

Diploma Thesis

Investigations on the use of UHPC and FRP rebars for a wide span, self-supporting stair construction

submitted in satisfaction of the requirements for the degree of

Diplom-Ingenieur

of the TU Wien, Faculty of Civil Engineering

Diplomarbeit

Untersuchungen zum Einsatz von UHPC und FVK-Bewehrungsstäben für eine weitgespannte, freitragende Treppenkonstruktion

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines

Diplom-Ingenieurs

eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Josip Gogic, BSc

Matr.Nr.: 01612398

unter der Anleitung von

O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. M.Eng **Johann Kollegger**

Dipl.-Ing. Dr.techn. **Philipp Preinstorfer, BSc**

Institut für Tragkonstruktionen
Forschungsbereich für Stahlbeton- und Massivbau
Technische Universität Wien
Karlsplatz 13, 1040 Wien, Österreich

Wien, im Oktober 2021

Danksagung

Mit dem Abschluss der vorliegenden Arbeit rückt das Ende meines Studiums an der TU Wien in greifbare Nähe. An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Beteiligten, die mich im Laufe dieses Lebensabschnittes unterstützt haben, recht herzlich bedanken.

Zunächst bedanke ich mich bei Herrn O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Johann Kollegger für die Gelegenheit meine Diplomarbeit im Forschungsbereich Stahlbeton- und Massivbau zu schreiben und dadurch mein Wissen in diesem Fachgebiet zu vertiefen.

Mein besonderer Dank gebührt Herrn Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. Philipp Preinstorfer, BSc für die tatkräftige Betreuung meiner Arbeit. Während des gesamten Prozesses wurde mir eine sehr kompetente Hilfe zu fachlichen Themen angeboten. Vor allem in Zeiten einer Pandemie, in der ein persönlicher Kontakt oftmals nicht stattfinden konnte, konnte ich mich auf eine stets zur Verfügung stehende Ansprechperson verlassen.

Einen enormen Anteil am Studienerfolg habe ich meinen Studienkollegen Berni S., Robert D., Stanimir P., Dominik L. und Matej B. zu verdanken. Ohne euch hätte das Studium nicht annähernd so viel Spaß gemacht und die ständige Motivation sowie der gegenseitige Wissensaustausch waren ein essenzieller Motor für den Studienfortschritt.

Der größte Dank gilt allerdings meiner Familie und meiner Freundin, die unermüdliche Geduld bewiesen haben und mich vom Studienbeginn an unterstützt haben. Egal wie gestresst oder unzufrieden ich in gewissen Zeiten war, ihr wart und seid die Stütze in meinem Leben, an die ich mich immer halten kann und die es schafft, mir wieder ein Lächeln ins Gesicht zu zaubern.

Kurzfassung

Treppen übernehmen im Hochbau oftmals eine repräsentative Rolle und müssen Spannweiten überbrücken, die mithilfe des konventionellen Stahlbetonbaus keine schlanken Konstruktionen ermöglichen. Dahingehend wird in dieser Arbeit der Einsatz von Ultrahochleistungsbeton (UHPC) und Faserverbundkunststoff (FVK)-Bewehrungsstäben zur Schaffung von dünnen Treppenkonstruktionen untersucht. Weiters werden die Auswirkungen dieser Materialien auf die Umwelt und die Kosten betrachtet.

Im ersten Kapitel wird ein Überblick zu Treppen geschafft. Darin werden die unterschiedlichen Konstruktionsformen- und materialien, sowie die Vereinfachungen des statischen Systems beschrieben. Anschließend werden die Grundlagen der Werkstoffe UHPC und FVK-Bewehrungsstäbe näher erläutert. Hierbei wird auf die Zusammensetzung, den Herstellungsprozess und die mechanischen Eigenschaften eingegangen. Im ersten Untersuchungsschritt wird eine Bemessung mit den verschiedenen Materialmodellen an der Geometrie der RAIQA-Treppe vorgenommen. Die Treppenbezeichnung stammt vom gleichnamigen Realisierungsprojekt RAIQA, bei welchem weitgespannte Treppen im Atrium geplant sind. Bei der analytischen Berechnung stellt sich heraus, dass aufgrund der Spannweite durchwegs die Nachweise zur Begrenzung der Verformung bzw. der Schwingungen maßgebend sind. Um die Ergebnisse der analytischen Verformungsberechnung zu validieren, wird daraufhin eine nichtlineare numerische Analyse mit der Software ATENA 2D durchgeführt. Des Weiteren wird das Bruchverhalten betrachtet, um zu sehen, zu welchen Versagensmechanismen es kommt und ob diese durch die Modellvereinfachungen berücksichtigt wurden. Das letzte Kapitel beinhaltet eine Parameterstudie, bei der die Treppenvarianten für festgelegte Spannweiten geprüft werden. Als Parameter dienen die Bauteilhöhe und die Bewehrungsfläche. Das Ziel der Parameterstudie ist das Auffinden der niedrigsten erforderlichen Bauteilhöhe sowie der Dimensionen, die die geringsten Auswirkungen auf die Umwelt und die Kosten verursachen. Dadurch kann festgestellt werden, ob bei gewissen Spannweiten andere Faktoren bzw. Nachweise maßgebend werden und bei welchen Längen der Einsatz einzelner Materialien sinnvoll ist.

Die Bemessungsergebnisse der RAIQA-Treppe zeigen, dass ausschließlich mit UHPC eine ähnlich schlanke Konstruktion geschaffen werden kann wie mit Stahl. Aufgrund der Rissbildung und der Langzeiteffekte verlieren die Betonvarianten deutlich an Steifigkeit, wodurch die Verformungs- und Schwingungsbegrenzung nicht eingehalten werden kann. FVK-Bewehrungsstäbe erweisen sich im Vergleich zum konventionellen Bewehrungsstahl für diese Anwendung als keine sinnvolle Alternative. Bei Treppen in Innenräumen, die keinen hohen Dauerhaftigkeitsbelastungen ausgesetzt sind, zeigt sich der Vorteil der niedrigeren Betondeckung im Vergleich zur Stahlbetonbauweise noch nicht als ausreichend, um den niedrigeren E-Modul auszugleichen. In der Parameterstudie konnte gezeigt werden, dass bei verschiedenen Spannweiten unterschiedliche Faktoren bei der Beurteilung maßgebend werden. So erscheint ein Einsatz von Stahlbeton für kurze Spannweiten sinnvoll, während für mittlere Spannweiten die UHPC-Anwendung am besten geeignet ist, solange die Rissbildung nicht einschreitet. Für weitgespannte Treppenkonstruktionen bietet die Verwendung von Stahl die beste Lösung.

Abstract

In building construction staircases often play a representative role and have to cover spans that do not enable slim constructions with the use of conventional reinforced concrete technology. Therefore this work examines the use of ultra-high-performance concrete (UHPC) and fiber reinforced polymer (FRP) rebars for the creation of thin stair constructions. Furthermore the costs and the impact of these materials on the environment will be investigated.

The first chapter provides an overview of stairs. It describes the different construction forms and materials alongside the simplifications of the static system. Subsequently the fundamentals of the materials, namely UHPC and FRP rebars, are explained in more detail. The focus lies on the composition, the manufacturing process and the mechanical properties. This work initially investigates the dimensioning of the different material models on the RAIQA staircase geometry. The stair designation originates from the RAIQA project, in which wide span stairs are planned to be utilized in the atrium. During the analytical calculation, it was found out that due to the span, the verifications for the limitation of the deformation and vibration are crucial. In order to validate the results of the analytical calculation, a non-linear numerical analysis was performed with the software ATENA 2D. Furthermore the fracture behavior is looked at to see which failure mechanisms occur and whether these are taken into account by the model simplification. The last chapter contains a parameter study in which the stair variants for particular spans are examined. The component height and the reinforcement area are used as parameters. The goal of this examination is to find the lowest required component height as well the dimensions that have the least impact on the environment and costs. This makes it possible to determine whether other factors or evidence are decisive for certain spans, as well as finding reasonable individual materials for the various lengths.

The design results of the RAIQA staircase show that only UHPC is capable of creating a similarly slim structure as steel. Due to the cracking and the long-term effects, the concrete variants lose their rigidity significantly, which results in not fulfilling the deformation and vibration limitations. FRP rebars do not prove to be a sensible alternative for this application compared to conventional steel reinforcement. For indoor stairs, which are not exposed to high durability loads, the advantage of the lower concrete cover compared to steel reinforced concrete is not sufficient to compensate the lower modulus of elasticity. The parameter study showed, that with various spans, different factors are decisive in the assessment. For example, the use of steel reinforced concrete seems to make sense for short spans, while the UHPC application is best suited for medium spans, as long as cracking does not occur. The use of steel is the best solution for wide-span stair constructions.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	I
Kurzfassung	II
Abstract	III
Inhaltsverzeichnis	IV
Abkürzungsverzeichnis	VII
Abbildungsverzeichnis	XV
Tabellenverzeichnis	XVIII
1 Einleitung	1
1.1 Ausgangslage	1
1.2 Zielsetzung und Methodik	1
1.3 Abgrenzung	2
2 Treppen	3
2.1 Begriffe	3
2.2 Konstruktionsformen	4
2.2.1 Grundrissformen	4
2.2.2 Stufenformen	6
2.2.3 Treppenformen	7
2.2.4 Konstruktionsmaterialien	9
2.3 Statische Systeme	10
2.3.1 Lastannahmen	12
3 Materialgrundlagen	16
3.1 Ultra-High Performance Concrete	16
3.1.1 Begriff	16
3.1.2 Zusammensetzung	17
3.1.3 Mechanische Eigenschaften	19
3.2 Faserverbundkunststoff	21
3.2.1 Begriff	21
3.2.2 Fasern	21
3.2.3 Kunststoffmatrix	23
3.2.4 Herstellung von FVK-Stäben	24
3.2.5 Mechanische Eigenschaften	25
3.3 FVK-bewehrter Beton	26
3.3.1 Trag- und Verformungsverhalten	26
3.3.2 Anwendung von FVK-Bewehrung im Betonbau	27

4	Bemessung RAIQA-Treppe	29
4.1	Angabe	30
4.1.1	Abmessungen	30
4.1.2	Belastung	32
4.1.3	Umwelteinfluss	34
4.1.4	Materialkosten	34
4.2	Stahlterrepe	35
4.2.1	Programmsettings	35
4.2.2	Modellierung	35
4.2.3	Belastung	36
4.2.4	Ergebnisse	37
4.3	Betontreppen	40
4.3.1	Modellierung	40
4.3.2	Rahmenbedingungen	44
4.4	Stahlbetonvariante	44
4.4.1	Eingangsdaten	44
4.4.2	Grenzzustand der Tragfähigkeit	48
4.4.3	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	51
4.4.4	Konstruktive Durchbildung	64
4.4.5	GWP - Global Warming Potential	66
4.4.6	Materialkosten	67
4.5	FVK-bewehrte Varianten	67
4.5.1	Eingangsdaten	67
4.5.2	Grenzzustand der Tragfähigkeit	71
4.5.3	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	75
4.5.4	Konstruktive Durchbildung	85
4.5.5	GWP - Global Warming Potential	86
4.5.6	Materialkosten	87
4.6	UHPC-Variante	87
4.6.1	Eingangsdaten	87
4.7	Ergebnisvergleich	90
5	Finite-Elemente-Analyse	92
5.1	Allgemeines	92
5.2	Modellierung	92
5.2.1	Geometrie	92
5.2.2	Materialien	93
5.2.3	Randbedingungen des Modells	95
5.2.4	FE-Netz und Lösungsmethode	95
5.3	Numerische Ergebnisse	96
5.3.1	Stahlbetonvariante	96
5.3.2	CFK-bewehrte Variante	102
5.3.3	UHPC-Variante	104
5.3.4	Vergleich der Ergebnisse	106
6	Parameterstudie	109
6.1	Randbedingungen	109
6.2	Berechnung	109
6.2.1	Mindest- und Maximalbewehrung	110

6.2.2	Biegemoment	111
6.2.3	Verformung und Schwingung	112
6.2.4	Rissbreiten	113
6.2.5	Spannungsbegrenzung	114
6.2.6	Optimale statische Nutzhöhe	115
6.2.7	GWP - Global Warming Potential	116
6.2.8	Materialkosten	117
6.3	Ergebnisse der Parameterstudie	118
6.3.1	Stahlbetonvariante	118
6.3.2	CFK-Variante	122
6.3.3	UHPC-Variante	126
6.4	Vergleich der Varianten	130
6.4.1	Spannweite: $l = 5,1$ m	130
6.4.2	Spannweite: $l = 10,0$ m	131
6.4.3	Spannweite: $l = 15,1$ m	132
7	Zusammenfassung	134
7.1	Schlussfolgerung	134
7.2	Ausblick	135
	Literaturverzeichnis	136
A	Excel-Berechnungen	139
A.1	STB-Variante	140
A.2	CFK-Variante	153
A.3	GFK-Variante	164
A.4	UHPC-Variante	175

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen

- CO₂** Kohlenstoffdioxid
CFK Carbonfaserkunststoff
FE Finite-Elemente
FRP fiber reinforced polymer
FT Fertigteil
FVK Faserverbundkunststoff
FVW Faserverbundwerkstoff
GFK Glasfaserkunststoff
GWP Global Warming Potential
GZG Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT Grenzzustand der Tragfähigkeit
LFK Lastfallkombination
UHFB Ultrahochfester Beton
UHPC Ultra-High Performance Concrete
VSG Verbund-Sicherheitsglas

Griechische Buchstaben

- α Laufplattenneigung (°)
 α_1 Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf das Kriechen (–)
 α_2 Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf das Kriechen (–)
 α_3 Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf das Kriechen (–)
 α_V Völligkeitsbeiwert (–)
 α_{ds1} Beiwert für die Zementart (–)
 α_{ds2} Beiwert für die Zementart (–)
 $\alpha_{s,eff}$ Verhältnis der effektiven E-Moduln (–)

- α_s Verhältnis der E-Moduln (–)
- α Exponent des Verbundgesetzes (–)
- $\beta(f_{cm})$ Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf die Kriechgrundzahl (–)
- $\beta(t_0)$ Beiwert für den Betonalterseinfluss bei Belastungsbeginn auf die Kriechgrundzahl (–)
- $\beta_c(t, t_0)$ Beiwert für die zeitliche Entwicklung des Kriechens (–)
- β_H Beiwert für den Einfluss von der Luftfeuchtigkeit und der wirksamen Bauteilhöhe (–)
- β_{RH} Beiwert für die Luftfeuchte (–)
- β_t Faktor für die Lastdauer (–)
- β Faktor für die Belastungsdauer und Lastwiederholung (–)
- $\Delta\sigma_{sr}$ Spannungssprung bei der Rissbildung (kN/cm²)
- Δc_{dev} Vorhaltemaß für die Betondeckung (mm)
- δF virtuelle Last (–)
- δM virtuelles Moment (–)
- Δq_k Nutzlastzuschlag (kN/m²)
- δW^a virtuelle äußere Arbeit (–)
- δW^i virtuelle innere Arbeit (–)
- η Ausnutzungsgrad (%)
- $\gamma_{Fliesen}$ Wichte von Fliesen (kN/m³)
- γ_{Glas} Wichte von Glas (kN/m³)
- γ_G Teilsicherheitsbeiwert für ständige Lasten (–)
- γ_M Teilsicherheitsbeiwert für das Material (–)
- γ_Q Teilsicherheitsbeiwert für charakteristische Werte von veränderlichen Lasten (–)
- γ_{STB} Wichte von Stahlbeton (kN/m³)
- κ_m mittlere Krümmung (–)
- $\kappa_{cs,II}$ Krümmung zufolge Schwinden im Zustand II (–)
- $\kappa_{cs,I}$ Krümmung zufolge Schwinden im Zustand I (–)
- $\kappa_{cs,m}$ mittlere Schwindkrümmung (–)
- κ_{II} Krümmung im Zustand II (–)
- κ_I Krümmung im Zustand I (–)
- κ Querschnittsverkrümmung (–)
- λ Exponent für den Schlupfverlauf (–)
- ν_{min} Beiwert für die Querkraftbemessung (–)
- ν Beiwert für die Querkraftbemessung (–)

- ψ_1 Kombinationsbeiwert für häufige Werte von veränderlichen Lasten (–)
- ψ_2 Kombinationsbeiwert für quasi-ständige Werte von veränderlichen Lasten (–)
- ρ_b ausgewogener Bewehrungsgrad (%)
- ρ_l Hauptlängsbewehrungsgehalt (%)
- ρ_0 Referenzbewehrungsgehalt (%)
- $\rho_{p,eff}$ effektiver Bewehrungsgehalt (%)
- $\sigma_{c,k,0}$ char. Betonspannung zum Zeitpunkt t_0 (kN/cm²)
- $\sigma_{c,k,\infty}$ char. Betonspannung zum Zeitpunkt t_∞ (kN/cm²)
- $\sigma_{c,k,lim}$ Grenzwert der char. Betonspannung (kN/cm²)
- $\sigma_{c,qs,0}$ quasi-ständige Betonspannung zum Zeitpunkt t_0 (kN/cm²)
- $\sigma_{c,qs,\infty}$ quasi-ständige Betonspannung zum Zeitpunkt t_∞ (kN/cm²)
- $\sigma_{c,qs,lim}$ Grenzwert der quasi-ständigen Betonspannung (kN/cm²)
- σ_l Bewehrungsspannung im Zustand II (N/mm²)
- $\sigma_{s,0}$ char. Bewehrungsspannung zum Zeitpunkt t_0 (kN/cm²)
- $\sigma_{s,\infty}$ char. Bewehrungsspannung zum Zeitpunkt t_∞ (kN/cm²)
- $\sigma_{s,lim}$ Grenzwert der Bewehrungsspannung (kN/cm²)
- σ_{sr} Spannungssprung bei der Erstrissbildung (kN/cm²)
- σ_s Stahlspannung im Zustand II (N/mm²)
- $\varepsilon_{cd,0}$ Grundwert des Trocknungsschwindens (–)
- $\varepsilon_{cd,\infty}$ Trocknungsschwinddehnung (–)
- ε_{cm} mittlere Dehnung des Betons (–)
- ε_{sm} mittlere Dehnung der Bewehrung (–)
- ε_{sr} Dehnung bei Rissbildung (–)
- ε_s Dehnung der Bewehrung (–)
- $\varphi(t, t_0)$ Kriechzahl (–)
- φ_V Verbundkriechzahl (–)
- φ_∞ Endkriechzahl (–)
- φ_{RH} Beiwert für die Luftfeuchtigkeitsauswirkungen auf die Kriechgrundzahl (–)
- ζ Verteilungsbeiwert (–)

Lateinische Buchstaben, klein

- $(1/d_m)_{\text{erf}}$ Grenzwert der Biegeschlankheit (–)
- $(1/d_m)_{\text{ref}}$ Grenzwert der Biegeschlankheit ohne Anpassung an die Stahlspannung (–)
- $(1/d_m)_{\text{vorh}}$ vorhandene Biegeschlankheit (–)
- a lichter Mindestbewehrungsabstand (mm)
- b_T Treppenbreite (m)
- b Breite (m)
- $c_{\text{min,b}}$ Verbundkriterium für die Betondeckung (mm)
- $c_{\text{min,dur}}$ Dauerhaftigkeitskriterium für die Betondeckung (mm)
- c_{min} Mindestbetondeckung (mm)
- c_{nom} Nennmaß der Betondeckung (mm)
- c Betondeckung (mm)
- d_m mittlere statische Nutzhöhe (cm)
- d_{Fliesen} Dicke der Fliesen (m)
- d_{Glas} Dicke des Glases (m)
- f_i i-te Eigenfrequenz (Hz)
- f_{ck} charakteristische Betondruckfestigkeit (N/mm^2)
- f_{cmo} Referenzdruckfestigkeit fürs Schwinden (N/mm^2)
- f_{cm} mittlere Betondruckfestigkeit (N/mm^2)
- $f_{\text{ctk,0,05}}$ charakteristische Betonzugfestigkeit (N/mm^2)
- f_{ctm} mittlere Betonzugfestigkeit (N/mm^2)
- $f_{\text{tk,100}}$ charakteristische Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung nach 100 Jahren (kN/cm^2)
- f beliebige Funktion (–)
- $g_{0,\text{Pl,k}}$ charakteristisches Eigengewicht der Platte (kN/m^2)
- $g_{0,\text{S,k}}$ charakteristisches Eigengewicht der Stufen (kN/m^2)
- $g_{0,\text{Sys1,d}}$ Eigengewicht der Treppe im System 1 für die Bemessung (kN/m^2)
- $g_{0,\text{Sys2,d}}$ Eigengewicht im Laufplattenbereich im System 2 für die Bemessung (kN/m^2)
- $g_{0,\text{Sys3,d}}$ Eigengewicht der Treppe im System 3 für die Bemessung (kN/m^2)
- $g_{1,\text{k}}$ Aufbaulast (kN/m^2)
- $g_{\text{Fliesen,k}}$ charakteristische Aufbaulast der Fliesen (kN/m^2)
- $g_{\text{Geländer,k}}$ charakteristische Aufbaulast des Geländers (kN/m)

- h_0 wirksame Bauteilhöhe (mm)
- h_S Stufenhöhe (cm)
- h_{Glas} Höhe des Geländers (m)
- h Laufplattenhöhe (cm)
- k_1 Beiwert für die Betondeckung (–)
- k_1 Beiwert für die Verbundeigenschaften der Bewehrung (–)
- k_1 Beiwert für die Querkraftbemessung (–)
- k_2 Zusatz für die Anzahl der Lagen (mm)
- k_2 Beiwert für die Dehnungsverteilung (–)
- k_3 Beiwert für die Rissbreitenberechnung (–)
- k_4 Beiwert für die Rissbreitenberechnung (–)
- k_m Steifigkeitskennwert (–)
- k_t Faktor für die Lasteinwirkungsdauer (–)
- k_h Koeffizient abhängig von h_0 (–)
- k Beiwert für die Querkraftbemessung (–)
- l_s schiefe Länge (m)
- $l_{\text{LP,hor}}$ horizontale Laufplattenlänge (m)
- l_{LP} Laufplattenlänge (m)
- l_{tat} tatsächliche Länge (m)
- l projizierte Länge (m)
- m_{Bew} Masse der Bewehrung (kg)
- m Masse (kg)
- n_1 Längsbewehrungsanzahl in der 1. Lage (–)
- n_2 Längsbewehrungsanzahl in der 2. Lage (–)
- $n_{\text{Geländer}}$ Geländeranzahl (–)
- p_d Bemessungsbelastung (kN/m)
- p_k charakteristische Belastung (kN/m)
- p_{qs} quasi-ständige Belastung (kN/m)
- $q_{\text{B2,k}}$ charakteristische Nutzlast der Kategorie B2 (kN/m²)
- $q_{k,h}$ horizontale Nutzlast (kN/m)
- $s_{\text{max,längs}}$ Maximalabstand der unteren Längsbewehrung (cm)
- $s_{\text{max,quer}}$ Maximalabstand der unteren Querbewehrung (cm)
- $s_{r,\text{max}}$ maximaler Rissabstand für ein abgeschlossenes Rissbild (mm)

- t_0 Belastungsbeginn (d)
 t_∞ theoretischer Zeitpunkt ∞ (d)
 t betrachteter Zeitpunkt (d)
 u trocknender Querschnittsumfang (mm)
 w_0 Verformung zum Zeitpunkt t_0 (cm)
 w_∞ Verformung zum Zeitpunkt t_∞ (cm)
 w_c Überhöhung (cm)
 w_z vertikale Verformung (cm)
 $w_{0,S}$ Verformung zum Zeitpunkt t_0 nach Simpson-Integration (cm)
 w_{cs} Verformung zufolge Schwinden (cm)
 $w_{ges,\infty,S}$ Gesamtverformung zum Zeitpunkt t_∞ nach Simpson-Integration (cm)
 $w_{ges,\infty}$ Gesamtverformung zum Zeitpunkt t_∞ (cm)
 $w_{k,lim}$ maximale Rissbreite (mm)
 $w_{k,max}$ Rissbreite bei abgeschlossenem Rissbild (mm)
 w_k Rissbreite (mm)
 w Verformung (cm)
 $x_{II,\infty}$ Betondruckzonenhöhe im reinen Zustand II zum Zeitpunkt t_∞ (cm)
 x_{II} Betondruckzonenhöhe im reinen Zustand II (cm)
 x_{lim} maximale Betondruckzonenhöhe (cm)
 x Betondruckzonenhöhe (cm)
 z innerer Hebelsarm im Zustand II (cm)

Lateinische Buchstaben, groß

- \varnothing_1 Längsbewehrungsdurchmesser in der 1. Lage (mm)
 \varnothing_2 Längsbewehrungsdurchmesser in der 2. Lage (mm)
 \varnothing_{eq} äquivalenter Bewehrungsdurchmesser (mm)
 \varnothing_g Größtkorndurchmesser (mm)
 \varnothing_{max} maximaler Bewehrungsdurchmesser (mm)
 A_t Querschnittsfläche der FVK-Bewehrung (cm²/m)
 $A_{c,eff}$ Wirkungsfläche der Bewehrung (cm²)
 A_c Betonquerschnittsfläche (mm²)
 $A_{s,Auflager}$ Längsbewehrungsfläche im Auflagerbereich (cm²/m)

- $A_{s,\text{Feld}}$ Längsbewehrungsfläche im Feldbereich (cm^2/m)
- $A_{s,\text{ges}}$ gesamte Bewehrungsfläche in Längsrichtung (cm^2/m)
- $A_{s,\text{längs}}$ untere Längsbewehrungsfläche (cm^2/m)
- $A_{s,\text{max}}$ maximale Bewehrungsfläche (cm^2/m)
- $A_{s,\text{min}}$ minimale Bewehrungsfläche (cm^2/m)
- $A_{s,\text{quer}}$ untere Querbewehrungsfläche (cm^2/m)
- C_C Abminderungsfaktor für Dauerstand (–)
- C_E Abminderungsfaktor für den Umwelteinfluss (–)
- $C_{\text{Rd},c}$ Beiwert für die Querkraftbemessung (–)
- C Beiwert aus dem Verbundgesetz (N/mm^2)
- $E_{c,\text{eff}}$ effektiver Elastizitätsmodul (kN/cm^2)
- E_{c0m} mittlerer Elastizitätsmodul des Betons (N/mm^2)
- EI_{eq} Biegesteifigkeit zufolge äquivalentem Trägheitsmoment (Nm^2)
- $EI_{\text{I},0}$ Biegesteifigkeit im Zustand I zum Zeitpunkt t_0 (kNcm^2)
- $EI_{\text{I},\infty}$ Biegesteifigkeit im Zustand I zum Zeitpunkt t_∞ (kNcm^2)
- $EI_{\text{II},0}$ Biegesteifigkeit im Zustand II zum Zeitpunkt t_0 (kNcm^2)
- $EI_{\text{II},\infty}$ Biegesteifigkeit im Zustand II zum Zeitpunkt t_∞ (kNcm^2)
- F_c Betondruckkraft (kN)
- F_f Kraft in der FVK-Bewehrung bei Erstrissbildung (N)
- $F_{\text{cr},\text{eff}}$ Risskraft der effektiven Betonquerschnittsfläche (N)
- F_{cr} Erstrisskraft (N)
- GWP_{BT} Global Warming Potential des Bauteils ($\text{kg CO}_2\text{-Äq.}$)
- GWP Global Warming Potential pro Bezugseinheit ($\text{kg CO}_2\text{-Äq.}/\text{Bezugseinheit}$)
- I_{I} Trägheitsmoment im Zustand I (cm^4)
- I_{eq} äquivalentes Trägheitsmoment (cm^4)
- $I_{\text{II},\infty}$ Trägheitsmoment im Zustand II zum Zeitpunkt t_∞ (cm^4)
- I_{II} Trägheitsmoment im Zustand II (cm^4)
- M_{cr} Rissmoment (kNm)
- M_{Ed} Bemessungsbiegemoment (kNm)
- M_{Ek} charakteristisches Biegemoment (kNm)
- M_{Eqs} quasi-ständiges Biegemoment (kNm)
- M_{Rd} aufnehmbares Biegemoment (kNm)
- MK_{BT} Materialkosten des Bauteils (€)

MP Materialpreis pro Bezugseinheit (€/Bezugseinheit)

N_{cs} Ersatzkraft zufolge Schwinden (kN)

RH_0 Beiwert für die Zementart (–)

RH relative Luftfeuchtigkeit der Bauteilumgebung (%)

V_c Betonvolumen (m^3)

V_{Ed} Bemessungsquerkraft (kN)

$V_{Rd,c,min}$ minimaler Querkraftwiderstand ohne Schubbügel (kN)

$V_{Rd,max}$ maximaler Querkraftwiderstand (kN)

V_{Rd} rechnerischer Querkraftwiderstand ohne Schubbügel (kN)

Abbildungsverzeichnis

2.1	Treppenbezeichnungen	3
2.2	Stufenbezeichnungen	4
2.3	Geradläufige Treppen	4
2.4	Gewendelte Treppen	5
2.5	Mischformen von Treppenarten	5
2.6	Stufenformen	6
2.7	Massive Treppen	7
2.8	Wangen- und Holmtreppen	8
2.9	Kragtreppen	8
2.10	Laufplattenhöhe	9
2.11	Herstellungsmethoden von Stahlbetontreppen	9
2.12	Statische Systeme von Laufplattentreppen	10
2.13	Auswirkung der Auflagerbedingungen auf Laufplattentreppen	11
2.14	Platten- und Scheibenwirkung bei Treppensystemen	12
2.15	Statische Systeme für Nebentragelemente	12
2.16	Bodenaufbau je nach schalltechnischer Entkopplung	13
2.17	Geländerformen	14
2.18	Umrechnung von vertikalen Lasten auf schiefen Längen	15
3.1	Spannungs-Dehnungsverlauf von UHPC	19
3.2	Verbundverhalten von Faserbündeln ohne und mit Tränkung	23
3.3	Produktionskette von FVK-Bewehrungsstäben	24
3.4	Strangziehverfahren	25
3.5	Spannungs-Dehnungsverhalten von FVK-bewehrtem Beton	27
4.1	Rendering des Atriums RAIQA	29
4.2	Axonometrie Treppe RAIQA	31
4.3	3D-Rendering des statischen Systems der RAIQA-Treppe aus Stahl	36
4.4	GZT: Nachweis der RAIQA-Treppe aus Stahl	37
4.5	GZG: Verformung der RAIQA-Treppe aus Stahl	38
4.6	GZG: vertikale Verformung der RAIQA-Treppe aus Stahl	38
4.7	Modellvereinfachung Betontreppen	41
4.8	Statisches Modell der RAIQA-Treppe für die Betonvarianten	43
4.9	Quer- und Längsschnitt der STB-Variante	46
4.10	Quer- und Längsschnitt der STB-Variante im Auflagerbereich	49
4.11	Quer- und Längsschnitt der CFK-Variante	70
4.12	Darstellung des Materialverhalten unter Biegebeanspruchung	72
4.13	Quer- und Längsschnitt der CFK-Variante im Auflagerbereich	73
4.14	Anwendung des Prinzips der virtuellen Kräfte im Betonbau	78
4.15	Numerische Integration mithilfe der Simpsonregel	79
5.1	Geometrie der UHPC-Variante	93

5.2	Materialmodell Beton	94
5.3	Materialmodelle Bewehrung	94
5.4	Randbedingungen	95
5.5	Last-Verformungs-Diagramm der STB-Variante	96
5.6	Erstrissbildung der STB-Variante	97
5.7	Bruchverhalten der STB-Variante	98
5.8	Spannungstrajektorien und Spannungsverteilung im linken Knick	98
5.9	Stabwerksmodelle für den Knickbereich	99
5.10	Geometrie samt Bügelanordnung	99
5.11	Last-Verformungs-Diagramm der STB-Variante mit Bügel	100
5.12	Bruchverhalten der STB-Variante mit Bügel	101
5.13	Spannungstrajektorien und Spannungsverteilung im rechten Knick	101
5.14	Last-Verformungs-Diagramm der CFK-Variante	102
5.15	Bruchverhalten der CFK-Variante	103
5.16	Bruchverhalten der CFK-Variante mit Bügel	103
5.17	Last-Verformungs-Diagramm der UHPC-Variante	104
5.18	Bruchverhalten der UHPC-Variante	105
5.19	Bruchverhalten der UHPC-Variante mit Bügel	105
5.20	Last-Verformungs-Diagramm der unterschiedlichen Varianten ohne Bügel	106
5.21	Last-Verformungs-Diagramm der unterschiedlichen Varianten mit Bügel	107
6.1	Parameteruntersuchung: Mindest- und Maximalbewehrung	110
6.2	Parameteruntersuchung: Biegemomentenwiderstand	111
6.3	Parameteruntersuchung: Verformungs- und Schwingungsbegrenzung	112
6.4	Parameteruntersuchung: Rissbreitenbegrenzung	113
6.5	Parameteruntersuchung: Spannungsbegrenzung	114
6.6	Parameteruntersuchung: optimale statische Nutzhöhe	115
6.7	Parameteruntersuchung: GWP	116
6.8	Parameteruntersuchung: Materialkosten	117
6.9	Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 5,1$ m - GWP	119
6.10	Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 5,1$ m - MK	119
6.11	Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 10,0$ m - GWP	120
6.12	Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 10,0$ m - MK	120
6.13	Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 15,1$ m - GWP	121
6.14	Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 15,1$ m - MK	121
6.15	Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 5,1$ m - GWP	123
6.16	Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 5,1$ m - MK	123
6.17	Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 10,0$ m - GWP	124
6.18	Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 10,0$ m - MK	124
6.19	Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 15,1$ m - GWP	125
6.20	Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 15,1$ m - MK	125
6.21	Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 5,1$ m - GWP	127
6.22	Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 5,1$ m - MK	127
6.23	Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 10,0$ m - GWP	128
6.24	Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 10,0$ m - MK	128
6.25	Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 15,1$ m - GWP	129
6.26	Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 15,1$ m - MK	129
6.27	Vergleich der Betonvarianten für die Spannweite $l = 5,1$ m	130
6.28	Vergleich der Betonvarianten für die Spannweite $l = 10,0$ m	132

6.29 Vergleich der Betonvarianten für die Spannweite $l = 15,1\text{ m}$ 133

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



Tabellenverzeichnis

2.1	Aufbaulasten	13
2.2	Vertikale Nutzlasten für Treppen im Hochbau	14
3.1	Einteilung von Beton nach der Druckfestigkeit	16
3.2	Unterschiedliche Rezepturen für UHPC-Mischungen	18
3.3	Vergleich der mechanischen Eigenschaften unterschiedlicher Fasermaterialien	22
3.4	Materialkennwerte FVK	26
4.1	GWP der verwendeten Materialien	34
4.2	Materialpreise	35
4.3	Materialeigenschaften Beton C50/60	45
4.4	Materialeigenschaften Bewehrungsstahl B550	45
4.5	Bewehrung im Feldbereich der STB-Variante	46
4.6	k_h -Werte	57
4.7	Materialeigenschaften CFK (Durchmesser 8 mm)	68
4.8	Materialeigenschaften GFK (Durchmesser 8 mm)	68
4.9	Bewehrung im Feldbereich der CFK-Variante	69
4.10	Bewehrung im Feldbereich der GFK-Variante	69
4.11	Materialeigenschaften des UHPC	87
4.12	Materialeigenschaften Bewehrungsstahl B550	88
4.13	Bewehrung im Feldbereich der UHPC-Variante	88
4.14	Vergleich der unterschiedlichen Varianten für die RAIQA-Treppe	90
5.1	Vergleich der Ergebnisse der numerischen Berechnung	108
6.1	Vergleich der Varianten für die Spannweite $l = 5,1$ m	131
6.2	Vergleich der Varianten für die Spannweite $l = 10,0$ m	131
6.3	Vergleich der Varianten für die Spannweite $l = 15,1$ m	133

1 Einleitung

1.1 Ausgangslage

Treppen sind Elemente, welche der Erschließung von Geschossen dienen. Während sie in den meisten Fällen lediglich eine funktionelle Aufgabe besitzen, häuft sich in den letzten Jahren der Einsatz von Treppen als repräsentatives, raumgestalterisches Element. Dadurch ergibt sich neben den konstruktiven Anforderungen auch ein Anspruch auf Ästhetik, welcher durch die Geometrie oder das Material abgedeckt werden muss. In der in dieser Arbeit untersuchten RAIQA-Treppe handelt es sich um so eine repräsentative Treppe. Das RAIQA ist ein geplantes Bauvorhaben, dessen Erscheinungsbild maßgebend durch die weitgespannten, freitragenden Treppenkonstruktionen im Atrium geprägt wird. Bei der vorgesehenen Amtsvariante handelt es sich um gerade, zweiläufige Wangentreppen aus Stahl mit einem Podest und Stahlstufen aus einzelnen Hohlprofilen. Treppenkonstruktionen dieser Art und Weise sind über die gesamte Länge und Höhe des Atriums angeordnet. Um das gewünschte Erscheinungsbild des Atriums zu erreichen, gibt es den Wunsch eine möglichst schlanke Treppenkonstruktion zu errichten. In Bezug auf die Materialien wurde die Anwendung von Ultrahochleistungsbeton (UHPC) angedacht. Aufgrund geringer Erfahrungswerte in der Anwendung dieses Materials für weitgespannte Bauteile wurde dies zum Anlass genommen UHPC näher zu betrachten und Vergleichsberechnungen mit konventionellen Materialien durchzuführen. Im Laufe der Bearbeitung wurde die Verwendung von Faserverbundkunststoffen (FVK) in die Untersuchungen inkludiert, da aufgrund der Beständigkeit dieses Materials die Betondeckung reduziert werden kann und somit dünnere Bauteile geschaffen werden können.

Neben den Materialkosten sollte in jeder Bauteiluntersuchung die Ökologie inkludiert werden. Um das im Pariser Klimaabkommen definierte Ziel der Begrenzung der Temperaturerhöhung auf deutlich unter 2°C [40] einhalten zu können, benötigt es eine ökologische Betrachtung in jeder Entscheidungsfindung. Dahingehend wird das Global Warming Potential (GWP)¹ in die Entscheidungsgrundlagen inkludiert.

1.2 Zielsetzung und Methodik

In dieser Arbeit wird der Einsatz von UHPC und FVK-Bewehrungsstäben zur Schaffung schlanker Treppenkonstruktionen untersucht. Neben der optischen Wirkung wird die Materialwahl auch einer ökologischen und wirtschaftlichen Betrachtung unterzogen. Die Ergebnisse des Referenzbauwerks RAIQA werden im Anschluss anhand einer nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnung validiert. Schlussendlich wird eine Parameterstudie durchgeführt, mit deren Ergebnissen eine Aussage für anderen Spannweiten getroffen werden kann. Das Ziel ist es herauszufinden, ob ein Einsatz von UHPC oder FVK-Bewehrungsstäben für weitgespannte Treppenkonstruktionen eine

¹Das GWP (Englisch für Treibhauspotenzial) beschreibt den relativen Beitrag eines Produktes zur globalen Erderwärmung.

schlankere Konstruktion im Vergleich zu konventionellen Materialien ermöglicht. Weiters soll aufgrund der weiteren Parameter (GWP und Materialkosten) eine gesamtheitliche Betrachtung und Beurteilung des Anwendungspotentials der verschiedenen Varianten für unterschiedliche Spannweiten erfolgen.

1.3 Abgrenzung

Aufgrund fehlender Richtlinien für die Bemessung von FVK-Bewehrungsstäben in Österreich wird auf Richtlinien aus anderen Ländern und wissenschaftliche Arbeiten zurückgegriffen. Weiters werden für die UHPC-Variante die Bemessungsregeln für den Stahlbeton weitgehend übernommen. Da in dieser Arbeit ausschließlich der Herstellungsprozess betrachtet wird, ist darauf hinzuweisen, dass die Ergebnisse zum GWP nur einen Bruchteil der tatsächlichen Umweltauswirkung ausmachen. Aufgrund der Dauerhaftigkeit gewisser Materialien können vergleichsweise schlechte Werte bei der Herstellung über die restliche Lebensdauer noch ausgeglichen werden. Ähnliches gilt auch für die Wirtschaftlichkeit, wo eine wartungsarme Konstruktion im Laufe des Lebenszykluses erhöhte Kosten in der Herstellung ausbalancieren kann.

2 Treppen

2.1 Begriffe

Die Treppe ist ein raumgestalterisches Element, welches im Hochbau die Funktion der Überwindung von Geschoßen übernimmt. In der dafür definierten Normung ÖNORM B 5371 [27] wird der Begriff folgendermaßen festgelegt:

Treppe ... Bauteil zur Überwindung von Höhenunterschieden, bestehend aus mindestens einem Treppenlauf und den allenfalls zugehörigen Zwischenpodesten [27, S. 7].

Der Treppenlauf setzt sich aus einer Mehrzahl an Stufen zusammen, die wiederum über die Stufenhöhe und den Stufenaufritt beschrieben werden. Weitere Bezeichnungen, die für die Charakterisierung von Treppen und Stufen benötigt werden, sind in den Abb. 2.1 und Abb. 2.2 dargestellt.

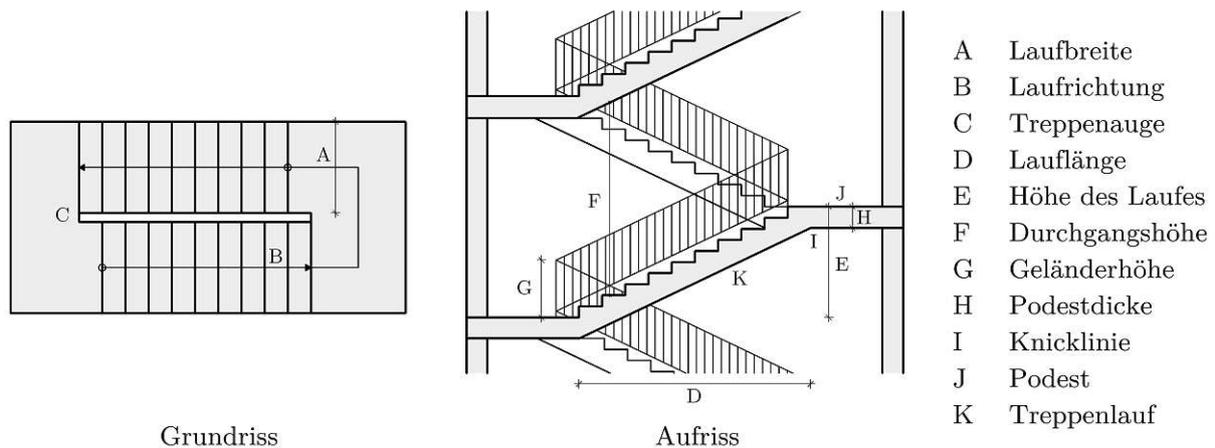


Abb. 2.1: Treppenbezeichnungen¹

Eine wichtige Unterscheidung wird zwischen den Begriffen *Haupttreppe* und *Nebentreppe* durchgeführt. Während Erstere zur Erschließung von Aufenthaltsräumen und somit als Fluchtweg dienen, werden Treppen als Nebentreppen bezeichnet, falls sie zusätzlich zur Haupttreppe errichtet sind und zu Räumen führen, die nicht zur täglichen Nutzung vorgesehen sind [27, S. 5]. Diese Differenzierung beeinflusst, durch die Nutzungs- und Brandschutzanforderungen, die Wahl des Materials und der Konstruktion massiv.

Da sich diese Arbeit ausschließlich mit den statischen Anforderungen an Treppen auseinandersetzt, werden architektonische und bauphysikalische Aspekte wie Steigungsverhältnisse, Schallentkopplung, Brandschutz, etc. nicht behandelt. Angaben zu diesen Anforderungen können den regionalen Bauordnungen, OIB Richtlinien, der ÖNORM B 5371 [27] und ÖNORM B 8115-4 [28] entnommen

¹In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 954]

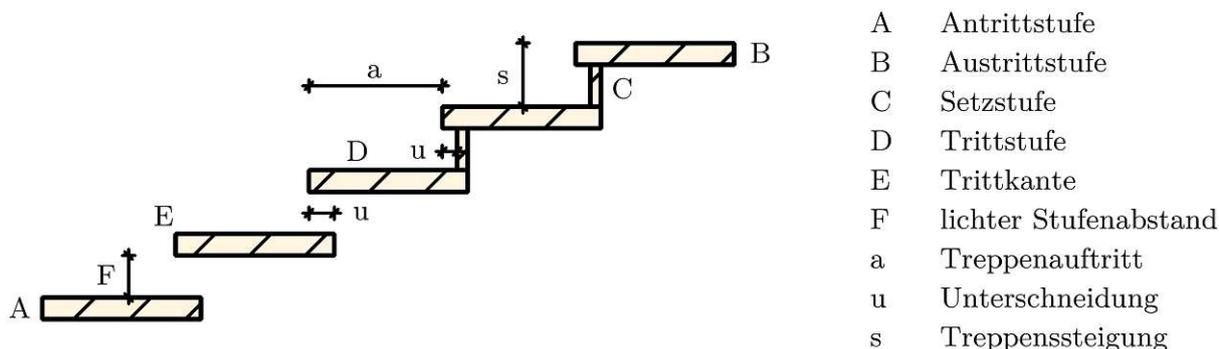


Abb. 2.2: Stufenbezeichnungen²

werden. Des Weiteren soll erwähnt werden, dass aufgrund der Vereinheitlichung der europäischen Normen in der gesamten Ausarbeitung der Begriff *Treppe* verwendet wird und nicht das in Österreich oft verwendete Wort *Stiege*.

2.2 Konstruktionsformen

2.2.1 Grundrissformen

Treppen können je nach Grundrissform in verschiedene Gruppen gegliedert werden. In der ÖNORM B 5371 [27, S. 38-41] sind folgende definiert:

Treppen mit geraden Läufen

Diese Treppen weisen lediglich gerade Treppenzläufe auf und benötigen für eine Richtungsänderung ein Podest. Je nach Anzahl der Treppenzläufe spricht man von ein-, zwei-, ...-läufigen Treppen (siehe Abb. 2.3).

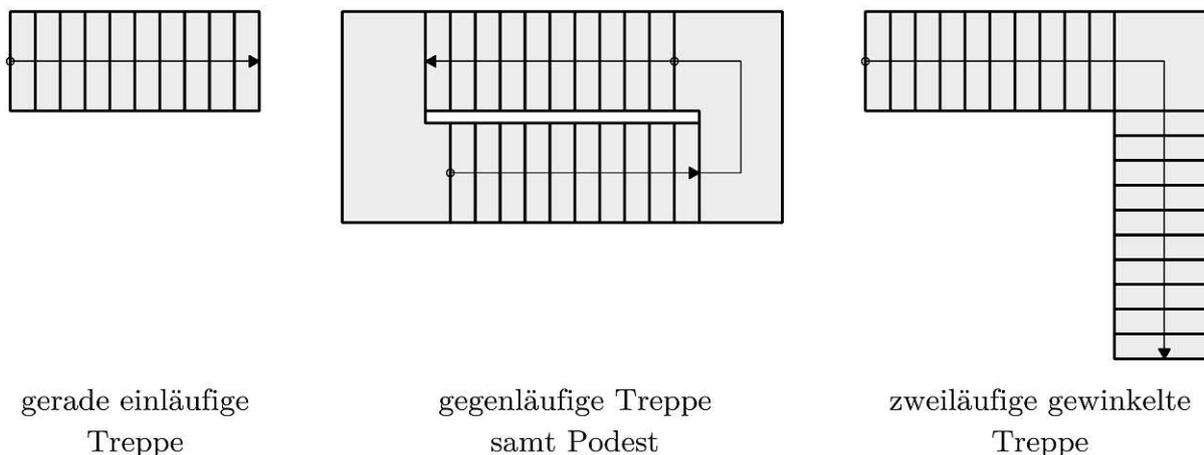


Abb. 2.3: Geradläufige Treppen³

²In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 954]

³In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 963]

Treppen mit gewendelten Läufen

Für die Richtungsänderung dieser Treppen wird kein Podest⁴ benötigt. Die Richtungsänderung erfolgt durch einen gekrümmten Treppenlauf (siehe Abb. 2.4).

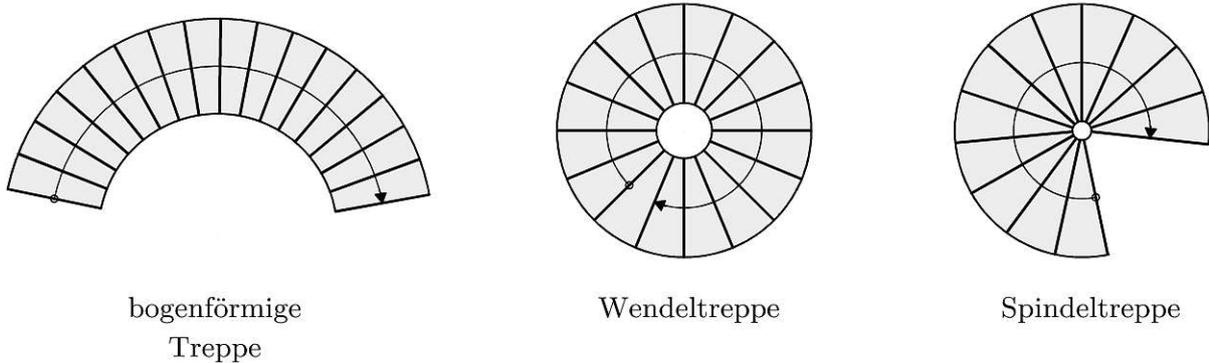


Abb. 2.4: Gewendelte Treppen⁵

Treppen mit geraden und gewendelten Laufteilen

Des Weiteren gibt es noch Mischformen dieser zwei Gruppen, wo z. B. eine gewinkelte Treppe ohne Podest ausgeführt wird und stattdessen die Richtungsänderung über einen viertelgewendelten Treppenlaufabschnitt umgesetzt wird. Beispiele für solche Mischformen können der Abb. 2.5 entnommen werden.

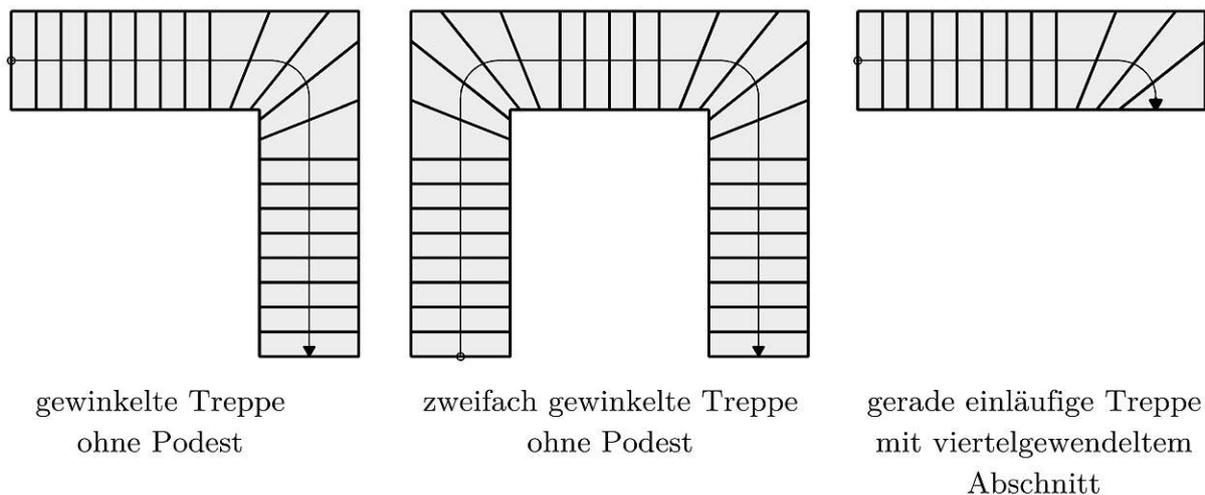


Abb. 2.5: Mischformen von Treppenarten⁶

⁴Unabhängig von der Treppenart ist laut ÖNORM B 5371 [27, S. 24] nach maximal 20 Stufen die Zwischenschaltung eines Podestes anzuordnen.

⁵In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 964]

⁶In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 964]

Faktoren, die die Wahl der geeigneten Grundrissform beeinflussen, sind:

- Nutzung: In den meisten Ergänzungsvorschriften für Gebäude wird die Nutzung einer Wendeltreppe als Fluchtweg untersagt, weshalb ihr Einsatz oft auf Nebentreppen eingeschränkt ist [14, S. 965].
- Auflagerbedingungen: Hier ist zu überprüfen, an welchen Stellen die Treppenkonstruktion gehalten werden kann (z. B. mit oder ohne seitlicher Halterung).
- Flächenbedarf: Trotz gleicher Stufenanzahl unterscheidet sich der Grundrissflächenbedarf je nach Treppenart deutlich voneinander [33, S. 10].
- Gestalterische Ansprüche: Treppen übernehmen in öffentlichen Gebäuden oft eine repräsentative Funktion. Dieser repräsentative Effekt kann durch eine mehrläufige Treppenkonstruktionen oder geschwungene Form erzielt werden [14, S. 965].

2.2.2 Stufenformen

Schneidet man eine Treppe entlang der Lauflinie⁷, können hinsichtlich der Querschnittsausbildung laut Furche und Eckert [14, S. 965] drei Stufenformen voneinander unterschieden werden (siehe Abb. 2.6).

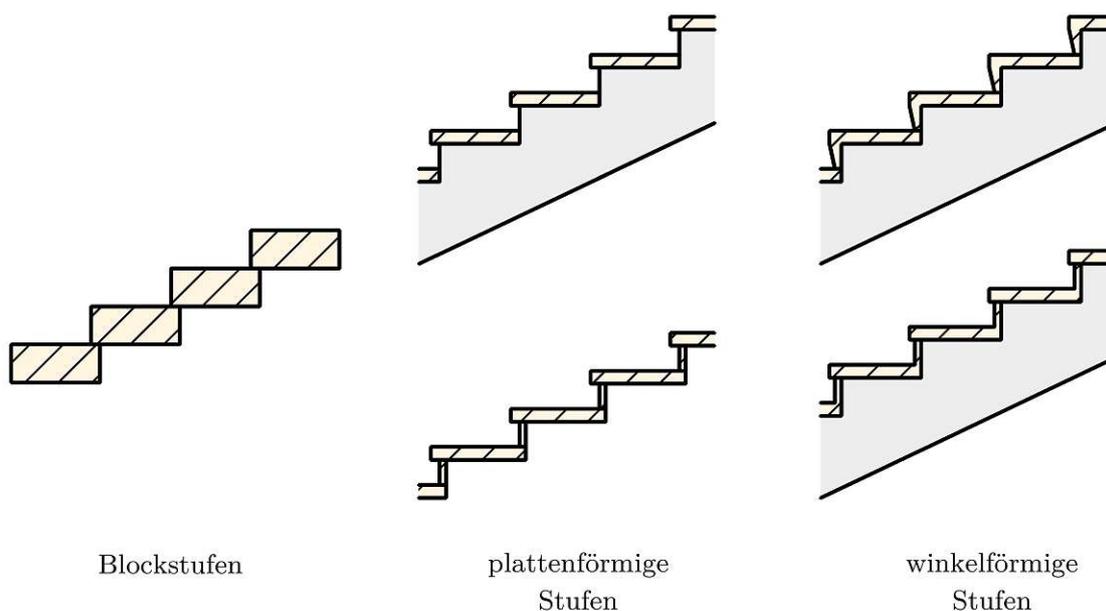


Abb. 2.6: Stufenformen⁸

Blockstufen

Stufen, die einen rechteckigen oder beinahe rechteckigen Querschnitt besitzen und ohne den Einsatz einer Laufplatte direkt gelagert werden, werden Blockstufen genannt.

⁷Dabei handelt es sich um die Konstruktionslinie einer Treppe, die innerhalb des Gehbereichs liegt [27, S. 6]. Die Lauflinie oder Laufrichtung ist in der Abb. 2.1 gekennzeichnet.

⁸In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 965]

Plattenstufen

Diese benötigen eine geringere Höhe als Blockstufen und können in zwei Varianten ausgeführt werden. Zum einen gibt es die Möglichkeit die Stufen auf eine stufenförmige Unterkonstruktion zu verlegen und zum anderen können die einzelnen Stufen mithilfe von senkrechten Stufenteilen (Setzstufen) miteinander verbunden werden. Treppen, die über die letzte Variante ausgeführt werden, werden auch als gefaltete Treppen bezeichnet.

Winkelstufen

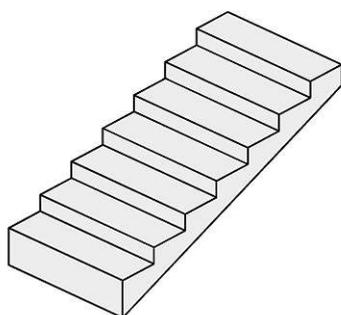
Winkelförmige Stufen haben einen L-förmigen Querschnitt und werden meistens auf Stahlbetontreppenläufen verlegt. Mithilfe von Winkelstufen ist es ebenfalls möglich eine gefaltete Treppe auszuführen.

2.2.3 Treppenformen

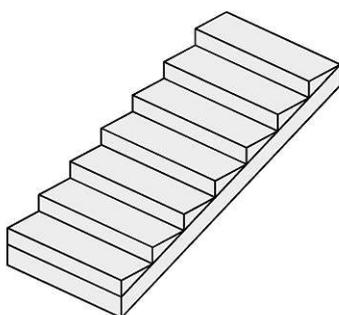
Neben den Grundriss- und Stufenformen können Treppen auch durch die Bauart unterschieden werden. Diese zeichnet sich unabhängig von der Materialwahl durch die Art und Weise der konstruktiven Ausbildung der Treppenkonstruktion aus und wird laut Furche und Eckert [14, S. 970-972] folgendermaßen gegliedert:

Massive Treppen

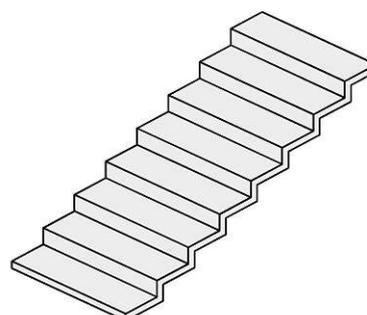
Die am häufigsten vorkommende Bauweise stellt die Massivtreppe dar, die entweder monolithisch oder als Laufplattentreppe mit aufgesetzten Stufen ausgeführt wird (siehe Abb. 2.7). *Faltwerke* beschreiben prinzipiell Konstruktionen bei denen Scheiben und Platten biegesteif miteinander verbunden sind und wo diese vorrangig in ihrer Ebene beansprucht werden. Aufgrund der Abmessungen der Setz- und Trittstufen, die in Relation zur Spannweite sehr gering sind, stellt sich allerdings eher das Verhalten einer Biegeplatte ein. Da das Aussehen einem *Faltwerk* ähnelt, hat sich dennoch der Name *Faltwerktreppe* durchgesetzt. Die Lasten werden über die Laufplatte und Podeste an die Auflager weitergeleitet.



Laufplattentreppe



Laufplattentreppe
mit aufgesetzten Stufen



Faltwerktreppe

Abb. 2.7: Massive Treppen⁹

⁹In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 971]

Wangen- und Holmtreppen

Bei Wangentreppen werden die Stufen an seitlichen Wangenträgern befestigt. Die Funktionsweise von Holmtreppen beruht auf einer direkten vertikalen Lastabtragung durch das Aufliegen der Stufen auf den Trägern. Je nach Anzahl der Auflagerträger spricht man von Einholmtreppen oder Zweiholmtreppen. In der Abb. 2.8 sind eine Wangentreppe und Holmtreppen zu sehen.

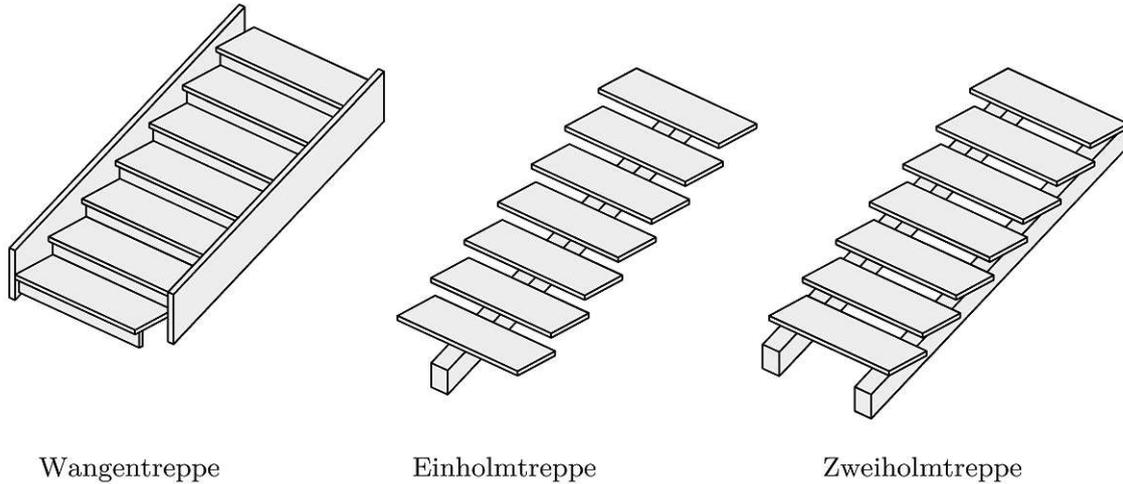


Abb. 2.8: Wangen- und Holmtreppen¹⁰

Kragtreppen

Die nächste Gruppe bilden Kragtreppen, die sich durch die einseitige Einspannung der Stufen charakterisieren (siehe Abb. 2.9). Sonderformen davon bilden Hängetreppen oder Bolzentreppen. Bei Ersteren werden die Stufen zusätzlich zur einseitigen Einspannung mittels Seilen oder Zugstäben zur Stabilisierung von der Decke abgehängt. Bei Bolzentreppen erfolgt die Stabilisierung des System mittels Bolzen, welche eine kraftschlüssige Verbindung der einzelnen Stufen ermöglichen.

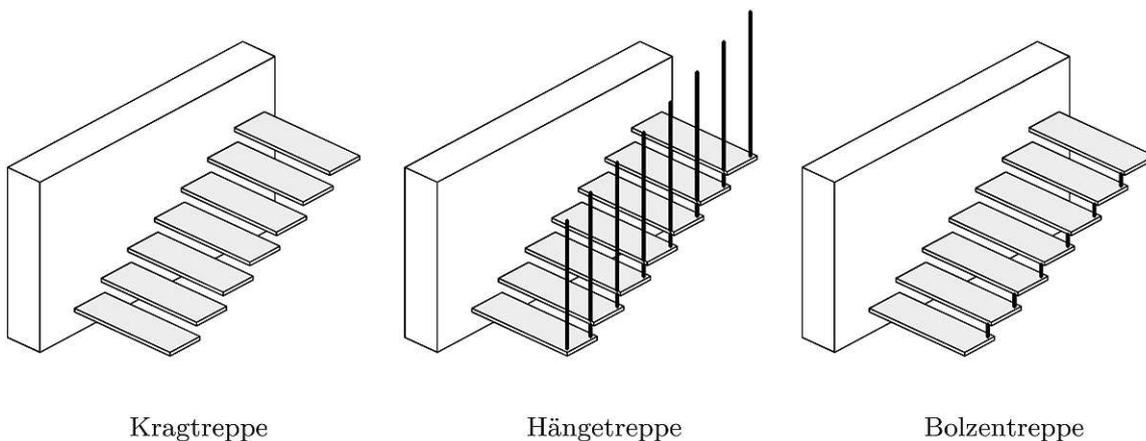


Abb. 2.9: Kragtreppen¹¹

¹⁰In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 971]

¹¹In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 972]

2.2.4 Konstruktionsmaterialien

Treppen können aus verschiedensten Materialien hergestellt werden - unter anderem: Naturstein, Stahlbeton, Holz, Stahl, Glas, etc. In dieser Arbeit werden die Materialien Stahlbeton und Stahl näher beschrieben, da diese für das in weiterer Folge beschriebene Bauprojekt relevant sind.

Stahlbetontreppen

Treppen im Hochbau werden am häufigsten aus Stahlbeton (STB) errichtet, da Decken zum Großteil ebenfalls aus Stahlbeton bestehen und dadurch aus fertigungstechnischen Gründen die Ausführung der Treppen mit demselben Material erleichtert wird. Des Weiteren bestehen beim Bau einer Haupttreppe Brandschutzanforderungen, die mit einer Ausführung aus einem massiven Material, wie z. B. Stahlbeton, ohne zusätzlichen Aufwand zu erfüllen sind [14, S. 976]. Die gängigste Treppenform aus Stahlbeton stellt die Laufplattentreppe dar. In Bezug auf diese Treppenform muss noch der Begriff der Laufplattendicke bzw. -höhe eingeführt werden. Dieses Maß beschreibt die lotrechte Distanz zwischen der Unterkante des Treppenlaufs und der Verbindungslinie der Schnittpunkte der Tritt- und Setzstufen (siehe Abb. 2.10).

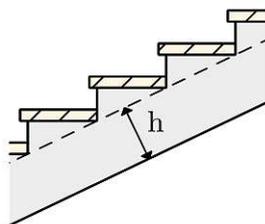
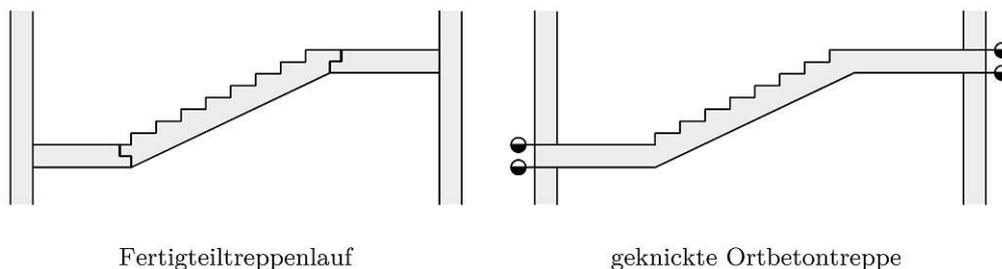


Abb. 2.10: Laufplattendicke

Wird die Treppe lediglich an den Treppenlaufenden gehalten, d.h. ohne Zwischenlagerungen oder hängenden Zugseilen, spricht man von einer freitragenden Treppenkonstruktion. In der Abb. 2.11 sind die zwei Treppenherstellungsmethoden im Stahlbetonbau zu erkennen: Fertigteilbauweise und Ortbetonbauweise. Die Wahl der Herstellungsweise hängt vorrangig vom Schalungsaufwand ab, wodurch vor allem bei Treppenkonstruktion Fertigteile (FT) ihre Berechtigung finden [33, S. 71]. Weitere Faktoren, die diese Entscheidung beeinflussen können, sind die Häufigkeit des Auftretens einer Treppengeometrie und die Platzverhältnisse für das Einsetzen der FT-Treppe auf der Baustelle. Wie man in der Abb. 2.11 erkennen kann, ist bei einer FT-Ausführung auf die Auflagerung zu achten. Hierbei kommen hauptsächlich Ausklinkungen zum Einsatz, die auf die Deckenkonsolen gesetzt werden.



Fertigteiltreppenlauf

geknickte Ortbetontreppe

Abb. 2.11: Herstellungsmethoden von Stahlbetontreppen¹²

¹²In Anlehnung an Pech und Kolbitsch [33, S. 70]

Stahltreppen

Der Einsatz von Stahl für Treppenkonstruktionen ergibt sich aufgrund der günstigen mechanischen Eigenschaften dieses Materials. Die damit einhergehende Möglichkeit dünnwandige Querschnitte herzustellen erlaubt es, zufolge des geringen Eigengewichts, weitgespannte Konstruktionen zu schaffen. Um die Brandschutzanforderungen zu erfüllen, sind zusätzliche Maßnahmen, wie Verkleidungen oder Anstriche, einzuplanen. Am häufigsten werden Stahltreppen als Wangentreppen ausgeführt.

2.3 Statische Systeme

Treppentragwerke lassen sich in Haupt- und Nebentragelemente untergliedern, die jeweils für sich oder zusammen wirken können. Die Haupttragelemente stellen je nach Treppenform die Laufplatte, Wangen, Holme, etc. dar und wurden bereits in Kap. 2.2.3 aufgelistet. Im folgenden werden Laufplattensysteme näher beschrieben. Je nach Situierung der Auflager lassen sich Laufplattentreppe in zwei Arten aufspalten. Als Trägersysteme werden Treppensysteme bezeichnet, die lediglich eine linienförmige Lastabtragung ermöglichen. Spannen einzelne Bauteile des Systems (Treppenlauf, Podest) in unterschiedliche Richtung bzw. zweiachsig, spricht man von einem Plattensystem (siehe Abb. 2.12).

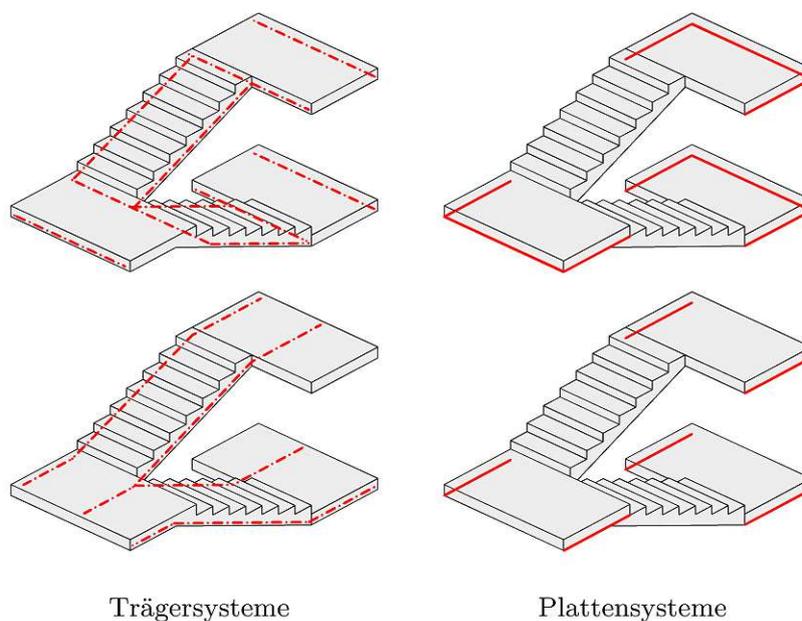


Abb. 2.12: Statischen Systeme von Laufplattentritten¹³

Einachsige spannde Treppenkonstruktionen können hinreichend genau über einem idealisierten Balken beschrieben werden. In der Abb. 2.13 wird beispielsweise das statische System für eine Treppenkonstruktion mit zwei Podesten und einem Treppenlauf gezeigt. Die Auflager werden hierbei gelenkig ausgeführt. Solange eines der beiden Auflager horizontal verschieblich angesetzt wird, entspricht das System dem eines Einfeldträgers (System A), wo die Lasten lediglich über

¹³In Anlehnung an Pech und Kolbitsch [33, S. 24]

das Biegemoment abgetragen werden (Plattenwirkung) [33, S. 25]. Der geneigte Treppenlauf kann auf seine horizontale Länge projiziert werden. Die Umrechnung der Lasten auf die horizontale Projektionslänge wird in Kap. 2.3.1 gezeigt.

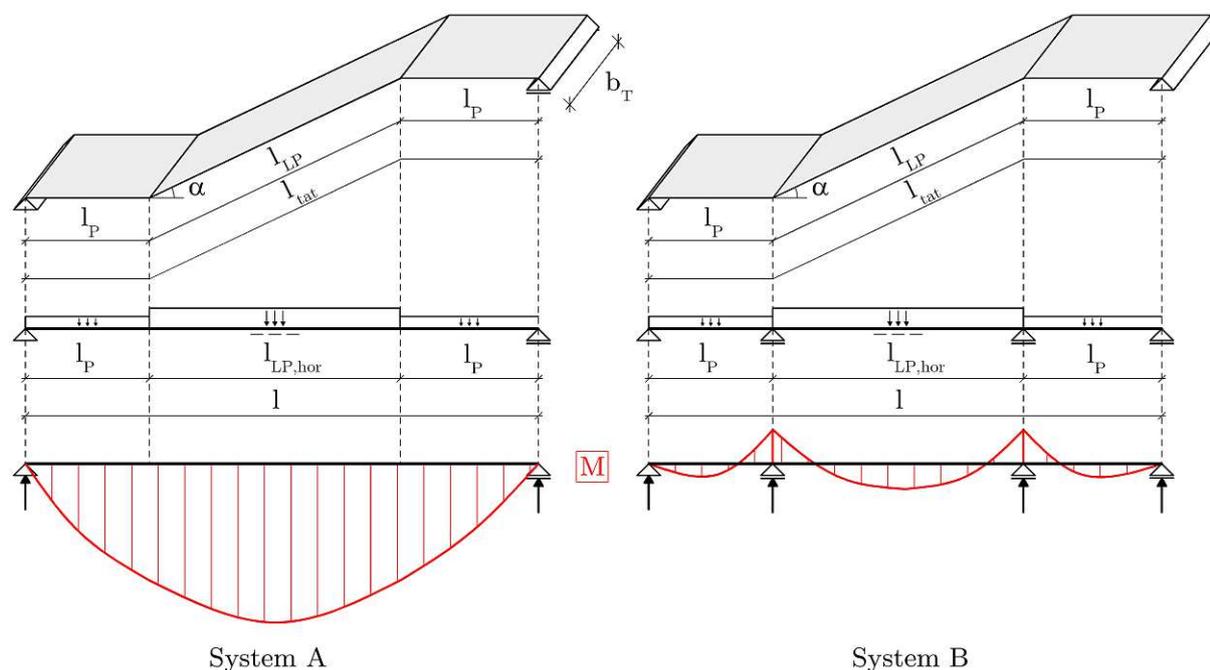


Abb. 2.13: Auswirkung der Auflagerbedingungen auf Laufplattentreppen¹⁴

Verhindert man allerdings die horizontale Verschiebung der Auflager oder ergänzt ein weiteres Auflager, wodurch das System statisch unbestimmt wird, wird die Scheibenwirkung aktiviert. Die Momentenschnittgrößen nehmen ab, jedoch wirken zusätzliche Normalkräfte im System. Das somit entstehende Durchlaufsystem ist in der Abb. 2.13 (System B) dargestellt. Diese Systeme sind deutlich aufwendiger zu berechnen, da die entstehende Platt- und Scheibenwirkung berücksichtigt werden muss. Hierbei kann es, je nach Breite und Steigungsverhältnis der Treppe, auch zu Stabilitätsproblemen der einzelnen Bauteile kommen. In der Abb. 2.14 ist das statische System einer unverschieblichen Treppe mit einem Lauf und Podest gezeigt. Je nach Situierung des Podestes entsteht entweder ein Hängewerk oder Sprengwerk. Die zugehörigen Scheiben- und Auflagerkräfte sind in der Abb. 2.14 dargestellt.

¹⁴In Anlehnung an Pech und Kolbitsch [33, S. 24]

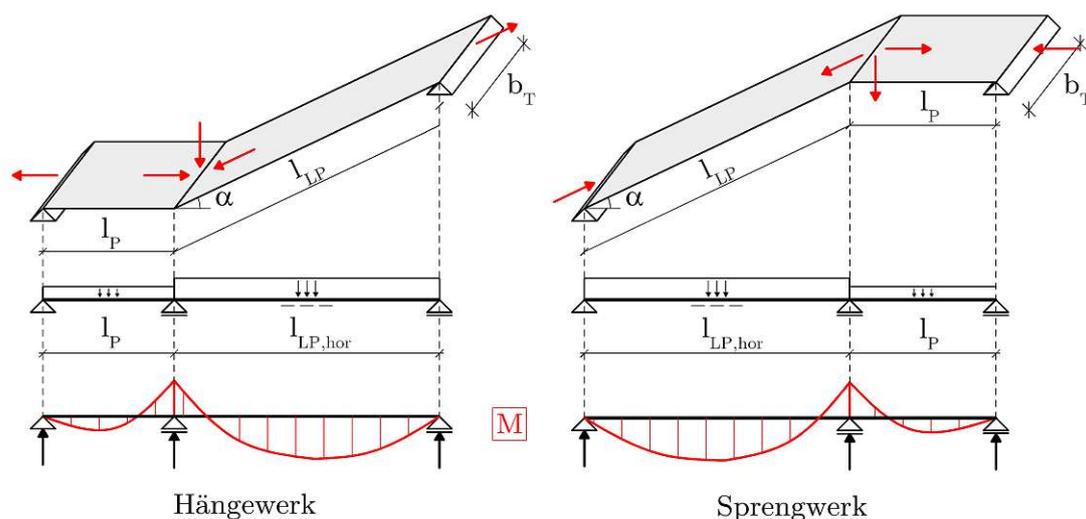


Abb. 2.14: Platten- und Scheibenwirkung bei Treppensystemen¹⁵

Bei Treppenkonstruktionen nehmen Stufen die Funktion des Nebentragwerks ein. Abhängig von der Treppenform können sie unterschiedliche statische Systeme annehmen (siehe Abb. 2.15). Bei massiven Laufplatten hingegen werden die Stufen direkt auf die Laufplatte gelagert, sodass die zwei Elemente zusammenwirken.

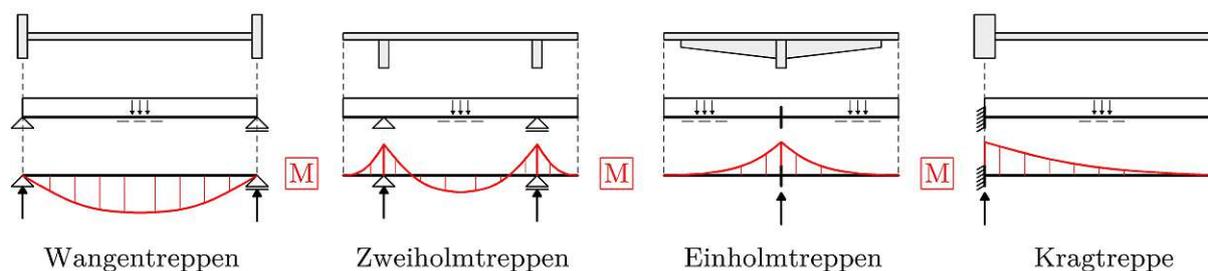


Abb. 2.15: Statische Systeme für Nebentragelemente¹⁶

2.3.1 Lastannahmen

Treppenkonstruktionen werden durch ständige und veränderliche Lasten beansprucht. In dieser Arbeit werden Treppenkonstruktion innerhalb von Gebäuden bearbeitet, weshalb Wind- und Schneelasten vernachlässigt werden können.

Ständige Lasten

Die ständigen Lasten für Treppen setzen sich aus dem Eigengewicht, den Lasten des Fußbodenaufbaus, der einzelnen Stufen und dem Geländer zusammen. Das Eigengewicht berechnet sich aus dem Volumen der Treppe multipliziert mit der Wichte des verwendeten Materials. Bezüglich des Fußbodenaufbaus kommen bei Podesten, je nach schalltechnischer Entkopplung, übliche

¹⁵In Anlehnung an Pech und Kolbitsch [33, S. 28]

¹⁶In Anlehnung an Furche und Eckert [14, S. 973]

Bodenaufbauten (Trittschalldämmung, PE-Folie, Estrich, Belag) oder lediglich ein Bodenbelag zum Einsatz (siehe Abb. 2.16). Die Treppenläufe werden meistens nur mit einem Bodenbelag bedeckt.

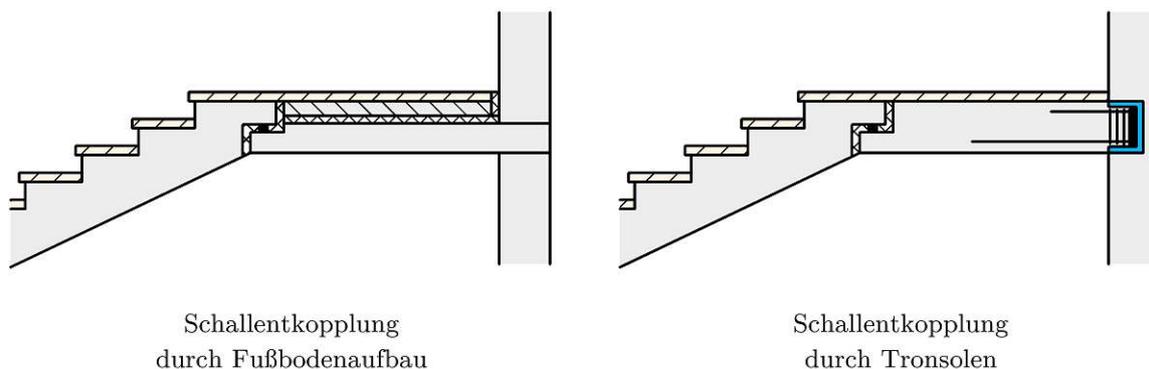


Abb. 2.16: Bodenaufbau je nach schalltechnischer Entkopplung

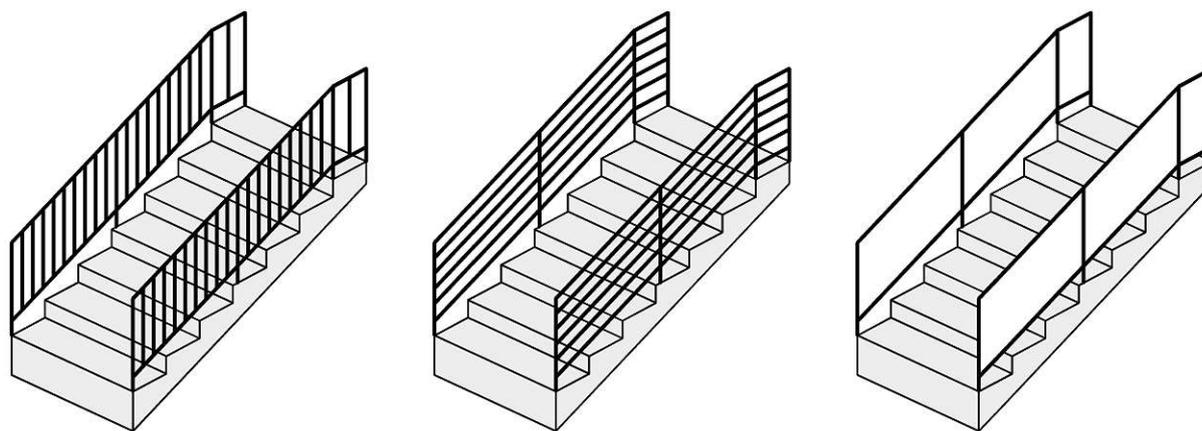
Hinsichtlich der Aufbauasten können folgende Werte angenommen werden (siehe Tab. 2.1). Die Stufenlasten müssen, je nach verwendeter Stufengeometrie, berechnet werden und können in weiterer Folge verschmiert über den Treppenlauf angesetzt werden.

Tab. 2.1: Aufbauasten

Aufbau	d [cm]	γ [kN/m ³]	$g_{1,k}$ [kN/m ²]
Trittschalldämmung	5,00	1,40	0,07
Estrich	4,50	22,00	0,99
Fliesen	1,00	27,00	0,27
Σ	/	/	1,33
Fliesen	1,50	27,00	0,40
Parkett	1,50	10,00	0,15
Naturstein	2,00	30,00	0,60
Teppich	0,80	10,00	0,08
PVC	0,50	14,00	0,07

Laut der OIB Richtlinie 4 [21] werden ab einer Fallhöhe von 1,00 m Absturzsicherungen gefordert. Die Höhe der Absturzsicherung muss mindestens 1,00 m betragen und falls die Absturzhöhe 12,00 m überschreitet, sind 1,10 m für die Geländerhöhe einzuplanen¹⁷. Geländer können in verschiedenen Formen ausgeführt werden (siehe Abb. 2.17). Je nach Material und Stabanordnung sind die Linienlasten zu berechnen, die dann wiederum jeweils am Rand angesetzt oder über die Treppenbreite verschmiert werden. Eine gängige Geländerform sind Glasgeländer aus Verbund-Sicherheitsglas (VSG). Hierbei werden zwei (oder mehrere) Gläser durch eine reißfeste Kunststoffolie miteinander verbunden. Für den Lastansatz werden die einzelnen Glasdicken addiert und mit der Wichte von Glas ($\gamma = 25,0 \text{ kN/m}^3$) multipliziert.

¹⁷Die Höhe der Absturzsicherung muss bei Wohnungstreppe lediglich 0,90 m betragen [21].



Geländer mit vertikalen Füllstäben

Geländer mit horizontalen Füllstäben

Geländer mit Verglasung

Abb. 2.17: Geländerformen¹⁸

Nutzlasten

Die anzusetzenden Nutzlasten im Hochbau sind in der ÖNORM EN 1991-1-1 [30] und ÖNORM B 1991-1-1 [22] definiert. Je nach Nutzungsmerkmal ist für die vertikalen Lasten jeweils eine gleichmäßig verteilte Last und eine konzentrierte Einzellast angegeben, die in der Tab. 2.2 wiedergegeben werden. Für Treppen, die als Fluchtwege dienen, ist ein Nutzlastzuschlag von $1,0 \text{ kN/m}^2$ vorgegeben.

Tab. 2.2: Vertikale Nutzlasten für Treppen im Hochbau¹⁹

Nutzungsmerkmal	Kategorie	q_k^a [kN/m ²]	Q_k [kN]	$q_{k,h}$ [kN/m]
Wohnflächen	A1	2,0	2,0	0,5
Wohnflächen	A2	1,5	2,0	0,5
Büroflächen	B1	2,0	2,0	0,5
Büroflächen	B2	3,0	3,0	1,0
Flächen mit Personenansammlungen	C1	3,0	3,0	1,0
Flächen mit Personenansammlungen	C2	4,0	4,0	1,0
Flächen mit Personenansammlungen	C3.1	4,0	4,0	1,0
Flächen mit Personenansammlungen	C3.2	5,0	5,0	1,0
Flächen mit Personenansammlungen	C4	5,0	5,0	1,0
Flächen mit Personenansammlungen	C5	5,0	5,0	3,0
Verkaufsflächen	D1	4,0	4,0	1,0
Verkaufsflächen	D2	5,0	5,0	1,0

^a $\Delta q_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$ für Treppen als Fluchtwege

¹⁸In Anlehnung an Pech und Kolbitsch [33, S. 84]

¹⁹Auszug aus der ÖNORM B 1991-1-1 [22]

Die in der Tab. 2.2 angegebenen Nutzlasten q_k wirken immer vertikal. Abhängig davon auf welche Ebene man sich bezieht, müssen die auf den Treppenlauf angeordneten Lasten umgerechnet werden. In der Abb. 2.18 ist eine Beschreibung der Lastumrechnung zu sehen. Die horizontalen Nutzlasten, die bei Absturzsicherungen anzusetzen sind, sind ebenfalls in der Tab. 2.2 angegeben und mit $q_{k,h}$ bezeichnet. In den Berechnungen dieser Arbeit wurden die horizontalen Lasten auf das Gelände vernachlässigt, da sie für die Auslegung der Haupttragelemente nicht maßgebend sind.

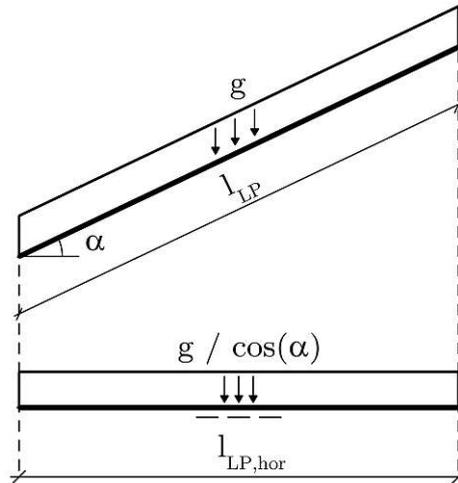


Abb. 2.18: Umrechnung von vertikalen Lasten auf schiefen Längen

3 Materialgrundlagen

3.1 Ultra-High Performance Concrete

3.1.1 Begriff

Neben der Dichte, der Verarbeitungsart, etc. besteht auch die Möglichkeit Beton nach seiner Druckfestigkeit zu klassifizieren. Während in der ÖNORM B 4710-1 [26] diese Unterscheidung nicht angegeben wird, werden in der DIN EN 206-1 [10] folgende Begriffe definiert (siehe Tab. 3.1):

Tab. 3.1: Einteilung von Beton nach der Druckfestigkeit¹

Bezeichnung	charakteristische Mindestzylinderdruckfestigkeit $f_{ck,cyl}$ [N/mm ²]
normalfester Beton	$\leq 50,0$
hochfester Beton	$50,0 < f_{ck,cyl} \leq 100,0$

Beton, der eine Zylinderdruckfestigkeit von weit über 100,0 N/mm² aufweist, kann als ultrahochfester Beton bezeichnet werden. Dieser erreicht ohne spezielle Nachbehandlungsmethoden Druckfestigkeiten bis ca. 200,0 N/mm² [16]. Folgende Abkürzungen kommen in der Literatur häufig vor:

UHFB (Ultrahochfester Beton) ... Beton, welcher eine Druckfestigkeit weit über 100,0 N/mm² aufweist

UHPC (Ultra-High Performance Concrete) ... Beton, welcher neben einer Druckfestigkeit weit über 100,0 N/mm² auch hervorragende Eigenschaften in Bezug auf die Dauerhaftigkeit aufweist

UHPFRC (Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete) ... Beton, welcher neben einer Druckfestigkeit weit über 100,0 N/mm² auch hervorragende Eigenschaften in Bezug auf die Dauerhaftigkeit aufweist und zusätzlich mit einer Faserbewehrung armiert wird

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der Begriff UHPC verwendet. Dies beruht auf der Tatsache, dass die Bezeichnung UHPC das Materialverhalten deutlich besser beschreibt, als die im deutschsprachigen Raum verwendete Bezeichnung Ultrahochfester Beton (UHFB). UHFB bezieht sich in der Namensgebung nur auf die Festigkeit des Materials und impliziert nicht den höheren Widerstand gegen chemische als auch physikalische Einwirkungen. Für den deutschen Sprachgebrauch wäre der Begriff Ultrahochleistungsbeton die passendere Variante.

¹Auszug aus der DIN EN 206-1 [10]

3.1.2 Zusammensetzung

Normalbeton setzt sich aus Gesteinskörnung als Zuschlag, Zement und Wasser zusammen. Um die Eigenschaften des Betons zu beeinflussen, werden Zusatzmittel und Zusatzstoffe beigelegt. Beton mit einer Druckfestigkeit $>150,0 \text{ N/mm}^2$ herzustellen, erfordert laut Kirnbauer [16] und Fehling et al. [11] folgende betontechnologischen Maßnahmen:

- **Reduktion des W/B-Wertes:** Der Wasser-Bindemittelwert beschreibt das Massenverhältnis des vorkommenden Wassers (Gesteinskörnung und Zugabewasser) zum anrechenbaren Bindemittel (Zement und chemisch reaktive Zusatzstoffe multipliziert mit dem k-Faktor). Bei UHPC sollte dieser Wert $\leq 0,30$ sein [16, S.13]. Dieser im Vergleich zum Normalbeton niedrige W/B-Wert ist maßgebend für das dichte Gefüge und die hohe Festigkeit der Matrix verantwortlich.
- **Optimierung der Packungsdichte:** Die Packungsdichte beschreibt den Feststoffvolumenanteil am Gesamtvolumen. Je höher dieser Wert ist, umso dichter ist das Gefüge, wodurch wiederum auch die Festigkeit steigt. Um den Hohlraumgehalt so gering wie möglich zu halten, wird Feinstkorn mit einer Korngröße bis zu $125 \mu\text{m}$ verwendet [11, S.122].
- **Reduktion des Größtkorns:** Das Größtkorn wird in der Regel mit einer maximalen Korngröße von 2 mm begrenzt, um ein homogeneres Gefüge zu erhalten. Jedoch gibt es auch Untersuchungen an UHPC-Mischungen mit einem Größtkorn von 8 mm [11, S.119]. Üblicherweise wird für UHPC Quarzsand als Gesteinskörnung verwendet.
- **Wahl einer geeigneten Zementsorte:** Um einen niedrigen W/B-Wert zu erhalten, ist in Bezug auf die Zementsorte vor allem auf den Wasseranspruch zu achten. Hauptsächlich kommt für UHPC Portlandzementklinker CEM I zum Einsatz, welcher eine Festigkeit von $42,5 \text{ N/mm}^2$ oder $52,5 \text{ N/mm}^2$ und eine schnelle Erhärtung (R) aufweist [11, S.125]. Laut Schachinger [36] ist auch der Einsatz von Hochofenzement CEM III für UHPC möglich. Trotz eines Verlustes der Druckfestigkeit um ca. 20%, besitzt CEM III aufgrund des geringeren Klinkeranteils bessere ökologische Werte als CEM I und rechtfertigt damit den Einsatz als Zement für UHPC.
- **Zugabe von geeigneten Zusatzstoffen:** Als reaktive Zusatzstoffe kommen überwiegend Silicastaub (Mikrosilica) und Hüttensand zum Einsatz. Silicastaub entsteht als Nebenprodukt bei der Erzeugung von Siliciumlegierungen und wirkt als Mikrofüller. Durch den Gebrauch wird die Packungsdichte erhöht. Hüttensand wird aus der Roheisenerzeugung als Nebenprodukt gewonnen und verringert den Wasser- und Fließmittelanspruch des UHPC. Als inerte Zusatzstoffe (Stoffe, die keine chemische Reaktion auslösen) kommen hauptsächlich feine Quarzmehle zur Anwendung. Diese dienen der Erreichung einer packungsoptimalen Kornzusammensetzung [11, S.126-127].
- **Zugabe von geeigneten Zusatzmitteln:** Prinzipiell sind alle Betonzusatzmittel, die der ÖNORM EN 934-2 [32] entsprechen, für UHPC anwendbar. Aufgrund des niedrigen W/B-Wertes und der damit einhergehenden schlechteren Verarbeitbarkeit von UHPC sind vor allem Fließmittel notwendig. Mithilfe von Fließmitteln wird die innere Reibung herabgesetzt, indem die Annäherung der einzelnen Zementpartikel verhindert wird. Weiters lagern sich Fließmittel an der Oberfläche der Zementkörner ab und trennen die aus den Zementpartikeln entstandenen Agglomerate. Im Zuge dieser Aufspaltung wird das in den Zwischenräumen eingeschlossene Wasser befreit und ermöglicht somit eine Zugabewassereinsparung und eine

Verbesserung der Verarbeitbarkeit des Betons [16, S.36]. In der Regel werden Fließmittel basierend auf Polycarboxylethern (PCE) verwendet [11, S.127].

- **Faserzugabe:** Während die optimierte Packungsdichte und der niedrige W/B-Wert einen Beton mit einem dichten Gefüge und hoher Festigkeit ermöglichen, stellt sich dadurch allerdings auch ein sprödes Bruchverhalten ein. Normalbeton kann sich bei erhöhten Beanspruchungen mithilfe von inneren Gefügeveränderungen, welche aufgrund der vorhandenen Hohlräume ermöglicht werden, (quasi-)duktile verhalten, wodurch ein plötzliches Versagen verhindert wird [11, S.122]. Um bei UHPC das schlagartige Bruchverhalten zu verhindern, werden der Mischung Fasern beigefügt, welche bei richtiger Dosierung entlang eines Risses die Zugkräfte aufnehmen können und ein duktiler Nachbruchverhalten ermöglichen. Weiters dienen die Fasern auch zur Erhöhung der Zugfestigkeit, Verringerung von Schwindrissen und Verbesserung des Brandwiderstands [16, S.44]. Es können sowohl Stahlfasern als auch Fasern aus synthetischen Materialien verwendet werden.
- **Mischprozessoptimierung:** Ausschlaggebend beim Mischen von UHPC ist eine hohe Mischenergie. Diese wird benötigt, um den hohen Feinststoffanteil aufzuschließen und die Benetzung der einzelnen Partikel mit Wasser und Fließmittel zu ermöglichen. Für feinkörnigen UHPC haben sich Intensivmischer besonders bewährt [11, S.129]. Weiters ist auf die Mischdauer, das Mischwerkzeug und die Mischreihenfolge zu achten [16, S.51–56].
- **Nachbehandlung:** Aufgrund des geringen Wassergehaltes von UHPC bildet sich bereits kurz nach der Herstellung eine dünne, dichte und zähe Schicht an der Oberfläche des Betons (wird auch als *Elefantenhaut* bezeichnet), wodurch die Entlüftung des Beton behindert wird und die Oberfläche nicht mehr geglättet werden kann. Maßnahmen gegen die Bildung der Elefantenhaut sind: Abdecken mit einer Folie nach dem Betonieren, wirksames Nachbehandlungsmittel aufsprühen, filmbildenden Sprühnebelwasser aufbringen. Mittels Wärmebehandlung bei ca. 80–90°C über 1 – 2 Tage ist es zusätzlich möglich die Festigkeit des UHPC zu steigern und die Festigkeitsentwicklung zu beschleunigen [11, S.136].

In der Tab. 3.2 sind exemplarisch drei Rezepte für UHPC-Mischungen angegeben.

Tab. 3.2: Unterschiedliche Rezepturen für UHPC-Mischungen²

	UHPC fein (0/0,5 mm)	UHPC fein (0/0,5 mm)	UHPC grob (0/8 mm)
	[kg/m ³]		
Wasser	166	183	158
Zement	832	775	650
Silicastaub	135	164	177
Fließmittel-Dosierung [M.-%]	1,1	1,1	1,1
Quarzmehl fein	207	193	325
Quarzmehl grob	/	/	131
Quarzsand 0,125/0,5	975	946	354
Basalt 2/8	/	/	597
Mikrodrahtfaser [Vol.-%]	2,5	2,5	2,5

²Auszug aus Fehling et al. [11, S.128]

3.1.3 Mechanische Eigenschaften

UHPC weist aufgrund seines dichten Gefüges eine sehr hohe Festigkeit und eine erhöhte Steifigkeit auf, welche über den Elastizitätsmodul (E-Modul) in Rechnung gestellt wird. Mit steigender Festigkeit nimmt allerdings auch das spröde Bruchverhalten zu, welchem durch Faserbeigaben entgegengewirkt werden kann. In dieser Arbeit werden die Fasern zur Erreichung der Zugfestigkeit, der Erhöhung der Duktilität und zur Beschränkung der Rissbreiten berücksichtigt.

Drucktragverhalten

Im Unterschied zum Normalbeton zeigt UHPC bei einem einaxialen Druckversuch an einem Prüfzylinder ein fast durchgehend linear elastisches Verhalten bis zur Druckfestigkeit. Aufgrund von Mikrorissbildungen kommt es kurz vor dem spröden Versagen noch zu einem nichtlinearen Anteil im Kurvenverlauf. Für die Bemessung kann dieser nichtlineare Anteil vernachlässigt werden und es kann stattdessen mit einem linear vereinfachten Ansatz gerechnet werden (siehe Abb. 3.1). Druckfestigkeiten von über $150,0 \text{ N/mm}^2$ werden erreicht und die Bruchstauchung stellt sich bei Feinkornbeton (Größtkorndurchmesser $\leq 2,0 \text{ mm}$) mit $4\text{--}4,4 \text{ ‰}$ ein, während bei Grobkornbeton der Sprödebruch bei einer Stauchung von in etwa $3,5 \text{ ‰}$ beobachtet wird. Durch die lineare Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverlaufs lassen sich die Druckfestigkeit und die Bruchdehnung über das Hookesche Gesetz³ mithilfe des E-Moduls verknüpfen. In der Regel bewegt sich der E-Modul zwischen $45\ 000\text{--}55\ 000 \text{ N/mm}^2$. Durch die Zugabe von Bauxit kann der E-Modul auf bis zu $70\ 000 \text{ N/mm}^2$ erhöht werden [11, S.133–134].

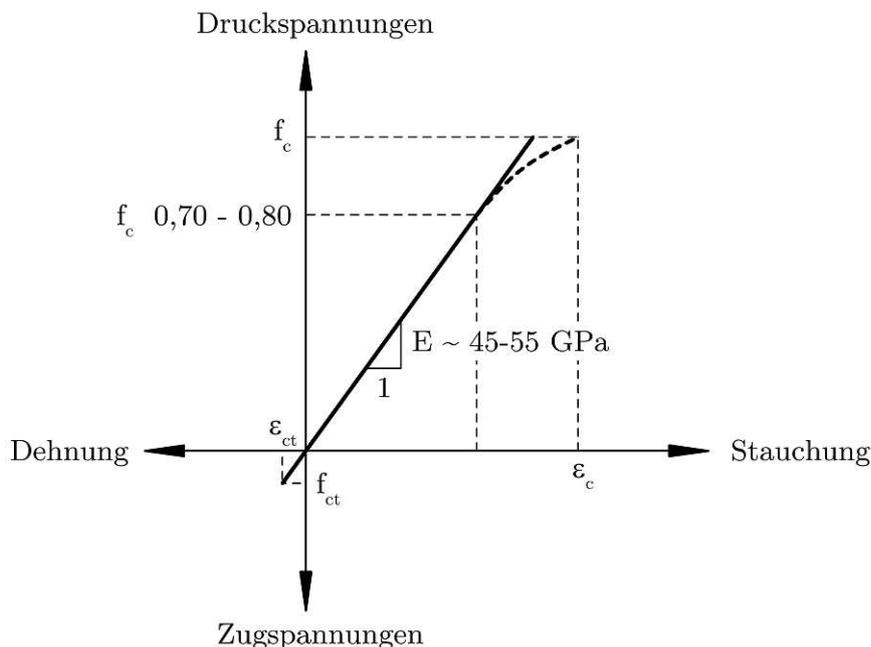


Abb. 3.1: Spannungs-Dehnungsverlauf von UHPC⁴

³Benannt nach Robert Hooke, der im 17. Jahrhundert das linear-elastische Verhalten beschrieben hat.

⁴In Anlehnung an Fehling et al. [11, S.133]

Für die Ermittlung des E-Moduls werden laut Fehling et al. [11, S.134], abhängig vom Größtkorn, folgende Beziehungen vorgeschlagen:

$$E_{c0m} = 8800 \cdot f_{cm}^{1/3} \quad \text{Feinkorn-UHPC} \quad (3.1)$$

$$E_{c0m} = 10200 \cdot f_{cm}^{1/3} \quad \text{Grobkorn-UHPC mit Basaltsplitt} \quad (3.2)$$

mit:

E_{c0m} mittlerer Elastizitätsmodul des Betons [N/mm²]

f_{cm} mittlere Betondruckfestigkeit [N/mm²]

Die in den Gleichungen vorkommende mittlere Betondruckfestigkeit wird, wie in der ÖNORM EN 1992-1-1 [31], über einen einfachen Zuschlag von 8 N/mm² auf die charakteristische Betondruckfestigkeit berechnet.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (3.3)$$

mit:

f_{cm} mittlere Betondruckfestigkeit [N/mm²]

f_{ck} charakteristische Betondruckfestigkeit [N/mm²]

Zugtragverhalten

Die Fasern werden in Bezug auf das Zugtragverhalten lediglich über eine erhöhte Zugfestigkeit berücksichtigt. Wie beim Drucktragverhalten stellt sich bis zum Zugversagen ein linearer Zusammenhang der Spannungen und Dehnungen ein. Dieser ist in der Abb. 3.1 dargestellt. Die zentrische Zugfestigkeit kann näherungsweise direkt aus der Druckfestigkeit ermittelt werden. So gibt es in der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] Regelungen für normal- und hochfesten Beton. Während dort die Formel für hochfesten Beton vorsichtiger definiert ist, können laut Fehling et al. [11, S.133] für UHPC die Beziehungen für normalfesten Beton übernommen werden.

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3.4)$$

$$f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (3.5)$$

mit:

f_{ctm} mittlere Betonzugfestigkeit [N/mm²]

f_{ck} charakteristische Betondruckfestigkeit [N/mm²]

$f_{ctk,0,05}$ charakteristische Betonzugfestigkeit [N/mm²]

Kriechen und Schwinden

Das Kriechen spielt für die Langzeitverformung von Betonbauteilen eine maßgebende Rolle. Bei UHPC ist das Kriechverhalten geringer ausgeprägt als bei normal- und hochfestem Beton. Durch vorangegangene Wärmebehandlungen kann die Kriechneigung zusätzlich reduziert werden. So können sich laut Fehling et al. [11, S.148] folgende Endkriechzahlen bei UHPC einstellen:

- $\phi_{\infty,t_0} = 0,6-1,4 \dots$ UHPC ohne Wärmebehandlung
- $\phi_{\infty,t_0} = 0,2-0,4 \dots$ UHPC mit Wärmebehandlung (ca. 70–90°C)

Für das Schwinden kann laut Fehling et al. [11, S.148] für kapillarporenfreie UHPC-Bauteile ohne Wärmebehandlung und mit einem W/B-Wert von $\leq 0,22$ ein Gesamtschwindmaß von 0,6–0,9 mm/m für die Bemessung angenommen werden. Ebenfalls ist anzumerken, dass bei einem feinkörnigen UHPC mit einem W/B-Wert von in etwa 0,17 lediglich hydrationsbedingtes autogenes Schwinden auftritt [11, S.146]. Laut der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] darf man bei Betonfertigteilen, die einer Wärmebehandlungen unterzogen wurden, annehmen, dass während der Wärmebehandlung das Schwinden keine große Auswirkung hat und dass das autogene Schwinden vernachlässigt werden kann. Aufgrund dessen wird bei den durchwegs im Fertigteilwerk hergestellten Treppen aus UHPC in dieser Arbeit das Schwinden nicht berücksichtigt.

3.2 Faserverbundkunststoff

3.2.1 Begriff

Faserverbundkunststoff (FVK) beschreibt einen Verbundwerkstoff, der aus Verstärkungsfasern und einer Kunststoffmatrix besteht. In der Literatur findet man häufig den Begriff Faserverbundwerkstoff (FVW), der einen Überbegriff darstellt, wo auch Werkstoffe ohne Kunststoff inbegriffen sind. Wird FVK als Bewehrung verwendet, stößt man ebenfalls auf den Begriff der *nichtmetallischen Bewehrung*. Damit werden alternative Bewehrungsmaterialien zum gängigen Bewehrungsstahl zusammengefasst. Im Verlauf dieser Arbeit werden die Bezeichnungen FVK (engl.: fiber reinforced polymer FRP) und nichtmetallische Bewehrung verwendet.

Ausgehend von der Luft- und Raumfahrttechnik hat sich FVK in den letzten Jahren auch für den Einsatz als Bewehrung von Stahlbetonbauteilen als geeignet herausgestellt. Der Hauptgrund für die Verwendung von nichtmetallischen Bewehrungen liegt in der hohen Korrosionsbeständigkeit, wodurch eine deutlich geringere Betondeckung notwendig ist und schlankere Bauteile ermöglicht werden [6]. Zur Anwendung kommen Textilbewehrungen, Bewehrungslamellen und Bewehrungsstäbe oder -gitter.

3.2.2 Fasern

Unter einer Faser oder Verstärkungsfasern versteht man ein stabförmiges Element mit einem Kreisquerschnitt, welches ein großes Länge/Dicke-Verhältnis aufweist. Zur Anwendung kommen Einzelfäden (auch Filamente genannt) oder Faserbündel, welche wiederum in Kurzfasern (endliche Faserbündel) und Endlosfasern (unbegrenzt lange Faserbündel) unterschieden werden. Die Faserdurchmesser bewegen sich im Bereich von 5–50 μm . Laut Curbach und Jesse [8] muss eine Faser, um als Bewehrung für Beton einsatzfähig zu sein, folgendes Anforderungsprofil erfüllen:

- korrosionsresistent im alkalischen Milieu des Betons

- hoher E-Modul
- hohe Festigkeit
- Wirtschaftlichkeit

In der Tab. 3.3 wurden Materialien aufgelistet, die hauptsächlich für den Einsatz als nichtmetallische Bewehrung in der Vergangenheit geprüft wurden. Zusätzlich wurde zum Vergleich auch Stahl angeführt.

Tab. 3.3: Vergleich der mechanischen Eigenschaften unterschiedlicher Fasermaterialien⁵

Fasermaterial	Duchmesser [µm]	Dichte [kg/m ³]	Zugfestigkeit [N/mm ²]	E-Modul [N/mm ²]	Bruchdehnung [%]
AR-Glas	9–24	2700	1300–2000	21 000–74 000	20–43
Aramid	12	1500	3400–3600	80 000–186 000	20–40
Basalt	9–24	2600	990–4800	64 000–89 000	15–32
Carbon	5–10	1800	2000–6000	180 000–650 000	3,5–21
Stahl ^a	300–1500	7850	400–2600	200 000	2–10

^a Angaben bis zum Erreichen der Fließgrenze

Aramid- und Basaltfasern haben sich trotz geeigneter mechanischer Eigenschaften für einen Einsatz als Bewehrungsmaterial im Bauwesen nicht durchgesetzt. Dies liegt an der nicht gegebenen chemischen Beständigkeit dieser Materialien, welche aufgrund der im Beton befindlichen Alkalien und eines potenziellen Angriffs essentiell ist [19, S.7-8]. In weiterer Folge werden daher ausschließlich Glas- und Carbonfasern näher beschrieben.

Glasfasern

Glasfasern gehören zu den anorganisch-nichtmetallischen Werkstoffen und bestehen hauptsächlich aus Quarzmehl, Kalkstein, Colemanit, Kaolin und weiteren Oxiden [13, S.63]. Im Bauwesen kommt meistens alkaliresistentes Glas (AR-Glas) zum Einsatz, welches durch Zugabe von Zirkoniumoxid entsteht, allerdings im Vergleich zu E-Glas (elektrisch isolierendes Glas) schlechtere mechanische Eigenschaften aufweist. Fasern aus AR-Glas werden im Düsenziehverfahren produziert, bei dem die Glasschmelze durch dünne Düsen fließt und schnell abgezogen wird [8]. Durch die amorphe Struktur der Glasfasern stellt sich ein isotropes Materialverhalten ein. Neben der hohen Zugfestigkeit zeichnen sich Glasfasern dadurch aus, dass sie gute Isolatoren und unbrennbar sind. Selbst bei langanhaltenden Temperaturen bis 250°C verringern sich die mechanischen Eigenschaften nicht [6].

Carbonfasern

Für die Herstellung von Carbon- oder Kohlenstofffasern kommen vor allem Polyacrylnitril (PAN) und Peche, sowie seltener auch Viskose zum Einsatz [13, S.74]. PAN ist eine leistungsfähige Kunststofffaser, welche für die Produktion bei einem mehrstufigen Prozess auf Temperaturen bis zu 1400°C erhitzt wird [8]. Durch Anpassung von Temperatur und Verstreckungsgrad innerhalb dieser Prozesskette lassen sich unterschiedliche Steifigkeiten und Festigkeiten erreichen [37]. Wie

⁵Auszug aus Kulas [19, S.7]

in der Tab. 3.3 ersichtlich ist, kann ein E-Modul bis zu $650\,000\text{ N/mm}^2$ erreicht werden. Aufgrund des sehr hohen Preises und der mit zunehmendem E-Modul sinkenden Bruchdehnung (Duktilitätsprobleme), werden Carbonfasern mit dieser Eigenschaft nur selten verwendet. Vorrangig werden HT-Fasern⁶ für den Bewehrungseinsatz in Betonbauteilen genutzt [8]. Zu den positiven Eigenschaften von Carbonfasern zählen, neben der hohen Zugfestigkeit, die geringe Dichte, die Temperaturbeständigkeit (Verringerung der mechanischen Eigenschaften erst ab ca. 400°C) und die Korrosionsbeständigkeit [37].

3.2.3 Kunststoffmatrix

Um den Verbundwerkstoff FVK zu komplettieren, wird neben den Fasern eine Matrixkomponente in der Regel bestehend aus Polymeren benötigt. Der Prozess der Matrixzugabe wird auch Tränkung genannt. Zum Einsatz kommen vorwiegend Thermoplaste und Duroplaste (Gießharze), wobei Duroplaste häufiger verwendet werden [6]. Bei Duroplasten (z. B. Epoxiden) binden sich die Molekülketten irreversibel aneinander, wodurch die Polymerketten nicht löslich oder schmelzbar sind. Sie sind engmaschig vernetzt und weisen einen hohen E-Modul, geringe Kriecheigenschaften und eine gute thermische und chemische Beständigkeit auf. Je engmaschiger die Matrix ist, umso stärker prägen sich die genannten Eigenschaften aus, allerdings wird der Werkstoff auch umso zäher, wodurch die Duktilität abnimmt [37]. Im Zusammenwirken des Verbundwerkstoffs übernimmt die Matrix folgende Aufgaben [6]:

- einwirkende Kräfte in die Fasern leiten
- gleichmäßige Kraftverteilung auf die Fasern
- Faserschutz vor äußeren Einwirkungen
- Formstabilität

In der Abb. 3.2 ist zu sehen, wie sich das Verbundverhalten der Faserbündel durch eine Tränkung verändert. Neben den genannten Eigenschaften werden die chemische Beständigkeit, Alterungsbeständigkeit, Härte der Oberfläche, elektrische Eigenschaften und das Schwindverhalten von FVK maßgebend von der verwendeten Kunststoffmatrix beeinflusst. Eine wesentliche Rolle bei der Entscheidungswahl des Harzes spielt die Bruchdehnung. Hier ist darauf zu achten, dass eine Matrix gewählt wird, die eine höhere Bruchdehnung aufweist als die Verstärkungsfasern. Damit wird verhindert, dass es bei einer Zugbeanspruchung zu einem frühzeitigen Versagen des Werkstoffes kommt [6].

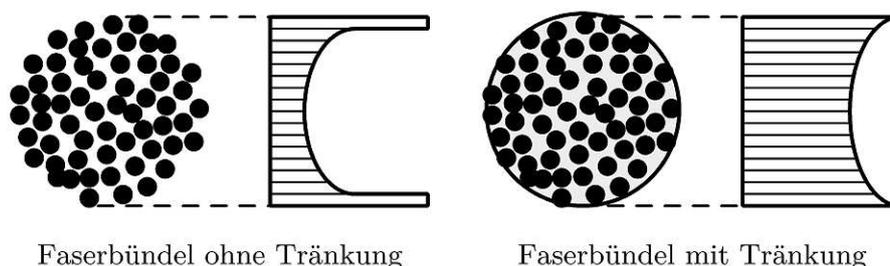


Abb. 3.2: Verbundverhalten von Faserbündeln ohne und mit Tränkung⁷

⁶HT steht für die Abkürzung High Tenacity (hohe Zähigkeit).

⁷In Anlehnung an Younes et al. [41]

3.2.4 Herstellung von FVK-Stäben

In den vorherigen Abschnitten wurden bereits die zwei wichtigsten Komponenten des Verbundwerkstoffs FVK beschrieben. Die Geschichte und die benötigten Prozessschritte zum Schaffen eines FVK-Bewehrungsstabes werden nachfolgend erläutert und sind in der Abb. 3.4 dargestellt.

Die Anfänge der FVK-Bauweise stammen aus dem Beginn des 20. Jahrhunderts. Wie bereits erwähnt, wurde anfangs hauptsächlich im Flugzeugbau mit dem Verbundwerkstoff gearbeitet. Erst nachdem es zu fallenden Preisen bei den Ausgangsstoffen kam, wurde die Anwendung von FVK als Bewehrungselement angedacht. In den weiteren Jahren wurde vor allem in Amerika, Europa und Japan an dem Einsatz von FVK als korrosionsbeständige Bewehrung geforscht. Wurden anfangs noch bevorzugt Glasfasern eingesetzt, kam es in weiterer Folge aufgrund der mechanischen Eigenschaften zur Etablierung von Carbonfasern. Während 2001 die erste Richtlinie vom ACI (American Concrete Institute) publiziert wurde, gibt es derzeit in Österreich keine gültige Richtlinie oder Norm, die den Einsatz von FVK-Bauteilen erleichtert [37].

Die Produktionskette von FVK-Bewehrungsstäben, welche in der Abb. 3.3 dargestellt ist, beginnt bei der Herstellung der Filamente. Je nachdem, welches Ausgangsmaterial verwendet wird, kommen unterschiedliche Verfahren zum Einsatz, die für Glas- und Carbonfasern in den vorherigen Kapiteln beschrieben wurden. Anschließend werden die Filamente zu einem Faserbündel (Roving oder Garn) zusammengeführt und mit Schlichte überzogen. Die Schlichte ist eine wässrige Emulsion, welche die spätere Anbindung der Faserbündel an die Kunststoffmatrix verbessert. Kunststoffschichten bestehen hauptsächlich aus Filmbildner, Gleitmittel, Antistatika und Haftvermittler [19, S.9-10]. Im nächsten Schritt werden die Faserbündel in der Regel in die Kunststoffmatrix eingetaucht, wobei es ebenfalls möglich ist, die Tränkung nach oder während der Herstellung der Bewehrungsstruktur vorzunehmen.

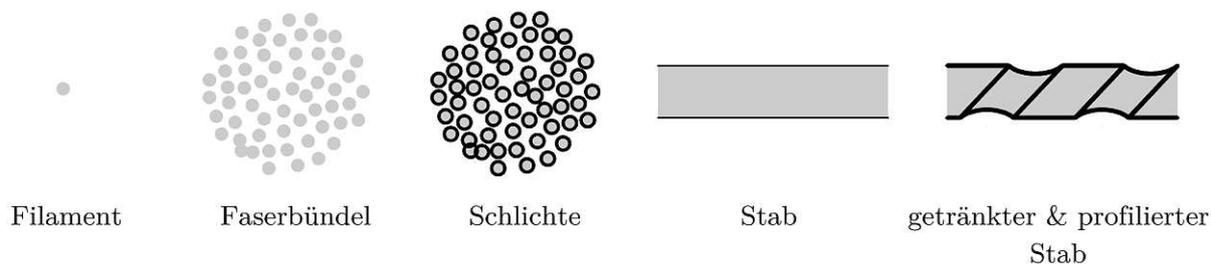


Abb. 3.3: Produktionskette von FVK-Bewehrungsstäben⁸

Um FVK-Bewehrungsstäbe herzustellen, wird hauptsächlich das Strangziehverfahren (Pultrusion) angewendet (siehe Abb. 3.4). Bei diesem Verfahren werden die Rovings zu Beginn von Rollen abgespult, in ein Harzbad getaucht und unter Wärmeeinfluss ausgehärtet. Vor der Erhärtung ist es noch möglich die Oberfläche des Stabes zu profilieren und somit das Verbundverhalten zu verbessern. Laut Schumann et al. [38] können unter anderem folgende Oberflächenprofilierungen vorgenommen werden:

- schlaaffe Umwicklung des Grundstabs mit FVK-Rovings
- straffe Umwicklung des Grundstabs mit FVK-Rovings
- Umflechtung des Grundstabs mit FVK-Rovings

⁸In Anlehnung an Braun [5]

- nachträgliche Aufbringung von Kunststoffrippen
- Besandung/Aufrauung
- Einfräsen/Einstanzen

Bei Versuchsdurchführungen stellte sich heraus, dass die Variante mit einer nachträglichen Einfräsung die höchsten Verbundspannungen aufnehmen kann und daher aus mechanischer Sicht am besten geeignet ist.

Im letzten Schritt der FVK-Bewehrungsstabherstellung wird der abgehärtete Stab abgezogen und in seine Transportlänge geschnitten. Im Endzustand ähneln FVK-Stäbe den Bewehrungsstählen sehr. Von unterschiedlichen Herstellern werden Standarddurchmesser von 4–16 mm angeboten – bei Nachfrage sind auch größere Durchmesser herstellbar. Bewehrungstextilien sind im Gegensatz dazu flächenhafte, maschenartige Strukturen, welche deutliche geringere Querschnittsabmessungen aufweisen. Der notwendige Verbund zwischen Beton und Textilbewehrung wird oftmals nur über Haftung und Reibung erreicht, während bei FVK-Stäben, wie bei Betonstahl, hauptsächlich der mechanische Verbund aktiviert wird [19, S.21].

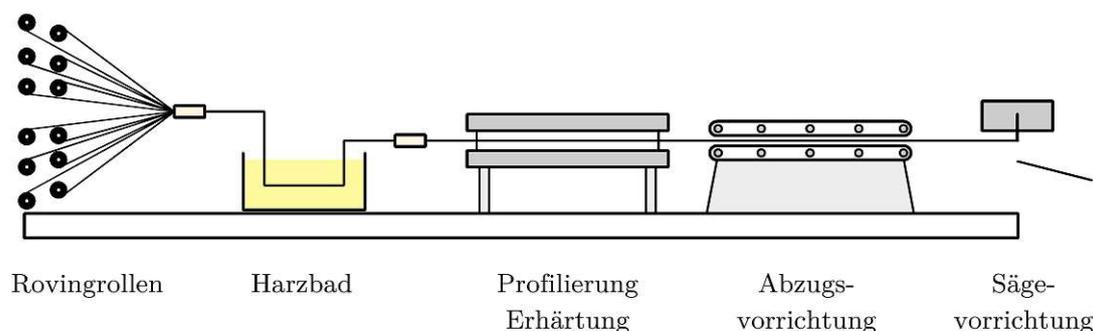


Abb. 3.4: Strangziehverfahren⁹

3.2.5 Mechanische Eigenschaften

Faserverbundkunststoffe erhalten ihre hohe Festigkeit durch unidirektional angeordnete Paralleldrahtbündel, welche über die Einbettung in eine Kunststoffmatrix zusammengehalten werden. Durch die Tränkung entsteht ein Verbund, der die auftretenden Lasten auf die Fasern überträgt. Die Verstärkungsfasern nehmen bei FVK-Stäben in etwa 40–70 % des Volumens ein, während der restliche Anteil der Matrix zuzuordnen ist [20, S.7]. Beansprucht man FVK parallel zur Faserrichtung, so wird das Festigkeits-, und Verformungsverhalten des FVK hauptsächlich durch die Fasern beeinflusst. In Querrichtung wird praktisch nur das Matrixmaterial aktiviert [6].

Der größte Unterschied zwischen Betonstahl und FVK ist, dass FVK bei Zugbeanspruchung nicht fließen kann, sondern lediglich ein linear-elastisches Materialverhalten bis zum Erreichen der Zugfestigkeit aufweist. In der Tab. 3.4 werden die Materialkennwerte von Carbonfaserkunststoffen (CFK) und Glasfaserkunststoffen (GFK) im Vergleich zum Betonstahl, jeweils aus der Literatur und aus aktuellen Produkten vom Hersteller *solidian GmbH*, angegeben.

Beim Vergleich der Werte der Faserverbundkunststoffe von *solidian GmbH* und Betonstahl fällt auf, dass FVK eine deutlich höhere Zugfestigkeit aufweisen kann. Ein enormer Nachteil von CFK

⁹In Anlehnung an Niewels [20, S.5]

Tab. 3.4: Materialkennwerte FVK¹⁰

Material	Dichte [kg/m ³]	Zugfestigkeit [N/mm ²]	E-Modul [N/mm ²]	Bruchdehnung [%]
CFK	1500–1600	600–3500	120 000–580 000	5–17
GFK	1250–2100	500–1600	35 000–60 000	12–31
B550 ^a	7850	550	200 000	2,39
CCE ^b	1500	2500 ^c	158 000	18 ^c
RBE ^b	2100	1300 ^c	61 000	25 ^c

^a Angaben bis zum Erreichen der Fließgrenze

^b Angaben aus dem Technischen Datenblatt von *solidian GmbH* für einen Stab mit einem Durchmesser von 8 mm

^c Mittelwert

und GFK ist jedoch die deutlich geringere Dehnsteifigkeit im Vergleich zum Betonstahl. Zwar wäre CFK mit höheren E-Moduln möglich, allerdings findet dieser aufgrund der Unwirtschaftlichkeit kaum Verwendung im Bauwesen [8]. Weiters hat FVK im Gegensatz zum Betonstahl keine plastischen Reserven, sodass es zu einem Spröbruch kommt.

3.3 FVK-bewehrter Beton

FVK-bewehrter Beton besteht aus den Komponenten Beton und FVK-Bewehrung. Hierbei werden, wie beim Stahlbeton, beide Materialien so eingesetzt, dass sie jeweils ihre guten Festigkeitseigenschaften einbringen. Der Beton nimmt in dem Fall die Druckkräfte auf und die FVK-Bewehrung die Zugkräfte.

3.3.1 Trag- und Verformungsverhalten

Nach Curbach und Jesse [8] verhält sich FVK-bewehrter Beton in Bezug auf das Tragverhalten ähnlich wie Stahlbeton. Auch bei diesem Verbundwerkstoff lassen sich folgende Zustände, je nach Rissfortschritt, unterscheiden (siehe Abb. 3.5):

- **Zustand I:** In dieser Phase ist der Beton noch ungerissen und es herrscht an jeder Stelle des Bauteils ein idealer Verbund (Beton und Bewehrung erfahren eine identische Dehnung). Die Beanspruchungen werden proportional zu den Steifigkeiten der einzelnen Werkstoffe aufgenommen. Beim Biegeverhalten wird die Bewehrung in diesem Zustand noch nicht aktiviert. Die Grenze dieses Zustandes stellt das Erreichen der Zugfestigkeit des Betons dar.
- **Zustand IIa:** Wird die Betonzugfestigkeit überschritten, entstehen erste Risse im Beton. Die gesamte Zugkraft muss in diesem Riss von der Bewehrung aufgenommen werden. In diesem Bereich steigt die Bewehrungsdehnung lokal stark an, während die Betonzugdehnungen am Querschnittsrand gegen Null abfallen. Diese Dehnungsunterschiede der zwei

¹⁰ Auszug aus Niewels, *solidian* [20, 39]

Werkstoffe resultieren in Verbundspannungen, durch die die Zugspannungen wieder in den Beton eingeleitet werden. Steigert man die Belastung weiter, entstehen immer wieder neue Risse im Beton, bis an keinem Ort die Betonzugfestigkeit mehr erreicht wird - man spricht von einem abgeschlossenen Rissbild. Der Übergang vom Zustand I in den Zustand II ist irreversibel, das heißt, dass sobald FVK-bewehrter Beton einmal in den Zustand II gerät, er nicht mehr in den Zustand I zurückkehren kann.

- **Zustand IIb:** Wird FVK-bewehrter Beton nach dem Auftreten des abgeschlossenen Rissbildes weiter belastet, kommt es zu einer Vergrößerung der vorhandenen Risse und einer Dehnungszunahme in der Bewehrung.

Wie bereits erwähnt, besitzen Faserverbundkunststoffe kein plastisches Arbeitsvermögen, weswegen im Vergleich zum Stahlbeton der Zustand III nicht eintreten kann.

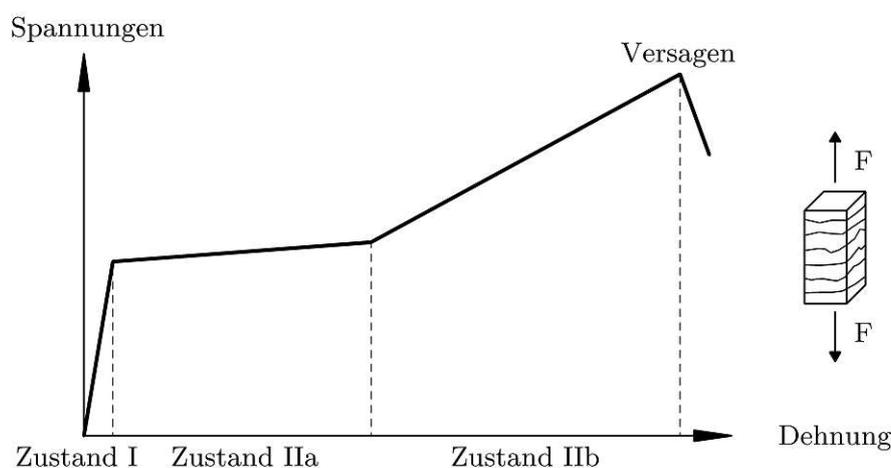


Abb. 3.5: Spannungs-Dehnungsverhalten von FVK-bewehrtem Beton¹¹

3.3.2 Anwendung von FVK-Bewehrung im Betonbau

Im Vergleich zum Stahlbeton weist FVK-bewehrter Beton folgende Vorteile auf:

- Aufgrund der Korrosionsbeständigkeit der Bewehrung kann die Betondeckung deutlich minimiert werden.
- Selbst bei aggressiven Umweltbedingungen ist die Dauerhaftigkeit von FVK gegeben [6].
- Aufgrund des geringen Eigengewichts und der Möglichkeit dünne Schichten herzustellen, ist FVK-Bewehrung ideal für Verstärkungsmaßnahmen von vorhandenen Bauwerken geeignet [8].

Nachteilig und auch mitverantwortlich für die geringe Verbreitung von FVK-Bewehrung sind laut Burtscher [6] folgende Umstände:

¹¹In Anlehnung an Curbach und Jesse [8]

- Carbonfasern haben einen sehr hohen Materialpreis, da für die Herstellung ein enormer Energiebedarf benötigt wird. Dahingehend fallen auch die Ökologiewerte von Carbonfasern schlechter aus.
- Um die hohen Festigkeiten von FVK zu erreichen, ist in einigen Fällen eine Vorspannung notwendig. Die dafür benötigten Verankerungen weisen einen geringen Wirkungsgrad auf bzw. sind die Ankerkonstruktionen sehr aufwendig, wodurch das Vorspannen arbeitsintensiver wird.
- Der E-Modul der im Bauwesen verwendeten FVK ist niedriger als vom Betonstahl.

4 Bemessung RAIQA-Treppe

DAS RAIQA Innsbruck - Quartier Innsbruck Mitte¹ ist ein Bauvorhaben der *Raiffeisen-Landesbank Tirol AG*, welches eine Bank, ein Hotel sowie Veranstaltungsräume unterbringen soll. Die Grundidee des RAIQA basiert auf einem Bestandsumbau, bei dem, bis auf den skelettartigen Stahlbetonkern, die gesamte Konstruktion abgebrochen und durch einen Holz-Beton-Hybridzubau ersetzt wird. Durch den Abbruch reduziert man die Lasten auf die bestehende Stahlbetonstruktur und erschafft ein frei gestalterisches Atrium, welches eine zentrale Rolle des Entwurfs einnimmt (siehe Abb. 4.1).



Abb. 4.1: Rendering des Atriums RAIQA [9]

Das Erscheinungsbild des Atriums wird maßgebend durch die weitgespannten, freitragenden Treppenkonstruktionen geprägt, welche die Überbrückung der Geschoße ermöglichen. Bei den

¹In weiterer Folge wird der Gebäudekomplex nur mehr als RAIQA bezeichnet.

untersuchten Treppen des RAIQA handelt es sich in der Amtsvariante um gerade, zweiläufige Wangentreppen aus Stahl mit einem Podest und Stahlstufen aus einzelnen Hohlprofilen. Über die gesamte Länge und Höhe des Atriums sind Treppenkonstruktionen dieser Art und Weise angeordnet. Einige Treppen sind neben einer gegenläufigen Treppe situiert, wie z. B. in der Abb. 4.1 zu sehen, und können so über das Podest miteinander verbunden werden. Andere Treppen wiederum liegen nicht neben einer gegenläufigen Treppe, wodurch dieser positive Effekt nicht in die Dimensionierung übernommen werden kann.

Im Laufe der Planung kam der architektonische Wunsch einer filigranen Treppenkonstruktion auf, die beim Betreten des Atriums im Mittelpunkt steht. In Bezug auf die Materialien wurde eine Variante aus UHPC angedacht. Aufgrund geringer Erfahrungswerte in der Anwendung dieses Materials wurde dies zum Anlass genommen UHPC näher zu betrachten und Vergleichsberechnungen mit diesem Material durchzuführen. Weiters soll ein praxistaugliches Bemessungstool entwickelt werden, welches eine rasche Vordimensionierung von Treppenbauteilen mit den unterschiedlichen Materialien ermöglicht. Im Laufe der Bearbeitung wurde die Verwendung von Faserverbundkunststoffen in die Untersuchungen inkludiert, da aufgrund der Beständigkeit dieses Materials die Betondeckung reduziert werden kann und somit dünnere Bauteile geschaffen werden können. Dieses Kapitel fasst die Berechnungsansätze der RAIQA-Treppe zusammen und schließt mit einem Vergleich der unterschiedlichen Materialmodelle ab.

Zu Beginn werden die Geometrie, Anforderungen und Rahmenbedingungen der RAIQA-Treppe beschrieben. Daraufhin wird die Amtsvariante in Stahl gezeigt, welche als Referenzvariante dient. Anschließend werden für die Materialvarianten Stahlbeton, CFK-bewehrter Beton, GFK-bewehrter Beton und faserbewehrter Ultra-High Performance Concrete die Bemessungsansätze erläutert, um schlussendlich die Bemessungsergebnisse der einzelnen Materialmodelle für die RAIQA-Treppe miteinander vergleichen zu können.

4.1 Angabe

Bei der Wahl der zu untersuchenden Treppe wurde die ungünstigste Variation ausgesucht. Der vorteilhafte Effekt der gegenläufig anschließenden Treppe im Podestbereich wird nicht berücksichtigt, da auch Treppen vorhanden sind, bei denen keine gegenläufige Treppe situiert ist. In der Abb. 4.2 ist eine Axonometrie der ausgewählten Treppe zu sehen.

4.1.1 Abmessungen

Die Treppenkonstruktion in der Abb. 4.2 weist folgende Abmessungen auf:

Stufenanzahl:	$n_S = 32$
Stufenhöhe:	$h_S = 17,0 \text{ cm}$
Stufenauftrittsbreite:	$a_S = 30,0 \text{ cm}$
Podestlänge:	$l_P = 2,50 \text{ m}$
Treppenbreite:	$b_T = 1,20 \text{ m}$

Mithilfe dieser Angaben lassen sich unterschiedliche Längen ermitteln, welche die Treppe beschreiben. Man unterscheidet zwischen der *tatsächlichen Länge* und der *projizierten Länge*. Die tatsächliche Länge beschreibt die Summe der Laufplattenlängen und der Podestlänge, während die

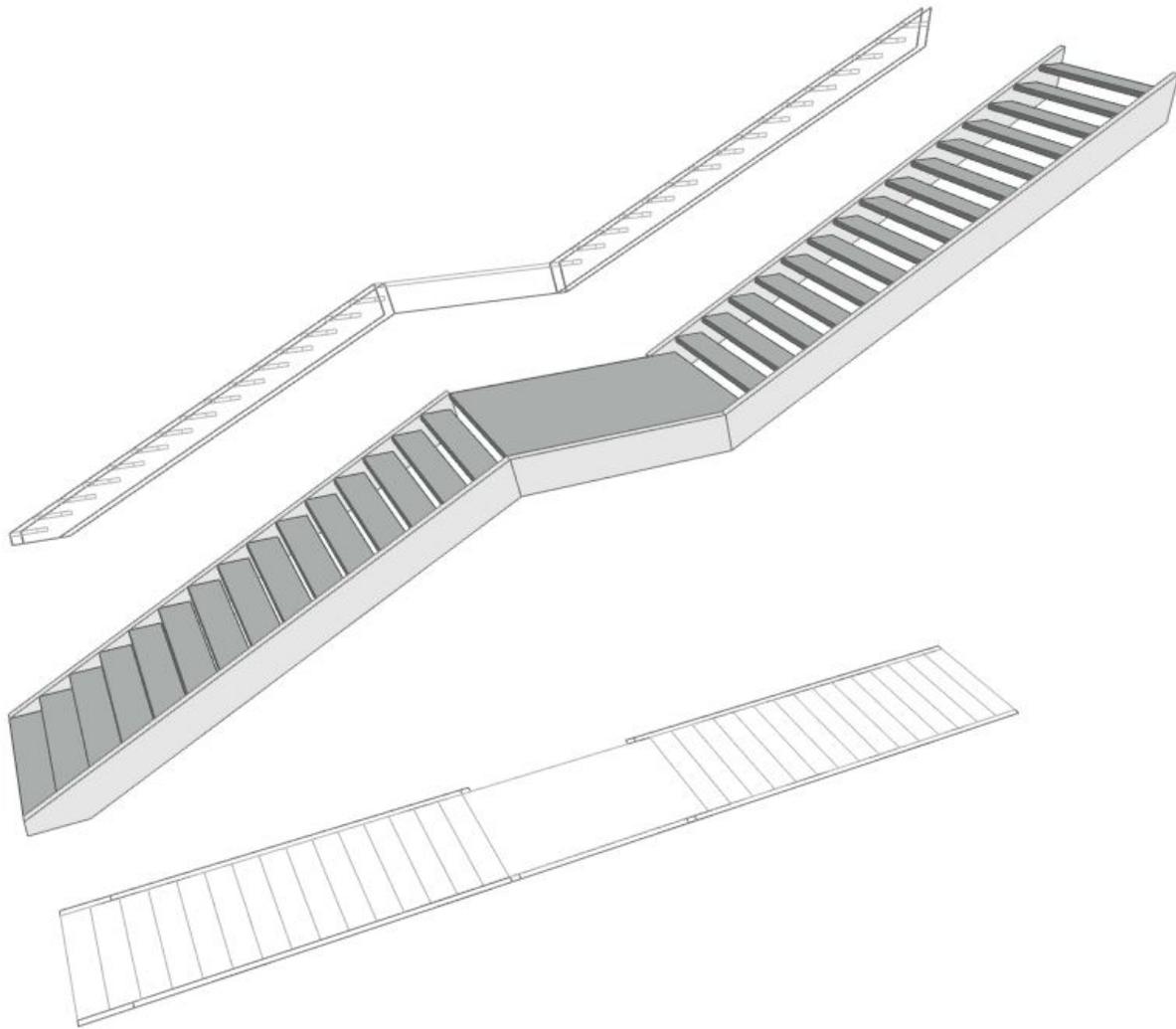


Abb. 4.2: Axonometrie Treppe RAIQA

projizierte Länge den horizontalen Abstand zwischen den Enden angibt. Für die RAIQA-Treppe ergeben sich folgende Längen:

$$l_{LP} = n_S \cdot \sqrt{h_S^2 + a_S^2} = 11,03 \text{ m} \quad (4.1)$$

$$l_{tat} = l_P + n_S \cdot \sqrt{h_S^2 + a_S^2} = 13,53 \text{ m} \quad (4.2)$$

$$l_{LP,hor} = n_S \cdot a_S = 9,60 \text{ m} \quad (4.3)$$

$$l = l_P + l_{LP,hor} = 12,10 \text{ m} \quad (4.4)$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{h_S}{a_S} \right) = 29,54^\circ \quad (4.5)$$

mit:

l_{LP}	Laufplattenlänge [m]
l_{tat}	tatsächliche Länge [m]
$l_{LP,hor}$	horizontale Laufplattenlänge [m]
l	projizierte Länge [m]
α	Laufplattenneigung [°]

Wie in Kap. 2.3 beschrieben, wird für die anschließenden Berechnungen hauptsächlich die projizierte Länge verwendet, weshalb im weiteren Verlauf diese Länge auch als *Spannweite* bezeichnet wird. Die tatsächliche Länge und Laufplattenlänge werden für die Umrechnung der Stufenlasten in weiterer Folge benötigt. Ebenfalls für die Lastenumrechnung notwendig ist die Laufplattenneigung, welche in der Gl. (4.5) angegeben wurde. Die Treppenbreite wird lediglich für die Berechnung des GWP und der Materialkosten angewendet, da die Bemessung auf einen 1 m-Streifen basiert.

4.1.2 Belastung

Die Belastung der Treppe setzt sich aus dem Eigengewicht, der Aufbaulast (inkludiert den Bodenaufbau und das Geländer) und der Nutzlast zusammen. Das Eigengewicht berechnet sich aus der Querschnittsfläche multipliziert mit der Wichte des jeweiligen Materials. Für den Bodenaufbau wurde eine einfache Befliesung mit einer Stärke von 1,5 cm eingeplant (siehe Tab. 2.1). Dadurch ergibt sich folgende Belastung:

$$\begin{aligned}
 g_{Fliesen,k} &= d_{Fliesen} \cdot \gamma_{Fliesen} \\
 &= 0,015 \cdot 27 \approx 0,40 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

mit:

$g_{Fliesen,k}$	charakteristische Aufbaulast der Fliesen [kN/m ²]
$d_{Fliesen}$	Dicke der Fliesen [m]
$\gamma_{Fliesen}$	Wichte von Fliesen [kN/m ³]

Bei der RAIQA-Treppe wird ein VSG-Geländer mit einer Höhe von 1,10 m und zwei 3 cm starken Scheiben pro Geländer eingeplant. Die auf einen 1 m-Streifen wirkende Belastung lässt sich somit folgendermaßen ermitteln:

$$\begin{aligned}
 g_{Geländer,k} &= \frac{n_{Geländer} \cdot d_{Glas} \cdot h_{Geländer} \cdot \gamma_{Glas}}{b_T} \\
 &= \frac{2 \cdot 0,06 \cdot 1,10 \cdot 25}{1,20} \approx 1,33 \text{ kN/m}
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

mit:

$g_{\text{Geländer},k}$	charakteristische Aufbaulast des Geländers [kN/m]
$n_{\text{Geländer}}$	Geländeranzahl
d_{Glas}	Dicke des Glases [m]
h_{Glas}	Höhe des Geländers [m]
γ_{Glas}	Wichte von Glas [kN/m ³]
b_T	Treppenbreite [m]

In Summe ergibt sich somit eine charakteristische Aufbaulast, bezogen auf einen 1 m-Streifen, von:

$$\begin{aligned}
 g_{1,k} &= g_{\text{Fliesen},k} \cdot 1,00 + g_{\text{Geländer},k} & (4.8) \\
 &= 0,40 \cdot 1,00 + 1,33 = 1,73 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

mit:

$g_{1,k}$ Aufbaulast [kN/m]

Die Treppen erschließen die in den oberen Stockwerken angesiedelten Büroräume des Gebäudekomplexes. Aufgrund dessen wird die Nutzlast laut ÖNORM EN 1991-1-1 [30] der Kategorie B2 zugeordnet. Da es sich auch um eine Fluchtstiege handelt, muss, wie im Kap. 2.3.1 beschrieben, ein Nutzlastzuschlag berücksichtigt werden. Somit ergibt sich die auf einen 1 m-Streifen anzusetzende Nutzlast folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
 q_k &= (q_{B2,k} + \Delta q_k) \cdot 1,00 & (4.9) \\
 &= (3,0 + 1,0) \cdot 1,00 = 4,0 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

mit:

q_k charakteristische Nutzlast [kN/m]
 $q_{B2,k}$ charakteristische Nutzlast der Kategorie B2 [kN/m²]
 Δq_k Nutzlastzuschlag [kN/m²]

4.1.3 Umwelteinfluss

Um den Einfluss von Bauwerken oder Bauteilen auf die Umwelt zu beschreiben, gibt es zahlreiche Kennwerte. Darunter zählen unter anderem das Global Warming Potential (GWP), das Versäuerungspotenzial des Bodens und Wassers (AP) und der totale nicht erneuerbare Primärenergiebedarf (PENRT). Jeder dieser Faktoren beschreibt einen wichtigen Bereich der Umweltauswirkungen, jedoch wird dem Betonbau, hauptsächlich aufgrund der Zementproduktion, ein großer Einfluss auf die Erhöhung des Anteils an Kohlenstoffdioxid (CO₂) in der Atmosphäre und der damit hergehenden Erderwärmung zugeschrieben [18, S.312]. Aufgrund dessen wird in dieser Arbeit lediglich das GWP der einzelnen Treppenkonstruktionen betrachtet. Das GWP² beschreibt den relativen Beitrag eines Produktes zur globalen Erderwärmung [3].

Prinzipiell muss bei einer Ökobilanz der gesamte Lebenszyklus betrachtet werden. Dieser Lebenszyklus beinhaltet für Bauwerke die Herstellung der notwendigen Produkte, den Bauprozess, die Bauwerksnutzung, den Abbau und das Recycling [18, S.310-311]. Um dies zu vereinheitlichen wurden in der ÖNORM EN 15804 [29] Systemgrenzen definiert, die die Ökokennwerte definierten Prozessen (A1-D) zuordenbar machen. Aufgrund der Datenverfügbarkeit wird in dieser Arbeit lediglich der Herstellungsprozess (A1-A3) berücksichtigt. Für die weiteren Berechnungen wird das GWP der verwendeten Betonwerkstoffe und Bewehrungsmaterialien von Kromoser [18] und des Stahls von baubook [2] herangezogen (siehe Tab. 4.1):

Tab. 4.1: GWP der verwendeten Materialien

Material	Bezugseinheit	GWP [kg CO ₂ -Äq.]
Stahl	je kg	1,19
Beton C50/60	je m ³	300
UHPC	je m ³	1341
Bewehrungsstahl	je kg	0,24
CFK-Stäbe	je kg	18,16
GFK-Stäbe	je kg	3,10

Da in dieser Arbeit ausschließlich der Herstellungsprozess betrachtet wird, ist darauf hinzuweisen, dass die Ergebnisse zum GWP nur einen Bruchteil der tatsächlichen Umweltauswirkung ausmachen. Aufgrund der Dauerhaftigkeit gewisser Materialien können vergleichsweise schlechte Werte bei der Herstellung über die restliche Lebensdauer noch ausgeglichen werden.

4.1.4 Materialkosten

Neben den Umweltauswirkungen, in dieser Arbeit ausgedrückt durch das GWP während der Herstellungsphase, sollen auch die Materialkosten der unterschiedlichen Varianten miteinander verglichen werden. Ähnlich wie bei den Umweltkennwerten ist eine vollumfassende Kostenanalyse nur möglich, wenn auch die Kosten über die gesamte Lebensdauer erfasst werden. Da dies den Rahmen der Arbeit sprengen würde, werden bloß die Materialkosten berücksichtigt. In der Tab. 4.2 sind die Materialpreise der einzelnen Komponenten angegeben, die im weiteren Verlauf verwendet werden. Wie bereits beim GWP enthalten die verfügbaren Daten hohe Schwankungen, da die Preise nicht einheitlich definiert sind und auch selbst Schwankungen unterworfen sind.

²Englisch für Treibhauspotenzial

Tab. 4.2: Materialpreise

Material	Bezug	Preis [€]
Stahl	je to	485,00 ^a
Beton C50/60 [35]	je m ³	124,00
UHPC [11]	je m ³	500,00 ^b
Bewehrungsstahl [15]	je kg	0,92
CFK-Stäbe	je kg	9,90 ^c
GFK-Stäbe	je kg	7,00 ^c

^a aufgrund von sehr schwankenden Preisen angenommener Mittelwert

^b entspricht in etwa dem vier- bis fünfachen Materialpreis von konventionellem Beton

^c Mittelwert von Institutsangaben

In der Beurteilung der unterschiedlichen Varianten wird die benötigte Dicke des Bauteils am stärksten gewertet. Aufgrund der Unsicherheiten in den Daten werden das GWP und die Materialkosten lediglich für eine grobe Abschätzung verwendet.

4.2 Stahltreppe

4.2.1 Programmsettings

Da der Fokus dieser Arbeit auf den Untersuchungen zum Einsatz von nichtmetallischer Bewehrung und UHPC liegt, wird die Stahltreppe hier nur kurz behandelt und als Referenzvariante verwendet. Im Gegensatz zu den Betontreppen wurde für die Stahltreppe kein analytisches Berechnungsverfahren aufgestellt, sondern lediglich ein 3D-Modell mit der Software *Dlubal RSTAB* erstellt und analysiert. Zur Berechnung sind folgende Punkte anzumerken:

- Schnittgrößenermittlung nach Theorie erster Ordnung
- Schubsteifigkeit wird berücksichtigt
- Spannungs-, und Stabilitätsnachweise mittels Zusatzmodul *RF-STAHLEC3 - Bemessung nach Eurocode 3*
- Berechnung der Verformung zufolge häufiger Lastfallkombination
- Berechnung der Eigenfrequenzen mittels Zusatzmodul *RF-DYNAM Pro - Dynamische Analyse*
- Keine Brandbemessung

4.2.2 Modellierung

In der Abb. 4.3 ist ein 3D-Rendering des statischen Modells der RAIQA-Treppe aus Stahl zu sehen. Mit folgenden Querschnitten konnten die Nachweise erfüllt werden:

- RRO 400x250x7 als Wangenträger (in der Abb. 4.3 gelb dargestellt)
- RRO 140x600x5 als Aussteifungsträger (in der Abb. 4.3 blau dargestellt)

Für beide Querschnitte wurde das Material Stahl S 235 verwendet. Die Auflager am oberen und unteren Ende wurden gelenkig modelliert, wobei die oberen Auflager eine horizontale Verschiebung in Spannrichtung ermöglichen.

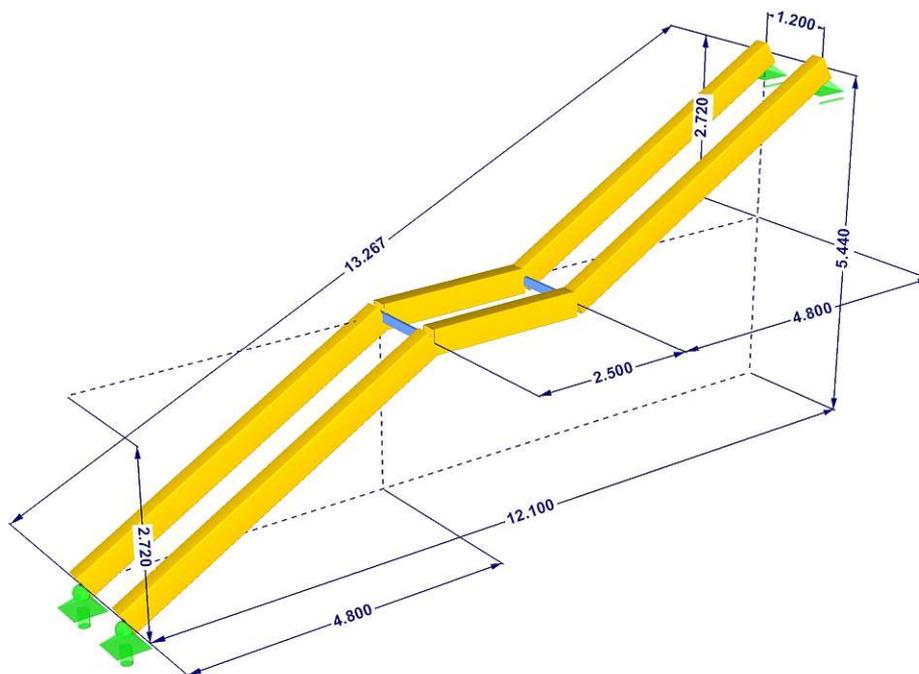


Abb. 4.3: 3D-Rendering des statischen Systems der RAIQA-Treppe aus Stahl

4.2.3 Belastung

Das Eigengewicht wird vom Programm automatisch berechnet und dem Lastfall (LF) 1 zugeordnet. Im LF 2 werden die Aufbauarbeiten berücksichtigt, welche das Stufeneigengewicht und die Fliesenlast inkludieren. Diese werden, wie alle weiteren Lasten, als Linienlasten auf die zwei Wangenträger umgerechnet und angesetzt. Um diese Linienlast zu erhalten, müssen die Lasten lediglich mit der halben Treppenbreite multipliziert werden. Für das Stufengewicht wurde eine Linienlast von $\approx 1,0 \text{ kN/m}$ angenommen. LF 3 enthält die Geländerlast und LF 11 beinhaltet die Nutzlasten. Die angesetzten Lasten können somit folgendermaßen zusammengefasst werden:

LF 1 - Eigengewicht:	$g_{0,k}$ = automatisch generiert
LF 2 - Fliesen-, und Stufenlast:	$g_{\text{Fliesen},k}$ = 1,30 kN/m
LF 3 - Geländerlast:	$g_{\text{Geländer},k}$ = 0,80 kN/m
LF 11 - Nutzlast:	q_k = 2,40 kN/m

Im Anschluss können die Lastfallkombinationen (LFK) erstellt werden. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) als auch den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) ist lediglich die Kombination erforderlich, die alle Lasten inkludiert, da diese die ungünstige Situation darstellt. Die jeweiligen maßgebenden LFK ergeben sich wie folgt:

$$\text{GZT - Grundkombination :} \quad \gamma_G \cdot (LF1 + LF2 + LF3) + \gamma_Q \cdot LF11 \quad (4.10)$$

$$\text{GZG - häufig :} \quad LF1 + LF2 + LF3 + \psi_1 \cdot LF11 \quad (4.11)$$

mit:

- $\gamma_G = 1,35$ Teilsicherheitsbeiwert für ständige Lasten
- $\gamma_Q = 1,50$ Teilsicherheitsbeiwert für charakteristische Werte von veränderlichen Lasten
- $\psi_1 = 0,50$ Kombinationsbeiwert für häufige Werte von veränderlichen Lasten der Kategorie B2

4.2.4 Ergebnisse

GZT - Spannungen, Stabilität

Die Abb. 4.4 zeigt die Auslastung der RAIQA-Treppe im GZT. Aus dem Querschnittsnachweis für das aufzunehmende Biegemoment von rund 154 kNm resultiert die maximale Ausnutzung von 56 %.

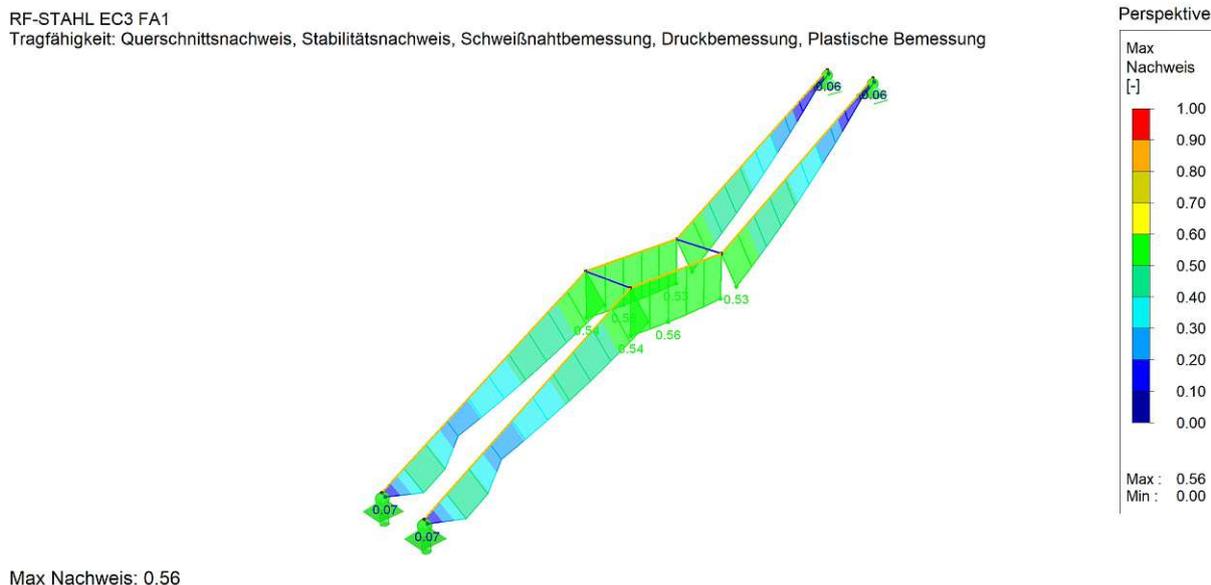


Abb. 4.4: GZT: Nachweis der RAIQA-Treppe aus Stahl

GZG - Verformungen

Während die Abb. 4.5 die Gesamtverformung der RAIQA-Treppe für die häufige LFK zeigt, sieht man in der Abb. 4.6 ausschließlich den vertikalen Anteil der Verformungen. Es wurden diese zwei Verformungsbilder angegeben, weil man sich für die Begrenzung der Verformungen

auf unterschiedliche Längen beziehen kann. Für die Gesamtverformung kann man die direkte Länge zwischen den beiden Auflagerpunkten (siehe Abb. 4.3) heranziehen und für die vertikalen Verformungen die projizierte horizontale Länge. Laut ÖNORM B 1990-1 [23] wird für Decken (auch auf Treppen übertragbar) die Verformung unter häufiger Einwirkungskombination mit $l/300$ begrenzt.

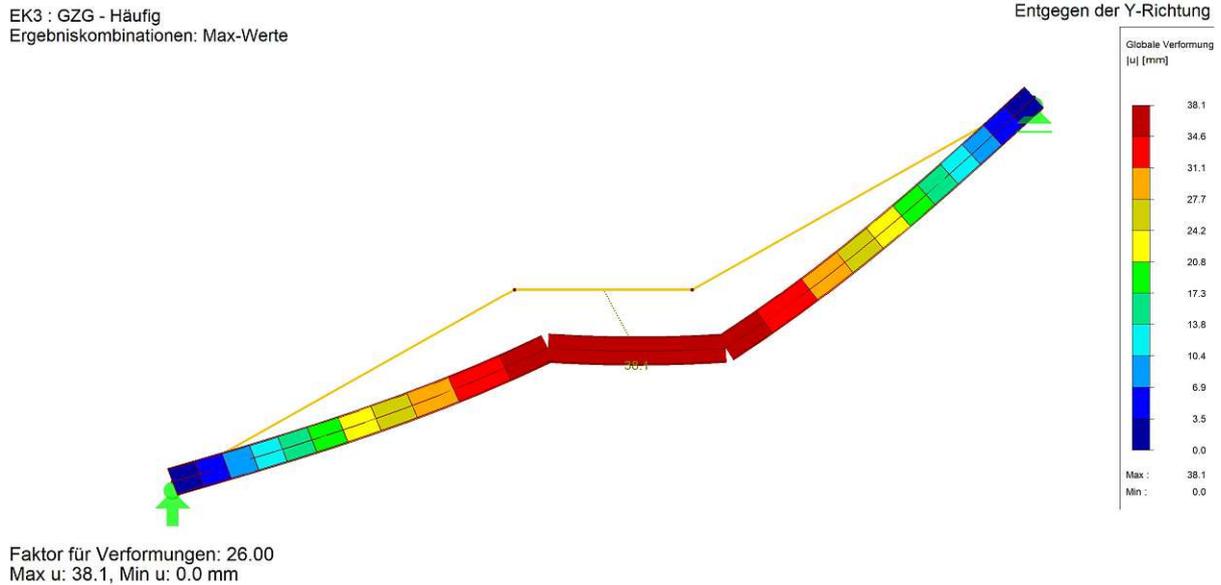


Abb. 4.5: GZG: Verformung der RAIQA-Treppe aus Stahl

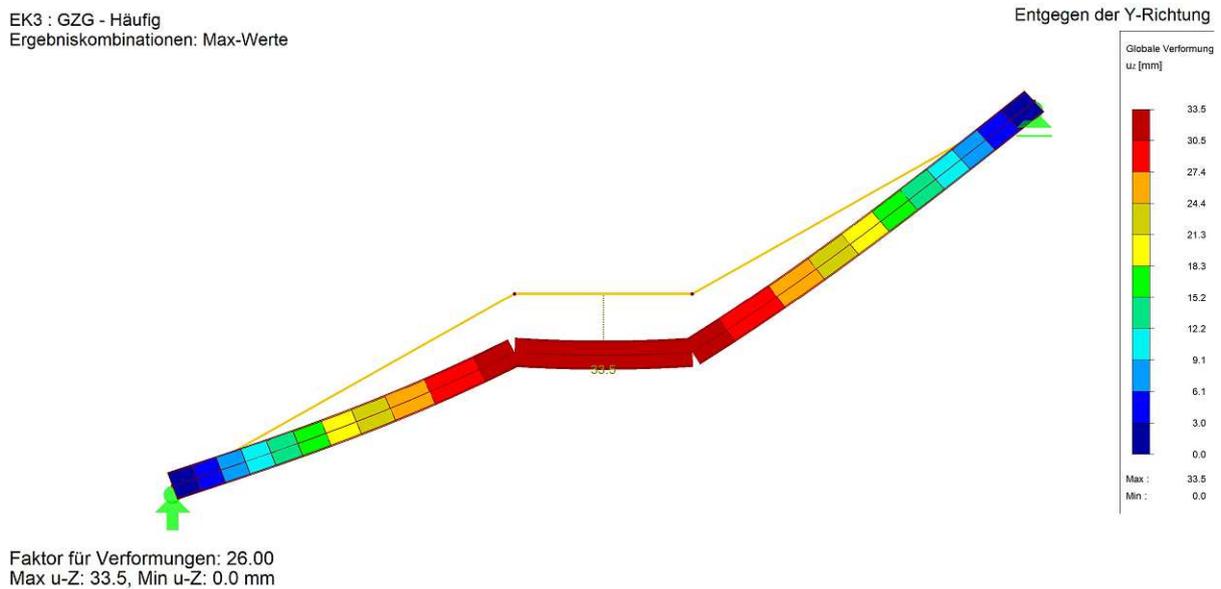


Abb. 4.6: GZG: vertikale Verformung der RAIQA-Treppe aus Stahl

$$w = 3,81 \text{ cm} \leq 4,42 \text{ cm} = \frac{1326,7}{300} = \frac{l_s}{300} \quad \checkmark \quad (4.12)$$

$$w_z = 3,35 \text{ cm} \leq 4,03 \text{ cm} = \frac{1210}{300} = \frac{l}{300} \quad \checkmark \quad (4.13)$$

mit:

- w Verformung [cm]
- w_z vertikale Verformung [cm]
- l_s schiefe Länge [cm]
- l projizierte Länge [cm]

GZG - Schwingungen

Für den Nachweis der Schwingungen gibt es in den Eurocodes, außer in der ÖNORM B 1995-1-1 [25] für Holzbauten, keine Angaben für die Nachweisführung oder Grenzwerte. Aufgrund dessen wurde ähnlich zu den Regelungen in der ÖNORM B 1995-1-1 [25] das Frequenzkriterium für den Nachweis herangezogen. Als Grenzwerte wurden die im fib [12, S. 293] angegebenen natürlichen Frequenzen für Fußgänger mit 1,6–2,4 Hz und 3,5–4,5 Hz angenommen. Für die Eigenfrequenzberechnung wurden nur die ständigen Einwirkungen verwendet. Mithilfe des Zusatzmoduls *RF-DYNAM Pro* wurden somit folgende Eigenfrequenzen ermittelt:

$$f_1 = 2,441 \text{ Hz} \quad \checkmark$$

$$f_2 = 3,407 \text{ Hz} \quad \checkmark$$

$$f_3 = 5,230 \text{ Hz} \quad \checkmark$$

mit:

- f_i i-te Eigenfrequenz [Hz]

GWP - Global Warming Potential

Für die Berechnung des GWP ist die Masse der Konstruktion erforderlich. Diese kann mithilfe des Programms automatisch berechnet werden. Nachfolgend wird das GWP anhand des in der Tab. 4.1 angegebenen Wertes für das Material berechnet.

$$m = 1891,8 \text{ kg}$$

$$GWP_{BT} = m \cdot GWP \quad (4.14)$$

$$= 1891,8 \cdot 1,19 = 2251 \text{ kg CO}_2\text{-Äq}$$

mit:

m	Masse [kg]
GWP	Global Warming Potential pro Bezugseinheit [kg CO ₂ – Äq /kg]
GWP _{BT}	Global Warming Potential des Bauteils [kg CO ₂ – Äq]

Materialkosten

Analog zur Berechnung des GWP werden die Materialkosten anhand der Konstruktionsmasse und des in der Tab. 4.2 angegebenen Materialpreises ausgerechnet.

$$\begin{aligned}MK_{BT} &= m \cdot MP \\ &= 1891,8 \cdot 0,485 = 917,52 \text{ €}\end{aligned}\tag{4.15}$$

mit:

m	Masse [kg]
MK _{BT}	Materialkosten des Bauteils [€]
MP	Materialpreis pro Bezugseinheit [€/kg]

4.3 Betontreppen

In diesem und den folgenden Kapiteln wird das Bemessungskonzept für die Betonvarianten vorgestellt. Hierfür wurde ein Bemessungstool im Tabellenkalkulationsprogramm *Microsoft Excel* angelegt. In weiterer Folge wird der Fokus auf der Erklärung der Bemessungskonzepte und der Berechnung der einzelnen Varianten liegen, weshalb die Implementierung in das Excel-Tool nicht näher beschrieben wird. Im Anhang ist der Output des Excel-Tools für die verschiedenen Varianten der RAIQA-Treppe abgelegt. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) werden die Nachweise für die Biegung und Querkraft herangezogen. Prinzipiell wäre für die Auflagerkonsole/-ausklinkung ein Konsolennachweis erforderlich. Dies wurde über einen Querkraftnachweis mit der vorhandenen Höhe im Bereich der Ausklinkung und ohne Schubbewehrung vereinfacht ersetzt. Die Berechnungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) inkludieren den Nachweis der Verformungen, Spannungsbegrenzungen, Schwingungen und Rissbreiten. Am Ende werden noch das GWP und die Materialkosten berechnet sowie die konstruktive Durchbildung überprüft.

4.3.1 Modellierung

Wie in Kap. 2.3 beschrieben, wird die einachsig gespannte Treppenkonstruktionen hinreichend genau über einen idealisierten Balken beschrieben. Weiters wird der geneigte Treppenlauf auf die horizontal Länge projiziert. Somit ergibt sich, solange ein Auflager horizontal verschieblich ist, ein Einfeldträgersystem, welches ausschließlich Biegemomente und Querkräfte aufnehmen kann. Diese Vereinfachung wird im Folgenden exemplarisch für die im weiteren Verlauf untersuchte Stahlbetonvariante genauer beschrieben. Die Abb. 4.7 zeigt den Übergang vom tatsächlichen System (System 1) zu dem Berechnungsmodell (System 3) und die dazugehörigen Biegemomente (links oben) sowie Querkräfte (rechts oben) im GZT. Die Verformungen (links unten) und die vertikale Verformung (rechts unten) sind für die charakteristische Lastfallkombination angegeben.

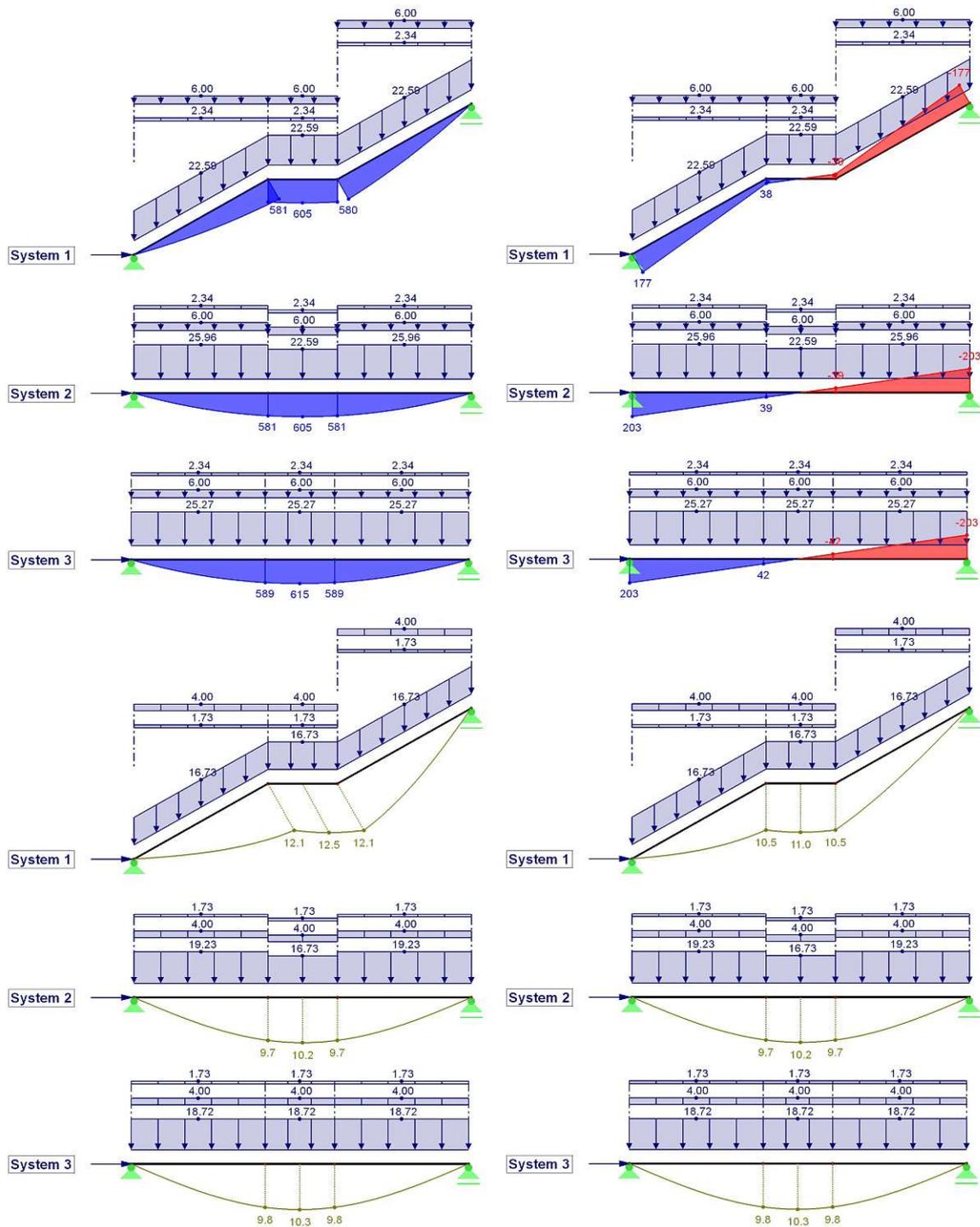


Abb. 4.7: Modellvereinfachung - Biegemoment [kNm] (links oben), Querkraft [kN] (rechts oben) Verformungen [mm] (links unten) und vertikale Verformung [mm] (rechts unten)

Die in der Abb. 4.7 angezeigten Lasten setzen sich, wie bereits im Kap. 4.1.2 beschrieben, aus dem Eigengewicht, der Aufbaulast und der Nutzlast zusammen. Da die Aufbaulast und die Nutzlast bereits vertikal wirken, können diese direkt auf das System 2 übertragen werden. Das Eigengewicht setzt sich bei einem Laufplattentreppe system aus dem Platten- und Stufengewicht zusammen. Die Laufplatten- und Podesthöhe beträgt bei der Stahlbetonvariante $h = 60$ cm und die Stufen haben eine Höhe von $h_S = 17$ cm. Die Umrechnung auf einen 1 m-Streifen des projizierten Systems und einer verschmierten Stufenlast über die gesamte Länge wird wie folgt durchgeführt:

System 1:

Eigengewicht Platte : $g_{0,Pl,k} = h \cdot 1,00 \cdot \gamma_{Betone}$ (4.16)

$$g_{0,Pl,k} = 0,60 \cdot 1,00 \cdot 25 = 15,00 \text{ kN/m}$$

Eigengewicht Stufen : $g_{0,S,k} = \frac{h_S}{2} \cdot 1,00 \cdot \gamma_{Betone} \cdot \frac{l_{LP}}{l_{tat}}$ (4.17)

$$g_{0,S,k} = \frac{0,17}{2} \cdot 1,00 \cdot 25 \cdot \frac{11,03}{13,53} = 1,73 \text{ kN/m}$$

Eigengewicht System 1 : $g_{0,Sys1,d} = \gamma_G \cdot (g_{0,Pl,k} + g_{0,S,k})$ (4.18)

$$g_{0,Sys1,d} = 1,35 \cdot (15,00 + 1,73) = 22,59 \text{ kN/m}$$

System 2:

Eigengewicht Laufplattenbereich : $g_{0,Sys2,d} = \frac{g_{0,Sys1,d}}{\cos(\alpha)}$ (4.19)

$$g_{0,Sys2,d} = \frac{22,59}{\cos(29,54)} = 25,96 \text{ kN/m}$$

System 3:

Eigengewicht System 3 : $g_{0,Sys3,d} = \frac{g_{0,Sys1,d} \cdot l_P + g_{0,Sys2,d} \cdot l_{LP,hor}}{l}$ (4.20)

$$g_{0,Sys3,d} = \frac{22,59 \cdot 2,5 + 25,96 \cdot 9,60}{12,10} = 25,27 \text{ kN/m}$$

mit:

h	Laufplattenhöhe [m]
γ_{STB}	Wichte von Stahlbeton [kN/m^3]
$g_{0,Pl,k}$	charakteristisches Eigengewicht der Platte [kN/m]
$g_{0,S,k}$	charakteristisches Eigengewicht der Stufen [kN/m]
$g_{0,Sys1,d}$	Eigengewicht der Treppe im System 1 für die Bemessung [kN/m]
$g_{0,Sys2,d}$	Eigengewicht im Laufplattenbereich im System 2 für die Bemessung [kN/m]
$g_{0,Sys3,d}$	Eigengewicht der Treppe im System 3 für die Bemessung [kN/m]

Beim System 1 wird das Eigengewicht der Stufen über das Längenverhältnis der Laufplatte zum Podest auf die Gesamtlänge verschmiert. Das ermittelte Eigengewicht der Platte wirkt vertikale über die gesamte Länge und muss nicht umgerechnet werden. Beim System 2 wird das Eigengewicht im Laufplattenbereich auf die horizontale Länge umgerechnet. Hierbei erhält man für den Podest- und Laufplattenbereich jeweils unterschiedliche Lasten. Um die Berechnung der Schnittgrößen zu vereinfachen, werden beim System 3 die Lasten zufolge Eigengewicht anteilmäßig gemittelt. An den Schnittgrößen erkennt man, dass die Biegemomente vom System 1 und 2 nahezu identisch sind, während die Querkraft im System 2 um den Normalkraftanteil aus dem System 1 erhöht wird. Die Mittelung der Lasten im System 3 bewirkt eine Steigerung des Biegemomentes und liegt damit auf der sicheren Seite. In Bezug auf die Verformungen erkennt man, dass die Schiefstellung des Systems durch die Vereinfachung ignoriert wird. Die Verformungen sind beim System 1 um in etwa 6 % größer als beim System 3. Dieser Umstand kann allerdings vernachlässigt werden, da die weiterführenden numerischen Analysen (siehe Kap. 5.3.1) zeigen konnten, dass die Verformung durch die Modellvereinfachung überschätzt wird. Das statische System der RAIQA-Treppe kann somit gemäß Abb. 4.8 hinreichend genau beschrieben werden.

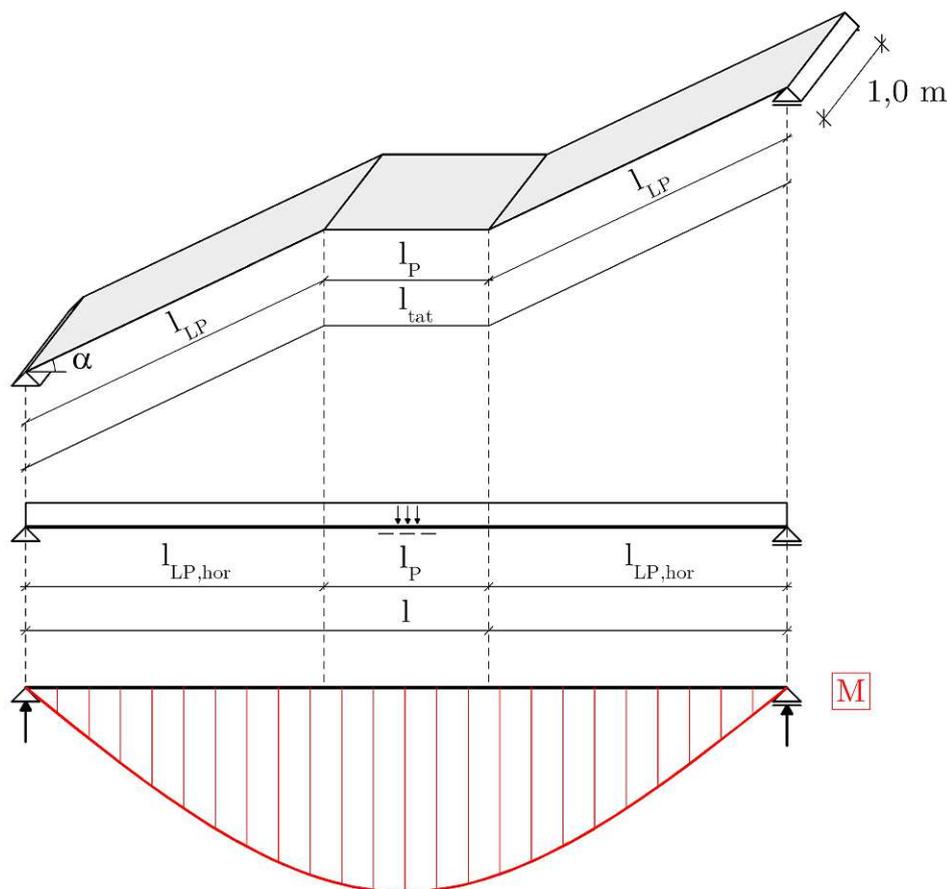


Abb. 4.8: Statisches Modell der RAIQA-Treppe für die Betonvarianten

4.3.2 Rahmenbedingungen

Da für einige Nachweise bereits die Dicke und die Bewehrung festgelegt sein müssen, läuft die Ermittlung der Geometrie iterativ ab. Neben den in Kap. 4.1.1 angegebenen Abmessungen und in Kap. 4.1.2 angegebenen Lasten sind folgende Rahmenbedingungen für alle Variante gleich definiert:

- Die Betontreppen werden als Fertigteile hergestellt. Der Zeitpunkt des Belastungsbeginns wird mit $t_0 = 60$ d angenommen.
- Um den maximalen Bewehrungsgehalt von 4,00 % nicht zu überschreiten, wird, aufgrund der notwendigen Verankerung der Längsbewehrung im Knick zwischen Laufplatte und Podest und dem damit doppelten Auftreten der Längsbewehrung im Querschnitt, der Hauptlängsbewehrungsgehalt auf $\rho_1 \leq 2,00$ % begrenzt. Weiters werden nicht mehr als zwei Lagen pro Bewehrungsrichtung angeordnet.
- Die Bewehrung wird so begrenzt, dass im Auflagerbereich aufgrund der Biegeformen keine Durchmesser > 16 mm verwendet werden.
- Eine Vorspannung der Bauteile wird nicht geprüft, da der Beton die im Knick auftretenden Umlenkkräfte nicht aufnehmen könnte.
- Eine Überhöhung der Bauteile ist aufgrund der Knicke nicht möglich $\rightarrow w_c = 0,00$ cm
- Die RAIQA-Treppe befindet sich im Innenraum und weist deswegen keine besonderen Anforderungen hinsichtlich der Dauerhaftigkeit auf. Die Expositionsklasse kann mit XC1 gewählt werden.

4.4 Stahlbetonvariante

In diesem Kapitel wird die Bemessung der Stahlbetonvariante (STB-Variante) gemäß ÖNORM EN 1992-1-1 [31] durchgeführt. Falls bei den Nachweisen auf andere Quellen als die ÖNORM EN 1992-1-1 zurückgegriffen wird, wird explizit darauf hingewiesen.

4.4.1 Eingangsdaten

Die iterative Ermittlung ergibt eine minimal benötigte Plattenhöhe von $h = 60$ cm.

Materialien

Die Bemessung wird mit der Betongüte C50/60 und einem Bewehrungsstahl B550 durchgeführt. Die Materialeigenschaften sind in der Tab. 4.3 und Tab. 4.4 angegeben.

Tab. 4.3: Materialeigenschaften Beton C50/60

Eigenschaft		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul	E_{c0m}	37 000	N/mm ²
char. Druckfestigkeit	f_{ck}	50,0	N/mm ²
Langzeitfaktor	α_{cc}	1,00	/
Bemessungsdruckfestigkeit	f_{cd}	33,3	N/mm ²
mittlere Zugfestigkeit	f_{ctm}	4,1	N/mm ²
Global Warming Potential	GWP	300	kg CO ₂ -Äq./kg
Materialpreis	MP	124,00	€/m ³

Tab. 4.4: Materialeigenschaften Bewehrungsstahl B550

Eigenschaft		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul	E_s	210 000	N/mm ²
char. Fließgrenze	f_{yk}	550,0	N/mm ²
Bemessungsfließgrenze	f_{yd}	478,3	N/mm ²
Beiwert für die Höchstlast	k	1,08	-
Dehnung bei Höchstlast	ε_{uk}	5,00	%
Dichte	ρ	7850	kg/m ³
Global Warming Potential	GWP	0,24	kg CO ₂ -Äq./kg
Materialpreis	MP	0,92	€/kg

Die entsprechenden Bemessungswerte ergeben sich wie folgt:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck} \cdot \alpha_{cc}}{\gamma_M} \quad (4.21)$$

$$= \frac{50,00 \cdot 1,00}{1,50} = 33,33 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_M} \quad (4.22)$$

$$= \frac{550,00}{1,15} = 478,26 \text{ kN/cm}^2$$

mit:

γ_M Teilsicherheitsbeiwert für das Material

Bewehrung

Folgende Bewehrung im Feldbereich wird auf Grundlage der iterativen Bestimmung benötigt, um alle Nachweise mit der vorhandenen Bauteildicke zu erfüllen (siehe Tab. 4.5). Für die Berechnungen wird lediglich die untere Längsbewehrung benötigt (siehe Abb. 4.9). Die restlichen Bewehrungslagen werden aufgrund von konstruktiven Bedingungen (Mindestbewehrung und minimale Querbewehrung) angeordnet. Die angegebenen Randabstände ergeben sich zufolge einer Betondeckung mit $c = 35$ mm.

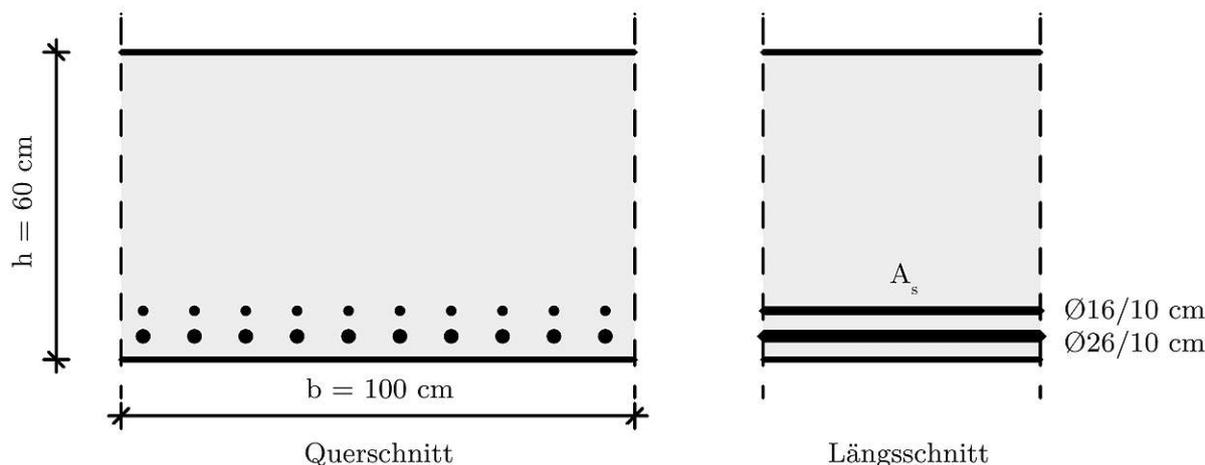


Abb. 4.9: Quer- und Längsschnitt der STB-Variante

Tab. 4.5: Bewehrung im Feldbereich der STB-Variante

	Durchmesser d [mm]	Stababstand e [cm]	Randabstand d_1 [cm]	Querschnittsfläche A_s [cm ² /m]
obere Lage - längs:	12	10	4,10	11,31
obere Lage - quer:	12	10	5,30	11,31
untere 2. Lage - längs:	16	10	8,50	20,11
untere Lage - quer:	16	10	6,90	20,11
untere 1. Lage - längs:	26	10	4,80	53,09

Für die Berechnung werden die zwei Lagen der unteren Längsbewehrung zusammengefasst:

$$A_s = 53,09 + 20,11 = 73,20 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (4.23)$$

$$d_1 = \frac{53,09 \cdot 4,80 + 20,11 \cdot 8,50}{73,20} = 5,82 \text{ cm} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} d_m &= h - d_1 \\ &= 60 - 5,82 = 54,18 \text{ cm} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Damit ergibt sich ein Hauptlängsbewehrungsgehalt von:

$$\begin{aligned}\rho_l &= \frac{A_s}{d_m \cdot b} & (4.26) \\ &= \frac{73,20}{54,18 \cdot 100} = 1,35\% \leq 2,00\% \quad \checkmark\end{aligned}$$

mit:

d_m mittlere statische Nutzhöhe [cm]
 b Breite [cm]

Schnittgrößen

Die für die Ermittlung der Belastung benötigten Schritte wurden in Kap. 4.1.2 und in Kap. 4.3.1 erläutert. In Kap. 4.3.1 wurde die genaue Berechnung der Lasten auf das vereinfachte System für eine Stahlbetontreppe mit einer Plattenhöhe von $h = 60$ cm gezeigt. Dies entspricht dem Maß, welches für die STB-Variante benötigt wird. Somit lassen sich die Lasten folgendermaßen zusammenfassen:

Eigengewicht Platte :	$g_{0,k} = 18,72$ kN/m
Aufbaulast :	$g_{1,k} = 1,73$ kN/m
Nutzlast :	$q_k = 4,00$ kN/m

Für die weiteren Nachweise werden folgende Einwirkungskombinationen (EK) benötigt:

$$\text{GZT - Grundkombination :} \quad \gamma_G \cdot (g_{0,k} + g_{1,k}) + \gamma_Q \cdot q_k \quad (4.27)$$

$$\text{GZG - charakteristisch :} \quad g_{0,k} + g_{1,k} + q_k \quad (4.28)$$

$$\text{GZG - quasi-ständig :} \quad g_{0,k} + g_{1,k} + \psi_2 \cdot q_k \quad (4.29)$$

mit:

$\psi_2 = 0,30$ Kombinationsbeiwert für quasi-ständige Werte von veränderlichen Lasten der Kategorie B2

Die Schnittgrößen für den Einfeldträger ergeben sich somit jeweils anhand Gl. (4.30) und Gl. (4.31). Das Biegemoment wird unter sämtlichen oben angeführten EK benötigt. Die einwirkende Querkraft hingegen wird nur für den GZT gebraucht.

$$M = \frac{p \cdot l^2}{8} \quad (4.30)$$

$$V = \frac{p \cdot l}{2} \quad (4.31)$$

GZT - Grundkombination :	$p_d = 33,60 \text{ kN/m}$	$M_{Ed} = 615 \text{ kNm}$	$V_{Ed} = 203 \text{ kN}$
GZG - charakteristisch :	$p_k = 24,45 \text{ kN/m}$	$M_{Ek} = 447 \text{ kNm}$	
GZG - quasi-ständig :	$p_{qs} = 21,65 \text{ kN/m}$	$M_{Eqs} = 396 \text{ kNm}$	

mit:

p_d	Bemessungsbelastung [kN/m]
p_k	charakteristische Belastung [kN/m]
p_{qs}	quasi-ständige Belastung [kN/m]
M_{Ed}	Bemessungsbiegemoment [kNm]
M_{Ek}	charakteristisches Biegemoment [kNm]
M_{Eqs}	quasi-ständiges Biegemoment [kNm]
V_{Ed}	Bemessungsquerkraft [kN]

4.4.2 Grenzzustand der Tragfähigkeit

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit GZT werden die Nachweise für das Biegemoment und die Querkraft im Ausklingungsbereich laut ÖNORM EN 1992-1-1 [31] durchgeführt.

Biegung

Für die Berechnung des Querschnittswiderstandes bei einer Biegemomentenbeanspruchung wird bei der STB-Variante das Parabel-Rechteck-Diagramm verwendet, um das Materialverhalten des Betons zu beschreiben. Das aufnehmbare Moment lässt sich über die Ermittlung der Betondruckzonenhöhe, welche man aus der Gleichgewichtsbedingung der Normalkräfte erhält, der damit berechenbaren Betondruckkraft und dem zugehörigen Hebelsarm bestimmen. Die maximale Betondruckzonenhöhe ergibt sich aus den begrenzten Dehnungen des Betons und der Voraussetzung, dass die Bewehrung ins Fließen kommt.

$$x_{lim} = \frac{700 \cdot d_m}{f_{yd} + 700} = \frac{700 \cdot 54,18}{478,3 + 700} = 32,19 \text{ cm} \quad (4.32)$$

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8095 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{73,20 \cdot 47,83}{0,8095 \cdot 100 \cdot 3,33} = 12,97 \text{ cm} \leq 32,19 \text{ cm} \quad \checkmark \quad (4.33)$$

$$z = d_m - 0,4160 \cdot x = 54,18 - 0,4160 \cdot 12,97 = 48,79 \text{ cm} \quad (4.34)$$

$$F_c = 0,8095 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 0,8095 \cdot 12,97 \cdot 100 \cdot 3,33 = 3501 \text{ kN} \quad (4.35)$$

$$M_{Rd} = \frac{F_c \cdot z}{100} = \frac{3501 \cdot 48,79}{100} = 1708 \text{ kNm} > 615 \text{ kNm} = M_{Ed} \quad \checkmark \quad (4.36)$$

$$\eta = \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 36 \% \quad (4.37)$$

mit:

x_{lim}	maximale Betondruckzonenhöhe [cm]
x	Betondruckzonenhöhe [cm]
z	innerer Hebelsarm im Zustand II [cm]
F_c	Betondruckkraft [kN]
M_{Rd}	aufnehmbares Biegemoment [kNm]
η	Ausnutzungsgrad [%]

Querkraft

Der Querkraftnachweis wird im Bereich der Auflagerausklinkung/Konsole geführt. Hierfür muss die Trägerhöhe als auch die Bewehrung neu gewählt werden (siehe Abb. 4.10). Aus Vergleichsgründen wird bei allen Varianten die Höhe der Platte im Ausklinkungsbereich mit 25 cm gewählt. Aufgrund der höheren Bauteilstärken der Treppenvarianten könnte hier auch eine höhere Ausklinkung gewählt werden. Mit folgenden Angaben wird die Querkraftbemessung durchgeführt:

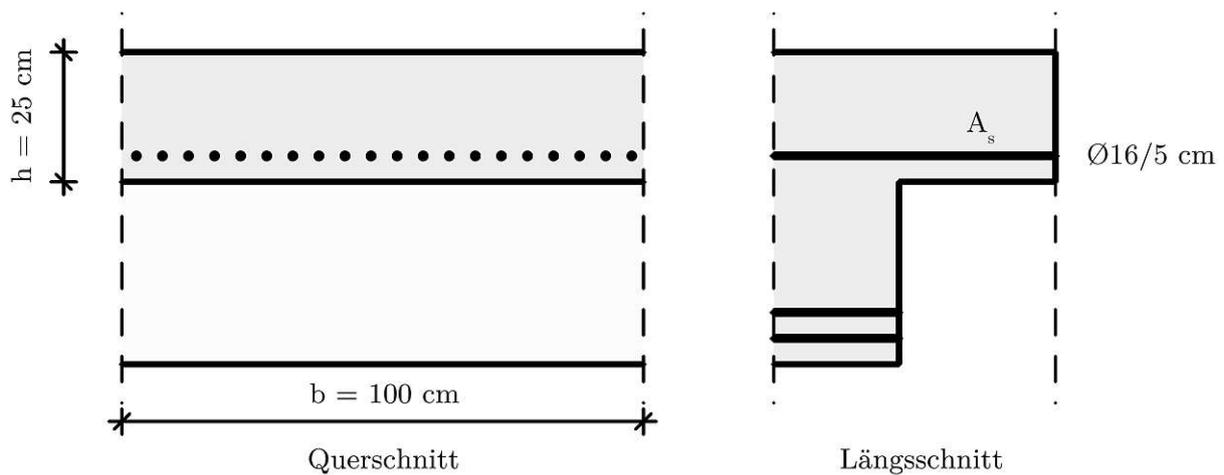


Abb. 4.10: Quer- und Längsschnitt der STB-Variante im Auflagerbereich

Plattenhöhe:	$h = 25 \text{ cm}$
Plattenbreite:	$b = 100 \text{ cm}$
Betondeckung:	$c = 3,5 \text{ cm}$
Bewehrung:	$\text{Ø}16/5 \text{ cm}$
Bewehrungsfläche:	$A_s = 40,21 \text{ cm}^2/\text{m}$
Randabstand:	$d_1 = 4,3 \text{ cm}$
stat. Nutzhöhe:	$d_m = 20,7 \text{ cm}$

Der Querkraftnachweis ohne rechnerisch erforderlicher Schubbewehrung wird ohne Berücksichtigung einer Vorspannung nach ÖNORM EN 1992-1-1 [31] durchgeführt.

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_M} = \frac{0,18}{1,50} = 0,12 \quad (4.38)$$

$$k_1 = 0,15$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d_m}} \leq 2,0 = 1 + \sqrt{\frac{200}{207}} = 1,98 \leq 2,0 \quad \checkmark \quad (4.39)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d_m} \leq 0,02 = \frac{40,21}{100 \cdot 20,7} = 0,0194 \leq 0,02 \quad \checkmark \quad (4.40)$$

$$\nu_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,98^{3/2} \cdot 50^{1/2} = 0,691 \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \right] \cdot b \cdot d_m \quad (4.42) \\ &= \left[0,12 \cdot 1,98 \cdot (100 \cdot 0,0194 \cdot 50)^{1/3} \right] \cdot 1000 \cdot 207/1000 = 226 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Rd,c,min} = \nu_{min} \cdot b \cdot d_m = 0,691 \cdot 1000 \cdot 207/1000 = 143 \text{ kN} \quad (4.43)$$

$$\nu = 0,6 \cdot (1 - f_{ck}/250) = 0,6 \cdot (1 - 50/250) = 0,48 \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} V_{Rd,max} &= 0,5 \cdot b \cdot d_m \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (4.45) \\ &= 0,5 \cdot 1000 \cdot 207 \cdot 0,48 \cdot 33,3/1000 = 1490 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Rd} = \min \left\{ \max \left(\underbrace{226}_{V_{Rd,c}}, \underbrace{143}_{V_{Rd,c,min}} \right), \underbrace{1490}_{V_{Rd,max}} \right\} = 226 \text{ kN} > 203 \text{ kN} = V_{Ed} \quad \checkmark \quad (4.46)$$

$$\eta = \frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = 90 \% \quad (4.47)$$

mit:

$C_{Rd,c}$	Beiwert für die Querkraftbemessung
k	Beiwert für die Querkraftbemessung
k_1	Beiwert für die Querkraftbemessung
ν_{min}	Beiwert für die Querkraftbemessung
ν	Beiwert für die Querkraftbemessung
$V_{Rd,c,min}$	minimaler Querkraftwiderstand ohne Schubbügel [kN]
$V_{Rd,max}$	maximaler Querkraftwiderstand [kN]
V_{Rd}	rechnerischer Querkraftwiderstand ohne Schubbügel [kN]

4.4.3 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit GZG werden die Nachweise der Verformung, Rissbreiten und Spannungsbegrenzung laut ÖNORM EN 1992-1-1 [31] durchgeführt. Beim Verformungsnachweis ist es essentiell das Langzeitverhalten des Bauteils zu berücksichtigen, indem die Kriecheffekte auf die Steifigkeit und die Schwindverformungen beachtet werden. Die Schwingungen werden, wie in Kap. 4.2.4 beschrieben, über ein Frequenzkriterium kontrolliert, welches nicht in der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] definiert ist. Um hierbei den Effekt des gerissenen Betons (Zustand II) miteinzubeziehen, wird mit einem äquivalenten Trägheitsmoment laut Bischoff und Gross [4] gerechnet.

Verformungen

In Bezug auf die Einhaltung der Verformungen lässt die ÖNORM EN 1992-1-1 [31] zu, bei überwiegend biegebeanspruchten Bauteilen den Verformungsnachweis über die Begrenzung der Biegeschlankheit abzudecken. Folgend werden sowohl der Nachweis der Biegeschlankheit als auch die direkte Berechnung gezeigt. Da bei den anderen Ausführungsvarianten lediglich die direkte Berechnung sinnvoll ist, wird aus Vergleichsgründen auch für die STB-Variante die direkte Berechnung als Richtwert genommen.

- Begrenzung der Biegeschlankheit

In erster Linie muss der erforderliche Zugbewehrungsgrad ermittelt werden, welcher zur Aufnahme des Bemessungsmomentes benötigt wird. Hierfür wird iterativ ein Stababstand gesucht, bei dem mit dem vorhandenen Bewehrungsdurchmesser das aufnehmbare Moment annähernd dem Bemessungsmoment entspricht. Der Nachweis für das Biegemoment wird hierbei analog zu Kap. 4.4.2 durchgeführt. Für die STB-Variante ist folgender Bewehrungsgehalt notwendig:

Stabdurchmesser:	$\varnothing = 26 \text{ mm}$
erforderlicher Stababstand:	$e_{\text{erf}} = 23,50 \text{ cm}$
erforderliche Bewehrungsfläche:	$A_{s,\text{erf}} = 22,59 \text{ cm}^2$
erforderliche Bewehrungsgehalt:	$\rho_{\text{erf}} = 0,41 \%$

Im nächsten Schritt wird die Stahlspannung im Zustand II ermittelt. Dafür werden wieder die vorhandenen Bewehrungsangaben im Feld verwendet. Es ist anzumerken, dass das Trägheitsmoment im Zustand II ohne Berücksichtigung des Eigentragheitsmoments der Bewehrung und die Spannungen für die quasi-ständige Einwirkungskombination berechnet werden.

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{c0m}} = \frac{21000}{3700} = 5,68 \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} x_{II} &= \left(-\alpha_s \cdot \rho_l + \sqrt{(\alpha_s \cdot \rho_l)^2 + 2 \cdot \alpha_s \cdot \rho_l} \right) \cdot d_m \quad (4.49) \\ &= \left(-5,68 \cdot 0,0135 + \sqrt{(5,68 \cdot 0,0135)^2 + 2 \cdot 5,68 \cdot 0,0135} \right) \cdot 54,18 = 17,47 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + A_s \cdot \alpha_s \cdot (d_m - x_{II})^2 \quad (4.50)$$

$$= \frac{100 \cdot 17,47^3}{3} + 73,20 \cdot 5,68 \cdot (54,18 - 17,47)^2 = 737\,718 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_s = \frac{M_{Eqs}}{I_{II}} \cdot (d_m - x) \cdot \alpha_s = \frac{39600}{737718} \cdot (54,18 - 17,47) \cdot 5,68 \cdot 10 = 111,90 \text{ N/mm}^2 \quad (4.51)$$

mit:

- α_s Verhältnis der E-Moduln
- x_{II} Betondruckzonenhöhe im reinen Zustand II [cm]
- I_{II} Trägheitsmoment im Zustand II [cm⁴]
- σ_s Stahlspannung im Zustand II [N/mm²]

Je nachdem, ob der erforderliche Bewehrungsgrad größer oder kleiner als der Referenzbewehrungsgrad ist, muss man zwischen unterschiedlichen Formeln für den Grenzwert der Biegeschlankheit unterscheiden. Für den Fall, dass der erforderliche Bewehrungsgrad kleiner ist als der Referenzbewehrungsgrad und keine Druckbewehrung benötigt wird, wird der Grenzwert mit der Gl. (4.53) erfasst:

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} = \sqrt{50} \cdot 10^{-3} = 0,71 \% \geq 0,41 \% = \rho_{erf} \quad (4.52)$$

$$\left(\frac{l}{d_m}\right)_{ref} = K \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_{erf}} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_{erf}} - 1 \right)^{3/2} \right] \quad (4.53)$$

$$= 1,0 \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{50} \cdot \frac{0,0071}{0,0041} + 3,2 \cdot \sqrt{50} \cdot \left(\frac{0,0071}{0,0041} - 1 \right)^{3/2} \right] = 43,7$$

mit:

- ρ_0 Referenzbewehrungsgehalt
- $K = 1,0$ Beiwert für das statische System für gelenkige Einfeldträger
- $\left(\frac{l}{d_m}\right)_{ref}$ Grenzwert der Biegeschlankheit ohne Anpassung an die Stahlspannung

Im letzten Schritt muss der Grenzwert der Biegeschlankheit noch an die vorhandene Stahlspannung angepasst werden.

$$\left(\frac{l}{d_m}\right)_{vorh} = \frac{l}{d_m} = \frac{1210}{54,18} = 22,3 \quad (4.54)$$

$$\left(\frac{l}{d_m}\right)_{erf} = \min \left\{ 35 \cdot K, \frac{310}{\sigma_s} \cdot \left(\frac{l}{d_m}\right)_{ref} \right\} \quad (4.55)$$

$$= \min \left\{ 35 \cdot 1, \frac{310}{111,9} \cdot 43,7 \right\} = 35 > 22,3 = \left(\frac{l}{d_m}\right)_{vorh} \quad \checkmark$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{l}{d_m}\right)_{\text{vorh}}}{\left(\frac{l}{d_m}\right)_{\text{erf}}} = 64\% \quad (4.56)$$

mit:

$$\begin{aligned} \left(\frac{l}{d_m}\right)_{\text{vorh}} & \text{ vorhandene Biegeschlankheit} \\ \left(\frac{l}{d_m}\right)_{\text{erf}} & \text{ Grenzwert der Biegeschlankheit} \end{aligned}$$

Der Nachweis wird erfüllt und somit wäre prinzipiell keine direkte Berechnung der Verformungen erforderlich. Um die auftretenden Verformungen der einzelnen Varianten miteinander vergleichen zu können, wird zusätzlich die direkte Methode angewendet.

- Direkte Berechnung der Verformungen

Für die direkte Berechnung der Verformungen gibt es unterschiedliche Ansätze. In dieser Arbeit wird die in der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] angegebene Methode mittels Verteilungsbeiwert und Interpolation der Verformungen zufolge Zustand I und Zustand II sowie die numerische Integrationsmethode über die Momenten-Krümmungsbeziehung gezeigt. Die zweite Möglichkeit wird bei den Varianten mit FVK näher beschrieben. Bei Betonbauteilen ist das Langzeitverhalten essentiell bei der Einhaltung der Verformungen, da es aufgrund der Kriech- und Schwindeigenschaften des Betons im Laufe der Zeit zu einem deutlichen Verformungszuwachs kommen kann. Die Grenzwerte werden laut ÖNORM EN 1990-1 [23] für die Kurzzeitverformungen mit 1/300 und für Langzeitverformungen mit 1/250 gesetzt. Wie bereits in Kap. 4.3.2 erwähnt, kann aus Herstellungsgründen die geknickte Platte nicht überhöht werden.

Um die Langzeitauswirkungen berücksichtigen zu können, muss im ersten Schritt die Kriechzahl nach ÖNORM EN 1992-1-1 [31] ermittelt werden.

$$A_c = h \cdot b_T = 600 \cdot 1200 = 720\,000 \text{ mm}^2 \quad (4.57)$$

$$u = 2 \cdot (h + b_T) = 2 \cdot (600 + 1200) = 3600 \text{ mm} \quad (4.58)$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 720\,000}{3600} = 400 \text{ mm} \quad (4.59)$$

$RH = 50\%$... Annahme für Innenraum

$$f_{cm} = f_{ck} + 8,0 = 50,0 + 8,0 = 58,0 \text{ N/mm}^2 \quad (4.60)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,7} = \left(\frac{35}{58}\right)^{0,7} = 0,702 \quad (4.61)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,2} = \left(\frac{35}{58}\right)^{0,2} = 0,904 \quad (4.62)$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} = \left(\frac{35}{58} \right)^{0,5} = 0,777 \quad (4.63)$$

mit:

- A_c Betonquerschnittsfläche [mm²]
- u trocknender Querschnittsumfang [mm]
- h_0 wirksame Bauteilhöhe [mm]
- RH relative Luftfeuchtigkeit der Bauteilumgebung
- f_{cm} mittlere Betondruckfestigkeit [N/mm²]
- α_1 Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf das Kriechen
- α_2 Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf das Kriechen
- α_3 Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf das Kriechen

Mithilfe dieser Werte kann nun für einen Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit von $f_{cm} > 35 \text{ N/mm}^2$ die Kriechzahl nach Gl. (4.64)-(4.70) erfasst werden. Der Belastungsbeginn wird, weil es sich um ein Fertigteil handelt, mit $t_0 = 60 \text{ d}$ angenommen und der Betrachtungszeitpunkt t wird mit 50 Nutzungsjahren (entspricht $t = 18\,250 \text{ d}$) gewählt.

$$\varphi_{RH} = \left(1 + \frac{1 - RH}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 = \left(1 + \frac{1 - 0,50}{0,1 \cdot \sqrt[3]{400}} \cdot 0,702 \right) \cdot 0,904 = 1,335 \quad (4.64)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{f_{cm}} = \frac{16,8}{58} = 2,206 \quad (4.65)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} = \frac{1}{0,1 + 60^{0,20}} = 0,422 \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} \beta_H &= \min \left\{ 1,5 \cdot \left[1 + (0,012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3, 1500 \cdot \alpha_3 \right. \\ &= \min \left\{ \underbrace{1,5 \cdot \left[1 + (0,012 \cdot 0,50)^{18} \right] \cdot 400 + 250 \cdot 0,777}_{794}, \underbrace{1500 \cdot 0,777}_{1165} \right\} = 794 \end{aligned} \quad (4.67)$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0,3} = \left(\frac{18250 - 60}{794 + 18250 - 60} \right)^{0,3} = 0,99 \quad (4.68)$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) = 1,335 \cdot 2,206 \cdot 0,422 = 1,243 \quad (4.69)$$

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) = 1,243 \cdot 0,99 = 1,227 \quad (4.70)$$

mit:

φ_{RH}	Beiwert für die Luftfeuchtigkeitsauswirkungen auf die Kriechgrundzahl
$\beta(f_{cm})$	Beiwert für den Betondruckfestigkeitseinfluss auf die Kriechgrundzahl
$\beta(t_0)$	Beiwert für den Betonalterseinfluss bei Belastungsbeginn auf die Kriechgrundzahl
β_H	Beiwert für den Einfluss von der Luftfeuchtigkeit und der wirksamen Bauteilhöhe
$\beta_c(t, t_0)$	Beiwert für die zeitliche Entwicklung des Kriechens
$\varphi(t, t_0)$	Kriechzahl

Mit der berechneten Kriechzahl können nun die Langzeitauswirkungen auf den Beton beschrieben werden, indem der E-Modul des Betons reduziert wird. Für die weitere Berechnung der Verformungen werden die Steifigkeiten im Zustand I und Zustand II für den Zeitpunkt t_0 als auch den Zeitpunkt t benötigt. Auf der sicheren Seite liegend wird in der Folge mit dem Zeitpunkt $t = \infty$ weitergerechnet. Die Kriechzahl entspricht zu diesem Zeitpunkt der Grundkriechzahl und wird auch Endkriechzahl genannt. Im gerissenen Zustand kriecht nur noch die Druckzone, weshalb die Auswirkung des Kriechens im Zustand II geringer ausfällt.

$$\varphi_{\infty} = \varphi_0 = 1,243 \quad (4.71)$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{c0m}}{1 + \varphi_{\infty}} = \frac{3700}{1 + 1,243} = 1649 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.72)$$

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 60^3}{12} = 1\,800\,000 \text{ cm}^4 \quad (4.73)$$

$$EI_{I,0} = E_{c0m} \cdot I_I = 3700 \cdot 1800000 = 6,66 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.74)$$

$$EI_{I,\infty} = E_{c,eff} \cdot I_I = 1649 \cdot 1800000 = 2,97 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.75)$$

$$I_{II} = 737\,718 \text{ cm}^4 \quad (\text{siehe Gl. (4.50)})$$

$$EI_{II,0} = E_{c0m} \cdot I_{II} = 3700 \cdot 737718 = 2,73 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.76)$$

$$\alpha_{s,eff} = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{21000}{1649} = 12,73 \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} x_{II,\infty} &= \left(-\alpha_{s,eff} \cdot \rho_l + \sqrt{(\alpha_{s,eff} \cdot \rho_l)^2 + 2 \cdot \alpha_{s,eff} \cdot \rho_l} \right) \cdot d_m \\ &= \left(-12,73 \cdot 0,0135 + \sqrt{(12,73 \cdot 0,0135)^2 + 2 \cdot 12,73 \cdot 0,0135} \right) \cdot 54,18 = 23,80 \text{ cm} \end{aligned} \quad (4.78)$$

$$\begin{aligned} I_{II,\infty} &= \frac{b \cdot x_{II,\infty}^3}{3} + A_s \cdot \alpha_{s,eff} \cdot (d_m - x_{II,\infty})^2 \\ &= \frac{100 \cdot 23,80^3}{3} + 73,20 \cdot 12,73 \cdot (54,18 - 23,80)^2 = 1\,309\,772 \text{ cm}^4 \end{aligned} \quad (4.79)$$

$$EI_{II,\infty} = E_{c,eff} \cdot I_{II,\infty} = 1649 \cdot 1309772 = 2,16 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.80)$$

mit:

φ_{∞}	Endkriechzahl
$E_{c,eff}$	effektiver Elastizitätsmodul [kN/cm ²]
I_I	Trägheitsmoment im Zustand I [cm ⁴]
$EI_{I,0}$	Biegesteifigkeit im Zustand I zum Zeitpunkt t_0 [kNcm ²]
$EI_{I,\infty}$	Biegesteifigkeit im Zustand I zum Zeitpunkt t_{∞} [kNcm ²]
$\alpha_{s,eff}$	Verhältnis der effektiven E-Moduln
$x_{II,\infty}$	Betondruckzonenhöhe im reinen Zustand II zum Zeitpunkt t_{∞} [cm]
$I_{II,\infty}$	Trägheitsmoment im Zustand II zum Zeitpunkt t_{∞} [cm ⁴]
$EI_{II,0}$	Biegesteifigkeit im Zustand II zum Zeitpunkt t_0 [kNcm ²]
$EI_{II,\infty}$	Biegesteifigkeit im Zustand II zum Zeitpunkt t_{∞} [kNcm ²]

Als nächstes werden die Schwindverformungen nach ÖNORM EN 1992-1-1 [31] berechnet. Für die Zementart wird ein Zement der Klasse N (normal) gewählt. Wie in Kap. 3.1.3 erwähnt, kann bei wärmebehandelten Fertigteilen das autogene Schwinden vernachlässigt werden. Um eine schlanke Konstruktion zu schaffen, wird bei allen Varianten davon ausgegangen, dass sie wärmebehandelt wurden. Es ist anzumerken, dass die Wärmebehandlung einen deutlichen Einfluss auf die Umwelt und auf die Wirtschaftlichkeit hat, welcher in dieser Arbeit quantitativ nicht berücksichtigt wird. Im Folgenden wird lediglich der Grundwert des Trocknungsschwindens berücksichtigt.

$$f_{cm0} = 10 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_{ds1} = 4 \quad \dots \quad \text{für Zemente der Klasse N}$$

$$\alpha_{ds2} = 0,12 \quad \dots \quad \text{für Zemente der Klasse N}$$

$$RH_0 = 100 \%$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{0,50}{1,00} \right)^3 \right] = 1,356 \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cd,0} &= 0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \\ &= 0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot 4) \cdot \exp\left(-0,12 \cdot \frac{58}{10}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot 1,356 = 0,00038 \end{aligned} \quad (4.82)$$

$$k_h = 0,725 \quad \dots \quad \text{Interpolation zwischen den Werten aus Tab. 4.6}$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = 0,725 \cdot 0,00038 = 0,00028 \quad (4.83)$$

mit:

f_{cm0}	Referenzdruckfestigkeit fürs Schwinden [N/mm ²]
α_{ds1}	Beiwert für die Zementart
α_{ds2}	Beiwert für die Zementart
RH_0	Beiwert für die Zementart
β_{RH}	Beiwert für die Luftfeuchte
$\varepsilon_{cd,0}$	Grundwert des Trocknungsschwindens
k_h	Koeffizient abhängig von h_0
$\varepsilon_{cd,\infty}$	Trocknungsschwinddehnung

Die Tab. 4.6 gibt die k_h -Werte in abhängig vom h_0 -Wert an. Bei Zwischenwerten des h_0 -wertes muss der k_h -Wert interpoliert werden.

Tab. 4.6: k_h -Werte³

h_0 -Wert	k_h -Wert
100	1,00
200	0,85
300	0,75
500	0,70

In weiterer Folge muss das Rissmoment und der Verteilungsbeiwert ermittelt werden, welcher die Mitwirkung des Betons nach dem Riss berücksichtigt.

$$M_{cr} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot f_{ctm} = \frac{100 \cdot 60^2}{6} \cdot 0,41/100 = 246 \text{ kNm} \quad (4.84)$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{Ek}} = \frac{246}{447} = 0,55 \quad (4.85)$$

$$\beta = 0,5 \quad \dots \quad \text{für dauerhafte Beanspruchung} \quad (4.86)$$

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Ek}} \right)^2 = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{246}{447} \right)^2 = 0,85 \quad (4.87)$$

mit:

M_{cr}	Rissmoment [kNm]
β	Faktor für die Belastungsdauer und Lastwiederholung
ζ	Verteilungsbeiwert

³Auszug aus der ÖNORM EN 1992-1-1 [31]

Um die Verformungen zum jeweiligen Zeitpunkt zu erhalten, wird jeweils für den Zustand I und II die Verformung mithilfe des Steifigkeitskennwertes berechnet und anschließend interpoliert.

$$k_m = \frac{5}{48} \quad \dots \quad \text{für Einfeldträger} \quad (4.88)$$

$$\begin{aligned} w_0 &= \zeta \cdot \frac{k_m \cdot M_{Ek} \cdot l^2}{EI_{II,0}} + (1 - \zeta) \cdot \frac{k_m \cdot M_{Ek} \cdot l^2}{EI_{I,0}} \quad (4.89) \\ &= 0,85 \cdot \underbrace{\frac{5 \cdot 447 \cdot 100 \cdot 1210^2}{48 \cdot 2,73 \cdot 10^9}}_{2,50 \text{ cm}} + (1 - 0,85) \cdot \underbrace{\frac{5 \cdot 447 \cdot 100 \cdot 1210^2}{48 \cdot 6,66 \cdot 10^9}}_{1,02 \text{ cm}} = 2,28 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$w_0 = 2,28 \text{ cm} \leq 4,03 \text{ cm} = l/300 \quad \checkmark \quad (4.90)$$

$$\eta = \frac{w_0}{l/300} = 56 \% \quad (4.91)$$

$$\begin{aligned} w_\infty &= \zeta \cdot \frac{k_m \cdot M_{Eqs} \cdot l^2}{EI_{II,\infty}} + (1 - \zeta) \cdot \frac{k_m \cdot M_{Eqs} \cdot l^2}{EI_{I,\infty}} \quad (4.92) \\ &= 0,85 \cdot \underbrace{\frac{5 \cdot 396 \cdot 100 \cdot 1210^2}{48 \cdot 2,16 \cdot 10^9}}_{2,80 \text{ cm}} + (1 - 0,85) \cdot \underbrace{\frac{5 \cdot 396 \cdot 100 \cdot 1210^2}{48 \cdot 2,97 \cdot 10^9}}_{2,04 \text{ cm}} = 2,68 \text{ cm} \end{aligned}$$

mit:

- k_m Steifigkeitskennwert
- w_0 Verformung zum Zeitpunkt t_0 [cm]
- w_∞ Verformung zum Zeitpunkt t_∞ [cm]

Um die Auswirkung der Schwinddehnung auf die Verformung zu ermitteln, wird im ersten Schritt die Krümmung ermittelt, welche zufolge des Schwindens entsteht. Im Anschluss wird mithilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte die Verformung zufolge Schwinden berechnet. Das Prinzip der virtuellen Kräfte wird in Folge bei der numerischen Integrationsmethode der Momenten-Krümmungsbeziehung näher erläutert (siehe Kap. 4.5.3). Im vorliegenden Fall wird ein konstanter Krümmungsverlauf über die Bauteillänge angenommen. Abschließend wird mithilfe des Verteilungsbeiwertes die Mitwirkung Betons im gerissenen Zustand berücksichtigt.

$$\begin{aligned} \kappa_{cs,I} &= \varepsilon_{cd,\infty} \cdot \alpha_{s,eff} \cdot \frac{A_s \cdot (d_m - h/2)}{I_I} \quad (4.93) \\ &= 0,00028 \cdot 12,73 \cdot \frac{73,20 \cdot (54,18 - 60/2)}{1800000} = 3,44 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \kappa_{cs,II} &= \varepsilon_{cd,\infty} \cdot \alpha_{s,eff} \cdot \frac{A_s \cdot (d_m - x_{II,\infty})}{I_{II,\infty}} \quad (4.94) \\ &= 0,00028 \cdot 12,73 \cdot \frac{73,20 \cdot (54,18 - 23,80)}{1309772} = 5,95 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

$$\delta M = \frac{\delta P \cdot l}{4} = \frac{1 \cdot 1210}{4} = 303 \quad (4.95)$$

$$\begin{aligned} w_{cs} &= \zeta \cdot (0,5 \cdot \kappa_{II} \cdot \delta M \cdot l) + (1 - \zeta) \cdot (0,5 \cdot \kappa_I \cdot \delta M \cdot l) \quad (4.96) \\ &= 0,85 \cdot \underbrace{(0,5 \cdot 5,95 \cdot 10^{-6} \cdot 303 \cdot 1210)}_{1,09 \text{ cm}} + (1 - 0,85) \cdot \underbrace{(0,5 \cdot 3,44 \cdot 10^{-6} \cdot 303 \cdot 1210)}_{0,63 \text{ cm}} \\ &= 1,02 \text{ cm} \end{aligned}$$

mit:

$\kappa_{cs,I}$	Krümmung zufolge Schwinden im Zustand I
$\kappa_{cs,II}$	Krümmung zufolge Schwinden im Zustand II
δM	virtuelles Moment
δF	virtuelle Last
w_{cs}	Verformung zufolge Schwinden

Somit ergibt sich die Gesamtverformung zum Zeitpunkt $t = \infty$ folgendermaßen

$$w_{ges,\infty} = w_{\infty} + w_{cs} = 2,68 + 1,02 = 3,70 \text{ cm} \leq 4,84 \text{ cm} = l/250 \quad \checkmark \quad (4.97)$$

$$\eta = \frac{w_{\infty}}{l/250} = 76 \% \quad (4.98)$$

mit:

$w_{ges,\infty}$ Gesamtverformung zum Zeitpunkt t_{∞} [cm]

Im Vergleich zu dieser Methode kommen bei der numerischen Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung nach Simpson, welche bei den FVK-Varianten beschrieben wird, folgende Verformungen zustande:

$$w_{0,S} = 2,16 \text{ cm} \leq 4,03 \text{ cm} = l/300 \quad \checkmark \quad (4.99)$$

$$\eta = \frac{w_{0,S}}{l/300} = 54 \% \quad (4.100)$$

$$w_{ges,\infty,S} = 3,60 \text{ cm} \leq 4,84 \text{ cm} = l/250 \quad \checkmark \quad (4.101)$$

$$\eta = \frac{w_{ges,\infty,S}}{l/250} = 74 \% \quad (4.102)$$

mit:

$w_{0,S}$ Verformung zum Zeitpunkt t_0 nach Simpson-Integration [cm]

$w_{ges,\infty,S}$ Gesamtverformung zum Zeitpunkt t_{∞} nach Simpson-Integration [cm]

An den Ergebnissen der beiden Methoden kann eine geringe Diskrepanz festgestellt werden. Die Verformungsberechnung über die Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung wird, aus Vergleichsgründen, als maßgebend für die Bemessung angenommen.

Schwingungen

Um die für den Schwingungsnachweis erforderliche Eigenfrequenz zu bestimmen, wird die Steifigkeit des Bauteils benötigt. Im bewehrten Betonbau lässt sich hierfür allerdings nicht einfach ein Wert finden, da je nach Belastungssituation gewisse Abschnitte des Bauteils bereits gerissen sind (Zustand II), während andere Abschnitte ungerissen sind (Zustand I). Würde man die Biegesteifigkeit im Zustand II über den gesamten Bauteil annehmen, würde man die Steifigkeit in den meisten Fällen deutlich unterschätzen und sehr niedrige Eigenfrequenzen erhalten. Aufgrund dessen wird in dieser Arbeit ein äquivalentes Trägheitsmoment nach Bischoff und Gross [4] berechnet. Als Grenzwerte wurden die im fib [12, S. 293] angegebenen natürlichen Frequenzen für Fußgänger mit 1,6–2,4 Hz und 3,5–4,5 Hz angenommen.

Für ein gelenkig gelagertes Einfeldsystem mit Gleichlast, welches in einem gewissen Abschnitt bereits gerissen ist, kann das äquivalente Trägheitsmoment zufolge Bischoff und Gross [4] folgendermaßen berechnet werden:

$$I_{eq} = \frac{I_{II}}{1 - \left[1,72 - 0,72 \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqs}} \right) \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{I_{II}}{I_I} \right) \right] \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqs}} \right)^2} \quad (4.103)$$

$$= \frac{737718}{1 - \left[1,72 - 0,72 \cdot \left(\frac{246 \cdot 100}{396 \cdot 100} \right) \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{737718}{1800000} \right) \right] \cdot \left(\frac{246 \cdot 100}{396 \cdot 100} \right)^2} = 904\,564 \text{ cm}^4$$

mit:

$$I_{eq} \quad \text{äquivalentes Trägheitsmoment [cm}^4\text{]}$$

Multipliziert man nun das äquivalente Trägheitsmoment mit dem Elastizitätsmodul des Betons, erhält man die anzusetzende Biegesteifigkeit für den Schwingungsnachweis und kann die erste Eigenfrequenz berechnen.

$$EI_{eq} = E_{c0m} \cdot I_{eq} = 3700 \cdot 904564/10 = 3,35 \cdot 10^8 \text{ Nm}^2 \quad (4.104)$$

$$m = g_{0,k} \cdot 100 = 18,72 \cdot 100 = 1872 \text{ kg} \quad (4.105)$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{EI_{eq}}{m} \right)} \quad (4.106)$$

$$= \frac{\pi}{2 \cdot 12,10^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{3,35 \cdot 10^8}{1872} \right)} = 4,54 \text{ Hz} \quad \checkmark$$

mit:

$$EI_{eq} \quad \text{Biegesteifigkeit zufolge äquivalentem Trägheitsmoment [Nm}^2\text{]}$$

Da sich bereits die erste Eigenfrequenz über den beiden Grenzfrequenzbereichen befindet, ist eine Untersuchung der weiteren Eigenfrequenzen nicht notwendig.

Rissbreiten

Analog zu den Verformungen wird auch bei den Rissbreiten die direkte Berechnung durchgeführt, um die so ermittelten Rissbreiten mit den anderen Varianten vergleichen zu können. Die Berechnung der Rissbreiten erfolgt gemäß ÖNORM EN 1992-1-1 [31] und ÖNORM B 1992-1-1 [24]. Der Grenzwert liegt aufgrund der Expositionsklasse XC1 bei $w_{k,lim} = 0,4 \text{ mm}$.

$$A_{c,eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (h - d_m), \frac{h - x_{II}}{3}, \frac{h}{2} \right\} \cdot b \quad (4.107)$$

$$= \min \left\{ \underbrace{2,5 \cdot (60 - 54,18)}_{14,54 \text{ cm}}, \underbrace{\frac{60 - 17,47}{3}}_{14,18 \text{ cm}}, \underbrace{\frac{60}{2}}_{30 \text{ cm}} \right\} \cdot 100 = 1417,8 \text{ cm}^2$$

$$k_t = 0,4 \quad \dots \quad \text{für lange Lasteinwirkung} \quad (4.108)$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{73,20}{1417,7} = 0,0516 \quad (4.109)$$

$$\alpha_{s,eff} = \frac{E_s}{E_{cm,eff}} = \frac{21000}{1649} = 12,73 \quad (4.110)$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \max \left\{ \frac{\sigma_s \cdot \frac{k_t \cdot f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_{s,eff} \cdot \rho_{p,eff})}{\rho_{p,eff}}}{E_s}, 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \right\} \quad (4.111)$$

$$= \max \left\{ \underbrace{\frac{11,19 \cdot \frac{0,4 \cdot 0,41 \cdot (1 + 12,73 \cdot 0,0516)}{0,0516}}{21000}}_{0,00028}, \underbrace{0,6 \cdot \frac{11,19}{21000}}_{0,00032} \right\} = 0,00032$$

$$k_1 = 0,8 \quad \dots \quad \text{für Stäbe mit gutem Verbund} \quad (4.112)$$

$$k_2 = 0,5 \quad \dots \quad \text{für Biegung} \quad (4.113)$$

$$k_3 = 0,0 \quad \dots \quad \text{gem. ÖNORM B 1992-1-1 [24]} \quad (4.114)$$

$$k_4 = \min \left\{ \frac{1}{3,6 \cdot k_1 \cdot k_2}, \frac{\rho_{p,eff} \cdot \sigma_s}{3,6 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot f_{ctm}} \right\} \quad (4.115)$$

$$= \min \left\{ \underbrace{\frac{1}{3,6 \cdot 0,8 \cdot 0,5}}_{0,694}, \underbrace{\frac{0,0516 \cdot 11,19}{3,6 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,41}}_{0,979} \right\} = 0,694$$

$$\sigma_{eq} = \frac{n_1 \cdot \sigma_1^2 + n_2 \cdot \sigma_2^2}{n_1 \cdot \sigma_1 + n_2 \cdot \sigma_2} = \frac{10 \cdot 26^2 + 10 \cdot 16^2}{10 \cdot 26 + 10 \cdot 16} = 22,19 \text{ mm} \quad (4.116)$$

$$s_{r,max} = \min \left\{ \frac{\varnothing_{eq}}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}}, \frac{\sigma_s \cdot \varnothing_{eq}}{3,6 \cdot f_{ctm}} \right\} \quad (4.117)$$

$$= \min \left\{ \underbrace{\frac{22,19}{3,6 \cdot 0,0516}}_{119 \text{ mm}}, \underbrace{\frac{111,9 \cdot 22,19}{3,6 \cdot 4,1}}_{168 \text{ mm}} \right\} = 119 \text{ mm}$$

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 119 \cdot 0,00032 = 0,04 \text{ mm} \leq 0,4 \text{ mm} = w_{k,lim} \quad \checkmark \quad (4.118)$$

$$\eta = \frac{w_k}{w_{k,lim}} = 10 \% \quad (4.119)$$

mit:

$A_{c,eff}$	Wirkungsfläche der Bewehrung [cm ²]
k_t	Faktor für die Lasteinwirkungsdauer
$\rho_{p,eff}$	effektiver Bewehrungsgehalt
ε_{sm}	mittlere Dehnung der Bewehrung
ε_{cm}	mittlere Dehnung des Betons
k_1	Beiwert für die Verbundeigenschaften der Bewehrung
k_2	Beiwert für die Dehnungsverteilung
k_3	Beiwert für die Rissbreitenberechnung
k_4	Beiwert für die Rissbreitenberechnung
\varnothing_{eq}	äquivalenter Bewehrungsdurchmesser [mm]
\varnothing_1	Längsbewehrungsdurchmesser in der 1. Lage [mm]
\varnothing_2	Längsbewehrungsdurchmesser in der 2. Lage [mm]
n_1	Längsbewehrungsanzahl in der 1. Lage
n_2	Längsbewehrungsanzahl in der 2. Lage
$s_{r,max}$	maximaler Rissabstand für ein abgeschlossenes Rissbild [mm]
w_k	Rissbreite [mm]
$w_{k,lim}$	maximale Rissbreite [mm]

Spannungsbegrenzung

Die in den jeweiligen Materialien auftretenden Spannungen dürfen nur einen begrenzten Wert erreichen. Die Nachweise, welche in der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] definiert sind, müssen zu jedem Zeitpunkt eingehalten werden. Daher werden sowohl der Zeitpunkt $t = 0$ und als auch der Zeitpunkt $t = \infty$ untersucht.

$$\sigma_{s,lim} = 0,80 \cdot f_{yk} = 0,80 \cdot 55,0 = 44,0 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.120)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,0} &= \frac{M_{Ek}}{I_{II}} \cdot (d_m - x_{II}) \cdot \alpha_s \\ &= \frac{44700}{737718} \cdot (54,18 - 17,47) \cdot 5,68 = 12,64 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.121)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,\infty} &= \frac{M_{Ek}}{I_{II,\infty}} \cdot (d_m - x_{II,\infty}) \cdot \alpha_{s,eff} \\ &= \frac{44700}{1309772} \cdot (54,18 - 23,80) \cdot 12,73 = 13,21 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.122)$$

$$\sigma_{c,k,lim} = 0,60 \cdot f_{ck} = 0,60 \cdot 5,0 = 3,0 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.123)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,k,0} &= \frac{M_{Ek}}{I_{II}} \cdot x_{II} \\ &= \frac{44700}{737718} \cdot 17,47 = 1,06 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.124)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,k,\infty} &= \frac{M_{Ek}}{I_{II,\infty}} \cdot x_{II,\infty} \\ &= \frac{44700}{1309772} \cdot 23,80 = 0,81 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.125)$$

$$\sigma_{c,qs,lim} = 0,45 \cdot f_{ck} = 0,60 \cdot 5,0 = 2,25 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.126)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,qs,0} &= \frac{M_{Eqs}}{I_{II}} \cdot x_{II} \\ &= \frac{39600}{737718} \cdot 17,47 = 0,94 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.127)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,qs,\infty} &= \frac{M_{Eqs}}{I_{II,\infty}} \cdot x_{II,\infty} \\ &= \frac{39600}{1309772} \cdot 23,80 = 0,72 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.128)$$

mit:

$\sigma_{s,lim}$	Grenzwert der Bewehrungsspannung [kN/cm ²]
$\sigma_{s,0}$	char. Bewehrungsspannung zum Zeitpunkt t_0 [kN/cm ²]
$\sigma_{s,\infty}$	char. Bewehrungsspannung zum Zeitpunkt t_∞ [kN/cm ²]
$\sigma_{c,k,lim}$	Grenzwert der char. Betonspannung [kN/cm ²]
$\sigma_{c,k,0}$	char. Betonspannung zum Zeitpunkt t_0 [kN/cm ²]
$\sigma_{c,k,\infty}$	char. Betonspannung zum Zeitpunkt t_∞ [kN/cm ²]
$\sigma_{c,qs,lim}$	Grenzwert der quasi-ständigen Betonspannung [kN/cm ²]
$\sigma_{c,qs,0}$	quasi-ständige Betonspannung zum Zeitpunkt t_0 [kN/cm ²]
$\sigma_{c,qs,\infty}$	quasi-ständige Betonspannung zum Zeitpunkt t_∞ [kN/cm ²]

4.4.4 Konstruktive Durchbildung

In diesem Kapitel wird kontrolliert, ob die Regeln für die konstruktive Durchbildung eingehalten worden sind. Neben den rechnerischen Nachweisen ist dies essentiell für das Tragverhalten und die Einhaltung der Gebrauchstauglichkeit eines Bauteils.

Betondeckung

Die Betondeckung wird über das Verbund- und Dauerhaftigkeitskriterium ermittelt. Für einen Bauteil mit einer Expositionsklasse XC1 und einem maximalen Bewehrungsdurchmesser von $\varnothing_{max} = 26$ mm ergibt sich folgendes Nennmaß der Betondeckung:

$$c_{min,b} = \varnothing_{max} = 26 \text{ mm} \quad (4.129)$$

$$c_{min,dur} = 15 \text{ mm} \quad \dots \quad \text{für XC1} \quad (4.130)$$

$$\Delta c_{dev} = 5 \text{ mm} \quad (4.131)$$

$$c_{min} = \max \left\{ \underbrace{c_{min,b}}_{26 \text{ mm}}, \underbrace{c_{min,dur}}_{15 \text{ mm}} \right\} = 26 \text{ mm} \quad (4.132)$$

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 26 + 5 = 31 \text{ mm} \leq 35 \text{ mm} = c \quad \checkmark \quad (4.133)$$

mit:

$c_{min,b}$	Verbundkriterium für die Betondeckung [mm]
$c_{min,dur}$	Dauerhaftigkeitskriterium für die Betondeckung [mm]
Δc_{dev}	Vorhaltemaß für die Betondeckung [mm]
c_{min}	Mindestbetondeckung [mm]
c_{nom}	Nennmaß der Betondeckung [mm]

Mindestbewehrungsabstände

Für einen Beton mit einem Größtkorn von 22 mm, einem maximalen Bewehrungsdurchmesser von $\varnothing_{\max} = 26$ mm und mehrlagiger Bewehrungsausführung ergibt sich folgender mindestens einzuhaltender Abstand zwischen den einzelnen Stäben:

$$\begin{aligned}
 a &= \max\left\{\varnothing_{\max} \cdot k_1, \varnothing_g \cdot k_2, 20 \text{ mm}\right\} & (4.134) \\
 &= \max\left\{\underbrace{26 \cdot 1,4}_{36,4 \text{ mm}}, \underbrace{22 + 10}_{32 \text{ mm}}, 20 \text{ mm}\right\} = 36,4 \text{ mm} & \leq 87 \text{ mm} = e - \frac{\varnothing_{\max}}{2} = 100 - \frac{26}{2} \quad \checkmark \\
 & & \leq 42 \text{ mm} = e - \frac{\varnothing_{\max}}{2} = 50 - \frac{16}{2} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

mit:

a	lichter Mindestbewehrungsabstand [mm]
\varnothing_{\max}	maximaler Bewehrungsdurchmesser [mm]
\varnothing_g	Größtkorndurchmesser [mm]
$k_1 = 1,4$	Beiwert für die Betondeckung
$k_2 = 10 \text{ mm}$	Zusatz für die Anzahl der Lagen bei mehrlagiger Bewehrung [mm]

Mindest- und Maximalbewehrung

Folgende Angaben sind bezüglich der Bewehrung einzuhalten:

$$\begin{aligned}
 A_{s,\min} &= \max\left\{0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d_m, 0,0013 \cdot b \cdot d_m\right\} & (4.135) \\
 &= \max\left\{\underbrace{0,26 \cdot \frac{0,41}{55} \cdot 100 \cdot 54,18}_{10,50 \text{ cm}^2/\text{m}}, \underbrace{0,0013 \cdot 100 \cdot 54,18}_{7,04 \text{ cm}^2/\text{m}}\right\} = 10,50 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

$$A_{s,\max} = A_c \cdot 0,04 > A_{s,\text{ges}} \quad (4.136)$$

$$240 \text{ cm}^2/\text{m} > 2 \cdot 73,20 + 11,31 = 157,71 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

$$A_{s,\text{quer}} \geq A_{s,\text{längs}} \cdot 20\% \quad (4.137)$$

$$20,11 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 73,20 \cdot 20\% = 14,64 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

$$s_{\max,\text{längs}} = \max\{1,5 \cdot h, 25 \text{ cm}\} = \max\{90 \text{ cm}, 25 \text{ cm}\} = 25 \text{ cm} \quad \checkmark \quad (4.138)$$

$$s_{\max,\text{quer}} = \max\{3,0 \cdot h, 35 \text{ cm}\} = \max\{180 \text{ cm}, 35 \text{ cm}\} = 35 \text{ cm} \quad \checkmark \quad (4.139)$$

$$A_{s,\text{Auflager}} \geq A_{s,\text{Feld}} \cdot 50\% \quad (4.140)$$

$$40,21 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 73,20 \cdot 50\% = 36,60 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

mit:

$A_{s,min}$	minimale Bewehrungsfläche [cm ² /m]
$A_{s,max}$	maximale Bewehrungsfläche [cm ² /m]
$A_{s,ges}$	gesamte Bewehrungsfläche in Längsrichtung [cm ² /m]
$A_{s,quer}$	untere Querbewehrungsfläche [cm ² /m]
$A_{s,längs}$	untere Längsbewehrungsfläche [cm ² /m]
$s_{max,längs}$	Maximalabstand der unteren Längsbewehrung [cm]
$s_{max,quer}$	Maximalabstand der unteren Querbewehrung [cm]
$A_{s,Auflager}$	Längsbewehrungsfläche im Auflagerbereich [cm ² /m]
$A_{s,Feld}$	Längsbewehrungsfläche im Feldbereich [cm ² /m]

4.4.5 GWP - Global Warming Potential

Für die Berechnung des Global Warming Potentials ist das Volumen des Betons und die Masse der Bewehrung erforderlich. Mithilfe dieser Werte und dem GWP pro Bezugseinheit der einzelnen Materialien (siehe Tab. 4.1) lässt sich das GWP des Bauteils bestimmen. Für die Berechnung des GWP und der Materialkosten wird vereinfacht lediglich die untere Längsbewehrung über die gesamte tatsächliche Länge und Breite der Treppe berücksichtigt.

$$m_{Bew} = A_{s,längs} \cdot b_T \cdot l_{tat} \cdot \rho \quad (4.141)$$

$$= \frac{73,20}{10000} \cdot 1,20 \cdot 13,53 \cdot 7850 = 933 \text{ kg}$$

$$V_c = h \cdot b_T \cdot l_{tat} + n_S \cdot \frac{h_S \cdot a_S \cdot b_T}{2} \quad (4.142)$$

$$= 0,60 \cdot 1,20 \cdot 13,53 + 32 \cdot \frac{0,17 \cdot 0,30 \cdot 1,20}{2} = 10,724 \text{ m}^3$$

$$GWP_{BT} = m_{Bew} \cdot GWP + V_c \cdot GWP \quad (4.143)$$

$$= \underbrace{933 \cdot 0,24}_{224} + \underbrace{10,724 \cdot 300}_{3217} = 3441 \text{ kg CO}_2\text{-Äq}$$

mit:

m_{Bew}	Masse der Bewehrung [kg]
V_c	Betonvolumen [m ³]

4.4.6 Materialkosten

Analog zur Berechnung des GWP werden die Materialkosten anhand der Bewehrungsmasse, der Betonkubatur und der angegebenen Materialpreise (siehe Tab. 4.2) ausgerechnet.

$$\begin{aligned}
 MK_{BT} &= m_{Bew} \cdot MP + V_c \cdot MP & (4.144) \\
 &= \underbrace{933 \cdot 0,92}_{858,57} + \underbrace{10,724 \cdot 124}_{1329,75} = 2188,33 \text{ €}
 \end{aligned}$$

4.5 FVK-bewehrte Varianten

In dieser Arbeit werden von den Faserverbundkunststoffen die Carbonfaserkunststoffe (CFK) und die Glasfaserkunststoffe (GFK) betrachtet. Da die Nachweisführung identisch ist, wird in diesem Kapitel exemplarisch die Bemessung für die Carbonfaserkunststoff-Variante (CFK-Variante) angeführt. In Bezug auf die Glasfaserkunststoff-Variante (GFK-Variante) werden lediglich die Eigenschaften und die gewählte Bewehrung angegeben ohne die einzelnen Rechenschritte zu wiederholen. Die genaue Berechnung ist im Anhang ersichtlich und in Kapitel 4.7 sind die relevanten Ergebnisse für alle Varianten zusammengefasst.

4.5.1 Eingangsdaten

Die iterative Ermittlung ergibt eine minimal benötigte Plattenhöhe von $h = 62 \text{ cm}$ für die CFK-Variante. Für die Treppenkonstruktion mit GFK-Bewehrung ergibt sich eine Plattenhöhe von $h = 75 \text{ cm}$.

Materialien

Die Bemessung wird mit der Betongüte C50/60 sowie den Bewehrungen CCE und RBE von *solidian GmbH* [39] durchgeführt. Die Materialeigenschaften für den Beton sind identisch zur STB-Variante und sind in der Tab. 4.3 angegeben. Für die Bewehrung gibt *solidian GmbH* [39] folgende Materialeigenschaften an (siehe Tab. 4.7 und Tab. 4.8). Die Werte für das GWP stammen aus der Literatur und die Materialkosten basieren auf Erfahrungswerten.

Tab. 4.7: Materialeigenschaften CFK (Durchmesser 8 mm)

Eigenschaft		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul	E_{tm}	158 000	N/mm ²
char. Zugfestigkeit	f_{tk}	2100	N/mm ²
Abminderungsfaktor für Umwelteinfluss	C_E	1,00	/
Abminderungsfaktor für Dauerstand	C_C	0,55	/
Teilsicherheitsbeiwert	γ_M	1,50	/
Bemessungszugfestigkeit	f_{td}	1400	N/mm ²
Dichte	ρ	1500	kg/m ³
Global Warming Potential	GWP	18,16	kg CO ₂ -Äq./kg
Materialpreis	MP	9,90	€/kg

Tab. 4.8: Materialeigenschaften GFK (Durchmesser 8 mm)

Eigenschaft		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul	E_{tm}	61 000	N/mm ²
char. Zugfestigkeit	f_{tk}	1150	N/mm ²
Abminderungsfaktor für Umwelteinfluss	C_E	0,80	/
Abminderungsfaktor für Dauerstand	C_C	0,20	/
Teilsicherheitsbeiwert	γ_M	1,50	/
Bemessungszugfestigkeit	f_{td}	613,3	N/mm ²
Dichte	ρ	2130	kg/m ³
Global Warming Potential	GWP	3,10	kg CO ₂ -Äq./kg
Materialpreis	MP	7,00	€/kg

Der entsprechende Bemessungswert ergibt sich z. B. für CFK wie folgt:

$$f_{tk,100} = f_{tk} \cdot C_E \quad (4.145)$$

$$= 2100 \cdot 1,00 = 2100 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{td} = \frac{f_{tk,100}}{\gamma_M} \quad (4.146)$$

$$= \frac{2100}{1,50} = 1400 \text{ N/mm}^2$$

mit:

- $f_{tk,100}$ charakteristische Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung nach 100 Jahren [N/mm²]
- C_E Abminderungsfaktor für den Umwelteinfluss

Die hierbei angegebenen Werte für den Abminderungsfaktor zufolge Umwelteinfluss und Dauerstand für FVK sind dem ACI 440 [1] entnommen. Dabei handelt es sich um eine amerikanische

Richtlinie, die speziell für die Bemessung von Betonbauteilen mit FVK-Stäben erstellt wurde. Der Teilsicherheitsbeiwert zur Berechnung der Bemessungsfestigkeit wird der neuen Fassung des Eurocodes 2 entnommen und wird statt dem im ACI definierten Sicherheitsbeiwert auf Ebene der Schnittgrößen angewendet. Im Unterschied zum Eurocode wird die Einwirkungsseite mit anderen Sicherheitsfaktoren multipliziert. Der Abminderungsfaktor zufolge Dauerstand wird lediglich beim Nachweis der Spannungsbegrenzung verwendet.

Bewehrung

Folgende Bewehrung im Feldbereich wird auf Basis der iterativen Bestimmung benötigt, um alle Nachweise mit der vorhandenen Bauteildicke und einer CFK-Bewehrung bzw. GFK-Bewehrung zu erfüllen (siehe Tab. 4.9 und Tab. 4.10). Für die Berechnungen wird ausschließlich die untere Längsbewehrung benötigt (siehe Abb. 4.11). Die restlichen Bewehrungslagen werden aufgrund von konstruktiven Bedingungen (Mindestbewehrung und minimale Querbewehrung) angeordnet. Die angegebenen Randabstände ergeben sich zufolge einer Betondeckung von $c = 19$ mm.

Bezüglich der Stabdurchmesser und Stababstände ist anzumerken, dass lediglich Maße gewählt wurden, die auch im Produktkatalog von *solidian GmbH* angegeben sind. Der maximale Bewehrungsdurchmesser ist hierbei mit 16 mm definiert und die Stababstände bei Verwendung von Matten reichen in 5 cm-Schritten von 5–20 cm.

Tab. 4.9: Bewehrung im Feldbereich der CFK-Variante

	Durchmesser d [mm]	Stababstand e [cm]	Randabstand d ₁ [cm]	Querschnittsfläche A _t [cm ² /m]
obere Lage - längs:	10	10	2,50	7,85
obere Lage - quer:	10	10	3,70	7,85
untere 2. Lage - längs:	16	5	5,50	40,21
untere Lage - quer:	12	5	4,10	22,62
untere 1. Lage - längs:	16	5	2,70	40,21

Tab. 4.10: Bewehrung im Feldbereich der GFK-Variante

	Durchmesser d [mm]	Stababstand e [cm]	Randabstand d ₁ [cm]	Querschnittsfläche A _t [cm ² /m]
obere Lage - längs:	12	5	2,50	22,62
obere Lage - quer:	12	5	3,70	22,62
untere 2. Lage - längs:	16	5	5,70	40,21
untere Lage - quer:	14	5	4,20	22,62
untere 1. Lage - längs:	16	5	2,70	40,21

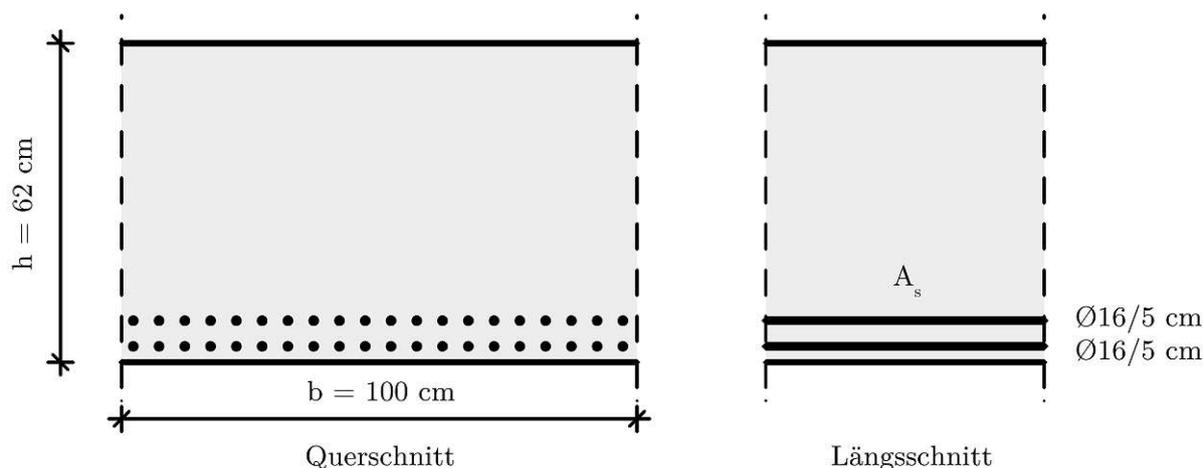


Abb. 4.11: Quer- und Längsschnitt der CFK-Variante

In weiterer Folge wird lediglich die CFK-Variante betrachtet. Für die Berechnung müssen die zwei Lagen der unteren Längsbewehrung noch zusammengefasst werden:

$$A_t = 40,21 + 40,21 = 80,42 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (4.147)$$

$$d_1 = \frac{40,21 \cdot 2,70 + 40,21 \cdot 5,50}{80,42} = 4,10 \text{ cm} \quad (4.148)$$

$$\begin{aligned} d_m &= h - d_1 \\ &= 62 - 4,10 = 57,90 \text{ cm} \end{aligned} \quad (4.149)$$

mit:

A_t Querschnittsfläche der FVK-Bewehrung (cm^2)

Damit ergibt sich ein Hauptlängsbewehrungsgehalt von:

$$\begin{aligned} \rho_l &= \frac{A_s}{d_m \cdot b} \\ &= \frac{80,42}{57,90 \cdot 100} = 1,39\% \leq 2,00\% \quad \checkmark \end{aligned} \quad (4.150)$$

Schnittgrößen

Die für die Ermittlung der Belastung benötigten Schritte wurden in Kap. 4.1.2 und in Kap. 4.3.1 erläutert.

Eigengewicht Platte :	$g_{0,k} = 19,28 \text{ kN/m}$
Aufbaulast :	$g_{1,k} = 1,73 \text{ kN/m}$
Nutzlast :	$q_k = 4,00 \text{ kN/m}$

Im ACI 440 [1] werden im Vergleich zum Eurocode unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte für die Einwirkungsseite verwendet. Die Grundkombination im GZT ergibt sich zufolge folgender Kombination:

$$\text{GZT - Grundkombination :} \quad \gamma_G \cdot (g_{0,k} + g_{1,k}) + \gamma_Q \cdot q_k \quad (4.151)$$

$$1,20 \cdot (g_{0,k} + g_{1,k}) + 1,60 \cdot q_k \quad (4.152)$$

Die Lasten und Schnittgrößen für den Einfeldträger ergeben sich somit jeweils zu:

$$\text{GZT - Grundkombination :} \quad p_d = 31,61 \text{ kN/m} \quad M_{Ed} = 579 \text{ kNm} \quad V_{Ed} = 191 \text{ kN}$$

$$\text{GZG - charakteristisch :} \quad p_k = 25,01 \text{ kN/m} \quad M_{Ek} = 458 \text{ kNm}$$

$$\text{GZG - quasi-ständig :} \quad p_{qs} = 22,21 \text{ kN/m} \quad M_{Eqs} = 406 \text{ kNm}$$

4.5.2 Grenzzustand der Tragfähigkeit

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) werden die Nachweise für das Biegemoment und die Querkraft im Ausklinkungsbereich durchgeführt. Da es für FVK-bewehrte Bauteile keine nationale Norm oder Richtlinie in Österreich gibt, werden die Bemessungsmodelle aus Facharbeiten genommen, welche den Nachweisen der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] ähneln. Für die nächste Ausgabe des Eurocodes soll die Implementierung von FVK-bewehrtem Beton geplant sein.

Biegung

Für die Berechnung des Querschnittswiderstandes bei einer Biegemomentenbeanspruchung wird bei den FVK-Varianten das Rechenmodell nach Rempel et al. [34] verwendet. Das angegebene Bemessungsmodell setzt folgende Bedingungen voraus:

- lineare Dehnungen über die Querschnittshöhe (Bernoulli-Hypothese)
- Zugfestigkeit des Betons wirkt nicht im gerissenen Zustand
- vollkommener Verbund zwischen Bewehrung und Beton

In der Abb. 4.12 wird das lineare Spannungs- und Dehnungsverhalten prinzipiell dargestellt, auf welcher das Bemessungsmodell aufbaut.

⁴In Anlehnung an Rempel et al. [34]

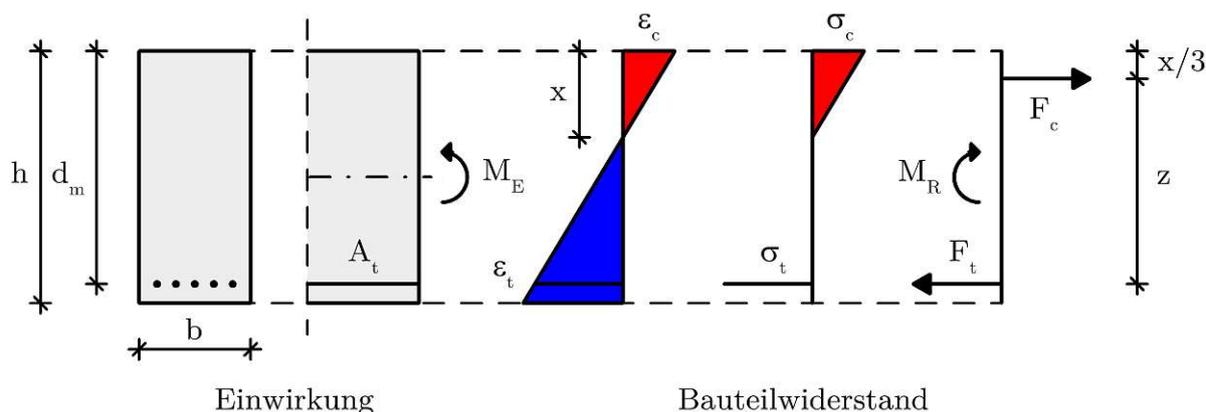


Abb. 4.12: Darstellung des Materialverhalten unter Biegebeanspruchung⁴

Analog zum Biegenachweis der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] wird das aufnehmbare Moment über die Ermittlung der Betondruckzonenhöhe und dem zugehörigen Hebelsarm bestimmt. Im Gegensatz zum Stahlbeton tritt bei FVK-bewehrten Bauteilen kein Fließen der Bewehrung ein.

$$\alpha_s = \frac{E_{tm}}{E_{c0m}} = \frac{15800}{3700} = 4,27 \quad (4.153)$$

$$x = \frac{\alpha_s \cdot A_t}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d_m}{\alpha_s \cdot A_t}} \right] \quad (4.154)$$

$$= \frac{4,27 \cdot 80,42}{100} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 57,90}{4,27 \cdot 80,42}} \right] = 16,80 \text{ cm}$$

$$z = d_m - \frac{x}{3} = 57,90 - \frac{16,80}{3} = 52,30 \text{ cm} \quad (4.155)$$

Bei der Biegebemessung können prinzipiell zwei Versagensmechanismen unterschieden werden. Im ersten Fall versagt die Bewehrung durch das Überschreiten der Zugfestigkeit des Materials. Um für diese Situation das aufnehmbare Moment auszurechnen, muss die maximale Zugkraft der Bewehrung mit dem Hebelsarm multipliziert werden. Im zweiten Fall versagt der Beton zufolge einer Überschreitung der Druckfestigkeit. Hierfür wird das aufnehmbare Moment über die maximale Betondruckkraft und den Hebelsarm ermittelt.

Aufgrund des spröden Verhalten der FVK-Bewehrung wird empfohlen FVK-bewehrte Bauteile unter Biegebeanspruchung so zu konstruieren, dass es zu einem Betonversagen kommt. Rechnerisch lässt sich das Versagen prognostizieren, indem der ausgewogene Bewehrungsgrad berechnet und mit dem vorhandenen Bewehrungsgrad verglichen wird. Der ausgewogene Bewehrungsgrad beschreibt den Bewehrungsgehalt, bei welchem es zu einem gleichzeitigen Beton- und Bewehrungsversagen kommen würde. Liegt der vorhandene Bewehrungsgrad über dem ausgewogenen Bewehrungsgrad, ist die maximale Zugkraft des Bauteils höher als die maximale Druckkraft, wodurch das Betondruckversagen maßgebend wird.

$$\rho_b = \frac{\alpha_s \cdot f_{cd}^2}{2 \cdot f_{td} \cdot (f_{td} + \alpha_s \cdot f_{cd})} \quad (4.156)$$

$$= \frac{4,27 \cdot 3,33^2}{2 \cdot 210 \cdot (210 + 4,27 \cdot 3,33)} = 0,05 \% < 1,39 \% = \rho_l \rightarrow \text{Biegedruckversagen}$$

mit:

ρ_b ausgewogener Bewehrungsgrad (%)

Mit dem bekannten Versagensmechanismus lässt sich das aufnehmbare Moment berechnen.

$$F_c = \frac{x \cdot b \cdot f_{cd}}{2} = \frac{16,80 \cdot 100 \cdot 3,33}{2} = 2800 \text{ kN} \quad (4.157)$$

$$M_{Rd} = \frac{F_c \cdot z}{100} = \frac{2800 \cdot 52,30}{100} = 1465 \text{ kNm} > 579 \text{ kNm} = M_{Ed} \quad \checkmark \quad (4.158)$$

$$\eta = \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 40 \% \quad (4.159)$$

Querkraft

Der Querkraftnachweis wird im Bereich der Auflagerausklinkung/Konsole geführt. Hierfür muss die Trägerhöhe als auch die Bewehrung neu gewählt werden (siehe Abb. 4.13). Mit folgenden Angaben wird die Querkraftbemessung durchgeführt:

Plattenhöhe:	$h = 25 \text{ cm}$
Plattenbreite:	$b = 100 \text{ cm}$
Betondeckung:	$c = 1,9 \text{ cm}$
Bewehrung:	$\varnothing 16/5 \text{ cm}$
Bewehrungsfläche:	$A_s = 40,21 \text{ cm}^2/\text{m}$
Randabstand:	$d_1 = 2,70 \text{ cm}$
stat. Nutzhöhe:	$d_m = 22,30 \text{ cm}$

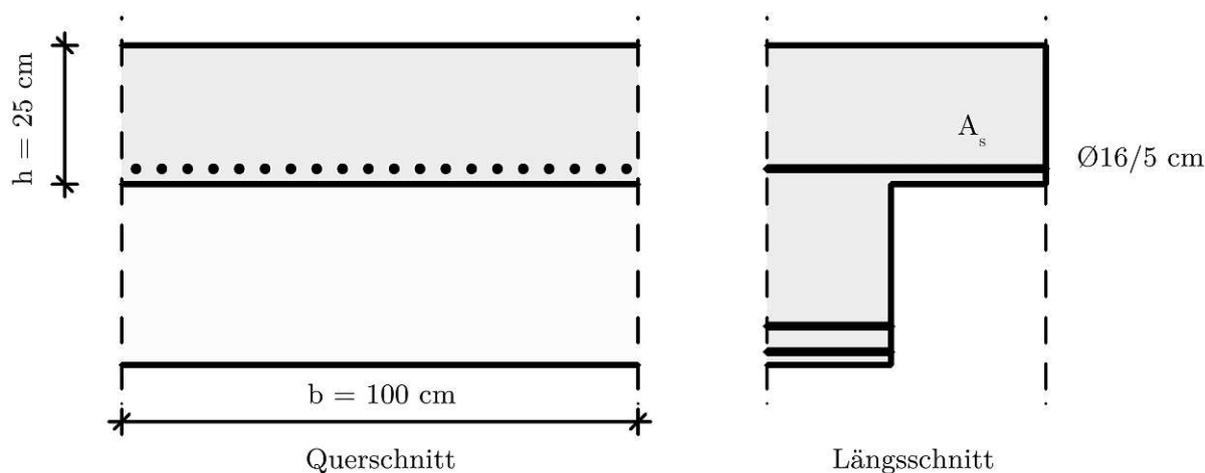


Abb. 4.13: Quer- und Längsschnitt der CFK-Variante im Auflagerbereich

Der Querkraftnachweis für Platten ohne Schubbewehrung wird nach Kulas [19] durchgeführt. Der angegebene Ansatz wird von der Mittelwertbasis auf die Bemessungsbasis analog zur ÖNORM EN 1992-1-1 [31] übergeführt.

$$C_{Rd,c} = \frac{0,29}{\gamma_M} = \frac{0,29}{1,50} = 0,193 \quad (4.160)$$

$$\beta = 1,0 \quad \dots \quad \text{keine Einzellast vorhanden}$$

$$\eta_l = 1,0 \quad \dots \quad \text{kein Leichtbeton vorhanden}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d_m}} \leq 2,0 = 1 + \sqrt{\frac{200}{223}} = 1,95 \leq 2,0 \quad \checkmark \quad (4.161)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d_m} \leq 0,02 = \frac{40,21}{100 \cdot 22,3} = 0,018 \leq 0,02 \quad \checkmark \quad (4.162)$$

$$x = \frac{\alpha_s \cdot A_t}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d_m}{\alpha_s \cdot A_t}} \right] \quad (4.163)$$

$$= \frac{4,27 \cdot 40,21}{100} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 22,30}{4,27 \cdot 40,21}} \right] = 7,20 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x^3}{3} + A_t \cdot \alpha_s \cdot (d_m - x)^2 \quad (4.164)$$

$$= \frac{100 \cdot 7,20^3}{3} + 80,42 \cdot 4,27 \cdot (22,30 - 7,20)^2 = 51\,595 \text{ cm}^4$$

$$z = d_m \cdot \frac{x}{3} = 22,30 \cdot \frac{7,20}{3} = 19,90 \text{ cm} \quad (4.165)$$

$$\sigma_l = \frac{M_{Ed}}{z \cdot A_t} = \frac{579 \cdot 100}{52,3 \cdot 80,42} = 13,75 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.166)$$

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot \beta \cdot \eta_l \cdot k \cdot (\rho_l \cdot \sigma_l \cdot f_{ck})^{1/3} \right] \cdot b \cdot d_m \quad (4.167)$$

$$= \left[0,193 \cdot 1,00 \cdot 1,00 \cdot 1,95 \cdot (0,018 \cdot 137,5 \cdot 50)^{1/3} \right] \cdot 1000 \cdot 223/1000 = 419 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = 419 \text{ kN} > 191 \text{ kN} = V_{Ed} \quad \checkmark$$

$$\eta = \frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = 46 \% \quad (4.168)$$

mit:

$$\sigma_l \quad \text{Bewehrungsspannung im Zustand II [kN/cm}^2\text{]}$$

4.5.3 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) werden die Nachweise der Verformung, Schwingungen, Rissbreiten und Spannungsbegrenzungen geführt.

Verformungen

In diesem Abschnitt wird die Verformungsberechnung über die numerische Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung für die CFK-Variante näher beschrieben. Die Grenzwerte werden, wie bei der STB-Variante, laut ÖNORM EN 1990-1 [23] für die Kurzzeitverformungen mit 1/300 und für Langzeitverformungen mit 1/250 gesetzt. Aus Herstellungsgründen kann die geknickte Platte nicht überhöht werden.

Um die Langzeitauswirkungen berücksichtigen zu können, muss im ersten Schritt die Endkriechzahl ermittelt werden. Da die gewählte Bewehrung in Hinblick auf die Kriechzahl keinen Einfluss hat, wird auch hier, analog zur STB-Variante, nach der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] vorgegangen. Anschließend werden die Biegesteifigkeiten für den gerissenen und ungerissenen Zustand zum Zeitpunkt t_0 und t_∞ sowie das Rissmoment berechnet.

$$\varphi_\infty = 1,224 \quad (4.169)$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{c0m}}{1 + \varphi_\infty} = \frac{3700}{1 + 1,224} = 1651 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.170)$$

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 62^3}{12} = 1\,986\,067 \text{ cm}^4 \quad (4.171)$$

$$EI_{I,0} = E_{c0m} \cdot I_I = 3700 \cdot 1986067 = 7,35 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.172)$$

$$EI_{I,\infty} = E_{c,eff} \cdot I_I = 1651 \cdot 1986067 = 3,28 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.173)$$

$$x_{II,0} = \left(-\alpha_s \cdot \rho_l + \sqrt{(\alpha_s \cdot \rho_l)^2 + 2 \cdot \alpha_s \cdot \rho_l} \right) \cdot d_m \quad (4.174)$$

$$= \left(-4,27 \cdot 0,0139 + \sqrt{(4,27 \cdot 0,0139)^2 + 2 \cdot 4,27 \cdot 0,0139} \right) \cdot 57,90 = 16,80 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + A_t \cdot \alpha_s \cdot (d_m - x_{II})^2 \quad (4.175)$$

$$= \frac{100 \cdot 16,80^3}{3} + 80,42 \cdot 4,27 \cdot (57,90 - 16,80)^2 = 738\,189 \text{ cm}^4$$

$$EI_{II,0} = E_{c0m} \cdot I_{II} = 3700 \cdot 738189 = 2,73 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.176)$$

$$\alpha_{s,eff} = \frac{E_{tm}}{E_{c,eff}} = \frac{15800}{1651} = 9,57 \quad (4.177)$$

$$x_{II,\infty} = \left(-\alpha_{s,eff} \cdot \rho_l + \sqrt{(\alpha_{s,eff} \cdot \rho_l)^2 + 2 \cdot \alpha_{s,eff} \cdot \rho_l} \right) \cdot d_m \quad (4.178)$$

$$= \left(-9,57 \cdot 0,0139 + \sqrt{(9,57 \cdot 0,0139)^2 + 2 \cdot 9,57 \cdot 0,0139} \right) \cdot 57,90 = 23,13 \text{ cm}$$

$$I_{II,\infty} = \frac{b \cdot x_{II,\infty}^3}{3} + A_t \cdot \alpha_{s,eff} \cdot (d_m - x_{II,\infty})^2 \quad (4.179)$$

$$= \frac{100 \cdot 23,13^3}{3} + 80,42 \cdot 9,57 \cdot (57,90 - 23,13)^2 = 1\,342\,706 \text{ cm}^4$$

$$EI_{II,\infty} = E_{c,eff} \cdot I_{II,\infty} = 1651 \cdot 1342706 = 2,22 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2 \quad (4.180)$$

$$M_{cr} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot f_{ctm} = \frac{100 \cdot 62^2}{6} \cdot 0,41/100 = 263 \text{ kNm} \quad (4.181)$$

Als nächstes werden die Schwinddehnungen, analog zur STB-Variante, nach der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] berechnet. Für die Zementart wird ein Zement der Klasse N (normal) gewählt. Wie in Kap. 3.1.3 erwähnt, kann bei wärmebehandelten Fertigteilen das autogene Schwinden vernachlässigt werden. Daher wird im Folgenden lediglich der Grundwert des Trocknungsschwindens berücksichtigt.

$$\varepsilon_{cd,\infty} = 0,00027 \quad (4.182)$$

Mit den ermittelten Steifigkeiten kann die Berechnung der Verformungen durchgeführt werden. Hierfür wird die numerische Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung nach Simpson gemäß Zilch und Zehetmeier [42, S.381-399] verwendet. Dieses Konzept basiert darauf, dass ein Bauteil in eine gerade Anzahl an Abschnitten unterteilt wird. In jedem dieser Abschnitte wird die Biegesteifigkeit im gerissenen und ungerissenen Zustand ermittelt, wobei die Mitwirkung des Betons nach dem Riss über einen Verteilungsbeiwert berücksichtigt wird. Abschließend wird die Krümmung in jedem Abschnitt ermittelt und mit dem virtuellen Moment (Prinzip der virtuellen Kräfte) aufintegriert.

Das Prinzip der virtuellen Kräfte dient der Berechnung von punktuellen Verformungen und baut auf dem Energie- bzw. Arbeitssatz der Mechanik auf. Die Berechnung der Verformung an

einem bestimmten Punkt eines Bauteils erfolgt aus der Bedingung, dass die Summe der inneren und äußeren Arbeit von virtuellen Kräften an realen Verschiebungen verschwinden muss [42, S.382]. Die angesetzte virtuelle Kraft muss an der Stelle situiert werden, an der die Verformung gesucht wird. Folgende Gleichungen beschreiben das Prinzip der virtuellen Kräfte bei reiner Biegebeanspruchung eines Einfeldträgers und gesuchter Verformung in Feldmitte.

$$\delta M = \frac{\delta F \cdot l}{4} \quad (4.183)$$

$$\kappa(x) = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (4.184)$$

$$\delta W^a = \delta F \cdot w \quad (4.185)$$

$$\delta W^i = \delta M(x) \cdot \int_0^l \kappa(x) dx \quad (4.186)$$

$$= \delta M(x) \cdot \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} dx \quad (4.187)$$

$$0 = \delta W^i + \delta W^a \quad (4.188)$$

mit:

δM	virtuelles Moment
δF	virtuelle Last
κ	Querschnittsverkrümmung
δW^a	virtuelle äußere Arbeit
δW^i	virtuelle innere Arbeit

Setzt man nun die Terme für die virtuellen Arbeitsbegriffe in die Gl. (4.188) ein, erhält man die Verformung durch Umformung und der Bedingung, dass die Gl. (4.188) für beliebig angesetzte virtuelle Kräfte erfüllt sein muss.

$$0 = \delta M(x) \cdot \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} dx + \delta F \cdot w \quad (4.189)$$

$$= \frac{\delta F \cdot l}{4} \cdot \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} dx + \delta F \cdot w \quad (4.190)$$

$$w = -\frac{l}{4} \cdot \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} dx \quad (4.191)$$

Es ist anzumerken, dass x in den Gl. (4.184)-(4.191) die Koordinate der Längsachse des Stabs darstellt und nicht wie bis dato die Betondruckzonenhöhe. Ebenfalls ist zu sehen, dass auch die Biegesteifigkeit keinen konstanten Wert mehr einnimmt, sondern von den Schnittgrößen (und damit von der Lage) abhängig ist. Je nach der Lage befinden sich Teile des Bauteils im Zustand I oder Zustand II. Die Abb. 4.14 zeigt die Anwendung des Prinzips der virtuellen Kräfte für Bauteile im Betonbau.

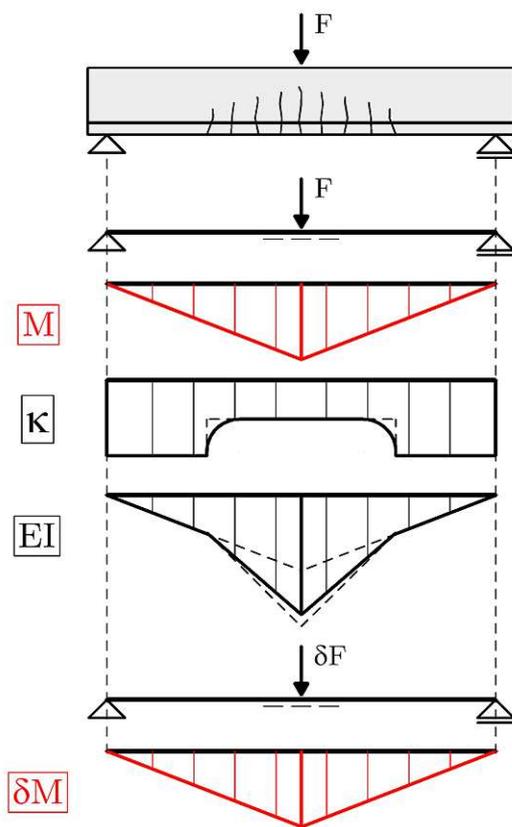


Abb. 4.14: Anwendung des Prinzips der virtuellen Kräfte im Betonbau⁵

Darin erkennt man, dass in den Bereichen, in denen das Biegemoment das Rissmoment überschritten hat, die Biegesteifigkeit auf den Wert im Zustand II abnimmt und gleichzeitig die Krümmung zunimmt. In den Bereichen, wo das Rissmoment noch nicht überschritten ist, nimmt die Biegesteifigkeit den Wert im Zustand I ein. Für Bauteile mit einer konstanten Steifigkeit über die Länge gibt es einfache Methoden, wie z. B. Integraltafeln, mit denen die Integration über die Momenten-Krümmungsbeziehung durchgeführt werden kann. Da sich bei Betonbauteilen, je nach Belastungssituation, die Steifigkeitsverteilung über die Länge ändert, müssen hierbei andere Verfahren angewendet werden.

Eine präzise Form stellt die numerische Integration laut Simpson dar (siehe Abb. 4.15). Dabei wird der Integrationsbereich in eine gerade Anzahl von Abschnitten mit der Länge Δx unterteilt, um im Anschluss das über drei Stützstellen aufgebaute Interpolationspolynom mithilfe der Gl. (4.192) zu lösen [42, S.388-390]. Je mehr Abschnitte herangezogen werden, umso genauer wird das Ergebnis der Integration.

⁵In Anlehnung an Zilch und Zehetmeier [42, S.389]

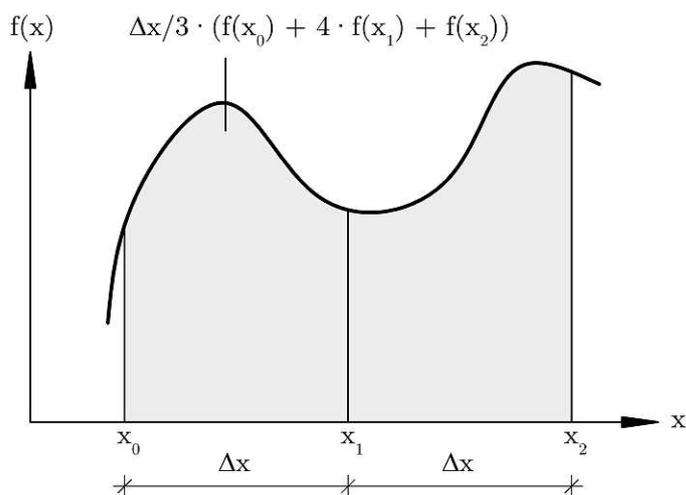


Abb. 4.15: Numerische Integration mithilfe der Simpsonregel⁶

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = \frac{\Delta x}{3} \cdot \left[f(x_0) + 4 \cdot f(x_1) + 2 \cdot f(x_2) + 4 \cdot f(x_3) + \dots + 2 \cdot f(x_{n-2}) + 4 \cdot f(x_{n-1}) + f(x_n) \right] \quad (4.192)$$

mit:

f beliebige Funktion

Im Anhang ist die gesamte Tabelle mit der Berechnung für den Zeitpunkt t_0 und t_∞ zu sehen. Die einzelnen Schritte laufen wie folgt ab:

1. Unterteilung der Länge in eine gerade Anzahl von Abschnitten
2. Charakteristisches und quasi-ständiges Moment an den Stützstellen mithilfe des Schnittprinzips ermitteln
3. Virtuelles Moment an den Stützstellen mithilfe des Strahlensatzes ermitteln
4. Krümmung im ungerissenen und vollständig gerissenen Zustand bestimmen gemäß Gl. (4.184)
5. Bewehrungsspannung im reinen Zustand II bestimmen

$$\sigma_s = \frac{M_{Ek}}{z^{II} \cdot A_t} \quad (4.193)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_{tm}} \quad (4.194)$$

⁶In Anlehnung an Zilch und Zehetmeier [42, S.389]

mit:

ε_s Dehnung der Bewehrung

6. Ermittlung des Verteilungsbeiwerts, der die Mitwirkung des Betons auf Zug nach Auftreten eines Risses berücksichtigt

$$A_{c,eff} = b \cdot \max\left\{2,5 \cdot d_1, \frac{h}{2}\right\} \quad (4.195)$$

$$\rho_{eff} = \frac{A_t}{A_{c,eff}} \quad (4.196)$$

$$\sigma_{sr} = f_{ctm} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{s,eff}} - 1\right) \quad (4.197)$$

$$\Delta\sigma_{sr} = \frac{M_{cr}}{z_{II} \cdot A_t} - \alpha_s \cdot \frac{M_{cr}}{I_I} \cdot z_s \quad (4.198)$$

$$\Delta\varepsilon_{sr} = \frac{\Delta\sigma_{sr}}{E_{tm}} \quad (4.199)$$

$$\begin{aligned} \beta_t &= 0,4 \quad \dots \quad \text{Kurzzeitbelastung} \\ &= 0,25 \quad \dots \quad \text{Langzeitbelastung} \end{aligned}$$

Ungerissen ($0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr}$):

$$\zeta = 0 \quad (4.200)$$

Rissbildung ($\sigma_{sr} < \sigma_s \leq 1,3 \cdot \sigma_{sr}$):

$$\zeta = 1 - \frac{\beta_t \cdot (\sigma_s - \sigma_{sr}) + (1,3 \cdot \sigma_{sr} - \sigma_s)}{0,3 \cdot \sigma_{sr}} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{sr}}{\varepsilon_s} \quad (4.201)$$

Abgeschlossene Rissbildung ($1,3 \cdot \sigma_{sr} < \sigma_s \leq f_{tk}$):

$$\zeta = 1 - \beta_t \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{sr}}{\varepsilon_s} \quad (4.202)$$

mit:

σ_{sr} Spannungssprung bei der Erstrissbildung [kN/cm²]
 $\Delta\sigma_{sr}$ Spannungssprung bei der Rissbildung [kN/cm²]
 ε_{sr} Dehnung bei Rissbildung
 β_t Faktor für die Lastdauer

7. Berücksichtigung des Kriechens durch Steifigkeitsverlust gemäß Gl. (4.169)-(4.180)

8. Bestimmung der mittleren Krümmung

$$\kappa_m = \zeta \cdot \kappa_{II} + (1 - \zeta) \cdot \kappa_I \quad (4.203)$$

mit:

- κ_m mittlere Krümmung
- κ_{II} Krümmung im Zustand II
- κ_I Krümmung im Zustand I

9. Ermittlung der Schwindkrümmung

$$N_{cs} = \varepsilon_{cd,\infty} \cdot E_{tm} \cdot A_t \quad (4.204)$$

$$\kappa_{cs,I} = \frac{N_{cs} \cdot (h/2 - d_1)}{EI_{I\infty}} \quad (4.205)$$

$$\kappa_{cs,II} = \frac{N_{cs} \cdot (d_m - x_{II,\infty})}{EI_{II\infty}} \quad (4.206)$$

$$\kappa_{cs,m} = \zeta \cdot \kappa_{cs,II} + (1 - \zeta) \cdot \kappa_{cs,I} \quad (4.207)$$

mit:

- N_{cs} Ersatzkraft zufolge Schwinden
- $\kappa_{cs,m}$ mittlere Schwindkrümmung

10. numerische Integration über die Krümmung (Biegeverformung und Schwinden) und das virtuelle Moment mittels Gl. (4.192)

Mit dieser Methode erhält man für die CFK-Variante folgende Verformungen:

$$w_0 = 2,06 \text{ cm} \leq 4,03 \text{ cm} = l/300 \quad \checkmark \quad (4.208)$$

$$\eta = \frac{w_0}{l/300} = 51 \% \quad (4.209)$$

$$w_\infty = 3,41 \text{ cm} \leq 4,84 \text{ cm} = l/250 \quad \checkmark \quad (4.210)$$

$$\eta = \frac{w_\infty}{l/250} = 70 \% \quad (4.211)$$

Schwingungen

Analog zur STB-Variante wird die Steifigkeit für den Schwingungsnachweis mithilfe des äquivalenten Trägheitsmoments nach Bischoff und Gross [4] berechnet. Als Grenzwerte wurden die im fib [12, S. 293] angegebenen natürlichen Frequenzen für Fußgänger mit 1,6–2,4 Hz und 3,5–4,5 Hz angenommen.

Für ein gelenkig gelagerten Einfeldsystem mit Gleichlast, welches in einem gewissen Abschnitt bereits gerissen ist, kann das äquivalente Trägheitsmoment zufolge Bischoff und Gross [4] folgendermaßen berechnet werden:

$$I_{eq} = \frac{I_{II}}{1 - \left[1,72 - 0,72 \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqs}} \right) \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{I_{II}}{I_I} \right) \right] \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqs}} \right)^2} \quad (4.212)$$

$$= \frac{738189}{1 - \left[1,72 - 0,72 \cdot \left(\frac{263 \cdot 100}{406 \cdot 100} \right) \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{738189}{1986067} \right) \right] \cdot \left(\frac{263 \cdot 100}{406 \cdot 100} \right)^2} = 949\,921 \text{ cm}^4$$

Multipliziert man nun das äquivalente Trägheitsmoment mit dem Elastizitätsmodul des Betons, erhält man die anzusetzende Biegesteifigkeit für den Schwingungsnachweis und kann die erste Eigenfrequenz berechnen.

$$EI_{eq} = E_{c0m} \cdot I_{eq} = 3700 \cdot 949921/10 = 3,51 \cdot 10^8 \text{ Nm}^2 \quad (4.213)$$

$$m = g_{0,k} \cdot 100 = 19,28 \cdot 100 = 1928 \text{ kg} \quad (4.214)$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{EI_{eq}}{m} \right)} \quad (4.215)$$

$$= \frac{\pi}{2 \cdot 12,10^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{3,51 \cdot 10^8}{1928} \right)} = 4,58 \text{ Hz} \quad \checkmark$$

Da sich bereits die erste Eigenfrequenz über den beiden Grenzfrequenzbereichen befindet, ist eine Untersuchung der weiteren Eigenfrequenzen nicht notwendig.

Rissbreiten

Die Berechnung der Rissbreiten erfolgt gemäß Niewels [20]. Der Grenzwert wird laut Niewels [20] in allen vorhandenen Richtlinien maximal mit $w_{k,lim} = 0,5 \text{ mm}$ angegeben.

Der Einzelrisszustand wird wie folgt beschrieben:

$$C = 13,15 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \quad \text{Mittelwert aus Versuchen in Niewels [20]}$$

$$\alpha = 0,36 \quad \dots \quad \text{Mittelwert aus Versuchen in Niewels [20]}$$

$$\varphi_V = 3,30 \quad \dots \quad \text{laut Niewels [20]}$$

$$F_f = \frac{M_{Eqs}}{z} = \frac{406}{52,30} \cdot 100000 = 777\,141 \text{ N} \quad (4.216)$$

$$F_{cr} = \frac{M_{cr}}{z} = \frac{263}{52,30} \cdot 100000 = 502\,249 \text{ N} \quad (4.217)$$

$$w_k = \left(\frac{F_f^2 \cdot d \cdot (1 + \alpha) \cdot 2^\alpha}{4 \cdot A_t^2 \cdot C \cdot E_{tm}} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \cdot (1 + \varphi_V)^\alpha \quad (4.218)$$

$$= \left(\frac{777141^2 \cdot 16 \cdot (1 + 0,36) \cdot 2^{0,36}}{4 \cdot 8042^2 \cdot 13,15 \cdot 158000} \right)^{\frac{1}{1+0,36}} \cdot (1 + 3,30)^{0,36} = 0,13 \text{ mm}$$

mit:

- C Beiwert aus dem Verbundgesetz [N/mm²]
- α Exponent des Verbundgesetzes
- φ_V Verbundkriechzahl
- F_f Kraft in der FVK-Bewehrung bei Erstrissbildung [N]
- F_{cr} Erstrisskraft [N]

Im Zustand des abgeschlossenen Rissbildes ergibt sich folgende Rissbreite:

$$A_{c,eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (h - d_m), \frac{h - x}{3}, \frac{h}{2} \right\} \cdot b \quad (4.219)$$

$$= \min \left\{ \underbrace{2,5 \cdot (620 - 579)}_{102,5 \text{ mm}}, \underbrace{\frac{620 - 168}{3}}_{151 \text{ mm}}, \underbrace{\frac{620}{2}}_{310 \text{ mm}} \right\} \cdot 1000 = 102\,500 \text{ mm}^2$$

$$\rho_{eff} = \frac{A_t}{A_{c,eff}} = \frac{8042}{102500} = 7,85 \% \quad (4.220)$$

$$F_{cr,eff} = A_{c,eff} \cdot f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_s \cdot \rho_{eff}) \quad (4.221)$$

$$= 102500 \cdot 4,1 \cdot (1 + 4,27 \cdot 0,0785) = 561\,059 \text{ N}$$

$$\lambda = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \cdot \left(\frac{F_{cr,eff}}{F_f} \right)^{4,84 \cdot \alpha^2 + 1,68} + 1 \quad (4.222)$$

$$= \frac{1 + 0,36}{1 - 0,36} \cdot \left(\frac{561059}{777141} \right)^{4,84 \cdot 0,36^2 + 1,68} + 1 = 2,0$$

$$\alpha_V = \frac{1 + \lambda \cdot \alpha}{2 + \lambda \cdot \alpha} = \frac{1 + 2,0 \cdot 0,36}{2 + 2,0 \cdot 0,36} = 0,63 \quad (4.223)$$

$$w_{k,max} = \left(\frac{F_{cr,eff} \cdot d \cdot (1 + \alpha \cdot \lambda) \cdot \left(F_f - \frac{\alpha_V}{(1 + \varphi_V)^\alpha} \cdot F_{cr,eff} \right) \cdot 2^\alpha}{2 \cdot E_{tm} \cdot A_t^2 \cdot C} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (4.224)$$

$$= \left(\frac{561059 \cdot 16 \cdot (1 + 0,36 \cdot 2,0) \cdot \left(777141 - \frac{0,63}{(1 + 3,30)^{0,36}} \cdot 561059 \right) \cdot 2^{0,36}}{2 \cdot 158000 \cdot 8042^2 \cdot 13,15} \right)^{\frac{1}{1+0,36}} = 0,08 \text{ mm}$$

mit:

$F_{cr,eff}$	Risskraft der effektiven Betonquerschnittsfläche [N]
λ	Exponent für den Schlupfverlauf
α_V	Völligkeitsbeiwert
$w_{k,max}$	Rissbreite bei abgeschlossenem Rissbild [mm]

Da die Kraft in der FVK-Bewehrung größer ist als die Risskraft der effektiven Betonquerschnittsfläche ist von einem abgeschlossenem Rissbild auszugehen.

$$w_{k,max} = 0,08 \text{ mm} \leq 0,5 \text{ mm} = w_{k,lim} \quad \checkmark \quad (4.225)$$

$$\eta = \frac{w_{k,max}}{w_{k,lim}} = 16 \% \quad (4.226)$$

Spannungsbegrenzung

Die in den jeweiligen Materialien auftretenden Spannungen dürfen nur einen begrenzten Wert erreichen. Die Nachweise, welche in der ÖNORM EN 1992-1-1 [31] definiert sind, müssen zu jedem Zeitpunkt eingehalten werden. Der Grenzwert für die CFK-Bewehrungsspannung wird dem ACI 440 [1] entnommen. Daher werden sowohl der Zeitpunkt $t = 0$ und als auch der Zeitpunkt $t = \infty$ untersucht.

$$\sigma_{s,lim} = C_C \cdot f_{tk,100} = 0,55 \cdot 210 = 115,5 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.227)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,0} &= \frac{M_{Ek}}{z_{II} \cdot A_t} & (4.228) \\ &= \frac{45800}{52,30 \cdot 80,42} = 10,88 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,\infty} &= \frac{M_{Ek}}{(d_m - x_{II,\infty}/3) \cdot A_t} & (4.229) \\ &= \frac{45800}{(57,90 - 23,13/3) \cdot 80,42} = 11,34 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\sigma_{c,k,lim} = 0,60 \cdot f_{ck} = 0,60 \cdot 5,0 = 3,0 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.230)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,k,0} &= \frac{M_{Ek}}{I_{II}} \cdot x_{II} & (4.231) \\ &= \frac{45800}{738189} \cdot 16,80 = 1,04 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{s,k,\infty} &= \frac{M_{Ek}}{I_{II,\infty}} \cdot x_{II,\infty} & (4.232) \\ &= \frac{44700}{1342706} \cdot 23,13 = 0,79 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark\end{aligned}$$

$$\sigma_{c,qs,lim} = 0,45 \cdot f_{ck} = 0,60 \cdot 5,0 = 2,25 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.233)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{c,qs,0} &= \frac{M_{Eqs}}{I_{II}} \cdot x_{II} & (4.234) \\ &= \frac{39600}{738189} \cdot 16,80 = 0,93 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{s,qs,\infty} &= \frac{M_{Eqs}}{I_{II,\infty}} \cdot x_{II,\infty} & (4.235) \\ &= \frac{39600}{1342706} \cdot 23,13 = 0,70 \text{ kN/cm}^2 \quad \checkmark\end{aligned}$$

mit:

C_C Abminderungsfaktor für Dauerstand

4.5.4 Konstruktive Durchbildung

In diesem Kapitel wird kontrolliert, ob die Regeln für die konstruktive Durchbildung eingehalten worden sind. Neben den rechnerischen Nachweisen ist dies essentiell für das Tragverhalten und die Einhaltung der Gebrauchstauglichkeit eines Bauteils. Bis auf die Betondeckung und die Mindestbewehrung werden die Bedingungen für Stahlbetonbauteile großteils übernommen.

Betondeckung

Für die Betondeckung wird der Wert aus dem ACI 440 [1] übernommen. Darin wird in einem Beispiel für einen CFK-Bewehrungsstab mit 15,9 mm eine Betondeckung von 19 mm angegeben.

$$c = 19 \text{ mm} \quad (4.236)$$

Mindestbewehrungsabstände

Für einen Beton mit einem Größtkorn von 8 mm, einem maximalen Bewehrungsdurchmesser von $\varnothing_{max} = 16 \text{ mm}$ und mehrlagiger Bewehrungsausführung ergibt sich folgender mindestens einzuhaltender Abstand zwischen den einzelnen Stäben:

$$\begin{aligned}a &= \max\left\{\varnothing_{max} \cdot k_1, \varnothing_g \cdot k_2, 20 \text{ mm}\right\} & (4.237) \\ &= \max\left\{\underbrace{16 \cdot 1,4}_{22,4 \text{ mm}}, \underbrace{8 + 10}_{18 \text{ mm}}, 32 \text{ mm}\right\} = 22,4 \text{ mm} \leq 42 \text{ mm} = e - \frac{\varnothing_{max}}{2} = 50 - \frac{16}{2} \quad \checkmark\end{aligned}$$

Mindest- und Maximalbewehrung

Folgende Angaben sind bezüglich der Bewehrung einzuhalten. Die Angabe für die Mindestbewehrung wird dem ACI 440 [1] entnommen.

$$\begin{aligned} A_{s,min} &= \frac{2,3}{f_{td}} \cdot b \cdot d_m & (4.238) \\ &= \frac{2,3}{210} \cdot 1000 \cdot 579 = 634 \text{ mm}^2/\text{m} = 6,34 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$A_{s,max} = A_c \cdot 0,04 > A_{s,ges} \quad (4.239)$$

$$248 \text{ cm}^2/\text{m} > 2 \cdot 80,42 + 11,31 = 172,16 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

$$A_{s,quer} \geq A_{s,längs} \cdot 20 \% \quad (4.240)$$

$$22,62 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 80,42 \cdot 20 \% = 16,08 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

$$s_{max,längs} = \max\{1,5 \cdot h, 25 \text{ cm}\} = \max\{93 \text{ cm}, 25 \text{ cm}\} = 25 \text{ cm} \quad \checkmark \quad (4.241)$$

$$s_{max,quer} = \max\{3,0 \cdot h, 35 \text{ cm}\} = \max\{186 \text{ cm}, 35 \text{ cm}\} = 35 \text{ cm} \quad \checkmark \quad (4.242)$$

$$A_{s,Auflager} \geq A_{s,Feld} \cdot 50 \% \quad (4.243)$$

$$40,21 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 80,42 \cdot 50 \% = 40,21 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

4.5.5 GWP - Global Warming Potential

Für die Berechnung des Global Warming Potentials ist das Volumen des Betons und die Masse der Bewehrung erforderlich. Mithilfe dieser Werte und dem GWP der einzelnen Materialien lässt sich das GWP des Bauteils bestimmen. Für die Berechnung des GWP und der Materialkosten wird vereinfacht die untere Längsbewehrung über die gesamte tatsächliche Länge und Breite der Treppe angenommen.

$$\begin{aligned} m_{Bew} &= A_{s,längs} \cdot b_T \cdot l_{tat} \cdot \rho & (4.244) \\ &= \frac{80,42}{10000} \cdot 1,20 \cdot 13,53 \cdot 1500 = 196 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_c &= h \cdot b_T \cdot l_{tat} + n_S \cdot \frac{h_S \cdot a_S \cdot b_T}{2} & (4.245) \\ &= 0,62 \cdot 1,20 \cdot 13,53 + 32 \cdot \frac{0,17 \cdot 0,30 \cdot 1,20}{2} = 11,049 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GWP_{BT} &= m_{Bew} \cdot GWP + V_c \cdot GWP & (4.246) \\ &= \underbrace{196 \cdot 18,16}_{3558} + \underbrace{11,049 \cdot 300}_{3315} = 6873 \text{ kg CO}_2\text{-Äq} \end{aligned}$$

4.5.6 Materialkosten

Analog zur Berechnung des GWP werden die Materialkosten anhand der Bewehrungsmasse, der Betonkubatur und des angegebenen Materialpreises ausgerechnet.

$$\begin{aligned}
 MK_{BT} &= m_{Bew} \cdot MP + V_c \cdot MP & (4.247) \\
 &= \underbrace{196 \cdot 9,90}_{1939,68} + \underbrace{11,049 \cdot 124}_{1370,03} = 3309,71 \text{ €}
 \end{aligned}$$

4.6 UHPC-Variante

In diesem Kapitel werden die Eingangsdaten für die Bemessung der UHPC-Variante angegeben. Die Nachweise für die Querkraft, Verformung und Schwingung wurden analog zur STB-Variante durchgeführt. Im Unterschied zur Bemessung der STB-Variante wird aufgrund der vorhandenen Fasern der Rissbreitennachweis nicht benötigt und der Biegenachweis mit einer linearen Spannungs-Dehnungslinie geführt. Die Verformungsberechnung wird durch die Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung nach Simpson vollzogen. Da alle vorkommenden Nachweise bereits erklärt wurden, wird hier auf die einzelnen Rechenschritte verzichtet. Die Berechnung ist im Anhang ersichtlich und in Kapitel 4.7 sind die relevanten Ergebnisse aller Varianten zusammengefasst.

4.6.1 Eingangsdaten

Die iterative Ermittlung ergibt eine minimal benötigte Plattenhöhen von $h = 34 \text{ cm}$.

Materialien

Die Bemessung wird mit einem UHPC mit einer charakteristischen Druckfestigkeit von 200 N/mm^2 und einem Bewehrungsstahl B550 durchgeführt. Die Materialeigenschaften sind in der Tab. 4.11 und Tab. 4.12 angegeben.

Tab. 4.11: Materialeigenschaften des UHPC

Eigenschaft		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul	E_{c0m}	52 140	N/mm^2
char. Druckfestigkeit	f_{ck}	200,0	N/mm^2
Langzeitfaktor	α_{cc}	0,85	/
Bemessungsdruckfestigkeit	f_{cd}	113,3	N/mm^2
mittlere Zugfestigkeit	f_{ctm}	10,26	N/mm^2
Global Warming Potential	GWP	1341	$\text{kg CO}_2\text{-Äq./kg}$
Materialpreis	MP	500,00	€/m^3

Die in den Tabellen vorkommenden Werte für den E-Modul, die Bemessungsdruckfestigkeit und die mittlere Zugfestigkeit ergeben sich laut Fehling et al. [11] wie folgt:

$$E_{c0m} = 8800 \cdot f_{cm}^{1/3} \quad (4.248)$$

$$= 8800 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} = 5214 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck} \cdot \alpha_{cc}}{\gamma_M} \quad (4.249)$$

$$= \frac{20,00 \cdot 0,85}{1,50} = 11,33 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.250)$$

$$= 0,3 \cdot 20^{2/3} = 1,026 \text{ kN/cm}^2$$

Tab. 4.12: Materialeigenschaften Bewehrungsstahl B550

Eigenschaft		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul	E_s	210 000	N/mm ²
char. Fließgrenze	f_{yk}	550,0	N/mm ²
Bemessungsfließgrenze	f_{yd}	478,3	N/mm ²
Beiwert für die Höchstlast	k	1,08	-
Dehnung bei Höchstlast	ϵ_{uk}	5,00	%
Dichte	ρ	7850	kg/m ³
Global Warming Potential	GWP	0,24	kg CO ₂ -Äq./kg
Materialpreis	MP	0,92	€/kg

Bewehrung

Folgende Bewehrung im Feldbereich wird auf Grundlage der iterativen Bestimmung benötigt, um alle Nachweise mit der vorhandenen Bauteildicke zu erfüllen (siehe Tab. 4.13):

Tab. 4.13: Bewehrung im Feldbereich der UHPC-Variante

	Durchmesser d [mm]	Stababstand e [cm]	Randabstand d ₁ [cm]	Querschnittsfläche A _s [cm ² /m]
obere Lage - längs:	14	10	4,20	15,39
obere Lage - quer:	14	10	5,60	15,39
untere Lage - quer:	14	10	6,80	15,39
untere Lage - längs:	26	10	4,80	53,09

Für die Berechnungen wird lediglich die untere Längsbewehrung benötigt. Die restlichen Bewehrungslagen werden aufgrund von konstruktiven Bedingungen (Mindestbewehrung und minimale Querbewehrung) angeordnet. Die angegebenen Randabstände ergeben sich zufolge einer Betondeckung von $c = 35 \text{ mm}$.

Damit ergibt sich ein Hauptlängsbewehrungsgehalt von:

$$d_m = h - d_1 = 34 - 4,80 = 29,20 \text{ cm} \quad (4.251)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{d_m \cdot b} = \frac{53,099}{29,20 \cdot 100} = 1,82 \% \leq 2,00 \% \quad \checkmark \quad (4.252)$$

Schnittgrößen

Die für die Ermittlung der Belastung benötigten Schritte wurden in Kap. 4.1.2 und in Kap. 4.3.1 erläutert.

Eigengewicht Platte :	$g_{0,k} = 11,45 \text{ kN/m}$
Aufbaulast :	$g_{1,k} = 1,73 \text{ kN/m}$
Nutzlast :	$q_k = 4,00 \text{ kN/m}$

Die Lasten und Schnittgrößen für den Einfeldträger ergeben sich somit jeweils zu:

GZT - Grundkombination :	$p_d = 23,79 \text{ kN/m}$	$M_{Ed} = 435 \text{ kNm}$	$V_{Ed} = 144 \text{ kN}$
GZG - charakteristisch :	$p_k = 17,18 \text{ kN/m}$	$M_{Ek} = 314 \text{ kNm}$	
GZG - quasi-ständig :	$p_{qs} = 14,38 \text{ kN/m}$	$M_{Eqs} = 263 \text{ kNm}$	

Mithilfe dieser Angaben kann die Bemessung der UHPC-Variante durchgeführt werden. Die genaue Berechnung ist im Anhang ersichtlich und in Kapitel 4.7 sind die relevanten Ergebnisse aller Varianten zusammengefasst.

4.7 Ergebnisvergleich

Die Tab. 4.14 fasst die wichtigsten Ergebnisse der einzelnen Varianten zusammen.

Tab. 4.14: Vergleich der unterschiedlichen Varianten für die RAIQA-Treppe

	Einheit	Stahl	STB	CFK	GFK	UHPC
Bauteilhöhe	cm	40	60	62	75	34
Hauptbewehrungsfläche	cm ² /m	/	73,20	80,42	80,42	53,09
Biegemomentenwiderstand	kNm/m	276	1708	1465	1382	1368
Querkraftwiderstand	kN/m	/	226	419	403	329
Kurzzeitdurchbiegung	cm	3,35	2,11	2,06	1,27	3,89
Langzeitdurchbiegung	cm	/	3,60	3,41	2,06	4,29
Schwingung	Hz	2,44	4,54	4,58	4,62	2,97
Rissbreite	mm	/	0,04	0,08	0,15	/
GWP	kg CO ₂ äq	2251	3441	6873	4810	8881
Materialkosten	€	917,52	2188,33	3309,71	3579,36	3873,32

Bei den ermittelten Bauteilhöhen handelt es sich jeweils um den minimal erforderlichen Wert. In Hinblick auf die Entscheidungsgrundlagen stellt die Bauteilhöhe den wichtigsten Parameter dar, da der Grund dieser Untersuchung das Ermöglichen einer schlanken Treppenkonstruktion ist, welche im Atrium eine repräsentative Position einnimmt. Die anderen beiden Entscheidungsparameter - das GWP und die Materialkosten - sind auf einer sehr vereinfachten Basis ermittelt worden und beschreiben lediglich den Herstellungsprozess. Um die unterschiedlichen Varianten bezüglich Ökobilanz und Wirtschaftlichkeit beurteilen zu können, ist eine ausführlichere Methodik anzuwenden, die den gesamten Lebenszyklus der Varianten berücksichtigt.

Vergleicht man die Bauteilhöhen der einzelnen Treppenmaterialien miteinander, erkennt man, dass ausschließlich die UHPC-Variante mithalten kann. Alle anderen Varianten benötigen eine deutlich stärkere Bauteildicke. Hinsichtlich der Untersuchung nach einer schlankeren Konstruktion im Vergleich zur Stahlvariante zeigen diese Ergebnisse, dass für diese Anwendung die normalfesten Betonvarianten keine bessere Lösung bieten. Vergleicht man die UHPC-Variante und die Stahlvariante bezüglich GWP und Materialkosten, erkennt man einen deutlichen Vorsprung der Stahlvariante, weshalb ein Einsatz von UHPC in einer Lebenszyklusanalyse betrachtet werden sollte, um die tatsächlichen Auswirkungen in Bezug auf diese Punkte beurteilen zu können. Wenn nur die Bauteildicke in die Entscheidungsfindung eingeht, würde die UHPC-Variante neben der Stahlvariante die geeignetste Lösung darstellen eine schlanke, repräsentative Treppe zu errichten. Es ist anzumerken, dass die Dimensionen der Stahlvariante von der geplanten Amtsvariante übernommen wurden und da auch durch eine Optimierung eine schlankere Lösung gefunden werden kann.

Bei allen Betonvarianten stellen sich aufgrund der großen Spannweite die Gebrauchstauglichkeitsnachweise als ausschlaggebend heraus. Das mäßige Verformungs- und Schwingungsverhalten der Betonvarianten ist damit zu erklären, dass aufgrund des Reißens des Betons nur mehr ein Bruchteil des Querschnittes in die Steifigkeit eingeht, der Rest des Querschnittes unwirksam ist und lediglich das Eigengewicht erhöht. Bei allen normalfesten Betonvarianten ist der Schwingungsnachweis maßgebend. Prinzipiell wäre es möglich, durch eine Absenkung der Steifigkeit (geringere

Bauteildicke oder weniger Bewehrung) in einen Frequenzbereich zwischen den Grenzfrequenzen zu gelangen. Jedoch müsste man die Steifigkeit so sehr reduzieren, dass diese nicht mehr ausreichen würde, um die Verformungsnachweise zu erfüllen. Das Ausschließen der Möglichkeiten einer Überhöhung und Vorspannung hat einen enormen negativen Effekt auf das Verformungsverhalten der Betonvarianten.

Im Vergleich der Betonvarianten untereinander erkennt man, dass mit einer CFK-Bewehrung in etwa die gleiche Bauteilhöhe wie bei der konventionellen Stahlbetonvariante erreicht werden kann. Dies jedoch gepaart mit deutlich schlechteren Werten für das GWP und die Materialkosten. Die CFK-Variante benötigt einen höheren Bewehrungsgehalt, um den niedrigeren E-Modul im Vergleich zum Bewehrungsstahl auszubalancieren. Die niedrigere Betondeckung hilft der CFK-Variante deutlich. Aufgrund der schlechteren Ökodaten und Materialkosten ist der Einsatz von CFK-Bewehrung anstatt Bewehrungsstahl für diese Anwendung nicht sinnvoll. Die mechanischen Eigenschaften der GFK-Bewehrung reichen nicht aus, um für diese Anwendung als Alternative zu dienen. Mithilfe des Einsatzes von UHPC kann im Vergleich zu den normalfesten Betonvarianten fast die Hälfte der Bauteilhöhe eingespart werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch den höheren E-Modul die Steifigkeit des Bauteils steigt und zufolge der höheren Zugfestigkeit das Rissmoment größer wird, wodurch ein geringer Anteil des Bauteils in den gerissenen Zustand gelangt.

5 Finite-Elemente-Analyse

5.1 Allgemeines

In dem vorangegangenen Kapitel wurden die verschiedenen Treppenvarianten für die Geometrie der RAIQA-Treppe dimensioniert. Es zeigte sich, dass bei den Betonvarianten die Nachweise für die Verformungen bzw. die Schwingungen durchwegs maßgebend sind. Diese Nachweise werden vorwiegend durch die Steifigkeit eines Bauteils beeinflusst, welche bei Betonvarianten durch das Reißen des Betons (Übergang in den Zustand II) deutlich reduziert wird. Sobald dieser Zustand eintritt, spielt für die Steifigkeitseigenschaften des Bauteils lediglich die Höhe der Betondruckzone und die Bewehrung, ausgedrückt durch die Dehnsteifigkeit, eine Rolle. Die Berechnung der Verformungen wurde mithilfe der Integration der Momenten-Krümmungsbeziehungen nach Simpson durchgeführt. Weiters ist eine Modellvereinfachung auf ein Einfeldträgersystem mit der Länge der horizontalen Projektion der Treppengeometrie vorgenommen worden. Bei linearen Vergleichsberechnungen konnte man sehen, dass die vertikalen Verformungen zufolge der Modellvereinfachung um wenige Prozent unterschätzt wird. Um diese Ergebnisse zu validieren, wird in diesem Kapitel mithilfe einer Finite-Elemente (FE)-Berechnung die Kurzzeitverformung mit den analytischen Ergebnissen verglichen. Des Weiteren wird das Bruchverhalten betrachtet, um zu sehen, zu welchen Versagensmechanismen es kommt und ob diese durch die Modellvereinfachung berücksichtigt werden.

Für die Modellierung und Simulation wird auf das Programm ATENA 2D von *Cervenka Consulting* zurückgegriffen. ATENA eignet sich speziell für die nichtlineare Simulation von bewehrten Betonbauteilen, da die Rissbildung und Versagensmechanismen untersucht werden können.

5.2 Modellierung

5.2.1 Geometrie

Die Grundgeometrie der Modelle wird aus den Angaben in Kap. 4.1.1 entnommen. Es wird die tatsächliche Geometrie der Varianten zweidimensional modelliert. Die Modellbreite beträgt, wie bei den analytischen Berechnungen 1,0 m. Lediglich die Laufplattendicke und die Bewehrung unterscheiden sich bei den unterschiedlichen Varianten voneinander. Exemplarisch wurde in der Abb. 5.1 die Geometrie der UHPC-Variante dargestellt. Darin erkennt man die Bewehrungsanordnung, welche den Angaben aus der Tab. 4.13 entspricht. Um die Modelleingabe zu vereinfachen, wurden die Randabstände d_1 einheitlich für alle Bewehrungsanlagen mit dem Randabstand der unteren Längsbewehrung gewählt. Weiters wurden Überlappungen, Biegeradien und Querlagen nicht modelliert. Im Bereich der Knicke ist es wichtig, die Bewehrungslagen in die obere bzw. untere Lage zu führen. Hierbei wurde bei allen Varianten die Bewehrung bis zur Spiegelachse geführt. Die Auflagernasen werden mit Bügelformen ausgebildet, wobei die Bewehrungsanzahl und -durchmesser aus der vereinfachten Querkraftbemessung übernommen wurden.

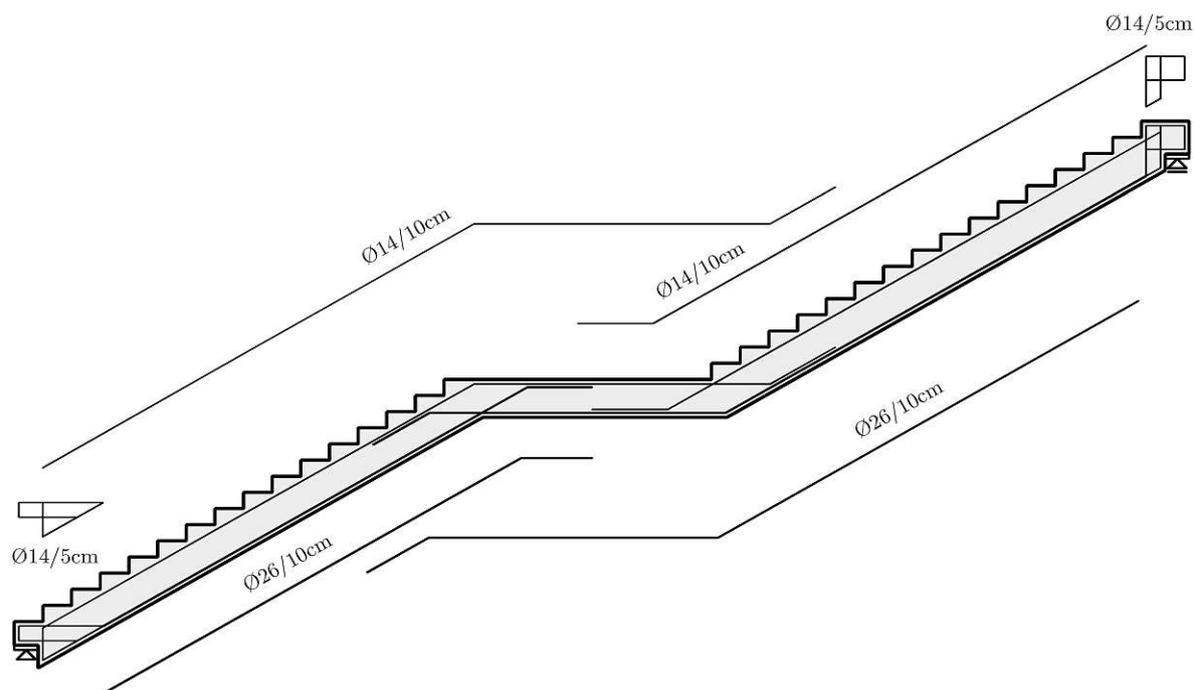


Abb. 5.1: Geometrie der UHPC-Variante

5.2.2 Materialien

Beton C50/60 - UHPC

Für die Betonmaterialien (C50/60 und UHPC) wurde das Materialmodell SBETA von ATENA verwendet. Darin werden folgende Effekte des Betonverhaltens berücksichtigt [7]:

- Nichtlineares Druckverhalten
- Reißen des Betons im Zugbereich basierend auf einer nichtlinearen Bruchmechanik
- Abminderung der Betondruckfestigkeit und Schubsteifigkeit nach dem Reißen
- Berücksichtigung des tension stiffening¹
- Biaxiale Betonfestigkeit

Im Modell wird lediglich die gewünschte Betondruckfestigkeit eingegeben. Die weiteren Werte werden abhängig davon berechnet und übernommen. Für das UHPC-Modell wird zusätzlich zur Betondruckfestigkeit der E-Modul und die Zugfestigkeit aus der Tab. 4.11 überschrieben. Das zugrundeliegende Materialmodell SBETA ist in der Abb. 5.2 dargestellt. Darin ist das einaxiale Spannungs-Dehnungsverhalten, das biaxiale Spannungs-Dehnungsverhalten und die Zugspannung-Rissöffnungsbeziehung zu sehen. Das Bruchversagen von Beton bei einem einaxialen Druckversuch äußert sich schlussendlich durch ein Versagen zufolge der Querspannungen. Wird der Beton biaxial durch Druckspannungen belastet, ist von einer Festigkeitserhöhung auszugehen, während bei einer Querspannung mit einer Abnahme der Festigkeit zu rechnen ist. Dieser Umstand wird bei der biaxialen Spannungs-Dehnungsbeziehung berücksichtigt. In den numerischen Analysen dieser Arbeit wird vereinfacht auch für den UHPC dasselbe Materialmodell wie beim normalfesten

¹Tension stiffening beschreibt das Mitwirken des Betons auf Zug nach der Rissbildung.

Beton verwendet. Dies beruht auf dem Umstand, dass in ATENA ursprünglich kein Materialmodell für den Beton mit linearem Drucktragverhalten vorzufinden ist. Eine individuell eingestelltes Materialmodell benötigt zahlreiche nicht vorhandene Materialinformation und würde weiters die Konvergenzerreichung erschweren. Da beim Versagen der UHPC-Modelle die Betondruckfestigkeit allerdings nicht mal annähernd erreicht ist, wirkt sich der Effekt der Nichtlinearität nicht so stark auf die Ergebnisse aus.

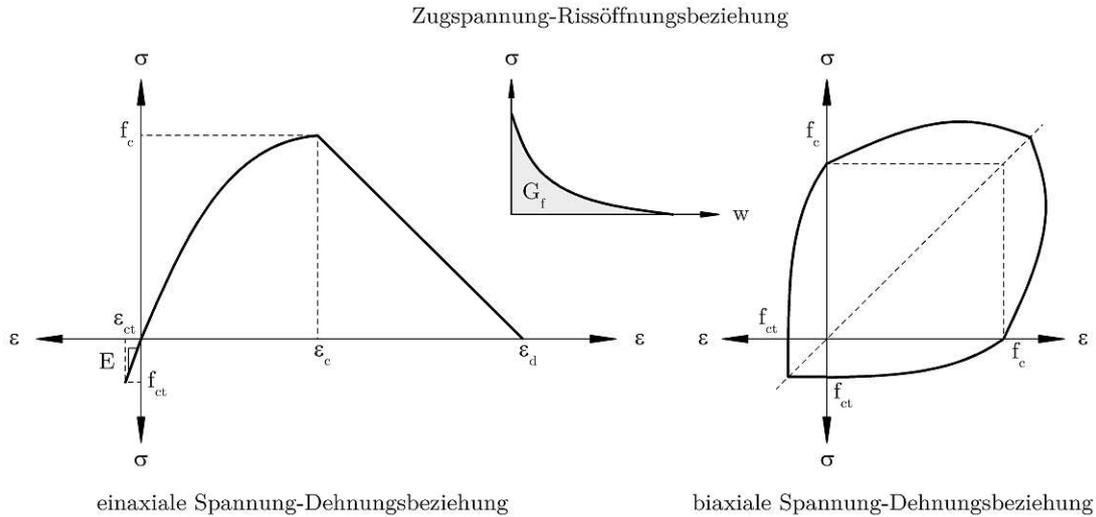


Abb. 5.2: Materialmodell Beton

Bewehrung

Aufgrund der besseren Ergebnisse in Bezug auf das Trag- und Verformungsverhalten wird in weiterer Folge für die FVK-Varianten nur mehr die CFK-Variante untersucht. Die Materialparameter für die jeweiligen Bewehrungsmaterialien können der Tab. 4.4 und Tab. 4.7 entnommen werden. Während Bewehrungsstahl durch ein elastoplastisches Materialverhalten vereinfacht beschrieben werden kann, wird bei FVK-Bewehrung, aufgrund der fehlenden plastischen Reserven, mit einem linearen Modell gerechnet (siehe Abb. 5.3). Die Bewehrung wird im Modell als diskretes Element eingegeben und der Verbund wird als ideal angenommen.

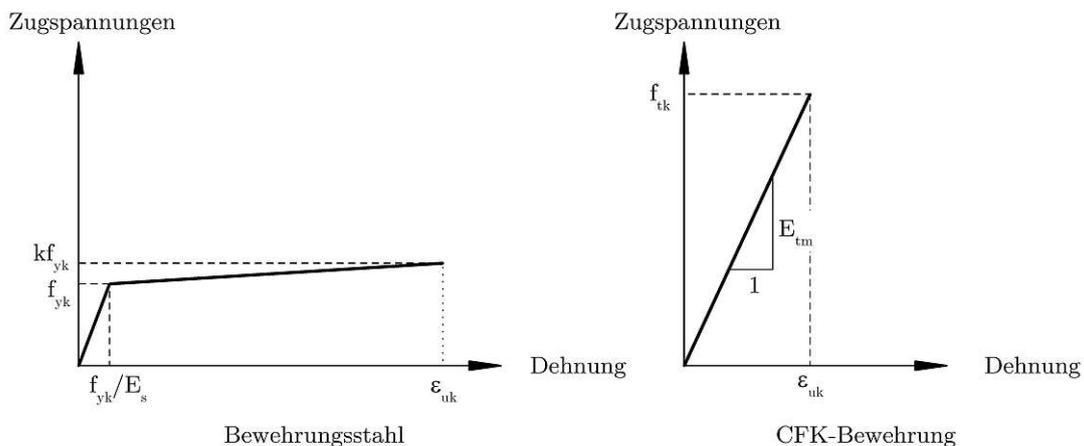


Abb. 5.3: Materialmodelle Bewehrung

5.2.3 Randbedingungen des Modells

Analog zu den analytischen Berechnungen wird auch für diese Modelle ein Auflager unverschieblich und das andere horizontal verschieblich gewählt. Da es sich um eine zweidimensionale Modellierung handelt, werden die Randbedingungen aus der Ebene nicht definiert. Um die Ergebnisse mit denen der analytischen Berechnung vergleichen zu können, müssen auch die FE-Modelle mit einer Gleichlast beansprucht werden. Die Belastung setzt sich aus dem Eigengewicht, welches vom Programm automatisch berechnet wird, und den aufgetragenen Lasten zusammen (siehe Abb. 5.4). Da lediglich charakteristische Lasten angesetzt werden, ist eine Unterscheidung zwischen ständiger und veränderlicher Last nicht notwendig. Die aufgetragene vertikale Linienlast berechnet sich somit aus der Summe der Aufbauast und Nutzlast und ergibt für alle Varianten 5,73 kN/m.

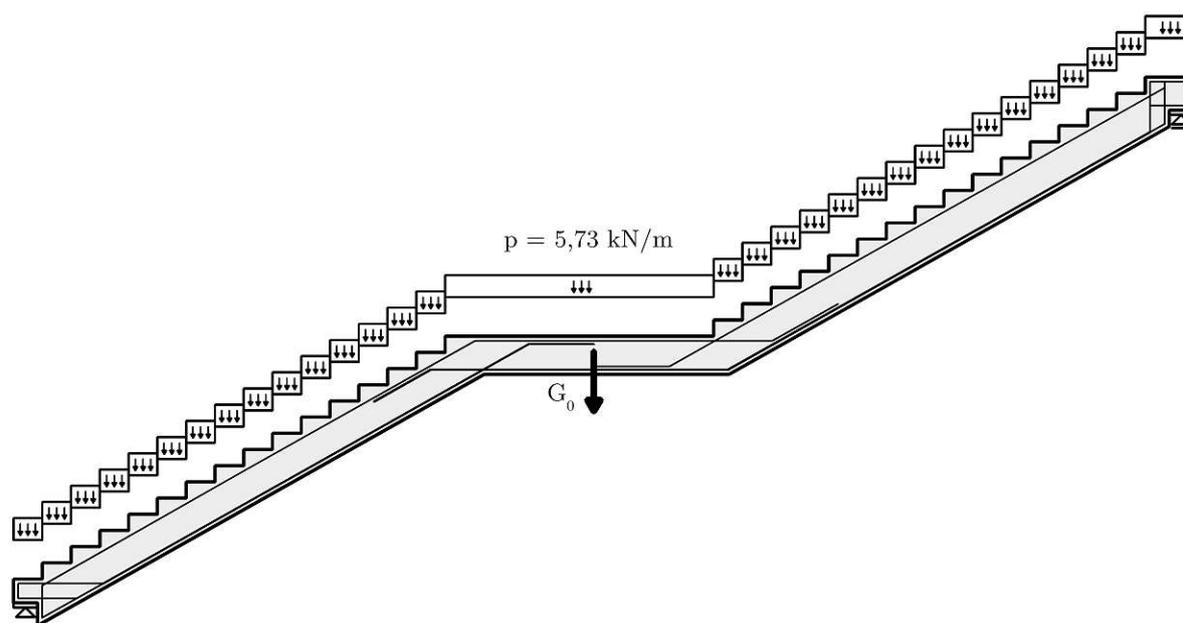


Abb. 5.4: Randbedingungen

5.2.4 FE-Netz und Lösungsmethode

Für die FE-Netzgenerierung werden über das gesamte Modell viereckige Elemente vom Typ CCIsoQuad mit einer Kantenlänge von 50 mm gewählt. Das Eigengewicht und die aufgetragene Last werden in Lastinkremente aufgeteilt, damit der Belastungssprung nicht zu groß ist und die nichtlineare Berechnung konvergiert. Bis zum Erreichen der charakteristischen Last wird die Lösungsmethode nach Newton-Raphson verwendet. Dies ermöglicht, dass bei jedem Modell die charakteristische Last und die zugehörigen Ergebnisse beim selben Lastschritt zu finden sind. In weiterer Folge wird das Bogenlängenverfahren angewendet, welches sich für Modelle eignet, welche bis zur Bruchlast beansprucht werden und wo auch das Nachbruchverhalten untersucht werden soll [7]. Im Gegensatz zur Newton-Raphson-Methode werden beim Bogenlängenverfahren die Lasten pro Lastinkrement nicht konstant gehalten. Aufgrund dessen werden Monitoring Points in Feldmitte als auch beim Auflager gesetzt, welche pro Lastschritt die Verformung bzw. die Auflagerkraft messen. Somit lässt sich, nach Umrechnung der Auflagerkraft in die Last, das Last-Verformungs-Diagramm erhalten.

5.3 Numerische Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der FE-Berechnung der Varianten Stahlbeton, CFK-bewehrter Beton und bewehrter UHPC dargestellt. Für alle Modelle werden die Last-Verformungs-Diagramme angegeben, womit die charakteristischen Verformungen zum Zeitpunkt t_0 verglichen werden können. Weiters wird das Bruchverhalten der einzelnen Modelle untersucht.

5.3.1 Stahlbetonvariante

Im Last-Verformungs-Diagramm der Stahlbetonvariante (siehe Abb. 5.5) ist zu Beginn ein steiler Anstieg zu erkennen. Zu dem Zeitpunkt befindet sich der Bauteil im ungerissenen Zustand (Zustand I). Im Anschluss ist ein Abflachen der Kurve zu betrachten. Der Punkt, an dem sich die Steigung der Kurve ändert, beschreibt den Übergang in den gerissenen Zustand (Zustand II). Kurz darauf ist der Punkt erreicht, an dem die charakteristische Last erreicht wird. Der Anstieg im weiteren Verlauf bleibt relativ linear bis zu einer Last von in etwa 65 kN/m. An dieser Stelle kommt es zum einem Spaltriss im Knick zwischen der linken Laufplatte und dem Podest. Anschließend kann die Last noch für eine kurze Zeit gesteigert werden, bis es schlussendlich zum Versagen kommt.

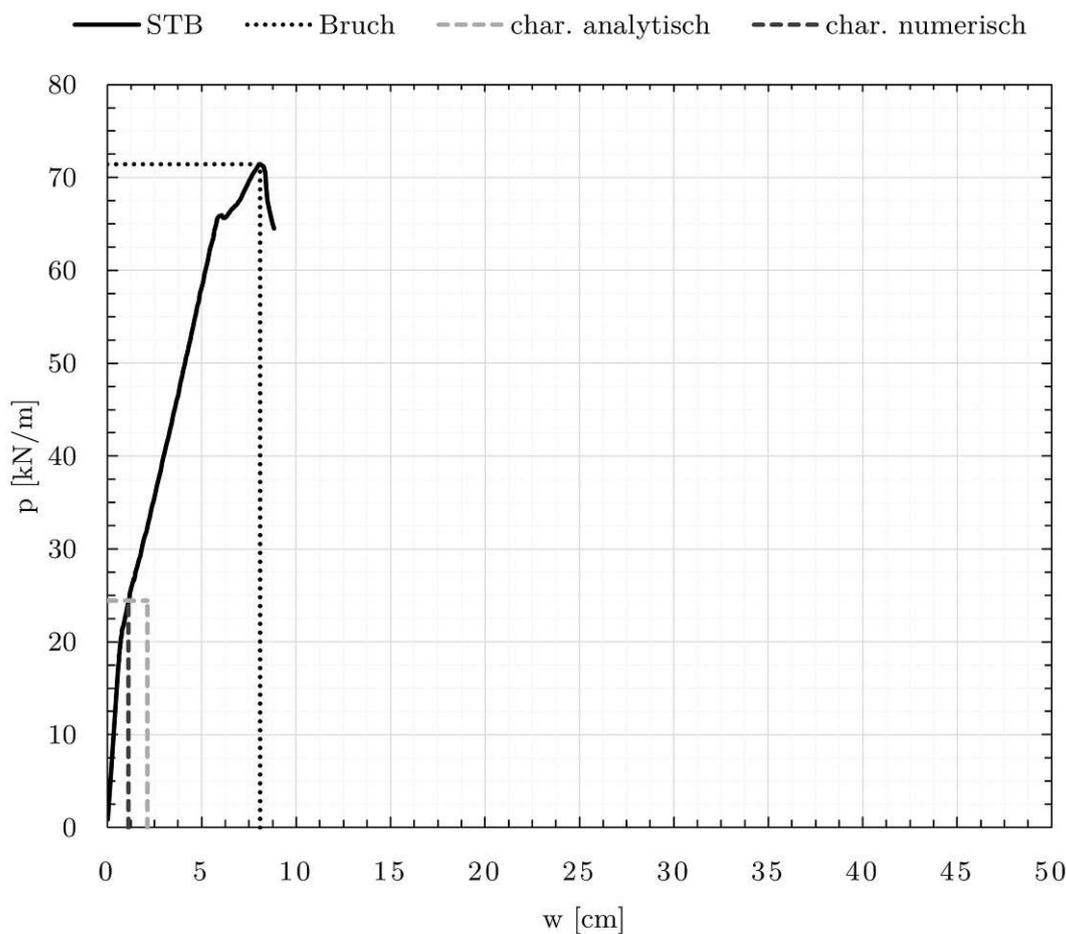


Abb. 5.5: Last-Verformungs-Diagramm der STB-Variante

Vergleicht man die Verformungen unter charakteristischer Belastung der analytischen und numerischen Berechnung miteinander, erkennt man, dass die Verformung in der FE-Berechnung deutlich geringer ausfällt als in der analytischen Berechnung. Bei einer Betrachtung der einzelnen Laststeigerungsschritte in der Simulation, sieht man, dass der erste Riss nicht in der Mitte des Podestes entsteht, sondern im Knick zwischen der linken Laufplatte und dem Podest (siehe Abb. 5.6). Mögliche Ursachen für das steifere Verhalten in der FE-Berechnung sind die Berücksichtigung der Stufen im Modell und die Bewehrung. Weiters kann ein Anteil auch den unterschiedlichen Rechenmethoden zugeordnet werden. Die in Kap. 4.3.1 beschriebene Unterschätzung der Verformung kann aufgrund der vorhandenen Ergebnisse aus der FE-Berechnung vernachlässigt werden.

charakteristische Gebrauchslast:	$p_k = 24,45 \text{ kN/m}$
analytische char. Verformung:	$w = 2,11 \text{ cm}$
numerische char. Verformung:	$w = 1,12 \text{ cm}$

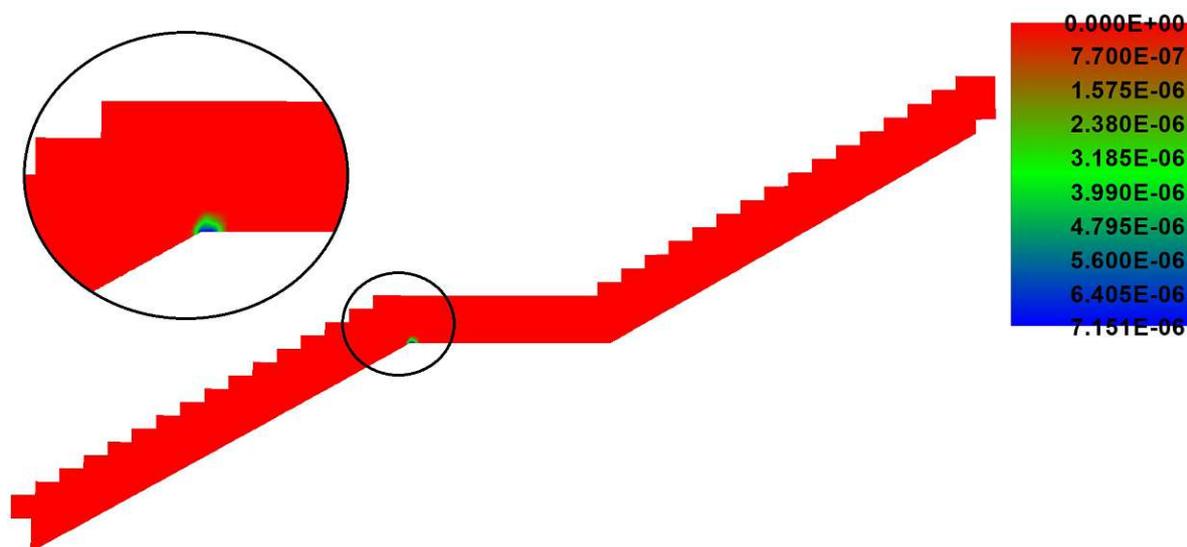


Abb. 5.6: Erstrissbildung der STB-Variante: Rissbreiten [m]

Wie in der Abb. 5.5 zu sehen ist, kommt es erst nach einer deutlichen Laststeigerung im Vergleich zur Gebrauchslast zum Bruch. Dieser Bruch erfolgt zufolge eines Spaltrisses im Knickbereich der linken Laufplatte und des Podestes (siehe Abb. 5.7). Die Ursache für diesen Riss lässt sich anhand einer Betrachtung der Spannungstrajektorien und der Spannungsverteilung bei einem mit positivem Moment belasteten Eck erklären (siehe Abb. 5.8). Darin ist zu sehen, dass sich die Drucktrajektorien in der Eckdiagonale absenken und der innere Hebelsarm verkleinert wird. Durch diese Umlenkung richten sich auch die Querspannungen, welche normal zu den Druckspannungen wirken, so um, dass sie parallel zur Eckdiagonale gerichtet sind [17]. Sobald die Zugfestigkeit des Betons in dem Bereich überschritten wird, kommt es zu einem Spaltzugriss, welcher sich in etwa normal zur Eckdiagonale bildet.

Traglast:	$P_{\max} = 71,54 \text{ kN/m}$
Verformung unter Traglast:	$w_{\max} = 8,10 \text{ cm}$
Versagensverhalten:	Spaltzugriss im linken Knick

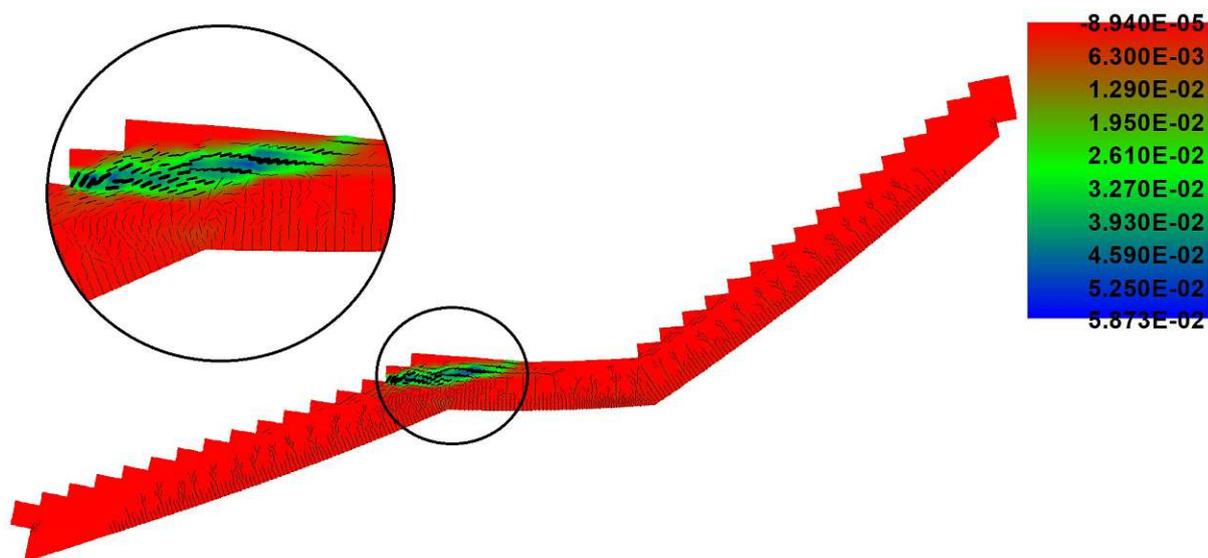


Abb. 5.7: Bruchverhalten der STB-Variante: max. Hauptdehnungen [-]

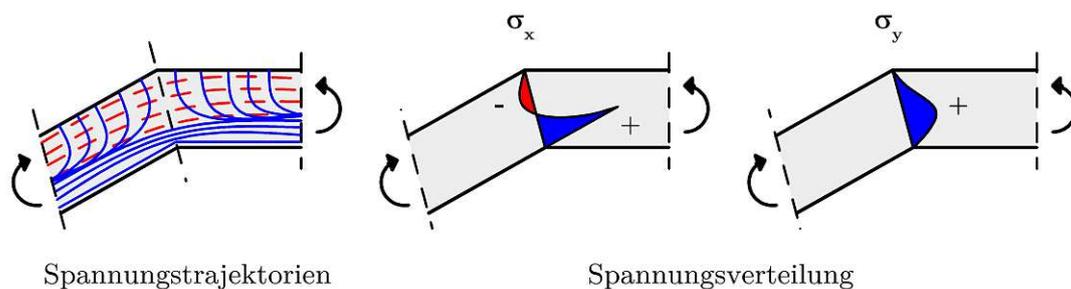


Abb. 5.8: Spannungstrajektorien und Spannungsverteilung im linken Knick²

Dieser Zusammenhang kann auch mit einem Stabwerksmodell beschrieben werden. In der Abb. 5.9 sieht man, dass bei kleineren positiven Momenten die Querkzugspannungen noch nicht relevant sind. Steigert man jedoch die Belastung muss ein Stabwerksmodell berücksichtigt werden, bei dem die Querkzugkräfte inkludiert sind.

Um das Versagen zufolge eines Spaltrisses im Eck zu verhindern, können mithilfe von parallel zur Eckdiagonale verlaufenden Bewehrungsstäben die Querkzugspannungen aufgenommen werden. Auch wenn die Traglast deutlich über der vorhandenen Belastung liegt, werden in einem weiteren Modell im Knickbereich Bügel angeordnet, um zu sehen, welche Traglaststeigerung dadurch ermöglicht wird. In der Abb. 5.10 sind die angeordneten Bügel dargestellt. Es handelt sich um vierschnittige Bügel mit dem Durchmesser von 12 mm, welche im Eckbereich mit einem Abstand von 10 cm platziert werden.

²In Anlehnung an Kollegger [17]

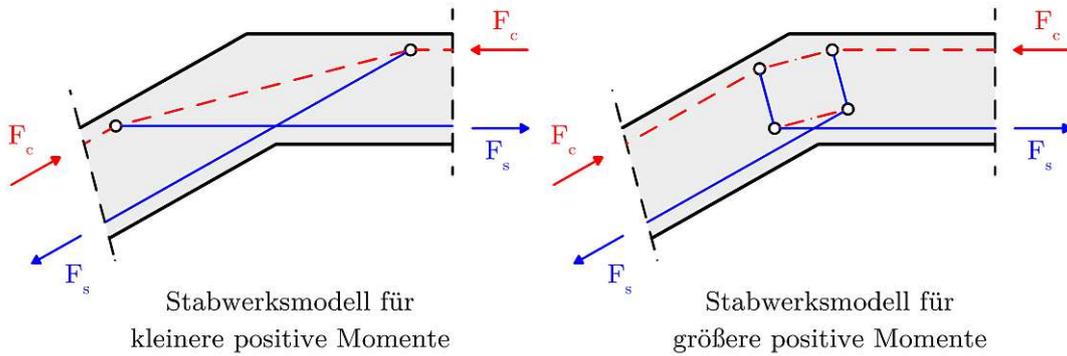


Abb. 5.9: Stabwerksmodelle für den Knickbereich³

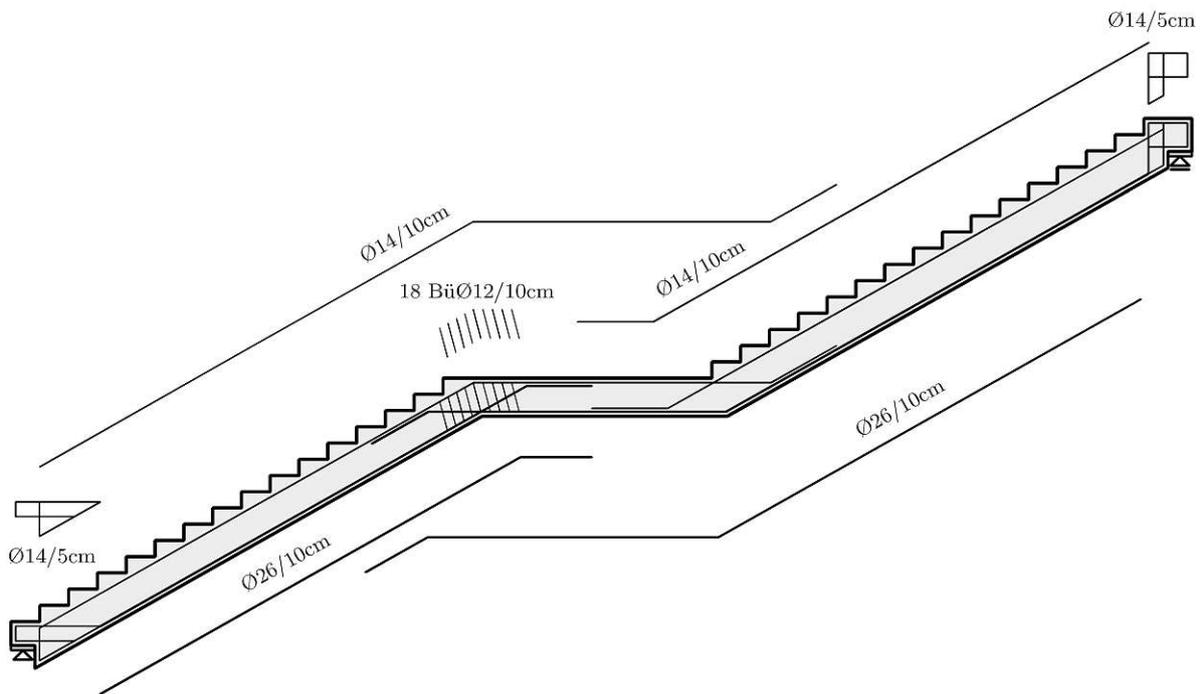


Abb. 5.10: Geometrie samt Bügelanordnung

Die Abb. 5.11 zeigt das Last-Verformungs-Diagramm der STB-Variante mit und ohne Bügel. Dabei ist zu erkennen, dass die STB-Variante mit Bügel sich am Anfang identisch zur Variante ohne Bügel verhält. Wie erwartet, wird die Entstehung des Spaltrisses im Bereich des Knickes zwischen der linken Laufplatte und dem Podest durch die angeordneten Bügel verhindert und es kommt zu keinem Abflachen der Kurve bei in etwa 65 kN/m. Stattdessen steigt die Last-Verformungs-Kurve mit der selben Steigung weiter an, bis es bei einer Last von ca. 115 kN/m zum Versagen kommt, nachdem ein kurzer nichtlinearen Anteil davor auftritt.

In der Abb. 5.12 sieht man die minimalen Hauptdehnungen im Betonkörper nach dem Erreichen der Traglast als auch die maximalen Hauptdehnungen in der Bewehrung kurz vor dem Erreichen der Traglast. Bei Betrachtung der Bewehrung kann man erkennen, dass die Bewehrung zu dem Zeitpunkt noch nicht versagt, da der Bewehrungsstahl zwar bereits plastiziert, allerdings noch

³In Anlehnung an Kollegger [17]

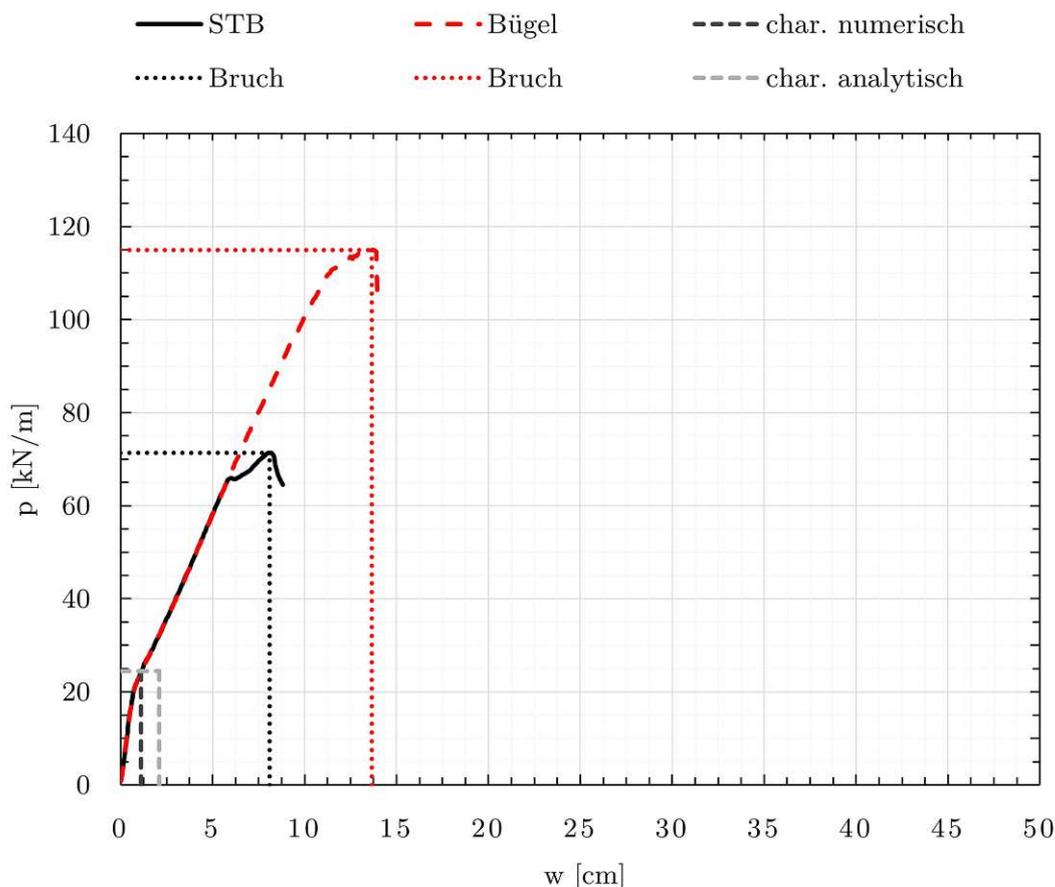


Abb. 5.11: Last-Verformungs-Diagramm der STB-Variante mit Bügel

nicht die Bruchdehnung erreicht hat. Weiters hätte sich im Verlauf der Last-Verformungs-Kurve kein plötzliches Versagen eingestellt, wenn die Bewehrung für den Bruch verantwortlich wäre. Daher muss das Versagen vom Beton ausgehen. Um den Spannungsverlauf im Betonkörper zu verstehen, werden in der Abb. 5.13 die Spannungstrajektorien und die Spannungsverteilung im rechten Knick dargestellt. Dabei erkennt man, dass es zufolge der Zugbeanspruchung der Bewehrung zu Umlenkdruckkräften in Richtung der Eckdiagonale kommt. Dies verursacht wiederum zusätzliche Querkzugkräfte im Bauteilinneren, die vom Beton aufgenommen werden müssen. Durch die gleichzeitige Zug- und Druckbelastung, welche die Festigkeit des Beton reduziert (siehe Abb. 5.2), erfolgt schlussendlich der Bruch zufolge einer biaxialen Spannungsüberschreitung in der Eckdiagonale des rechten Knicks des Treppenlaufs.

Somit ergeben sich folgende Ergebnisse für die STB-Variante mit Bügel:

Traglast:	$p_{\max, \text{Bü}} = 114,94 \text{ kN/m}$
Verformung unter Traglast:	$w_{\max, \text{Bü}} = 13,67 \text{ cm}$
Versagensverhalten:	biaxiale Spannungsüberschreitung im rechten Knick
Traglaststeigerung:	$p_{\max, \text{Bü}}/p_{\max} = 1,61$

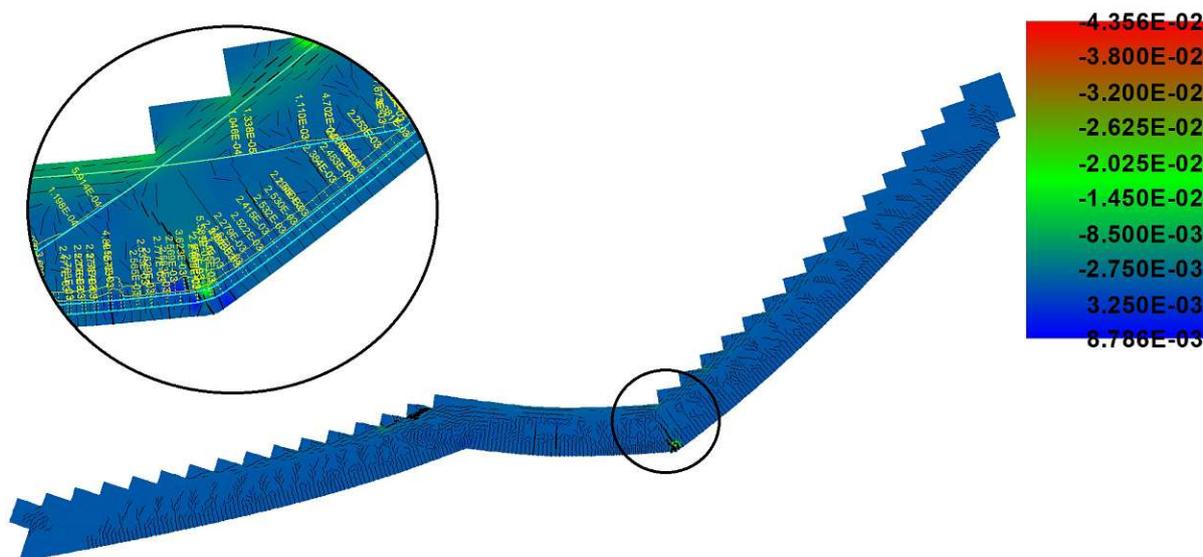


Abb. 5.12: Bruchverhalten der STB-Variante mit Bügel: min. Hauptdehnungen im Betonkörper [-]; max. Hauptdehnungen in der Bewehrung [-]

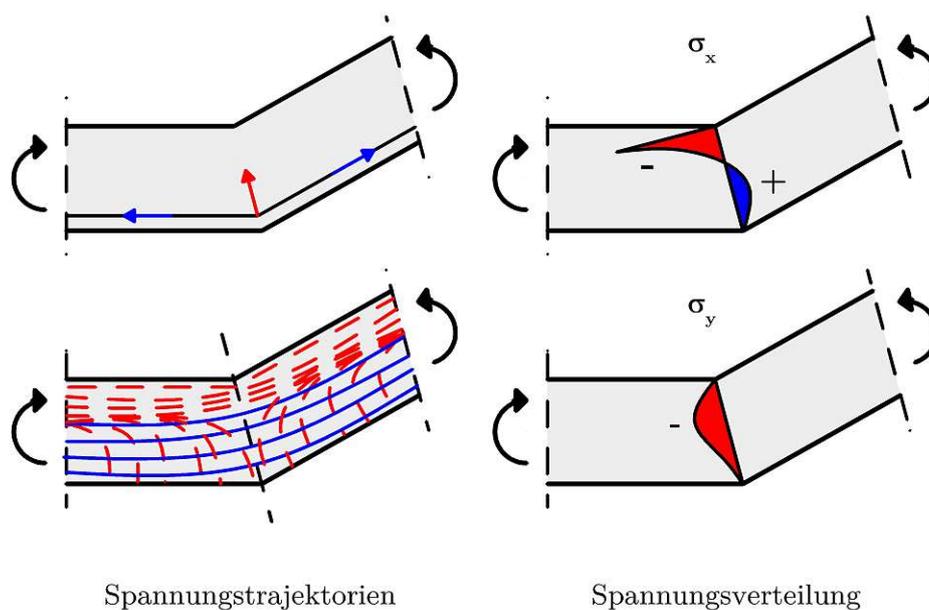


Abb. 5.13: Spannungstrajektorien und Spannungsverteilung im rechten Knick⁴

⁴In Anlehnung an Kollegger [17]

5.3.2 CFK-bewehrte Variante

Die CFK-bewehrte Variante verhält sich in Bezug auf das Trag- und Verformungsverhalten nahezu identisch zur STB-Variante, weshalb auf eine nähere Erläuterung der Ergebnisse verzichtet wird. Da für keinen Versagensfall die Bewehrung maßgebend war und die Bauteilstärke und die gewählte Bewehrung für die selben Anforderungen angesetzt wurden, war das ähnliche Verhalten auch zu erwarten. Wie bei der STB-Variante wurde auch bei der CFK-Variante eine Traglaststeigerung zufolge Bügelanordnung untersucht. In weiterer Folge werden das Last-Verformungs-Diagramm (siehe Abb. 5.14), das Bruchverhalten ohne Bügel (siehe Abb. 5.15) sowie das Bruchverhalten mit Bügel (siehe Abb. 5.16) gezeigt. Die Ergebnisse werden in der Tab. 5.1 zusammengefasst.

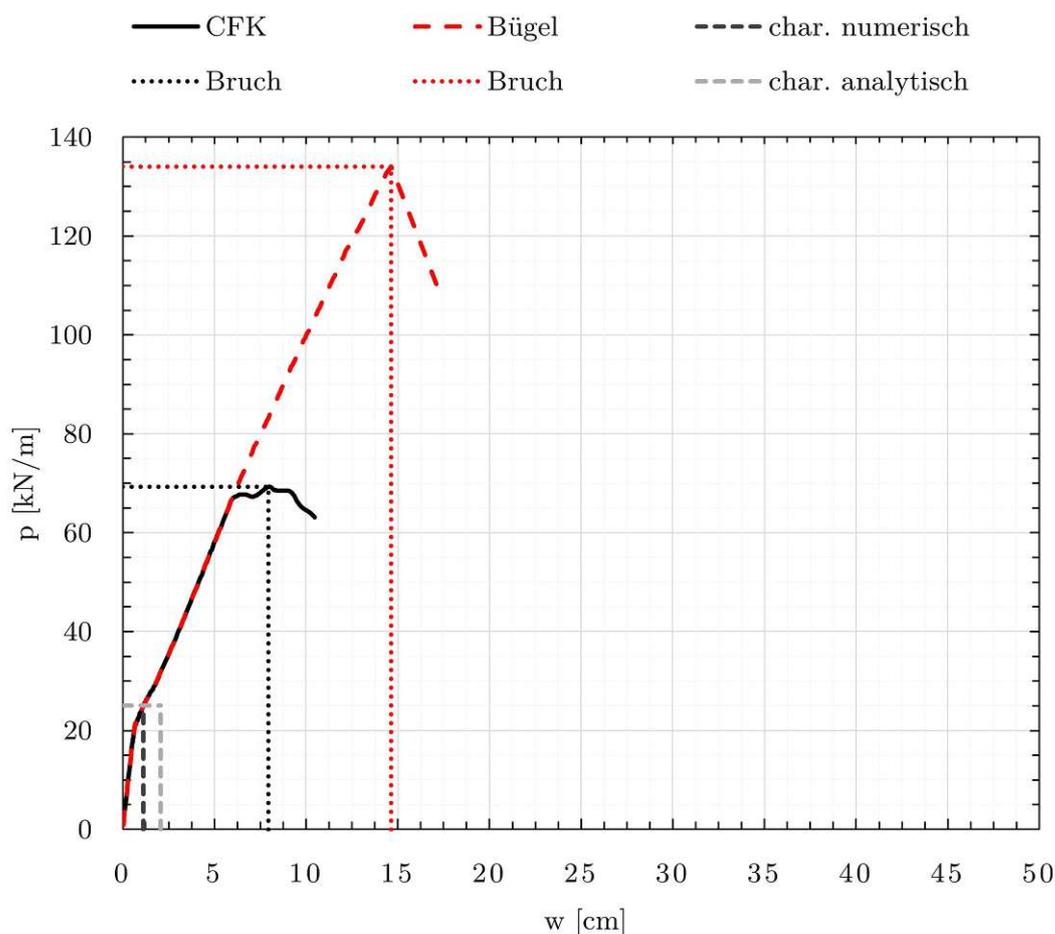


Abb. 5.14: Last-Verformungs-Diagramm der CFK-Variante

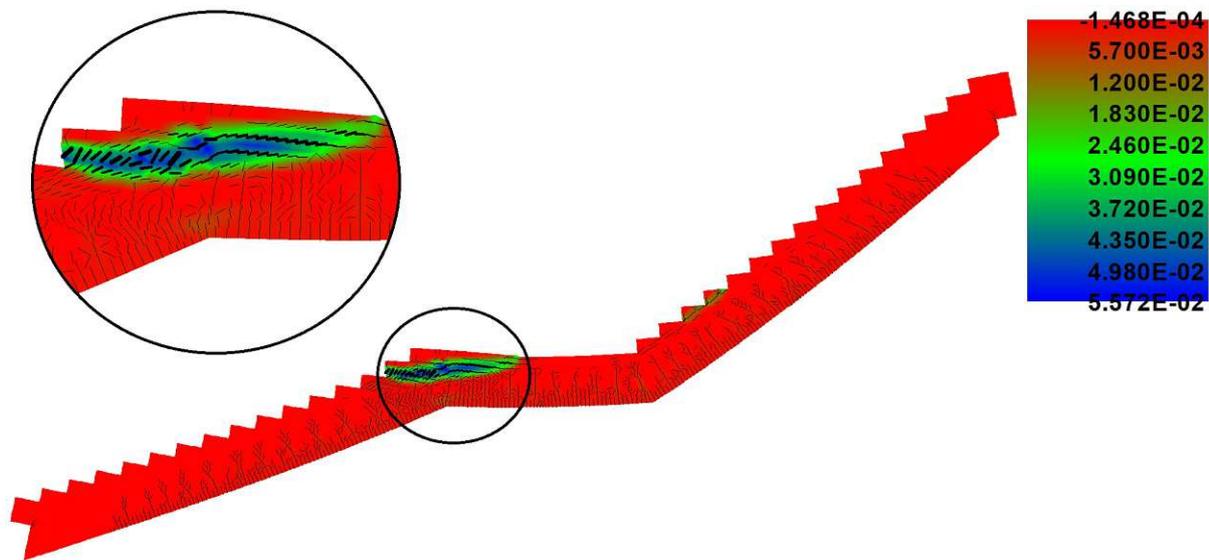


Abb. 5.15: Bruchverhalten der CFK-Variante: max. Hauptdehnungen [-]

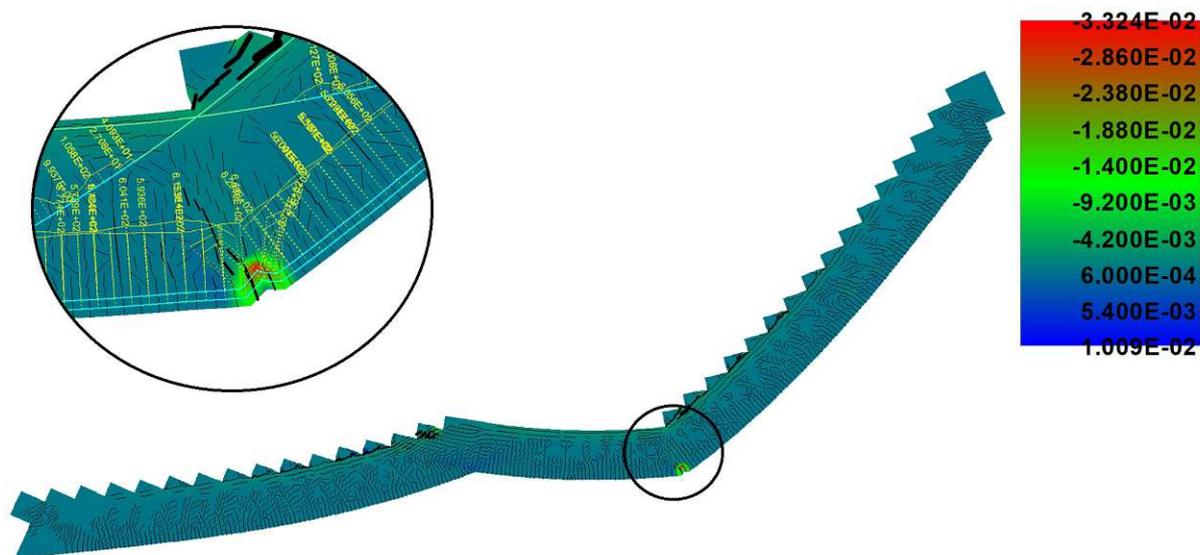


Abb. 5.16: Bruchverhalten der CFK-Variante mit Bügel: min. Hauptdehnungen im Betonkörper [-]; max. Hauptdehnungen in der Bewehrung [-]

5.3.3 UHPC-Variante

Auch die UHPC-Variante ohne Bügel verhält sich in Bezug auf das Trag- und Verformungsverhalten ähnlich zur STB-Variante (siehe Abb. 5.18). Wie bei den anderen Varianten wurde auch hier eine Traglaststeigerung zufolge Bügelanordnung untersucht. Im Last-Verformungs-Diagramm (siehe Abb. 5.17) sieht man, dass die Traglaststeigerung sehr gering ausfällt, da sich die Längsbewehrung in Feldmitte bereits zum Zeitpunkt des Bruches ohne Bügel im plastischen Bereich befindet. In der Abb. 5.19 ist das Bruchverhalten mit Bügel zu sehen. Darin kann man erkennen, dass es bei der UHPC-Variante mit Bügel zu einem Biegeversagen zufolge des Reißens der Bewehrung kommt, während die Betondruckfestigkeit noch nicht erreicht wurde. Die Ergebnisse werden in der Tab. 5.1 zusammengefasst.

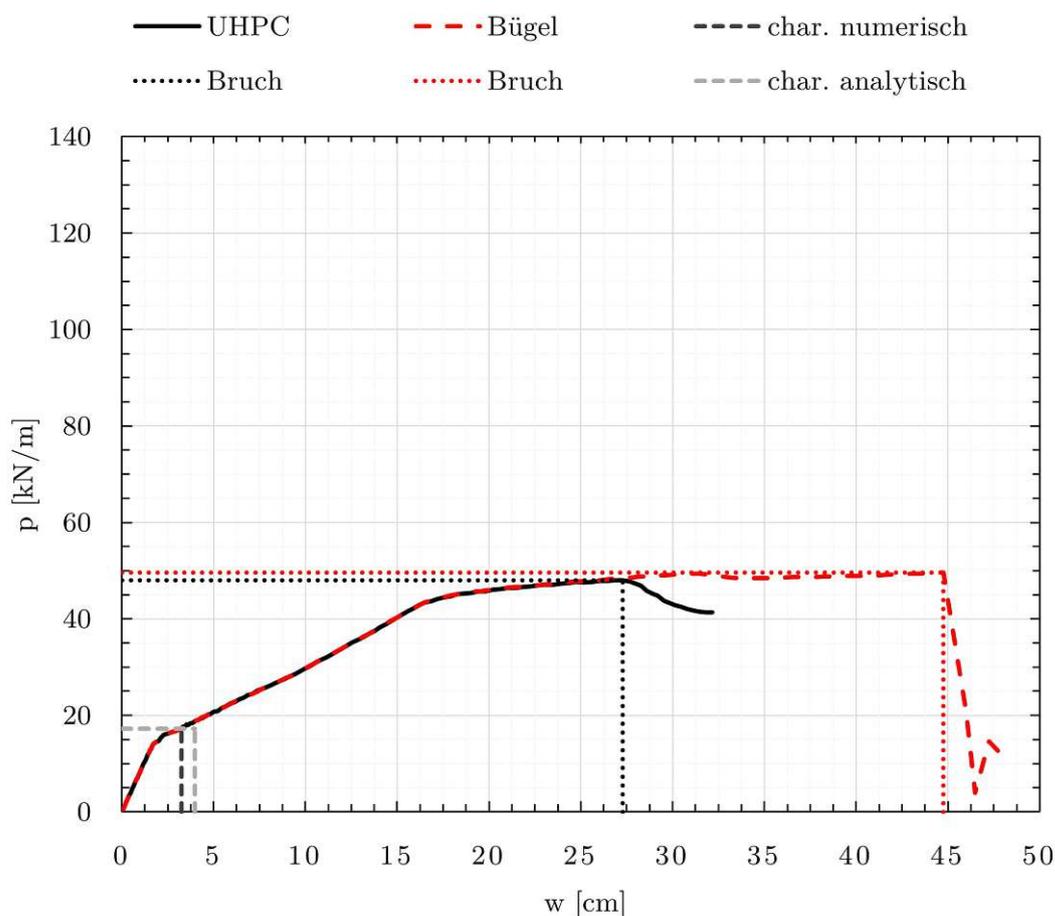


Abb. 5.17: Last-Verformungs-Diagramm der UHPC-Variante

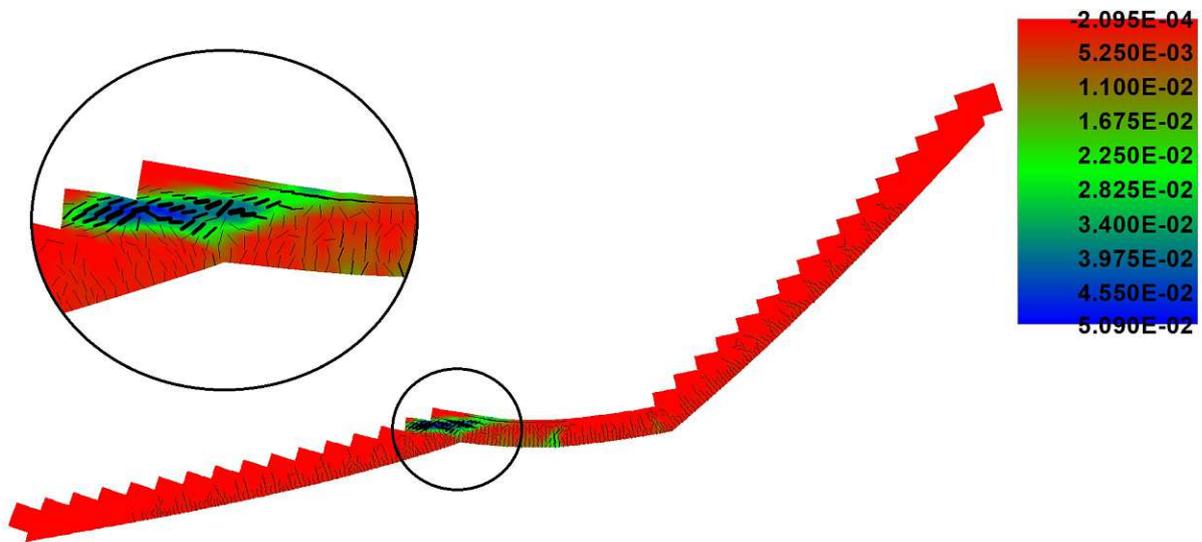


Abb. 5.18: Bruchverhalten der UHPC-Variante: max. Hauptdehnungen [-]

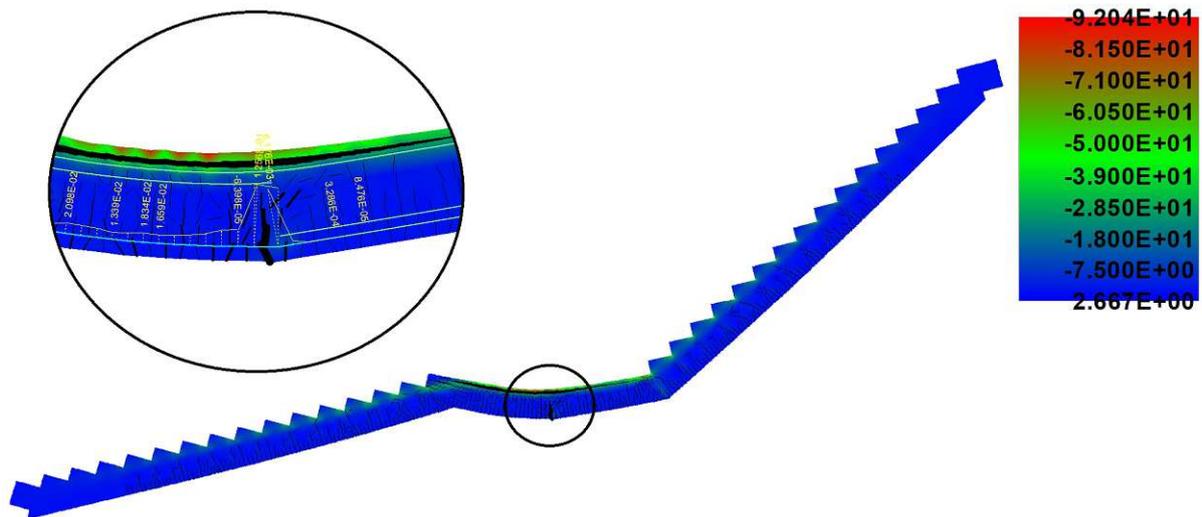


Abb. 5.19: Bruchverhalten der UHPC-Variante mit Bügel: Hauptdruckspannungen im Betonkörper $[N/mm^2]$; plastischen Dehnungen in der Bewehrung [-]

5.3.4 Vergleich der Ergebnisse

Alle Varianten ohne Bügel verzeichnen dasselbe Versagensmuster. Es kommt zu einem Spaltriss zufolge Querkzugspannungen normal zur Eckdiagonale, welche durch die Umlenkung der Druckspannungen im Knickbereich entstehen. Das Versagen stellt sich bei allen Modellen erst nach einer deutlichen Laststeigerung zur charakteristischen Gebrauchslast ein. In der Abb. 5.20 ist das Last-Verschiebungs-Diagramm der drei Modelle zu sehen. Dabei erkennt man, dass die STB-Variante und die CFK-Variante sich nahezu identisch verhalten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Bewehrung bei beiden Varianten so gewählt wurde, dass die selben Anforderungen in Bezug auf die Verformungen erfüllt werden. Durch die annähernd gleiche Bauteildicke erreichen beide Modelle eine ähnliche Steifigkeit, wodurch sich die Kurven kaum unterscheiden. Die UHPC-Variante im Unterschied dazu ist fast um die Hälfte dünner, wodurch eine deutliche flachere Kurve entsteht. Im Vergleich zur analytisch berechneten Verformung unter charakteristischer Gebrauchslast weisen die numerischen Berechnung deutlich kleinere Verformungen auf.

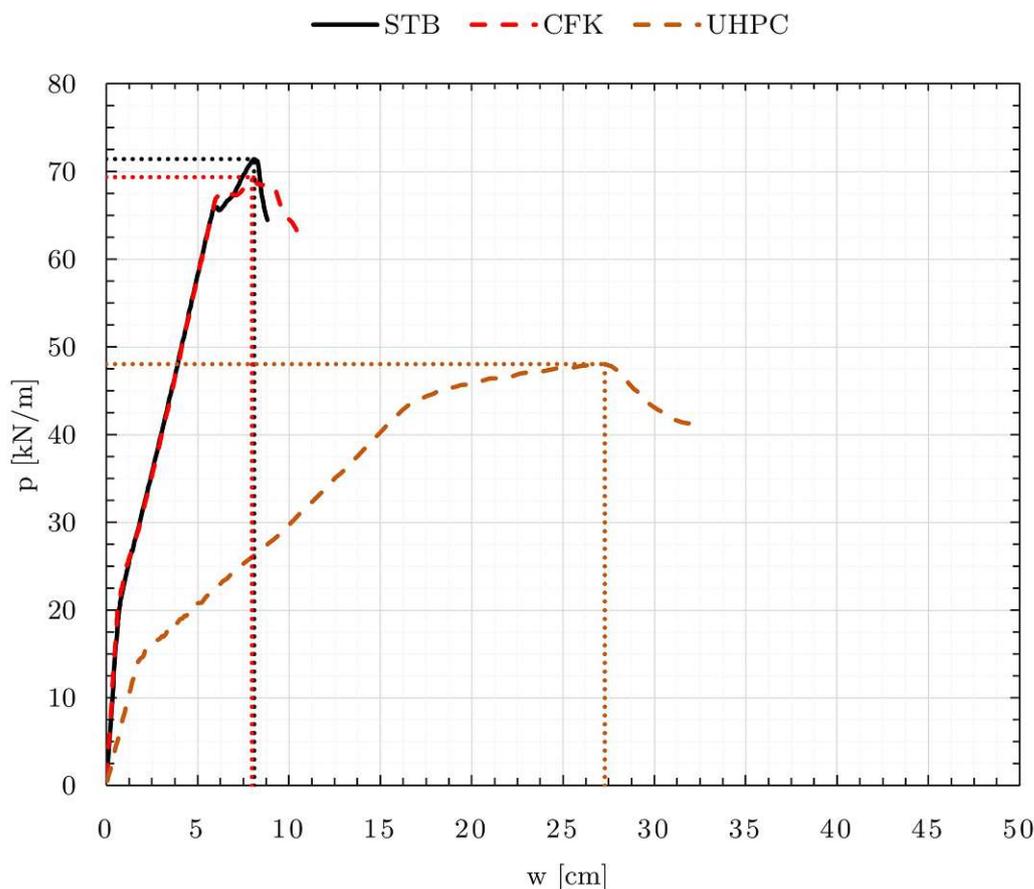


Abb. 5.20: Last-Verformungs-Diagramm der unterschiedlichen Varianten ohne Bügel

Auch wenn die Traglast deutlich über der charakteristischen Gebrauchslast liegt, wurde untersucht, welche Traglaststeigerung durch eine Anordnung von Bügel im linken Knickbereich ermöglicht wird. Bei den Modellen mit Bügel unterscheidet sich das Versagensverhalten der STB-Variante und CFK-Variante von dem der UHPC-Variante wesentlich. Während es bei den ersten beiden durch eine biaxiale Spannungsüberschreitung im rechten Knick zum Bruch kommt, erreicht die UHPC-Variante ihre Traglast durch ein Biegeversagen. Auch hier erkennt man im Last-Verformungs-Diagramm (siehe Abb. 5.21), dass die die zwei Varianten mit dem normalfesten Beton ein nahezu identisches Verhalten aufweisen. Die CFK-Variante schafft allerdings aufgrund des größeren Querschnittes eine höhere Traglast. Beide Modelle zeigen ein abruptes Bruchversagen auf. Im Vergleich dazu erkennt man bei der UHPC-Variante einen konstanten Verlauf, der das Plastizieren der Bewehrung vor dem Reißen beim Erreichen der Bruchdehnung widerspiegelt. Die Traglaststeigerung bei der UHPC-Variante ist nur sehr gering, weshalb eine Bügelanordnung bei dieser Variante keine großen Tragreserven bringt.

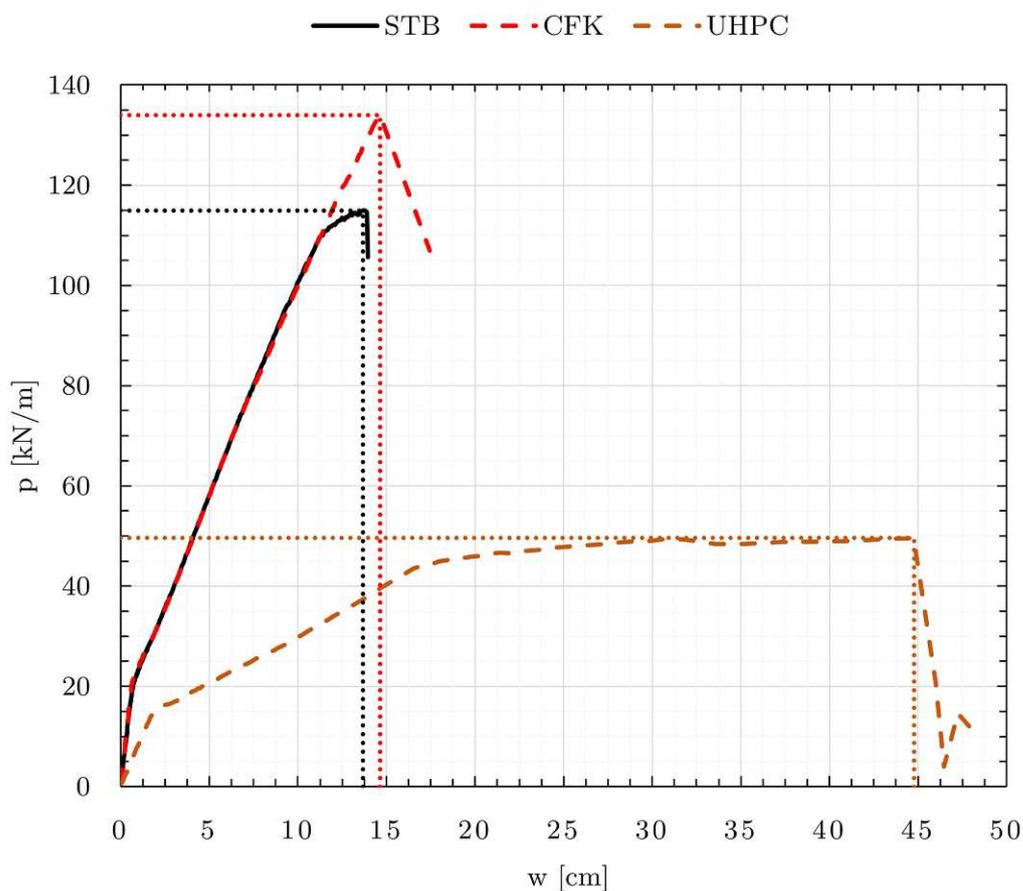


Abb. 5.21: Last-Verformungs-Diagramm der unterschiedlichen Varianten mit Bügel

In der Tab. 5.1 werden die Ergebnisse der unterschiedlichen Varianten zusammengefasst.

Tab. 5.1: Vergleich der Ergebnisse der numerischen Berechnung

	Einheit	STB	CFK	UHPC
charakteristische Gebrauchslast	kN/m	24,45	25,01	17,18
analytische char. Verformung	cm	2,11	2,06	3,89
numerische char. Verformung	cm	1,12	1,12	3,25
Traglast ohne Bügel	kN/m	71,54	69,34	48,62
Verformung unter Traglast	cm	8,10	7,96	27,29
Laststeigerung zur Gebrauchslast	–	2,93	2,77	2,83
analytische Biegemomententraglast	kN/m	64,15	55,21	51,18
Laststeigerung zur Biegemomententraglast	–	1,12	1,26	0,95
Traglast mit Bügel	kN/m	114,94	130,71	49,64
Verformung unter Traglast	cm	13,67	14,13	44,76
Laststeigerung zur Gebrauchslast	–	4,70	5,23	2,89
Laststeigerung zur Traglast ohne Bügel	–	1,61	1,89	1,02

6 Parameterstudie

6.1 Randbedingungen

In den bisherigen Untersuchungen wurden unterschiedliche Materialien für den Einsatz bei der Geometrie der RAIQA-Treppe betrachtet. Dabei hat sich gezeigt, dass für die Betonvarianten durchgehend die Gebrauchstauglichkeitsnachweise maßgebend sind. Da der Beton zufolge des Rissbildung und des Kriechens deutlich an Steifigkeit verliert, können im Vergleich zur Stahlvariante nur mit UHPC schlankere Lösungen gefunden werden. Dieser Gebrauch bedingt jedoch auch einen höheren Umwelteinfluss sowie steigende Materialkosten. Aufbauend auf diesen Ergebnissen soll in diesem Kapitel eine Parameterstudie durchgeführt werden, in der für die unterschiedlichen Varianten die realisierbaren Bauteilabmessungen für unterschiedliche Spannweiten eruiert werden. Weiters wird auch die optimale Bauteilhöhe für den geringsten Umwelteinfluss und die geringsten Materialkosten gesucht. Somit kann festgestellt werden, ob bei gewissen Längen andere Faktoren in Bezug auf die notwendigen Bauteilabmessungen maßgebend werden und bei welchen Spannweiten der Einsatz einzelner Materialien sinnvoll ist.

Die Parametrisierung der Modelle erfolgt über die Bauteilhöhe h bzw. die statische Nutzhöhe d , die Spannweite l^1 sowie die Bewehrungsfläche A_s bzw. A_f . Für die Spannweiten wurden die Längen 5,1 m, 10,0 m und 15,1 m gewählt, welche sich aufgrund der Stufengeometrie minimal von den 5 m-Schritten unterscheiden. Es werden bis auf den Querkraftnachweis alle Nachweise aus der RAIQA-Bemessung übernommen. Da der Querkraftnachweis über die Höhe im Ausklinkungsbereich gesteuert werden kann und nicht maßgebend ist, wird darauf verzichtet. Bezüglich der Materialien wurde im Vergleich zur RAIQA-Bemessung nichts verändert. Im weiteren Verlauf werden die Rahmenbedingungen für die einzelnen Varianten noch spezifischer angegeben.

6.2 Berechnung

Die Berechnung der einzelnen Varianten erfolgt analog zu der Bemessung der RAIQA-Treppe, welche in Kap. 4 aufgezeigt wurde. Als parametrische Größen werden die statische Nutzhöhe d , die Spannweite l sowie die Bewehrungsfläche A_s bzw. A_f gewählt. Die Untersuchung wird mithilfe des Bemessungstools im Tabellenkalkulationsprogramm *Microsoft Excel* durchgeführt. Dabei werden 21 Schritte in der Bewehrungsfläche gewählt, zu welchen die minimal erforderliche Bauteilhöhe pro Nachweis ermittelt wird. Die Ergebnisse werden in einem Diagramm dargestellt, um einen übersichtlichen Vergleich zu ermöglichen.

¹Die Spannweite bezieht sich, wie in Kap. 4, auf die projizierte Länge.

6.2.1 Mindest- und Maximalbewehrung

Die Bewehrungsmenge wird über Mindest- und Maximalangaben eingeschränkt. Die Mindestbewehrung wird für die STB-Variante und UHPC-Variante gemäß Gl. (4.135) berechnet. Für die CFK-Variante erhält man die Mindestbewehrung über die Gl. (4.238). Der Hauptlängsbewehrungsgehalt aller Varianten wird für die Spannweiten 15,1 m und 10,0 m auf $\rho_1 \leq 2,00\%$ begrenzt. Dies ist dadurch bedingt, dass bei diesen Spannweiten von einem Zwischenpodest ausgegangen werden muss und die Bewehrung im Knickbereich in die obere Lage verankert wird. Für die Spannweite von 5,1 m wird die Maximalbewehrung mit $\rho_1 \leq 4,00\%$ begrenzt. Aufgrund der festgelegten Materialien und der Breite von 1,0 m sind beide Angaben lediglich von der statischen Nutzhöhe abhängig, wodurch sich ein linearer Verlauf ergibt. In der Abb. 6.1 sieht man die Bewehrungsgrenzen sowie die realisierbare Zone (engl.: feasible zone), die den Bereich widerspiegelt, in dem das Paar aus statischer Nutzhöhe und Bewehrungsfläche prinzipiell gewählt werden kann.

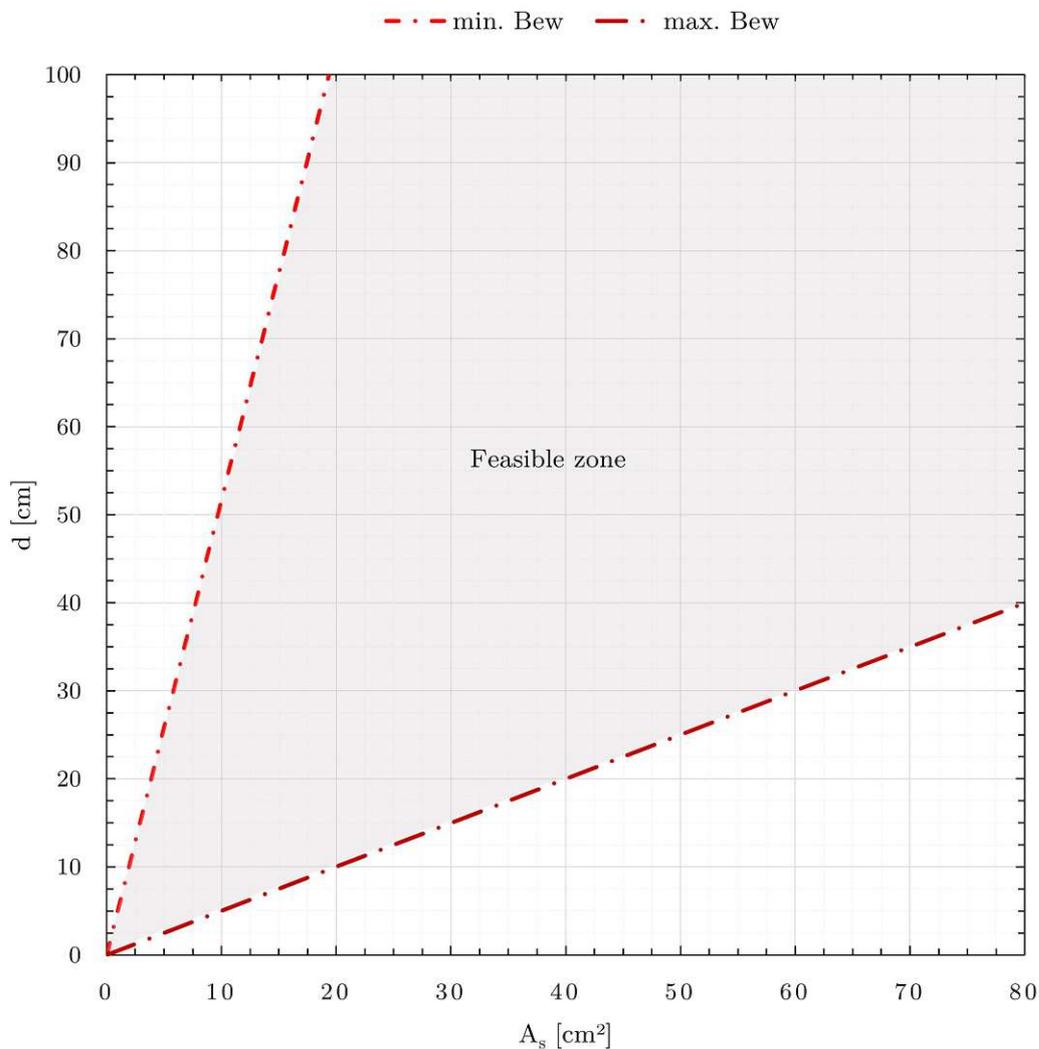


Abb. 6.1: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um die Mindest- und Maximalbewehrung

6.2.2 Biegemoment

Die Nachweise für den Widerstand bei einer Biegemomentenbeanspruchung werden nach Gl. (4.32)-(4.36) bzw. Gl. (4.153)-(4.158) geführt. Durch das Eintragen der minimal erforderlichen statischen Nutzhöhe je Bewehrungsfläche wird die realisierbare Zone weiter eingeschränkt, um neben der Bewehrungsgrenzen auch den Nachweis für die Biegung zu inkludieren (siehe Abb. 6.2). Die Kurve für die Einhaltung des Biegemomentennachweises wird in den folgenden Diagrammen mit M abgekürzt.

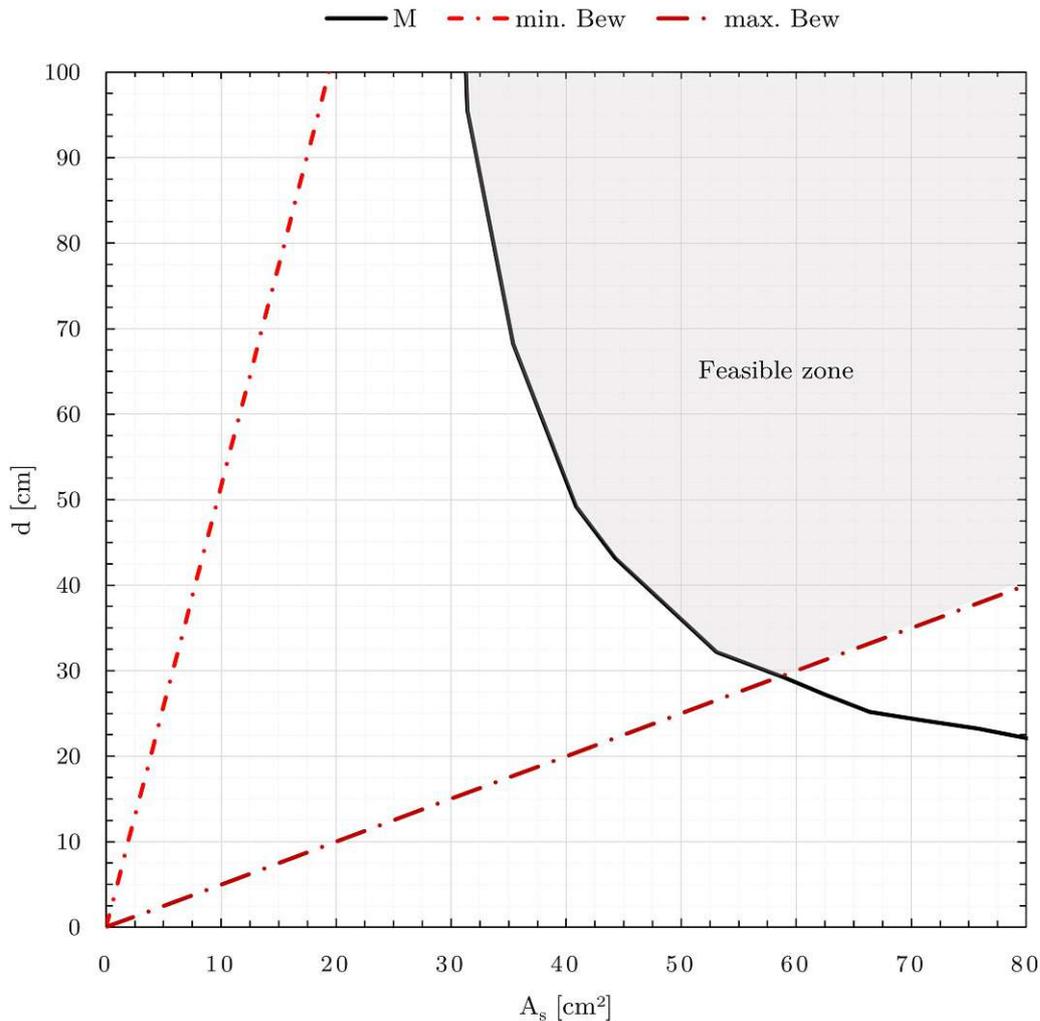


Abb. 6.2: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um den Biegemomentenwiderstand

6.2.3 Verformung und Schwingung

Die Verformungsbegrenzung wird für die Zeitpunkte t_0 und t_∞ mithilfe der Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung nach Simpson nachgewiesen. Die prinzipielle Vorgangsweise ist in Kap. 4.5.3 angeführt. Der Schwingungsnachweis wird anhand des äquivalenten Trägheitsmomentes gemäß Gl. (4.103)-(4.106) durchgeführt. Diese zwei Nachweise wurden zusammengefasst, da beide hauptsächlich von der Steifigkeit abhängen und eine separate Darstellung für den Schwingungsnachweis nicht sinnvoll wäre. Da für den Schwingungsnachweis mehrere Frequenzbereiche erlaubt sind, könnte man immer Dimensionen wählen, welche unter den Grenzfrequenzbereichen liegen und somit den Nachweis einhalten. Durch das Inkludieren zum Verformungskurve erkennt man durch lokale Hochpunkte in der Kurve immer wieder Bereiche, in denen aufgrund der Schwingungseinhaltung höhere Querschnitte gewählt werden müssen. Die Kurve für die Einhaltung der zulässigen Verformung und Schwingung wird in den folgenden Diagrammen mit $w+f1$ abgekürzt (siehe Abb. 6.3).

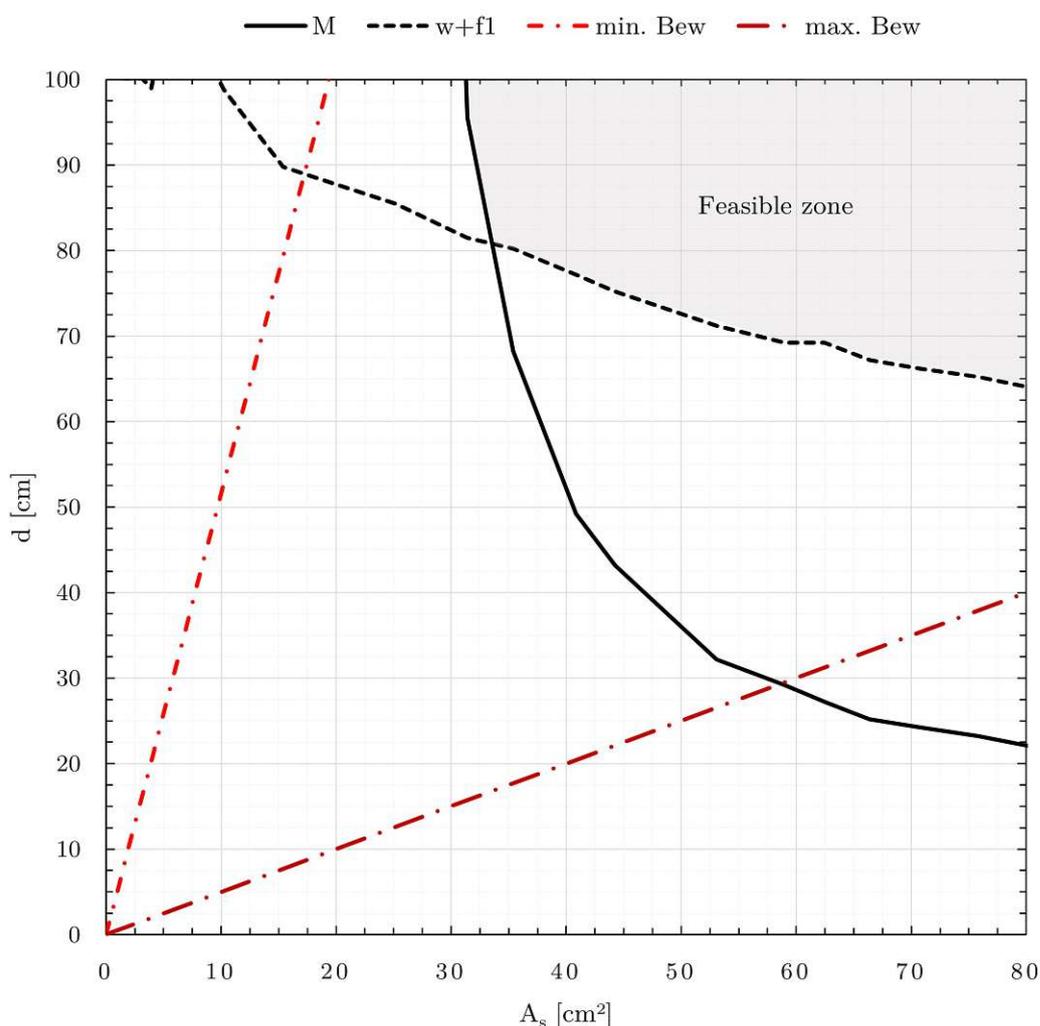


Abb. 6.3: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um die Verformungs- und Schwingungsbegrenzung

6.2.4 Rissbreiten

Die Nachweise für die Rissbreitenbegrenzung werden nach Gl. (4.107)-(4.119) bzw. Gl. (4.216)-(4.226) geführt. Die Kurve für die Einhaltung der Rissbreiten wird in den folgenden Diagrammen mit w_k abgekürzt (siehe Abb. 6.4).

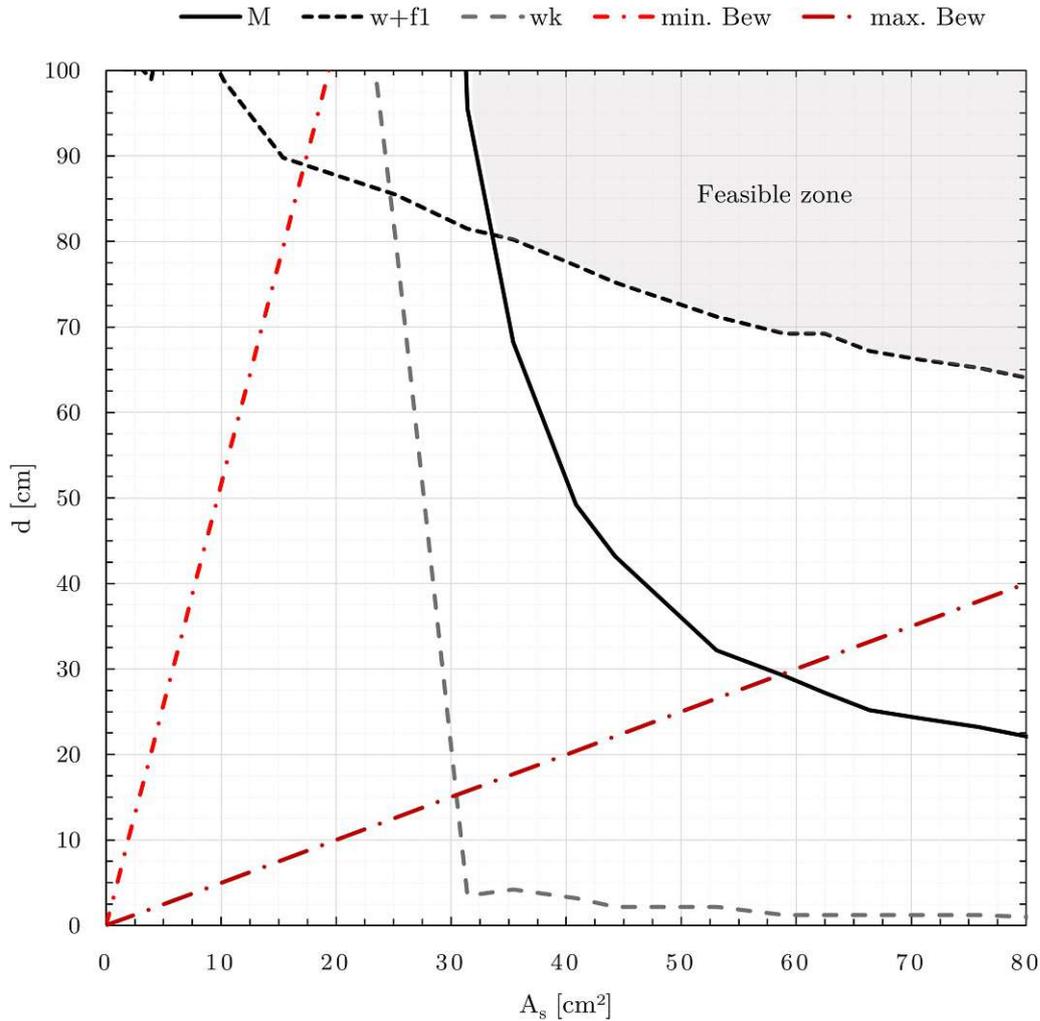


Abb. 6.4: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um die Rissbreitenbegrenzung

6.2.5 Spannungsbegrenzung

Die Nachweise für die Spannungsbegrenzung werden nach Gl. (4.120)-(4.128) bzw. Gl. (4.227)-(4.235) geführt. Die Kurve für die Einhaltung der Spannungsbegrenzung wird in den folgenden Diagrammen mit σ abgekürzt (siehe Abb. 6.5).

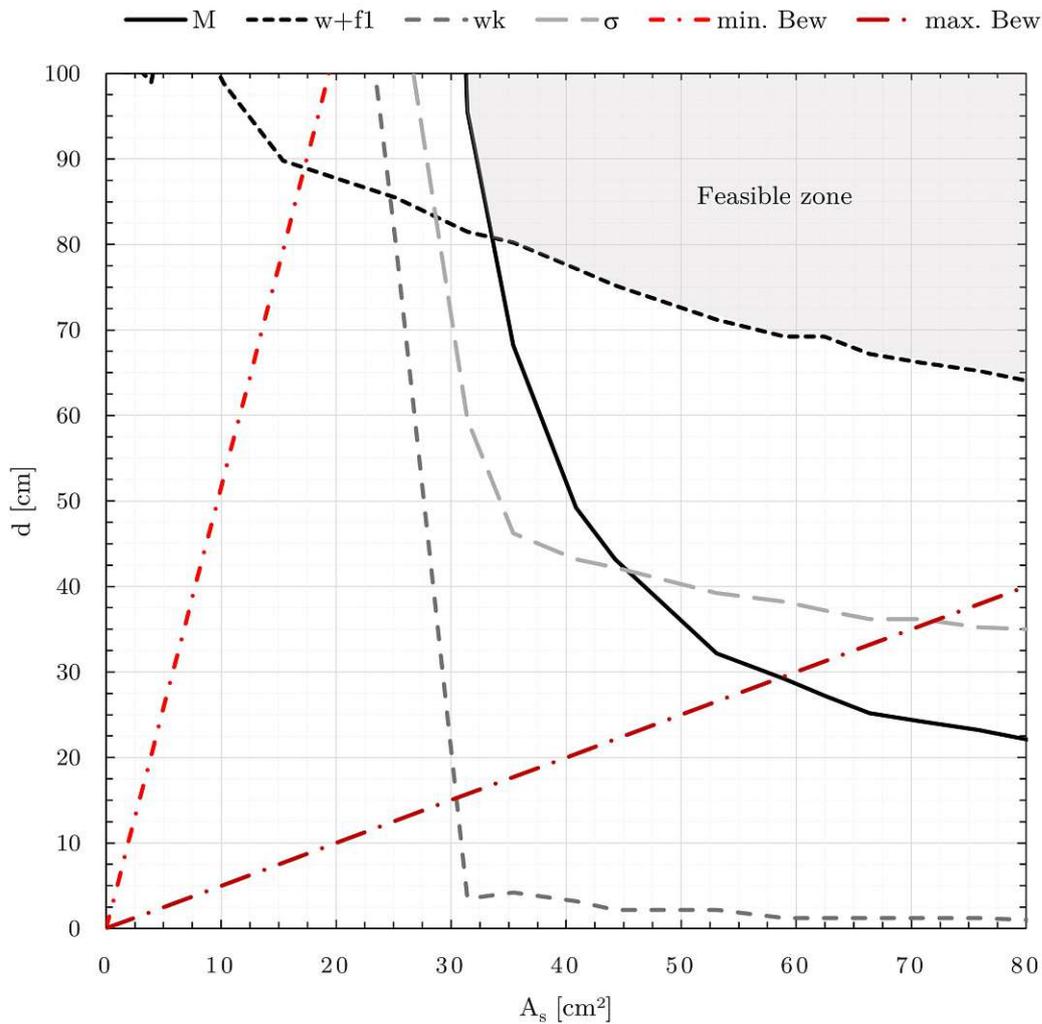


Abb. 6.5: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um die Spannungsbegrenzung

6.2.6 Optimale statische Nutzhöhe

In der Abb. 6.6 wird nach dem Eintragen der Ergebnisse nach der optimalen statischen Nutzhöhe gesucht. Dabei wird lediglich das Minimum der erforderlichen statischen Nutzhöhe angegeben, bei der sich alle Nachweise ausgehen. Die Linie für die Kennzeichnung der optimalen statischen Nutzhöhe wird in den folgenden Diagrammen mit *OPT-d* abgekürzt.

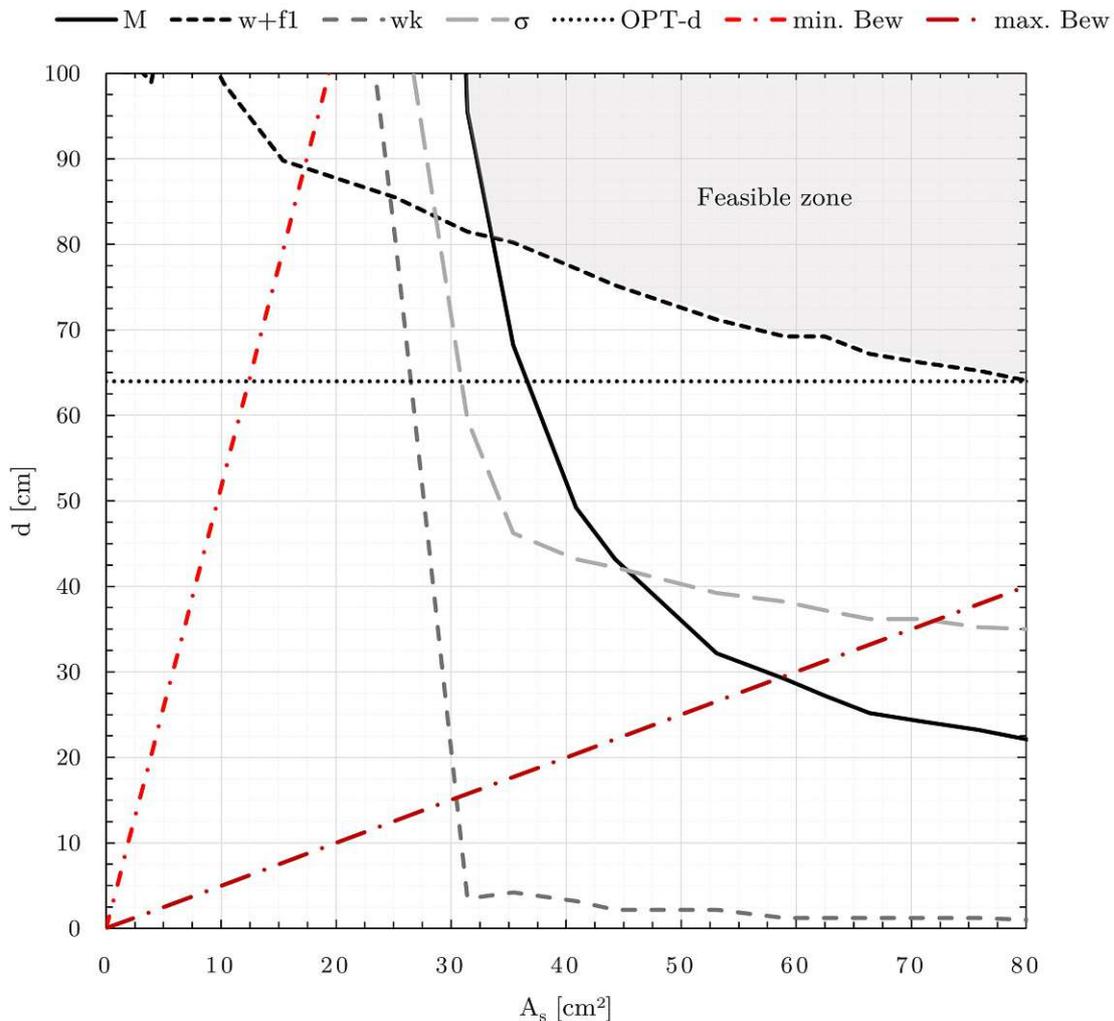


Abb. 6.6: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um die optimale statische Nutzhöhe

6.2.7 GWP - Global Warming Potential

Der Umwelteinfluss wird über das GWP berechnet und für die, je nach Bewehrungsfläche, minimal erforderliche statische Nutzhöhe ausgewertet (gemäß Gl. (4.141)-(4.143)). In der Abb. 6.7 ist neben dem GWP auch das Optimum aus ökologischer Sicht zu sehen, welches das minimale GWP als auch die zugehörige statische Nutzhöhe anzeigt. Weiters wird aus Vergleichsgründen auch für die optimale statische Nutzhöhe das GWP angezeigt. Wie bei der Berechnung der RAIQA-Geometrie wird auch hier ausschließlich die statisch erforderliche Längsbewehrung berücksichtigt. Im weiteren Verlauf wird die Kurve für den Umwelteinfluss mit *GWP* und die Linie für die Kennzeichnung des Optimums mit *OPT-GWP* abgekürzt.

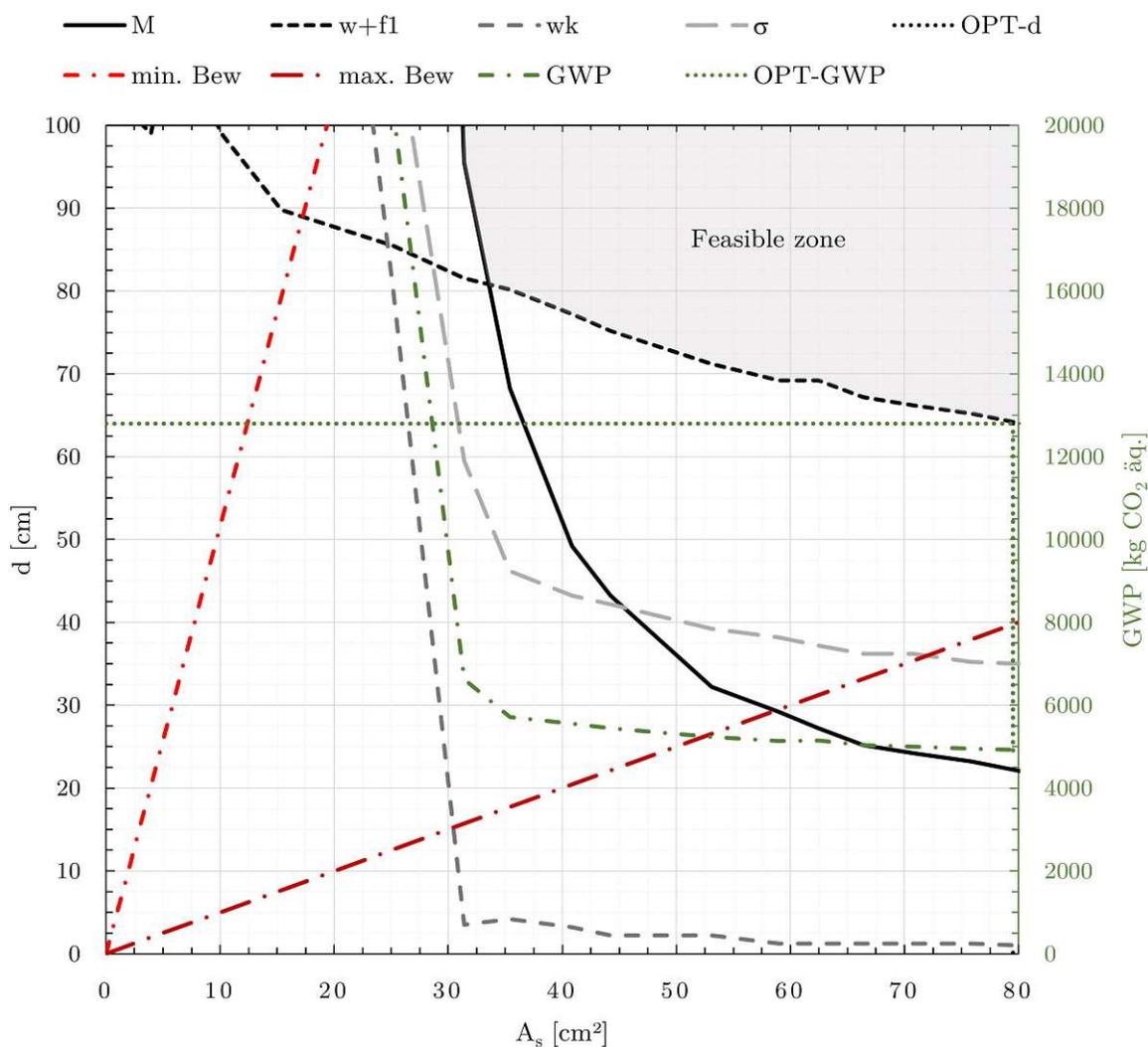


Abb. 6.7: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um das GWP

6.2.8 Materialkosten

Die Materialkosten werden für die, je nach Bewehrungsfläche, minimal erforderliche statische Nutzhöhe ausgewertet (gemäß Gl. (4.144)). In der Abb. 6.8 ist neben den Materialkosten auch das Optimum aus wirtschaftlicher Sicht zu sehen, welches die minimalen Materialkosten als auch die zugehörige statische Nutzhöhe anzeigt. Weiters werden aus Vergleichsgründen auch für die optimale statische Nutzhöhe die Materialkosten angezeigt. Wie bei der Berechnung der RAIQA-Geometrie wird auch hier ausschließlich die statisch erforderliche Längsbewehrung berücksichtigt. Im weiteren Verlauf wird die Kurve für die Materialkosten mit MC und die Linie für die Kennzeichnung des Optimums mit $OPT-MC$ abgekürzt.

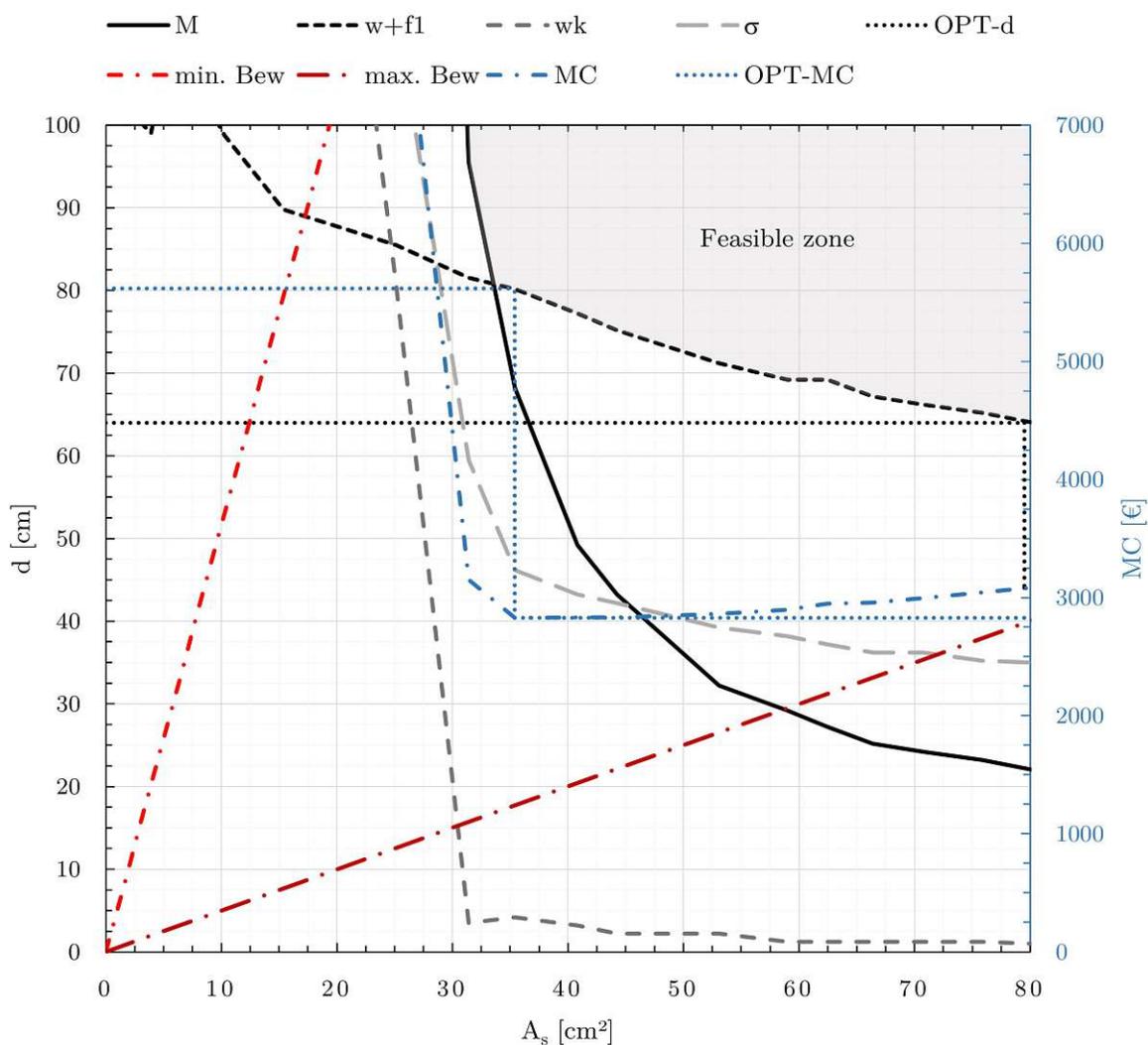


Abb. 6.8: Diagramm zur Parameteruntersuchung erweitert um die Materialkosten

6.3 Ergebnisse der Parameterstudie

6.3.1 Stahlbetonvariante

Für die Parameterstudie der STB-Variante wurden folgende Randbedingungen definiert:

Betonmaterial:	C50/60
Beton GWP:	300 kg CO ₂ – Äq /m ³
Beton MP:	124,00 €/m ³
Bewehrungsmaterial:	B 550
Bewehrung GWP:	0,24 kg CO ₂ – Äq /kg
Bewehrung MP:	0,92 €/kg
Betondeckung:	c = 35 mm
Podest: l = 5,1 m:	nein
Podest: l = 10,0 m:	ja
Podest: l = 15,1 m:	ja

In den Abb. 6.9 und 6.10 wird die Parameterstudie der STB-Variante mit einer Spannweite von 5,1 m dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass für diese Spannweite bereits ab einer statischen Nutzhöhe von in etwa 30 cm die Mindestbewehrung die Bewehrungsfläche begrenzt. Bis zu einer Bewehrungsfläche von ca. 10 cm² stellt sich der Biegenachweis als maßgebend heraus. Ab diesem Wert wird die minimal erforderliche statische Nutzhöhe über die Verformungsbegrenzung, den Schwingungsnachweis und zum Ende hin der Maximalbewehrung begrenzt. Die optimale statische Nutzhöhe von 11,7 cm bei einer Bewehrungsfläche von 20,11 cm² trifft für diese Spannweite auch auf das Optimum aus ökologischer Sicht, während das Optimum in Bezug auf die Materialkosten bei einer geringeren Bewehrungsfläche zu finden ist.

Die Abb. 6.11 und 6.12 zeigen die Parameterstudie für das STB-Modell mit 10,0 m Spannweite. Die realisierbare Zone wird bei dieser Länge ähnlich wie bei der kürzeren Spannweiten begrenzt, nur dass die Begrenzung auf einem höheren Niveau stattfindet. Für die Ermittlung der optimalen statischen Nutzhöhe stellt sich der Verformungs- und Schwingungsnachweis als maßgebend heraus. Während der höchste Anteil an Bewehrung gepaart mit dem niedrigsten Betonvolumen das Optimum aus ökologischer Sicht bietet, ist das Kostenoptimum bei einer niedrigen Bewehrungsmenge und höherem Betonvolumen zu finden.

Bei der STB-Variante mit einer Spannweite von 15,1 m stellt sich, wie bei den kürzeren Längen, das selbe Verhalten auf einem höheren Niveau ein (siehe Abb. 6.13 und 6.14).

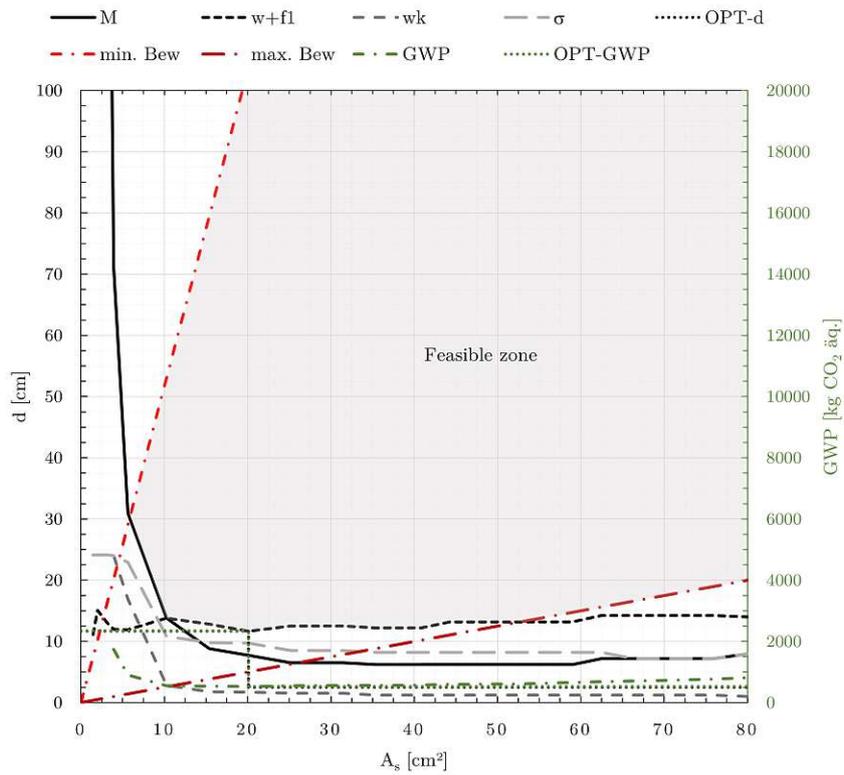


Abb. 6.9: Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 5,1$ m - GWP

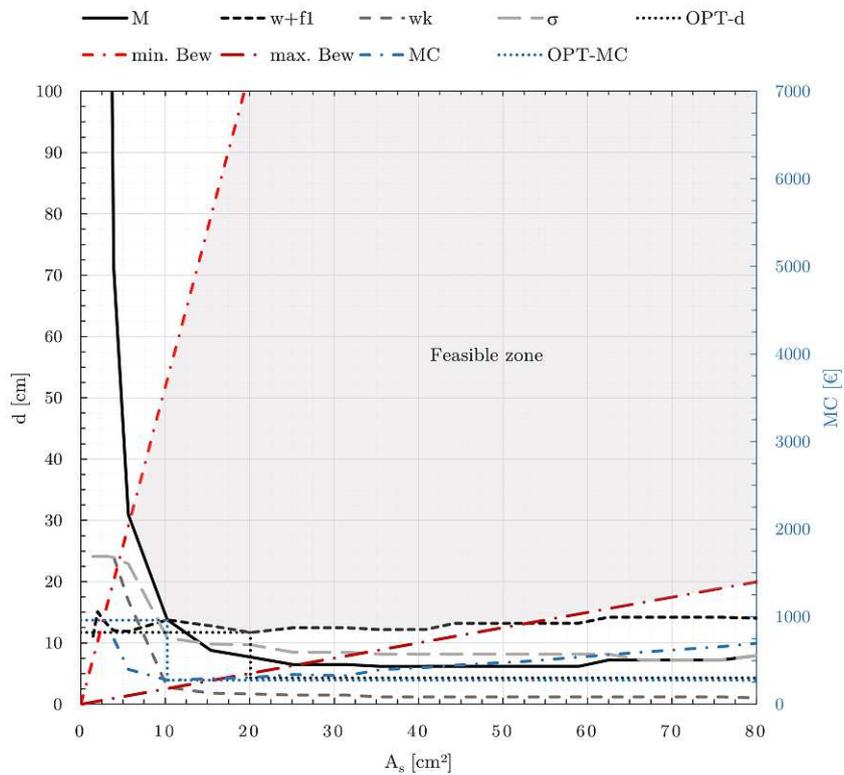


Abb. 6.10: Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 5,1$ m - MK

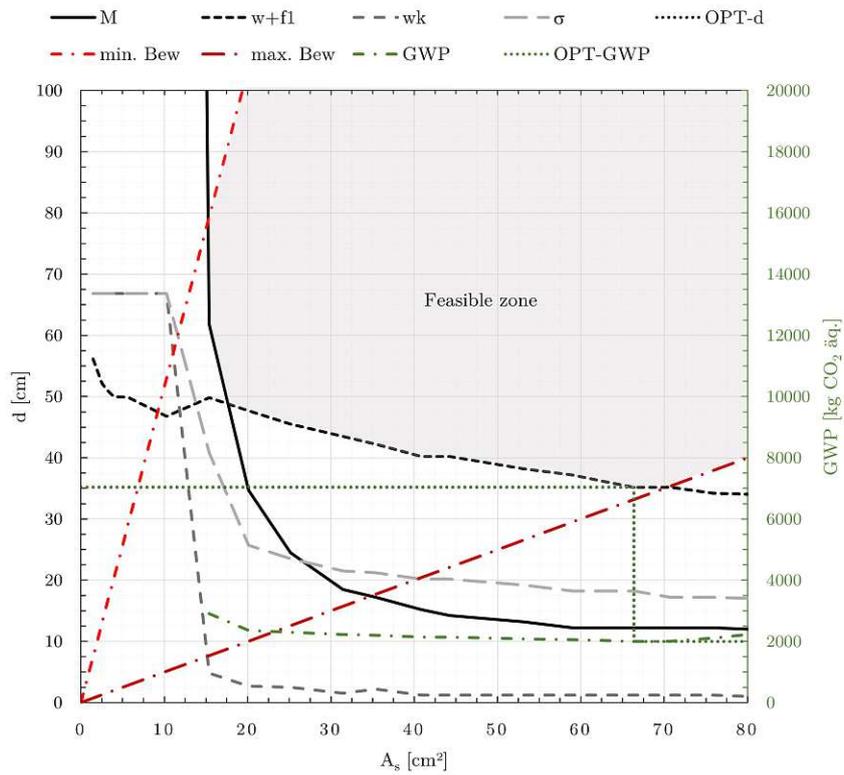


Abb. 6.11: Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 10,0\text{ m}$ - GWP

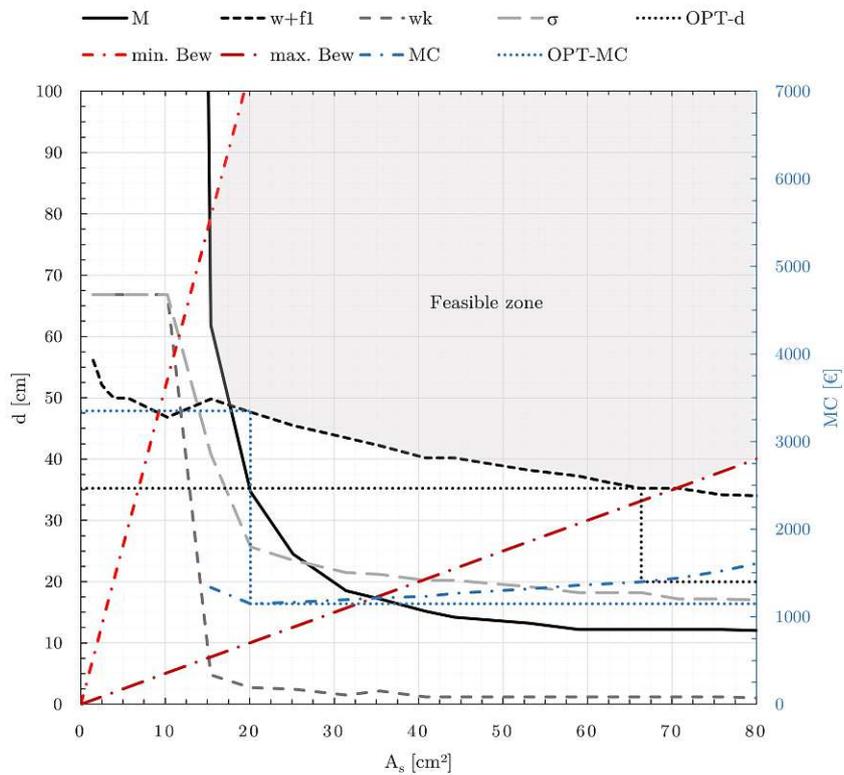


Abb. 6.12: Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 10,0\text{ m}$ - MK

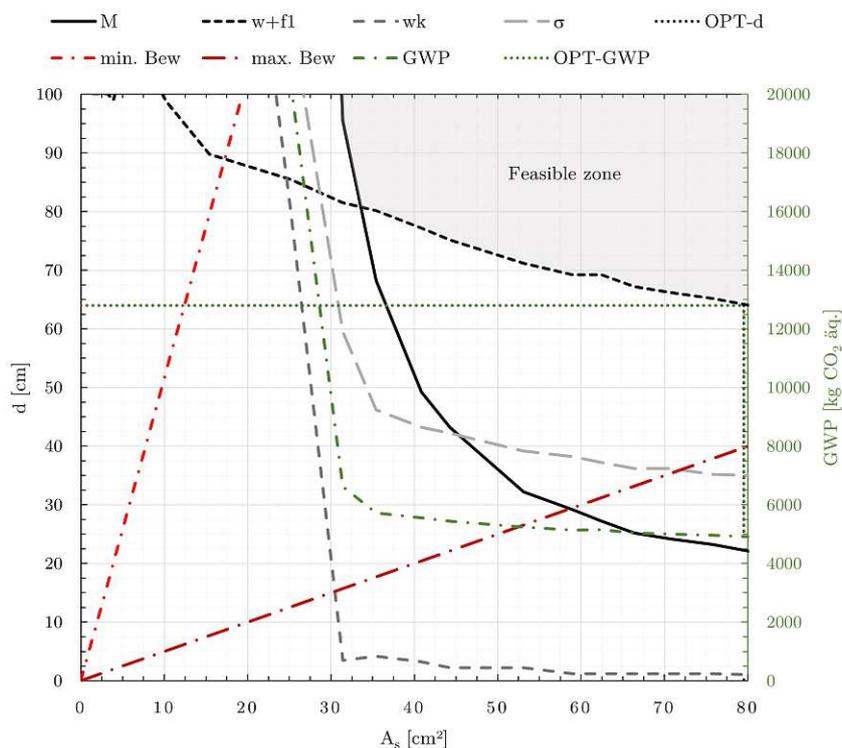


Abb. 6.13: Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 15,1\text{ m}$ - GWP

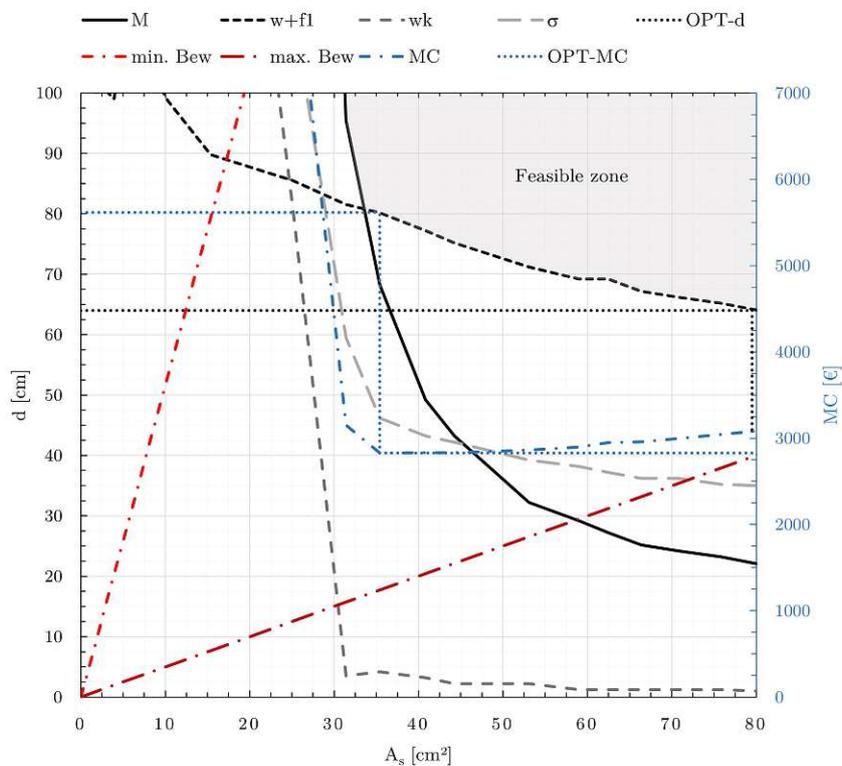


Abb. 6.14: Parameteruntersuchung: STB-Variante: $l = 15,1\text{ m}$ - MK

6.3.2 CFK-Variante

Für die Parameterstudie der CFK-Variante wurden folgende Randbedingungen definiert:

Betonmaterial:	C50/60
Beton GWP:	300 kg CO ₂ – Äq /m ³
Beton MP:	124,00 €/m ³
Bewehrungsmaterial:	CCE (solidian)
Bewehrung GWP:	18,16 kg CO ₂ – Äq /kg
Bewehrung MP:	9,90 €/kg
Betondeckung:	c = 19 mm
Podest: l = 5,1 m:	nein
Podest: l = 10,0 m:	ja
Podest: l = 15,1 m:	ja

In den Abb. 6.15 und 6.16 wird die Parameterstudie der CFK-Variante mit einer Spannweite von 5,1 m dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass für diese Spannweite bereits ab einer statischen Nutzhöhe von in etwa 22,5 cm die Mindestbewehrung die Bewehrungsfläche begrenzt. Bis zu einer Bewehrungsfläche von ca. 7 cm² stellt sich der Rissbreitennachweis als maßgebend heraus. Ab diesem Wert wird die minimal erforderliche statische Nutzhöhe über die Verformungsbegrenzung, den Schwingungsnachweis und zum Ende hin der Maximalbewehrung begrenzt. Die optimale statische Nutzhöhe beträgt 12,9 cm bei einer Bewehrungsfläche von 40,21 cm². Dahingehend ist bereits zu erkennen, dass, dem geringeren E-Modul vom CFK bedingt, die Bewehrung im Vergleich zur STB-Variante verdoppelt werden muss, um eine ähnliche statische Nutzhöhe zu erreichen. Aufgrund des hohen Energiebedarfs vom CFK wird das Optimum aus ökologischer und wirtschaftlicher Sicht bei der Dimensionen gefunden, bei der die geringste Bewehrungsfläche benötigt wird.

Die Abb. 6.17 und 6.18 zeigen die Parameterstudie für das CFK-Modell mit 10,0 m Spannweite. Die realisierbare Zone wird bei dieser Länge ähnlich wie bei der kürzeren Spannweiten begrenzt, nur dass die Begrenzung auf einem höheren Niveau stattfindet. Für die Ermittlung der optimalen statischen Nutzhöhe stellt sich der Verformungs- und Schwingungsnachweis als maßgebend heraus. Je höher der Bewehrungsgehalt gewählt wird, umso schlanker kann die Konstruktion dimensioniert werden. Begrenzt wird dies durch die Maximalbewehrung, wodurch sich eine minimal erforderliche statische Nutzhöhe von 37,5 cm ergibt. Wie bei der kürzeren Spannweite wird das Optimum aus ökologischer und wirtschaftlicher Sicht bei den Dimensionen erreicht, bei denen die geringste Bewehrungsfläche benötigt wird.

Bei der CFK-Variante mit einer Spannweite von 15,1 m stellt sich, wie bei den kürzeren Längen, das selbe Verhalten auf einem höheren Niveau ein (siehe Abb. 6.19 und 6.20).

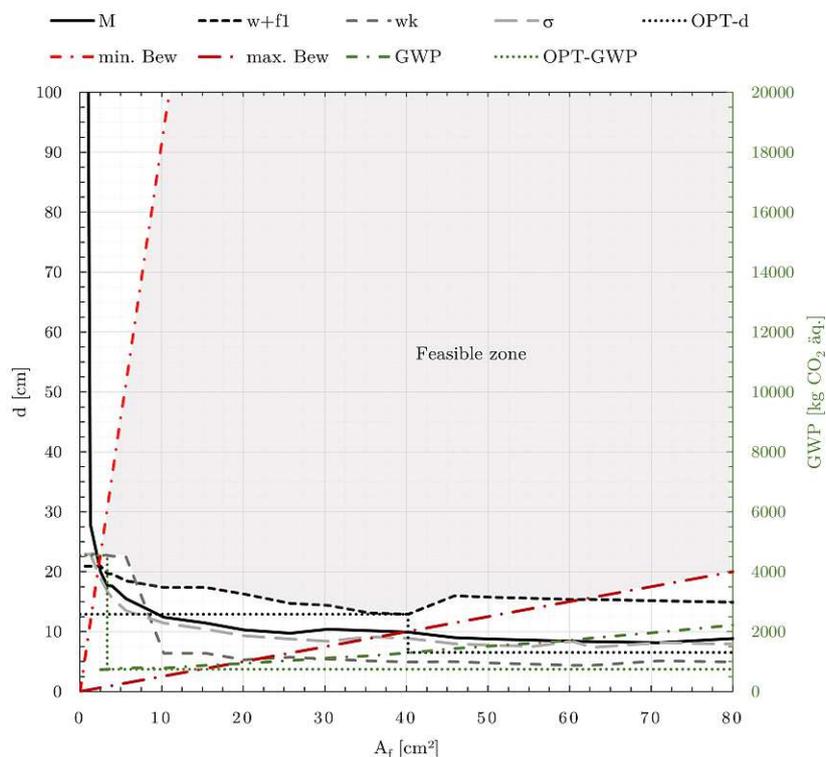


Abb. 6.15: Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 5,1 \text{ m}$ - GWP

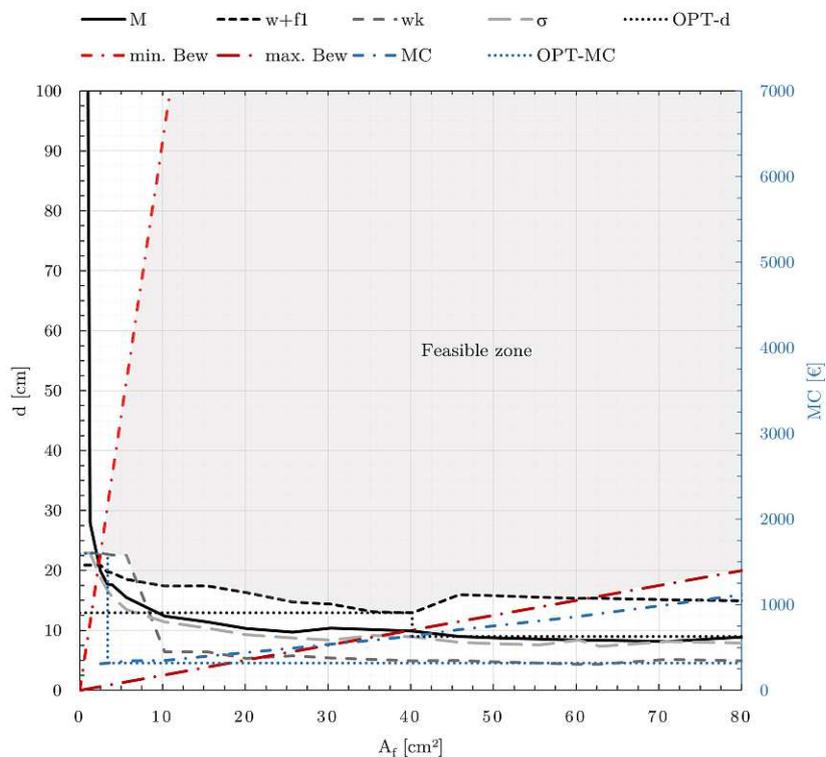


Abb. 6.16: Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 5,1 \text{ m}$ - MK

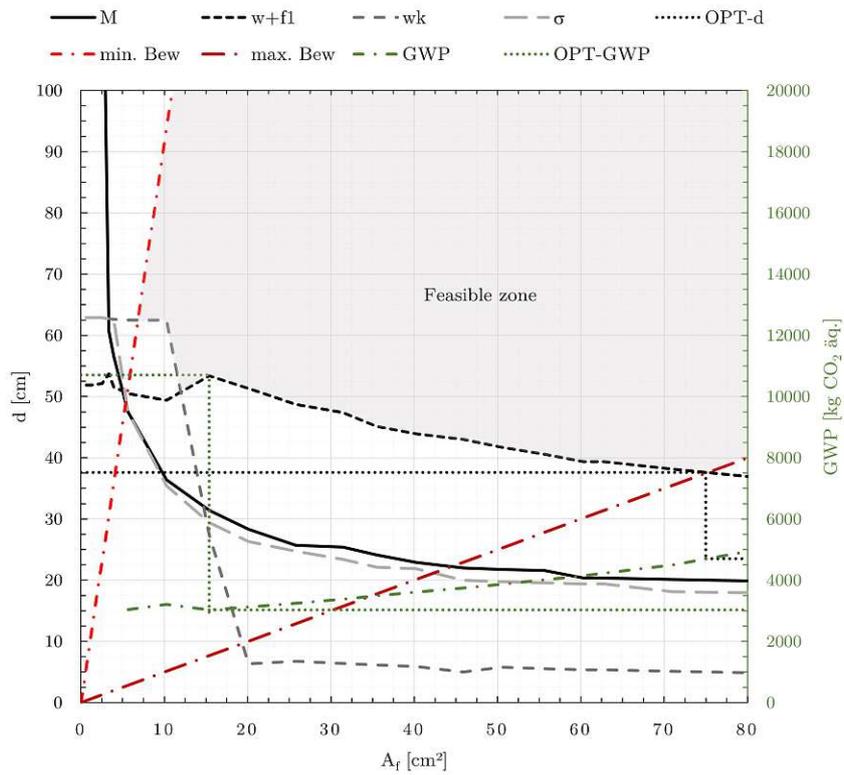


Abb. 6.17: Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 10,0\text{m}$ - GWP

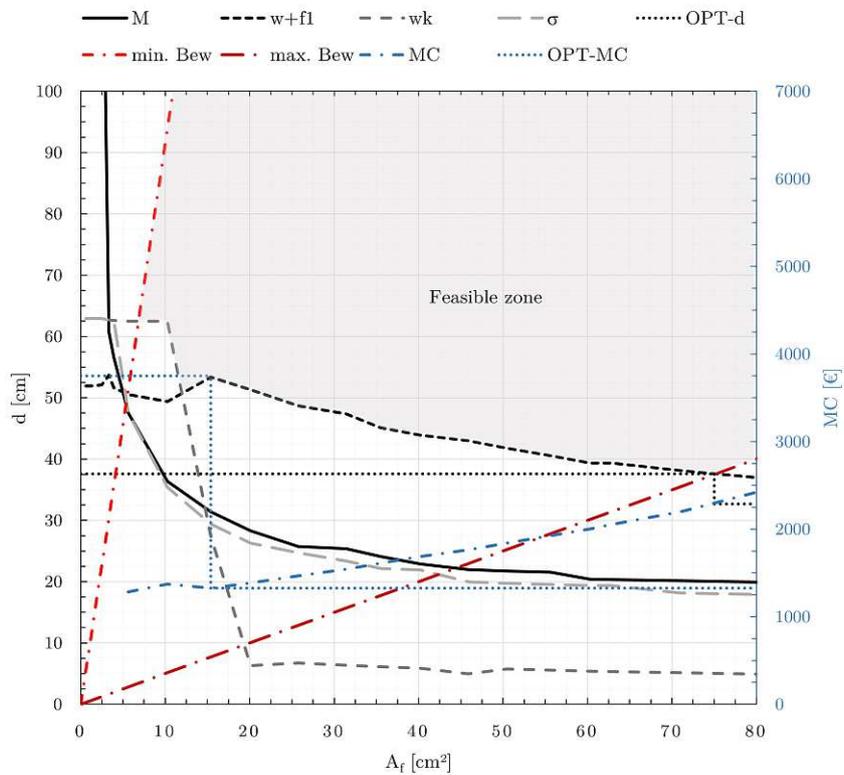


Abb. 6.18: Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 10,0\text{m}$ - MK

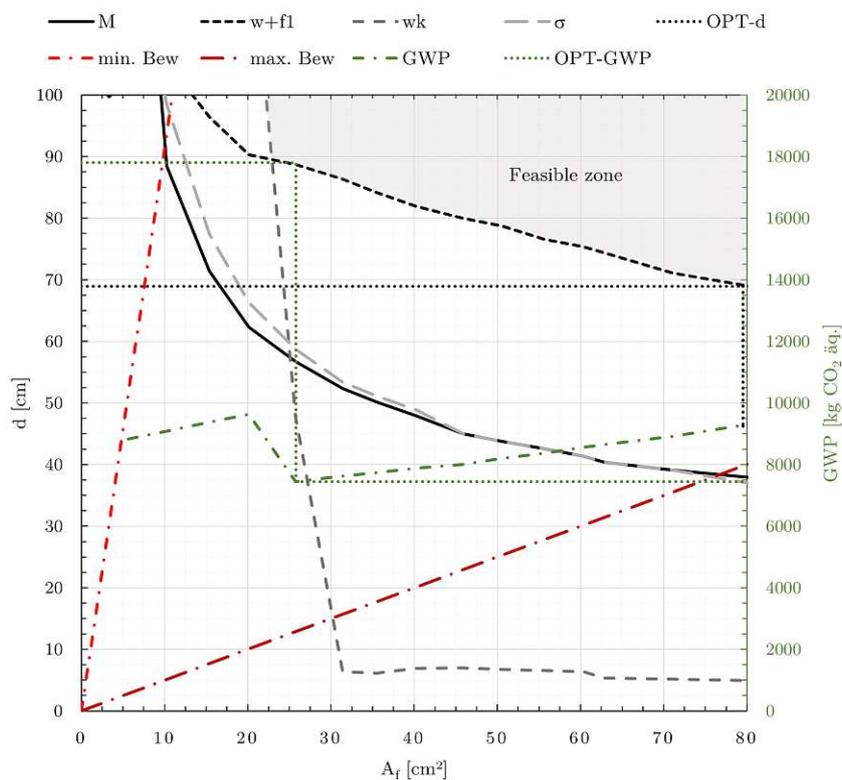


Abb. 6.19: Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 15,1$ m - GWP

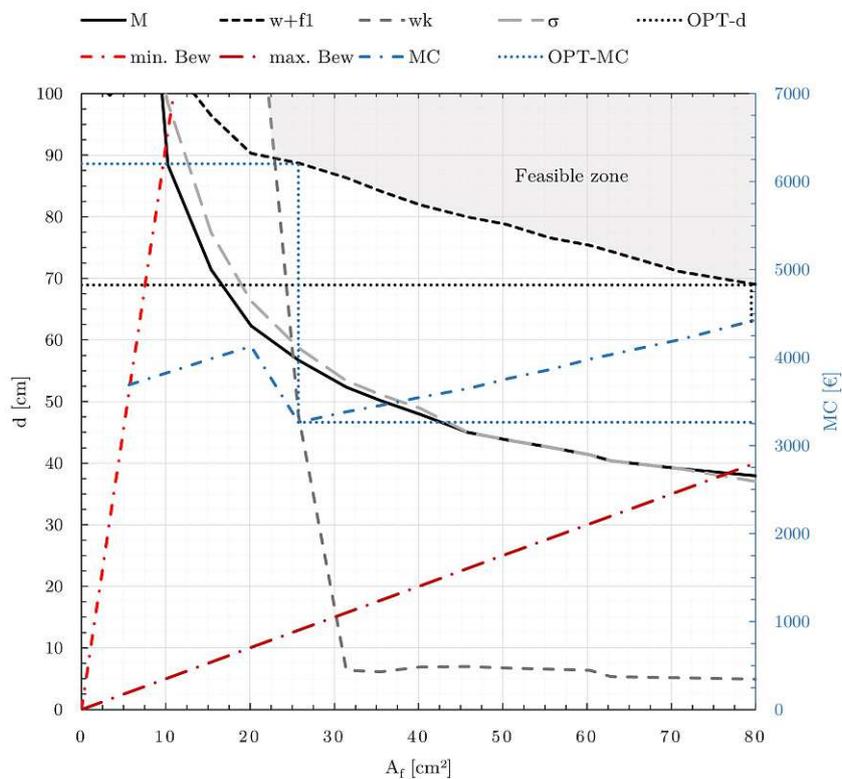


Abb. 6.20: Parameteruntersuchung: CFK-Variante: $l = 15,1$ m - MK

6.3.3 UHPC-Variante

Für die Parameterstudie der UHPC-Variante wurden folgende Randbedingungen definiert:

Betonmaterial:	UHPC
Beton GWP:	1341 kg CO ₂ – Äq /m ³
Beton MP:	500,00 €/m ³
Bewehrungsmaterial:	B 550
Bewehrung GWP:	0,24 kg CO ₂ – Äq /kg
Bewehrung MP:	0,92 €/kg
Betondeckung:	c = 35 mm
Podest: l = 5,1 m:	nein
Podest: l = 10,0 m:	ja
Podest: l = 15,1 m:	ja

In den Abb. 6.21 und 6.22 wird die Parameterstudie der UHPC-Variante mit einer Spannweite von 5,1 m dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass für diese Spannweite bereits ab einer statischen Nutzhöhe von in etwa 9 cm die Mindestbewehrung die Bewehrungsfläche begrenzt. Im gesamten Bereich zwischen der Mindest- und Maximalbewehrung stellt sich der Nachweis der Verformungsbegrenzung und der Schwingungen als maßgebend heraus. Die optimale statische Nutzhöhe beträgt 7,8 cm bei einer Bewehrungsfläche von 10,26 cm². Dahingehend ist bereits zu erkennen, dass aufgrund des E-Moduls vom UHPC die Steifigkeit deutlich erhöht wird und im Vergleich zu den anderen Varianten niedrigere statische Nutzhöhen benötigt werden. Aufgrund des hohen Energiebedarfs vom UHPC wird das Optimum aus ökologischer und wirtschaftlicher Sicht bei den Dimensionen gefunden, bei der die geringste Betonkubatur benötigt wird.

Die Abb. 6.23 und 6.24 zeigen die Parameterstudie für das UHPC-Modell mit 10,0 m Spannweite. Die realisierbare Zone wird bei dieser Länge ähnlich wie bei der kürzeren Spannweiten begrenzt, nur dass die Begrenzung auf einem höheren Niveau stattfindet. Betrachtet man die Kurve für die Verformung und die Schwingungen, erkennt man, dass sich eine konstante Linie bildet, welche lediglich im Bereich zwischen Mindest- und Maximalbewehrung einen Hochpunkt hat. Der konstante Verlauf ergibt sich aus der Tatsache, dass sich der Bauteil bei dieser Spannweite und statischen Nutzhöhe noch nicht im gerissenen Zustand befindet und dadurch die Bewehrungsfläche keine Auswirkung auf die Verformungs- und Schwingungsberechnung hat. Der aufsteigende Ast entsteht durch die Schwingungsbegrenzung. Der Bauteil befindet sich bei den Dimensionen in dem Bereich genau in einem der Grenzfrequenzbereiche. Um aus diesem Frequenzbereich zu kommen, muss man die Steifigkeit entweder erhöhen oder reduzieren. Da mit einer Reduktion der Verformungsnachweis nicht erfüllt werden kann, bleibt für diese Bewehrungsflächen lediglich eine Erhöhung der statischen Nutzhöhe als Gegenmaßnahme. Wie bei der kürzeren Spannweite wird das Optimum aus ökologischer und wirtschaftlicher Sicht bei den Dimensionen, die die geringste Betonkubatur benötigen, erreicht.

Bei der UHPC-Variante mit einer Spannweite von 15,1 m ist ebenfalls der Nachweis für die Verformungen und Schwingungen maßgebend (siehe Abb. 6.25 und 6.26). Am Verlauf der Kurve für diese Nachweise ist zu erkennen, dass sich aufgrund des abfallenden Verlaufs bei Erhöhung der Bewehrung der Bauteil bereits im gerissenen Zustand befindet und die Begrenzung der Verformung maßgebend ist.

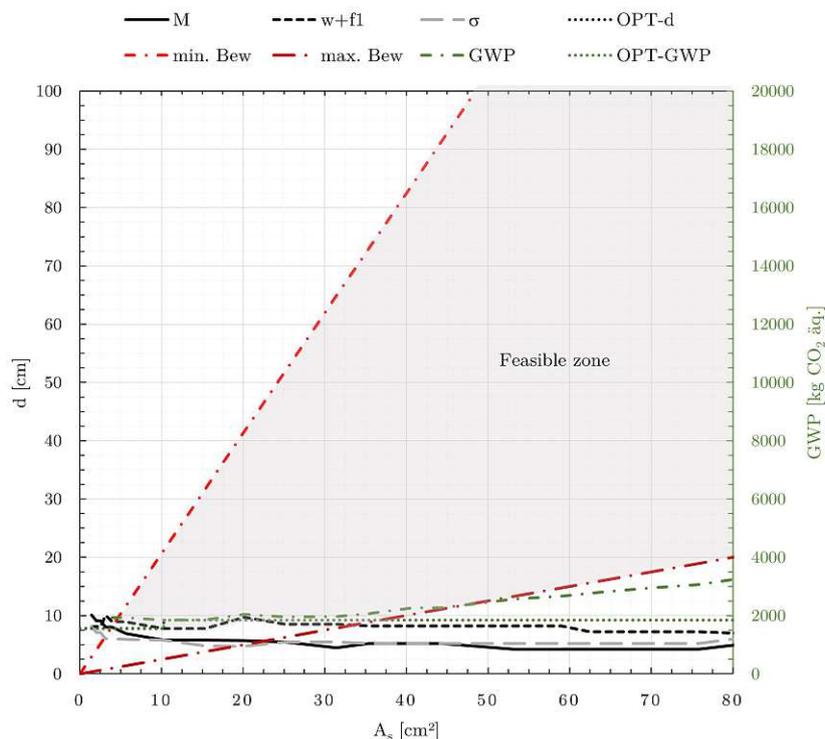


Abb. 6.21: Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 5,1 \text{ m}$ - GWP

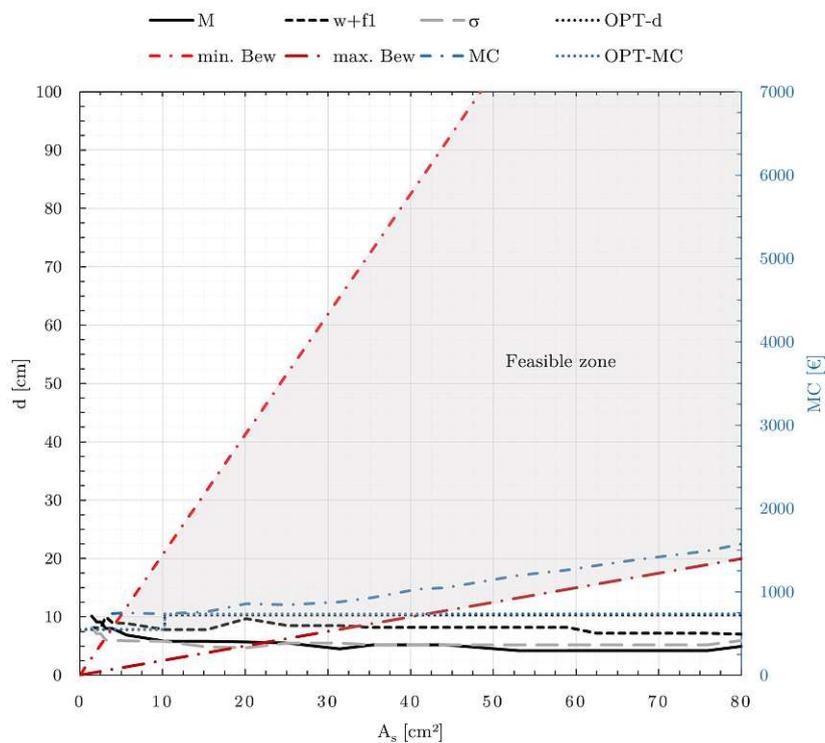


Abb. 6.22: Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 5,1 \text{ m}$ - MK

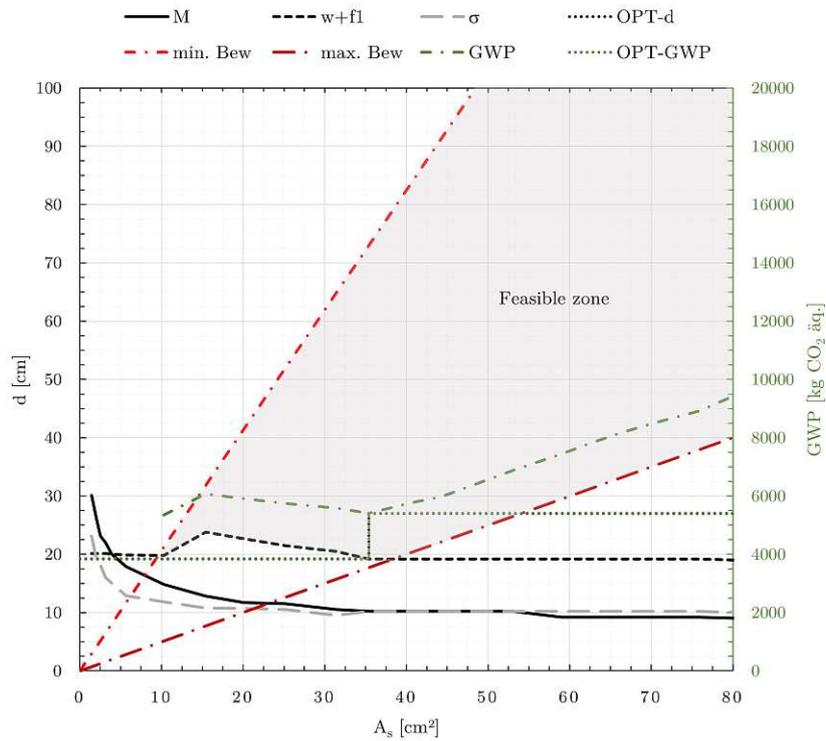


Abb. 6.23: Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 10,0$ m - GWP

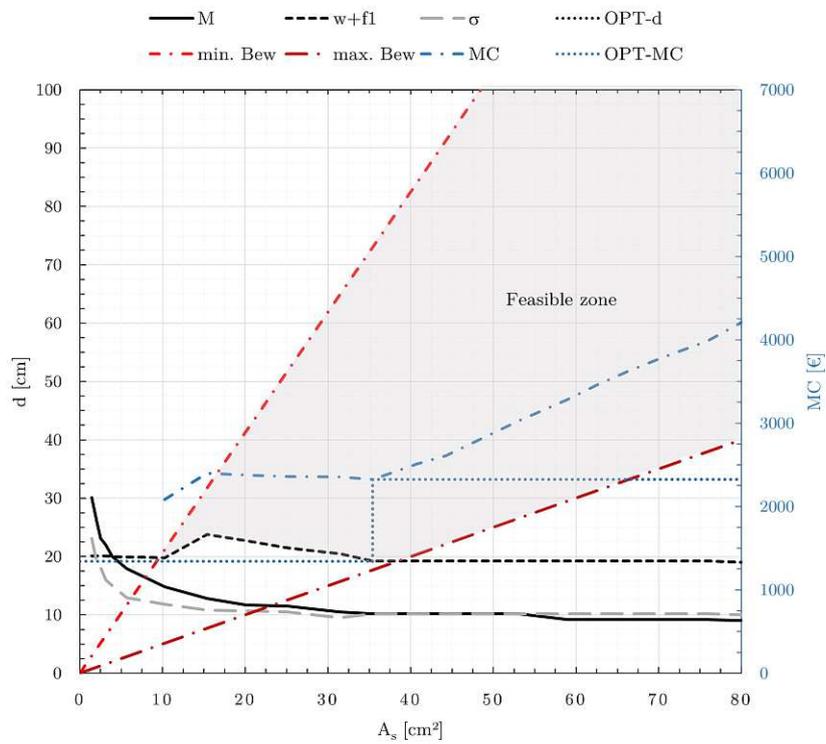


Abb. 6.24: Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 10,0$ m - MK

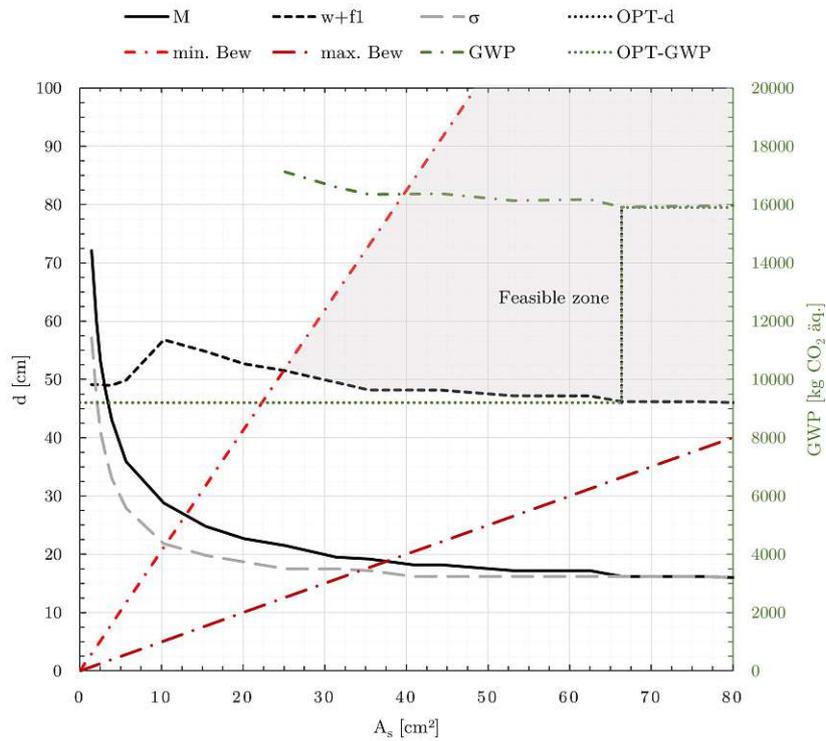


Abb. 6.25: Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 15,1$ m - GWP

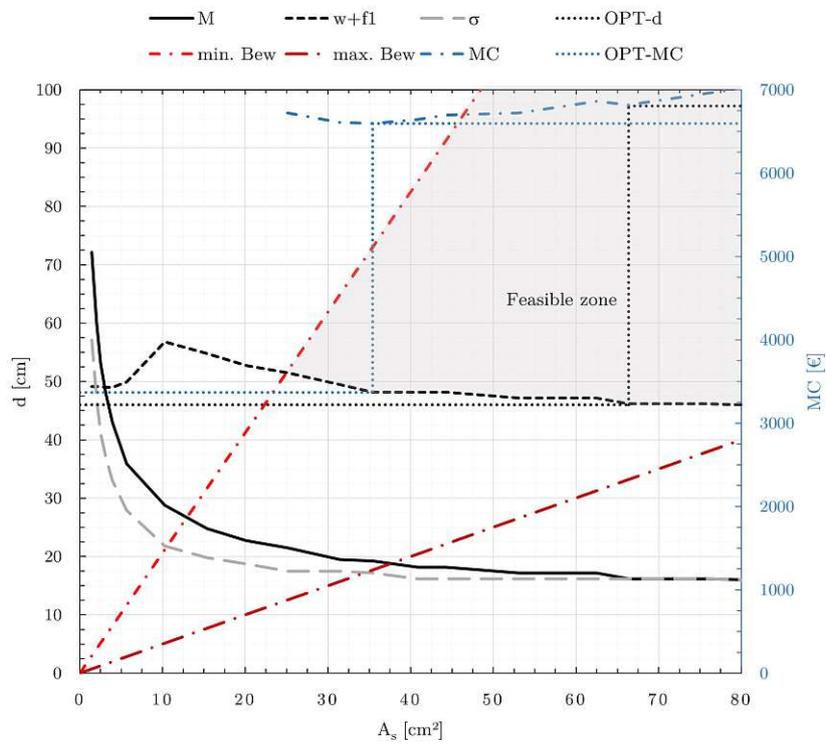


Abb. 6.26: Parameteruntersuchung: UHPC-Variante: $l = 15,1$ m - MK

6.4 Vergleich der Varianten

Für den Vergleich wird für jede Spannweiten die realisierbare Zone der jeweiligen Varianten in einem Diagramm überlagert, um die Begrenzungen miteinander verglichen zu können. Weiters werden, analog zu Kap. 4.2, die Stahltreppen für die drei Spannweiten berechnet, um diese ebenfalls den Ergebnissen der Betonvarianten gegenüberzustellen.

6.4.1 Spannweite: $l = 5,1 \text{ m}$

Um die einzelnen Betonvarianten miteinander vergleichen zu können, wurden die realisierbaren Zonen für die Spannweite von $l = 5,1 \text{ m}$ in einem Diagramm zusammengefasst (siehe Abb. 6.27). Der Vergleich zeigt, dass bei dieser Spannweite keine große Diskrepanz zwischen den einzelnen Varianten vorhanden ist. Die STB-Variante und die CFK-Variante erzielen relativ ähnliche Ergebnisse, was sich auch bei den anderen Spannweiten zeigt. Während sich der niedrigere E-Modul vom CFK negativ auf die Steifigkeit im gerissenen Zustand auswirkt, kann dieser Effekt durch die niedrigere Betondeckung fast ausbalanciert werden. Die UHPC-Variante weist im Vergleich dazu, aufgrund des erhöhten E-Moduls, höhere Steifigkeiten auf, wodurch die Verformungen reduziert werden können. In der Tab. 6.1 werden die wichtigsten Ergebnisse der unterschiedlichen Varianten zusammengefasst. Bei der optimalen Bauteilhöhe wird zu der optimalen statischen Nutzhöhe der entsprechende Randabstand d_1 dazugerechnet, um die Betonvarianten mit der Stahlterpe vergleichen zu können.

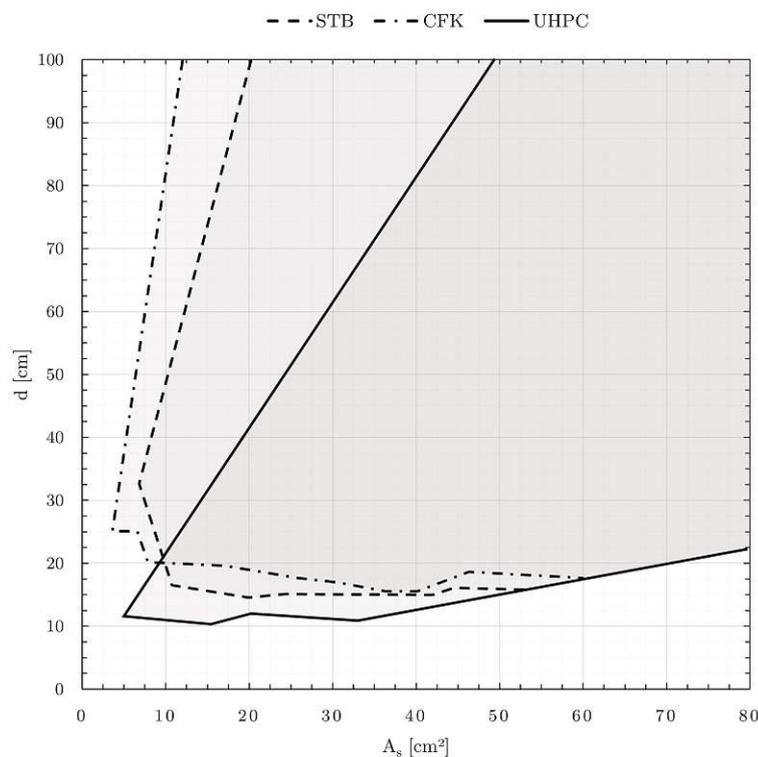


Abb. 6.27: Vergleich der Betonvarianten für die Spannweite $l = 5,1 \text{ m}$

Beim Vergleich erkennt man, dass bei allen Varianten der Nachweis der Verformungsbegrenzung und Schwingungen maßgebend ist. Mit dem Einsatz von UHPC lässt sich die schlankeste Kon-

Tab. 6.1: Vergleich der Varianten für die Spannweite $l = 5,1$ m

	Einheit	Stahl	STB	CFK	UHPC
OPT-h / Profil	cm	RRO 200x100x5	16	17	12
zug. Bewehrung	cm ² /m	/	20,11	40,21	10,26
maßg. Nachweis	-	w	w+f1	w	w+f1
OPT-GWP	kg CO ₂ – Äq	311	520	748	1843
OPT-MC	€	127	274	318	734

struktion erzielen. In Bezug auf den Umwelteinfluss und die Wirtschaftlichkeit ist diese Variante die ungünstigste, während die Stahlvariante trotz des höchsten Querschnittes die besten Werte vorweist. Die STB-Variante und die CFK-Variante benötigen annähernd gleich hohe Bauteilhöhen für die Einhaltung aller Nachweise. Aufgrund des deutlich höheren Umwelteinflusses erscheint die Verwendung von CFK als Ersatz für den Bewehrungsstahl für diese Anwendung als nicht sinnvoll. Diese Erkenntnis lässt sich auch für die weiteren Spannweiten übernehmen. Da es sich bei dieser Spannweite um keine repräsentative Treppe handelt, wird die Bauteildicke sicherlich nicht der vorrangige Entscheidungsparameter sein. Meistens sind Treppen mit diesen Spannweiten Haupttreppen und müssen daher Brandschutzanforderungen genügen, welche mit Stahlbeton ohne zusätzlichen Aufwand am einfachsten zu erfüllen sind. Um bei einer Stahlterppe die Brandschutzanforderungen zu erfüllen sind Zusatzmaßnahmen, wie Anstriche oder Verkleidungen, vorzusehen, welche sowohl die ökologischen als auch wirtschaftlichen Werte deutlich erhöhen. Aufgrund dessen erscheint bei dieser Spannweite eine Ausführung in Stahlbeton am sinnvollsten.

6.4.2 Spannweite: $l = 10,0$ m

Die Abb. 6.28 zeigt die Überlagerung der realisierbaren Zonen der einzelnen Varianten für die Spannweite von $l = 10,0$ m. Der Nachweis der Verformungsbegrenzung und Schwingungen ist wieder durchwegs maßgebend. Der große Unterschied zeigt sich bei der Betrachtung der UHPC-Variante. Hier ist bereits ein großer Unterschied in der erreichbaren Bauteilhöhe zu sehen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass hier nicht nur der erhöhte E-Modul eine Rolle spielt, sondern dass aufgrund der deutlich höheren Zugfestigkeit der Bauteil nicht in den Zustand II gelangt und der gesamte Querschnitt in die Steifigkeitsermittlung einfließt. In der Tab. 6.2 werden die wichtigsten Ergebnisse der unterschiedlichen Varianten zusammengefasst.

Tab. 6.2: Vergleich der Varianten für die Spannweite $l = 10,0$ m

	Einheit	Stahl	STB	CFK	UHPC
OPT-h / Profil	cm	RRO 350x150x14,2	40	42	24
zug. Bewehrung	cm ² /m	/	66,37	71,00	5,65
maßg. Nachweis	-	w+f1	w+f1	f1	w
OPT-GWP	kg CO ₂ – Äq	2612	1998	3031	5410
OPT-MC	€	1068	1149	1327	2325

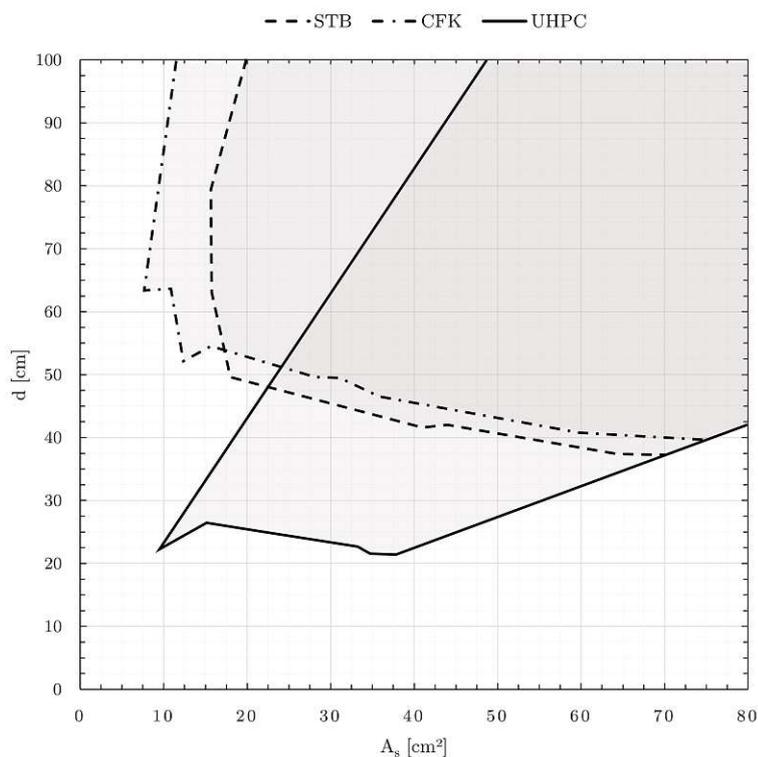


Abb. 6.28: Vergleich der Betonvarianten für die Spannweite $l = 10,0$ m

Mit dem Einsatz von UHPC lässt sich die schlankste Konstruktion errichten. In Bezug auf den Umwelteinfluss und die Wirtschaftlichkeit ist diese Variante allerdings die ungünstigste. Bei der Entscheidungsfindung ist hier der geplanten Anwendung der Treppe die entscheidende Rolle zuzuordnen. Falls eine repräsentative, schlanke Konstruktion geplant ist, zeigt sich die UHPC-Variante am geeignetsten.

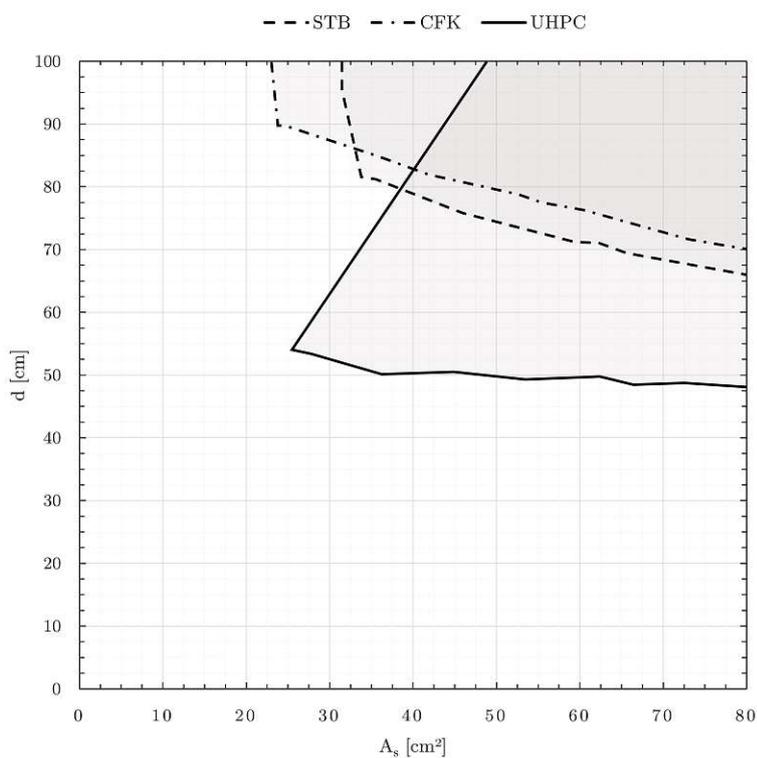
6.4.3 Spannweite: $l = 15,1$ m

Wie bei den kürzeren Spannweiten, wurden auch für die Spannweite von $l = 15,1$ m die realisierbaren Zonen der Betonvarianten in einem Diagramm überlagert, um einen Vergleich untereinander zu ermöglichen (siehe Abb. 6.29). Der Nachweis der Verformungsbegrenzung stellt sich als maßgebend heraus. Wie bei der Spannweite von $l = 10,0$ m zeigt sich bei der UHPC-Variante eine deutlich reduzierte erforderliche statische Nutzhöhe, welche auf den erhöhten E-Modul und die höhere Zugfestigkeit zurückzuführen ist. Durch das Abfallen im unteren Bereich der UHPC-Kurve sieht man allerdings, im Vergleich zur konstanten Linie bei der Spannweite von $l = 10,0$ m, dass der Bauteil im gerissenen Zustand ist und sich die Erhöhung der Bewehrung positiv auf die Steifigkeit auswirkt. In der Tab. 6.3 werden die wichtigsten Ergebnisse der unterschiedlichen Varianten zusammengefasst.

Aufgrund der Rissbildung der UHPC-Variante wird bei dieser Spannweite in Relation zur Spannweite von $l = 10,0$ m ein deutlich höherer Querschnitt benötigt, um die Verformungen auf ein gebrauchstaugliches Maß zu minimieren. Durch die gleichzeitige Erhöhung der benötigten Bewehrung werden so hohe Werte in Bezug auf das GWP und die Materialkosten erreicht, dass

Tab. 6.3: Vergleich der Varianten für die Spannweite $l = 15,1$ m

	Einheit	Stahl	STB	CFK	UHPC
OPT-h / Profil	cm	QRO 400x12	69	73	51
zug. Bewehrung	cm ² /m	/	80,37	80,42	75,85
maßg. Nachweis	-	w	w	w	w
OPT-GWP	kg CO ₂ – Äq	5746	4913	7440	15 916
OPT-MC	€	2342	2828	3264	6594

**Abb. 6.29:** Vergleich der Betonvarianten für die Spannweite $l = 15,1$ m

eine Anwendung von UHPC für diese Spannweite nicht sinnvoll erscheint. Die STB-Variante und die CFK-Variante benötigen Bauteilhöhen, welche keine schlanke Konstruktion ermöglichen. Bei dieser Spannweite zeigt sich die Stahlvariante als geeignetste Lösung, da die niedrigste Bauteilhöhe erreicht werden kann. Zusätzlich dazu ergibt die Stahlvariante die niedrigsten Materialkosten, während das GWP lediglich bei der STB-Variante geringer ausfällt. Es ist jedoch anzumerken, dass aufgrund von möglichen Zusatzmaßnahmen für den Brandschutz von einer Steigerung der Werte für das GWP und die Materialkosten ausgegangen werden kann.

7 Zusammenfassung

Treppen übernehmen im Hochbau immer öfter eine repräsentative, raumgestalterische Rolle und müssen Spannweiten überbrücken, bei denen der konventionelle Stahlbetonbau keine schlanken Konstruktionen ermöglicht. Dahingehend wurden in dieser Arbeit Untersuchungen zum Einsatz verschiedener Materialien an der Geometrie der RAIQA-Treppe vorgenommen. Die Treppenbezeichnung stammt vom gleichnamigen Realisierungsprojekt DAS RAIQA, bei welchem weitgespannte Treppen im Atrium geplant sind. Als zu untersuchende Materialalternativen zum Stahlbeton und Stahl wurden Ultrahochleistungsbeton (UHPC) und Faserverbundkunststoff (FVK)-Bewehrungsstäbe gewählt. Neben der Bemessung für die Geometrie der RAIQA-Treppe wurde auch der Umwelteinfluss (ausgedrückt durch das Global Warming Potential (GWP)) und die Materialkosten der jeweiligen Varianten berechnet. Im Anschluss wurde eine nichtlineare numerische Analyse durchgeführt, welche es ermöglicht hat, die Verformung unter Gebrauchslast zu vergleichen als auch das Bruchverhalten zu analysieren. Abschließend wurde eine Parameterstudie durchgeführt, welche die Ergebnisse auf weitere Spannweiten ausweitet und somit eine Beurteilung auf ein größeres Einsatzgebiet ermöglicht.

7.1 Schlussfolgerung

Für die Bemessung der RAIQA-Treppe stellte die Bauteilhöhe den wichtigsten Parameter dar. Bei allen Betonvarianten waren, bedingt durch die große Spannweite (horizontaler Abstand $l = 12,1$ m), die Gebrauchstauglichkeitsnachweise maßgebend. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sobald der Beton in den gerissenen Zustand kommt, die Steifigkeit so stark abnimmt, dass die für die Gebrauchstauglichkeit einzuhaltenden Verformungen nicht mehr eingehalten werden können und der Bauteil sich je nach Bewehrungsgehalt inner- oder außerhalb des Grenzfrequenzbereichs der Schwingungen bewegt. Das Ausschließen der Möglichkeiten einer Überhöhung und Vorspannung hat einen enormen negativen Effekt auf das Verformungsverhalten der Betonvarianten.

Im Vergleich der Betonvarianten untereinander konnte man sehen, dass mit einer CFK-Bewehrung in etwa die gleiche Bauteilhöhe wie bei der konventionellen Stahlbetonvariante erreicht werden kann. Dies jedoch gepaart mit schlechteren Werten für das GWP und den Materialkosten. Die CFK-Variante benötigt einen höheren Bewehrungsgehalt um den niedrigeren E-Modul im Vergleich zum Bewehrungsstahl auszubalancieren. Die niedrigere Betondeckung hilft der CFK-Variante hingegen. Aufgrund der schlechteren Ökodaten und Materialkosten ist der Einsatz von CFK-Bewehrung anstatt Bewehrungsstahl für diese Anwendung nicht sinnvoll. Die mechanischen Eigenschaften der GFK-Bewehrung reichen nicht aus, um für diese Anwendung als Alternative zu dienen. Hinsichtlich der FVK-Bewehrungsstäbe lässt sich sagen, dass aufgrund der geringen Dauerhaftigkeitsansprüche dieser Treppe allein durch die geringere Betondeckung kein Vorteil gegenüber den anderen Materialien gegeben ist. Ein Vergleich für Bauteile, die in konventioneller Stahlbetonweise weitaus höhere Betondeckungen benötigen, wäre interessant.

Mithilfe des Einsatzes von UHPC kann im Vergleich zu den normalfesten Betonvarianten fast die Hälfte der Bauteilhöhe eingespart werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch den

höheren E-Modul die Steifigkeit des Bauteils steigt und weiters zufolge der höheren Zugfestigkeit das Rissmoment größer wird, wodurch ein geringerer Anteil des Bauteils in den gerissenen Zustand gelangt. Beim Vergleich zur Stahlvariante konnte ausschließlich die UHPC-Variante in puncto Bauteilhöhe mithalten. In Sachen GWP und Materialkosten, wurde ein deutlicher Vorsprung der Stahlvariante nachgewiesen, weshalb ein Einsatz der UHPC-Variante in einer Lebenszyklusanalyse betrachtet werden sollte, um die tatsächlichen Auswirkungen in Bezug auf diese Punkte beurteilen zu können. Wenn nur die Bauteildicke in die Entscheidungsfindung eingeht, würde die UHPC-Variante neben der Stahlvariante die geeignetste Lösung darstellen eine schlanke, repräsentative Treppe zu errichten.

Die numerischen Analysen zeigten im Vergleich zur analytischen Berechnung niedrigere Verformungen an. Mögliche Ursachen für das steifere Verhalten in der FE-Berechnung sind die Berücksichtigung der Stufen im Modell und die Bewehrung. Weiters kann ein Anteil auch den unterschiedlichen Rechenmethoden zugeordnet werden. Eine Aussage über das Schwingungsverhalten konnte anhand der FE-Berechnung nicht getroffen werden. In Bezug auf das Bruchverhalten stellt sich bei allen Varianten ein Spaltzugriss im linken Knick zwischen der Laufplatte und dem Podest ein. Obwohl die Traglast zu diesem Zeitpunkt bereits weit über der Gebrauchslast liegt, wurde eine Anordnung mit Bügeln untersucht. Dabei zeigte sich, dass durch diese Maßnahme bei den normalfesten Varianten eine erhebliche Traglaststeigerung ermöglicht wird, während bei der UHPC-Variante eine Anordnung von Bügeln, aufgrund einer sehr geringen Traglastserhöhung, keine großen Reserven mit sich bringt.

Infolge der Parameterstudie konnte gezeigt werden, dass bei geringen Spannweiten der Unterschied zwischen den verschiedenen Varianten deutlich schrumpft, wodurch eine Ausführung in Stahlbeton in Anbetracht der gesamtheitlichen Situation am geeignetsten erscheint. Bei einer Spannweite von 10,0m konnte die Fähigkeiten des UHPC ausgenutzt werden, indem dieser aufgrund der höheren Zugfestigkeit nicht in den gerissenen Zustand gelangt und durch die deutlich höhere Steifigkeit geringere Bauteilhöhen ermöglicht. Sobald allerdings Spannweiten erreicht werden, bei denen dieser Effekt nicht gegeben ist und auch der UHPC-Bauteil vollkommen reißt, zeigt sich die Verwendung von Stahl als beste Lösung.

7.2 Ausblick

Da es für die Dimensionierung von FVK-Bewehrungsstäben keine Richtlinie in Österreich gibt, wurde in der vorliegenden Arbeit auf Richtlinien aus anderen Ländern bzw. wissenschaftliche Arbeiten zurückgegriffen. In der neuen Generation des Eurocodes 2 werden voraussichtlich FVK-Bewehrungsstäbe inkludiert sein. Dahingehend wäre eine Vergleichsberechnung bei Veröffentlichung der Norm interessant. Ebenfalls von Interesse sind Versuche, um die Berechnungsergebnisse zu validieren. Da in dieser Arbeit ausschließlich der Herstellungsprozess betrachtet wurde, ist weiters eine Lebenszyklusanalyse der verschiedenen Varianten hinsichtlich des GWP und der Gesamtkosten ein wichtiger Faktor für eine bessere Entscheidungsgrundlage. Dahingehend sollten weitere Überlegungen vorgenommen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] ACI 440.1R-15: *Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP Bars)*. American Concrete Institute, Feb. 2017.
- [2] baubook. *baubook-Richtwert – Stahl*. 2021. URL: <https://www.baubook.at/> (Zugriff am 02.05.2021).
- [3] BaunetzWissen. *Glossar – Treibhauspotenzial*. 2021. URL: <https://www.baunetzwissen.de/glossar/t/treibhauspotenzial-6305134> (Zugriff am 24.07.2021).
- [4] P. H. Bischoff und S. P. Gross. „Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature“. In: *Journal of Composites for Construction* (2011), S. 263–273.
- [5] J. Braun. „Bemessungsansatz zur Beurteilung der Querschnittstragfähigkeit infolge Biegung mit Längskraft von textilbewehrten Bauteilen aus Ultrahochleistungsbeton“. Diplomarbeit. Technische Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen, 2017.
- [6] S. L. Burtscher. *Faserverbundwerkstoffe - Betonbau 3 Vorlesung*. Wien, 2013.
- [7] V. Cervenka, L. Jendele und J. Cervenka. *ATENA Program Documentation Part 1 – Theory*. 2016.
- [8] M. Curbach und F. Jesse. „Eigenschaften und Anwendung von Textilbeton“. In: *Beton- und Stahlbetonbau (104)* 1 (2009), S. 9–16.
- [9] *DAS RAIQA - DAS SIEGERPROJEKT*. URL: <https://www.dasraiqa.tirol/das-siegerprojekt> (Zugriff am 17.06.2021).
- [10] *DIN EN 206-1:2011 07: Beton – Teil 1: Festlegungen, Eigenschaften, herstellungen und Konformität – Deutsche Fassung EN 206-1:2000*. Berlin: DIN Deutsches Institut für Normung e.V, Juli 2001.
- [11] E. Fehling, M. Schmidt, J. Walraven, T. Leutbecher und S. Fröhlich. „Ultrahochfester Beton UHPC“. In: *Beton-Kalender 2013: Lebensdauer und Instandsetzung - Brandschutz*. Hrsg. von K. Bergmeister, F. Fingerloos und J.-D. Wörner. Berlin: Ernst Sohn GmbH Co. KG, 2013, S. 117–240. ISBN: 978-3-433-03000-4.
- [12] *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Berlin: Ernst Sohn GmbH Co. KG, 2013.
- [13] C. Freudenberg. „Textile Faserstoffe“. In: *Textile Werkstoffe für den Leichtbau*. Hrsg. von C. Cherif. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2011, S. 39–109. DOI: 10.1007/978-3-642-17992-1.
- [14] A. Furche und A. Eckert. „Treppen“. In: *Lehrbuch der Hochbaukonstruktionen*. Hrsg. von N. A. Fouad. Leibniz: Springer-Verlag, 2013, S. 954–985. ISBN: 978-3-519-35015-6.
- [15] Grosschädl. *Lager-Preisliste*. 2021. URL: <http://grosschaedlpreisliste.epaperplus.at/epaper/Gesamtpreisliste.pdf> (Zugriff am 24.07.2021).
- [16] J. Kirnbauer. „Der Vakuummischprozess zur Herstellung von Ultra High Performance Concrete“. Dissertation. Technische Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen, 2013.

- [17] J. Kollegger. *Betonbau Vorlesung 2*. Wien, 2020.
- [18] B. Kromoser. „Ressourceneffizientes Bauen mit Betonfertigteilen – Material - Struktur - Herstellung“. In: *Beton-Kalender 2021: Fertigteile; Integrale Bauwerke*. Hrsg. von K. Bergmeister, F. Fingerloos und J.-D. Wörner. Berlin: Ernst Sohn GmbH Co. KG, 2021, S. 305–356. ISBN: 978-3-433-61021-3.
- [19] C. H. Kulas. „Zum Tragverhalten getränkter textiler Bewehrungselemente für Betonbauteile“. Dissertation. RWTH Aachen, Fakultät für Bauingenieurwesen, 2013.
- [20] J. Niewels. „Zum Tragverhalten von Betonbauteilen mit Faserverbundkunststoff-Bewehrung“. Dissertation. RWTH Aachen, Fakultät für Bauingenieurwesen, 2008.
- [21] *OIB-Richtlinie 4: April 2019: Nutzungssicherheit und Barrierefreiheit*. Wien: Österreichisches Institut für Bautechnik, Apr. 2019.
- [22] *ÖNORM B 1991-1-1:2020 12 01: Eurocode 1 – Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen - Wichten, Eigengeiwcht, Nutzlasten im Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Dez. 2020.
- [23] *ÖNORM B 1991-1-1:2013 01 01: Eurocode – Grundlagen der Tragwerksplanung – Teil 1: Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Jan. 2013.
- [24] *ÖNORM B 1992-1-1:2018 01 01: Eurocode 2 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Jan. 2018.
- [25] *ÖNORM B 1995-1-1:2019 06 01: Eurocode 5 – Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Juni 2019.
- [26] *ÖNORM B 4710-1-1:2018 01 01: Schallschutz und Raumakustik im Hochbau – Teil 4: Maßnahmen zur Erfüllung der schalltechnischen Anforderungen*. Wien: Austrian Standards, Sep. 2003.
- [27] *ÖNORM B 5371:2021 03 01: Treppen, Geländer und Brüstungen in Gebäuden und von Außenanlagen – Grundlagen für die Planung und Ausführung*. Wien: Austrian Standards, März 2021.
- [28] *ÖNORM B 8115-4:2003 09 01: Schallschutz und Raumakustik im Hochbau – Teil 4: Maßnahmen zur Erfüllung der schalltechnischen Anforderungen*. Wien: Austrian Standards, Sep. 2003.
- [29] *ÖNORM EN 15804:2020 02 15: Nachhaltigkeit von Bauwerken – Umweltproduktdeklarationen – Grundregeln für die Produktkategorie Bauprodukte*. Wien: Austrian Standards, Feb. 2020.
- [30] *ÖNORM EN 1991-1-1:2011 09 01: Eurocode 1 – Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen - Wichten, Eigengeiwcht, Nutzlasten im Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Sep. 2011.
- [31] *ÖNORM EN 1992-1-1:2015 02 15: Eurocode 2 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Feb. 2015.
- [32] *ÖNORM EN 934-2:2012 07 15: Zusatzmittel für Beton, Mörtel und Einpressmörtel – Teil 2: Betonzusatzmittel – Definitionen, Anforderungen, Konformität, Kennzeichnung und Beschriftung*. Wien: Austrian Standards, Juli 2012.

- [33] A. Pech und A. Kolbitsch. *treppen/stiegen*. 1. Aufl. Wien: Springer-Verlag, 2015. ISBN: 3-211-21499-2.
- [34] S. Rempel, M. Ricker und J. Hegger. „Biegebemessungsmodell mit einer geschlossenen und iterativen Lösung für Textilbetonbauteile“. In: *Beton- und Stahlbetonbau (115)* (2020).
- [35] Rohrdorfer. *Preisliste 2021 – Transportbeton*. 2021. URL: https://www.rohrdorfer.at/3290_DE (Zugriff am 24.07.2021).
- [36] A. I. Schachinger. „Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität“. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Baustoffkunde und Werkstoffprüfung, 2007.
- [37] A. Schumann, M. May und M. Curbach. „Carbonstäbe im Bauwesen – Teil 1: Grundlegende Materialcharakteristiken“. In: *Beton- und Stahlbetonbau Spezial* (2018), S. 16–21.
- [38] A. Schumann, M. May, F. Schladitz, S. Scheerer und M. Curbach. „Carbonstäbe im Bauwesen – Teil 2: Verbundverhalten – Verbundversuche an unterschiedlichen Carbonstäben“. In: *Beton- und Stahlbetonbau (115)* 12 (2020), S. 962–971.
- [39] solidian. *Technisches Datenblatt – solidian REBAR CCE, solidian REBAR RBE*. 2020. URL: <https://solidian.com/de/downloads-de/> (Zugriff am 05.11.2020).
- [40] *Übereinkommen von Paris*. 2021. URL: https://ec.europa.eu/clima/policies/international/negotiations/paris_de (Zugriff am 18.09.2021).
- [41] A. Younes, A. Seidel, S. Rittner, C. Cherif und R. Thyroff. „Innovative textile Bewehrungen für hochbelastbare Betonbauteile“. In: *Beton- und Stahlbetonbau (113)* 12 (2015), S. 16–21.
- [42] K. Zilch und G. Zehetmeier. *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. 2. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 2010. ISBN: 978-33-540-70637-3.

A Excel-Berechnungen

A.1 STB-Variante

STAIRWAY DESIGN - Steel Reinforced Concrete

POSITION: Stairway: h = 60 cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

h	height	60	cm
----------	--------	----	----

STAIRWAY GEOMETRY

stairway, h = 60 cm, gradient ratio 17 / 30 cm, live load p=4kN/m², finishing load p=1,73kN/m²

DESIGN MOMENTS

MEd + (1)	field area (1)	615	kNm/m
------------------	----------------	-----	-------

DESIGN SHEAR FORCE

VEd + (1)	support area (1)	203	kN/m
------------------	------------------	-----	------

MATERIAL CONCRETE

		C50/60	
Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm ²
fck	characteristic strength	5,00	kN/cm ²
α,cc	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	fck/1,50*alpha	3,33	kN/cm ²
fctm	average strength	0,41	kN/cm ²
GWP	global warming potential	300	kg CO2 eq/m ³
MP	material price	124,00	€/m ³

MATERIAL REINFORCEMENT

		B550	
fyk	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm ²
fyd	fyk/1,15	47,83	kN/cm ²
ρ	density	7850	kg/m ³
GWP	global warming potential	0,24	kg CO2 eq/kg
MP	material price	0,92	€/kg

INPUT DATA

REINFORCEMENT:

c	clear cover	35	mm
---	-------------	----	----

	d1 cm	e mm	d mm	As cm ² /m	As*d1
1. upper layer	4,10	100	12	11,31	46,37
2. upper layer	5,30	100	12	11,31	59,94
1. upper add. Layer	0,00			0,00	0,00
2. upper add. Layer	0,00			0,00	0,00
2. lower add. layer	0,00			0,00	0,00
1. lower add. Layer	8,50	100	16	20,11	170,90
2. layer - transversal	6,90	100	16	20,11	138,73
1. layer - longitudinal	4,80	100	26	53,09	254,85

mean	d1 cm	dm	As_min	As cm ² /m	AS*d1	ρ,l
1. upper layer	4,10	55,90	10,83	11,31	46,37	0,20%
2. upper layer	5,30	54,70	10,60	11,31	59,94	0,21%
2. lower layer	6,90	53,10	10,29	20,11	138,73	0,38%
1. lower layer	5,82	54,18	10,50	73,20	425,75	1,35%

d,s	diameter longitudinal reinforcement support	16	mm
e,s	distance between longitudinal reinforcement support	5,0	cm

DEFLECTION:

ψ2	longterm load combination factor	0,3	
n,req	required reinforcement	e,req= 23,50	100%
w,c	superelevation	L / w,c = /	0,00 cm
wk,lim	permissible crack width		0,4 mm
t0	start of load		60 days

SUMMARY OF CALCULATIONS

bending	MRd =	1.708 kNm	36%
shear forces	VRd =	426 kN	48%
shear forces (support)	VRd =	226 kN	90%
limiting slenderness	present slenderness =	22,3	64%
short term deflection	w,0 =	2,11 cm	52%
long term deflection	wges,oo =	3,60 cm	74%
stress limit reinforcement	σ,s =	13,21 kN/cm ²	OK
stress limit concrete	σ,c =	0,94 kN/cm ²	OK
crack width	wk =	0,04 mm	10%
vibration	f1 =	4,54 Hz	OK
GWP		3441 kg CO2 eq	
material costs		2188,33 €	

ULS - Bending and Shear Force Design

EN 1992-1-1

POSITION: Stairway: $h = 60 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

mean	d1 cm	dm	As_min	As cm2/m	As * d1	ρ, l	
1. upper layer	4,10	55,90	10,83	11,31	46,37	0,20%	M=0
2. upper layer	5,30	54,70	10,60	11,31	59,94	0,21%	M=0
2. lower layer	6,90	53,10	10,29	20,11	138,73	0,38%	M=0
1. lower layer	5,82	54,18	10,50	73,20	425,75	1,35%	---

bending resistance

		x cm	x,lim cm	z	Fc	MRd kNm/m	MEd/MRd
MRd - (1)	support area (1)	2,00	33,2	55,1	541	298	0%
MRd - (2)	support area (2)	2,00	32,5	53,9	541	291	0%
MRd + (2)	field area (2)	3,56	31,5	51,6	962	496	0%
MRd + (1)	field area (1)	12,97	32,19	48,79	3.501	1.708	36%

shear force resistance

CRd,c	0,18 / $\gamma_c = 0,18 / 1,50$		0,12
$\rho (d)$	$As / (100 * dm) < 0,02$		
k1			0,15
k	$1 + (200/d)^{0,5} < 2$		
NEd	NEd > 0 for compression		
σ_{cp}	N/mm2		
v_{min}	$0,035 * k^{3/2} * f_{ck}^{1/2}$		
VRd,c min	$(v_{min} + k1 * \sigma_{cp}) * b * dm$		
membrane force	direction (1)	(+) compression, (-) tension	
membrane force	direction (2)	(+) compression, (-) tension	

NEd kN/m	σ_{cp}	
0	0,000	N/mm2
0	0,000	N/mm2

shear force resistance

		EN 1992-1-1 (6.3N) (6.2.a) (6.2.b)				VRd,c kN/m	VEd/VRd		
without shear reinforcement		dm	roh (d)	k	v_{min}	VRd,c	VRd,c min		
VRd - (1)	support area (1)	55,90	0,20%	1,60	0,500	232	280	280	0%
VRd - (2)	support area (2)	54,70	0,21%	1,60	0,503	229	275	275	0%
VRd + (2)	field area (2)	53,10	0,38%	1,61	0,507	274	269	274	0%
VRd + (1)	field area (1)	54,18	1,35%	1,61	0,504	426	273	426	48%

ULS - Shear Force Design support

EN 1992-1-1

POSITION: Stairway: $h = 60 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

SECTION FORCES

VEd	design shear force	203	kN
------------	--------------------	-----	----

GEOMETRY

h	height	250	mm
b	width	1000	mm
A,c	cross-sectional area	250000	mm ²
c	clear cover	35	mm
d1	edge distance bars	43	mm
dm	statically effective height	207	mm
z	inner lever of reinforcement $\sim 0,9 \times d$	186	mm

MATERIAL PARAMETERS

fck	char. concrete strength	50	N/mm ²
fcd	design concrete strength	30	N/mm ²
fyk	characteristic reinforcement yield strenght	550	N/mm ²
fyd	design reinforcement yield strenght	478	N/mm ²

LONGITUDINAL REINFORCEMENT CONSOLE

d	bars diameter	16	mm
e	bars distance	50	mm
e,min	minimum distance	$\max(1,4 \cdot d, s; \text{GK}; 20\text{mm}) =$	32 mm
n	number of bars	20,0	-
vorh As	present reinforcement area	40,2	cm ² /m
vorh ρ, l	present percentage of reinforcement	$A, l, s / (d \cdot m \cdot b) =$	1,94 %

SHEAR FORCE RESISTANCE WITHOUT SHEAR REINFORCEMENT

CRd,c	factor	$0,18 / \gamma_c =$	0,12	-
k	factor	$1 + (200 / d \text{m})^2 < 2,0 =$	1,98	-
k1	factor		0,15	
v,min	factor	$0,035 \cdot k^1 \cdot 1,5 \cdot f_{ck}^{0,5} =$	0,691	
V,Rd,c,min	min. shear force resistance	$(v, \text{min} + k \cdot 1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b \cdot d \text{m} =$	143	kN
V,Rd,c	shear force resistance	$(CRd, c \cdot k^1 \cdot (\rho, l \cdot 100 \cdot f_{ck})^{1/3} + k \cdot 1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b \cdot d \text{m} =$	226	kN
V,Rd,max	max. shear force resistance	$0,5 \cdot b \cdot d \text{m} \cdot v \cdot f_{cd} =$	1490	kN
V,Rd	shear force resistance	$\min(\max(V, RD, c, \text{min}; V, RD, c, 1); V, RD, \text{max}) =$	226	kN
η	utilisation factor	$V, Ed / V, Rd =$	0,90	< 1,00 OK

SLS - Limiting Slenderness

EN 1992-1-1

POSITION: Stairway: $h = 60 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

SECTION			
h	height	60	cm
b	width of the slab	100	cm

GEOMETRY			
L ₀	clear support distance	12,10	m
f _{sys}	factor for span of static system	1,00	-
L _{eff}	effective span	12,10	m

INTERNAL SECTION FORCES & MOMENTS			
ME _d	design moment	615	kNm
ME _{qs}	quasi-static moment	396	kNm

MATERIAL CONCRETE			
		C50/60	
Ec _{0m}	young's modulus	3.700	kN/cm ²
f _{ck}	concrete cubic strength	5,00	kN/cm ²
α _{cc}	factor for fatigue strength	1,00	
f _{cd}	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	3,33	kN/cm ²
f _{ctm}	mean tensile strength	0,41	kN/cm ²
φ _∞	longterm creep coefficient	1,24	-

MATERIAL REINFORCEMENT			
		B550	
f _{yk}	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm ²
f _{yd}	reinforcement $f_{yk}/1,15$	47,83	kN/cm ²
Es	reinforcement young's modulus	21.000	kN/cm ²

REQUIRED REINFORCEMENT			
n _{erf}	required number of bars	e _{req} = 23,50	cm
d _{erf}	bars diameter	26	mm
As _{erf}	required area of reinforcement	22,59	cm ²
c	clear cover	35	mm
d ₁	edge distance bars	4,8	cm
d _m	statically effective height	55,2	cm
ρ _l	present percentage of reinforcement	0,41%	
x	compression zone	4,0	cm
z _s	inner lever of reinforcement	57,2	cm
MR _{d,erf}	required bending resistance	618,02	kNm
η	utilisation factor	100%	

PRESENT REINFORCEMENT			
As _{vorh}	present area of reinforcement	73,20	cm ²
η	utilisation factor	As _{erf} /As _{vorh} =	31%
α _s	ratio young's moduls	Es/Ec _{0m} =	5,68
d _m	statically effective height	54,18	cm
ρ _l	present percentage of reinforcement	1,35%	
x	compression zone	17,47	cm
z _s	inner lever of reinforcement	48,4	cm
I ₂	moment of inertia state II	$b \cdot x^3/3 + As_{vorh} \cdot \alpha_s \cdot (d-x)^2 =$	737.718
σ _s	present reinforcement tension	$(ME_{qs}/I_2) \cdot (d-m) \cdot \alpha_s =$	111,90
ρ ₀	reference percentage of reinforcement	$10^{(-3) \cdot (f_{ck})^{0,5}} =$	0,71%
ρ _{erf}	required percentage of reinforcement		0,41%
ρ _'	required percentage of compressive reinforcement		0,00%

LIMITING SLENDERNESS			
d	statically effective height	54,18	cm
L	span	1210	cm
K	EN 1992-1-1 (Table 7.4N)	1	
(L/d) _{ref}	EN 1992-1-1 (7.16.a; 7.16.b)	43,4	
erf (L/d _m)	limiting slenderness acc. to EN 1992-1-1 (7.17)	$310/\sigma_{s,s} =$	2,77
vorh (L/d _m)	present bending slenderness		22,3
η	utilisation factor	vorh (L/d) / erf (L/d) =	64%

Creeping and Shrinkage

EN 1992-1-1

INPUT

fck		50,00	N/mm2
fcm		58	N/mm2
RH		50%	
t0	start of load	60	days
t		18250	days

CROSS SECTION

RECTANGULAR

h		600,00	mm
b		1200,00	mm
Ac	concrete area	720.000	mm2
u	perimeter	3.600	mm
h0	2 * Ac/u	400	mm
kh		0,725	
α 1	(35/fcm)^0,7	0,702	
α 2	(35/fcm)^0,2	0,904	
α 3	(35/fcm)^0,5	0,777	
φ,RH	EN 1992-1-1 (B.1 - B.3a;B.3b)	1,335	
β (fcm)	16,8 / (fcm)^0,5	2,206	
β,H,calc	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a;B.8b)	794	
β,H,max	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a;B.8b)	1165	
β,H	min(β,H,calc; β,H,max)	794	
β (t0)	1/(0,1+(t0)^0,2)	0,422	
φ,0 (t=∞)	EN 1992-1-1 (B.1 - B.1)	1,243	
β,c (t,t0)	((t-t0)/(β,H+t-t0))^0,3	0,99	
φ (t,t0)	φ,0 * β,c (t,t0)	1,227	

CEMENT

cement S cement N cement R

alpha ds1	3	4	6	4
alpha ds2	0,13	0,12	0,11	0,12
alpha, cement	-1	0	1	0

beta RH	1,55*(1-RH^3)	1,356
epsilon cd,0	0,85*((220+110*alpha ds1) * exp(-alpha ds2*fcm/fcm0))^10^-6*beta RH	0,00038
epsilon cd,∞	epsilon cd,0 * kh	0,028% 0,00028
beta as (t)	1-e^(-0,2*t^0,5)	
epsilon ca,∞	2,5*(fck-10)	0,00010
epsilon cs, ∞		0,00038

SLS - Deflection

EN 1992-1-1

POSITION: Stairway: $h = 60 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

h	height	60	cm
b	width of the slab	100	cm
l	span	12,1	m

INTERNAL SECTION FORCES & MOMENTS

MEqs	$g+p*\psi_2$	0	396,14	0	396	kNm
MEk	$g+p$	0	447,39	0	447	kNm
MEd	$1,35*g+1,50*p$				615	kNm

MATERIAL CONCRETE

C50/60

Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete cubic strength	5,00	kN/cm2
α_{cc}	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50*\alpha$	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2

MATERIAL REINFORCEMENT

B550

fyk	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm2
fyd	reinforcement $fyk/1,15$	47,83	kN/cm2
Es	reinforcement young's modulus	21.000	kN/cm2

PRESENT REINFORCEMENT CONFIGURTION

ϕ_{oo}		1,24	
$\epsilon_{cd,oo}$		0,00028	
$\kappa_{cs \text{ I}}$		3,44E-06	
$\kappa_{cs \text{ II}}$		5,95E-06	
Ec0m		3.700	kN/cm2
Ec,eff	$Ec0m / (1+\phi_{oo})$	1.649	kN/cm2
α_s	$= Es / Ec0m$	5,68	
$\alpha_{s,eff}$	$= Es / Ec,eff$	12,73	
I 1	uncracked moment of inertia state	1.800.000	cm4
EI 10	short term bending stiffness	f= 1,00	6,66E+09 kNcm2
EI 100	long term bending stiffness	f= 2,24	2,97E+09 kNcm2
As	present area of reinforcement	73,20	cm2
dm	statically effective height	54,18	cm
ρ_l	present percentage of reinforcement	1,35%	
xll 0	compression zone	17,47	cm
zll	inner lever of reinforcement	48,36	cm
I 2 0	cracked moment of inertia state	737.718	cm4
EI 20	short term bending stiffness	f= 2,44	2,73E+09 kNcm2
xll oo	compression zone	23,80	cm
I 2 oo	cracked moment of inertia state	1.309.772	cm4
EI 200	long term bending stiffness	f= 3,08	2,16E+09 kNcm2

DISTRIBUTION VALUE

MEk		447,4	kNm
MEqs		396,1	kNm
Mcr	cracking moment	$(b*h^2/6)*fctm$	246,0 kNm
Mcr/Mek		0,55	
β	(1..short impact; 0,5..periodic)	0,50	
ζ	$1-\beta*(Mcr/MEk)^2$	EN 1992-1-1 (7.19)	0,85

STRESS LIMITS				
$\sigma_{s,0}$	present reinforcement tension	$(MEk/l \ 2 \ 0) \cdot (dm-x) \cdot \alpha_{s,0}$	12,64	kN/cm ²
$\sigma_{s,oo}$	long time reinforcement tension	$(MEk/l \ 2 \ oo) \cdot (dm-x) \cdot \alpha_{s,oo}$	13,21	kN/cm ²
σ_s			13,21	kN/cm²
$\sigma_{s,lim}$		$0,80 \cdot f_{yk}$	44,00	kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(MEk/l \ 2 \ 0) \cdot x$	1,06	kN/cm ²
$\sigma_{c,oo}$	long time concrete tension	$(MEk/l \ 2 \ oo) \cdot x$	0,81	kN/cm ²
σ_c			1,06	kN/cm²
$\sigma_{c,lim}$		$0,60 \cdot f_{ck}$	3,00	kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(MEqs/l \ 2 \ 0) \cdot x$	0,94	kN/cm ²
$\sigma_{c,oo}$	long time concrete tension	$(MEqs/l \ 2 \ oo) \cdot x$	0,72	kN/cm ²
σ_c			0,94	kN/cm²
$\sigma_{c,lim}$		$0,45 \cdot f_{ck}$	2,25	kN/cm²

VIRTUAL MOMENTS		
δM	virtual moment	303

DEFLECTION		EN 1992-1-1 (7.18)
w,c	superelevation	0,0 cm

		1	2		
		LIMIT	STATE I	CRACKED	STATE II
w,c	< L / 250	4,84			0,00 cm
w,0	< L / 300	4,03	1,02	2,50	2,28 cm
w,oo			2,04	2,80	2,68 cm
w,cs			0,63	1,09	1,02 cm
w,oo ges	< L / 250	4,84			3,70 cm
w,0,S	< L / 300	4,03			2,11 cm
w,oo,S	< L / 250	4,84			3,60 cm

SIMPSON-INTEGRATION		
L		12,10 m
p,k		24,45 kN/m
MEk		614,95 kNm
VEk		147,90 kN
p,qS		21,65 kN/m
MEqs		396,14 kNm
VEqs		130,96 kN
A,c,eff		1500 cm ²
$\rho_{s,eff}$		4,88%
$\Delta\sigma_{sr,Erstriss}$		7,992 kN/cm ²
σ_{sr1}		1,876 kN/cm ²
σ_{sr2}		6,949 kN/cm ²
$\Delta\sigma_{sr}$		5,073 kN/cm ²
$\Delta\epsilon_{sr}$		0,00024

	x [m]	Mek [kNm]	MEqs [kNm]	i	simpson	x [m]	MEk [kNcm]	MEqs [kNcm]	SM	Mcrl [kNcm]
0	0,00	0,00	0,00	1	1	0,00	0	0	0	24600
1	0,40	57,66	51,06	2	4	0,40	5766	5106	20	24600
2	0,81	111,35	98,60	3	2	0,81	11135	9860	40	24600
3	1,21	161,06	142,61	4	4	1,21	16106	14261	61	24600
4	1,61	206,79	183,11	5	2	1,61	20679	18311	81	24600
5	2,02	248,55	220,08	6	4	2,02	24855	22008	101	24600
6	2,42	286,33	253,53	7	2	2,42	28633	25353	121	24600
7	2,82	320,13	283,46	8	4	2,82	32013	28346	141	24600
8	3,23	349,96	309,87	9	2	3,23	34996	30987	161	24600
9	3,63	375,81	332,76	10	4	3,63	37581	33276	182	24600
10	4,03	397,68	352,13	11	2	4,03	39768	35213	202	24600
11	4,44	415,57	367,97	12	4	4,44	41557	36797	222	24600
12	4,84	429,49	380,30	13	2	4,84	42949	38030	242	24600
13	5,24	439,43	389,10	14	4	5,24	43943	38910	262	24600
14	5,65	445,40	394,38	15	2	5,65	44540	39438	282	24600
15	6,05	447,39	396,14	16	4	6,05	44739	39614	303	24600
16	6,45	445,40	394,38	17	2	6,45	44540	39438	282	24600
17	6,86	439,43	389,10	18	4	6,86	43943	38910	262	24600
18	7,26	429,49	380,30	19	2	7,26	42949	38030	242	24600
19	7,66	415,57	367,97	20	4	7,66	41557	36797	222	24600
20	8,07	397,68	352,13	21	2	8,07	39768	35213	202	24600
21	8,47	375,81	332,76	22	4	8,47	37581	33276	182	24600
22	8,87	349,96	309,87	23	2	8,87	34996	30987	161	24600
23	9,28	320,13	283,46	24	4	9,28	32013	28346	141	24600
24	9,68	286,33	253,53	25	2	9,68	28633	25353	121	24600
25	10,08	248,55	220,08	26	4	10,08	24855	22008	101	24600
26	10,49	206,79	183,11	27	2	10,49	20679	18311	81	24600
27	10,89	161,06	142,61	28	4	10,89	16106	14261	61	24600
28	11,29	111,35	98,60	29	2	11,29	11135	9860	40	24600
29	11,70	57,66	51,06	30	4	11,70	5766	5106	20	24600
30	12,10	0,00	0,00	31	1	12,10	0	0	0	24600

El 10 [kNcm ²]	κ I	EI 20 [kNcm ²]	κ II	σsr [kN/cm ²]	σs2 [kN/cm ²]	βt	ζ	κ m	w 0 [cm]
6.66E+09	0,00E+00	2,73E+09	0,00E+00	7,992	0,000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00
6.66E+09	8,66E-07	2,73E+09	2,11E-06	7,992	1,629	0,4	0,000	8,66E-07	9,39E-04
6.66E+09	1,67E-06	2,73E+09	4,08E-06	7,992	3,145	0,4	0,000	1,67E-06	1,81E-03
6.66E+09	2,42E-06	2,73E+09	5,90E-06	7,992	4,550	0,4	0,000	2,42E-06	7,87E-03
6.66E+09	3,10E-06	2,73E+09	7,58E-06	7,992	5,842	0,4	0,000	3,10E-06	6,73E-03
6.66E+09	3,73E-06	2,73E+09	9,11E-06	7,992	7,021	0,4	0,000	3,73E-06	2,02E-02
6.66E+09	4,30E-06	2,73E+09	1,05E-05	7,992	8,098	0,4	0,388	6,70E-06	2,18E-02
6.66E+09	4,81E-06	2,73E+09	1,17E-05	7,992	9,043	0,4	0,587	8,87E-06	6,73E-02
6.66E+09	5,25E-06	2,73E+09	1,28E-05	7,992	9,886	0,4	0,730	1,08E-05	4,68E-02
6.66E+09	5,64E-06	2,73E+09	1,38E-05	7,992	10,616	0,4	0,809	1,22E-05	1,19E-01
6.66E+09	5,97E-06	2,73E+09	1,46E-05	7,992	11,234	0,4	0,819	1,30E-05	7,06E-02
6.66E+09	6,24E-06	2,73E+09	1,52E-05	7,992	11,739	0,4	0,827	1,37E-05	1,63E-01
6.66E+09	6,45E-06	2,73E+09	1,57E-05	7,992	12,132	0,4	0,833	1,42E-05	9,23E-02
6.66E+09	6,60E-06	2,73E+09	1,61E-05	7,992	12,413	0,4	0,837	1,45E-05	2,05E-01
6.66E+09	6,69E-06	2,73E+09	1,63E-05	7,992	12,582	0,4	0,839	1,48E-05	1,12E-01
6.66E+09	6,72E-06	2,73E+09	1,64E-05	7,992	12,638	0,4	0,839	1,48E-05	2,41E-01
6.66E+09	6,80E-06	2,73E+09	1,63E-05	7,992	12,582	0,4	0,837	1,45E-05	2,05E-01
6.66E+09	6,45E-06	2,73E+09	1,57E-05	7,992	12,132	0,4	0,833	1,42E-05	9,23E-02
6.66E+09	6,24E-06	2,73E+09	1,52E-05	7,992	11,739	0,4	0,827	1,37E-05	1,63E-01
6.66E+09	5,97E-06	2,73E+09	1,46E-05	7,992	11,234	0,4	0,819	1,30E-05	7,06E-02
6.66E+09	5,64E-06	2,73E+09	1,38E-05	7,992	10,616	0,4	0,809	1,22E-05	1,19E-01
6.66E+09	5,25E-06	2,73E+09	1,28E-05	7,992	9,886	0,4	0,730	1,08E-05	4,68E-02
6.66E+09	4,81E-06	2,73E+09	1,17E-05	7,992	9,043	0,4	0,587	8,87E-06	6,73E-02
6.66E+09	4,30E-06	2,73E+09	1,05E-05	7,992	8,098	0,4	0,388	6,70E-06	2,18E-02
6.66E+09	3,73E-06	2,73E+09	9,11E-06	7,992	7,021	0,4	0,000	3,73E-06	2,02E-02
6.66E+09	3,10E-06	2,73E+09	7,58E-06	7,992	5,842	0,4	0,000	3,10E-06	6,73E-03
6.66E+09	2,42E-06	2,73E+09	5,90E-06	7,992	4,550	0,4	0,000	2,42E-06	7,87E-03
6.66E+09	1,67E-06	2,73E+09	4,08E-06	7,992	3,145	0,4	0,000	1,67E-06	1,81E-03
6.66E+09	8,66E-07	2,73E+09	2,11E-06	7,992	1,629	0,4	0,000	8,66E-07	9,39E-04
6.66E+09	0,00E+00	2,73E+09	0,00E+00	7,992	0,000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00

2,113

El 100 [MNcm ²]	κ I	El 200 [MNcm ²]	κ II	βt	ξ	κ m	w oo [cm]
2,97E+09	0,00E+00	2,16E+09	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00
2,97E+09	1,72E-06	2,16E+09	2,36E-06	0,25	0,000	1,72E-06	1,87E-03
2,97E+09	3,32E-06	2,16E+09	4,56E-06	0,25	0,000	3,32E-06	3,60E-03
2,97E+09	4,80E-06	2,16E+09	6,60E-06	0,25	0,000	4,80E-06	1,56E-02
2,97E+09	6,17E-06	2,16E+09	8,48E-06	0,25	0,000	6,17E-06	1,34E-02
2,97E+09	7,41E-06	2,16E+09	1,02E-05	0,25	0,000	7,41E-06	4,02E-02
2,97E+09	8,54E-06	2,16E+09	1,17E-05	0,25	0,392	9,79E-06	3,19E-02
2,97E+09	9,55E-06	2,16E+09	1,31E-05	0,25	0,624	1,18E-05	8,94E-02
2,97E+09	1,04E-05	2,16E+09	1,43E-05	0,25	0,791	1,35E-05	5,87E-02
2,97E+09	1,12E-05	2,16E+09	1,54E-05	0,25	0,881	1,49E-05	1,45E-01
2,97E+09	1,19E-05	2,16E+09	1,63E-05	0,25	0,887	1,58E-05	8,57E-02
2,97E+09	1,28E-05	2,16E+09	1,70E-05	0,25	0,892	1,65E-05	1,97E-01
2,97E+09	1,31E-05	2,16E+09	1,76E-05	0,25	0,895	1,71E-05	1,11E-01
2,97E+09	1,33E-05	2,16E+09	1,80E-05	0,25	0,898	1,75E-05	2,47E-01
2,97E+09	1,33E-05	2,16E+09	1,83E-05	0,25	0,899	1,78E-05	1,35E-01
2,97E+09	1,33E-05	2,16E+09	1,83E-05	0,25	0,900	1,78E-05	2,90E-01
2,97E+09	1,31E-05	2,16E+09	1,80E-05	0,25	0,898	1,75E-05	2,47E-01
2,97E+09	1,28E-05	2,16E+09	1,76E-05	0,25	0,895	1,71E-05	1,11E-01
2,97E+09	1,24E-05	2,16E+09	1,70E-05	0,25	0,892	1,65E-05	1,97E-01
2,97E+09	1,19E-05	2,16E+09	1,63E-05	0,25	0,887	1,58E-05	8,57E-02
2,97E+09	1,12E-05	2,16E+09	1,54E-05	0,25	0,881	1,49E-05	1,45E-01
2,97E+09	1,04E-05	2,16E+09	1,43E-05	0,25	0,791	1,35E-05	5,87E-02
2,97E+09	9,55E-06	2,16E+09	1,31E-05	0,25	0,624	1,18E-05	8,94E-02
2,97E+09	8,54E-06	2,16E+09	1,17E-05	0,25	0,392	9,79E-06	3,19E-02
2,97E+09	7,41E-06	2,16E+09	1,02E-05	0,25	0,000	7,41E-06	4,02E-02
2,97E+09	6,17E-06	2,16E+09	8,48E-06	0,25	0,000	6,17E-06	1,34E-02
2,97E+09	4,80E-06	2,16E+09	6,60E-06	0,25	0,000	4,80E-06	1,56E-02
2,97E+09	3,32E-06	2,16E+09	4,56E-06	0,25	0,000	3,32E-06	3,60E-03
2,97E+09	1,72E-06	2,16E+09	2,36E-06	0,25	0,000	1,72E-06	1,87E-03
2,97E+09	0,00E+00	2,16E+09	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00

2,642

Ncs [kN]	Mcs I [kNcm]	kcs I	Mcs II [kNcm]	kcs II	kcs m	w cs [cm]
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	0,00E+00
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	3,73E-03
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	3,73E-03
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	1,12E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	7,47E-03
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	1,87E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	4,42E-06	1,44E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,00E-06	3,80E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,42E-06	2,35E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,65E-06	5,51E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,68E-06	3,07E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,68E-06	6,77E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,68E-06	8,02E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,69E-06	4,32E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,70E-06	9,26E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,70E-06	4,32E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,69E-06	8,02E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,68E-06	3,70E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,68E-06	6,77E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,68E-06	3,07E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,65E-06	5,51E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,42E-06	2,35E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	5,00E-06	3,80E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	4,42E-06	1,44E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	1,87E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	7,47E-03
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	1,12E-02
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	3,73E-03
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	3,73E-03
423	10224	3,44E-06	12846	5,95E-06	3,44E-06	0,00E+00

0,962	3,604
-------	-------

SLS - Vibration

POSITION: Stairway: $h = 60$ cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

h	height	60	cm
b	width	100	cm
L	span	12,1	m

MATERIAL CONCRETE C50/60

Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete cube strength	5,00	kN/cm2
α_{cc}	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2
$\phi_{l,oo}$	longterm creep coefficient ($t=\infty$)	1,24	-

MATERIAL REINFORCEMENT B550

fyk	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm2
fyd	design tensile strenght	47,83	kN/cm2
Es	reinforcement young's modulus	21.000	kN/cm2

LOADS

p,k	characteristic load	24,45	kN/m
p,d	design load	33,60	kN/m
p,qs	quasi-static load	21,65	kN/m

SECTION FORCES

MEk	char. bending moment	447	kNm
MEd	design bending moment	615	kNm
MEqs	quasi-static bending moment	396	kNm

Mcr	cracking moment	246	kNm
------------	-----------------	------------	------------

DESIGN REINFORCEMENT CONFIGURATION

c	clear cover	35	mm
d,stirrup	diameter of shear links	0	mm
d	diameter	26	mm
d1	edge distance bars	5,82	cm
As	design reinforcement area	73,20	cm²
dm	average reinforcement distance	54,18	cm
α_s	ratio young's moduls	5,68	
x	height of compression zone	17,47	cm
z	inner lever of reinforcement	48,36	cm

FLEXURAL STIFFNES CALCULATION

I 1	uncracked moment of inertia	1.800.000	cm4
EI 10	uncracked shortterm bending stiffness	6,66E+09	kNcm2
I 2	cracked moment of inertia	737.718	cm4
min EI 20	fully cracked shortterm bending stiffness ($c=1$)	2,73E+09	kNcm2

VIBRATION CALCULATION

EI eq	cracked shortterm bending stiffness acc. to Bischoff	3,35E+08	Nm2
L	span	12,10	m
m	mass	1872	kg/m2
f1 20, eq	first natural frequency (cracked) acc. to Bischoff	4,54	Hz
f_{l,lim}	critical first natural frequency	1,6 - 2,4 ; 3,5 - 4,5	Hz

SLS - Crack Width

EN 1992-1-1

POSITION: Stairway: $h = 60$ cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: B550

MEqs	quasi-static bending moment	396	kNm
wk,lim	permissible crack width	0,4	mm

GEOMETRY

b_s	width for tension reinforcement	100	cm
h	height	60	cm
c	clear cover vertical	3,5	cm

MATERIAL CONCRETE

C50/60

E_{c0m}	concrete young's modulus	3.700	kN/cm ²
$\varphi_{,oo}$	longterm creep coefficient (t=oo)	1,24	
$E_{cm,eff}$	effective young's modulus	1.649	kN/cm ²
f_{ctm}	mean tensile strength	0,41	kN/cm ²

MATERIAL REINFORCEMENT

B550

f_{yk}	characteristic yield strenght	55,0	kN/cm ²
E_s	reinforcement young's modulus	21.000	kN/cm ²

CRACK WIDTH CALCULATION

$A_{c,eff}$	effective area reinforcement	EN 1992-1-1 (7.3.2 (3))	1417,78	cm ²
A_s	reinforcement area		73,20	cm ²
d	diameter reinforcement		26	mm
z_s	inner lever of reinforcement		48,36	cm
σ_s	present reinforcement tension	$(MEqs/l 2) \cdot (dm-x) \cdot \alpha_{s,s} =$	11,19	kN/cm ²
k_t	coefficient for loading duration (0,4 ... long; 0,6 ... short)		0,4	
$\rho_{p,eff}$	= $A_s / A_{c,eff}$		5,16%	
$\alpha_{s,s}$	= $E_s / E_{cm,eff}$		12,7	
$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}),calc$	EN 1992-1-1 (7.3.4 - 7.9)		0,00028	
$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}),min$	= $0,6 \cdot \sigma_s / E_s$		0,00032	
$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$	= $\max((\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}); (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}),min)$		0,00032	
k_1	compound characteristics (0,8 ... ribbed; 1,6 ... smooth)		0,8	
k_2	strain distribution (0,5 ... bending; 1,0 ... pure tension)		0,5	
k_3	factor	B 1992-1-1 (10.2.7)	0,0	
k_4	factor	B 1992-1-1 (10.2.7 - 22)	0,694	
σ_{eq}	equivalent diameter	EN 1992-1-1 (7.3.4 - 7.12)	22,19	mm
$s_{r,max}$	maximum crack spacing	B 1992-1-1 (10.2.7 - 23)	119	mm
wk	present crack width	EN 1992-1-1 (7.3.4 - 7.8)	0,04	mm
η	utilisation factor	wk/wk,lim =	0,10	< 1,00 OK

A.2 CFK-Variante

STAIRWAY DESIGN - FRP Reinforced Concrete

POSITION: Stairway: h = 62 cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: CCE

h	height	62	cm
----------	---------------	-----------	-----------

STAIRWAY GEOMETRY

stairway, h = 62 cm, gradient ratio 17 / 30 cm, live load p=4kN/m², finishing load p=1,7333333333333333kN/m²

DESIGN MOMENTS

MEd	field area	579	kNm/m
------------	-------------------	------------	--------------

DESIGN SHEAR FORCE

VEd	support area	191	kN/m
------------	---------------------	------------	-------------

MATERIAL CONCRETE

		C50/60	
Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	characteristic strength	5,00	kN/cm2
α,cc	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	fck/1,50*alpha	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2
GWP	global warming potential	300	kg CO2 eq/m3
MP	material price	124,00	€/m ³

MATERIAL REINFORCEMENT

		CCE	
ftk	characteristic tensile strenght	210,00	kN/cm2
ftd	design tensile strength	140,00	kN/cm2
ρ	density	1500	kg/m3
GWP	global warming potential	18,16	kg CO2 eq/kg
MP	material price	9,90	€/m

INPUT DATA

REINFORCEMENT:

c clear cover 19 mm

	d1 cm	e cm	d mm	At cm2	d1 x As
clear cover			19,0		
d,stirrup			0,0		
layer 1	2,70	5,0	16,0	40,21	108,57
layer 2	5,50	5,0	16,0	40,21	221,17
	4,10			80,42	329,74

d,t diameter transversal reinforcement 12 mm
 e,t distance between transversal reinforcement 5 cm
 d,s diameter longitudinal reinforcement support 16 mm
 e,s distance between longitudinal reinforcement support 5 cm

DEFLECTION:

ψ2 longterm load combination factor 0,3
 w,c superelevation 0,00 cm $L / d,c = /$
 wk,lim permissible crack width 0,5 mm
 t0 start of load 60 days
 ρ,l degree of reinforcement 1,39%
 ρ,l,s degree of reinforcement support 1,80%

SUMMARY OF CALCULATIONS

bending	MRd =	1.465 kNm	40%
shear forces (console)	VRd =	419 kN	46%
short term deflection	w,0 =	2,06 cm	51%
long term deflection	w,oo =	3,41 cm	70%
stress limit	σ,s =	11,34 kN/cm2	OK
crack width	wk =	0,08 mm	16%
vibration	f1 =	4,58 Hz	OK
GWP		6873 kg CO2 eq	
material costs		3309,71 €	

ULS - Bending and Shear Force Design

POSITION: Stairway: h = 62 cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: CCE

GEOMETRY			
h	height	62	cm
b	width	100	cm

MATERIAL CONCRETE		C50/60	
Ec0m	concrete young's modulus	3,700	kN/cm2
fck	concrete strength	5,00	kN/cm2
α,cc	factor for fatigue strength	1,00	
ε,cc2	yield strain of concrete	0,0035	
fcd	concrete fck/1,50*alpha	3,33	kN/cm2

MATERIAL REINFORCEMENT		CCE	
f _{tm}	average tensile strength	250,00	kN/cm2
f _{yk}	characteristic tensile strenght	210,00	kN/cm2
CE	environmental reduction factor	1,00	
CC	long standing factor	0,55	
γ _m	partial safety factor	1,50	
f _{td}	design tensile strenght	210,00	kN/cm2
E _{tm}	reinforcement young's modulus	15.800	kN/cm2
ε,td	yield strain of reinforcement	0,0133	

DESIGN SECTION FORCES			
M _{Ed}	internal design moment	579	kNm
V _{Ed}	internal design shear force	191	kN

BENDING TENSION DESIGN					
c	clear cover vertical			19	mm
		d1 cm	e cm	d mm	At cm2
	clear cover			19,0	
	d, stirrup			0,0	
	layer 1	2,70	5,00	16,00	40,21
	layer 2	5,50	5,00	16,00	40,21
	layer 3	0,00	0,00	0,00	0,00
	layer 4	0,00	0,00	0,00	0,00
	average m	4,10		80,42	329,74
d	statically effective height	h-d1			57,90
d,eff	effective statically effective height	if d ≤ 6 cm: (d-4)/0,95; else: d,eff = d			57,90
α, s	ratio young's moduls	E _{tm} /E _{c0m}			4,27
ρ, l	percentage of reinforcement	At/(d,eff*b)			1,39%
ρ, b	balanced percentage of reinforcement	(α, s*f _{cd} ²)/(2*f _{td} *(f _{td} +α, s*f _{cd}))			0,05%
x	compression zone	((α, s*At)/b)*(-1+(1+((2b*d)/(α, s*At))^0,5))			16,80
z	inner lever of reinforcement	d-x/3			52,30

BENDING TENSION FAILURE			
F _{td}	design force reinforcement	f _{td} *At	16889
MR _{d,1}	bending resistance	F _{td} *z	8.833
M _{Ed} /MR _{d,1}	utilisation factor		7%

BENDING COMPRESSION FAILURE			
F _{cd}	design force concrete	f _{cd} *b*x/2	2800
MR _{d,2}	bending resistance	F _{cd} *z	1.465
M _{Ed} /MR _{d,2}	utilisation factor		40%

SHEAR FORCE DESIGN WITHOUT SHEAR REINFORCEMENT - SUPPORT			
CR _{d,c}	calibration factor		0,193
β	coefficient for single loads close to the supports		1,00
n _l	correction factor for lightweight concrete		1,00
At	area of longitudinal reinforcement		40,21
d1	distance between section edge and centre of gravity of longitudinal reinforcement		2,70
dm	average reinforcement distance support		22,30
d,eff	effective average reinforcement distance	if d ≤ 6 cm: (d-4)/0,95; else: d,eff = d	22,30
x	compression zone	((α, s*At)/b)*(-1+(1+((2b*dm)/(α, s*At))^0,5))	7,20
I ₂	cracked moment of inertia state		51.595
z	inner lever of reinforcement	d-x/3	19,90
k	scale factor	1+(200/dm)^0,5 ≤ 2	1,95
ρ, l	degree of reinforcement	At/A _c	1,80%
σ _l	reinforcement tension	M _{Ed} /(z*At)	13,75
VR _{d,c}	shear force resistance	CR _{d,c} *β*n _l *k*(ρ, l*σ _l *f _{ck}) ^{1/3} *b*dm	419
η	utilisation factor	V _{Ed} /VR _{d,c}	46%

SLS - Deflection

POSITION: Stairway: $h = 62 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: CCE

h	height	62	cm
b	width of the slab	100	cm
l	span	12,1	m

INTERNAL SECTION FORCES & MOMENTS

MEqs	$g+p \cdot \psi_2$	0	406,44	0	406	kNm
MEk	$g+p$	0	457,68	0	458	kNm
MEd	$1,35 \cdot g + 1,5 \cdot p$				629	kNm

MATERIAL CONCRETE

		C50/60	
Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete cubic strength	5,00	kN/cm2
α_{cc}	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	concrete fck/1,50*alpha	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2

MATERIAL REINFORCEMENT

		CCE	
ftk	characteristic tensile strenght	210,00	kN/cm2
ftd	design tensile strenght	140,00	kN/cm2
Etm	reinforcement young's modulus	15.800	kN/cm2

PRESENT REINFORCEMENT CONFIGURTION

φ_{oo}			1,24	
$\epsilon_{cd,oo}$			0,00027	
Ec0m			3.700	kN/cm2
Ec,eff	$Ec0m / (1 + \varphi_{oo})$		1.651	kN/cm2
α_s	$= Etm / Ec0m$		4,27	
$\alpha_{s,eff}$	$= Etm / Ec,eff$		9,57	
I 1	uncracked moment of inertia state		1.986.067	cm4
EI 10	short term bending stiffness	f= 1,00	7,35E+09	kNcm2
EI 1oo	long term bending stiffness	f= 2,24	3,28E+09	kNcm2
Mcr	cracking moment	$(b \cdot h^2 / 6) \cdot fctm$	262,7	kNm
At	design reinforcement area		80,42	cm2
d,eff	effective statically effective height		57,90	cm
ρ_l	percentage $At / (d,eff \cdot b)$		1,39%	
xll 0	compression zone		16,80	cm
zll	inner lever of reinforcement		52,30	cm
I 2 0	cracked moment of inertia state		738.189	cm4
EI 20	short term bending stiffness	f= 2,69	2,73E+09	kNcm2
xll oo	compression zone		23,13	cm
I 2 oo	cracked moment of inertia state		1.342.706	cm4
EI 2oo	long term bending stiffness	f= 3,31	2,22E+09	kNcm2

STRESS LIMITS					
$\sigma_{f,0}$		$ME_k/(z_{II} \cdot A_t)$	10,881	kN/cm ²	
$\sigma_{f,\infty}$		$ME_k/(z_{II} \cdot A_t)$	11,339	kN/cm ²	
σ_f			11,34	kN/cm²	
$\sigma_{f,lim}$			0,55 * f_{tk,100} =	115,50	kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(ME_k/I_{2,0}) \cdot x =$	1,04	kN/cm ²	
$\sigma_{c,\infty}$	long time concrete tension	$(ME_k/I_{2,\infty}) \cdot x =$	0,79	kN/cm ²	
σ_c			1,04	kN/cm²	
$\sigma_{c,lim}$			0,60 * f_{ck} =	3,00	kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(ME_{qs}/I_{2,0}) \cdot x =$	0,93	kN/cm ²	
$\sigma_{c,\infty}$	long time concrete tension	$(ME_{qs}/I_{2,\infty}) \cdot x =$	0,70	kN/cm ²	
σ_c			0,93	kN/cm²	
$\sigma_{c,lim}$			0,45 * f_{ck} =	2,25	kN/cm²

VIRTUAL MOMENTS		
δM	virtual moment	303

DEFLECTION		
d _c	superelevation	0,0 cm

		LIMIT	DEFLECTION
w _c	< L / 250	4,84	0,00 cm
w ₀	< L / 300	4,03	2,06 cm
w _∞	< L / 250	4,84	3,41 cm

DEFLECTION		
L		12,10 m
p _k		25,01 kN/m
ME _k		628,85 kNm
VE _k		151,30 kN
p _{qs}		22,21 kN/m
ME _{qs}		406,44 kNm
VE _{qs}		134,36 kN
A _{c,eff}		1550 cm ²
ρ _{s,eff}		5,19%
Δσ _{sr,Erstriss}		7,492 kN/cm ²
σ _{sr1}		1,519 kN/cm ²
σ _{sr2}		6,245 kN/cm ²
Δσ _{sr}		4,726 kN/cm ²
Δε _{sr}		0,00030

	x [m]	MEk [kNm]	MEqs [kNm]	i	simpson	x [m]	MEk [kNm]	MEqs [kNm]	ΔM	MEct [kNm]
0	0,00	0,00	0,00	1	1	0,00	0	0	0	26267
1	0,40	58,99	52,39	2	4	0,40	5899	5239	20	26267
2	0,81	113,91	101,16	3	2	0,81	11391	10116	40	26267
3	1,21	164,77	146,32	4	4	1,21	16477	14632	61	26267
4	1,61	211,55	187,87	5	2	1,61	21155	18787	81	26267
5	2,02	254,27	225,80	6	4	2,02	25427	22580	101	26267
6	2,42	292,92	260,12	7	2	2,42	29292	26012	121	26267
7	2,82	327,50	290,83	8	4	2,82	32750	29083	141	26267
8	3,23	358,01	317,93	9	2	3,23	35801	31793	161	26267
9	3,63	384,45	341,41	10	4	3,63	38445	34141	182	26267
10	4,03	406,83	361,28	11	2	4,03	40683	36128	202	26267
11	4,44	425,14	377,54	12	4	4,44	42514	37754	222	26267
12	4,84	439,38	390,18	13	2	4,84	43938	39018	242	26267
13	5,24	449,55	399,22	14	4	5,24	44955	39922	262	26267
14	5,65	455,65	404,63	15	2	5,65	45565	40463	282	26267
15	6,05	457,68	406,44	16	4	6,05	45768	40644	303	26267
16	6,45	455,65	404,63	17	2	6,45	45565	40463	282	26267
17	6,86	449,55	399,22	18	4	6,86	44955	39922	262	26267
18	7,26	439,38	390,18	19	2	7,26	43938	39018	242	26267
19	7,66	425,14	377,54	20	4	7,66	42514	37754	222	26267
20	8,07	406,83	361,28	21	2	8,07	40683	36128	202	26267
21	8,47	384,45	341,41	22	4	8,47	38445	34141	182	26267
22	8,87	358,01	317,93	23	2	8,87	35801	31793	161	26267
23	9,28	327,50	290,83	24	4	9,28	32750	29083	141	26267
24	9,68	292,92	260,12	25	2	9,68	29292	26012	121	26267
25	10,08	254,27	225,80	26	4	10,08	25427	22580	101	26267
26	10,49	211,55	187,87	27	2	10,49	21155	18787	81	26267
27	10,89	164,77	146,32	28	4	10,89	16477	14632	61	26267
28	11,29	113,91	101,16	29	2	11,29	11391	10116	40	26267
29	11,70	58,99	52,39	30	4	11,70	5899	5239	20	26267
30	12,10	0,00	0,00	31	1	12,10	0	0	0	26267

El 10 [kNcm ²]	κ I	EI 20 [kNcm ²]	κ II	est [kN/cm ²]	σs2 [kN/cm ²]	βt	ζ	κ 0	w 0 [cm]
7,35E+09	0,00E+00	2,73E+09	0,00E+00	7,492	0,0000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00
7,35E+09	8,03E-07	2,73E+09	2,16E+06	7,492	1,4025	0,4	0,000	8,03E-07	8,71E-04
7,35E+09	1,55E-06	2,73E+09	4,17E+06	7,492	2,7082	0,4	0,000	1,55E-06	1,68E-03
7,35E+09	2,24E-06	2,73E+09	6,03E+06	7,492	3,9172	0,4	0,000	2,24E-06	7,30E-03
7,35E+09	2,88E-06	2,73E+09	7,75E+06	7,492	5,0296	0,4	0,000	2,88E-06	6,24E-03
7,35E+09	3,46E-06	2,73E+09	9,31E+06	7,492	6,0451	0,4	0,000	3,46E-06	1,88E-02
7,35E+09	3,99E-06	2,73E+09	1,07E+05	7,492	6,9640	0,4	0,000	3,99E-06	1,30E-02
7,35E+09	4,46E-06	2,73E+09	1,20E+05	7,492	7,7861	0,4	0,441	7,78E-06	5,90E-02
7,35E+09	4,87E-06	2,73E+09	1,31E+05	7,492	8,5116	0,4	0,596	9,78E-06	4,24E-02
7,35E+09	5,23E-06	2,73E+09	1,41E+05	7,492	9,1402	0,4	0,711	1,15E-05	1,12E-01
7,35E+09	5,54E-06	2,73E+09	1,49E+05	7,492	9,6722	0,4	0,796	1,30E-05	7,04E-02
7,35E+09	5,79E-06	2,73E+09	1,56E+05	7,492	10,1075	0,4	0,813	1,37E-05	1,64E-01
7,35E+09	5,98E-06	2,73E+09	1,61E+05	7,492	10,4460	0,4	0,819	1,43E-05	9,28E-02
7,35E+09	6,12E-06	2,73E+09	1,65E+05	7,492	10,6878	0,4	0,823	1,48E-05	2,06E-01
7,35E+09	6,20E-06	2,73E+09	1,67E+05	7,492	10,8329	0,4	0,826	1,49E-05	1,13E-01
7,35E+09	6,23E-06	2,73E+09	1,68E+05	7,492	10,8812	0,4	0,826	1,49E-05	2,43E-01
7,35E+09	6,20E-06	2,73E+09	1,67E+05	7,492	10,8329	0,4	0,826	1,49E-05	1,13E-01
7,35E+09	6,12E-06	2,73E+09	1,65E+05	7,492	10,6878	0,4	0,823	1,48E-05	2,06E-01
7,35E+09	5,98E-06	2,73E+09	1,61E+05	7,492	10,4460	0,4	0,819	1,43E-05	9,28E-02
7,35E+09	5,79E-06	2,73E+09	1,56E+05	7,492	10,1075	0,4	0,813	1,37E-05	1,64E-01
7,35E+09	5,54E-06	2,73E+09	1,49E+05	7,492	9,6722	0,4	0,796	1,30E-05	7,04E-02
7,35E+09	5,23E-06	2,73E+09	1,41E+05	7,492	9,1402	0,4	0,711	1,15E-05	1,12E-01
7,35E+09	4,87E-06	2,73E+09	1,31E+05	7,492	8,5116	0,4	0,596	9,78E-06	4,24E-02
7,35E+09	4,46E-06	2,73E+09	1,20E+05	7,492	7,7861	0,4	0,441	7,78E-06	5,90E-02
7,35E+09	3,99E-06	2,73E+09	1,07E+05	7,492	6,9640	0,4	0,000	3,99E-06	1,30E-02
7,35E+09	3,46E-06	2,73E+09	9,31E+06	7,492	6,0451	0,4	0,000	3,46E-06	1,88E-02
7,35E+09	2,88E-06	2,73E+09	7,75E+06	7,492	5,0296	0,4	0,000	2,88E-06	6,24E-03
7,35E+09	2,24E-06	2,73E+09	6,03E+06	7,492	3,9172	0,4	0,000	2,24E-06	7,30E-03
7,35E+09	1,55E-06	2,73E+09	4,17E+06	7,492	2,7082	0,4	0,000	1,55E-06	1,68E-03
7,35E+09	8,03E-07	2,73E+09	2,16E+06	7,492	1,4025	0,4	0,000	8,03E-07	8,71E-04
7,35E+09	0,00E+00	2,73E+09	0,00E+00	7,492	0,0000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00

2,058

A Excel-Berechnungen

El 100 [kNm ²]	κ I	EI 200 [kNm ²]	κ II	β I	ζ	κ m	w ∞ [cm]
3,28E+09	0,00E+00	2,22E+09	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00
3,28E+09	1,60E-06	2,22E+09	2,36E-06	0,25	0,000	1,60E-06	1,73E-03
3,28E+09	3,08E-06	2,22E+09	4,56E-06	0,25	0,000	3,08E-06	3,34E-03
3,28E+09	4,46E-06	2,22E+09	6,60E-06	0,25	0,000	4,46E-06	1,45E-02
3,28E+09	5,73E-06	2,22E+09	8,47E-06	0,25	0,000	5,73E-06	1,24E-02
3,28E+09	6,88E-06	2,22E+09	1,02E-05	0,25	0,000	6,88E-06	3,73E-02
3,28E+09	7,93E-06	2,22E+09	1,17E-05	0,25	0,000	7,93E-06	2,58E-02
3,28E+09	8,87E-06	2,22E+09	1,31E-05	0,25	0,463	1,08E-05	8,19E-02
3,28E+09	9,89E-06	2,22E+09	1,43E-05	0,25	0,634	1,26E-05	5,48E-02
3,28E+09	1,04E-05	2,22E+09	1,54E-05	0,25	0,767	1,42E-05	1,39E-01
3,28E+09	1,10E-05	2,22E+09	1,63E-05	0,25	0,867	1,56E-05	8,45E-02
3,28E+09	1,15E-05	2,22E+09	1,70E-05	0,25	0,883	1,64E-05	1,95E-01
3,28E+09	1,19E-05	2,22E+09	1,76E-05	0,25	0,887	1,70E-05	1,10E-01
3,28E+09	1,22E-05	2,22E+09	1,80E-05	0,25	0,889	1,74E-05	2,45E-01
3,28E+09	1,23E-05	2,22E+09	1,82E-05	0,25	0,891	1,76E-05	1,34E-01
3,28E+09	1,23E-05	2,22E+09	1,82E-05	0,25	0,891	1,76E-05	2,88E-01
3,28E+09	1,22E-05	2,22E+09	1,80E-05	0,25	0,889	1,74E-05	2,45E-01
3,28E+09	1,19E-05	2,22E+09	1,76E-05	0,25	0,887	1,70E-05	1,10E-01
3,28E+09	1,15E-05	2,22E+09	1,70E-05	0,25	0,883	1,64E-05	1,95E-01
3,28E+09	1,10E-05	2,22E+09	1,63E-05	0,25	0,867	1,56E-05	8,45E-02
3,28E+09	1,04E-05	2,22E+09	1,54E-05	0,25	0,767	1,42E-05	1,39E-01
3,28E+09	9,69E-06	2,22E+09	1,43E-05	0,25	0,634	1,26E-05	5,48E-02
3,28E+09	8,87E-06	2,22E+09	1,31E-05	0,25	0,463	1,08E-05	8,19E-02
3,28E+09	7,93E-06	2,22E+09	1,17E-05	0,25	0,000	7,93E-06	2,58E-02
3,28E+09	6,88E-06	2,22E+09	1,02E-05	0,25	0,000	6,88E-06	3,73E-02
3,28E+09	5,73E-06	2,22E+09	8,47E-06	0,25	0,000	5,73E-06	1,24E-02
3,28E+09	4,46E-06	2,22E+09	6,60E-06	0,25	0,000	4,46E-06	1,45E-02
3,28E+09	3,08E-06	2,22E+09	4,56E-06	0,25	0,000	3,08E-06	3,34E-03
3,28E+09	1,60E-06	2,22E+09	2,36E-06	0,25	0,000	1,60E-06	1,73E-03
3,28E+09	0,00E+00	2,22E+09	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00

2,567

A Excel-Berechnungen

Ncs [kN]	Mcs I [kNcm]	kcs I	Mcs II [kNcm]	kcs II	kcs m	w cs [cm]
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	0,00E+00
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	3,10E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	3,10E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	9,30E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	6,20E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	1,55E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	9,30E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	4,04E-06	3,06E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	4,51E-06	1,96E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	4,86E-06	4,74E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,12E-06	2,77E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,16E-06	6,15E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,17E-06	3,36E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,18E-06	7,30E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,18E-06	3,93E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,18E-06	8,43E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,18E-06	7,30E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,17E-06	3,36E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,16E-06	6,15E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	5,12E-06	2,77E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	4,86E-06	4,74E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	4,51E-06	1,96E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	4,04E-06	3,06E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	9,30E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	1,55E-02
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	6,20E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	9,30E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	3,10E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	3,10E-03
348	9372	2,86E+06	12114	5,46E+06	2,86E-06	0,00E+00

0,843	3,410
-------	-------

SLS - Vibration

POSITION: Stairway: $h = 62$ cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: CCE

h	height	62	cm
b_w	width for shear resistance	100	cm
b_c	width for concrete pressure	100	cm
L	span	12,1	m

MATERIAL CONCRETE C50/60

Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete cube strength	5,00	kN/cm2
α,cc	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2
phi,oo	averaged longterm creep coefficient ($t=\infty$)	1,24	-

MATERIAL REINFORCEMENT CCE

ftk	characteristic tensile strenght	210	kN/cm2
ftd	design tensile strenght	140	kN/cm2
Etm	reinforcement young's modulus	15.800	kN/cm2

LOADS

p,k	characteristic load	25,01	kN/m
p,d	design load	31,61	kN/m
p,qs	quasi-static load	22,21	kN/m

SECTION FORCES

MEk	char. bending moment	458	kNm
MEd	design bending moment	579	kNm
MEqs	quasi-static bending moment	406	kNm

Mcr	cracking moment	263	kNm
------------	-----------------	------------	------------

DESIGN REINFORCEMENT CONFIGURTION

c	clear cover	19	mm
d,stirrup	diameter of shear links	0	mm
d	diameter	16	mm
d1	edge distance bars	4,10	cm
At	design reinforcement area	80,42	cm²
d,eff	statically effective height	57,9	cm
α,s	ratio young's moduls	4,27	
x	height of compression zone	16,80	cm
z	inner lever of reinforcement	52,30	cm

FLEXURAL STIFFNES CALCULATION

I 1	uncracked moment of inertia	1.986.067	cm4
EI 10	uncracked shortterm bending stiffness	7,3E+09	kNcm2
I 2	cracked moment of inertia	738.189	cm4
min EI 20	fully cracked shortterm bending stiffness ($c=1$)	2,7E+09	kNcm2

VIBRATION CALCULATION

EI 20, Bischoff	cracked shortterm bending stiffness acc. to Bischoff	3,51E+08	Nm2
L	span	12,10	m
m	mass	1928	kg/m2
f1 20, Bischoff	first natural frequency (cracked) acc. to Bischoff	4,58	Hz
f,lim	critical first natural frequency	1,6 - 2,4 ; 3,5 - 4,5	Hz

SLS - Crack Width

POSITION: *Stairway: h = 62 cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: CCE*

MEqs	quasi-static bending moment	406	kNm
wk,lim	permissible crack width	0,5	mm

GEOMETRY			
b	width	100	cm
h	height	62	cm
c	clear cover vertical	1,9	cm

MATERIAL CONCRETE			
		C50/60	
Ec0m	concrete young's modulus	3.700	kN/cm ²
φ,∞	longterm creep coefficient (t=∞)	1,22	
Ecm,eff	effective young's modulus	1.663	kN/cm ²
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm ²

MATERIAL REINFORCEMENT			
		CCE	
ftk	characteristic tensile strength	210,0	kN/cm ²
Etm	reinforcement young's modulus	15.800	kN/cm ²

CRACK WIDTH CALCULATION					
Ff	present reinforcement force	MEqs/z =	777141	N	
Mcr	cracking moment	$(b \cdot h^2 / 6) \cdot f_{ctm} =$	262,7	kNm	
z	inner lever of reinforcement		52,30	cm	
Fcr	reinforcement force after first crack	Mcr/z =	502249	N	
d	diameter reinforcement		16	mm	
α,s	= Etm / Ecm		4,3		
At	reinforcement area		8042	mm ²	
C	coefficient from bond law	mean from Niewels Tab. 3-4	13,15	N/mm ²	
α	exponent from bond law	mean from Niewels Tab. 3-4	0,36		
φ,V	bond creeping factor	Niewels S. 133	3,30		
Ac	cross-section area		620000	mm ²	
ρ,l	percentage of reinforcement	$At / (d \cdot eff \cdot b) =$	1,39%		
wk,l	first crack width	Niewels 4-117	0,13	mm	
η	utilisation factor	wk/wk,lim =	0,26	< 1,00 OK	
hc,eff	effective reinforcement height	EN 1992-1-1 (7.3.2 (3))	102,50	mm	
Ac,eff	effective reinforcement area	$hc,eff \cdot b =$	102500,00	mm ²	
ρ,eff	= At / Ac,eff		7,85%		
Fcr,eff	effective reinforcement force final crack state	Niewels 4-99	561059	N	
λ	coefficient for slip	Niewels 4-101	2,00		
a,v	solidity factor	Niewels 4-88	0,63		
wk	final crack width	Niewels 4-118	0,08	mm	
η	utilisation factor	wk/wk,lim =	0,16	< 1,00 OK	

Creeping and Shrinkage

EN 1992-1-1

INPUT			
fck		50	N/mm2
fc _m		58	N/mm2
RH		50%	
t ₀	start of load	60	days
t		18250	days

CROSS SECTION		RECTANGULAR	
h		620,00	mm
d		1200,00	mm
A _c	concrete area	744.000	mm2
u	perimeter	3.640	mm
h ₀	2 * A _c /u	409	

α ₁	(35/f _{cm}) ^{0,7}	0,702
α ₂	(35/f _{cm}) ^{0,2}	0,904
α ₃	(35/f _{cm}) ^{0,5}	0,777
φ, RH	EN 1992-1-1 (B.1 - B.3a; B.3b)	1,332
β (f _{cm})	16,8 / (f _{cm}) ^{0,5}	2,206
β, H, calc	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a; B.8b)	807
β, H, max	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a; B.8b)	1165
β, H	min(β, H, calc; β, H, max)	807
β (t ₀)	1/(0,1+(t ₀) ^{0,2})	0,422
φ, 0 (t=∞)	EN 1992-1-1 (B.1 - B.1)	1,240
β, c (t, t ₀)	((t-t ₀)/(β, H+t-t ₀)) ^{0,3}	0,99
φ (t, t ₀)	φ, 0 * β, c (t, t ₀)	1,224

CEMENT	cement S	cement N	cement R	
alpha ds1	3	4	6	4
alpha ds2	0,13	0,12	0,11	0,12
alpha, cement	-1	0	1	0
beta RH	1,55*(1-RH) ³			1,356
epsilon cd,0	0,85*((220+110*alpha ds1) * exp(-alpha ds2*f _{cm} /f _{cm0}))*10 ⁻⁶ *beta RH			0,00038
epsilon cd,oo	epsilon cd,0 * kh		0,027%	0,00027
beta as (t)	1-e ^{-(0,2*t)^{0,5}}			
epsilon ca,oo	2,5*(f _{ck} -10)			0,00010
epsilon cs, oo				0,00037

A.3 GFK-Variante

STAIRWAY DESIGN - FRP Reinforced Concrete

POSITION: Stairway: h = 75 cm, Concrete: C50/60, Reinforcement: RBE

h	height	75	cm
----------	---------------	-----------	-----------

STAIRWAY GEOMETRY

stairway, h = 75 cm, gradient ratio 17 / 30 cm, live load p=4kN/m², finishing load p=1,73333333333333kN/m²

DESIGN MOMENTS

MEd	field area	658	kNm/m
------------	-------------------	------------	--------------

DESIGN SHEAR FORCE

VEd	support area	218	kN/m
------------	---------------------	------------	-------------

MATERIAL CONCRETE

C50/60

Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm ²
fck	characteristic strength	5,00	kN/cm ²
α,cc	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	fck/1,50*alpha	3,33	kN/cm ²
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm ²
GWP	global warming potential	300	kg CO2 eq/m ³
MP	material price	124,00	€/m ³

MATERIAL REINFORCEMENT

RBE

ftk	characteristic tensile strenght	115,00	kN/cm ²
ftd	design tensile strength	61,33	kN/cm ²
ρ	density	2130	kg/m ³
GWP	global warming potential	3,10	kg CO2 eq/kg
MP	material price	7,00	€/m

INPUT DATA

REINFORCEMENT:

c clear cover 19 mm

	d1 cm	e cm	d mm	At cm ²	d1 x As
clear cover			19,0		
d,stirrup			0,0		
layer 1	2,70	5,0	16,0	40,21	108,57
layer 2	5,70	5,0	16,0	40,21	229,21
	4,20			80,42	337,78

d,t diameter transversal reinforcement 14 mm

e,t distance between transversal reinforcement 5 cm

d,s diameter longitudinal reinforcement support 16 mm

e,s distance between longitudinal reinforcement support 5 cm

DEFLECTION:

ψ2 longterm load combination factor 0,3

w,c superelevation L / d,c = / 0,00 cm

wk,lim permissible crack width 0,5 mm

t0 start of load 60 days

ρ,l degree of reinforcement 1,14%

ρ,l,s degree of reinforcement support 1,80%

SUMMARY OF CALCULATIONS

bending	MRd =	1.382 kNm	48%
shear forces (console)	VRd =	403 kN	54%
short term deflection	w,0 =	1,27 cm	31%
long term deflection	w,oo =	2,06 cm	42%
stress limit	σ,s =	10,04 kN/cm ²	OK
crack width	wk =	0,15 mm	30%
vibration	f1 =	4,62 Hz	OK
GWP		4810 kg CO2 eq	
material costs		3579,36 €	

ULS - Bending and Shear Force Design

POSITION: Stairway: $h = 75 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: RBE

GEOMETRY			
h	height	75	cm
b	width	100	cm

MATERIAL CONCRETE		C50/60	
Ec0m	concrete young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete strength	5,00	kN/cm2
α_{cc}	factor for fatigue strength	1,00	
ϵ_{cu2}	yield strain of concrete	0,0035	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	3,33	kN/cm2

MATERIAL REINFORCEMENT		RBE	
ftm	average tensile strength	130,00	kN/cm2
fyk	characteristic tensile strenght	115,00	kN/cm2
CE	environmental reduction factor	0,80	
CC	long standing factor	0,20	
γ_m	partial safety factor	1,50	
ftd	design tensile strenght	92,00	kN/cm2
Etm	reinforcement young's modulus	6.100	kN/cm2
ϵ_{td}	yield strain of reinforcement	0,0151	

DESIGN SECTION FORCES			
MEd	internal design moment	658	kNm
VEd	internal design shear force	218	kN

BENDING TENSION DESIGN							
c	clear cover vertical					19	mm
	clear cover	d1 cm	e cm	d mm	At cm2	d1 x At	
	d, stirrup			19,0			
				0,0			
	layer 1	2,70	5,00	16,00	40,21	108,57	
	layer 2	5,70	5,00	16,00	40,21	229,21	
	layer 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	layer 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	average m	4,20			80,42	337,78	
d	statically effective height	h-d1				70,80	cm
d,eff	effective statically effective height	if $d \leq 6 \text{ cm}$: $(d-4)/0,95$; else: $d, \text{eff} = d$				70,80	cm
α_s	ratio young's moduls	Etm/Ec0m				1,65	
ρ_l	percentage of reinforcement	$At/(d, \text{eff} \cdot b)$				1,14%	
ρ_b	balanced percentage of reinforcement	$(\alpha_s \cdot f_{cd} \cdot d^2) / (2 \cdot f_{td} \cdot (f_{td} + \alpha_s \cdot f_{cd}))$				0,10%	
x	compression zone	$((\alpha_s \cdot At) / b) \cdot (-1 + (1 + ((2b \cdot d) / (\alpha_s \cdot At))^0,5))$				12,44	cm
z	inner lever of reinforcement	d-x/3				66,65	cm

BENDING TENSION FAILURE				
Ftd	design force reinforcement	$f_{td} \cdot At$	7399	kN
MRd,1	bending resistance	$F_{td} \cdot z$	4.932	kNm
MEd/MRd,1	utilisation factor		13%	

BENDING COMPRESSION FAILURE				
Fcd	design force concrete	$f_{cd} \cdot b \cdot x / 2$	2073	kN
MRd,2	bending resistance	$F_{cd} \cdot z$	1.382	kNm
MEd/MRd,2	utilisation factor		48%	

SHEAR FORCE DESIGN WITHOUT SHEAR REINFORCEMENT - SUPPORT							
CRd,c	calibration factor					0,193	
β	coefficient for single loads close to the supports					1,00	
nl	correction factor for lightweight concrete					1,00	
At	area of longitudinal reinforcement					40,21	
d1	distance between section edge and centre of gravity of longitudinal reinforcement					2,70	cm
dm	average reinforcement distance support					22,30	cm
d,eff	effective average reinforcement distance	if $d \leq 6 \text{ cm}$: $(d-4)/0,95$; else: $d, \text{eff} = d$				22,30	cm
x	compression zone	$((\alpha_s \cdot At) / b) \cdot (-1 + (1 + ((2b \cdot dm) / (\alpha_s \cdot At))^0,5))$				4,81	cm
z	inner lever of reinforcement	d-x/3				20,70	cm
k	scale factor	$1 + (200/dm)^0,5 < 2$				1,95	
ρ_l	degree of reinforcement	At/Ac				1,80%	
σ_l	reinforcement tension	$MEd/(z \cdot At)$				12,28	kN/cm2
VRd,c	shear force resistance	$CR_{d,c} \cdot \beta \cdot n^k \cdot (\rho_l \cdot I_{oi} \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot dm$				403	kN
η	utilisation factor	$VEd/VR_{d,c}$				54%	

SLS - Deflection

POSITION: Stairway: $h = 75 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: RBE

h	height	75	cm
b	width of the slab	100	cm
l	span	12,1	m

INTERNAL SECTION FORCES & MOMENTS

MEqs	$g+p \cdot \psi_2$	0	472,87	0	473	kNm
MEk	$g+p$	0	524,21	0	524	kNm
MEd	$1,35 \cdot g + 1,5 \cdot p$				719	kNm

MATERIAL CONCRETE

C50/60

Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete cubic strength	5,00	kN/cm2
α_{cc}	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2

MATERIAL REINFORCEMENT

RBE

ftk	characteristic tensile strenght	115,00	kN/cm2
ftd	design tensile strenght	61,33	kN/cm2
Etm	reinforcement young's modulus	6.100	kN/cm2

PRESENT REINFORCEMENT CONFIGURTION

ϕ, ∞			1,22	
$s_{cd, \infty}$			0,00027	
Ec0m			3.700	kN/cm2
Ec,eff	$Ec0m / (1 + \phi, \infty)$		1.663	kN/cm2
α_s	$= E_s / Ec0m$		1,65	
$\alpha_{s,eff}$	$= E_s / Ec,eff$		3,67	
I1	uncracked moment of inertia state		3.515.625	cm4
EI10	short term bending stiffness	f= 1,00	1,30E+10	kNcm2
EI100	long term bending stiffness	f= 2,22	5,85E+09	kNcm2
Mcr	cracking moment	$(b \cdot h^2/6) \cdot f_{ctm}$	384,4	kNm
At	design reinforcement area		80,42	cm2
d,eff	effective statically effective height		70,80	cm
ρ_l	percentage $At/(d,eff \cdot b)$		1,14%	
xI10	compression zone		12,44	cm
zI1	inner lever of reinforcement		66,65	cm
I20	cracked moment of inertia state		515.766	cm4
EI20	short term bending stiffness	f= 6,82	1,91E+09	kNcm2
xI100	compression zone		17,70	cm
I200	cracked moment of inertia state		1.016.543	cm4
EI200	long term bending stiffness	f= 7,69	1,69E+09	kNcm2

STRESS LIMITS				
$\sigma_f 0$		$MEk/(zI \cdot At)$	9,779	kN/cm ²
$\sigma_f \infty$		$MEk/(zI \cdot At)$	10,043	kN/cm ²
σ_f			10,04	kN/cm²
$\sigma_f \text{ lim}$			0,20 * ftk,100 =	18,40 kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(MEk/l 2 0) \cdot x =$	1,26	kN/cm ²
$\sigma_{c,\infty}$	long time concrete tension	$(MEk/l 2 \infty) \cdot x =$	0,91	kN/cm ²
$\sigma_{c,c}$			1,26	kN/cm²
$\sigma_{c,c} \text{ lim}$			0,60 * fck =	3,00 kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(MEqs/l 2 0) \cdot x =$	1,14	kN/cm ²
$\sigma_{c,\infty}$	long time concrete tension	$(MEqs/l 2 \infty) \cdot x =$	0,82	kN/cm ²
$\sigma_{c,c}$			1,14	kN/cm²
$\sigma_{c,c} \text{ lim}$			0,45 * fck =	2,25 kN/cm²

VIRTUAL MOMENTS		
δM	virtual moment	303

DEFLECTION		
d_c	superelevation	0,0 cm

		LIMIT	DEFLECTION
w,c	< L / 250	4,84	0,00 cm
$w,0$	< L / 300	4,03	1,27 cm
w,∞	< L / 250	4,84	2,06 cm

DEFLECTION		
L		12,10 m
p,k		28,64 kN/m
MEk		718,67 kNm
VEk		173,29 kN
p,qs		25,84 kN/m
MEqs		472,97 kNm
VEqs		156,35 kN
A,c,eff		1875 cm ²
ps,eff		4,29%
$\Delta\sigma_{sr,Erstriss}$		9,149 kN/cm ²
σ_{sr1}		0,600 kN/cm ²
σ_{sr2}		7,170 kN/cm ²
$\Delta\sigma_{sr}$		6,570 kN/cm ²
$\Delta\epsilon_{sr}$		0,00108

	x [m]	MEK [kNm]	MEqs [kNm]	i	simpson	x [m]	MEK [kNcm]	MEqs [kNcm]	ΔM	Mcrl [kNcm]
0	0,00	0,00	0,00	1	1	0,00	0	0	0	38438
1	0,40	67,57	60,96	2	4	0,40	6757	6096	20	38438
2	0,81	130,47	117,72	3	2	0,81	13047	11772	40	38438
3	1,21	188,72	170,27	4	4	1,21	18872	17027	61	38438
4	1,61	242,30	218,62	5	2	1,61	24230	21862	81	38438
5	2,02	291,23	262,76	6	4	2,02	29123	26276	101	38438
6	2,42	335,50	302,70	7	2	2,42	33550	30270	121	38438
7	2,82	375,10	338,44	8	4	2,82	37510	33844	141	38438
8	3,23	410,05	369,97	9	2	3,23	41005	36997	161	38438
9	3,63	440,34	397,29	10	4	3,63	44034	39729	182	38438
10	4,03	465,97	420,42	11	2	4,03	46597	42042	202	38438
11	4,44	486,94	439,34	12	4	4,44	48694	43934	222	38438
12	4,84	503,24	454,05	13	2	4,84	50324	45405	242	38438
13	5,24	514,89	464,56	14	4	5,24	51489	46456	262	38438
14	5,65	521,88	470,87	15	2	5,65	52188	47087	282	38438
15	6,05	524,21	472,97	16	4	6,05	52421	47297	303	38438
16	6,45	521,88	470,87	17	2	6,45	52188	47087	282	38438
17	6,86	514,89	464,56	18	4	6,86	51489	46456	262	38438
18	7,26	503,24	454,05	19	2	7,26	50324	45405	242	38438
19	7,66	486,94	439,34	20	4	7,66	48694	43934	222	38438
20	8,07	465,97	420,42	21	2	8,07	46597	42042	202	38438
21	8,47	440,34	397,29	22	4	8,47	44034	39729	182	38438
22	8,87	410,05	369,97	23	2	8,87	41005	36997	161	38438
23	9,28	375,10	338,44	24	4	9,28	37510	33844	141	38438
24	9,68	335,50	302,70	25	2	9,68	33550	30270	121	38438
25	10,08	291,23	262,76	26	4	10,08	29123	26276	101	38438
26	10,49	242,30	218,62	27	2	10,49	24230	21862	81	38438
27	10,89	188,72	170,27	28	4	10,89	18872	17027	61	38438
28	11,29	130,47	117,72	29	2	11,29	13047	11772	40	38438
29	11,70	67,57	60,96	30	4	11,70	6757	6096	20	38438
30	12,10	0,00	0,00	31	1	12,10	0	0	0	38438

A Excel-Berechnungen

EI 10 [kNcm ²]	κ I	EI 20 [kNcm ²]	κ II	σ _r [kN/cm ²]	σ _s [kN/cm ²]	β _t	ζ	κ 0	w 0 [cm]
1,30E+10	0,00E+00	1,91E+09	0,00E+00	9,149	0,0000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00
1,30E+10	5,19E-07	1,91E+09	3,54E-06	9,149	1,2604	0,4	0,000	5,19E-07	5,63E-04
1,30E+10	1,00E-06	1,91E+09	6,84E-06	9,149	2,4339	0,4	0,000	1,00E-06	1,08E-03
1,30E+10	1,45E-06	1,91E+09	9,89E-06	9,149	3,5205	0,4	0,000	1,45E-06	4,72E-03
1,30E+10	1,86E-06	1,91E+09	1,27E-05	9,149	4,5201	0,4	0,000	1,86E-06	4,04E-03
1,30E+10	2,24E-06	1,91E+09	1,53E-05	9,149	5,4328	0,4	0,000	2,24E-06	1,21E-02
1,30E+10	2,58E-06	1,91E+09	1,76E-05	9,149	6,2586	0,4	0,000	2,58E-06	8,39E-03
1,30E+10	2,88E-06	1,91E+09	1,97E-05	9,149	6,9975	0,4	0,000	2,88E-06	2,19E-02
1,30E+10	3,15E-06	1,91E+09	2,15E-05	9,149	7,6494	0,4	0,000	3,15E-06	1,37E-02
1,30E+10	3,39E-06	1,91E+09	2,31E-05	9,149	8,2144	0,4	0,000	3,39E-06	3,30E-02
1,30E+10	3,58E-06	1,91E+09	2,44E-05	9,149	8,6925	0,4	0,000	3,58E-06	1,94E-02
1,30E+10	3,74E-06	1,91E+09	2,55E-05	9,149	9,0837	0,4	0,000	3,74E-06	4,47E-02
1,30E+10	3,87E-06	1,91E+09	2,64E-05	9,149	9,3879	0,4	0,337	1,14E-05	7,45E-02
1,30E+10	3,96E-06	1,91E+09	2,70E-05	9,149	9,6052	0,4	0,384	1,28E-05	1,81E-01
1,30E+10	4,01E-06	1,91E+09	2,73E-05	9,149	9,7356	0,4	0,412	1,36E-05	1,03E-01
1,30E+10	4,03E-06	1,91E+09	2,75E-05	9,149	9,7791	0,4	0,421	1,39E-05	2,26E-01
1,30E+10	4,01E-06	1,91E+09	2,73E-05	9,149	9,7356	0,4	0,412	1,36E-05	1,03E-01
1,30E+10	3,96E-06	1,91E+09	2,70E-05	9,149	9,6052	0,4	0,384	1,28E-05	1,81E-01
1,30E+10	3,87E-06	1,91E+09	2,64E-05	9,149	9,3879	0,4	0,337	1,14E-05	7,45E-02
1,30E+10	3,74E-06	1,91E+09	2,55E-05	9,149	9,0837	0,4	0,000	3,74E-06	4,47E-02
1,30E+10	3,58E-06	1,91E+09	2,44E-05	9,149	8,6925	0,4	0,000	3,58E-06	1,94E-02
1,30E+10	3,39E-06	1,91E+09	2,31E-05	9,149	8,2144	0,4	0,000	3,39E-06	3,30E-02
1,30E+10	3,15E-06	1,91E+09	2,15E-05	9,149	7,6494	0,4	0,000	3,15E-06	1,37E-02
1,30E+10	2,88E-06	1,91E+09	1,97E-05	9,149	6,9975	0,4	0,000	2,88E-06	2,19E-02
1,30E+10	2,58E-06	1,91E+09	1,76E-05	9,149	6,2586	0,4	0,000	2,58E-06	8,39E-03
1,30E+10	2,24E-06	1,91E+09	1,53E-05	9,149	5,4328	0,4	0,000	2,24E-06	1,21E-02
1,30E+10	1,86E-06	1,91E+09	1,27E-05	9,149	4,5201	0,4	0,000	1,86E-06	4,04E-03
1,30E+10	1,45E-06	1,91E+09	9,89E-06	9,149	3,5205	0,4	0,000	1,45E-06	4,72E-03
1,30E+10	1,00E-06	1,91E+09	6,84E-06	9,149	2,4339	0,4	0,000	1,00E-06	1,08E-03
1,30E+10	5,19E-07	1,91E+09	3,54E-06	9,149	1,2604	0,4	0,000	5,19E-07	5,63E-04
1,30E+10	0,00E+00	1,91E+09	0,00E+00	9,149	0,0000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00

1,270

El 100 [kNcm ²]	κ I	El 200 [kNcm ²]	κ II	βt	ζ	κ m	w 00 [cm]
5.85E+09	0,00E+00	1,69E+09	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00
5.85E+09	1,04E-06	1,69E+09	3,61E-06	0,25	0,000	1,04E-06	1,13E-03
5.85E+09	2,01E-06	1,69E+09	6,96E-06	0,25	0,000	2,01E-06	2,18E-03
5.85E+09	2,91E-06	1,69E+09	1,01E-05	0,25	0,000	2,91E-06	9,47E-03
5.85E+09	3,74E-06	1,69E+09	1,29E-05	0,25	0,000	3,74E-06	8,11E-03
5.85E+09	4,49E-06	1,69E+09	1,55E-05	0,25	0,000	4,49E-06	2,44E-02
5.85E+09	5,18E-06	1,69E+09	1,79E-05	0,25	0,000	5,18E-06	1,68E-02
5.85E+09	5,79E-06	1,69E+09	2,00E-05	0,25	0,000	5,79E-06	4,39E-02
5.85E+09	6,33E-06	1,69E+09	2,19E-05	0,25	0,000	6,33E-06	2,74E-02
5.85E+09	6,79E-06	1,69E+09	2,35E-05	0,25	0,000	6,79E-06	6,63E-02
5.85E+09	7,19E-06	1,69E+09	2,49E-05	0,25	0,000	7,19E-06	3,90E-02
5.85E+09	7,51E-06	1,69E+09	2,60E-05	0,25	0,000	7,51E-06	8,96E-02
5.85E+09	7,77E-06	1,69E+09	2,69E-05	0,25	0,346	1,44E-05	9,35E-02
5.85E+09	7,95E-06	1,69E+09	2,75E-05	0,25	0,401	1,58E-05	2,23E-01
5.85E+09	8,05E-06	1,69E+09	2,79E-05	0,25	0,433	1,66E-05	1,26E-01
5.85E+09	8,09E-06	1,69E+09	2,80E-05	0,25	0,444	1,69E-05	2,75E-01
5.85E+09	8,09E-06	1,69E+09	2,79E-05	0,25	0,433	1,66E-05	1,26E-01
5.85E+09	7,95E-06	1,69E+09	2,75E-05	0,25	0,401	1,58E-05	2,23E-01
5.85E+09	7,77E-06	1,69E+09	2,69E-05	0,25	0,346	1,44E-05	9,35E-02
5.85E+09	7,51E-06	1,69E+09	2,60E-05	0,25	0,000	7,51E-06	8,96E-02
5.85E+09	7,19E-06	1,69E+09	2,49E-05	0,25	0,000	7,19E-06	3,90E-02
5.85E+09	6,79E-06	1,69E+09	2,35E-05	0,25	0,000	6,79E-06	6,63E-02
5.85E+09	6,33E-06	1,69E+09	2,19E-05	0,25	0,000	6,33E-06	2,74E-02
5.85E+09	5,79E-06	1,69E+09	2,00E-05	0,25	0,000	5,79E-06	4,39E-02
5.85E+09	5,18E-06	1,69E+09	1,79E-05	0,25	0,000	5,18E-06	1,68E-02
5.85E+09	4,49E-06	1,69E+09	1,55E-05	0,25	0,000	4,49E-06	2,44E-02
5.85E+09	3,74E-06	1,69E+09	1,29E-05	0,25	0,000	3,74E-06	8,11E-03
5.85E+09	2,91E-06	1,69E+09	1,01E-05	0,25	0,000	2,91E-06	9,47E-03
5.85E+09	2,01E-06	1,69E+09	6,96E-06	0,25	0,000	2,01E-06	2,18E-03
5.85E+09	1,04E-06	1,69E+09	3,61E-06	0,25	0,000	1,04E-06	1,13E-03
5.85E+09	0,00E+00	1,69E+09	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00

1,817

A Excel-Berechnungen

Ncs [kN]	Mcs I [kNcm]	κcs I	Mcs II [kNcm]	κcs II	κcs m	w cs [cm]
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	0,00E+00
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	8,16E-04
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	8,16E-04
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	2,45E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	1,63E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	4,08E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	2,45E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	5,71E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	3,26E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	7,34E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	4,08E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	8,97E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	1,93E-06	1,25E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	2,11E-06	2,98E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	2,22E-06	1,69E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	2,26E-06	3,68E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	2,22E-06	1,69E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	2,11E-06	2,98E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	1,93E-06	1,25E-02
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	8,97E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	4,08E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	7,34E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	3,26E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	5,71E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	2,45E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	4,08E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	1,63E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	2,45E-03
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	8,16E-04
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	8,16E-04
132	4398	7,52E-07	7013	4,15E-06	7,52E-07	0,00E+00

0,238	2,055
-------	-------

SLS - Vibration

POSITION: Stairway: $h = 75 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: RBE

h	height	75	cm
b_w	width for shear resistance	100	cm
b_c	width for concrete pressure	100	cm
L	span	12,1	m

MATERIAL CONCRETE C50/60

Ec0m	young's modulus	3.700	kN/cm2
fck	concrete cube strength	5,00	kN/cm2
α,cc	factor for fatigue strength	1,00	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	3,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	0,41	kN/cm2
phi,oo	averaged longterm creep coefficient ($t=\infty$)	1,22	-

MATERIAL REINFORCEMENT RBE

ftk	characteristic tensile strenght	115	kN/cm2
ftd	design tensile strenght	61	kN/cm2
Etm	reinforcement young's modulus	6.100	kN/cm2

LOADS

p,k	characteristic load	28,64	kN/m
p,d	design load	35,97	kN/m
p,qs	quasi-static load	25,84	kN/m

SECTION FORCES

MEk	char. bending moment	524	kNm
MEd	design bending moment	658	kNm
MEqs	quasi-static bending moment	473	kNm

Mcr	cracking moment	384	kNm
------------	-----------------	-----	-----

DESIGN REINFORCEMENT CONFIGURTION

c	clear cover	19	mm
d,stirrup	diameter of shear links	0	mm
d	diameter	16	mm
d1	edge distance bars	4,20	cm
At	design reinforcement area	80,42	cm ²
d,eff	statically effective height	70,8	cm
α,s	ratio young's moduls	1,65	
x	height of compression zone	12,44	cm
z	inner lever of reinforcement	66,65	cm

FLEXURAL STIFFNES CALCULATION

I 1	uncracked moment of inertia	3,5E+06	cm4
EI 10	uncracked shortterm bending stiffness	1,3E+10	kNcm2
I 2	cracked moment of inertia	5,2E+05	cm4
min EI 20	fully cracked shortterm bending stiffness ($c=1$)	1,9E+09	kNcm2

VIBRATION CALCULATION

EI 20, Bischoff	cracked shortterm bending stiffness acc. to Bischoff	4,25E+08	Nm2
L	span	12,10	m
m	mass	2291	kg/m2
f1 20, Bischoff	first natural frequency (cracked) acc. to Bischoff	4,62	Hz
f,lim	critical first natural frequency	1,6 - 2,4 ; 3,5 - 4,5	Hz

SLS - Crack Width

POSITION: Stairway: $h = 75 \text{ cm}$, Concrete: C50/60, Reinforcement: RBE

MEqs	quasi-static bending moment	473	kNm
wk,lim	permissible crack width	0,5	mm

GEOMETRY			
b	width	100	cm
h	height	75	cm
c	clear cover vertical	1,9	cm

MATERIAL CONCRETE			
C50/60			
E_{c0m}	concrete young's modulus	3.700	kN/cm ²
$\varphi_{,oo}$	longterm creep coefficient (t=∞)	1,21	
$E_{cm,eff}$	effective young's modulus	1.676	kN/cm ²
f_{ctm}	mean tensile strength	0,41	kN/cm ²

MATERIAL REINFORCEMENT			
RBE			
f_{tk}	characteristic tensile strength	115,0	kN/cm ²
E_{tm}	reinforcement young's modulus	6.100	kN/cm ²

CRACK WIDTH CALCULATION			
Ff	present reinforcement force	MEqs/z =	709598 N
M_{cr}	cracking moment	$(b \cdot h^2 / 6) \cdot f_{ctm} =$	384,4 kNm
z	inner lever of reinforcement		66,65 cm
Fcr	reinforcement force after first crack	Mcr/z =	576679 N
d	diameter reinforcement		16 mm
α_s	= E_{tm} / E_{cm}		1,6
A_t	reinforcement area		8042 mm ²
C	coefficient from bond law	mean from Niewels Tab. 3-4	13,15 N/mm ²
α	exponent from bond law	mean from Niewels Tab. 3-4	0,36
$\varphi_{,V}$	bond creeping factor	Niewels S. 133	3,30
A_c	cross-section area		750000 mm ²
ρ_l	percentage of reinforcement	$A_t / (d \cdot \text{eff} \cdot b) =$	1,14%
wk,l	first crack width	Niewels 4-117	0,23 mm
η	utilisation factor	wk/wk,lim =	0,46 < 1,00 OK
$h_{c,eff}$	effective reinforcement height	EN 1992-1-1 (7.3.2 (3))	105,00 mm
$A_{c,eff}$	effective reinforcement area	$h_{c,eff} \cdot b =$	105000,00 mm ²
$\rho_{,eff}$	= $A_t / A_{c,eff}$		7,66%
Fcr,eff	effective reinforcement force final crack state	Niewels 4-99	484863 N
λ	coefficient for slip	Niewels 4-101	1,88
a_v	solidity factor	Niewels 4-88	0,63
wk	final crack width	Niewels 4-118	0,15 mm
η	utilisation factor	wk/wk,lim =	0,30 < 1,00 OK

Creeping and Shrinkage

EN 1992-1-1

INPUT

fck		50	N/mm2
fc_m		58	N/mm2
RH		50%	
t₀	start of load	60	days
t		18250	days

CROSS SECTION

RECTANGULAR

h		750,00	mm
d		1200,00	mm
A_c	concrete area	900.000	mm2
u	perimeter	3.900	mm
h₀	2 * A_c/u	462	

α_1	$(35/f_{cm})^{0,7}$	0,702
α_2	$(35/f_{cm})^{0,2}$	0,904
α_3	$(35/f_{cm})^{0,5}$	0,777
φ, RH	EN 1992-1-1 (B.1 - B.3a;B.3b)	1,315
$\beta (f_{cm})$	$16,8 / (f_{cm})^{0,5}$	2,206
$\beta, H, calc$	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a;B.8b)	887
β, H, max	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a;B.8b)	1165
β, H	$\min(\beta, H, calc; \beta, H, max)$	887
$\beta (t_0)$	$1/(0,1+(t_0)^{0,2})$	0,422
$\varphi, 0 (t=\infty)$	EN 1992-1-1 (B.1 - B.1)	1,225
$\beta, c (t, t_0)$	$((t-t_0)/(\beta, H+t-t_0))^{0,3}$	0,99
$\varphi (t, t_0)$	$\varphi, 0 * \beta, c (t, t_0)$	1,207

CEMENT

cement S cement N cement R

alpha ds1	3	4	6	4
alpha ds2	0,13	0,12	0,11	0,12
alpha, cement	-1	0	1	0

beta RH	$1,55*(1-RH)^3$	1,356
epsilon cd,0	$0,85*((220+110*\alpha_{ds1}) * \exp(-\alpha_{ds2}*f_{cm}/f_{cm0})) * 10^{-6} * \beta_{RH}$	0,00038
epsilon cd,oo	epsilon cd,0 * kh	0,027%
beta as (t)	$1-e^{-(0,2*t)^{0,5}}$	
epsilon ca,oo	2,5*(fck-10)	0,00010
epsilon cs, oo		0,00037

A.4 UHPC-Variante

STAIRWAY DESIGN - Steel Reinforced UHPC

POSITION: Stairway: h = 34 cm, Concrete: UHPC, Reinforcement: B550

h	height	34	cm
---	--------	----	----

STAIRWAY GEOMETRY

stairway, h = 34 cm, gradient ratio 17 / 30 cm, live load p=4kN/m², finishing load p=1,73333333333333kN/m²

DESIGN MOMENTS

MEd + (1)	field area (1)	435	kNm/m
-----------	----------------	-----	-------

DESIGN SHEAR FORCE

VEd + (1)	support area (1)	144	kN/m
-----------	------------------	-----	------

MATERIAL CONCRETE

		UHPC	
Ec0m	young's modulus	5.214	kN/cm2
fck	characteristic strength	20,00	kN/cm2
α,cc	factor for fatigue strength	0,85	
fcd	fck/1,50*alpha	11,33	kN/cm2
fctm	average strength	1,03	kN/cm2
GWP	global warming potential	1341	kg CO2 eq/m3
€	material costs	500,00	€/m ³

MATERIAL REINFORCEMENT

		B550	
fyk	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm2
fyd	fyk/1,15	47,83	kN/cm2
ρ	density	7850	kg/m ³
GWP	global warming potential	0,24	kg CO2 eq/kg
€	material costs	0,92	€/kg

INPUT DATA

REINFORCEMENT:

c clear cover 35 mm

	d1 cm	e mm	d mm	As cm2/m	As*d1
1. upper layer	4,20	100	14	15,39	64,65
2. upper layer	5,60	100	14	15,39	86,21
1. upper add. Layer	0,00			0,00	0,00
2. upper add. Layer	0,00			0,00	0,00
2. lower add. layer	0,00			0,00	0,00
1. lower add. Layer	0,00			0,00	0,00
2. layer - transversal	6,80	100	14	15,39	104,68
1. layer - longitudinal	4,80	100	26	53,09	254,85

mean	d1 cm	dm	As_min	As cm2/m	AS*d1	ρ,I
1. upper layer	4,20	29,80	14,45	15,39	64,65	0,52%
2. upper layer	5,60	28,40	13,77	15,39	86,21	0,54%
2. lower layer	6,80	27,20	13,19	15,39	104,68	0,57%
1. lower layer	4,80	29,20	14,16	53,09	254,85	1,82%

d,s diameter longitudinal reinforcement support 14 mm
 e,s distance between longitudinal reinforcement support 5,0 cm

DEFLECTION:

ψ2 longterm load combination factor 0,3
 w,c superelevation L / w,c = / 0,00 cm
 t0 start of load 60 days

SUMMARY OF CALCULATIONS

bending	MRd =	1.368 kNm	32%
shear forces (console)	VRd =	329 kN	44%
short term deflection	w,0 =	3,89 cm	96%
long term deflection	w,oo =	4,29 cm	89%
stress limit reinforcement	σ,s =	28,22 kN/cm2	OK
stress limit concrete	σ,c =	2,36 kN/cm2	OK
vibration	f1 =	2,97 Hz	OK
GWP		8881 kg CO2 eq	
material costs		3873,32 €	

ULS - Bending Design

POSITION: Stairway: $h = 34 \text{ cm}$, Concrete: UHPC, Reinforcement: B550

GEOMETRY			
h	height	34	cm
b	width	100	cm

MATERIAL CONCRETE			UHPC
Ec0m	E-Modul		5.214 kN/cm ²
fck	Druckfestigkeit		20,00 kN/cm ²
alpha,cc	Langzeitfaktor 1,0 Hochbau bzw. 0,9 Brückenbau		0,85
fcd	fck/1,50*alpha		11,33 kN/cm ²
fctm	Zugfestigkeit		1,03 kN/cm ²

MATERIAL REINFORCEMENT			B550
fyk	char. Fließgrenze		55,00 kN/cm ²
fyd	fyk/1,15		47,83 kN/cm ²
Es			21000 kN/cm ²

DESIGN SECTION FORCES			
MEd	internal design moment	435	kNm
VEd	internal design shear force	144	kN

BENDING TENSION DESIGN						
c	clear cover vertical				35	mm
	clear cover	d1 cm	e cm	d mm	At cm ²	d1 x At
	d,stirrup			35,0		
	layer 1	4,80	100,00	26,00	53,09	254,85
	layer 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	layer 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	layer 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	average m	4,80			53,09	254,85
dm	statically effective height			h-d1		29,20 cm
α,s	ratio young's moduls			Es/Ec0m		4,03
ρ,l	percentage of reinforcement			As/(dm*b)		1,82%
x	compression zone			$((\alpha,s*As)/b)*(-1+(1+(2b*dm)/(\alpha,s*As))^0,5)$		9,24 cm
z	inner lever of reinforcement			dm-x/3		26,12 cm

BENDING COMPRESSION FAILURE			
Fcd	design force concrete	fcd*b*x/2	5236 kN
MRd,2	bending resistance	Fcd*z	1.368 kNm
MEd/MRd,2	utilisation factor		32%

ULS - Shear Force Design Console

EN 1992-1-1

POSITION: Stairway: $h = 34 \text{ cm}$, Concrete: UHPC, Reinforcement: B550

SECTION FORCES

VEd	design shear force	144	kN
------------	--------------------	-----	----

GEOMETRY

h	height	250	mm
b	width	1000	mm
A,c	cross-sectional area	250000	mm ²
c	clear cover	35	mm
d1	edge distance bars	42	mm
dm	statically effective height	208	mm
z	inner lever of reinforcement $\sim 0,9 \times d$	187	mm

MATERIAL PARAMETERS

fck	char. concrete strength	200	N/mm ²
fcd	design concrete strength	113	N/mm ²
fyk	characteristic reinforcement yield strenght	550	N/mm ²
fyd	design reinforcement yield strenght	478	N/mm ²

LONGITUDINAL REINFORCEMENT CONSOLE

d	bars diameter	14	mm
e	bars distance	50	mm
e,min	minimum distance	$\max(1,4 \cdot d, s; \text{GK}; 20\text{mm}) =$	32 mm
n	number of bars	20,0	-
vorh As	present reinforcement area	30,8	cm ²
vorh ρ, l	present percentage of reinforcement	$A, l, s / (d \cdot b) =$	1,48 %

SHEAR FORCE RESISTANCE WITHOUT SHEAR REINFORCEMENT

CRd,c	factor	$0,18 / \gamma_c =$	0,12	-
k	factor	$1 + (200 / dm)^2 < 2,0 =$	1,98	-
k1	factor		0,15	
v,min	factor	$0,035 \cdot k^{\wedge}1,5 \cdot f_{ck}^{\wedge}0,5 =$	1,380	
V,Rd,c,min	min. shear force resistance	$(v, \text{min} + k \cdot 1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b \cdot dm =$	287	kN
V,Rd,c,1	shear force resistance	$(CRd, c \cdot k^{\wedge}(\rho, l \cdot 100 \cdot f_{ck})^{\wedge}1/3 + k \cdot 1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b \cdot dm =$	329	kN
V,Rd,max	max. shear force resistance	$0,5 \cdot b \cdot dm^{\wedge}2 \cdot v \cdot f_{cd} =$	1414	kN
V,Rd	shear force resistance	$\min(\max(V, RD, c, \text{min}; V, RD, c, 1); V, RD, \text{max}) =$	329	kN
η	utilisation factor	$V, Ed / V, Rd =$	0,44	< 1,00 OK

Creeping and Shrinkage

EN 1992-1-1

INPUT

fck		200,00	N/mm2
fcm		208	N/mm2
RH		50%	
t0	start of load	60	days
t		18250	days

CROSS SECTION

RECTANGULAR

h		340,00	mm
d		1200,00	mm
Ac	concrete area	408.000	mm2
u	perimeter	3.080	mm

h0	2 * Ac/u	265	
kh		0,785	

α 1	(35/fcm)^0,7	0,287	
α 2	(35/fcm)^0,2	0,700	
α 3	(35/fcm)^0,5	0,410	

φ,RH	EN 1992-1-1 (B.1 - B.3a;B.3b)	0,857	
β (fcm)	16,8 / (fcm)^0,5	1,165	

β,H,calc	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a;B.8b)	500	
β,H,max	EN 1992-1-1 (B.1 - B.8a;B.8b)	615	
β,H	min(β,H,calc; β,H,max)	500	

β (t0)	1/(0,1+(t0)^0,2)	0,422	
φ,0 (t=∞)	EN 1992-1-1 (B.1 - B.1)	0,421	

β,c (t,t0)	((t-t0)/(β,H+t-t0))^0,3	0,99	
φ (t,t0)	φ,0 * β,c (t,t0)	0,418	

CEMENT

	cement S	cement N	cement R	
alpha ds1	3	4	6	4
alpha ds2	0,13	0,12	0,11	0,12
alpha, cement	-1	0	1	0

beta RH	1,55*(1-RH^3)	1,356	
---------	---------------	-------	--

epsilon cd,0	0,85*((220+110*alpha ds1)* exp(-alpha ds2*fcm/fcmo))^10^-6*beta RH	0,00006	
epsilon cd,∞	epsilon cd,0 * kh	0,005%	0,00005

beta as (t)	1-e^(-0,2*t^0,5)		
epsilon ca,∞	2,5*(fck-10)	0,00048	

epsilon cs, ∞		0,00052	
---------------	--	---------	--

SLS - Deflection

POSITION: Stairway: $h = 34$ cm, Concrete: UHPC, Reinforcement: B550

h	height	34	cm
b	width of the slab	100	cm
l	span	12,1	m

INTERNAL SECTION FORCES & MOMENTS

MEqs	$g+p*\psi_2$	0	263,15	0	263	kNm
MEk	$g+p$	0	314,39	0	314	kNm
MEd	$1,35*g+1,50*p$				435	kNm

MATERIAL CONCRETE

		UHPC	
Ec0m	young's modulus	5.214	kN/cm ²
fck	concrete cubic strength	20,00	kN/cm ²
α_{cc}	factor for fatigue strength	0,85	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50*\alpha$	11,33	kN/cm ²
fctm	mean tensile strength	1,03	kN/cm ²

MATERIAL REINFORCEMENT

		B550	
fyk	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm ²
fyd	reinforcement $fyk/1,15$	47,83	kN/cm ²
Es	reinforcement young's modulus	21.000	kN/cm ²

PRESENT REINFORCEMENT CONFIGURTION

$\phi_{,00}$			0,42	
Ec0m			5.214	kN/cm ²
Ec,eff	$Ec0m / (1+\phi_{,00})$		3.668	kN/cm ²
$\alpha_{,s}$	$= Es / Ec0m$		4,0	
$\alpha_{,s,eff}$	$= Es / Ec,eff$		5,7	
I 1	uncracked moment of inertia state		327.533	cm ⁴
EI 10	short term bending stiffness	f= 1,00	1,71E+09	kNcm²
EI 100	long term bending stiffness	f= 1,42	1,20E+09	kNcm²
As	present area of reinforcement		53,09	cm ²
dm	statically effective height		29,20	cm
$\rho_{,l}$	present percentage of reinforcement		1,82%	
xll 0	compression zone		9,24	cm
zll	inner lever of reinforcement		26,12	cm
I 2 0	cracked moment of inertia state		111.490	cm ⁴
EI 20	short term bending stiffness	f= 2,94	5,81E+08	kNcm²
xll oo	compression zone		10,63	cm
I 2 oo	cracked moment of inertia state		118.461	cm ⁴
EI 2oo	long term bending stiffness	f= 3,45	4,95E+08	kNcm²

CRACKING MOMENT

Mcr	cracking moment	$(b*h^2/6)*fctm$	197,7	kNm
------------	-----------------	------------------	--------------	------------

STRESS LIMITS				
$\sigma_{s,0}$	present reinforcement tension	$(MEk/l \ 2 \ 0) \cdot (dm-x) \cdot \alpha_{s,0}$	22,67	kN/cm ²
$\sigma_{s,oo}$	long time reinforcement tension	$(MEk/l \ 2 \ oo) \cdot (dm-x) \cdot \alpha_{s,oo}$	28,22	kN/cm ²
σ_s			28,22	kN/cm²
$\sigma_{s,lim}$		$0,80 \cdot f_{yk}$	44,00	kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(MEk/l \ 2 \ 0) \cdot x$	2,61	kN/cm ²
$\sigma_{c,oo}$	long time concrete tension	$(MEk/l \ 2 \ oo) \cdot x$	2,82	kN/cm ²
σ_c			2,82	kN/cm²
$\sigma_{c,lim}$		$0,60 \cdot f_{ck}$	12,00	kN/cm²
$\sigma_{c,0}$	present concrete tension	$(MEqs/l \ 2 \ 0) \cdot x$	2,18	kN/cm ²
$\sigma_{c,oo}$	long time concrete tension	$(MEqs/l \ 2 \ oo) \cdot x$	2,36	kN/cm ²
σ_c			2,36	kN/cm²
$\sigma_{c,lim}$		$0,45 \cdot f_{ck}$	9,00	kN/cm²

VIRTUAL MOMENTS				
M'	virtual moment		303	kNcm

DEFLECTION				
	EN 1992-1-1 (7.18)			
w,c	superelevation		0,0	cm

		1	2	
		LIMIT	STATE I	STATE II
w,0,S	< L / 300	4,03		3,9 cm
w,oo,S	< L / 250	4,84		4,3 cm

DEFLECTION				
L			12,10	m
p,k			17,18	kN/m
p,qs			14,38	kN/m
MEk			31439	kNcm
VEk			103,93	kN
MEqs			26315	kNcm
VEqs			86,99	kN
A,c,eff			1200	cm ²
$\rho_{s,eff}$			4,42%	
$\Delta\sigma_{sr,Erstriss}$			22,164	kN/cm ²
σ_{sr1}			2,966	kN/cm ²
σ_{sr2}			14,254	kN/cm ²
$\Delta\sigma_{sr}$			11,289	kN/cm ²
$\Delta\epsilon_{sr}$			0,00054	

A Excel-Berechnungen

	x [m]	MEk [kNm]	MEqs [kNm]	i	simpson	x [m]	MEk [kNm]	MEqs [kNm]	δM	Mcrl [kNcm]
0	0,00	0,00	0,00	1	1	0,00	0	0	0	19768
1	0,40	40,52	33,92	2	4	0,40	4052	3392	20	19768
2	0,81	78,25	65,49	3	2	0,81	7825	6549	40	19768
3	1,21	113,18	94,73	4	4	1,21	11318	9473	61	19768
4	1,61	145,32	121,63	5	2	1,61	14532	12163	81	19768
5	2,02	174,66	146,19	6	4	2,02	17466	14619	101	19768
6	2,42	201,21	168,41	7	2	2,42	20121	16841	121	19768
7	2,82	224,96	188,30	8	4	2,82	22496	18830	141	19768
8	3,23	245,92	205,84	9	2	3,23	24592	20584	161	19768
9	3,63	264,09	221,04	10	4	3,63	26409	22104	182	19768
10	4,03	279,46	233,91	11	2	4,03	27946	23391	202	19768
11	4,44	292,03	244,43	12	4	4,44	29203	24443	222	19768
12	4,84	301,82	252,62	13	2	4,84	30182	25262	242	19768
13	5,24	308,80	258,47	14	4	5,24	30880	25847	262	19768
14	5,65	312,99	261,98	15	2	5,65	31299	26198	282	19768
15	6,05	314,39	263,15	16	4	6,05	31439	26315	303	19768
16	6,45	312,99	261,98	17	2	6,45	31299	26198	282	19768
17	6,86	308,80	258,47	18	4	6,86	30880	25847	262	19768
18	7,26	301,82	252,62	19	2	7,26	30182	25262	242	19768
19	7,66	292,03	244,43	20	4	7,66	29203	24443	222	19768
20	8,07	279,46	233,91	21	2	8,07	27946	23391	202	19768
21	8,47	264,09	221,04	22	4	8,47	26409	22104	182	19768
22	8,87	245,92	205,84	23	2	8,87	24592	20584	161	19768
23	9,28	224,96	188,30	24	4	9,28	22496	18830	141	19768
24	9,68	201,21	168,41	25	2	9,68	20121	16841	121	19768
25	10,08	174,66	146,19	26	4	10,08	17466	14619	101	19768
26	10,49	145,32	121,63	27	2	10,49	14532	12163	81	19768
27	10,89	113,18	94,73	28	4	10,89	11318	9473	61	19768
28	11,29	78,25	65,49	29	2	11,29	7825	6549	40	19768
29	11,70	40,52	33,92	30	4	11,70	4052	3392	20	19768
30	12,10	0,00	0,00	31	1	12,10	0	0	0	19768

EI 10 [kNcm ²]	κ I	EI 20 [kNcm ²]	κ II	osr [kN/cm ²]	os2 [kN/cm ²]	βt	ζ	κ m	w 0 [cm]
1,71E+09	0,00E+00	5,81E+08	0,00E+00	22,164	0,000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00
1,71E+09	2,37E-06	5,81E+08	6,97E-06	22,164	2,922	0,4	0,000	2,37E-06	2,57E-03
1,71E+09	4,58E-06	5,81E+08	1,35E-05	22,164	5,642	0,4	0,000	4,58E-06	4,97E-03
1,71E+09	6,63E-06	5,81E+08	1,95E-05	22,164	8,161	0,4	0,000	6,63E-06	2,18E-02
1,71E+09	8,51E-06	5,81E+08	2,50E-05	22,164	10,479	0,4	0,000	8,51E-06	1,89E-02
1,71E+09	1,02E-05	5,81E+08	3,00E-05	22,164	12,595	0,4	0,000	1,02E-05	5,55E-02
1,71E+09	1,18E-05	5,81E+08	3,46E-05	22,164	14,509	0,4	0,000	1,18E-05	3,83E-02
1,71E+09	1,32E-05	5,81E+08	3,87E-05	22,164	16,222	0,4	0,000	1,32E-05	1,00E-01
1,71E+09	1,44E-05	5,81E+08	4,23E-05	22,164	17,733	0,4	0,000	1,44E-05	6,25E-02
1,71E+09	1,55E-05	5,81E+08	4,54E-05	22,164	19,043	0,4	0,000	1,55E-05	1,51E-01
1,71E+09	1,64E-05	5,81E+08	4,81E-05	22,164	20,151	0,4	0,000	1,64E-05	8,87E-02
1,71E+09	1,71E-05	5,81E+08	5,02E-05	22,164	21,058	0,4	0,000	1,71E-05	2,04E-01
1,71E+09	1,77E-05	5,81E+08	5,19E-05	22,164	21,763	0,4	0,000	1,77E-05	1,15E-01
1,71E+09	1,81E-05	5,81E+08	5,31E-05	22,164	22,267	0,4	0,498	3,55E-05	5,01E-01
1,71E+09	1,83E-05	5,81E+08	5,38E-05	22,164	22,570	0,4	0,518	3,67E-05	2,79E-01
1,71E+09	1,84E-05	5,81E+08	5,41E-05	22,164	22,670	0,4	0,525	3,71E-05	6,04E-01
1,71E+09	1,83E-05	5,81E+08	5,38E-05	22,164	22,570	0,4	0,518	3,67E-05	2,79E-01
1,71E+09	1,81E-05	5,81E+08	5,31E-05	22,164	22,267	0,4	0,498	3,55E-05	5,01E-01
1,71E+09	1,77E-05	5,81E+08	5,19E-05	22,164	21,763	0,4	0,000	1,77E-05	1,15E-01
1,71E+09	1,71E-05	5,81E+08	5,02E-05	22,164	21,058	0,4	0,000	1,71E-05	2,04E-01
1,71E+09	1,64E-05	5,81E+08	4,81E-05	22,164	20,151	0,4	0,000	1,64E-05	8,87E-02
1,71E+09	1,55E-05	5,81E+08	4,54E-05	22,164	19,043	0,4	0,000	1,55E-05	1,51E-01
1,71E+09	1,44E-05	5,81E+08	4,23E-05	22,164	17,733	0,4	0,000	1,44E-05	6,25E-02
1,71E+09	1,32E-05	5,81E+08	3,87E-05	22,164	16,222	0,4	0,000	1,32E-05	1,00E-01
1,71E+09	1,18E-05	5,81E+08	3,46E-05	22,164	14,509	0,4	0,000	1,18E-05	3,83E-02
1,71E+09	1,02E-05	5,81E+08	3,00E-05	22,164	12,595	0,4	0,000	1,02E-05	5,55E-02
1,71E+09	8,51E-06	5,81E+08	2,50E-05	22,164	10,479	0,4	0,000	8,51E-06	1,89E-02
1,71E+09	6,63E-06	5,81E+08	1,95E-05	22,164	8,161	0,4	0,000	6,63E-06	2,18E-02
1,71E+09	4,58E-06	5,81E+08	1,35E-05	22,164	5,642	0,4	0,000	4,58E-06	4,97E-03
1,71E+09	2,37E-06	5,81E+08	6,97E-06	22,164	2,922	0,4	0,000	2,37E-06	2,57E-03
1,71E+09	0,00E+00	5,81E+08	0,00E+00	22,164	0,000	0,4	0,000	0,00E+00	0,00E+00

3,888

A Excel-Berechnungen

El 1oo [kNcm ²]	κ I	El 2oo [kNcm ²]	κ II	βt	ζ	κ m	w oo [cm]
1,20E+09	0,00E+00	4,95E+08	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00
1,20E+09	2,82E-06	4,95E+08	6,86E-06	0,25	0,000	2,82E-06	3,06E-03
1,20E+09	5,45E-06	4,95E+08	1,32E-05	0,25	0,000	5,45E-06	5,91E-03
1,20E+09	7,89E-06	4,95E+08	1,91E-05	0,25	0,000	7,89E-06	2,57E-02
1,20E+09	1,01E-05	4,95E+08	2,46E-05	0,25	0,000	1,01E-05	2,20E-02
1,20E+09	1,22E-05	4,95E+08	2,96E-05	0,25	0,000	1,22E-05	6,60E-02
1,20E+09	1,40E-05	4,95E+08	3,40E-05	0,25	0,000	1,40E-05	4,56E-02
1,20E+09	1,57E-05	4,95E+08	3,80E-05	0,25	0,000	1,57E-05	1,19E-01
1,20E+09	1,71E-05	4,95E+08	4,16E-05	0,25	0,000	1,71E-05	7,43E-02
1,20E+09	1,84E-05	4,95E+08	4,46E-05	0,25	0,000	1,84E-05	1,80E-01
1,20E+09	1,95E-05	4,95E+08	4,72E-05	0,25	0,000	1,95E-05	1,06E-01
1,20E+09	2,03E-05	4,95E+08	4,94E-05	0,25	0,000	2,03E-05	2,43E-01
1,20E+09	2,10E-05	4,95E+08	5,10E-05	0,25	0,000	2,10E-05	1,37E-01
1,20E+09	2,15E-05	4,95E+08	5,22E-05	0,25	0,499	3,68E-05	5,19E-01
1,20E+09	2,18E-05	4,95E+08	5,29E-05	0,25	0,531	3,81E-05	2,89E-01
1,20E+09	2,19E-05	4,95E+08	5,31E-05	0,25	0,531	3,85E-05	6,26E-01
1,20E+09	2,18E-05	4,95E+08	5,29E-05	0,25	0,523	3,81E-05	2,89E-01
1,20E+09	2,15E-05	4,95E+08	5,22E-05	0,25	0,499	3,68E-05	5,19E-01
1,20E+09	2,10E-05	4,95E+08	5,10E-05	0,25	0,000	2,10E-05	1,37E-01
1,20E+09	2,03E-05	4,95E+08	4,94E-05	0,25	0,000	2,03E-05	2,43E-01
1,20E+09	1,95E-05	4,95E+08	4,72E-05	0,25	0,000	1,95E-05	1,06E-01
1,20E+09	1,84E-05	4,95E+08	4,46E-05	0,25	0,000	1,84E-05	1,80E-01
1,20E+09	1,71E-05	4,95E+08	4,16E-05	0,25	0,000	1,71E-05	7,43E-02
1,20E+09	1,57E-05	4,95E+08	3,80E-05	0,25	0,000	1,57E-05	1,19E-01
1,20E+09	1,40E-05	4,95E+08	3,40E-05	0,25	0,000	1,40E-05	4,56E-02
1,20E+09	1,22E-05	4,95E+08	2,96E-05	0,25	0,000	1,22E-05	6,60E-02
1,20E+09	1,01E-05	4,95E+08	2,46E-05	0,25	0,000	1,01E-05	2,20E-02
1,20E+09	7,89E-06	4,95E+08	1,91E-05	0,25	0,000	7,89E-06	2,57E-02
1,20E+09	5,45E-06	4,95E+08	1,32E-05	0,25	0,000	5,45E-06	5,91E-03
1,20E+09	2,82E-06	4,95E+08	6,86E-06	0,25	0,000	2,82E-06	3,06E-03
1,20E+09	0,00E+00	4,95E+08	0,00E+00	0,25	0,000	0,00E+00	0,00E+00

4,295

SLS - Vibration

POSITION: Stairway: $h = 34$ cm, Concrete: UHPC, Reinforcement: B550

h	height	34	cm
b	width	100	cm
L	span	12,1	m

MATERIAL CONCRETE UHPC

Ec0m	young's modulus	5.214	kN/cm2
fck	concrete cube strength	20,00	kN/cm2
α_{cc}	factor for fatigue strength	0,85	
fcd	concrete $f_{ck}/1,50 \cdot \alpha$	11,33	kN/cm2
fctm	mean tensile strength	1,03	kN/cm2
$\phi_{t,oo}$	longterm creep coefficient ($t=oo$)	0,42	-

MATERIAL REINFORCEMENT B550

fyk	characteristic yield strenght	55,00	kN/cm2
fyd	design tensile strenght	47,83	kN/cm2
Es	reinforcement young's modulus	21.000	kN/cm2

LOADS

q,k	characteristic load	17,18	kN/m
q,d	design load	23,79	kN/m
q,qs	quasi-static load	14,38	kN/m

SECTION FORCES

MEk	char. bending moment	314	kNm
MEd	design bending moment	435	kNm
MEqs	quasi-static bending moment	263	kNm

Mcr	cracking moment	198	kNm
------------	-----------------	------------	------------

DESIGN REINFORCEMENT CONFIGURATION

c	clear cover	35	mm
d,stirrup	diameter of shear links	0	mm
d	diameter	26	mm
d1	edge distance bars	4,80	cm
As	design reinforcement area	53,09	cm²
dm	average reinforcement distance	29,2	cm
α_s	ratio young's moduls	4,03	
x	height of compression zone	9,24	cm
z	inner lever of reinforcement	26,12	cm

FLEXURAL STIFFNES CALCULATION

I 1	uncracked moment of inertia	327.533	cm4
EI 10	uncracked shortterm bending stiffness	1,71E+09	kNcm2
I 2	cracked moment of inertia	111.490	cm4
min EI 20	fully cracked shortterm bending stiffness ($c=1$)	5,81E+08	kNcm2

VIBRATION CALCULATION

EI eq	cracked shortterm bending stiffness acc. to Bischoff	8,78E+07	Nm2
L	span	12,10	m
m	mass	1145	kg/m2
f1 20, eq	first natural frequency (cracked) acc. to Bischoff	2,97	Hz
f_{lim}	critical first natural frequency	1,6 - 2,4 ; 3,5 - 4,5	Hz