl bewegt, wird keine kinetische Energie mehr übertragen. Die Belastung erfolgt rein über die Fliehkräfte

Als Software zur Festigkeitsberechnung wird das Modul „Static Structure“ von Ansys verwendet. Hierfür werden die Geometrie aus Siemens NX12 als STEP-Datei exportiert und in Ansys Workbench importiert. Nach dem Einlesen wird die Geometrie, wie in Kapitel 5.1.1 beschrieben, nach den gewählten Parametern vernetzt. Die mathematischen Grundlagen zur Berechnung der Belastungen werden in Kapitel 5.1.2 aufgezeigt bzw. hergeleitet. Anschließend werden dem Modell noch die Materialeigenschaften aus Kapitel 5.1.3 zugewiesen.

## 5.1.1 Vernetzung

Für die Vernetzung wird das eigene Tool von Ansys Workbench verwendet. Das erste erstellte Netz des Modells, dargestellt in Abbildung 5.1, wird bewusst grob gewählt, um die Berechnungszeit zu verkürzen. Das Netz wird mit der quadratischen Elementansatzfunktion erstellt und besteht aus TE10 Elementen, also Tetraedern mit jeweils 10 Knoten. Als Netzparameter für die Erzeugung der Prismenschicht wird in Ansys ein weicher Übergang mit einem Übergangsverhältnis von 0.272, eine mittlere Glättung und eine Wachstumsrate von 1.2 gewählt. Die minimale Kantenlänge beträgt 0.054 mm.

Für die endgültige Lösung wird das Netz dann an den höchstbelasteten Bereichen durch eine vorgegebene Ergebniskonvergenz verfeinert. Hierbei werden die Kantenlängen der Tetraeder so lange automatisch verkleinert, bis sich das errechnete Ergebnis nur mehr innerhalb der Konvergenzgrenzen verändert. Die Anzahl der Elemente erhöht sich damit bei den nachfolgenden Betriebspunkten von 30 602 auf über 70 000.

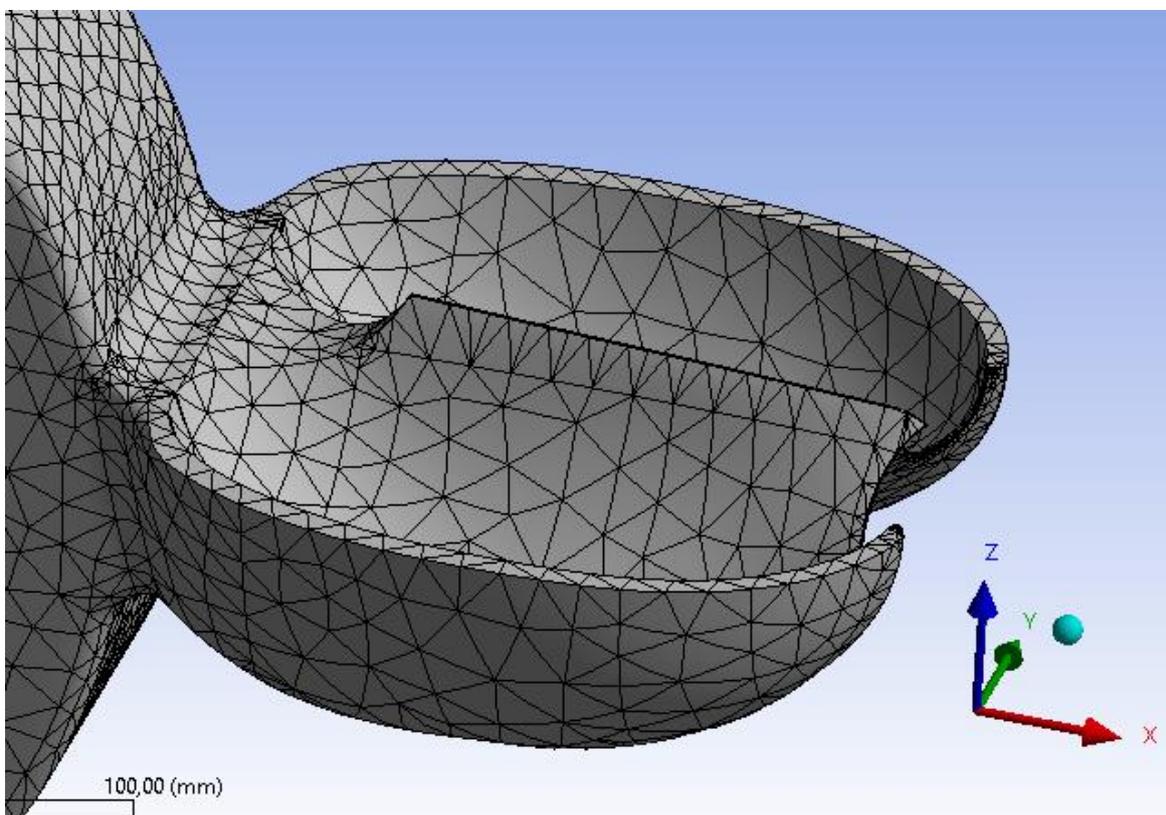


Abbildung 5.1: Vernetzung der Peltonschaufel in Ansys

## 5.1.2 Berechnungsgrundlagen für Betriebsbelastungen

Für die Berechnung in Ansys werden nur die Schaufelkraft und die Winkelgeschwindigkeit im jeweiligen Betriebsfall benötigt.

### Schaufelkraft $F_{\text{Schaufel}}$

Analog zur Gleichung (2.4) beträgt die Wechselwirkungskraft auf einen Peltonbecher [2]:

$$F_{\text{Schaufel}} = \dot{m}_c C_0 * (1 - k_m)^2 * (1 - \cos\beta_2) \quad (5.1)$$

mit Massenstrom des Absolutsystems  $\dot{m}_c$ , Strahlgeschwindigkeit  $C_0$ , Laufzahl  $k_m$  und Austrittswinkel  $\beta_2$

Durch die Annahme, dass der Wasserstrahl vollständig umgelenkt und damit der Austrittswinkel  $\beta_2$   $180^\circ$  wird, ergibt sich für die Schaufelkraft:

$$F_{\text{Schaufel}} = 2 * \dot{m}_c C_0 * (1 - k_m)^2 \quad (5.2)$$

mit Massenstrom des Absolutsystems  $\dot{m}_c$ , Strahlgeschwindigkeit  $C_0$  und Laufzahl  $k_m$

### Winkelgeschwindigkeit $\omega$

Die durch Rotation entstehenden Fliehkräfte können in Ansys direkt durch die Eingabe der Winkelgeschwindigkeit berechnet werden. Diese Methode ist präziser als die manuelle Berechnung der differentiellen Fliehkräfte. Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist definiert durch:

$$\omega = 2 * \pi * n \quad (5.3)$$

mit Drehzahl  $n$

Tabelle 5.1: Durch die Aufgabenstellung vorgegebene Daten

Bezeichnung	Abkürzung	Wert	Einheit
Fallhöhe	H	100	m
Strahldurchmesser	$d_0$	30	mm
Strahlkreisdurchmesser	$D_m$	317	mm
Dichte von Wasser	$\rho_w$	1000	kg/m <sup>3</sup>

Alle für die Schaufelkraft (5.2) und Winkelgeschwindigkeitsgleichung (5.3) erforderlichen Daten werden anschließend nach Bauer [1] berechnet:

### Strahlgeschwindigkeit $C_0$

Die Strahlgeschwindigkeit ergibt sich aus der Bernoulli-Gleichung durch:

$$C_0 = \sqrt{2gH} \quad (5.4)$$

mit Erdbeschleunigung  $g$  und Fallhöhe  $H$

### Durchfluss $\dot{Q}_D$

Der Durchfluss am Düsenaustritt ergibt sich wie folgt:

$$\dot{Q}_D = \frac{\pi}{4} * d_0^2 * C_0 \quad (5.5)$$

mit Strahldurchmesser  $d_0$  und Strahlgeschwindigkeit  $C_0$

**Laufzahl  $k_m$** 

Die Laufzahl beschreibt das Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeit der Turbine am Strahlkreisdurchmesser zur Strahlgeschwindigkeit. Sie wird auch als spezifische Umfangsgeschwindigkeit bezeichnet. Laut Zhang [2], wird für die Laufzahl in der Praxis ein Wert zwischen 0.45 und 0.48 festgelegt. Für diese Berechnung wird als Laufzahl der Wert 0.465 angenommen.

$$k_m = \frac{U_m}{C_0} \quad (5.6)$$

mit Umfangsgeschwindigkeit der Turbine am Strahlkreisdurchmesser  $U_m$  und Strahlgeschwindigkeit  $C_0$

**Drehzahl  $n$** 

Durch eine Umformung von Gleichung (5.6) und der Definition der Umfangsgeschwindigkeit ergibt sich für die Drehzahl  $n$ :

$$U_m = D_m * \pi * n = k_m * C_0 \quad (5.7)$$

$$n = \frac{k_m * C_0}{D_m * \pi} \quad (5.8)$$

mit Strahlkreisdurchmesser  $D_m$ , Drehzahl  $n$ , Laufzahl  $k_m$  und  $C_0$  Strahlgeschwindigkeit

**Massenstrom des Absolutsystems  $\dot{m}_c$** 

Ein Massenstrom ergibt sich durch den Durchfluss multipliziert mit der Dichte des Wassers:

$$\dot{m}_c = \rho_w * \dot{Q}_D \quad (5.9)$$

mit Dichte von Wasser  $\rho_w$  und Durchfluss  $\dot{Q}_D$

Die nachfolgenden Daten aus Tabelle 5.2 können nun für jeden betrachteten Betriebsfall in die Gleichungen (5.2) und (5.3) eingesetzt werden.

Tabelle 5.2: Berechnete Daten für den Festigkeitsnachweis

Bezeichnung	Abkürzung	Wert	Einheit
Laufzahl	$k_m$	0.465	1
Durchfluss	$\dot{Q}_D$	0.0313	$m^3/s$
Strahlgeschwindigkeit	$C_0$	44.294	m/s
Massenstrom des Absolutsystems	$\dot{m}_c$	31.3	kg/s

### 5.1.3 Materialeigenschaften

Als Material für eine Peltonschaufel wird in der Literatur [3] der Werkstoff DIN 1.4313 als geeignet beschrieben. Diese rostfreie und schmiedbare Stahllegierung, auch als X3CrNiMo13-4 bezeichnet, weist sehr gute mechanische Eigenschaften auf und eignet sich für den Einsatz im Turbinen- und Kraftwerksbau. In der Tabelle 5.3 ist die chemische Zusammensetzung und in der Tabelle 5.4 sind die relevanten mechanischen und physikalischen Eigenschaften angeführt.

Tabelle 5.3: chemische Zusammensetzung von X3CrNiMo13-4 [21]

Element	Abkürzung	min. Massenanteil in %	max. Massenanteil in %
Kohlenstoff	C	-	0,05
Silizium	Si	-	0,70
Mangan	Mn	-	1,50
Phosphor	P	-	0,04
Schwefel	S	-	0,015
Chrom	Cr	12	14
Molybdän	Mo	0,30	0,70
Stickstoff	N	-	0,02
Nickel	Ni	3,50	4,50

Tabelle 5.4: mechanische Eigenschaften von X3CrNiMo13-4 im vergüteten Zustand [21]

Eigenschaft	Abkürzung	Wert bei 20°C
Dehngrenze	Rp0,2	≥ 800 N/mm <sup>2</sup>
Zugfestigkeit	Rm	900 – 1100 N/mm <sup>2</sup>
Bruchdehnung	A5	≥ 12%
Elastizitätsmodul	E	200 kN/mm <sup>2</sup>
Dichte	ρ	7,70 kg/dm <sup>3</sup>

## 5.2 Stillstand

Dieser Betriebsfall behandelt den Anlauf der Turbine. Die Peltonschaufel ist in Ruhe und wird mit der maximalen Kraft des Wasserstrahls belastet.

### Simulierte Belastungen

$$k_m = 0, \quad \omega = 0$$

$$F_{\text{Schaufel1}} = 2 * \dot{m}_c C_0 * (1 - k_m)^2 = 2764,5\text{N}$$

### Vergleichsspannung (von Mises)

Wie in Abbildung 5.2 und Abbildung 5.3 ersichtlich, liegen die kritischen Bereiche beim Becheranschluss und in der Becherwurzel bzw. bei der Spannungskerbe. Die maximal auftretende Spannung beträgt  $43 \text{ N/mm}^2$  und liegt damit unter dem Wert der Dehngrenze. Die Ergebnisse anderer untersuchter Lösungsvarianten, wie zum Beispiel die maximale Spannung im Hauptachsensystem, sind der Vergleichsspannung sehr ähnlich und werden deshalb nicht dargestellt.

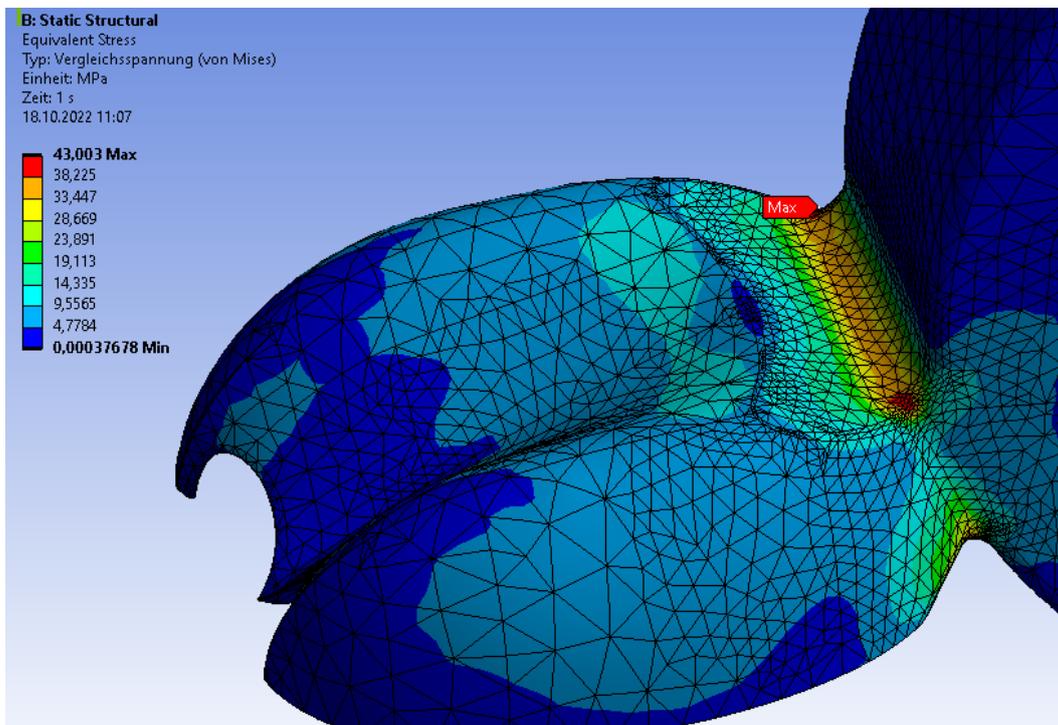


Abbildung 5.2: Vergleichsspannung bei Belastung im Stillstand

## 5.3 Normalbetrieb / Arbeitspunkt

Die Winkelgeschwindigkeit kann als Rotationsbelastung direkt in Ansys eingegeben werden.

### Simulierte Belastungen

$$k_m = 0.46, \quad \omega = 128.5 \text{ rad/s}$$

$$F_{\text{Schaufel2}} = 2\dot{m}_c C_0 * (1 - k_m)^2 = 808.55 \text{ N}$$

### Vergleichsspannung (von Mises)

Die maximal auftretende Vergleichsspannung im Normalbetrieb beträgt 16.72 N/mm<sup>2</sup>.

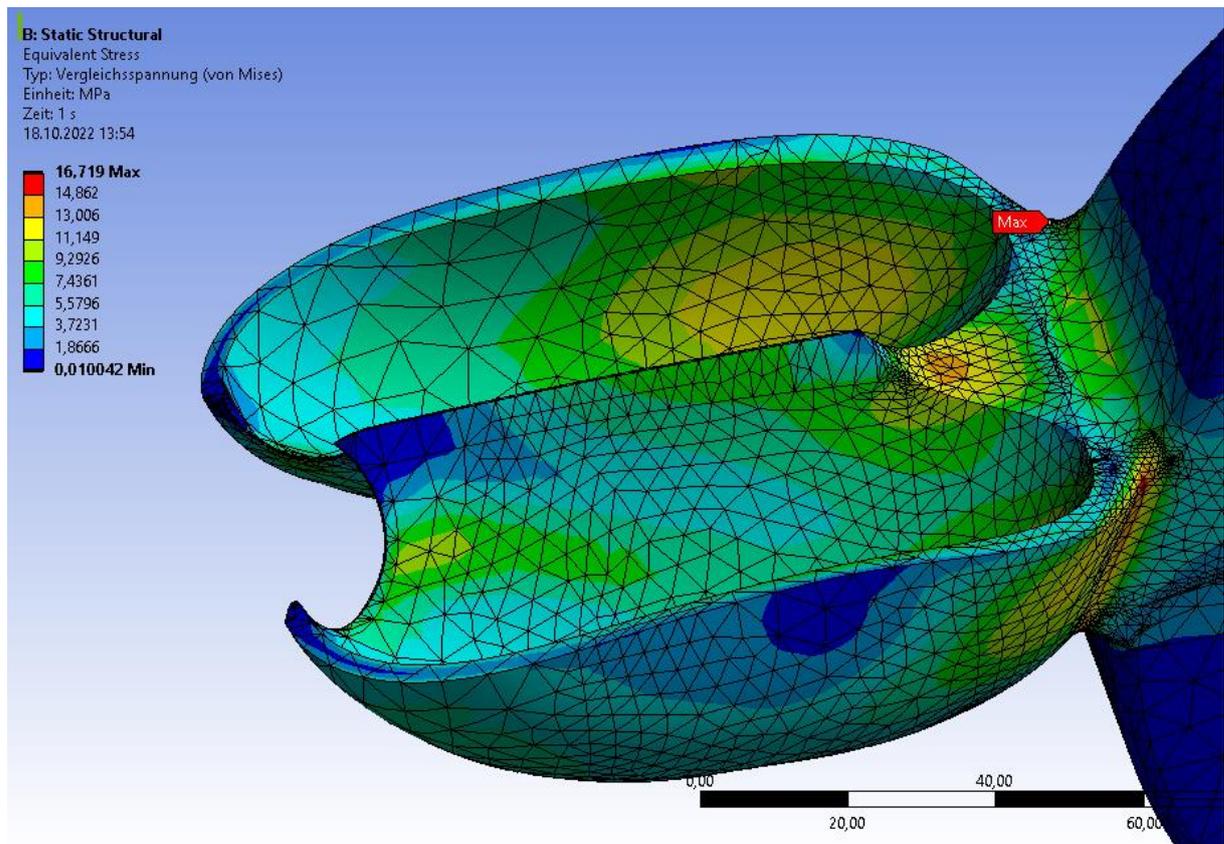


Abbildung 5.3: Vergleichsspannung bei Belastung im Arbeitspunkt

## 5.4 Durchgangsdrehzahl

Alle mechanischen Verluste werden vernachlässigt. Pelton-Laufrad beschleunigt auf selbe Geschwindigkeit wie der Wasserstrahl. Es wird keine Leistung mehr abgegeben.

### Simulierte Belastungen

$$k_m = 1, \quad \omega = 279.5 \text{ rad/s}$$

$$F_{\text{Schaufel2}} = 2\dot{m}_c C_0 * (1 - k_m)^2 = 0 \text{ N}$$

### Vergleichsspannung (von Mises)

Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Durchgang beträgt 39.61 N/mm<sup>2</sup>.

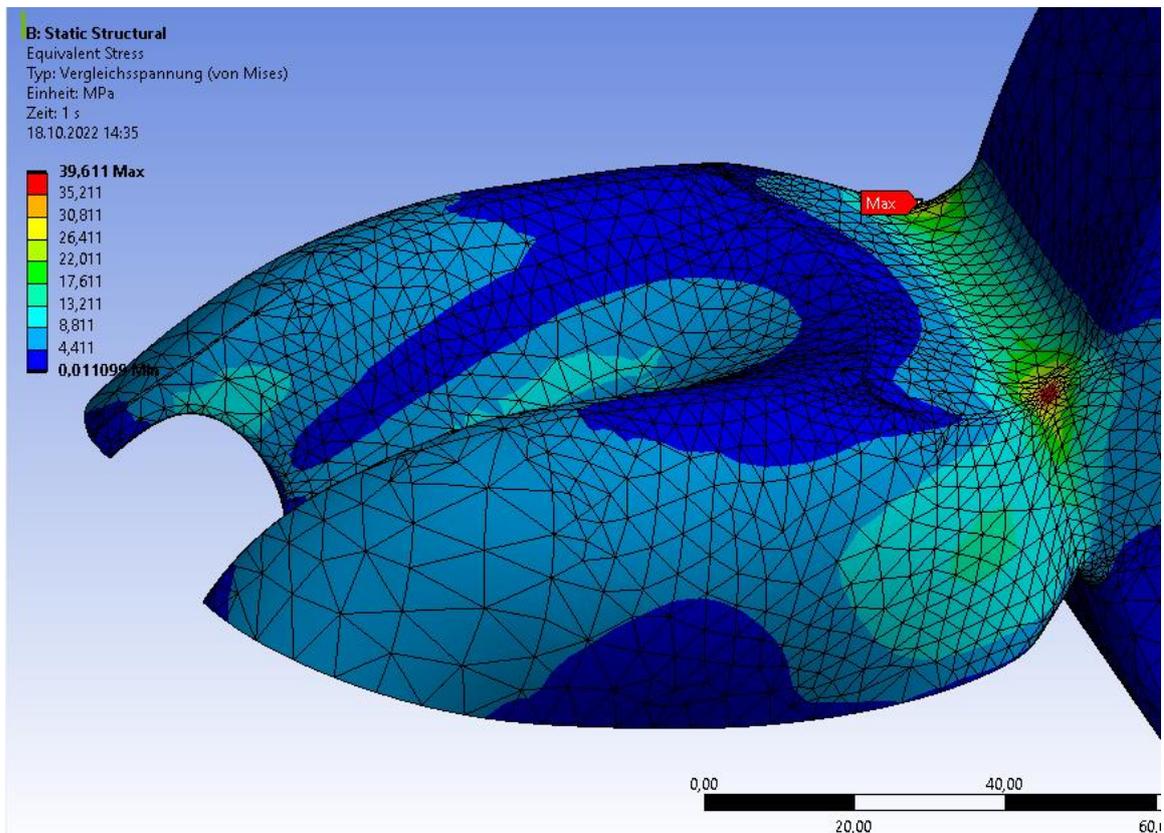


Abbildung 5.4: Vergleichsspannung bei Belastung bei Durchgang

## 5.5 Fazit Festigkeitsnachweis

Im Laufe der FEM-Analyse wurden mehrere Varianten von Kraftangriffspunkten in der Schaufel probiert, die alle zu einem ähnlichen Ergebnis führten. Auch wenn die Belastungen in diesem Auslegungsfall weit unter der Dehngrenze liegen, zeigen die Ergebnisse, dass die kritischen Betrachtungsfälle bei Stillstand und bei Durchgang vorliegen.

Der hier gezeigte Festigkeitsnachweis vernachlässigt aber einige Komplexitäten der Belastungen, die in der Realität auftreten. Zum Beispiel wird die Kraft nicht linear auf den Becher übertragen, sondern durch die Bewegung des Wassers tritt ein hydrodynamischer Druck an der Becherwannenoberfläche auf. Zusätzlich ist die Ausströmung des Wasserstrahl aus der Düse, vor allem bei Turbinenstillstand, sehr komplex zu simulieren. Für eine präzisere Auswertung wäre eine Kombination einer FEM- und einer CFD-Simulation notwendig. In dieser Arbeit wird versucht, den Peltonbecher für ein Worst-Case Szenario auslegen und die vergleichsweise geringen Belastungen zeigen, dass der Peltonbecher für den angegebenen Anwendungsfall ausreichend dimensioniert ist.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

### Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war die Konstruktion und Realisierung eines parametrisierten Peltonbechers, der einfach und schnell angepasst werden kann. Dabei wurde das Hauptaugenmerk auf die charakteristischen Maße und eine hohe Stabilität der Geometrie gelegt. Das Modellierungsprogramm Siemens NX12 eignet sich sehr gut für Flächenübergänge von Freiformflächen bis zur G2-Stetigkeit.

Aus zwei vorhandenen Vorgängerarbeiten wurde versucht, die wichtigsten Erkenntnisse und geometrischen Feinheiten zu übernehmen und in das neue Modell zu integrieren. Durch die Unterteilung in Formelementgruppen und eine detaillierte Beschreibung aller Befehle wird die Übersichtlichkeit der Konstruktion für nachfolgende Verwendung erhöht. Insgesamt wurden in die CAD-Geometrie 15 Parameter integriert mit denen charakteristische Flächen und Kurven verändert werden können. In der Parameterstudie wurden alle Parameter überprüft und allgemeine Gültigkeitsbereiche überprüft. Hierbei wurden auch Grenzwerte aus der Literatur berücksichtigt.

Eine anschließende Festigkeitsberechnung und Spannungsabschätzung mittels Finiter Elemente Methode zeigt, dass der Peltonbecher für den angegebenen Belastungsfall ausreichend dimensioniert ist.

## Ausblick

Diese Arbeit und die konstruierte 3D-Geometrie können der Grundstein für weitere Optimierungen im Bereich der Pelton turbine sein. Neben experimentellen Versuchen können auch Simulationen mithilfe der numerische Strömungsmechanik durchgeführt werden.

In einer CFD-Analyse kann der Wirkungsgrad einer Pelton turbine abgeschätzt werden. Mithilfe des parametrischen Modells könnten hier immer wieder kleine Änderungen der Geometrie vorgenommen werden und anschließend die Analyse wiederholt werden. So können in weiterer Folge Erfahrungen gewonnen werden, wie und auch warum kleinste Veränderungen der Geometrie die Strömung beeinflussen.

Die Festigkeit im Dauerbetrieb dieses Peltonbechers wurde nicht überprüft und könnte für zukünftige Arbeiten berücksichtigt werden.

## 7 Literaturverzeichnis

- [1] Bauer, C.: Hydraulische Maschinen und Anlagen I & II. Vorlesungs-Skriptum, Institut für Energietechnik und Thermodynamik - E302, TU Wien, 2022.
- [2] Zhang, Z.: Freistrahlturbinen: Hydromechanik und Auslegung. Springer Berlin Heidelberg, ISBN: 9783540707721, 2009.
- [3] Giesecke, J. ; Gutt, H.-J. ; Mosonyi, E.: Wasserkraftanlagen. Planung, Bau und Betrieb: Springer Berlin Heidelberg, ISBN: 9783540889892, 2009.
- [4] Boes, R.: Wasserbau II. Vorlesungs-Skriptum, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich, 2020.
- [5] Sommer, M.: Speicherkraftwerk - Bayerische Landeskraftwerke. [Online] <https://www.landeskraftwerke.bayern/speicherkraftwerk.htm>, 2022. Zugriff am 21.10.2022.
- [6] Rogers, D.: An introduction to NURBS. San Francisco: Morgan Kaufmann, ISBN: 9780080509204, 2000.
- [7] Salomon, D.: Curves and Surfaces for Computer Graphics. Springer New York, ISBN: 9780387284521, 2006.
- [8] Hashemian, A. ; Hosseini, S. F.: An integrated fitting and fairing approach for object reconstruction using smooth NURBS curves and surfaces. In: Computers & Mathematics with Applications Jahrgang 76/7, Seite: 1555–1575, 2008.
- [9] IGES: The Initial Graphics Exchange Specification (IGES) Version 6.0. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2001.
- [10] Celik, M.: NX 9.0 für Maschinenbauer: Grundlagen Technische Produktmodellierung. Wiesbaden: Springer Vieweg, ISBN: 9783658077846, 2015.

- [11] Autodesk Alias Automotive: Introduction to Continuity Terminology. [Online] [https://www.aliasworkbench.com/theoryBuilders/TB3\\_continuity1.htm](https://www.aliasworkbench.com/theoryBuilders/TB3_continuity1.htm), 2014. Zugriff am 21.10.2022.
- [12] Sommer, L.: Geometrieparametrisierungen für die aerodynamische Optimierung von Verdichterschaufelsektionen unter besonderer Berücksichtigung der Krümmung. Dissertation an der BTU Cottbus, 2011.
- [13] Korakianitis, T. ; Papagiannidis, P.: Surface-Curvature-Distribution Effects on Turbine-Cascade Performance. In: Journal of Turbomachinery Jahrgang 115/2, Seite 334–341, 1993.
- [14] Perrig, A.: Hydrodynamics of the free surface flow in Pelton turbine buckets. Dissertation an der ETH Lausanne (EPFL), 2007.
- [15] Pfaffeneder, J.: Entwurf eines Laufrades für den Peltonversuchsstand am IET: Diplomarbeit am IET der TU Wien, 2012.
- [16] Zwölfer, B.: Parametrische Freiformflächenkonstruktion einer Peltonschaufel: Bachelorarbeit am IKP und IET der TU Wien, 2020.
- [17] Bohl, W.: Strömungsmaschinen 2. Würzburg: Vogel, ISBN: 9783834332936, 2012.
- [18] Pfeleiderer, C. ; Petermann, H.: Strömungsmaschinen. Springer Berlin Heidelberg, ISBN: 9783540269137, 2005.
- [19] Raabe, J.: Hydraulische Maschinen und Anlagen. Düsseldorf: VDI-Verlag, ISBN: 3184008010, 1989.
- [20] Menny, K.: Strömungsmaschinen: Hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen. Wiesbaden: Teubner, ISBN: 9783835190351, 2006.
- [21] HSM Edelstahl: Werkstoff 1.4313 Edelstahl, [Online] <https://www.hsm-stahl.de/werkstoffe/edelstahl-rsh/korrosionsbestaendiger-stahl/14313>, 2022, Zugriff am 21.10.2022.

# 8 Anhang

## Technische Zeichnung des Pelton-Laufrads mit wichtigen Abmaßen

