



DIPLOMARBEIT

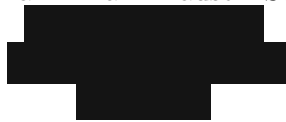
Modellierung einer Pumpturbine für flexiblen Betrieb

zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing. oder MSc)

unter der Leitung von
Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Rene Hofmann
Dipl.-Ing.ⁱⁿ Carlotta Tubeuf
Senior Scientist Dipl.-Ing. Dr.techn. Anton Maly

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften
Institut für Energietechnik und Thermodynamik

von
Maximilian Krause BSc.



Autor

Maximilian Krause BSc.

Matr. Nr.: 01440053

max_krause@gmx.at

Betreuer

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Rene Hofmann

TU Wien

Institut für Energietechnik und Thermodynamik

Getreidemarkt 9, A-1060 Wien

Co-Betreuerin

Dipl.-Ing. Carlotta Sophie Freiin von Tubeuf

TU Wien

Institut für Energietechnik und Thermodynamik

Getreidemarkt 9, A-1060 Wien

Co-Betreuer

Senior Scientist Dipl.-Ing. Dr.techn. Anton Maly

TU Wien

Institut für Energietechnik und Thermodynamik

Getreidemarkt 9, A-1060 Wien

Affidavit

I declare in lieu of oath, that I wrote this thesis and performed the associated research myself, using only literature cited in this volume. If text passages from sources are used literally, they are marked as such. I confirm that this work is original and has not been submitted elsewhere for any examination, nor is it currently under consideration for a thesis elsewhere.

I acknowledge that the submitted work will be checked electronically-technically using suitable and state-of-the-art means (plagiarism detection software). On the one hand, this ensures that the submitted work adheres to the high-quality standards of the current rules for ensuring good scientific practice "Code of Conduct" at the Vienna University of Technology. On the other hand, a comparison with other students' theses avoids violations of my copyright.

Vienna, 18. Februar 2023

Maximilian Krause

Abstract

In this work, a simulation model of the pump turbine test rig at the IET laboratory is developed. The model, built using MATLAB and Simulink, provides the relevant process variables based on the chosen input variables.

The developed model allows for the simulation of various operating conditions and examination of the effects of changes in operating conditions or geometry on the flow, torque, and power of the pump turbine through a graphical user interface. The blow-out process can be parameterized both by user input and by an implemented controller which allows the automatic blow-down of the machine and holding of the desired water level in the runner.

The created simulation model was compared with experimentally recorded data to validate the accuracy of the model. The results show good agreement between the simulated and experimental data.

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Simulationsmodell des Pumpturbinenprüfstands am IET-Labor entwickelt. Das mit MATLAB und Simulink aufgebaute Modell liefert basierend auf den gewählten Eingangsgrößen die sich daraus ergebenden Prozessgrößen.

Das entwickelte Modell ermöglicht es, mithilfe einer grafischen Benutzeroberfläche, verschiedene Betriebsbedingungen zu simulieren und die Auswirkungen von Änderungen der Betriebsbedingungen oder der Geometrie auf den Durchfluss, das Drehmoment und die Leistung der Pumpturbine zu untersuchen. Der Ausblasvorgang lässt sich einerseits per User-Input parametrieren, andererseits erlaubt ein im Modell implementierter Regler das automatische Ausblasen und halten des gewünschten Wasserspiegels im Laufrad.

Das erstellte Simulationsmodell wurde mit experimentell aufgenommenen Daten verglichen, um die Genauigkeit des Modells zu validieren. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den simulierten und experimentellen Daten.

Danksagung

Ich danke Prof. Rene Hofmann für die Leitung der Diplomarbeit, Carlotta Tubeuf für die liebevolle Unterstützung während der gesamten Arbeit und Anton Maly, der mir alle technischen Fragen zur Anlage beantwortet hat, sowie allen, die mich herzlich am Institut aufgenommen haben und die Zeit am IET zu einer tollen Erinnerung gemacht haben. Auch meiner Familie und meiner Freundin Babsi möchte ich danken - ohne euch würde ich heute nicht hier stehen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Ziel, Methodik und Aufbau der Arbeit	1
2	Grundlagen	3
2.1	Energiewirtschaftliche Aspekte	3
2.2	Strömungsmaschinen in Wasserkraftwerken	4
2.3	Kenngößen von Strömungsmaschinen	7
2.4	Pumpspeicherkraftwerke	9
2.4.1	Pumpturbine	11
2.4.2	Wirkungsgrad	13
2.4.3	Ausblasen	14
2.5	Elektrotechnische Grundlagen	14
2.6	Blindleistungskompensation	16
2.6.1	Kondensatoren	16
2.6.2	Phasenschieber	18
3	Versuchsanlage	22
3.1	R&I-Fließschema	22
3.2	Instrumentierung der Pumpturbine	23
4	Modellierung	26
4.1	Wasserkreislauf	27
4.2	Schnittstelle Luft-Wasser	29
4.3	Luftkreislauf	29
4.4	Pumpturbine	30
4.4.1	Druckdifferenz	31
4.4.2	Drehmoment	32
4.5	Fallhöhe	33
4.6	Leitapparat	35
4.7	Ausblasvorgang	39
4.8	Kugelhahn	42
4.9	Anmerkungen zur Simulation	45
4.10	Aufbau und Bedienung der Simulationsprogramme	46
5	Ergebnisse und Validierung	51
5.1	Kennlinienverläufe	51
5.2	Hochfahren des Motor-Generators	54

5.3	Ausblasvorgang	55
5.3.1	Manuelles Ausblasen	56
5.3.2	Geregeltes Ausblasen	56
6	Zusammenfassung und Ausblick	58
	Literatur	59
A	Anhang	65
A.1	Sensoren der Versuchsanlage	66
A.2	Programmcodes	67

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

Δz	Höhendifferenz	m
\dot{m}	Massenstrom	kg/s
A	Querschnitt	m ²
a	Leitapparatöffnung	m
b_{LA}	Breite einer Leitschaufel	m
C	Kapazität	F
c	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit	m/s
D	Durchmesser	m
D_{LA}	Durchmesser Leitapparat	m
e	Regelfehler	-
f	Frequenz	Hz
f_{rel}	Relativer Fehler	%
G	Übertragungsfunktion	-
g	Erdbeschleunigung	m/s ²
H	Förderhöhe/Fallhöhe	m
h	Wasserspiegel	m
h_{LA}	Höhe einer Leitschaufel	m
I	Strom (Effektivwert)	A
i	Strom (Momentanwert)	A
j	Imaginäre Einheit	1
K_P	Proportionalverstärkung	1
K_V	Durchflusskoeffizient	m ³ /s

m	Querschnittsverhältnis	1
n	Drehzahl	min^{-1}
n_{ED}	Drehzahlfaktor	1
n_q	Spezifische Drehzahl	min^{-1}
P	Wirkleistung	kW
p	Druck	bar
p	Polpaarzahl	1
Q	Blindleistung	var
Q	Durchfluss	m^3/s
Q_{ED}	Durchflussfaktor	1
R	Ohmscher Widerstand	Ω
S	Scheinleistung	VA
T	Drehmoment	Nm
T	parasitäre Zeitkonstante	s
t	Zeit	s
T_{ED}	Drehmomentfaktor	1
T_{N}	Nachstellzeit	s
T_{V}	Vorhaltzeit	s
U	Spannung (Effektivwert)	V
u	Spannung (Momentanwert)	V
u	Stellgröße	-
X	Blindwiderstand	Ω
Y	Spezifische Stutzenarbeit	kJ/kg
Z	Impedanz	Ω
z_{LA}	Anzahl Leitschaukeln	1

Griechische Buchstaben

α	Ventilhub	%
δ	Öffnungswinkel	rad
η	Wirkungsgrad	1
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
ρ	Dichte	kg/m ³
φ	Phasenverschiebung	rad
ζ	Druckverlustbeiwert	1

Indizes

D	Druckstutzen
el	elektrisch
geo	geodätisch
K	Kompensation
KL	Kennlinie
L	Last
LA	Leitapparat
LR	Laufrad
max	maximal
P	Pumpe
PT	Pumpturbine
res	resultierend
S	Saugstutzen
sim	Simulation
T	Turbine
v	Verlust

1 Einleitung

1.1 Motivation

Durch den Anstieg an erneuerbaren Energieträgern wie Solar- und Windkraftwerken ergeben sich neue Herausforderungen an das Versorgungsnetz, da diese, abhängig von den Witterungsbedingungen, keine konstante Stromversorgung gewährleisten können. Diese Volatilität im Versorgungsnetz muss ausgeglichen werden, was zum Großteil von Pumpspeicherkraftwerken bewerkstelligt wird. Bei einem Energieüberschuss im Netz wird die überflüssige Energie im sogenannten Pumpbetrieb als potentielle Energie gespeichert, indem das Speicherkraftwerk Wasser vom Unterwasserbecken ins Oberwasserbecken auf ein höheres Niveau befördert. Im Turbinenbetrieb wird das Wasser wieder vom Ober- ins Unterwasserbecken geleitet und somit elektrische Energie zurückgewonnen und ins Netz gespeist. Ein solches Kraftwerk kann mit einer Pumpturbine, also einer Strömungsmaschine, die sowohl als Pumpe als auch als Turbine arbeiten kann, realisiert werden [2].

Eine weitere Aufgabe von Pumpspeicherkraftwerken ist die Blindleistungskompensation, die in Abschnitt 2.6 näher erläutert wird. Die elektrische Maschine läuft in diesem Betriebszustand als Motor im Leerlauf und nimmt nahezu keine Wirkleistung auf, während Blindleistung - je nach Bedarf - aus dem Netz entnommen bzw. ans Netz abgegeben wird. Um eine Pumpturbine im Leerlauf betreiben zu können, muss das Laufrad von Wasser befreit werden, um das Lastmoment möglichst gering zu halten. Auch beim Umschalten von Turbinen- auf Pumpbetrieb wird das Laufrad mithilfe von Druckluft von Wasser befreit, um das Anfahrmoment in Grenzen zu halten [13]. Dieser Vorgang wird Ausblasen genannt und ist Gegenstand dieser Arbeit. Gerade weil die Anforderungen an die Flexibilität von Pumpspeicherkraftwerken in Zukunft steigen wird, sind auch häufigere Wechsel der genannten Betriebszustände zu erwarten. Das macht den Vorgang des Ausblasens als Forschungsgegenstand besonders relevant und macht dessen Optimierung auch wirtschaftlich interessant.

1.2 Ziel, Methodik und Aufbau der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Modellierung einer reversiblen Pumpturbine und anschließende Auslegung einer Regelungsstrategie des Ausblasvorgangs. Als Vorlage dient eine Modellmaschine einer Francisturbine, die Teil eines Versuchsstands im Labor für Strömungsmaschinen des Instituts für Energietechnik und Thermodynamik (IET) ist. Die bereits vorhandenen Messdaten der Versuchsanlage sollen zum

1 Einleitung

Erstellen und Validieren des Modells herangezogen werden. Zunächst werden in Kapitel 2, basierend auf einer Literaturrecherche, allgemeine Grundlagen zum Thema Wasserkraftwerke und Pumpturbinen und der Stand der Technik bezüglich des Ausblasvorgangs zusammengefasst. Eine Bestandsaufnahme und Beschreibung der Versuchsanlage mit vorhandener Instrumentierung am IET-Labor wird in Kapitel 3 durchgeführt. Anschließend wird in Kapitel 4 ein Modell der Versuchsanlage mithilfe von Simscape und dazugehörigem MATLAB-Code aufgebaut. Es werden dabei Kennlinienfelder und allgemein Abhängigkeiten der Betriebszustände von gewählten Randbedingungen untersucht. Beispielsweise können mit dem erstellten Modell die Ausblaszeit und der Luftverbrauch in Abhängigkeit vom Einblasdruck, des Volumenstroms der Druckluft simuliert werden. Die strömungsmechanischen Vorgänge im Detail, wie sie mit CFD-Simulationen simuliert werden müssten, sind nicht Teil der Arbeit. Anschließend werden in Kapitel 5 die Ergebnisse der Simulation diskutiert und bewertet. Eine Zusammenfassung der Arbeit und ein Ausblick auf mögliche folgende Publikationen schließen diese Arbeit ab. Im Anhang ist die genaue Auflistung der in der Anlage verbauten Sensoren sowie der MATLAB-Code beigefügt.

2 Grundlagen

2.1 Energiewirtschaftliche Aspekte

Die Einspeisung und der Verbrauch von elektrischer Energie in einem Stromnetz müssen zu jedem Zeitpunkt gleich sein, da das Netz selbst keine Energie speichern kann. In Abbildung 2.1 ist ein typischer Tagesverlauf des Leistungsbedarfs im Stromnetz dargestellt. Die Grundlast wird von kalorischen, nuklearen und Laufwasserkraftwerken gedeckt, da diese eine konstante Leistung ans Netz liefern. Unvorhergesehene Spitzenlasten werden durch den Einsatz von Pumpspeicher- und Speicherkraftwerken gedeckt, da diese die gespeicherte potentielle Energie des Wassers bei Bedarf schnell als elektrische Energie ins Netz speisen können. Man spricht hier auch von *veredeltem* Strom, da er bedarfsgerecht eingespeist werden kann. Die Herausforderung der Energieversorgung ist also nicht die Bereitstellung der Energiemenge, sondern die Anpassung der Stromspeisung basierend auf dem momentanen Leistungsbedarf zu jedem Zeitpunkt [6].

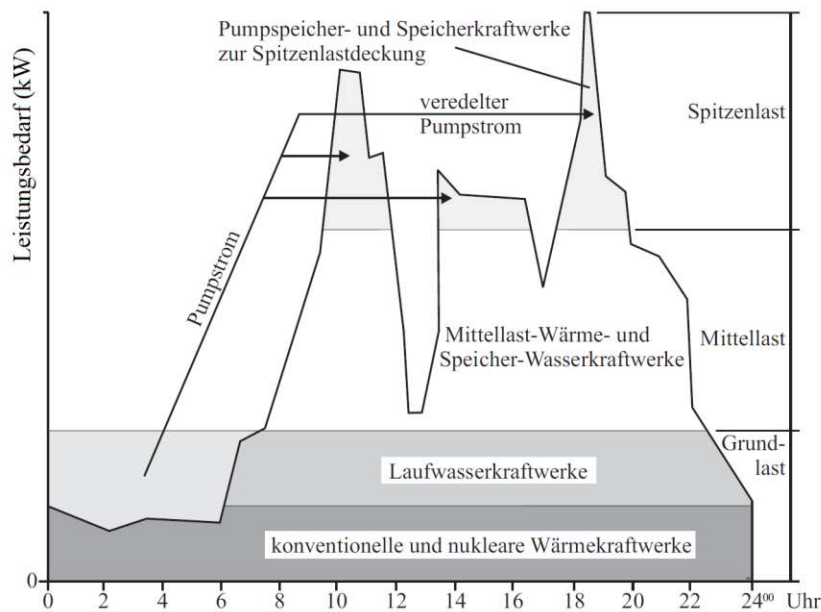


Abbildung 2.1: Typischer Tagesverlauf des Leistungsbedarfs im Stromnetz [6, S. 55]

2.2 Strömungsmaschinen in Wasserkraftwerken

Die gängigsten Bauarten von Wasserkraftwerken sind in Abbildung 2.2 dargestellt. In Speicherkraftwerken wird die elektrische Energie aus der Höhendifferenz zwischen einem Stausee mit natürlichen Zuflüssen und einem tiefer gelegenen Kraftwerks- haus gewonnen. In Pumpspeicherkraftwerken kann das Wasser zusätzlich aus dem Unterbecken ins Oberbecken gepumpt werden, um überschüssige Energie aus dem Netz in Form von potentieller Lageenergie zu speichern. Laufwasserkraftwerke befinden sich an Flüssen und liefern kontinuierlich Strom. Je nach Kraftwerkstyp kommen unterschiedliche Turbinenarten zum Einsatz, die im Folgenden erläutert werden.



Abbildung 2.2: Arten von Wasserkraftwerken [7]

Pelton turbine

Abbildung 2.3 zeigt das Funktionsprinzip einer Pelton turbine, auch Freistrahl turbine genannt. Durch eine oder mehrere verstellbare Düsen wird das Wasser unter hohem Druck auf die Schaufeln geleitet, die mit einer scharfen Schneide ausgestattet sind, um den auftreffenden Wasserstrahl zu teilen und umzulenken. Der Wasserdruck zwischen Ein- und Austritt bleibt dabei unverändert - man spricht hier von Gleichdruckturbinen. Pelton-Turbinen sind für große Fallhöhen bis zu 2000 m und geringen Durchsätzen von $10 \text{ m}^3/\text{s}$ geeignet [2]. Zum Einsatz kommen sie vor allem bei Speicherkraftwerken mit hoch gelegenen Oberbecken.

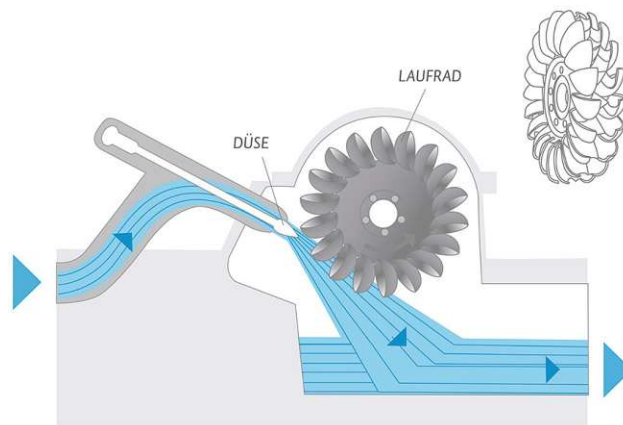


Abbildung 2.3: Peltonturbine [7]

Kaplanturbine

Die Geometrie einer Kaplan-Turbine ähnelt einem Schiffspropeller mit winkelverstellbaren Schaufeln, wie in Abbildung 2.4 dargestellt. Durch das Schwenken der Schaufeln und das Verstellen des Leitapparats lässt sich die Turbine im Hinblick auf schwankende Wassermengen besonders gut regeln. Kaplanturbinen sind geeignet für niedrige Fallhöhen bis maximal 50 m und höchste Durchsätze bis zu 1000 m³/s [2], weshalb sie vorwiegend in Laufkraftwerken eingesetzt werden.

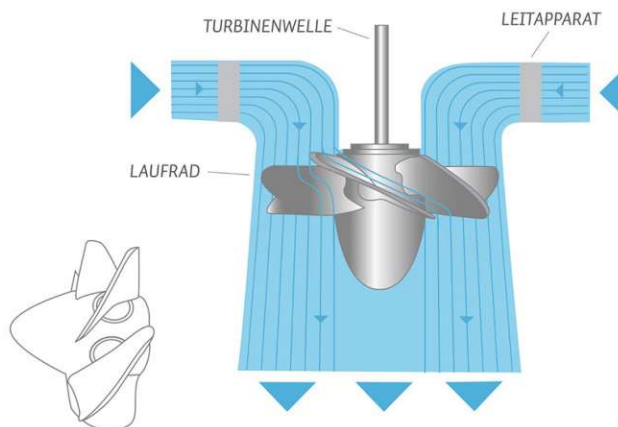


Abbildung 2.4: Kaplanturbine [7]

Francisturbine

Die Besonderheit von Francisturbinen ist, dass sie sowohl als Turbine als auch als Pumpe betrieben werden können, was sie für den Einsatz in Pumpspeicherkraftwerken prädestiniert macht. Abbildung 2.5 zeigt den Aufbau einer Francisturbine. Im Turbinenbetrieb wird das Wasser über den Druckstutzen durch das Spiralgehäuse

2 Grundlagen

geleitet, trifft dort auf den Leitapparat, der die Wassermenge regelt. Anschließend versetzt das Wasser mit seiner kinetischen Energie das Laufrad in Bewegung und verlässt die Turbine schließlich durch das Saugrohr. Im Pumpbetrieb läuft der Vorgang umgekehrt ab. Das Wasser wird durch die Rotation des Laufrads aufgrund der Zentrifugalkraft durch das Saugrohr angesaugt und verlässt die Pumpe durch das Spiralgehäuse am Druckstutzen. Der Betriebsbereich reicht von Fallhöhen von 50 bis 500 m [2].

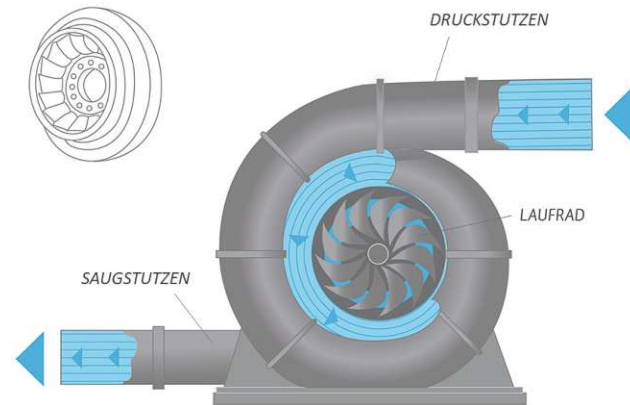


Abbildung 2.5: Francisturbine [7]

Der Aufbau des Leitapparats ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Die einzelnen Leitschaufeln (1) sind um ihren jeweiligen Aufhängepunkt (2) drehbar gelagert und erlauben die Regelung des Durchsatzes Q durch kontinuierliches Öffnen und Schließen. Das am Druckstutzen (6) einströmende Wasser gelangt über das Spiralgehäuse (4) durch den (geöffneten) Leitapparat zum Laufrad (5) und gibt seine kinetische Energie an die Leitschaufeln (3) ab.

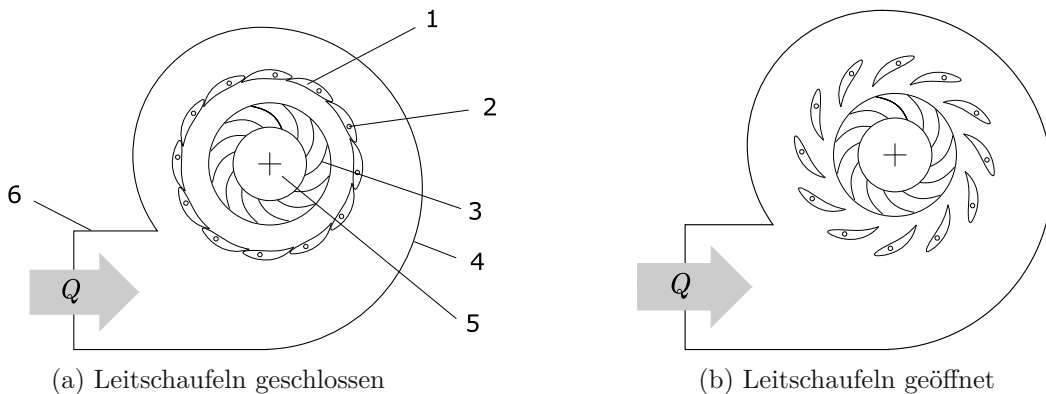


Abbildung 2.6: Leitapparat einer Francisturbine

In Abbildung 2.7 sind die in diesem Abschnitt vorgestellte Turbinenarten nach ihrer Fallhöhe und ihrem Durchfluss grafisch eingeteilt.

2.3 Kenngrößen von Strömungsmaschinen

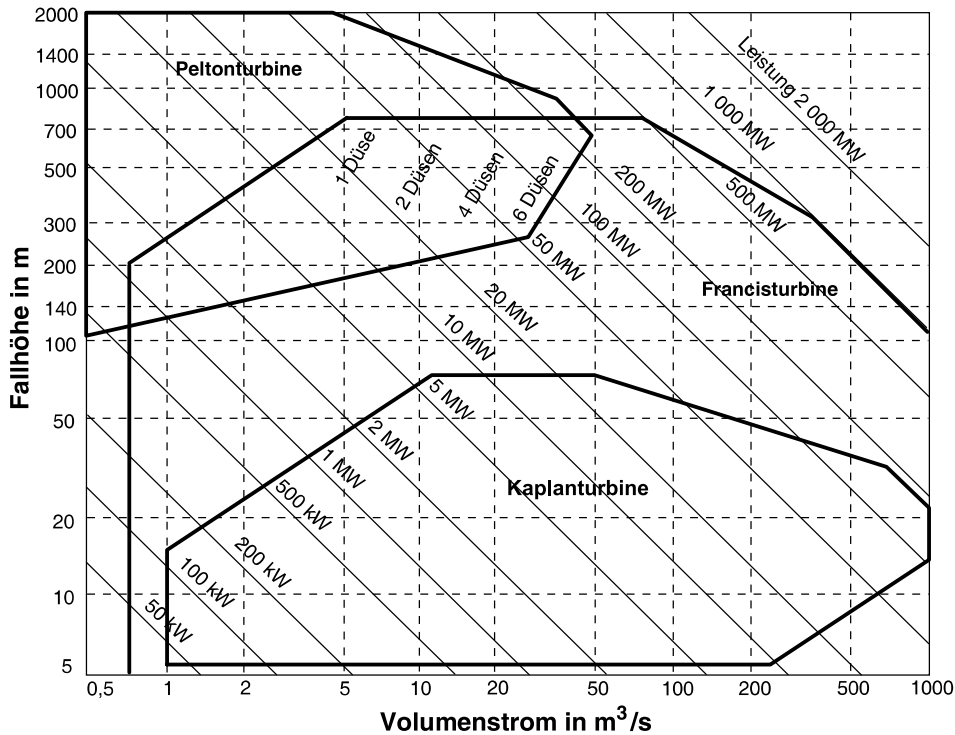


Abbildung 2.7: Betriebsbereiche von Wasserturbinen [10, S. 578]

2.3 Kenngrößen von Strömungsmaschinen

Die wichtigsten charakteristischen Größen aus Abbildung 2.8 von Pumpen und Turbinen, die zum weiteren Verständnis notwendig sind, werden im Folgenden erläutert.

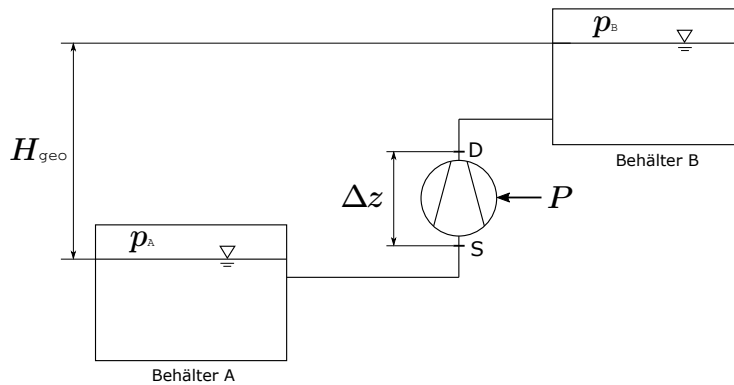


Abbildung 2.8: Charakteristische Kenngrößen von Strömungsmaschinen (S: Saugstutzen, D: Druckstutzen)

Spezifische Stutzenarbeit

Die spezifische Stutzenarbeit Y bezeichnet die Differenz der spezifischen Energien des Arbeitsmediums zwischen Druck- und Saugstutzen einer Strömungsmaschine und wird in der Einheit kJ/kg angegeben [16].

$$Y = \frac{p_D - p_S}{\rho} + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2} + g \Delta z \quad (2.1)$$

In Gleichung (2.1) bezeichnet c die mittlere Geschwindigkeit des Fluids und Δz die Höhendifferenz zwischen Druck- und Saugstutzen.

Leistung

Die an der Welle von Pumpen aufgenommene bzw. von Turbinen abgegebene Leistung lässt sich als Produkt von Massenstrom \dot{m} , spezifischer Stutzenarbeit Y und Wirkungsgrad η gemäß Gleichung (2.2) schreiben [3].

$$P_{\text{Pumpe}} = \dot{m} Y \frac{1}{\eta} \quad P_{\text{Turbine}} = \dot{m} Y \eta \quad (2.2)$$

Förderhöhe

Analog zur spezifischen Stutzenarbeit lässt sich die Energie, die eine Strömungsmaschine dem Arbeitsmedium zuführt bzw. entzieht auch als Höhendifferenz darstellen, wie in Gleichung (2.3) angeschrieben. Bei Arbeitsmaschinen (Pumpen) spricht man von der Förderhöhe H , bei Kraftmaschinen (Turbinen) ist der Begriff Fallhöhe H gängig [3].

$$H = \frac{Y}{g} = \frac{p_D - p_S}{\rho g} + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2g} + \Delta z \quad (2.3)$$

Bei Vernachlässigung der Höhendifferenz ($\Delta z \ll H_{\text{geo}}$) zwischen Saug- und Druckstutzen sowie der kinetischen Energie des Fluids lässt sich die Förderhöhe auch als Druckdifferenz gemäß Gleichung (2.4) anschreiben.

$$H = \frac{p_D - p_S}{\rho g} \quad (2.4)$$

Jene Höhendifferenz, die tatsächlich von einer Pumpe überwunden wird, heißt geodätische Förderhöhe H_{geo} und ist in Gleichung (2.5) definiert.

$$H_{\text{geo}} = H - H_v - \frac{p_B - p_A}{\rho g} \quad (2.5)$$

Die Verlusthöhe H_v kommt durch Rohrreibungsverluste zustande, p_B und p_A stellen die Drücke in den Behältern A und B dar (siehe Abbildung 2.8).

Spezifische Drehzahl

Die spezifische Drehzahl n_q nach Gleichung (2.6) ist eine Kennzahl zur Einteilung von Strömungsmaschinen nach Schnellläufigkeit. Sie ist definiert als die Drehzahl einer fiktiven, geometrisch ähnlichen Vergleichsmaschine mit einem Durchfluss von $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ und einer Fallhöhe von $H = 1 \text{ m}$ [6].

$$n_q = n \frac{\sqrt{Q}}{H^{0.75}} \quad (2.6)$$

Drehzahlfaktor

Der Drehzahlfaktor n_{ED} nach IEC 60193 ist eine dimensionslose Kenngröße zur einheitlichen Kennliniendarstellung. Sie bezeichnet die Drehzahl einer Vergleichsmaschine mit einer spezifischen Stutzenarbeit von $Y = 1 \text{ kg/kJ}$ und einem Laufraddurchmesser von $D = 1 \text{ m}$.

$$n_{ED} = n \frac{D}{\sqrt{Y}} \quad (2.7)$$

Durchflussfaktor

Der Durchflussfaktor Q_{ED} nach IEC 60193 bezeichnet den Durchfluss durch eine Vergleichsmaschine mit einer spezifischen Stutzenarbeit von $Y = 1 \text{ kg/kJ}$ und einem Laufraddurchmesser von $D = 1 \text{ m}$.

$$Q_{ED} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{Y}} \quad (2.8)$$

Drehmomentfaktor

Der Drehmomentfaktor T_{ED} nach IEC 60193 bezeichnet das am Laufrad anliegende Drehmoment einer Vergleichsmaschine mit einer spezifischen Stutzenarbeit von $Y = 1 \text{ kg/kJ}$ und einem Laufraddurchmesser von $D = 1 \text{ m}$.

$$T_{ED} = \frac{T}{\rho D^3 Y} \quad (2.9)$$

2.4 Pumpspeicherkraftwerke

Das Funktionsprinzip eines Pumpspeicherkraftwerks ist in den folgenden Abbildungen dargestellt. Das System besteht aus zwei Wasserbehältern, dem Ober- und Unterwasser, die durch einen Höhenunterschied charakterisiert sind. Das Kraftwerk ist im Turbinenbetrieb in der Lage, dem Wasser potentielle Energie zu entziehen und diese mit dem Motor-Generator in elektrische Energie umzuwandeln und an das angeschlossene Stromnetz abzugeben ($P_{el} < 0$). Besteht im Netz ein Energieüberschuss, so kann einem Pumpspeicherkraftwerk im Pumpbetrieb elektrische Energie zugeführt werden ($P_{el} > 0$), welche als potentielle Energie im Oberwasser gespeichert wird.

2 Grundlagen

Es wird unterschieden zwischen Kraftwerken, die als Drei- oder Zweimaschinensatz ausgeführt sind. Der Dreimaschinensatz (siehe Abbildung 2.9) besteht aus dem Motor-Generator, einer Pumpe und einer separaten Turbine. Je nach Betriebszustand wird die Pumpe bzw. die Turbine an den Motor-Generator mechanisch gekoppelt.

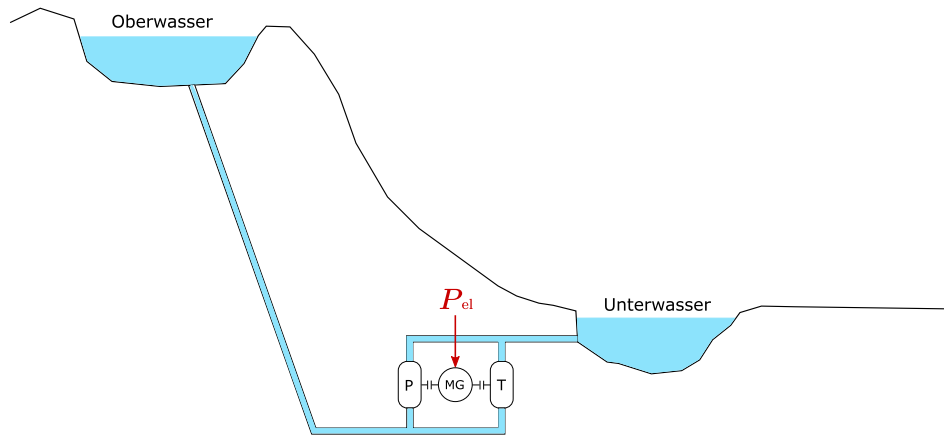


Abbildung 2.9: Prinzipskizze eines Pumpspeicherkraftwerks ausgeführt als Dreimaschinensatz mit Motor-Generator MG, Pumpe P und Turbine T

Beim Zweimaschinensatz (auch ternäre Anordnung genannt) kann die Strömungsmaschine sowohl als Pumpe, als auch als Turbine arbeiten (siehe Abbildung 2.10). Der Vorteil eines Dreimaschinensatzes ist, dass ein unmittelbares Umschalten zwischen Pump- und Turbinenbetrieb möglich ist, während sich die Umschaltzeiten von ternären Maschinensätzen auf bis zu 7 min belaufen, da die Pumpturbine beim Betriebspunktwechsel eine Drehrichtungsumkehr vollziehen muss. Des Weiteren haben reversible Pumpturbinen den Nachteil, dass sie entweder für den Pump- oder Turbinenbetrieb ausgelegt sind und somit im jeweils anderen Zustand Wirkungsgradeinbußen zu verzeichnen sind [2]. Vorteilhaft an der ternären Anordnung sind hingegen die geringeren Kosten gegenüber dem Dreimaschinensatz von bis zu 30% [6]. Des Weiteren werden weniger Rohrleitungen und Verschlussorgane benötigt.

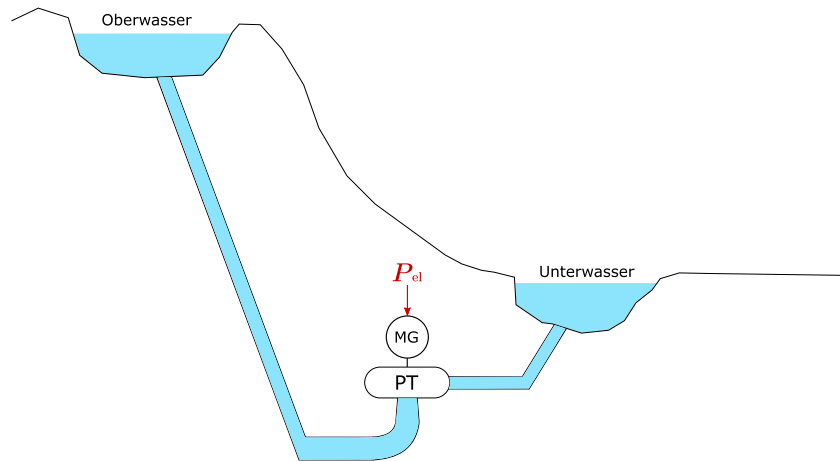


Abbildung 2.10: Prinzipskizze eines Pumpspeicherkraftwerks ausgeführt als Zwei-maschinensatz mit Motor-Generator MG und Pumpturbine PT

2.4.1 Pumpturbine

Als reversible Pumpturbine eignet sich vor allem die Francis-Turbine, die auch Gegenstand dieser Arbeit ist. Der Arbeitspunkt einer Francis-Pumpturbine ist nach Gleichung (2.10) abhängig von der Drehzahl n , dem Durchfluss Q und der zwischen Saug- und Druckstutzen anliegenden Druckdifferenz, angegeben als Förder- bzw. Fallhöhe H (siehe Gleichung (2.4)). Bei verstellbarem Leitapparat hat die Leitapparatöffnung a ebenfalls einen Einfluss auf die Kennlinie [6].

$$AP = f(n, Q, H) \quad (2.10)$$

Wird eine der drei Größen n, Q, H konstant gehalten, lassen sich durch Versuchsreihen die charakteristischen Kennlinien der Pumpturbine experimentell ermitteln. Typischerweise werden bei konstanter Fallhöhe der Durchfluss über die Drehzahl und bei konstantem Durchfluss die Fall- bzw. Förderhöhe über die Drehzahl aufgetragen [6]. Um Maschinen unterschiedlicher Größe und Leistung miteinander vergleichbar zu machen, werden Drehzahl, Durchfluss und Drehmoment nach IEC 60193 in die vereinheitlichte Kenngrößen n_{ED} , Q_{ED} und T_{ED} umgerechnet (siehe Abschnitt 2.3).

Qn-Kennlinie

In Abbildung 2.11 ist das Vier-Quadranten-Kennfeld (Qn-Kennlinie) einer Pumpturbine dargestellt. Im Pumpbetrieb befindet sich der Arbeitspunkt der Maschine im dritten Quadranten. Bei einem Betriebspunktwechsel in den Turbinenbetrieb wird die Drehzahl abgesenkt, bis die Maschine nach Erreichen der Nullförderhöhe bei $Q_{ED} = 0$ in den Pumpenbremsbetrieb wechselt. In diesem Bereich ist das Lauf- rad nicht mehr in der Lage, das Wasser entgegen dem anliegenden Druckgradienten zu fördern - die Fließrichtung ist also die Turbinenrichtung ($Q_{ED} > 0$). Wird die

2 Grundlagen

Drehzahl weiter bis zum Stillstand abgesenkt und in entgegengesetzter Richtung wieder hochgefahren, befindet sich die Maschine im Turbinenbetrieb. Unterhalb des Nulldrehmoments $T_{ED} = 0$ befindet sich im Q_n -Kennlinienfeld der sogenannte S-Schlag. Der Betriebspunkt ist hier nicht eindeutig von der Drehzahl abhängig, was in Instabilitäten in Form von stochastischen Sprüngen der Betriebszustände resultiert [18], was wiederum erhöhte mechanische Belastungen an der Maschine zur Folge hat. Da während des Hochfahrens vom Stillstand in den Turbinenbetrieb das Drehmoment an der Welle nahezu Null ist, bewegen sich die Betriebszustände entlang der Kurve $T_{ED} = 0$ ("runaway characteristics"). Das kann den Synchronisationsvorgang in den Turbinenbetrieb erschweren, wenn die Maschine in den Bereich des S-Schlags gelangt [21].

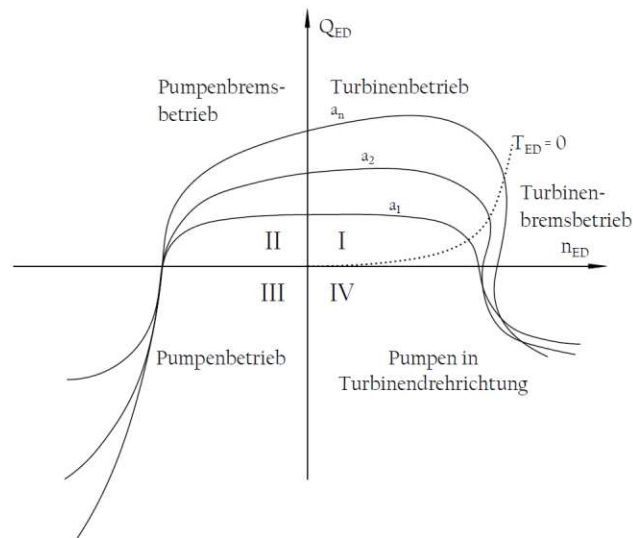


Abbildung 2.11: Vier-Quadranten-Kennlinie bei unterschiedlichen Leitapparatöffnungen a_i [2, S. 218]

Die beschriebenen Betriebsbereiche einer reversiblen Pumpturbine sind in Tabelle 2.1 aufgelistet.

Tabelle 2.1: Betriebsbereiche im Vier-Quadranten-Kennlinienfeld

Betriebszustand	n	Q	T	Bemerkung
Pumpbetrieb	< 0	< 0	> 0	Maschine läuft als Pumpe
Pumpenbremse	< 0	> 0	> 0	unerwünscht
Turbinenbetrieb	> 0	> 0	> 0	Maschine läuft als Turbine
Turbinenbremse	> 0	> 0	< 0	S-Schlag, unerwünscht
Pumpen in Turbinendrehrichtung	> 0	< 0	< 0	S-Schlag, unerwünscht

2.4.2 Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad im Pumpbetrieb η_P ist nach Gleichung (2.11) definiert als der Quotient aus der hydraulischen Leistung ρghQ , die die Maschine dem Arbeitsmedium zufügt und der an der Welle aufgenommenen mechanischen Leistung $P_w = T\omega$.

$$\eta_P = \frac{\rho ghQ}{P_w} \quad (2.11)$$

Im Turbinenbetrieb ist der Wirkungsgrad η_T (Gleichung (2.12)) definiert als der Kehrwert vom Pumpenwirkungsgrad η_P .

$$\eta_T = \frac{P_w}{\rho ghQ} \quad (2.12)$$

In Abbildung 2.12 sind die Turbinenwirkungsgrade verschiedener Turbinentypen über die relative Beaufschlagung aufgetragen.

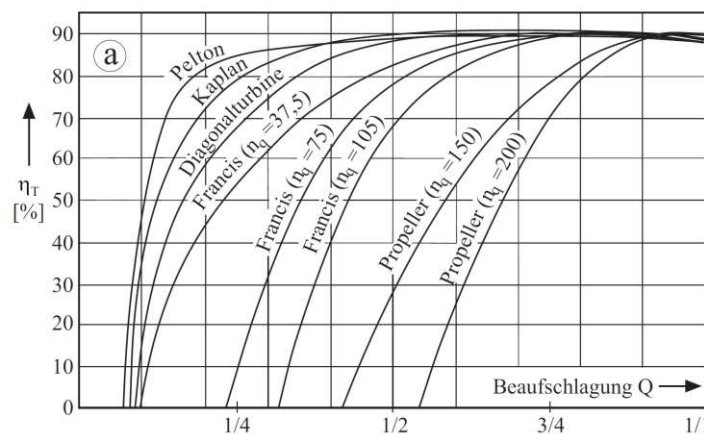


Abbildung 2.12: Wirkungsgrad im Turbinenbetrieb [6, S. 524]

2.4.3 Ausblasen

Um beim Anfahren bzw. Wechsel von Turbinen- auf Pumpbetrieb das Anfahrmoment und somit die aufgenommene elektrische Leistung in Grenzen zu halten, wird Druckluft in den Laufradraum geblasen, um das dort befindliche Wasser zu verdrängen. Dieser Vorgang wird Ausblasen genannt und ist in Abbildung 2.13 dargestellt. Vor dem Einblasen der Druckluft werden die Leitschaufeln geschlossen, um ein Entweichen der Luft Richtung Oberwasser zu verhindern. Die Spirale bleibt während des gesamten Ausblasvorgangs mit Wasser gefüllt [24].

Auch während des Phasenschieberbetriebs (siehe Abschnitt 2.6.2) wird ausgeblasen, um die Wirkleistungsaufnahme möglichst gering zu halten [13].

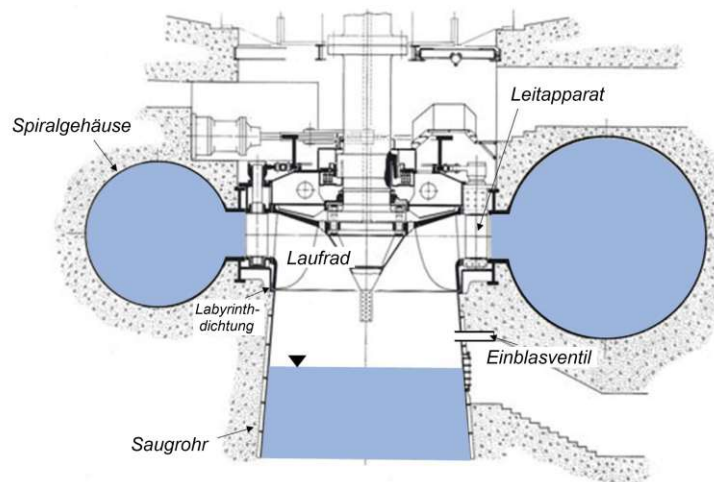


Abbildung 2.13: Ausblasen einer Francisturbine im Querschnitt; nach [24]

2.5 Elektrotechnische Grundlagen

Im Folgenden werden die zum weiteren Verständnis des Phasenschieberbetriebs erforderlichen sinusförmigen Wechselstromgrößen nach DIN 40110 beschrieben.

Phasenverschiebung

Der Phasenverschiebungswinkel φ ist definiert als die Phasenverschiebung zwischen der Spannung $u(t)$ gegenüber dem Strom $i(t)$, wie in Abbildung 2.14 dargestellt.

$\varphi > 0$: Der Strom eilt der Spannung voraus (kapazitiver Verbraucher; hier dargestellt)

$\varphi < 0$: Der Strom eilt der Spannung hinterher (induktiver Verbraucher)

$\varphi = 0$: Strom und Spannung sind in Phase (ohmscher Verbraucher)

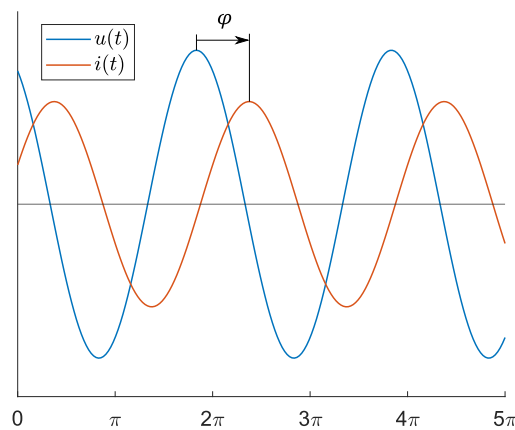


Abbildung 2.14: Phasenverschiebung

Wirkleistung (real power)

Die Wirkleistung P (Gleichung (2.13)) ist jene Leistung, die von einer elektrischen Maschine im Motorbetrieb in mechanische Arbeit umgewandelt wird und trägt die Einheit Watt (W).

$$P = UI \cos \varphi \quad (2.13)$$

Blindleistung (reactive power)

Die beim Aufbau eines magnetischen Feldes aus dem Netz aufgenommene elektrische Leistung wird bei dessen Abbau wieder ins Netz zurückgespeist. Diese hin und her pendelnde Leistung wird Blindleistung Q genannt (Gleichung (2.14)) und wird in der Einheit Voltampere Reaktiv (var) angegeben [15].

$$Q = UI \sin \varphi \quad (2.14)$$

Scheinleistung (apparent power)

Die Scheinleistung S ist zur Dimensionierung von Bauelementen des Energieversorgungssystems heranzuziehen. Sie berechnet sich nach Gleichung (2.15) als Produkt der Effektivwerte von Strom und Spannung und hat die Einheit Voltampere (VA) [5].

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.15)$$

Bei der Scheinleistung wird nicht zwischen aufgenommener und abgegebener Leistung unterschieden, sie ist also vorzeichenlos definiert. Das Leistungsdreieck (Abbildung 2.15) stellt den Zusammenhang zwischen Wirk-, Blind- und Scheinleistung in der komplexen Ebene grafisch dar [15].

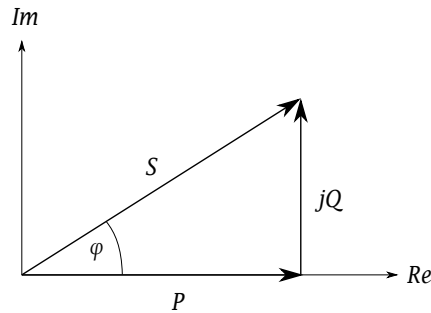


Abbildung 2.15: Leistungsdreieck

Leistungsfaktor

Der Leistungsfaktor φ (Gleichung (2.16)) ist bei sinusförmigen Wechselgrößen definiert als der Kosinus der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung [15].

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (2.16)$$

2.6 Blindleistungskompensation

Die Hauptverbraucher von Blindleistung sind Asynchronmotoren mit etwa 60% und Transformatoren mit etwa 25% des Gesamtverbrauchs, da diese als induktive Verbraucher in den Spulen ein wechselndes Magnetfeld erzeugen [23]. Je höher der Blindleistungsverbrauch im Netz, desto größer wird die Phasenverschiebung φ , was zu höheren Leitungsverlusten führt. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit der Blindleistungskompensation, die in verschiedenen Arten ausgeführt werden kann, wobei die gängigsten Methoden im Folgenden skizziert sind.

2.6.1 Kondensatoren

In Abbildung 2.16 ist die Schaltung der Blindleistungskompensation einer ohmsch-induktiven Lastimpedanz $Z_L = R + jX_L$ dargestellt, mit R als ohmscher Ersatzwiderstand und X_L als induktiver Blindwiderstand aufgrund der Spulenwicklungen etwa eines Elektromotors. Die Kompensation wird durch einen parallel zur Last geschalteten Kondensator C_K bewerkstelligt, wie in Abbildung 2.16.

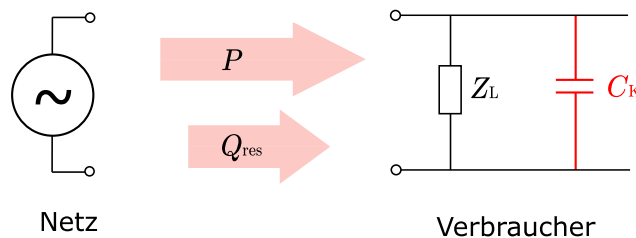


Abbildung 2.16: Blindleistungskompensation

2.6 Blindleistungskompensation

In Abbildung 2.17 ist die Funktionsweise der Blindleistungskompensation im Zeigerdiagramm dargestellt. Eine induktive Last nimmt Blindleistung aus dem Netz auf ($Q > 0$), während ein Kondensator, der parallel zur induktiven Last geschaltet wird, Blindleistung ans Netz abgibt ($Q_K < 0$). Dadurch kann der Blindleistungsverbrauch lokal ausgeglichen werden [8]. Für die resultierende Blindleistung Q_{res} ergibt sich dann

$$Q_{\text{res}} = Q - Q_K. \quad (2.17)$$

Es sei angemerkt, dass bei hinreichend großer Kompensationskapazität C_K aus Gleichung (2.17) die resultierende Blindleistung auch negativ werden kann ($Q_{\text{res}} < 0$), es wird also netto Blindleistung ans Netz abgegeben - man spricht auch von Überkompensation.

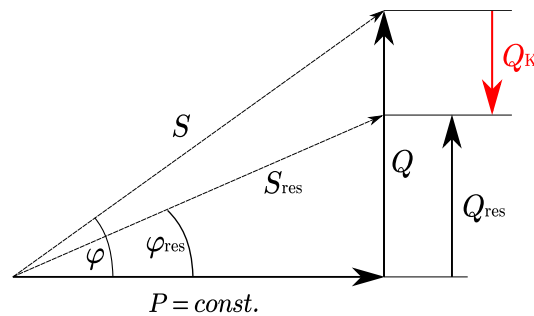


Abbildung 2.17: Blindleistungskompensation im Zeigerdiagramm

Da die aufgenommene Blindleistung einer Last im nicht-stationären Betrieb nicht konstant ist, kann die Kompensation mit einer konstanten Kapazität C_K (siehe Abbildung 2.16) unzureichend sein, vor allem wenn Überkompensation ($Q_K > Q$) auftritt. Um Blindleistungsstöße zu vermeiden, die beispielsweise durch anlaufende Motoren entstehen, wird die sogenannte dynamische Blindleistungskompensation eingesetzt, die in Abbildung 2.18 dargestellt ist. Dabei wird die Phasenverschiebung gemessen und mittels eines Reglers werden kapazitive Widerstände zugeschaltet [8].

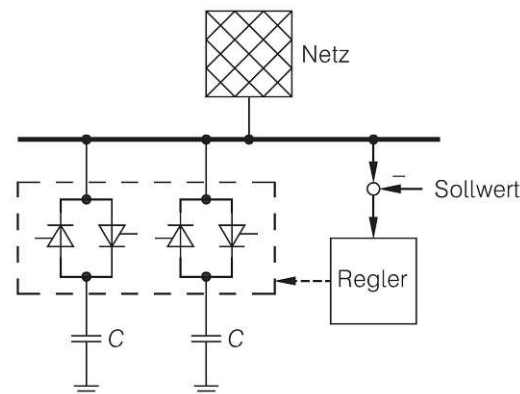


Abbildung 2.18: Dynamische Blindleistungskompensation [8, S.]

2.6.2 Phasenschieber

Als Phasenschieber werden elektrische Maschinen bezeichnet, die ohne mechanische Last im Leerlauf als Motor betrieben werden und je nach Regelung Blindleistung aufnehmen oder abgeben [25]. Abgesehen von Reibungsverlusten wird keine Wirkleistung aufgenommen, was Phasenschieber besonders effizient macht. Realisieren lassen sie sich durch Synchron- oder auch durch Asynchronmaschinen.

Synchronmaschinen (synchronous condenser)

Der prinzipielle Aufbau einer Synchronmaschine ist in Abbildung 2.19 gezeigt. Der Rotor (auch Anker bzw. Läufer genannt) ist mit der Erregerwicklung ausgestattet, die mit dem Erregerstrom I_E durchflossen wird. Der Stator ist mit drei um 120° versetzte Drehstromwicklungen versehen, an die die Phasen U, V und W eines dreiphasigen Wechselstromnetzes angeschlossen werden. Somit entsteht ein umlaufendes Magnetfeld, das den Rotor in Bewegung setzt. Die Erregerwicklung wird mit Gleichstrom beaufschlagt, was den Rotor magnetisiert (fremderregte Synchronmaschine). Ebenfalls möglich ist ein Rotor bestehend aus einem Dauermagnet (permanenterrgte Synchronmaschine). Es sei angemerkt, dass es auch andere Bauformen der Synchronmaschine gibt, wie die Außen-Schenkelpolmaschine mit Erregerwicklung im Stator und Drehstromwicklung im Anker oder die Vollpolmaschine (Turbogenerator), die nach analogem Prinzip funktionieren [5].

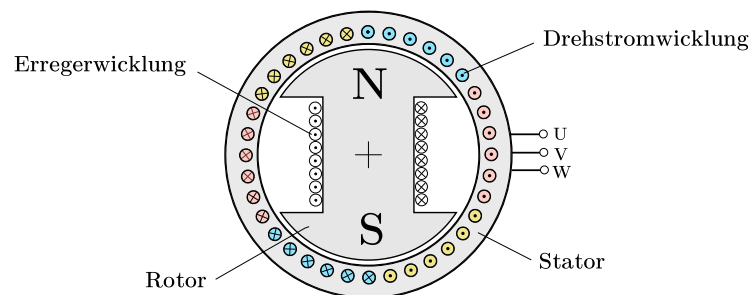


Abbildung 2.19: Fremderregte Synchronmaschine als Innen-Schenkelpolmaschine mit Polpaarzahl $p = 1$

Die Betriebsdrehzahl entspricht der synchronen Drehzahl n_s , die von der Polpaarzahl p und der Netzfrequenz f_1 an der Drehstromwicklung abhängig ist [5], wie in Gleichung (2.18) dargestellt.

$$n_s = \frac{f_1}{p} \quad (2.18)$$

Da die Anzahl der Pole eine fixe Größe der jeweiligen Maschine ist, ist die Drehzahlregelung folglich nur durch Änderung der Frequenz f_1 der Drehstromwicklung möglich. Bewerkstelligt wird dies mit Frequenzumrichtern.

Man unterscheidet zwischen einer Synchronmaschine im Phasenschieberbetrieb, in

dem eine Synchronmaschine ohne Last betrieben wird und einem reinen Phasenschieber, der keine nach außen geführte Welle besitzt, also nur zur Blindleistungskompensation ausgelegt ist. Abhängig vom Erregerstrom I_E lässt sich die abgegebene oder aufgenommene Blindleistung regeln, wobei zwischen den zwei folgenden Betriebszuständen unterschieden wird [23]:

- Untererregung: Blindleistung wird ans Netz abgegeben (kapazitiver Verbraucher, $\cos \varphi > 1$)
- Übererregung: Blindleistung wird aus dem Netz aufgenommen (induktiver Verbraucher, $\cos \varphi < 1$)

Eine Synchronmaschine kann im Motor-, Generator- und Phasenschieberbetrieb laufen. Es ist ebenfalls möglich, den Motor- oder Generatorbetrieb mit dem Phasenschieberbetrieb zu kombinieren. In der Praxis werden Kraftwerksgeneratoren nahezu immer übererregt betrieben, um die Blindstromaufnahme zu kompensieren [5].

Asynchronmaschinen (asynchronous condenser)

Der Stator einer Asynchronmaschine ist analog wie bei der Synchronmaschine mit Drehstromwicklungen versehen, wie in Abbildung 2.19 dargestellt. Im Gegensatz zur Synchronmaschine läuft die Asynchronmaschine im Motorbetrieb untersynchron ($n < n_s$) und im Generatorbetrieb übersynchron ($n > n_s$). Der Schlupf s bezeichnet nach Gleichung (2.19) den relativen Unterschied zwischen Betriebsdrehzahl n und der Drehzahl des Drehfelds n_s (Synchrondrehzahl) [5].

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (2.19)$$

Als Rotor kommt entweder ein Käfig- oder Schleifringläufer zum Einsatz, die in Abbildung 2.20 dargestellt sind.

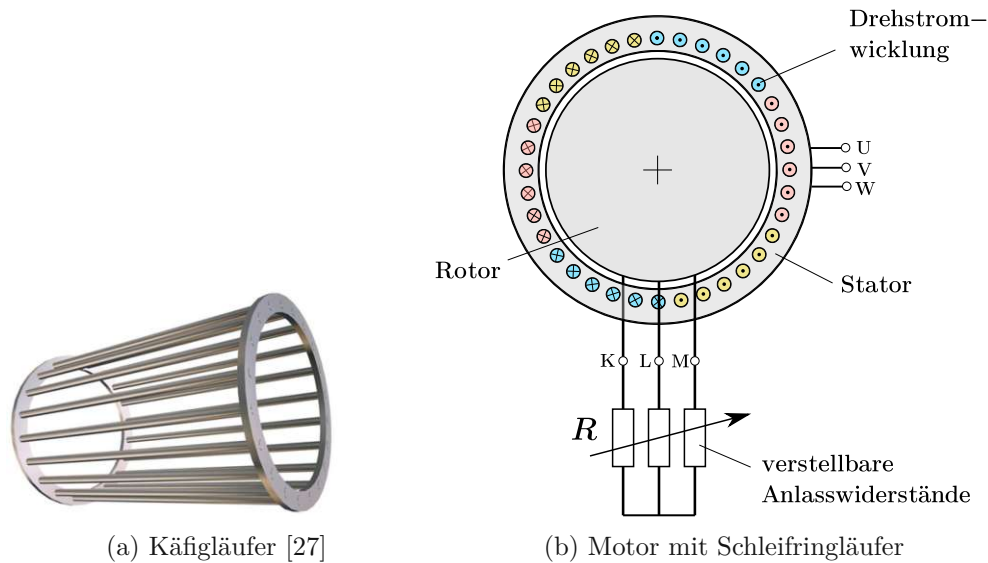


Abbildung 2.20: Rotoren von Asynchronmaschinen

Die Drehzahlregelung geschieht beim Käfigläufer mittels eines externen Frequenzumrichters, beim Schleifringläufer lässt sich die Drehzahl zusätzlich mit verstellbaren Anlasswiderständen drosseln [27].

Doppeltgespeiste Asynchronmotoren

Grundsätzlich ist der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ einer Asynchronmaschine konstant und am Typenschild angegeben. Doppeltgespeiste Asynchronmaschinen sind allerdings in der Lage, Einfluss auf die Blindstromaufnahme und somit den Leistungsfaktor zu nehmen. Es handelt sich dabei um eine Asynchronmaschine mit Schleifringläufer, deren Läuferwicklungen mit einer Frequenz f_2 bestromt werden [5]. Die Drehzahl berechnet sich nach Gleichung (2.20). Dreht das Läuferdrehfeld mit f_2 entgegen dem Statordrehfeld mit f_1 , so ist die Betriebsdrehzahl n von der Differenz der beiden Frequenzen abhängig, bei Gleichläufigkeit von der Summe.

$$n = \frac{f_1 \pm f_2}{p} \quad (2.20)$$

Phasenschieber lassen sich also auch mit Asynchronmaschinen realisieren, wobei der Rotor im Gegensatz zum Synchronphasenschieber zwei Erregerwicklungen besitzt, die separat bestromt werden [4]. Das Pumpspeicherkraftwerk Goldisthal verwendet beispielsweise doppeltgespeiste Asynchronmaschinen als Motor-Generator für die Pumpturbinen [26].

Der Vorteil von doppeltgespeisten Asynchronmaschinen liegt in der einfacheren Drehzahlregelung. Da bei drehzahlvariablen Synchronmaschinen die gesamte Antriebsleistung durch einen Frequenzumrichter fließen muss, müssen diese entsprechend ausreichend dimensioniert sein, was erhebliche Kosten darstellt [17]. Bei

2.6 Blindleistungskompensation

doppeltgespeisten Asynchronmaschinen geschieht die Drehzahlstellung gemäß Gleichung (2.20) durch Verändern der Erregerfrequenz f_2 . Der Frequenzumrichter muss also nur auf einen Bruchteil der Nennleistung (etwa 30%) des Motor-Generators ausgelegt sein [1].

Die Pumpturbine am IET ist mit einer Schleifring-Asynchronmaschine ausgestattet, die somit auch den Phasenschieberbetrieb ermöglicht.

3 Versuchsanlage

Im folgenden Kapitel wird der Aufbau und die Funktion der Modellmaschine im Labor des IET mit ihrer Instrumentierung beschrieben. Die technischen Daten der Pumpturbine sind in Tabelle 3.1 aufgelistet.

Tabelle 3.1: Technische Daten der Pumpturbine [12]

Größe		Wert
Maximale Leistung	P_{\max}	253 kW
Maximaler Durchfluss	Q_{\max}	0.377 m ³ /s
Maximale Förderhöhe	H_{\max}	68.64 m
Laufreddurchmesser	D	0.4875 m

3.1 R&I-Fließschema

Abbildung 3.1 zeigt das R&I-Fließschema des Pumpturbinen-Kreislaufs. Das Oberwasser ist als geschlossener Tank ausgeführt, der zu jeder Zeit voll mit Wasser gefüllt ist. Der Unterwassertank ist nach oben mit dem Umgebungsdruck verbunden und der Wasserspiegel kann im Betrieb variieren. Alle Elemente unterhalb der Klappen 201 und 205 befinden sich im Kellergeschoß. Die Niederdruckpumpe (ND-Pumpe) ist zum derzeitigen Stand nicht mit dem Kreislauf verbunden und die Schieber 161 und 162 sind geschlossen.

Kleiner Kreislauf

Im Pumpbetrieb fördert die Pumpturbine (PT), angetrieben durch den Motorgenerator (MG), Wasser vom Unterwasser- in den Oberwasserkessel. Das Wasser fließt weiter durch die Ventile 202 und 204 in den Unterwasserkessel zurück. Die Klappen 201 und 205 sind im kleinen Kreislauf geschlossen.

Großer Kreislauf

Um die Pumpturbine im Turbinenbetrieb fahren zu können, müssen die Klappen 201 und 205 geöffnet werden. Die Speisepumpe im Keller (MD-Pumpe) erzeugt den notwendigen Massenstrom durch die geöffneten Klappen 132, 173, 201, das Ventil

202, den Oberwassertank, den Kugelhahn 203, durch die Pumpturbine, die mechanische Leistung an den Motorgenerator abgibt, in den Unterwassertank, durch 205, 117, 1/2, 131 und schließlich zurück zur Speisepumpe. Geschlossen sind 204, 101, 102, 161 und 162.

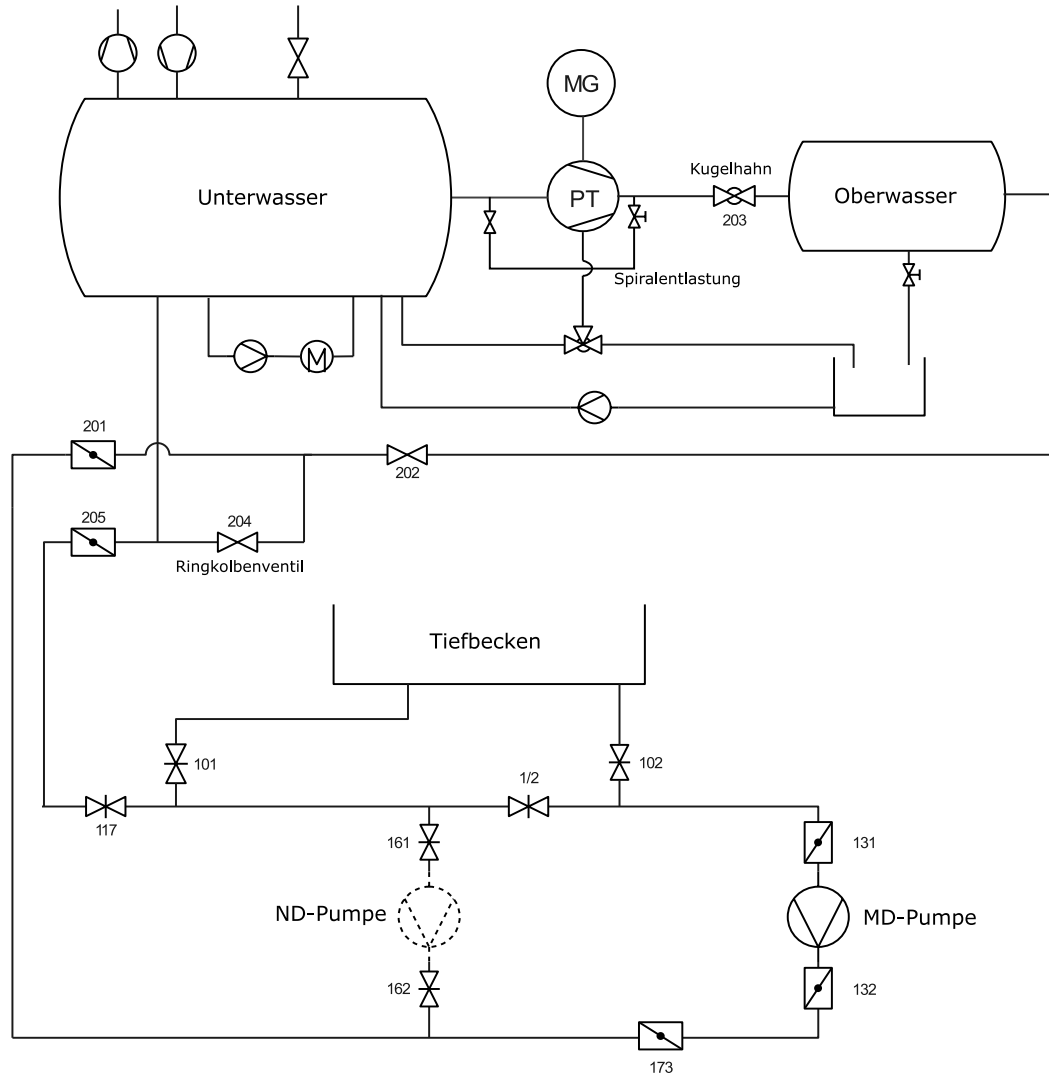


Abbildung 3.1: R&I-Fließschema der Anlage

3.2 Instrumentierung der Pumpturbine

Die vorhandene Instrumentierung der Pumpturbine ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Sensoren sind als blaue Einträge markiert, während rot für Aktoren steht. Die Instrumentierung der gesamten Anlage ist im Anhang in Tabelle A.1 aufgelistet.

3 Versuchsanlage

Die Sensoren und Aktoren sind folgendermaßen benannt:

- NI: National Instruments - Die Messmodule befinden sich im Schaltschrank
- QX: QuantumX
- E: SPS-Messung

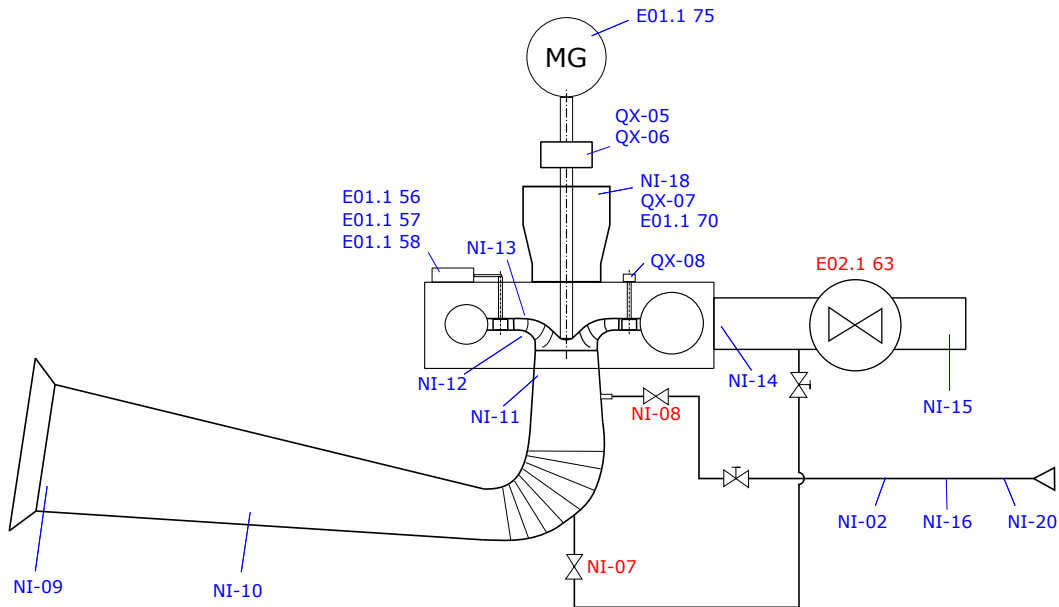


Abbildung 3.2: Instrumentierung der Pumpturbine

Aktoren

Das Magnetventil NI-08 arbeitet als Drossel und steuert den Druck, mit dem die Pumpturbine ausgeblasen wird. Ventil NI-07 aktiviert bzw. deaktiviert die Spiralentlastung, die beim Ausblasen geöffnet werden kann, wodurch eine Verbindung zwischen Spiralaustritt und Unterwasser hergestellt wird. Dadurch kann der Wasserdruck in der Spirale schneller abgebaut werden und der Ausblasvorgang wird verkürzt. Die Spiralentlastung darf beim Ausblasen allerdings nicht zu lange geöffnet bleiben, da sich sonst die Spirale mit Luft füllen würde. Der Kugelhahn E02.1 63 kann den kompletten Wasserkreislauf sperren und wird beim Ausblasvorgang geschlossen.

Sensoren

Die Drücke werden an den eingezeichneten Stellen durch die ringförmig angeordneten Sensoren NI-09 bis NI-16 aufgenommen. Der Drehmomentaufnehmer 'Smart Torque' QX-05 misst das Drehmoment an der Welle, während der Kraftsensor QX-07 über eine Hohlwellenanordnung mit einem Hebelarm das durch die Lagerungen

3.2 Instrumentierung der Pumpturbine

verursachte Verlustmoment aufnimmt. Das Antriebsmoment des Motor-Generators berechnet sich aus der Summe der Momente nach Gleichung (3.1).

$$T_{\text{an}} = T_{\text{QX-05}} + T_{\text{QX-07}} \quad (3.1)$$

Die Messstelle QX-06 nimmt die Drehzahl der Welle auf und der Drehgeber QX-08 misst die Stellung der Leitschaufeln als Winkel. Die restlichen Sensoren sind in Tabelle A.1 im Anhang aufgelistet.

4 Modellierung

Ziel der Modellierung ist eine Simulation der Versuchsanlage wie in Abbildung 3.1 dargestellt mit besonderem Augenmerk auf der Pumpturbine und dem Ausblasvorgang. Der simulierte Durchfluss Q und das simulierte Drehmoment T der Welle sollen die gemessenen Werte der realen Anlage möglichst genau nachbilden. Die experimentell ermittelten Qn -Kennlinien der Pumpturbine bei unterschiedlichen Leitapparatöffnungen a sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Es handelt sich um gemessene Werte der Wellendrehzahl n (Sensor QX-06) und des Volumenstroms Q (Sensor NI-21) im Wasserkreislauf. Zu beachten ist hier, dass die gemessenen Qn -Kennlinien keine reinen Maschinenkennlinien, sondern eine Kombination aus Maschinen- und Anlagenkennlinien sind. Es sei angemerkt, dass es sich bei dem Messpunkt bei $n = 79.89 \text{ min}^{-1}$ und $Q = 0.075 \text{ m}^2/\text{s}$ um einen Messfehler handelt und dieser daher nicht zur Modellerstellung herangezogen wird.

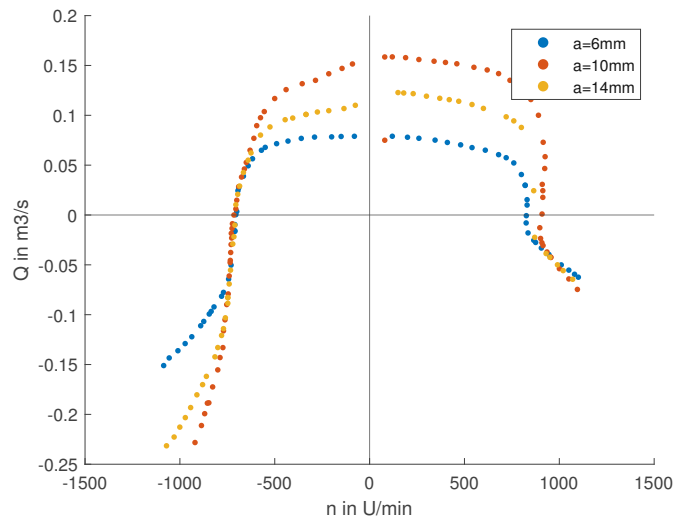


Abbildung 4.1: Experimentell ermittelte Qn -Kennlinien

Die an der Welle gemessenen Drehmomentenverläufe (Sensor QX-05) für die unterschiedlichen Leitschaufelöffnungen sind in Abbildung 4.2 dargestellt.

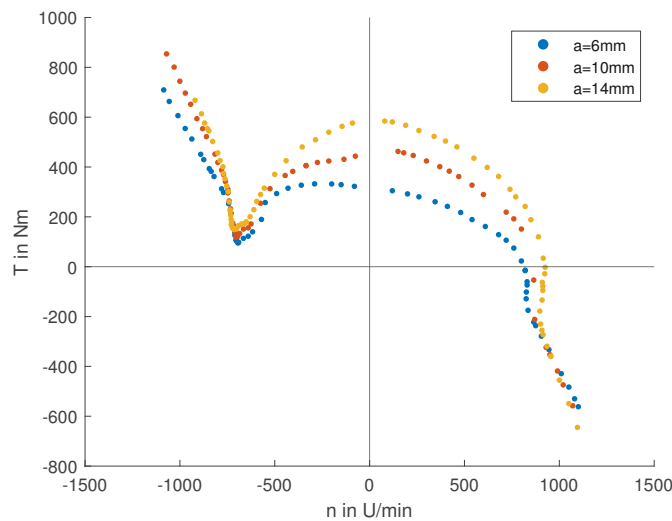


Abbildung 4.2: Experimentell ermittelte Tn-Kennlinien

Die Wahl der Simulationssoftware fiel auf die in MATLAB/Simulink integrierte Umgebung Simscape. Während die Rohrleitungen, Ventile und Behälter mit Standardbausteinen aus der Simscape-Bibliothek aufgebaut werden können, ist für die Pumpenturbine die Programmierung eigener Simscape-Blocks erforderlich, um die korrekten Kennlinien implementieren zu können. Die Programmierung von Simscape-Elementen geschieht mit der Simscape-Sprache (Dokumentation siehe [9]), Dateien tragen die Endung `.ssc`. Das erstellte Modell der kompletten Anlage ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

4.1 Wasserkreislauf

Der Wasserkreislauf mit Unter- und Oberwasser sowie den Ventilen ist in Abbildung 4.3 in blau dargestellt. Die Speisepumpe ist so geregelt, dass sie eine konstante Höhendifferenz von $H = 20$ m zwischen ihren Ports A und B erzeugt. Hydraulische Verluste im System werden durch die Rohrleitungselemente und den Block **Strömungswiderstand** modelliert. Das Unterbrechen des Wasserkreislaufs ist mit Schließen des **Kugelhahns** möglich (Anm.: 100% = offen, 0% = geschlossen).

Der Oberwassertank dient in der realen Modellmaschine einerseits zur Beruhigung des Drehimpulses des verwirbelten Wassers und andererseits zum Ausgasen der gelösten Luft, die automatisch durch ein Rückschlagventil entlüftet wird. Da diese Vorgänge nicht im Modell abgebildet sind und der Tank nach oben hin geschlossen ist, also keine direkte Verbindung zur Atmosphäre besteht und er stets randvoll mit Wasser gefüllt ist, entfällt die Modellierung des Oberwassers.

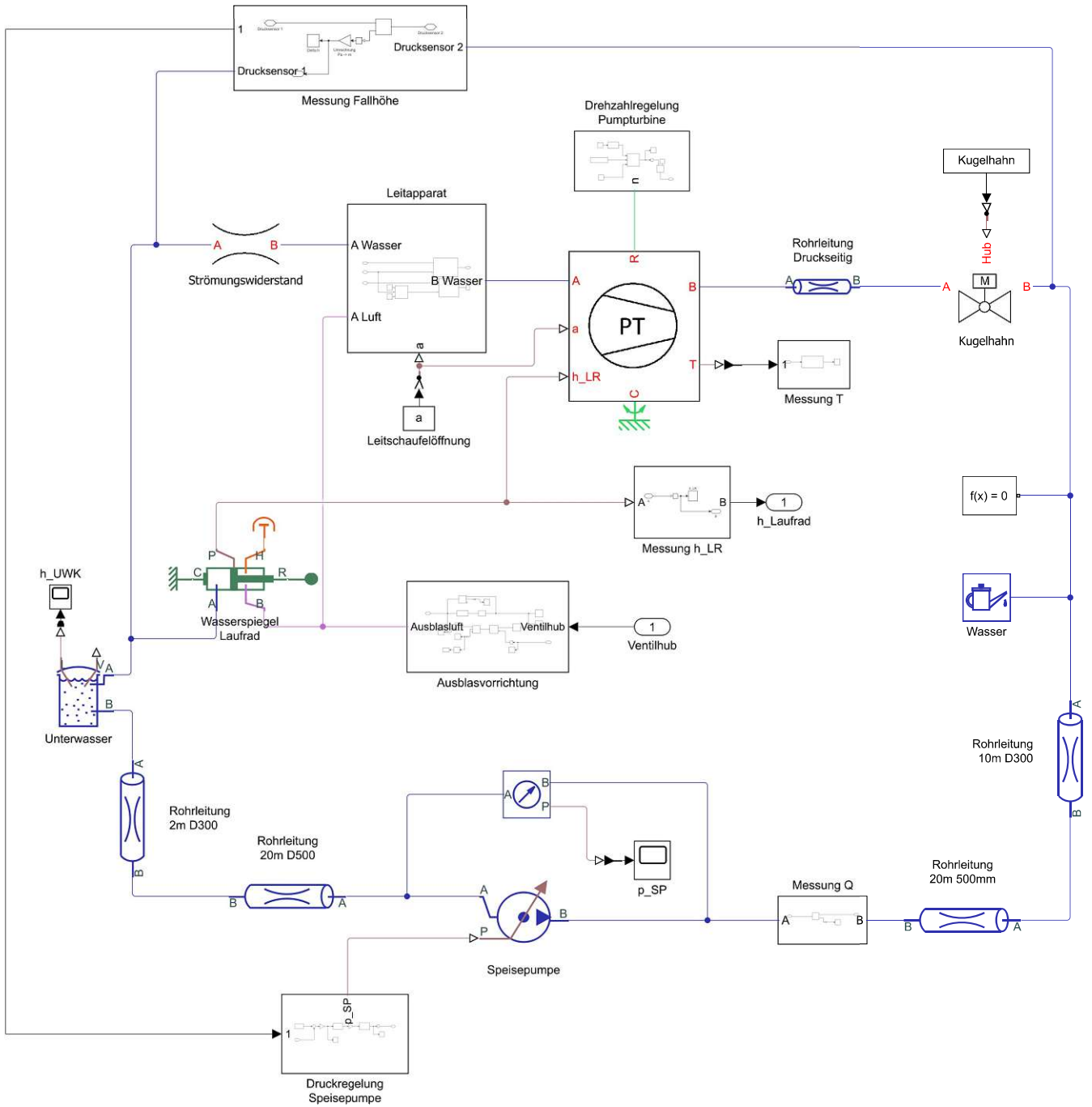


Abbildung 4.3: Simulationsmodell der Versuchsanlage; Blau: Simscape Isothermal Liquid (Wasser), Magenta: Simscape Gas (Luft), Hellgrün: Simscape Mechanical Rotation, Dunkelgrün: Simscape Mechanical Translation, Orange: Simscape Thermal, Braun: Simscape Physical Signals, Schwarz: Simulink Signals

4.2 Schnittstelle Luft-Wasser

Die für das Ausblasen relevante Größe ist der Wasserspiegel im Laufradgehäuse, der bei geschlossenem Kugelhahn und Leitapparat durch die eingeblasene Druckluft abgesenkt wird. Die Schwierigkeit bei der Simulation des Ausblasvorgangs liegt darin, dass die beiden Medien Wasser und Luft in Wechselwirkung miteinander treten. Der Wasserspiegel im Laufradgehäuse wird im vorliegenden Modell durch den Kolbenhub des Kolben-Elements 'Wasserspiegel Laufrad' repräsentiert, dargestellt in Abbildung 4.4.

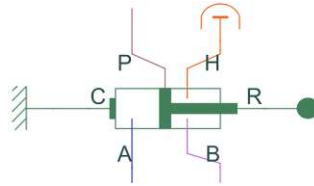


Abbildung 4.4: Wasserspiegel im Laufradgehäuse

Port A ist mit dem Wasserdruck an der Saugseite der Pumputurbine verbunden und Port B mit dem Luftdruck der Ausblasvorrichtung. Port C ist fest mit dem Inertialsystem verbunden, während Port R ein translatorisch Freies Ende darstellt. Der Wasserspiegel (repräsentiert durch Port P) verändert sich solange, bis Luft- und Wasserdruck im mechanischen Gleichgewicht stehen. Mittels Port H ließe sich ein Wärmeaustausch mit der Umgebung simulieren. Da das System als annähernd adiabatisch betrachtet werden kann, ist an dieser Stelle ein idealer Wärmeisoliator angeschlossen.

4.3 Luftkreislauf

Magentafarbene Symbole stehen für den Luftkreislauf, der zum Ausblasen verwendet wird. Das Subsystem Ausblasvorrichtung aus Abbildung 4.3 ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Die Eingangsgröße ist der Ventilhub im Intervall $[0; 1]$ und die Ausgangsgröße der geregelte Luftdruck (Ausblasluft).

Die Luft aus der Umgebung wird mit einem Kompressor auf 8 bar verdichtet (Hausleitung) und durch ein geregeltes Ventil in den Laufradraum eingeblasen.

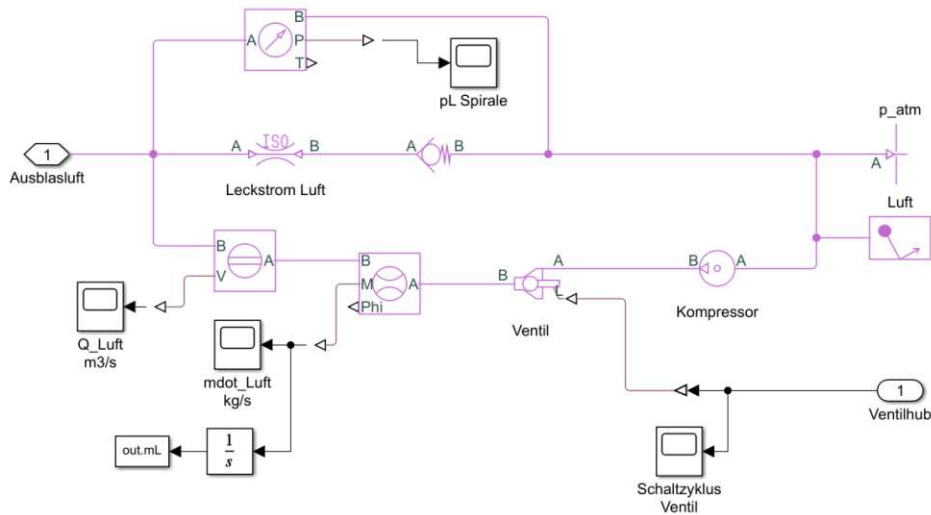


Abbildung 4.5: Subsystem der Ausblasvorrichtung

4.4 Pumpturbine

Um das Verhalten der Versuchsanlage mit den experimentell aufgenommenen Kennlinienfeldern (Abbildung 4.1) zu simulieren, wurde mithilfe der Programmiersprache *Simscape Language* ein benutzerdefinierter Simulink-Block für die Pumpturbine erstellt. Im Modell werden also Maschine und Anlage getrennt betrachtet.

Nach Simscape-Nomenklatur gibt es zwei rotatorische Nodes (C, R) vom Typ `foundation.mechanical.rotational.rotational`. Node C ('casing') ist fest mit dem Inertialsystem verbunden, während an Node R ('rod') eine vorgegebene Drehzahl anliegt. Die beiden Nodes A und B, an denen der Wasserkreislauf angeschlossen ist, sind vom Typ `foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid`. Output ist das Drehmoment T , das möglichst genau das Antriebsmoment T_{an} des Motor-Generators nach Gleichung (3.1) nachbilden soll. Da der Wasserspiegel im Lauf- rad und die Leitapparätöffnung einen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten der Pumpturbine und somit das resultierende Drehmoment haben, werden diese Informationen als Input übergeben (h_{LR} und a).

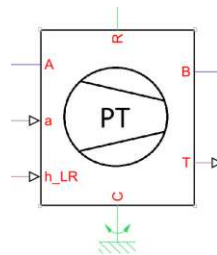


Abbildung 4.6: Benutzerdefinierter Simscape-Block Pumpturbine.ssc

4.4.1 Druckdifferenz

Die Affinitätsgesetze (4.1) beschreiben das charakteristische Verhalten von Pumpen und Turbinen bei variabler Drehzahl. Während der Durchfluss Q linear von der Drehzahl n abhängig ist, hängt die Förderhöhe H der Pumpe (head) vom Quadrat der Drehzahl ab. Die Pumpleistung P hat einen kubischen Zusammenhang mit der Drehzahl [20].

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2, \quad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \quad (4.1)$$

Nach Abschnitt 2.3 ist - bei Vernachlässigung der Höhendifferenz zwischen Saug- und Druckstutzen und der kinetischen Energie des Wassers - auch die von der Pumpturbine aufgebaute Druckdifferenz Δp proportional zum Quadrat der Drehzahl.

Die von der Modellmaschine erzeugte Druckdifferenz Δp_{PT} lässt sich durch die quadratische Gleichung (4.2) simulieren. Die Konstante ω_0 verschiebt die Qn-Kennlinie entlang der n-Achse, während die Konstante k_{PT} als durch iterative Approximation ermittelter Skalierungsfaktor fungiert.

$$\Delta p_{PT} = k_{PT} (\omega - \omega_0)^2 \quad (4.2)$$

mit $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$ und $k_{PT} = 30 \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$.

Bei der Validierung des Modells (siehe Abschnitt 5) wies die simulierte Qn-Kennlinie einen qualitativ korrekten Verlauf gemäß Abbildung 2.11 auf. Allerdings ist der durch Gleichung (4.2) erzeugte Volumenstrom Q vor allem im Pumpbetrieb ($n < -710 \text{ min}^{-1}$) zu gering (siehe Abbildung 5.1). Daher wurde der Wirkungsgrad η eingeführt, um die Abweichungen zu kompensieren. Ausgehend von $\eta_0 = 0.3$ wurde der Wirkungsgrad mithilfe der rekursiven Gleichung (4.3) schrittweise angenähert, bis sich keine signifikante Verbesserung der Qn-Kennlinie mehr einstellte. Der Faktor $1/3$ kann als Dämpfung verstanden werden, der mit dem relativen Fehler multipliziert wird, um ein Aufschwingen zu vermeiden. Q_{sim} bezeichnet dabei den simulierten und Q_{mess} den experimentell aufgenommenen Durchfluss bei den jeweiligen Wirkungsgraden η_k .

$$\eta_{k+1} = \eta_k \left(1 + \frac{1}{3} \frac{Q_{\text{sim}} - Q_{\text{mess}}}{\max\{Q_{\text{mess}}\}} \right) \quad (4.3)$$

Die Verläufe der Wirkungsgrade für die verschiedenen Leitapparatöffnungen sind in Abbildung 4.7 dargestellt.

4 Modellierung

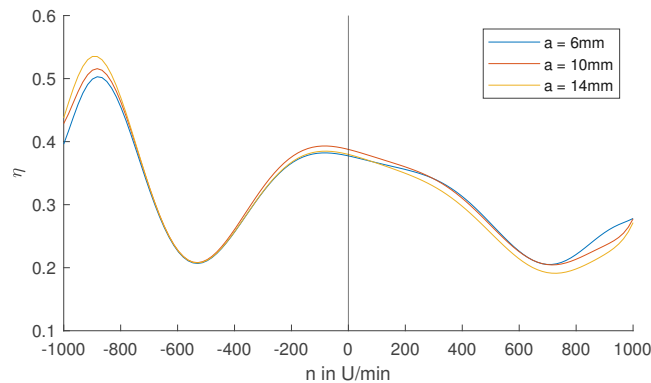


Abbildung 4.7: Wirkungsgrade der verschiedenen Leitapparätöffnungen über die Drehzahl

Somit gilt für die erzeugte Druckdifferenz

$$\Delta p_{PT} = \eta(n) k_{PT} (\omega - \omega_0)^2 \quad (4.4)$$

mit $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$ und $k_{PT} = 100 \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$.

Zu beachten ist, dass es sich bei η nicht um den tatsächlichen energetischen Wirkungsgrad gemäß Gleichungen (2.11) und (2.12) handelt. Vielmehr kompensiert η Strömungsverhältnisse, die mit dem Modell nicht abgedeckt werden.

4.4.2 Drehmoment

Die experimentell aufgenommenen T_n -Kennlinien (siehe Abbildung 4.2) für die Leitapparätöffnungen von $a = [6\text{mm}, 10\text{mm}, 14\text{mm}]$ wurden im Simscape Pumpturbinen-Block hinterlegt. Für den Output **T** des Pumpturbinen-Blocks (siehe Abbildung 4.6) gilt also gemäß Gleichung (4.5)

$$T = T_{KL}(n, a). \quad (4.5)$$

Liegt die gewählte Leitschaufelöffnung zwischen den angegebenen Werten, so wird linear interpoliert. Zusätzlich hat der Wasserspiegel h_{LR} im Laufradraum einen Einfluss auf das Drehmoment, welcher als linear angenommen wurde, wie in Gleichung (4.6) angegeben. Ist das Wasser im Laufradraum vollständig durch Luft verdrängt ($h_{LR} = 0$), strebt das Drehmoment—abgesehen von im vorliegenden Modell vernachlässigten Lager- und Luftreibungsverlusten—gegen Null.

$$T = \frac{h_{LR}}{h_{LR_max}} T_{KL} \quad (4.6)$$

4.5 Fallhöhe

Bei Versuchen mit der Modellmaschine wird die an der Pumpturbine anliegende Fallhöhe konstant auf $H = 20\text{ m}$ gehalten. Dies wird mithilfe der Speisepumpe bewerkstelligt, die sich im Keller des Labors befindet. Die Pumpe ist mit einem Regler ausgestattet, um die angegebene Fallhöhe über den gesamten Betriebsbereich möglichst konstant zu halten. In Abbildung 4.8 sind die an der Pumpturbine gemessenen Fallhöhen abgebildet. Dabei ist ersichtlich, dass die Sollwertabweichung bei einer geringeren Leitapparatöffnung von $a = 6\text{ mm}$ wesentlich höher ist, als bei größeren Leitapparatöffnungen.

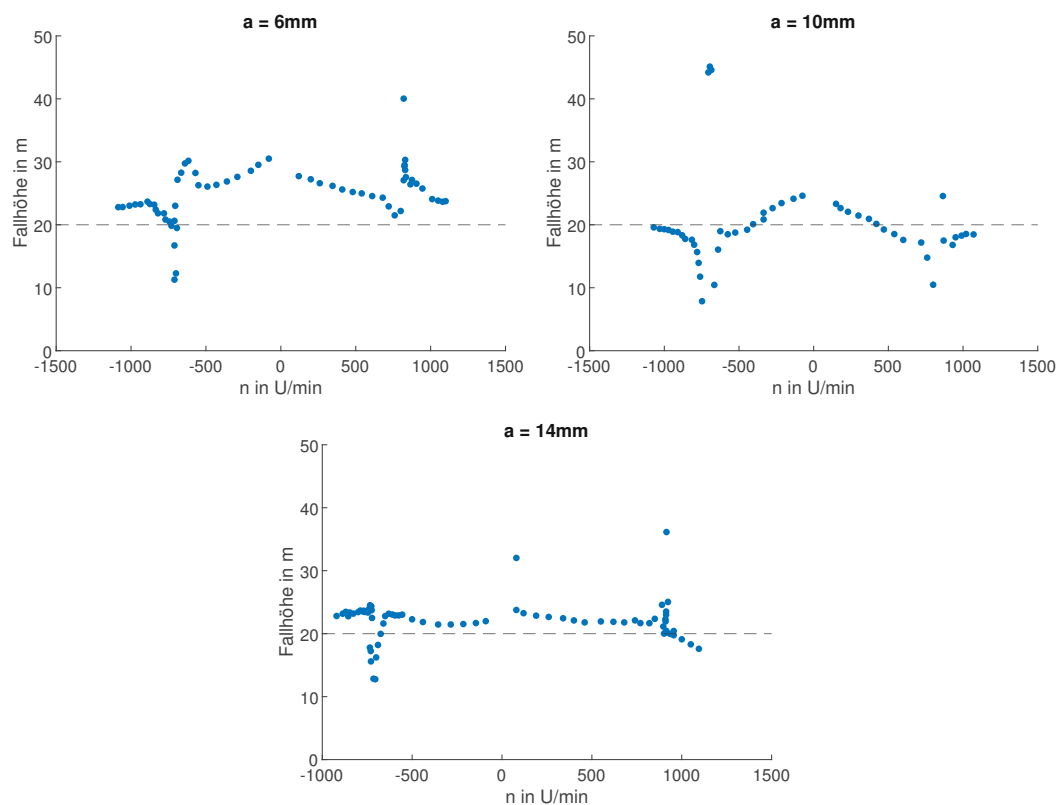


Abbildung 4.8: Messdaten der an der Pumpturbine anliegenden Fallhöhen bei verschiedenen Leitapparatöffnungen über die Drehzahl

Im vorliegenden Modell wird die Fallhöhenregelung mit einem PID-Regler realisiert, wie in Abbildung 4.9 dargestellt. Die Regelgröße $y(t)$ ist die an der Pumpturbine anliegende Fallhöhe (Messung Fallhöhe im Simulink-Modell aus Abbildung 4.3).

4 Modellierung

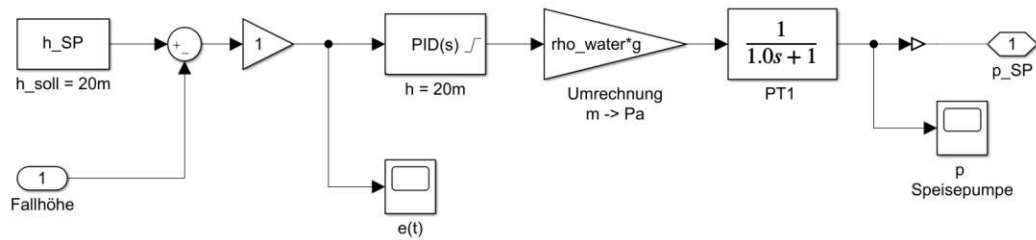


Abbildung 4.9: Regelung der Speisepumpe in Simulink

Der Algorithmus zur Berechnung der Stellgröße $u(t)$ eines idealen PID-Reglers nach DIN 19226 ist Gleichung (4.7) zu entnehmen.

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_N} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_V \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (4.7)$$

Die Reglerparameter sind die Proportionalverstärkung K_P , die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltzeit T_V . Die Variable $u(t)$ bezeichnet die Stellgröße - in dem Fall die von der Speisepumpe erzeugte Druckdifferenz p_{SP} . Der Regelfehler $e(t)$ berechnet sich aus der Differenz zwischen der an der Pumpturbine anliegende Fallhöhe und dem Sollwert $H_{soll} = 20$ m.

Die Laplace-Transformation von Gleichung (4.7) liefert die Übertragungsfunktion G_{ideal} des idealen PID-Reglers im Frequenzbereich nach Gleichung (4.8).

$$G_{ideal} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s \right) \quad (4.8)$$

Der Differenzialanteil $T_V s$ in Gleichung (4.8) ist technisch nicht realisierbar, da die Sprungantwort eines idealen Differenzierers eine Impulsfunktion mit unendlicher Amplitude ist (Dirac-Delta Funktion $\delta(t)$), wie in Abbildung 4.10a dargestellt. Daher wird der D-Anteil mit einem Verzögerungsglied erster Ordnung erweitert, um einen endlichen Impuls als Sprungantwort zu erhalten. Das Verhalten eines realen PID-Reglers mit einem Einheitssprung als Eingangsgröße ist in Abbildung 4.10b zu sehen.

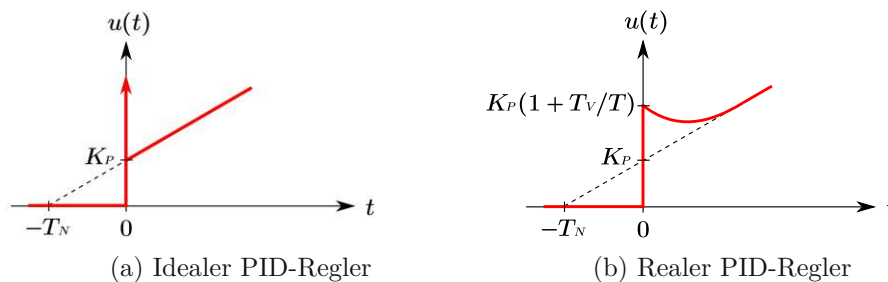


Abbildung 4.10: Sprungantworten des PID-Reglers

In Gleichung (4.9) ist die Übertragungsfunktion des realen PID-Reglers definiert. Das Verhältnis T_V/T gibt die Amplitude des endlichen Impulses bei $t = 0$ an. Die parasitäre Zeitkonstante T kann als Dämpfung des Dirac-Delta-Impulses verstanden werden, wobei bei realen Systemen die Bedingung $T_V/T < 10$ gelten sollte [11]. Beim idealen PID-Regler ist $T = 0$.

$$G_{\text{real}} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s} + \frac{T_V s}{1 + T s} \right) \quad (4.9)$$

Die Simulink-Bibliothek stellt einen vorgefertigten Block für einen PID-Regler zur Verfügung. Die Übertragungsfunktion ist nach Gleichung (4.10) implementiert.

$$G_{\text{sim}} = P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \quad (4.10)$$

Der Koeffizientenvergleich der Gleichungen (4.9) und (4.10) ergibt für die Parameter P , I , D und N :

$$P = K_P \quad I = \frac{K_P}{T_N} \quad D = K_P T_V \quad N = \frac{1}{T}$$

Die gewählten Reglerparameter der Speisepumpe sind Tabelle 4.1 zu entnehmen.

Tabelle 4.1: Reglerparameter für die Speisepumpe

Parameter	Wert	Einheit
K_P	0.9	1
T_N	1.3	s
T_V	0.0	s
T	0.01	s

4.6 Leitapparat

Werden die Leitschaufeln geschlossen, so wird ein Druckabfall über der Pumpe hervorgerufen, was einen geringeren Massenstrom durch das gesamte System verursacht. Der benutzerdefinierte Simscape-Block ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Die Ports A und B sind vom Typ `foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid` und als Saug- bzw. Druckseite der Pumpe zu verstehen. Port a ist mit einem physikalischen Signal verbunden, das die vom Benutzer eingegebene Leitschaufelöffnung in m angibt.

Abbildung 4.11: Benutzerdefinierter Simscape-Block `Leitapparat.ssc`

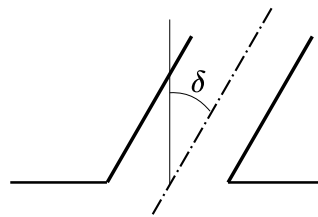
Um den Strömungswiderstand des Leitapparats in Form einer Druckdifferenz zu simulieren, wird eine Gleichung der Form (4.11) angestrebt, wobei a die Leitschaufelöffnung bezeichnet.

$$\Delta p = f(a, \dot{m}) \quad (4.11)$$

Der Druckverlust über eine Armatur lässt sich allgemein nach Gleichung (4.12) darstellen als Funktion von der Dichte des Fluids ρ , der mittleren Strömungsgeschwindigkeit c im Bezugsquerschnitt und dem Druckverlustbeiwert ζ [19].

$$\Delta p = \frac{\zeta \rho c^2}{2} \quad (4.12)$$

Der Druckverlustbeiwert ist eine dimensionslose Kenngröße zur Bestimmung des Druckabfalls über eine bestimmte durchströmte Geometrie und kann experimentell bestimmt werden. Sind die Leitschaufeln geöffnet, so entstehen rund um das Laufrad schräg angeströmte Öffnungen, wie in Abbildung 4.12 dargestellt.

Abbildung 4.12: Schräg angeströmte Rohröffnung mit Öffnungswinkel $90^\circ - \delta$

Der Druckverlustbeiwert ζ_S für schräge Einläufe lassen sich nach Gleichung (4.13) berechnen [19].

$$\zeta_S = 0.5 + 0.3 \sin \delta + 0.2 \sin^2 \delta \quad (4.13)$$

Da die Leitapparatöffnung über den Kugeldurchgang a in mm angegeben wird, muss dieser in den Öffnungswinkel $90^\circ - \delta$ umgerechnet werden. Die vereinfachte Leitschaufelgeometrie ist Abbildung 4.13 zu entnehmen.

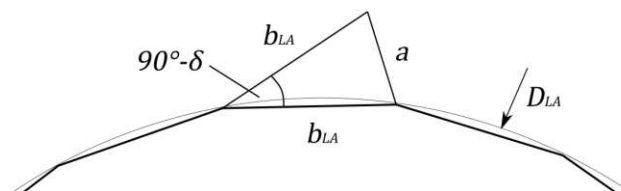


Abbildung 4.13: Vereinfachte Leitschaufelgeometrie

Durch trigonometrische Überlegungen ergibt sich für die Breite b_{LA} der Leitschaukel Gleichung (4.14) mit der Leitschaukelanzahl z_{LA} .

$$b_{LA} = D_{LA} \sin \frac{360^\circ}{2z_{LA}} \quad (4.14)$$

Der Kosinussatz führt auf die Beziehung (4.15).

$$a^2 = 2b_{LA}^2 (1 - \cos(90^\circ - \delta)) \quad (4.15)$$

Daraus folgt schließlich für den Öffnungswinkel

$$\delta = 90^\circ - \arccos \left(1 - \frac{a^2}{2b_{LA}^2} \right) \quad (4.16)$$

Zusätzlich ergeben sich durch die Leitschaukeln rund um das Laufrad Querschnittsverengungen, wie in Abbildung 4.14 dargestellt.

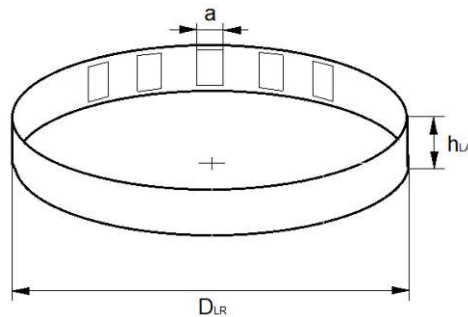


Abbildung 4.14: Leitapparat mit den um den Umfang verteilten Leitschaukelöffnungen der Breite a und der Höhe h_{LA}

Abbildung 4.15 zeigt eine der Querschnittsverengungen mit den Querschnittsflächen A_1 und A_2 und den mittleren Strömungsgeschwindigkeiten c_1 und c_2 im Detail in der Draufsicht.

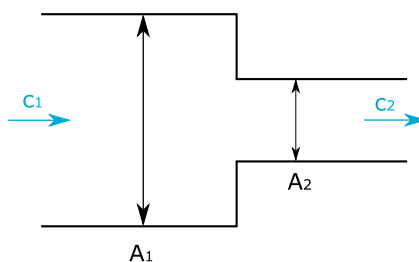


Abbildung 4.15: Unstetige Querschnittsverengung

Für eine un stetige Querschnittsverengung mit dem Querschnittsverhältnis $m = A_2/A_1$ ergibt sich der Widerstandsbeiwert ζ nach Abbildung 4.15.

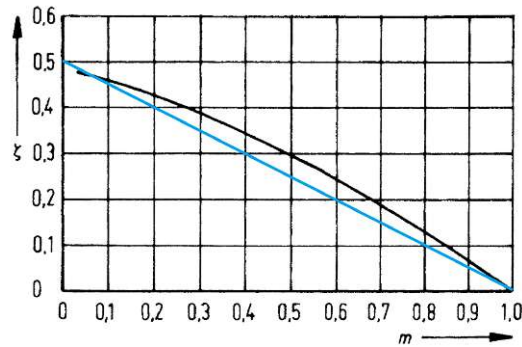


Abbildung 4.16: Widerstandsbeiwert ζ für eine unstetige Querschnittsverengung als Funktion des Querschnittsverhältnisses $m = A_2/A_1$; nach [19]

Für die Simulation der Leitapparätöffnungen wird der lineare Zusammenhang (4.17) angenommen (blaue Linie in Abbildung 4.16).

$$\zeta_Q = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \right) \quad (4.17)$$

Für den Querschnitt A_1 vor der Durchströmung durch die Leitapparätöffnungen wird gemäß Gleichung (4.18) die Mantelfläche des Leitapparats herangezogen mit dem Laufraddurchmesser D_{LR} .

$$A_1 = h_{LA} D_{LR} \pi \quad (4.18)$$

Der Querschnitt A_2 nach der Durchströmung ergibt sich nach Gleichung (4.19) aus der Höhe des Leitapparats h_{LA} , der Leitapparätöffnung a und der Anzahl der Leitschaufeln z_{LA} .

$$A_2 = z_{LA} h_{LA} a \quad (4.19)$$

Somit gilt für den Widerstandsbeiwert ζ_Q der Querschnittsverengungen (4.20)

$$\zeta_Q = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z_{LA} a}{D_{LR} \pi} \right). \quad (4.20)$$

Für die mittlere Strömungsgeschwindigkeit c_2 bezogen auf den Austrittsquerschnitt lässt sich Gleichung (4.21) schreiben.

$$c_2 = \frac{\dot{m}}{\rho A_2} \quad (4.21)$$

In Reihe geschaltete Strömungswiderstände summieren sich gemäß Gleichung (4.22) zu einem Gesamtwiderstand auf [22].

$$\zeta_{\text{ges}} = \zeta_S + \zeta_Q \quad (4.22)$$

Mit den hergeleiteten Beziehungen gilt schließlich für den Druckabfall über den Leitapparat Gleichung (4.23) mit den Druckverlustbeiwerten ζ_S aus Gleichung (4.13) und ζ_Q aus Gleichung (4.20).

$$\Delta p(a, \dot{m}) = \frac{\zeta_S + \zeta_Q}{2 \rho z_{LA}^2 h_{LA}^2 (a + a_{Spalt})^2} |\dot{m}| \dot{m} \quad (4.23)$$

Da die Druckdifferenz richtungsabhängig vom Massenstrom ist, wird der Betrag angewandt. Bei vollständig geschlossenem Leitapparat $a = 0$ ist der Massenstrom - bis auf konstruktiv bedingte Spaltverluste a_{Spalt} - nahezu Null, daher geht in dem Fall $\Delta p_{LA} \rightarrow \infty$. Die Konstante a_{Spalt} verhindert außerdem eine Division durch Null bei der numerischen Auswertung der Gleichung (4.23).

4.7 Ausblasvorgang

In Abbildung 4.17 sind die verschiedenen Wasserspiegel in der Pumpturbine eingetragen. Im Normalbetrieb ist der Laufradraum vollständig mit Wasser gefüllt (h_{voll}). Durch Einblasen der Druckluft sinkt der Wasserspiegel im Laufradgehäuse ab, sofern der Leitapparat geschlossen ist. Die Höhe $h_{ausgeblasen}$ markiert die Unterkante des Laufrades und wird als Kriterium *Maschine ausgeblasen* herangezogen. Wird nach Unterschreiten der Marke $h_{ausgeblasen}$ weiter Luft eingeblasen, so sinkt der Wasserspiegel weiter im Konus ab. Ab einer Höhe von $h < h_{krit}$ wird eine Warnung ausgegeben, dass der Wasserspiegel eine kritische Höhe unterschritten hat. Wird $h < 0$, so entweicht Luft in den Unterwasserkessel.

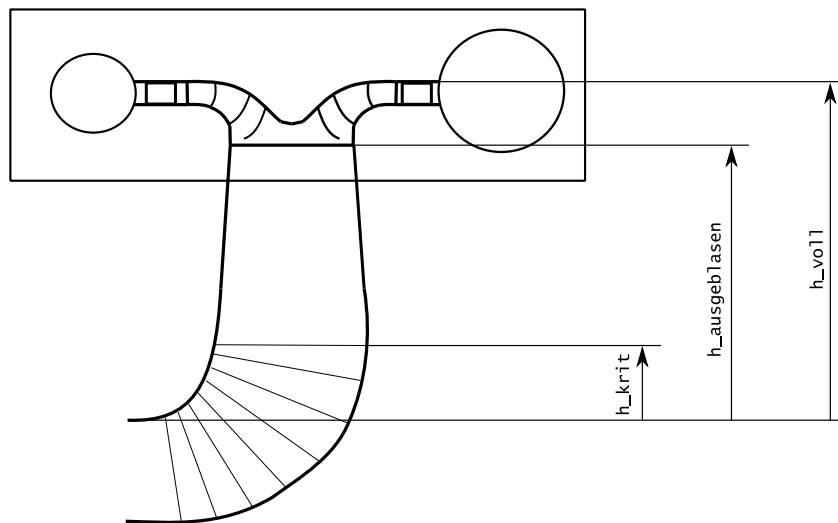


Abbildung 4.17: Wasserspiegeln in der Pumpturbine

Die Wasserspiegel-Daten der Modellmaschine aus Abbildung 4.17 sind in Tabelle 4.2 aufgelistet.

Tabelle 4.2: Wasserspiegel der Pumpturbine

h_{voll}	0.807 mm
$h_{\text{ausgeblasen}}$	0.639 mm
h_{krit}	0.227 mm

Regelung des Ausblasvorgangs

Die Regelung des Ausblasvorgangs erfolgt im Modell - analog zur Speisepumpe - mit einem PID-Regler, wie in Abbildung 4.18 dargestellt. Ziel des Reglers ist ein möglichst rasches Ausblasen des Laufradraums bei möglichst geringem Luftverbrauch. Das Subsystem **PT-Anlage** enthält das in Abbildung 4.3 gezeigte Simulink-Modell der gesamten Versuchsanlage.

Die Regelgröße $y(t)$ ist der Wasserspiegel im Laufradraum h_{LR} , der durch den Kolbenhub (siehe Abschnitt 4.2) modelliert wird. Die Sollgröße ist definitionsgemäß $h_{\text{ausgeblasen}} = 0.639\text{mm}$ (siehe Tabelle 4.2), also jenes Niveau, bei dem der Laufradraum vollständig mit Luft gefüllt ist. Der Regelfehler $e(t)$ ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Soll-Niveau und dem gemessenen Wasserspiegel. Die Stellgröße $u(t)$ ist der Hub des Druckluftventils (**Ventil** aus Abbildung 4.5) im Intervall $[0; 1]$.

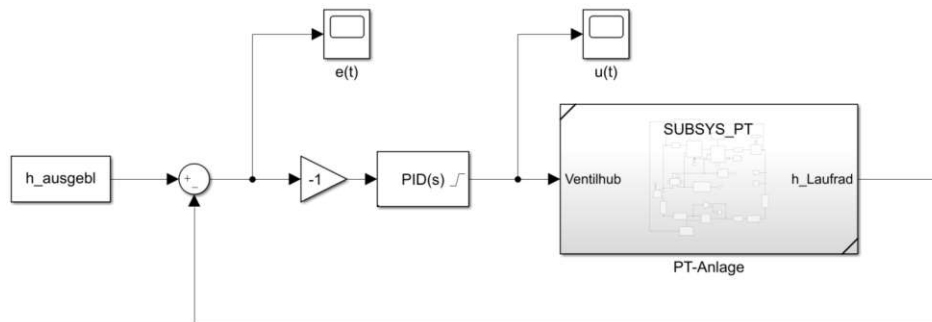


Abbildung 4.18: Regelung des Ausblasvorgangs

Die gewählten Reglerparameter sind Tabelle 4.3 zu entnehmen. Die Performance des Reglers wird in Kapitel 5 näher beleuchtet.

Tabelle 4.3: Reglerparameter für den Ausblasvorgang

Größe	Wert	Einheit
K_P	30	1
T_N	0.02	s
T_V	0.0	s
T	0.01	s

Um einen Regler für den Ausblasvorgang in der realen Versuchsanlage zu implementieren, müsste der Wasserspiegel im Laufradraum mit einem Sensor erfasst werden. Zum jetzigen Zeitpunkt ist kein solcher verbaut, weshalb der oben beschriebene Regelungsansatz nicht unmittelbar realisierbar ist.

Eine Möglichkeit wäre die Regelung mit dem Drehmoment als Stellgröße. Diese Methode beruht auf der Tatsache, dass das Drehmoment abhängig vom Wasserspiegel im Laufradgehäuse ist, da bei niedrigerem Niveau das Laufrad weniger Widerstand erfährt. Somit ließe sich ein Drehmoment definieren, ab dem die Maschine als ausgeblasen gilt. Dies setzt aber ein Rotieren des Laufrads voraus. Da die Pumpturbine aber auch aus dem Stillstand ausgeblasen wird, ist diese Methode nur eingeschränkt einsetzbar.

Verhalten der Ausblasluft im Leitapparat

Das Absenken des Wasserspiegels im Laufradgehäuse durch die Druckluft kann nur erfolgen, wenn der Leitapparat vollständig geschlossen ist, da sonst die Luft nach oben hin durch die Leitschaufeln entweichen kann. Die Simscape-Realisierung ist in Abbildung 4.19 gezeigt. Das Modell unterscheidet zwei Fälle: bei geschlossenen Leitschaufeln $a = 0$ schließt das Ventil **Leitapparat Luft**, was ein Entweichen der Ausblasluft verhindert. Andernfalls wird das Ventil **Leitapparat Luft** vollständig geöffnet, wodurch die Ausblasluft vom Laufradraum entweicht. Eine kontinuierliche Ventilöffnung wird nicht simuliert, da das Ausblasen in der Realität nur bei geschlossenen Leitschaufeln durchgeführt wird. Das MATLAB-Programm wirft eine Warnung aus, falls ein Ausblasvorgang mit geöffnetem Leitapparat eingestellt ist.

4 Modellierung

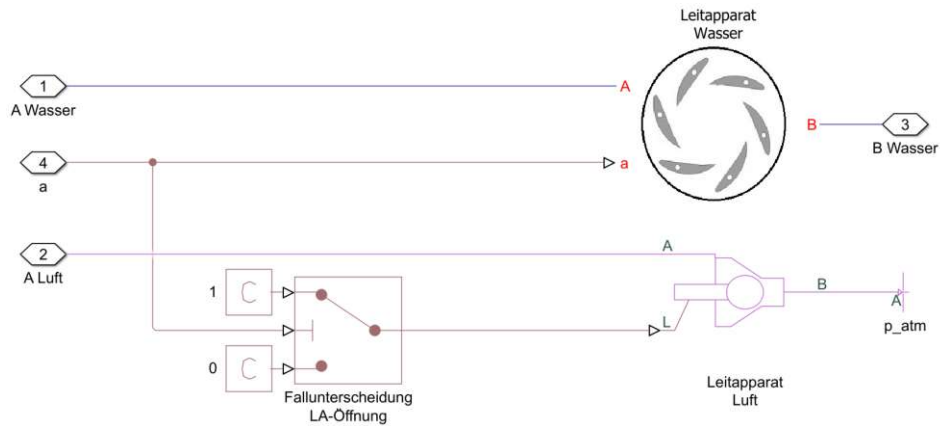


Abbildung 4.19: Leitapparat mit Entlüftung bei geöffnetem Leitapparat

4.8 Kugelhahn

Durch das servogesteuerte Kugelventil (Kugelhahn in Abbildung 4.3) lässt sich der gesamte Wasserkreislauf öffnen bzw. schließen. Der Strömungswiderstand von Armaturen wird allgemein über den Durchflusskoeffizient K_v angegeben. Dieser beschreibt den Durchfluss in m^3/s durch ein Ventil bei einer Druckdifferenz von 1 bar und einer Temperatur zwischen $5\text{ }^\circ\text{C}$ - $30\text{ }^\circ\text{C}$ [19]. Der Durchflusskoeffizient ist definiert nach Gleichung (4.24).

$$K_v = Q \sqrt{\frac{1 \text{ bar}}{\Delta p_{\text{Ventil}}} \cdot \frac{\rho}{1000 \text{ kg/m}^3}} \quad (4.24)$$

In Abbildung 4.20 ist der Durchflusskoeffizient K_v des eingebauten Servoventils 'ERHARD Kugelhahn' über dem Öffnungsgrad in Prozent aufgetragen.

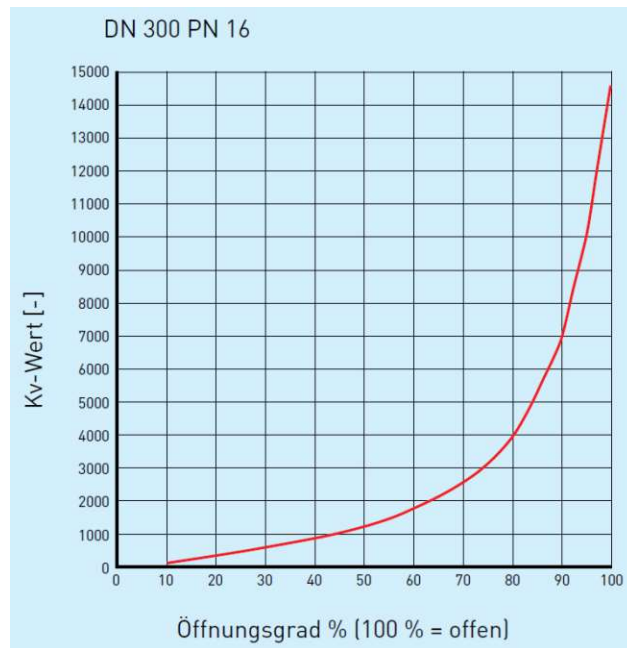


Abbildung 4.20: Ventilkennlinie Kugelhahn Erhard DN 300 PN 16 laut Datenblatt

Die vom Hersteller gegebene Kv-Kennlinie aus Abbildung 4.20 soll durch ein Polynom approximiert werden. Der beste Fit stellte sich bei einem Polynom achten Grades ein, wie in Gleichung (4.25) angeführt.

$$K_{v_fit} = k_1\alpha^8 + k_2\alpha^7 + k_3\alpha^6 + k_4\alpha^5 + k_5\alpha^4 + k_6\alpha^3 + k_7\alpha^2 + k_8\alpha + k_9 + 1 \quad (4.25)$$

Die Koeffizienten aus Gleichung (4.25) sind in Tabelle 4.4 aufgelistet.

Tabelle 4.4: Koeffizienten

Koeffizient	Wert
k_1	8.44580228650112e-11
k_2	-2.84129311379158e-08
k_3	3.87260807304012e-06
k_4	-0.000269303757080676
k_5	0.0100974275446749
k_6	-0.201733268722333
k_7	2.36322967723597
k_8	0
k_9	0

Der Vergleich zwischen den Herstellerdaten und der Approximation ist Abbildung 4.21 zu entnehmen.

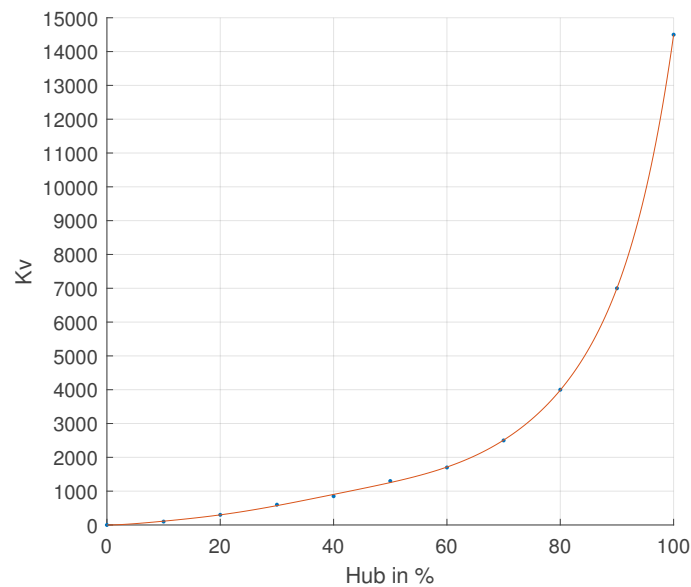


Abbildung 4.21: Approximation (rote Kurve) im Vergleich zu den Herstellerdaten (blaue Punkte)

Aus der Definition des Durchflusskoeffizienten (4.24) lässt sich Gleichung (4.26) für den Druckabfall Δp_{Ventil} über den Kugelhahn ableiten. Da K_v in m^3/h angegeben

ist, erfolgt eine Umrechnung in m^3/s .

$$\begin{aligned}\Delta p_{\text{Ventil}} &= \frac{\rho}{1000 \text{ kg/m}^3} \frac{Q^2}{\left(\frac{K_v}{3600 \text{ s/h}}\right)^2} \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &= \frac{\dot{m}^2}{\rho \left(\frac{K_v(\alpha)}{3600 \text{ s/h}}\right)^2} \cdot 10^2 \frac{\text{Pa m}^3}{\text{kg}}\end{aligned}\quad (4.26)$$

mit $K_v = K_{v_fit}$ aus der Approximation (4.25). Der Öffnungsgrad α des Kugelhahns wird im kontinuierlichen Intervall $[0; 100\%]$ als User-Input festgelegt, wobei $\alpha = 0$ ein vollständig geschlossenes und $\alpha = 100\%$ ein vollständig geöffnetes Ventil bedeutet. Abbildung 4.22 zeigt das Symbol des erstellten Simscape-Blocks.

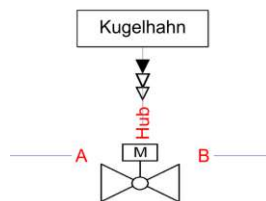


Abbildung 4.22: Benutzerdefinierter Simscape-Block `Kugelhahn.ssc`

4.9 Anmerkungen zur Simulation

Es hat sich als günstig erwiesen, direkt nach Eingangsgrößen (hier Motordrehzahl und Ventilhub) PT1-Glieder einzubauen, um sprungförmige Eingangsgrößen zu glätten, da dies numerischen Artefakten vorbeugt. Auch dem Drehmomentverlauf ist aus dem selben Grund ein Verzögerungsglied erster Ordnung vorgeschaltet, wie in Abbildung 4.23 dargestellt. In Abbildung 4.24 sind die Drehmomentverläufe mit und ohne PT1-Glied gegenübergestellt.

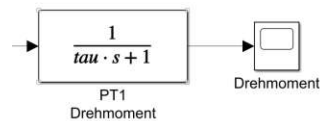


Abbildung 4.23: PT1-Glied mit Zeitkonstante τ

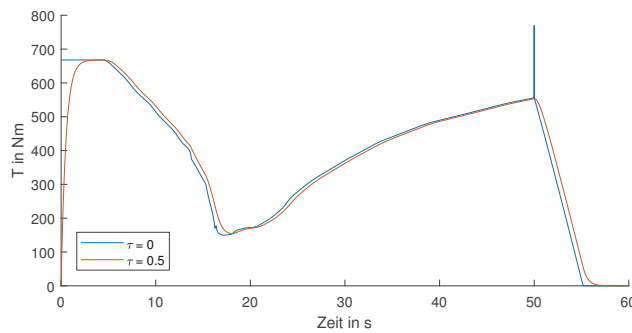


Abbildung 4.24: Drehmomentenverläufe mit und ohne Verzögerungsglied; numerisches Artefakt bei $t = 50$ s

4.10 Aufbau und Bedienung der Simulationsprogramme

Die Struktur der erstellten Simulationsprogramme ist in Abbildung 4.25 dargestellt. Die User-Schnittstelle ist durch die MATLAB-App `Bedienpanel.mlapp` als grafische Benutzeroberfläche realisiert, dargestellt in Abbildung 4.26. Die MATLAB Main-Routine `PT_main.m` definiert weitere Simulationsparameter und ruft, je nach User-Input, entweder das Simulink-Modell `PT_manuell.slx` oder `PT_Regler.slx` auf. Beide Simulink-Modelle bestehen im Kern aus dem Unterprogramm `SUBSYS_PT.slx`, das in Abbildung 4.3 dargestellt ist. Das Unterprogramm verwendet die oben beschriebenen Simscape-Blöcke `Pumpturbine.ssc`, `Leitapparat.ssc`, `Ausblasluft.ssc` und `Kugelhahn.ssc`, die mit der *Simscape Language* programmiert wurden und als Erweiterung der Bibliothek zur Verfügung stehen.

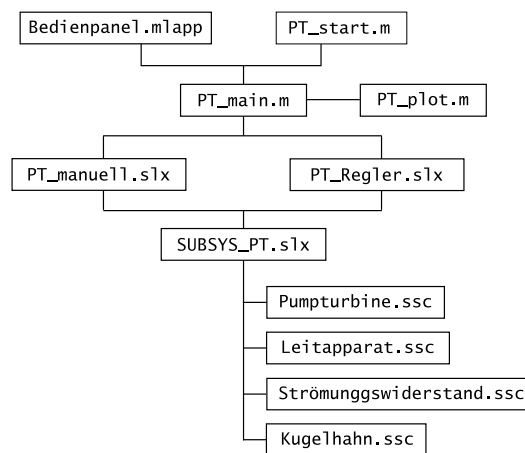


Abbildung 4.25: Baumstruktur der Simulationsprogramme

Abbildung 4.26 zeigt das Bedienpanel der Pumpturbine, mit dem sich grundlegende Einstellungen intuitiv und einfach vornehmen lassen, ohne den Matlab-Code

bearbeiten zu müssen.

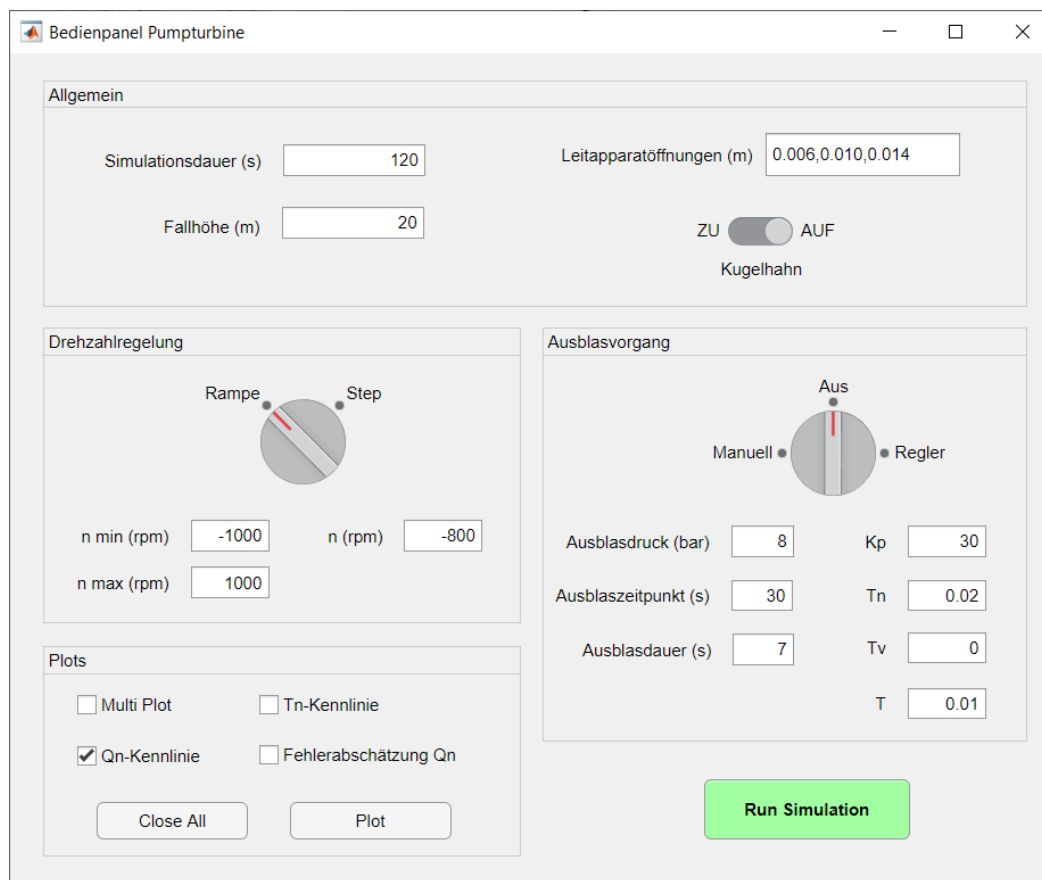


Abbildung 4.26: Matlab-App Bedienpanel.mlapp

Im Bereich *Allgemein* lassen sich die Simulationsdauer t_{sim} in s und die an der Pumpturbine anliegende Fallhöhe in m einstellen. Gemessen wird die Fallhöhe zwischen den Druckmessstellen NI-09 und NI-14 (siehe Abbildung 3.2 für die Positionen der Sensoren). Die zu simulierenden Leitapparattöffnungen sind mit einem Komma getrennt anzugeben. Es ist auch möglich, nur eine Leitapparattöffnung zu simulieren. Des Weiteren lässt sich der Kugelhahn E02.1 63 zwischen Spiralaustritt und Oberwasser mit einem Schieberegler manuell öffnen bzw. schließen.

Grundsätzlich ist der Motor-Generator der realen Versuchsanlage unabhängig von seinem Betriebszustand drehzahlregelt. Mit der vorliegenden Implementierung des Simulink-Modells lassen sich die folgenden beiden Szenarien simulieren:

1. Hochfahren vom Stillstand auf die Drehzahl n
2. Kontinuierliches Durchlaufen des Drehzahlbereichs $[n_{min}; n_{max}]$

Die Auswahl der Drehzahlregelung zwischen den Betriebsmodi *Rampe* und *Step* erfolgt mit dem Drehschalter im Bereich *Drehzahlregelung*. Die Drehzahl-Rampe

4 Modellierung

von $[n_{\min}; n_{\max}]$ wird mit der Steigung k_n (Gleichung (4.27)) durchfahren, wobei t_{sim} die gewählte Simulationsdauer beschreibt.

$$k_n = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{t_{\text{sim}}} \quad (4.27)$$

Das Subsystem *Drehzahlregelung* aus Abbildung 4.3 ist in Abbildung 4.27 zu sehen. Je nach Stellung des Drehzahl-Schalters wird entweder die Stufen- oder die Rampenfunktion gewählt.

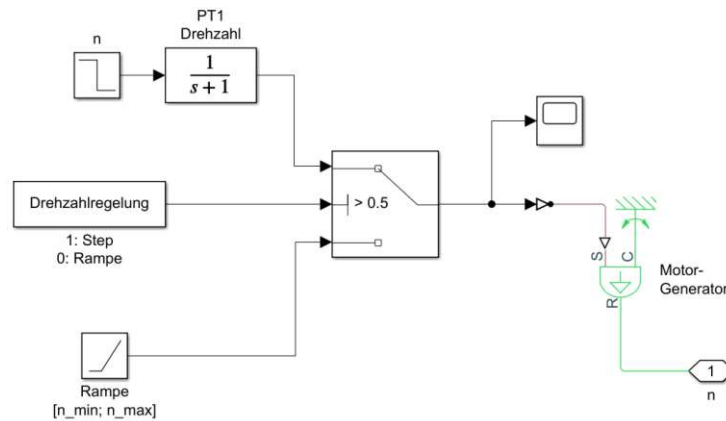


Abbildung 4.27: Subsystem Drehzahlregelung

Sofern spezifische Drehzahlverhältnisse simuliert werden sollen, lässt sich das Modell diesbezüglich leicht erweitern.

Die Parameter für das Ausblasen der Pumpturbine lassen sich im Bereich *Ausblasvorgang* am Bedienpanel steuern. Der Drehschalter erlaubt die Auswahl zwischen den Betriebsmodi *Manuell*, *Regler* und *Aus*. Die Auswahl *Manuell* ruft das Simulink-Modell *PT_manuell.slx* auf und ermöglicht die Simulation eines benutzerdefinierten Ausblasvorgangs mit den eingegebenen Werten für den konstanten Ausblasdruck sowie den Ausblaszeitpunkt und die Ausblasdauer. Abbildung 4.28 zeigt den Aufbau des Simulationsprogramms mit *SUBSYS_PT.slx* als Unterprogramm aus Abbildung 4.3.

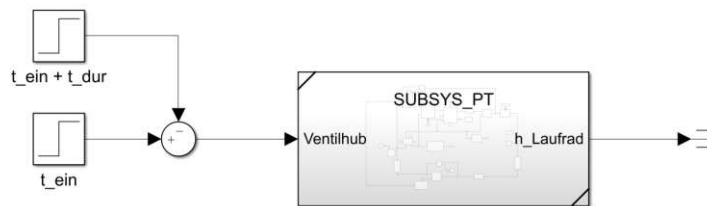


Abbildung 4.28: Simulink Programm *PT_manuell.slx*

Wird der Drehschalter auf *Regler* geschaltet, so wird das Programm *PT_Regler.slx* (Abbildung 4.29) aufgerufen, in dem ein PID-Regler implementiert ist, der den Aus-

4.10 Aufbau und Bedienung der Simulationsprogramme

blasvorgang automatisch steuert. Als Sollgröße wird der Wasserspiegel `h_ausgebl` festgelegt, ab dem die Pumpturbine als ausgeblasen definiert ist. Der Regler berechnet daraus in jedem Zeitschritt den Hub des Ausblasventils als Regelgröße, um den Wasserspiegel möglichst am Sollwert zu halten. Die voreingestellten Reglerparameter lassen sich in Form von Proportionalverstärkung K_P , Nachstellzeit T_N , Vorhaltzeit T_V und parasitärer Zeitkonstante T auch variieren.

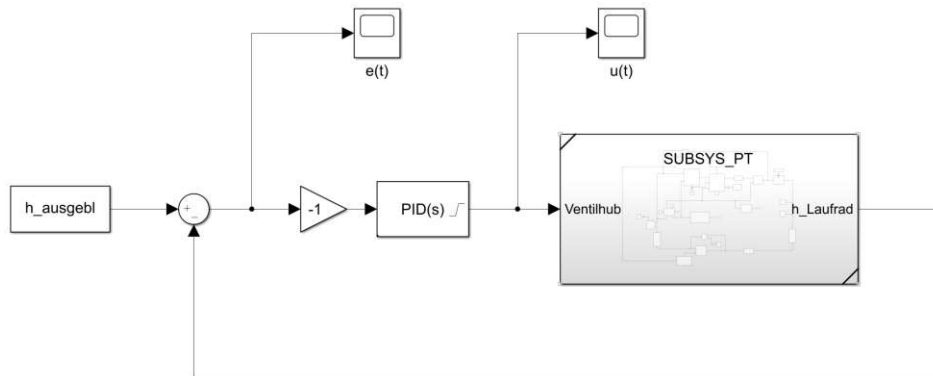


Abbildung 4.29: Simulink Programm `PT_Regler.slx`

Soll ein Simulationsdurchlauf ohne Ausblasen der Pumpturbine durchgeführt werden, so ist der Schalter auf *Aus* zu stellen.

Im Bereich *Plots* am Bedienpanel aus Abbildung 4.26 lassen sich die gewünschten Plots auswählen. Bei bereits durchlaufener Simulation können mit Klick auf den Button *Plot* auch nachträglich Plots erstellt werden. Der Button *Close All* schließt alle geöffneten Plots.

Sind alle Einstellungen vorgenommen, so wird die Simulation mit Klick auf den Button *Run Simulation* gestartet. Es wird dann gemäß dem Baumdiagramm aus Abbildung 4.25 zunächst die Main-Routine `PT_main.m` aufgerufen, in der weitere Parameter gesetzt werden, wie etwa die Geometrie der Versuchsanlage mit den Rohrlängen und -durchmessern. Die Main-Routine ruft dann, je nach Wahl des Ausblasmodus im Bedienpanel, die Simulink-Modelle `PT_manuell.slx` bzw. `PT_Regler.slx` auf. Die Simulink-Modelle werden dabei mit jeder gewählten Leitapparatoröffnung nacheinander einmal gestartet.

Um das Simulationsprogramm in weiteren Code einzubetten, besteht auch die Möglichkeit, eine Simulation über das Matlab-File `PT_start.m` zu starten, dargestellt im Code-Listing 4.1. Die Funktionsweise ist analog zum Bedienpanel.

Listing 4.1: Die Matlab-Routine `PT_start.m`

```

1  % -----
2  % ----- USER INPUT -----
3  % -----
4  t_sim      = 120;          % s    (Simulationsdauer)
5  p_ein     = 8;           % bar  (Einblasdruck)
6  Kugelhahn = 100;         % %    (Zu: 0%,  Offen: 100%)

```

4 Modellierung

```
7 h_SP      = 20;          % m    (Foerderhoehe der Speisepumpe)
8
9 % Drehzahl des Motor-Generators
10 % 0: Rampe von n_min bis n_max
11 % 1: Sprung von 0 auf n
12 Drehzahlregelung = 0;
13
14 n         = -800;       % rpm  (Motordrehzahl Hochfahren)
15 t_step    = 0.1 * t_sim; % s   (Zeitpunkt MG hochfahren)
16 n_min     = -1000;     % rpm  (Motordrehzahl Kennlinie)
17 n_max     = 1000;     % rpm  (Motordrehzahl Kennlinie)
18
19 % Leitapparatoeffnungen in m fuer 4-Quadranten Kennliniensimulation
20 a_list    = [0.006, 0.010, 0.014];
21
22 % 'M': manuelles Ausblasen, 'R': Regler, 'A': Aus
23 mode     = 'A';
24
25 % manuelles Ausblasen
26 t_ein     = 0.5*t_sim; % s   (Einblaszeitpunkt)
27 t_ein_dur = 7;        % s   (Einblasdauer)
28
29 % PID-Regler Ausblasen
30 Kp        = 30;
31 Tn        = 0.02;
32 Tv        = 0.00;
33 T         = 0.01;
34
35 % Plots (aktivieren: 1, deaktivieren: 0)
36 plot_multi = 1;
37 plot_Qn    = 1;
38 plot_Tn    = 0;
39 plot_fehler = 0;
40
41 % Aufrufen der Matlab Main-Routine im 'base'-Workspace
42 % evalin('base', 'PT_main')
43 % -----
44 % -----
```

Die vollständigen Programmcodes sind dem Anhang A.2 beigefügt.

5 Ergebnisse und Validierung

5.1 Kennlinienverläufe

Um die Kennlinien zu simulieren wird die Drehzahl des Motor-Generators im Intervall $n = [-1000; 1000]$ U/min mit einer Rampe durchfahren. Um in jedem Betriebszustand den eingeschwungenen Zustand zu erreichen, muss die Drehzahl-Rampe hinreichend langsam durchfahren werden. Ab einer Simulationsdauer von $T_{\text{sim}} = 120$ s stellt sich keine Verbesserung mehr ein, weshalb diese Zeit als Simulationsdauer gewählt wurde.

In Abbildung 5.1 sind die nach Gleichung (4.2) simulierten Q_n -Kennlinien den experimentellen Werten gegenübergestellt.

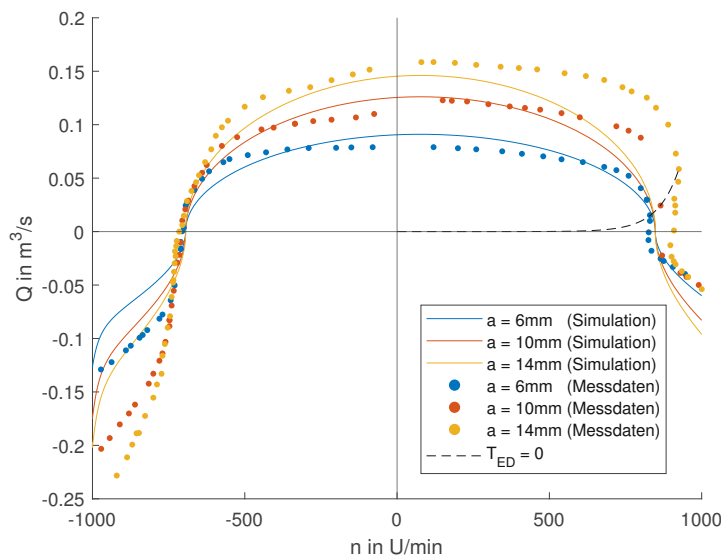


Abbildung 5.1: Q_n -Kennlinien mit konstantem Wirkungsgrad $\eta = 0.3$

Es ist einerseits zu erkennen, dass die simulierten Volumenströme im Pumpbetrieb ($n < -710 \text{ min}^{-1}$) zu gering sind und andererseits die simulierten Q_n -Kennlinien größerer Leitapparätöffnungen im hohen positiven Drehzahlbereich zu steil abfallen. Bei Anwendung des Wirkungsgrads $\eta(n)$ auf die von der Pumpturbine erzeugte Druckdifferenz nach Gleichung (4.4) ergibt sich eine bessere Anpassung der Simulationsdaten an die experimentellen Daten, wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist.

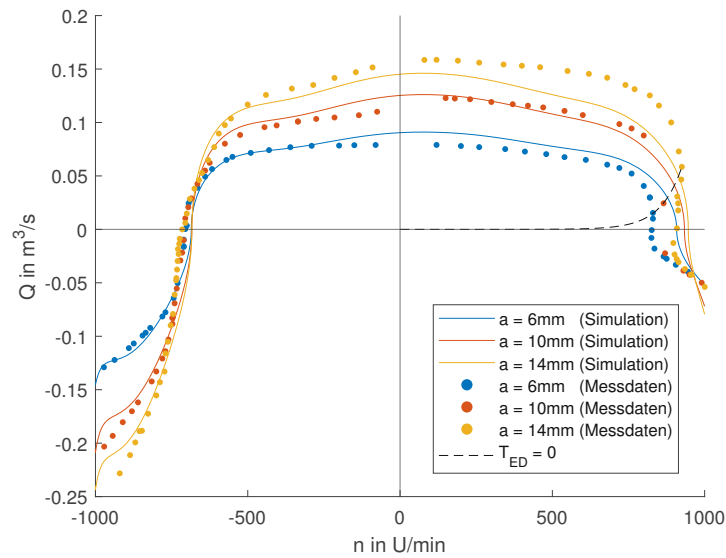


Abbildung 5.2: Q_n -Kennlinie mit Berücksichtigung des Wirkungsgrads $\eta(n)$

Fehlerabschätzung

In Abbildung 5.3 sind die relativen Fehler nach Gleichung (5.1) der simulierten Q_n -Kennlinien Q_{sim} gegenüber den aufgenommenen Messwerten Q_{mess} bezogen auf den Maximalwert des Durchflusses in Prozent dargestellt.

$$f_{\text{rel}} = \frac{Q_{\text{sim}} - Q_{\text{mess}}}{\max\{Q_{\text{mess}}\}} \cdot 100 \% \quad (5.1)$$

Abgesehen vom Nulldurchgang der Volumenstromkurven sowie dem Bereich des S-Schlags bleibt der relative Fehler zwischen $[-20\%; 20\%]$ beschränkt. Die Betriebsbereiche des S-Schlags unterhalb des Nulldrehmoments $T = 0$ (Turbinenbremse und Pumpen in Turbinendrehrichtung) sind nicht eindeutig definiert und sollten im realen Betrieb vermieden werden. Aus diesem Grund liegt der Fokus der Modellierung nicht in diesen Bereichen.

Es sei angemerkt, dass in der realen Anlage die an der Pumpturbine anliegende Fallhöhe, erzeugt durch die geregelte Speisepumpe, in manchen Betriebsbereichen deutlich vom Sollwert abweicht, wie in Abbildung 4.8 ersichtlich ist. Daraus ergeben sich zwangsläufig Abweichungen zwischen Simulation und Messdaten.

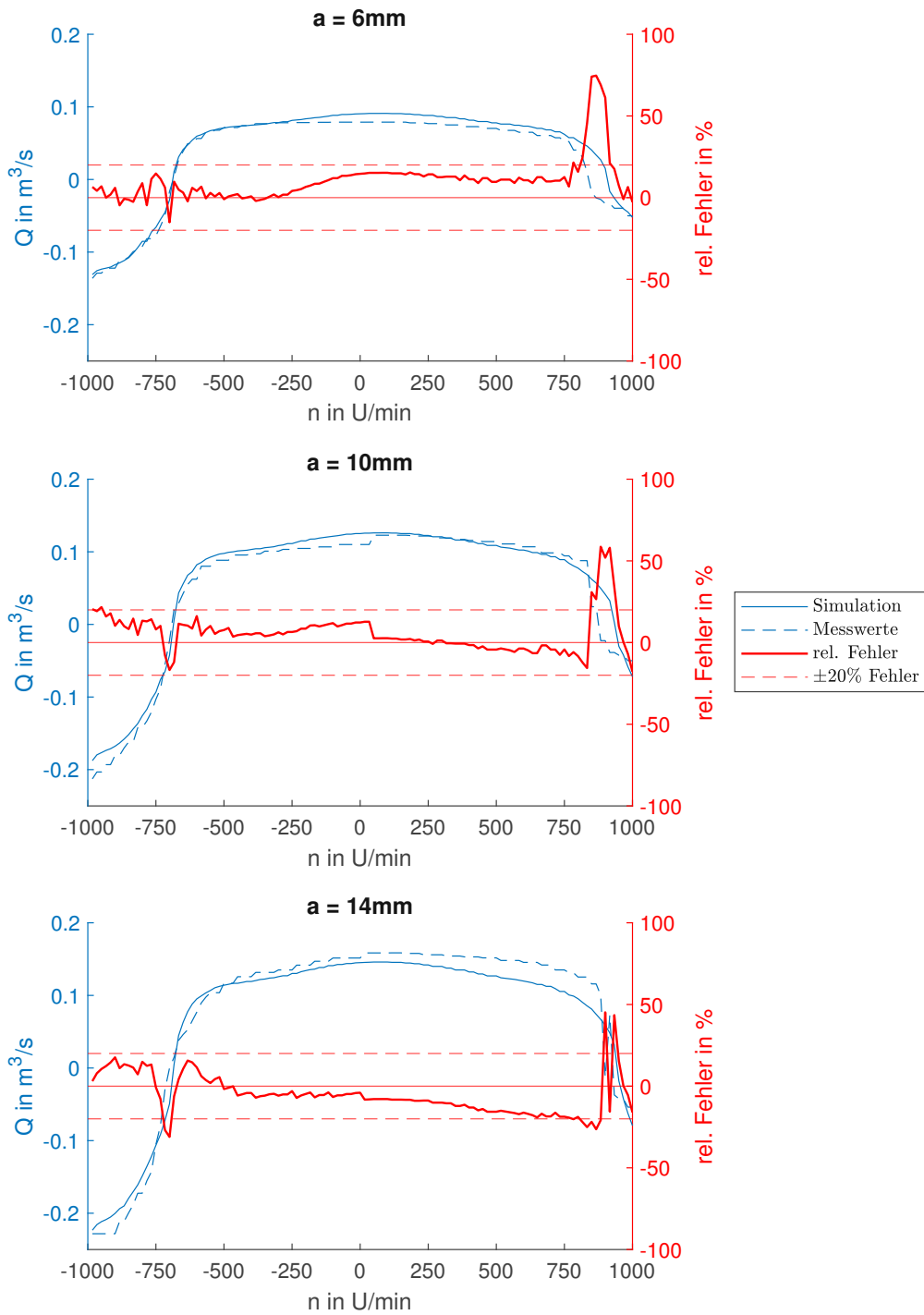


Abbildung 5.3: Relativer Fehler des Simulierten Durchsatzes im Vergleich zu den Messwerten bei den Leitapparatöffnungen $a = [6\text{ mm}, 10\text{ mm}, 14\text{ mm}]$

5 Ergebnisse und Validierung

Da die experimentell aufgenommenen T_n -Kennlinien direkt dem Simscape Pump-turbinenblock übergeben werden, stimmen Simulation und reale Werte per definitionem überein, wie Abbildung 5.4 zu entnehmen ist. Die Nulllastkurve $T_{ED} = 0$ aus der Q_n -Kennlinie entspricht hier der Abszisse.

Da die Simulation mit der Drehzahl $n = -1000 \text{ min}^{-1}$ startet, ist im Initialschritt t_0 das Drehmoment $T(n) = 0$ (Startwert) und verläuft ab dann entlang der Messwerte. Lediglich der Bereich des S-Schlags lässt sich nicht eindeutig durch eine Funktion $T(n)$ abbilden, da in diesem Betriebsbereich mehrere Drehmomentwerte für ein und dieselbe Drehzahl existieren.

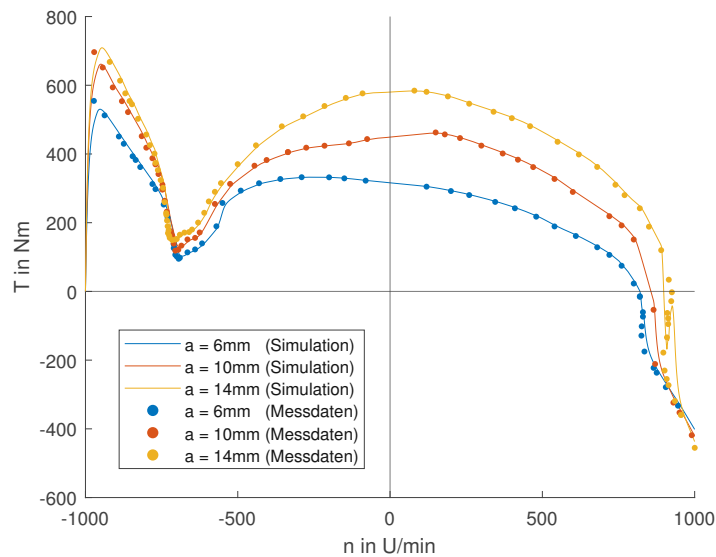


Abbildung 5.4: Vergleich der T_n -Kennlinien aus experimentellen Werten mit den simulierten Kennlinien für verschiedene Leitapparatöffnungen

5.2 Hochfahren des Motor-Generators

Zum Hochfahren des Motor-Generators wird im Bedienpanel der Drehschalter auf 'Step' gestellt und die gewünschte Drehzahl sowie der Zeitpunkt des Hochfahrens t_{step} eingegeben.

In Abbildung 5.5 ist der Multi-Plot mit den Simulationsergebnissen dargestellt. Nach einer Zeit von $t = 10 \text{ s}$ stellt sich über die Pumpturbine durch die Speisepumpe eine konstante Fallhöhe von $h = 20 \text{ m}$ ein. Während die Pumpturbine stillsteht ($n = 0$) ergibt sich aufgrund der konstanten Förderhöhe ein Volumenstrom von etwa $Q = 90 \text{ L/s}$. Bei $t_{\text{step}} = 25 \text{ s}$ beginnt der Motor-Generator, auf die gewünschte Drehzahl von $n = -850 \text{ min}^{-1}$ hochzufahren. Dadurch fördert die Pumpturbine in negative Fließrichtung entgegen der anliegenden Fallhöhe. Der resultierende Volumenstrom beträgt nun etwa $Q = -107 \text{ L/s}$.

Da im Bedienpanel der Drehschalter für den Ausblasmodus auf 'Aus' gestellt ist, zeigt auch die Kurve 'Schaltzyklus Einblasventil' keinen Ausschlag. Dadurch entsteht auch in der Ausblasvorrichtung - bis auf Leckströme - kein Luftmassenstrom (Größenordnung 10^{-9} kg/s). Somit bleibt auch der Wasserspiegel im Laufradraum konstant auf dem Niveau *voll*.

Während bei Stillstand die mechanische Leistung null ist, wird sie im Pumpbetrieb negativ, da hydraulische Leistung an das Arbeitsmedium abgegeben wird.

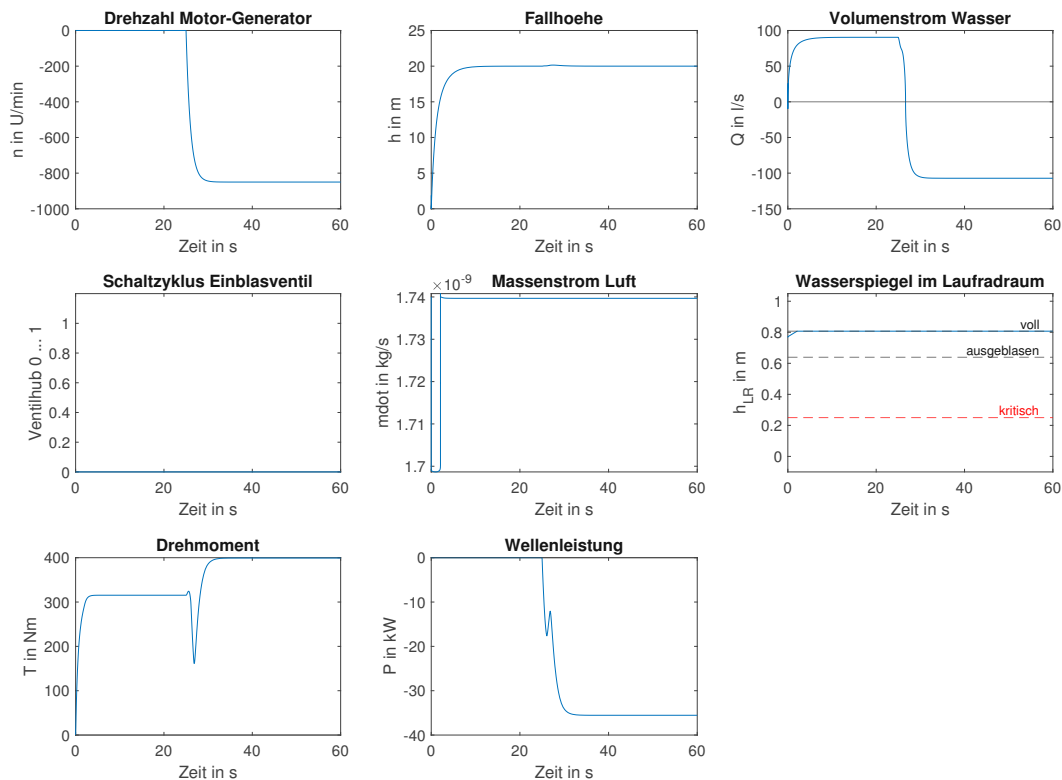


Abbildung 5.5: Multi-Plot: Hochfahren des Motor-Generators auf $n = -850 \text{ min}^{-1}$ mit $a = 6 \text{ mm}$ und $t_{\text{sim}} = 60 \text{ s}$

5.3 Ausblasvorgang

Für die Simulation des Ausblasvorgangs wird der Motor-Generator auf eine konstante Drehzahl von $n = -800 \text{ min}^{-1}$ hochgefahren und der Kugelhahn sowie der Leitapparat vollständig geschlossen, um ein Entweichen der Druckluft zu vermeiden.

5.3.1 Manuelles Ausblasen

In Abbildung 5.6 sind beispielhaft die Simulationsergebnisse eines manuellen Ausblasvorgangs dargestellt. Zum Einblaszeitpunkt $t_{\text{ein}} = 20\text{ s}$ wird für eine Dauer von $t_{\text{ein_dur}} = 5\text{ s}$ Luft mit einem Kompressordruck von $p_{\text{ein}} = 8\text{ bar}$ in das Lauf- radgehäuse eingeblasen. Durch die eingeblasene Luft sinkt der Wasserspiegel im Laufradgehäuse ab, was ein freies Rotieren des Laufrades ermöglicht. Mit der Zeit entweicht die Luft aufgrund von Leckströmen, der Wasserspiegel steigt allmählich an und die Anlage geht wieder in ihren Ausgangszustand zurück.

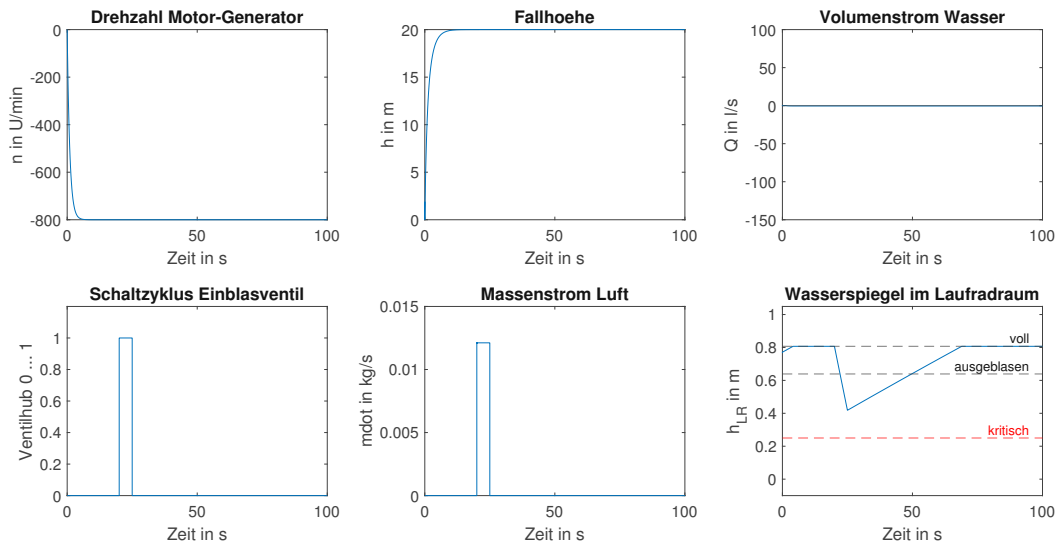


Abbildung 5.6: Multi-Plot: Manuelles Ausblasen mit $n = -800\text{ min}^{-1}$ und $a = 0\text{ mm}$

5.3.2 Geregelter Ausblasen

Die Simulationsergebnisse für den geregelten Ausblasvorgang sind in Abbildung 5.7 dargestellt. Die Regelparameter sind Tabelle 4.3 zu entnehmen.

Es ist zu erkennen, dass der Regler das Einblasventil zunächst voll ansteuert und sich der Wasserspiegel nach wenigen Sekunden dem Sollwert annähert. Ab dem Zeitpunkt der Angleichung nimmt das Ventil eine konstante Öffnung an. Auch bei aggressiverer Proportionalverstärkung K_m tritt kaum Überschwingen auf, was den Regler besonders robust macht.

Der Luftverbrauch berechnet sich nach Gleichung (5.2) aus dem Integral des Luftmassenstroms über die Simulationsdauer.

$$m_L = \int_{t_0}^{t_{\text{sim}}} \dot{m}_L dt = 0.0549\text{ kg} \quad (5.2)$$

5.3 Ausblasvorgang

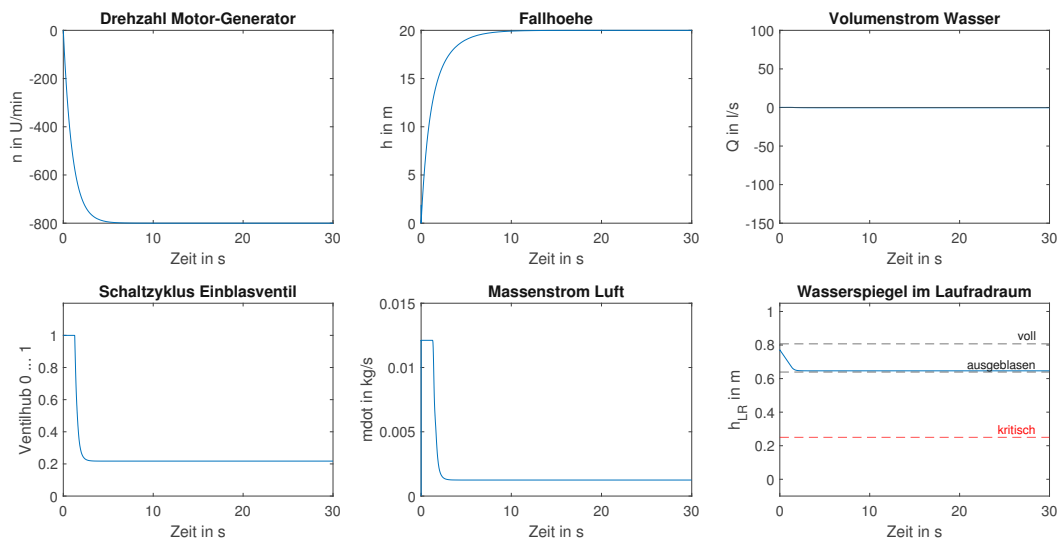


Abbildung 5.7: Multi-Plot: Manuelles Ausblasen mit $n = -800 \text{ min}^{-1}$ und $a = 0 \text{ mm}$

6 Zusammenfassung und Ausblick

Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Simulationsmodell der Pumpturbine erlaubt eine schnelle und intuitive Untersuchung verschiedener Betriebsbedingungen. Durch den modularen Aufbau des Modells sind individuelle Erweiterungen und Adaptionen, sowie eine Einbettung in weitere Software problemlos möglich.

Mit dem Modell konnten verschiedene Szenarien simuliert werden, um die Auswirkungen von Änderungen der Eingangsparameter, wie etwa der Drehzahl, der Leitapparatöffnung oder der Fallhöhe auf die Prozessgrößen wie den Durchfluss, die Leistung und das Drehmoment der Maschine zu untersuchen. Die Ergebnisse zeigten, dass das Modell eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten aufweist und somit ein nützliches Werkzeug zur Abschätzung des Verhaltens der Pumpturbine darstellt, ohne dabei aufwändige Versuche mit der realen Anlage fahren zu müssen. Die Auswirkungen des Ausblasens auf den Prozess wurde intensiv beleuchtet und Vorschläge zur Implementierung eines Reglers vorgestellt.

Aufbauend auf dem entwickelten Simulationsmodell der Pumpturbine gibt es zahlreiche Ansatzpunkte für zukünftige Forschung. Um die Regelung des Ausblasvorgangs in der realen Anlage zu realisieren, könnte ein Sensor in der Pumpturbine installiert werden, der den Wasserspiegel im Laufradraum aufnimmt. Wie aus Versuchsreihen von K. Mondl [14] hervorgeht, hat die Öffnung der Spiralentlastung einen wesentlichen Einfluss auf den Luftverbrauch beim Ausblasen. Dieser Effekt könnte im Modell implementiert werden.

Bezüglich des Druckabfalls über den Leitapparat könnte die analytisch hergeleitete Gleichung durch aus Versuchen gewonnenen Messdaten noch optimiert werden.

Das vorliegende Modell ist für die Simulation der Pumpturbine mit konstant wählbarer Fallhöhe ausgelegt. Ein weiterer relevanter Betriebszustand ist der Betrieb mit konstanter Drehzahl und variablem Durchfluss, um die Drosselkurven $H(Q)$ zu erhalten, wohingehend das Modell erweitert werden kann.

Auf die Modellierung des S-Schlag wurde in dieser Arbeit nicht näher eingegangen. Interessant wäre auch die Untersuchung zur Vermeidung des S-Schlags, wozu Senn et al. [18] Anhaltspunkte geben.

Der Einfluss des Wasserspiegels im Laufradgehäuse auf das Drehmoment wurde als erste Näherung als linear angenommen. Dies könnte beispielsweise durch Laborversuche genauer validiert werden.

Literatur

- [1] Jochen Bard. „Stromrichtereinsatz zur kostengünstigen Gestaltung von drehzahlvariablen Kleinwasserkraftanlagen“. In: *Besonderheiten von Stromrichtern für die Energieversorgung* 7 (1999), S. 49.
- [2] Christian Bauer. „Hydraulische Maschinen und Anlagen I&II“. In: (2021).
- [3] Willi Bohl. *Hauptbetriebsarten von Strömungsmaschinen*. In: *Strömungsmaschinen*. 5. Aufl. Strömungsmaschinen. Würzburg, Germany: Vogel Communications Group, 1990. ISBN: 978-3-8343-3288-2.
- [4] Lidia Chubraeva und Sergey Timofeev. „Modern Reactive Power Generators“. In: *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 313 (2018). DOI: 10.1088/1757-899X/313/1/012006.
- [5] Rolf Fischer. *Synchronmaschinen*. In: *Elektrische Maschinen*. 14. Aufl. Munich, Germany: Hanser, Juni 2009. ISBN: 978-3-446-45295-4.
- [6] Jurgen Giesecke und Emil Mosonyi. *Pumpspeicherkraftwerke*. In: *Wasserkraftanlagen*. 5. Aufl. Berlin, Germany: Springer, Sep. 2009. DOI: 10.1007/978-3-540-88989-2.
- [7] Bayerische Landeskraftwerke GmbH. *Turbinenarten*. <https://www.landeskraftwerke.bayern/>. [Online; abgerufen am 29.09.2022]. 2022.
- [8] Klaus Heuck, Klaus-Dieter Dettmann und Detlef Schulz. *Aufbau und Ersatzschaltbilder der Netzelemente*. In: *Elektrische Energieversorgung*. Wiesbaden, Germany: Vieweg & Teubner, 2007. ISBN: 978-3-8348-9761-9.
- [9] The Mathworks Inc. *Simscape Documentation*. <https://www.mathworks.com/help/physmod/simscape/customization.html>. [Online; abgerufen 14.06.2022]. 2022.
- [10] Martin Kaltschmitt, Wolfgang Streicher und Andreas Wiese, Hrsg. *Stromerzeugung aus Wasserkraft*. In: *Erneuerbare Energien*. 5. Aufl. Berlin, Germany: Springer, Mai 2013. DOI: 10.1007/978-3-642-03249-3.
- [11] Laszlo Keviczky u. a. *Control Engineering*. 1. Aufl. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Singapur: Springer, Okt. 2018. DOI: 10.1007/978-981-10-8297-9.
- [12] Anton Maly. „Experimental investigation of free surface oscillation in the draft tube of hydraulic machines“. Diss. TU Wien, 2019. DOI: 10.34726/hss.2019.71940.

Literatur

- [13] Cuthbert Mhilu. „Classic Analytical Method applied to Blow-Down Process of a Pump Turbine Motor-Generator“. In: *Tanzania Journal of Engineering and Technology* 20.3 (1996).
- [14] Karl Mondl. „Untersuchung der Ausblasvorgänge in Pumpturbinen“. In: *TU Wien* (2017).
- [15] Deutsches Institut für Normung. „DIN 40110 - Wechselstromgrößen“. In: (1994).
- [16] Hartwig Petermann. *Allgemeines*. In: *Einführung in die Strömungsmaschinen*. Hochschultext. New York, NY: Springer, Dez. 1974. DOI: 10.1007/978-3-662-06883-0.
- [17] Jose Sarasua u. a. „Dynamic response and governor tuning of a long penstock pumped-storage hydropower plant equipped with a pump-turbine and a doubly fed induction generator“. In: *Energy Conversion and Management* 106 (2015), S. 151–164. DOI: 10.1016/j.enconman.2015.09.030.
- [18] Florian Senn u. a. „PIV als experimentelle Methode für die Erklärung der S-Schlag Instabilität von Pumpturbinen“. In: (Sep. 2013).
- [19] Herbert Sigloch. *Technische Fluidmechanik*. 10. Aufl. Berlin, Germany: Springer, Sep. 2017. ISBN: 978-3-540-44635-4.
- [20] Angus R Simpson und Angela Marchi. „Evaluating the approximation of the affinity laws and improving the efficiency estimate for variable speed pumps“. In: *J Hydraul Eng* 139.12 (Dez. 2013), S. 1314–1317. DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000776.
- [21] Thomas Staubli, Florian Senn und Manfred Sallaberger. „Instability of pump-turbines during start-up in turbine mode“. In: *Hydro 2008* (2008), S. 6–8.
- [22] Dominik Surek und Silke Stempin. „Stationäre inkompressible Strömung; Hydrodynamik“. In: *Technische Strömungsmechanik: Für Studium, Examen und Praxis*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, S. 43–159. DOI: 10.1007/978-3-658-06062-6_3.
- [23] Naser Mahdavi Tabatabaei, Nicu Bizon und Frede Blaabjerg, Hrsg. *Reactive Power Compensation in AC Power Systems*. In: *Reactive power control in AC power systems*. Power systems. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-51118-4.
- [24] David Valentín u. a. „Synchronous condenser operation in Francis turbines: Effects in the runner stress and machine vibration“. In: *Renewable Energy* 146 (2020), S. 890–900. ISSN: 0960-1481. DOI: 10.1016/j.renene.2019.07.041.
- [25] David Valentín u. a. „Synchronous condenser operation in Francis turbines: Effects in the runner stress and machine vibration“. In: *Renewable Energy* 146 (2020), S. 890–900. DOI: 10.1016/j.renene.2019.07.041.

- [26] U Voigt. „The 265 MW variable speed pumpturbine units of PSPP Goldisthal. Components, mode of operation, ancillary services“. In: *VGB Powertech* 85 (2005).
- [27] Slobodan Vukosavic. *Induction Machines*. In: *Electrical Machines*. 2012. Aufl. Power Electronics and Power Systems. New York, NY: Springer, Okt. 2012. DOI: 10.1007/978-1-4614-0400-2.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Typischer Tagesverlauf des Leistungsbedarfs im Stromnetz [6, S. 55]	3
2.2	Arten von Wasserkraftwerken [7]	4
2.3	Pelton-turbine [7]	5
2.4	Kaplan-turbine [7]	5
2.5	Francis-turbine [7]	6
2.6	Leitapparat einer Francis-turbine	6
2.7	Betriebsbereiche von Wasserturbinen [10, S. 578]	7
2.8	Charakteristische Kenngrößen von Strömungsmaschinen (S: Saugstutzen, D: Druckstutzen)	7
2.9	Prinzipskizze eines Pumpspeicherkraftwerks ausgeführt als Dreimaschinensatz mit Motor-Generator MG, Pumpe P und Turbine T	10
2.10	Prinzipskizze eines Pumpspeicherkraftwerks ausgeführt als Zweimaschinensatz mit Motor-Generator MG und Pumpturbine PT	11
2.11	Vier-Quadranten-Kennlinie bei unterschiedlichen Leitapparatöffnungen a_i [2, S. 218]	12
2.12	Wirkungsgrad im Turbinenbetrieb [6, S. 524]	13
2.13	Ausblasen einer Francis-turbine im Querschnitt; nach [24]	14
2.14	Phasenverschiebung	15
2.15	Leistungsdreieck	16
2.16	Blindleistungskompensation	16
2.17	Blindleistungskompensation im Zeigerdiagramm	17
2.18	Dynamische Blindleistungskompensation [8, S.]	17
2.19	Fremderregte Synchronmaschine als Innen-Schenkelpolmaschine mit Polpaarzahl $p = 1$	18
2.20	Rotoren von Asynchronmaschinen	20
3.1	R&I-Fließschema der Anlage	23
3.2	Instrumentierung der Pumpturbine	24
4.1	Experimentell ermittelte Q_n -Kennlinien	26
4.2	Experimentell ermittelte T_n -Kennlinien	27
4.3	Simulationsmodell der Versuchsanlage; Blau: Simscape Isothermal Liquid (Wasser), Magenta: Simscape Gas (Luft), Hellgrün: Simscape Mechanical Rotation, Dunkelgrün: Simscape Mechanical Translation, Orange: Simscape Thermal, Braun: Simscape Physical Signals, Schwarz: Simulink Signals	28
4.4	Wasserspiegel im Laufradgehäuse	29

4.5	Subsystem der Ausblasvorrichtung	30
4.6	Benutzerdefinierter Simscape-Block <code>Pumpturbine.ssc</code>	30
4.7	Wirkungsgrade der verschiedenen Leitapparatöffnungen über die Drehzahl	32
4.8	Messdaten der an der Pumpturbine anliegenden Fallhöhen bei verschiedenen Leitapparatöffnungen über die Drehzahl	33
4.9	Regelung der Speisepumpe in Simulink	34
4.10	Sprungantworten des PID-Reglers	34
4.11	Benutzerdefinierter Simscape-Block <code>Leitapparat.ssc</code>	36
4.12	Schräg angeströmte Rohröffnung mit Öffnungswinkel $90^\circ - \delta$	36
4.13	Vereinfachte Leitschaufelgeometrie	36
4.14	Leitapparat mit den um den Umfang verteilten Leitschaufelöffnungen der Breite a und der Höhe h_{LA}	37
4.15	Unstetige Querschnittsverengung	37
4.16	Widerstandsbeiwert ζ für eine unstetige Querschnittsverengung als Funktion des Querschnittsverhältnisses $m = A_2/A_1$; nach [19]	38
4.17	Wasserspiegeln in der Pumpturbine	39
4.18	Regelung des Ausblasvorgangs	40
4.19	Leitapparat mit Entlüftung bei geöffnetem Leitapparat	42
4.20	Ventilkennlinie Kugelhahn Erhard DN 300 PN 16 laut Datenblatt	43
4.21	Approximation (rote Kurve) im Vergleich zu den Herstellerdaten (blaue Punkte)	44
4.22	Benutzerdefinierter Simscape-Block <code>Kugelhahn.ssc</code>	45
4.23	PT1-Glied mit Zeitkonstante τ	45
4.24	Drehmomentenverläufe mit und ohne Verzögerungsglied; numerisches Artefakt bei $t = 50$ s	46
4.25	Baumstruktur der Simulationsprogramme	46
4.26	Matlab-App <code>Bedienpanel.mlapp</code>	47
4.27	Subsystem Drehzahlregelung	48
4.28	Simulink Programm <code>PT_manuell.slx</code>	48
4.29	Simulink Programm <code>PT_Regler.slx</code>	49
5.1	Qn-Kennlinien mit konstantem Wirkungsgrad $\eta = 0.3$	51
5.2	Qn-Kennlinie mit Berücksichtigung des Wirkungsgrads $\eta(n)$	52
5.3	Relativer Fehler des Simulierten Durchsatzes im Vergleich zu den Messwerten bei den Leitapparatöffnungen $a = [6 \text{ mm}, 10 \text{ mm}, 14 \text{ mm}]$	53
5.4	Vergleich der Tn-Kennlinien aus experimentellen Werten mit den simulierten Kennlinien für verschiedene Leitapparatöffnungen	54
5.5	Multi-Plot: Hochfahren des Motor-Generators auf $n = -850 \text{ min}^{-1}$ mit $a = 6 \text{ mm}$ und $t_{\text{sim}} = 60 \text{ s}$	55
5.6	Multi-Plot: Manuelles Ausblasen mit $n = -800 \text{ min}^{-1}$ und $a = 0 \text{ mm}$	56
5.7	Multi-Plot: Manuelles Ausblasen mit $n = -800 \text{ min}^{-1}$ und $a = 0 \text{ mm}$	57

Tabellenverzeichnis

2.1	Betriebsbereiche im Vier-Quadranten-Kennlinienfeld	13
3.1	Technische Daten der Pumpturbine [12]	22
4.1	Reglerparameter für die Speisepumpe	35
4.2	Wasserspiegel der Pumpturbine	40
4.3	Reglerparameter für den Ausblasvorgang	41
4.4	Koeffizienten	44
A.1	Bezeichnung der Sensoren	66

A Anhang

A.1 Sensoren der Versuchsanlage

Tabelle A.1: Bezeichnung der Sensoren

Nr	Sensor-Bezeichnung	Ort/Beschreibung	Messgröße	Slot	Modul	Pin	Klemme	SPS-Bezeichnung	Bemerkung
NI-01	PT100	nicht verbunden	Temp	1	NI 9217	ai0-3	X15	-	liegt am Saugrohr
NI-02	Emko ETE-M08-L050-K04 (PT100)	Einblasttemperatur	Temp	1	NI 9217	ai5-7	X15	-	
NI-03	ETM 375 M - piezoresistiv 3,5bar	nicht verbunden	Druck (hochfrequent)	3	NI 9215	ai0-1	X11	-	weiße Box am Saugrohr
NI-04	ETM 375 M - piezoresistiv 3,5bar	nicht verbunden	Druck (hochfrequent)	3	NI 9216	ai2-3	X11	-	weiße Box am Saugrohr
NI-05	ETM 375 M - piezoresistiv 3,5bar	nicht verbunden	Druck (hochfrequent)	3	NI 9217	ai4-5	X11	-	weiße Box am Saugrohr
NI-06	ETM 375 M - piezoresistiv 3,5bar	nicht verbunden	Druck (hochfrequent)	3	NI 9218	ai6-7	X11	-	weiße Box am Saugrohr
NI-07	Relais-Ansteuerung	Magnetventil Spiralentlastung	DO	4	NI 9485	do0-1	X13 / X18	-	keine Messung
NI-08	Relais-Ansteuerung	Magnetventil Ausblasen	DO	4	NI 9485	do2-3	X13 / X18	-	keine Messung
NI-09	E+H Cerabar M	Saugrohr im UWK ("Tailrace")	Druck	5	NI 9203	ai0	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-10	E+H Cerabar M	Saugrohr ("DT_Foot")	Druck	5	NI 9203	ai1	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-11	E+H Cerabar M	Saugrohr Komus ("DT")	Druck	5	NI 9203	ai2	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-12	E+H Cerabar M	Radsseitenraum Kranzseitig (SSiC1')	Druck	5	NI 9203	ai3	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-13	E+H Cerabar M	Radsseitenraum Nabenseitig (SSiC2')	Druck	5	NI 9203	ai4	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-14	E+H Cerabar M	Turbineintritt ("Head p')	Druck	5	NI 9203	ai5	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-15	E+H Cerabar M	zw Kugelhahn und OWK ("Headwater")	Druck	5	NI 9203	ai6	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-16	E+H Cerabar M	Einblasdruck	Druck	5	NI 9203	ai7	X12	-	Ring-Sammeldruck
NI-17	-	nicht verb. - Diff.druck TR-Hp ("Head DP")	Druckdifferenz	6	NI 9203	ai0	X13	-	
NI-18	E+H Deltabar M	Achsschub	Druckdifferenz	6	NI 9203	ai1	X13	-	
NI-19	-	nicht verbunden	Druckdifferenz	6	NI 9203	ai2	X13	-	
NI-20	Krohne H250	Ausblasvorrichtung ("Rotameter")	Durchfluss	6	NI 9203	ai3	X13	-	
NI-21	Promag 53	Hauptkreislauf ("Durchfluss")	Durchfluss	7	NI 9203	ai0	X15	-	
NI-22	Promag 50	Spaltwasser UWK ("MID1")	Durchfluss	7	NI 9203	ai1	X15	-	
NI-23	Promag 10	Pumpe Wasserlager ("MID3")	Durchfluss	7	NI 9203	ai2	X15	-	
NI-24	Promag 10	Ausgleichstank ("MID2")	Durchfluss	7	NI 9203	ai3	X15	-	
QX-05	HBM SmartTorque - T1254	Welle	Drehmoment	-	-	-	X14	-	QuantumX-5
QX-06	HBM SmartTorque - T1254	Welle	Drehzahl	-	-	-	X14	-	QuantumX-6
QX-07	HBM Kraftaufnehmer - UI	Hebelarm an Welle (Kraft -> Reibmoment)	Kraft	-	-	-	X16	-	QuantumX-7
QX-08	Drehgeber ARS60-AA08192	Leitschaukeln	Winkel	-	-	-	X16	-	QuantumX-8
PC-01	XTM Kulite - CH 0	Konus	Druck (hochfrequent)	-	-	-	-	-	PC-Messung
PC-02	XTM Kulite - CH 11: P2235	Konus	Druck (hochfrequent)	-	-	-	-	-	PC-Messung
PC-03	XTM Kulite - CH 2: O2251	Konus	Druck (hochfrequent)	-	-	-	-	-	PC-Messung
PC-04	XTM Kulite - CH10: O2253	Konus	Druck (hochfrequent)	-	-	-	-	-	PC-Messung
PC-05	XTM Kulite - CH12: O2281	Konus	Druck (hochfrequent)	-	-	-	-	-	PC-Messung
PC-06	XTM Kulite - CH17: T2088	Konus	Druck (hochfrequent)	-	-	-	-	-	PC-Messung
E01.1 54W1	E+H Liquiphant - FTL31	Hydraulik-Öltank im Keller	Füllstand	-	-	-	-	-	Hydraulik Öl-Niveau
E01.1 55W1	E+H Liquiphant - FTL31	Ausgleichstank	Füllstand	-	-	-	-	-	Niveau-Überwachung OWK
E01.1 56	Gefran Magneto-resistiver Geber	Linearantrieb Leitapparatverstellung	BOOL	-	-	-	-	-	MSS Leitapparatverstellung
E01.1 57	Gefran Magneto-resistiver Geber	Linearantrieb Leitapparatverstellung	Winkel	-	-	-	-	-	PTP Leitapparatverstellung IW
E01.1 57	Gefran Magneto-resistiver Geber	Linearantrieb Leitapparatverstellung	Winkelgeschw	-	-	-	-	-	PTP Leitapparatverstellung Geschw.
E01.1 58W1	Gefran Magneto-resistiver Geber	Linearantrieb Leitapparatverstellung	BOOL	-	-	-	-	-	Leitapparatverstellung Störung/Fehler
E01.1 58W1	Gefran Magneto-resistiver Geber	Linearantrieb Leitapparatverstellung	BOOL	-	-	-	-	-	Leitapparatverstellung Betrieb
E01.1 58W1	Gefran Magneto-resistiver Geber	Linearantrieb Leitapparatverstellung	BOOL	-	-	-	-	-	Leitapparatverstellung in Position
E01.1 59 W1	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck ND-Pumpe druckseitig
E01.1 59 W2	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck ND-Pumpe saugseitig
E01.1 60 W1	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck NM-Pumpe druckseitig
E01.1 60 W2	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck NM-Pumpe saugseitig
E01.1 61 W1	-	neben Kalibriertank	Füllstand	-	-	-	-	-	Niveau Tiefbecken
E01.1 62W1	E+H TMR 31	Tiefbecken	Temp	-	-	-	-	-	Temperatur 1 Tiefbecken
E01.1 62W2	E+H TMR 31	Tiefbecken	Temp	-	-	-	-	-	Temperatur 2 Tiefbecken
E01.1 64W1	E+H Liquiphant T - FMI 21	Ausgleichstank	Füllstand	-	-	-	-	-	Niveau Ausgleichsbehälter
E01.1 64W2	E+H Deltabar M - PMD55	Steigrohr UWK	Druckdifferenz	-	-	-	-	-	Niveau Unterwasserkessel
E01.1 65W1	E+H Cerabar T - PMC131	oben am Oberwasserkessel	Druck	-	-	-	-	-	Druck Pumperturbinenprüfstand
E01.1 65W2	E+H Cerabar T - PMC131	oben am Unterwasserkessel	Druck	-	-	-	-	-	Druck Pumperturbinenprüfstand
E01.1 66	E+H TMR 31	UWK Unterseite	Temp	-	-	-	-	-	Temperatur Unterwasserkessel
E01.1 67 W1	TURCK PS250R-501	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Überwachung Hydraulik
E01.1 67 W2	E+H TMR 31	Keller	Temp	-	-	-	-	-	Überwachung Hydraulik
E01.1 68 W1	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck HD-Pumpe 1 Druckseite
E01.1 68 W2	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck HD-Pumpe 1 Saugseite
E01.1 69 W1	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck HD-Pumpe 2 Druckseite
E01.1 69 W2	E+H Cerabar T - PMC131	Keller	Druck	-	-	-	-	-	Druck HD-Pumpe 2 Saugseite
E01.1 70	Näherungssensor induktiv	einer der 2 Näherungssensoren	BOOL	-	-	-	-	-	Drehzahlüberwachung Pumperturbine
E01.1 71 W1	Näherungssensor induktiv	Keller	BOOL	-	-	-	-	-	Drehzahlüberwachung ND-Pumpe
E01.1 72 W1	Näherungssensor induktiv	Keller	BOOL	-	-	-	-	-	Drehzahlüberwachung MD-Pumpe
E01.1 74	Druckschalter 0-16bar	Wasserlager-Pumpe	BOOL	-	-	-	-	-	Drucküberwach. Wasserlager-Pumpe
E01.1 75	MSS Antrieb Fremdlüfter	Fremdlüfter	BOOL	-	-	-	-	-	Fremdlüfter Pumperturbine

A.2 Programmcodes

Die Main-Routine PT_main.m

```

1  % Geometrie der Pumpturbine
2  z_LA = 20; % 1 (Anzahl Leitschaufeln)
3  h_LA = 0.05277; % m (Hoehe Leitschaufeln)
4  a_Spalt = 0.0001; % m (bleibender Spalt bei geschlossenem Leitapparat)
5  D_LR = 0.4875; % m (Laufreddurchmesser)
6  a_max = 0.034; % m (max. Leitapparatoeffnung)
7  b_LA = D_LR*pi/z_LA; % m (Breite der Leitschaufeln)
8
9  % Konstanten
10 p_atm = 101325; % Pa
11 g = 9.81; % m/s2
12 rho_water = 997; % kg/m3
13
14 % Wasserspiegel bzgl. Ausblasvorgang
15 h_voll = 0.807; % m (Wasserspiegel Laufrad voll)
16 h_ausgebl = 0.639; % m (Wasserspiegel Laufrad ausgeblasen)
17 h_krit = 0.25; % m (kritischer Wasserspiegel - willkuerlich)
18
19 % Reglerparameter Druckregelung Speisepumpe
20 Kp_SP = 0.9;
21 Tn_SP = 1.3;
22 Tv_SP = 0;
23 T_SP = 0.01;
24
25 % sonstige Parameter
26 h0_UWK = 2; % m (Wasserspiegel UWK)
27 tau = 0.5; % s (Zeitkonstante Drehmoment)
28
29 % Kv-Koeffizienten fuer Kugelhahn laden
30 load('Kv_Kugelhahn.mat')
31
32 % experimentelle Daten laden
33 load('Kennlinien_Pn.mat');
34 load('Kennlinien_Tn.mat');
35 load('Kennlinien_Qn.mat');
36
37 % Wirkungsgradkennlinien laden
38 load('Kennlinien_eta_n.mat');
39 load('Kennlinien_eta_Q.mat');
40
41 % for plotting
42 Qn_time = cell(length(a_list), 1);
43 Qn_val = cell(length(a_list), 1);
44 Tn_time = cell(length(a_list), 1);
45 Tn_val = cell(length(a_list), 1);
46 Tn_val_scale = cell(length(a_list), 1);
47 Qn_val_scale = cell(length(a_list), 1);
48
49 n_scale = cell(length(a_list), 1);
50
51 steps = 1 * t_sim;
52
53 t_lin = linspace(1, t_sim, steps);
54 n_lin = linspace(n_min, -n_min, steps);
55
56
57 %% Simulation verschiedener Leitapparatoeffnungen
58 tic
59 plotNr = 0;
60
61 for a = a_list
62     plotNr = plotNr + 1;
63
64     if exist('simNr', 'var')
65         simNr = simNr + 1;
66     else
67         simNr = 1;
68     end
69
70     a_idx = find(a_list == a);
71
72     fprintf('\n----- Simulation Nr. %i ----- \n', simNr)
73     fprintf('a = %0.3fm \n', a)
74

```

```

75 % Warnung
76 if a > 0 && ((t_ein < t_sim && t_ein_dur > 0 && p_ein > 0) || mode == 'R') && mode ~= 'A'
77     warning('Ausblasen bei geoeffnetem Leitapparat - Druckluft entweicht aus dem Laufradraum!')
78 end
79
80 % Simulationsmodus
81 if mode == 'M'
82     simOut = sim('PT_manuell');
83 elseif mode == 'R'
84     simOut = sim('PT_Regler');
85 elseif mode == 'A'
86     % wenn Ausblasen AUS, Ausblaszeitpunkt nach Simulation (findet nicht statt)
87     t_ein = t_sim * 2;
88     simOut = sim('PT_manuell');
89 end
90
91 if any(simOut.h_Laufrad.signals.values(:) < h_krit)
92     warning('Ausblasen: Kritischer Wasserspiegel erreicht! Die Luft entweicht moeglicherweise in
93         den Unterwassertank.')
94 end
95
96 Qn_time{plotNr} = simOut.Q.time;
97 Qn_val {plotNr} = simOut.Q.signals.values;
98
99 Tn_time{plotNr} = simOut.T.time;
100 Tn_val {plotNr} = simOut.T.signals.values;
101
102 A = repmat(Qn_time{plotNr}, [1 length(t_lin)]);
103 [~, closestIndex] = min(abs(A - t_lin));
104 Qn_val_scale{plotNr} = Qn_val{plotNr}(closestIndex);
105
106 A = repmat(Tn_time{plotNr}, [1 length(t_lin)]);
107 [minValue, closestIndex] = min(abs(A - t_lin));
108 Tn_val_scale{plotNr} = Tn_val{plotNr}(closestIndex);
109
110 n_scale{plotNr} = simOut.rpm.signals.values * 30 / pi;
111 end
112 toc
113
114 fprintf('Simulation completed. \n\n')
115
116
117 % Aufrufen des Plot-Programms im 'base'-workspace
118 evalin('base', 'PT_plot')
```

Das Plotting-Skript PT_plot.m

```

1 %% Qn-Kennlinie - PLOT
2 if plot_Qn
3     disp('Plot: Qn-Kennlinie')
4     load T_ED_0.mat
5
6     figure('Name', 'Qn-Kennlinie', 'NumberTitle', 'off')
7     hold on
8     xline(0, 'HandleVisibility', 'off')
9     yline(0, 'HandleVisibility', 'off')
10    xlim([n_min, n_max])
11
12    % Simulationsdaten
13    for i = 1:length(a_list)
14        plot(n_scale{i}, Qn_val{i}, 'HandleVisibility', 'on')
15    end
16
17    % experimentelle Daten
18    scatter(Qn6(:, 1), Qn6(:, 2), 10, 'filled', 'MarkerFaceColor', [0, 0.4470, 0.7410]) % klassische
19        Matlab-Farben
20    scatter(Qn10(:, 1), Qn10(:, 2), 10, 'filled', 'MarkerFaceColor', [0.8500, 0.3250, 0.0980])
21    scatter(Qn14(:, 1), Qn14(:, 2), 10, 'filled', 'MarkerFaceColor', [0.9290, 0.6940, 0.1250])
22
23    % T = 0 ... runaway curve
24    fitplot = plot(TO_fit, 'k--', TO_data(:,1), TO_data(:,2));
25    delete(fitplot(1));
26
27    legend('a = 6mm (Simulation)', 'a = 10mm (Simulation)', 'a = 14mm (Simulation)', ...
28        'a = 6mm (Messdaten)', 'a = 10mm (Messdaten)', 'a = 14mm (Messdaten)', 'T_{ED} = 0')
29    xlabel('n in U/min')
30    ylabel('Q in m^3/s')
31 end
32 %% Fehlerabschaetzung Qn-Kennlinie - PLOT
33 if plot_fehler
34     disp('Plot: Fehlerabschaetzung Qn-Kennlinie')
35 end
```

```

36 % Vergleich nur moeglich mit experimentellen Daten a = [0.006, 0.01, 0.014]
37 a_experiment = [0.006, 0.01, 0.014];
38 if not ( isequal(a_list, a_experiment))
39     error('u:stuffed:it', ...
40         ['Die Simulationsergebnisse werden mit den Versuchsdaten verglichen. \n', ...
41          'Diese liegen nur fuer folgende Leitapparatoeffnungen vor:\n', ...
42          'Bitte a = [0.006, 0.01, 0.014] waehlen'])
43 end
44
45 Qn_list = cell(length(a_list), 1);
46 Qn_list{1} = Qn6;
47 Qn_list{2} = Qn10;
48 Qn_list{3} = Qn14;
49 Qn_relFehler = cell(length(a_list), 1);
50
51 figure('Name', 'Fehler Qn-Kennlinie', 'NumberTitle', 'off', 'Position', [400 0 500 800])
52 tiledlayout(3, 1, 'Padding', 'None')
53
54 for i = 1:length(a_list)
55
56     A = repmat(n_lin, [1 length(Qn_list{i}(:, 1))]);
57     [minValue, closestIndex] = min(abs(A - Qn_list{i}(:, 1)));
58
59     Qn_sim = Qn_val_scale{i};
60     Qn_exp = Qn_list{i}(closestIndex, 2);
61
62     Qn_relFehler{i} = (Qn_sim - Qn_exp(1:t_sim)) ./ max(Qn_exp(1:t_sim)) * 100;
63
64     nexttile
65     title('a = ' + string(a_list(i)*1000) + 'mm')
66     xlabel('n in U/min')
67     hold on
68     yyaxis left
69     ylabel('Q in m^3/s')
70     ylim([-0.25, 0.2])
71     plot(Qn_sim)
72     plot(Qn_exp(1:t_sim), 'r--')
73
74     yyaxis right
75     ax = gca;
76     ax.YAxis(2).Color = 'r';
77     ylabel('rel. Fehler in %')
78     plot(Qn_relFehler{i}, 'r', 'LineWidth', 1)
79     ylim([-100, 100])
80     yline(0, 'r', 'HandleVisibility', 'off')
81     yline(20, 'r--', 'HandleVisibility', 'on')
82     yline(-20, 'r--', 'HandleVisibility', 'off')
83     xticks(linspace(0, t_sim, 9))
84     xticklabels(linspace(n_min, abs(n_min), 9))
85     legend('Simulation', 'Messwerte', 'rel. Fehler', '$\pm 20\%$ Fehler', 'Interpreter', 'latex',
86           Location,'eastoutside')
87 end
88
89 %% Multi Plot
90 if plot_multi
91     disp('Plot: Multi')
92
93     % Luftverbrauch des Ausblasvorgangs berechnen und ausgeben
94     if mode == 'M' || mode == 'R'
95         disp('Luftverbrauch (kg):')
96         mLuft = simOut.mL.Data(end);
97         disp(mLuft)
98     end
99
100     % --- PLOTS ---
101     figure('Name', 'Multi-Plot', 'NumberTitle', 'off', 'Position', [400 0 1000 700])
102     tiledlayout(3,3)
103
104     nexttile
105     n_MG = simOut.rpm.signals.values * 30 / pi;
106     plot(simOut.rpm.time, n_MG)
107     title('Drehzahl Motor-Generator')
108     xlabel('Zeit in s')
109     ylabel('n in U/min')
110
111     nexttile
112     plot(simOut.delta_h.time, simOut.delta_h.signals.values)
113     title('Fallhoehe')
114     xlabel('Zeit in s')
115     ylabel('h in m')
116
117     nexttile
118     Qn_time = simOut.Q.time;

```

```

119 Qn_value = simOut.Q.signals.values;
120 plot(Qn_time, Qn_value*1000)
121 title('Volumenstrom Wasser')
122 xlabel('Zeit in s')
123 ylabel('Q in l/s')
124 yline(0)
125
126 nexttile
127 plot(simOut.Schaltzyklus.time, simOut.Schaltzyklus.signals.values)
128 title('Schaltzyklus Einblasventil')
129 xlabel('Zeit in s')
130 ylabel('Ventilhub 0 ... 1')
131 ylim([0, 1.2])
132
133 nexttile
134 plot(simOut.mdot_Luft.time, simOut.mdot_Luft.signals.values)
135 title('Massenstrom Luft')
136 xlabel('Zeit in s')
137 ylabel('mdot in kg/s')
138
139 nexttile
140 plot(simOut.h_Laufrad.time, simOut.h_Laufrad.signals.values)
141 title('Wasserspiegel im Laufradraum')
142 xlabel('Zeit in s')
143 ylabel('h_{LR} in m')
144 yline(h_voll, '---')
145 yline(h_ausgebl, '---')
146 yline(h_krit, 'r--')
147 ylim([-0.1, h_voll*1.3])
148 text(0.95*t_sim, h_voll+0.05, 'voll', 'FontSize', 7, 'HorizontalAlignment', 'right')
149 text(0.95*t_sim, h_ausgebl+0.05, 'ausgeblasen', 'FontSize', 7, 'HorizontalAlignment', 'right')
150 text(0.95*t_sim, h_krit+0.05, 'kritisch', 'FontSize', 7, 'HorizontalAlignment', 'right', 'Color', 'r')
151
152 nexttile
153 plot(simOut.T.time, simOut.T.signals.values)
154 title('Drehmoment')
155 xlabel('Zeit in s')
156 ylabel('T in Nm')
157 yline(0)
158
159 nexttile
160 P = simOut.T.signals.values .* simOut.rpm.signals.values / 1000;
161 plot(simOut.rpm.time, P)
162 title('Wellenleistung')
163 xlabel('Zeit in s')
164 ylabel('P in kW')
165 yline(0)
166 end
167
168 %% Tn-Kennlinie - PLOT
169 if plot_Tn
170     disp('Plot: Tn-Kennlinie')
171
172     figure('Name', 'Tn-Kennlinie', 'NumberTitle', 'off')
173     hold on
174     xlabel('n in U/min')
175     ylabel('T in Nm')
176     xline(0, 'HandleVisibility', 'off')
177     yline(0, 'HandleVisibility', 'off')
178     xlim([n_min, n_max])
179
180     for i = 1:length(a_list)
181         plot(n_scale{i}, Tn_val{i})
182     end
183
184     scatter(Tn6(:, 1), Tn6(:, 2), 10, 'filled', 'MarkerFaceColor', [0, 0.4470, 0.7410]);
185     scatter(Tn10(:, 1), Tn10(:, 2), 10, 'filled', 'MarkerFaceColor', [0.8500, 0.3250, 0.0980]);
186     scatter(Tn14(:, 1), Tn14(:, 2), 10, 'filled', 'MarkerFaceColor', [0.9290, 0.6940, 0.1250]);
187
188     legend('a = 6mm (Simulation)', 'a = 10mm (Simulation)', 'a = 14mm (Simulation)', ...
189           'a = 6mm (Messdaten)', 'a = 10mm (Messdaten)', 'a = 14mm (Messdaten)')
190 end

```

Der Simscape-Block Pumpturbine.ssc

```

1 component Pumpturbine
2
3 nodes
4     A = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % A:left
5     B = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % B:right
6     R = foundation.mechanical.rotational.rotational; % R:top
7     C = foundation.mechanical.rotational.rotational; % C:bottom
8 end

```



```

9
10 inputs
11     a = {0.014, 'm'}; % a
12     h_LR = {0.4, 'm'}; % h_LR
13 end
14
15 outputs
16     T = {0, 'N*m'}; % T
17 end
18
19 annotations
20     a : Side = left;
21     h_LR : Side = left;
22     Icon = 'custom_PT.jpg';
23 end
24
25 parameters
26     % Geometrien
27     h_LR_voll = {0, 'm'};
28     h_LR_ausgeblasen = {0, 'm'};
29
30     % Tn-Kennlinie
31     n6 = {0, '1/min'};
32     n10 = {0, '1/min'};
33     n14 = {0, '1/min'};
34     T6 = {0, 'N*m'};
35     T10 = {0, 'N*m'};
36     T14 = {0, 'N*m'};
37
38     % eta-n Kenlinie (Wirkungsgrad)
39     n6_WG = {0, '1/min'};
40     n10_WG = {0, '1/min'};
41     n14_WG = {0, '1/min'};
42     eta6_WG = {0, '1'};
43     eta10_WG = {0, '1'};
44     eta14_WG = {0, '1'};
45 end
46
47 variables
48     w = {0, 'rad/s'}; % Winkelgeschwindigkeit
49     n = {0, '1/min'}; % Drehzahl
50     t = {0, 'N*m'}; % Drehmoment
51     mdot = {0, 'kg/s'}; % Massenstrom
52     p_diff = {0, 'Pa'}; % Druckdifferenz
53     t1 = {0, 'N*m'};
54     t2 = {0, 'N*m'};
55     eta1 = {1, '1'};
56     eta2 = {1, '1'};
57     eta = {1, '1'};
58     Q = {0, 'm^3/s'}; % Durchfluss dimensionslos
59 end
60
61 intermediates
62     rho = {997, 'kg/m^3'};
63     g = {9.81, 'm/s^2'};
64 end
65
66 % relationship between the Through variables and the nodes
67 branches
68     mdot : A.mdot -> B.mdot;
69     t : R.t -> C.t;
70 end
71
72 equations
73     % Winkelgeschwindigkeit
74     w == R.w;
75
76     % Drehzahl
77     n == w * {30/pi, 's/rad/min'};
78
79     % Durchfluss dimensionslos
80     Q == mdot / rho;
81
82     % Drehmoment und Wirkungsgrad Kennlinien
83     if a > {0.014, 'm'}
84
85         % t1, t2, eta1, eta2 muessen definiert sein damit die Anzahl der
86         % Gleichungen in allen if-Zweigen gleich ist
87         t1 == 0;
88         t2 == 0;
89         eta1 == 0;
90         eta2 == 0;
91
92         t == tablelookup(n14, T14, n, interpolation=linear, extrapolation=linear);

```

A Anhang

```
93     eta == tablelookup(n14_WG, eta14_WG, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
94
95     elseif a <= {0.014, 'm'} && a > {0.01, 'm'}
96         t1 == tablelookup(n14, T14, n, interpolation=linear, extrapolation=linear);
97         t2 == tablelookup(n10, T10, n, interpolation=linear, extrapolation=linear);
98
99         eta1 == tablelookup(n14_WG, eta14_WG, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
100        eta2 == tablelookup(n10_WG, eta10_WG, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
101
102        % lineare interpolation
103        t == (t2*({0.014, 'm'} - a) + t1*(a - {0.01, 'm'})) / ({0.014, 'm'} - {0.01, 'm'});
104        eta == (eta2*({0.014, 'm'} - a) + eta1*(a - {0.01, 'm'})) / ({0.014, 'm'} - {0.01, 'm'});
105
106    elseif a <= {0.01, 'm'} && a > {0.006, 'm'}
107        t1 == tablelookup(n10, T10, n, interpolation=linear, extrapolation=linear);
108        t2 == tablelookup(n6, T6, n, interpolation=linear, extrapolation=linear);
109
110        eta1 == tablelookup(n10_WG, eta10_WG, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
111        eta2 == tablelookup(n6_WG, eta6_WG, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
112
113        % lineare interpolation
114        t == (t2*({0.010, 'm'} - a) + t1*(a - {0.006, 'm'})) / ({0.010, 'm'} - {0.006, 'm'});
115        eta == (eta2*({0.010, 'm'} - a) + eta1*(a - {0.006, 'm'})) / ({0.010, 'm'} - {0.006, 'm'});
116
117    else % a < 6mm
118        eta1 == 0;
119        eta2 == 0;
120
121        t1 == tablelookup(n6, T6, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
122        t2 == 0;
123
124        % lineare interpolation
125        t == t1 * a / {0.006, 'm'};
126
127        eta == tablelookup(n6_WG, eta6_WG, n, interpolation=linear, extrapolation=nearest);
128
129    end
130
131    % Zuweisung Output
132    T == (h_LR - h_LR_ausgeblasen) / (h_LR_voll - h_LR_ausgeblasen) * t;
133
134    % erzeugte Druckdifferenz
135    p_diff == eta * {100, 'Pa*s^2/rad^2'} * (w - {8, 'rad/s'})^2; % eta statt 0.3
136
137    % Zuweisung Output
138    B.p - A.p == p_diff;
139
140 end
```

Der Simscape-Block Leitapparat.ssc

```
1 component Leitapparat
2
3 nodes
4     A = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % A:left
5     B = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % B:right
6 end
7
8 inputs
9     a = {0.014, 'm'}; % a
10 end
11
12 parameters
13     z = {20, '1'}; % Anz. Leitschaufeln
14     h = {0.05277, 'm'}; % Leitschaufelhoehoe
15     b = {0.0766, 'm'}; % Leitschaufelbreite
16     D_LR = {0.4875, 'm'}; % Laufraddurchmesser
17     a_Spalt = {0.0001, 'm'};
18     rho = {997, 'kg/m^3'};
19 end
20
21 annotations
22     Icon = 'Leitschaufeln.jpg';
23 end
24
25 variables
26     mdot = {0, 'kg/s'}; % Massenstrom Wasser
27     zeta1 = {0, '1'}; % Druckverlustbeiwert1
28     zeta2 = {0, '1'}; % Druckverlustbeiwert2
29     p_diff = {0, 'Pa'}; % Druckdifferenz Wasser
30     delta = {0, 'rad'}; % Leitschaufelwinkel
31 end
32
33 % relationship between the Through variables and the nodes
```

```

34     branches
35         mdot : A.mdot -> B.mdot;
36     end
37
38     equations
39         % Leitapparatoeffnung als Winkel
40         delta == pi/2 - acos(1 - a^2/(2*b^2));
41
42         % Druckverlustbeiwert
43         zeta1 == 0.5 * (1 - z*a/(D_LR * pi));
44         zeta2 == 0.5 + 0.3*sin(delta) + 0.2*sin(delta)^2;
45
46         % Druckabfall
47         p_diff == (zeta1 + zeta2) / (2 * rho * z^2 * h^2 * (a+a_Spalt)^2) * mdot * abs(mdot);
48
49         A.p - B.p == p_diff;
50
51     end
52
53 end

```

Der Simscape-Block Stroemungswiderstand.ssc

```

1  component Ausblasluft
2
3     nodes
4         A = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % A:left
5         B = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % B:right
6     end
7
8     parameters
9         h_LR_ausgeblasen = {0, 'm'};
10        h_voll           = {0, 'm'};
11    end
12
13    inputs
14        % Wasserspiegel im Laufrad
15        h_LR = {0.8, 'm'}; % h_LR
16    end
17
18    annotations
19        Icon = 'Ausblasluft.jpg';
20    end
21
22    variables
23        mdot = {0, 'kg/s'}; % Massenstrom
24        p_diff = {0, 'Pa'}; % Druckdifferenz
25    end
26
27    % relationship between the Through variables and the nodes
28    branches
29        mdot : A.mdot -> B.mdot;
30    end
31
32    equations
33        % Druckdifferenz
34        if h_LR >= h_LR_ausgeblasen
35            p_diff == {1e-10, 'Pa'};
36        %
37            p_diff == ((h_voll - h_LR_ausgeblasen) / (h_LR - h_LR_ausgeblasen + {0.001, 'm'}) - 1) *
38            mdot * abs(mdot) * {100, 's^2/kg^2*Pa'};
39        else
40            p_diff == {1e10, 'Pa*s^2/kg^2'} * mdot * abs(mdot);
41        end
42
43        A.p - B.p == p_diff;
44    end
45 end

```

Der Simscape-Block Kugelhahn.ssc

```

1  component Kugelhahn
2
3     nodes
4         A = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % A:left
5         B = foundation.isothermal_liquid.isothermal_liquid; % B:right
6     end
7
8     inputs
9         hub = {1, '1'}; % Hub
10    end
11
12    annotations
13        Icon = 'Kugelhahn.jpg';

```

A Anhang

```
14     hub : Side = top;
15     end
16
17     parameters
18         k = {zeros(9), '1'}; % Koeffizienten
19         rho = {997, 'kg/m^3'};
20     end
21
22     variables
23         mdot = {0, 'kg/s'}; % Massenstrom
24         p_diff = {0, 'Pa'}; % Druckdifferenz
25         Kv = {0, '1'}; % Durchflusskoeffizient
26     end
27
28     % relationship between the Through variables and the nodes
29     branches
30         mdot : A.mdot -> B.mdot;
31     end
32
33     equations
34         % Durchflusskoeffizient
35         Kv == k(1)*hub^8 + k(2)*hub^7 + k(3)*hub^6 + k(4)*hub^5 + k(5)*hub^4 + k(6)*hub^3 + k(7)*hub^2
36             + k(8)*hub^1 + k(9) + 1;
37
38         % Druckdifferenz
39         p_diff == abs(mdot) * mdot / ((Kv/{3600, 's/m^3'})^2 * rho) * {100, 'Pa*m^3/kg'};
40
41         A.p - B.p == p_diff;
42     end
43 end
```