

Diplomarbeit

Dynamische Beurteilung von Eisenbahnbrücken und Modellanpassung einer bestehenden Fachwerksbrücke

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

eingereicht an der TU Wien, Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwesen

Diploma Thesis

Dynamic Evaluation of Railway Bridges and Model Updating of an Existing Truss Bridge

submitted in satisfaction of the requirements for the degree

Diplom-Ingenieur

of the TU Wien, Faculty of Civil and Environmental Engineering

Sebastian Pißermayr, BSc BSc

Matr.Nr.: 01426114

Betreuung: Priv.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.techn.habil. **Michael Reiterer**
Institut für Tragkonstruktionen
Forschungsbereich für Baumechanik und Baudynamik
Technische Universität Wien
Karlsplatz 13, 1040 Wien, Österreich

Wien, im Juni 2023



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Danksagung

Zu Beginn möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mich begleitet und unterstützt haben, um zum erfolgreichen Abschluss meines Studiums beizutragen. Mein spezieller Dank geht an:

Priv.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.techn.habil. Michael Reiterer, der mit seinem grenzenlosen Wissen und Interesse zur Baudynamik keine Mühe gescheut hat, mich bei dieser Arbeit zu unterstützen und sich immer Zeit genommen hat, um Fragen und Probleme aus dem Weg zu räumen.

Univ.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.techn. tit.Ao.Univ.-Prof. Rainer Flesch, der mit seinem ungebremsten Arbeitseinsatz und umfangreichen Wissen aus der langjährigen Praxis stets zur Seite stand, um sein Wissen und seinen Erfahrungsschatz zu teilen.

Dipl.-ing. Dr.techn. Alois Vorwagner, der die Bearbeitung dieser relevanten und praktischen Themen in Form einer Diplomarbeit in die Wege geleitet und ermöglicht hat.

Dipl.-ing. Maciej Kwapisz, dessen vermittelten Kenntnisse zur angewandten Brückendynamik und Datenverarbeitung einen großen Mehrwert für mich haben.

alle anderen Kollegen und Kolleginnen am AIT, die mir stets Frage und Antwort standen und mir mit beispielloser Hilfsbereitschaft stets zur Seite standen.

meine Eltern Berthold und Maria, die mir mein sorgenfreies Studium erst ermöglicht haben.

meine Freunde und meine Familie, die mich über das Studium hinweg und auch beim Verfassen dieser Arbeit unterstützt haben und sich Zeit genommen haben, wann und wo sie konnten.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Kurzfassung

Im Schienenverkehr zeigt sich aus den Entwicklungen der letzten zwei Jahrzehnte ein klarer Trend zu schneller fahrenden Zügen, im Personenverkehr als auch im Güterverkehr. Sowohl in Deutschland als auch in Österreich wurden die zulässigen Geschwindigkeiten für verschiedene Streckenabschnitte erhöht. Beispielsweise verkehrt die Personenzuggarnitur Railjet seit dem Jahr 2012 mit 230 km/h auf großen Teilen der Westbahnstrecke. Diese Geschwindigkeitserhöhungen bringen eine große Herausforderung für den Bestand der gesamten Eisenbahninfrastruktur mit sich. Durch den klaren Trend der schneller verkehrenden Schienenverkehrsmittel wird die gesamte Eisenbahninfrastruktur stärker beansprucht. Ob nun Tunnel, Lärmschutzwände, Brücken oder sonstiges - durch die steigende Beanspruchung und Belastung der Infrastruktur gilt es diese entsprechend zu reevaluieren. Ein großer Fokus dieser Arbeit liegt auf der Berechnung und Beurteilung von Eisenbahninfrastrukturen, im Speziellen in der Berechnung und Bewertung von Eisenbahnbrücken.

In Österreich gibt es mit etwa 6600 Brücken viele mögliche Problempunkte, um die erhöhten Anforderungen des Schienenverkehrs zu erfüllen. [1] Hierbei besteht zudem eine große Problematik, da die durchschnittliche Lebensdauer von Eisenbahnbrücken bei über 100 Jahren liegt. [2]

Abgeleitet von dieser Problemstellung der Neubewertung werden zunächst vorhandene analytische Methoden aufbereitet, um die dynamische Antwort für den Bernoulli-Euler Balken zu berechnen. Diese analytischen Methoden eignen sich durch die kurze Berechnungszeit für eine hohe Anzahl an Berechnungen und dadurch auch dazu Geschwindigkeitsgrenzwerte aus bestehenden Regelwerken zu überprüfen. Beim Einhalten dieser Geschwindigkeitsgrenzwerte für die zugehörigen Streckenklassen ist bisher eine vereinfachte, quasi-statische Nachweisführung möglich gewesen. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt eine Klassifizierung für eine Sammlung von Zugdaten aus Normen, Messungen und künstlich generierten Zugdaten. Mit dieser Klassifizierung können die analytischen Methoden genutzt werden, um verschiedene Eisenbahnbrücken zu bewerten. Hierbei liegt die Bewertung von allgemeinen Eisenbahnbrücken im Fokus, um die Geschwindigkeitsgrenzwerte für die klassifizierten Streckenklassen zu überprüfen.

Auch wenn es die analytischen Methoden ermöglichen Parameterstudien durchzuführen, so sind die möglichen Randbedingungen in diesem Fall auf den Einfeldbalken beschränkt. Gerade bei älteren Baukonstruktionen können Systemänderungen beispielsweise durch Zwänge und Schädigungen auftreten. Die Berechnungen am Balken können hier allerdings keine Auskunft über diese Problematik geben. Auch praktisch ist es sehr schwierig zu bestimmen, wie stark diese Zwänge wirken und die Kräfte im System beeinflussen. Bei der Untersuchung einer über 100 Jahre alten Fachwerksbrücke wird eine Modellanpassung an einem FE-Modell durchgeführt, um diese unbekanntes Zwangsgrößen zu bestimmen. Durch die tatsächliche Berechnung durch eine Fehlerminimierung kann gezeigt werden, welchen Einfluss die Zwänge auf verschiedene Kräfte haben. Diese Berechnung und Validierung basiert auf verfügbaren Messdaten von über 70 Sensoren.

In einem letzten Kapitel wird das 3D FE-Modell in einen Ersatzbalken übergeführt, um auch eine Berechnung mit den analytischen Methoden durchführen zu können. Damit kann aufgezeigt werden, wo die Grenzen für die Modellanpassung an der analytischen Berechnung liegen. Für die Vereinfachung der Fachwerksbrücke können zudem sehr rasch die zulässigen Geschwindigkeiten für die zuvor definierten und klassifizierten Personen- als auch Güterzüge ermittelt werden. Dies

kann wiederum mit den zuvor ermittelten Ergebnissen für die Balkenbrücken in Bezug gesetzt werden.

Mit diesen Methoden gilt es möglichst allgemeine Brückentragwerke als auch Zusanregungen mit den Inhalten der DIN EN 15528 [3] zu vergleichen. Andererseits wird auch eine Bewertung einer bestehenden Fachwerksbrücke anhand einer Modellanpassung durchgeführt. Auch an diesem umfangreichen FE-Modell gilt es die Möglichkeiten und Grenzen der analytischen Methoden aufzuzeigen.

Abstract

In European rail transport, developments over the past two decades have shown a clear trend toward faster trains, in both passenger and freight transport. In both Germany and Austria, the permissible speeds for various sections of route have been increased. For example, the Railjet passenger train set has been running at 230 km/h on large sections of the Westbahn line since 2012. These increased speeds bring with them a major challenge for the existing of the entire rail infrastructure. Due to the clear trend of faster rail traffic, the entire rail infrastructure is subjected to greater loads. Whether it is tunnels, noise barriers, bridges or anything else - the increasing forces on the infrastructure require an appropriate re-evaluation of the existing infrastructure. A major focus of this work is the calculation and evaluation of railroad infrastructures, in particular the calculation and evaluation of railroad bridges.

In Austria, there are about 6600 bridges and therefore many possible problem points to meet the increased requirements of rail traffic. [1] There is also a big problem here, since the average lifetime of railroad bridges is over 100 years. [2]

Derived from this problem of re-evaluation, existing analytical methods are first reviewed to calculate the dynamic response for the Bernoulli-Euler beam. Due to the short computation time, these analytical methods are suitable for a high number of computations and thus also for checking velocity limits from existing codes. Up to now, a simplified, quasi-static verification has been possible when complying with these velocity limit values for the corresponding track classes. Within the scope of this work, a classification is made for a collection of train data from standards, measurements and artificially generated train data. With this classification, analytical methods can be used to evaluate different railroad bridges. Here, the focus is on the evaluation of general railway bridges in order to verify the speed limits for the classified track classes.

Even if the analytical methods allow parameter studies to be carried out, the possible boundary conditions in this case are limited to the simply supported beam. Especially in older structures, system changes can occur. For example, due to constraints and damage. However, the previously performed calculations on the beam cannot provide information on this problem. It is also quite difficult to determine in practical terms the extent to which these constraints act and influence the forces in the system. In the examination of a truss bridge that is over 100 years old, a model-updating is performed using an FE model in order to determine these unknown constraints. By performing an error minimization computation, it is possible to show the influence of the constraints on various forces. This calculation and validation is based on available measurement data from over 70 sensors.

In a final chapter, the 3D FE-model is transferred into an equivalent beam in order to also perform a calculation with the analytical methods. This can be used to show where the limits for model-updating with analytical calculation occur. For the simplification of the truss bridge, the permitted speeds for the previously defined and classified passenger as well as freight trains can also be determined quite fast. This in itself can be related to the previously determined results for the truss bridges.

With these methods, it is intended to compare and evaluate general bridge structures as well as train excitations with the contents of DIN EN 15528 [3]. On the other hand, an evaluation of an existing truss bridge is carried out on the basis of a model-updating. The possibilities and limitations of analytical methods are also to be shown on this comprehensive FE model.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen	1
1 Grundlagen	8
1.1 Dynamische Belastungen bei Eisenbahnbrücken	8
1.2 Dynamische Berechnungsmethoden	9
1.3 Aufbereitung der DER-Methode [4]	10
1.3.1 Ausgangspunkt der Herleitung	11
1.3.2 Generalisierte Federsteifigkeit K^* und generalisierte Kraft F^*	12
1.3.3 Spezialisieren von generalisierten Federsteifigkeit K^* für die Ansatzfunktion $\Phi(x)$	13
1.3.4 Spezialisieren der generalisierte Kraft F^*	13
1.3.5 Fourierreihe für generalisierte Kraft am äquivalenten Ersatzsystem (EMS) in $N (F^*)$	14
1.3.6 Schwingungsantwort des äquivalenten Ersatzsystems	17
1.3.7 Zusammenfassung der Ergebnisse für das allgemeine System	20
1.3.8 Vereinfachung der Systemantwort	21
1.3.9 Definition des Konzepts „Zugverbandteil“	23
1.3.10 Berechnung der maximalen Durchbiegung	24
1.4 Aufbereitung der LIR-Methode [4]	26
1.4.1 Ausgangspunkt der Herleitung	26
1.4.2 Erzwungene und freie Schwingung	26
1.4.3 Überlagerung frequenzgleicher Schwingungen	28
1.4.4 Überlagerung der freien Schwingungen für mehrere Achsen	28
1.4.5 Substitution der Variablen	29
1.5 Zustandsraumtheorie	31
1.5.1 Lineare, invariante Mehrgrößensysteme	31
1.5.2 Beispiel: Zweimassenschwinger im Zustandsraum	32
1.5.3 Mögliche allgemeine Systemformulierung	34
1.5.4 Numerische Lösung des Systems	35
2 Dynamische Bewertung von Eisenbahnbrücken	37
2.1 Projekt <i>Brückendynamik, dynamisches Lastmodell</i>	38
2.2 Methodik der Zugklassifizierung (Einstufung von Fahrzeugen) nach EN 15528	39
2.2.1 Einführung der Zugsets als Sortierung	40
2.2.2 Fehlerbetrachtung bei der Berechnung des maximalen Biegemoments	41
2.3 Erfordernis dynamischer Berechnungen in EN 15528	42
2.4 Zugdaten für die Berechnung	43
2.5 Identifikation aggressiver Züge	44
2.6 Vergleich einer dynamischen Berechnung mit Tabelle C.1	45
2.6.1 Brückenset 1: Brücken mit $L/w_{\max, LM71} = 3000$	46
2.6.1.1 Maximale zulässige Geschwindigkeiten für die definierten Streckenklassen (Einstufung von Fahrzeugen)	46

2.6.1.2	Beschleunigungsantworten über die Spannweiten und für die definierten Streckenklassen (Einstufung von Fahrzeugen)	46
2.6.2	Brückenset 2: Brücken mit $D_{2120} < 3.5 \frac{m}{s^2}$	49
2.6.2.1	Maximale zulässige Geschwindigkeiten	50
2.6.3	Brückenset 3: Brücken mit $v_{\max} \geq v_{\text{Tab. C1}}$	50
2.6.3.1	Einführung der Zugsets als Vereinigung	51
2.6.3.2	Erforderliche Steifigkeiten und Eigenfrequenzen	51
2.6.4	Vergleich der Brückensets	54
2.7	Parameterstudie Vergleich von Balken- und Plattenmodellen	55
3	Modellanpassung einer bestehenden Fachwerksbrücke	60
3.1	Untersuchte Brücke	61
3.2	Methoden zur Modellanpassung	63
3.3	Methodische Vorgehensweise bei Berechnung und Auswertung einer Zugüberfahrt am FE-Modell	65
3.4	Installiertes Messsystem	68
3.5	Aufbereitung der Messdaten	73
3.5.1	Aufbereitung der DMS-Daten	73
3.5.2	Achslastmessstelle	75
3.6	Validierung der vorliegenden Messdaten	76
3.7	FE-Modellierung der Brücke	80
3.7.1	Modellierung der aufgelösten Fachwerksstäbe	80
3.7.2	Modellierung der Querträger	81
3.7.3	Grenzen der Modellierung	85
3.8	Definition der zu optimierenden Parameter	85
3.8.1	Parametrisierung von Biegungeffekten durch eine Auflagerexzentrizität	86
3.8.2	Parametrisierung des Drucks aus der Widerlagerwand	87
3.8.3	Parametrisierung der Schädigung am Schwellenträger in Auflagernähe	87
3.8.4	Festlegung der Parameter	88
3.8.5	Sensitivitätsstudie der Parameter für die Modellanpassung	90
3.9	Randbedingungen der Optimierung	90
3.9.1	Definition der Zielfunktion	91
3.9.2	Optimierungsalgorithmus	91
3.10	Optimierung des FE-Modells	93
3.10.1	Modellanpassung 1: Optimierung an einer einzelnen Lok	95
3.10.2	Modellanpassung 2: Optimierung an einem Güterzug	96
3.10.3	Modellanpassung 3: Optimierung an einem Zugset	98
3.10.4	Modellanpassungen im Vergleich	100
3.11	Dynamische Versuche	103
3.11.1	Validierung der Messung	107
4	Vereinfachte Berechnung an der untersuchten Fachwerksbrücke	109
4.1	Grundlagen der analytischen Beschleunigungsberechnung	109
4.1.1	Beschleunigungsberechnung nach der DER-Methode	110
4.1.2	Beschleunigungsberechnung nach der LIR-Methode	111
4.1.3	Umrechnung der DER- und LIR Teilergebnisse	112
4.2	Berechnung an der Fachwerksbrücke	113
4.2.1	Grenzwerte der Beschleunigung	113

4.3 Vergleich der Berechnung	114
4.3.1 Zulässige Höchstgeschwindigkeit	117
5 Zusammenfassung	121
Literatur	124
Tabellenverzeichnis	127
Abbildungsverzeichnis	128
A Anhang	136
A.1 Sensorpositionen an den Modellierten Stabquerschnitten	136
A.2 Ergebnisse der verschiedenen Modellierungstiefen	139
A.3 Ergebnisse der verschiedenen Modellanpassungen	144
A.4 Eigenformen des Brückentragwerks der verschiedenen Modellanpassungen	148



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

Abkürzungen

DER	DER-Methode (vom engl. Ausdruck für Zerlegung der Anregung bei Resonanz: Decomposition of Excitation at Resonance)
DMS	Dehnmessstreifen
EMS	Einmassenschwinger – Ersatzsystem mit einem Freiheitsgrad
ERRI	European Rail Research Institute
GZ	Güterzug
LIR	LIR-Methode (vom frz. Wort für Resteinflusslinie: ligne d'influence résiduelle)
PZ	Personenzug
SDOF	System mit einem Freiheitsgrad (engl. single degree of freedom)
TW	Triebwagen
UTC	Koordinierte Weltzeit (engl. Coordinated Universal Time)

Grundlagen der DER- und LIR-Methode

δ	Dirac'sche Deltafunktion, Deltadistribution
$\Pi_T(t)$	Fensterfunktion (mit der Fensterbreite T und abhängig von der Zeit t)
β	Dämpfungsparameter, für kleine Dämpfungen gilt $\beta \approx \zeta$ $\zeta \ll 1$
\ddot{Y}_L	maximale Beschleunigungsantwort des dynamischen Systems, berechnet nach der LIR-Methode (wird im ERRI-Bericht [4] auch als γ bezeichnet)
\ddot{Y}	maximale Beschleunigungsantwort des dynamischen Systems, berechnet nach der DER-Methode (wird im ERRI-Bericht [4] auch als Γ bezeichnet)
$\ddot{Y}(t)$	Beschleunigungsantwort des dynamischen Systems (entspricht der Beschleunigungsantwort des äquivalenten EMS, wird im ERRI-Bericht [4] auch als $\Gamma(t)$ bezeichnet)
$\hat{Y}(t)$	virtuelle Verschiebung am äquivalenten EMS
$\hat{y}(x, t)$	virtuelle Verschiebung am Biegebalken $\hat{y}(x, t) = \Phi(x)\hat{Y}(t)$
λ	Wellenlänge in m $\lambda = \frac{v}{f_0}$
μ	Brückenmasse pro Längeneinheit in $\frac{kg}{m}$
ω	Erregerkreisfrequenz in $\frac{1}{s}$
ω_0	Eigenkreisfrequenz in $\frac{1}{s}$
ω_D	gedämpfte Eigenkreisfrequenz in $\frac{1}{s}$

ω_0	erste Eigenkreisfrequenz des dynamischen Systems in Hz bzw. $\frac{1}{s}$
ω_j	j -te Eigenkreisfrequenz in Hz bzw. $\frac{1}{s}$
$\Phi(x)$	Ansatzfunktion der Verformung des Einfeldbalkens (beschrieben durch eine Cosinus-Schwingung)
Im	gibt den imaginären Teil einer komplexen Zahl wieder
Re	gibt den realen Teil einer komplexen Zahl wieder
θ	Phasenverschiebung
θ_n	Phasenverschiebung des n -ten Sinustermes der Fourierreihe
ζ	linear viskose Dämpfung des Systems, Lehrsches Dämpfungsmaß angegeben in % zur kritischen Dämpfung
a_0, a_n, b_n	Koeffizienten der Fourier-Reihe in $f(t)$ für die Ermittlung von F^*
A_n, B_n	Koeffizienten aus Antwort der Fourier-Reihe des Systems
B	Querschnittsbreite des Brückenträgers in m
C	konstanter Term der LIR-Methode
C_n	Koeffizient der Fourier-Reihe in der komplexen Darstellung
EI	Biegesteifigkeit des Brückenquerschnitts in Nm^2
F	Radsatzterm der LIR-Methode, berücksichtigt das Wandern der Radsätze des jeweiligen Lastenzuges
f	Frequenz in Hz
F^*	generalisierte Kraft am äquivalenten Ersatzsystem (EMS) in N
f_0	erste vertikale Eigenfrequenz in Hz
$G(\lambda)$	Zugspektrum in N
$G_L(\lambda)$	Zugspektrum nach der LIR-Methode
H	Querschnittshöhe des Brückenträgers in m
H	Querschnittshöhe des Brückenträgers in m
i	imaginäre Zahl (mit $i = \sqrt{-1}$)
j	Index für die j -te Eigenform bzw. Eigenfrequenz ($j \in \mathbb{N}$)
K^*	generalisierte Federsteifigkeit am äquivalenten Ersatzsystem (EMS) in N/m
L	Spannweite des Brückenträgers in m
M^*	generalisierte Masse am äquivalenten Ersatzsystem (EMS) in kg
P_k	Radsatzlast an der Stelle x_k für die Achse k , in N

$p_k(x, t)$	spezialisierter Lastterm für die Achse k jener Teil der Funktion $p(x, t)$, der nur die Achslast und -koordinate mit dem Index k anordnet
P_{eq}	über die Spannweite L der Brücke verteilte Radsatzlast in $\frac{N}{m}$
r	Verhältniszahl zwischen Anregungskreisfrequenz ω und Eigenkreisfrequenz ω_0 $r = \frac{\omega}{\omega_0}$
r_n	Verhältniszahl zwischen Anregungskreisfrequenz ω und Eigenkreisfrequenz ω_0 den n -ten Sinusterns der Fourierreihe $r_n = \frac{n\omega}{\omega_0}$
$S(n)$	jener Teil der Zugsignatur in N , der den n -ten Sinustern der Fourierreihe behandelt
$S_0(\lambda)$	Zugsignatur nach der DER-Methode in N
t	Zeit in s
T	Fensterbreite der Fensterfunktion Π_T (als Zeitdauer) in s
v	konstante Geschwindigkeit der fahrenden Einzellast bzw. des Zugverbands in $\frac{m}{s}$
V	Potentielle Energie in N V^* bezeichnet die potentielle Energie am äquivalenten Ersatzsystem (EMS)
v_{krit}	konstante Geschwindigkeit der fahrenden Einzellast bzw. des Zugverbands in $\frac{m}{s}$ bei der eine Resonanzanregung des dynamischen Systems eintritt
W	Arbeit der äußeren Kräfte am System in Nm W^* bezeichnet die Arbeit der äußeren Kräfte am äquivalenten Ersatzsystem (EMS)
x	Brückenkoordinate in m , zwischen 0 und L
X_i	Länge des Teilzugverbands bis zur i -ten Zugachse des gesamten Zugverbands in m
X_{N-1}	Länge des gesamten Zugverbands in m
$Y(t)$	Verschiebungsantwort des Systems in m Entspricht der dynamischen Durchbiegung des äquivalenten EMS
$y(x, t)$	Dynamische Verformung (Funktion der Durchbiegung des Balkens für die Brückenkoordinate x und Zeit t)
y_0	statische Durchbiegung in Feldmitte in m
Y_h	homogene Lösung (beschreibt die freie Schwingung des Systems)
Y_p	partikuläre Lösung (beschreibt die erzwungene Schwingung des Systems)
Y_{stat}	statische Durchbiegung unter einer gleichmäßig verteilten Gleichlast P_{eq}

Grundlagen Zustandsraumtheorie

$\dot{\underline{Z}}$	zeitliche Änderung des Zustandsvektors \underline{Z}
\mathbb{N}	natürliche Zahlen (1,2,3,...)
$\underline{0}$	Nullvektor
$\underline{\underline{0}}$	Nullmatrix
$\underline{\underline{1}}$	Einheitsmatrix
$\underline{\underline{A}}$	Systemmatrix der Größe ($n \times n$)
$\underline{\underline{B}}$	Eingangs- oder Steuermatrix der Größe ($n \times r$)
$\underline{\underline{C}}$	Ausgangs- oder Beobachtungsmatrix der Größe ($m \times n$)
$\underline{\underline{D}}$	Durchgangsmatrix der Größe ($m \times r$)
\underline{Y}	Ergebnisvektor der Zustandsraumdarstellung
\underline{Z}	Zustandsvektor der Zustandsraumdarstellung
$\underline{U}(t)$	Belastungsvektor bzw. Belastungsmatrix der Zustandsraumdarstellung
c_1, c_2	Dämpfer des Systems in $\frac{Ns}{m}$
$F(t)$	Belastungsvektor des Systems bzw. der Bewegungsgleichung in N
k_1, k_2	lineare Federsteifigkeiten des Systems in $\frac{N}{m}$
m'	Anzahl der Eingangsgrößen des im Zustandsraum definierten Systems ($m' \in \mathbb{N}$)
m_1, m_2	Punktmassen des betrachteten Zweimassenschwingers in kg
n'	Ordnung des Mehrgrößensystems ($n' \in \mathbb{N}$)
r'	Anzahl der Ausgangsgrößen des im Zustandsraum definierten Systems ($r' \in \mathbb{N}$)
u_1, u_2	Komponenten des Belastungsvektor bzw. der Belastungsmatrix in der Zustandsraumdarstellung
x_1, x_2	Freiheitsgrade des Zweimassenschwingers in m
y_1, y_2	Komponenten des EErgebnisvektors \underline{Y}
z_1, z_2, \dots	Komponenten des Zustandsvektors der Zustandsraumdarstellung je nach Definition des Zustandsvektors sind verschiedene Einheiten möglich
\underline{C}	Dämpfungsmatrix in $\frac{Ns}{m}$
\underline{K}	Steifigkeitsmatrix in $\frac{N}{m}$
\underline{M}	Massenmatrix in kg

Dynamische Bewertung von Eisenbahnbrücken

α	Schiefe der Brücke in $^\circ$ $\alpha = 0^\circ$ entspricht einer geraden Brücke, siehe Abb. 2.12
φ	Kreuzungswinkel der Bücke in $^\circ$ $\varphi = 90^\circ$ entspricht einer geraden Brücke, bei der die Brückenachse und Lagerachse normal aufeinander stehen, siehe Abb. 2.12
ξ	normierte Brückenkoordinate $\xi = \frac{x}{L}$ $\xi = 0$ beschreibt die den Brückenanfang und $\xi = 1$ das Brückende
B	Querschnittsbreite des Brückenträgers in m , siehe Abb. 2.12
$f_{1,B}, f_{2,B}, \dots$	Eigenfrequenzen des numerischen Balkenmodells in Hz
$f_{1,P}, f_{2,P}, \dots$	Eigenfrequenzen des numerischen Plattenmodells in Hz
L	Spannweite in Brückenachse in m , siehe Abb. 2.12
L'	Stützlänge zwischen den Widerlagerwänden in m nur für kurze Brücken mit einer Schiefe $\neq 0$ von Bedeutung, siehe Abb. 2.12
SC	Stiffness Class – Steifigkeitsklasse, $SC = \frac{1}{w_{LM71}}$
SC_{erf}	Mindestens erforderliche Steifigkeitsklasse, um die Beschleunigung unter dem vordefinierten Grenzwert von $< 3,5 \frac{m}{s^2}$ zu halten.
w	Durchbiegung des Balken in m
w_{LM71}	Maximale statische Durchbiegung des Balkens bzw. der Brücke unter Belastung durch das Lastmodell LM 71 [5] in m

Modellanpassung

Δf_i	Änderung der Eigenfrequenz des FE-Modells durch die Variation der Stegdicke mm
$\bar{\theta}$	Vektor der Parameter ($[P1, P2, \dots]$)
$\bar{\theta}_0$	Vektor der Ausgangsparameter ($[P1, P2, \dots]$)
\tilde{s}	betrachteter Sensor einer Untersuchung
\tilde{t}	betrachteter Zug einer Untersuchung
$d-1, d-2, \dots$	Kurzbezeichnung der am Tragwerk applizierten Dehnmessstreifen (DMS) zum Erfassen der Dehnung in $\mu m/m$
$f(\bar{\theta})$	Zielfunktion der Modellanpassung zur Optimierung der Parameter $\bar{\theta}$
f_0	erste Eigenfrequenz des untersuchten Tragwerks
f_G	Grenzfrequenz des angewendeten Butterworth Tiefpassfilters in Hz
G	Zuggesamtgewicht in to

G_F	Fahrzeuggewicht in to
$M(\tilde{t}, \tilde{s})$	Ausgewertete Berechnung am FE-Modell zur Optimierung der Zielfunktion $f(\theta)$. Wesentlich abhängig von der Wahl der Parameter $\bar{\theta}$
$m(\tilde{t}, \tilde{s})$	Ausgewertete Messung zur Optimierung der Zielfunktion $f(\theta)$
$n-1, n-2, \dots$	Kurzbezeichnung der am Tragwerk applizierten Neigungssensoren zum Erfassen der Endverdrehungen des Tragwerks
$n-1_x$	Neigung des Sensors $n-1$ um die globale X-Achse
n_F	Anzahl der erkannten Fahrzeuge am gemessenen Zug
n_P	Anzahl der erkannten Radsätze bzw. Achsen am gemessenen Zug
n_x	Bezeichnung der Neigungssensoren für die Erkennung einer Neigung um die globale X-Achse
n_y	Bezeichnung der Neigungssensoren für die Erkennung einer Neigung um die globale Y-Achse
$norm(P_i)$	Normierungsfunktionen um die Parameter P_i in physikalische Größen zu übersetzen
P_i	Achslasten (P_1, P_2, \dots) in kN
$P_{i,1}$	Teilachslasten der Dreipunkteverteilung nach ÖNORM EN 1991-2 [5] ($P_{i,1}, P_{i,2}$ und $P_{i,3}$) in kN
P_i	Wert der Parameter (P_1, P_2, \dots) zur Anpassung des FE-Modells, definiert im Bereich von 0 bis 1
$P_{i_{\max}}$	Maximalwert der Parameter zur Anpassung des FE-Modells, in der Regel 1
$P_{i_{\min}}$	Minimalwert der Parameter zur Anpassung des FE-Modells, in der Regel 0
$QRD1$	linke Radlast eines betrachteten Radsatzes in to
$QRD1_{\max}$	maximal auftretende linke Radlast eines betrachteten Radsatzes in to
$QRD2$	rechte Radlast eines betrachteten Radsatzes in to
$QRD2_{\max}$	maximal auftretende rechte Radlast eines betrachteten Radsatzes in to
s_{P_i}	Sensitivität des FE-Modells gegenüber einer Änderung des Parameters P_i
$T-1, \dots$	Kurzbezeichnung der am Tragwerk applizierten Temperatursensoren zum Messen der Bauteiltemperatur in $^{\circ}C$
t'	tatsächliche Dicke der Gitterstäbe des aufgelösten Gitterstegs in mm
t^*	fiktive Ersatzstegdicke eines Stegblechs in mm
t_3	Zeitpunkt 3 s nachdem der Zug die Brücke verlassen hat

v	Geschwindigkeit des gemessenen Zugs in km/h
v_F	Geschwindigkeit des erkannten Fahrzeugs in km/h
v_P	Geschwindigkeit der gemessenen Achse in km/h
x, y, z	lokales Stabkoordinatensystem des FE-Modells in m
X, Y, Z	globale Koordinaten des FE-Modells in m
x_P	Position der Achse P am untersuchten Zug in m
$x_{\tilde{j}}$	Auswertungspunkte der Einflusslinie für die Achse \tilde{j}
X_{N-1}	Länge des gesamten Zugverbands in m

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Dynamische Belastungen bei Eisenbahnbrücken

Da im ersten Kapitel grundsätzliche Möglichkeiten für dynamische Berechnungsansätze an Eisenbahnbrücken angegeben werden, werden in einem ersten Schritt auch die verschiedenen hervorgerufenen Erschütterungen von Eisenbahnfahrzeugen und damit deren Anregungsmechanismen für Schwingungen behandelt. Hierzu werden Inhalte aus dem Lehrbuch *BAUDYNAMIK praxisgerecht* [6] im Detail dargestellt.

Die durch Eisenbahnfahrzeuge hervorgerufenen Erschütterungen lassen sich auf folgende Ursachen zurückführen:

- Jede Achslast eines Eisenbahnfahrzeuges bewirkt eine mit der Fahrgeschwindigkeit wandernde Verformung des Fahrweges, wobei die Achslasten mit Erregungsfrequenzen einwirken, die durch alle regelmäßig auftretenden Abstände im Zugverband bzw. Oberbau (vorliegende Achsabstände, Schwellenabstände etc.) sowie durch die Fahrgeschwindigkeit geprägt werden („Fahrfrequenzen“). Bei diesem grundlegenden Erregungsmechanismus wird eine „glatte Fahrbahn“ vorausgesetzt.
- Rad- und Oberbauunregelmäßigkeiten bewirken, dass die Achslasten impulsförmig aufgebracht werden, wodurch es zu einer Verstärkung der Achslast kommt. Gemäß der Theorie erreicht der dynamische Verstärkungsfaktor (das dynamische Inkrement) hierbei maximal den Wert 2. Ebenso führt die Rauigkeit im Kontaktbereich Rad–Schiene zu einer Schwingungsanregung, die je nach Wellenlänge zu Erschütterungen oder einem hörbaren Luftschall führt.
- Des Weiteren werden durch die oben angeführten Unregelmäßigkeiten die verschiedensten Eigenschwingzustände der Fahrzeuge und auch des Fahrweges aktiviert, was zu zusätzlichen dynamischen Kräften mit den jeweiligen Erregerfrequenzen führt. Es sind dies die unregelmäßigen Fahrzeugbewegungen (Tauchen, Rollen, Drehen, Nicken, Schlingern) sowie vertikale Eigenschwingungen der Radsätze. Jede Struktur besitzt zufolge der vorliegenden Massen- und Steifigkeitsverhältnisse Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen. Die Eigenschwingzustände von Fahrzeugen erhält man z. B. durch eine detaillierte Modellierung aller maßgeblichen Massen wie Radsätze, Drehgestelle und Masse des Wagenkastens (bei Verdrehungsfreiheitsgraden auch Ansatz der entsprechenden Drehmassen) sowie aller dazwischen befindlichen Feder- und Dämpferelementen (Primär- und Sekundärfederung, ev. auch von in den Rädern integrierten Radfedern). Eine derart detaillierte Modellierung mit Mehrkörpermodellen (MKM) wird in der Praxis allerdings selten vorgenommen. Diese zusätzlichen Anregungskomponenten werden meist nur unter Verwendung von Multiplikatoren angenähert.

Insbesondere bei einer regelmäßigen Zugkonfiguration treten dominante Fahrfrequenzen auf. Bei Kenntnis der Eigenfrequenzen des Fahrweges lässt sich nun das Verhältnis der anregenden

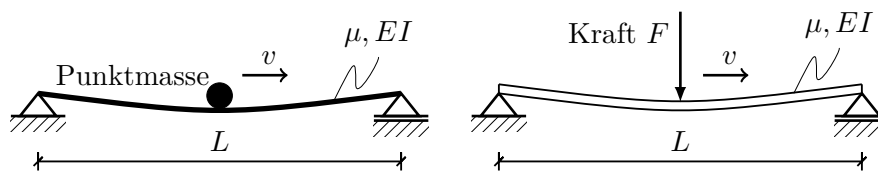


Abb. 1.1: Überfahrt einer einzelnen Achse über eine Brücke mit der Achs- bzw. Zuggeschwindigkeit v . Abbildung analog zu den Erkenntnissen von Machida und Matsuura in der Veröffentlichung von IABSE Periodica [7]

Frequenzen zur Eigenfrequenz des Fahrweges angeben. Falls eine realistische Abschätzung der Dämpfungszahl des Fahrweges möglich ist, kann unter Anwendung der Formeln des Einmassenschwingers auch der von der Fahrgeschwindigkeit abhängige dynamische Verstärkungsfaktor abgeschätzt werden.

Die Größe der von einem Zug ausgelösten Erschütterungen hängt im Wesentlichen von der Geschwindigkeit und dem Gewicht des Zuges sowie vom Zustand der Schienen und der Radlauf Flächen ab. Als erschütterungsmäßig wirksames Gewicht ist hierbei die maximale Achslast zu verstehen. Bei der Vollbahn liegen die maximalen Radsatzlasten für Güterwagen bei $22,5 t$ und für Hochleistungslokomotiven bei $22 t$. Die Wagenzahl und somit die Zuglänge (für Reisezüge ca. $200\text{--}400 m$, für Güterzüge ca. $500\text{--}600 m$) bestimmt die Einwirkungsdauer der Erschütterungen.

Obwohl die maximale Achslast für alle Eisenbahnzüge der Vollbahnen weitgehend einheitlich ist, besteht hinsichtlich der Erschütterungsemissionen eine hohe Streubreite zwischen den einzelnen Zügen, wofür u.a. Bremssystem und Federungseigenschaften, aber auch die Rückkopplung mit dem Untergrund, verantwortlich sind.

In Abb. 1.1 sind die grundsätzlichen Vereinfachungen für fahrende Lasten auf Brücken dargestellt. Der linke Teil der Abbildung soll Brücken bezeichnen, deren Masse klein im Verhältnis zur Beanspruchung infolge der sich über die Brücke bewegenden Punktmasse ist, Somit kann die Brückenmasse $\mu \cdot L$ im Verhältnis zur Fahrzeugmasse, vernachlässigt werden. Im rechten Teil der Darstellung werden hingegen Beanspruchungen infolge einer fahrenden Einzellast beschrieben, bei denen die Brückenmasse nicht vernachlässigt werden darf, d.h. die Punktmasse steht zur Brückenmasse in einem nicht vernachlässigbaren Verhältnis. Im rechten Bild wird die Punktmasse wie in der Berechnung von Zugüberfahrten üblich, als fahrende Einzellast idealisiert. Tatsächlich lässt sich durch die Überfahrt von Fahrzeugen über Brücken infolge der Fahrzeugmasse eine Verschiebung der Brückeneigenfrequenz erkennen. Ist aber die Fahrzeugmasse im Verhältnis zur Brückenmasse gering, so kann die Eigenfrequenzverschiebung vernachlässigt werden. Diese Vereinfachung ist auch eine Grundannahme der DER- und LIR-Methode, als auch der linearen, zeitinvarianten Zustandsraumtheorie.

1.2 Dynamische Berechnungsmethoden

Der erste Teil der Arbeit befasst sich mit jenen Methoden, die im weiteren Verlauf zur Anwendung kommen. Die mathematisch wissenschaftliche Auseinandersetzung gestaltet sich essenziell, um die Grundlage der Berechnungen und damit die getroffenen Annahmen und Vereinfachungen besser nachvollziehen zu können.

Eine Aufbereitung der theoretischen Hintergründe für die in den weiteren Kapiteln zur Anwendung gebrachten Methoden bildet die Basis der Arbeit. Grundsätzlich wird hierbei auf die Entwicklung der DER-Methode sowie der LIR-Methode im besonderen Maße eingegangen, doch auch die Zustandsraumtheorie wird in der linearen zeitinvarianten Form diskutiert.

Die DER- und LIR-Methode wurden bereits in einem ERRI Bericht [4] aufbereitet und bilden eine analytische und damit relativ schnelle Möglichkeit, um dynamische Berechnungen oder auch Abschätzungen für Zugüberfahrten bei Eisenbahnbrücken zu bilden. Im Zuge der beiden Methoden ist die Definition der Zugsignatur $S_0(\lambda)$ und des Zugspektrums $G(\lambda)$ von besonderer Relevanz. Diese sind im Rahmen der Aufbereitung der DER-Methode erläutert. Hierbei ist durch die spezielle Umformung eine Entkopplung von Belastung und Brückeninfrastruktur gegeben. Auch wenn sich gezeigt hat, dass Signatur $S_0(\lambda)$ und Spektrum $G(\lambda)$ der Züge kein ausreichend genaues Mittel bilden, um Züge mit der maximalen Beschleunigung zu identifizieren (in Bezug auf die Wellenlänge λ), so bilden sie dennoch ein gutes Mittel um die besonders aggressiven Züge zu beurteilen. Damit ist gemeint, dass die maximale Beschleunigung \ddot{Y} nach der DER-Methode bei einer speziellen Brücke nicht für jenen Zug auftreten muss, der den Maximalwert der Zugsignatur $S_0(\lambda)$ bzw. des Zugspektrums $G(\lambda)$ aufweist. Weiters kann eine numerische dynamische Berechnung für ausgewählte Züge nochmals genauere Ergebnisse liefern.

Neben den analytischen Methoden wird auch die Zustandsraumtheorie in einfacher Form behandelt. Die Zustandsraumtheorie (engl. state space theory) bezeichnet eine Methode, Differenzialgleichungen höherer Ordnung durch ein Substitutionsverfahren auf mehrere Differenzialgleichungen erster Ordnung umzuformen. Hierbei ist die Anwendung für allgemeine Bewegungsgleichungen beschrieben, welche damit im Zeitverlauf relativ schnell gelöst werden können. Ein explizites Beispiel des Zweimassenschwingers ist mit seiner Lösung im Zeitverlauf dargestellt. Gerade für eine große Anzahl dynamischer Berechnungen (wie in Kap. 2 durchgeführt) ist ein gewisser Grad an Recheneffizienz von großer Bedeutung.

1.3 Aufbereitung der DER-Methode [4]

Vom European Rail Research Institute (ERRI) wurde im Dezember 1999 ein Bericht veröffentlicht, welcher sich mit der Hochgeschwindigkeitsüberfahrt von Zügen über Einfeldbrücken auseinandersetzt [4].

Der Bericht behandelt analytische Methoden, die es ermöglichen, die maximale Verformung und Beschleunigung für allgemeine Zugüberfahrten auf Einfeldbalken zu berechnen. Mit der DER-Methode ist eine Aufbereitung und Lösung der Differenzialgleichung des EMS gegeben. Sind die Formeln der Methoden in einem Computerprogramm hinterlegt, kann sehr schnell die maximale Durchbiegung als auch die maximale Beschleunigung für die Überfahrt von Zugverbänden mit einer konstanten Geschwindigkeit berechnet werden. Hierbei gilt es zu beachten, dass durch die erfolgten Vereinfachungen eine Näherung gegeben ist. Doch nicht nur die Lösung der Differenzialgleichung und damit der Ausdruck für die maximale Beschleunigung \ddot{Y} , sondern auch die Zugsignatur $S_0(\lambda)$ und das Zugspektrum $G(\lambda)$ haben Bedeutung in der dynamischen Beurteilung von Zügen.

Im Rahmen der aufbereiteten mathematischen Herleitung soll veranschaulicht werden, dass die Methodik der Berechnung die dynamische Analyse auf den Zeitpunkt der letzten Achsüberfahrt begrenzt. Durch das Einführen des Konzepts Zugverbandteil kann nicht nur der Zeitpunkt, an dem die letzte Achse, sondern auch eine beliebige Achse, die in Brückenmitte steht, analysiert werden. Folgende Ergebnisse und Teilergebnisse können damit berechnet werden:

- \ddot{Y} maximale Beschleunigung (im ERRI Bericht [4] wird Γ für die Bezeichnung der maximalen Beschleunigung nach der DER-Methode eingeführt)
- Y maximale Verschiebung des äquivalenten EMS
- $S_0(\lambda)$ Zugsignatur
- $G(\lambda)$ Zugspektrum für einen betrachteten Zug

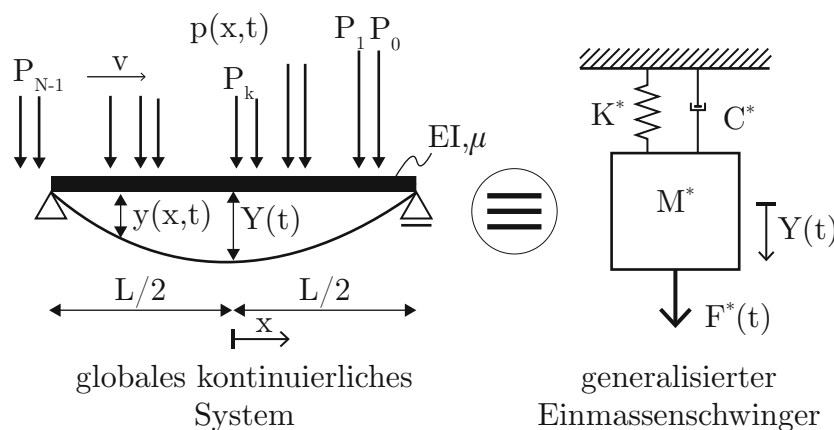


Abb. 1.2: Transformation des kontinuierlichen Systems (globales System) zum äquivalenten EMS

Die Beschleunigung \ddot{Y} und die Verschiebung Y sind jeweils als maximale Antwort zu jenem Zeitpunkt definiert, an dem die letzte Achse die Brückenmitte passiert. Die Zugsignatur $S_0(\lambda)$ lässt sich für jede Wellenlänge an gegebenen Zügen berechnen. Hierdurch kann beurteilt werden, wie aggressiv in dynamischer Weise der betrachtete Zug in verschiedenen Wellenlängen λ wirkt. Durch die Definition der Wellenlänge $\lambda = \frac{v}{f_0}$ kann hier der nötige Bezug zur Infrastruktur dargestellt werden. Im Speziellen können mit der Zugsignatur $S_0(\lambda)$ nur ungedämpfte Brücken ($\zeta = 0$) beurteilt werden. Um auch die dynamische Aggressivität für gegebene Züge an gedämpften Brücken ($\zeta \neq 0$) zu beurteilen, kann das Zugspektrum $G(\lambda)$ herangezogen werden.

1.3.1 Ausgangspunkt der Herleitung

Hypothesen und Randbedingungen

Die grundlegende Überlegung der DER-Methode ist, dass die Schwingungsantwort für die Überfahrt eines Zugverbands mit konstanter Geschwindigkeit durch einen eindimensionalen Bernoulli-Euler-Balken abgebildet wird, siehe Abb. 1.2. Zudem wird die Verformungsmöglichkeit des Balkens auf eine Cosinusschwingung beschränkt und in der Feldmitte betrachtet, damit dieser auf einen äquivalenten Einmassenschwinger übersetzt bzw. transformiert werden kann. Damit sind bereits folgende Einschränkungen definiert:

- Schlanker Balken (im Verhältnis zu den Querschnittsabmessungen) $H, B \ll L$
- Ebenbleiben der Querschnitte (Bernoullische Hypothese gemäß [8])
- Balken besteht aus isotropen Material und folgt dem Hooke'schen Gesetz

Um letzten Endes eine Entkopplung der einwirkenden Last und die Antwort des Systems zu erhalten, wird eine Fourier-Reihe für die Belastung entwickelt. Mit einigen Vereinfachungen lässt sich damit die Systemantwort (Y als auch \ddot{Y}) als Produkt mehrerer Terme beschreiben. Das Besondere hierbei ist, dass jene Terme, die von der Geometrie des Zugverbands (den Radsatzlasten F_k und Radsatzkoordinaten x_k) abhängig sind, durch Einführen der Wellenlänge λ fast vollständig entkoppelt werden können. Dadurch hat lediglich noch die Eigenfrequenz f_0 und die linear viskose Dämpfung des Systems, Lehrsches Dämpfungsmaß ζ , direkten Einfluss auf die Belastung durch den Zugverband.

Die Formfunktion $\Phi(x)$ wird für den betrachteten beidseitig gelenkig gelagerten Bernoulli-Euler Balken in Gl. (1.1) festgelegt, wobei der Ursprung der x-Achse in Balkenmitte gewählt wird, siehe Abb. 1.2:

$$\Phi(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (1.1)$$

Um nun auf ein äquivalentes System (SDOF) zu transformieren, müssen die generalisierten Größen: generalisierte Federsteifigkeit K^* und generalisierte Kraft F^* bestimmt werden. Hierzu ist der Separationsansatz für die Durchbiegung in Brückenmitte in Gl. (1.2) definiert.

$$y(x, t) = Y(t) \cdot \Phi(x) \quad (1.2)$$

1.3.2 Generalisierte Federsteifigkeit K^* und generalisierte Kraft F^*

Die generalisierte Federsteifigkeit K^* ergibt sich im Allgemeinen aus einem Vergleich der potentiellen Energie V beider Systeme. Somit wird die potentielle Energie des Biegebalkens jener des EMS gleichgesetzt ($V_{Balken} = V_{EMS}^*$) und damit die generalisierte Federsteifigkeit K^* zu Gl. (1.4) bestimmt.

$$V_{Balken} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{2} EI \left(\frac{d^2 y(x, t)}{dx^2} \right)^2 dx \quad V_{EMS}^* = \frac{1}{2} K^* Y^2(t) \quad (1.3)$$

$$K^* = \int_{-L/2}^{L/2} EI \left(\frac{d^2 \Phi(x)}{dx^2} \right)^2 dx \quad (1.4)$$

Die generalisierte Kraft F^* lässt sich mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit (und damit durch das Einführen von virtuellen Verschiebungen δy) bestimmen.

$$W_{Balken} = \int_{-L/2}^{L/2} p(x, t) \hat{y}(x, t) dx = \int_{-L/2}^{L/2} p(x, t) \Phi(x) \hat{Y}(t) dx \quad W_{EMS}^* = F^*(t) \hat{Y}(t) \quad (1.5)$$

Die generalisierte Kraft F^* berechnet sich ebenfalls durch einen Vergleich des Biegebalkens mit dem äquivalenten EMS. Hierbei wird die äußere Arbeit W an den beiden betrachteten Systemen gleichgesetzt und damit $W_{Balken} = W_{EMS}^*$ berechnet. Das ergibt die generalisierte Kraft F^* zu Gl. (1.8).

$$F^*(t) = \int_{-L/2}^{L/2} p(x, t) \Phi(x) dx \quad (1.6)$$

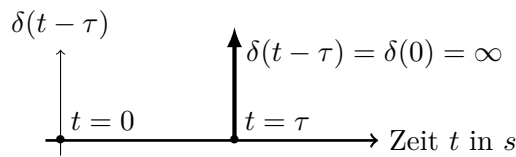


Abb. 1.3: Darstellung des Dirac-Impulses: Nur für den Zeitpunkt von $t = \tau$ gibt die Dirac'sche Deltafunktion $\delta(t - \tau)$ einen Wert $\neq 0$ zurück.

1.3.3 Spezialisieren von generalisierten Federsteifigkeit K^* für die Ansatzfunktion $\Phi(x)$

$$K^* = \frac{EI\pi^4}{L^4} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right)^2 dx = \frac{EI\pi^4}{L^4} \left[\frac{x}{2} + \frac{L \sin \frac{2\pi x}{L}}{4\pi} \right]_{-L/2}^{L/2} \quad (1.7)$$

$$K^* = \frac{EI\pi^4}{2L^3} \quad (1.8)$$

1.3.4 Spezialisieren der generalisierte Kraft F^*

Die Definition der Belastung $p(x, t)$ am Balken erfolgt mittels einer Fensterfunktion $\Pi_T(t)$ um nur jene Lasten zu berücksichtigen, die sich zum betrachteten Zeitpunkt auch tatsächlich auf dem Balken befinden:

$$\Pi_T(t) = \begin{cases} 1 & \dots |t| < T/2 \\ 0 & \dots |t| > T/2 \end{cases} \quad (1.9)$$

Um die Stelle x_k der entsprechenden Radsatzlast P_k abbilden zu können, wird auf die Dirac'sche Deltafunktion δ zurückgegriffen. Die allgemeine Formulierung des Dirac-Impulses in der Darstellung einer Zeitbetrachtung ist in Gl. (1.10) beschrieben. Die Faltungseigenschaft der Dirac-Funktion ist für eine allgemeine Zeitperiode T zu Gl. (1.11) definiert. In Abb. 1.3 sind zudem die Funktionswerte der Dirac'schen Deltafunktion $\delta(t - \tau)$ über den Zeitverlauf dargestellt. Nur an der Stelle $t = \tau$ ist der Funktionswert gleich ∞ , für alle anderen Stellen 0.

$$\delta(t - \tau) = \begin{cases} 0 & \dots t \neq \tau \\ \infty & \dots t = \tau \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - \tau) dt = 1 \quad (1.10)$$

$$\int_T \delta(t - \tau) f(t) dt = \begin{cases} f(\tau) & \dots \tau \in T \\ 0 & \dots \tau \notin T \end{cases} \quad (1.11)$$

Die Belastung $p(x, t)$ lässt sich wie folgt festlegen:

$$p(x, t) = P\delta(x - vt) \quad (1.12)$$

$$p(x, t)P\delta(x - vt)\prod_{L/v}(t) \quad (1.13)$$

$$p_k(x, t) = P_k\delta(x - v(t - t_k))\prod_{L/v}(t - t_k) \quad (1.14)$$

$$p(x, t) = \sum_{k=0}^{N-1} P_k\delta(x - v(t - t_k))\prod_{L/v}(t - t_k) \quad (1.15)$$

Somit lässt sich die in (1.15) gefundene Formulierung der Belastung $p(x, t)$ in (1.6) einsetzen und damit F^* weiter spezialisieren.

$$F^*(t) = \int_{-L/2}^{L/2} \Phi(x) \sum_{k=0}^{N-1} P_k\delta(x - v(t - t_k))\prod_{L/v}(t - t_k)dx \quad (1.16)$$

$$F^*(t) = \int_{-L/2}^{L/2} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sum_{k=0}^{N-1} P_k\delta(x - v(t - t_k))\prod_{L/v}(t - t_k)dx \quad (1.17)$$

$$F^*(t) = \sum_{k=0}^{N-1} P_k\prod_{L/v}(t - t_k) \int_{-L/2}^{L/2} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \delta(x - v(t - t_k)) dx \quad (1.18)$$

$$F^*(t) = \sum_{k=0}^{N-1} P_k\prod_{L/v}(t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L}(t - t_k)\right) \quad (1.19)$$

1.3.5 Fourierreihe für F^*

Mit der gewonnenen Formulierung in (1.19) kann für F^* eine Fourierreihe entwickelt werden. Der Formalismus zum Bestimmen der Koeffizienten in allgemeiner Darstellung als auch in Darstellung der komplexen Exponentialfunktion ist in Tab. 1.1 zusammengefasst. Hierbei ist die komplexe Exponentialfunktion für eine komplexe Zahl z in Gl.1.20 beschrieben. Ausschließlich in der betrachteten Gleichung wird die komplexe Zahl z durch ihren Realanteil x und Imaginäranteil y definiert.

$$e^z = e^{x+iy} = e^x e^{iy} = e^x (\cos(y) + i \sin(y)) \quad (1.20)$$

Somit ergeben sich weitere Vereinfachungen zu Gl. (1.21)–Gl. (1.24)

Tab. 1.1: Formelwerk für die Fourierreihe in der jeweiligen Darstellung

Allgemeine Darstellung	Darstellung als komplexe Exponentialfunktion
$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$	$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}$
$a_0 = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) dt$	$C_n = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) e^{-in\omega t} dt$
$a_n = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) \cos n\omega t dt$	$a_n = 2 \operatorname{Re}(C_n)$
$b_n = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) \sin n\omega t dt$	$b_n = -2 \operatorname{Im}(C_n)$

$$F^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega t} \quad (1.21)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} F^*(t) e^{-in\omega t} dt \quad (1.22)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \prod_{L/v} (t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L}(t - t_k)\right) e^{-in\omega t} dt \quad (1.23)$$

$$C_n = \underbrace{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_k}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \prod_{L/v} (t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L}(t - t_k)\right) e^{-in\omega t} dt}_{C_{n,k}} \quad (1.24)$$

Zur einfacheren Darstellung der Herleitung wird in den nächsten Schritten nur der Koeffizient für den einzelnen Radsatz $C_{n,k}$ betrachtet und umgeformt. Später kann mit Gl. (1.24) wieder der Koeffizient C_n der Fourierreihe bestimmt werden, und damit auch die weiteren Koeffizienten a_n , b_n und a_0 .

$$C_{n,k} = \frac{P_k}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \underbrace{\prod_{L/v} (t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L}(t - t_k)\right)}_{\prod_T(t) \text{ auf die Integrationsgrenzen anwenden}} e^{-in\omega t} dt \quad (1.25)$$

$$C_{n,k} = \frac{P_k}{T} \int_{t_k - L/2v}^{t_k + L/2v} \cos\left(\frac{\pi v}{L}(t - t_k)\right) e^{-in\omega t} dt \quad (1.26)$$

Hierbei kann eine Substitution in ein neues Koordinatensystem $t'(t) = t - t_k$ den Term weiter vereinfachen.

$$C_{n,k} = \frac{P_k}{T} \int_{L/2v}^{L/2v} \cos\left(\frac{\pi v}{L} t'\right) e^{-in\omega(t'+t_k)} dt \quad (1.27)$$

$$C_{n,k} = \frac{P_k}{T} e^{-in\omega t_k} \int_{L/2v}^{L/2v} \cos\left(\frac{\pi v}{L} t'\right) e^{-in\omega t'} dt \quad (1.28)$$

Die Lösung des Integrals gemäß [9] führt von Gl. (1.28) zu Gl. (1.29). In Gl. (1.30) wird Gl. (1.29) für die Zeitdauer T spezialisiert, damit wird die allgemeine Zeitdauer T ersetzt durch die benötigte Zeit des betrachteten Zugs, um die Brücke zu überqueren: $T = \frac{L+X_{N-1}}{v}$.

$$C_{n,k} = \frac{P_k}{T} \frac{2L}{\pi v} \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} e^{-in\omega t_k} \quad (1.29)$$

$$\text{mit } T = \frac{x_{N-1} + L}{v} : \quad C_{n,k} = \frac{P_k}{L + X_{N-1}} \frac{2L}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} e^{-in\omega t_k} \quad (1.30)$$

Damit können nun auch die Koeffizienten a_n und b_n bestimmt werden.

$$a_n = \frac{4L}{\pi(L + X_{N-1})} \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos(n\omega t_k) \quad (1.31)$$

$$b_n = \frac{4L}{\pi(L + X_{N-1})} \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin(n\omega t_k) \quad (1.32)$$

Mit den beiden berechneten Koeffizienten a_n und b_n kann nun auch das Anregungsspektrum des Zugverbands zu Gl. (1.33) ermittelt werden. Damit ergibt sich das Anregungsspektrum für den n -ten Sinusterm $S(n)$ zu Gl. (1.34). Dieses Anregungsspektrum kann zu einem Produkt aus drei Faktoren bzw. drei Termen gegliedert werden. Hierbei ist ein besonderer Fokus auf den 3. Term zu legen. Dieser beschreibt das ungedämpfte Anregungsspektrum des Zuges und kann durch Transformation der Variablen ($t = \frac{x}{v}$, $\omega = 2\pi f_0$ und $\lambda = \frac{v}{f_0}$) als Betrachten des 1. Sinustermes (der Fouriertransformation) in den Ausdruck für die Zugsignatur $S_0(\lambda)$ übersetzt werden.

$$S(n) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (1.33)$$

$$S(n) = \underbrace{\frac{4L}{\pi(L + X_{N-1})}}_{\text{1. Term}} \underbrace{\frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2}}_{\substack{\text{2. Term:} \\ \text{aus der Integration} \\ \cos\left(\frac{\pi v}{L} t'\right)}} \underbrace{\sqrt{\left(\sum_{k=0}^{N-1} \cos(n\omega t_k)\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{N-1} \sin(n\omega t_k)\right)^2}}_{\substack{\text{3. Term:} \\ \text{Signatur für } n\omega = \omega_0}} \quad (1.34)$$

Auch der letzte Koeffizient a_0 lässt sich nun bestimmen. Die Vorgehensweise ist sehr ähnlich zur Bestimmung von C_n . Auch hier führt eine Betrachtung der einzelnen Radsatzlast dazu, dass $\prod_T(t)$ auf die Integrationsgrenzen angewandt werden kann. Nach der Vereinfachung wird auch hier wieder in (1.42) durch (1.37) auf die gesuchte Variable a_0 zurückgerechnet.

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} F^*(t) dt \quad (1.35)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \prod_{L/v} (t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L} (t - t_k)\right) dt \quad (1.36)$$

$$a_0 = \sum_{k=0}^{N-1} \underbrace{\frac{P_k}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \prod_{L/v} (t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L} (t - t_k)\right) dt}_{a_{0,k}} \quad (1.37)$$

$$a_{0,k} = \frac{P_k}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \underbrace{\prod_{L/v} (t - t_k) \cos\left(\frac{\pi v}{L} (t - t_k)\right)}_{\prod_T(t) \text{ auf die Integrationsgrenzen anwenden}} dt \quad (1.38)$$

$\prod_T(t)$ auf die Integrationsgrenzen anwenden

$$a_{0,k} = \frac{P_k}{T} \int_{t_k - L/2v}^{t_k + L/2v} \cos\left(\frac{\pi v}{L} (t - t_k)\right) dt \quad (1.39)$$

Die Substitution durch das neue Koordinatensystem $t'(t) = t - t_k$ führt zu den folgenden Umformungen:

$$a_{0,k} = \frac{P_k}{T} \int_{L/2v}^{L/2v} \cos\left(\frac{\pi v}{L} (t')\right) dt \quad (1.40)$$

$$a_{0,k} = \frac{P_k}{T} \frac{L}{\pi v} \left[\sin\left(\frac{\pi v}{L}\right) \right]_{-L/2v}^{L/2v} = \frac{2P_k}{t} \frac{L}{\pi v} \quad (1.41)$$

$$a_{0,k} = \frac{P_k}{L + X_{N-1}} \frac{2L}{\pi} \quad (1.42)$$

$$a_0 = \frac{2L}{\pi (L + X_{N-1})} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \quad (1.43)$$

1.3.6 Schwingungsantwort des äquivalenten Ersatzsystems

Das System mit einem Freiheitsgrad (EMS) lässt sich mit einer allgemeinen Bewegungsgleichung zu Gl. (1.44) gemäß [6] beschreiben. Hierbei ist zu beachten, dass die verwendeten Variablenbezeichnungen der ursprünglichen Literatur angepasst wurden, um die Verständlichkeit zu erhöhen.

$$\ddot{Y}(t) + 2\zeta\omega_0 \dot{Y}(t) + \omega_0^2 Y(t) = \frac{F^*(t)}{M^*} \quad (1.44)$$

Für dieses System ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 , die linear viskose Dämpfung des Systems ζ und die gedämpfte Eigenkreisfrequenz ω_D zu Gl. (1.45) definiert. Da im Bauwesen Dämpfungen

ζ in der Regel kleiner < 0.10 bzw. $< 10\%$ betrachtet werden, ist mit $\omega_D \approx \omega_0$ eine gute Näherung gegeben.

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} \quad \zeta = \frac{C^*}{C_0^*} = \frac{C^*}{2\sqrt{K^*M^*}} \quad \omega_D = \begin{cases} \omega_0\sqrt{1-\zeta^2} & \dots \text{allgemein} \\ \omega_0 & \dots \zeta \ll 1 \end{cases} \quad (1.45)$$

Die Gesamtlösung der Bewegungsgleichung wird durch $Y(t)$ gebildet, wobei damit die Summe der freien Schwingung $Y_h(t)$ und der erzwungenen Schwingung $Y_p(t)$ in Gl. (1.46) beschrieben wird.

$$Y(t) = \underbrace{Y_h(t)}_{\text{freie Schwingung, auch } Y_{\text{frei}}} + \underbrace{Y_p(t)}_{\text{erzwungene Schwingung, auch } Y_{\text{erzwungen}}} \quad (1.46)$$

Die Lösung der freien Schwingung und damit die Lösung für die lineare, homogene Differentialgleichung 2. Ordnung ist zu dem 3. Fall gemäß [9] durch Einsetzen von Gl. (1.45) zu Gl. (1.47) definiert. A und B bezeichnen die weiters zu bestimmenden Konstanten.

$$Y_h(t) = (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \quad (1.47)$$

Die partikuläre Lösung (Y_p) ist in Tab. 1.2 angegeben. In der allgemeinen Lösung für partikuläre Lösung (Y_p) bezeichnet a allgemein eine Variable für die Größe der Amplitude. Auf die zerlegten Lösungen für die Sinus- und Cosinusterme kann das Überlagerungstheorem angewandt werden. Demnach entspricht die Schwingungsantwort auf eine Anregung - die durch ihre Zerlegung in eine Fourier-Reihe dargestellt ist - der Überlagerung der Antwort jedes Terms der Reihe. Somit ist die erzwungene Gesamtantwort in Gl. (1.48) definiert.

Tab. 1.2: Partikuläre Lösung Y_p der Bewegungsgleichung aus Gl. (1.44)

Allgemeine Lösung von Y_p	Zerlegte Lösung von Y_p	
	n -ter Sinusterm	n -ter Cosinusterm
$Y_p(t) = \frac{a}{K^*} \frac{\sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ $\tan \theta = \frac{2\zeta r}{1-r^2}$ $r = \frac{\omega}{\omega_0}$	$Y_p(t) = \frac{b_n}{K^*} \frac{\sin(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}}$ $\tan \theta = \frac{2\zeta r_n}{1-r_n^2}$ $r = \frac{n\omega}{\omega_0}$	$Y_p(t) = \frac{a_n}{K^*} \frac{\cos(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}}$

$$Y_p(t) = \frac{a_0}{K^*} + \frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cos(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}} + \frac{b_n \sin(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}} \quad (1.48)$$

An (1.48) kann zudem erkannt werden, dass der Hauptanteil zur erzwungenen Schwingungsantwort Y_p bei Resonanz erzielt wird. Also für $r_n = \frac{n\omega}{\omega_0} = 1$, damit gilt: $\tan \theta_n = \pi/2$. Hier kann wieder in (1.46) eingesetzt werden, um die vollständige Schwingungsantwort zu erhalten. Durch Einsetzen

der Anfangsbedingungen können in einem weiteren Schritt die unbekannt Variablen bestimmt werden.

$$Y(t) = \underbrace{\frac{a_0}{K^*} + \frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cos(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}} + \frac{b_n \sin(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}} \dots}_{Y_p} + \underbrace{(A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t}}_{Y_h} \quad (1.49)$$

Ersetzen von $\theta = \pi/2$ führt zu folgender Gleichung:

$$Y(t) = \frac{a_0}{K^*} + \frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\underbrace{\frac{a_n}{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}}_{A_n} \sin(n\omega t) + \underbrace{\frac{b_n}{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}}_{B_n} \cos(n\omega t) \right) \dots + (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \quad (1.50)$$

(1.50) kann noch etwas besser dargestellt werden, indem die umfangreichen Terme vor Cosinus und Sinus A_n und B_n benannt werden.

$$Y(t) = \frac{a_0}{K^*} + \frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)) + (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \quad (1.51)$$

$$A_n = \frac{a_n 2r_n \zeta + b_n (1 - r_n^2)}{(1 - r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2} \quad (1.52)$$

$$B_n = \frac{a_n (1 - r_n^2) - b_n 2r_n \zeta}{(1 - r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2} \quad (1.53)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Y}(t) = & \frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left((n\omega)^2 (A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)) \right) \dots \\ & + \omega_0^2 \left(\left(A(-1 + 2\zeta^2) - 2\zeta \sqrt{1 - 2\zeta^2} B \right) \cos \omega_D t \dots \right. \\ & \left. + \left(B(-1 + 2\zeta^2) + 2\zeta \sqrt{1 - 2\zeta^2} A \right) \sin \omega_D t \right) e^{-\zeta \omega_0 t} \quad (1.54) \end{aligned}$$

Für $\zeta \ll 1$ können Terme erster und zweiter Ordnung in ζ näherungsweise vernachlässigt werden, ohne einen großen Fehler im Ergebnis zu machen. Damit ergibt sich folgende Vereinfachung:

$$\ddot{Y}(t) \cong -\frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left((n\omega)^2 (A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)) \right) - \omega_0^2 (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \quad (1.55)$$

Durch Einsetzen der Anfangsbedingungen können die unbekanntenen Größen A und B zu (1.58) und (1.60) bestimmt werden. Die Anfangsbedingungen definieren sich zu:

$$\begin{aligned} Y(t=0) &= 0 \quad \dots \text{keine Anfangsverschiebung (zum Zeitpunkt } t=0) \\ \frac{dY}{dt}(t=0) &= 0 \quad \dots \text{keine Anfangsgeschwindigkeit (zum Zeitpunkt } t=0) \end{aligned} \quad (1.56)$$

$$A = -\frac{1}{K^*} \left(a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) \quad (1.57)$$

$$A = -\frac{1}{K^*} \left(a_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) \quad (1.58)$$

$$B = -\frac{1}{K^* \sqrt{1-\zeta^2}} \left(\sum_{n=1}^{\infty} r_n A_n + \zeta \sum_{n=1}^{\infty} B_n + \zeta a_0 \right) \quad (1.59)$$

$$B \cong -\frac{1}{K^*} \left(\sum_{n=1}^{\infty} r_n A_n \right) \quad (1.60)$$

1.3.7 Zusammenfassung der Ergebnisse für das allgemeine System

Die Anregung des Systems wurde für den Fall $r_n = \frac{n\omega}{\omega_0} = 1$ und damit $\tan \theta_n = \pi/2$ vereinfacht. Diese Vereinfachung berücksichtigt den Hauptbeitrag zur Schwingungsantwort bei Resonanz. Zudem wurden realitätsnahe Dämpfungen angenommen und damit die Bedingung $\zeta \ll 1$. Damit können Terme höherer Ordnung in ζ vernachlässigt werden, ohne das Ergebnis qualitativ zu beeinflussen.

$$\begin{aligned} Y(t) &= \frac{a_0}{K^*} + \frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)) + (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \\ \dot{Y}(t) &\cong -\frac{1}{K^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left((n\omega)^2 (A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)) \right) - \omega_0^2 (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \end{aligned}$$

$$a_0 = \frac{2L}{\pi(L + X_{N-1})} \sum_{k=0}^{N-1} P_k$$

$$a_n = \frac{4L}{\pi(L + X_{N-1})} \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos(n\omega t_k)$$

$$b_n = \frac{4L}{\pi(L + X_{N-1})} \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} \sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin(n\omega t_k)$$

$$A_n = \frac{a_n 2r_n \zeta + b_n (1 - r_n^2)}{(1 - r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}$$

$$B_n = \frac{a_n (1 - r_n^2) - b_n 2r_n \zeta}{(1 - r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}$$

1.3.8 Vereinfachung der Systemantwort

Reduzierung der Antwort des Systems für Resonanz: Somit besteht eine ganze Zahl n und es gilt $n\omega \cong \omega_0$. Daher gilt:

$$\theta_n \cong \pi/2 \quad r_n \cong 1 \quad H(r_n) = \frac{1}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\zeta r_n)^2}} \cong \frac{1}{2\zeta} \quad (1.61)$$

Wobei $H(r_n)$ den Nenner der Terme A_n , sowie B_n in (1.52) und (1.53) bezeichnet. So wird in [4] das Resonanzkriterium wie folgt beschrieben:

Eine Berücksichtigung des Resonanzkriteriums bedeutet, dass für die allgemeine Infrastruktur nur die Antwort im Resonanzfall betrachtet wird, und den Term der Fourier-Reihe beizubehalten, der der Resonanz am nächsten kommt. Der Term $n\omega = \frac{2\pi n v}{X_{N-1} + L}$ hängt lediglich von der Länge der Brücke, vom Zugverband und von der Geschwindigkeit ab. Die Anordnung der Radsätze hat keinen Einfluss.

Für das genannte Resonanzkriterium kann die Beschleunigung zu folgendem Ausdruck in Gl.1.62 vereinfacht werden:

$$\ddot{Y}(t) = \frac{-\omega_0^2}{\zeta K^*} \frac{2L}{\pi(L + X_{N+1})} \frac{\cos\left(\frac{L\omega_0}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{L\omega_0}{\pi v}\right)^2} \left(\sin(\omega_0 t) \sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos(\omega_0 t_k) - \cos(\omega_0 t) \sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin(\omega_0 t_k) \right) \dots - \omega_0^2 (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) e^{-\zeta \omega_0 t} \quad (1.62)$$

A und B bestimmen sich nun zu:

$$A = -\frac{1}{K^*} \left(a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) = \frac{1}{K^*} \left(a_0 - \frac{b_n}{2\zeta} \right) \underset{\zeta \ll 1}{\cong} \frac{b_n}{2\zeta K^*} \quad (1.63)$$

$$B = -\frac{1}{K^*} \left(\sum_{n=1}^{\infty} r_n a_n \right) = -\frac{a_n}{2\zeta K^*} \underset{\zeta \ll 1}{\cong} -\frac{a_n}{2\zeta K^*} \quad (1.64)$$

Der Übergang von $\omega_D \xrightarrow{\zeta \ll 1} \omega_0$ führt zur weiteren Vereinfachung der Beschleunigung in (1.62):

$$\ddot{Y}(t) = \frac{-\omega_0^2}{\zeta K^*} \frac{2L}{\pi(L + X_{N+1})} \frac{\cos\left(\frac{L\omega_0}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{L\omega_0}{\pi v}\right)^2} \cdot \dots \left(\underbrace{\sin(\omega_0 t) \sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos(\omega_0 t_k)}_{C_N} + \underbrace{\cos(\omega_0 t) \sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin(\omega_0 t_k)}_{S_N} \right) (1 - e^{-\zeta \omega_0 t}) \quad (1.65)$$

Der Term mit den Cosinus- und Sinustermen kann mit folgender Abschätzung noch weiter vereinfacht werden:

$$C_N \sin(\omega_0 t) + S_N \cos(\omega_0 t) = \sqrt{C_N^2 + S_N^2} \left(\frac{C_N}{\sqrt{C_N^2 + S_N^2}} \sin(\omega_0 t) + \frac{S_N}{\sqrt{C_N^2 + S_N^2}} \cos(\omega_0 t) \right) \quad (1.66)$$

$$C_N \sin(\omega_0 t) + S_N \cos(\omega_0 t) = \sqrt{C_N^2 + S_N^2} \sin(\omega_0 t - \phi) \leq \sqrt{C_N^2 + S_N^2} \quad (1.67)$$

Damit lautet die weitere Vereinfachung der Beschleunigung wie folgt (Beschränkung der Beschleunigung auf die positive Antwort, überführen von t_k in x_k/v und spezialisieren für den Zeitpunkt t zu jenem Zeitpunkt, an dem die letzte Achse die Brücke passiert hat):

$$\ddot{Y} \leq \frac{-\omega_0^2}{\zeta K^*} \frac{2L}{\pi(L + X_{N+1})} \left| \frac{\cos\left(\frac{L\omega_0}{2v}\right)}{\left(\frac{L\omega_0}{\pi v}\right)^2 - 1} \right| \cdot \dots \cdot \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos \frac{\omega_0 x_k}{v}\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin \frac{\omega_0 x_k}{v}\right)^2} \left(1 - e^{-\zeta\omega_0 \frac{X_{N-1}+L}{v}}\right) \quad (1.68)$$

Da im zweiten und dritten Term bzw. Faktor die Eigenkreisfrequenzen ω_0 immer in einer Division mit der Zuggeschwindigkeit v auftritt, ist es sinnvoll, die Wellenlänge λ mit (1.69) einzuführen. Dadurch wird auch der zweite der drei Faktoren von der Zuginfrastruktur entkoppelt.

$$\lambda = \frac{v}{f_0} = \frac{2\pi v}{\omega_0} \quad (1.69)$$

So kann die Beschleunigung in einem letzten Schritt definiert werden zu:

$$\ddot{Y} \leq \underbrace{\frac{8\pi f_0^2}{K^*}}_{\text{1. Term}} \underbrace{\left| \frac{\cos\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)}{\left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 - 1} \right|}_{\text{2. Term}} \cdot \dots \cdot \underbrace{\frac{L}{\zeta(L + X_{N-1})} \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos \frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin \frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)^2} \left(1 - e^{-2\pi\zeta \frac{X_{N-1}+L}{\lambda}}\right)}_{\text{3. Term}} \quad (1.70)$$

Spektrum des Zugverband $G(\lambda)$, ohne Vereinfachung

Hierbei wird die Beschleunigung \ddot{Y} als das Produkt von 3 Termen dargestellt. Die verschiedenen Terme werden in der Literatur, wie in Tab. 1.3 dargestellt, bezeichnet und mit der folgenden Gleichung (1.71) kann die Beschleunigung des Balkens infolge Zugüberfahrt ermittelt werden.

$$\ddot{Y} \leq C_t \cdot A(L/\lambda) \cdot G(\lambda) \quad (1.71)$$

Tab. 1.3: Beschreibung der Terme der Beschleunigung \ddot{Y} für die DER-Methode

Bezeichnung	Beschreibung
1. Term C_t	konstanter Term
2. Term $A(L/\lambda)$	Wichtungsfunktion oder auch Einflusslinie (der Term ist aus der Integration von $\phi(x)$ entstanden)
3. Term $G(\lambda)$	Wird im Allgemeinen als Spektrum bezeichnet. Im Fall (1.70) wird damit das Spektrum des Zugverbands ohne Vereinfachung beschrieben.

Da das Spektrum des Zugverbands ohne Vereinfachung $G(\lambda)$ nicht nur vom Zugverband, sondern auch von der Balken- bzw. Brückenlänge abhängig ist, kann der 3. Term der Gleichung

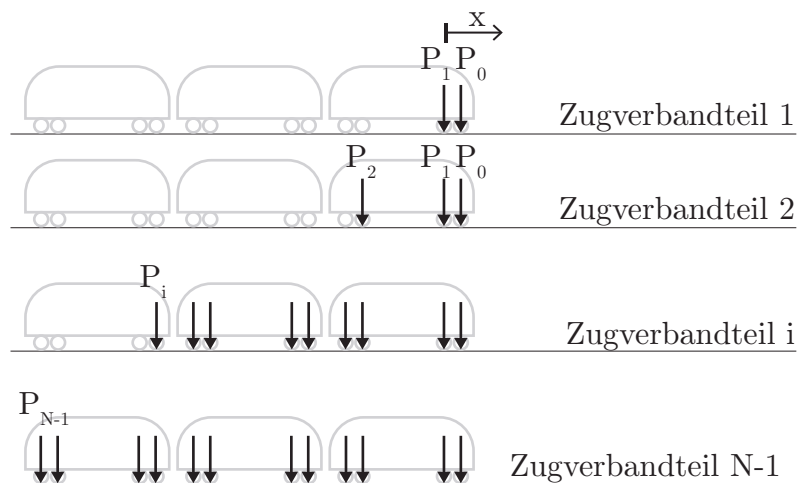


Abb. 1.4: Darstellung Konzept „Zugverbandteil“

(1.70) noch nicht von der Brückeninfrastruktur entkoppelt werden. Doch auch diese Entkopplung kann in einer weiteren Vereinfachung gelingen. Zudem ist in der Formulierung des Spektrums eine Berechnung für den Betrachtungszeitpunkt t , der für den Zeitpunkt der letzten Achsüberfahrt spezifiziert wurde, gegeben. Um aber auch den allgemeinen Fall zu berücksichtigen, in dem die maximale Beschleunigung nicht zwingend nach der Zugüberfahrt auftritt, wird das Konzept „Zugverbandteil“ eingeführt.

1.3.9 Definition des Konzepts „Zugverbandteil“

Um die hergeleitete Formulierung der Beschleunigung für verschiedene Zugverbände nicht nur für den Zeitpunkt am Ende der Zugüberfahrt zu definieren, wird das Konzept „Zugverbandteil“, eingeführt. Damit wird der gesamte Zugverband in mehrere Zugverbandteile unterteilt. Jeder Zugverbandteil startet immer mit der ersten Achse des Zuges P_0 , aber endet mit einer anderen Achse, siehe Abb. 1.4. Damit gibt es für einen Zug mit N Achsen $N - 1$ Zugverbände.

Im nächsten Schritt wird das Spektrum des Zugverbandes $G(\lambda)$ in das ebenfalls mit $G(\lambda)$ bezeichnete Spektrum des Zugverbandteils übergeführt.

$$G(\lambda) = \underset{i=0 \text{ bis } N-1}{\text{MAX}} G(\lambda) = \underset{i=0 \text{ bis } N-1}{\text{MAX}} \frac{L}{\zeta(L + X_i)} \sqrt{\left(\sum_{k=0}^i P_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2 + \left(\sum_{k=0}^i P_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2} \left(1 - e^{-2\pi\zeta \frac{X_i * L}{\lambda}} \right) \quad (1.72)$$

Auch wenn mit dem Spektrum des Zugverbandteils $G(\lambda)$ nun die Beschleunigung für $N - 1$ Zeitpunkte der Achsüberfahrten definiert ist, so ist doch noch eine Abhängigkeit zur Brückenlänge gegeben. Im Zuge der letzten Vereinfachung wird die Brückenlänge L vernachlässigt. Falls der Zug im Verhältnis zur Länge des Balkens sehr lang ist, ist damit eine sehr genaue Näherung getroffen. Falls das nicht der Fall ist, führt die vernachlässigte Länge der Brücke dazu, dass an den Stellen der ersten Achsen eine schwächere Antwort vom Zugverband hervorgerufen wird. Daher wird die Berechnung von kurzen Zügen für lange Brücken zu keiner befriedigenden Lösung

führen, wobei der umgekehrte Fall sehr gut abgebildet wird. Die beschriebene Vereinfachung ist in (1.73) dargestellt.

$$G(\lambda) \cong \underset{i=0 \text{ bis } M-1}{\text{MAX}} \frac{1}{\zeta(X_i)} \sqrt{\left(\sum_{k=0}^i P_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^i P_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2} \left(1 - e^{-2\pi\zeta \frac{X_i}{\lambda}}\right) \quad (1.73)$$

Um eine dämpfungsunabhängige Formulierung des Spektrums zu erhalten, wird die Zugsignatur eingeführt. Die Signatur S_0 des Zugverbands lässt sich durch den Grenzübergang des Spektrums $\lim_{\zeta \rightarrow 0} G(\lambda)$ berechnen. Somit wird das Spektrum des Zugverbands $G(\lambda)$ in N/m ausgedrückt, während die Signatur S_0 in N abgebildet wird.

$$S_0 \cong \underset{i=0 \text{ bis } M-1}{\text{MAX}} \sqrt{\left(\sum_{k=0}^i P_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^i P_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2} \quad (1.74)$$

1.3.10 Berechnung der maximalen Durchbiegung

Die Durchbiegung der betrachteten Brücke ist gleichbedeutend zur Verschiebung des äquivalenten Einmassenschwingers bzw. der vertikalen Verschiebung in der Feldmitte und deshalb als Synonym zu sehen. Aus den Ergebnissen der bisherigen Berechnungen für die Antwort des Systems aus (1.51) und (1.62) kann auf folgende Formulierung geschlossen werden:

$$Y \cong \frac{a_0}{K^*} + \frac{\dot{Y}}{(2\pi f_0)^2} \quad (1.75)$$

Im Zuge der Anwendung der Formulierung (1.75) wurde in [4] folgende Schlussfolgerung gezogen:

Diese Formel ist falsch, da die durch das Gewicht des Zugverbands verursachte statische Durchbiegung nicht berücksichtigt wird: Der Term $\frac{a_0}{K^}$ stellt die mittlere Durchbiegung dar und reicht nicht aus, um die statische Durchbiegung der Brücke zu berücksichtigen. Wollte man diese Durchbiegung berechnen, so müsste man mehrere Terme der Zerlegung in einer Fourier-Reihe in Betracht ziehen, was mit dem Wesen der DER-Methode unvereinbar wäre.*

Somit wird ein anderer Lösungsvorschlag für Verschiebung Y vorgeschlagen:

$$Y \cong Y_{\text{stat}} + Y_{\text{dyn}} = Y_{\text{stat}} + \frac{\Gamma}{(2\pi f_0)^2} \quad (1.76)$$

Damit kann Y_{stat} gleich berechnet werden, wie zuvor. Eine Verbesserung wird hier erreicht, in dem die verteilte Gleichlast P_{eq} für charakteristische Bereiche des überfahrenden Zugs getrennt betrachtet wird. Beispielsweise Züge, die aus schweren Triebköpfen und verhältnismäßig leichten Reisezugwagen zusammengesetzt sind, können besser abgebildet werden, da Y_{stat} für die Reisezugwagen oder auch für die Triebköpfe ermittelt werden kann. Vereinfacht führt hier auch eine Gleichlast P_{eq} , welche die Triebköpfe oder Reisezugwagen abbildet, zu brauchbaren Ergebnissen. Somit berechnet sich Y_{stat} für eine Gleichlast P_{eq} folgt:

$$EI = \frac{4f_0^2 mL^4}{\pi^2} \quad (1.77)$$

$$Y_{\text{stat}} = \frac{5L^4}{384EI} P_{eq} \stackrel{(1.77)}{=} \frac{5\pi^2}{1536mf_0^2} \quad (1.78)$$

1.4 Aufbereitung der LIR-Methode [4]

Die LIR-Methode stellt eine Überarbeitung der DER-Methode dar und beschreibt grundsätzlich die analytische Lösung einer Differenzialgleichung. Die aufbereiteten Formelwerke ermöglichen es, sowohl Beschleunigung als auch Verschiebung in der Feldmitte zu jenem Zeitpunkt, an dem der Zug mit der letzten Achse die Brücke verlässt, zu berechnen. Zudem bilden Zugsignatur und Zugspektrum schnelle analytische Methoden, um die dynamische Aggressivität von Zügen unabhängig von der Infrastruktur bewerten zu können.

1.4.1 Ausgangspunkt der Herleitung

In der Anwendung der LIR-Methode zeigt sich eine bessere Abbildung der Dämpfung des Systems. Die Grundlagen für die LIR-Methode bilden die Ausführungen und Entwicklungen des tschechischen Bauingenieurs Ladislav Fryba, welcher sich mit der Dynamik von Brücken und Eisenbahnbrücken auseinandersetzt. So ist die dynamische Antwort einer Brücke bzw. eines Balkens mit der Anregung einer überfahrenden Einzellast zu Gl. (1.79) gemäß [10]. (Entgegen der Variable K , die in der Gleichung von Fryba [10] für das Verhältnis der Anregungskreisfrequenz zur Eigenkreisfrequenz verwendet wird, wird in der nachfolgenden Gleichung die Variable r analog wie bei der DER-Methode für das Frequenzverhältnis verwendet.)

$$y(x, t) \approx y_0 \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{L} \frac{1}{j^2(j^2 - r^2)} \left(\sin j\omega t - \frac{r}{j} e^{-\zeta\omega_j t} \sin \omega_j t \right) \quad (1.79)$$

Der sehr allgemeine Ausdruck aus (1.79) liefert die Verformung an jeder Stelle der Brücke bei der Berücksichtigung beliebig vieler Eigenformen j und damit Eigenfrequenzen ω_j . Grundannahme der Herleitung aus [10] ist bereits eine geringe Dämpfung $\zeta \ll 1$ und kein Auftreten von Resonanz $r \neq j$. Im ersten Schritt wird bereits festgelegt, dass nur die Betrachtung der ersten Eigenform von Interesse ist. Damit vereinfacht sich der Summenterm aus (1.79) zu seinem ersten Summanden. Um die erste Umformung vollführen zu können, muss der Parameter r zu Gl. (1.80) eingeführt werden.

$$r = \frac{v}{v_{krit}} = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{v}{2f_0 L} = \frac{\lambda}{2L} = \frac{vL}{\pi} \left(\frac{\mu}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.80)$$

$$(1.81)$$

Nun ist eine Betrachtung der Durchbiegung nur in der Feldmitte von wesentlichem Interesse. Weiters werden wie auch bei der DER-Methode alle höheren Schwingungsformen vernachlässigt und damit nur die erste Schwingungsform betrachtet. Mit dem Übergang vereinfacht sich Gl. (1.79) wesentlich. Zudem können ω und ω_D durch die Einführung von r und ω_0 aus der Gleichung eliminiert werden. Somit ergibt sich die Vereinfachung zu Gl. (1.82)

$$y(x, t) \approx \frac{y_0}{(1 - r^2)} \left(\sin r\omega_0 t - r \sin \omega_0 t e^{-\zeta\omega_0 t} \right) \quad (1.82)$$

1.4.2 Erzwungene und freie Schwingung

In der aufbereiteten Lösung der Überfahrt einer Einzellast lassen sich verschiedene Schwingungsterme erkennen. In (1.83) sind der erzwungene Schwingungsterm als die Antwort der freien

Schwingung hervorgehoben. Im Unterschied der erzwungenen Schwingung wird in der freien Schwingung eine Dämpfung berücksichtigt. Die Lösung der erzwungenen Schwingung besitzt eine Unstetigkeit zum Beginn und am Ende der Lastüberfahrt. Somit muss sich eine Eigenschwingung zum Ausgleich dieser Unstetigkeit einstellen. Beim Verlassen des Tragwerks zeigt sich, dass die gleiche freie Schwingung ausgelöst wird, jedoch phasenverschoben um die Feldlänge L .

$$y(x, t) \approx \frac{y_0}{(1-r^2)} \overbrace{\left(\underbrace{\sin r\omega_0 t}_{\text{erzwungene Schwingung}} - r \underbrace{\sin \omega_0 t e^{-\zeta\omega_0 t}}_{\text{freie Schwingung}} \right)}^{\text{Schwingungsterme}} \quad (1.83)$$

Die in (1.83) dargestellte Funktion lässt sich je nach betrachtetem Zeitpunkt (Last vor der Brücke, Last auf der Brücke oder Last nach der Brücke) als Summe der Schwingungen darstellen. Die Fall- und Schwingungsunterscheidung ist in Gl. (1.84) dargestellt. Hier bezeichnet die eingeführte Variable t' in (1.85) jenen Zeitpunkt, an dem die Einzellast die Brücke verlässt.

$$y(x = L/2, t) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & t < 0, \text{ vor der Brücke} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{y_0}{1-r^2} (\sin r\omega_0 t) \quad \text{erzw. Schwingung} \\ \frac{-y_0 r}{1-r^2} (\sin \omega_0 t e^{-\zeta\omega_0 t}) \quad \text{freie Schwingung} \end{array} \right\} & 0 \leq t \leq \frac{L}{v}, \text{ auf der Brücke} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{-y_0 r}{1-r^2} (\sin \omega_0 t e^{-\zeta\omega_0 t}) \quad \text{freie Schwingung} \\ \frac{-y_0 r}{1-r^2} (\sin \omega_0 t' e^{-\zeta\omega_0 t'}) \quad \text{freie Schwingung} \end{array} \right\} & t > \frac{L}{v}, \text{ nach der Brücke} \end{array} \right. \quad (1.84)$$

$$t' = t - \frac{L}{v} \quad (1.85)$$

Mit der 2. Ableitung nach der Zeit lässt sich auch die Beschleunigung für die Einzelfahrt nach Unterscheidung der Fälle in (1.86) darstellen. Hierbei werden alle Ausdrücke der 2. Ordnung von β bzw. ζ wie auch bei der Herleitung der DER-Methode nicht weiter berücksichtigt.

$$\ddot{y}(x = L/2, t) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & t < 0, \text{ vor der Brücke} \\ \left. \begin{array}{l} y_0 \omega_0^2 \frac{-r^2}{1-r^2} (\sin r\omega_0 t) \quad \text{erzw. Schwingung} \\ y_0 \omega_0^2 \frac{r}{1-r^2} (\sin \omega_0 t e^{-\zeta\omega_0 t}) \quad \text{freie Schwingung} \end{array} \right\} & 0 \leq t \leq \frac{L}{v}, \text{ auf der Brücke} \\ \left. \begin{array}{l} y_0 \omega_0^2 \frac{r}{1-r^2} (\sin \omega_0 t e^{-\zeta\omega_0 t}) \quad \text{freie Schwingung} \\ y_0 \omega_0^2 \frac{r}{1-r^2} (\sin \omega_0 t' e^{-\zeta\omega_0 t'}) \quad \text{freie Schwingung} \end{array} \right\} & t > \frac{L}{v}, \text{ nach der Brücke} \end{array} \right. \quad (1.86)$$

1.4.3 Überlagerung frequenzgleicher Schwingungen

Mit der Definition der Variablen aus (1.87) lassen sich die freien, ungedämpften Schwingungen zu Gl. (1.88) überlagern. Es lässt sich auch zeigen, dass Gleiches für gedämpfte Schwingungen mit (1.89) funktioniert.

$$\lambda = \frac{v}{f_0}, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi v}{\lambda}, \quad t = \frac{x}{v} \quad (1.87)$$

$$\sqrt{\left(\sum P_x \cos \frac{2\pi x}{\lambda}\right)^2 + \left(\sum P_x \sin \frac{2\pi x}{\lambda}\right)^2} \sin \omega_0 \tau \quad (1.88)$$

$$\sqrt{\left(\sum P_x \cos \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi \zeta x}{\lambda}}\right)^2 + \left(\sum P_x \sin \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi \zeta x}{\lambda}}\right)^2} \sin \omega_0 \tau e^{-\frac{2\pi \zeta x}{\lambda}} \quad (1.89)$$

In den Unterrichtsunterlagen der Hochschule Karlsruhe [11] ist ein ähnliches Beispiel zur Überlagerung von Schwingungen auf den S. 31 ff. ausgeführt und veranschaulicht die Methodik zur Überlagerung frequenzgleicher Schwingungen.

1.4.4 Überlagerung der freien Schwingungen für mehrere Achsen

Um in einem weiteren Schritt auch die Schwingung der verschiedenen Züge überlagern zu können, wird zunächst der Term der Resteinflusslinie f berechnet. Wie auch bei der DER-Methode trifft hier die Annahme zu, dass Hochgeschwindigkeitszüge im Verhältnis zur Brücke sehr lang sind, damit kann die Brückenlänge vernachlässigt werden. In der Berechnung der LIR-Methode bedeutet diese Vereinfachung, dass nur die Schwingungsterme, welche die Schwingungsantwort beim Verlassen der Brücke beschreiben, für den Zeitpunkt, an dem die überfahrende Last die Brücke verlässt, betrachtet werden. In (1.90) werden diese betrachteten freien Schwingungen überlagert. In den darauffolgenden Gleichungen (1.91) und (1.92) erfolgt eine weitere Vereinfachung der Ausgangsgleichung und damit der Resteinflusslinie.

$$f = \frac{y_0 r}{1 - r^2} \sqrt{\left(\sum \cos \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi \zeta x}{\lambda}}\right)^2 + \left(\sum \sin \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi \zeta x}{\lambda}}\right)^2} \quad (1.90)$$

$$f = \frac{y_0 r}{1 - r^2} \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{r} e^{-\frac{2\pi \zeta}{r}} + \left(1 + \cos \frac{\pi}{r} e^{-\frac{\pi \zeta}{r}}\right)^2} \quad (1.91)$$

$$f = \frac{y_0 r}{1 - r^2} \sqrt{e^{-\frac{2\pi \zeta}{r}} + 1 + 2 \cos \frac{\pi}{r} e^{-\frac{\pi \zeta}{r}}} \quad (1.92)$$

Wird nun noch y_0 durch die statische Durchbiegung ersetzt (1.93) und eine Schwingungsüberlagerung für alle Achsen durchgeführt, so lässt sich Verformung und Beschleunigung mit der LIR-Methode mit (1.96) und (1.97) berechnen.

$$y_0 = \frac{2L^3}{\pi^4 EI} \quad (1.93)$$

$$M^* = \frac{1}{2} \mu L \quad (1.94)$$

$$2 = \frac{K^*}{M^*} = \frac{\pi^4 EI}{L^4 \mu} \quad (1.95)$$

$$Y_L = \underbrace{\frac{2L^3}{EI}}_{\substack{\text{1. Term:} \\ \text{konstant, C}}} \underbrace{\frac{r}{1-r^2} \sqrt{e^{-\frac{2\pi\zeta}{r}} + 1 + 2 \cos \frac{\pi}{r} e^{-\frac{\pi\zeta}{r}}}}_{\substack{\text{2. Term:} \\ \text{Term der Einflusslinie, F}}} \underbrace{\sqrt{\left(\sum \cos \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi\zeta x}{\lambda}}\right)^2 + \left(\sum \sin \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi\zeta x}{\lambda}}\right)^2}}_{\substack{\text{3. Term:} \\ \text{Term des Wanderns der Radsätze, Zugspektrum, D}} \quad (1.96)$$

$$\ddot{Y}_L = \underbrace{\frac{2P}{\mu L}}_{\substack{\text{1. Term:} \\ \text{konstant, C}}} \underbrace{\frac{r}{1-r^2} \sqrt{e^{-\frac{2\pi\zeta}{r}} + 1 + 2 \cos \frac{\pi}{r} e^{-\frac{\pi\zeta}{r}}}}_{\substack{\text{2. Term:} \\ \text{Term der Einflusslinie, F}}} \underbrace{\sqrt{\left(\sum \cos \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi\zeta x}{\lambda}}\right)^2 + \left(\sum \sin \frac{2\pi x}{\lambda} e^{-\frac{2\pi\zeta x}{\lambda}}\right)^2}}_{\substack{\text{3. Term:} \\ \text{Term des Wanderns der Radsätze, Zugspektrum, D}}} \quad (1.97)$$

Die durch die LIR-Methode berechnete Verschiebung als auch Beschleunigung bezieht sich auf den Zeitpunkt, an welchem die letzte Achse die Brücke verlässt. Um die maximale Beschleunigung für einen Zug berechnen zu können, muss auch hier wie in der DER-Methode das Konzept Zugverbandteil aus Kap. 1.3.9 angewandt werden. Sowohl für die Beschleunigung als auch für die Verschiebung lässt sich das Ergebnis wie auch bei der DER-Methode als Produkt von 3 Termen darstellen. Hier kann erkannt werden, dass sich die Berechnung der Beschleunigung nur im konstanten Term C unterscheidet. Auch konzeptuell gibt es einen ersten konstanten Term, einen zweiten Term der Einflusslinie und einen dritten Term der Radsätze (auch als Zugspektrum bezeichnet).

Um also mathematisch korrekt zu bleiben, muss die Koordinate x auf die Radsatzkoordinate x_i mit $x = x_i - x_{ref}$ übergeführt werden. Zudem muss für die Anwendung des Konzepts Zugverbandteil das Maximum über alle Zugverbandteile und damit $\underset{x_{ref}=x_i}{\overset{x_{ref}=x_n}{\text{MAX}}}$ berücksichtigt werden. Das führt zu einer Darstellung des Zugspektrums in der Art (1.98).

$$G_L(\lambda) = \underset{x_{ref}=x_i}{\overset{x_{ref}=x_n}{\text{MAX}}} \sqrt{\left(\sum_{x_1}^{x_{ref}} Px \cos 2\pi \frac{x_i - x_{ref}}{\lambda} e^{-2\pi\zeta \frac{x_1 - x_{ref}}{\lambda}}\right)^2 + \left(\sum_{x_1}^{x_{ref}} Px \sin 2\pi \frac{x_i - x_{ref}}{\lambda} e^{-2\pi\zeta \frac{x_1 - x_{ref}}{\lambda}}\right)^2} \quad (1.98)$$

1.4.5 Substitution der Variablen

Um nun auch einen besseren Vergleich zwischen der LIR- und der DER-Methode ziehen zu können, werden die Variablen mit jenen aus der DER-Methode ersetzt. Damit kann die Beschleunigung nach der DER-Methode zu (1.99) berechnet werden.

$$\begin{aligned}
\ddot{Y} \leq & \underbrace{\frac{8\pi f_0^2}{K^*}}_{\text{1. Term}} \underbrace{\left| \frac{\cos\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)}{\left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 - 1} \right|}_{\text{2. Term}} \cdot \dots \\
& \underbrace{\frac{1}{\zeta(X_{N-1})} \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{N-1} P_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{N-1} P_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2}}_{\text{3. Term}} \left(1 - e^{-2\pi\zeta \frac{X_{N-1}}{\lambda}}\right) \quad (1.99) \\
& \text{Spektrum des Zugverbands } G_{\text{DER}}(\lambda) \text{ , vereinfacht}
\end{aligned}$$

In derselben Darstellung berechnet sich die Beschleunigung zur LIR-Methode nach (1.100).

$$\begin{aligned}
\ddot{Y}_L \leq & \underbrace{\frac{2}{\mu L}}_{\text{1. Term}} \underbrace{\frac{\frac{\lambda}{2L}}{1 - \left(\frac{\lambda}{2L}\right)^2} \sqrt{e^{-4\zeta \frac{\pi L}{\lambda}} + 1 + 2 \cos \frac{2\pi L}{\lambda} e^{-2\zeta \frac{\pi L}{\lambda}}}}_{\text{2. Term}} \cdot \dots \\
& \underbrace{\sqrt{\left(\sum_k^{N-1} P_k \cos \frac{2\pi x_k}{\lambda} e^{-2\pi\zeta \frac{x_k}{\lambda}} \right)^2 + \left(\sum_k^{N-1} P_k \sin \frac{2\pi x_k}{\lambda} e^{-2\pi\zeta \frac{x_k}{\lambda}} \right)^2}}_{\text{3. Term}} \quad (1.100) \\
& \text{Spektrum des Zugverbands } G_{\text{LIR}}(\lambda)
\end{aligned}$$

1.5 Zustandsraumtheorie

Die Zustandsraumdarstellung, Zustandsraumtheorie oder auch State Space Theory bezeichnet eine Methode, um Differenzialgleichungen zeiteffizient zu lösen. Diese Methode findet heute vor allem in der Regelungstechnik Anwendung und wurde von Elektroingenieur und Mathematiker Rudolf Kálmán stark geprägt [12]. Die ersten Überlegungen, um ein System an Differentialgleichungen in dieser Art zu lösen, gehen aber bereits auf den russischen Mathematiker und Physiker Alexander M. Ljapunow zurück (auch bekannt als Ljapunow Stabilität [13]). Grundsätzlich bietet die Zustandsraumdarstellung auch die Möglichkeit der Berechnung von nichtlinearen und zeitvarianten Systemen, doch im Rahmen dieser Arbeit wird nur die Theorie für lineare, zeitinvariante Mehrgrößensysteme behandelt. Ein zeitvariantes System wird dadurch bezeichnet, dass auch die Systemmatrix \underline{A} beispielsweise durch variierende Massen oder Steifigkeiten sich über die Zeit hinweg ändern kann. Die folgenden Berechnungen befassen sich jedoch nicht mit dieser Spezialisierung. Zum Lösen der Differenzialgleichungen im Zustandsraum müssen die Systemmatrizen als auch die Anfangsbedingungen bekannt sein.[14]

Mit den Gleichungen kann ein Mehrgrößensystem der Ordnung n' mit r' Eingangsgrößen und m' Ausgangsgrößen definiert und berechnet werden, wobei $n', r', m' \in \mathbb{N}$.

1.5.1 Lineare, invariante Mehrgrößensysteme

Mit den folgenden Gleichungen der Zustandsraumtheorie wird eine Methode zur Verfügung gestellt, um die Bewegungsdifferentialgleichungen von zeitvarianten dynamischen Systemen höherer Ordnung in ein Differenzialgleichungssystem 1. Ordnung in den Zustandsraum zu transformieren und in sehr recheneffizienter Weise zu lösen. Grundsätzlich wird in Gl. (1.101) die zeitliche Änderung des Zustandsraumvektors $\underline{\dot{Z}}$ durch eine Funktion von Zustandsraumvektor \underline{Z} und der Belastung \underline{U} beschrieben. Mit gegebenen Anfangsbedingungen kann damit die Änderung des Zustandsraumvektors $\underline{\dot{Z}}$ berechnet werden und durch eine lineare Simulation mit Wahl eines kleinen Zeitschrittes der Zustandsraumvektor \underline{Z} zum nächsten Zeitpunkt. In Gl. (1.102) ist beschrieben, wie sich die Änderung des Zustandsraumvektors $\underline{\dot{Z}}$ in die einzelnen Komponenten \dot{z}_i mit $i \leq n'$ gliedert.

$$\underline{\dot{Z}} = f(\underline{Z}, \underline{U}) \quad (1.101)$$

$$\underline{\dot{Z}} = \begin{cases} \dot{z}_1 = f(\underline{Z}, \underline{U}) \\ \dot{z}_2 = f(\underline{Z}, \underline{U}) \\ \dot{z}_3 = f(\underline{Z}, \underline{U}) \\ \dot{z}_4 = f(\underline{Z}, \underline{U}) \\ \vdots \end{cases} \quad (1.102)$$

Die bedeutendsten Gleichungen für die Lösung von linearen, zeitinvarianten Systemen im Zustandsraum sind durch Gl. (1.103) und Gl. (1.104) definiert. Mit diesen Gleichungen wird angegeben, wie sich die Änderung des Zustandsvektors $\underline{\dot{Z}}(t)$ berechnet, als auch die zu definierenden Ausgangsgrößen des Systems $\underline{Y}(t)$, jeweils durch einen gegebenen Zustandsvektor $\underline{Z}(t)$, Belastungsvektor $\underline{U}(t)$ und ein bekanntes dynamisches System (durch die Definition des Zustandsraums mit der Systemmatrix \underline{A} , der Eingangs- oder Steuermatrix \underline{B} , der Ausgangs- oder Beobachtungsmatrix \underline{C} und der Durchgangsmatrix \underline{D}).

$$\dot{\underline{Z}}(t) = \underline{A} * \underline{Z}(t) + \underline{B} * \underline{U}(t) \quad (1.103)$$

$$\underline{Y}(t) = \underline{C} * \underline{Z}(t) + \underline{D} * \underline{U}(t) \quad (1.104)$$

Grundidee ist es, Differentialgleichungen höherer Ordnung in die Kombination von Differentialgleichungen 1. Ordnung zu zerlegen.

Es kann durchaus behauptet werden, dass der wesentliche Aufwand bei einer Analyse im Zustandsraum darin liegt, das Modell zu bestimmen und nicht die Lösung zu berechnen. Sind die Gleichungen erst gebildet und damit die Matrizen \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} und \underline{D} bestimmt, kann das System im Zeitschritt numerisch sehr einfach und rasch gelöst werden. Durch die erste Gleichung der Zustandsraumtheorie wird die zeitliche Änderung des Zustandsvektors beschrieben. Wird nun nur ein ausreichend kleiner Zeitschritt gewählt, kann damit der Zustandsvektor zum nächsten Zeitpunkt im Sinne einer linearen Simulation berechnet werden. Eine sinnvolle Annahme für den Zeitschritt ist beispielsweise in der ÖBB-Richtlinie für dynamische Berechnungen gegeben [15]. Da hierbei keine Matrizen invertiert werden müssen und auch die Größe der Systemmatrizen reduziert werden kann (wenn beispielsweise nicht alle Eigenformen von Interesse sind), handelt es sich um eine sehr schnelle Berechnungsmethode. Die Lösung ist bereits in diversen Softwarepaketen wie Matlab [16] oder der Programmiersprache Python mit dem Package Scipy [17] implementiert. Dadurch gestaltet sich die Anwendung noch etwas einfacher.

1.5.2 Beispiel: Zweimassenschwinger im Zustandsraum

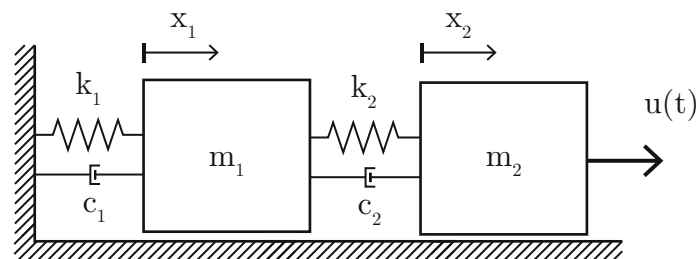


Abb. 1.5: Zweimassenschwinger zur Veranschaulichung der Zustandsraumdarstellung

In Abb. 1.5 ist das System eines Zweimassenschwingers, welches für die weitere Veranschaulichung der Zustandsraumtheorie verwendet wird, dargestellt. Hierbei ist die erste Masse m_1 über eine Feder mit der linearen Federsteifigkeit k_1 und einem viskosen Dämpfer mit Dämpfungskonstante c_1 mit der festen Lagerung verbunden. Eine zweite Masse m_2 wiederum über eine Feder mit der linearen Federsteifigkeit k_2 und einem viskosen Dämpfer mit Dämpfungskonstante c_2 mit der ersten Masse m_1 verbunden. Durch Freischneiden der Massen lässt sich die Bewegungsgleichung für den behandelten Zweimassenschwinger, siehe Abb. 1.5, berechnen und führt zum Ergebnis von Gl. (1.105) und (1.106)

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (1.105)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = u(t) \quad (1.106)$$

Die Bewegungsgleichung kann allgemein in Matrixschreibweise zu Gl. (1.107) dargestellt werden. Auch andere dynamische Systeme können auf diese Form gebracht werden, wobei \underline{M} die Massenmatrix, \underline{C} die Dämpfungsmatrix, \underline{K} die Steifigkeitsmatrix und $\underline{F}(t)$ den Belastungsvektor bezeichnet.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}}_M \ddot{\underline{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}}_C \dot{\underline{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}}_K \underline{X} = \underline{F}(t) \quad (1.107)$$

Um die Bewegungsgleichung in den Zustandsraum zu transformieren, muss zunächst ein Zustandsvektor definiert werden. Hierbei muss zumindest jedes Energiespeicherelement im System (alle Federn und Massen) durch Einträge des Zustandsvektors \underline{Z} beschrieben sein.

In diesem Fall kann der Zustandsvektor beispielsweise durch die Verschiebungen x_1, x_2 und Geschwindigkeiten \dot{x}_1, \dot{x}_2 der Massen m_1, m_2 und damit zu Gl. (1.108) definiert sein. Diese Formulierung lässt sich auch auf allgemeine Bewegungsgleichungen anwenden. In der Regel sind damit mehr Gleichungen als nötig definiert, um das System tatsächlich zu lösen, doch sind mit dieser Methode die Ergebnisse sehr klar strukturiert und auch noch für komplexere Systeme verständlich.

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (1.108)$$

Nun kann zeilenweise für jede Zustandskoordinate z_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ eine Substitution der Variablen in Gl. (1.103) mit den Bewegungsgleichungen der Form aus Gl. (1.105) und Gl. (1.106) vorgenommen werden. Somit gilt: $\dot{z}_3 = \dot{x}_1$ und $\dot{z}_4 = \dot{x}_2$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_3 \\ \dot{z}_2 &= z_4 \\ \dot{z}_3 &= -\frac{1}{m_1} (c_1 z_3 - c_2 z_3 - c_1 z_4 + k_1 z_1 - k_2 z_1 - k_1 z_2) + u_1(t) \\ \dot{z}_4 &= -\frac{1}{m_2} (c_1 z_4 - c_1 z_3 + k_1 z_2 - k_1 z_1) + u_2(t) \end{aligned}$$

Durch einen Koeffizientenvergleich ergibt sich die Darstellung in Matrixform. Ist die Systemmatrix \underline{A} bekannt, so kann überprüft werden, ob ein stabiles System vorliegt. Diese Kontrolle ist durch die Berechnung der komplexen Eigenwerte der Systemmatrix \underline{A} definiert. Nur wenn alle realen Anteile der Eigenwerte kleiner als 0 sind, liegt ein stabiles System vor. Sobald wiederum der reale Anteil eines oder mehrerer Eigenwerte gleich 0 ist, wird mit \underline{A} ein indifferentes, also ein grenzstabiles System bezeichnet. Sobald aber der reale Anteil nur einem Eigenwert größer als 0 ist, so liegt ein instabiles System vor. Die Systemmatrix \underline{A} und die Steuerungsmatrix \underline{B} lassen sich damit zu Gl. (1.109) berechnen.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{m_1}(k_1 - k_2) & -\frac{k_1}{m_1} & \frac{1}{m_1}(c_1 - c_2) & -\frac{c_1}{m_1} \\ -\frac{k_1}{m_2} & \frac{k_1}{m_2} & -\frac{c_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}}_{\underline{B}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1.109)$$

Als letzten Schritt, um das Modell im Zustandsraum vollständig zu definieren und damit alle Matrizen zu berechnen, ist es nötig die Ausgabe und damit den Ergebnisvektor \underline{Y} zu definieren. Wenn der Zeitverlauf für alle Zustandsvektoren von Interesse ist, kann die Ausgangsmatrix \underline{C} beispielsweise durch eine Einheitsmatrix beschrieben werden. Die Durchgangsmatrix \underline{D} kann im speziellen Fall noch besetzt werden, um zu berücksichtigen, dass Teile der Einwirkung direkten Einfluss auf die Ausgabe haben. Die Durchgangsmatrix \underline{D} ist aber für die allermeisten Anwendungsfälle durch eine Nullmatrix beschrieben. In diesem Beispiel sind nur die Zeitverläufe aller Verschiebungen von Interesse, somit definieren sich die Ausgangsmatrix \underline{C} und Durchgangsmatrix \underline{D} aus Gleichung (1.104) wie folgt:

$$\underline{Y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{C}} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{D}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1.110)$$

1.5.3 Mögliche allgemeine Systemformulierung

Gleichbedeutend zu der Vorgehensweise im vorhergehenden Kapitel kann nun in allgemeinerer Form eine Bewegungsgleichung der Form (1.107) für eine beliebige Anzahl an Dimensionen in den Zustandsraum transformiert werden. Hierzu müssen wieder ausreichend Zustände für den Zustandsvektor definiert werden. Wird der Zustandsvektor definiert für alle Verschiebungen und Geschwindigkeiten (für jeden Freiheitsgrad eine Verschiebung und eine Geschwindigkeit), dann ist das System auf jeden Fall ausreichend beschrieben. Mit dieser Annahme lassen sich die Zustandsraumgleichungen zu (1.111) spezialisieren.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{1} \\ \underline{M}^{-1}\underline{K} & \underline{M}^{-1}\underline{C} \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}^{-1} \end{bmatrix}}_{\underline{B}} \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{F} \end{bmatrix} \quad (1.111)$$

Dimensionen sind wie folgt festgelegt, wobei n' die Ordnung der Anzahl der Freiheitsgrade der Bewegungsgleichung beschreibt:

- \underline{M} der Dimension (n', n')
- \underline{F} der Dimension $(n', 1)$

In diesem Fall sind beispielsweise die Verschiebungen von Interesse und werden als einziger Größe des Ausgangsvektors \underline{Y} definiert. Wären beispielsweise die Verschiebungen als auch Beschleunigungen von Interesse, so würde sich die Ausgangsmatrix \underline{C} nicht wie in Gl. (1.112) zu einer Kombination aus Einheitsmatrix $\underline{1}$ und Nullmatrix $\underline{0}$ durch eine Rechteckmatrix der Größe $(n', 2n')$ definieren, sondern durch eine quadratischen Einheitsmatrix $\underline{1}$ der Größe $(2n', 2n')$.

$$\begin{bmatrix} \underline{Y} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{1} & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{C}} \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{D}} \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{F} \end{bmatrix} \quad (1.112)$$

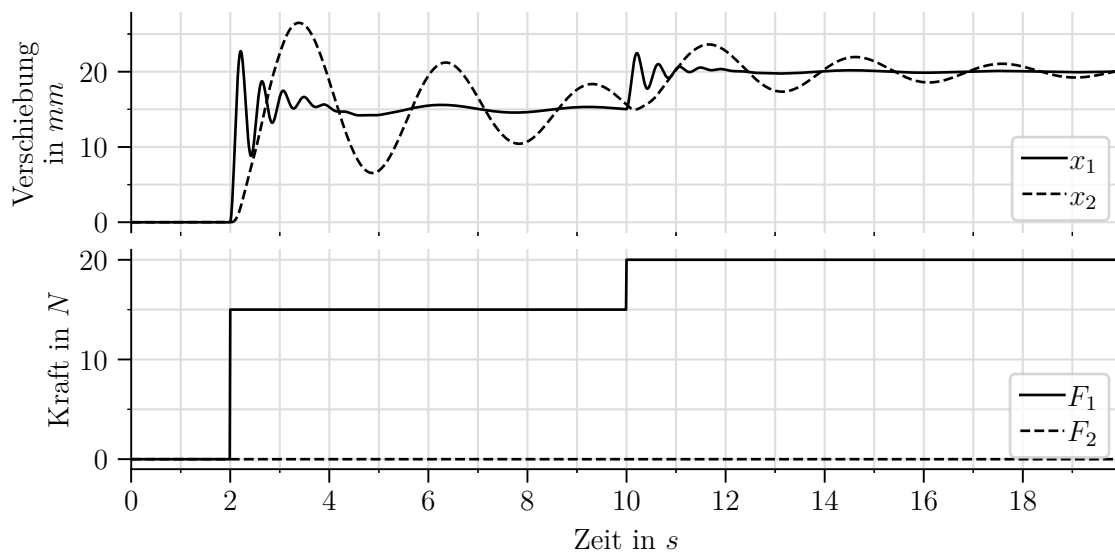


Abb. 1.6: Ergebnisse der Zustandsraumdarstellung: Verschiebungsverläufe in mm und Kraftverläufe in N

1.5.4 Numerische Lösung des Systems

Da die Methoden der Zustandsraumberechnung bereits in Matlab [16] oder auch Python [17] implementiert sind, gestaltet sich die Anwendung und Auswertung von Zustandsraummodellen besonders einfach. Hierzu müssen die Massen, Federsteifigkeiten und Dämpferkonstanten festgelegt werden. Hier werden für m_1 und m_2 beispielsweise 100 kg, für k_1 eine Steifigkeit von N/m , für k_2 N/m , für c_1 eine Dämpfungskonstante von kg/s und für c_2 kg/s .

Im exemplarischen Beispiel wird eine Berechnung für das System über eine Zeitdauer von 20s in einem Zeitinkrement von $\Delta t = 0,01s$ durchgeführt. Die Berechnung des Systems startet zum Zeitpunkt $t = 0s$ ohne äußere Belastungen. Bei $t = 2s$ wird plötzlich die Kraft auf die erste Masse auf 15N erhöht. Zum Zeitpunkt $t = 10s$ wird die Kraft auf die erste Masse um 5N und damit auf 20N erhöht.

Neben der Methode, die Zustandsraumdarstellung direkt aus den Matrizen \underline{M} , \underline{C} und \underline{K} zu entwickeln, bietet das Softwarepaket Ansys auch direkt (mit der Funktion SPMWRITE [18]) an, die Zustandsraumdarstellung und damit die Matrizen \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} und \underline{D} zu exportieren, welche wiederum in Python für die Berechnung verwendet werden können. Hierbei kann die Zustandsraumdarstellung wahlweise auf eine bestimmte Anzahl an Eigenformen reduziert werden, um die Matrizen zu verkleinern und die Berechnungsgeschwindigkeit zu erhöhen. Besonders bei sehr komplizierten Systemen kann eine Reduktion sinnvoll sein.

Mit dem Pythonpackage Scipy kann die Lösung, inklusive der Erstellung einfacher Plots, beispielsweise wie im folgenden Code bearbeitet werden. Hierbei wird die allgemeine Formulierung zur Transformation in den Zustandsraum aus Kapitel 1.5.3 verwendet.

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import scipy.signal as signal
3 import numpy as np
4
5 k1, k2, c1, c2, m1, m2 = 1000, 100, 10, 10, 5, 20
6
7 # Definition der Matrizen und damit der Bewegungsgleichung

```

```

8 K_matrix = [[k1 + k2, -k2], [-k2, k2]]
9 C_matrix = [[c1 + c2, -c2], [-c2, c2]]
10 M_matrix = [[m1, 0], [0, m2]]
11
12 dim = np.array(K_matrix).shape[0]
13
14 A = np.r_[np.c_[np.zeros((dim, dim)), np.eye((dim))], np.c_[-np.matmul(np.
    linalg.inv(M_matrix), K_matrix), -np.matmul(np.linalg.inv(M_matrix),
    C_matrix)]]
15 B = np.c_[np.r_[np.zeros((dim, dim)), np.linalg.inv(M_matrix)]]
16 C = np.c_[np.eye((dim)), np.zeros((dim, dim))]
17 D = np.zeros((dim, dim))
18
19 sys = signal.StateSpace(A, B, C, D)
20
21 # Kontrolle der Eigenwerte: Realanteile der Eigenwerte (np.linalg.eig(A)
    [0].real) müssen kleiner 0 sein, damit ein stabiles System vorliegt
22 print(np.linalg.eig(A)[0])
23
24 startzeitpunkt = 0
25 endzeitpunkt = 20
26 zeitschritt = 0.01
27 t = np.arange(startzeitpunkt, endzeitpunkt, zeitschritt)
28
29 # Definition der Belastungsmatrix
30 u = np.zeros((2, t.size))
31 u[0, int(1 / zeitschritt * 2):int(1 / zeitschritt * 10)] = 15
32 u[0, int(1 / zeitschritt * 10):] = 20
33 u = u.T
34
35 # Lösung des Systems durch eine lineare Simulation
36 ergebnis = signal.lsim(sys, u, t)[1]
37
38 # Plots erstellen und zeigen
39 fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 5))
40 ax.plot(t, result)
41 plt.show()

```

Kapitel 2

Dynamische Bewertung von Eisenbahnbrücken

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Nachweis der Geschwindigkeitsgrenzwerte der Tabelle C.1 aus der ÖNORM EN 15528, Ausgabe 2022 [19]. In diesen Berechnungen gilt es möglichst alle tatsächlich verkehrenden und auch möglichen Züge abzudecken.

Tab. 2.1: Vollständige Tab. C.1 gemäß EN 15528 [19] bzw. F.1[3].

Grobe Richtwerte für zulässige Geschwindigkeitsbereiche in $\frac{km}{h}$ abhängig von Streckenklasse und Art des Fahrzeugs.

Streckenklasse/ Lokklasse des Fahrzeugs	Güter- wagen	Lokomotive	Reisezug- wagen	Triebzug	Sonder- fahrzeug
a10 ^a	-	-	-	-	-
a12 ^a	-	-	-	-	-
a14 ^a	-	-	-	-	-
A	120	120 ^b /160	160 ^c	160 ^c	120
B1	120	120 ^b /160	160 ^c	160 ^c	120
B2	120	120 ^b /160	-	-	120
C2	120	120 ^b /160	140 ^c	140 ^c	120
C3	120	120	-	-	120
C4	120	120	-	-	120
D2	120	120 ^b /160	120 ^c	120 ^c	120
D3	120	120	-	-	120
D4	120	120	-	-	120
D4xL	120 ^b	120	-	-	120
D5	100	-	-	-	100
E4	100	-	-	-	100
E5	100	-	-	-	100
E6	80	-	-	-	80
L4	-	120 ^b /160	-	-	-
L6	-	120	-	-	-

^a Leichte Vollbahnfahrzeuge — die üblichen Betriebsgeschwindigkeiten fallen in der Regel niedriger aus, als die Geschwindigkeiten, bei denen zusätzliche dynamische Überprüfungen durchgeführt werden müssten.

^b Die Geschwindigkeitsbegrenzung gilt für drei oder mehr aneinander gekoppelte Lokomotiven. Ansonsten gilt der andere angegebene Geschwindigkeitswert.

^c Weitere Grenzwerte von max „p“ siehe Tabelle C.2. gemäß [19]

Grundlage hierfür ist, dass in der zurückgezogenen Ausgabe 2015 der ÖNORM EN 15528 [3] in der Tabelle F.1 Geschwindigkeitsgrenzen für die verschiedenen Streckenklassen als Einstufung von Fahrzeugen festgelegt wurden, für jene eine dynamische Berechnung entfallen kann. In der neuen Ausgabe der ÖNORM EN 15528 wurde dies jedoch insofern relativiert, als dass die Tabelle nur grobe Anhaltswerte bezüglich der Geschwindigkeitsgrenzen, bei denen keine dynamische Berechnung durchzuführen ist, angibt.

Da nun für möglichst alle Züge ermittelt werden soll, ob der Grenzwert der vertikalen Beschleunigung von $3,5 \frac{m}{s^2}$ auch für eine dynamische Berechnung eingehalten wird, ist eine große Anzahl an dynamischen Berechnungen erforderlich. Die DER- und LIR-Methode können hier Anwendung finden, um die Anzahl der Berechnungen, um ein wesentliches Maß zu verringern. So können mit dem Zugspektrum unabhängig von der betrachteten Brückenstruktur dynamisch besonders aggressive Züge ermittelt werden.

Mit stark reduzierten Zugsets können dann Berechnungen mit Anwendung der Zustandsraumtheorie für viele verschiedene Geschwindigkeitsbereiche, als auch für verschiedene Brücken, durchgeführt werden. So stellt sogar die Ausgangsmenge von mehr als 140.000 Zügen und 100 Brücken über verschiedene Geschwindigkeitsbereiche eine zu bewältigende Aufgabe dar. Die Herkunft und Zusammensetzung der verwendeten Züge ist in Kap. 2.4 für Personenzüge, als auch Güterzüge erklärt.

2.1 Projekt *Brückendynamik, dynamisches Lastmodell*

Die Nachrechnung und Überprüfung der Tabelle C.1 [19] ist nicht nur in dieser Arbeit, sondern auch für das Forschungsprojekt *Brückendynamik, dynamisches Lastmodell* des Eisenbahn-Bundesamts von Interesse. Dieses Projekt wurde von der internationalen Arbeitsgemeinschaft (ARGE), bestehend aus einem Ingenieurbüro (REVOTEC) sowie einer nicht-universitären (AIT) und zwei universitären (TU Darmstadt, KU Leuven) Forschungseinrichtungen bearbeitet.

Ziel des gesamten Projekts „Brückendynamik; dynamisches Lastmodell“ ist die Entwicklung eines normungsfähigen Konzepts zur Berücksichtigung dynamischer Lasten aus dem aktuellen Betrieb. Dazu ist ein neues dynamisches Lastmodell zu entwickeln, um die beschriebenen Lücken der aktuellen Lastmodelle zu schließen und somit mehr Sicherheit bei dynamischen Berechnungen von Eisenbahnbrücken, sowie eine konsequentere Nachweiserbringung bei einem geringeren Berechnungsaufwand zu gewährleisten. Das resultiert daraus, dass aktuell eine Tendenz zu immer schnelleren und schwereren Fahrzeugen mit innovativen Achsanordnungen erkennbar ist, was auch die grundlegende Problematik der Analyse bildet. Streng genommen müssten erneute numerische Resonanzuntersuchung der zu befahrenden Brückenstrukturen durchgeführt werden, was es aber durch den damit verbundenen, enormen Aufwand zu vermeiden gilt. Seitens der Ingenieurpraxis ergibt sich zudem auch die Notwendigkeit, aufwendige dynamische Berechnungen mit allen realen Betriebszügen durch ein allgemein gültiges Lastmodell zu ersetzen.

Zudem sollen im entwickelten Lastmodell auch jene Resonanzbereiche abgedeckt werden, die beispielsweise durch ältere Lastmodelle für Güterzüge, als auch durch das Hochgeschwindigkeitslastmodell HSLM-A aus den 1990ern, nicht ausreichend abgedeckt werden. Das zu entwickelnde Modell soll sowohl für die Planung neuer Brücken, als auch für die Bewertung bestehender Brücken anwendbar sein. Darüber hinaus ist beabsichtigt, das Lastmodell so zu entwickeln, dass es weitestgehend auch für mögliche zukünftige Entwicklungen in den Fahrzeugkonfigurationen gilt.

Tab. 2.2: Maximale Schrittweite der Stützweite (Tabelle 1 aus EN 15528 [3])

Stützweitenbereich in m	Maximale Schrittweite der Stützweite in m
1,0–10,0	0,2
10,0–20,0	1,0
20,0–60,0	2,0
60,0–100,0	5,0

2.2 Methodik der Zugklassifizierung (Einstufung von Fahrzeugen) nach EN 15528

Im Eisenbahnwesen gilt es generell Strecken und Züge unabhängig voneinander zu klassifizieren. Die Klassifizierung der Strecke wird als Streckenklasse bezeichnet, die sich aus dem Prozess der Klassifizierung für die Infrastruktur ergibt. Die Klassifizierung des Zuges und damit die Einteilung in die zugehörige Streckenklasse wird als Einstufung von Fahrzeugen bezeichnet. Werden die Klassifizierungen von Strecke und Zug gegenübergestellt, kann eine Aussage zu deren Kompatibilität getätigt werden. Ist nun die berechnete Klasse eines Zuges auch in der Klassifizierung der Infrastruktur vorhanden, sind Infrastruktur und Zug kompatibel. Generell ist in EN 15528 [19] definiert, wie Züge zu klassifizieren sind.

Damit nun ein Zug eine Streckenklasse erfüllt oder in eine Streckenklasse fällt, müssen die durch den betrachteten Zug hervorgerufenen Schnittgrößen (Biegemomente in Feldmitte und Querkräfte am Auflager) für jede Spannweite L gemäß Tab. 2.9 kleiner sein als jene des Referenzzuges der jeweiligen Streckenklasse. In EN 15528 [19] sind für jede Streckenklasse (a10, a12, a14, A, B1, B2, C2, C3, C4, D2, D3, D4, D5, D4xL und auch E4 und E5, E6) gleichnamige Referenzzüge definiert. Die Referenzzüge, welche die Grundlage für die Definition der Streckenklasse bilden, setzen sich wiederum aus unterschiedlich definierten Referenzwagen zusammen, welche im Anhang der erläuterten Norm festgelegt sind. Beispielhaft ist in Abb. 2.1 dargestellt, wie sich der Referenzzug A durch die Referenzwagen A zusammenstellt. Anzumerken ist, dass es nur eine Streckenklasse gibt, die mit A bezeichnet wird, deshalb entfällt hier die Bezeichnung für die Streckenlasten (die Einteilung nach Tab 2.4 zeigt, dass die Ziffer 1 5,0t/m entspricht und damit der Streckenklasse A).

Um die Streckenklasse eines Zuges zu bestimmen, dürfen die Schnittgrößen des zu klassierenden Zuges nicht größer sein, als jene des Referenzzuges der zugehörigen Streckenklasse. Das maximale Biegemoment M und die maximale Querkraft V sind jene Schnittgrößen, die es für die Klassifizierung zu vergleichen gilt. Der beschriebene Vergleich muss nach der Definition in der Norm für jeden Einfeldträger mit einer Spannweite zwischen 1.0 und 100.0 m erfüllt sein. Dazu ist in Tab. 1 aus EN 15528 [19] (siehe Tab. 2.2) definiert, für welche Spannweiten eine Berechnung erforderlich ist, um eine erforderliche Berechnungsgenauigkeit für jede Brücke gewährleisten zu können.

Bei Streckenklassen infolge der Klassifizierung der Infrastruktur gilt es zudem auch, die Geschwindigkeit in der Einheit km/h als Index der Streckenklasse festzuhalten. So wird die Streckenklasse der Infrastruktur beispielsweise als D4₁₂₀ bezeichnet, während die Streckenklasse infolge der Klassifizierung eines Zuges hingegen als D4 bezeichnet wird.

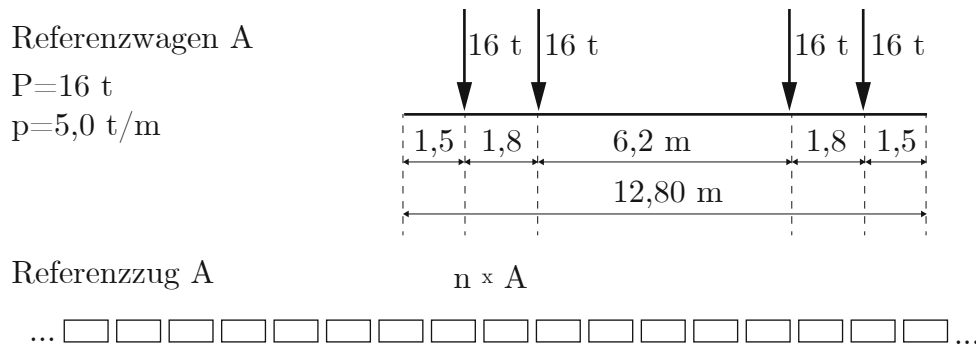


Abb. 2.1: Beispielhafte Darstellung der Definition für Referenzwagen A und Referenzzug A gemäß [19]

2.2.1 Einführung der Zugsets als Sortierung

Generell setzt sich die Klassifizierung der Infrastruktur aus einem Buchstaben und einer Zahl zusammen. Die Buchstaben und Ziffern definieren im Allgemeinen die Radsatzlast und Streckenlast des Referenzwagens vom Referenzzug der Streckenklasse. (Die Streckenklassen für Schnellbahnen a10, a12 und 14 und die Streckenklasse A als auch D4xL bilden hier besondere Ausnahmen).

$$\begin{array}{c} \text{Radsatzlast} \\ \underbrace{D}_{\text{Streckenlast}} \quad 4 \end{array}$$

In Tab. 2.3 und Tab. 2.4 ist vermerkt, welche Radsatzlast, als auch Streckenlast, mit dem jeweiligen Buchstaben oder der jeweiligen Ziffer bezeichnet ist.

Tab. 2.3: Radsatzlasten der Zugklassifizierung in t. Genaue Wagendefinitionen durch Achsabstände und Achslasten sind in Tab. A.1 gemäß ÖNORM EN 15528 [19] definiert.

Zugklassen (Buchstabe)	a10	a12	a14	A	B	C	D	E	F	G
Radsatzlasten in t	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,5	25,0	27,5	30,0

Tab. 2.4: Streckenlasten der Zugklassifizierung in $\frac{\text{t}}{\text{m}}$. Genaue Wagendefinitionen durch Achsabstände und Achslasten sind in Tab. A.1 gemäß ÖNORM EN 15528 [19] definiert.

Zugklassen (Ziffer)	a10	a12	a14	1	2	3	4	5	6
Streckenlasten in $\frac{\text{t}}{\text{m}}$	2,0	2,4	2,8	5,0	6,4	7,2	8,0	8,8	10,0

In Tab. A.2 und Tab. A.3 aus DIN EN 15528 [3],[19] ist zudem auch festgelegt, wie sich die Streckenklassen(a10, a12, a14, A, B1, B2, C2, C3, C4, D2, D3, D4, D5, D4xL und auch E4 und E5, E6) zueinander verhalten:

- $C3 \neq D2$ bzw. $E4 \neq D5$
- $C2 < C3 < C4$

Hervorzuheben ist die Streckenklasse D4xL, welche für Lokomotiven entwickelt wurde, aber auch für andere Fahrzeugtypen verwendet werden darf. D4xL ist aufgrund der zusätzlichen Anordnung der Referenzwagen xL-a als auch xL-b in der Referenzzugmitte mit allen anderen Streckenklassen nicht vergleichbar. Die Streckenklassen D4xL bis E6 bezeichnen Lastmodelle zur Bestimmung der Streckenklassen für spezielle Fahrzeugarten und D5 bis E6 gelten nur für Güterwagen. Auch wenn die Definition der Norm folgender Aussage widerspricht, hat sich bei der großen Datenserie trotzdem gezeigt, dass die maximalen Schnittgrößen der Referenzklassen stellvertretend für die Referenzklassen folgende Kriterien erfüllen:

- $C3 < D2$ und
- $D5 < E4$

Wird nun D4xL in der Serie nicht berücksichtigt, so lässt sich damit eine Sortierung finden. Somit ist jeder Zug eindeutig einer Streckenklasse zuzuordnen. Gerade bei einer großen Datenmenge von Zügen wird dadurch viel Rechenleistung durch eine sinnvolle Vereinfachung gespart. Das Kriterium für die Sortierung wird wie folgt eingeführt:

- $a_{10} < a_{12} < a_{14} < A < B1 < B2 < C2 < C3 < C4 < D2 < D3 < D4 < D5 < E4 < E5 < E6$

2.2.2 Fehlerbetrachtung bei der Berechnung des maximalen Biegemoments



Abb. 2.2: Lastüberfahrt eines Einzelkraftpaars

Für die Klassifizierung der Züge sollen das maximale Biegemoment und die maximale Querkraft verglichen werden. Da die Stelle des maximalen Biegemoments je nach Lastanordnung variiert, wird vereinfacht das in der Feldmitte auftretende Biegemoment verglichen.

Bei einer statischen Berechnung für die Biegemomente aus der Lastüberfahrt eines Kräftepaars mit gleichbleibenden Abstand (siehe Abb. 2.2) zeigt sich, dass das maximale Moment für Einfeldträger durchaus um 12.50% größer sein kann, als das Moment in der Feldmitte. Dieser Fall wird durch ein Lastpaar mit gleicher Größe ($F_1 = F_2$) und dem Abstand $L/2$ zueinander beschrieben. Da aber in der folgenden Berechnung das maximale Moment näherungsweise immer in der Feldmitte berechnet wird, kann die Abweichung von 12.50% als theoretischer Wert betrachtet werden. Die Abweichung vom maximalen Moment zu Moment in der Feldmitte ist für verschiedene Verhältnisse eines Kräftepaars F_1 und F_2 im Abstand von $L/2$ zueinander in Abb. 2.3 über die normierte Brückenkoordinate $\xi = \frac{x}{L}$ aufgetragen.

Bei der Klassifizierung von etwa 120.000 Zügen zeigt sich für weniger als 100 Züge eine Abweichung, um eine Streckenklasse gegenüber einer genaueren Berechnung für die Stelle des Moments. Anhand dessen bestätigt sich, dass mit der näherungsweisen Berechnung des maximalen Moments in der Feldmitte eine gute Annahme getroffen ist.

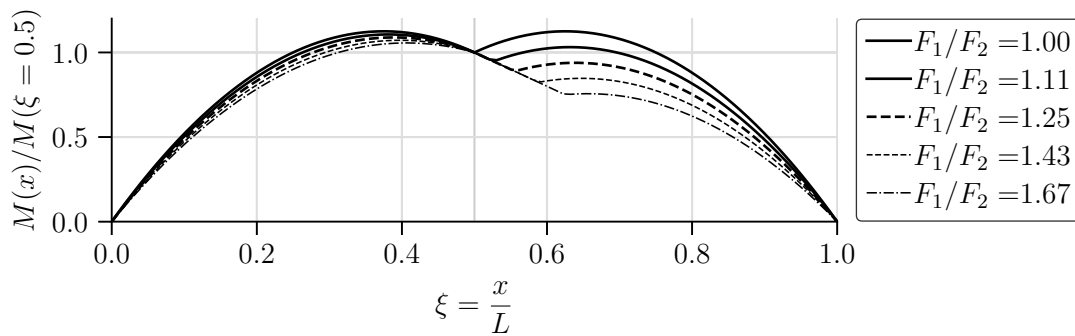


Abb. 2.3: Normierte Biegemomente für verschiedenen Verhältnisse eines Einzelkraftpaars mit konstantem Abstand (von $\frac{L}{2}$), siehe Abb. 2.2. Biegemomente aufgetragen gegen die normalisierte Brückenkoordinate ζ

2.3 Erfordernis dynamischer Berechnungen in EN 15528

Tabelle F.1 ist in der nun nicht mehr gültigen Version der Norm EN 15528:2015 [3] ein Werkzeug gewesen, um den Umfang der dynamischen Berechnungen zu reduzieren. Im Anhang B dieser Norm wird die Klasseneinteilung der Infrastruktur, als auch die Einstufung der Fahrzeuge, in

Tab. 2.5: Vergleich von Tabelle F [3] mit Tabelle C.1 [19]

	EN 15528:2015	EN 15528:2021
Verfahren für Klasseneinteilung von Ingenieurbauwerken (5.1)	Lastmodelle zu vorhandenen Strukturen und Stützweiten mit Berücksichtigung der dynamischen Einflüsse Bewertung mit „Einzelner Zug oder Triebzug-Klasse der Anhänger C, E“	Lastmodelle an der bestehenden Topologie und Stützweiten bei Anwendung eines quasi-statischen Ansatz
Kompatibilität von Klasseneinteilung der Infrastruktur (5) und Einstufung von Fahrzeugen (6)	Kompatibilität Die Streckenklasse eines Fahrzeugs (oder die Nutzlastgrenze eines Wagens) ist kleiner oder gleich der Einstufungsergebnisse der Strecke (7). Wenn Geschwindigkeitsgrenzen überschritten werden (Anhang F), sind zusätzliche dynamische Prüfungen der Brücken mit individuellen Zügen oder Triebzug-Klassen erforderlich.	Statische Kompatibilität Streckenklasse eines Fahrzeugs (oder die Nutzlastgrenze eines Güterwagens) ist geringer als oder gleich wie die Ergebnisse der Einstufung der Strecke (7). (Dynamische Überprüfung der Brückenkompatibilität von Zügen außerhalb des Anwendungsbereichs dieser Norm)

einem Ablaufplan gut dargestellt und zusammengefasst. Hierbei gibt einen doch merklichen Unterschied in der Aussage von EN 15528 zu dynamischen Nachweisen. So wird in der aktuellen Ausgabe der Norm aus 2022 [19] geschrieben:

Dynamische Überprüfung der Brückenkompatibilität von Zügen außerhalb des Anwendungsbereichs dieser Norm

In der letzten Version der Norm hingegen ist die bisherige Tabelle F.1 noch ein Werkzeug, um auf dynamische Berechnungen zu verzichten. So schreibt die EN 15528, Ausgabe 2015 [3]:

Wenn Geschwindigkeitsgrenzen überschritten werden (Anhang F), sind zusätzliche dynamische Prüfungen der Brücken mit individuellen Zügen oder Triebzug-Klassen erforderlich.

Alle Unterschiede aus dem Ablaufplan aus Anhang B [19] sind in der Tab. 2.5 gegenübergestellt.

Hierbei wird klar, dass in der neuen Fassung der EN 15528 keine Aussage zu Brückendynamik gemacht werden kann. Dennoch ist Tabelle C.1, welche zuvor die Grenze für die dynamische Berechnung gebildet hat, auch noch in der aktuellen Ausgabe der Norm [19] vorhanden.

2.4 Zugdaten für die Berechnung

Da die nachzurechnende Tabelle ein Mittel war, um auf dynamische Berechnungen zu verzichten, war der Anwendungsbereich nur durch die Zugtypen und Streckenklassen begrenzt. Grundsätzlich war jeder nur erdenkliche Zug einer Streckenklasse und eines Zugtyps damit abgedeckt. Für den Nachweis der Tabelle bedeutet das: Die Nachrechnung und Überprüfung soll auch für möglichst alle Züge und gleichzeitig alle Brücken, an denen die Tabelle F.1 [3] anwendbar ist, gelten. So wird die Tabelle C.1 auch mit denselben Zugdaten nachgerechnet, die seitens des bereits erwähnten Projekts *Brückendynamik, dynamisches Lastmodell* für die Entwicklung eines dynamischen Lastmodells verwendet wurden.

Die Grundidee, möglichst alle Züge abzudecken, wird durch eine Kombination von Zugdaten aus folgenden Quellen umgesetzt:

- Züge aus Normen und Richtlinien
- künstlich generierte Züge
- Züge aus Messdaten

Die 3144 untersuchten Personenzüge lassen sich im Zuge der Datenerhebung gemäß Tab. 2.6 gliedern.

Tab. 2.6: Herkunft und Anzahl der verwendeten Personenzüge

Europäische Richtlinien	14
Messdaten Gotcha System Züge UK	188
Lokomotiven	10
Mehrteilige Züge (Diesel+Elektrozüge)	144
Mehrteilige Triebkopfszüge (Diesel+Elektrozüge)	2277
Lokbespannte Züge	22
Lokbespannte Reisezüge	592

Die Herkunft der Zugdaten für die insgesamt 139.182 untersuchten Güterzüge der Berechnung gliedert sich gemäß Tab. 2.7.

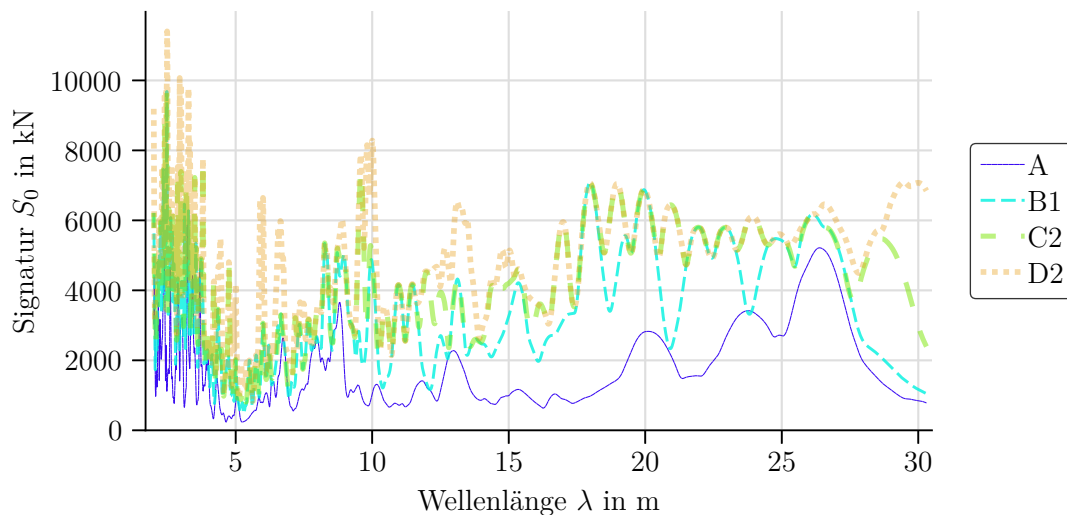
Tab. 2.7: Herkunft und Anzahl der verwendeten Güterzüge

Lokgezogene Güterzüge (österreichische Richtlinien)	6
Messdaten Gotcha System Züge UK	6
Zufällig generierte Züge aus dem DB Katalog[20]	526
Ungünstig generierte Züge aus dem DB Katalog[20]	75
Referenzgüterzüge DB	14
Messdaten REVOTEC	138.555

2.5 Identifikation aggressiver Züge

Um den Aufwand für die dynamische Berechnung zu reduzieren, werden die im Kap. 2.4 erläuterten Züge für dynamische Berechnungen weiter reduziert. Es gilt die besonders aggressiven Züge nach Untersuchung durch Zugsignatur $S_0(\lambda)$ und Zugspektrum $G(\lambda)$ für die jeweiligen Streckenklassen zu ermitteln. Dies erfolgt durch mehrere Analysen mit einer Dämpfung ζ von 0,0%–3,5% im 0,5% Intervall für alle gemessene Züge. Damit lassen sich für die einzelnen Streckenklassen stark reduzierte Zugsets bestimmen, an denen eine weitere dynamische Berechnung durchgeführt werden kann.

In Abb. 2.4 ist ersichtlich, wie sich die Zugsignatur über die Wellenlänge für verschiedene Personenzüge verteilt. Hierbei sind die Hüllkurven für eine große Anzahl an Zügen dargestellt. Ein größerer Wert der Signatur S_0 bedeutet auch eine größere dynamische Aggressivität. Im Allgemeinen führt aber eine dynamische Berechnung zu einer Kombination aus Zug, Geschwindigkeit und Brücke, die den größten Wert der Signatur liefern nicht zu der größten vertikalen Beschleunigung. Deshalb gilt es die aggressiven Züge zu ermitteln. Nun wird jeder Zug, der einen Beitrag zur Hüllkurve einer bestimmten Zugklasse (für Signatur oder Spektrum mit beliebiger Dämpfung ζ) leistet, als besonders aggressiv für diese Zugklasse klassifiziert.

**Abb. 2.4:** Exemplarische Darstellung der berechneten Zugsignaturen S_0 für Reisewagen. Darstellung der Ergebnisse gegen die Wellenlänge λ

Aus dieser Berechnung ergeben sich die stark reduzierten Zugsets. In Tab. 2.8 ist die Anzahl der Züge in den jeweiligen Streckenklassen dargestellt.

Tab. 2.8: Anzahl der relevanten Züge aus Spektrum und Signatur

Streckenklasse	Güterwagen	Reisezugwagen
a10	9	-
a12	19	-
a14	48	-
A	50	55
B1	55	108
B2	3	-
C2	282	154
C3	6	-
C4	-	-
D2	569	319
D3	284	-
D4	24	-
D4xL	481	-
D5	-	-
E4	582	-
E5	6	-
E6	203	-

2.6 Vergleich einer dynamischen Berechnung mit Tabelle C.1

Mit dem Voranschreiten der Arbeit werden die nun identifizierten, besonders aggressiven Züge für dynamische Berechnungen herangezogen. Äquivalent zu dem Zugset, welches einer Sammlung der besonders aggressiven Züge für eine Streckenklasse im Sinne der Einstufung von Fahrzeugen entspricht, wird auch das Brückenset eingeführt. Ziel der Brückensets ist es, auf möglichst allgemeine und direkte Weise verschiedene Infrastrukturen zu bewerten. Bei der Bewertung wird besonderes Augenmerk auf das Destabilisierungskriterium des Schotterbeets gelegt (vertikale Beschleunigung $a \geq 3,5 \frac{m}{s^2}$), als auch auf die im dynamischen Sinne nachweisfreien Geschwindigkeiten der Tabelle C.1. Die Spannweiten aller Brückensets werden von 4,0–50,0 m definiert (für die Einstufung von Fahrzeugen Spannweiten von 1,0–100,0 m). Durch die Definition von Tab. 2.9 sind 56 verschiedene Spannweiten für die Berechnung definiert. An jedem Brückenset werden die dynamischen Berechnungen an allen Spannweiten als Stahlbrücken mit einer Brückenmasse von $7,5t/m$, als auch als Betonbrücken mit einer Brückenmasse von $15,0t/m$ durchgeführt. Zudem finden für die verschiedenen Materialien andere Dämpfungsparameter ζ in der dynamischen Berechnung Anwendung. Durch die Kombination von Spannweite und Material besteht somit jedes der folgenden Brückensets aus 112 Brücken mit verschiedenen Steifigkeitseigenschaften.

$$SC_{erf} = \frac{L}{w_{LM71}} \quad (2.1)$$

Die in Glg. (2.1) definierte Steifigkeitsklasse SC_{erf} ist der wesentliche variierende Parameter für die verschiedenen Brückensets 1–3.

Tab. 2.9: Definition aller Spannweiten L für die alle Brückensets

Stützweitenbereich in m	Maximale Schrittweite der Stützweite in m
4,0–10,0	0,2
10,0–20,0	1,0
20,0–50,0	2,0

Tab. 2.10: Massendefinition für alle Brückensets

	Stahlbrücken	Betonbrücken
Streckenmasse	7,5 t/m	15,0 t/m

2.6.1 Brückenset 1: Brücken mit $L/w_{\max,LM71} = 3000$

Im Anhang P von EN 15528 [3] ist eine Parameterstudie für die Berechnung an verschiedenen Brücken angeführt. Bei allen Betonbrücken der Parameterstudie, die für verschiedene Spannweiten definiert und dargestellt sind, wird durch eine Belastung durch das Lastmodell LM 71 [5] eine maximale Durchbiegung von $w_{LM71} = w_{max} = L/2700$ nicht unterschritten. Mit dieser Parameterstudie als Anhaltspunkt wurde das erste Brückenset, durch eine konstante etwas geringere Durchbiegung definiert: $w_{LM71} = L/3000$ und damit $SC_{erf} = 3000$.

2.6.1.1 Maximale zulässige Geschwindigkeiten für die definierten Streckenklassen (Einstufung von Fahrzeugen)

Die Ergebnisse für die Geschwindigkeiten (getrennt für alle Zugsets, also für alle Streckenklassen aus der Einstufung von Fahrzeugen), welche der Struktur von Tabelle C.1 entsprechen – und explizit verglichen werden können, können nun auch über die Spannweiten der Brücken und für die verschiedenen Brückenarten aufgetragen werden, um die kritische Infrastruktur zu identifizieren.

Je nachdem, ob es sich um Stahlbrücken oder Stahlbetonbrücken handelt, sind die kritischen Spannweiten verschieden. Für Betonbrücken zeigt sich eine relativ klare Tendenz – Brücken mit kürzeren Spannweiten erlauben niedrigere Geschwindigkeiten und führen zu höheren Beschleunigungen (Spannweiten < 10 m). Für Stahlbrücken zeigen sich besonders kritische Brücken bei Spannweiten von etwa 15 m bis 25 m.

2.6.1.2 Beschleunigungsantworten über die Spannweiten und für die definierten Streckenklassen (Einstufung von Fahrzeugen)

Sehr ähnlich zu den maximalen Geschwindigkeiten lassen sich die maximalen Beschleunigungen über die Spannweiten der Brücken separat für Stahlbrücken und Betonbrücken darstellen. Bei jenen kritischen Spannweitenbereichen, für welche kleine Geschwindigkeiten zulässig sind, sind auch hohe Beschleunigungen zu erwarten und umgekehrt.

Da die Einstufung von Fahrzeugen anhand der umfangreichen Messdaten keine Einstufungen von Fahrzeugen für die Referenzwagen C4 und D5 enthalten, können diese auch nicht berechnet werden. Damit entspricht die maximal zulässige Geschwindigkeit, jener der vorhergehenden Klasse (C3 für C4 und D4 für D5).

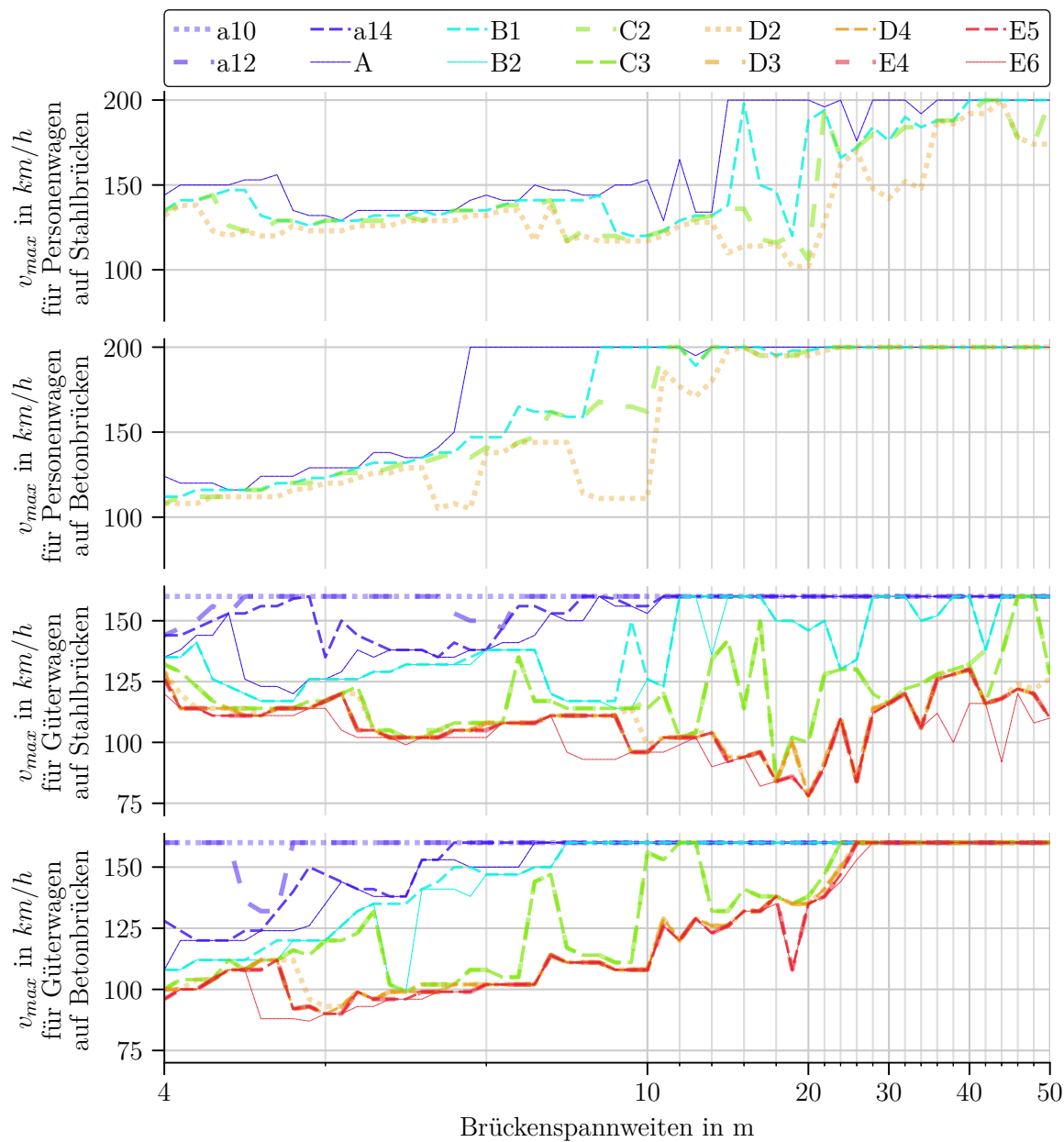


Abb. 2.5: Maximal zulässige Geschwindigkeit am Brückenset 1. Berechnung für Güterwagen mit einer Höchstgeschwindigkeit von $v_{GZ,max} = 160$ und für Personenwagen mit $v_{PZ,max} = 200$

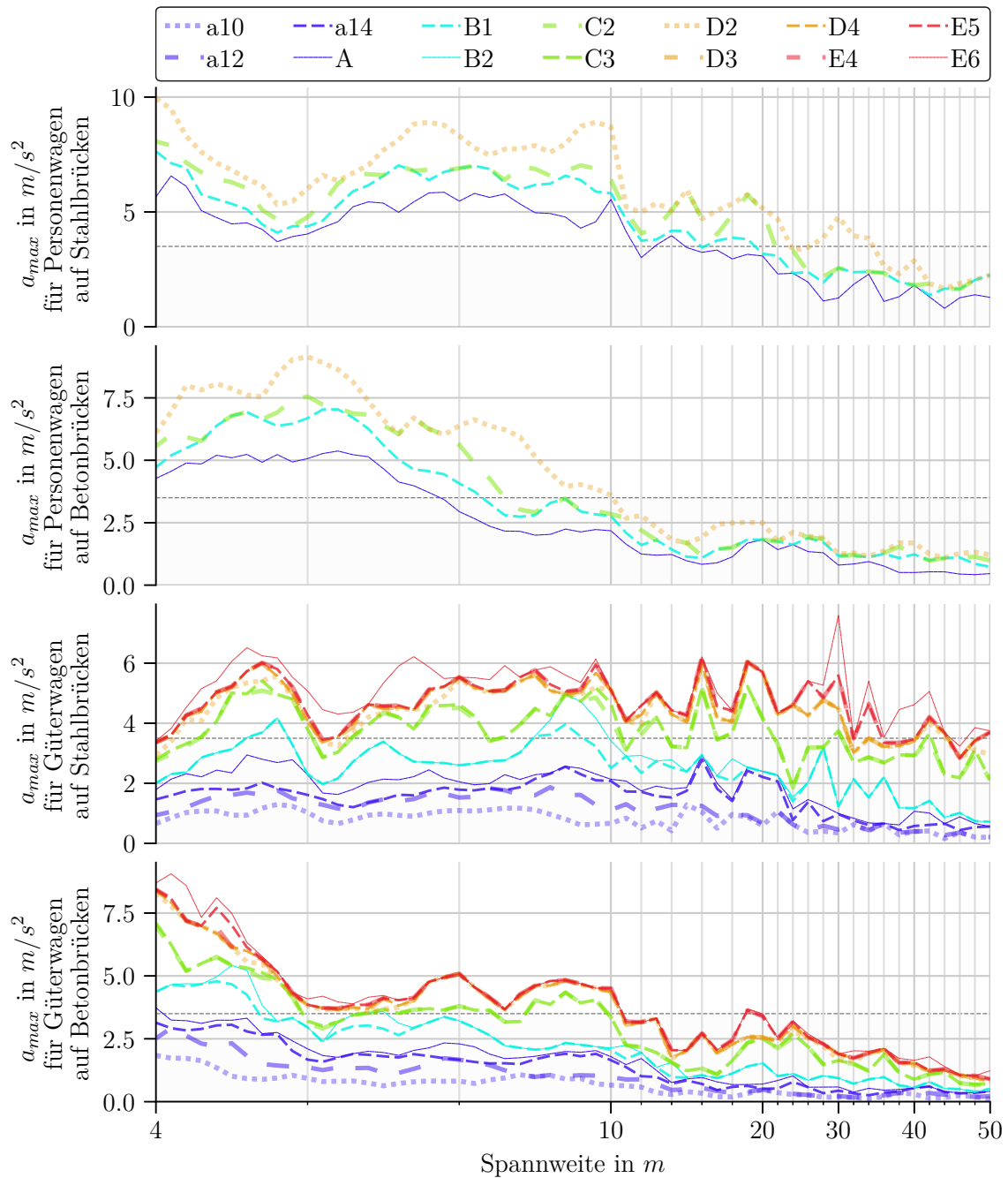


Abb. 2.6: Maximale Beschleunigung am Brückenset 1 für Güterwagen für Stahlbrücken

Tab. 2.11: Vergleich der Berechnung von Brückenset 1 mit den Grenzwerten aus Tabelle C.1 [19].
Maximal zulässige Geschwindigkeit in km/h (Differenz zu Tabelle C.1 in km/h)

Streckenklasse	Stahlbrücken 7,5 t/m		Betonbrücken 15,0 t/m	
	Güterwagen	Reisezugwagen	Güterwagen	Reisezugwagen
a10	160	-	160	-
a12	144	-	132	-
a14	135	-	120	-
A	120 (0)	129 (-31)	108 (-12)	116 (-44)
B1	117 (-3)	120 (-40)	108 (-12)	112 (-48)
B2	114 (-6)	-	99 (-21)	-
C2	84 (-36)	106 (-34)	99 (-21)	108 (-32)
C3	84 (-36)	-	99 (-21)	-
D2	78 (-42)	102 (-18)	93 (-27)	105 (-15)
D3	78 (-42)	-	90 (-30)	-
D4	78 (-42)	-	90 (-30)	-
D4xL	78 (-42)	-	87 (-33)	-
E4	78 (-22)	-	90 (-10)	-
E5	78 (-22)	-	90 (-10)	-
E6	78 (-2)	-	87 (+7)	-

2.6.2 Brückenset 2: Brücken mit $D2_{120} < 3,5 \frac{m}{s^2}$

In EN 15528:2021 wurde zum Unterschied zu EN15228:2015 vor Tabelle C.1 (bzw. Tabelle C.1) ein Absatz angehängt, indem die Anwendung der Tabelle C.1 eingeschränkt wird. Im Speziellen für Brücken, die zumindest eine Klasseneinteilung der Infrastruktur D2 bei einer Mindestgeschwindigkeit von 120 km/h erreichen, also $D2_{120}$.

In diesem Sinne wird jeweils für Betonbrücken mit 15,0 t/m und Stahlbrücken mit 7,5 t/m die Durchbiegung schrittweise reduziert und damit die Steifigkeit des Tragwerks erhöht, um für die dynamische Berechnung unter dem Lastmodell D2 eine Instabilität des Schotterbetts zu vermeiden. Definiert wurde dies durch eine maximale Vertikalbeschleunigung $a = 3,5 \frac{m}{s^2}$.

Bei der Definition des Brückenset 2 ist ein wesentlicher Unterschied zwischen Ausgabe 2015 und 2021 der EN15528 von Relevanz. In der Ausgabe 2021 [19] ist die Klasseneinteilung der Infrastruktur nicht mehr mit Berücksichtigung von dynamischen Einflüssen, sondern durch einen quasistatischen Ansatz zu ermitteln. Die Berechnung der mindestens erforderlichen Steifigkeit SC_{erf} erfolgt aber durch eine dynamische Berechnung. Somit berechnet sich SC_{erf} durch die Klasseneinteilung der Infrastruktur $D2_{120}$ anhand der Ausgabe 2015 und damit nicht dem aktuellsten Stand. Die erforderlichen Steifigkeiten SC_{erf} , um das Beschleunigungskriterium zu erfüllen, wurde für eine Geschwindigkeit von 120km/h, aber auch für eine Geschwindigkeit von 160 km/h iterativ ermittelt (die Steifigkeit wurde in verschiedenen Intervallen so oft erhöht, bis das Beschleunigungskriterium erfüllt wurde) ($D2_{120}$ und $D2_{160}$) und sind in Abb. 2.7 dargestellt. Die Idee der Berechnung von SC_{erf} mit der Streckenklasse der Infrastruktur $D2_{160}$ ist der Vergleich mit Personenzügen und damit ein zusätzliches, strengeres Steifigkeitskriterium. Wobei SC_{erf} mit der Streckenklasse der Infrastruktur $D2_{120}$ generell für alle Infrastrukturen erfüllt sein muss.

Generell muss für die Bewertung der Tabelle C.1 bzw. F.1 die Zugklasse der Infrastruktur $D2_{120}$ erfüllt sein. In Abb. 2.7 zeigt sich, dass die Bewertung mit einzelnen Referenzzügen bzw. Lastmodellen nur bedingt sinnvoll ist. Erkannt werden kann das daran, dass SC_{erf} (sowohl für Stahlbrücken als auch Betonbrücken) für den betrachteten Zug $D2_{120}$ fast ausschließlich

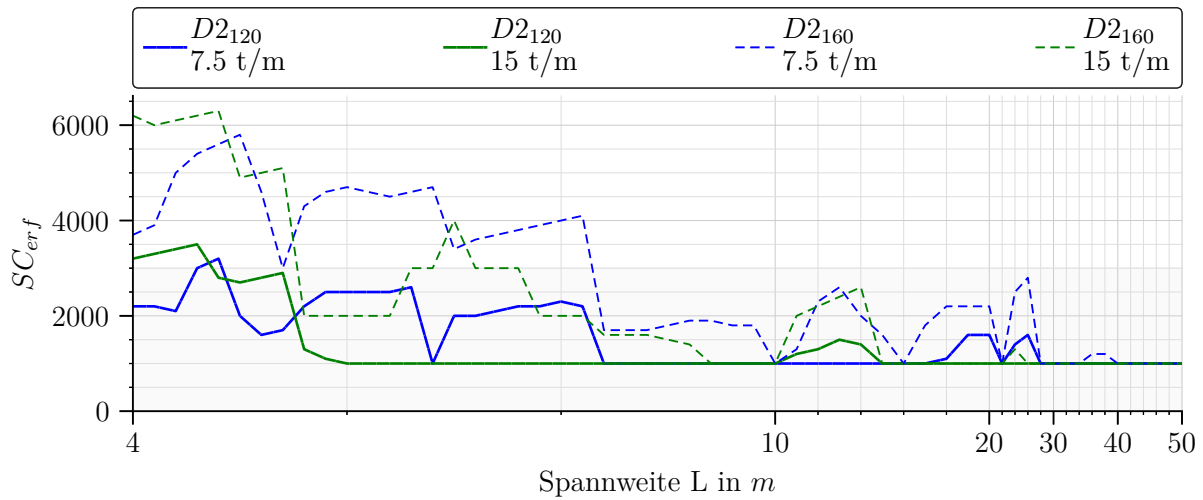


Abb. 2.7: Bewertung Brückeninfrastruktur mit Referenzzug D2. Erforderliche Steifigkeitsklasse für D2 bei zugehörigen Geschwindigkeiten für Beton- und Stahlinfrastruktur damit $a \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ erfüllt ist.

unter der Anforderung des Brückenset 1 liegt ($SC = 3000$). Im Abb. 2.7 ist auch der Zug D2₁₆₀ für Stahl- und Betonbrücken dargestellt. Eine höhere Geschwindigkeit führt zu einer größeren erforderlichen Steifigkeitsklasse, was wiederum der Einhaltung der Geschwindigkeiten von Tabelle C.1 zugutekäme, da nachzuweisende Grenzwerte mit diesen Brücken nicht eingehalten werden können. Dennoch ist der Zug D2₁₆₀ rein qualitativ von Interesse, nicht aber seitens der Norm. Die Steifigkeitsanforderung des Brückensets 2 ist damit im Allgemeinen wesentlich geringer als jene des Brückenset 1. Somit sind im Umkehrschluss auch größere Beschleunigungen und kleinere zulässige Geschwindigkeiten zu erwarten. Da die zulässigen Geschwindigkeiten des Brückensets 1 aber schon wesentlich unter jenen der Anforderung für Tabelle C.1 liegen, ist eine weitere dynamische Berechnung für das Brückenset 2 nicht mehr sinnvoll. Mit Brückenset 2 ist also ein Brückenset definiert und berechnet, das in jedem Fall kleinere Geschwindigkeiten als Brückenset 1 und zum Teil auch kleinere Geschwindigkeiten als in Tabelle C.1 definiert, zulässt.

2.6.2.1 Maximale zulässige Geschwindigkeiten

Die mindestens erforderliche Steifigkeit SC_{erf} des Brückenset 2 um der Klasseneinteilung der Infrastruktur D2₁₂₀ liegt nur für wenige Brücken mit der Spannweite $L < 5,0m$ über einem Wert von 3000. Die maximale Steifigkeitsanforderung ist mit dem Wert von 3500 auch nur um 16% größer als der Wert 3000. Aus diesen Ergebnissen heraus kann in guter Näherung abgeschätzt werden, dass die maximal zulässigen Geschwindigkeiten für das Brückenset 2 geringer sind, als jene berechneten zulässigen Geschwindigkeiten für das Brückenset 1. Ziel der Berechnung ist es ein Brückenset zu finden, welches die Anforderungen von Tabelle C.1 bzw. C.1 erfüllt, damit wird in diesem Punkt auch keine weitere Berechnung für das Brückenset 2 durchgeführt.

2.6.3 Brückenset 3: Brücken mit $v_{max} \geq v_{Tab. C1}$

Konzeptionell wird die Idee des Brückensets 2 im Brückenset 3 weiter verfeinert. Hierbei wird für jede Brücke eine mindestens erforderliche Steifigkeit SC_{erf} berechnet, welche das Tragwerk aufweisen muss, um mindestens die zulässigen Maximalgeschwindigkeiten der Tabelle C.1 bzw. C.1 erfüllen zu können. Um nun sicherzugehen, dass für jede Brücke und jede Streckenklasse im

Sinne der Zugsets (Einteilung der Fahrzeuge) die zulässige Geschwindigkeit erreicht werden kann, ist eine unabhängige Berechnung der mindestens erforderlichen Steifigkeit SC_{erf} für alle definierten Spannweiten L , Brückenmaterialien und Zugsets mit ihren zugehörigen Geschwindigkeiten unabdinglich.

Das bedeutet im Brückenset 3 erfolgt die Berechnung der mindestens erforderlichen Steifigkeit SC_{erf} des Zugset wie zuvor in iterativer Form. Hierbei wird jeweils eine dynamische Berechnung durchgeführt, in der die Steifigkeit schrittweise erhöht wird. Bei jeder Berechnung werden alle Beschleunigungen der aggressiven Züge ausgewertet und das Maximum der Beschleunigung für die Bewertung herangezogen. Ist diese Beschleunigung größer als der gegebene Grenzwert ($a \geq 3,5 \frac{m}{s^2}$), so wird die Steifigkeit erhöht und die Berechnung nochmals durchgeführt - so oft, bis die maximale Beschleunigung kleiner als der Grenzwert ist.

2.6.3.1 Einführung der Zugsets als Vereinigung

In der vorhergehenden dynamischen Berechnung des Zugset 1 wurde die mindestens erforderliche Steifigkeitsklasse SC_{erf} jeweils für eine konstante Geschwindigkeit berechnet. Dadurch bildet eine Berechnung für die getrennte Sortierung mit anschließender Summenbildung der Ergebnisse im Sinne von Hüllkurven eine gute und effiziente Berechnungsstrategie. Da SC_{erf} in diesem Fall durch verschiedene Geschwindigkeiten definiert ist (Geschwindigkeiten aus der Tabelle F.1 [3] bzw. C.1 [19]) können die Züge der Zugsets nicht mehr in separater Form der gefundenen Sortierung (jede Streckenklasse einzeln) zur Berechnung herangezogen werden.

Um hierbei nicht auch eine Berechnung für alle niedrigeren Streckenklassen der Züge durchzuführen, werden neue Zugklassen, die jeweils auch die Züge aller niedrigeren Klassen enthalten, definiert. Die Zugklasse D4xL ist hier ausgenommen. Für die neu definierten Zugsets werden nochmals die besonders aggressiven Züge durch eine Berechnung von Signatur und Spektrum herausgenommen. Mit dieser Berechnung wird die Anzahl der aggressiven Züge weiter reduziert. Das hat den Hintergrund, dass Züge von niedrigeren Zugsets bzw. Streckenklassen dynamisch aggressiver wirken können, als die maßgebenden Züge im betrachteten Zugset selbst. Durch diese Berechnung kann die Anzahl der neu definierten Züge nochmals auf etwa die Hälfte reduziert werden. Damit kann die iterative Ermittlung der mindestens erforderlichen Steifigkeit SC_{erf} schneller abgehandelt werden.

Die Anzahl der aggressiven Züge in der Streckenklasse D4xL kann nicht weiter reduziert werden, da die Streckenklasse auch schon bei der Einführung der Zugsets als Sortierung getrennt betrachtet werden musste. Somit bleiben die für die Berechnung relevanten und damit die besonders aggressiven Züge der Streckenklasse D4xL ident.

Die Anzahl der Züge ist nach der Berechnung der Zugsets als Vereinigung in Tab. 2.12 dargestellt.

2.6.3.2 Erforderliche Steifigkeiten und Eigenfrequenzen

Wie schon im Kapitel 2.6.3 erläutert, berechnet sich die mindestens erforderliche Steifigkeitsklasse SC_{erf} iterativ, sodass der Grenzwert der Beschleunigungen für die Geschwindigkeiten der Zugsets eingehalten wird. Das bedeutet wiederum, dass die zulässige Geschwindigkeit für die erforderliche Steifigkeitsklasse der Zugsets zumindest jener Geschwindigkeit der Klasse selbst entspricht. Mit Brückenset 3 sind Brücken gefunden, für welche die zulässigen Geschwindigkeiten nicht kleiner sind als in Tabelle C.1 definiert sind. Das bedeutet, die Geschwindigkeitsgrenzwerte sind für das Brückenset 3 mindestens erfüllt.

Grundsätzlich hat eine Brücke mit langer Spannweite (bei der Modellierung und Berechnung der Brücke als Balken) bei konstanter Steifigkeitsklasse SC eine niedrigere Eigenfrequenz f_0

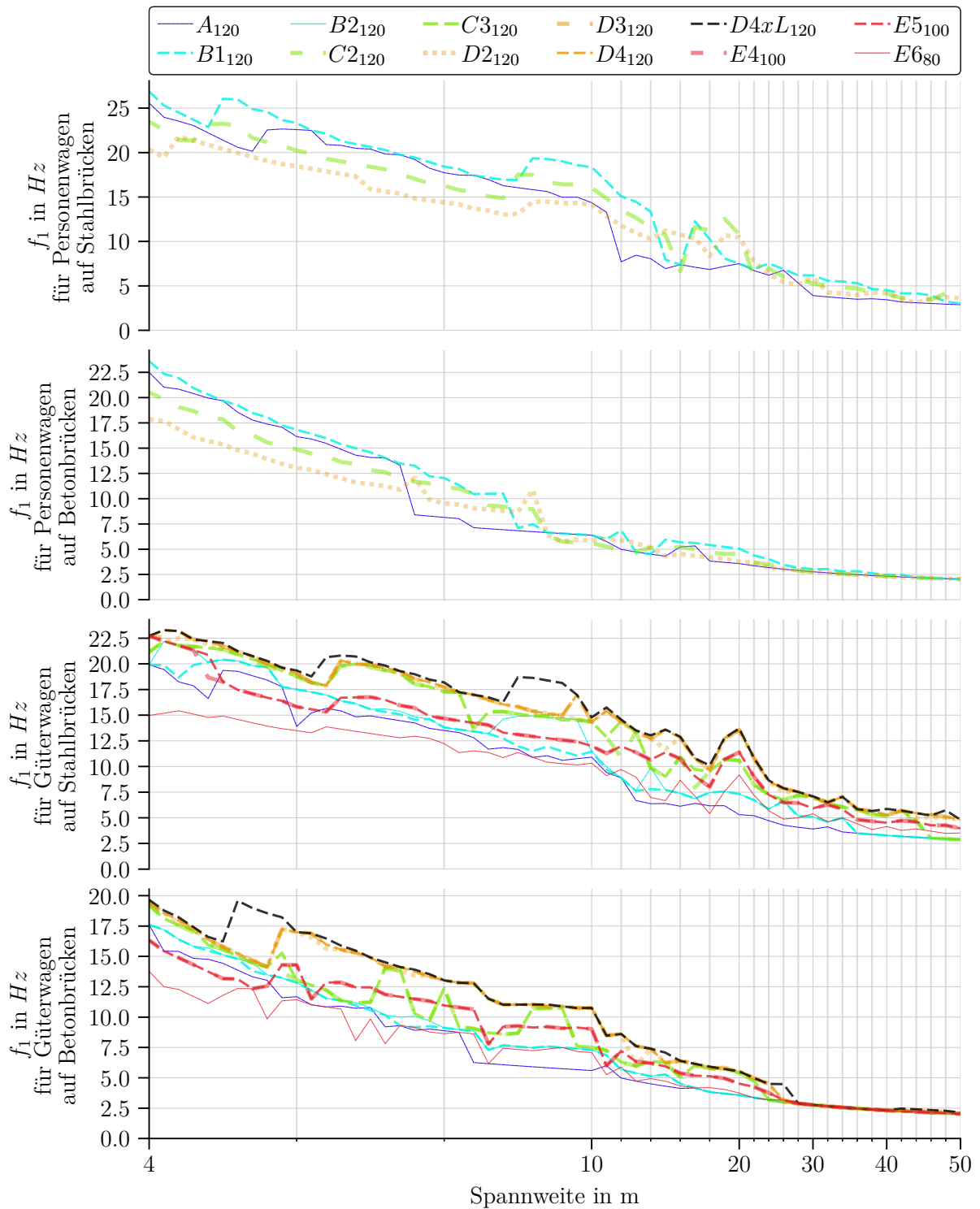


Abb. 2.8: Mindestens erforderliche Eigenfrequenz f_1 , um für die Geschwindigkeiten der Tabelle C.1 eine Beschleunigung $a_{max} \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ zu erreichen

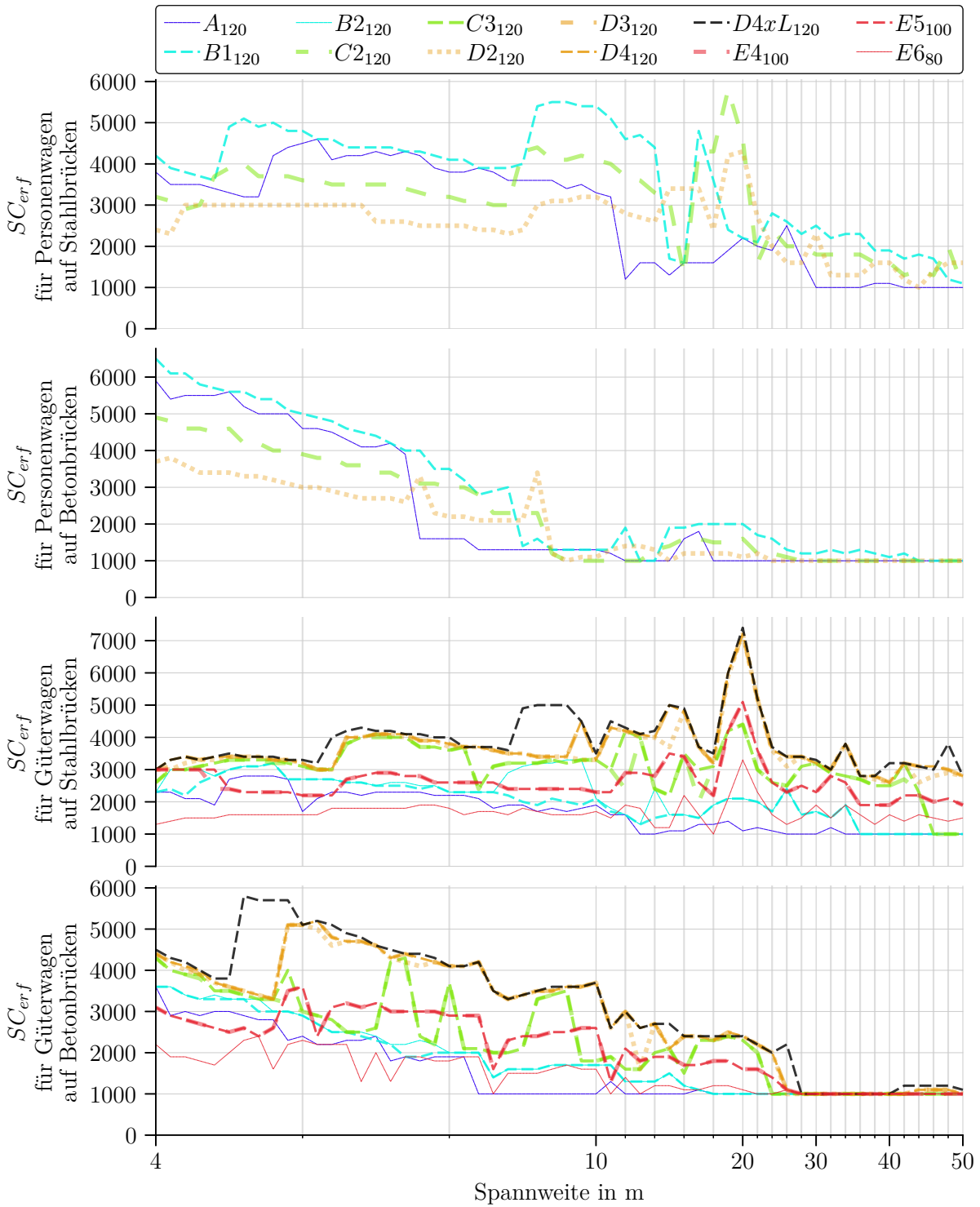


Abb. 2.9: Mindestens erforderliche Steifigkeitsklasse SC , um für die Geschwindigkeiten der Tabelle C.1 eine Beschleunigung $a_{max} \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ zu erreichen

Tab. 2.12: Anzahl der relevanten Züge nach der Neudefinition

Streckenklasse	Anzahl vor Neudefinition		Anzahl nach Neudefinition	
	Güterwagen	Reisezugwagen	Güterwagen	Reisezugwagen
a10	9	-	9	-
a12	19	-	22	-
a14	48	-	48	-
A	50	55	60	55
B1	55	108	74	130
B2	3	-	71	-
C2	282	154	284	174
C3	6	-	287	-
C4	-	-	-	-
D2	569	319	569	304
D3	284	-	591	-
D4	24	-	592	-
D4xL	481	-	481	-
D5	-	-	-	-
E4	582	-	610	-
E5	6	-	610	-
E6	203	-	508	-

als eine Brücke mit kurzer Spannweite. Ersichtlich ist die Entwicklung der Eigenfrequenzen über die Spannweiten in Abb. 2.14e. Aus den iterativ berechneten, mindestens erforderlichen Steifigkeiten SC_{erf} ist eine gewisse Problematik bei kurzen Spannweiten erkennbar. D. h. es sind beim betrachteten Geschwindigkeitsbereich auch für kürzere Spannweiten tendenziell höhere Steifigkeiten erforderlich. Auch in den Eigenfrequenzen der Balken zeigt sich ein ähnliches Ergebnis: Eine kurze Spannweite führt zu einer höheren Eigenfrequenz.

In Abb. 2.8 sind die mindestens erforderlichen Eigenfrequenzen jeweils für Material und Spannweite der Brücke, als auch für die verschiedenen Zugsets, aufgetragen. Auch in Abb. 2.9 steckt qualitativ die gleiche Aussage. Hier wird jedoch nicht die mindestens erforderliche Eigenfrequenz f_0 aufgetragen, sondern die mindestens erforderliche Steifigkeit SC_{erf} . Bei beiden Darstellungen ist anzumerken, dass die Bezeichnung in der Legende (z. B.: B2₁₂₀) eine gängige Bezeichnung für die Streckenklasse der Infrastruktur ist, hier aber nur indirekt die Streckenklasse der Infrastruktur bezeichnet. In den Abbildungen bezeichnet B2₁₂₀ beispielsweise jene Steifigkeit der Brücken, bei welcher das Zugset B2 bei einer Geschwindigkeit von 120 km/h eine Beschleunigung von $a \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ aufweist. In der Eigenfrequenz steckt ebenfalls eine Aussage zur Steifigkeit des Tragwerks.

2.6.4 Vergleich der Brückensets

Für Brückenset 1 und 3 sind die Steifigkeiten und Spannweiten der Betonbrücken in Abb. 2.10 dargestellt. Die Punktwolke des Brückenset 3 weist mehr Punkte als die anderen Berechnungen auf, da für alle Streckenklassen (Klassifizierungen der Infrastruktur) jeweils eine eigene Steifigkeit mit eigenen Zügen und Geschwindigkeiten ermittelt wurde. Für das Brückenset 1 hingegen ist nur eine Steifigkeit für jede Spannweite definiert.

Interessant ist, dass es einen Bezug zwischen Brückenset 3 und der Definition für niedrige Eigenfrequenzen nach EN1991-2 [5] gibt. Brückenset 1 hingegen zeigt sich sehr unabhängig von den Definitionen der Eigenfrequenzen über die Spannweiten hinweg. Von Interesse könnte

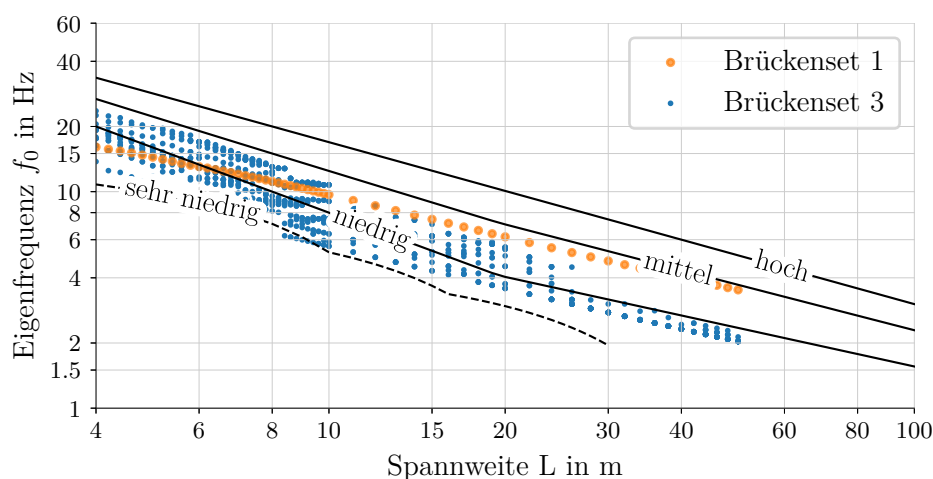


Abb. 2.10: Eigenfrequenz von Brückenset 1 und 3 im Vergleich

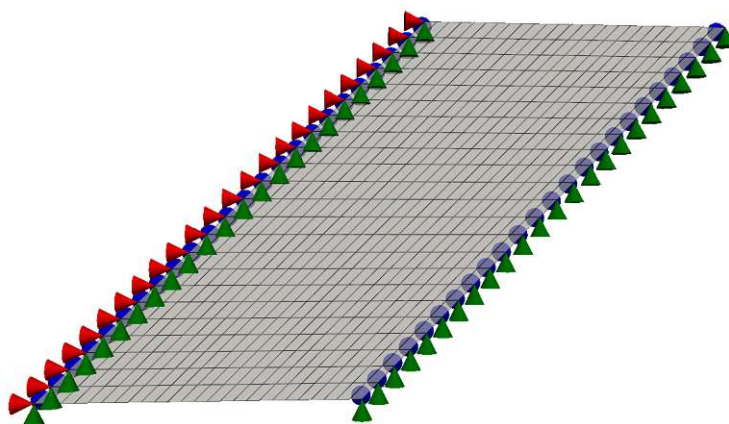


Abb. 2.11: Exemplarische Darstellung der parametrisierten Modellierung einer schiefen Platte, Ansicht von oben

außerdem sein, welche zulässigen Geschwindigkeiten sich durch anders definierte Brückensets ergeben. Hierfür könnten mögliche Brückensets ähnlich der Eigenfrequenzdefinitionen aus Abb. 2.8 (sehr niedrig, niedrig, mittel und hoch) definiert werden.

2.7 Parameterstudie Vergleich von Balken- und Plattenmodellen

Die vorhergehenden numerischen Berechnungen wurden stets im Zustandsraum und für alle Spannweiten L an Balkenmodellen durchgeführt. Da gerade Brücken mit kürzeren Spannweiten eine besondere Problematik bei der dynamischen Berechnung aufweisen, stellt sich die Frage, ob eine detailliertere Modellierung als Platte zu einer wesentlichen Optimierung der Problemstellung führen kann. Aus dieser Fragestellung heraus werden ebenfalls numerische Berechnungen durchgeführt. Hierbei wird die maximal auftretende Beschleunigung am Balkenmodell zu jener am Plattenmodell ins Verhältnis gesetzt $acc_{Balken} : acc_{Platte}$ um qualitative Erkenntnisse ziehen zu können.

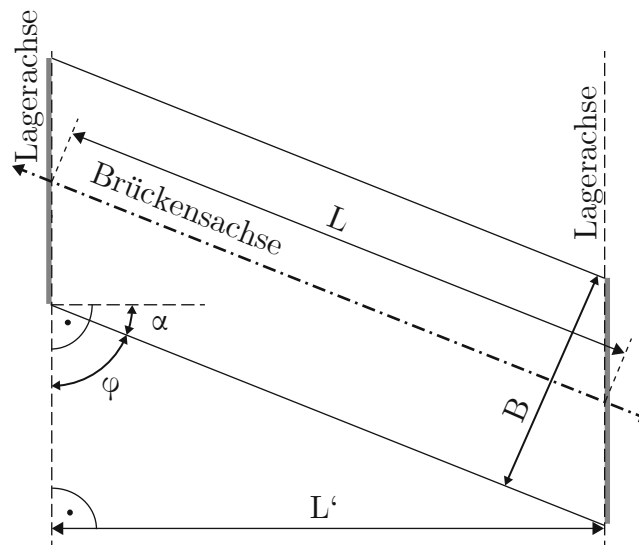


Abb. 2.12: Definition für Schiefe α und Kreuzungswinkel φ einer Brücke, abgeleitet von der Definition des Kreuzungswinkel φ nach Lenhardt in seinem Kompendium zum Massivbrückenbaues [21]

Die Modellierung einer kurzen, breiten Platte wurde beispielsweise in Abb. 2.11 für eine eingleisige Brücke mit Spannweite $L = 5,0 \text{ m}$ dargestellt. Das FE-Netz und die Definition der festen, als auch verschieblichen Linienlagerung sind in dieser Abbildung ersichtlich.

Die Parameter der Untersuchung sind in Abb. 2.12 definiert und gliedern sich in:

- die Schiefe α bzw. den Kreuzungswinkel φ in $^\circ$,
- die Spannweite L bzw. effektive Spannweite L' der betrachteten Brücken in m , als auch
- die Anzahl der Gleise (1 oder 2).

Ob es sich bei der Brücke um eine ein- oder zweigleisige Konstruktion handelt, bildet die indirekte Definition der Brückenbreite B :

- eingleisige Brücke: Breite $B = 6,00 \text{ m}$
- zweigleisige Brücke: Breite $B = 12,00 \text{ m}$

Zudem wurde die Schiefe α als auch Kreuzungswinkel φ im Bereich $0\text{--}90^\circ$ definiert. Hierbei entspricht die Schiefe $\alpha = 0^\circ$ einem Kreuzungswinkel $\varphi = 90^\circ$ und damit einer geraden Brücke.

Egal ob die Brücken als Platte mit Schalenelementen (SHELL181) oder als Balken mit Stabelementen (BEAM161) modelliert werden, der Brückenquerschnitt ist stets durch ein Rechteck mit den Abmessungen Höhe H und Breite B definiert. Aus verschiedenen Berechnungen zeigte sich, dass die Steifigkeitsklasse (wenn diese für alle betrachteten Brückenstrukturen gleich gewählt wurde) in der Parameterstudie einen vernachlässigbaren Einfluss hat. Da ohne Steifigkeitseigenschaften aber keine numerischen dynamische Berechnungen durchgeführt werden können, wurde die Steifigkeit für alle Berechnungen der Parameterstudie mit $SC = 3000$ konstant gewählt. Dies gilt für die mit Balken- und mit Flächenelementen modellierten Brücken.

Verglichen werden hier die maximal auftretenden Beschleunigungen bei der Zugüberfahrt der HSLM-A Züge. Das Zugset der HSLM-A Züge wurde gewählt, da damit auch der Großteil

der tatsächlichen Personenzüge abgedeckt wird. Zudem werden alle Parametervariation für die HSLM-A Züge berechnet, um eine möglichst allgemeine und gut prüfbare Aussage zu erhalten.

Die untersuchten Spannweiten L der berechneten Brücken gliedern sich gleich zum Normset für die Klassifizierung der Züge bzw. Einstufung von Fahrzeugen nach EN 15528:2021 [19] (siehe Tab. 2.9). Hierbei wird jedoch der betrachtete Bereich auf Spannweiten L im Bereich von 3,0–60,0 m begrenzt.

Wesentliche Erkenntnisse der Parameterstudie

Beim Vergleich der Berechnung als Balken mit Platten zeigen sich wesentliche Unterschiede für eine Schiefe $\alpha = 0^\circ$. Bei zweigleisigen Brücken kann die Berechnung am Balken für Spannweiten $L < 4\text{ m}$ um bis zu 70% geringere Beschleunigungen liefern. Auch für eingleisige Brücken führt die Berechnung am Balken für Spannweiten $L < 4\text{ m}$ auf bis zu 50% geringere Beschleunigungen als die gleiche Berechnung am Plattenmodell.

Somit werden für gerade Brücken bei Spannweiten $L < 4\text{ m}$ die tatsächlich auftretenden Beschleunigungen stark unterschätzt, aber auch für alle anderen Spannweiten L immerhin noch unterschätzt. Dem zur Folge ist zur Abbildung der realen Schwingungsantwort bei Zugüberfahrt bei geraden Brücken mit einer Spannweite $L < 4,0\text{ m}$ jedenfalls die Anwendung des Plattenmodells erforderlich. Bei geraden, zweigleisigen Brücken wäre die Anwendung des Plattenmodells zumindest bis zu einer Spannweite L von 10,0 m sinnvoll, um die Beschleunigungen nicht zu unterschätzen.

Für eine Schiefe $\alpha = 45^\circ$ hingegen zeigt sich, dass mit der Berechnung an den Balkenmodellen bei keiner Stützweite eine Abbildung des realen Schwingungsantwortverhaltens bei Zugüberfahrt gelingt, siehe Abb. 2.13. Die Berechnungen am Balkenmodell bilden das Schwingungsantwortverhalten unzureichend ab. Jedoch wird bei einer Schiefe α für keine Spannweite L und damit auch keine effektive Spannweite L' die maximal auftretende Beschleunigung am Balken im Vergleich zum Plattenmodell unterschätzt.

Für eingleisige Brücken zeigt sich bei einer Spannweite L von 6,0–14,0 m bzw. eine effektiven Spannweite L' von 6,0–14,0 m eine geringere Beschleunigung bei der Berechnung mit einem Plattenmodell. Für zweigleisige Brücken hingegen ist eine geringe Beschleunigungsantwort als im Balkenmodell nur für eine große Schiefe α erkennbar. Ist also eine Schiefe $\alpha = 0$ vorhanden, so überschätzt eine Berechnung am Balkenmodell die tatsächlichen Beschleunigungen für alle Spannweiten L . Generell ist bei der Qualität einer dynamischen Berechnung von einfachen Betontragwerken die Modellierung mit einem zweidimensionalen Plattenmodell gegenüber einem eindimensionalen Balkenmodell zu bevorzugen. Doch speziell für mehrgleisige Tragwerke sind Plattenmodelle von grundlegender Relevanz, da hier eine Berechnung für zweigleisige Brücken an einer beliebigen Schiefe α mit einem Balkenmodell zu keinem sinnvollen Ergebnis führt.

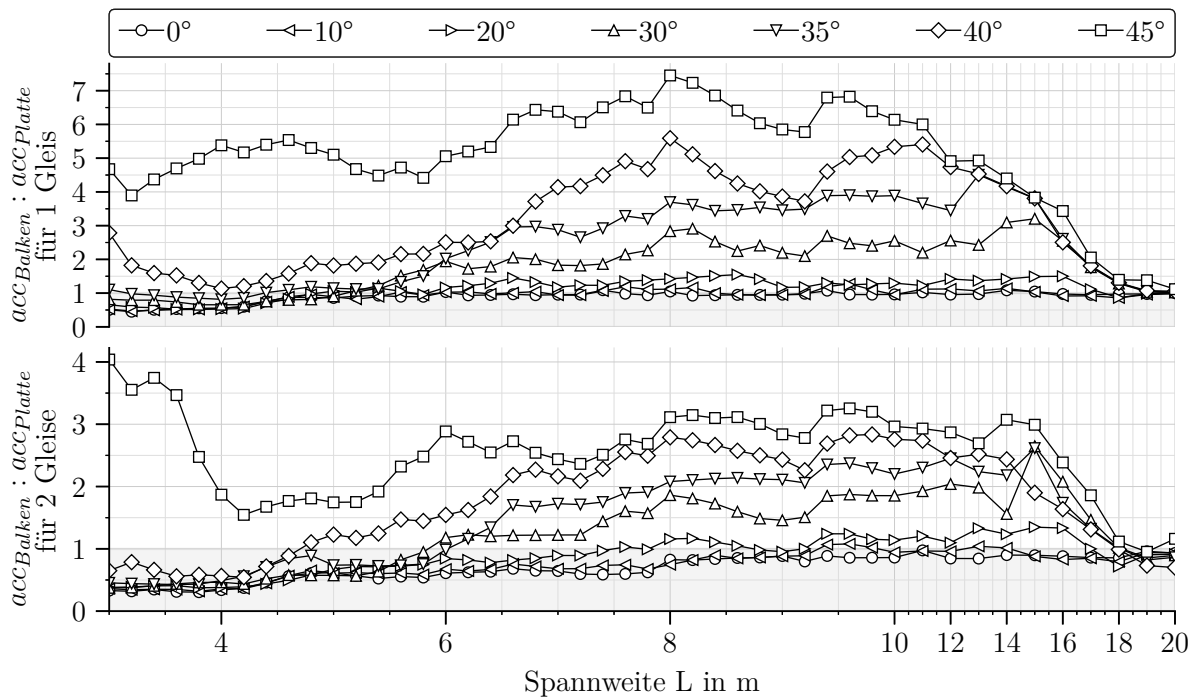
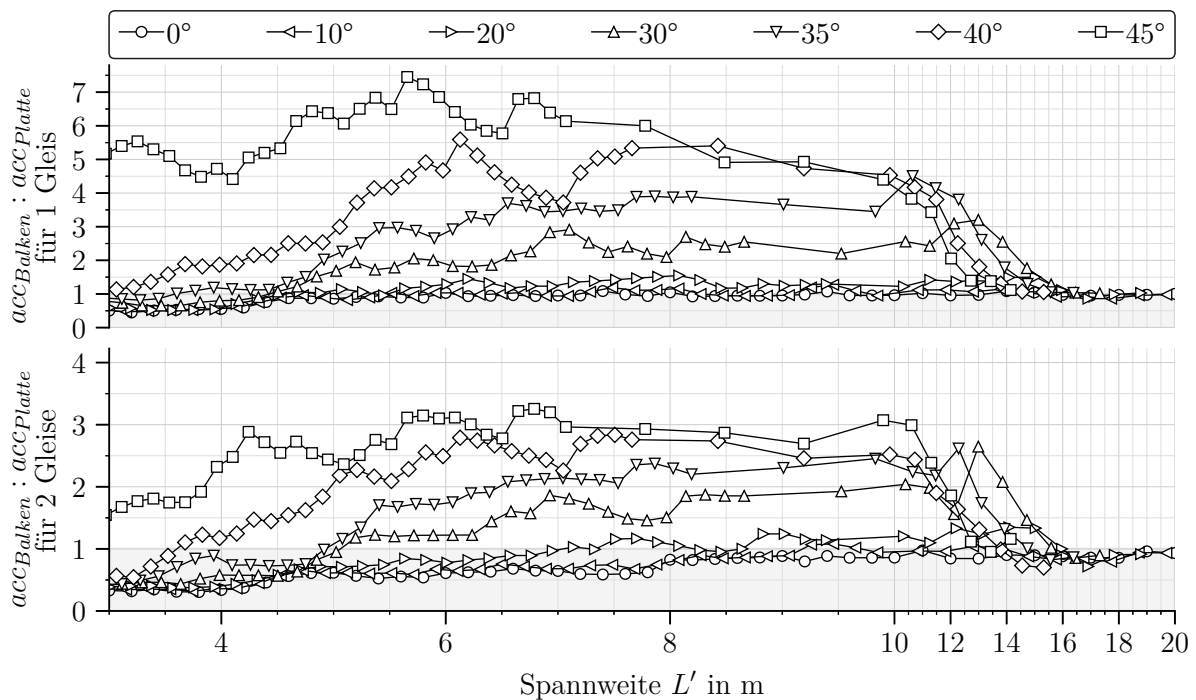
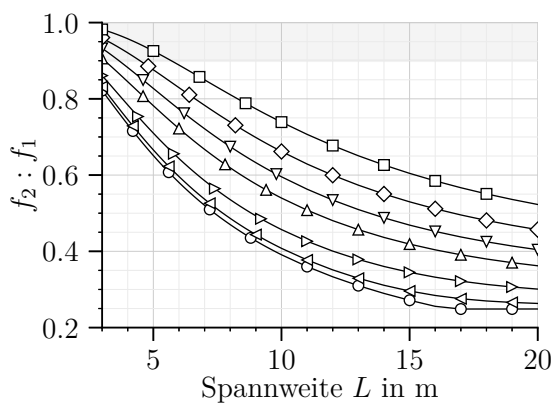
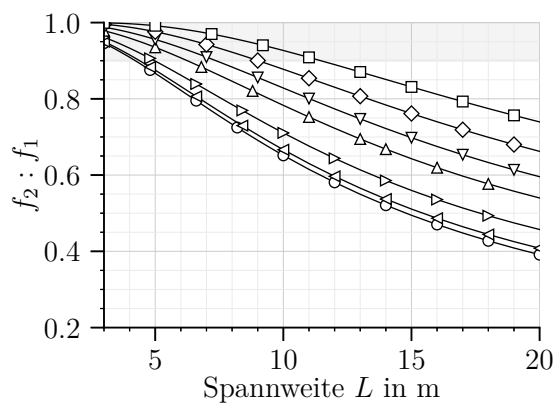
(a) Betrachtung der Spannweite L auf der Abszisse(b) Betrachtung der effektiven Spannweite L' auf der Abszisse

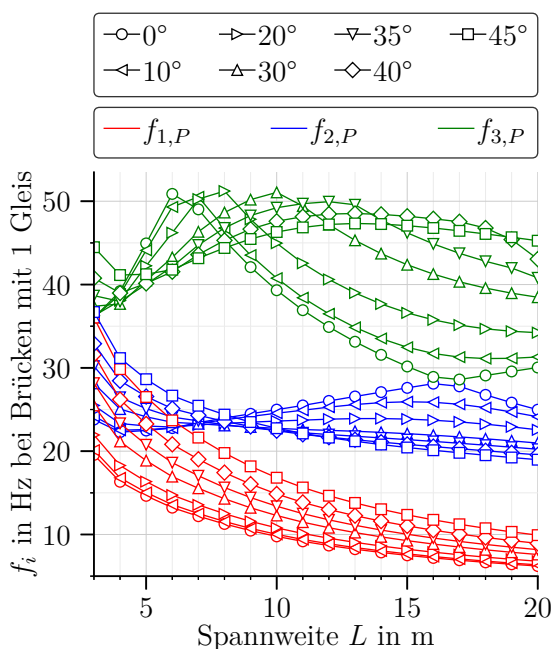
Abb. 2.13: Vergleich der maximalen vertikalen Beschleunigung bei Zugüberfahrt aus numerischer Berechnung am Balken zur Platte $acc_{Balken} : acc_{Platte}$ für verschiedene Schiefen α über die Spannweite L und effektive Spannweite L' für das Zugset HSLM-A.



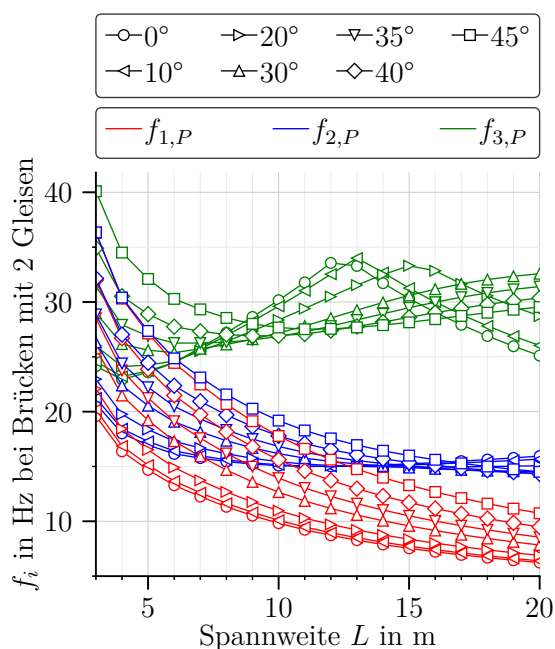
(a) Verhältnis $f_2 : f_1$ für schmale Platten



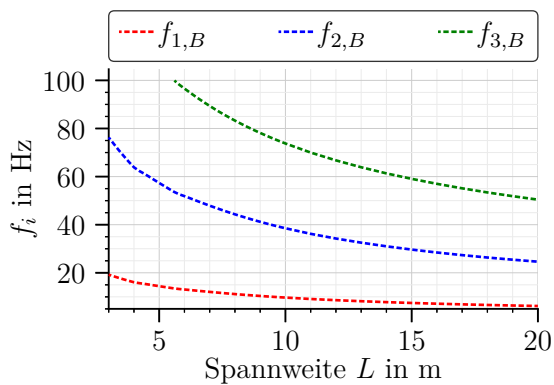
(b) Verhältnis $f_2 : f_1$ für breite Platten



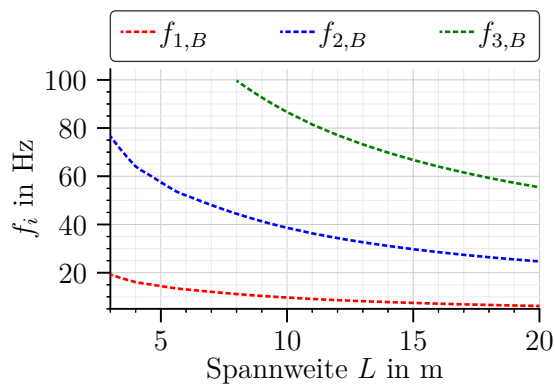
(c) Eigenfrequenzen für eingleisige Brücken



(d) Eigenfrequenzen für zweigleisige Brücken



(e) Eigenfrequenzen für eingleisige Brücken



(f) Eigenfrequenzen für zweigleisige Brücken

Abb. 2.14: Eigenfrequenzen $f_{1,B}$, $f_{2,B}$ und $f_{3,B}$, als auch Frequenzverhältnisse $f_{2,P} : f_{1,P}$ von Balken- und Plattenberechnungen für ein- und zweigleisige Brücken der Parameterstudie und unter verschiedenen Schiefen α

Kapitel 3

Modellanpassung einer bestehenden Fachwerksbrücke

Die Modellanpassung (engl. model updating) bezeichnet eine nach Durchführung einer statischen und/oder dynamischen in-situ Messung an einem dynamischen System gezielte Anpassung eines numerischen Systemmodells an das reale statische und/oder dynamische Antwortverhalten. In diesem numerischen Berechnungsmodell müssen gesuchte unbekannte Größen in einer parametrischen Modellierung berücksichtigt sein, um diese in einer Optimierung ermitteln zu können. Um also eine Modellanpassung durchführen zu können, müssen jedenfalls Messdaten vorliegen und dazu ein parametrisiertes FE-Modell. Das parametrisierte FE-Modell ist ein Mittel, um für verschiedene Kombinationen der Modellparameter eine Berechnung durchzuführen (z. B. für Dehnungen, Verschiebungen, Eigenfrequenzen, Eigenformen, ...). Das Ergebnis dieser am FE-Modell durchgeführten Berechnung kann dann mit den Messdaten aus der gegebenen Sensorapplikation verglichen werden. Es ist je nach Definition der Zielfunktion möglich, dass Skalare miteinander verglichen werden (z. B.: Eigenfrequenzen), aber auch der Zeitverlauf von verschiedenen Sensoren. Grundsätzlich gibt hier eine frei wählbare Zielfunktion $f(\bar{\theta})$ Auskunft über die Abweichung zwischen Messung $m(\tilde{t}, \tilde{s})$ und Berechnung $M(\tilde{t}, \tilde{s})$. Diese Zielfunktion $f(\bar{\theta})$ gilt es zu optimieren und damit die Eingangsparameter $\bar{\theta}_0$ der Berechnung bestmöglich zu kalibrieren. In der Berechnung äußert sich dies durch eine bestmögliche Übereinstimmung des FE-Modells mit den tatsächlich auftretenden Kräften am untersuchten Tragwerk.

Das gesamte Kapitel 3 befasst sich mit der Modellanpassung des FE-Modells einer bestehenden Fachwerksbrücke. Die grundlegende Vorgehensweise bei der Modellanpassung ist wie folgt gegliedert:

- Festlegung und Analyse eines zu optimierenden Tragwerks in Kap. 3.1
- Aufbereitung der Messdaten aus den in-situ Messungen, siehe Kap. 3.5
- Validierung der Messdaten, siehe Kap. 3.6
- Erstellung des FE-Modells für die untersuchte Struktur, siehe Kap. 3.7
- Identifikation der Parameter für die Optimierung, siehe Kap. 3.8
- Festlegung der Anpassungsmethode bzw. des Optimierungsalgorithmus, siehe Kap. 3.9
- Optimierung des FE-Modells (Anpassung der Parameter), siehe Kap. 3.10
- Validierung der Modellanpassung, siehe Kap. 3.10.4

In Kap. 3.2 sind allgemeine Methoden und Probleme der Modellanpassung erläutert, welche bei der Modellanpassung unterstützen können, aber deren Bearbeitung für die Durchführung einer Modellanpassung nicht notwendig ist.

3.1 Untersuchte Brücke

Die Methode der Modellanpassung wird an einer realen Fachwerksbrücke angewendet und dabei das Vorgehen sowie die erzielten Ergebnisse detailliert beschrieben. Ein Foto der untersuchten Brücke ist in Abb. 3.1 dargestellt.



Abb. 3.1: Untersuchte genietete Stahlfachwerkskonstruktion aus dem Jahr 1915

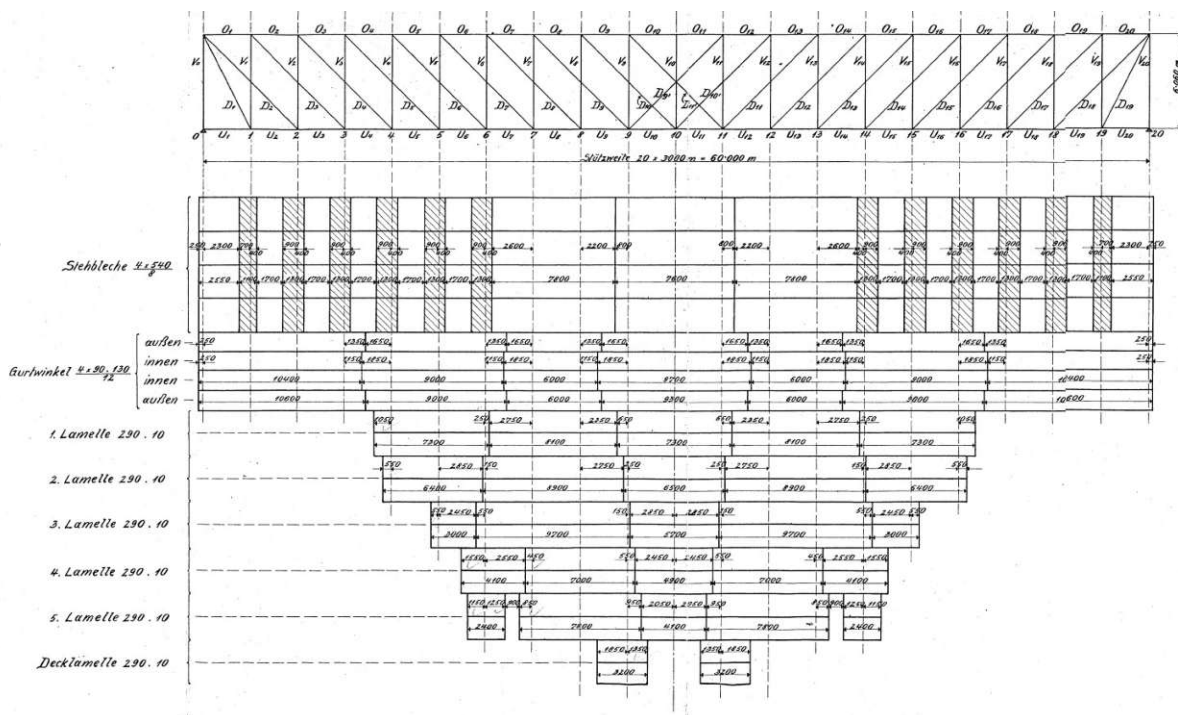


Abb. 3.2: Abstufungen der verschiedenen Bleche und Profile entlang des Untergurts am Hauptfachwerk der untersuchten Brücke. Entnommen aus den Bestandsplänen [22].

Hierbei handelt es sich um eine genietete Stahlfachwerkskonstruktion aus dem Jahr 1915. Das Tragwerk befindet sich auf der Strecke von Salzburg nach Wörgl (101 03) bei Bahnkilometer 78,500 in Richtung 2. Die Spannweite L der eingleisigen Eisenbahnbrücke beträgt 60,0 m. Die

Abmessungen des Brückenquerschnitts sind durch die Breite $B = 3.65 \text{ m}$ und die Höhe $H = 6.30 \text{ m}$ definiert.

Bei alten genieteten Fachwerksbrücke wurde sehr gezielt mit dem verwendeten Rohstoff Stahl umgegangen, was sich beispielsweise am Untergurt des Hauptträgers durch 19 Querschnittsänderungen über die gesamte Brückenlänge äußert. Die Anordnung der Verstärkungslamellen und damit Querschnittsänderungen ist über die Spannweite L des Tragwerks in Abb. 3.2 ersichtlich. Am hier dargestellten Untergurt des Hauptfachwerks wurden in der Feldmitte bis zu 6 Verstärkungslamellen zu je 10 mm konzipiert. Für die Hauptdiagonalen gibt es 11 verschiedene Querschnitte. Die Komplexität des Brückentragwerks ist in den insgesamt über 40 verschiedenen Querschnitten ersichtlich und muss sich auch im FE-Modell für die Modellanpassung widerspiegeln.

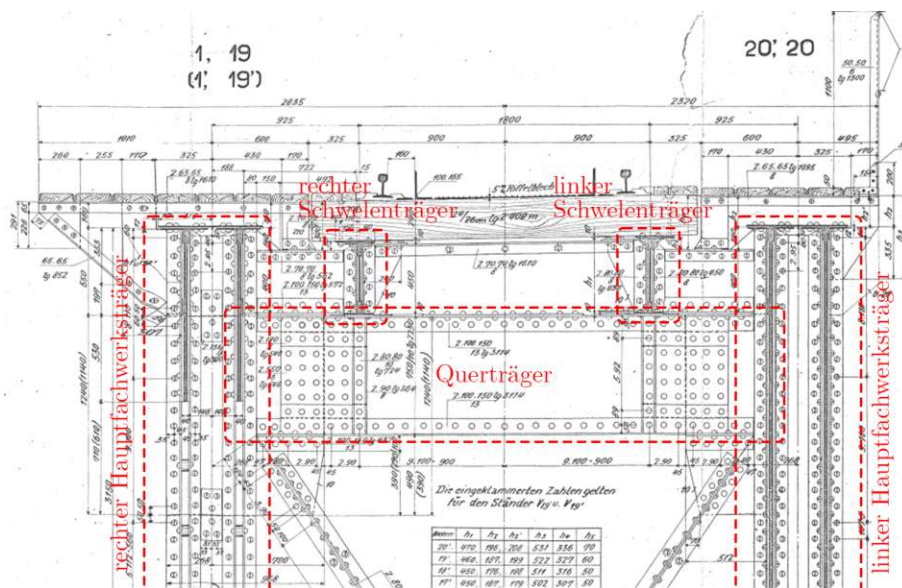


Abb. 3.3: Querträger des untersuchten Fachwerks. Entnommen aus den Bestandsplänen [22].

Die wesentlichen Teile des Tragwerks sind an einem Planauszug der Bestandspläne an Brückenquerschnitts Q20 in Abb. 3.3 ersichtlich. Hier kann erkannt werden, dass die Lastabtragung des einzelnen Radsatzes eines überfahrenden Zugs direkt über die Schiene und die Holzschwellen (siehe Abb. 3.4a) auf den Schwellenträger erfolgt. Von diesem werden die Lasten weiter über die Querträger auf die Hauptfachwerksträger übertragen.

Eine Besonderheit des untersuchten Eisenbahntragwerks ist die Schiefe $\alpha = 39.42^\circ$ (siehe Abb. 2.12), die mitunter Einfluss auf die Lastabtragung am Brückenende hat. Durch diese große Schiefe α leisten die Windverbände und die Schwellenträgerverbände einen wesentlichen Beitrag zur Lastverteilung bei der Überfahrt eines Zugs. Das hohe Alter der Brücke macht sich in der Lastabtragung bemerkbar. Die entstandenen Zwänge und Schädigungen bringen eine besondere Herausforderungen bei der weiteren Modellanpassung mit sich. Eine Schädigung des Tragwerks liegt am Auflager des Schwellenträgers (siehe Abb. 3.4c) Dies ist mitunter zurückzuführen auf die sehr steife Lagerung, als auch auf die hohe Schiefe α .

Die Widerlagerwand, welche ursprünglich die Funktion hatte Erdlasten vom Tragwerk zu entkoppeln, lastet heute infolge von Langzeitverformungen am letzten vertikalen Steher des Hauptfachwerks und appliziert zusätzliche Zwänge aufs Tragwerk, siehe Abb. 3.4b. Hierbei wird durch das letzte Stabsdreieck des Hauptfachwerks die eingebrachte Zwangsspannung mitunter in den Untergurt des Hauptfachwerks übertragen. Zudem ist durch die damals optimierte Planung



Abb. 3.4: Details des untersuchten Tragwerks

des Fachwerks der nun zusätzlich beanspruchte Untergurtquerschnitt sehr schlank bemessen und grundsätzlich nicht für diese Kräfte ausgeführt.

Im weiteren Verlauf gilt es diese speziellen und numerisch nicht bekannten Randbedingungen der Brücke durch eine Modellanpassung zu berechnen und damit ein Berechnungsmodell zu schaffen, das präzise Prognosen für Zugüberfahrten abbildet. Somit ist es möglich das an die Realität angepasste FE-Modell als Grundlage für weitere Untersuchungen in Form von Ermüdungsberechnungen heranzuziehen. Diese werden aber nicht mehr im Rahmen dieser Arbeit behandelt.

3.2 Methoden zur Modellanpassung

Das Werkzeug der Modellanpassung wird häufig bei der Untersuchung von Betonkonstruktionen verwendet (z.B.: [23]), um den tatsächlich bei realen Konstruktionen vorhandenen Elastizitätsmodul von Beton und dessen zeitliche sowie räumliche Verteilung zu bestimmen. Dies gestaltet sich durchaus sinnvoll, da der Elastizitätsmodul von Beton in seiner Größe produktionsbedingt eine hohe Streuung aufweist [24],[25].

In der Literatur sehr verbreitet ist die Modellanpassung anhand Eigenfrequenzen und Eigenformen [26]. Bei der Modellanpassung mittels Eigenfrequenzen und Eigenformen gibt es jedoch eine gewisse Problematik beim Abbilden von lokalen Effekten durch die ersten Eigenschwingformen. Bei der Modellanpassung der realen Konstruktion gilt es zu diskutieren, wie viele Eigenfrequenzen sinnvollerweise erfasst werden können und wie viele Modellparameter anhand dieser angepasst werden.

So wird in der Literatur von Ereiz [24] durchaus behauptet:

Es ist bei vielen Modellanpassungen der Fall, dass die Änderung der dynamischen Strukturparameter (Eigenfrequenzen und Eigenformen) am stärksten mit den Änderungen der Struktursteifigkeit in Form von Schäden verbunden sind. Die allgemeine Anwendung der Modellanpassung ist nicht auf bestimmte Materialien, Konstruktions- oder Bauarten und auch nicht auf bestimmte Schädigungsmechanismen begrenzt.

Am untersuchten Brückentragwerk hat sich hingegen gezeigt, dass die bereits vorhandene „geringe“ Schädigung oder auch zusätzliche Zwänge am realen Tragwerk nur in sehr geringem Maße Einfluss auf die Eigenfrequenzen und Eigenformen haben. Das kann damit begründet werden, dass durch die Schädigung sehr lokale Effekte auftreten - die zudem nicht von primärer Tragwirkung für das Gesamttragwerk sind. Durch die experimentellen Versuche am Tragwerk konnte eine Anzahl an fünf Eigenfrequenzen messtechnisch ermittelt werden. Hier gilt es zu diskutieren, ob durch diese fünf identifizierten Eigenfrequenzen eine Modellanpassung für eine Anzahl von 20 Parametern sinnvoll ist. Generell ist die Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenformen aus der Messung von experimentellen Versuchen in der Anzahl begrenzt.

Werden hingegen aber die 69 Stücke an der Brücke applizierten Dehnmessstreifen (DMS) zum Vergleich herangezogen, und damit in der Zielfunktion $f(\bar{\theta})$ berücksichtigt, so kann eine Schädigung besser erkannt werden. Doch auch hier muss die Schädigung richtig parametrisiert werden und die Sensorik im Umkreis der zu untersuchenden Schädigung vorhanden sein. Am Beispiel der untersuchten Brücke konnte auch bei über 3 m entfernten Sensoren noch die Auswirkung lokaler Schädigung gut abgebildet werden.

Grundsätzlich gibt es im Rahmen der Modellanpassung mehrere Ansätze und Methoden, um die Anpassung an die Realität besser bewältigen zu können. Hierbei ist von Relevanz, wofür das angepasste Modell verwendet werden soll und damit, was das primäre Ziel der Berechnung ist.

Zudem sind Modellanpassungen immer mit folgenden drei Arten von Fehlern verbunden [27]:

1. Modellstrukturfehler können auftreten, wenn Unsicherheiten hinsichtlich der zugrundeliegenden physikalischen Gleichungen bestehen. Solche Fehler können typischerweise bei stark nicht-linearem Verhalten in bestimmten dynamischen Systemen auftreten.
2. Fehler bei der Annahme der Modellparameter, zu denen typischerweise die Anwendung ungeeigneter Randbedingungen und ungenauer Annahmen zur Vereinfachung des Modells gehören.
3. Fehler bei der Modellordnung, die bei der Diskretisierung komplexer Systeme auftreten und zu einem Modell mit unzureichender Ordnung führen können. Die Modellordnung kann als Teil der Modellstruktur betrachtet werden.

Diese Fehler sind bei der Modellanpassung unausweichlich vorhanden. Es gilt nicht nur die Fehler zu minimieren, sondern auch die Größe des Fehlers zu benutzen, um die Qualität der Berechnung besser einschätzen zu können. Zudem können noch weitere Fehlererscheinungen beim Schritt der Optimierung auftreten, die es zu vermeiden gilt:

- Überanpassung: Wenn im FE-Modell mehr unbekannte Größen definiert werden, als tatsächlich im realen Vergleichsobjekt vorhanden sein können, kann eine zu geringe Anzahl an Messdaten zu einem ähnlichen Ergebnis führen.
- Unteranpassung: Wenn mit den definierten Parametern die tatsächlichen Modellunsicherheiten nicht angepasst werden können. Das tritt zudem auf, wenn verschiedene Mechanismen nicht im Modell abgebildet sind oder werden können.

3.3 Methodische Vorgehensweise bei Berechnung und Auswertung einer Zugüberfahrt am FE-Modell

In diesem Unterkapitel wird beschrieben, auf welchen Grundsätzen die Berechnung des FE-Modells basiert, um eine zeiteffiziente Berechnung durchführen zu können. Eine rasche Berechnung ist Grundvoraussetzung für die Modellanpassung, da diese sehr oft durchgeführt werden muss. Daher bildet die Auswertung des Modells und die Berechnung der Dehnungen in $\mu m/m$ über die Dauer einer Zugüberfahrt einen wesentlichen Bestandteil der Modellanpassung und die Basis für den Vergleich mit den Messdaten.

Am untersuchten Tragwerk ist die zulässige Geschwindigkeit für Zugüberfahrten auf 80 km/h begrenzt. Durch die Kombination der niedrigen Zuggeschwindigkeit und hohen Brückenlänge von $L = 60 \text{ m}$ gestaltet sich der Einfluss des dynamischen Lastvergrößerungsfaktors φ' sehr gering. Damit ist in guter Näherung die Möglichkeit gegeben, eine schrittweise eine statische Berechnung durchzuführen. Da die statische Berechnung am FE-Modell mit Theorie I.O. erfolgt, ist auch eine Superposition der Lastfälle und damit die Auswertung mit Einflusslinien möglich.

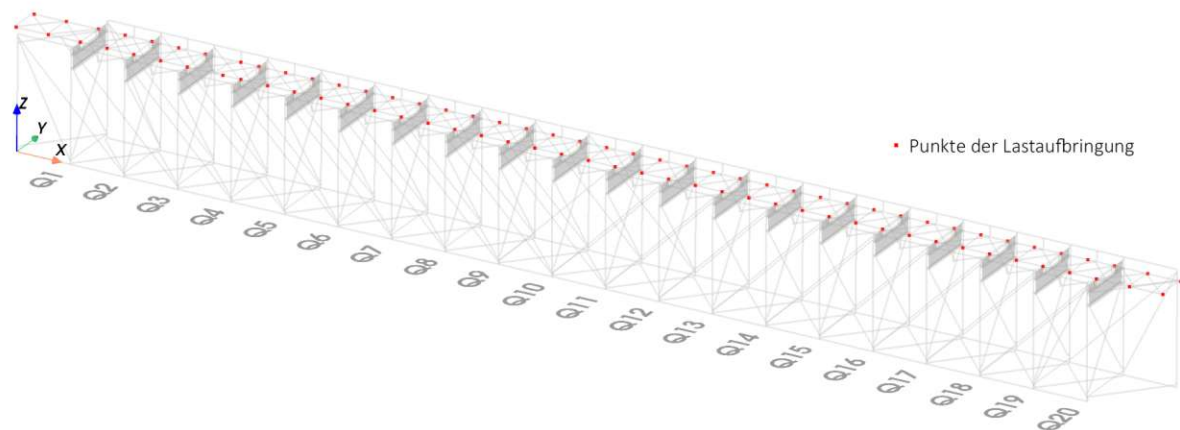


Abb. 3.5: Diskretisierung der Belastungspunkte zur Ermittlung der Einflusslinie

In Abb. 3.5 ist dargestellt, an welchen Knotenpunkten des FE-Modells die Belastung aufgebracht wird. Hierbei wurden die Verbindungsknoten der beiden Schwellenträger mit anderen Stäben als zu belastende Knoten identifiziert. Diese sind genau jene Stellen des Schwellenträgers bei denen auch die maximalen und minimalen Schnittgrößen bei der Überfahrt einer fiktiven Einzellast auftreten. Auf eine Modellierung des Gleisrostes wurde verzichtet, um schon hier die Zahl der belasteten Knoten und damit Berechnungsdurchläufe zu reduzieren. Das Hauptfachwerk mit der Brückenlänge von $L = 60 \text{ m}$ ist durch die vertikalen Steher in gleiche Abschnitte mit einer Länge zu jeweils 3 m gegliedert. Die belasteten Knotenpunkte werden immer an der Stelle der vertikalen Steher und dem Anschluss des Schwellenträgerverbands gewählt. Wie in Abb. 3.5 ersichtlich sind damit 44 Knotenpunkte in einem Abstand von $1,50 \text{ m}$ an jedem Schwellenträger für die Aufbringung der Belastung definiert. Hierbei werden beide Schwellenträger in jedem Belastungsschritt gleichmäßig mit der halben Einheitslast belastet. Um die Randbedingungen der Einflusslinie einzuhalten wird zudem vor und nach dem untersuchten Tragwerk jeweils ein weiterer Punkt mit dem Wert 0 eingefügt. Die Einflusslinie des Sensors d-7 ist für die Lastüberfahrt einer Einzelfahrt exemplarische in Abb. 3.6 dargestellt.

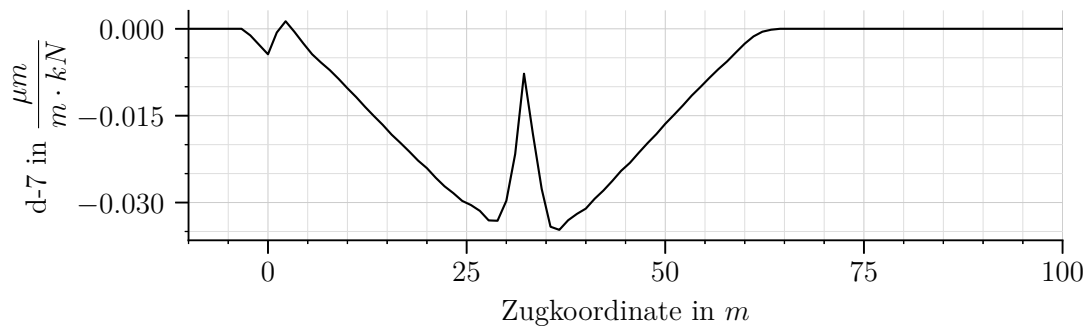


Abb. 3.6: Exemplarische Darstellung einer Einflusslinie für den Sensor d-7, berechnet an der Modellanpassung 3

In Abb. 3.6 ist ersichtlich, dass die Berechnung der Einflusslinien für die Zugkoordinate erfolgt. Diese eingeführte Zugkoordinate beschreibt die Länge zwischen der ersten Zugachse und dem Brückenanfang. Hier kann eine Sensorantwort bereits auftreten kurz bevor der Zug mit der ersten Achse die Brücke erreicht. In diesem Fall ist dieser Effekt eng mit der Definition der später eingeführten Parameter P15 und P16 verknüpft.

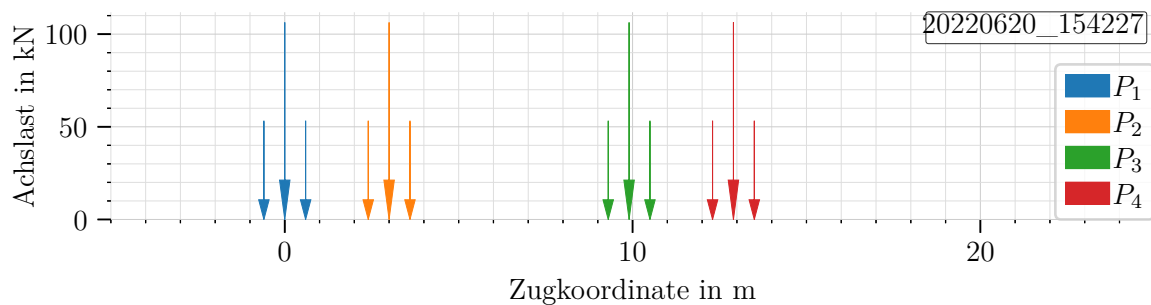


Abb. 3.7: Dreipunktverteilung der Achsen einer Lok des Typ 1116

Um die Wirkung des Gleisrostes ohne die Modellierung der Schwellen in der Rechnung zu berücksichtigen wird eine Dreipunktverteilung der einzelnen Radsatzlasten gemäß ÖNORM EN 1991-2 [5] auf die überfahrenden Fahrzeuge angewendet. Dies kann für eine direkte Befestigung des Überbaus am Tragwerk, als auch bei einer Lagerung im Schotterbett eine sinnvolle Annahme sein. Für eine Lok des Typ 1116 sind die Lasten damit über die Zuglänge in Abb. 3.7 definiert. In dieser Abbildung kann erkannt werden, dass sich die Radsatzlasten P_1 – P_4 in jeweils 3 Lasten mit zu den Faktoren 0,25–0,50–0,25 gliedert. Der Abstand zwischen den verteilten Lasten ist durch eine Länge von 0,60 m definiert und soll die Lastverteilung vom Gleis auf die Schellen abbilden.

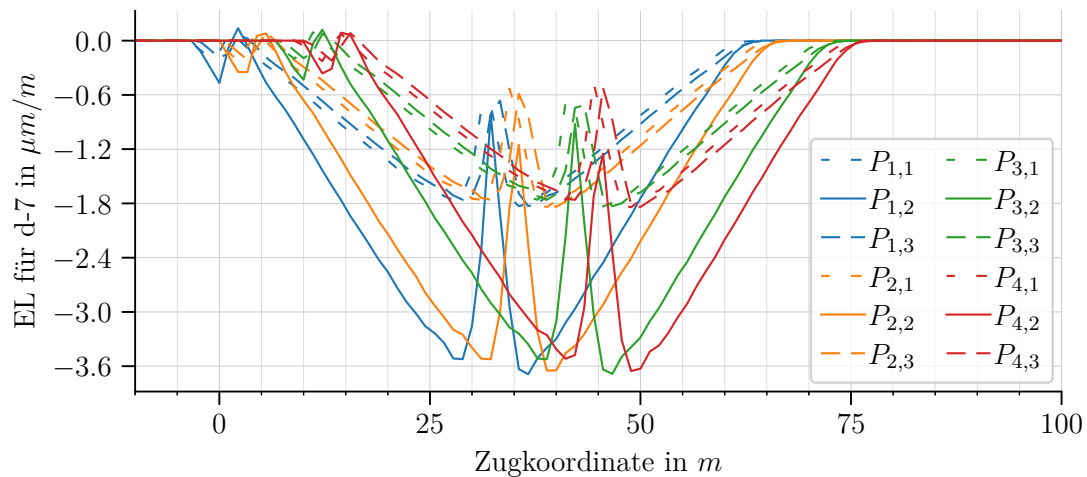


Abb. 3.8: Exemplarische Auswertung der Einflusslinie für die Lok 1116 für den Sensor d-7 an der Modellanpassung 3

In Abb. 3.8 ist bereits ersichtlich, wie die Auswertung der berechneten Einflusslinie eines Sensors an den Radsatzlasten P_i des in Abb. 3.7 definierten Fahrzeugs erfolgt. Es kann erkannt werden welchen Einfluss die einzelnen Radsätze auf die Dehnungsantwort an jener Stelle des applizierten Sensors d-7 haben. Jede Radsatzlast P_i wird infolge der Dreipunktverteilung auf 3 Teillasten $P_{i,j}$ mit $j = 1, 2, 3$ gegliedert, die in Abb. 3.8 ersichtlich sind.

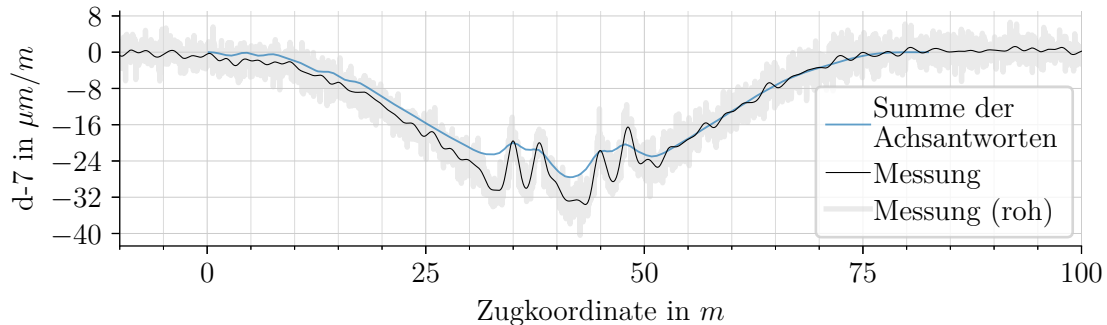


Abb. 3.9: Auswertung der Einflusslinie für die Lok 1116 für den Sensor d-7 an der Modellanpassung 3

Um die Berechnung mit der Messung vergleichen zu können, wird die Summe der für die einzelnen Radsatzlasten ausgewerteten Einflusslinien aus Abb. 3.8 gebildet. Aus den mit ANSYS generierten Ergebnisdateien für die statischen Berechnung einer Zugüberfahrt werden hier mit dem Pythonpackage „pymapdl“ [28] die Einflusslinien ausgelesen. Bei Balkenelementen In Abb. 3.9 wird der mit der Einflusslinie ausgewertete Zeitverlauf der Dehnung für die Lok 1116 am Beispiel des Sensors d-7 mit der gemessenen Sensorantwort verglichen. Hier ist ersichtlich, dass auch trotz aller getroffenen Vereinfachungen eine hohe Übereinstimmung zwischen Messung $m(\tilde{t}, \tilde{s})$ und Berechnung des FE-Modells $M(\tilde{t}, \tilde{s})$ erzielt werden kann.

3.4 Installiertes Messsystem

Da Messfehler bei dem Prozess einer Modellanpassung nicht wegzudenken sind, gilt es sich gezielt mit diesen auseinanderzusetzen. Sensorrauschen kann mit gezielter Filterung der aufgezeichneten Signale relativ gut in den Griff gebracht werden, während andere Daten dies nicht zulassen. Nichtsdestotrotz ist es wichtig zu erkennen, ob nicht kausale Zusammenhänge in den Messdaten vorhanden sind, welche wiederum als Messfehler interpretiert werden können.

Das an der Brücke installierte Messsystem verwendet analoge Dehnmessstreifen (DMS), um die lokalen Dehnungen in $\mu m/m$ und damit Normalspannungen an den untersuchten Querschnitten bestimmen zu können. Der Aufbau der Messkette ist in Abb. 3.10 dargestellt. Hier ist ersichtlich, dass die Sensoren mit einem Analog-Digital Wandlersystem (A/D-Wandlersystem) verbunden sind, welches die Messdaten digitalisiert und im Datenlogger bündelt. Von dort aus werden dann die Messdaten via Ethernet RJ45 an einen Computer übertragen, welcher die für Zugüberfahrten erfassten Messdaten auf einen Datenserver überträgt.

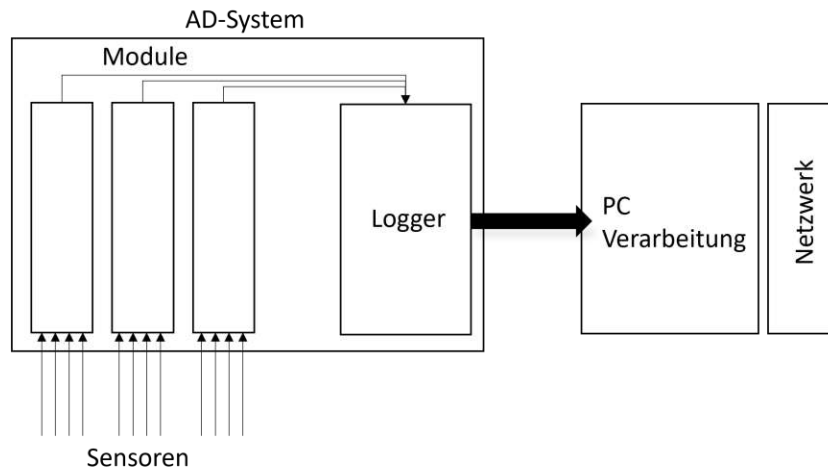
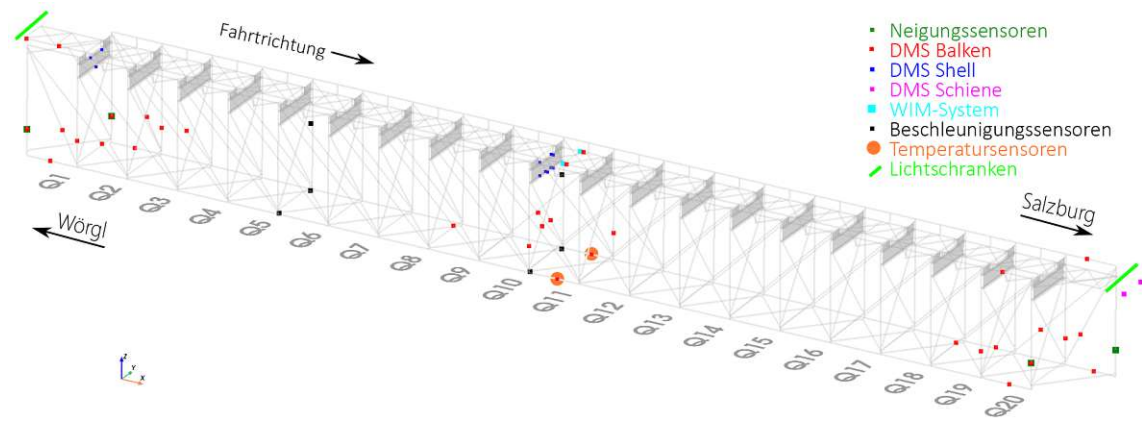
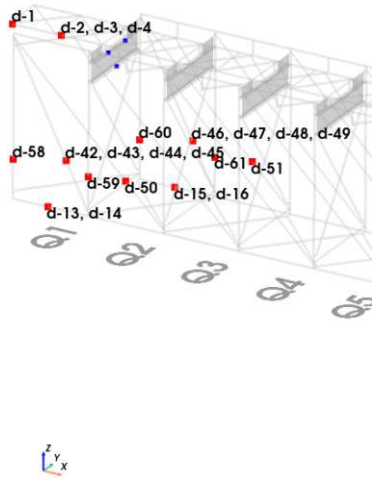


Abb. 3.10: Ausgeführte Messkette für DMS

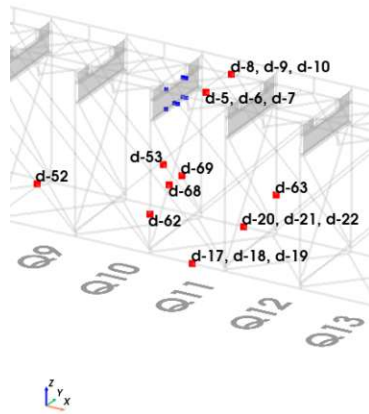
Bei der Planung des Messsystems wurden die Sensorpositionen der angebrachten Dehnmessstreifen (DMS) so gewählt, dass an den gemessenen Dehnungsverläufen lokale, globale als auch semilokale Charakteristiken festgestellt werden können. Sensorverläufe durch eine Berechnung des FE-Modells an Positionen mit globaler Charakteristik können in der Regel durch die definierten Parameter der Modellanpassung nur wenig beeinflusst werden, haben aber meistens ein klar ausgeprägteres Tragverhalten und weisen dadurch kleine Fehler beim Vergleich der Berechnung mit den in-situ Messdaten als Sensorverläufe an Positionen mit anderer Charakteristik auf. Bei Sensorverläufen an der Positionen mit lokaler Charakteristik hingegen kann das Ergebnis durch eine Berechnung des FE-Modells bei einer Variation der definierten Parameter stark beeinflusst werden. In der Regel sind diese Charakteristiken nicht mit einem klar ausgeprägten Verhalten der Lastabtragung verbunden. Bei Sensorverläufen, welche an Positionen mit semilokaler Charakteristik angeordnet sind, können gemischte Effekte aus globaler, als auch lokaler Charakteristik auftreten.



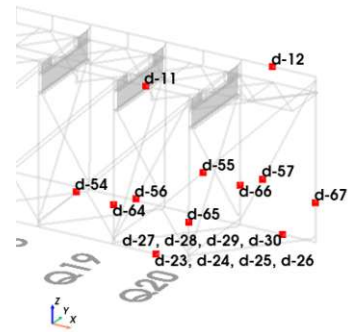
(a) Schematische Darstellung der gewählten Sensorpositionen



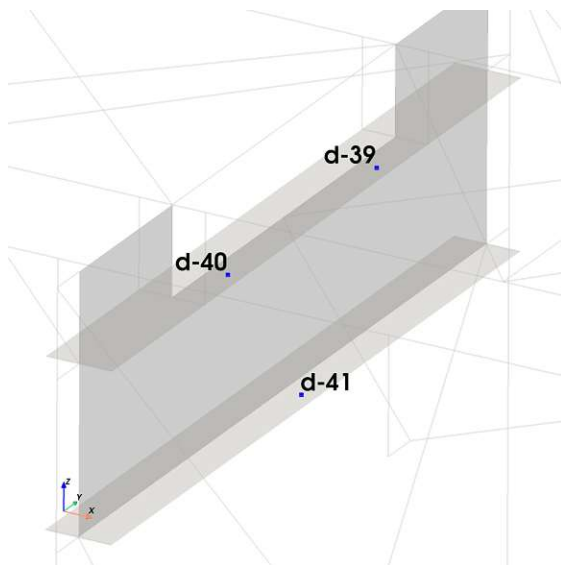
(b) Sensorpositionen am Widerlager Wörgl



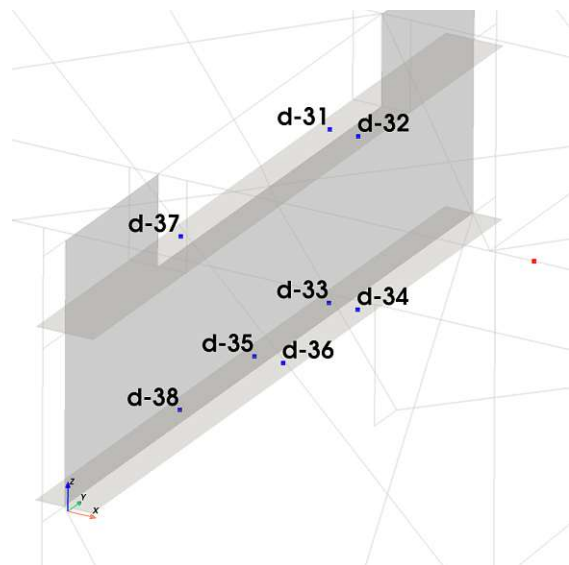
(c) Sensorpositionen in Brückenmitte



(d) Sensorpositionen am Widerlager Salzburg



(e) Sensorpositionen am Querträger QT1 des Querschnitts Q1



(f) Sensorpositionen am Querträger QT10 des Querschnitts Q10

Abb. 3.11: Sensorpositionen des installierten Messsystems

In enger Abhängigkeit mit diesen Charakteristiken steht, wie viele Spannungsschwingspiele bei der Messung und auch Berechnung während einer Zugüberfahrt auftreten und wie stark diese ausgeprägt sind. Bei einer hohen Anzahl an erkennbaren Spannungsschwingspielen ist zudem die Zuggeometrie (Achslasten und Achsabstände) für eine Zugüberfahrt bereits aus dem Zeitverlauf des Sensors gut ersichtlich. Typisch für diese Charakteristiken ist:

- Lokaler Sensor: Jede Achse des Zugs kann im Sensorverlauf für eine Zugüberfahrt klar erkannt werden.
- Semilokaler Sensor: Nicht mehr jede Achse eines überfahrenden Zugs kann aus der Sensorantwort heraus erkannt werden. In der Regel sind aber einzelne Drehgestelle ersichtlich, jedenfalls aber mehrere Extremwerte für eine Zugüberfahrt.
- Globaler Sensor: Über den Sensorverlauf einer Zugüberfahrt ist nur ein Maximum, ein Minimum oder ein Maximum und Minimum klar ersichtlich. Keine Achsen oder Drehgestelle und damit nur die aktuelle Gesamtbelastung des Tragwerks durch einen Zugs kann aus dem Zeitverlauf festgestellt werden.

Um diese 3 Spannungseffekte messen zu können, werden Sensoren möglichst nahe der neutralen Achse der Querschnitte angebracht. Zusätzlich sollen aber auch vorhandene Zwänge bei der realen Brücke gemessen werden. Dazu wird in mehreren Punkten eines Querschnitts die Dehnung gemessen, um auf Biegungen rückschließen zu können. Da es sich trotz allem um eine genietete Fachwerkskonstruktion handelt, wird darauf geachtet, dass Sensoren nicht direkt an Nieten oder im Einflussbereich von Knotenblechen, Stabanschlüssen oder sonstigen Steifen liegen.

Das installierte Messsystem lässt sich nach der Art der applizierten Sensoren gliedern:

- 73 Dehnmessstreifen (DMS) in 36 Gruppen zu jeweils 1–4 Sensoren
Von diesen 73 DMS ist eine Gruppe von 4 an den Schienen vor der Brücke montiert, siehe Abb. 3.11, daher sind für die Modellanpassung 69 DMS von Interesse.
 - 23 Gruppen (41 DMS) mit globaler Charakteristik
Sensoren an den Haupttragelementen des Fachwerks als auch an den Diagonalstäben
 - 9 Gruppen (17 DMS) mit semi-lokaler Charakteristik
Sensoren an den Querträgern zur Lastverteilung von Schwellenträgern auf die Fachwerkshauptträger
 - 5 Gruppen (15 DMS) mit lokaler Charakteristik
Sensoren am Schwellenträger oder an den Schienen
- 4 Neigungssensoren
- 3 Temperatursensoren
- 2 Lichtschranken
für die Zugererkennung
- 1 WIM-System (Weigh-in-Motion)
Zum Erfassen von Zuggeschwindigkeit, Achslasten und Zuggeometrie
- 7 temporär angebrachte Beschleunigungssensoren
Zur Bestimmung dynamischer Eigenschaften im Rahmen experimenteller Versuche.

Tab. 3.1: Sensorkoordinaten im FE-Modell der untersuchten Fachwerksbrücke zur Auswertung der berechneten Spannungsverläufe

Bez	Profil	Elementtyp	Sensor Koordinaten in m			Position im QS in mm	
			X	Y	Z	X-Offset	Y-Offset
d-1	ASWT0-1	BEAM188	0.00	-0.90	6.18	-54.90	-224.39
d-2	ASWT0-1	BEAM188	2.10	-0.90	6.18	45.10	-224.39
d-3	ASWT0-1	BEAM188	2.10	-0.90	6.18	-54.90	-224.39
d-4	ASWT0-1	BEAM188	2.10	-0.90	6.18	-9.90	-9.39
d-5	ISWT1-20	BEAM188	32.42	-0.90	6.18	44.57	-267.19
d-6	ISWT1-20	BEAM188	32.42	-0.90	6.18	-55.43	-267.19
d-7	ISWT1-20	BEAM188	32.42	-0.90	6.18	-10.43	-7.19
d-8	ASWT3-20	BEAM188	32.42	0.90	6.18	55.78	-267.19
d-9	ASWT3-20	BEAM188	32.42	0.90	6.18	-44.22	-267.19
d-10	ASWT3-20	BEAM188	32.42	0.90	6.18	10.78	-7.19
d-11	O+1	BEAM188	58.98	-1.82	6.30	-170.00	-17.69
d-12	O+1	BEAM188	61.98	1.83	6.30	-170.00	-17.69
d-13	U+0	BEAM188	2.12	-1.82	0.00	-90.00	-167.50
d-14	U+0	BEAM188	2.12	-1.82	0.00	90.00	-167.50
d-15	U+0	BEAM188	5.12	1.83	0.00	-90.00	-167.50
d-16	U+0	BEAM188	5.12	1.83	0.00	90.00	-167.50
d-17	U+6	BEAM188	32.42	-1.82	0.00	-90.00	-50.03
d-18	U+6	BEAM188	32.42	-1.82	0.00	90.00	-50.03
d-19	U+6	BEAM188	32.42	-1.82	0.00	-160.00	377.97
d-20	U+5	BEAM188	32.42	1.83	0.00	-90.00	-62.10
d-21	U+5	BEAM188	32.42	1.83	0.00	90.00	-62.10
d-22	U+5	BEAM188	32.42	1.83	0.00	-160.00	365.90
d-23	U+0	BEAM188	59.42	-1.82	0.00	-246.00	-167.50
d-24	U+0	BEAM188	59.42	-1.82	0.00	-90.00	-167.50
d-25	U+0	BEAM188	59.42	-1.82	0.00	90.00	-167.50
d-26	U+0	BEAM188	59.42	-1.82	0.00	246.00	-167.50
d-27	U+0	BEAM188	62.42	1.83	0.00	-246.00	-167.50
d-28	U+0	BEAM188	62.42	1.83	0.00	-90.00	-167.50
d-29	U+0	BEAM188	62.42	1.83	0.00	90.00	-167.50
d-30	U+0	BEAM188	62.42	1.83	0.00	246.00	-167.50
d-31	-	SHELL181	30.66	0.60	5.78		
d-32		SHELL181	30.78	0.60	5.78		
d-33		SHELL181	30.66	0.60	5.03		
d-34		SHELL181	30.78	0.60	5.03		
d-35		SHELL181	30.66	0.00	5.03		
d-36		SHELL181	30.78	0.00	5.03		

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tab. 3.1: Sensorkoordinaten im FE-Modell der untersuchten Fachwerksbrücke zur Auswertung der berechneten Spannungsverläufe (Fortsetzung)

Bez	Profil	Elementtyp	Sensorkoordinaten in m			Position im QS in mm	
			X	Y	Z	X-Offset	Y-Offset
d-37		SHELL181	30.66	-0.60	5.78		
d-38		SHELL181	30.66	-0.60	5.03		
d-39		SHELL181	3.80	0.60	5.78		
d-40		SHELL181	3.80	-0.60	5.78		
d-41		SHELL181	3.80	0.00	5.03		
d-42	D1	BEAM188	2.83	-1.82	1.92	98.00	-146.00
d-43	D1	BEAM188	2.83	-1.82	1.92	-98.00	-146.00
d-44	D1	BEAM188	2.83	-1.82	1.92	98.00	146.00
d-45	D1	BEAM188	2.83	-1.82	1.92	-98.00	146.00
d-46	D1	BEAM188	5.83	1.83	1.93	-98.00	146.00
d-47	D1	BEAM188	5.83	1.83	1.93	98.00	146.00
d-48	D1	BEAM188	5.83	1.83	1.93	-98.00	-146.00
d-49	D1	BEAM188	5.83	1.83	1.93	98.00	-314.00
d-50	D2	BEAM188	5.20	-1.82	1.66	0.00	0.00
d-51	D2	BEAM188	8.20	1.83	1.66	0.00	0.00
d-52	D9	BEAM188	26.20	-1.82	1.66	0.00	0.00
d-53	D9	BEAM188	29.20	1.83	1.66	0.00	0.00
d-54	D2	BEAM188	56.24	-1.82	1.66	0.00	0.00
d-55	D2	BEAM188	59.24	1.83	1.66	0.00	0.00
d-56	D19	BEAM188	58.61	-1.82	1.92	0.00	0.00
d-57	D1	BEAM188	61.61	1.83	1.93	0.00	0.00
d-58	V0	BEAM188	0.72	-1.82	1.50	0.00	0.00
d-59	V1	BEAM188	3.72	-1.82	1.50	0.00	0.00
d-60	V0	BEAM188	3.72	1.83	1.50	0.00	0.00
d-61	V1	BEAM188	6.72	1.83	1.50	0.00	0.00
d-62	V9	BEAM188	30.72	-1.82	1.50	0.00	0.00
d-63	V9	BEAM188	33.72	1.83	1.50	0.00	0.00
d-64	V1	BEAM188	57.72	-1.82	1.50	0.00	0.00
d-65	V0	BEAM188	60.72	-1.82	1.50	0.00	0.00
d-66	V1	BEAM188	60.72	1.83	1.50	0.00	0.00
d-67	V0	BEAM188	63.72	1.83	1.50	0.00	0.00
d-69	QV 2-19	BEAM188	30.72	0.45	2.10	0.00	0.00
d-68	QV 2-19	BEAM188	30.72	-0.45	2.10	0.00	0.00

In Tab. 3.1 wird der Querschnitt Fachwerksstäbe mit QS abgekürzt. In Kap. A.1 ist für alle Stabquerschnitte an denen DMS angebracht sind ersichtlich, an welchen Positionen die DMS angeordnet sind. Die Messung der Dehnung erfolgt an allen Querschnitten in Stablängsrichtung. Zudem kann in Abb. 3.5 erkannt werden, wo der Ursprung des in Tab. 3.1 verwendeten Koordinatensystems liegt.

3.5 Aufbereitung der Messdaten

Dieses Kapitel befasst sich mit der Aufbereitung der vom installierten Messsystem zur Verfügung gestellten Sensorantworten. Ein spezielles Augenmerk liegt hier auf den Daten der Dehnmesssteifen (DMS), da diese in der Modellanpassung zur Optimierung der Parameter verwendet werden. In Abb. 3.12 sind für einen gemessenen Güterzug an den Sensorverläufen der DMS verschiedene Charakteristiken, wie in Kap. 3.4 erklärt, ersichtlich. Ein gemessener Zug wird allgemein durch den Zeitpunkt der Zugüberfahrt bezeichnet, da so eine eindeutige Zuordnung möglich ist. Hierfür eine exemplarische Kennzeichnung in Gl. (3.1) ersichtlich.

$$\underbrace{2023}_{\text{Jahr}} \underbrace{01}_{\text{Monat}} \underbrace{31}_{\text{Tag}} \underbrace{18}_{\text{Stunde}} \underbrace{43}_{\text{Minute}} \underbrace{17}_{\text{Sekunde}} \quad (3.1)$$

Zudem wird hier das Zeitsystem UTC verwendet um möglichen Zuordnungsfehlern bei Zeitumstellung vorzubeugen.

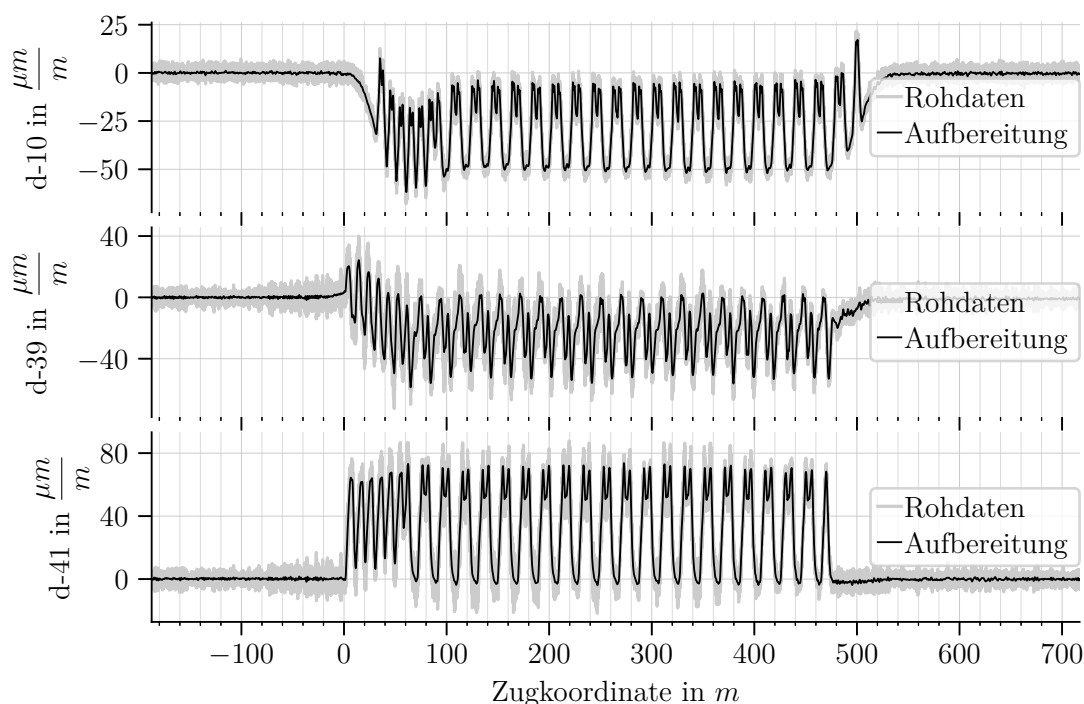


Abb. 3.13: Anwendung des Butterworth Tiefpassfilters auf den Güterzug 20230131_184317

3.5.1 Aufbereitung der DMS-Daten

Die Qualität und Aussagekraft der für die Untersuchung betrachteten Messdaten gilt es grundsätzlich für alle in der Modellanpassung verwendeten Sensoren zu überprüfen. Bei dieser hohen Anzahl an Sensoren kann es vorkommen, dass durch praktische und technische Probleme bei der Sensormontage nicht jeder Sensor die erwartete Antwort liefert. Grundsätzlich ist jedoch zu bewerten, ob Sensoren plausible Daten liefern und für die Modellanpassung herangezogen werden können oder ob diese Daten zu ignorieren sind. Am besten wird diese Bewertungen noch vor einem Modellvergleich durchgeführt, da die spätere Definition der Anpassungsparameter

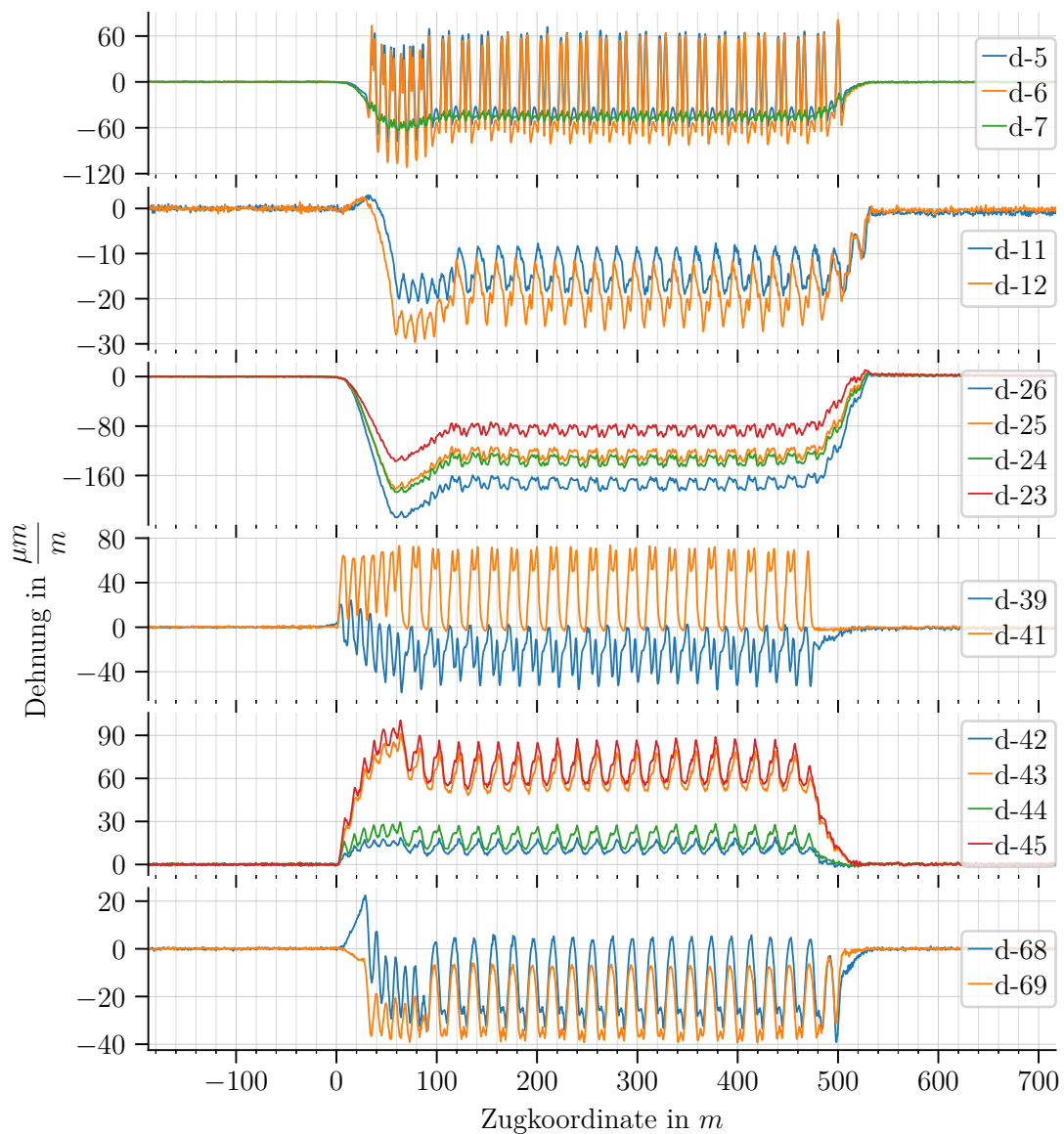


Abb. 3.12: Exemplarische Darstellung von aufbereiteten Sensordaten (nachbearbeitet mit einem Butterworth Tiefpassfilter mit $f_G = 50 \text{ Hz}$ der Ordnung 6) für den Güterzug 20230131_184317 welcher zur Optimierung der Modellanpassung 2 verwendet wurde

im FE-Modell das vorliegende Problem wesentlich verkomplizieren kann. Beispielsweise können verschiedene Randbedingungen die Spannungsverläufe der Berechnung derart beeinflussen, dass im Vergleich zur ersten Berechnung Sensordaten als unbrauchbar eingestuft worden wären.

Um brauchbare Ergebnisse zu erzielen, werden die Messdaten aufbereitet. Mit einem Butterworth-Tiefpassfilter [29] der Ordnung 6 werden die hohen Störfrequenzen aus der Messung entfernt. Hierbei hat sich gezeigt dass die Ordnung des Filters wenig Einfluss hat, insofern diese ausreichend hoch gewählt wurde. Die Ordnung soll jedoch nicht zu hoch gewählt werden, da ansonsten numerische Probleme auftreten können (in diesem Fall ab einer Ordnung von etwa 10). Exemplarisch ist dieser Filter, als auch ein Elliptischer Filter [30] an einer überlagerten Sinusschwingung in Abb. 3.14 angewendet. Das obere Filterkriterium des Butterworth-Tiefpassfilter wurde für die Messdaten mit einer Grenzfrequenz $f_G = 20 \text{ Hz}$ definiert.

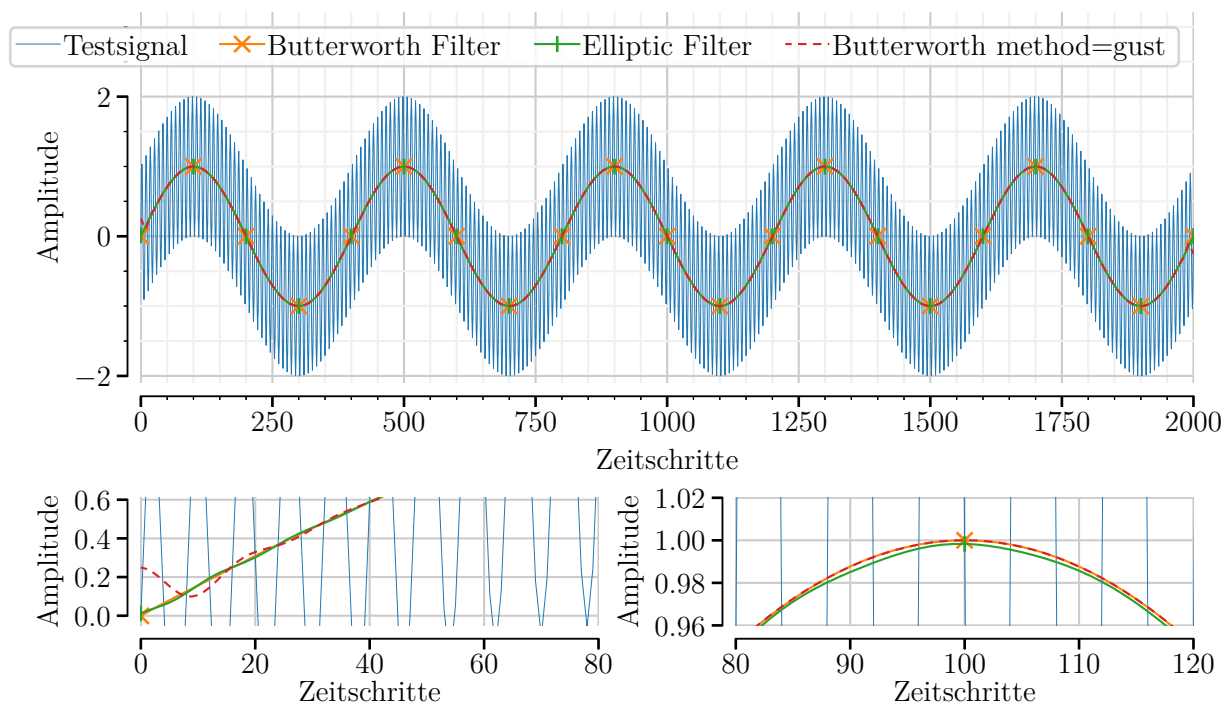


Abb. 3.14: Exemplarische Anwendung von Filtern auf eine generierte Testfunktion $f_{TEST} = \sin(2\pi 5t) + \sin(2\pi 250t)$ mit einem gewählten Zeitschritt $\Delta t = 0.0005s \Leftrightarrow 2000Hz$

Die exemplarische Filterung einiger Rohsensordaten ist für einen gemessenen Güterzug in Abb. 3.13 dargestellt. Hierbei kann erkannt werden, dass die Größenordnung des Sensorrauschen im Verhältnis zu der maximalen Antwort aus den Sensordaten nicht zwingend auf eine zu vernachlässigende Größe führt. Gerade bei Sensoren, die eine niedrige Antwort für überfahrende Züge liefern, oder bei der Betrachtung von kurzen, leichten Zugüberfahrten liefert die Darstellung der gemessenen, unbearbeiteten Dehnungen der DMS einen essenziellen Mehrwert zur Beurteilung der Ergebnisqualität. Aus diesem Grund sind im weiteren Verlauf für alle Vergleiche von Messdaten und Berechnungen die aufbereiteten Daten in hellem Grauton im Hintergrund dargestellt, siehe Kap. A.2 und Kap. A.3.

3.5.2 Achslastmessstelle

Das in Brückenmitte installierte WIM-System (Weigh-in-Motion), siehe Abb. 3.11 und Abb. 3.4a, ist erforderlich, um für die überfahrenden Züge die tatsächliche Überfahrtsgeschwindigkeit sowie deren Achsabstände und Achslasten zu ermitteln. Nur mit Achslasten und Achsabständen als Eingangsdaten kann eine Berechnung der Dehnungen für eine Zugüberfahrt durchgeführt werden. Anhand dieses Messsystems werden folgende Daten der Zugüberfahrten bereitgestellt:

- Zuggeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Zugs und Achsfolgegeschwindigkeit)
- Zuggeometrie (Achsabstände)
- Achslasten und deren Verteilung auf linkes und rechtes Rad (QRD1, QRD2)

Diese Daten werden durch eine Zugerkenung, siehe Tab. 3.2, Fahrzeugerkennung, siehe Tab. 3.3, und Achserkenung, siehe Tab. 3.4, in tabellarischer Form bereitgestellt.

Tab. 3.2: WIM-Zugerkennung für einzelne Lok des Typs 1044

X_{N-1}	v	G
10,90 m	61,61 km/h	88,56 t

In Tab. 3.2 ist exemplarisch dargestellt, welche Daten bei der Zugererkennung für eine Überfahrt zur Verfügung gestellt werden. Die gesamte Zuglänge X_{N-1} , Zuggeschwindigkeit v und Zuggesamtgewicht G werden für jede erkannte Zugüberfahrt dokumentiert.

Tab. 3.3: WIM-Fahrzeugererkennung für einzelne Lok des Typs 1044

Fahrzeugnr.	Type	Anzahl der Fahrzeuge n_F	Anzahl der Achsen n_P	v_F	G_F
1	1044	1	4	61,64 km/h	88,56 t

In Tab. 3.3 ist exemplarisch dargestellt, welche Daten für die Fahrzeuge einer Zugüberfahrt zur Verfügung gestellt werden. Hier wird für jedes Fahrzeug die Anzahl der Fahrzeuge n_F und die Anzahl der Achsen n_P festgehalten. Aber auch die Geschwindigkeit des Fahrzeugs v_F und die Masse des Fahrzeugs G_F wird für jedes Fahrzeug bereitgestellt.

Tab. 3.4: WIM-Achserkennung für einzelne Lok des Typs 1044

Achsnr.	Fahrzeugnr.	x_P	v_P	QRD1	QRD2	QDR1 _{max}	QRD2 _{max}
1	1	0,000 m	61,57 km/h	11,56 t	11,51 t	13,12 t	11,95 t
2	1	2,900 m	61,57 km/h	10,31 t	11,46 t	10,77 t	11,99 t
3	1	8,006 m	61,64 km/h	11,43 t	11,49 t	12,90 t	12,02 t
4	1	10,902 m	61,64 km/h	10,08 t	10,73 t	10,70 t	11,43 t

In Tab. 3.4 exemplarisch für eine Zugüberfahrt dargestellt, welche Daten für jede Achse bereitgestellt werden. Neben einer Nummerierung zur Zuordnung der Fahrzeugererkennung wird für jede Achse die Achskoordinate x_P , Achsgeschwindigkeit v_P , linke Achslast QRD1, rechte Achslast QRD2_{max}, als auch deren Maximen QRD1 und QRD2_{max} festgehalten.

3.6 Validierung der vorliegenden Messdaten

In diesem Unterkapitel gilt es problematische Charakteristiken in den vorliegenden Messdaten zu behandeln. Bei einer genaueren Untersuchung der mit dem WIM-System aufgezeichneten Zugdaten, welche die Grundlage für die Modellanpassung bilden, konnten zum Teil nicht plausible Effekte erkannt werden:

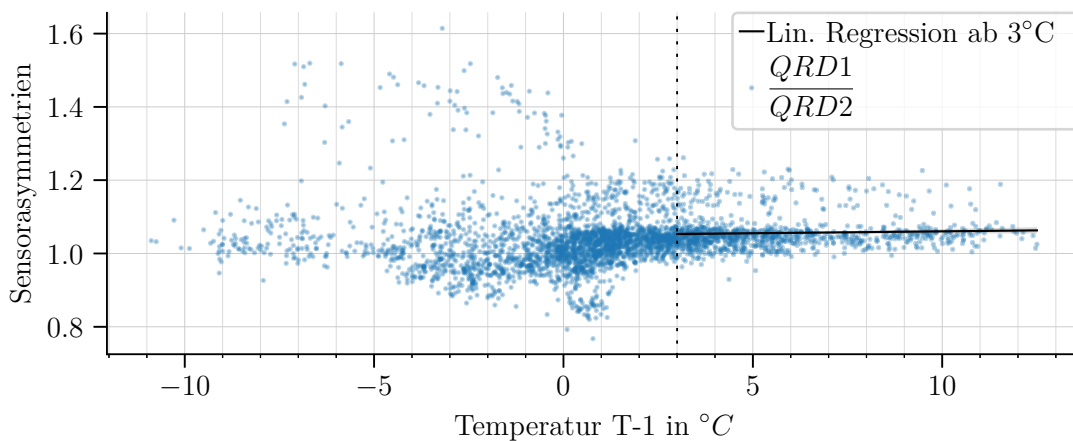
1. Achslastverteilung bei den einzelnen Drehgestellen

Die Belastung der Brücke durch die erste auffahrende Achse bildet sich stärker als zufolge der zweiten Achse. Dieses Muster ist bei allen Überfahrten von Drehgestellen in verschiedenen Ausprägungen zu erkennen.

2. Achslastverteilung der linken zur rechten Radlast eines Radsatzes (QRD1/QRD2)

Die Achslasten in Brückenmitte scheinen sich mehr auf die linke Brückenseite zu verlagern.

Wenn die Achslastverteilung QRD1/QRD2 des WIM-Systems in Abhängigkeit der Temperatur des Tragwerks dargestellt werden, können zudem weitere interessante Effekte erkannt werden, siehe Abb. 3.15. Dazu ist eine Verknüpfung der jeweiligen Messdaten der Zugüberfahrten aus den



H

Abb. 3.15: Identifizierte Temperaturabhängigkeit beim Verhältnis der Achslasten durch die Weigh-in-Motion (WIM) Messanlage

verschiedenen Messsystemen notwendig, da das WIM-System ein eigenes unabhängiges Messsystem bildet. Werden die Züge richtig zugeordnet, können beispielsweise die Achslastverteilung der linken zur rechten Radlast eines Radsatzes (QRD1/QRD2) gegen die gemessene Tragwerkstemperatur aufgetragen werden. Anhand der für diese Untersuchung verwendeten Messdaten im Zeitraum 25.10.2022 bis 25.2.2023 kann festgestellt werden, dass die gemessenen Achslasten ab einer Temperatur kleiner 0°C plötzlich anders erkannt werden. Zudem ist erkennbar, dass über 3°C eine weitgehende Temperaturunabhängigkeit der Achslastmessdaten vorliegt. Da es aus der bisherigen Untersuchung keine Erklärung einer tatsächlichen Verschiebung der Achslasten durch Temperatureffekte gibt, sind die Daten unter 3°C mit Vorsicht zu behandeln. Neben der Temperaturabhängigkeit kann auch festgestellt werden, dass bei der Betrachtung der Messdaten für einen Zug der Maximalwert der linken Radlast der Züge stets höher liegt als jener der rechten Radlast. Auch diese Verteilung der Achslast in Querrichtung der Brücke lässt sich allgemein für alle Züge nicht erklären. Zudem liegt keine planmäßige Querneigung und kein Gleisbogen an der betrachteten Strecke und damit der Brücke vor.

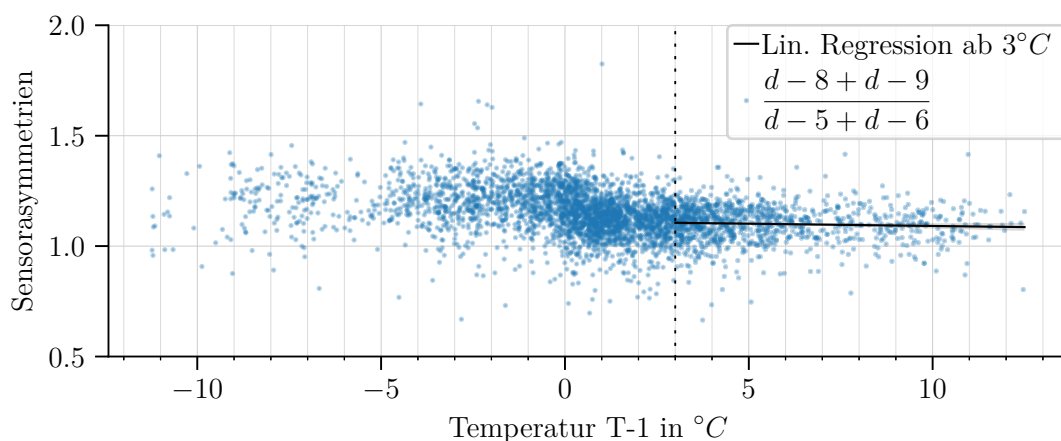


Abb. 3.16: Identifizierte Temperaturabhängigkeit beim Verhältnis der Achslasten durch Messdaten der DMS an den Schwellenträgern in Brückenmitte

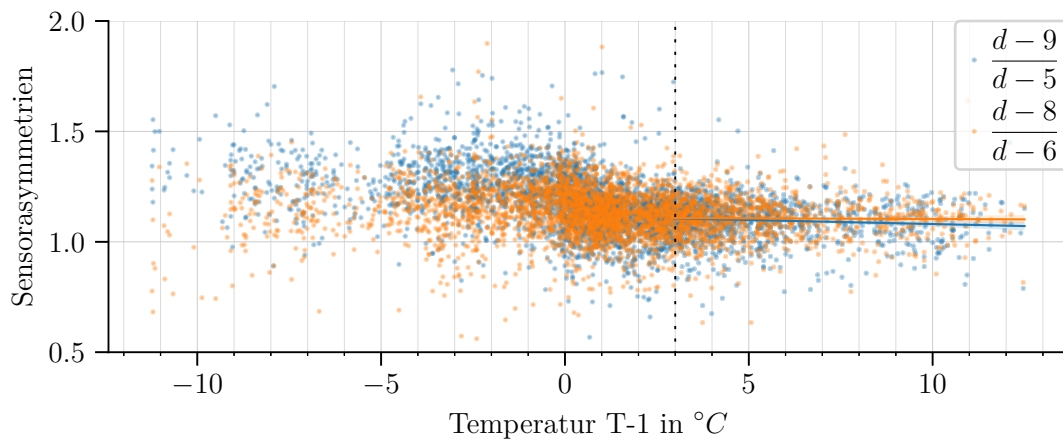


Abb. 3.17: Identifizierte Temperaturabhängigkeit beim Verhältnis der Achslasten durch Messdaten der DMS an den Schwellenträgern in Brückenmitte

Da ein umfassendes Sensorsystem angebracht wurde, lassen sich die Messfehler des WIM-Systems auch mit den Sensorantworten der Dehnmessstreifen (DMS) auf zwei Arten validieren. Einerseits durch die Betrachtung der Sensoren am Schwellenträger in der Brückenmitte (d-5, d-6, d-8 und d-9) und andererseits durch die am Gleis noch vor der Brücke montierte Sensorgruppe (d-70, d-71, d-72 und d-73).

1. Durch einen Vergleich mit Dehnmessstreifen am Schwellenträger in Brückenmitte kann erkannt werden, dass auch hier immer temperaturabhängige Effekte vorliegen. Die Position der betrachteten Sensoren entspricht in Brückenlängsrichtung jener des WIM-Systems, jedoch sind die untersuchten Sensoren am Schwellenträger und nicht am Gleis selbst montiert. In Abb. 3.16 können bei einer Betrachtung des Verhältnisses der Dehnungen am linken und rechten Schwellenträger ähnliche Temperaturabhängigkeiten erkannt werden. In Abb. 3.17 wird die Summe der Sensoren über die Schwellenträger ins Verhältnis gesetzt und auch hier die gleiche Problematik erkannt. Wie bei der Achslastverteilung (QRD1/QRD2) aus den zur Verfügung gestellten WIM-Daten lässt sich erkennen, dass die Belastungen auf den linken und rechten Schwellenträger nicht gleichmäßig verteilt sind. Die Größe der Verhältniszahlen liegt aber für die Zugdaten aus dem WIM-System und die Sensorantworten der DMS in verschiedener Größenordnung.
2. Durch Untersuchung einer Gruppe von Dehnmessstreifen an den Schienen (d-70–d-73) kurz nach dem Brückeneende auf der Seite des Widerlagers Salzburg, siehe Abb. 3.11, kann keine stark ausgeprägte Temperaturabhängigkeit erkannt werden. Diese Gegenüberstellung ist für eine gemessene der Brückenmitte gemessenen Bauteiltemperatur in Abb. 3.19 dargestellt. Die globale Position der an den Schienen applizierten DMS ist in Abb. 3.11 dargestellt, die Anordnung am Schienenquerschnitt ist in Abb. 3.18 erkennbar. Hier entspricht die Position der betrachteten Sensoren in Brückenlängsrichtung nicht jener des WIM-Systems, jedoch sind die untersuchten Sensoren, wie auch das WIM-System, am Gleis montiert. Bei dieser Betrachtung ist eine größere Asymmetrie der maximal gemessenen Dehnungen zu erkennen. Damit kann ebenfalls auf eine Asymmetrie der Radlasten von Drehgestellen rückgeschlossen werden. Dies kann allerdings auf den Einfluss des anschließenden Gleisbogens zurückzuführen sein.

Durch diese Untersuchung soll aufgezeigt werden, dass es Effekte gibt, die zu einer unterschiedlichen Aufteilung der linken und rechten Achslast führen. Doch wie diese über die Brückenlänge

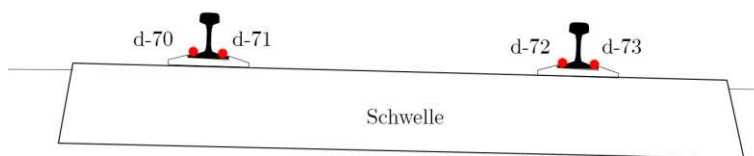


Abb. 3.18: Dehnmessstreifen an den Schienen (d-70–d-73) im Querschnitt, Blickrichtung gleich der Hauptfahrtrichtung

verteilt sind und ob die richtige Lösung in den gemessenen Daten gefunden werden kann ist fraglich. Dennoch können diese Betrachtungen der vorliegenden Daten für eine weitere Modellanpassung der Brücke nützlich sein.

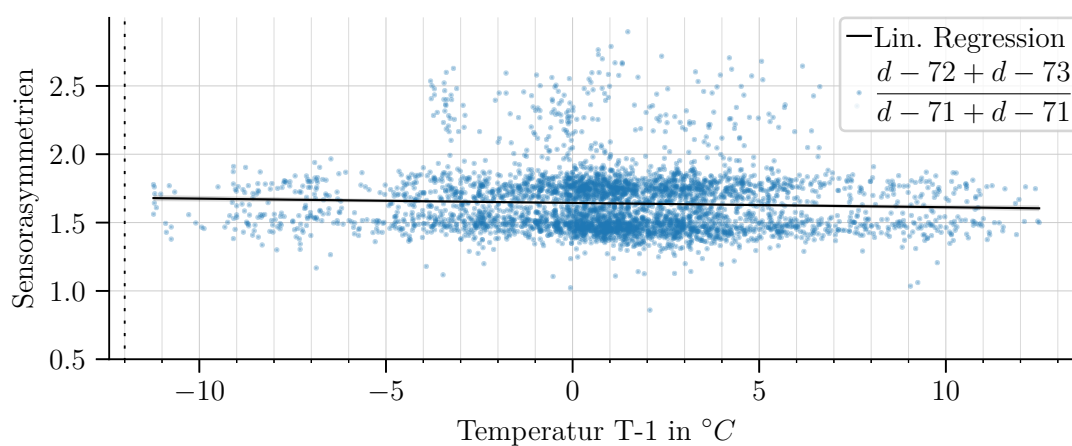


Abb. 3.19: Temperaturunabhängigkeit des Verhältnisses der Achslasten durch Messdaten der DMS an den Gleisen vor der Brücke

3.7 FE-Modellierung der Brücke

Da grundsätzlich die Modellierung des FE-Modells als Basis für die weitere Optimierung dient, ist die Berechnungsgeschwindigkeit bzw. Berechnungsdauer von diesem von wesentlicher Bedeutung der Optimierung. So gilt es ein räumliches FE-Modell zu erstellen, das dem Grundsatz folgt: so einfach wie möglich und so komplex wie erforderlich. Alle Elemente, die eine Schlankheit von Spannweite L : Querschnittshöhe $H > 8$ überschreiten, werden somit als schubnachgiebige Balkenelemente (BEAM188) modelliert.

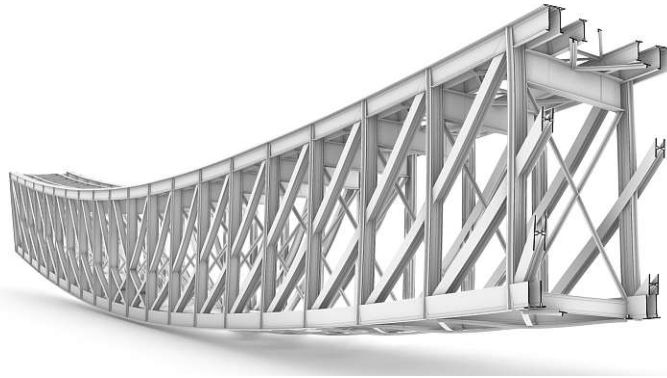


Abb. 3.20: Verformung des 3-D FE-Modells unter Eigengewicht

In Abb. 3.20 ist der Detaillierungsgrad des Gesamtmodells durch die industriellen Profilen zusammengesetzten Stabquerschnitte in groben Zügen erkennbar. Bereits hier kann der Einfluss der hohen Schiefe α des untersuchten Tragwerks in Form von leichten Verdrehungen des Brückenquerschnitts an den Widerlagern erkannt werden. Die statisch unbestimmte Lagerung durch Auflager an den Hauptfachwerken als auch an den Schwellenträgern führt in Kombination mit den hohen Schiefe α zu Zwängen. Diese schon im Modell ersichtlichen Zwänge haben sich über die Lebensdauer der Brücke zu Schäden entwickelt. Auch wenn diese Schäden nicht für den Grenzzustand der Tragfähigkeit des Tragwerks von Relevanz sind, ist dennoch Einfluss auf die Lebensdauer des Tragwerks in Form von erhöhter Materialermüdung gegeben.

3.7.1 Modellierung der aufgelösten Fachwerkstäbe

Prinzipiell wurden die für die Berechnung modellierten Stabquerschnitte anhand der Bestandspläne möglichst genau abgebildet. Bei mehreren Stabquerschnitten gibt es aber auch Querschnittsaussteifungen, die sich aus aufgelösten Gitterstäben zusammensetzen, siehe Abb. 3.21.

Da ein einfaches und recheneffizientes FE-Modell gebildet werden soll, ist die Modellierung durch eine Umrechnung der tatsächlichen Stegbreite der aufgelösten Gitterstäbe t^{prime} auf eine rechnerischen Ersatzstegdicke t^* ein plausibler Ansatz. Bei diesem Ansatz wird für die aufgelösten Gitterstäbe eine fiktive, Stegdicke t^* eines durgehenden Stegbelchs festgelegt, welche unter der Annahme gleicher Steifigkeitseigenschaften bestimmt werden kann. Wird die rechnerische Ersatzstegdicke t^* als variierender Parameter eingeführt, so ist in der Softwareimplementierung von Spaceclaim¹ mit ANSYS eine erneute Netzgenerierung des FE-Netzes notwendig, was die Berechnungsdauer des FE-Modells vervielfacht. Bei der Untersuchung des modellierten Tragwerks bedeutet dieser Schritt je nach Modellierungstiefe eine Erhöhung der Berechnungsdauer um einen Faktor 2–3.

¹verwendete Modellierungssoftware um die Geometrie für die Berechnung in ANSYS Mechanical aufzubereiten

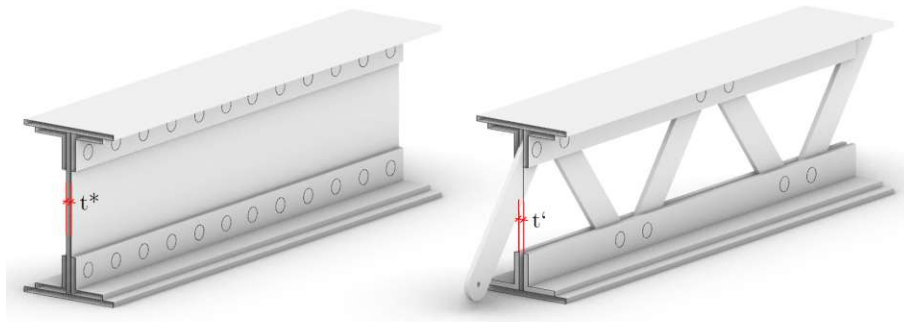


Abb. 3.21: Modellierungsproblematik der aufgelösten Gitterstege

Um die rechnerische Ersatzstegdicke t^* aus den Parametern der Modellanpassung streichen zu können, wird folgende Annahme getroffen: Die Hauptaufgabe der Gitterstäbe besteht darin, dass die aus L-Profilen zusammengesetzten Ober- und Untergurte der Fachwerkskonstruktion in Position gehalten werden. Somit wirken die zusammengesetzten Gurte ähnlich zu einzelnen Querschnitten und die Steifigkeit des aufgelösten Stegs kann näherungsweise vernachlässigt werden.

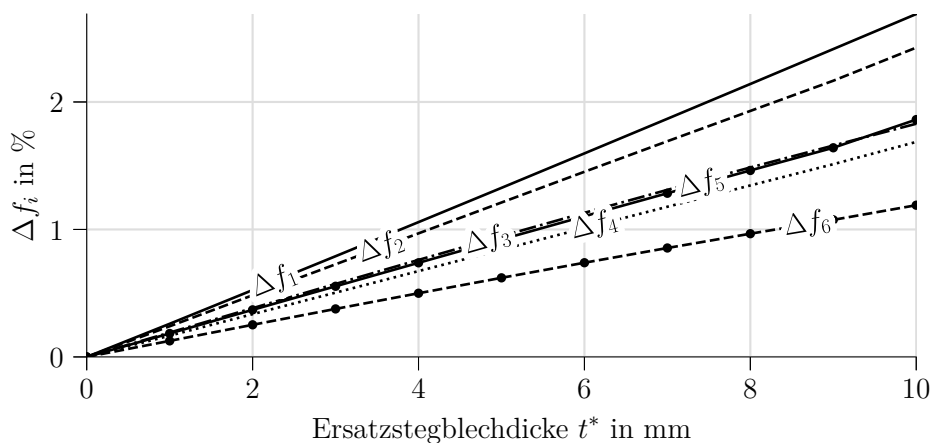


Abb. 3.22: Einfluss der modellierten Stegdicke (für alle Querschnitte mit aufgelösten Stäben im Modell der Brücke) auf die Änderung der Eigenfrequenzen $\Delta f_i = f_i : f_{i,t=0}$

Um dennoch zu erfassen, welchen Einfluss verschiedene rechnerische Ersatzstegdicken t^* auf das System haben, wird eine experimentelle Untersuchung durchgeführt. Hierbei werden mehrere Modalanalysen für verschiedene Werte von t^* durchgeführt und die Änderung auf die Eigenfrequenzen Δf_i gegen die rechnerische Ersatzstegdicke t^* aufgetragen, siehe Abb. 3.22. Da eine denkbar sinnvolle Annahme im Fehlerbereich von maximal 1,0% liegt, wird die Größe des Fehlers vernachlässigt und das Modell mit einer rechnerischen Ersatzstegdicke $t^* = 0 \text{ mm}$ für alle Querschnitte mit aufgelösten Stegen berechnet.

3.7.2 Modellierung der Querträger

Die Querträger übertragen die Lasten aus dem Schwellenträger in die vertikalen Steher der Hauptfachwerke des Brückenquerschnitts. Durch diese direkte Nähe zur Lasteinleitung weisen

Dehnungsverläufe von am Querträger applizierten Sensoren eine lokale oder semilokale Charakteristik auf. So könne in diesen Verläufen einzelne Drehgestelle überfahrender Züge gut erkannt werden.

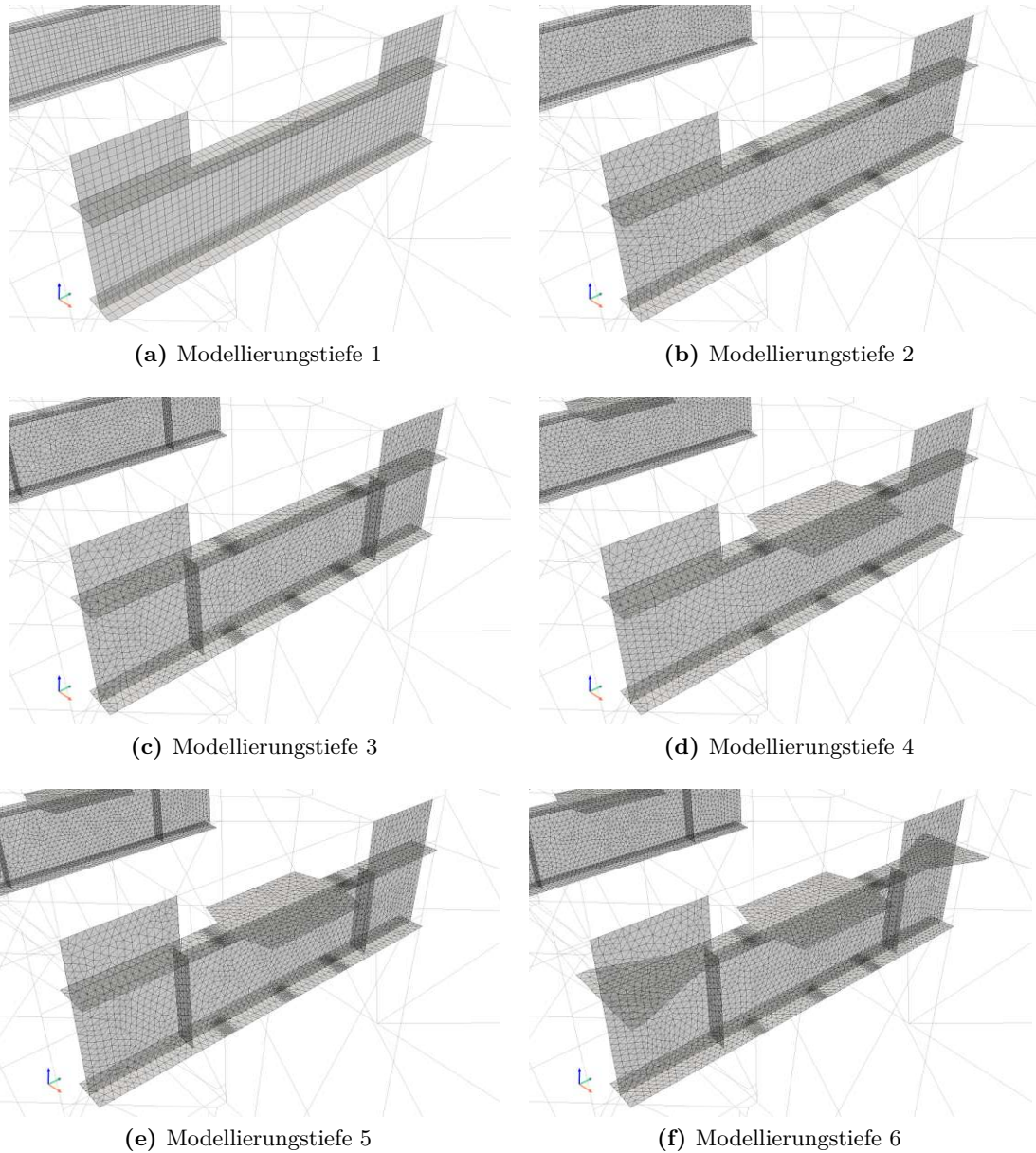


Abb. 3.23: Verschiedene Modellierungstiefen des Querträgers

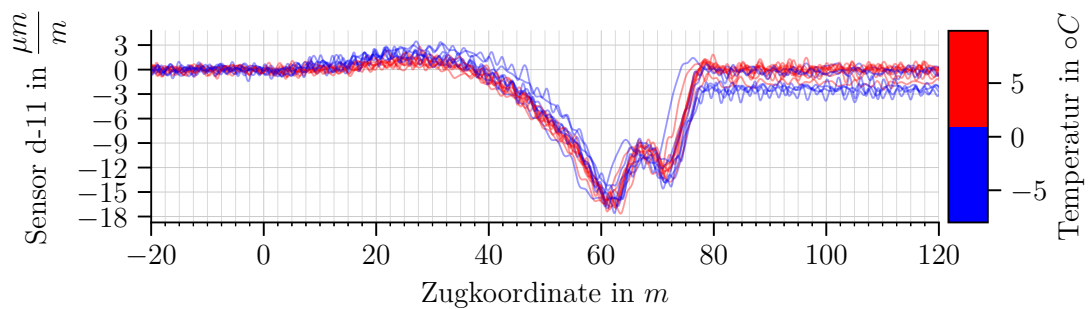
Da die Geometrie der Querträger sehr komplex ist, siehe Abb. 3.3 und zudem ein relativ gedrungener Träger vorliegt (Spannweite L : Querschnittshöhe $H \approx 5,52$ für einen fiktiven Ersatzträger) ist die Modellierung mit Balkenelementen bedingt sinnvoll. Auch wenn das Verhältnis $L : H$ von 5,52 noch zu sinnvollen Ergebnissen führen kann, so ist es praktisch einfacher die Querträger mit Balkenelementen (BEAM188) zu modellieren, da die Querträger über die Breite des Brückenquerschnitts verschiedene Steifigkeitseigenschaften aufweisen.

Da aber gerade am Querträger in der Brückenmitte viele Sensoren angebracht sind und zugleich die Änderung der Randbedingungen, damit möglicher Parameter der Modellanpassung nur zu

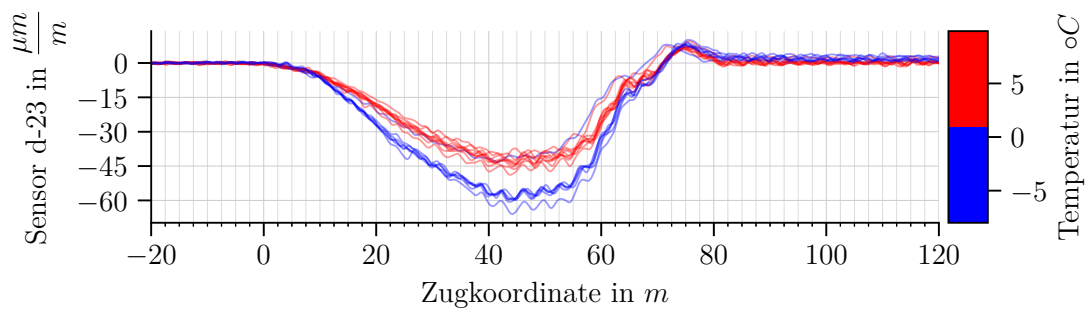
vernachlässigenden Einfluss auf die berechneten Dehnungsverläufe hat, wird untersucht, welchen Einfluss verschiedene Modellierungstiefen auf die Ergebnisse haben. Da diese Sensorverläufe unabhängig von den später identifizierten Parametern sind, können die Ergebnisse auch mit einer tatsächlichen Zugüberfahrt verglichen werden. Im Vergleich der Dehnungen an den verschiedenen Modellierungstiefen zeigt sich ein wesentlicher Einfluss auf die berechneten Verläufe für die applizierten Sensoren am Querträger selbst, aber zum Teil auch auf andere berechnete und dargestellte Positionen. Die abgebildeten Modellierungstiefen, siehe Abb. 3.23, werden jeweils für alle Querträger des Tragwerks durchgeführt. Hier wird die verschieden modellierte und diskretisierte Querträgergeometrie, als auch die unterschiedlichen Übergangsgeometrien (Schalenelemente und Starrstäbe) berücksichtigt. Die Modellierungstiefe reicht von einer einfachen Bearbeitung mit kurzer Berechnungsdauer (Modellierungstiefe 1), bis zu einer aufwendigeren Struktur mit Steifen, Anschlussblechen und Berücksichtigung von geometrischer Kompatibilität mit wesentlich höherer Berechnungsdauer (Modellierungstiefe 6):

- **Modellierungstiefe 1**
bezeichnet das Ausgangsmodell dieser der Modellierungsuntersuchung. In dieser Ausgangsmodellierung werden bereits die Blechdicken an allen Stellen des Querträgers richtig abgebildet. Auch wenn die Geometrie der Anschlussbleche in der Darstellung nicht ersichtlich ist, so ist beispielsweise die obere Kopfplatte, welche den Anschluss zum Schwellenträgerverband bildet (ab Modellierungstiefe 3 in Abb. 3.23c vollständig abgebildet) bereits in der dort erhöhten Dicke des Blechs enthalten. Ebenfalls berücksichtigt ist, dass die oberen schlanken Flügelblechen im Bereich des Querträgers stark an die tatsächliche Verformung des Schwellenträgers gekoppelt sind. Dies ist durch die Implementierung von Starrstäben sichergestellt.
- **Modellierungstiefe 2**
ist eine Verfeinerung der Modellierungstiefe 2, in welcher die Geometrie nicht verändert wird. Der Unterschied liegt einzig in einer FE-Netzverfeinerung an den Stellen der am untersuchten Tragwerk applizierten Sensoren. Dadurch wird an den untersuchten Stellen die Elementgröße von 5,0 cm auf 0,5 cm reduziert. Zudem wird die Anzahl der Elemente im System um etwa $\frac{1}{3}$ erhöht.
- **Modellierungstiefe 3**
ist eine Verfeinerung der Modellierungstiefe 2 durch eine Modellierung der Laststeifen im Bereich unter den Schwellenträgern. Da diese Modellierungstiefe bereits gute Ergebnisse liefert und die Berechnungszeit wesentlich geringer ist, als bei den weiteren Modellierungstiefen, wird Modellierungstiefe 3 für die weiteren berechneten Modellanpassungen 1–3 verwendet.
- **Modellierungstiefe 4**
ist eine Verfeinerung der Modellierungstiefe 2 durch eine Modellierung des Anschlussblech zum Schwellenträgerverband. Dadurch werden gerade die ausgewerteten Verläufe am Obergurt des Querträgers beeinflusst.
- **Modellierungstiefe 5**
ist eine Verfeinerung der Modellierungstiefe 2 durch die Anpassungen aus Modellierungstiefe 3 als auch Modellierungstiefe 4.
- **Modellierungstiefe 6**
ist eine Verfeinerung der Modellierungstiefe 5. Hier werden werden die Keilförmigen Anschlussbleche an die Obergurute der Hauptfachwerke ergänzt. Die Verformung der eingefügten Bleche wird mit den Obergurten der Hauptfachwerke durch die Implementierung von Starrstäben verknüpft.

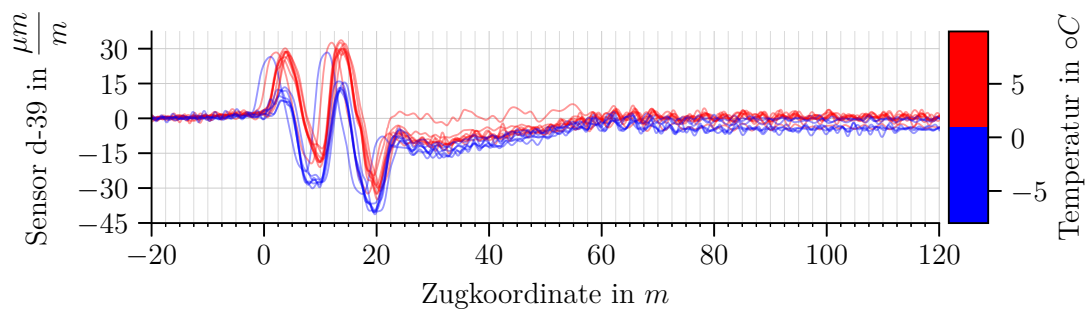
Die Unterschiede der Modellierung sind in einem Vergleich der berechneten Ergebnisse $M(\tilde{t}, \tilde{s})$ an den verschiedenen Modellierungstiefen für alle Sensoren in Abb. A.3 bis Abb. A.6 im Detail ersichtlich. Besonderes Augenmerk ist hier auf die Sensoren d-31 bis d-41 zu legen, welche am Querträger angeordnet sind. Mit einer höheren Modellierungstiefe ist stets eine längere Berechnungsdauer verbunden, jedoch nicht zwingend ein besseres Ergebnis. Das ist zudem auch sehr plausibel, da auch Modellierungstiefe 6 noch eine wesentliche Vereinfachung der tatsächlich genieteten Stahlfachwerkskonstruktion darstellt. Damit konnte eine sinnvolle Modellierung in den Modellierungstiefen 2–5 identifiziert werden.



(a) Temperatureinfluss auf d-11



(b) Temperatureinfluss auf d-23



(c) Temperatureinfluss auf d-39

Abb. 3.24: Gemessene Dehnungswerte bei Loküberfahrten mit dem Typs 1016 bei verschiedenen Temperaturen T_1 des Tragwerks

3.7.3 Grenzen der Modellierung

Aus einer detaillierten Analyse der Messdaten zeigen sich tatsächlich auftretende, temperaturabhängige Effekte an der realen Brücke. Einerseits bei der Auswertung der Zugdaten mit dem WIM-System als auch bei den Dehnungsverläufen von verschiedenen Zugüberfahrten. Um Temperatureffekte gut erkennen zu können, wurden anhand der WIM-Daten zunächst alle Zugüberfahrten im Zeitraum 25.10.2022 bis 25.2.2023 nach einzelnen Loks des Typs 1116 gefiltert. Im betrachteten Zeitraum konnten zumindest 16 Überfahrten von Loks dieses Typs erkannt werden. Werden nun alle Zugüberfahrten überlagert, jeweils für einen Sensor betrachtet und in Abhängigkeit der Temperatur betrachtet, können interessante Effekte erkannt werden. Die hierfür verwendeten Temperaturen stammen von dem am Untergurt des Hauptfachwerks in Brückenmitte montierten Temperatursensor T-1. Besonders beim gemessenen Dehnungsverlauf von d-11, d-23 und d-39 sind signifikante Temperatureffekte zu erkennen (siehe Abb. 3.24). In der vereinfachten statischen Berechnung nach Theorie I.O. können diese Effekte nicht abgebildet werden. Jedoch kann diese Problematik in der Berechnung umgangen werden, nur Zugüberfahrten betrachtet werden für welche die Bauteiltemperatur beispielsweise über 5°C liegt

3.8 Definition der zu optimierenden Parameter

Die Definition der zu optimierenden Parameter ist sehr eng mit der maximal erreichbaren Qualität einer Modellanpassung verknüpft. Das liegt daran, dass die Parameter der Optimierung die Unbekannten und nicht direkt bestimmbar Einflüsse auf die untersuchte Struktur abbilden.

Die Parameter der Brücke können grundsätzlich beliebig gewählt werden. Hierbei soll jedoch überprüft werden, ob die Parameter folgende Kriterien erfüllen, damit ein gut kalibrierbares Ausgangsmodell für die Modellanpassung vorliegt:

1. Der untersuchte Parameter hat Einfluss auf die Berechnungsgrundlage und damit auf die Zielfunktion. Das ist mit einer entsprechenden Empfindlichkeit gegenüber der Zielfunktion definiert.
2. Der untersuchte Parameter hat eine kausale Grundlage und kann tatsächlich dazu beitragen, das System besser abzubilden.
3. Der untersuchte Parameter ist unabhängig von anderen Parametern und kann nicht indirekt von diesen beschrieben werden.

Die Anzahl der maximal sinnvoll wählbaren Parameter steht in Abhängigkeit zur Menge der vorliegenden Daten. Werden beispielsweise im Zuge einer in-situ Messung nur 5 Eigenfrequenzen und Eigenformen ermittelt, wäre es nicht sinnvoll, mehrere Dutzend Parameter im FE-Modell anzupassen. Werden zu viele Parameter für zu wenig Messdaten gewählt und zueinander optimiert, besteht die Gefahr einer Überanpassung. Bei der Definition von zu wenigen Parametern ist auch eine Unteranpassung des Systems möglich, diese ist aber grundsätzlich mit geringeren möglichen Fehlern als eine Überanpassung verbunden. Um nun eine Überanpassung zu vermeiden, kann einerseits eine möglichst geringe Anzahl an Parametern definiert werden oder andererseits die Menge der Messdaten erhöht werden.

Liefert die Berechnung des Modells Ergebniswerte, die bereits sehr nahe an der Messung liegen, so können die Ergebnisse der Optimierung als erste Kontrolle genutzt werden. In diesem Sinn kann in einer experimentellen Validierung überprüft werden, ob Plausibilität vorliegt. Beispielsweise sind Anhaltspunkte, ob die Steifigkeitsparameter der Auflager sehr stark variieren oder in zu erwartenden Grenzen bleiben (und damit beispielsweise steife Randbedingungen abbilden).

3.8.1 Parametrisierung von Biegungseffekten durch eine Auflagerexzentrizität

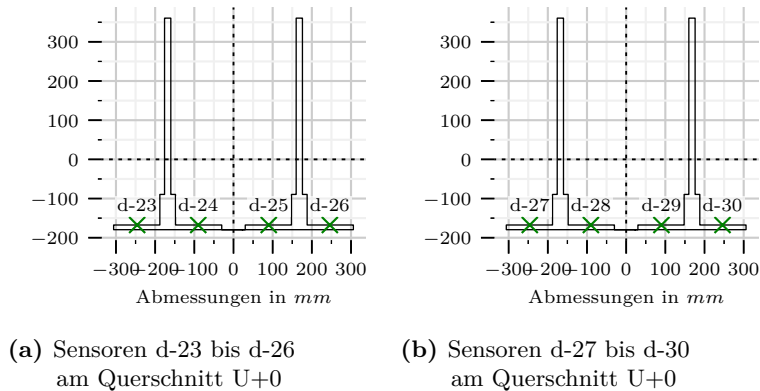


Abb. 3.25: Sensorpositionen und deren Bezeichnung an den jeweiligen Stabquerschnitten. Alle weiteren Querschnitte und Sensorpositionen in Abb. A.2 des Anhangs ersichtlich

An einem Querschnitt in unmittelbarer Nähe zum Auflager sind über den Querschnitt hinweg vier Dehnmessstreifen angeordnet (siehe Abb. 3.25a und Abb. 3.25b). Aus der Analyse der bei diesen Sensoren gemessenen Dehnungen bei Zugüberfahrt kann jedenfalls eine einachsige Biegung erkannt werden. Zur Biegung um die y -Achse kann aufgrund der einaxialen Sensoranordnung anhand der Messdaten keine Aussage getroffen werden. Die Biegung um die z -Achse ist beispielsweise in den Messdaten der Sensoren d-23 bis d-26 zu erkennen. Die Dehnungsantworten dieser Sensoren sind exemplarisch für den Güterzug 20230131_184317 in Abb. 3.26 ersichtlich. Es kann erkannt werden, dass die Sensoren d-23 und d-26, welche an den Rändern des Gesamtquerschnitts U+0 liegen, die Grenzwerte aller Sensoren bilden. Die Sensoren d-24 und d-25 liegt räumlich, aber auch in ihrer Dehnungsantwort, zwischen den anderen Sensoren. In guter Näherung ist durch die betrachtete Sensorgruppe also eine Kombination von Biegung und Normalkraft in den Messdaten zu erkennen.

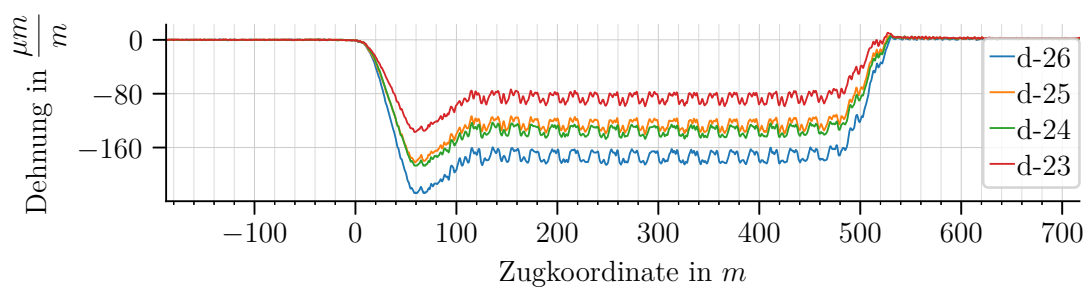


Abb. 3.26: Exemplarische Darstellung von Biegungseffekten in den aufbereiteten Sensordaten (nachbearbeitet mit einem Butterworth Tiefpassfilter mit $f_G = 50 \text{ Hz}$ der Ordnung 6) für den Güterzug 20230131_184317

Im Zuge einer experimentellen Analyse wurde untersucht, wie diese Biegung in das Tragwerk eingebracht wird. Dabei war der durch den Druck an der Widerlagerwand entstandene Zwang (P7–P10) im Fokus, führte aber als alleiniger Parameter letztlich zwar zu Biegungseffekten, doch nicht in der gesuchten und erforderlichen Größenordnung.

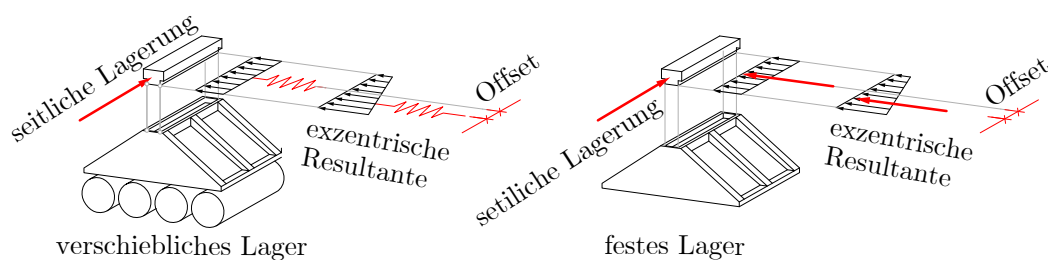


Abb. 3.27: Implementierung von exzentrischen Einleitungen der resultierenden Auflagerkräfte an den Hauptbrückenlagern aufgrund der vorhandenen Auflagergeometrie

Um damit auch die Antwort dieser Sensoren bei der Berechnung einer Zugüberfahrt mit dem FE-Modell qualitativ abbilden zu können, wurden die Auflagerexzentrizitäten gemäß Abb. 3.27 als anzupassende Parameter implementiert. Der theoretische Hintergrund ist, dass die Spannungsverteilung über die Auflagerkante unbekannt ist und die horizontale, resultierende Auflagerkomponente am „Flächenschwerpunkt“ dieser Spannungsverteilung wirkt. Ist nun eine geometrische Imperfektion durch eine Verdrehung des Auflagers zum Tragwerk gegeben (was unter der Betrachtung der Langzeitverformungen an der Widerlagerwand durchaus denkbar ist) könnte sogar der Extremfall auftreten, dass die horizontale Auflagerkraft konzentriert am äußersten Punkt des Auflagers übertragen wird.

3.8.2 Parametrisierung des Drucks aus der Widerlagerwand

Wie bereits bei der Erklärung der Brücke angedeutet wurde, hat sich eine der Widerlagerwände dermaßen verformt, sodass diese nun auf dem letzten Steher des Hauptfachwerks ruht. Wie groß dieser Einfluss auf die tatsächlichen Spannungen des Tragwerks ist, kann mit einfachen Methoden nicht ermittelt werden. Dennoch wird versucht zu ermitteln, welchen Einfluss der zusätzliche Zwang auf die Spannungsschwingbreite bei Zugüberfahrten hat.

Grundsätzlich wird der Zwang durch 4 Federkonfigurationen berücksichtigt. Diese unterscheiden sich in ihrer Wirkungsrichtung und in ihrem Angriffspunkt. Jeder dieser Konfigurationen ist gemäß Abb. 3.29 als eigener Parameter definiert und kann damit unabhängig von den anderen Parametern angepasst werden. Hierbei ist auch indirekt die Annahme verbunden, dass der untersuchte Bereich zu jedem Zeitpunkt einer Zugüberfahrt auch tatsächlich überdrückt ist. Ist dies nicht der Fall, so sind die Grenzen der linearen Theorie erreicht und damit auch die sehr schnellen Berechnungen der Spannungen in Form von Einflusslinien nicht möglich.

3.8.3 Parametrisierung der Schädigung am Schwellenträger in Auflagernähe

Wenn bereits eine Schädigung festgestellt wurde ist es nicht zwingend trivial, zu bestimmen welche Auswirkungen die Schädigung auf das Tragverhalten hat. In Abb. 3.4c ist ein vorhandener Riss abgebildet, den es durch die Implementierung eines Parameters in der Modellanpassung zu berücksichtigen gilt, um auch für diese Bereiche bessere Ergebnisse in der Berechnung zu erreichen. Grundsätzlich sind die von Rissbildung betroffenen Schwellenträger als schubnachgiebige Balkenelemente modelliert.

Bei einer augenscheinlichen Begutachtung der geschädigten Stelle direkt vor Ort war ersichtlich, dass infolge Zugüberfahrt eine rissbedingte Verformung des Schwellenträgers in vertikaler Richtung direkt neben dem Auflager auftritt. Zudem sollte der betroffene Balken neben dem frei drehbaren Auflager kaum Biegespannungen aufweisen. Um also den Riss möglichst einfach im Modell zu berücksichtigen, wird die Schubsteifigkeit G für das benachbarte Balkenelement durch die

Implementierung eines Parameters variiert. Hierbei ist wichtig, dass die Belastung am letzten Punkt des Tragwerks für den Knotenpunkt erfolgt, an jenem eine erhöhte Verformungen durch die eingeführte Parameterdefinition auftritt.

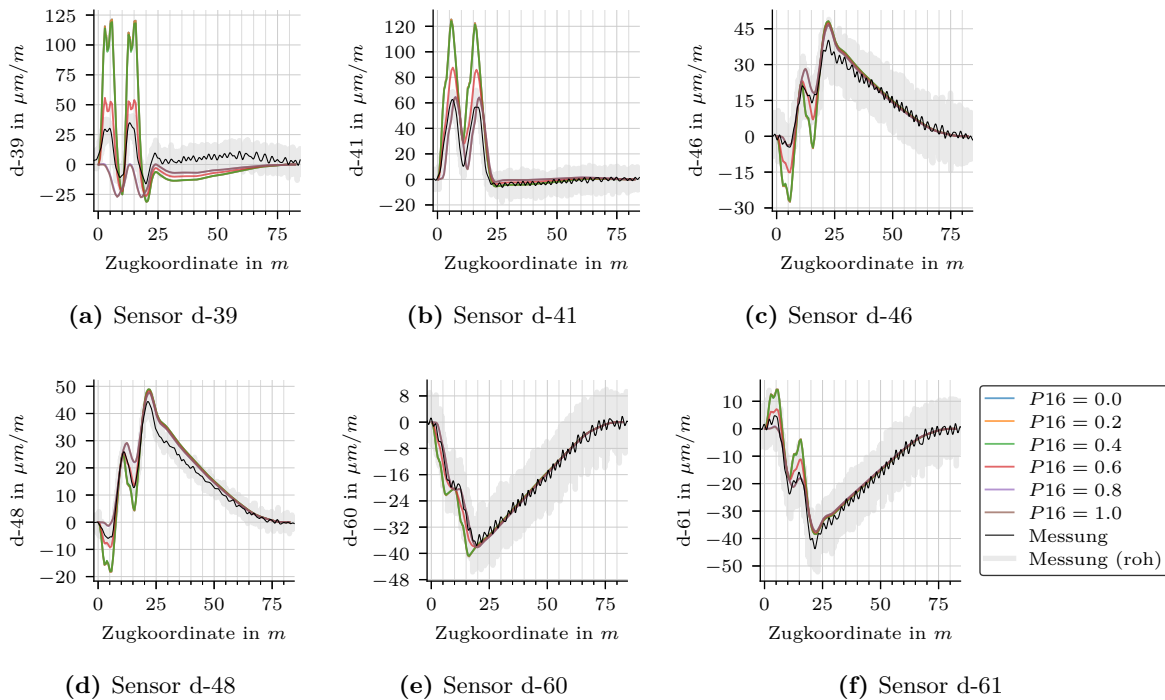


Abb. 3.28: Sensitivitätsanalyse der Sensoren d-39 bis d-61

In einer manuellen Parameterstudie aus Abb. 3.28 kann erkannt werden, wie die Änderung der Steifigkeit am Schwellenträger des FE-Modells die Ergebnisse für verschiedene Sensoren verbessern kann. Diese Untersuchung wurde für alle Sensoren über den gesamten Sensorverlauf einer berechneten Zugüberfahrt durchgeführt, dargestellt wurden nur relevante Sensoren, die durch diesen Parameter beeinflusst werden. Von einer Bewertung mit der in Kap. 3.8.5 mathematisch eingeführten Definition einer Sensitivität wird hier abgesehen, da dieser Parameter nur auf einzelne Sensoren während eines kurzen Bereichs der Zugüberfahrt Auswirkung hat.

3.8.4 Festlegung der Parameter

Eine Kombination von sehr großen und kleinen numerischen Werten kann ein Problem für den Optimierungsalgorithmus darstellen. Aber auch in der Berechnung von FE-Modellen können stark variierende Steifigkeiten (z.B.: Größenordnung 10^0 und 10^{20}) dazu führen, dass keine Lösung gefunden wird. Um diesen Problemen vorzubeugen wird eine vereinfachte Normalisierung der Parameter durchgeführt. Diese Normalisierung übersetzt einen einheitenlosen Wertebereichen Wertebereich der Parameter zwischen 0 und 1 in für die Berechnung relevante benötigte, physikalische Größen. Die Definition dieser Normalisierungsfunktionen ist durch die Formulierungen Gl. (3.2), Gl. (3.3) und Gl. (3.4) festgelegt. In diesen Gleichungen bezeichnet P_i einen allgemeinen, normierten Parameter für die später festgelegten Parameter (P_1, P_2, \dots)

$$\text{norm}_K(P_i) = 10^{4+7\sqrt{P_i}} \quad (3.2)$$

$$\text{norm}_G(P_i) = 10^{3+P_i^{1,4}} \cdot 8,5 \quad (3.3)$$

$$\text{norm}_L(P_i) = 0,4 \cdot P_i - 0,2 \quad (3.4)$$

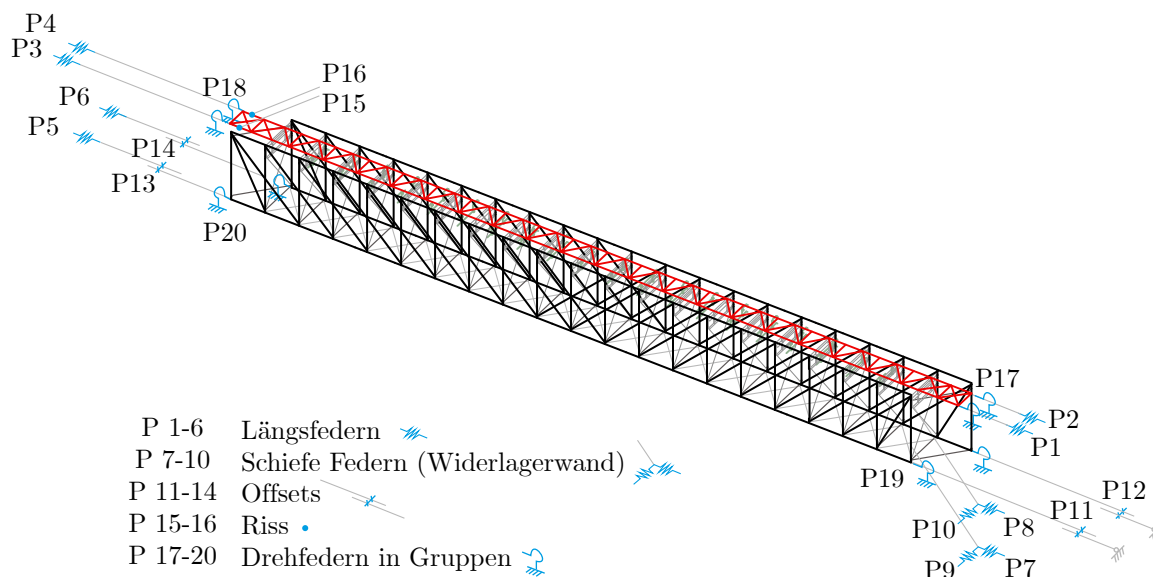


Abb. 3.29: Definition der gewählten Optimierungsparameter für die Modellanpassung 1–3
Parameter

Für die weiteren Modellanpassungen wurden die 20 Parameter, wie in Abb. 3.29 ersichtlich, herangezogen. Die Parameter bilden die Effekte aus den zuvor diskutierten Kapiteln Kap. 3.8.1, Kap. 3.8.3 und Kap. 3.8.2 ab:

- P1–P6: Die Auflagersteifigkeiten in globaler x-Richtung wird beeinflusst. Eine Normalisierung erfolgt mit Gl. (3.2) auf N/m .
- P7–P10: Die Größe der Zwangseinspannung durch die Langzeitverformung an der Widerlagerwand in Richtung Salzburg wird mit diesen Parametern in die globale x- und y-Richtung beeinflusst. Eine Normalisierung erfolgt mit Gl. (3.2) auf N/m .
- P11–P14: Durch diese Parameter wird die Größe der Auflagerexzentrizität an den Hauptauflagern in einem Bereich von $\pm 0.2 m$, variiert. Eine Normalisierung erfolgt mit Gl. (3.4) auf m .
- P15, P16: Durch diese Parameter wird der Schubmodul G der Schwellenträger reduziert. Eine Normalisierung erfolgt mit Gl. (3.3) auf N/m^2 .
- P17–P20: Diese Parameter berücksichtigen eine erhöhte Drehsteifigkeit um die globale y-Achse. Diese Parameter können damit beispielsweise für den Gleisrost oder zu weich definierte Knotenbereiche Rechnung tragen. Eine Normalisierung erfolgt mit Gl. (3.2) auf Nm/m .

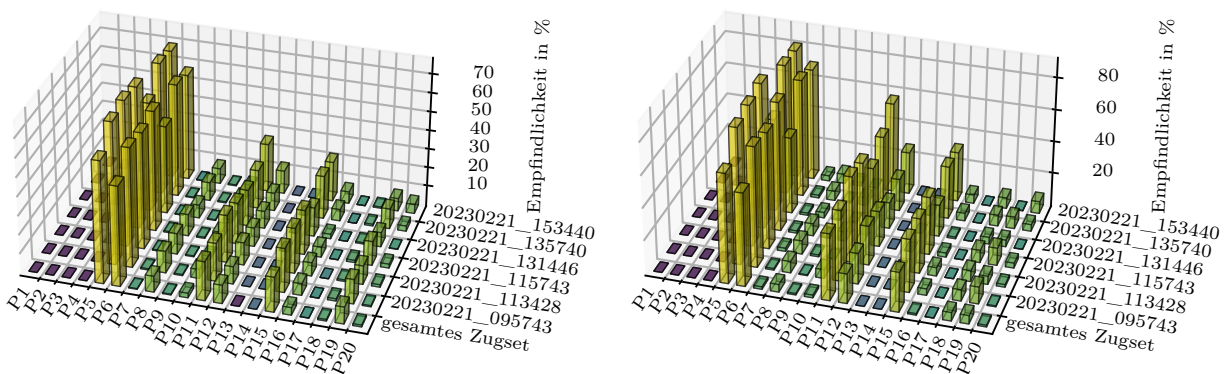
3.8.5 Sensitivitätsstudie der Parameter für die Modellanpassung

Um zu überprüfen, ob die festgelegten Parameter auch Auswirkungen auf den Vergleich von einer Berechnung des FE-Modells und in-situ Messung haben, gilt es deren Einfluss zu berechnen. Grundsätzlich wird diese Untersuchung der Sensitivität gemacht, bevor die Optimierung und damit auch die Anpassung der Parameter des FE-Modells durchgeführt wird.

Um die Auswirkungen auf das Modell darzustellen, wird die Sensitivität s_{P_i} für den Parameter P_i eingeführt, die sich zu Gl. (3.5) definiert.

$$s_{P_i} = \frac{|f(\bar{\theta}(P_i = P_{i_{\max}})) - f(\bar{\theta}(P_i = P_{i_{\min}}))|}{f(\bar{\theta}(P_i = P_{i_{\min}}))} \quad (3.5)$$

In Gl. (3.5) bezeichnet $f(\bar{\theta}(P_i = P_{i_{\max}}))$ die Zielfunktion für einen Vektor aller Parameter $\bar{\theta}$, wobei der betrachtete Parameter P_i so hoch wie seine obere Grenze $P_{i_{\max}}$ ist und $P_{i_{\min}}$, das der unteren Grenze des Parameters entspricht. Mit der Sensitivität von Parametern kann die Auswirkung durch die Variation eines Parameters auf die Zielfunktion ermittelt werden. Dabei ist zu beachten, dass auch Parameter mit einer Empfindlichkeit $s_{P_i} < 1\%$ einen erheblichen Einfluss auf einzelne Sensoren haben können, da die Zielfunktion als Summe aller Punkte der Einflusslinie, aller Sensoren und aller Züge gebildet wird.



(a) Empfindlichkeit s_P für die Parameter P1–P20 am Ausgangsmodell

(b) Empfindlichkeit s_P für die Parameter P1–P20 an der Modellanpassung 3

Abb. 3.30: Ergebnisse der durchgeführten Sensitivitätsstudie

3.9 Randbedingungen der Optimierung

Bei der Optimierung gilt es grundsätzlich unbekannte Parameter im Modell in einem iterativen Optimierungsprozess zu ermitteln. Dazu ist einerseits ein Optimierungsalgorithmus notwendig und andererseits eine Zielfunktion, für die das Minimum gesucht wird. Die Zielfunktion verknüpft die im theoretischen FE-Modell berechneten Dehnungen mit den bei der realen Fachwerksbrücke gemessenen Dehnungen und bewertet, wie gut diese übereinstimmen. Ein geringer Wert der Zielfunktion bedeutet eine bessere Übereinstimmung von Messung und Berechnung.

3.9.1 Definition der Zielfunktion

Mit der Zielfunktion $f(\bar{\theta})$ kann auf beliebige Weise definiert werden, wie die gemessenen Sensorantworten mit den Berechnungen des FE-Modells verknüpft sind. Bei den durchgeführten Modellanpassungen wurde die Zielfunktion durch das Quadrat des Fehlers zwischen Messung und Berechnung definiert.

$$f(\bar{\theta}) = \sqrt{\sum_{\tilde{t}} \sum_{\tilde{s}} \sum_{\tilde{j}} \left(m(\tilde{t}, \tilde{s}, x_{\tilde{j}}) - M(\tilde{t}, \tilde{s}, \bar{\theta}_0, x_{\tilde{j}}) \right)^2} \quad (3.6)$$

In der Definition der Zielfunktion, in Gl. 3.6, bezeichnet $M(\tilde{t}, \tilde{s}, \bar{\theta}_0, x_{\tilde{j}})$ das Ergebnis der Berechnung am FE-Modell (z.B.: der Dehnungsverläufe der Sensoren \tilde{s} von mehreren Zugüberfahrten \tilde{t} und somit mehreren Einflusslinie) für einen Vektor der Parameter $\bar{\theta}_0$.

Die Auswertung der Messdaten hingegen wird als $m(\tilde{t}, \tilde{s}, x_{\tilde{j}})$ bezeichnet und erfolgt an den Auswertungspunkten der Einflusslinie $x_{\tilde{j}}$ für eine Achse mit dem Index \tilde{j} , den betrachteten Sensor \tilde{s} und Zug \tilde{t} .

Der Vektor der Ausgangsparameter $\bar{\theta}_0$ hat gleich viele Einträgen wie Parameter P_i vorhanden sind und beinhaltet die Parameterwerte für einen Berechnungsdurchlauf.

$x_{\tilde{j}}$ definiert die Position der Achse des untersuchten Zugs \tilde{t} der betrachteten Zugüberfahrt

\tilde{s} definiert den betrachteten Sensor. Hier muss das FE-Modell gelöst werden, um den Term $M(\tilde{t}, \tilde{s}, \bar{\theta}_0, x_{\tilde{j}})$ auswerten zu können. Nur damit ist es möglich den Wert der Zielfunktion (Zielwert) zu berechnen. Dieser numerische Wert kann für verschiedene Modellanpassungen kaum mathematisch interpretiert werden, da verschiedene Züge oder Sensoren die Größe des Wertes beeinflussen. Bei einer einzigen Optimierung hingegen kann der Zielwert herangezogen werden, um zu bewerten wie stark der Fehler zum Ausgangsmodell reduziert werden konnte.

3.9.2 Optimierungsalgorithmus

Ein Optimierungsalgorithmus beschreibt eine genau definierte methodische Vorgehensweise, um das Minimum einer vorab definierten Zielfunktion zu finden. Verschiedene Algorithmen können für schlecht definierte Optimierungsprobleme von wesentlicher Bedeutung sein. Umso klarer ein Optimierungsproblem definiert ist, desto unbedeutender ist die Wahl des Optimierungsalgorithmus. Das liegt daran, dass je nach Definition des verwendeten Algorithmus sich dieser besser oder schlechter eignet, um lokale oder globale Extremwerte zu finden. Eine Partikelschwarmoptimierung eignet sich beispielsweise gut, um den globalen Extremwert einer Zielfunktion zu finden. Im Gegenzug dafür ist eine höhere Anzahl an benötigten Iterationsschritten in Kauf zu nehmen. Der Nelder-Mead-Algorithmus hingegen erlaubt es, durch die Ermittlung der Gradienten für die untersuchten Parameter den nächsten lokalen Extremwert zu finden.

Die Auswahl der Optimierungsalgorithmen hat nicht zwingend Einfluss auf das Ergebnis der Berechnung, aber doch wesentlichen Einfluss auf die Rechenzeit und die Anzahl der erforderlichen Iterationen der Optimierung. Zudem ist nicht für jeden Algorithmus eine Begrenzung der Parameter implementiert (wie z. B. beim Nelder-Mead-Algorithmus, welcher auch als Downhill-Simplex-Algorithmus bezeichnet wird). Da die Algorithmen nur Werkzeuge sind, um die Extremwerte der Zielfunktion $f(\bar{\theta})$ zu finden, kann ein beliebiger Algorithmus Anwendung bei der Modellanpassung finden.

Im Gebiet der Modellanpassung gibt es viele Möglichkeiten, um eine Verbesserung des Modells zu erreichen. So wird in verschiedener Literatur, beispielsweise aus dem Jahr 1992 [27], diese umfangreiche Problematik versucht zu erklären. Doch auch in aktuellen Publikationen ist die

allgemeine Anwendung von Modellanpassungen im Bauwesen von Bedeutung [24], [25]. So werden dort Optimierungsalgorithmen als auch -methoden behandelt, die bereits in der Modellanpassung Anwendung fanden:

- Nelder-Mead-Algorithmus [31]
Diese Methode bietet eine effiziente Berechnungsmöglichkeit, die mit relativ wenig Iterationen versucht ein lokales Minimum der Zielfunktion zu finden. Hat die Zielfunktion viele lokale Minima (Überanpassung durch zu viele gewählte Parameter bei der Parameteridentifikation), so ist es relativ unwahrscheinlich, das globale Optimum (jene Konfiguration von Interesse) mit dieser Methode zu finden, da mit diesem Algorithmus aufgrund der Gradienten immer das nächste lokale Minimum in den definierten Grenzen gefunden wird.
- Powell Optimierung [32]
Dieses Verfahren wird auch als Verfahren der konjugierten Gradienten bezeichnet. Das Problem wird in eindimensionale, konjugierte Richtungen zerlegt. Für quadratische Zielfunktionen führt diese Methode mit sehr wenigen Iterationen zum exakten Ergebnis. Auch hier können Grenzen für die Zielwertsuche definiert werden.
- BFGS-Verfahren [33]
Dieses Verfahren wurde um 1970 in vier wissenschaftlichen Artikeln beschrieben. Der Name dieser Methode geht auf die vier Mathematiker zurück, welche zur gleichen Zeit unabhängig voneinander eben dieses Verfahren entwickelten. Die Namen der Mathematiker sind: Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno. Auch mit dieser Methode kann ein lokales Optimum in definierten Grenzen gefunden werden, wobei diese Methode in der Praxis resistenter gegen Fehler in der Schrittweite ist.
- Partikelschwarmoptimierung [34],[35]
Der Unterschied zu den vorherigen Optimierungsalgorithmen liegt darin, dass nicht nur für eine einzelne Startkombination von Parametern optimiert wird, sondern die Optimierung für viele Kombinationen und damit Startbevölkerungen durchgeführt wird. Globale Extremwerte können hier besser berechnet werden, wobei der Berechnungsaufwand durch die erhöhten Berechnungen auch wesentlich höher ist.

Nun kann das Problem in Abhängigkeit gegebener Messdaten genauer definiert werden. So kann bei der Durchführung einer Modellanpassung beispielsweise eine Optimierungsmethode entwickelt werden. Diese Optimierungsmethoden legen in der Regel fest, wie sich Zielfunktion $f(\bar{\theta})$, Messdaten $m(\bar{t}, \bar{s})$ und die Parameter $\bar{\theta}$ für ein gegebenes Problem (z.B.: Schädigungsdektion bei Stahlbrücken) definieren. Deshalb sind die Optimierungsmethoden nun nicht mehr zwingend für alle Arten von Messdaten anwendbar, im Gegensatz zu den erläuterten allgemeinen Optimierungsalgorithmen. Diese spezialisierten Methoden befassen sich nun immer explizit mit der Problematik der Modellanpassung. So lassen sich eine Vielzahl von Optimierungsmethoden finden, von welchen hier Beispiele gelistet sind:

- Technik der sequenziellen Programmierung [36]
- Simulated annealing [37],
- Incomplete vibration approach [38]
- Mehrzieloptimierung [39]

3.10 Optimierung des FE-Modells

Bei der Verwendung einer bereits spezialisierten Optimierungsmethode wird beispielsweise festgelegt, dass eine Modellanpassung an den Eigenfrequenzen für Beschleunigungsmessdaten an der unbelasteten Konstruktion erfolgt. Da diese Optimierungsmethoden in der Regel sehr spezielle Problemlösungen bilden, wird für die Optimierung des FE-Modells für die in Kap. 3.1 erläuterte Fachwerksbrückenkonstruktion keine spezielle Methode verwendet. Um auch den gesamten Zeitverlauf der gemessenen Sensorantworten mehrerer Züge für die Modellanpassung verwenden zu können, wird die Modellanpassung der allgemeinen Form durch eine Fehlerminimierung mit einem Optimierungsalgorithmus und nicht einer Optimierungsmethode angewendet. In diesem Fall wird das Nelder-Mead-Verfahren angewendet, um ein Minimum der Zielfunktion $f(\theta)$ durchzuführen. Bei der Verwendung dieses mathematischen Algorithmus gilt es zu überprüfen, dass mit dem gefundenen Optimum auch tatsächlich das globale Optimum des Systems vorliegt und nicht ein lokaler Extremwert vorliegt, der aus einer Überanpassung der Parameter entstehen kann. Da aber die Optimierung der betrachteten Struktur für verschiedene Startwerte der Parameter P gleiche Ergebnisse für die am Ende der Optimierung berechnete Zielfunktion mit den im letzten Optimierungsdurchgang angepassten Parameter das gleiche Ergebnis liefert, kann guten Gewissens davon ausgegangen werden, dass ein globaler Extremwert gefunden ist.

Über mehrere Optimierungen des Modells hinweg wurden die Parameter und deren Anzahl mehrmals variiert, um die Passgenauigkeit des FE-Modells zu verbessern. Hierbei konnte letztlich erkannt werden, dass genügend Messdaten vorliegen, um auch eine Vielzahl an Parametern einzuführen und damit eine bessere Kalibration des FE-Modells zu ermöglichen.

Grundsätzlich sind beim Einführen der Parameter sinnvolle Grenzwerte von Bedeutung. In Tab. 3.5 werden zwei Optimierungsversuche gegenübergestellt. In beiden Fällen sind die gleichen Parameter definiert, aber im 2. Fall sind die zulässigen Grenzen der Parameter `offset_woerg_y1`, sowie `offset_woerg_y2` auf den Werte von 0.4–0.6 begrenzt. In diesem Fall ist durch die Einschränkung der Grenzen ein niedrigerer Zielwert und damit ein besseres Ergebnis gegeben. Das bedeutet wiederum, dass mit der ersten berechneten Optimierung aus Tab. 3.5 kein globaler Extremwert gefunden wurde.

Die in Tab.3.5 bezeichneten Parameter lassen sich mit den final definierten 20 Parametern der Modellanpassung wie folgt in verbindung bringen:

- `rail_sbg_x1` (mit P1): Steifigkeit des Schwellenträgerauflagers an der rechten Schiene auf der Seite des Widerlagers Salzburg in globaler X-Richtung
- `rail_sbg_x2` (mit P2): Steifigkeit des Schwellenträgerauflagers an der linken Schiene auf der Seite des Widerlagers Salzburg in globaler X-Richtung
- `rail_woerg_x` (mit P3 und P4): Steifigkeit beider Schwellenträgerauflagers auf der Seite des Widerlagers Wörgl in globaler X-Richtung
- `main_woerg_x1` (mit P5): Steifigkeit des Auflagers am rechten Hautfachwerk auf der Seite des Widerlagers Wörgl in globaler X-Richtung
- `main_woerg_x2` (mit P6): Steifigkeit des Auflagers am linken Hautfachwerk auf der Seite des Widerlagers Wörgl in globaler X-Richtung
- `pressed1` (mit P7): Steifigkeit des Zwanges aus der Widerlagerwand unten in globaler x-Richtung
- `pressed2` (mit P8): Steifigkeit des Zwanges aus der Widerlagerwand oben in globaler x-Richtung

- `offset_sbg_y1` (mit P11): Größe der berücksichtigten Auflagerexzentrizität am Auflager des linken Hautfachwerks am Wiederlager Salzburg
- `offset_sbg_y2` (mit P12): Größe der berücksichtigten Auflagerexzentrizität am Auflager des rechten Hautfachwerks am Wiederlager Salzburg
- `offset_woerg_y1` (mit P13): Größe der berücksichtigten Auflagerexzentrizität am Auflager des linken Hautfachwerks am Wiederlager Wörgl
- `offset_woerg_y2` (mit P14): Größe der berücksichtigten Auflagerexzentrizität am Auflager des rechten Hautfachwerks am Wiederlager Wörgl
- `crack_stiffness` (mit P15): Steifigkeitsabminderung des rechten Schwellenträgers am Wiederlager Wörgl

Die linke und rechte Seite des Tragwerks bezieht sich immer auf die globale x-Richtung, und damit die Hauptfahrtrichtung von Wörgl nach Salzburg. Die für die Modellanpassungen Parameter sind in Kap. 3.8 erläutert.

Tab. 3.5: Zielwerte für Optimierung bei gleichen Parametern mit unterschiedlichen Grenzen

12 Parameter	Optimierung	
	$f(\bar{\theta}) = 1065.83$	$f(\bar{\theta}) = 1060.43$
<code>rail_sbg_x1</code>	0.995	0.915
<code>rail_sbg_x2</code>	0.9	0.966
<code>rail_woerg_x</code>	0.804	0.800
<code>main_woerg_x1</code>	0.257	0.243
<code>main_woerg_x2</code>	0.035	0.239
<code>pressed1</code>	0.410	0.443
<code>pressed2</code>	0.283	0.291
<code>offset_sbg_y1</code>	0.209	0.197
<code>offset_sbg_y2</code>	0.191	0.185
<code>offset_woerg_y1</code>	0.142	0.464
<code>offset_woerg_y2</code>	0.948	0.534
<code>crack_stiffness</code>	0.978	0.973

Die größte Problematik bei der Modellanpassung liegt bei der Bewertung der Optimierungsergebnisse. Die einzige Möglichkeit, um mit Sicherheit beurteilen zu können, ob ein globales Maximum gefunden ist, liegt darin Berechnung für alle Möglichen Parameterkombinationen durchzuführen. Wenn nun für jeden der 20 Parameter P unter der Annahme einer vereinfachten Betrachtung auf 3 Stellen diskretisiert wird (z.B.: 0, 0.5 und 1.0), sind dennoch $3^{20} = 3\,486\,784\,401$ Kombinationen und damit Berechnungsdurchläufe notwendig, um das bereits gefundene Ergebnis zu bewerten. Da aber eine Modellanpassung der 20 Parameter P an der untersuchten Brücke mit Optimierungsalgorithmus nach etwa 700 Durchläufen, bereits etwa einen Tag Rechenzeit in Anspruch nimmt, ist eine vollständige Berechnung aller Kombinationen rein praktisch nicht möglich. Somit bleibt die einzige Möglichkeit zur Beurteilung des gefundenen Ergebnisses, seine Resistenz gegenüber verschiedenen Startwerten der Parameter P. Wenn also für grundlegend verschiedene Startwerte die gleichen Ergebnisse auftreten, deutet das auf ein globales Optimum

hin. Doch auch hier können lokal bessere Ergebnisse durch eine Überanpassung der Zielfunktion auftreten.

Optimierungen für mehrere Modellierungstiefen, siehe Abb. 3.23, können einen Vorteil für die Validierung der Parameter bieten. So können Parameter, die sich bei verschiedenen Optimierungen von verschiedenen Modellierungstiefen des FE-Modells sehr stark oder nur marginal verändern, Anhaltspunkte bieten, um die Optimierung weiter zu verfeinern.

- Strategie für sehr kleine Werte der Parameter:
Da die betrachteten Werte sehr nahe am Minimalwert bzw. Maximalwert liegen wird zunächst kein großer Fehler gemacht, wenn diese Parameter und Randbedingungen vernachlässigt werden. In der weiteren Optimierung kann dann mit den Parameterwerten der letzten Optimierung gestartet werden, um schneller zu einem Ergebnis zu kommen. Ergibt eine Optimierung mit den ursprünglichen Anfangsparametern nun das gleiche Ergebnis wie mit den angepassten Startparametern, ist die Wahrscheinlichkeit groß, dass ein globales Minimum der Zielfunktion gefunden ist und damit kein lokaler Extremwert abgebildet wird.
- Strategie für stark streuende Werte von Parametern:
Liegt eine unplausibel große Streuung für die berechneten Parameterwerte vor, so muss hier nachgebessert werden. Die vorliegende Problematik kann wie folgt minimiert werden:
 - Weglassen von Parametern
Falls verschiedene Werte des Parameters keinen oder einen zu vernachlässigenden Einfluss auf den berechneten Zielwert haben, ist es sinnvoll, den betrachteten Parameter wegzulassen. Dies kann durch die Sensitivitätsanalyse gut beurteilt werden.
 - Verfeinerung von Parametern
Zur besseren Modellanpassung kann der problematische Parameter in mehrere einzelne Parameter zerlegt werden (Einführen von unabhängigen Parametern für verschiedene Richtungskomponenten oder für verschiedene Positionen bzw. Verteilungen), um verschiedene Effekte besser abbilden zu können. Doch auch mit der Zerlegung von Parametern können keine nicht-linearen Effekte abgebildet werden, da die Berechnung, Optimierung und Auswertung auf der Basis von Einflusslinien durchgeführt wird. Zudem ist darauf zu achten, dass eine ausreichende Menge an Messdaten zur Verfügung steht, um Überanpassung zu vermeiden.
 - Grenzen von Parametern
Falls der Parameter außerhalb logischer physikalischer Grenzwerte liegt, können auch Parametergrenzen angepasst werden und damit ein sinnvoller Parameter berechnet werden. Hierbei gibt es jedoch die Problematik, dass der Parameter wiederum genau durch den Grenzwert abgebildet wird. Ist eine möglichst genaue Berechnung das Ziel, so ist eine Parameterverfeinerung bzw. Parameterneuedefinition vorzuziehen.

3.10.1 Modellanpassung 1: Optimierung an einer einzelnen Lok

Wie zuvor aufgezeigt gibt es diverse unplausible Effekte in den Messdaten des WIM-Systems. Somit wurde in einem ersten Versuch eine Modellanpassung berechnet, ohne direkt auf diese Daten zurückzugreifen. Da im WIM-System auch eine Wagenerkennung implementiert ist, wurde anhand dieser Wagenerkennung die Überfahrt für eine einzelne Lok des Typs 1116 ermittelt. Da die in den WIM-Daten erläuterte Problematik für Drehgestelle vorhanden ist, wird hier auf theoretische Werte für die Achslasten und Achsabstände dieses Fahrzeugs zurückgegriffen. Tatsächlich sollte bei der Überfahrt von einzelnen Loks praktisch keine Abweichung zu den theoretischen Werten erkennbar sein.

Die für das Fahrzeug angenommene Achsverteilung der Lok Type 1116 ist in Abb. 3.31 dargestellt. Im Unterschied zu den weiteren Modellanpassungen 2 und 3 sind hier die Achslasten für die Drehgestelle gleichmäßig verteilt.

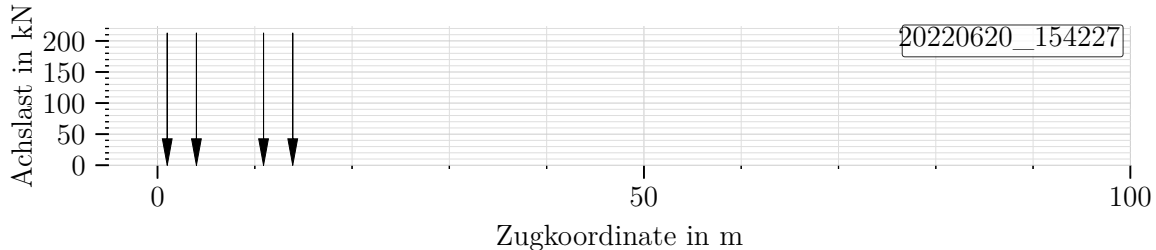


Abb. 3.31: Darstellung des Zugs (einzelne Lok des Typs 1116) für die Modellanpassung 1

Bei einem Vergleich der Messung mehrerer verschiedener Zugüberfahrten mit einer Berechnung der selben Züge anhand der gefundenen Parameter in der Modellanpassung 1 zeigt sich, dass eine relativ hohe Passgenauigkeit für leichte Überfahrten (einzelne Loks und Triebwagen) abgebildet wird. Jedoch scheint die Berechnung für schwere Güterzüge mit höheren Abweichungen verbunden zu sein. Da das angepasste FE-Modell die Grundlage für eine weitere Ermüdungsberechnung bilden soll, gilt es eine bessere Optimierung zu finden. Denn Züge mit hohen Gesamtgewichten zeichnen sich auch durch eine hohe Antwort in den gemessenen Dehnungen ab. Die mit einer hohen Ermüdungsschädigung verbundenen Lastwechsel, durch die Überfahrt von Güterzügen, werden in der Berechnung dieses ersten Modells durch die Zugauswahl noch nicht berücksichtigt.

3.10.2 Modellanpassung 2: Optimierung an einem Güterzug

Mit Modellanpassung 1 ist eine Modellanpassung für ein sehr geringes Fahrzeuggewicht bzw. Zuggesamtgewicht berechnet. Da die Berechnung des FE-Modells noch der Theorie I.O. und unter Anwendung des Superpositionsprinzips von Einflusslinien erfolgt, wird ein gewisser Fehler gemacht, da keine Nichtlinearitäten bei der Berechnung abgebildet werden können. Somit gilt es auch an einem sehr schweren Güterzug zu untersuchen, wie stark sich diese Nichtlinearitäten in Form von Berechnungsfehlern bemerkbar machen.

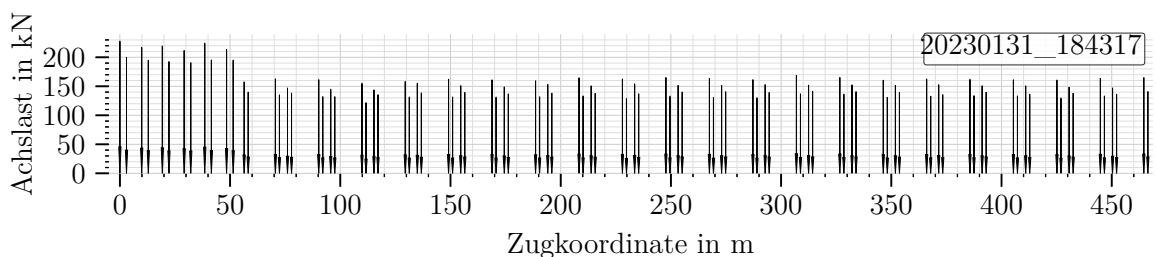


Abb. 3.32: Darstellung des Zugs (beladener Güterzug) für die Modellanpassung 2

Damit wird die Modellanpassung 2 an einem Güterzug mit einer Länge von über 450 m durchgeführt, siehe Abb. 3.32. Die Problematik bei der Auswertung der Zielfunktion von sehr langen Zügen liegt darin, dass die Geschwindigkeit der Züge während des Passierens der Brücke nicht konstant ist. Infolge variierender Geschwindigkeiten kommt es zur zeitlichen Verschiebung der Sensorantwort, da für die Berechnung die Annahme einer konstanten Zuggeschwindigkeit v

getroffen wurde. Je nach Charakteristik der Sensorantwort kann es dadurch zu einer verschieden stark ausgeprägten Verschiebung der Spannungsspitzen kommen.

Um dennoch eine gute Anpassung für ein hohes Zuggesamtgewicht (und damit für Güterzüge) zu berechnen, wurde in den Daten der Achserkennung nach einem Zug mit möglichst konstanter Geschwindigkeitsverteilung der Achsgeschwindigkeit v_P über die gesamte Zuglänge gesucht. Mit dem Güterzug 20230131_184317 aus Abb. 3.32 wurde ein Zug gefunden, der dieses Kriterium sehr gut erfüllt.

Die Zuggesamtmasse der betrachteten Lok in Modellanpassung 1 mit 85 t unterscheidet sich doch wesentlich mit der Masse von 1473.35 t für den dargestellten Güterzug in Modellanpassung 2. Zudem übersteigt die Zuglänge mit 466.40 m die Spannweite L der Stahlfachwerksbrücke von 60 m um ein Vielfaches. Auch mit der Modellanpassung 2 kann für den untersuchten Zug nach der durchgeführten Modellanpassung und Optimierung eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung erreicht werden. Ein Vergleich der Berechnung $M(\tilde{t}, \tilde{s})$ mit der Messung $m(\tilde{t}, \tilde{s})$ ist in einem Vergleich aller Modellanpassungen exemplarisch in Kap. 3.10.4, als auch vollständig in Kap. A.3 ersichtlich.

3.10.3 Modellanpassung 3: Optimierung an einem Zugset

Die durchgeführten Modellanpassungen 1 und 2 bilden den zur Optimierung verwendeten Zug bereits mit hoher Genauigkeit ab, wobei bei der Modellanpassung 2 prinzipiell größere Abweichungen festgestellt werden konnten als bei Modellanpassung 1. Um nun aber nicht nur für einen Zug, sondern möglichst für alle Züge eine genaue Berechnung zu erzielen, wird ein Zugset bestehend aus mehreren Zügen eingeführt. Dieses Zugset setzt sich aus einem Güterzug (GZ) und 5 Triebwagen (TW), siehe Abb. 3.33, zusammen und bildet die Basis für die Optimierung der Zielfunktion $f(\theta)$. Wie auch bei Modellanpassung 2 wurde darauf geachtet, einen Güterzug mit möglichst konstanter Geschwindigkeit im Zugset zu inkludieren.

Auch wenn mehrere Triebwagen und nur ein Güterzug im Zugset für die Modellanpassung 3 enthalten sind, so ist letztlich doch eine ähnliche Gewichtung für beide Zugtypen gegeben, da die definierte Zielfunktion in Gl. (3.6) nicht Züge, sondern Radsätze bzw. Zugachsen gleich wichtet. Das ergibt sich infolge der gleichbleibenden Diskretisierung der Einflusslinie (durch die Berechnung an 46 Punkten) und deren Auswertung in Form einer Überlagerung für alle Achsen eines Zugs.

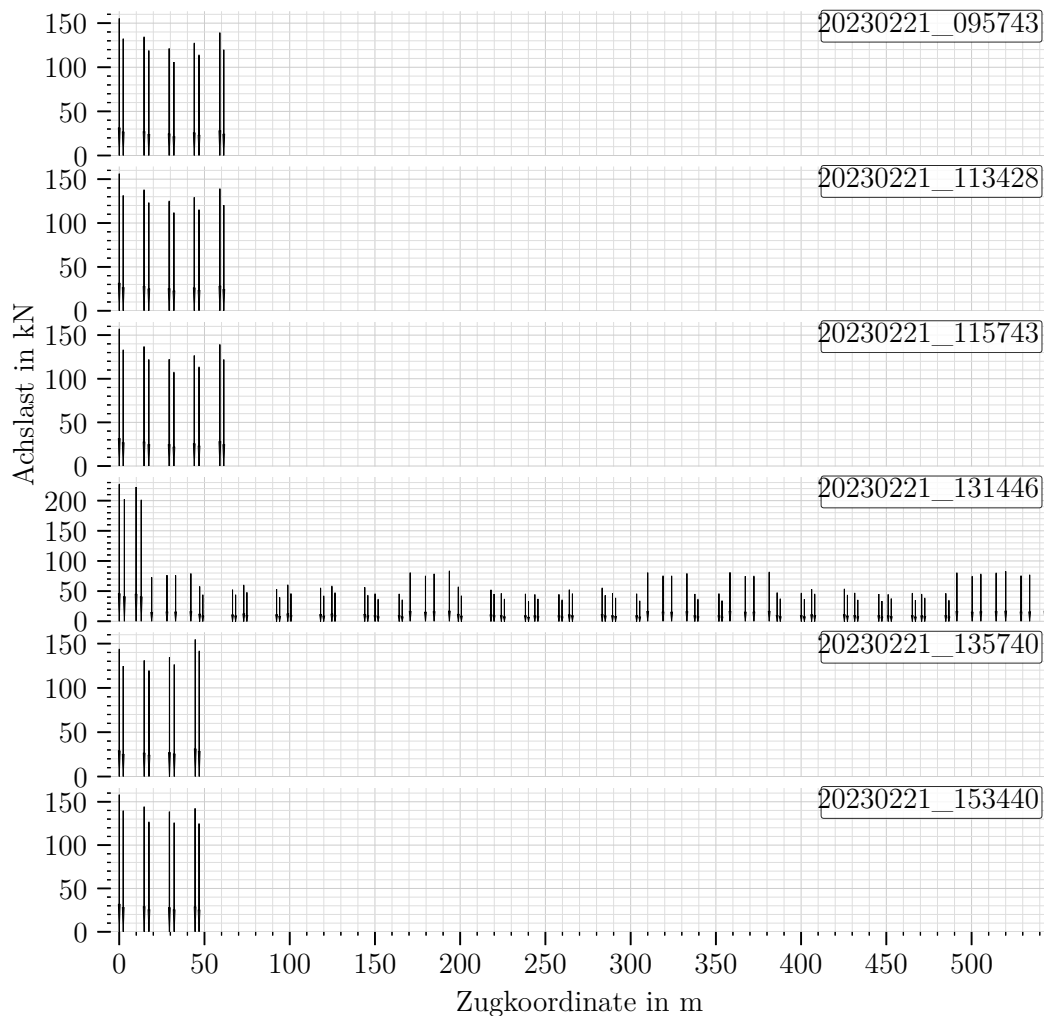


Abb. 3.33: Darstellung des Zugs für die Modellanpassung 3

Auch wenn im Rechenmodell die Achslasten gemäß einer Dreipunkteverteilung aufgeteilt werden, so steht die Anzahl der berechneten Vergleichspunkte eines Zugs in der Zielfunktion in direkter Proportion mit der Anzahl der Achsen eines Zugs. Damit sind Achsen von gleicher Bedeutung.

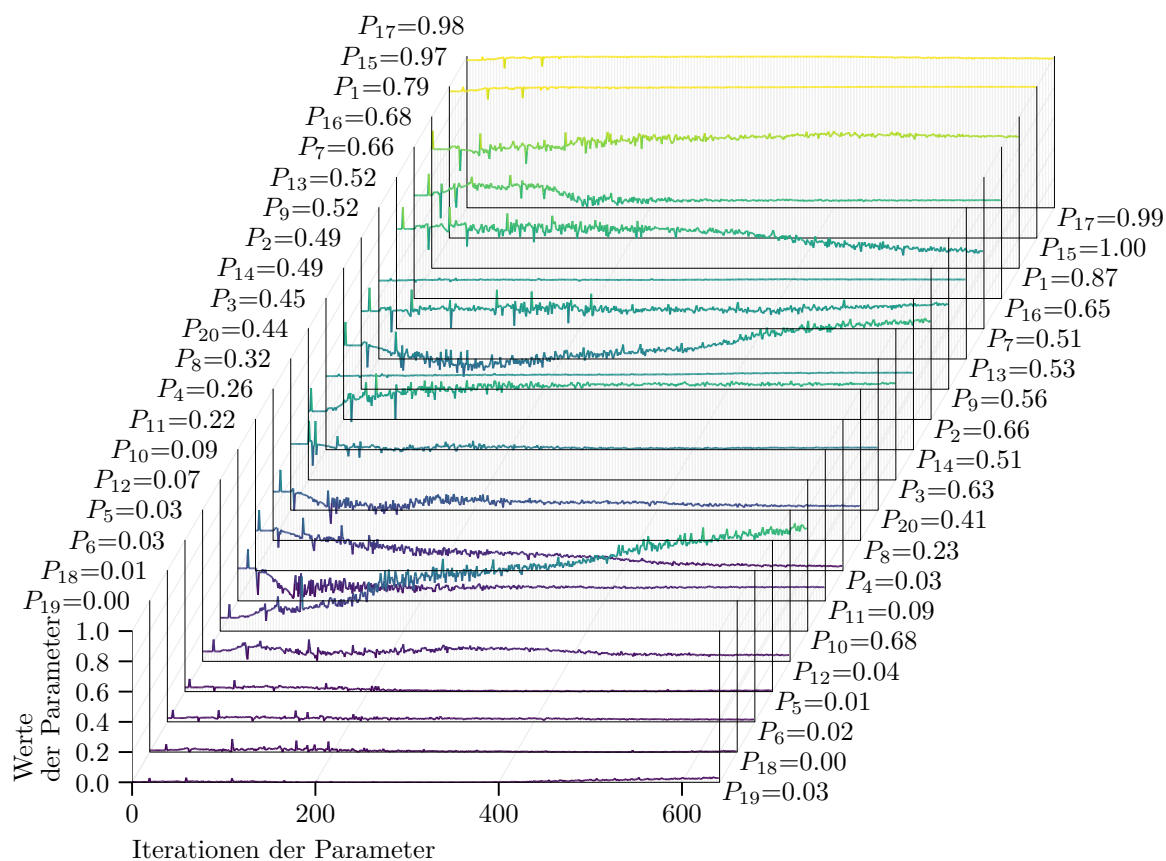


Abb. 3.34: Darstellung der Parametervariation über die Iterationen der Optimierung

In Abb. 3.34 ist zudem ersichtlich, wie die Parameter während der Optimierung dieser Modellanpassung 3 variieren. Hier kann erkannt werden, dass bereits Startwerte der Parameter $\bar{\theta}_0$ vorliegen, welche hier angesetzt wurden, um schneller zum Ergebnis zu kommen.

Eine nochmalige Durchführung der Optimierungsberechnung für andere Parameterstartwerte $\bar{\theta}_0$ wird verwendet um eine ausreichende Qualität für die gefundenen Parameter sicherzustellen.

3.10.4 Modellanpassungen im Vergleich

Alle Ergebnisse der durchgeführten und dokumentierten Modellanpassungen 1, 2 und 3 sind im Vergleich in den Abbildungen Abb. A.7 bis Abb. A.10 des Anhangs ersichtlich. Generell kann hier gesagt werden, dass es gemessene Sensorantworten gibt, an denen unterschätzt als auch überschätzt werden.

In den Ergebnissen kann erkannt werden, dass die ersten vier Parameter P1–P4 eine relativ große Streuung für die Optimierung an verschiedenen Zügen (Modellanpassung 1,2 und 3) aufweisen, siehe Tab. 3.6. Aus der Sensitivitätsanalyse in Kap. 3.8.5 ist bereits hervorgegangen, dass diese Parameter mitunter den geringsten Einfluss auf die definierte Zielfunktion haben. Die Werte sind zwar zur Vollständigkeit angegeben, haben aber praktisch keine Relevanz, da sich kaum Unterschiede für eine Variation der Parameter zeigen. Auch wenn der Wert der Parameter zwischen 0 und 1 variiert, um die Empfindlichkeit zu berechnen, so kann keine Auswirkung in den berechneten Dehnungsverläufen an den Sensorpositionen des FE-Modells erkannt werden. In der exemplarischen Berechnung wurden diese Parameter hier aber nicht weggelassen, um zu zeigen, dass der gewählte Optimierungsalgorithmus mit diesen keine Probleme hat. Dies muss aber nicht zwingend für andere Optimierungsalgorithmen gelten.

Tab. 3.6: Ermittelte Modellparameter aus den Modellanpassungen 1,2 und 3

20 Parameter		Update 1	Update 2	Update 3
		1 Lok	1 GZ	5 TW + 1 GZ
P1	rail_sbg_x1	0.787	0.836	0.874
P2	rail_sbg_x2	0.490	0.402	0.655
P3	rail_woerg_x1	0.454	0.093	0.634
P4	rail_woerg_x2	0.265	0.013	0.028
P5	main_woerg_x1	0.028	0.050	0.007
P6	main_woerg_x2	0.025	0.236	0.015
P7	pressed_x1	0.660	0.314	0.512
P8	pressed_x2	0.322	0.297	0.227
P9	pressed_y1	0.516	0.433	0.558
P10	pressed_y2	0.088	0.739	0.677
P11	offset_sbg_y1	0.215	0.135	0.092
P12	offset_sbg_y2	0.066	0.124	0.041
P13	offset_woerg_y1	0.518	0.471	0.526
P14	offset_woerg_y2	0.487	0.467	0.510
P15	crack_stiffness1	0.970	0.966	1.000
P16	crack_stiffness2	0.682	0.636	0.651
P17	rail_sbg_yy	0.977	0.456	0.987
P18	rail_woerg_yy	0.011	0.286	0.005
P19	main_sbg_yy	0.002	0.074	0.028
P20	main_worg_yy	0.438	0.400	0.414

Die berechnete und gemessene Dehnungsantwort an der Position der Sensoren d-7, d-11, d-23, d-37 und d-67 sind exemplarisch für alle Modellanpassungen in Abb. 3.35 gegenübergestellt.

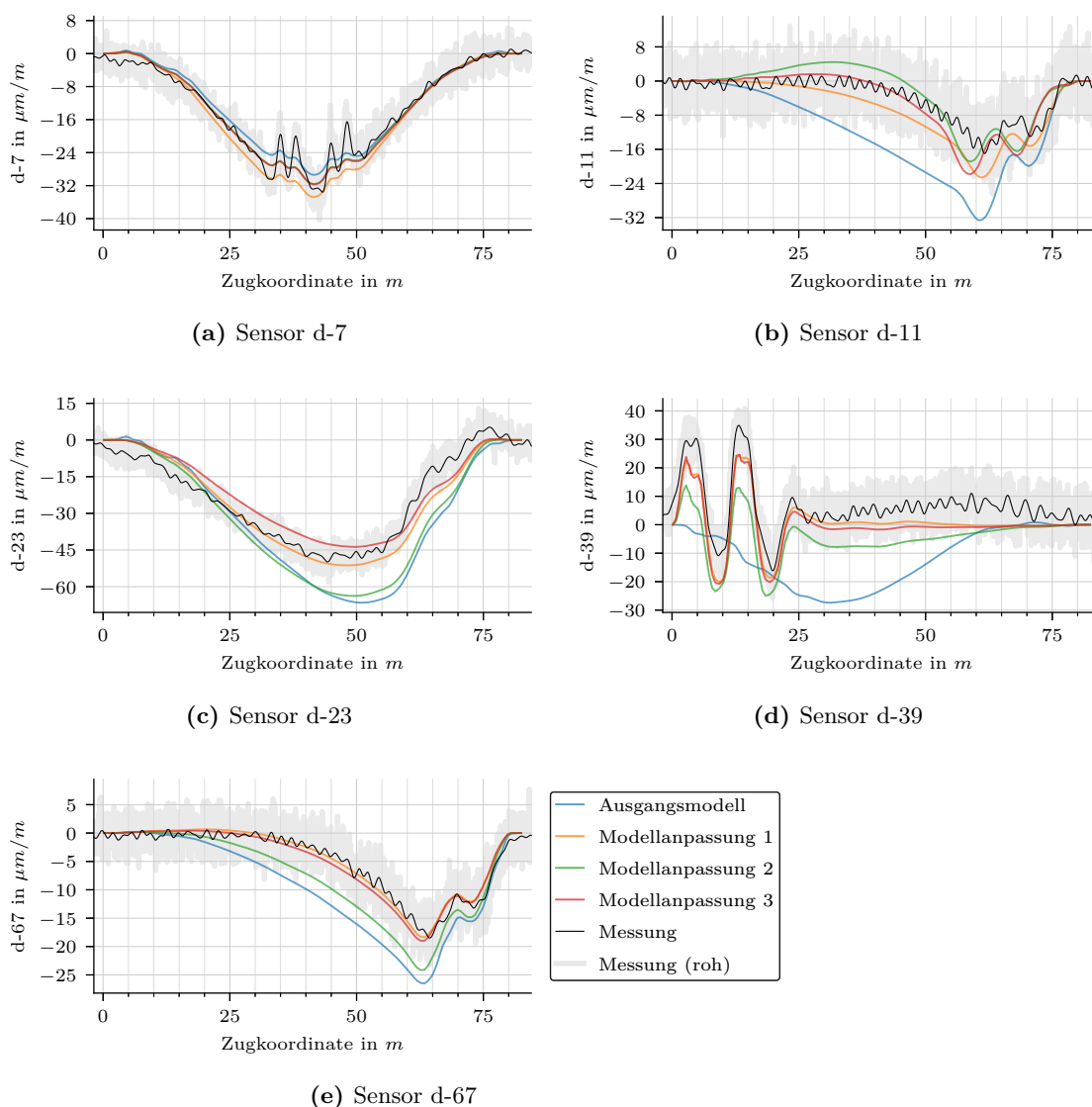


Abb. 3.35: Updates 1–3 im Vergleich der Sensoren d-7 bis d-67

Besonders interessant zu erkennen ist, wie durch die Definition der Parameter P15 und P16 die Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung für den abgebildeten Sensor d-39 wesentlich erhöht werden kann. Zudem wird an dieser Sensorposition durch diese Parameter die Charakteristik der Sensorantwort grundlegend verändert. Statt einer globalen Charakteristik am Ausgangsmodell tritt eine semilokale Charakteristik nach der Modellanpassung auf.

Bei der Optimierung des Sensors d-7 hingegen kann gezeigt werden, dass die definierten Parameter nicht allzu großen Einfluss haben und auch bereits am Ausgangsmodell eine gute Übereinstimmung gegeben ist. Prinzipiell sind bei der Bewertung der Ergebnisse immer die Anwendungsgrenzen der Berechnung zu beachten. So werden die über alle Züge erkennbaren unplausiblen Lastverschiebungen bei den Drehgestellen (welche evtl. auf nicht vorhandenes Brems- oder Beschleunigungsverhalten hindeuten könnten) auch als Belastung für die Berechnung aufgebracht.

Zudem werden die Schwellenträger im FE-Modell jeweils mit gleich großen Teilen der Achslast belastet. Hier hat sich aus der Analyse der Messdaten der Dehnmessstreifen gezeigt, dass

zumindest in der Brückenmitte die Belastung möglicherweise nicht gleichmäßig auf beide Schwellenträger erfolgt. Zu der Verteilung der linken und rechten Radlast an anderen Positionen des Tragwerks kann aber aufgrund der festgestellten Schädigungen und der begrenzten Anzahl der am Schwellenträger applizierten Sensoren keine Aussage getroffen werden.

Des Weiteren wurden auch Temperaturabhängigkeiten, die in den Messdaten klar ersichtlich sind, bei der Modellanpassung nicht weiter berücksichtigt. Hierbei wurde jedoch darauf geachtet möglichst nur Züge bei Tragwerkstemperaturen über $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ zu betrachten.

Die Schwankungsbreite der Dehnung bei Temperatureinfluss für die Überfahrt von gleichen Loks von bis zu $20\text{ }\mu\text{m}/\text{m}$ kann auch eine gute Abschätzung im Sinne eines Fehlerindikators bilden, da diese Effekte bei der Berechnung von beliebigen Zügen nicht berücksichtigt werden.

Auch wenn die Modellanpassung 3 keinesfalls perfekt ist, so bildet sie doch eine gute Basis, um Spannungen an nicht gemessenen Punkten zu berechnen und damit den Grundstein für eine weitere Ermüdungsanalyse. Da die Berechnung von einer großen Anzahl an gemessenen Zügen Ziel dieser Modellanpassung ist, können sinnvollerweise keine Nichtlinearitäten berücksichtigt werden.

Tab. 3.7: Berechnete Eigenfrequenzen der verschiedenen Modellierungen im Vergleich

Bezeichnung	Eigenfrequenzen in Hz					
	1	2	3	4	5	6
Ausgangsmodell	2.85	4.68	5.33	6.53	9.98	10.72
Modellanpassung 1	2.78	4.74	5.42	6.63	10.09	10.39
Modellanpassung 2	2.79	4.73	5.34	6.49	10.01	10.79
Modellanpassung 3	2.80	4.70	5.42	6.65	10.18	11.10

In Tab. 3.7 ist ersichtlich, dass die am FE-Modell berechneten Eigenfrequenzen im Ursprungsmodell und Modellanpassung 1,2 und 3 nur geringfügige Unterschiede in ihren Werten aufweisen. Das liegt mitunter daran, dass die Auflagersteifigkeiten in globaler Y-Richtung wie im vorhandenen Ausführungsplan als feste Auflager modelliert sind. Dies wurde festgelegt, da sich durch eine Variation der Steifigkeiten kein wesentlicher Einfluss auf die berechneten Dehnungen ergeben hat. Auf die Eigenfrequenzen hingegen ist schon Einfluss gegeben, welcher aber aus erläuteter Problematik nicht in der Modellanpassung Anwendung gefunden haben.

Da mit der Schädigung wesentliche Anpassungsparameter definiert sind, die aber keinen qualitativen Einfluss auf die berechneten Eigenformen haben, ist dies auch kaum in den berechneten Eigenfrequenzen zu erkennen. Würde diese Problematik jedoch in Feldmitte vorhanden sein, wäre das auch direkt in diesen Ergebnissen erkennbar.

Trotz aller Vereinfachungen der Berechnung und aller vorhandenen Probleme bei den Messdaten konnte gezeigt werden, dass mit der berechneten Modellanpassung das Ausgangsmodell wesentlich verbessert werden kann, um bessere Prognosen für die Berechnung zu ermöglichen.

3.11 Dynamische Versuche

Um die Qualität der Daten weiter zu validieren und auch die dynamischen Parameter des Tragwerks zu bestimmen, wurden dynamische Versuche mittels Impulsanregung und Anregung durch Zugüberfahrten durchgeführt. Hierbei werden am Brückenquerschnitt Q5 und Q10 für die Dauer der Versuche insgesamt 7 Beschleunigungssensoren angebracht. Prinzipiell ist es möglich, auch diese Daten in einem gemeinsamen, hybriden Ansatz der Zielfunktion $f(\theta)$ zu berücksichtigen. Da aber nur eine geringe Anzahl an dynamischen Versuchen durchgeführt worden ist, wurde von dieser Methode abgesehen.

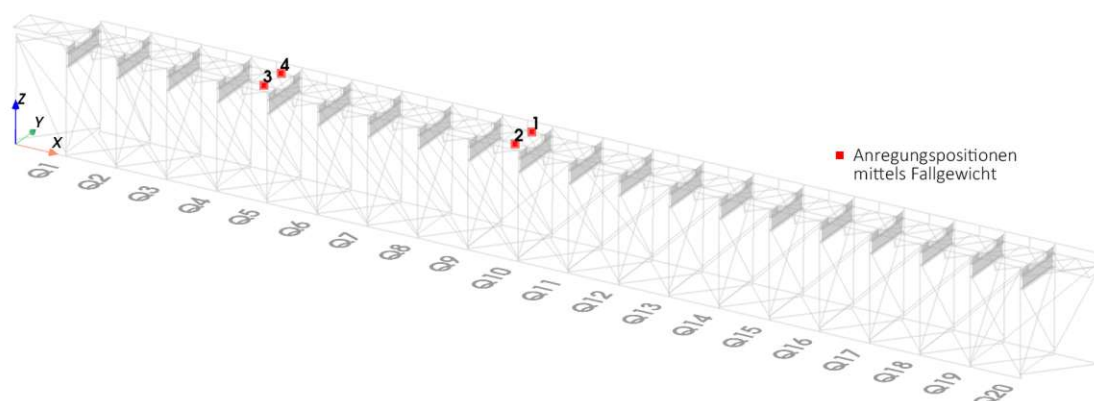


Abb. 3.36: Anregungsposition mittels Fallgewicht für die dynamischen Versuche

Bei den dynamischen Versuchen wurde das Tragwerk an vier Positionen, siehe Abb. 3.36, mit einem Fallgewicht von 10 kg angeregt. Diese Anregung wurde für jede Stelle etwa 10 Mal durchgeführt. Gemessen wurden die Beschleunigungen in zwei Brückenquerschnitten (Q5 und Q10) direkt unter den Anregungspositionen und damit im Viertelpunkt und in Brückenmitte, siehe Abb. 3.11. Mit insgesamt sieben Beschleunigungssensoren wurde die Schwingungsantwort des Systems gemessen. Zudem wurde an den montierten Beschleunigungssensoren auch die Schwingungsantwort des Tragwerks für zwei Zugüberfahrten aufgezeichnet. Da aber anhand der gemessenen Beschleunigungsantworten für die beiden Zugüberfahrten keine solide Aussage getroffen werden konnte wird nicht weiter auf diese eingegangen.

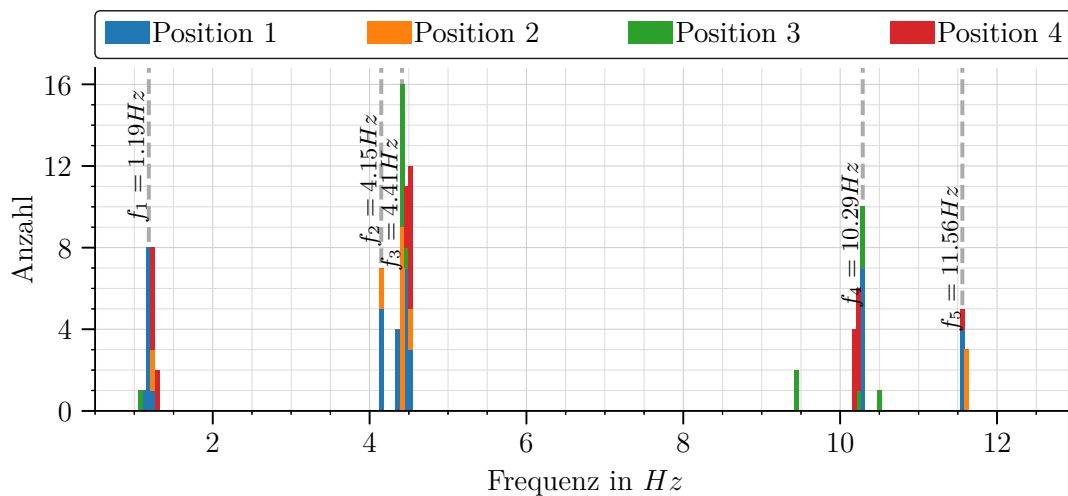


Abb. 3.37: Aus den dynamischen Test mit Impulsanregung bestimmte Eigenfrequenzen. Position 1 bis 4 bezeichnet die verschiedenen Anregungsposition.

In Abb. 3.37 sind die mit der Software Macec [40] ermittelten Eigenfrequenzen für die zuvor definierten Anregungspositionen durchgeführt. Hier wurde nach ausreichender Stabilität gefiltert, nicht aber nach der Größe der auftretenden Dämpfung. In diesem Histogramm ist ersichtlich wie oft eine stabile Eigenfrequenz für die verschiedenen Anregungspositionen auftritt. Mit der Anregung an einer festgelegten Position ist immer die Anregung von einer bestimmten Kombination an Eigenschwingzuständen gegeben, was in der gemessenen Häufigkeit der Eigenfrequenzen ersichtlich ist. Zudem kann erkannt werden, dass die Ermittlung der Eigenfrequenzen aus den Messdaten mit einer Streuung verbunden ist. In der Abbildung sind die am häufigsten Auftretenden Eigenfrequenzen mit ihren Werten ersichtlich. Bei dieser Berechnung wurde nur der Ausschwingvorgang der gemessenen Beschleunigungsantworten zur Ermittlung der Eigenfrequenzen und Dämpfungen berücksichtigt.

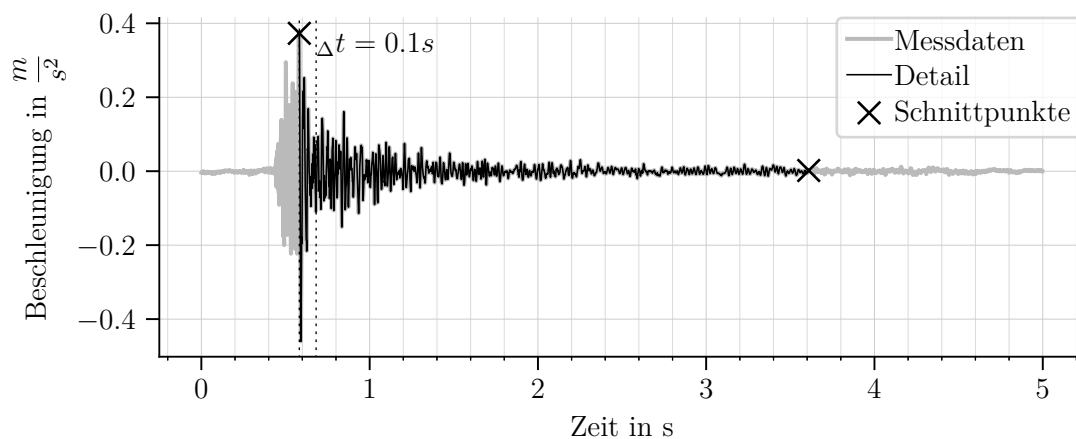


Abb. 3.38: Aufbereitung der gemessenen Beschleunigungsdaten

In Abb. 3.38 ist dargestellt, wie diese Beschleunigungsmessdaten aufbereitet wurden. Der relevante Anfangszeitpunkt wurde durch die maximal auftretender Beschleunigung definiert. Am Ende der Zeitdauer wurde untersucht ob ein sensorabhängiger Grenzwert für die Dauer einer

Sekunde unterschritten wird, um das Ende der ausgewerteten Daten festzulegen. Anregungen bei denen offensichtlich Störungen auftraten blieben vernachlässigt.

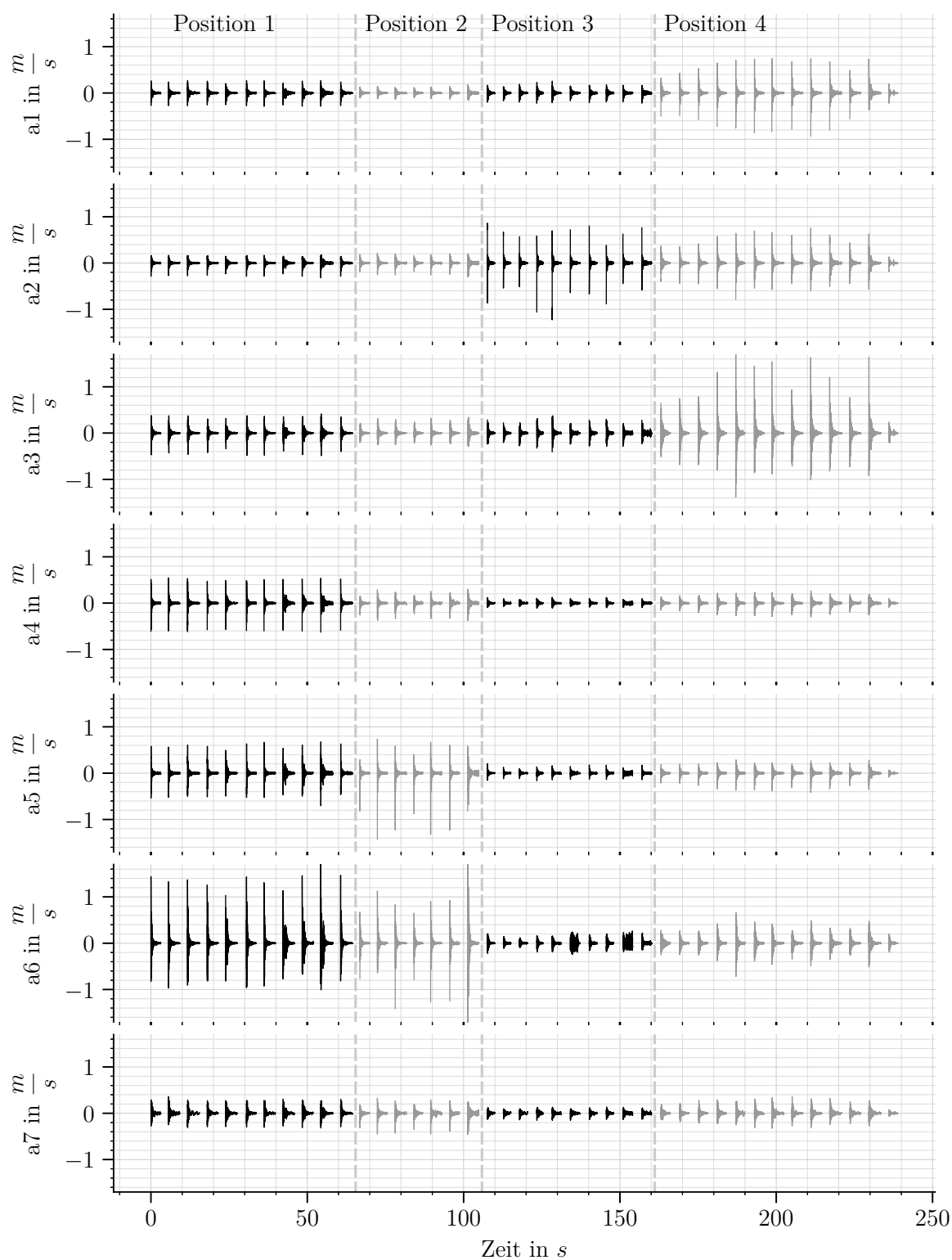


Abb. 3.39: Gruppierung der aufbereiteten Daten in die Anregungspositionen

In Abb. 3.39 sind alle aufbereiteten Beschleunigungsdaten dargestellt, die für die Bestimmung der Eigenfrequenzen und Dämpfungen mit der Software Macec verwendet wurden. Hierbei lässt sich erkennen, dass die gemessene Beschleunigungsantwort an den verschiedenen Sensorpositionen je nach Anregungsposition stark variieren kann. Da die Beschleunigungssensoren im Brückenquerschnitt Q5 und Q10 angeordnet sind, siehe Abb. 3.11, ist damit eine erwartete Charakteristik gegeben. Mit der Definition der Periodendauer des Eigenschwingzustandes kann zu Gl. 3.7 einfach ermittelt werden wie lange gemessen werden muss, um beispielsweise eine Anzahl von n Schwingperioden zu messen.

$$\underbrace{n \cdot T}_{\text{Messdauer}} = \frac{n}{f_0} \quad (3.7)$$

Wenn die Periode der ersten Eigenfrequenz für die Berechnung herangezogen wird, ist zudem sichergestellt, dass auch für höhere Frequenzen mindestens diese Anzahl an Perioden gemessen wird. Wollen 15 Perioden bei einer Frequenz von $2,85 \text{ Hz}$ (Berechnung mittels FE-Modell) gemessen werden, wäre dafür eine Messdauer von $5,3 \text{ s}$ erforderlich.

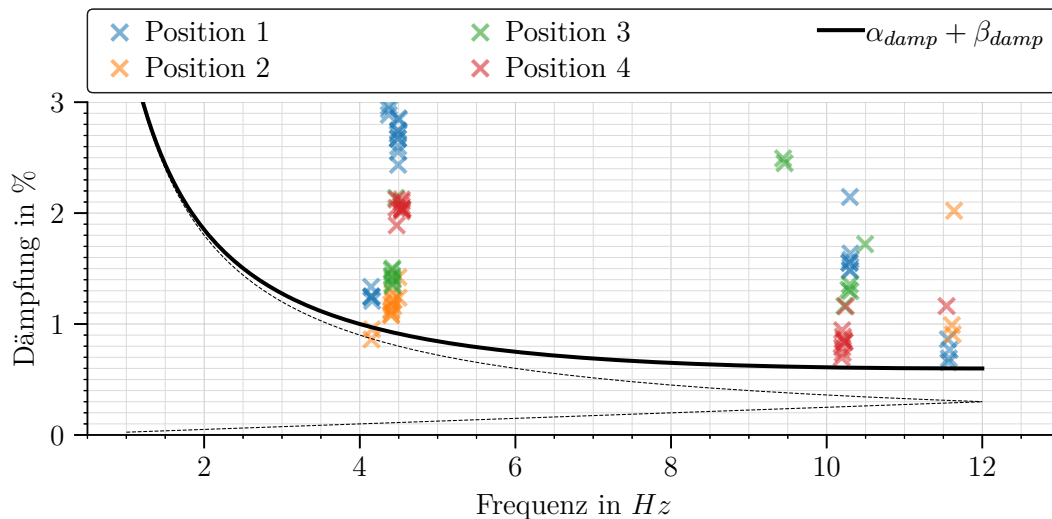
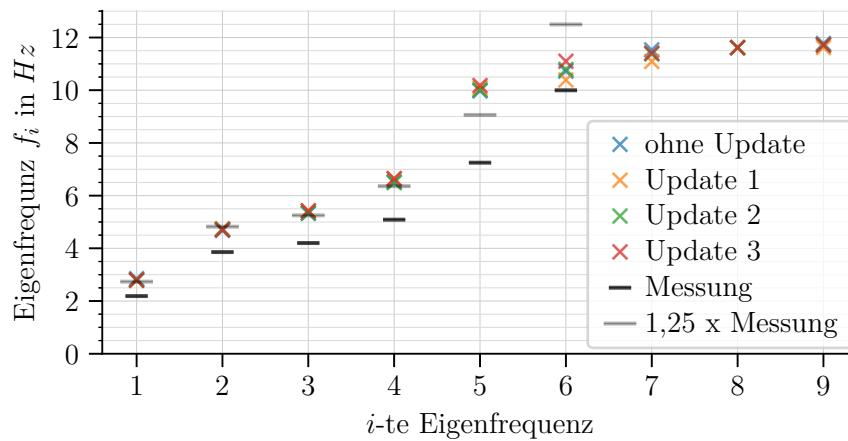


Abb. 3.40: Dämpfungen ermittelt mit der Software Macec [40] für die dynamischen Versuche mit Impulsanregung

In Abb. 3.40 ist dargestellt, wie hoch die Dämpfungen für die aus Abb. 3.37 ermittelten Eigenfrequenzen sind. Die Abbildung ist auf den relevanten Bereich einer Dämpfung ζ von 0–3% begrenzt, welche sinnvoll für die Untersuchung von Stahltragwerken ist. Da die in Abb. 3.40 berechneten Dämpfungen je nach Anregungsposition sehr stark variieren, bildet eine Optimierung der Messpunkte mit dem Fehlerquadrat keine gute Passgenauigkeit zu den Messungen. Hier gilt es festzuhalten, dass in der Berechnung die Methode des stochastischen Untermodells angewendet wurde. Dieses ist dafür gedacht, Eigenfrequenzen und Eigenformen aus einer Messung der Umgebungsreaktionen für eine längere Zeitdauer zu ermitteln.

Um bei weiteren dynamischen Berechnungen die Dämpfung nicht zu überschätzen, wird die Dämpfung durch die Definition von zwei Punkten in Abb. 3.40 definiert. Damit wird ein Minimum aller plausiblen Messdaten definiert und Überschätzung der Dämpfung wird vermieden. Die entsprechenden Punkte um die Variablen α_{damp} und β_{damp} der Rayleighdämpfung zu bestimmen, lauten wie folgt: ($4,0 \text{ Hz}/1,0\%$) und ($11,5 \text{ Hz}/0,6\%$).



H

Abb. 3.41: Vergleich der berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen

3.11.1 Validierung der Messung

Ein Vergleich aus mit den Neigungssensoren den ermittelten Eigenfrequenzen aus dem Ausschwingvorgang von Zugüberfahrten ist in Abb. 3.41 dargestellt. Hier kann festgestellt werden, dass die gemessenen Eigenfrequenzen untypischerweise niedriger liegen als jene, die aus einer Modalanalyse des FE-Modells berechnet wurden.

Für die Berechnung der Eigenfrequenzen mit einer Fast-Fourier-Transformation(FFT) wurde der Ausschwingprozess der Brücke infolge Zugüberfahrten betrachtet. Hierzu werden die Neigungsdaten von vier Neigungssensoren in jeweils zwei unterschiedlichen Neigungsrichtungen betrachtet. Die acht Schwingungsantworten der Neigungssensoren werden hierbei herangezogen, 3 Sekunden nachdem der Zug die Brücke verlassen hat (t_3).

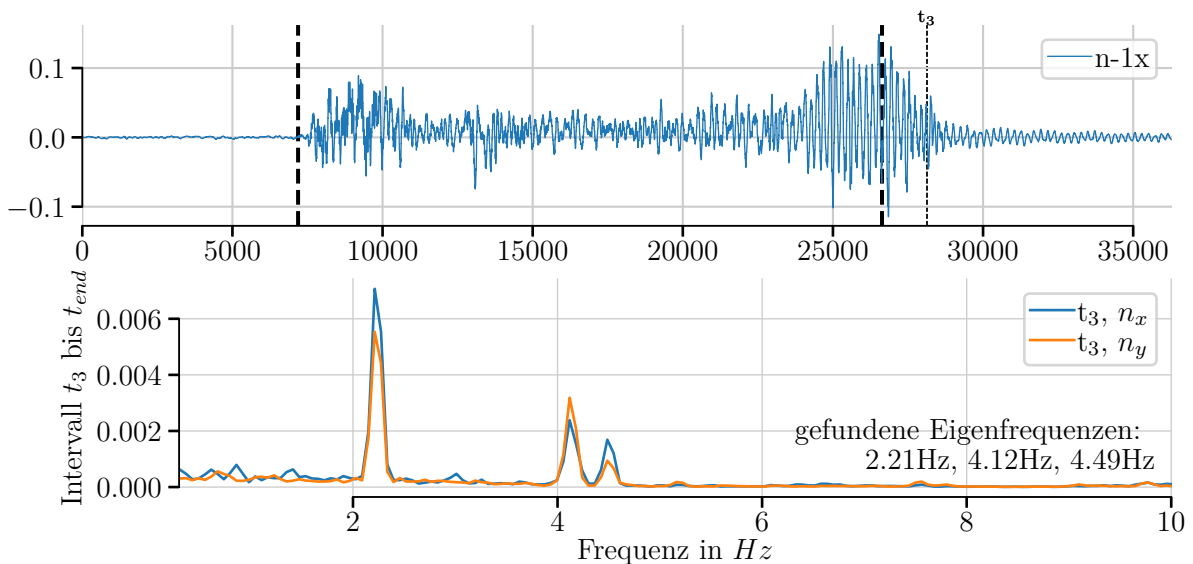


Abb. 3.42: Bestimmung der Eigenfrequenzen der Brücke mittel FFT am gemessenen Ausschwingvorgang der Neigungssensoren nach der Zugüberfahrt des Güterzugs 20220801_232622

Für alle Modellanpassungen sind die berechneten Eigenformen in Kap. A.4 dargestellt. Dort ist ersichtlich in welchem Ausmaß sich die geänderten Eigenfrequenzen auf die gefundenen Eigenformen auswirken.

Die aus den Neigungssensoren berechneten Eigenfrequenzen, siehe Abb. 3.42, können jenen bestimmten Eigenfrequenzen auf Basis der Beschleunigungsantworten für Zugüberfahrten als auch für Beschleunigungsantworten der dynamischen Versuche bei einer Anregung durch ein Fallgewicht verglichen werden. Zudem können durch eine Modalanalyse auch die berechneten Eigenfrequenzen mit dem FE-Modell verglichen werden.

Mit einer Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenformen am FE-Modell kann eine Validierung zur Berechnung aus den Messdaten erfolgen.

Kapitel 4

Vereinfachte Berechnung an der untersuchten Fachwerksbrücke

In diesem Kapitel gilt es die Erkenntnisse und methodischen Möglichkeiten aus allen bisherigen Kapiteln zusammenzubringen. In Kapitel 2 wurden für die zugrundeliegenden Zugdaten Klassifizierungen nach den Streckenklassen aus DIN EN 15528 [3] getrennt für Güterwagen und Personenwagen gebildet. Die in den Klassifizierungen durch Signatur und Spektrum ermittelten aggressiven Züge bilden die Basis für eine weitere Beschleunigungsberechnung mit den analytischen Methoden. Hierbei wird die maximal auftretende Beschleunigung nach der in Kapitel 1 erklärten DER- und LIR-Methode durchgeführt. Diese Berechnung wird nun nicht an allgemeinen Brücken durchgeführt, sondern an der in Kapitel 3 untersuchten Fachwerksbrücke. Besonders interessant gestaltet sich hier, in welchem Ausmaß Effekte der Modellanpassung in den Beschleunigungsergebnissen der DER- und LIR-Methode widerspiegelt werden können. Damit werden nun auch die in Kapitel 1 erklärten Grundlagen auf die untersuchte Fachwerksbrücke aus Kapitel 3 angewendet.

4.1 Grundlagen der analytischen Beschleunigungsberechnung

Die bisherigen Berechnungen mit der DER-Methode als auch LIR-Methode in Kapitel 2 gehen im Gegensatz zu diesem Kapitel nicht über die Ermittlung der Zugsignaturen und Zugspektren der Anregung hinaus. Somit wird hier aufbereitet, wie sich die Ergebnisse gliedern und darstellen.

Grundsätzlich gibt es im ERRI-Bericht [4] ein Kapitel, welches sich mit den zugrundeliegenden Annahmen der DER-Methode befasst und dabei auf die Qualität der Lösung und mögliche Verbesserungen der Berechnung eingeht. Erkenntnisse daraus sind in Kapitel 4.1.1 und 4.1.2 erklärt, um die weiteren vereinfachten Berechnung verständlich zu gestalten.

Wie im ERRI-Bericht [4] erläutert, ist mit der Berechnung der Beschleunigung nach der LIR-Methode eine sehr genaue Übereinstimmung mit einer FE-Berechnung gegeben, insofern die Bedingung $\frac{\lambda}{2L} < \frac{1}{3}$ eingehalten ist. Dieses Kriterium kann umgeformt werden, um einen oberen Geschwindigkeitsgrenzwert für die Berechnung zu Gl. (4.1) festzulegen.

$$v_{gr,LIR} < \frac{2}{3} f_0 L \quad (4.1)$$

Während die Berechnung der maximalen Beschleunigung sehr gute Ergebnisse liefert, ist die Berechnung der maximalen Verschiebung mit Vorsicht zu genießen. Das liegt daran, dass die statische Durchbiegung Y_0 in der Herleitung des Formelwerks der DER- und LIR-Methode nicht berücksichtigt wird. Hier ist eine Verfeinerung denkbar, um die statische Durchbiegung zu berücksichtigen. Eine Berücksichtigung des gesamten Zugs als verteilte Last pro Länge P_{eq} bringt aber bei über den Zug tatsächlich ungleichmäßig verteilten Achslasten, (z.B.: Güterzüge) wesentlich schlechtere Ergebnisse.

4.1.1 Beschleunigungsberechnung nach der DER-Methode

Durch Definition der Einflusslinie besteht eine besondere Problematik, da die Einflusslinie der DER-Methode als auch LIR-Methode über die Wellenlänge verteilt regelmäßig den Wert 0 annimmt. Da im Ergebnis der Beschleunigung in Gl. (1.71) die Einflusslinie $A(L/\lambda)$ ein Faktor des Ergebnisses ist, erfolgt eine Auslöschung der Gesamtbeschleunigung, wenn die Einflusslinie $A(L/\lambda)$ den Wert 0 erreicht. In Abb. 4.1 und Abb. 4.2 ist dieser Auslöschungseffekt für die Einflusslinien auf verschiedenen definierten Abszissen ersichtlich. Damit die Einflusslinien verglichen werden können, erfolgte in den beiden Abbildungen eine Umrechnung gemäß Kap. 4.1.3, welche mit dem Apostroph ' bezeichnet wird. Dieser in der Berechnung auftretende Auslöschungseffekt hat aber nichts mit der Realität zu tun und ist daher in der Berechnung der maximalen Beschleunigung nicht erwünscht. Deshalb wird zusätzlich die Beschleunigung aus dem dynamischen Vergrößerungsfaktor φ' gemäß Gl. (4.2) ermittelt.

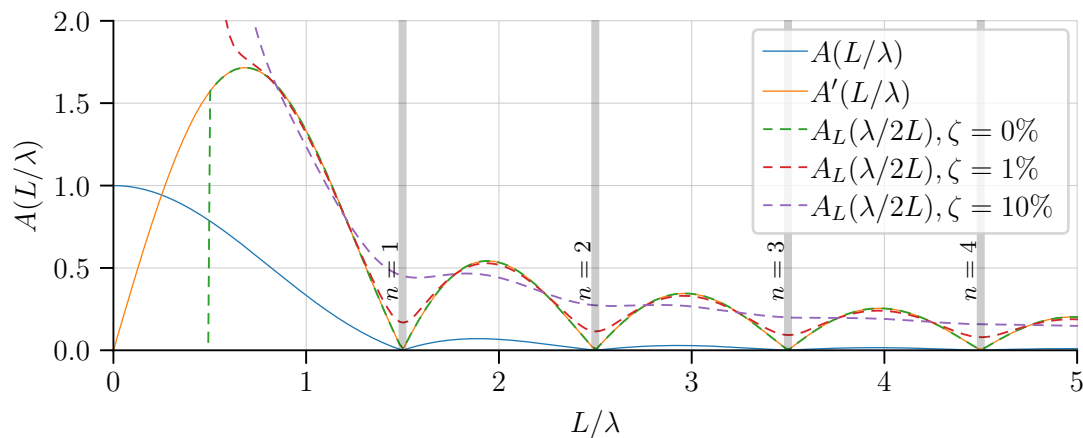


Abb. 4.1: Einflusslinien der DER- und LIR-Methode aufgetragen gegen L/λ

$$\ddot{Y}_{max} = Y_0 \varphi'(2\pi f_0)^2 \quad (4.2)$$

$$\varphi' = \frac{r}{1 - r + r^4} \quad (4.3)$$

$$r = \frac{\lambda}{2L} \quad (4.4)$$

Wird die vereinfacht berechnete Beschleunigung über die Wellenlänge aufgetragen, so lässt sich diese als unterer Grenzwert der Beschleunigung interpretieren. Um die Genauigkeit der Berechnung zu erhöhen, kann also die Hüllkurve der beiden Beschleunigungen zu Gl. (1.71) und Gl. (4.2)) gebildet werden.

Zur Berechnung der statischen Durchbiegung Y_0 wird eine gleichmäßig verteilte Kraft pro Länge P_{eq} gemäß Gl. (4.5) eingeführt. Diese Kraftgröße berücksichtigt das Gewicht des Zugs, nicht aber die Masse der Konstruktion. Unterscheiden sich bei einem Zug beispielsweise die Achslasten des Triebkopfs und der Personenwagen sehr stark, so wird in im ERRI-Bericht [4] erklärt, dass hier noch weiter gegliedert werden kann, um ein besseres Ergebnis zu erzielen.

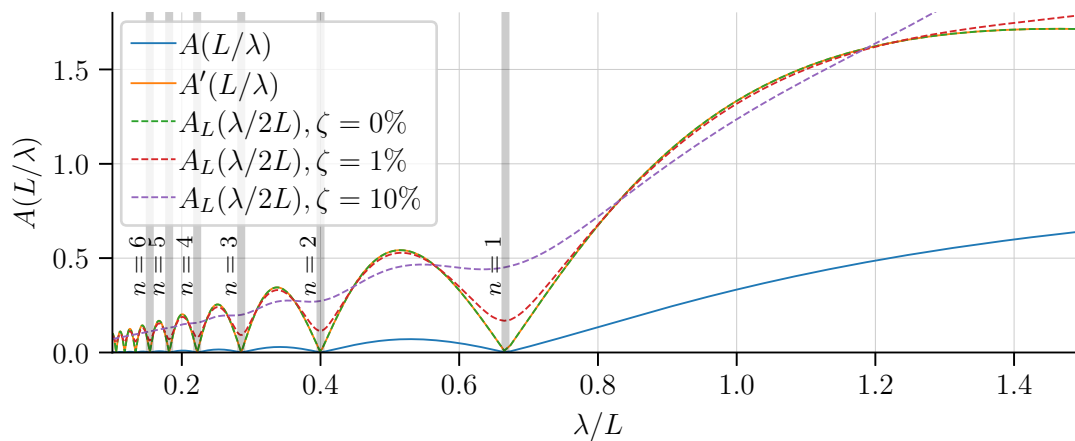


Abb. 4.2: Einflusslinien der DER- und LIR-Methode aufgetragen gegen λ/L .

$$P_{eq} = \frac{\sum_{i=0}^N P_i}{X_{N-1}} \quad (4.5)$$

Die Ersatzgrößen am EMS können durch die Formulierung der generalisierten Federsteifigkeit $K^* = \frac{EI\pi^4}{2L^3}$, als auch der generalisierte Masse $M^* = \frac{1}{2}\mu L$ unter Verwendung von $\omega_0^2 = \frac{K^*}{M^*}$ auf einen Ausdruck für die Biegesteifigkeit EI gemäß Gl. (4.6) umgeformt werden.

$$EI = \frac{2f_0^2}{\pi^2} L^4 \mu \quad (4.6)$$

Mit diesem Ausdruck lässt sich die statische Durchbiegung eines Bernoulli-Balkens Y_0 zu Gl. (4.7) vereinfachen.

$$Y_0 = \frac{5L^4}{384EI} P_{eq} = \frac{5\pi^2}{1536\mu f_0^2} P_{eq} \quad (4.7)$$

Das Weglassen der kurzen Zugverbände führt prinzipiell zu besseren Ergebnissen, da in der Herleitung die Vereinfachung getroffen wurde, dass die Brückenlänge im Verhältnis zur Zuglänge vernachlässigt wird. In den bisher durchgeführten Berechnungen lag der Fokus aber stets darauf, möglichst allgemeine Bewertungen zu ermöglichen. So werden in der weiters durchgeführten Beschleunigungsberechnung nach der DER-Methode auch keine weiteren Verfeinerungen und damit keine verschiedenen Lasten P_{eq} oder keine Beschränkungen der Zugverbände berücksichtigt. Eine denkbare Herangehensweise wäre hierbei alle Zugverbände mit einer Länge $< 100 \text{ m}$ zu ignorieren. Da aber dadurch auch sehr kurze Züge ignoriert werden könnten, wurde und wird dieses Kriterium nicht berücksichtigt.

4.1.2 Beschleunigungsberechnung nach der LIR-Methode

Die LIR-Methode wurde grundsätzlich als eine Verbesserung der DER-Methode entwickelt. Hier zeigt sich, dass für ungedämpfte Tragwerke ($\zeta = 0$) für die Beschleunigung nach DER- und LIR-Methode das gleiche Ergebnis abgebildet wird. So kann in Abb. 4.1 und Abb. 4.2 erkannt werden, dass es im Anwendungsbereich der DER-Methode keinen ersichtlichen Unterschied im

Ergebnis der Einflusslinie gibt. Bei keiner Dämpfung zeigen beide Methoden Nullstellen an den gleichen Stellen (für $L/\lambda > 1$). Wird nun aber ein reales Tragwerk für eine bestimmte Dämpfung betrachtet, zeigt sich, dass mit steigender Dämpfung auch die Auslöschungseffekte der Einflusslinie für die LIR-Methode abnehmen. Bei der DER-Methode hingegen fließt das Lehr'sche Dämpfungsmaß ζ nicht in die Berechnung der Einflusslinie ein.

Zudem werden mit der LIR-Methode verschieden verteilte Lasten besser berücksichtigt. Das ist darauf zurückzuführen, dass der Dämpfungsterm an der Stelle jeder Achslast auszuwerten ist, und damit die Verteilung direkten Einfluss auf die Antwort hat. Bei der DER-Methode hat die Lastverteilung der einzelnen Achsen hingegen nur Einfluss auf das Ergebnis der Zugverbände.

Wird die LIR-Methode für die Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung verwendet, so lässt sich direkt das Formelwerk der Herleitung gemäß Gl. (1.100) verwenden. Hier müssen keine weiteren Verfeinerungen getroffen werden, um die Rechengenauigkeit zu erhöhen.

4.1.3 Umrechnung der DER- und LIR Teilergebnisse

Durch die wesentliche Definition nach DER- als auch LIR-Methode ist die maximale vertikale Beschleunigungsantwort einer als Bernoulli-Balken vereinfachten Eisenbahnbrücke für die Überfahrt eines Zugs zu einem Produkt aus drei Faktoren definiert. Im Rahmen der Entwicklung der DER-Methode wird zudem darauf eingegangen, wie die beiden Methoden durch eine Umrechnung verglichen werden können. So lässt sich für eine Dämpfung $\zeta = 0$ eine Umrechnung für die einzelnen Faktoren durch einen Komponentenvergleich finden.

In Tab. 4.1 sind die aus dem Komponentenvergleich erhaltenen Faktoren s . Um nun die Teilergebnisse einer Methode mit jenen der anderen vergleichen zu können muss das Teilergebnis mit den Faktoren s aus Tab. 4.1 multipliziert werden.

Ein exemplarischer Vergleich und damit das Ergebnis der Multiplikation wurde in Gl. (4.8) dargestellt. C'_t bezeichnet den in die LIR-Methode übersetzten Term C_t der DER-Methode. Auch alle anderen übersetzten Terme (der DER- und LIR-Methode) werden mit Apostroph ' bezeichnet.

$$C'_t = C_t \cdot s \quad (4.8)$$

DER \rightarrow LIR		LIR \rightarrow DER	
Term	Faktor s	Term	Faktor s
C_t	$\frac{\pi}{2L}$	C_L	$\frac{2L}{\pi}$
$A(L/\lambda)$	$\frac{4L}{\lambda}$	$A_L(\lambda/2L)$	$\frac{\lambda}{4L}$
$G(\lambda)$	$\frac{\lambda}{2\pi}$	$G_L(\lambda)$	$\frac{2\pi}{\lambda}$

Tab. 4.1: Faktoren zum Übersetzen und Vergleich der Terme der DER- und LIR-Methode

4.2 Berechnung an der Fachwerksbrücke

Grundsätzlich ist die Berechnung einer bestehenden Eisenbahnbrücke in ÖNORM B 4008-2 Anhang F.2 [41] geregelt. In Bezug auf dynamische Berechnungen sind hier mehrere Fälle definiert, für welche eine Untersuchung nicht zwingend erforderlich ist. Sind jedoch dynamische Berechnungen erforderlich, so sind diese in Österreich nach ÖNORM EN 1991-2 [42] und RW 08.01.04 [15] durchzuführen.

In diesem Kapitel soll die maximale Beschleunigungsantwort der untersuchten Struktur für eine vereinfachte Berechnung untersucht werden. Gerade durch die mögliche Berechnung mit den vereinfachten analytischen Methoden in Bezug auf die vorhandenen Regelwerke kann die weitere exemplarische Berechnung zumindest als Abschätzung auch für andere Tragwerke relevant sein. Ein Vergleich mit einer transienten Berechnung des FE-Modells wäre zwar ein Mehrwert für die Bewertung, wird aber nicht durchgeführt, da bereits die Rechenzeit für einen einzelnen Zug für mehrere Geschwindigkeitsschritte den Rahmen der Arbeit sprengen würde.

4.2.1 Grenzwerte der Beschleunigung

Für die dynamische Untersuchung von bestehenden Eisenbahnbrücken ist in ÖNORM B 4008-2 [41] festgelegt, welche Spitzenwerte der Beschleunigung des Brückenüberbaues für Eisenbahnbrücken zulässig sind. Auch im RW 08.01.04 der ÖBB [15] lassen sich die gleichen Richtwerte finden. Nach Unterscheidung der Art des Oberbaus lauten die Grenzwerte wie folgt:

- Für Neuberechnungen:
 - Schotterbett: $a_{max} = 3,5 \frac{m}{s^2}$
 - Direkt auf dem Überbau befestigte Gleise: $a_{max} = 5,0 \frac{m}{s^2}$
- Für die Untersuchung von Bestandsobjekten
 - Schotterbett: $a_{max} = 6,0 \frac{m}{s^2}$
 - Direkt auf dem Überbau befestigte Gleise: $a_{max} = 8,0 \frac{m}{s^2}$

Da es sich bei der untersuchten Fachwerksbrücke um eine bestehende Fachwerksbrücke mit direkt auf dem Überbau befestigten Gleisen handelt, ist der Beschleunigungsgrenzwert a_{max} von $8,0 \frac{m}{s^2}$ das maßgebende Kriterium. Hier gilt es jedoch zu diskutieren, warum für Bestandsobjekte eine andere Sicherheit gelten soll als für Neuberechnungen und ab wann ein neues Objekt in den Bestand übergeht. Daher ist es sicher von Vorteil auch den Beschleunigungsgrenzwert für die Neuberechnung a_{max} von $5,0 \frac{m}{s^2}$ im Hinterkopf zu behalten.

4.3 Vergleich der Berechnung

Um Berechnungen nach DER- und LIR-Methode durchführen zu können, muss das gewählte Tragwerk zunächst auf einen Bernoulli-Balken vereinfacht werden. Folgende Parameter werden gewählt, um den Bernoulli-Balken und damit den zugrundeliegenden Einmassenschwinger vollständig zu beschreiben:

- Eigenfrequenz f_0 in Hz
Die Eigenfrequenz wird einerseits durch die Modalanalyse ermittelt und andererseits durch Messungen. Hier gilt es zu beachten, dass die erste zur ersten vertikalen Eigenform zugehörige Eigenfrequenz als f_0 definiert ist, welche auch die Grundlage für die Herleitungen der DER- und LIR-Methode bildet.
- Streckenmasse μ in kg/m
Die Streckenmasse der Brücke kann einerseits berechnet werden, indem die Gesamtmasse der Brücke auf die Länge bezogen wird. Eine andere Möglichkeit besteht darin, über die generalisierte Federsteifigkeit K^* und die Eigenfrequenz die generalisierte Masse M^* zu ermitteln und aus dieser wiederum die Streckenmasse μ .
- Spannweite L in m
- Lehm'sches Dämpfungsmaß ζ

Die Ermittlung der gesamten Brückenmasse aus dem FE-Modell bietet einen guten Anhaltspunkt, unterschätzt aber mit Sicherheit die tatsächliche Brückenmasse, da hier nur die Haupttragstruktur modelliert ist (Vernachlässigung von Schwellenrost, elektrischen Anlagen, Revisionssteg, ...). Die vertikale Steifigkeit der Brücke sollte im Gegensatz zur Brückenmasse im FE-Modell prinzipiell besser abgebildet werden können. Die Steifigkeit der Brücke und damit die idealisierte Beigesteifigkeit des äquivalenten Bernoulli-Euler-Balkens wurde zudem durch die Modellanpassung optimiert, die Brückenmasse aber nicht. Durch die Berechnung der maximalen vertikalen Verformung w_{max} infolge einer Einzellast P in Feldmitte am FE-Modell kann die generalisierte Steifigkeit K^* des EMS sehr einfach zu Gl. (4.9) ermittelt werden. In Abb. 4.3 ist exemplarisch die Gesamtverformung des Tragwerks für das Ursprungsmodell dargestellt.

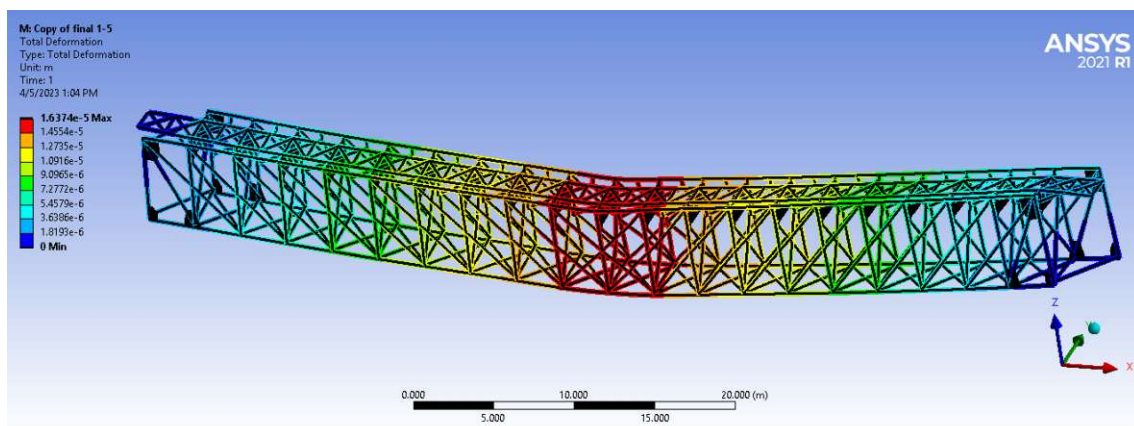


Abb. 4.3: Durchbiegung zufolge einer Einzellast $P = 1kN$ in Feldmitte

$$K^* = \frac{P}{w_{max}} \quad (4.9)$$

Alternativ kann die Brückenmasse pro Länge μ mit Gl. (4.10) und Gl. (4.11) berechnet werden. Gl. (4.10) berechnet die Steifigkeit eines schubstarrten Balkens ausgehend von der Durchbiegung einer Einzellast in Feldmitte [43]. Mit der Brückenmasse pro Längeneinheit μ zu Gl. (4.11) ist damit eine Steifigkeitsaussage der Brücke für die Berechnung der maximalen Beschleunigung beschrieben.

$$EI = \frac{L^3}{48w_{max}} P \quad (4.10)$$

$$\mu = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \frac{EI}{(2\pi f_0)^2} \quad (4.11)$$

In Tab. 4.2 sind alle Größen der Brücke definiert, um die maximale Beschleunigung mit den vereinfachten Methoden zu berechnen. Für die Berechnung sind nicht alle Werte der Tabelle erforderlich, aber zur Vollständigkeit angegeben.

	Ursprungsmodell	Modellanpassung 3
gewählte Einzelkraft P		1000N
statische Durchbiegung unter Einzellast w_{max}	$1.550 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$1.531 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
generalisierte Federsteifigkeit K^*	$64.516 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	65.3210^6 N/m
Biegesteifigkeit EI	$290.32 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2$	$293.9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2$
Brückemasse pro Länge μ	3133.4 kg/m	3172.3 kg/m
Eigenfrequenz der Brücke f_0		4.2Hz
Spannweite L		60.0m
Dämpfung ζ		0.3, 0.5 und 0.8%
Wellenlängen λ		4.0–26.0m
Geschwindigkeit v		60.5–393.1 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Tab. 4.2: Parameter der Berechnung zur Ermittlung der maximalen Beschleunigung

Zur Berechnung und Beurteilung der maximal auftretenden Beschleunigung mit den analytischen Methoden ist die Berechnung der Grenzggeschwindigkeit der LIR-Methode $v_{gr,LIR}$ zu Gl. (4.1) ein zentraler Punkt. Eine Berechnung mit den Werten der untersuchten Brücke aus Tab. 4.2 liefert ein Grenzggeschwindigkeit von $v_{gr,LIR} = 168 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 604 \text{ km/h}$. Der untersuchte Geschwindigkeitsbereich für die Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung wurde mit 60,5–393,1 km/h festgelegt. Da die ermittelte Grenzggeschwindigkeit $v_{gr,LIR}$ wesentlich höher liegt als der Geschwindigkeitsbereich von Interesse, ist die erste Voraussetzung erfüllt, um plausible Ergebnisse zu berechnen.

Weiters ist für die Herleitung der DER-Methode die Vereinfachung getroffen, dass die Brückenlänge zur Zuglänge vernachlässigt wird. Gerade für die DER-Methode sollten zudem nur Züge mit relativ gleichmäßig verteilten Lasten untersucht werden, da die Dämpfung nicht auf jede Achse zum Zeitpunkt der Anregung berücksichtigt wird, sondern aus der mathematischen Vereinfachung zu einem Zeitpunkt für alle Achsen. Auch für die Brückenlänge von 60,0 m sind diese Kriterien für die HSLM-A Züge zumindest in gutem Maße erfüllt. Für die Untersuchung allgemeiner Personenzüge (z.B.: Triebwagen oder lokbespannte Personenwagen) als auch von Güterzügen sind diese Kriterien jedenfalls schlechter erfüllt, was eine Anwendung der LIR-Methode nahelegt.

Da bei der Bestimmung der Dämpfung ζ der untersuchten Fachwerksbrücke eine große Streuung auftritt, wird die Beschleunigung nach den analytischen Methoden zunächst für verschiedene Dämpfungswerte ζ von 0.3, 0.50 und 0.80% berechnet. Da das Lastmodell HSLM-A klar definiert ist und auch Relevanz für die Bemessung von Brückentragwerken besitzt, werden die verschiedenen

Dämpfungswerte ζ anhand einer Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung \ddot{Y} der HSLM-A Züge verglichen, siehe Abb. 4.4, Abb. 4.5 und 4.6.

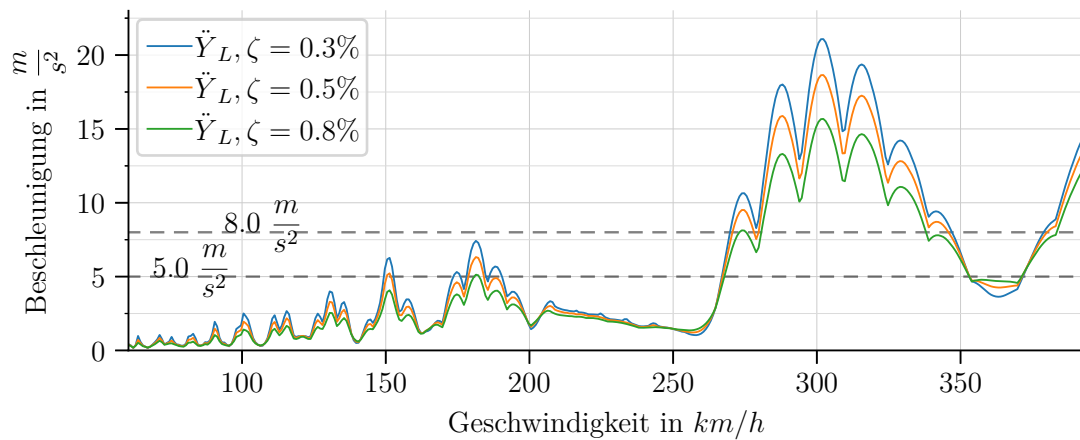


Abb. 4.4: Maximale Beschleunigung durch das Zugset HSLM-A an der Brücke der Modellangepassung mit der LIR-Methode

In Abb. 4.4 sind die mit der LIR-Methode berechneten maximal auftretenden Beschleunigungen \ddot{Y}_L für verschiedene Dämpfungswerte ζ über die Zuggeschwindigkeit v dargestellt. Die Wellenlänge λ wird durch die Betrachtung der Brücke und damit die Festlegung der ersten vertikalen Eigenfrequenz f_0 in eine Geschwindigkeit $v = \frac{\lambda}{f_0}$ umgerechnet.

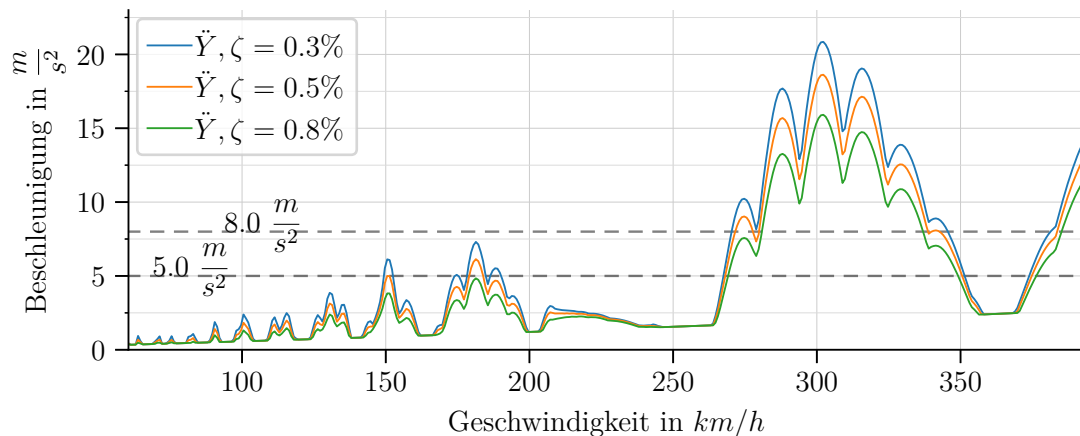


Abb. 4.5: Maximale Beschleunigung durch das Zugset HSLM-A an der Brücke der Modellangepassung mit der DER-Methode

In Abb. 4.5 ist die maximale auftretende Beschleunigung durch Berechnung mit der DER-Methode \ddot{Y} am Lastmodell der HSLM-A Züge für verschiedene Dämpfungen ζ über die Zuggeschwindigkeit aufgetragen. Hierbei findet der in Kap. 4.1.1 erklärte, verbesserte Ansatz zur Berechnung der Beschleunigung durch die Berücksichtigung des dynamischen Vergrößerungsfaktors ϕ' auf der Grundlage der DER-Methode Anwendung. Es zeigen sich grundsätzlich sehr ähnliche Ergebnisse wie bei der Berechnung nach der LIR-Methode \ddot{Y}_L . Der wesentliche Unterschied in der Berechnung liegt in jenen wiederholt auftretenden Bereichen mit niedrigen

Beschleunigungen, da das Lehr'sche Dämpfungsmaß ζ keinen Einfluss auf die Einflusslinie der DER-Methode $A(L/\lambda)$ hat.

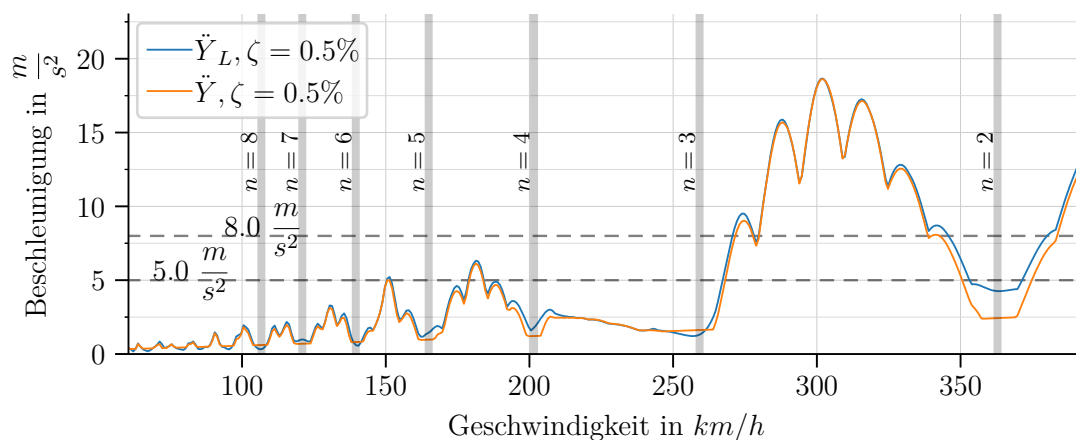


Abb. 4.6: Vergleich der maximalen Beschleunigung des Zugsets HSLM-A für die DER- und LIR-Methode

In Abb. 4.6 ist die berechnete Beschleunigung nach der DER-Methode \ddot{Y} als auch jene der LIR-Methode \ddot{Y}_L über die Zuggeschwindigkeit aufgetragen. Zum besseren Vergleich werden die Ergebnisse hier nur für eine Dämpfung ζ von 0.5 % betrachtet. Hier kann erkannt werden, dass die Methoden bei größeren Beschleunigungen gut übereinstimmen. Unterschiede treten dort auf, wo die Einflusslinie der DER-Methode $A(L/\lambda)$ den Wert 0 erreicht. Diese Bereiche sind durch die Nummerierung der Nullstellen der Einflusslinie n auch in Abb. 4.6 dargestellt. Das zu Beginn definierte Anwendungskriterium für die LIR-Methode (Aufgrund der Form der Einflusslinie) entspricht gleichzeitig der Nullstelle $n = 1$. Da nur Geschwindigkeiten unter der Nullstelle $n = 1$ betrachtet werden, ist auch die Anwendungsgrenze der LIR-Methode eingehalten.

Sowohl in der DER-Methode, als auch in der Spezialisierung der LIR-Methode für eine Dämpfung $\zeta = 0$ lässt sich zeigen dass diese Bereiche mit Wellenlängen λ oder Geschwindigkeiten v für beliebige natürliche Zahlen $n \in \mathbb{N}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) durch Gl. (4.12) und Gl. (4.13) definiert sind.

$$A(L/\lambda) = 0 \quad \text{für } \lambda = \frac{2L}{1 + 2n} \quad (4.12)$$

$$A(L/\lambda) = 0 \quad \text{für } v = \frac{2Lf_0}{1 + 2n} \quad (4.13)$$

4.3.1 Zulässige Höchstgeschwindigkeit

Die dynamische Bewertung des Schienenoberbaus ist ein wesentlicher Teil des Nachweises einer Eisenbahnbrücke, um die maximal zulässige Höchstgeschwindigkeit zu ermitteln. Auch wenn durch die Beurteilung der maximal auftretenden vertikalen Beschleunigung alleine kein Nachweis erfüllt ist, kann damit aber gerade für die Hochgeschwindigkeitsüberfahrt von Zügen eine relevante Aussage gemacht werden. Unter Berücksichtigung der vorhergehenden Berechnung der Beschleunigung als auch des zu betrachtenden Grenzwertes des Bestandsobjekts von $8.0 \frac{m}{s^2}$ zeigt sich, dass für die verschiedenen Dämpfungen ζ der Grenzwert zu annähernd gleichen Geschwindigkeiten erreicht wird. Somit wird für eine vereinfachte abschätzende Beurteilung die

Dämpfung von 0.3 % verwendet. Damit wird die Beschleunigung in den relevanten Bereichen nicht unterschätzt.

Da mit diesen Methoden eine rasche Berechnung möglich ist, kann nun auch die maximale Beschleunigung für die besonders aggressiven Züge der jeweiligen Streckenklassen aus Kapitel 2 berechnet werden. Werden wieder die Ergebnisse der LIR-Methode dargestellt, da mit diesen eine höhere Qualität erzielt werden kann.

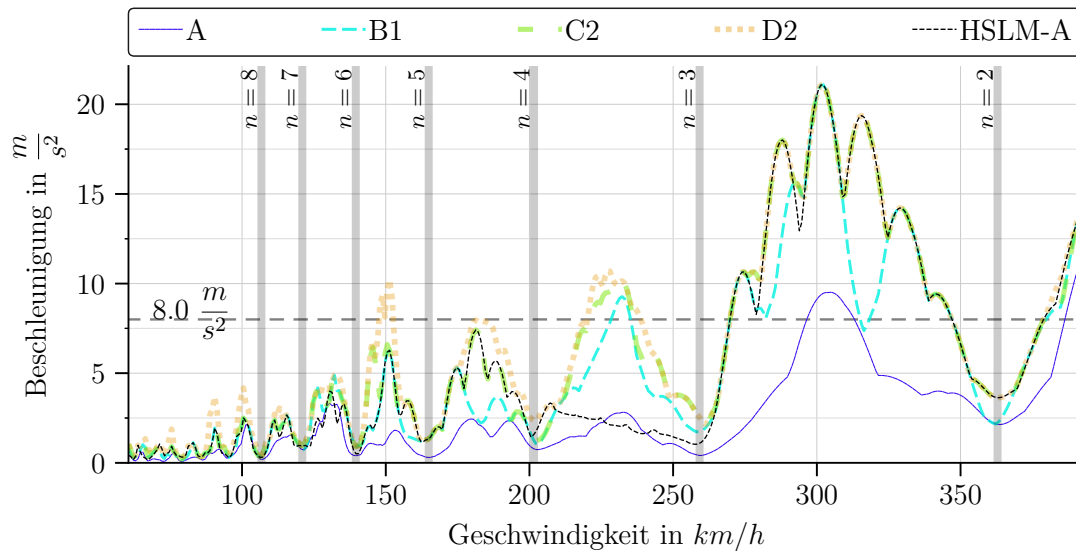


Abb. 4.7: Beschleunigungen für die dynamische aggressiven Personenzüge und das Hochgeschwindigkeitslastmodell HSLM-A an der Fachwerksbrücke durch die Berchnung mittels LIR-Methode

In Abb. 4.7 sind die maximal auftretenden Beschleunigungen durch eine Berechnung der LIR-Methode für die in Kapitel 2 ermittelten aggressiven Züge der Klassifizierung nach DIN EN 15528 [19] für Personenwagen über die Zuggeschwindigkeit v dargestellt. Hierbei ist anzumerken, dass in den besonders aggressiven Zügen der Klassifizierungen für Fahrzeuge A, B1, C2 und D2 für Personenzüge die Züge des Hochgeschwindigkeitszugmodells HSLM-A bereits enthalten sind. Doch durch die Ergänzung mit generierten Daten, Messdaten und verschiedener Literaturdaten ist ersichtlich, dass es für die untersuchte Fachwerksbrücke tatsächlich einen Geschwindigkeitsbereich gibt, für den das Zugset HSLM-A die maximalen Beschleunigungen wesentlich unterschätzt. Durch die dynamischen Eigenschaften der Fachwerksbrücke ist dieser Bereich zwischen den Nullstellen $n = 3$ und $n = 4$ und damit den Geschwindigkeitsbereich von etwa 200–260 km/h klar ersichtlich. In diesem Fall ist damit für das Zugset HSLM-A eine höhere Geschwindigkeit zulässig als für beispielsweise die Personenzüge der Klassifizierung für Fahrzeuge B1, obwohl die HSLM-A Züge einer höheren Klassifizierung angehören als B1.

So zeigt eine Berechnung der maximalen Beschleunigung mit den HSLM-A Zügen eine Geschwindigkeit von 270 km/h , durch die der Beschleunigungsgrenzwert überschritten wird.

In Abb. 4.8 sind die maximal auftretenden Beschleunigungen durch eine Berechnung der LIR-Methode für die in Kapitel 2 ermittelten aggressiven Züge der Klassifizierung nach DIN EN 15528 [19] für Güterwagen über die Zuggeschwindigkeit v dargestellt. Bei der Berechnung mit den dynamisch besonders aggressiven Güterwagen ist zu erkennen, dass für die niedrigeren Klassifizierungen A, B1 und B2 die Anregung über die Zuggeschwindigkeiten v und damit auch Wellenlängen λ sehr verschieden verteilt ist. Das ist darauf zurückzuführen, dass Güterzüge meist

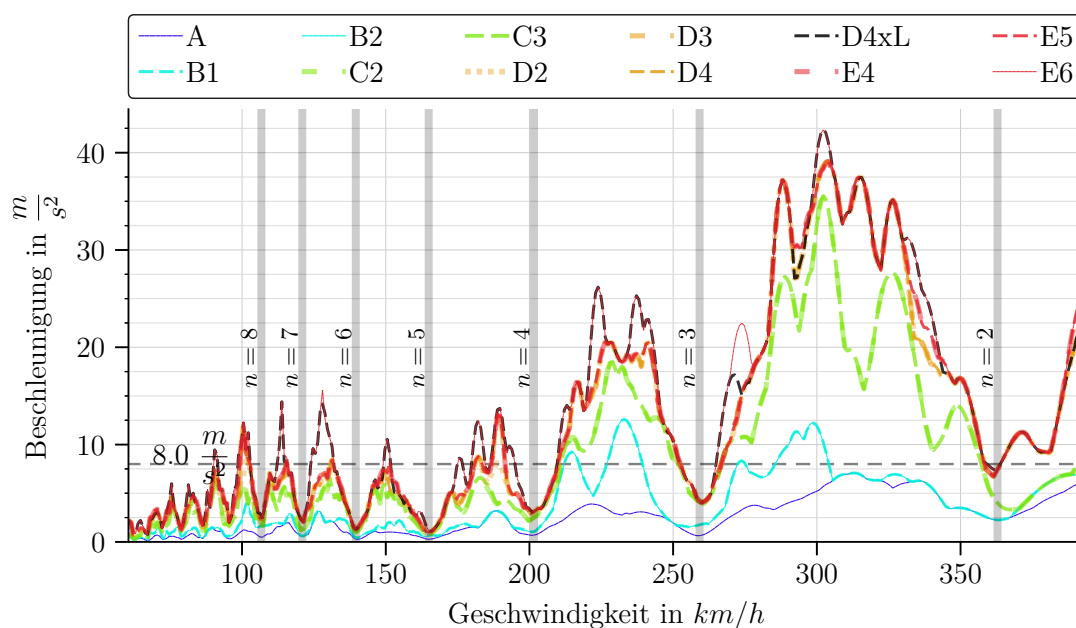


Abb. 4.8: Beschleunigungen für die dynamische aggressiven Güterzüge an der Fachwerksbrücke durch die Berchnung mittels LIR-Methode

voll oder gar nicht beladen sind. Doch auch durch eine Teilbeladung würde kaum ein dynamisch aggressiver Zug zustande kommen, da dieser Zug durch die Definition und Berechnungsmethode der Klassifizierung höchstwahrscheinlich in die gleiche Klassifizierung als ein voll beladener Zug fallen würde. Güterzüge jedoch, die an jedem Wagon teilbeladen sind, gibt es aber im tatsächlichen Schienenverkehr und daher auch den zugrundeliegenden Daten nicht. Damit könnte es theoretisch höhere Beschleunigungen als jene in Abb. 4.8 geben, doch dies gestaltet sich aufgrund der umfassenden Messdaten für Güterzüge unwahrscheinlich.

$$v_{zul} = \frac{v_{gr}}{1.2} \quad (4.14)$$

Die in diesem Fall tatsächliche vorhandene Schädigung des Fachwerks kann nicht durch die vereinfachte Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung abgebildet werden. In einer Spannungsberechnung am FE-Modell ist der Einfluss der Schädigung jedoch klar ersichtlich.

In Tab. 4.3 sind die zulässigen Geschwindigkeiten v_{zul} , an denen das Beschleunigungskriterium von $8.0 \frac{m}{s^2}$ nicht mehr erfüllt werden können, für die durchgeführten Berechnungen aufgelistet. Die Berechnung der maximal zulässigen Höchstgeschwindigkeit durch Gl. (4.14) soll gewährleisten, dass auch bei einer 20% höheren Geschwindigkeit die Grenzwerte noch eingehalten sind.

Zum Vergleich mit den bisherigen Berechnungen der Arbeit sind in Tab. 4.3 die zulässigen Geschwindigkeiten für die gleichen Klassifizierungen von Zügen für dynamische Berechnungen am vereinfachten FE-Balkenmodell dargestellt. Die so in Kap. 2.6.1 festgelegten und berechneten Stahlbrücken sind durch ihre Streckenmasse $\mu = 7.5 \frac{t}{m}$ und maximale Durchbiegung bei einer statischen Belastung durch das Lastmodell LM 71 definiert. Das Kriterium hierfür ist mit $SC = L/w_{max,LM71} = 3000$.

Zudem kann ein Vergleich mit den Geschwindigkeitsrichtwerten aus Tabelle C.1 [19] durchgeführt werden. Anzumerken ist, dass es hier doch wesentliche Abweichungen gibt und unabhängig

von der tatsächlich zulässigen Geschwindigkeit am Tragwerk nicht auf eine dynamische Berechnung verzichtet werden sollte.

Tab. 4.3: Maximal zulässige Geschwindigkeit v_{zul} und Grenzhgeschwindigkeit v_{gr} , bei welchen durch die Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung \ddot{Y}_L mit der LIR-Methode das Beschleunigungskriterium von $8.0 \frac{m}{s^2}$ nicht mehr erfüllt werden kann.

Klassifizierung		untersuchte Brücke	Stahlbrücke $7,5 \frac{t}{m}$ $SC = 3000$ siehe Kap. 2.6.1	Tab. C.1 [4]
HSLM-A	-	225		
Personenwagen	A	248	129	160
	B1	191	120	160
	C2	184	106	140
	D2	123	102	120
Güterwagen	A	> 325	120	120
	B1	177	117	120
	B2	177	114	120
	C2	176	84	120
	C3	176	84	120
	D2	84	78	120
	D3	83	78	120
	D4	83	78	120
	D4xL	75	78	120
	E4	83	78	100
	E5	83	78	100
	E6	75	78	80

Kapitel 5

Zusammenfassung

Im Rahmen der Arbeit konnten verschiedene Erkenntnisse zu der Untersuchung von Eisenbahnbrücken erlangt werden. Im Allgemeinen handeln diese Erkenntnisse ähnlich wie die Arbeit selbst von den analytischen Methoden, der Modellanpassung einer bestehenden Fachwerksbrücke unter Verwendung eines Optimierungsalgorithmus oder auch von der Bewertung einer bestehenden Fachwerksbrücke.

Festzuhalten ist, dass die analytischen Berechnungen von Zugüberfahrten auf Eisenbahnbrücken mit der DER- als auch LIR-Methode eine schnelle Möglichkeit bieten, um Ergebnisse zu berechnen, die in ihrer Qualität jedenfalls über eine Abschätzung hinausgehen. Da diese Methoden bisher nur in wenigen Publikationen zu finden sind, ist deren Verbreitung in der Ingenieurpraxis auch sehr gering. Bei diesen Methoden gilt es zwar immer die Anwendungsgrenzen der Theorie im Auge zu behalten, jedoch kann in aller Regel zumindest für die maximale Beschleunigung an einer Eisenbahnbrücke eine Berechnung für den Balken durchgeführt werden, die von einer FE-Berechnung kaum zu unterscheiden ist. Auch wenn mit diesen Methoden nicht direkt der Zeitverlauf für die Beschleunigung ermittelt werden kann, so ist dennoch eine gute Möglichkeit gegeben, um die maximal auftretende Beschleunigung zu bestimmen. Diese Formeln jedoch in einer Softwareumgebung oder Programmiersprache zu implementieren, da die Anwendung per Hand oder mittels nicht programmierbaren Taschenrechner wenig praktikabel bis unmöglich scheint. Ist dies erst geschehen, kann auch der am rechenintensivste Teil in den Herleitungen des Zugspektrums nach der LIR-Methode für über 1000 verschiedene Zuggeschwindigkeiten v oder Wellenlängen λ auch für längere Züge auf einen heute durchschnittlichen ausgestatteten Computer in wesentlich unter einer Sekunde berechnet werden.

Bei den Berechnungen aus Kapitel 2 hat sich gezeigt, dass vorgeschriebene Geschwindigkeitsgrenzwerte für verschiedene Definitionen von Streckenklassen, um auf eine dynamische Untersuchung von Eisenbahnbrücken zu verzichten, stets mit Vorsicht zu genießen sind. Nur wenn klar formuliert ist, für welche Randbedingungen und Art von Brücken diese Vereinfachung zulässig ist, kann solch eine Aussage tatsächlich einen qualitativen Mehrwert für die Beurteilung mit sich bringen.

In den Untersuchungen aus Kapitel 2 wurden diese dynamischen Bewertungen für eine Menge von über 100 000 Zügen herangezogen, die möglichst alle möglichen und auch tatsächlich verkehrenden Züge im Eisenbahnnetz abdecken sollen. Die Wahl dieser umfassenden Menge an Zügen ist eine sinnvolle Berechnungsgrundlage, da diese Züge nach den definierten Streckenklassen in DIN EN 15528 [19] klassifiziert wurden. Sind theoretisch also einzelne Zugachsen zu schwer oder das Zuggesamtgewicht zu hoch, um einen realistischen Zug abzubilden, ist dieser Zug durch die Klassifizierung und damit durch den Vergleich der hervorgerufenen Schnittgrößen an allen Vergleichsbrücken nur ab jener Streckenklasse zu berücksichtigen, an der die Schnittgrößen des Referenzzuges überschritten werden. Bei der dynamischen Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung an FE-Balkenmodellen für die verschiedenen Klassifizierungen der Züge hat sich gezeigt, dass es einen wesentlichen Zusammenhang zwischen der maximal zulässigen Geschwindigkeit und den gewählten Brücken gibt. Anhand der vereinfachten dynamischen Beurteilung durch

die früher zulässigen Geschwindigkeitsgrenzwerte nach Tab. F.1 [3] hat sich gezeigt, dass sich für viele Züge und Brücken Kombination finden lassen, an jenen eine detailliertere dynamische Berechnung erforderlich wäre. Auch wenn keine umfassende dynamische Untersuchung einer Eisenbahnbrücke für die Bemessung nötig wäre, so ist die Beurteilung der maximal auftretenden Beschleunigungen nach beispielsweise der LIR-Methode (da diese Berechnungsmethode bessere Ergebnisse für ungleich verteilte Lasten liefert) dennoch ein Mittel, das rasch angewendet werden kann und sollte, da die Handhabung und Berechnung entsprechend einfach ist. Für bestehende oder räumlich komplexe Brückentragwerke liegt hier die wesentliche Schwierigkeit darin, die dynamischen Eigenschaften der Brücken mit dem Lehr'schen Dämpfungsmaß ζ , der Masse pro Längeneinheit μ , und der ersten Eigenfrequenz f_0 zu bestimmen.

Die Modellanpassung von Eisenbahnbrücken kann gerade für ältere Tragwerke in Verbindung mit tatsächlichen Messdaten ein wesentliches Werkzeug zur Beurteilung bilden. Durch die Methodik wird es ermöglicht zu erfassen, wie stark vorhandene Schädigungen oder Zwänge sich tatsächlich auf die Struktur auswirken. Gerade bei eingebrachten Zwängen scheint es sinnvoll die Belastungshistorie über einen größeren Zeitraum zu betrachten. Durch den Vergleich von Messdaten für die Überfahrt von baugleichen Einzelloks bei gleichzeitiger Betrachtung der Tragwerkstemperatur konnte aufgezeigt werden, dass es temperaturabhängige Effekte in der Lastverteilung gibt. Die Entwicklung von Modellparametern, welche die Schädigung beschreiben ist ein weiterer Punkt von Interesse. In den Berechnungen konnten leider nur Messdaten über einen Zeitraum von drei Monaten verwendet werden, deshalb konnte auch keine qualitative Aussage zur Entwicklung Schädigung durch eine Bewertung der Modellparameter getroffen werden. Messdaten von zumindest zwei Jahren wären für solche Beurteilung sinnvoll, da damit zumindest immer zwei Punkte mit ähnlicher klimatischen Randbedingung und einer klar definierten zeitlichen Verschiebung gegeben sein sollten. Da die Berechnungsdauer für die Modellanpassung die wesentliche Beschränkung der Berechnung ist, stellen Modellierungstiefe als auch die Berechnungsart wesentliche Parameter der gesamten Modellanpassung dar. So hat sich gezeigt, dass eine genauere Modellierung nicht zwangsläufig zu besseren Ergebnissen führt. Eine wesentliche Erkenntnis dabei ist, dass die Modellierung zumindest so tief reichen soll, dass die tatsächlichen Verformungen der Tragstruktur auch in der Berechnung richtig abgebildet werden können. Gerade bei konstruktiven Knotendetails an denen mehrere verschiedene Bauteile zusammenstoßen bedeutet das, dass die Definition von zusätzlichen Starrstäben oder Freiheitsgraden nötig ist, um die geometrische Größe der als Stab modellierten Elemente zu berücksichtigen.

An der untersuchten Fachwerksbrücke ist eine Schädigung an jenen Teilen vorhanden, die strenggenommen nicht mehr auf dem Brückentragwerk selbst und damit zwischen den Hauptauflagern liegen. Diese Schädigungen sind zurückzuführen auf die eingebrachten Zwänge als auch auf die Schiefe des Tragwerks. Das Besondere an dieser Schädigung ist, dass, durch die spezielle Position der Schädigung, diese kaum Auswirkungen auf die Biegesteifigkeit des Tragwerks und damit die erste vertikale Eigenfrequenz hat. Da dieser Einfluss die Steifigkeit nur um 1.2% ändert, lässt sich dieser Unterschied bei der Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung mit der DER- und LIR-Methode praktisch nicht erkennen. In den detaillierten Ergebnissen der FE-Berechnung, welche dem Anhang zu entnehmen sind, zeigt sich ein wesentlicher Einfluss auf jene Sensoren, die in der Umgebung der parametrisierten Randbedingungen und Elemente lokalisiert sind. Auch wenn die Effekte der Modellanpassung in diesem Fall kaum Einfluss auf die berechnete maximal auftretende Beschleunigung in der Feldmitte haben, so ist dies grundsätzlich doch denkbar insofern Schädigungen tatsächlich im Feldbereich liegen oder Zwänge stärker ausgeprägt sind. Dadurch könnte sich die erste vertikale Eigenfrequenz verschieben und tatsächlich das berechnete Ergebnis beeinflusst werden. Die Problematik bei der untersuchten Fachwerksbrücke ist, dass durch den Zwang die Steifigkeit erhöht wird, was in reduzierten Vorformungen in der Feldmitte durch den Zwang an der Widerlagerwand resultiert. Durch die Schädigung am anderen Ende

der Brücke hingegen wird die Verformung erhöht und die Steifigkeit reduziert. So könnten beide Effekte einzeln sicher besser abgebildet werden als die Summe der Effekte. Bei der Berechnung der maximalen Beschleunigung mit den analytischen Methoden können Systemeffekte nur durch zwei unabhängige Parameter beschrieben werden und haben daher auch nur stark vereinfacht auf den einzelnen Ergebniswert Einfluss.

Als Ergebnisse dieser Arbeit stehen am Ende die Aufbereitung der analytischen Methoden um vereinfachte Berechnungen für die Zugüberfahrt auf Eisenbahnbrücken mit der im ERRI-Bericht [4] publizierten DER-, als auch LIR-Methode durchzuführen. Zudem eine Aufbereitung der Zustandsraumtheorie für die baupraktische Anwendung und Berechnung von dynamischen Systemen. Neben den aufbereiteten Grundlagen gehören auch die praktische Berechnung und Bewertung von Eisenbahnbrücken zu den wesentlichen Ergebnissen.

Literatur

- [1] *Zahlen-Daten-Fakten*. ÖBB, Jan. 2022. URL: <https://infrastruktur.oebb.at/de/unternehmen/zahlen-daten-fakten/oebb-infra-zahlen-daten-fakten-folder-2022.pdf> (Zugriff am 19.05.2023).
- [2] *Brücken Faktenblatt*. DB, Dez. 2019. URL: <https://www.deutschebahn.com/resource/blob/6860076/452fa9432001be62ac986886a2e60dd2/MP-Bruecken-Faktenblatt-875-Bruecken-data.pdf> (Zugriff am 19.05.2023).
- [3] *ÖNORM EN 15528:2015: Bahnanwendungen - Streckenklassen zur Behandlung der Schnittstelle zwischen Lastgrenzen der Fahrzeuge und Infrastruktur*. Brüssel: CEN, Jan. 2016.
- [4] *ERRI D 214/RP6:1999 01: EISENBAHNBRÜCKEN FÜR GESCHWINDIGKEITEN > 200 KM/H – Berechnung einfach gelagerter Brücken bei der Durchfahrt eines Zugverbands*. Brüssel: ERRI, Jan. 1999.
- [5] *ÖNORM 1991-2:2003: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken*. Brüssel: CEN, Jan. 2003.
- [6] R. Flesch. *BAUDYNAMIK praxisgerecht – Band I Berechnungsgrundlagen*. Berlin: Bauverlag, 1993. ISBN: 3-7625-3010-6.
- [7] F. Machida und A. Matsuura. „Dynamic response of concrete railway bridges“. In: *IABSE Periodica 2/1983–P60*. 1983. URL: <https://www.e-periodica.ch/digbib/view?pid=bsepe-004%3A1983%3A7%3A%3A137#139> (Zugriff am 20.03.2023).
- [8] C. Spura. *Einführung in die Balkentheorie nach Timoshenko und Euler-Bernoulli*. Wiesbaden: Springer, 2019. ISBN: 9783658252168.
- [9] S. Liu Lipschutz. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*. 3. Aufl. London: McGraw-Hill Education, 1976. ISBN: 0-07-154856-4. URL: http://mcb111.org/w01/Mathematical_Handbook_of_Formulas_and_Ta.pdf (Zugriff am 15.11.2022).
- [10] L. Fryba. *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*. 3. Aufl. London: Thomas Telford Ltd., 1976. ISBN: 0-7277-2741-9.
- [11] A. Klönne. *Grundlagen Elektrotechnik - Wechselstromtechnik*. Karlsruhe, 2020. URL: <https://www.eit.hs-karlsruhe.de/hertz/nc/downloads/downloads-teil-c-wechselstromtechnik/downloadstatistik.html?download=SkriptWechselstromtechnik.pdf&did=13ue> (Zugriff am 15.11.2022).
- [12] Y. Yamamoto. „The influence of R. E. Kalman—state space theory, realization, and sampled-data systems“. In: *Annual Reviews in Control 47* (2019), S. 1–6. ISSN: 1367-5788. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2019.03.003>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S136757881930032X>.
- [13] „Chapter 3 - Classical Nonlinear Systems Control Methods“. In: *Adaptive Sliding Mode Neural Network Control for Nonlinear Systems*. Hrsg. von Y. Li, J. Zhang und Q. Wu. Emerging Methodologies and Applications in Modelling. Academic Press, 2019, S. 43–62. ISBN: 978-0-12-815372-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815372-7.00003-3>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128153727000033>.

- [14] H. Unbehauen. *REGELUNGSTECHNIK I Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme*. 15. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2008. ISBN: 978-3-8348-0497-6.
- [15] *RW 08.01.04: Regelwerk für die dynamische Berechnung von Eisenbahnbrücken*. ÖBB, Feb. 2011.
- [16] *Matlab-Dokumentation zu State-space model*. 2022. URL: <https://www.mathworks.com/help/control/ref/ss.html> (Zugriff am 15. 11. 2022).
- [17] *Scipy-Dokumentation zum Modul scipy.signal.StateSpace*. 2022. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.StateSpace.html> (Zugriff am 15. 11. 2022).
- [18] *Ansys-Dokumentation V18.2 zu State-space model*. 2022. URL: https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_cmd/Hlp_C_SPMWRITE.html (Zugriff am 15. 11. 2022).
- [19] *ÖNORM EN 15528:2021: Bahnanwendungen - Streckenklassen zur Behandlung der Schnittstelle zwischen Lastgrenzen der Fahrzeuge und Infrastruktur*. Brüssel: CEN, Feb. 2022.
- [20] *Güterwagenkatalog: Güterwagen und innovative Transport und Umschlagslösungen der Rail Cargo Group*. Rail Cargo Group, 2022. URL: https://www.railcargo.com/dam/jcr:8a794421-0d13-4c29-ab8d-6954a0a57c0b/RCG_G%C3%BCterwagenkatalog%202022web%20116022-1589.pdf (Zugriff am 20. 03. 2023).
- [21] F. Leonhardt. *Vorlesungen über Massivbau – Sechster Teil, Grundlagen des Massivbrückenbaues*. Heidelberg: Springer, 1979. ISBN: 978-3-540-09035-9.
- [22] ÖBB. *Bestandspläne – PROJEKTSPLAN ÜBER DAS NEUE EISERNE TRAGWERK DER BRÜCKE ÜBER DIE SALZACH IN KM 78*. 1913.
- [23] P. Asadollahi, Y. Huang und J. Li. „Bayesian Finite Element Model Updating and Assessment of Cable-Stayed Bridges Using Wireless Sensor Data“. In: *Sensors* 18 (Sep. 2018), S. 3057. DOI: 10.3390/s18093057.
- [24] S. Ereiz, I. Duvnjak und J. F. Jiménez-Alonso. „Finite Element Model Updating Methods for Structural Application“. In: 2021, S. 0712–0718. ISBN: 9783902734334. DOI: 10.2507/32nd.daaam.proceedings.099.
- [25] S. Ereiz, I. Duvnjak und J. Fernando Jiménez-Alonso. „Review of finite element model updating methods for structural applications“. In: *Structures* 41 (2022), S. 684–723. ISSN: 2352-0124. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.05.041>.
- [26] A. Kaveh und H. Fazli. „Graph coloration and group theory in dynamic analysis of symmetric finite element models“. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 43.11 (2007), S. 901–911. ISSN: 0168-874X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.finel.2007.06.002>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X07000789>.
- [27] J. Mottershead und M. Friswell. „Model Updating In Structural Dynamics: A Survey“. In: *Journal of Sound and Vibration - J SOUND VIB* 167 (Okt. 1993), S. 347–375. DOI: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1340>.
- [28] ANSYS. *pymapdl – PYTHONIC ACCESS TO MECAHNICAL ANSYS DESIGN LANGUAGE (MAPDL)*. 2023. URL: <https://github.com/ansys/pymapdl> (Zugriff am 08. 06. 2023).
- [29] *Scipy Dochumentation – Butterworth digital and analog filter design*. 2023. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.butter.html> (Zugriff am 22. 03. 2023).

- [30] *Scipy Doctumentation – Elliptic (Cauer) digital and analog filter design*. 2023. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.ellip.html> (Zugriff am 22.03.2023).
- [31] J. Nelder und R. Mead. „A Simplex Method for Function Minimization Comput“. In: *The Computer Journal* 7 (Jan. 1965). DOI: <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>.
- [32] D. Powell M. J. „An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives“. In: *The Computer Journal* 7 (1964), S. 155–162. DOI: <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.2.155>. URL: <https://www.deepdyve.com/lp/oxford-university-press/an-efficient-method-for-finding-the-minimum-of-a-function-of-several-bZ80507d8x#> (Zugriff am 21.03.2023).
- [33] D. F. Shanno. „Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization“. In: *Mathematics of Computation* 24.111 (1970), S. 647–656. ISSN: 00255718, 10886842. DOI: <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1970-0274029-X>. URL: https://www.ipgp.fr/~tarantola/exercices/chapter_04/SquareRoot/PDFS/Shanno.pdf (Zugriff am 22.03.2023).
- [34] R. Eberhart und J. Kennedy. „A new optimizer using particle swarm theory“. In: *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. 1995, S. 39–43. DOI: <https://doi.org/10.1109/MHS.1995.494215>.
- [35] L. J. V. Miranda. *PySwarm Doctumentation – a research toolkit for Particle Swarm Optimization in Python*. 2017. URL: <https://pyswarms.readthedocs.io/en/latest/> (Zugriff am 22.03.2023).
- [36] S.-S. Jin und H.-J. Jung. „Sequential surrogate modeling for efficient finite element model updating“. In: *Computers Structures* 168 (2016), S. 30–45. ISSN: 0045-7949. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.02.005>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004579491630027X>.
- [37] R. Levin und N. Lieven. „Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 12.1 (1998), S. 91–120. ISSN: 0888-3270. DOI: <https://doi.org/10.1006/mssp.1996.0136>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327096901363>.
- [38] H. Chen und K. Tee. „Structural finite element model updating using incomplete ambient vibration modal data“. In: *Science China Technological Sciences* 57 (2014), S. 1677–1688. ISSN: 1869-1900. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11431-014-5619-9>. URL: value.
- [39] S.-S. Jin, S. Cho, H.-J. Jung, J.-J. Lee und C.-B. Yun. „A new multi-objective approach to finite element model updating“. In: *Journal of Sound and Vibration* 333.11 (2014), S. 2323–2338. ISSN: 0022-460X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.01.015>.
- [40] *Macec Handbuch*. 2021. URL: <https://bwk.kuleuven.be/bwm/macec/macec.pdf> (Zugriff am 05.06.2023).
- [41] *ÖNORM B 4008-2:2019: Bewertung der Tragfähigkeit bestehender Tragwerke - Teil 2: Brückenbau*. Brüssel: CEN, Nov. 2019.
- [42] *ÖNORM 1991-2:2012: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken*. Brüssel: CEN, März 2012.
- [43] T. Krapfenbauer. *Bautabellen*. Jugend&Volk, Okt. 2018. ISBN: 9783710041600.

Tabellenverzeichnis

1.1	Formelwerk für die Fourierreihe in der jeweiligen Darstellung	15
1.2	Partikuläre Lösung Y_P der Bewegungsgleichung aus Gl. (1.44)	18
1.3	Beschreibung der Terme der Beschleunigung \ddot{Y} für die DER-Methode	22
2.1	Vollständige Tab. C.1 gemäß EN 15528 [19] bzw. F.1[3]. Grobe Richtwerte für zulässige Geschwindigkeitsbereiche in $\frac{km}{h}$ abhängig von Streckenklasse und Art des Fahrzeugs.	37
2.2	Maximale Schrittweite der Stützweite (Tabelle 1 aus EN 15528 [3])	39
2.3	Radsatzlasten der Zugklassifizierung in t. Genaue Wagendefinitionen durch Achsabstände und Achslasten sind in Tab. A.1 gemäß ÖNORM EN 15528 [19] definiert.	40
2.4	Streckenlasten der Zugklassifizierung in $\frac{t}{m}$. Genaue Wagendefinitionen durch Achsabstände und Achslasten sind in Tab. A.1 gemäß ÖNORM EN 15528 [19] definiert.	40
2.5	Vergleich von Tabelle F [3] mit Tabelle C.1 [19]	42
2.6	Herkunft und Anzahl der verwendeten Personenzüge	43
2.7	Herkunft und Anzahl der verwendeten Güterzüge	44
2.8	Anzahl der relevanten Züge aus Spektrum und Signatur	45
2.9	Definition aller Spannweiten L für die alle Brückensets	46
2.10	Massendefinition für alle Brückensets	46
2.11	Vergleich der Berechnung von Brückenset 1 mit den Grenzwerten aus Tabelle C.1 [19]. Maximal zulässige Geschwindigkeit in $\frac{km}{h}$ (Differenz zu Tabelle C.1 in $\frac{km}{h}$)	49
2.12	Anzahl der relevanten Züge nach der Neudefinition	54
3.1	Sensorkoordinaten im FE-Modell der untersuchten Fachwerksbrücke zur Auswertung der berechneten Spannungsverläufe	71
3.1	Sensorkoordinaten im FE-Modell der untersuchten Fachwerksbrücke zur Auswertung der berechneten Spannungsverläufe (Fortsetzung)	72
3.2	WIM-Zugerkennung für einzelne Lok des Typs 1044	76
3.3	WIM-Fahrzeugererkennung für einzelne Lok des Typs 1044	76
3.4	WIM-Achserkennung für einzelne Lok des Typs 1044	76
3.5	Zielwerte für Optimierung bei gleichen Parametern mit unterschiedlichen Grenzen	94
3.6	Ermittelte Modellparameter aus den Modellanpassungen 1,2 und 3	100
3.7	Berechnete Eigenfrequenzen der verschiedenen Modellierungen im Vergleich	102
4.1	Faktoren zum Übersetzen und Vergleich der Terme der DER- und LIR-Methode	112
4.2	Parameter der Berechnung zur Ermittlung der maximalen Beschleunigung	115
4.3	Maximal zulässige Geschwindigkeit v_{zul} und Grenzggeschwindigkeit v_{gr} , bei welchen durch die Berechnung der maximal auftretenden Beschleunigung \ddot{Y}_L mit der LIR-Methode das Beschleunigungskriterium von $8.0 \frac{m}{s^2}$ nicht mehr erfüllt werden kann.	120

Abbildungsverzeichnis

1.1	Überfahrt einer einzelnen Achse über eine Brücke mit der Achs- bzw. Zuggeschwindigkeit v . Abbildung analog zu den Erkenntnissen von Machida und Matsuura in der Veröffentlichung von IABSE Periodica [7]	9
1.2	Transformation des kontinuierlichen Systems (globales System) zum äquivalenten EMS	11
1.3	Darstellung des Dirac-Impulses	13
1.4	Darstellung Konzept „Zugverbandteil“	23
1.5	Zweimassenschwinger zur Veranschaulichung der Zustandsraumdarstellung	32
1.6	Ergebnisse der Zustandsraumdarstellung: Verschiebungsverläufe in mm und Kraftverläufe in N	35
2.1	Beispielhafte Darstellung der Definition für Referenzwagen A und Referenzzug A gemäß [19]	40
2.2	Lastüberfahrt eines Einzelkraftpaars	41
2.3	Normierte Biegemomente für verschiedenen Verhältnisse eines Einzelkraftpaars mit konstantem Abstand (von $\frac{L}{2}$)	42
2.4	Exemplarische Zugsignatur für Reisezugwagen	44
2.5	Maximal zulässige Geschwindigkeit am Brückenset 1. Berechnung für Güterwagen mit einer Höchstgeschwindigkeit von $v_{GZ,max} = 160$ und für Personenwagen mit $v_{PZ,max} = 200$	47
2.6	Maximale Beschleunigung am Brückenset 1 für Güterwagen für Stahlbrücken	48
2.7	Bewertung Brückeninfrastruktur mit Referenzzug D2. Erforderliche Steifigkeitsklasse für D2 bei zugehörigen Geschwindigkeiten für Beton- und Stahlinfrastruktur damit $a \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ erfüllt ist.	50
2.8	Mindestens erforderliche Eigenfrequenz f_1 , um für die Geschwindigkeiten der Tabelle C.1 eine Beschleunigung $a_{max} \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ zu erreichen	52
2.9	Mindestens erforderliche Steifigkeitsklasse SC , um für die Geschwindigkeiten der Tabelle C.1 eine Beschleunigung $a_{max} \leq 3,5 \frac{m}{s^2}$ zu erreichen	53
2.10	Eigenfrequenz von Brückenset 1 und 3 im Vergleich	55
2.11	Exemplarische Darstellung der parametrisierten Modellierung einer schiefen Platte, Ansicht von oben	55
2.12	Definition für Schiefe α und Kreuzungswinkel φ einer Brücke, abgeleitet von der Definition des Kreuzungswinkel φ nach Lenhardt in seinem Kompendium zum Massivbrückenbaues [21]	56
2.13	Vergleich der maximalen vertikalen Beschleunigung bei Zugüberfahrt aus numerischer Berechnung am Balken zur Platte $acc_{Balken} : acc_{Platte}$ für verschiedene Schiefen α über die Spannweite L und effektive Spannweite L' für das Zugset HSLM-A.	58
(a)	Betrachtung der Spannweite L auf der Abszisse	58
(b)	Betrachtung der effektiven Spannweite L' auf der Abszisse	58

2.14	Parameterstudie: Eigenfrequenzen $f_{1,B}$, $f_{2,B}$ und $f_{3,B}$, als auch Frequenzverhältnisse $f_{2,P} : f_{1,P}$ an numerischen Balken- und Plattenberechnungen	59
(a)	Verhältnis $f_2 : f_1$ für schmale Platten	59
(b)	Verhältnis $f_2 : f_1$ für breite Platten	59
(c)	Eigenfrequenzen für eingleisige Brücken	59
(d)	Eigenfrequenzen für zweigleisige Brücken	59
(e)	Eigenfrequenzen für eingleisige Brücken	59
(f)	Eigenfrequenzen für zweigleisige Brücken	59
3.1	Untersuchte genietete Stahlsockelbauweise aus dem Jahr 1915	61
3.2	Abstufungen der verschiedenen Bleche und Profile entlang des Untergurts am Hauptsockelbauwerk der untersuchten Brücke. Entnommen aus den Bestandsplänen [22].	61
3.3	Querträger des untersuchten Fachwerks. Entnommen aus den Bestandsplänen [22].	62
3.4	Details des untersuchten Tragwerks	63
(a)	WIM-System	63
(b)	Randeinspannung („Zwangslage“) an der Widerlagerwand	63
(c)	Riss am Schwellenträger	63
3.5	Diskretisierung der Belastungspunkte zur Ermittlung der Einflusslinie	65
3.6	Exemplarische Darstellung einer Einflusslinie für den Sensor d-7, berechnet an der Modellanpassung 3	66
3.7	Dreipunktverteilung der Achsen einer Lok des Typ 1116	66
3.8	Exemplarische Auswertung der Einflusslinie für die Lok 1116 für den Sensor d-7 an der Modellanpassung 3	67
3.9	Auswertung der Einflusslinie für die Lok 1116 für den Sensor d-7 an der Modellanpassung 3	67
3.10	Ausgeführte Messkette für DMS	68
3.11	Sensorpositionen des installierten Messsystems	69
(a)	Schematische Darstellung der gewählten Sensorpositionen	69
(b)	Sensorpositionen am Widerlager Wörgl	69
(c)	Sensorpositionen in Brückenmitte	69
(d)	Sensorpositionen am Widerlager Salzburg	69
(e)	Sensorpositionen am Querträger QT1 des Querschnitts Q1	69
(f)	Sensorpositionen am Querträger QT10 des Querschnitts Q10	69
3.13	Anwendung des Butterworth Tiefpassfilters auf den Güterzug 20230131_184317 .	73
3.12	Exemplarische Darstellung von aufbereiteten Dehnungsmessdaten für einen Güterzug	74
3.14	Exemplarische Anwendung von Filtern auf eine generierte Testfunktion $f_{TEST} = \sin(2\pi 5t) + \sin(2\pi 250t)$ mit einem gewählten Zeitschritt $\Delta t = 0.0005s \Leftrightarrow 2000Hz$	75
3.15	Identifizierte Temperaturabhängigkeit beim Verhältnis der Achslasten durch die Weigh-in-Motion (WIM) Messanlage	77
3.16	Identifizierte Temperaturabhängigkeit beim Verhältnis der Achslasten durch Messdaten der DMS an den Schwellenträgern in Brückenmitte	77
3.17	Identifizierte Temperaturabhängigkeit beim Verhältnis der Achslasten durch Messdaten der DMS an den Schwellenträgern in Brückenmitte	78

3.18	Dehnmessstreifen an den Schienen (d-70–d-73) im Querschnitt, Blickrichtung gleich der Hauptfahrtrichtung	79
3.19	Temperaturunabhängigkeit des Verhältnisses der Achslasten durch Messdaten der DMS an den Gleisen vor der Brücke	79
3.20	Qualitative Darstellung der statischen Verformung des 3-D FE-Modells	80
3.21	Modellierungsproblematik der aufgelösten Gitterstege	81
3.22	Einfluss der modellierten Stegdicke (für alle Querschnitte mit aufgelösten Stäben im Modell der Brücke) auf die Änderung der Eigenfrequenzen $\Delta f_i = f_i : f_{i,t=0}$	81
3.23	Verschiedene Modellierungstiefen des Querträgers	82
	(a) Modellierungstiefe 1	82
	(b) Modellierungstiefe 2	82
	(c) Modellierungstiefe 3	82
	(d) Modellierungstiefe 4	82
	(e) Modellierungstiefe 5	82
	(f) Modellierungstiefe 6	82
3.24	Gemessene Dehnungswerte bei Loküberfahrten mit dem Typs 1016 bei verschiedenen Temperaturen T1 des Tragwerks	84
	(a) Temperatureinfluss auf d-11	84
	(b) Temperatureinfluss auf d-23	84
	(c) Temperatureinfluss auf d-39	84
3.25	Sensorpositionen und deren Bezeichnung an den jeweiligen Stabquerschnitten	86
	(a) Sensoren d-23 bis d-26 am Querschnitt U+0	86
	(b) Sensoren d-27 bis d-30 am Querschnitt U+0	86
3.26	Exemplarische Darstellung von Biegungeffekten in den aufbereiteten Dehnungsmessdaten für einen Güterzug	86
3.27	Implementierung von exzentrischen Einleitungen der resultierenden Auflagerkräfte an den Hauptbrückenlagern aufgrund der vorhandenen Auflagergeometrie	87
3.28	Sensitivitätsanalyse der Sensoren d-39 bis d-61	88
	(a) Sensor d-39	88
	(b) Sensor d-41	88
	(c) Sensor d-46	88
	(d) Sensor d-48	88
	(e) Sensor d-60	88
	(f) Sensor d-61	88
3.29	Definition der gewählten Optimierungsparameter für die Modellanpassung 1–3 Parameter	89
3.30	Ergebnisse der durchgeführten Sensitivitätsstudie	90
3.31	Darstellung des Zugs (einzelne Lok des Typs 1116) für die Modellanpassung 1	96
3.32	Darstellung des Zugs (beladener Güterzug) für die Modellanpassung 2	96
3.33	Darstellung des Zugs für die Modellanpassung 3	98
3.34	Darstellung der Parametervariation über die Iterationen der Optimierung	99
3.35	Updates 1–3 im Vergleich der Sensoren d-7 bis d-67	101
	(a) Sensor d-7	101
	(b) Sensor d-11	101
	(c) Sensor d-23	101
	(d) Sensor d-39	101
	(e) Sensor d-67	101

3.36	Anregungsposition mittels Fallgewicht für die dynamischen Versuche	103
3.37	Aus den dynamischen Test mit Impulsanregung bestimmte Eigenfrequenzen. Position 1 bis 4 bezeichnet die verschiedenen Anregungsposition.	104
3.38	Aufbereitung der gemessenen Beschleunigungsdaten	104
3.39	Gruppierung der aufbereiteten Daten in die Anregungspositionen	105
3.40	Dämpfungen ermittelt mit der Software Macec [40] für die dynamischen Versuche mit Impulsanregung	106
3.41	Vergleich der berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen	107
3.42	Eigenfrequenzen aus FFT der Neigungsdaten	107
4.1	Einflusslinien der DER- und LIR-Methode aufgetragen gegen L/λ	110
4.2	Einflusslinien der DER- und LIR-Methode aufgetragen gegen λ/L	111
4.3	Durchbiegung zufolge einer Einzellast $P = 1\text{kN}$ in Feldmitte	114
4.4	Maximale Beschleunigung durch das Zugset HSLM-A an der Brücke der Model- lanpassung mit der LIR-Methode	116
4.5	Maximale Beschleunigung durch das Zugset HSLM-A an der Brücke der Model- lanpassung mit der DER-Methode	116
4.6	Vergleich der maximalen Beschleunigung des Zugsets HSLM-A für die DER- und LIR-Methode	117
4.7	Beschleunigungen für die dynamische aggressiven Personenzüge und das Hochge- schwindigkeitslastmodell HSLM-A an der Fachwerksbrücke durch die Berchnung mittels LIR-Methode	118
4.8	Beschleunigungen für die dynamische aggressiven Güterzüge an der Fachwerks- brücke durch die Berchnung mittels LIR-Methode	119
A.1	Sensorpositionen an den jeweiligen Stabquerschnitten	136
(a)	QV2-19	136
(b)	U+0	136
(c)	U+6	136
(d)	V0	136
(e)	V1	136
(f)	V9	136
A.2	Sensorpositionen an den jeweiligen Stabquerschnitten	137
(a)	ASWT0-1	137
(b)	ASWT3-20	137
(c)	D1	137
(d)	D19	137
(e)	D2	137
(f)	D9	137
(g)	ISWT1-20	137
(h)	O+1	137
(i)	O+5	137
A.3	Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-5 bis d-22	139
(a)	Sensor d-5	139
(b)	Sensor d-6	139
(c)	Sensor d-7	139
(d)	Sensor d-8	139
(e)	Sensor d-9	139
(f)	Sensor d-11	139

(g)	Sensor d-12	139
(h)	Sensor d-13	139
(i)	Sensor d-14	139
(j)	Sensor d-16	139
(k)	Sensor d-17	139
(l)	Sensor d-18	139
(m)	Sensor d-19	139
(n)	Sensor d-20	139
(o)	Sensor d-22	139
A.4	Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-23 bis d-37	140
(a)	Sensor d-23	140
(b)	Sensor d-24	140
(c)	Sensor d-25	140
(d)	Sensor d-26	140
(e)	Sensor d-27	140
(f)	Sensor d-28	140
(g)	Sensor d-29	140
(h)	Sensor d-30	140
(i)	Sensor d-31	140
(j)	Sensor d-32	140
(k)	Sensor d-33	140
(l)	Sensor d-34	140
(m)	Sensor d-35	140
(n)	Sensor d-36	140
(o)	Sensor d-37	140
A.5	Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-38 bis d-54	141
(a)	Sensor d-38	141
(b)	Sensor d-39	141
(c)	Sensor d-41	141
(d)	Sensor d-42	141
(e)	Sensor d-43	141
(f)	Sensor d-44	141
(g)	Sensor d-45	141
(h)	Sensor d-47	141
(i)	Sensor d-48	141
(j)	Sensor d-49	141
(k)	Sensor d-50	141
(l)	Sensor d-51	141
(m)	Sensor d-52	141
(n)	Sensor d-53	141
(o)	Sensor d-54	141
A.6	Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-55 bis d-69	142
(a)	Sensor d-55	142
(b)	Sensor d-56	142
(c)	Sensor d-57	142
(d)	Sensor d-58	142
(e)	Sensor d-59	142
(f)	Sensor d-60	142
(g)	Sensor d-61	142

(h)	Sensor d-62	142
(i)	Sensor d-63	142
(j)	Sensor d-64	142
(k)	Sensor d-65	142
(l)	Sensor d-66	142
(m)	Sensor d-67	142
(n)	Sensor d-68	142
(o)	Sensor d-69	142
A.7	Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-5 bis d-22	144
(a)	Sensor d-5	144
(b)	Sensor d-6	144
(c)	Sensor d-7	144
(d)	Sensor d-8	144
(e)	Sensor d-9	144
(f)	Sensor d-11	144
(g)	Sensor d-12	144
(h)	Sensor d-13	144
(i)	Sensor d-14	144
(j)	Sensor d-16	144
(k)	Sensor d-17	144
(l)	Sensor d-18	144
(m)	Sensor d-19	144
(n)	Sensor d-20	144
(o)	Sensor d-22	144
A.8	Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-23 bis d-37	145
(a)	Sensor d-23	145
(b)	Sensor d-24	145
(c)	Sensor d-25	145
(d)	Sensor d-26	145
(e)	Sensor d-27	145
(f)	Sensor d-28	145
(g)	Sensor d-29	145
(h)	Sensor d-30	145
(i)	Sensor d-31	145
(j)	Sensor d-32	145
(k)	Sensor d-33	145
(l)	Sensor d-34	145
(m)	Sensor d-35	145
(n)	Sensor d-36	145
(o)	Sensor d-37	145
A.9	Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-38 bis d-54	146
(a)	Sensor d-38	146
(b)	Sensor d-39	146
(c)	Sensor d-41	146
(d)	Sensor d-42	146
(e)	Sensor d-43	146
(f)	Sensor d-44	146
(g)	Sensor d-45	146
(h)	Sensor d-47	146

(i)	Sensor d-48	146
(j)	Sensor d-49	146
(k)	Sensor d-50	146
(l)	Sensor d-51	146
(m)	Sensor d-52	146
(n)	Sensor d-53	146
(o)	Sensor d-54	146
A.10	Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-55 bis d-69	147
(a)	Sensor d-55	147
(b)	Sensor d-56	147
(c)	Sensor d-57	147
(d)	Sensor d-58	147
(e)	Sensor d-59	147
(f)	Sensor d-60	147
(g)	Sensor d-61	147
(h)	Sensor d-62	147
(i)	Sensor d-63	147
(j)	Sensor d-64	147
(k)	Sensor d-65	147
(l)	Sensor d-66	147
(m)	Sensor d-67	147
(n)	Sensor d-68	147
(o)	Sensor d-69	147
A.11	Berechnete Eigenformen am Brückenquerschnitt Q5	149
(a)	Eigenform 1 bei Q5	149
(b)	Eigenform 2 bei Q5	149
(c)	Eigenform 3 bei Q5	149
(d)	Eigenform 4 bei Q5	149
(e)	Eigenform 5 bei Q5	149
(f)	Eigenform 6 bei Q5	149
A.12	Berechnete Eigenformen am Brückenquerschnitt Q10	150
(a)	Eigenform 1 bei Q10	150
(b)	Eigenform 2 bei Q10	150
(c)	Eigenform 3 bei Q10	150
(d)	Eigenform 4 bei Q10	150
(e)	Eigenform 5 bei Q10	150
(f)	Eigenform 6 bei Q10	150
A.13	Eigenformen des Ausgangsmodell	151
(a)	Eigenform 1: Ausgangsmodell	151
(b)	Eigenform 2: Ausgangsmodell	151
(c)	Eigenform 3: Ausgangsmodell	151
(d)	Eigenform 4: Ausgangsmodell	151
(e)	Eigenform 5: Ausgangsmodell	151
(f)	Eigenform 6: Ausgangsmodell	151
A.14	Eigenformen der Modellanpassung 1	152
(a)	Eigenform 1: Modellanpassung 1	152
(b)	Eigenform 2: Modellanpassung 1	152
(c)	Eigenform 3: Modellanpassung 1	152
(d)	Eigenform 4: Modellanpassung 1	152

(e)	Eigenform 5: Modellanpassung 1	152
(f)	Eigenform 6: Modellanpassung 1	152
A.15	Eigenformen der Modellanpassung 2	153
(a)	Eigenform 1: Modellanpassung 2	153
(b)	Eigenform 2: Modellanpassung 2	153
(c)	Eigenform 3: Modellanpassung 2	153
(d)	Eigenform 4: Modellanpassung 2	153
(e)	Eigenform 5: Modellanpassung 2	153
(f)	Eigenform 6: Modellanpassung 2	153
A.16	Eigenformen der Modellanpassung 3	154
(a)	Eigenform 1: Modellanpassung 3	154
(b)	Eigenform 2: Modellanpassung 3	154
(c)	Eigenform 3: Modellanpassung 3	154
(d)	Eigenform 4: Modellanpassung 3	154
(e)	Eigenform 5: Modellanpassung 3	154
(f)	Eigenform 6: Modellanpassung 3	154

Kapitel A

Anhang

A.1 Sensorpositionen an den Modellierten Stabquerschnitten

In diesem Kapitel sind alle modellierten Stabquerschnitte der untersuchten Fachwerksbrücke dargestellt, an denen Sensoren appliziert sind. Zudem ist ersichtlich an welcher Position der Querschnitte die DMS angebracht sind. Die Dehnungen werden jeweils in Stablängsrichtung gemessen.

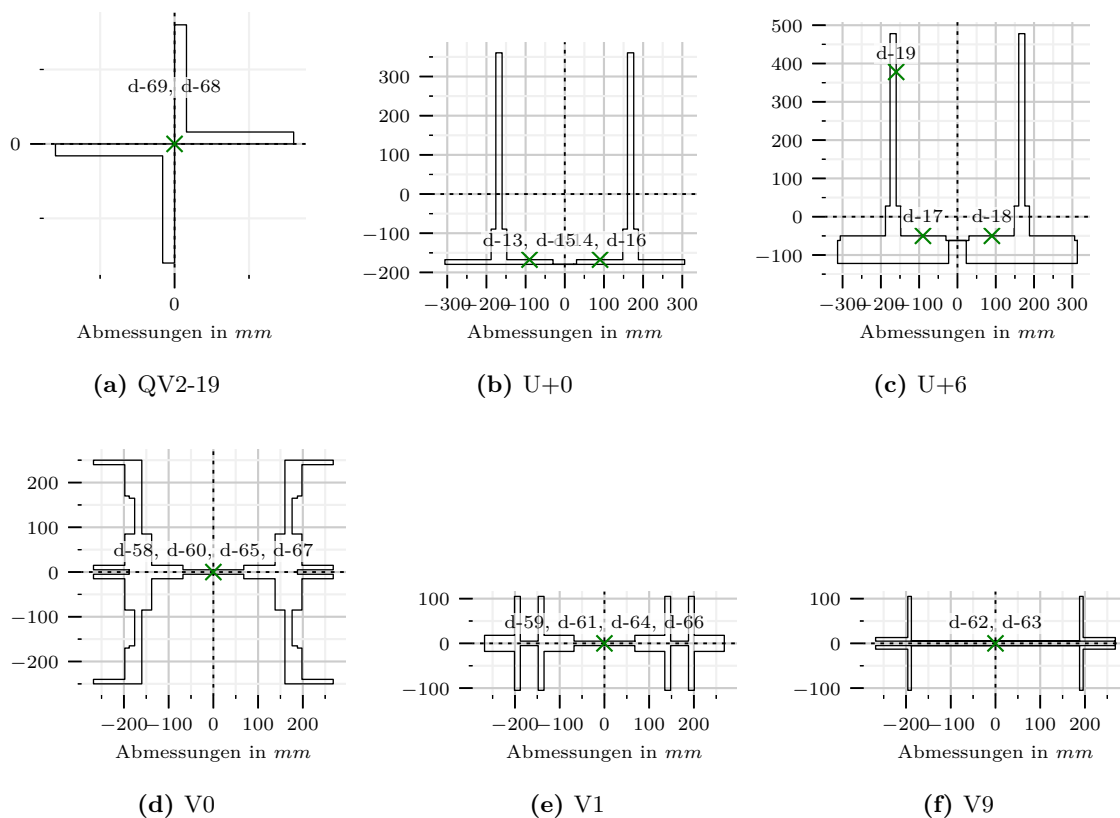


Abb. A.1: Sensorpositionen an den jeweiligen Stabquerschnitten

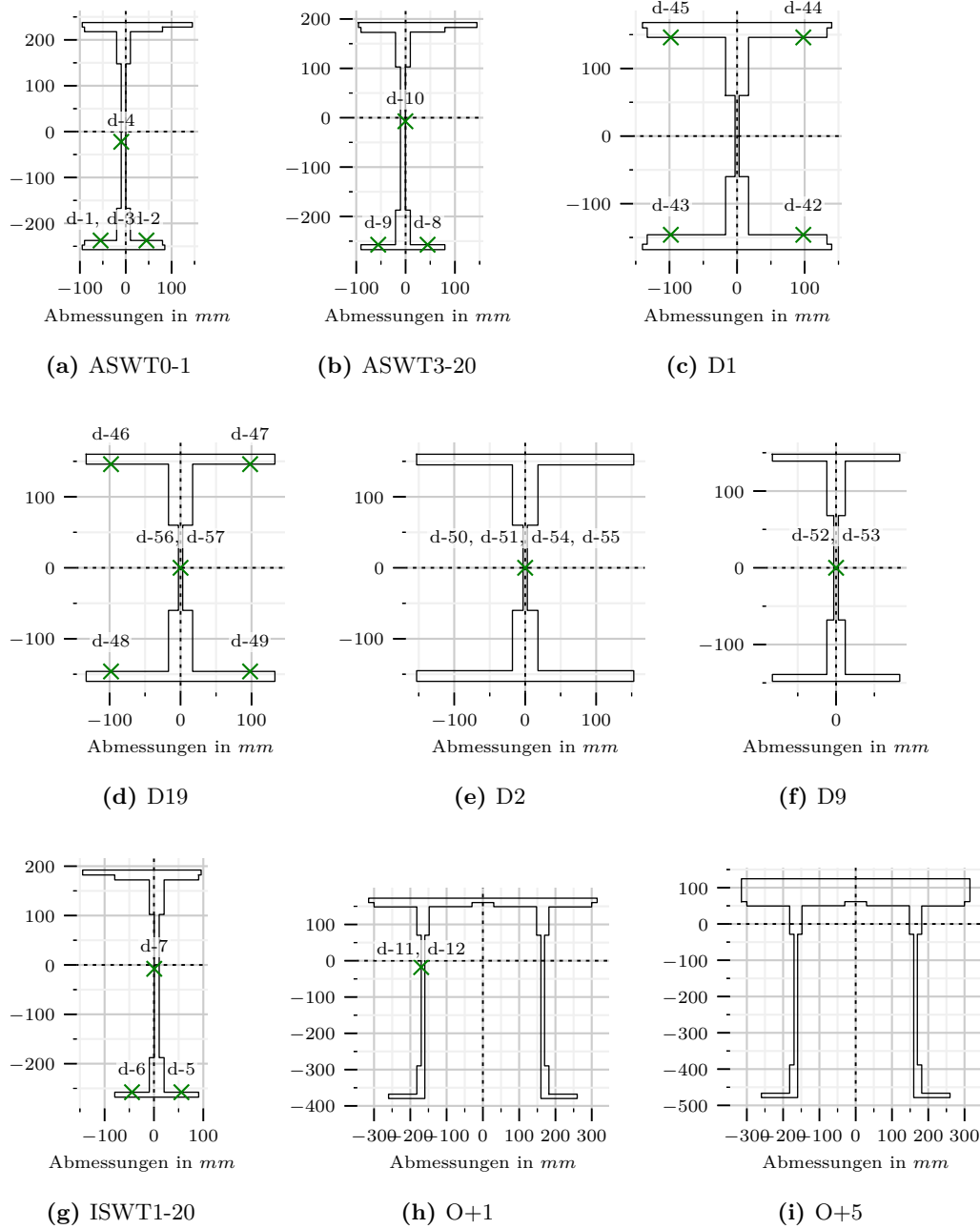


Abb. A.2: Sensorpositionen an den jeweiligen Stabquerschnitten

A.2 Ergebnisse der verschiedenen Modellierungstiefen

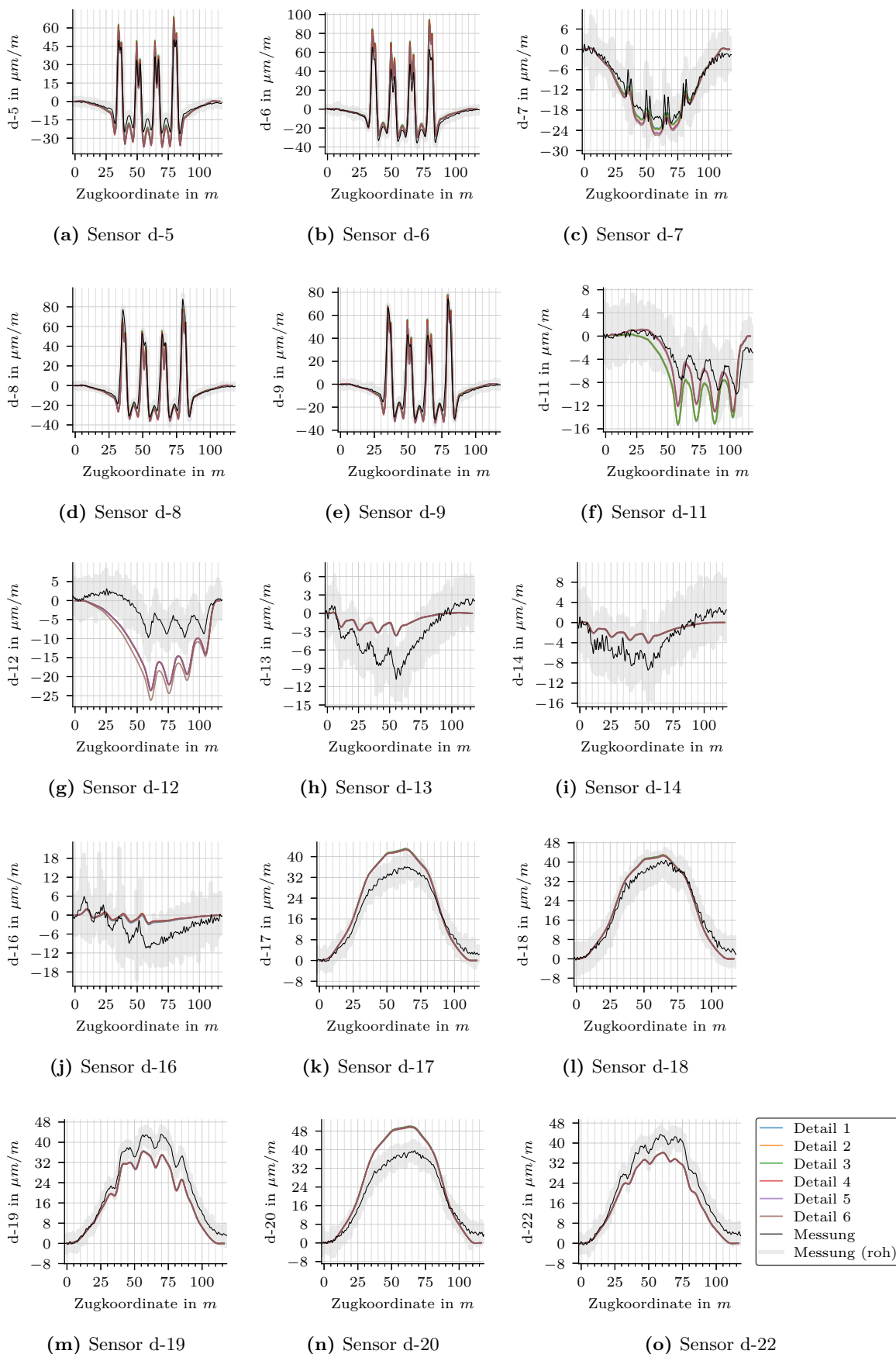


Abb. A.3: Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-5 bis d-22

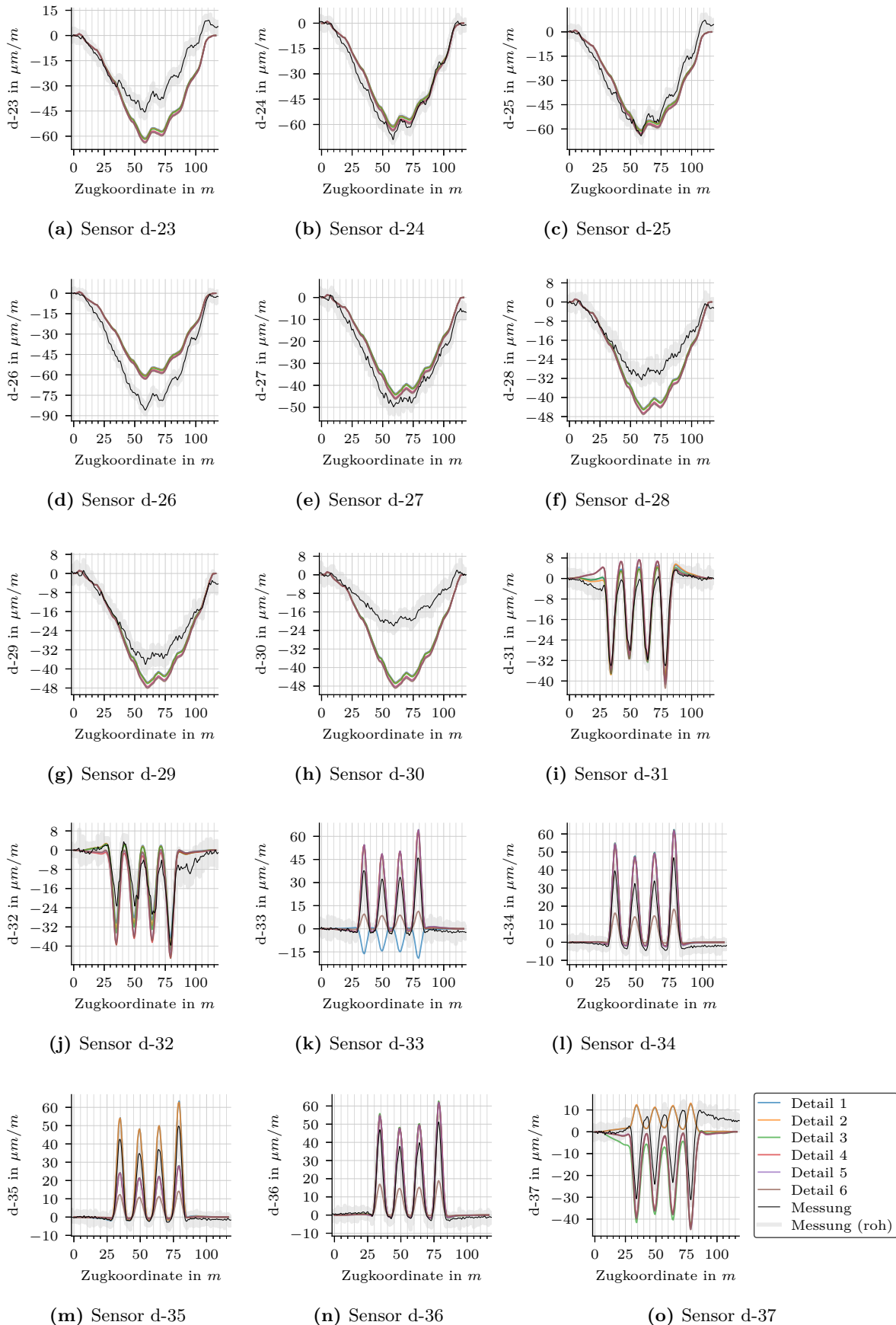


Abb. A.4: Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-23 bis d-37

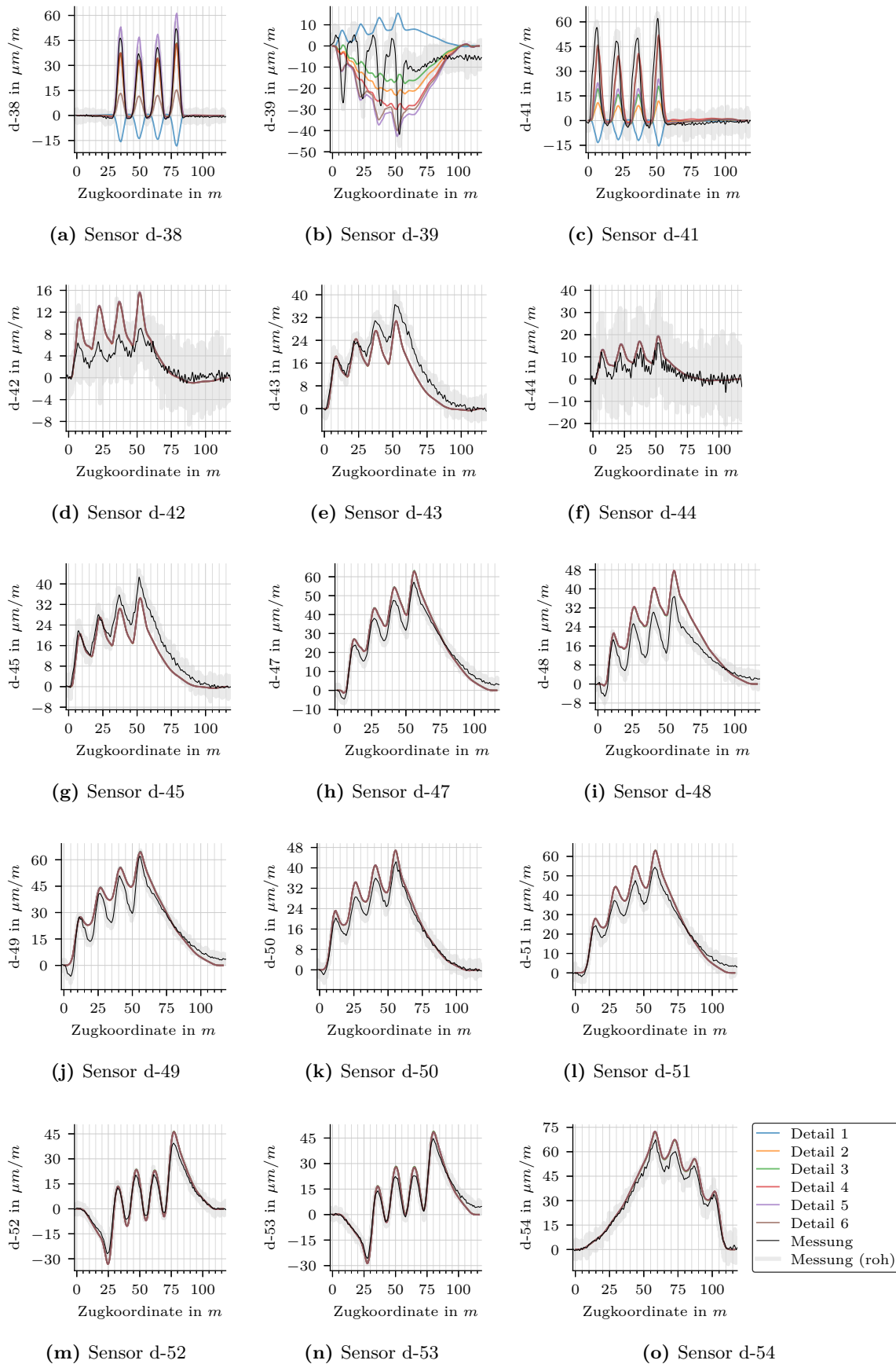


Abb. A.5: Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-38 bis d-54

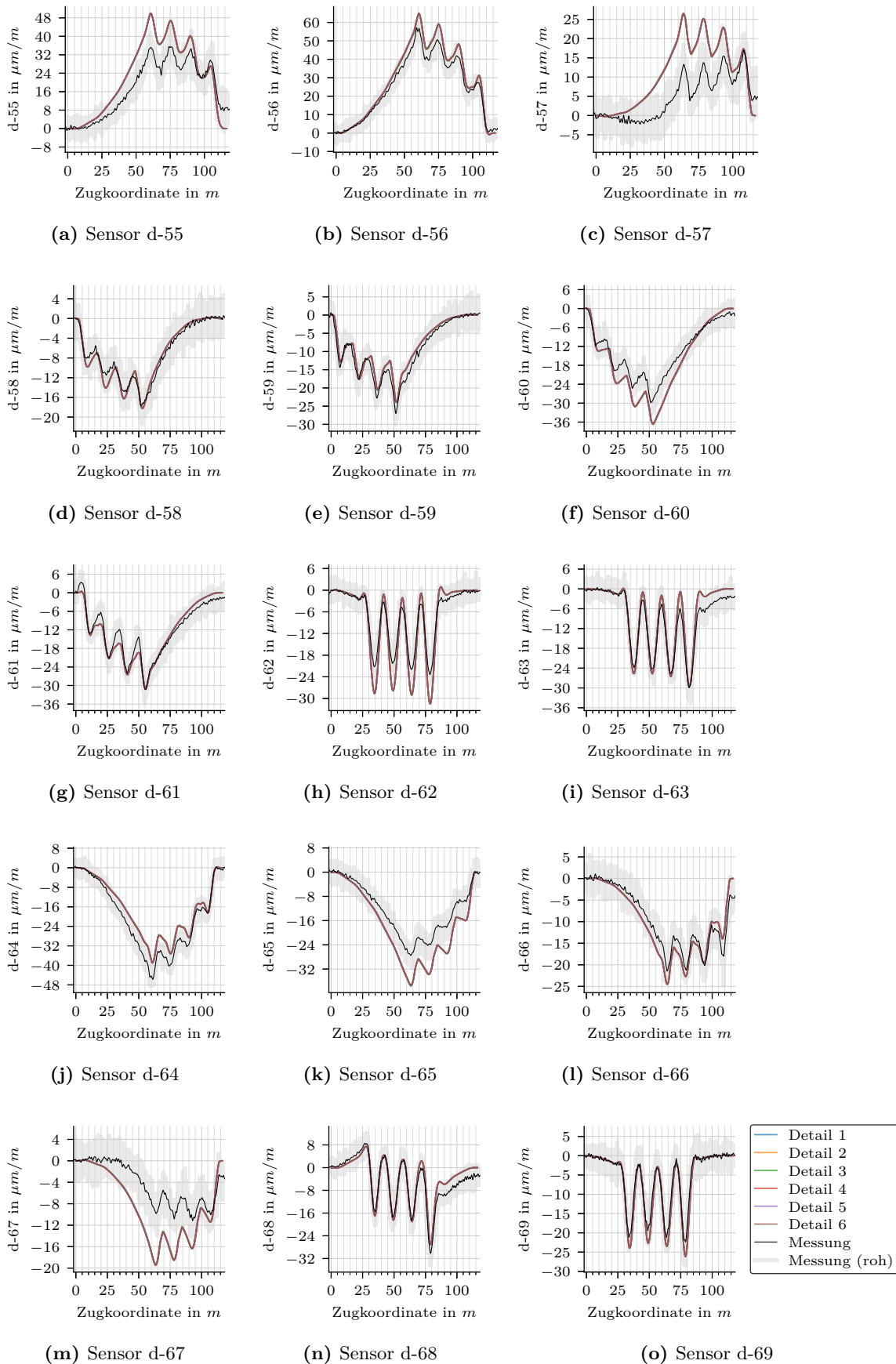


Abb. A.6: Modellierung Detail 1–6 im Vergleich der Sensoren d-55 bis d-69

A.3 Ergebnisse der verschiedenen Modellanpassungen

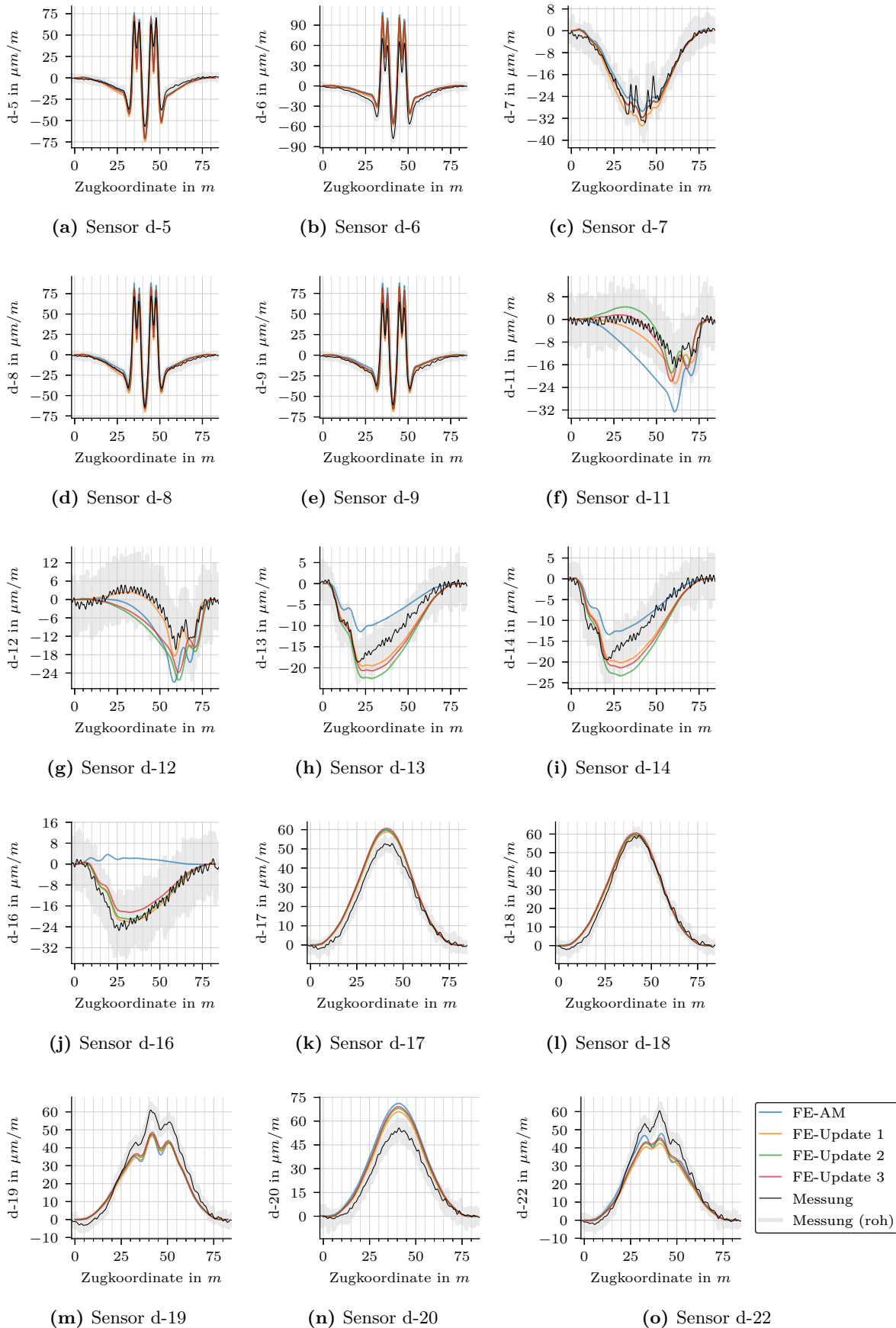


Abb. A.7: Modellanspassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-5 bis d-22

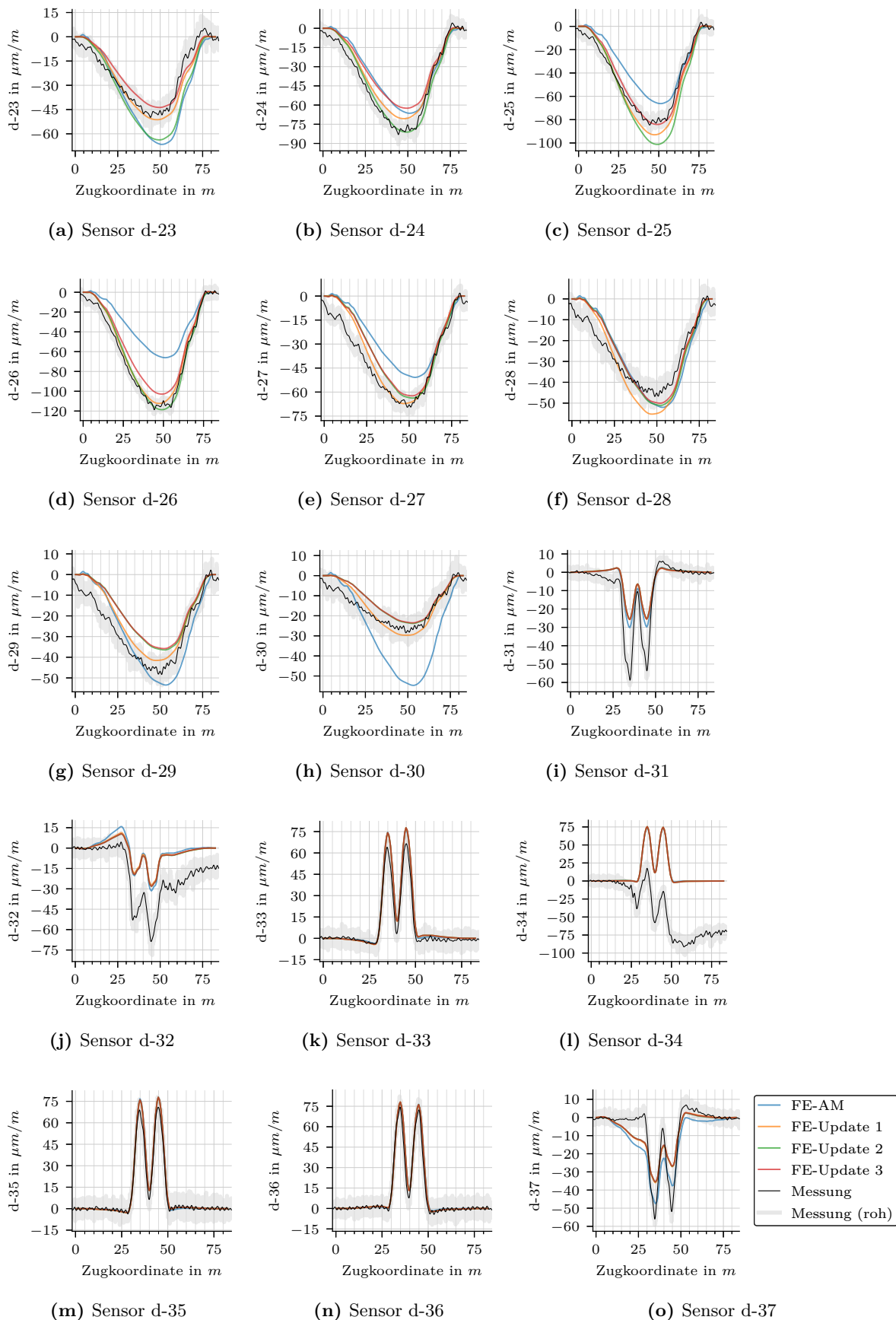


Abb. A.8: Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-23 bis d-37

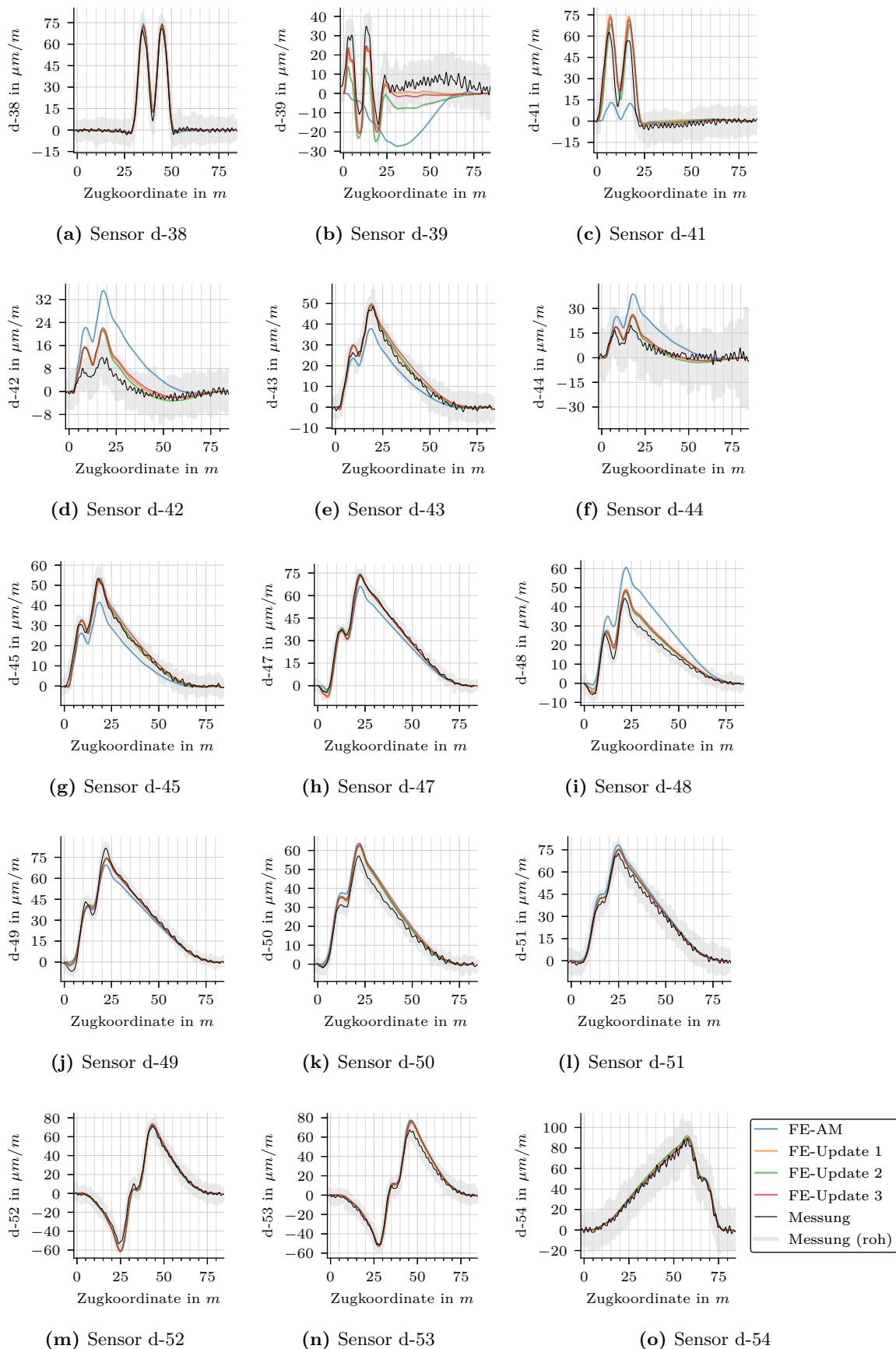


Abb. A.9: Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-38 bis d-54

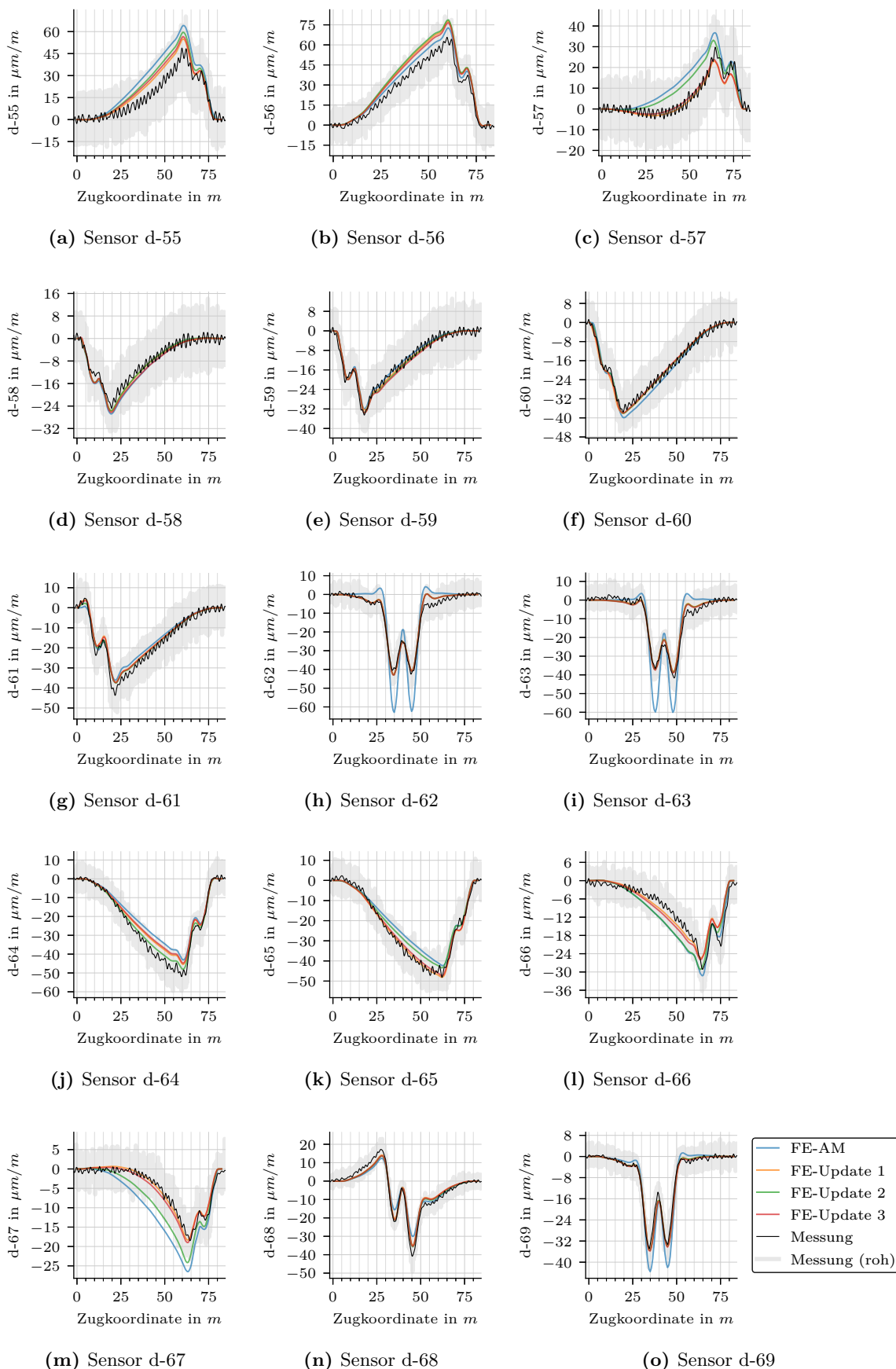
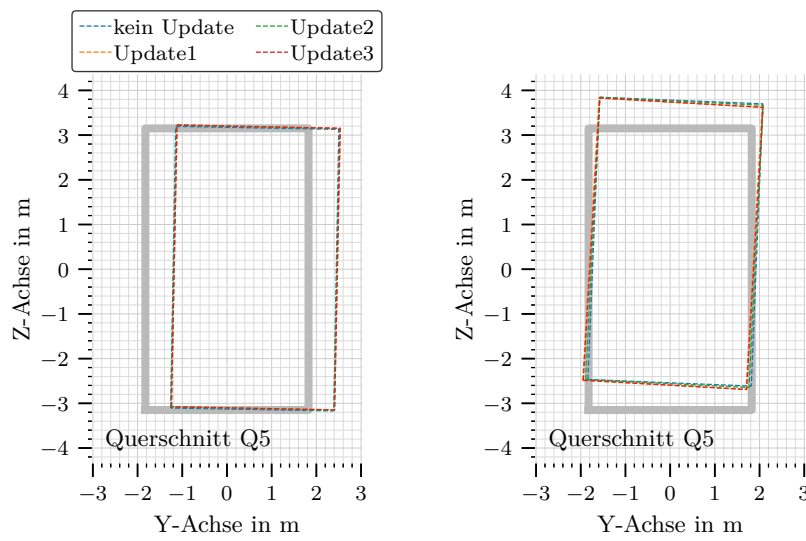


Abb. A.10: Modellanpassungen 1–3 im Vergleich der Sensoren d-55 bis d-69

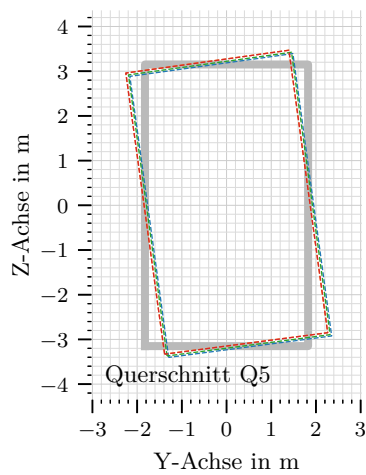
A.4 Eigenformen des Brückentragwerks der verschiedenen Modellanpassungen

In diesem Kapitel sind die aus den Modellanpassungen 1,2 und 3 ermittelten Eigenformen dargestellt. In Abb. A.11 sind alle Eigenformen für alle Modellanpassungen (hier mit Update bezeichnet) am Brückenquerschnitt Q5, siehe Abb. 3.11 dargestellt. In dieser Abbildung ist zu erkennen, dass es durch die Modellanpassung kaum Einfluss auf diese Eigenformen gibt. Gleiches ist in Abb. A.12 für den Brückenquerschnitt Q10 in Brückenmitte zu erkennen. In den weiteren Abbildungen dieses Kapitels sind die Eigenformen jeweils vollständig dargestellt. Nur beim Vergleich der höheren Eigenformen ist es hier möglich Unterschiede festzustellen.

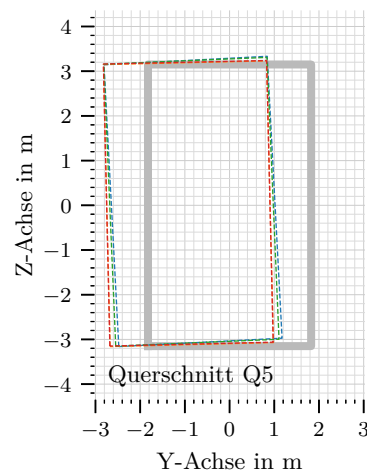


(a) Eigenform 1 bei Q5

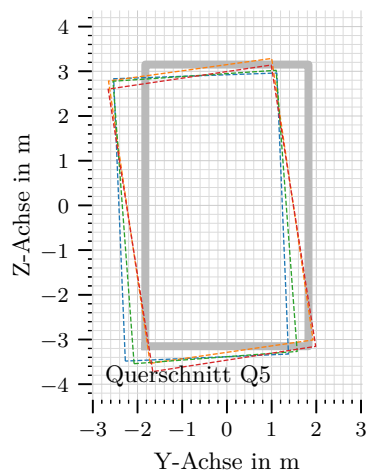
(b) Eigenform 2 bei Q5



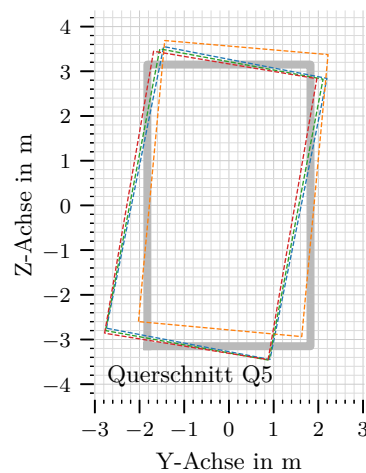
(c) Eigenform 3 bei Q5



(d) Eigenform 4 bei Q5

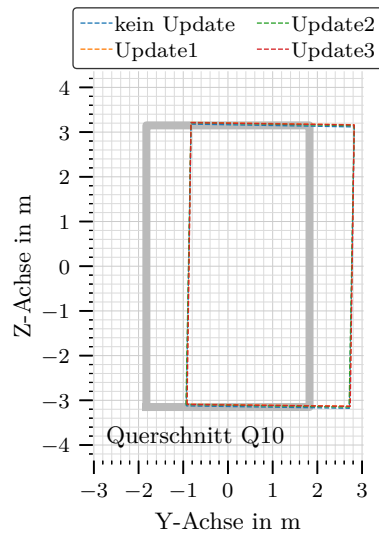


(e) Eigenform 5 bei Q5

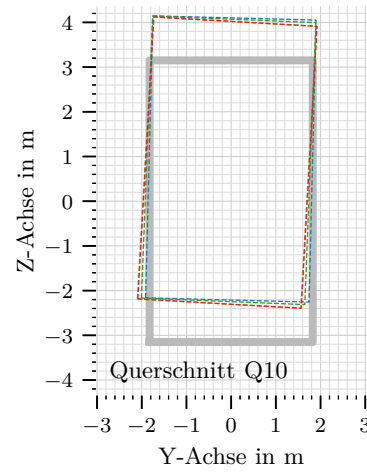


(f) Eigenform 6 bei Q5

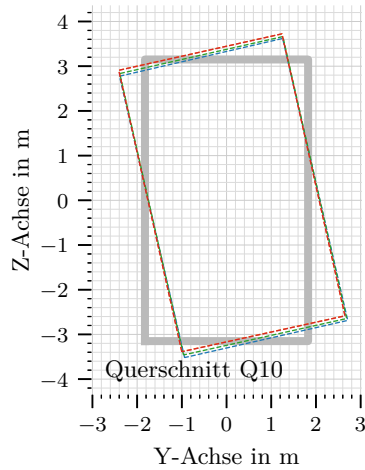
Abb. A.11: Vergleich der berechneten Eigenformen am Brückenquerschnitt Q5: Ausgangsmodell (kein Update) mit den verschiedenen Modellanpassungen (Updates 1-3)



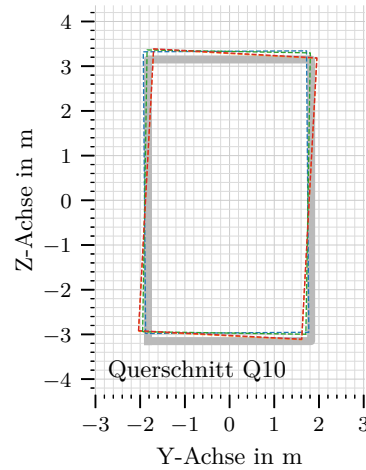
(a) Eigenform 1 bei Q10



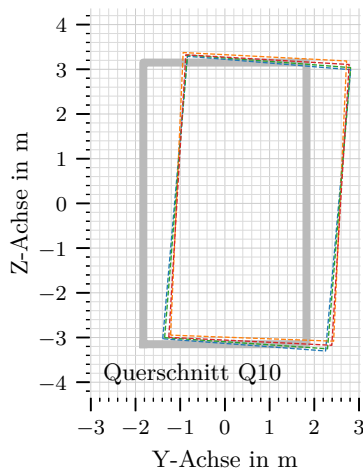
(b) Eigenform 2 bei Q10



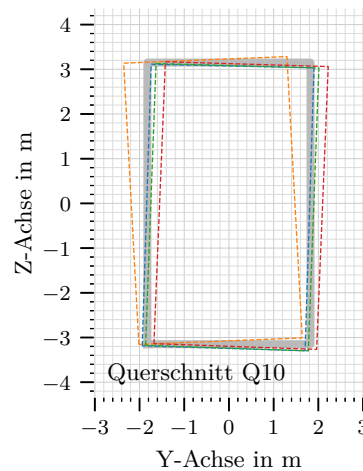
(c) Eigenform 3 bei Q10



(d) Eigenform 4 bei Q10



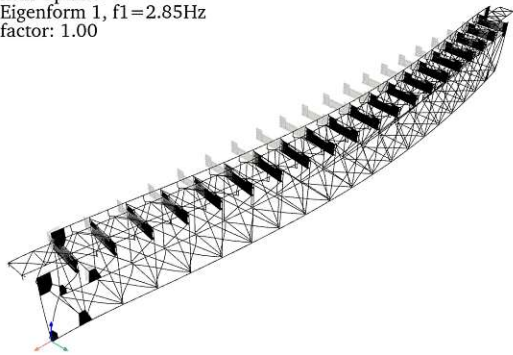
(e) Eigenform 5 bei Q10



(f) Eigenform 6 bei Q10

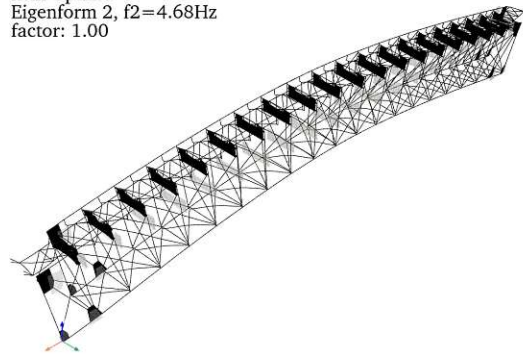
Abb. A.12: Vergleich der berechneten Eigenformen am Brückenquerschnitt Q10: Ausgangsmodell (kein Update) mit den verschiedenen Modellanpassungen (Updates 1–3)

kein Update
Eigenform 1, $f_1=2.85\text{Hz}$
factor: 1.00



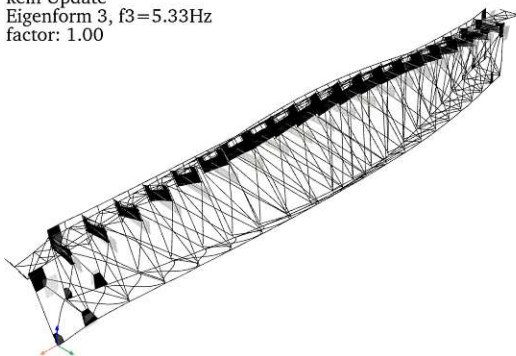
(a) Eigenform 1: Ausgangsmodell

kein Update
Eigenform 2, $f_2=4.68\text{Hz}$
factor: 1.00



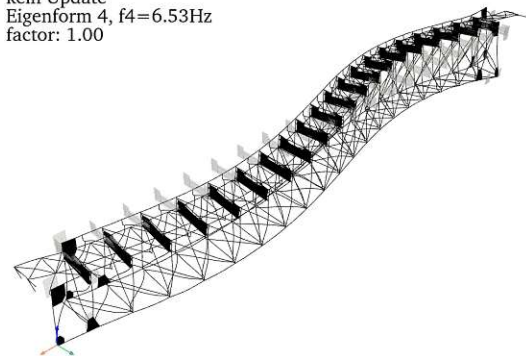
(b) Eigenform 2: Ausgangsmodell

kein Update
Eigenform 3, $f_3=5.33\text{Hz}$
factor: 1.00



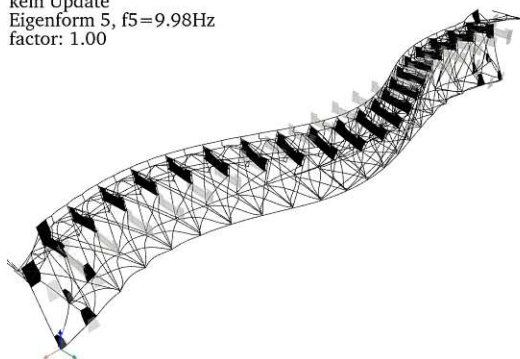
(c) Eigenform 3: Ausgangsmodell

kein Update
Eigenform 4, $f_4=6.53\text{Hz}$
factor: 1.00



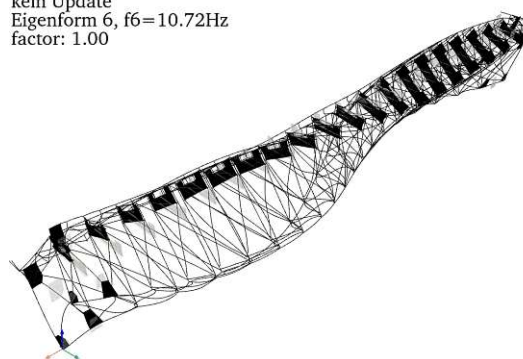
(d) Eigenform 4: Ausgangsmodell

kein Update
Eigenform 5, $f_5=9.98\text{Hz}$
factor: 1.00



(e) Eigenform 5: Ausgangsmodell

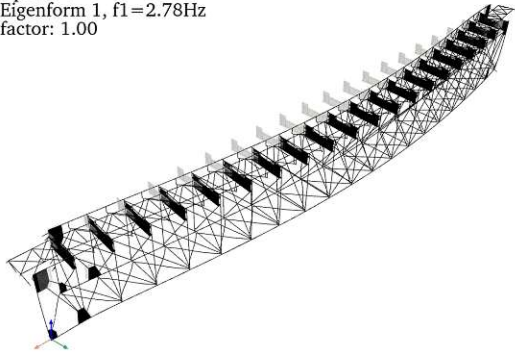
kein Update
Eigenform 6, $f_6=10.72\text{Hz}$
factor: 1.00



(f) Eigenform 6: Ausgangsmodell

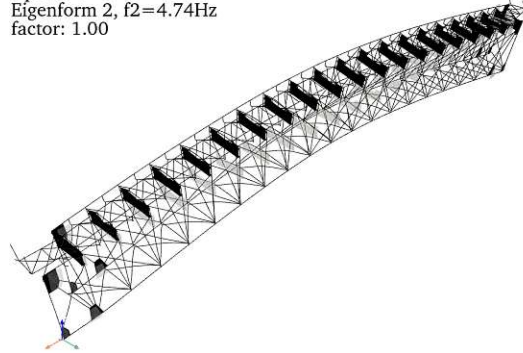
Abb. A.13: Eigenformen des Ausgangsmodell

Update 1
Eigenform 1, $f_1=2.78\text{Hz}$
factor: 1.00



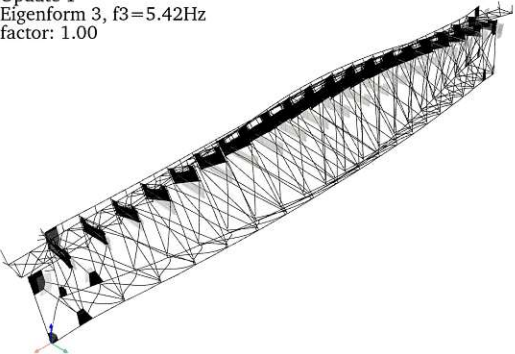
(a) Eigenform 1: Modellanpassung 1

Update 1
Eigenform 2, $f_2=4.74\text{Hz}$
factor: 1.00



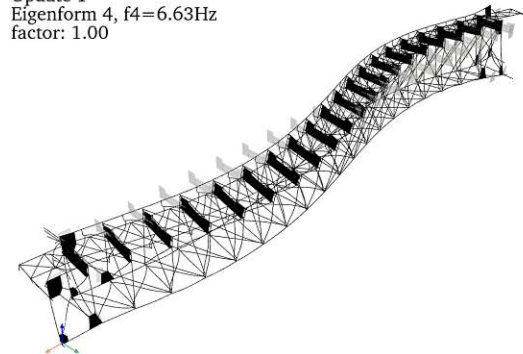
(b) Eigenform 2: Modellanpassung 1

Update 1
Eigenform 3, $f_3=5.42\text{Hz}$
factor: 1.00



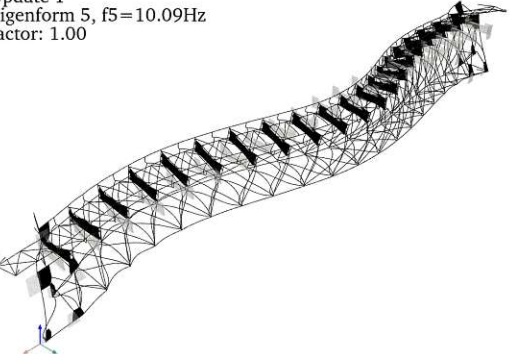
(c) Eigenform 3: Modellanpassung 1

Update 1
Eigenform 4, $f_4=6.63\text{Hz}$
factor: 1.00



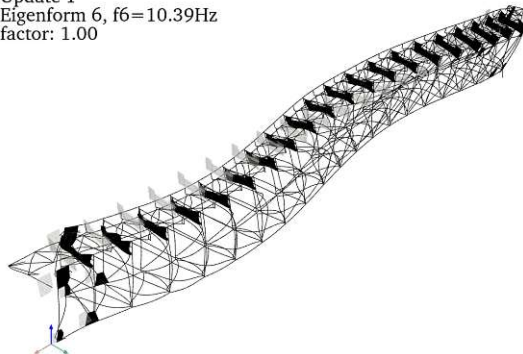
(d) Eigenform 4: Modellanpassung 1

Update 1
Eigenform 5, $f_5=10.09\text{Hz}$
factor: 1.00



(e) Eigenform 5: Modellanpassung 1

Update 1
Eigenform 6, $f_6=10.39\text{Hz}$
factor: 1.00



(f) Eigenform 6: Modellanpassung 1

Abb. A.14: Eigenformen der Modellanpassung 1

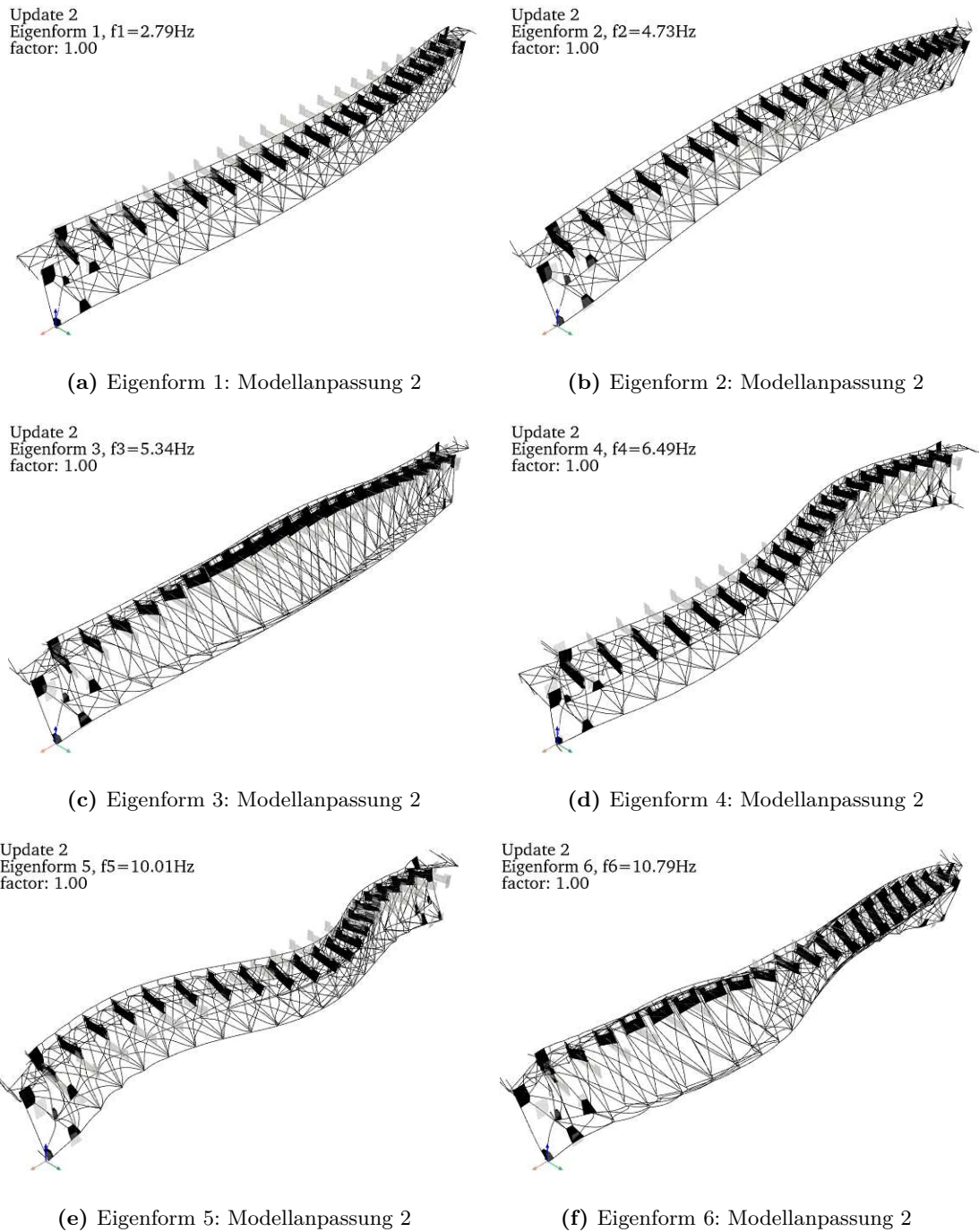
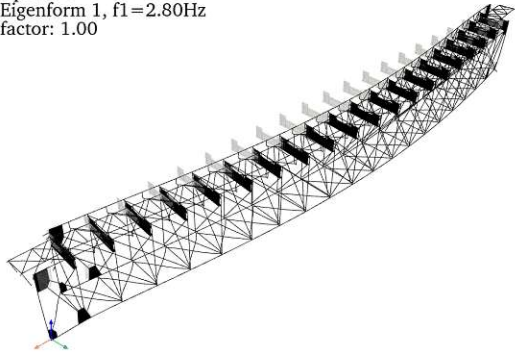


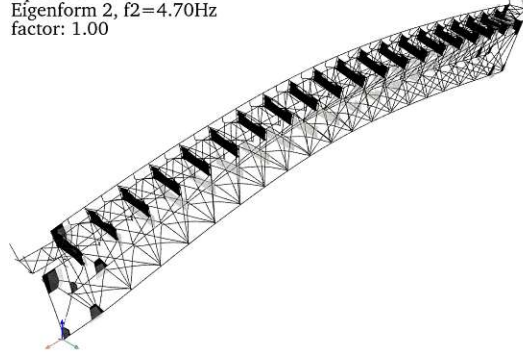
Abb. A.15: Eigenformen der Modellanpassung 2

Update 3
Eigenform 1, $f_1=2.80\text{Hz}$
factor: 1.00



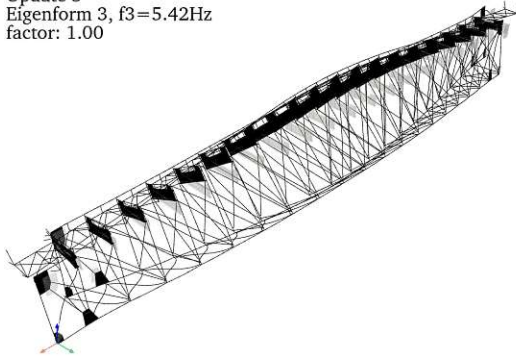
(a) Eigenform 1: Modellanpassung 3

Update 3
Eigenform 2, $f_2=4.70\text{Hz}$
factor: 1.00



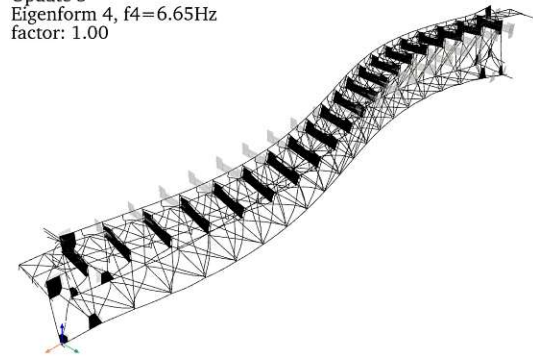
(b) Eigenform 2: Modellanpassung 3

Update 3
Eigenform 3, $f_3=5.42\text{Hz}$
factor: 1.00



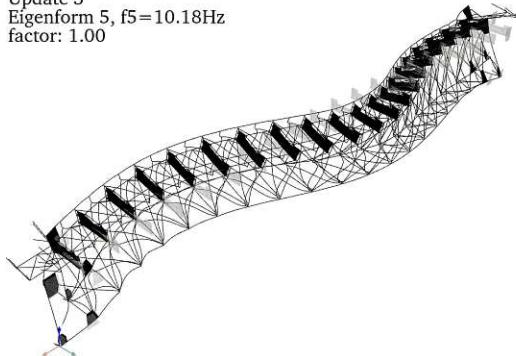
(c) Eigenform 3: Modellanpassung 3

Update 3
Eigenform 4, $f_4=6.65\text{Hz}$
factor: 1.00



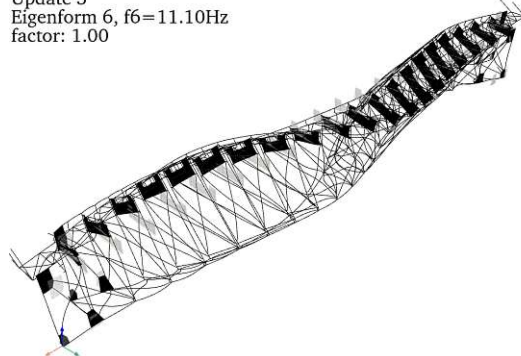
(d) Eigenform 4: Modellanpassung 3

Update 3
Eigenform 5, $f_5=10.18\text{Hz}$
factor: 1.00



(e) Eigenform 5: Modellanpassung 3

Update 3
Eigenform 6, $f_6=11.10\text{Hz}$
factor: 1.00



(f) Eigenform 6: Modellanpassung 3

Abb. A.16: Eigenformen der Modellanpassung 3