



DIPLOMARBEIT

Thermo-visko-elastische Simulationen von Metallpartikel-verstärkten Polymeren

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines

Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing. oder DI)

eingereicht an der Technischen Universität Wien,
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Andreas Juen BSc

Matr.Nr.: 1228920

Balzerlen 142, 6571 Strengen, Österreich

unter der Leitung von

Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Pettermann

Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik

Technische Universität Wien

Karlsplatz 13, 1040 Wien, Österreich

begutachtet von

Heinz Pettermann

ILSB, E317



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde. Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/ einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der von den Begutachterinnen/Begutachtern beurteilten Arbeit überein.

Wien, Oktober 2020

.....

Andreas Juen



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Danksagung

In erster Linie möchte ich Herrn Prof. Dr. Pettermann für die kompetente und zuverlässige Betreuung bei meiner Diplomarbeit danken. Das konstruktive Feedback und die anregende Hilfestellung haben mich ausschlaggebend und bestmöglich bei der Erstellung meiner Diplomarbeit unterstützt.

Darüber hinaus gilt ein großer Dank meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, die mich während meines Studiums unaufhörlich unterstützt und mich gefördert haben. Ohne das Zutun meiner Eltern wäre die Absolvierung meines Diplomstudiums nicht auf diesem Weg möglich gewesen.

Ebenso möchte ich meiner Partnerin für die jahrelange, unermüdliche Unterstützung danken. Sie hat mir stets Mut zugesprochen und mich in meinem Tun bestärkt.

Zuletzt möchte ich meine Studienkollegen erwähnen, mit denen ich zahlreiche Stunden an produktivem Lernen verbringen durfte. Durch gemeinsame, konstruktive Diskussionen konnten wir uns gegenseitig mit Wissen bereichern.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Abstract

In engineering the understanding of material behavior is of great importance for the optimal usage of materials. Occurring load cases on components lead to different behavior of the material. In addition to experimental investigations, numerical methods, such as the finite element analysis (FEM), are used to expand the understanding of material behavior.

The aim of this master thesis is the investigation of the viscoelastic creep and relaxation behavior of a selected composite material with elliptical metal particles under different load cases and temperature loads. Therefore a finite element analysis was carried out on a specially developed model by using the FEM solver ABAQUS Standard 2017. The thermal expansion of the modeled composite was examined under various thermal loads in order to clarify the influence of the heating rate on the thermal expansion coefficient.

For the creep and relaxation modulus, the expected result was shown by the decrease of the values from short to long-term modulus, what is attributed to the viscoelastic material behavior of the selected composite. Due to the elliptical shape of the silver particle, the creep and relaxation modulus are higher in the x-direction than in the y-direction. Ultimately, the different heating rates showed a slight influence on the thermal expansion coefficient.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Kurzfassung

In der Ingenieurwissenschaft ist das Verständnis des Materialverhaltens von Werkstoffen für deren optimalen Einsatz von großer Bedeutung. Auftretende Belastungsfälle an Bauteilen führen zu unterschiedlichem Verhalten des Materials. Neben experimentellen Untersuchungen finden numerische Methoden, wie die Finite Elemente Analyse (FEM), Anwendung, um das Verständnis von Materialverhalten zu erweitern.

Das Ziel dieser Diplomarbeit ist die Untersuchung des viskoelastischen Kriech- und Relaxationsverhaltens eines ausgewählten Verbundwerkstoffes mit elliptischem Metallpartikel unter verschiedenen Lastfällen und Temperaturbelastungen. Folglich wurde an einem eigens entwickelten Modell eine Finite Elemente Analyse mit Hilfe des FEM-Solvers ABAQUS Standard 2017 durchgeführt. Dabei wurde die Wärmeausdehnung des modellierten Verbundes unter verschiedenen thermischen Belastungen untersucht, um den Einfluss der Heizrate auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten zu klären.

Für den Kriech- und Relaxationsmodul zeigte sich das erwartete Ergebnis, dass die Werte von Kurz- auf Langzeitmodul abnehmen, was auf das viskoelastische Materialverhalten des ausgewählten Verbundes zurückzuführen ist. Auf Grund der elliptischen Form des Silberpartikels liegen Kriech- und Relaxationsmodul in x-Richtung höher als in y-Richtung. Schlussendlich ließ sich ein geringer Einfluss der unterschiedlichen Heizraten auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten feststellen.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	I
Kurzfassung	III
1 Einführung	1
1.1 Einleitung	1
1.1.1 Einführung in die lineare Visokoelastizität	2
1.1.2 Motivation	3
1.2 Methodik und Ziele der vorliegenden Arbeit	4
2 Visokoelastizität	7
2.1 Einführung in die Visokoelastizität	7
2.2 Kriechen und Relaxation	9
2.2.1 Kriechen	9
2.2.2 Relaxation	10
2.3 Temperaturänderung	11
2.3.1 Wärmeausdehnung	11
2.3.2 Wärmeausdehnungskoeffizient	13
2.4 Kriech- und Relaxationsfunktionen	14
2.4.1 Exponentialfunktionen	14
2.4.2 Rheologische Modelle	14
3 Modellierung	19
3.1 Entwurf der Einheitszelle	19
3.2 Vernetzung	22
3.3 Materialparameter	23
3.4 Randbedingungen	25
3.5 Lastfälle	27
3.5.1 Kriechen	27
3.5.2 Relaxation	29
3.5.3 Temperatursprung	30
3.5.4 Aufheizprofil mit konstanter Heizrate	31

4	Auswertung der Ergebnisse	33
4.1	Rein elastische Einheitszelle	33
4.2	Rein elastische Einheitszelle eines Verbundwerkstoffes	37
4.3	Einheitszelle eines Verbundwerkstoffes mit viskoelastischer Matrix	39
4.3.1	Relaxation	39
4.3.2	Kriechen	41
4.3.3	Temperatursprung	43
4.3.4	Aufheizprofil mit konstanten Heizraten	44
4.4	Diskussion der Ergebnisse	52
4.4.1	Relaxation	52
4.4.2	Kriechen	52
4.4.3	Temperatursprung	53
4.4.4	Aufheizprofil mit konstanten Heizraten	53
5	Zusammenfassung und Ausblick	57
5.1	Zusammenfassung der Ergebnisse	57
5.2	Ausblick	58
	Literaturverzeichnis	59

Kapitel 1

Einführung

1.1 Einleitung

Partikelverstärkte Polymere sind eine Untergruppe der Verbundwerkstoffe. Als Verbundwerkstoff wird ein Material bezeichnet, das aus zwei oder mehreren, verschiedenen Werkstoffen besteht. Durch die Fusion der Werkstoffe und der damit verbundenen Kombination von Eigenschaften entsteht ein Material mit neuen Merkmalen. Die erhaltenen Eigenschaften können lediglich durch die Kombination der Werkstoffe erzielt werden. [1] Grundsätzlich sind Verbundwerkstoffe aus einer kontinuierlichen Phase, der Matrix, und einer Verstärkungsphase, den Fasern oder Partikeln, aufgebaut. [2]

Die Abbildung 1.1 zeigt die verschiedenen Aufbaumöglichkeiten von Verbundwerkstoffen. Die blau gekennzeichneten Begriffe in der Abbildung stellen die Schwerpunkte der vorliegenden Arbeit dar.

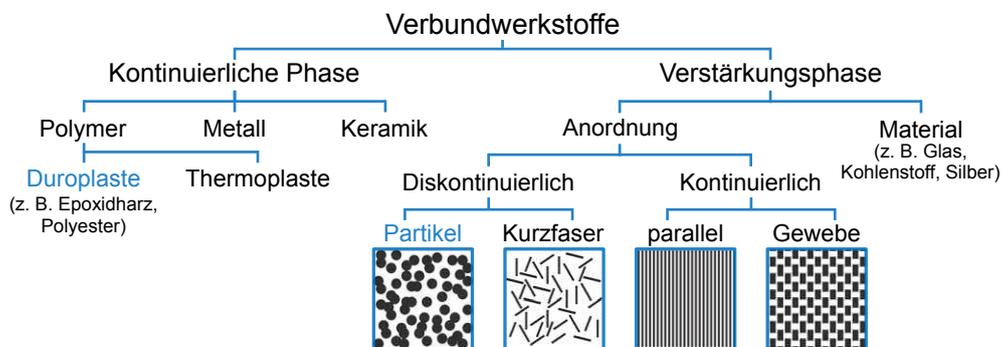


Abbildung 1.1. Übersicht von Verbundwerkstoffen [3]

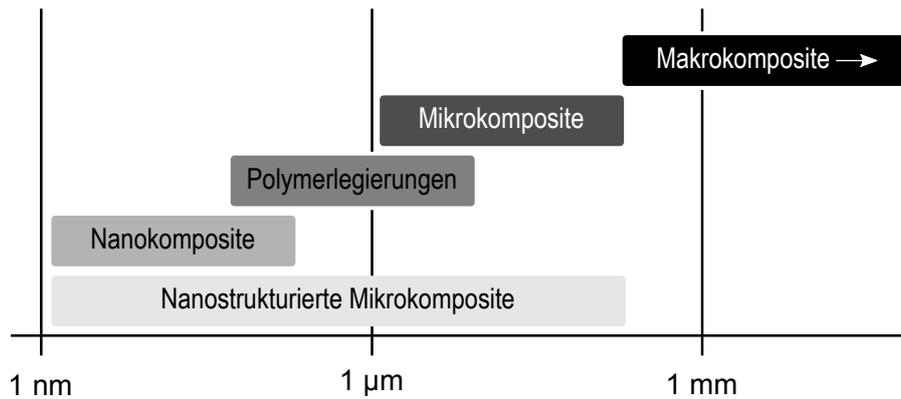


Abbildung 1.2. Einteilung von Verbundwerkstoffen nach der Partikelgröße [4]

Eine weitere Einteilung der Verbundwerkstoffe kann nach der Größe der Füller- und Verstärkungspartikel erfolgen, siehe Abbildung 1.2.

Bei dem zu untersuchenden Verbund handelt es sich um einen elektrisch leitfähigen Kleber, der vor allem in der Fertigung von Photovoltaikanlagen zum Einsatz kommt. Bestandteile dieses Klebstoffes sind Silberpartikel, welche in einer Matrix aus Epoxidharz eingebettet sind. Neben Silber finden auch Gold, Nickel, Kupfer und Kohlenstoffe in Plättchen- bzw. Flockenform (*Flakes*) Anwendung. Durch den Zusatz dieser Metallpartikel kann der elektrische Widerstand der ungefüllten Polymere, welcher im Bereich von $10^{12} - 10^{15} \Omega cm$ liegt, auf einen Wert von $10^{-3} - 10^{-4} \Omega cm$ reduziert werden. [5]

1.1.1 Einführung in die lineare Viskoelastizität

Zur Charakterisierung von Polymeren wird die Theorie der linearen Viskoelastizität verwendet. Seit vielen Jahren dient sie als etablierte Theorie für die mathematische Beschreibung des Materialverhaltens von Polymeren. [6]

Die Verformung polymerer Werkstoffe setzt sich aus einem zeitunabhängigen, elastischen Anteil, sowie einem viskosen Anteil, der eine zeitliche Abhängigkeit aufweist, zusammen. Mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes sowie durch die Beschreibung einer idealen Newton'schen Flüssigkeit lässt sich die resultierende, mechanische Spannung definieren. [7] Bei einem Werkstoff mit rein elastischem Materialverhalten besteht, wie beispielsweise bei einem Zugversuch, ein eindeu-

tiger Zusammenhang zwischen vorhandener Spannung und Dehnung. Genauer formuliert, stellt sich die dazugehörige Dehnung bei einer Belastung des Werkstoffes unmittelbar und somit zeitunabhängig ein. Dieses Materialverhalten wird durch das Hooke'sche Gesetz veranschaulicht. [8]

Das rein elastische Materialverhalten reicht jedoch nicht für die Beschreibung aller Werkstoffe. Bei Polymeren beispielsweise oder bei Metallen in hohen Temperaturzuständen, stellt sich unter konstanter Spannung, keine konstante Dehnung ein. Die Dehnung ist somit von der Zeit abhängig. Es zeigt sich keine eindeutige Korrelation zwischen Spannung und Dehnung. Da diese Werkstoffe nicht nur die Eigenschaften eines elastischen Festkörpers, sondern auch das Verhalten einer viskosen Flüssigkeit besitzen, werden sie als viskoelastisch bezeichnet. [8]

In der Realität weisen Werkstoffe elastische, plastische sowie viskose Eigenschaften auf. Je nach vorhandenen Rahmenbedingungen treten unterschiedliche Eigenschaften in den Vordergrund. Viskoelastisches Verhalten ist beispielsweise deutlich temperaturabhängig. [8]

Die Darstellung des viskoelastischen Verhaltens kann entweder über der Zeit oder der Frequenz erfolgen. [9] In der vorliegenden Arbeit werden die Untersuchungen lediglich im Zeitbereich durchgeführt.

1.1.2 Motivation

Werkstoffe mit einem zeitabhängigen Effekt als Antwort auf eine Belastung werden als viskoelastisch bezeichnet [10].

Da Polymere ein solches viskoelastisches Verhalten besitzen [11] und somit keine elastischen Festkörper sind [12], ist das Verständnis für Viskoelastizität im Hinblick auf Verbundwerkstoffe mit einer Polymermatrix unumgänglich. Werden Spannungen in Polymeren durch eine konstant gegebene Dehnung erzeugt, relaxieren diese mit zunehmender Zeit. [12]

Spannungs- und Dehnungskurven von viskoelastischen Materialien, also von Polymeren, unterscheiden sich deutlich von denen elastischer Festkörper. Vor allem bei Beanspruchungen über einen längeren Zeitraum können die viskosen Anteile nicht vernachlässigt werden. [13] Das Materialverhalten hängt von der

Art der Belastung, der Belastungszeit sowie der Temperatur ab. An Bauteilen in der Realität kommt es zum Auftreten von verschiedenen Belastungsfällen, die ein unterschiedliches Verhalten des Materials zur Folge haben. Neben experimentellen Untersuchungen kommen in der Ingenieurwissenschaft auch numerische Methoden zum Einsatz, um das Materialverhalten besser verstehen zu können. Hierbei findet vor allem die Methode der Finite Elemente Analyse (FEM) Anwendung.

1.2 Methodik und Ziele der vorliegenden Arbeit

Um den Einsatz bei verschiedenen Lastfällen und Temperaturen sowie die Lebensdauer des zu untersuchenden, elektrisch leitfähigen Klebers optimieren zu können, wird dessen Verhalten in der vorliegenden Arbeit untersucht. Als Verbund liegt ein Polymer, explizit ein Epoxidharz mit Silberpartikeln, vor. Das Epoxidharz gehört zur Gruppe der Duroplaste [14], es weist viskoelastisches Materialverhalten auf.

Es wird ein Modell entwickelt, an welchem mit Hilfe des FEM-Solvers *ABAQUS Standard 2017* (Dassault Systems Corp.) sämtliche Berechnungen und Analysen durchgeführt werden. Hier sei erwähnt, dass das Modell lediglich eine Näherung darstellt, da einige Effekte in der Realität im Modell nicht berücksichtigt werden können. Aus diesem Grund werden in der vorliegenden Arbeit diverse Annahmen getroffen, die im Kapitel 3 unter Modellierung vollständig erläutert sind.

Ziele der vorliegenden Arbeit sind, Analysen am modellierten Verbund ohne Einwirkung einer Temperaturbelastung durchzuführen und schlussendlich das Kriech- und Relaxationsverhalten zu untersuchen. Des Weiteren werden Untersuchungen der Wärmeausdehnung bei einem Temperatursprung und verschiedenen Heizraten durchgeführt. Aufgrund des viskoelastischen Materialverhaltens stellen sich unterschiedliche, thermische Dehnungen bei den verschiedenen Heizraten ein. Es soll der Einfluss der Heizrate auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten geklärt werden, insbesondere, ob dieser bei der experimentellen

Ermittlung eine Auswirkung auf das Ergebnis hat. Folglich soll die vorliegende Arbeit eine Basis für zukünftige Untersuchungen bezüglich des optimierten Einsatzes des Klebers bieten.

Kapitel 2

Viskoelastizität

Das Verständnis für Viskoelastizität ist unumgänglich, um die Vielfältigkeit der Anwendungen in den diversen Bereichen realisieren zu können. Viskoelastizität ist beispielsweise für die Entwicklung von Kopfhörern, Dichtungen und Computerfestplatten sowie in Bereichen der medizinischen Diagnostik und Reifenentwicklung von Bedeutung. [9] Deshalb wird in den folgenden Kapiteln auf das Thema Viskoelastizität genauer eingegangen, wobei der Fokus in der vorliegenden Arbeit auf viskoelastischen Feststoffen liegt.

2.1 Einführung in die Viskoelastizität

Feste Materialien werden oftmals mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes beschrieben, vor allem im Falle von kleinen Dehnungen. Die Spannung σ ist demnach proportional zur Dehnung ε . Für den eindimensionalen Fall lautet das Hooke'sche Gesetz [9]

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2.1)$$

E bezeichnet den E-Modul des Materials. Für elastische Materialien kann das Hooke'sche Gesetz mit der elastischen Nachgiebigkeit J , wie folgt formuliert werden: [9]

$$\varepsilon = J \cdot \sigma. \quad (2.2)$$

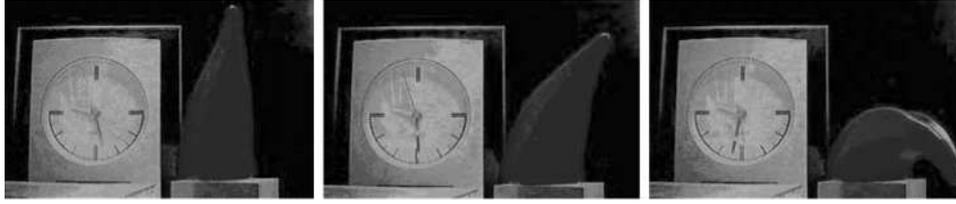


Abbildung 2.1. Verhalten einer viskoelastischen Pyramide mit zunehmender Zeit [9]

Die elastische Nachgiebigkeit J entspricht der Inversen des E-Moduls E :

$$J = \frac{1}{E} . \quad (2.3)$$

Im Gegensatz zu elastischen Materialien folgt für viskose Flüssigkeiten unter Scherbeanspruchung die Spannung zu

$$\sigma = \eta \cdot \frac{d\epsilon}{dt} , \quad (2.4)$$

wobei mit η die Viskosität und mit t die Zeit bezeichnet wird. In der Realität weichen alle Materialien vom Hooke'schen Gesetz ab. Bei viskoelastischen Materialien hängt die Beziehung zwischen Spannung und Dehnung von der Zeit ab. Ein Beispiel hierfür zeigt die Abbildung 2.1. [9]

Einige Erscheinungen, die bei viskoelastischen Materialien auftreten, sind [9]:

1. Kriechen: Tritt bei konstanter Spannung auf und bewirkt, dass die Dehnung mit der Zeit zunimmt.
2. Relaxation: Tritt bei konstanter Dehnung auf und bewirkt, dass die Spannung mit der Zeit abnimmt.
3. Die effektive Steifigkeit hängt von den Belastungen und der Vorgeschichte ab.
4. Bei zyklischer Belastung tritt Hysterese auf, was zu einem Verlust von mechanischer Energie führt.
5. Schallwellen werden gedämpft.
6. Der Rückstoß eines Objekts nach seinem Aufprall beträgt weniger als 100%.
7. Während des Rollens tritt Reibung auf.

Diese Arbeit beschäftigt sich vorwiegend mit den ersten beiden Aspekten.

2.2 Kriechen und Relaxation

2.2.1 Kriechen

Unter Kriechen versteht man eine fortschreitende Dehnung des Materials unter konstanter Spannung. Im eindimensionalen Fall wird angenommen, dass die Spannung von der Zeit und der Sprungfunktion mit der Größenordnung σ_0 abhängt: [9]

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \mathcal{H}(t). \quad (2.5)$$

Diese Funktion $\mathcal{H}(t)$ wird als Heaviside-Funktion bezeichnet: [15]

$$\mathcal{H}(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1/2 & \text{für } t = 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} . \quad (2.6)$$

Somit nimmt die Dehnung $\epsilon(t)$ eines viskoelastischen Materials mit zunehmender Zeit t zu.

Folglich ergibt sich die Kriechnachgiebigkeit (*creep compliance*) mit [9]

$$J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0} . \quad (2.7)$$

Die Abbildung 2.2 zeigt die Auswirkung eines solchen sprunghaften Anstieges der Spannung auf die Dehnung eines viskoelastischen Materials.

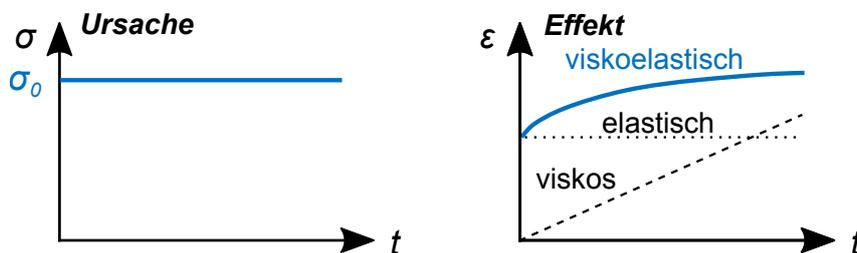


Abbildung 2.2. Abhängigkeit der Spannung σ und Dehnung ϵ von der Zeit t beim Kriechen

2.2.2 Relaxation

Relaxation tritt bei konstanter Dehnung auf und bezeichnet die Abnahme der vorhandenen Spannung mit der Zeit. Unter der Annahme, dass das Aufbringen der konstant gehaltenen Dehnung in Form eines Sprunges zum Zeitpunkt $t = 0$ s erfolgt, ergibt sich für die Dehnung, welche abhängig von der Zeit ist, die untenstehende Funktion: [9]

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \mathcal{H}(t). \quad (2.8)$$

Ein solcher sprunghafter Anstieg der Dehnung und dessen Effekt auf die Spannung eines viskoelastischen Materials ist in der Abbildung 2.3 dargestellt.

Demnach nimmt die Spannung $\sigma(t)$ in einem viskoelastischen Material mit der Zeit t ab.

Der Relaxationsmodul (*relaxation modulus*) $E(t)$ wird mit

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} \quad (2.9)$$

berechnet. [9]

Die Angabe der Module kann als Kurz- oder Langzeit-Modul erfolgen. Als Kurzzeit-Modul wird jener Modul bezeichnet, welcher für kurzzeitige Belastungen mit Zeiträumen, die Richtung Null gehen, verwendet wird. Für lange Belastungszeiträume, die sich Richtung unendlich bewegen, wird der Modul als Langzeit-Modul betitelt.

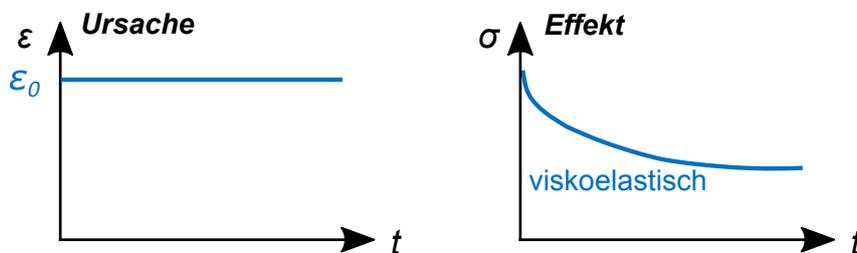


Abbildung 2.3. Abhängigkeit der Spannung σ und Dehnung ε von der Zeit t bei Relaxation

2.3 Temperaturänderung

2.3.1 Wärmeausdehnung

Unter der Annahme von kleinen Dehnungen kann in der Thermoelastizität und Thermoviskoelastizität die gesamte Dehnung $\varepsilon^{\text{tot}}(t)$ als Summe der viskoelastischen Dehnung $\varepsilon^{\text{ve}}(t)$ und der thermischen Dehnung $\varepsilon^{\text{th}}(t)$ beschrieben werden: [16]

$$\varepsilon^{\text{tot}}(t) = \varepsilon^{\text{ve}}(t) + \varepsilon^{\text{th}}(t). \quad (2.10)$$

Die thermische Dehnung kann, wie im Falle von Verbundwerkstoffen, von der Zeit abhängig sein. Sie wird auch als thermische Relaxation bezeichnet. Die zeitlich abhängige, thermische Ausdehnung ergibt sich mit

$$\varepsilon^{\text{th}} = \int_0^t \alpha(t-s) \dot{\vartheta}(s) ds, \quad (2.11)$$

wobei α den zeitlich abhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten und ϑ die Temperaturänderung bezogen auf einen spannungsfreien Ausgangszustand darstellt. [16] In der vorliegenden Arbeit wird ein unabhängiges Verhalten von der Temperatur angenommen. Für den zeitunabhängigen Fall, welcher sich durch die Integration der Gleichung (2.11) ergibt, folgt für die thermische Ausdehnung die folgende Beziehung: [16]

$$\varepsilon^{\text{th}}(t) = \alpha \cdot \vartheta(t). \quad (2.12)$$

In dieser Arbeit werden zwei Temperaturprofile, der Temperatursprung sowie ein Profil mit konstanter Heizrate, betrachtet. Die Temperatur bei Sprung wird mit Hilfe einer Heaviside-Funktion, wie bereits beim Kriechen und der Relaxation, beschrieben. Die Funktion der Temperatur, welche von der Zeit abhängig ist, ergibt sich mit

$$T(t) = T_0 \cdot \mathcal{H}(t). \quad (2.13)$$

In der Abbildung 2.4 ist der Verlauf über der Temperatur sowie der schematische Verlauf der thermischen Dehnung in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen. In dieser Abbildung zeigt sich ein ähnlicher Verlauf der Dehnung

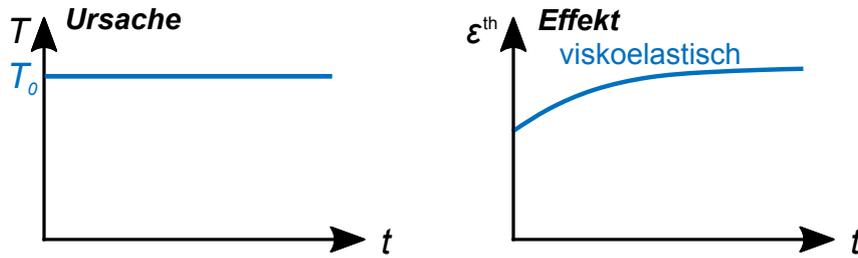


Abbildung 2.4. Abhängigkeit der Dehnung ε^{th} von der Zeit t

wie beim Kriechen. Neben dem Temperatursprung wird in dieser Arbeit das viskoelastische Verhalten bei konstanter Heizrate untersucht. Dafür wird eine Rampenfunktion, welche in der Abbildung 2.5 dargestellt ist, benötigt.

Das Temperaturprofil bei konstanter Heizrate ergibt sich mit Hilfe der Rampenfunktion $\mathcal{R}(t)$ laut untenstehender Gleichung:

$$T(t) = T_0 + \mathcal{R}(t). \quad (2.14)$$

Die Rampenfunktion $\mathcal{R}(t)$ ist mit

$$\mathcal{R}(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ c \cdot t & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{mit } c = \frac{T_{\text{Ende}} - T_0}{t_{\text{Ende}}} \quad (2.15)$$

definiert, wobei c als Heizrate bezeichnet wird. [15]

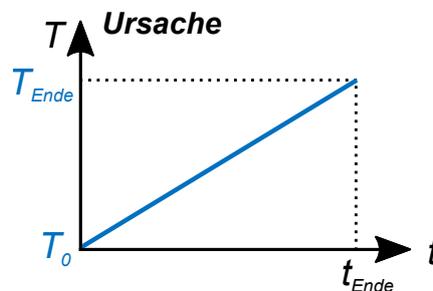


Abbildung 2.5. Temperaturprofil mit konstanter Heizrate

2.3.2 Wärmeausdehnungskoeffizient

Als Wärmeausdehnungskoeffizient wird ein Materialwert bezeichnet, welcher für strukturmechanische Berechnungen, vor allem in Zusammenhang mit Temperaturfeld-Berechnungen, benötigt wird. Wenn die lokale Temperatur T von der Referenztemperatur $T_{Ref.}$ abweicht, entsteht durch den Wärmeausdehnungskoeffizienten eine thermisch induzierte Dehnung. [17]

Dies hat zur Folge, dass sich das Material beim Erwärmen ausdehnt, wenn es nicht behindert wird.

Für den zeitunabhängigen Fall können der differentielle Wärmeausdehnungskoeffizient α_{TA} und der mittlere Wärmeausdehnungskoeffizient α_{SE} , wie in der DIN 51045-1, angegeben werden:

$$\alpha_{TA} = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\partial l}{\partial T} \quad \text{und} \quad (2.16)$$

$$\alpha_{SE} = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T} . \quad (2.17)$$

Der Differenzenquotient, welcher auch als Sekanten-Wärmeausdehnungskoeffizient α_{SE} bezeichnet wird, sowie der Differentialquotient, welcher auch als Tangenten-Wärmeausdehnungskoeffizient α_{TA} bezeichnet wird, sind für den zeitunabhängigen Fall in der Abbildung 2.6 dargestellt. [17]

Für den zeitabhängigen Fall wird der Differenzenquotient α_{SE} in dieser Arbeit

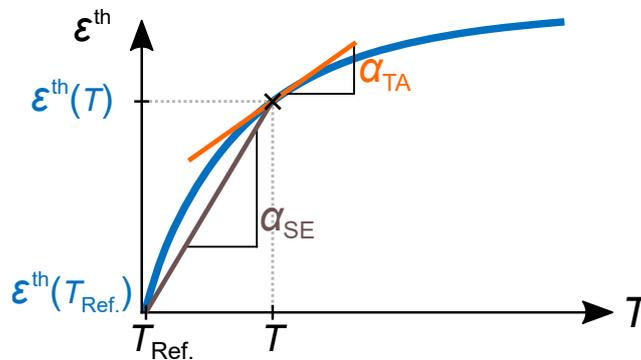


Abbildung 2.6. Definition des Sekanten- und Tangentenmoduls des Wärmeausdehnungskoeffizienten

mit

$$\alpha(t) = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{l(t) - l_0}{T(t) - T_0} = \frac{\Delta\varepsilon_{\text{TH}}(t)}{\Delta T(t)} \quad \text{für } T(t) > T_0 \quad (2.18)$$

definiert, wobei mit T_0 die Referenztemperatur bezeichnet wird.

2.4 Kriech- und Relaxationsfunktionen

2.4.1 Exponentialfunktionen

Exponentialfunktionen gehören zu den einfachsten Antwortfunktionen.

Für den Fall der Relaxation ergibt sich

$$E(t) = E_0 \cdot e^{-t/\tau_r}, \quad (2.19)$$

wobei mit τ_r die sogenannte Relaxationszeit oder auch *relaxation time* bezeichnet wird.

Das Kriechen kann entsprechend der folgenden Beziehung beschrieben werden:

$$J(t) = J_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau_c}). \quad (2.20)$$

Die Zeitkonstante τ_c stellt ein Maß für die Dauer des Kriechvorganges dar und wird als Retardationszeit oder auch als *creep* beziehungsweise *retardation time* bezeichnet. [6] [8] [9]

Diese exponentiellen Antwortfunktionen entstehen durch einfache, mechanische Modelle. [9]

2.4.2 Rheologische Modelle

In diesem Abschnitt wird ein Überblick über die rheologischen Modelle, die zur Beschreibung von viskoelastischem Verhalten verwendet werden, gegeben.

Die Grundmodelle werden aus Feder- und Dämpferelementen aufgebaut. Durch die geeignete Kombination von Federn und Dämpfern, kann ein Modell, welches elastische und viskose Eigenschaften besitzt, beschrieben werden. Die Mo-

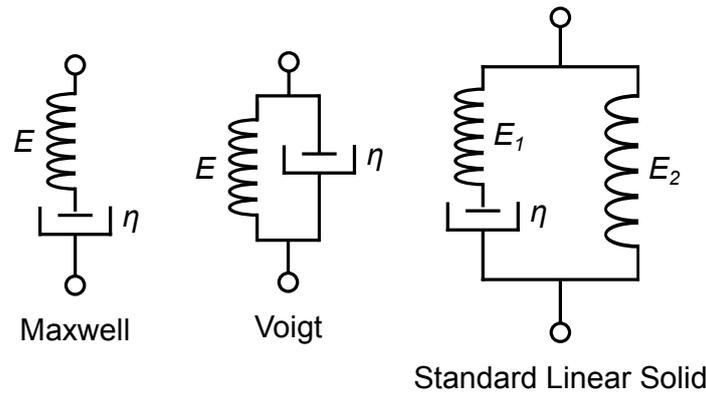


Abbildung 2.7. Übersicht der verschiedenen Feder-Dämpfer-Modelle [9]

delle eignen sich besonders zur qualitativen Beschreibung des viskoelastischen Phänomens. [8] Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf den linearen Zusammenhang zwischen Kraft- und Deformationsgrößen, der sogenannten linearen Viskoelastizität.

Die Federn werden als rein elastisch und die Dämpfer als perfekt viskos betrachtet. Untenstehende Gleichungen zeigen, welchen Gesetzen die Federn und Dämpfer folgen: [9]

$$\sigma_F = E \cdot \varepsilon_F \quad \sigma_D = \eta \frac{d\varepsilon_D}{dt}. \quad (2.21)$$

Die Abbildung 2.7 gibt einen kurzen Überblick über die verwendeten Modelle zur Beschreibung des linear viskoelastischen Verhaltens.

Durch die serielle Verschaltung des Feder- und Dämpferelements wird das sogenannte Maxwell-Modell erhalten. Die Verformung wird als quasistatisch angenommen, wobei dieselbe Kraft beziehungsweise Spannung auf beide Elemente wirkt. Die Gesamtdehnung setzt sich mit

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_c}{dt} + \frac{d\varepsilon_D}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.22)$$

zusammen.

Wird dieses Modell mit einer sprunghaften Dehnung beaufschlagt, ergibt sich die Relaxationsfunktion

$$E(t) = E_0 \cdot e^{-t/\tau_r} \quad \text{mit } \tau_r = \frac{\eta}{E}, \quad (2.23)$$

wobei mit τ_r die Relaxationszeit bezeichnet wird. [9] Bewegt sich die Zeit Richtung unendlich, gilt für die Relaxationsfunktion die folgende Gleichung:

$$E(t \rightarrow \infty) = 0. \quad (2.24)$$

Wird das Modell durch eine sprungförmige Kraft oder Spannung belastet, kommt es zum Kriechen und es ergibt sich folgende Funktion: [9]

$$J(t) = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}. \quad (2.25)$$

Dieses Modell ist zur Beschreibung des primären Kriechens nicht geeignet. [9]

Werden Feder- und Dämpferelemente parallel geschaltet, ergibt sich das Voigt- oder Kelvin-Modell. Aufgrund der Parallelschaltung von Feder und Dämpfer, erfahren beide dieselbe Deformation beziehungsweise Dehnung. Somit ergibt sich für die gesamte Spannung [9]

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (2.26)$$

Beim Voigt-Modell ergibt sich für den Zeitpunkt $t = 0$ s der folgende Zusammenhang für die Relaxationsfunktion:

$$E(t = 0) = \infty. \quad (2.27)$$

Die Kriechfunktion lässt sich durch

$$J(t) = \frac{1}{E}(1 - e^{-t/\tau_c}) \quad \text{mit } \tau_c = \frac{\eta}{E} \quad (2.28)$$

beschreiben. [9]

Das letzte der drei Modelle, welches in dieser Arbeit behandelt wird, ist das Dreiparameter-Modell. Dieses wird ebenso als *Standard Linear Solid* bezeichnet. Wie in der Abbildung 2.7 dargestellt, besteht dieses Modell auf der linken Seite aus einem Maxwell-Modell, welches mit einem Federelement parallel geschaltet wird. [9] Mit Hilfe dieses Modells kann ein realistisches Verhalten beim

Kriechen sowie beim Relaxieren abgebildet werden. [18] Für die linke Seite des Dreiparameter-Modells kann die folgende Gleichung

$$E_1 \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\sigma_1}{dt} + \frac{\sigma_1}{\tau} \quad \text{mit } \tau = \frac{\eta}{E_1} \quad (2.29)$$

angegeben werden.

Für die rechte Seite gilt $\sigma_2 = E_2 \cdot \varepsilon$, was wie folgt formuliert werden kann: [9]

$$E_2 \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\sigma_2}{dt}. \quad (2.30)$$

Setzt man die gesamte Belastung aus den Einzelbelastungen in Form der Spannungen zusammen und eliminiert die individuellen Spannungen, ergibt sich für dieses Modell

$$\frac{d\varepsilon}{dt}(E_1 + E_2) + \frac{\varepsilon \cdot E_2}{\tau} = \frac{\sigma}{\tau} + \frac{d\sigma}{dt}. \quad (2.31)$$

Nach einer Laplace-Transformation und der Rücktransformation, ergibt sich die Relaxationsfunktion wie folgt: [9]

$$E(t) = E_2 + E_1 \cdot e^{-t/\tau_r}. \quad (2.32)$$

Die Kriechfunktion für das Dreiparameter-Modell lautet [9]

$$J(t) = \frac{1}{E_2} - \frac{E_1}{E_2(E_1 + E_2)} e^{-t/\tau_c}. \quad (2.33)$$

Die Antwortfunktion einer linearen Differentialgleichung der Ordnung n kann als eine Summe von n Exponentialfunktionen formuliert werden: [18]

$$E(t) = \sum_{n=0}^N \lambda_n \cdot e^{-t/\tau_n}. \quad (2.34)$$

Diese Summe wird als Prony-Serie bezeichnet, wobei λ_n einen Koeffizienten zur Gewichtung der Funktion darstellt. [9] Das Modell, welches somit realisiert werden kann, ist in der Abbildung 2.8 dargestellt. Die Prony-Terme lassen sich direkt aus den Feder- und Dämpferparametern ableiten. Das viskoelastische Materialverhalten wird in der vorliegenden Arbeit mittels diesen

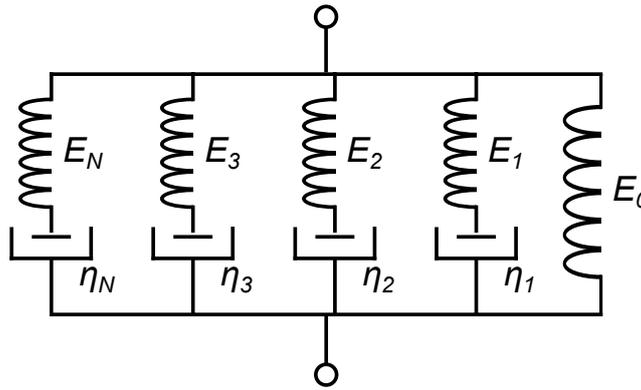


Abbildung 2.8. Verallgemeinertes Modell [9]

Prony-Termen realisiert.

Die oben beschriebenen rheologischen Modelle gelten für einachsige Beanspruchungen. Für den Fall, dass mehrachsige Zustände beschrieben werden sollen, müssen diese Modelle erweitert werden.

Kapitel 3

Modellierung

Die Finite Elemente Analyse (FEM) ist eine numerische Methode, die häufig für die Untersuchung von diskreten Mikrogeometrien Anwendung findet. [19]

Dabei liegt die primäre Herausforderung bei der Modellierung inhomogener Materialien in der Auswahl und Erstellung geeigneter Elementarzellen sowie in der Wahl der entsprechenden Randbedingungen. Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich durch den Konflikt zwischen der detaillierten Darstellung und der zur Verfügung stehenden Rechenressourcen. [19]

Im folgenden Kapitel wird auf diese Herausforderungen genauer eingegangen.

3.1 Entwurf der Einheitszelle

Bei der Modellbildung werden Annahmen getätigt, wodurch eine Annäherung des Modells an die Realität gewährleistet wird. Im folgenden Abschnitt werden vorerst diese Annahmen erläutert, im Anschluss wird auf die entwickelte Einheitszelle genauer eingegangen.

Erstens handelt es sich um eine ebene Zelle mit regelmäßiger Verteilung der Partikel in der Matrix. Dies ist in der Realität nicht der Fall, da sich die Partikel in der eigentlichen 3D-Zelle, abhängig vom Fertigungsprozess, willkürlich in der Matrix verteilen. Des Weiteren wird angenommen, dass alle Partikel vollständig von der Matrix umschlossen sind, wohingegen sie sich in der Reali-

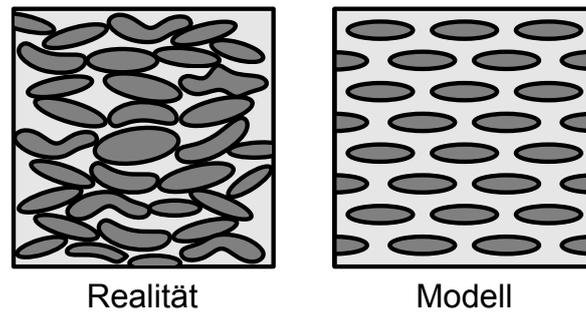


Abbildung 3.1. *Vergleich von Realität und Modell*

tät untereinander berühren. Die nächste Annahme betrifft die Tatsache, dass alle Partikel dieselbe Größe besitzen, wobei sie sich in der Realität, auf Grund des Herstellungsverfahrens, statisch über einen Größenbereich verteilen. Zuletzt wird angenommen, dass die Partikel ellipsenförmig sind. Die Abbildung 3.1 zeigt den schematischen Vergleich zwischen Realität und Modell.

Sämtliche Annahmen bezüglich der Wahl der Materialien finden sich im späteren Unterkapitel 3.3.

Da die Untersuchungen nicht am gesamten Verbund, sondern an einer Einheitszelle durchgeführt werden, muss eine geeignete Zelle gewählt werden. Die beiden Arten von Einheitszellen, die zur Wahl stehen, sind in der Abbildung 3.2 dargestellt.

Die gewählte Einheitszelle ist in der Abbildung 3.2 rechts abgebildet. Der Grund für die Wahl dieser Einheitszelle liegt darin, dass verschiedene Verbundaufbauten realisiert werden können, wie in der Abbildung 3.3 gezeigt wird. Für den rechten Verbundaufbau werden kompliziertere Randbedingungen benötigt. Des Weiteren hat sich, im Vergleich mit der Variante der Einheitszelle in der Abbildung 3.2 links, gezeigt, dass aufgrund der begrenzten Knotenanzahl der *ABAQUS Studentenlizenz*, die gewünschte Feinheit des Netzes nur schwer rea-

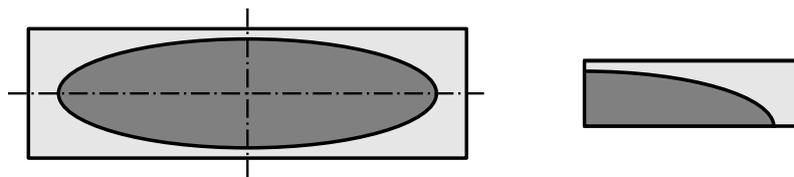


Abbildung 3.2. *Vergleich der beiden Einheitszellen*

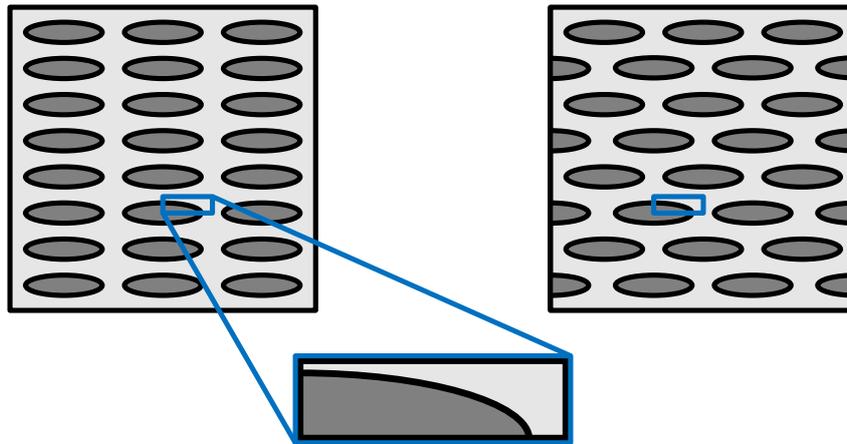


Abbildung 3.3. Mögliche Verbundaufbauten mittels der gewählten Einheitszelle

lisierbar ist. Aus genannten Gründen werden die Untersuchungen an einem Viertel des elliptischen Partikels durchgeführt. Für die spätere Validierung des Modells werden die Resultate beider Einheitszellen verglichen.

Bei der Wahl der Abmessungen und geometrischen Eigenschaften für die Einheitszelle werden folgende Annahmen getroffen. Die Partikel sollen ellipsenförmig sein und ein Halbachsenverhältnis von einem Fünftel besitzen. Neben der Ellipse hat auch die Einheitszelle selbst ein Halbachsenverhältnis von einem Fünftel. Die schlussendlich entwickelte Einheitszelle mit den gewählten Abmessungen ist in der Abbildung 3.4 dargestellt. Beim dunkelgrauen Bereich handelt es sich um den Silberpartikel, der hellgraue Bereich entspricht der Matrix.

Die Partikel der Einheitszelle besitzen einen Volumenanteil von 54,5%, welcher mit

$$V_f = \frac{V_{Partikel}}{V_{Einheitszelle}} \quad (3.1)$$

berechnet wird.

Die durchgeführten Untersuchungen und erhaltenen Resultate aus Kapitel 4 basieren auf oben beschriebener Einheitszelle.

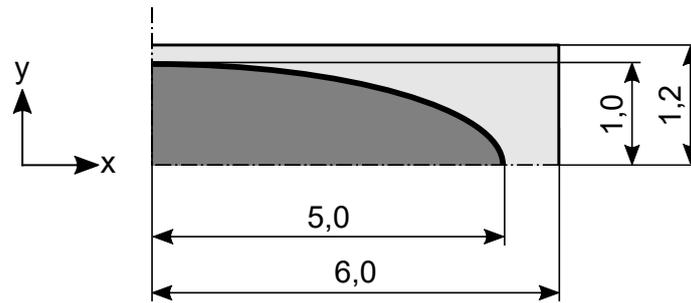


Abbildung 3.4. Geometrie und Abmessung der Einheitszelle

3.2 Vernetzung

Im Großteil der vorhandenen Literatur werden Einheitszellen mit Hilfe einer großen Anzahl von sogenannten *standart continuum elements* diskretisiert. Dabei wird das Netz so entworfen, dass die Grenzen der Elemente auf der Grenzfläche zwischen Matrix und Verstärkungsphase positioniert werden. Dies bietet den Vorteil, jede beliebige Mikrogeometrie realisieren zu können.[19]

Die Erzeugung des Netzes in der vorliegenden Arbeit erfolgt anhand dieser Vorgangsweise. Das realisierte Netz, welches mit dem Vernetzer von *ABAQUS* generiert wurde, ist in der Abbildung 3.5 dargestellt.

Hier soll erwähnt werden, dass die Feinheit des Netzes sowie der Einsatz von diversen Elementtypen, aufgrund der begrenzten Knotenanzahl der *ABAQUS Studentenzulassung*, reduziert ist.

Es wird der einfachste Elementtyp, ein zweidimensionales, viereckiges Element mit vier Elementknoten verwendet. Jeder Elementknoten besitzt jeweils 2 Freiheitsgrade. Da es sich um ein sogenanntes *plane stress element* handelt [20], kann sich lediglich ein ebener Spannungszustand einstellen. Um die Rechenzeit

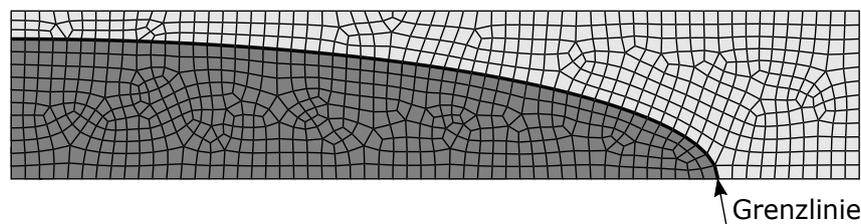


Abbildung 3.5. Vernetzung der Einheitszelle



Abbildung 3.6. Definierte Knotensets und Masterknoten der Einheitszelle

zu reduzieren, besitzt dieser Elementtyp nur einen Integrationspunkt. Im Gegensatz zum Element mit vier Integrationspunkten, kann die Rechenzeit um 20 % reduziert werden, ohne bedeutende Abweichungen zwischen den Ergebnissen zur Folge zu haben.

Da in der vorliegenden Arbeit der Fokus auf dem viskoelastischen Verhalten der Einheitszelle liegt und keine spezifischen Untersuchungen im Übergangsbereich zwischen Matrix und Silberpartikel von Interesse sind, besitzen die Matrix und die Partikel entlang der Grenzlinie einen gemeinsamen Knotenpunkt.

Um das Aufbringen der Last sowie das Anbringen der Randbedingungen zu erleichtern, werden Knotensets, welche in der Abbildung 3.6 dargestellt sind, definiert. In diesen Sets werden die jeweiligen Knoten der Elemente zusammengefasst. Darüber hinaus erfolgt die Definition von Masterknoten.

3.3 Materialparameter

Dieses Unterkapitel beschäftigt sich mit den verwendeten Materialparametern. Abhängig vom Materialverhalten der Einheitszelle werden verschiedene Materialparameter benötigt. Bereits hier soll erwähnt sein, dass die verwendeten Werkstoffe Silber und Epoxidharz als homogen betrachtet werden. Inhomogenitäten, wie sie in der Realität vorkommen, werden in der vorliegenden Arbeit vernachlässigt. Insgesamt werden für die gewählte Einheitszelle drei verschiedene Werkstoffverhalten analysiert.

In der Tabelle 3.1 sind E-Modul E , Poissonzahl ν und Wärmeausdehnungskoeffizient α für die beiden Werkstoffe Silber und Epoxidharz zusammengefasst.

Tabelle 3.1. *Definierte Materialparameter*

Partikel: Silber	
E-Modul	$E_P = 82000 \text{ MPa}$ [21]
Poissonzahl	$\nu_P = 0,367$ [22]
Wärmeausdehnungskoeffizient	$\alpha_P = 19,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ [23]
Matrix: Epoxidharz	
E-Modul	$E_M = 3000 \text{ MPa}$ [5]
Poissonzahl	$\nu_M = 0,385$ [5]
Wärmeausdehnungskoeffizient	$\alpha_M = 60 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ [5]
Prony-Terme	$g_{Prony} = 0,5$
	$k_{Prony} = 0$
	$\tau_{Prony} = 1,0 \text{ s}$

Die Angabe des E-Moduls kann durch den Langzeit- oder Kurzzeit-E-Modul erfolgen. In der vorliegenden Arbeit wird der Langzeit-E-Modul verwendet.

Mittels dieser definierten Materialparameter werden drei unterschiedliche Materialverhalten untersucht. Je nach Verwendung von einer oder mehrerer Phasen ergeben sich verschiedene Materialverhalten, wie nachfolgend erläutert.

Für die Validierung des Modells wird die Phase Silber für Matrix und Partikel verwendet. Durch das isotrope Materialverhalten dieser Phase sind Eigenschaften, wie Steifigkeit und Querkontraktion, in alle Richtungen identisch.

Bei der Verwendung von Silber für den Partikel und Epoxidharz für die Matrix ergibt sich durch die Anordnung der unterschiedlichen Phasen ein elastisches, inhomogenes Material. Hierbei soll erwähnt sein, dass keine Berücksichtigung der Prony-Terme erfolgt. Obwohl die Phasen Silber und Epoxidharz isotropes Materialverhalten besitzen, ergibt sich durch die Anordnung beider Phasen ein orthotropes Materialverhalten der Einheitszelle.

Zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens werden zusätzlich die Prony-Terme aus der Tabelle 3.1 benötigt.

3.4 Randbedingungen

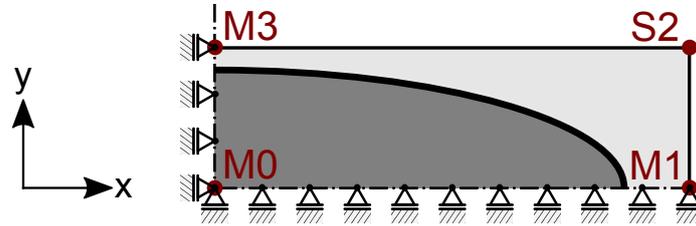


Abbildung 3.7. Randbedingungen der Einheitszelle

Die Abbildung 3.7 zeigt die Einheitszelle mit den gewählten Randbedingungen. Mit Hilfe derer werden die Freiheitsgrade der jeweiligen Knoten eingeschränkt.

Bei den gewählten Randbedingungen handelt es sich um Symmetrie-Randbedingungen. Abbildung 3.8 zeigt, was darunter zu verstehen ist.

Für die Verschiebung des Knotenpunktes NE, aus der Abbildung 3.8, gilt der folgende Zusammenhang

$$\vec{u}_{NE} = \vec{u}_{NW} + \vec{u}_{SE}. \quad (3.2)$$

Die Randbedingungen werden an den jeweiligen Sets *Left* und *Bottom* und an den Masterknoten *M0*, *M1* und *M3* angebracht.

Die Tabelle 3.2 gibt einen kurzen Überblick über die definierten Randbedingungen der Einheitszelle.

Die damit eingeschränkten bzw. gesperrten und freien Freiheitsgrade für die

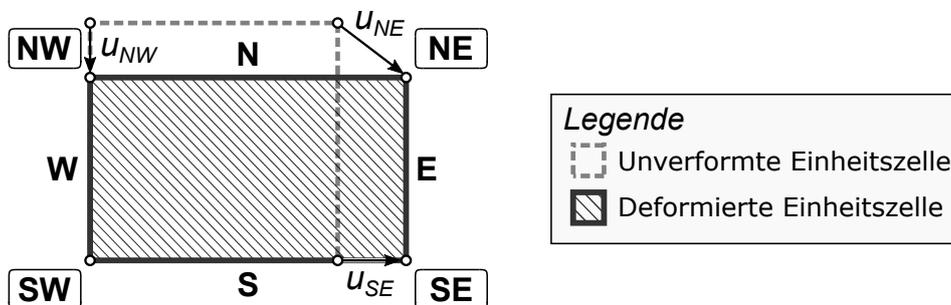


Abbildung 3.8. Symmetrie-Randbedingungen am Beispiel einer zweidimensionalen Einheitszelle [19]

vier Masterknoten und die definierten Sets sind in der Tabelle 3.3 aufgelistet. Mit dem Freiheitsgrad 1 wird die Verschiebung in x-Richtung bezeichnet, mit dem Freiheitsgrad 2 die Verschiebung in y-Richtung.

Neben den Randbedingungen werden sogenannte *constrains* oder auch *Bedingungen* benötigt. Diese kommen zur Anwendung, um die rechteckige Form und die geradlinigen Kanten der Einheitszelle beibehalten zu können.

Da die Einheitszelle unter einer Belastung rechteckig bleiben soll und der Knoten *S2* sowie die Knotenpunkte in den beiden Sets *Right* und *Top* ohne Einschränkungen bewegen können, muss die Verschiebung dieser Knoten über die Verschiebungen der Masterknoten *M1* und *M3* definiert werden. Der Knoten *S2* folgt *M1* in x-Richtung und *M3* in y-Richtung über *constrains*. Erfährt der Masterknoten *M1* eine Verschiebung in x-Richtung, so folgt für den Knoten *S2* sowie die Knoten im Set *Right* dieselbe Verschiebung. Gleiches gilt in y-Richtung für den Knoten *S2* und für die Knoten im Set *Top* in Abhängigkeit vom Masterknoten *M3*.

Die dazugehörige mathematische Formulierung ist in den Gleichungen (3.3) bis (3.5) zusammengefasst, wobei *N* und *M* der Anzahl der Knoten im jeweiligen Set entsprechen.

$$\text{Knoten S2:} \quad u_{x_{S2}} = u_{x_{M1}} \quad u_{y_{S2}} = u_{y_{M3}} \quad (3.3)$$

$$\text{Set } Right \text{ ohne S2 :} \quad u_{x_i} = u_{x_{M1}} \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

$$\text{Set } Top \text{ ohne S2 :} \quad u_{y_j} = u_{y_{M3}} \quad \text{mit } j = 1, 2, \dots, M \quad (3.5)$$

Tabelle 3.2. *Definierte Randbedingungen*

Randbedingungen		
Set	Left	$u_x = 0$
	Bottom	$u_y = 0$
Masterknoten	M0	$u_x = 0 \quad u_y = 0$
	M1	$u_y = 0$
	M3	$u_x = 0$

Tabelle 3.3. Zusammenfassung der Freiheitsgrade

Masterknoten	Freiheitsgrad	Gesperrt/Frei
Masterknoten M0	1	Gesperrt
	2	Gesperrt
Masterknoten M1	1	Frei
	2	Gesperrt
Masterknoten M3	1	Gesperrt
	2	Frei

Set	Freiheitsgrad	Gesperrt/Frei
Set Left	1	Gesperrt
	2	Frei
Set Bottom	1	Frei
	2	Gesperrt
Set Right	1	Frei
	2	Frei
Set Top	1	Frei
	2	Frei

3.5 Lastfälle

Die entwickelte Einheitszelle wird verschiedensten Belastungen, wie beispielsweise Spannungen, Dehnungen und Temperaturschwankungen, ausgesetzt. Die Spannungen und Dehnungen werden an den Masterknoten $M1$ oder $M3$ aufgebracht. Temperaturbelastungen werden an jeden Knotenpunkt der gesamten Einheitszelle aufgebracht.

Abhängig vom gewünschten Verhalten der Einheitszelle, Kriechen oder Relaxieren, wird diese der jeweiligen Belastung ausgesetzt. Die detaillierte Vorgangsweise wird in den folgenden Unterkapiteln erläutert.

3.5.1 Kriechen

Wie bereits im Kapitel 2 erwähnt, tritt Kriechen unter der Einwirkung einer konstanten Spannung auf. Abhängig von der Belastungsrichtung in x- oder



Abbildung 3.9. Definition der angenäherten Heaviside-Funktion

y-Richtung, wird die Kraft am jeweiligen Masterknoten aufgebracht. Da die Abmessungen der Einheitszelle in der x- und y-Richtung verschieden sind und eine Spannung von 1 N/mm^2 aufgebracht werden soll, ergeben sich für die beiden Richtungen unterschiedliche Belastungskräfte. Die Belastung wird mit Hilfe einer unidirektionalen Kraft in Form einer Heaviside-Funktion realisiert. Die angenäherte Heaviside-Funktion wird in *ABAQUS* durch die Kombination zweier *Steps* umgesetzt, wie in der Abbildung 3.9 ersichtlich ist. Der erste *Step* vom Typ *Static* beinhaltet die lineare Rampenfunktion, der zweite *Step* vom Typ *Visco* die konstante Funktion. Die Rampenfunktion ist für den Zeitbereich zwischen 0 s und 10^{-5} s definiert, wobei sie in diesem Zeitintervall von 0 auf den definierten Wert der Kraft ansteigt. Ab dem Zeitpunkt 10^{-5} s tritt keine Änderung der Kraft mehr auf, sie bleibt bis zum Endzeitpunkt der Analyse konstant.

Die Tabelle 3.4 fasst die wichtigsten Informationen zu den definierten Belastungen, in Abhängigkeit von der Belastungsrichtung, zusammen.

Tabelle 3.5 gibt einen kurzen Überblick über die verwendete Funktion in Abhängigkeit vom jeweiligen Zeitbereich.

Tabelle 3.4. *Kriechen: Definierte Belastungen*

Masterknoten	Belastungsrichtung	Größe der Kraft	Spannung σ
Belastung in x-Richtung			
M1	x-Richtung	1,2 N	$\sigma_{11} = 1 \text{ N/mm}^2$
Belastung in y-Richtung			
M3	y-Richtung	6 N	$\sigma_{22} = 1 \text{ N/mm}^2$

Tabelle 3.5. *Kriechen: Definierte Heaviside-Funktion*

Zeitbereich	Funktion	Kraftbereich
Belastung in x-Richtung		
$0 - 10^{-5} \text{ s}$	<i>STATIC Step</i> : Rampenfunktion	0 - 1,2 N
$> 10^{-5} \text{ s}$	<i>VISCO Step</i> : konstante Funktion	1,2 N
Belastung in y-Richtung		
$0 - 10^{-5} \text{ s}$	<i>STATIC Step</i> : Rampenfunktion	0 - 6 N
$> 10^{-5} \text{ s}$	<i>VISCO Step</i> : konstante Funktion	6 N

3.5.2 Relaxation

Bei der Relaxation wird die Einheitszelle einer konstanten Dehnung ausgesetzt. Die gewünschte, sprunghafte Dehnung wird mittels einer unidirektionalen Verschiebung mit Hilfe der Heaviside-Funktion realisiert. Dabei wird die Verschiebung des jeweiligen Masterknotenpunktes so gewählt, dass sich eine Dehnung von eins einstellt. Diese sprunghafte Verschiebung wird mittels einer angenäherten Heaviside-Funktion, äquivalent zu der Abbildung 3.9, beschrieben.

Die Tabelle 3.6 fasst die wichtigsten Informationen, wie den Masterknoten, die Belastungsrichtung sowie die Größenordnung der Verschiebung und der Dehnung, in Abhängigkeit von der Belastungsrichtung, zusammen.

Tabelle 3.6. *Relaxation: Definierte Belastungen*

Masterknoten	Belastungsrichtung	Größe der Verschiebung	Dehnung ε
Belastung in x-Richtung			
M1	x-Richtung	6 mm	$\varepsilon_{11} = 1$
Belastung in y-Richtung			
M3	y-Richtung	1,2 mm	$\varepsilon_{22} = 1$

3.5.3 Temperatursprung

Neben den mechanischen Belastungen wird die Einheitszelle thermisch durch verschiedene Temperaturprofile belastet. Die Abbildung 3.10 zeigt den sprunghaften Anstieg der Temperatur von der Starttemperatur, oder auch Referenztemperatur, auf die gewünschte Endtemperatur. Dieser Anstieg entspricht erneut einer Heaviside-Funktion und wird, wie bereits im Kapitel 3.5.1 beschrieben, realisiert.

Der Unterschied zwischen den thermischen und den mechanischen Belastungen besteht im Wesentlichen darin, an welchen Elementknoten die Aufbringung der Lasten erfolgt. Das Anbringen der Lasten bei den mechanischen Belastungen erfolgt, abhängig von der Belastungsrichtung, am definierten Masterknoten *M1*

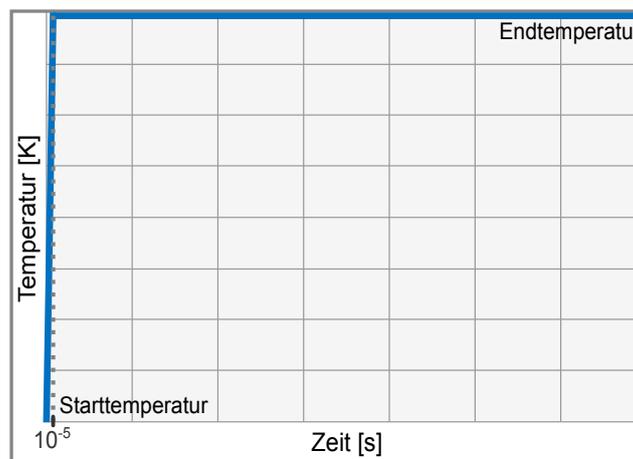
**Abbildung 3.10.** *Sprunghafter Temperaturverlauf*

Tabelle 3.7. *Temperatursprung*

Referenztemperatur	Endtemperatur	Temperaturdifferenz
0 K	1 K	1 K

oder $M3$. Bei den thermischen Belastungen hingegen, wird die Temperaturbelastung an jedem Elementknoten der Einheitszelle aufgebracht. Das definierte Temperaturfeld wirkt somit auf die gesamten Knotenpunkte der Einheitszelle. Aufgrund der thermischen Belastung kommt es zu einer thermischen Dehnung, wodurch sich die Einheitszelle bei einer Temperaturerhöhung ausdehnt. Aufgrund der gewählten Randbedingungen im Kapitel 3.4, kommt es zur ungehinderten, thermischen Ausdehnung der Einheitszelle, weshalb keine thermischen Spannungen auftreten.

In der Tabelle 3.7 sind die Referenztemperatur, die Endtemperatur sowie die Temperaturdifferenz für die Untersuchung der Einheitszelle zusammengefasst.

3.5.4 Aufheizprofil mit konstanter Heizrate

Neben dem sprunghaften Anstieg der Temperatur wird die Einheitszelle einem Aufheizprofil mit diversen, konstanten Heizraten ausgesetzt.

Dieses Aufheizprofil ist in der Abbildung 3.11 dargestellt. In dieser Abbildung wird mit Δt das gewählte Zeitintervall bezeichnet. Die Temperaturdifferenz ΔT ergibt sich aus der Differenz zwischen der Temperatur am Ende sowie der Temperatur am Beginn dieses Zeitintervalles.

Die Heizrate wird mittels der Gleichung (2.15) berechnet.

In *ABAQUS* erfolgt die Umsetzung mittels einer Rampenfunktion, die mit Hilfe der Referenz- bzw. der Starttemperatur und der Endtemperatur definiert wird.

In der Tabelle 3.8 sind die verschiedenen Aufheizraten, die Simulationsdauer, die Referenz- sowie die Endtemperaturen zusammengefasst.

Mittels dieser Analyse soll geklärt werden, welchen Einfluss die unterschiedlichen Aufheizraten auf das viskoelastische Verhalten der Einheitszelle besitzen.

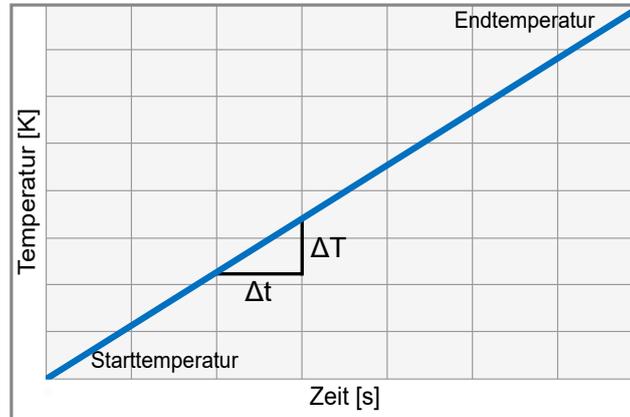


Abbildung 3.11. Temperaturverlauf mit konstanter Heizrate

Tabelle 3.8. Aufheizraten

Aufheiz- rate	Simulations- dauer	Referenz- temperatur	End- temperatur
$1 \cdot 10^{-5}$ K/s	30000s	0 K	0,3 K
0,001 K/s	300s	0 K	0,3 K
0,0033 K/s	300s	0 K	1 K
0,01 K/s	300s	0 K	3 K
0,1 K/s	300s	0 K	30 K
0,2 K/s	300s	0 K	60 K
0,3 K/s	300s	0 K	90 K
0,4 K/s	300s	0 K	120 K
0,5 K/s	300s	0 K	150 K
0,7 K/s	300s	0 K	210 K
0,9 K/s	300s	0 K	270 K
1 K/s	300s	0 K	300 K
5 K/s	60s	0 K	300 K
10 K/s	30s	0 K	300 K

Kapitel 4

Auswertung der Ergebnisse

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der Untersuchung vorgestellt und analysiert. Diese basieren auf dem FEM-Modell aus dem Kapitel 3 und wurden mit Hilfe des FEM-Solvers *ABAQUS* erhalten. Aus dem *History Output*, welcher die Ergebnisse für jeden Zeitpunkt beinhaltet, werden die benötigten Daten mittels der sogenannten *output database* (ODB) in Form einer .odb-Datei abgespeichert. Bei den benötigten Daten handelt es sich vor allem um die Reaktionskräfte, auch *reaction forces*, sowie um die Verschiebungen an den Masterknoten, oder auch *displacements* genannt. Die Ausgabe dieser Reaktionskräfte und Verschiebungen erfolgt, wie im Input-File des Benutzers definiert, für die beiden Masterknoten *M1* und *M3*.

Um die Daten in das Programm *EXCEL* importieren zu können, werden die Ergebnisse in *ABAQUS* mit Hilfe des *Report Generators* in Form einer .rpt-Datei abgespeichert. In diesem Programm erfolgt die weitere Berechnung des Kriech- und Relaxationsmoduls sowie des Wärmeausdehnungskoeffizienten für jeden einzelnen Zeitpunkt. Die abschließende Visualisierung erfolgt ebenfalls mittels *EXCEL*.

4.1 Rein elastische Einheitszelle

Bei der rein elastischen Einheitszelle handelt es sich um eine homogene Zelle, bei der Matrix und Partikel aus Silber bestehen. Die Materialdaten dazu sind in

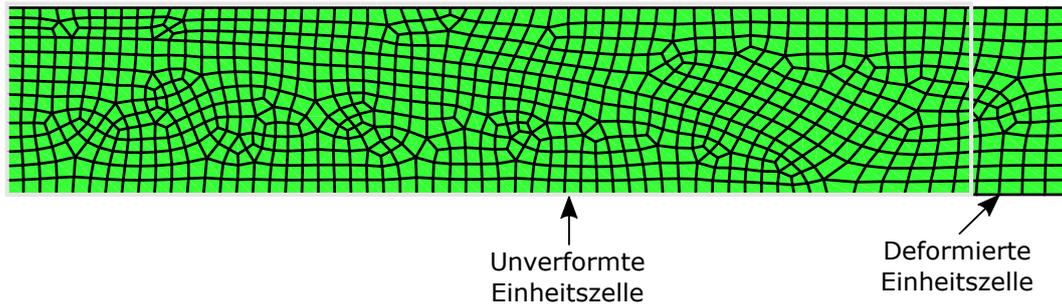


Abbildung 4.1. *Unverteformte und verteformte Einheitszelle*

der Tabelle 3.1 zusammengefasst. Diese Einheitszelle wird zur Validierung des entwickelten Modells verwendet. Dazu wird die Zelle den drei verschiedenen Belastungen unterworfen. Anschließend werden die Materialdaten mit Hilfe der Reaktionskräfte und der Verschiebungen an den Masterknoten $M1$ und $M3$ berechnet. Die berechneten Materialdaten werden abschließend mit den definierten Materialdaten aus der Tabelle 3.1 verglichen.

Die Kontrolle des E-Moduls E und der Querkontraktionszahl ν erfolgt zum Einen über eine Belastung durch eine einachsige Kraft in x-Richtung, welche am Masterknoten $M1$ angebracht wird. Die zweite Variante ist die Aufbringung einer Verschiebung am gleichen Masterknoten. Aufgrund dieser Belastungen verformt sich die Einheitszelle, wie es in der Abbildung 4.1 dargestellt ist.

Die Ergebnisse der Analyse sind in der Tabelle 4.1 zusammengefasst. Für die Berechnung des E-Moduls werden die Dehnungen und die Spannungen benötigt, für die Berechnung der Querkontraktionszahl die Dehnungen.

Die Berechnung der Dehnungen erfolgt mit

$$\varepsilon_{11} = \frac{u_1}{L_x} \quad \text{und} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{u_2}{L_y} . \quad (4.2)$$

Die Spannungen werden mit Hilfe der Reaktionskräfte am jeweiligen Masterknotenpunkt ermittelt. Wird die Einheitszelle in x-Richtung gedehnt, wird die Reaktionskraft in x-Richtung am Masterknoten $M1$ für die Berechnung der Spannung verwendet. Bei einer Dehnung in y-Richtung wird die Reaktions-

Tabelle 4.1. *Ergebnisse bei mechanischer Belastung*

Masterknoten	Verschiebung/Reaktionskraft
Kriechen: Kraft in x-Richtung	
M1	$u_1 = 7,317 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$
M3	$u_2 = -5,371 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$
Relaxation: Verschiebung in x-Richtung	
M1	$RF_1 = 98400 \text{ N}$
M1	$u_1 = 6 \text{ mm}$
M3	$u_2 = -0,4404 \text{ mm}$

kraft in y-Richtung am Masterknoten $M3$ benützt.

$$\sigma_{11} = \frac{RF_1}{A_y} = \frac{RF_1}{L_y \cdot t} \quad (4.3)$$

$$\sigma_{22} = \frac{RF_2}{A_x} = \frac{RF_2}{L_x \cdot t} \quad (4.4)$$

Mit Hilfe der Dehnungen und Spannungen kann der E-Modul berechnet werden:

$$E_{11} = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} \quad (4.5)$$

$$E_{22} = \frac{\sigma_{22}}{\varepsilon_{22}}. \quad (4.6)$$

Die Querkontraktionszahl für den einachsigen Spannungszustand kann mit

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} \quad \text{für } \sigma_{11} \neq 0 \text{ und} \quad (4.7)$$

$$\nu_{21} = -\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}} \quad \text{für } \sigma_{22} \neq 0 \quad (4.8)$$

ermittelt werden.

Die somit erhaltenen Ergebnisse sowie die definierten Materialgrößen sind in der Tabelle 4.2 gegenübergestellt. Dabei zeigt sich, dass die definierten und berechneten Materialparameter übereinstimmen. Geringe Abweichungen im Be-

Tabelle 4.2. Vergleich der definierten und berechneten Materialparameter

Def. Materialparameter	Ber. Materialparameter
Kriechen: Kraft in x-Richtung	
$E_{\text{Def.}} = 82000 \text{ MPa}$	$E_{\text{Ber.}} = 82000,036 \text{ MPa}$
$\nu_{\text{Def.}} = 0,367$	$\nu_{\text{Ber.}} = 0,367$
Relaxation: Verschiebung in x-Richtung	
$E_{\text{Def.}} = 82000 \text{ MPa}$	$E_{\text{Ber.}} = 82000 \text{ MPa}$
$\nu_{\text{Def.}} = 0,367$	$\nu_{\text{Ber.}} = 0,367$

reich der numerischen Genauigkeit sind zulässig.

Für die Kontrolle des Wärmeausdehnungskoeffizienten wird die Einheitszelle einem Temperatursprung von 1 K ausgesetzt. Die Verschiebungen der Masterknoten $M1$ und $M3$ sind in der Tabelle 4.3 angeführt. Dabei zeigt sich in x-Richtung eine um den Faktor fünf größere Verschiebung als in y-Richtung. Der Grund dafür liegt darin, dass die Abmessung der Einheitszelle in x-Richtung um das Fünffache größer ist, als die Abmessung in y-Richtung.

Die Berechnung des Wärmeausdehnungskoeffizienten α erfolgt mit der Gleichung

$$\alpha = \frac{u_1}{L_x \cdot \Delta T} = \frac{u_2}{L_y \cdot \Delta T} . \quad (4.9)$$

Beim Vergleich des definierten und berechneten Wärmeausdehnungskoeffizienten in der Tabelle 4.4 zeigt sich, dass die Werte identisch sind.

Bei der Auswertung der Ergebnisse hat sich gezeigt, dass der E-Modul und der

Tabelle 4.3. Ergebnisse bei thermischer Belastung

Masterknoten	Verschiebung
Temperatursprung: Verschiebung der Masterknoten	
M1	$u_1 = 117 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$
M3	$u_2 = 23,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$

Tabelle 4.4. Vergleich des definierten und berechneten Wärmeausdehnungskoeffizienten

Def. Materialparameter	Ber. Materialparameter
Temperatursprung	
$\alpha_{\text{Def.}} = 19,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$	$\alpha_{\text{Ber.}} = 19,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$

Wärmeausdehnungskoeffizient unabhängig von der Belastungsrichtung sind. Dieses Verhalten entspricht einem isotropen Material. Des Weiteren zeigt sich, dass die Materialparameter unabhängig von der Zeit sind. Dies lässt sich durch die Eigenschaften der verwendeten Phasenmaterialien der Einheitszelle erklären.

4.2 Rein elastische Einheitszelle eines Verbundwerkstoffes

Bei dieser Einheitszelle handelt es sich um die modifizierte Einheitszelle aus dem Kapitel 4.1. Dabei werden für die Matrix die Materialparameter von Silber durch jene von Epoxidharz ersetzt. Dadurch ergibt sich eine inhomogene Einheitszelle mit richtungsabhängigen Eigenschaften. Die Materialparameter sind in der Tabelle 3.1 zu finden.

Um einen Größenbereich für den effektiven E-Modul der Einheitszelle abschätzen zu können, wird der E-Modul mit Hilfe der *Rule of Mixture* und der *Inverse Rule of Mixture* mit

$$E_C = V_f \cdot E_{\text{Partikel}} + (1 - V_f) \cdot E_{\text{Matrix}} \quad \text{und} \quad (4.10)$$

$$E_{C\text{Inverse}} = \left(\frac{V_f}{E_{\text{Ellipse}}} + \frac{1 - V_f}{E_{\text{Matrix}}} \right) \quad (4.11)$$

berechnet, wobei mit V_f der Volumenanteil der Partikel bezeichnet wird.

Die Ergebnisse sind in der Tabelle 4.5 zusammengefasst. Die mit den Gleichungen berechneten Werte für den E-Modul stellen die Ober- und Untergrenze des

Tabelle 4.5. Abschätzung des E-Moduls der Silber-Epoxyd-Zelle

Rule of Mixture	Inverse Rule of Mixture
$E_C = 46088,18 \text{ N/mm}^2$	$E_{C_{\text{Inverse}}} = 6321,97 \text{ N/mm}^2$

mittels FEM-Analyse erhaltenen E-Moduls dar. Dies ist als grobe Näherung anzusehen, da es sich bei der vorliegenden Einheitszelle um keinen Verbundwerkstoff aus kontinuierlichen und unidirektionalen Fasern handelt.

Die Ergebnisse der FEM-Analyse sind in der Tabelle 4.6 für beide Belastungsrichtungen angeführt. Mittels der Verschiebung des Masterknotens und der sich dadurch einstellenden Reaktionskraft an diesem, kann der effektive E-Modul der Einheitszelle ermittelt werden. Dafür werden die Gleichungen (4.1) bis (4.6) aus dem vorigen Unterkapitel 4.1 benötigt.

Die Ergebnisse für den effektiven E-Modul in x- sowie in y-Richtung sind in der Tabelle 4.7 dargestellt. Vergleicht man die Werte aus dieser Tabelle mit den Abschätzungen der E-Module mittels der *Rule of Mixture* und der *Inverse Rule of Mixture* aus der Tabelle 4.5, zeigt sich, dass der E-Modul in x- und y-Richtung im Bereich des E-Moduls aus der Tabelle 4.5 liegt. Demnach sind die Ergebnisse der FEM-Analyse aus der Tabelle 4.7 plausibel.

Tabelle 4.6. Ergebnisse bei mechanischer Belastung

Masterknoten	Verschiebung/Reaktionskraft
Verschiebung in x-Richtung	
M1	$u_1 = 6 \text{ mm}$
M1	$RF_1 = 14066,5 \text{ N}$
Verschiebung in y-Richtung	
M3	$u_2 = 1,2 \text{ mm}$
M3	$RF_2 = 57944,5 \text{ N}$

Tabelle 4.7. Berechnete Elastizitätsmodule der Silber-Epoxyd-Zelle

E-Modul in x-Richtung	E-Modul in y-Richtung
$E_{11} = 11722,1 \text{ N/mm}^2$	$E_{22} = 9657,4 \text{ N/mm}^2$

4.3 Einheitszelle eines Verbundwerkstoffes mit viskoelastischer Matrix

Bei dieser Einheitszelle handelt es sich um die erweiterte Einheitszelle aus dem Kapitel 4.2. Dabei wird die Matrix als viskoelastisch betrachtet. Der Silberpartikel selbst wird weiterhin als elastisch angenommen. Um dieses viskoelastische Verhalten simulieren zu können, werden Prony-Terme benötigt. Die Prony-Terme sowie die restlichen Materialparameter der viskoelastischen Einheitszelle sind in der Tabelle 3.1 zu finden. Auf Grund der viskoelastischen Matrix sind E-Modul und Wärmeausdehnungskoeffizient zeitabhängig. In den folgenden Unterkapiteln wird auf die Ergebnisse der verschiedenen Belastungsarten, mechanisch sowie thermisch, eingegangen.

4.3.1 Relaxation

Die Einheitszelle wird durch eine konstante Verschiebung des Masterknotens belastet. Diese Verschiebung wird so gewählt, dass sich eine Dehnung von eins einstellt. Dadurch entspricht die sich einstellende Spannung dem Relaxationsmodul. Die Berechnung der Spannung sowie des Relaxationsmoduls erfolgt mit Hilfe der Gleichungen (4.3) bis (4.6) aus dem Kapitel 4.1.

Die Abbildung 4.2 zeigt die Verläufe der beiden Relaxationsmodule in x- sowie in y-Richtung. Hier zeigt sich, dass der Relaxationsmodul vom sogenannten Kurzzeit-Relaxationsmodul E_0 auf den Langzeit-Relaxationsmodul E_∞ abfällt. Da die gewählte Relaxationszeit τ_r bei einer Sekunde liegt und nur eine Prony-Reihe zum Einsatz kommt, fällt der Relaxationsmodul im Bereich zwischen 0 s und 10 s ab. Danach verändert er sich lediglich geringfügig bis er den Wert des Langzeit-Relaxationsmoduls erreicht.

Da der viskoelastische Effekt, aufgrund der gewählten generischen Daten, bei

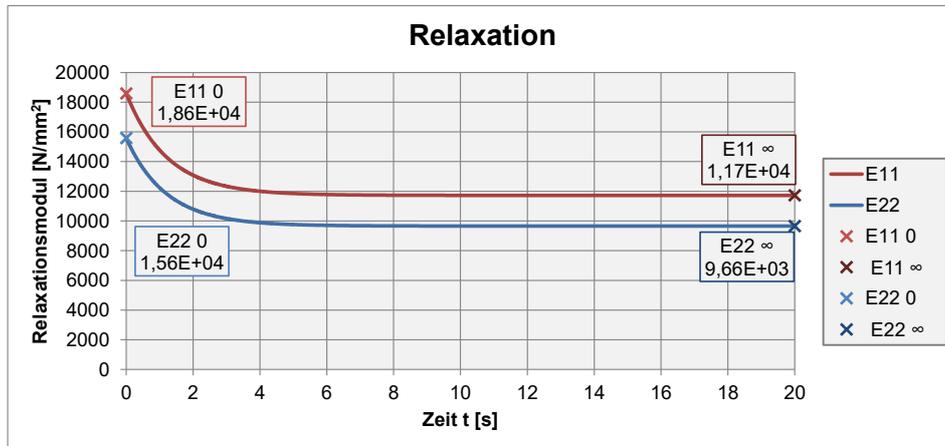


Abbildung 4.2. Relaxation: Verlauf des Relaxationsmoduls in x- und y-Richtung

kleinen Zeiten abläuft, zeigt sich, dass die logarithmische Darstellung anschaulicher ist. Diese Darstellung ist in der Abbildung 4.3 zu sehen. Der Wendepunkt der Kurve stellt die Relaxationszeit, die bei einer Sekunde liegt, dar. Die Ergebnisse für den Kurzzeit- und Langzeit-Relaxationsmodul für die x- und y-Richtung sind in der Tabelle 4.8 ersichtlich. Vergleicht man die Resultate mit den Ergebnissen der rein elastischen Zelle aus dem Kapitel 4.2, zeigt sich, dass die Langzeit-Module den Modulen aus der Tabelle 4.7 entsprechen. Auf Grund der elliptischen Form des Silberpartikels ist der Relaxationsmodul E_{11} in x-Richtung größer als der Relaxationsmodul E_{22} in y-Richtung.

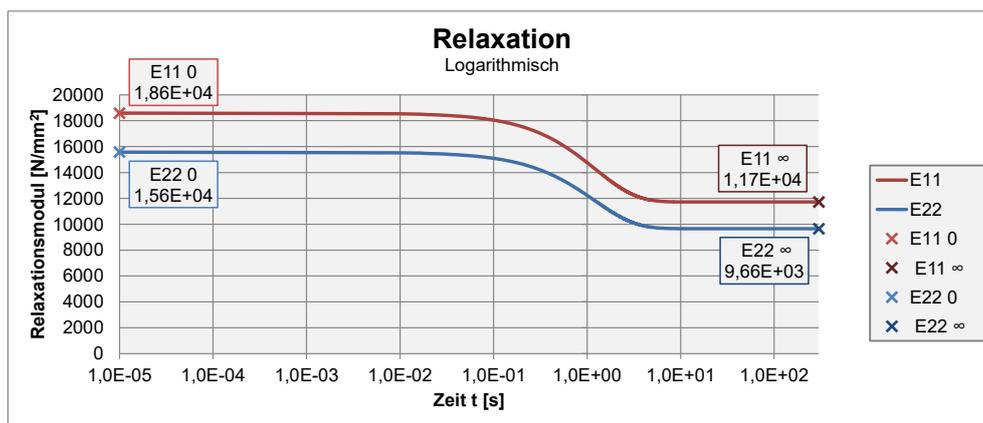


Abbildung 4.3. Relaxation: Verlauf des Relaxationsmoduls über logarithmisch dargestellter Zeit

Tabelle 4.8. Ergebnisse des Relaxationsmoduls

Relaxationsmodul in x-Richtung	Relaxationsmodul in y-Richtung
$E_{11\ 0} = 18593,6 \text{ N/mm}^2$	$E_{22\ 0} = 15574,6 \text{ N/mm}^2$
$E_{11\ \infty} = 11722,1 \text{ N/mm}^2$	$E_{22\ \infty} = 9657,4 \text{ N/mm}^2$

4.3.2 Kriechen

Beim Kriechen wird die viskoelastische Einheitszelle durch eine über den gesamten Zeitbereich konstante Kraft belastet. Diese Kraft ist so gewählt, dass sich eine Spannung von 1 N/mm^2 einstellt. In diesem Fall entspricht der Kriechmodul dem Kehrwert der sich einstellenden Dehnung.

Die Abbildung 4.4 zeigt den Verlauf des Kriechmoduls in x- sowie in y-Richtung. Es besteht ein ähnliches Verhalten wie bei der Relaxation der Einheitszelle. Ein Vergleich beider Kurzzeit-Module E_0 aus dem Kapitel 4.3.1 sowie 4.3.2 ergibt identische Werte. Dies ist dadurch zu erklären, da es sich bei beiden Belastungsfällen um die gleiche Einheitszelle mit denselben Materialparametern handelt. Selbes Resultat ergibt sich für den Langzeit-Modul E_∞ .

In der Abbildung 4.5 ist, im Vergleich zur vorherigen Abbildung, die Zeit nicht linear, sondern logarithmisch aufgetragen. Dadurch lassen sich die geforderten Informationen bei kleinen Zeitpunkten besser darstellen. Der Wendepunkt der Kurve liegt erneut bei 1 s , was mit den gewählten Prony-Termen zusammenhängt.

Abschließend sind die wichtigsten Informationen zu den Kurzzeit- sowie Langzeit-Kriechmodulen in x- und y-Richtung in der Tabelle 4.9 dargestellt. Es bestehen keine Abweichungen im Vergleich zu den Ergebnissen für die Relaxation aus der Tabelle 4.8.

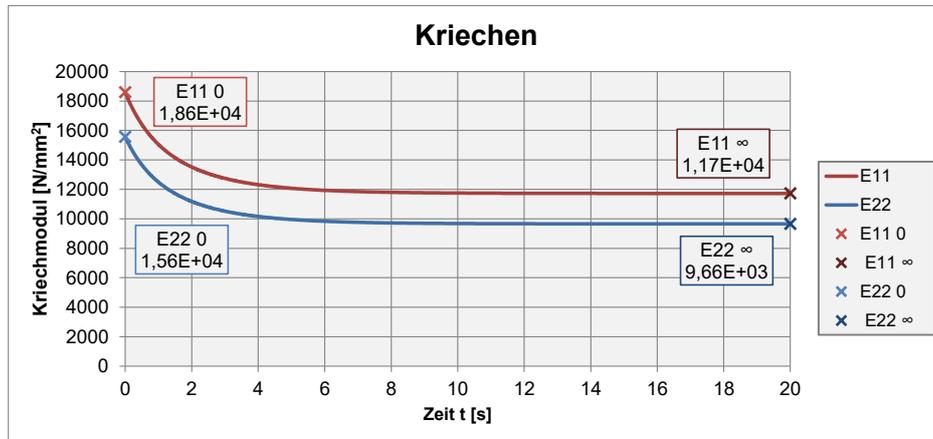


Abbildung 4.4. Kriechen: Verlauf des Kriechmoduls aufgrund eines Heaviside-Sprunges der Spannung

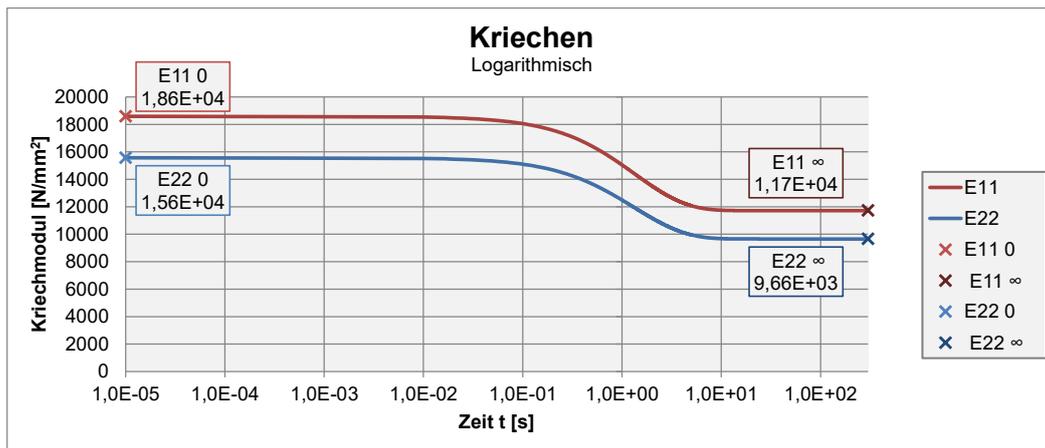


Abbildung 4.5. Kriechen: Verlauf des Kriechmoduls über logarithmisch dargestellter Zeit

Tabelle 4.9. Ergebnisse des Kriechmoduls

Kriechmodul in x-Richtung	Kriechmodul in y-Richtung
$E_{11\ 0} = 18593,6\ \text{N/mm}^2$	$E_{22\ 0} = 15574,6\ \text{N/mm}^2$
$E_{11\ \infty} = 11722,1\ \text{N/mm}^2$	$E_{22\ \infty} = 9657,4\ \text{N/mm}^2$

4.3.3 Temperatursprung

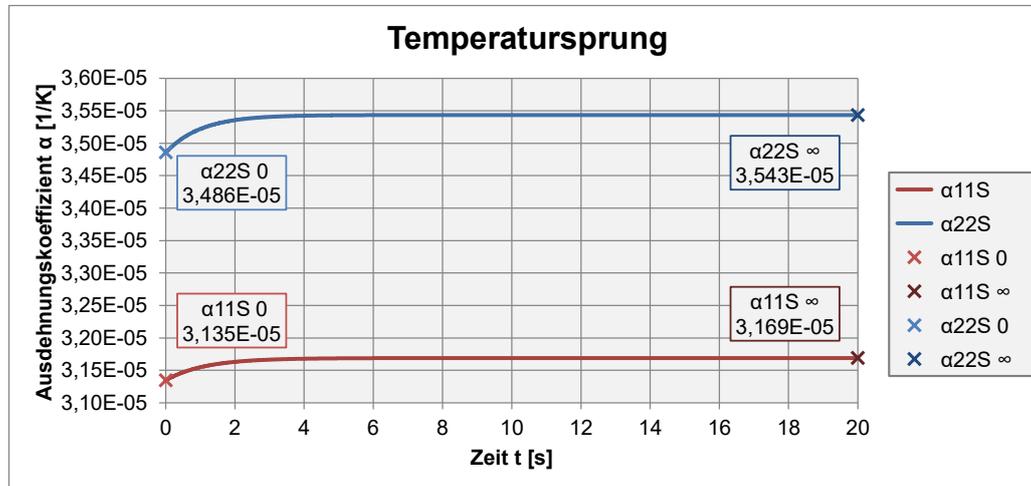


Abbildung 4.6. *Temperatursprung: Verlauf der Ausdehnungskoeffizienten α*

In diesem Abschnitt der Arbeit wird auf die Ergebnisse des Wärmeausdehnungskoeffizienten bei einer sprunghaften Temperaturänderung von 1 K eingegangen. Die Ergebnisse dafür sind in der Abbildung 4.6 linear über der Zeit dargestellt. Abhängig von der Richtung der thermischen Dehnung ergeben sich, aufgrund der elliptischen Form des Silberpartikels, unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten. Der Ausdehnungskoeffizient in x-Richtung wird mit α_{11} , der Ausdehnungskoeffizient in y-Richtung mit α_{22} bezeichnet. Weiters erfolgt eine Unterteilung, ähnlich wie im Falle des Relaxations- und Kriechmoduls, in Kurzzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient und Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient. Die größten Veränderungen befinden sich zwischen 0 s und 10 s, wie in der Abbildung 4.6 ersichtlich ist. Der Grund dafür liegt darin, dass lediglich ein Prony-Term mit einer Relaxationszeit von 1 s Anwendung findet.

Wie bereits beim Relaxationsmodul erwähnt, weist die logarithmische Darstellung aus der Abbildung 4.7 den Vorteil auf, dass der viskoelastische Effekt deutlicher ersichtlich ist.

Die wichtigsten Ergebnisse der Wärmeausdehnungskoeffizienten für die x- und y-Richtung sind in der Tabelle 4.10 zusammengefasst.

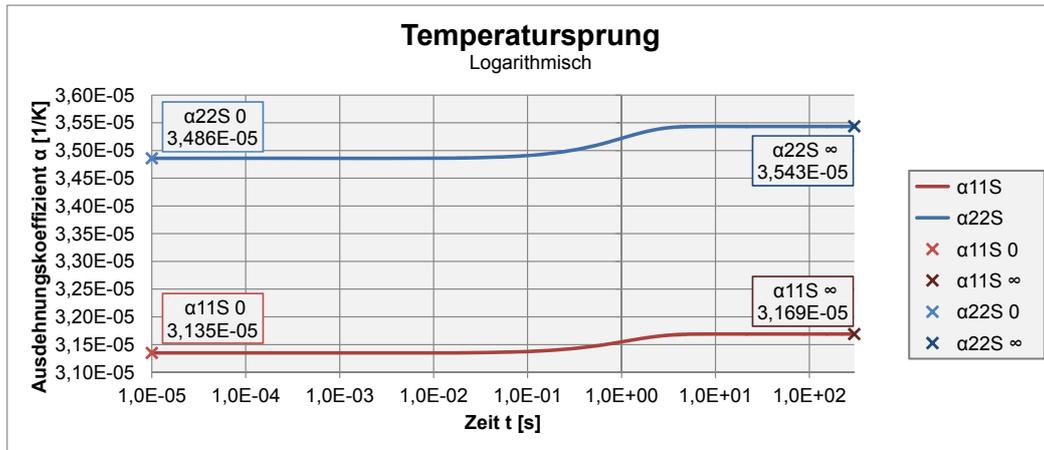


Abbildung 4.7. Temperatursprung: Verlauf der Ausdehnungskoeffizienten α

Tabelle 4.10. Ergebnisse der Wärmeausdehnungskoeffizienten beim Temperatursprung

Wärmeausdehnungskoeffizient in x-Richtung	Wärmeausdehnungskoeffizient in y-Richtung
$\alpha_{11 0} = 3,135E-05 \text{ 1/K}$	$\alpha_{22 0} = 3,486E-05 \text{ 1/K}$
$\alpha_{11 \infty} = 3,169E-05 \text{ 1/K}$	$\alpha_{22 \infty} = 3,543E-05 \text{ 1/K}$

4.3.4 Aufheizprofil mit konstanten Heizraten

Neben dem Temperatursprung wird die Einheitszelle einem linearen Aufheizprofil mit unterschiedlichen, konstanten Heizraten ausgesetzt. Aufgrund der großen Anzahl der untersuchten Heizraten, werden die Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten in mehreren Diagrammen zusammengefasst. Die Berechnung des Ausdehnungskoeffizienten erfolgt mittels der Gleichung (4.9).

Die Abbildung 4.8 zeigt die Abhängigkeit des Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{11} in x-Richtung von der Temperatur und der Aufheizrate. Werden die Ergebnisse der Heizrate von 0,001 K/s mit 0,01 K/s verglichen, ergibt sich eine Verschiebung der Kurve nach rechts zu höheren Temperaturen. Somit zeigt sich, dass sich mit zunehmender Aufheizrate derselbe Wert für den Wärmeausdehnungskoeffizienten bei einer höheren Temperatur einstellt. Die Verläufe der unterschiedlichen Heizraten sind, bis auf eine Verschiebung in Richtung der x-Achse, identisch. Betrachtet man den Ausdehnungskoeffizienten bei der Tem-

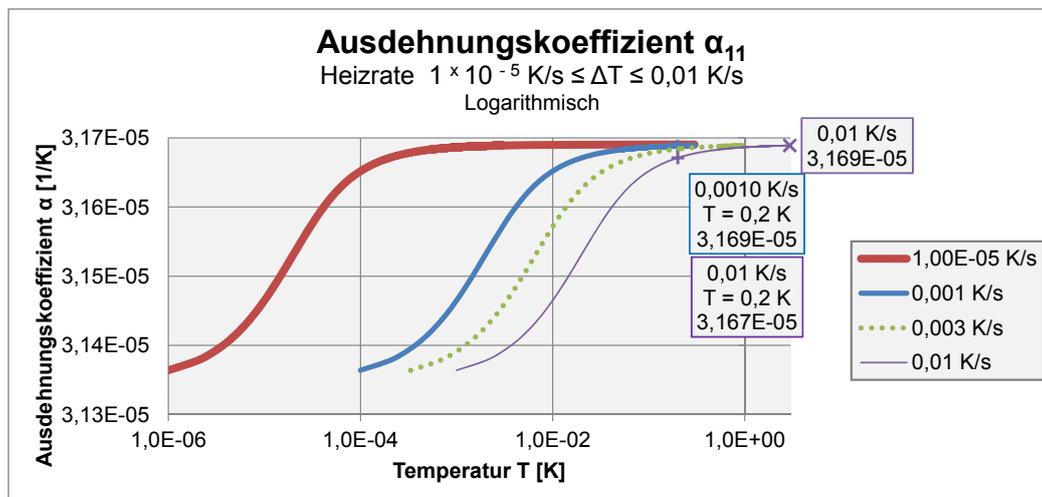


Abbildung 4.8. Logarithmischer Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten α_{11} bei Heizraten bis 0,01 K/s

peratur von 10^{-2} K, liegt dieser bei einer Heizrate von 0,001 K/s bei $3,165 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Für die Heizrate von 0,01 K/s ergibt sich bei derselben Temperatur ein Ausdehnungskoeffizient von $3,146 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Mit zunehmender Temperatur gleichen sich die Verläufe der unterschiedlichen Heizraten kontinuierlich an, bis der Langzeit-Ausdehnungskoeffizient $\alpha_{11} \infty$ aus der Tabelle 4.10 erreicht ist.

Die Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} in y-Richtung sind in der Abbildung 4.9 dargestellt. Bei einer Temperatur von 10^{-2} K beträgt der Wärmeausdehnungskoeffizient bei einer Heizrate von 0,001 K/s $3,538 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Für die höhere Aufheizrate von 0,01 K/s bei derselben Temperatur liegt der Ausdehnungskoeffizient bei $3,507 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Mit zunehmender Aufheizrate ist der Wärmeausdehnungskoeffizient bei der gleichen vorliegenden Temperatur niedriger. Die maximale Abweichung zwischen den Ausdehnungskoeffizienten liegt bei einer Temperatur von 10^{-2} K bei 0,88 %. Der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient beträgt am Ende der Simulation $3,543 \cdot 10^{-5}$ 1/K und entspricht dem Ergebnis für $\alpha_{22} \infty$ aus der Tabelle 4.10.

Abschließend sind in der Tabelle 4.11 ausgewählte Ergebnisse bei verschiedenen Temperaturen zusammengefasst. Des Weiteren beinhaltet sie die maximale absolute und relative Abweichung der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten.

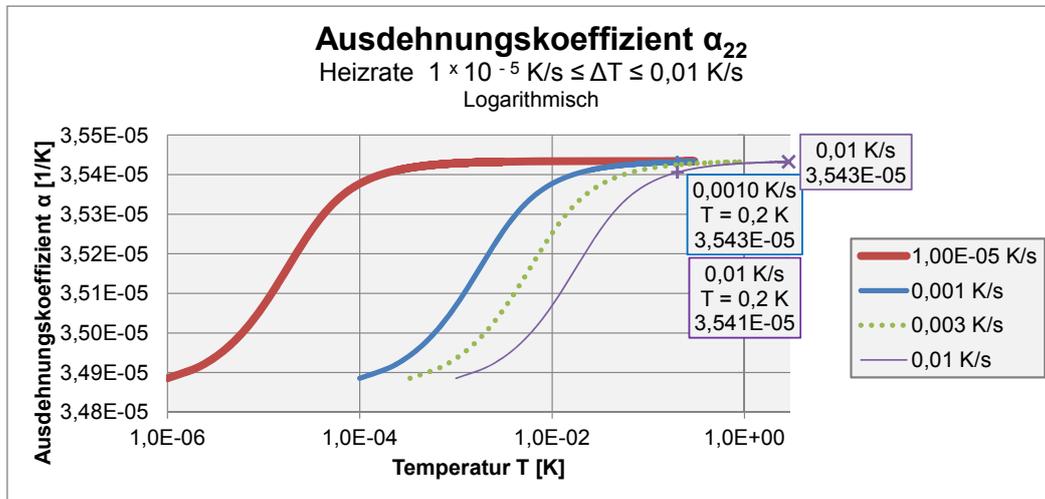


Abbildung 4.9. Logarithmischer Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten α_{22} bei Heizraten bis 0,01 K/s

Tabelle 4.11. Abhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten von der Heizrate 0,001 K/s bis 0,01 K/s

		T = 1,00E-03 K	T = 1,00E-02 K	T = 1,00E-01 K
Wärmeausdehnungskoeffizient α_{11} in x-Richtung in 1/K				
Heizrate	0,001 K/s	3,146E-05	3,165E-05	3,169E-05
	0,0033 K/s	3,139E-05	3,157E-05	3,168E-05
	0,01 K/s	3,136E-05	3,146E-05	3,165E-05
Abs. Abweichung		1,000E-07	1,900E-07	0,400E-07
Rel. Abweichung		0,32 %	0,60 %	0,13 %
Wärmeausdehnungskoeffizient α_{22} in y-Richtung in 1/K				
Heizrate	0,001 K/s	3,507E-05	3,538E-05	3,543E-05
	0,0033 K/s	3,494E-05	3,525E-05	3,542E-05
	0,01 K/s	3,489E-05	3,507E-05	3,538E-05
Abs. Abweichung		1,800E-07	3,100E-07	0,500E-07
Rel. Abweichung		0,52 %	0,88 %	0,14 %

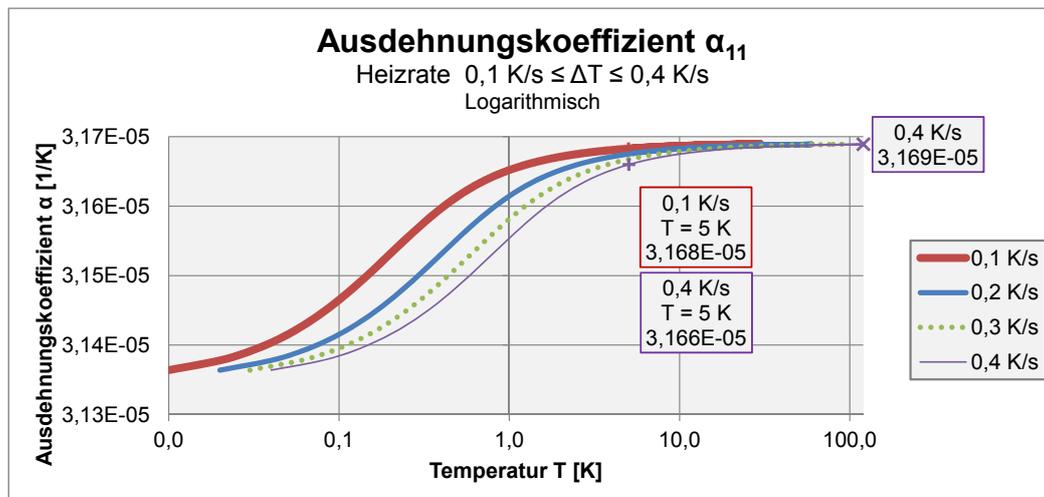


Abbildung 4.10. Logarithmischer Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten α_{11} bei Heizraten bis 0,4 K/s

In der Abbildung 4.10 sind die Verläufe des Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{11} für die Heizraten von 0,1 K/s bis 0,4 K/s dargestellt. Hier zeigt sich mit zunehmender Heizrate ebenfalls eine Verschiebung der Kurven nach rechts zu höheren Temperaturen. In der Abbildung 4.8 stellt sich der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient bei einer Heizrate von 0,001 K/s bereits bei einer Temperatur von 0,075 K ein. Im Vergleich dazu, liegt die Temperatur, bei der der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient α_{11} von $3,169 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ erreicht wird, bei der Heizrate von 0,1 K/s bereits deutlich höher bei 7,5 K. Bei der höchsten Heizrate von 0,4 K/s beträgt die Temperatur 30 K.

Die Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} in y-Richtung sind in der Abbildung 4.11 dargestellt. Im Vergleich zur Abbildung 4.10 ergeben sich ähnliche Verläufe für die unterschiedliche Heizraten. Die Resultate für die Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} liegen aufgrund der elliptischen Form des Silberpartikels höher als die Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{11} . Die maximale Abweichung des Ausdehnungskoeffizienten zwischen den Heizraten von 0,1 K/s und 0,4 K/s bei einer Temperatur von 0,5 K liegt bei 0,63 %. Ein Auszug aus den Ergebnissen ist in der Tabelle 4.12 zu finden.

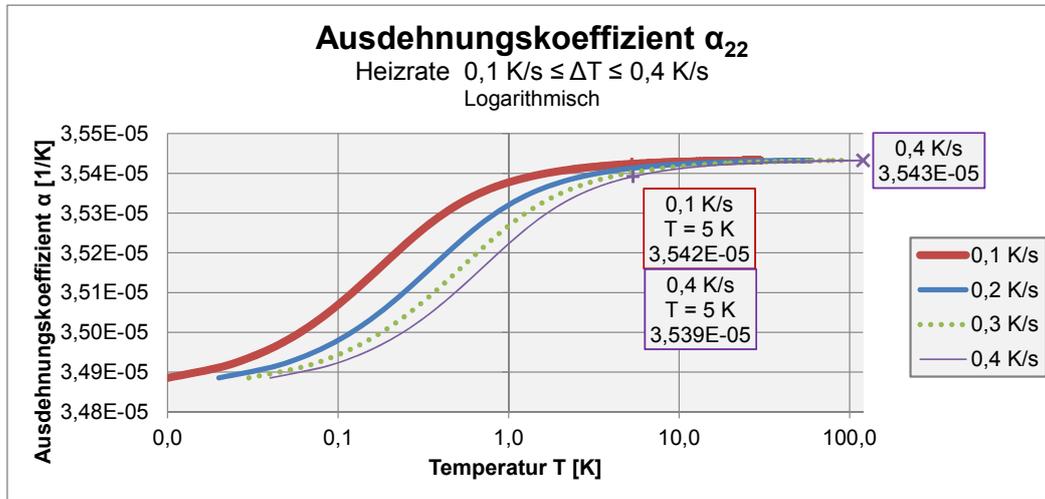


Abbildung 4.11. Logarithmischer Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten α_{22} bei Heizraten bis 0,4 K/s

Tabelle 4.12. Abhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten von der Heizrate 0,1 K/s bis 0,4 K/s

		T = 0,1 K	T = 0,5 K	T = 1 K
Wärmeausdehnungskoeffizient α_{11} in x-Richtung in 1/K				
Heizrate	0,1 K/s	3,147E-05	3,161E-05	3,165E-05
	0,2 K/s	3,142E-05	3,155E-05	3,161E-05
	0,3 K/s	3,139E-05	3,151E-05	3,158E-05
	0,4 K/s	3,138E-05	3,148E-05	3,155E-05
Abs. Abweichung		0,900E-07	1,300E-07	1,000E-07
Rel. Abweichung		0,29 %	0,41 %	0,32 %
Wärmeausdehnungskoeffizient α_{22} in y-Richtung in 1/K				
Heizrate	0,1 K/s	3,507E-05	3,532E-05	3,538E-05
	0,2 K/s	3,498E-05	3,522E-05	3,532E-05
	0,3 K/s	3,494E-05	3,516E-05	3,527E-05
	0,4 K/s	3,491E-05	3,510E-05	3,522E-05
Abs. Abweichung		1,600E-07	2,200E-07	1,600E-07
Rel. Abweichung		0,46 %	0,63 %	0,45 %

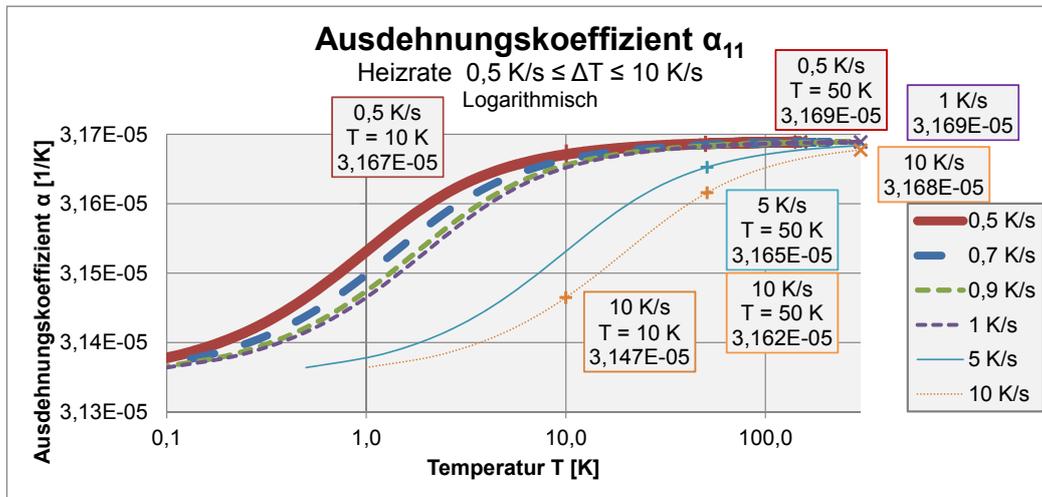


Abbildung 4.12. Logarithmischer Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten α_{11} bei Heizraten bis 10 K/s

Abschließend werden die Ergebnisse der höchsten Heizraten erläutert. Die gewählten Heizraten aus den Abbildungen 4.12 und 4.13 liegen zwischen 0,5 K/s und 10 K/s. Bei Vergleich der Heizraten von 0,5 K/s und 5 K/s ist eine Verschiebung der Kurve nach rechts zu höheren Temperaturen ersichtlich. Im Gegensatz zu den vorherigen Abbildungen mit niedrigeren Heizraten ist die Verschiebung deutlich größer. Der Grund dafür liegt darin, dass die Heizrate von 5 K/s um den Faktor zehn größer ist, als die Heizrate von 0,5 K/s. Bei einer Temperatur von 2 K beträgt der Wert für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{11} in x-Richtung bei einer Heizrate von 0,5 K/s $3,160 \cdot 10^{-5}$ 1/K und für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} in y-Richtung $3,529 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Für die Heizrate von 10 K/s liegen die Werte bei gleicher Temperatur niedriger. Der Wärmeausdehnungskoeffizient α_{11} beträgt $3,138 \cdot 10^{-5}$ 1/K, der Wärmeausdehnungskoeffizient α_{22} liegt bei $3,491 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Die relativen Abweichungen zwischen den unterschiedlichen Heizraten betragen in x-Richtung 0,70 % und in y-Richtung 1,09 %.

Weiters lässt sich aus den Abbildungen 4.12 und 4.13 erkennen, dass sich der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient bei einer Heizrate von 10 K/s bei einer Temperatur von 300 K noch nicht vollständig eingestellt hat.

Die Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} in y-Richtung bei

unterschiedlichen Aufheizraten sind in der Abbildung 4.13 dargestellt.

Abschließend sind in der Tabelle 4.13 einige Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{11} in x-Richtung sowie für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} in y-Richtung bei unterschiedlichen Temperaturen zusammengefasst. Zusätzlich sind die absoluten und relativen Abweichungen der Ausdehnungskoeffizienten bei den verschiedenen Temperaturen und Heizraten angeführt.

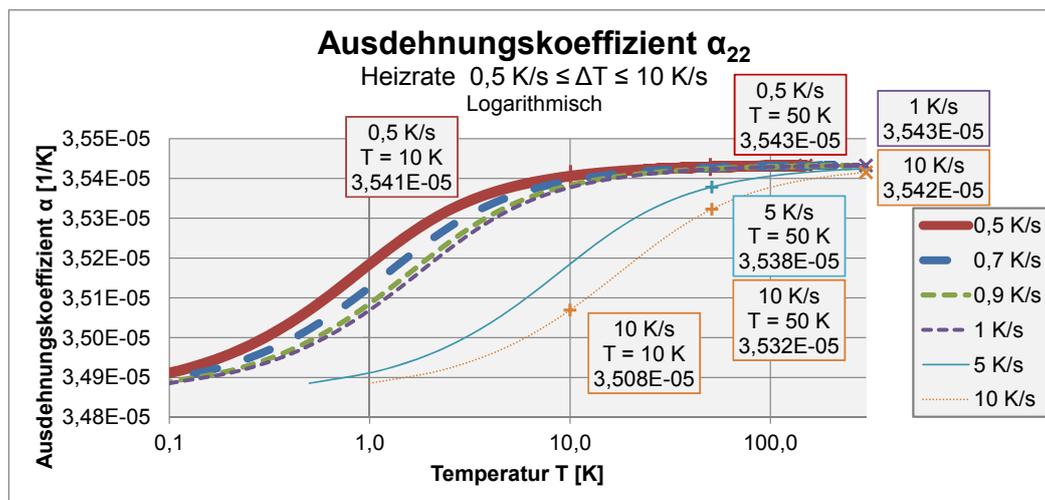


Abbildung 4.13. Logarithmischer Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten α_{22} bei Heizraten bis 10 K/s

Tabelle 4.13. Abhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten von der Heizrate 0,5 K/s bis 10 K/s

		T = 1 K	T = 2 K	T = 5 K	T = 10 K
Wärmeausdehnungskoeffizient α_{11} in x-Richtung in 1/K					
Heizrate	0,5 K/s	3,153E-05	3,160E-05	3,165E-05	3,167E-05
	0,7 K/s	3,150E-05	3,157E-05	3,164E-05	3,166E-05
	0,9 K/s	3,147E-05	3,154E-05	3,162E-05	3,166E-05
	1 K/s	3,146E-05	3,153E-05	3,161E-05	3,165E-05
	5 K/s	3,138E-05	3,140E-05	3,146E-05	3,153E-05
	10 K/s	3,136E-05	3,138E-05	3,143E-05	3,147E-05
Abs. Abweichung		1,700E-07	2,200E-07	2,200E-07	2,200E-07
Rel. Abweichung		0,54 %	0,70 %	0,70 %	0,64 %
Wärmeausdehnungskoeffizient α_{22} in y-Richtung in 1/K					
Heizrate	0,5 K/s	3,519E-05	3,529E-05	3,538E-05	3,541E-05
	0,7 K/s	3,512E-05	3,525E-05	3,535E-05	3,539E-05
	0,9 K/s	3,508E-05	3,520E-05	3,533E-05	3,538E-05
	1 K/s	3,507E-05	3,519E-05	3,522E-05	3,538E-05
	5 K/s	3,491E-05	3,496E-05	3,507E-05	3,519E-05
	10 K/s	3,489E-05	3,491E-05	3,500E-05	3,508E-05
Abs. Abweichung		3,000E-07	3,800E-07	3,800E-07	3,300E-07
Rel. Abweichung		0,86 %	1,09 %	1,09 %	0,94 %

4.4 Diskussion der Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse einer Diskussion unterzogen. Der Fokus liegt auf den Resultaten der viskoelastischen Einheitszelle.

Die Ergebnisse der rein elastischen Einheitszelle aus dem Kapitel 4.1 dienen zur Validierung des Modells. Die Ergebnisse für die rein elastische Einheitszelle eines Verbundwerkstoffes aus dem Kapitel 4.2 dienen zur Kontrolle der Langzeit- und Kurzzeit-Module der viskoelastischen Einheitszelle aus dem Kapitel 4.3.

4.4.1 Relaxation

Wie in den Abbildungen 4.2 und 4.3 ersichtlich ist, weist die Einheitszelle unter einer vorgegebenen, konstanten Dehnung viskoelastisches Verhalten auf. Der Relaxationsmodul liegt zu Beginn für die x-Richtung bei $1,86 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ und für die y-Richtung bei $1,56 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$. Diese Werte stellen den Kurzzeit-Modul dar. Im Bereich von 0 s bis 10 s sinkt der Relaxationsmodul mit zunehmender Zeit, bis sich der Langzeit-Relaxationsmodul einstellt. Der Langzeit-Relaxationsmodul für die Einheitszelle in x-Richtung liegt bei $1,17 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ und in y-Richtung bei $9,66 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$. Diese Werte decken sich mit den Ergebnissen der rein elastischen Einheitszelle des Verbundwerkstoffes aus der Tabelle 4.7. Somit ist anhand der Verläufe der Module in x- und y-Richtung viskoelastisches Verhalten der Einheitszelle zu beobachten.

4.4.2 Kriechen

Das Verhalten der viskoelastischen Einheitszelle beim Kriechen ist in den Abbildungen 4.4 und 4.5 dargestellt. In diesen Abbildungen sind die Verläufe der beiden Kriechmodule in x- und y-Richtung bei konstanter, gegebener Spannung zu finden. Hier stellt sich erneut das viskoelastische Verhalten, welches bei der Relaxation beobachtet wird, ein. Die Werte für den Kurzzeit-Kriechmodul für die Einheitszelle liegen in x-Richtung bei $1,86 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ und in y-Richtung bei $1,58 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$. Im Bereich von 0 s bis 10 s fallen beide Verläufe ab,

was im Falle der Relaxation ebenfalls zu beobachten ist. Die Langzeitwerte für die beiden Kriechmodule liegen in x-Richtung bei $1,17 \cdot 10^4$ N/mm² und in y-Richtung bei $9,66 \cdot 10^3$ N/mm². Somit zeigt sich, dass sich die Werte für die Kriechmodule, sowohl mit den Ergebnissen der Relaxation, als auch mit den Resultaten der rein elastischen Einheitszelle des Verbundes aus Silber und Epoxidharz aus der Tabelle 4.7 decken.

4.4.3 Temperatursprung

Neben den mechanischen Belastungen der Einheitszelle, ist das Verhalten dieser unter Einwirkung von Temperaturen von Interesse. In diesem Fall wird der sprunghafte Anstieg der Temperatur von einem 1 K untersucht. Die Auswirkungen der Temperaturveränderung auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten α sind in den Abbildungen 4.6 und 4.7 dargestellt. Der viskoelastische Effekt lässt sich hier erneut im Bereich von 0 s bis 10 s beobachten, was mit der Verwendung der generischen Daten der Prony-Terme zu erklären ist. Zu Beginn der Untersuchung stellt sich in beiden Abbildungen der Kurzzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient ein. Dieser beträgt in x-Richtung $3,135 \cdot 10^{-5}$ 1/K und in y-Richtung $3,486 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient zeigt sich bereits nach etwa 10 s und bleibt bis zum Ende der Untersuchung konstant. Die Werte für diesen betragen $3,169 \cdot 10^{-5}$ 1/K in x-Richtung und $3,543 \cdot 10^{-5}$ 1/K in y-Richtung. Der Grund für die unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten in x- und y-Richtung ist auf die elliptische Form des Silberpartikels zurückzuführen. Die Werte für den Ausdehnungskoeffizienten liegen in y-Richtung höher als in x-Richtung, was auf den gestreckten Partikel in x-Richtung zurückzuführen ist.

4.4.4 Aufheizprofil mit konstanten Heizraten

Neben dem Temperatursprung sind die Auswirkungen verschiedener konstanter Heizraten auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten von Interesse. Bei der experimentellen Bestimmung, wie beispielsweise bei der thermomechanischen Analyse oder der Dilatometrie, wird die Längenänderung während eines vorgegebenen Temperaturprofils gemessen. Bei dem zu untersuchenden Tempera-

turprofil handelt es sich um eine Rampenfunktion mit konstanter Heizrate. Die gewählten Heizraten liegen im Bereich von 0,001 K/s bis 10 K/s, wobei hier erwähnt werden soll, dass mit einem Dilatometer Untersuchungen von Heizraten zwischen 0,01 K/min und 50 K/min möglich sind. Die Genauigkeit dieser Geräte liegt für die Temperatur bei 0,1 K und für die Längenänderung bei 0,125 nm/digit. [24]

Anhand der Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit soll der Einfluss der Heizrate auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten geklärt werden.

Die Ergebnisse für den Ausdehnungskoeffizienten α_{11} in x-Richtung sind in den Abbildungen 4.8, 4.10 sowie 4.12 dargestellt. Die Abbildungen 4.9, 4.11 sowie 4.13 zeigen die Resultate für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_{22} in y-Richtung. Bei gleicher vorherrschender Temperatur, ergeben sich, abhängig von der Heizrate, für den Wärmeausdehnungskoeffizienten unterschiedliche Werte. Somit zeigt sich, dass die unterschiedlichen Heizraten einen Einfluss auf die Ergebnisse des Wärmeausdehnungskoeffizienten besitzen. Eine größere Heizrate hat eine Verschiebung der Kurven des Wärmeausdehnungskoeffizienten nach rechts zu höheren Temperaturen zur Folge. Im Vergleich zu geringeren Heizraten stellt sich der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient mit zunehmender Heizrate erst bei höheren Temperaturen ein. Somit gilt für die unterschiedlichen Heizraten bei derselben vorliegenden Temperatur, dass mit zunehmender Heizrate der Wert für den Wärmeausdehnungskoeffizienten abnimmt.

Die Grenzkurve, die sich bei einer sehr geringen Aufheizrate in der Realität zeigt, soll anhand der Heizrate von $1,00 \cdot 10^{-5}$ K/s in den Abbildungen 4.8 und 4.9 erläutert werden. Bei Betrachtung dieser Abbildungen zeigt sich ein ausgeprägter horizontaler Bereich der Verläufe. Dieser Bereich stellt eine Annäherung der Verläufe an die Grenzkurve dar. Hier muss jedoch erwähnt werden, dass sich dieser horizontale Bereich in der Realität, bei einer ausreichend geringen Heizrate, bereits am Beginn der Untersuchung einstellt. Der Grund dafür liegt abermals in den verwendeten generischen Materialdaten, den Prony-Termen. Um die Grenzkurve detaillierter realisieren zu können, müsste die Prony-Reihe um einen Term, welcher die Effekte im Bereich von Millisekunden besser abbildet, erweitert werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Heizrate einen Einfluss auf die

Ergebnisse für den Wärmeausdehnungskoeffizienten besitzt. Die berechneten Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Wärmeausdehnungskoeffizienten aus den Tabellen 4.11, 4.12 und 4.13 für die betrachteten Temperaturen liegen im Bereich von $0,400 \cdot 10^{-7}$ 1/K bis $3,800 \cdot 10^{-7}$ 1/K. Da die Genauigkeit des Dilatometers $0,125 \cdot 10^{-7}$ 1/K beträgt, sollten die Abweichungen des Wärmeausdehnungskoeffizienten theoretisch für die gewählte Konfiguration bei der experimentellen Ermittlung zu beobachten sein. Der Effekt ist zwar vorhanden, aufgrund der geringen Abweichungen jedoch kaum von Bedeutung.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassend wurde das viskoelastische Kriech- und Relaxationsverhalten der eigens entwickelten Einheitszelle, bestehend aus Silber und Epoxidharz, unter verschiedenen Lastfällen und Temperaturbelastungen untersucht. Insbesondere die Wärmeausdehnung des modellierten Verbundes wurde bei verschiedenen Heizraten analysiert und der Einfluss dieser auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten geklärt. Sämtliche, relevante Ergebnisse werden abschließend hervorgehoben und zusammengefasst.

5.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Bei Betrachtung des Relaxations- und Kriechmoduls zeigt sich ein für viskoelastische Materialien typisches Verhalten. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s stellt sich der Kurzzeit-Modul ein, welcher höher liegt als der Langzeit-Modul. Des Weiteren zeigt sich aufgrund der elliptischen Form des Silberpartikels, dass der Relaxations- und Kriechmodul in x-Richtung höher als der Modul in y-Richtung liegt. Die Werte für den Kurzzeit- und Langzeit-Modul sind von der Belastungsart, Kriechen oder Relaxieren, unabhängig.

Bei unterschiedlichen Heizraten ergeben sich, abhängig von verschiedenen Zeiten und Temperaturen, bei gleichem Material unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten. Mit zunehmender Heizrate stellt sich beispielsweise der Langzeit-Wärmeausdehnungskoeffizient erst bei höheren Temperaturen ein.

Der Wärmeausdehnungskoeffizient liegt in y-Richtung höher als in x-Richtung, was durch den gestreckten Silberpartikel in x-Richtung zu erklären ist. Die Abweichungen des Wärmeausdehnungskoeffizienten für die unterschiedlichen Heizraten bei derselben Temperatur sind sehr gering. Dennoch zeigt sich, dass die unterschiedlichen Heizraten einen Einfluss auf die Ergebnisse der Wärmeausdehnungskoeffizienten haben.

5.2 Ausblick

Basierend auf den Ergebnissen dieser Arbeit, können aufbauend folgende Aspekte berücksichtigt und untersucht werden:

- i Erweiterung sowie werkstoffspezifische Wahl der Prony-Terme
- ii Evaluierung der Ergebnisse des Relaxations- und Kriechmoduls und des Wärmeausdehnungskoeffizienten der FEM-Simulation mittels Durchführung von entsprechenden Versuchen
- iii Einfluss des Volumenanteils der Verstärkungskomponente auf den Relaxations- und Kriechmodul und auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten
- iv Einfluss der Geometrie der Verstärkungskomponente, wie z.B. das Halbachsenverhältnis der Ellipse, auf das Verhalten der Einheitszelle
- v Erweiterung der Einheitszelle von der 2D- auf eine 3D-Zelle, um das Verhalten über die Dicke analysieren zu können
- vi Untersuchung der Einflüsse von verschiedenen Belastungskombinationen auf das Verhalten der Einheitszelle, wie z.B. konstante Spannung mit Temperaturbelastung oder konstante Dehnung mit Temperaturbelastung
- vii Untersuchung der Einflüsse von Erholung und zyklischen Belastungen auf das Verhalten der Einheitszelle

Literaturverzeichnis

- [1] W. D. Callister, D. G. Rethwisch und M. Scheffler. *Materialwissenschaften und Werkstofftechnik: Eine Einführung*. John Wiley & Sons, 2012.
- [2] Hessen-Nanotech. Nanotechnologie in Kunststoff. Innovationsmotor für Kunststoffe, ihre Verarbeitung und Anwendung. In *Band 15 der Schriftenreihe der Aktionslinie Hessen-Nanotech des Hessischen Ministeriums für Wirtschaft, Verkehr und Landesentwicklung*. HA Hessen Agentur GmbH, 2009.
- [3] K. Friedrich. Tribological Performance of nano- and micro-particle reinforced polymer composites. In *1st Vienna International Conference Micro and Nano-Technology*. Österreichische Tribologische Gesellschaft, 2005.
- [4] J. Hornak, V. Mentlík, P. Trnka und P. Šutta. Synthesis and diagnostics of nanostructured micaless microcomposite as a prospective insulation material for rotating machines. *Applied Sciences*, 9(14):2926, 2019.
- [5] G. Habenicht. *Kleben: Grundlagen, Technologien, Anwendungen*. VDI-Buch. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [6] A. Lion. *Einführung in die Lineare Viskoelastizität*. Univ. der Bundeswehr München, 2007.
- [7] J. Göhler. Das dreidimensionale viskoelastische Stoffverhalten im großen Temperatur- und Zeitbereich am Beispiel eines in der automobilen Aufbau- und Verbindungstechnik verwendeten Epoxidharzklebstoffs. *Technischen Universität Dresden*, 2010.
- [8] J. Schröder, W. A. Wall, D. Gross und W. Hauger. *Technische Mechanik*. Springer, 2009.
- [9] R. Lakes. *Viscoelastic materials*. Cambridge university press, 2009.
- [10] H. Kara. *Untersuchung des viskoelastisch exzentrischen Knickens von Polymeren*. PhD thesis, Technische Universität München, 2005.

- [11] F. R. Schwarzl. *Polymermechanik: Struktur und mechanisches Verhalten von Polymeren*. Springer-Verlag, 2013.
- [12] E. H. Nordmeier, U. Guhr, M. D. Lechner und K. Gehrke. *Makromolekulare Chemie*. Springer, 2003.
- [13] M. Brandt, M. Brinkmann und W. Michaeli. Simulation des nicht-linear viskoelastischen werkstoffverhaltens von kunststoffen mit dem 3d-deformationsmodell. *Zeitschrift Kunststofftechnik/Journal of Plastics Technology*, 2006.
- [14] W. Weißbach. *Werkstoffkunde: Strukturen, Eigenschaften, Prüfung*. Springer-Verlag, 2010.
- [15] W. Schneider. *Praktische Regelungstechnik*. Springer, 2008.
- [16] H. E. Pettermann und A. DeSimone. An anisotropic linear thermo-viscoelastic constitutive law. *Mechanics of time-dependent materials*, 22(4):421–433, 2018.
- [17] C. Groth und G. Müller. *FEM für Praktiker: Temperaturfelder : Basiswissen und Arbeitsbeispiele zu FEM-Anwendungen der Temperaturfeldberechnung ; Lösungen mit dem Programm ANSYS ; mit CD-ROM und zahlreichen Beispielen / Clemens Groth ; Günter Müller*. Edition experts-oft. expert-Verlag, 2009.
- [18] C. M. Zener und S. Siegel. Elasticity and anelasticity of metals. *The Journal of Physical Chemistry*, 53(9):1468–1468, 1949.
- [19] H. J. Böhm. Continuum micromechanics of materials. *Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, TU Wien*, 2017.
- [20] A. S. Milani, C. Lynam und P. Eng. *A Guide to Modeling Thermoplastic Composite Manufacturing Processes: Optimizing Process Variables and Tooling Design Using Finite Element Analysis*. DEStech Publications, Inc, 2014.
- [21] G. Rau und R. Ströbel. *Die Metalle: Werkstoffkunde mit ihren chemischen und physikalischen Grundlagen*, volume 1. Verlag Neuer Merkur GmbH, 1999.
- [22] H. Gercek. Poisson’s ratio values for rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 44(1):1–13, 2007.
- [23] R. Bollina, S. Knippscheer T. Mrotzek und J. Linke. Hochwärmeleitfähige diamant-metall-verbundwerkstoffe. In *27. Hagener Symposium Pulvermetallurgie: Neue Anforderungen- Neue Produkte-Neue Verfahren*. 11 2008.

- [24] NETZSCH-Gruppe. *Dilatometrie*, 2013 (besucht am 29. Juni 2020).
<http://files.vogel.de/vogelonline/vogelonline/companyfiles/5199.pdf>.