



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna | Austria



**Diplomarbeit**

# **Ausgewählte Kapitel der Festigkeits- und Leistungsbetrachtung an einer Francis Turbine**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs  
(Dipl.-Ing. oder DI), eingereicht an der TU Wien, Fakultät für Maschinenwesen und  
Betriebswissenschaften, von

**Michael Markus MAIER**

Mat.Nr.: 01225583

unter der Leitung von

Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Eduard DOUJAK

Institut für Energietechnik und Thermodynamik, E302

Traun, August 2020

Ich nehme zur Kenntnis, dass ich zur Drucklegung dieser Arbeit nur mit Bewilligung der  
Prüfungskommission berechtigt bin.

### *Eidesstattliche Erklärung*

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde. Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der von den Begutachterinnen/Begutachtern beurteilten Arbeit überein.

---

*Traun am 03.08.2020*

---

*Unterschrift*

Aus Gründen der Lesbarkeit wird bei Personenbezeichnungen die männliche Form gewählt, es ist jedoch immer die weibliche Form mitgemeint.

# Danksagung

Mein herzlichster Dank gilt meiner gesamten Familie, meinen Freunden & Kommilitonen, welche mir immer tatkräftig zur Seite standen. Ganz besonders möchte ich meiner Mutter danken, welche mir das Studieren in einer fremden Stadt ermöglichte und dabei selbst auf einiges verzichten musste.

Ein weiterer Dank richtet sich an die Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen des Instituts für Thermodynamik & Energietechnik. Allen voran meinem Betreuer Herrn Eduard Doujak, welcher mir während der gesamten Dauer der Arbeit immer, mit seinem kompetenten Know-How zur Seite stand und mich mittels anregender Diskussionen stets auf den richtigen Weg führte.

## Kurzfassung

In Zeiten des immer höher werdenden Energiebedarfs, allen voran der elektrischen Energie, wird es immer wichtiger den maximalen Wirkungsgrad aus energieerzeugenden Anlagen zu erwirtschaften. Diese Arbeit beschäftigt sich mit den Verlustströmungen, welche trotz einer verbauten Labyrinthdichtung, durch den Radseitenraum einer Francisturbine eines Wasserkraftwerks fließen. Verglichen werden dabei analytische Berechnungsmodelle zur Ermittlung des Verluststroms mit einer Anlagenmessung, um die Genauigkeit der analytischen Modelle und den Einfluss dieser Strömungen auf den Wirkungsgrad der Maschine zu ermitteln. Weiters ergeben sich durch die Strömungen durch die Radseitenräume Drücke auf die Turbine, welche Spannungen am Turbinenlaufrad hervorrufen. Diese Drücke wurden im Zuge dieser Arbeit in einem Finite-Elemente-Modell an der Turbine angebracht und durch simulierte Dehnmessstreifen die auftretenden Spannungen ausgelesen. Zur Validierung wurden Spannungen von Dehnmessstreifen aus der Anlagenmessung ausgewertet und mit den Werten des Finite-Elemente-Modells verglichen.

## Abstract

In times of ever increasing energy volumes, especially electrical energy, it is becoming more and more important to achieve maximum efficiency from electricity generating plants. This thesis deals with the flow losses, which, despite a labyrinth seal, flow through the runner side chamber of a Francis turbine of a hydropower plant. Analytical calculation models for the determination of the leakage flow are compared with a plant measurement to determine the accuracy of the analytical models and the influence of these flows on the efficiency of the machine. Furthermore, the flows through the runner side chamber result in pressures, which cause stresses on the turbine runner. In the course of this work, the effects of these pressures were simulated in an finite elements model and the stresses are compared with measured values from the strain gauges attached to the turbine in the course of the system measurement.

## Inhaltsverzeichnis

<b>Danksagung</b>	<b>I</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>II</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Anlage . . . . .	1
1.2 Einteilung der Laststufen . . . . .	3
1.3 Aufgabenstellung . . . . .	5
<b>2 Druckverlauf und Verlustströmung im Radseitenraum</b>	<b>6</b>
2.1 Radseitenraum . . . . .	6
2.1.1 Theorieteil . . . . .	6
2.1.2 Geometrie Radseitenraum . . . . .	8
2.2 Auswertung Messdaten . . . . .	9
2.2.1 Messaufbau . . . . .	9
2.2.2 Umrechnung Sensoren und Einteilung der Laststufen . . . . .	12
2.2.3 Bestimmung Volumenstrom und Nettofallhöhe . . . . .	14
2.2.4 Berechnung Geschwindigkeit . . . . .	18
2.3 Anwendung des analytischen Berechnungsprogramms . . . . .	21
2.3.1 Sensitivitätsstudie . . . . .	21
2.4 Abgleich analytischer Ergebnisse mit Messdaten . . . . .	22
2.4.1 Messdaten Lager . . . . .	23
2.4.2 Erlaubte Abweichungen nach DIN 7919 . . . . .	25
2.4.3 Messprotokoll Dichtspalt . . . . .	27
2.4.4 Orbitdarstellungen . . . . .	28
2.4.5 Strömungsmechanische Auswirkungen . . . . .	29
2.5 Abschätzung Verluststrom im Radseitenraum Laufradkranz . . . . .	32
2.5.1 Druckunterschiede . . . . .	32
2.5.2 Abschätzung . . . . .	33
2.6 Gesamter Volumenstrom im Radseitenraum . . . . .	34
<b>3 Bestimmung der Anlagenwirkungsgrade</b>	<b>35</b>
3.1 hydraulische Leistung . . . . .	36
3.2 Mechanische und Elektrische Leistung . . . . .	37
3.3 Wirkungsgrade . . . . .	42
<b>4 Auswirkung des Druckes im Radseitenraum auf Spannungen des Laufrads</b>	<b>44</b>
4.1 Sensitivitätsstudie . . . . .	44
4.2 Modellaufbau . . . . .	49
4.3 Ergebnisse der FEM-Berechnung . . . . .	56
<b>5 Zusammenfassung</b>	<b>59</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>61</b>
<b>Literatur</b>	<b>63</b>

## 1 Einleitung

### 1.1 Anlage

Diese Arbeit entstand im Zuge des Projektes MDREST, welches sich mit der generellen Methodik der Anlagenbewertung und Bestimmung der Restlebensdauer von Komponenten unter Maschinendiagnosedaten beschäftigt. Die im Projekt MDREST untersuchte Anlage ist mit einer Francisturbine ausgestattet. Ein prinzipieller Aufbau einer Francisturbe ist in Abbildung 2 ersichtlich. Bei Francisturbinen ist der Druck am Laufradaustritt kleiner als am Eintritt, weshalb sie als sogenannte Überdruckturbinen bezeichnet werden. Sie werden bei mittleren Fallhöhen von 50 bis 500 Meter und hohen Durchflüssen von bis zu  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$  eingesetzt (siehe Abbildung 1)[2].

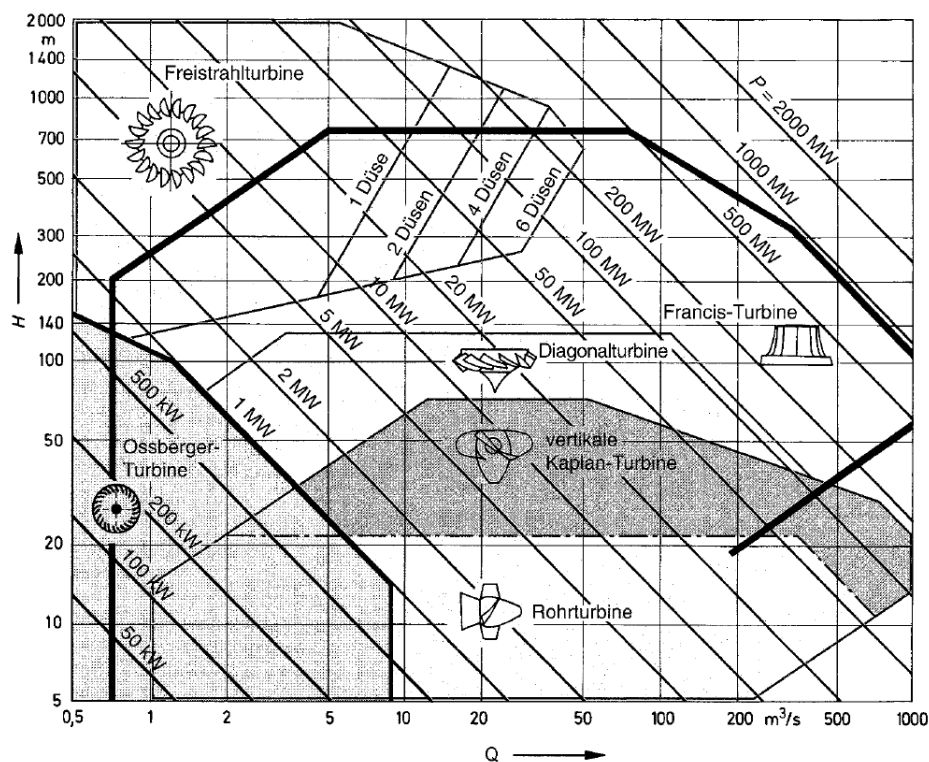


Abbildung 1: Einsatzbereiche verschiedener Turbinentypen [2]

Die im Projekt verbaute Turbine hat eine spezifische Drehzahl von  $n_q = 56 \text{ min}^{-1}$  bzw. einen Speed Factor von  $n_{ED} = 0,39$  und damit verbunden eine geringe Fallhöhe und einen höheren Durchfluss, wodurch die Charakteristik der Maschine dem eines Laufkraftwerks sehr nahe



kommt. Mit Hilfe einer Druckluftanlage kann Stabilisierungsluft in den schaufellosen Raum zwischen Leit- und Laufschaufeln eingeblasen werden, wodurch im Betrieb auftretende Vibrationen stark reduziert werden. Weiters ist es möglich die Anlage im Phasenschieberbetrieb (CMO) zu betreiben, bei welchem die Turbine im wasserlosen Raum dreht [10].

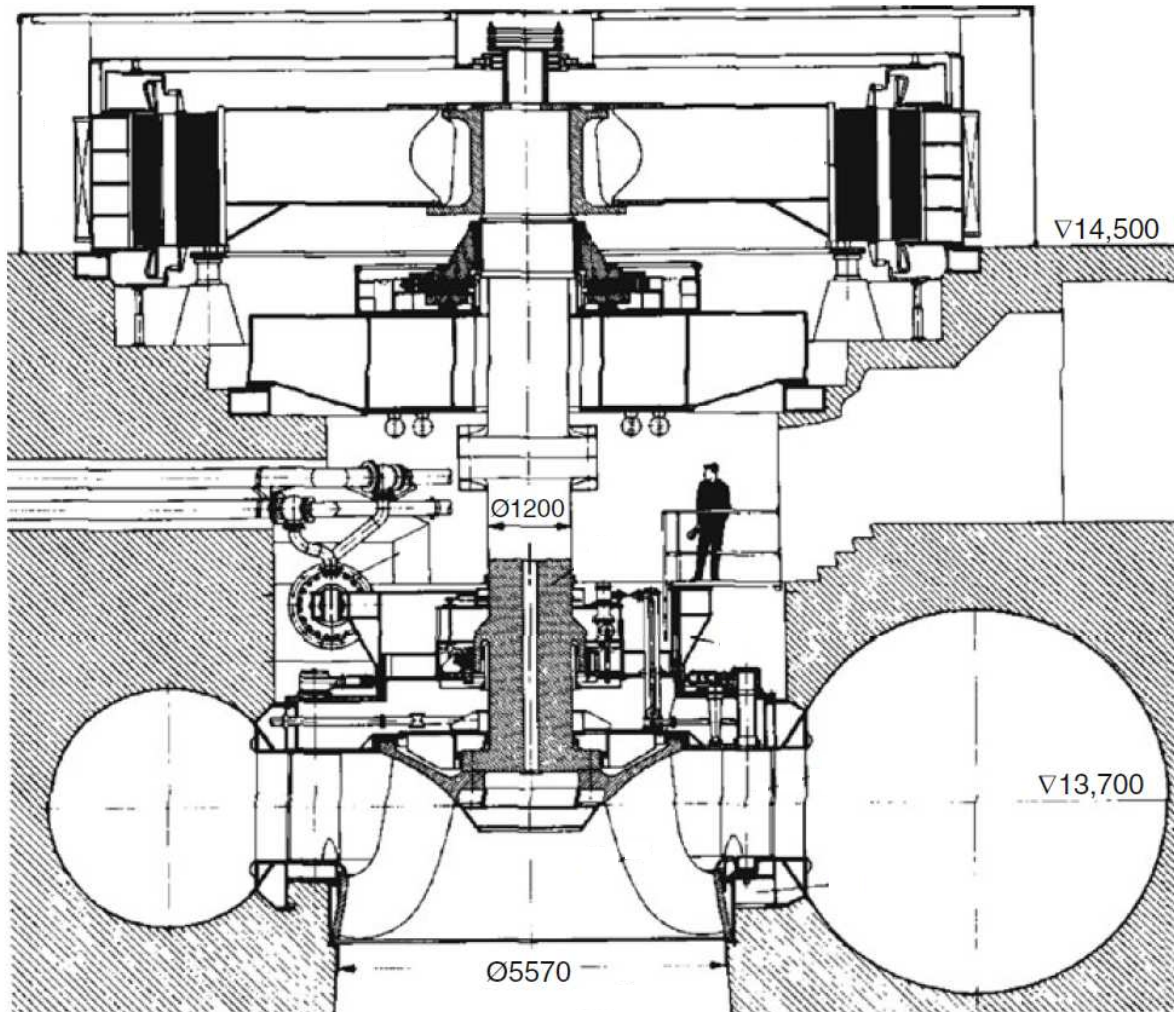


Abbildung 2: Aufbau einer Francisturbine [4]

## 1.2 Einteilung der Laststufen

Während der Messung wurde die zu untersuchende Anlage in verschiedenen Laststufen betrieben. Pro Laststufen wurden zwischen 3-5 Minuten gemessen, um ausreichend Daten für die anschließende Auswertung zu erhalten. Die Einteilung der im Messversuch gefahrenen Lasten erfolgt in 18 Laststufen, Start-Up (STU) und Phasenschieberbetrieb (CMO). Ab Stufe 1 wächst die Maschinenleistung kontinuierlich an, bis sie nach Niveau 11, dem Auslegungspunkt (Referenzstufe), schließlich in Stufe 12 einen Überlastfall erreicht. Anschließend wird die Leistung wieder gesenkt und zusätzlich in den Stufen 15-18 Stabilisierungsluft eingeblasen. Die Leistung in Bezug auf den Auslegungsfall der einzelnen Stufen sind Tabelle 1 und Abbildung 3 zu entnehmen:

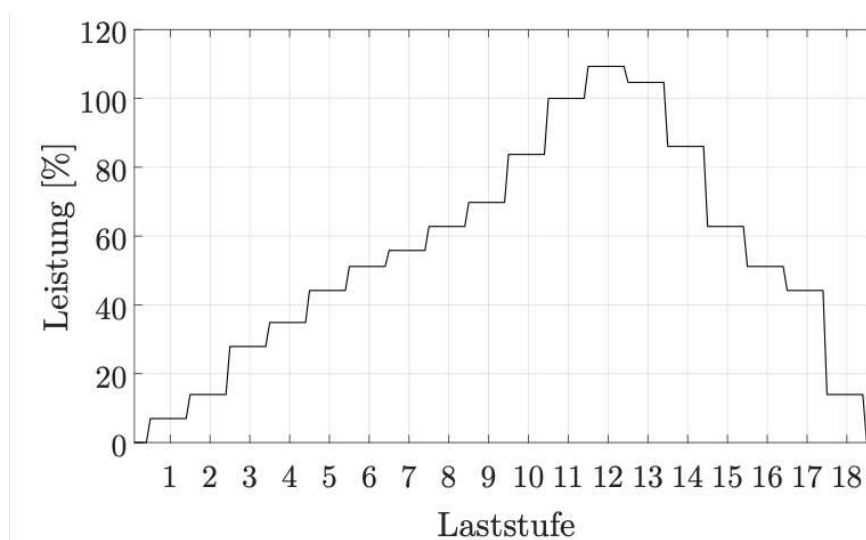


Abbildung 3: Einteilung der Laststufen

Stufe	Leistung	Bemerkung
STU	-	Start-Up
1	7%	
2	13%	
3	28%	
4	36%	
5	44%	
6	51%	
7	56%	
8	62%	
9	70%	
10	83%	Bestpunkt
11	100%	Auslegungspunkt
12	109%	Überlast
13	106%	
14	86%	
15	62%	Stabilisierungsluft
16	52%	Stabilisierungsluft
17	44%	Stabilisierungsluft
18	15%	Stabilisierungsluft
CMO	-	Phasenschieberbetrieb

Tabelle 1: Laststufen

### 1.3 Aufgabenstellung

Trotz Labyrinthdichtungen zwischen Turbine und Gehäuse kommt es zu Verlustströmungen durch die Radseitenräume bei Francisturbinen. Diese Leakageströme wurden im Zuge der Anlagenmessung des Projekts MDREST gemessen, in dieser Arbeit ausgewertet und anschließend mit analytischen Berechnungsmodellen verglichen. Die hierzu benötigten Messdaten aus der Anlagenmessung wurden dazu von den Sensorrohdaten in die physikalisch richtigen Daten umgerechnet. Weitere Größen, welche zur Berechnung der Leakageströme fehlten, wurden über die ausgewerteten Daten der Anlagengrößen ermittelt. Da die Leakageströme nicht zur Energieerzeugung beitragen, wurde deren Einfluss auf den Wirkungsgrad der Maschine untersucht. Des Weiteren entstehen durch die Verlustströme Druckverteilungen am Laufradkranz und -nabe, welche Spannungen am Laufrad hervorrufen. In dieser Arbeit wurden Daten von Dehnungsmessstreifen, welche während der Anlagenmessung an der Turbinenschaufel angebracht waren, ausgewertet. Zur Validierung wurden die Druckverläufe an einem statischen Finite-Elemente-Modell angebracht und die selbigen Dehnungsmessstreifen simuliert und mit den Messdaten verglichen.

## 2 Druckverlauf und Verlustströmung im Radseitenraum

### 2.1 Radseitenraum

#### 2.1.1 Theorieteil

Ziel dieses Kapitels ist es, die für den Verluststrom im Radseitenraum (RSR) wichtigsten Grundlagen zu erläutern.

Trotz verbauter Labyrinthdichtungen zwischen Laufrad und Turbinengehäuse kommt es zu Verlustströmungen in den Radseitenräumen zwischen Turbinenlaufrad und Gehäuse (siehe Abbildung 4).

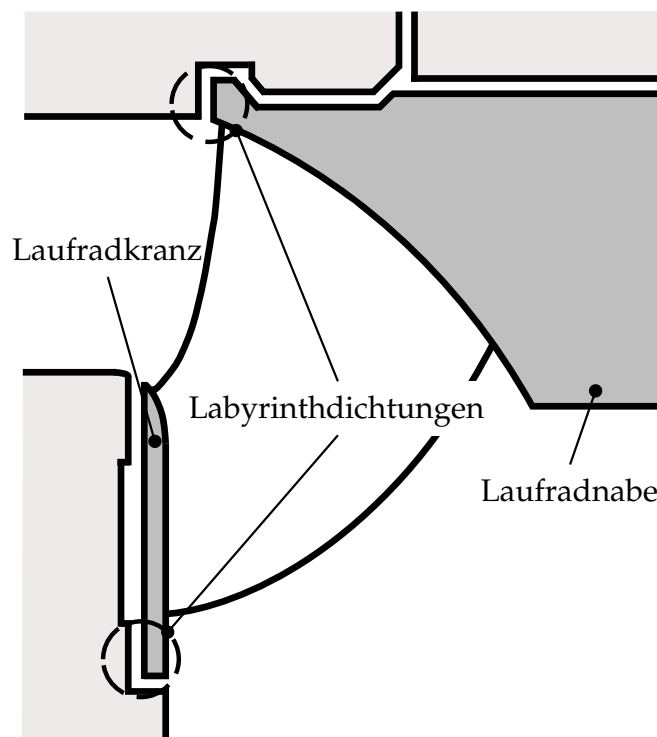


Abbildung 4: Radseitenräume mit Labyrinthdichtungen

Der Leckagestrom  $q'_N$  an der Laufradnabe wird über eine Rohrleitung abgeführt und erst nach der Turbine wieder dem Turbinenvolumenstrom zugeführt. Ähnlich ist es am Laufradkranz, wo der Volumenstrom  $q'_K$  nicht über eine Rohrleitung abgeführt wird, sondern geometriebedingt nach der Turbine wieder zurückgespeist wird. Der gesamte Leckagestrom  $q'$  setzt sich aus dem

Verluststrom an der Laufradnabe  $q'_N$  und dem Verluststrom am Laufradkranz  $q'_K$  zusammen.

$$q' = q'_N + q'_K \quad (1)$$

Dies hat zur Folge, dass die Verlustströme nicht zur Energieumwandlung in der Turbine beitragen und somit den Wirkungsgrad der Anlage beeinträchtigen. Unter Berücksichtigung der Spaltwasserströme  $q'_N$  und  $q'_K$  ergibt sich für die Berechnung der hydraulischen Leistung folgende Beziehung aus dem Volumenstrom  $Q$ , der Dichte des Wassers  $\rho$ , der Erdbeschleunigung  $g$  und der Nettofallhöhe der Anlage  $H_{netto}$ :

$$P_h = (Q - q') \cdot \rho \cdot g \cdot H_{netto} \quad (2)$$

Weiters ergibt sich durch diese Strömungen auch eine Druckverteilung am Laufradkranz und -nabe der Turbine. Um die Druckverteilungen bei Francis-Maschinen zu beschreiben werden analytische Berechnungsmodelle verwendet. Ein erstes Berechnungsmodell stellte dazu Gülich für Kreiselpumpen auf [6], welches für die Berechnung von Turbinen angepasst wurde. Dieses berücksichtigt einen globalen Rotationsfaktor  $k$ , welcher aus der Geometrie des Spaltes berechnet wird, um den Druckabfall im Spalt zu bestimmen. Unter der Bezugnahme der Reibungsbeiwerte  $\lambda$  folgt die Axialgeschwindigkeit  $c_{ax}$  des Fluids im Dichtspalt und schließlich der Leckagestrom  $q'$ . Wachauer [12] erweiterte das Modell von Gülich und berücksichtigte nun auch Dichtungen im Spalt und die daraus folgenden Druckverluste. Anschließend wurde das Modell stetig verbessert und so wird nun auch zwischen Deck- und Tragscheibe unterschieden. All diese Erweiterungen fasste Paulitsch [11] zusammen und erstellte mit Hilfe von Matlab ein analytisches Berechnungsprogramm zur Berechnung der Druckverläufe in den Radseitenräumen und den damit korrelierenden Spaltwasserstrom  $q'$ .

### 2.1.2 Geometrie Radseitenraum

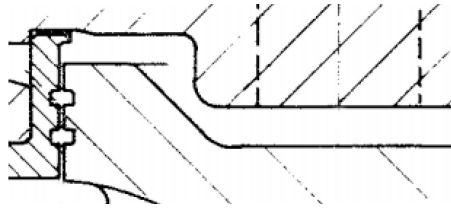


Abbildung 5: Geometrie des Radseitenraums an der Laufradnabe [11]

Die Labyrinthdichtung an der Laufradnabe ist eine radiale Spaltdichtung mit 2 Kammern und 3 Dichtflächen. Die äußeren Dichtflächen haben die selben Längen des Dichtspalts und die mittlere Dichtfläche einen längeren Dichtspalt. Angebracht ist die Labyrinthdichtung am Außenradius  $r_{aN}$  der Laufradnabe, an der Eintrittskante und somit am Beginn des Radseitenraums. Dies hat zur Folge, dass der Druck im Radseitenraum an der Laufradnabe bereits am Eintritt stark abgebaut wird.

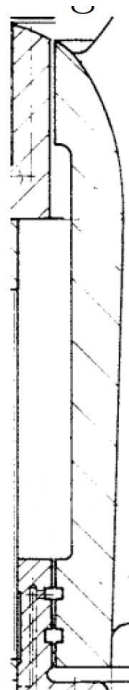


Abbildung 6: Geometrie des Radseitenraums am Laufradkranz [11]

Am Laufradkranz befindet sich die Labyrinthdichtung am Außenradius  $r_{aK}$  in der Nähe der

Austrittskante des Laufrads, was zur Folge hat, dass der Druckabbau erst am Ende des Radseitenraums erfolgt. Die Dichtung besteht ebenso wie an der Laufradnabe aus 3 Dichtflächen, mit dem Unterschied, dass die Dichtflächen gleich lang sind.

Die genauen Abmessungen werden in dieser Arbeit nicht angegeben, da diese aufgrund der projektvertraglichen Vertraulichkeit nicht veröffentlicht werden dürfen.

## 2.2 Auswertung Messdaten

### 2.2.1 Messaufbau

Durch das Messprogramm der Anlagenmessung sind alle notwendigen Größen erfasst, welche zur Berechnung der Verlustströme und des Druckverlaufs im Radseitenraum notwendig sind. Eine schematische Anordnung der Sensoren ist in Abbildung 7 dargestellt und eine Auflistung ist Tabelle 2 zu entnehmen. In Kapitel 4 werden die genauen Positionen der am Laufrad angebrachten DMS weiter erläutert. Die Sensoren werden in vier Bereiche eingeteilt. Rot markiert sind die permanent-aufgenommenen Maschinendaten, welche dauerhaft in der Maschine angebracht sind und wichtige Daten zur Steuerung und Kontrolle der Turbine aufnehmen. Die permanent-installierten Maschinendiagnose-Sensoren (blau markiert) dienen zur Begutachtung des Maschinenzustandes. Grün markiert sind die temporären Messensoren, welche Aufschluss über die Spannungen und Beschleunigungen des Laufrads geben. Die temporären Validierungssensoren (schwarz markiert) werden zur Kontrolle diverser Berechnungen verwendet.



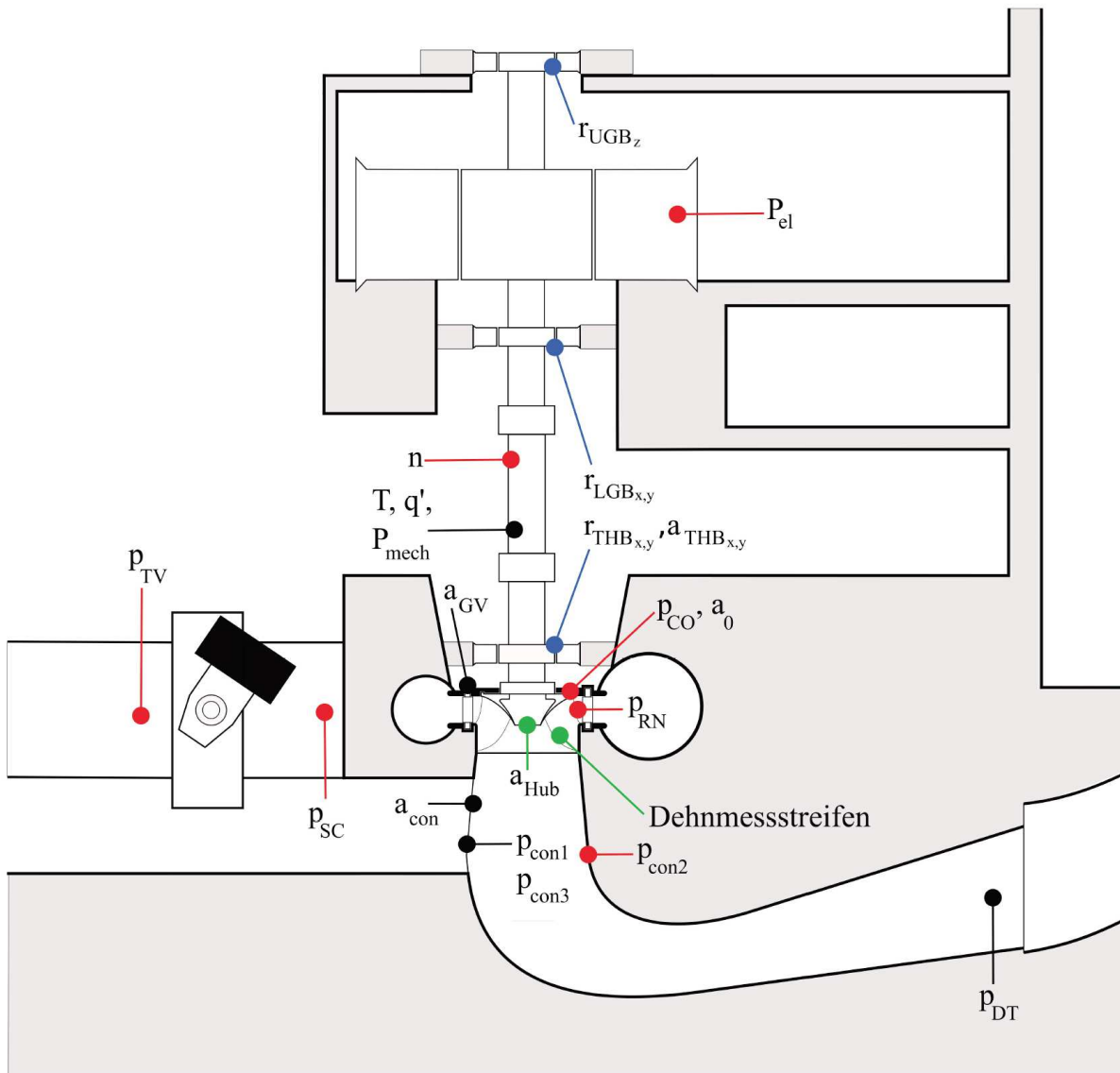


Abbildung 7: Übersicht der installierten Sensoren [10]

Nr.	Signal	Qty	Position	Physikalische Einheit	Verwendung
PERMANENT-AUFGENOMMENE MASCHINENDATEN					
1	$z_{HW}$	1	Oberwasserlevel	Geodätische Höhe in $m$	Maschinensteuerung
2	$z_{TW}$	1	Unterwasserlevel	Geodätische Höhe in $m$	Maschinensteuerung
3	$a_0$	1	Leitapparat	Stellung in %	Maschinensteuerung
4	$Q$	1	Spirale	Durchfluss in $m^3/s$	Maschinensteuerung
3	$p_{TV}$	1	vor dem Absperrorgan	Druck in $bar$	Maschinensteuerung
4	$p_{SC}$	1	Spiraleingang	Druck in $bar$	Maschinensteuerung
7	$p_{RN}$	1	Laufradeintritt	Druck in $bar$	Druck im schaufellosen Raum
8	$p_{CO}$	1	Turbinendeckel	Druck in $bar$	Druck im schaufellosen Raum
9	$p_{con.2}$	1	Saugrohrkonus	Druck in $bar$	Randbedingungen CFD, Energielinie
10	$n$	1	Turbinenwelle	Umdrehungen in $min^{-1}$	Maschinensteuerung, mechanische Leistung
11	$P_{el}$	1	Generator	Elektrische Leistung in $MW$	Maschinensteuerung, Effizienz
PERMANENT-INSTALLIERTE MASCHINENDIAGNOSE-SENSOREN					
12	$r_{THB_{x,y}}$	2	Turbinenlager	Verschiebung in $x,y$ in $\mu m$	Relative Wellenschwingung
13	$a_{THB_{x,y}}$	2	Turbinenlager	Geschwindigkeit in $x,y$ in $mm/s^2$	Absolute Wellenschwingung
14	$r_{LGB_{x,y}}$	2	Unteres Generatorlager	Verschiebung in $x,y$ in $\mu m$	Relative Wellenschwingung
15	$a_{LGB_{x,y}}$	2	Unteres Generatorlager	Geschwindigkeit in $x,y$ in $mm/s$	Absolute Wellenschwingung
16	$r_{UGB_{x,y,z}}$	3	Oberes Generatorlager	Verschiebung in $x,y,z$ in $\mu m$	Relative Wellenschwingung
17	$a_{UGB_{x,y}}$	2	Oberes Generatorlager	Geschwindigkeit in $x,y$ in $mm/s$	Absolute Wellenschwingung
TEMPORÄRE MESSSENSOREN					
18	$DMS$	15	Laufrad	Dehnung $\mu m/m$	Lokale Spannungen im Laufrad
19	$a_{Hub}$	1	Laufrad	Beschleunigung in $m/s^2$	Wellenschwingung
TEMPORÄRE VALIDIERUNGSSSENSOREN					
20	$p_{DT}$	2	Saugrohrende	Druck in $bar$	Kavitationszahl, Randbedingungen CFD
21	$p_{con.1}$	1	Saugrohrkonus	Druck in $bar$	Randbedingungen CFD, Energielinie
22	$p_{con.3}$	1	Saugrohrkonus	Druck in $bar$	Randbedingungen CFD, Energielinie
23	$q'$	1	Sammelrohr	Durchfluss in $l/s$	Spaltwasser an d. Laufradnabe
24	$a_{con}$	1	Saugrohrkonus	Beschleunigung in $m/s^2$	Randbedingungen CFD, Energielinie
25	$a_{GV}$	2	Leitapparat	Beschleunigung in $m/s^2$	Eintrittskantenkavitation
26	$a_{THB_{x,y}}$	2	Turbinenlager	Beschleunigung in $m/s^2$	Absolute Lagerschwingung
27	$T$	1	Turbinenwelle	Drehmoment in $Nm$	Mechanische Leistung, Effizienz
28	$n$	1	Turbinenwelle	Drehzahl in $min^{-1}$	Mechanische Leistung
29	$P_{mech}$	1	Turbinenwelle	Mechanische Leistung in $MW$	Mechanische Leistung, Effizienz

Tabelle 2: Liste der installierten Messsensoren und deren Verwendung

## 2.2.2 Umrechnung Sensoren und Einteilung der Laststufen

Tabelle 2 beinhaltet alle Sensoren, welche im Projekt MDREST zur Bestimmung der Restlebensdauer von Komponenten unter Maschinendiagnosedaten, aufgenommen wurden. Da sich diese Arbeit speziell mit den Auswirkungen des Spaltstroms in den Radseitenräumen beschäftigt, wurden nur die hierzu notwendigen Sensoren ausgewertet und verwendet. Um die Messdaten verwenden zu können, müssen zuerst die Sensorrohdaten in die jeweils physikalisch richtige Einheit, unter der Berücksichtigung der Sensorsensitivität, umgerechnet werden. Im nächsten Schritt folgte die Unterteilung der Messdaten, in die jeweiligen Laststufen (siehe Tabelle 1), mit Hilfe von Matlab R2016b. Dazu wurde bei jeder Stufe am Anfang und Ende ein Zeitbereich von ca. 2 *min* nicht berücksichtigt, um Schwankungen aufgrund des Laststufenwechsels zu vermeiden (siehe Abbildung 8). Der weiße Bereich in Abbildung 8 stellt die verwendete Messignallänge dar. Die Messlänge pro Stufe war hierbei ausreichend lang, womit trotz der Nichtberücksichtigung am Anfang und Ende jeder Stufe, ausreichend Messdaten vorhanden waren.

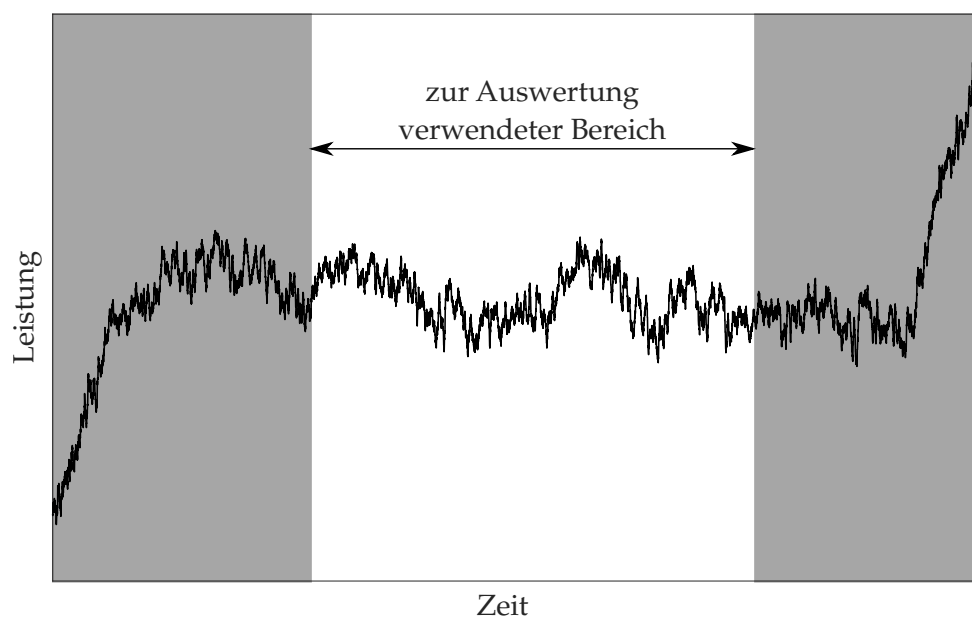


Abbildung 8: Zur Berechnung verwendeter Bereich einer Laststufe

Da für die analytische Berechnung nicht alle notwendigen Daten in der Messung aufgenommen wurden, mussten noch weitere Daten berechnet werden. Um diese Berechnung zu erleichtern,

wurde für alle ausgewerteten Messdaten der Mittelwert und die Standardabweichung pro Laststufe ermittelt. Durch die Bildung des Mittelwerts pro Laststufe ergeben sich zwar geringfügige Abweichungen in der weiteren Berechnung, jedoch lassen sich diese durch die Standardabweichung abschätzen und sind aufgrund der verschiedenen Datenlieferanten im Projekt nicht vermeidbar.

Im Radseitenraum an der Laufradnabe wurde der Leckagestrom  $q'_N$  gemessen. Eine Messung mittels Ultraschall war nicht möglich, weshalb eine Staudrucksonde verwendet wurde. Eine solche Sonde gibt wie der Name schon sagt, eine Druckdifferenz aus. Daher muss die Druckdifferenz wie bei einem Prandtl'schen Staurohr (siehe Abbildung 9), in eine Geschwindigkeit umgerechnet werden [9]. Aus Tabelle 2 wurde das Signal 23, für die Berechnung des Verluststroms in Gleichung 3, verwendet. Die Druckdifferenz  $p_0 - p_\infty$  entspricht dabei dem Wert welcher von Sensor 23 aufgenommen wurde.

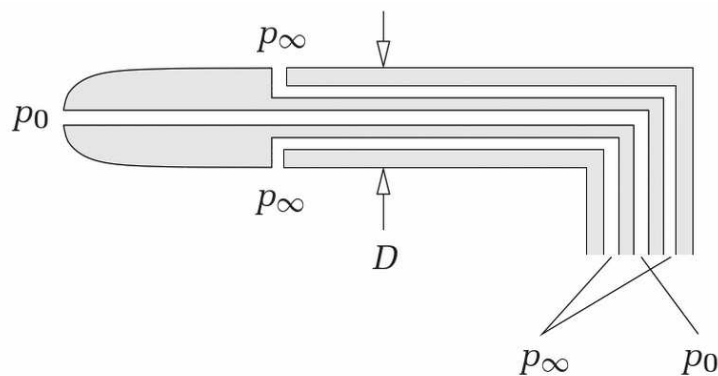


Abbildung 9: Prandtl'sches Staurohr [9]

$$u_N = \sqrt{\frac{2(p_0 - p_\infty)}{\rho}} \quad (3)$$

Anschließend wurde mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Medien der Volumenstrom durch den Radseitenraum an der Laufradnabe berechnet. Dieser ergibt sich aus der Strömungsgeschwindigkeit  $u_N$  und der durchströmten Fläche  $A$  zu

$$q'_N = u_N \cdot A. \quad (4)$$

### 2.2.3 Bestimmung Volumenstrom und Nettofallhöhe

Der bei der Anlagenmessung aufgenommene Volumenstrom  $Q$  ist nur auf den Betriebspunkt des Kraftwerkes, mit Hilfe der Winter-Kennedy-Methode, kalibriert. Da dies in den meisten Punkten einen zu großen Messfehler ergibt wurden die Messwerte nur in den Stufen 11-13 übernommen. In den Laststufen 1-10 und 14-18 wurde daher der Volumenstrom mit Hilfe des Muscheldiagramms, welches vom Anlagenbetreiber zur Verfügung gestellt wurde, aus Leitraddöffnung  $a_0$  und Nettofallhöhe  $H_{netto}$  interpoliert. Hierzu diente als Bezugspunkt, wie in allen Tabellen, der Betriebspunkt. Dafür ergeben sich folgende Werte:

Stufe	$a_0$	$Q$
1	30%	28%
2	38%	38%
3	50%	53%
4	56%	60%
5	61%	65%
6	64%	68%
7	67%	71%
8	71%	75%
9	76%	79%
10	85%	88%
11	100%	100%
12	112%	108%
13	106%	105%
14	85%	89%
15	70%	76%
16	64%	68%
17	60%	68%
18	38%	38%

Tabelle 3: Leitraddöffnung und Volumenstrom

Die Nettofallhöhe, welche zur Berechnung der hydraulischen Leistung notwendig ist, ergibt sich aus der Bernoulligleichung zwischen  $p_{SC}$  und  $p_{DT}$  (siehe Abbildung 10)

$$\frac{c_{SC}^2}{2} + g \cdot \Delta H + \frac{p_{SC}}{\rho} = \frac{c_{DT}^2}{2} + \frac{p_{DT}}{\rho} + Y \quad (5)$$

mit der Strömungsgeschwindigkeit  $c$ , ausgedrückt über die Kontinuitätsgleichung für inkompressiblen Medien

$$c = \frac{Q}{A} \quad (6)$$

und der Nettofallhöhe  $H_{netto}$

$$H_{netto} = \frac{Y}{g} \quad (7)$$

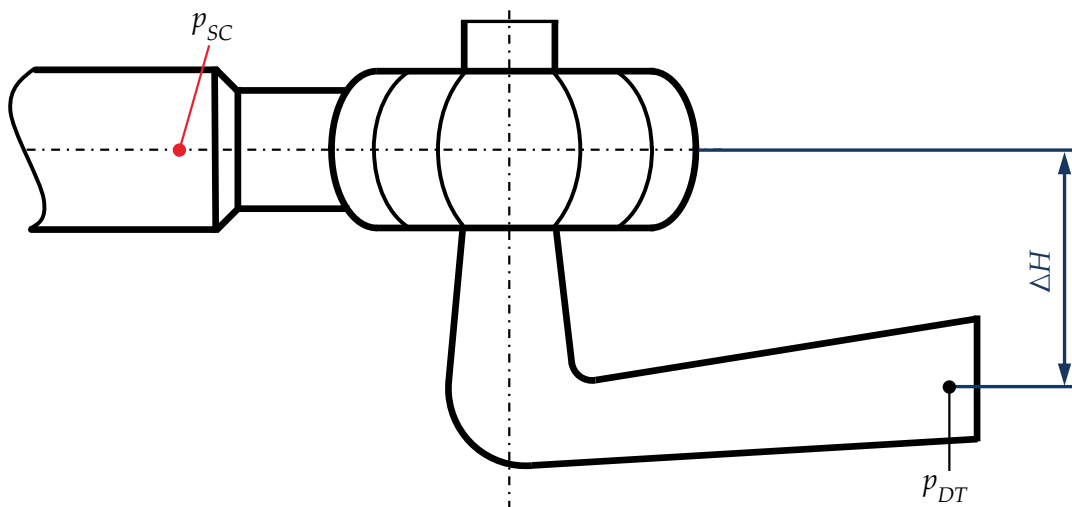


Abbildung 10: Berechnung von  $H_{netto}$

Da der Volumenstrom und die Nettofallhöhe sich gegenseitig beeinflussen, wurde so lange nach folgendem Intervall interpoliert, bis die Abweichungen der einzelnen Interpolationsschritte klein genug, bis kaum vorhanden waren.

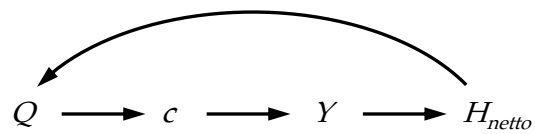


Abbildung 11: Interpolationsschritte

Wieder bezogen auf den Betriebspunkt, ergeben sich folgende Nettofallhöhen der Anlage:

Stufe	$H_{netto}$
1	109%
2	109%
3	108%
4	108%
5	107%
6	107%
7	106%
8	106%
9	105%
10	103%
11	100%
12	99%
13	101%
14	104%
15	107%
16	108%
17	108%
18	110%

Tabelle 4: Nettofallhöhe

Aus dieser Berechnung erfolgt folgende Darstellung der einzelnen Laststufen im Muscheldiagramm:

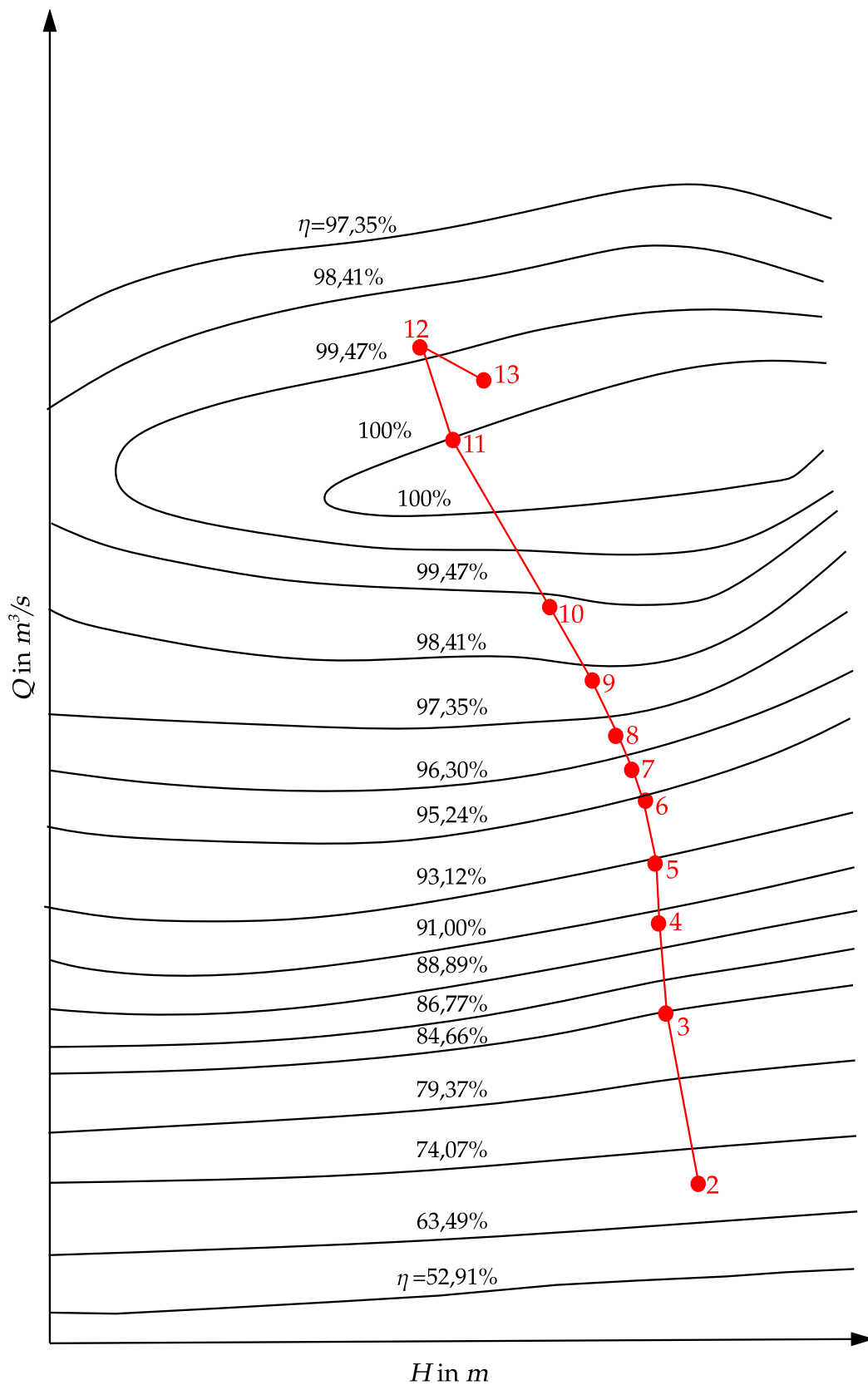


Abbildung 12: Muschediagramm der Anlage mit relativem Wirkungsgrad, bezogen auf den Maximalwert



### 2.2.4 Berechnung Geschwindigkeit

Für die Berechnung der Verlustströme und Druckverläufe im RSR ist auch die Absolutgeschwindigkeit projiziert auf die Umfangsrichtung an der Laufschaufeleintrittskante  $c_{u1}$  von Bedeutung. Berechnet wurde  $c_{u1}$  über die Meridiangeschwindigkeit  $c_{m1}$ . Ausgehend von der Kontinuitätsgleichung wurde die Meridiangeschwindigkeit über den Durchfluss  $Q$  und die durchströmte Mantelfläche  $A_{TE}$  am Laufradeintritt ermittelt.

$$c_{m1} = \frac{Q}{A_{TE}} \quad (8)$$

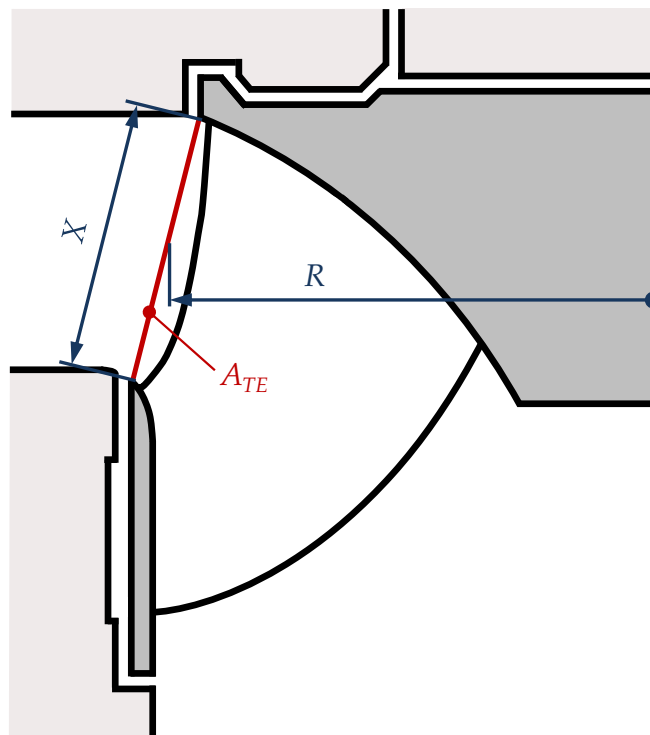


Abbildung 13: Vom Fluid durchströmte Fläche  $A_{TE}$

$A_{TE}$  lässt sich mit Hilfe der ersten Guldinschen Regel beschreiben:

$$A_{TE} = X \cdot 2\pi \cdot R \quad (9)$$

$X$  ist die Länge der erzeugende Profilline und  $R$  der Radius des Schwerpunktkreises von  $X$ . Diese Maße wurden aus einem CAD-Modell der Anlage, welches im Zuge einer Projektarbeit konstruiert wurde, entnommen.

Mit Hilfe der Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradeintritt (siehe Abbildung 14) und der Berücksichtigung des Winkels der Leitschaufelstellung folgt nun schließlich  $c_{u1}$

$$c_{u1} = c_{m1} \cdot \tan(\alpha). \quad (10)$$

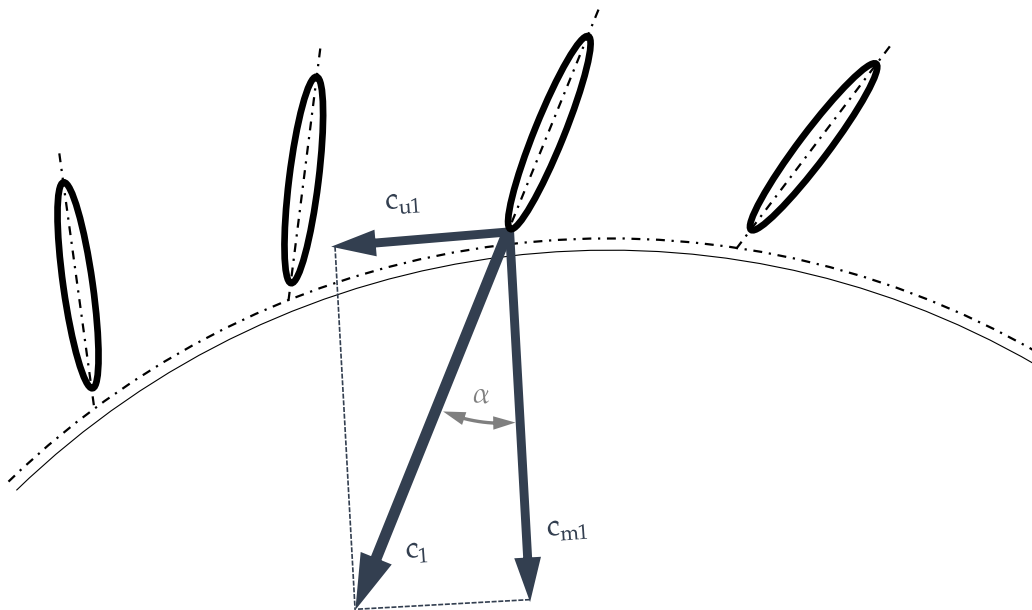


Abbildung 14: Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradeintritt

Bezogen auf den Betriebspunkt ergeben sich die nachstehenden Werte für die Absolutgeschwindigkeit projiziert auf die Umfangsrichtung an der Laufschaufeleintrittskante  $c_{u1}$ :

Stufe	$c_{u1}$
STU	79%
1	79%
2	89%
3	99%
4	102%
5	103%
6	104%
7	104%
8	103%
9	106%
10	102%
11	100%
12	99%
13	104%
14	102%
15	105%
16	104%
17	100%
18	90%
CMO	98%

Tabelle 5: Geschwindigkeit  $c_{u1}$

## 2.3 Anwendung des analytischen Berechnungsprogramms

### 2.3.1 Sensitivitätsstudie

Da die Einflüsse auf die Ergebnisse des analytischen Berechnungsverfahrens bisher unbekannt sind, wurde eine Sensitivitätsstudie durchgeführt. Dabei diente die Überlaststufe als Referenz und folgende Variablen wurden für die Variation herangezogen:

- Volumenstrom  $Q$
- Nettofallhöhe  $H_{netto}$
- Geschwindigkeit  $c_{u1}$
- Geometriedaten des Radseitenraums
- Geometriedaten der Labyrinthdichtung

Die Ergebnisse dieser Studie sind in Abbildung 15 dargestellt. Dabei stellt sich heraus, dass die Faktoren Volumenstrom, Nettofallhöhe und Geometrie des Radseitenraums nur einen minimalen Einfluss auf die Strömung haben. Einzig der Dichtspalt in der Labyrinthdichtung hat einen maßgeblichen Einfluss auf die analytische Berechnung der Verlustströmung  $q'$  durch den Radseitenraum an der Laufradnabe.

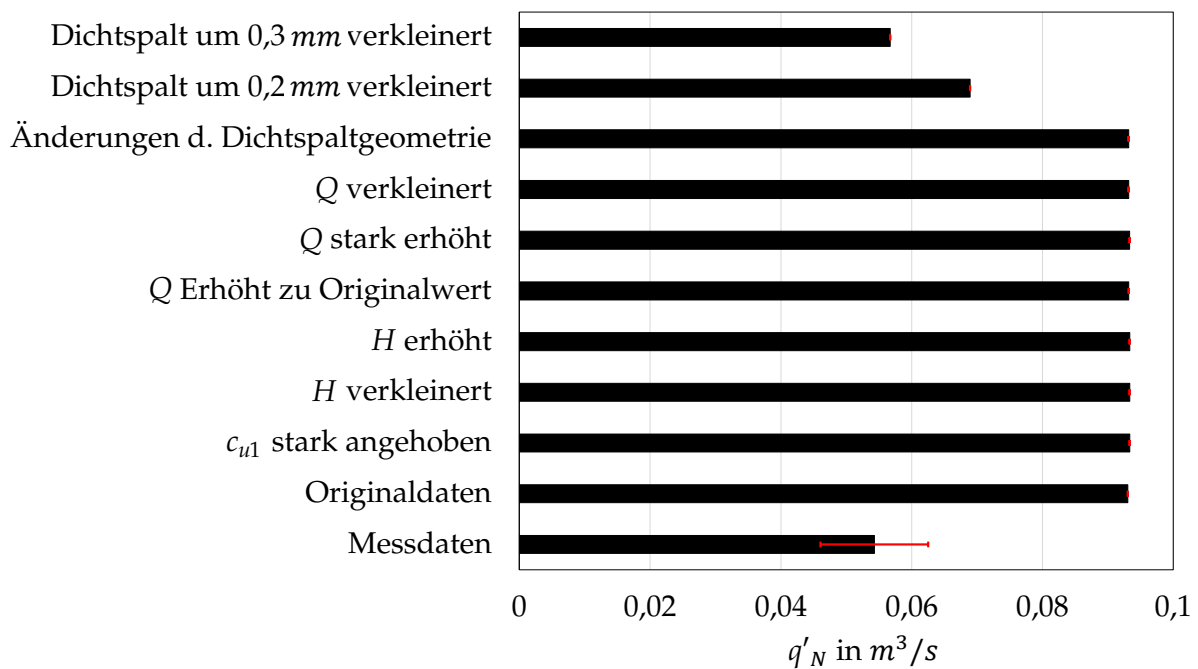


Abbildung 15: Ergebnisse der Sensitivitätsstudie, der Verlustströmung im Radseitenraum nabenseitig

## 2.4 Abgleich analytischer Ergebnisse mit Messdaten

Da die tatsächliche Spaltgröße bei der analytischen Berechnung eine zu große Abweichung des Volumenstroms  $q'_N$  zu den gemessenen Werten verursacht, musste diese in der weiteren Analyse/Berechnung angepasst werden. Als beste Anpassung erwies sich eine Spaltgröße von 0,6 mm, wie in Abbildung 16 ersichtlich ist. Der Verluststrom bei 0,6 mm liegt nur in 4 von 18 Stufen außerhalb des Schwankungsbereiches, welcher in Kapitel 2.2.2 ermittelt wurde, des gemessenen Volumenstroms  $q'_N$  und bietet daher eine gute Basis für die weitere Betrachtung und Berechnung.

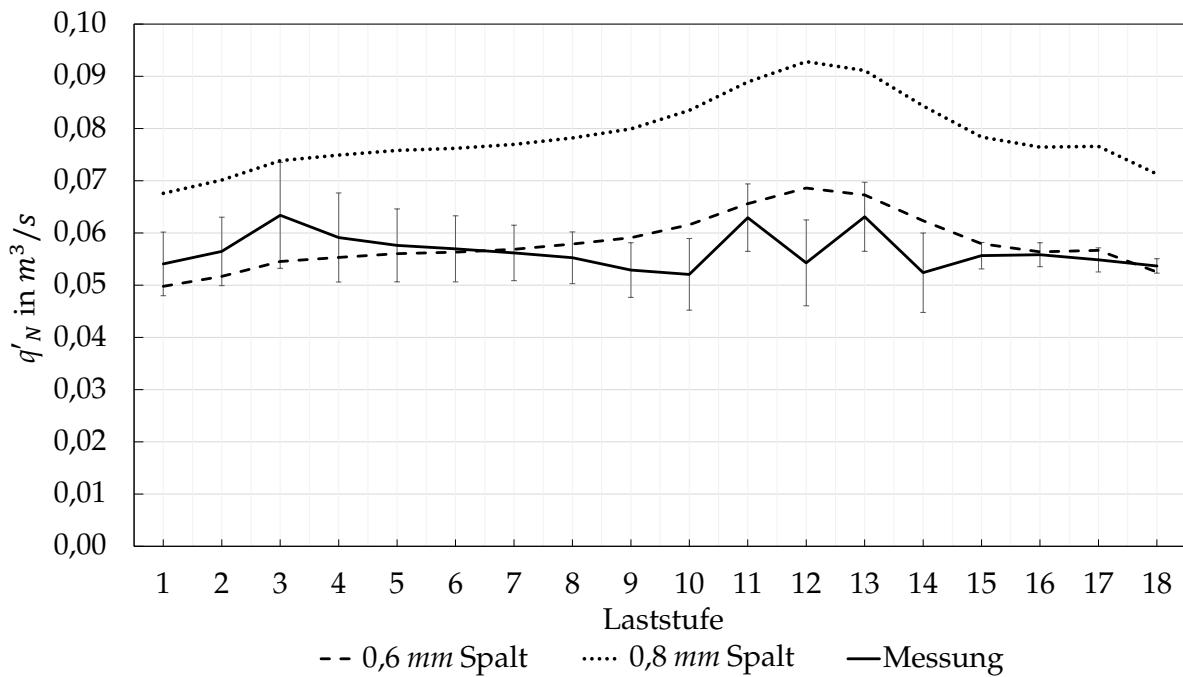


Abbildung 16: Verluststrom  $q'_N$  im Radseitenraum an der Laufradnabe

Um die Ursache der Spaltbreitenänderung zu erklären, wurden nun folgende Aspekte der Maschine genauer betrachtet.

#### 2.4.1 Messdaten Lager

Eine mögliche Ursache für eine Spaltgrößenänderung kann eine Wellenbewegung um den Rotationsmittelpunkt sein. Hinweise über eine solche Bewegung können die Sensoren der Lagerstellen bringen. Die Lage der Sensoren ist Abbildung 7 zu entnehmen. Im Zuge der Anlagenmessung wurden folgende Lager und Werte untersucht:

- Turbinenhauptlager
  - $a_{THBx,y}$  - Sensor 13
  - $r_{THBx,y}$  - Sensor 12

- Unteres Generatorlager
  - $a_{LGBx,y}$  - Sensor 15
  - $r_{LGBx,y}$  - Sensor 14
- Oberes Generatorlager
  - $a_{UGBx,y}$  - Sensor 17
  - $r_{UGBx,y}$  - Sensor 16

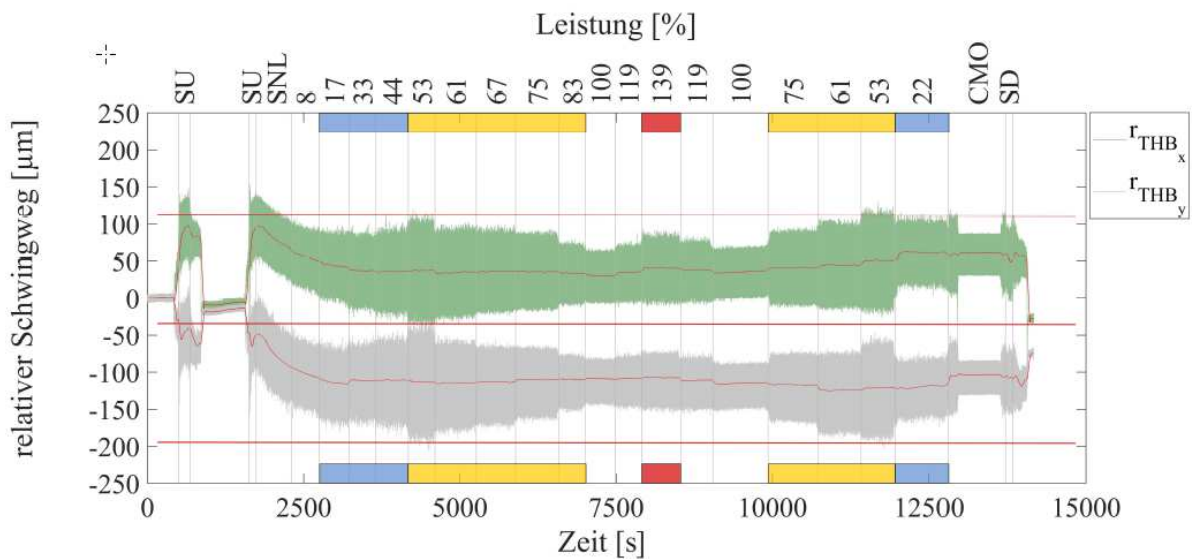


Abbildung 17: Schwingweg der Welle relativ zum Turbinenlager in x-Richtung (grün) und y-Richtung (grau) in  $\mu\text{m}$  [10]

Für die Auswirkungen der Lagerschwingungen auf den Radseitenraum ist der Schwingweg der Turbinenlager am bedeutensten. Aus diesen Auswertungen ist ersichtlich, dass in einzelnen Laststufen Schwankungen bis zu  $200\mu\text{m}$ , abweichend vom Rotationsmittelpunkt, möglich sind.

### 2.4.2 Erlaubte Abweichungen nach DIN 7919

In DIN ISO 7919-5 „Mechanische Schwingungen – Bewertung der Schwingungen von Maschinen durch Messungen an rotierenden Wellen – Teil : Maschinensätze in Wasserkraft- und Pumpenanlagen (ISO 7919-5:2005)“ [1] wird auf den maximalen Spitze-Spitze-Wert des Schwingwegs der Welle relativ zum Lager eingegangen. Aus Abbildung 18 folgt, dass dieser maximal  $140 \mu m$  betragen darf. Vergleicht man dies mit dem Betriebspunkt der Maschine, liegen die vorkommenden Ausschläge eindeutig darunter. In machen Stufen des Hochfahrens ist der Spitze-Spitze-Wert des Schwingwegs annähernd  $140 \mu m$ , beziehungsweise liegt man in einzelnen Stufen über diesem Wert. Dies ist jedoch kein Problem, da die Anlage hauptsächlich im Best- und Auslegungspunkt betrieben wird.



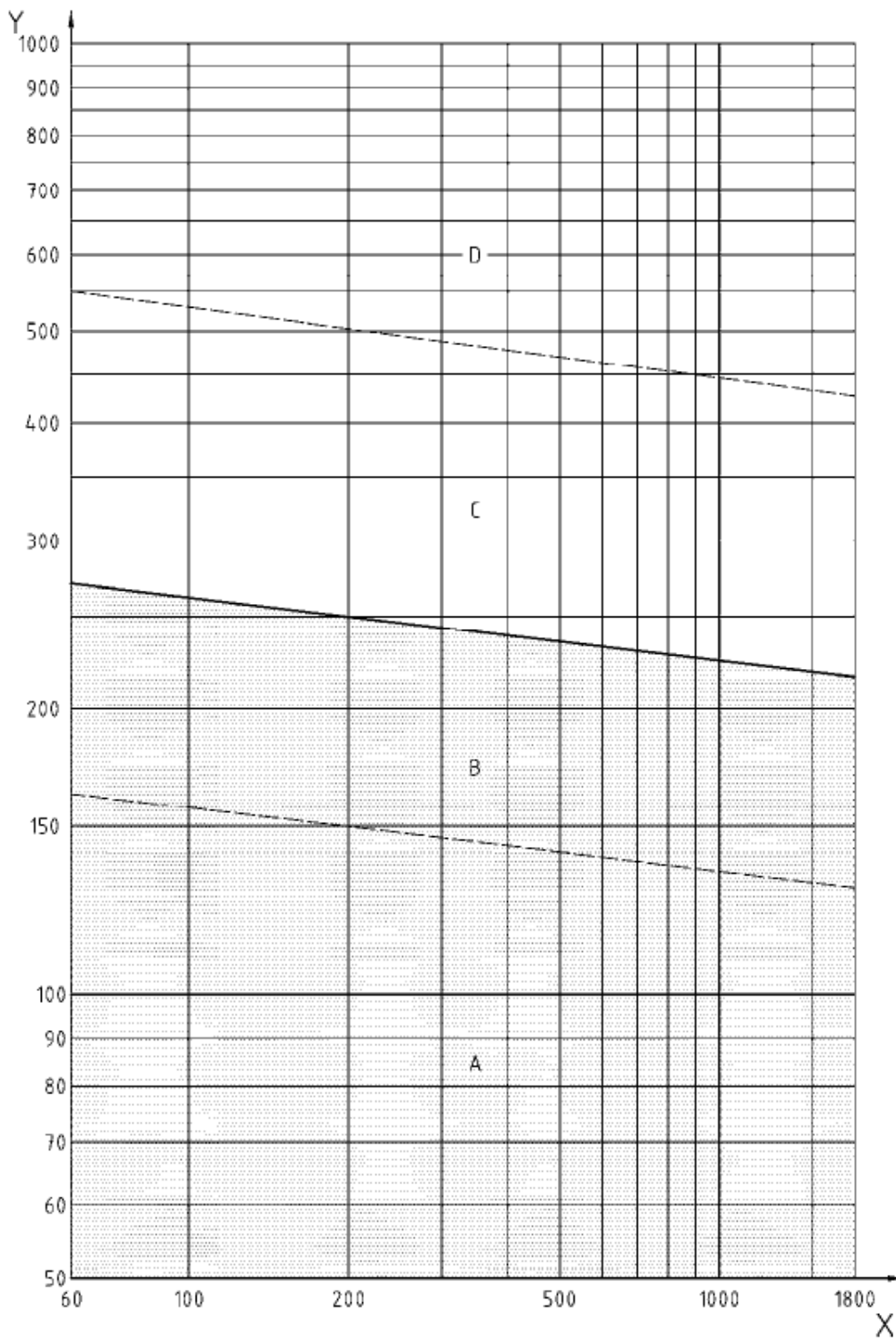


Abbildung 18: Empfohlene Beurteilungsbereiche für den Spitze-Spitze-Wert des Schwingwegs in der Messrichtung, gültig für hydraulische Maschinen und Maschinensätze bei Betrieb als Turbine innerhalb des vertragsgemäß zulässigen Bereichs des stationären Durchflusses mit  $X$ : höchste Betriebsdrehzahl der Welle in  $\text{min}^{-1}$  und  $Y$ : Spitze-Spitze Wert des relativen Schwingwegs der Welle in  $\mu\text{m}$  [1]

### 2.4.3 Messprotokoll Dichtspalt

Mit Hilfe einer Hakenlehre und eines Spions wurden die Dichtspalte direkt an der Anlage nachgemessen. Tabellen 6 und 7 zeigen die gemessenen Werte.

Richtung	Spiel in <i>mm</i>		Richtung	Spiel in <i>mm</i>
Ortschaft N.	0.75		Oberwasser	0.75
Ortschaft F.	0.85		Unterwasser	0.8
Mittel	0.8		Mittel	0.775

Tabelle 6: Kuppelseitiges Labyrinth (Laufradnabe)

Richtung	Spiel in <i>mm</i>		Richtung	Spiel in <i>mm</i>
Ortschaft N.	0.75		Oberwasser	0.75
Ortschaft F.	0.85		Unterwasser	0.8
Mittel	0.8		Mittel	0.775

Tabelle 7: Saugseitiges Labyrinth (Laufradkranz)

Eine Übersicht der Richtungen zeigt Abbildung 19:

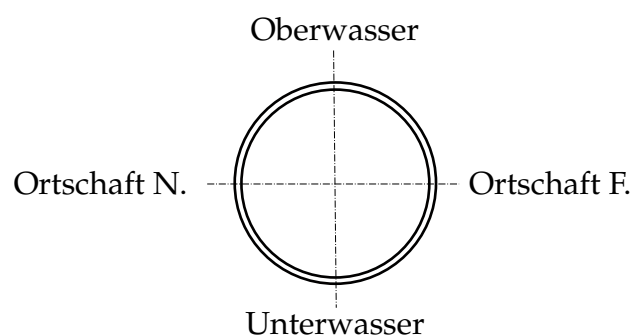


Abbildung 19: Dichtspaltmessung

Laut Messprotokoll gibt es eine Abweichung des Dichtspaltes, jedoch ist diese im Gegensatz zu den abgeschätzten Werten viel geringer. Daher müssen sich die Fehler aufgrund der dynamischen Beanspruchung ergeben.

### 2.4.4 Orbitdarstellungen

Zur weiteren Validierung der dynamischen Abweichungen wurden die Orbitdarstellungen der einzelnen Laststufen in den Lagern ermittelt. In der Arbeit wird nur auf die Referenzstufe mit 100% Leistung (Abbildung 21) und die Stufe mit den maximalen Ausschlägen (Abbildung 20) eingegangen.

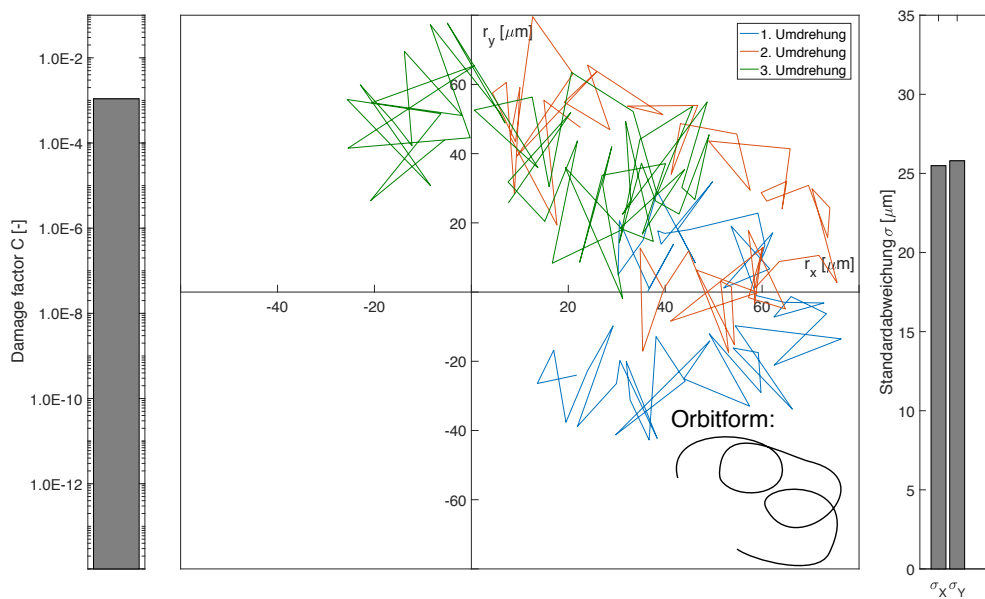


Abbildung 20: Orbitdarstellung bei Laststufe 7

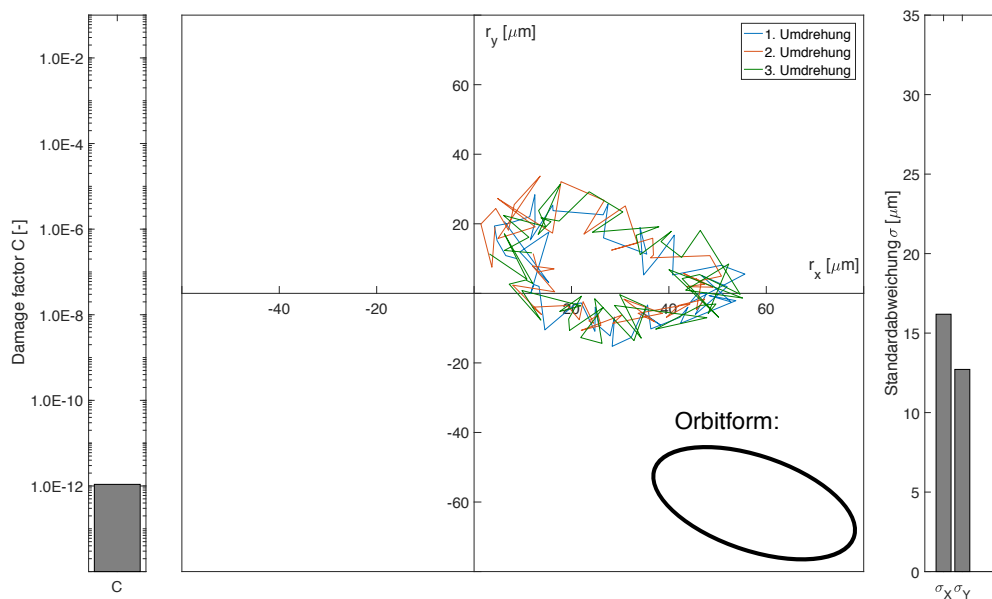


Abbildung 21: Orbitdarstellung bei Referenzstufe

Wie zu erkennen ist, sind in der Stufe der maximalen Ausschläge (Laststufe 7) Orbitschwankungen bis zu  $130 \mu\text{m}$  möglich, im Referenzfall jedoch nur  $\sim 55 \mu\text{m}$ . Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Orbitform beim Anfahren starke Turbulenzen aufweist, hingegen im Auslegungspunkt eine schöne Ellipse bildet.

#### 2.4.5 Strömungsmechanische Auswirkungen

Die Dichtspalte der berührungsfreien Labyrinthdichtung sind strömungsmechanisch als schlanke Kanäle zu betrachten. Beim Einströmen in schlanke Kanäle treten im Einlaufbereich Grenzschichten an der Wand auf. Im Inneren des Kanals herrscht eine reibungs- und drehungsfreie Strömung (siehe Abbildung 22). Erst nach Durchströmen der sogenannten hydrodynamischen Einlaufänge  $L_{hyd}$  tritt ein ausgebildeter Strömungszustand auf, wobei der gesamte Querschnitt von einer drehungsbehafteten und unter Umständen turbulenten Strömung ausgefüllt wird [7].

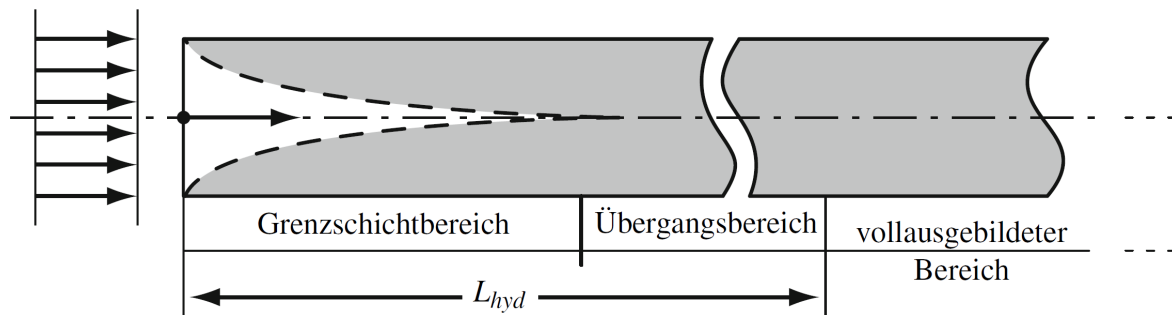


Abbildung 22: Strömungsentwicklung in schlanen Kanälen konstanten Querschnittes  
 grau unterlegt: drehungsbehaftete und u.U. turbulente Strömung (Vernachlässigung des laminaren Anlaufbereiches einer turbulenten Grenzschicht) [7]

Betrachtet man die Geometrie des Dichtspaltes als einen ebenen Kanal, so berechnet sich die hydrodynamische Einlaufstrecke  $L_{hyd}$  für eine laminare Strömung mit:

$$\frac{L_{hyd}}{h} = \frac{0,45}{1 + 0,041Re/0,6} + 0,041Re \quad (11)$$

und für eine turbulente Strömung mit:

$$\frac{L_{hyd}}{h} = 8,8Re^{1/6} \quad (12)$$

unter Berücksichtigung der Reynoldszahl:

$$Re = \frac{\rho c_m h}{\eta} \quad (13)$$

wobei  $h$  die Kanal- bzw. Spalthöhe und  $c_m$  der querschnittsgemittelten Geschwindigkeit entspricht [7].

Betrachtet man nun die Strömung im ebenen Spalt (Abbildung ), so berechnet sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $c_m$  zu [8]

$$\frac{c_m}{c_{max}} = \frac{2}{3}. \quad (14)$$

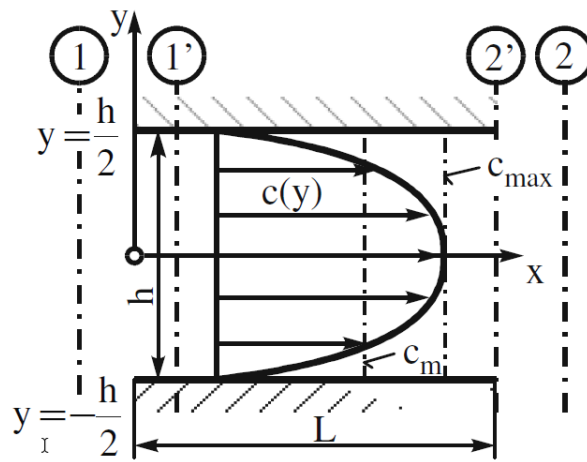


Abbildung 23: Strömung im ebenen Spalt [8]

Diese strömungsmechanischen Effekte, allen voran die Grenzschichtbildung bei der Einströmung in den Dichtspalt, sind eine weitere Möglichkeit weshalb es zu Abweichungen bei der Berechnung des Verluststromes im Radseitenraum kommt.

## 2.5 Abschätzung Verluststrom im Radseitenraum Laufradkranz

Da im Zuge der Anlagenmessung nur der Verluststrom  $q'_N$  an der Laufradnabe gemessen wurde, muss der Verluststrom  $q'_K$  am Laufradkranz abgeschätzt werden.

### 2.5.1 Druckunterschiede

In die Berechnung des Leckagestroms fließen der Eingangs- und der Ausgangsdruck des Radseitenraums ein, daher wurde ein Vergleich der Druckdifferenzen erstellt. Die Druckdifferenz an der Laufradnabe  $\Delta p_N$  errechnet sich zu:

$$\Delta p_N = p_{RN} - p_{CO} \quad (15)$$

Die Druckdifferenz am Laufradkranz  $\Delta p_K$  errechnet sich zu:

$$\Delta p_K = p_{RN} - p_{con.2} \quad (16)$$

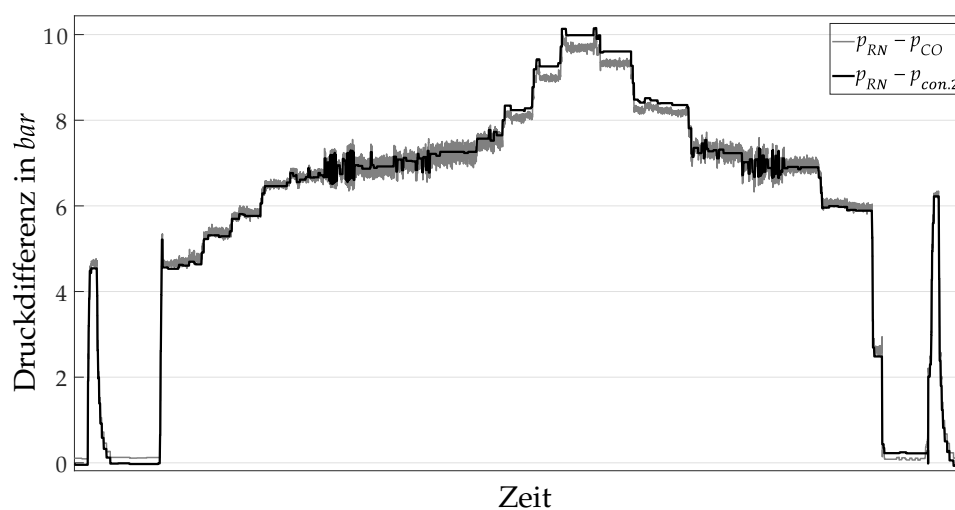


Abbildung 24: Druckunterschiede der Radseitenräume

In den Druckverläufen (siehe Abbildung 24) wird ersichtlich, dass die Druckunterschiede von Laufradeintritt zu Laufradnabe und -kranz fast ident sind. Aus dieser Erkenntnis folgt nun, dass der Dichtspalt am Laufradkranz ebenfalls mit  $0,6 \text{ mm}$  für die weitere Berechnung angenommen wird.

### 2.5.2 Abschätzung

Mit der Abschätzung des Dichtspaltes in der Labyrinthdichtung auf  $0,6\text{ mm}$  ergeben sich durch analytische Berechnung folgende Verlustströme  $q'_K$  und  $q'_N$  durch die Radseitenräume. Zum Vergleich wurde zusätzlich noch der Verluststrom  $q'_N$  anhand der tatsächlichen Spaltbreite von  $0,8\text{ mm}$  dargestellt.

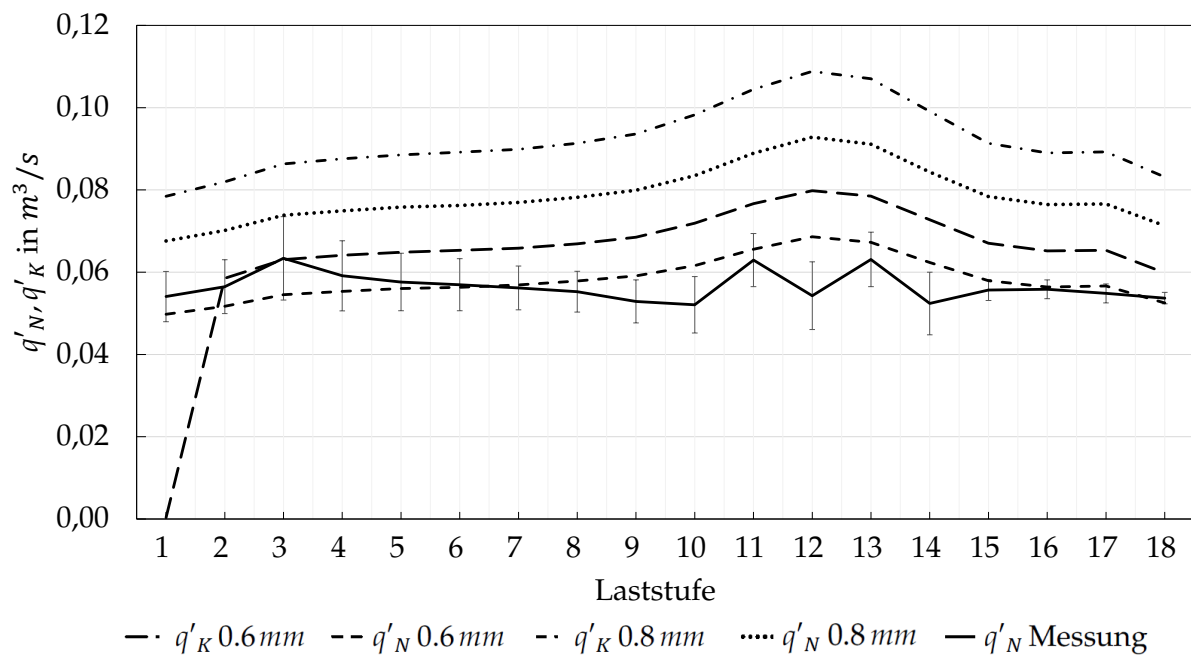


Abbildung 25: Verlustströme  $q'$  in den Radseitenräumen

Wie im Diagramm zu erkennen ist, wäre der Verluststrom bei einem Spalt von  $0,8\text{ mm}$  viel zu hoch und die Abschätzung mit  $0,6\text{ mm}$  ergibt eine gute Näherung zur Messung.



## 2.6 Gesamter Volumenstrom im Radseitenraum

Die Verlustströme  $q'_N$  und  $q'_K$  addiert, ergeben nun den gesamten Verluststrom  $q'$  der Maschine.

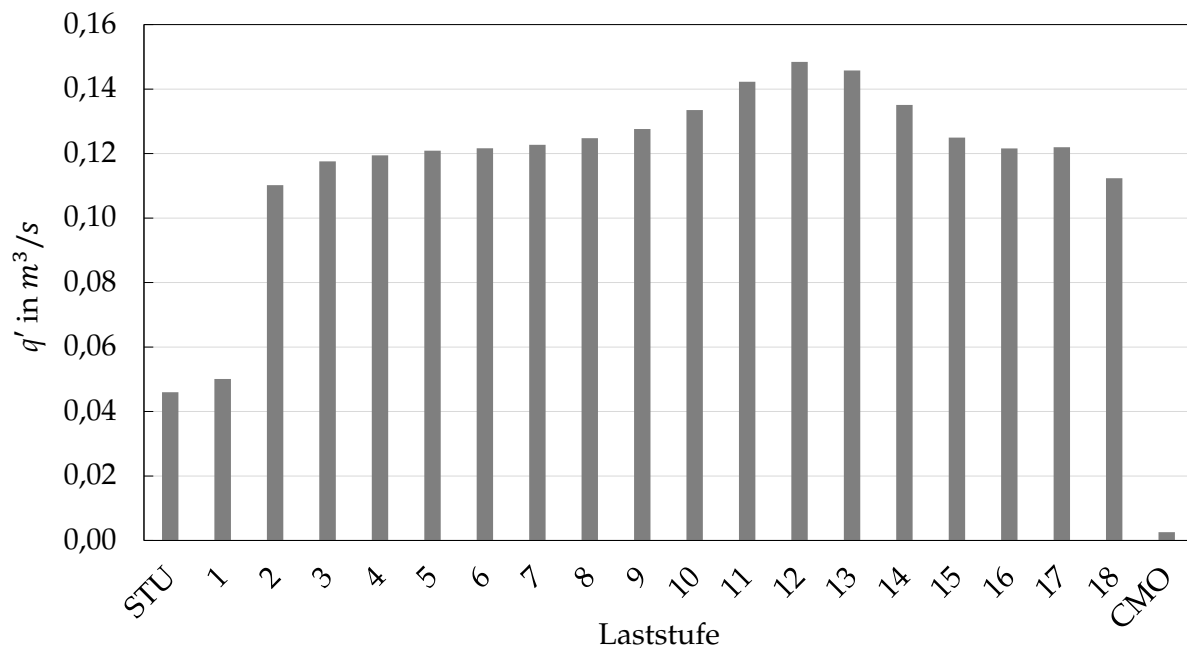


Abbildung 26: Gesamter Verluststrom  $q'$

### 3 Bestimmung der Anlagenwirkungsgrade

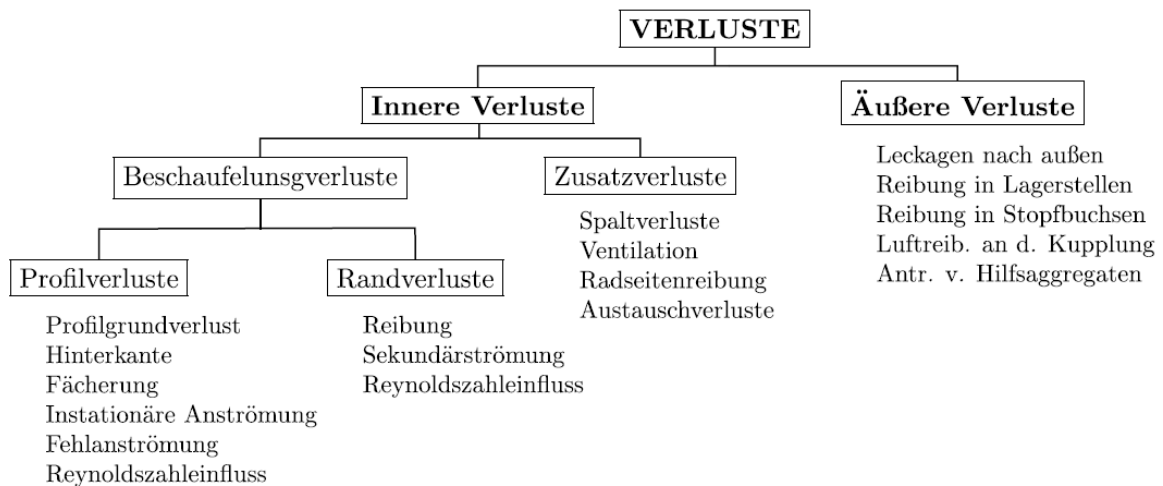


Abbildung 27: Systematik zur Kategorisierung von Verlusten in der Maschine [2]

Der Verluststrom  $q'$  fließt nicht durch die Turbine (siehe Abbildung 28), sondern wird über die Radseitenräume neben der Turbine abgeführt. Diese Spaltverluste sind nach Abbildung 27 den inneren Verlusten zuzuordnen. Zur Berechnung der hydraulischen Leistung der Maschine, wird dieser jedoch nicht vom gesamten Volumenstrom abgezogen. Daher ist es interessant welche Auswirkung  $q'$  auf die Leistungen und daraus folgend dem Wirkungsgrad der Maschine hat.

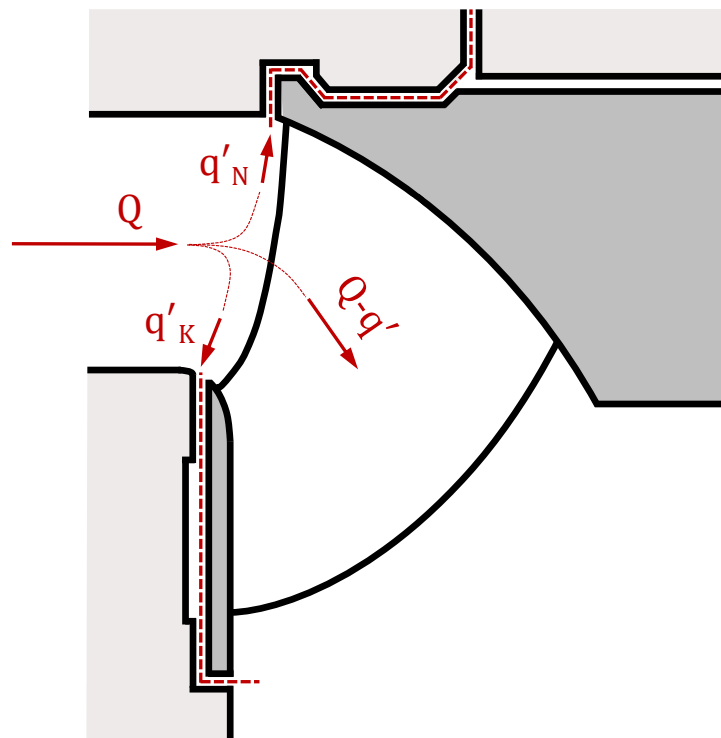


Abbildung 28: Verlustströmungen im Radseitenraum

### 3.1 hydraulische Leistung

Die Spaltverluste durch die Dichtungen an den Radseitenräumen haben einen direkten Einfluss auf die hydraulische Leistung der Maschine. Die hydraulische Leistung wurde mit dem gesamten Volumenstrom  $P_h(Q)$  nach Gleichung 17 und abzüglich der Verlustströme der Radseitenräume  $P_h(Q - q')$  nach Gleichung 18 ermittelt. Neben dem Volumenstrom  $Q$ , fließen noch die Dichte  $\rho$  des Wassers, die Erdbeschleunigung  $g$  und die Nettofallhöhe  $H_{netto}$  in die Berechnung mit ein.

$$P_h(Q) = \rho \cdot g \cdot H_{netto} \cdot Q \quad (17)$$

$$P_h(Q - q') = \rho \cdot g \cdot H_{netto} \cdot (Q - q') \quad (18)$$

Alle für die Berechnung notwendigen Größen, wurden bereits in Kapitel 2.2 ermittelt. Bezogen auf den Auslegungspunkt der Anlage (Stufe 11), bei Betrachtung mit vollem Volumenstrom  $Q$ ,

ergeben sich folgende Werte für die hydraulische Leistung:

Stufe	$P_h(Q)$	$P_h(Q - q')$
1	29,6%	29,4%
2	40,0%	39,6%
3	55,1%	54,7%
4	62,7%	62,3%
5	67,6%	67,2%
6	71,0%	70,5%
7	73,8%	73,4%
8	76,9%	76,5%
9	83,4%	83,0%
10	87,8%	87,4%
11	100%	99,6%
12	111,6%	111,2%
13	108,6%	108,1%
14	89,8%	89,4%
15	78,7%	78,2%
16	71,6%	71,1%
17	66,1%	65,7%
18	41,0%	40,6%

Tabelle 8: hydraulische Leistung der Anlage

Aus dieser Berechnung wird ersichtlich, dass durch den Verluststrom  $q'$  in den Radseitenräumen die hydraulische Leistung, abhängig von der Laststufe, um 0,2-0,5 % gemindert wird.

### 3.2 Mechanische und Elektrische Leistung

Die mechanische Leistung wurde von einem Projektpartner aufgenommen. Als Messmethode wurde ein Zählverfahren verwendet, welches die Impulse pro Umdrehung misst und über die

Verschiebung der Impulse zwischen oberem und unterem Sensor die Verdrillung der Welle ermittelt. Über die Wellendrehsteifigkeit wurde das Drehmoment und daraus folgend die mechanische Leistung bestimmt.

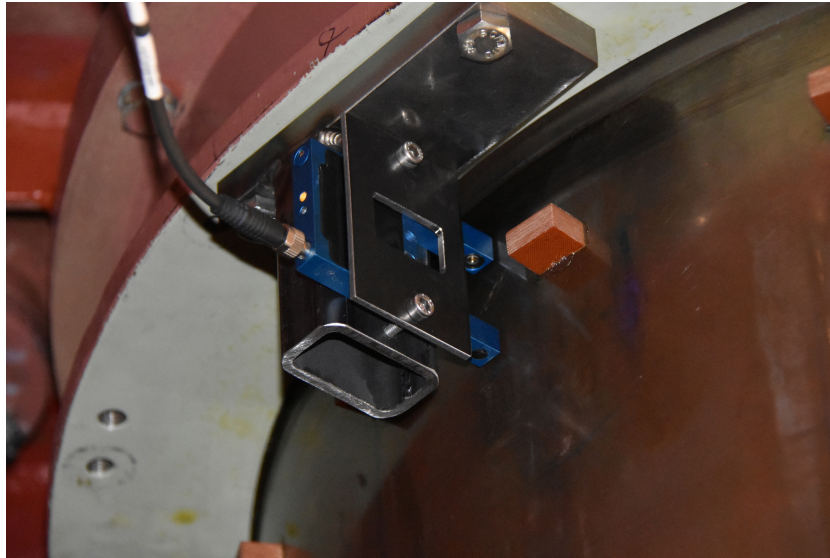


Abbildung 29: Messaufbau zur Ermittlung der Wellenverdrillung am oberen Wellenende im Bereich des Generatorlagers

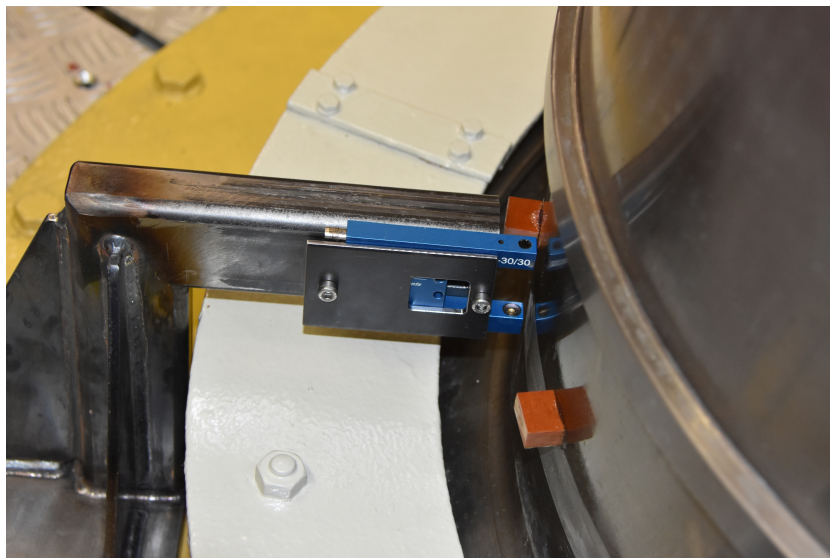


Abbildung 30: Messaufbau zur Ermittlung der Wellenverdrillung am unteren Wellenende im Bereich des Turbinenlagers

Während der Messung musste die mechanische Leistung aufgrund von Werkstoffeigenschaften und der Einwirkung des Generators wie folgt korrigiert werden:

$$P_{mech} = P_{mechgemessen} \cdot k + P_{off} \quad (19)$$

$k$  kann dabei als Korrekturfaktor für die Wellendrehsteifigkeit angesehen werden und  $P_{off}$  als unbekannte Verluste des Generators. Der Verlauf der korrigierten mechanischen Leistung ist in Abbildung 31 und die Mittelwerte je Stufe sind in Tabelle 9 zu sehen. Als Bezugspunkt dieser relativen Beziehung dient die mechanische Leistung  $P_{mech}$  bei Laststufe 11.

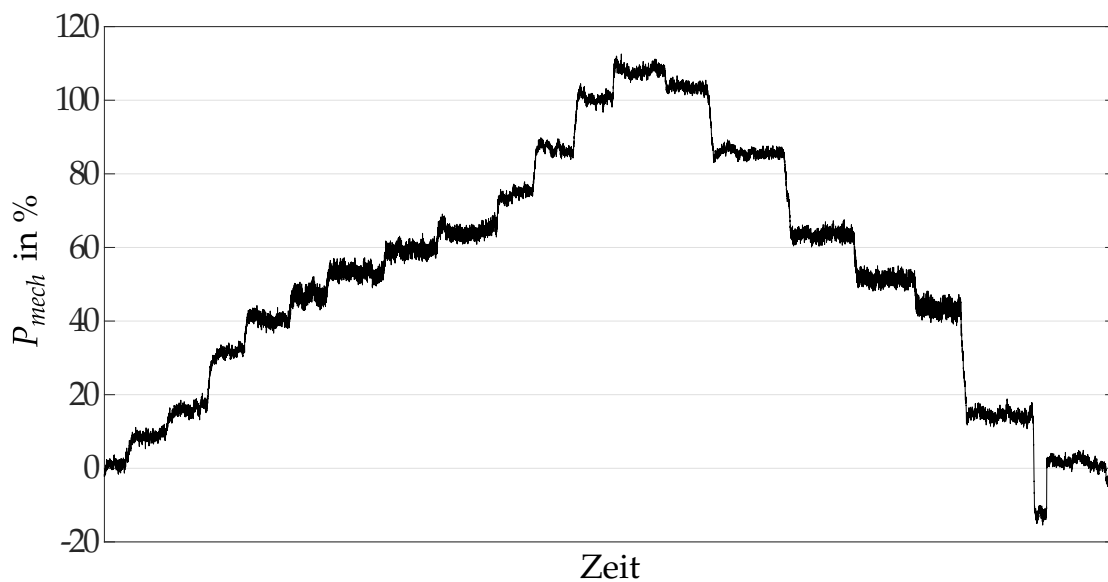


Abbildung 31: Verlauf der mechanischen Leistung

Stufe	$P_{mech}$ in % von Stufe 11
1	8,3%
2	15,8%
3	31,4%
4	40,0%
5	47,4%
6	53,2%
7	59,0%
8	63,9%
9	74,7%
10	86,8%
11	100%
12	107,9%
13	103,5%
14	85,8%
15	63,5%
16	51,3%
17	43,3%
18	14,3%

Tabelle 9: mechanische Leistung der Anlage

Die elektrische Leistung wurde durch die Auswertung von Sensor 11 (Tabelle 2) ermittelt und es ergeben sich, relativ bezogen auf die elektrische Leistung  $P_{el}$  bei Stufe 11, folgende Werte:

Stufe	$P_{el}$ in % von Stufe 11
1	6,7%
2	12,8%
3	27,5%
4	36,4%
5	44,2%
6	50,8%
7	56,1%
8	62,3%
9	70,1%
10	83,3%
11	100%
12	108,7%
13	105,2%
14	86,2%
15	62,6%
16	51,7%
17	44,4%
18	14,8%

Tabelle 10: elektrische Leistung der Anlage



### 3.3 Wirkungsgrade

Anschließend wurden noch der hydraulisch-mechanische Wirkungsgrad  $\eta_{HM}$ , der mechanisch-elektrische Wirkungsgrad  $\eta_{ME}$  und der gesamte Wirkungsgrad  $\eta_{ges}$  der Maschine ermittelt, um den Einfluss der Verlustströme  $q'$  darzustellen. Der hydraulisch-mechanische Wirkungsgrad  $\eta_{HM}$  ergibt sich aus dem Verhältnis von mechanischer Leistung  $P_{mech}$  zu der hydraulischen Leistung  $P_h$ :

$$\eta_{HM}(Q) = \frac{P_{mech}}{P_h(Q)} \quad (20)$$

$$\eta_{HM}(Q - q') = \frac{P_{mech}}{P_h(Q - q')} \quad (21)$$

Der mechanisch-elektrische Wirkungsgrad  $\eta_{ME}$  ergibt sich aus dem Verhältnis von hydraulischer Leistung  $P_h$  zu der mechanischen Leistung  $P_{mech}$ :

$$\eta_{ME} = \frac{P_{el}}{P_{mech}} \quad (22)$$

Der gesamte Wirkungsgrad der Maschine ergibt sich aus dem mechanisch-elektrischen Wirkungsgrad  $\eta_{ME}$  und dem hydraulisch-mechanischen Wirkungsgrad  $\eta_{HM}$ :

$$\eta_{ges}(Q) = \eta_{HM}(Q) \cdot \eta_{ME} \quad (23)$$

$$\eta_{ges}(Q - q') = \eta_{HM}(Q - q') \cdot \eta_{ME} \quad (24)$$

Dabei wurde  $\eta_{HM}(Q)$  auf  $\eta_{HM}(Q)$  in Laststufe 11,  $\eta_{HM}(Q - q')$  auf  $\eta_{HM}(Q)$  in Laststufe 11,  $\eta_{ME}$  auf  $\eta_{ME}$  in Laststufe 11,  $\eta_{ges}(Q)$  auf  $\eta_{ges}(Q)$  in Laststufe 11 und  $\eta_{ges}(Q - q')$  auf  $\eta_{ges}(Q)$  in Laststufe 11 bezogen und liefert folgende Werte (Tabelle 11):

Stufe	$\eta_{HM}(Q)$	$\eta_{HM}(Q - q')$	$\eta_{ME}$	$\eta_{ges}(Q)$	$\eta_{ges}(Q - q')$
1	28,1%	28,3%	80,8%	22,7%	22,9%
2	39,5%	39,9%	81,1%	32,0%	32,3%
3	57,0%	57,4%	87,4%	49,8	50,2%
4	63,8%	64,3%	90,9%	58,0%	58,4%
5	70,1%	70,6%	93,3%	65,4%	65,8%
6	75,0%	75,4%	95,6%	71,7%	72,1%
7	80,0%	80,5%	95,0%	76,1%	76,5%
8	83,1%	83,6%	97,5%	81,0%	81,5%
9	89,6%	90,0%	93,8%	84,0%	84,4%
10	98,9%	99,4%	95,9%	94,9%	95,3%
11	100%	100,4%	100%	100,0%	100,4%
12	96,7%	97,0%	100,7%	97,4%	97,7%
13	95,3%	95,7%	101,6%	96,8%	97,2%
14	95,5%	95,9%	100,5%	96,0%	96,4%
15	80,7%	81,2%	98,5%	79,5%	80,0%
16	71,6%	72,1%	100,9%	72,3%	72,7%
17	65,5%	65,9%	102,6%	67,2%	67,6%
18	34,7%	35,1%	103,6%	36,0%	36,3%

Tabelle 11: Wirkungsgrade der Anlage mit gesamtem Volumenstrom

Zu beobachten ist, dass die Wirkungsgrade bei der Berechnung mit  $Q - q'$  höher sind als nur mit  $Q$ . Dies lässt sich so begründen, dass der hydraulisch-mechanische Wirkungsgrad  $\eta_{HM}(Q)$  laut Abbildung 27 die gesamten inneren Verluste berücksichtigt. Berücksichtigt man nun die Verluste durch die Verlustströmung  $q'$  bei der Berechnung von  $\eta_{HM}(Q - q')$ , so spaltet man die Zusatzverluste von den inneren Verlusten ab und es wirken nur noch die Beschauelungsverluste auf die Berechnung des Wirkungsgrades  $\eta_{HM}(Q - q')$  ein.

## 4 Auswirkung des Druckes im Radseitenraum auf Spannungen des Laufrads

Durch die Strömung in den Radseitenräumen entstehen Druckverteilungen, welche von außen auf das Turbinenlaufrad wirken. Um die Auswirkungen dieser Belastungen auf die Festigkeit des Laufrads zu untersuchen, wurden im Zuge der Anlagenmessung einige DMS auf einer Laufschaufel des Turbinenrotors angebracht. Die Rohsignaldaten der DMS wurden anschließend mittels Matlab in Spannungen umgerechnet und die einzelnen Stufen ausgewertet. Mit Hilfe von ANSYS wurde nun eine statische Finite-Elemente Berechnung durchgeführt, um die Ergebnisse der Messung zu vergleichen. Um ein aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten, wurde für die Berechnung der Auslegungspunkt (Stufe 11) gewählt.

### 4.1 Sensitivitätsstudie

Das von Paulitsch [11] erstellte Berechnungsprogramm liefert nicht nur den Durchfluss im Radseitenraum, sondern berechnet auch die dort wirkende Druckverteilung. Um eine Aussage treffen zu können, welche Faktoren auf die Druckverteilung Einfluss haben, wurde erneut eine Sensitivitätsstudie durchgeführt. Variiert wurden dabei folgende Variablen:

- Fallhöhe  $H$
- Durchfluss  $Q$
- Strömungsgeschwindigkeit  $c_u$
- Druck am RSR Eintritt  $p_e$
- Druck am RSR Austritt  $p_a$
- Dichtspaltgröße
- Geometrievariationen
- Berechnung mittels Druckverlauf nach Gülich

Als Koordinatensystem wurde dabei, das von Paulitsch [11] im Berechnungsprogramm festgelegte Koordinatensystem verwendet (siehe Abbildung 32).

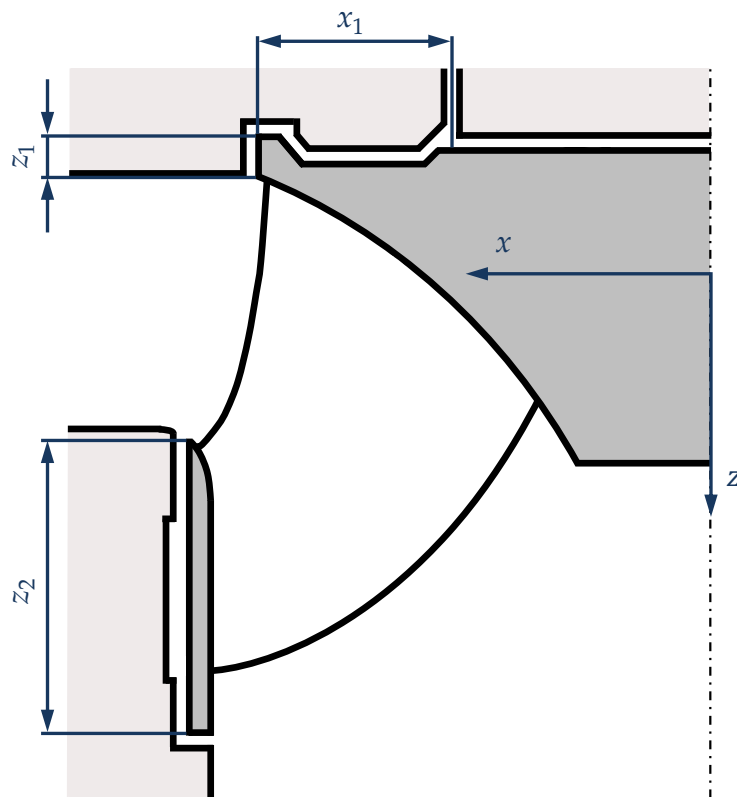


Abbildung 32: Verwendetes Koordinatensystem im Berechnungsmodell [11]

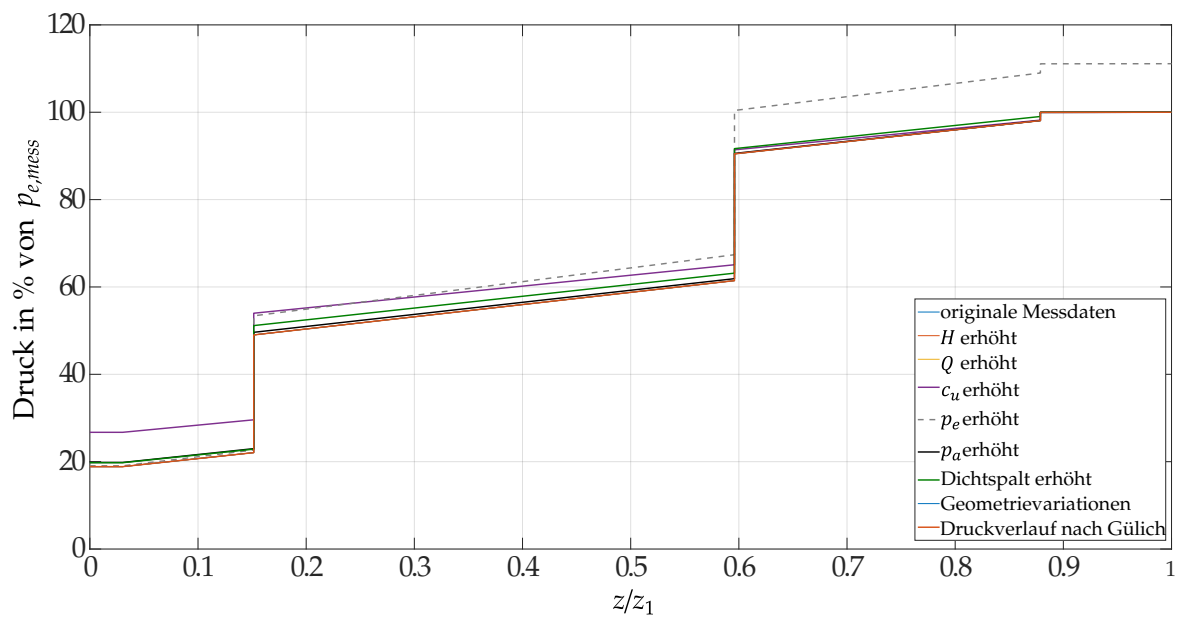


Abbildung 33: Sensitivitätsstudie des Druckverlaufs an der Laufradnabe in z-Richtung

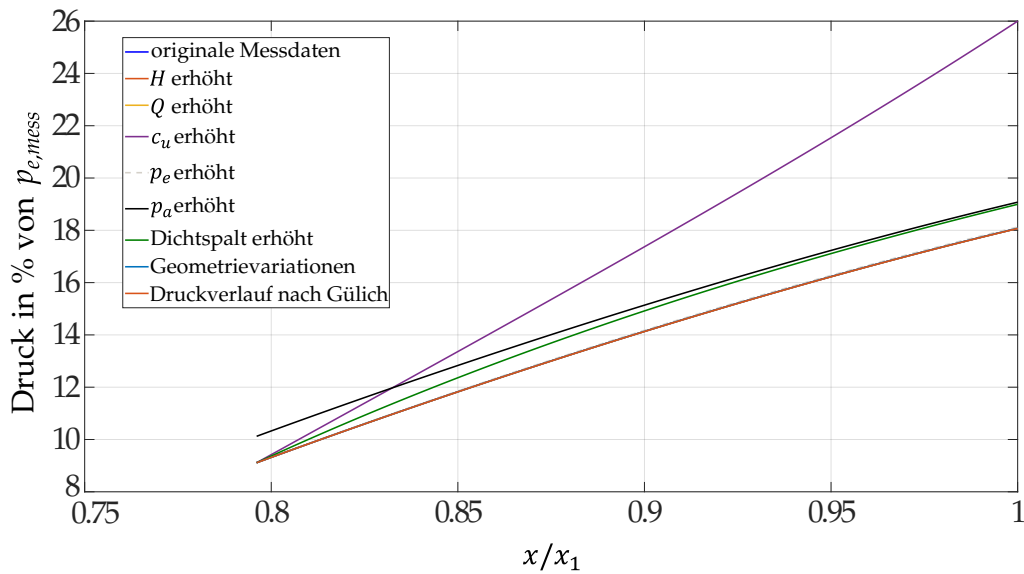


Abbildung 34: Sensitivitätsstudie des Druckverlaufs an der Laufradnabe in  $x$ -Richtung

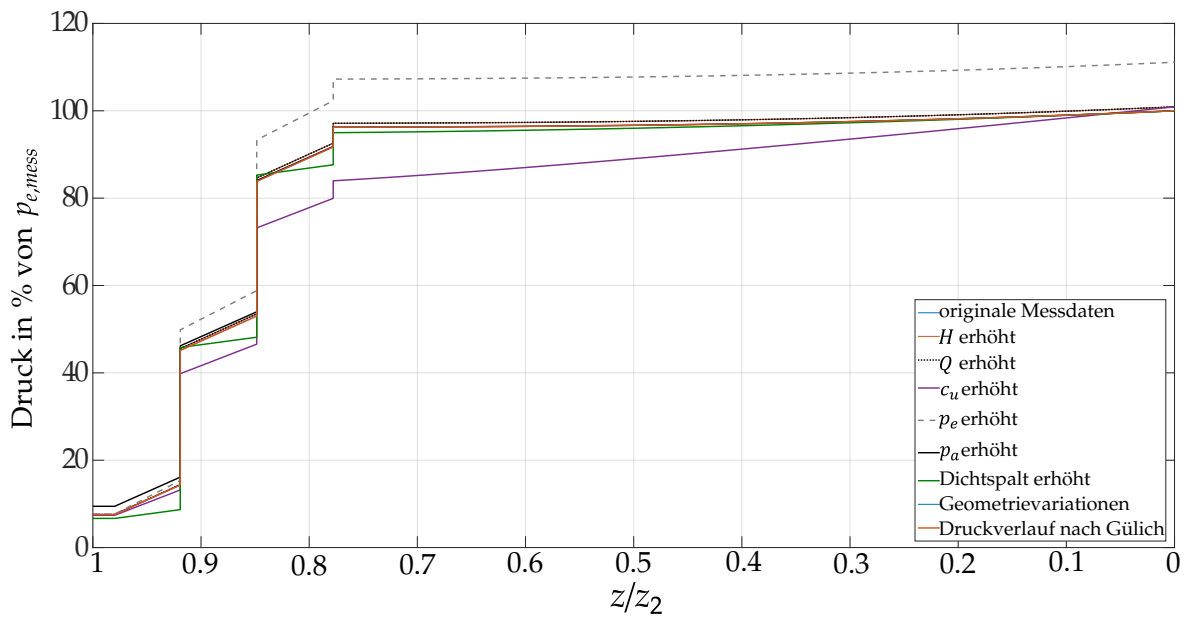


Abbildung 35: Sensitivitätsstudie des Druckverlaufs am Laufradkranz in  $z$ -Richtung

Wie in den Abbildungen 33, 34 und 35 ersichtlich ist, haben Veränderungen am Eingangsdruck Einfluss auf den wirkenden Druckverlauf. Alle anderen Änderungen bewirken prozentuell gesehen so geringe Änderungen am Druckverlauf, dass diese vernachlässigt werden können. Aus diesem Grund wurden für die Finite-Elemente Berechnung die originalen Messdaten, mit unverändertem Dichtspalt, zur Berechnung herangezogen (siehe Abbildungen 36, 37 und 38). Zusammenfassend lässt sich noch feststellen, dass eine Änderung des Dichtspaltes keinen Einfluss auf die Druckverteilungen an den Radseitenräumen hat, jedoch wie in Kapitel 2.3.1 bereits ermittelt, einen markanten Einfluss auf den Verluststrom  $q'$  in den Radseitenräumen.

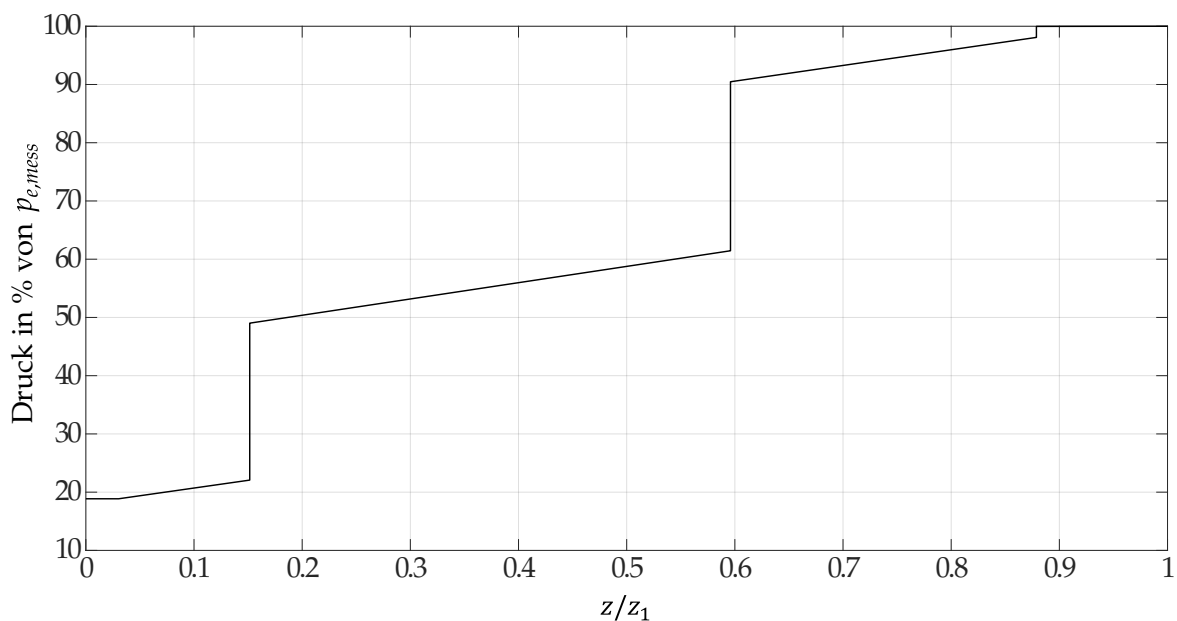


Abbildung 36: Zur Berechnung verwendeter Druckverlauf an der Laufradnabe in  $z$ -Richtung

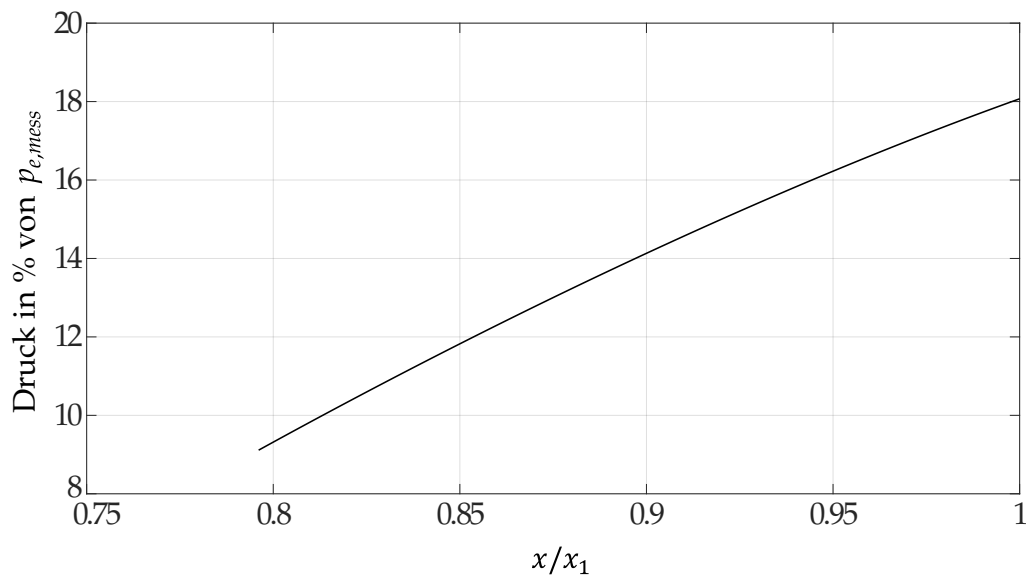


Abbildung 37: Zur Berechnung verwendeter Druckverlauf an der Laufradnabe in  $x$ -Richtung

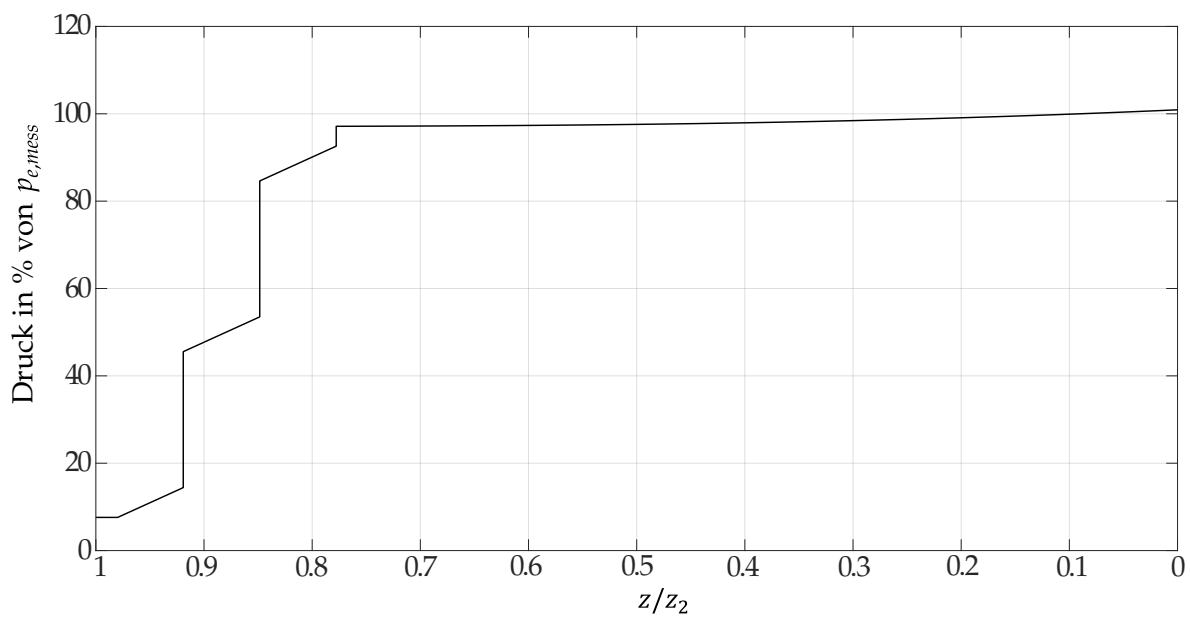


Abbildung 38: Zur Berechnung verwendeter Druckverlauf am Laufradkranz in  $z$ -Richtung

## 4.2 Modellaufbau

Das CAD-Modell für die Finite-Elemente-Berechnung wurde bereits in einem anderen Projekt am Institut konstruiert und hierfür erneut verwendet. Zur Berechnung wurde nur ein Teilstück, genau eine Laufschaufel der Turbine, verwendet. Unter Verwendung eines zyklisch-symmetrischen Modells, wird Rechenzeit eingespart und es kommt zu keinen Abweichungen des Ergebnisses. Die in Abbildung 39 blau eingefärbte Fläche dient als feste Einspannung und simuliert somit den Übergang zur Turbinenwelle.

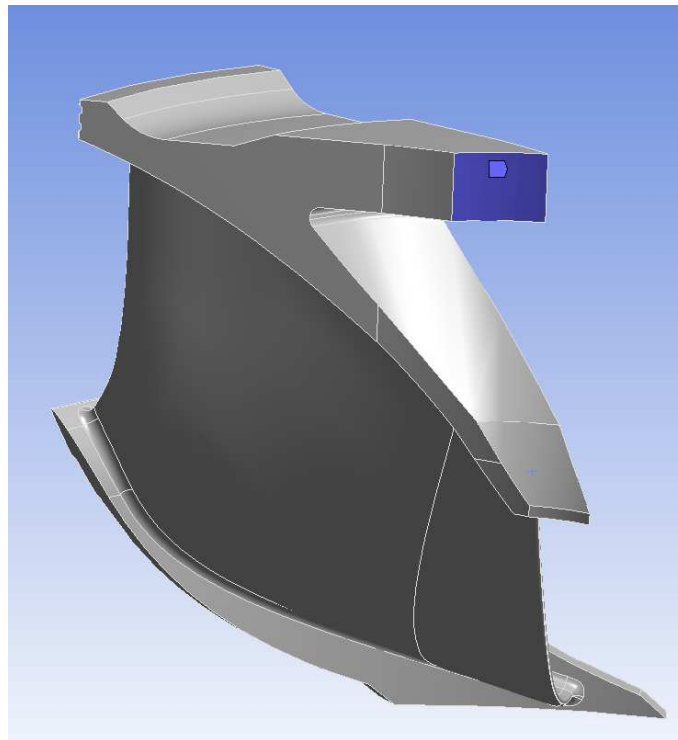


Abbildung 39: Feste Einspannung am Übergang zur Turbinenwelle

Da im Inneren der Turbine ein Druck herrschen würde, wurde am Nabenhohlraum des Turbinenlaufrads ein statischer Druck von  $5,52 \text{ bar}$  aufgebracht um kein verfälschtes Berechnungsergebnis zu erhalten (siehe rote Fläche in Abbildung 40).



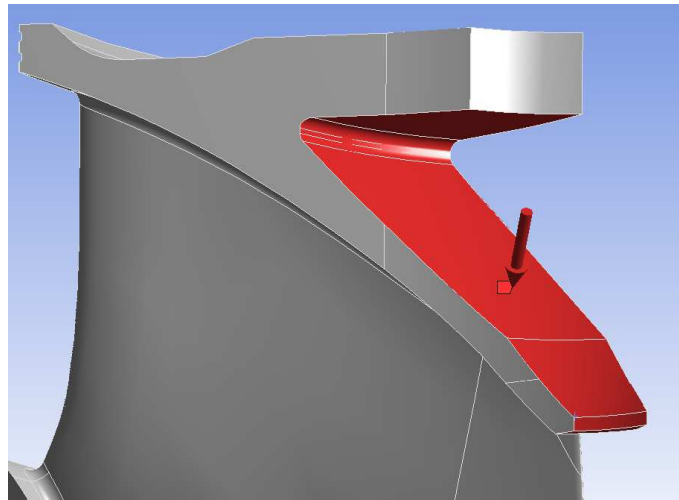


Abbildung 40: statischer Druck am Nabenhohlraum des Laufrads

Als weiterer Parameter wurde eine Drehzahl von  $n = 428,6 \text{ min}^{-1} = 7,1433 \text{ s}^{-1}$  eingestellt. Mit Hilfe eines Skriptes wurde der zuvor berechnete Druckverlauf im Radseitenraum an der Lauf- radnabe und am Laufradkranz aufgebracht. Um die von der Strömung verursachten Kräfte auf die Turbine zu berücksichtigen, wurde eine Druckverteilung aus einer CFD-Simulation dieser Laststufe im FEM-Modell eingelesen (siehe Abbildung 41, 42 & 43). Diese Druckverteilung wurde durch eine instationäre numerische Strömungsberechnung im Auslegungspunkt ermittelt und über ein mittleres Druckfeld und mittlere Spannungen in das FEM-Modell transferiert.

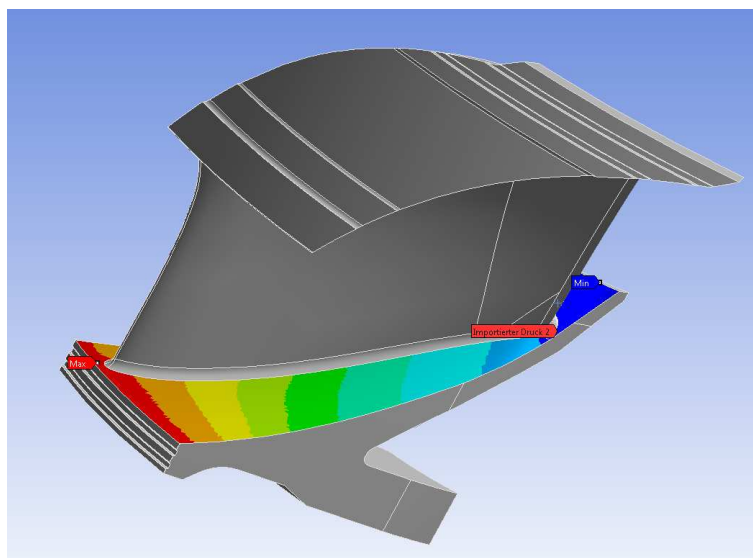


Abbildung 41: Druck der Strömung an der Laufradnabe

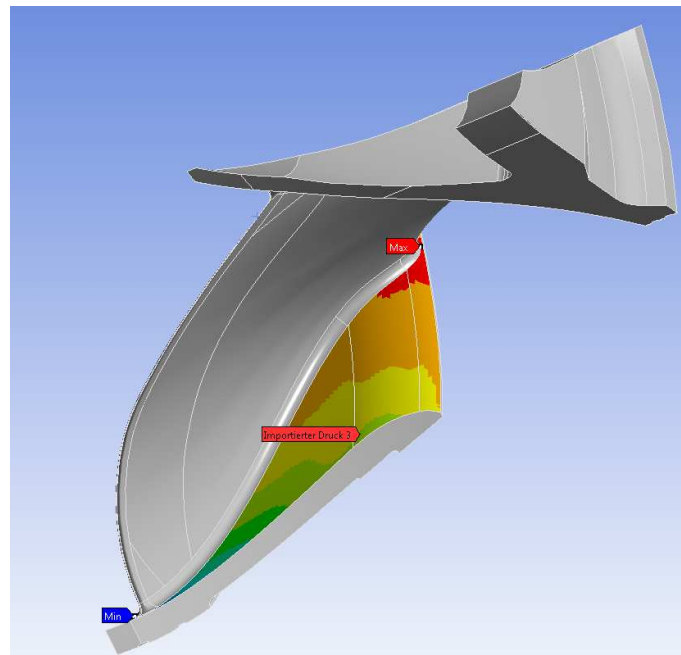


Abbildung 42: Druck der Strömung am Laufradkranz

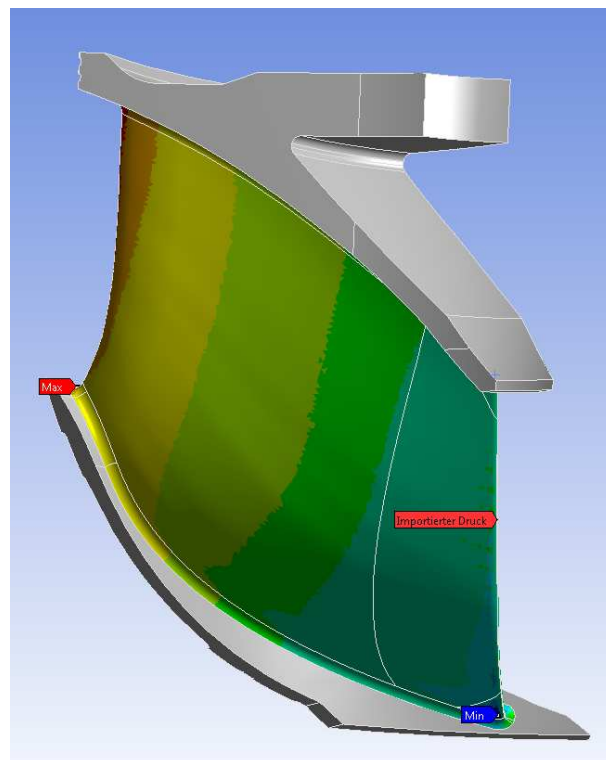
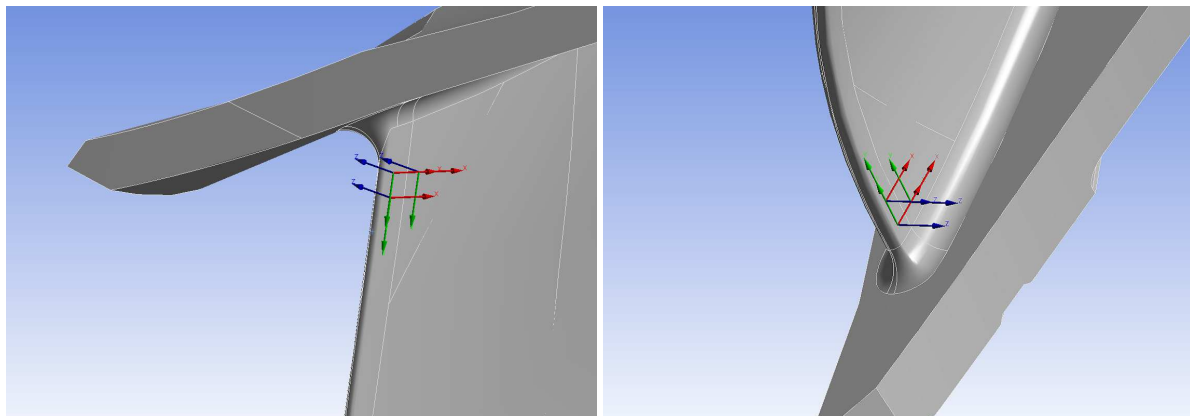


Abbildung 43: Druck der Strömung an der Laufradschaufel

Während der Messung der Anlage wurden insgesamt 12 DMS und eine Rosette an einer Laufschaufel angebracht (siehe Abbildung 45). Die Koordinaten der Anbringung wurden dabei festgehalten und somit konnten die DMS im FEM-Modell repliziert werden. Saug- und druckseitig wurden an der Austrittskante, in der Nähe der Laufradnabe und -kranz jeweils 3 DMS platziert und die Rosette druckseitig in der Nähe von Laufradnabe. Zusätzlich wurden im FEM-Modell jeweils ein fiktiver DMS druck- und saugseitig an der Eintrittskante angebracht. Für diese DMS gibt es jedoch keine Vergleichswerte aus der Messung, sondern dienen als reine Auskunft über die Auswirkung des Drucks im RSR.



(a) DMS 1-3

(b) DMS 4-6

Abbildung 44: DMS Positionen am FEM Modell

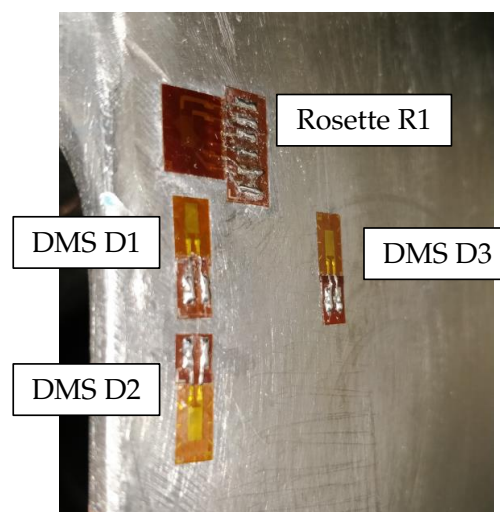


Abbildung 45: DMS Anbringung zur Messung an der Laufradschaufel

Das am Modell angebrachte Netz (siehe Abbildung 46) wurde rund um die DMS-Stellen (siehe Abbildung 47) und in den Radseitenräumen verfeinert, um ein genaueres Ergebnis zu erhalten. Somit ergeben sich insgesamt 388548 Knoten und 227332 Elemente am Modell.

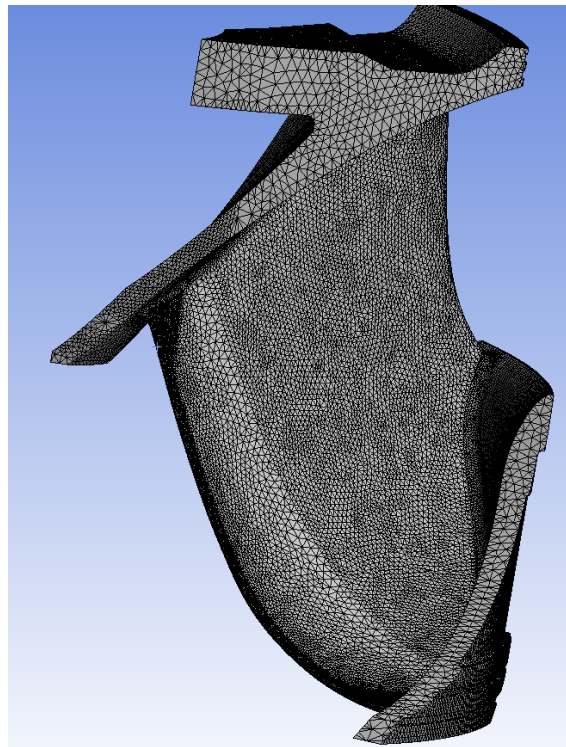


Abbildung 46: Netz am FEM-Modell

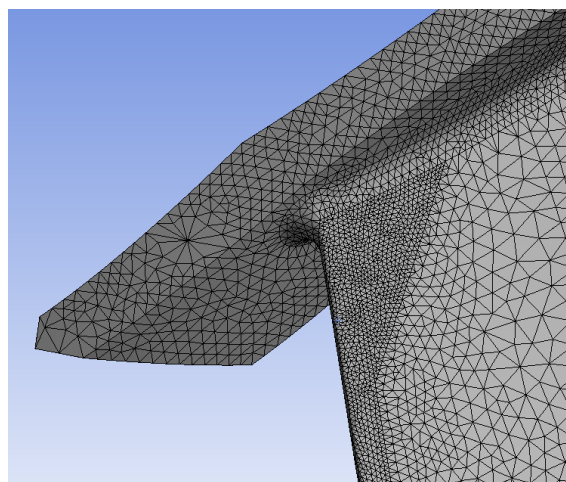


Abbildung 47: Netzverfeinerung rund um die DMS

Die Unabhängigkeit des Netzes wurde nach der Grid Convergence Method (CGI) [3] überprüft. Dabei wurden 3 Netze (fein, mittel, grob) verwendet, wobei der Netz-Verfeinerungs-Faktor  $r$  ein Verhältnis der Zellhöhen  $h$  ist und folgende Bedingung erfüllt:

$$r = \frac{h_{grob}}{h_{fein}} > 1,3 \quad (25)$$

Durch einen Zusammenhang zwischen Zellhöhe  $h$  und Elementanzahl  $N$  ergibt sich folgender Faktor für die Elementanzahl:

$$\frac{N_{grob}}{N_{fein}} = 2,197 \quad (26)$$

Anschließend wurde das Konvergenzverhalten und daraus resultierend der Netzfehler errechnet. Da dieser sehr klein im Vergleich zu imaginär unendlich kleinen Elementen ist, wurde die weitere Berechnung mit dem mittleren Netz durchgeführt. Nachstehend ist in Tabelle 12 die Anzahl der Knoten pro DMS ersichtlich.

DMS	Knoten
D1	23
D2	23
D3	23
D4	22
D5	25
D6	22
S1	22
S2	23
S3	24
S4	25
S5	20
S6	27
R1	27

Tabelle 12: Anzahl der Knoten pro DMS im FEM-Modell

Anschließend wurde noch das Materialverhalten der Turbine definiert. Diese Daten wurden aus einem Testbericht des Fraunhofer-Instituts [5] entnommen und sind in Tabelle 13 ersichtlich.

Materialdaten	
Material	G-X5CrNi13-4
Elastizitätsmodul $E$ in MPa	216.000
Dichte $\rho$ in $\text{kg/m}^3$	7.700
Querdenzahl $\nu$	0.3
Streckgrenze $\sigma_y$ in MPa	627
Zugfestigkeit $\sigma_u$ in MPa	804
Dämpfungsmaß $\theta$	0.01

Tabelle 13: Materialdaten [5]

### 4.3 Ergebnisse der FEM-Berechnung

Die Berechnungen wurden sowohl für die originale Spaltbreite von 0,8mm, als auch für eine Spaltbreite von 0,6mm und komplett ohne Druck im Radseitenraum durchgeführt. Durch diese Berechnungen lassen sich genaue Aussagen über die Auswirkung des Druckes im RSR auf die Spannungen des Turbinenlaufrads machen. Diese Resultate wurden anschließend mit den Mittelwerten der DMS, aus den Messwerten verglichen und in Abbildung 48 dargestellt.

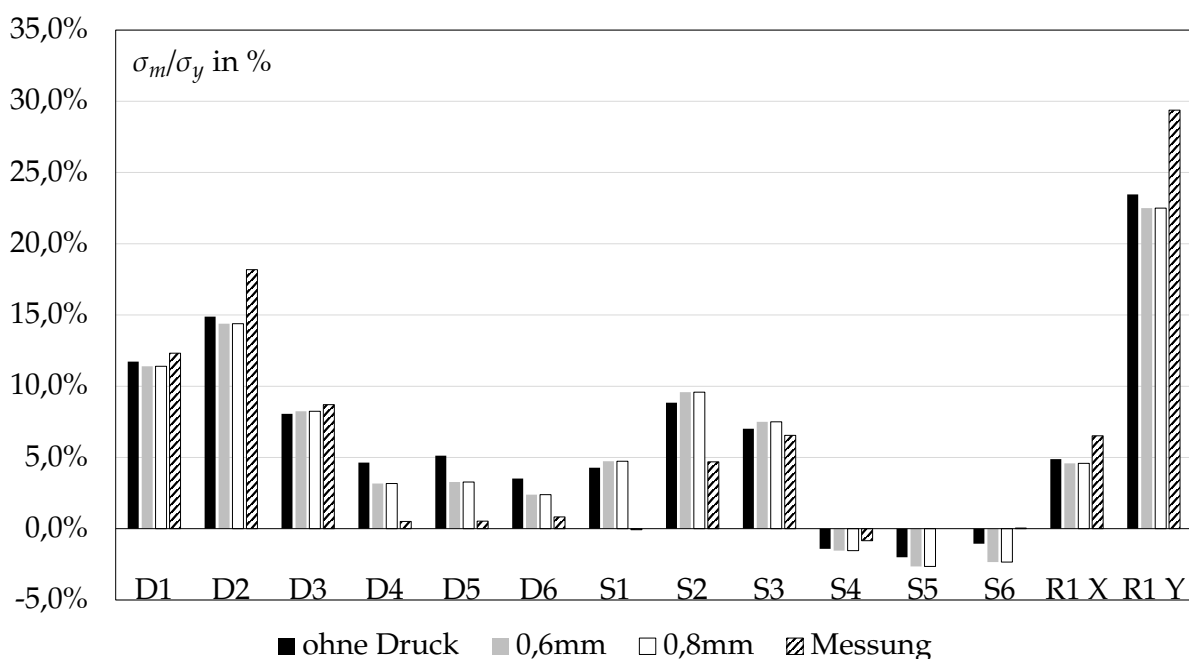


Abbildung 48: Ergebnisse der FEM-Berechnung

Betrachtet man nun den DMS S2 genauer (Abbildung 49), stellt sich heraus, dass zwischen einer Spaltbreite von 0,8mm und 0,6mm kein Unterschied in den Spannungen des DMS ist. Generell hat der Druck im Radseitenraum kaum einen Einfluss auf die Spannungsberechnung. Die Unterschiede zu den Ergebnissen ohne Druck, belaufen sich je nach DMS Platzierung auf 0,2-1,7% bezogen auf die maximal zulässige Spannung des Werkstoffes. Ein großer Unterschied ist jedoch bei den Mittelwerten der Messung, zu den Ergebnissen der FEM Berechnung, zu erkennen. Dies lässt sich damit begründen, dass die Drücke welche auf die Turbinenschaufel wirken, in einer instationären CFD-Berechnung ermittelt wurden. Bei dieser CFD-Berechnung ergeben sich durch eine Zeitschrittweite entsprechend 1° Laufraddrehung mal der betrachteten Anzahl von 5 Umdrehungen 1800 Druckwerte pro Knoten. Bei der Messung wurden die DMS

mit einer Frequenz von 2kHz abgetastet und der Mittelwert der Spannungen wurde, ähnlich wie in Abbildung 8, über einen Zeitraum von ca. 5min (= 300s) gebildet. Damit stehen für die Bildung des Mittelwertes 600.000 Werte zur Verfügung. Dieser Unterschied macht sich in der Schwankungsbreite von  $\sigma_m$  bemerkbar.

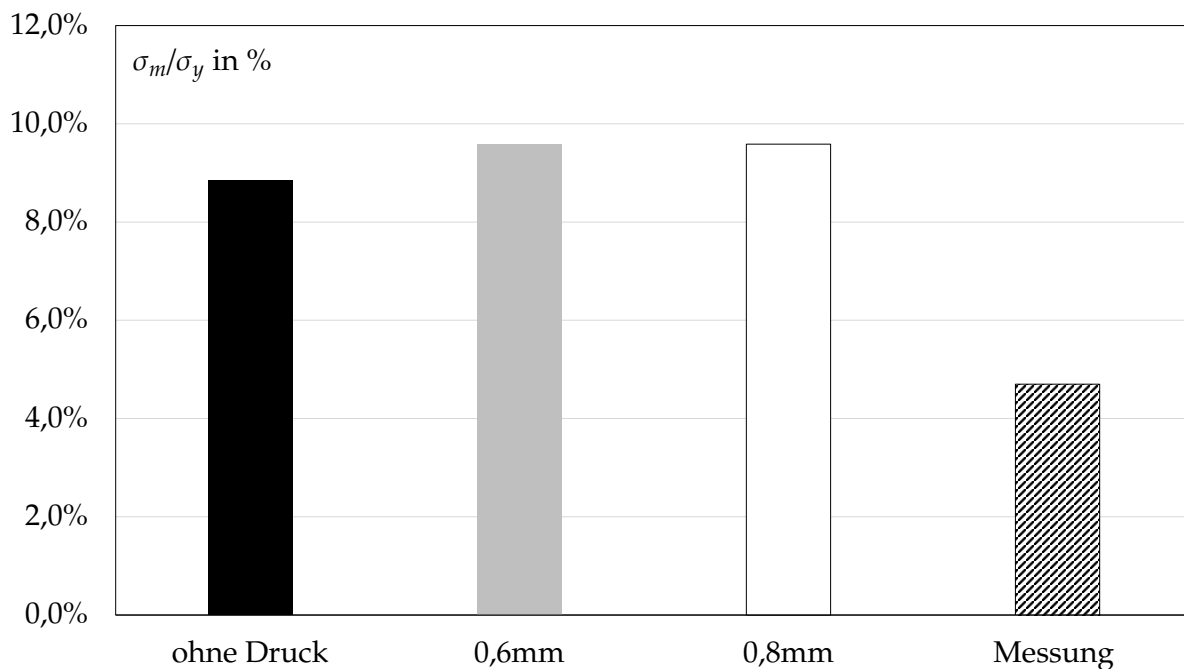


Abbildung 49: Ergebnisse der FEM-Berechnung am DMS S2

Für die Auswertung der an der Eintrittskante angebrachten DMS liegen leider keine Messwerte vor. Anhand der Simulationsergebnisse (siehe Abbildung 50) erkennt man, dass die Spaltbreite, wie auch bereits bei der Austrittskante, keinen Einfluss auf die Spannungen hat. Jedoch ergibt sich durch die Druckaufbringung in den Radseitenräumen ein relativer Spannungsunterschied von ca. 1%, im Gegensatz zu den Simulationsergebnissen ohne Druckaufbringung. Weiters ist zu beobachten, dass zwar jeweils ein DMS druck- und saugseitig in der Nähe der Laufradnabe und des -kranzes in der Simulation angebracht wurde, die Auswertung aller DMS jedoch exakt dieselben Ergebnisse liefern.



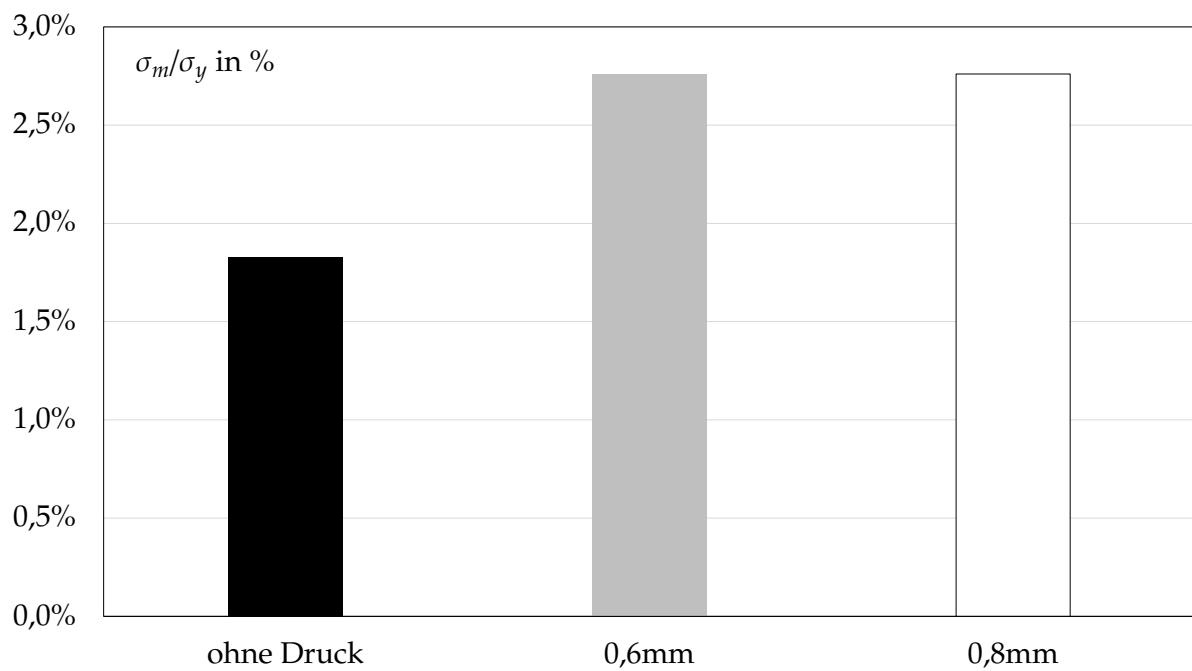


Abbildung 50: Ergebnisse der FEM-Berechnung aller DMS an der Eintrittskante

## 5 Zusammenfassung

Bei Francisturbinen kommt es, trotz Einsatz berührungsloser Labyrinthdichtungen, zu Verlustströmungen in den Radseitenräumen zwischen Laufradnabe, bzw. Laufradkranz und Gehäuse. Da diese Verluste nicht zur Energieerzeugung genutzt werden können, ist es wichtig diese so gering wie möglich zu halten. Um einen Anhaltspunkt für das Ausmaß der Verluste zu haben, wurden bereits analytische Berechnungsmodelle zur Ermittlung der Verlustströme durch die Radseitenräume erstellt. Im Zuge dieser Arbeit wurden diese Berechnungsmodelle mit einer Anlagenmessung verglichen.

Es stellte sich heraus, dass die Berechnungsmodelle zur Ermittlung der Volumenströme von den Ergebnissen der Anlagenmessungen abweichen. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass der Spalt in den Labyrinthdichtungen aus verschiedenen Gründen im Betrieb geringer ist als in den technischen Zeichnungen angegeben. Bei der gemessenen Anlage betragen die Abweichungen ungefähr -25% der ursprünglichen Spaltbreite. Ein möglicher Grund dafür sind die Wellenschwingungen im Betrieb, welche über Sensoren in den Lagern gemessen wurden. Da die Welle durch die Lagerschwingungen auch in einer Orbitform rotiert, wurden diese Formen ebenfalls untersucht. Hierbei wurde festgestellt, dass es in manchen Laststufen zu erheblichen Abweichungen aus der Mittellage der Welle kommt. Ein weiterer Grund für die Abweichungen ist die tatsächliche Spaltbreite, denn durch den Betrieb verschleißt das Material und es kommt zu einer Abweichung. Die Labyrinthdichtungen wurden im Zuge der Anlagenmessung mit Hakenspionen kontrolliert und aufgrund der gerade stattgefundenen Revision, kam es zu keinen bedeutenden Abweichungen. Weiters wurden noch strömungsmechanische Effekte untersucht. Aufgrund der Anströmung einer scharfen Eintrittskante, gepaart mit einem sehr engen Spalt, kommt es zur Bildung eines Grenzschichtbereichs in den Dichtspalten. Diese Phänomene sind vermutlich der Hauptgrund für die Abweichungen des analytischen Berechnungsmodells. Um also ein noch genaueres Ergebnis aus den analytischen Berechnungsmodellen zu erhalten, müssten diese in das Modell eingearbeitet werden. Bei älteren Anlagen muss auch noch der Verschleiß in den Labyrinthspalten berücksichtigt werden.

Aufgrund der Strömungen in den Radseitenräumen entstehen auch Druckverteilungen auf das Turbinenlaufrad und demzufolge Spannungen. Da das zuvor angesprochene analytische

Berechnungsmodell auch den Druckverlauf auf die Turbine berechnet, wurden im Zuge einer Finite-Elemente-Berechnung die Auswirkungen auf die Turbine untersucht. Um die berechneten Ergebnisse zu validieren, wurden im Zuge der Anlagenmessung Dehnmessstreifen an einer Turbinenschaufel angebracht und im Zuge der Arbeit ausgewertet. Da die in der Finite Elemente Berechnung verwendeten Drücke auf die Turbinenschaufel im Zuge einer instationären CFD-Berechnung ermittelt wurden, bilden diese nur einen kurzen Zustand der vorkommenden Drücke ab und es kommt dadurch zu Abweichungen von den Ergebnissen der FEM-Berechnung zu den Ergebnissen der Anlagenmessung.

## Abbildungsverzeichnis

1	Einsatzbereiche verschiedener Turbinentypen [2] . . . . .	1
2	Aufbau einer Francisturbine [4] . . . . .	2
3	Einteilung der Laststufen . . . . .	3
4	Radseitenräume mit Labyrinthdichtungen . . . . .	6
5	Geometrie des Radseitenraums an der Laufradnabe [11] . . . . .	8
6	Geometrie des Radseitenraums am Laufradkranz [11] . . . . .	8
7	Übersicht der installierten Sensoren [10] . . . . .	10
8	Zur Berechnung verwendeter Bereich einer Laststufe . . . . .	12
9	Prandtlsches Staurohr [9] . . . . .	13
10	Berechnung von $H_{netto}$ . . . . .	15
11	Interpolationsschritte . . . . .	16
12	Muscheldiagramm der Anlage mit relativem Wirkungsgrad, bezogen auf den Maximalwert . . . . .	17
13	Vom Fluid durchströmte Fläche $A_{TE}$ . . . . .	18
14	Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradeintritt . . . . .	19
15	Ergebnisse der Sensitivitätsstudie, der Verlustströmung im Radseitenraum nabenseitig . . . . .	22
16	Verluststrom $q'_N$ im Radseitenraum an der Laufradnabe . . . . .	23
17	Schwingweg der Welle relativ zum Turbinenlager in x-Richtung (grün) und y-Richtung (grau) in $\mu m$ [10] . . . . .	24
18	Empfohlene Beurteilungsbereiche für den Spitze-Spitze-Wert des Schwingwegs in der Messrichtung, gültig für hydraulische Maschinen und Maschinensätze bei Betrieb als Turbine innerhalb des vertragsgemäß zulässigen Bereichs des stationären Durchflusses mit X: höchste Betriebsdrehzahl der Welle in $min^{-1}$ und Y: Spitze-Spitze Wert des relativen Schwingwegs der Welle in $\mu m$ [1] . . . . .	26
19	Dichtspaltnessung . . . . .	27
20	Orbitdarstellung bei Laststufe 7 . . . . .	28
21	Orbitdarstellung bei Referenzstufe . . . . .	29
22	Strömungsentwicklung in schlanken Kanälen konstanten Querschnittes grau unterlegt: drehungsbehaftete und u.U. turbulente Strömung (Vernachlässigung des laminaren Anlaufbereiches einer turbulenten Grenzschicht) [7] . . . . .	30
23	Strömung im ebenen Spalt [8] . . . . .	31
24	Druckunterschiede der Radseitenräume . . . . .	32
25	Verlustströme $q'$ in den Radseitenräumen . . . . .	33
26	Gesamter Verluststrom $q'$ . . . . .	34
27	Systematik zur Kategorisierung von Verlusten in der Maschine [2] . . . . .	35
28	Verlustströmungen im Radseitenraum . . . . .	36
29	Messaufbau zur Ermittlung der Wellenverdrillung am oberen Wellenende im Bereich des Generatorlagers . . . . .	38
30	Messaufbau zur Ermittlung der Wellenverdrillung am unteren Wellenende im Bereich des Turbinenlagers . . . . .	38
31	Verlauf der mechanischen Leistung . . . . .	39
32	Verwendetes Koordinatensystem im Berechnungsmodell [11] . . . . .	45
33	Sensitivitätsstudie des Druckverlaufs an der Laufradnabe in z-Richtung . . . . .	45
34	Sensitivitätsstudie des Druckverlaufs an der Laufradnabe in x-Richtung . . . . .	46
35	Sensitivitätsstudie des Druckverlaufs am Laufradkranz in z-Richtung . . . . .	46

36	Zur Berechnung verwendeter Druckverlauf an der Laufradnabe in $z$ -Richtung . . .	47
37	Zur Berechnung verwendeter Druckverlauf an der Laufradnabe in $x$ -Richtung . . .	48
38	Zur Berechnung verwendeter Druckverlauf am Laufradkranz in $z$ -Richtung . . .	48
39	Feste Einspannung am Übergang zur Turbinenwelle . . . . .	49
40	statischer Druck am Nabenhohlraum des Laufrads . . . . .	50
41	Druck der Strömung an der Laufradnabe . . . . .	50
42	Druck der Strömung am Laufradkranz . . . . .	51
43	Druck der Strömung an der Laufradschaufel . . . . .	51
44	DMS Positionen am FEM Modell . . . . .	52
45	DMS Anbringung zur Messung an der Laufradschaufel . . . . .	52
46	Netz am FEM-Modell . . . . .	53
47	Netzverfeinerung rund um die DMS . . . . .	53
48	Ergebnisse der FEM-Berechnung . . . . .	56
49	Ergebnisse der FEM-Berechnung am DMS S2 . . . . .	57
50	Ergebnisse der FEM-Berechnung aller DMS an der Eintrittskante . . . . .	58

## Literatur

- [1] DIN ISO 7919-5:2005, *Mechanische Schwingungen - Bewertung der Schwingungen von Maschinen durch Messung an rotierenden Wellen - Teil 5: Maschinensätze in Wasserkraft- und Pumpenanlagen.*
- [2] C. Bauer. *VORLESUNGSSKRIPTUM Hydraulische Maschinen und Anlagen I & II.* TU Wien - Institut für Energietechnik und Thermodynamik - E302, 2016.
- [3] Ib Celik, U Ghia, Pj Roache, and CJ Freitas. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in cfd applications. *Journal Of Fluids Engineering-Transactions Of The Asme*, 130(7), 2008.
- [4] Valentin Crastan. *Kreiselpumpen, Handbuch für Entwicklung, Anlagenplanung und Betrieb.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [5] O Gaßner, E und Buxbaum. *Ausfallsichere Bemessung von Laufrädern für Wasserkraftmaschinen aus rostfreiem Stahlguss unter Berücksichtigung von Korrosion und Gefügestand, Abschlussbericht zum Gemeinschaftsprogramm Stahlguss.* Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit Darmstadt, 1983.
- [6] Johann F. Gülich. *Elektrische Energieversorgung 2 - Energiewirtschaft und Klimaschutz, Elektrizitätswirtschaft, Liberalisierung, Kraftwerktechnik und alternative Stromversorgung, chemische Energiespeicherung.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [7] Heinz Herwig. *Strömungsmechanik, Einführung in die Physik von technischen Strömungen.* Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, 2008.
- [8] Wolfgang Kümmel. *Technische Strömungsmechanik, Theorie und Praxis.* B.G. Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, 2007.
- [9] Hendrik Kuhlmann. *Strömungsmechanik, Eine kompakte Einführung für Physiker und Ingenieure.* Pearson Deutschland, 2014.
- [10] Klaus Mühlbacher. *Auswertung und Analyse von Messdaten einer Francis-Turbine.* TU Wien - Institut für Energietechnik und Thermodynamik - E302, 2019.
- [11] Christoph Paulitsch. *Berechnung der Druckverteilung im Radseitenraum einer Francis-Turbine.* TU Wien - Institut für Energietechnik und Thermodynamik - E302, 2019.
- [12] Michael Wachauer. *Die Strömung im Radseitenraum radialer hydraulischer Strömungsmaschinen.* TU Wien - Institut für Energietechnik und Thermodynamik - E302n, 2014.