

# DIPLOMARBEIT



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna University of Technology

trigami

Gewichtsminimierte, stützenfreie, weitgespannte Überdachung auf Basis eines ausgewählten Faltpatterns

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades  
einer Diplom-Ingenieurin  
unter der Leitung:

Dipl.-Ing. Dr. ZEYNEP AKSÖZ BALZAR  
E259-02  
ABTEILUNG TRAGWERKSPLANUNG UND INGENIEURHOLZBAU

eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Architektur und Raumplanung  
von

ANJA REITER, BSc  
01340189

Wien, am 20.05.2021

## Abstract

Ziel der Arbeit ist es eine faltstruktur als gewichtsminimierte, weitgespannte, stützenfreie Überdachung zu erstellen. Durch die dreidimensionale Faltung entsteht eine freitragende Struktur ohne zusätzliche Stützen innerhalb der Spannweite. Dafür werden verschiedene Origamifaltungen untersucht und die Charakteristika einander gegenübergestellt. Die analogen Experimente der verschiedenen Formen dienen zur Auswahl eines Faltmusters, das für die weitere Verarbeitung verwendet wird.

Das ausgewählte Faltmuster wird anhand seiner geometrischen Proportionen parametrisiert, wobei die Größe der Grundelemente und die Grundform des Patterns als Variable festgelegt werden. Eine Simulation durch *particle-spring systems* mit dem Rhino/Grasshopper Plugin Kangaroo2 ermöglicht eine räumliche Übertragung des flachen Faltmusters auf ebene, einfach und doppelt gekrümmte Geometrien. Die erstellte Struktur wird unter Zuhilfenahme der Finite Elemente Analyse-App Karamba3D nach strukturellen Kriterien und quantitativ bewertet. Eine schrittweise Optimierung wird mittels Variation der Elementgrößen angestrebt. Im Zuge einer Case Study wird die Tragkonstruktion als Atriumsüberdachung für das Wien Museum angewandt. Die Ergebnisse der strukturellen Analyse werden hierbei berücksichtigt und es erfolgt eine Anpassung der Faltelementgröße an die architektonischen Wünsche. Durch Berücksichtigung von bauphysikalischen Randbedingungen können erforderliche Detaillösungen wie Belichtungsmöglichkeiten entwickelt werden. Der Montageablauf wird in einer Bauphasensimulation dargestellt, wobei Transport, Lagerung und Dauer der Montage berücksichtigt werden.

This master thesis aims to generate a folding structure used as a column-free, lightweight construction for canopies. Through the three-dimensional folding, the structure behaves as a self-supporting system, achieving stiffness without additional columns within its span. Therefore, various crease patterns analogously were built to identify their characteristics. One particular pattern is selected for further processing after comparing and evaluating the geometry, architecture, and statics of different crease patterns. The defined crease pattern is built parametrically, with the size of the base element being one of the main variables, where the second variable is being the global geometry. Using particle-spring systems simulation tool Kangaroo 2, the flat-folding pattern can be applied to two-dimensional, simply, and doubly ruled surfaces. The resultant structure is assessed according to structural criteria using the Finite Element Analysis of Karamba 3D. The structural performance, architectural goals are compared to evaluate the quality of the final result. A step-by-step optimization provides information about the structure's behavior when using different element sizes. The following case study applies the supporting structure as an atrium canopy to the Vienna museum. In doing so, the structural analysis results are taken into consideration, and the sizes of the folding elements are adapted to meet the structural challenges. Detailed solutions can be developed if required taking environmental factors into account. The assembly process is presented in a simulation of the building sequence, including transport, storage, and duration of the installation.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.  
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.  
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

GEWICHTSMINIMIERTE, STÜTZENFREIE,  
WEITGESPANNTE ÜBERDACHUNGEN AUF  
BASIS EINES AUSGEWÄHLTEN FALTPATTERNS





Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.  
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

# Danksagung

Meine Ausbildung ist davon geprägt, verschiedene Wege einzuschlagen. All diese Wege und all die Erfahrungen, die ich über die Jahre sammeln konnte, haben mich letztendlich zu dem gebracht, wo ich heute bin. Meine Motivation und meinen Ehrgeiz sowie den ständigen Drang mich weiterzuentwickeln schöpfe ich aus den wertvollen Stunden mit Familie und Freunden, die mir den nötigen Halt geben, um mich zu entfalten.

In erster Linie gilt mein Dank meiner Betreuerin Frau Dipl.-Ing. Dr. Zeynep Aksöz Balzar. Danke für Ihre konstruktive Kritik auch außerhalb der Besprechungen und Ihre positive Art, die mich stets motiviert hat, weiterzuarbeiten. Danke für alles, was ich von Ihnen lernen durfte.

Ebenso wichtig für mich war Herr DI Lukas Zeilbauer. Danke, dass Sie mir in den letzten Semestern ein guter Lehrer, Mentor und eine Unterstützung bei Problemstellungen waren. Danke, dass ich durch Sie viele Antworten auf meine Fragen finden konnte und dass Sie immer an mich geglaubt haben.

Einen besonderen Dank spreche ich Herrn Prof. Dr. Engelbert Niehaus, Svenja Müller und den Studierenden der Veranstaltung „Räumliche Optimierung“ von der Universität Koblenz, Campus Koblenz-Landau, Deutschland, aus. Durch die Teilnahme an der Lehrveranstaltung entstand eine spannende Kooperation der Fachbereiche Mathematik und Architektur. Herr Niehaus stand mir mit seinem Fachwissen zur Seite und hat mich bei mathematischen Fragestellungen unterstützt und beraten.

Nach einer intensiven und lehrreichen Zeit auf der Universität möchte ich auch im privaten Bereich all jenen danken, die mich während meines Studiums unterstützt und begleitet haben, all jenen, die mir mit angeregten Diskussionen neue Sichtweisen aufgezeigt haben und all jenen, die im Laufe der Zeit zu wichtigen Begleitern und engen Freunden geworden sind.

Liebe Mama, lieber Papa, danke dafür, dass ihr mir alles ermöglicht habt, um mein Ziel zu erreichen. Danke, dass ihr immer hinter mir steht und an mich glaubt.

Lena und Philip, danke für den Rückhalt und die Sicherheit, die ihr mir gebt. Danke für die vielen Stunden der Ablenkung, nicht nur in schweren Phasen, und dass ihr immer da seid, wenn ich euch brauche.

Nora, danke dir für die vielen gemeinsamen Stunden in denen wir Ideen gesammelt, Projekte entwickelt, gezeichnet und Modelle gebaut haben. Danke, dass du die letzten Jahre immer ein offenes Ohr für mich hattest und du mir immer mit Rat und Tat zur Seite stehst. Danke für die schöne gemeinsame Studienzeit, in der du von einer Kollegin zu meiner engsten Freundin geworden bist.

Martin, vielen Dank für jede anregende Diskussion, die Kunst mich aus der Reserve zu locken, um Argumente zu sammeln und deine konstruktiven Ideen. Danke für jede Kipferl- und Kaffeepause und danke für jede Aufmunterung in schwierigen Phasen.

Michi, ich danke dir, dass du gerade in der letzten Phase eine große Unterstützung für mich warst und auch spontan immer deine Hilfe angeboten hast. Vielen Dank, dass du mir mit deiner positiven Art auch in schwierigen Zeiten Mut gemacht hast.

# Inhaltsverzeichnis

1	EINLEITUNG .....	11	3.3	Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung.....	48
2	STATE OF THE ART.....	12	3.4	Kombination Yoshimura und Miura-Ori.....	51
2.1	Origami.....	13	3.5	Waterbomb Faltung.....	54
2.1.1	Grundregeln für Origami.....	13	3.6	Ron Resh-Faltung .....	58
2.1.2	Origamiarten .....	17	3.7	Triangulated-Ron-Resh.....	61
2.1.3	Geometrie der Faltmuster .....	17	3.8	Bewertungsmatrix der analogen Experimente .....	65
2.2	Applikationen von Faltungen.....	18	3.9	Conclusio .....	68
2.2.1	Faltungen in der Architektur.....	19	4	GENERATIVES SYSTEM UND DIGITALE EXPERIMENTE.....	69
2.2.2	Tragfähigkeit.....	21	4.1	Global Pseudocode .....	70
2.2.3	Materialien .....	25	4.2	Das Grundelement .....	72
2.2.4	Sandwichbauweise.....	27	4.3	Das Pattern .....	74
2.2.5	Verbindungen .....	31	4.4	Border Origami.....	77
2.2.6	Baustoff-Optimierung .....	33	4.5	Faltsimulation durch particle-spring .....	80
2.2.7	Brandschutz im Stahlbau .....	33	4.5.1	Pseudocode .....	82
2.3	Parametric Design.....	34	4.5.2	Krümmungsberechnung.....	84
2.3.1	Grasshopper ® von Robert McNeel & Associates.....	36	4.5.3	No fold through .....	86
2.3.2	Particle-spring systems (PSS) .....	36	4.5.4	Anchor points .....	88
2.3.3	Finite Elemente Methode (FEM).....	37	4.5.5	Point on Mesh .....	88
2.4	Conclusio.....	38			
3	ANALOGE EXPERIMENTE .....	39			
3.1	Yoshimura Faltung .....	41			
3.2	Miura-Ori-Faltung.....	45			

4.6	Statische Analyse .....	89
4.7	Plattengrößen.....	93
4.8	Digitale Experimente .....	95
4.8.1	Versuch 1: Sattelfläche .....	96
4.8.2	Versuch 2: Schräge .....	99
4.8.3	Versuch 3: Tunnelform .....	102
4.8.4	Versuch 4: Freiform mit dreiseitigen Auflagern .....	105
4.8.5	Versuch 5: Freiform mit zwei Hochpunkten .....	108
4.8.6	Versuch 6: Freiform mit Vertiefung im Zentrum ....	111
4.9	Limitierungen und Grenzwerte - Conclusio .....	116
5	CASE STUDY .....	119
5.1	Environmental Analysis.....	121
5.2	Formauswahl .....	126
5.3	Produktion und Montage .....	144
5.3.1	Grundelemente der gefalteten Struktur .....	144
5.3.2	Faltpläne und Fügung der Elemente .....	148
5.4	Bauphasen-Simulation.....	153
6	CONCLUSIO .....	156
7	LITERATURVERZEICHNIS .....	158
8	ABBILDUNGSVERZEICHNIS .....	161
9	TABELLENVERZEICHNIS .....	170



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.  
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

# 1 Einleitung

Im Laufe meines Studiums entwickelte ich stetig ein tieferes Interesse für parametrische Planungs- und Entwurfsaufgaben. Während eines Semesterprojekts am Institut für Tragwerksplanung und Ingenieurholzbau an der Technischen Universität konnte ich mich ins Themengebiet der Faltwerke vertiefen. Faltwerke werden zwar in der Architektur verwendet, allerdings haben sie sich nicht für die „Massenproduktion“ durchgesetzt. Je nach Komplexität der Faltung können Faltwerke kostspieliger sein als klassische Lösungsansätze sowie zu einem erhöhten Planungsaufwand führen.

In meiner Diplomarbeit greife ich diese Thematik auf und stelle folgende Hypothese auf:

Anhand eines mehrdimensionalen Faltsystems gemäß eines adaptierten und bekannten Faltpatterns ist es im Leichtbau möglich, eine Konstruktion für zweifach gekrümmte Geometrien zu schaffen, die als stützenfreie, weitgespannte Überdachung eingesetzt werden kann. Die Form, die Ausrichtung und die daraus resultierende Tragwirkung beruhen ausschließlich auf dem Konzept der Faltung eines einzigen Materials.

Es soll ein parametrisch erzeugtes Faltsystem auf Basis verschiedener geometrischer Grundformen erzeugt werden, an denen sich die Faltung annähern kann. Die Größe der Grundelemente des Faltmusters soll hierbei nachträglich veränderbar sein. Ziel der Arbeit ist es, ein Faltmuster zu finden, das einfach zu falten ist und sich repetitiv anwenden lässt, um die Produktion der Einzelteile zu rationalisieren.

In der folgenden Diplomarbeit wird Origami als eine Inspirationsquelle für strukturelle Lösungen angesehen. Der Begriff Origami bezieht sich in der Arbeit auf sämtliche Faltmuster, die sich aus

einem Stück falten lassen, unabhängig vom Material dieser Struktur. Weiters wird die Logik hinter Origamifaltungen sowie deren Anwendungen in der Architektur beschrieben. Es werden ausschließlich Faltmuster mit geraden Falten untersucht, gebaut und weiterverwendet. Dies lässt sich damit begründen, dass die Verbindungsarten bei *curved folding* nur sehr schwer herzustellen sind und das breite Feld von *curved folding* für gewichtsminierte weitgespannte Überdachungen in dieser Arbeit nicht aufgegriffen wird. Eine Parametrisierung der gesamten Faltstruktur ermöglicht eine Annäherung an eine Vielzahl von Grundformen und dient in der frühen Designphase zur Formfindung. Es muss je nach Begebenheiten und Anforderungen eine Form gefunden werden, welche die Faltung annimmt. Diese Arbeit fokussiert sich ausschließlich auf wenige exemplarisch ausgewählte Varianten. Hierbei ist es nicht möglich, alle erdenklichen Formen zu zeigen und zu bearbeiten, da die computergenerierten Simulationen eine infinite Anzahl an möglichen Variationen liefern. Nach abgeschlossener Formenstudie wird die Überdachung im Zuge einer Case Study auf ein Bestandsobjekt angewendet. Eine Form und Elementgröße für den gegebenen Belastungsfall werden ausgewählt. Eine Bauphasen-Simulation zeigt den Ablauf der Produktion und Montage der gewählten Überdachung.

Sämtliche verwendete Literatur dient der Analyse der Geometrien und des derzeitigen Stands der Technik sowie der Erläuterung programmspezifischer Herausforderungen. Die Entwurfsarbeit und die sich davon abzuleitenden Erkenntnisse werden eigenständig unter Zuhilfenahme des vorab erworbenen Wissens entwickelt. Um den Lesefluss zu erleichtern, sind sämtliche personenbezogenen Bezeichnungen geschlechtsneutral zu verstehen.

## 2 State of the art

Im folgenden Kapitel wird das Thema der Faltungen in den unterschiedlichsten Disziplinen respektive deren Anwendungsgebiete beleuchtet. Es wird ein Überblick über das weitreichende Feld der Faltungen und deren Einsatzgebiete gegeben. Der Begriff „Falte“ wird im Duden als „längliche, schmale Eindrückung oder Umbiegung“ definiert. (Dudenverlag, Bibliographisches Institut GmbH, <https://www.duden.de/rechtschreibung/Falte>, aufgerufen am 7.4.2021) In ihrem Bericht über eine Forschung an der *Clemson University, South Carolina*, „*Digital Origami: Modeling planar structures*“ beschreiben Dave Lee und Brian Leounis den Akt des Faltens wie folgt:

*„To fold something is to lay one part back onto itself. In this sense folding is neither subtractive nor additive, but instead is self-referential. The most intriguing moment of the fold is the cross from one dimension into another.“* (Lee and Leounis, n.d., p. 26)

Beim Falten entsteht aus einer zweidimensionalen Fläche eine dreidimensionale Form. Durch Kombinationen von verschiedenen Falten können erstaunliche Ergebnisse erzielt werden, die in verschiedenen Bereichen Anwendung finden. Aus architektonischer Sicht entsteht durch Falten von steifen Materialien eine Struktur, die statisch tragend ist und die Funktion einer Hülle übernimmt. (vgl. Lee and Leounis, n.d., p. 26) Eine Faltung nicht allein stehend, sondern als Faltsystem betrachtet, besteht aus einer bestimmten Anzahl an Faltkanten, Punkten und Faltflächen. (vgl. Abb. 1: Aufbau eines Faltmusters) (vgl. Lang, 2018, p. 5)

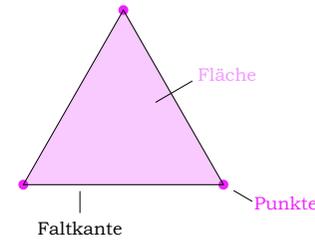
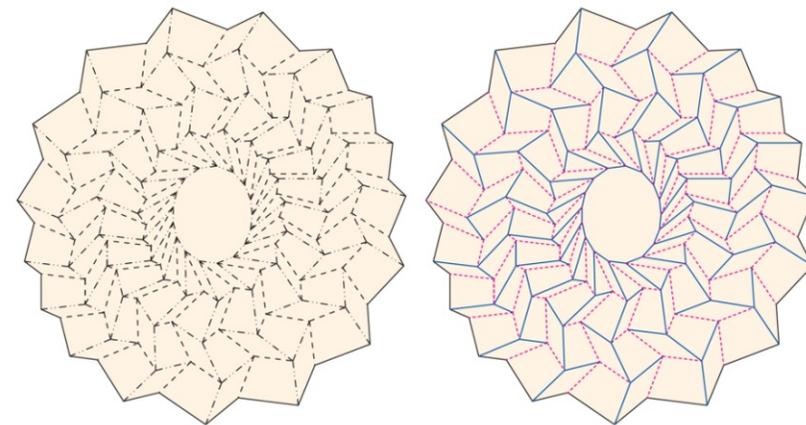


Abbildung 1: Aufbau eines Faltmusters

Bei der Herstellung eines Faltmusters wird zwischen Berg- und Talfalten (engl. *mountain and valley folds*) unterschieden. Bergfalten sind jene Falten, die sich nach oben falten, sodass ein „Berg“ entsteht, Talfalten sind das Gegenteil davon. (Peraza Hernandez et al., 2019, p. 55) Die Bergfalten werden als rote oder strichpunktierte Linien und die Talfalten als blaue oder strichlierte Linien dargestellt. (vgl. Abb. 2: Faltmuster zur Darstellung von Berg- und Talfalten) (vgl. Lang, 2018, p. 8) Diese Codierung ist allgemein gültig und wird auch für die nachfolgenden Abbildungen verwendet.

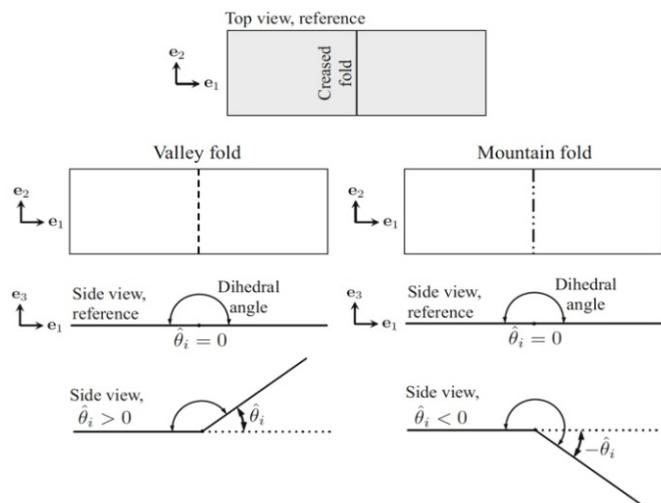


rechts: Abbildung 2: Faltmuster zur Darstellung von Berg- und Talfalten

In *Abbildung 3* werden die grundlegenden Darstellungen und Bezeichnungen des Faltens erörtert. Im Beispiel handelt es sich um eine gerade Falte (engl. *creased fold*). Die linke Spalte der Abbildung zeigt eine Talfalte in der Draufsicht sowie der Seitenansicht, in der rechten Spalte ist die Bergfalte dargestellt. Im flach aufgefalteten Zustand wird der Faltwinkel mit  $0^\circ$  definiert. Die Darstellung von der Seite zeigt, wie die Faltwinkel bei Tal- und Bergfalten gemessen werden. Der Faltwinkel von Talfalten wird  $< 0^\circ$  gemessen und jener von Bergfalten  $> 0^\circ$ . Der Faltwinkel berechnet sich mit folgender Formel:

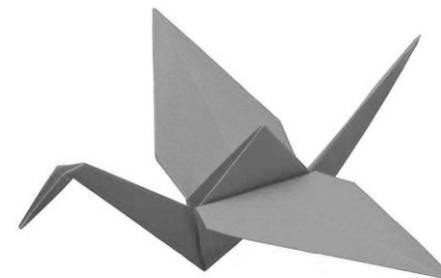
$$\text{Faltwinkel} = 180^\circ - \text{Flächenwinkel}$$

(vgl. Lang, 2018, p. 13)



*Abbildung 3: Definition der Falten*

## 2.1 Origami



*Abbildung 4: Kranich*

Als Origami wird traditionellerweise die Kunst Papier zu falten bezeichnet. Der Name Origami bedeutet „gefaltetes Papier“ und lässt sich von den Worten *ori* - dt. falten und *kami* - dt. Papier ableiten. (Collins, 2019) Dabei entstehen dekorative und oftmals faszinierende Formen aus Papier, die einerseits abstrakte Formen annehmen und andererseits Vorbilder der Natur repräsentieren. Den Ursprung findet Origami in der japanischen Kultur. (Peraza Hernandez et al., 2019, p. 55) Die vermutlich bekannteste Origami-Figur ist der Kranich. (vgl. *Abb. 4: Kranich*) Diese Figur gilt als ein internationales Zeichen für Frieden. (vgl. Lang, 2018, p. XV)

### 2.1.1 Grundregeln für Origami

In der Origamikunst werden aus zweidimensionalen Materialien dreidimensionale Objekte und Strukturen gefaltet. (Chen et al., 2015, p. 396) Origamifaltungen haben drei charakteristische Eigenschaften. Eine davon ist, dass diese sich aus einem Stück falten lassen. Dabei wird das Material weder geschnitten noch gerissen, um die Faltstruktur zu erstellen. Meist wird in der japanischen Papierfaltkunst ein quadratisches, dünnes Blatt Papier (ca.  $70 \text{ g/m}^2$ ) zur Hand genommen. Ein weiteres Merkmal der Origamifaltungen besteht darin, dass die Faltflächen steif sind, das bedeutet, dass sie weder verbeult, verbogen oder auseinandergezogen werden.

## State of the art

Das dritte Merkmal ist, dass Falflächen und Faltkanten einander nicht durchdringen. (vgl. Peraza Hernandez et al., 2019, p. 60)

Charakteristische Eigenschaften von Origami im Überblick:

- Figuren lassen sich aus einem Stück falten
- Isometrie: Falflächen sind steif
- Injektivität: Faltkanten und -flächen durchdringen einander nicht (vgl. Peraza Hernandez et al., 2019, p. 60)

Daraus folgt die Erkenntnis, dass ein Faltmuster einer bestimmten Logik folgen muss, um es aus einem Stück falten zu können. Hierbei geht es um die Winkel der Faltkanten zueinander und die Form der einzelnen Falflächen. Bei intensiver Betrachtung der Thematik ergibt sich unweigerlich die Frage, welchen Kriterien Faltmuster entsprechen müssen, um aus einem Stück eine Struktur falten zu können. (vgl. Lang, 2018, p. 12) Faltungen, die sich sowohl flach auffalten als auch komplett zusammenfalten lassen, nennt man *vollständig wandelbar*. Systeme, die sich innerhalb bestimmter Grenzen bewegen, allerdings nicht komplett zusammenfalten lassen, werden *bedingt wandelbar* genannt. (Peraza Hernandez et al., 2019, p. 60) Generell gilt für eine Fläche, die sich zusammenfalten und flach auffalten lässt, dass keinerlei Verkrümmung oder Ausbeulung in der Fläche vorkommen. Es darf keine Gauss'sche Kurve auf der Fläche liegen, sondern die Flächen müssen immer planar sein. Ebenflächig auffalten bedeutet, dass man die Struktur ohne Überlappung oder Krümmung auf den Boden legen kann, ohne dass eine Dehnung oder Stauchung im System entsteht. (Peraza Hernandez et al., 2019, p. 69)

*“Rigidly foldable: An origami crease pattern is rigidly foldable if it can be continuously transformed between two different states (e.g. unfolded to flat-folded) without bending or buckling of the facets or movement of the vertices and creases within the paper.”*

(Lang, 2018, pp. 191–192)

Nach dem *Satz von Maekawa* gilt, dass die Differenz der Anzahl der Berg- und Talfalten immer den Betrag von zwei ergibt. Ebenso

muss die Anzahl der Faltkanten gerade sein, um diese wieder flach auffalten zu können. (Betsch, 2005, p. 2)

Der *Satz von Kawasaki* ist eine der wichtigsten Regeln, die bei flach faltbarem Origami in jedem Punkt des Faltmusters eingehalten werden muss und besagt, dass vollständig wandelbare Falstrukturen eine Winkelsumme von insgesamt  $360^\circ$  besitzen. Das bedeutet, dass die Summe der Falwinkel der Bergfalten und auch jene der Talfalten  $180^\circ$  sein muss. (vgl. Abb. 5: *Lang Theorem und Satz von Kawasaki*) (vgl. Künstler and Trautz, 2011, p. 88) Bezogen auf die Winkelberechnung am Anfang des Kapitels kann der Satz von Kawasaki auch wie folgt beschrieben werden: Die Differenz zwischen der Summe der Bergfalten und der Summe der Talfalten ist  $0^\circ$ . (vgl. Lang, 2018, p. 20)

$$\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6 = 0^\circ$$

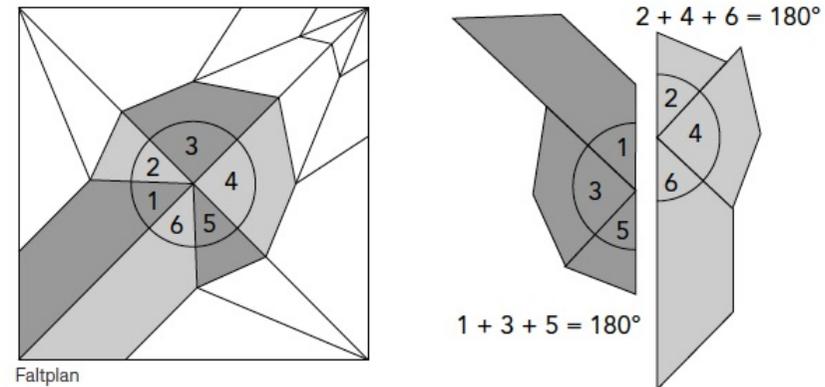


Abbildung 5: *Lang Theorem und Satz von Kawasaki*

Das *Lang Theorem* besagt, dass in einem Faltmuster alle Flächen mit zwei unterschiedlichen Farben/Schattierungen koloriert werden können, ohne dass zwei Falflächen mit derselben Farbe

nebeneinander liegen. (vgl. Abb. 5: Lang Theorem und Satz von Kawasaki) (vgl. Lang, 2018, p. 16)

Zusammenfassung der Sätze über Origami:

- Satz von Kawasaki  
Die Winkelsumme in einem Origamifaltmuster ergibt immer  $360^\circ$ , wobei Berg- und Talfalten jeweils einer Summe von  $180^\circ$  entsprechen. (vgl. Lang, 2018, p. 18)
- Satz von Maekawa  
Für jeden flach faltbaren Punkt eines Faltmusters gilt, wenn  $M$  (*mountain folds*) die Anzahl der Bergfalten und  $V$  (*valley folds*) die Anzahl der Talfalten ist, folgende Gleichung:  
$$M - V = |2|$$
  
(vgl. Lang, 2018, p. 28)
- Lang Theorem  
Die Faltsflächen jedes beliebigen Faltmusters können mit zwei unterschiedlichen Farben versehen werden, ohne dass benachbarte Felder dieselbe Farbe erhalten. (vgl. Lang, 2018, p. 16)

Bei Origami Faltungen spielen die Beziehungen zwischen Punkten, Linien als Faltkanten und Flächen eine große Rolle. Zusätzlich zu den genannten Sätzen über Origami formulierte der Mathematiker Humiaki Huzita sechs Axiome zur Spiegelung von Punkten und Linien. (vgl. Abb. 6: Sechs Axiome) Diese dienen als Unterstützung, um eine Faltung als präzise quantifizierbare Operation zu zeigen. Die strichlierten Linien in der Abbildung zeigen die Spiegelachse, an der die Punkte gespiegelt werden. (vgl. Lee and Leounis, n.d., p. 26)

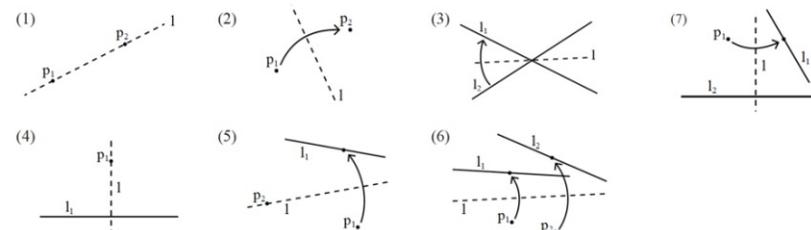


Abbildung 6: Sechs Axiome

Die Anzahl der Punkte, der Flächen und der Kanten in einem Faltmuster stehen in Verbindung mit der Euler-Charakteristik einer geschlossenen Fläche, welche als 1 definiert ist. Dies besagt, dass die Freiheitsgrade des Gesamtsystems limitiert sind. Unter der Voraussetzung, dass alle im System vorkommenden Flächen trianguliert sind, berechnet sich die Anzahl der Freiheitsgrade wie folgt (wobei  $N_0$  als die Anzahl der Punkte auf den Außenkanten der Fläche definiert ist):

$$N_0 - 3 \text{ Freiheitsgrade. (vgl. Tachi, 2011a, p. 3)}$$

Besonders Faltsysteme, die nicht ausschließlich aus triangulierten Flächen bestehen - siehe Miura-Ori Faltung, (vgl. Abb. 7: Freiheitsgrade der Miura-Ori Faltung), haben einen Freiheitsgrad mit redundanten Beschränkungen. Neben der Miura-Ori Faltung ist im Vergleich das Faltpattern der Origami Tessellations abgebildet. (vgl. Abb. 8: Freiheitsgrade des Triangulated-Ron-Resh Pattern) Hierbei ergeben sich drei Freiheitsgrade im System, wodurch rechnerisch aufgezeigt wird, dass diese Faltstruktur beweglicher ist als die Miura-Ori Faltung. (vgl. Tachi, 2011a, p. 3) Eine Faltung muss mindestens einen Freiheitsgrad haben, ansonsten lässt sie sich nicht bewegen. Das bedeutet, dass alle Origamifaltungen zumindest vier Punkte an den Außenkanten der betrachteten Fläche haben. (vgl. Trautz and Ayoubi, 2011, p. 77)

## State of the art

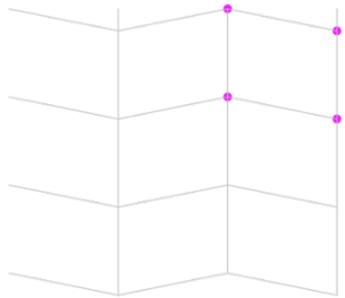


Abbildung 7: Freiheitsgrade der Miura-Ori Faltung

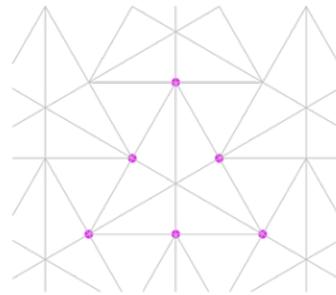


Abbildung 8: Freiheitsgrade des Triangulated-Ron-Resh Pattern

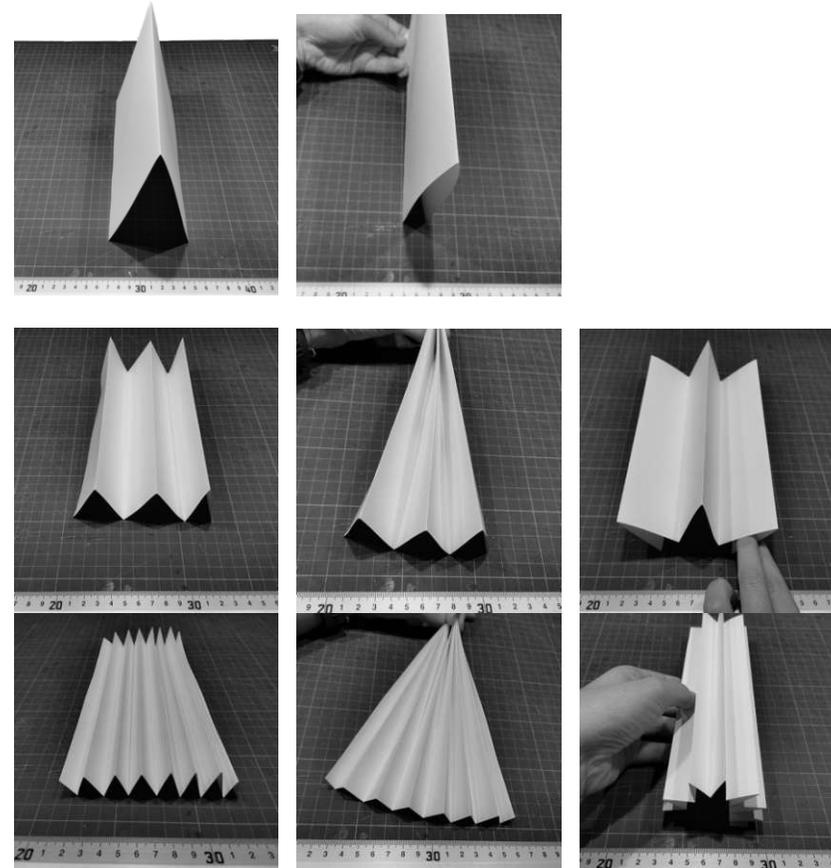
*Miura-Ori:*

$$4 - 3 = 1 \text{ Freiheitsgrad}$$

*Triangulated-Ron-Resh:*

$$6 - 3 = 3 \text{ Freiheitsgrade}$$

Je mehr Faltkanten im System vorkommen, desto höher ist die Bewegungsfähigkeit der Faltung. Das bedeutet, dass sich die räumliche Struktur der Faltung mit erhöhter Anzahl der Faltkanten freier bewegen kann. (vgl. Künstler and Trautz, 2011, p. 88) *Abbildungen 9 bis 16* zeigen eine analoge Versuchsreihe, um die Beweglichkeit durch Faltungen zu veranschaulichen. Untersucht werden Strukturen mit einer, mit fünf und mit 14 Falten. Mit zunehmender Zahl von Faltungen steigt auch die Beweglichkeit der Struktur.



oben: *Abbildung 9 und 10: Papier mit einer Falte*

Mitte: *Abbildung 11 – 13: Papier mit fünf Falten*

unten: *Abbildung 14 – 16: Papier mit 14 Falten*

### 2.1.2 Origamiarten

Beim Erstellen von Origami-Strukturen wird zwischen ausschließlich geraden Falten (engl. *creased folds*) und kurvigen Falten (engl. *curved folds*) differenziert. Beide Varianten können sowohl als Tal- als auch als Bergfalten ausgeführt werden. Generell werden drei Gattungen von Origamiarten unterschieden – klassisches, modulares und Mosaik-Origami. Beim klassischen Origami handelt es sich hauptsächlich um vereinfachte, figürliche Darstellungen von Tieren, Menschen, Pflanzen und anderen Objekten - vorrangig zweidimensional. (vgl. Abb. 17: *Klassisches Origami*) Modulares Origami beschreibt die Kunst, geometrische Körper und räumliche Gitterstrukturen aus Papier zu falten. Hierbei können die einzelnen Strukturen auch durch Leimen oder Zusammenstecken entstehen. Ein bekanntes Beispiel für modulares Origami sind die Kaleidozyklen von M.C. Escher, die aus einer Abfolge von Tetraedern bestehen, die im zusammengebauten Zustand keinen Anfang und kein Ende erkennbar machen. (vgl. Abb. 18: *Mosaik Origami*) Die Strukturen lassen sich aufgrund der Anordnung der Formen und der Faltkanten ohne Verformung ständig durchdrehen. (vgl. Abb. 19: *Modulares Origami*) Mosaik-Origami beschäftigt sich ebenfalls ausschließlich mit geometrischen Strukturen. Durch Aufzeichnen und Falten eines Musters entstehen teilweise räumliche Strukturen, wodurch das Blatt Papier seine Steifigkeit erhält, teilweise bleiben sie zweidimensional. (Buri and Weinand, 2006)



Abbildung 17:  
Klassisches Origami



Abbildung 18:  
Mosaik Origami



Abbildung 19:  
Modulares Origami

### 2.1.3 Geometrie der Faltmuster

Anhand der oben definierten Kriterien für eine Origamifaltung (vgl. Kapitel 2.1.1 *Grundregeln für Origami*) kann nun auch die Geometrie der Faltmuster genauer untersucht werden. Faltmuster können durch ihre Symmetrie und ihre immer gleichen Elemente mit dem mathematischen Begriff der Parkettierung (engl. *tilling*) beschrieben werden. Unter Parkettierung versteht man regelmäßige, lückenlose Flächenaufteilungen in der Ebene. (vgl. Grünbaum and Shephard, 2016, p. 16) In der Mathematik werden einfache und komplexe Parkettierungen unterschieden. Einfache Parkettierungen sind vollständige, überlappungsfreie, lückenlose Überdeckungen der Ebene mit immer gleichen Grundformen. Beispielsweise kann man ein regelmäßiges Sechseck lückenlos und überlappungsfrei für eine einfache Parkettierung verwenden. Das Faltmuster der Miura-Ori-Faltung ist ein Beispiel für eine einfache Parkettierung. (vgl. Abb. 20: *Faltmuster Miura-Ori*) Komplexe Parkettierungen hingegen sind vollständige, überlappungsfreie Überdeckungen, die aus mehreren Figuren zusammengesetzt sind. Das Faltmuster des Triangulated-Ron-Resh Patterns fällt unter den Begriff der komplexen Parkettierung. Bei diesem Faltmuster entstehen durch die Anordnung der Grundelemente unterschiedlich große gleichseitige Dreiecke. (vgl. Abb. 21: *Faltmuster Triangulated-Ron-Resh*) (Gorski and Müller-Philipp, 2014, p. 184)

## State of the art

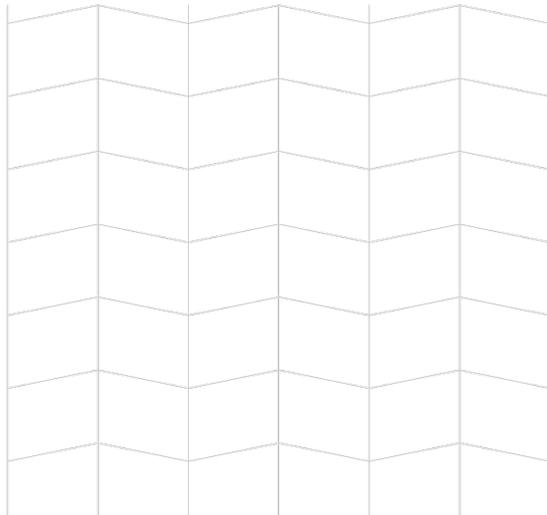


Abbildung 20: Faltmuster Miura-Ori

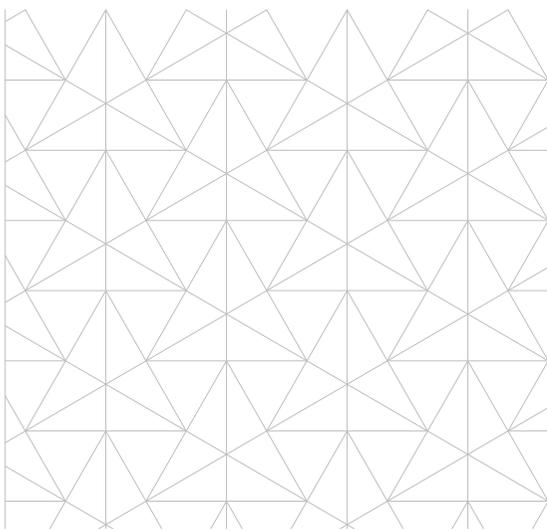


Abbildung 21: Faltmuster Triangulated-Ron-Resh

## 2.2 Applikationen von Faltungen

In der Natur gibt es unzählige Arten für Origami-Faltungen, beispielsweise Insektenflügel oder Palmenblätter. (vgl. Abb. 22: Libellenflügel und Abb. 23: Palmenblatt) (Musto et al., 2019, p. 1)



Abbildung 22: Libellenflügel

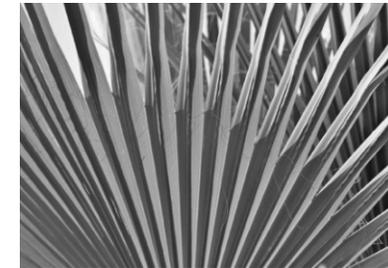
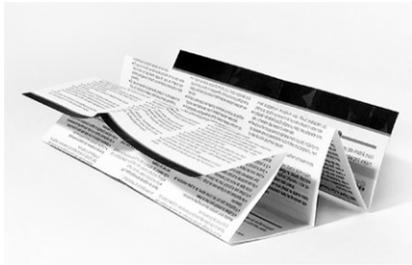


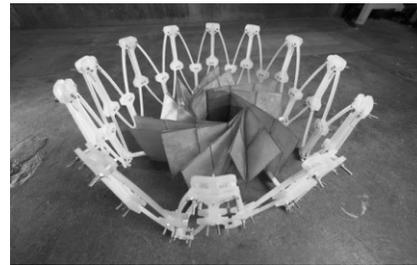
Abbildung 23: Palmenblatt

Inspiziert von Beispielen aus der Natur haben Menschen das Prinzip der Faltungen aufgegriffen. Einerseits um die Steifigkeit von sonst eher gering tragfähigen Elementen zu erhöhen, andererseits um Platz zu sparen. Generell begegnen uns Faltungen sehr häufig im Alltag, ohne dass wir diese bewusst wahrnehmen. Hierbei sind einige Beispiele zu erwähnen, wodurch die Menschen im Alltag mit Origami ständig konfrontiert werden: gefaltete Papiertaschentücher in einem Päckchen, Regenschirme, Briefe in einem Umschlag, der Körper einer Ziehharmonika, die nun gängigen Mund-Nasen-Schutzmasken, Falttüren aus sehr dünnem Material, die durch ihre Faltung eine enorme Steifigkeit erlangen, Kartonkisten wie beispielsweise Verpackungen von Medikamenten oder Schuhkartons. Im Alltag finden wir auch viele Beispiele für Gegenstände, die einem ständigen Zyklus des Faltens unterworfen sind. Das gängigste Beispiel dafür ist vermutlich Kleidung - diese wird permanent zusammengelegt und aufgefaltet. Ebenso Landkarten, Beipacktexte von Medikamenten sowie Folder und Flyer. Diese Beispiele von wandelbaren Faltungen bestehen aus unterschiedlichen Materialien, wobei abhängig vom Material die Falten Spuren hinterlassen, wie beispielsweise bei Papier. Des Weiteren werden Faltungen sehr häufig im Satellitenbau verwendet. Die NASA

nutzt seit Längerem die Origami-Faltkunst, um Solarpaneele oder Satelliten für den Weltraum zu entwickeln. Durch die Möglichkeit, die Struktur komplett zusammenzufalten, ist der „Transport“ ins All einfacher beziehungsweise wird dadurch erst ermöglicht. Bei Bedarf kann unter minimalem Kraftaufwand die Struktur aufgefaltet werden und ist einsatzbereit. (vgl. *Abb. 25: Modell eines Satelliten*) (Grosch, 2014)



*Abbildung 24: Beipackzettel von Medikamenten*



*Abbildung 25: Modell eines Satelliten*

### 2.2.1 Faltungen in der Architektur

Ein Faltwerk ist eine räumliche Struktur, bestehend aus steifen Flächenelementen, die biegesteif miteinander verbunden sind und über die Kanten ihre Tragfähigkeit erlangen. (vgl. Künstler and Trautz, 2011, p. 86) In der Architektur gibt es unzählige Beispiele für Faltungen, hierbei gibt es Ausführungen verschiedener Materialien.

### Faltwerk aus Stahl



*Abbildung 26: Universitäts-Sport-Center Shenzhen*



*Abbildung 27: Stadion in Shenzhen Eingang*

Die Konstruktion von Faltwerken findet auch im Stadionbau ihre Anwendung. Ein Stadion ist geprägt von auskragenden Tragelementen, die die Tribüne überdachen, sowie einer freien Mitte. Das Architekturbüro gmp Architects plante 2011 die Hülle des Universitäts-Sport-Center in Shenzhen, China, als Schalenkonstruktion aus Stahl mit triangulierten Einzelflächen. (vgl. *Abb. 26: Universitäts-Sport-Center in Shenzhen*) (vgl. Universiade Sports Center and Bao'an Stadium, 2011) Die Flächen setzen sich aus drei Schichten zusammen, die jeweils einer Funktion zugewiesen sind. Trianguliertes Sicherheitsglas bildet die äußerste Schicht, in der Mitte befindet sich der tragende Kern aus Stahl und an der Innenseite wurden transluzente Akustikplatten verwendet. Die triangulierten Sicherheitsglas-Scheiben sind über eine Stahlunterkonstruktion mit der tragenden Schale verbunden und bilden den Raumabschluss des Stadionbaus. Durch die Akustikplatten wird verhindert, dass es zu einer unangenehmen Atmosphäre durch Lärmbelastigung im Inneren des Stadions kommt. (vgl. Meinhold, 2011)

## State of the art

### Faltwerk aus Holz



Abbildung 28: Theatersaal in Vidy



Abbildung 29: Verbindung der Holzflächen

Der 2017 fertiggestellte Theatersaal in Vidy bei Lausanne, Schweiz, (vgl. Abb. 28: Theatersaal Vidy) gilt als Vorreiterprojekt für einen minimalen Einsatz von Metall- oder Klebeverbindungen im Holzbau. Die Verbindungen der Holzplatten finden ihren Ursprung im traditionellen Tischlerhandwerk. Die Schwalbenschwanzverbindungen (vgl. Abb. 30: Schwalbenschwanzverbindung) wurden von IBOIS der EPF Lausanne untersucht und an die erforderlichen Bedingungen angepasst. Bei der Bauweise des Theatersaals handelt es sich um eine doppelschalige Holzkonstruktion. (vgl. Abb. 29: Verbindung der Holzflächen) Verwendete Plattenstärken von 45 mm können eine Distanz von 16 bis 20 Metern stützenfrei überspannen. Der aus der Zweischaligkeit resultierende Hohlraum wird für die Dämmung genützt. Diese wird über Bohrlöcher nachträglich eingeblasen.

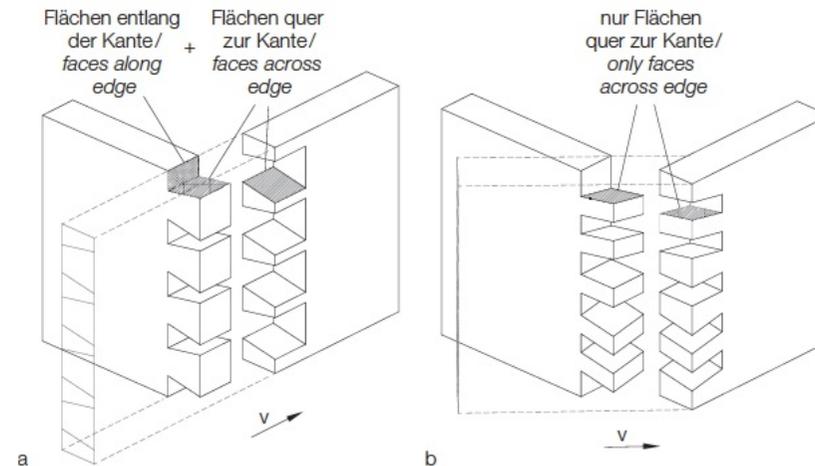


Abbildung 30: Schwalbenschwanzverbindung

### Faltwerk aus Beton



Abbildung 31: Katholische Kirche St. Paulus in Neuss-Weckhofen



Abbildung 32: Innenraum St. Paulus in Neuss-Weckhofen

In *Abbildung 31* ist ein sehr markantes Beispiel von Faltwerken aus Beton erkennbar. Planung und Errichtung des Sakralbaus in den 1960er Jahren gehen auf den Architekten Fritz Schaller und den Bauingenieur Stefan Polónyi zurück. Die tragende

Konstruktion bildet ein Stahlbeton-Faltwerk, das oberhalb des Sockels mit Kupferblech auf Holzschalung verkleidet ist. Auch der Kirchenturm ist als Faltkonstruktion ausgebildet und mit Kupferblech eingedeckt. Die hohe Tragfähigkeit des Faltwerks ermöglicht einen stützenlosen Innenraum der Kirche. (vgl. *Abb. 32: Innenraum St. Paulus in Neuss-Weckhofen*) (vgl. *St. Paulus Neuss*, 2020)

### 2.2.2 Tragfähigkeit

Aus statischer Sicht sind in erster Linie die Materialdehnung und Stauchung sowie die Beachtung der Materialstärke zu berücksichtigen. (vgl. *Kapitel 2.2.3 Materialien*) (vgl. Lang, 2018, p. 1) Der Begriff des „freitragenden Flächentragwerks“ wird erstmals 1930 von Georg Ehlers im Zuge der Konstruktion von Brennstoffspeichern verwendet. Aufgrund der gefalteten Struktur im Querschnitt der verwendeten Eisenbetonplatten kann auf sämtliche aussteifende Elemente verzichtet werden. Diese Struktur bedingt eine Aussteifung im System ohne weitere konstruktive Elemente und die einzelnen Platten wirken als zusammenhängendes System. (vgl. Robeller and Weinand, 2016, p. 68) Die Geometrie von Faltungen wird durch die Falthöhe, die Frequenz der Faltung und die Regelmäßigkeit des Faltmusters bestimmt. Diese Größen der Falthöhe und der Regelmäßigkeit beeinflussen das statische Verhalten der Konstruktion beachtlich. Am Beispiel von Palmenblättern lässt sich erklären, wie die Natur diese Problematik löst. An der Verankerung weisen die Palmenblätter die größte Falthöhe auf, diese nimmt mit zunehmender Distanz zur Verankerung ab. Analog dazu verläuft die Faltfrequenz, wodurch eine optimale Spannungsverteilung im Blatt gewährleistet ist. Ein wesentlicher Faktor zur Erhöhung der Tragfähigkeit und Stabilität ist die Queraussteifung. Durch Binderscheiben kann die Performance des Tragwerks um ein Vielfaches erhöht werden. Binderscheiben sind zusätzliche Abkantungen am Rand der Struktur, die durch die entgegengesetzte Faltkante das System stabilisieren. (vgl. Trautz and Ayoubi, 2011, p. 77)

Faltwerke sind flächenaktive Tragwerke, das bedeutet, dass die Faltflächen als Platten oder Scheiben wirken. Die Verbindung der Platten spielt für die Tragwirkung eine wesentliche Rolle. (vgl. Engel, 2006, p. 198) Entlang der Kanten werden die auftretenden Kräfte in Richtung der nächsten Faltflächen zerlegt und weitergeleitet, dadurch wird die Scheibentragwirkung im System aktiviert. (vgl. Künstler and Trautz, 2011, p. 91) Eine Koppelung der Flächen durch eine kinematische Kette bedingt, dass benachbarte Flächen automatisch zeitgleich gegensätzliche Bewegungen ausführen. Durch diese Bedingung kann das mechanische Verhalten der Struktur gesteuert werden, indem der Impuls des Auf- und Zusammenfaltens nur entlang zweier Diagonalen gegeben werden muss. (vgl. Nachtigall and Pohl, 2013, pp. 13–14) Die Realisierung eines statisch sicheren Faltwerks aus Materialien endlicher Dicke bedingt Faltmuster und -mechanismen, wodurch sämtliche Verschiebungen und Verdrehungen im System ohne elastische Verformung der Faltflächen entstehen. (vgl. Trautz and Ayoubi, 2011, p. 78) Aufgrund ihres geringen Eigengewichts und der trotzdem sehr hohen Tragfähigkeit, Steifigkeit und großen Spannweite zählen Faltwerke zu den effizientesten Konstruktionen. (vgl. Musto et al., 2019, p. 1) Dennoch werden Faltwerke nicht als Standardlösung für Tragkonstruktionen verwendet. Bei komplexen Geometrien erweisen sich die Verarbeitung der Daten, die Planung und die Ausführung als sehr aufwendig. (vgl. Nachtigall and Pohl, 2013, p. 13) Außerdem lassen sich bewegliche Verbindungen für biegesteife Elemente nur schwer herstellen und eine nicht optimale Verarbeitung der Faltstruktur führt zu Zwängen im System. (vgl. Künstler and Trautz, 2011, p. 86) Im Falle von steifen Verbindungen zwischen den Faltflächen ist eine präzise Planung für Verbindungsprofile erforderlich, die wiederum sehr zeitintensiv sein kann. Kinetische Fassaden, die sich über einen Faltmechanismus öffnen beziehungsweise schließen lassen, werden oft als intelligente Fassade eingesetzt, die auf die Sonneneinstrahlung reagieren. (vgl. *Abb. 33: Kinetische Fassade*)

## State of the art

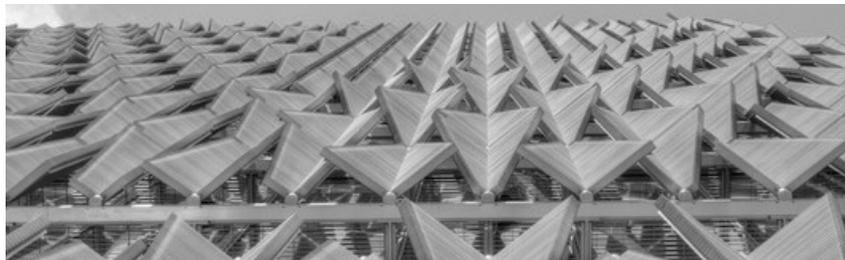
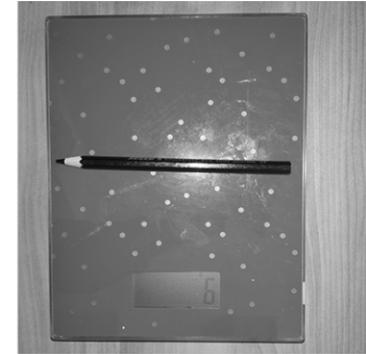
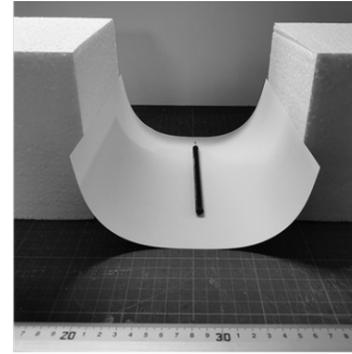
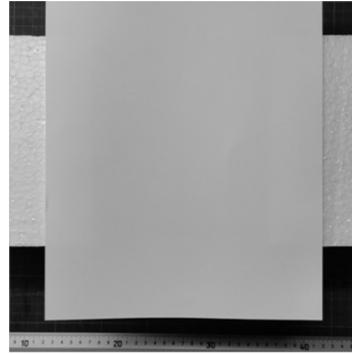
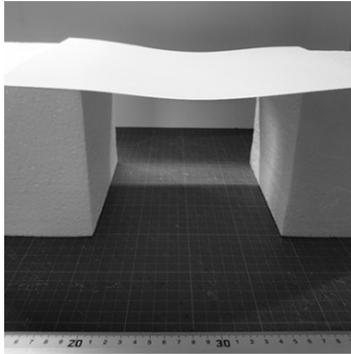


Abbildung 33: Kinetische Fassade

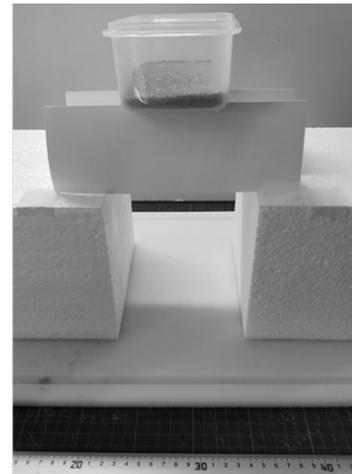
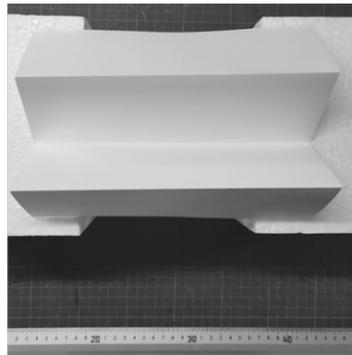
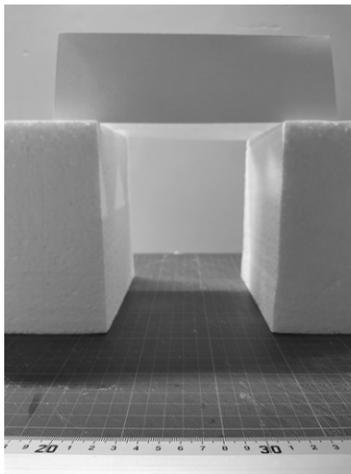
Zweidimensionale Materialien erhalten durch Abkantungen eine hohe Tragwirkung. Diese Erkenntnis dient als Grundlage zur Planung von Faltkonstruktionen. Die *Abbildungen 34 bis 49* zeigen ein Blatt DIN A4 Papier zwischen zwei Auflager gespannt. Ein Blatt Papier wiegt 6 g. Auf jeder Seite liegt das A4 Blatt 4 cm auf dem Auflager auf. Das glatte Blatt Papier ohne jegliche Faltung hängt selbst ohne Belastung in der Mitte durch. Beim Versuch einen Stift zu tragen biegt sich das Blatt und fällt zu Boden. Der Stift wiegt ebenfalls 6 g. Ein glattes Blatt Papier ist so instabil, dass es eine gleich große Last wie das Eigengewicht nicht tragen kann, sondern lediglich sich selbst. Im nächsten Schritt wird das Papier dreimal gefaltet und ebenfalls auf den beiden Auflagern positioniert. Durch die Faltung wird das Blatt stabiler und hält einer Nutzlast von 170 g stand. Das ist 28 mal so viel wie das Eigengewicht der Struktur. Die Struktur mit fünf Falten hält einer Belastung von 450 g stand. Das Gewicht der Auflast wurde mehr als verdoppelt im Vergleich zum vorherigen Versuch. Der vierte Versuch zeigt eine Faltung mit 14 Falten. Diese Struktur hält einer Belastung von 1 437 g stand ohne zu versagen. Das bedeutet, dass eine Struktur mit 14 Falten mit einem Eigengewicht von 6 g ein Gewicht von 1437 g tragen kann. Das sind 239.5 mal so viel wie das Eigengewicht der Faltung. Allein durch das Setzen von Faltungen wird eine enorme Steifigkeit und Tragfähigkeit für ein Blatt Papier generiert. Die numerischen Ergebnisse des Experiments sind in *Tabelle 1* aufgelistet.

Eigengewicht	Anzahl der Falten	Last
6 g	0	-
6 g	3	170 g
6 g	5	450 g
6 g	14	1 437 g

Tabelle 1: Ergebnisse des Experiments zur Tragfähigkeit durch Falten

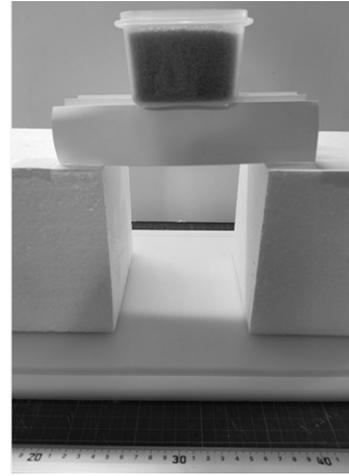
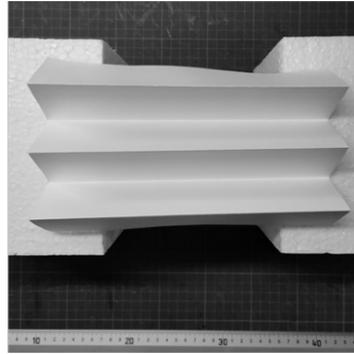
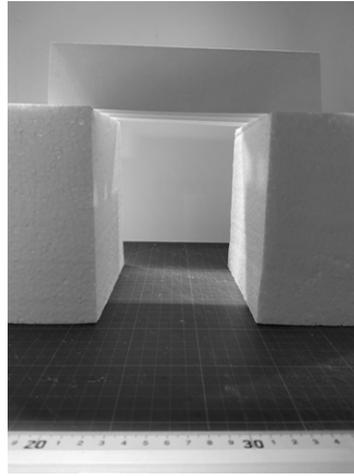


Abbildungen 34 – 37: Versuch mit glattem Blatt Papier

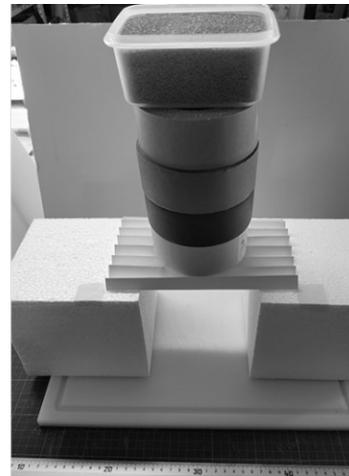
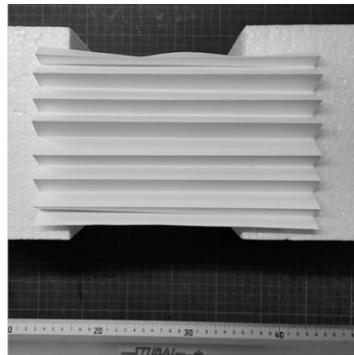


Abbildungen 38 – 41: Versuch mit drei Falten

### State of the art



Abbildungen 42 – 45: Versuch mit fünf Falten



Abbildungen 46 – 49: Versuch mit 14 Falten

### 2.2.3 Materialien

Prinzipiell gilt unabhängig von der Steifigkeit und Größe des Materials, dass man jedes weiche Material, wie beispielsweise Papier, Textilien, elastische Kunststoffe oder Vliese unter menschlichem Kraftaufwand maximal bis zu sieben Mal falten kann. Durch die Faltung wächst die Materialstärke exponentiell an – mit jeder Falte verdoppelt sich die vorherige Materialstärke – und damit auch die Steifigkeit. Für jeden weiteren Faltvorgang wird mehr Kraft benötigt. Das lässt sich mit einem Blatt Papier nachweisen, ebenso folgen sämtliche Textilien und andere Materialien demselben Prinzip. (vgl. Focus online, 2015)

Aufgrund der Tatsache, dass Materialien im Bauwesen nicht in unbegrenzten Größen verfügbar sind, spielt die Faltbarkeit einer Gesamtstruktur eine untergeordnete Rolle. Unabhängig von deren Größe und Material gelten für Faltstrukturen die bereits erwähnten Charakteristika. (vgl. Kapitel 2.1.1 Grundregeln für Origami) Diese sind auch aus konstruktiver Sicht relevant und müssen auch bei Tragstrukturen erfüllt werden. (vgl. Lang, 2018, p. 2) Bei baulicher Anwendung werden an die verwendeten Materialien mehrere Anforderungen gestellt. Einerseits die Tragfähigkeit und die Überbrückung großer Spannweiten, andererseits müssen bauphysikalische Aspekte wie Wärmedämmung oder Schutz vor Wind und Niederschlag berücksichtigt werden. Dadurch ergibt sich ein höherer Querschnitt der einzelnen Faltflächen, der die Bewegungsfähigkeit der Faltung einschränkt. (vgl. Nachtigall and Pohl, 2013, p. 13) Die Querschnittshöhe des verwendeten Materials beeinflusst die mögliche Größe des Faltwinkels und das äußere Erscheinungsbild der Struktur. Der Knotenpunkt der Faltkanten stellt bei Materialien mit nicht vernachlässigbarer Dicke ebenso eine Herausforderung dar. Darum werden in kritischen Bereichen Aussparungen geplant. (vgl. Chen et al., 2015, p. 396)

Bei der Planung von Faltwerken muss darauf geachtet werden, in welchem Winkel die Faltflächen zueinander stehen und welches Material die gewünschten Parameter auch erfüllen kann. Eine Nutzung des Faltwerkseffekts bedingt die Verwendung von biegesteifen, quasi starren Faltelementen mit endlicher Dicke. Die

Realisierung aus Holzwerkstoffplatten, Sandwichplatten, Metallen oder Kunststoffen ist möglich. Zudem könnte die Konstruktion auf ein Stabtragwerk reduziert werden. Im Leichtbau kann ein verbessertes Verhältnis von Nutzlast zu Eigenlast erreicht werden. Durch Kombination von leichten Baustoffen mit effizienten Tragwerksformen können Konstruktionen innovativer gestaltet und neue Dimensionen erreicht werden. Das verbesserte Verhältnis Nutzlast/Eigengewicht erreicht einen exponentiellen Anstieg mit größerer Spannweite. (vgl. Trautz and Ayoubi, 2011, p. 78)

Generell können Faltwerke aus sämtlichen steifen Materialien hergestellt werden. Beispiele hierfür sind Holz, Metalle, Kunststoffe, Polymide, Polyesterfolien, Leder, Textilien oder Kohlenstoffnanoröhren. (vgl. Lang, 2018, p. 1) Dabei wird zwischen Materialien unterschieden, die man aktiv falten kann (beispielsweise Stahl) und Materialien, die sich nicht falten lassen, (beispielsweise Holz). (vgl. Abb. 50: Stahlfaltwerk und Abb. 51: Holzfaltwerk)

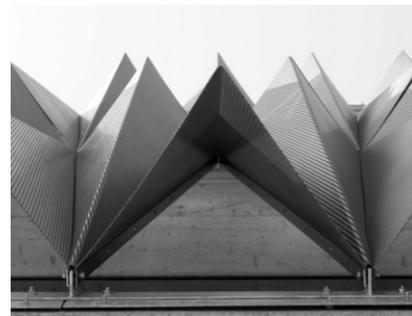


Abbildung 50: Stahlfaltwerk

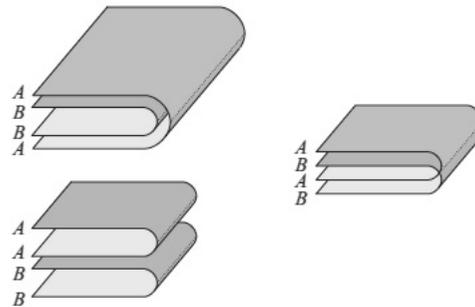


Abbildung 51: Holzfaltwerk

Stahl, als metallischer Werkstoff, besitzt aufgrund seines kristallinen Gitter-Aufbaus in allen Belastungsrichtungen die gleichen Festigkeitseigenschaften. Dieses Werkstoffverhalten bezeichnet man als isotrop. Im Gegensatz dazu ist Holz ein orthotroper Werkstoff, wodurch die Materialeigenschaften von der Ausrichtung der Holzfaser abhängig ist. Holz besitzt nicht die Fähigkeit sich plastisch zu verformen. Aufgrund dessen kann Holz nicht gefaltet oder abgekantet werden.

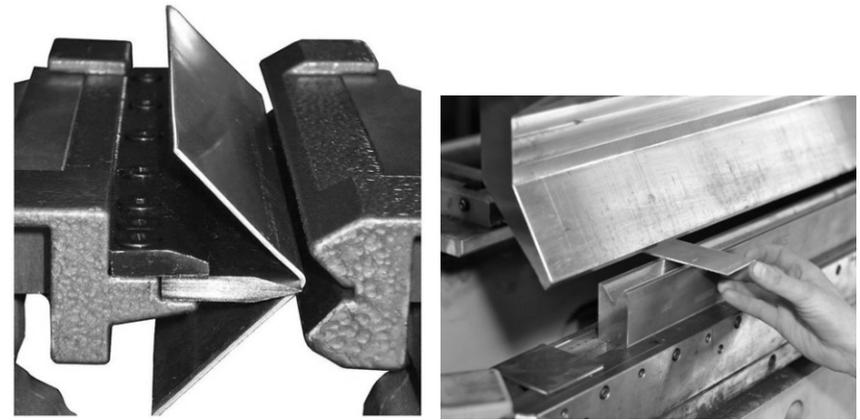


Aufgrund der nicht vernachlässigbaren Querschnittshöhe von Stahl ist zu berücksichtigen, dass sich diese durch Falten addieren kann und die Stahlkanten nicht komplett glatt gedrückt werden. Die mögliche Flächenfüugung bei Faltungen mit nicht vernachlässigbarer Dicke wird in *Abbildung 53* dargestellt. (vgl. Lang, 2018, pp. 21–22)



*Abbildung 53: Flächenfüugung bei Faltungen*

Eine simple Methode, ein Stahlblech abzukanten, erfolgt über eine Abkantmaschine. Das Blech wird zwischen dem unteren und dem oberen Abkantelement eingefädelt und über einen Hebel – entweder ein Fußpedal oder über hydraulisch gesteuerte Wangen – verformt. (vgl. *Abb. 54: Abkantmaschine mit Fußpedal* und *Abb. 55: Hydraulisch gesteuerte Abkantmaschine*) Durch die Kraftaufbringung entlang der Wangen kantet der Stahl um und behält die erzeugte Form. Trotz höherer Materialstärken lassen sich bedingt wandelbare Faltungen produzieren. (vgl. *Kapitel 2.1.1 Grundregeln für Origami*) Die Realisierung von großen Faltstrukturen, die einen dichten Raumabschluss bilden, ist aufgrund der bauphysikalischen Anforderungen und dem notwendigen Schutz vor äußeren Einflüssen mit hohem Planungsaufwand verbunden.



*Abbildung 54: Abkantmaschine mit Fußpedal*

*Abbildung 55: Hydraulisch gesteuerte Abkantmaschine*

#### 2.2.4 Sandwichbauweise

Durch die fehlende Speichermasse beim Leichtbau werden im Bereich von Raumabschlüssen häufig Sandwichbauweisen verwendet. Gemäß der gültigen europäischen Norm DIN EN 14509-1 wird ein Sandwichelement wie folgt definiert:

*„Bauprodukt, das aus zwei beiderseits eines Kerns angeordneten Metalldeckschichten besteht, wobei der Kern aus einem wärmedämmenden Werkstoff besteht und so kraftschlüssig mit den beiden Deckschichten verbunden ist, dass die drei Bestandteile bei Belastung gemeinsam wirken“* (vgl. DIN EN 14509-1, p. 12)

Anfangs fand diese Bauweise in der militärischen Luftfahrtindustrie und für Kühlmöbel sowie Kühlhausbau Anwendung. Bis in die 1990er Jahre wurde diese Bauweise meist nur im Industriebau angewendet, wo die ökonomische und bauphysikalisch bedingte Funktionalität im Vordergrund stand. Aufgrund der flexiblen Einsetzbarkeit gewinnt dieses Hybridmaterial im Fassadenbau immer mehr an Bedeutung. Seit der Jahrtausendwende entwickelt sich die Industrie der Sandwichbauweise immer weiter

## State of the art

und geht von Solar-Sandwichelementen über Baukastensysteme bis zu Akustikplatten. Auch bei Einfamilienhäusern kommt es vermehrt zum Einsatz von mehrschichtigen Elementen, obwohl deren Plattengröße eher auf großflächige Gebäudehüllen ausgerichtet ist. (vgl. Koschade, 2011, pp. 10-17)

Die dämmtechnische Optimierung der Gebäudehülle seitens der Gesetzgebung führt unvermeidlich zu einer Erhöhung der Dämmstärke von Sandwichelementen in Europa. Trotzdem ist diese weit unter den erforderlichen Dämmdicken einer vergleichbaren Massivbaukonstruktion. Derzeit sind Dämmebenen von 12 cm bis 14 cm, abhängig vom verwendeten Dämmmaterial, im Dach- und Fassadenbau bei Sandwichplatten üblich. (vgl. Koschade, 2011, p. 17) Infolge der mehrschichtigen Bauweise ist der passive Korrosionsschutz zumindest werkseitig bereits durch die Dämmebene gegeben. Der übrige Schutz vor Korrosion, auch in Hinblick auf Verbindungsmittel, muss seitens der Planung aufgrund der vorherrschenden Korrosionsbelastung des Bauteils ausgewählt werden. (vgl. Koschade, 2011, p. 30) Die erforderliche Mindest-Streckgrenze bei Deckschichten aus nichtrostendem Stahl liegt bei 220 N/mm<sup>2</sup>. (vgl. DIN EN 14509-1, p. 17)

Beim Einsatz von metallischen Werkstoffen im Bauwesen spielt der Korrosionsschutz eine zentrale Rolle. Dieser ist ausschlaggebend für die Funktionstüchtigkeit und Langlebigkeit metallischer Konstruktionen. Bei der Entscheidung für ein geeignetes Beschichtungssystem für die Struktur sind eine lange Korrosionsschutzdauer und Langzeitkonstanz der Oberflächenqualität ausschlaggebend. (vgl. Koschade, 2011, p. 29) Generell wird zwischen drei Systemen des Korrosionsschutzes bei Stahldeckschichten unterschieden: Systeme mit metallischen Überzügen (System 1), Systeme mit organischen Beschichtungen (System 2) und Duplexsystemen, die mit metallischen Überzügen und organischen Beschichtungen geschützt werden (System 3). Duplexsysteme gehören der höchsten Korrosionsschutzklasse an und eignen sich für die Anwendung im Außenbereich am besten. (vgl. Koschade, 2011, p. 31) *Tabelle 2* zeigt die Einteilung in Korrosionsschutzklassen nach DIN 55928. Die Einteilung gemäß DIN 55928-8 erfordert für die

gegebene Ausführung einer Dachkonstruktion als Korrosionsschutz ein Duplexsystem. Feuerverzinken und organische Beschichtung werden in diesem Fall zu einem konsistenten Schutzmechanismus kombiniert. Ein zusätzlicher Vorteil der organischen Beschichtung neben der erhöhten Langlebigkeit des Korrosionsschutzes ist die Möglichkeit der unterschiedlichen Farbgebung. Derartige Beschichtungen sind in sämtlichen Farbtönen verfügbar, ohne das Schutzziel zu beeinträchtigen, daher bieten sich für Designer und Architekten besondere gestalterische Vorzüge. (vgl. Koschade, 2011, p. 35)

Bei der Ausführung einer Dachkonstruktion ist der Einsatz von selbsttragenden Elementen erforderlich. Die Definition solcher Elemente wird in der europäischen Norm DIN EN 14509-1 verankert:

*„Element, das aufgrund seiner Werkstoffe und seiner Form in der Lage ist, sowohl seine Eigenlast als auch – im Fall von Elementen, die an tragenden Auflagern mit Zwischenabständen befestigt sind – alle darauf einwirkenden Lasten (z.B. Schnee, Wind, Innenluftdruck) zu tragen und in die Auflager abzuleiten“*  
(vgl. DIN EN 14509-1, p. 12)

Ein kraftschlüssiger Zusammenschluss der einzelnen Schichten bei der Sandwichbauweise führt zu einer massiven Steigerung des Tragverhalten des gesamten Bauteils. Jede einzelne Schicht verfügt über eine begrenzte Tragfähigkeit, wodurch das Element nicht in der Lage wäre, sich selbst zu tragen. Der Sandwicheffekt bewirkt, dass ein neues Tragsystem durch schub- und zugfeste Verbindung der Einzelschichten entsteht. Die Biege- und Torsionssteifigkeiten des mehrschichtigen Elements sind deutlich höher als jene der einzelnen Schichten. (vgl. Koschade, 2011, pp. 47-48) Die Dämmebene übernimmt bei der Sandwichbauweise nicht nur den Wärmeschutz, sondern aufgrund der mechanischen Eigenschaften der Dämmschicht wird auch die Tragfähigkeit des gesamten Bauteils erheblich beeinflusst. Der kraftschlüssige Verbund der einzelnen Schichten bedingt, dass die Kernschicht die

Deckschichten stabilisiert. Dies ist bei dünnen ebenen oder quasi-ebenen metallischen Bauteilen besonders wichtig, da eine erhöhte Druckbelastung zu vorzeitigem Verbeulen führen kann. Daraus folgt, dass die Traglast der Gesamtstruktur proportional zur Steifigkeit der Kernschicht steigt. (vgl. Koschade, 2011, pp. 66-67) Die Dämmebene sorgt für eine einseitige Oberflächenerhitzung. Die innenliegende Deckschicht unterliegt geringeren Temperaturschwankungen als die außenliegende. Dies führt zu Zwängen im Bauteilquerschnitt und in weiterer Folge zu Krümmungsverformung. (vgl. Koschade, 2011, p. 69) Aus bauphysikalischer Sicht können Sandwichelemente sehr unterschiedliche Anforderungen erfüllen. Die erreichten Grenzwerte sind abhängig vom verwendeten Material für das Bauteil, wobei Wärmeschutz, Luftdichtheit, Feuchteschutz, Schallschutz und Brandschutz zu den wesentlichsten bauphysikalischen Eigenschaften von Sandwichelemente zählen. (vgl. Koschade, 2011, p. 90)

Nr.	Korrosionsbelastung nach DIN 55928-1	Korrosionsschutzdauer	Zugänglichkeit	Korrosionsschutzklasse nach DIN 55928-8
1	unbedeutend	kurz	zugänglich oder unzugänglich	I
		mittel		
		lang		
2	gering	kurz	zugänglich	III
		mittel	unzugänglich	
		lang		
3	mäßig	kurz	zugänglich	II
		mittel	unzugänglich	
		lang		
4	stark	kurz	zugänglich oder unzugänglich	III
		mittel		
		lang		
5	sehr stark	kurz	zugänglich	
		mittel		
6	sehr stark	lang	unzugänglich	

*Tabelle 2: Korrosionsschutzklassen Stahldeckschichten*

Korrosionsschutzklasse	Korrosionsschutzsystem
I	verzinkte metallische Oberfläche (Z 275 oder Z A 255)
II	verzinkte metallische Oberfläche nach K I und zusätzliche organische Beschichtung mit mind. 12 µm
III	verzinkte metallische Oberfläche nach K I und zusätzliche organische Beschichtung mit mind. 25 µm

*Tabelle 3: Korrosionsschutzsystem Einteilung nach Klassen*

### 2.2.5 Verbindungen

Zur Ausführung von Verbindungen mit biegesteifen Faltelementen gibt es eine Vielzahl von Lösungen. Bei nicht gefalteten Elementen aus Stahl oder Holz werden die einzelnen Flächen vor Ort in Form eines Baukastensystems zusammengefügt. Dazu werden unter anderem gelenkige Verbindungen verwendet, die entweder zentrisch der mittleren Querschnittsachse der Flächenelemente oder asymmetrisch angebracht werden. Bei Anordnung der Gelenke am Rand des Querschnitts können die Faltelemente in eine Richtung komplett zusammengefaltet werden. Eine zentrische Anordnung der Gelenke bewirkt insgesamt einen größeren Bewegungsradius der Falflächen, allerdings kann sich das System nicht vollständig zusammenfallen. (vgl. Abb. 57: Gelenkige Verbindungen der Flächenelemente) (vgl. Künstler and Trautz, 2011, p. 87) Für eine Anordnung der Gelenke asymmetrisch zur Querschnittshöhe der Flächenelemente können die Gelenke in einer Achse liegen oder diese versetzt angeordnet werden. (vgl. Abb. 55: Asymmetrische Anordnung der Verbindungsgelenke) Eine Weiterentwicklung der symmetrischen Gelenkanordnung erfolgt durch Abschrägung der Falflächen, wie in *Abbildung 55* in der rechten Spalte dargestellt. Diese Möglichkeit verbindet die Vorteile der symmetrischen und asymmetrischen Anordnung. (vgl. Tachi, 2011, pp. 5–6)

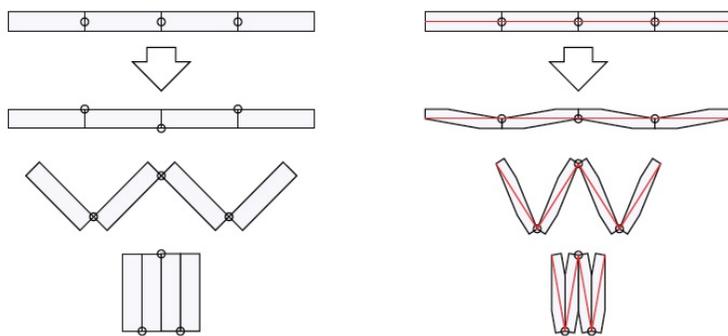


Abbildung 56: Asymmetrische Anordnung der Verbindungsgelenke

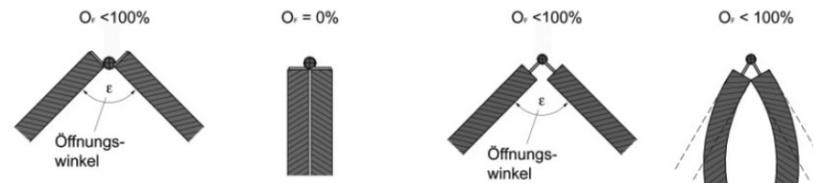


Abbildung 57: Gelenkige Verbindungen der Flächenelemente

Bei *Faltwerken* aus *Ortbeton* entsteht ein monolithisches und steifes *Tragwerk*. Besonders für leichte und temporäre Bauten werden alternative Materialien verwendet. Ein Beispiel hierfür sind *glasfaserverstärkte Kunststoffplatten*, wodurch transparente Bauteile hergestellt werden können. Holz ist einer der ältesten Baustoffe und findet auch im Bereich der *Faltwerke* Anwendung. Aus der jahrelangen Erfahrung im *Holzbau* gehen die traditionellen *Zimmermannsverbindungen* und die *Schraub- sowie Klebeverbindungen* hervor. (vgl. Abb. 30: *Schwalbenschwanzverbindung*) Die traditionellen Verbindungen können heute auch mittels moderner Fertigungstechnologie, zum Beispiel *CNC-Fräse*, erzeugt werden. Diese Methoden können sowohl bei *Massivholz* als auch bei *Holzwerkstoffen* verwendet werden. Bei *Holzfaltwerken* ist zu berücksichtigen, dass der kleinste und der größte Winkel in Abhängigkeit der maximalen Werkzeugneigung zu planen sind. (vgl. Robeller and Weinand, 2016, pp. 68 - 69)

Verbindungsarten für flächige metallische Werkstoffe können zum Beispiel *Nieten*, *Schrauben*, *Schweißen* oder *Falze* sein. Für *Schraub- oder Nietverbindungen* gibt es verschiedene Arten der Ausführung. Einerseits können die *Metallplatten* aufgekantet über die *Stege* miteinander verschraubt werden. (vgl. Abb. 58: *Schraubverbindung von Metallplatten*) Andererseits können zusätzliche Materialien wie beispielsweise *Platten*, *Winkel* oder *U-Profile* zur Verbindung verwendet werden. (vgl. Abb. 59 – 61) *Schweißverbindungen* können sowohl *flach* oder als *Eckverbindung* verwendet werden. (vgl. Abb. 62 und 63)

State of the art

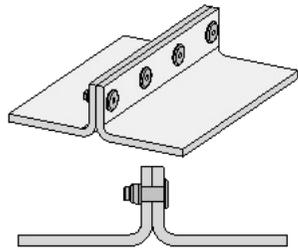


Abbildung 58: Schraubverbindung Metallblech

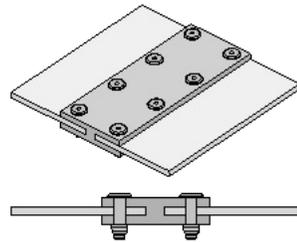


Abbildung 59: Schraubverbindung mittels Metallplatte

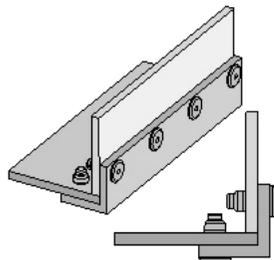


Abbildung 60: Schraubverbindung mit Winkel

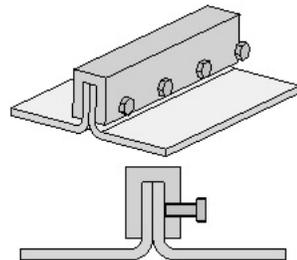


Abbildung 61: Schraubverbindung mit U-Profil

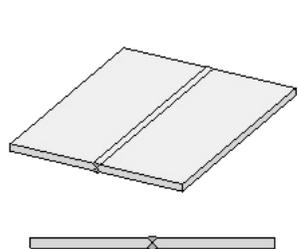


Abbildung 62: Schweißverbindung flach

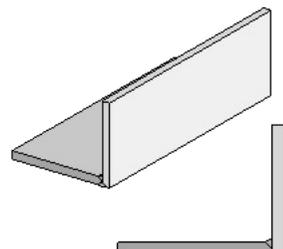


Abbildung 63: Schweißverbindung Ecke

Klassische Falzverbindungen ermöglichen eine Verbindung zwischen Falzflächen ohne zusätzliche Materialien und mechanische Beschädigung. Die zu verbindenden Bleche werden an einer Kante gemeinsam gefalzt und so die einzelnen Blechbahnen miteinander verbunden. Diese Verbindungsart wird bei Blechdächern im Bereich der Spenglerarbeiten verwendet und dient zur regendichten Dachdeckung. Hierbei gibt es mehrere Varianten von Falzen, die je nach optischen Kriterien verwendet werden. (vgl. Abb. 64: Falzverbindungen) (vgl. <https://archipendium.com/architekturwissen/architektur-lexikon/blechdeckung/>, zuletzt aufgerufen am 8.4.2021)

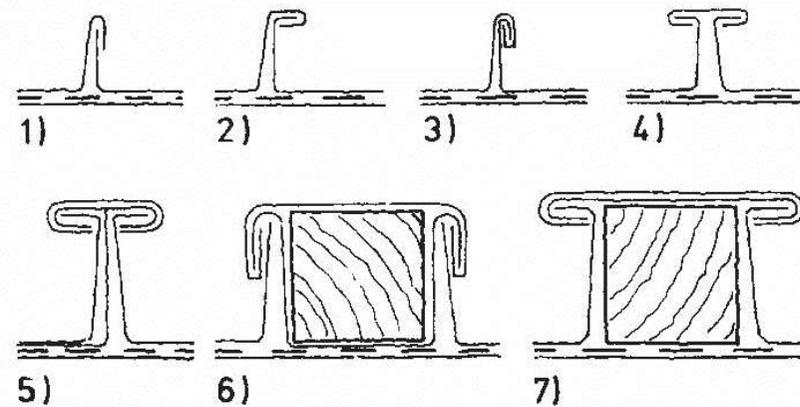


Abbildung 64: Falzverbindungen

- 1) Einfacher Stehfalz
- 2) Winkelfalz
- 3) Doppelstehfalz
- 4) Doppelwinkel-Stehfalt mit Deckleiste
- 5) Deutsche Leistendeckung ohne Holz
- 6) Belgische Leistendeckung
- 7) Deutsche Leistendeckung

### 2.2.6 Baustoff-Optimierung

Die individuelle Materialauswahl hat einen enormen Einfluss auf die Performance von Tragstrukturen. Je nach Planungsvorgaben und Randbedingungen der zu erzeugenden Strukturen muss den Anforderungen entsprechend das geeignete Material ausgewählt werden. Des Weiteren können verschiedene Bearbeitungsmethoden Materialeigenschaften (günstig) beeinflussen. Im Zuge neuer Bearbeitungsmethoden und parametrischem Entwerfens ist vor allem die inkrementelle Blechformung zu nennen. (vgl. Musto et al., 2019, p. 902) Hierbei wird ein heißer Eisenkopf am Roboterarm über die Oberfläche des Blechs bewegt, der immer tiefere Kerben an der Oberfläche entstehen lässt. Dies kann sowohl auf der gefalteten Struktur als auch auf einem einzelnen Stahlblech angewendet werden. Durch die Blechverformung werden lokal Steifigkeitsspitzen eingepreßt und dadurch der Kraftfluss unter Belastung gezielt gesteuert. (Fraunhofer-Gesellschaft, n.d.) Der Vorgang ähnelt dem Verfahren der Mikrofaltung. Die Faltflächen werden zusätzlich mit kleinen Faltpattern versehen, wodurch die Flächen stabilisiert werden und ein Ausbeulen verhindert wird. Problematisch dabei ist das Planen von Mikrofaltungen in einem Faltwerk, da die Faltkanten der Hauptfaltung die Faltungen der Sekundärfaltung aufnehmen und die Hauptverbindungen die Faltungen vereinen müssen. Hierbei müssen innovative Lösungen zur Verbindung der Faltkanten entwickelt werden. Eine Möglichkeit zur Gewichtsreduktion bietet die Lochung oder Perforation. Die Tragsicherheit und Standfestigkeit der Struktur muss trotz Materialreduktion gegeben sein. Dies muss bei der Planung des Lochmusters berücksichtigt werden. Durch die Lochung der Oberfläche verliert die Struktur ihre Wind- und Regendichtheit, allerdings entsteht ein interessantes Licht-/Schattenspiel im Innenraum.

### 2.2.7 Brandschutz im Stahlbau

Der Brandschutz spielt im Stahlbau eine zentrale Rolle und muss bei der Planung berücksichtigt werden. Hitzebeständige Beschichtungen bieten eine simple Methode, dem schlechten Brandverhalten von Stahl entgegenzuwirken. Dämmschichtbildner blähen sich im Brandfall zu Schäumen auf und verhindern, dass die

Hitze zum Stahlbauteil durchdringt. Ablationsbeschichtungen reagieren bei Hitzeeinfluss und wirken kühlend auf das Material. (vgl. <https://www.baunetzwissen.de/brandschutz/fachwissen/bauprodukte/brandschutzbeschichtungen-3502507>, zuletzt abgerufen am 8.4.2021)

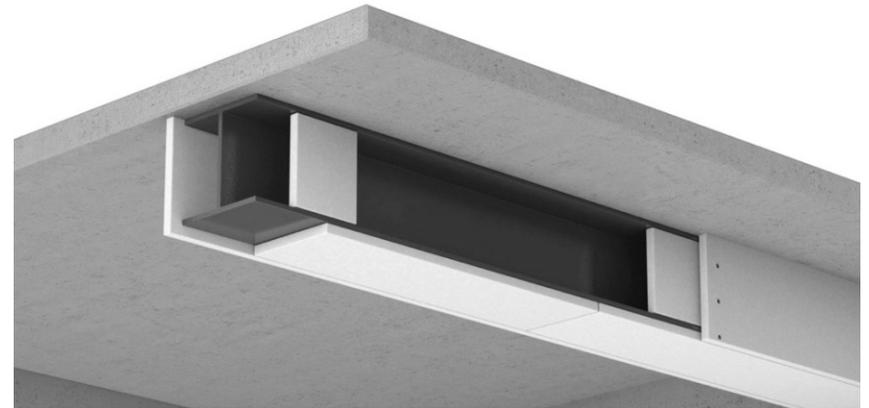


Abbildung 65: Verkleidung von Stahlbauteilen

Eine weitere Variante ist eine Verkleidung der Stahlbauteile mit brennfesten Materialien wie beispielsweise Gipskartonplatten. (vgl. Abb. 65: Verkleidung von Stahlbauteilen) Diese Ausführungsvariante bietet eine kostengünstige und einfache Methode, den Brandschutz zu gewährleisten. Aufgrund der Verkleidung entstehen außerdem optische Vorteile im Innenraum.

Eine besonders innovative Lösung zeigt die Konstruktion des Juridicums in Wien. Die tragenden Stahlfachwerke, die als Brückenkonstruktion auf Stahlbetonpylonen lagern, sind mit Wasser gefüllt. (vgl. Abb. 66: Stahlfachwerk Juridicum Wien und Abb. 67: Auskreuzung Stahlfachwerk Juridicum Wien) Das Wasser verhindert ein Überhitzen der tragenden Stahlbauteile im Brandfall und somit auch den Verlust der Tragfähigkeit. Insgesamt zirkulieren 850 m<sup>3</sup> Flüssigkeit im Brandschutzsystem, um die Stahlbauteile zu kühlen. (vgl. Hiesmayr, n.d.)

## State of the art



Abbildung 66: Stahlfachwerk  
Juridicum Wien



Abbildung 67: Auskreuzung  
Stahlfachwerk Juridicum Wien

### 2.3 Parametric Design

Die Definition für den Begriff “Parametric Architecture” wurde erstmals im Jahr 1939 von dem italienischen Architekt Luigi Moretti festgelegt:

*„The relations between the dimensions dependent upon various parameters.”*  
(Tedeschi, 2014, p. 20)

Mit dieser Definition und Erkenntnis wurden in den darauffolgenden Jahren verschiedenste Tools entwickelt, die den Grundstein für die heute bekannten CAD (*Computer Aided Design*) Programme gelegt haben. Im Vergleich zu den früher gängigen Handzeichnungen konnten durch die computerbasierte Planung viele weitere Faktoren berücksichtigt werden, die im analogen Zeichnen außer Acht gelassen wurden. Hier seien beispielsweise die Erdanziehungskräfte, physikalische Gesetze und Materialeigenschaften genannt. Außerdem erhöht die Anwendung von CAD Programmen den Detaillierungsgrad im Vergleich zu händisch gezeichneten Plänen. Mit dem Trend und der Tendenz der 3D

Planung im Bauwesen steigt auch die Komplexität in der Plan-darstellung. Aus diesem Grund unterliegt die Branche der Planung einem erneuten Wandel und Fortschritt, dem *algorithmic modeling*. (vgl. Tedeschi, 2014, pp. 20-22) Beim *algorithmic modeling* wird der Planungsprozess von einem vorab definierten Algorithmus dominiert. Dieser verknüpft die einzelnen Schritte miteinander und durchläuft sie immer wieder, bis ein optimales Ergebnis nach den gesetzten Parametern erzielt wird. Die Aufgabe des Designers liegt hierbei in der strukturellen Planung und Definition eines Algorithmus, der dann eine gewünschte Geometrie ausgibt. Es werden sämtliche Probleme in strukturierte Einzelschritte gegliedert und nacheinander durchlaufen. Algorithmen stehen in direktem Zusammenhang mit einer Computersoftware, können aber unabhängig von der Programmiersprache beschrieben werden:

- Algorithmen sind eindeutige und unmissverständliche, genau definierte Anweisungen.
- Ein Algorithmus geht von einer definierten Reihe an Inputs aus.
- Ein Algorithmus generiert einen genau definierten Output.  
(vgl. Tedeschi, 2014, p. 23)

Bei einem Algorithmus werden Inputs gesetzt, die nach den genauen Anweisungen verarbeitet und zu einem gewünschten Output generiert werden. (vgl. Abb. 68: Aufbau eines Algorithmus)

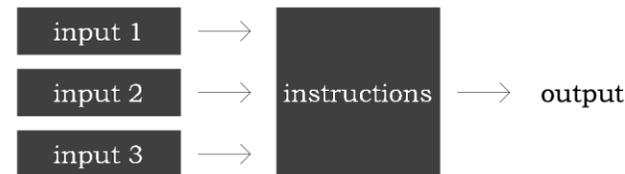


Abbildung 68: Aufbau eines Algorithmus

Die Erstellung eines Algorithmus erfordert einen Editor, der diesen schreibt. Hierbei werden zwei Arten von Editoren unterschieden. Einerseits gibt es „*standalone Editors*“ wie beispielsweise C# oder *Phyton*, andererseits „*embedded Editors*“, auch genannt „*Script Editors*“, die von anderen Programmen (Rhinoceros, AutoCAD) unterstützt werden und es dem Nutzer ermöglichen, Anweisungen für automatisierte Vorgänge zu schreiben. (vgl. Tedeschi, 2014, p. 23) Diese Art Objekte zu erstellen und Strukturen zu schaffen eröffnet völlig neue Möglichkeiten. Eine Manipulation via Computermaus, wie es bei der konventionellen Planungsmethode mit CAD Programmen üblich ist, wird durch eine Programmiersprache ersetzt, die Prozesse und Abläufe definiert. Dieser Prozess wird auch „*scripting*“ genannt und besteht aus zwei Arbeitsumgebungen, die jeweils ein Output generieren. Der Algorithmus gilt als Output des Editors und die zweidimensionale oder dreidimensionale Geometrie entsteht aus der Arbeitsumgebung der Modellierung. (vgl. Tedeschi, 2014, p. 24) Arturo Tedeschi, der Autor des Buches *AAD\_Algorithms Aided Design*, beschreibt das Ergebnis einer parametrischen Modellierung wie folgt:

*„The final output is not just a „digital sign“ but it can be considered as an interactive digital model responding to variations in the input by manipulating the entire system.“* (vgl. Tedeschi, 2014, p. 24)

Scripting bedingt, dass die Objekte nicht weiter über deren Location definiert werden, sondern über Parameter. Durch Manipulation der Parameter erfolgt eine Veränderung des Objekts. Algorithmic Design bringt deren Nutzer dazu, einen Prozess zu entwerfen anstelle eines Einzelobjekts. Ebenso werden bei der Manipulation des Algorithmus Daten und nicht digitale Objekte verändert. Diese Planungsmethode erlaubt Designern neue Lösungsansätze zu erhalten und über die Grenzen der konventionellen 2D oder 3D Planung hinauszugehen. (vgl. Tedeschi, 2014, p. 24) Im Vergleich zur herkömmlichen Planungsmethode können weitaus komplexere Geometrien verarbeitet und viel mehr Faktoren mitbedacht werden, die auf die Struktur Einfluss nehmen. Beispielsweise ist es möglich, Umwelteinflüsse wie Sonneneinstrahlung,

Windlast oder Niederschlag schon im Designprozess zu berücksichtigen. Ebenso können gegenseitige Abhängigkeiten der Parameter definiert werden. Das bedeutet, dass bei einer Manipulation eines Faktors alle weiteren Werte, die damit in Verbindung stehen, auch verändert werden. Des Weiteren können die erzeugten Ergebnisse (Outputs) mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus anhand automatisierter/computer gesteuerter Variation der Eingangsparameter einem oder mehreren Kriterien verbessert werden. Bruce Mau beschreibt dies in seinem Buch „*Incomplete Manifesto for Growth*“ und fasst mit seiner Aussage das Grundprinzip von *Algorithmic Design* passend zusammen:

*„Process is more important than outcome. When the outcome drives the process we will only ever go to where we've already been. If process drives outcome we may not know where we're going, but we will know we want to be there.“* (vgl. Tedeschi, 2014, p. 24)

In den letzten Jahrzehnten wurden verschiedenste Tools entwickelt, die auf einer grafischen Programmieroberfläche basieren, den so genannten *node diagrams*. Eine grafisch gestützte Verknüpfung von bereits vordefinierten Programmierbausteinen ermöglicht eine Verwendung von Nutzern mit wenig oder keinen Programmierkenntnissen. *Generative Components*® von Bentley Systems oder *Grasshopper*® von Robert McNeel & Associates sind Beispiele für *node based software systems*. Arbeitsumgebungen und Outputs sind bei dieser Methode äquivalent zur herkömmlichen Programmierung. Aber anstelle eines Algorithmus in Textform generiert sich bei der visuellen Programmierung ein *node digaram*, also ein parametrisches Diagramm, auch visueller Algorithmus genannt, der aus Knotenpunkten und Verbindungen besteht. Visuelle Programmierung ermöglicht Designern und vor allem Architekten völlig neue Möglichkeiten betreffend der Formfindung, Planung und Umsetzung, welche nicht nur die Qualität, sondern vor allem die erzielten Ergebnisse auf ein völlig neues Niveau heben. Durch eine festgesetzte Anzahl von Iterationen können die Anweisungen des Algorithmus mehrmals durchlaufen werden. Nach einer Analyse des Outputs erfolgt eine Feedback-

## State of the art

Schleife und die Berechnung beginnt von vorne, so oft, bis die festgesetzte Anzahl der Iterationen erreicht ist. (vgl. Abb. 69: *Formfindungsprozess*) (vgl. Tedeschi, 2014, pp. 27-30)

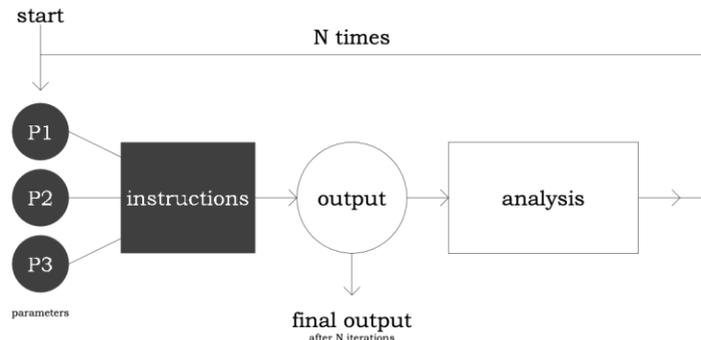


Abbildung 69: Formfindungsprozess

### 2.3.1 Grasshopper ® von Robert McNeel & Associates

Grasshopper ® als Zusatzsoftware für das Programm Rhinoceros gehört zur Gruppe der *none-based editors*. Mit diesem Programm wird auf einer grafischen Oberfläche der entsprechende Code erzeugt, welcher direkt und live visuell in Rhino angezeigt wird. Grasshopper bietet in seiner Grundausstattung bereits einen großen Baukasten an Funktionsbausteinen, welcher durch das Hinzufügen von weiteren Plugins stetig erweitert werden kann. Weiters können innerhalb des Programms Subroutinen, kleine Unterprogramme, in C# oder Phyton, eingepflegt werden.

### 2.3.2 Particle-spring systems (PSS)

Durch die Verwendung von Particle-spring systems (PSS) kann physisches Verhalten von verformbaren Objekten simuliert werden. Hierbei werden Punkte der Geometrie mittels eines elastischen Federmodells untereinander in Beziehung gesetzt beziehungsweise gekoppelt. Somit lässt sich unter Belastung ein Gleichgewichtszustand der Geometrie errechnen. Diese Technik wird von Designern im Formfindungsprozess genutzt.

Traditionelle analoge Methoden zur Formfindung wie Hängemodelle, Seifenfilme oder komplexe physische Modelle gelten als sehr zeitaufwendig und sind schwierig herzustellen. (vgl. Tedeschi, 2014, p. 361) Ein Beispiel dafür ist die Dachkonstruktion der Sagrada Família in Barcelona, die vom Architekten Antonio Gaudí in Form eines Hängemodells geplant wurde. Das heutige Dach ist eine Kuppelkonstruktion, die sich Kettenlinien annähert. (vgl. Abb. 70: *Hängemodell der Kuppelkonstruktion* und Abb. 71: *Sagrada Família*) Mit dem Einsatz von *particle-spring systems* können solche Prozesse digital simuliert werden. Außerdem können dem Simulationsprozess weitere Einflussfaktoren hinzugefügt werden, die das physische Verhalten der Struktur beeinflussen. Hier seien beispielsweise Zusatzlasten wie Wind-, Schnee-, Temperatur- und Nutzlast genannt, ebenso wie das Setzen von Rand- beziehungsweise Zusatzbedingungen, wie innere Zwänge oder Auflagerpunkte. (vgl. Tedeschi, 2014, p. 361) Die Hauptbestandteile eines *particle-spring systems* sind:

*“Particles, springs, forces and anchor points”*

(vgl. Tedeschi, 2014, p. 361)



Abbildung 70: Hängemodell der Kuppelkonstruktion



Abbildung 71: Sagrada Família

Jede geometrische Struktur kann in eine mit Masse hinterlegten Punktwolke aufgelöst werden, die während der laufenden Simulation ihre Position und Geschwindigkeit verändern. Diese Elemente werden *particles* genannt. Die Verbindungen zwischen den einzelnen Teilen der Struktur sind linear-elastisch und werden *springs* genannt. Die auftretenden Kräfte (engl. *forces*) können als Vektoren in der Simulation berücksichtigt werden. Die definierten Auflagerpunkte (engl. *anchor points*) verändern während der Simulation ihre Position nicht und halten die Struktur fest. PSS beinhalten schrittweise Kalkulationen und Berechnungen, die einen Gleichgewichtszustand anstreben. Diese Kalkulationen werden von mathematischen Solvern durchgeführt. Diese Solver nähern sich schrittweise vom Anfangszustand hin zu einem Gleichgewichtszustand. Kangaroo2<sup>®</sup> gehört zur Gruppe der *physics*

*based particle-spring systems* und wurde von Daniel Pirker entwickelt. Die Simulationssoftware funktioniert als Plugin für Grasshopper<sup>®</sup>. Bei der Verwendung von Kangaroo2<sup>®</sup> gibt es zwei Möglichkeiten, eine Simulation durchzuführen: *direct interaction* bedeutet die Manipulation von Auflagern, Kräften und Formeigenschaften. *Parametric oder associative interaction* heißt, dass die verwendeten Punkte, Kräfte, Formen aus einer anderen parametrischen Modellierung verwendet werden. (vgl. Tedeschi, 2014, pp. 362-362) Die schematische Darstellung in *Abbildung 72* zeigt den Workflow von Kangaroo2<sup>®</sup>.

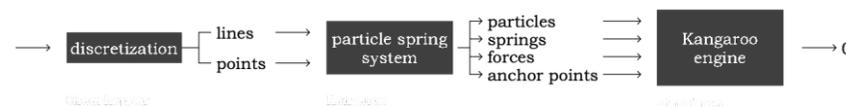


Abbildung 72: Kangaroo 2 Workflow

### 2.3.3 Finite Elemente Methode (FEM)

Zur Analyse und Optimierung von Strukturen im Rahmen von Simulationen wird die Finite Elemente Methode verwendet. Es ist ein numerisches Verfahren, bei dem die Struktur in eine endliche (finite) Zahl von Teilen zerlegt wird. Die Berechnung der Subelemente über Algorithmen ermöglicht Aussagen über das Gesamtverhalten der Struktur. Die Verbindung der einzelnen Teile erfolgt nach Berechnung über Knoten. Das Verhalten eines Körpers unter Belastung, wie beispielsweise Kräfte- oder Temperatureinfluss, kann durch dessen Diskretisierung berechnet werden. Der Ablauf der Berechnung erfolgt in drei Schritten: Zuerst wird das Modell aufgebaut und in finite Elemente zerlegt sowie Materialeigenschaften zugewiesen. Die Anzahl der finiten Elemente hat großen Einfluss auf das Ergebnis der Analyse. Danach folgt die Lösung des Gleichungssystems über einen Solver des Softwareprogramms. Die Ergebnisse sind Verformungen, Spannungen und die Knotenkräfte. Im letzten Schritt werden die Ergebnisse meist in grafischer Darstellung analysiert. (vgl. Knothe and Wessels, 2017, pp. 5-11) Die Anwendung der Finiten Elemente Methode ist über viele

## State of the art

Tools möglich. Karamba3D bietet eine Softwarelösung, die in der frühen Formfindungsphase und für Strukturanalysen verwendet werden kann. Die Einbettung in die Oberfläche von Grasshopper<sup>®</sup> und der grafische Aufbau des Algorithmus ermöglichen auch Nutzern mit eingeschränkten Programmierkenntnissen eine Anwendung des Programms. Die zu analysierenden Strukturen werden zunächst in finite Elemente zerlegt. Der Input für das Modell können Elemente aus *lines* für Stab- oder *meshes* für Flächenkonstruktionen sein. Für das Rechenmodell müssen auch vorab die entsprechenden Auflagerbedingungen, einwirkende Kräfte, Materialien und Querschnitte der Bauteile vollständig definiert werden. Zur Analyse der Daten können verschiedene Berechnungsmodelle herangezogen werden, die je nach Struktur und deren Anforderungen definiert werden müssen. In Form von Darstellungen am Modell oder Legenden können die Ergebnisse der Auswertung grafisch erfasst werden. Im Zuge der Analyse kann auch eine Querschnittsoptimierung durchgeführt werden, die für gegebene Lasten den optimalen Querschnitt innerhalb eines definierten Bereichs auswirft. Durch das Arbeiten auf der Oberfläche von Grasshopper<sup>®</sup> können in frühen Designphasen strukturelle Analysen live mitverfolgt und deren Ergebnisse in Optimierungsverfahren miteinbezogen werden. Das ermöglicht einen rascheren und gezielteren Formfindungsprozess. (vgl. manual.karamba3d.com, zuletzt aufgerufen am 11.4.2021)

## 2.4 Conclusio

Anhand des erworbenen Wissens können richtungsweisende Entscheidungen für die Erstellung einer Faltstruktur als weitgespannte Überdachung getroffen werden. Aufgrund der großen Spannweite muss die Gesamtstruktur segmentiert werden und über ein Verbindungssystem auf der Baustelle zusammengefügt. Diese Einzelelemente sollen gefaltet werden, wodurch sich die Materialwahl auf duktile Werkstoffe beschränkt. Die hohen Materialfestigkeiten in allen Belastungsrichtungen und die Verfügbarkeit von standardisierten Bauteilen führt zur Entscheidung, eine Stahlkonstruktion zu planen. Durch den Faltvorgang wird der Aspekt des Origamipatterns hervorgehoben und erinnert an den

Ursprung, die traditionelle Papierfaltkunst. Aufgrund des Einsatzes der Struktur als Dachhülle muss sie bestimmten Wärmedämmeigenschaften entsprechen. Aus diesem Grund kommt für das gesamte System eine Sandwichbauweise zur Anwendung. Die beiden Deckschichten werden in Stahl ausgeführt und kraftschlüssig mit der Dämmebene verbunden, wodurch eine verbesserte Tragwirkung erzielt werden kann. Der erhöhte Materialquerschnitt bedingt eine Vergrößerung des Eigengewichts, das in der strukturellen Analyse berücksichtigt wird. Um den Brandschutz des Systems zu gewährleisten, wird die gesamte Konstruktion mit einer Brandschutzbeschichtung versehen. Für die Verbindung der einzelnen Elemente bedarf es einer besonderen Lösung, die im Zuge der Entwurfsarbeit entwickelt wird. Es sollen sämtliche Verbindungen ohne Sekundärkonstruktion funktionieren und die Aussteifung des Systems ausschließlich über Faltung erzeugt werden. Bezogen auf die spätere Anwendung eines Stahlfaltwerks als Dachkonstruktion im innerstädtischen Bereich lässt sich die Korrosionsbelastung nach DIN 55928-1 als stark einstufen und der Schutz soll möglichst lange gegeben sein. Aufgrund der Ausführung als Dachkonstruktion ist diese nicht zugänglich. Diese Anforderungen führen zur Korrosionsschutzklasse III gemäß DIN 55928-8. Das erfordert ein Korrosionsschutzsystem mit

*„verzinkter metallischer Oberfläche nach KI und zusätzliche organische Beschichtung mit mind. 25 µm.“*  
 (vgl. Koschade, 2011, p. 32)

Zur digitalen Verarbeitung wird der *none-based editor* Grasshopper<sup>®</sup> verwendet mit den Plugins Kangaroo2 zur physischen Simulation, Karamba3D für die Finite Elemente Analyse. Elemente, die sich aus einem Stück falten lassen, müssen den Regeln von Origami entsprechen. Daher werden im folgenden Abschnitt verschiedene bestehende Origamifaltmuster analysiert und einander gegenübergestellt. Dies dient zur Entscheidungsfindung für ein Faltmuster für die spätere Bearbeitung als Dachkonstruktion.

### 3 Analoge Experimente

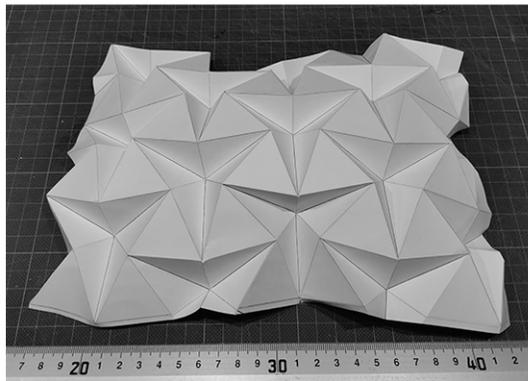
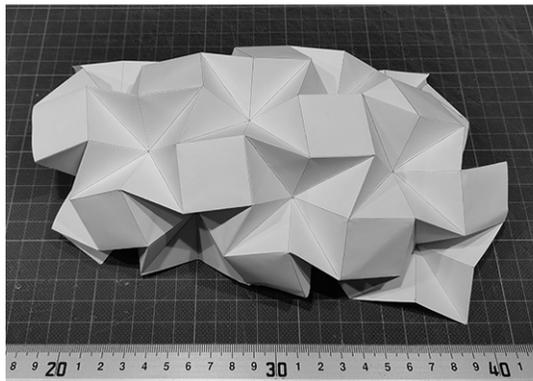
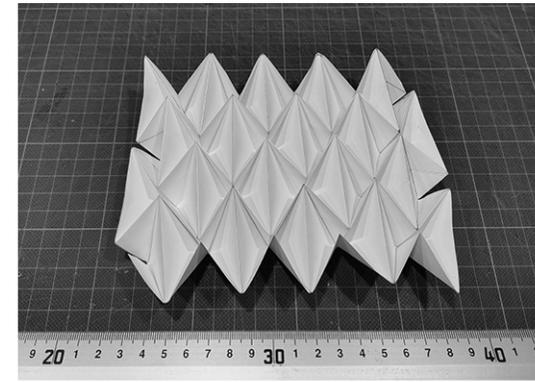
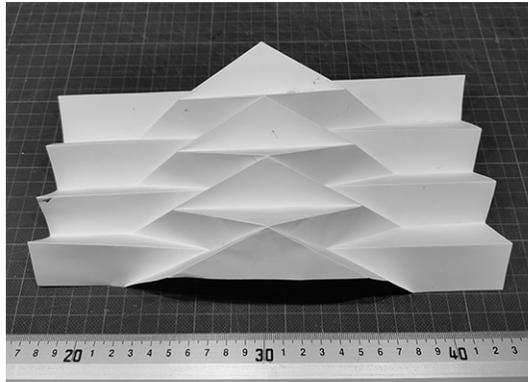
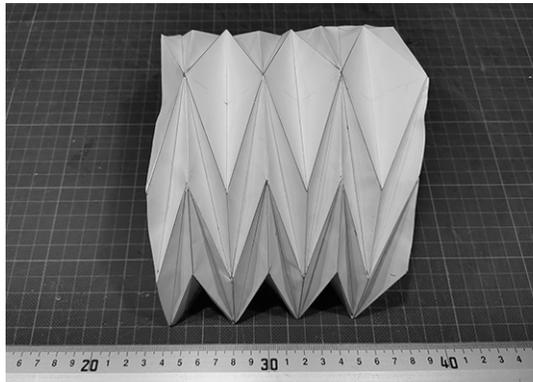
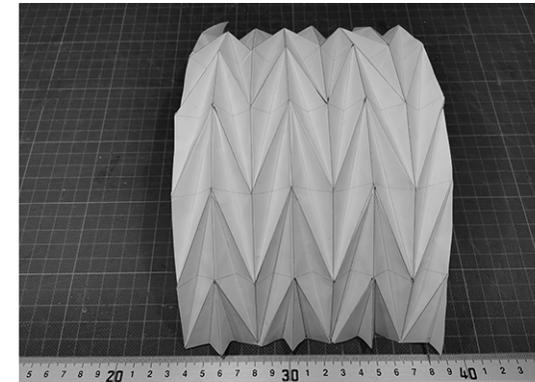
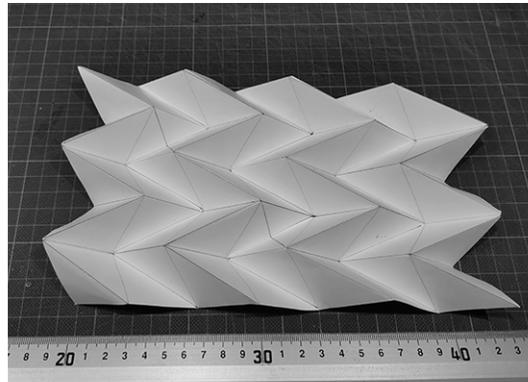
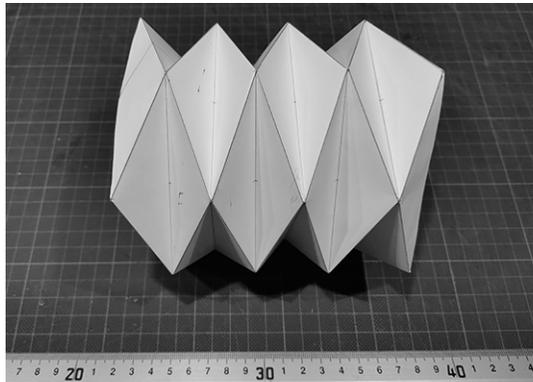
Die Experimente erfolgen ausschließlich in Papierform, anhand derer werden verschiedene Geometrien von Faltmustern untersucht. Papier eignet sich besonders gut für analoge Versuche, da dieses Material leicht zu bearbeiten und fast überall erhältlich ist. Die Versuchsreihe dient der Gegenüberstellung der Faltmuster hinsichtlich des geometrischen Aufbaus, der faltbarkeit, der Belastbarkeit der Struktur, des äußeren Erscheinungsbilds und der Anpassungsfähigkeit auf unterschiedliche Formen. Im zweiten Schritt werden die jeweiligen Untersuchungsergebnisse unter Zuhilfenahme eines Bewertungsraster verglichen und entsprechend der Punktereihung wird das vielversprechendste Pattern ausgewählt, um dieses im digitalen Raum weiter zu bearbeiten.

Für jedes Faltmuster wird ein DIN A4 Blatt mit 100 g/m<sup>2</sup> verwendet, um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten. Bei den Darstellungen der Faltpläne wird der selbige Farbcode betreffend der Berg- und Talfaltkanten, wie eingangs bereits beschrieben, angewendet. *(siehe Kapitel 2 State of the art)* Die Abfolge der nachstehenden Bilder ist immer von links nach rechts in Zeilenform zu lesen.

Die analoge Versuchsreihe umfasst folgende Faltmuster:  
(vgl. Abb. 73 - 80)

- Yoshimura Faltung
- Miura-Ori Faltung
- Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung
- Kombination von Miura-Ori und Yoshimura Faltung
- Reversed Folds
- Waterbomb Faltung
- Ron-Resh Faltung
- Triangulated-Ron-Resh

## Analoge Experimente



*Oben:*  
Abbildung 73: Yoshimura-Faltung  
Abbildung 74: Mirua-Ori Faltung  
Abbildung 75: Weiterentwicklung der  
Miura-Ori Faltung

*Mitte:*  
Abbildung 76: Kombination von Mirua-Ori  
und Yoshimura Faltung  
Abbildung 77: Reversed Folds  
Abbildung 78: Waterbomb Faltung

*Unten:*  
Abbildung 79: Ron-Resh Faltung  
Abbildung 80: Triangulated-Ron-Resh Pattern

### 3.1 Yoshimura Faltung

Die Faltung baut auf einem quadratischen oder rechteckigen Raster mit beliebiger Ausdehnung in x- und y-Richtung auf. Die Rasterlinien werden als Talfalten ausgebildet. (vgl. Abb. 81: *Rasterlinien als Talfalten*) Die Diagonalen des Rasters bilden die Bergfalten, wodurch eine einfache Parkettierung aus kongruenten gleichschenkligen Dreiecken entsteht. (vgl. Abb. 82: *Diagonalen als Bergfalten*) (vgl. Gorski and Müller-Philipp, 2014, p. 184) In jedem Punkt im Inneren des Faltmusters kommen vier Bergfalten und zwei Talfalten zusammen, wodurch sich in Summe in einem Punkt sechs Faltkanten treffen. (vgl. Abb. 83: *Faltmuster*) (vgl. Lang, 2018, p. 192) Nach dem Satz von Maekawa ergibt die Differenz aus Berg- zu Talfalten den Wert zwei. (vgl. Lang, 2018, p. 28)

Die Abbildungen 85-87 und 94-96 zeigen eine Papierfaltung, die sich über den Raster mit den Abständen 3 cm : 4 cm festlegt, wobei die Abstände der Talfalten 4 cm definiert. Hierbei ergeben sich für das Faltmuster die Talfalten mit einer Länge von 8 cm.

Die gefaltete Struktur nähert sich einem Rohr an. (vgl. Abb. 85: *Variante 1 unbelastet*) Dies ergibt sich aufgrund der Längendimensionierung der Talfalten. Je kürzer die Talfalten sind, desto stärker ist die Krümmung der Oberfläche. Daraus lässt sich ableiten, dass die Länge der Talfalte die entscheidende Einflussgröße auf die Qualität der Annäherung an eine Grundform darstellt. Da diese Faltstruktur sämtlichen Grundsätzen des Origamifaltens entspricht (siehe Kapitel 2.1.1 *Grundregeln für Origami*), lässt sich die Yoshimura Faltung vollständig zusammenfalten. Allerdings überlappen die Enden des Patterns, im vollständig zusammengefalteten Zustand, aufgrund der Längenverhältnisse des eingangs gewählten Rasters. (vgl. Abb. 86: *Variante 1 zusammengefalteter*) Ein weiteres Experiment folgt durch Veränderung der Abstände des Rasters auf ein Verhältnis von 3 cm : 5 cm. (vgl. Abb. 88-90 und 97-99) Bei diesem geometrischen Aufbau überschneiden sich im komplett zusammengefalteten Zustand die Enden der Faltstruktur nicht. (vgl. Abb. 89: *Variante 2 zusammengefalteter*)

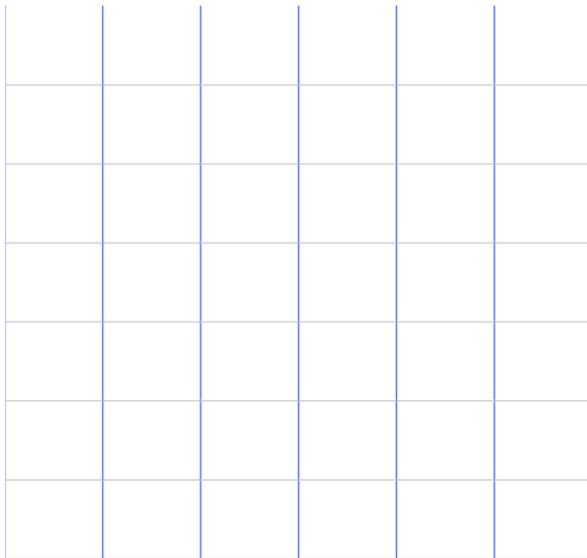


Abbildung 81: Rasterlinien als Talfalten

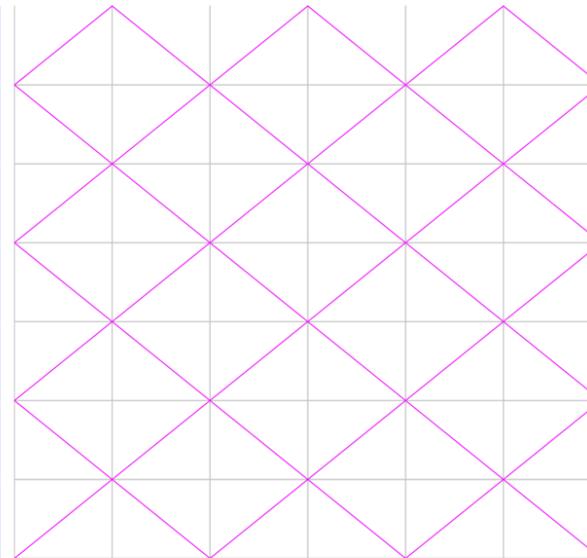


Abbildung 82: Diagonalen als Bergfalten

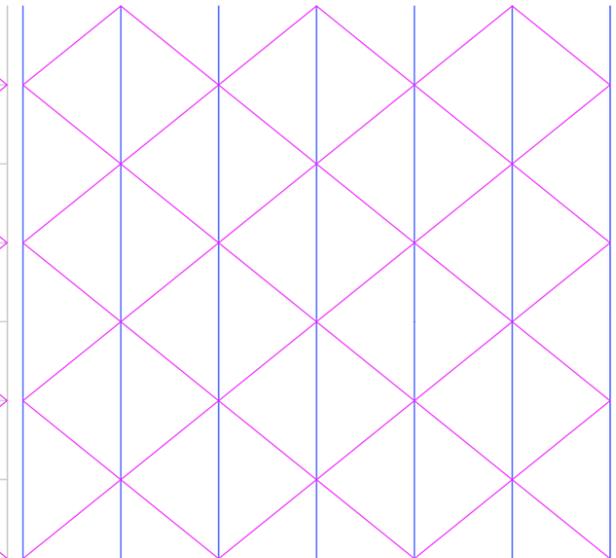


Abbildung 83: Faltmuster

## Analoge Experimente

Bei einem Rasterverhältnis von 3 cm : 5 cm entsteht eine Faltstruktur, die sich nicht vollständig zusammenfallen lässt (vgl. Abb. 91-93 und 100-102) Dies kann damit begründet werden, dass die Winkelsumme der Bergfalten kleiner ist als die Winkelsumme der Talfalten. (vgl. Lang, 2018, p. 19) Die beiden Hauptrichtungen der Struktur definieren sich über die Richtung der Talfalten und den Normalen dazu. Durch Krafteinwirkung in Richtung der Talfalten und/oder durch Auseinanderziehen der Enden dehnt sich die Struktur aus und die Faltwinkel werden kleiner. Gleichzeitig erfolgt eine Längsausdehnung entlang der zweiten Hauptrichtung. (vgl. Abb. 95, 98 und 101) Analog dazu vergrößern sich beim Zusammendrücken der Struktur die Faltwinkel und die Faltung wird entlang der zweiten Hauptrichtung zusammengestaucht. Aus den analogen Versuchen geht hervor, dass sich die Yoshimura Faltung in zwei Richtungen ausdehnen und zusammenziehen kann. (vgl. Lang, 2018, p. 164) Dies geschieht in Abhängigkeit voneinander. *Abbildungen 94, 97 und 100* zeigen den Versuch, die verschiedenen Varianten der Faltung zu verdrehen. Die Rotation verstärkt die röhrenartige Form. Je nach Ausprägung der röhrenartigen Form, definiert durch das eingangs gewählte Rasterverhältnis, reagiert die Struktur auf zentrische Belastung in negative z-Richtung. Faltungen mit starker röhrenartiger Form halten dieser Belastung ohne Verformung stand. (vgl. Abb. 96, 99 und 102)

Durch die Aneinanderreihung von identen Grundformen generiert sich das Muster der Yoshimura Faltung sehr einfach. Die Anwendung dieser Faltung ist auf einfach gekrümmten Flächen, wie beispielsweise Kuppeln, möglich. Bei zweifach gekrümmten Formen kann nur durch Segmentierung der Fläche ein Yoshimura Faltpattern verwendet werden. Ebenso zeigen die analogen Versuche, dass eine Ausbildung in der Ebene nicht möglich ist, da die gefaltete Platte sofort eine einaxiale Krümmung annimmt. Mit einer erhöhten Anzahl der Faltkanten ergibt sich eine höhere Bewegungsfreiheit im System. Hierbei ist allerdings Folgendes zu beachten: Je kürzer die Talfalten sind, desto weniger ausgeprägt ist die Faltstruktur. Daraus ergibt sich, dass eine Yoshimura Faltstruktur mit verhältnismäßig kurzen Talfalten sich sehr stark

an die Grundform annähert und der Aspekt der Tragwirkung durch Falten nicht gegeben ist. Dies hat auch Auswirkungen auf die Ästhetik der Struktur.

Nach der Berechnungsmethode von Trautz und Ayoubi lassen sich die Freiheitsgrade wie folgt bestimmen. (vgl. Kapitel 2.1.1 *Grundregeln für Origami*) (vgl. Trautz and Ayoubi, 2011, p. 77)

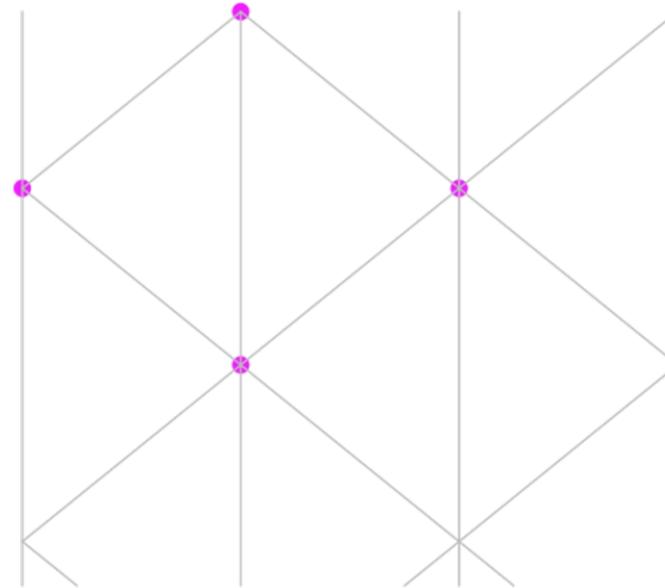


Abbildung 84: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade

$$4 - 3 = 1 \text{ Freiheitsgrad}$$

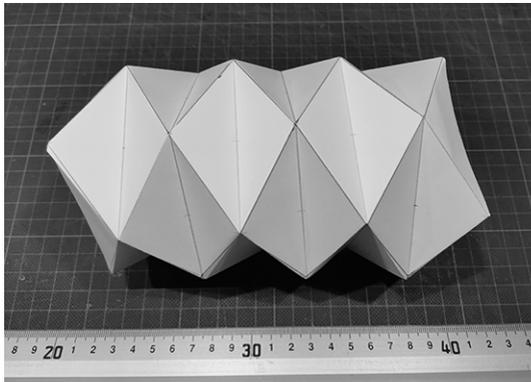


Abbildung 85: Variante 1 unbelastet

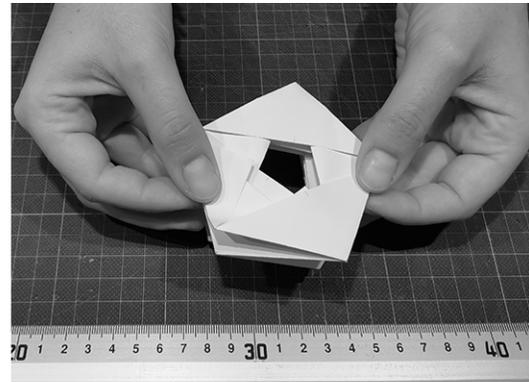


Abbildung 86: Variante 1 zusammengefaltet

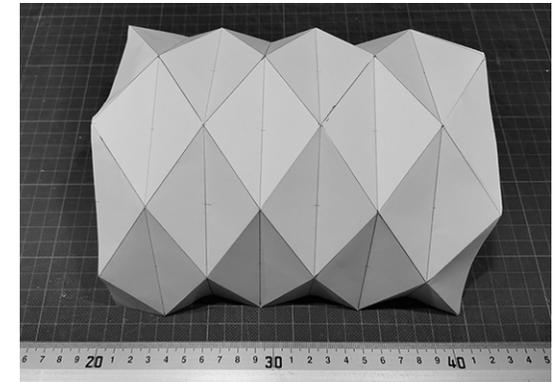


Abbildung 87: Variante 1 Tunnel

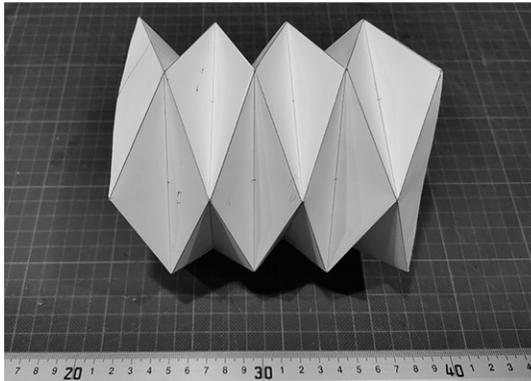


Abbildung 88: Variante 2 unbelastet

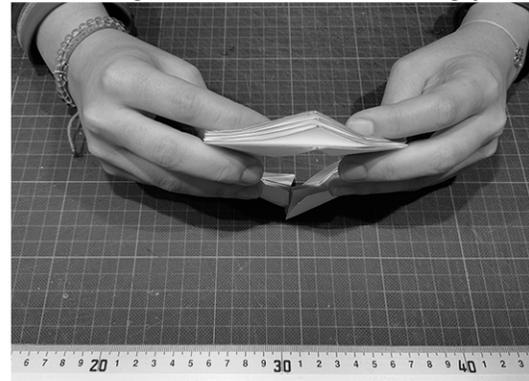


Abbildung 89: Variante 2 zusammengefaltet

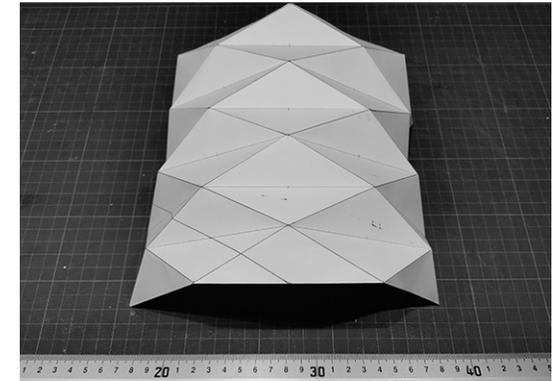


Abbildung 90: Variante 2 Tunnel

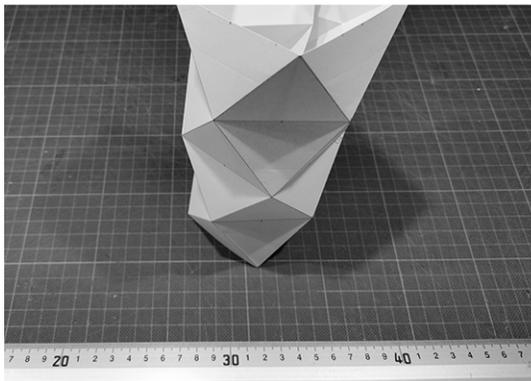


Abbildung 91: Variante 3 unbelastet

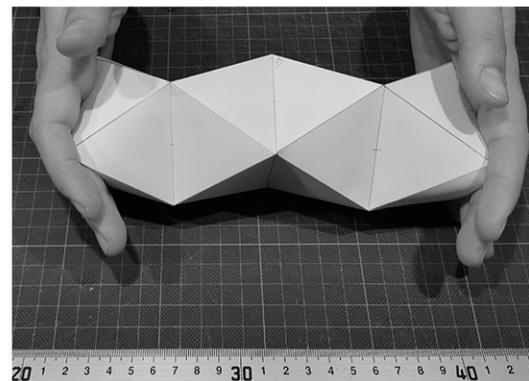


Abbildung 92: Variante 3 zusammengefaltet

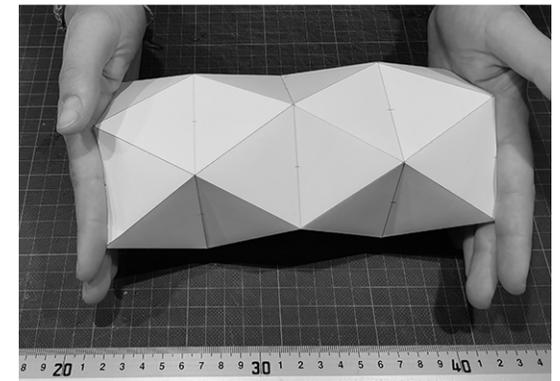


Abbildung 93: Variante 3 Tunnel

## Analoge Experimente

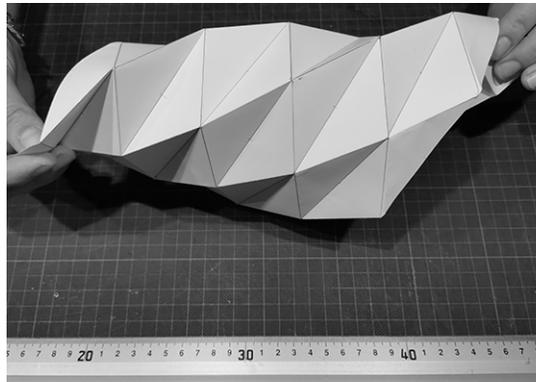


Abbildung 94: Variante 1 verdreht

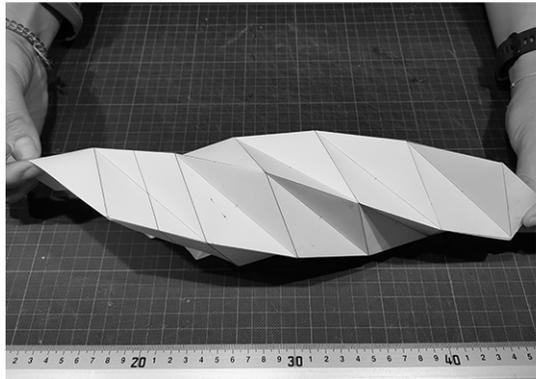


Abbildung 97: Variante 2 verdreht

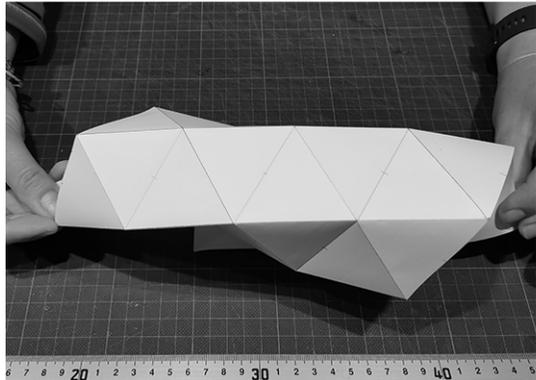


Abbildung 100: Variante 3 verdreht

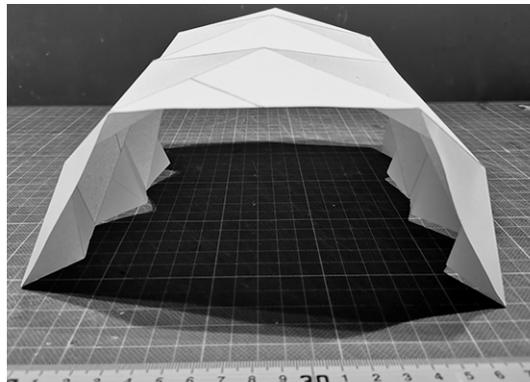


Abbildung 95: Variante 1 Seitenansicht

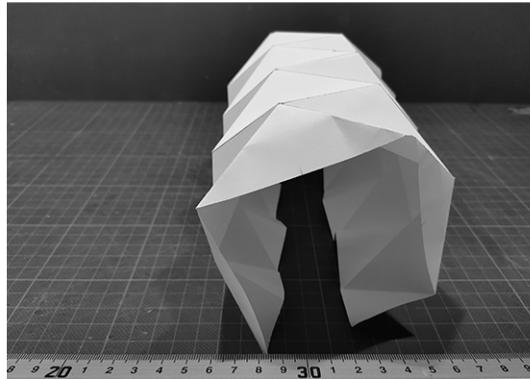


Abbildung 98: Variante 2 Seitenansicht

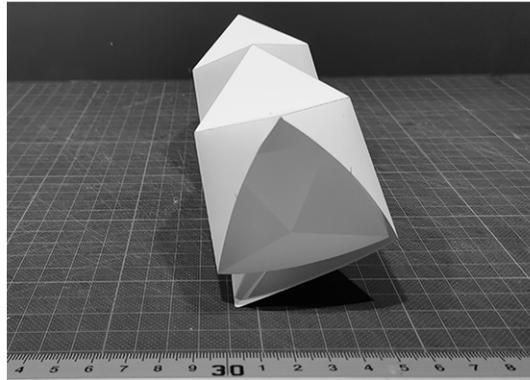


Abbildung 101: Variante 3 Seitenansicht

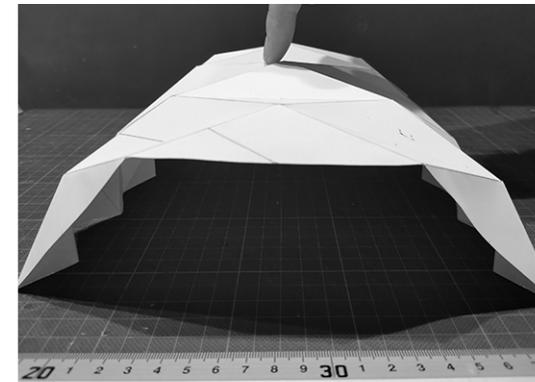


Abbildung 96: Variante 1 zentrische Belastung

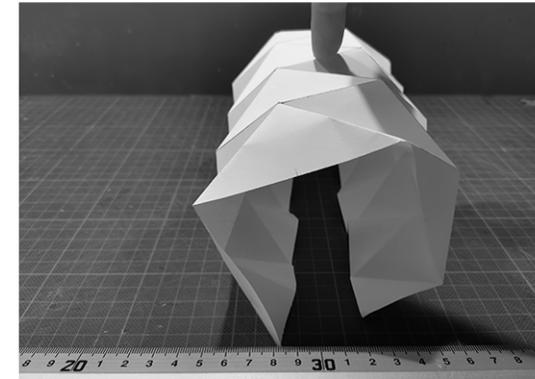


Abbildung 99: Variante 2 zentrische Belastung

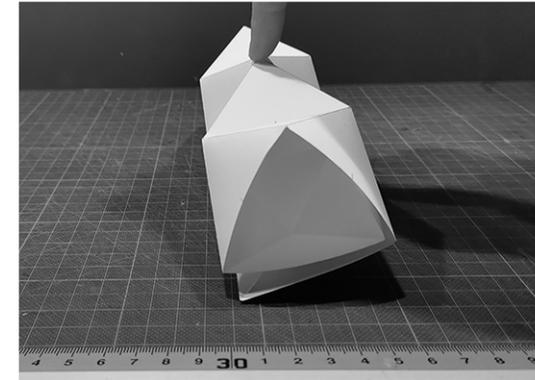


Abbildung 102: Variante 3 zentrische Belastung

### 3.2 Miura-Ori-Faltung

Das Muster der Miura-Ori Faltung definiert sich über senkrechte Geraden aus dem Raster. (vgl. Abb. 103: Raster für Miura-Ori Faltung) Wie in der nächsten Darstellung ersichtlich, wird jeder zweite Punkt der horizontalen Linien des Rasters in beliebigem Abstand verschoben und die Punkte miteinander verbunden. (vgl. Abb. 104: Verschiebung der Punkte) Die sich daraus ergebenden Linien werden abwechselnd als Berg- beziehungsweise Talfalten ausgebildet. (vgl. Abb. 105: Horizontale Berg- und Talfalten) Die senkrechten Linien werden unterteilt in Berg- und Talfalten. Hierbei bestimmt die Lage des spitzen Winkels der horizontalen Kanten, ob eine Berg- oder eine Talfalte ausgebildet wird. (vgl. Abb. 106: Faltmuster Mirua-Ori Faltung) In einem Knotenpunkt treffen vier Faltkanten aufeinander, entweder drei Bergfalten und eine Talfalte oder eine Bergfalte und drei Talfalten. Diese Punkte alternieren zeilen- sowie spaltenweise über den gesamten Raster. Das fertige Faltmuster zeigt eine einfache Parkettierung aus Rauten und deren Spiegelung. (vgl. Gorski and Müller-Philipp, 2014, p. 184)



Abbildung 103: Raster für Miura-Ori Faltung



Abbildung 104: Verschiebung der Punkte

Jedes Grundelement besteht aus zwei nebeneinander liegenden Bergfalten und zwei nebeneinander liegenden Talfalten. Die Abbildungen 108-110 zeigen ein Beispiel, bei dem der Abstand der Verschiebung mit 0,5 cm definiert wurde. Die finale Faltstruktur lässt sich nicht komplett zusammenfalten. (vgl. Abb. 109: Variante 1 zusammengefaltet)

Im nächsten Schritt wird die Miura-Ori Faltung über ein quadratisches Raster definiert. (vgl. Abb. 111-113) Durch Veränderung des Längenverhältnisses ergibt sich eine Struktur, die vollständig wandelbar ist. (vgl. Kapitel 2.1.1 Grundregeln für Origami) (vgl. Peraza Hernandez et al., 2019, p. 60) Bei Kraftaufbringung entlang der x-Achse dehnt sich die Struktur aus oder zieht sich zusammen. Das bewirkt eine Längenänderung in beide Hauptrichtungen. (vgl. Abb. 109, 112, 115) Bei Verdrehung des Faltmusters beulen manche Faltflächen aus. (vgl. Abb. 110, 113, 116)

## Analoge Experimente

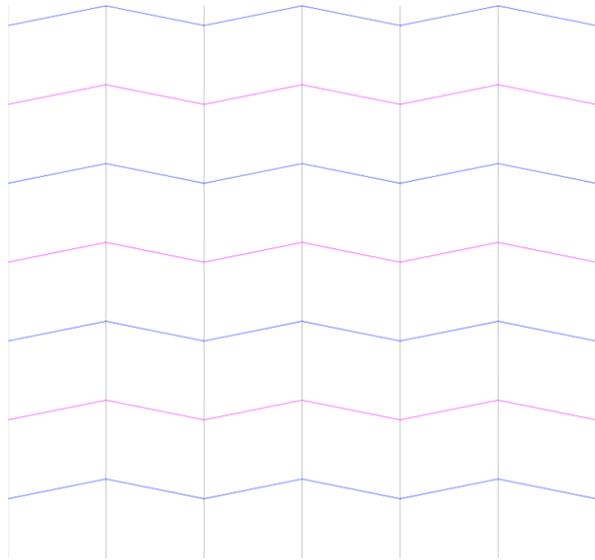


Abbildung 105: Horizontale Berg- und Tal falten

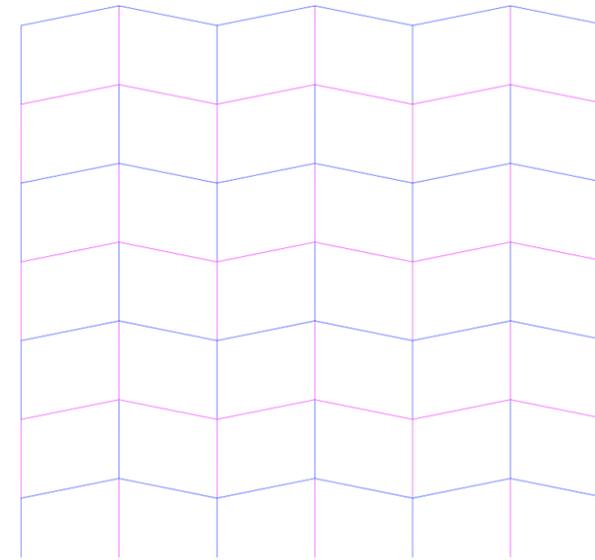


Abbildung 106: Faltmuster der Miura-Ori Faltung

Basierend auf der Miura-Ori Fallogik stellt sich beim Falten eine antiklastische Geometrie ein. Das bedeutet, dass bei Krümmung in eine Hauptrichtung die Falstruktur automatisch eine gegensätzliche Krümmung in die zweite Hauptrichtung anstrebt. Die Struktur nähert sich einer Sattelfläche an, allerdings verbeulen sich dabei teilweise die viereckigen Falflächen. (vgl. Lang, 2018, p. 172)

Zur Bestimmung der Freiheitsgrade der Faltung sind in *Abbildung 107* die Punkte gekennzeichnet, die zur Berechnung herangezogen werden.

$$4 - 3 = 1 \text{ Freiheitsgrad}$$

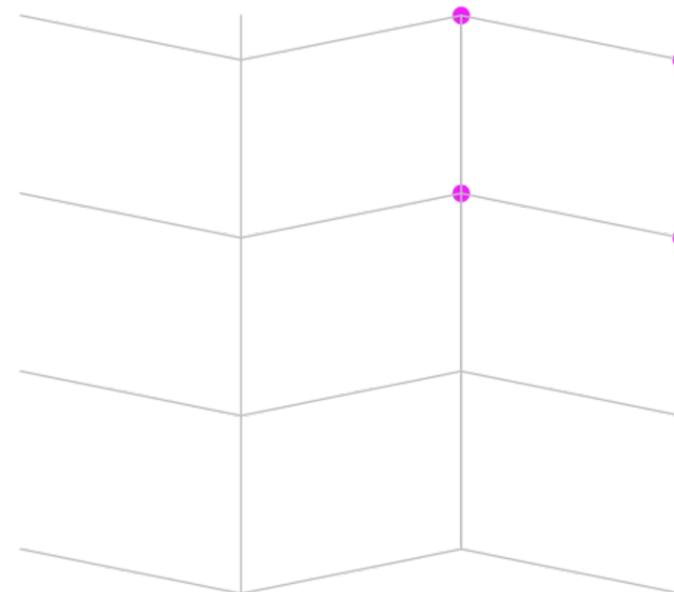


Abbildung 107: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade

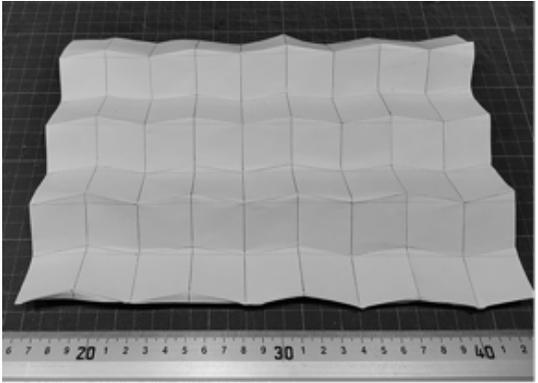


Abbildung 108: Variante 1 unbelastet

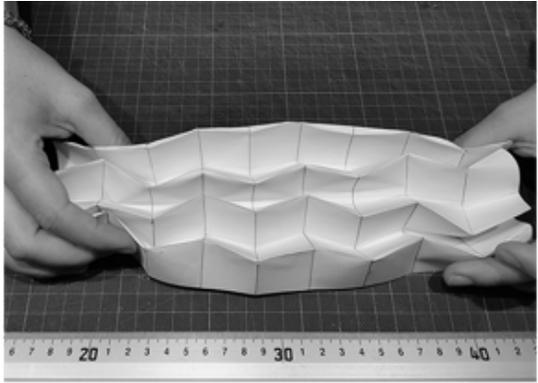


Abbildung 109: Variante 1 zusammengedrückt

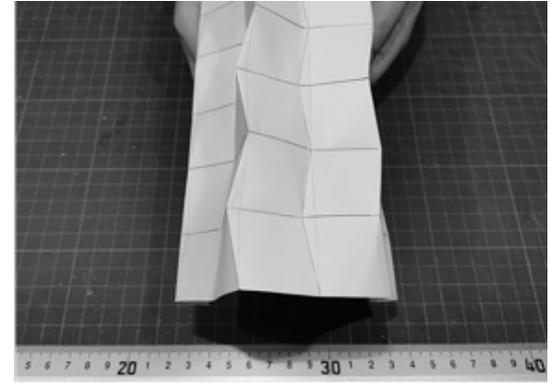


Abbildung 110: Variante 1 verdreht

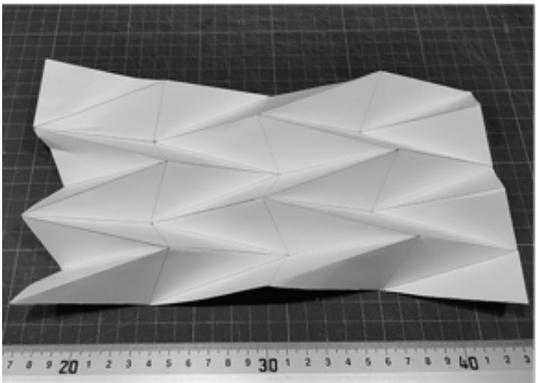


Abbildung 111: Variante 2 unbelastet

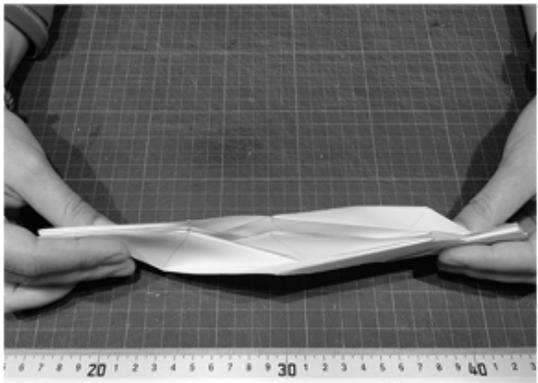


Abbildung 112: Variante 2 zusammengedrückt

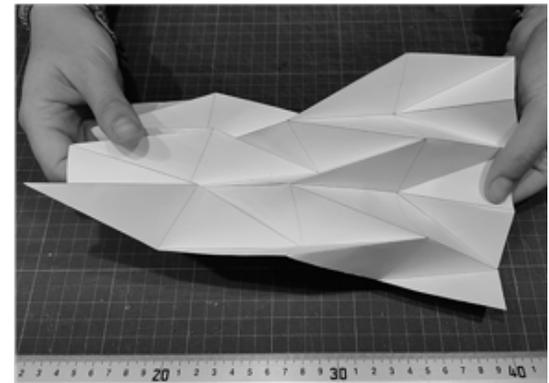


Abbildung 113: Variante 2 verdreht

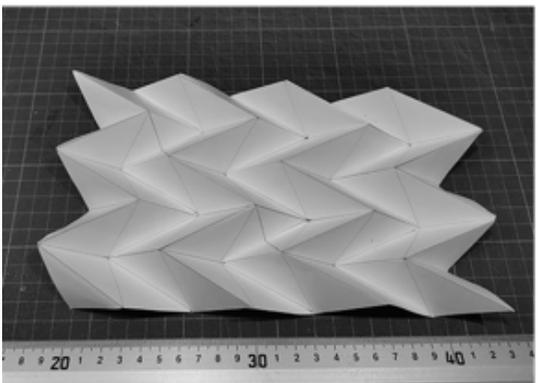


Abbildung 114: Variante 3 unbelastet

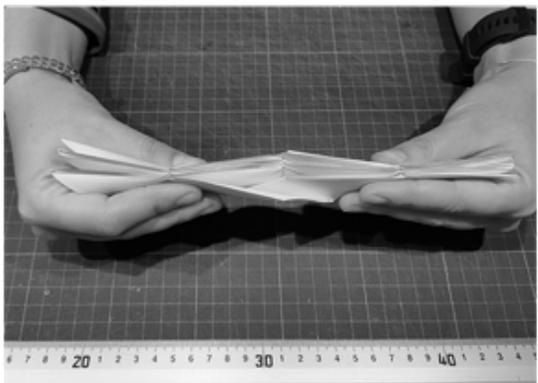


Abbildung 115: Variante 3 zusammengedrückt

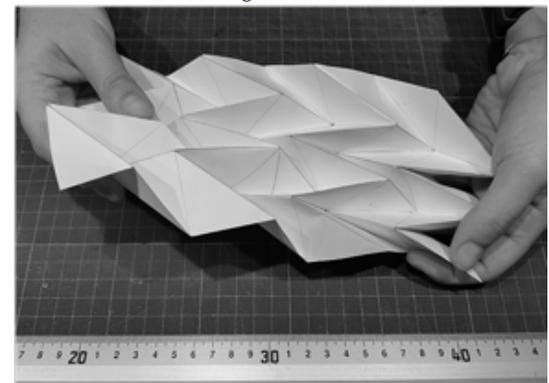


Abbildung 116: Variante 3 verdreht

### 3.3 Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung

Mithilfe des Fischgrätmusters kann die Miura-Ori Faltung weiterentwickelt werden. (vgl. Abb. 117: *Fischgrätmuster*) Dabei werden alle Kanten der Miura-Ori Faltung als Bergfalten ausgebildet. (vgl. Abb. 118: *Bergfalten*) Das Grundelement, bestehend aus einer Raute beziehungsweise einem Parallelogramm mit einer langen Diagonale als Talfalte ausgeführt, wird vervielfältigt, wodurch eine einfache Parkettierung entsteht. (vgl. Abb. 119: *Lange Diagonalen* und Abb. 120: *Faltmuster*) (vgl. Gorski and Müller-Philipp, 2014, p. 184) Alle Flächen des Faltmusters sind dadurch trianguliert und machen das gesamte System steifer. Bei diesem Faltmuster treffen in jedem Punkt sechs Faltkanten aufeinander – vier Bergfalten und zwei Talfalten. Die Faltung wölbt sich in unbelastetem Zustand auf und nähert sich einer Tunnelform an. (vgl. Abb. 122: *Faltung unbelastet*) Bei zentrischer Belastung in negativer z-Richtung bewegen sich die unteren Enden des Systems nach außen

und die freien langen Kanten ziehen nach unten. Die Faltwinkel verändern sich im Zentrum des Systems nur sehr wenig aufgrund der hohen Stabilität der Faltung. (vgl. Abb. 127: *zentrische Belastung*) Bei exzentrischer Belastung in negativer z-Richtung reagiert das System asymmetrisch, die Verformung nahe der Kraftaufbringung ist größer als im restlichen Teil des Faltmusters. Analog dazu kann man die Belastung quer zur Faltung aufbringen, wodurch sich das Faltmuster je nach Kraftaufbringung enger zusammenzieht oder weiter auffaltet. Durch diesen Vorgang verändert sich die angenäherte Tunnelform. Je weiter das Muster auseinandergezogen wird, desto flacher wird der Tunnel und vice versa. (vgl. Abb. 128: *Faltung auseinandergezogen*) Die Struktur lässt sich verdrehen und reagiert ähnlich wie die Miura-Ori Faltung. Die Faltung leistet wenig Widerstand gegen die einwirkende Verdrehung, das gesamte System verformt sich entsprechend der Faltrichtung. Die angenäherte Tunnelform bleibt dabei stets erhalten. (vgl. Abb. 129: *Faltung verdreht*)

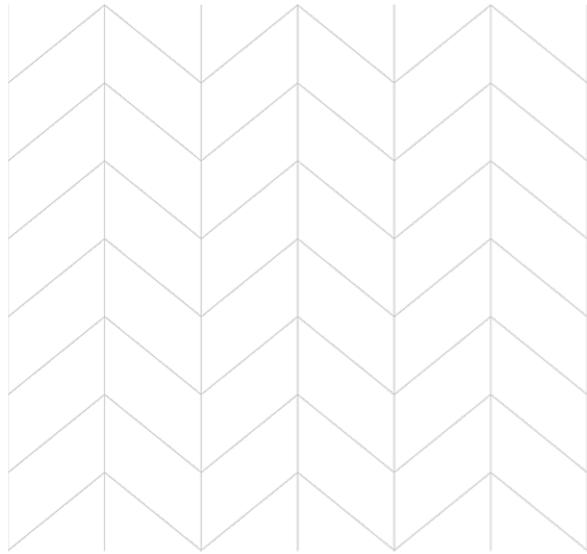


Abbildung 117: *Fischgrätmuster*

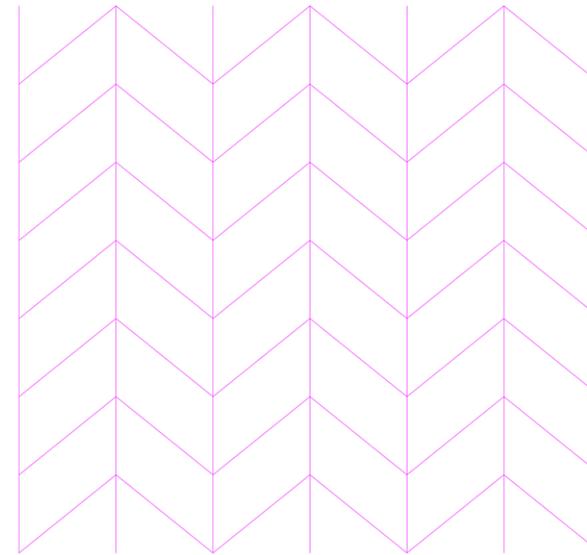


Abbildung 118: *Bergfalten*

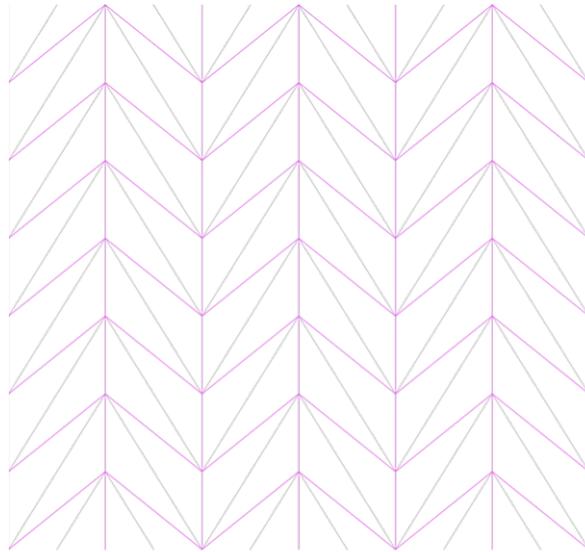


Abbildung 119: Lange Diagonalen

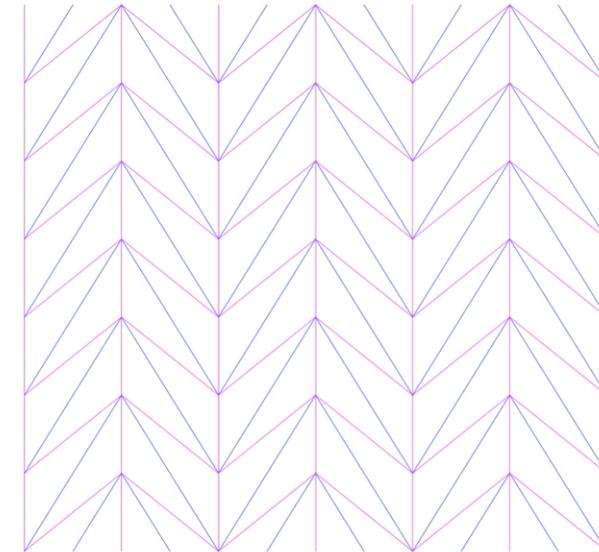


Abbildung 120: Faltmuster

Die Experimente zeigen, dass keine weiteren Grundformen als jene des Tunnels sich mit dieser Faltung annähern lassen. Die Form weist eine hohe Stabilität auf und reagiert nur mit geringer Verformung auf äußere Einflüsse, allerdings sind die steifen Faltkanten formgebend und dominieren die Ausrichtung der Struktur. Diese Umstände erschweren eine Adaptierung dieses Faltmusters für andere Geometrien.

In *Abbildung 121* sind die markierten Punkte sichtbar, anhand derer die Freiheitsgrade der Faltstruktur ermittelt werden. Das Ergebnis von einem Freiheitsgrad bedeutet, dass diese Faltung sich in einer Achse frei bewegen kann.

$$4 - 3 = 1 \text{ Freiheitsgrad}$$

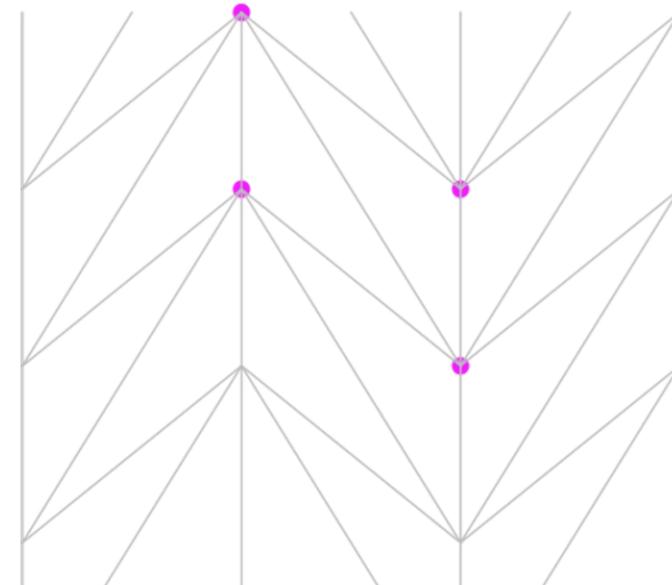


Abbildung 121: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade

## Analoge Experimente

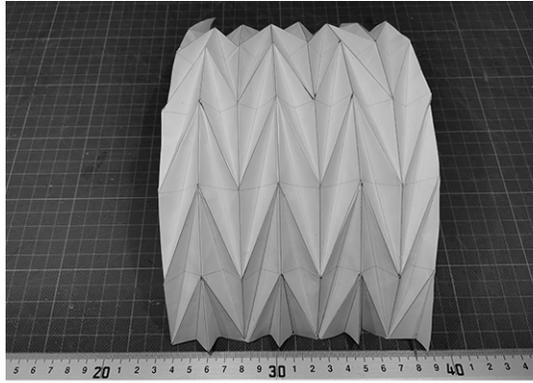


Abbildung 122: Faltung unbelastet

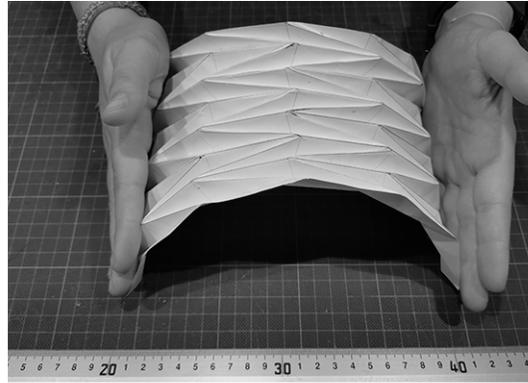


Abbildung 123: zusammengedrückte Enden

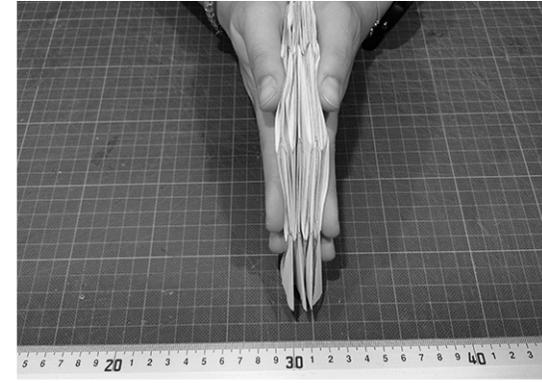


Abbildung 124: zusammengefaltet

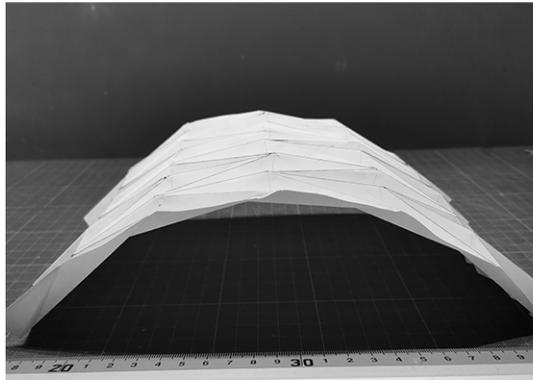


Abbildung 125: Faltung unbelastet Seite

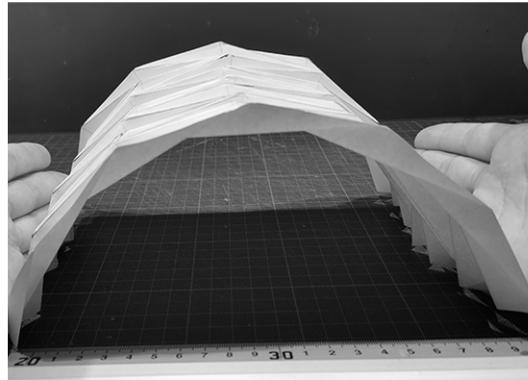


Abbildung 126: zusammengedrückte Enden Seite

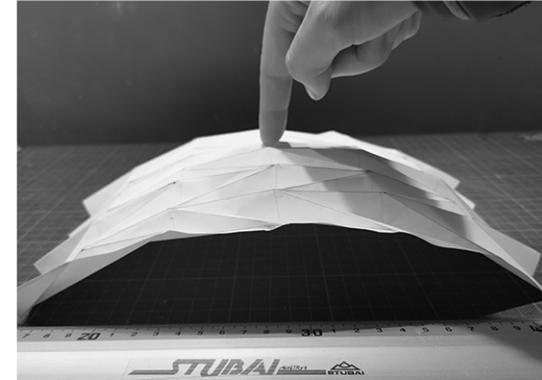


Abbildung 127: zentrische Belastung

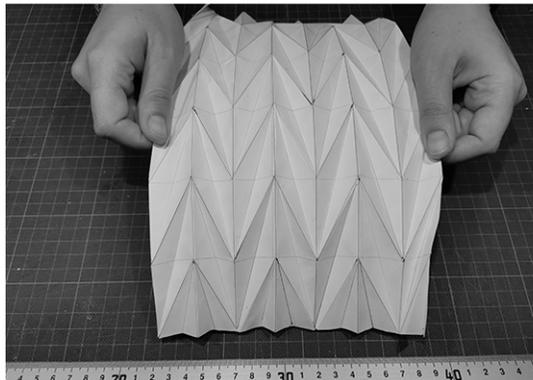


Abbildung 128: Faltung auseinandergezogen

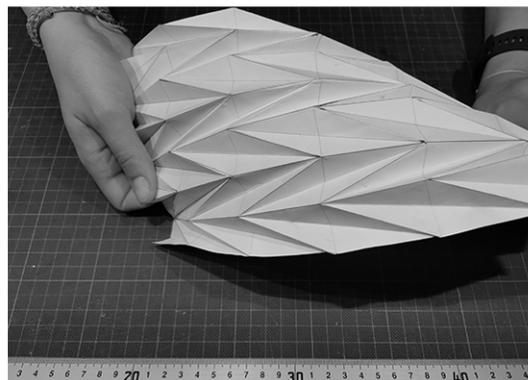


Abbildung 129: Faltung verdreht

### 3.4 Kombination Yoshimura und Miura-Ori

Eine Kombination der Yoshimura und der Miura-Ori Faltung entsteht durch Spiegelung der Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung entlang der Achse eines Grundelements. (vgl. Abb. 130: *Faltmuster der Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung*) Die durch die Spiegelung entstandenen Zwischenräume des Faltmusters zeigen Teile einer Yoshimura Faltung. (vgl. Abb. 131: *Yoshimura Faltung im Faltmuster*) Die Kombination zweier Faltmuster führt zu einer komplexen Parkettierung. (vgl. Abb. 132: *Kombiniertes Faltmuster*) Einerseits gibt es Dreiecke, entstanden durch die Parallelogramme und deren langen Diagonalen als Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung, und andererseits das gleichschenklige Dreieck der Yoshimura Faltung. Bei den Knotenpunkten der weiterentwickelten Miura-Ori Faltung treffen in einem Punkt sechs Falten aufeinander – vier Berg- und zwei Talalten.

In den Spiegelpunkten treffen in der Mitte zehn Falten aufeinander – sechs Berg- und vier Talalten – und bei den dazwischenliegenden Punkten treffen vier Falten aufeinander – eine Tal- und drei Bergalten.

Bei zentrischer Kraftaufbringung in negativer z-Richtung verformt sich das System gleich wie das im vorangehenden Experiment. Die Höhe des Faltmusters wird geringer, die freien Kanten ziehen nach unten und die Faltung öffnet sich leicht. (vgl. Abb. 139: *zentrische Belastung*) Diese Struktur lässt sich wie alle zuvor untersuchten ebenfalls linear zusammendrücken und öffnen. (vgl. Abb. 135: *zusammengefaltet* und Abb. 136: *auseinandergezogen*)

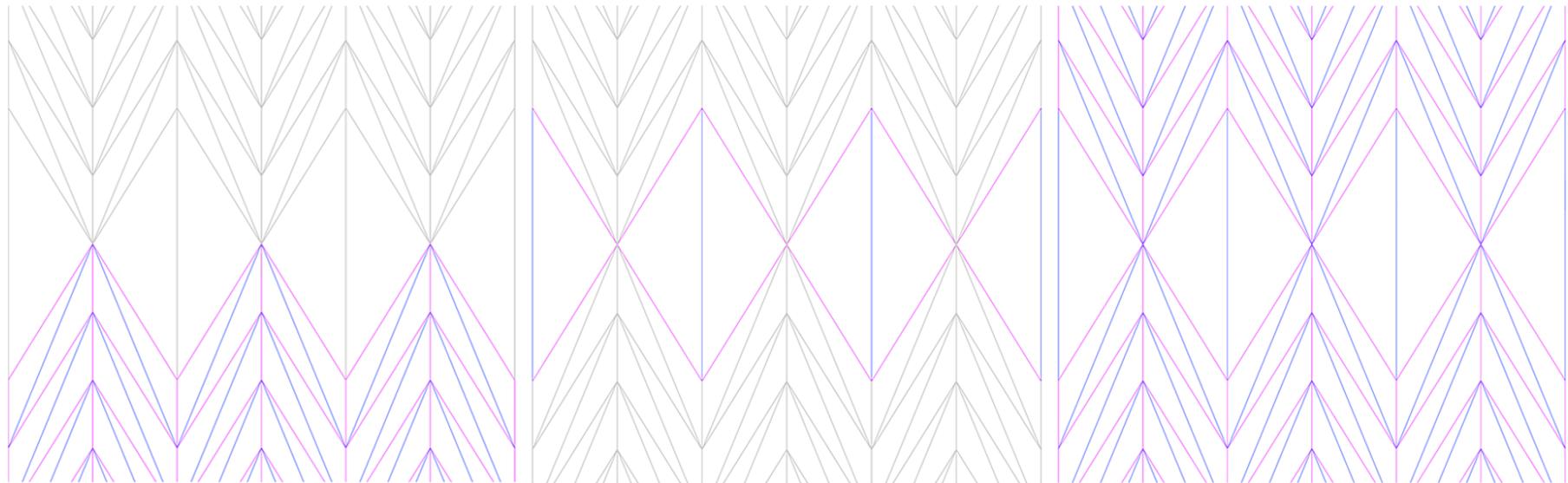


Abbildung 130: Faltmuster der Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung

Abbildung 131: Yoshimura Faltung im Faltmuster

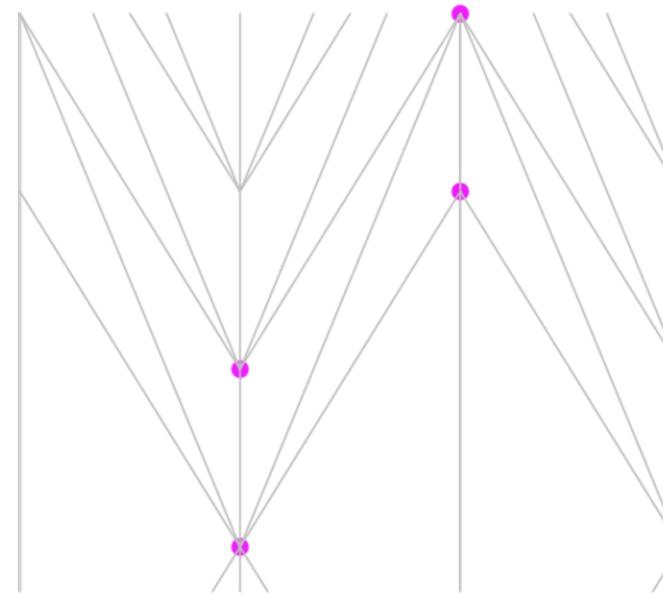
Abbildung 132: Kombiniertes Faltmuster

## Analoge Experimente

Die analoge Umsetzung dieses Muster erweist sich aufgrund der großen Zahl der Faltkanten, die in einem Punkt zusammenlaufen, als sehr kompliziert. Je kleinteiliger die Faltung, desto schwieriger ist es, das Blatt Papier ohne zusätzliches Knicken zu falten. Grundsätzlich handelt es sich bei dem Modell um eine sehr starre Faltstruktur, die wegen ihrer inneren Steifigkeit nur in geringem Ausmaß auf andere Grundformen angewendet werden kann. Bei der Berechnung der Freiheitsgrade der Kombinationen der Miura Ori und der Yoshimura Faltung werden die Punkte aus *Abbildung 133* herangezogen. Es sind die gleichen Punkte, die auch bei der Miura Ori Faltung ausschlaggebend für die Berechnung sind.

### Reversed folds

Das Faltmuster der reversed foldes kann als eine weitere Kombination der Yoshimura und der Miura-Ori Faltung betrachtet werden. Analog zur vorherigen Variante werden Elemente der beiden Faltungen kombiniert beziehungsweise die Elemente gespiegelt. Die *Abbildungen 140-142* zeigen das Ergebnis einer solchen Kombination. Es entsteht eine sehr starre Faltstruktur. Die einzig mögliche Bewegung ist das lineare Auf- und Zufalten. Alle anderen Kräfteinflüsse führen zu unkontrollierbaren Verformungen.



*Abbildung 133: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade*

$$4 - 3 = 1 \text{ Freiheitsgrad}$$

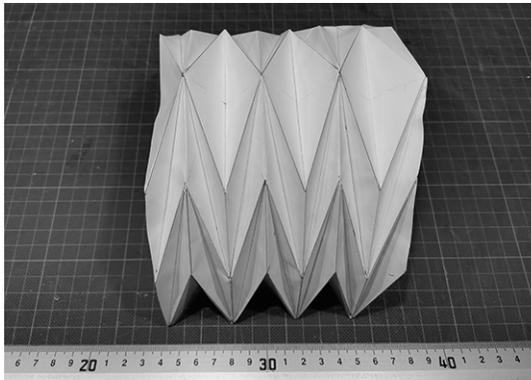


Abbildung 134: Faltung unbelastet

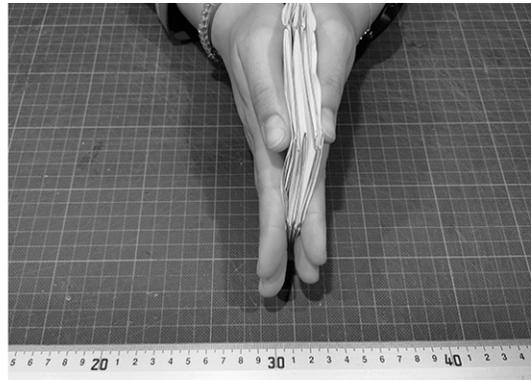


Abbildung 135: zusammengefaltet

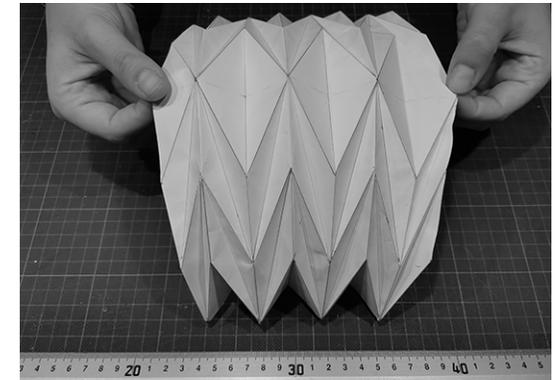


Abbildung 136: auseinandergezogen

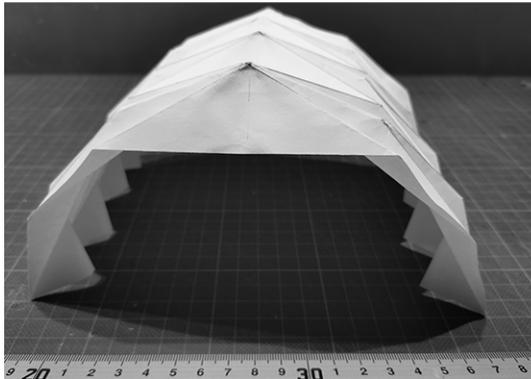


Abbildung 137: Faltung unbelastet Seite

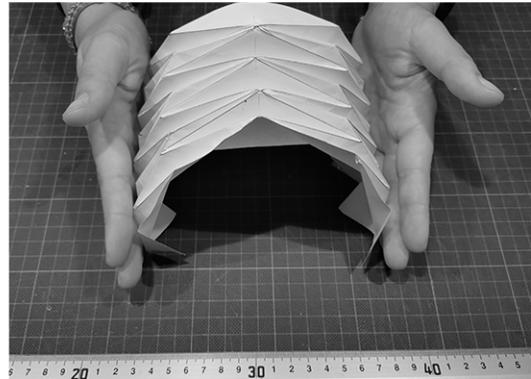


Abbildung 138: zusammengedrückte Enden

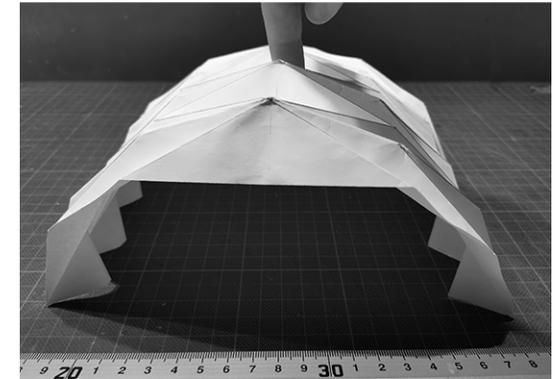


Abbildung 139: zentrische Belastung

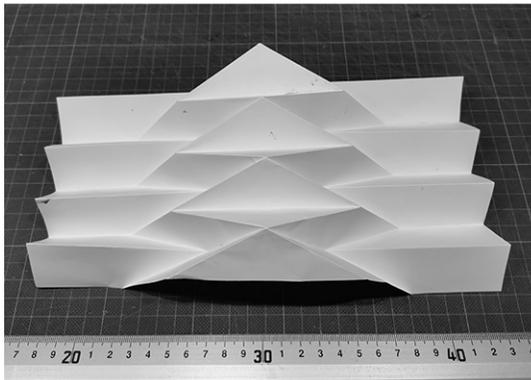


Abbildung 140: Reversed Folds unbelastet

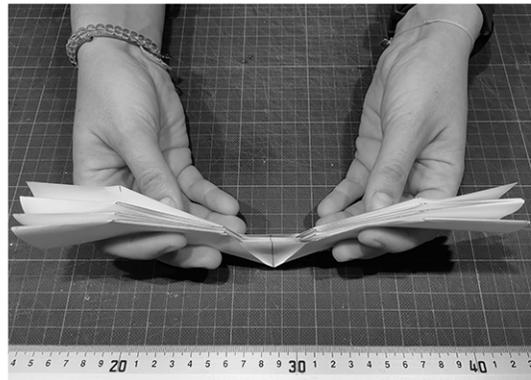


Abbildung 141: Reversed Folds zusammengedrückt

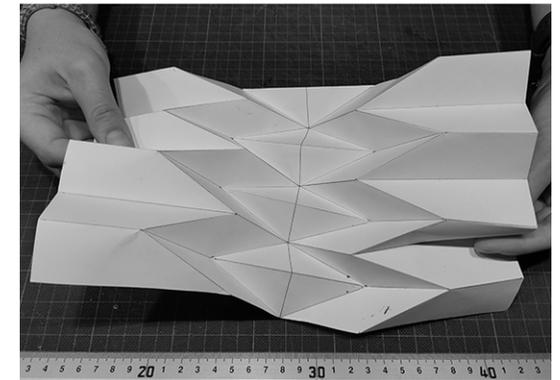


Abbildung 142: Reversed Folds verdreht

## Analoge Experimente

### 3.5 Waterbomb Faltung

Robert Lang definiert die Waterbomb Faltung wie folgt:

*„Waterbomb tessellation: A crease pattern consisting of an array of waterbomb base patterns with alternate rows offset from each other.“*  
 (Lang, 2018, p. 192)

Dieses Faltmuster besteht aus einer einfachen Parkettierung aus einem orthogonalen Raster, also Quadraten oder Rechtecken mit beliebigen Abmessungen in x- und y-Richtung, in das ein gleichschenkliges Dreieck eingefügt ist. (vgl. Abb. 143: Raster für Waterbomb Faltung) Zu Beginn werden zeilenweise zwei benachbarte Elemente zusammengefasst und in der dabei entstehenden Kontur die Diagonalen gezogen. Zeilenweise wird diese Auskreuzung um ein Element horizontal verschoben. (vgl. Abb. 144: Diagonalen und Verschiebung) Die orthogonalen Linien des Rasters bilden die Bergfalten. (vgl. Abb. 145: Bergfalten)

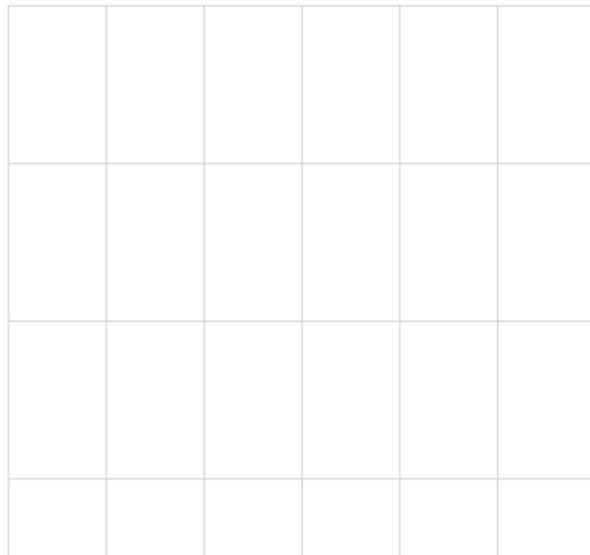


Abbildung 143: Raster für Waterbomb Faltung

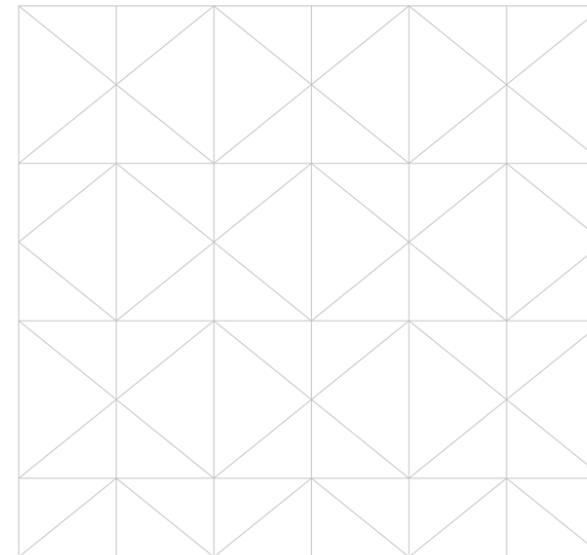


Abbildung 144: Diagonalen und Verschiebung

Die Diagonalen werden als Talfalten definiert. (vgl. Abb. 146: Fertiges Faltmuster) In jedem Knotenpunkt der Faltstruktur treffen sechs Faltkanten aufeinander, entweder vier Berg- und zwei Talfalten oder zwei Berg- und vier Talfalten. Für eine vollständig wandelbare Struktur müssen die Längen- und Winkelverhältnisse beachtet werden.

Generiert sich das Pattern über ein orthogonales quadratisches Raster, so entsteht eine bedingt wandelbare Faltstruktur. (vgl. Abb. 148, 151, 153) Bei einem Raster mit einem Längenverhältnis von 3:5 hingegen entsteht beispielsweise eine vollständig wandelbare Faltstruktur. (vgl. Abb. 149, 150, 152, 154) Beim Handtieren mit dieser Faltung fällt sofort auf, dass sowohl die bedingt wandelbare Struktur als auch die vollständig wandelbare deutlich beweglicher ist im Vergleich zu den Faltungen aus den vorhergehenden Experimenten.

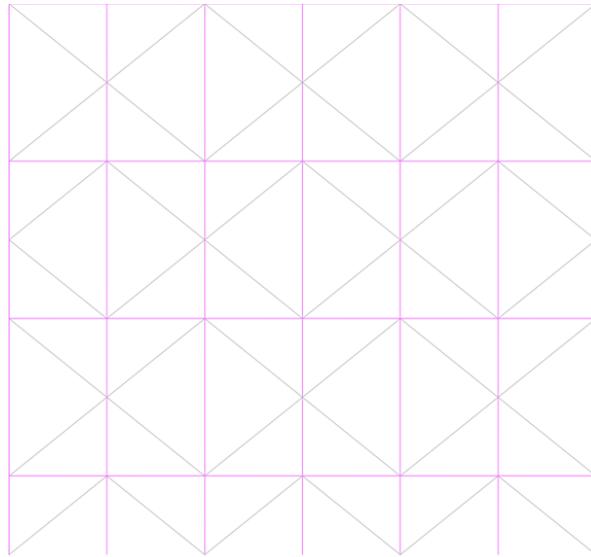


Abbildung 145: Bergfalten

Die bedingt wandelbare Struktur wölbt sich im unbelasteten Zustand auf und nähert sich einer Tunnelform an. Dahingehend reagiert die Struktur gleich wie bei der Yoshimura Faltung und der abgewandelten Version der Miura-Ori Faltung. Der große Unterschied bei diesem Faltmuster ist, dass beim Zusammendrücken der Faltung die Struktur vollkommen flach am Boden aufliegt und keine Wölbung auftritt. (vgl. Abb. 148: *Zusammendrücken der Faltung*) Dadurch, dass die Faltung nur bedingt wandelbar ist, erfolgt durch das Zusammenziehen in eine Achse eine weit größere Längenänderung als in die zweite Hauptachse. Die Faltstruktur reagiert auf sämtliche Kräfteinwirkungen und verformt sich entsprechend der Faltung und nähert sich auch zweifach gekrümmten Flächen an. (vgl. Abb. 151: *Krümmung* und Abb. 153: *Variante 1 verdreht*) Aufgrund der triangulierten Flächen kommt es auch unter Belastung nicht zum Ausbeulen der Faltflächen.

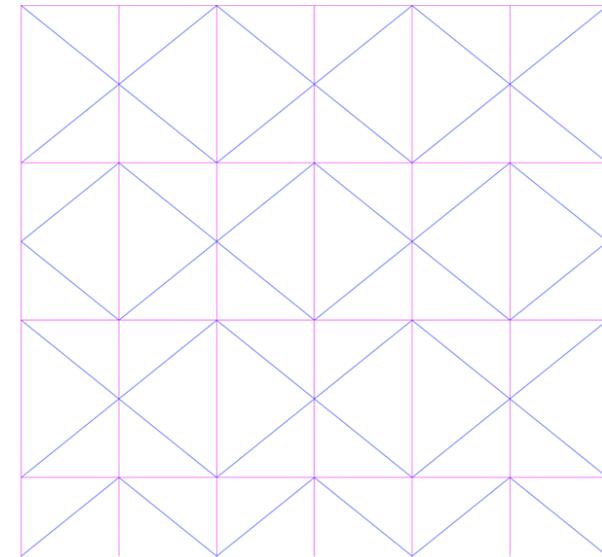


Abbildung 146: Fertiges Faltmuster

Die vollständig wandelbare Struktur reagiert auf sämtliche Kräfteinflüsse gleich wie die bedingt wandelbare Struktur. (vgl. Abb. 152: *auseinandergezogene Enden* und Abb. 154: *Variante 2 verdreht*) Der Unterschied liegt darin, dass sich diese Faltung komplett zusammenfalten lässt und die Faltwinkel somit viel tiefer ausgebildet werden können. (vgl. Abb. 150 *komplett zusammengefaltet*) Diese Struktur lässt sich ebenfalls im gefalteten Zustand auf eine flache Grundform anbringen, erreicht dadurch immer noch nicht das Maximum der Bewegungsfreiheit. Die Waterbomb Faltung als vollständig wandelbare Struktur kann auf ebenen Flächen, einfach gekrümmten und zweifach gekrümmten Oberflächen angewendet werden.

## Analoge Experimente

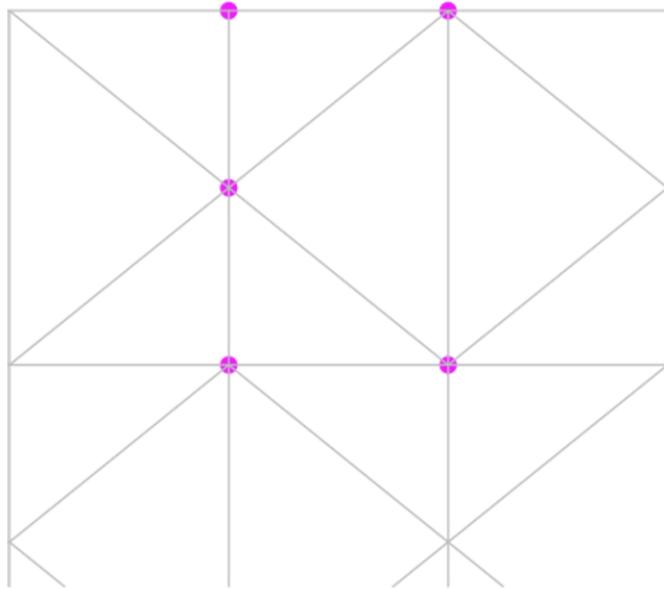


Abbildung 147: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade

$$5 - 3 = 2 \text{ Freiheitsgrade}$$

Die Freiheitsgrade der Waterbomb Faltung werden anhand der in *Abbildung 147* dargestellten Punkte berechnet. Im Vergleich zu den vorangehenden Faltmuster weist die Waterbomb Faltung eine geringe Systemsteifigkeit und Anpassungsfähigkeit an äußere Einflüsse und verschiedene geometrische Grundformen auf.

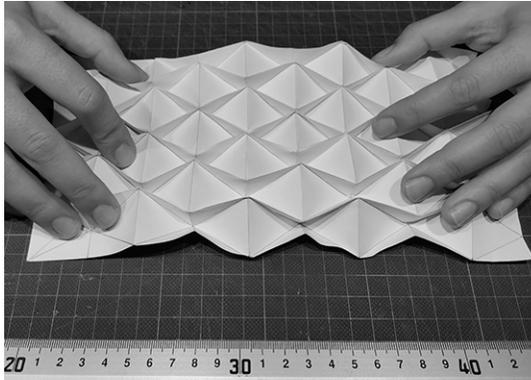


Abbildung 148: Zusammendrücken der Faltung

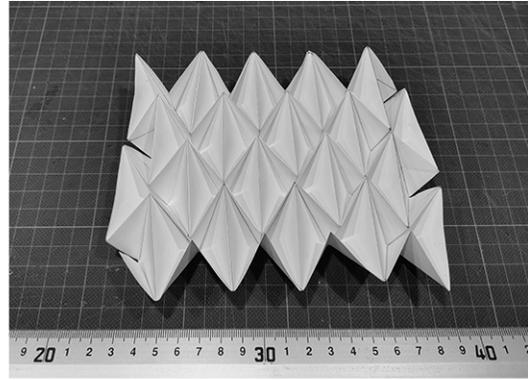


Abbildung 149: vollständig wandelbare Struktur

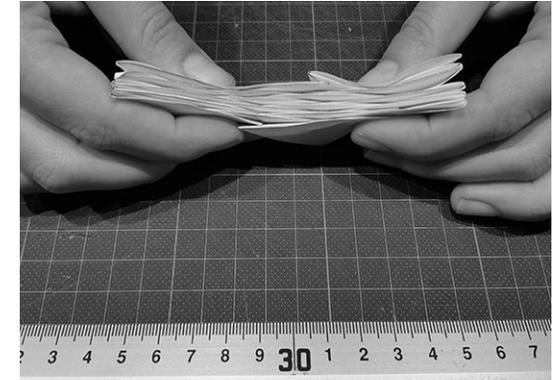


Abbildung 150: komplett zusammengefaltet

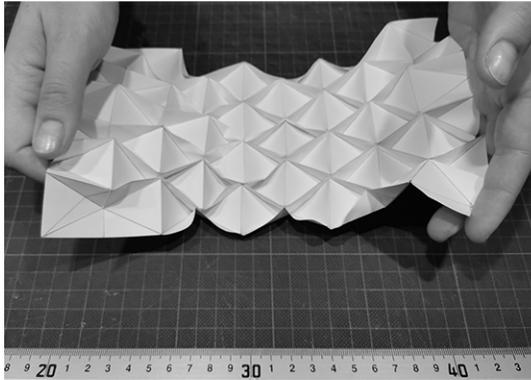


Abbildung 151: Krümmung

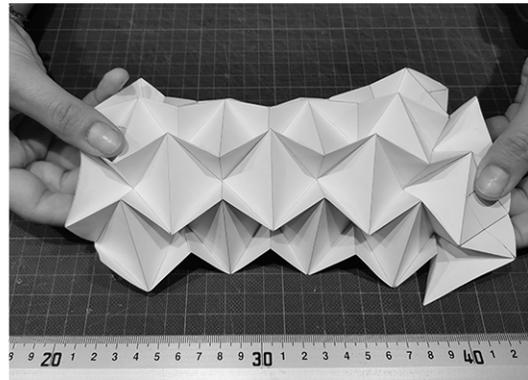


Abbildung 152: auseinandergezogene Enden

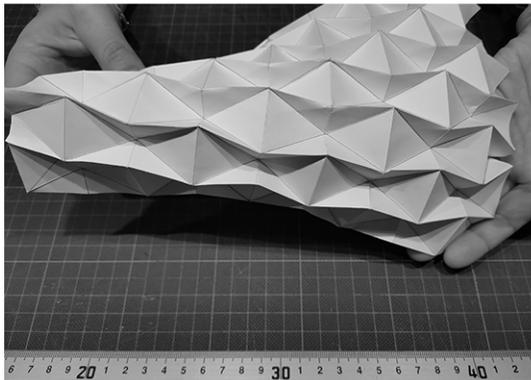


Abbildung 153: Variante 1 verdreht

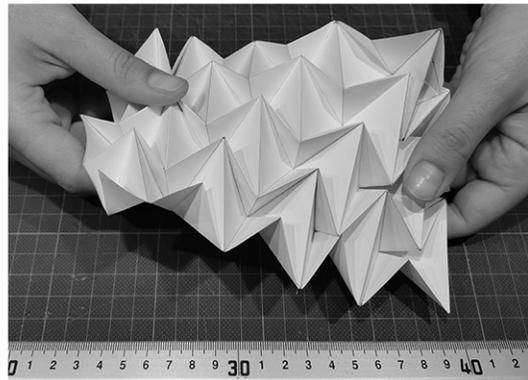


Abbildung 154: Variante 2 verdreht

### 3.6 Ron Resh-Faltung

Die Logik des Ron-Resh Faltrasters beruht auf Kombination aus zwei unterschiedlich großen Quadraten und fällt somit unter den Begriff der komplexen Parkettierung. Genauer gesagt stehen die beiden Quadrate in einem Flächenverhältnis 1:4. Das bedeutet, dass die Seitenlänge der großen Quadrate doppelt so groß ist wie die der kleinen Quadrate. Als Bezug dient ein quadratisches Raster mit einer Kantenlänge entsprechend des kleinen Quadrats. (vgl. Abb. 155: Raster für Ron Resh-Faltung) Im nächsten Schritt werden vier Quadrate, also zwei benachbarte Quadrate in Zeilen- sowie Spaltenrichtung zusammengefasst und die zwei Flächendiagonalen eingezeichnet. Durch eine regelmäßige Aneinanderreihung von großen und kleinen Quadraten entsteht das Faltmuster der Resh-Faltung. (vgl. Abb. 156: Kombination und Diagonalen) Generell werden die Kanten des Rasters als Bergfalten ausgebildet und die Diagonalen als Talfalten. (vgl. Abb. 157: Bergfalten und Abb. 158: Fertiges Faltmuster) Der Schnittpunkt der Diagonalen faltet sich nach unten und die kleinen Quadrate bilden das

obere Verbindungsstück. An den Außenpunkten der großen Quadrate treffen in jedem Punkt fünf Kanten aufeinander und im Mittelpunkt acht Kanten. Dieses System lässt, ähnlich wie die Waterbomb Faltung, sehr viel Bewegungsfreiheit zu. Hierbei führt nicht nur eine lineare Kraftaufbringung zum Zusammenfallen der Struktur, sondern die Kraft für das Zusammenziehen der Winkel kann an beliebigen Stellen entlang der Faltung gesetzt werden. Die Struktur faltet sich somit räumlich auf. Wichtig ist nur, dass die Kräfte an zwei einander gegenüberliegenden Punkten angreifen. (vgl. Abb. 161: Kraftaufbringung an zwei gegenüberliegenden Punkten) Im komplett unbelasteten Zustand wölbt sich die Faltung zu einer Art Zeppelin-Form auf. (vgl. Abb. 160: Faltung unbelastet) Durch Kraftaufbringung ist ein Anschmiegen an sämtliche geometrischen Grundformen möglich. (vgl. Abb. 162-165) Die Erstellung dieser Faltung ist verhältnismäßig simpel, da die Struktur durch die durchgehenden Faltkanten des orthogonalen Rasters sehr schnell analog hergestellt werden kann.

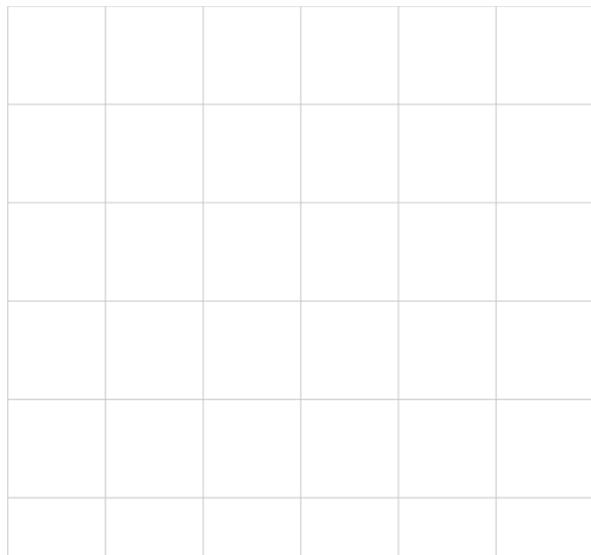


Abbildung 155: Raster für Ron Resh-Faltung

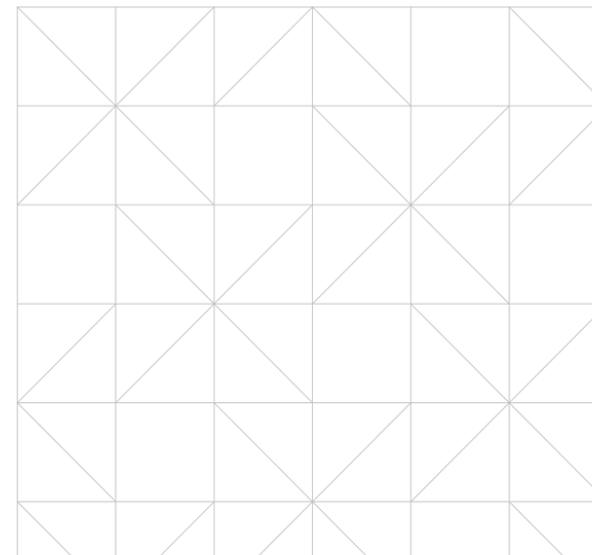


Abbildung 156: Kombination und Diagonalen

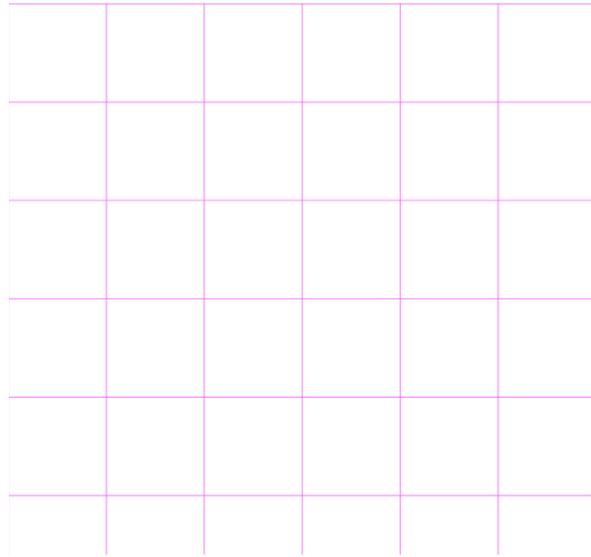


Abbildung 157: Bergfalten

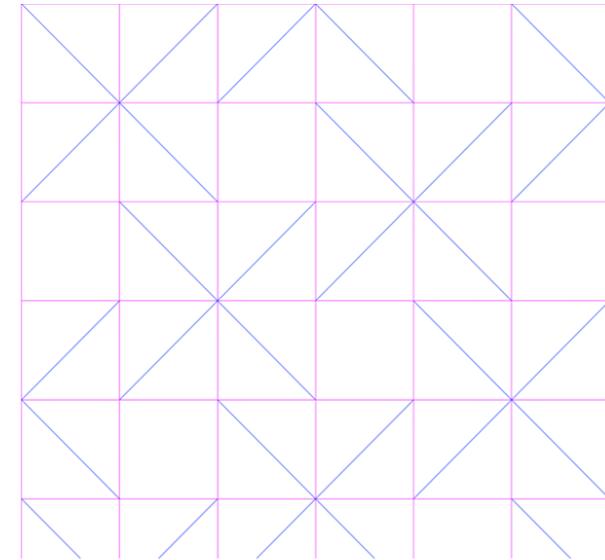


Abbildung 158: Fertiges Faltmuster

Ein wesentlicher Nachteil dieser Faltstruktur ist, dass die nicht triangulierten Faltflächen eine bestimmte Weichheit ins System einbringen und unter bestimmten Belastungssituationen auch selbst ausbeulen können.

Bei der Berechnung der Freiheitsgrade werden die Punkte eines Grundelements der Faltung herangezogen. *Abbildung 157* zeigt die Punkte am gegebenen Faltmuster. Nach der Berechnungsmethode ergeben sich folgende Freiheitsgrade für das System:

$$6 - 3 = 3 \text{ Freiheitsgrade}$$

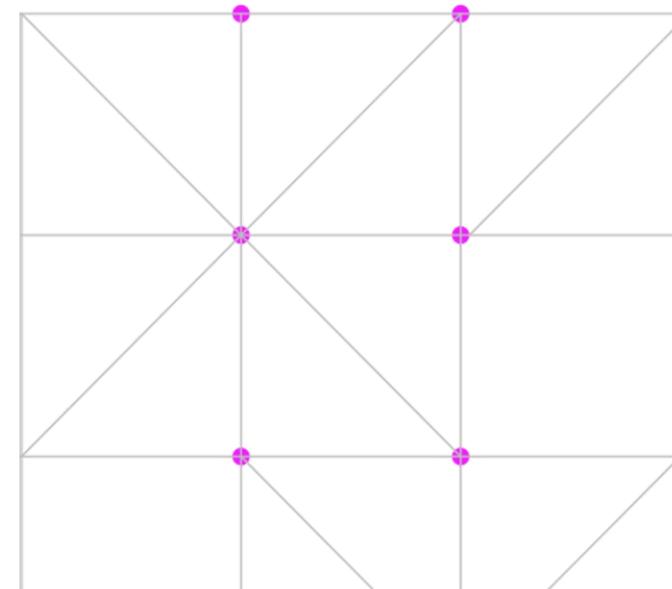
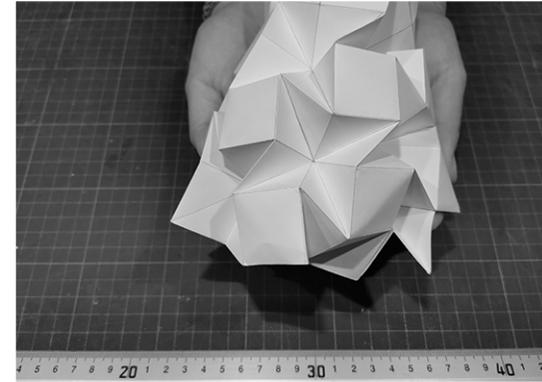
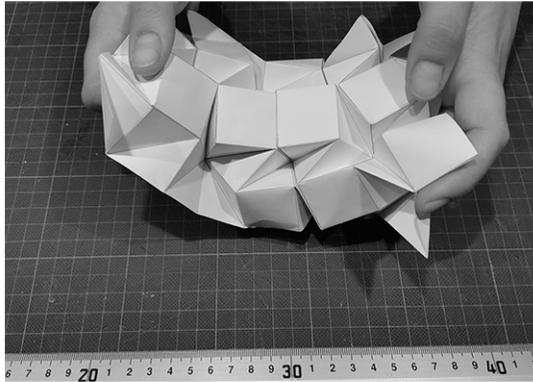
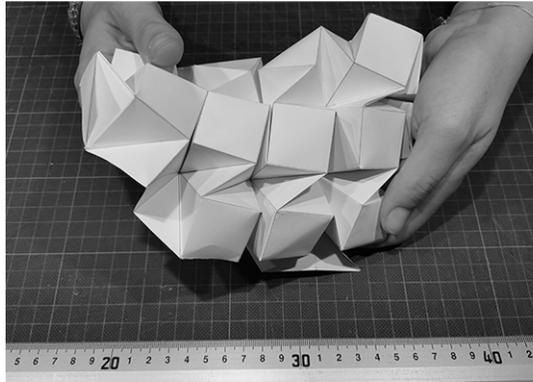
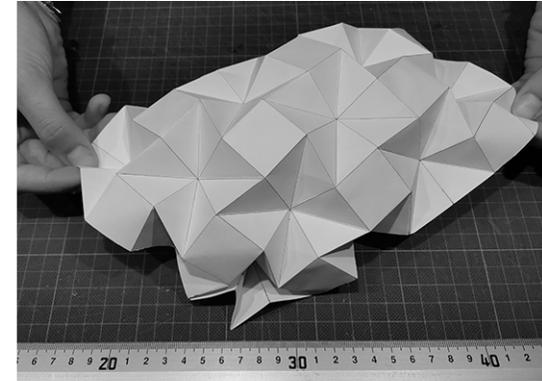
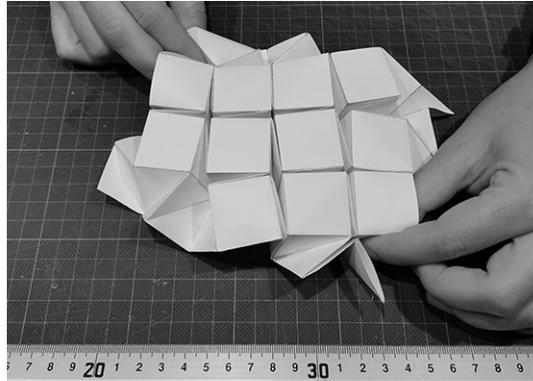
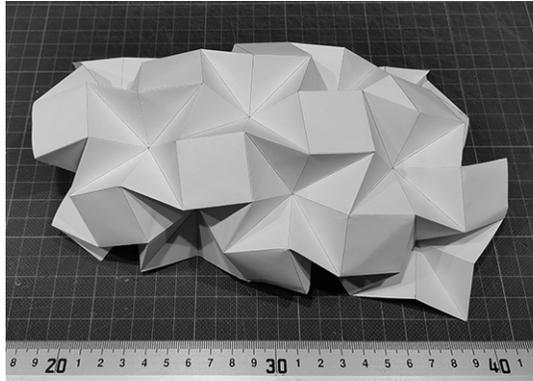


Abbildung 159: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade

## Analoge Experimente



*Oben:*

*Abbildung 160: Faltung unbelastet  
Abbildung 161: Kraftaufbringung an zwei gegenüberliegenden Punkten  
Abbildung 162: auseinandergezogen*

*Unten:*

*Abbildung 163: Faltung verdreht  
Abbildung 164: Krümmung  
Abbildung 165: Wölbung*

### 3.7 Triangulated-Ron-Resh

*„A tessellation is, in general, a division of the plane into a pattern, and the name comes from the Latin tessera, which was the name for a tile making up a mosaic. Like their namesakes, origami tessellations divide the plane into decorative patterns – but using folds to make the subject from a single sheet of paper, rather than dividing the image up into individual units.“ (Lang, 2018, p. XVI)*

Das Muster der Triangulated-Ron-Resh Faltung zählt ebenfalls zu den komplexen Parkettierungen. Die verwendeten Formen sind gleichseitige Dreiecke in unterschiedlichen Größen. Das Seitenverhältnis der beiden Elemente ist 1:2, wodurch sich ein Flächenverhältnis von 1:4 ergibt. Durch die zeilenweise um halbe Dreieckshöhe Anordnung der großen Dreiecke entstehen Zwischenräume in Form von kleinen gleichseitigen Dreiecken. (vgl. Abb. 167: Verschiebung der großen Dreiecke und Abb. 168: Kleine Dreieck des Faltpatterns) Bei den großen Dreiecken werden je die drei Winkelhalbierenden eingezeichnet, wobei diese vom Eckpunkt bis zum Höhenschnittpunkt als Talfalten ausgebildet werden und weiter bis zum Seitenmittelpunkt als Bergfalten. (vgl. Abb. 169: Geometrische Höhen der großen Dreiecke) Die Außenkanten der Dreiecke werden ebenfalls als Bergfalten definiert. (vgl. Abb. 170: Fertiges Faltpattern) An jedem beliebigen Punkt im Inneren des Musters treffen sechs Kanten aufeinander. Im Höhenschnittpunkt sind es drei Tal- und drei Bergfalten und an den Ecken der großen Dreiecke sind es eine Tal- und fünf Bergfalten. Abbildung 166 zeigt ein Grundelement mit der Ausbildung der Berg- und Talfalten. Die Struktur faltet sich ähnlich wie die Resh-Faltung räumlich auf und reagiert unabhängig von deren Angriffspunkt auf sämtliche Kräfteinwirkungen. Sie nimmt Verdrehungen im System ohne Verbeulen oder Zwänge im Inneren auf. (vgl. Abb. 178: Faltung verdreht) Durch die hohe Beweglichkeit lässt die Faltung eine Annäherung an eine Ebene sowie an einfach und zweifach gekrümmten Flächen zu. (vgl. Abb. 173-177) Der Vorteil zeigt

sich in der Planarität der Faltflächen, da offenkundig alle Flächen trianguliert sind. Durch die komplexe Geometrie des Faltmusters lässt sich nur unter hohem Aufwand eine dreidimensionale Struktur daraus falten. Häufige Richtungsänderung der Faltkanten und eine große Kantenanzahl verhindern ein Falten des Musters, ohne dabei zusätzliche Knicke im Papier zu erzeugen. Strukturell gesehen bietet die Faltung eine hohe Systemsteifigkeit sowie Beweglichkeit und überzeugt darüber hinaus mit einer besonderen ästhetischen Qualität. Aufgrund der großen Anpassungsfähigkeit an beliebige Formen und der Kleingliedrigkeit der triangulierten Elemente bietet die Triangulated-Ron-Resh Faltung einen großen gestalterischen Spielraum für baupraktische Anwendungen.

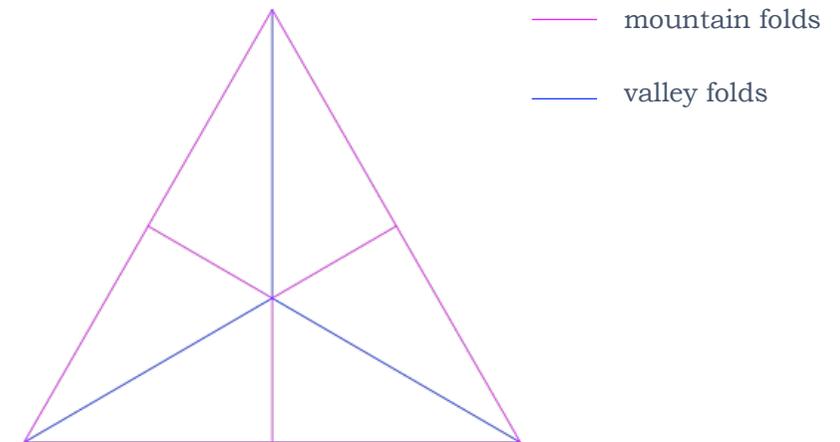


Abbildung 166: Grundelement

Analoge Experimente

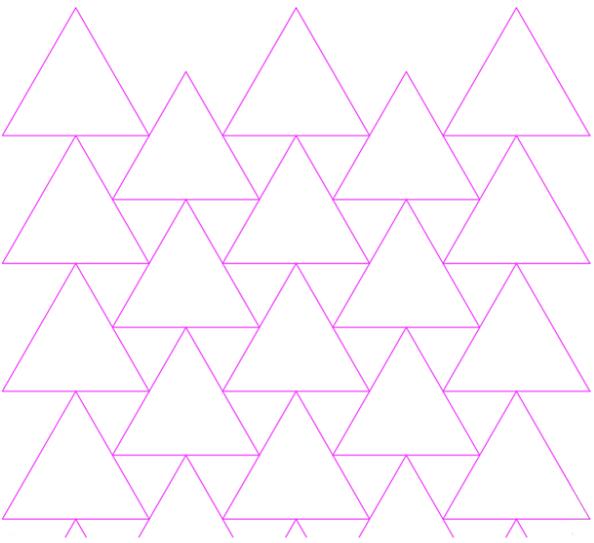


Abbildung 167: Verschiebung der großen Dreiecke

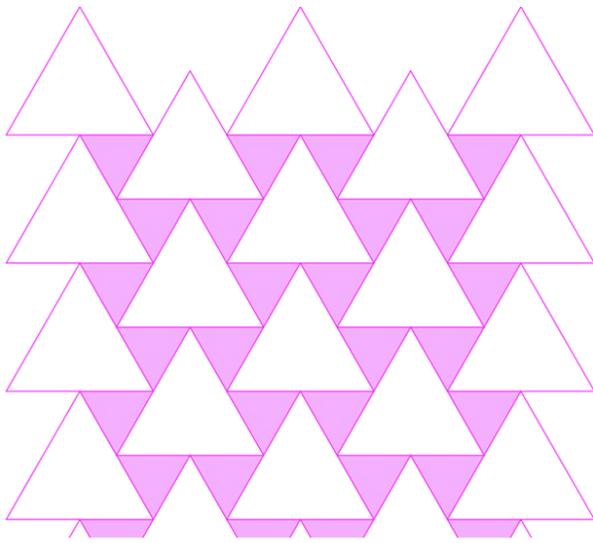


Abbildung 168: Kleine Dreiecke des Faltpatterns

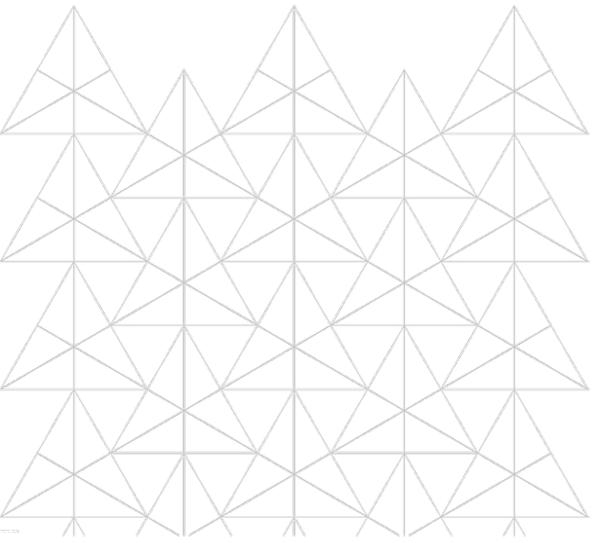


Abbildung 169: Geometrische Höhen der großen Dreiecke

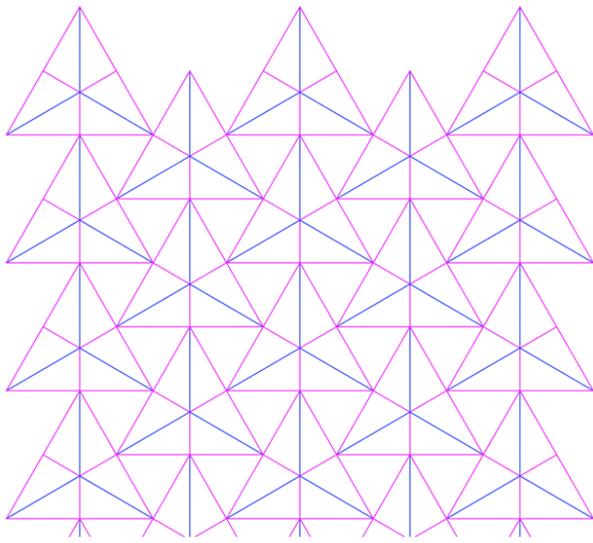
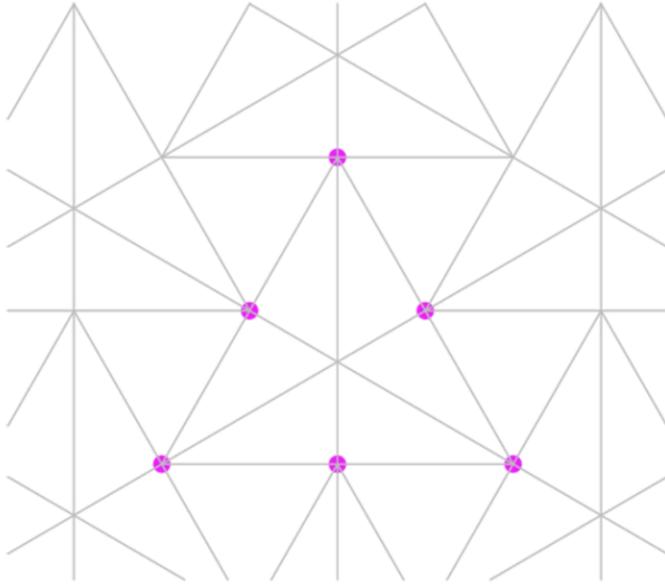


Abbildung 170: Fertiges Faltpattern

Die analogen Experimente zeigen die große Beweglichkeit der Faltstruktur. Um dies auch rechnerisch nachweisen zu können, werden jene Punkte herangezogen, die in *Abbildung 171* dargestellt sind.



*Abbildung 171: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade*

$$6 - 3 = 3 \text{ Freiheitsgrade}$$

## Analoge Experimente

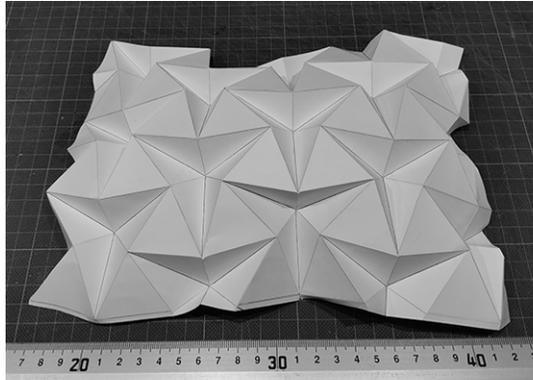


Abbildung 172: Faltung unbelastet

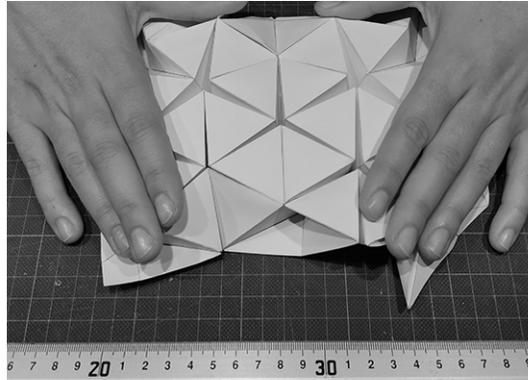


Abbildung 173: zusammengedrückt von oben

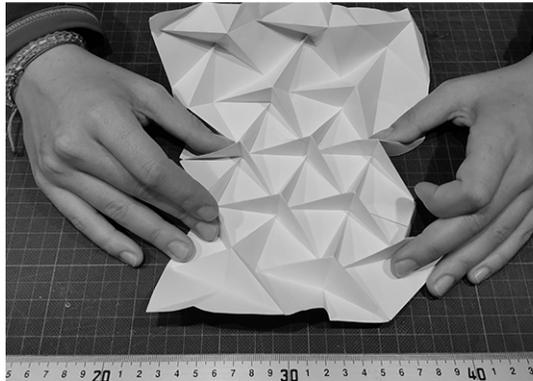


Abbildung 174: zusammengedrückt von unten

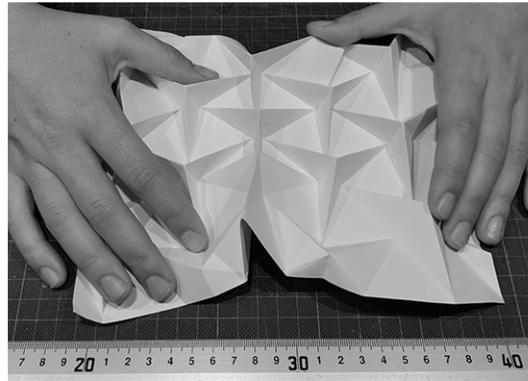


Abbildung 175: zusammengedrückt

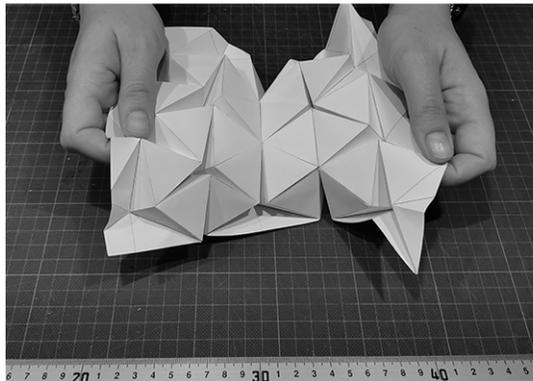


Abbildung 176: Krümmung

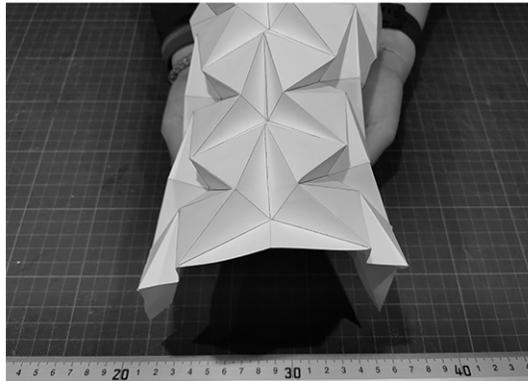


Abbildung 177: Wölbung

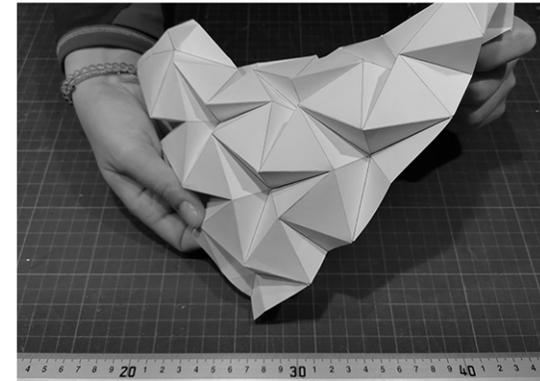


Abbildung 178: Faltung verdreht

### 3.8 Bewertungsmatrix der analogen Experimente

Für die Auswahl einer geeigneten Faltung zur digitalen Bearbeitung werden die Ergebnisse der analogen Experimente tabellarisch gegenübergestellt. (vgl. *Tabelle 6: Bewertungsmatrix der analogen Experimente*) Die Bewertung der untersuchten Strukturen erfolgt nach acht Kriterien, die anhand der gewonnenen Erkenntnisse im Zuge der Experimentreihe definiert werden:

- Sind alle Faltflächen trianguliert?
- Handelt es sich um ein Origami-Faltmuster?
- Ist die Größe eines Grundelements variabel?
- Zahl der Freiheitsgrade (DOF)
- Anzahl der Ausgangsvariablen, die die Elementgröße bestimmen
- Ästhetische Qualität gemäß eines eigens erstellten Bewertungsrasters
- Anzahl der Faltkanten, die sich in einem Punkt treffen
- Formbarkeit der Struktur gemäß eines eigens erstellten Bewertungsrasters

Die Gewichtung der Kriterien für die Auswahl des Faltmusters erfolgt nach deren Priorität für die Faltstruktur. Wie in den vorangehenden Kapiteln beschrieben, ist eine der wesentlichen Eigenschaften einer Origamistruktur, dass alle Faltflächen steif sind. (vgl. *Kapitel 2.1 Origami*) Dieses Kriterium ergibt sich aus den triangulierten Faltflächen. Nach geometrischen Grundsätzen sind Flächen zwischen drei Punkten ebene Flächen.

Ebenso relevant sind die Kriterien „Origami“ und „variable Größe eines Grundelements“. DOF steht für *Degrees of Freedom* (dt. Freiheitsgrade). (vgl. *Kapitel 2.1. Origami*) Für die Produktion ist es relevant, dass es sich um eine Origamifaltung handelt, da das Faltmuster in Grundelemente segmentiert wird, die gefaltet und zusammengefügt werden. Um eine Veränderung der Faltstruktur zu ermöglichen, muss die Größe eines Grundelements variabel sein. Diese Variable kann bei parametrisierter Struktur durch eine Optimierung nachträglich manipuliert werden. Die Zahl der

Freiheitsgrade bestimmt die Flexibilität der Faltung. Je höher die DOF, desto anpassungsfähiger ist die Faltstruktur. Die Anzahl der Ausgangsvariablen, die die Elementgröße bestimmen, gibt an, wie viele Parameter bei der Optimierung des Systems beeinflusst werden müssen.

Die Bewertung der ästhetischen Qualität erfolgt über ein eigens erstelltes Bewertungsraster. Hierbei werden die Strukturen anhand ihrer Ästhetik in sechs Gruppen gegliedert. Diese Gruppen geben Auskunft über die Falttiefe, die Anpassungsfähigkeit auf verschiedene Grundformen (einfach und zweifach gekrümmt) und Beweglichkeit der Faltstrukturen. Jene Strukturen, die am meisten wandelbar sind, werden mit 1 bewertet und aufsteigend bis 6 je nach Qualität der Faltmuster. (vgl. *Tabelle 4: Bewertungskriterien für ästhetische Qualität*)

Die Bewertung der Formbarkeit der Struktur erfolgt nach Einteilung in drei Gruppen. Je nach Anpassungsfähigkeit der jeweiligen Struktur wird diese mit 1 bis 3 bewertet, wobei 1 der besten Bewertung entspricht und 3 der schlechtesten. (vgl. *Tabelle 5: Bewertungskriterien für Formbarkeit der Struktur*)

Im nächsten Schritt werden für jede Struktur die Ergebnisse in der Matrix farblich hervorgehoben, die den Anforderungen entsprechen. Zur Bewertung wird für jede Struktur die Anzahl der farbigen Kästchen addiert. Jene Kriterien, die als besonders relevant eingestuft wurden, werden doppelt gezählt. Durch die Gewichtung der Attribute nehmen die genannten wesentliche Faktoren mehr Einfluss auf das Ergebnis. In der Matrix werden diese Faktoren dunkler hervorgehoben. (vgl. *Tabelle 6: Bewertungsmatrix der analogen Experimente*)

## Analoge Experimente

### Bewertungskriterien für ästhetische Qualität:

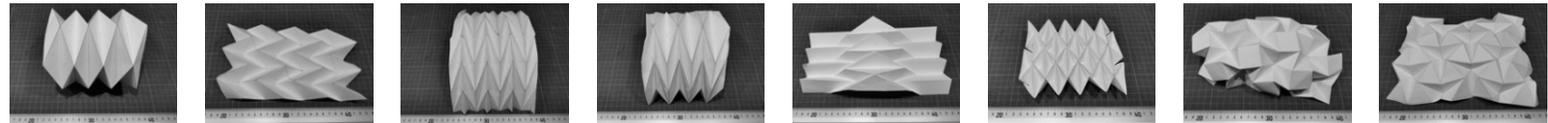
- 1 anpassungsfähig an einfach und zweifach gekrümmte Flächen, Tiefe der Falten kann an allen Grundformen variabel sein
- 2 anpassungsfähig an einfach gekrümmte Flächen, Tiefe der Falten kann beeinflusst werden und ist variabel, unabhängig von der Größe des Grundelements
- 3 anpassungsfähig an einfach gekrümmte Flächen, Tiefe der Falten kann nur über die Größe des Grundelements gesteuert werden
- 4 bedingt anpassungsfähig, Tiefe der Falten kann nicht beeinflusst werden
- 5 nicht anpassungsfähig, Tiefe der Falten kann beeinflusst werden
- 6 nicht anpassungsfähig, Tiefe der Falten kann nicht beeinflusst werden

*Tabelle 4: Bewertungskriterien für ästhetische Qualität*

### Bewertungskriterien für die Formbarkeit der Struktur

- 1 Struktur lässt sich einfach verdrehen, verändern, auseinander- und zusammenziehen, in mindestens zwei Achsen möglich
- 2 Struktur lässt sich auf- und zufalten, die Bewegung erfolgt linear, Verdrehung ist möglich
- 3 Struktur lässt sich ausschließlich in einer Achse bewegen, Verdrehungen sind nicht möglich

*Tabelle 5: Bewertungskriterien für Formbarkeit der Struktur*



	Yoshimura	Miura-Ori	Weiterentwicklung Miura-Ori	Kombination Miura-Ori & Yoshimura	Reverse Folds	Waterbomb	Ron Resh	Triangulated-Ron-Resh
Flächen trianguliert	Ja	nein	ja	ja	nein	ja	nein	ja
Origami	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja
Variable Größe eines Grundelements	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja
DOF	1	1	1	1	1	2	3	3
Anzahl der Ausgangsvariablen	2 Rastergröße in x und y	2 Rastergröße in x und y	2 Rastergröße in x und y	2 Rastergröße in x und y	1 Umkreisradius für Grundelement			
ästhetische Qualität	3	5	5	5	3	1	1	1
Anzahl der Faltkanten, die sich in einem Punkt treffen	6	4	6	6	4	6	5/8	6
Formbarkeit der Struktur	2	3	3	3	3	2	1	1
Ergebnisse	4	2	4	4	2	5	6	8
Gewichtung	7	4	7	7	4	8	10	13

DOF      *Degrees of Freedom* (dt. Freiheitsgrade)  
      *Kriterien erfüllt*  
      *Doppelte Gewichtung der Kriterien*

Tabelle 6: Bewertungsmatrix der analogen Experimente

## Analoge Experimente

### 3.9 Conclusio

Durch die Analyse der analogen Experimente wird die Relevanz der einzelnen Faktoren für die Auswahl eines Faltmusters sichtbar und welchen strukturellen, visuellen und geometrischen Anforderungen die Faltung entsprechen muss. Daraus geht ein Kriterienkatalog hervor, der im späteren Verlauf zur Analyse der Tragstruktur dient. Der parametrische Aufbau und die notwendigen Definitionen und Größen werden bei der Formulierung der Ziele berücksichtigt.

#### Geometrische Ziele:

- Faltflächen müssen eine hohe Steifigkeit aufweisen – vorzugsweise trianguliert
- Origami – einzelne Elemente sollen aus einem Stück gefaltet werden (mehrere Elemente verbinden sich über Verbindungsmittel)
- Anpassungsfähigkeit an beliebige geometrische Grundformen (ebene, einfach und doppelt gekrümmte Flächen)
- Justierbarkeit der Feinheit der Faltung
- Faltung definiert sich über eine Variable
- Anzahl der Freiheitsgrade = 3

#### Architektonische Ziele:

- Abwechslungsreiche Faltung durch unterschiedliche Falttiefen
- Anwendung auf beliebige geometrische Grundformen – Optimierung der Grundform
- Fokus auf visuelle Kantenbetonung
- geringer Raumverlust durch Konstruktion
- Licht-/Schattenspiel im Innenraum

#### Statische Ziele

- Gewichtsreduktion
- Standhalten der Lasten
- „semi-probalistisches“ Tragkonzept

- Querschnittsoptimierung (Optimierungsalgorithmus)
- hoher Material-/Festigkeitsausnutzungsgrad
- minimale Verformung (< 5 cm)
- Aussteifung durch Faltung
- Verbindung der Elemente über Faltung
- geringer Produktionsaufwand
- montagefreundlich
- keine Verdrehung im System

Diese multiplen Ziele fließen ebenfalls in die Bewertungsmatrix für die Endstruktur ein. Es wird analysiert, ob die oben genannten Ziele erreicht werden und in welcher Abhängigkeit diese Ziele zueinanderstehen.

Aus den analogen Experimenten kann die Bewertung der Strukturen nach gesetzten Kriterien erfolgen und eine Faltung ausgewählt werden, die zur Weiterverarbeitung im digitalen Raum verwendet wird. Nach der Analyse geht das Faltmuster Triangulated-Ron-Resh als jene Struktur hervor, die nach vorab definierten Faktoren am besten für die gesetzten Anforderungen geeignet ist. (vgl. *Tabelle 6: Bewertungsmatrix der analogen Experimente*) Die Origami-Faltung besteht ausschließlich aus triangulierten Flächen, wodurch steife Faltflächen ermöglicht werden. Der Umkreisradius des großen Dreiecks ist die einzige Variable im parametrischen Aufbau, wodurch die Größe der Faltelemente beliebig skalierbar ist. Die Anzahl der Freiheitsgrade im System ist 3. Dadurch ist eine große Bewegungsfreiheit gegeben und die dreidimensionale Struktur kann sich an gekrümmte Flächen in beiden Hauptrichtungen annähern. Die Regelmäßigkeit der Faltung vermittelt eine angenehme Atmosphäre, durch variierende Falttiefen entsteht eine dynamische Struktur. Eine großflächige Faltung, aus einem einzigen Stück gefertigt, lässt sich nur unter sehr hohem Aufwand herstellen. Bei der Ausführung als Tragsystem kann dies vernachlässigt werden, da die Struktur aufgrund von begrenzten Materialdimensionen in einzelne Teile zerlegt wird.

## 4 Generatives System und digitale Experimente

Im folgenden Kapitel wird schrittweise auf den parametrischen Aufbau der Faltstruktur eingegangen. Angefangen vom groben Überblick des *Scripts*, bis hin zu Detaillösungen und Schnittstellen der verschiedenen Tools werden die iterativen Vorgänge analysiert. Die Darstellung der *Pseudocodes* erfolgt immer nach demselben Schema und wird auch für die anderen Codes in der Arbeit verwendet. Rosa Linien zeigen den Input von Daten, Geometrien oder Punkten an. Die blauen Linien zeigen die Variablen, die durch eine Optimierung beeinflusst werden können. Bei den nachfolgenden Codes wird die generative Logik in Textform erklärt, wobei der Pseudocode als Unterstützung dient. Die Programmierlogik wird in Form einer Notiz in rosa hinterlegten Feldern erläutert, die als Anleitung zum Erstellen des Modells verwendet werden kann.

*Abbildung 179* zeigt den *global pseudocode* für die gesamte Programmierung der Faltstruktur. Diese Grafik stellt einen Überblick über die Abläufe beim Erstellen der Faltstruktur und deren Abhängigkeiten zueinander dar. Ausgehend vom tessellation-pattern läuft eine physische Simulation mittels particle-spring systems über das Plugin Kangaroo®. Als Output dieser Simulation kann die fertige Faltstruktur bezeichnet werden, die dann über das Tool Karamba3D analysiert wird. Der Prozess der Evaluierung und Optimierung durchläuft mehrere Phasen. Indem nach jeder Manipulation der Variablen erneut eine strukturelle Analyse durchgeführt wird. Der iterative Aufbau bedingt eine schrittweise Beeinflussung und Veränderung verschiedenster Parameter bis hin zu einem optimalen Ergebnis. Es werden Faltungen mit verschiedenen Basisgrößen der Faltelemente an die Geometrien angenähert und die strukturellen Ergebnisse einander gegenübergestellt. Bei Nicht-Erreichen der erforderlichen Ziele, wird die Größe verändert und die Analyse erneut durchlaufen. Diese Feedbackschleife kommt im Laufe der Simulation und auch der Analyse mehrfach zum Einsatz. Die gewonnen Erkenntnisse dienen als Input für die neue Berechnung.

Durch digitale Experimente können Erkenntnisse bezüglich Formgebung und Größe der Faltelemente gewonnen werden. Es werden verschiedene Grundformen analysiert und die Faltung mit unterschiedlich großen Faltekanten an die Formen angenähert. Dies gibt Aufschluss über das Verhalten der Faltstruktur bei der Simulation sowie deren Anpassungsfähigkeit an verschiedenen gekrümmten Oberflächen. Die Größe der Faltelemente spielt hierbei eine wichtige Rolle, da sie die Flexibilität und das statische Verhalten der Faltstruktur beeinflusst. Aus struktureller Sicht erbringt eine Anpassung an synklastische Oberflächen wesentlich stabilere Strukturen mit geringeren Verformungswerten. Aus architektonischer Sicht entsprechen diese Formen aber nicht den gesetzten Ansprüchen, da bei antiklastischen Grundformen eine abwechslungsreichere Konstruktion entsteht. Ebenso kann das Ergebnis einer ebenen Faltstruktur bewertet werden. Die Fehleranfälligkeit bei einer ebenen Faltstruktur ist zwar geringer als bei antiklastischen Oberflächen, allerdings bieten diese Varianten ebenfalls keine abwechslungsreiche und dynamische Architekturlösung. Somit werden für die weitere Ausarbeitung ausschließlich doppelt gekrümmte Oberflächen verwendet.

Das äußere Erscheinungsbild der unterschiedlichen Formen wird durch Gegenüberstellung der Ergebnisse diskutiert. Ebenso werden die Daten der statischen Analyse jeder untersuchten Form miteinander verglichen.

### 4.1 Global Pseudocode

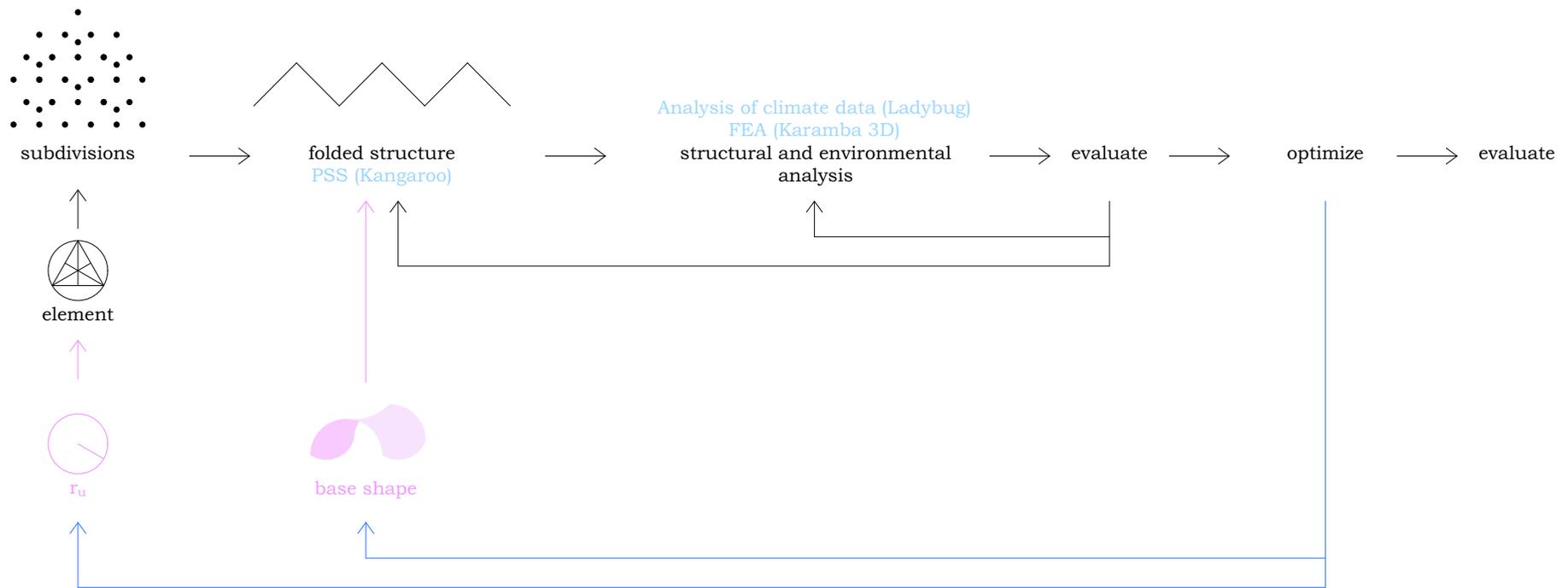


Abbildung 179: Global Pseudocode

Als Variablen des gesamten Vorgangs gelten der Umkreisradius des Grundelements der Faltung und die Basisgeometrie, an die sich die Faltstruktur bei der Simulation annähert. Der Umkreisradius bestimmt die Größe des Grunddreiecks und somit die Kleinteiligkeit der daraus resultierenden Faltung. Diese ist wiederum ausschlaggebend für die Flexibilität und Anpassungsfähigkeit an die Basisgeometrie. Die Oberfläche der Grundgeometrie beeinflusst die Formgebung der Faltstruktur, die Tiefe der Falten und die Gesamthöhe der Konstruktion.

Ausgehend von einem Kreis mit dem Umkreisradius des Grundelements als Variable. In diesen Kreis wird das gleichseitige Dreieck des Basiselements des Patterns und die geometrischen Höhen des Dreiecks eingezeichnet. (vgl. Kapitel 4.2 Das Grundelement) Aus der Verschiebung des Grundelements und Erstellung des flachen Faltpatterns ergeben sich Punkte, die *subdivisions*. (vgl. Kapitel 4.3 Das Pattern und 4.4 Border Origami) Über die *particle-spring systems* Simulation mit dem Tool Kangaroo 2 kann aus dem flachen Faltpattern eine dreidimensionale Faltstruktur erstellt werden. (vgl. Kapitel 4.5 Faltsimulation durch particle-spring) Die Simulation basiert auf einer Annäherung an eine geometrische Oberfläche, deren Form von der Faltung angenähert wird. Diese Basisgeometrie wird als Mesh-Input für den Solver verwendet und kann beliebig gewählt werden. Der Input der Oberfläche gilt als Variable für die Simulation, da eine Annäherung an sämtliche ebene, einfach und zweifach gekrümmte Flächen möglich ist und das Simulationsergebnis dadurch beeinflusst wird. Die Geometrie der Oberfläche kann innerhalb der definierten Grenzen erstellt und nach Belichtungskriterien optimiert werden, um die Faltstruktur gezielt zu formen und auszurichten.

Das Resultat der Simulation wird einer strukturellen Analyse über das Finite Elemente Tool Karamba analysiert, wobei Umgebungsparameter, Materialeigenschaften und Lastfälle berücksichtigt werden. (vgl. Kapitel 4.6 Statische Analyse) Hierbei spielt die Elementgröße eine wesentliche Rolle, die bei Bedarf manipuliert wird. Bei variierender Elementgröße und/oder veränderter Grundgeometrie werden die Ergebnisse erneut analysiert und

einander gegenübergestellt sowie bewertet. Die Erkenntnisse jeder Analyse werden in die nächste Veränderung der Variablen miteinbezogen. Die strukturellen Parameter, nach denen optimiert wird, sind minimale Verformung, minimale Materialstärke und ein charakteristischer Buckling-Load-Factor zwischen 1 und 2. Danach erfolgt eine environmental analysis, um Belichtung und Lichteinfall step-by-step zu optimieren. Auch hierbei werden verschiedene Varianten einzeln analysiert und bewertet und die Belichtungsmaßnahmen angepasst. Es soll ausreichend Lichteinfall gegeben sein und ein interessantes Schattenspiel im Innenraum entstehen. Die besten Resultate werden dann erneut einer statischen und environmental Analyse unterzogen sowie die Ergebnisse gegenübergestellt. Durch die schrittweise Optimierung werden die Parameter einzeln verändert und die Ergebnisse jeweils in den nächsten Optimierungsschritt miteinbezogen. Bis eine aussagekräftige Datenmenge analysiert wurde, um formgebende Entscheidungen zu treffen.

## 4.2 Das Grundelement

Das Faltpattern generiert sich über einen Kreis mit gesetztem Mittelpunkt und variablem Radius. Die Kurve wird über drei gleichmäßig verteilte Punkte geteilt, die im nächsten Schritt mit einer Polylinie verbunden werden. Es entsteht ein gleichseitiges Dreieck, das die Ausgangsform für das Pattern bildet. Zusätzlich dazu werden die geometrischen Höhen des Dreiecks über die Mittelpunkte der Seitenlängen und deren gegenüberliegenden Eckpunkte definiert. (vgl. Abb. 180-184) Im Verlauf der Forschungsarbeit wurde der Eingangsparameter für den gesamten Code verändert, sodass nicht mehr der Kreisradius die Variable darstellt, sondern sämtliche Berechnungen auf die Plattengröße von Stahl zurückzuführen sind. Für die Case Study wird ein Faltelement für die Produktion definiert und anhand der verfügbaren Größen von Stahlplatten können die Elementdimensionen berechnet werden. Über die maximale Ausdehnung eines Faltelements kann die daraus resultierende Kantenlängen der Faltdreiecke ermittelt werden, wodurch die Berechnung des Umkreisradius eines Basiselements errechnet werden kann. (vgl. Kapitel 4.7 Plattengrößen)

Die Seitenlängen des gleichseitigen Dreiecks werden, wie bei der analogen Ausarbeitung, als Bergfalten ausgebildet. Die geometrischen Höhen bilden vom Eckpunkt des Grunddreiecks bis zum Höhenschnittpunkt Talfalten, vom Höhenschnittpunkt bis zum Mittelpunkt der Seitenlängen Bergfalten. *Abbildung 184* zeigt die Definition der Berg- und Talfalten eines Grundelements der Faltung nach dem allgemein gültigen Farbcode. Die Faltkanten des Grunddreiecks erhalten bereits in dieser Programmierphase die Information, ob sie als Berg- oder Talfalten ausgebildet werden. Diese Struktur bleibt von diesem Schritt an bestehen und wird immer weitergetragen.

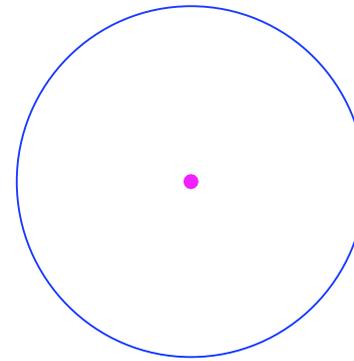


Abbildung 180:  
Umkreis und Mittelpunkt

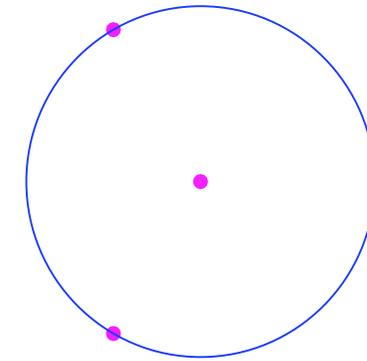


Abbildung 181:  
Dreiteilung der Kurve

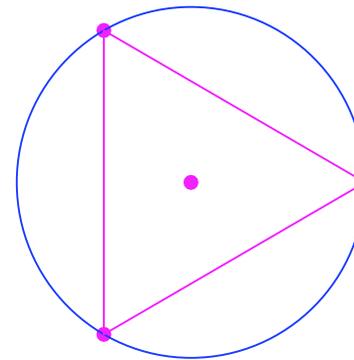


Abbildung 182:  
gleichseitiges Dreieck

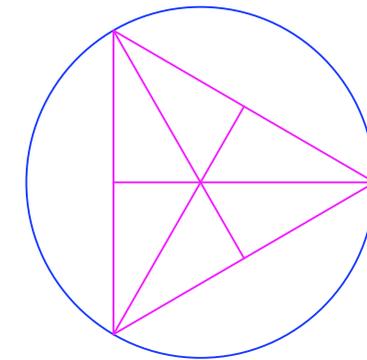


Abbildung 183:  
geometrische Höhen

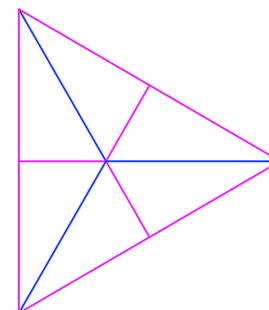


Abbildung 184: Grundelement

```

draw circle with variable radius {
  divide curve in 3 parts
  draw polyline with the 3 points {
    foreach a draw  $h_g$  // line from middle of a to opposite corner
  }
  split each  $h_g$  at the orthocenter {
    relate the curves to mountain and valley folds }
  }
}
    
```

$h_g$  ..... geometrische Höhe  
 a ..... Seitenlänge eines Grunddreiecks

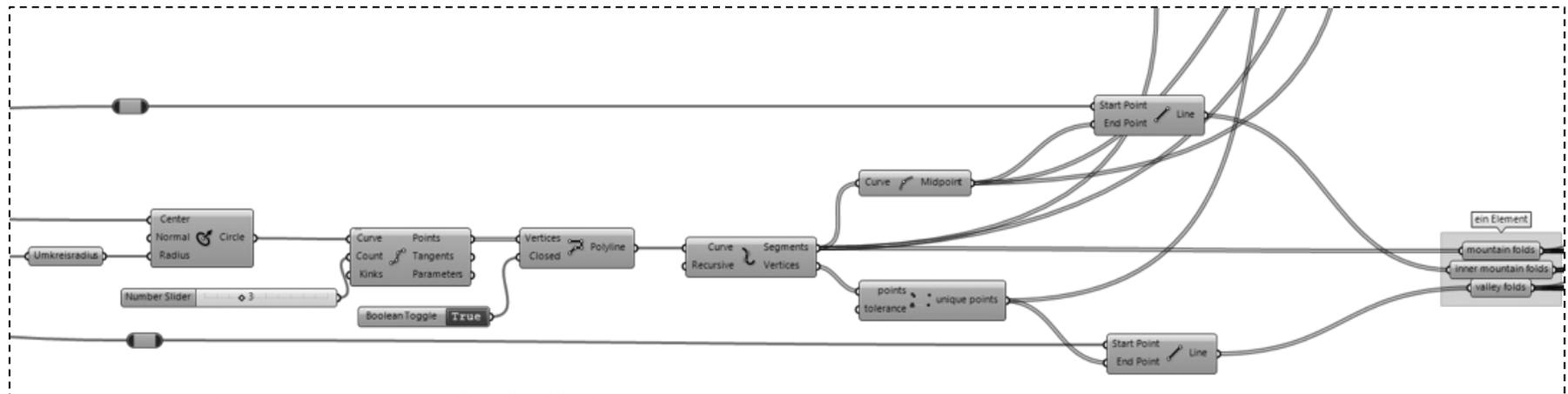


Abbildung 185: Auszug aus dem Script  
 Erstellung eines Grundelements

### 4.3 Das Pattern

Für das Pattern wird das oben erzeugte Grundelement entlang der geometrischen Höhen verschoben. Um das Pattern zu generieren, wird die Verschiebung des Grundelements auf drei Schritte aufgeteilt. Zunächst erfolgt eine Verschiebung entlang einer geometrischen Höhe. (vgl. Abb. 186: *Verschiebung entlang einer geometrischen Höhe*) Diese beiden Elemente werden zusammen in eine der beiden Hauptrichtungen verschoben. (vgl. Abb. 187: *Verschiebung entlang einer Hauptrichtung*) Die erzeugte Zweierreihe multipliziert sich im letzten Schritt in die zweite Hauptrichtung. (vgl. Abb. 188: *Verschiebung entlang der zweiten Hauptrichtung*) Diese Differenzierung ist notwendig, da die Elemente versetzt angeordnet sind. Andernfalls müsste der Verschiebevektor jede zweite Elementreihe separat versetzen. Der Verschiebevektor errechnet sich aus den Größen des Grundelements und der gewünschten Anzahl der Elemente des Patterns. Die Anzahl der Dreiecke in x- und y-Richtung können beliebig gewählt werden.

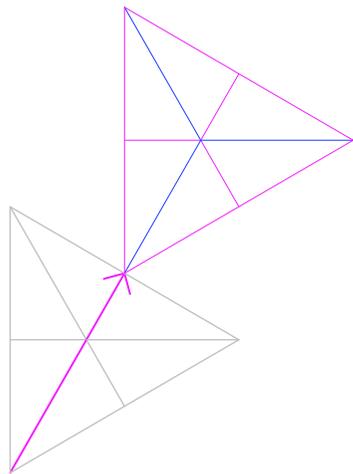


Abbildung 186: Verschiebung entlang einer geometrischen Höhe

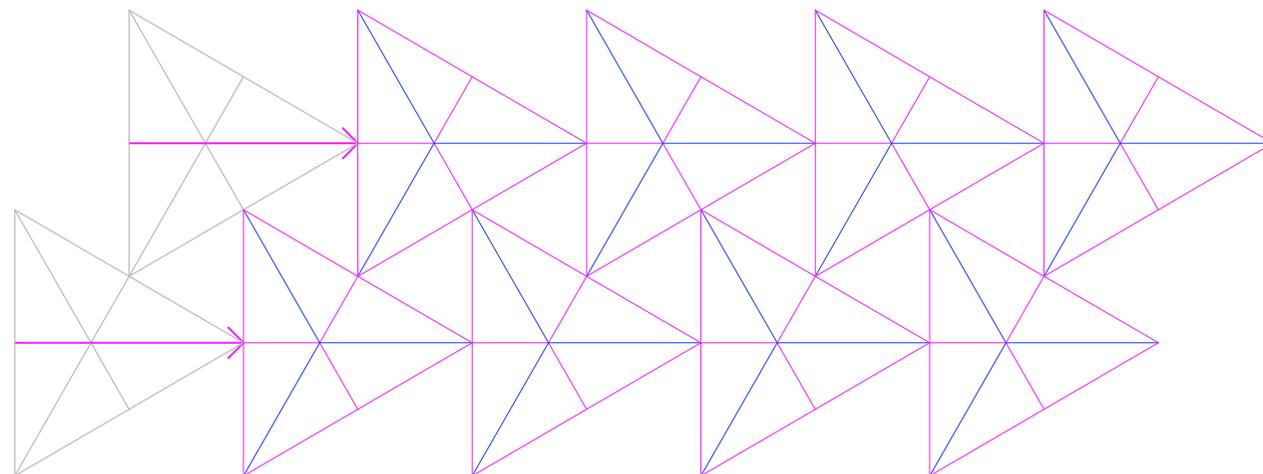
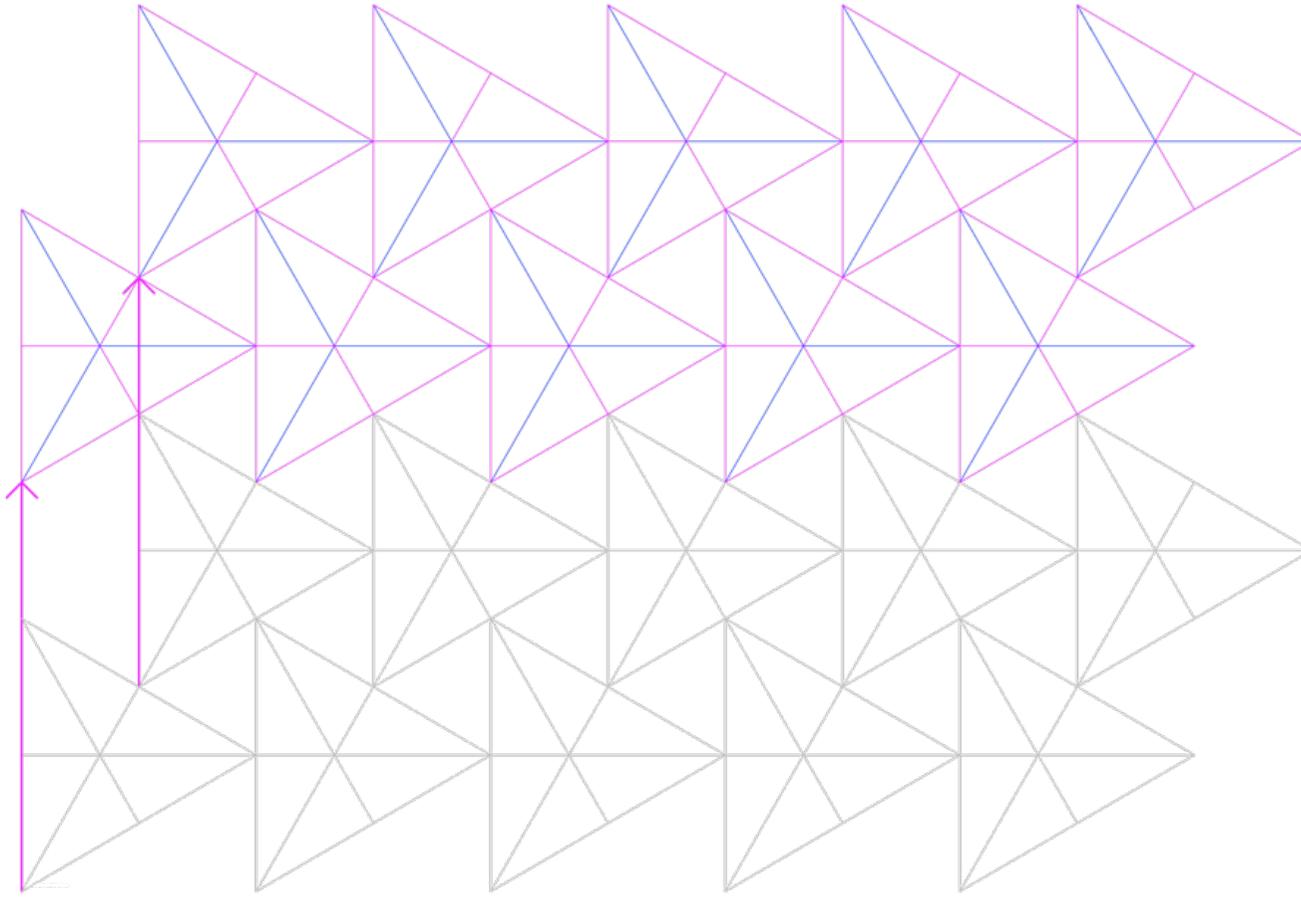


Abbildung 187: Verschiebung entlang einer Hauptrichtung



*Abbildung 188: Verschiebung  
entlang der zweiten Hauptrichtung*

```

draw a vector ( $v_m$ ) with direction and length of one  $h_g$  {
    group all mountain, inner mountain and valley folds and the sorted points {
        for each group move with  $v_m$  {
            merge base element and the moved one
            move these elements in x direction along one  $h_g$ 
            move these elements in y direction along  $1.5*a$  }
        }
    }
  
```

$v_m$  .....moving vector

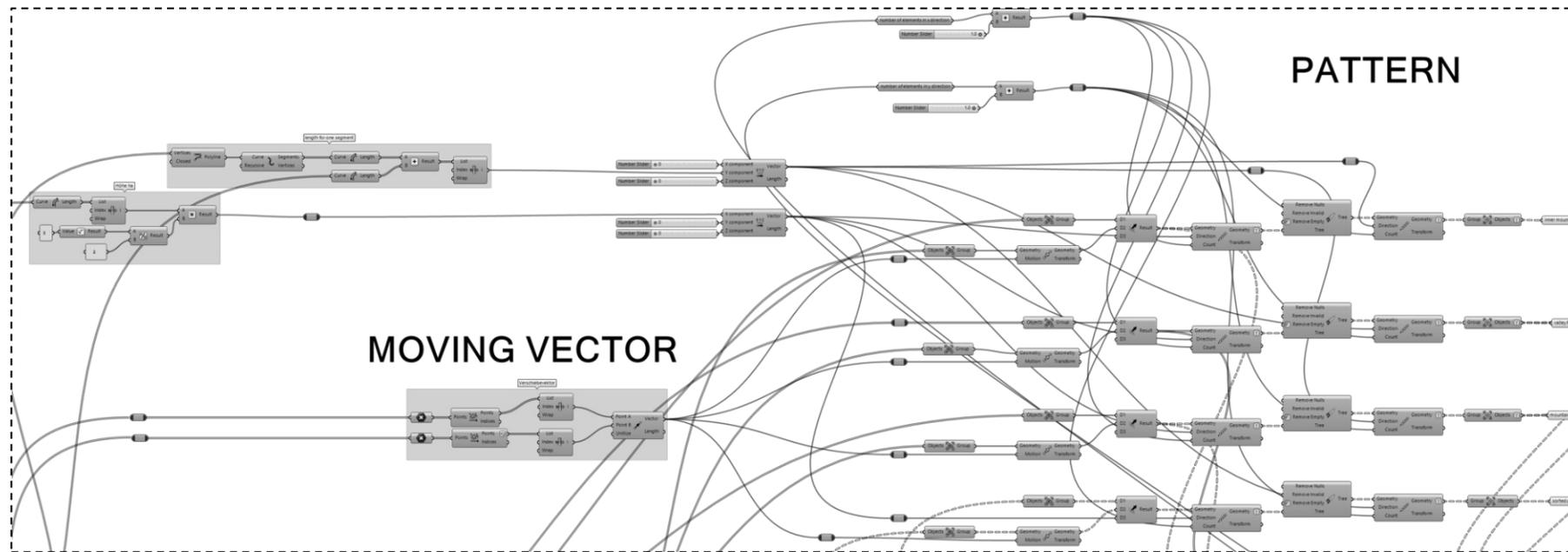


Abbildung 189: Auszug aus dem Script Erstellung des Patterns

## 4.4 Border Origami

Die Erstellung einer faltstruktur erfordert eine Fläche mit der Unterteilung des Patterns. Dafür muss das fertige Pattern zunächst auf die richtige Grundfläche zugeschnitten werden. Dies erfolgt über den Input einer Grundgeometrie in Form einer beliebig geformten Polylinie (vgl. Abb. 190: *Border auf Pattern*) Beim Trimmen des Patterns dürfen faltflächen nicht geteilt werden. Jedes Element kann entweder ganz oder über den Mittelpunkt für die Faltung getrimmt werden. Die Polylinie der border-line wird mit den Linien des Patterns verschritten und die Schnittpunkte ausgelesen. (vgl. Abb. 191: *Verschneidung der border-line mit dem Pattern*) Danach werden im Pattern ähnliche Punkte gesucht und daraus wird eine Polylinie erstellt. (vgl. Abb. 192: *Ähnliche Punkte in der Punkt-Cloud des Patterns und Abb. 193: Neue Polylinie für das Pattern*) Es muss besonders darauf geachtet werden, dass die Struktur des faltpatterns beim Trimmen der Fläche nicht verloren geht, da sonst die Simulation fehlerhaft ist. Derselbe Schritt ist auch für die sortierten Punkte des Patterns vorzunehmen.

Die Suche nach ähnlichen Punkten in der Punkt-Cloud des Patterns ist nur möglich, wenn die Begrenzungslinie kleiner ist als das ungetrimmte Pattern. Bei der Verschiebung der Elemente kann eine Abhängigkeit zwischen der Länge der border-line und der Verschiebelänge definiert werden, sodass eine bestimmte Anzahl von Grundelementen im Pattern vorkommt. (vgl. Kapitel 4.3 *Das Pattern*) Aus der resultierenden Begrenzung für das Pattern wird im nächsten Schritt eine Fläche erstellt, die mit den Linien des Patterns gesplittet wird. (vgl. Abb. 194: *Generierte Fläche aus dem Pattern*) Auf dieser Fläche werden die Punkte wie beim Ursprungs-dreieck sortiert, die als Input für den Kangaroo-Solver dienen.

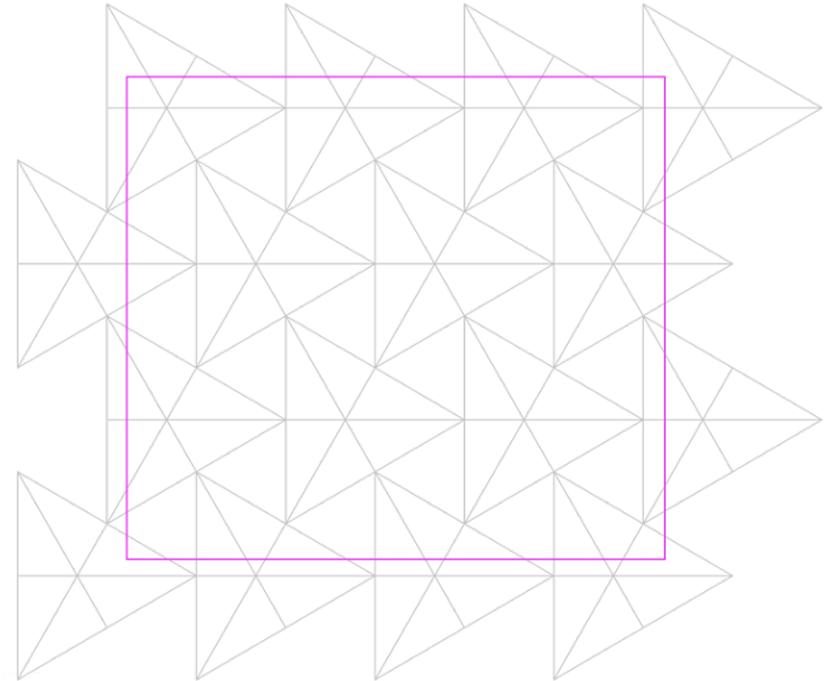


Abbildung 190: *Border auf Pattern*

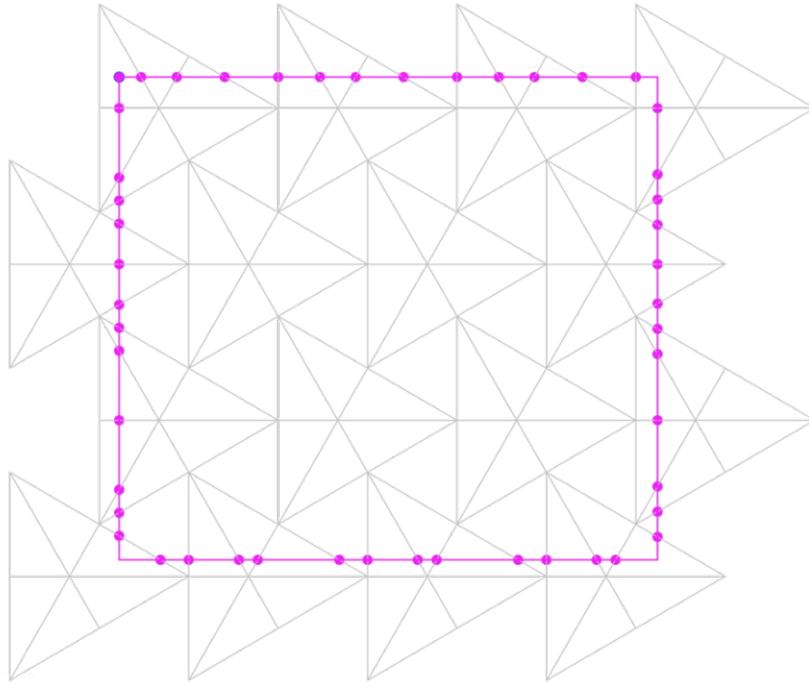


Abbildung 191: Verschneidung der border-line mit dem Pattern

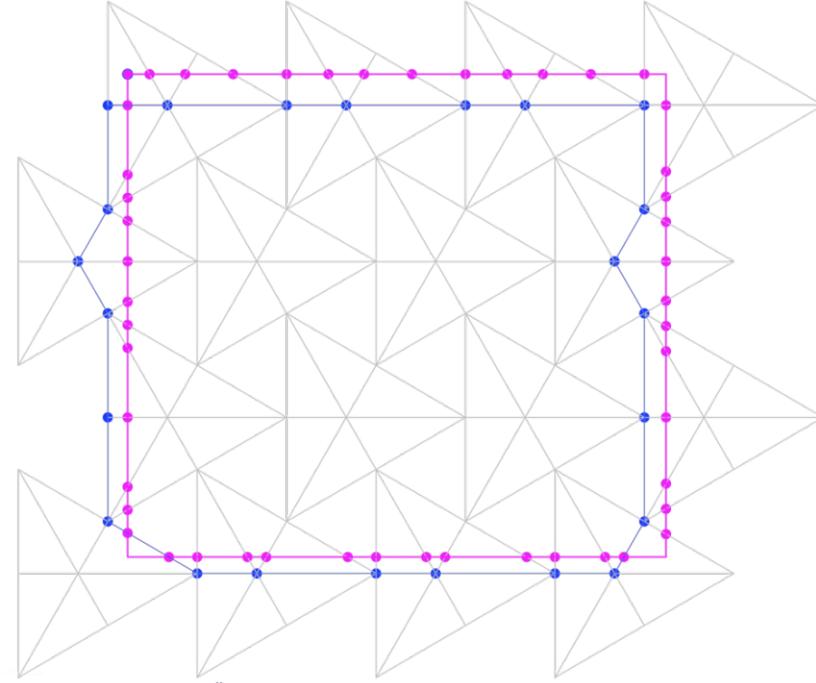


Abbildung 192: Ähnliche Punkte in der Punkt-Cloud des Patterns

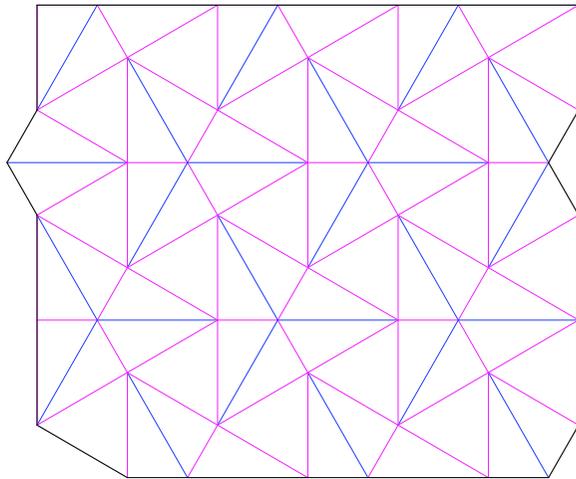


Abbildung 193: Neue Polylinie für das Pattern

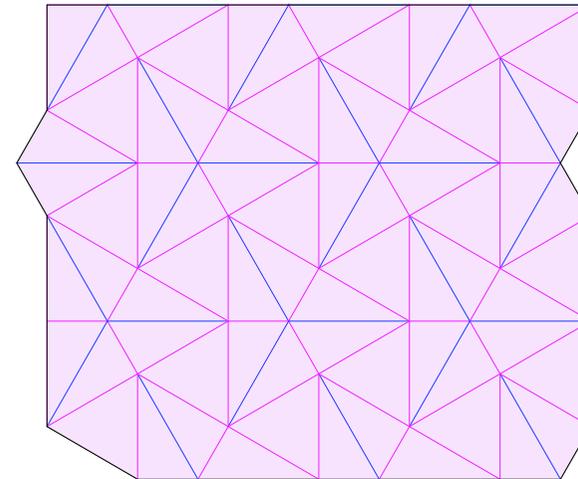


Abbildung 194: Generierte Fläche aus dem Pattern

```

draw a polyline inside the pattern {
    intersect with lines from pattern (L)
    find similar member with points from pattern {
        sort points along polyline
        draw a new polyline (P) {
            trim pattern with P
            draw boundary surface with P
            split surface with L
            check direction of faces
            sort points:
            1. fold start
            2. fold end
            3. Tip 1
            4. Tip 2    }
        }
    }
}
    
```

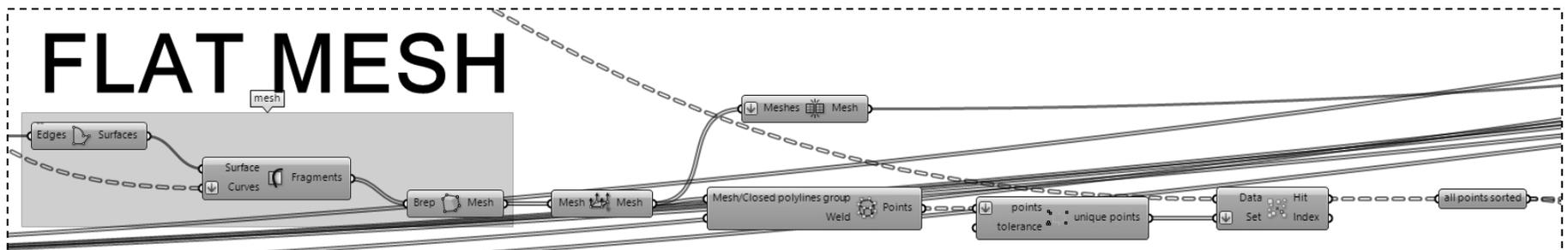


Abbildung 195: Auszug aus dem Script Origami Border und Fläche

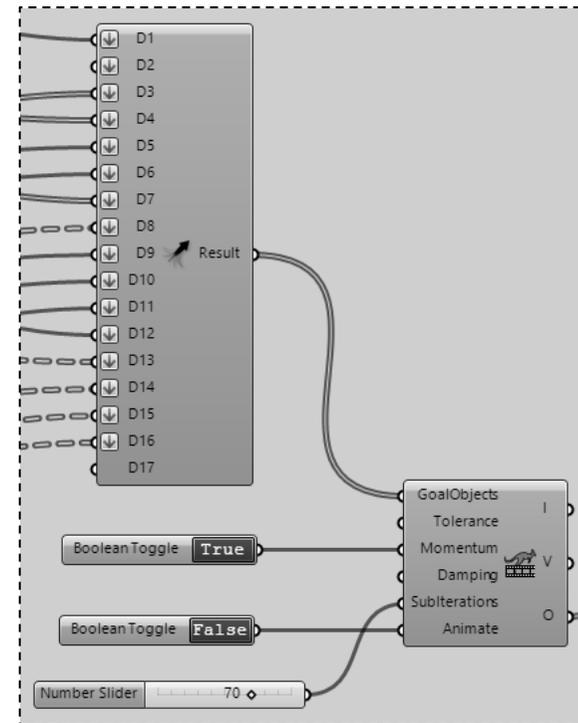
## 4.5 Faltsimulation durch particle-spring

Für die Erstellung einer faltstruktur aus einem ebenen Faltpattern wird das Tool Kangaroo<sup>®</sup> verwendet. (vgl. Kapitel 2.3.2 *Particle-spring systems*) Über diese Simulation kann eine dreidimensionale Struktur aus dem flachen Faltpattern erzeugt werden. Die Simulation wird von mehreren Faktoren beeinflusst. Die wichtigsten Kriterien, die das Ergebnis erheblich manipulieren und entscheiden, ob die Simulation funktioniert, werden im folgenden Abschnitt genauer beschrieben.

Die Gewichtung der einzelnen Inputs für den Solver ist einer der Parameter, der das Ergebnis der Simulation erheblich beeinflusst. Die Gewichtung der einzelnen Daten ermöglicht eine Kontrolle über den Einfluss der Kriterien auf das Endergebnis. Im Falle der Case Study und der Annäherung der faltstruktur auf eine Grundform spielen die Ankerpunkte sowie die Punkte zur Annäherung an die Grundform eine übergeordnete Rolle. Aufgrund der Faltung und Origamistruktur ist ein weiterer entscheidender Faktor, dass die Faltkanten ihre Länge nicht verändern. Andernfalls wäre eine Produktion von Faltelementen nicht in serieller Form möglich. *Abbildung 197* zeigt eine schematische Darstellung des Solvers mit sämtlichen Input-Parametern und zugehöriger Gewichtung. Die Relevanz der Einflussparameter ist deutlich sichtbar.

Die Anzahl der Subiteration gibt an, wie oft der Solver zwischen den Simulationsschritten Zwischenschritte setzt und wie genauer das Endergebnis der Simulation ist. Je höher die Zahl der Subiterations, desto höher der Berechnungsaufwand für den Solver. *Abbildung 196* zeigt den Solver als einen Ausschnitt aus dem Script. Über einen Button kann die Simulation gestartet oder beendet werden.

Der Pseudocode für die Simulation ist in *Abbildung 198* zu sehen. Er gibt einen Überblick über den Aufbau des Simulationsvorgangs und die wesentlichen Inputs.



*Abbildung 196: Auszug aus dem Script Step Solver von Kangaroo*

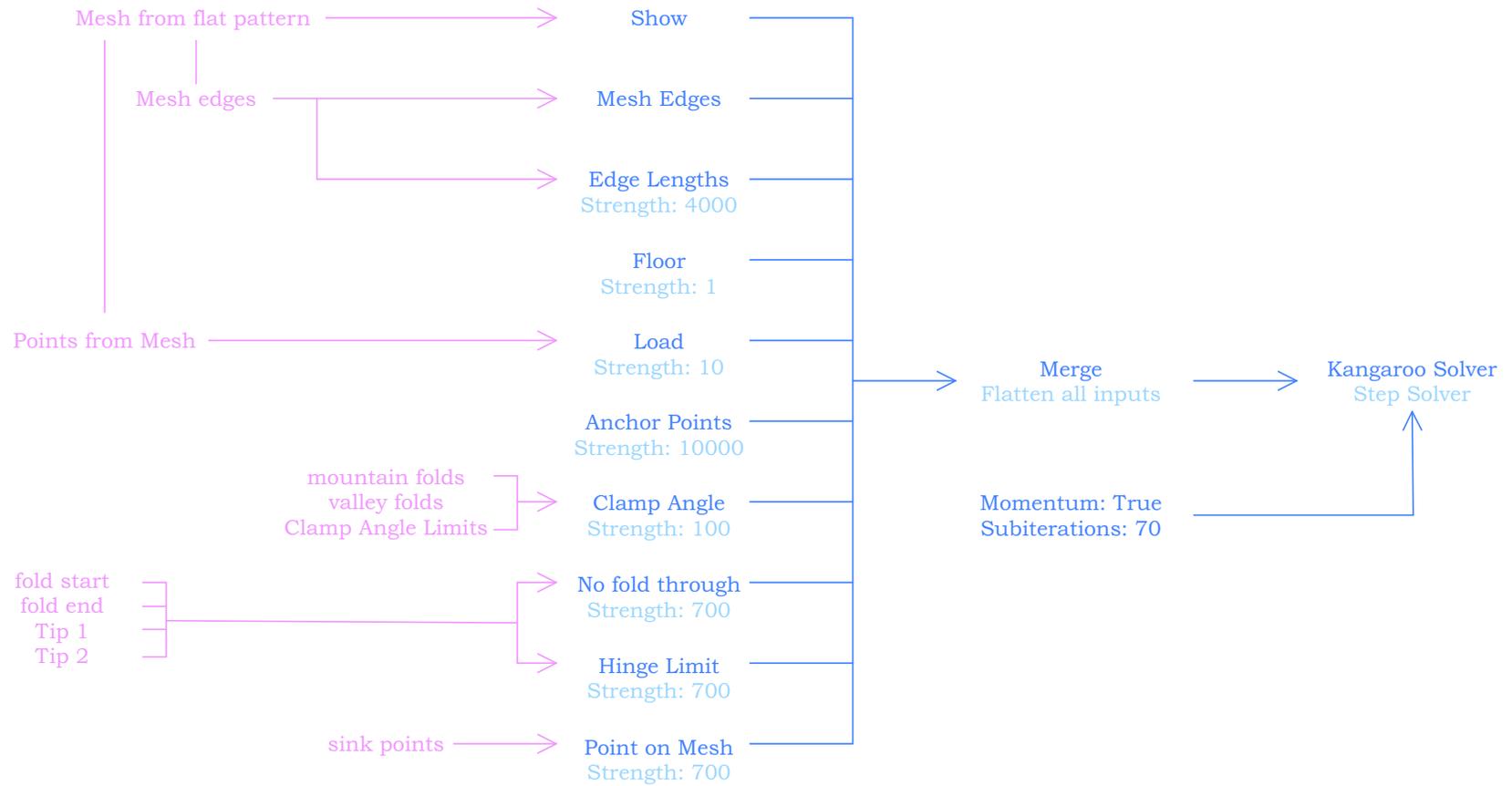


Abbildung 197: Schematische Darstellung des Kangaroo Solvers mit Inputs und Strength

# Generatives System und digitale Experimente

## 4.5.1 Pseudocode

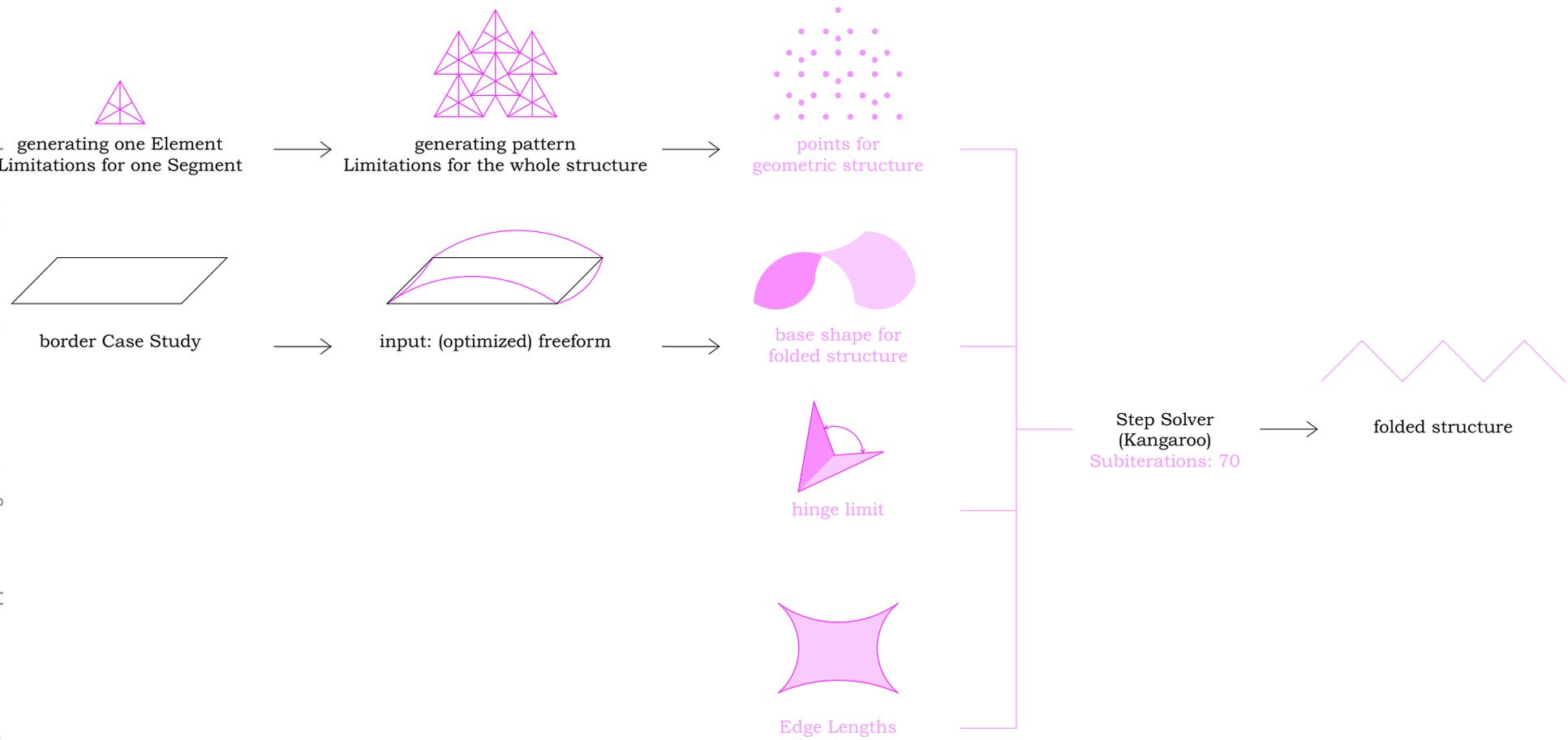


Abbildung 198: Pseudocode Kangaroo Solver

```

Take Merge and set following inputs {
    set the joined mesh as input for Show {
        take mesh edges as input for Edge Lengths // strength 4000
    }
    set floor // strength 1
    take all points from flatten mesh as input for Load // strength 10
    take points on naked edges and set them as anchor points // strength 10000 {
        find similar member from these points on base shape and set them as target
    }

    take M and V for Clamp Angle // 47° - 169 °, strength 100

    set sorted points (fold start – fold end – tip 1 – tip 2) as input for no fold through and hinge
    // strength 700

    each cp set as input for Point on Mesh and the base shape as mesh input // strength 700
}

```

Cp ..... center point of one base element  
 M..... mountain folds  
 V ..... valley folds

#### 4.5.2 Krümmungsberechnung

Ein weiterer ausschlaggebender Faktor für eine fehlerfrei funktionierende Simulation ist die Krümmung der Oberfläche der Grundform, an die sich die Faltstruktur annähert. Wenn die Oberfläche einen zu engen Krümmungsradius aufweist, kann sich die Faltstruktur nicht anpassen und die Simulation bricht zusammen. Somit muss die Grundform nach ihrer Krümmung ausgewählt und optimiert werden. Kleinteilige Faltstrukturen können sich stärker gekrümmten Oberflächen annähern, allerdings sollen mit der Optimierung Ergebnisse erzielt werden, die für alle möglichen Elementgrößen tragbar sind.

Zur Berechnung der Krümmung der Oberfläche wird die zweite Differenzenfolge verwendet. Es ist ein mathematischer Vorgang, bei dem die Oberfläche in eine beliebige Anzahl von Punkten zerlegt wird und die  $z$ -Werte dieser Punkte mit den benachbarten Punkten verglichen werden. Dies gibt Auskunft über die Höhenunterschiede zwischen den benachbarten Punkten auf der Oberfläche. Die Abstände entlang der  $x$ - und  $y$ -Achse müssen zwischen den Punkten konstant bleiben, da sonst kein genereller Steigungswert ermittelt werden kann. Die Steigung zwischen zwei Punkten lässt sich über die erste Differenzenfolge ermitteln. *Abbildung 198* zeigt eine Darstellung einer gekrümmten Kurve mit einer beliebigen Anzahl von Punkten. Die Differenz der  $z$ -Werte der Punkte zueinander ergibt die erste Differenzenfolge. In der nächsten Abbildung wird dieser Schritt mit den ermittelten Werten wiederholt. Das Ergebnis dieses Berechnungsvorgangs ist die zweite Differenzenfolge, die Auskunft über die Krümmung der Oberfläche gibt. Die Bildung der zweiten Differenzenfolge wird anhand des Beispiels in den *Abbildungen 199 und 200* gezeigt. Die Werte der zweiten Differenzenfolge geben an, wie stark die Kurve gekrümmt ist. Um eine Form zu erlangen, die den Ansprüchen der Krümmung gerecht wird, erfolgt eine *single-criteria optimization*. Über die Kontrolle der  $z$ -Werte der Punkte kann eine Form über das Tool Galapagos optimiert werden. Als Fitness-Wert für diese Optimierung wird der absolute Wert der zweiten Differenzenfolge mit der Bedingung, dass er sich zwischen festgelegten Grenzwerten bewegen soll, eingegeben. Als Genom werden die

$z$ -Werte der Punkte auf der Oberfläche manipuliert, die dann die Grundform generieren. (vgl. *Abb. 201: Auszug aus dem Script: Optimierung der Grundform, zweite Differenzenfolge*)

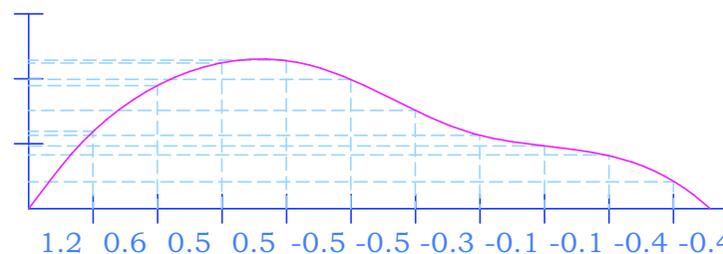


Abbildung 199: Erste Differenzenfolge

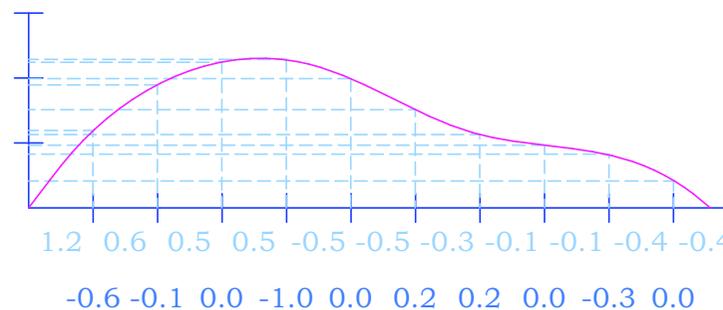


Abbildung 200: Zweite Differenzenfolge

```

deconstruct mesh from base shape {
  deconstruct points {
    manipulate values z with Gene Pool {
      take differenced as list for z values twice {
        set x and y as lower and upper limit for bending as input for smaller and larger than
        replace "True" with 1 and "False" with 0

        maximize the sum of the values from the replaced text with Galapagos //
        Genome: Gene Pool with new z values
      }
    }
  }
}
  
```

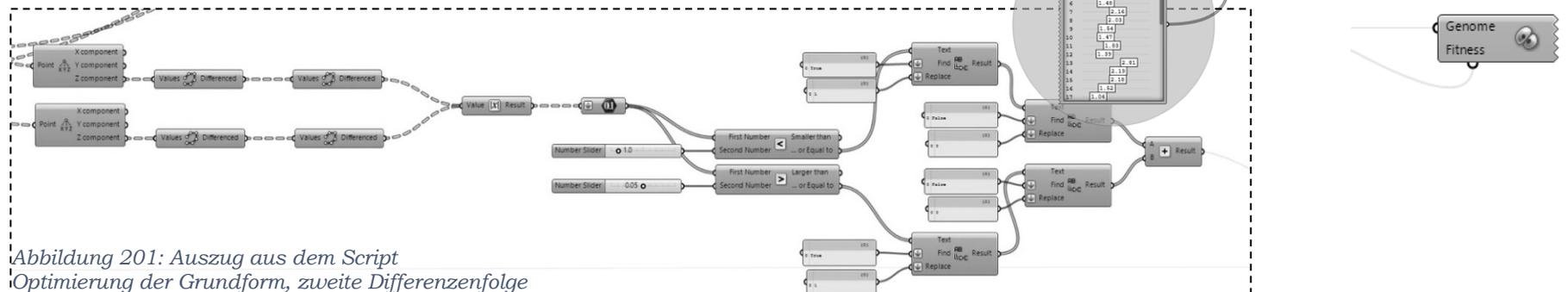
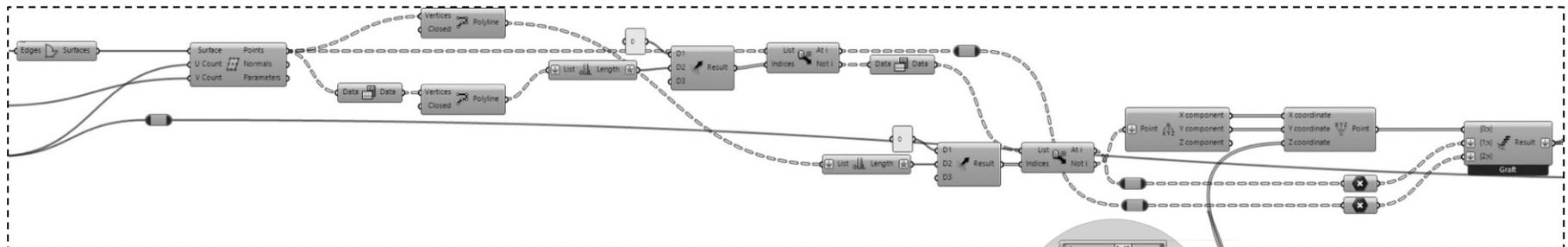


Abbildung 201: Auszug aus dem Script  
Optimierung der Grundform, zweite Differenzenfolge

### 4.5.3 No fold through

Die Sortierung der Punkte war beim Erstellen des Patterns eines der größten Hindernisse. Die Grundstruktur der Punkte geht vom Basiselement aus, bei dem die Ausbildung von Berg- und Tal falten sowie der Verlauf der Faltkanten definiert werden. Die Komponente „no fold through“ von Kangaroo 2 erfordert die Eingabe von Punkten in der richtigen Struktur. Dieser Befehl verhindert das Durchfallen der einzelnen Falflächen basierend auf den Punkten des Patterns. Somit spiegelt dieser Befehl eine der Grundprinzipien von Origami (vgl. Kapitel 2.1.1 Grundregeln für Origami) wider. Jede Falte definiert sich über vier Punkte in folgender Reihenfolge – Falstart und Falte sowie die beiden Punkte neben der Falte – Tip 1 und Tip 2. (vgl. Abb. 202: Falte und zugehörige Punkte) Die Punkte Tip 1 und Tip 2 legen den Falte fest und verhindern ein Durchdringen der Flächen. Wenn die Distanz zwischen den gegebenen Punkten gegen 0 geht, muss ein weiteres Zufalten des Elements verhindert werden. Die Sortierung der Punkte für diese Komponente erfolgt schon am Beginn der Programmierung beim Erstellen des Grunddreiecks und wird über den gesamten Code mitgetragen. *Abbildung 203* zeigt eine grafische Darstellung der Komponente „no fold through“ mit den vier Punkten als Inputs sowie die Gewichtung, nach welcher der Einfluss auf die Simulation gesteuert werden kann. *Abbildung 204* stellt ein Panel aus dem Script dar, das die Punktesortierung für die Funktion „no fold through“ beinhaltet.

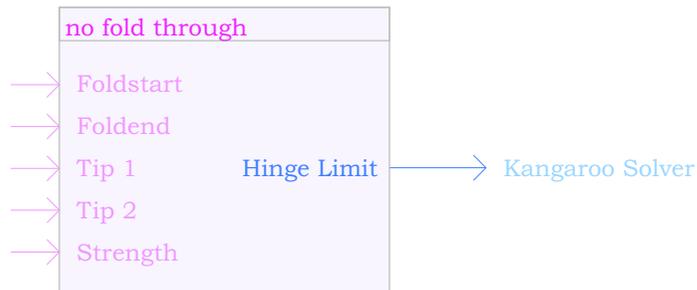


Abbildung 203: „no fold through“ Komponente

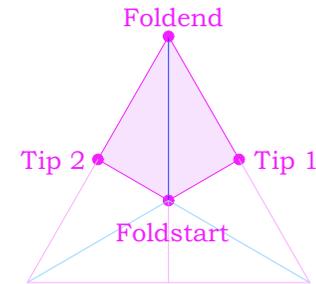


Abbildung 202: Falte und zugehörige Punkte

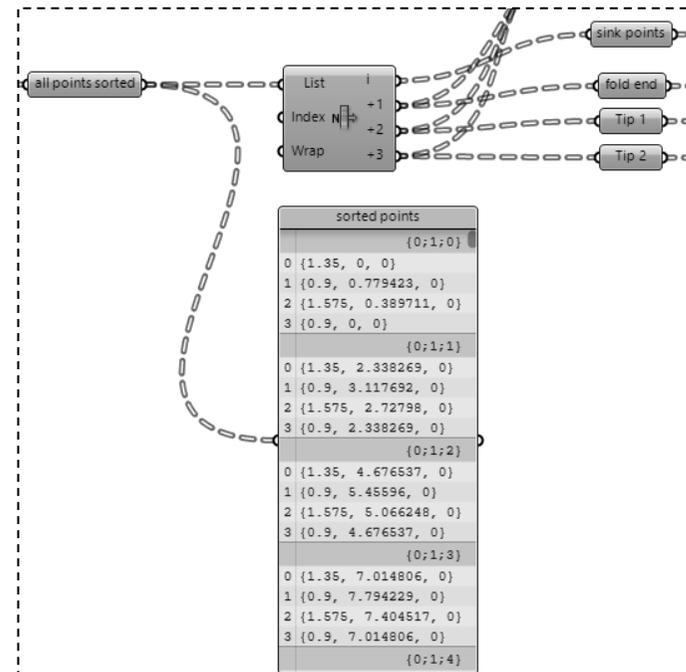


Abbildung 204: Auszug aus dem Script Punkte-Sortierung

```

set each p_s as input for point container // "fold start" {

    sort points with list item // Fold end , Tip 1, Tip 2 {

        new order of list:

            0    fold start
            1    fold end
            2    Tip 1
            3    Tip 2

    }

}
    
```

p\_s.....start point of each line from pattern

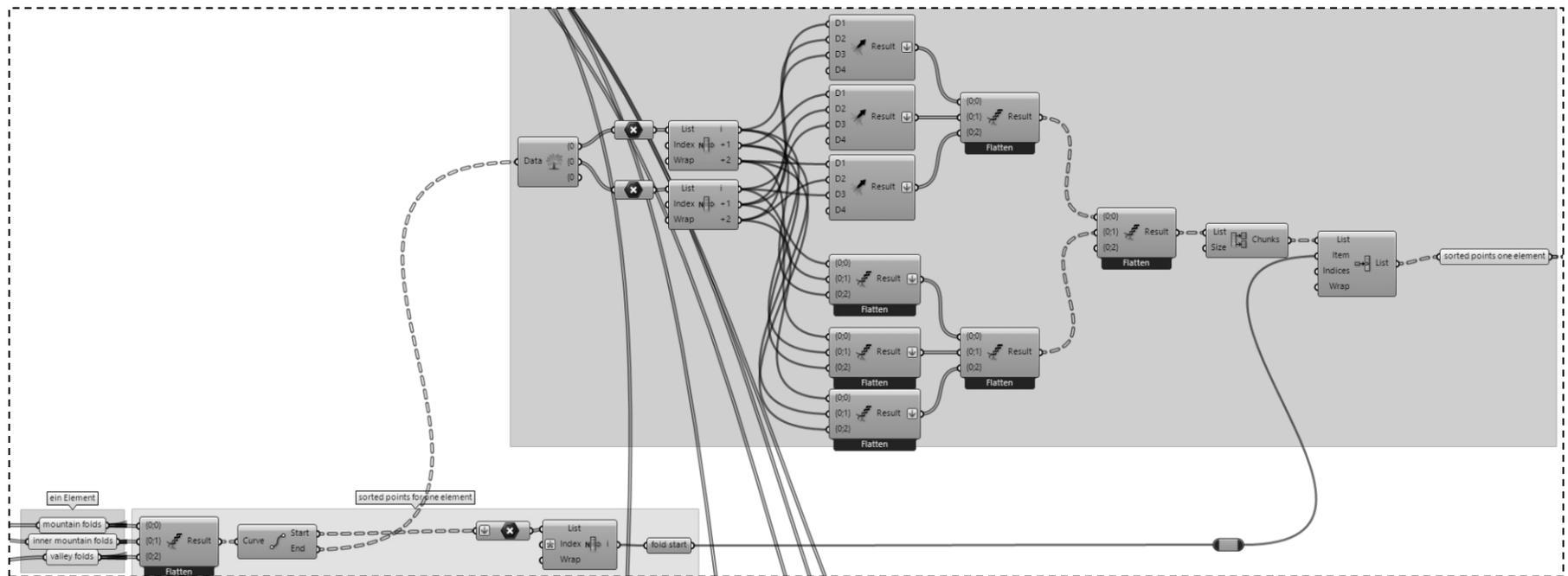


Abbildung 205: Auszug aus dem Script  
 Sortierung der Punkte

#### 4.5.4 Anchor points

Die Definition der Ankerpunkte entscheidet, ob die Simulation funktioniert oder nicht. Wenn zu wenige Ankerpunkte gesetzt sind, bricht die Simulation zusammen. Im Falle zu vieler Punkte entstehen Zwänge und die Faltung kann sich nicht richtig generieren. Für den Kangaroo Solver können Ankerpunkte auf verschiedene Arten definiert werden. Einerseits gibt es die Möglichkeit, Punkte und deren Zielpunkte zu bestimmen. Bei dieser Variante muss dieselbe Anzahl von Eingangspunkten zu *Target Points* bestehen. Das bedeutet, dass jene Punkte, die an der border-line für die flache Input-Mesh liegen, als Ankerpunkte herangezogen werden. Diese Punkte werden auf der Außenkante der Grundform gesucht, die dann als Target Points verwendet werden. (vgl. Abb. 206: *Anchor mit Target Points*) Andererseits kann die Bewegung der Punkte separat oder gemeinsam in die Achsen XYZ gesperrt und somit eine Verschiebung in den definierten Richtungen verhindert werden. (vgl. Abb. 207: *Anchor mit Verschiebung in XYZ*) Bei der Simulation wird ausschließlich jene Komponente verwendet, die Target Points definiert. Um zu gewährleisten, dass die Ankerpunkte bei der Simulation genügend Gewichtung erhalten, wird diese mit einem Number Slider festgelegt.

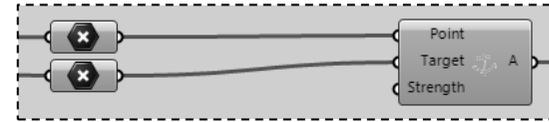


Abbildung 206: Anchor mit Target Points

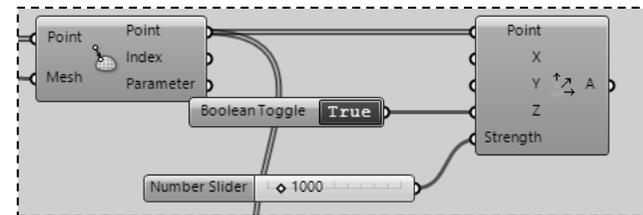


Abbildung 207: Anchor mit Verschiebung XYZ

#### 4.5.5 Point on Mesh

Da sich die Faltstruktur an eine vorab optimierte Grundform annähert, muss diese auch im Kangaroo Solver® verarbeitet werden. Dieser Schritt erfolgt über die Komponente „Point on Mesh“. Hierbei werden Punkte des flachen Patterns definiert, die auf die Grundform gezogen werden. *Abbildung 208* zeigt einen Auszug aus dem Script, wo diese Komponente verwendet wird.

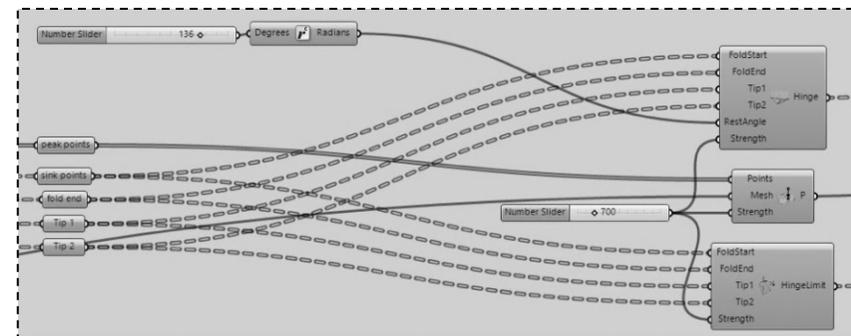


Abbildung 208: Mesh on Point

## 4.6 Statische Analyse

Für die statische Analyse wird das Tool Karamba3D verwendet. (vgl. Kapitel 2.3.3 *Finite Elemente Methode*) Die strukturelle Analyse dient zur Auswertung der Daten bezüglich der Tragfähigkeit des Systems. Als Input für die Karamba-Analyse dient das Ergebnis der Kangaroo-Simulation. Nach der Diskretisierung der Input-Mesh werden Gravitation, Schnee- und Windlast für den gegebenen Standort als Loads definiert. (vgl. Abb. 209: *Loads*) Die Werte der standortbezogenen Lasten werden in diesem Beispiel für Wien angenommen. Der charakteristische Wert gem. ÖNorm B-1991-1-3 für die Schneelast beträgt  $1.36 \text{ kN/m}^2$ , für die Windlast wird eine Basisgeschwindigkeit gem. ÖNorm B-1991-1-4 von  $0.39 \text{ kN/m}^2$  herangezogen. Die Punkte der Auflager der Struktur werden über eine Support-Komponente eingegeben. Über Verhinderung von Verschiebungen und Verdrehungen in die Achsen XYZ kann die Art des Auflagers bestimmt werden. (vgl. Abb. 210: *Supports*) Zur Analyse der faltstruktur werden alle Verschiebungen und Verdrehungen gesperrt. Nach der Eingabe des Materials und des zugehörigen Querschnitts kann das Gewicht der Struktur ausgelesen werden. Die Sandwichbauweise wird in vereinfachter Form in der Simulation berücksichtigt, indem der doppelte Materialquerschnitt für die Berechnung herangezogen wird. Wenn der Querschnitt mit einem Slider definiert wird, kann dieser jederzeit leicht verändert und angepasst, sowie als Variable für eine Optimierung herangezogen werden. (vgl. Abb. 211: *Material und Querschnitt*) Verformung, Position von Auflagern und Lasten und Verbindungen können nach der Analyse grafisch angezeigt werden. Die Darstellung von maximaler Verformung, Utilization und Querschnitten am Modell sind das Ergebnis der Berechnung I Ordnung. Für flächenaktive Tragwerke eignet sich die Auswertung des Buckling Load Factors nach der Analyse II Ordnung. Der Buckling Load Factor (BLF), eine dimensionslose Größe, gibt an, wie oft die Tragstruktur den anfallenden Lasten standhält, bevor die Flächen beginnen sich zu verbeulen. Das bedeutet, dass ein Faktor über 1 angestrebt wird. Bei einem sehr großen BLF sind die Querschnitte der Struktur überdimensioniert und es könnte Material eingespart werden. Da aufgrund einer Sandwich-

bauweise eine verbesserte Tragfähigkeit, verglichen zu einlagigem Stahlblech, erreicht wird, wird bei den Ergebnissen der errechnete BLF um das Neunfache erhöht. (vgl. Kapitel 2.2.4 *Sandwichbauweise*) Dies ist eine Annahme, um realistische Werte für diese Größe zu erhalten und um eine aussagekräftige Analyse zu gewährleisten. Die Resultate der statischen Analyse werden evaluiert und die verschiedenen Varianten der faltstrukturen einander gegenübergestellt. Bei jeder Veränderung der Parameter für die Simulation der Faltung wird eine neue strukturelle Analyse durchgeführt und die Resultate bewertet. *Abbildung 214* zeigt den Pseudocode der statischen Analyse.

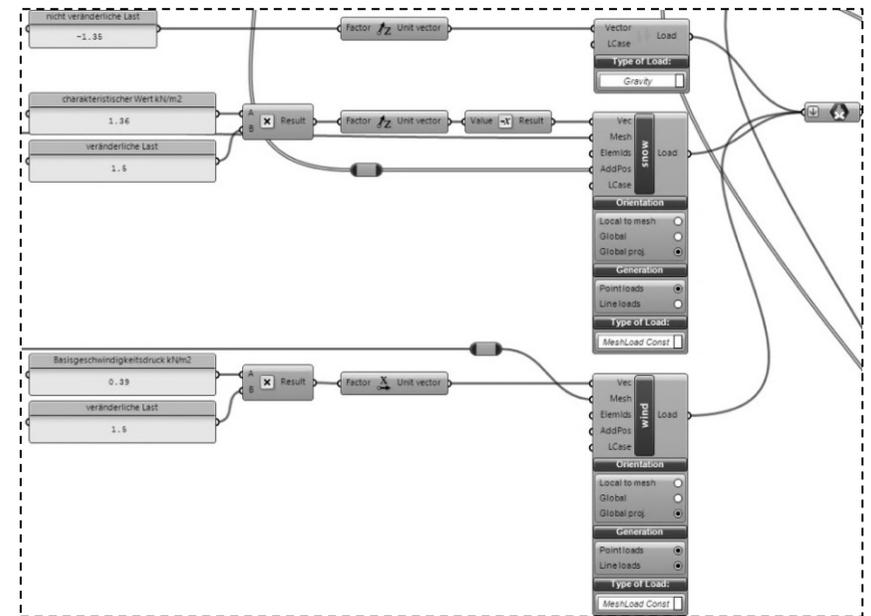


Abbildung 209: Loads

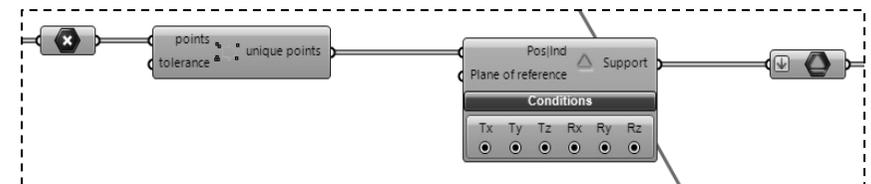


Abbildung 210: Supports

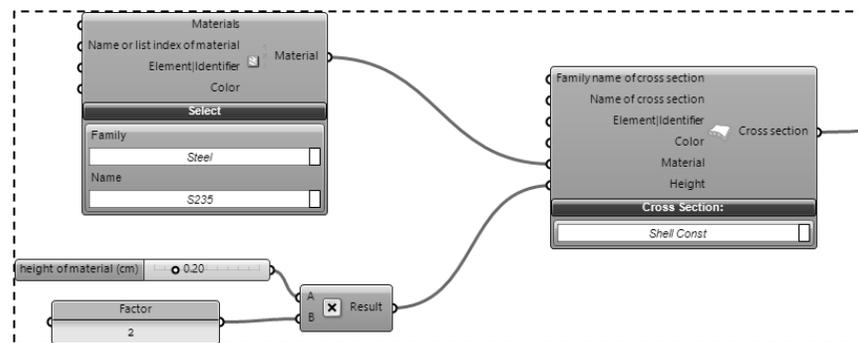


Abbildung 211: Material und Querschnitt

Zur Berechnung der Lasten wird das semiprobabilistische Verfahren verwendet. Hierbei werden Tragwerke für eine geringere Versagenswahrscheinlichkeit bemessen. Ein Versagen der Tragwerke tritt ein, wenn die Beanspruchung größer ist als der Widerstand. Für die Dimensionierung des Tragwerks werden der Grenzzustand der Tragfähigkeit (*ULS – ultimate limit state*) und der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (*SLS – serviceability limit state*) in vereinfachter Form berechnet. Das bedeutet, dass für Lasteinwirkungen und Materialien Teilsicherheitsbeiwerte bei der Berechnung berücksichtigt werden. Veränderliche Lasten werden mit einem Sicherheitsfaktor von 1.5 und ständige Lasten mit einem Faktor von 1.35 multipliziert. Der Faktor für das Material Stahl wird mit dem Wert 1 festgelegt, wodurch dieser die Berechnung nicht beeinflusst. (vgl. Abb. 212: *Tragfähigkeitsnachweis* und Abb. 213: *Gebrauchstauglichkeitsnachweis*) (vgl. Valentin, Kidéry, Fritze and Potucek, 2009, pp. 66-75)

Gemäß Eurocode 1 gelten folgende Indizes für die erforderlichen Werte:

- S<sub>d</sub> ..... Bemessungswert der Beanspruchung
- R<sub>d</sub> ..... Bemessungswert des Widerstandes
- d ..... design

Der Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit ist erbracht, wenn der Bemessungswert der Spannungen infolge der Belastungen ( $\sigma_{S,d}$ ) kleiner ist als die Grenzzugspannung des Materials ( $\sigma_{R,d}$ ). (vgl. Eurocode 1, ÖNorm EN 1990, 2003, Österreichische Normungsinstitut)

$$\sigma_{S,d} < \sigma_{R,d}$$

Grenznormalspannung für Stahl S235:

$$\sigma_{R,d} \text{ [kN/cm}^2\text{]} = 23.5$$

Im Zuge der Karamba-Analyse können resultierende Vektoren auf der Struktur berechnet werden. Die Werte der Spannungszustände in beide Hauptrichtungen werden zur Berechnung für den Tragsicherheitsnachweis herangezogen. (vgl. Abb. 212: *Tragfähigkeitsnachweis*) Der höchste Wert aus der Berechnung wird der Grenznormalspannung gegenübergestellt. Der Nachweis ist erbracht, wenn der errechnete Spannungszustand kleiner ist als die Grenznormalspannung.

Der Nachweis für Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit dient zur Begrenzung der Durchbiegung von Tragwerken. (vgl. Abb. 213: *Gebrauchstauglichkeitsnachweis*) (vgl. Eurocode 3, ÖNorm EN 1990, 2003, Österreichische Normungsinstitut)

$$S_d \leq C_d$$

- S<sub>d</sub> ..... Bemessungswert der Verformung aufgrund der maßgebenden Einwirkungskombination
- R<sub>d</sub> ..... Bemessungswert der Verformungsgrenze für das maßgebende Gebrauchstauglichkeitskriterium

Grenzwert der Durchbiegung für Stahl:  
(Einfeldträger, Stützweite l)

$$S_d = 1/300$$

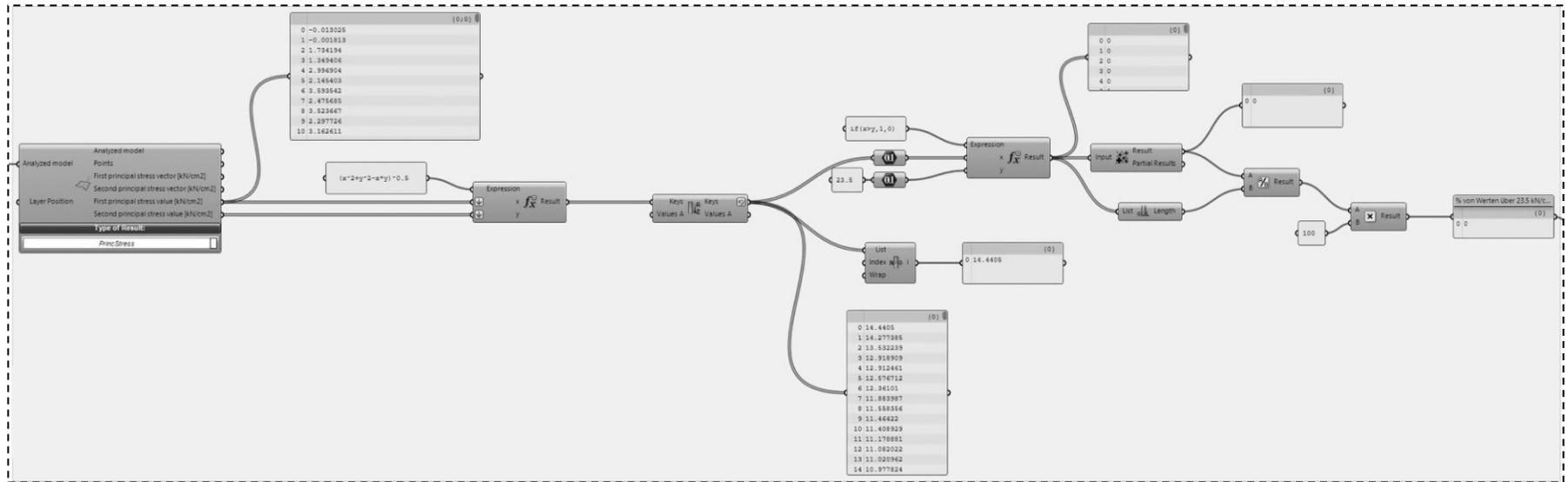


Abbildung 212: Tragfähigkeitsnachweis

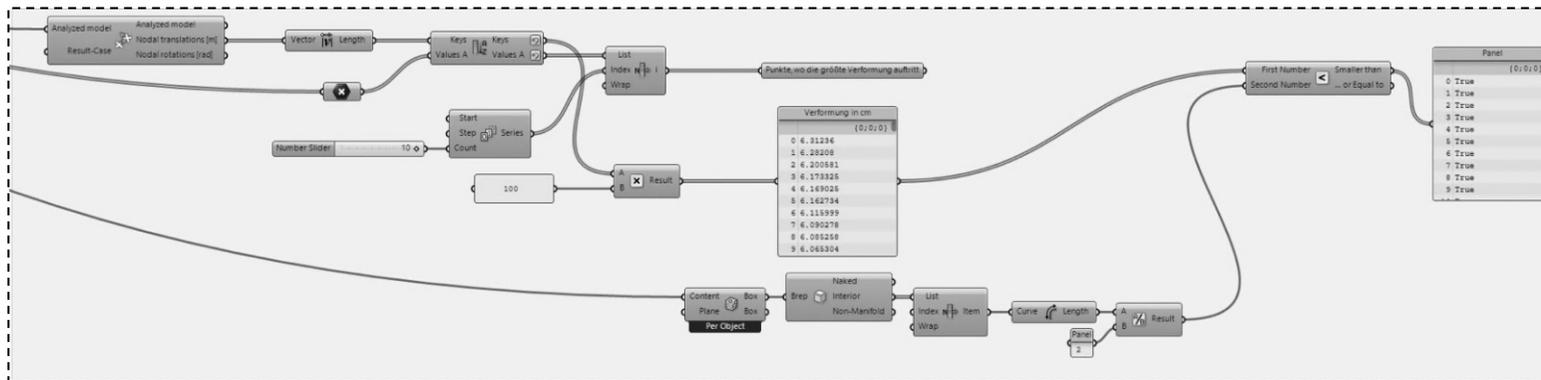


Abbildung 213: Gebrauchstauglichkeitsnachweis

# Generatives System und digitale Experimente

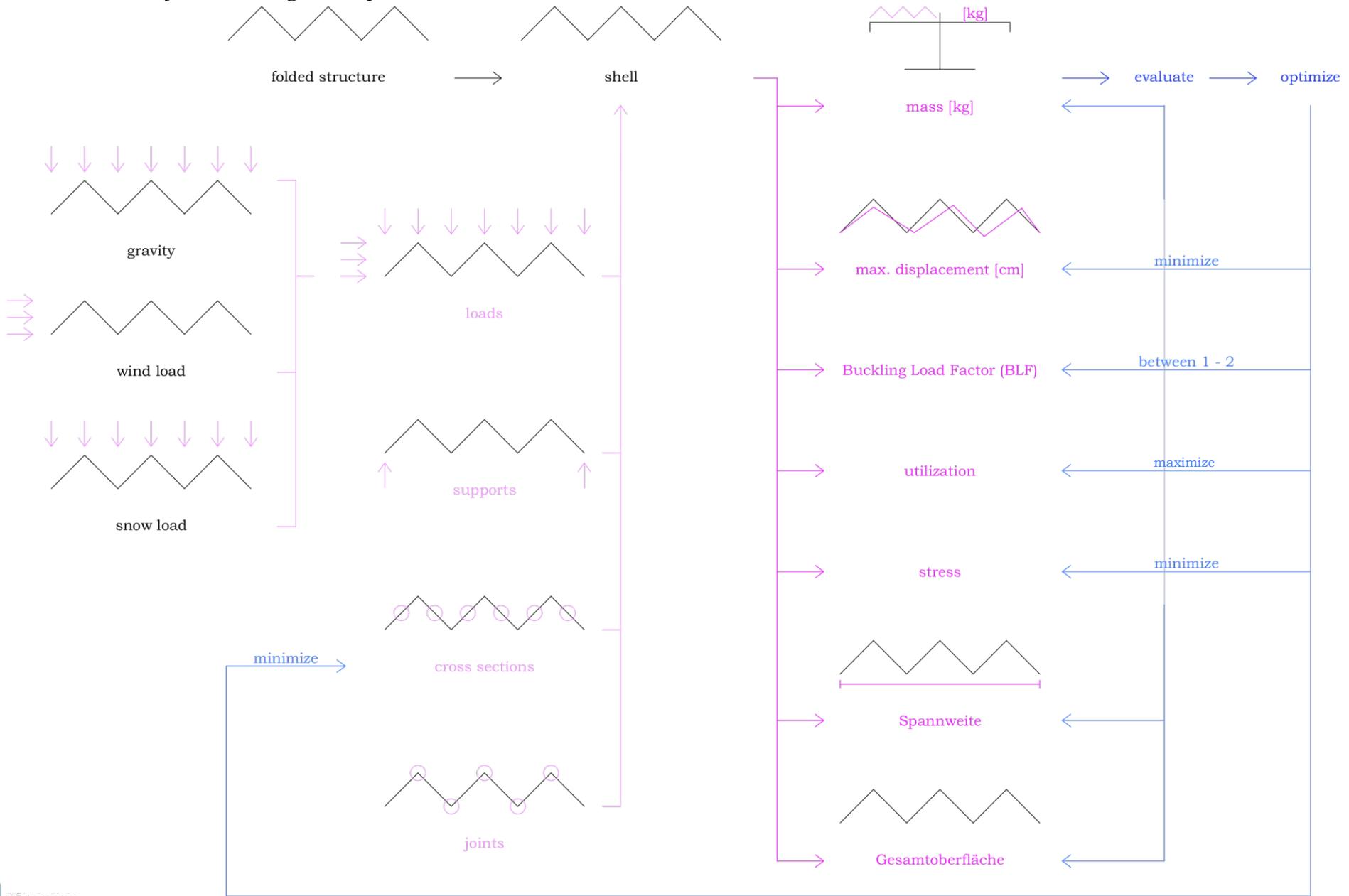


Abbildung 214: Pseudocode der statischen Analyse

## 4.7 Plattengrößen

Dadurch, dass die obere Deckschicht das größere gefaltete Element darstellt, ist dieses auch maßgebend für die Größe der Stahlplatte, aus der die Struktur gefaltet wird. Als Berechnungsgrundlage dient eine maximale Plattengröße von 5.50 m x 4.80 m. Diese Abmessung ergibt sich aus der Größe des resultierenden Grundelements. Bei größeren Plattengrößen ergeben sich bei einer Spannweite von 15 m lediglich zwei Elemente in die eine Richtung, wodurch keine Stabilität durch Falten gegeben ist. In den *Abbildung 215 und 216* sind die Abmessungen eingezeichnet, die zur Berechnung der Plattengrößen herangezogen werden. Die größte Ausdehnung des oberen Stahlelements entlang der x-Achse berechnet sich aus der Summe der Kantenlänge des gefalteten Dreiecks und der Kantenlänge des Verbindungsdreiecks. Die maximale Ausdehnung in y-Richtung errechnet sich aus der geometrischen Höhe des Faltdreiecks addiert mit der geometrischen Höhe des Verbindungsdreiecks.

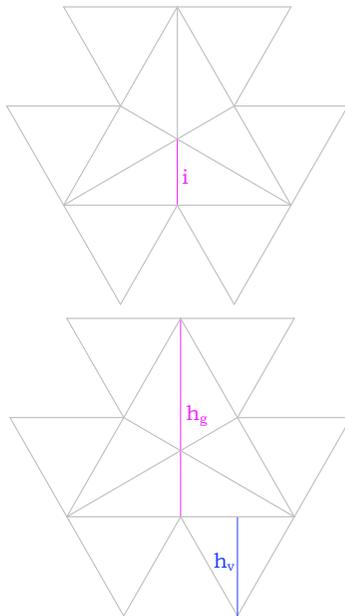


Abbildung 215: Definition der verwendeten Variablen

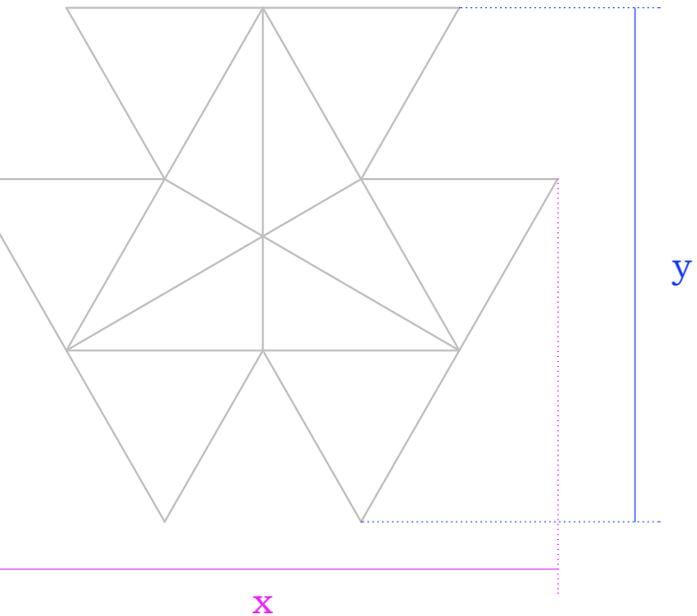
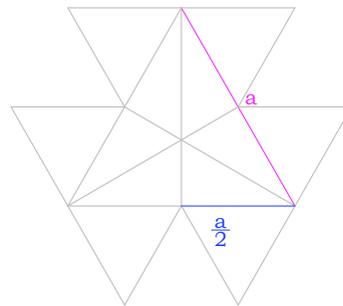


Abbildung 216: Faltelement mit erforderlichen Abmessungen

Daraus ergibt sich folgende Berechnung für die maximale Elementgröße:

$$x = a + \frac{a}{2}$$

$$a = \frac{2x}{3}$$

## Generatives System und digitale Experimente

Für die maximale Plattengröße von 5.50 m x 4.80 m ergibt sich eine Kantenlänge für das gefaltete Dreieck von:

$$a_{max} = \frac{2 * 5.5}{3} = 3.67 \text{ m}$$

Die kleinste Elementgröße definiert sich aufgrund der Elementhöhe von  $h_K = 15 \text{ cm}$  und den inneren Bergfalten im Grundelement. Aufgrund der Faltbarkeit wird diese Kante auf mindestens die doppelte Konstruktionshöhe festgelegt. Die Berechnung der Mindestmaße der Plattengröße errechnet sich wie folgt:

$$i = 2 * h_K$$

$$i_{min} = 2 * 0.15 = 0.3 \text{ m}$$

$$h_g = 3 * i = 0.9 \text{ m}$$

$$h_{g \ min} = 3 * 0.3 = 0.9 \text{ m}$$

$$h_g = \frac{a}{2} * \sqrt{3}$$

$$h_{g \ max} = \frac{3.67}{2} * \sqrt{3} = 3.18 \text{ m}$$

$$a = \frac{h_g * 2}{\sqrt{3}}$$

$$a_{min} = \frac{0.9 * 2}{\sqrt{3}} = 1.04 \text{ m}$$

$$h_v = \frac{a}{2} * \sqrt{3}$$

$$h_{v \ min} = \frac{1.04}{2} * \sqrt{3} = 0.45 \text{ m}$$

$$h_{v \ max} = \frac{3.67}{2} * \sqrt{3} = 1.59 \text{ m}$$

Durch Einsetzen der ermittelten Werte können die Grenzwerte der Abmessungen für eine Stahlplatte errechnet werden.

$$x_{min} = a + \frac{a}{2} = 1.04 + 0.52 = 1.56 \text{ m}$$

$$y_{min} = h_g + h_v = 0.9 + 0.45 = 1.35 \text{ m}$$

$$x_{max} = a + \frac{a}{2} = 3.67 + 1.83 = 5.50 \text{ m}$$

$$y_{max} = h_g + h_v = 3.18 + 1.59 = 4.77 \text{ m}$$

Diese Werte dienen in der Programmierung als Eingangsparameter für die Erstellung des Grundelements und in weiterer Folge des Patterns. Über die Berechnung des Umkreisradius kann über die Grenzwerte  $x_{min}$  und  $x_{max}$  die Seitenlänge des Dreiecks berechnet werden und somit der **Umkreisradius  $r_u$** , der als Input für den Kreis am Anfang der Programmierung gesetzt wird.

$$x = a + \frac{a}{2} \qquad a = \frac{2x}{3}$$

$$r_u = a * \frac{\sqrt{3}}{3}$$

## 4.8 Digitale Experimente

Für die digitalen Experimente wird das vorab definierte Triangulated-Ron-Resh Pattern verwendet. Alle Varianten werden mit Spannweiten von 30 m x 13 m erstellt, um eine Vergleichbarkeit zu schaffen. Ziel der digitalen Versuchsreihe ist es, Grenzwerte für die Faltstruktur zu definieren. Hierbei handelt es sich um maximale Spannweiten, maximale Konstruktionshöhen, maximale Krümmung der Basisgeometrie, Grenzen für Elementgröße und somit Stahlplattengröße, Grenzen der Faltwinkel, Gewicht eines Grundelements und notwendige Auflagerpunkte.

Die Faltung wird an sechs repräsentative zweifach gekrümmte Oberflächen angenähert und das Resultat einer strukturellen Analyse unterzogen sowie Aussagen über Qualität und Formgebung getroffen. Jede Basisgeometrie wird ohne Faltung sowie jeweils mit einer Elementgröße von  $x = 1.56$  m,  $x = 3.50$  m und  $x = 5.50$  m angenähert. Die Grenzwerte für die Elementgröße gehen aus der Berechnung der maximal verfügbaren Stahlplattengrößen hervor. (vgl. Kapitel 4.7 Plattengrößen) Dadurch wird ein grober Überblick über das Verhalten von Faltstrukturen mit verschiedenen Elementgrößen geschaffen.

Sämtliche Inputs der strukturellen Analyse werden wie in den vorangegangenen Kapiteln für die digitalen Experimente verwendet. Es werden Strukturen in Sandwichbauweise mit Deckschichten aus 2 mm dicken Stahlblech analysiert. Die auftreffenden Lasten sind Eigengewicht, Wind- und Schneelast. Die Auflager werden strukturbedingt definiert – jeweils die Punkte, mit denen die Struktur auf einem Bestandsgebäude aufliegen könnte, werden als Supports definiert. Hierbei werden alle Verschiebungen und alle Verdrehungen gesperrt.

Bei jeder untersuchten Variante werden Gesamthöhe der Konstruktion, charakteristischer BLF, maximale Verformung, utilization, Gebrauchstauglichkeits- und Tragfähigkeitsnachweis sowie mögliche strukturbedingte Belichtungsflächen analysiert und bewertet. Hierbei werden die Erkenntnisse der vorangehenden

Experimente für die nächste Variante berücksichtigt und Schlüsse daraus gezogen, bevor eine neue Basisgeometrie zu Analysezwecken erstellt wird.

Die angreifenden Kräfte werden als Wirkungslinien der Kraftresultierenden der Flächenlasten dargestellt. Die Abfolge der Darstellungen erfolgt für alle Varianten gleich – zuerst werden die einwirkenden Kräfte gezeigt, danach die Verformung aufgrund definierter Belastung und dann die utilization der Strukturen.

$F_g$ ..... Eigengewicht  
 $F_s$ ..... Schneelast  
 $F_w$  ..... Windlast

## Generatives System und digitale Experimente

### 4.8.1 Versuch 1: Sattelfläche

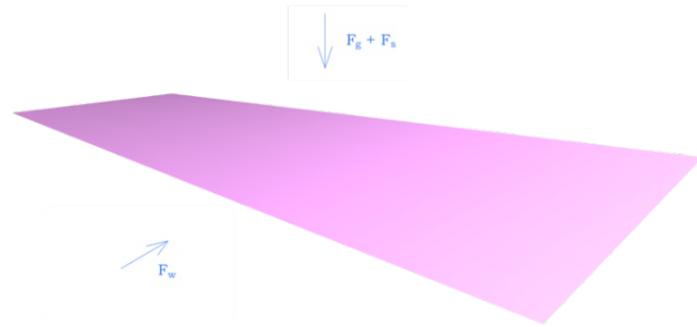


Abbildung 217: Sattelfläche

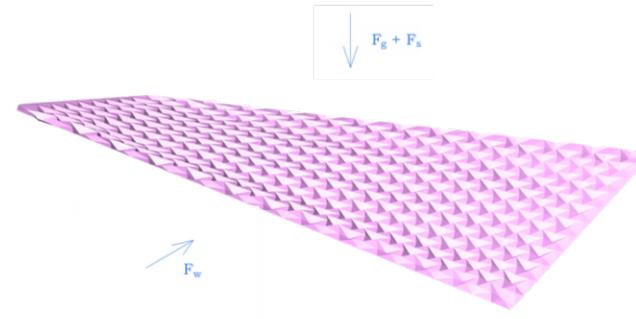


Abbildung 218: Annäherung an Sattelfläche,  
Elementgröße  $x = 1.56 \text{ m}$

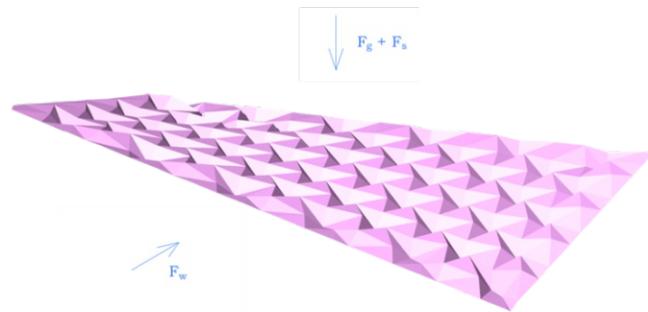


Abbildung 219: Annäherung an Sattelfläche,  
Elementgröße  $x = 3.50 \text{ m}$

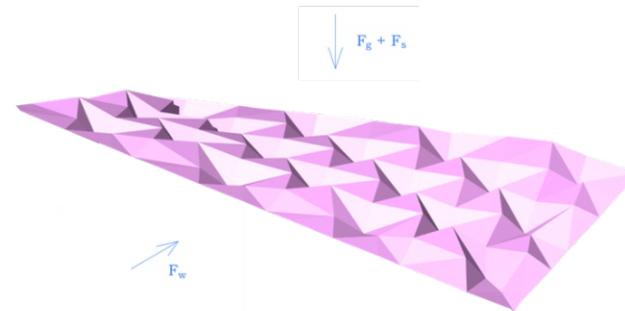


Abbildung 220: Annäherung an Sattelfläche,  
Elementgröße  $x = 5.50 \text{ m}$

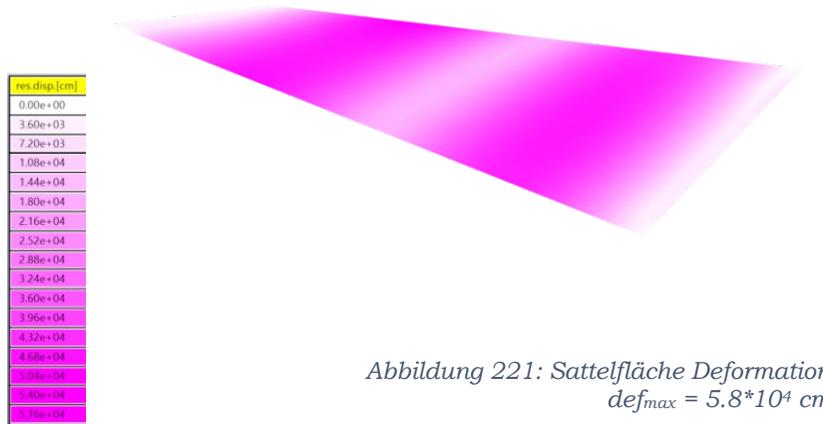


Abbildung 221: Sattelfläche Deformation  
 $def_{max} = 5.8 \cdot 10^4$  cm



Abbildung 222: Annäherung an Sattelfläche, Deformation  
 Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 10^3$  cm

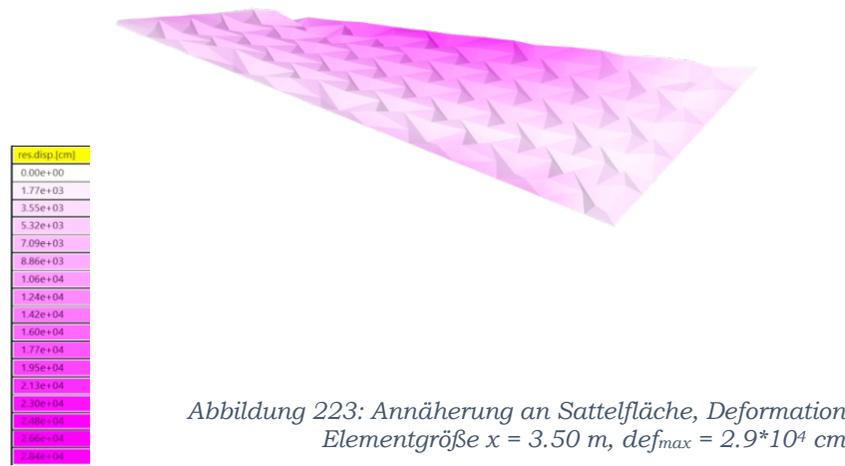


Abbildung 223: Annäherung an Sattelfläche, Deformation  
 Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 2.9 \cdot 10^4$  cm

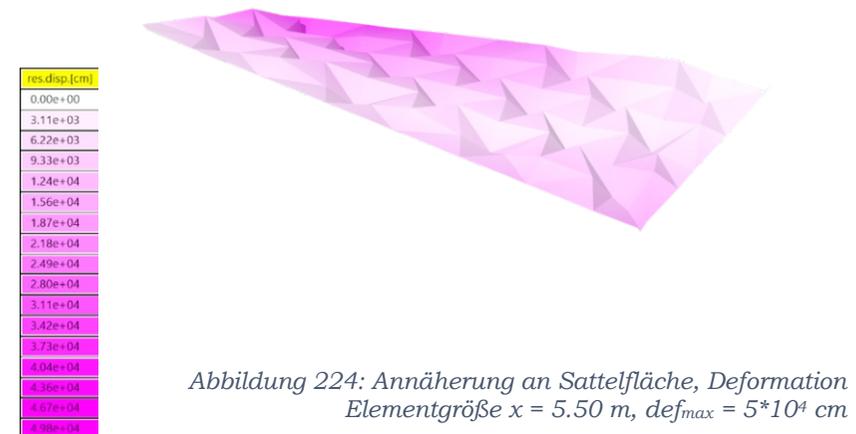


Abbildung 224: Annäherung an Sattelfläche, Deformation  
 Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 5 \cdot 10^4$  cm

## Generatives System und digitale Experimente

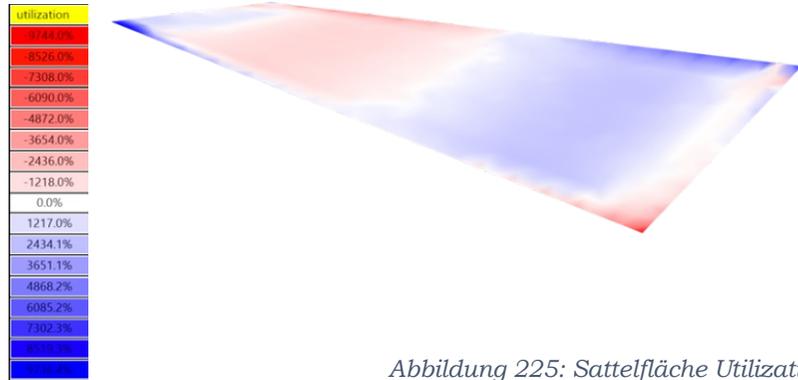


Abbildung 225: Sattelfläche Utilization  
-9 744.0 % - 9 736.4 %

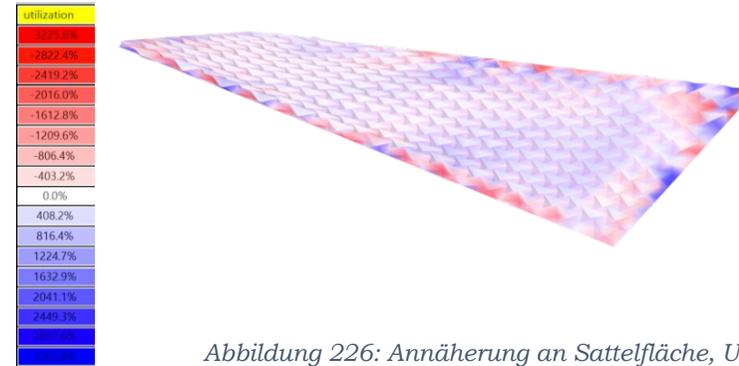


Abbildung 226: Annäherung an Sattelfläche, Utilization  
Elementgröße  $x = 1.56$  m, -3 225.6 % - 3 265.8 %



Abbildung 227: Annäherung an Sattelfläche, Utilization  
Elementgröße  $x = 3.50$  m, -5 854.5% - 5 916.7 %



Abbildung 228: Annäherung an Sattelfläche, Utilization  
Elementgröße  $x = 5.50$  m, -11 353 % - 12 354 %

4.8.2 Versuch 2: Schräge

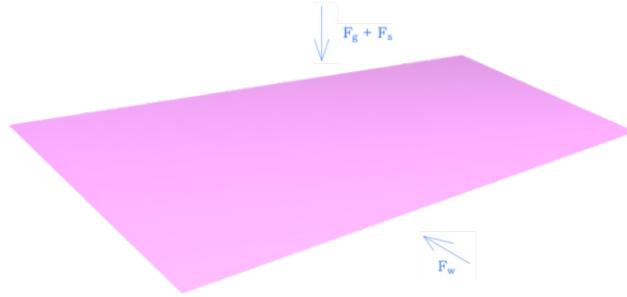


Abbildung 229: Schräge

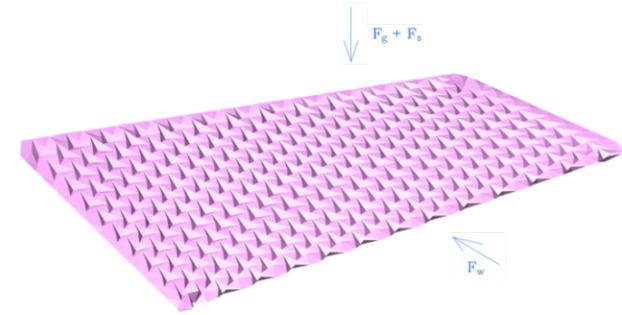


Abbildung 230: Annäherung an Schräge,  
Elementgröße  $x = 1.56$  m

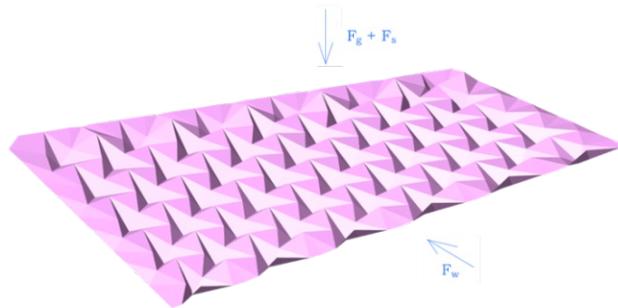


Abbildung 231: Annäherung an Schräge,  
Elementgröße  $x = 3.50$  m

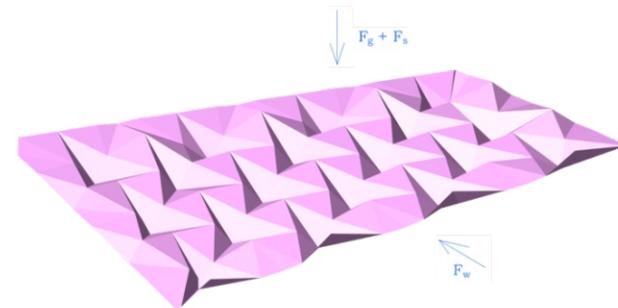


Abbildung 232: Annäherung an Schräge,  
Elementgröße  $x = 5.50$  m

## Generatives System und digitale Experimente

res. disp. [cm]
0.00e+00
2.63e+01
5.27e+01
7.90e+01
1.05e+02
1.32e+02
1.58e+02
1.84e+02
2.11e+02
2.37e+02
2.63e+02
2.90e+02
3.16e+02
3.42e+02
3.69e+02
3.95e+02
4.21e+02

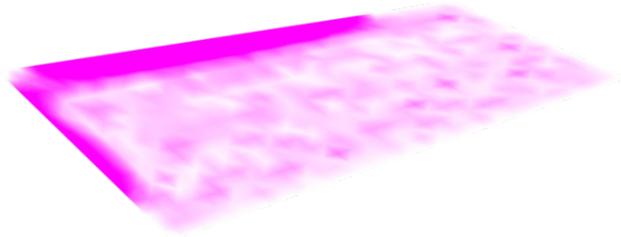


Abbildung 233: Schräge Deformation  
 $def_{max} = 4.2 \cdot 10^2$  cm

res. disp. [cm]
0.00e+00
6.57e+01
1.31e+02
1.97e+02
2.63e+02
3.29e+02
3.94e+02
4.60e+02
5.26e+02
5.91e+02
6.57e+02
7.23e+02
7.89e+02
8.54e+02
9.20e+02
9.86e+02
1.05e+03



Abbildung 234: Annäherung an Schräge, Deformation  
 Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 10^3$  cm

res. disp. [cm]
0.00e+00
2.69e+02
5.37e+02
8.06e+02
1.07e+03
1.34e+03
1.61e+03
1.88e+03
2.15e+03
2.42e+03
2.69e+03
2.95e+03
3.22e+03
3.49e+03
3.76e+03
4.03e+03
4.30e+03

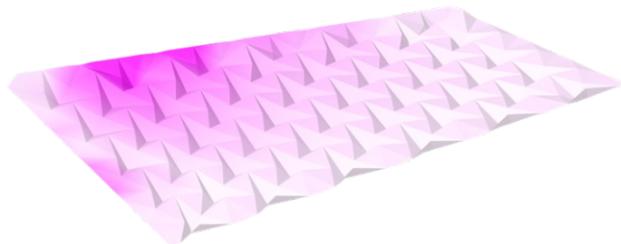


Abbildung 235: Annäherung an Schräge, Deformation  
 Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 4.3 \cdot 10^3$  cm

res. disp. [cm]
0.00e+00
1.51e+02
3.03e+02
4.54e+02
6.05e+02
7.57e+02
9.08e+02
1.06e+03
1.21e+03
1.36e+03
1.51e+03
1.66e+03
1.82e+03
1.97e+03
2.12e+03
2.27e+03
2.42e+03

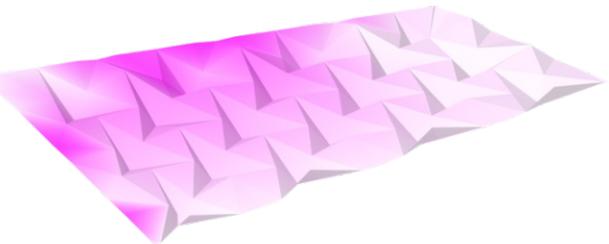
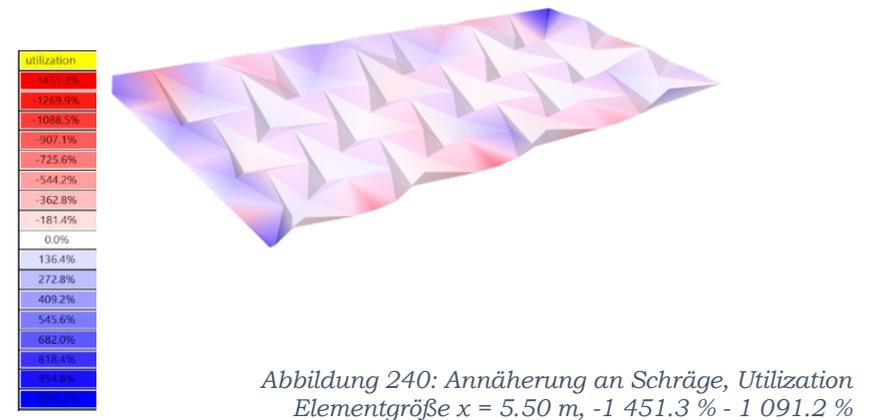
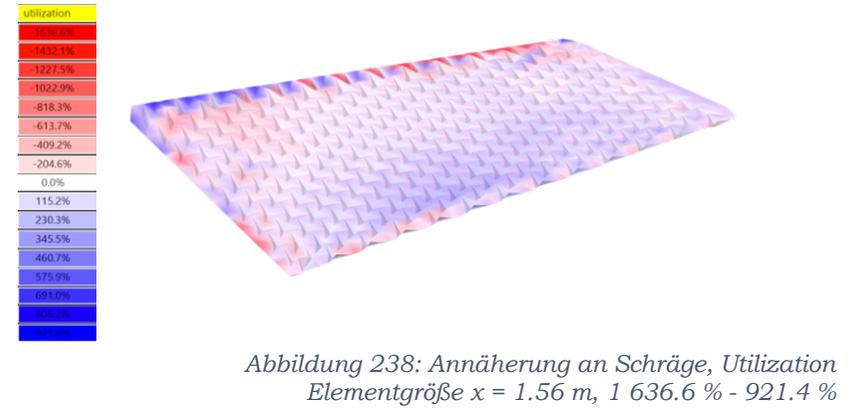
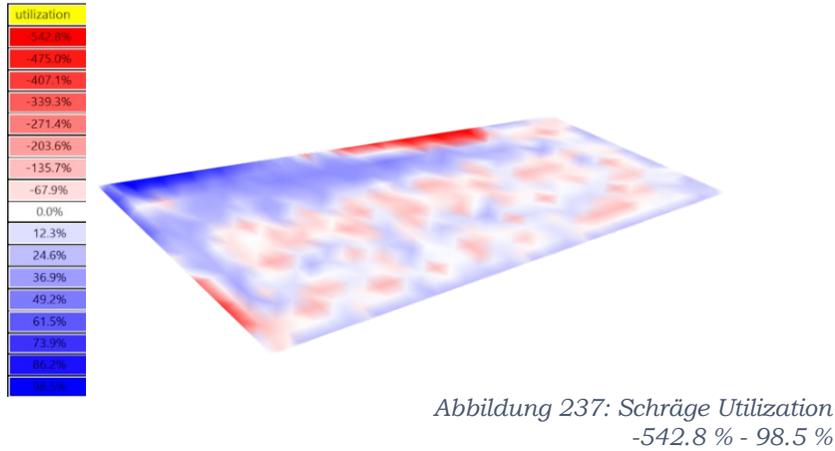


Abbildung 236: Annäherung an Schräge, Deformation  
 Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 2.4 \cdot 10^3$  cm



4.8.3 Versuch 3: Tunnelform

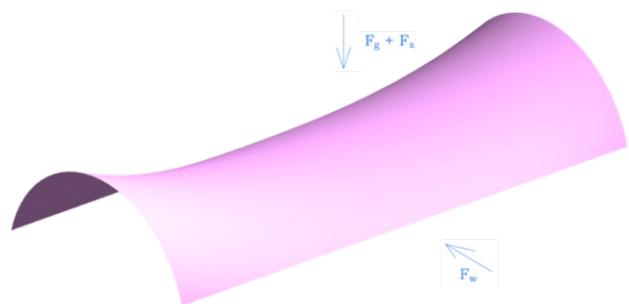


Abbildung 241: Tunnelform

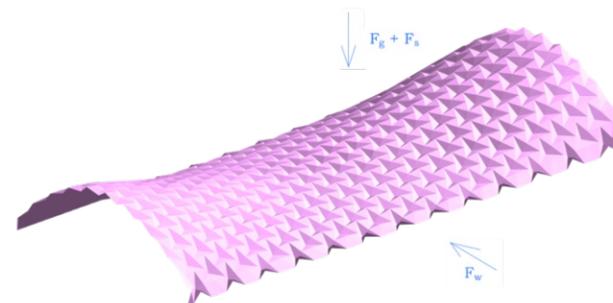


Abbildung 242: Annäherung an Tunnelform,  
Elementgröße  $x = 1.56$  m

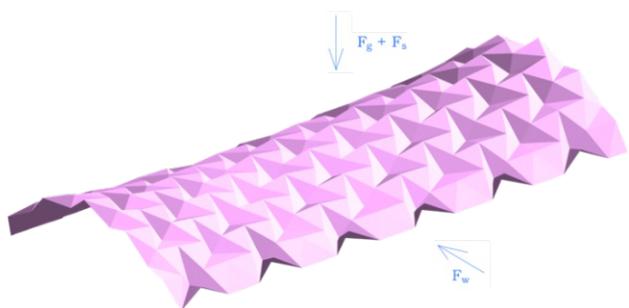


Abbildung 243: Annäherung an Tunnelform,  
Elementgröße  $x = 3.50$  m

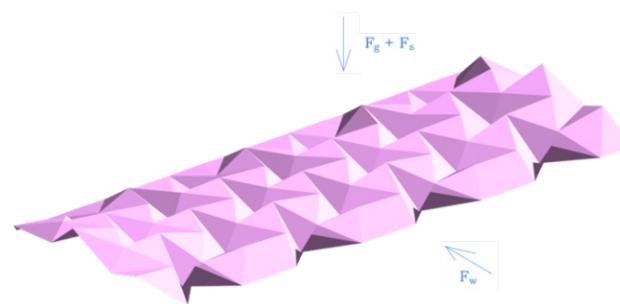


Abbildung 244: Annäherung an Tunnelform,  
Elementgröße  $x = 5.50$  m

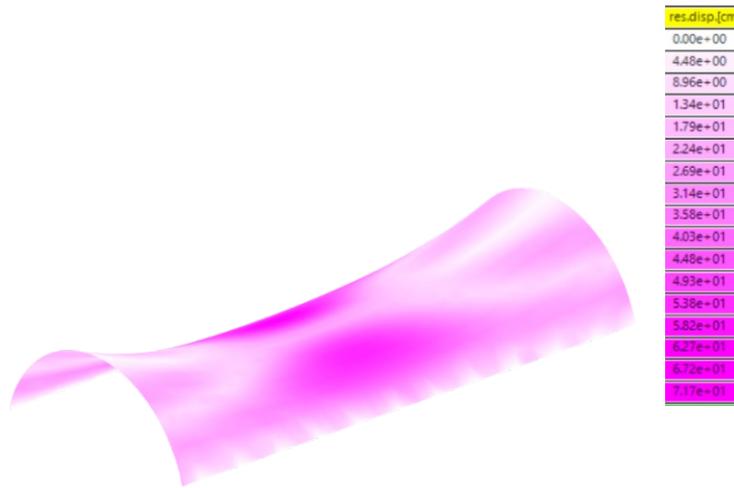


Abbildung 245: Tunnelform Deformation  
 $def_{max} = 71.7 \text{ cm}$

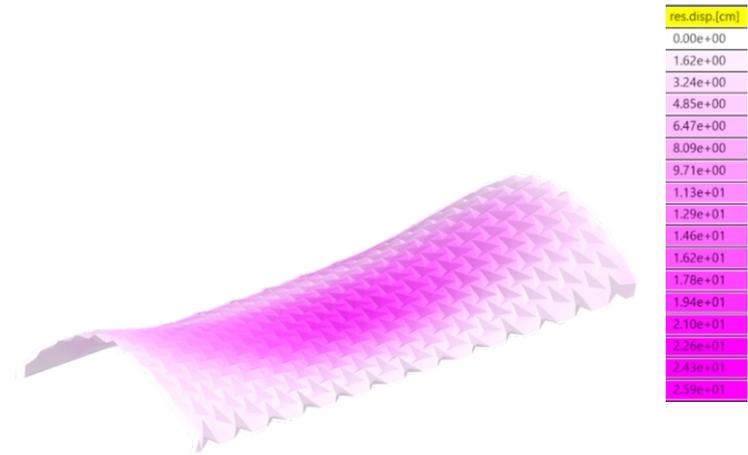


Abbildung 246: Annäherung an Tunnelform, Deformation  
 Elementgröße  $x = 1.56 \text{ m}$ ,  $def_{max} = 25.9 \text{ cm}$

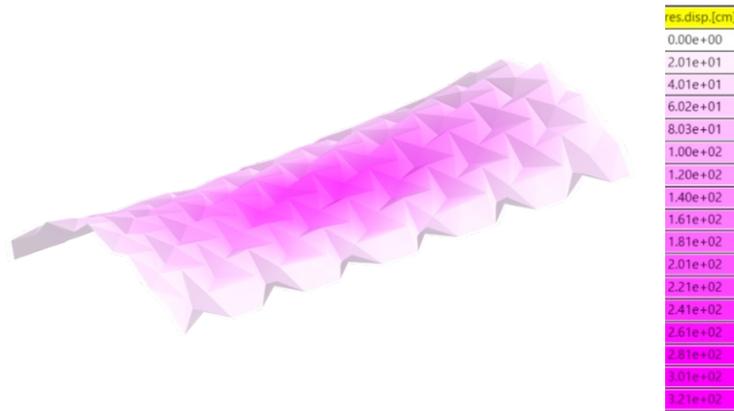


Abbildung 247: Annäherung an Tunnelform, Deformation  
 Elementgröße  $x = 3.50 \text{ m}$ ,  $def_{max} = 321.0 \text{ cm}$

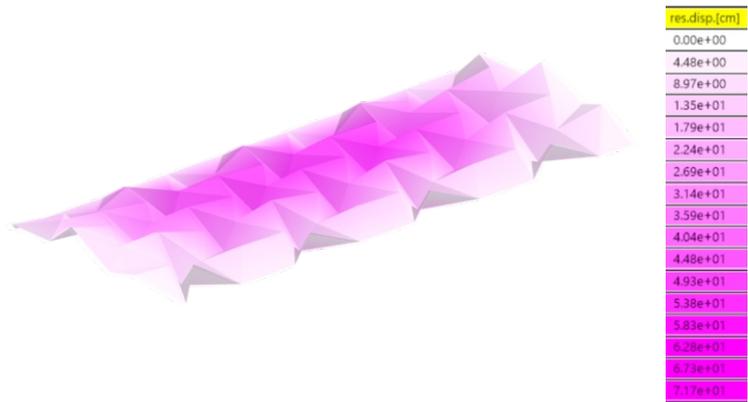


Abbildung 248: Annäherung an Tunnelform, Deformation  
 Elementgröße  $x = 5.50 \text{ m}$ ,  $def_{max} = 71.7 \text{ cm}$

Generatives System und digitale Experimente

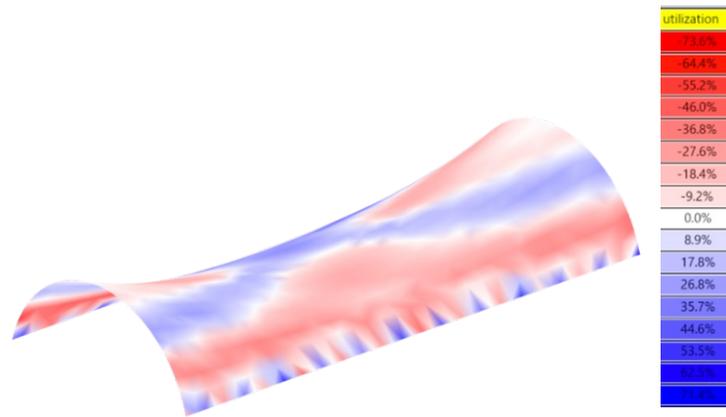


Abbildung 249: Tunnelform Utilization  
 -73.6 % - 71.4 %

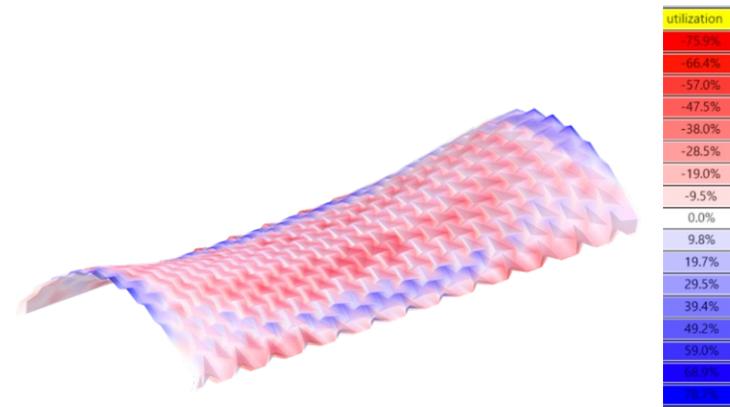


Abbildung 250: Annäherung an Tunnelform, Utilization  
 Elementgröße  $x = 1.56$  m, -75.9 % - 78.7 %

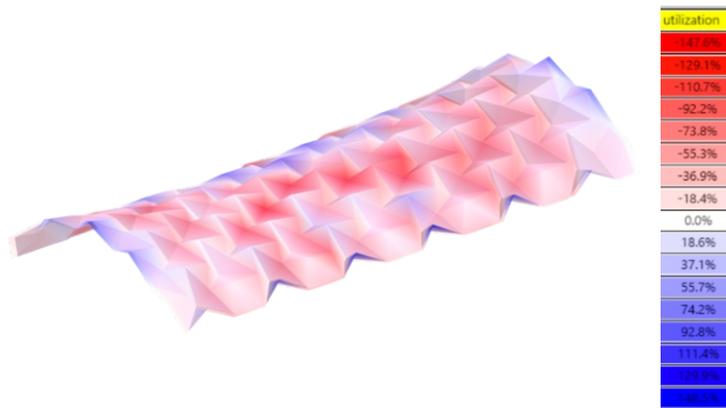


Abbildung 251: Annäherung an Tunnelform, Utilization  
 Elementgröße  $x = 3.50$  m, -147.6 % - 148.5 %

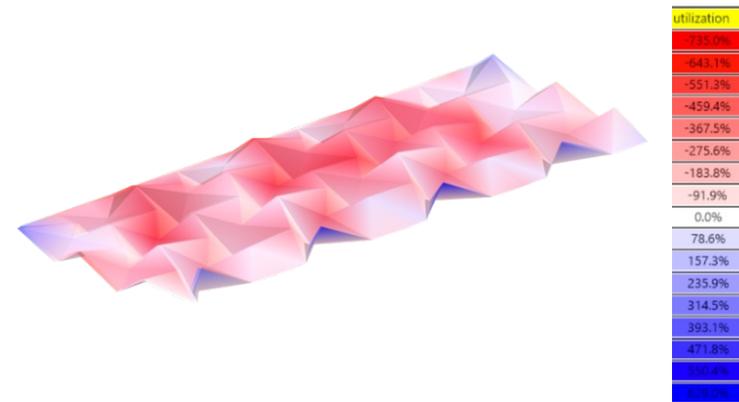


Abbildung 252: Annäherung an Tunnelform, Utilization  
 Elementgröße  $x = 5.50$  m, -725.0 % - 629.0 %

4.8.4 Versuch 4: Freiform mit dreiseitigen Auflagern

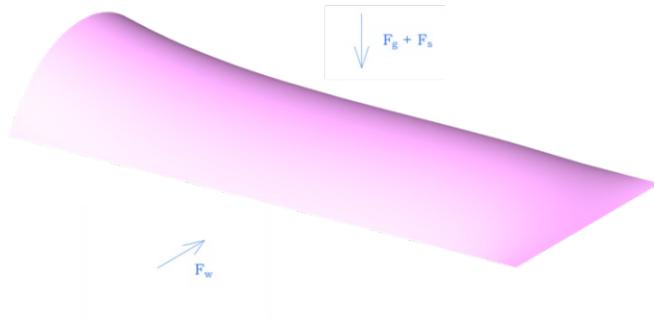


Abbildung 253: Freiform mit dreiseitigen Auflagern

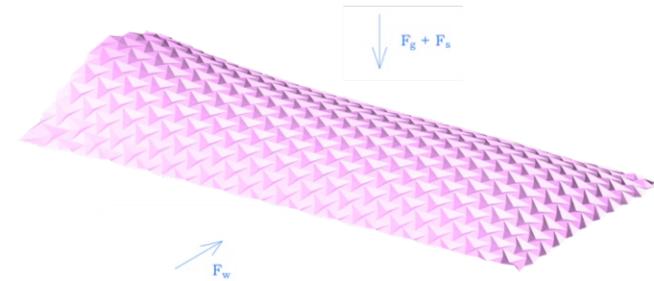


Abbildung 254: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Elementgröße  $x = 1.56$  m

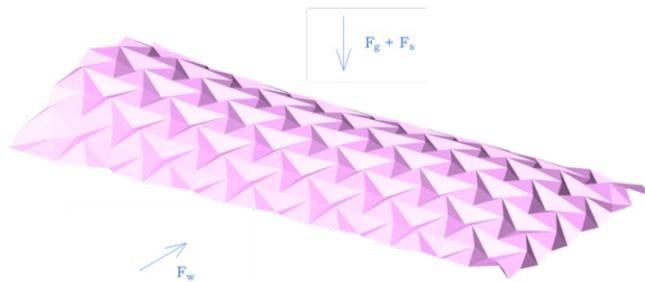


Abbildung 255: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Elementgröße  $x = 3.50$  m

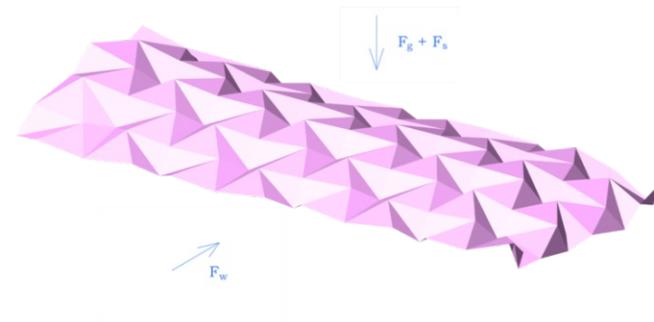


Abbildung 256: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Elementgröße  $x = 5.50$  m

## Generatives System und digitale Experimente

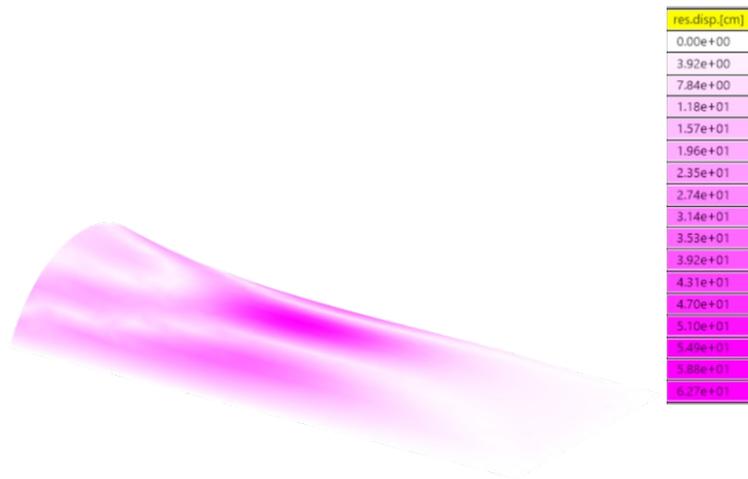


Abbildung 257: Freiform mit dreiseitigen Auflagern Deformation,  $def_{max} = 62.7 \text{ cm}$

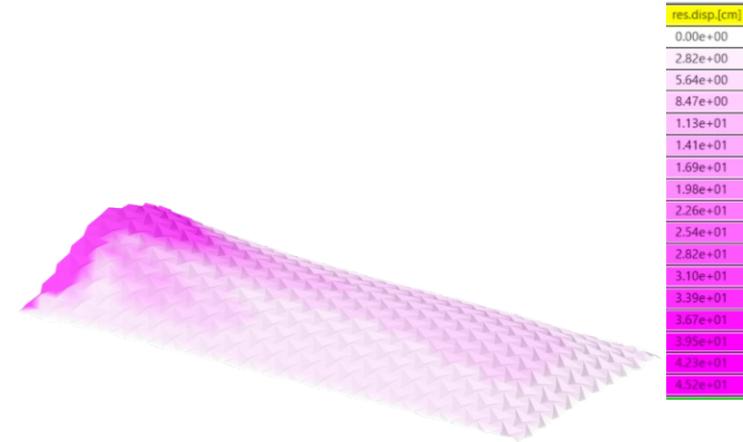


Abbildung 258: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56 \text{ m}$ ,  $def_{max} = 45.2 \text{ cm}$

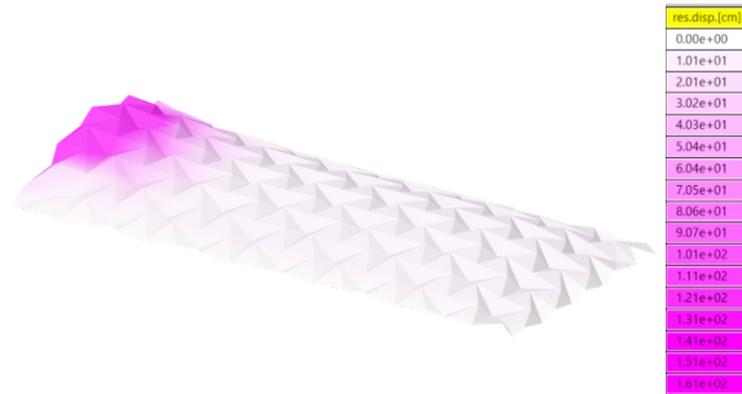


Abbildung 259: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50 \text{ m}$ ,  $def_{max} = 161.2 \text{ cm}$

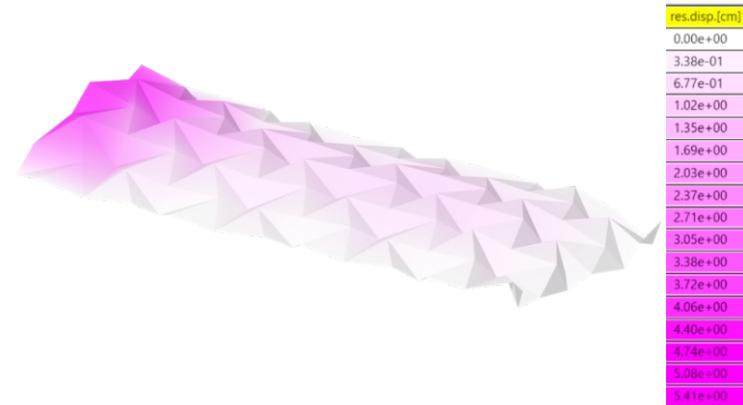


Abbildung 260: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50 \text{ m}$ ,  $def_{max} = 5.4 \text{ cm}$

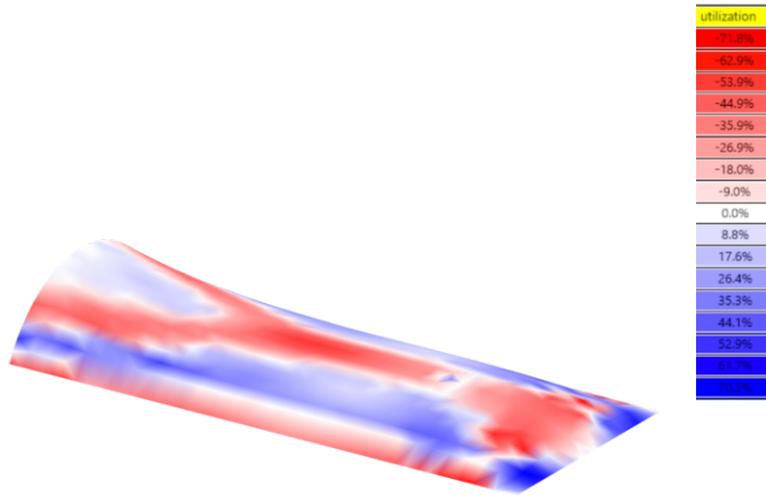


Abbildung 261: Freiform mit dreiseitigen Auflagern Utilization  
 -71.8 % - 70.5 %

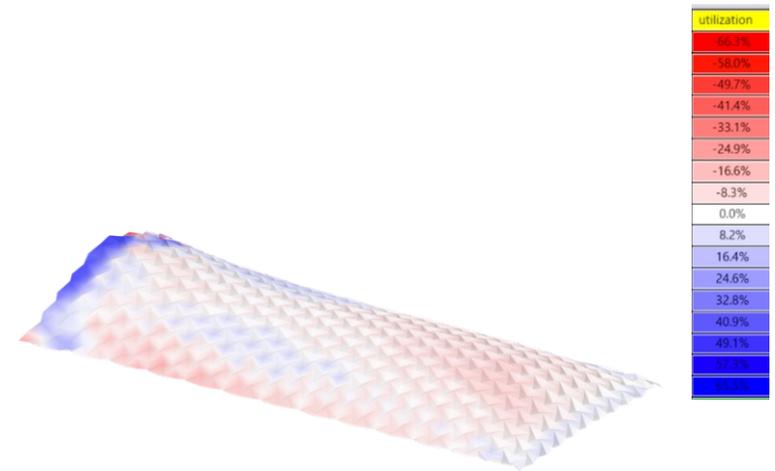


Abbildung 262: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern,  
 Utilization, Elementgröße  $x = 1.56 \text{ m}$ , -66.3 % - 65.5 %

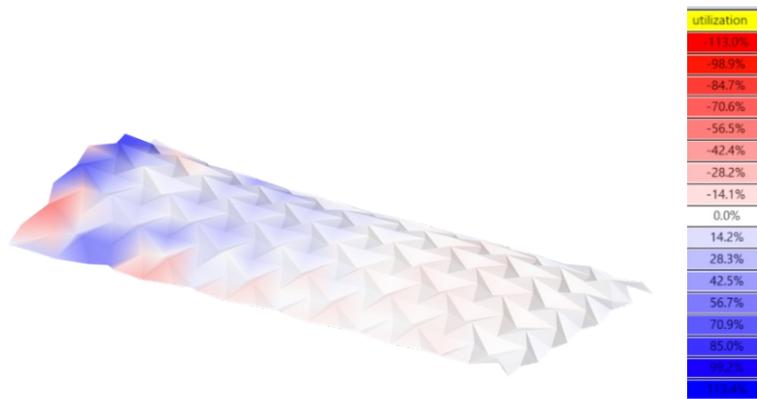


Abbildung 263: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern,  
 Utilization, Elementgröße  $x = 3.50 \text{ m}$ , -113.0 % - 113.4 %

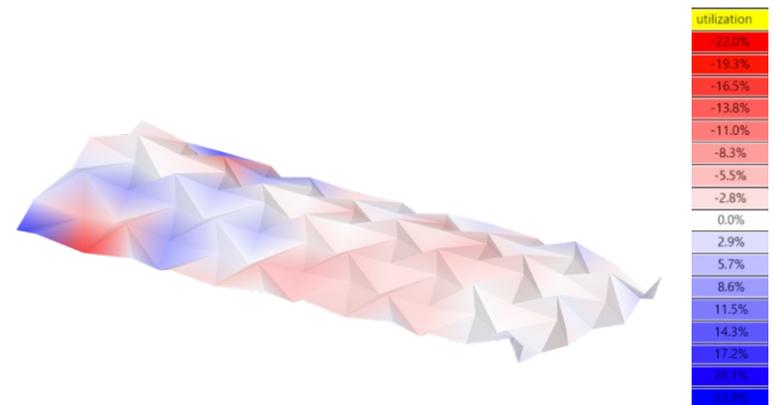


Abbildung 264: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern,  
 Utilization, Elementgröße  $x = 5.50 \text{ m}$ , -22.0 % - 22.9 %

4.8.5 Versuch 5: Freiform mit zwei Hochpunkten

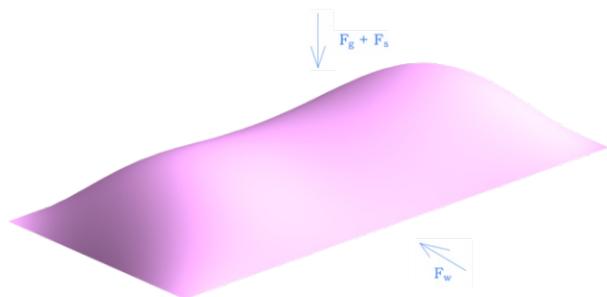


Abbildung 265: Freiform mit zwei Hochpunkten

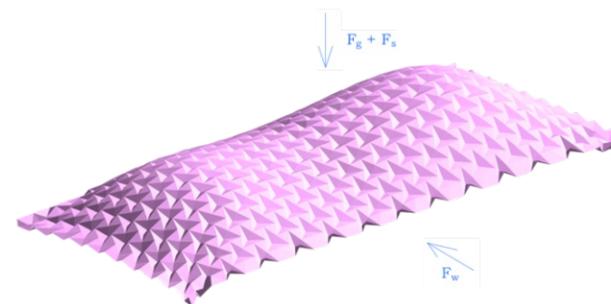


Abbildung 266: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten,  
Elementgröße  $x = 1.56\text{ m}$

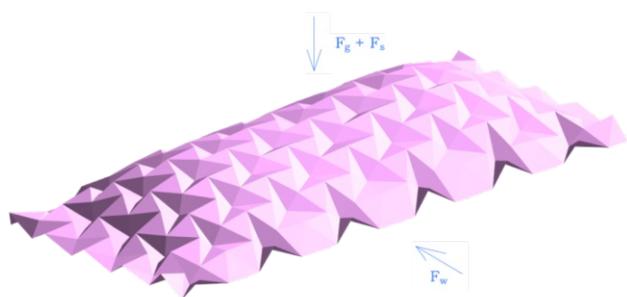


Abbildung 267: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten,  
Elementgröße  $x = 3.50\text{ m}$

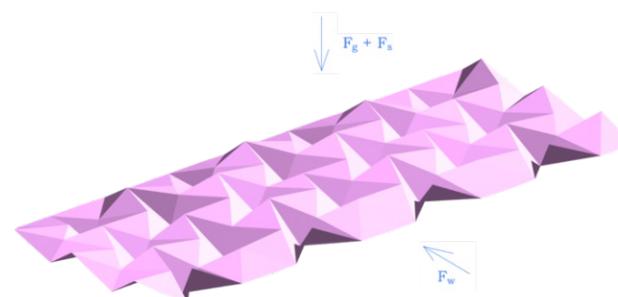


Abbildung 268: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten,  
Elementgröße  $x = 5.50\text{ m}$

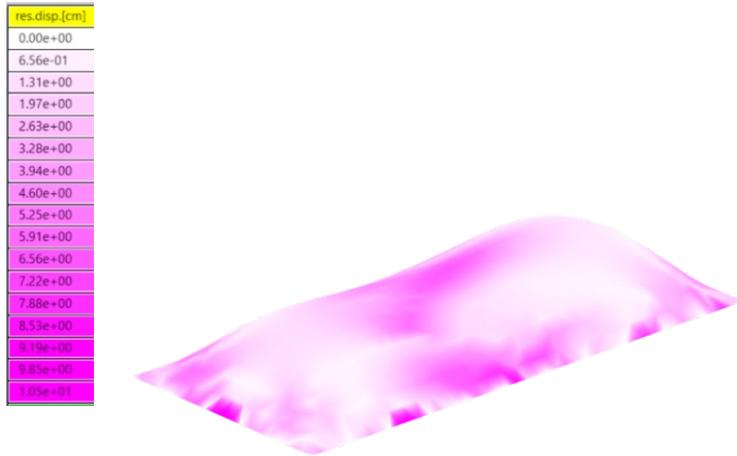


Abbildung 269: Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation  $def_{max} = 10.5$  cm

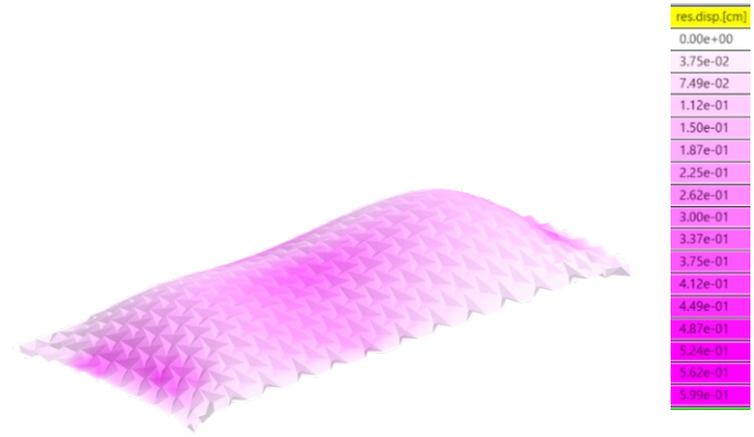


Abbildung 270: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 0.6$  cm

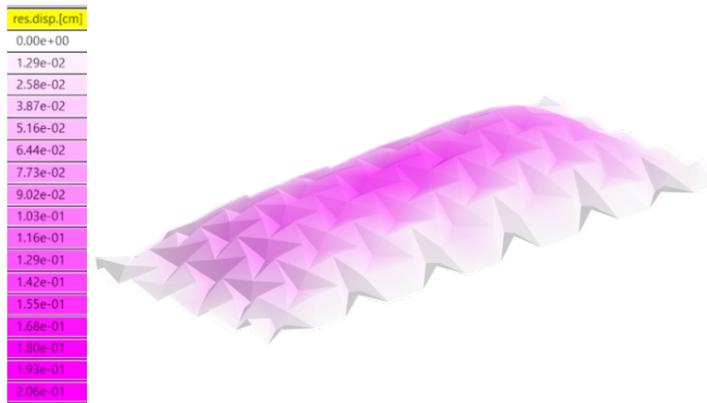


Abbildung 271: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 0.2$  cm

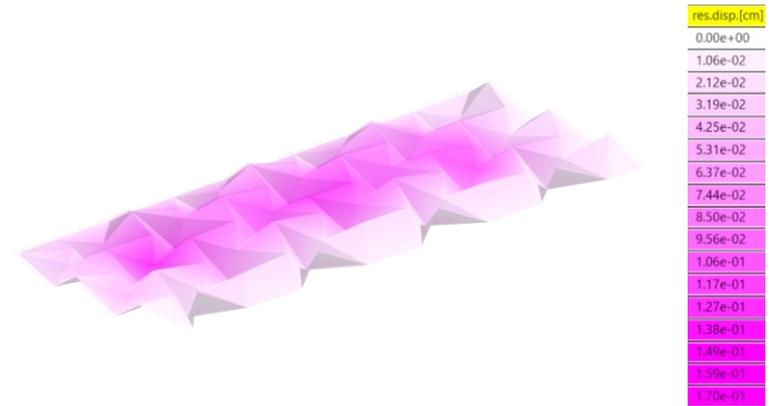


Abbildung 272: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 0.2$  cm

## Generatives System und digitale Experimente

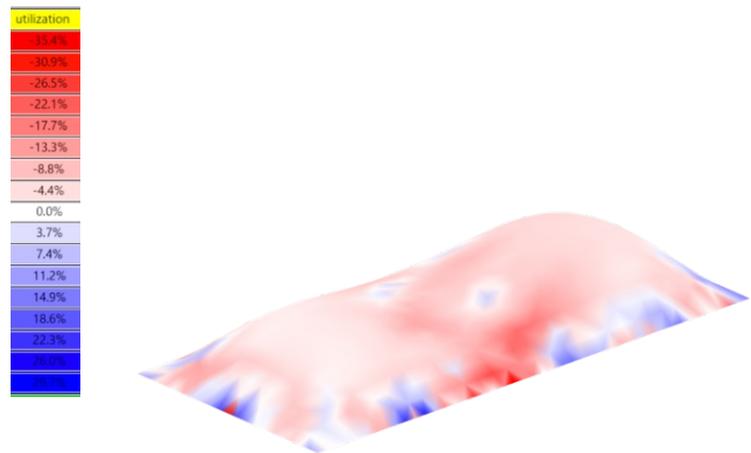


Abbildung 273: Freiform mit zwei Hochpunkten, Utilization  
-25.4 % - 29.7 %

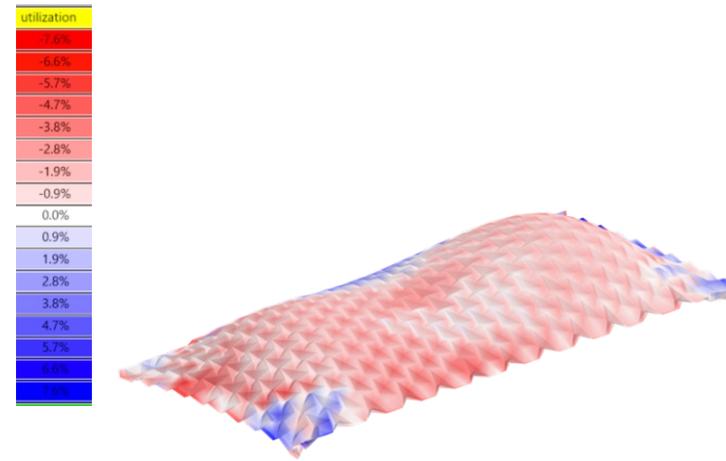


Abbildung 274: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten,  
Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m, -12.8 % - 9.1 %

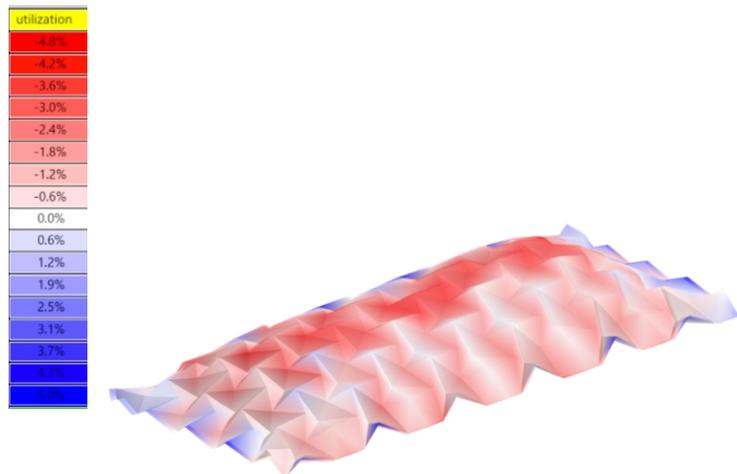


Abbildung 275: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten,  
Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m, -4.8 % - 5.0 %

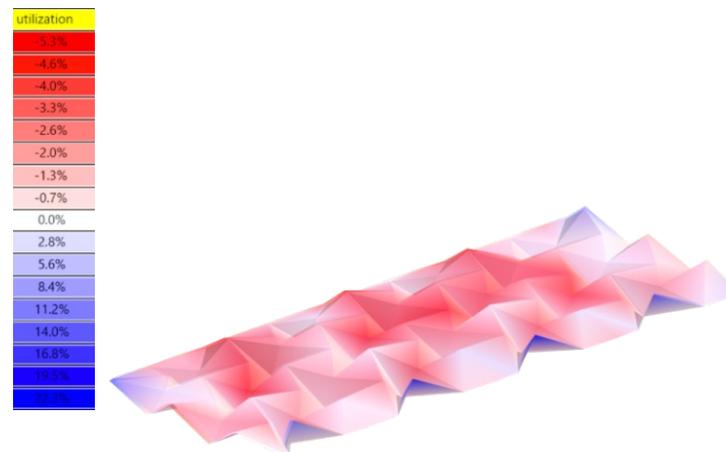


Abbildung 276: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten,  
Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m, -10.3 % - 25.6 %

4.8.6 Versuch 6: Freiform mit Vertiefung im Zentrum

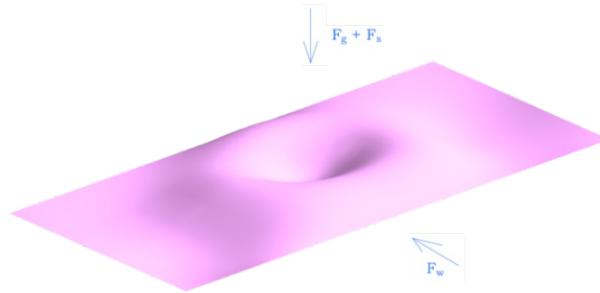


Abbildung 277: Freiform mit Vertiefung im Zentrum

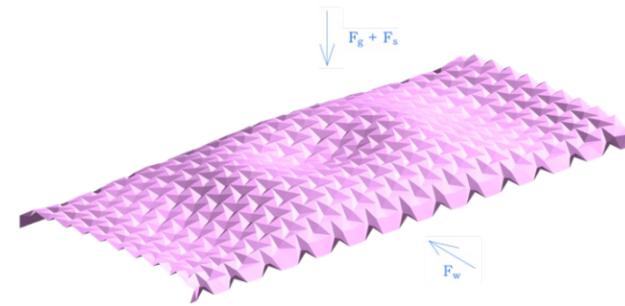


Abbildung 278: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Elementgröße  $x = 1.56 \text{ m}$

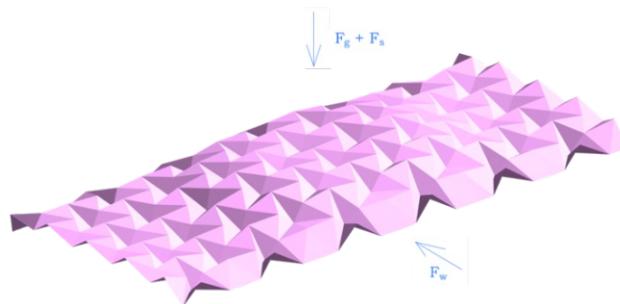


Abbildung 279: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Elementgröße  $x = 3.50 \text{ m}$

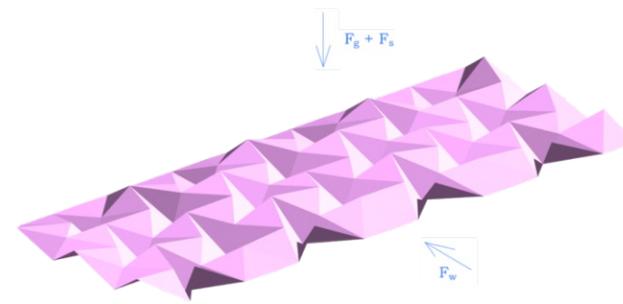


Abbildung 280: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Elementgröße  $x = 5.50 \text{ m}$

## Generatives System und digitale Experimente

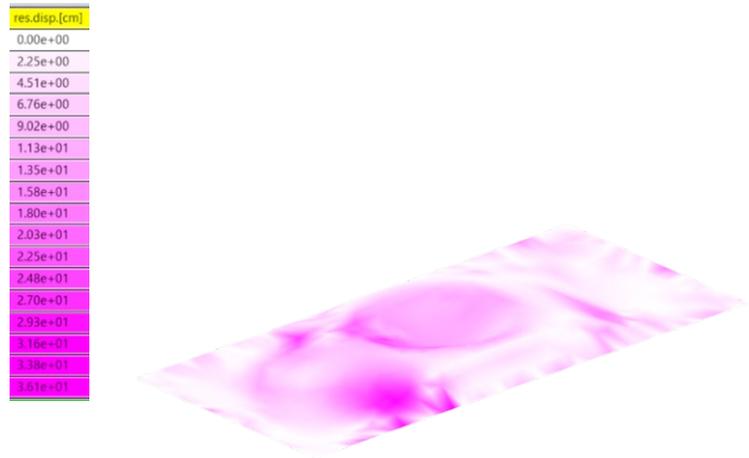


Abbildung 281: Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation  $def_{max} = 36.1$  cm

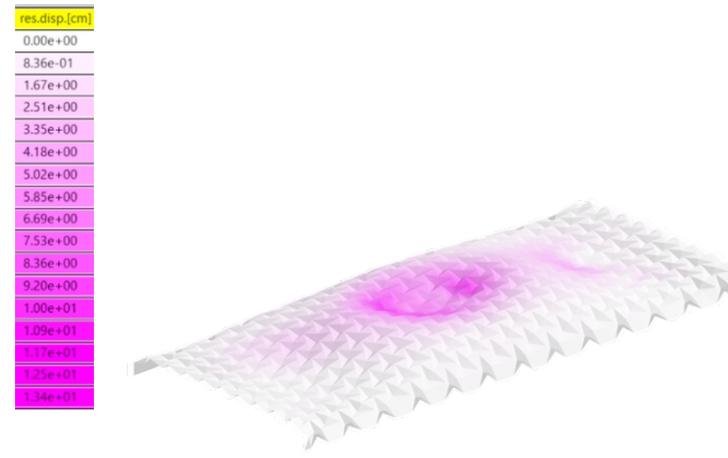


Abbildung 282: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 13.4$  cm

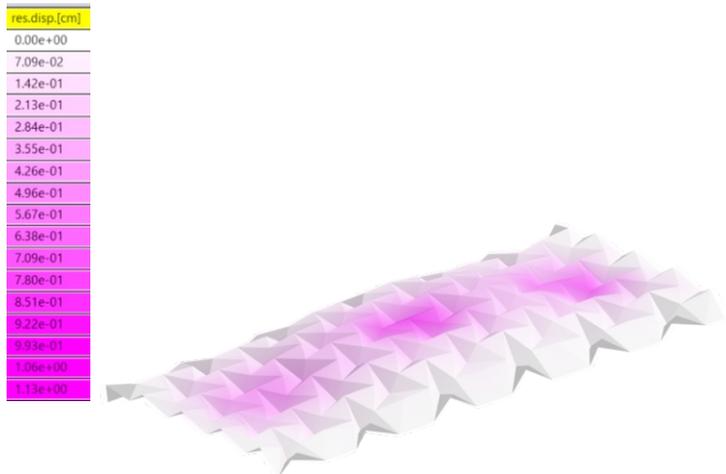


Abbildung 283: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 0.81$  cm

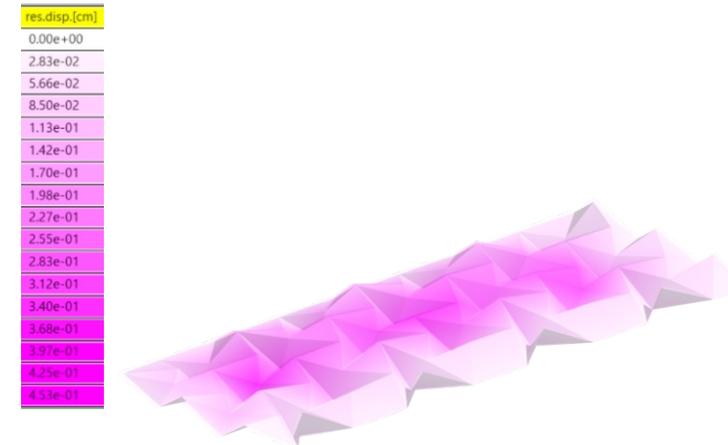


Abbildung 284: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 0.45$  cm

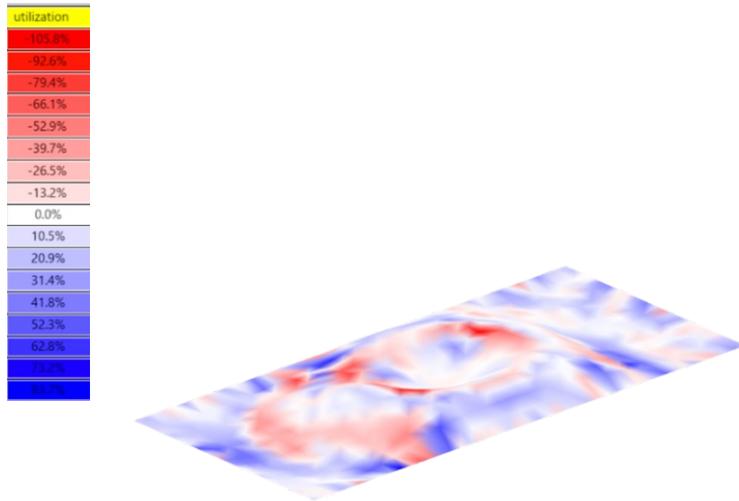


Abbildung 285: Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization -105.8 % - 83.7 %

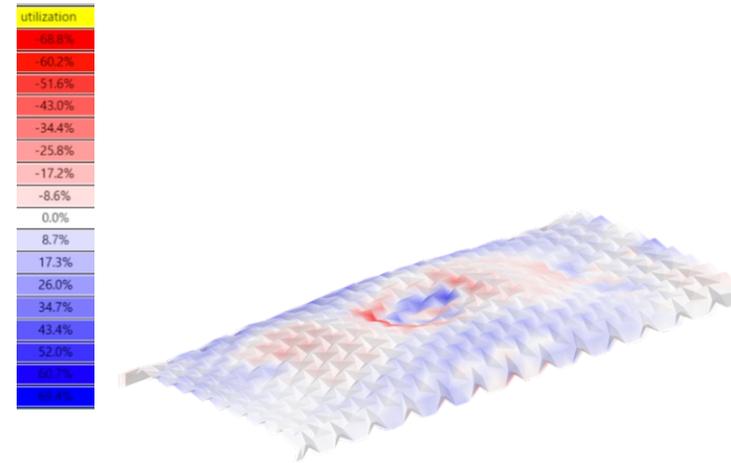


Abbildung 286: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56 \text{ m}$ , -68.9 % - 69.7 %

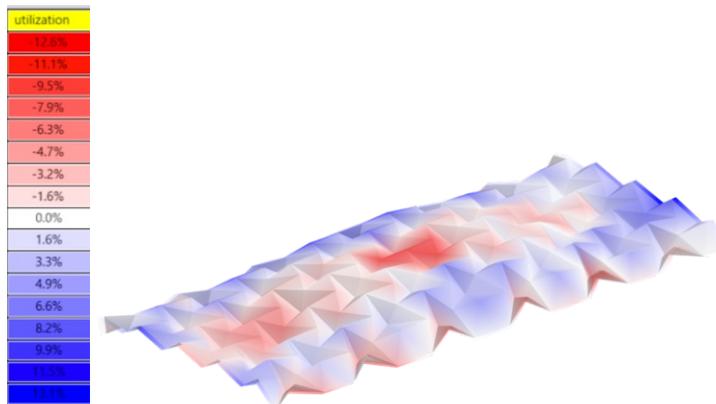


Abbildung 287: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50 \text{ m}$ , 12.6 % - 13.1 %

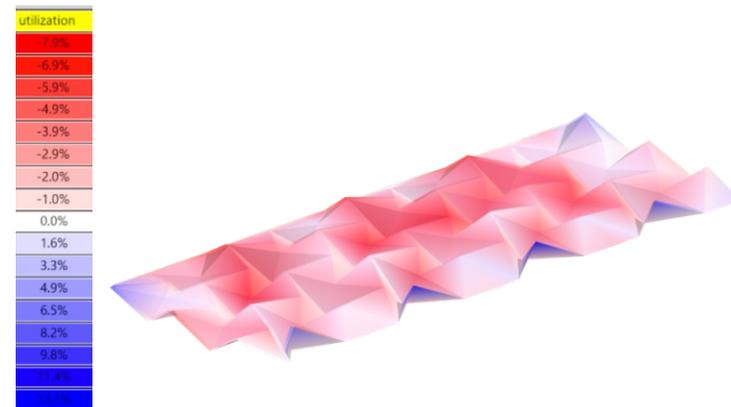


Abbildung 288: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50 \text{ m}$ , -7.9 % - 13.1 %

## Generatives System und digitale Experimente

	0	1.56	3.50	5.50
Höhe	4.0 m	3.99 m	4.42 m	4.30 m
BLF <sub>k</sub>	0.09	0.09	0.09	0.09
def. <sub>max</sub>	5.8*10 <sup>4</sup> cm	10 <sup>3</sup> cm	2.8*10 <sup>4</sup> cm	5.0*10 <sup>4</sup> cm
Util.	-9744.0% 9736.4 %	-3225.6% 3265.8 %	-5854.5% 5916.7 %	-11353 % 12354 %
SLS	x	x	x	x
ULS	x	x	x	x
A <sub>Licht</sub>	186.5 m <sup>2</sup>	176.5 m <sup>2</sup>	213.9 m <sup>2</sup>	211.7 m <sup>2</sup>

Tabelle 7: Ergebnistabelle Grundform Sattelfläche

	0	1.56	3.50	5.50
Höhe	5.0 m	5.14 m	5.47 m	5.77 m
BLF <sub>k</sub>	0.09	0.09	0.09	0.09
def. <sub>max</sub>	4.2*10 <sup>2</sup> cm	10 <sup>3</sup> cm	4.3*10 <sup>3</sup> cm	2.4*10 <sup>3</sup> cm
Util.	-542.8 % 98.5 %	-1636.6% 921.4 %	-1431 % 1349.4 %	-1451.3% 1091.2 %
SLS	x	x	x	x
ULS	x	x	x	x
A <sub>Licht</sub>	109.4 m <sup>2</sup>	135.0 m <sup>2</sup>	170.1 m <sup>2</sup>	193.6 m <sup>2</sup>

Tabelle 8: Ergebnistabelle Grundform Schräge

Röhre	0	1.56	3.50	5.50
Höhe	5 m	4.42 m	4.14 m	3.30 m
BLF <sub>k</sub>	0.45	1.5	0.15	0.08
def. <sub>max</sub>	71.7 cm	25.9 cm	321.0 cm	71.7 cm
Util.	-73.6 % 71.4 %	-75.9 % 78.7 %	-147.6 % 148.5 %	-725.0 % 629.0 %
SLS	x	x	x	x
ULS	✓	✓	x	x
A <sub>Licht</sub>	96.4 m <sup>2</sup>	88.6 m <sup>2</sup>	79.1 m <sup>2</sup>	49.7 m <sup>2</sup>

Tabelle 9: Ergebnistabelle Grundform Röhre

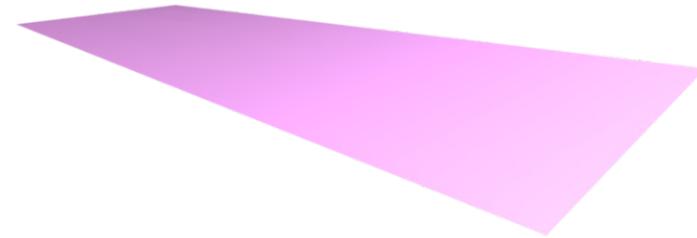


Abbildung 217: Sattelfläche

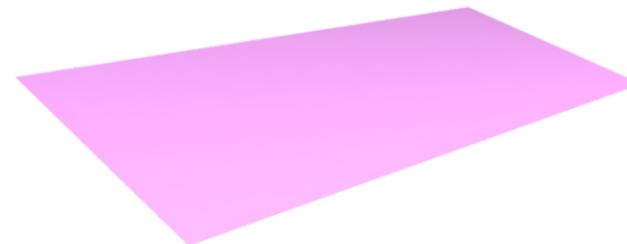


Abbildung 229: Schräge

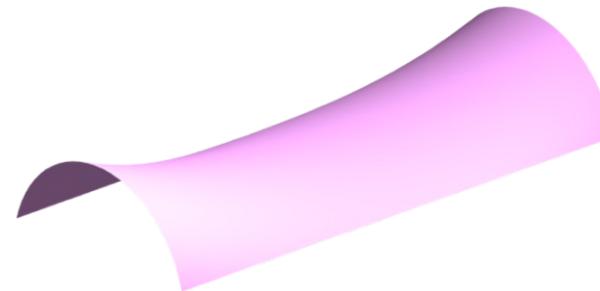


Abbildung 241: Tunnelform

	0	1.56	3.50	5.50
Höhe	4.01 m	3.68 m	3.82 m	4.2 m
BLF <sub>k</sub>	0.07	1.8	0.09	0.63
def. <sub>max</sub>	62.7 cm	45.2 cm	161.2 cm	5.4 cm
Util.	-71.8 % 70.5 %	-66.3 % 65.5 %	-113.0 % 113.4 %	-22.0 % 22.9 %
SLS	x	x	x	x
ULS	✓	✓	x	✓
A <sub>Licht</sub>	37.37 m <sup>2</sup>	41.55 m <sup>2</sup>	31.30 m <sup>2</sup>	22.6 m <sup>2</sup>

Tabelle 10: Ergebnistabelle Grundform 3seitige Auflager

	0	1.56	3.50	5.50
Höhe	4 m	4.18 m	2.96 m	2.64 m
BLF <sub>k</sub>	1.17	4.95	2.52	1.08
def. <sub>max</sub>	10.8 cm	0.6 cm	0.2 cm	0.2 cm
Util.	-25.4 % 29.7 %	-12.8 % 9.1 %	-4.8 % 5.0 %	-10.3 % 25.6 %
SLS	x	✓	✓	✓
ULS	✓	✓	✓	✓
A <sub>Licht</sub>	0 m <sup>2</sup>	0 m <sup>2</sup>	0 m <sup>2</sup>	0 m <sup>2</sup>

Tabelle 11: Ergebnistabelle Grundform zwei Hochpunkte

	0	1.56	3.50	5.50
Höhe	2.04 m	2.75 m	2.66 m	2.75 m
BLF <sub>k</sub>	0.09	0.63	0.81	0.63
def. <sub>max</sub>	36.1 cm	13.4 cm	1.1 cm	0.45 cm
Util.	-105.8 % 83.7 %	-68.9 % 69.7 %	-12.6 % 13.1 %	-7.9 % 13.1 %
SLS	x	x	✓	✓
ULS	x	✓	✓	✓
A <sub>Licht</sub>	0 m <sup>2</sup>	0 m <sup>2</sup>	0 m <sup>2</sup>	0 m <sup>2</sup>

Tabelle 12: Ergebnistabelle Grundform Vertiefung im Zentrum

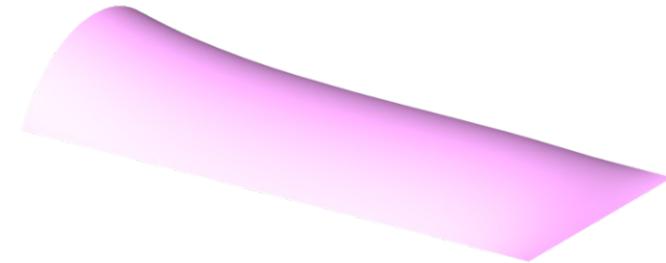


Abbildung 253: Freiform mit dreiseitigen Auflagern

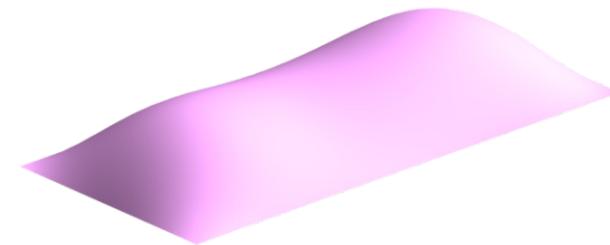


Abbildung 265: Freiform mit zwei Hochpunkten

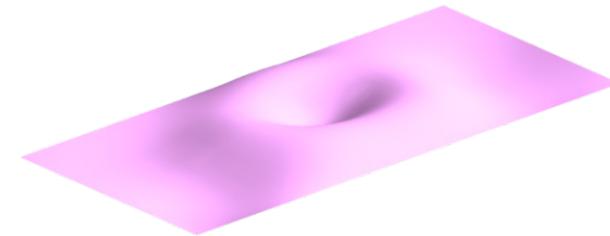


Abbildung 277: Freiform mit Vertiefung im Zentrum

## 4.9 Limitierungen und Grenzwerte - Conclusio

Die Durchführung der digitalen Experimente erfolgt schrittweise, indem die Erkenntnisse der vorangehenden Versuche in die nächsten Schritte eingearbeitet werden. Es erfolgt eine Analyse anhand sechs antiklastischer Oberflächen, an die sich die Faltstruktur annähert. Die Krümmung der Oberfläche spielt eine wesentliche Rolle für die Simulation. (vgl. Kapitel 4.5.2 *Krümmungsberechnung*) Die Faltung nähert sich mit drei verschiedenen Elementgrößen an jede der gewählten Form an. Die Elementgrößen werden mit den Werten  $x = 1.56$  m,  $x = 3.50$  m und  $x = 5.50$  m festgelegt. Diese Werte ergeben sich aus den Dimensionen der verfügbaren Stahlplatten. (vgl. Kapitel 4.7 *Plattengrößen*) Die Größen der Grundform werden bereits mit jenen der Case Study mit Spannweiten von 13 m x 30 m festgelegt. Es werden die Grundformen und die Faltstrukturen mit unterschiedlichen Elementgrößen einander gegenübergestellt und Verformung sowie Ausnutzungsgrad der Strukturen untersucht. Die Ergebnisse der Experimente werden anhand der definierten Ziele (vgl. Kapitel 3.9 *Conclusio*) ausgewertet. Die numerischen Auswertungen der digitalen Experimente sind in den Tabellen 7-12 veranschaulicht.

**Versuch 1 - Sattelfläche** (vgl. Abb. 217-228): Die Faltung kann die Krümmung der Sattelfläche sehr gut aufnehmen und nähert sich problemlos an, allerdings ist es problematisch diese Struktur aufzulagern, da in diesem Fall eine Sekundärkonstruktion erforderlich ist, wo die Faltung anschließt und die Lasten zum Bestandsgebäude geleitet werden. Die strukturellen Analysen wurden in diesem Schritt ohne Sekundärkonstruktion durchgeführt, woraus sich bei der Sattelfläche sehr große Verformungen ergeben. (vgl. Tabelle 7: *Ergebnistabelle Grundform Sattelfläche*) Die Punkte mit den größten Deformationen sind in den Abbildungen 221-224 grafisch dargestellt. Im Falle einer Sekundärkonstruktion bietet diese Form eine vierseitige Belichtungsmöglichkeit, indem die strukturbedingten Öffnungen mit Glas geschlossen werden.

**Versuch 2 - Schräge** (vgl. Abb. 229-240): Die Erfahrungen aus Versuch 1 werden hierbei berücksichtigt und die Struktur auf zwei Seitenlängen aufgelagert. Es entsteht eine Öffnung, die für höheren Lichteinfall ins Rauminnere Richtung Süden und Westen ausgerichtet werden kann. Trotz der zweiseitig aufliegenden Fläche entstehen am oberen Ende der Struktur große Verformungen, wodurch eine Trägerkonstruktion als Unterstützung erforderlich wäre. (vgl. Abb. 233-236) (vgl. Tabelle 8: *Ergebnistabelle Grundform Schräge*) Die Faltung nähert sich ebenso wie bei Versuch 1 unabhängig von der Elementgröße der Faltung problemlos an die gegebene Oberfläche an.

**Versuch 3 - Röhre** (vgl. Abb. 241-252): Da die untersuchte Form von Versuch 2 am auskragenden Ende zu starken Verformungen führt, wird die Position der Auflager verändert. Die symmetrische Form liegt auf zwei gegenüberliegende Seiten auf dem Bestandsgebäude auf und spannt über die kurze Seite des Innenraums. Diese Maßnahmen reichen aber nicht aus, um die Struktur vollkommen selbst tragend zu gestalten. Auch in diesem Fall wäre eine Sekundärkonstruktion bei den Öffnungen notwendig, da große Verformungen entstehen und der Gebrauchstauglichkeits- und Tragfähigkeitsnachweis nicht erbracht werden können. (vgl. Abb. 245-248) (vgl. Tabelle 9: *Ergebnistabelle Grundform Röhre*)

Die vorangehenden Experimente haben gezeigt, dass bei zweiseitigen Auflagermöglichkeiten auf dem Bestandsgebäude die Struktur nicht selbständig tragend fungiert und eine Sekundärkonstruktion als Unterstützung eingeplant werden muss. Daher folgen Experimente mit drei- und vierseitigen Auflagern am Bestandsbau, um die Struktur zu stabilisieren.

**Versuch 4 - dreiseitige Auflager** (vgl. Abb. 253-264): Durch eine Erhebung an einer Seite entsteht eine Form, die auf drei Seiten auf dem Bestandsgebäude gelagert wird. Die bogenförmige Öffnung dient zum Lichteinfall in den Innenraum, der durch die Ausrichtung nach Süden erhöht werden kann. Allerdings tritt auch in diesem Bereich die größte Deformation auf, wodurch

Gebrauchstauglichkeits- und Tragfähigkeitsnachweis nicht erbracht werden können. (vgl. Abb. 257-260) Die Ergebnisse der Analyse zeigen, dass bei zunehmender Elementgröße der Faltung, die Verformung steigt. (vgl. Tabelle 10: *Ergebnistabelle Grundform 3seitige Auflager*) Dies lässt sich mit dem erhöhten Gewicht der Struktur begründen, das freitragend nicht abgefangen werden kann.

**Versuch 5 – Freiform mit zwei Hochpunkten** (vgl. Abb. 265-276): Aufgrund der Erkenntnisse der Versuche 1-4 wird eine Oberfläche untersucht, die an vier Seiten auf dem Bestandsgebäude aufgelagert ist. Die Form besteht aus zwei Hochpunkten und einem dazwischenliegendem Tal. Die Abbildungen 269-272 zeigen deutlich, dass unabhängig von der Elementgröße der Faltung die größten Verformungen in der Vertiefung zwischen den beiden Hochpunkten entstehen. Bei den numerischen Ergebnissen der Analyse kommt die Tragwirkung durch Falten zur Geltung. Die ungefaltete Oberfläche erfüllt den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit aufgrund von zu großen Verformungen nicht. Sämtliche gefaltete Strukturen dieser Versuchsreihe erfüllen sowohl den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit als auch der Tragfähigkeit. Bei einer Basisgröße von 1.56 m ist aufgrund der kleinen Falflächen der BLF am höchsten, allerdings ist die Verformung bei dieser verglichen zu den anderen Varianten höher. Mit zunehmender Faltelementgröße sinkt der BLF, bleibt aber in jedem Fall über einem Wert von 1. (vgl. Tabelle 11: *Ergebnistabelle Grundform mit zwei Hochpunkten*)

**Versuch 6 – Freiform mit Vertiefung im Zentrum** (vgl. Abb. 277-288): Analog zu den Ergebnissen des Versuchs 5 treten auch bei dieser Grundform die größten Verformungen im Bereich der Krümmungsänderungen, speziell den Tiefpunkten, auf. (vgl. Abb. 289-292) Große Faltelemente ergeben, dass die Struktur beinahe eben ist und somit die Deformation gering bleibt. Die großen Verformungen bei Basiselementen von 1.56 m führen dazu, dass von den untersuchten Größen lediglich die beiden Varianten mit großen Faltelementen sowohl Gebrauchstauglichkeits- als auch Tragfähigkeitsnachweis erfüllen. Der BLF bleibt bei allen

analysierten Varianten unter dem Wert von 1 und erfüllt daher nicht die gesetzten Bedingungen. (vgl. Tabelle 12: *Ergebnistabelle Grundform mit Vertiefung im Zentrum*)

Die Analysen zeigen, dass auf allen vier Seiten Auflager gegeben sein müssen, da sonst die Verformungen größer als 5 cm sind und der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit nicht erbracht werden kann. Bei Formen, die nicht auf allen vier Seiten direkt auf dem Bestandsgebäude aufliegen, ist eine Sekundärkonstruktion in Form von Trägern erforderlich, um die Kräfte der Faltstruktur abzufangen und auf das Bestandsgebäude zu leiten. Es ist nicht möglich die Faltung als freitragende Struktur zu realisieren. Das geht aus den Analysen von Grundformen mit nur zwei oder dreiseitigen Auflagermöglichkeiten hervor. Ebenso zeigt das Beispiel der Form mit Vertiefung im Zentrum, dass starke Krümmungsänderungen trotz der vierseitigen Auflager zu großen Verformungen des Systems führen, die in den Tiefpunkten der Oberfläche auftreten. (vgl. Abb. 281-284) Je näher sich die Faltstruktur einer Ebene annähert, desto geringer sind die Verformungswerte. Im Bedarfsfall muss hierbei eine mögliche Belichtung durch die Faltung geschaffen werden und kann nicht über strukturell bedingte Öffnungen erfolgen. Generell ist bei allen Versuchen klar ersichtlich, dass kleine Faltelemente die Krümmungen der Oberflächen besser aufnehmen können und eine Annäherung an die Grundform eher bei kleinen Elementen sichtbar ist. Es können maximal Formen für die Annäherung herangezogen werden, deren Gesamthöhe nicht größer als 4 m ist, da sonst die Faltstruktur instabil wird und die Faltekanten bei der Simulation verzogen werden.

## Generatives System und digitale Experimente

Nach Gegenüberstellung der Erkenntnisse können folgende Limitierungen festgelegt werden:

Maximale Spannweite:	17 m
Konstruktionshöhen:	1.00 m – 4.50 m
Stahlplattengröße:	1.56 m x 1.35 m – 5.50 m x 4.76 m
Seitenlänge eines gefalteten Dreiecks:	1.04 m – 3.67 m
Fläche eines Grundelements:	1.17 m <sup>2</sup> – 14.58 m <sup>2</sup>
Gewicht eines Grundelements:	145 kg – 1840 kg
Krümmungsradien:	6.80 m - 23.70 m
Faltwinkel der Struktur (Hinge Limit):	37° - 160°
Seiten für Auflager	4

*Tabelle 13: Limitierungen des Faltsystems*

## 5 Case Study

Die geplante Faltstruktur wird im Zuge einer Case Study als Überdachung für das Atrium des Wien Museums angewendet. (vgl. Abb. 289: Wien Museum) Das Museum befindet sich im vierten Wiener Gemeindebezirk neben der Karlskirche am Karlsplatz 8. Das Museum ist im Schwarzplan von Wien farbig hervorgehoben. (vgl. Abb. 290: Schwarzplan von Wien) Nach einem Architekturwettbewerb wurde das Gebäude in den 1950er Jahren von Oswald Haerdtl im modernen Stil geplant. (Gsteu et al., 1997, p. 78)

Für die Planung der Dachkonstruktion wird zusätzlich eine environmental anaysis durchgeführt, um den optimalen Lichteinfall für den Innenraum zu analysieren. Zunächst wird eine geometrische Grundform, an die sich die Faltung annähert, innerhalb der definierten Grenzen erstellt und bereits die Sonneneinstrahlung berücksichtigt. (vgl. Tabelle 13: Limitierungen des Faltsystems) Danach folgt eine schrittweise Optimierung der Größe der Faltelemente und eine Auswahl zweier Varianten, die dann miteinander verglichen werden. Im Anschluss folgt die Ausarbeitung der Detaillösung zur Verbindung der Elemente, Produktion und Montage der Faltung.



Abbildung 289: Wien Museum

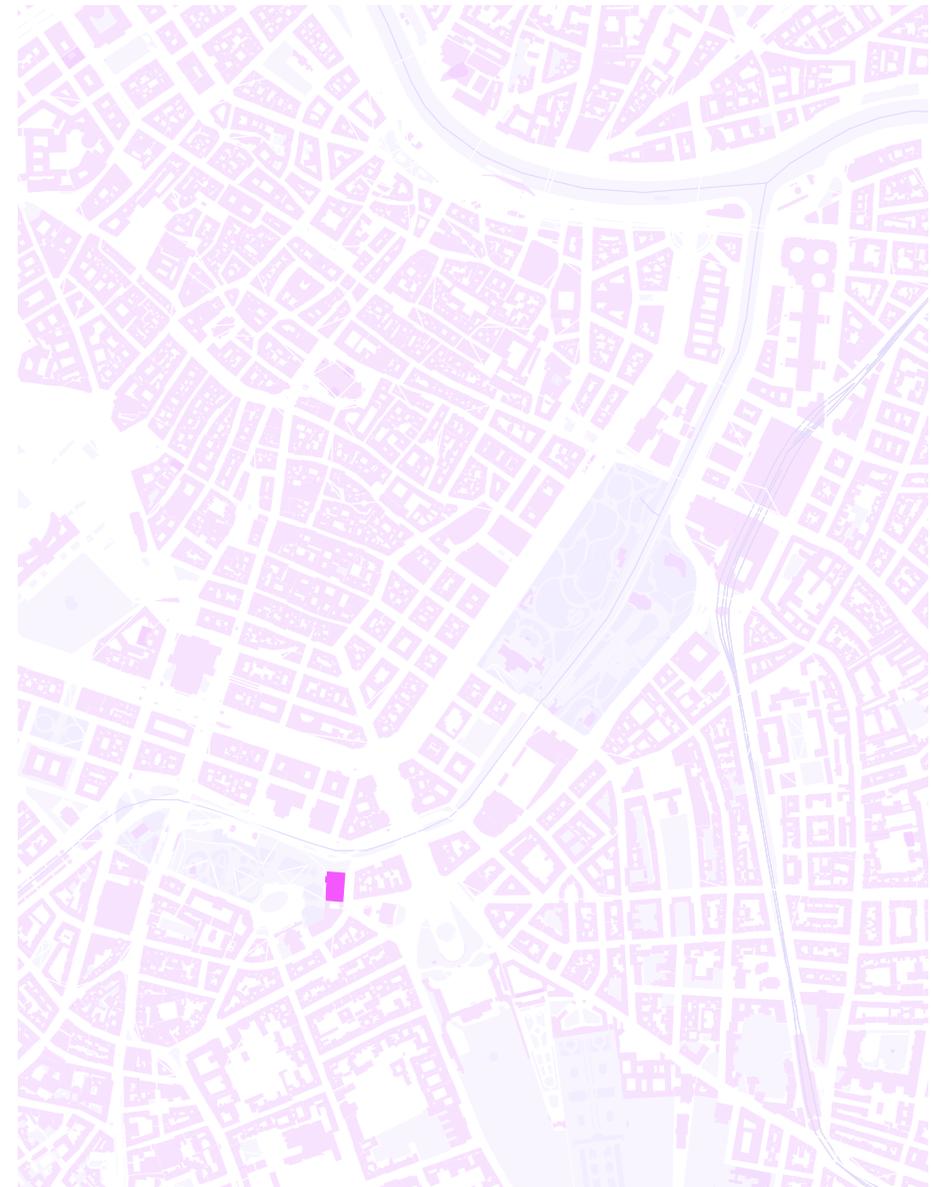


Abbildung 290: Schwarzplan von Wien, Wien Museum hervorgehoben

## Case Study

Zur schrittweisen Untersuchung der Formen für die Ausführung einer Faltkonstruktion auf das Bestandsgebäude werden folgende Basisgrößen der Faltelemente ausgewählt. *Tabelle 14* zeigt die Dimensionen der jeweiligen Größen.

	1.56	2.00	2.40	2.80	3.20	3.60	4.00	4.40	4.80	5.20	5.50
Platten- größe x	1.56 m	2.00 m	2.40 m	2.80 m	3.20 m	3.60 m	4.00 m	4.40 m	4.80 m	5.20 m	5.50 m
Platten- größe y	1.35 m	1.73 m	2.08 m	2.42 m	2.77 m	3.12 m	3.46 m	3.81 m	5.16 m	4.50 m	4.76 m
Länge M <sub>a</sub>	1.04 m	1.33 m	1.60 m	1.87 m	2.13 m	2.40 m	2.67 m	2.93 m	3.20 m	3.47 m	3.67 m
Länge M <sub>i</sub>	0.45 m	0.58 m	0.70 m	0.81 m	0.93 m	1.04 m	1.16 m	1.27 m	1.39 m	1.50 m	1.59 m
Länge V	0.90 m	1.15 m	1.39 m	1.62 m	1.85	2.08 m	2.32 m	2.54 m	2.77 m	3.00 m	3.18 m
A <sub>gesamt</sub>	492.79 m <sup>2</sup>	462.47 m <sup>2</sup>	521.23 m <sup>2</sup>	468.69 m <sup>2</sup>	517.67 m <sup>2</sup>	564.91 m <sup>2</sup>	470.11 m <sup>2</sup>	537.77 m <sup>2</sup>	615.87 m <sup>2</sup>	583.21 m <sup>2</sup>	501.52 m <sup>2</sup>
A <sub>Element</sub>	1.17 m <sup>2</sup>	1.91 m <sup>2</sup>	2.77 m <sup>2</sup>	3.79 m <sup>2</sup>	4.91 m <sup>2</sup>	6.23 m <sup>2</sup>	7.72 m <sup>2</sup>	9.29 m <sup>2</sup>	11.09 m <sup>2</sup>	13.03 m <sup>2</sup>	15.58 m <sup>2</sup>
Anzahl <sub>E</sub>	286	160	126	84	70	60	40	40	40	32	24
Anzahl <sub>F</sub>	3358	1864	1462	968	802	686	452	452	452	360	266
m <sub>gesamt</sub>	41 470	44 000	44 100	44 100	44 100	44 400	44 000	46 400	48 000	44 160	44 160
m <sub>Element</sub>	145 kg	275 kg	350 kg	525 kg	630 kg	740 kg	1100 kg	1160 kg	1200 kg	1380 kg	1840 kg
Blech- stärke	0.2 cm										

*Tabelle 14: Gegenüberstellung der Kennwerte der untersuchten Elementgrößen*

- M<sub>a</sub> ..... Außenkante des Faltelements (mountain folds)
- M<sub>i</sub> ..... innenliegende Mountain folds
- V ..... Valley folds
- A<sub>gesamt</sub> ..... Gesamtoberfläche der Faltstruktur
- A<sub>Element</sub> ..... Fläche eines Faltelements (inkl. Verbindungsstücke)
- Anzahl<sub>E</sub> .... Anzahl der Elemente
- Anzahl<sub>F</sub> .... Anzahl der Faltkanten
- m<sub>gesamt</sub> ..... Gesamtgewicht
- m<sub>Element</sub> ..... Gewicht eines Elements (inkl. Verbindungsstücke)

## 5.1 Environmental Analysis

Das Wien Museum und somit das Atrium im Zentrum erstrecken sich über eine klare Nord-Süd-Ausrichtung. Die umliegenden Gebäude sind gleich hoch, wie der Museumsbau und beeinträchtigen somit den Lichteinfall über das Dach des Atriums nicht. Lediglich die Karlskirche ist höher als der Bestandsbau, sie liegt im Nord-Westen und verringert Lichteintrag im Verlauf eines Tages nicht. Ausgehend von den Analysen der digitalen Experimente und den Limitierungen des Systems wird eine Grundform mit den maximalen Grenzwerten erstellt, um eine *environmental analysis* durchzuführen. Anhand dessen wird der Verlauf der Sonnen an einem Sommertag und der Lichteinfall untersucht. Es werden jene Bereiche der Überdachung herausgefiltert, wo besonders viel Licht in den Innenraum einfallen kann, um die Grundform dahingehend anzupassen und gezielt Belichtungsflächen zu planen.

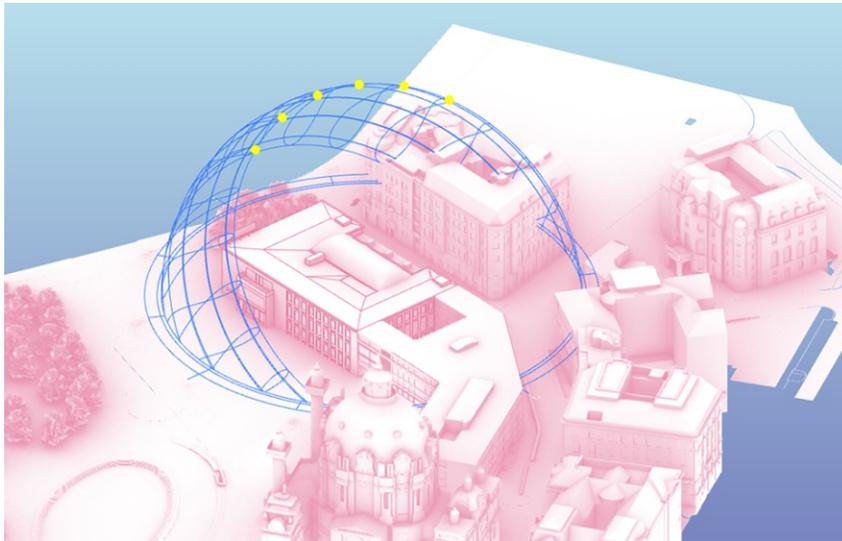


Abbildung 291: Verlauf der Sonne bezogen auf das Bestandsgebäude

Aufgrund der niedrigen Umgebungsbebauung ist die gesamte Dachkonstruktion ungehindert der Sonneneinstrahlung ausgesetzt. Hierbei kann zwischen geringerer Strahlung im Norden und erhöhter Strahlung im Süden und Südwesten differenziert werden. Der Tagesverlauf der Sonne zeigt, dass im Süden und Südwesten der größte Lichteintrag zu verzeichnen ist. Daher wird die Grundform für die Dachkonstruktion in diesen Bereichen auf ein Maximum von 4 m Höhe angehoben, um den größtmöglichen Tageslichteinfall zu erzielen. Da von Norden keine direkte Sonneneinstrahlung in den Innenraum des Atriums gelangt, wird in dieser Richtung die Grundform abgeflacht. *Abbildung 292* zeigt das Ergebnis der Manipulation der Form, die für weitere Analysen herangezogen wird. Die numerischen Werte der strukturellen Analyse dieser Grundform sind einander in *Tabelle 15* gegenübergestellt.

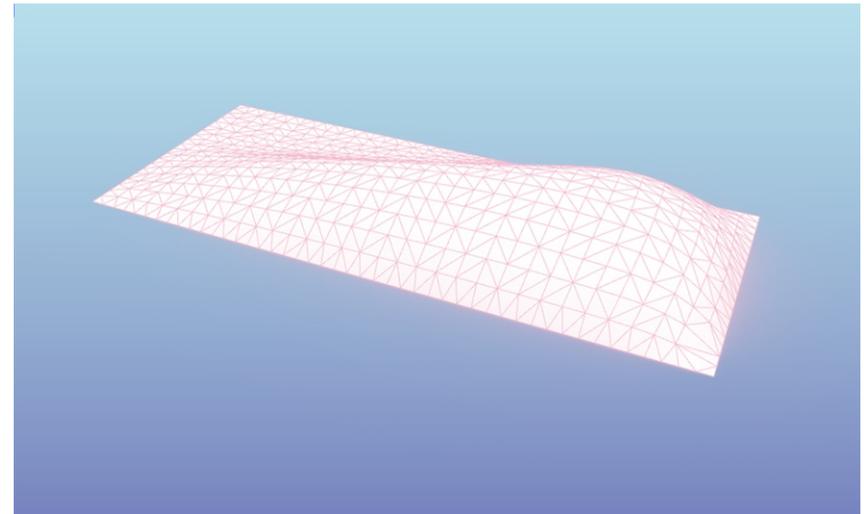


Abbildung 292: Grundform adaptiert für Lichteinfall

## Case Study

	0	1.56	2.00	2.40	2.80	3.20	3.60	4.00	4.40	4.80	5.20
Höhe	3.60 m	3.93 m	2.84 m	3.93 m	3.94 m	3.97 m	4.19 m	3.90 m	4.13 m	4.74 m	4.54 m
BLF <sub>k</sub>	0.09	1.98	1.71	1.62	1.26	1.26	1.08	0.81	0.81	1.08	0.72
def. <sub>max</sub>	82.1 cm	3.1 cm	2.2 cm	1.3 cm	1.3 cm	0.8 cm	0.8 cm	0.75 cm	0.58 cm	0.46 cm	0.43 cm
Util.	-143.4 % 147.1 %	-28.6 % 31.7 %	-23.2 % 27.9 %	-17.4 % 24.7 %	-16.1 % 25.3 %	-13.0 % 21.4 %	-11.9 % 18.4 %	- 11.5 % 17.2 %	-9.8 % 16.0 %	-7.7 % 16.1 %	-7.7 % 10.6 %
SLS	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
ULS	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tabelle 15: Ergebnisse der Untersuchung nach Annäherung der Faltung auf lichterorientierte Form

ULS ... ultimate limit state - Tragsicherheitsnachweis

SLS ... serviceability limit state - Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Primär werden die Faltstrukturen einer strukturellen Analyse unterzogen, dadurch können nicht funktionierende Tragstrukturen von vornherein ausgeschlossen werden. Die Ergebnisse werden der FEA entnommen. (vgl. Kapitel 4.6 Statische Analyse) Die Zielsetzung, einen charakteristischen BLF zwischen 1 und 2 zu erreichen, führt zu dem Ergebnis, dass alle Faltstrukturen mit einer Elementgröße größer als  $x = 4$  m nicht realisierbar sind. Trotz der Aussteifung durch Faltung der einzelnen Elemente steigt bei Elementgrößen ab dieser Dimension das Risiko des Verbeulens der Flächen. Generell sinken die Werte der maximalen Verformung mit zunehmender Elementgröße, analog dazu sinkt auch der BLF. Sowohl der Gebrauchstauglichkeits- als auch der Tragfähigkeitsnachweis können von allen untersuchten Faltstrukturen erbracht werden. Die strukturelle Analyse zeigt, dass bei Konstruktionen mit Elementgrößen zwischen  $x = 2.00$  m bis  $x = 3.00$  m die besten Resultate erreicht werden. Innerhalb dieser Dimensionen bleibt die Verformung zwischen 0.5 cm und 2.5 cm und die Größen der Faltflächen können durch die Aussteifung der Elemente stabilisiert werden.

Aufgrund der vorangegangenen Analysen werden vier Varianten herausgefiltert, die alle gesetzten Kriterien erfüllen. Die Entscheidung für eine Auswahl zur weiteren Verwendung beruht auf den Werten des BLF. Es werden die beiden Strukturen mit den höheren BLF ausgewählt. Somit werden die beiden Ausführungen mit der Elementgröße  $x = 2.00$  m und  $x = 2.40$  m für weitere Bearbeitungen hinsichtlich Belichtungsflächen herangezogen. (vgl. Abb. 292: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.00$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall und Abb. 294: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall)

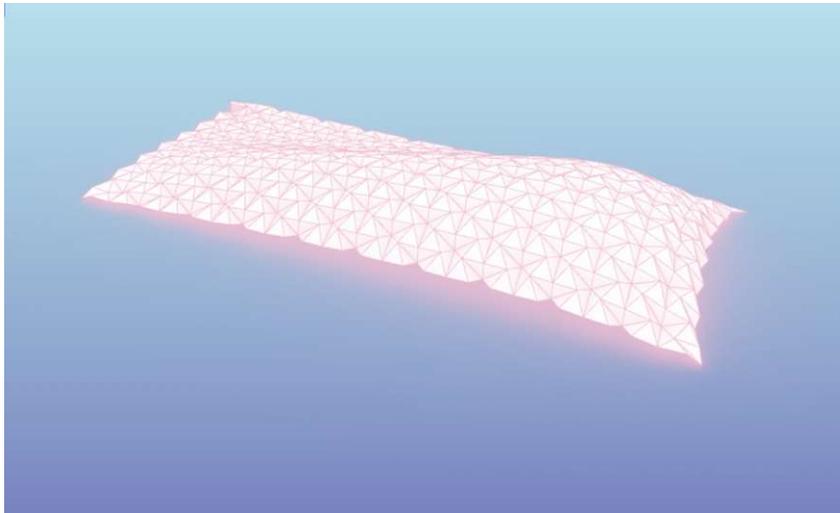


Abbildung 293: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.00$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall

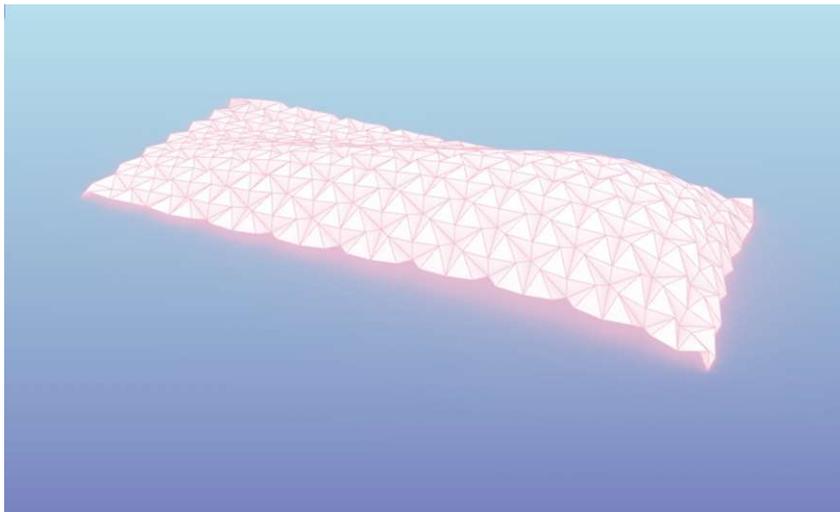


Abbildung 294: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall

Als Alternative zu dieser Form wird eine zweite Grundform mit zwei Hochpunkten erstellt. Das ermöglicht einen differenzierten Lichteinfall von den verschiedenen Seiten auf unterschiedlichen Bereichen der Oberfläche. (vgl. Abb. 295: Grundform lichtoptimiert mit zwei Hochpunkten) Analog zu den digitalen Experimenten tritt auch bei allen Varianten dieser Form die größte Verformung immer im Bereich der Krümmungsänderung zur Vertiefung auf.

Aufgrund der strukturellen Ergebnisse lassen sich insgesamt vier Formen herausfiltern, die allen gesetzten Kriterien entsprechen. Aus Transportgründen wird eine Elementgröße von  $x = 3.60$  m für die Erarbeitung der Case Study ausgeschlossen. Von den drei restlichen Formen wird jene mit einer Basisgröße von  $x = 2.40$  m und jene mit  $x = 3.20$  m für die Weiterverarbeitung definiert. Ausschlaggebend für diese Entscheidung ist der vergleichsweise hohe BLF der Struktur mit  $x = 2.40$  m sowie die geringere Verformung der Konstruktion mit  $x = 3.20$  m. Abbildungen 296 und 297 zeigen die beiden gewählten Strukturen. Die numerischen Ergebnisse der statischen Analyse sind in Tabelle 16 gegenübergestellt.

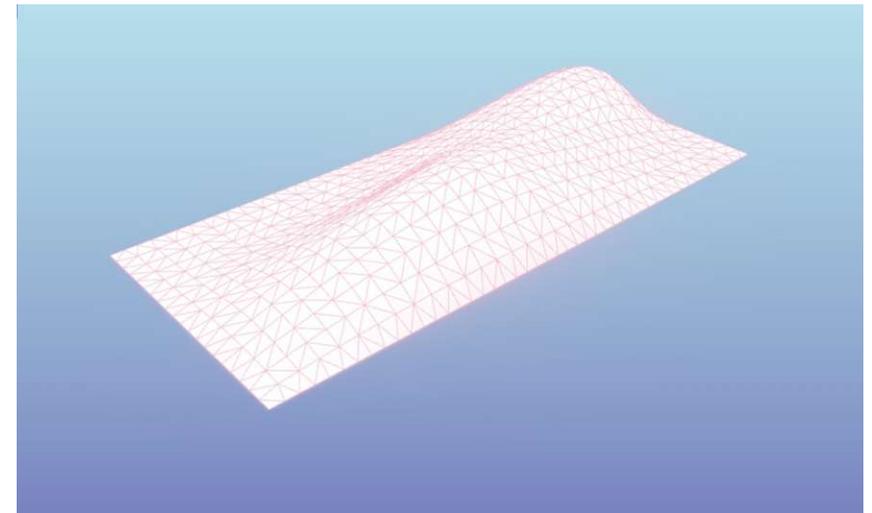


Abbildung 295: Grundform lichtoptimiert mit zwei Hochpunkten

## Case Study

	0	1.56	2.00	2.40	2.80	3.20	3.60	4.00	4.40	4.80	5.20
Höhe	3.13 m	3.36 m	3.27 m	3.39 m	3.34 m	3.42 m	3.61 m	3.24 m	3.55 m	4.04 m	4.29 m
BLF <sub>k</sub>	0.09	0.63	1.35	1.26	1.08	1.08	1.08	0.90	0.72	0.90	0.99
def. <sub>max</sub>	14.4 cm	6.0 cm	3.0 cm	1.9 cm	1.4 cm	0.9 cm	1.0 cm	1.1 cm	0.7 cm	0.5 cm	0.5 cm
Util.	-39.6 % 34.9 %	-34.0 % 57.1 %	-27.8 % 48.4 %	-22.6 % 34.2 %	-17.9 % 30.6 %	-14.5 % 22.6 %	-12.9 % 28.8 %	- 10.2 % 18.7 %	-11.2 % 20.4 %	-8.8 % 16.1 %	-9.4 % 16.4 %
SLS	x	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
ULS	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tabelle 16: Ergebnisse der Untersuchung nach Annäherung der Faltung auf lichtorientierte Form 2

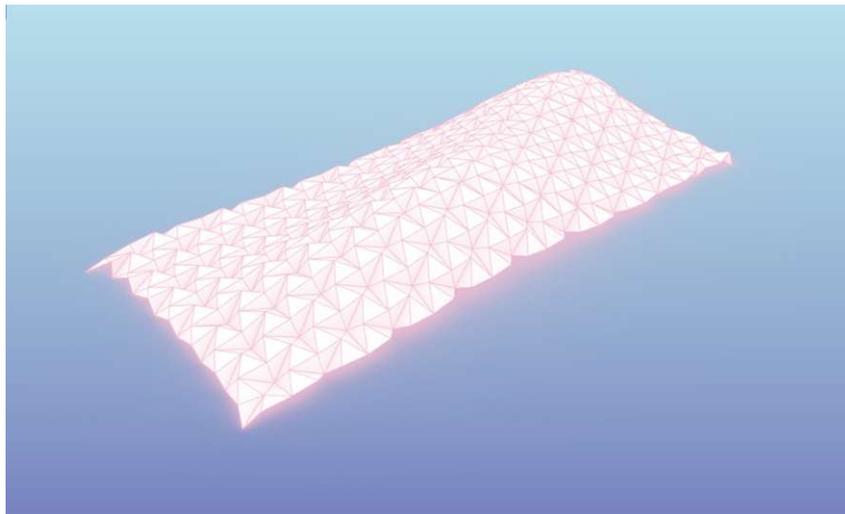


Abbildung 296: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40$  m an Grundform 2 adaptiert für Lichteinfall

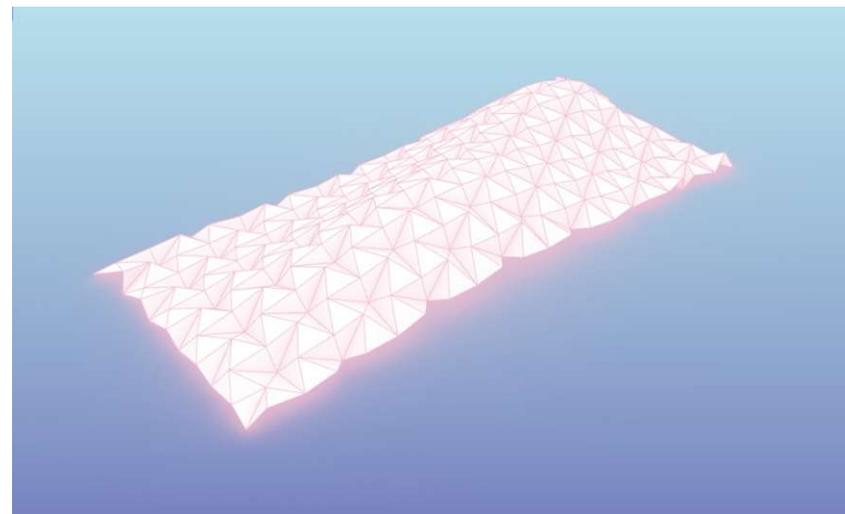


Abbildung 297: Annäherung der Faltung mit  $x = 3.20$  m an Grundform 2 adaptiert für Lichteinfall

Für die Tageslichtversorgung des Innenraums sind Lichteinschnitte in die Faltelemente vorgesehen. Die Position der Glaseinsätze wird sowohl anhand struktureller als auch umgebungsbedingter Parameter definiert. Im ersten Schritt wird der Kräfteverlauf innerhalb der Faltstruktur analysiert und bei geringem Kräftefluss Einschnitte gesetzt. Das erfolgt in Form von Kreisen auf den Faltflächen, deren Radius über die Distanz zu den *force flow lines* definiert wird. Je größer der Abstand zu den Linien, desto größer der Radius der Kreise und in späterer Folge die Lichteinschnitte. Danach werden lichtzugewandte Kreise vergrößert, um den Lichteinfall in diesen Bereichen zu verstärken. Ebenso wird darauf geachtet, dass auf jenen Flächen der Faltung, wo besonders viel Licht einfallen kann, die Anzahl der Glaseinschnitte erhöht wird. (vgl. Abb. 291: *Verlauf der Sonne bezogen auf das Bestandsgebäude*) Im Anschluss werden jene Kreise entfernt, deren Abstand zu gering zu den Faltkanten ist, um die Verbindung der einzelnen Elemente weiterhin gewährleisten zu können.

Die verwendeten Glaseinsätze bestehen aus einem Rahmen, der die Faltelemente beidseitig umschließt und Verbundsicherheitsglas. Die Seitenflächen des Rahmens werden mit einer prismatischen Spiegeloberfläche versehen, um das auftreffende Licht zu reflektieren. Das dient einerseits dazu auch bei einer Querschnittshöhe eines Faltelements von 15 cm Lichteinfall zu gewährleisten, andererseits die Spiegel für ein abwechslungsreiches Lichtspiel im Innenraum, indem das Licht bricht und in verschiedene Richtungen reflektiert wird. *Abbildung 298* zeigt ein Referenzbeispiel eines derartigen Glaseinschnitts, wie es bei der neuen Stadtbibliothek in Augsburg von *Bartenbach* realisiert wurde. *Abbildung 299* zeigt eine schematische Darstellung eines Glasausschnitts mit Anschluss an die Faltelemente.



Abbildung 298: Lichttrompete Augsburg Neue Stadtbibliothek

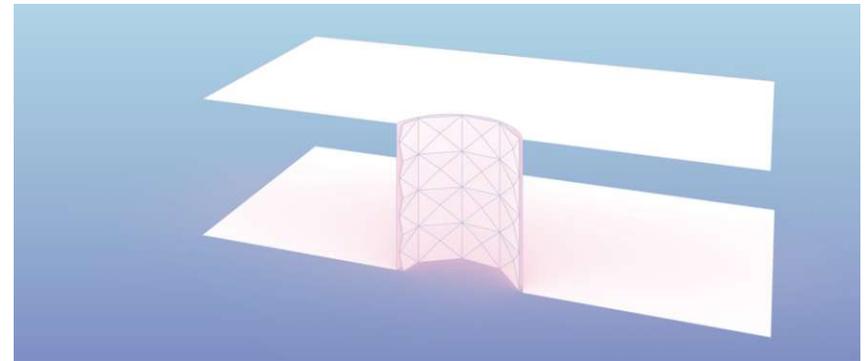


Abbildung 299: Schematische Darstellung eines Glasausschnitts

## Case Study

### 5.2 Formauswahl

Es folgt eine erneute Gegenüberstellung der vier Varianten, die herausgefiltert wurden. Diese werden nach ästhetischer Qualität analysiert und einander gegenübergestellt.

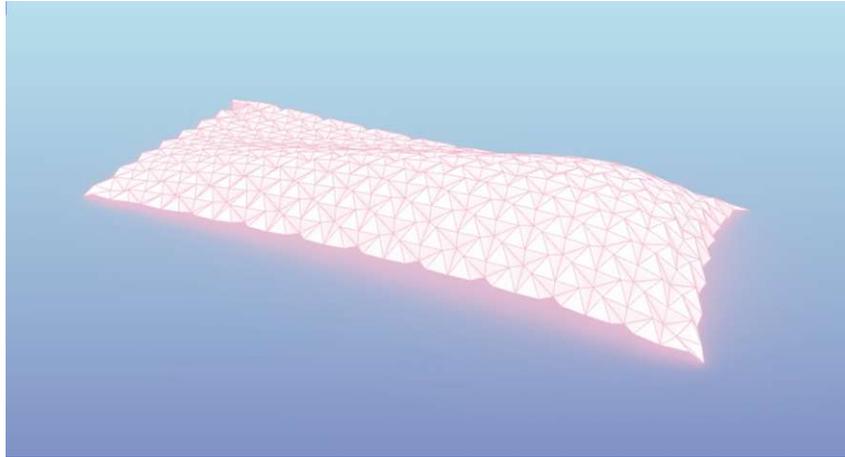


Abbildung 293: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.00\text{ m}$  an Grundform adaptiert für Lichteinfall

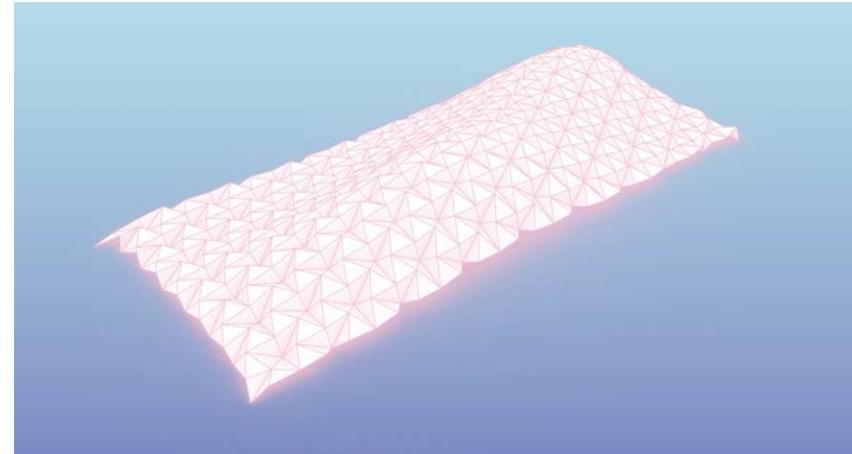


Abbildung 296: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40\text{ m}$  an Grundform 2 adaptiert für Lichteinfall

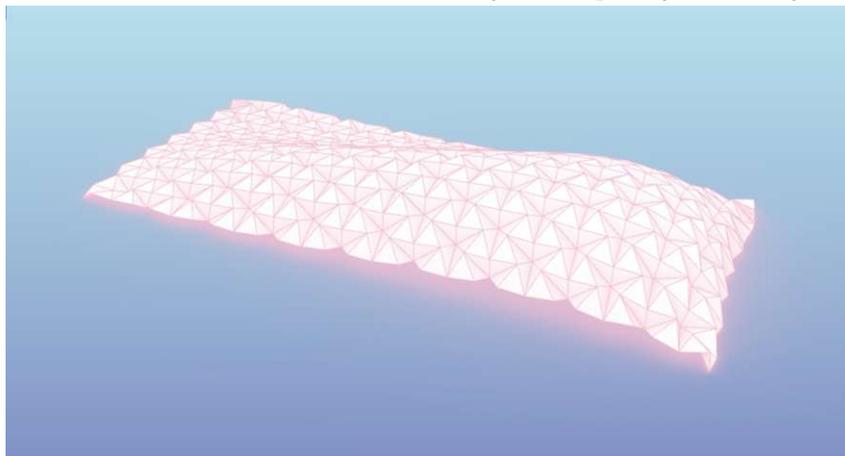


Abbildung 294: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40\text{ m}$  an Grundform adaptiert für Lichteinfall

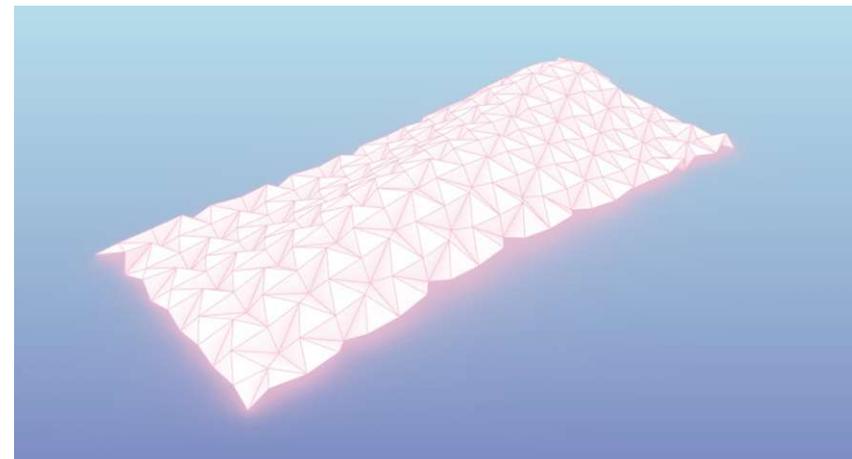


Abbildung 297: Annäherung der Faltung mit  $x = 3.20\text{ m}$  an Grundform 2 adaptiert für Lichteinfall

	V1_2.00	V1_2.40	V2_2.40	V2_3.20
Höhe	2.84 m	3.93 m	3.39 m	3.42 m
BLF <sub>k</sub>	1.71	1.62	1.26	1.08
def. <sub>max</sub>	2.2 cm	1.3 cm	1.9 cm	0.9 cm
Util.	-23.2 % 27.9 %	-17.4 % 24.7 %	-22.6 % 34.2 %	-14.5 % 22.6 %
SLS	✓	✓	✓	✓
ULS	✓	✓	✓	✓

Tabelle 17: Gegenüberstellung der finalen Varianten

Nach Gegenüberstellung der numerischen Ergebnisse der statischen Analyse werden zwei Varianten für die Bearbeitung im Zuge der Case Study gewählt (vgl. Tabelle 17: Gegenüberstellung der finalen Varianten):

Variante 1:

Grundform mit Erhöhung Richtung Süden und Westen  
Elementgröße der Faltung:  $x = 2.40$  m

Variante 2:

Grundform mit zwei Hochpunkten  
Elementgröße der Faltung:  $x = 3.20$  m

Diese beiden Varianten werden anhand der vorab definierten Matrix bewertet. (vgl. Kapitel 3.9 Conclusio). Oftmals verfolgen architektonische Kriterien nicht dieselben Ziele, wie statische Anforderungen. Hierbei muss abgewogen werden, welche Kriterien als Entscheidungsgrundlage dienen.

Aus gestalterischer Sicht ist eine große Basisgröße der Faltelemente ansprechend und sorgt für eine dynamische Struktur. Allerdings steigt die Verformung der Faltflächen bei zunehmender Elementgröße. Das spiegelt sich im sinkenden Wert des BLF wider. Je größer die Elemente, desto niedriger der BLF. Bei einem BLF unter dem Wert 1 sind die Faltflächen nicht mehr steif und sie verbeulen sich. Es muss auch berücksichtigt werden, dass für

große Elementgrößen ein Sondertransport notwendig ist und das mit zusätzlichen Kosten in Verbindung steht. Bei einer Höhe der Basisgeometrie von über 4 m kommt es bei der Simulation durch Anwendung von particle-spring systems zu fehlerhaften Strukturen, da die Faltekanten gedehnt werden und eine serielle Produktion der Faltelemente nicht mehr möglich ist. Außerdem kann ein Element nicht aus einem Stück gefaltet werden, wenn die Faltekanten zu stark verzogen werden, da die Grundregeln der Origamifaltungen nicht erfüllt werden. Je stärkere Krümmungen die Oberfläche der Basisgeometrie aufweist, desto stärker verändern sich die Faltwinkel der Struktur. Diese abwechslungsreiche Geometrie führt aber zu großen Verformungen der Faltstruktur und die Nachweise der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit können nicht mehr erbracht werden. Um den Lichteinfall in den Innenraum zu erhöhen, muss die Grundgeometrie Richtung Süden und Süd-Westen angehoben und Lichteinschnitte in diesen Bereichen geplant werden.

Die Entscheidung für die beiden Varianten erfolgt in erster Linie nach statischen Kriterien, da eine Realisierung einer stabilen Dachkonstruktion im Vordergrund steht. Erst nach Erreichen der Mindestanforderungen aus statischer Hinsicht können architektonische Kriterien berücksichtigt werden. Die gewählten Formen weisen die geringste Verformung auf, obwohl es zwei Varianten mit der größten Konstruktionshöhe sind. Somit kann bei bewusster Ausführung von Belichtungsflächen der größte Lichtertrag erzielt werden. Der vergleichsweise niedrige BLF<sub>k</sub> der zweiten Variante wird in Kauf genommen, da die Struktur durch die großen Faltelemente eine dynamische Formensprache hat und ein markantes Erscheinungsbild. Vorteil der ersten Variante ist, dass die Faltelemente ohne Sondertransport auf die Baustelle geliefert werden können und die Kosten reduziert werden. Nachstehenden Abbildungen zeigen beiden Varianten nach Bearbeitung von Belichtungsflächen. Die Säulen und tragenden Wände im Gebäudeinneren dienen als Auflager für einen umlaufenden Stahlrahmen, der die Schnittstelle zwischen Bestands- und Neubau bildet. Die Durchlüftung des Raums ist über die technische Gebäudeaustattung in Form von mechanischer Lüftung gegeben.

## Case Study

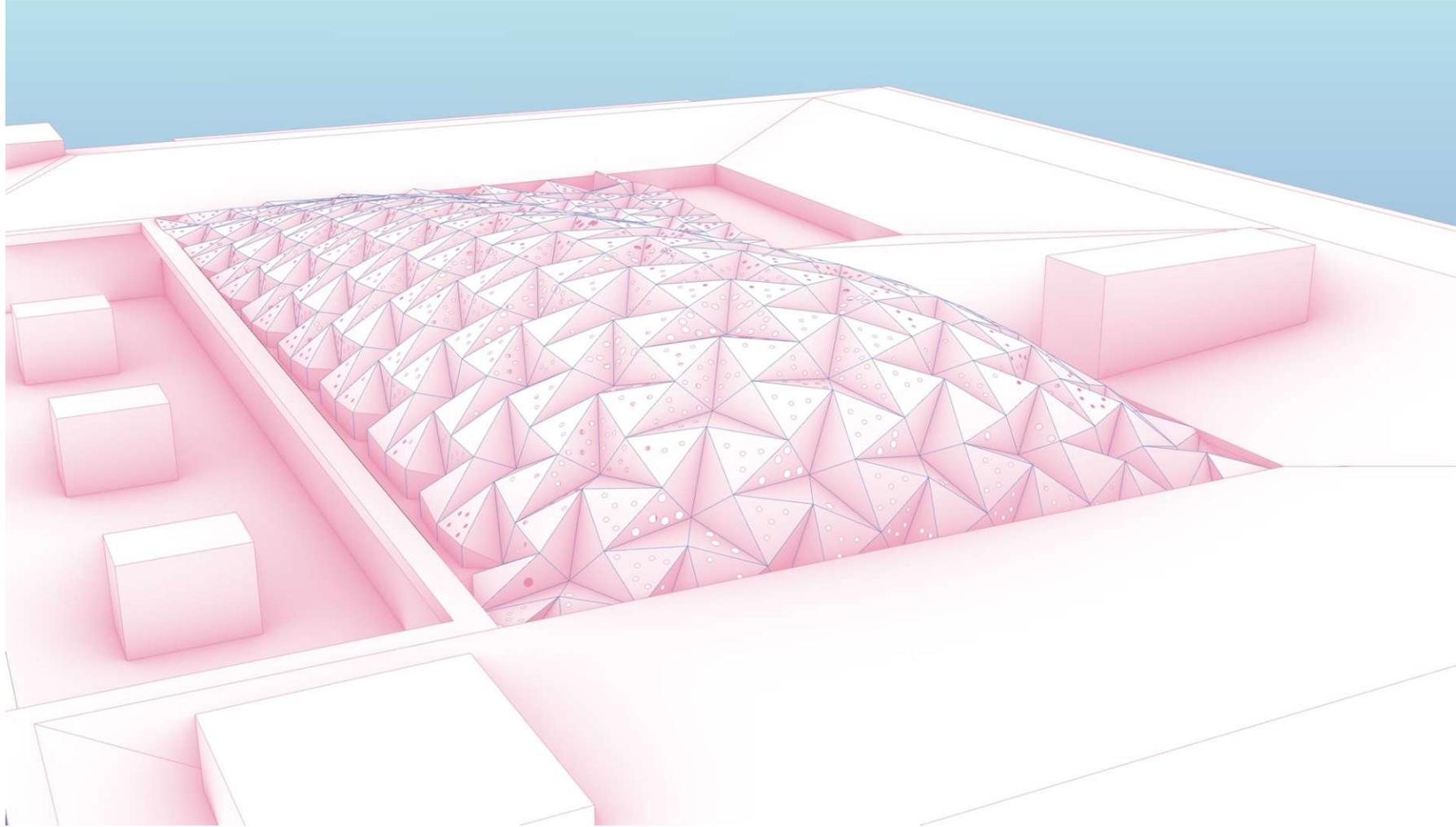


Abbildung 300: Außenperspektive Süd-Westen Variante 1

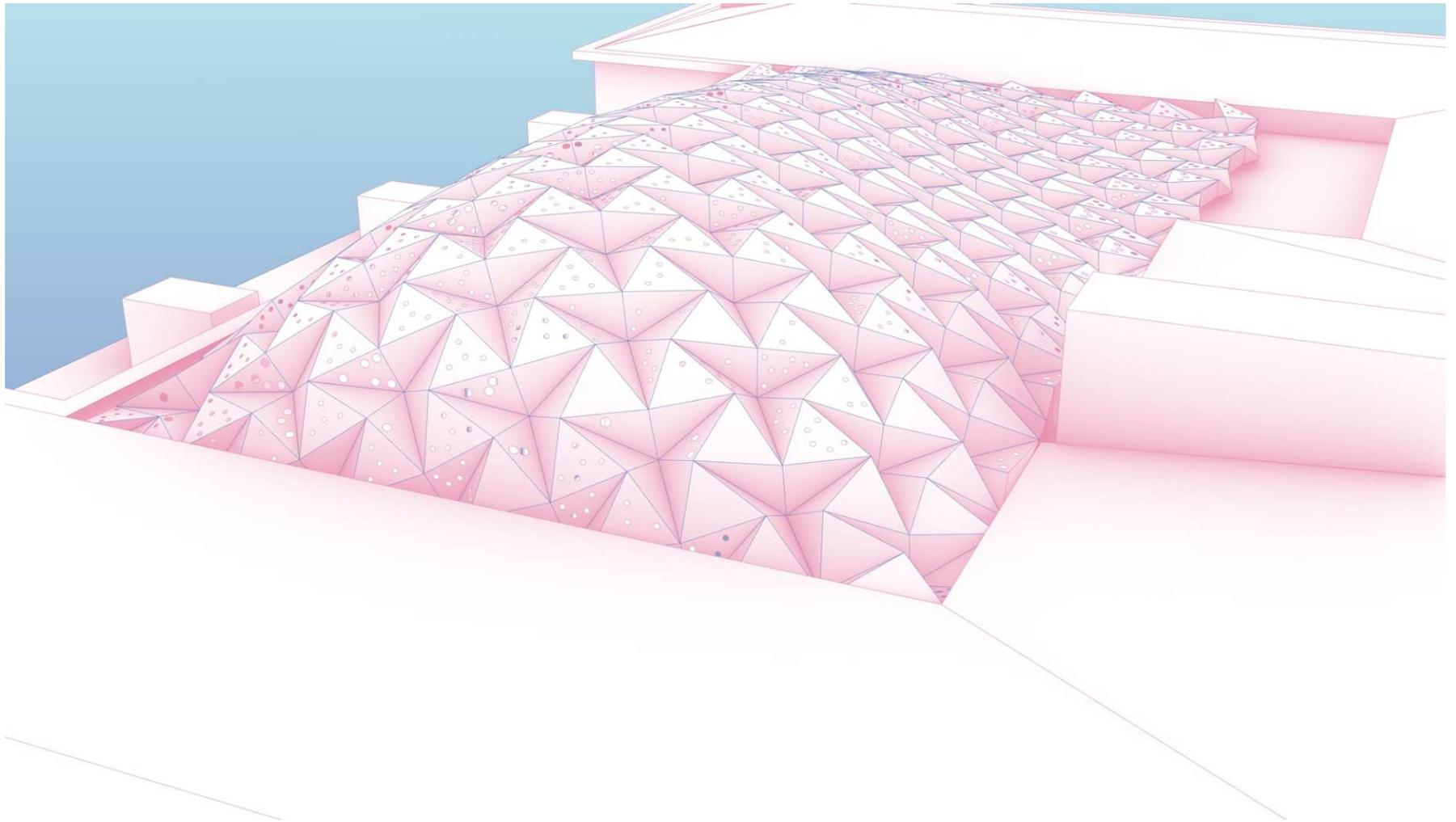


Abbildung 301: Außenperspektive Süd-Osten Variante 1

## Case Study

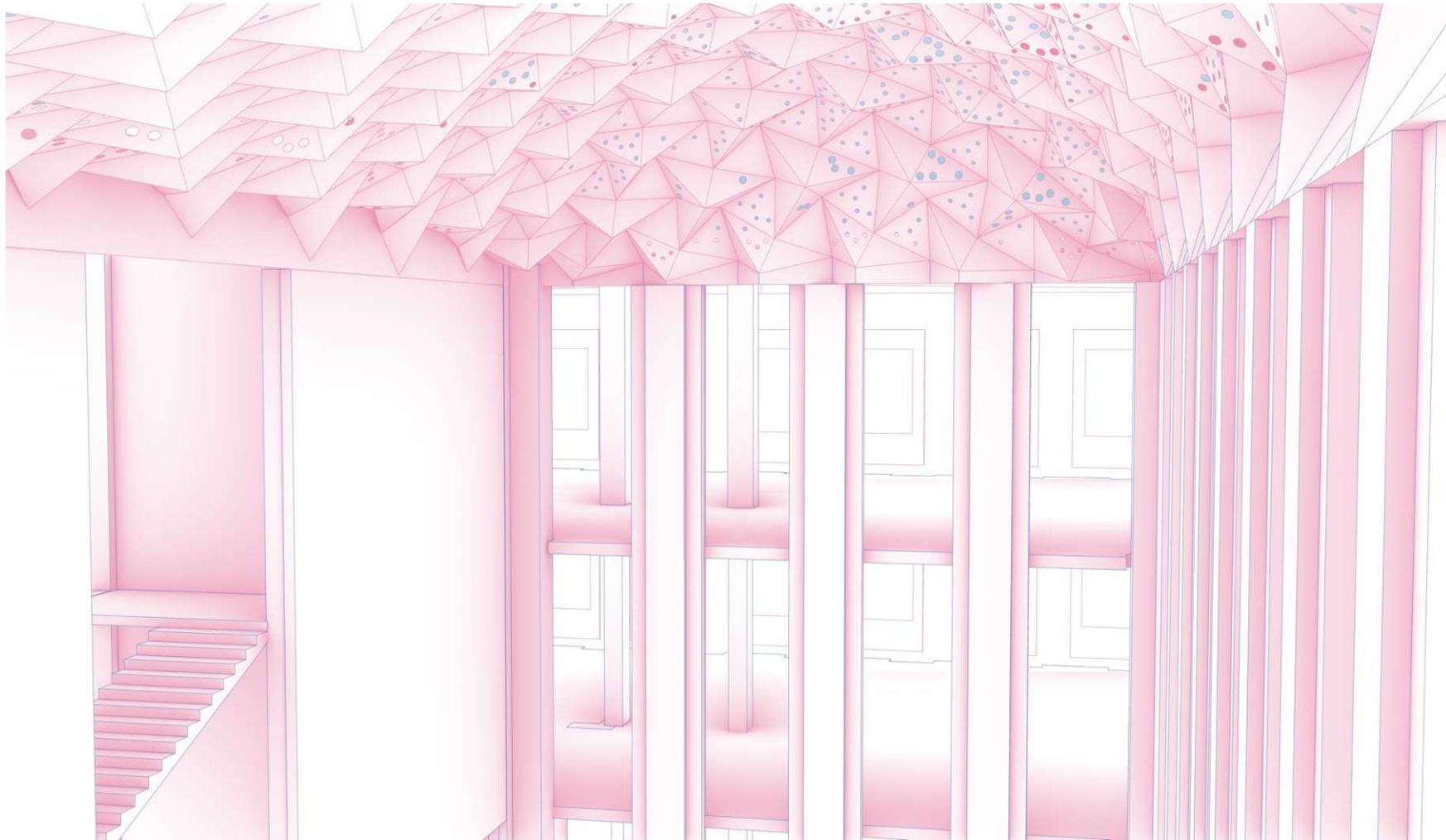


Abbildung 302: Innenraum Variante 1

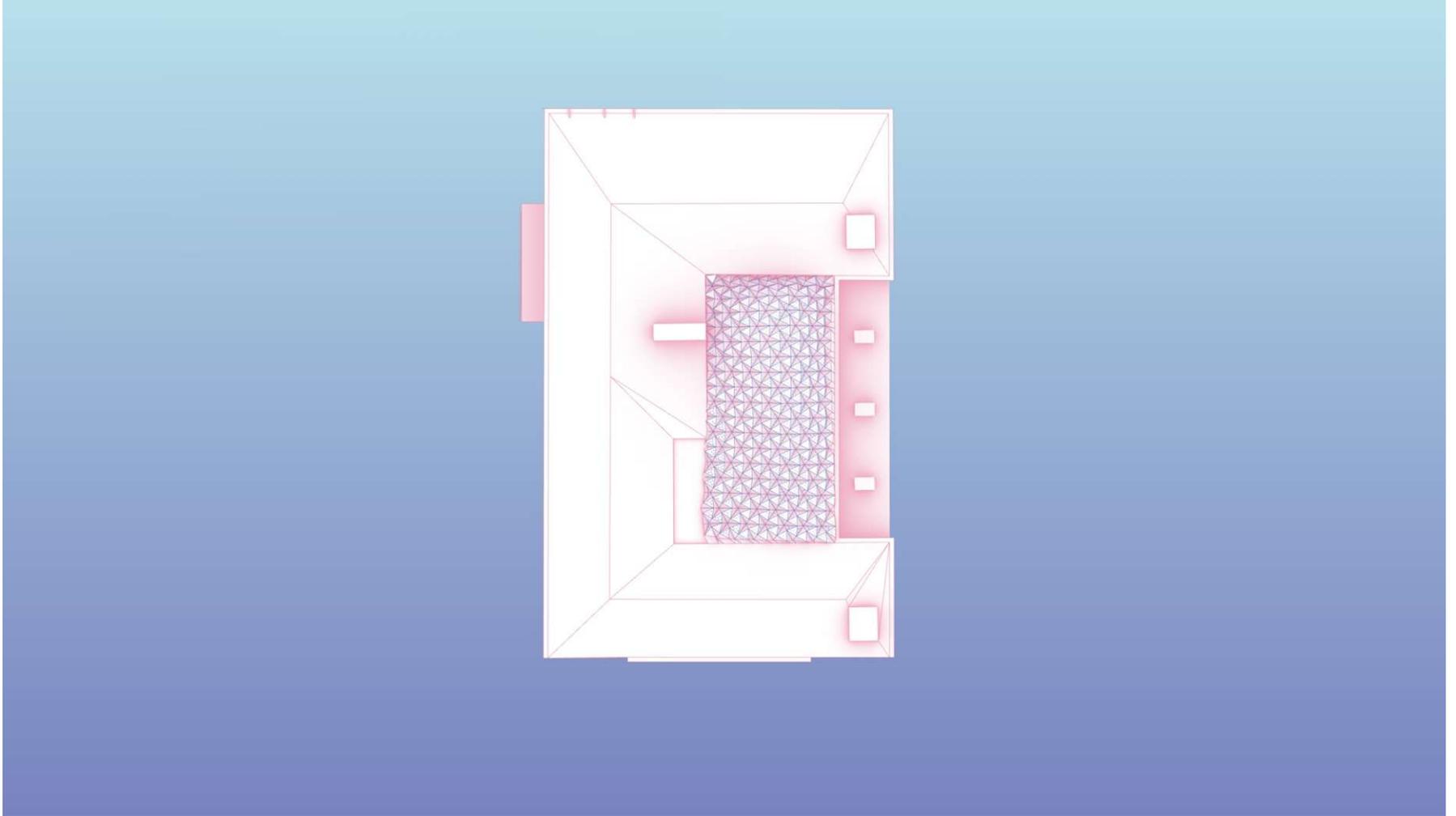


Abbildung 303: Draufsicht Variante 1

## Case Study

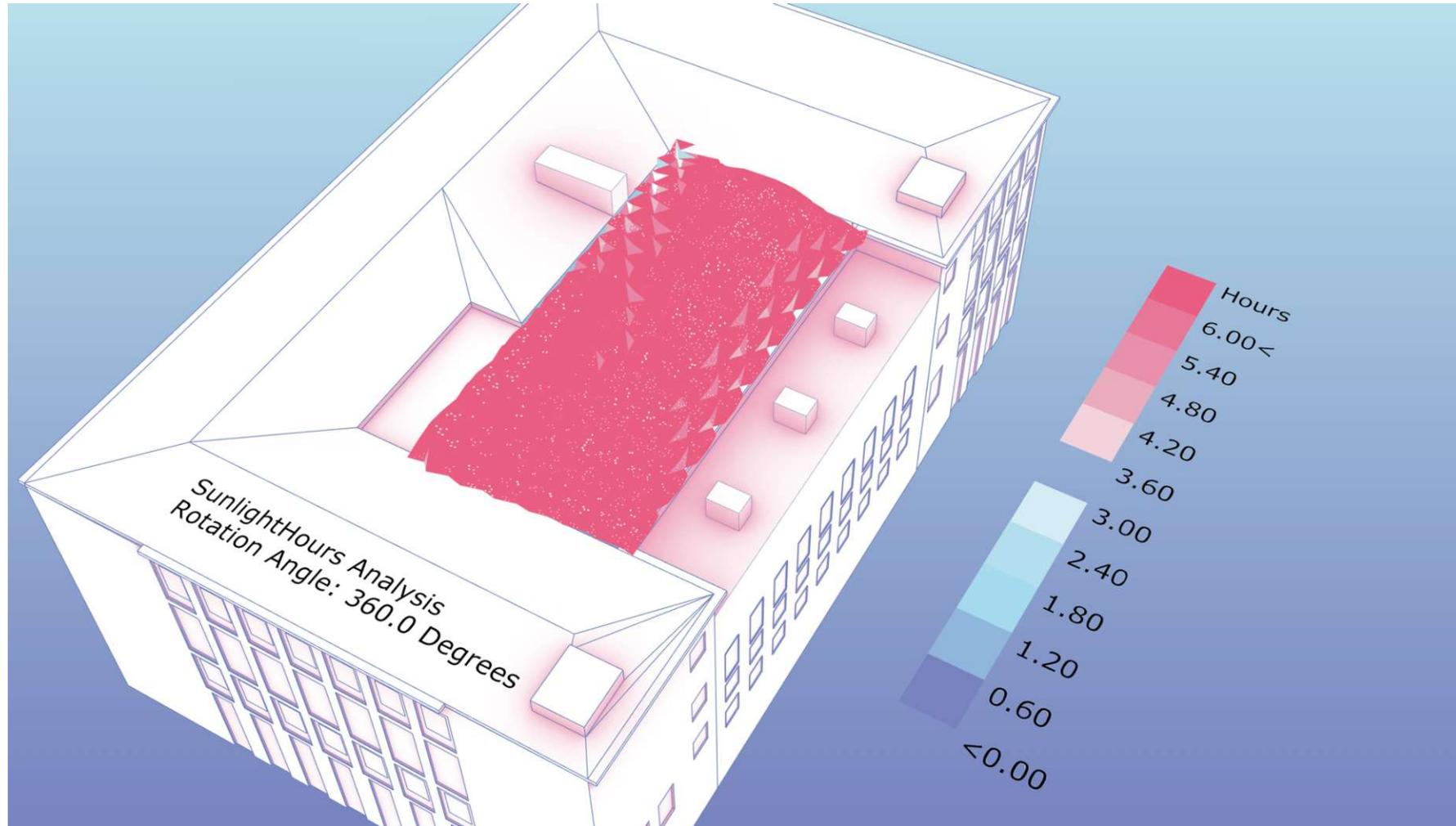


Abbildung 304: Analyse der Sonnenstunden Variante 1

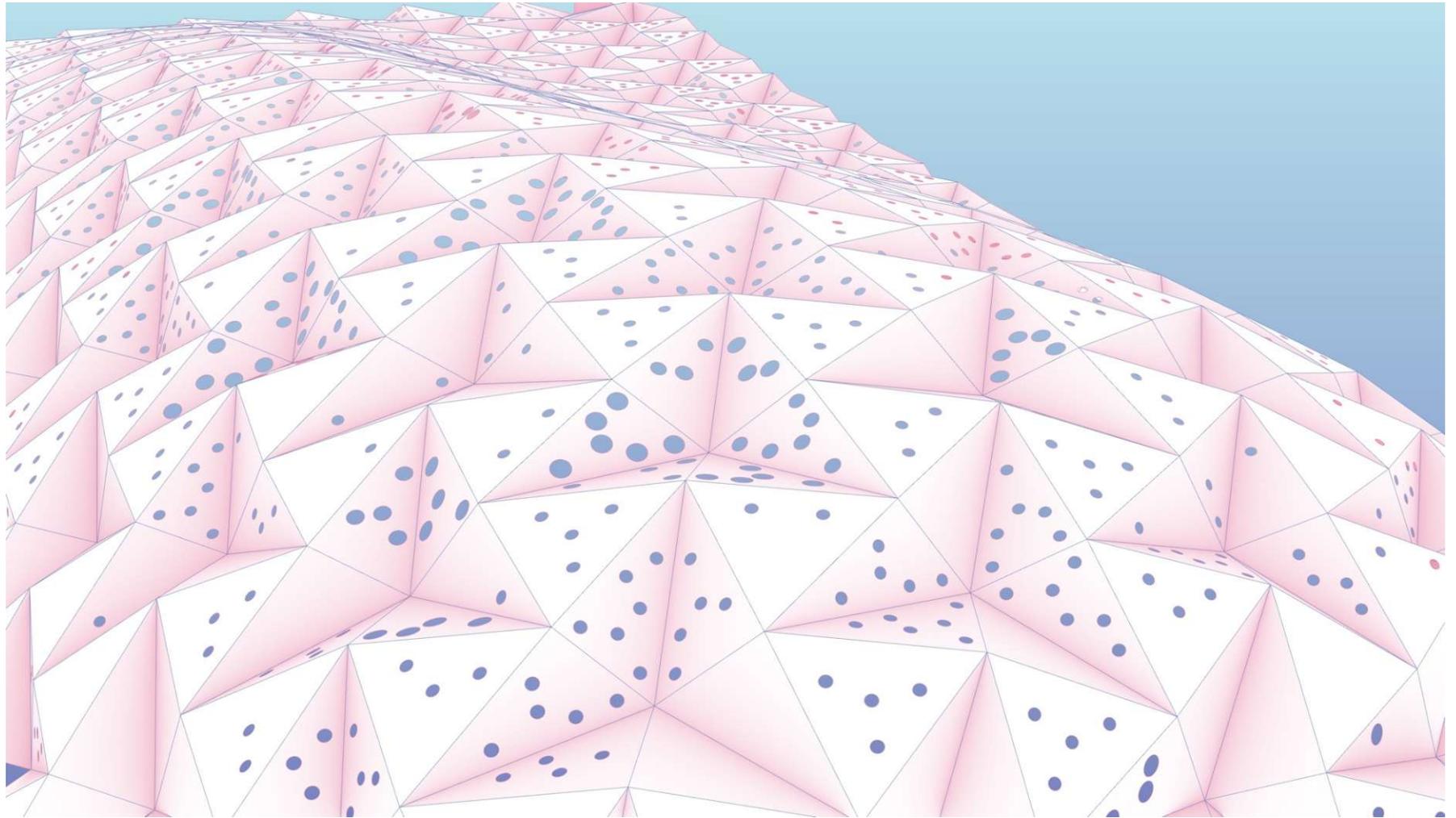


Abbildung 305: Detaildarstellung 1 Variante 1

## Case Study

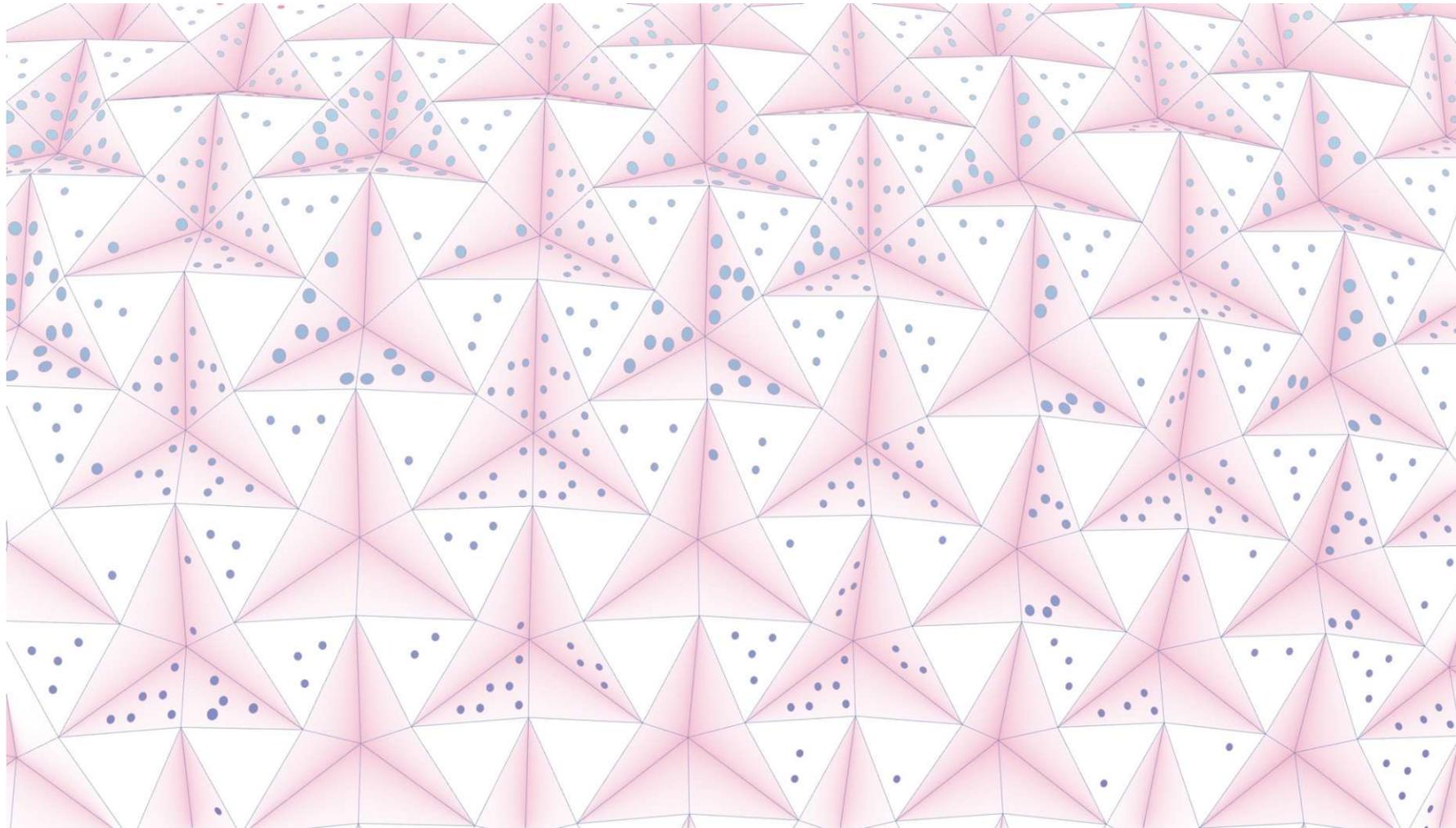


Abbildung 306: Detaildarstellung von oben Variante 1

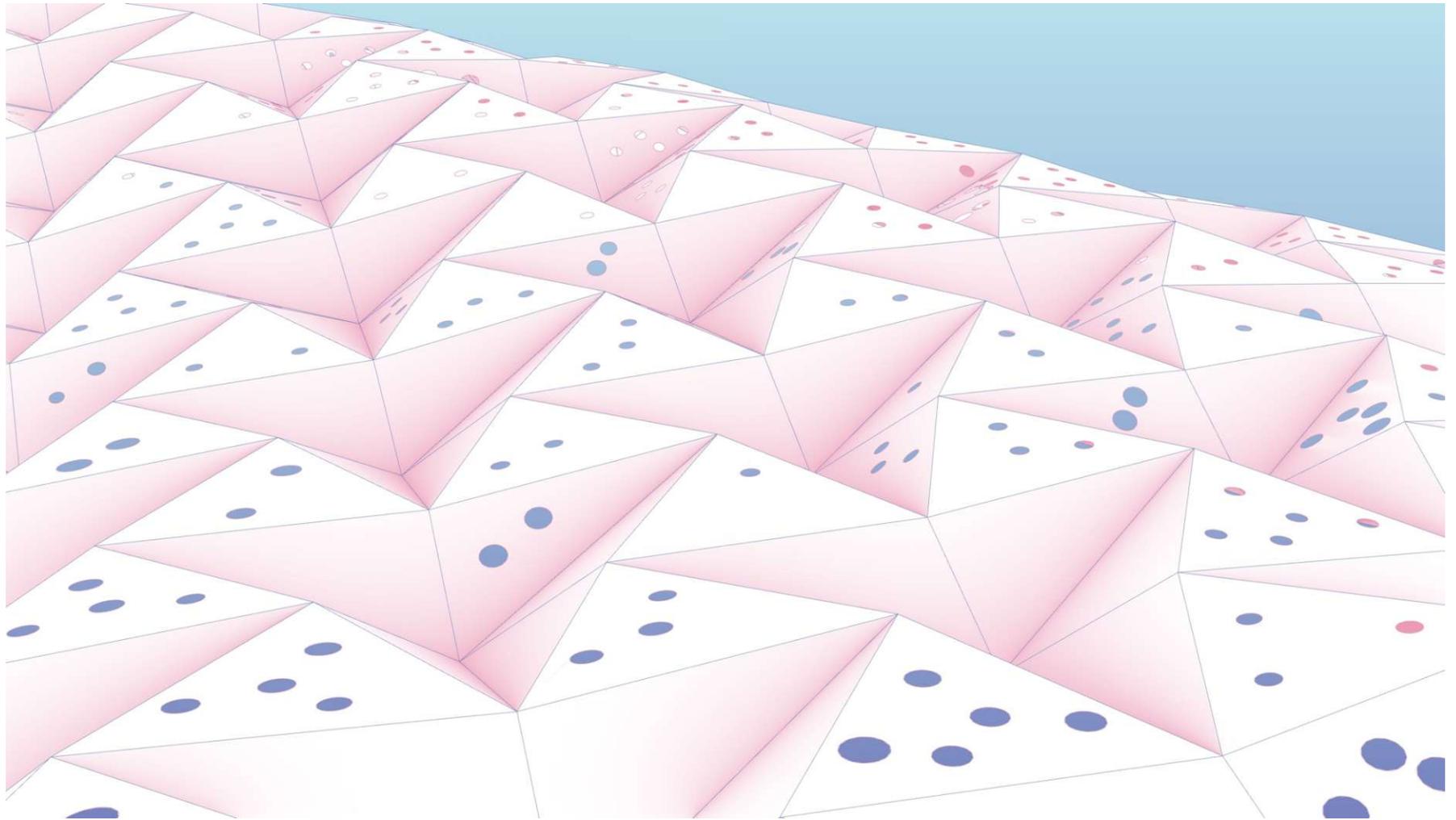


Abbildung 307: Detaildarstellung 2 Variante 1

## Case Study

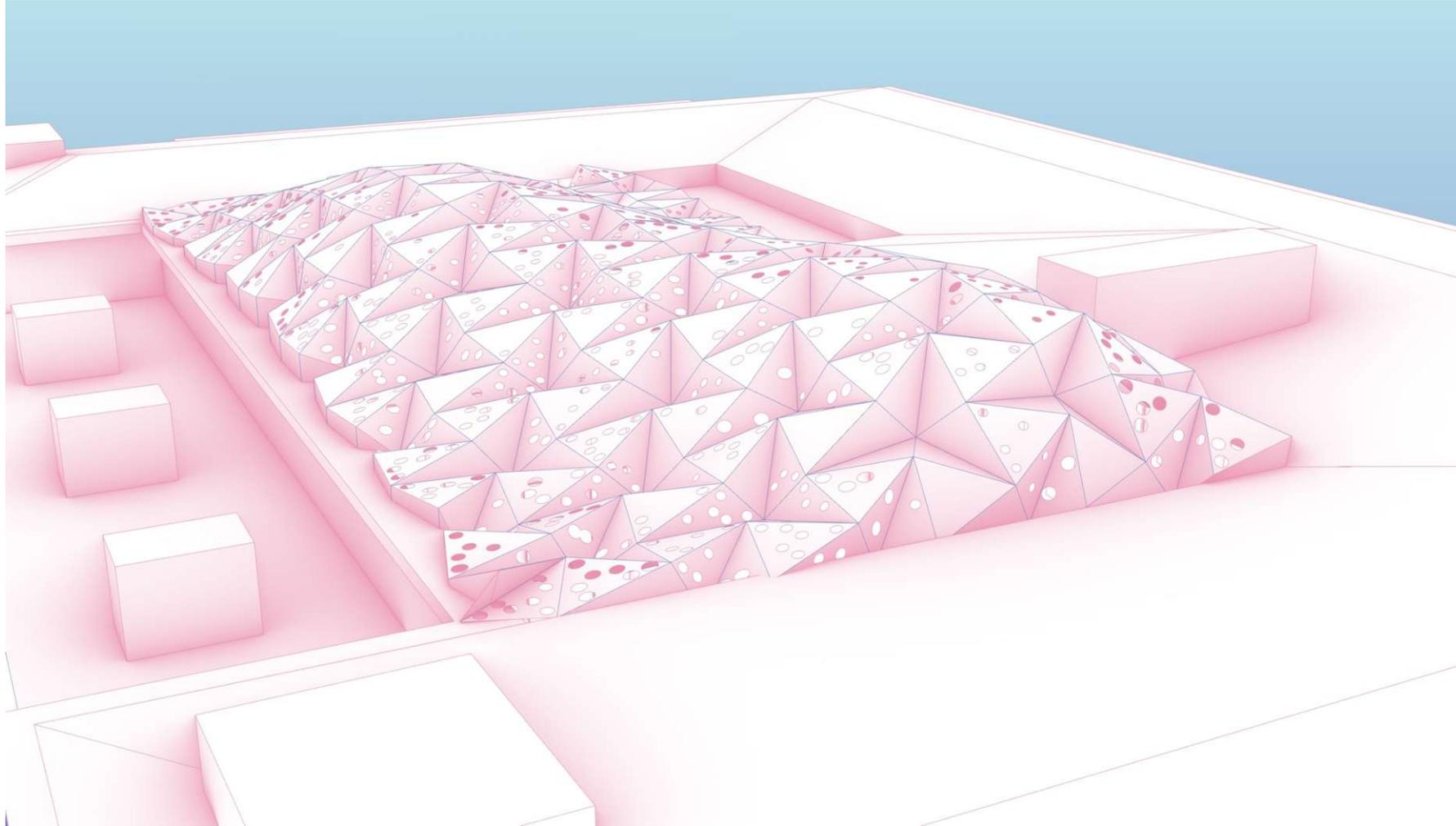


Abbildung 308: Außenperspektive Süd-Westen Variante 2

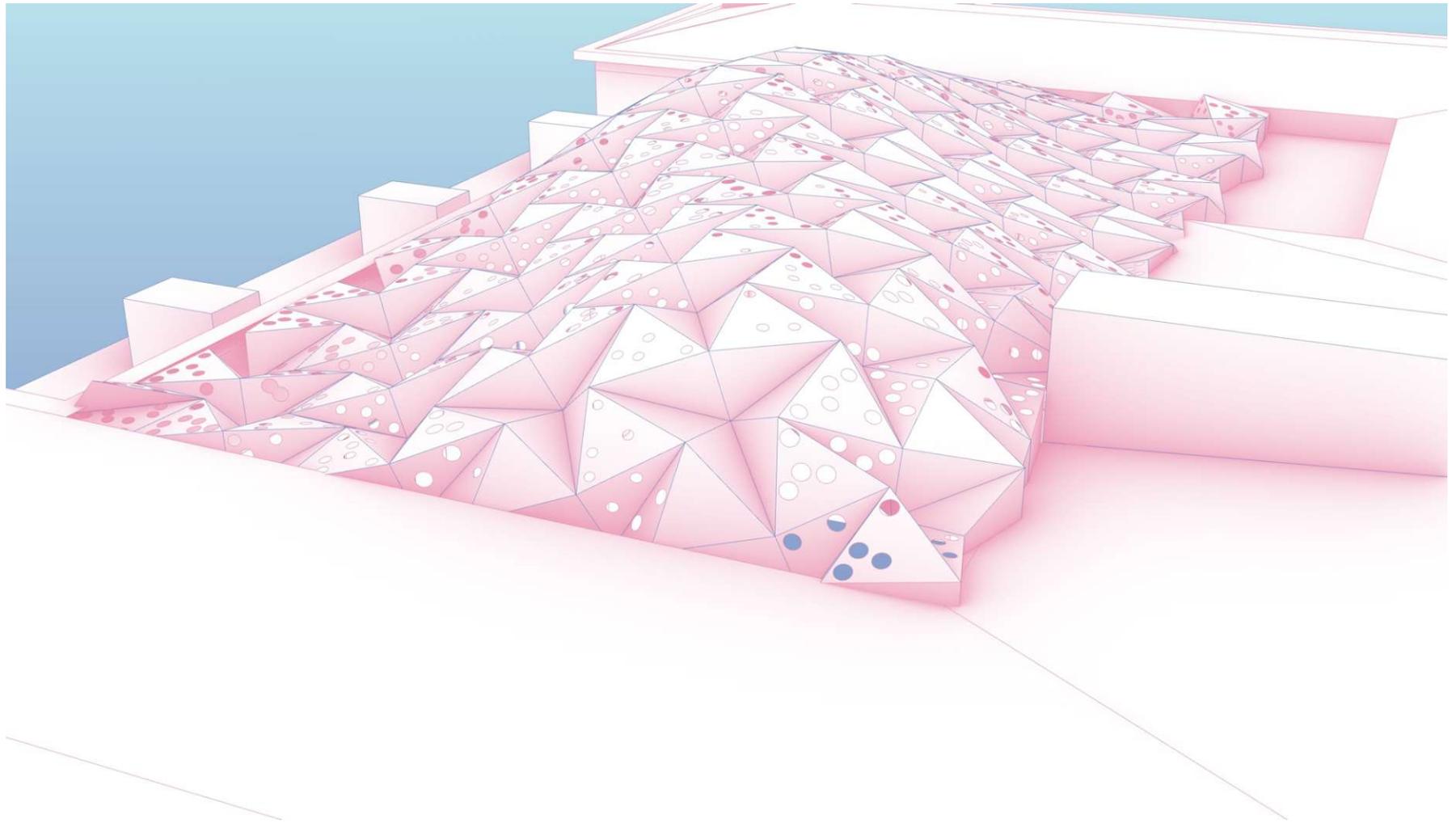


Abbildung 309: Außenperspektive Süd-Osten Variante 2

## Case Study



Abbildung 310: Innenraum Variante 2

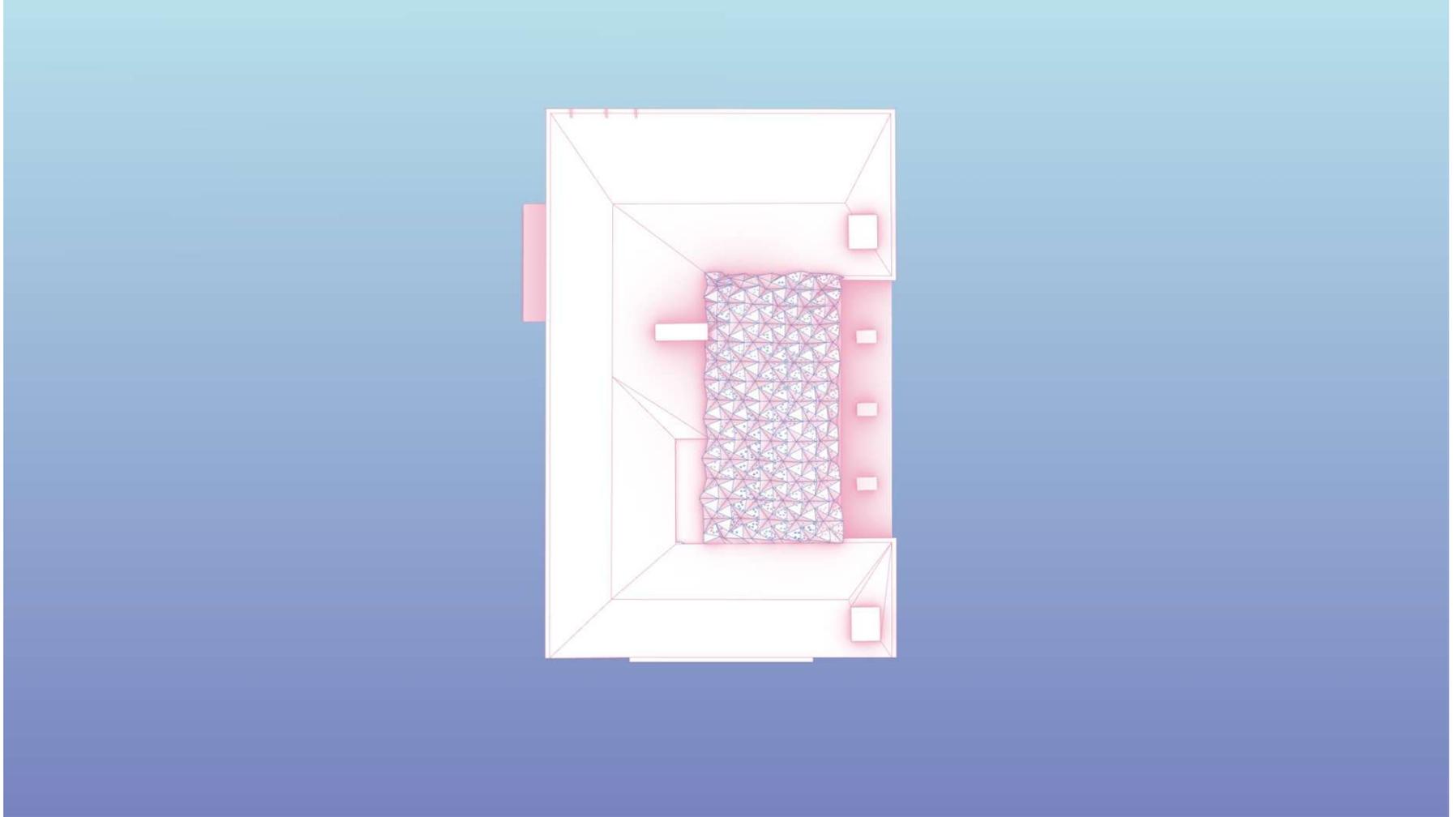


Abbildung 311: Draufsicht Variante 2

## Case Study

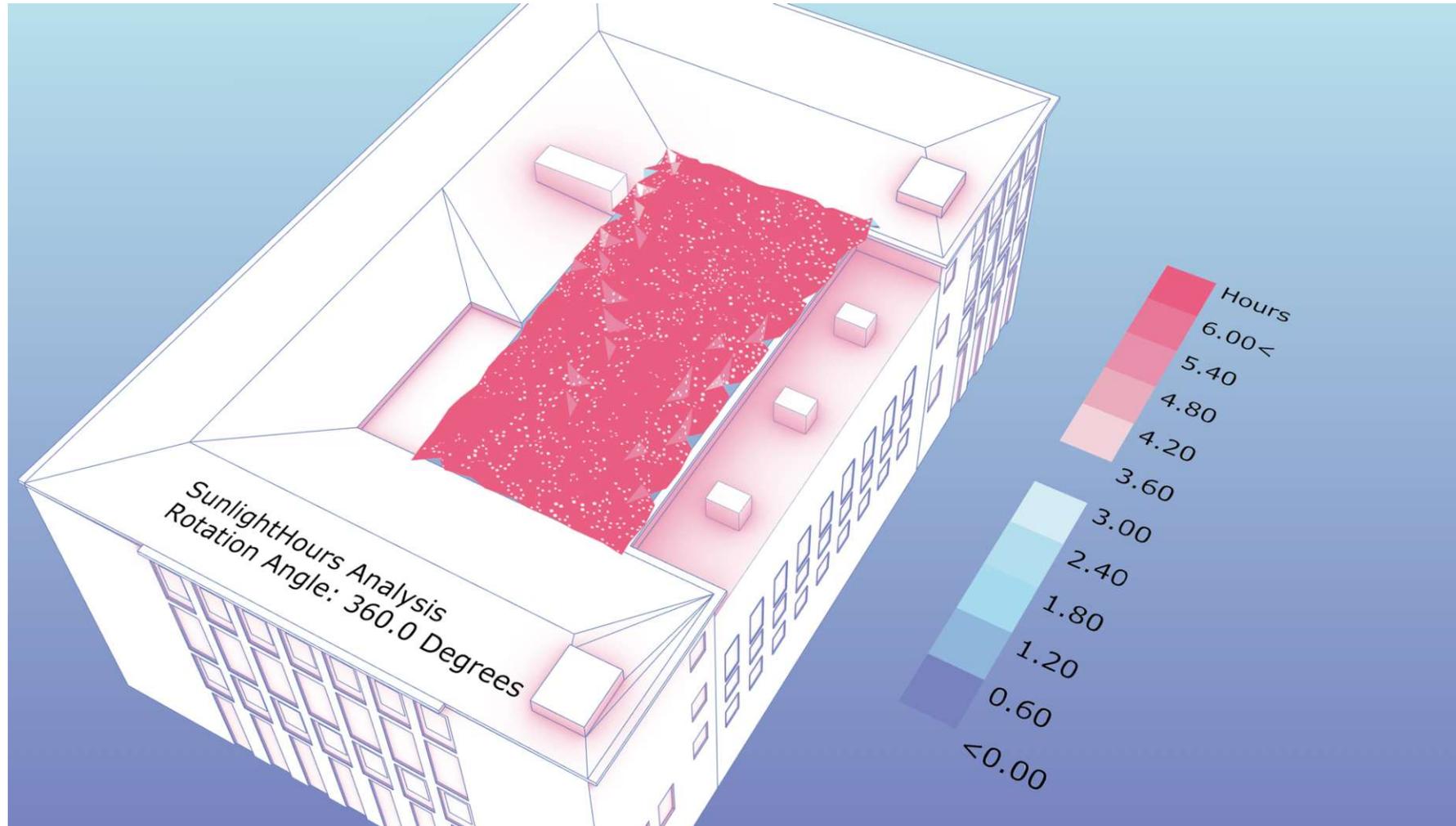


Abbildung 312: Analyse der Sonnenstunden Variante 2

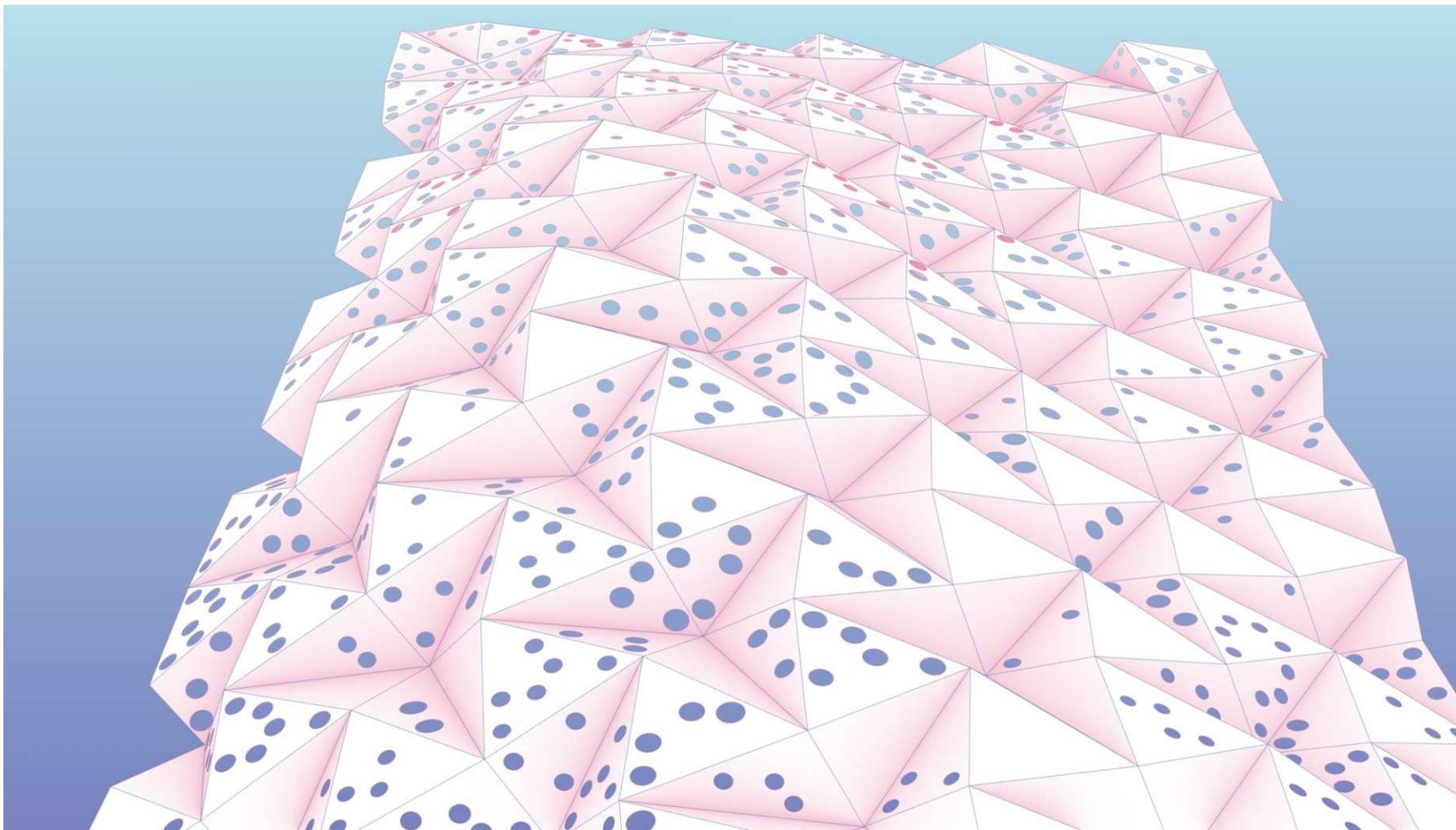


Abbildung 313: Detaildarstellung 1 Variante 2

## Case Study

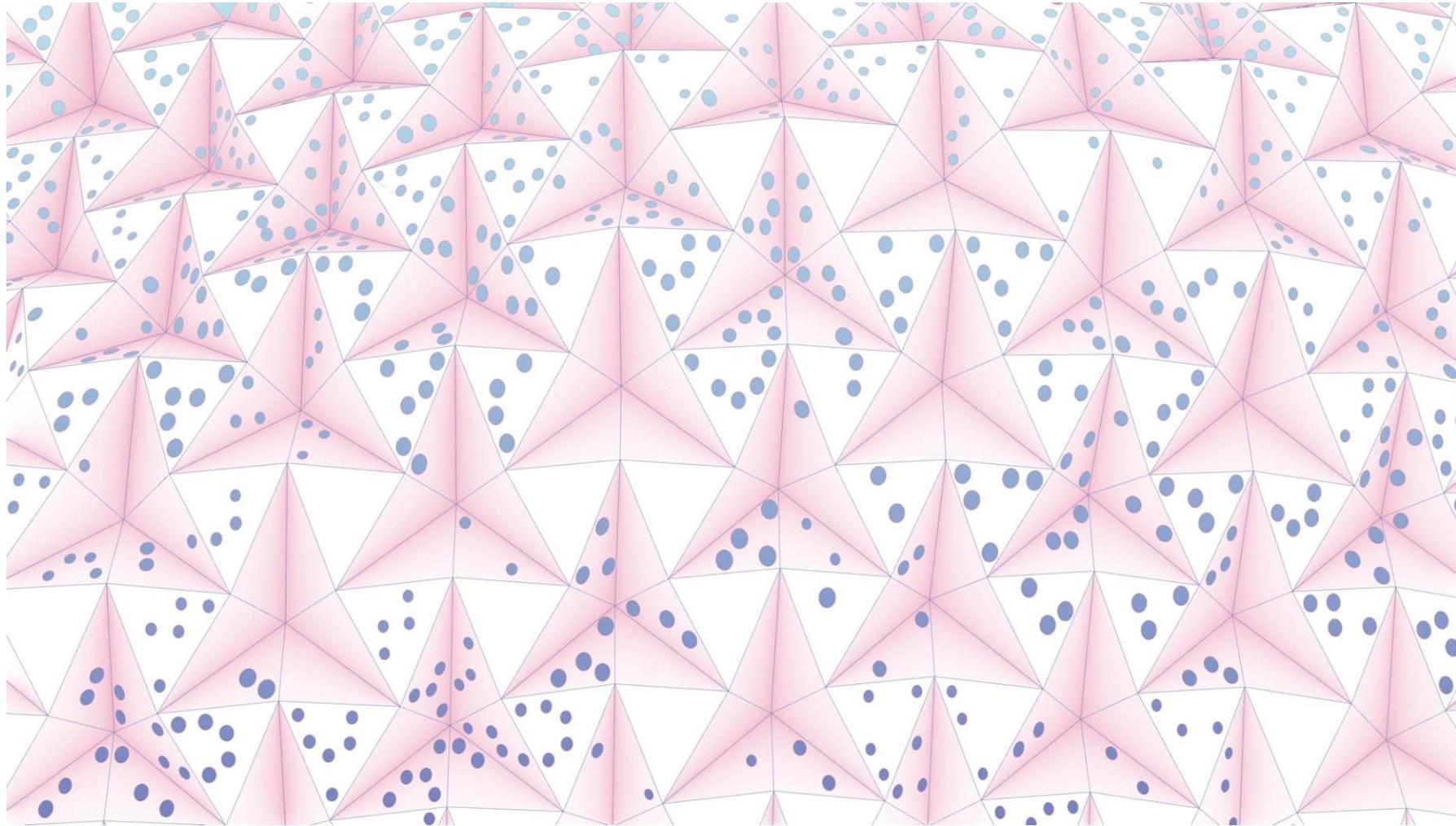


Abbildung 314: Detaildarstellung von oben Variante 2

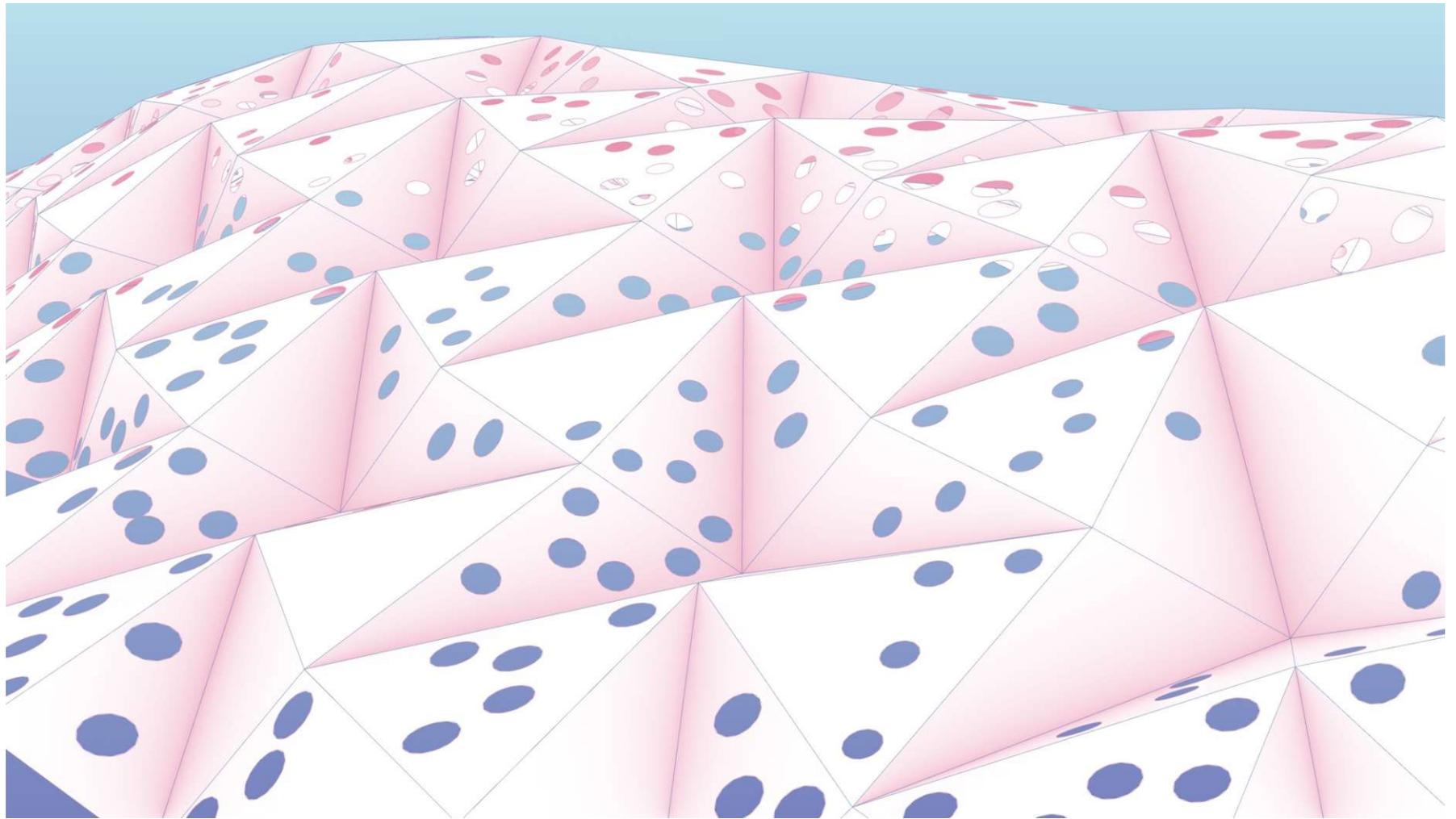


Abbildung 315: Detaildarstellung 2 Variante 2

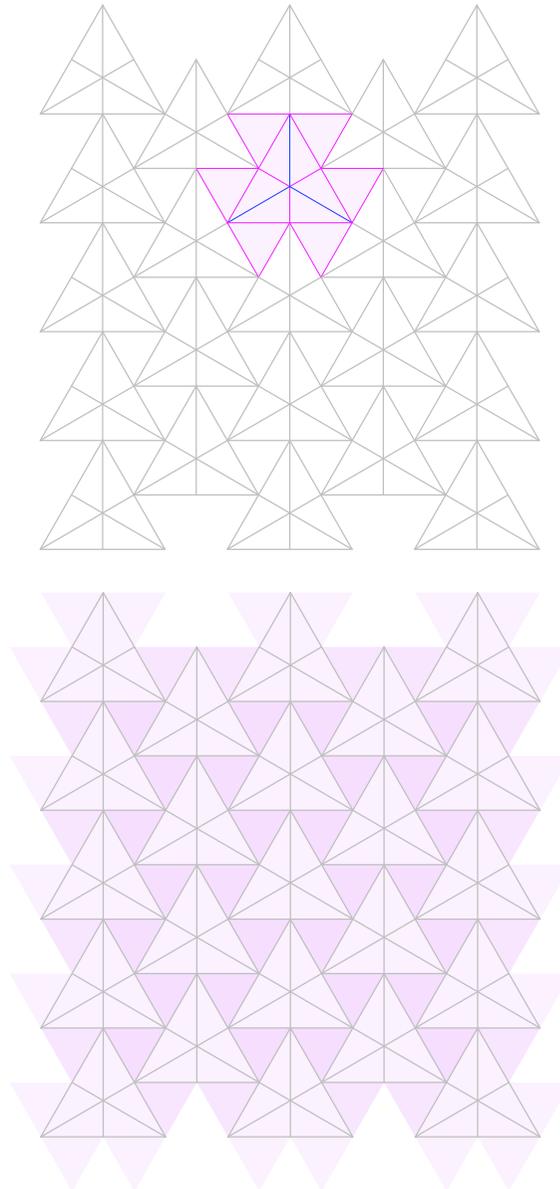
## Case Study

### 5.3 Produktion und Montage

Der Zuschnitt der Deckschichten aus Stahlplatten erfolgt mittels Lasercut-Verfahren, die Faltung der zugeschnittenen Platten führt ein Roboter durch. Die Verbindung der Deckschichten erfolgt über konventionelle Winkelfalze sowie Nieten und Schrauben.

#### 5.3.1 Grundelemente der gefalteten Struktur

Die gefaltete Struktur besteht aus einem mehrschichtigen Grundelement, wobei die obere Stahllage aus einer Platte gefaltet wird. Das Grundelement setzt sich aus einem Element des zweidimensionalen Patterns und den angrenzenden Dreiecken, die sich im Zwischenraum ergeben, zusammen. (vgl. Abb. 316: Faltelement für die Produktion) Der Bauteil besteht aus einer oberen und einer unteren Deckschicht aus Stahl, den Kern bildet kraftschlüssig verklebtes Dämmmaterial. (vgl. Kapitel 2.2.4 Sandwichbauweise) Für die Verbindung benachbarter Basiselemente werden die Dreiecke genutzt, die sich im Zwischenraum der Faltelemente ergeben. Bei der Montage der einzelnen Elemente kommt es zu einer Überlappung der Stahllagen im Bereich der kleinen Dreiecke, die miteinander verschraubt werden. *Abbildung 317* zeigt die Überlappung der Stahlplatten, indem diese dunkler hervorgehoben sind. Durch die Überlappung jeweils dreier Elemente erlangt das System die gewünschte Steifigkeit und Stabilität, die zur Verbesserung des Tragverhaltens der Gesamtstruktur beiträgt.



oben: *Abbildung 316: Faltelement für die Produktion*

unten: *Abbildung 317: Verbindungsdreiecke im zweidimensionalen Pattern dargestellt*

Um die obere und die untere Deckschicht miteinander zu verbinden, wird die untere Stahllage nicht aus einem Stück gefaltet. (vgl. Abb. 319: Verbindungsdetail der oberen und unteren Deckschicht) Das Faltelement des Patterns bleibt bestehen, die Verbindungsdreiecke werden durch Falze und Laschen nachträglich verbunden. Die untere Stahllage besteht aus einem einfachen Winkel falz, mit dessen Hilfe die beiden Lagen miteinander vernietet werden. (vgl. Kapitel 2.2.5 Verbindungen) Die Lasche dient zur Befestigung des Verbindungsdreiecks am Bauteil. (vgl. Abb. 318: Verbindung des Faltelements mit den Laschen der Verbindungsdreiecke) Durch die Falze erhält das Element eine Steifigkeit und die beiden Deckschichten werden stabilisiert. Außerdem dienen die Falze als Abstandhalter entlang der gesamten äußeren Kantenlänge des Grundelements, wodurch ein einheitlicher Querschnitt über die äußeren Kantenlängen des Grundelements gegeben ist.

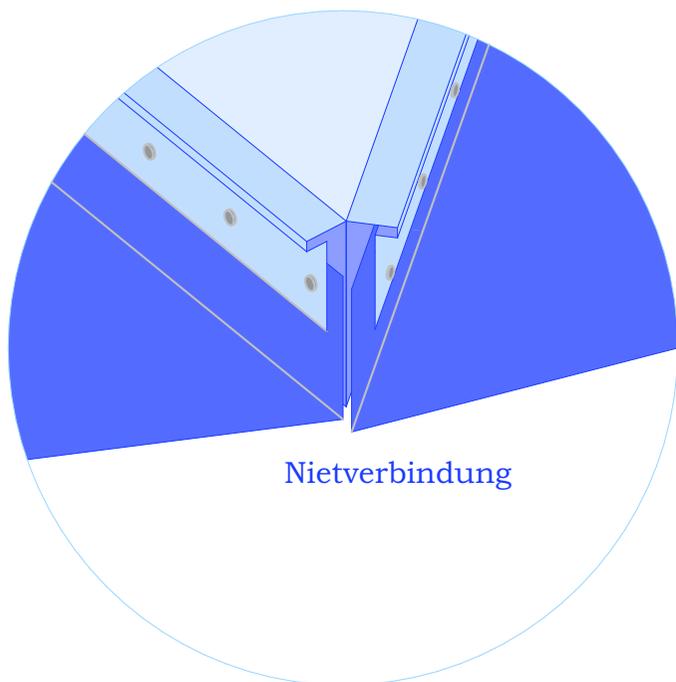
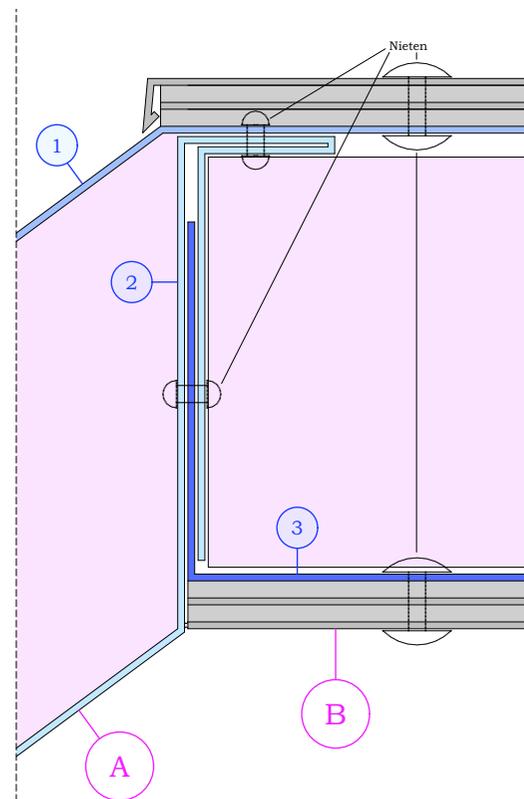


Abbildung 318: Verbindung des Faltelements mit den Laschen der Verbindungsdreiecke



- A** .....Faltelement
- B** .....Verbindungsdreieck
- 1** .....obere Stahllage vom Faltelement
- 2** .....untere Stahllage vom Faltelement mit Winkelfalz
- 3** .....Verbindungsdreieck der unteren Stahllage mit Lasche befestigt

Abbildung 319: Verbindungsdetail der oberen und unteren Deckschicht

## Case Study

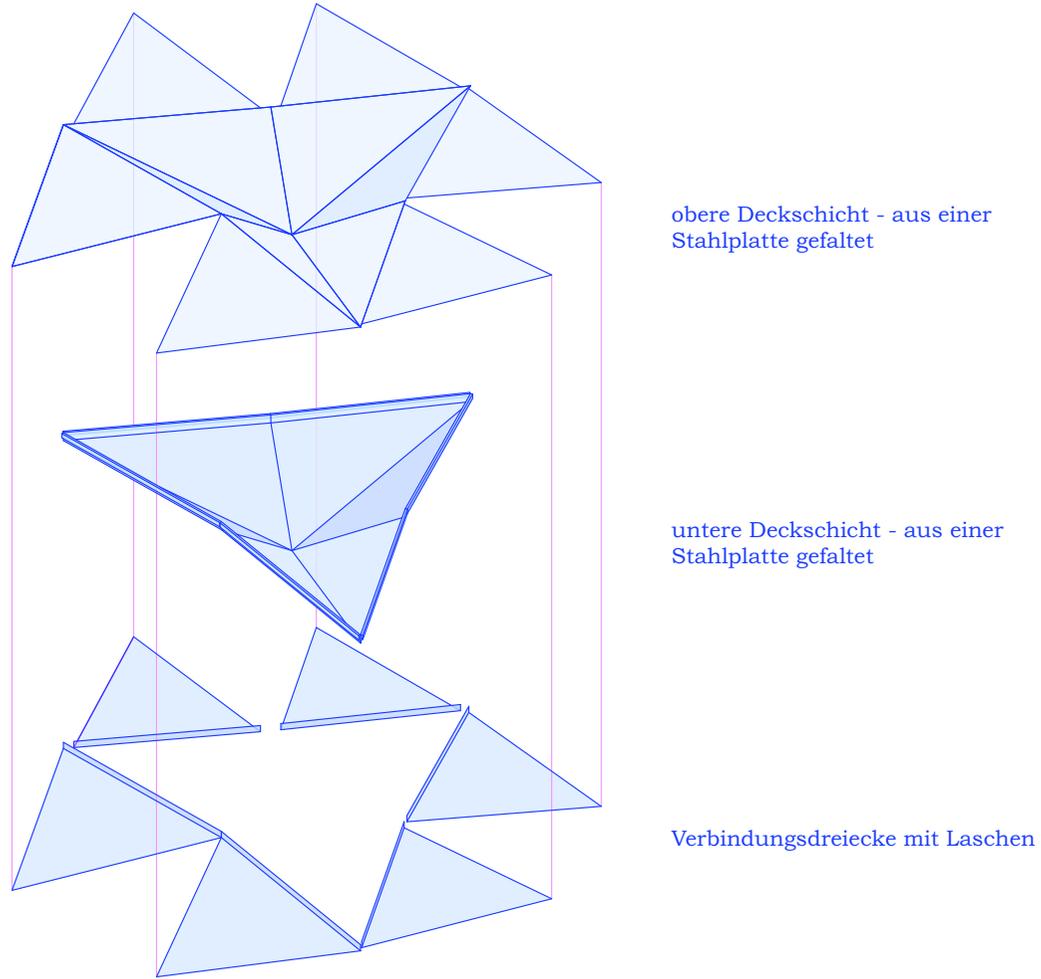
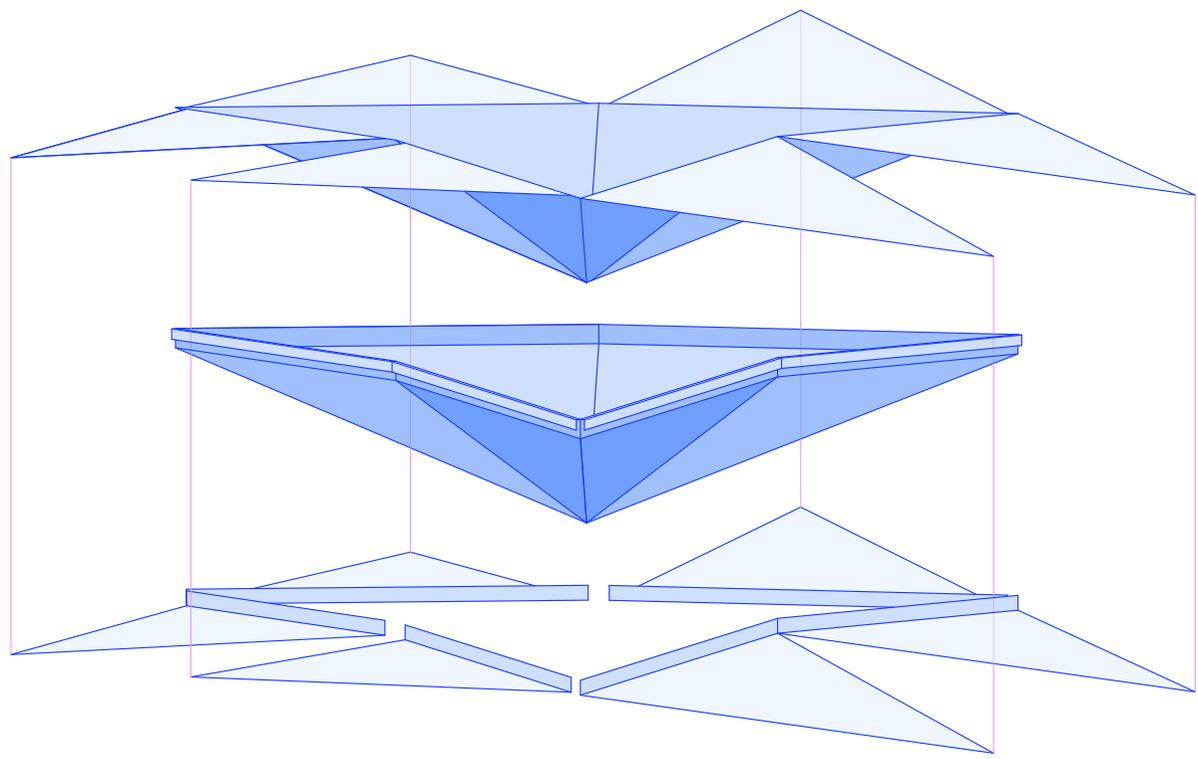


Abbildung 320: Explosionsaxonometrie eines Faltelements



obere Deckschicht - aus einer Stahlplatte gefaltet

untere Deckschicht - aus einer Stahlplatte gefaltet

Verbindungsdreiecke mit Laschen

Abbildung 321: Explosionsaxonometrie eines Faltelements Fügung der Einzelteile

## Case Study

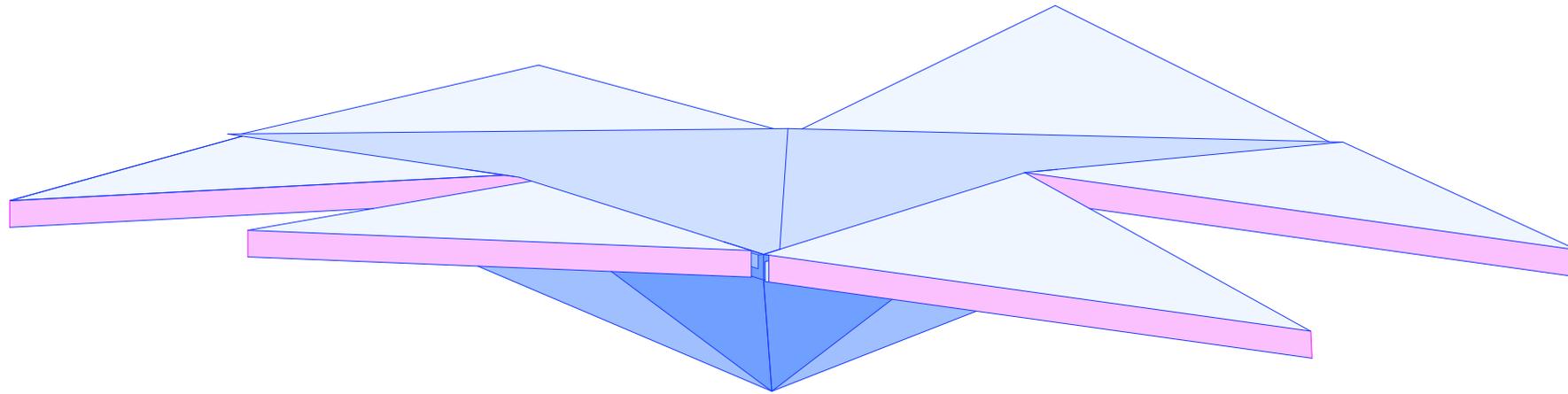


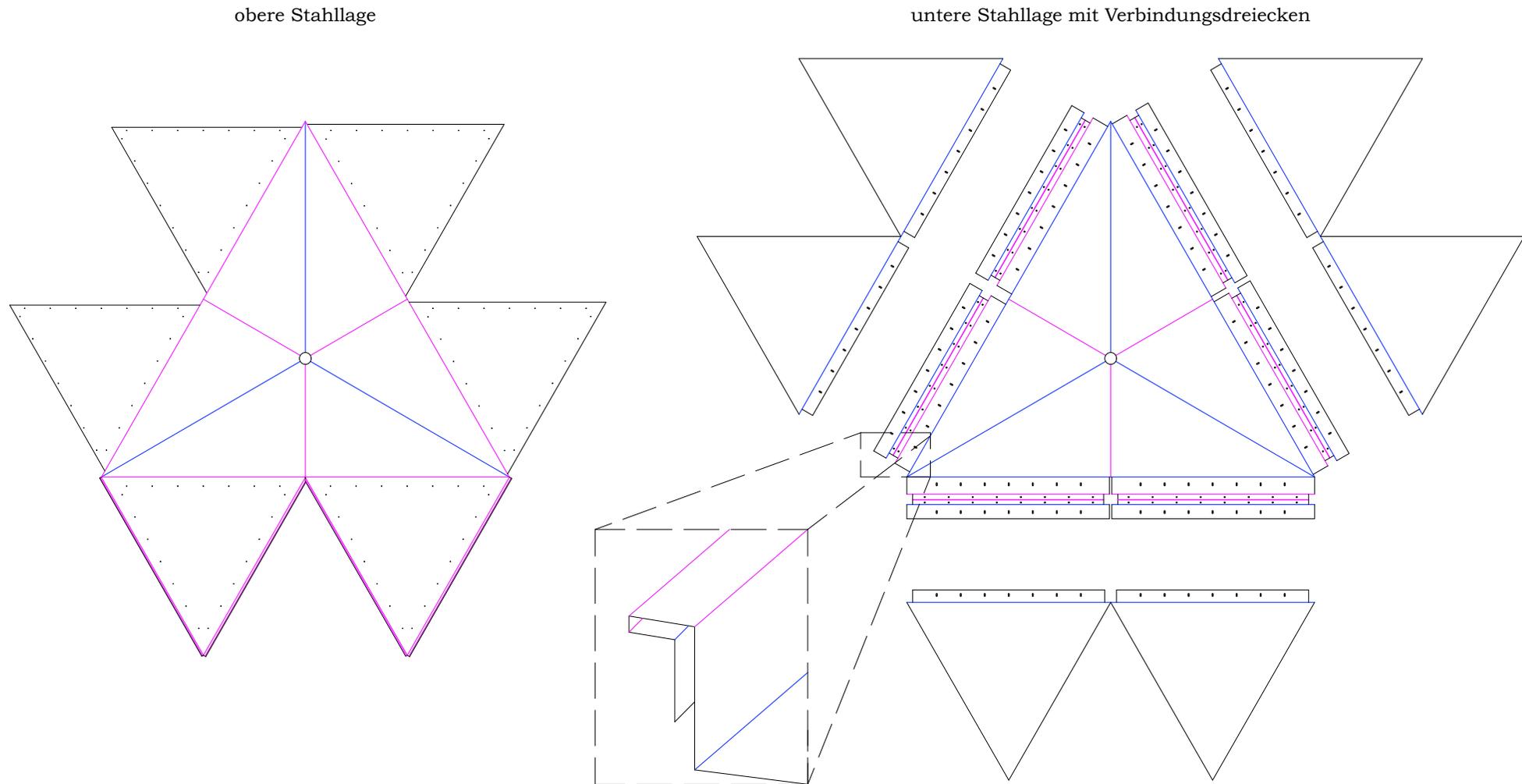
Abbildung 322: Faltelement in Sandwichbauweise

### 5.3.2 Faltpläne und Fügung der Elemente

Die beiden Stahllagen werden separat aus der Platte gelasert und gefaltet. Die Verbindung der Einzelteile der unteren Lage erfolgt direkt im Anschluss. Hierbei werden die Verbindungsdreiecke in den Winkelfalz des Faltelements geschoben und die beiden Teile am Steg genietet. (vgl. Abb. 318: *Verbindung des Faltelements mit den Laschen und Verbindungsdreiecken*) Danach wird die Dämmung des Faltelements mit den beiden Stahllagen kraftschlüssig verklebt. (vgl. Abb. 322: *Faltelement in Sandwichbauweise*) (vgl. Kapitel 2.2.4 *Sandwichbauweise*) Die Verbindung mehrerer Grundelemente erfolgt über die Verbindungsdreiecke. (vgl. Abb. 326: *Verbindung von drei Grundelementen*) Aufgrund der Überlappung von drei Stahllagen im Bereich der Verbindungsdreiecke dürfen diese nicht genau gleich groß sein, da sonst ein Falten an den betroffenen Kanten gesperrt wird. Um trotzdem jedes Element gleich produzieren zu können, gibt es eine Abfolge, wie diese Verbindungsdreiecke übereinandergelegt werden müssen. Die unterschiedlichen Größen der Laschen sind in den Faltplänen berücksichtigt. (vgl. Abb. 323, 324: *Faltpläne*) Die beiden

benachbarten Dreiecke für die Überlappung erhalten immer die gleiche Größe. Die größten Dreiecke werden als oberer und unterer Abschluss verwendet, die innerste Lage muss am kleinsten zugeschnitten werden. Die Elemente erhalten eine Prägung, damit bei der Montage die richtige Reihenfolge der Bauteile eingehalten werden kann. Diese Maßnahme ist notwendig, da sich die Bauteile in ihren Faltwinkeln unterscheiden und eine Montage im Domino-System erforderlich ist. Der Prägungscode beinhaltet auch die Information, welche Lage der Überlappung dem Element zugeordnet ist.

Für die Erstellung der Faltpläne kommt der allgemein gültige Farbcode zur Anwendung. (vgl. Kapitel 2 *State of the art*) Die Verbindung mehrerer Elemente wird reduziert dargestellt, um die Kernaussage hervorzuheben. Sämtliche Elementteile, die für die Verbindung der dargestellten Bauteile in diesem Zusammenhang nicht relevant sind, wurden weggelassen. (vgl. Abb. 326: *Verbindung von drei Grundelementen* und Abb. 327: *Verbindungsdetail von drei Elementen am Beispiel der unteren Deckschicht*)



links: *Abbildung 323: faltplan der oberen Deckschicht*

rechts: *Abbildung 324: faltplan der unteren Deckschicht und Verbindungsdreiecke*

Mitte: *Abbildung 325: schematische Darstellung des Falzes an den Außenkanten der unteren Deckschicht*

## Case Study

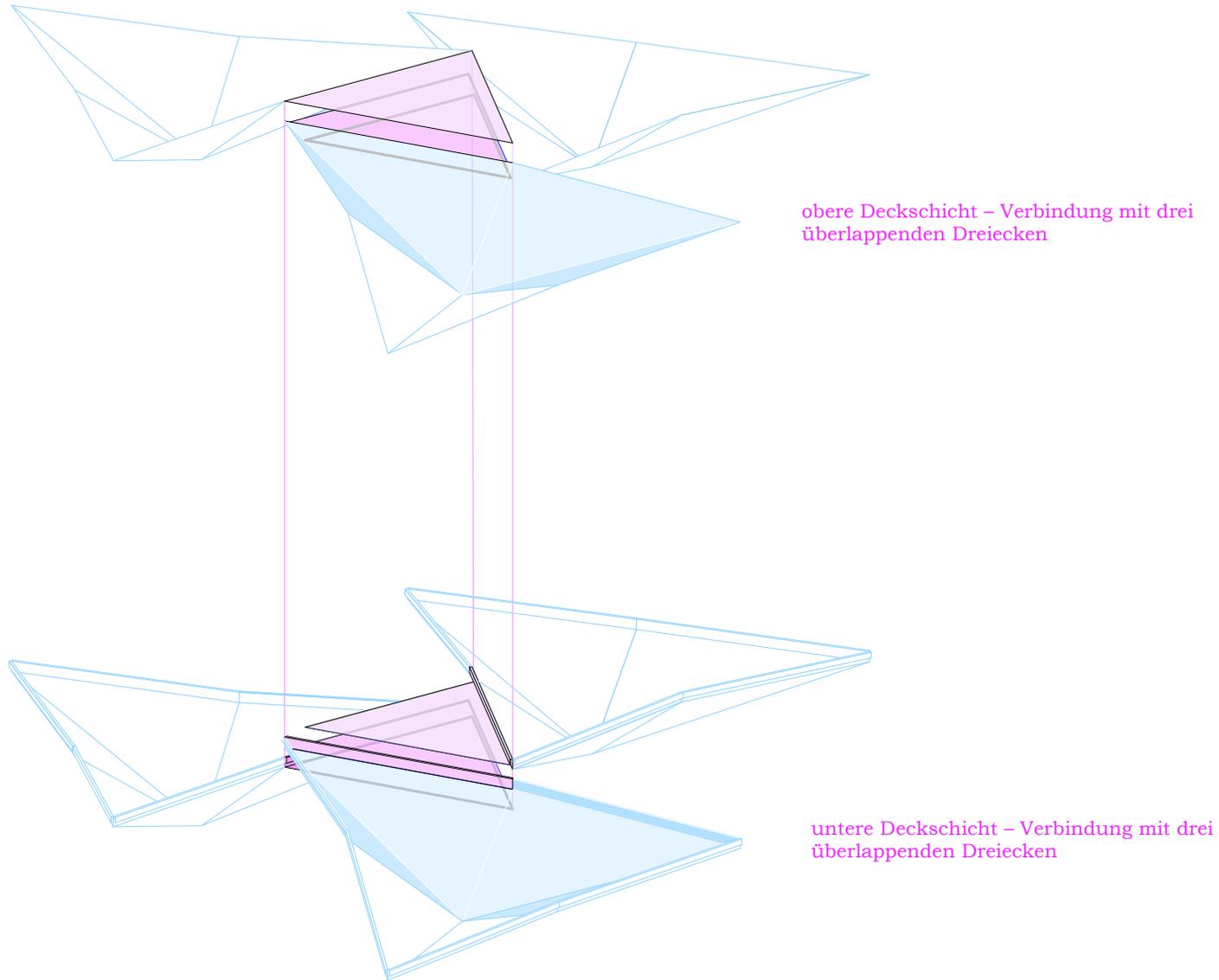
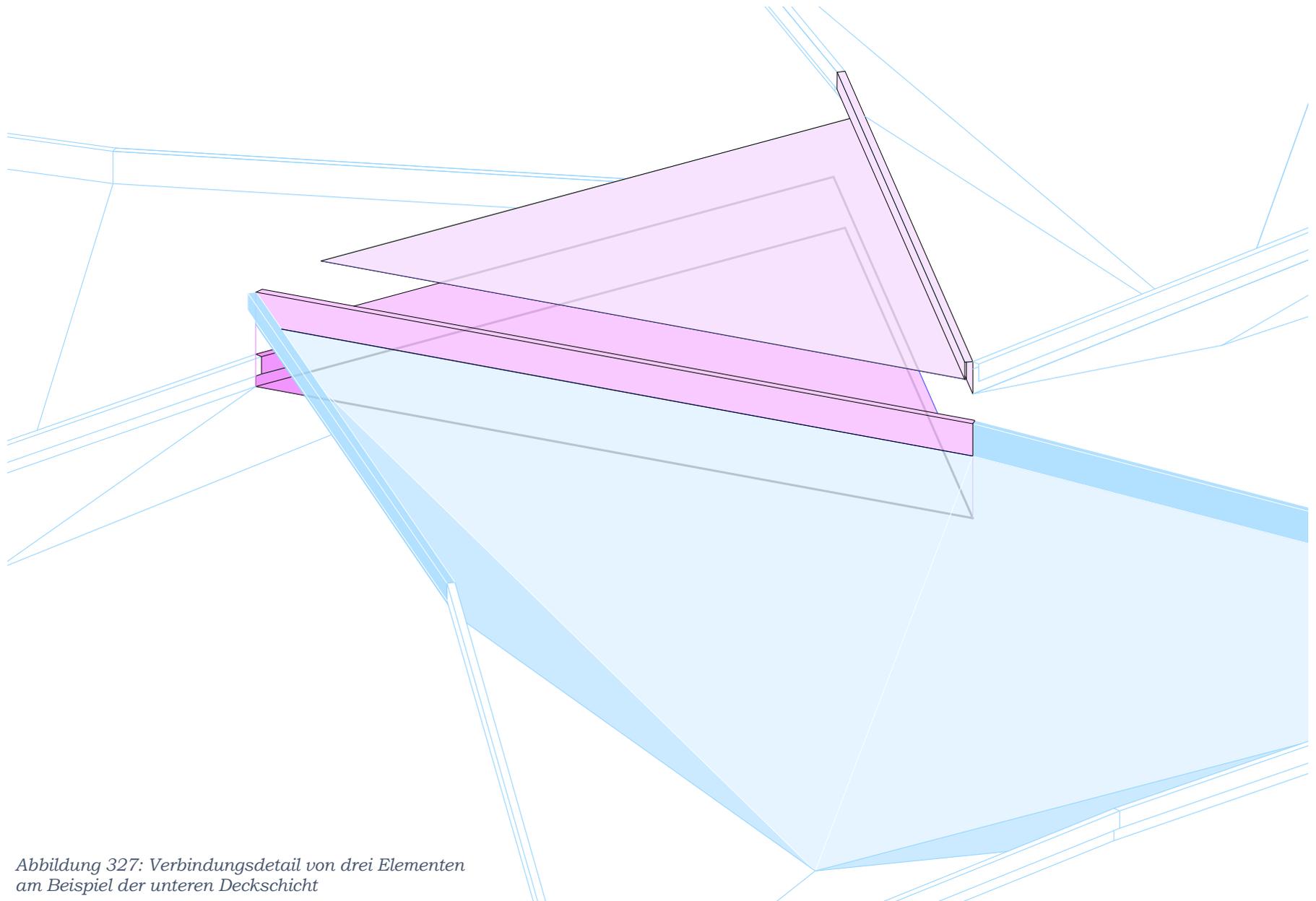


Abbildung 326: Verbindung von drei Grundelementen



*Abbildung 327: Verbindungsdetail von drei Elementen  
am Beispiel der unteren Deckschicht*

## Case Study

Um einen direkten Kontakt von aufeinanderliegenden Blechelementen zu vermeiden, wird auf die Verbindungsdreiecke eine selbstklebende Folie angebracht. Diese verhindert Kontaktkorrosion der Bauteile. Das äußerste Verbindungsdreieck der oberen Deckschicht erhält an der Außenkante einen zusätzlichen Falz, der zur Abweisung von anfallendem Niederschlag als Tropfnase ausgebildet wird. (vgl. Abb. 328: *Verbindungsdetail*) Die Dämmung innerhalb der Verbindungsdreiecke wird nach dem Zusammenbau der Konstruktion eingeblasen.

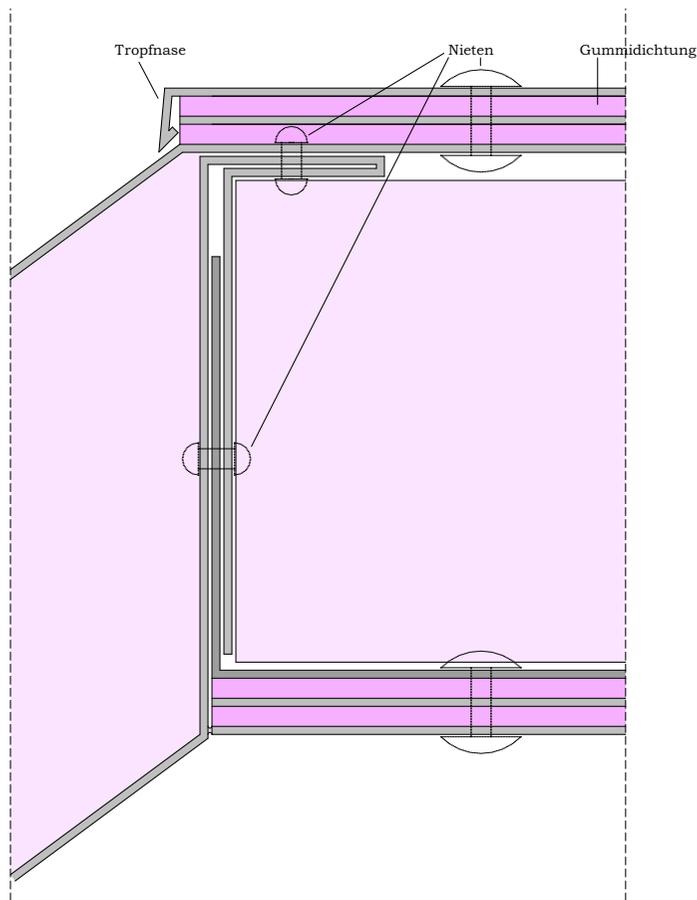


Abbildung 328: Verbindungsdetail

Der Prägungscode für jedes Element gliedert sich in die Reihung der Elementverbindung in die Quer- und Längsachse (ABC.. und 123..), der Struktur und die Zuordnung der Reihung des Bauteils (**i**nnen – **m**itte – **a**ußen). (vgl. Abb.329: *Codierung im Pattern* und Abb. 330: *Prägung am Element*) Es werden immer gleiche Codierungen miteinander vernietet.

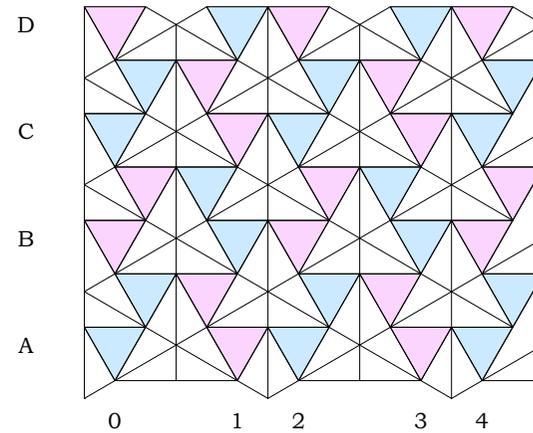
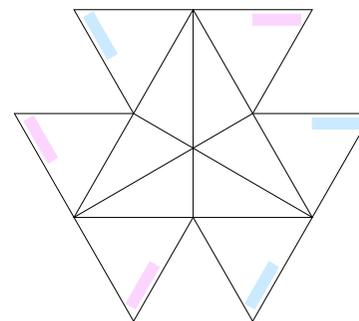


Abbildung 329: Codierung im Pattern



B - 3 - m

Abbildung 330: Prägung am Element

## 5.4 Bauphasen-Simulation

Die Simulation des Bauablaufs wird für Variante 1 berechnet. Für die Produktion der Faltelemente für die Dachkonstruktion des Wien Museums werden 126 Basiselemente der Faltung aus 2 mm dickem, beschichtetem Stahlblech verwendet. Die Herstellung eines Basiselements benötigt ungefähr 3 Stunden. Das beinhaltet die Einstellung des Lasers für den Zuschnitt der Deckschichten, den Laservorgang für alle benötigten Teile eines Basiselements (vgl. Kapitel 5.3.2 *Faltpläne und Fügung der Elemente*), den Zusammenbau der Einzelteile zu einem Element und der kraftschlüssigen Verklebung mit dem Dämmmaterial. Daraus ergibt sich eine gesamte Produktionszeit von 378 Stunden, wobei aufgrund von serieller Fertigungsmöglichkeit 15 % der Zeit reduziert werden kann. Somit wird eine Herstellungszeit für alle Teile der Faltkonstruktion von ungefähr 320 Arbeitsstunden angenommen. Unter der Voraussetzung, dass auch nachts produziert wird, ist eine Vorlaufzeit von 2 bis 3 Wochen erforderlich, bevor auf die Baustelle geliefert werden kann. Um eine schadenfreie Lieferung zu gewährleisten, müssen die einzelnen Faltelemente bei der Lieferung geschützt werden. Der zusätzliche Platzbedarf durch Verpackung und Schutz der Bauteile spielt bei der Wahl der Zustellung eine wichtige Rolle. Durch die Faltung der Elemente verkürzen sich die errechneten Dimensionen in der horizontalen Ausdehnung. Für die Dimensionierung der Verpackung wird eine Annahme für alle Basiselemente getroffen und die Größen für ein Element von 2.60 m x 2.10 m x 0.70 m festgelegt. Die maximale Breite der Ladefläche eines LKWs beträgt 2.48 m, wodurch eine Anlieferung ohne Sondertransport möglich ist. Auf der Ladefläche eines Dreiaxlers finden 8 Faltelemente Platz. Daraus ergibt sich eine Anlieferung mit 15 LKW-Fuhren für die gesamte Faltkonstruktion. Für die Ausführung wird eine Lieferung über Sattelschlepper gewählt, da hierbei 20 Elemente pro LKW geliefert werden können und damit nur 7 Teillieferungen notwendig sind. Aufgrund des geringen Eigengewichts eines Elements von rund 350 kg wird die maximale Ladegrenze des Sattelschleppers von 24 Tonnen nicht überschritten. *Abbildung 326* zeigt den Baustelleneinrichtungsplan des Wien Museums. Die Montage der

Faltkonstruktion erfolgt mittels Teleskopkran. Diese Entscheidung beruht auf der Tatsache, dass mit Teleskopkränen aufgrund deren Steuerung präziser gearbeitet werden kann. Die Zufahrt der Baustelle erfolgt über die Madergasse. Aufgrund der Prägung der Elemente kann eine Reihenfolge der Lieferung gewährleistet werden und die Anlieferung getaktet werden. Somit können die gelieferten Bauteile sofort verarbeitet werden und es ist nur eine geringe Zeit der Zwischenlagerung notwendig. Die Transportfahrzeuge verlassen das Baustellengelände über die Lothringerstraße. Neben der Lagerfläche der Elemente wurde ein Montagebereich für den Aufbau der Faltkonstruktion eingeplant. Die komplette Dachkonstruktion wird zuerst am Boden zusammengebaut und dann über einen Teleskopkran auf das Bestandsgebäude versetzt. Für die bodennahe Montage sind Gerüste mit bis zu 4.50 m Höhe erforderlich und Unterstellungen für die Faltelemente. Der Bauvorgang am Boden ermöglicht eine einfachere und risikoärmere Errichtung der Überdachung. Die Einzelteile können in der Ebene zu größeren Flächen verbunden und dann zusammengefügt werden. Für die Verbindung der Teilflächen ist ein Kran nötig, ebenso wie für die Montage des Stahlrahmens auf den Säulen des Atriums und das Verheben der fertigen Dachkonstruktion. Es wird eine Annahme getroffen, dass insgesamt 20 Kranstunden für das Abladen der LKWs, die Montage und das Verheben der Dachstruktur auf das Bestandsgebäude benötigt werden. Der gesamte Ablauf von der Produktion zur Montage ist in *Abbildung 331* schematisch dargestellt.

Benötigte Ressourcen zur von der Produktion zur Montage:

Stahlplatten	15 m <sup>2</sup> /Basiselement 1890 m <sup>2</sup> Gesamtstruktur
Dämmmaterial	≅ 60 m <sup>3</sup>
Glasflächen	60 m <sup>2</sup>
Beschichtung	≅ 940 m <sup>2</sup>
Produktionszeit	≅ 320 Stunden
LKWs zur Anlieferung	7 Stk.
Kranstunden	≅ 20 Stunden
Arbeitsstunden gesamt	≅ 900 Stunden

Tabelle 18: Benötigte Ressourcen von der Produktion zur Montage



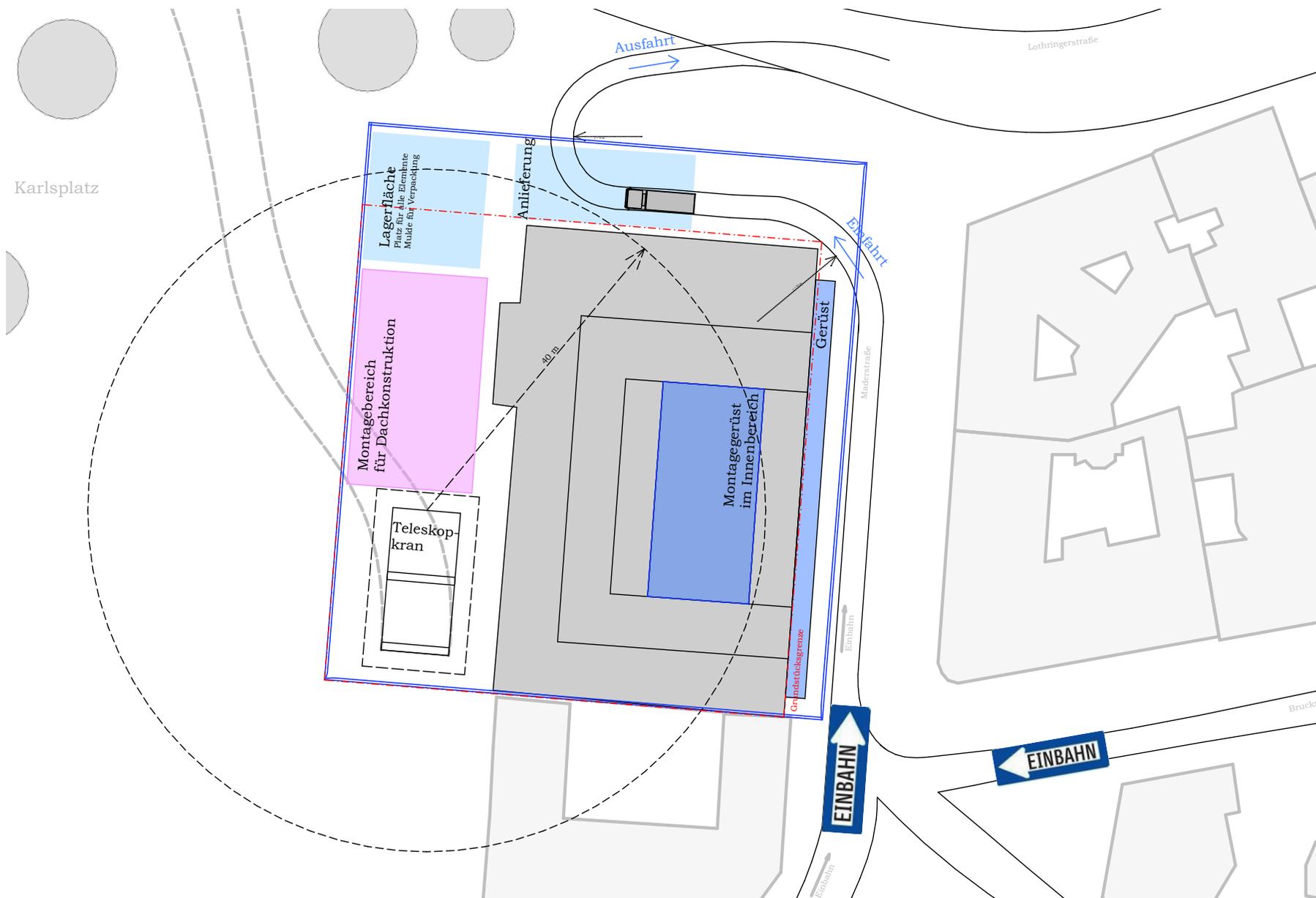


Abbildung 332: Baustelleneinrichtungsplan

## 6 Conclusio

Eine Auseinandersetzung mit der Thematik der Faltungen und Analyse von verschiedenen Origami Faltmustern führt am Beginn der Diplomarbeit zu folgender Hypothese:

Anhand eines mehrdimensionalen Faltsystems gemäß eines adaptierten und bekannten Faltpatterns ist es im Leichtbau möglich, eine Konstruktion für zweifach gekrümmte Geometrien zu schaffen, die als stützenfreie, weitgespannte Überdachung eingesetzt werden kann. Die Form, die Ausrichtung und die daraus resultierende Tragwirkung beruhen ausschließlich auf dem Konzept der Faltung eines einzigen Materials.

Zur Beantwortung der Hypothese werden die Bedingungen für Origami sowie verschiedene Anwendungsgebiete von Faltungen analysiert. Dabei liegt der Fokus in der Architektur, der Materialität, der Ausführung und somit der Realisierbarkeit. Ein parametrischer Aufbau des Patterns ist erforderlich für die Simulation von Faltsystemen als Tragstrukturen, wobei die Größe eines Grundelements des Patterns und die Grundform der angestrebten Geometrie als Variable eingegeben werden. Der Inhalt der Case Study und sämtliche strukturellen Analysen beschäftigen sich ausschließlich mit einem in der Recherchephase definierten Faltpattern.

Die Formenstudie auf Basis einer Simulation zeigt die unterschiedlichen Resultate anhand derer sich Grenzen definieren lassen, innerhalb derer Tragsysteme dieser Art realisierbar sind. Das verdeutlicht den Vorteil des Entwurfsprozesses, da viele verschiedene Formen nach gesetzten Kriterien relativ einfach bewertet werden können und eine für die Aufgabenstellung optimale Lösung erarbeitet werden kann. Darüber hinaus lassen sich schon sehr früh Parameter wie Lastfälle, Sonneneinstrahlung oder ästhetische Qualität berücksichtigen. Die Simulation wird durch

gesetzte Parameter beeinflusst, Manipulation dieser führt zu unterschiedlichen Ergebnissen. Die wichtigste Variable der Simulation ist die Größe eines Basiselements. Diese beeinflusst die Anpassungsfähigkeit an die Basisgeometrie, die Stabilität, die Flexibilität der Struktur und das äußere Erscheinungsbild. Durch digitale Experimente können unterschiedliche Formen auf Belastung, Verformung und Stabilität getestet und Grenzwerte für die Struktur definiert werden. Das ermöglicht eine rasche Einschätzung der Machbarkeit für andere Entwurfsaufgaben. Die Erkenntnisse der digitalen Experimente dienen vor allem zur Formfindung der Basisgeometrie, da bestimmte Anforderungen erfüllt werden müssen, um eine stabile faltstruktur zu erhalten.

Die Ausformulierung der Case Study zeigt zwei Varianten, deren Basisgeometrie aufgrund struktureller Anforderungen und den Ergebnissen der environmental analysis erstellt wurde. Hierbei wurde die Auflagermöglichkeit am Bestandsgebäude, die maximale Konstruktionshöhe der Struktur, die Krümmung der Oberfläche und der Lichteinfall berücksichtigt. Nach Faltsimulation mit unterschiedlichen Elementgrößen können die zwei besten Strukturen jeder Variante herausgefiltert werden. Die vier Ergebnisse werden erneut einer Bewertung unterzogen, wobei diese die Vor- und Nachteile der Strukturen gegenüberstellt und eine Entscheidung für zwei Ausführungsvarianten bedingt. Mit jeder Analyse und Gegenüberstellung der Werte können immer mehr Faktoren in die Untersuchung miteinbezogen werden, bis alle gesetzten Kriterien berücksichtigt wurden und ein optimales Ergebnis erzielt wird. Im Zuge der Formfindung für die Case Study wurde das Erreichen der gesetzten Ziele einander gegenübergestellt und die finalen Formen bewertet.

Durch diese Diplomarbeit soll verdeutlicht werden, dass durch eine parametrische Programmierung eine komplexe Geometrie sehr gut verarbeitet werden kann und umfangreiche Möglichkeiten bietet, wobei die Form, Spannweite sowie Größe und Tiefe der Faltung innerhalb definierter Grenzen adaptierbar sind. Bei der Realisierung von Faltsystemen als Tragstrukturen müssen vor allem die Grenzen des verwendeten Materials berücksichtigt

werden. Durch maximal verfügbare Abmessungen von Stahlblech wird das verwendete Faltpattern in Basiselemente zerlegt, die aus einem Stück gefaltet werden. Die Ausführung der Dachkonstruktion soll ausschließlich mit gleich großen Elementen erfolgen, die einem Wiederholungsfaktor unterliegen. Der erhöhte Materialquerschnitt des verwendeten Werkstoffs sowie bauphysikalische Anforderungen an den Innenraum erschweren die Faltbarkeit und Verbindung der Elemente. Daher wird im Zuge dieser Diplomarbeit eine Systemlösung durch Falten für Sandwichbauweise zur Fügung der Einzelteile unter Berücksichtigung einer seriellen Produktionsmöglichkeit entwickelt. Dieser Anschluss dient darüber hinaus auch zur Aussteifung der gesamten Tragstruktur. Die biegesteife Verbindung mehrerer Basiselemente erfolgt durch Überlappung von Falflächen, die dem System zusätzliche Steifigkeit verleiht. Im Zuge einer Bauphasensimulation werden der Ablauf von der Produktion der Bauteile bis zur Montage der Dachkonstruktion beschrieben und die benötigten Ressourcen errechnet. Die Geometrie der Grundform für die Annäherung der Faltung unterliegt verschiedenen Grenzen, innerhalb derer Formen möglich sind. Die mathematische Berechnung über Konvexkombination stellt zwar ein diskretes Ergebnis für das Problem dar, ist allerdings sehr umfangreich für eine Systemlösung. Aufgrund dessen wurde diese Berechnung durch die Ermittlung der zweiten Differenzenfolge ersetzt. Die Schwachstellen des Planungsvorgangs liegen in der Simulation über die Methode der particle-spring systems. Die gesetzten Kriterien können anhand manueller Eingabe gewichtet werden, um deren Einfluss auf das Ergebnis zu steuern. Das Ergebnis der Simulation kann trotz gesetzter Kriterien und Gewichtung nicht als fertige Struktur verwendet werden, da eine präzise Anpassung an das Bestandsgebäude erforderlich und ein Vorgang des post-processing notwendig ist, um die Detailanschlüsse zu definieren.

Die Ausarbeitung der Case Study bestätigt die eingangs formulierte Hypothese. Unter Berücksichtigung genannter Faktoren und struktureller Limitierungen ist es möglich, ein Faltsystem als Leichtbaukonstruktion für stützenfreie, weitgespannte Überdachungen zu realisieren. Die erarbeitete Lösung bietet darüber

hinaus die Möglichkeit einer Dachkonstruktion für Innenräume, da bauphysikalische Anforderungen berücksichtigt werden können. Dabei wird ein Verfahren entwickelt, alle Teile gleich herzustellen und somit ist eine Rationalisierung der Produktion gegeben. Durch die Vorfertigung der einzelnen Teile kann die Bauzeit und Montage auf ein Minimum reduziert werden.

Für eine weitere und detailliertere Ausführung wäre eine Optimierung nach gesetzten Kriterien erforderlich. Beispielsweise müsste die Form in ihre tatsächlich gebauten Einzelteile diskretisiert werden und die Größe und Abmessungen dieser kontrolliert und gegebenenfalls angepasst werden, da es sich bei einer Faltung um immer gleichbleibende Dimensionen handelt. Im Zuge einer *multi-criteria optimization* könnte die optimale Elementgröße für die gesetzten Kriterien berechnet werden. Da in dieser Arbeit Näherungswerte angenommen wurden, wäre eine detaillierte statische Analyse eine Möglichkeit zur Vertiefung. Durch eine Diskretisierung kann die tatsächliche Stabilität eines Faltelements und der gesamten Struktur berechnet werden. Eine weitere Vertiefung dieser Thematik bietet eine Anpassung der Parameter, um nicht ausschließlich quadratische oder rechteckige Faltpatterns zu verwenden. Dies würde neue Möglichkeiten der Grundformen eröffnen. Da das System die Bedingungen einer wandelbaren Faltung erfüllt, könnte eine Ausführung als bewegliche Struktur untersucht werden sowie die daraus resultierenden Vor- und Nachteile der Produktion und Montage. Außerdem wäre eine Untersuchung mit anderen Materialien und eine Gegenüberstellung der verschiedenen Ausführungen ein interessantes Forschungsgebiet. Moderne Materialien bieten vielerlei Vorteile bei der Ausführung. Die Ergebnisse verschiedener Materialien und die Grenzwerte dieser Strukturen würden Möglichkeiten neuer Tendenzen der Materialverwendung für Tragstrukturen aufzeigen.

## 7 Literaturverzeichnis

Aglas, P., n.d. Bionik - Die Natur als Inspiration für technische Anwendungen 7.

Arora, S., Anand, P., 2019. Chaotic grasshopper optimization algorithm for global optimization. *Neural Comput & Applic* 31, 4385–4405. <https://doi.org/10.1007/s00521-018-3343-2>

Betsch, G., 2005. Adventures in group theory: rubik 's cube, Merlin 's machine & other mathematical toys. *The Mathematical Intelligencer* 27, 92–92. <https://doi.org/10.1007/BF02985810>

Buri, H., Weinand, Y., 2006. Origami: Faltwerke aus Holzwerkstoffplatten, Holz 21.

Chen, Y., Peng, R., You, Z., 2015. Origami of thick panels. *Science* 349, 396–400. <https://doi.org/10.1126/science.aab2870>

Collins, N., 2019. Origami-Papierfalten: Geschichte, Typen, Origamisten. URL <https://de.gallerix.ru/pedia/east-asian-art-origami/> (accessed 10.8.20).

Dudenverlag, 2021. Duden. Die deutsche Rechtschreibung, Deutsche Sprache in 12 Bänden.

Dudte, L.H., Vouga, E., Tachi, T., Mahadevan, L., 2016. Programming Curvature using Origami Tessellations. *Nature Mater* 15, 583–588. <https://doi.org/10.1038/nmat4540>

Eberharter, G., 2017. Mathematischer Zugang zum Papierfalten (Diplomarbeit). Technische Universität Wien, Wien.

Engel, H., 2006. Tragsysteme, 1. Auflage. ed. Hatje Cantz Verlag.

Evans, T.A., Lang, R.J., Magleby, S.P., Howell, L.L., 2015. Rigidly foldable origami gadgets and tessellations. *R. Soc. open sci.* 2, 150067. <https://doi.org/10.1098/rsos.150067>

Focus online, 2015. Wenn Sie ein Blatt Papier 103-mal falten, wird es so dick wie das Universum. Focus online.

Fraunhofer-Gesellschaft, n.d. Inkrementelle Blechumformung.

Gorski, H.-J., Müller-Philipp, S., 2014. Leitfaden Geometrie, 6. Auflage. ed. Springer Spektrum, Münster, Deutschland.

Grosch, W., 2014. NASA nutzt Origami-Faltkunst für Solarpanels im Weltall. Mehr Energie für Sateliten.

Grünbaum, B., Shephard, G.C., 2016. Tilings and Patterns, 2. ed. Dover Publications, Inc., New York.

Gsteu, J.G., Kapfinger, O., Mateovics, E., Richter, W., Steiner, D., 1997, 3. Auflage. *Architecture in Vienna, 350 Key Buildings*. Georg Pracher Verlag. Wien.

Haas, F., Kukulova-Peck, J., 2001. Dermaptera hindwing structure and folding: New evidence for familial, ordinal and superordinal relationships within Neoptera (Insecta). *Eur. J. Entomol.* 98, 445–509. <https://doi.org/10.14411/eje.2001.065>

Henning, S., 2020. Architektur wird plastisch: Skulpturales Handeln in architektonischen und künstlerischen Bildungskontexten. transcript-Verlag. <https://doi.org/10.14361/9783839450123>

Hiesmayr, E., n.d. Juridicum (online Beitrag). Wien.

Knothe, K., Wessels, H., 2017. 5. Auflage. *Finite Elemente, Eine Einführung für Ingenieure*. Springer Verlag GmbH. Heidelberg.

Koschade, R., 2011. *Sandwichbauweise*, 1. Auflage. ed. Martin Härt OHG, München.

Kuhlmann, A., Medra, E., Prof. Dr. Rößner, F., Schneider, H., Woehl, T., Wärmetransport durch Strahlung, <http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/10/waermetransport/waermestrahlung/waermestrahlung.vlu.html>, zuletzt abgerufen am: 19.4.2021

Künstler, A., Trautz, M., 2011. Wandelbare Faltungen aus biege- steifen Faltelementen. *Bautechnik* 88, 86–93. <https://doi.org/10.1002/bate.201110008>

Lang, R.J., 2018. Twists, tilings, and tessellations: mathematical methods for geometric origami. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton.

Lebée, A., 2015. From Folds to Structures, a Review. *International Journal of Space Structures* 30, 55–74. <https://doi.org/10.1260/0266-3511.30.2.55>

Lee, D., Leounis, B., n.d. Digital Origami: Modeling planar folding structures 5.

Lv, C., Krishnaraju, D., Konjevod, G., Yu, H., Jiang, H., 2015. Origami based Mechanical Metamaterials. *Sci Rep* 4, 5979. <https://doi.org/10.1038/srep05979>

Meinhold, B., 2011. GMP ARchitekten Completes 3 Sparkling Crystalline Stadiums for Shenzhen's Universiade Games.

Mirjalili, S.Z., n.d. Grasshopper optimization algorithm for multi-objective optimization problems 17.

Musto, J., Lyon, M., Trautz, M., Kobbelt, L., 2019. Beanspruchungsoptimierte Faltungen aus Stahl für selbsttragende Raumfaltungen. *Bautechnik* 96, 902–911. <https://doi.org/10.1002/bate.201900024>

Nachtigall, W., Pohl, G., 2013b. *Bau-Bionik*, 2. Auflage. ed. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-88995-3>

Nedrenco, D., Beck, J., 2016. Flachfaltbarkeit: Mathematik mit eigenen Händen schaffen. Universität Würzburg, Würzburg.

Peraza Hernandez, E.A., Hartl, D.J., Lagoudas, D.C., 2019. Active Origami: Modeling, Design, and Applications. Springer International Publishing, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-91866-2>

Robeller, C., Weinand, Y., 2016. Integrale Verbindungen für Faltwerke aus Holzwerkstoffplatten. *DETAIL* 2016 1/2, 6.

Schmitz, M., 2017. Papierfalten im Mathematikunterricht (Bericht zum Kolloquium). Friedrich-Schiller-Universität Jena, Jena.

Spannungs-Dehnungs-Diagramm, 1998. Spektrum Akademischer Verlag.

St. Paulus Neuss (online Beitrag), 2020. Redaktion baukunst-nrw.

Tachi, T., 2011a. Rigid-Foldable Thick Origami 12.

Tachi, T., 2011b. Origami 5: Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education. A K Peters/CRC Press, Singapore. <https://doi.org/10.1201/b10971>

[technik\\_integrale\\_verbindungen\\_fr\\_faltwerke\\_aus\\_holzwerkstoffplatten-113270.pdf](#), n.d.

Tedeschi, A., 2014. *AAD Algorithms-aided Design*, 1. ed. Le Pensur, Brienza, Italien.

Trautz, M., Ayoubi, M., 2011. Das Prinzip des Faltens in Architektur und Ingenieurbau. *Bautechnik* 88, 76–79. <https://doi.org/10.1002/bate.201110006>

Universiade Sports Center and Bao'an Stadium (online Beitrag), 2011. *archi daily*.

## Literaturverzeichnis

Valentin, G., Kidery, G., Fritze, R., Potucek, W., 2009. 12. Auflage. Stahlbetonbau Teil 1: Grundlagen und Beispiele. Manz Verlag. Wien

Wandelbare Faltkonstruktionen aus ebenen, quasi-starren Flächenelementen von nicht vernachlässigbarer Dicke\_DA.pdf, n.d.

Wei, Z., Guo, Z., Dudte, L., Liang, H., Mahadevan, L., 2013. Geometric Mechanics of Periodic Pleated Origami. Phys. Rev. Lett. 110, 215501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.215501>

Weinand, Y., 2019. Doppelschaliges Faltwerk. Zuschnitt 73: Unter Spannung 1.

Wunderlich W, 1967. Darstellende Geometrie, Band 2. Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich

## 8 Abbildungsverzeichnis

*Das Verzeichnis ist nach Abbildungen aus Primärquellen und Abbildungen der Eigenproduktion jeweils numerisch gegliedert.*

Abbildung 2: Faltmuster zur Darstellung von Berg- und Talfalten

Lang, R.J., 2018. Twists, tilings, and tessellations: mathematical methods for geometric origami. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton. p. 9

Abbildung 3: Definition der Falten

Peraza Hernandez, E.A., Hartl, D.J., Lagoudas, D.C., 2019. Active Origami: Modeling, Design, and Applications. Springer International Publishing, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-91866-2>. p. 61

Abbildung 4: Kranich

<https://einfach-basteln.com/wp-content/uploads/2019/01/Origami-Kranich-falten-Anleitung.jpg>  
heruntergeladen am 7.12.2020  
©Einfach Basteln

Abbildung 5: Lang Theorem und Satz von Kawasaki

Lang, R.J., 2018. Twists, tilings, and tessellations: mathematical methods for geometric origami. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton. p. 16

Abbildung 6: Sechs Axiome

Lang, R.J., 2018. Twists, tilings, and tessellations: mathematical methods for geometric origami. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton. p. 57

Abbildung 17: Klassisches Origami

[https://youpod.de/\\_Resources/Persistent/d62a9090cad3e53fa01244054ebfc0311ce9d919/origami\\_basteln\\_japan\\_pixabay.jpg](https://youpod.de/_Resources/Persistent/d62a9090cad3e53fa01244054ebfc0311ce9d919/origami_basteln_japan_pixabay.jpg)  
heruntergeladen am 12.11.2020  
©youpod.de Jugendring Düsseldorf e.V.

Abbildung 18: Mosaik Origami

[https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn%3AANd9GcSFnxGUxJAWvMwgt3\\_d6UAhYR6cHfEZGc3VA&usqp=CAU](https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn%3AANd9GcSFnxGUxJAWvMwgt3_d6UAhYR6cHfEZGc3VA&usqp=CAU)  
heruntergeladen am 12.11.2020  
aus dem Beitrag Origami: faltwerke aus Holzwerkstoffplatten

Abbildung 19: Modulares Origami

[https://cdn.shopify.com/s/files/1/0626/4273/files/Origami-Trous-04\\_1024x1024.jpg?v=1510075630](https://cdn.shopify.com/s/files/1/0626/4273/files/Origami-Trous-04_1024x1024.jpg?v=1510075630)  
heruntergeladen am 12.11.2020  
©Lavender Home

Abbildung 22: Libellenflügel

[https://www.digitalphoto.de/media/digitalphoto/gallery/images/544/544\\_1327479856\\_77466.jpg](https://www.digitalphoto.de/media/digitalphoto/gallery/images/544/544_1327479856_77466.jpg)  
heruntergeladen am 12.11.2020  
©DigitalPhoto

Abbildung 23: Palmenblatt

[https://cdn.pixabay.com/photo/2018/07/26/12/04/james-3563459\\_960\\_720.jpg](https://cdn.pixabay.com/photo/2018/07/26/12/04/james-3563459_960_720.jpg)  
heruntergeladen am 12.11.2020  
©pixabay

Abbildung 24: Beipackzettel von Medikamenten

<https://e-tikett.de/fileadmin/bilder/produkte/beipackzettel.jpg>  
heruntergeladen am 17.4.2021

## Abbildungsverzeichnis

### Abbildung 25: Modell eines Satelliten

[https://www.ingenieur.de/wp-content/uploads/2017/11/2014/1962\\_Zusammengefaltetes-Solarpanel.jpg](https://www.ingenieur.de/wp-content/uploads/2017/11/2014/1962_Zusammengefaltetes-Solarpanel.jpg)  
heruntergeladen am: 14.1.2021  
© NASA/BYU

### Abbildung 26: Universitäts-Sport-Center Shenzhen

<https://inhabitat.com/gmp-architekten-completes-3-sparkling-crystalline-stadiums-for-shenzens-universiade-games/>  
© Christian Gahl  
Heruntergeladen am: 14.1.2021

### Abbildung 27: Stadion in Shenzhen Eingang

<https://inhabitat.com/gmp-architekten-completes-3-sparkling-crystalline-stadiums-for-shenzens-universiade-games/universiade-sports-center-gmp-architekten-3/>  
© Christian Gahl  
Heruntergeladen am: 14.1.2021

### Abbildung 28: Theatersaal in Vidy

[https://www.proholz.at/fileadmin/\\_processed\\_/4/4/csm\\_avecvidy\\_03\\_d923e64bb8.jpg](https://www.proholz.at/fileadmin/_processed_/4/4/csm_avecvidy_03_d923e64bb8.jpg)  
heruntergeladen am: 14.1.2021  
© Ilka Kramer

### Abbildung 29: Verbindung der Holzflächen

[https://www.proholz.at/fileadmin/\\_processed\\_/a/6/csm\\_rengli\\_kramer\\_168\\_1d15537101.jpg](https://www.proholz.at/fileadmin/_processed_/a/6/csm_rengli_kramer_168_1d15537101.jpg)  
heruntergeladen am: 14.1.2021  
© Ilka Kramer

### Abbildung 30: Schwalbenschwanzverbindung

Integrale Verbindungen für Falwerke aus Holzwerkstoffplatten  
S 70  
© DETAIL

### Abbildung 31: Katholische Kirche St. Paulus in Neuss-Weckhofen

[https://www.google.com/imgres?img-url=https%3A%2F%2Fi.pinimg.com%2Foriginals%2Fb9%2F3f%2Fde%2Fb93fde8cf40ae802f7fec4456db8fb2b.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.de%2Fpin%2F368591550737260055%2F&tbid=gQEMn7Z\\_8XDLkM&vet=12ahUKEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygIegUIARCpAQ..i&docid=jR\\_-ZJxY2ggOKM&w=800&h=533&q=st.%20paulus%20neuss&client=safari&ved=2ahUKEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygIegUIARCpAQ](https://www.google.com/imgres?img-url=https%3A%2F%2Fi.pinimg.com%2Foriginals%2Fb9%2F3f%2Fde%2Fb93fde8cf40ae802f7fec4456db8fb2b.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.de%2Fpin%2F368591550737260055%2F&tbid=gQEMn7Z_8XDLkM&vet=12ahUKEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygIegUIARCpAQ..i&docid=jR_-ZJxY2ggOKM&w=800&h=533&q=st.%20paulus%20neuss&client=safari&ved=2ahUKEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygIegUIARCpAQ)  
© Bildarchiv Monheim GmbH / Florian Monheim  
Heruntergeladen am: 14.1.2021

### Abbildung 32: Innenraum St. Paulus in Neuss-Weckhofen

[https://www.google.com/imgres?img-url=https%3A%2F%2Fi.pinimg.com%2Foriginals%2F12%2Fb2%2F7%2F12b2f7d713af3f7cfc2c2356b6352348.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.com%2Fpin%2F558587160037391437%2F&tbid=mxuN-CaxLTt71hM&vet=12ahU-KEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygQegUIARC8AQ..i&docid=MM1Os-NV15\\_1N5M&w=1600&h=1123&itg=1&q=st.%20paulus%20neuss&client=safari&ved=2ahU-KEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygQegUIARC8AQ](https://www.google.com/imgres?img-url=https%3A%2F%2Fi.pinimg.com%2Foriginals%2F12%2Fb2%2F7%2F12b2f7d713af3f7cfc2c2356b6352348.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.com%2Fpin%2F558587160037391437%2F&tbid=mxuN-CaxLTt71hM&vet=12ahU-KEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygQegUIARC8AQ..i&docid=MM1Os-NV15_1N5M&w=1600&h=1123&itg=1&q=st.%20paulus%20neuss&client=safari&ved=2ahU-KEwjrsdqdq5vuAhVP04UKHadzA0EQMygQegUIARC8AQ)  
© Bildarchiv Monheim GmbH / Florian Monheim  
Heruntergeladen am: 14.1.2021

### Abbildung 33: Kinetische Fassade

[https://www.bauz.net/fileadmin/\\_processed\\_/4/7/csm\\_FRENER\\_REIFER\\_Thyssenkrupp\\_01\\_d6a84146f6.jpg](https://www.bauz.net/fileadmin/_processed_/4/7/csm_FRENER_REIFER_Thyssenkrupp_01_d6a84146f6.jpg)  
heruntergeladen am: 6.3.2021

Abbildung 50: Stahlfaltwerk  
[https://www.baunetzwissen.de/imgs/1/5/3/7/9/1/3/IMG\\_9766-33262fd8ecad97c6.jpg](https://www.baunetzwissen.de/imgs/1/5/3/7/9/1/3/IMG_9766-33262fd8ecad97c6.jpg)  
 heruntergeladen am: 14.1.2021  
 © Baunetzwissen

Abbildung 51: Holzfaltwerk  
[https://inspiration.detail.de/\\_uploads/5/8/b/58b587b4535b4/b43da69ddc6dbdea13cb40dda81217d07e520f24.jpg](https://inspiration.detail.de/_uploads/5/8/b/58b587b4535b4/b43da69ddc6dbdea13cb40dda81217d07e520f24.jpg)  
 heruntergeladen am: 14.1.2021  
 © Courtesy of IBOIS/EPFL

Abbildung 52: Spannungs- Dehnungs-Diagramm von Stahl  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/6e/Spgs-Dehnungs-Kurve\\_Streckgrenze.svg/1200px-Spgs-Dehnungs-Kurve\\_Streckgrenze.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/6e/Spgs-Dehnungs-Kurve_Streckgrenze.svg/1200px-Spgs-Dehnungs-Kurve_Streckgrenze.svg.png)  
 heruntergeladen am: 7.4.2021

Abbildung 53: Flächenfügung bei Faltungen  
 Lang, R.J., 2018. Twists, tilings, and tessellations: mathematical methods for geometric origami. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton. p. 22

Abbildung 54: Abkantmaschine mit Fußpedal  
[https://static.esska.de/shop/bilder/lbilder/70701336\\_1407405601\\_z.jpg](https://static.esska.de/shop/bilder/lbilder/70701336_1407405601_z.jpg)  
 heruntergeladen am: 14.1.2021  
 © esska.de

Abbildung 55: Hydraulisch gesteuerte Abkantmaschine  
<https://akkuscheren24.de/wp-content/uploads/2016/10/Abkantbank-Beitragsbild.jpeg>  
 heruntergeladen am: 14.1.2021

Abbildung 56: Asymmetrischen Anordnung der Verbindungs-  
 gelenke  
 Tachi, T., 2011a. Rigid-Foldable Thick Origami 12. p. 6

Abbildung 57: Gelenkige Verbindung der Flächenelemente  
 Künstler, A., Trautz, M., 2011. Wandelbare Faltungen aus biege-  
 steifen Faltelementen. Bautechnik 88, 87.

Abbildung 58: Schraubverbindung Stahlblech  
<https://www.konstruktionsatlas.de/verbindungstechnik/halbzeug-halbzeug/images/010105002-220.gif>  
 heruntergeladen am: 8.4.2021

Abbildung 59: Schraubverbindung mittels Metallplatte  
<https://www.konstruktionsatlas.de/verbindungstechnik/halbzeug-halbzeug/images/010105004-220.gif>  
 heruntergeladen am 8.4.2021

Abbildung 60: Schraubverbindung mit Winkel  
<https://www.konstruktionsatlas.de/verbindungstechnik/halbzeug-halbzeug/images/010105038-220.gif>  
 heruntergeladen am 8.4.2021

Abbildung 61: Schraubverbindung mit U-Profil  
[https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQqdJSW-oUbAeF13cm62bH7wkAdN5NJbnODY-hXIU8KkK71v1Fdkat\\_FbAWXdGABJjA8Vi64&usqp=CAU](https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQqdJSW-oUbAeF13cm62bH7wkAdN5NJbnODY-hXIU8KkK71v1Fdkat_FbAWXdGABJjA8Vi64&usqp=CAU)  
 heruntergeladen am 8.4.2021

Abbildung 62: Schweißverbindung flach  
<https://www.konstruktionsatlas.de/verbindungstechnik/halbzeug-halbzeug/images/010105000-220.gif>  
 heruntergeladen am 8.4.2021

Abbildung 63: Schweißverbindung Ecke  
<https://www.konstruktionsatlas.de/verbindungstechnik/halbzeug-halbzeug/images/010105041-220.gif>  
 heruntergeladen am 8.4.2021

## Abbildungsverzeichnis

### Abbildung 64: Falzverbindungen

<https://baulexikon.beuth.de/BLECHDECKUNG.HTM>

heruntergeladen am: 5.3.2021

© Beuth Verlag GmbH

### Abbildung 65: Verkleidung von Stahlbauteilen

[https://www.hbt-brandschutz.de/typo3temp/fl\\_real-url\\_image/bekleidung-von-offenen-profilen-mit-isiboard-brand-schutzplatten-58.jpg](https://www.hbt-brandschutz.de/typo3temp/fl_real-url_image/bekleidung-von-offenen-profilen-mit-isiboard-brand-schutzplatten-58.jpg)

heruntergeladen am: 14.1.2021

heruntergeladen am: 14.1.2021

© HBT Hochbau-Brandschutz-Technik GmbH

### Abbildung 66: Stahlfachwerk Juridicum Wien

<http://www.ernst-hiesmayr.at/wp-content/uploads/2014/06/07-Juridicum-1024x1024.jpg>

heruntergeladen am 14.1.2021

heruntergeladen am 14.1.2021

### Abbildung 67: Auskreuzung Stahlfachwerk Juridicum Wien

<http://www.ernst-hiesmayr.at/wp-content/uploads/2014/06/12-Juridicum-1024x1024.jpg>

heruntergeladen am 14.1.2021

heruntergeladen am 14.1.2021

### Abbildung 68: Aufbau eines Algorithmus

Selbst editiert, Grundlage: Tedeschi, 2014, p. 23

### Abbildung 69: Formfindungsprozess

Selbst editiert, Grundlage: Tedeschi, 2014, p. 30

### Abbildung 70: Hängemodell der Kuppelkonstruktion

[https://www.sfb1244.uni-stuttgart.de/img/kachel-a04.jpg?\\_\\_scale=w:220,h:220,cx:0,cy:0,cw:320,ch:320](https://www.sfb1244.uni-stuttgart.de/img/kachel-a04.jpg?__scale=w:220,h:220,cx:0,cy:0,cw:320,ch:320)

heruntergeladen am 15.3.2021

heruntergeladen am 15.3.2021

### Abbildung 71: Sagrada Família

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/52/Sagrada\\_Fam%C3%ADlia.\\_Façana\\_del\\_Naixement\\_%28cropped%29.jpg/802px-Sagrada\\_Fam%C3%ADlia.\\_Façana\\_del\\_Naixement\\_%28cropped%29.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/52/Sagrada_Fam%C3%ADlia._Façana_del_Naixement_%28cropped%29.jpg/802px-Sagrada_Fam%C3%ADlia._Façana_del_Naixement_%28cropped%29.jpg)

heruntergeladen am 15.3.2021

heruntergeladen am 15.3.2021

### Abbildung 72: Kangaroo 2 Workflow

Selbst editiert, Grundlage: Tedeschi, 2014, p. 364

### Abbildung 179: Wien Museum

[https://www.wienmuseum.at/fileadmin/user\\_upload/Presse\\_Neu/Standorte/Wien\\_Museum\\_Karlsplatz/Slider\\_Standorte\\_Wien\\_Museum\\_Karlsplatz.jpg](https://www.wienmuseum.at/fileadmin/user_upload/Presse_Neu/Standorte/Wien_Museum_Karlsplatz/Slider_Standorte_Wien_Museum_Karlsplatz.jpg)

heruntergeladen am 18.3.2021

heruntergeladen am 18.3.2021

### Abbildung 298: Lichttrompete Augsburg Neue Stadtbibliothek

[https://www.bartenbach.com/fileadmin/\\_processed\\_/a/e/csm\\_Augsburg\\_4\\_017144a41e.jpg](https://www.bartenbach.com/fileadmin/_processed_/a/e/csm_Augsburg_4_017144a41e.jpg)

heruntergeladen am 18.3.2021

Eigene Bearbeitung:

- Abbildung 1: Aufbau eines Faltmusters
- Abbildung 7: Freiheitsgrade der Miura-Ori Faltung
- Abbildung 8: Freiheitsgrade des Triangulated-Ron-Resh Pattern
- Abbildung 9 und 10: Papier mit einer Falte
- Abbildung 11 – 13: Papier mit fünf Falten
- Abbildung 14 -16: Papier mit 14 Falten
- Abbildung 20: Faltmuster Miura-Ori
- Abbildung 21: Faltmuster Triangulated-Ron-Resh
- Abbildung 34-37: Versuch mit glattem Blatt Papier
- Abbildungen: 38 – 41: Versuch mit drei Falten
- Abbildungen: 42-45: Versuch mit fünf Falten
- Abbildungen: 46 – 49: Versuch mit 14 Falten
- Abbildung 73: Yoshimura Faltung
- Abbildung 74: Miura-Ori Faltung
- Abbildung 75: Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung
- Abbildung 76: Kombination der Miura-Ori und Yoshimura Faltung
- Abbildung 77: Reverse Folds
- Abbildung 78: Waterbomb Faltung
- Abbildung 79: Ron-Resh Faltung
- Abbildung 80: Triangulated-Ron-Resh
- Abbildung 81: Rasterlinien als Talfalten
- Abbildung 82: Diagonalen als Bergfalten
- Abbildung 83: Faltmuster
- Abbildung 84: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade
- Abbildung 85: Variante 1 unbelastet
- Abbildung 86: Variante 1 zusammengefasst
- Abbildung 87: Variante 1 Tunnel
- Abbildung 88: Variante 2 unbelastet
- Abbildung 89: Variante 2 zusammengefasst
- Abbildung 90: Variante 2 Tunnel
- Abbildung 91: Variante 3 unbelastet
- Abbildung 92: Variante 3 zusammengefasst
- Abbildung 93: Variante 3 Tunnel
- Abbildung 94: Variante 1 verdreht
- Abbildung 95: Variante 1 Seitenansicht
- Abbildung 96: Variante 1 zentrische Belastung
- Abbildung 97: Variante 2 verdreht
- Abbildung 98: Variante 2 Seitenansicht
- Abbildung 99: Variante 2 zentrische Belastung
- Abbildung 100: Variante 3 verdreht
- Abbildung 101: Variante 3 Seitenansicht
- Abbildung 102: Variante 3 zentrische Belastung
- Abbildung 103: Raster für Miura-Ori Faltung
- Abbildung 104: Verschiebung der Punkte
- Abbildung 105: Horizontale Berg- und Talfalten
- Abbildung 106: Faltmuster der Miura-Ori Faltung
- Abbildung 107: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade
- Abbildung 108: Variante 1 unbelastet
- Abbildung 109: Variante 1 zusammengedrückt
- Abbildung 110: Variante 1 verdreht
- Abbildung 111: Variante 2 unbelastet
- Abbildung 112: Variante 2 zusammengedrückt
- Abbildung 113: Variante 2 verdreht
- Abbildung 114: Variante 3 unbelastet
- Abbildung 115: Variante 3 zusammengedrückt
- Abbildung 116: Variante 3 verdreht
- Abbildung 117: Fischgrätmuster
- Abbildung 118: Bergfalten
- Abbildung 119: Lange Diagonalen
- Abbildung 120: Faltmuster
- Abbildung 121: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade
- Abbildung 122: Faltung unbelastet
- Abbildung 123: zusammengedrückte Enden
- Abbildung 124: zusammengefasst
- Abbildung 125: Faltung unbelastet Seite
- Abbildung 126: zusammengedrückte Enden Seite
- Abbildung 127: zentrische Belastung
- Abbildung 128: Faltung auseinandergezogen
- Abbildung 129: Faltung verdreht
- Abbildung 130: Faltmuster der Weiterentwicklung der Miura-Ori Faltung
- Abbildung 131: Yoshimura Faltung im Faltmuster
- Abbildung 132: Kombiniertes Faltmuster

## Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 133: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade  
Abbildung 134: Faltung unbelastet  
Abbildung 135: zusammengefaltet  
Abbildung 136: auseinandergezogen  
Abbildung 137: Faltung unbelastet Seite  
Abbildung 138: zusammengedrückte Enden  
Abbildung 139: zentrische Belastung  
Abbildung 140: Reversed Folds unbelastet  
Abbildung 141: Reversed Folds zusammengedrückt  
Abbildung 142: Reversed Folds verdreht  
Abbildung 143: Raster für die Waterbomb Faltung  
Abbildung 144: Diagonalen und Verschiebung  
Abbildung 145: Bergfalten  
Abbildung 146: Fertiges Faltmuster  
Abbildung 147: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade  
Abbildung 148: Zusammendrücken der Faltung  
Abbildung 149: vollständig wandelbare Struktur  
Abbildung 150: komplett zusammengefaltet  
Abbildung 151: Krümmung  
Abbildung 152: auseinandergezogene Enden  
Abbildung 153: Variante 1 verdreht  
Abbildung 154: Variante 2 verdreht  
Abbildung 155: Raster für Ron Resh-Faltung  
Abbildung 156: Kombination und Diagonalen  
Abbildung 157: Bergfalten  
Abbildung 158: Fertiges Faltmuster  
Abbildung 159: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade  
Abbildung 160: Faltung unbelastet  
Abbildung 161: Kraftaufbringung an zwei gegenüberliegenden Punkten  
Abbildung 162: auseinandergezogen  
Abbildung 163: Faltung verdreht  
Abbildung 164: Krümmung  
Abbildung 165: Wölbung  
Abbildung 166: Grundelement  
Abbildung 167: Verschiebung der großen Dreiecke  
Abbildung 168: Kleine Dreiecke des Faltpatterns  
Abbildung 169: Geometrische Höhen der großen Dreiecke  
Abbildung 170: Fertiges Faltpattern  
Abbildung 171: Punkte zur Berechnung der Freiheitsgrade  
Abbildung 172: Faltung unbelastet  
Abbildung 173: zusammengedrückt von oben  
Abbildung 174: zusammengedrückt von unten  
Abbildung 175: zusammengedrückt  
Abbildung 176: Krümmung  
Abbildung 177: Wölbung  
Abbildung 178: Faltung verdreht  
Abbildung 179: Global Pseudocode  
Abbildung 180: Umkreis und Mittelpunkt  
Abbildung 181: Dreiteilung der Kurve  
Abbildung 182: gleichseitiges Dreieck  
Abbildung 183: geometrische Höhen  
Abbildung 184: Grundelement  
Abbildung 185: Auszug aus dem Script, Erstellung eines Grundelements  
Abbildung 186: Verschiebung entlang einer geometrischen Höhe  
Abbildung 187: Verschiebung entlang einer Hauptrichtung  
Abbildung 188: Verschiebung entlang der zweiten Hauptrichtung  
Abbildung 189: Auszug aus dem Script, Erstellung des Patterns  
Abbildung 190: Border auf Pattern  
Abbildung 191: Verschneidung der border-line mit dem Pattern  
Abbildung 192: Ähnliche Punkte in der Cloud des Patterns  
Abbildung 193: Neue Polylinie für das Pattern  
Abbildung 194: Generierte Fläche aus dem Pattern  
Abbildung 195: Auszug aus dem Script, Origami Border und Fläche  
Abbildung 196: Auszug aus dem Script, Step Solver von Kangaroo  
Abbildung 197: Schematische Darstellung eines Kangaroo Solvers mit Inputs und Strength  
Abbildung 198: Pseudocode Kangaroo Solver  
Abbildung 199: Erste Differenzenfolge  
Abbildung 200: Zweite Differenzenfolge  
Abbildung 201: Auszug aus dem Script, Optimierung der Grundform, zweite Differenzenfolge

- Abbildung 202: Faltkante und zugehörige Punkte  
Abbildung 203: „no fold through“ Komponente  
Abbildung 204: Auszug aus dem Script, Punkte Sortierung  
Abbildung 205: Auszug aus dem Script, Sortierung der Punkte  
Abbildung 206: Anchor mit Target Points  
Abbildung 207: Anchor mit Verschiebung XYZ  
Abbildung 208: Mesh on Point  
Abbildung 209: Loads  
Abbildung 210: Supports  
Abbildung 211: Material Querschnitt  
Abbildung 212: Tragfähigkeitsnachweis  
Abbildung 213: Gebrauchstauglichkeitsnachweis  
Abbildung 214: Pseudocode der statischen Analyse  
Abbildung 215: Definition der verwendeten Variablen  
Abbildung 216: Faltelement mit erforderlichen Abmessungen  
Abbildung 217: Sattelfläche  
Abbildung 218: Annäherung an Sattelfläche, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 219: Annäherung an Sattelfläche, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 220: Annäherung an Sattelfläche, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 221: Sattelfläche, Deformation  $def_{max} = 5.8 \cdot 10^4$  cm  
Abbildung 222: Annäherung an Sattelfläche, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 10^3$  cm  
Abbildung 223: Annäherung an Sattelfläche, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 2.8 \cdot 10^4$  cm  
Abbildung 224: Annäherung an Sattelfläche, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 5 \cdot 10^4$  cm  
Abbildung 225: Sattelfläche Utilization  
Abbildung 226: Annäherung an Sattelfläche, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 227: Annäherung an Sattelfläche, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 228: Annäherung an Sattelfläche, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 229: Schräge  
Abbildung 230: Annäherung an Schräge, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 231: Annäherung an Schräge, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 232: Annäherung an Schräge, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 233: Schräge, Deformation  $def_{max} = 4.2 \cdot 10^2$  cm  
Abbildung 234: Annäherung an Schräge, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 10^3$  cm  
Abbildung 235: Annäherung an Schräge, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 4.3 \cdot 10^3$  cm  
Abbildung 236: Annäherung an Schräge, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 2.4 \cdot 10^3$  cm  
Abbildung 237: Schräge Utilization  
Abbildung 238: Annäherung an Schräge, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 239: Annäherung an Schräge, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 240: Annäherung an Schräge, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 241: Tunnelform  
Abbildung 242: Annäherung an Tunnelform, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 243: Annäherung an Tunnelform, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 244: Annäherung an Tunnelform, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 245: Tunnelform, Deformation  $def_{max} = 71.7$  cm  
Abbildung 246: Annäherung an Tunnelform, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 25.9$  cm  
Abbildung 247: Annäherung an Tunnelform, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 321.0$  cm  
Abbildung 248: Annäherung an Tunnelform, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 71.7$  cm  
Abbildung 249: Tunnelform Utilization  
Abbildung 250: Annäherung an Tunnelform, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 251: Annäherung an Tunnelform, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 252: Annäherung an Tunnelform, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 253: Freiform mit dreiseitigen Auflagern  
Abbildung 254: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 255: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 256: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 257: Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation  $def_{max} = 62.7$  cm  
Abbildung 258: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 45.2$  cm  
Abbildung 259: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 161.2$  cm  
Abbildung 260: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 5.4$  cm  
Abbildung 261: Freiform mit dreiseitigen Auflagern Utilization  
Abbildung 262: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 263: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 264: Annäherung an Freiform mit dreiseitigen Auflagern, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 265: Freiform mit zwei Hochpunkten  
Abbildung 266: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 267: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 268: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 269: Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation  $def_{max} = 10.5$  cm  
Abbildung 270: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 0.6$  cm

Abbildung 271: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 0.2$  cm  
Abbildung 272: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 0.2$  cm  
Abbildung 273: Freiform mit zwei Hochpunkten Utilization  
Abbildung 274: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 275: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 276: Annäherung an Freiform mit zwei Hochpunkten, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 277: Freiform mit Vertiefung im Zentrum  
Abbildung 278: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 279: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 280: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 281: Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation  $def_{max} = 36.1$  cm  
Abbildung 282: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation, Elementgröße  $x = 1.56$  m,  $def_{max} = 13.4$  cm  
Abbildung 283: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation, Elementgröße  $x = 3.50$  m,  $def_{max} = 0.81$  cm  
Abbildung 284: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Deformation, Elementgröße  $x = 5.50$  m,  $def_{max} = 0.45$  cm  
Abbildung 285: Freiform mit Vertiefung im Zentrum Utilization  
Abbildung 286: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization, Elementgröße  $x = 1.56$  m  
Abbildung 287: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization, Elementgröße  $x = 3.50$  m  
Abbildung 288: Annäherung an Freiform mit Vertiefung im Zentrum, Utilization, Elementgröße  $x = 5.50$  m  
Abbildung 289: Wien Museum  
Abbildung 290: Schwarzplan von Wien; Wien Museum hervorgehoben  
Abbildung 291: Verlauf der Sonne bezogen auf das Bestandsgebäude

- Abbildung 292: Grundform adaptiert für Lichteinfall  
Abbildung 293: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.00$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall  
Abbildung 294: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall  
Abbildung 295: Grundform lichtoptimiert mit zwei Hochpunkten  
Abbildung 296: Annäherung der Faltung mit  $x = 2.40$  m an Grundform 2 adaptiert für Lichteinfall  
Abbildung 297: Annäherung der Faltung mit  $x = 3.20$  m an Grundform adaptiert für Lichteinfall  
Abbildung 298: Lichttrompete Augsburg Neue Stadtbibliothek  
Abbildung 299: Schematische Darstellung eines Glaseinschnitts  
Abbildung 300: Außenperspektive Süd-Westen Variante 1  
Abbildung 301: Außenperspektive Süd-Osten Variante 1  
Abbildung 302: Innenraum Variante 1  
Abbildung 303: Draufsicht Variante 1  
Abbildung 304: Analyse der Sonnenstunden Variante 2  
Abbildung 305: Detaildarstellung 1 Variante 1  
Abbildung 306: Detaildarstellung von oben Variante 1  
Abbildung 307: Detaildarstellung 2 Variante 1  
Abbildung 308: Außenperspektive Süd-Westen Variante 2  
Abbildung 309: Außenperspektive Süd-Osten Variante 2  
Abbildung 310: Innenraum Variante 2  
Abbildung 311: Draufsicht Variante 2  
Abbildung 312: Analyse der Sonnenstunden Variante 2  
Abbildung 313: Detaildarstellung 1 Variante 2  
Abbildung 314: Detaildarstellung von oben Variante 2  
Abbildung 315: Detaildarstellung 2 Variante 2  
Abbildung 316: Faltelement für die Produktion  
Abbildung 317: Verbindungsdreiecke im zweidimensionalen Pattern dargestellt  
Abbildung 318: Verbindung des Faltbauteils mit den Laschen der Verbindungsdreiecke  
Abbildung 319: Verbindungsdetail der oberen und unteren Deckschicht  
Abbildung 320: Explosionsaxonometrie eines Faltelements  
Abbildung 321: Explosionsaxonometrie eines Faltelements, Fügung der Einzelteile  
Abbildung 322: Faltelement in Sandwichbauweise  
Abbildung 323: Faltplan der oberen Deckschicht  
Abbildung 324: Faltplan der unteren Deckschicht und Verbindungsdreiecke  
Abbildung 325: schematische Darstellung des Falzes an den Außenkanten der unteren Deckschicht  
Abbildung 326: Verbindung von drei Grundelementen  
Abbildung 327: Verbindungsdetail von 3 Elementen am Beispiel der unteren Deckschicht  
Abbildung 328: Verbindungsdetail  
Abbildung 329: Codierung im Pattern  
Abbildung 330: Prägung am Element  
Abbildung 331: Bauablauf von der Produktion zur Montage  
Abbildung 332: Baustelleneinrichtungsplan

## Tabellenverzeichnis

# 9 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:

Tabelle 2: Korrosionsschutzklassen Stahldeckschichten

Editiert von Anja Reiter

Quelle: Koschade, R., 2011. Sandwichbauweise, 1. Auflage. ed. Martin Härt OHG, München. p. 32

Tabelle 3: Korrosionsschutzsystem Einteilung nach Klassen

Editiert von Anja Reiter

Quelle: Koschade, R., 2011. Sandwichbauweise, 1. Auflage. ed. Martin Härt OHG, München. p. 32

Tabelle 4: Bewertungskriterien für ästhetische Qualität

Eigene Bearbeitung

Tabelle 5: Bewertungskriterien für Formbarkeit der Struktur

Eigene Bearbeitung

Tabelle 6: Bewertungsmatrix der analogen Experimente

Eigene Bearbeitung

Tabelle 7: Ergebnistabelle Grundform Sattelfläche

Eigene Bearbeitung

Tabelle 8: Ergebnistabelle Grundform Schräge

Eigene Bearbeitung

Tabelle 9: Ergebnistabelle Grundform Röhre

Tabelle 10: Ergebnistabelle Grundform 3seitige Auflager

Eigene Bearbeitung

Tabelle 11: Ergebnistabelle der Grundform mit zwei Hochpunkten

Eigene Bearbeitung

Tabelle 12: Ergebnistabelle der Grundform Vertiefung im Zentrum

Eigene Bearbeitung

Tabelle 13: Limitierungen des Faltsystems

Eigene Bearbeitung

Tabelle 14: Gegenüberstellung der Kennwerte der untersuchten Elementgrößen

Eigene Bearbeitung

Tabelle 15: Ergebnisse der Untersuchung nach Annäherung der Faltung auf lichtorientierte Form

Eigene Bearbeitung

Tabelle 16: Ergebnisse der Untersuchung nach Annäherung der Faltung auf lichtorientierte Form 2

Eigene Bearbeitung

Tabelle 17: Gegenüberstellung der finalen Varianten

Eigene Bearbeitung

Tabelle 18: Benötigte Ressourcen von der Produktion zur Montage

Eigene Bearbeitung