

Dissertation

# Theorie, Modellierung und Regelung einer Drehstromdoppelmaschine

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades  
eines Doktors der technischen Wissenschaften

eingereicht an der

Technischen Universität Wien  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Institut für elektrische Antriebe und Maschinen

von

Dipl.-Ing. Stephan Alexander Ojak  
Ferdinand-Fleischmann-Gasse 5  
2340 Mödling

1. Begutachter **Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Manfred Schrödl**  
2. Begutachter **Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Erich Rummich**

Wien, im Dezember 2003

# Danksagung

Ich komme an dieser Stelle der ehrenvollen Pflicht nach, allen, die mir bei der Durchführung dieser Arbeit zur Seite standen, meinen Dank auszusprechen.

An erster Stelle sei Herr Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Schrödl genannt. Er hat mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht, immer wieder Hinweise und Ratschläge zu ihrer Durchführung gegeben und die Erstbegutachtung durchgeführt. Herrn Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Erich Rummich bin ich für die Unterstützung und die Möglichkeit zu Diskussionen sowie für die Zweitbegutachtung dieser Arbeit ebenfalls zu großem Dank verpflichtet.

Weiters danke ich hier meinem Freund und Kollegen, Herrn Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Erich Schmidt. Auch er hat mir immer wieder in Diskussionen zur Verfügung gestanden und hat mir durch seine fundierten Kenntnisse sehr geholfen. Auch für die unermüdliche und oftmalige Durchsicht meiner Arbeit bin ich ihm zu großem Dank verpflichtet.

Meinem Kollegen Herrn Dipl.-Ing. Roman Lechner danke ich für die Hilfestellung und die Unterstützung, die er mir beim Schreiben dieser Arbeit mit  $\LaTeX$  geleistet hat.

Von ganzem Herzen darf ich an dieser Stelle meiner Ehefrau Birgit ebenfalls großen Dank aussprechen. Sie hat mir durch ihre verständnisvolle Fürsorge und nicht zuletzt durch ihre aufopfernde und beinahe grenzenlose Geduld immer wieder die nötige Energie gegeben. Meiner Tochter Katharina danke ich dafür, dass sie mich durch ihren fröhlichen Charakter auch in schwierigen Zeiten immer wieder zum Schmunzeln gebracht hat.

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine neue Sonderbauform elektrischer Maschinen vorgestellt. Es handelt sich um eine Drehstromdoppelmaschine, in deren Stator sich zwei Rotoren befinden. Diese sind mechanisch und magnetisch unabhängig voneinander gelagert. In den Statornuten selbst liegt eine herkömmliche dreisträngige Wicklung.

Als Rotoren können grundsätzlich sowohl die bei der Asynchronmaschine (ASM) benutzten Kurzschlussläufer als auch permanentmagneterregte Rotoren, wie sie von der Permanentmagnet-Synchronmaschine (PSM) bekannt sind, verwendet werden. Mit diesen zwei Rotortypen können demnach drei verschiedene Varianten der Drehstromdoppelmaschine gebaut werden, die Kombinationen ASM-ASM, ASM-PSM und PSM-PSM.

Die Energieversorgung der Maschine erfolgt durch einen Umrichter, welcher die zum Betrieb beider Rotoren benötigte Spannung erzeugt. Dieser Umrichter wird seinerseits durch ein Signalprozessorsystem angesteuert. Die Regelungsstruktur der Maschine ist dabei softwaremäßig in das Signalprozessorsystem implementiert. Durch eine geeignete Regelung ist es möglich, die Drehzahlen der beiden Rotoren in weiten Bereichen unabhängig voneinander einzustellen.

Nach der Erklärung des mechanischen Aufbaus und der Wirkungsweise dieser Maschine wird zunächst eine Einführung in die Raumzeigerrechnung gegeben. Dabei wird auch auf die Voraussetzungen und Einschränkungen dieser Methode hingewiesen. Mit Hilfe dieses Kalküls wird das mathematische Modell zur Beschreibung der Drehstromdoppelmaschine hergeleitet.

Im Anschluß an die Erklärungen zur Raumzeigerrechnung werden die beiden Teilmaschinen der Drehstromdoppelmaschine, die Asynchronmaschine und die Permanentmagnet-Synchronmaschine erläutert und deren Raumzeigermodelle angegeben. Aus den Gleichungen der vorgestellten Modelle dieser beiden Teilmaschinen wird anschließend ein allgemeines Raumzeigermodell für die Drehstromdoppelmaschine abgeleitet. Dabei werden auch die Anpassungen des Modells an die drei möglichen Varianten der Drehstromdoppelmaschine erläutert. Ein weiteres Kapitel beschreibt den eingeschwungenen Zu-

stand der Drehstromdoppelmaschine bei Betrieb der Rotoren mit konstanten Drehzahlen. Durch den Übergang in den eingeschwungenen Zustand vereinfachen sich die Gleichungen zur Beschreibung des Modells entsprechend. Hier wird auch die Modellierung der Stromwärmeverluste im Stator und in den Rotoren sowie der Eisenverluste im Stator gezeigt.

Ausgehend vom mathematischen Raumzeigermodell der Maschine wird mittels des Softwarepakets MATLAB-Simulink ein Simulationsmodell aufgebaut. Nach einer genauen Erklärung der für den Aufbau des Modells benutzten Gleichungen wird der Modellaufbau selbst beschrieben. Mit dessen Hilfe werden anschließend verschiedene Betriebszustände der Maschine simuliert. Zunächst wird die Korrektheit des Modells anhand einfacher Betriebszustände verifiziert. Dazu wird das Modell so abgeändert, dass es eine herkömmliche Asynchronmaschine oder eine Permanentmagnet-Synchronmaschine repräsentiert. Sodann werden die Simulationsergebnisse mit dem Verhalten real existierender Maschinen dieser Typen verglichen. Nachdem so die Anwendbarkeit des Modells auf die beiden möglichen Grundtypen der Drehstromdoppelmaschine gezeigt ist, wird das Modell auf die neue Drehstromdoppelmaschine erweitert und danach einige einfache Betriebszustände simuliert. Auch dabei zeigt sich, dass die aus dem Modell gewonnenen Simulationsergebnisse weitestgehend mit dem Verhalten der existierenden Prototypen der Drehstromdoppelmaschine übereinstimmen.

Sodann erfolgt die Vorstellung der Regelung bzw. Steuerung für die Drehstromdoppelmaschine. Es werden die auf die drei möglichen Varianten der Drehstromdoppelmaschine abgestimmten Algorithmen vorgestellt. Weiters werden die gewählten Regelungs- bzw. Steuerungsstrukturen in das Simulationsmodell der Drehstromdoppelmaschine integriert. Mit Hilfe dieser drei Simulationsmodelle werden die Regelungs- bzw. Steuerungsalgorithmen der drei möglichen Varianten auf ihre Funktionalität überprüft.

Abschließend werden die durchgeführten Simulationen mit Messungen, welche an zwei Prototypen vorgenommen wurden, verglichen. Damit wird die allgemeine Gültigkeit des Modells überprüft. Ein Ausblick auf Optimierungsmöglichkeiten und mögliche zukünftige Einsatzbereiche dieser neuen Sonderbauform schließt die Arbeit ab.

# Abstract

This thesis discusses a special type of electrical machine. The introduced machine is called a single stator-double rotor-machine. In one stator two rotors are arranged independent of each other. They are both mechanical and magnetical independent of each other. The stator contains a conventional three phase winding. The rotors can either be squirrel-cage rotors, known from induction machines (IM), or PM-excited rotors, which are known from PM-synchronous machines (PMSM). With these two types of rotors three different rotor combinations can be built. These are the combinations IM-IM, IM-PMSM and PMSM-PMSM.

The electrical energy-supply of the machine is done by an inverter, which delivers the necessary voltage to the machine according to the needs of the two rotor speeds. The inverter itself is controlled by a signal processor system. The control-structure of the machine is completely implemented as a software in the signal processor system. With a proper selection of the control algorithm, it is possible to control the speeds of the two rotors in a wide range independent of each other.

An introduction into the mechanical construction of the machine and into the mode of function is given at the beginning. Then, an overview on space phasor theory is presented. The preconditions and limitations of this theory are discussed. Later on in the thesis, the space phasor theory will be used to create the mathematical model of the machine.

Following, the two basic machines (induction machine, PM-synchronous machine) of the single stator-double rotor-machine are presented. The space phasor equations of these two types are given. Based on the equations of the presented machines, the general space phasor model of the new machine will be created and is discussed in detail. To fit all three possible machine combinations, the necessary adaptations are introduced. The model is used to describe different modes of operation. In particular, in the following chapter the steady-state operational mode of the three machine types is presented. By changing into this operational mode the equations can be simplified. With this operational mode, the including of the power losses in the stator and the rotors will be shown. Additionally the stator iron losses will be described.

Based on the space phasor model of the machine, a software simulation is done by use of the MATLAB-Simulink software package. The software model is derived from the mathematical model. The model is explained in detail and various characteristic operational states of the machine are simulated. Simple operational modes are used to check the correct functionality of the model. The model is simplified to fit a conventional induction machine or a conventional PM synchronous machine. The simulation results of the modified model are compared with the behavior of existing machines. The usability of the simulation model for the basic machines is shown. Afterwards, some simple modes for the single stator-double rotor-machine are tested. It is shown, that the simulation results match the behavior of the prototypes of the new machine.

Then the control structures for the three machine combinations are presented. Three different algorithms are presented for the three possible types of the machine. The structures are integrated in the simulation models of the machine. Thereby the correctness and usability of the algorithms are tested.

The next chapter contains a comparison between simulation and measurement results. The validity of the machine model is shown. A discussion of points of optimization and of the future fields of operation is given at the end of this thesis.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aufbau und Wirkungsweise</b>	<b>3</b>
2.1	Mechanischer Aufbau . . . . .	3
2.2	Elektromagnetische Wirkungsweise . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Raumzeigerrechnung</b>	<b>6</b>
3.1	Einleitung . . . . .	6
3.2	Bezugsgrößen und Normierung . . . . .	7
3.3	Durchflutung und Stromraumzeiger . . . . .	10
3.4	Komponenten eines komplexen Raumzeigers . . . . .	13
3.5	Beschreibung im rotorfesten Koordinatensystem . . . . .	14
3.6	Spannungen und Flussverkettungen . . . . .	17
3.7	Induktivitäten und Flussverkettungen . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Die Teilmaschinen der Drehstromdoppelmaschine</b>	<b>22</b>
4.1	Die Asynchronmaschine . . . . .	22
4.1.1	Aufteilung der Streuinduktivitäten . . . . .	22
4.1.2	Modellgleichungen der Maschine . . . . .	26
4.1.3	ASM-Rotor in der Drehstromdoppelmaschine . . . . .	26
4.2	Die Permanentmagnet-Synchronmaschine . . . . .	27
4.2.1	Klassischer Betrieb . . . . .	27
4.2.2	Drehmoment unter Berücksichtigung der Rotorströme . . . . .	29
4.2.3	PM-Rotor in der Drehstromdoppelmaschine . . . . .	30
4.2.4	Wirbelstromverluste in den Magneten . . . . .	32

<b>5</b>	<b>Das Modell der Drehstromdoppelmaschine</b>	<b>38</b>
5.1	Einleitung . . . . .	38
5.2	Kombination PSM - PSM . . . . .	41
5.3	Kombination ASM - PSM . . . . .	43
5.4	Kombination ASM - ASM . . . . .	46
5.5	Drehmoment der Drehstromdoppelmaschine . . . . .	47
5.5.1	Momentengleichgewicht zwischen Stator und Rotoren . . . . .	48
5.5.2	Einfluss der Rotorkopplung auf das Drehmoment . . . . .	48
5.6	Ergänzende Bemerkungen zu den möglichen Varianten . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Der eingeschwungene Zustand</b>	<b>50</b>
6.1	Einleitung . . . . .	50
6.2	Kombination PSM - PSM . . . . .	51
6.3	Kombination ASM - PSM . . . . .	54
6.4	Kombination ASM - ASM . . . . .	56
6.5	Stromwärmeverluste . . . . .	58
6.6	Eisenverluste . . . . .	61
<b>7</b>	<b>Simulation der Drehstromdoppelmaschine</b>	<b>63</b>
7.1	Einleitung . . . . .	63
7.2	Maschinengleichungen . . . . .	64
7.3	Maschinenmodell . . . . .	66
7.4	Ungeregelte Betriebszustände . . . . .	72
7.4.1	ASM mit einem Rotor . . . . .	73
7.4.2	ASM-ASM-Kombination . . . . .	75
7.4.3	ASM-PSM-Kombination . . . . .	80
7.4.4	PSM-PSM-Kombination . . . . .	83
7.4.5	PSM mit einem Rotor . . . . .	86
<b>8</b>	<b>Regelung der Drehstromdoppelmaschine</b>	<b>88</b>
8.1	Kombination ASM - ASM . . . . .	88
8.2	Kombination ASM - PSM . . . . .	96
8.3	Kombination PSM - PSM . . . . .	104
8.3.1	Störgrößenkorrektur und Rotorlagenbestimmung . . . . .	107



8.3.2 Die Drehstromdoppelmaschine als Getriebe . . . . .	116
<b>9 Messungen an gebauten Maschinen</b>	<b>119</b>
9.1 Kombination ASM - PSM . . . . .	120
9.1.1 Belastungsversuch des ASM-Rotors . . . . .	122
9.1.2 Belastungsversuch des PM-Rotors . . . . .	127
9.2 Anlauf der Rotoren aus dem Stillstand . . . . .	131
9.3 Kombination PSM - PSM . . . . .	133
<b>10 Optimierung und Einsatzmöglichkeiten</b>	<b>141</b>
<b>A Bestimmung der Flussverkettungen</b>	<b>147</b>
<b>B Admittanz- und Stromortskurven</b>	<b>150</b>
B.1 Die Faktoren C . . . . .	150
B.2 Die Faktoren K . . . . .	151
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>153</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Inhalt der vorliegenden Arbeit ist die Beschreibung einer Drehstromdoppelmaschine (Duo-motor) [14], [15], [16], [17], sowie in weiterer Folge die Beschreibung der praktische Umsetzung in den verschiedenen Varianten. Die Drehstromdoppelmaschine besteht aus einem herkömmlichen Stator mit der Drehstromwicklung und zwei Rotoren, welche entweder klassische Kurzschlussläufer oder mit Permanentmagneten erregt sind. Demzufolge ergeben sich die drei Varianten der Drehstromdoppelmaschine.

- Kombination Asynchronmaschine - Asynchronmaschine
- Kombination Asynchronmaschine - PM Synchronmaschine
- Kombination PM Synchronmaschine - PM Synchronmaschine

Der grundsätzliche mechanische Aufbau ist in Kapitel 2 beschrieben.

Kapitel 3 gibt eine Einführung in die Rechnung mit Raumzeigern. Diese Rechenmethode ist vorteilhaft, um die Bildung der für die Beeinflussung der Rotordrehzahlen benötigten Parameter verständlicher zu gestalten.

Kapitel 4 beschreibt die möglichen Teilmaschinen der Drehstromdoppelmaschine, welche aus den zwei Grundmaschinen Asynchronmaschine und Permanentmagnet-Synchronmaschine konstruiert werden kann. Daher wird in Kapitel 4.1 eine Beschreibung der Asynchronmaschine gegeben. Die Gleichungen zur Beschreibung des Verhaltens und mögliche Maschinenmodelle werden vorgestellt. Kapitel 4.2 erläutert die Permanentmagnet-Synchronmaschine, wobei speziell auf die Besonderheiten in der Drehstromdoppelmaschine eingegangen wird. Auch hier werden das Modell und die beschreibenden Gleichungen diskutiert.

Das Modell der Drehstromdoppelmaschine wird im Kapitel 5 aus den Gleichungen für Asynchronmaschine und Permanentmagnet-Synchronmaschine abgeleitet. Es werden die Modellgleichungen für die drei möglichen Varianten der Drehstromdoppelmaschine vorgestellt.

Kapitel 6 erläutert den eingeschwungenen Zustand der Drehstromdoppelmaschine. Es werden die das Modell beschreibenden Gleichungen ausführlich dargelegt. Insbesondere wird die Modellierung der Stromwärme- und Eisenverluste gezeigt.

Kapitel 7 widmet sich der mathematischen Simulation der Drehstromdoppelmaschine. Die vorgestellten Modelle werden mit dem Simulationsprogramm MATLAB-Simulink behandelt. Zunächst wird der Aufbau des Simulationsmodells beschrieben. Anschließend wird durch geeignete Variation der Modellparameter eine Anpassung an unterschiedliche Maschinen durchgeführt. Die Simulationsergebnisse werden mit den bekannten Verhaltensmustern elektrischer Drehfeldmaschinen verglichen und so die Korrektheit des Modells nachgewiesen.

Die Regelungsstrukturen der verschiedenen Varianten einer Drehstromdoppelmaschine stellt Kapitel 8 vor. In diesem Abschnitt werden die Strukturen zur Regelung der drei möglichen Varianten der Drehstromdoppelmaschine erläutert. Anhand des erzeugten Maschinenmodells wird eine Simulation der entworfenen Regelungsalgorithmen durchgeführt.

Die an gebauten Prototypen der Drehstromdoppelmaschine vorgenommenen Messungen werden im Kapitel 9 erläutert und Vergleiche mit den aus der Simulation gewonnenen Ergebnissen angestellt.

Kapitel 10 beschreibt schliesslich Überlegungen zur Optimierung des Wirkungsgrads sowie einen Ausblick auf weiterführende Untersuchungen.

## Kapitel 2

# Aufbau und Wirkungsweise der Drehstromdoppelmaschine

### 2.1 Mechanischer Aufbau

Der mechanische Aufbau der Drehstromdoppelmaschine ist in den wesentlichen Merkmalen dem bekannten Aufbau einer normalen Drehfeldmaschine sehr ähnlich. Die Maschine besteht aus einem herkömmlichen Stator und zwei Rotoren. Dabei ist der Stator mit einer normalen dreisträngigen Wicklung ausgeführt, sodass prinzipiell sowohl die von Asynchronmaschinen bekannten Rotoren mit Kurzschlusskäfig als auch die mit Permanentmagneten ausgestatteten Rotoren von Synchronmaschinen geeignet sind. Die beiden Rotoren sind typisch einseitig und damit voneinander mechanisch unabhängig gelagert.

Abbildung 2.1 zeigt in der Darstellung eines Schnittbilds das Prinzip der vorgestellten Maschine. Dabei ist auch die in der Arbeit verwendete einseitige Lagerung der Rotoren erkennbar, welche die Führung der in Doppellagern gelagerten Rotoren zum Zweck der mechanischen Stabilisierung gewährleistet.

### 2.2 Elektromagnetische Wirkungsweise

Wie bei allen rotierenden Maschinen erfolgt die Energieumsetzung zwischen elektrischer Energie des versorgenden Netzes und kinetischer Energie der rotierenden Rotoren durch

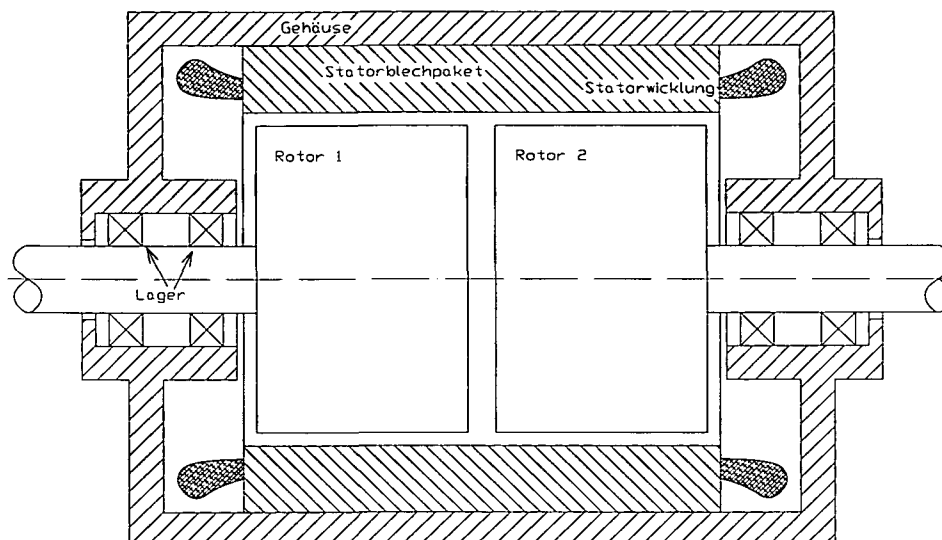


Abbildung 2.1: Prinzipieller mechanischer Aufbau einer Drehstromdoppelmachine (Duo-motor)

die Wirkung elektromagnetischer Kräfte im Luftspalt. Grundsätzlich sind die Richtungen der Energieflüsse durch die beiden Rotoren frei wählbar. Prinzipielle Notwendigkeit ist eine ausgeglichene Energiebilanz, also das Gleichgewicht zwischen zugeführter und abgegebener Energie. Daher ist es möglich, die Rotoren (oder Teilmaschinen) generatorisch und/oder motorisch zu betreiben. Da die Maschine mit zwei Rotoren ausgestattet ist, ergibt sich die Möglichkeit einer zweifachen Energieumwandlung innerhalb der Maschine, nämlich einmal in jedem Luftspalt der beiden Rotoren.

Im Gegensatz zu den bekannten elektrischen Maschinen ist es daher möglich, die Drehstromdoppelmachine ohne externe elektrische Energieversorgung zu betreiben. Wird die Maschine netzunabhängig ohne fremde elektrische Energieversorgung betrieben, wirkt ein Rotor generatorisch, während die Wirkung des zweiten Rotors motorisch ist. Bei der Energiebilanz ist zu beachten, dass die an einer Welle zugeführte mechanische Energie an der anderen Welle großteils wieder abgegeben wird. Die generatorisch wirkende Teilmaschine hat den Leistungsbedarf der Regelelektronik und des Stromrichters sowie die Verluste (Eisenverluste, Stromwärme- und Reibungsverluste) der gesamten Maschine abzudecken.

Die Drehzahlen der beiden Rotoren sind in Grenzen frei wählbar. Die Drehzahl jedes Rotors wird in üblicher Weise über die Wahl der Frequenz der speisenden Statorspannung beeinflusst. Um bei der Drehstromdoppelmachine zwei voneinander verschiedene

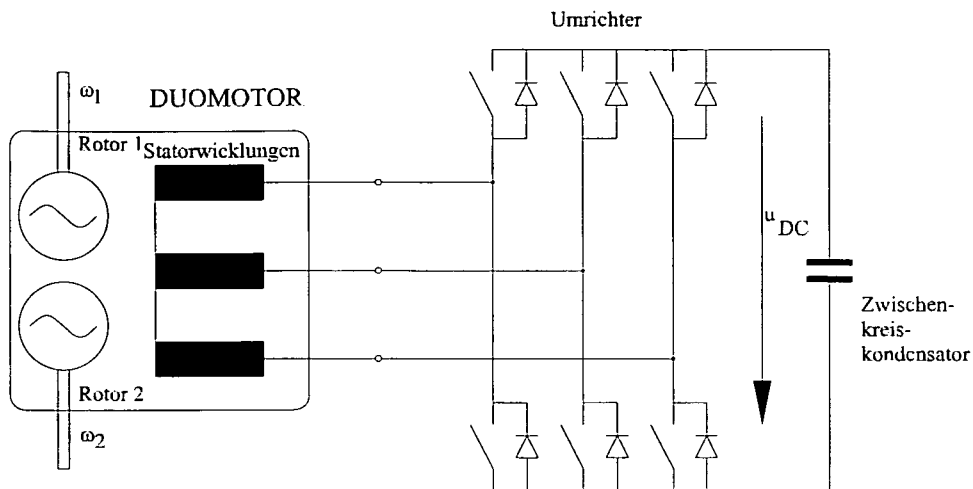


Abbildung 2.2: Prinzipielle elektrische Struktur einer Drehstromdoppelmaschine

Drehzahlen für die Rotoren vorgeben zu können, ist eine Spannung an den Maschinenklemmen erforderlich, deren zeitlicher Verlauf die für die Drehung der beiden Rotoren nötigen Eigenschaften besitzt. Die Erzeugung der gewünschten Spannungsform erfolgt bei den realisierten Maschinen durch einen sechspulsigen Umrichter, welcher seinerseits von einem Signalprozessorsystem angesteuert wird.

Abbildung 2.2 zeigt das elektrische Prinzip der Drehstromdoppelmaschine. In einem gemeinsamen Stator befinden sich zwei mechanisch und magnetisch nahezu entkoppelte Rotoren. Über ein dreisträngiges Kabel ist die Maschine mit einem herkömmlichen Umrichter verbunden. Durch Erfassung der zeitlichen Momentanwerte der Maschinenspannungen und Maschinenströme werden die Grundlagen der für die Regelung der beiden Rotoren benötigten Zustandsgrößen geliefert. Den Kern der Regelung bildet ein Signalprozessorsystem, die Regelung selbst ist als im Prozessor laufende Software implementiert.

# Kapitel 3

## Raumzeigerrechnung

### 3.1 Einleitung

Das Verständnis für die Zusammenhänge in mehrsträngigen elektrischen Maschinen wird erleichtert, wenn zur Beschreibung der räumlich verteilten elektromagnetischen Größen komplexe Differentialgleichungen verwendet werden. Voraussetzung für die Verwendung der Methode der Raumzeiger ist die Annahme von in Umfangsrichtung der Maschine räumlich sinusförmig verteilten Feldgrößen! Die entsprechenden Gleichungen beschreiben dann die physikalischen Zusammenhänge in der Maschine.

Weist die betrachtete Feldgröße keine räumlich sinusförmige Verteilung auf, so wird bei der klassischen Raumzeigerrechnung nur die Grundwelle dieser Größe erfasst. Es besteht jedoch die Möglichkeit, für die höheren Harmonischen ein eigenes Raumzeigersystem zu bilden (Oberwellenraumzeiger) [3]. Dann ist es nötig, die Feldgröße in ihre Harmonischen zu zerlegen und für jede der zu betrachtenden Harmonischen ein eigenes Raumzeigersystem zu verwenden.

Im Bereich der Zeitzeigerrechnung werden vorteilhaft komplexe Größen zur Beschreibung zeitlich sinusförmig verlaufender Größen verwendet. Die Raumzeigerrechnung bildet nun räumlich sinusförmig verlaufende Größen in der komplexen Ebene ab, ohne eine Aussage über den zeitlichen Verlauf dieser räumlich sinusförmig verteilten Größe zu machen. Es ist daher ein beliebiger Zeitverlauf zulässig!

Über diese Grundwellendarstellung kann auch Sättigung erfasst werden. Gegebenenfalls ist eine Abhängigkeit zwischen den Grundwellen der betreffenden Größen entsprechend

einer nichtlinearen Kennlinie zu verwenden, beispielsweise in Form von  $B_1 = B_1(V_1)$  für die Grundwelle der Radialkomponente der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit der Grundwelle der im Luftspalt wirksamen magnetischen Spannung.

## 3.2 Bezugsgrößen und Normierung

Normierung bedeutet den Bezug einer dimensionsbehafteten physikalischen Größe auf eine mit der gleichen Dimension behaftete Referenzgröße. Durch diese Normierung verschwindet die Dimension der physikalischen Größen, die Dimension der normierten Größen ist "1". Grundsätzlich ist die Wahl der Referenzgröße, der Normierungsbasis frei wählbar,

$$\frac{\text{physikalische Größe [Einheit]}}{\text{Referenzgröße [Einheit]}} = \text{normierte Größe [1]}. \quad (3.1)$$

Im Bereich elektrischer Maschinen ist es sinnvoll und üblich, Nenngrößen der Maschine als Normierungsbasis zu wählen. Die normierten Maschinenparameter liegen dabei unabhängig von der Baugröße in einem engen Zahlenbereich.

Die Bezugszeit  $t_{\text{Bezug}}$  wird als jene Zeitdauer definiert, die eine mit Bezugswinkelgeschwindigkeit rotierende physikalische Größe benötigt, um den Bezugswinkel zurückzulegen. Mathematisch formuliert bedeutet das

$$t_{\text{Bezug}} = \frac{\gamma_{\text{Bezug}}}{\Omega_{\text{Bezug}}}. \quad (3.2)$$

Für die Festlegung des Bezugswinkels  $\gamma_{\text{Bezug}}$  ist zu beachten, dass eine Invarianz des Arguments der komplexen Größen (Raumzeiger, Zeitabhängigkeiten) bezüglich der Normierung gewährleistet werden muss. Mit der Beziehung

$$\gamma = \Omega t = \omega \tau \quad (3.3)$$

und den bezogenen Größen  $\omega$  und  $\tau$  entsprechend

$$\Omega = \omega \Omega_{\text{Bezug}}, \quad t = \tau t_{\text{Bezug}} \quad (3.4)$$

folgt somit

$$\Omega t = \omega \tau \cdot \Omega_{\text{Bezug}} t_{\text{Bezug}}, \quad (3.5)$$

sodass unmittelbar

$$\Omega_{\text{Bezug}} t_{\text{Bezug}} = 1 \quad (3.6)$$



gleichbedeutend mit  $\gamma_{\text{Bezug}} = 1$  erfüllt sein muss. Damit ergibt sich

$$\Omega_{\text{Bezug}} = 2\pi f_{\text{Bezug}} \quad (3.7)$$

wobei üblicherweise  $f_{\text{Bezug}} = f_N$  gewählt wird und für die bezogene Zeit  $\tau$

$$\tau = \frac{t}{t_{\text{Bezug}}} = \Omega_{\text{Bezug}} t = 2\pi f_{\text{Bezug}} t. \quad (3.8)$$

Für zeitliche Ableitungen gilt somit der Zusammenhang

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{d(\tau \cdot t_{\text{Bezug}})} = \frac{1}{t_{\text{Bezug}}} \frac{d}{d\tau} = 2\pi f_N \frac{d}{d\tau} \quad (3.9)$$

Anhand der Spannungsgleichung einer beliebigen Leiterschleife mit einer zusätzlichen extern generierten Flussverkettung  $\underline{\psi}$  und unter Voraussetzung linearer Verhältnisse

$$U(t) = R I(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{d\Psi(t)}{dt} \quad (3.10)$$

wird nun der Vorgang der Normierung und die Wahl der Referenzgrößen gezeigt. Werden in der Spannungsgleichung (3.10) zeitlich sinusförmige Größen der Leiterschleife als charakteristische Größen angesehen, eignen sich zusätzlich zu  $t_{\text{Bezug}}$  und  $f_{\text{Bezug}}$  die Spitzenwerte der Strangspannung und des Strangstroms als Bezugsgrößen,

$$U_{\text{Bezug}} = \sqrt{2} U_N, \quad (3.11)$$

$$I_{\text{Bezug}} = \sqrt{2} I_N. \quad (3.12)$$

Zur Normierung wird Gleichung (3.10) mit  $1/(\sqrt{2} U_N)$  multipliziert. Damit ergibt sich

$$\frac{U(\tau)}{\sqrt{2} U_N} = R \frac{\sqrt{2} I_N}{\sqrt{2} U_N} \frac{I(\tau)}{\sqrt{2} I_N} + L \frac{\sqrt{2} I_N}{\sqrt{2} U_N} \frac{d}{d\tau} \frac{I(\tau)}{\sqrt{2} I_N} \frac{d\tau}{dt} + \frac{1}{\sqrt{2} U_N} \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt}. \quad (3.13)$$

Einsetzen der Gleichungen (3.7) und (3.9) in diese Gleichung sowie die passende Wahl für die Bezugsflussverkettung

$$\Psi_{\text{Bezug}} = \frac{U_{\text{Bezug}}}{\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{\sqrt{2} U_N}{2\pi f_N} \quad (3.14)$$

liefert

$$\frac{U(\tau)}{\sqrt{2} U_N} = R \frac{\sqrt{2} I_N}{\sqrt{2} U_N} \frac{I(\tau)}{\sqrt{2} I_N} + L \frac{\sqrt{2} I_N}{\sqrt{2} U_N} 2\pi f_N \frac{d}{d\tau} \frac{I(\tau)}{\sqrt{2} I_N} + \frac{2\pi f_N}{\sqrt{2} U_N} \frac{\sqrt{2} U_N}{2\pi f_N} \frac{d\psi(\tau)}{d\tau}. \quad (3.15)$$

Daraus folgt mit den Bezugsgrößen für den ohmschen Widerstand

$$R_{\text{Bezug}} = \frac{U_{\text{Bezug}}}{I_{\text{Bezug}}} = \frac{U_N}{I_N} \quad (3.16)$$

und für die Induktivität

$$L_{\text{Bezug}} = \frac{U_{\text{Bezug}}}{\Omega_{\text{Bezug}} I_{\text{Bezug}}} = \frac{U_N}{\Omega_N I_N} \quad (3.17)$$

die normierte Spannungsgleichung

$$u(\tau) = r i(\tau) + l \frac{di(\tau)}{d\tau} + \frac{d\psi(\tau)}{d\tau}. \quad (3.18)$$

Nach [3] wird üblicherweise die Bezugsleistung

$$P_{\text{Bezug}} = U_{\text{Bezug}} I_{\text{Bezug}} = 2 U_N I_N \quad (3.19)$$

gewählt, entsprechend ist das Bezugsdrehmoment

$$M_{\text{Bezug}} = \frac{P_{\text{Bezug}}}{\Omega_{\text{Bezug}}} = \frac{2 U_N I_N}{2 \pi f_N}. \quad (3.20)$$

In der vorliegenden Arbeit hingegen wird gemäß [4] für die Bezugsleistung

$$P_{\text{Bezug}} = \frac{3}{2} U_{\text{Bezug}} I_{\text{Bezug}} = 3 U_N I_N \quad (3.21)$$

entsprechend der Scheinleistung der dreisträngigen Maschine und für das Bezugsdrehmoment

$$M_{\text{Bezug}} = \frac{P_{\text{Bezug}}}{\Omega_{\text{Bezug}}/p} = \frac{3 p U_N I_N}{2 \pi f_N} \quad (3.22)$$

gesetzt.

Ausgehend vom Momentengleichgewicht der Maschine

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_i + M_L \quad (3.23)$$

wird die bezogene mechanische Anlaufzeitkonstante  $\tau_m$  definiert. Die mechanische Anlaufzeitkonstante  $T_m$  ist jene Zeitdauer, welche die Maschine bei Bezugsmoment zur Beschleunigung aus dem Stillstand bis zur Bezugsdrehzahl benötigt. Damit wird Gleichung (3.23) zu

$$J \frac{\Omega_{\text{Bezug}}}{p T_m} = M_{\text{Bezug}}. \quad (3.24)$$

Unter Verwendung der Beziehung (3.8) nimmt der Ausdruck nach einer Umformung die Form

$$\tau_m = 2 \pi f_N T_m = J \frac{(\Omega_{\text{Bezug}})^2}{p M_{\text{Bezug}}} \quad (3.25)$$

an. Damit ergibt sich aus Gleichung (3.23) mit dem Bezugsmoment (3.22) die bezogene Bewegungsgleichung zu

$$\tau_m \frac{d\omega}{d\tau} = m_i + m_L \quad (3.26)$$

### 3.3 Durchflutung und Stromraumzeiger

Für die folgenden Betrachtungen wird zunächst von einer strangsymmetrischen Maschine mit der Strangzahl  $n$  ausgegangen. Anschließend werden daraus die Beziehungen für eine symmetrische dreisträngige Maschine abgeleitet.

Die strangsymmetrische Anordnung der Statorwicklung bewirkt, dass die durch die in den  $n$  Strängen phasensymmetrisch fließenden Ströme erzeugte Grundwelle der Durchflutung bei fester Frequenz des speisenden Stromsystems mit konstanter Geschwindigkeit umläuft. Diese rotierende Bewegung kann durch einen komplexen Zeiger dargestellt werden, dessen Richtung in die Richtung des Maximalwerts der Grundwelle zeigt und dessen Rotationsgeschwindigkeit mit der Rotationsgeschwindigkeit der betrachteten Grundwelle der Feldgröße übereinstimmt.

Bei einer gegebenen Maschine wird durch die in den Wicklungen fließenden Ströme die Durchflutung bestimmt. Umgekehrt können aus der vorhandenen Durchflutungsverteilung die in den Strängen fließenden Ströme ermittelt werden. Allerdings werden dabei Nullgrößen nicht einbezogen. Die hier beschriebene Definition der Raumzeigergrößen geht auf K. P. Kovacs und I. Racz zurück [3].

Nun wird der konzentrische Luftspalt zwischen Stator und Rotor als hinreichend klein im Vergleich zu den übrigen Abmessungen der Maschine angenommen. Weiters wird eine unendlich hohe Permeabilität des Eisens angenommen. Dies bedingt, dass die magnetischen Flussröhren überall ausschließlich radial durch den Luftspalt zwischen äußerem und innerem Blechpaket durchtreten. Praktisch wird eine unendlich hohe Permeabilität nicht erreichbar sein, im allgemeinen ist jedoch bei realen Maschinen der Magnetisierungsbedarf für die Eisenwege gegenüber dem Luftspalt gering. Die örtliche Flussdichte im Luftspalt wird unter diesen Voraussetzungen durch eine magnetische Spannung bestimmt, welche durch Anwendung des Durchflutungssatzes ermittelt werden kann [5].

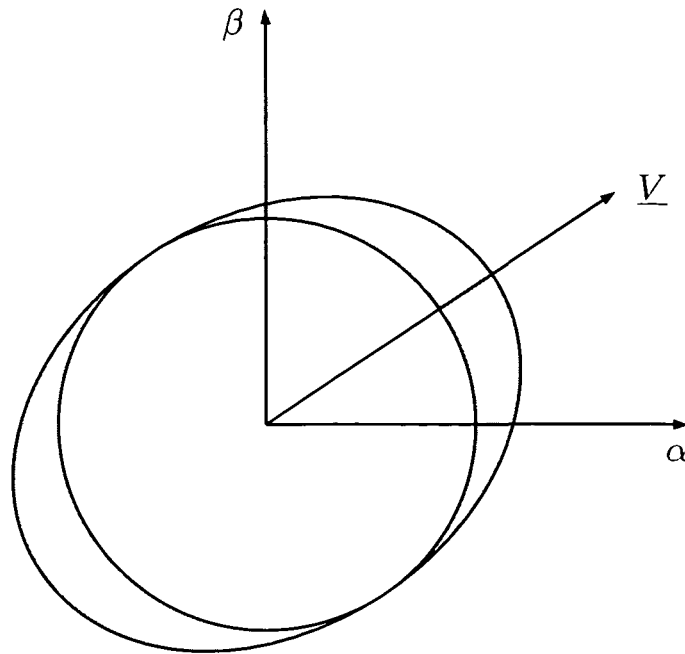


Abbildung 3.1: räumlich sinusförmig verteilte Feldgröße, dargestellt mittels Raumzeiger in der komplexen  $\alpha, \beta$ -Ebene

Aus dem Durchflutungssatz  $\oint \vec{H} d\vec{l} = \Theta$  folgt für die magnetische Spannung  $V$  unter Vernachlässigung des Magnetisierungsbedarfs im Eisen

$$2 \cdot V = 2 \cdot H_L \cdot \delta = w \cdot I, \quad (3.27)$$

wenn als Integrationsweg ein geschlossener Weg vom Stator über den Luftspalt durch den Rotor wieder zurück über den Luftspalt in den Stator gewählt wird. Ein einzelner stromdurchflossener Strang bewirkt im Luftspalt eine magnetische Spannungsverteilung

$$V(\alpha) = \hat{V} \cos(\alpha - \alpha_0) = \hat{V} \cos(\alpha_0 - \alpha), \quad (3.28)$$

oder formuliert in Form einer komplexen Gleichung

$$V(\alpha) = \Re(\underline{V} e^{-j\alpha}), \quad \underline{V} = \hat{V} e^{j\alpha_0}. \quad (3.29)$$

Somit ist die Grundwelle der durch einen Strangstrom erzeugten Durchflutung stets zum Momentanwert proportional und die Amplitude liegt in der Richtung der Strangachse.

Ab nun wird - ohne damit eine Einschränkung für den zeitlichen Verlauf zu treffen - angenommen, dass die Strangachse des ersten Stranges mit der positiven Richtung der reellen Achse der Raumzeigerebene übereinstimmt. Die folgenden Ausführungen gehen von einer  $n$ -strängigen Maschine aus, deren Stränge (elektrisch) um  $2\pi/n$  versetzt sind. Daher ist bei

einer zweipoligen Ersatzmaschine jeder Strang  $k$  räumlich um den Winkel  $\alpha_0 = (k-1)2\pi/n$  gegenüber dem ersten Strang verschoben. Für die von allen Strängen hervorgerufene magnetische Spannung ergibt sich durch Addition entsprechend der Strangzahl der Maschine

$$V_{ges}(\alpha) = \sum_{k=1}^n \Re(V_k e^{-j\alpha}) = \sum_{k=1}^n \Re(\hat{V}_k e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} e^{-j\alpha}) = \Re(\underline{V}_{ges} \cdot e^{-j\alpha}). \quad (3.30)$$

Grundsätzlich sind die magnetischen Spannungen den Augenblickswerten der sie hervorgerufenen Strangströme proportional,

$$\hat{V}_k = C \cdot I_k. \quad (3.31)$$

Um eine Normierungsbasis für den Raumzeiger zu finden, wird in den Strängen ein symmetrisches Stromsystem angenommen. Bei Nennstrom innerhalb der Maschine folgt im Zeitpunkt des maximalen Stroms im ersten Strang für die Momentanwerte der Ströme in den Strängen die Beziehung

$$I_k = \sqrt{2} I_N \cos\left[\frac{2\pi}{n}(k-1)\right], \quad k = 1, \dots, n. \quad (3.32)$$

Für die magnetische Spannung in der reellen Achse des Raumzeigerkoordinatensystems ergibt sich damit

$$V_{ges}\Big|_{\alpha=0} = C \sqrt{2} I_N \Re \sum_{k=1}^n \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{n}(k-1)\right) e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \right]. \quad (3.33)$$

Eine kurze Zwischenrechnung ergibt mit

$$\sum_{k=1}^n e^{j\frac{4\pi}{n}(k-1)} = \frac{e^{j4\pi} - 1}{e^{j\frac{4\pi}{n}} - 1} = 0$$

schließlich

$$\sum_{k=1}^n \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{n}(k-1)\right) e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \right] = \frac{n}{2}. \quad (3.34)$$

Daher ist einfach

$$V_{ges}\Big|_{\alpha=0} = |\underline{V}_{ges, Nenn}\Big|_{\alpha=0} = C \sqrt{2} I_N \frac{n}{2}. \quad (3.35)$$

Werden die Momentanwerte der Strangströme auf die Amplitude  $\sqrt{2}I_N$  des zeitlich sinusförmig verlaufenden Strangnennstroms der Maschine bezogen,

$$i_k = \frac{I_k}{I_{Bezug}} = \frac{I_k}{\sqrt{2} I_N}, \quad (3.36)$$

und wird der bezogene Stromraumzeiger als der Quotient aus dem in Gleichung (3.30) definierten komplexen Raumzeiger der magnetischen Spannung und der Amplitude der in Gleichung (3.35) angegebenen magnetischen Spannung definiert, ergibt sich für den bezogenen Stromraumzeiger unter Berücksichtigung der Lage der positiven reellen Achse des komplexen Koordinatensystems in Richtung der Strangachse des ersten Stranges

$$\underline{i} = \frac{V_{ges}}{|V_{ges, Nenn}|} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n i_k e^{j \frac{2\pi}{n} (k-1)}. \quad (3.37)$$

Damit folgt speziell für die dreisträngige Maschine

$$\underline{i} = \frac{2}{3} \left( i_1 + i_2 e^{j \frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j \frac{4\pi}{3}} \right). \quad (3.38)$$

Der Stromraumzeiger zeigt immer in die Richtung der resultierenden Durchflutung. Die Wirkung der drei um  $2\pi/3$  verschobenen Strangwicklungen ist identisch mit der Wirkung einer einzigen Wicklung, deren Achse in der Richtung des Stromraumzeigers liegt und die denselben Wicklungsfaktor wie die Strangwicklungen hat. Entsprechend Gleichung (3.38) ist die Windungszahl um das 3/2-fache höher als die Windungszahl einer einzelnen Strangwicklung.

### 3.4 Komponenten eines komplexen Raumzeigers

In der komplexen Raumzeigerebene kann der Raumzeiger in reelle und imaginäre Komponenten zerlegt werden. Dies führt zur Darstellung mit  $\alpha\beta$ -Komponenten gemäß

$$\underline{i} = i_\alpha + j i_\beta. \quad (3.39)$$

Physikalisch bedeutet diese Zerlegung eine Zusammensetzung der durch den Raumzeiger beschriebenen Feldgröße aus zwei Feldgrößen, welche in zwei orthogonalen Achsen wirken. Im Falle des Stromraumzeigers ist die Erzeugung zweier Durchflutungen durch zwei orthogonale Wicklungssysteme vorstellbar. Gemäß dem Stromraumzeiger (3.38) ergeben sich die Abhängigkeiten zwischen den Momentanwerten der Strangströme eines dreisträngigen Wicklungssystems und den Komponenten des komplexen Raumzeigers als

$$i_\alpha = \Re \{ \underline{i} \} = \Re \left\{ \frac{2}{3} \left( i_1 + i_2 e^{j \frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j \frac{4\pi}{3}} \right) \right\} = \frac{2}{3} \left( i_1 - \frac{i_2 + i_3}{2} \right) \quad (3.40)$$

$$i_\beta = \Im \{ \underline{i} \} = \Im \left\{ \frac{2}{3} \left( i_1 + i_2 e^{j \frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j \frac{4\pi}{3}} \right) \right\} = \frac{i_2 - i_3}{\sqrt{3}}. \quad (3.41)$$

Durch Projektion des Stromraumzeigers (3.38) in die Strangachsen der drei Stränge werden die Momentanwerte der in den betreffenden Wicklungen fließenden Ströme gewonnen. Da zur Bildung des Stromraumzeigers keine Bedingungen an den zeitlichen Verlauf geknüpft sind, gilt dies genauso für Ströme mit einem beliebigen zeitlichen Verlauf. Es gilt mit einem eventuell vorhandenen Nullstrom  $i_0$  allgemein

$$i_1 = \Re \{ \underline{i} e^{j0} \} = i_\alpha + i_0, \quad (3.42a)$$

$$i_2 = \Re \left\{ \underline{i} e^{-j \frac{2\pi}{3}} \right\} = -\frac{1}{2} i_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} i_\beta + i_0, \quad (3.42b)$$

$$i_3 = \Re \left\{ \underline{i} e^{-j \frac{4\pi}{3}} \right\} = -\frac{1}{2} i_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} i_\beta + i_0. \quad (3.42c)$$

Es sei noch erwähnt, dass ganz allgemein Nullgrößen wie "Nullströme" oder "Nullspannungen" nicht vom Raumzeiger erfasst werden. Diese Nullgrößen sind in allen Strängen gleich ausgebildet, wie aus den Projektionen (3.42) zu sehen ist. Das bedeutet, dass Informationen über diese Größen bei der Bildung eines Raumzeigers verloren gehen. Umgekehrt können diese Nullgrößen aus dem Raumzeiger auch nicht ermittelt werden. Ein Raumzeiger lässt daher keinen Rückschluss auf die Existenz dieser Größen zu, gegebenenfalls sind diese entsprechend Gleichung (3.42) zu ergänzen. Mathematisch hat die Addition eines konstanten Wertes zu den Stranggrößen entsprechend

$$\underline{i}' = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n (i_k + i_0) e^{j \frac{2\pi}{n}(k-1)} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n (i_k) e^{j \frac{2\pi}{n}(k-1)} = \underline{i} \quad (3.43)$$

wegen

$$\sum_{k=1}^n e^{j \frac{2\pi}{n}(k-1)} = \frac{e^{j2\pi} - 1}{e^{j \frac{2\pi}{n}} - 1} = 0 \quad (3.44)$$

keine Auswirkung auf die Bildung des Raumzeigers.

### 3.5 Beschreibung im rotorfesten Koordinatensystem

Bislang ist das mit dem Wicklungssystem des Stators fest verbundene  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem zur Definition des Raumzeigers benutzt worden. Bei der Untersuchung und Beschreibung von rotierenden elektrischen Maschinen ist es zweckmäßig, auch ein mit dem Läufer fest verbundenes  $dq$ -Koordinatensystem zu definieren, wobei die  $d$ -Achse in Richtung des im Rotor erzeugten magnetischen Flusses zeigt. Die  $q$ -Achse (Querachse) liegt rechtwinklig zur  $d$ -Achse entsprechend einem komplexen Koordinatensystem.

Um nun die im Rotor- und Statorkoordinatensystem beschriebenen Größen miteinander in Beziehung bringen zu können, ist die Umrechnung in ein gemeinsames Koordinatensystem erforderlich. Es ist daher notwendig, die Beschreibung eines Raumzeigers in einem von diesem mit unterschiedlicher Winkelgeschwindigkeit rotierendem Koordinatensystem zu diskutieren.

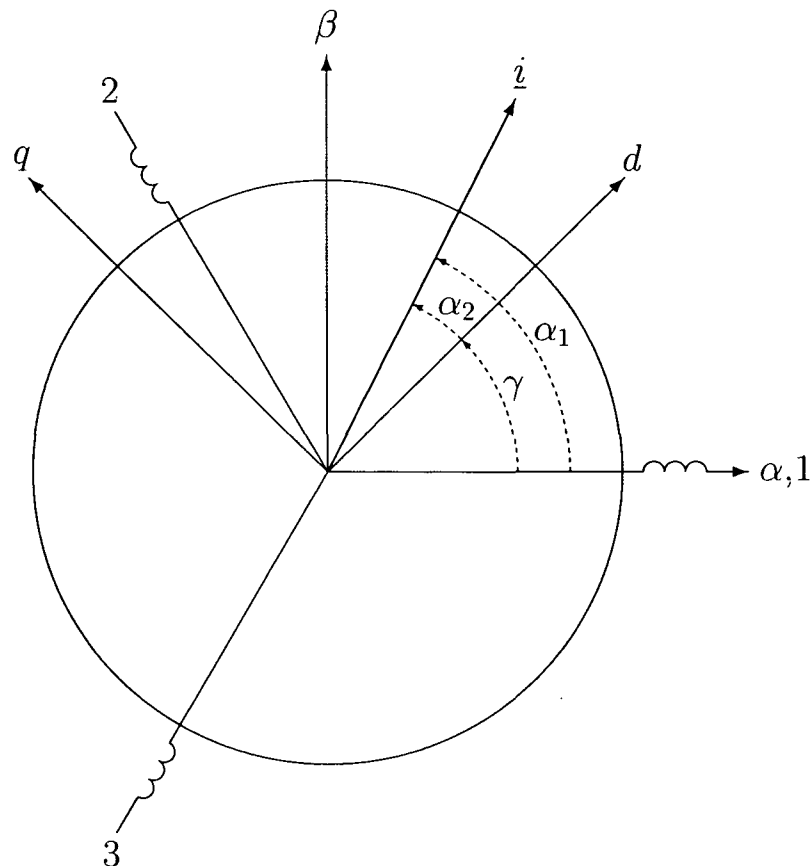


Abbildung 3.2: Lage der  $\alpha\beta$ - und  $dq$ -Koordinatensysteme und deren Winkelbeziehungen

Ein Raumzeiger wird in einem Koordinatensystem 1 beschrieben durch

$$\underline{i}|_{\text{KOS } 1} = |\underline{i}| e^{j\alpha_1}, \quad (3.45)$$

in einem zweiten Koordinatensystem wird derselbe Raumzeiger beschrieben durch

$$\underline{i}|_{\text{KOS } 2} = |\underline{i}| e^{j\alpha_2}, \quad (3.46)$$

wobei naturgemäß der Betrag invariant und nur das Argument veränderlich ist. Entspricht nun die Lage der beiden Koordinatensysteme der Abbildung 3.2 mit  $\alpha_2 = \alpha_1 - \gamma$ , so erfolgt die Umrechnung in ein anderes Koordinatensystem daher gemäß

$$\underline{i}|_{\text{KOS } 2} = |\underline{i}| e^{j\alpha_2} = |\underline{i}| e^{j(\alpha_1 - \gamma)} = \underline{i}|_{\text{KOS } 1} e^{-j\gamma}. \quad (3.47)$$



Das entspricht einer Drehung des Raumzeigers um den Winkel, den die beiden Koordinatensysteme augenblicklich einschließen. Die Umrechnung zeitlicher Ableitungen von Raumzeigern erfolgt durch Anwenden der Produktregel der Differentiation gemäß

$$\left. \frac{d\underline{i}}{d\tau} \right|_{\text{KOS } 2} = \left( \left. \frac{d\underline{i}}{d\tau} \right|_{\text{KOS } 1} - j \frac{d\gamma}{d\tau} \underline{i} \Big|_{\text{KOS } 1} \right) e^{-j\gamma}. \quad (3.48)$$

Dabei beschreibt  $d\gamma/d\tau$  die momentane relative Winkelgeschwindigkeit zwischen den beiden Koordinatensystemen 1 und 2. Diese Winkelgeschwindigkeit kann dabei ebenfalls eine beliebige Zeitfunktion sein, es geht nur der Momentanwert in die Transformation ein.

Häufig sind die Rotoren elektrischer Maschinen in ihren magnetischen Eigenschaften anisotrop. Sie weisen also eine richtungsabhängige magnetische Leitfähigkeit auf. Diese ist im allgemeinen in zwei (elektrisch) orthogonal stehenden Achsen, der Längsachse ( $d$ -Achse) und der Querachse ( $q$ -Achse) unterschiedlich. In solchen Fällen wird vorteilhaft ein mit diesen Rotorachsen verbundenes Koordinatensystem verwendet,

$$\underline{i} \Big|_{dq} = i_d + j i_q. \quad (3.49)$$

Für diese Darstellung ist folgende Interpretation zulässig: Das resultierende Feld wird aus den Feldern zweier Ströme erzeugt, welche in zwei orthogonal stehenden, mit dem Rotor fest verbundenen Wicklungen fließen. Die Berechnung aus den Stranggrößen des Stators erfolgt über die Koordinatentransformation

$$\underline{i} \Big|_{dq} = i_d + j i_q = \underline{i} \Big|_{\alpha\beta} e^{-j\gamma} = \frac{2}{3} \left( i_1 + i_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) e^{-j\gamma} \quad (3.50)$$

Diese Transformation zwischen den Stranggrößen und den  $dq$ -Komponenten geht ursprünglich auf Park zurück [9]. Die diese Umrechnung beschreibenden Gleichungen heißen Parksche Gleichungen.

Für die späteren Ausführungen von Bedeutung ist die Transformation zwischen dem  $\alpha\beta$ -System und dem  $dq$ -System. Dieser Zusammenhang kann über

$$\underline{i} \Big|_{\alpha\beta} = i_\alpha + j i_\beta = (i_d + j i_q) e^{+j\gamma} \quad (3.51)$$

leicht bestimmt werden,

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix}, \quad (3.52a)$$

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}. \quad (3.52b)$$

Die genannten Gleichungen werden zur Transformation der Raumzeiger zwischen statorfestem und rotorfestem Koordinatensystem benötigt. Die Rückrechnung auf Stranggrößen erfolgt gemäß Gleichung (3.42).

### 3.6 Spannungen und Flussverkettungen

Analog zur Bildung des Stromraumzeigers aus den Momentanwerten der Strangströme kann der Spannungsraumzeiger aus den Momentanwerten der drei Strangspannungen abgeleitet werden. Dabei ist der Spannungsraumzeiger aus den Momentanwerten der drei Strangspannungen eindeutig bestimmt. Umgekehrt werden aus dem Spannungsraumzeiger die Momentanwerte der drei Strangspannungen bis auf die Nullkomponente eindeutig bestimmt. Für eine dreisträngige Maschine ist der Spannungsraumzeiger im  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem somit

$$\underline{u} = \frac{2}{3} \left( u_1 + u_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_3 e^{j\frac{4\pi}{3}} \right). \quad (3.53)$$

Die mathematischen Zusammenhänge zwischen den Strangströmen und dem Stromraumzeiger sowie zwischen den Strangspannungen und dem Spannungsraumzeiger gelten genauso auch für die mit den Wicklungen der drei Stränge verketteten Flüsse und dem Flussraumzeiger. Daher lässt sich der Flussraumzeiger im  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem gemäß

$$\underline{\psi} = \frac{2}{3} \left( \psi_1 + \psi_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + \psi_3 e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (3.54)$$

bilden. Alle bereits für den Stromraumzeiger aufgezeigten Zusammenhänge, insbesondere die Darstellung in  $\alpha\beta$ -Komponenten sowie  $dq$ -Komponenten gelten auch für Spannungs- und Flussraumzeiger. Physikalisch beschreibt der Flussraumzeiger die Verteilung der Induktionsgrundwelle im Luftspalt der Maschine.

In Analogie zur Spannungsgleichung (3.18) wird eine Wicklung mit normiertem ohmschen Widerstand  $r$  und normierter magnetischer Flussverkettung  $\psi$  durch die Gleichung

$$u(\tau) = r i(\tau) + \frac{d\psi(\tau)}{d\tau} \quad (3.55)$$

beschrieben. Für die drei Statorwicklungen einer Drehstrommaschine bedeutet dies die Darstellung

$$u_{S,1} = r_S i_{S,1} + \frac{d\psi_{S,1}}{d\tau}, \quad (3.56a)$$

$$u_{S,2} = r_S i_{S,2} + \frac{d\psi_{S,2}}{d\tau}, \quad (3.56b)$$

$$u_{S,3} = r_S i_{S,3} + \frac{d\psi_{S,3}}{d\tau}. \quad (3.56c)$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich auf ein allgemeines  $n$ -strängiges Wicklungssystem erweitern. Multiplikation der den  $k$ -ten Strang beschreibenden Gleichung mit  $e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)}$ ,  $k=1, 2, 3, \dots, n$ , anschließende Addition der  $n$  Gleichungen und Multiplikation mit  $2/n$

ergibt eine Raumzeigergleichung, die formal die Definitionen von Spannungs-, Strom- und Flussraumzeiger enthält. Sie beschreibt das System in einem mit diesem fest verbundenen Koordinatensystem, für die drei Stränge gilt

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \left( u_{S,1} + u_{S,2} e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_{S,3} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \\ & = \frac{2}{3} \left( i_{S,1} + i_{S,2} e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_{S,3} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) r_S + \frac{2}{3} \frac{d}{d\tau} \left( \psi_{S,1} + \psi_{S,2} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \psi_{S,3} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right), \end{aligned} \quad (3.57)$$

was mit den Raumzeigern (3.38), (3.53) und (3.54) zusammengefasst als

$$\underline{u}_S = r_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} \quad (3.58)$$

geschrieben werden kann.

In einem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_k$  rotierenden Koordinatensystem lautet mit der Vorschrift (3.48) die Gleichung für die symmetrische Statorwicklung

$$\underline{u}_S = r_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} + j\omega_k \underline{\psi}_S. \quad (3.59)$$

Für eine Rotorwicklung, welche sich gegenüber dem Stator mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_m$  bewegt, nimmt die Spannungsgleichung die folgende Form an,

$$\underline{u}_R = r_R \underline{i}_R + \frac{d\underline{\psi}_R}{d\tau} + j(\omega_k - \omega_m) \underline{\psi}_R. \quad (3.60)$$

Alle Raumzeiger sind dabei auf das mit  $\omega_k$  rotierende Koordinatensystem zu beziehen.  $\omega_k = 0$  beschreibt das stillstehende statorfeste  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem,  $\omega_k = \omega_m$  beschreibt das rotorfeste  $dq$ -Koordinatensystem.

### 3.7 Induktivitäten und Flussverkettungen

Eine symmetrische mehrsträngige Wicklung ruft im Luftspalt einer elektrischen Maschine eine Felderregerkurve mit sinusförmiger Grundwelle hervor. Die Flussdichteverteilung ist bei Vernachlässigung der durch die magnetische Sättigung des Eisens und Nutung hervorgerufenen Effekte in gleicher Weise wie die Felderregerkurve entlang des Luftspalts angeordnet. Eine magnetische Sättigung des Eisens bewirkt zwar eine Verzerrung der ursprünglich sinusförmig verlaufenden Flussdichteverteilung, ändert jedoch nichts an der Lage der Symmetrieachse [4]. Daher sind die Grundwellen der Flussdichte und der Durchflutung räumlich gleichgerichtet.

Bei einer rotationssymmetrischen Maschine sind demnach die von einer einzelnen Wicklung erzeugte magnetische Flussdichte und magnetische Flussverkettung stets in Richtung der Symmetrieachse dieser Wicklung gerichtet. Unter diesen Bedingungen gilt für einen Strang  $k$  einer  $n$ -strängigen Wicklung mit der Selbstinduktivität  $l_k$  für die normierten Größen der Zusammenhang

$$\psi_k = l_k \cdot i_k. \quad (3.61)$$

Die Kopplung einer zweiten räumlich versetzten Wicklung mit der betrachteten Wicklung ist winkelabhängig. Für eine Wicklung  $l$ , deren Achse parallel zur Wicklung  $k$  liegt, besteht die volle magnetische Kopplung, für eine orthogonal liegende Wicklung ist keine Kopplung vorhanden. Dazwischen gilt der aus der räumlichen Lage folgende Zusammenhang

$$l_{kl} = l_k \cdot \cos(\alpha_{kl}) \quad (3.62)$$

und für die Flussverkettung

$$\psi_l = l_{kl}(\alpha_{kl}) \cdot i_k. \quad (3.63)$$

Speziell gilt für eine dreisträngige Wicklung mit einem Winkel von  $2\pi/3$  zwischen den Strangwicklungen der Zusammenhang

$$l_{12} = l_{23} = l_{31} = l_{Strang} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} l_{Strang}. \quad (3.64)$$

Für den gesamten mit der Wicklung  $k$  verketteten magnetischen Fluss gilt unter Anwendung der Superposition aller Stränge

$$\psi_k = \sum_{m=1}^n l_{km} \cdot i_m. \quad (3.65)$$

Zur Berechnung wird für die Statorflussverkettung ausgehend von Gleichung (3.65) geschrieben

$$\psi_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \psi_{-k} e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n l_{km} i_m e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \quad (3.66)$$

Für die Induktivitäten  $l_{km}$  gilt

$$l_{km} = l \cos(\alpha_n - \alpha_m) = l \cos\left(\frac{2\pi}{n}(k-1) - \frac{2\pi}{n}(m-1)\right) = l \cos\left(\frac{2\pi}{n}(k-m)\right) \quad (3.67)$$

Damit ist

$$\underline{\psi}_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n l \cos\left(\frac{2\pi}{n}(k-m)\right) i_m e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \quad (3.68)$$

$$= \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n l e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \sum_{m=1}^n \cos\left(\frac{2\pi}{n}(k-m)\right) i_m \quad (3.69)$$

und weiter mit der komplexen Darstellung der Cosinus-Funktion

$$\underline{\psi}_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n l e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n i_m \left\{ e^{j\frac{2\pi}{n}(k-m)} + e^{j\frac{2\pi}{n}(m-k)} \right\}. \quad (3.70)$$

Entsprechend Gleichung (3.42) gilt für die Ströme allgemein

$$i_m = \Re \left\{ \underline{i}_S e^{-j\frac{2\pi}{n}(m-1)} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \underline{i}_S e^{-j\frac{2\pi}{n}(m-1)} + \underline{i}_S^* e^{j\frac{2\pi}{n}(m-1)} \right\}. \quad (3.71)$$

Damit folgt für die Statorflussverkettung

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n l \frac{1}{4} \sum_{m=1}^n \left\{ \underline{i}_S e^{-j\frac{2\pi}{n}(m-1)} e^{j\frac{2\pi}{n}(k-m)} + \underline{i}_S e^{-j\frac{2\pi}{n}(m-1)} e^{j\frac{2\pi}{n}(m-k)} \right. \\ \left. + \underline{i}_S^* e^{j\frac{2\pi}{n}(m-1)} e^{j\frac{2\pi}{n}(k-m)} + \underline{i}_S^* e^{j\frac{2\pi}{n}(m-1)} e^{j\frac{2\pi}{n}(m-k)} \right\}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Nach der Zusammenfassung der Terme in den Exponenten ergibt sich

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n l e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \frac{1}{4} \sum_{m=1}^n \left\{ \underline{i}_S e^{j\frac{2\pi}{n}(k+1-2m)} + \underline{i}_S e^{j\frac{2\pi}{n}(1-k)} \right. \\ \left. + \underline{i}_S^* e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} + \underline{i}_S^* e^{j\frac{2\pi}{n}(2m-k-1)} \right\}, \end{aligned} \quad (3.73)$$

wobei der erste und vierte Summand aufgrund der Beziehung

$$\sum_{m=1}^n e^{-j\frac{2\pi}{n}(k+1-2m)} = \sum_{m=0}^{n-1} e^{-j\frac{2\pi}{n}(k-1-2m)} = e^{-j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \sum_{m=0}^{n-1} e^{j\frac{4\pi m}{n}} = 0 \quad (3.74)$$

verschwinden. Damit folgt weiter

$$\underline{\psi}_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n l e^{j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \frac{1}{4} n \left\{ \underline{i}_S e^{j\frac{2\pi}{n}(1-k)} + \underline{i}_S^* e^{-j\frac{2\pi}{n}(k-1)} \right\}, \quad (3.75)$$

wobei der zweite Summand gemäß Gleichung (3.44) ebenfalls verschwindet. Schließlich ergibt sich damit das Ergebnis

$$\underline{\psi}_S = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n l \frac{n}{4} \underline{i}_S = l_S \underline{i}_S, \quad (3.76)$$

sodass bei einer rotationssymmetrischen Geometrie Flussraumzeiger und Stromraumzeiger einer einzigen Wicklung stets parallel sind. Der eingeführte Proportionalitätsfaktor  $l_S$  ergibt sich also zu

$$l_S = \frac{n}{2} l_{Strang}. \quad (3.77)$$

Die Wicklungssysteme in Stator und Rotor können jeweils durch orthogonale Zweiwicklungssysteme mit den Selbstinduktivitäten  $l_S$  und  $l_R$  und der Gegeninduktivität  $l_{SR}$  ersetzt werden. Für den Anteil der Flussverkettung im Stator als Folge der Rotorströme ergeben sich bei Darstellung der Statorflussverkettung entsprechend den Gleichungen (3.39) und (3.49) die folgenden Zusammenhänge,

$$\psi_\alpha = l_{\alpha d} i_{Rd} + l_{\alpha q} i_{Rq} = l_{SR} \cos(\alpha_{\alpha d}) i_{Rd} + l_{SR} \cos(\alpha_{\alpha q}) i_{Rq} \quad (3.78)$$

$$\psi_\beta = l_{\beta d} i_{Rd} + l_{\beta q} i_{Rq} = l_{SR} \cos(\alpha_{\beta d}) i_{Rd} + l_{SR} \cos(\alpha_{\beta q}) i_{Rq} \quad (3.79)$$

Gemäß Abbildung 3.2 gilt für die Winkel

$$\alpha_{\alpha d} = \gamma, \quad (3.80a)$$

$$\alpha_{\alpha q} = \frac{\pi}{2} + \gamma, \quad (3.80b)$$

$$\alpha_{\beta d} = \frac{\pi}{2} - \gamma, \quad (3.80c)$$

$$\alpha_{\beta q} = \gamma, \quad (3.80d)$$

sodass für die Statorflussverkettung zufolge der Rotorströme gilt

$$\underline{\psi}_S \Big|_{\alpha\beta} = \psi_\alpha + j\psi_\beta = l_{SR} e^{j\gamma} (i_{Rd} + j i_{Rq}) = l_{SR} e^{j\gamma} \underline{i}_R \Big|_{dq} = l_{SR} \underline{i}_R \Big|_{\alpha\beta}. \quad (3.81)$$

Eine Superposition der von Stator- und Rotorsystem hervorgerufenen Flüsse ergibt damit die allgemein gültigen Flussverkettungsgleichungen

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_S &= l_S \underline{i}_S + l_{SR} \underline{i}_R, \\ \underline{\psi}_R &= l_{SR} \underline{i}_S + l_R \underline{i}_R. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Diese beiden Gleichungen sind unabhängig von der Wahl eines Bezugskordinatensystems, da keinerlei zeitliche Ableitungen auftreten! Es müssen einzig alle Raumzeiger im gleichen Koordinatensystem beschrieben werden.

# Kapitel 4

## Die Teilmaschinen der Drehstromdoppelmanchine

### 4.1 Die Asynchronmaschine

#### 4.1.1 Aufteilung der Streuinduktivitäten

Rotorwicklungssystem und Statorwicklungssystem einer Asynchronmaschine (ASM) sind galvanisch getrennt mit im allgemeinen unterschiedlicher Beschaffenheit. Deshalb stellt sich die Frage nach der Wahl von für beide Systeme anzuwendenden Bezugsgrößen.

Ausgehend von der allgemeinen Form der Flussverkettungsgleichungen zweier magnetisch gekoppelter Wicklungen

$$\Psi_S(t) = L_S I_S(t) + L_{SR} I_R(t), \quad (4.1a)$$

$$\Psi_R(t) = L_{SR} I_S(t) + L_R I_R(t) \quad (4.1b)$$

und dem totalen Streukoeffizienten,

$$\sigma = 1 - \frac{L_{SR}^2}{L_S L_R}, \quad (4.2)$$

welcher unabhängig von der Wahl der Bezugsgrößen ist, wird ein Faktor  $\sigma$  eingeführt, mit dem die Größen der Rotorseite auf die Statorseite umgerechnet werden. Dabei wird ein lineares System vorausgesetzt und die Zeitabhängigkeit der Ströme und Flüsse in den

folgenden Gleichungen nicht mehr explizit erwähnt. Es sei

$$\Psi_S = L_S I_S + L_{SR} I_R = L_S I_S + L_{SR} \ddot{u} I'_R \quad (4.3a)$$

$$\Psi'_R = \ddot{u} \Psi_R = \ddot{u} L_{SR} I_S + \ddot{u} L_R I_R = L_{SR} \ddot{u} I_S + L_R \ddot{u}^2 I'_R. \quad (4.3b)$$

Nach einer Umformung nehmen die Gleichungen die Form

$$\Psi_S = (L_S - \ddot{u} L_{SR}) I_S + \ddot{u} L_{SR} (I_S + I'_R), \quad (4.4a)$$

$$\Psi'_R = \ddot{u} L_{SR} (I_S + I'_R) + (\ddot{u}^2 L_R - \ddot{u} L_{SR}) I'_R \quad (4.4b)$$

an. Grundsätzlich kann der eingeführte Faktor  $\ddot{u}$  eine beliebige (komplexe) Zahl mit Ausnahme der Zahl 0 sein.

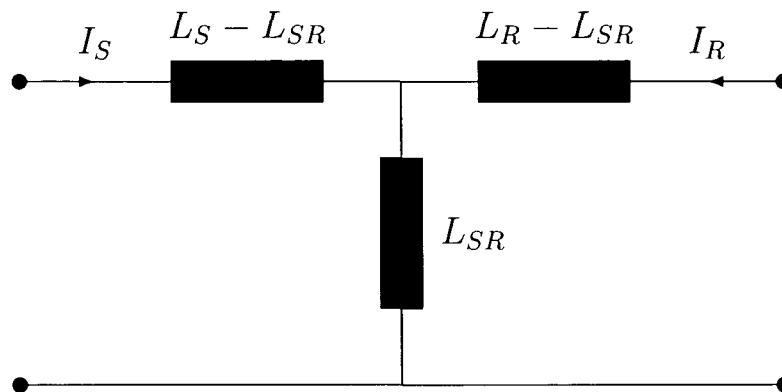


Abbildung 4.1: allgemeines Ersatzschaltbild für die Induktivitäten in der ASM,  $\ddot{u}=1$

Ausgehend vom allgemeinen Ersatzschaltbild in Abbildung 4.1, können durch die Wahl zweier ausgezeichneten Werte des Faktors  $\ddot{u}$  einfache Ersatzschaltbilder für die Asynchronmaschine gewonnen werden [8]. Die Streuung wird durch die beiden Wahlmöglichkeiten gänzlich entweder der Stator- oder der Rotorseite zugeschlagen. Dementsprechend werden die Flussverkettungsgleichungen verändert.

### Variante 1, Streuung auf der Rotorseite

Zunächst wird aus dem Ausdruck  $L_S - \ddot{u} L_{SR} = 0$  der Faktor

$$\ddot{u} = \frac{L_S}{L_{SR}} \quad (4.5)$$

gewonnen. Somit gilt mit der Streuziffer (4.2) für den Ausdruck

$$\ddot{u}^2 L_R - \ddot{u} L_{SR} = L_S \frac{\sigma}{1 - \sigma}. \quad (4.6)$$



Daher lauten die Flussverkettungsgleichungen (4.4) abgeändert

$$\Psi_S = L_S (I_S + I'_R), \quad (4.7a)$$

$$\Psi'_R = \Psi_S + \frac{\sigma}{1 - \sigma} L_S I'_R \quad (4.7b)$$

beziehungsweise mit den Statorbezugsgrößen in normierter Schreibweise

$$\psi_S = l_S (i_S + i_R), \quad (4.8a)$$

$$\psi_R = \psi_S + \frac{\sigma}{1 - \sigma} l_S i_R. \quad (4.8b)$$

Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

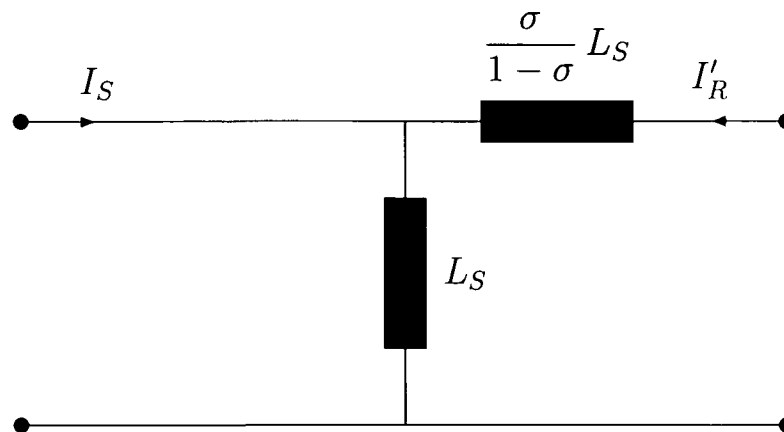


Abbildung 4.2: Ersatzschaltbild für die Induktivitäten in der ASM, Variante 1

Zusammenfassend verschwindet durch die Wahl (4.5) die statorseitige Streuung, die gesamte Streuung entsprechend der Streuziffer (4.2) wird durch eine einseitige Induktivität auf der Rotorseite beschrieben. Für die Flussverkettungen bedeutet dies, dass die Statorflussverkettung ausschließlich von der Summe der beiden Ströme bestimmt wird, während die Rotorflussverkettung zusätzlich einen rotorstromproportionalen Anteil enthält.

### Variante 2, Streuung auf der Statorseite

Nun wird aus dem Ausdruck  $\ddot{u}^2 L_R - \ddot{u} L_{SR} = 0$  der Faktor

$$\ddot{u} = \frac{L_{SR}}{L_R} \quad (4.9)$$

abgeleitet. Damit gilt mit der Streuziffer (4.2) jetzt

$$L_S - \ddot{u} L_{SR} = \sigma L_S. \quad (4.10)$$

Die Flussverkettungsgleichungen ändern sich nun zu

$$\Psi_S = \Psi'_R + \sigma L_S I_S, \quad (4.11a)$$

$$\Psi'_R = (1 - \sigma) L_S (I_S + I'_R) \quad (4.11b)$$

und mit den Statorbezugsgrößen in normierter Schreibweise

$$\psi_S = \psi_R + \sigma l_S i_S, \quad (4.12a)$$

$$\psi_R = (1 - \sigma) l_S (i_S + i_R). \quad (4.12b)$$

Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

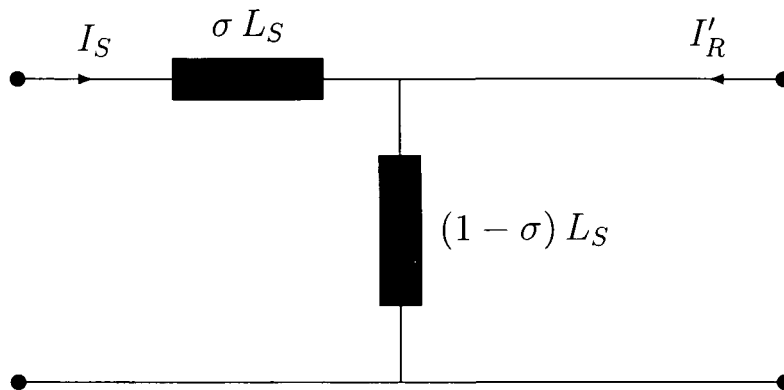


Abbildung 4.3: Ersatzschaltbild für die Induktivitäten in der ASM, Variante 2

Hier verschwindet durch die Wahl (4.9) die rotorseitige Streuung, die gesamte Streuung wird hier entsprechend der Streuziffer (4.2) durch eine einseitige Induktivität auf der Statorseite beschrieben. In diesem Fall wird somit die Rotorflussverkettung ausschließlich von der Summe der beiden Ströme bestimmt, während die Statorflussverkettung jetzt zusätzlich einen statorstromproportionalen Anteil enthält.

Abschließend sei festgehalten, dass die zwei auf besonderen Werten von  $\ddot{u}$  aufbauenden Varianten invariant bezüglich synchronem Leerlauf und idealem Kurzschluss ( $r_R = 0$ ) der Asynchronmaschine sind. Für die im Fall des synchronen Leerlaufs der Asynchronmaschine wirkende Gesamtinduktivität gilt unabhängig

$$l_{gesamt} = l_S \quad (4.13)$$

und im idealen Kurzschlussfall

$$l_{gesamt} = \sigma l_S. \quad (4.14)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird das zu Beginn vorgestellte allgemeine Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine benutzt. Mit Hilfe der gezeigten Rechenregeln kann aus diesem allgemeinen Ersatzschaltbild jederzeit eine der beiden Varianten mit einseitiger Streuung gewonnen werden.

### 4.1.2 Modellgleichungen der Maschine

Eine Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer wird durch die im folgenden diskutierten Raumzeigergleichungen beschrieben. Die Größen werden zur deutlichen Kennzeichnung mit dem Index ASM bezeichnet.

Für die Statorspannungsgleichung gilt in einem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_k$  rotierenden Koordinatensystem der Zusammenhang

$$\underline{u}_{S,ASM} = r_{S,ASM} \dot{\underline{i}}_{S,ASM} + \frac{d\underline{\psi}_{S,ASM}}{d\tau} + j\omega_k \underline{\psi}_{S,ASM}. \quad (4.15)$$

Die Rotorspannungsgleichung des Kurzschlussläufers lautet dementsprechend

$$0 = \underline{u}_{R,ASM} = r_{R,ASM} \dot{\underline{i}}_{R,ASM} + \frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} + j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \underline{\psi}_{R,ASM} \quad (4.16)$$

Die Statorflussverkettung und die Rotorflussverkettung werden beschrieben durch

$$\underline{\psi}_{S,ASM} = l_{S,ASM} \dot{\underline{i}}_{S,ASM} + l_{SR,ASM} \dot{\underline{i}}_{R,ASM}, \quad (4.17a)$$

$$\underline{\psi}_{R,ASM} = l_{SR,ASM} \dot{\underline{i}}_{S,ASM} + l_{R,ASM} \dot{\underline{i}}_{R,ASM}. \quad (4.17b)$$

Das innere Moment des Rotors ist

$$m_{R,ASM} = +\Im \left( \dot{\underline{i}}_{R,ASM}^* \underline{\psi}_{R,ASM} \right), \quad (4.18)$$

und für das mechanische Momentengleichgewicht gilt mit der mechanischen Anlaufzeitkonstanten  $\tau_m$  der Drallsatz in der normierten Schreibweise

$$\tau_{m,ASM} \frac{d\omega_{m,ASM}}{d\tau} = m_{R,ASM} + m_{L,ASM}. \quad (4.19)$$

### 4.1.3 ASM-Rotor in der Drehstromdoppelmachine

Bis jetzt wurden die für die Maschine gültigen Gleichungen so formuliert, dass magnetische Flüsse durch das Produkt von Induktivitäten und Strömen dargestellt werden. Es ist aber ebenso möglich, die beschreibenden Maschinengleichungen mit den Größen  $\underline{\psi}_R$  und  $\dot{\underline{i}}_S$  darzustellen.

Aus Gleichung (4.17b) folgt für den Rotorstrom

$$\dot{\underline{i}}_{R,ASM} = \frac{1}{l_{R,ASM}} \left( \underline{\psi}_{R,ASM} - l_{SR,ASM} \dot{\underline{i}}_{S,ASM} \right), \quad (4.20)$$

womit für die Statorflussverkettung (4.17a) der Ausdruck

$$\underline{\psi}_{S,ASM} = l_{S,ASM} \dot{i}_{S,ASM} + \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \left( \underline{\psi}_{R,ASM} - l_{SR,ASM} \dot{i}_{S,ASM} \right) \quad (4.21)$$

geschrieben werden kann. Analog zur Streuziffer (4.2) sei

$$\frac{l_{SR,ASM}^2}{l_{S,ASM} l_{R,ASM}} = 1 - \sigma_{ASM} \quad (4.22)$$

und damit die Streuinduktivität der ASM-Teilmaschine

$$l_{\sigma,ASM} = \sigma_{ASM} l_{S,ASM}. \quad (4.23)$$

Somit vereinfacht sich die Statorflussverkettung (4.21) zu

$$\underline{\psi}_{S,ASM} = l_{\sigma,ASM} \dot{i}_S + \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \underline{\psi}_{R,ASM}. \quad (4.24)$$

Einsetzen dieser Gleichung (4.24) in (4.15) liefert die Statorspannung

$$\begin{aligned} \underline{u}_{S,ASM} = r_{S,ASM} \dot{i}_{S,ASM} + l_{\sigma,ASM} \frac{d\dot{i}_{S,ASM}}{d\tau} + \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} \\ + j\omega_k \left( l_{\sigma,ASM} \dot{i}_{S,ASM} + \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \underline{\psi}_{R,ASM} \right). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Aus der Rotorspannung (4.16) folgt nach dem Einsetzen des Rotorstroms (4.20) die Differentialgleichung

$$\frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} = \left[ -\frac{1}{\tau_{R,ASM}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \right] \underline{\psi}_{R,ASM} + \frac{l_{SR,ASM}}{\tau_{R,ASM}} \dot{i}_{S,ASM} \quad (4.26)$$

mit der Rotorzeitkonstanten

$$\tau_{R,ASM} = \frac{l_{R,ASM}}{r_{R,ASM}}. \quad (4.27)$$

## 4.2 Die Permanentmagnet-Synchronmaschine

### 4.2.1 Klassischer Betrieb

Die konstante Magnetisierung des Rotors einer solchen Maschine wird durch Permanentmagnete erzeugt, die fest mit dem Rotor verbunden sind. Entweder sind diese Magnete

an der Rotoroberfläche oder als sogenannte eingegrabene Magnete im Inneren des Rotors angebracht. Der Raumzeiger der Permanentmagnetflussverkettung ist demnach fest mit dem Rotor verbunden und wird in einem allgemeinen Koordinatensystem definiert als

$$\underline{\psi}_{M,PSM} = |\psi_{M,PSM}| e^{j(\gamma_{m,PSM} - \gamma_k)}. \quad (4.28)$$

Der Betrag  $|\psi_{M,PSM}|$  des Permanentmagnetflussraumzeigers ist als Konsequenz der konstanten Magnetisierung ebenfalls konstant. Für den Zusammenhang zwischen den Drehwinkeln  $\gamma_m$ ,  $\gamma_k$  und den zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_m$ ,  $\omega_k$  gilt

$$\omega_{m,PSM} = \frac{d\gamma_{m,PSM}}{d\tau}, \quad (4.29)$$

$$\omega_k = \frac{d\gamma_k}{d\tau}. \quad (4.30)$$

Bei der Permanentmagnet-Synchronmaschine (PSM) liefert im Betrieb mit rein sinusförmigen Betriebsgrößen sowohl die Statorwicklung selbst einen Beitrag zur Statorflussverkettung  $\underline{\psi}_S$  als auch die Erregung der Permanentmagnete im Rotor. Der Rotor wird im stationären Betrieb synchron mit dem Drehfeld der Maschinenspannungen rotieren. Entsprechend der bei Permanentmagnet-Synchronmaschinen mit oberflächlich aufgetragenen Magneten üblichen Vernachlässigung der magnetischen Achsigkeit der Maschine bedeutet dies

$$\underline{\psi}_{S,PSM} = l_{S,PSM} \underline{i}_{S,PSM} + \underline{\psi}_{M,PSM}. \quad (4.31)$$

Ausgehend von der Statorspannungsgleichung

$$\underline{u}_{S,PSM} = r_{S,PSM} \underline{i}_{S,PSM} + \frac{d\underline{\psi}_{S,PSM}}{d\tau} + j\omega_k \underline{\psi}_{S,PSM} \quad (4.32)$$

ergibt das Einsetzen der Statorflussverkettung (4.31) die Statorspannung in der Form

$$\underline{u}_{S,PSM} = r_{S,PSM} \underline{i}_{S,PSM} + l_{S,PSM} \frac{d\underline{i}_{S,PSM}}{d\tau} + \frac{d\underline{\psi}_{M,PSM}}{d\tau} + j\omega_k \left( l_{S,PSM} \underline{i}_{S,PSM} + \underline{\psi}_{M,PSM} \right). \quad (4.33)$$

Die Beziehung für das mechanische Momentengleichgewicht lautet analog zu (4.19)

$$\tau_{m,PSM} \frac{d\omega_{m,PSM}}{d\tau} = m_{R,PSM} + m_{L,PSM}, \quad (4.34)$$

dabei gilt für das von der Maschine erzeugte innere Moment

$$m_{R,PSM} = -\Im \left( \underline{i}_{S,PSM}^* \underline{\psi}_{M,PSM} \right). \quad (4.35)$$

### 4.2.2 Drehmoment unter Berücksichtigung der Rotorströme

Ausgehend von Gleichung (4.35) und der für Asynchronmaschinen gültigen Beziehung

$$m_i = -\Im \left\{ \underline{i}_S^* \underline{\psi}_S \right\} = +\Im \left\{ \underline{i}_R^* \underline{\psi}_R \right\} \quad (4.36)$$

wird zunächst eine einfache Beziehung für das von einer PM-erregten Synchronmaschine entwickelte Drehmoment für den Fall hergeleitet, dass in deren Rotor ein Strom (beispielsweise in einer Dämpferwicklung) fließt.

Die in Gleichung (4.36) auf der rechten Seite stehende Beziehung ist für PM-erregte Synchronmaschinen offensichtlich nicht anwendbar, da im synchronen Betriebszustand der Rotorstrom  $i_{R,PSM} = 0$  sein wird. Aus diesem Grund wird die Gleichung (4.36) für derartige Maschinen so erweitert, dass eine allgemeine Aussage über das Drehmoment gemacht werden kann, die sowohl für den synchronen Betrieb gilt, aber auch die im Zusammenhang mit dem Betrieb eines solchen Rotors in einer Drehstromdoppelmaschine auftretenden Rotorströme erfasst werden.

Es wird zunächst postuliert, dass sich im allgemeinen Betriebsfall das Drehmoment einer PM-erregten Synchronmaschine aus zwei Summanden zusammensetzt. Einerseits werden die Rotorströme gemeinsam mit der Rotorflussverkettung eine Drehmomentkomponente aufbauen, dafür wird die bekannte Beziehung

$$m_{i,R,PSM} = +\Im \left\{ \underline{i}_{R,PSM}^* \underline{\psi}_{R,PSM} \right\} \quad (4.37)$$

geschrieben. Andererseits wird die gesamte Durchflutung hervorgerufen von Stator und Rotor mit der Flussverkettung der Permanentmagnete eine weitere Drehmomentkomponente aufbauen, diese Komponente sei bestimmt durch

$$m_{i,PM,PSM} = -\Im \left\{ (\underline{i}_{S,PSM} + \underline{i}_{R,PSM})^* \underline{\psi}_M \right\}. \quad (4.38)$$

Das gesamte vom Rotor einer Permanentmagnet-Synchronmaschine entwickelte Drehmoment beträgt daher

$$\begin{aligned} m_{i,PSM} &= m_{i,R,PSM} + m_{i,PM,PSM} \\ &= \Im \left\{ \underline{i}_{R,PSM}^* \underline{\psi}_{R,PSM} - (\underline{i}_{S,PSM} + \underline{i}_{R,PSM})^* \underline{\psi}_M \right\} \end{aligned} \quad (4.39)$$

In Anlehnung an die Gleichungen (4.17a), (4.17b) und (4.37) lauten die Flussverkettungsgleichungen jetzt

$$\underline{\psi}_{S,PSM} = \underline{\psi}_{M,PSM} + l_{S,PSM} \underline{i}_{S,PSM} + l_{SR,PSM} \underline{i}_{R,PSM}, \quad (4.40)$$

$$\underline{\psi}_{R,PSM} = \underline{\psi}_{M,PSM} + l_{SR,PSM} \underline{i}_{S,PSM} + l_{R,PSM} \underline{i}_{R,PSM}. \quad (4.41)$$

Damit ergibt sich nach dem Einsetzen in die Gleichung (4.39) der Ausdruck

$$m_i = -\Im \left\{ \dot{i}_S^* \underline{\psi}_S - l_S \dot{i}_S^* \dot{i}_S - l_{SR} \dot{i}_S^* \dot{i}_R - l_{SR} \dot{i}_R^* \dot{i}_S - l_R \dot{i}_R^* \dot{i}_R \right\} = -\Im \left\{ \dot{i}_S^* \underline{\psi}_S \right\} \quad (4.42)$$

womit die Korrektheit der Relation (4.39) nachgewiesen ist. Dieser Ausdruck kann nach Umformung auch in der Form

$$m_i = -\Im \left\{ \dot{i}_{S,PSM}^* \underline{\psi}_{M,PSM} \right\} + \Im \left\{ \dot{i}_{R,PSM}^* \left( \underline{\psi}_{R,PSM} - \underline{\psi}_{M,PSM} \right) \right\} \quad (4.43)$$

geschrieben werden, wobei der erste Summand die bereits in der Gleichung (4.35) erwähnte Komponente darstellt. Der zweite Summand beschreibt die Komponente des Drehmoments, welche durch das Zusammenwirken der vom Rotor hervorgerufenen magnetischen Flussverkettung mit den Rotorströmen entsteht. Bei Synchronlauf wird dieser Anteil unter der Annahme  $\dot{i}_{R,PSM} = 0$  verschwinden.

Es ist evident, dass die allgemeine Drehmomentgleichung (4.39) bzw. (4.43) sowohl für eine Asynchronmaschine gilt, was durch Nullsetzen der Permanentflussverkettung erreicht wird, als auch für eine Permanentmagnet-Synchronmaschine ohne Rotorströme, wie durch Nullsetzen des Rotorstroms sofort einsichtig wird.

### 4.2.3 PM-Rotor in der Drehstromdoppelmachine

Für eine Permanentmagnet-Synchronmaschine sind die vorher formulierten Aussagen gültig, solange der Rotor eine zum Statorflussverkettungsraumzeiger synchrone Bewegung ausführt. Die genannten Voraussetzungen sind jedoch im Betrieb einer Permanentmagnet-Synchronmaschine üblicherweise nicht einzuhalten. Weiters ist es nicht möglich, die Maschine am Stromrichter mit rein sinusförmigen Spannungen zu betreiben. Daher wird der Statorstrom auch Oberschwingungen aufweisen.

Wie im herkömmlichen Betrieb werden diese Bedingungen auch im Betrieb des Rotors in der Drehstromdoppelmachine gegeben sein, da durch die Statorstromkomponente des zweiten Maschinenteils eine Relativbewegung zwischen PM-Rotor und Anteilen im Statorflussverkettungsraumzeiger bewirkt wird. Somit wird im PM-Rotor eine zeitliche Änderung der Flussverkettungen auftreten, welche wegen der vorhandenen Leitfähigkeit der Permanentmagnete, insbesondere bei Oberflächenmagneten, einen Stromfluss zur Folge haben wird. Diese Rotorströme können dementsprechend mit einer äquivalenten Rotorwicklung in den Flussverkettungsgleichungen modelliert werden. Der Einfachheit wegen wird auch hier eine eventuell vorhandene Achsigkeit zufolge der auftretenden Wirbelströme vernachlässigt, sodass die Flussverkettungen (4.40) und (4.41) gültig sind.

In diesen Gleichungen wird vorausgesetzt, dass die Permanentmagnete streuungslos sind. Der mit dem Stator verkettete Fluss der Magnete ist demnach genauso groß wie der mit dem Rotor verkettete Fluss zufolge der Magnete.

Neben der bereits formulierten Statorspannungsgleichung (4.32) wird analog zu Gleichung (4.16) auch eine Spannungsgleichung für den Rotor formuliert,

$$0 = r_{R,PSM} \dot{i}_{R,PSM} + \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} + j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \underline{\psi}_{R,PSM}. \quad (4.44)$$

Für den Rotorstromraumzeiger ergibt sich durch Umformen der Flussverkettungsgleichung (4.41) sofort

$$\dot{i}_{R,PSM} = \frac{1}{l_{R,PSM}} \left( \underline{\psi}_{R,PSM} - \underline{\psi}_{M,PSM} \right) - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \dot{i}_{S,PSM}. \quad (4.45)$$

Für die Statorflussverkettung (4.40) gilt damit

$$\underline{\psi}_{S,PSM} = \underline{\psi}_{M,PSM} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) + \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \underline{\psi}_{R,PSM} + l_{\sigma,PSM} \dot{i}_{S,PSM}, \quad (4.46)$$

wenn analog zu (4.2) wieder die Streuziffer

$$\frac{l_{SR,PSM}^2}{l_{S,PSM} l_{R,PSM}} = 1 - \sigma_{PSM} \quad (4.47)$$

und die Streuinduktivität der PSM-Teilmaschine

$$l_{\sigma,PSM} = \sigma_{PSM} l_{S,PSM} \quad (4.48)$$

eingeführt werden. Wird der Rotorstrom (4.45) in die Rotorspannungsgleichung (4.44) eingesetzt, folgt daraus die Differentialgleichung

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} = & \left[ -\frac{1}{\tau_{R,PSM}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \right] \underline{\psi}_{R,PSM} \\ & + \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \left( \underline{\psi}_{M,PSM} + l_{SR,PSM} \dot{i}_{S,PSM} \right). \end{aligned} \quad (4.49)$$

Für die Statorspannung (4.32) ergibt sich mit (4.46) der Ausdruck

$$\begin{aligned} \underline{u}_{S,PSM} = & r_{S,PSM} \dot{i}_{S,PSM} + l_{\sigma,PSM} \frac{d\dot{i}_{S,PSM}}{d\tau} \\ & + \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} + \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) j(\omega_{m,PSM} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM} + \\ & + j\omega_k \left[ \underline{\psi}_{M,PSM} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) + \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \underline{\psi}_{R,PSM} + l_{\sigma,PSM} \dot{i}_{S,PSM} \right] \end{aligned} \quad (4.50)$$



Wie leicht festzustellen ist, sind die Ausführungen zur permanentmagneterregten Synchronmaschine durch Nullsetzen aller die Magnetisierung der Permanentmagnete enthaltenden Terme ident mit den entsprechenden Gleichungen der Asynchronmaschine. Es entspricht dann die Gleichung der Statorspannung (4.50) der Gleichung (4.25) der Asynchronmaschine. Ebenso entspricht die Gleichung (4.49) der Rotorflussverkettung der Gleichung (4.26) der Asynchronmaschine. Dies ist auch zu erwarten, da im gegenständlichen Fall im PM-Rotor wegen der asynchronen Bewegung zu Anteilen der Statorflussverkettung Wirbelströme auftreten. Diese haben die gleiche physikalische Ursache wie die Ströme im Rotor einer Asynchronmaschine, nämlich eine Relativbewegung zwischen elektrischen Leitern und der umlaufenden Flussverkettung.

Die zusätzlich angenommene Rotorwicklung reagiert wie eine Dämpferwicklung, wie leicht gezeigt werden kann. Unter der Annahme eines stationären Betriebs mit  $\omega_S = \omega_{m,PSM}$  in einem mit  $\omega_k = \omega_{m,PSM}$  rotierenden Koordinatensystem folgt für Rotorfluss und Statorstrom

$$\underline{\psi}_{R,PSM} = \underline{\psi}_R, \quad \underline{i}_{S,PSM} = \underline{i}_S, \quad (4.51)$$

sodass aus (4.49) sofort

$$0 = \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \left\{ -\underline{\psi}_R + \underline{\psi}_{M,PSM} + l_{SR,PSM} \underline{i}_S \right\}, \quad (4.52)$$

folgt, was entsprechend (4.45) gleichbedeutend mit  $\underline{i}_{R,PSM} = 0$  ist. Es wird in diesem Betriebszustand, wie zu erwarten, in der äquivalenten Rotorwicklung kein Strom fließen.

#### 4.2.4 Wirbelstromverluste in den Magneten

Im Folgenden wird die Ermittlung der in den Magneten des PM-Rotors auftretenden Wirbelstromverluste mit dem Ziel beschrieben, Informationen über die Verluste im Rotor der Permanentmagnet-Synchronmaschine zu gewinnen und damit Aussagen über den ohmschen Rotorwiderstand  $r_R$  der Permanentmagnet-Synchronmaschine machen zu können. Ausgegangen wird dabei von den in [1] dargestellten Überlegungen.

Zugrunde gelegt wird der vereinfachte Querschnitt einer Permanentmagnet-Synchronmaschine mit einem gleichförmigen Luftspalt entlang des Rotorumfangs entsprechend Abbildung 4.4. Das Blechpaket der Maschine wird dabei als unendlich lang angenommen. Damit kann die Stirnraumstreuung vernachlässigt werden und Wirbelströme im Statorblechpaket werden zufolge der geschichteten Blechung nicht signifikant auftreten. Für die Leitfähigkeit in achsialer Richtung kann daher  $\kappa = 0$  gesetzt werden. Die Permeabilität

des Statorblechpakets wird mit  $\mu \rightarrow \infty$  angenommen. Für die Permanentmagnete wird eine Permeabilität von  $\mu_M \approx \mu_0$  gesetzt. Die Höhe der Magnete beträgt  $h_M$ , die Länge  $b_M$ , die Dicke der Bandage, welche der bei Rotation der Magnete entstehenden Fliehkraft entgegenwirkt, ist mit  $h_B$  bezeichnet, der Luftspalt wird  $\delta$  genannt.

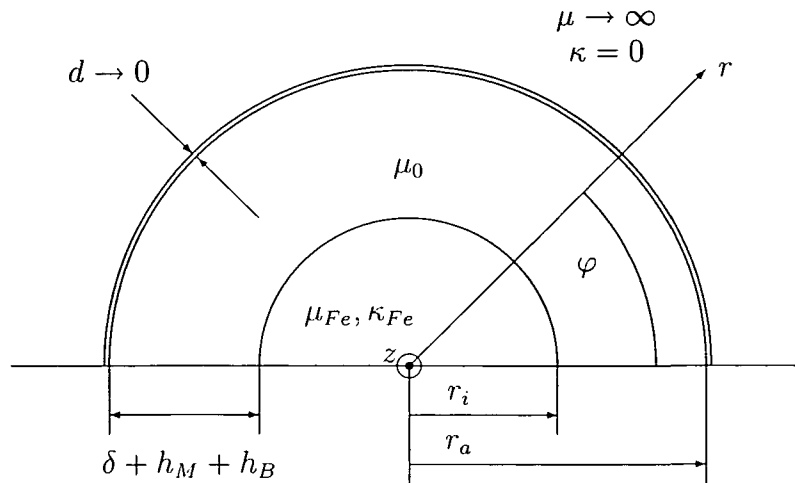


Abbildung 4.4: Querschnitt einer idealisierten Permanentmagnet-Synchronmaschine

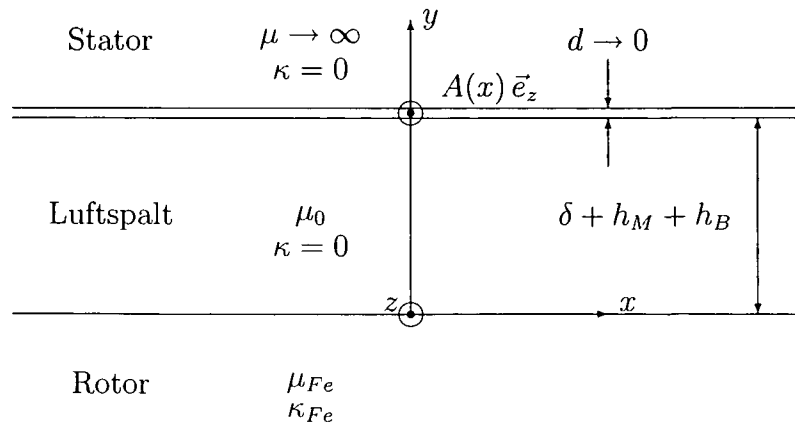


Abbildung 4.5: Geometrie einer PSM unter Vernachlässigung der Krümmung

Ausgehend vom Strombelag

$$\hat{A}_1 = \frac{2 m w \xi \sqrt{2} I_1}{2 r_a \pi} \quad (4.53)$$

zufolge der Stromgrundschiwingung  $I_1$  wird die Grundwelle des Strombelags der Stator-

wicklung der  $2p$ -poligen Maschine

$$A_1(\varphi) = \hat{A}_1 \cos(p\varphi), \quad (4.54)$$

angesetzt. Damit wird nach [1] bei stillstehendem Rotor mit

$$\varrho = \frac{r_a}{r_i} \quad (4.55)$$

die Radialkomponente der magnetischen Flussdichte an der Rotoroberfläche  $r = r_i$

$$\hat{B}_r = \mu_0 \hat{A}_1 \frac{2\varrho}{\varrho^p - \varrho^{-p}}, \quad (4.56)$$

wenn für die Permeabilität des Rotors  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  angenommen wird.

Wird die Krümmung von Stator und Rotor vernachlässigt und das Problem entsprechend Abbildung 4.5 dargestellt, kann statt eines Zylinderkoordinatensystems ein kartesisches Koordinatensystem benutzt werden, womit sich die Lösung vereinfacht. Mit dieser Annahme gilt dann für die Umfangskoordinate  $x = r_i \varphi$ .

Zunächst werden die Verluste in Rotoren mit Magnetschalen berechnet. Die lineare Geometrie ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Wirbelstromverluste in der Magnetschale

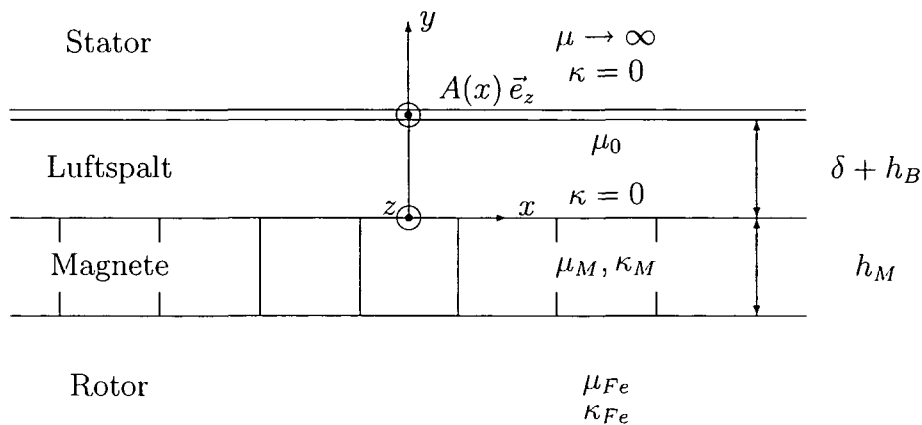


Abbildung 4.6: Lineares Modell einer PSM mit Magnetschalen

ergeben sich gemäß [1] zu

$$P_{lin} = \omega_M p r_a \tau_P l_M \mu_M \hat{A}_1^2 \cdot \frac{\bar{\beta}}{\bar{a}^2 + \bar{b}^2}, \quad (4.57)$$

wobei  $\omega_M$  die Winkelgeschwindigkeit des Strombelags relativ zu den Permanentmagneten angibt. Die beiden Konstanten

$$\bar{\alpha} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + R_m^2}}{2}}, \quad (4.58)$$

$$\bar{\beta} = \frac{R_m}{\sqrt{2(1 + \sqrt{1 + R_m^2})}} \quad (4.59)$$

sind mit der dimensionslosen magnetischen Reynoldszahl

$$R_m = \kappa_M \mu_M \frac{\omega_M}{p} r_a^2 \quad (4.60)$$

definiert. Weiter werden die zwei Ausdrücke

$$\bar{a} = \frac{\mu_M}{\mu_0} \sinh(\bar{\gamma}) + \bar{\alpha} \cosh(\bar{\gamma}), \quad (4.61)$$

$$\bar{b} = \bar{\beta} \cosh(\bar{\gamma}), \quad (4.62)$$

gesetzt, wobei

$$\bar{\gamma} = \pi \frac{\delta + h_B + h_M}{\tau_P} \quad (4.63)$$

gilt. Abschließend wird zur Berücksichtigung der Statorkrümmung noch der Korrekturfaktor

$$k_r = \frac{2 \varrho \sinh[p(\varrho - 1)]}{\varrho^p - \varrho^{-p}} \quad (4.64)$$

für die Umrechnung entsprechend

$$P_{korr} = P_{lin} k_r^2 \quad (4.65)$$

benötigt. Damit werden die Verluste  $P_{korr}$  zufolge eines Strombelags gemäß Gleichung (4.54) bei der Relativwinkelgeschwindigkeit  $\omega_M$  gemäß Gleichung (4.57) in der Magnetschale berechnet, wobei durch den eingeführten Korrekturfaktor auch die Statorkrümmung berücksichtigt wird.

Nun werden segmentierte Magnete mit der Breite  $b_M$ , der Höhe  $h_M$  und der Länge  $l_M$  untersucht. In diesen treten im Vergleich zu Magnetschalen niedrigere Wirbelströme auf, da wegen deren geringen Breite in Umfangsrichtung die freie Ausbildung von Wirbelströmen in der  $\varphi, z$ -Ebene bzw. beim linearen Modell in der  $x, z$ -Ebene schwerer möglich ist. Vereinfachend wird angenommen, dass das Magnetfeld im Modell mit linearer Geometrie nur in Richtung der  $y$ -Koordinate durch die Magnete tritt, was im Modell der

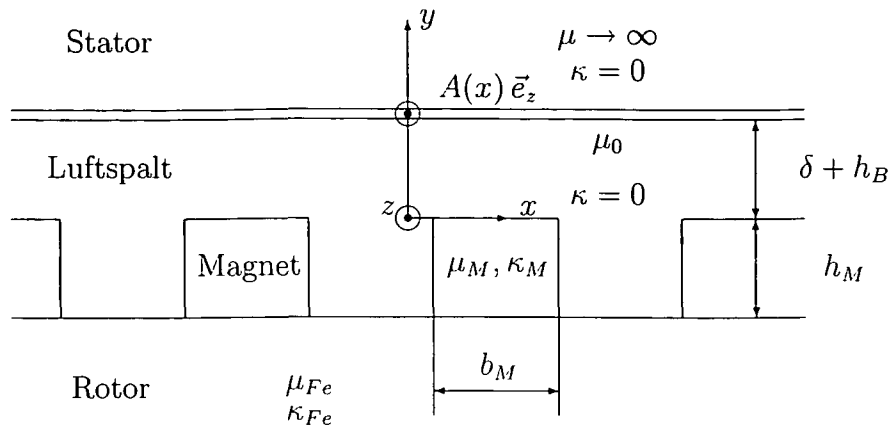


Abbildung 4.7: Lineares Modell einer PSM mit segmentierten Magneten

Abbildung 4.4 der Radialkomponente entspricht. Die Komponente des Magnetfeldes in  $x$ -Richtung wird vernachlässigt. Aufgrund der geometrischen Verhältnisse  $b_M \ll \tau_p$  wird anstelle der Amplitude (4.56) der Mittelwert gemäß

$$B_{av} = \frac{\sin(\gamma_M)}{\gamma_M} \hat{B}_r \quad (4.66)$$

gebildet, wobei

$$\gamma_M = \frac{\pi}{2} \frac{b_M}{\tau_p} \quad (4.67)$$

der Polbedeckungsfaktor eines Magneten ist. Die unendliche Längenausdehnung der Magnete wird durch eine Verringerung der Leitfähigkeit  $\kappa_M$  entsprechend dem Verhältnis

$$\frac{\kappa_M}{\kappa_{M,\text{eff}}} = \frac{l_M + b_M}{l_M}$$

berücksichtigt. Damit wird die effektive Leitfähigkeit

$$\kappa_{M,\text{eff}} = \kappa_M \frac{1}{1 + \frac{b_M}{l_M}}. \quad (4.68)$$

Das Statorblechpaket hat definitionsgemäß eine unendlich hohe Permeabilität, womit das von den Magneten hervorgerufene Feld nur im Luftspalt und in den Magneten magnetisierend wirkt. Bezeichnet  $B_L$  die magnetische Flussdichte im Luftspalt der Maschine,  $B_M$  die magnetische Flussdichte in einem Magnet,  $H_L$  die magnetische Feldstärke in Luft und  $H_M$

die magnetische Feldstärke im Magneten, so wird damit entsprechend einer äquivalenten Durchflutung

$$H_M h_M + H_L (\delta + h_B) = \frac{B_M}{\mu_M} h_M + \frac{B_L}{\mu_0} (\delta + h_B) = \frac{B_M}{\mu_{M,\text{eff}}} h_M$$

und als Folgerung der Quellenfreiheit der magnetischen Flussdichte mit  $B_L = B_M$  die Permeabilität  $\mu_M$  der Magnete auf die effektive Permeabilität

$$\mu_{M,\text{eff}} = \mu_M \frac{1}{1 + \frac{\mu_M}{\mu_0} \frac{\delta + h_B}{h_M}} \quad (4.69)$$

umgerechnet. Die Wirbelstromverluste in den  $z_M$  segmentierten Magneten werden gemäß [1] schließlich

$$P_M = z_M b_M l_M h_M B_{av}^2 \frac{\omega_M}{2 \mu_{M,\text{eff}}} \frac{1}{\xi_M} \cdot \frac{\sinh(\xi_M) - \sin(\xi_M)}{\cosh(\xi_M) + \cos(\xi_M)} \quad (4.70)$$

mit

$$\xi_M = b_M \sqrt{\frac{\omega_M \mu_{M,\text{eff}} \kappa_{M,\text{eff}}}{2}}. \quad (4.71)$$

In den Permanentmagneten entstehen Wirbelstromverluste nur bei zum Rotor asynchron laufenden Drehfeldern der Statordurchflutung. Der zu untersuchende Frequenzbereich ist durch folgenden Umstand zu finden: In Abhängigkeit der maximalen Ausgangsfrequenz des speisenden Umrichters und der Polzahl der Rotoren ergibt sich für jede Maschine die höchstmögliche Drehzahl. Rotieren beide Maschinen mit maximaler Drehzahl in entgegengesetzte Richtungen, so entspricht dies der höchstmöglichen Relativfrequenz zwischen der Statorstromkomponente des zweiten Maschinenteils und dem Permanentmagnetrotor.

# Kapitel 5

## Das Modell der Drehstromdoppelmachine

### 5.1 Einleitung

Wie einleitend erwähnt, werden in der Drehstromdoppelmachine entweder Permanentmagnet-Rotoren oder Kurzschlussläufer eingesetzt. Diese beiden Rotortypen sind von der permanentmagneterregten Synchronmaschine (PSM) bzw. von der Asynchronmaschine (ASM) bekannt. Die Raumzeigermodelle von PSM und ASM sind im wesentlichen in den vorigen Kapiteln bereits vorgestellt worden. Jetzt wird aus diesen Modellen das Modell der Drehstromdoppelmachine abgeleitet.

All diesen Modellen ist gemeinsam, dass die Raumzeiger in normierten Größen dargestellt werden. Als Bezugsgrößen für eine Normierung bieten sich die Nenngrößen der Maschine, wie Nennspannung, Nennstrom und Nennfrequenz an. Nach Wahl dieser Parameter werden daraus die anderen Bezugsgrößen entsprechend Kapitel 3.2 berechnet.

Zur Beschreibung von Asynchronmaschine und permanentmagneterregter Synchronmaschine werden außer den bereits benutzten auch die folgenden Größen definiert:

- $\gamma_{m,ASM,PSM}(\tau)$  Winkel der Rotoren bezüglich des Stators
- $\omega_{m,ASM,PSM}(\tau)$  bezogene mechanische Winkelgeschwindigkeiten
- $m_{R,ASM,PSM}(\tau)$  von der Maschine erzeugte, bezogene innere Drehmomente
- $m_{L,ASM,PSM}(\tau)$  auf den Rotor wirkende, bezogene Lastmomente

Alle Größen werden zur Unterscheidung zwischen den Maschinen entweder mit dem Index ASM für die Asynchronmaschine oder PSM für die Permanentmagnet-Synchronmaschine gekennzeichnet.

Die Beschreibung der Drehstromdoppelmaschine geht von zwei Maschinen aus, deren Statorwicklungen in Serie geschaltet sind. Gemäß Abbildung 2.1 sind in achsialer Richtung zwei Luftspalte vorhanden, sodass beide Flussverkettungen zusammen für die Spannung in den einzelnen Wicklungen des Stators verantwortlich sind. Da die Statorwicklung die gesamte achsiale Länge der Maschine bedeckt, entsteht die Gesamtspannung im Bereich des Statorblechpakets als Summe der beiden Teilspannungen entsprechend den Flussverkettungen zufolge der beiden Teilmaschinen. Für die resultierenden Strangspannungen bedeutet dies daher die additive Zusammensetzung aus den Strangspannungen der fiktiven Teilmaschinen 1 und 2 gemäß

$$u_i = u_{i,1} + u_{i,2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5.1)$$

Aus der Definition des Spannungsraumzeigers (3.59) folgt mit der obigen Gleichung für diesen

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{S,1} + \underline{u}_{S,2}. \quad (5.2)$$

Der Statorspannungsraumzeiger der Drehstromdoppelmaschine wird demnach aus der Summe der beiden Statorspannungsraumzeiger der beiden Teilmaschinen gebildet. Für die Strangströme der Drehstromdoppelmaschine gilt aufgrund der Serienschaltung der beiden fiktiven Teilwicklungssysteme

$$i_i = i_{i,1} = i_{i,2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5.3)$$

und somit für den Statorstromraumzeiger (3.38)

$$\underline{i}_S = \underline{i}_{S,1} = \underline{i}_{S,2}. \quad (5.4)$$

Aufgrund der Serienschaltung sind die Statorströme und daher auch die Statorstromraumzeiger in beiden Teilmaschinen gleich.

Der bezogene Statorwiderstand ergibt sich zu

$$r_S = r_{S,1} + r_{S,2}, \quad (5.5)$$

für die Statorinduktivität gilt

$$l_S = l_{S,1} + l_{S,2}. \quad (5.6)$$



Dies erscheint einsichtig, da die gesamte Statorwicklung als Serienschaltung der beiden fiktiven Teilwicklungen gesehen werden kann. Damit ergibt sich also der gesamte ohmsche Widerstand als die Summe der beiden fiktiven Teilwiderstände. Gleiches gilt für die Induktivität der Statorwicklung, da die gesamte Wicklung mit einem gemeinsamen Statorfluss verkettet ist. Somit wird auch die gesamte Streuinduktivität der Drehstromdoppelmaschine zu

$$l_{\sigma} = l_{\sigma,1} + l_{\sigma,2}. \quad (5.7)$$

Bei Betrachtung von realen Maschinen wäre zu beachten, dass die gesamte Statorwicklung nur zwei Stirnverbindungen beinhaltet. Gegenüber der Stirnstreuung von zwei einzelnen Maschinen entsteht somit eine geringere Streuinduktivität, was ausgehend von den Parametern der beiden Teilmaschinen gegebenenfalls zu berücksichtigen ist.

Zunächst werden rein formal die Raumzeiger der Statorflussverkettungen zusammengefasst zu

$$\underline{\psi}_S = \underline{\psi}_{S,1} + \underline{\psi}_{S,2}. \quad (5.8)$$

Damit gilt für den Statorflussverkettungsraumzeiger entsprechend (4.40) allgemein

$$\underline{\psi}_S = \underline{\psi}_{M,1} + \underline{\psi}_{M,2} + l_S \dot{\underline{i}}_S + l_{SR1} \dot{\underline{i}}_{R,1} + l_{SR2} \dot{\underline{i}}_{R,2}, \quad (5.9)$$

und für die Rotorflussverkettungen gilt analog zu Gleichung (4.41)

$$\underline{\psi}_{R,1} = \underline{\psi}_{M,1} + l_{SR1} \dot{\underline{i}}_S + l_{R1} \dot{\underline{i}}_{R,1} + l_{RR} \dot{\underline{i}}_{R,2}, \quad (5.10)$$

$$\underline{\psi}_{R,2} = \underline{\psi}_{M,2} + l_{SR2} \dot{\underline{i}}_S + l_{RR} \dot{\underline{i}}_{R,1} + l_{R2} \dot{\underline{i}}_{R,2}. \quad (5.11)$$

Dabei stellt  $l_{RR}$  eine vorhandene Kopplungsinduktivität zwischen den beiden Rotoren der Drehstromdoppelmaschine dar, worauf später noch genauer eingegangen wird.

Mit diesen Kenntnissen und mit den Gleichungen für die beiden untersuchten Arten der Teilmaschinen lassen sich die Raumzeigergleichungen der Drehstromdoppelmaschine in einem mit beliebiger Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem statorfesten Koordinatensystem rotierendem Koordinatensystem beschreiben. Aus der Kombination von ASM und PSM sind für diese Maschine drei Varianten denkbar:

- PM Synchronmaschine – PM Synchronmaschine
- Asynchronmaschine – PM Synchronmaschine
- Asynchronmaschine – Asynchronmaschine

## 5.2 Kombination PSM - PSM

Werden in den Stator zwei PM-erregte Rotoren eingebaut, handelt es sich nach dem vorgestellten Modell um die Serienschaltung zweier Synchronmaschinen. Wiederum sind die in den Gleichungen (5.2), (5.4) und (5.8) definierten Zusammenhänge gültig. Auch hier ist zu beachten, dass zufolge der beiden Teilmaschinen im allgemeinen keiner der beiden PM-erregten Rotoren wirklich synchron zur Durchflutung der dreisträngigen Statorwicklung rotieren kann. Damit dürfen auch in diesem Fall die in den Permanentmagneten der Rotoren induzierten Wirbelströme nicht vernachlässigt werden.

Für das mechanische Verhalten dieser Maschine gelten folgende Gleichungen:

für das mechanische Momentengleichgewicht:

$$\tau_{m,PSM1} \frac{d\omega_{m,PSM1}}{d\tau} = m_{R,PSM1} + m_{L,PSM1}, \quad (5.12)$$

$$\tau_{m,PSM2} \frac{d\omega_{m,PSM2}}{d\tau} = m_{R,PSM2} + m_{L,PSM2}, \quad (5.13)$$

für das erzeugte innere Moment:

$$m_{R,PSM1} = \Im \left\{ \underline{i}_{R,PSM1}^* \underline{\psi}_{R,PSM1} - (\underline{i}_S + \underline{i}_{R,PSM1})^* \underline{\psi}_{M,PSM1} \right\} \quad (5.14)$$

$$m_{R,PSM2} = \Im \left\{ \underline{i}_{R,PSM2}^* \underline{\psi}_{R,PSM2} - (\underline{i}_S + \underline{i}_{R,PSM2})^* \underline{\psi}_{M,PSM2} \right\} \quad (5.15)$$

In die Gleichung des Statorspannungsraumzeigers gehen die Aussagen über den ohmschen Widerstand (5.5), die Statorinduktivitäten (5.6) und (5.7) und über die Statorflussverkettung (5.8) ein, sodass

$$\underline{u}_S = r_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} + j\omega_k \underline{\psi}_S. \quad (5.16)$$

Die Statorflussverkettung besteht bei dieser Maschine aus folgenden Komponenten:

Aus einem Anteil hervorgerufen von der Selbstinduktivität der Statorwicklung, zwei Anteilen, hervorgerufen durch die Magnetisierung der beiden Rotoren und zwei Anteilen zufolge der in den Rotoren fließenden Ströme. Die Gleichung wird formal durch Einsetzen der Gleichung (4.40) in die Beziehung (5.8) definiert,

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_S = & l_{S,PSM1} \underline{i}_S + l_{SR,PSM1} \underline{i}_{R,PSM1} + \underline{\psi}_{M,PSM1} \\ & + l_{S,PSM2} \underline{i}_S + l_{SR,PSM2} \underline{i}_{R,PSM2} + \underline{\psi}_{M,PSM2}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Für die Rotorflussverkettung des ersten Rotors gilt analog zu Gleichung (4.49)

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM1}}{d\tau} &= \left[ -\frac{1}{\tau_{R,PSM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM1}) \right] \underline{\psi}_{R,PSM1} \\ &+ \frac{1}{\tau_{R,PSM1}} \left( \underline{\psi}_{M,PSM1} + l_{SR,PSM1} \dot{\underline{i}}_S \right), \end{aligned} \quad (5.18)$$

und für den zweiten Rotor gilt in gleicher Weise

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM2}}{d\tau} &= \left[ -\frac{1}{\tau_{R,PSM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM2}) \right] \underline{\psi}_{R,PSM2} \\ &+ \frac{1}{\tau_{R,PSM2}} \left( \underline{\psi}_{M,PSM2} + l_{SR,PSM2} \dot{\underline{i}}_S \right). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Wird die Statorspannungsgleichung (4.50) in die Definition (5.2) eingesetzt, ergibt sich für die gesamte Statorspannung der PSM-PSM-Kombination

$$\begin{aligned} \underline{u}_S &= r_{S,PSM1} \dot{\underline{i}}_S + l_{\sigma,PSM1} \frac{d\dot{\underline{i}}_S}{d\tau} \\ &+ \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM1}}{d\tau} + \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \right) j(\omega_{m,PSM1} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM1} \\ &+ j\omega_k \left[ \underline{\psi}_{M,PSM1} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \right) + \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \underline{\psi}_{R,PSM1} + l_{\sigma,PSM1} \dot{\underline{i}}_S \right] \\ &+ r_{S,PSM2} \dot{\underline{i}}_S + l_{\sigma,PSM2} \frac{d\dot{\underline{i}}_S}{d\tau} \\ &+ \frac{l_{SR,PSM2}}{l_{R,PSM2}} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM2}}{d\tau} + \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM2}}{l_{R,PSM2}} \right) j(\omega_{m,PSM2} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM2} \\ &+ j\omega_k \left[ \underline{\psi}_{M,PSM2} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM2}}{l_{R,PSM2}} \right) + \frac{l_{SR,PSM2}}{l_{R,PSM2}} \underline{\psi}_{R,PSM2} + l_{\sigma,PSM2} \dot{\underline{i}}_S \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

Diese allgemein formulierte Gleichung läßt sich für den praktischen Gebrauch vereinfachen, wenn von einer symmetrischen Maschine mit zwei baugleichen Rotoren ausgegangen wird. Dann nehmen die Impedanzen der beiden Teilmaschinen dieselben Werte an. Mit den Definitionen (5.5) und (5.6) läßt sich obige Gleichung vereinfacht darstellen,

$$\begin{aligned} \underline{u}_S &= r_S \dot{\underline{i}}_S + l_{\sigma} \frac{d\dot{\underline{i}}_S}{d\tau} + \frac{l_{SR}}{l_R} \left( \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM1}}{d\tau} + \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM2}}{d\tau} \right) \\ &+ \left( 1 - \frac{l_{SR}}{l_R} \right) \left( j(\omega_{m,PSM1} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,1} + j(\omega_{m,PSM2} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,2} \right) \\ &+ j\omega_k \left[ \left( 1 - \frac{l_{SR}}{l_R} \right) \left( \underline{\psi}_{M,1} + \underline{\psi}_{M,2} \right) + \frac{l_{SR}}{l_R} \left( \underline{\psi}_{R,PSM1} + \underline{\psi}_{R,PSM2} \right) + l_{\sigma} \dot{\underline{i}}_S \right] \end{aligned} \quad (5.21)$$

Es ist evident, dass sich eine Maschine mit zwei PM-erregten Rotoren wie eine PSM verhält, wenn die beiden Rotoren vom Betrag gleiche Magnetisierung aufweisen und weiters die Winkellagen und Winkelgeschwindigkeiten übereinstimmen. Unter diesen Voraussetzungen gilt in Gleichung (5.21) für die Rotorflussverkettungen

$$\underline{\psi}_{R,PSM1} = \underline{\psi}_{R,PSM2} = \underline{\psi}_R \quad (5.22)$$

und für die Permanentmagnetflussverkettungen

$$\underline{\psi}_{M,PSM1} + \underline{\psi}_{M,PSM2} = \underline{\psi}_M \quad (5.23)$$

Damit vereinfacht sich die Statorspannungsgleichung (5.21) zu

$$\begin{aligned} \underline{u}_S = r_S \underline{i}_S + l_\sigma \frac{d\underline{i}_S}{d\tau} + 2 \frac{l_{SR}}{l_R} \frac{d\underline{\psi}_R}{d\tau} + 2 \left( 1 - \frac{l_{SR}}{l_R} \right) j (\omega_m - \omega_k) \underline{\psi}_M \\ + j\omega_k \left[ 2 \left( 1 - \frac{l_{SR}}{l_R} \right) \underline{\psi}_M + 2 \frac{l_{SR}}{l_R} \underline{\psi}_R + l_\sigma \underline{i}_S \right], \end{aligned} \quad (5.24)$$

was der Spannungsgleichung (4.32) entspricht.

### 5.3 Kombination ASM - PSM

Im gegenständlichen Fall besitzt die Maschine zwei Rotoren, ein Rotor ist ein Kurzschlussläufer, der zweite Rotor ein Permanentmagnet-Rotor. Bei dieser Variante entstehen die beschreibenden Gleichungen aus der Serienschaltung einer ASM und einer PSM.

Diese werden unter den in den Gleichungen (5.4), (5.2) und (5.8) definierten Bedingungen aus den Modellen der Asynchronmaschine und der Permanentmagnet-Synchronmaschine gewonnen.

Unter Verwendung der Flussverkettungsgleichung (5.9) ergeben die Statorspannungsgleichungen (4.15) und (4.32) eingesetzt in Gleichung (5.2) den Ausdruck

$$\underline{u}_S = r_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} + j\omega_k \underline{\psi}_S \quad (5.25)$$

Die Statorflussverkettung wird dabei unter Berücksichtigung des Ansatzes (5.9) aus vier Komponenten zusammengestellt:

Aus dem von der Selbstinduktivität (5.6) des Stators herrührenden Anteil, aus dem von der Magnetisierung der an einem Rotor angebrachten Permanentmagnete kommenden

Anteil gemäß Gleichung (4.28) und aus dem Anteil zufolge der in beiden Rotoren angenommenen Rotorströme (4.20) und (4.45),

$$\underline{\psi}_S = \underline{\psi}_{M,PSM} + l_S \dot{i}_S + l_{SR,ASM} \dot{i}_{R,ASM} + l_{SR,PSM} \dot{i}_{R,PSM}. \quad (5.26)$$

Im Gegensatz zur Gleichung (4.35) geht bei der Drehstromdoppelmachine nicht die gesamte Statorflussverkettung in die Momentenbildung ein, sondern nur der Anteil der mit dem jeweiligen Rotor verkettet ist. Dieser Anteil ist jedenfalls von außen nicht exakt bestimmbar. Aus diesem Grund wird bevorzugt, das Moment durch den Rotorstrom und die Rotorflussverkettung zu beschreiben.

Die das mechanische Verhalten der beiden Rotoren unter den genannten Voraussetzungen beschreibenden Gleichungen sind wie folgend:

für das mechanische Momentengleichgewicht

$$\tau_{m,ASM} \frac{d\omega_{m,ASM}}{d\tau} = m_{R,ASM} + m_{L,ASM}, \quad (5.27)$$

$$\tau_{m,PSM} \frac{d\omega_{m,PSM}}{d\tau} = m_{R,PSM} + m_{L,PSM}, \quad (5.28)$$

für das erzeugte innere Moment:

$$m_{R,ASM} = \Im \left\{ \dot{i}_{R,ASM}^* \underline{\psi}_{R,ASM} \right\}, \quad (5.29)$$

$$m_{R,PSM} = \Im \left\{ \dot{i}_{R,PSM}^* \underline{\psi}_{R,PSM} - (\dot{i}_S + \dot{i}_{R,PSM})^* \underline{\psi}_M \right\}. \quad (5.30)$$

Dabei wird der Zusammenhang zwischen Rotorlage und Winkelgeschwindigkeit des PM-Rotors durch Gleichung (4.29) beschrieben.

Die Statorflussverkettung erhält unter Berücksichtigung von Gleichung (4.24), (4.46) sowie der Beziehung (5.8) die Form

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_S = & l_{\sigma,ASM} \dot{i}_S + \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \underline{\psi}_{R,ASM} \\ & + l_{\sigma,PSM} \dot{i}_S + \underline{\psi}_{M,PSM} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) + \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \underline{\psi}_{R,PSM}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Die Rotorflussverkettung des Kurzschlussrotors entspricht der Gleichung (4.26)

$$\frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} = \left[ -\frac{1}{\tau_{R,ASM}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \right] \underline{\psi}_{R,ASM} + \frac{l_{SR,ASM}}{\tau_{R,ASM}} \dot{i}_S. \quad (5.32)$$

Für den PM-erregten Rotor wird entsprechend Gleichung (4.49) die Rotorflussverkettung

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} &= \left[ -\frac{1}{\tau_{R,PSM}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \right] \underline{\psi}_{R,PSM} \\ &+ \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \left( \underline{\psi}_{M,PSM} + l_{SR,PSM} \dot{i}_S \right). \end{aligned} \quad (5.33)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (4.25) und (4.50) in die Gesamtspannung (5.25) ergibt sich für die Statorspannung der Kombination ASM-PSM

$$\begin{aligned} \underline{u}_{S,ASM} &= r_{S,ASM} \dot{i}_S + l_{\sigma,ASM} \frac{d\dot{i}_S}{d\tau} \\ &+ \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} + j\omega_k \left[ \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \underline{\psi}_{R,ASM} + l_{\sigma,ASM} \dot{i}_S \right] \\ &+ r_{S,PSM} \dot{i}_S + l_{\sigma,PSM} \frac{d\dot{i}_S}{d\tau} \\ &+ \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} + \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) j(\omega_{m,PSM} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM} \\ &+ j\omega_k \left[ \underline{\psi}_{M,PSM} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) + \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \underline{\psi}_{R,PSM} + l_{\sigma,PSM} \dot{i}_S \right]. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Exemplarisch werden anhand dieser Spannungsgleichung die Beziehungen für die Maschinenkenngrößen der Teilmaschinen (5.5), (5.6) und (5.7) in die Gleichung eingesetzt. Damit ergibt sich gleichbedeutend zu obiger Gleichung

$$\begin{aligned} \underline{u}_{S,ASM} &= r_S \dot{i}_S + l_{\sigma} \frac{d\dot{i}_S}{d\tau} + j\omega_k l_{\sigma} \dot{i}_S \\ &+ \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} + j\omega_k \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \underline{\psi}_{R,ASM} \\ &+ \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} + \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) j(\omega_{m,PSM} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM} \\ &+ j\omega_k \left[ \underline{\psi}_{M,PSM} \left( 1 - \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \right) + \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \underline{\psi}_{R,PSM} \right]. \end{aligned} \quad (5.35)$$

Ein stark vereinfachtes Modell ergibt sich durch Vernachlässigung der im PM-erregten Rotor auftretenden Ströme zufolge der Relativbewegung zur Statordurchflutung. Für die Statorflussverkettung des ASM-Teiles der Maschine wird Gleichung (4.17a) unter Berücksichtigung der Definition (4.2) benutzt,

$$\underline{\psi}_{S,ASM} = l_{S,ASM} \dot{i}_S + l_{SR,ASM} \dot{i}_{R,ASM}. \quad (5.36)$$

Unter Annahme von  $\underline{i}_{R,PSM} = 0$  gilt für die Statorflussverkettung der Teilmaschine mit dem PM-erregten Rotor die Beziehung (4.40).

$$\underline{\psi}_{S,PSM} = \underline{\psi}_{M,PSM} + l_{S,PSM} \underline{i}_S. \quad (5.37)$$

Damit folgt aus der Definition (5.6) und der in Gleichung (5.8) definierten Addition für die Statorflussverkettung

$$\underline{\psi}_S = \underline{\psi}_{M,PSM} + l_S \underline{i}_S + l_{SR,ASM} \underline{i}_{R,ASM} \quad (5.38)$$

entsprechend der Zusammensetzung aus dem Statorstromanteil und den betreffenden Anteilen der Rotoren beider Teilmaschinen.

## 5.4 Kombination ASM - ASM

Um die bei der Ausführung der Drehstromdoppelmaschine möglichen Kombinationen zu vervollständigen, wird abschließend die Ausführung mit zwei Kurzschlussläufern beschrieben, obgleich die praktische Bedeutung eher gering sein wird. Wie bei den bereits vorgestellten Varianten gilt auch in diesem Fall für das mechanische Momentengleichgewicht

$$\tau_{m,ASM1} \frac{d\omega_{m,ASM1}}{d\tau} = m_{R,ASM1} + m_{L,ASM1}, \quad (5.39)$$

$$\tau_{m,ASM2} \frac{d\omega_{m,ASM2}}{d\tau} = m_{R,ASM2} + m_{L,ASM2} \quad (5.40)$$

und für das erzeugte innere Moment:

$$m_{R,ASM1} = \Im \left( \underline{i}_{R,ASM1}^* \underline{\psi}_{R,ASM1} \right), \quad (5.41)$$

$$m_{R,ASM2} = \Im \left( \underline{i}_{R,ASM2}^* \underline{\psi}_{R,ASM2} \right). \quad (5.42)$$

Die Statorflussverkettung wird mit den Gleichungen (4.17a) und (5.8) zu

$$\underline{\psi}_S = l_{S,ASM1} \underline{i}_S + l_{SR,ASM1} \underline{i}_{R,ASM1} + l_{S,ASM2} \underline{i}_S + l_{SR,ASM2} \underline{i}_{R,ASM2}, \quad (5.43)$$

über Gleichung (5.6) gleichbedeutend mit

$$\underline{\psi}_S = l_S \underline{i}_S + l_{SR,ASM1} \underline{i}_{R,ASM1} + l_{SR,ASM2} \underline{i}_{R,ASM2}. \quad (5.44)$$

Für die Statorspannung gilt somit

$$\begin{aligned}
 \underline{u}_S &= r_{S,ASM1} \dot{\underline{i}}_S + l_{\sigma,ASM1} \frac{d\dot{\underline{i}}_S}{d\tau} + \frac{l_{SR,ASM1}}{l_{R,ASM1}} \frac{d\psi_{R,ASM1}}{d\tau} \\
 &+ j\omega_k \left( \frac{l_{SR,ASM1}}{l_{R,ASM1}} \psi_{R,ASM1} + l_{\sigma,ASM1} \dot{\underline{i}}_S \right) \\
 &+ r_{S,ASM2} \dot{\underline{i}}_S + l_{\sigma,ASM2} \frac{d\dot{\underline{i}}_S}{d\tau} + \frac{l_{SR,ASM2}}{l_{R,ASM2}} \frac{d\psi_{R,ASM2}}{d\tau} \\
 &+ j\omega_k \left( \frac{l_{SR,ASM2}}{l_{R,ASM2}} \psi_{R,ASM2} + l_{\sigma,ASM2} \dot{\underline{i}}_S \right),
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

oder mit den Gleichungen (5.5) und (5.7)

$$\begin{aligned}
 \underline{u}_S &= r_S \dot{\underline{i}}_S + l_{\sigma} \frac{d\dot{\underline{i}}_S}{d\tau} + j\omega_k l_{\sigma} \dot{\underline{i}}_S \\
 &+ \frac{l_{SR,ASM1}}{l_{R,ASM1}} \frac{d\psi_{R,ASM1}}{d\tau} + j\omega_k \frac{l_{SR,ASM1}}{l_{R,ASM1}} \psi_{R,ASM1} \\
 &+ \frac{l_{SR,ASM2}}{l_{R,ASM2}} \frac{d\psi_{R,ASM2}}{d\tau} + j\omega_k \frac{l_{SR,ASM2}}{l_{R,ASM2}} \psi_{R,ASM2}.
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

Für die Rotorflussverkettungen gilt entsprechend Gleichung (4.17b)

$$\frac{d\psi_{R,ASM1}}{d\tau} = \left[ -\frac{1}{\tau_{R,ASM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM1}) \right] \psi_{R,ASM1} + \frac{l_{SR,ASM1}}{\tau_{R,ASM1}} \dot{\underline{i}}_S, \tag{5.47}$$

$$\frac{d\psi_{R,ASM2}}{d\tau} = \left[ -\frac{1}{\tau_{R,ASM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM2}) \right] \psi_{R,ASM2} + \frac{l_{SR,ASM2}}{\tau_{R,ASM2}} \dot{\underline{i}}_S \tag{5.48}$$

## 5.5 Drehmoment der Drehstromdoppelmachine

Wird ein PM-Rotor in der Drehstromdoppelmachine betrieben, werden zufolge der asynchronen Komponenten der Statordurchflutung in diesem Rotorströme auftreten, die einen Anteil am entwickelten Drehmoment haben. Daher ist in diesem Fall das Drehmoment eines solchen Rotors mit Gleichung (4.39) zu ermitteln.

Im Folgenden wird nun eine magnetische Kopplung  $l_{RR}$  der beiden Rotoren berücksichtigt. Die Rotorkopplung beeinflusst zwar nicht das gesamte Momentengleichgewicht in der Maschine, nimmt aber Einfluss auf das von einem Rotor entwickelte Drehmoment. Wie gezeigt wird, besteht auch in der Drehstromdoppelmachine zwischen dem Stator und den beiden Rotoren ein Momentengleichgewicht unabhängig einer gegenseitigen Rotorkopplung.



### 5.5.1 Momentengleichgewicht zwischen Stator und Rotoren

Ausgehend von den schon angeführten Flussverkettungsgleichungen (4.40) und (4.41) wird eine Kopplung zwischen den beiden Rotoren berücksichtigt. Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich die drei, die Flussverhältnisse innerhalb der Maschine beschreibenden, Gleichungen zu

$$\underline{\psi}_S - \underline{\psi}_{M,1} - \underline{\psi}_{M,2} = l_S \underline{i}_S + l_{SR1} \underline{i}_{R,1} + l_{SR2} \underline{i}_{R,2}, \quad (5.49)$$

$$\underline{\psi}_{R,1} - \underline{\psi}_{M,1} = l_{SR1} \underline{i}_S + l_{R1} \underline{i}_{R,1} + l_{RR} \underline{i}_{R,2}, \quad (5.50)$$

$$\underline{\psi}_{R,2} - \underline{\psi}_{M,2} = l_{SR2} \underline{i}_S + l_{RR} \underline{i}_{R,1} + l_{R2} \underline{i}_{R,2}, \quad (5.51)$$

Nun wird noch eine Beziehung für das Momentengleichgewicht zwischen dem Stator und den beiden Rotoren postuliert,

$$-\Im \left\{ \underline{i}_S^* \underline{\psi}_S \right\} = \Im \left\{ \underline{i}_{R,1}^* \underline{\psi}_{R,1} - (\underline{i}_S + \underline{i}_{R,1})^* \underline{\psi}_{M,1} \right\} + \Im \left\{ \underline{i}_{R,2}^* \underline{\psi}_{R,2} - (\underline{i}_S + \underline{i}_{R,2})^* \underline{\psi}_{M,2} \right\} \quad (5.52)$$

oder gleichbedeutend mit

$$\Im \left\{ \underline{i}_{R,1}^* \left( \underline{\psi}_{R,1} - \underline{\psi}_{M,1} \right) + \underline{i}_{R,2}^* \left( \underline{\psi}_{R,2} - \underline{\psi}_{M,2} \right) + \underline{i}_S^* \left( \underline{\psi}_S - \underline{\psi}_{M,1} - \underline{\psi}_{M,2} \right) \right\} = 0. \quad (5.53)$$

Einsetzen der Gleichungen (5.49), (5.50) und (5.51) in den obigen Ausdruck führt auf die Gleichung

$$\begin{aligned} & \Im \left\{ \underline{i}_{R,1}^* \left( l_{SR1} \underline{i}_S + l_{R1} \underline{i}_{R,1} + l_{RR} \underline{i}_{R,2} \right) + \underline{i}_{R,2}^* \left( l_{SR2} \underline{i}_S + l_{R2} \underline{i}_{R,2} + l_{RR} \underline{i}_{R,1} \right) \right. \\ & \quad \left. + \underline{i}_S^* \left( l_S \underline{i}_S + l_{SR1} \underline{i}_{R,1} + l_{SR2} \underline{i}_{R,2} \right) \right\} = 0, \\ & \Im \left\{ l_{R1} \underline{i}_{R,1}^* \underline{i}_{R,1} + l_{R2} \underline{i}_{R,2}^* \underline{i}_{R,2} + l_S \underline{i}_S^* \underline{i}_S + l_{RR} \left( \underline{i}_{R,1}^* \underline{i}_{R,2} + \underline{i}_{R,2}^* \underline{i}_{R,1} \right) \right. \\ & \quad \left. + l_{SR1} \left( \underline{i}_{R,1}^* \underline{i}_S + \underline{i}_S^* \underline{i}_{R,1} \right) + l_{SR2} \left( \underline{i}_{R,2}^* \underline{i}_S + \underline{i}_S^* \underline{i}_{R,2} \right) \right\} = 0, \end{aligned} \quad (5.54)$$

womit das Gleichgewicht (5.53) unabhängig von einer Kopplung der Rotoren bewiesen ist.

### 5.5.2 Einfluss der Rotorkopplung auf das Drehmoment

Wie oben gezeigt, beeinflusst eine magnetische Kopplung der Rotorströme der beiden Rotoren nicht das gesamte Drehmomentgleichgewicht. Hingegen wird jedoch das Drehmoment eines Rotors durch die Kopplung verändert. Entsprechend dem allgemeinen Drehmoment (4.39) entsteht zusammen mit den Flussverkettungen (5.50) und (5.51) in jedem

Rotor ein zusätzlicher Drehmomentanteil gemäß

$$m_{i,RR} = +\Im \left\{ l_{RR} i_{R,1}^* i_{R,2} \right\} \quad (5.55)$$

Dieser Ausdruck verdeutlicht, dass es unter gewissen Bedingungen zu einer Beeinflussung des vom Rotor entwickelten Moments kommt. Eine notwendige Bedingung ist zunächst die Existenz einer magnetischen Rotorkopplung  $l_{RR}$ . Wird diese Kopplung berücksichtigt, ist das Vorhandensein eines Rotorstroms im betrachteten Rotor eine Voraussetzung für eine Beeinflussung durch den zweiten Rotor. Das bedeutet umgekehrt, dass ein stromloser Rotor auch bei Vorhandensein einer magnetischen Kopplung in seiner Drehmomentbildung von den Strömen des zweiten Rotors nicht beeinflusst wird.

## 5.6 Ergänzende Bemerkungen zu den möglichen Varianten

In diesem Kapitel wurden die drei bei der Drehstromdoppelmaschine möglichen Rotorkombinationen aus PM-Rotor und Kurzschlussläufer diskutiert. Ausgehend von den Gleichungen, welche die beiden Maschinentypen im klassischen Betrieb beschreiben, sind die Gleichungen zur Beschreibung der Drehstromdoppelmaschine hergeleitet worden.

Grundsätzlich ist festzuhalten, dass beim asynchronen Betrieb in der Drehstromdoppelmaschine ein PM-Rotor sich wie das mit einem Dämpferkäfig ausgestattete Polrad einer Synchronmaschine verhält. Im gegenständlichen Fall werden durch die aufgrund der Asynchronität zum Statorfeld im Rotor induzierten Spannungen parasitäre Ströme insbesondere in den Permanentmagneten des Rotors hervorgerufen, welche die Verluste erhöhen.

Das Modell der Drehstromdoppelmaschine kann allgemein durch das Modell der PSM-PSM-Kombination aufgebaut werden. In diesem Modell werden alle die Flussverkettungen zufolge der Permanentmagnete enthaltenden Ausdrücke eliminiert, wenn der betreffende Rotor nicht mit Magneten ausgestattet ist. Daraus ergibt sich dann ohne Rechnung eine Beziehung für einen Kurzschlussläufer, wie dies bereits am Ende des Kapitels 4.2 erläutert wurde. Diese Vorgangsweise wird später in den folgenden Simulationsmodellen einheitlich verfolgt.

## Kapitel 6

# Die Drehstromdoppelmachine im eingeschwungenen Zustand

### 6.1 Einleitung

Die im vorigen Kapitel vorgestellten Modelle der Drehstromdoppelmachine werden durch inhomogene Differentialgleichungen beschrieben. In diesem Kapitel wird nun die Lösung dieser Gleichungen für den stationären Betriebszustand der Drehstromdoppelmachine mit konstanten Drehzahlen der beiden Rotoren abgeleitet. Dabei besteht der Statorstrom  $\underline{i}_S$  aus zwei Komponenten, welche zu den zwei, im allgemeinen verschiedenen Drehzahlen zugehörig, entsprechende Grundswingungsfrequenzen besitzen. Die zufolge der Stromrichterspeisung auftretenden Oberschwingungen werden in der Folge vernachlässigt. Es wird nur mit den beiden Grundswingungsfrequenzen gerechnet. Weiters werden Nichtlinearitäten in den Maschinenparametern nicht berücksichtigt.

Im mit  $\omega_k$  rotierenden Koordinatensystem gilt für den Statorstrom mit den zwei Grundswingungsfrequenzen, wenn die Indizes 1 und 2 die beiden Teilmaschinen kennzeichnen,

$$\underline{i}_S = \underline{i}_{S,1} e^{j(\omega_{S,1} - \omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,2} e^{j(\omega_{S,2} - \omega_k)\tau}. \quad (6.1)$$

Dabei bezeichnen  $\omega_{S,1}$  und  $\omega_{S,2}$  die Grundswingungsfrequenzen für beide Teilmaschinen. Zuzufolge der angenommenen Linearität des gesamten Systems werden alle Größen eine entsprechende Abhängigkeit mit zwei ausgezeichneten Frequenzkomponenten besitzen. Insbesondere gilt für die Statorspannung

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{S,1} e^{j(\omega_{S,1} - \omega_k)\tau} + \underline{u}_{S,2} e^{j(\omega_{S,2} - \omega_k)\tau}. \quad (6.2)$$

Dabei stellen  $\underline{u}_{S,1}$  und  $\underline{u}_{S,2}$  die Anteile der Statorspannung entsprechend den zwei Grundschwingungsfrequenzen  $\omega_{S,1}$  und  $\omega_{S,2}$  dar. Zuzufolge des Statorstroms (6.1) mit zwei Frequenzkomponenten bilden beide Teilmaschinen jeweils zwei Spannungsanteile mit unterschiedlichen Frequenzen aus. Die Gesamtspannung aus den beiden Teilmaschinen enthält somit insgesamt vier Anteile, welche in (6.2) gemäß den Anregungsfrequenzen zusammengefasst sind.

## 6.2 Kombination PSM - PSM

Werden die einleitend definierten Gleichungen für die Verwendung mit der PSM-PSM-Kombination modifiziert, gilt für den Statorstromraumzeiger

$$\underline{i}_S = \underline{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1}-\omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2}-\omega_k)\tau}, \quad (6.3)$$

und für den Statorspannungsraumzeiger

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1}-\omega_k)\tau} + \underline{u}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2}-\omega_k)\tau}. \quad (6.4)$$

Wie erwähnt, bezeichnen  $\underline{u}_{S,PM1}$  und  $\underline{u}_{S,PM2}$  die Komponenten entsprechend den beiden Frequenzanteilen in der Gesamtspannung und nicht die fiktiven Teilspannungen der beiden Teilmaschinen!

Für die Bestimmung der Rotorflussverkettung des PM-erregten Rotors wird der Statorstrom (6.3) verwendet. Damit ergibt die Umformung der Differentialgleichung (5.33) unter Berücksichtigung von Gleichung (6.3) mit  $i = 1, 2$

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSMi}}{d\tau} + \left[ \frac{1}{\tau_{R,PSMi}} + j(\omega_k - \omega_{m,PSMi}) \right] \underline{\psi}_{R,PSMi} &= \\ = \frac{1}{\tau_{R,PSMi}} \underline{\psi}_{M,PSMi} + \frac{l_{SR,PSMi}}{\tau_{R,PSMi}} \left[ \underline{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1}-\omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2}-\omega_k)\tau} \right] \end{aligned} \quad (6.5)$$

Für die mechanischen Rotorlagen gilt unter Annahme von konstanten Drehzahlen

$$\gamma_{m,PSM1} = \gamma_{01} + \omega_{m,PSM1} \tau, \quad (6.6)$$

$$\gamma_{m,PSM2} = \gamma_{02} + \omega_{m,PSM2} \tau. \quad (6.7)$$

Für die Flussverkettungen der Permanentmagnete gilt somit

$$\underline{\psi}_{M,PSM1} = \psi_{M,1} e^{j(\gamma_{01} + (\omega_{m,PSM1} - \omega_k)\tau)}, \quad (6.8)$$

$$\underline{\psi}_{M,PSM2} = \psi_{M,2} e^{j(\gamma_{02} + (\omega_{m,PSM2} - \omega_k)\tau)}. \quad (6.9)$$

Nun erfolgt in Anlehnung an die bei der Bestimmung der Stromortskurven in der komplexen Ebene auftretenden Ausdrücke noch die Definition der Faktoren

$$C_{PSM1}^{(PM1)} = \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM1})\tau_{R,PSM1}}, \quad (6.10a)$$

$$C_{PSM1}^{(PM2)} = \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM1})\tau_{R,PSM1}} \quad (6.10b)$$

für den ersten Rotor und analog dazu für den zweiten Rotor

$$C_{PSM2}^{(PM1)} = \frac{l_{SR,PSM2}}{l_{R,PSM2}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM2})\tau_{R,PSM2}}, \quad (6.11a)$$

$$C_{PSM2}^{(PM2)} = \frac{l_{SR,PSM2}}{l_{R,PSM2}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM2})\tau_{R,PSM2}} \quad (6.11b)$$

Die Begründung für die Wahl der Faktoren wird ebenso wie der ausführliche Rechengang im Anhang B gezeigt.

Mit den definierten Abkürzungen (6.10) und (6.11) ergibt sich als Lösung der Gleichung (6.5) der Ausdruck

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,PSM1}(\tau) &= \underline{\psi}_{R,PSM1}(0) e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,PSM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM1})\right]\tau} \\ &+ \psi_{M1} e^{j(\gamma_{m,PSM1} - \omega_k \tau)} - \psi_{M1} e^{j\gamma_{01}} e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,PSM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM1})\right]\tau} \\ &- \left\{ C_{PSM1}^{(PM1)} l_{R,PSM1} \dot{i}_{S,PM1} + C_{PSM1}^{(PM2)} l_{R,PSM1} \dot{i}_{S,PM2} \right\} e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,PSM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM1})\right]\tau} \\ &+ \left\{ C_{PSM1}^{(PM1)} l_{R,PSM1} \dot{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1} - \omega_k)\tau} + C_{PSM1}^{(PM2)} l_{R,PSM1} \dot{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2} - \omega_k)\tau} \right\} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Die Gleichung des anderen Rotors ist formal gleich, natürlich sind die Indizes  $PSM1$  entsprechend gegen  $PSM2$  zu tauschen. Dafür gilt

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,PSM2}(\tau) &= \underline{\psi}_{R,PSM2}(0) e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,PSM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM2})\right]\tau} \\ &+ \psi_{M2} e^{j(\gamma_{m,PSM2} - \omega_k \tau)} - \psi_{M2} e^{j\gamma_{02}} e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,PSM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM2})\right]\tau} \\ &- \left\{ C_{PSM2}^{(PM1)} l_{R,PSM2} \dot{i}_{S,PM1} + C_{PSM2}^{(PM2)} l_{R,PSM2} \dot{i}_{S,PM2} \right\} e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,PSM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM2})\right]\tau} \\ &+ \left\{ C_{PSM2}^{(PM1)} l_{R,PSM2} \dot{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1} - \omega_k)\tau} + C_{PSM2}^{(PM2)} l_{R,PSM2} \dot{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2} - \omega_k)\tau} \right\} \end{aligned} \quad (6.13)$$

Der Rotorstrom des einen Rotors ergibt sich durch Einsetzen der Rotorflussverkettung (6.12) in die Gleichung (4.45). Damit wird für den ersten Rotorstromraumzeiger im sta-

tionären Zustand geschrieben

$$\begin{aligned} \underline{i}_{R,PSM1} &= C_{PSM1}^{(PM1)} [-j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM1})\tau_{R,PSM1}] \underline{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1} - \omega_k)\tau} \\ &+ C_{PSM1}^{(PM2)} [-j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM1})\tau_{R,PSM1}] \underline{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2} - \omega_k)\tau}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Für den zweiten Rotorstromraumzeiger gilt

$$\begin{aligned} \underline{i}_{R,PSM2} &= C_{PSM2}^{(PM1)} [-j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM2})\tau_{R,PSM2}] \underline{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1} - \omega_k)\tau} \\ &+ C_{PSM2}^{(PM2)} [-j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM2})\tau_{R,PSM2}] \underline{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2} - \omega_k)\tau}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Durch Einsetzen der Beziehungen für die Rotorflussverkettungen (6.12) und (6.13) sowie der Beziehungen für die Rotorströme (6.14) und (6.15) in die Gleichung der Statorspannung (5.20) ergibt sich die Statorspannung im stationären Zustand

$$\begin{aligned} \underline{u}_S &= j(\omega_{m,PSM1} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM1} + j(\omega_{m,PSM2} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM2} \\ &+ \underline{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1} - \omega_k)\tau} \cdot \{r_{S,PSM1} + r_{S,PSM2}\} \\ &+ \underline{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2} - \omega_k)\tau} \cdot \{r_{S,PSM1} + r_{S,PSM2}\} \\ &+ \underline{i}_{S,PM1} e^{j(\omega_{S,PM1} - \omega_k)\tau} \cdot j(\omega_{S,PM1} - \omega_k) \left\{ l_{S,PSM1} K_{PSM1}^{(PM1)} + l_{S,PSM2} K_{PSM2}^{(PM1)} \right\} \\ &+ \underline{i}_{S,PM2} e^{j(\omega_{S,PM2} - \omega_k)\tau} \cdot j(\omega_{S,PM2} - \omega_k) \left\{ l_{S,PSM1} K_{PSM1}^{(PM2)} + l_{S,PSM2} K_{PSM2}^{(PM2)} \right\} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Dabei wurden die Ausdrücke

$$K_{PSM1}^{(PM1)} = \frac{1 + j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM1})\sigma_{PSM1}\tau_{R,PSM1}}{1 + j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM1})\tau_{R,PSM1}}, \quad (6.17a)$$

$$K_{PSM1}^{(PM2)} = \frac{1 + j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM1})\sigma_{PSM1}\tau_{R,PSM1}}{1 + j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM1})\tau_{R,PSM1}} \quad (6.17b)$$

und

$$K_{PSM2}^{(PM1)} = \frac{1 + j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM2})\sigma_{PSM2}\tau_{R,PSM2}}{1 + j(\omega_{S,PM1} - \omega_{m,PSM2})\tau_{R,PSM2}}, \quad (6.18a)$$

$$K_{PSM2}^{(PM2)} = \frac{1 + j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM2})\sigma_{PSM2}\tau_{R,PSM2}}{1 + j(\omega_{S,PM2} - \omega_{m,PSM2})\tau_{R,PSM2}} \quad (6.18b)$$

verwendet. Ebenso wie bei den Abkürzungen (6.10) und (6.11) wird hier auf ergänzende Bemerkungen im Anhang B verwiesen.

Im Übrigen ergibt sich hier bei Betrachtung der Grundschwingungen wegen der Relationen  $\omega_{S,PM1} = \omega_{m,PSM1}$  und  $\omega_{S,PM2} = \omega_{m,PSM2}$

$$K_{PSM1}^{(PM1)} = 1, \quad K_{PSM2}^{(PM2)} = 1. \quad (6.19)$$

In den Gleichungen der Rotorströme (6.14) und (6.15) verschwinden damit die Eigenanteile. Das bedeutet, dass bei Vernachlässigung der Oberschwingungsströme in einem Rotor Wirbelströme nur als Folge des anderen Statorstromanteiles auftreten.

### 6.3 Kombination ASM - PSM

Die Anpassung der Gleichungen (6.1) und (6.2) an die ASM-PSM Kombination liefert für Statorstromraumzeiger und Statorspannungsraumzeiger

$$\underline{i}_S = \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau}, \quad (6.20)$$

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} + \underline{u}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau}. \quad (6.21)$$

Ausgehend von Differentialgleichung (5.32) für die Rotorflussverkettung des Kurzschlussläufers liefert das Einsetzen des Statorstroms (6.20) jetzt

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,ASM}}{d\tau} + \left[ \frac{1}{\tau_{R,ASM}} + j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \right] \underline{\psi}_{R,ASM} &= \\ &= \frac{l_{SR,ASM}}{\tau_{R,ASM}} \left[ \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau} \right]. \end{aligned} \quad (6.22)$$

In ähnlicher Weise wie bei den Ausdrücken (6.10) und (6.11) erfolgt die Definition zweier Faktoren

$$C_{ASM}^{(IM)} = \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM})\tau_{R,ASM}}, \quad (6.23a)$$

$$C_{ASM}^{(PM)} = \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,ASM})\tau_{R,ASM}}. \quad (6.23b)$$

Damit ergibt sich in Analogie zu (6.12) die Lösung für den Rotorflussraumzeiger:

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,ASM}(\tau) &= \underline{\psi}_{R,ASM}(0) e^{-\left[ \frac{1}{\tau_{R,ASM}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \right]\tau} - \\ &- \left[ C_{ASM}^{(IM)} l_{R,ASM} \underline{i}_{S,IM} + C_{ASM}^{(PM)} l_{R,ASM} \underline{i}_{S,PM} \right] e^{-\left[ \frac{1}{\tau_{R,ASM}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \right]\tau} + \\ &+ \left[ C_{ASM}^{(IM)} l_{R,ASM} \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} + C_{ASM}^{(PM)} l_{R,ASM} \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau} \right]. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Diese Lösung entspricht der Gleichung (6.12), wobei die Flussverkettungen zufolge der am Rotor angebrachten Permanentmagnete zu Null gesetzt sind.

Nach dem Einsetzen des Ergebnisses aus Gleichung (6.24) in (4.20) ergibt sich im stationären Zustand für den Rotorstrom der Asynchronmaschine

$$\begin{aligned} \underline{i}_{R,ASM} &= C_{ASM}^{(IM)} [-j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM})\tau_{R,ASM}] \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} \\ &+ C_{ASM}^{(PM)} [-j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,ASM})\tau_{R,ASM}] \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau}. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Für die Bestimmung der Rotorflussverkettung des PM-erregten Rotors wird der Statorstrom (6.20) verwendet. Damit lautet die Umformung der Differentialgleichung (5.33) unter Berücksichtigung von Gleichung (6.20) jetzt

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\psi}_{R,PSM}}{d\tau} + \left[ \frac{1}{\tau_{R,PSM}} + j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \right] \underline{\psi}_{R,PSM} = \\ = \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \underline{\psi}_{M,PSM} + \frac{l_{SR,PSM}}{\tau_{R,PSM}} \left[ \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau} \right]. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Mit der Definition

$$\gamma_{m,PSM} = \gamma_0 + \omega_{m,PSM} \tau \quad (6.27)$$

und den Faktoren

$$C_{PSM}^{(IM)} = \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,PSM})\tau_{R,PSM}}, \quad (6.28a)$$

$$C_{PSM}^{(PM)} = \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,PSM})\tau_{R,PSM}} \quad (6.28b)$$

ergibt sich als Lösung analog zu Gleichung (6.14) den Rotorflussraumzeiger

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,PSM}(\tau) = \underline{\psi}_{R,PSM}(0) e^{-\left[ \frac{1}{\tau_{R,PSM}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \right] \tau} \\ + \underline{\psi}_M e^{j(\gamma_{m,PSM} - \omega_k \tau)} - \underline{\psi}_M e^{j\gamma_0} e^{-\left[ \frac{1}{\tau_{R,PSM}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \right] \tau} \\ - \left\{ C_{PSM}^{(IM)} l_{R,PSM} \underline{i}_{S,IM} + C_{PSM}^{(PM)} l_{R,PSM} \underline{i}_{S,PM} \right\} e^{-\left[ \frac{1}{\tau_{R,PSM}} - j(\omega_k - \omega_{m,PSM}) \right] \tau} \\ + C_{PSM}^{(IM)} l_{R,PSM} \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} + C_{PSM}^{(PM)} l_{R,PSM} \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau}. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Der Rotorstrom dieses Rotors ergibt sich durch Einsetzen der obigen Lösung in (4.45) in gleicher Weise wie bei Gleichung (6.25) zu

$$\begin{aligned} \underline{i}_{R,PSM} = C_{PSM}^{(IM)} [-j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,PSM})\tau_{R,PSM}] \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} \\ + C_{PSM}^{(PM)} [-j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,PSM})\tau_{R,PSM}] \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Es wird nun die Statorspannung im eingeschwungenen Zustand formuliert. Die Beziehungen für den Statorstrom (6.20) und für die Rotorflussverkettungen (6.24) und (6.29) werden in Gleichung (5.34) eingesetzt. Nach der Rechnung ergibt sich mit den Abkürzungen

$$K_{ASM}^{(IM)} = \frac{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM})\sigma_{ASM}\tau_{R,ASM}}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM})\tau_{R,ASM}} \quad (6.31a)$$

$$K_{ASM}^{(PM)} = \frac{1 + j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,ASM})\sigma_{ASM}\tau_{R,ASM}}{1 + j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,ASM})\tau_{R,ASM}} \quad (6.31b)$$



$$K_{PSM}^{(IM)} = \frac{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,PSM})\sigma_{PSM}\tau_{R,PSM}}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,PSM})\tau_{R,PSM}} \quad (6.32a)$$

$$K_{PSM}^{(PM)} = \frac{1 + j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,PSM})\sigma_{PSM}\tau_{R,PSM}}{1 + j(\omega_{S,PM} - \omega_{m,PSM})\tau_{R,PSM}} \quad (6.32b)$$

die Statorspannung

$$\begin{aligned} \underline{u}_S &= j(\omega_{m,PSM} - \omega_k) \underline{\psi}_{M,PSM} \\ &+ \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} \cdot \{r_{S,ASM} + r_{S,PSM}\} \\ &+ \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau} \cdot \{r_{S,ASM} + r_{S,PSM}\} \\ &+ \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM} - \omega_k)\tau} \cdot j(\omega_{S,IM} - \omega_k) \left\{ l_{S,ASM} K_{ASM}^{(IM)} + l_{S,PSM} K_{PSM}^{(IM)} \right\} \\ &+ \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM} - \omega_k)\tau} \cdot j(\omega_{S,PM} - \omega_k) \left\{ l_{S,ASM} K_{ASM}^{(PM)} + l_{S,PSM} K_{PSM}^{(PM)} \right\}. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Ebenso wie bei den Abkürzungen (6.28) wird hier auf ergänzende Bemerkungen im Anhang B verwiesen.

Abschließend sei festgehalten, dass das vorgestellte Modell auch für die Rechnung mit Oberschwingungen geeignet ist. Bei alleiniger Grundschwingungsbetrachtung gilt  $\omega_{S,PM} = \omega_{m,PSM}$  und die Ausdrücke (6.28b) und (6.32b) vereinfachen sich zu

$$C_{PSM}^{(PM)} = \frac{l_{SR,PSM}}{l_{R,PSM}}, \quad K_{PSM}^{(PM)} = 1. \quad (6.34)$$

Weiters ist zu beachten, dass für eine Berechnung der Oberschwingungsanteile jedenfalls die Anteile der Permanentmagnete  $\underline{\psi}_M$  verschwinden.

## 6.4 Kombination ASM - ASM

Abschließend wird die dritte mögliche Drehstromdoppelmaschine mit zwei Kurzschlussläufern behandelt. Für den Statorstrom gilt in diesem Fall

$$\underline{i}_S = \underline{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau} \quad (6.35)$$

und für die Statorspannung

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} + \underline{u}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau}. \quad (6.36)$$

Für die Rotorflussverkettungen ergibt sich wie bereits in (6.24)

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,ASM1}(\tau) &= \underline{\psi}_{R,ASM1}(0) e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,ASM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM1})\right]\tau} \\ &- \left\{ C_{ASM1}^{(IM1)} l_{R,ASM1} \dot{i}_{S,IM1} + C_{ASM1}^{(IM2)} l_{R,ASM1} \dot{i}_{S,IM2} \right\} e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,ASM1}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM1})\right]\tau} \\ &+ \left\{ C_{ASM1}^{(IM1)} l_{R,ASM1} \dot{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} + C_{ASM1}^{(IM2)} l_{R,ASM1} \dot{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau} \right\} \end{aligned} \quad (6.37)$$

und

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,ASM2}(\tau) &= \underline{\psi}_{R,ASM2}(0) e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,ASM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM2})\right]\tau} \\ &- \left\{ C_{ASM2}^{(IM1)} l_{R,ASM2} \dot{i}_{S,IM1} + C_{ASM2}^{(IM2)} l_{R,ASM2} \dot{i}_{S,IM2} \right\} e^{-\left[\frac{1}{\tau_{R,ASM2}} - j(\omega_k - \omega_{m,ASM2})\right]\tau} \\ &+ \left\{ C_{ASM2}^{(IM1)} l_{R,ASM2} \dot{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} + C_{ASM2}^{(IM2)} l_{R,ASM2} \dot{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau} \right\}. \end{aligned} \quad (6.38)$$

Die bereits vertrauten Faktoren sind definiert als

$$C_{ASM1}^{(IM1)} = \frac{l_{SR,ASM1}}{l_{R,ASM1}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM1})\tau_{R,ASM1}}, \quad (6.39a)$$

$$C_{ASM1}^{(IM2)} = \frac{l_{SR,ASM1}}{l_{R,ASM1}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM1})\tau_{R,ASM1}} \quad (6.39b)$$

und

$$C_{ASM2}^{(IM1)} = \frac{l_{SR,ASM2}}{l_{R,ASM2}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM2})\tau_{R,ASM2}}, \quad (6.40a)$$

$$C_{ASM2}^{(IM2)} = \frac{l_{SR,ASM2}}{l_{R,ASM2}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM2})\tau_{R,ASM2}} \quad (6.40b)$$

Einsetzen der Rotorflussgleichungen (6.37) und (6.38) in die Rotorstromgleichung (4.20) ergibt analog zu (6.24) im stationären Zustand für den ersten Rotor

$$\begin{aligned} \dot{i}_{R,ASM1} &= C_{ASM1}^{(IM1)} [-j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM1})\tau_{R,ASM1}] \dot{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} \\ &+ C_{ASM1}^{(IM2)} [-j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM1})\tau_{R,ASM1}] \dot{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau} \end{aligned} \quad (6.41)$$

und für den zweiten Rotor

$$\begin{aligned} \dot{i}_{R,ASM2} &= C_{ASM2}^{(IM1)} [-j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM2})\tau_{R,ASM2}] \dot{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} \\ &+ C_{ASM2}^{(IM2)} [-j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM2})\tau_{R,ASM2}] \dot{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau}. \end{aligned} \quad (6.42)$$

Mit den ebenfalls schon geläufigen Faktoren

$$K_{ASM1}^{(IM1)} = \frac{1 + j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM1})\sigma_{ASM1}\tau_{R,ASM1}}{1 + j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM1})\tau_{R,ASM1}}, \quad (6.43a)$$

$$K_{ASM1}^{(IM2)} = \frac{1 + j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM1})\sigma_{ASM1}\tau_{R,ASM1}}{1 + j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM1})\tau_{R,ASM1}} \quad (6.43b)$$

$$K_{ASM2}^{(IM1)} = \frac{1 + j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM2})\sigma_{ASM2}\tau_{R,ASM2}}{1 + j(\omega_{S,IM1} - \omega_{m,ASM2})\tau_{R,ASM2}}, \quad (6.44a)$$

$$K_{ASM2}^{(IM2)} = \frac{1 + j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM2})\sigma_{ASM2}\tau_{R,ASM2}}{1 + j(\omega_{S,IM2} - \omega_{m,ASM2})\tau_{R,ASM2}} \quad (6.44b)$$

kann die Statorspannung (5.45) formuliert werden als

$$\begin{aligned} \underline{u}_S &= \underline{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} \cdot \{r_{S,ASM1} + r_{S,ASM2}\} \\ &+ \underline{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau} \cdot \{r_{S,ASM1} + r_{S,ASM2}\} \\ &+ \underline{i}_{S,IM1} e^{j(\omega_{S,IM1} - \omega_k)\tau} \cdot j(\omega_{S,IM1} - \omega_k) \left\{ l_{S,ASM1} K_{ASM1}^{(IM1)} + l_{S,ASM2} K_{ASM2}^{(IM1)} \right\} \\ &+ \underline{i}_{S,IM2} e^{j(\omega_{S,IM2} - \omega_k)\tau} \cdot j(\omega_{S,IM2} - \omega_k) \left\{ l_{S,ASM1} K_{ASM1}^{(IM2)} + l_{S,ASM2} K_{ASM2}^{(IM2)} \right\} \end{aligned} \quad (6.45)$$

Erwartungsgemäß zeigen alle Gesamtspannungen (6.16), (6.33) und (6.45) die beiden Frequenzanteile entsprechend dem anregenden Statorstrom. In Übereinstimmung mit Gleichung (6.2) sind die zwei Anteile  $\underline{u}_{S,1}$  und  $\underline{u}_{S,2}$  ablesbar.

## 6.5 Stromwärmeverluste

Für die Verlustleistung im Stator einer  $n$ -strängigen Drehfeldmaschine gilt der allgemeine Zusammenhang

$$P_V(t) = \sum_{k=1}^n R_S I_k^2(t), \quad (6.46)$$

da zwischen den Strängen keine ohmschen Kopplungen existieren. Die Normierung mit der Bezugsleistung (3.21) ergibt

$$p_V(\tau) = \sum_{k=1}^n \frac{R_S I_k^2(t)}{n U_N I_N} = \frac{2}{n} r_S \sum_{k=1}^n i_k^2(\tau). \quad (6.47)$$

Wird für die Ströme im eingeschwungenen Zustand

$$i_k(\tau) = \Re [i e^{-j\varphi_k}], \quad k = 1, \dots, n \quad (6.48)$$

mit  $\varphi_k = (k-1)2\pi/n$  eingesetzt, so folgt entsprechend

$$\begin{aligned} i_k^2(\tau) &= \Re [i e^{-j\varphi_k}] \Re [i e^{-j\varphi_k}] = \\ &= \frac{1}{2} (i e^{-j\varphi_k} + i^* e^{j\varphi_k}) \cdot \frac{1}{2} (i e^{-j\varphi_k} + i^* e^{j\varphi_k}) = \\ &= \frac{1}{4} (i^2 e^{-2j\varphi_k} + i^{*2} e^{2j\varphi_k} + 2i i^*) \end{aligned} \quad (6.49)$$

der Ausdruck

$$\sum_{k=1}^n i_k^2(\tau) = \frac{n}{2} \Re(\underline{i}^* \underline{i}) = \frac{n}{2} (\underline{i}^* \underline{i}). \quad (6.50)$$

Dabei wurde

$$\sum_{k=1}^n e^{-2j\varphi_k} = \sum_{k=1}^n e^{+2j\varphi_k} = 0 \quad (6.51)$$

aus Gleichung (3.44) verwendet. Die normierte Verlustleistung wird damit zu

$$p_V = r_S (\underline{i}^* \underline{i}). \quad (6.52)$$

Wird nunmehr für die weiteren Überlegungen wie in der Einleitung zu diesem Kapitel erwähnt, von einem aus zwei Komponenten zusammengesetzten Stromraumzeiger

$$\underline{i} = \underline{i}_1 e^{j(\omega_1 - \omega_k)\tau} + \underline{i}_2 e^{j(\omega_2 - \omega_k)\tau} \quad (6.53)$$

ausgegangen, so folgt

$$\begin{aligned} \underline{i}^* \underline{i} &= (\underline{i}_1^* e^{-j(\omega_1 - \omega_k)\tau} + \underline{i}_2^* e^{-j(\omega_2 - \omega_k)\tau}) \cdot (\underline{i}_1 e^{j(\omega_1 - \omega_k)\tau} + \underline{i}_2 e^{j(\omega_2 - \omega_k)\tau}) \\ &= \underline{i}_1^* \underline{i}_1 + \underline{i}_2^* \underline{i}_2 + \underline{i}_1 \underline{i}_2^* e^{j(\omega_2 - \omega_1)\tau} + \underline{i}_1^* \underline{i}_2 e^{j(\omega_2 - \omega_1)\tau}. \end{aligned} \quad (6.54)$$

Um die in den Wicklungen auftretende Verlustleistung zu bestimmen, wird der Mittelwert über eine Periode gebildet. Dabei ist das Integral

$$\overline{P}_V = \frac{1}{T} \int_0^T P_V(t) dt \quad (6.55)$$

zu berechnen, wobei jedoch für beide Anteile eine gemeinsame Periode zu bestimmen ist. Diese notwendige Voraussetzung ist genau dann erfüllt, wenn

$$T = k_1 \frac{2\pi}{\omega_1} = k_2 \frac{2\pi}{\omega_2} = k \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \quad (6.56)$$

gilt. Die Gleichung

$$\frac{\omega_1}{k_1} = \frac{\omega_2}{k_2} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k} \quad \text{bzw.} \quad \frac{f_1}{k_1} = \frac{f_2}{k_2} = \frac{f_1 - f_2}{k} \quad (6.57)$$

ist für jedes rationale  $\omega_1/f_1$  und  $\omega_2/f_2$  lösbar. Somit ist es auch möglich, eine gemeinsame Periode zu finden. Dabei ist jedoch die Bedingung

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \begin{cases} \omega \in \mathbb{Q} & \rightarrow f \notin \mathbb{Q} \\ f \in \mathbb{Q} & \rightarrow \omega \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad (6.58)$$

zu beachten, da  $2\pi$  eine transzendente Zahl ist. Wird das Integral (6.55) über die gemeinsame Periodendauer aufgelöst, folgt

$$\bar{p}_V = r_S (\dot{i}_1^* \dot{i}_1 + \dot{i}_2^* \dot{i}_2). \quad (6.59)$$

Die beiden letzten Terme in Gleichung (6.54) verschwinden bei der Integration, da allgemein das Integral einer harmonischen Funktion über deren Periode verschwindet. Somit bleiben nur die beiden ersten Ausdrücke, die einen konstanten Wert darstellen.

Ausgehend von der vorausgesetzten Linearität des Maschinenmodells und dem Statorstrom, welcher für alle drei möglichen Kombinationen der Drehstromdoppelmaschine allgemein mit

$$\dot{i}_S = \dot{i}_{S,1} e^{j(\omega_{S1} - \omega_k)\tau} + \dot{i}_{S,2} e^{j(\omega_{S2} - \omega_k)\tau} \quad (6.60)$$

dargestellt wird, haben auch die verlustbildenden Größen wie die beiden Rotorströme

$$\dot{i}_{R,1} = \dot{i}_{R,1}^{(1)} e^{j(\omega_{S1} - \omega_k)\tau} + \dot{i}_{R,1}^{(2)} e^{j(\omega_{S2} - \omega_k)\tau} \quad (6.61)$$

$$\dot{i}_{R,2} = \dot{i}_{R,2}^{(1)} e^{j(\omega_{S1} - \omega_k)\tau} + \dot{i}_{R,2}^{(2)} e^{j(\omega_{S2} - \omega_k)\tau} \quad (6.62)$$

und die innere Statorspannung

$$\underline{u}_{Si} = \underline{u}_S - r_S \dot{i}_S = \underline{u}_{Si,1} e^{j(\omega_{S1} - \omega_k)\tau} + \underline{u}_{Si,2} e^{j(\omega_{S2} - \omega_k)\tau} \quad (6.63)$$

dieselbe Gestalt mit denselben Frequenzen in beiden Anteilen.

Entsprechend dem Mittelwert (6.59) der Verlustleistung eines aus zwei Komponenten bestehenden Stromes ergeben sich die normierten Stromwärmeverluste im Stator mit Gleichung (6.1) und dem Statorwiderstand  $r_S$  zu

$$p_{VS,Cu} = r_S (\dot{i}_{S,1}^* \dot{i}_{S,1} + \dot{i}_{S,2}^* \dot{i}_{S,2}). \quad (6.64)$$

Die Stromwärmeverluste in den Rotoren ergeben sich analog zu Gleichung (6.64), wobei jedoch gegebenenfalls die Frequenzabhängigkeit der Rotorwiderstände zu beachten ist. Weiters wird wegen der angenommenen Linearität jede Statorstromkomponente aus Gleichung (6.1) einen Anteil an den Stromwärmeverlusten bewirken. Damit gilt für diese Verluste in einem Asynchronmaschinenrotor:

$$p_{VR,ASM} = \left[ r_{R,ASM}(\omega_{S,1} - \omega_{m,ASM}) \cdot \left( \dot{i}_{R,ASM}^{(1)*} \dot{i}_{R,ASM}^{(1)} \right) + r_{R,ASM}(\omega_{S,2} - \omega_{m,ASM}) \cdot \left( \dot{i}_{R,ASM}^{(2)*} \dot{i}_{R,ASM}^{(2)} \right) \right]. \quad (6.65)$$

Die Ströme  $\dot{i}_{R,ASM}^{(1)}$  und  $\dot{i}_{R,ASM}^{(2)}$  stellen die Komponenten des Rotorstroms zufolge der Komponenten des Statorstroms dar. Der Index 2 kennzeichnet dabei die Parameter des zweiten Rotors, welcher sowohl ein ASM-Rotor als auch ein PM-Rotor sein kann.

Für die Stromwärmeverluste in einem Synchronmaschinenrotor gilt

$$p_{VR,PSM} = \left[ r_{R,PSM} (\omega_{S,2} - \omega_{m,PSM}) \cdot \left( \dot{i}_{R,PSM}^{(2)*} \dot{i}_{R,PSM}^{(2)} \right) \right], \quad (6.66)$$

da der Anteil des Stromes  $\dot{i}_{S,PSM}^{(PM)}$  wegen  $\omega_{S,PM} = \omega_{m,PSM}$  bei ausschließlicher Betrachtung der Grundschwingungen verschwindet.

Im Falle einer Grundschwingungsbetrachtung verschwinden bei PM-Rotoren die jeweiligen Eigenanteile, wie die Gleichungen (6.30) sowie (6.14) und (6.15) zeigen. Bei den ASM-Rotoren bilden sich die Eigenanteile entsprechend den Schlupffrequenzen der beiden Rotoren aus, wie aus den Gleichungen (6.25), (6.37) und (6.38) zu entnehmen ist.

Um die bestmögliche Entkopplung der beiden Maschinenteile und damit gleichzeitig eine Verringerung der auftretenden Verluste zu erzielen, ist bei ASM-Rotoren ein Rotorkäfig mit geringer Stromverdrängung zu verwenden. Damit wird die Komponente des anderen Rotors möglichst wenig Verluste und gleichzeitig ein kleines Störmoment ausbilden.

## 6.6 Eisenverluste

Üblicherweise sind die Eisenverluste im Stator proportional zum Quadrat der Statorspannung bzw. des Statorflusses. Im gegenständlichen Fall wird eine aus zwei Komponenten mit unterschiedlichen Grundschwingungsfrequenzen bestehende Statorspannung vorliegen. Deshalb können genauso wie für die Stromwärmeverluste die gesamten Eisenverluste als Summe der Verluste, die durch die einzelnen Komponenten verursacht werden, berechnet werden.

Vereinfachend werden die Hysterese- und Wirbelstromverluste gemeinsam berechnet. Es wird eine Proportionalität zur Flussamplitude entsprechend  $\omega^{1.5}$  verwendet. Damit werden die Verluste zu

$$p_V \sim \psi^2 \omega^{1.5} = \left( \frac{u}{\omega} \right)^2 \omega^{1.5} = u^2 \omega^{-0.5}. \quad (6.67)$$

Mit dem Ersatzwiderstand  $r_{Fe}$  ergeben sich somit die Eisenverluste im Stator entsprechend den Gleichungen (6.16), (6.33), (6.45) und (6.63) der Statorspannung zu

$$p_{VS,Fe} = \frac{1}{r_{Fe}} \left( \omega_{S,1}^{-0.5} \underline{u}_{S,1}^* \underline{u}_{S,1} + \omega_{S,2}^{-0.5} \underline{u}_{S,2}^* \underline{u}_{S,2} \right). \quad (6.68)$$

Zur Beeinflussung der Statoreisenverluste sind übliche Maßnahmen zu setzen. Durch die Ausführung des Statorblechpakets mit geringer Zahninduktion wird eine Reduzierung der zusätzlichen Verluste, welche durch die Kopplung der beiden Teilmaschinen entstehen, erreicht. Die Ermittlung dieser Verluste erfolgt unabhängig von den eingesetzten Rotoren entsprechend den vorigen Darstellungen allgemein aus

$$p_{VS,Fe} \sim \frac{u_{Si,1}^* u_{Si,1}}{\sqrt{\omega_{S1}}} + \frac{u_{Si,2}^* u_{Si,2}}{\sqrt{\omega_{S2}}}. \quad (6.69)$$

# Kapitel 7

## Simulation der Drehstromdoppelmaschine

### 7.1 Einleitung

Nachdem die Modellgleichungen für die Drehstromdoppelmaschine formuliert sind, wird das Verhalten der Maschine unter Zuhilfenahme von Simulationen untersucht. Als Simulationsprogramm wird MATLAB-Simulink verwendet.

Simulink ist ein interaktives Software-Paket für Modellierung, Simulation und Analyse von dynamischen Systemen. Es fügt sich nahtlos in MATLAB ein, wobei es den unmittelbaren Zugriff auf eine umfangreiche Sammlung von Analyse- und Entwicklungs-Hilfsmitteln gestattet.

Da auch in einem PM-erregten Rotor beim Betrieb in der Drehstromdoppelmaschine Ströme fließen, gleicht das Modell dieses Rotors bis auf die Flussverkettung zufolge der Permanentmagnete prinzipiell dem Modell eines Kurzschlussläufers. Daher wird für die verschiedenen möglichen Rotorkombinationen nur ein Maschinenmodell entwickelt, in dem durch Wahl der Maschinenparameter sowohl PM-erregte Rotoren als auch Käfigläufer simuliert werden können. Im Falle der Simulation eines Käfigläufers wird die von den Permanentmagneten ausgehende Flussverkettung  $\underline{\psi}_M$  des betreffenden Rotors auf den Wert Null gesetzt, da die Permanentmagnete nicht vorhanden sind.

Zunächst werden die Gleichungen der Maschine definiert, anschließend wird der Aufbau des Modells erklärt. Da eine magnetische Achsigkeit in der Maschine vernachlässigt wird,



besteht keine Notwendigkeit mit Komponenten zu rechnen. Vielmehr kann direkt mit den komplexen Raumzeigergrößen gerechnet werden. Weiters werden die Maschinengleichungen im statorfesten Koordinatensystem formuliert.

## 7.2 Maschinengleichungen

Für die Statorspannungsgleichung gilt im statorfesten Koordinatensystem der bekannte Zusammenhang (3.58)

$$\underline{u}_S = r_S \dot{\underline{i}}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} \quad (7.1)$$

Für die Rotorgleichungen der beiden Rotoren gilt unter der Voraussetzung eines kurzgeschlossenen Rotors bei Bezug auf den Stator

$$\underline{u}_{R1} = 0 = r_{R1} \dot{\underline{i}}_{R1} + \frac{d\underline{\psi}_{R1}}{d\tau} - j\omega_{m1} \underline{\psi}_{R,1} \quad (7.2a)$$

$$\underline{u}_{R2} = 0 = r_{R2} \dot{\underline{i}}_{R2} + \frac{d\underline{\psi}_{R2}}{d\tau} - j\omega_{m2} \underline{\psi}_{R,2}. \quad (7.2b)$$

Die Bedingung  $\underline{u}_{Ri} = 0$  ist einerseits für einen Kurzschlusskäfig gültig, da die einzelnen Stäbe über den Kurzschlussring kurzgeschlossen sind. Andererseits ist diese Bedingung auch gültig, wenn in einem Rotor Wirbelströme auftreten, wie dies beim PM-erregten Rotor der Drehstromdoppelmachine der Fall ist.

Die Gleichungen, welche das Momentengleichgewicht der beiden Rotoren beschreiben, lauten

$$\tau_{m1} \frac{d\omega_{m,1}}{d\tau} = m_{R,1} + m_{L,1}, \quad (7.3a)$$

$$\tau_{m2} \frac{d\omega_{m,2}}{d\tau} = m_{R,2} + m_{L,2}. \quad (7.3b)$$

Schließlich sind noch die folgenden simplen Beziehungen anzuführen,

$$\frac{d\gamma_{m,1}}{d\tau} = \omega_{m,1}, \quad (7.4a)$$

$$\frac{d\gamma_{m,2}}{d\tau} = \omega_{m,2}. \quad (7.4b)$$

Die erwähnten Gleichungen nehmen somit folgendes Aussehen an:

$$\frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} = \underline{u}_S - r_S \underline{i}_S, \quad (7.5a)$$

$$\frac{d\underline{\psi}_{R,1}}{d\tau} = -r_{R1} \underline{i}_{R,1} + j\omega_{m1} \underline{\psi}_{R,1}, \quad (7.5b)$$

$$\frac{d\underline{\psi}_{R,2}}{d\tau} = -r_{R2} \underline{i}_{R,2} + j\omega_{m2} \underline{\psi}_{R,2}, \quad (7.5c)$$

$$\frac{d\omega_{m,1}}{d\tau} = \frac{1}{\tau_{m1}} (m_{R,1} + m_{L,1}), \quad (7.5d)$$

$$\frac{d\omega_{m,2}}{d\tau} = \frac{1}{\tau_{m2}} (m_{R,2} + m_{L,2}), \quad (7.5e)$$

$$\frac{d\gamma_{m,1}}{d\tau} = \omega_{m,1}, \quad (7.5f)$$

$$\frac{d\gamma_{m,2}}{d\tau} = \omega_{m,2}, \quad (7.5g)$$

Im Modell der Drehstromdoppelmachine sind demnach zur Ermittlung der Zustandsgrößen sieben Integrationen erforderlich.

Die Verknüpfung der magnetischen Flussverkettungen mit den Maschinenströmen über die Induktivitäten wird mit den bereits gezeigten Aussagen (5.49), (5.50) und (5.51) hergestellt. Es wird hier die Darstellung in Matrizenform gewählt,

$$\begin{pmatrix} \underline{\psi}_S - \underline{\psi}_{M,1} - \underline{\psi}_{M,2} \\ \underline{\psi}_{R,1} - \underline{\psi}_{M,1} \\ \underline{\psi}_{R,2} - \underline{\psi}_{M,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_S & l_{SR1} & l_{SR2} \\ l_{SR1} & l_{R1} & l_{RR} \\ l_{SR2} & l_{RR} & l_{R2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{i}_S \\ \underline{i}_{R1} \\ \underline{i}_{R2} \end{pmatrix}. \quad (7.6)$$

Um die Ströme in Abhängigkeit der Flussverkettungen darstellen zu können muss zunächst in der oben stehenden Gleichung  $\underline{\psi} = \underline{l} \cdot \underline{i}$  die Matrix  $\underline{l}$  invertiert werden. Danach erhält man den Ausdruck

$$\underline{i} = \underline{l}^{-1} \cdot \underline{\psi} \quad (7.7)$$

wobei die Inverse der Induktivitätsmatrix die Gestalt

$$\underline{l}^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} l_{R1} l_{R2} - l_{RR}^2 & l_{RR} l_{SR2} - l_{R2} l_{SR1} & l_{RR} l_{SR1} - l_{R1} l_{SR2} \\ l_{RR} l_{SR2} - l_{R2} l_{SR1} & l_{R2} l_S - l_{SR2}^2 & l_{SR1} l_{SR2} - l_{RR} l_S \\ l_{RR} l_{SR1} - l_{R1} l_{SR2} & l_{SR1} l_{SR2} - l_{RR} l_S & l_{R1} l_S - l_{SR1}^2 \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

mit der Determinante

$$D = l_S (l_{R1} l_{R2} - l_{RR}^2) - l_{SR1} (l_{SR1} l_{R2} - l_{RR} l_{SR2}) - l_{SR2} (l_{SR2} l_{R1} - l_{RR} l_{SR1}) \quad (7.9)$$

annimmt.

## 7.3 Maschinenmodell

Mit den durch die Formulierung der Gleichungen geschaffenen Voraussetzungen ist es nun möglich, das Modell der Drehstromdoppelmachine zu erzeugen. Dabei wird eine Struktur aus einander überlagerten und nach den funktionellen Bereichen des Maschinenmodells getrennten Blöcken gewählt.

In der obersten Ebene, dargestellt in Abbildung 7.1, wird der Block für das elektromagnetische System der Maschine angeordnet. Dieser Block ist in Abbildung 7.2 dargestellt. In der obersten Ebene befinden sich die Elemente jener Funktionen, welche die Bildung des Drehmoments aus den elektrischen Größen des Modells beschreiben. In dieser Ebene befinden sich auch die Anschlüsse für die Versorgungsspannung. Weiters sind hier die Werte für die Anfangslage der Rotoren und die Werte einer allfälligen Permanentflussverkettung vorgegeben.

Ausserdem befinden sich die Ausgabefenster zur Darstellung wichtiger Maschinengrößen, wie Flüsse oder Ströme. Die Darstellung erfolgt unterschiedlich je nach Parameter in XY-Schreibweise oder durch Darstellung des zeitlichen Verlaufs der zu betrachtenden Größe.

Dem Block des elektromagnetischen Modells untergeordnet sind die Blöcke laut Abbildung 7.4, welche die elektrischen Parameter der Rotoren und des Stators beinhalten. In jeden der beiden Blöcke sind die Werte des auf den Rotorteil entfallenden Anteils der Streuung  $\sigma$ , der Statorinduktivität  $l_S$ , der Rotorinduktivität  $l_R$  und des ohmschen Rotorwiderstands  $r_R$  einzusetzen. Daraus werden vom Simulationsprogramm die Zahlenwerte der Gegeninduktivitäten  $l_{SR1}$  und  $l_{SR2}$  zwischen dem Stator und den Rotoren berechnet.

Dem elektromagnetischen Modell untergeordnet ist weiters der Block, welcher die Verknüpfungen zwischen Strömen und magnetischen Flussverkettungen über die inverse Induktivitätsmatrix (7.8) beschreibt. Abbildung 7.3 zeigt die Verknüpfungsgleichungen. Weiters befinden sich innerhalb des Blocks "elektromagnetisches System" auch die Elemente zur Berechnung der Statorflussverkettung und der zwei Rotorflussverkettungen. Ebenso sind in dieser Ebene die Elemente zur Berechnung der räumlichen Lage der in den Rotoren vorhandenen Permanentmagnet-Flussverkettungen angeordnet.

Der Block zur Verknüpfung von Induktivitäten, Strömen und Flussverkettungen besteht aus mathematischen Operationen zur Bildung der inversen Induktivitätsmatrix, um damit aus den magnetischen Flussverkettungen die Maschinenströme zu ermitteln. Weiters kann hier der Wert der Gegeninduktivität zwischen den Rotoren  $l_{RR}$  eingegeben werden, womit die Untersuchung des Einflusses dieses Parameters auf das Betriebsverhalten der Drehstromdoppelmachine möglich wird.

Im Block, der das elektromagnetische System der Drehstromdoppelmaschine beschreibt, wurde zur Berücksichtigung der Anfangslagen  $\gamma_0$  der beiden Rotoren eine Konstruktion gewählt, die hier kurz erläutert wird.

Um die Anfangslagen der Rotoren nicht in der Anfangsbedingung der MATLAB-Simulink-Integrationsblöcke eingeben zu müssen, wurden die Gleichungen so gestaltet, dass die Anfangslagen darin nicht enthalten sind. In den Gleichungen (7.5) sind bei deren Integration die Anfangswerte der Flussverkettungen zum Zeitpunkt  $\tau = 0$  zu berücksichtigen. Diese ergeben sich aus den Anfangslagen der Permanentmagnetflussverkettungen  $\underline{\psi}_{M,1}(0)$  und  $\underline{\psi}_{M,2}(0)$  und damit aus den Rotorlagen zum Zeitpunkt  $\tau = 0$ . Nach dem Durchführen der Integration werden daher die Ausdrücke der Form

$$\underline{\psi}_S = \underline{\psi}_S(0) + \int_0^\tau (\underline{u}_S - r_S \dot{\underline{i}}_S) d\tau' \quad (7.10a)$$

$$\underline{\psi}_{R,1} = \underline{\psi}_{R,1}(0) + \int_0^\tau \left( -r_{R,1} \dot{\underline{i}}_{R,1} + j\omega_{m1} \underline{\psi}_{R,1} \right) d\tau' \quad (7.10b)$$

$$\underline{\psi}_{R,2} = \underline{\psi}_{R,2}(0) + \int_0^\tau \left( -r_{R,2} \dot{\underline{i}}_{R,2} + j\omega_{m2} \underline{\psi}_{R,2} \right) d\tau' \quad (7.10c)$$

gewonnen. Unter der Annahme, dass die Maschine seit unendlich langer Zeit spannungslos ist, sind in der gesamten Maschine im Einschaltzeitpunkt keine Flussverkettungen vorhanden, mit Ausnahme der Flussverkettungen der Permanentmagnete. Damit folgt aus Gleichung (7.6) für den Zeitpunkt  $\tau = 0$

$$\begin{pmatrix} \underline{\psi}_S(0) - \underline{\psi}_{M,1}(0) - \underline{\psi}_{M,2}(0) \\ \underline{\psi}_{R,1}(0) - \underline{\psi}_{M,1}(0) \\ \underline{\psi}_{R,2}(0) - \underline{\psi}_{M,2}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7.11)$$

und somit unmittelbar

$$\underline{\psi}_S(0) = \underline{\psi}_{M,1}(0) + \underline{\psi}_{M,2}(0), \quad (7.12a)$$

$$\underline{\psi}_{R,1}(0) = \underline{\psi}_{M,1}(0), \quad (7.12b)$$

$$\underline{\psi}_{R,2}(0) = \underline{\psi}_{M,2}(0). \quad (7.12c)$$

Die obigen Werte werden im MATLAB-Simulink-Modell als Anfangswerte den Integratoren zugeführt, wie es in Abbildung 7.2 dargestellt ist.

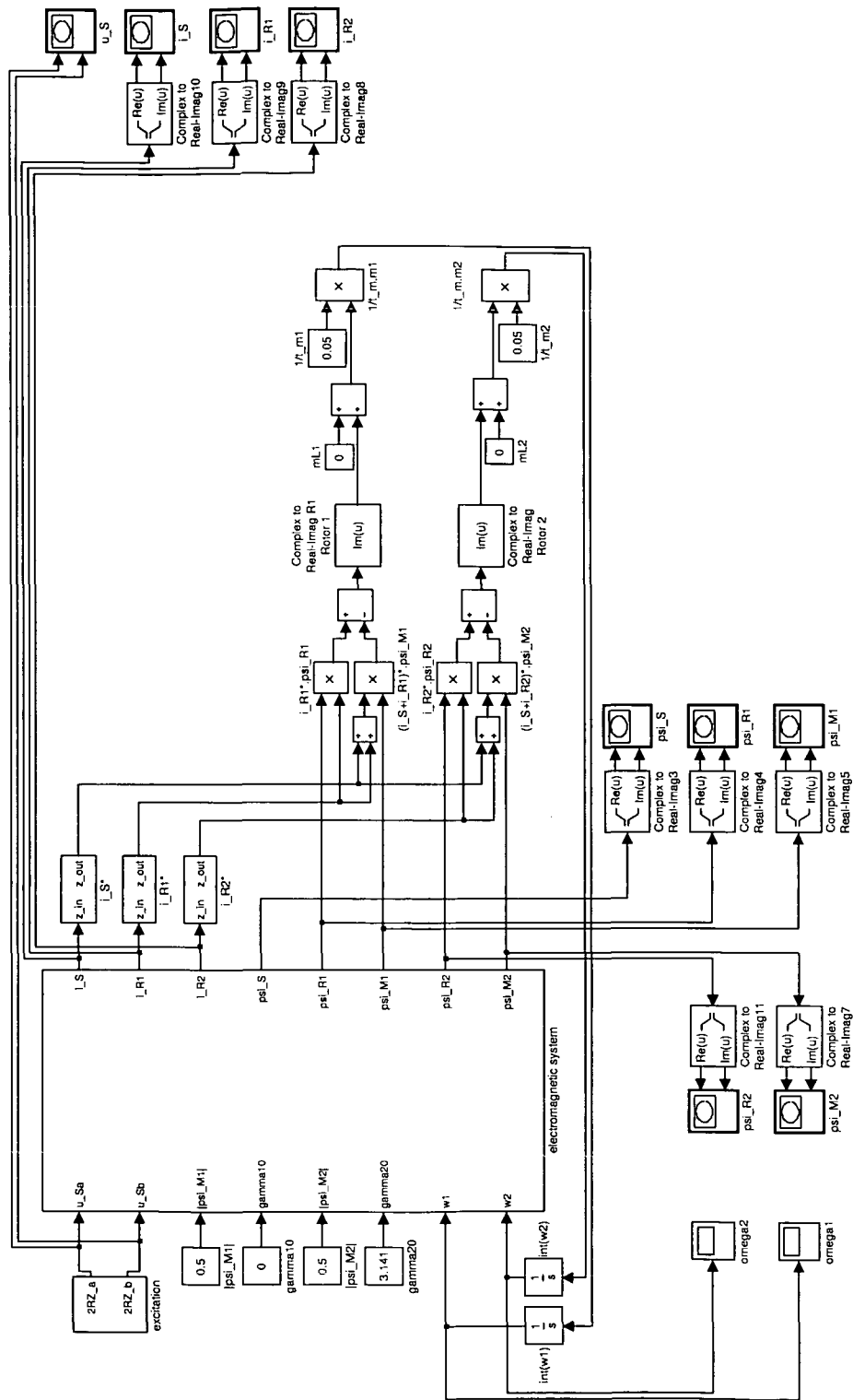


Abbildung 7.1: Simulink Modell der Drehstromdoppelmachine

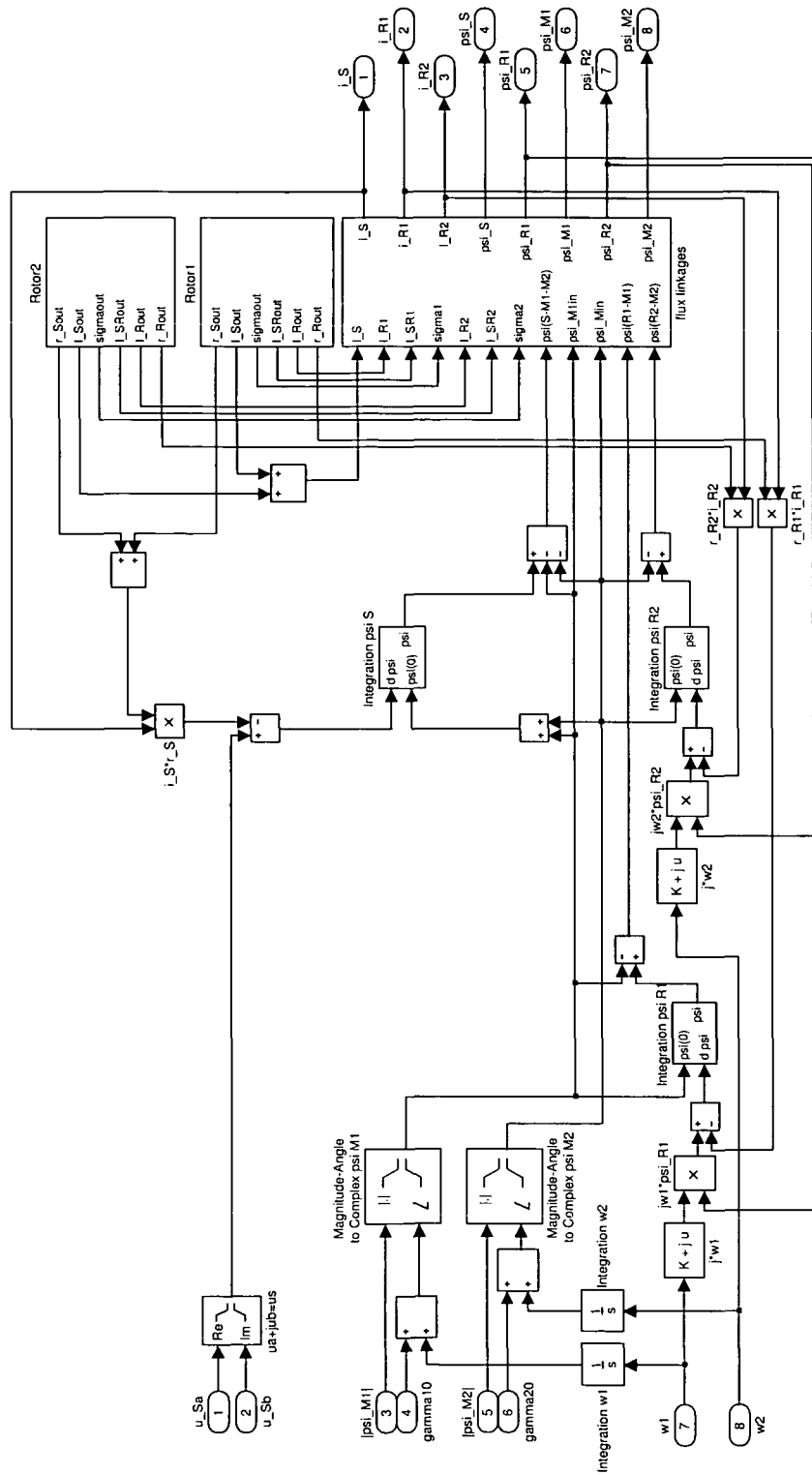


Abbildung 7.2: Elektromagnetisches System der Drehstromdoppelmachine

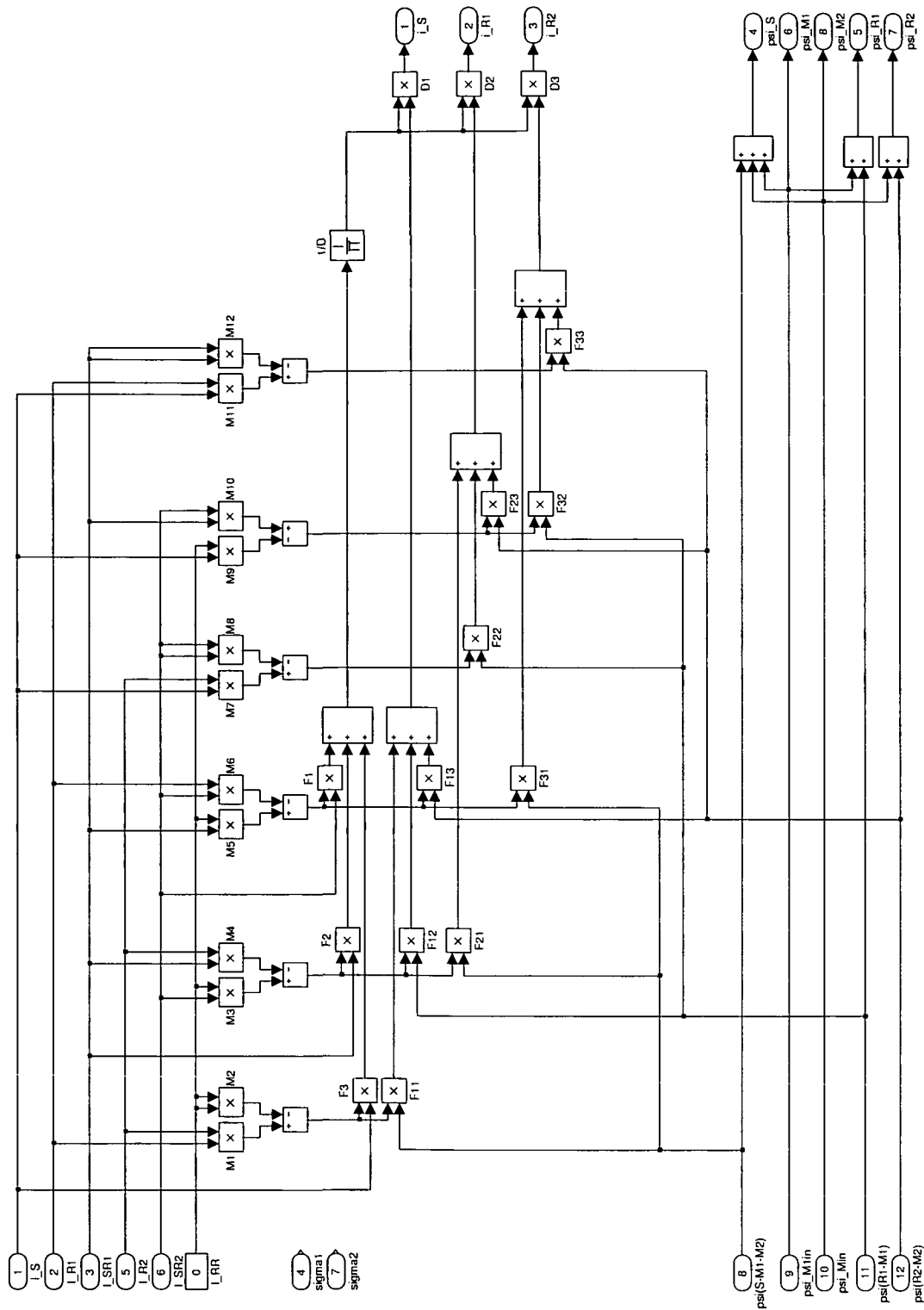


Abbildung 7.3: Verknüpfung von Strömen und Flussverkettungen in der Maschine

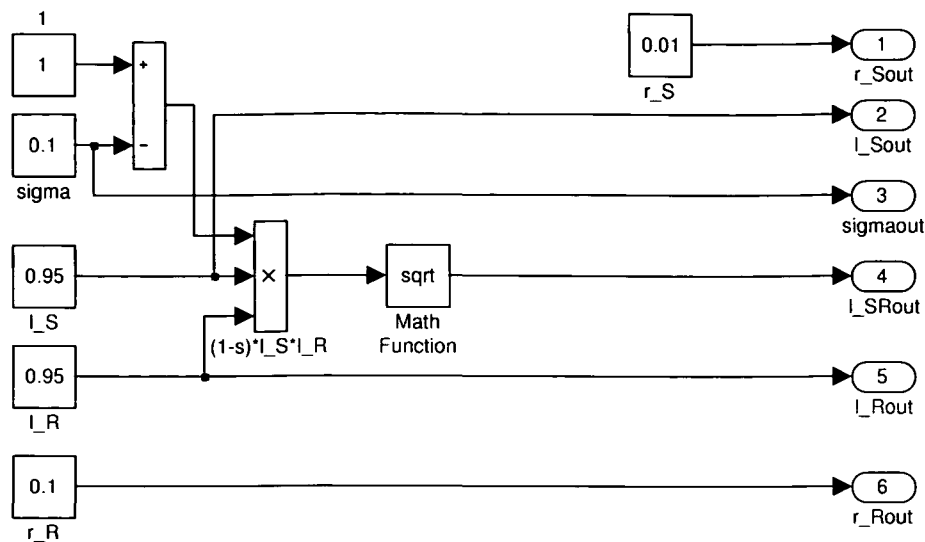


Abbildung 7.4: Parameterbeschreibung der Maschine, ein Block für jeden Rotor

Zum besseren Verständnis der oben abgebildeten Diagramme wird in kurzen Worten die Symbolik der verwendeten Software erläutert: Rechenoperationen werden durch Blöcke mit den entsprechenden mathematischen Operatoren dargestellt. Jeder definierte Block kann Eingänge und Ausgänge besitzen, über die die Werte der Variablen an andere Blöcke übertragen werden. Diese Ein- und Ausgänge sind durch Rechtecke mit abgerundeten Ecken dargestellt. Die Pfeilrichtung gibt die Richtung der Variablenübergabe an. Konstante Werte werden durch Quadrate dargestellt, in denen der Wert der konstanten Größe angezeigt wird. In Abbildung 7.1 wird der Wert der beiden möglichen Permanentmagnetflussverkettungen definiert. Handelt es sich um einen ASM-Rotor, wird diese Konstante mit dem Wert "0" versehen.

Die Abbildungen zeigen die Funktionsblöcke des Modells in Diagrammen, welche mit MATLAB-Simulink erstellt werden. Abbildung 7.1 zeigt die oberste Ebene des Modells mit der Darstellung der Maschinengleichungen (7.5a) - (7.5e). Abbildung 7.2 zeigt das elektromagnetische System der Drehstromdoppelmaschine, welches auch in insgesamt drei Unterblöcken die Beschreibung der Maschinenparameter und die Verknüpfung der Flussverkettungen und Ströme enthält. In diesem Block sind die Gleichungen (7.5b), (7.5c), (7.5f) und (7.5g) umgesetzt. Die Verknüpfungen zwischen den Maschinenflüssen und den Strömen werden in Abbildung 7.3 dargestellt. In dem dargestellten Block kann auch ein Wert für die magnetische Kopplung  $l_{RR}$  zwischen den Rotoren eingeführt werden. Soll diese Kopplung unberücksichtigt bleiben, wird im betreffenden Feld der Wert "0" eingesetzt.

Im Modell sind die parameterbeschreibenden Blöcke mit "Rotor 1" und "Rotor 2" bezeichnet. Sie beinhalten aber auch die Werte der Statorimpedanzen. In Abhängigkeit der



Rotorlängen können die an sich konstanten Werte der Statorimpedanzen verändert und somit unterschiedliche Längen der Rotoren in der Drehstromdoppelmaschine berücksichtigt werden. In Abbildung 7.4 findet sich die Darstellung des Blocks, der die Parameter des einen Rotors beschreibt. Der den zweiten Rotor beschreibende Block ist gleichartig, unterscheidet sich gegebenenfalls aber in den Werten der Parameter.

Die normierten Werte der Maschinenparameter sind in den Abbildungen zu sehen. Sie sind in der folgenden Tabelle angeführt. Die Statorimpedanzen wurden dabei gemäß den Vorschriften (5.5) und (5.6) auf die beiden Rotoren aufgeteilt. Damit können auch unterschiedlich lange Rotoren nachgebildet werden. Es werden dabei einfach die Werte der Statorimpedanzen im Verhältnis der Rotorlängen auf die beiden Rotoren aufgeteilt. In der Tabelle 7.1 entspricht Rotor 1 des MATLAB-Simulink-Modells dem ASM-Rotor, der PM-Rotor entspricht dem Rotor 2.

		ASM-Rotor (1)	PM-Rotor (2)
Statorwiderstand	$r_S$	0,01	0,01
Statorinduktivität	$l_S$	0,95	0,20
Rotorwiderstand	$r_R$	0,10	1,50
Rotorinduktivität	$l_R$	0,95	0,20
Streuung	$\sigma$	0,10	0,20
Permanentmagnetflussverkettung	$\underline{\psi}_M$	-	0,50

Tabelle 7.1: Parameter der Drehstromdoppelmaschine

Mit dem dargestellten Modell können nun Simulationen des Maschinenverhaltens durchgeführt werden. Dabei ist das eigentliche Maschinenmodell noch um die zur Regelung der Drehstromdoppelmaschine notwendigen Regelkreise zu ergänzen.

## 7.4 Ungeregelte Betriebszustände

Um die Eigenschaften des vorgestellten Modells auf die brauchbare Modellierung einer realen Maschine zu untersuchen und die Tauglichkeit des Modells zu zeigen, wird als einfacher Betriebszustand das Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers an die Drehstromdoppelmaschine simuliert. Dabei ist zwischen den möglichen Rotorkombinationen der Maschine zu unterscheiden. Zunächst wird eine Asynchronmaschine mit einem Rotor betrachtet, anschließend die drei Kombinationen ASM-ASM, ASM-PSM und PSM-PSM. Zuletzt wird eine Permanentmagnet-Synchronmaschine mit einem Rotor modelliert.

### 7.4.1 ASM mit einem Rotor

Zunächst wird das Modell mit den Parametern zweier ASM-Rotoren versehen. Dafür werden für beide Rotoren die Parameter einer ASM entsprechend der Tabelle 7.1 vorgegeben. Damit lässt sich bei korrekter Modellbildung das Verhalten einer Asynchronmaschine nachbilden. Zuerst wird ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierender Spannungsraumzeiger an die Maschine geschaltet. Anschließend wird die Frequenz des Spannungsraumzeigers proportional zur Amplitude verändert und dabei die Änderung der Winkelgeschwindigkeit der Rotoren untersucht.

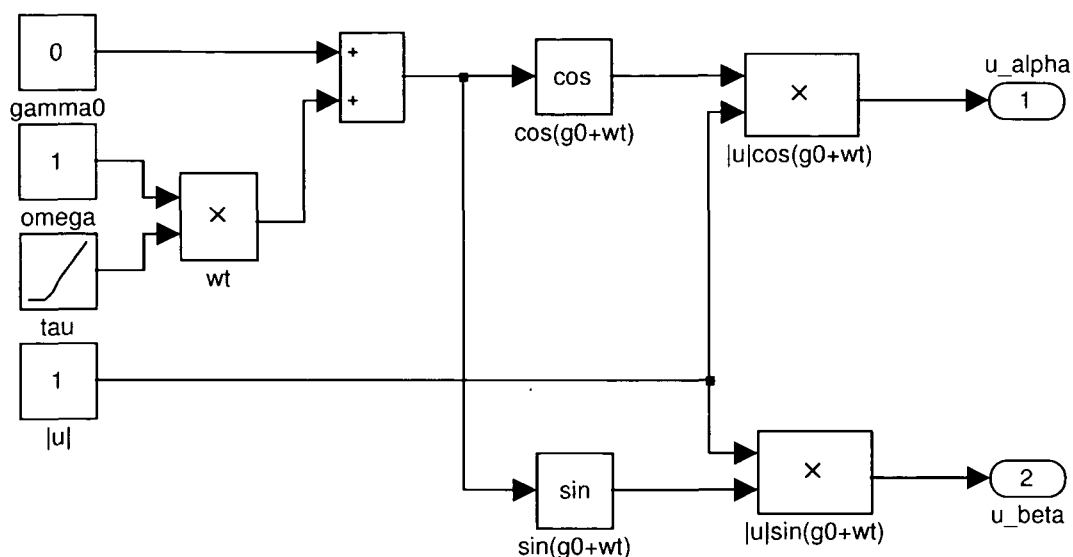


Abbildung 7.5: Simulink-Block zur Simulation eines gleichförmig rotierenden Spannungsraumzeigers

Für die Simulation des an die Maschinenklemmen anzulegenden Spannungsraumzeigers wird in MATLAB-Simulink der in Abbildung 7.5 dargestellte Block verwendet. Die Ausgänge dieses Blocks werden mit den entsprechenden Eingängen des Maschinenmodells verbunden. Die Simulationsergebnisse des Verhaltens der beiden Rotoren sind unter diesen Voraussetzungen natürlich exakt gleich. Im Folgenden werden daher stets die Ergebnisse des ersten Rotors auch stellvertretend für den anderen Rotor angeführt.

Bei Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers wird die mechanisch unbelastete Maschine gemäß Gleichung (4.19) nahezu auf die synchrone Drehzahl beschleunigen, wie dies in Abbildung 7.6 gezeigt ist. Für die Simulation wird der Betrag des erregenden Spannungsraumzeigers entsprechend Abbildung 7.5  $|\underline{u}_S| = 1$  gewählt, für die Frequenz gilt  $\omega_S = 1$ .

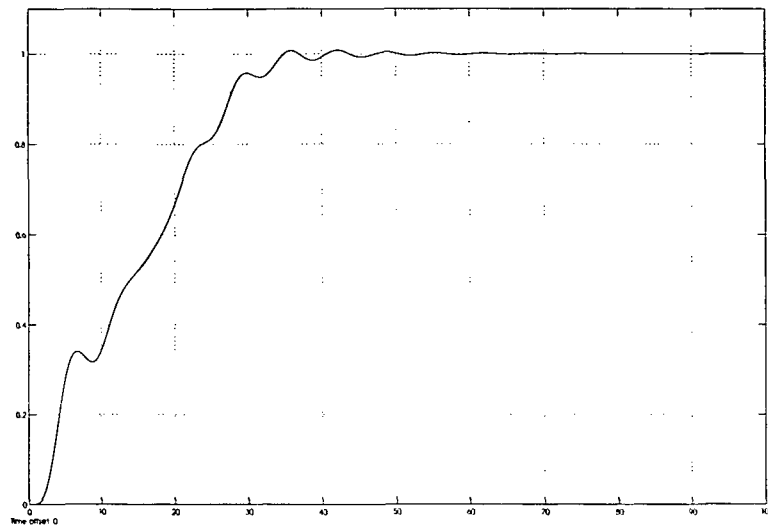


Abbildung 7.6: Beschleunigung eines ASM-Rotors bei Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers

Den Einschwingvorgang des Rotorflussverkettungsraumzeigers und des Statorflussverkettungsraumzeigers zeigen die Ortskurven der Raumzeiger in Abbildung 7.7. Die Ortskurven von Rotorstrom- und Statorstromraumzeiger sind in Abbildung 7.8 dargestellt.

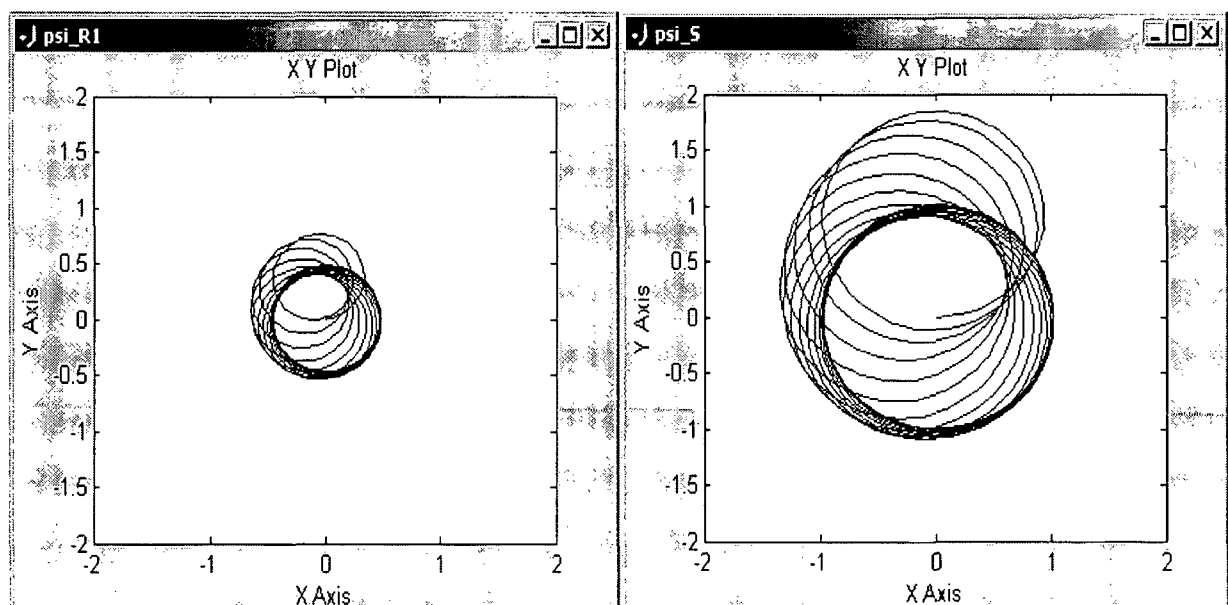


Abbildung 7.7: Ortskurve von Rotorfluss- und Statorflussverkettungsraumzeiger

In der Abbildung ist auch deutlich der Ausgleichsvorgang, der in den eingeschwungenen Zustand mündet, zu erkennen. Aufgrund der Erregung mit einem harmonischen Spannungsraumzeiger und der Linearität des Systems stellen sich als eingeschwungene Zustände der Flussverkettungen ebenfalls harmonische Verläufe ein.

Die mit konstanter Geschwindigkeit erfolgende Rotation der Raumzeiger ist aus den Abbildungen nicht zu erkennen, jedoch bei komponentenweiser Darstellung über der Zeit.

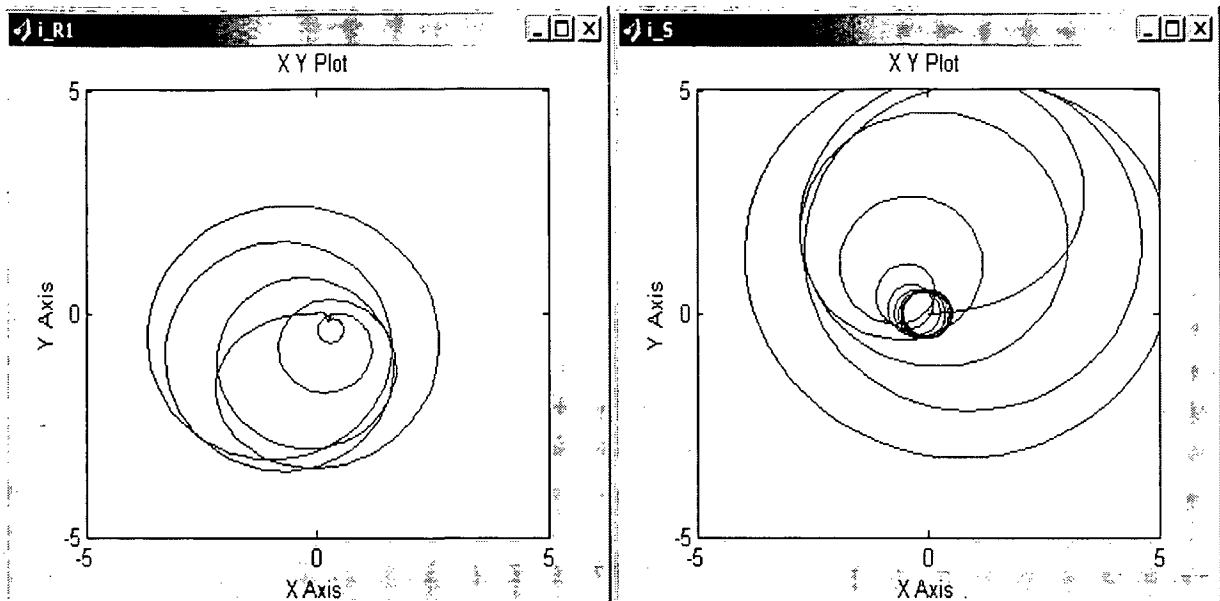


Abbildung 7.8: Ortskurve von Rotorstrom- und Statorstromraumzeiger

Ebenso wie bei den Ortskurven der Flussverkettungsraumzeiger ist auch bei der abgebildeten Ortskurve des Statorstromraumzeigers deutlich der eingeschwungene Zustand als Kreisbahn zu erkennen, entlang derer der Raumzeiger läuft. Bei Stillstand der Maschine nimmt der Betrag des Kurzschlussstroms den etwa sechsfachen Wert des Leerlaufstroms an, wie dies von Asynchronmaschine allgemein bekannt ist [8]. Der Betrag des Rotorstroms hingegen nimmt mit steigender Drehzahl ab. Bei Erreichen der synchronen Winkelgeschwindigkeit verschwindet der Rotorstrom.

#### 7.4.2 ASM-ASM-Kombination

Im nächsten Schritt wird nun eine aus zwei betragsmäßig gleich großen, aber in entgegengesetzten Richtungen umlaufenden Raumzeigern zusammengesetzte Spannung an die

Maschine geführt. Für die Simulation werden die Beträge der erregenden Spannungsraumzeiger  $|\underline{u}_{S,i}| = 1$  gewählt, für die Frequenzen gilt  $\omega_{S,1} = 1$ ,  $\omega_{S,2} = -1$ .

Dies entspricht der Ausbildung eines räumlich stillstehenden Wechselfelds, welches bekanntlich aus zwei in entgegengesetzter Richtung rotierenden Feldern konstruiert werden kann [5]. Da unter diesen Bedingungen eine ASM nicht anläuft, werden für beide Rotoren Anfangswerte der Winkelgeschwindigkeit von  $\omega_{1,0} = 0,001$  und  $\omega_{2,0} = -0,001$  vorgegeben und damit der Anlauf vorweggenommen. Die Rotoren beschleunigen nun aufgrund ihrer bereits zum Einschaltzeitpunkt vorhandenen Drehung zufolge der beiden Feldkomponenten in entgegengesetzte Richtungen.

An der realen Maschine entspricht die Vorgabe dieser betragsmäßig kleinen Geschwindigkeit einem gleichzeitigen Anstoßen der beiden Rotoren in entgegengesetzter Richtung.

Diese Simulation stellt demnach das Anlaufverhalten einer Drehstromdoppelmachine in ASM-ASM-Kombination dar. Bei einer real existierenden Maschine muss durch geeignete Maßnahmen das Anlaufen der Rotoren in unterschiedliche Richtungen sichergestellt werden. Zudem muss durch die Regelung während des Anlaufs sichergestellt werden, dass die Überlagerung der beiden Raumzeiger kein stehendes Wechselfeld bildet, um das Anlaufen der beiden Rotoren zu ermöglichen.

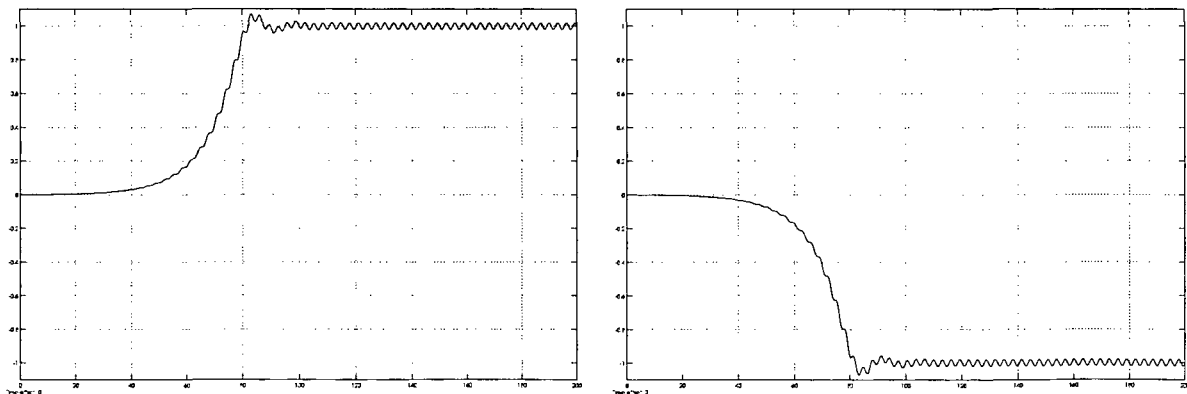


Abbildung 7.9: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$  der beiden ASM-Rotoren über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 200$

In Abbildung 7.9 sind die Winkelgeschwindigkeiten der Rotoren in Abhängigkeit der bezogenen Zeit  $\tau$  dargestellt. Die Abbildungen 7.10 und 7.11 zeigen die Raumzeiger der Rotorströme und der Rotorflussverkettungen.

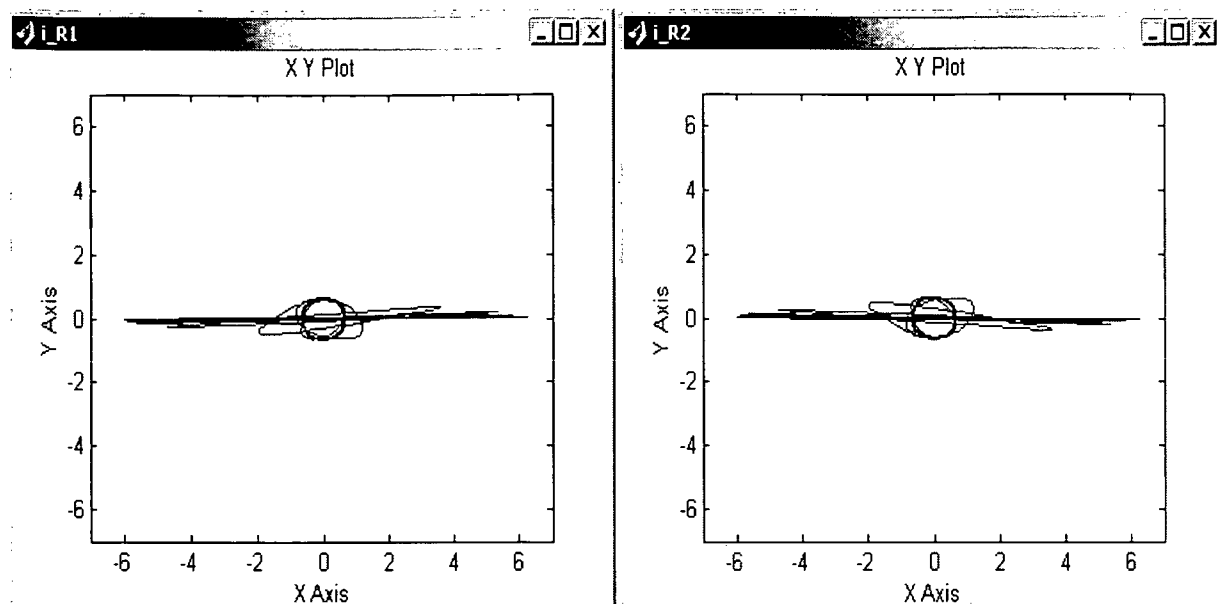


Abbildung 7.10: Rotorstromraumzeiger  $i_{R1}, i_{R2}$  der beiden ASM-Rotoren während des Anlaufs gemäß Abb. 7.9

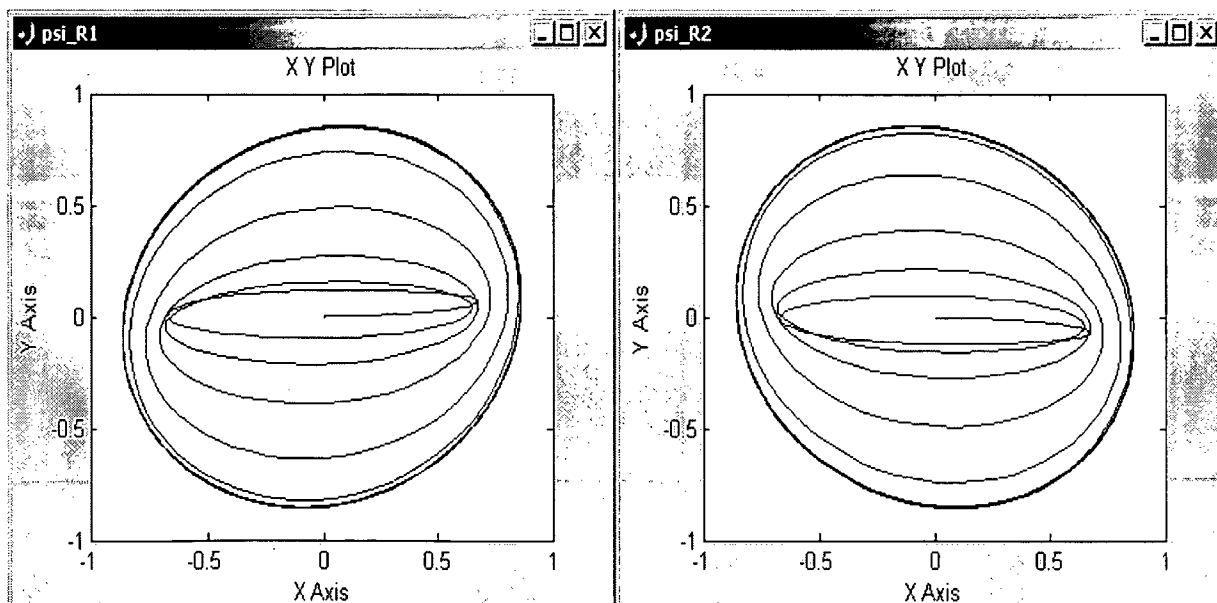


Abbildung 7.11: Rotorflussverkettungsraumzeiger  $\psi_{R1}, \psi_{R2}$  der beiden ASM-Rotoren

In den Abbildungen 7.10 und 7.11 ist am Beginn der Simulation im Stillstand der Maschine analog zu Abbildung 7.12 der räumliche Stillstand der Strom- und Flussverkettungsraum-

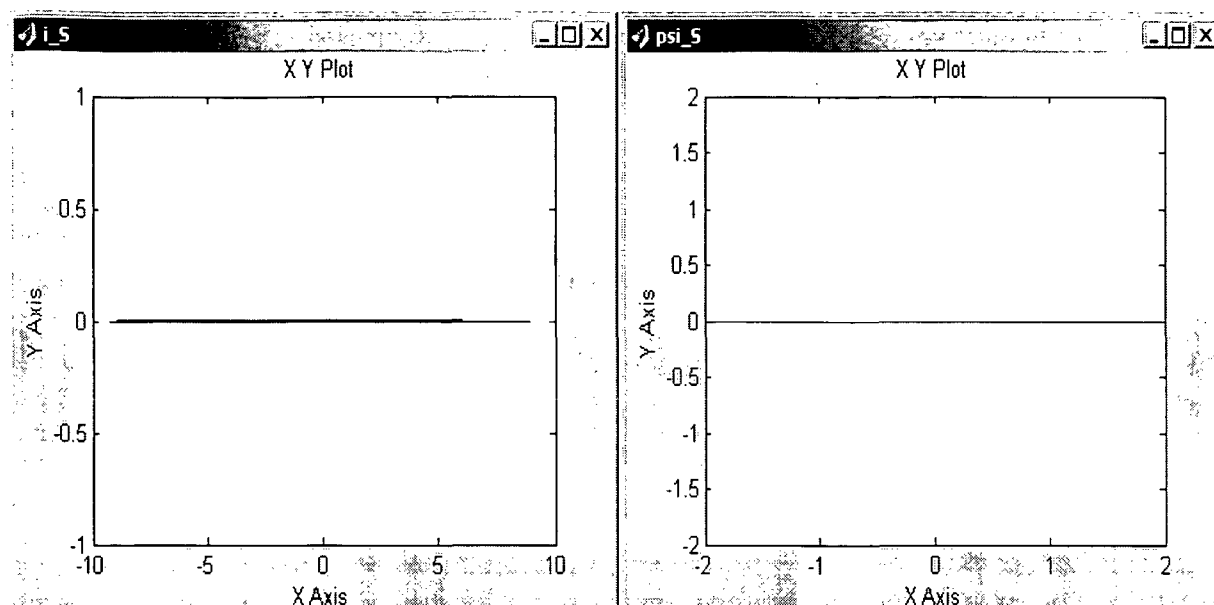


Abbildung 7.12: ASM-ASM: Statorstromraumzeiger  $i_s$ , Flussverkettungsraumzeiger  $\psi_s$

zeiger in der Maschine erkennbar. Die Ortskurven liegen entsprechend der Erregung in der reellen Achse der komplexen Ebene. In der stillstehenden Maschine, welche prinzipiell einem Transformator entspricht, bewirkt diese Erregung aufgrund der Linearität wieder Wechselgrößen mit derselben Frequenz wie die Erregung. Die Momentanwerte folgen entsprechend der Erregung einer harmonischen Funktion. Diese harmonischen Wechselgrößen werden durch räumlich stillstehende Flussverkettungen des Stators und des Rotors sowie durch einen räumlich stillstehenden Rotorstromraumzeiger ausgedrückt. Für den Raumzeiger der Statorflussverkettung ist der zeitliche Verlauf der  $\alpha$ -Komponente  $\psi_{s,\alpha}(\tau)$  in Abbildung 7.13 dargestellt. Durch geeignete Wahl der Anfangslage  $\gamma_0$  der beiden Teilspannungsraumzeiger entsprechend Abbildung 7.5 tritt bei den Raumzeigern von Statorfluss und Statorstrom keine  $\beta$ -Komponente auf, da die erregende Spannung in der reellen Achse schwingt und die Summe der in den Rotoren induzierten Spannungen ebenfalls in der reellen Achse liegt.

Durch die als Anfangsbedingung vorgegebenen Winkelgeschwindigkeiten kommt es zu einem Ausgleichsvorgang, der im eingeschwungenen Endzustand in die Rotation beider Rotoren in entgegengesetzte Richtungen übergeht. Auch hier ist wieder deutlich der eingeschwungene Zustand erkennbar. In diesem Zustand liegen zwei entgegengesetzt rotierende Rotorstromraumzeiger vor.

Aufgrund der parasitären Effekte der jeweils entgegengesetzt rotierenden Feldkomponente

verschwinden die Rotorströme nicht vollständig, da jeder Rotor relativ zu dieser Feldkomponente eine Relativwinkelgeschwindigkeit  $|\omega_R| = 2$  aufweist und somit eine Relativbewegung zwischen Statorflussverkettung und Rotor vorliegt, welche einen Stromfluss zufolge hat.

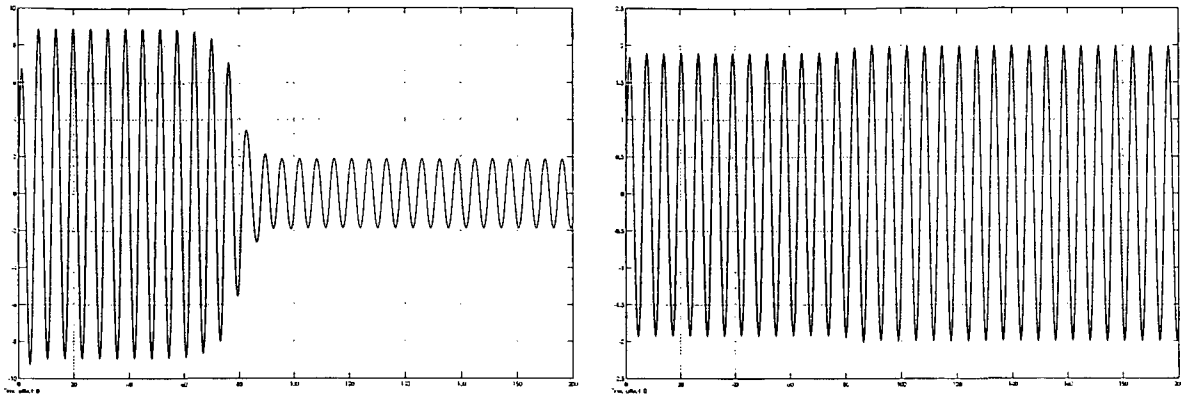


Abbildung 7.13: ASM-ASM: Statorstrom  $-10 \leq i_{S,\alpha}(\tau) \leq 10$  für  $0 \leq \tau \leq 200$  (linkes Bild), Statorflussverkettung  $-2.5 \leq \psi_{S,\alpha}(\tau) \leq 2.5$  für  $0 \leq \tau \leq 200$  (rechtes Bild)

In Abbildung 7.11 ist die elliptische Gestalt der beiden Rotorflussverkettungsraumzeiger im eingeschwungenen Zustand zu erkennen. Diese Form ergibt sich durch die Überlagerung der zwei gegenläufigen Komponenten des Rotorflusses entsprechend Gleichung (6.37). Mit der gewählten Erregung und unter der Voraussetzung eines idealen Synchronlaufs entsprechend

$$\omega_{IM,1} = \omega_{m,ASM1} = \omega_S = 1, \quad (7.13a)$$

$$\omega_{IM,2} = \omega_{m,ASM2} = -\omega_S = -1 \quad (7.13b)$$

wird die Rotorflussverkettung (6.37) des Rotors 1 bei Betrachtung in einem statorfesten Koordinatensystem mit  $\omega_k = 0$  zu

$$\underline{\psi}_{R,ASM1}(\tau) = C_{ASM1}^{(IM1)} l_{R,ASM1} \underline{i}_{S,IM1} e^{j\omega_S \tau} + C_{ASM1}^{(IM2)} l_{R,ASM1} \underline{i}_{S,IM2} e^{-j\omega_S \tau}. \quad (7.14)$$

Einsetzen der Konstanten (6.39) in die obige Gleichung unter Berücksichtigung der Winkelgeschwindigkeiten (7.13) liefert für die Rotorflussverkettung

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{R,ASM1}(\tau) &= l_{SR,ASM1} \underline{i}_{S,IM1} e^{j\omega_S \tau} + \frac{l_{SR,ASM1}}{1 - 2j\omega\tau_R} \underline{i}_{S,IM2} e^{-j\omega_S \tau} \\ &= \underline{A} e^{j\omega_S \tau} + \underline{B} e^{-j\omega_S \tau} \end{aligned} \quad (7.15)$$

womit aufgrund der Verschiedenheit von  $\underline{A}$  und  $\underline{B}$  der elliptische Charakter der Ortskurven in Abbildung 7.11 begründet wird.



Zusätzlich ist aus der unterschiedlichen Lage der einschwingenden Raumzeiger die entgegengesetzte Drehrichtung beider Rotoren ablesbar.

Ein Vergleich der Abbildungen 7.9 und 7.13 veranschaulicht das Abklingen des Statorstroms während der Beschleunigung der beiden Rotoren vom Stillstand, entsprechend dem Kurzschlussstrom bis hin zum Leerlauf entsprechend dem Leerlaufstrom. Der Spitzenwert des Statorflussverkettungsraumzeigers nimmt zufolge der Überlagerung zweier gegenläufig rotierender Spannungsraumzeiger mit dem normierten Wert "1" ungefähr den Wert "2" an.

### 7.4.3 ASM-PSM-Kombination

Die Simulation einer Maschine mit den Parametern aus Tabelle 7.1 ermöglicht die Überprüfung des Modells der Drehstromdoppelmachine mit zwei unterschiedlicher Rotoren. Wiederum wird der Hochlauf der beiden Rotoren bei Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers simuliert. Auch in diesem Fall wird für die Simulation der Betrag des erregenden Spannungsraumzeigers  $|\underline{u}_S| = 1$  entsprechend Abbildung 7.5 gewählt, für die Erregerfrequenz gilt  $\omega_S = 1$ .

Erwartungsgemäß zeigt sich, dass der PM-Rotor bei Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers nicht anläuft, da der zeitliche Mittelwert des in Gleichung (4.35) angegebenen Moments verschwindet. Zuzufolge des zeitlich veränderlichen Moments schwingt der Rotor um seine Ruhelage. Der unbelastete ASM-Rotor hingegen beschleunigt zufolge des Drehfelds auf die synchrone Drehzahl.

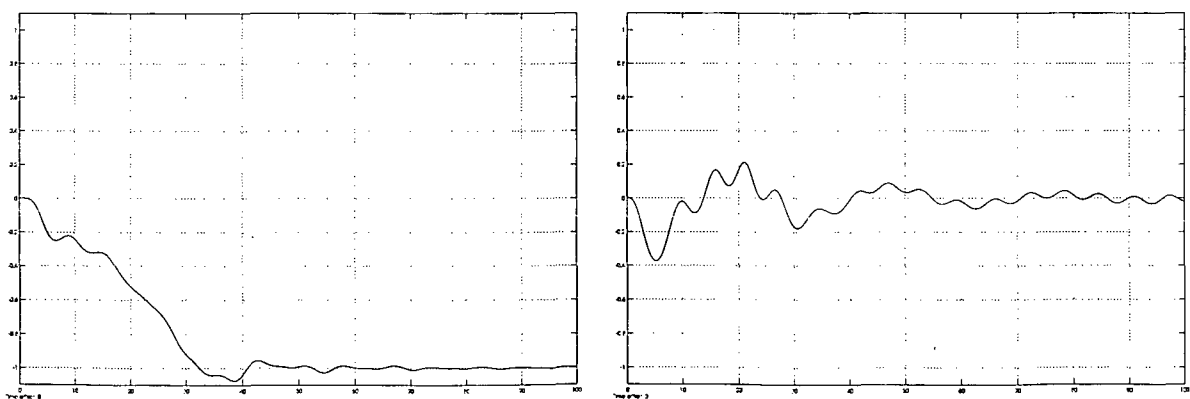


Abbildung 7.14: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1(\tau) \leq 1$  des ASM- und  $-1 \leq \omega_2(\tau) \leq 1$  des PM-Rotors über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 100$

In Abbildung 7.14 ist links mit der Darstellung von  $\omega_{ASM}(\tau)$  das Anlaufen des ASM-Rotors abgebildet. Im rechten Teil der Abbildung ist das Schwingen des PM-Rotors um die Ruhelage zu erkennen, wobei für  $\tau \gg \tau(0)$  im eingeschwungenen Zustand  $\bar{\omega}_{PSM} = 0$  gilt. Unmittelbar nach dem Einschalten der Spannung ist eine Winkelgeschwindigkeit feststellbar, deren zeitliches Integral nicht verschwindet und die somit zu einer Verdrehung der mittleren PM-Rotorposition in Drehrichtung der Statordurchflutung führt.

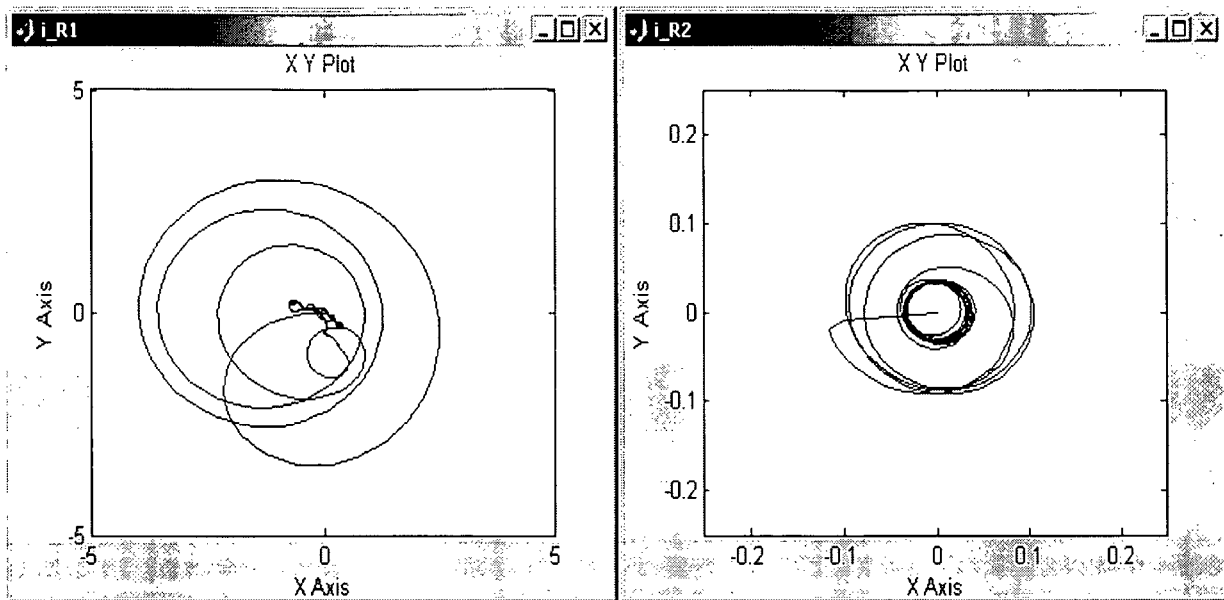


Abbildung 7.15: Rotorstromraumzeiger  $\underline{i}_{R1}, \underline{i}_{R2}$  des ASM- und PM-Rotors

Die Bilder in Abbildung 7.15 zeigen den Einschwingvorgang der beiden Rotorstromraumzeiger  $\underline{i}_{R,1}$  und  $\underline{i}_{R,2}$ . Im linken Teil der Abbildung ist erkennbar, dass der Rotorstrom des ASM-Rotors im eingeschwungenen Zustand verschwindet, da der Rotor synchron mit dem Drehfeld rotiert. Im nahezu stillstehenden PM-Rotor hingegen tritt zufolge der Relativbewegung auch weiterhin ein rotierender Rotorstromraumzeiger auf.

Der zeitliche Verlauf der von ASM- und PM-Rotor entwickelten Drehmomente ist in Abbildung 7.16 dargestellt. Das auf den PM-Rotor wirkende Drehmoment besteht entsprechend Gleichung (4.43) aus zwei Anteilen. Das Zusammenwirken der Permanentmagnete mit der Statorflussverkettung bewirkt eine Drehmomentkomponente, deren zeitlicher Mittelwert verschwindet und ein Pendeln des Rotors hervorruft. Zusätzlich erzeugt der rotierende Stromraumzeiger eine weitere Drehmomentkomponente. Bei den gewählten Maschinenparametern läuft der Rotor nicht an, weil das resultierende Drehmoment keinen zeitlichen Mittelwert aufweist.

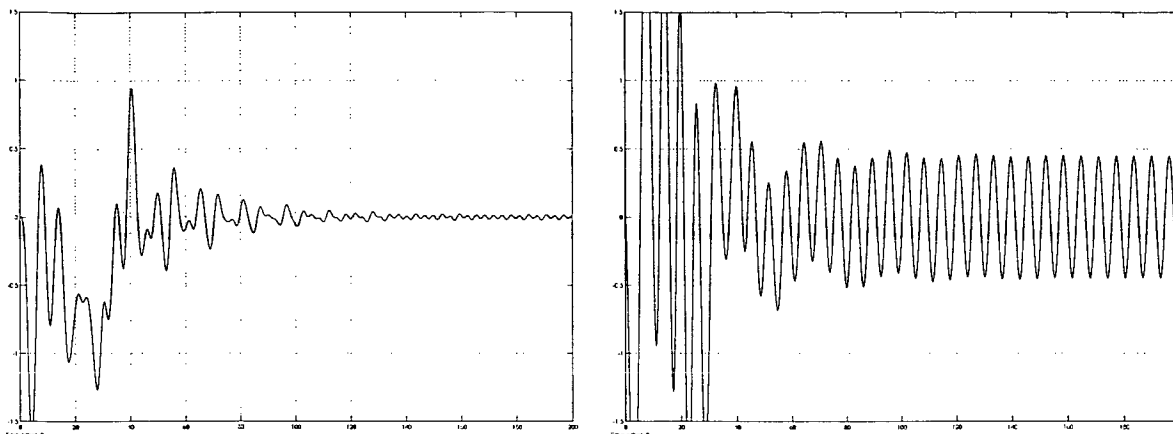


Abbildung 7.16: Drehmomente  $-1.5 \leq m_i(\tau) \leq 1.5$  des ASM-Rotors (links) und des PM-Rotors (rechts) für  $0 \leq \tau \leq 200$

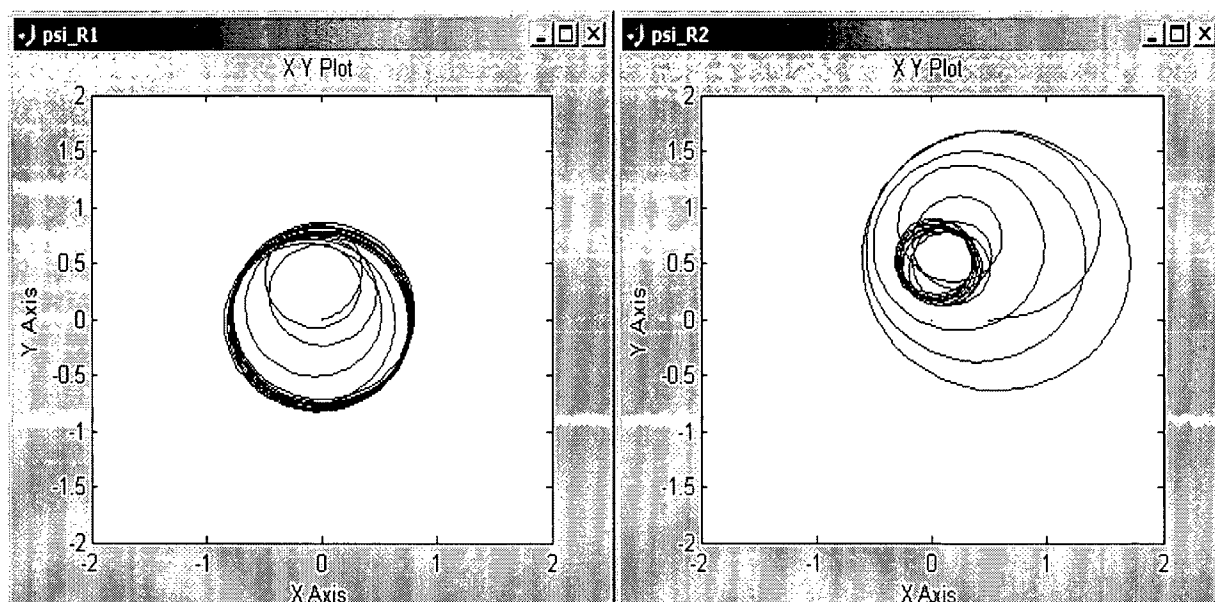


Abbildung 7.17: Rotorflussverkettungsraumzeiger  $\underline{\psi}_{R1}, \underline{\psi}_{R2}$  des ASM- und PM-Rotors

Die Rotorflussverkettungsraumzeiger sind in Abbildung 7.17 dargestellt. Im rechten Bild ist zu erkennen, dass der Rotorflussverkettungsraumzeiger des PM-Rotors beginnend von seiner Ruhelage  $\gamma_{0,PSM} = 0$  zunächst in Drehrichtung des Statorfeldes ausgelenkt wird und danach um seine neue Ruhelage schwingt, während der mit dem ASM-Rotor verkettete Rotorflussverkettungsraumzeiger im eingeschwungenen Zustand rotiert.

Die Raumzeiger von Statorstrom und Statorflussverkettung sind in Abbildung 7.18 dargestellt. Nach dem Abklingen des Einschaltvorgangs beschreibt der Statorstromraumzeiger

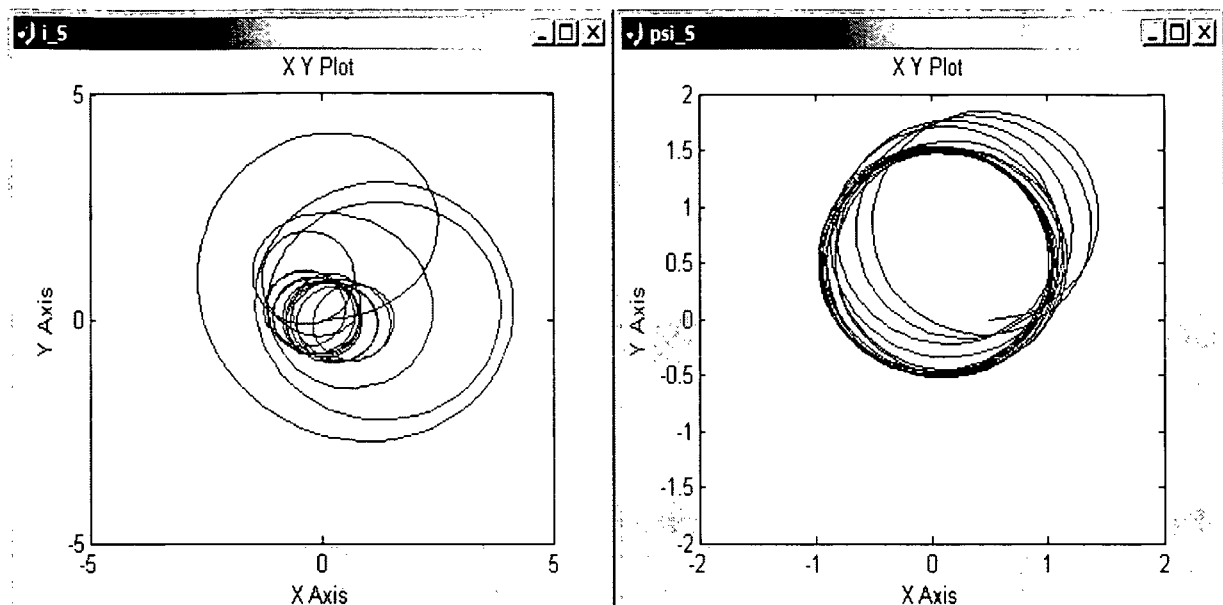


Abbildung 7.18: ASM-PSM: Statorstromraumzeiger  $\underline{i}_S$ , Flussverkettungsraumzeiger  $\underline{\psi}_S$

im eingeschwungenen Zustand zufolge der harmonischen Erregung wiederum einen Kreis. Die Mittelpunktverschiebung beim Statorflussverkettungsraumzeiger  $\underline{\psi}_S$  ist auf den von den Permanentmagneten ausgehenden Anteil der Statorflussverkettung zufolge des mit  $\bar{\omega}_{PSM} = 0$  pendelnden PM-Rotors zurückzuführen.

#### 7.4.4 PSM-PSM-Kombination

In den bisher beschriebenen Simulationen wurde das Verhalten des Modells bei Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers oder bei Anlegen eines Wechselfelds untersucht. Die angelegte Spannung ist nicht geregelt. Im Falle zweier PM-Rotoren ist zu erwarten, dass diese aufgrund des verschwindenden zeitlichen Mittelwerts des von Rotor und Stator ausgebildeten Drehmoments nur um ihre Ruhelage pendeln werden.

Die für die Simulation gewählten Parameter des an die Maschine anzulegenden Spannungsraumzeigers werden wieder mit  $|\underline{u}_S| = 1$  für den Betrag und mit  $\omega_S = 1$  für die Frequenz gewählt. Die relative Lage der Rotoren zueinander im Einschaltzeitpunkt wurde um 180 Grad (elektrisch) verschoben gewählt.

Daraus ergibt sich der gegengleiche zeitliche Verlauf der zwei Winkelgeschwindigkeiten in

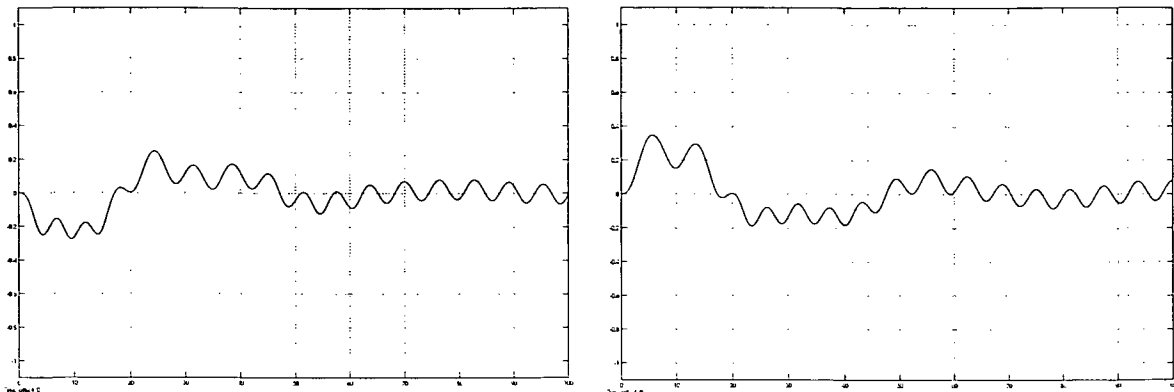


Abbildung 7.19: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$  der PM-Rotoren über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 100$

Abbildung 7.19. Im linken Teil der Abbildung ist das Schwingen des ersten PM-Rotors nach dem Anlegen der Spannung abgebildet. Im rechten Teil der Abbildung ist das Schwingen des zweiten PM-Rotors um die Ruhelage zufolge des rotierenden Spannungsraumzeigers dargestellt.

Abbildung 7.20 verdeutlicht, dass die in den Rotoren auftretenden Rotorströme gleich sind. Es zeigt sich, dass im eingeschwungenen Zustand beide Rotorstromraumzeiger mit der Frequenz der erregenden Spannung rotieren.

In Abbildung 7.21 sind die Rotorflussverkettungsraumzeiger der beiden Rotoren dargestellt. Wie aus den Ortskurven der Raumzeiger erkennbar ist, stehen auch im eingeschwungenen Zustand die Rotoren nicht still, sondern pendeln um eine Ruhelage. Die Ortskurven dieser Raumzeiger spiegeln die mechanische Bewegung der Rotoren wieder, da in ihnen die Flussverkettung zufolge der Permanentmagnete enthalten ist. Diese sind bekanntlich fest mit dem Rotor verbunden. Der unterschiedliche Verlauf während des Einschwingvorgangs ist wiederum mit der entgegengesetzten Ausrichtung der Rotoren im Einschaltzeitpunkt zu begründen.

Der in Abbildung 7.22 dargestellte Statorstromraumzeiger zeigt wie auch in den bereits diskutierten Simulationen nach Erreichen des stationären Zustands als Folge der Erregung einen harmonischen Verlauf, der durch den mit konstanter Winkelgeschwindigkeit befahrenen Kreis in der komplexen Ebene ausgedrückt wird. Dieser Raumzeiger weist wiederum als Folge der beiden Rotorlagen eine Verschiebung aus dem Mittelpunkt der komplexen Ebene auf.

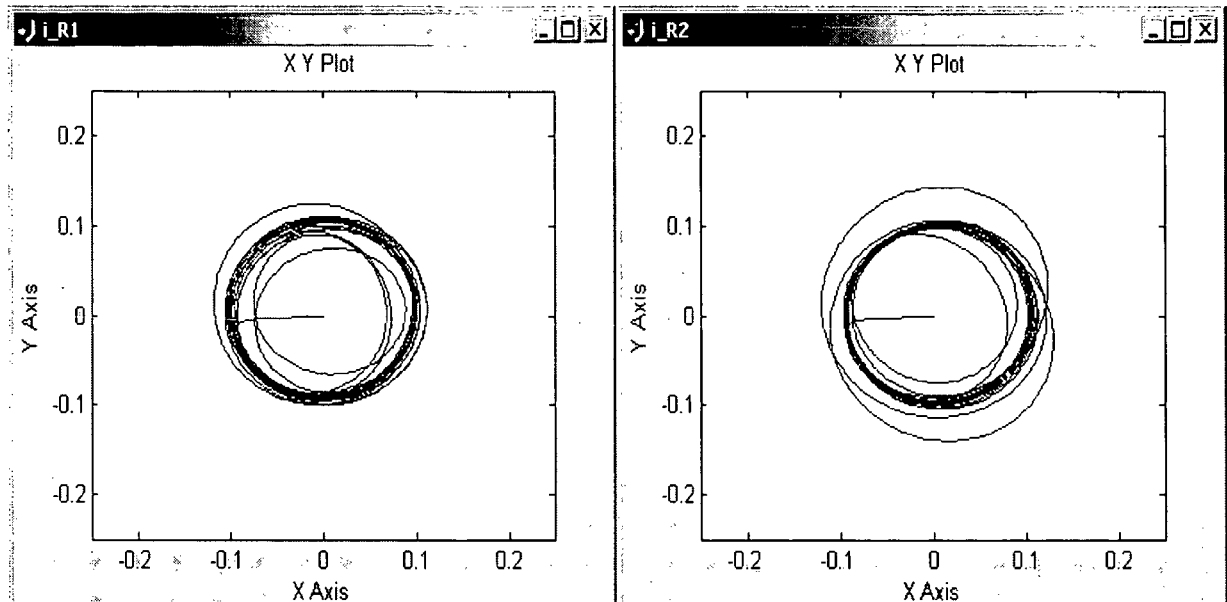


Abbildung 7.20: Rotorstromraumzeiger  $\underline{i}_{R1}$ ,  $\underline{i}_{R2}$  der beiden PM-Rotoren

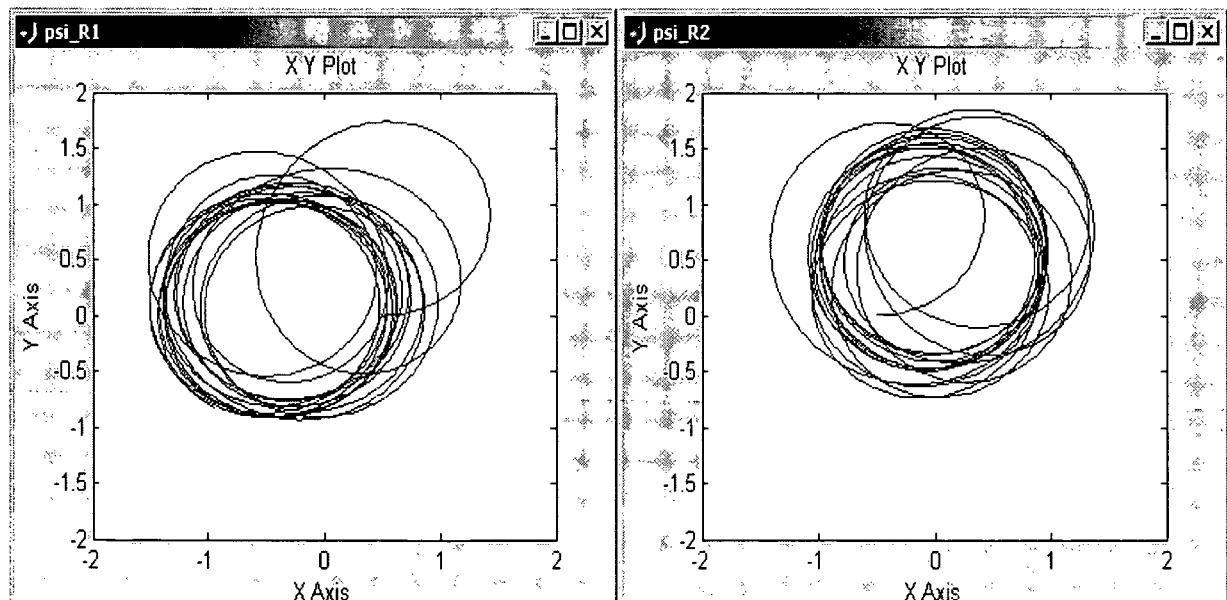


Abbildung 7.21: Rotorflussverkehtungsraumzeiger  $\underline{\psi}_{R1}$ ,  $\underline{\psi}_{R2}$  der beiden PM-Rotoren

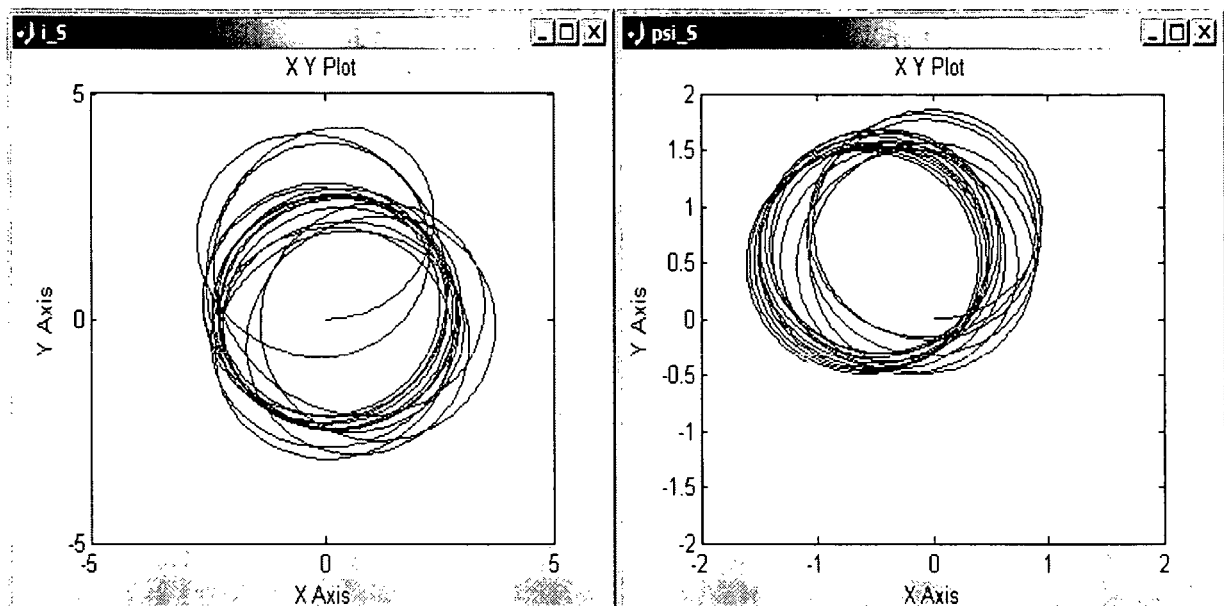


Abbildung 7.22: PSM-PSM: Statorstromraumzeiger  $\underline{i}_S$ , Flussverkettungsraumzeiger  $\underline{\psi}_S$

#### 7.4.5 PSM mit einem Rotor

Nun werden die in Tabelle 7.1 für den PM-Rotor angegebenen Werte für beide Rotoren vorgegeben. Die Maschine verhält sich demnach wie eine Maschine mit einem (in der Mitte getrennten) Rotor.

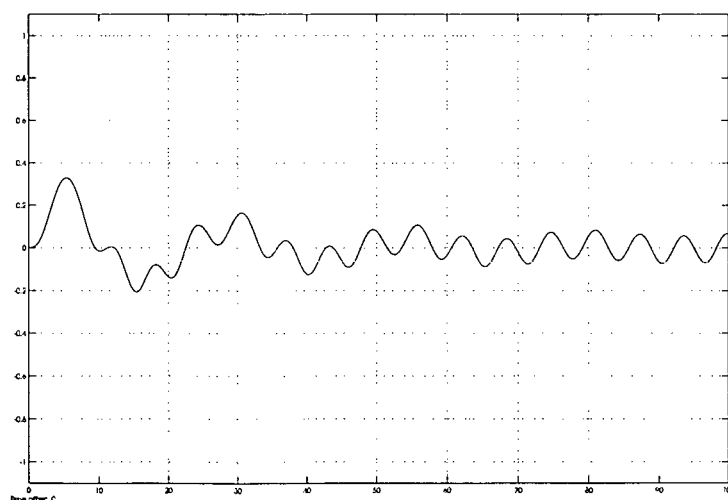


Abbildung 7.23: Oszillierende Bewegung des PM-Rotors über der bezogenen Zeit  $\tau$

Die Parameter des an die Maschine angelegten Spannungsraumzeigers werden mit  $|\underline{u}_S| = 1$  und mit  $\omega_S = 1$  gleich wie in den vorigen Simulationen gewählt. Erwartungsgemäß wird auch diese Maschine bei Anlegen eines rotierenden Spannungsraumzeigers nicht anlaufen. Abbildung 7.23 zeigt die oszillierende Bewegung eines Rotors stellvertretend für die beiden identischen Bewegungsabläufe.

Die Ortskurven der Ströme und Flussverkettungen werden im wesentlichen denselben Verlauf wie bei der PSM-PSM-Kombination aufweisen, wobei in diesem Fall die Ursprungslagen der Rotoren gleich sein müssen, da ja das Verhalten einer Maschine mit einem Rotor simuliert wird. Für die Raumzeiger der Rotorströme, des Statorstroms und der Statorflussverkettung wird sich nach dem Abklingen des Ausgleichsvorgangs im stationären Zustand wieder eine Kreisbahn als Ortskurve einstellen. Auf die Darstellung dieser Größen wird daher hier verzichtet.



# Kapitel 8

## Regelung der Drehstromdoppelmanchine

Dieser Abschnitt stellt die Strukturen zur Regelung der drei möglichen Varianten der Drehstromdoppelmanchine vor. Zunächst wird anhand des erzeugten Maschinenmodells eine Simulation der Regelungsalgorithmen durchgeführt. Anschließend wird die Implementierung der Regelung für eine real existierende Drehstromdoppelmanchine erläutert. Die Regelung erfolgt unter Verwendung eines Signalprozessorsystems, welches seinerseits den Umrichter zur Spannungsversorgung der Maschine steuert.

### 8.1 Kombination ASM - ASM

Die Drehzahl jedes Rotors einer Kombination aus zwei Asynchronmaschinen wird durch die Vorgabe einer U/f-Kennlinie getrennt für jeden Rotor eingestellt [4]. Mit der Windungszahl eines Strangs  $w$  und dem Wicklungsfaktor  $\xi$  gilt bei einem zeitlich sinusförmig verlaufenden magnetischen Fluss für den Effektivwert der Spannung

$$u_{eff} = \sqrt{2} \pi f w \xi \hat{\phi}, \quad (8.1)$$

damit ergibt sich für den magnetischen Fluss die Beziehung

$$\hat{\phi} = const \cdot \frac{u_{eff}}{f} \quad (8.2)$$

Um in der Maschine das Flussniveau im Bereich des Nennflusses zu halten, wird für jeden Rotor durch die Steuerung ein Spannungsraumzeiger mit drehzahl- und damit frequenzproportionalem Betrag vorgegeben. Der resultierende Spannungsraumzeiger wird durch

Addition der beiden Teilspannungsraumzeiger gemäß Gleichung (5.2) gebildet. Bei dieser Maschinenvariante erfolgt keine Rückkopplung des Ist-Wertes der Rotordrehzahlen. Es handelt sich demnach um die Steuerung der Drehzahl.

Für die an den Maschinenklemmen notwendige Spannung ergibt sich somit durch Addition der beiden für die Steuerung jedes Rotors gemäß Gleichung (5.2) nötigen Teilspannungen

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{ASM1,soll} + \underline{u}_{ASM2,soll} = \underline{u}_{S,ASM1} + \underline{u}_{S,ASM2}. \quad (8.3)$$

Der erste Rotor soll der Vorgabe  $\underline{u}_{ASM1,soll}$  folgen. Damit kann die vorige Gleichung auch in der Form

$$\underline{u}_{S,ASM1} = \underline{u}_{ASM1,soll} + \underline{u}_{ASM2,soll} - \underline{u}_{S,ASM2} \quad (8.4)$$

formuliert werden. Aus dieser Darstellung ist erkennbar, dass der erste Rotor mit der Vorgabe der Spannung  $\underline{u}_{ASM1,soll}$  gesteuert wird, während die Spannungen  $\underline{u}_{ASM2,soll}$  und  $\underline{u}_{S,ASM2}$  Störungen darstellen. Sinngemäß gelten diese Beziehungen auch für den zweiten Rotor in der Maschine. In Abbildung 8.1 sind die beschriebenen Zusammenhänge grafisch dargestellt.

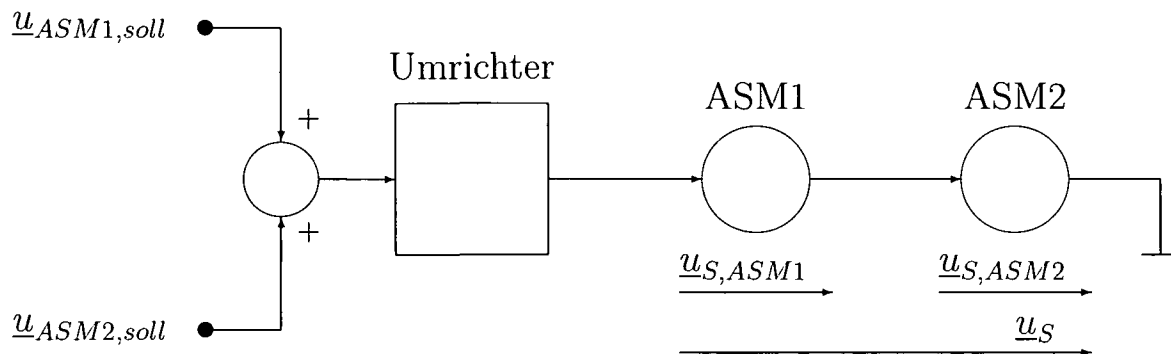


Abbildung 8.1: Addition der Spannungsraumzeiger zur Steuerung der Drehstromdoppelmaschine mit zwei ASM-Rotoren

Für die aus zwei Asynchronmaschinen gebildete Drehstromdoppelmaschine ist zu beachten, dass im Falle zweier identischer Rotoren naturgemäß auch deren mechanische und elektromagnetische Eigenschaften ident sind. Unter Voraussetzung identischer Antriebssysteme beider Rotoren bedeutet dies für den Anlauf, dass bei Anlegen eines beliebigen Spannungsraumzeigers die Reaktion der beiden Rotoren darauf gleich sein muss, da auch die Anfangsbedingungen für beide Rotoren gleich sind. Somit ist es bei gleichem Lastmoment an beiden Rotorwellen nicht möglich, aus dem Stillstand für jeden Rotor eine beliebig vorgegebene Drehzahl zu erreichen.

Ergänzend muss berücksichtigt werden, dass sich in den Luftspalten der Drehstromdoppelmachine ein stehendes Wechselfeld ausbildet, wenn die Beträge der beiden Teilspannungsraumzeiger entsprechend Gleichung (5.2) betragsmäßig gleich groß sind und deren Umlaufgeschwindigkeiten sich nur durch die Richtung unterscheiden. Unter dieser Voraussetzung können die Rotoren überhaupt nicht anlaufen. Wegen dieser Randbedingungen muss der Anlauf durch geeignete Maßnahmen ermöglicht werden.

Um die Drehung eines Rotors in eine Richtung zu unterbinden, ist es möglich, durch eine mechanische Vorrichtung die Drehung nur in einer Richtung zuzulassen. Um jedoch diese Einschränkung der Wahl der Drehrichtung zu umgehen, sollte der Variante, Rotoren mit unterschiedlichen Parametern einzusetzen, der Vorzug gegeben werden. Es zeigt sich nämlich, dass unter bestimmten Voraussetzungen bei einer Drehstromdoppelmachine mit zwei unterschiedlichen ASM-Rotoren deren Drehzahlen über die Flussverhältnisse in der Maschine bestimmt werden können.

Um zwei unterschiedliche Drehzahlen erreichen zu können, ist es nötig, ein aus zwei Komponenten bestehendes magnetisches Drehfeld im Luftspalt zu erzeugen. Die Umlaufgeschwindigkeiten der Komponenten bestimmen dabei die synchronen Drehzahlen der Rotoren. Ist die Beschleunigung der beiden Rotoren unterschiedlich gross, so folgt der Rotor mit der größeren Beschleunigung der Feldkomponente, die im Luftspalt die betragsmäßig größere Flusskomponente hervorruft.

Durch geeignete Wahl der Rotorparameter kann erreicht werden, dass ein Rotor rascher beschleunigt als der andere und somit eine höhere Gegenspannung in der Statorwicklung induziert, sodass die beschleunigende Kraftwirkung auf den zweiten Rotor überwiegend von der zweiten Feldkomponente herrührt.

Es ist daher zunächst zu klären, wie eine unterschiedliche Beschleunigung der beiden Rotoren erzielt werden kann. Ausgehend von der Gleichung (7.3) für das Momentengleichgewicht eines Rotors

$$\tau_m \frac{d\omega_m}{d\tau} = m_R + m_L$$

gibt es die drei beeinflussenden Parameter mechanische Anlaufzeitkonstante  $\tau_m$ , vom Rotor entwickeltes Moment  $m_R$  und Lastmoment  $m_L$ .

Aufgrund des Bohrungsdurchmessers des Stators ist auch der Durchmesser der beiden Rotoren gleich zu wählen. Die Rotorlängen werden im Hinblick auf eine bestmögliche Ausnutzung ebenfalls gleich sein. Daher werden beide Rotoren in ihren Abmessungen gleich gestaltet sein, womit auch das Trägheitsmoment nahezu gleich groß sein wird. Wird weiters von gleicher Lastmomentcharakteristik an beiden Rotoren ausgegangen, bleibt als

beeinflussbarer Maschinenparameter noch das vom Rotor entwickelte Moment.

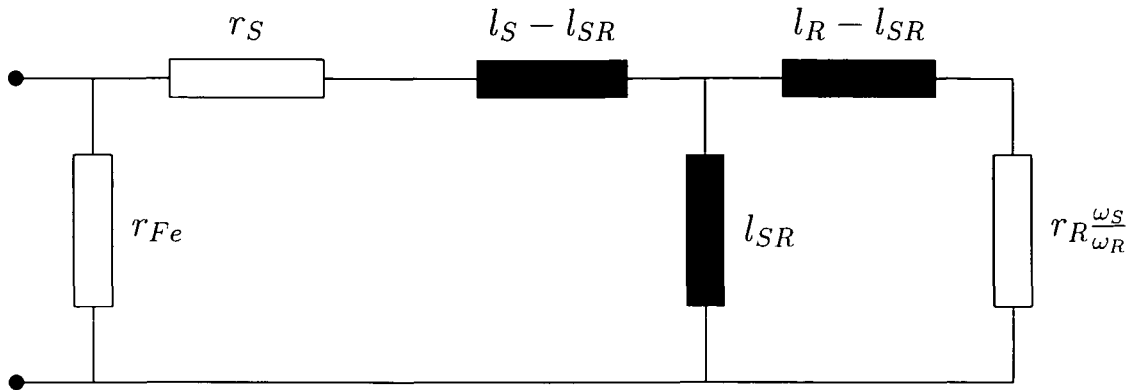


Abbildung 8.2: allgemeines Ersatzschaltbild der ASM

Im Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine werden Eisenverluste durch einen an den Anschlussklemmen der Maschine angeschlossen ohmschen Ersatzwiderstand repräsentiert. Im Fall der spannungsgespeisten Maschine bleibt dieser Ersatzwiderstand bei der Ermittlung der Drehfeldleistung unberücksichtigt.

Die durch den Luftspalt übertragene drehmomentbildende Drehfeldleistung entspricht nach dem angeführten Ersatzschaltbild 8.2 der an den Maschinenklemmen aufgenommen elektrischen Wirkleistung abzüglich der ohmschen Verluste in der Statorwicklung und der durch den Ersatzwiderstand  $r_{Fe}$  berücksichtigten Eisenverluste.

Ausgehend von dem in Abbildung 8.2 dargestellten Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine ergibt sich unter Berücksichtigung des ohmschen Widerstands des Stators die Impedanz der Maschine zu

$$\underline{z}_S = r_S + j\omega_S (l_S - l_{SR}) + j\omega_S l_{SR} // \left( j\omega_S (l_R - l_{SR}) + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} \right). \quad (8.5)$$

Nach einer Zwischenrechnung ergibt sich für die Impedanz der Maschine der Ausdruck

$$\underline{z}_S = \frac{r_S r_R - \sigma \omega_S l_S \omega_R l_R + j(r_R \omega_S l_S + r_S \omega_R l_R)}{r_R + j\omega_R l_R}, \quad (8.6)$$

wobei für die Streuziffer  $\sigma$  die Beziehung (4.2) verwendet wird. Für die Drehfeldleistung gilt damit allgemein ohne Berücksichtigung der Eisenverluste

$$p_D = \Re \{ \underline{i}_S^* \underline{u}_S - r_S \underline{i}_S^* \underline{i}_S \} = \Re \left\{ \left( \underline{y}_S^* - r_S \underline{y}_S^* \underline{y}_S \right) (\underline{u}_S^* \underline{u}_S) \right\} \quad (8.7)$$

mit

$$\underline{i}_S = \frac{1}{\underline{z}_S} \underline{u}_S = \underline{y}_S \underline{u}_S. \quad (8.8)$$

Somit ergibt sich unter den genannten Bedingungen nach einer weiteren Rechnung für die Drehfeldleistung

$$p_D(\omega_R) = |u_S|^2 \frac{\omega_R \tau_R \omega_S l_S (1 - \sigma)}{(r_S - \sigma \omega_S l_S \omega_R \tau_R)^2 + (r_S \omega_R \tau_R + \omega_S l_S)^2} \quad (8.9)$$

wenn die Rotorzeitkonstante  $\tau_R = l_R/r_R$  entsprechend Gleichung (4.27) verwendet wird. Aus

$$m_i = \frac{p_D}{\omega_S} \quad (8.10)$$

folgt für das innere Moment unmittelbar

$$m_i(\omega_R) = |u_S|^2 \frac{\omega_R \tau_R l_S (1 - \sigma)}{(r_S - \sigma \omega_S l_S \omega_R \tau_R)^2 + (r_S \omega_R \tau_R + \omega_S l_S)^2}. \quad (8.11)$$

Sind für beide Maschinenteile alle Parameter bis auf die Rotorwiderstände, welche entsprechend Gleichung (4.27) in den Rotorzeitkonstanten  $\tau_{R1}$  und  $\tau_{R2}$  enthalten sind, gleich, folgt aus dieser Gleichung, dass der ohmsche Rotorwiderstand das im Stillstand entwickelte Moment beeinflusst. Um abzuschätzen, welcher Rotor im Stillstand das größere Moment entwickelt, wird für beide Rotoren das Verhältnis der nach Gleichung (8.11) entwickelten Drehmomente ermittelt, wobei im Stillstand  $\omega_R = \omega_S$  gilt

$$\frac{m_{i,1}}{m_{i,2}} = \frac{\tau_{R1} r_S^2 + (\omega_S l_S)^2 + 2 r_S (1 - \sigma) \omega_S^2 l_S \tau_{R2} + (\omega_S \tau_{R2})^2 [r_S^2 + (\sigma \omega_S l_S)^2]}{\tau_{R2} r_S^2 + (\omega_S l_S)^2 + 2 r_S (1 - \sigma) \omega_S^2 l_S \tau_{R1} + (\omega_S \tau_{R1})^2 [r_S^2 + (\sigma \omega_S l_S)^2]}. \quad (8.12)$$

Werden in obiger Gleichung die wegen der identen Parameter für beide Rotoren gleichen Ausdrücke zusammengefasst und weiters postuliert, dass Rotor 1 das größere Drehmoment entwickle, so ergibt sich die Ungleichung

$$\frac{m_{i,1}}{m_{i,2}} = \frac{\tau_{R1} a + b \tau_{R2} + c \tau_{R2}^2}{\tau_{R2} a + b \tau_{R1} + c \tau_{R1}^2} > 1. \quad (8.13)$$

Nach einer Umformung erhält die Ungleichung die Form

$$(\tau_{R1} - \tau_{R2}) [a - c \tau_{R1} \tau_{R2}] > 0. \quad (8.14)$$

Diese Ungleichung ist für

$$\tau_{R1} > \tau_{R2} \quad (8.15a)$$

$$\tau_{R1} \tau_{R2} < \frac{a}{c} = \frac{r_S^2 + (\omega_S l_S)^2}{r_S^2 + (\sigma \omega_S l_S)^2 \omega_S^2} \quad (8.15b)$$

oder

$$\tau_{R1} < \tau_{R2} \quad (8.16a)$$

$$\tau_{R1} \tau_{R2} > \frac{a}{c} = \frac{r_S^2 + (\omega_S l_S)^2}{r_S^2 + (\sigma \omega_S l_S)^2 \omega_S^2} \quad (8.16b)$$

erfüllt. Für eine herkömmliche Maschine ist die Ungleichung (8.16b) erfüllt. Um unter dieser Bedingung auch die Ungleichung (8.14) zu erfüllen, ist zwingend der Ausdruck (8.16a) einzuhalten. Damit ist gezeigt, dass der Rotor mit dem größeren Widerstand bei sonst gleichen Parametern das größere Stillstandsmoment entwickelt. Er beschleunigt daher auch schneller und folgt somit der Feldkomponente, welche im Luftspalt den größeren magnetischen Fluss aufbaut.

Abbildung 8.3 zeigt die Drehmomentenkennlinien dreier Maschinen. Maschine 1 entspricht der in Tabelle (7.1) vorgestellten Asynchronmaschine. Maschine 2 weist einen Rotorwiderstand von  $r_R = 0.05$  auf, Maschine 3 besitzt einen Rotorwiderstand von  $r_R = 1.5$ . Die Darstellung der Kennlinie von Maschine 3 soll verdeutlichen, dass eine beliebige Vergrößerung des Rotorwiderstandes nicht sinnvoll ist. Im gezeigten Fall ist bereits die Ungleichung (8.16a) verletzt. Insbesondere ist es nicht sinnvoll, den Widerstand über jenen Wert zu erhöhen, bei dem im Stillstand das Kippmoment der Teilmaschine erreicht wird.

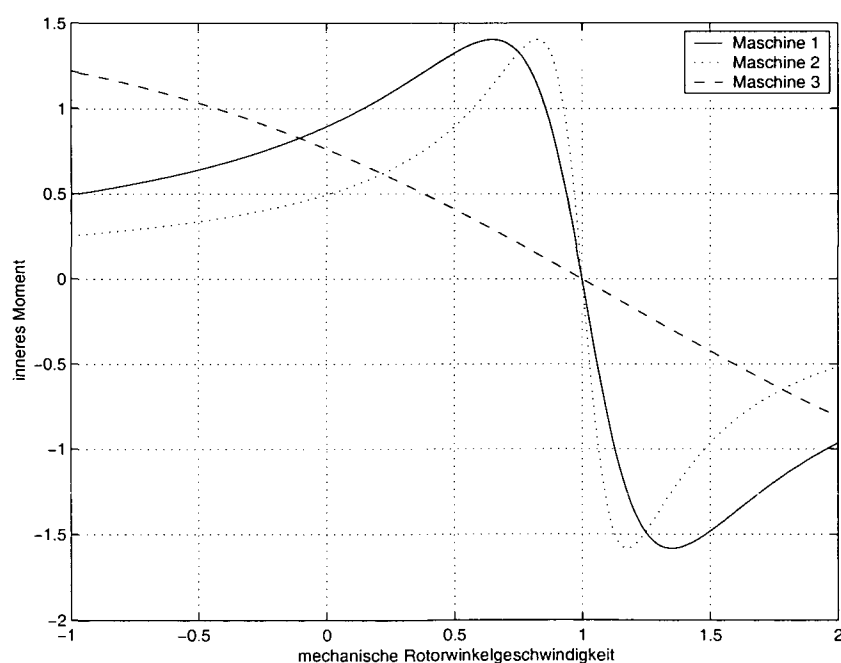


Abbildung 8.3: Drehmoment einer ASM in Abhängigkeit des Rotorwiderstands  $r_R$

Für die Simulation des Verhaltens dieser Drehstromdoppelmaschine wird das in Ka-

pitel 7 vorgestellte Simulink-Modell der Drehstromdoppelmaschine benutzt, wobei die Maschinenparameter an die ASM-ASM-Kombination angepasst wurden. Die für die Simulation gewählten Parameter sind in Tabelle 8.1 dargestellt. Es werden zwei gleich lange Kurzschlussläufer simuliert. Lediglich die Rotorwiderstände sind entsprechend den bisherigen Ausführungen unterschiedlich gewählt.

		ASM-Rotor (1)	ASM-Rotor (2)
Statorwiderstand	$r_S$	0,01	0,01
Statorinduktivität	$l_S$	0,95	0,95
Rotorwiderstand	$r_R$	0,10	0,20
Rotorinduktivität	$l_R$	0,95	0,95
Streuung	$\sigma$	0,10	0,10

Tabelle 8.1: Parameter der Drehstromdoppelmaschine

Die an die Maschine gelegte Spannung ist entsprechend Gleichung (8.3) eine Superposition zweier Teilspannungen. Die Simulink-Blöcke zur Simulation der Teilspannungen entsprechen dem Block, wie er in Abbildung 7.5 dargestellt ist.

Während der durchgeführten Simulationen gilt für den im System  $RZ1$  erzeugten Spannungsraumzeiger  $\omega_{S,1} = 1$  und  $|\underline{u}_{S,1}| = 1$ ; für den vom System  $RZ2$  erzeugten Raumzeiger gilt  $\omega_{S,2} = -0.8$  und  $|\underline{u}_{S,2}| = 0.6$ .

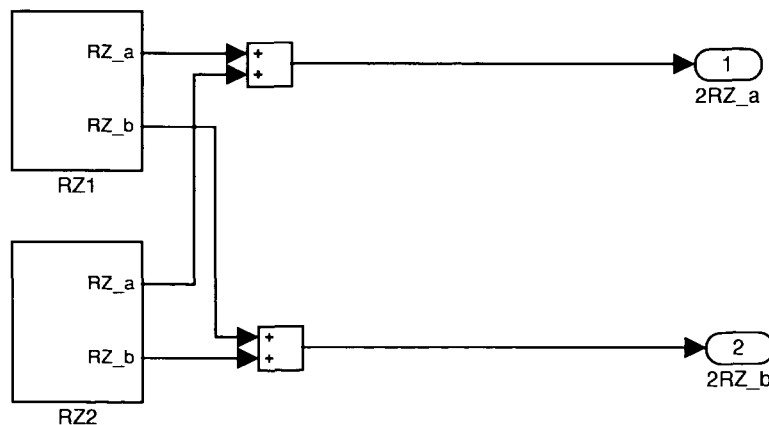


Abbildung 8.4: Simulink-Block zur Addition der Spannungsraumzeiger

Die folgende Abbildung 8.5 zeigt den Anlauf der unbelasteten Rotoren auf die Drehzahlen  $\omega_1 = 1$  und  $\omega_2 = -0.8$ . Wie beschrieben, entwickelt der Rotor 2 mit dem größeren

Rotorwiderstand im Stillstand das größere Drehmoment, beschleunigt schneller als der zweite Rotor und folgt somit der größeren, vom System  $RZ1$  erzeugten Feldkomponente.

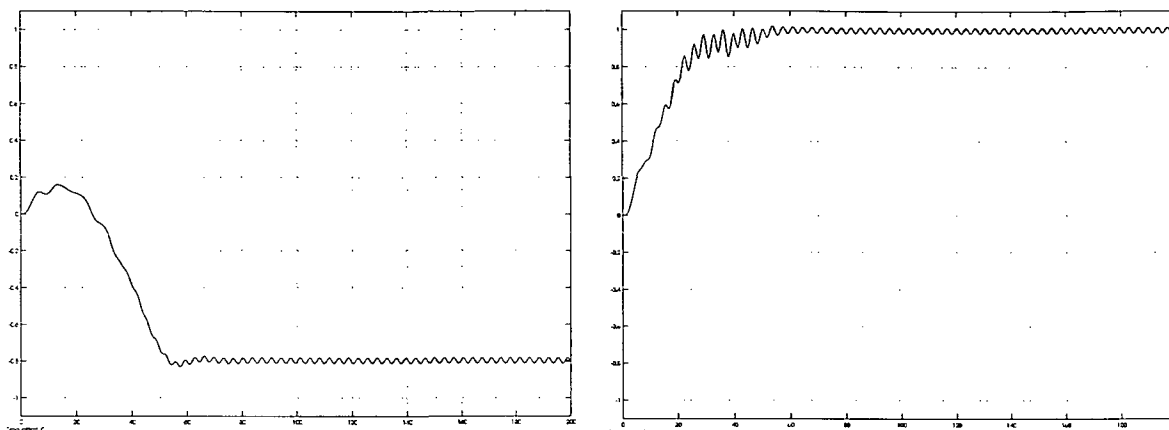


Abbildung 8.5: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$  der ASM-Rotoren (links 1, rechts 2) über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 200$ ,  $m_{L1} = m_{L2} = 0$

In den weiteren Abbildungen 8.6 und 8.7 wird der Anlauf der unterschiedlich belasteten Rotoren dargestellt. Es wird hier nochmals verdeutlicht, dass derjenige Rotor der stärkeren Feldkomponente folgen wird, welcher aus dem Stillstand heraus die höhere Beschleunigung aufweist. Im Fall gleicher Lastmomente wird dies der Rotor mit dem größeren Rotorwiderstand sein. Im allgemeinen Fall ist die Lastcharakteristik an den Wellen zu untersuchen und aufgrund des Momentengleichgewichts (4.19) eine Abschätzung zu treffen.

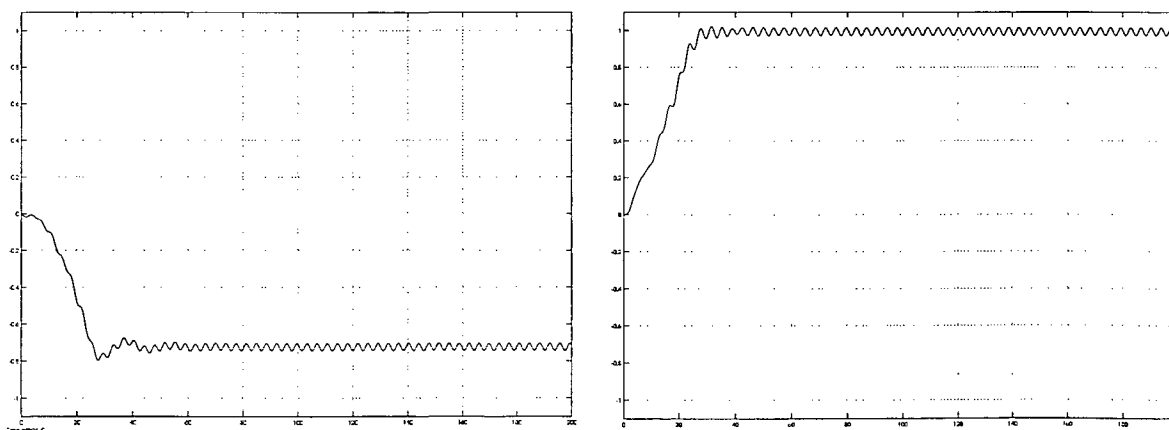


Abbildung 8.6: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$  der ASM-Rotoren (links 1, rechts 2) über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 200$ ,  $m_{L1} = -0.3$ ,  $m_{L2} = 0$



Zunächst wird der erste Rotor mit einem Lastmoment  $m_{L,1} = -0.3$  beaufschlagt, der zweite Rotor mit dem größeren Rotorwiderstand ist mit dem Moment  $m_{L,2} = 0$  belastet. Aufgrund der Momentengleichung (4.19) ergibt sich für den ersten Rotor eine niedrige Beschleunigung. Der zweite Rotor beschleunigt stärker und folgt somit der stärkeren Feldkomponente.

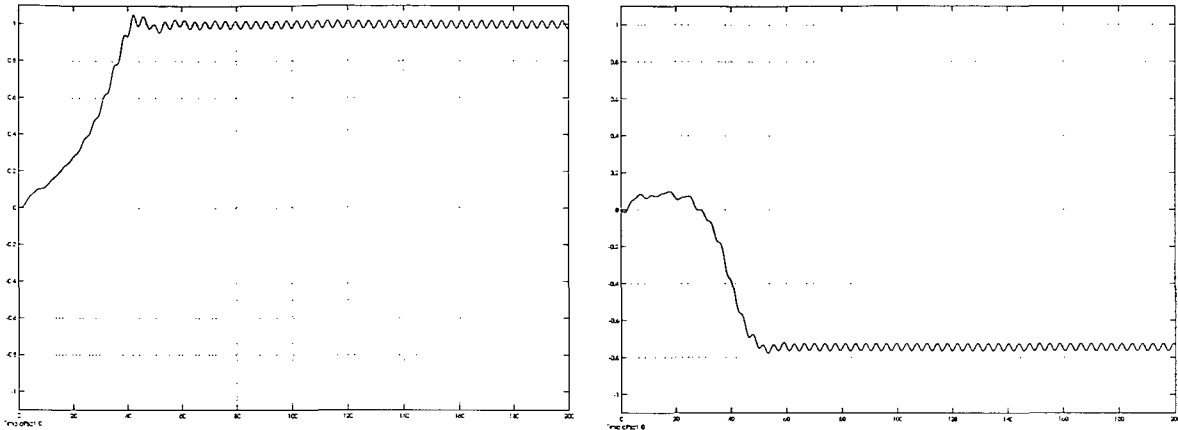


Abbildung 8.7: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$  der ASM-Rotoren (links 1, rechts 2) über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 200$ ,  $m_{L1} = 0, m_{L2} = -0.3$

Im zweiten Fall ist der erste Rotor mit einem Moment  $m_{L,1} = 0$  belastet, während der zweite Rotor mit dem Lastmoment  $m_{L,2} = -0.3$  belastet ist.

Aufgrund dieser Belastung ergibt sich entsprechend dem Momentengleichgewicht (4.19) für diesen Rotor eine niedrigere Beschleunigung als für den ersten Rotor. Dadurch beschleunigt der erste Rotor (mit dem niedrigeren Rotorwiderstand) schneller und folgt in diesem Fall der stärkeren Feldkomponente.

## 8.2 Kombination ASM - PSM

Für die Simulation wird bei dieser Kombination der ASM-Rotor drehzahlgesteuert betrieben, der PM-Rotor wird drehzahl geregelt betrieben. Die Drehzahl des ASM-Rotors wird über die Frequenz des speisenden Spannungssystems vorgegeben, wobei entsprechend der U/f-Kennlinie der Maschine die Grundschwingung der Speisespannung frequenzproportional verändert wird [4].

Die Regelung des PM-erregten Rotors erfolgt mit Hilfe eines Regelkreises zur Drehzahl-

regelung mit unterlagerter Stromregelung. In der Steuerungs- bzw. Regelstruktur der Rotoren wird eine Sollwertvorgabe für die Maschinenspannung ermittelt. Diese beiden Sollwerte werden addiert und dienen der Ansteuerung eines Umrichters, welcher die Summenspannung an die Maschinenklemmen legt. Abbildung 8.8 verdeutlicht die Ausführungen zur Bildung der Maschinenspannung.

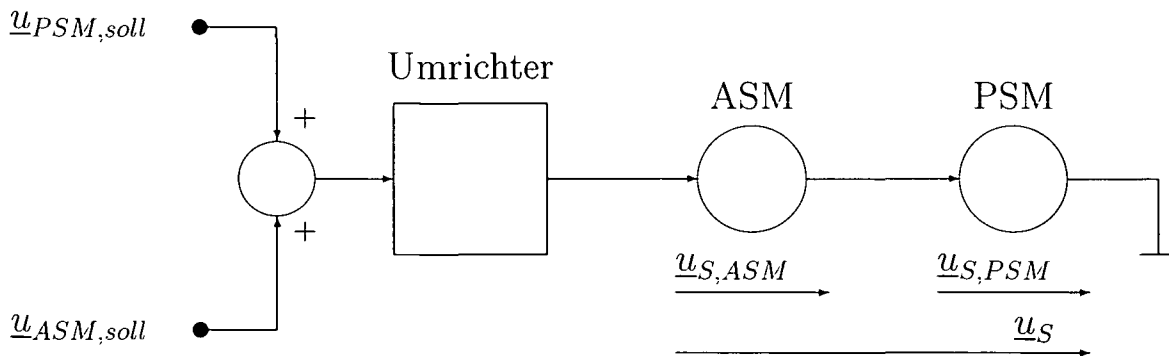


Abbildung 8.8: Überlagerung zweier Spannungsraumzeiger zur Regelung der Drehstromdoppelmaschine in der ASM-PSM-Kombination

Aus dieser Darstellung kann die Gleichung

$$\underline{u}_S = \underline{u}_{ASM,soll} + \underline{u}_{PSM,soll} = \underline{u}_{S,ASM} + \underline{u}_{S,PSM} \quad (8.17)$$

abgelesen werden. Der PM-erregte Rotor möge dem Sollwert  $\underline{u}_{PSM,soll}$  folgen. Dann kann die obige Gleichung umgeschrieben werden zu

$$\underline{u}_{S,PSM} = \underline{u}_{PSM,soll} + \underline{u}_{ASM,soll} - \underline{u}_{S,ASM}. \quad (8.18)$$

Diese Gleichung stellt einen Spannungsraumzeiger  $\underline{u}_{S,PSM}$  dar, der aus drei Summanden zusammengesetzt wird. Die Regelung erzeugt einen Spannungssollwert  $\underline{u}_{PSM,soll}$ , der den Sollwert für den PM-erregten Rotor beschreibt, während am Reglerausgang und am Streckeneingang die Störungen  $\underline{u}_{ASM,soll}$  und  $\underline{u}_{S,ASM}$  auftreten.

Für den ASM-Rotor kann die Gleichung (8.17) geschrieben werden als

$$\underline{u}_{S,ASM} = \underline{u}_{ASM,soll} + \underline{u}_{PSM,soll} - \underline{u}_{S,PSM}, \quad (8.19)$$

wobei der Spannungssollwert durch  $\underline{u}_{ASM,soll}$  beschrieben wird. Es liegen jedoch die Spannungsraumzeiger  $\underline{u}_{PSM,soll}$  und  $\underline{u}_{S,PSM}$  als Störungen an der Statorwicklung an.

Unter diesem Gesichtspunkt stellt sich die gesamte Regelungsstruktur als die Superposition zweier Regelungen dar, wobei sich diese durch gegenseitige Störungen beeinflussen. Für jede Regelung stellt die Ausgangsgröße des anderen Reglers und die Eingangsgröße der anderen Strecke eine Störung dar. Die gesamte Regelstruktur ist in Abbildung 8.9 dargestellt.

In diesem Diagramm werden die Spannungen und Ströme in  $\alpha, \beta$ -Komponenten dargestellt, da bei der Implementierung des Regelungsalgorithmus diese Komponentendarstellung Verwendung findet.

Der Funktionsblock "ASM-Steuerung" enthält die bereits in der ASM-ASM-Variante vorgestellte Steuerung des ASM-Rotors mittels einer frequenzproportionalen Spannungsvorgabe. Durch Integration der Winkelgeschwindigkeit wird die für die Teilung des Spannungsraumzeigers in seine Komponenten nötige Winkelinformation gewonnen. Die Regelung des PM-Rotors erfolgt feldorientiert in Anlehnung an das in [13] vorgestellte Regelungskonzept. Dabei handelt es sich um einen zweischleifigen Regelkreis. Die äußere Schleife regelt die Drehzahl, die unterlagerte Schleife dient der Stromregelung.

Zunächst wird die Drehzahl des PM-Rotors mit der Sollwertvorgabe für die Drehzahl verglichen. Die Regelabweichung wird einem PI-Regler zugeführt. Dieser Regler gibt eine dem inneren Moment dieses Rotors proportionale Größe, nämlich den Betrag der q-Komponente des Statorstroms, aus. Denn gemäß Gleichung (4.35) ist das vom PM-Rotor entwickelte Moment dem Produkt aus der q-Komponente des Statorstroms und dem Betrag  $\psi_M$  der Permanentmagnetflussverkettung proportional. Für die Minimierung der Verluste empfiehlt es sich, nur eine drehmomentbildende Statorstromkomponente zuzulassen. Die d-Komponente des Statorstroms ist demnach auf den Wert "0" zu regeln. Die unterlagerte Regelung kontrolliert durch Beeinflussung des Stromes das Drehmoment. Wie in der Abbildung dargestellt, handelt es sich um zwei Regelkreise. Ein Regelkreis regelt die q-Komponente des Statorstroms entsprechend der Momentenanforderung. Der zweite Regelkreis regelt die d-Komponente des Statorstroms auf den Wert "0".

Bei der Realisierung der Regelung ist weiters zu beachten, dass der Statorstrom durch Sensoren in den Versorgungsleitungen gemessen wird. Dies bedeutet zunächst die Erfassung von mindestens zwei Strangströmen. Da die Maschine ohne Sternpunktleiter betrieben wird, kann aus den zwei gemessenen Strangströmen der dritte Strangstrom berechnet werden. Entsprechend den Gleichungen (3.40) und (3.41) werden die Komponenten des Stromraumzeigers im statorfesten Koordinatensystem berechnet. Für die rotorlageabhängige Regelung ist sowohl die Umrechnung ins rotorfeste Koordinatensystem als auch die Rückrechnung der Stellgröße ins statorfeste Koordinatensystem erforderlich. Diese Umrechnungen sind gemäß den Gleichungen (3.52) durchzuführen. Die von den beiden

Regelstrukturen ausgegebenen Sollwerte der Statorspannung werden addiert und durch den Umrichter an die Klemmen der Drehstromdoppelmaschine geführt.

Grundsätzlich ist zur Entkopplung der Stromkomponenten in die Regelung ein Entkopplungsnetzwerk zu integrieren [13]. Die Statorspannungsgleichung (3.58) nimmt in der komponentenweisen Darstellung im rotorfesten Koordinatensystem die Form

$$u_{Sd} = r_S i_{Sd} + l_S \frac{di_{Sd}}{d\tau} - \omega_m l_S i_{Sq} \quad (8.20a)$$

$$u_{Sq} = r_S i_{Sq} + l_S \frac{di_{Sq}}{d\tau} + \omega_m l_S i_{Sd} + \omega \psi_M \quad (8.20b)$$

an. Daraus ist zu erkennen, dass mit Ausnahme der stillstehenden Maschine die Stromkomponenten verkoppelt sind, auch wenn die Maschine magnetisch symmetrisch ist, also gleiche Induktivitäten in Längsrichtung und Querrichtung aufweist. Die Entkopplung der Komponenten kann durch ein Entkopplungsnetzwerk erreicht werden, mit dem die Verkopplungsterme mit invertiertem Vorzeichen auf den Signalpfad geschaltet werden. Damit besteht der Stromregler nur noch aus den entkoppelten Elementen für die d-Achse und die q-Achse.

Bei der vorliegenden Regelung wurde auf dieses Entkopplungsnetzwerk verzichtet, wodurch die mögliche Dynamik der Regelung eingeschränkt wird. Wegen der Verwendung eines PI-Reglers, dessen I-Anteil die Regelabweichung ausregelt, ist die Funktionsfähigkeit dennoch gegeben.

Die vorgestellte Regelstruktur wird mit Hilfe von MATLAB-Simulink simuliert. Dabei wird die Struktur aus Abbildung 8.9 in das MATLAB-Simulink-Modell übertragen. Das entsprechende Simulationsmodell ist in Abbildung 8.10 dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass auch in diesem Modell die Rechnung mit komplexen Parametern erfolgt, um den Aufwand zu verringern und die Übersichtlichkeit zu behalten. Insbesondere wird die Sollwertvorgabe für die d-Komponente des Statorstromraumzeigers  $i_d = 0$  sofort mit dem Sollwert der q-Komponente zum komplexen Stromraumzeiger  $\underline{i}_{S,dq}$  zusammengefasst, wie in der Grafik zu sehen ist. Die bei der Simulation benutzten Maschinenparameter entsprechen den in Tabelle 7.1 angegebenen Werten.

Das in Abbildung 8.11 dargestellte Zeigerdiagramm zeigt die Zusammenhänge zwischen Spannung, Strom und Flussverkettung im allgemeinen Fall.

Im ersten Versuch sollen nun die Rotoren in unterschiedlicher Drehrichtung mit den Drehzahlen  $\omega_1 = 1$  und  $\omega_2 = -1$  umlaufen. Die Beschleunigungsphase der beiden unbelasteten Rotoren ist in Abbildung 8.12 gezeigt.

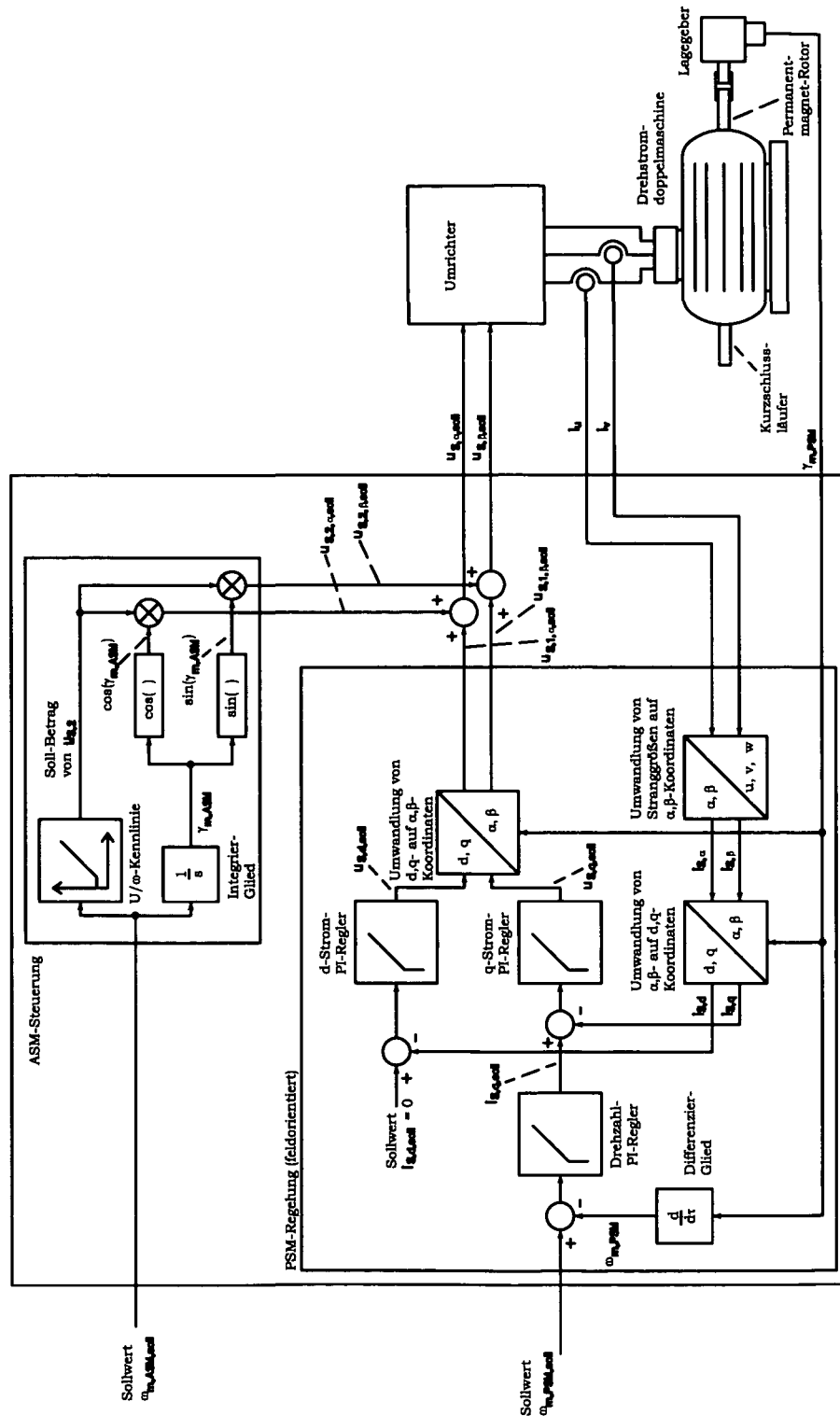


Abbildung 8.9: Spannungsregelung der Drehstromdoppelmaschine in der ASM-PSM-Kombination

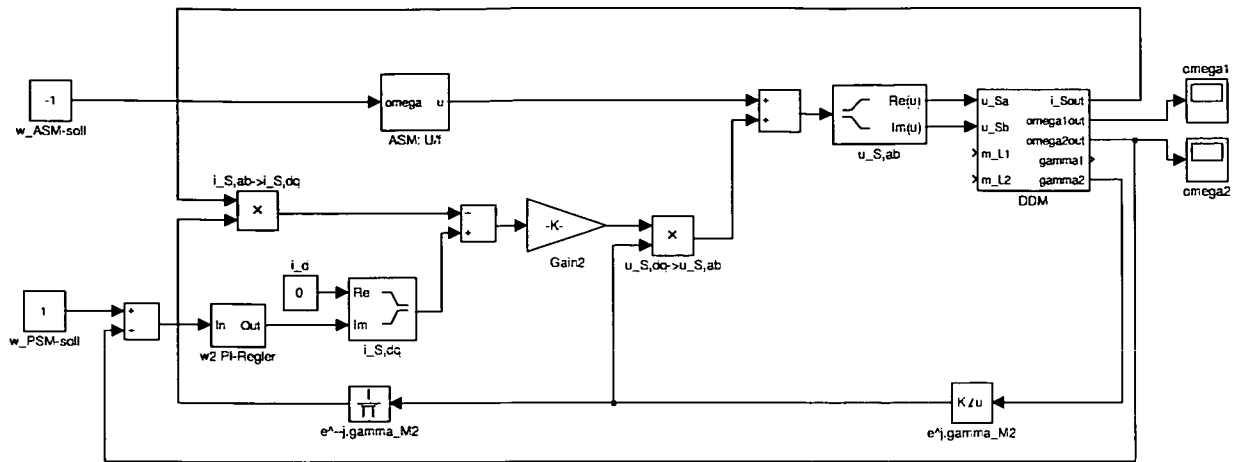


Abbildung 8.10: MATLAB-Simulink-Modell der Regelung für eine Drehstromdoppelmaschine mit ASM- und PM-Rotor

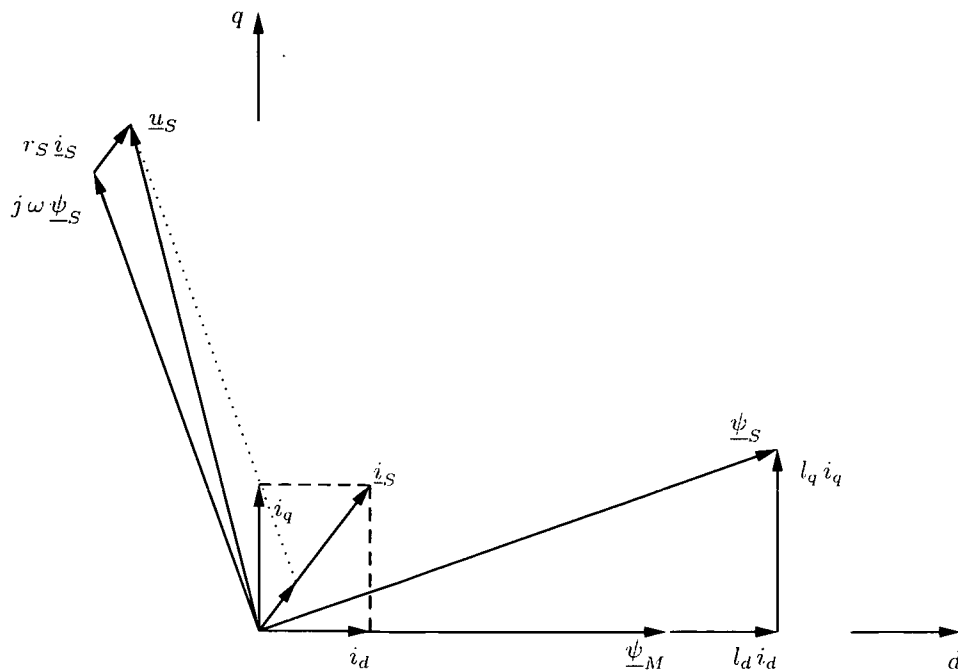


Abbildung 8.11: Raumzeigerdiagramm für die PSM; Verhältnis  $l_q/l_d \approx 1,25$ , Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 0.9$

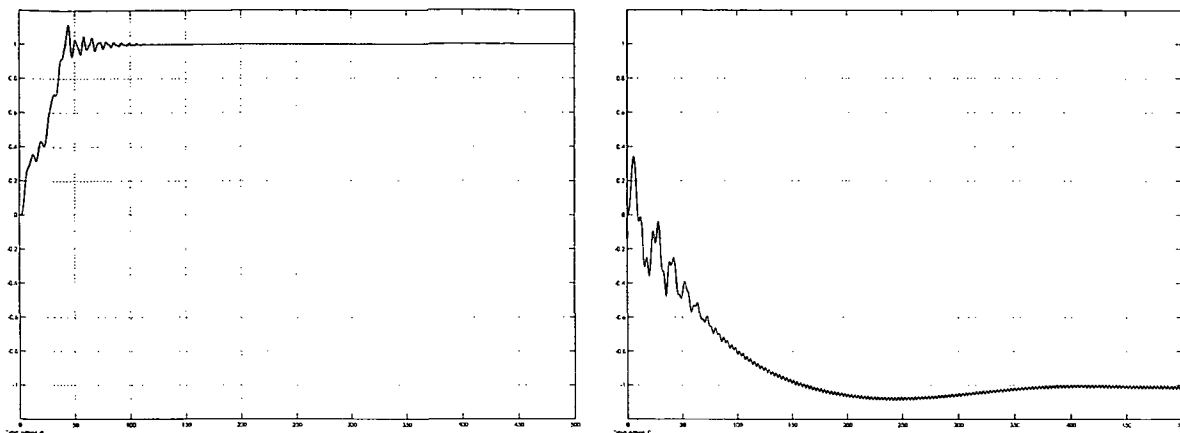


Abbildung 8.12: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$  des ASM-Rotors (linkes Bild) und des PM-Rotors (rechtes Bild) über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 500$

Die folgenden Abbildungen zeigen die Strom- und Flussverkettungsraumzeiger während des Beschleunigungsvorgangs der beiden Rotoren. Deutlich ist in den Abbildungen der stationäre Zustand der Ströme und Flussverkettungen zu erkennen.

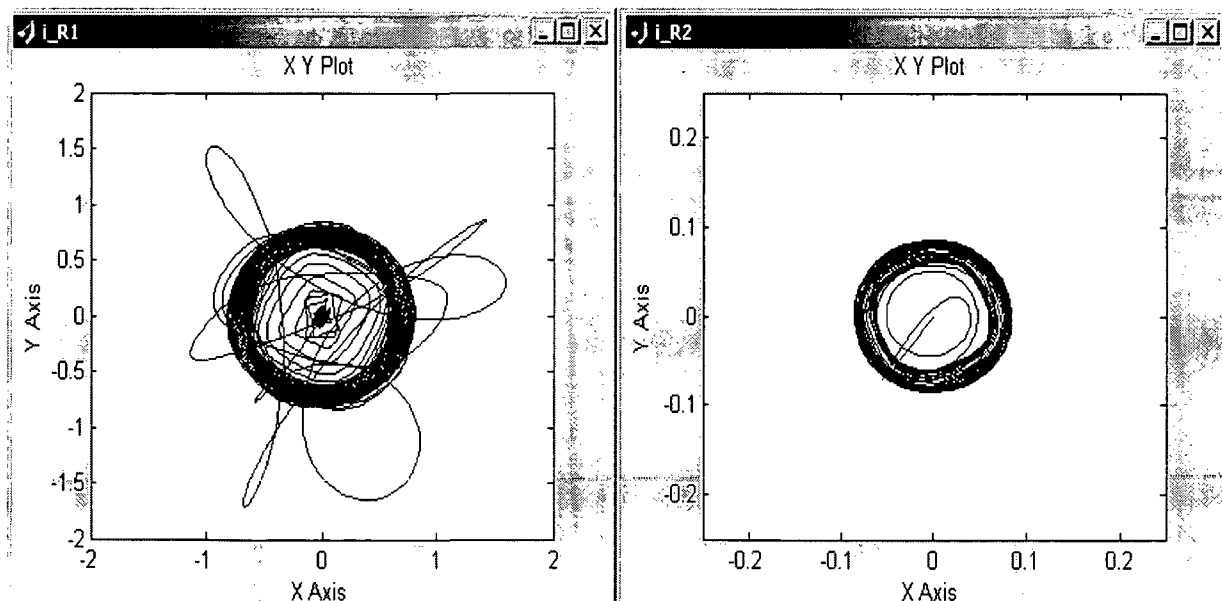


Abbildung 8.13: Rotorstromraumzeiger  $\underline{i}_{R1}, \underline{i}_{R2}$  des ASM- und PM-Rotors

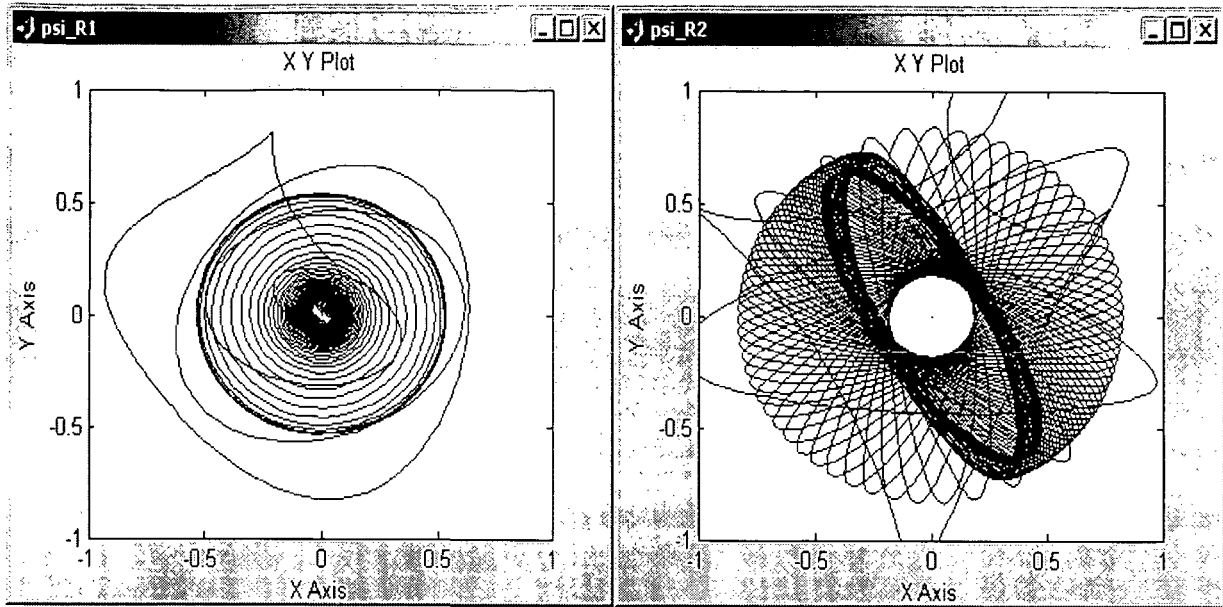


Abbildung 8.14: Rotorflussverkettungsraumzeiger  $\underline{\psi}_{R1}$ ,  $\underline{\psi}_{R2}$  des ASM- und PM-Rotors

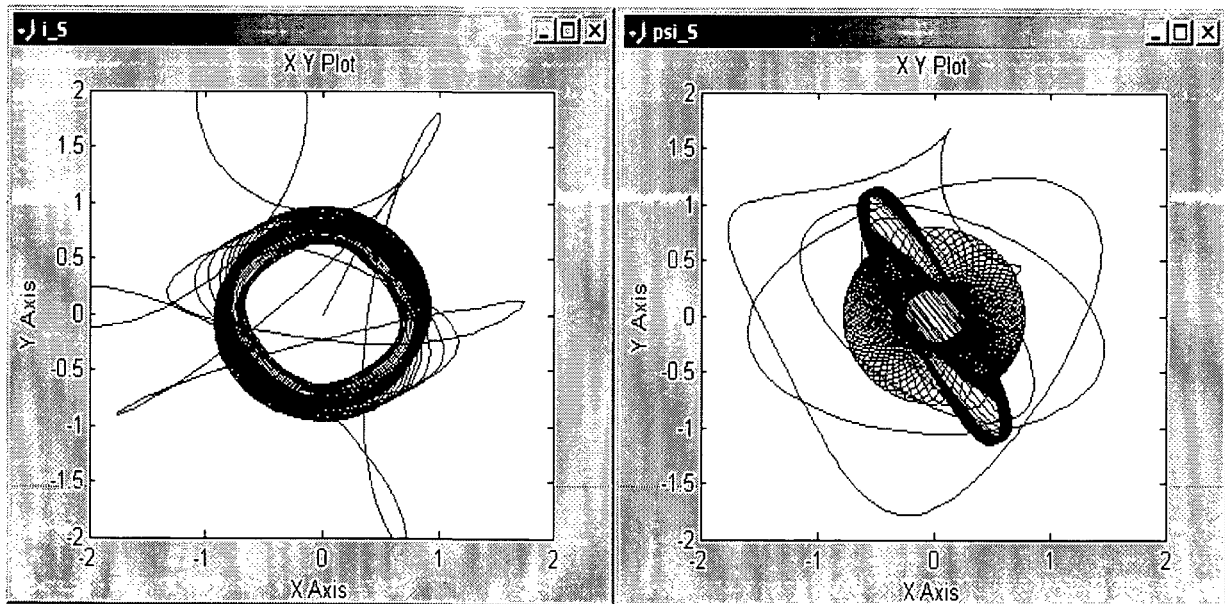


Abbildung 8.15: ASM-PSM-Variante: Statorstromraumzeiger  $\underline{i}_s$ , Flussverkettungsraumzeiger  $\underline{\psi}_s$



### 8.3 Kombination PSM - PSM

Die Kombination zweier PM-erregter Rotoren in der Drehstromdoppelmaschine wird durch die additive Überlagerung der von beiden Rotorregelungen ausgegebenen Sollwerte der an die Maschinenklemmen zu schaltenden Spannungen geregelt. Dabei gelten die bei den bereits diskutierten Rotorkombinationen der Drehstromdoppelmaschine erläuterten Sachverhalte analog auch bei der PSM-PSM-Kombination.

Die Gesamtspannung wird entsprechend Gleichung (5.2) ermittelt, wie auch in Abbildung 8.16 dargestellt ist. Für den Spannungssollwert des ersten Rotors beschreibt die Gleichung

$$\underline{u}_{S,PSM1} = \underline{u}_{PSM1,soll} + \underline{u}_{PSM2,soll} - \underline{u}_{S,PSM2} \quad (8.21)$$

die in dieser Regelung als Störgrößen auftretenden Parameter  $\underline{u}_{S,2}$  und  $\underline{u}_{S,PSM2}$ , welche in der Regelung des zweiten Rotors den Sollwert vorgeben bzw. den auf diesen Rotor entfallenden Anteil der Statorspannung beschreiben. Für den zweiten Rotor gilt entsprechend

$$\underline{u}_{S,PSM2} = \underline{u}_{PSM2,soll} + \underline{u}_{PSM1,soll} - \underline{u}_{S,PSM1}, \quad (8.22)$$

wobei nun im rechten Teil der Gleichung die Größen des ersten Rotors als Störungen auftreten.

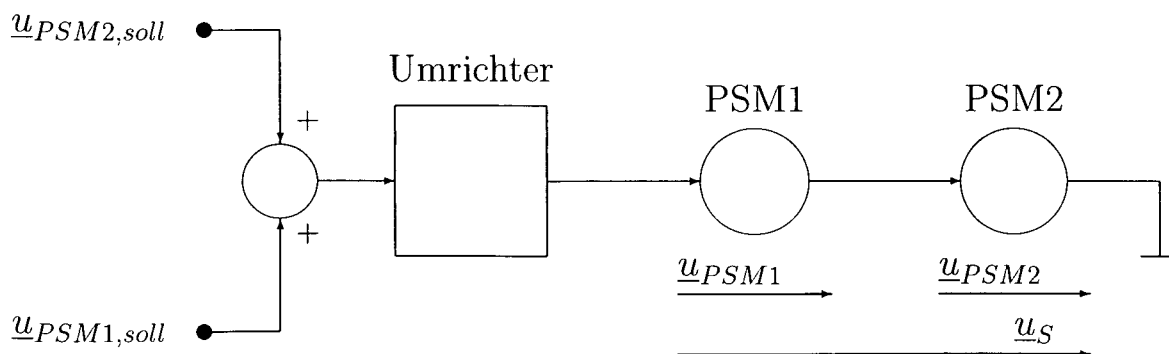


Abbildung 8.16: Addition der Spannungsraumzeiger zur Steuerung der Drehstromdoppelmaschine mit zwei PM-Rotoren

Die Struktur der Regelung ist in Abbildung 8.17 dargestellt. Es handelt sich wieder um einen zweischleifigen Regelkreis. Die äußere Schleife bildet die Drehzahlregelung, unterlagert ist die Stromregelung zu finden.

Für die Optimierung der von der Maschine umgesetzten Leistung und des mechanischen Drehmoments ist es dienlich, die Lage der zwei Komponenten des Statorstromraumzei-

gers so zu regeln, dass sie jeweils orthogonal zum Raumzeiger der Permanentmagnetflussverkettung des betreffenden Rotors liegen, wie dies auch bei einer herkömmlichen Permanentmagnet-Synchronmaschine entsprechend Gleichung (4.35) geschieht.

Für einen PM-Rotor in der Drehstromdoppelmachine wird das Drehmoment entsprechend Gleichung (4.39) berechnet. Zur einfachen Bestimmung des von einem Rotor im eingeschwungenen Zustand entwickelten Drehmoments werden daher die Rotorflussverkettungen (6.12) und (6.13) sowie die Rotorströme (6.14) und (6.15) benötigt.

Wird vorausgesetzt, dass im eingeschwungenen Zustand beide Rotoren exakt den vorgegebenen Drehzahlen  $\omega_{S,PM1}$  und  $\omega_{S,PM2}$  folgen, so gilt

$$\omega_{S,PM1} = \omega_{m,PSM1} = \omega_1 \quad (8.23)$$

$$\omega_{S,PM2} = \omega_{m,PSM2} = \omega_2 \quad (8.24)$$

Für die Differenz der Winkelgeschwindigkeiten gilt

$$\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega. \quad (8.25)$$

Die weiteren Rechnungen werden in einem mit dem Rotor  $PSM1$  verbundenen Koordinatensystem durchgeführt. Den üblichen Gepflogenheiten entsprechend wird die d-Achse des Koordinatensystems parallel zum Raumzeiger des Permanentmagnetflusses ausgerichtet. Daher verschwindet beim Fluss der betreffenden Permanentmagnete das Argument.

Die Rotorflussverkettung des Rotors  $PSM1$  wird damit im eingeschwungenen Zustand entsprechend Gleichung (6.12) zu

$$\underline{\psi}_{R,PSM1}(\tau) = \psi_{M,1} + C_{PSM1}^{(PM1)} l_{R,PSM1} \dot{i}_{S,PM1} + C_{PSM1}^{(PM2)} l_{R,PSM1} \dot{i}_{S,2} e^{j\Delta\omega\tau} \quad (8.26)$$

Weiters gilt für den Rotorstrom dieses Rotors entsprechend Gleichung (6.14)

$$\dot{i}_{R,PSM1} = C_{PSM1}^{(PM2)} (-j \Delta\omega) \tau_{R,PSM1} \dot{i}_{S,2} e^{j\Delta\omega\tau}. \quad (8.27)$$

Für die Konstanten (6.10a) und (6.11) folgt unter den angegebenen Voraussetzungen

$$C_{PSM1}^{(PM1)} = \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \quad (8.28a)$$

$$C_{PSM1}^{(PM2)} = \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \frac{1}{1 + j \Delta\omega \tau_{R,PSM1}} \quad (8.28b)$$

Für das mechanische Drehmoment dieses Rotors gilt allgemein Gleichung (4.39). Um das Drehmoment im eingeschwungenen Zustand zu berechnen, werden die Ausdrücke für die

Rotorflussverkettung und den Rotorstrom in diese Gleichung eingesetzt. Damit ergeben sich für die drei Summanden folgende Ausdrücke:

$$\underline{i}_{R,PSM1}^* \underline{\psi}_{R,PSM1} = C_{PSM1}^{(PM2)*} j \Delta\omega\tau_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2}^* e^{-j\Delta\omega\tau} \cdot \left[ \psi_{M1} + C_{PSM1}^{(PM1)} l_{R,PSM1} \underline{i}_{S,1} + C_{PSM1}^{(PM2)} l_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2} e^{j\Delta\omega\tau} \right] \quad (8.29)$$

sowie

$$\underline{i}_S^* \psi_{M,1} = \underline{i}_{S,1}^* \psi_{M,1} + \underline{i}_{S,2}^* \psi_{M,1} e^{-j\Delta\omega\tau} \quad (8.30)$$

und

$$\underline{i}_{R,PSM1}^* \psi_{M,1} = C_{PSM1}^{(PM2)*} j \Delta\omega\tau_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2}^* \psi_{M,PSM1} e^{-j\Delta\omega\tau} \quad (8.31)$$

Nach dem Einsetzen der Konstanten  $C$  ergeben sich für den ersten und den dritten Summanden Ausdrücke der Form

$$\begin{aligned} \underline{i}_{R,PSM1}^* \underline{\psi}_{R,PSM1} = & \left( \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \right)^2 \frac{j \Delta\omega\tau_{R,PSM1}}{1 + (\Delta\omega\tau_{R,PSM1})^2} l_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2}^* \underline{i}_{S,2} \\ & + \left( \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \right)^2 \frac{(1 + j\Delta\omega\tau_{R,PSM1}) j \Delta\omega\tau_{R,PSM1}}{1 + (\Delta\omega\tau_{R,PSM1})^2} l_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2}^* \underline{i}_{S,1} e^{-j\Delta\omega\tau} \\ & + \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \frac{(1 + j\Delta\omega\tau_{R,PSM1}) j \Delta\omega\tau_{R,PSM1}}{1 + (\Delta\omega\tau_{R,PSM1})^2} \underline{i}_{S,2}^* \psi_{M,1} e^{-j\Delta\omega\tau} \end{aligned} \quad (8.32)$$

sowie

$$\underline{i}_{R,PSM1}^* \psi_{M,1} = \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \frac{(1 + j\Delta\omega\tau_{R,PSM1}) j \Delta\omega\tau_{R,PSM1}}{1 + (\Delta\omega\tau_{R,PSM1})^2} \underline{i}_{S,2}^* \psi_{M,1} e^{-j\Delta\omega\tau} \quad (8.33)$$

Die Gleichung (4.39) zur Beschreibung des Drehmoments lautet mit diesen Ausdrücken

$$\begin{aligned} m_{i,PSM1} = \Im \left\{ \left( \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \right)^2 \frac{j \Delta\omega\tau_{R,PSM1}}{1 + (\Delta\omega\tau_{R,PSM1})^2} l_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2}^* \underline{i}_{S,2} \right. \\ \left. + \left( \frac{l_{SR,PSM1}}{l_{R,PSM1}} \right)^2 \frac{(1 + j\Delta\omega\tau_{R,PSM1}) j \Delta\omega\tau_{R,PSM1}}{1 + (\Delta\omega\tau_{R,PSM1})^2} l_{R,PSM1} \underline{i}_{S,2}^* \underline{i}_{S,1} e^{-j\Delta\omega\tau} \right. \\ \left. - \underline{i}_{S,1}^* \psi_{M,1} - \underline{i}_{S,2}^* \psi_{M,1} e^{-j\Delta\omega\tau} \right\} \quad (8.34) \end{aligned}$$

In der obigen Gleichung stellt der erste Summand einen Anteil des Drehmoments zufolge des zum Rotor  $PSM1$  asynchron drehenden Stromraumzeigers  $\underline{i}_{S,2}$  dar, der zweite Summand repräsentiert einen pulsierenden Anteil zufolge des Zusammenwirkens der beiden

Statorstromkomponenten. Die letzten beiden Ausdrücke beschreiben das Zusammenwirken des Statorstroms mit den Flussverkettungen der Permanentmagnete. Während der dritte Term die stationäre Komponente des Drehmoments als Folge des Zusammenwirkens der Permanentmagnete mit der mit dem Rotor synchron laufenden Statorstromkomponente enthält, beinhaltet der vierte Term ein mit der Differenzwinkelgeschwindigkeit  $\Delta\omega$  pendelndes Moment, welches durch das Zusammenwirken der zum Rotor asynchron rotierenden Statorstromkomponente mit den Permanentmagneten entsteht.

Das Vorzeichen der asynchronen Komponente des stationären Drehmoments ist abhängig von der Differenzwinkelgeschwindigkeit  $\Delta\omega$ , das Vorzeichen des stationären Momentenanteils ist abhängig vom Vorzeichen der q-Komponente in der Statorstromkomponente  $\underline{i}_{S,1}$ . Demzufolge können diese Anteile entgegengesetzte Vorzeichen aufweisen, sodass eine bremsende Wirkung des asynchronen Drehmoments auf den Rotor möglich ist.

Weiters ist zu erkennen, dass die Frequenz des Pendelmoments von der Relativgeschwindigkeit der beiden Rotoren abhängt. Damit nimmt mit der Differenz zwischen den Rotordrehzahlen auch die Frequenz der Pendelmomente zu, sodass die wahrnehmbaren Störungen schwächer werden. Der asynchrone Anteil im Drehmoment wird mit zunehmender Differenz der Winkelgeschwindigkeiten ebenfalls kleiner, wie durch Grenzwertbildung für  $\Delta\omega \rightarrow \infty$  in Gleichung (8.34) gezeigt werden kann.

Für die Maximierung des vom Rotor entwickelten Drehmoments gilt daher auch im Fall der Drehstromdoppelmaschine der PSM-PSM-Kombination die von der Permanentmagnet-Synchronmaschine bekannte Notwendigkeit, die eine Statorstromkomponente so zu regeln, dass sie orthogonal zur Flussverkettung der Permanentmagnete liegt. Die anderen in der Drehmomentengleichung auftretenden Summanden lassen sich durch Regelung des Statorstroms nicht beeinflussen.

### 8.3.1 Störgrößenkorrektur und Rotorlagenbestimmung

Um die Regelung des Statorstroms zu verbessern, werden die beiden Regelungen mittels einer gegenseitigen Störgrößensubtraktion verkoppelt: Für den Stromregelkreis jedes Rotors stellt die Stromkomponente zur Beeinflussung des anderen Rotors eine Störgröße dar. Um diesen störenden Einfluss zu verringern, wird vor der Rückkopplung des Ist-Wertes des Statorstroms in den Regelkreis des einen Rotors der Sollwert der anderen Stromkomponente subtrahiert. Entsprechend Gleichung (5.4) besteht der Statorstrom aus zwei Komponenten, wobei jede Regelung den Sollwert der den Rotor beeinflussenden Statorstromkomponente unabhängig von der anderen Regelstruktur vorgeben möge. Die Summe

dieser beiden Komponenten bildet den resultierenden Statorstrom. Somit gilt

$$\dot{i}_S = \dot{i}_{PSM1} + \dot{i}_{PSM2},$$

nach Subtraktion des Sollwerts der zweiten Statorstromkomponente folgt

$$\dot{i}_{S,1} = \dot{i}_{PSM1} + \dot{i}_{PSM2} - \dot{i}_{PSM2,soll}. \quad (8.35)$$

Wird vorausgesetzt, dass der Ist-Wert der Statorstromkomponente  $\dot{i}_{PSM2}$  dem Sollwert  $\dot{i}_{PSM2,soll}$  weitgehend entspricht, gilt damit in sehr guter Näherung

$$\dot{i}_{S,1} = \dot{i}_{PSM1}. \quad (8.36)$$

Daher wird vom Stromregler des ersten Rotors nur noch die Regelabweichung der diesen Rotor beeinflussenden Statorstromkomponente ausgeregelt. Für die Regelung des zweiten Rotors gelten die beschriebenen Zusammenhänge in analoger Weise. Somit gilt

$$\dot{i}_{S,ist} = \dot{i}_{S,ist,PSM1} + \dot{i}_{S,ist,PSM2}, \quad (8.37)$$

diese Gleichung ist gleichbedeutend zu

$$\dot{i}_{S,ist,PSM1} = \dot{i}_{S,ist} - \dot{i}_{S,ist,PSM2}, \quad (8.38a)$$

$$\dot{i}_{S,ist,PSM2} = \dot{i}_{S,ist} - \dot{i}_{S,ist,PSM1}. \quad (8.38b)$$

Wird angenommen, dass die beiden Teilregelungen die jeweiligen Stromkomponenten entsprechend Gleichung (8.36) exakt den Sollwertvorgaben nachregeln, so ist

$$\dot{i}_{S,ist,PSM1} = \dot{i}_{S,ist} - \dot{i}_{S,soll,PSM2}, \quad (8.39a)$$

$$\dot{i}_{S,ist,PSM2} = \dot{i}_{S,ist} - \dot{i}_{S,soll,PSM1}. \quad (8.39b)$$

Da für einen Regelkreis die Stromkomponente des anderen Rotors eine Störung darstellt, wird durch diese Störgrößensubtraktion die Qualität der Regelung verbessert, wie durch Messungen nachgewiesen werden kann [7]. Demnach gilt mit Gleichung (8.39) für die Regelabweichung des Stroms

$$\dot{i}_{S,e,PSM1} = \dot{i}_{S,soll,PSM1} - \dot{i}_{S,ist,PSM1} = \dot{i}_{S,soll,PSM1} - (\dot{i}_{S,ist} - \dot{i}_{S,soll,PSM2}), \quad (8.40a)$$

$$\dot{i}_{S,e,PSM2} = \dot{i}_{S,soll,PSM2} - \dot{i}_{S,ist,PSM2} = \dot{i}_{S,soll,PSM2} - (\dot{i}_{S,ist} - \dot{i}_{S,soll,PSM1}). \quad (8.40b)$$

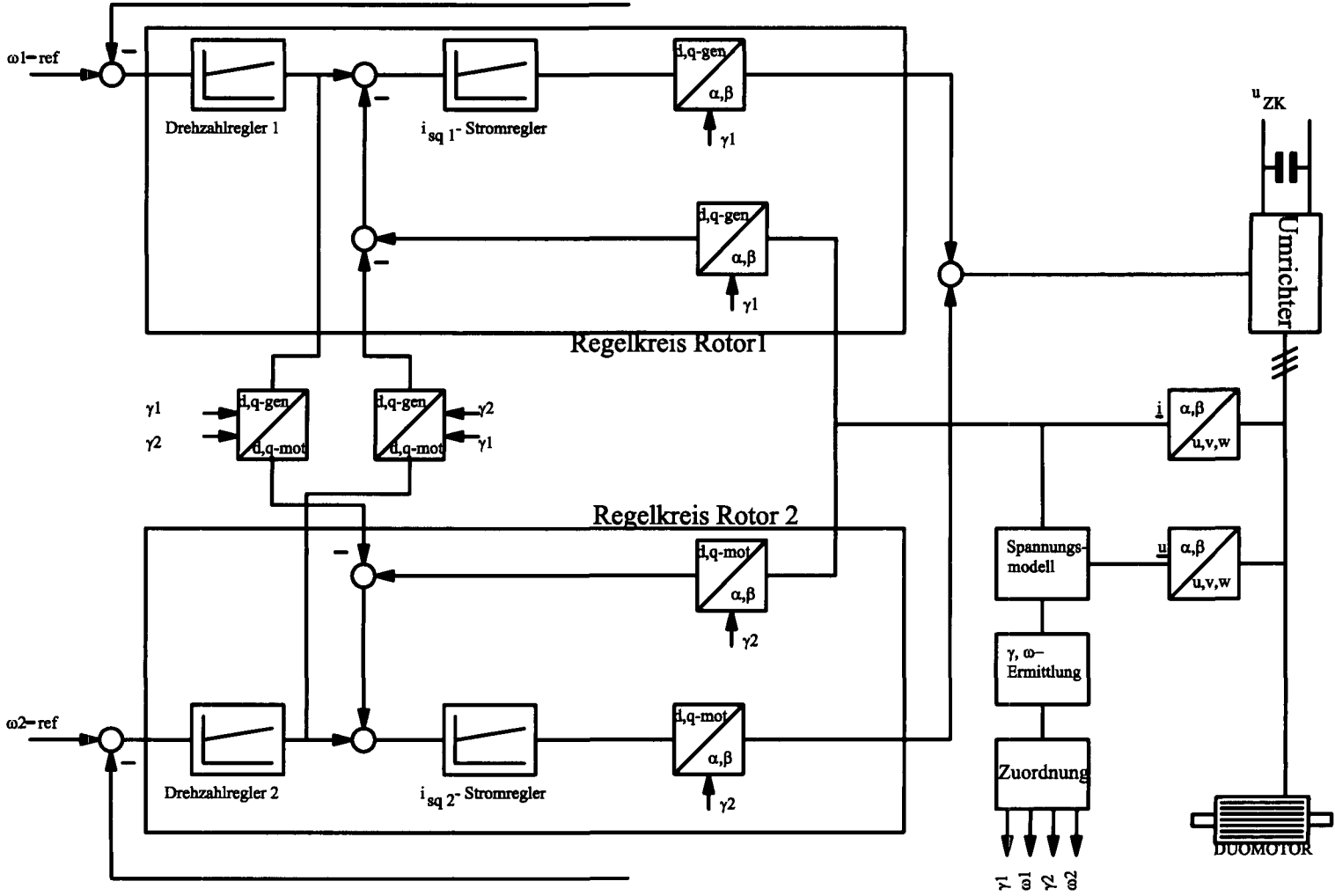


Abbildung 8.17: Prinzip der Regelung der PSM-PSM-Kombination

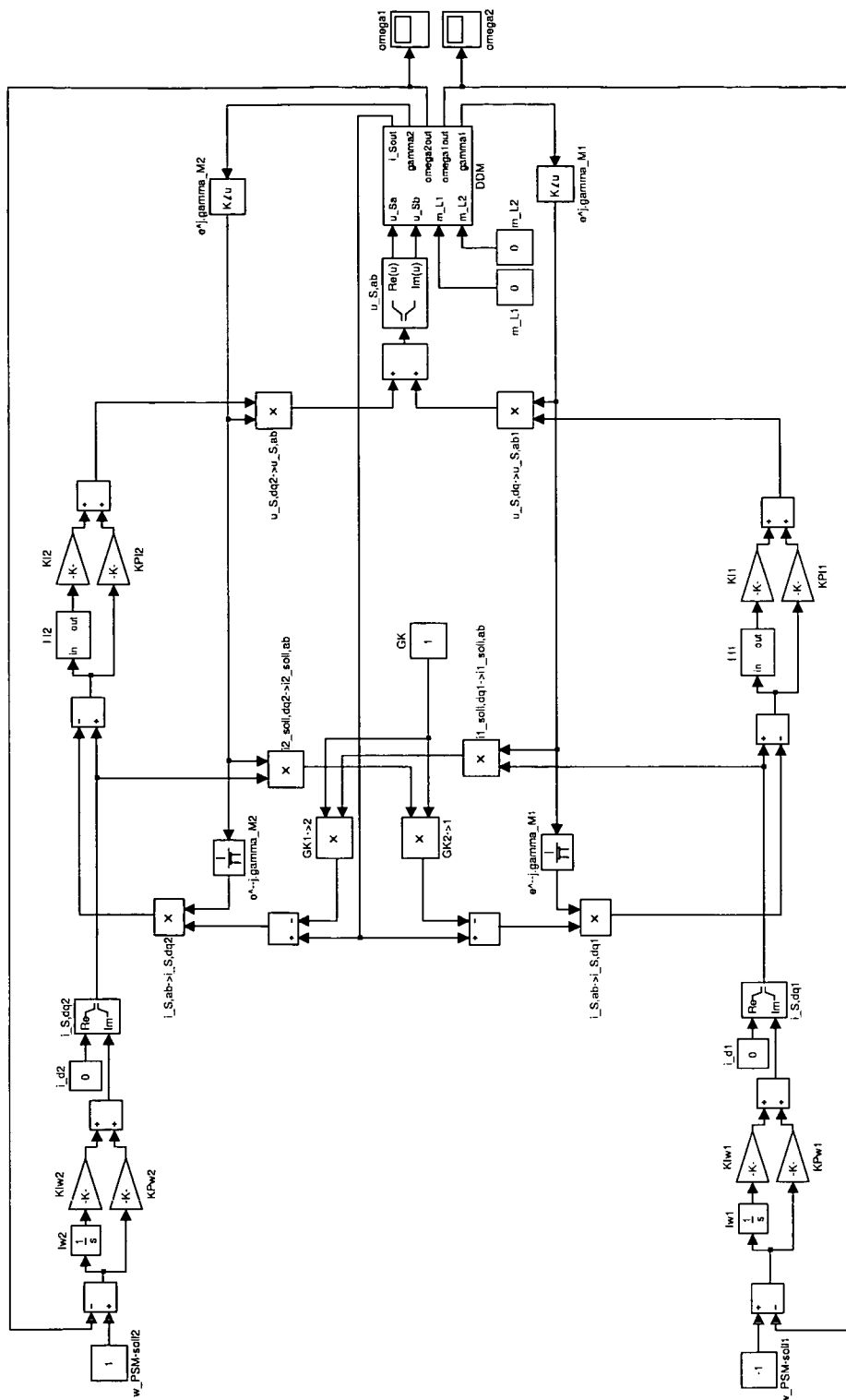


Abbildung 8.18: MATLAB-Simulink-Modell der Regelung der PSM-PSM-Kombination

Die beschriebenen Zusammenhänge sind auch in den Abbildungen 8.17 und 8.25 dargestellt. Entsprechend dieser Struktur wurde das in Abbildung 8.18 dargestellte MATLAB-Simulink-Modell gestaltet, wobei dafür wieder das bereits in Abbildung 7.1 gezeigte Modell der Drehstromdoppelmaschine benutzt wird. Die Parameter der Drehstromdoppelmaschine und der PM-erregten Rotoren entsprechen den in Tabelle 7.1 angegebenen Werten des PM-erregten Rotors.

Die Rotorlage der beiden Rotoren kann einerseits durch Verwendung von Lagegebern an beiden Rotoren erfasst werden. Andererseits kann dazu das Spannungsmodell der Maschine herangezogen werden. Bei dem realisierten Prototyp [7] wird die zweite Methode verwendet.

Entsprechend Gleichung (4.32) ergibt sich für den Statorflussverkettungsraumzeiger einer Permanentmagnet-Synchronmaschine der Ausdruck (7.10a). Damit läßt sich unter Verwendung der Beziehung (7.6) der Raumzeiger der resultierenden Permanentmagnetflussverkettung  $\underline{\psi}_{M,1} + \underline{\psi}_{M,2}$  ermitteln. Eine Vernachlässigung der in beiden Rotoren auftretenden Ströme vereinfacht die Berechnung des resultierenden Raumzeigers, liefert aber immer noch ein für die Regelung der ausgeführten Maschine ausreichend genaues Ergebnis, wie in Kapitel 9 gezeigt wird.

Die Zusammenhänge zwischen den beiden Raumzeigern der Permanentmagnetflussverkettungen, sowie deren Summe und die zur Berechnung nötigen geometrischen Beziehungen zeigt Abbildung 8.19, die mathematische Formulierung findet sich in den nachstehenden Gleichungen.

Wird der Betrag der beiden von den Permanentmagneten ausgehenden Flussverkettungsraumzeiger gleich groß angenommen, was bei gleicher Magnetisierung und gleicher Ausführung der beiden Rotoren gegeben ist, ergeben sich die Beziehungen

$$\underline{\psi}_M = \psi_{M\alpha} + j \psi_{M\beta} = |\underline{\psi}_M| e^{j\zeta}, \quad (8.41)$$

$$|\underline{\psi}_M| = \sqrt{\psi_{M\alpha}^2 + \psi_{M\beta}^2}, \quad (8.42)$$

$$\zeta = \arctan \frac{\psi_{M\beta}}{\psi_{M\alpha}} \quad (8.43)$$

und daraus für die beiden Rotorlagen

$$\cos[\zeta - \gamma_1] = \frac{\frac{|\underline{\psi}_M(\tau)|}{2}}{|\underline{\psi}_{M1}|} = \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M1}|}, \quad (8.44a)$$

$$\cos[\gamma_2 - \zeta] = \frac{\frac{|\underline{\psi}_M(\tau)|}{2}}{|\underline{\psi}_{M2}|} = \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M2}|}. \quad (8.44b)$$



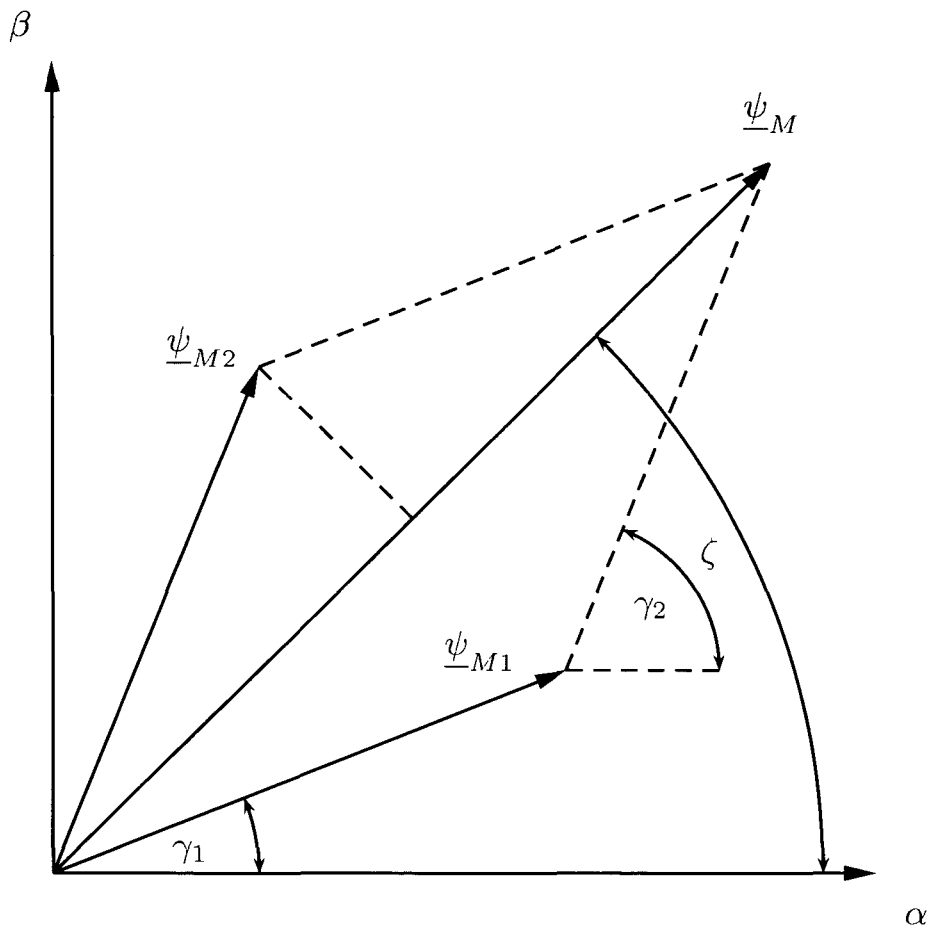


Abbildung 8.19: Raumzeiger der Flussverkettungen in der PSM-PSM-Kombination

Aus den zwei aus der Regelungsstruktur entsprechend Gleichung (7.6) gewonnen Größen  $\psi_{M\alpha}$  und  $\psi_{M\beta}$  werden mit den obigen Gleichungen die beiden Rotorlagen berechnet: Mit den Gleichungen (8.44) folgen durch Umformen die Ausdrücke

$$\gamma_1 = \zeta - \arccos \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M1}|}, \quad (8.45a)$$

$$\gamma_2 = \zeta + \arccos \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M2}|}. \quad (8.45b)$$

Unter der Voraussetzung gleichartiger Rotoren ergibt sich nach der Substitution

$$\arccos \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M1}|} = \arccos \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M2}|} = \delta \quad (8.46)$$

der Ausdruck

$$\delta = \arccos \frac{|\underline{\psi}_M|}{2|\underline{\psi}_{M1}|} = \pm \arctan \sqrt{\frac{4|\underline{\psi}_{M1}|^2}{|\underline{\psi}_M|^2} - 1}. \quad (8.47)$$

Mit den Gleichungen (8.45) ergibt sich schließlich für die beiden Rotorlagen

$$\gamma_{1,2} = \arctan \frac{\psi_{M\beta}}{\psi_{M\alpha}} \mp \arctan \sqrt{\frac{4|\underline{\psi}_M|^2}{\psi_{M\alpha}^2 + \psi_{M\beta}^2} - 1} \quad (8.48)$$

Durch zeitliche Differentiation der Rotorlagen (8.48) werden die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  der beiden Rotoren ermittelt.

Im Folgenden werden zwei wichtige Ergebnisse der Simulation vorgestellt. Zunächst wird der Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten der beiden Rotoren gezeigt, anschließend wird der Unterschied im zeitlichen Verlauf des Statorstroms bei aktiver und inaktiver Störgrößensubtraktion diskutiert. In den beiden folgenden Fällen erfolgt für beide Rotoren die Vorgabe der Nenndrehzahl, aber entgegengesetzter Drehrichtungen.

In Abbildung 8.20 ist der Verlauf der beiden Winkelgeschwindigkeiten bei unbelasteten Hochlauf dargestellt. Im Endzustand folgen die beiden Rotoren der Sollwertvorgabe. Abbildung 8.21 zeigt den zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten, wenn an den Rotoren ein Lastmoment in der Höhe des halben Nennmoments angelegt wird. Zuzufolge der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Rotoren durch die Pendelmomente entsprechend Gleichung (8.34) kommt es zu pulsierenden Störungen in der Drehzahl.

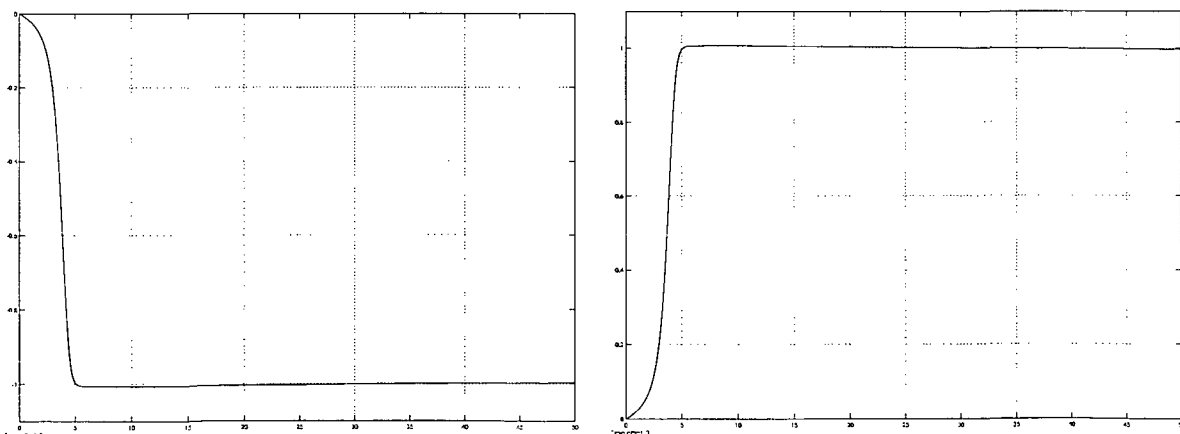


Abbildung 8.20: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1 \leq 0$  (links),  $0 \leq \omega_2 \leq 1$  (rechts) der beiden unbelasteten PM-Rotoren beim Hochlauf über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 50$

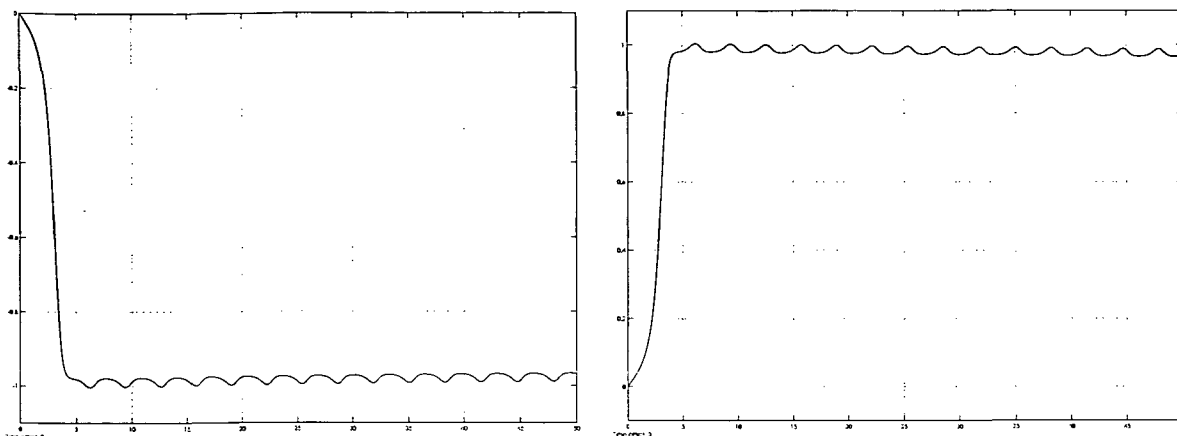


Abbildung 8.21: Winkelgeschwindigkeiten  $-1 \leq \omega_1 \leq 0$  (links),  $0 \leq \omega_2 \leq 1$  (rechts) der beiden, mit halbem Nennmoment belasteten PM-Rotoren beim Hochlauf über der bezogenen Zeit  $0 \leq \tau \leq 50$

Die Drehzahlschwankungen sind umso ausgeprägter, je kleiner die Drehzahldifferenz ist. In Abbildung 8.22 wird für beide Rotoren die Drehzahl  $\omega = 0,2$  mit entgegengesetzter Drehrichtung vorgegeben. Das Lastmoment beträgt auch in diesem Fall das halbe Nennmoment. Eine Begründung für dieses Verhalten wird in Gleichung (8.34) erläutert.

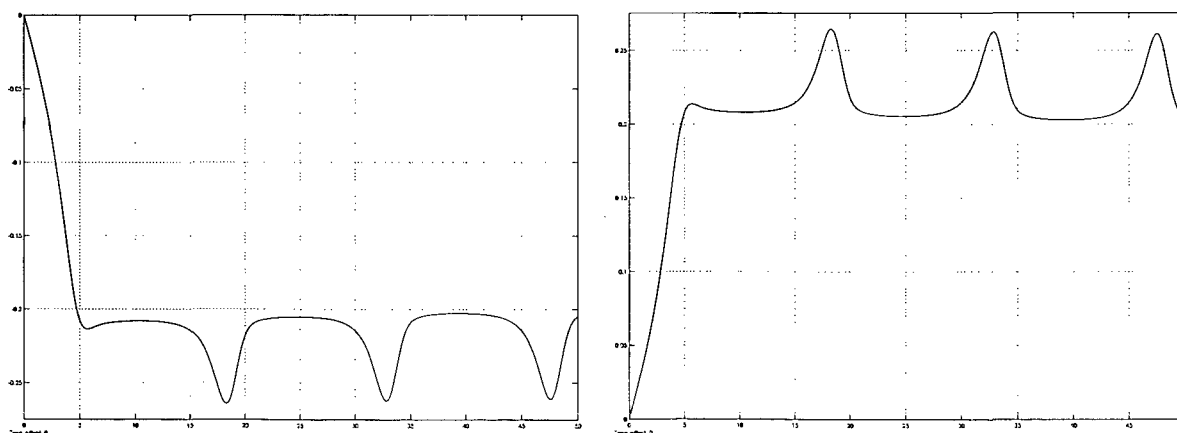


Abbildung 8.22: Drehzahlschwankungen  $0 \leq |\omega_i| \leq 0,25$  der beiden PM-Rotoren bei 0,2-facher Nenndrehzahl und Belastung mit halbem Nennmoment für  $0 \leq \tau \leq 50$

Grundsätzlich ist bei der Ausführung der Drehstromdoppelmaschine in der PSM-PSM-Kombination zu beachten, dass bei Rotoren mit identischem Trägheitsmoment und bei gleicher oder entgegengesetzter Ausrichtung am Beginn des Betriebes eine unabhängige Regelung nicht möglich ist, wie dies auch in der Simulation der Maschine zu sehen ist. Ent-

sprechend dem von den Rotoren zu entwickelnden Drehmoment wird von jeder Regelung eine Statorstromkomponente vorgegeben, welche parallel zur q-Achse des jeweiligen rotorfesten Koordinatensystems ausgerichtet ist. Aufgrund der in den Rotoren vorhandenen Drehmomentenanforderungen werden demnach zwei Teilraumzeiger des Statorstroms vorgegeben, welche in q-Richtung ausgerichtet sind. Somit liegt der resultierende Raumzeiger ebenfalls lotrecht auf die Ausrichtung der Rotoren, oder verschwindet bei betragsmäßig gleichen großen Teilkomponenten sogar vollständig. Abbildung 8.23, links, zeigt den Fall entgegengesetzter Rotoren und gleicher Drehrichtungsvorgabe bei gleich großen Komponenten des Statorstromraumzeigers. Der resultierende Stromraumzeiger verschwindet in diesem Fall idealerweise, womit kein Rotor ein Drehmoment entwickeln kann. Abbildung 8.23, rechts, zeigt den Fall der gleichen Ausrichtung beider Rotoren aber entgegengesetzter Drehzahlvorgabe bei gleiche großen Stromkomponenten. Der resultierende Statorstromraumzeiger verschwindet ebenfalls und es wird daher in keinem Rotor ein Drehmoment entwickelt.

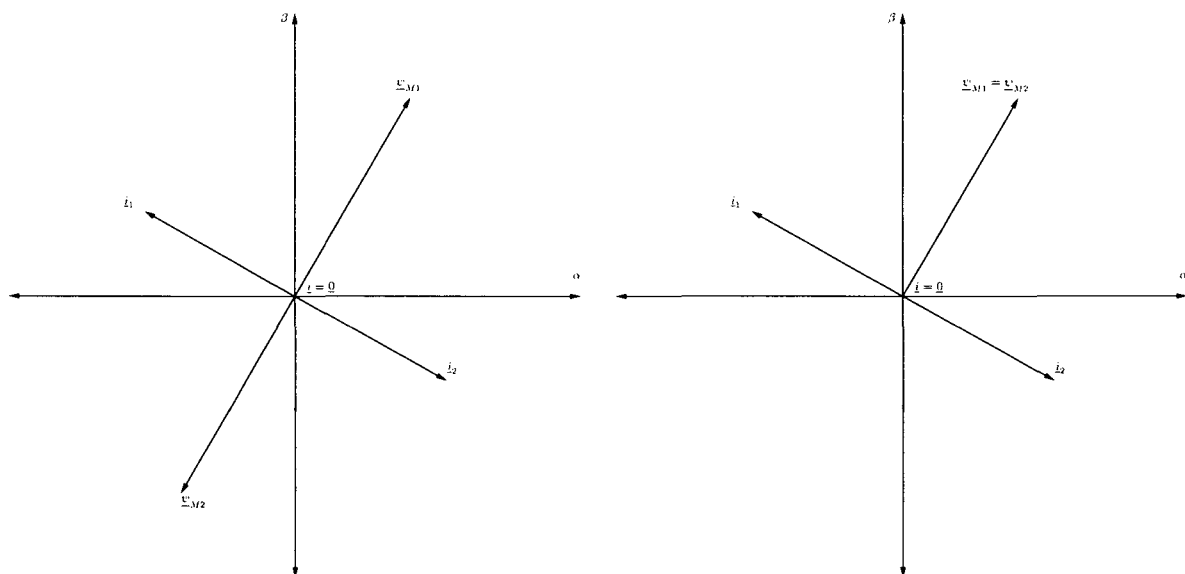


Abbildung 8.23: Lage der Raumzeiger bei Auslöschung des resultierenden Statorstromraumzeigers

Der folgende Absatz beinhaltet die Ergebnisse der Simulation des Maschinenverhaltens mit aktiver und abgeschalteter Störgrößensubtraktion. Die entsprechenden Abbildungen der simulierten Stromverläufe finden sich allerdings erst im nächsten Kapitel, in dem auch der Vergleich mit den gemessenen zeitlichen Verläufen der Ströme vorgestellt wird. Da jedoch in diesem Abschnitt die Simulationsergebnisse der Regelung vorgestellt werden sollen, wird auf die im nächsten Kapitel gezeigten Abbildungen verwiesen.

Das Ergebnis des simulierten Verlaufs des Statorstroms ohne aktiver Störgrößensubtraktion ist in Abbildung 9.18 dargestellt. Die darauf folgende Abbildung 9.19 zeigt den Verlauf der beiden Stromkomponenten mit aktiver Störgrößensubtraktion. In beiden Abbildungen sind die Komponenten des Statorstroms im rotorfesten Koordinatensystem des ersten Rotors zu sehen. In Abbildung 9.19 ist die nahezu vollständige Übereinstimmung der Soll- und Istwerte der beiden Komponenten erkennbar, während in Abbildung 9.18 ein deutlicher Unterschied im zeitlichen Verlauf zu sehen ist. Insbesondere wird von der Regelung die d-Komponente entsprechend den Aussagen in Abschnitt 8.2 zur Minimierung der Verluste mit dem Wert "0" vorgegeben. Die Abweichung des Istwertes ist hier besonders deutlich.

### 8.3.2 Die Drehstromdoppelmaschine als Getriebe

In der Kombination PSM-PSM besteht weiters die Möglichkeit, die Drehstromdoppelmaschine als elektrisches Getriebe einzusetzen, wobei die Energieflussrichtung frei wählbar ist [7]. In dieser Funktion arbeitet die Drehstromdoppelmaschine als stufenloses, bidirektionales Getriebe. Ein Funktionsschema wird in Abbildung 8.24 dargestellt.

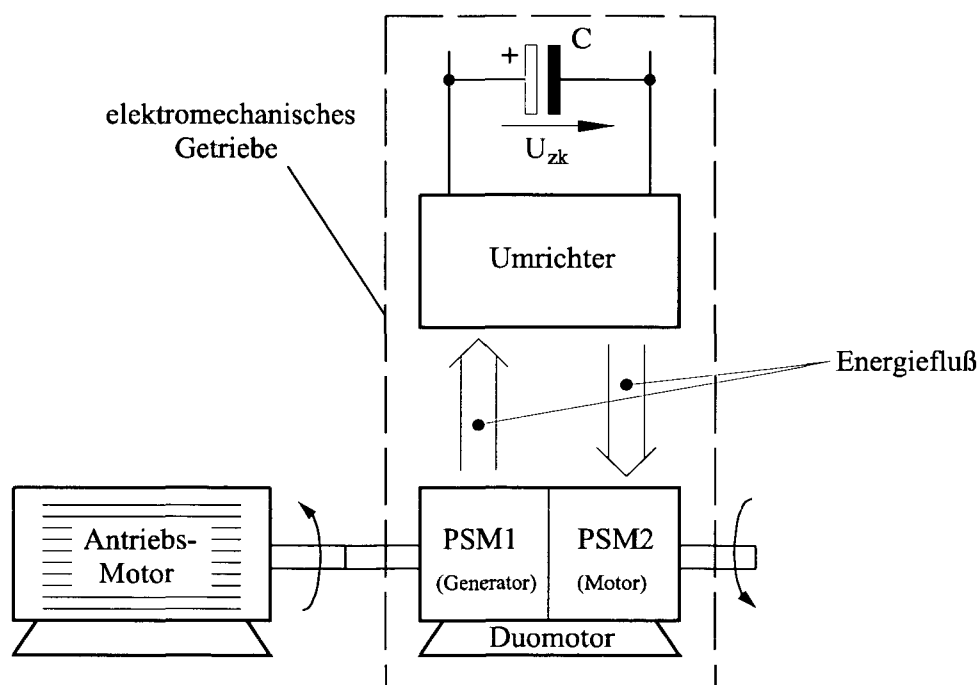


Abbildung 8.24: Prinzip der PSM-PSM-Kombination als elektrisches Getriebe



Mechanische Energie wird an die Welle des einen Rotors herangeführt und durch Zusammenwirken dieses Rotors mit dem Stator in elektrische Energie umgewandelt. Diese Energie wird im Zwischenkreis des Maschinenumrichters gespeichert. Mit Hilfe des Umrichters wird die Energie durch Zusammenwirken des Stators mit dem anderen Rotor wieder in mechanische Energie, welche an der Welle des Rotors abgegriffen werden kann, umgewandelt. In diesem Getriebe erfolgt demnach eine zweimalige Energiewandlung. Im Regelkreis Abbildung 8.25, welcher den generatorisch arbeitenden Rotor beeinflusst, wird die Teilspannung dieses Rotors geregelt, der Regelkreis des anderen Rotors regelt dessen Drehzahl.

Beide Teilregelungen sind als Regelungen mit unterlagerter Stromregelung ausgeführt. Wie in den bereits vorgestellten Kombinationen erfolgt auch in diesem Fall eine Überlagerung der beiden Teilspannungsraumzeiger, welche von der Motor- bzw. Generatorregelung vorgegeben werden. Entsprechend Gleichung (8.3) und (8.17) gelten auch in diesem Betriebsfall die bereits erwähnten Gesetzmäßigkeiten. Wie in Abbildung 8.25 dargestellt, besteht die Regelung des Generatorkreises aus einer äußeren Spannungsregelschleife zur Regelung der Zwischenkreisspannung, die äußere Schleife der Motorregelung dient der Drehzahlregelung. Beide als zweischleifige Strukturen ausgeführten Regelungen arbeiten mit unterlagerter Stromregelung.

Zur exakten Stromregelung sind auch in diesem Fall die beiden Regelungsstrukturen über die Störgrößensubtraktion verknüpft. Es wird bei beiden Strukturen der Sollwert des von der anderen Rotorregelung vorgegebenen Stroms vom gemessenen Wert des Statorstroms subtrahiert, wie dies ebenfalls in Abbildung 8.25 verdeutlicht wird.

## Kapitel 9

# Messungen an gebauten Maschinen

Im Anschluss an die Vorstellung der Simulationen werden in diesem Kapitel Prototypen der Drehstromdoppelmaschine und die daran vorgenommenen Messungen [6], [7], [21] erläutert und gegebenenfalls mit den durchgeführten Simulationen verglichen. An Hand der gebauten Prototypen wird gezeigt, dass der Grundgedanke der Drehstromdoppelmaschine, zwei Rotoren in einem gemeinsamen Stator zu betreiben, realisierbar ist und auch die gewünschten Eigenschaften einer unabhängigen Drehzahlstellung der beiden Rotoren prinzipiell durchführbar ist. Die Strukturen zur Regelung der gebauten Prototypen wurden als digitale Regelungen mittels Signalprozessorsystem gebaut. Beim benutzten Prozessor handelt es sich um den Signalprozessor Texas Instruments TMS320F240. Dieser Prozessortyp ist aufgrund seiner Konstruktion besonders gut zur Verwendung in der Regelung elektrischer Antriebe geeignet. Mit wenigen zusätzlichen Bausteinen kann mit diesem Prozessor ein Mikroprozessorsystem aufgebaut werden, welches die Regelung der Drehstromdoppelmaschine bewerkstelligt.

Der Prozessor verfügt über digitale und analoge Ein- und Ausgänge zur Überwachung und Steuerung der Regelgrößen des Systems. Die Software wurde mittels einer am Institut speziell für die Regelung antriebstechnischer Systeme entwickelten Hochsprache programmiert [20]. Damit ist es möglich, das in Hochsprache geschriebene Programm in die Maschinensprache des Signalprozessors zu übersetzen, anschließend wird das Programm mittels geeigneter Hard- und Software in den Speicher des Signalprozessors übertragen. Die Entwicklungshardware verfügt ebenso wie der Signalprozessor selbst über analoge und digitale Ein- und Ausgänge. Die Eingänge dienen zur Rückmeldung der Regelgrößen an den Prozessor. Mit geeigneter Software können über die Ausgänge Systemgrößen ausgelesen und gegebenenfalls mittels Oszilloskop graphisch dargestellt werden. Eine schematische Anordnung der gesamten Anordnung zeigt Abbildung 9.1.



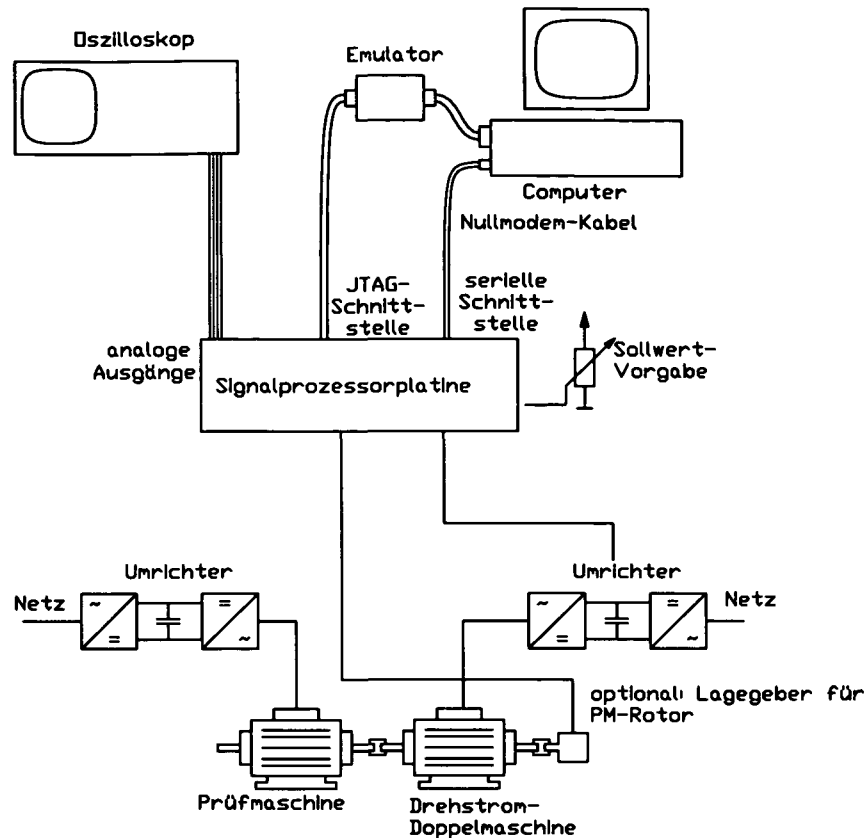


Abbildung 9.1: Schematische Darstellung der Entwicklungsumgebung

## 9.1 Kombination ASM - PSM

Der Aufbau des Prototypen der ASM-PSM-Kombination der Drehstromdoppelmaschine erfolgte zum einen aus industriell gefertigten Bauteilen, zum anderen aus eigens angefertigten Komponenten. Der Stator und der ASM-Rotor der Maschine wurden von der Firma ATB, Austria Antriebstechnik AG, Spielberg, Österreich zur Verfügung gestellt. Der PM-Rotor, die Wellen und die Lagerschilde wurden von den Mitarbeitern der Werkstätte des Instituts gebaut.

Die einzelnen Teile sind in Abbildung 9.2 dargestellt. Im rechten Bildbereich zu sehen ist der im Lagerschild eingebaute PM-Rotor und die am Umfang angebrachte Bandagierung, welche zur Abstützung der Magnete gegen die bei hohen Drehzahlen auftretenden Fliehkräfte dient. Am PM-Rotor kann auch die einseitige Lagerung gut erkannt werden. Am ASM-Rotor ist die Schrägung der Rotorstäbe zu sehen. Ebenso ist zu erkennen, dass aus Platzgründen die am Kurzschlussring zur Luftverwirbelung angebrachten Nop-

pen auf der dem PM-Rotor zugewandten Stirnseite entfernt wurden, um den Rotor auf der gesamten Blechpaketlänge im Stator unterbringen zu können. Die zusammengebaute Maschine ist in Abbildung 9.3 gezeigt.

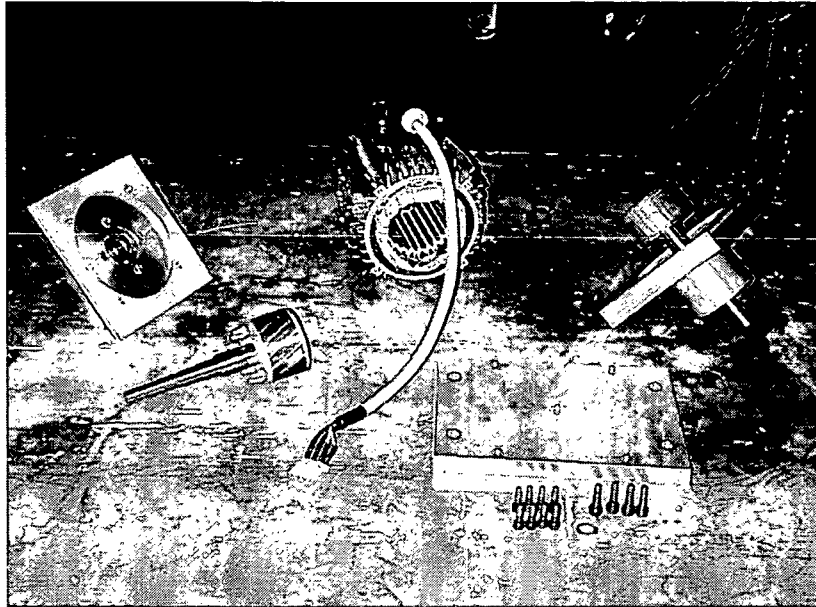


Abbildung 9.2: Teile des Prototyps der ASM-PSM-Kombination der Drehstromdoppelmaschine

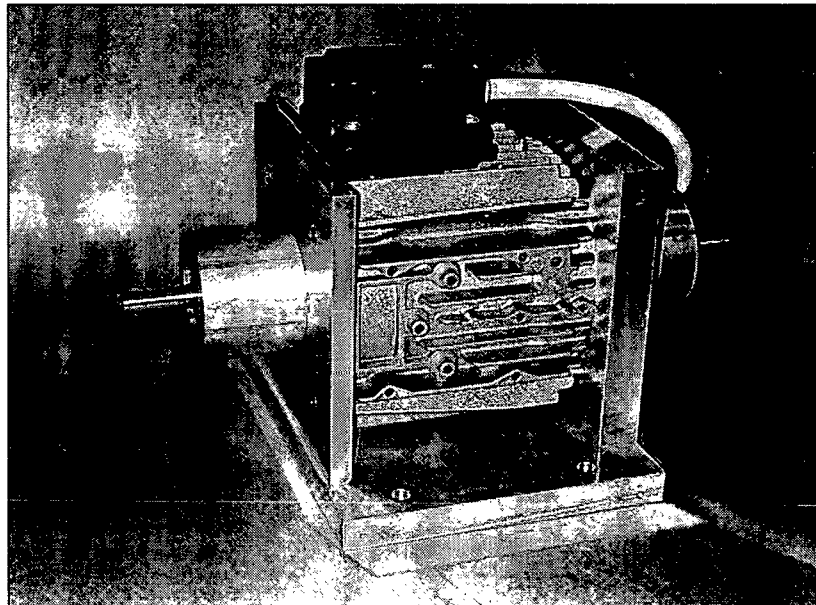


Abbildung 9.3: Prototyp der ASM-PSM-Kombination der Drehstromdoppelmaschine

Die Daten der ASM-PSM-Kombination der Drehstromdoppelmaschine werden in Tabelle 9.1 dargestellt. Angeführt sind die räumlichen Abmessungen des Blechpakets, weitere Daten sind [6] und [21] zu entnehmen.

Stator				
Nennspannung	$U_N$	220	V	
Frequenz	$f$	50	Hz	
Außendurchmesser	$D_a$	100	mm	
Bohrungsdurchmesser	$D_i$	58	mm	
Statorlänge	$l_S$	75	mm	
Polpaarzahl	$p$	2		
Statornutenzahl	$N_1$	24		
Spulenweite	$W$	6		
Strangzahl	$m$	3		
Lochzahl	$q$	2		
Anzahl paralleler Zweige	$a$	1		
Windungszahl je Strang	$w$	560		
ASM-Rotor				
Rotorlänge	$l_R$	37	mm	
Wellendurchmesser	$d_W$	16	mm	
Rotornutenzahl	$N_2$	16		
Schrägung		1.25	$\tau_{N_2}$	
Luftspalt		0.5	mm	
PM-Rotor				
Rotorlänge	$l_R$	37	mm	
Wellendurchmesser	$d_W$	16	mm	
Anzahl der Magnete	$z_M$	24		
Magnetbreite	$b_M$	5.3	mm	
Magnethöhe	$h_M$	2.5	mm	
Magnetlänge	$l_M$	35	mm	
Luftspalt		1.2	mm	

Tabelle 9.1: Daten der ASM-PSM-Kombination

### 9.1.1 Belastungsversuch des ASM-Rotors

Bei diesem Belastungsversuch blieb der PM-Rotor unbelastet. Es wurden die Drehzahlen für beide Rotoren der Drehstromdoppelmaschine in der Regelung bzw. Steuerung vorgegeben. Anschließend wurde mit der Prüfstandsmaschine jene Drehzahl ermittelt und

eingestellt, bei der der ASM-Rotor das höchste Drehmoment entwickelt. Bei diesem Maximum des Drehmoments handelte es sich demnach um das Kippmoment des ASM-Rotors und die entsprechende Kippdrehzahl der Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie, wie sie auch qualitativ gleich in Abbildung 8.3 dargestellt ist. Bei der durchgeführten Messung wurde die Drehzahl des ASM-Rotors, das von der Prüfmaschine auf den Rotor ausgeübte Lastmoment, sowie die zugeführte elektrische Leistung aufgenommen [21].

Die Messungen wurden für Drehzahlen des ASM-Rotors zwischen Stillstand und Nenndrehzahl durchgeführt. Als Parameter wurde die Drehzahl des unbelastet rotierenden PM-Rotors ebenfalls zwischen Stillstand und Nenndrehzahl variiert. Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 9.4 dargestellt. Die Kurvenschar weist nur eine geringe Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit des PM-Rotors auf. Die Überschneidungen einiger Kennlinien werden auf Messungenauigkeiten zurückgeführt. Weiters weisen einige Kurven durch Messungenauigkeiten und automatische Interpolation lokal physikalisch unglaubliche Verläufe auf.

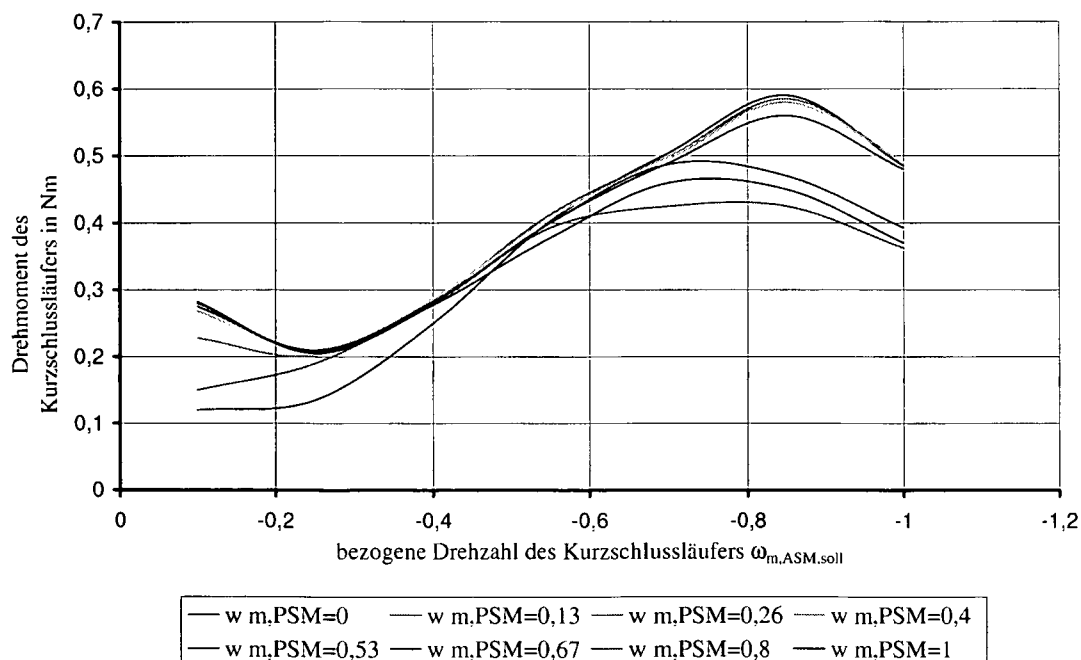


Abbildung 9.4: Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie des ASM-Rotors,  $\omega_{PM}$  als Parameter

Das gemessene Drehmoment steigt mit zunehmender Statorspannung an. Dieser Effekt ist grundsätzlich bei nicht verschwindendem Statorwiderstand vorhanden [4]. Aufgrund des reaktiv hohen Werts des Statorwiderstands  $r_S$  ist dieser Effekt bei der untersuchten Maschine kleiner Baugröße besonders ausgeprägt. Im Bereich der Nenndrehzahl ist ein Absinken des Drehmoments zu erkennen. Dieses Absinken ist auf die Spannungsgrenze

des Umrichters zurückzuführen, da die Maschine bereits im Feldschwäcbereich betrieben wird und somit das Verhältnis  $U_S/\omega_S$  vom Umrichter nicht mehr konstant gehalten werden kann, wodurch die Statorflussverkettung abnimmt.

Aus dem Drehmoment und der mechanischen Winkelgeschwindigkeit des ASM-Rotors kann die von der Drehstromdoppelmaschine über die Welle des ASM-Rotors abgegebene mechanische Leistung  $P_{mech} = M \omega_{mech}$  berechnet werden. Aus der zugeführten elektrischen Leistung und der abgegebenen mechanischen Leistung läßt sich für die Messpunkte aus Abbildung 9.4 der Wirkungsgrad  $\eta = P_{mech,ab}/P_{el,zu}$  der ASM-Teilmaschine bestimmen.

Abbildung 9.5 zeigt den Verlauf des Wirkungsgrads über der Drehzahl des ASM-Rotors. Der Parameter der Kurvenschar ist auch in diesem Fall die Drehzahl des PM-Rotors. Die Abhängigkeit des Wirkungsgrads von der Drehzahl des PM-Rotors ist gering, gleichzeitig ist der Wirkungsgrad im Vergleich mit anderen elektrischen Maschinen eher niedrig.

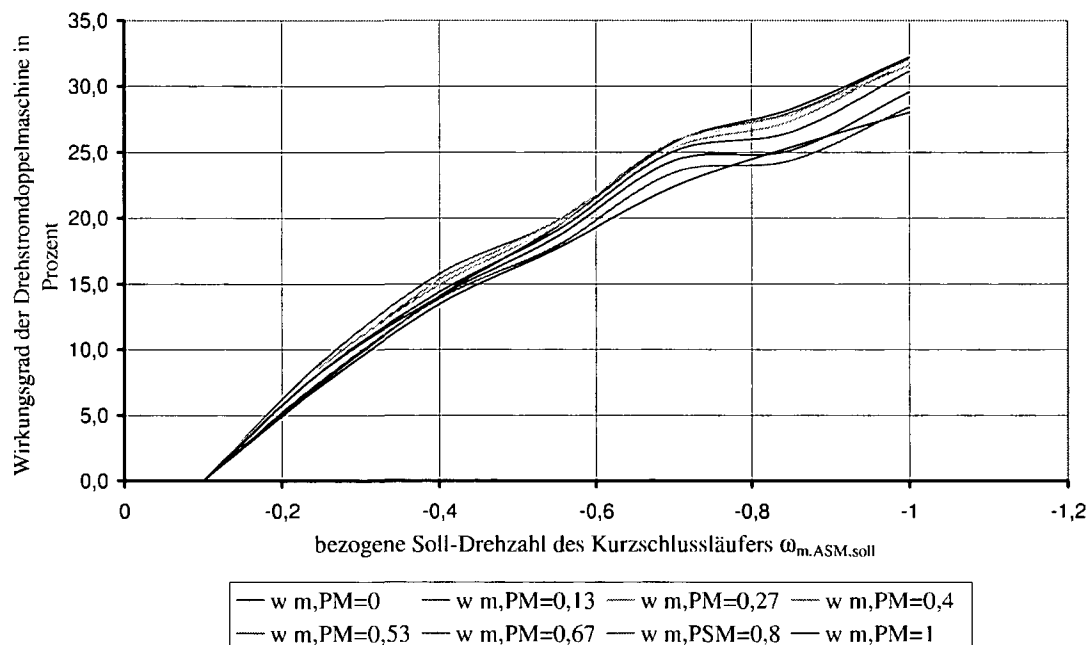


Abbildung 9.5: Wirkungsgrad  $\eta$  des ASM-Rotors,  $\omega_{PM}$  als Parameter

Der zweite am ASM-Rotor durchgeführte Belastungsversuch diente zur Untersuchung der Übereinstimmung zwischen Simulationsergebnissen und Messergebnissen. Der ASM-Rotor der Drehstromdoppelmaschine wurde mit einer Prüfmaschine so belastet, dass sich ein konstantes Lastmoment einstellte. Der PM-Rotor blieb bei diesem Versuch wieder unbelastet. Bei der Regelung der Drehstromdoppelmaschine wurden als Sollwertvorgaben für die Drehzahlen der Rotoren  $\omega_{m,PM,soll} = 0,4$  und  $\omega_{m,ASM,soll} = -0,5$  gewählt. Der

ASM-Rotor wurde von der Maschine des Prüfstands mit einer bezogenen Winkelgeschwindigkeit von  $\omega_{m,ASM,soll} = -0,4$  angetrieben. Er wurde also von dieser Maschine gebremst. Die Messung wurde nach Abklingen der Ausgleichsvorgänge, im eingeschwungenen Zustand durchgeführt. Dabei wurde die Drehzahl des unbelasteten PM-Rotors gemessen. Weiters wurden der Sollwert sowie der Istwert der Statorstromkomponente zur Regelung des PM-Rotors, sowie der von der Regelung an den Umrichter übermittelte Wert der daraus resultierenden Statorspannungskomponente gemessen. Die Werte des Statorstroms wurden nach Transformation ins rotorfeste Koordinatensystem des PM-Rotors erfasst.

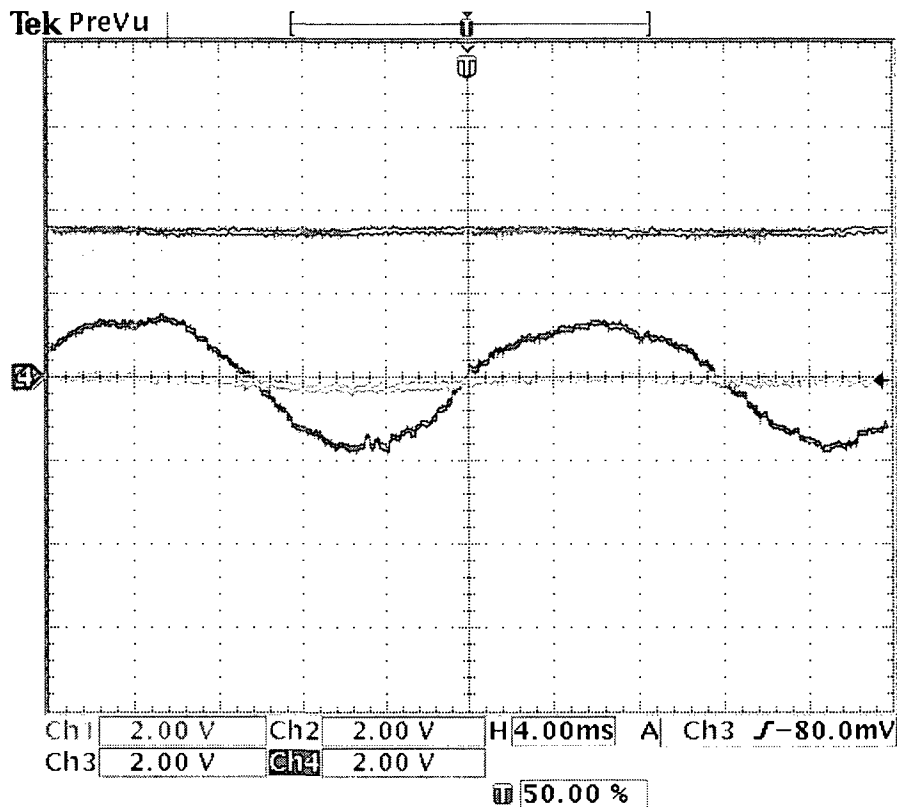


Abbildung 9.6: Oszilloskopbild der Messung bei Belastung des ASM-Rotors, Kanal 1:  $\omega_{m,PM}$ , Kanal 2:  $i_{Sq,PM,soll}$ , Kanal 3:  $i_{Sq,ist}$ , Kanal 4:  $u_{Sq,PM,ist}$

Die durchgeführte Messung ist in Abbildung 9.6 dargestellt [21]. Das in Kanal 1 (gelb) gezeigte Signal ist die Drehzahl des PM-Rotors. Der Mittelwert von 3,2V entspricht der vorgegebenen normierten Winkelgeschwindigkeit von  $\omega_{m,PM,soll} = 0,4$ . Die dem Mittelwert überlagerte Drehzahlschwankung ist auf die Beeinflussung des vom PM-Rotor entwickelten Moments durch die Statorstromkomponente des belasteten ASM-Rotors entsprechend Gleichung (4.39) zurückzuführen. Kanal 2 (blau) zeigt die q-Komponente des Sollwerts der Statorstromkomponente  $i_{S,PM,soll}$ . Auf Kanal 3 (violett) ist der gemessene

Wert der q-Komponente dargestellt. Der leicht negative Mittelwert ist mit den Toleranzen der verwendeten Operationsverstärker zu begründen. Kanal 4 (grün) zeigt die von der PM-Rotorregelung ausgegebene Komponente des Statorspannungsraumzeigers  $u_{Sq,PM,soll}$ . Da der Statorstrom im eingeschwungenen Zustand aus zwei Komponenten besteht, ergibt sich die Abweichung zwischen dem Sollwert der q-Komponente für den PM-Rotor (Kanal 2) und dem tatsächlichen Wert (Kanal 3) wegen der Komponente im Statorstrom zufolge der Belastung des ASM-Rotors.

Weiters wurde das auf den ASM-Rotor ausgeübte Lastmoment gemessen. Es ergab sich zu  $M_{L,ASM} = 0,315\text{Nm}$  und entsprach mit der benutzten Normierungsbasis einem normierten Wert von  $m_{L,ASM} = 0,101$  [21].

Dieser Versuch wurde auch mit MATLAB-Simulink simuliert. Dazu wurde der Lastmomenteingang des Maschinenmodells mit dem Ausgang eines Verstärkungsgliedes verbunden. An den Eingang dieses Gliedes wurde die Differenz zwischen der vom Prüfstand vorgegebenen bezogenen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{m,ASM,soll} = -0,4$  und der tatsächlichen bezogenen Winkelgeschwindigkeit gelegt. Mit diesem einfachen Regelkreis wurde das Anreiben des ASM-Rotors durch die Prüfmaschine nachgebildet. Dieser Regelkreis ist in Abbildung 9.7 dargestellt.

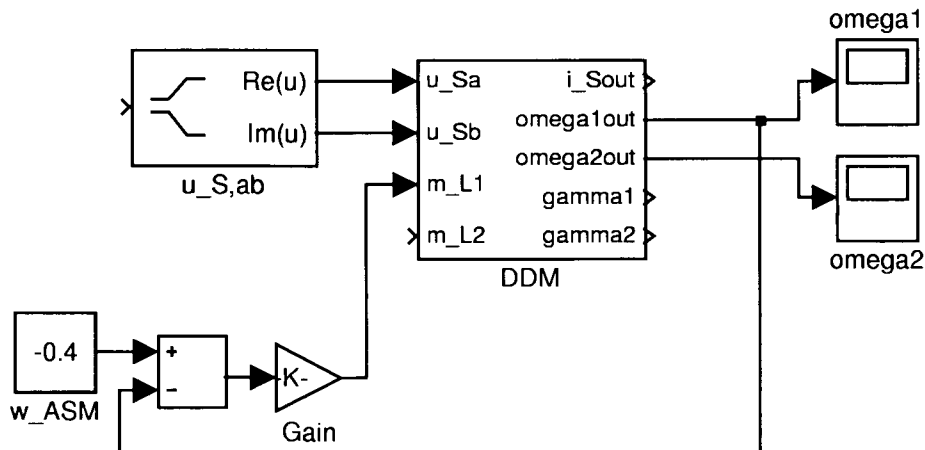


Abbildung 9.7: Regelkreis zur Simulation der Drehzahlvorgabe durch die Prüfmaschine

Das übrige Simulationsmodell entspricht dem in Abbildung 8.10 gezeigten Modell. Aufgrund einer hohen Verstärkung ergibt sich auch in der Simulation die von der Prüfmaschine vorgegebene Drehzahl. Abbildung 9.8 zeigt die bei der Simulation ausgegebenen Größen. Die Abweichungen zwischen dem Sollwert und dem Istwert der d-Komponente des Statorstroms ergeben sich aufgrund der belastungsabhängigen Statorstromkomponente des ASM-Rotors. Diese Abweichung wird von der PM-Rotor-Regelung nicht ausgeregelt.

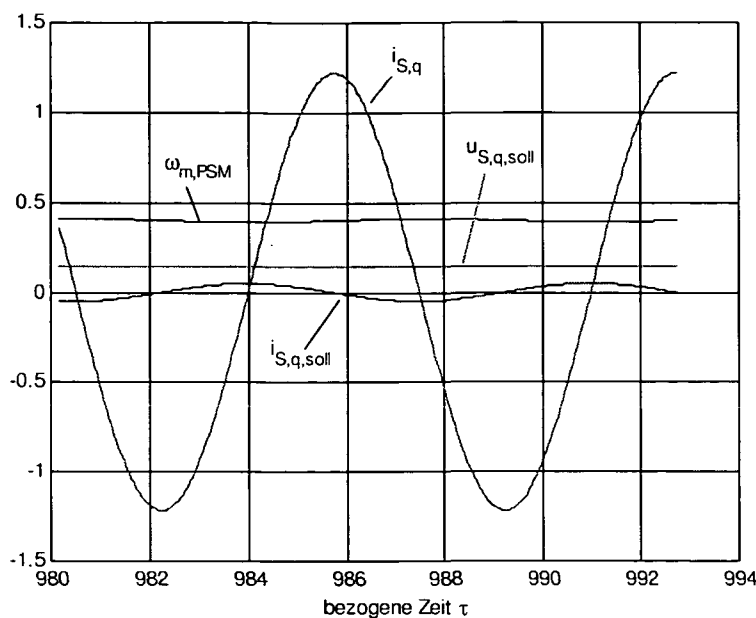


Abbildung 9.8: Simulation der Belastung des ASM-Rotors über der bezogenen Zeit  $\tau$  im Bereich  $980 < \tau < 994$  (eingeschwungener Zustand)

Es sind auch in der Simulation die Drehzahlschwankungen am leerlaufenden PM-Rotor zu sehen. Ebenso wie qualitativ der Unterschied zwischen dem Sollwert und dem Istwert der q-Komponente des Statorstroms zu sehen ist. Jedoch ist die Abweichung des Verlaufs des Istwertes in der Simulation vom Verlauf in der Messung auffällig. Der Verlauf der Statorspannung stimmt qualitativ mit der Messung überein. Das vom Simulationsprogramm errechnete Lastmoment ergibt sich normiert zu  $m_{L,ASM} = 0,09$ .

Die gemessenen und simulierten Zeitverläufe der genannten Größen stimmen qualitativ überein, weichen jedoch quantitativ teilweise stark voneinander ab. Diese Abweichungen sind darauf zurückzuführen, dass bei der Simulation die an der realen Maschine gemessenen Parameter verwendet wurden. Bei Variation dieser Parameter in der Simulation verändern sich die errechneten Werte jedoch sehr stark, woraus zu schließen ist, dass Messfehler bei der Bestimmung der Kenngrößen der realen Maschine starken Einfluss auf das Simulationsergebnis zeigen.

### 9.1.2 Belastungsversuch des PM-Rotors

In einer zweiten Versuchsreihe wurde der PM-Rotor der Drehstromdoppelmaschine an die Prüfmaschine gekuppelt, während der ASM-Rotor unbelastet rotierte. Die Drehzahl



des PM-Rotors wurde von der Prüfmaschine vorgegeben. Im Regelprogramm des PM-Rotors war die Drehzahlregelung des PM-Rotors für diesen Versuch abgeschaltet und statt dessen der Sollwert der diesen Rotor beeinflussenden  $q$ -Komponente des Statorstroms mit dem Nennwert  $i_{S,q,soll} = 1$  vorgegeben. Die  $d$ -Komponente des Statorstroms wurde mit  $i_{S,d,soll} = 0$  vorgegeben.

Die Messreihe wurde wie zuvor beim ASM-Rotor für bezogene Drehzahlen des PM-Rotors  $\omega_{m,PM} = 0 \dots 0,93$  durchgeführt. Eine Drehzahl  $\omega_{m,PM} = 1$  ist aufgrund der Spannungsgrenze des verwendeten Umrichters nicht zu erreichen. Zusätzlich wurde dabei die Drehzahl des unbelastet rotierenden ASM-Rotors  $\omega_{m,ASM} = -0,1 \dots -1$  verändert. In jedem Messpunkt wurde das mit einer Drehmomentmesswelle aufgenommene, an der Welle des PM-Rotors anliegende Lastmoment sowie die der Drehstromdoppelmanchine zugeführte elektrische Leistung aufgezeichnet.

Durch Regelung der  $q$ -Komponente des Statorstroms auf den Wert  $i_{S,q,soll} = 1$  stellte sich auch das maximal mögliche Drehmoment des PM-Rotors entsprechend Gleichung (4.39) bzw. Gleichung (8.34) ein. Abbildung 9.9 zeigt die aufgenommene Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie des PM-Rotors. Die Kurvenschar ergibt sich in Abhängigkeit der Drehzahl des ASM-Rotors als Parameter.

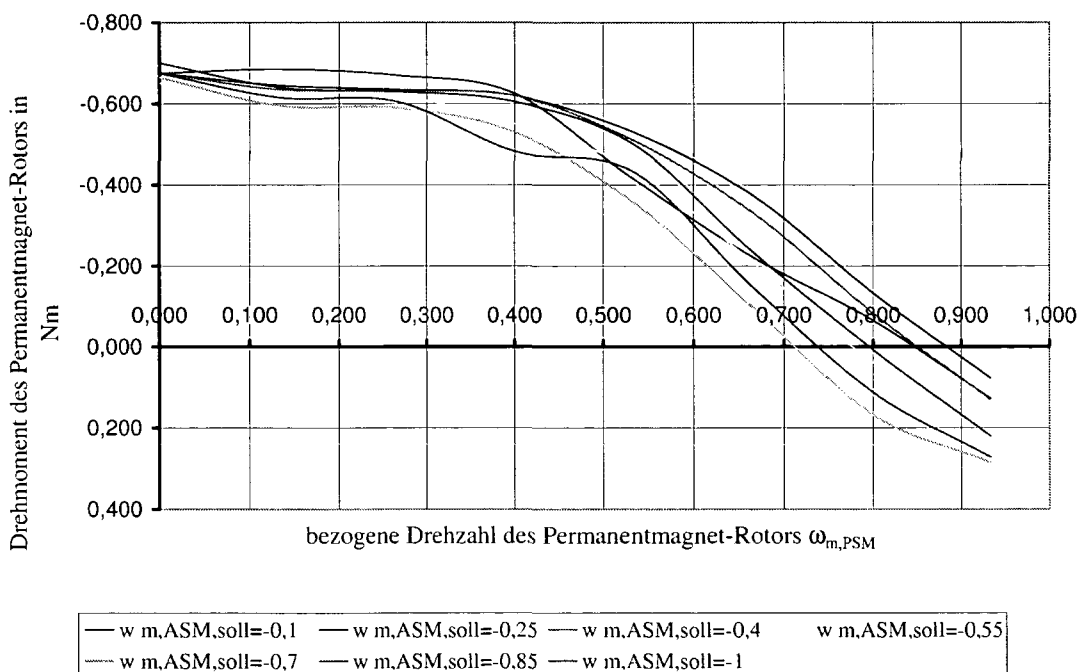


Abbildung 9.9: Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie des PM-Rotors,  $\omega_{ASM}$  als Parameter

Das vom PM-Rotor der Drehstromdoppelmaschine entwickelte Drehmoment hängt nur in geringem Ausmaß von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{m,ASM}$  des ASM-Rotors ab. Das Drehmoment bleibt konstant, solange der Statorstrom der Sollwertvorgabe  $i_{S,q,soll} = 1$  folgen kann. Ist dies nicht möglich, sinkt das Drehmoment mit steigender Drehzahl. Dieser Umstand ist in Abbildung 9.9 im Bereich von Drehzahlen über etwa 60% der Nenndrehzahl zu erkennen und ist auf die suboptimale Abstimmung des Umrichters an die Drehstromdoppelmaschine zurückzuführen. Weiters zeigt Abbildung 9.9, dass bei Überschreiten einer bestimmten Drehzahl das Lastmoment negativ wird. Dies bedeutet, dass der Rotor von der Prüfmaschine angetrieben wird. Aus der aufgenommenen Winkelgeschwindigkeit und dem auf den PM-Rotor ausgeübten Lastmoment läßt sich die vom Rotor abgegebene mechanische Leistung ermitteln. Mit der zugeführten elektrischen Leistung läßt sich der in Abbildung 9.10 dargestellte Wirkungsgrad  $\eta$  ermitteln.

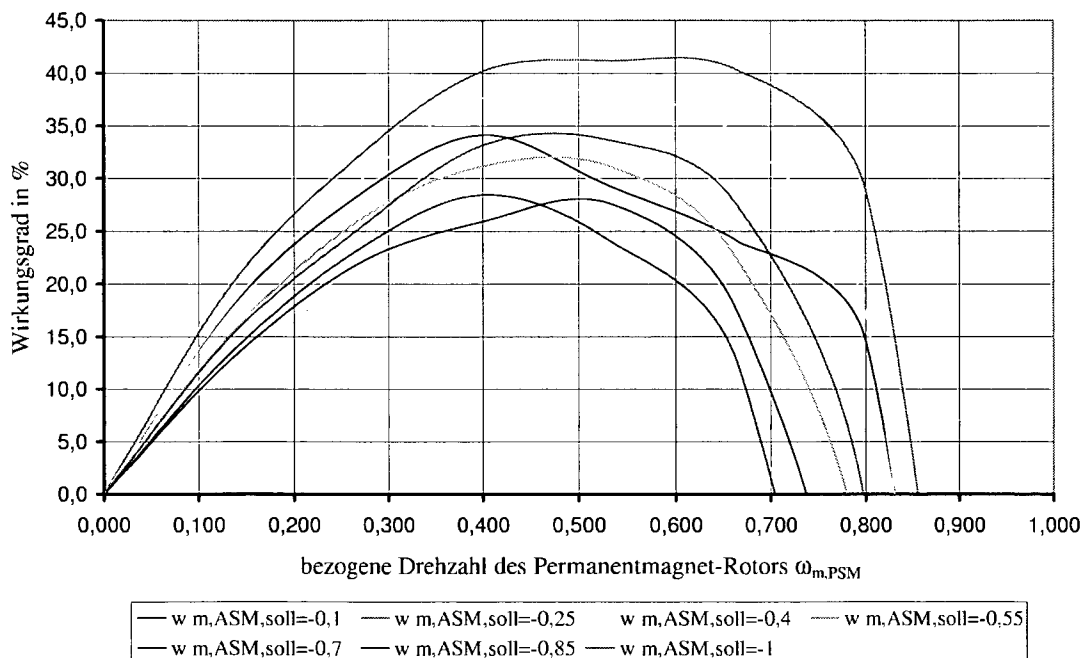


Abbildung 9.10: Wirkungsgrad  $\eta$  des PM-Rotors,  $\omega_{ASM}$  als Parameter

Zur Untersuchung der Übereinstimmung der realen Maschine mit dem Simulationsmodell wurde ein weiterer Versuch durchgeführt, dessen Ergebnisse im Anschluss mit den Simulationsergebnissen verglichen wurden. Die Drehzahl für den ASM-Rotor wurde bei diesem Versuch mit  $\omega_{m,ASM,soll} = -0,5$  vorgegeben. Die Prüfmaschine gab eine bezogene Winkelgeschwindigkeit von  $\omega_{m,PM} = 0,266$  vor. Auch bei dieser Messung zeigte sich, dass die Messergebnisse zwar qualitativ mit den Simulationsergebnissen übereinstimmten, aber

quantitative Abweichungen vorhanden waren, die auf die hohe Sensitivität des Simulationsmodell auf Parametervariationen zurückzuführen sind. Die aufgenommene Messung ist in Abbildung 9.11 dargestellt [21].

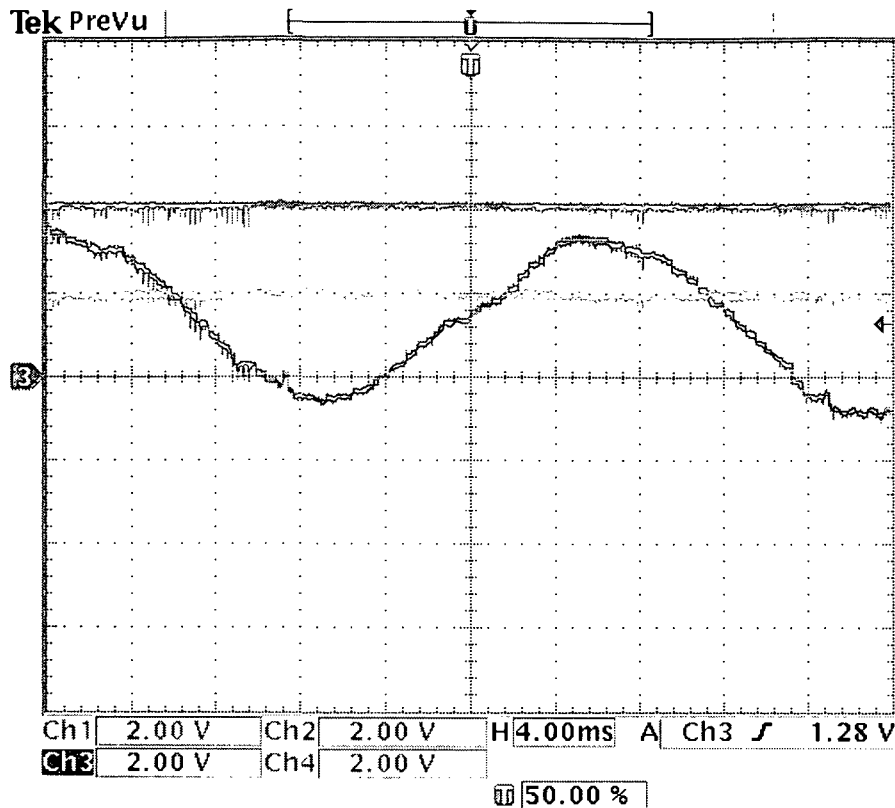


Abbildung 9.11: Oszilloskopbild der Messung bei Belastung des PM-Rotors, Kanal 1:  $\omega_{m,PM}$ , Kanal 2:  $i_{S,q,PM,soll}$ , Kanal 3:  $i_{S,q,PM,ist}$ , Kanal 4:  $u_{S,q,PM,ist}$

Kanal 1 zeigt wieder die Drehzahl des PM-Rotors. Die überlagerten Rechteckstörungen sind auf die Digital-Analog-Wandler-Schaltung zurückzuführen. Die Drehzahl wurde von der Prüfmaschine vorgegeben und war konstant. Kanal 2 zeigt die  $q$ -Komponente des Sollwerts der Statorstromkomponente  $i_{S,q,PM,soll}$ . Dieser Wert wurde von der Regelung mit dem Nennwert vorgegeben, entsprechend dem normierten Wert von  $i_{S,q,soll} = 1$ . Auf Kanal 3 ist der gemessene Wert der  $q$ -Komponente dargestellt. Der Mittelwert liegt unter dem vorgegebenen Sollwert, da der Umrichter aufgrund der Begrenzung den von der Regelung geforderten Strom nicht liefern konnte. Kanal 4 zeigt wiederum die von der PM-Rotorregelung ausgegebene Komponente des Statorspannungsraumzeigers  $u_{S,q,PM,soll}$ . Die Begründung für die Abweichung zwischen dem Ist- und dem Sollwert der  $d$ -Komponente des Statorstroms liegt auch hier in der Statorstromkomponente des ASM-Teils.

Dieser Versuch wurde ebenfalls simuliert. Da der ASM-Rotor unbelastet rotiert, wird im Simulationsmodell der Eingang des Lastmoments mit dem Wert "0" beschaltet. Analog zu Abbildung 9.7 wird dieser Regelkreis nun zur Simulation der von der Prüfmaschine aufbrachten Belastung an den Lastmomenteingang des PM-Rotors gelegt. Das Ergebnis der Simulation mit MATLAB-Simulink ist in Abbildung 9.12 dargestellt. Die zeitlichen Verläufe der untersuchten Systemgrößen stimmen qualitativ mit den Messergebnissen überein. Quantitative Abweichungen sind jedoch auch hier festzustellen. Das aus den Modellgleichungen abgeleitete Simulationsmodell vermittelt jedoch eine gute Beschreibung des Verhaltens der Drehstromdoppelmaschine.

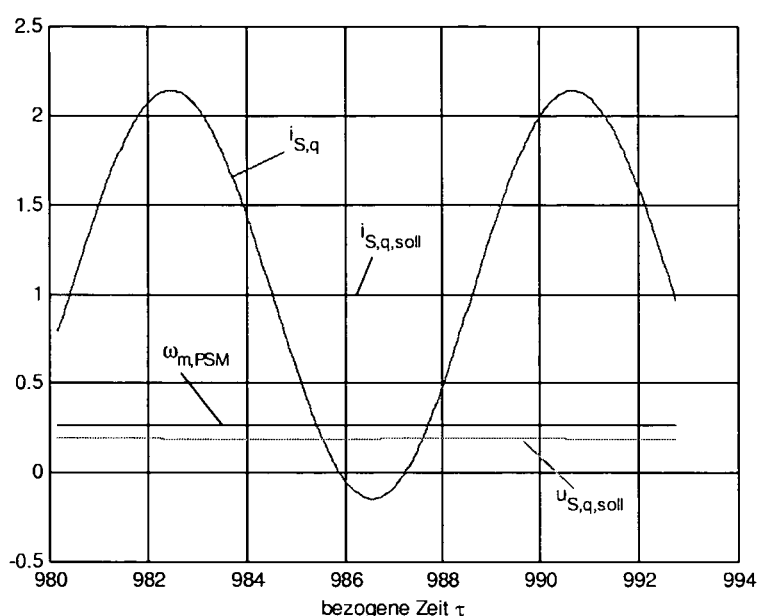


Abbildung 9.12: Simulation der Belastung des PM-Rotors über der bezogenen Zeit  $\tau$  im Bereich  $980 < \tau < 994$  (eingeschwungener Zustand)

## 9.2 Anlauf der Rotoren aus dem Stillstand

Das Anlaufverhalten beider Rotoren wurde im unbelasteten Zustand gemessen. Ausgehend vom Stillstand beider Rotoren wurde der Sollwert eines Rotors sprunghaft von der Regelung vorgegeben, während der andere Rotor weiterhin stillstand. Wie in Abbildung 9.1 dargestellt, erfolgte die Erfassung der Drehzahlen über einen Lagegeber. Die Ausgabe erfolgte über den Signalprozessor mittels HANSL-Software.

Abbildung 9.13 zeigt den zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des ASM-Rotors. Von der Regelung wurde eine bezogene Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{m,ASM,soll} = 0,8$  vorgegeben. Der Bereich der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = -1 \dots 1$  entspricht in der Abbildung einem Spannungsbereich von -8V bis +8V. Der Rotor folgt dem Sollwertsprung mit zeitlicher Verzögerung, jedoch ohne merkbares Überschwingen der Drehzahl über den vorgegebenen Sollwert.

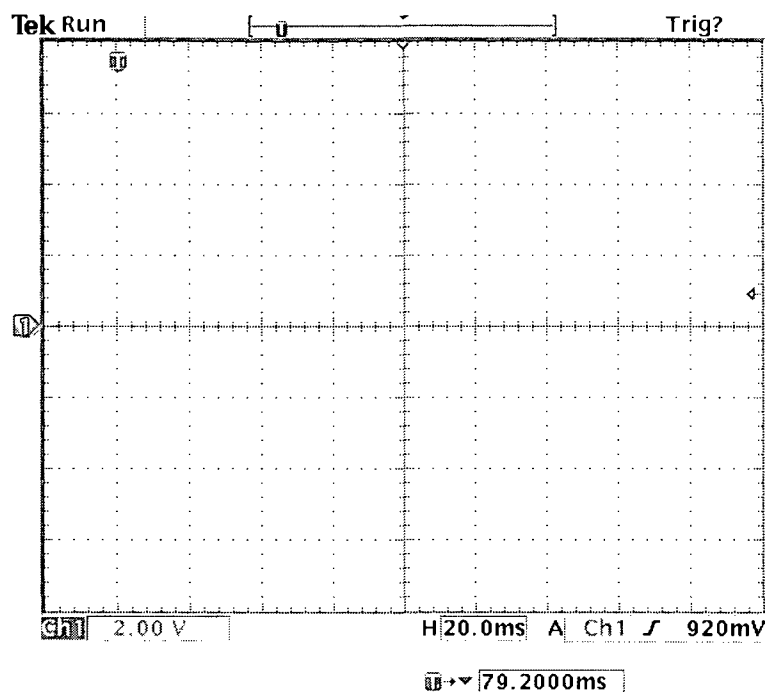


Abbildung 9.13: Antwort des ASM-Rotors auf einen Sprung des Drehzahlsollwerts von  $\omega_{m,ASM,soll} = 0$  auf  $\omega_{m,ASM,soll} = 0,8$

Bei der Simulation ist laut Abbildung 8.12 beim ASM-Rotor ein Überschwingen erkennbar. Dies ist auf die in der Simulation nicht berücksichtigte Reibung zurückzuführen. In der realen Maschine wird durch das drehzahlproportionale Drehmoment zufolge der Reibung eine dämpfende Wirkung erreicht, welche die gezeigten Schwingungen kleiner Amplitude dämpft.

Abbildung 9.14 zeigt das Anlaufverhalten des PM-Rotors nach einem Sollwertsprung der Drehzahlvorgabe. Im Versuch wurde für den Sollwertsprung eine bezogene Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{m,PSM,soll} = 0,6$  vorgegeben. Dieser Betrag wurde gewählt, da bei dieser Drehzahl entsprechend Abbildung 9.9 die Spannungsgrenze des Umrichters erreicht wird und bei dieser Drehzahl noch das maximal mögliche Drehmoment erreichbar ist.

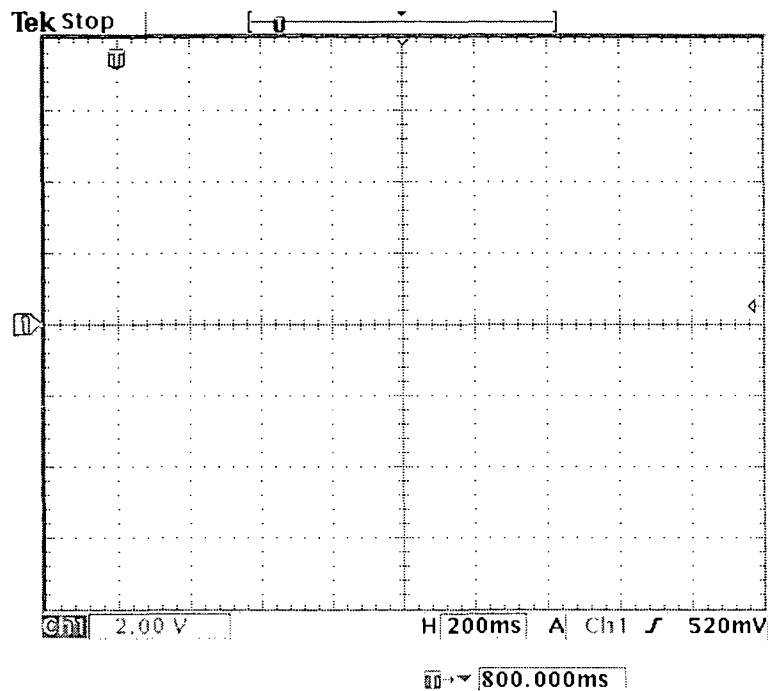


Abbildung 9.14: Antwort des PM-Rotors auf einen Sprung des Drehzahlsollwerts von  $\omega_{m,PSM,soll} = 0$  auf  $\omega_{m,PSM,soll} = 0,6$

Die Reaktion des PM-Rotors auf den Sollwertsprung zeigt ein Überschwingen über den Endwert, da keine Abschaltung des I-Anteils des PI-Reglers (Anti Wind Up) erfolgte. Das Simulationsergebnis ist im rechten Teil der Abbildung 8.12 vorgestellt. In der Simulation ist auch beim PM-Rotor aufgrund der nicht nachgebildeten Reibungsmomente der Verlauf der Drehzahl von Schwingungen kleiner Amplitude überlagert, welche in der realen Maschine durch die Reibung gedämpft werden. Grundsätzlich stimmen auch bei der Untersuchung des Anlaufverhaltens der beiden Rotoren als Reaktion auf einen Sprung der Drehzahlvorgabe die in der Simulation gewonnenen Ergebnisse mit den gemessenen Werten überein.

### 9.3 Kombination PSM - PSM

Die PSM-PSM-Kombination der Drehstromdoppelmaschine wurde mit Komponenten der Firma Engel, Walluf, Deutschland aufgebaut. Zum Einsatz kamen ein Stator sowie zwei Rotoren dieses Lieferanten.

Die Rotoren wurden derart adaptiert, dass ein Wellenende entfernt wurde. Die zugehörigen Lagerschilde wurden ebenfalls in der Werkstätte des Instituts gebaut. Abbildung 9.15 zeigt einen Überblick über die gesamte Anordnung der Drehstromdoppelmaschine. An den Wellen beider Rotoren sind zu Prüfzwecken zwei Maschinen angeflanscht. Diese Prüfmaschinen können ihrerseits über Umrichter in beiden Drehrichtungen als Motor oder Generator betrieben werden.

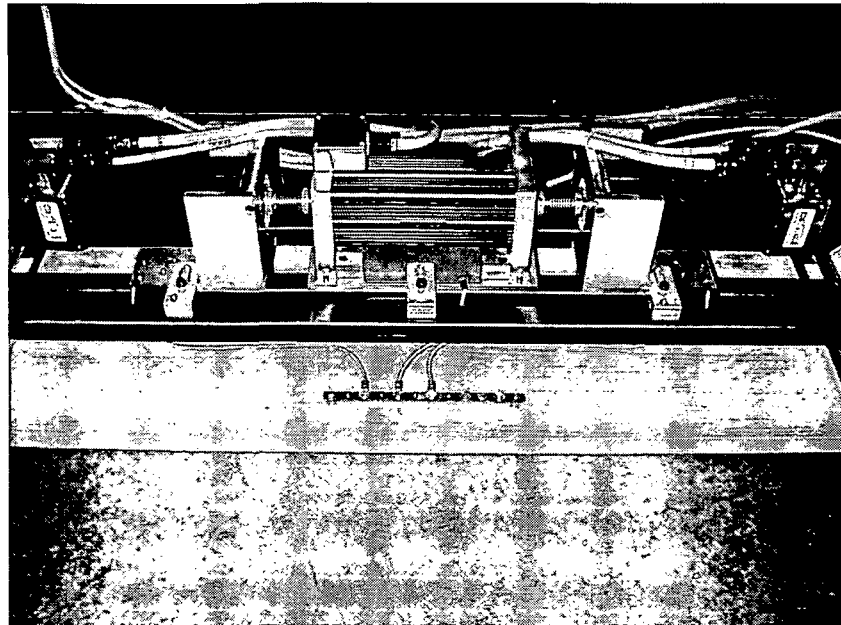


Abbildung 9.15: PSM-PSM-Kombination mit an den Wellenenden angeflanschten Prüfmaschinen

Die elektrischen Daten sowie die räumlichen Abmessungen der vierpolig ausgeführten PSM-PSM-Kombination der Drehstromdoppelmaschine sind in Tabelle 9.2 zusammengefasst.

Für die Ausführung der PSM-PSM-Kombination als Getriebe wurde zunächst der Einfluss der in Kapitel 8.3 beschriebenen Störgrößensubtraktion auf die Regelung der Drehstromdoppelmaschine ermittelt. Zu diesem Zweck wurde die Regelung ohne Störgrößensubtraktion betrieben. Dabei wurde der Verlauf des Statorstroms aufgezeichnet, wobei die Darstellung im rotorfesten Koordinatensystem erfolgte.

Abbildung 9.16 zeigt den zeitlichen Verlauf des Statorstroms ohne Störgrößensubtraktion. Im oberen Teil der Abbildung ist der stationär verlaufende Sollwert der  $d$ -Komponente der motorischen Statorstromkomponente sowie der zeitlich veränderliche Ist-Wert dargestellt. Darunter ist der Sollwert der  $q$ -Komponente sowie ebenfalls mit starken zeitlichen

Schwankungen der Ist-Wert der  $q$ -Komponente aufgezeichnet.

Abbildung 9.17 stellt in analoger Weise den Sollwert und den Ist-Wert der  $d$ -Komponente sowie der  $q$ -Komponente dar. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Maximalwerte der Abweichungen der Ist-Werte von den Sollwerten im Vergleich mit abgeschalteter Störgrößensubtraktion um etwa die Hälfte kleiner ausfallen.

Im Vergleich beider Oszilloskopbilder zeigt sich deutlich eine Näherung des Ist-Wertes an den Sollwert der motorischen Statorstromkomponente. Die störende generatorische Komponente wird wesentlich unterdrückt. Bei derselben Belastung zeigt sich eine Verkleinerung der  $q$ -Komponente. Damit werden auch die Verluste verringert. Auch die Simulation liefert den beschriebenen Effekt der besseren Annäherung des Ist-Werts an den Sollwert. In den folgenden Abbildungen werden die Sollwerte und Ist-Werte der motorischen Statorstromkomponente jeweils mit und ohne aktiver Störgrößensubtraktion dargestellt. Es zeigt sich auch hier, dass die Simulation qualitativ mit der Realität übereinstimmt.

Stator			
Nennspannung	$U_N$	300	V
Frequenz	$f$	50	Hz
Außendurchmesser	$D_a$	52	mm
Bohrungsdurchmesser	$D_i$	32	mm
Statorlänge	$l_S$	120	mm
Polpaarzahl	$p$	2	
Strangzahl	$m$	3	
Luftspalt	$\delta$	0.9	mm
Rotoren			
Rotorlänge	$l_R$	59.5	mm
Wellendurchmesser	$d_W$	14	mm
Anzahl der Magnete	$z_M$	4	

Tabelle 9.2: Daten der PSM-PSM-Kombination

Abbildung 9.18 zeigt links die  $d$ -Komponente, rechts die  $q$ -Komponente der motorischen Statorstromkomponente ohne Störgrößensubtraktion. Abbildung 9.19 zeigt analog zu Abbildung 9.18 die Komponente der motorischen Statorstromkomponente mit Störgrößensubtraktion. In der Simulation zeigt sich ebenso wie bei der Messung ein deutlicher Unterschied. Die Komponenten des Statorstroms sind in beiden Abbildungen im rotorfesten Koordinatensystem des ersten Rotors zu sehen. Die nahezu vollständige Übereinstimmung



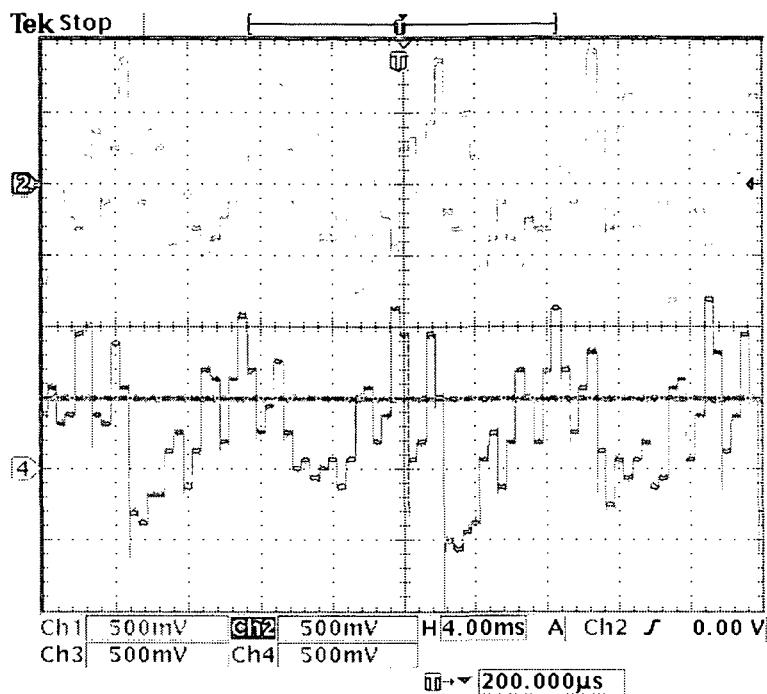


Abbildung 9.16: motorische Stromkomponenten ohne Störgrößensubtraktion, 1div=1.5A

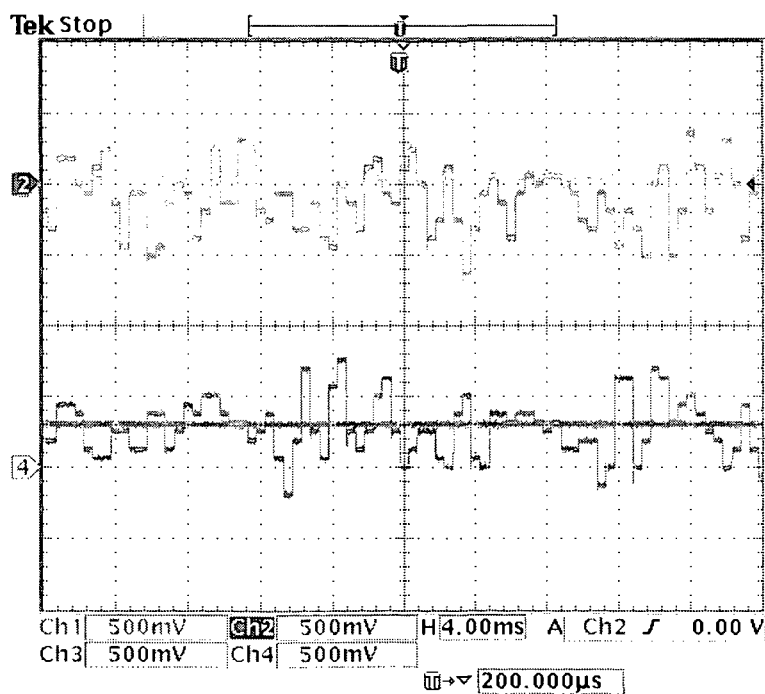


Abbildung 9.17: motorische Stromkomponenten mit Störgrößensubtraktion, 1div=1.5A

der Soll- und Istwerte der beiden Komponenten ist in Abbildung 9.19 zu sehen. Im Gegensatz dazu ist in Abbildung 9.18 ein deutlicher Unterschied im zeitlichen Verlauf zu sehen. Von der Regelung wird die  $d$ -Komponente entsprechend zur Minimierung der Verluste mit dem Wert "0" vorgegeben. Die Abweichung des Istwertes ist hier augenscheinlich.

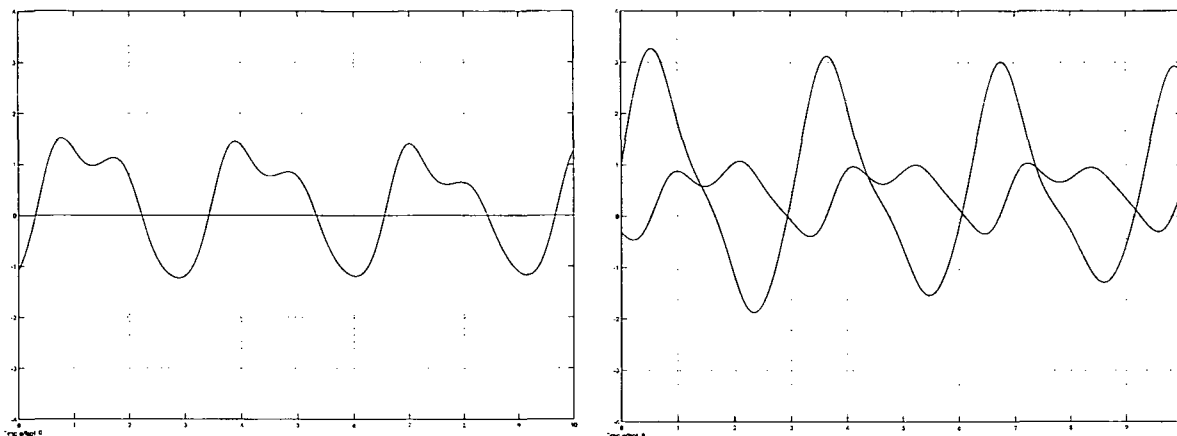


Abbildung 9.18: simulierte Istwerte und Sollwerte des Statorstroms ohne Störgrößensubtraktion, Istwerte weisen die größeren Auslenkungen auf,  $d$ -Komponente  $-4 \leq i_d \leq 4$  (links) und  $q$ -Komponente  $-4 \leq i_q \leq 4$  (rechts) für ein Intervall  $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + 10$

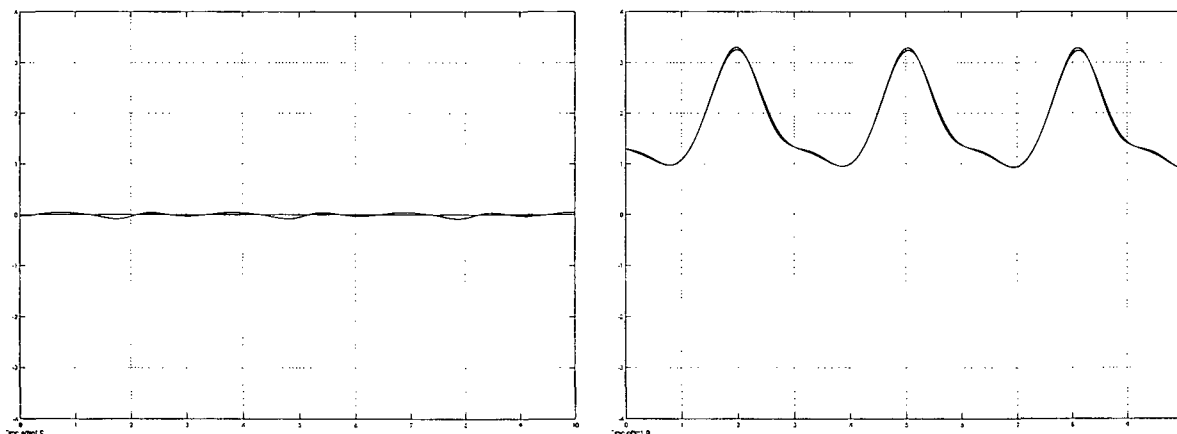


Abbildung 9.19: simulierte Istwerte und Sollwerte des Statorstroms mit aktiver Störgrößensubtraktion,  $d$ -Komponente  $-4 \leq i_d \leq 4$  (links) und  $q$ -Komponente  $-4 \leq i_q \leq 4$  (rechts) für ein Intervall  $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + 10$

Der Wirkungsgrad der als Getriebe genutzten Drehstromdoppelmaschine wird unter Vernachlässigung von Wirbelströmen und Reibung und unter Verwendung von Gleichung (4.35) bei Regelung beider Rotoren auf maximales Drehmoment definiert als

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{M_{mot} \omega_{mot}}{M_{gen} \omega_{gen}} = \frac{i_{q,mot} \psi_{M,mot} \omega_{mot}}{i_{q,gen} \psi_{M,gen} \omega_{gen}} \quad (9.1)$$

Die Messung des Wirkungsgrads der als Getriebe betriebenen Drehstromdoppelmaschine führte auf das in Abbildung 9.20 dargestellte Ergebnis [7].

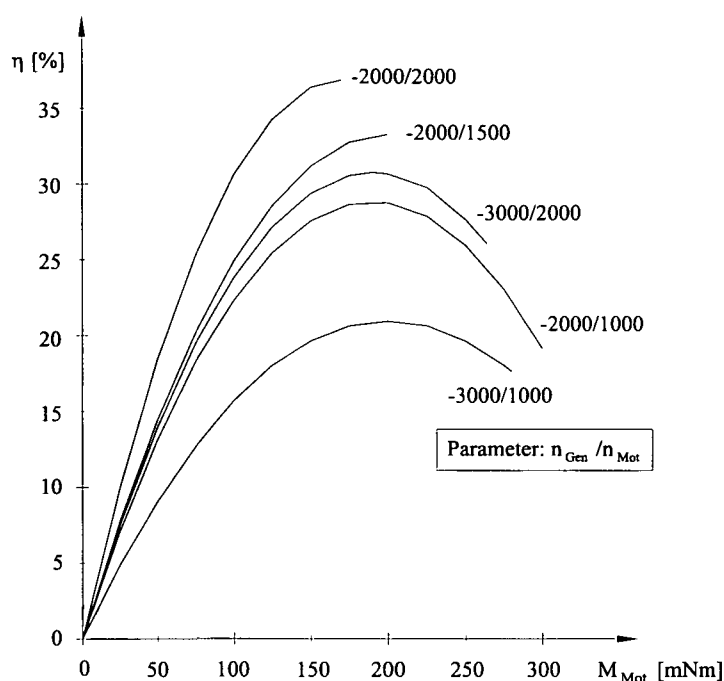


Abbildung 9.20: Wirkungsgrad der PSM-PSM-Kombination als Getriebe

Der Wirkungsgrad steigt wie erwartet mit steigendem Lastmoment bis zu seinem Scheitelpunkt an. Feststellbar ist die Abnahme des Wirkungsgrads bei höheren Lastmomenten. Neben dem abgegebenen Drehmoment ist bei konstanter Drehzahl und Regelung auf maximales Drehmoment auch die von der Maschine abgegebene Leistung entsprechend der Gleichung (4.35) und entsprechend der Beziehung  $P = M \omega = i_q \psi_M \omega$  proportional der q-Komponente des Statorstroms im rotorfesten Koordinatensystem.

Um bei steigender Lastmomentanforderung an der Motorwelle die Drehzahl konstant zu halten, muss das vom Rotor entwickelte Drehmoment erhöht werden, was durch Erhöhung der q-Komponente der motorischen Statorstromkomponente erfolgt. Die gleichzeitige

Steigerung der Leistung muss durch den generatorisch arbeitenden Rotor geliefert werden. Dies bedeutet bei konstanter generatorischer Drehzahl eine Erhöhung des vom Rotor aufgenommenen Drehmoments und somit eine Erhöhung der q-Komponente der generatorischen Statorstromkomponente. Entsprechend der Beziehung (9.1) entspricht daher bei betragsmäßig gleich großen Flüssen der Permanentmagnete in beiden Rotoren und konstantem Verhältnis der beiden Rotordrehzahlen der Wirkungsgrad  $\eta = i_{q,mot}/i_{q,gen}$  dem Verhältnis der q-Stromkomponenten. Da die generatorische Statorstromkomponente auch die in der gesamten Anordnung von Maschine und Umrichter auftretenden, dem Quadrat des Statorstroms proportionalen Stromwärmeverluste decken muss, steigt sie mit zunehmender Belastung wesentlich stärker an, als die motorische Komponente. Durch die höheren Ströme steigen zudem die Wirbelstromverluste in beiden Rotoren, wodurch es bei höheren Lastmomenten zu einer Verschlechterung des Wirkungsgrades kommt.

Die in Kapitel 8 beschriebene sensorlose Erfassung der Rotorlagen aus dem Spannungsmodell der Drehstromdoppelmaschine wurde mit den an den Prüfmaschinen angebrachten Lagegebern verglichen. Dabei zeigte sich, dass die aus dem Modell errechneten Rotorlagen nach entsprechender Glättung sehr gut mit den tatsächlichen Rotorlagen übereinstimmen.

Abbildung 9.21 zeigt eine Gegenüberstellung der mittels Spannungsmodell ermittelten Rotorlagen mit den Rotorlagen, welche von Lagegebern aufgenommen wurden. Kanal 1 und 2 zeigen die mit Hilfe des Spannungsmodells errechneten Winkel der beiden Rotoren. Jeweils unter Kanal 1 und 2 sind zum Vergleich in den Kanälen 3 und 4 die von den beiden Rotorlagegebern gemessenen Rotorwinkel dargestellt. Es zeigt sich deutlich die genaue Übereinstimmung.

Abbildung 9.22 zeigt die mit Hilfe des Spannungsmodells errechneten Lagen vor der durchgeführten Glättung. Es zeigt sich, dass die Störungen im Verlauf im Bereich des Nulldurchgangs oder im Bereich des Winkelsprungs auftreten. Dieser Umstand ist auf die in der zur Regelung benutzen Software vorhandene Implementierung der trigonometrischen Funktionen zurückzuführen.

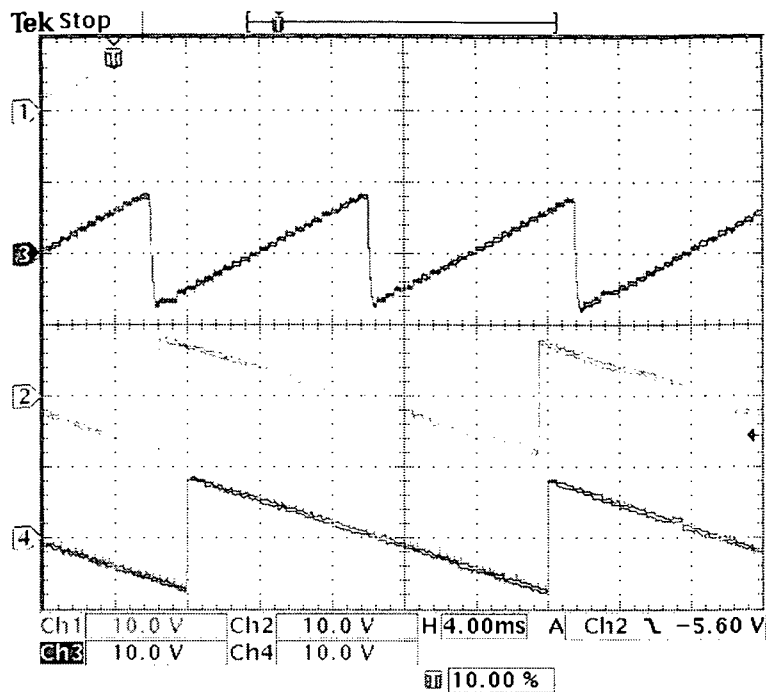


Abbildung 9.21: Vergleich der mittels Spannungsmodell bzw. Lagegebern ermittelten Rotorlagen; Kanal 1, 2: Spannungsmodell; Kanal 3,4: Lagegeber

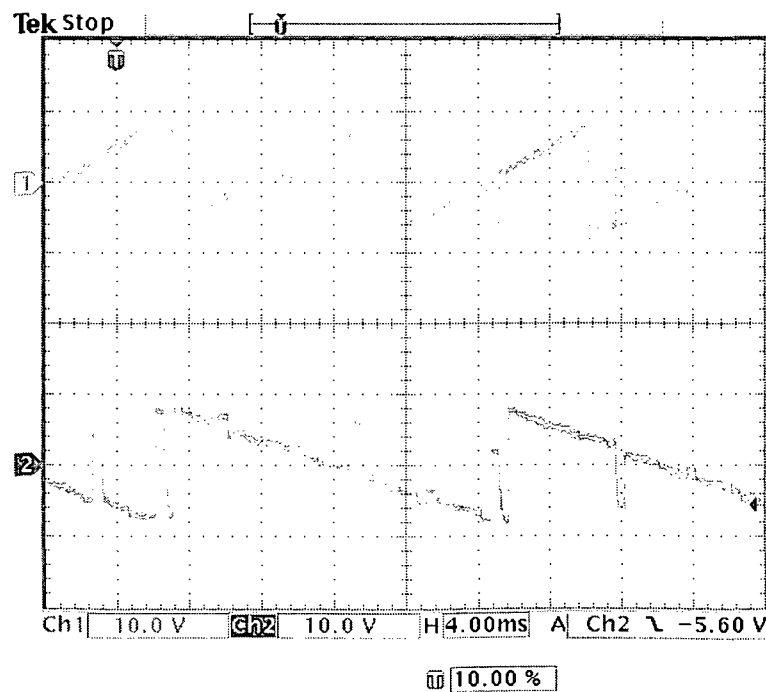


Abbildung 9.22: Mit Hilfe des Spannungsmodells berechnete Rotorlagen vor der Glättung

# Kapitel 10

## Optimierung und Einsatzmöglichkeiten für den Betrieb

In der Drehstromdoppelmaschine werden zwei Rotoren unabhängig voneinander in einem gemeinsamen Stator betrieben.

Im eingeschwungenen Zustand kann der im Stator fließende Strom entsprechend Gleichung (6.1) aus zwei Komponenten zusammengesetzt werden. Jede dieser Komponenten wird so geregelt, dass im Zusammenwirken mit einem Rotor das größtmögliche Drehmoment erzielt wird.

Während der Statorstrom aufgrund der konstruktiven Gegebenheiten der Maschine jeweils über die gesamte Paketlänge des Stators fließt, erfolgt die Erzeugung eines Drehmoments nur im Bereich eines Rotors. Im Bereich des anderen Rotors kommt es zwar auch zu einem Zusammenwirken von Rotor und Statorstrom, doch ist diese Wirkung parasitärer Natur, da es zur gewünschten Energieumsetzung keinen von anderen Parametern unabhängigen Beitrag liefert.

Die Ausnutzung der Maschine aus Sicht eines Rotors liegt daher im besten Fall knapp unter 50%, da zwischen den Rotoren ein axialer Luftspalt vorhanden sein wird.

Durch das Zusammenwirken eines Rotors mit der Stromkomponente, die entsprechend der Lage des zweiten Rotors geregelt wird, kommt es zu einer Energieumsetzung, die jedoch zu einer Verschlechterung des Wirkungsgrads führt. Entsprechend Gleichung (8.11) und Abbildung 10.1 wird das durch Zusammenwirken eines Drehfelds mit einem entgegengesetzt rotierenden Rotor erzeugte Drehmoment mit zunehmender Drehzahldifferenz zwar

kleiner, behält jedoch im Bereich endlicher Drehzahlen einen endlichen Wert. Somit führt bei der Drehstromdoppelmaschine dieses asynchrone Drehmoment in einem Rotor zufolge der rotorfremden Stromkomponente zu einer Schwächung des gewünschten Drehmoments. Im Falle eines permanentmagneterregten Rotors entstehen äquivalent in den Magneten Wirbelströme. Somit ergibt sich durch die rotorfremden Komponenten jeweils eine höhere Erwärmung.

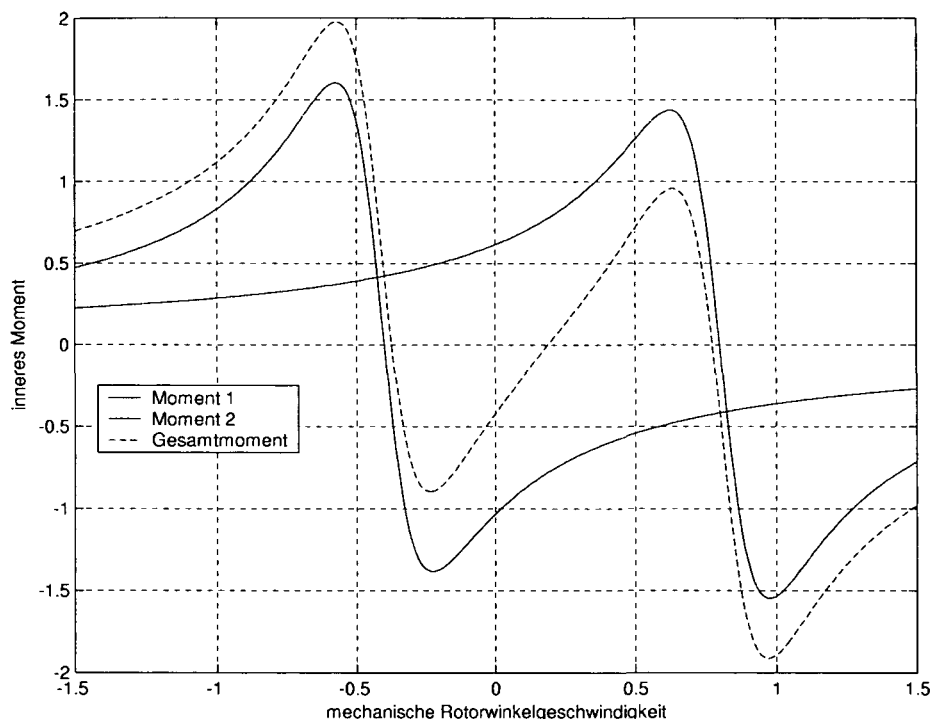


Abbildung 10.1: Beispiel 1, Simulation der Drehmomentkennlinie einer ASM bei Überlagerung zweier Drehfelder mit den Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1 = 0,8$  und  $\omega_2 = -0,4$ , jeweils  $U/f = 1$

Abbildung 10.1 verdeutlicht die Ausführungen. In dieser Abbildung ist in der Kennlinie „Moment 1“ die stationäre Kennlinie des vom Rotor entwickelten Drehmoments zufolge eines mit der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1 = 0,8$  rotierenden Drehfelds dargestellt. „Moment 2“ zeigt den Verlauf des stationären Drehmoments zufolge eines gegen den Drehsinn des Rotors mit der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2 = -0,4$  rotierenden Feldes. Das resultierende Gesamtmoment ist in der dritten Kurve dargestellt. Aufgrund der Linearität des Systems ergibt sich das an der Welle entwickelte Drehmoment aus der Summe der beiden Teilmomente.

Aus diesen Verläufen ist deutlich zu erkennen, dass das Kippmoment sinkt und weiters

das resultierende Drehmoment bei Vorhandensein eines relativ zum Rotor entgegengesetzt rotierenden Teilfeldes kleiner wird. Ebenfalls fällt die Verringerung des maximal möglichen Drehmoments wesentlich stärker aus als die Verringerung des resultierenden Drehmoments zufolge des gegenläufigen Drehfelds. Somit ist das erzielbare Drehmoment eines Rotors in der Drehstromdoppelmaschine deutlich kleiner als bei Betrieb in einer Asynchronmaschine, in der im allgemeinen keine gegenläufige Drehfeldkomponente vorhanden ist.

Die Beeinflussung des Drehmoments durch ein asynchrones Drehfeld ist wesentlich von der Relativgeschwindigkeit zwischen dem Rotor und dem entgegengesetzt rotierenden Drehfeld abhängig. Ein Beispiel ist in Abbildung 10.2 dargestellt. Der Verlauf des resultierenden Moments weist im Gegensatz zur gewünschten Kennlinie im Bereich der Drehzahlen  $\omega_m = 0,5$  bis  $\omega_m = 0,8$  sogar ein entgegengesetztes Vorzeichen auf.

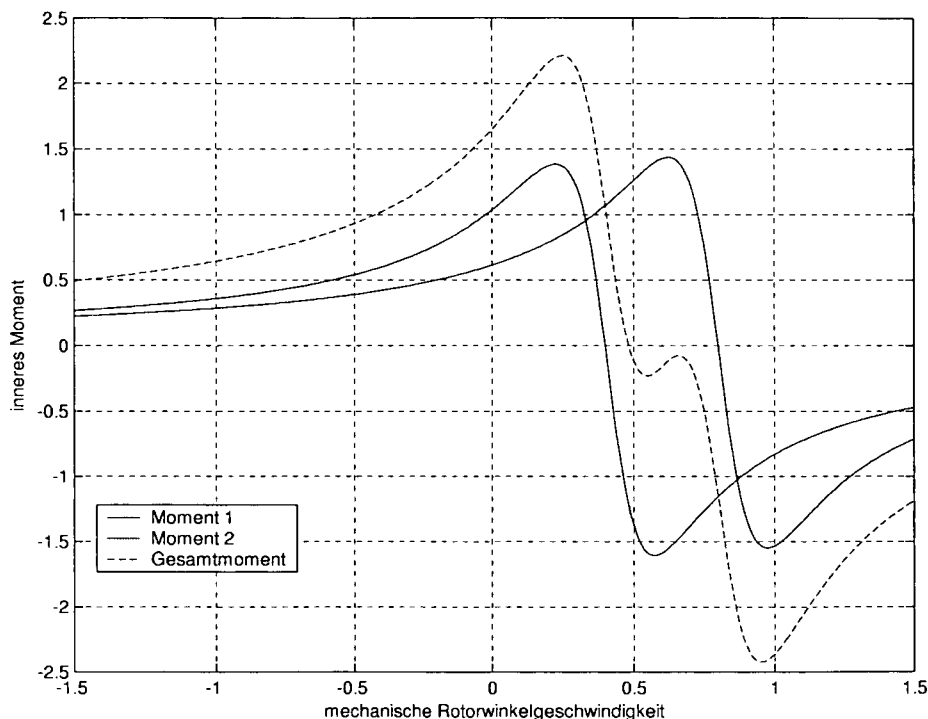


Abbildung 10.2: Beispiel 2, Simulation der Drehmomentkennlinie einer ASM bei Überlagerung zweier Drehfelder mit den Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1 = 0,8$  und  $\omega_2 = 0,6$

Werden in der Drehstromdoppelmaschine PM-erregte Rotoren eingesetzt, ist dem von diesen erzeugten Drehmoment entsprechend Gleichung (8.34) ein Pendelmoment überlagert, dessen Störung ebenfalls mit zunehmender Differenz der mechanischen Rotorwinkelgeschwindigkeiten abnimmt. Im Bereich der Regelungsstruktur ist es möglich, bei PM-erregten Rotoren durch Verwendung eines Entkopplungsnetzwerks entsprechend Glei-



chung (8.20) die Dynamik der Regelung zu verbessern. Dennoch ist es günstig, die Rotoren mit möglichst großer Drehzahldifferenz zu betreiben. Dies ist jedoch vom Verwendungszweck abhängig und daher kann diese Möglichkeit zur Optimierung des stationären Drehmoments applikationsspezifisch bei der Konstruktion der Maschine genutzt werden.

Die Ausbildung von Wirbelströmen in den Rotoren durch deren relativ zu den Teildrehfeldern asynchronen Lauf kann reduziert werden, indem die Rotoren aus geblechtem Material ausgeführt werden, wie dies bei Gleichstrommaschinen und Asynchronmaschinen bekannt ist. In den Permanentmagneten eines PM-erregten Rotors kommt es allerdings zu Wirbelströmen und somit zu einer Erwärmung der Magnete. Verringert werden kann die Wirbelstromausbildung durch eine Ausführung mit segmentierten Magneten anstelle einer magnetischen Schale.

Optimierungspotenzial liegt auch in der mechanischen Lagerung der beiden Rotoren. Bei einem der gebauten Prototypen [21] kam es bei Strömen im Bereich des Nennstroms zum Streifen des ASM-Rotors am Stator. Dieser Umstand ist bei elektrischen Maschinen inakzeptabel und führt im allgemeinen zur Zerstörung. Als erste Maßnahme wurde daher der Durchmesser des Rotors verkleinert, was naturgemäß zu einem größeren Luftspalt führt. Ein größerer Luftspalt bewirkt eine größere Streuung und damit entsprechend Gleichung (8.11) ein geringeres Kippmoment der Maschine. Für das Kippmoment gilt bei Vernachlässigung des Statorwiderstands

$$m_{Kipp} = \frac{|u_S|^2}{\omega_S^2} \frac{1 - \sigma}{4 \sigma \tau_R l_S}. \quad (10.1)$$

Die Abhängigkeit des Kippmoments von der Streuziffer  $\sigma$  zeigt auch Abbildung 10.3. Die zur Kennlinie „Moment 1“ gehörige Maschine weist eine Streuung  $\sigma_1 = 0,15$  auf, Kennlinie „Moment 2“ entspricht einer Streuung  $\sigma_2 = 0,2$  und die Kennlinie „Moment 3“ gehört zu einer Maschine mit der Streuung  $\sigma_3 = 0,25$ .

Es kommt daher der verwindungssteifen Lagerung der beiden Rotoren besondere Bedeutung zu. Neben einer Lagerung, die ein radiales Verschieben des Rotors unterdrücken soll, ist es wichtig, die Rotorwelle und den Rotor selbst möglichst verwindungssteif auszuführen, um ein Verbiegen als Folge der magnetischen Kräfte zu verhindern. Bei PM-erregten Rotoren kommt diesem Problem aufgrund des größeren Luftspalts eine geringere Bedeutung zu.

Gleichzeitig jedoch verringert eine größere Streuung den Einfluss der entgegengesetzt drehenden Feldkomponente auf die Drehmomentenbildung. Die optimale Größe des Luftspalts wird in weiterführenden Arbeiten zu diskutieren sein.

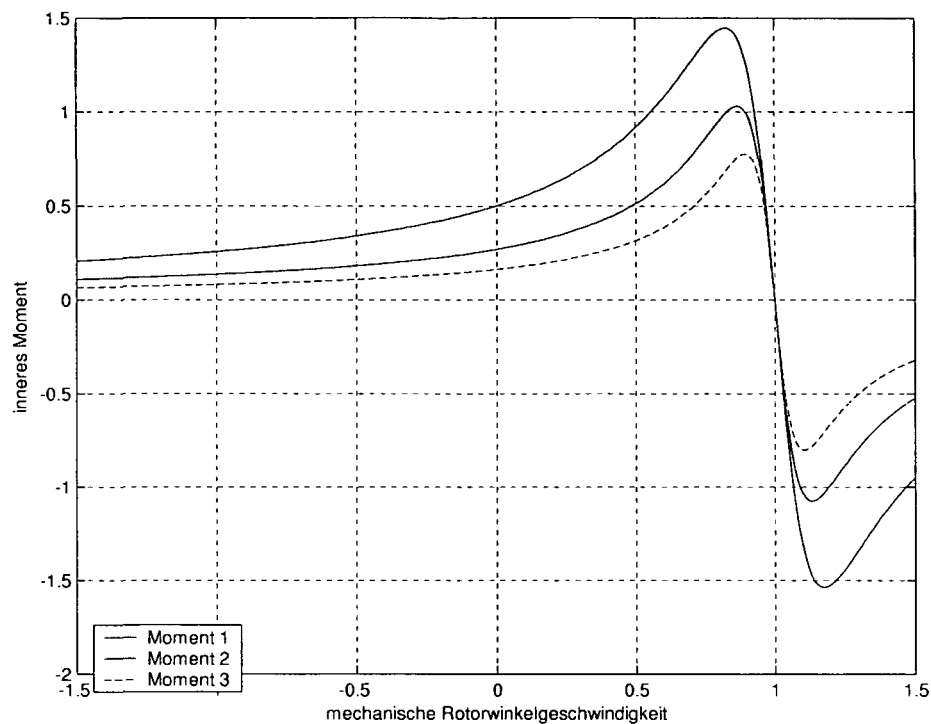


Abbildung 10.3: Abhängigkeit des Kippmoments einer ASM von der Streuung  $\sigma$

In den Flussverkettungsgleichungen der Maschine (7.6) wurde zwischen den Rotoren der Drehstromdoppelmaschine eine Kopplung  $l_{RR}$  eingesetzt, die auch in der Darstellung des SIMULINK-Modells in Abbildung 7.3 eine allfällige magnetische Kopplung zwischen den beiden Rotoren berücksichtigt. Bei den gebauten Prototypen waren die achsialen Abstände zwischen den Rotoren so groß, dass keine nennenswerte Kopplung vorhanden war. Werden die Stirnflächen der Rotoren näher zusammengedrückt, ist jedoch mit einer stärkeren Kopplung zu rechnen und es sind die Auswirkungen der dadurch induzierbaren Ströme in den Rotoren zu untersuchen, beispielsweise mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente.

Prinzipiell auftretende Rüttelmomente schränken die Einsetzbarkeit der Maschine ein. Die Drehstromdoppelmaschine wird daher vorzugsweise in Bereichen einzusetzen sein, in denen Drehmomentpulsationen nicht stören, beispielsweise bei Pumpen für flüssige oder gasförmige Medien. Denkbar ist der Einsatz der Drehstromdoppelmaschine in Ölbrennern zur Optimierung des Luft-Öl-Gemisches, wobei ein Rotor das Öl in den in der Brennkammer befindlichen Zerstäuber pumpt, während der zweite Rotor über einen Lüfter die Luftzufuhr regelt und so die zur optimalen Verbrennung nötige Menge Luft zuführt. Weiters ist es möglich, die Maschine als fernbediente Ventilsteuerung einzusetzen, wie

Abbildung 10.4 schematisch zeigt. Ein Rotor wird von einer Turbine angetrieben, die umgesetzte elektrische Energie wird im Zwischenkreis gespeichert, umgeformt und zum Antrieb des als Spindelantrieb wirkenden zweiten Rotors verwendet.

Dem Nachteil des zeitlich veränderlichen Drehmoments und des im Vergleich zu bekannten Maschinen niedrigen Wirkungsgrads steht der Vorteil der Einsparung von elektromechanischen Komponenten gegenüber. Die Drehstromdoppelmaschine wird nur über einen Umrichter mit Energie versorgt, womit ein Umrichter samt Steuerelektronik eingespart werden kann.

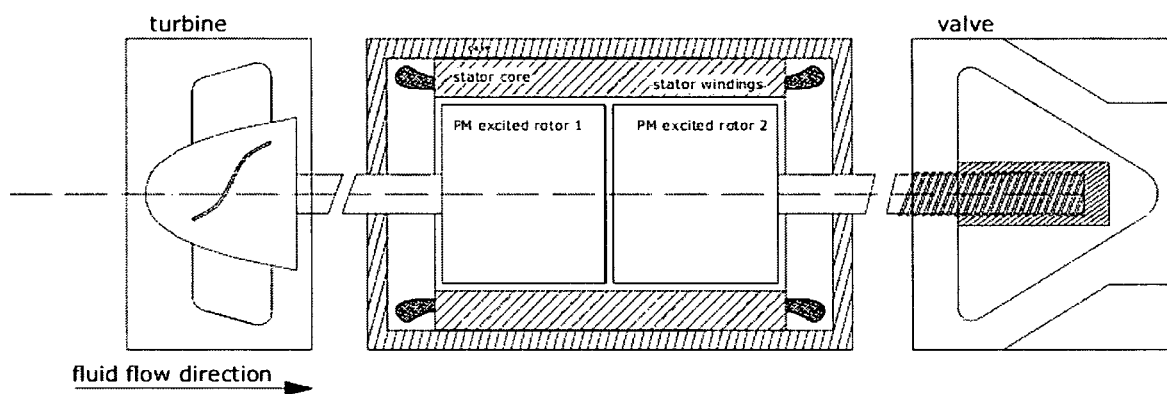


Abbildung 10.4: Drehstromdoppelmaschine als Ventiltrieb [18]

Vor dem geplanten Einsatz sind daher die Vor- und Nachteile der Maschine abzuwägen. Bei Applikationen, für die der niedrige Wirkungsgrad und die Drehmomentschwankungen eine untergeordnete Bedeutung haben, wird der Drehstromdoppelmaschine sicherlich der Vorzug zu geben sein, da die Einsparung an Hardware sowohl die Herstellungskosten als auch die Wartungskosten während der gesamten Lebensdauer senkt.

# Anhang A

## Bestimmung der Flussverkettungen

Eine für  $t > t_0$  gültige lineare inhomogene Differentialgleichung der Form

$$y'(t) + ay(t) = s(t) \quad (\text{A.1})$$

mit dem konstanten Koeffizienten  $a$  kann durch eine Kombination der homogenen mit der partikulären Lösung gelöst werden. Für die homogene Lösung gilt

$$y_h(t) = C_h e^{-at}, \quad (\text{A.2})$$

für die partikuläre Lösung gilt

$$y_p(t) = C_p(t) e^{-at}. \quad (\text{A.3})$$

Wird Gleichung (A.3) in Gleichung (A.1) eingesetzt, ergibt sich die Funktion

$$C_p(t) = \int_{t_0}^t s(\tau) e^{a\tau} d\tau, \quad (\text{A.4})$$

sodass für die partikuläre Lösung

$$y_p(t) = e^{-at} \int_{t_0}^t s(\tau) e^{a\tau} d\tau \quad (\text{A.5})$$

folgt.

Ein Vergleich der Koeffizienten von Gleichung (A.1) und Gleichung (6.22) liefert

$$a = \left[ \frac{1}{\tau_{R,ASM}} + j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) \right]. \quad (\text{A.6})$$

Für die Störfunktion gilt

$$s(\tau) = s_1(\tau) + s_2(\tau) = S_{IM} e^{j(\omega_{S,IM}-\omega_k)\tau} + S_{PM} e^{j(\omega_{S,PM}-\omega_k)\tau}, \quad (\text{A.7})$$

mit

$$S_{IM} = \frac{l_{SR,ASM}}{\tau_{R,ASM}} \underline{i}_{S,IM}, \quad (\text{A.8})$$

$$S_{PM} = \frac{l_{SR,ASM}}{\tau_{R,ASM}} \underline{i}_{S,PM}. \quad (\text{A.9})$$

Damit kann die partikuläre Lösung der Differentialgleichung (6.22) geschrieben werden als

$$\underline{\psi}_{Rp} = e^{-a\tau} \int_{\tau_0}^{\tau} \left( S_{IM} e^{j(\omega_{S,IM}-\omega_k)\tau'} e^{a\tau'} + S_{PM} e^{j(\omega_{S,PM}-\omega_k)\tau'} e^{a\tau'} \right) d\tau', \quad (\text{A.10})$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{Rp}(\tau) = e^{-a\tau} S_{IM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,IM} - \omega_k)} \left\{ e^{[j(\omega_{S,IM}-\omega_k)+a]\tau} - 1 \right\} \\ + e^{-a\tau} S_{PM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,PM} - \omega_k)} \left\{ e^{[j(\omega_{S,PM}-\omega_k)+a]\tau} - 1 \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

was gleichwertig ist zu

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{Rp}(\tau) = S_{IM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,IM} - \omega_k)} e^{j(\omega_{S,IM}-\omega_k)\tau} - S_{IM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,IM} - \omega_k)} e^{-a\tau} + \\ + S_{PM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,PM} - \omega_k)} e^{j(\omega_{S,PM}-\omega_k)\tau} - S_{PM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,PM} - \omega_k)} e^{-a\tau}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Mit den Gleichungen (A.6) und (A.8) gilt für den ersten Summanden in obiger Gleichung

$$\begin{aligned} & S_{IM} \frac{1}{a + j(\omega_{S,IM} - \omega_k)} \\ &= \frac{l_{SR,ASM}}{\tau_{R,ASM}} \frac{1}{\frac{1}{\tau_{R,ASM}} + j(\omega_k - \omega_{m,ASM}) + j(\omega_{S,IM} - \omega_k)} \underline{i}_{S,IM} \\ &= l_{SR,ASM} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM}) \tau_{R,ASM}} \underline{i}_{S,IM}. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Die anderen Summanden in Gleichung (A.12) werden analog umgeformt. Zusammen mit der homogenen Lösung (A.2) liefert Gleichung (A.12) das Ergebnis (6.24).

Zur Bestimmung der Rotorflussverkettung eines PM-erregten Rotors wird die Gleichung (6.26) gelöst. Die Lösung erfolgt teilweise wie zuvor beschrieben, da die Störfunktion die Form

$$s(\tau) = \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \underline{\psi}_{M,PSM}(\tau) + \frac{l_{SR,PSM}}{\tau_{R,PSM}} \left[ \underline{i}_{S,IM} e^{j(\omega_{S,IM}-\omega_k)\tau} + \underline{i}_{S,PM} e^{j(\omega_{S,PM}-\omega_k)\tau} \right] \quad (\text{A.14})$$

hat. Der zweite Summand stellt eine harmonische Funktion dar, der Lösungsweg dafür wurde bereits erläutert. Der noch nicht diskutierte erste Teil der Störfunktion

$$s_1(\tau) = \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \psi_{M,PSM}(\tau)$$

ist ebenfalls auf einfache Weise zu lösen. Mit der Definition (6.27) gilt für den Fluss der Permanentmagnete

$$\psi_{M,PSM}(\tau) = \psi_{M,PSM} e^{j\gamma_0 + (\omega_{m,PM} - \omega_k)\tau}. \quad (\text{A.15})$$

Damit wird die partikuläre Lösung von (6.26) für diese Störfunktion zu

$$\underline{\psi}_{Rp}(\tau) = e^{-a\tau} \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \psi_{M,PSM} e^{j\gamma_0} e^{j(\omega_{m,PSM} - \omega_k)\tau'} e^{ja\tau'} d\tau', \quad (\text{A.16})$$

wobei  $a$  entsprechend dem Ausdruck (A.6) definiert ist. Damit ergibt sich für die Teillösung zufolge der Erregung (A.15)

$$\underline{\psi}_{Rp1}(\tau) = \frac{1}{\tau_{R,PSM}} \frac{1}{a + j(\omega_{m,PM} - \omega_k)} \left( \psi_{M,PSM} e^{j\gamma_0 + j(\omega_{m,PM} - \omega_k)\tau} + \psi_{M,PSM} e^{j\gamma_0} e^{-a\tau} \right). \quad (\text{A.17})$$

Nach Einsetzen des Faktors  $a$  und Multiplizieren ergibt sich bei Berücksichtigung der Gleichung (6.27) die in Gleichung (6.29) angegebene Lösung.

## Anhang B

# Admittanz- und Stromortskurven

Bei den folgenden Betrachtungen wird vom bekannten Ersatzschaltbild einer Asynchronmaschine ausgegangen. Die Beziehungen

$$l_S - l_{SR} = l_{S\sigma} \quad (\text{B.1a})$$

$$l_R - l_{SR} = l_{R\sigma} \quad (\text{B.1b})$$

werden als gültig vorausgesetzt, wobei für die Streuziffer  $\sigma$  die Definition (4.2) benützt wird.

### B.1 Die Faktoren C

Aus dem Ersatzschaltbild (8.2) läßt sich für die Ströme folgende Beziehung ablesen:

$$\underline{i}_S \left[ j\omega_S l_{SR} // \left( j\omega_S l_{R\sigma} + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} \right) \right] = \underline{i}_R \left( j\omega_S l_{R\sigma} + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} \right). \quad (\text{B.2})$$

Als mathematische Gleichung formuliert, wird der obige Ausdruck zu

$$\frac{\underline{i}_R}{\underline{i}_S} = \frac{j\omega_S l_{SR} (j\omega_S l_{R\sigma} + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R})}{j\omega_S l_{SR} + j\omega_S l_{R\sigma} + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R}} = \frac{j\omega_S l_{SR}}{r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} + j\omega_S l_{SR} + j\omega_S l_{R\sigma}} = \quad (\text{B.3})$$

$$= \frac{j\omega_R l_{SR} \frac{1}{r_R}}{r_R + j\omega_R l_R \frac{1}{r_R}} = \frac{l_{SR}}{l_R} \cdot \frac{j\omega_R \tau_R}{1 + j\omega_R \tau_R} = C \cdot j\omega_R \tau_R. \quad (\text{B.4})$$

Um wegen des häufigen Auftretens der mit der Konstanten  $C$  darstellbaren Ausdrücke die Übersichtlichkeit der Gleichungen zu wahren, empfiehlt sich die Definition der im

Kapitel 6 eingeführten Konstanten, welche in den Ausdrücken (6.23a), (6.23b), (6.28a) und (6.28b) definiert sind.

Mit der Beziehung  $\omega_R = \omega_S - \omega_m$  und Gleichung (A.13)

$$\begin{aligned} & l_{SR,ASM} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM}) \tau_{R,ASM}} \dot{i}_{S,IM} \\ &= \frac{l_{SR,ASM}}{l_{R,ASM}} \frac{1}{1 + j(\omega_{S,IM} - \omega_{m,ASM}) \tau_{R,ASM}} \dot{i}_{S,IM} = l_{R,ASM} C_{ASM}^{(IM)} \dot{i}_{S,IM} \end{aligned}$$

erhält man daraus die vorgestellten konstanten Faktoren.

## B.2 Die Faktoren K

Ausgehend vom bekannten Ersatzschaltbild (8.2) wird nun daraus die Impedanz der Maschine berechnet. Mit den Beziehungen (B.1) setzt sich die Impedanz der Maschine zusammen aus

$$z_S = r_S + j\omega_S l_{S\sigma} + j\omega_S l_{SR} // \left( j\omega_S l_{R\sigma} + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} \right) \quad (\text{B.5})$$

Als mathematische Gleichung formuliert

$$z_S = r_S + j\omega_S l_{S\sigma} + \frac{j\omega_S l_{SR} \left( r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} + j\omega_S l_{R\sigma} \right)}{j\omega_S l_{SR} + j\omega_S l_{R\sigma} + r_R \frac{\omega_S}{\omega_R}}. \quad (\text{B.6})$$

Eine Rechnung ergibt daraus die Impedanz

$$z_S = \frac{\omega_R \left[ r_S r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} - \omega_S^2 (l_{S\sigma} l_{SR} + l_{S\sigma} l_{R\sigma} + l_{R\sigma} l_{SR}) + j\omega_S (l_{SR} r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} + l_{S\sigma} r_R \frac{\omega_S}{\omega_R}) \right]}{\omega_R \left[ r_R \frac{\omega_S}{\omega_R} + j\omega_S (l_{SR} + l_{R\sigma}) \right]}. \quad (\text{B.7})$$

Mit der Beziehung

$$l_{S\sigma} l_{SR} + l_{S\sigma} l_{R\sigma} + l_{R\sigma} l_{SR} = \sigma l_R l_S \quad (\text{B.8})$$

vereinfacht sich der Ausdruck zur Form der Impedanz (8.6)

$$z_S = \frac{r_S r_R - \sigma \omega_S l_S \omega_R l_R + j(r_R \omega_S l_S + r_S \omega_R l_R)}{r_R + j\omega_R l_R}. \quad (\text{B.9})$$



Die Impedanz unter Vernachlässigung des Statorwiderstandes  $r_S$  wird mit Gleichung (B.9) zu

$$\begin{aligned} z_S &= \frac{-\omega_R \omega_S \sigma l_S l_R + j \omega_S r_R l_S}{r_R + j \omega_R l_R} = j \omega_S l_S \frac{r_R + j \omega_R \sigma l_R}{r_R + j \omega_R l_R} \\ &= j \omega_S l_S \frac{1 + j \omega_R \sigma \tau_R}{1 + j \omega_R \tau_R} = j \omega_S l_S K. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Wird weiters die Beziehung  $\omega_R = \omega_S - \omega_m$  berücksichtigt, erhält man die in den Gleichungen (6.31a), (6.31b), (6.32a) und (6.32b) definierten Ausdrücke  $K$ .

# Literaturverzeichnis

- [1] Binder, A.: Analytical calculation of eddy-current losses in massive rotor parts of high-speed permanent magnet machines. Proceedings Speedam 2000, Ischia, Italy, 2000.
- [2] Dirschmid, H.J.: Mathematische Grundlagen der Elektrotechnik. 3. Auflage, Braunschweig, Vieweg, 1988.
- [3] Kovacs, K. P., Racz, I.: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen, deutsche Übersetzung. Budapest, Verlag der ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959.
- [4] Kleinrath, H.: Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen. Wien, Springer Verlag, 1980.
- [5] Kleinrath, H.: Vorlesungen über Elektrische Maschinen. Wiesbaden, Akademische Verlagsgesellschaft, 1975.
- [6] Lechner, R.: Verlustmodelle von Duomotoren. Diplomarbeit, TU Wien, 2002.
- [7] Niederkofler, M.: Stufenloses elektromechanisches Getriebe mit Duomotor Diplomarbeit, TU Wien, 2002.
- [8] Nürnberg, W.: Die Asynchronmaschine. Berlin, Springer-Verlag, 1952.
- [9] Park, R. H.: Two-Reaction Theory of Synchronous Machines. Trans. AIEE (1929 und 1932)
- [10] Prechtl, A.: Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik, Band 2. Wien New York, Springer-Verlag, 1995.
- [11] Prechtl, A.: Vorlesungen über Theoretische Elektrotechnik, 2. Teil: Elektrodynamik. Vorlesungsskriptum, Technische Universität Wien, Institut für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik, 1993.

- [12] Schmidt E., Lechner R., Schrödl M.: A Space Phasor Based Modelling of Losses of the Asynchronous and Synchronous Parts of the DUOMOTOR. Proceedings Speedam 2002, Ravello, Italy, 2002
- [13] Schrödl, M.: Drehstromantriebe mit Mikrorechnern. Vorlesungsskriptum. Technische Universität Wien, Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe, 1988
- [14] Schrödl, M.: Elektrische Maschine, Austrian Patent AT408045, 1998
- [15] Schrödl, M., Ojak, S., Zukrigl, W.: Low Cost Machine with two independently controllable shafts based on the DUOMOTOR principle. Proceedings PCIM 2001, Nürnberg, Germany, 2001.
- [16] Schrödl, M., Ojak, S., Zukrigl, W.: Single Stator Double Rotor Machine with independent controllable shafts based on the DUOMOTOR principle. Proceedings EPE 2001, Graz, Austria, 2001.
- [17] Schrödl, M., Ojak, S., Niederkofler, M.: Control algorithm for a single stator double rotor machine used as a stepless electrical gear by use of sensorless rotor position detection. Proceedings PCIM 2002, Nürnberg, Germany, 2002.
- [18] Schrödl, M., Ojak, S.: Design of a Remote Controlled Valve for Fluid Control based on the DUOMOTOR Principle. Proceedings ISEF 2003, Maribor, Slovenia, 2003.
- [19] Schrödl, M., Ojak S., Schmidt E.: The DUOMOTOR - A novel double rotor machine. Proceedings Electrimacs 2002, Montreal, Canada, 2002.
- [20] Theil, A.: Real time data exchange communication system for DSP-controlled drives. Diplomarbeit, TU Wien, 1999.
- [21] Zukrigl, W.: Aufbau und Regelung einer Drehstromdoppelmaschine. Diplomarbeit, TU Wien, 2000.

# Lebenslauf

## Personalien

Name	Stephan Alexander Ojak
Geburtsdatum	8. Dezember 1967 in Wien
Nationalität	Österreich
Familienstand	verheiratet mit Birgit Ojak, eine Tochter

## Bildungsgang

1974–1978	Volksschule in Wien
1978–1986	Gymnasium BG & BRG Wien 15
1986	Reifeprüfung
1987–1995	Studium Elektrotechnik an der Technischen Universität Wien, Studienzweig Elektrische Energietechnik
1995	Diplomprüfung
seit 1999	Doktoratstudium

## Berufliche Tätigkeiten

1995–1996	Projektmitarbeiter an der TU Wien, Institut für Schaltgeräte und Hochspannungstechnik
1996–1999	Anstellung bei Siemens AG Österreich, PSE NLT
seit 1999	Universitätsassistent an der TU Wien, Institut für elektrische Antriebe und Maschinen