



INSTITUT FÜR
ENERGIETECHNIK
UND THERMODYNAMIK
Institute of Energy Systems and Thermodynamics

Diplomarbeit

Untersuchung des dynamischen Verhaltens einer reversiblen Pumpturbine bei Betrieb mit Luft

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger
Senior Scientist Dipl.-Ing. Dr.techn. BSc Anton Maly
E302 - Institut für Energietechnik und Thermodynamik

Eingereicht an der Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften
der Technischen Universität Wien
zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.)

von

Matthias Gallowitsch, BSc
Matr.Nr. 01325391
Eisnerstraße 5/22, 2551 Enzesfeld-Lindabrunn

Wien, Jänner 2021

(Matthias Gallowitsch)

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur genannt habe. Weiters erkläre ich, dass ich diese Diplomarbeit bisher weder im In- noch im Ausland (einer Beurteilerin / einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, Jänner 2021

(Matthias Gallowitsch)

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinen Betreuern Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger und Herrn Senior Scientist Dipl.-Ing. Dr.techn. Anton Maly, BSc., die mich während dem Entstehen dieser Arbeit immer tatkräftig unterstützt haben. Ich möchte mich weiters für das angenehme Zusammenarbeiten und Ihr außergewöhnlich großes Engagement, das ich wirklich sehr schätze, bedanken.

Ein großes Danke gilt auch meinen Eltern, Ferdinand und Eva, meinen Geschwistern, Thomas, Theresa und Magdalena und meiner Lebensgefährtin, Stefanie, die immer an mich geglaubt haben und passende Worte zur rechten Zeit gefunden haben.

Kurzfassung

Die steigende Nutzung von regenerativen Energien senkt einerseits die Schadstoffemissionen, erhöht aber andererseits die Anforderungen an die Stabilisierung und Regelung des Verbundnetzes. Deshalb werden unter anderem Pumpspeicherkraftwerke immer häufiger im Phasenschieberbetrieb betrieben. Bei dieser Betriebsart wird die Maschine ausgeblasen, d. h. der Wasserpegel wird so weit abgesenkt, dass das Laufrad der Pumpturbine in Luft, oberhalb einer freien Wasseroberfläche, rotiert. Unter bestimmten Bedingungen wird eine Oszillation der Wasseroberfläche angeregt, die unter Umständen sogar ins Laufrad ragt.

In dieser Arbeit wurde untersucht, ob das Überschreiten der Pumpgrenze (=Stabilitätsgrenze) der Pumpturbine, während des Phasenschieberbetriebes, ein möglicher Anregungsmechanismus für diese Oszillation ist. Dafür wurde das Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer auf den Francis-Pumpturbinen-Prüfstand der TU Wien angewandt. Dieses Modell wurde ursprünglich für Axialkompressoren entwickelt und später von Hansen auch erfolgreich auf Radialmaschinen angewandt. Mit diesem Modell lässt sich das Instabilitätsverhalten eines stationär betriebenen Kompressors bestimmen. Dafür wird das Kompressorsystem in drei Bereiche aufgeteilt: Kompressorkanal, Plenum und Drosselkanal.

Die Anwendung des Modells mit konzentrierten Parametern erfordert neben gewissen Systemparametern auch die stationäre Kompressorcharakteristik. Die Charakteristik wurde durch gesammelte Messdaten des 4-Quadranten-Kennfelds bestimmt. Die Lösung des Differentialgleichungssystem wurde mit dem Berechnungsprogramm MATLAB durchgeführt. Dabei wurden Simulationen mit verschiedenen Aufteilungen der drei Bereiche, sowie Variationen diverser Parameter durchgeführt. Die Ergebnisse werden in dieser Arbeit gezeigt und mit Messdaten der Oszillation der freien Wasseroberfläche verglichen.

Abstract

The increasing use of regenerative energies reduces pollutant emissions, but also leads to higher efforts for the stabilization and regulation of the power grid. For this reason, pumped storage power plants, among other things, are increasingly being operated in synchronous condenser mode. In this operating mode is the water level lowered and the runner of the pump turbine rotates in air, above a free water surface. Under certain conditions an oscillation of the water surface is stimulated.

In this thesis it was investigated whether exceeding the surge margin (= stability limit) of the pump turbine is a possible excitation mechanism for this oscillation. Therefore the so-called Lumped Parameter Model of Greitzer was applied to the Francis pump turbine test rig of the Vienna University of Technology. This model was originally developed for axial compressors and later successfully applied by Hansen to radial machines. With this model the instability behaviour of a compressor during stationary operation can be determined. For this purpose the compressor system is divided into three areas: Compressor duct, plenum and throttle duct.

The application of the Lumped Parameter Model requires certain system parameters as well as the stationary compressor characteristics. The characteristic was determined by collected measurement data of the 4-quadrant characteristic map. The solution of the differential equation system was performed with the program MATLAB. Simulations with different divisions of the three areas and variation of various parameters were performed. The results are shown in this thesis and compared with measured data of the oscillation of the free water surface.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Grundlagen	2
2.1	Dimensionslose Kennzahlen	2
2.1.1	Durchflusszahl	2
2.1.2	Druckzahl	3
2.1.3	Machzahl	4
2.1.4	Reynoldszahl	4
2.1.5	Drehzahlfaktor	4
2.1.6	Durchflussfaktor	5
2.2	Phasenschieberbetrieb	5
2.3	Stabilität	5
2.3.1	Rotierende Abreißströmung	7
2.3.2	Verdichterpumpen	8
2.4	Modell von Greitzer und dessen DGL-System	9
2.4.1	Helmholtz-Resonator	11
2.4.2	Impulsbilanz von Kompressor- und Drosselkanal	12
2.4.3	Massenbilanz innerhalb des Plenums	14
2.4.4	Dynamisches Verhalten des Kompressors	15

2.5	Dimensionslose Form des DGL-Systems	16
2.5.1	Dimensionsloser Massenstrom	17
2.5.2	Dimensionsloser Druck	17
2.5.3	Dimensionslose Zeit	18
2.5.4	Einsetzen der dimensionslosen Größen	19
3	Berechnung des Instabilitätsverhalten	21
3.1	Auswertung der Messdaten	21
3.2	Konfiguration der Bereiche	25
3.3	Variation weiterer Parameter	28
3.4	MATLAB-Simulation	29
4	Simulationsergebnisse und Vergleich mit Messdaten	31
4.1	Ergebnisse der Variation der Bereiche	31
4.1.1	Standardvariante	32
4.1.2	Einfluss der unterschiedlichen Wasserstände	34
4.1.3	Variante „Drossel“	36
4.1.4	Variante „Plenum“	37
4.2	Ergebnisse der Variation weiterer Parameter	38
4.2.1	Variation der Relaxationsumdrehungszahl	38
4.2.2	Variation des Ventilparameters	40
4.3	Vergleich mit Messdaten der Oszillation der freien Wasseroberfläche	42
5	Zusammenfassung und Ausblick	44
6	Anhang: MATLAB-Code	47

Nomenklatur

Abkürzungen

ODE	Ordinary Differential Equation
DGL	Differentialgleichung

Physikalische Konstanten

g	Fallbeschleunigung	m/s^2
-----	--------------------	----------------

Lateinische Symbole

A	Amplitude	m
A	Querschnittsfläche	m^2
a	Schallgeschwindigkeit der Luft	m/s
A_{pp}	Peak-to-Peak Amplitude	m
B	Parameter	1
b_1	Schaufelbreite	m
C	Kompressordruckanstieg	Pa
c	Strömungsgeschwindigkeit	m/s
c	Federsteifigkeit	N/m
c_m	Meridiangeschwindigkeit	m/s
d	Durchmesser	m
E	spezifische hydraulische Energie	m^2/s^2
E_κ	Ungestörter Wasserpegel	m
F	Drosseldruckabfall	Pa
G	Parameter	1
H	Förderhöhe	m
L	Kanallänge	m
l	charakteristische Länge	m
l	Höhe des Gefäßhalses	m

Nomenklatur

m	Masse	kg
\dot{m}	Massenstrom	kg/s
N	Relaxationsumdrehungszahl	1
n	Drehzahl	1/s
n_{ED}	Drehzahlfaktor	1
p	Druck	Pa
p_{dyn}	dynamischer Druck	Pa
p_t	Totaldruck	Pa
Q	Volumenstrom	m ³ /s
Q_{ED}	Durchflussfaktor	1
r	Radius	m
S	Ventil-Parameter = $(A_C/A_v)^2$	1
t	Zeit	s
u	Umfangsgeschwindigkeit	m/s
V	Volumen	m ³
x	axiale Lage	m
Y	spezifische Stutzenarbeit	m ² /s ²
z_{FSO}	Minimalabstand zwischen Wassersäule und Laufrad	m

Griechische Symbole

Δ	Differenz	1
η	Wirkungsgrad	1
κ	Isentropenexponent, für Luft $\kappa = 1,4$	1
κ	Wasserpegelkoeffizient	1
ω	Helmholtz-Eigenkreisfrequenz	rad/s
ω_0	Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems	rad/s
π	Kreiszahl	1
ψ	Druckzahl	1
ρ	Dichte	kg/m ³
τ	Kompressormassenstrom-Relaxationszeit	s
φ	Durchflusszahl	1

Indizes

1	druckseitig
2	saugseitig
a	außen

Nomenklatur

C	Kompressor, Kompressorkanal
m	Meridian
P	Plenum
s	isentropische Zustandsänderung
ss	stationär
T	Drossel, Drosselkanal
t	total
u	Umfang
v	Ventil

Exponent

\sim	dimensionslose Größe
--------	----------------------

Kapitel 1

Einführung

Die steigende Nutzung regenerativer Energien für die Strom- und Wärmeerzeugung verringert die Notwendigkeit der Verbrennung fossiler Energieträger, wodurch die Kohlendioxid-Emissionen reduziert werden. Als regenerative Energien werden unter anderem Biomasse, Wasserkraft, Geothermie, Wind- und Sonnenenergie bezeichnet. Die Verwendung der regenerativen Energiequellen führt jedoch auch zu größeren Schwankungen in der Nutzenergiegewinnung, weshalb die Anforderungen an die Stabilisierung und Regulierung des Stromnetzes größer werden.

Eine immer häufiger verwendete Methode zur Regulierung und Stabilisierung des Verbundnetzes ist der Phasenschieberbetrieb von Pumpspeicherkraftwerken. Im Phasenschieberbetrieb gibt die Synchronmaschine, je nach Bedarf, Blindleistung ans Stromnetz ab oder nimmt Blindleistung aus dem Netz auf. Bei Pumpspeicherkraftwerken wird die Maschine dafür ausgeblasen, das bedeutet, der Wasserstand wird bis unterhalb des Laufrades abgesenkt. Das Laufrad rotiert während des Phasenschieberbetriebs in Luft, oberhalb einer freien Wasseroberfläche. Unter bestimmten Bedingungen kommt es zum Aufschaukeln der Wasseroberfläche, das im schlimmsten Fall so heftig sein kann, dass die Wassersäule bis ins Laufrad ragt, wodurch es zu Beschädigungen der Schaufeln kommen kann.

Im Zuge dieser Arbeit wird das Instabilitätsverhalten des Francis-Pumpturbinen-Prüfstandes der TU Wien mit dem Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer untersucht. Da eine mögliche Ursache des Aufschaukelns der freien Wasseroberfläche, das Überschreiten der Pumpgrenze (Stabilitätsgrenze der Pumpe) sein könnte. Die Simulationsergebnisse werden mit Messdaten verglichen.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel sind die wichtigsten Grundlagen: die benötigten dimensionslosen Kennzahlen, der Phasenschieberbetrieb, die Definition und die Arten von Stabilität beschrieben. Außerdem ist eine ausführliche Beschreibung und Herleitung des Modells mit konzentrierten Parametern von Greitzer gezeigt. Dieses Modell wurde im Zuge dieser Arbeit für die Untersuchung des Instabilitätsverhalten des Francis-Pumpturbinen-Prüfstands der TU Wien während des Phasenschieberbetriebs angewandt.

2.1 Dimensionslose Kennzahlen

2.1.1 Durchflusszahl

Die Durchflusszahl φ (auch Lieferzahl) dient als Hilfsmittel zur Beschreibung des Betriebsverhalten von Strömungsmaschinen. In der Literatur gibt es unterschiedliche Definitionen. Eine Definition ist der Quotient aus dem mittleren Volumenstrom und einem fiktiven Volumenstrom, das Produkt aus Umfangsgeschwindigkeit und Laufradquerschnittsfläche

$$\varphi = \frac{4Q}{d_1^3 n \pi^2}. \quad (2.1)$$

Eine andere Definition, die zur besseren Unterscheidung mit φ' bezeichnet wird, ist das Verhältnis aus Meridiangeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit

$$\varphi' = \frac{c_m}{u_1}. \quad (2.2)$$

Darin sind Q der mittlere Volumenstrom, d_1 der druckseitige Durchmesser, n die Drehzahl, c_m die Meridiangeschwindigkeit und u_1 die Umfangsgeschwindigkeit. Bei Radialmaschinen wird im Normalfall der druckseitige Durchmesser d_1 als Bezugsdurchmesser für die Laufradfläche des fiktiven Volumenstroms und der Umfangsgeschwindigkeit verwendet [1], [2], [3], [4].

Die oben angeführten Definitionen ergeben unterschiedliche Werte. Der Zusammenhang zwischen φ und φ' wird im Folgenden gezeigt. Die Durchflusszahl φ' ergibt sich mit der Meridiangeschwindigkeit $c_m = Q/(d_1\pi b_1)$ und der Umfangsgeschwindigkeit $u_1 = d_1\pi n$ zu

$$\varphi' = \frac{c_m}{u_1} = \frac{Q}{d_1^2\pi^2nb_1} \quad (2.3)$$

und mit anschließender Erweiterung folgt

$$\varphi' = \varphi \left(\frac{d_1}{4b_1} \right), \quad (2.4)$$

worin b_1 die Schaufelbreite am äußeren Umfang ist. Somit lässt sich erkennen, dass die beiden Definitionen der Durchflusszahlen nicht die gleichen Werte ergeben, sondern, dass sie sich durch einen konstanten Faktor voneinander unterscheiden.

2.1.2 Druckzahl

Die Druckzahl ψ ist, genau wie die Durchflusszahl, eine Kenngröße, die zur Beschreibung des Verhaltens von Strömungsmaschinen dient. Sie entspricht dem Verhältnis von spezifischer Stutzenarbeit zu spezifischer kinetischer Energie

$$\psi = \frac{Y}{\frac{u_1^2}{2}} = \frac{2gH}{u_1^2} = \frac{2\Delta p_t}{\rho u_1^2}. \quad (2.5)$$

Darin ist $Y = gH$ die spezifische Stutzenarbeit, die dem Produkt aus Fallbeschleunigung g und Förderhöhe H entspricht, u_1 die Umfangsgeschwindigkeit, Δp_t die Druckdifferenz zwischen druckseitigem und saugseitigem Totaldruck und ρ die Dichte

des Mediums [1], [2], [3], [4].

2.1.3 Machzahl

Die Machzahl Ma ist das Verhältnis aus der Strömungsgeschwindigkeit und der Schallgeschwindigkeit. Dabei entsprechen $Ma < 1$ Unterschallströmungen und $Ma > 1$ Überschallströmungen. Strömungen können als inkompressibel betrachtet werden, wenn $Ma \leq 0,2$ gilt [3, S. 360]. Die Machzahl eines idealen Gases ergibt sich mit dessen Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\kappa RT}$ zu

$$Ma = \frac{c}{\sqrt{\kappa RT}}. \quad (2.6)$$

Dabei entspricht c der Strömungsgeschwindigkeit, κ dem Isentropenexponent, R der spezifischen Gaskonstante und T der Temperatur des Gases in Kelvin.

2.1.4 Reynoldszahl

Die Reynoldszahl Re ist das Verhältnis von Trägheitskräften zu Reibungskräften und dient zur Beurteilung des Turbulenzverhaltens der Strömung, d. h., ob die Strömungsverhältnisse laminar oder turbulent sind. Das Turbulenzverhalten ist für Körper mit ähnlicher Geometrie und gleicher Reynoldszahl identisch. Die Definition der Reynoldszahl ist

$$Re = \frac{cl}{\nu}. \quad (2.7)$$

Darin sind c die charakteristische Geschwindigkeit, l die charakteristische Länge und ν die kinematische Viskosität [5].

2.1.5 Drehzahlfaktor

Der Drehzahlfaktor (engl. speed factor) n_{ED} dient zur Beschreibung von hydraulischen Maschinen. Die Definition der dimensionslosen Größe lautet gemäß [6]

$$n_{ED} = \frac{nd_2}{\sqrt{E}}. \quad (2.8)$$

Darin ist n die Drehzahl, d_2 der saugseitige Durchmesser und $E = gH$ die spezifische hydraulische Energie.

2.1.6 Durchflussfaktor

Der Durchflussfaktor (engl. discharge factor) Q_{ED} wird genau wie der Speed factor für die Beschreibung von hydraulischen Maschinen verwendet. Er ist laut [6] definiert als

$$Q_{ED} = \frac{Q}{d_2^2 \sqrt{E}}. \quad (2.9)$$

Mit Q als der Volumenstrom und d_2 und E gleich wie beim Drehzahlfaktor.

2.2 Phasenschieberbetrieb

Neben dem Generator- und Motorbetrieb einer Synchronmaschine, gibt es noch den sogenannten Phasenschieberbetrieb. Im Phasenschieberbetrieb wird Blindleistung von der Synchronmaschine aus dem Stromnetz aufgenommen oder an das Stromnetz abgegeben. Dies wird unter anderem bei Pumpspeicher- und Gasturbinenkraftwerken zur Stabilisierung und Regulierung des Verbundnetzes genutzt. Die Synchronmaschine wird währenddessen als mechanisch unbelasteter Motor betrieben, um die aus dem Netz bezogene Wirkleistung möglichst gering zu halten. Bei Pumpspeicherkraftwerken wird die Maschine deshalb ausgeblasen. Das bedeutet, der Wasserstand wird unter das Niveau der Pumpturbine abgesenkt, wodurch das Laufrad in Luft, über einer freien Wasseroberfläche, rotiert. Dabei kann es unter bestimmten Bedingungen zu einer Oszillation der freien Wasseroberfläche kommen. Bei Gasturbinenkraftwerken wird der Motor abgekoppelt, um das Mitschleppen des Kompressors zu verhindern [7].

2.3 Stabilität

Die Stabilität eines Betriebspunktes oder Zustands kann als Eigenschaft, immun gegenüber kleinen Störungen zu sein, definiert werden. Bei Betriebspunkten oder Zuständen, die diese Eigenschaft nicht haben, führen kleine Störungen zu Instabilitäten. Dabei werden zwei Arten von Instabilitäten unterschieden: die statische und

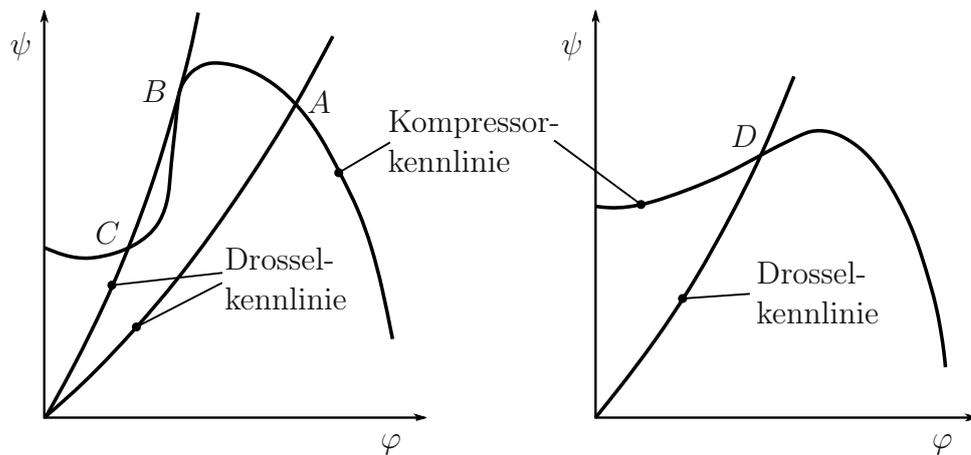


Abbildung 2.1: Links: Statische Instabilität, Rechts: Dynamische Instabilität. Das Schema der Abbildung wurde aus [8] genommen und überarbeitet.

die dynamische Instabilität [8, S. 193].

Statische Instabilität tritt auf, sobald die Steigung der Kompressorcharakteristik in einem stationären Betriebspunkt größer als die Steigung der Drosselkennlinie ist. Beim Auftreten von kleinen Störungen entfernt sich der Betriebspunkt von einem statisch instabilen Anfangspunkt immer weiter, wohingegen dieser bei statischer Stabilität immer wieder in die Anfangslage zurückkehrt. In der Abb. 2.1 links ist der Punkt *A* statisch stabil und der Punkt *B* statisch instabil [8, S. 194].

Die dynamische Instabilität wird durch anwachsende Oszillationen während des stationären Betriebs verursacht. Der Kompressor bringt die erforderliche Energie in das System ein, um die Oszillationen aufrecht zu erhalten bzw. im instabilen Fall weiter anwachsen zu lassen. Die Ursache für die Entstehung der dynamischen Instabilität ist somit analog einer negativen Dämpfung, die durch den Kompressor hervorgerufen wird. Im Gegensatz zum statischen Stabilitätsverhalten reichen die Kompressor- und Drosselkennlinien alleine nicht aus, um das dynamische Stabilitätsverhalten zu bestimmen. Dennoch ist die Kenntnis der Kennlinien auch für die Untersuchung des dynamischen Stabilitätsverhalten essentiell, da eine positive Steigung der Kompressorcharakteristik notwendig für das Auftreten dynamischer Instabilitäten ist. Selbst bei einem statisch stabilen Betriebspunkt kann es zu (dynamischen) Instabilitäten kommen, wie es Punkt *D* auf der rechten Seite der Abb. 2.1 zeigt [8, S. 196].

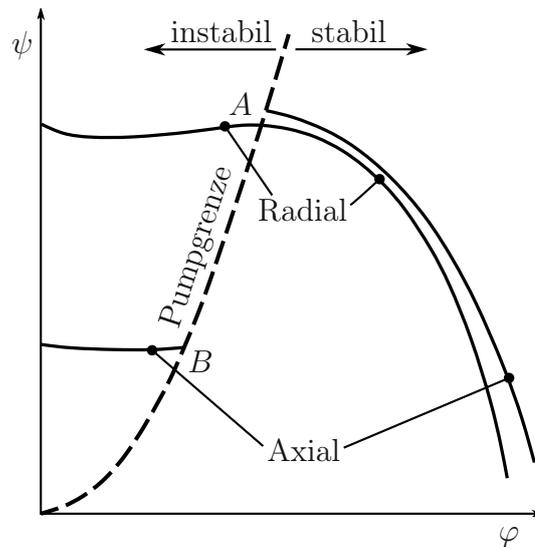


Abbildung 2.2: Schematischer ψ/φ -Verlauf einer Axial- und Radialmaschine mit dem Auftreten einer rotierenden Abreißströmung, nach Überschreiten der Pumpgrenze. Die Abbildung wurde aus [9] genommen und überarbeitet.

2.3.1 Rotierende Abreißströmung

Die „rotierende Abreißströmung“ (engl. Rotating Stall) und das „Verdichterpumpen“ (engl. Surge) sind die zwei möglichen Formen der Strömungsinstabilität eines Kompressorsystems, die beim Überschreiten der Pumpgrenze auftreten können. Welche Form der Instabilität überwiegend auftritt, hängt von den Abmessungen des Kompressorsystems ab. Eine Faustregel besagt, dass Systeme mit kurzen Auslasskanälen eher zur rotierenden Abreißströmung und jene mit längeren Auslasskanälen oder angeschlossenen Speichervolumina zum Verdichterpumpen neigen. Bei der rotierenden Abreißströmung kommt es zu einer Strömungsablösung an einer oder mehreren Schaufeln, wodurch der Massenstrom in diesem Bereich blockiert wird. Die Strömung weicht deshalb auf die benachbarten Schaufeln aus, wodurch auch deren Anströmungsbedingungen verändert werden. Es folgt eine Störung der Strömung, die in Laufraddrehrichtung, aber mit verringerter Umfangsgeschwindigkeit, umläuft. Diese Störung kann zu hohen mechanischen Beanspruchungen der Bauteile und bzw. oder zur enormen Verschlechterung des Betriebsverhalten führen. Die Abb. 2.2 zeigt Verläufe der Druckzahl eines Axial- und Radialkompressors, wobei sich links von der Pumpgrenze der instabile Bereich, in dem es zu Rotating Stall kommt, befindet. Dabei ist zu erkennen, dass die Druckzahl bei Axialmaschinen im instabilen Bereich deutlich stärker abfällt als bei Radialmaschinen [8, S. 197], [10,

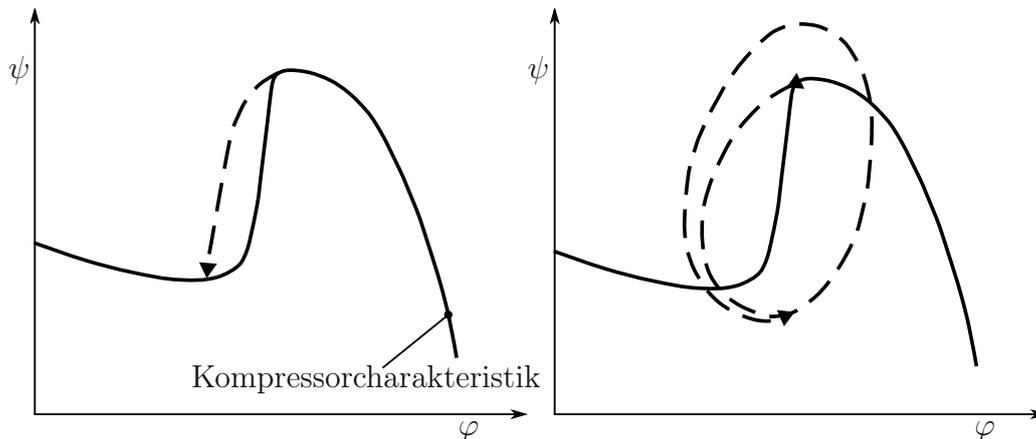


Abbildung 2.3: Links: Rotierende Abreißströmung Rechts: Verdichterpumpen. Das Schema der Abbildung wurde aus [8] genommen und überarbeitet.

S. 195].

2.3.2 Verdichterpumpen

Das Verdichterpumpen (engl. Surge) ist eine Störung der Strömung, bei der es zu massiven Oszillationen des Massenstroms und des Kompressor-druckanstiegs, innerhalb des Kompressorsystems, kommt. Dabei kann es zur periodischen Umkehrung der Strömungsrichtung, d. h. der durchschnittliche Massenstrom ist teilweise negativ, kommen. Bei Umkehrung der Strömungsrichtung spricht man von „Deep Surge“ bzw. von „Mild Surge“ wenn sich die Strömungsrichtung nicht umkehrt. Es kann zu einem inakzeptablen Betriebsverhalten und enormen Beanspruchungen der Bauteile kommen. Das Verdichterpumpen ist eine Störung in axialer Richtung, wohingegen die rotierende Abreißströmung eine Störung in tangentialer Richtung ist. Die Abb. 2.3 zeigt den schematischen ψ/φ -Verlauf einer rotierenden Abreißströmung (links) und von Verdichterpumpen (rechts). Um das Auftreten der Störungen zu verhindern, werden Kompressoren, im Normalfall, mit möglichst viel Abstand zur Pumpgrenze betrieben. Trotzdem können Schwankungen im Betriebspunkt (Drehzahl, Massenstrom etc.) dazu führen, dass die Pumpgrenze überschritten wird und es zum Auftreten von Instabilitäten kommt [8], [9].

2.4 Modell von Greitzer und dessen DGL-System

Greitzer entwickelte 1976 ein Modell mit konzentrierten Parametern (engl. lumped parameter model) für die Untersuchung des Instabilitätsverhalten eines Axialkompressors, das das Antwortverhalten des Kompressors bei Störungen im stationären Betrieb liefert. Bei den Untersuchungen von Greitzer hat sich gezeigt, dass ein dimensionsloser Systemparameter maßgebend dafür ist, welche Form der Instabilität, die rotierende Abreißströmung oder das Verdichterpumpen, auftreten wird [11].

Das dem Modell zugrundeliegende, vereinfachte Kompressorsystem besteht aus drei Bereichen: Kompressorkanal, Plenum und Drosselkanal. Der Kompressor und die Drossel sind dabei als Wirkscheiben modelliert, d. h. die axiale Ausdehnung ist infinitesimal klein und die Wirkungen, in diesem Fall sind es Druckänderungen, erfolgen an einem Punkt. In dem Modell wird außerdem angenommen, dass die gesamte kinetische Energie des vereinfachten Systems in den Massenströmen des Kompressor- und Drosselkanals enthalten ist. Und die Kompression und Expansion des Fluids im Plenum die einzige Form der potentiellen Energie darstellen [8, S.196].

Die obere Darstellung in Abbildung 2.4 zeigt das vereinfachte Kompressorsystem des Modells von Greitzer und die untere Darstellung zeigt den zugehörigen, schematischen Druckverlauf. Darin sind A_C , A_T die Querschnittsflächen, L_C , L_T die Längen und c_C , c_T die inneren Strömungsgeschwindigkeiten des Kompressor- bzw. Drosselkanals. Die im Druckverlauf gezeigten Größen sind der Druck p , die axiale Lage x , der Umgebungsdruck p_u , der Druck innerhalb des Plenums p_P , die Druckdifferenz $\Delta p = p_P - p_u$, der Kompressordruckanstieg C und der Drosseldruckverlust F .

Hansen wandte das Modell 1981, mit kleineren Relaxationsumdrehungszahlen N (engl. time lag, relaxation time) als bei Axialkompressoren, erfolgreich auf einen Radialkompressor an [12]. Dabei gibt die Relaxationsumdrehungszahl N an, wie viele Umdrehungen benötigt werden, bis sich die Instabilität vollständig gebildet hat. Hansen hat mit $N = 0,5$ und Greitzer mit $N = 2$ die genauesten Ergebnisse für das jeweils untersuchte Kompressorsystem erhalten. Die Gründe für die niedrigeren N -Werte bei Radialkompressoren sieht Hansen in den Unterschieden der sehr komplexen Strömungsphänomene der beiden Kompressorarten. Weiters ist darin angemerkt, dass N vom jeweiligen Kompressor selbst, und nicht nur von der Kompressorart, abhängig sein kann.

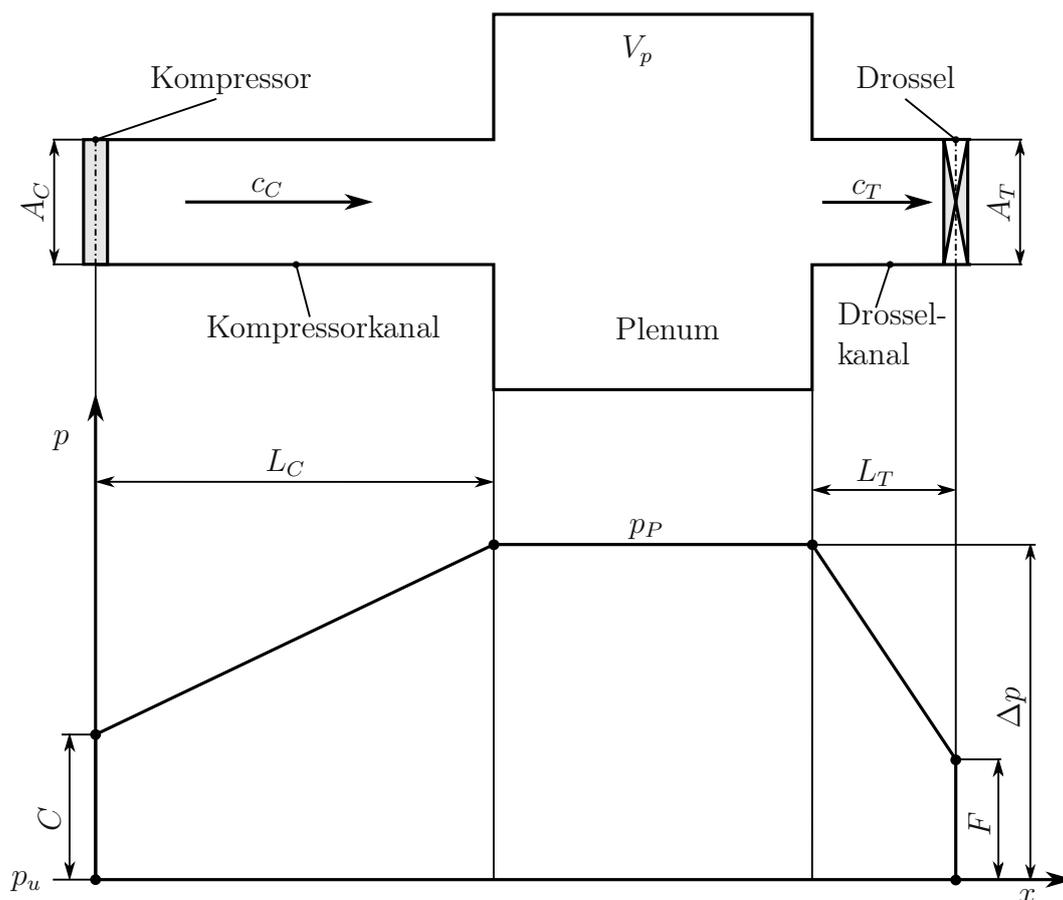


Abbildung 2.4: Oben: Schematische Darstellung des vereinfachten Kompressorsystems [8], Unten: Schematischer Druckverlauf innerhalb des vereinfachten Kompressorsystems.

In Abb. 2.5 ist das entsprechende mechanische Ersatzsystem des vereinfachten Pumpsystems dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die Dämpfung durch den Kompressor sowohl positiv als auch negativ sein kann. Eine negative Dämpfung, auch Anfachung genannt, führt dazu, dass der Kompressor Energie in das System einbringt, wodurch Oszillationen aufrecht erhalten werden oder im instabilen Fall weiter anwachsen. Die Dämpfung aufgrund der Drossel ist immer positiv [8].

Das Modell besteht aus vier gekoppelten Differentialgleichungen, die in den nächsten Abschnitten zunächst dimensionsbehaftet hergeleitet und in einem darauffolgenden Abschnitt dimensionslos dargestellt werden.

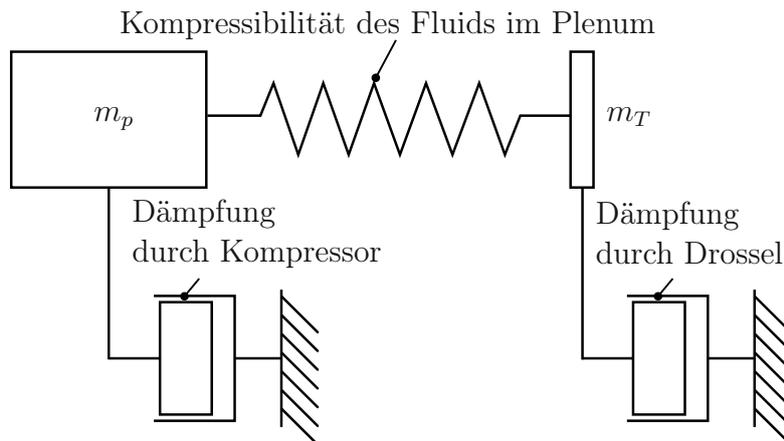


Abbildung 2.5: Mechanisches Ersatzsystem des vereinfachten Kompressorsystems. Die Dämpfung durch den Kompressor kann auch negativ werden. Die Dämpfung aufgrund der Drossel ist immer positiv [8].

2.4.1 Helmholtz-Resonator

Das Modell von Greitzer beruht auf dem Prinzip des Helmholtz-Resonators. Die Abb. 2.6 links zeigt eine Schema-Skizze des Helmholtz-Resonators, worin A die Querschnittsfläche und l die Höhe des Gefäßhalses, der nach oben hin offen ist, sind. Die im Gefäßhals befindliche Gasmasse, die „Masse“ m , schwingt auf dem darunter befindlichen Gasvolumen V , der „Feder“, mit der Federsteifigkeit c , analog zu einem Feder-Masse-System (siehe Abb. 2.6 rechts) [13].

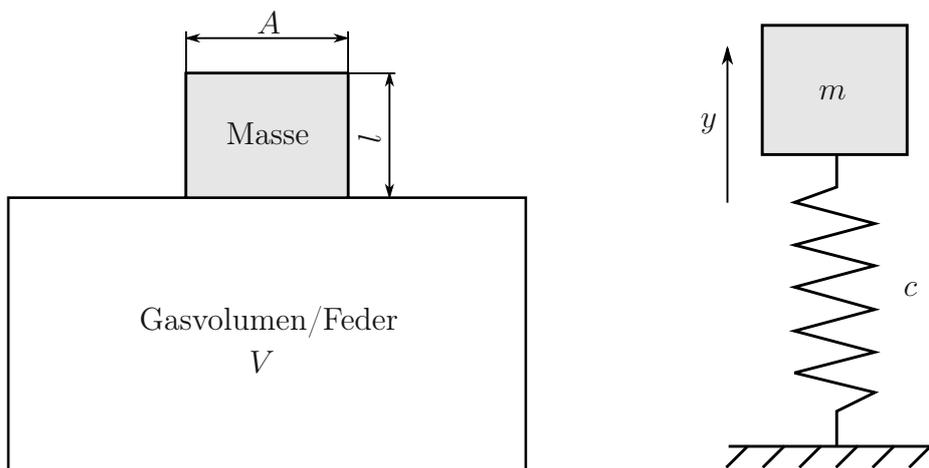


Abbildung 2.6: Links: Prinzip-Skizze des Helmholtz-Resonators, Rechts: Mechanisches Ersatzsystem des Helmholtz-Resonators [13]

Die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz eines Feder-Masse-Systems ist gegeben durch

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad (2.10)$$

worin m die Masse und c die Federsteifigkeit darstellen. Die Definition der Schallgeschwindigkeit a lautet

$$\frac{1}{a^2} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s, \quad (2.11)$$

darin ist ρ die Dichte des Mediums, p der Druck und der Index s symbolisiert eine isentrope Zustandsänderung. Durch die Annahme von konstanter Masse innerhalb der „Feder“ $\rho V = \text{const.}$, erhält man den folgenden Zusammenhang

$$d\rho V + dV \rho = 0. \quad (2.12)$$

Die Rückstellkraft dpA erhält man durch Umformen, ineinander Einsetzen der Gleichungen (2.11) und (2.12) und anschließender Multiplikation mit der Querschnittsfläche A

$$dpA = -a^2 \rho \frac{dV}{V} A. \quad (2.13)$$

Mit der Glg. (2.13) und der Beziehung $dV = Ady$ folgt für die Federsteifigkeit

$$c = \frac{dpA}{dy} = a^2 \rho \frac{A^2}{V}. \quad (2.14)$$

Die Eigenkreisfrequenz ω_0 eines Helmholtz-Resonators ergibt sich mit der Masse $m = \rho Al$ und der Federsteifigkeit c aus Glg. (2.14) zu

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = a \sqrt{\frac{A}{Vl}}. \quad (2.15)$$

2.4.2 Impulsbilanz von Kompressor- und Drosselkanal

Die eindimensionale Impulsbilanz für reibungsfreie und inkompressible Strömungen lautet

$$\rho \frac{dc}{dt} = -\frac{dp}{dx}, \quad (2.16)$$

wodurch sich die Impulsbilanz für den Kompressorkanal zu

$$\rho \frac{dc_C}{dt} = -\frac{dp}{dx} \quad (2.17)$$

ergibt. Durch Integration über die Kanallänge L_C nimmt diese die Form

$$\rho L_C \frac{dc_C}{dt} = -[p(L_C) - p(0)] \quad (2.18)$$

$$= -[p_P - C - p_u] \quad (2.19)$$

an, worin c_C die Strömungsgeschwindigkeit innerhalb des Kompressorkanals, p_P den Druck innerhalb des Plenums, C die Kompressordrucksteigerung und p_u den Umgebungsdruck darstellen. Die Glg. (2.19) ergibt sich mit dem Zusammenhang $\Delta p = (p_P - p_u)$ zu

$$\rho L_C \frac{dc_C}{dt} = -\Delta p + C. \quad (2.20)$$

Unter der Annahme eines inkompressiblen Fluids gilt für die zeitliche Änderung des Massenstroms innerhalb des Kompressorkanals mit konstantem Querschnitt

$$\frac{d\dot{m}_C}{dt} = \rho A_C \frac{dc_C}{dt}, \quad (2.21)$$

wodurch die Impulsbilanz des Kompressorkanals (Glg. 2.20) die Form

$$\frac{L_C}{A_C} \frac{d\dot{m}_C}{dt} = -\Delta p + C \quad (2.22)$$

annimmt. Die Impulsbilanz für den Drosselkanal kann in ähnlicher Form, wie die des Kompressorkanals (Glg. 2.22), geschrieben werden

$$\frac{L_T}{A_T} \frac{d\dot{m}_T}{dt} = \Delta p - F. \quad (2.23)$$

Darin symbolisiert der Index T die Größen des Drosselkanals, analog zu Index C des Kompressorkanals, und die Größe F beschreibt den Druckverlust innerhalb der Drossel. Der Drosseldruckverlust ist gegeben durch

$$F = \frac{1}{2} \rho c_v^2 \quad (2.24)$$

und wird mit $\dot{m}_T = \rho A_T c_T = \rho A_v c_v$ zu

$$F = \frac{\dot{m}_T^2}{2\rho A_v^2}. \quad (2.25)$$

Darin sind die Größen mit dem Index v auf das Ventil bzw. auf den Drosselauslass bezogen (siehe Abb. 2.7)

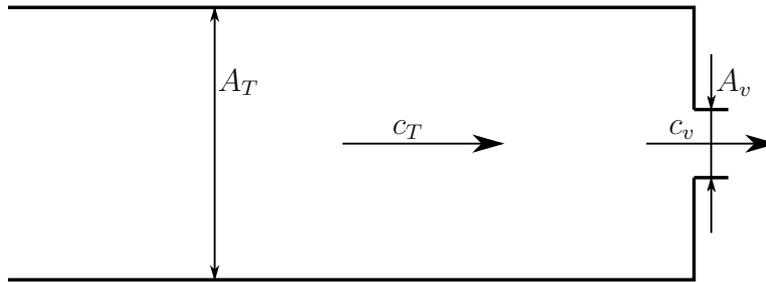


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung des Drosselkanals und des Ventils/Auslasses.

2.4.3 Massenbilanz innerhalb des Plenums

Die Massenbilanz des Plenums ist gegeben durch

$$\dot{m}_C - \dot{m}_T = \frac{dm_P}{dt}, \quad (2.26)$$

und ergibt sich mit dem Zusammenhang

$$m_P = \rho_P V_P, \quad (2.27)$$

wobei für das Volumen des Plenums $V_P = const.$ gilt, zu

$$\dot{m}_C - \dot{m}_T = V_P \frac{d\rho_P}{dt}. \quad (2.28)$$

Mit der Idealisierung einer isentropen Zustandsänderung innerhalb des Plenums, gilt die Isentropenbeziehung

$$p_P v_P^\kappa = p_P \frac{1}{\rho_P^\kappa} = K = const. \quad (2.29)$$

Diese ergibt sich durch Umformen und zeitlicher Ableitung zu

$$\frac{dp_P}{dt} = K \kappa \rho_P^{(\kappa-1)} \frac{d\rho_P}{dt} \quad (2.30)$$

und mit Substitution der Konstanten K durch Glg. (2.29) folgt weiters

$$\frac{dp_P}{dt} = \kappa p_P \frac{\rho_P^{(\kappa-1)}}{\rho_P^\kappa} \frac{d\rho_P}{dt} \quad (2.31)$$

$$= \kappa \frac{p_P}{\rho_P} \frac{d\rho_P}{dt}. \quad (2.32)$$

Die zeitliche Ableitung der Dichte innerhalb des Plenums ergibt sich aus Glg. (2.32)

$$\frac{d\rho_P}{dt} = \frac{\rho_P}{\kappa p_P} \frac{dp_P}{dt} = \frac{\rho}{\kappa p} \frac{dp_P}{dt}, \quad (2.33)$$

wobei die Näherung $\rho/p = \rho_P/p_P$ für die zweite Form verwendet wurde [14]. Durch Einsetzen der Glg. (2.33) in Glg. (2.28) ergibt sich

$$\dot{m}_C - \dot{m}_T = \frac{\rho V_P}{\kappa p} \frac{dp_P}{dt}. \quad (2.34)$$

Mit den beiden Zusammenhängen

$$\frac{\rho}{\kappa p} = \frac{1}{a^2}, \quad p_P = \Delta p + p_u, \quad (2.35)$$

worin a die Schallgeschwindigkeit ist, folgt

$$\dot{m}_C - \dot{m}_T = \frac{V_P}{a^2} \frac{d(\Delta p + p_u)}{dt}. \quad (2.36)$$

Unter Annahme, dass der Umgebungsdruck konstant ist, ergibt sich schließlich

$$\dot{m}_C - \dot{m}_T = \frac{V_P}{a^2} \frac{d\Delta p}{dt}. \quad (2.37)$$

2.4.4 Dynamisches Verhalten des Kompressors

Die Reaktion des Kompressors erfolgt verzögert auf Instabilitäten. Das Ansprechverhalten, während des stationären Betriebs, wird von Greitzer deshalb durch ein System 1. Ordnung beschrieben [11]. Die allgemeine Differentialgleichung solch eines Systems lautet

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t), \quad (2.38)$$

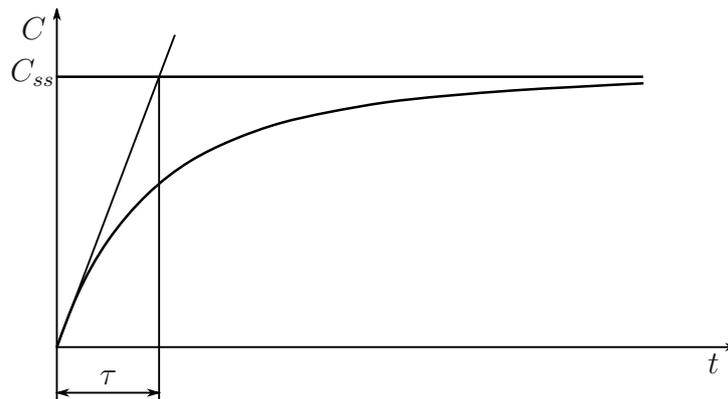


Abbildung 2.8: Qualitativer Verlauf des Kompressordruckanstiegs C über der Zeit t mit dem stationären Kompressordruckanstieg C_{ss} und der Kompressor-massenstrom-Relaxationszeit τ .

worin T die Zeitkonstante, y die Ausgangsgröße, K eine Konstante und u die EingangsgroÙe darstellen. Diese Differentialgleichung angewandt auf das vereinfachte Kompressorsystem ergibt

$$\tau \frac{dC}{dt} = C_{ss} - C, \quad (2.39)$$

darin sind τ die Kompressormassenstrom-Relaxationszeit, C der Kompressordruckanstieg und C_{ss} der stationäre Kompressordruckanstieg [11]. Die Abb. 2.8 zeigt das modellierte, transiente, qualitative Antwortverhalten des Kompressorsystems.

2.5 Dimensionslose Form des DGL-Systems

Das gekoppelte DGL-System des Modells mit konzentrierten Parametern von Greitzer beinhaltet die Impulsbilanz des Kompressorkanals (Glg. 2.22), die Impulsbilanz des Drosselkanals (Glg. 2.23), die Massenbilanz des Plenums (Glg. 2.37) und die Gleichung zur Beschreibung des transienten Antwortverhaltens des Kompressors (Glg. 2.39).

Die dimensionslose Form des DGL-Systems ergibt sich durch Substitution der dimensionsbehafteten mit den dimensionslosen Größen \tilde{m} , \tilde{p} und \tilde{t} . Die dimensionslosen Größen werden durch $\tilde{}$ symbolisiert. Die Definitionen der dimensionslosen Größen und die dimensionslose Form des DGL-Systems werden in den folgenden Abschnitten gezeigt.

2.5.1 Dimensionsloser Massenstrom

Der dimensionslose Massenstrom wurde von Greitzer wie folgt definiert

$$\dot{\tilde{m}} = \frac{\dot{m}}{\rho u_1 A_C}. \quad (2.40)$$

Der dimensionslose Kompressormassenstrom

$$\dot{\tilde{m}}_C = \frac{\dot{m}_C}{\rho u_1 A_C} \quad (2.41)$$

und die Durchflusszahlen φ und φ' stehen somit im direkten Zusammenhang. Dieser soll im Folgenden gezeigt werden. Der dimensionslose Kompressormassenstrom wird mit $\dot{m}_C = \rho Q$ und $A_C = d_2^2 \pi / 4$ zu

$$\dot{\tilde{m}}_C = \frac{4Q}{u_1 d_2^2 \pi} \quad (2.42)$$

und daraus folgt mit $u_1 = d_1 \pi n$ und entsprechender Erweiterung

$$\dot{\tilde{m}}_C = \frac{4Q}{d_1^3 \pi n} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2. \quad (2.43)$$

Mit den Definitionen der Durchflusszahlen aus Glg. (2.1) und Glg. (2.2) ergibt sich somit der Zusammenhang zu

$$\dot{\tilde{m}}_C = \varphi \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \quad (2.44)$$

$$= 4\varphi' \left(\frac{b_1}{d_1} \right) \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2. \quad (2.45)$$

2.5.2 Dimensionsloser Druck

Die von Greitzer festgelegte Definition des dimensionslosen Drucks lautet

$$\tilde{p} = \frac{p}{\frac{1}{2} \rho u_1^2}. \quad (2.46)$$

Die dimensionslose stationäre Drucksteigerung innerhalb des Kompressors wird somit zu

$$\tilde{C}_{ss} = \frac{2C_{ss}}{\rho u_1^2}. \quad (2.47)$$

Diese Darstellung entspricht der Druckzahl ψ aus Glg. (2.5). Die dimensionlose Form des Drosseldruckverlustes (Glg. 2.25) ergibt sich mit $\dot{m}_T = \dot{m}_T/(\rho u_1 A_C)$ zu

$$\tilde{F} = \left(\frac{A_C}{A_v}\right)^2 \dot{m}_T^2 = S \dot{m}_T^2, \quad (2.48)$$

darin sind \dot{m}_T der dimensionslose Massenstrom innerhalb des Drosselkanals, A_C die Querschnittsfläche des Kompressorkanals, A_v die Querschnittsfläche des Ventils/Auslasses und

$$S = \left(\frac{A_C}{A_v}\right)^2 \quad (2.49)$$

der Ventilaparameter.

2.5.3 Dimensionslose Zeit

Die dimensionslose Zeit wurde von Greitzer wie folgt gewählt

$$\tilde{t} = t\omega, \quad (2.50)$$

wobei ω die Helmholtz-Eigenkreisfrequenz (Glg. 2.15) ist, die sich, angewandt auf den Kompressorkanal und das Plenum, zu

$$\omega = a \sqrt{\frac{A_C}{V_P L_C}} \quad (2.51)$$

ergibt. Der Hintergrund für diese dimensionslose Zeit wird im Folgenden nachvollzogen. Dafür wird eine Dimensionsanalyse durchgeführt, bei der die veränderlichen Größen (Druck und Massenstrom) der Impulsbilanz des Kompressorkanals (Glg. 2.22) und der Massenbilanz des Plenums (Glg. 2.37) durch einen allgemeinen Druck p und Massenstrom \dot{m} ersetzt werden. Dadurch ergibt sich für die Impulsbilanz

$$\frac{L_C}{A_C} \frac{d\dot{m}}{dt} = p \quad (2.52)$$

und für die Massenbilanz

$$\dot{m} = \frac{V_P}{a^2} \frac{dp}{dt}. \quad (2.53)$$

Durch zeitliches Ableiten der so erhaltenen Impulsbilanz, Umformen der Massenbilanz und ineinander Einsetzen erhält man

$$\frac{L_C}{A_C} \frac{d^2 \dot{m}}{dt^2} = \frac{dp}{dt} = \dot{m} \frac{a^2}{V_P}, \quad (2.54)$$

das durch weiteres Umformen zu

$$\frac{L_C V_P}{A_C a^2} \frac{d^2 \dot{m}}{dt^2} = \dot{m} \quad (2.55)$$

führt. Zieht man nun den Term der linken Seite in die Ableitung hinein, so führt das zu

$$\left(\frac{d^2 \dot{m}}{dt^2 \frac{A_C a^2}{L_C V_P}} \right) = \dot{m} = \frac{d^2 \dot{m}}{d\tilde{t}^2}. \quad (2.56)$$

Der Vergleich der beiden Nenner ergibt

$$\tilde{t}^2 = \frac{A_C a^2}{L_C V_P} t^2 \quad (2.57)$$

und führt schließlich zu

$$\tilde{t} = a \sqrt{\frac{A_C}{L_C V_P}} t = \omega t. \quad (2.58)$$

2.5.4 Einsetzen der dimensionslosen Größen

Die dimensionslosen Größen sind somit

$$\dot{\tilde{m}} = \frac{\dot{m}}{\rho u_1 A_C}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\frac{1}{2} \rho u_1^2}, \quad \tilde{t} = t \omega. \quad (2.59)$$

Die Substitution der dimensionsbehafteten durch die dimensionslosen Größen ergibt die dimensionslose Form des gekoppelten DGL-Systems

$$\frac{d\dot{\tilde{m}}_C}{d\tilde{t}} = (\tilde{C} - \Delta\tilde{p})B \quad (2.60)$$

$$\frac{d\dot{\tilde{m}}_T}{d\tilde{t}} = (\Delta\tilde{p} - \tilde{F})\frac{B}{G} \quad (2.61)$$

$$\frac{d\Delta\tilde{p}}{d\tilde{t}} = \frac{\dot{\tilde{m}}_C - \dot{\tilde{m}}_T}{B} \quad (2.62)$$

$$\frac{d\tilde{C}}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{C}_{ss} - \tilde{C}}{\tilde{\tau}}, \quad (2.63)$$

wobei die darin vorkommenden Systemparameter

$$B = \frac{u_1}{2a} \sqrt{\frac{V_P}{A_C L_C}} \quad (2.64)$$

$$G = \frac{L_T A_C}{L_C A_T} \quad (2.65)$$

$$\tilde{F} = S\dot{\tilde{m}}_T^2 \quad (2.66)$$

$$\tilde{\tau} = \frac{\pi d_1 N}{2L_C B} \quad (2.67)$$

sind. Der Systemparameter B ist maßgebend dafür welche Form der Instabilität, die rotierende Abreißströmung oder das Verdichterpumpen, an der Pumpgrenze auftritt. Ist B kleiner als der kritische Wert, dann kommt es zur rotierenden Abreißströmung, liegt der Wert darüber kommt es zum Verdichterpumpen. Der kritische Wert ist von der Kompressorart, axial oder radial, aber auch vom Kompressor selbst abhängig.

Kapitel 3

Berechnung des Instabilitätsverhalten

Die Vorgehensweise der Berechnung des Instabilitätsverhalten ist in diesem Kapitel erklärt. Dazu gehören die folgenden Schritte: Auswertung der Messdaten, Wechsel des Mediums Wasser zu Luft, Bestimmung der stationären Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ und die Untersuchung des Einflusses diverser Parameter auf die Simulationsergebnisse. Außerdem ist die MATLAB-Berechnung der Systemparameter, die Bestimmung der Annäherungspolynome der Kennlinie und die Lösung des Greitzer DGL-Systems mittels Event-Handling beschrieben.

3.1 Auswertung der Messdaten

Der Ausgangspunkt für die Untersuchung des Instabilitätsverhalten sind Messdaten, die am Francis-Pumpturbinen-Prüfstand der TU Wien, im Zuge der Bestimmung des 4-Quadranten-Kennfeldes, gesammelt wurden. Die Messdaten wurden im hydraulischen Betrieb, das bedeutet das Arbeitsmedium war Wasser, ermittelt. Die Abb. 3.1 zeigt das gemessene Kennfeld in der Darstellung Durchflussfaktor Q_{ED} über Drehzahlfaktor n_{ED} .

Das Modell von Greitzer benötigt die stationäre Kompressorcharakteristik in Betrieb mit Luft. Die Kompressorcharakteristik ist unabhängig vom verwendeten Arbeitsmedium, wenn die zwei folgenden Bedingungen erfüllt sind: Die Umfangsmachzahl (Glg. 2.6) ist $Ma \leq 0,2$, so können Kompressibilitätseffekte vernachlässigt wer-

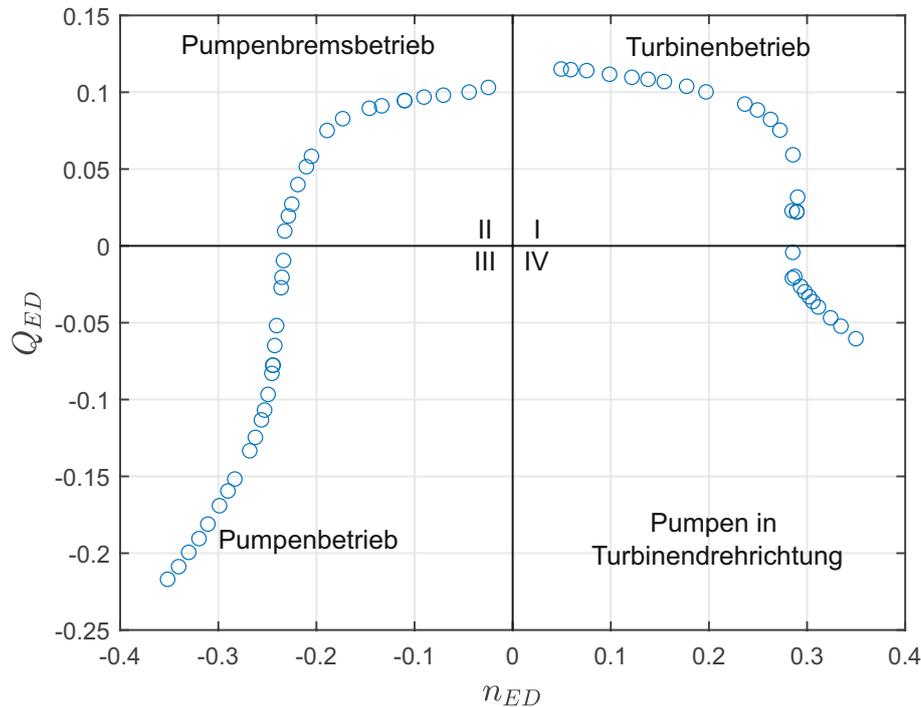


Abbildung 3.1: 4-Quadranten-Kennfeld des Pumpturbinen-Prüfstands.

den und das Medium kann als inkompressibel angesehen werden. Und wenn die Umfangsreynoldszahlen (Glg. 2.7) des Luft- und Wasserbetriebs $Re > 2 \cdot 10^5$ sind, dann ist der Einfluss der Reynoldszahl vernachlässigbar.

Die Tab. 3.1 zeigt die Umfangsmach- und Umfangsreynoldszahl für den Luft- und Wasserbetrieb bei 20 °C. Darin wird für beide Kennzahlen die Umfangsgeschwindigkeit $u_1 = 25,5 \text{ m/s}$, die sich mit $u_1 = d_1 \pi n$ und einer Drehzahl von $n = 1000 \text{ 1/min}$ ergibt, verwendet. Die Umfangsmachzahl für den Wasserbetrieb ist Null, da Wasser in guter Näherung als inkompressibel angesehen werden kann, wodurch die Schallgeschwindigkeit gegen unendlich geht. Die in der Umfangsreynoldszahl vorkommende charakteristische Länge l entspricht dem druckseitigen Durchmesser d_1 . Es ist zu erkennen, dass die beiden oben genannten Bedingungen erfüllt sind, wodurch die Umrechnung der Kennlinie des Wasser- in Luftbetrieb zulässig ist.

Tabelle 3.1: Übersicht der Umfangsmachzahl und Umfangsreynoldszahl im Luft- und Wasserbetrieb bei 20 °C. Beide Bedingungen für die Zulässigkeit des Wechsel des Mediums sind erfüllt.

Kennzahl	Formel	Luftbetrieb	Wasserbetrieb
Machzahl	$Ma_u = \frac{c}{a}$	$Ma_u = 0,07$	$Ma_u = 0$
Reynoldszahl	$Re_u = \frac{cd}{\nu}$	$Re_u = 8,2 \cdot 10^5$	$Re_u = 1,24 \cdot 10^7$

Die Umrechnung des 4-Quadranten-Kennfelds Q_{ED}/n_{ED} zu der stationären Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ wird im Folgenden gezeigt. Mit dem Quotienten von Durchflussfaktor und Drehzahlfaktor

$$\frac{Q_{ED}}{n_{ED}} = \frac{Q\sqrt{E}}{d_2^3 n \sqrt{E}} \quad (3.1)$$

folgt durch beidseitiger Erweiterung mit $4/(d_1^3 \pi^2)$

$$\frac{4Q_{ED}}{d_1^3 \pi^2 n_{ED}} = \frac{4Q}{d_1^3 d_2^3 \pi^2 n} \quad (3.2)$$

Mit der Durchflusszahl aus Glg. (2.1) und Umformen ergibt sich somit der Zusammenhang

$$\varphi = \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 \frac{Q_{ED}}{n_{ED}} \quad (3.3)$$

Mit dem Zusammenhang zwischen φ und \dot{m}_C aus Glg. (2.44) folgt somit

$$\dot{m}_C = \frac{4}{\pi^2} \frac{d_2}{d_1} \frac{Q_{ED}}{n_{ED}} \quad (3.4)$$

Die Umformung der Druckzahl (Glg. 2.5) und dem Drehzahlfaktor (Glg. 2.8) auf E und anschließender Gleichsetzung führt zu

$$E = \frac{u_1^2 \psi}{2} = \frac{d_2^2 n^2}{n_{ED}^2} \quad (3.5)$$

Das Umstellen der Gleichung, unter Berücksichtigung von $u_1 = d_1 \pi n$, ergibt für die Druckzahl

$$\psi = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \frac{1}{n_{ED}^2} = \tilde{C}_{ss} \quad (3.6)$$

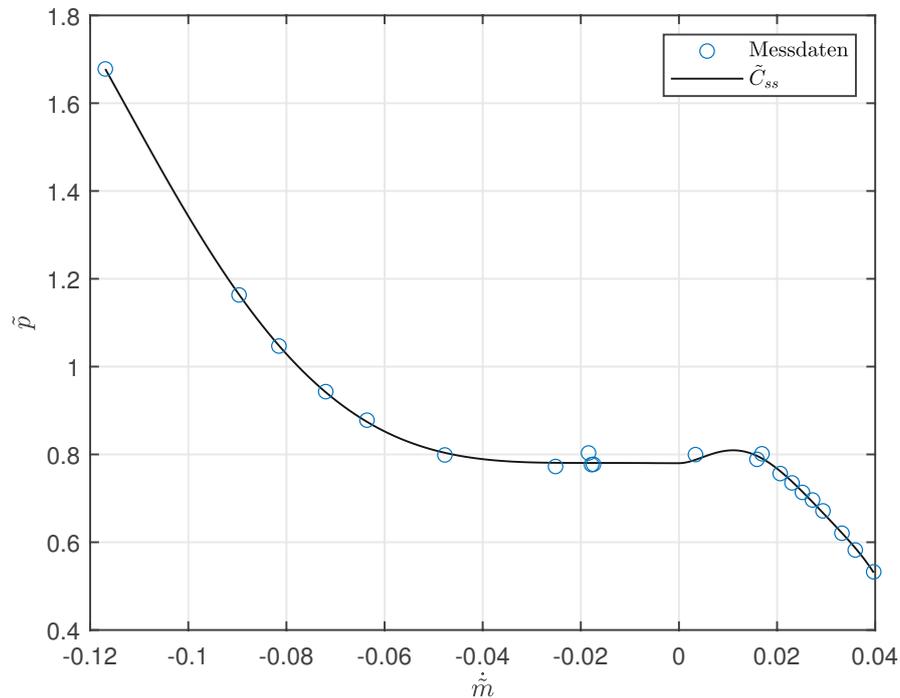


Abbildung 3.2: Stationäre Kompressorcharakteristik in Turbinendrehrichtung: Die Punkte sind die aus den Messdaten berechneten $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ -Werte und die durchgezogenen Linien entsprechen den Annäherungspolynomen 5. Grades.

Die stationäre Kompressorcharakteristik der Turbinendrehrichtung ist in Abb. 3.2 und die der Pumpendrehrichtung in Abb. 3.3 gezeigt. Die dargestellten Punkte sind die aus den Messdaten berechneten $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ -Werte. Die durchgezogenen Linien entsprechen den Annäherungspolynomen 5. Ordnung. Dabei sind der positive und negative Ast durch separate Polynome angenähert, die bei $\dot{m} = 0$ horizontal in den selben \tilde{p} -Wert verlaufen.

Der positive Ast der stationären Kompressorcharakteristik der Turbinendrehrichtung wurde aus den Messwerten des 4. Quadranten, und der negative Ast wurde aus den Messwerten des 1. Quadranten, des 4-Quadranten-Kennfelds, bestimmt. In analoger Weise wurde die stationäre Kompressorcharakteristik der Pumpendrehrichtung aus dem 3. Quadranten (positiver Ast) und dem 2. Quadranten (negativer Ast) bestimmt. Im Phasenschieberbetrieb wird die Pumpe in beide Drehrichtungen, aber ausschließlich im Pumpbetrieb, betrieben.

Um das Modell von Greitzer anwenden zu können, sind außerdem noch Systemabmessungen, wie der druckseitige Durchmesser d_1 , Volumen des Plenums V_P ,

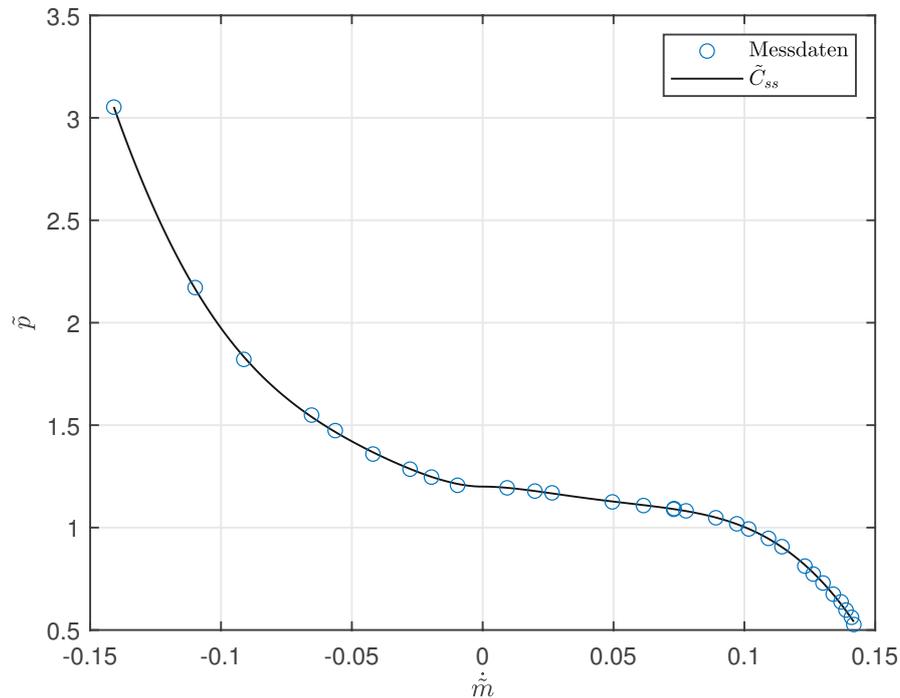


Abbildung 3.3: Stationäre Kompressorcharakteristik in Pumpendrehrichtung: Punkte und durchgezogene Linie gleich wie in Abb. 3.2.

Kompressor- und Drosselkanallänge L_C , L_T etc. notwendig, um die Systemparameter aus den Glg. (2.64) - (2.67) zu bestimmen. Diese Systemabmessungen wurden aus der CAD-Konstruktion des Pumpturbinen-Prüfstands bestimmt.

3.2 Konfiguration der Bereiche

Das vereinfachte Pumpsystem des Modells von Greitzer besteht aus drei Bereichen: Kompressorkanal, Plenum und Drosselkanal. In dieser Arbeit werden unterschiedliche Konfigurationen der Bereiche des Pumpturbinen-Prüfstands untersucht. Die Konfigurationen betreffen unterschiedliche Variationen des Drosselkanals, mehrere Wasserstände, die sich auf die Abmessungen des Kompressorkanals auswirken und unterschiedliche Aufteilungen des Plenums. Der Grund für die unterschiedlichen Konfigurationen ist, dass das Modell von Greitzer bisher noch nicht auf Pumpturbinen im Phasenschieberbetrieb angewandt wurde. Deshalb wird unter anderem der Einfluss der Aufteilung der Bereiche und die unterschiedlichen Wasserstände auf die Simulationsergebnisse untersucht.

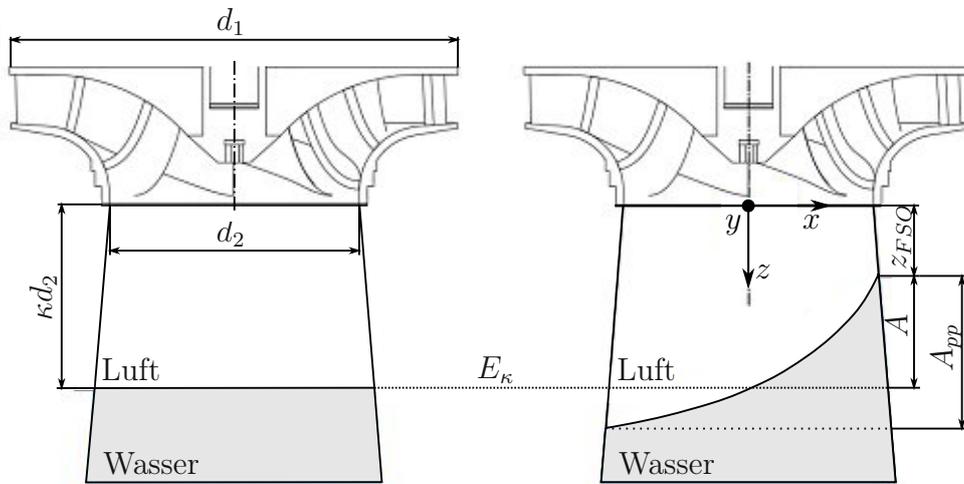


Abbildung 3.4: Schnittdarstellung des Francis-Pumpturbinen-Prüfstands im ausgeblasenen Zustand. E_κ ist der Wasserpegel im ungestörten Zustand. Die Abbildung ist aus [15] und wurde angepasst.

Die Abb. 3.4 zeigt die Schnittdarstellung des ausgeblasenen Pumpturbinen-Prüfstandes der TU Wien im Bereich des Laufrades. In der Abbildung ist κd_2 der Abstand zwischen dem ungestörten Wasserpegel E_κ und der Ebene der Laufrad-Saugseite, worin κ der Wasserstandsparameter und d_2 der saugseitige Durchmesser sind. Es werden die drei unterschiedlichen Wasserstände $E_{0,25}$, $E_{0,5}$ und $E_{1,0}$ untersucht. Dabei entspricht z. B. der Wasserstand $E_{0,5}$ dem Abstand $\kappa d_2 = 0,5 d_2$.

Die unterschiedlichen Konfigurationen sind in Tab. 3.2 und die notwendigen Abmessungen des Pumpturbinen-Prüfstands in Tab. 3.3 dargestellt.

Dabei gilt für den Kompressorkanal für jede Konfiguration: L_C ist die Summe aus dem Abstand κd_2 und der Schaufelsehnenlänge des Kompressors und A_C ist die aus dem saugseitigen Durchmesser d_2 gebildete Kreisfläche.

Das Volumen des Plenums V_P entspricht in allen Fällen, außer bei der Konfiguration „Plenum“, dem Volumen des schaufelfreien Raums. Bei der Konfiguration „Plenum“ besteht das Plenum aus schaufelfreiem Raum, Leitschaufelraum, Spiralgehäuse und der Druckleitung bis zum Absperrorgan.

Die Abmessungen des Drosselkanals sind folgendermaßen festgelegt: A_T entspricht dem Produkt aus Höhe und Umfang des Außendurchmessers des Leitschaufelraums

für alle Konfigurationen, außer für die Konfiguration „Plenum“. Die Drosselkanallänge L_T ist in der Standardvariante die Differenz zwischen Außen- und Innenradius des Leitschaufelraums und bei der Konfiguration „Drossel“ kommen zusätzlich noch die Längen des Spiralgehäuses und der Druckleitung bis zum Absperrorgan hinzu. Bei der Konfiguration „Plenum“ entspricht der Drosselkanal der Druckleitung nachdem Absperrorgan.

Tabelle 3.2: Die verschiedenen Konfigurationen der Bereiche des vereinfachten Pumpsystems.

Variante	Kompressor	Plenum	Drossel
Standard	Wasseroberfläche bis Kompressoraustritt Wasserstand: $E_{0,5}$	Schaufelfreier Raum	Leitschaufelring
Wasserstand hoch	Gleich wie Standard Wasserstand: $E_{0,25}$	Gleich wie Standard	Gleich wie Standard
Wasserstand niedrig	Gleich wie Standard Wasserstand: $E_{1,0}$	Gleich wie Standard	Gleich wie Standard
Drossel	Gleich wie Standard	Gleich wie Standard	Leitschaufelring + Spiralgehäuse + Druckleitung bis Absperrorgan
Plenum	Gleich wie Standard	Schaufelfreier Raum + Spiralgehäuse + Druckleitung bis Absperrorgan	Druckleitung nach Absperrorgan

Tabelle 3.3: Diverse Abmessungen des Pumpturbinen-Prüfstands für die Anwendung des vereinfachten Pumpsystems.

Abmessung	Formelzeichen	Wert	Einheit
Abstand zwischen Wasseroberfläche und Ebene der Saugseite des Laufrads	κd_2	0,0691 ($E_{0,25}$)	m
		0,1382 ($E_{0,5}$)	
		0,2764 ($E_{1,0}$)	
Saugseitiger Durchmesser	d_2	0,2764	m
Länge der Kompressor-Schaufelsehnenlänge	/	0,4229	m
Druckseitiger Durchmesser	d_1	0,4875	m
Querschnittsfläche des Kompressorkanals	$A_C = \frac{d_2^2 \pi}{4}$	0,06	m^2
Volumen des schaufelfreien Raums	V_{SR}	0,0232	m^3
Länge des Leitschaufelraums	L_{LR}	0,1	m
Querschnittsfläche des äußeren Leitschaufelraums	A_{LR}	0,0969	m^2
Länge des Spiralgehäuses	L_{SPG}	3,1458	m
Volumen des Spiralgehäuses	V_{SPG}	0,133	m^3
Länge der Druckleitung bis Absperrorgan	/	0,78	m
Länge der Druckleitung ab Absperrorgan	/	0,75	m
Durchmesser der Druckleitung	/	0,28	m

3.3 Variation weiterer Parameter

Neben der Untersuchung des Einflusses der unterschiedlichen Konfigurationen der Bereiche, wird in dieser Arbeit auch die Auswirkung weiterer Parameter untersucht. Die weiteren Parameter, deren Einfluss auf das Instabilitätsverhalten untersucht wird, sind die Anfangsbedingungen, Relaxationsumdrehungszahl N und der Ventilparameter S , der Einfluss auf den Wert des dimensionslosen Drosseldruckverlustes

\tilde{F} aus Glg. (2.66) hat. Da die Leitschaufeln während des Phasenschieberbetriebs vollständig geschlossen sind, ist die Festlegung der Querschnittsfläche des Auslasses A_v schwierig, weshalb diese Größe variiert wird. Umso größer S ist, umso steiler verläuft die Drosselkenlinie.

In der Literatur ist die Relaxationsumdrehungszahl N ebenfalls keine fixe Größe und hängt nicht nur von der Art des Kompressors, axial oder radial, ab, sondern auch vom jeweiligen Kompressor selbst.

Das Kriterium für dynamische Instabilität setzt eine positive Steigung der Kompressorcharakteristik voraus, weshalb die Anfangsbedingungen der Untersuchungen so gewählt werden, falls dies möglich ist, dass dieses Kriterium erfüllt ist. Da die Kompressorcharakteristik für die Pumpendrehrichtung (siehe Abb. 3.3) keine Bereiche mit positiven Steigungen hat, ist diese für die Untersuchungen des Instabilitätsverhalten nicht relevant. Deshalb werden die Simulationsergebnisse dieser Drehrichtung nicht gezeigt.

3.4 MATLAB-Simulation

Die zuvor beschriebene Auswertung der Messdaten wurde mit Microsoft Excel und alle darauffolgenden Berechnungsschritte mit dem Berechnungsprogramm MATLAB durchgeführt. Die Vorgehensweise wird in diesem Abschnitt beschrieben. Die Codes aller MATLAB-Files, die für diese Simulation geschrieben wurden sind im Anhang zu finden.

Zu Beginn der Berechnung werden die Greitzer-Systemparameter (Glg. 2.64 - 2.67) mit den Prüfstandsabmessungen bestimmt.

Anschließend wird die aus den ausgewerteten Messdaten ermittelte stationäre Kompressorcharakteristik in MATLAB eingelesen und mit Hilfe des Befehls „polyfix“ durch Polynome 5. Ordnung approximiert. Die Inputargumente des Befehls „polyfix“ sind die Abszissen- und Ordinatenwerte, Ordnung des Polynoms und optional sind auch noch Punkte und Steigung an beliebigen Stellen einstellbar. Output sind die Koeffizienten des Polynoms, die für die Berechnung der Polynomswerte mit dem Befehl „polyval“ verwendet werden. Die Pumpen- und Turbinendrehrichtung sind jeweils durch zwei Polynome, eines entspricht dem positiven und das andere dem negativen Ast, angenähert. Dabei sind die Bedingungen der Polynome beider

Drehrichtungen so gewählt, dass diese bei $\dot{m} = 0$ horizontal zusammenlaufen.

Die Anfangsbedingungen können durch einen Index, der in einem Bereich von 1 bis 100 liegt, gewählt werden. Dafür wird der positive Ast der Kompressorcharakteristik an 100 Stellen ausgewertet. Der Vektor der Anfangsbedingungen enthält die Werte der Kompressorcharakteristik in Abhängigkeit des Indexes. Dadurch liegen die Anfangsbedingungen immer auf dem positiven Ast der Kompressorcharakteristik. Der Index 1 ergibt z. B. die Anfangsbedingungen: $\dot{m}_{C0} = 0, \dot{m}_{T0} = 0, \Delta\tilde{p}_0 = \Delta\tilde{p}(\dot{m}_C = 0), \tilde{C}_0 = \tilde{C}(\dot{m}_C = 0)$. Der Index 100 ergibt Anfangsbedingungen, die am rechten Ende des positiven Astes der Kompressorcharakteristik liegen. Die 100 Werte haben sich aufgrund des Befehls „linspace“, der standardmäßig einen Vektor mit 100 Einträgen mit gleichen Abständen von einem Anfangs- zu einem Endwert bildet, ergeben. Die 100 Werte sind für die Untersuchung vollkommen ausreichend.

Die Lösung des DGL-Systems des Modells von Greitzer (Glg. 2.60 - 2.63) erfolgt mit dem Solver „ode45“, der auf dem expliziten Runge-Kutta-Verfahren basiert. Der Solver passt die Zeitschritte während der Integration automatisch an. Da die stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ durch zwei Polynome angenähert wird, muss die Integration beim Erreichen des Zustands $\dot{m}_C = 0$ pausiert werden. Solche Zustände werden „Events“ genannt, wofür MATLAB Optionen bietet, um die Integration bei definierten Events zu pausieren und entsprechend anzupassen. Die Anfangsbedingungen werden nach dem Pausieren auf den vorherigen Zustand gesetzt. Die Integration des DGL-Systems wird anschließend mit dem Polynom des entgegengesetzten Astes fortgesetzt. Dieser Vorgang kann, je nachdem ob und wie oft \dot{m}_C das Vorzeichen wechselt, mehrmals auftreten.

Kapitel 4

Simulationsergebnisse und Vergleich mit Messdaten

In diesem Kapitel sind die Simulationsergebnisse der unterschiedlichen Varianten beschrieben und in Diagrammen dargestellt. Es werden auch die Einflüsse der Relaxationsumdrehungszahl N des Ventilparameters S und den Anfangsbedingungen ics auf die Ergebnisse gezeigt. Am Ende ist ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messdaten der Oszillation der freien Wasseroberfläche gezeigt.

4.1 Ergebnisse der Variation der Bereiche

In diesem Abschnitt sind alle Simulationen mit der Relaxationsumdrehungszahl $N = 0,5$ und dem Ventilparameter (Glg. 2.49) $S = 3,8 \cdot 10^7$, der der Steigung der Drosselkennlinie entspricht, durchgeführt. Der hohe Wert für S wurde gewählt, da die Leitschaufeln während des Phasenschieberbetriebs vollständig geschlossen sind, weshalb Undichtigkeiten aufgrund von Fertigungstoleranzen der einzige Auslass des Systems sind. Der sich so ergebende Drosselwiderstand ist extrem hoch und führt zu einer sehr steilen Drosselkennlinie. Der angegebene Wert von S ergibt sich aus der Ventilquerschnittsfläche $A_v = 0,0001 \cdot A_T$ mit der Querschnittsfläche des Drosselkanals (Leitschaufelraum) A_T , auch für die Variante „Plenum“ wurde diese Annahme getroffen.

Die unterschiedlichen Varianten der Bereiche sind in Tab. 3.2 dargestellt. Die Standardvariante hat den Wasserstand $E_{0,5}$ und der Drosselkanal ist der Leitschau-

felring. Das Plenum ist bei jeder Variante, außer bei der Variante „Plenum“, gleich und entspricht dem schaufelfreien Raum. Die Variante „Wasserstand hoch“ und „Wasserstand niedrig“ unterscheiden sich von der Standardvariante nur durch die Wasserstände. Die Variante „Wasserstand hoch“ hat den Wasserstand $E_{0,25}$ und die Variante „Wasserstand niedrig“ hat den Wasserstand $E_{1,0}$. Bei der Variante „Drossel“ ist der einzige Unterschied zur Standardvariante, dass sich die Drosselkanallänge L_T aus der Standard-Drosselkanallänge, der Länge des Spiralgehäuses und der Länge der Druckleitung bis zum Absperrorgan zusammensetzt. Bei der Variante „Plenum“ besteht das Plenum aus schaufelfreien Raum, Leitschaufelring, Spiralgehäuse und Druckleitung bis zum Absperrorgan. Der Drosselkanal entspricht der Druckleitung nach dem Absperrorgan.

4.1.1 Standardvariante

Die Abb. 4.1 zeigt den Verlauf der dimensionslosen Plenums-Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ (oben) und des dimensionslosen Massenstroms \dot{m}_C (unten) über der Zeit t . Der Verlauf resultiert aus einer kleinen Störung des stationären Betriebs. Es ist zu erkennen, dass die Schwingung mit der Zeit abklingt und sich einem konstanten Wert nähert. Der dimensionslose Massenstrom \dot{m}_C wechselt mehrmals das Vorzeichen, was ein Anzeichen von Deep Surge ist. Da die Schwingung abklingt, tritt diese Art der Instabilität nur für kurze Zeit auf. Die Werte der berechneten maximalen Amplitude und der Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, der Helmholtz-Frequenz und des Parameters B der Standardvariante sind in Tab. 4.1 dargestellt.

Die Abb. 4.2 zeigt das \tilde{p}/\dot{m} -Diagramm in dem der abklingende „Surge-Cycle“ $\Delta\tilde{p}$ über \dot{m}_C dargestellt ist. Es sind außerdem die stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$, die stationäre Drosselkennlinie $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$, die Anfangsbedingungen ics und der stationäre Betriebspunkt *Intersect*, der dem Schnittpunkt von $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ und $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ entspricht, dargestellt. Die Anfangsbedingungen ics stellen die simulierte Störung des stationären Betriebs dar.

Tabelle 4.1: Maximale Amplitude und Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, Helmholtz-Frequenz und Parameter B der Standardvariante.

	Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$
Maximale Amplitude	0,36
Frequenz in Hz	368
Helmholtz-Frequenz in Hz	370,1
Parameter B	0,0098

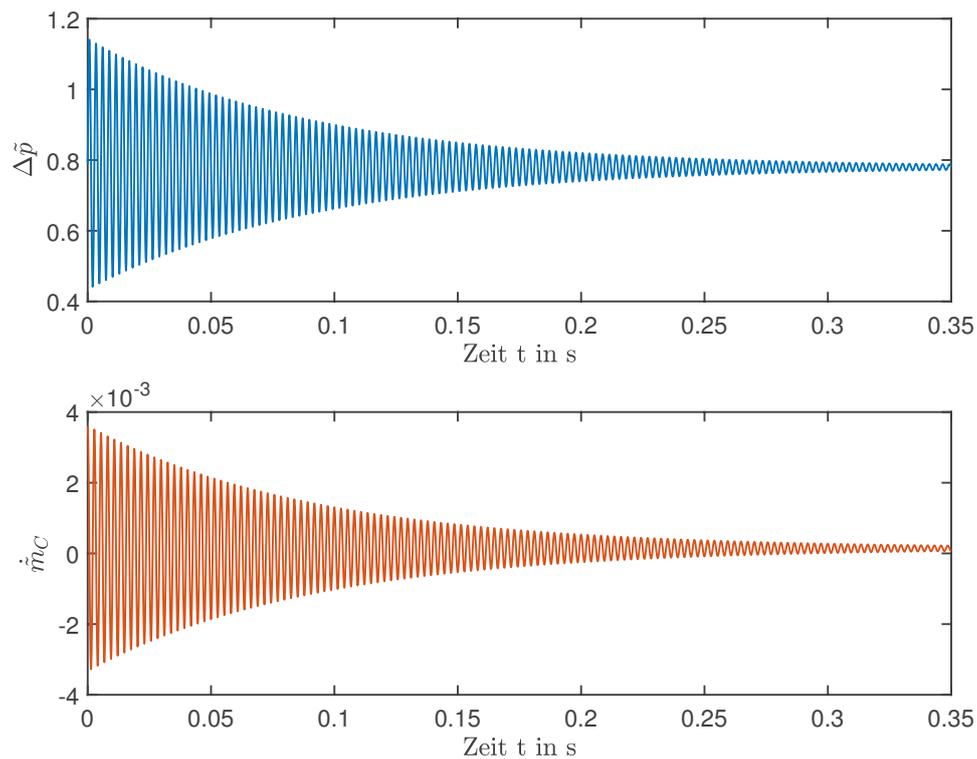


Abbildung 4.1: Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ (oben) und dimensionsloser Massenstrom \dot{m}_C (unten) über der Zeit t . Variante: Standard (Wasserstand: $E_{0,5}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,5$.

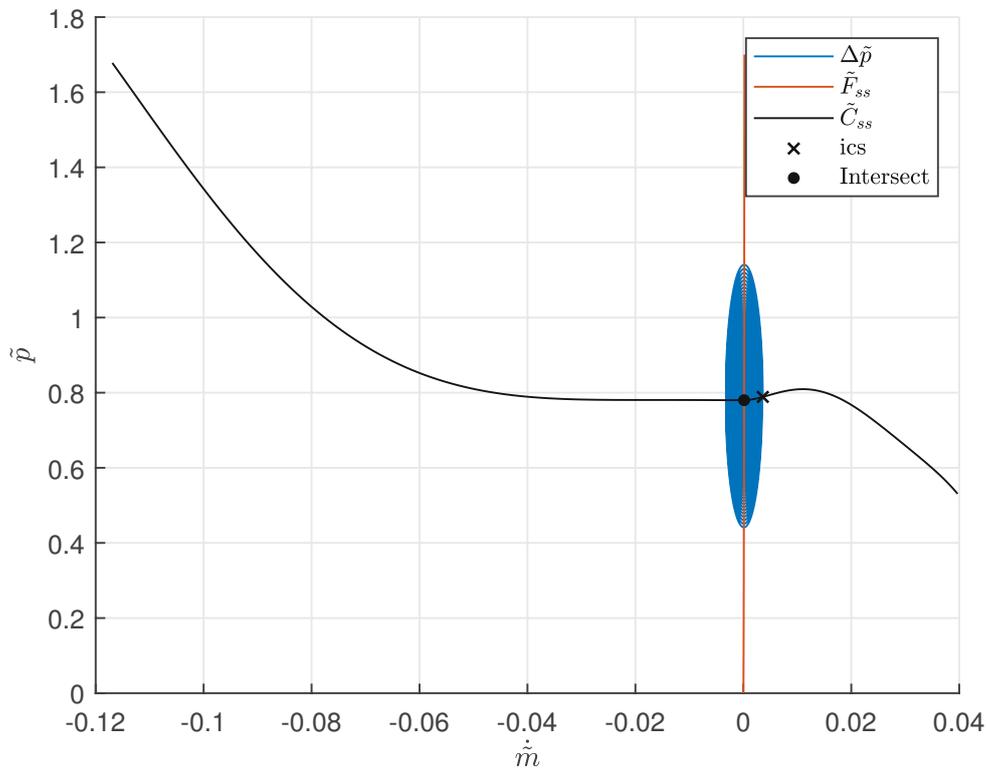


Abbildung 4.2: \tilde{p}/\dot{m} -Diagramm mit diversen dimensionslosen Größen: Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ über Massenstrom \dot{m}_C (blau), stationäre Drosselkennlinie $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (orange), stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ (schwarz), Anfangsbedingungen ics (Kreuz) und der Schnittpunkt von $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ und $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (Punkt). Variante: Standard (Wasserstand: $E_{0,5}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,5$.

4.1.2 Einfluss der unterschiedlichen Wasserstände

Die Änderung des Wasserstandes beeinflusst ausschließlich die Kompressorkanallänge L_C . Die Ergebnisse der beiden Wasserstände $E_{1,0}$ und $E_{0,25}$ werden gezeigt und mit den Ergebnissen des Wasserstands der Standardvariante $E_{0,5}$ verglichen. Der Wasserstand $E_{1,0}$ führt dabei zu einer größeren und $E_{0,25}$ zu einer kleineren Kompressorkanallänge als die der Standardvariante. Die Abb. 4.3 zeigt den Verlauf der beiden dimensionslosen Größen $\Delta\tilde{p}$ und \dot{m}_C über der Zeit t für $E_{1,0}$. Die Abb. 4.4 stellt die gleichen Größen für $E_{1,0}$ wie Abb. 4.2 für $E_{0,5}$, dar. Da die gezeigten Abbildungen der unterschiedlichen Wasserstände qualitativ sehr ähnlich sind, werden diese für den Wasserstand $E_{0,25}$ nicht gezeigt. Es werden lediglich die

Tabelle 4.2: Maximale Amplitude und Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, Helmholtz-Frequenz, Parameter B und das Verhältnis der jeweiligen Größe zur Standardvariante der Variante „Wasserstand hoch“ ($E_{0,25}$).

	Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$	Verhältnis zur Standardvariante
Maximale Amplitude	0,34	94,4%
Frequenz in Hz	396,5	107,7%
Helmholtz-Frequenz in Hz	395,2	106,8%
Parameter B	0,0104	106,1%

Tabelle 4.3: Gleich wie Tab. 4.2 nur für Variante „Wasserstand niedrig“ ($E_{1,0}$).

	Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$	Verhältnis zur Standardvariante
Maximale Amplitude	0,40	111,1%
Frequenz in Hz	331	89,9%
Helmholtz-Frequenz in Hz	331,5	89,6%
Parameter B	0,0088	89,8%

Unterschiede der Ergebnisse im Vergleich zu den anderen beiden Wasserständen beschrieben.

Die unterschiedlichen Kompressorkanallängen beeinflussen die Amplituden und Frequenzen der Schwingungen der vier dimensionslosen Größen des Greitzer DGL-Systems \dot{m}_C , \dot{m}_T , $\Delta\tilde{p}$ und \tilde{C} .

Die maximale Amplitude und die Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, die Helmholtz-Frequenz, der Parameter B und das Verhältnis der jeweiligen Größe zum Wert der Standardvariante sind in Tab. 4.2 (für $E_{0,25}$) und Tab. 4.3 (für $E_{1,0}$) gezeigt.

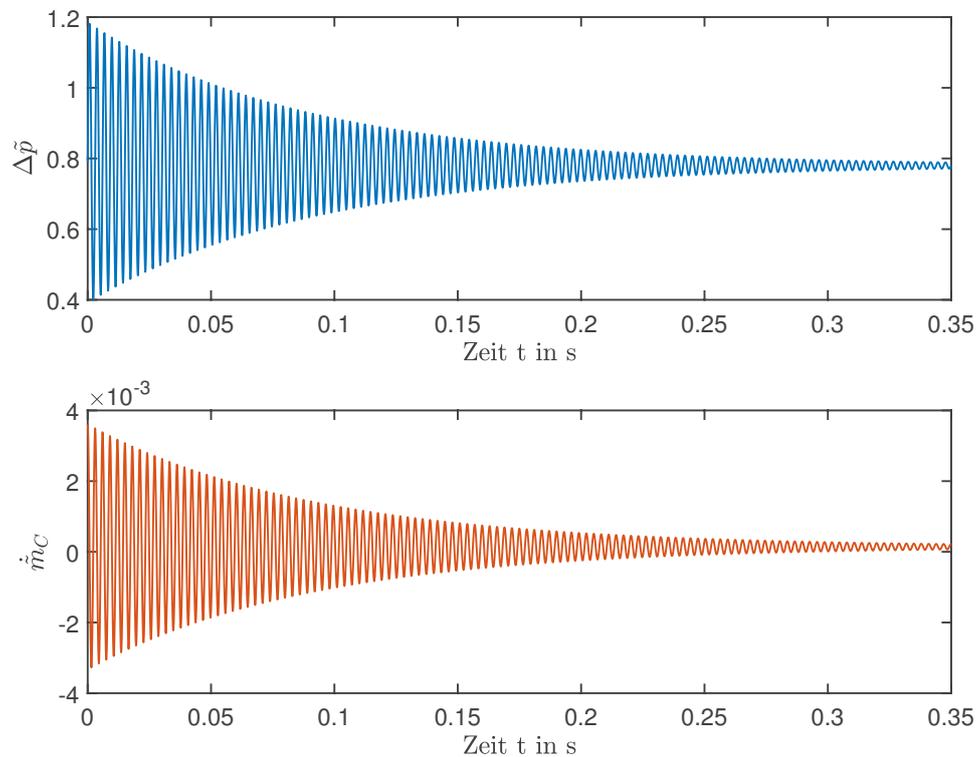


Abbildung 4.3: Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ (oben) und dimensionsloser Massenstrom \dot{m}_C (unten) über der Zeit t . Variante: Wasserstand niedrig (Wasserstand: $E_{1,0}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,5$.

4.1.3 Variante „Drossel“

Diese Variante unterscheidet sich zur Standardvariante lediglich durch die Drosselkanallänge L_T . Die Drosselkanallänge dieser Variante setzt sich aus der Standard-Drosselkanallänge (Länge des schaufelfreien Raums), der Länge des Sprialgehäuses und der Länge der Druckleitung bis zum Absperrorgan zusammen. Die Ergebnisse der maximalen Amplitude und die Frequenz von $\Delta\tilde{p}$ sind im Vergleich zur Standardvariante unverändert, weshalb weder der Verlauf noch die Ergebnisse dieser Variante gezeigt werden.

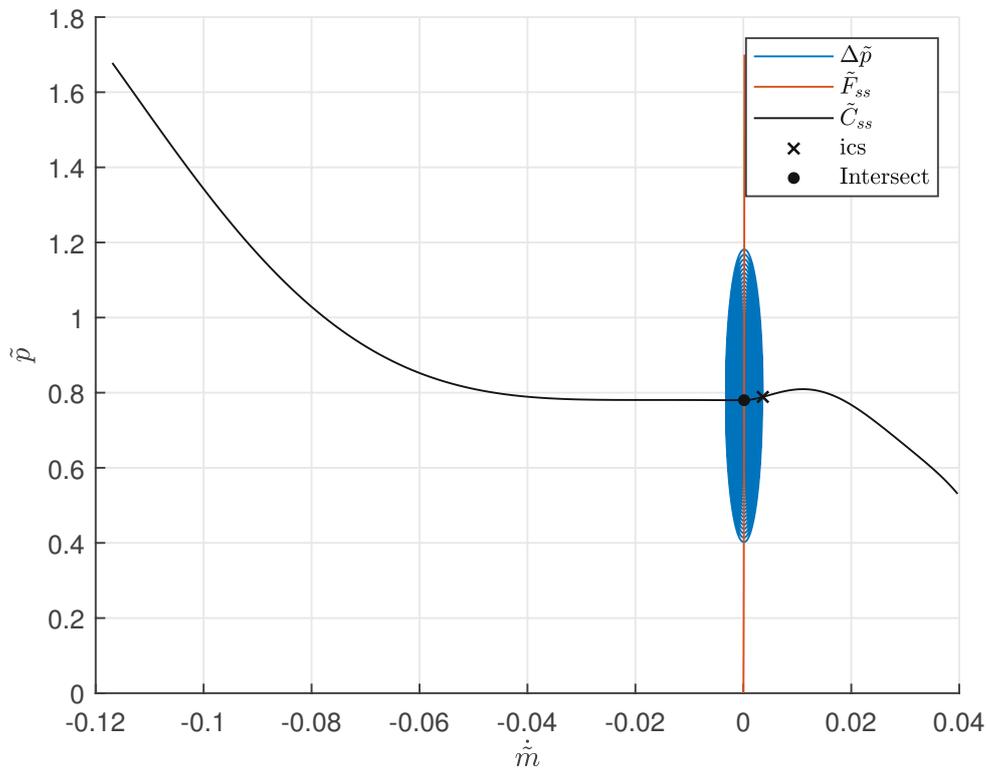


Abbildung 4.4: \tilde{p}/\dot{m} -Diagramm mit diversen dimensionslosen Größen: Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ über Massenstrom \dot{m}_C (blau), stationäre Drosselkennlinie $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (orange), stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ (schwarz), Anfangsbedingungen ics (Kreuz) und der Schnittpunkt von $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ und $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (Punkt). Variante: Wasserstand niedrig (Wasserstand: $E_{1,0}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,5$.

4.1.4 Variante „Plenum“

Bei dieser Variante ist das Plenum und der Drosselkanal anders als bei der Standardvariante. Das Plenum besteht dabei aus dem schaufelfreien Raum (=Plenum der Standardvariante), dem Leitschaufelraum, dem Spiralgehäuse und der Druckleitung bis zum Absperrorgan. Der Drosselkanal umfasst die Druckleitung nach dem Absperrorgan.

In der Tab. 4.4 sind die maximale Amplitude und Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, Helmholtz-Frequenz, der Parameter B und die Verhältnisse der jeweiligen Größen zur Standardvariante dargestellt. Die Abb. 4.5 zeigt den Verlauf der dimensionslosen Plenums-Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ (oben) und des dimensionslosen

Tabelle 4.4: Maximale Amplitude und Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, Helmholtz-Frequenz, Parameter B und das Verhältnis der jeweiligen Größe zur Standardvariante der Variante „Plenum“.

	Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$	Verhältnis zur Standardvariante
Maximale Amplitude	0,19	52,8%
Frequenz in Hz	50	13,6%
Helmholtz-Frequenz in Hz	41,0	11,1%
Parameter B	0,0883	901,0%

Massenstroms \dot{m}_C (unten) über der Zeit t . Das entsprechende \tilde{p}/\dot{m} -Diagramm ist in Abb. 4.6 dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass es bei dieser Variante zum Auftreten von Deep Surge kommt.

4.2 Ergebnisse der Variation weiterer Parameter

Dieser Abschnitt zeigt die Einflüsse der Parameter: Relaxationsumdrehungszahl N , Ventilparameter S und die Anfangsbedingungen ics auf die Simulationsergebnisse. Die Simulationen wurden alle mit der Standardvariante durchgeführt.

4.2.1 Variation der Relaxationsumdrehungszahl

Die Relaxationsumdrehungszahl der Standardvariante ist $N = 0,5$. Die Variation von N hat gezeigt, dass eine Vergrößerung, gegenüber der Standard-Relaxationsumdrehungszahl, weder die Frequenz noch die maximale Amplitude der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ merklich beeinflusst. Die Verringerung von N führt ab dem Schwellwert von $N = 0,025$ jedoch zu Deep Surge mit einer Frequenz von 370 Hz im eingeschwungenen Zustand. Die Ergebnisse und die Verhältnisse der Ergebnisse zu $N = 0,5$ der Simulation des Relaxationsumdrehungszahlen-Schwellwerts sind in Tab. 4.5 gezeigt. Bei einer weiteren Verringerung der Relaxationsumdrehungszahl bleiben die Amplitude und Frequenz der Schwingungen unverändert, lediglich die Einschwingdauer verkürzt sich.

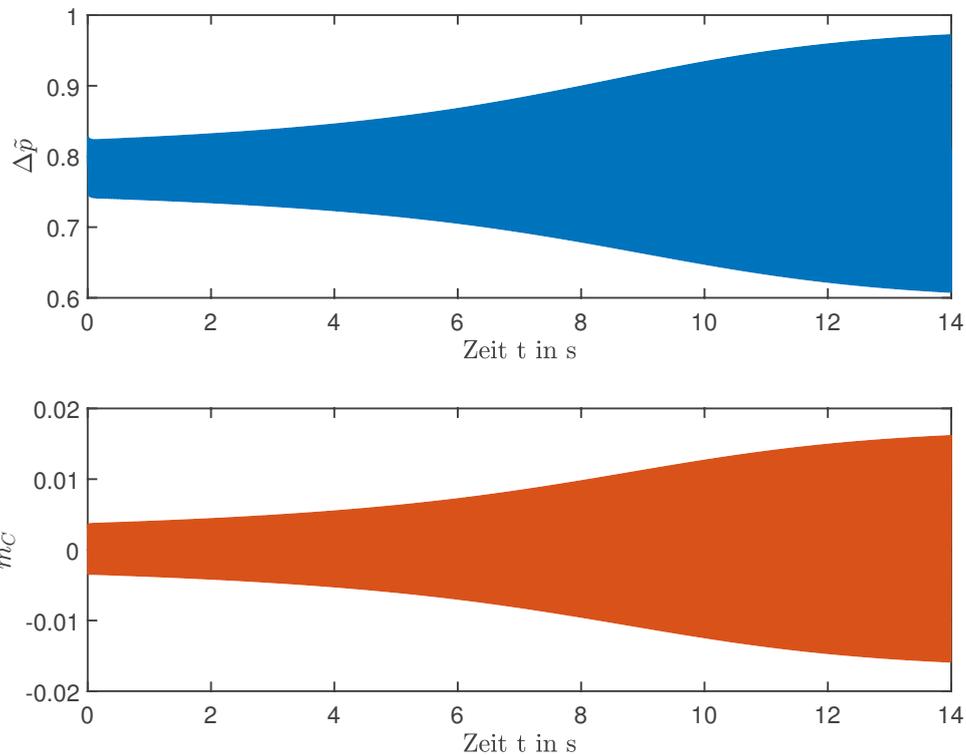


Abbildung 4.5: Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ (oben) und dimensionsloser Massenstrom \dot{m}_C (unten) über der Zeit t . Variante: Plenum (Wasserstand: $E_{0,5}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,5$.

Tabelle 4.5: Maximale Amplitude und Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$, Helmholtz-Frequenz, Parameter B und das Verhältnis der jeweiligen Größe zur Standardvariante mit $N = 0,025$

	Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$	Verhältnis zu $N=0,5$
Maximale Amplitude	0,692	192,2%
Frequenz in Hz	370,3	100,6%
Helmholtz-Frequenz in Hz	370,1	100,0%
Parameter B	0,0098	100,0%

Der zeitliche Verlauf der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ und des dimensionslosen Massenstroms \dot{m}_C sind in Abb. 4.7 dargestellt. Die Abb. 4.8 zeigt den

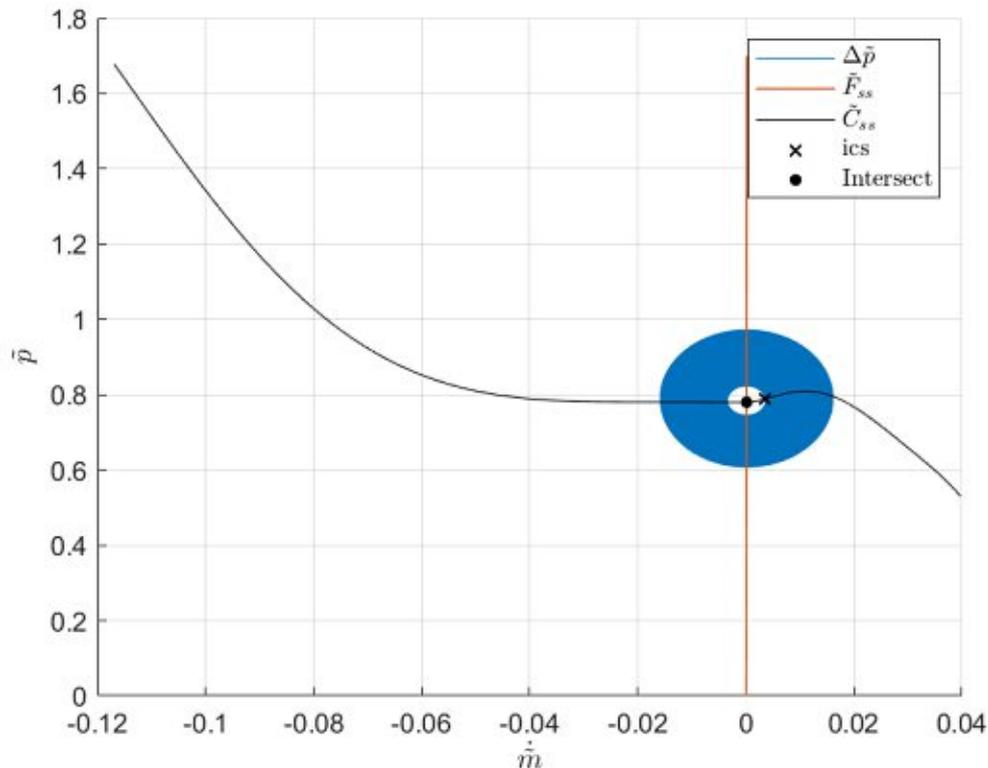


Abbildung 4.6: \tilde{p}/\dot{m} -Diagramm mit diversen dimensionslosen Größen: Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ über Massenstrom \dot{m}_C (blau), stationäre Drosselkennlinie $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (orange), stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ (schwarz), Anfangsbedingungen ics (Kreuz) und der Schnittpunkt von $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ und $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (Punkt). Variante: Plenum (Wasserstand: $E_{0,5}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relativumsdrehungszahl: $N = 0,5$.

Surge-Cycle $\Delta\tilde{p}$ über \dot{m}_C . Es werden außerdem die stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$, die stationäre Drosselkennlinie $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$, die Anfangsbedingung ics und der Schnittpunkt zwischen stationärer Kompressorcharakteristik und Drosselkennlinie *Intersect* dargestellt.

4.2.2 Variation des Ventilparameters

Der Ventilparameter S entspricht der Steigung der Drosselkennlinie, weshalb er maßgebend für die Lage des stationären Betriebspunkts, der dem Schnittpunkt der stationären Kompressorcharakteristik und der Drosselkennlinie entspricht, ist. Die Lage des stationären Betriebspunkt ist essentiell für das mögliche Auftreten

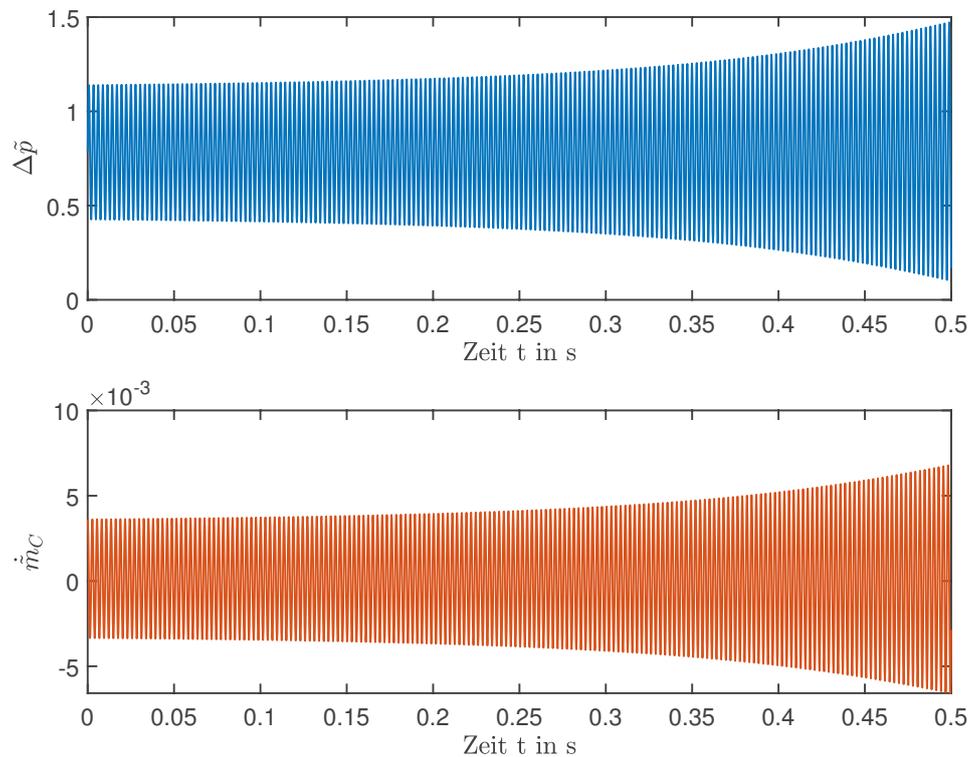


Abbildung 4.7: Dimensionslose Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ (oben) und dimensionsloser Massenstrom \dot{m}_C (unten) über der Zeit t . Variante: Standard (Wasserstand: $E_{0,5}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,025$.

von Instabilitäten (siehe Abschnitt 2.3). Je größer S ist, desto steiler verläuft die Drosselkennlinie. Die Leitschaufeln sind während des Phasenschieberbetriebs vollständig geschlossen, das entspricht einem sehr hohen Drosselwiderstand.

Der in dieser Arbeit festgelegte Standardwert für den Ventilparameter ist $S = 3,8 \cdot 10^7$. Dieser Wert ergibt sich durch die Definition des Ventilparameters (Glg. 2.49) mit einer angenommenen Auslassquerschnittsfläche $A_v = 0.0001 \cdot A_T$, worin A_T die Querschnittsfläche des Standard-Drosselkanals (=Leitschaufelraum) ist.

Die Variation des Ventilparameters hat auch mit geänderten Anfangsbedingungen und Relaxationsumdrehungszahlen keine Änderung der maximalen Amplitude und der Frequenz der dimensionslosen Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ und des dimensionslosen Massenstroms \dot{m}_C bewirkt.

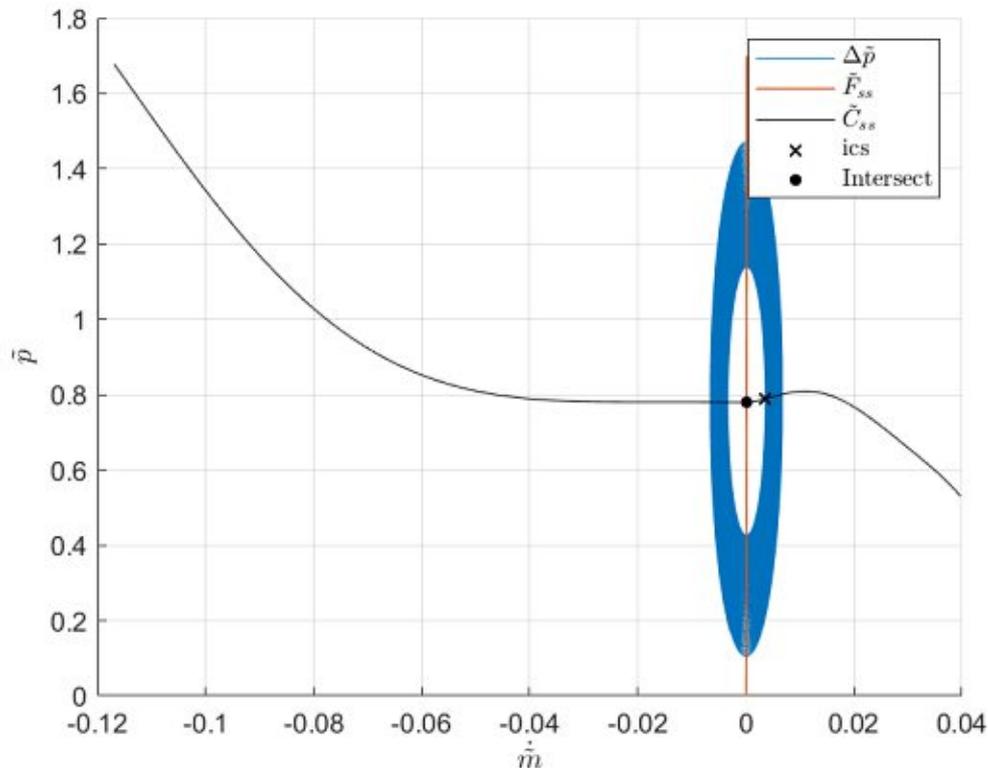


Abbildung 4.8: \tilde{p}/\dot{m} -Diagramm mit diversen dimensionslosen Größen: Druckdifferenz $\Delta\tilde{p}$ über Massenstrom \dot{m}_C (blau), stationäre Drosselkennlinie $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (orange), stationäre Kompressorcharakteristik $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ (schwarz), Anfangsbedingungen *ics* (Kreuz) und der Schnittpunkt von $\tilde{C}_{ss}(\dot{m}_C)$ und $\tilde{F}_{ss}(\dot{m}_T)$ (Punkt). Variante: Standard (Wasserstand: $E_{0,5}$), Anfangsbedingung: $ics_{Index} = 10$ und Relaxationsumdrehungszahl: $N = 0,025$.

4.3 Vergleich mit Messdaten der Oszillation der freien Wasseroberfläche

Maly hat in [15] Messungen der Oszillation der freien Wasseroberfläche während des Phasenschieberbetriebs am Francis-Pumpturbinen-Prüfstand der TU Wien durchgeführt. Dabei hat sich gezeigt, dass die dominantesten Frequenzen der Oszillation 2 Hz und 4 Hz betragen. Das bedeutet, die erhaltenen Frequenzen aller durchgeführten Simulationen sind deutlich größer als die aus den Messdaten ausgewerteten Frequenzen.

Dennoch muss das nicht bedeuten, dass das Überschreiten der Pumpgrenze kein

Anregungsmechanismus ist oder dass das Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer für diesen Zweck nicht geeignet ist. Denn von Maly wurde ein hochfrequentes „Kräuseln“ während des Entstehens der Oszillation der freien Wasseroberfläche beobachtet, wovon es aktuell aber noch zu wenige Daten gibt, um einen Vergleich mit den Simulationsergebnissen durchzuführen. Auch eine messtechnische Untersuchung der „Luftseite“ des Pumpturbinen-Prüfstandes während des Phasenschieberbetriebs könnte weitere Vergleiche ermöglichen.

Die möglichen Gründe, warum die Ergebnisse der Simulationen nicht mit jenen der Messungen übereinstimmen, wichtige Erkenntnisse, die im Zuge dieser Arbeit gewonnen wurden, und ein Ausblick werden im nächsten Kapitel beschrieben.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge dieser Arbeit wurde untersucht, ob das Überschreiten der Pumpgrenze ein möglicher Anregungsmechanismus für die Oszillation der freien Wasseroberfläche ist, die während des Phasenschieberbetriebs unter bestimmten Bedingungen entsteht. Dafür wurde das Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer auf den Francis-Pumpturbinen-Prüfstand der TU Wien angewandt, um das Instabilitätsverhalten nach dem Überschreiten der Pumpgrenze zu untersuchen.

Die stationäre Kompressorcharakteristik, die für die Anwendung des Modells von Greitzer notwendig ist, wurde aus dem gemessenen 4-Quadranten-Kennfeld des Pumpturbinen-Prüfstands bestimmt. Um das Modell von Greitzer anwenden zu können, sind außerdem noch Abmessungen des Pumpturbinen-Prüfstands erforderlich, die in der 3D-CAD-Konstruktion gemessen wurden. Die Aufbereitung der Messdaten wurde mit Microsoft Excel und die anschließende Berechnung wurde mit MATLAB durchgeführt. Die stationäre Kompressorcharakteristik ist für jede Drehrichtung durch zwei Polynome angenähert. Das heißt der positive Ast ist durch ein anderes Polynom beschrieben als der negative Ast.

Das gekoppelte DGL-System wurde mit einem ODE-Solver, der auf dem expliziten Runge-Kutta-Verfahren basiert, gelöst. Da die beiden Äste der stationären Kompressorcharakteristik durch separate Polynome angenähert sind, musste die Integration beim Erreichen von $\dot{m} = 0$ pausiert, die Anfangsbedingungen angepasst und mit dem anderen Polynom fortgesetzt werden. Dies wurde mit Event-Funktionen realisiert. Die so erhaltenen Simulationsergebnisse wurden mit Messdaten verglichen.

Die Vergleiche der Messdaten mit den Simulationsergebnissen haben gezeigt, dass

die Frequenzen der Simulationsergebnisse deutlich höher sind als jene der Messdaten. Diese Vergleiche würden darauf hindeuten, dass das Überschreiten der Pumpgrenze kein Anregungsmechanismus ist oder, dass das Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer für diese Anwendung nicht geeignet ist oder falsche Annahmen getroffen wurden.

Mögliche Gründe, warum die Simulationsergebnisse nicht mit den Messdaten übereinstimmen sind:

- das Überschreiten der Pumpgrenze ist kein Anregungsmechanismus,
- das Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer ist für diese Anwendung nicht geeignet, weil z. B.:
 - das Kompressorsystem ist während des Phasenschieberbetriebs, bis auf Undichtigkeiten aufgrund von Fertigungstoleranzen, vollständig geschlossen,
 - die Druckverhältnisse niedriger als bei herkömmlichen Kompressorsystemen sind,
 - die Abmessungen sehr klein sind, weshalb sich die hohen Frequenzen ergeben haben,
 - die Kompressor- und Drosselkanalquerschnitte nicht konstant sind,
- die Werte der vielen gewählten Parameter und/oder die Bereichsaufteilungen weichen von der Realität ab.

Nichtsdestotrotz muss das nicht bedeuten, dass das Überschreiten der Pumpgrenze kein Anregungsmechanismus ist, dass das Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer nicht für diese Anwendung geeignet ist oder dass die Simulationsergebnisse nicht mit der Realität übereinstimmen. Ein paar Ideen für mögliche weiterführende Arbeiten könnten sein:

- messtechnische Untersuchung des hochfrequenten „Kräuselns“, das während der Entstehung der Oszillation der freien Wasseroberfläche vorherrscht, um diese mit den Simulationsergebnissen zu vergleichen
- messtechnische Untersuchung der „Luftseite“ des Pumpturbinen-Prüfstands während des Phasenschieberbetriebs, da der Schwerpunkt der aktuellen Messdaten auf der hydraulischen Seite liegt,

- theoretische Untersuchung eines Kompressorsystems mittels Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer, um den Einfluss der einzelnen Parameter besser zu verstehen,
- die Erkenntnisse der theoretischen aber auch messtechnischen Untersuchungen könnten dann, aufbauend auf dieser Arbeit, für weitere Vergleiche oder neue Simulationen des Pumpturbinen-Prüfstandes der TU Wien während des Phasenschieberbetriebs verwendet werden.

Kapitel 6

Anhang: MATLAB-Code

In diesem Abschnitt sind die diversen Codes der MATLAB-Files, die für die Simulation des Pumpsturbinen-Prüfstands mit dem Modell mit konzentrierten Parametern von Greitzer von mir geschrieben wurden, gezeigt.

Run _Modell.m

Das „Run _Modell.m“-File ist das Hauptfile, in dem andere MATLAB-Files (Parameter.m, Parameter_call.m, Psi _Phi _Pumpendrehrichtung.m, Psi _Phi _Turbinendrehrichtung.m, Drosselcharakteristik.m) aufgerufen werden und die Lösung des DGL-Systems via Event-Handling durchgeführt wird. Außerdem werden in diesem File die Drehrichtung (3. Quadrant entspricht der Pumpendrehrichtung und 4. Quadrant entspricht der Turbinendrehrichtung), der Parametersatz und der Index der Anfangsbedingungen gewählt.

```
1 %% Datei, in der diverse Files und Functions aufgerufen werden
2 clc, clear ,close all
3
4 %% Parameter, Filename, Wahl des Quadranten und der ...
   Anfangsbedingungen
5 run Parameter.m % Datei mit diversen Parameter ...
   (Systemabmessungen, thermodynamische Groessen etc.)
6
7 param = parameter.Plenum; %Hier wird der gewuenschte ...
```

```

    Parametersatz gewaehlt
8  run Parameter_call.m %Parameter werden ohne ...
    Parameter-Bezeichnung geladen, damit es bei den Formeln und ...
    im Workspace uebersichtlicher bleibt.
9
10 % Pfad und Dateiname des Messdaten-Excel-Files
11 file='C:\UNI\Diplomarbeit\Messdaten\4Q_Kennfeld.xlsx';
12
13 %3. Q. = Pumpendrehrichtung/ 4. Q. =Turbinendrehrichtung
14 Quadrant=4; %Hier wird der gewuenschte Quadrant gewaehlt: ...
    3=3.Quadrant, 4=4.Quadrant
15 ics_Index=10; %[1;100], ics_Index-te Werte der ...
    Psi/Phi-Vektoren. So liegen die Anfangsbedingungen immer ...
    auf dem Css-Graphen.
16 tfinal_eingabe=14; %Endzeit der Integration in s
17 tstart=0; %Startzeit der Integration
18 tfinal=tfinal_eingabe *omega_Helmholtz; %dimensionslose ...
    Endzeit der Integration
19 omega_Helmholtz_hz=omega_Helmholtz/(2*pi); %Helmholtz-Frequenz ...
    in Hz
20 %% Aufruf diverser Files
21 % Greitzer-Parameter
22 n=1000; %Drehzahl [1/min]
23 [B,G,tau]=Greitzer_Parameter(n,D_1,a_L,V_p,A_c,L_c,A_T,L_T,N); ...
    %Berechnung der Greitzer-Parameter: B, G, tau
24
25 %Bestimmung von Psi/Phi
26 if Quadrant==3
27     [Phi_pump,Psi_pump,... %Css-Kennlinie in ...
        Pumpendurchflussrichtung
28     Phi_measurement_pump,Psi_measurement_pump,... ...
        %Css-Kennlinien Messdaten in Pumpendurchflussrichtung
29     Polynom_Coefficients_pump,... %Polynoms-Koeffizienten der ...
        Css-Kennlinie in Pumpendurchflussrichtung
30     Phi_turbine,Psi_turbine,... %Css-Kennlinie in ...
        Turbinendurchflussrichtung
31     Phi_measurement_turbine,Psi_measurement_turbine,... ...
        %Css-Kennlinien Messdaten in Turbinendurchflussrichtung
32     Polynom_Coefficients_turbine]=...
33     Psi_Phi_Pumpendrehrichtung(file,D_1,D_2); ...
        %Polynoms-Koeffizienten der Css-Kennlinie in ...
        Turbinendurchflussrichtung
34 elseif Quadrant==4

```

```

35     [Phi_pump, Psi_pump, ... %Css-Kennlinie in ...
        Pumpendurchflussrichtung
36     Phi_measurement_pump, Psi_measurement_pump, ... ...
        %Css-Kennlinien Messdaten in Pumpendurchflussrichtung
37     Polynom_Coefficients_pump, ... %Polynoms-Koeffizienten der ...
        Css-Kennlinie in Pumpendurchflussrichtung
38     Phi_turbine, Psi_turbine, ... %Css-Kennlinie in ...
        Turbinendurchflussrichtung
39     Phi_measurement_turbine, Psi_measurement_turbine, ... ...
        %Css-Kennlinien Messdaten in Turbinendurchflussrichtung
40     Polynom_Coefficients_turbine]=...
41     Psi_Phi_Turbinendrehrichtung(file,D_1,D_2); ...
        %Polynoms-Koeffizienten der Css-Kennlinie in ...
        Turbinendurchflussrichtung
42 end
43
44 %Anfangsbedingungen
45 ics=Anfangsbedingungen(...
46     ics_Index, Phi_pump, Polynom_Coefficients_pump); %Bestimmung ...
        der Anfangsbedingungen, die von C_ss starten
47 ics_0=ics; %ics werden waehrend der Integration ...
        (Event-handling) geaendert, deshalb ics_0, um diese plotten ...
        zu koennen
48
49 %Drosselcharakteristik
50 [F_ss,m_T]=Drosselcharakteristik(S_v,Quadrant); ...
        %Drosselcharakteristik-function
51
52 %Schnittpunkt zwischen Css- und Drosselkennlinie
53 Psi_pump_mT=polyval(Polynom_Coefficients_pump,m_T); ...
        %Berechnung des Css-Polynoms mit ...
        Drosselkennlinien-Durchflusszahlvektor
54 Line1=[m_T;Psi_pump_mT]; %Zeile 1: ...
        Drosselkennlinien-Durchflusszahlvektor, Zeile 2: Css-Kennlinie
55 Line2=[m_T;F_ss]; %Zeile 1: ...
        Drosselkennlinien-Durchflusszahlvektor, Zeile 2: Fss-Kennlinie
56 Polynomial_Intersection=InterX(Line1,Line2); %Bestimmung des ...
        Schnittpunkts der beiden Kennlinien. Output ist Vektor mit ...
        den Koordinaten des Schnittpunkts.
57
58
59 %% Greitzer DGL-System
60 %Loesung des Greitzer DGL-Systems

```

```

61 options=odeset('Events',@ode_events); %Events-function stoppt ...
    die Berechnung, sobald mC=0 erreicht wird,
62
63 tout = tstart; %global solution time
64 Sout = ics; %global solution position
65 teout = []; %time at which events occurs
66 Seout = []; %position at which events occur
67 ieout = []; %flags which event trigger the switch
68 switch_variable=0; %0: positive Durchflusszahlen 1: negative ...
    Durchflusszahlen
69 tverstrichen=0;
70 %S(1)=mC, S(2)=mT, S(3)=P, S(4)=C, %F=S_v*mT^2
71
72 while tverstrichen<tfinal
73     if switch_variable==0
74         [t,S,te,Se,ie]=ode45(@(t,S) Greitzer_ODEs_Berechnung(...
75             t,S,Polynom_Coefficients_pump,B,S_v,G,tau),...
76             [tstart,tfinal],ics,options);
77         switch_variable=1;
78         disp('positive')
79     elseif switch_variable==1
80         [t,S,te,Se,ie]=ode45(@(t,S) Greitzer_ODEs_Berechnung(...
81             t,S,Polynom_Coefficients_turbine,B,S_v,G,tau),...
82             [tstart,tfinal],ics,options);
83         switch_variable=0;
84         disp('negative')
85     end
86     nt = length(t);
87     tappend=t(2:nt);
88     tout = [tout; tappend];
89     tverstrichen=t(nt);
90     Sout = [Sout; S(2:nt,:)];
91     teout = [teout; te]; % Events at tstart are never ...
        reported.
92     Seout = [Seout; Se];
93     ieout = [ieout; ie];
94     disp(tverstrichen)
95     ics=[S(nt,1),S(nt,2),S(nt,3),S(nt,4)];
96
97     tstart=t(end);
98 end
99 %Der Vektor tout entspricht der dimensionslosen Zeit, genauso ...
    wie tstart

```

```
100 %und tfinal dimensionslos sind
101 t_dim=tout/omega_Helmholtz; %dimensionsbehaftete Zeit
102
103 run('Plots.m') %file mit diversen Plots
```

Greitzer_ODEs_Berechnung.m

Das „Greitzer_ODEs_Berechnung.m“-File beinhaltet den Code des DGL-Systems.

```
1 function dSdt=Greitzer_ODEs_Berechnung(t,S,Psi_Coeff,B,S_v,G,tau)
2 %Siehe doc ode45
3 %S(1)=mC, S(2)=mT, S(3)=P, S(4)=C, %F=S_v*mT^2
4 dSdt=zeros(4,1);
5 dSdt(1)=(S(4)-S(3))*B; % (1) : dmC/dt=(C-P)*B
6 dSdt(2)=(S(3)-S_v*S(2)^2)*B/G; % (2) : dmT/dt=(P-F)*B/G
7 dSdt(3)=(S(1)-S(2))/B; % (3) : dP/dt=(mC-mT)/B
8 dSdt(4)=(Psi_Coeff(1)*S(1)^5+...
9     Psi_Coeff(2)*S(1)^4+Psi_Coeff(3)*S(1)^3+...
10     Psi_Coeff(4)*S(1)^2 ...
11     +Psi_Coeff(5)*S(1)^1+...
12     Psi_Coeff(6))-S(4))/tau; % (4) : dC/dt=(Css-C)/tau
13 end
```

Parameter

In dem „Parameter.m“-File sind diverse Abmessungen, physikalische Größen und Parameter definiert. Es gibt drei unterschiedliche Parametersätze: „Standard“, „Drossel“ und „Plenum“. Außerdem ist der Code des „Parameter_Call.m“-Files gezeigt, das lediglich die Parameter ohne der Parametersatz-Bezeichnung umbenennt, um den Workspace übersichtlicher zu halten.

Parameter.m

```
1 %% Parameter Standard
```

```

2 %Kappa=0.5, Lc=Schaufelsehnenlaenge+Hoehe oberhalb ...
   Wassereroberflaeche, Plenum=Schaufelfreier Raum, ...
   Drossel=Leitschaufelring
3 %Abmessungen
4 %Kompressor c
5 parameter.Standard.Parametername='Standard'; %Name des ...
   Parametersatzes
6 parameter.Standard.D_2=0.2764; %saugseitiger ...
   Durchmesser/Innendurchmesser [m]
7 parameter.Standard.D_1=0.4875; %druckseitiger ...
   Durchmesser/Aussendurchmesser [m]
8 parameter.Standard.A_c=parameter.Standard.D_2^2*pi/4; ...
   %Querschnittsflaeche Kompressor [m^2]
9 parameter.Standard.Kappa=0.5; %Wasserstandsfaktor [-]
10 parameter.Standard.Schaufelsehnenlaenge=0.422976; ...
   %Schaufelsehnenlaenge [m]
11 parameter.Standard.L_c=parameter.Standard.Schaufelsehnenlaenge+...
12   parameter.Standard.Kappa*parameter.Standard.D_2; %Laenge ...
   des Kompressors [m]
13
14 %Plenum p (Schaufelfreier Raum, Kreisring-Volumen)
15 parameter.Standard.D_i_p=0.5; %Plenum-Innendurchmesser [m], ...
   nicht in Parameter_call
16 parameter.Standard.D_a_p=0.552; %Plenum-Aussendurchmesser [m] ...
   nicht in Parameter_call
17 parameter.Standard.h_p=0.0539; %Plenum-Hoehe [m] nicht in ...
   Parameter_call
18 parameter.Standard.V_p=(parameter.Standard.D_a_p^2-...
19   parameter.Standard.D_i_p^2)*pi/4*parameter.Standard.h_p; ...
20   %Volumen des Plenums [m^3], schaufelfreier Raum (Bereich ...
   nach Kompressoraustritt bis Leitschaufelringanfang)
21
22 %Drossel T (Leitschaufelring)
23 parameter.Standard.D_i_T=0.552; %Drossel-Innendurchmesser [m], ...
   nicht in Parameter_call
24 parameter.Standard.D_a_T=0.572; %Drossel-Aussendurchmesser ...
   [m], nicht in Parameter_call
25 parameter.Standard.h_T=0.0539; %Drossel-Hoehe [m], nicht in ...
   Parameter_call
26 parameter.Standard.A_T=parameter.Standard.D_a_T*pi*...
27   parameter.Standard.h_T; %Querschnittsflaeche der ...
   Drossel/Throttle [m^2], Umfang ...
   Leitschaufelring-Aussendurchmesser * Hoehe des ...

```

```

        Leitschaufelrings
28 parameter.Standard.L_T=0.1; %Laenge der Drossel/Throttle [m], ...
        Leitschaufel-Aussenradius - Leitschaufel-Innenradius
29
30 %Parameter fuer Greitzer-Verfahren
31 parameter.Standard.N=0.0025; %Time lag in Umdrehungen (aus Hansen)
32 parameter.Standard.A_v=parameter.Standard.A_T*0.0001; %Flaeche ...
        Valve-throat [m^2], beliebiger Bruchteil von A_T, 1=Voll ...
        geoeffnet, 0=geschlossen
33 parameter.Standard.S_v=(parameter.Standard.A_c/...
34     parameter.Standard.A_v)^2; %Ventil/Valve-Parameter [1]
35
36 %Physikalische Groessen
37 % parameter.Standard.rho_W=1000; %Dichte von Wasser [kg/m^3]
38 % parameter.Standard.rho_L=1.2; %Dichte von Luft [kg/m^3]
39 parameter.Standard.a_L=342.2; %Schallgeschwindigkeit von Luft ...
        bei 20 C [m/s]
40
41 %Helmholtz-Frequenz
42 parameter.Standard.omega_Helmholtz=parameter.Standard.a_L*...
43     sqrt(parameter.Standard.A_c/...
44     (parameter.Standard.L_c*parameter.Standard.V_p)); ...
        %Helmholtz-Frequenz [rad/s]
45
46 %% Parameter Drossel
47 %Kappa=0.5, Lc=Schaufelsehnenlaenge+Hoehe oberhalb ...
        Wasseroberflaeche,
48 %Plenum=Schaufelfreier Raum, Drossel=Leitschaufelring + ...
        Spiralgehaeuse +
49 %Druckleitung
50 %Abmessungen
51 %Kompressor c
52 parameter.Drossel.Parametername='Drossel'; %Name des ...
        Parametersatzes
53 parameter.Drossel.D_2=0.2764; %saugseitiger ...
        Durchmesser/Innendurchmesser [m]
54 parameter.Drossel.D_1=0.4875; %druckseitiger ...
        Durchmesser/Aussendurchmesser [m]
55 parameter.Drossel.A_c=parameter.Drossel.D_2^2*pi/4; ...
        %Querschnittsflaeche Kompressor [m^2]
56 parameter.Drossel.Kappa=0.5; %Wasserstandsfaktor [-]
57 parameter.Drossel.Schaufelsehnenlaenge=0.422976; ...
        %Schaufelsehnenlaenge [m]

```

```

58 parameter.Drossel.L_c=parameter.Drossel.Schaufelsehnenlaenge...
59     +parameter.Drossel.Kappa*parameter.Drossel.D_2; %Laenge ...
        des Kompressors [m]
60
61 %Plenum p (Schaufelfreier Raum, Kreisring-Volumen)
62 parameter.Drossel.D_i_p=0.5; %Plenum-Innendurchmesser [m], ...
        nicht in Parameter_call
63 parameter.Drossel.D_a_p=0.552; %Plenum-Aussendurchmesser [m] ...
        nicht in Parameter_call
64 parameter.Drossel.h_p=0.0539; %Plenum-Hoehe [m] nicht in ...
        Parameter_call
65 parameter.Drossel.V_SR=(parameter.Drossel.D_a_p^2-...
66     parameter.Drossel.D_i_p^2)...
67     *pi/4*parameter.Drossel.h_p; %Volumen des schaufelfreien ...
        Raums [m^3]
68 parameter.Drossel.L_SPG=3.145798; %Laenge des Spiralgehaeuses [m]
69 parameter.Drossel.V_SPG=0.133; %Volumen des Sprialgehaeuses [m^3]
70 parameter.Drossel.L_DL=0.78; %Laenge der Druckleitung (Konus + ...
        zylindrischen Abschnitt)
71 parameter.Drossel.D_DL=0.280; %Durchmesser der Druckleitung ...
        des zylindrischen Teils (Vereinfachung: Konus hat den ...
        selben Durchmesser)
72 parameter.Drossel.V_DL=parameter.Drossel.D_DL^2*pi/4*...
73     parameter.Drossel.L_DL; %Volumen der Druckleitung (Konus + ...
        zylindrischer Abschnitt)
74 parameter.Drossel.V_p=parameter.Drossel.V_SR; ...
        %+parameter.Drossel.V_SPG+parameter.Drossel.V_DL)*10^0; ...
        %Volumen des Plenums [m^3], schaufelfreier Raum (Bereich ...
        nach Kompressorausritt bis Leitschaufelringanfang)
75
76 %Drossel T (Leitschaufelring)
77 parameter.Drossel.D_i_T=0.552; %Drossel-Innendurchmesser [m], ...
        nicht in Parameter_call
78 parameter.Drossel.D_a_T=0.572; %Drossel-Aussendurchmesser [m], ...
        nicht in Parameter_call
79 parameter.Drossel.h_T=0.0539; %Drossel-Hoehe [m], nicht in ...
        Parameter_call
80 parameter.Drossel.A_T=parameter.Drossel.D_a_T*pi*...
81     parameter.Drossel.h_T; %Querschnittsflaeche der ...
        Drossel/Throttle [m^2], Umfang ...
        Leitschaufelring-Aussendurchmesser * Hoehe des ...
        Leitschaufelrings
82 parameter.Drossel.L_T=0.1+parameter.Drossel.L_SPG+...

```

```

83     parameter.Drossel.L_DL; %Laenge der Drossel/Throttle [m], ...
        Leitschaufel-Aussenradius - Leitschaufel-Innenradius + ...
        Spiralgehaeuse + Druckleitung
84
85     %Parameter fuer Greitzer-Verfahren
86     parameter.Drossel.N=0.5; %Time lag in Umdrehungen (aus Hansen)
87     parameter.Drossel.A_v=parameter.Drossel.A_T*0.0001; %Flaeche ...
        Valve-throat [m^2], beliebiger Bruchteil von A_T, 1=Voll ...
        geoeffnet, 0=geschlossen
88     parameter.Drossel.S_v=(parameter.Drossel.A_c/...
        parameter.Drossel.A_v)^2; %Ventil/Valve-Parameter [1]
89
90
91     %Physikalische Groessen
92     % parameter.Drossel.rho_W=1000; %Dichte von Wasser [kg/m^3]
93     % parameter.Drossel.rho_L=1.2; %Dichte von Luft [kg/m^3]
94     parameter.Drossel.a_L=342.2; %Schallgeschwindigkeit von Luft ...
        bei 20 C [m/s]
95
96     %Helmholtz-Frequenz
97     parameter.Drossel.omega_Helmholtz=parameter.Drossel.a_L*...
        sqrt(parameter.Drossel.A_c/...
        (parameter.Drossel.L_c*parameter.Drossel.V_p)); ...
        %Helmholtz-Frequenz [rad/s]
100
101     %% Parameter Plenum
102     %Kappa=0.5, Lc=Schaufelsehnenlaenge+Hoehe oberhalb ...
        Wasseroberflaeche,
103     %Plenum=schaufelfreier Raum + Leitschaufelraum + ...
        Spiralgehaeuse +
104     %Druckleitung bis Absperrorgan, Drossel=Druckleitung nach ...
        Absperrorgan
105     %Abmessungen
106     %Kompressor c
107     parameter.Plenum.Parametername='Plenum'; %Name des Parametersatzes
108     parameter.Plenum.D_2=0.2764; %saugseitiger ...
        Durchmesser/Innendurchmesser [m]
109     parameter.Plenum.D_1=0.4875; %druckseitiger ...
        Durchmesser/Aussendurchmesser [m]
110     parameter.Plenum.A_c=parameter.Plenum.D_2^2*pi/4; ...
        %Querschnittsflaeche Kompressor [m^2]
111     parameter.Plenum.Kappa=0.5; %Wasserstandsfaaktor [-]
112     parameter.Plenum.Schaufelsehnenlaenge=0.422976; ...
        %Schaufelsehnenlaenge [m]

```

```

113 parameter.Plenum.L_c=parameter.Plenum.Schaufelsehnenlaenge+...
114     parameter.Plenum.Kappa*parameter.Plenum.D_2; %Laenge des ...
        Kompressors [m]
115
116 %Plenum p (Schaufelfreier Raum, Kreisring-Volumen)
117 parameter.Plenum.D_i_SR=0.5; %Schaufelfreier ...
        Raum-Innendurchmesser [m], nicht in Parameter_call
118 parameter.Plenum.D_a_SR=0.552; %Schaufelfreier ...
        Raum-Aussendurchmesser [m] nicht in Parameter_call
119 parameter.Plenum.h_SR=0.0539; %Schaufelfreier Raum-Hoehe [m] ...
        nicht in Parameter_call
120 parameter.Plenum.V_SR=(parameter.Plenum.D_a_SR^2-...
121     parameter.Plenum.D_i_SR^2)*pi/4*parameter.Plenum.h_SR; ...
        %Volumen des schaufelfreien Raum [m^3], (Bereich nach ...
        Kompressoraustritt bis Leitschaufelringanfang) nicht in ...
        Parameter_call
122 parameter.Plenum.D_i_LR=0.552; ...
        %Leitschaufelring-Innendurchmesser [m], nicht in Parameter_call
123 parameter.Plenum.D_a_LR=0.572; ...
        %Leitschaufelring-Aussendurchmesser [m], nicht in ...
        Parameter_call
124 parameter.Plenum.h_LR=0.0539; %Leitschaufelring-Hoehe [m], ...
        nicht in Parameter_call
125 parameter.Plenum.A_LR=parameter.Plenum.D_a_LR*pi*...
126     parameter.Plenum.h_LR; %Querschnittsflaeche des ...
        Leitschaufelrings [m^2], Umfang ...
        Leitschaufelring-Aussendurchmesser * Hoehe des ...
        Leitschaufelrings
127 parameter.Plenum.L_LR=0.1; %Laenge der Leitschaufelring [m], ...
        Leitschaufel-Aussenradius - Leitschaufel-Innenradius
128 parameter.Plenum.V_LR=parameter.Plenum.A_LR*...
129     parameter.Plenum.h_LR; %Volumen des Leitschaufelrings [m^3]
130 parameter.Plenum.V_SPG=0.133; %Volumen des Spiralgehaeuses [m^3]
131 parameter.Plenum.D_DL=0.280; %Durchmesser der Druckleitung des ...
        zylindrischen Teils [m] (Vereinfachung: Konus hat denselben ...
        Durchmesser)
132 parameter.Plenum.A_DL=parameter.Plenum.D_DL^2*pi/4; ...
        %Querschnittsflaeche der Druckleitung
133 parameter.Plenum.L_DL=0.78; %Laenge der Druckleitung [m] ...
        (Konus + zylindrischen Abschnitt)
134 parameter.Plenum.V_DL=parameter.Plenum.A_DL*...
135     parameter.Plenum.L_DL; %Volumen der Druckleitung bis ...
        Absperrorgan [m^3]

```

```
136 parameter.Plenum.V_p=parameter.Plenum.V_SR+...
137     parameter.Plenum.V_LR+parameter.Plenum.V_SPG+...
138     parameter.Plenum.V_DL; %Volumen des Plenums [m^3], ...
        schaufelfreier Raum + Leitschaufelraum + Spiralgehaeuse ...
        + Druckleitung bis Absperrorgan
139
140 %Drossel T (Druckleitung nach Absperrorgan)
141 parameter.Plenum.D_T=0.280; %Drosseldurchmesser [m], nicht in ...
        Parameter_call, Durchmesser der Druckleitung
142 parameter.Plenum.A_T=parameter.Plenum.D_T^2*pi/4; ...
        %Querschnittsflaeche der Drossel/Throttle [m^2], ...
        Querschnittsflaeche der Druckleitung
143 parameter.Plenum.L_T=0.75; %Laenge der Drossel/Throttle [m], ...
        Druckleitung nach Absperrorgan
144 %Leitschaufelring wird auch bei dieser Variante als Bezug fuer
145 %Ventilparameter S_v verwendet
146 parameter.Plenum.D_i_T=0.552; %Drossel-Innendurchmesser [m], ...
        nicht in Parameter_call, Leitschaufelring
147 parameter.Plenum.D_a_T=0.572; %Drossel-Aussendurchmesser [m], ...
        nicht in Parameter_call, Leitschaufelring
148 parameter.Plenum.h_T=0.0539; %Drossel-Hoehe [m], nicht in ...
        Parameter_call, Leitschaufelring
149 parameter.Plenum.A_Tv=parameter.Plenum.D_a_T*pi*...
        parameter.Plenum.h_T; %Querschnittsflaeche der ...
        Drossel/Throttle [m^2], Umfang ...
        Leitschaufelring-Aussendurchmesser * Hoehe des ...
        Leitschaufelrings
151
152 %Parameter fuer Greitzer-Verfahren
153 parameter.Plenum.N=0.5; %Time lag in Umdrehungen (aus Hansen)
154 parameter.Plenum.A_v=parameter.Plenum.A_Tv*0.0001; %Flaeche ...
        Valve-throat [m^2], beliebiger Bruchteil von A_T, 1=Voll ...
        geoeffnet, 0=geschlossen
155 parameter.Plenum.S_v=(parameter.Plenum.A_c/...
        parameter.Plenum.A_v)^2; %Ventil/Valve-Parameter [1]
157
158 %Physikalische Groessen
159 % parameter.Plenum.rho_W=1000; %Dichte von Wasser [kg/m^3]
160 % parameter.Plenum.rho_L=1.2; %Dichte von Luft [kg/m^3]
161 parameter.Plenum.a_L=342.2; %Schallgeschwindigkeit von Luft ...
        bei 20 C [m/s]
162
163 %Helmholtz-Frequenz
```

```
164 parameter.Plenum.omega_Helmholtz=parameter.Plenum.a_L*...
165     sqrt(parameter.Plenum.A_c/...
166     (parameter.Plenum.L_c*parameter.Plenum.V_p)); ...
    %Helmholtz-Frequenz [rad/s]
```

Parameter_Call.m

```
1 %Dieses Modul wird im Run_Modell.m-Modul aufgerufen.
2 %Die Variablennamen werden ohne Parameter-Praefix im Workspace ...
   angezeigt, um es uebersichtlicher zu gestalten.
3 %Der gewuenschte Parametersatz kann im Run_Modell.m-Modul ...
   eingegeben werden.
4 %Abmessungen
5 %Kompressor c
6 Parametername=param.Parametername;
7 D_2=param.D_2;
8 D_1=param.D_1; %Aussendurchmesser [m]
9 A_c=param.A_c; %Querschnittsflaeche Kompressor [m^2]
10 Kappa=param.Kappa;
11 L_c=param.L_c; %Laenge des Kompressors [m]
12 %Plenum p
13 V_p=param.V_p;
14 %Drossel T
15 A_T=param.A_T; %Querschnittsflaeche der Drossel/Throttle [m^2]
16 L_T=param.L_T; %Laenge der Drossel/Throttle [m]
17 %Parameter fuer Greitzer-Verfahren
18 N=param.N; %Time lag in Umdrehungen (aus Hansen)
19 A_v=param.A_v; %Flaeche Valve-throat [m^2]
20 S_v=param.S_v; %Ventil/Valve-Parameter[1]
21 %Thermodynamik
22 % rho_W=param.rho_W; %Dichte von Wasser [kg/m^3]
23 % rho_L=param.rho_L; %Dichte von Luft [kg/m^3]
24 a_L=param.a_L; %Schallgeschwindigkeit von Luft bei 20 C [m/s]
25 %Helmholtz-Frequenz
26 omega_Helmholtz=param.omega_Helmholtz; %Helmholtz-Frequenz [rad/s]
```

Funktionen für die stationäre Kompressorcharakteristik

In diesem Abschnitt werden die beiden Funktionen für die Bestimmung der stationären Kompressorcharakteristik C_{ss} gezeigt. Dabei ist sowohl für die Turbinen- als auch Pumpendrehrichtung eine separate Funktion geschrieben worden, da die Bedingungen an die Polynome unterschiedlich sind.

Psi_Phi_Turbinendrehrichtung.m

```

1 function [Phi_pump,Psi_pump,Phi_measurement_pump,...
2     Psi_measurement_pump,Polynom_Coefficients_pump,...
3     Phi_turbine,Psi_turbine,Phi_measurement_turbine,...
4     Psi_measurement_turbine,Polynom_Coefficients_turbine]=...
5     Psi_Phi_Turbinendrehrichtung(filename,D_1,D_2)
6 %% Psi-Polynom fuer 4. Quadranten
7 SheetNameQ4='4Q 02.01.2020';
8 rgPsiQ4='O2:O12';
9 rgPhiQ4='N2:N12';
10 Psi_measurement_pump=xlsread(filename,SheetNameQ4,rgPsiQ4); ...
11     %Spaltenvektor mit den Psi-Werten
12 Phi_measurement_pump=xlsread(filename,SheetNameQ4,rgPhiQ4); ...
13     %Spaltenvektor mit den Phi-Werten
14 c_Phi=(D_1/D_2)^2; %Konstante, die Phi von m_C unterscheidet
15 Phi_measurement_pump=c_Phi.*Phi_measurement_pump; %Phi wird zu m_C
16 Polynom_Coefficients_pump=polyfix(...
17     Phi_measurement_pump,Psi_measurement_pump,...
18     5,[0],[0.78],[0],[0]);
19 Phi_pump=linspace(0,max(Phi_measurement_pump));
20
21 Psi_pump=polyval(Polynom_Coefficients_pump,Phi_pump);
22
23 %% Psi-Polynom fuer 1. Quadranten
24 SheetNameQ1='1Q 02.01.2020';
25 rgPsiQ1='O10:O19';
26 rgPhiQ1='N10:N19';

```

```

27 Psi_measurement_turbine=xlsread(filename,SheetNameQ1,rgPsiQ1); ...
    %Spaltenvektor mit den Psi-Werten
28 Phi_measurement_turbine=xlsread(filename,SheetNameQ1,rgPhiQ1); ...
    %Spaltenvektor mit den Phi-Werten
29
30 Phi_measurement_turbine=c_Phi.*Phi_measurement_turbine; %Phi ...
    wird zu m_C
31
32 Polynom_Coefficients_turbine=polyfix(...
33     Phi_measurement_turbine,Psi_measurement_turbine,...
34     5,[0],[0.78],[0],[0]);
35 Phi_turbine=linspace(0,min(Phi_measurement_turbine));
36
37 Psi_turbine=polyval(Polynom_Coefficients_turbine,Phi_turbine);
38 end

```

Psi_Phi_Pumpendrehrichtung.m

```

1 function [Phi_pump,Psi_pump,Phi_measurement_pump,...
2     Psi_measurement_pump,Polynom_Coefficients_pump,...
3     Phi_turbine,Psi_turbine,Phi_measurement_turbine,...
4     Psi_measurement_turbine,Polynom_Coefficients_turbine]=...
5     Psi_Phi_Pumpendrehrichtung(filename,D_1,D_2)
6 %% Psi-Polynom fuer 3. Quadranten
7 SheetNameQ3='3Q 02.01.2020';
8 rgPsiQ3='O2:O22';
9 rgPhiQ3='N2:N22';
10 Psi_measurement_pump=xlsread(filename,SheetNameQ3,rgPsiQ3); ...
    %Spaltenvektor mit den Psi-Werten
11 Phi_measurement_pump=xlsread(filename,SheetNameQ3,rgPhiQ3); ...
    %Spaltenvektor mit den Phi-Werten
12
13 c_Phi=(D_1/D_2)^2; %Konstante, die Phi von m_C unterscheidet
14 Phi_measurement_pump=c_Phi.*Phi_measurement_pump; %Phi wird zu m_C
15
16 Polynom_Coefficients_pump=polyfix(...
17     Phi_measurement_pump,Psi_measurement_pump,...
18     5,[0],[1.2],[0],[0]);
19 Phi_pump=linspace(0, max(Phi_measurement_pump));
20

```

```

21 Psi_pump=polyval (Polynom_Coefficients_pump,Phi_pump);
22
23 %% Psi-Polynom fuer 2. Quadranten
24 SheetNameQ2='2Q 02.01.2020';
25 rgPsiQ2='O2:O10';
26 rgPhiQ2='N2:N10';
27 Psi_measurement_turbine=xlsread(filename,SheetNameQ2,rgPsiQ2); ...
    %Spaltenvektor mit den Psi-Werten
28 Phi_measurement_turbine=xlsread(filename,SheetNameQ2,rgPhiQ2); ...
    %Spaltenvektor mit den Phi-Werten
29
30 Phi_measurement_turbine=c_Phi.*Phi_measurement_turbine; %Phi ...
    wird zu m_C
31
32 Polynom_Coefficients_turbine=polyfix(...
33     Phi_measurement_turbine,Psi_measurement_turbine,...
34     5,[0],[1.2],[0],[0]);
35 Phi_turbine=linspace(0,min(Phi_measurement_turbine));
36
37 Psi_turbine=polyval (Polynom_Coefficients_turbine,Phi_turbine);
38 end

```

Drosselcharakteristik.m

Das „Drosselcharakteristik.m“-File beinhaltet den MATLAB-Code für die Bestimmung der Drosselkennlinie. Der Verlauf ist von der Drehrichtung unabhängig, allerdings wird der maximale Wert abhängig von der jeweiligen Drehrichtung gewählt. Dies wirkt sich lediglich auf die Skalierung der Plots aus.

```

1 function [F_ss,m_T]=Drosselcharakteristik(S_v,Quadrant)
2 %% Drosselcharakteristik F_ss=S_v*m_T^2
3 if Quadrant==3
4     F_ss_max=2.5; %Drosselcharakteristik wird nur bis ...
        F_ss_max=psi=2,5 geplottet.
5 elseif Quadrant==4
6     F_ss_max=1.4; %Drosselcharakteristik wird nur bis ...
        F_ss_max=psi=1,4 geplottet.
7 end
8 m_T_max=sqrt (F_ss_max/ (S_v) ); %Berechnung des maximal ...

```

```
    notwendigen Drosseldurchfluss-Werts, damit die ...
    Drosselcharakteristik immer bis psi=1 geplottet wird.
9  m_T=linspace(0,m_T_max); %Drossel-Durchflusszahl-Vektor
10 F_ss=S_v*m_T.^2; %Drossel-Druckdifferenz-Vektor mit allen ...
    Eintraegen
11 end
```

Anfangsbedingungen.m

Dieses File beinhaltet den Code der Funktion der Bestimmung der Anfangsbedingungen.

```
1  function ics=Anfangsbedingungen(...
2      ics_Index,Phi_pump,Polynom_Coefficients_pump)
3  %% Anfangsbedingungen (koennen durch ics_Index gesteuert ...
    werden. Es sind 100 unterschiedliche Werte.)
4  %Punkte entlang der C_ss-Linie mit positiven Phi-Werten
5  max_Phi=max(Phi_pump); %Maximum des Phi-Vektors
6  %
7  Phi_positive=linspace(0,max_Phi); %Positive Phi-Werte (Vektor ...
    mit 100 Eintraegen beginnend bei 0 bis maximales Phi)
8  Psi_positive_Phi=polyval(...
9      Polynom_Coefficients_pump,Phi_positive); %Psi-Werte fuer ...
    positive Phi-Werte
10
11 %ics_Index entscheidet, wo die Anfangsbedingungen auf
12 %Kompressorcharakteristik liegen
13
14 ics=[Phi_positive(ics_Index),Phi_positive(ics_Index),...
15      Psi_positive_Phi(ics_Index),Psi_positive_Phi(ics_Index)]; ...
    %Anfangsbedingungen. Liegen immer auf C_ss-Graphen.
16 end
```

Plots.m

Dieses File beinhaltet den Code der diversen Plots.

```

1 close all
2
3 if Quadrant==3
4     strDrehrichtung='Pumpendrehrichtung';
5 elseif Quadrant==4
6     strDrehrichtung='Turbinendrehrichtung';
7 end
8
9 LineWidth_Fss=0.7;
10 LineWidth_Css=0.5;
11 %% Kompressorcharakteristik
12 Psi_measurement=[Psi_measurement_pump;...
13     Psi_measurement_turbine]; %Messdaten der Psi-Werte
14 Phi_measurement=[Phi_measurement_pump;...
15     Phi_measurement_turbine]; %Messdaten der Phi-Werte
16
17 figure
18 p1_Fss=plot(m_T, F_ss, 'color', '#D95319');
19 p1_Fss.LineWidth=LineWidth_Fss;
20 hold on
21
22 p1_Css_pump=plot(Phi_pump, Psi_pump, 'black');
23 p1_Css_pump.LineWidth=LineWidth_Css;
24 % p1_Css_pump.LineStyle='-.';
25 hold on
26
27 p1_Css_turbine=plot(Phi_turbine, Psi_turbine, 'black');
28 p1_Css_turbine.LineWidth=LineWidth_Css;
29 % p1_Css_turbine.LineStyle='-.';
30
31 p1_measurement=plot(Phi_measurement, Psi_measurement); %Plot ...
    von den Psi & Phi-Messdaten
32 p1_measurement.LineStyle='none';
33 p1_measurement.Marker='o';
34 p1_measurement.MarkerEdgeColor='#0072BD'; ...
    %'#0072BD'=MATLAB-Default-Blue
35 % p1_measurement.MarkerSize=5; %Default=6
36 hold on
37
38 legend([p1_measurement, p1_Fss, p1_Css_pump], ...
39     {'Messdaten', '$\tilde{F}_{ss}$', '$\tilde{C}_{ss}$'}, ...
40     'interpreter', 'latex') %, 'ics', ), 'Location', 'southeast')
41

```

```
42 xlabel(['$\dot{\tilde{m}}$'], 'interpreter', 'latex') ...
    %Beschriftung x-Achse
43 ylabel(['$\tilde{p}$'], 'interpreter', 'latex') %Beschriftung ...
    y-Achse
44 grid on %Raster
45 % hold off
46
47
48 %% Plot Greitzer-Psi_C und stationaeres C_ss ueber m_C=Phi
49 strTitle=['Parametersatz ', Parametername, ' in ', ...
    strDrehrichtung]; %eckigen Klammern wandeln den Text + ...
    Variable in eine Stringvariable um/ siehe auch doc sprintf
50
51 Zoom=0; %0= Zoom ausgeschaltet, 1= Zoom eingeschaltet
52
53 %Plot-"Zoom", um den Surge-Cycle besser zu erkennen, anstatt ...
    die komplette
54 %Css darzustellen
55 figure
56 if Zoom==1
57 % if strDrehrichtung=='Turbinendrehrichtung'
58     %Maximum x-Achse
59     mC_max=max(Sout(:,1)); %Maximum von mC
60     mC_max_x_plot=mC_max*1.5;
61
62     %Minimum x-Achse
63     mC_min=min(Sout(:,1)); %Minimum von mC
64     mC_min_x_plot=1.5*mC_min;
65
66     %Maximum y-Achse
67     P_max=max(Sout(:,3)); %Maximum von P
68     P_max_y_plot=P_max*1.1;
69
70     %Minimum y-Achse
71     P_min=min(Sout(:,3)); %Maximum von P
72     P_min_y_plot=P_min/1.1;
73
74     xlim([mC_min_x_plot,mC_max_x_plot]);
75     ylim([P_min_y_plot,P_max_y_plot]);
76 end
77 hold on
78
79 p2_P=plot(Sout(:,1),Sout(:,3), 'color', '#0072BD'); %P ueber mC
```

```

80 % p2_P.LineStyle='--';
81 hold on
82
83 p2_Fss=plot(m_T,F_ss,'color','#D95319');
84 p2_Fss.LineWidth=LineWidth_Fss;
85 % p2_Fss.LineStyle='--';
86 hold on
87
88 p2_Css_pump=plot(Phi_pump, Psi_pump,'color','black');
89 p2_Css_pump.LineWidth=LineWidth_Css;
90 % p2_Css_pump.LineStyle='-.';
91 hold on
92
93 p2_Css_turbine=plot(Phi_turbine,Psi_turbine,'color','black');
94 p2_Css_turbine.LineWidth=LineWidth_Css;
95 % p2_Css_turbine.LineStyle='-.';
96 hold on
97
98 p2_ics=plot(ics_0(1),ics_0(3));
99 p2_ics.Marker='x';
100 % p2_ics.MarkerSize=4;
101 p2_ics.MarkerEdgeColor='black';
102 p2_ics.LineStyle='none';
103 p2_ics.LineWidth=1;
104 hold on
105
106 p2_intersect=plot(Polynomial_Intersection(1),...
107     Polynomial_Intersection(2));
108 p2_intersect.Marker='o';
109 p2_intersect.MarkerSize=4;
110 p2_intersect.MarkerEdgeColor='black';
111 p2_intersect.MarkerFaceColor='black';
112 p2_intersect.LineStyle='none';
113
114 legend([p2_P,p2_Fss,p2_Css_pump,p2_ics,p2_intersect],...
115     {'$\Delta\tilde{p}$', '$\tilde{F}_{ss}$',...
116     '$\tilde{C}_{ss}$','ics','Intersect'}, 'Interpreter','latex')
117
118 xlabel(['$\dot{\tilde{m}}$'], 'interpreter','latex') ...
119     %Beschriftung x-Achse
120 ylabel(['$\tilde{p}$'], 'interpreter','latex') %Beschriftung ...
121     y-Achse
122 grid on

```

```
121
122 %% Greitzer-Groessen ueber dimensionslose Zeit
123 figure
124 subplot(2,1,1)
125 p3_P=plot(t_dim,Sout(:,3)); %P ueber t in s
126 xlabel('Zeit t in s', 'interpreter', 'latex')
127 ylabel(['$\Delta\tilde{p}$'], 'interpreter', 'latex') ...
    %Beschriftung y-Achse
128
129 subplot(2,1,2)
130 p3_mC=plot(t_dim,Sout(:,1)); %m_C ueber t in s
131 p3_mC.Color='#D95319';
132 xlabel('Zeit t in s', 'interpreter', 'latex')
133 ylabel(['$\dot{\tilde{m}}_C$'], 'interpreter', 'latex') ...
    %Beschriftung y-Achse
```

Literaturverzeichnis

- [1] C. Bauer. *Hydraulische Maschinen und Anlagen*. 2015.
- [2] K. Menny. *Strömungsmaschinen: Hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen ; mit 36 Tabellen und 47 Beispielen*. Lehrbuch Maschinenbau. Teubner, Wiesbaden, 2011.
- [3] G. Weber. *Strömungs- und Kolbenmaschinen im Anlagenbau*. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden, 2019.
- [4] H. Sigloch. *Strömungsmaschinen, Grundlagen und Anwendungen*. 2018.
- [5] S. Stempin D. Surek. *Technische Strömungsmechanik*. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden, 2014.
- [6] International Electrotechnical Commission. IEC 60193: Hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines - Model acceptance tests.
- [7] Adolf J. Schwab. *Elektroenergiesysteme*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2020.
- [8] E. M. Greitzer. The Stability of Pumping Systems-: The 1980 Freeman Scholar Lecture. *Journal of Fluids Engineering*, pages 193–242, 1981.
- [9] I. J. Day. Stall, Surge, and 75 Years of Research. *Journal of Turbomachinery*, 138(1):1–16, 2016.
- [10] R. Willinger. *Thermische Turbomaschinen: Skript TU Wien*. 2015.
- [11] E. M. Greitzer. Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors: Part I: Theoretical Compression System Model. *Journal of Engineering for Power*, 1976.

- [12] K. E. Hansen, P. Jorgensen, P. S. Larsen. Experimental and Theoretical Study of Surge in a Small Centrifugal Compressor. *Journal of Fluids Engineering*, pages 391–395, 1981.
- [13] H. Henn. *Ingenieurakustik: Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele*. Springer Fachmedien, Wiesbaden, 2008.
- [14] L. Hofmann. Experimental and Theoretical Study of Surge in a Centrifugal Blower: Diplomarbeit TU Wien. 2016.
- [15] A. Maly. Experimental Investigation of Free Surface Oscillation in the Draft tube of Hydraulic Machines: Dissertation TU Wien. 2019.