

Diplomarbeit

Entwicklung eines Triebwerksgetriebes neuer Technologie

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades

Diplomingenieur und Master of Science

unter der Leitung von

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing Michael Weigand

Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung
Forschungsbereich Maschinenelemente und Luftfahrtgetriebe

eingereicht an der Technischen Universität Wien

von

Michael Hofer BSc



Wien, im Mai 2023

.....

Michael Hofer BSc

Ich nehme zur Kenntnis, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung

Diplomarbeit

nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde. Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der von den Begutachterinnen/Begutachtern beurteilten Arbeit überein.

Wien, im Mai 2023

.....

Michael Hofer BSc

Danksagung

Bei meinem Weg durch das Studium habe ich von vielen Menschen Unterstützung erhalten. Um meine Dankbarkeit hierfür auszudrücken, möchte ich all jenen Personen diesen Abschnitt der Diplomarbeit widmen.

Ich möchte meinen Dank aussprechen an das Institut für Maschinenelemente der Technischen Universität Wien. Besonders hervorheben möchte ich in diesen Zusammenhang Herrn Prof. Michael Weigand für die Unterstützung und Betreuung während der Erstellung meiner Diplomarbeit.

Ihr Wissen und vor allem ihre Erfahrung haben dazu beigetragen, dass diese Arbeit zu einem erfolgreichen Abschluss geführt hat. Des Weiteren haben Sie mich bei diversen Treffen und Lehrveranstaltungen an Ihren beruflichen Erfahrungen teilhaben lassen. Erfahrungen, die mich bereichert haben und die ich nun in meiner zukünftigen Karriere nutzen werde.

Der Beginn meiner wissenschaftlichen Reise war von Gegensätzen geprägt. Von einem Leistungssportler im alpinen Skirennsport zum Studenten des Maschinenbaus an der Technischen Universität Wien. Doch sind es genau diese Erfahrungen, die ich vor meinem Studium machen durfte, die meine Persönlichkeit so stark geprägt haben, dass sie mich während meiner gesamten Studienzeit begleitet haben und – da bin ich mir sicher – auch darüber hinaus begleiten werden.

Meine tiefste Dankbarkeit möchte ich somit meiner Familie aussprechen. Sie hat mir nicht nur das Studium ermöglicht, sondern mich seit jeher in allem unterstützt. Ihnen verdanke ich meine Fähigkeit, Hürden zu überwinden und niemals aufzugeben.

Besonderer Dank gilt auch meinen Freunden und Kommilitonen. Neben dem erworbenen Wissen liegt der größte Schatz der Universität in den Freundschaften. Für all die Bekannten und großartigen Menschen, die mich auf meinem Weg begleitet haben und auch weiterhin werden, bin ich dankbar.

Kurzfassung

Die vorliegende Diplomarbeit hat das Ziel, die Grundlage zu schaffen ein neuartiges Getriebe zu entwickeln, welches die Drehzahl der Turbine auf die Drehzahl des Propellers umsetzt und dabei den Leistungsbereich von in Umlauf befindlichen Propellerflugzeugen übertrifft.

Dazu werden sowohl eine Stirnradstufe als auch eine Planetenstufe eingesetzt und geeignete Maschinenelemente wie Lagerungen, Wellen- und Zahnradgeometrien gewählt und dimensioniert.

Ein zusätzlicher Fokus der Arbeit liegt bei der Untersuchung von Alternativen zur Lichtmaschine, die in handelsüblichen Propellerflugzeugen verwendet wird, um die variable Drehzahl des Antriebs in elektrische Energie umzuwandeln. Aufgrund der Tatsache, dass das zu entwickelnde Getriebe in einem höheren Leistungsbereich ansetzt, muss eine Alternative gefunden werden. Hierbei wird ein sogenannter "Constant Speed Drive" betrachtet. Dieser überträgt die Leistung und die variable Eingangsdrehzahl hydromechanisch so, dass die Ausgangswelle mit einer konstanten Drehzahl dreht. So kann der nachgeschaltete Generator konstanten elektrischen Output liefern.

Die Motivation für diese Arbeit ist es, eine Wissensgrundlage für die Entwicklung von Planetengetrieben und Constant Speed Drives zu schaffen. Propellergetriebene Flugzeuge mit Triebwerksantrieb benötigen ein Untersetzungsgetriebe zwischen Antrieb und Propeller, da die maximale Drehzahl von Flugpropellern aufgrund der maximalen Geschwindigkeiten der Propellerblattspitzen begrenzt ist.

Durch die Untersuchung der verschiedenen Faktoren, die bei der Entwicklung eines solchen Getriebes von Bedeutung sind, und die Auslegung eines konkreten Getriebezugs, konnte diese Arbeit einen Beitrag zur Entwicklung leisten. Gleichzeitig schafft sie eine wertvolle Wissensgrundlage für zukünftige Entwicklungen in diesem Bereich.

Im ersten Teil der Arbeit werden die Grundlagen und der aktuelle Stand der Technik behandelt. Dabei werden die Eigenschaften und Entwicklung von Planetengetrieben sowie die gesetzlichen Grundlagen für Luftfahrtgetriebe erläutert.

Im zweiten Teil geht es spezieller um Luftfahrtgetriebe und insbesondere um den Constant Speed Drive, bei dem Arten, Betriebsbereiche und Hersteller vorgestellt werden.

Im dritten Teil wird auf die Vorgehensweise bei der Entwicklung von Luftfahrtgetrieben eingegangen, wobei Anforderungen, Ziele und der Vorentwurf des Getriebes konkret beschrieben werden.

Im Praxisteil wird der Vorentwurf des Getriebes umgesetzt und im abschließenden Ergebnis- und Auswertungsteil werden die Ergebnisse der Vorberechnungen mit MathCAD sowie die Erstellung des Getriebes in der FVA Workbench präsentiert.

Die Berechnungsmethode besteht darin, mittels der Berechnungsprogramme MathCAD und die FVA Workbench, unter Berücksichtigung verschiedener relevanter Normen, einen grundlegenden Getriebezug auszulegen.

Am Ende wird ein Getriebe dargelegt, bei dem Zähnezah und Modulverhältnisse so gewählt werden, dass eine kompakte Einheit entsteht und die Berechnungsprogramme zeigen, dass Sicherheiten in Bezug auf Zahnflanken- und Fußtragfestigkeit eingehalten werden.

Insgesamt bietet diese Arbeit eine Grundlage für die Weiterentwicklung von Untersetzungsgetrieben für Propellerflugzeuge und kann dazu beitragen, eine Entwicklung eines Getriebes dieser Art an der Technischen Universität Wien durchzuführen.

Abstract

The present thesis aims to develop a transmission that decreases the speed of the turbine to the speed of the propeller, surpassing the power range of current propeller-driven aircraft. This will be achieved by using both a spur gear stage and a planetary gear stage. Suitable machine elements such as bearings, shafts, and gear geometries will be selected and dimensioned.

Additionally, the thesis will examine alternatives to the alternator used in commercial propeller aircraft to convert the variable speed of the drive into a constant electrical energy. A "Constant Speed Drive" will be checked as an alternative, which mechanically and hydromechanically transmits power in such a way that the output shaft rotates at a constant speed and thus the generator is operated at a constant speed.

The motivation for this work is to provide a basis for the development of planetary gears and Constant Speed Drives for a propeller-driven aircraft. The thesis will cover in the first part the basics and state of the art in the first part, discussing the properties and development of planetary gears, as well as legal regulations for aircraft transmissions.

The second part will focus specifically on aircraft transmissions, particularly the Constant Speed Drive, discussing types, operating ranges, and manufacturers.

The third part will cover the development of aircraft transmissions, including requirements, goals, and the preliminary design of the transmission.

The practical part will implement the preliminary design of the transmission. The final results and evaluation section will present the results of the calculations with MathCAD and the mock-up of the transmission in the FVA Workbench.

The method of calculation is to design a transmission layout using calculation programs (MathCAD and the FVA Workbench) considering various relevant standards, creating the basis for the further development of the transmission. At the end of the thesis, a transmission is presented that represents a compact unit, with the calculation programs showing that safety margins in terms of tooth flank and foot load capacity are met.

Overall, this thesis provides a basis for the further development of transmission for propeller-driven aircraft and can contribute to the advancement of technology in this field.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	IX
1 Einleitung	1
2 Grundlagen und Stand der Technik	2
2.1 Planetengetriebe Grundlagen	2
2.1.1 Eigenschaften	2
2.1.2 Entwicklung von Planetengetrieben.....	5
2.1.3 Konstruktive Hinweise	7
2.1.4 Wärmehaushalt.....	44
2.1.5 Schmierung	50
2.2 Luftfahrtgetriebe	54
2.2.1 Turbojet	55
2.2.2 Mantelstromtriebwerke und „Geared Turbofan“	57
2.2.3 Turboprop	63
2.2.4 Gesetzliche Grundlagen	69
2.3 CSD - Constant speed drive.....	78
2.3.1 Arten von Constant Speed Drives.....	79
2.3.2 Hamilton Standard Patent.....	81
2.3.3 Betriebsbereiche.....	84
2.3.4 Rolls Royce Patent	88
2.3.5 CSD mit elektrischer Regelung der Hydraulik.....	94
2.3.6 Hersteller	96
2.3.7 Wechselstromgeneratoren ohne vorgeschaltetes CSD	96
2.4 Entwicklung von Luftfahrtgetrieben	98
2.4.1 Anforderungen und Ziele	98
2.4.2 Vorentwurf des Getriebes	101
2.4.3 Detailliertes Design.....	104
3 Praxisteil / Praktische Umsetzung.....	105
3.1 Anforderungsliste / Angabe	105
3.2 Vorentwurf des Getriebes.....	107
3.2.1 Systementwurf (Konfiguration, Layout und Dimensionierung)	107
4 Ergebnisse / Auswertung	115

4.1	Vorberechnung MathCAD	115
4.2	Aufbau FVA Workbench.....	119
5	Zusammenfassung und Ausblick	123
	Literaturverzeichnis	125
	Abbildungsverzeichnis.....	130
	Tabellenverzeichnis.....	133
	Anhang A – Vorberechnung mit MathCAD.....	134
	Anhang B – Gesamtsystemreport der FVA Workbench	225

Abkürzungsverzeichnis

Symbol	Beschreibung	Einheit
<i>Abb.</i>	Abbildung	-
<i>ACARE</i>	Advisory Council for Aeronautics Research in Europe	-
<i>AMC</i>	Acceptable Means of Compliance	-
<i>APU</i>	Auxiliary Power Unit	
<i>Art.</i>	Artikel	-
A_S	Spannungsquerschnitt der Schraube	mm^2
A_T	Oberfläche des Getriebes zur Umgebung	mm^2
<i>bzw.</i>	beziehungsweise	-
C	Spiel zwischen Planetenradaußendurchmessern	mm
CD	Achsabstand (Planetenrad-Sonnenrad)	mm
CS	Certification Specification	-
$\bar{C}(t)$	Zeitvariante Dämpfungsmatrix	
c_{eff_P}	Federkonstante Planet	N/mm
D_f	Nominaldurchmesser der Schraube	mm
<i>DIN</i>	Deutsches Institut für Normung	-
D_M	Minersumme	-
d	Teilkreisdurchmesser	mm
d_S	Teilkreisdurchmesser Sonnenrad	mm
d_{P_A}	Kopfkreisdurchmesser Planetenrad	mm
<i>EPNL</i>	Effektiv wahrgenommene Lärmpegel	dB
F	Freiheitsgrad	-
<i>FAA</i>	Federal Aviation Administration	-
<i>FEM</i>	Finite Elemente Methode	-
<i>FMEA</i>	Fehler Möglichkeit Einfluss Analyse	
F_M	Zugvorspannkraft	N
F_{Pk}	Teilungs- Gesamtabweichung	μm
$\bar{f}(t)$	Störvektor	-
f_{pt}	Teilungseinzelabweichung	μm
h_T	Wärmeübergangskoeffizient	$W/(m^2 \cdot K)$
i_{12}	Standübersetzung	-
<i>ICAO</i>	International civil aviation organization	
$\bar{K}(t)$	Zeitvariante Steifigkeitsmatrix	-
K_A	Anwendungsfaktor	-
$K_{F\sigma}, K_{F\tau}$	Kollektivfaktor	-
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor (Flanke)	-

$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß)	-
K_S	Statischer Lastüberhöhungsfaktor	-
K_{tc}	Drehmomentreibkoeffizient	-
K_v	Dynamikfaktor	-
$MTBF$	Mean time between failure	-
\bar{M}	Zeitinvariante Massenmatrix	
$M_{1Planet}$	Drehmoment des am stärksten belasteten Planeten	Nm
M_A	Anzugsdrehmoment	Nm
M_{aus}	Ausgangsmoment Getriebe	Nm
M_{ein}	Eingangsmoment Getriebe	Nm
M_{gesamt}	gesamtes Drehmoment	Nm
$M_{Stütz}$	Stützmoment Getriebe	Nm
M_{Steg}	Moment am Steg an dem Planetenräder montiert werden	Nm
m_n	Normalmodul	mm
NASA	National Aeronautics and Space Administration	-
N_D	Knickpunkt der Wöhlerkurve zwischen Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich $N_D = 10^6$	-
N_L	auftretende Schwingspielzahl	-
N_P	Anzahl Planeten	
N_S	Knickpunkt der Wöhlerkurve zwischen quasistatischer Festigkeit und Zeitfestigkeitsbereich	-
RRC	Benötigtes minimales Spiel des schwebenden Elementes (Required radial clearance)	μm
n_1	Drehzahl Sonnenwelle	min^{-1}
n_2	Drehzahl Hohlwelle	min^{-1}
n_i	Lastspielzahl in Stufe i	-
n_S	Drehzahl Steg	min^{-1}
n_{S-T}	Drehzahl Sonnenrad relativ zu Steg	min^{-1}
P_L	Lastabhängige Verlustleistung	kW
P_N	Lastunabhängige Verlustleistung	kW
P_Q	Abgeführte Wärmeleistung	kW
P_{TA}	Erweiterte thermische maximale Nennleistung	kW
P_{TS}	Thermische maximale Nennleistung	kW
P_v	Zugeführte Wärmeleistung	kW
p_f	Gewindesteigung der Schraube	mm
S_F	Sicherheitsfaktor für die Zahnfußfestigkeit,	-
S_H	Sicherheitsfaktor für die Beständigkeit gegen Grübchentragfähigkeit,	-
Tbl.	Tabelle	-

TOL	Toleranzen in Bezug auf RRC	μm
v_{S-T}	Relativgeschwindigkeit zwischen Sonnenrad und Planetenträger	m/s
$vgl.$	Vergleiche	-
X_e	Dimensionslose Hilfsgröße (Berechnung RRC)	
$\ddot{\vec{x}}(t)$	Beschleunigungsvektor	-
$\dot{\vec{x}}(t)$	Geschwindigkeitsvektor	-
$\vec{x}(t)$	Ortsvektor	-
Y_N	Lastwechselfaktor für die Biegefestigkeit,	-
z	Zähnezahl allgemein	-
z_H	Hohlrad Zähnezahl	-
Z_N	Lastwechselfaktor für die Beständigkeit gegen Pitting	-
z_P	Planetensrad Zähnezahl	-
z_S	Sonnenrad Zähnezahl	-
$z.B.$	zum Beispiel	-
Z_ε	Überdeckungsfaktor	-
Z_β	Schrägenfaktor	-
Z_H	Zonenfaktor	-
σ_M	Die empfohlene minimale Vorspannungszugspannung	N/mm^2
$\sigma_{p0,2}$	0,2-%-Dehngrenze des Verbindungselements	N/mm^2
$\sigma_{zd,baADK}, \tau_{taADK}$	Dauerfestigkeitswert	N/mm^2
$\sigma_{zd,ba1}, \tau_{ta1}$	größter Spannungsausschlag des Lastkollektivs	N/mm^2
$\sigma_{zd,ba_i}, \tau_{ta_i}$	Spannungsamplitude der Stufe i	N/mm^2
$\sigma_{zd,ba}, \tau_{ta}$	schädigungsäquivalente Ausschlagsspannung	N/mm^2
$\sigma_{zd,baANK}, \tau_{taANK}$	Zeitfestigkeitswert	N/mm^2
θ	Winkel zwischen Planetenrädern	rad
ΔT_S	Temperaturerhöhung des Ölsumpfes im Vergleich zur Umgebungstemperatur	K

Indizes		
b	Biegung	
t, τ	Torsion	
zd	Zug-Druck	
σ	Zug/Druck oder Biegung	

1 Einleitung

Folgende Ausarbeitung handelt von einem Vorentwurf eines Triebwerksgetriebes, welches in einem, mit Turbine angetriebenen, Turboprop Flugzeug verbaut werden soll. Dieser Vorentwurf soll als Grundlage für die Weiterentwicklung von Untersetzungsgetrieben dienen.

Turboprop Triebwerke sind die wirtschaftlichste Art, ein Flugzeug anzutreiben, insbesondere bei kleinen und mittelgroßen Flugzeugen, die nicht geschwindigkeitskritisch sind. In folgenden Kapiteln wird näher darauf eingegangen. Ein zusätzlicher Fokus der Arbeit liegt auf der Untersuchung von Alternativen zur Lichtmaschine, die in handelsüblichen Propellerflugzeugen verwendet wird, um die variable Drehzahl des Antriebs in elektrische Energie umzuwandeln. In diesem Zusammenhang werden sogenannte "Constant Speed Drive"-Systeme genannt und beschrieben, welche die Leistung hydromechanisch übertragen, dass die Ausgangswelle mit einer konstanten Drehzahl dreht und somit der nachgeschaltete Generator mit konstanter Drehzahl betrieben wird.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden die Grundlagen und der aktuelle Stand der Technik von Planetengetrieben behandelt. Dabei werden die Eigenschaften und Entwicklung sowie auch die, von der Agentur der Europäischen Union für Flugsicherheit (EASA), vorgegebenen gesetzlichen Grundlagen (CS) bzw. akzeptierte Nachweisverfahren (AMC) für Luftfahrtgetriebe erläutert.

Im zweiten Teil geht es spezieller um Arten von Luftfahrtgetrieben mit besonderer Betrachtung von Turbopropeller Flugzeugen. Ein Hauptteil in diesem Abschnitt gilt dem Constant Speed Drive, bei dem Arten, Betriebsbereiche und Hersteller vorgestellt werden.

Im dritten Teil wird auf die Entwicklung von Luftfahrtgetrieben eingegangen, wobei Anforderungen, Ziele und der Vorentwurf des Getriebes beschrieben werden.

Im Praxisteil wird der Vorentwurf des Getriebes umgesetzt und im abschließenden Ergebnis- und Auswertungsteil werden die Ergebnisse der Vorberechnungen mit MathCAD sowie die Erstellung des Getriebes in der FVA Workbench präsentiert.

Diese Arbeit beruht Großteiles auf internationalen Konstruktionsrichtlinien der AGMA (American Gear Manufacturer Association) wie die AGMA 6123-C16, sowie der AGMA 911-B21 und auf europäischen Zertifizierungsspezifikationen im Zusammenhang mit Propellerflugzeuggetrieben wie die CS-23, CS-E, ... Des Weiteren bietet das Buch von H.W.Müller „Die Umlaufgetriebe“ nützliche Hinweise und Hilfestellungen zur Planung von Planetengetrieben.

2 Grundlagen und Stand der Technik

2.1 Planetengetriebe Grundlagen

2.1.1 Eigenschaften

Ein Planetengetriebe ist eine Bauart von Umlaufgetrieben. Die Umlaufgetriebe wiederum stammen von den einfachen Übersetzungsgetrieben ab, unterscheiden sich jedoch infolge ihres höheren Freiheitsgrades ($F = 2$), durch vier besondere Einsatzmöglichkeiten [1, S. 2]:

1. Übertragung von Drehbewegungen auf Räder, die ihrerseits in einer rotierenden Ebene oder auf einem um eine feste Achse umlaufenden Steg gelagert sind.
2. Verwirklichung eines genauen Übersetzungsverhältnisses, auch wenn dieses hohe Primzahlen enthält
3. Erzeugung sehr hoher Übersetzungen nach dem Differentialprinzip mit nur wenigen Zahnrädern
4. Zusammenführung (Überlagerung) von zwei oder mehr voneinander unabhängigen Drehbewegungen auf ein gemeinsames Abtriebsglied.

Nach den Gleichgewichtsbedingungen der Mechanik muss die Summe aller einwirkenden Drehmomente, welche auf einem Standgetriebe wirken, gleich null sein. Bei einem herkömmlichen Standgetriebe, wirkt neben An- und Abtriebswelle auch noch ein Stützmoment, welches das Drehmoment aus Lagerkräfte mal Achsabstand kompensieren muss. Dieses Stützmoment wird vom Fundament, durch die Fixierung des Getriebes, aufgenommen. Wird nun das Gehäuse nicht auf dem Fundament, sondern konzentrisch zu An- und Abtriebswelle drehbar gelagert so entsteht eine dritte Welle. Das ursprüngliche Standgetriebe mit festen Achsen wurde zu einem Umlaufgetriebe. (vgl. [1, S. 7])

Die Momentengleichung ist weiterhin gültig, mit dem Unterschied, dass durch das drehbare Lagern des Getriebeblocks ein weiterer Freiheitsgrad dazukommt.

$$M_{ein} + M_{aus} + M_{Stütz} = 0 \quad (1)$$

Abbildung 1 und Abbildung 2 zeigen diese Vorgehensweise für ein Standgetriebe mit positiver, sowie auch negativer Übersetzung.

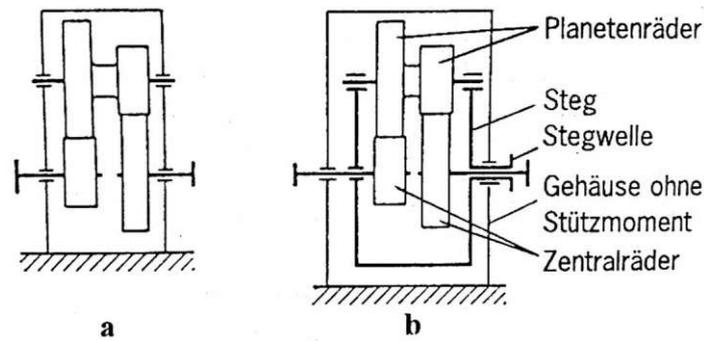


Abbildung 1: Herleitung eines Planetengetriebes mit positiver Übersetzung [1, Abb. 1.3]

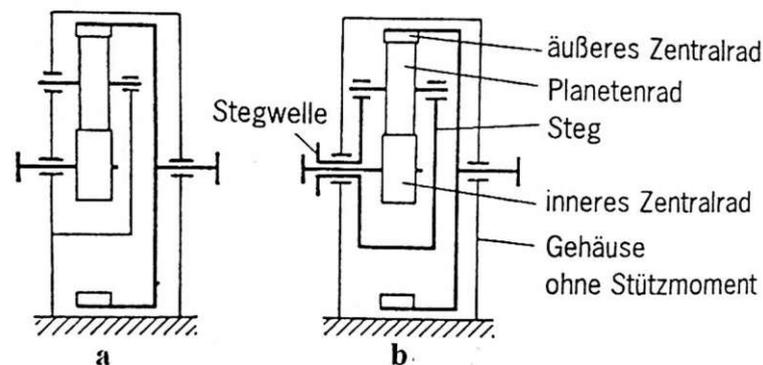


Abbildung 2: Herleitung eines Planetengetriebes mit negativer Übersetzung [1, Abb. 1.4]

Das ursprüngliche Getriebe kann sich nun um die An- und Abtriebswelle drehen. Die Anordnung erinnert an Planeten, die um eine Sonne kreisen. Darum wird das zentrale Rad Sonnenrad und die umliegenden Zahnräder Planetenräder genannt. Das außen liegende innenverzahnte Zahnrad (äußeres Zentralrad) wird als Hohlrad bezeichnet. Das Planetenrad bzw. die Planetenräder werden auf einem gemeinsamen Träger, auch Steg genannt, montiert, der mit einer An- bzw. Abtriebswelle verbunden ist.

Innerhalb Umlaufgetrieben gibt es weitere Unterscheidungen: „Einfache“ Umlaufgetriebe besitzen nur einen Steg mit darauf gelagerten einfachen oder Stufen-Planeten. Weiters gibt es „rückkehrende“ einfache Umlaufgetriebe (siehe Abbildung 1), welche zwei angeschlossene Zentralräder und eine beliebige Anzahl von Planetenrädern besitzen und „offene“ Umlaufgetriebe. (vgl. [1, S. 24]) Im Folgenden wird nur auf einfache Umlaufgetriebe eingegangen.

Bei einfachen Umlaufgetrieben unterscheidet man wiederum in zwei großen Bauarten, welche für eine Ausarbeitung berücksichtigt werden müssen: Plus- und Minusgetriebe. Unter anderem ist das Verhalten innerhalb einer Bauart hinsichtlich

Leistungsflüsse, Umlaufwirkungsgrade und Selbsthemmungsfähigkeit ähnlich. Plus- und Minusgetriebe unterscheiden sich anhand ihrer Standübersetzung. Bei stillstehendem Steg gibt es Bauarten, bei denen die Sonnenwelle und die Hohlwelle sich gleichsinnig drehen. Diese Bauart wird als Plusgetriebe bezeichnet. Drehen die Sonnenwelle und die Hohlwelle nicht gleichsinnig, ist die Standübersetzung negativ und es handelt sich um ein Minusgetriebe. (vgl. [1, S. 25])

Durch das Verwenden mehrerer am Umfang angeordneter Planeten erhält das Getriebe die Fähigkeit der Leistungsverzweigung, was dazu führt, dass das Getriebe bei gleicher Momentenbelastung, im Vergleich zu Stirnradgetrieben, gedrungener gebaut werden kann und darum eine höhere Leistungsdichte aufweist.

Abbildung 3 zeigt die Baugrößenvorteile von Planetengetrieben im Vergleich zu Stirnradgetrieben. Alle gezeigten Getriebe besitzen dieselbe Übersetzung und arbeiten im gleichen Leistungsbereich. Dabei ist zu erkennen, dass Planetengetrieben im Vergleich zu ein- bzw. zweistufigen Getrieben bereits eine erhebliche Platzeinsparung und Materialeinsparung aufweist. (vgl. [2, S. 3])

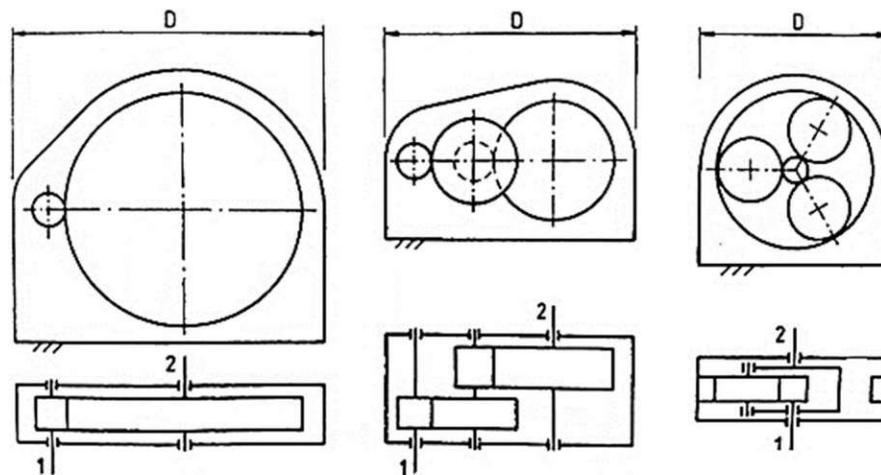


Abbildung 3: Baugrößenvergleich von ein- und zweistufigen Stirnradgetrieben mit Planetengetrieben (vgl. [2, Abb. 2])

Für Umlaufgetriebe gibt es neben dem Momentengleichgewicht auch noch Beziehungen für dessen Drehzahlen. Das Drehzahlverhalten eines Dreiwellengetriebes kann mit Hilfe der Willis Gleichung beschrieben werden. Mit Hilfe der Standgetriebeübersetzung i_{12} , welche aus den beiden Drehzahlen der Sonnenwelle und des Hohlrades bestimmt werden kann, kann die Willis-Gleichung in der Originalform angegeben werden:

$$i_{12} = \frac{n_1 - n_S}{n_2 - n_S} \quad (2)$$

Durch Umformen erhält man dann folgende Grundgleichung:

$$n_1 - i_{12}n_2 - (1 - i_{12})n_S = 0 \quad (3)$$

Mit der Drehzahl-Grundgleichung sind alle Beziehungen zwischen den Drehzahlen eines beliebigen Umlaufgetriebes, so auch alle Übersetzungen, eindeutig und unabänderlich durch seine Standübersetzung festgelegt. [1, S. 34]

Es gibt dazu einen weiteren wichtigen Zusammenhang:

$$\frac{M_{ein}}{\frac{M_{aus}}{M_{Stütz}}} \approx f(i_{12}) = konst. \quad (4)$$

Die Drehmomentenverhältnisse eines Umlaufgetriebes sind bei Vernachlässigung der Reibung durch dessen Standübersetzung festgelegt [1, S. 47].

Die Verhältnisse der Drehmomente zueinander sind somit unabhängig von den Drehzahlen. Sobald in einem Dreiwellengetriebe eine Welle kein Moment überträgt bzw. nicht angeschlossen wird, kann das gesamte Getriebe keine Leistung übertragen. Die Wellen drehen im Leerlauf.

2.1.2 Entwicklung von Planetengetrieben

Planetengetriebe haben ein breites Anwendungsfeld in der Antriebstechnik. Sie werden in der Industrie-, im Automotiv-, im Schiffs- sowie auch im Flugtriebwerksbereich eingesetzt. Viele Automatikgetriebe basieren auf Grundlage von mehreren hintereinander geschalteten Planetengetrieben, welche eine harmonische Gangwahl ermöglichen.

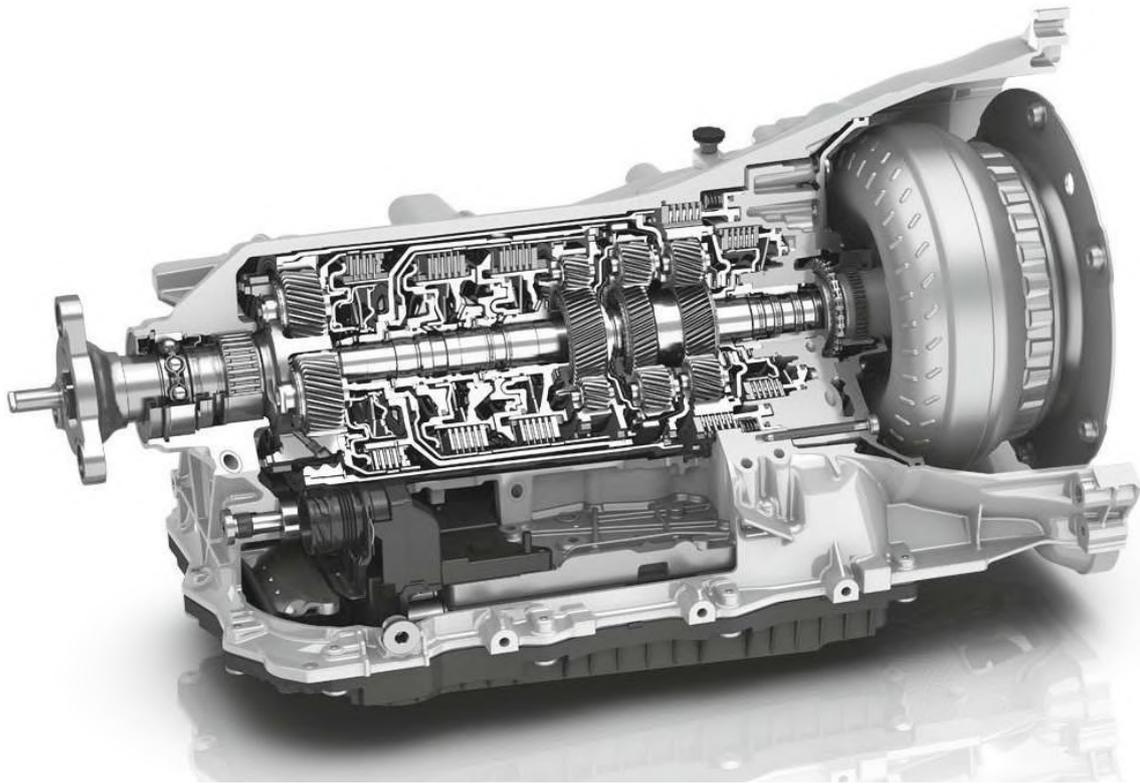


Abbildung 4: Das Achtgang-Automatikgetriebe 8HP von ZF bestehend aus mehreren durch Lamellenkupplungen hintereinandergeschalteten Planetengetrieben mit vorgestellten Drehmomentenwandler. (vgl. [3])

Der wohl größte Vorteil von Planetengetrieben ist die Lastaufteilung von der Eingangswelle auf mehrere am Umfang gelagerte Planetenwellen. Dadurch ist es möglich, bei, relativ zu einem herkömmlichen Standgetriebe, kompakter Bauweise höhere Drehmomente zu übertragen.

Das Achtgang-Automatikgetriebe 8HP von ZF macht sich diesen Vorteil zu Nutzen. Dadurch kann der Getriebehersteller bei einer kompakten Bauweise eine höhere Spreizung¹ als bei Standgetrieben erreichen. Das in Abbildung 4 gezeigte Getriebe kann bis zu 500Nm Drehmoment übertragen und wird im BMW520d 2014 verbaut. (vgl. [3])

¹ Spreizung eines Getriebes gibt das Verhältnis zwischen größter und kleinster Übersetzung an.

2.1.3 Konstruktive Hinweise

In folgenden Kapiteln wird auf Hinweise und Herangehensweisen in Bezug auf Umlaufgetriebe eingegangen.

2.1.3.1 Definition von Belastungen

Allgemein werden Getriebe ausgelegt, um ein Zeitraum unter spezifischen Lastspektren auszuhalten. Bei Hochleistungsantriebe bzw. Antrieben mit hohen Anforderungen reicht oftmals eine Wahl eines Anwendungsfaktors aus Tabellen nicht aus. Darum wird in solchen Fällen die „Regel von Miner“ bevorzugt, bei dem der Anwendungsfaktor errechnet wird. (u.a. in der DIN 743-4 als Grundlage für die Berechnung der Sicherheit für die Zeit- bzw. Dauerfestigkeit).

Die „Miner-Regel“ beruht auf einer lineare Schadensakkumulations-Hypothese nach Palmgren und Miner. Mittels Lastkollektiv der Nennspannungsamplituden (Größe und Häufigkeit von Schwingungsbeanspruchungen) werden die einzelnen Schädigungen im Laufe ihrer Einwirkung gedanklich aufsummiert, bis ein kritischer Schädigungswert erreicht wird. Dabei gibt es mehrere Herangehensweisen. Ursprünglich wurde davon ausgegangen, dass eine Belastung unterhalb der Dauerfestigkeit beliebig oft, ohne Beschädigung ertragen werden können („Miner-original“). Allerdings zeigten Versuchsergebnisse, dass diese Belastungen sehr wohl einen Schädigungsbeitrag leisten, weshalb ein weiteres Verfahren entwickelt wurde: das „Miner-erweitert“. Diese berücksichtigt auch Spannungsanteile, welche unterhalb der Dauerfestigkeit auftreten, die z.B. infolge der Rissbildung zur Gesamtschädigung beitragen können. (vgl. [4, S. 8], [5, S. 74])

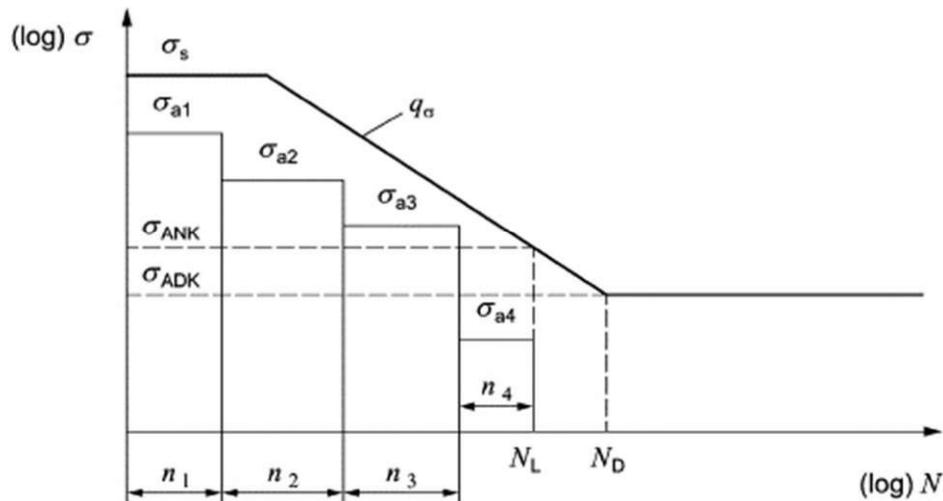


Abbildung 5: Wöhlerlinie² einschließlich der auftretenden Lastkollektive, bei der die Summe aller Schwingspiele im Zeitfestigkeitsbereich liegt. [4, Abb. 2]

Berechnet wird bei der Regel „Miner-erweitert“ eine schädigungsäquivalente Ausschlagspannung wie folgt nach Formel (5):

$$\sigma_{zd,ba} = \frac{\sigma_{zd,ba1}}{K_{F\sigma}} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{ta} = \frac{\tau_{ta1}}{K_{F\tau}} \quad (5)$$

Der Kollektivfaktor $K_{F\sigma}$ bzw. $K_{F\tau}$ wird maßgeblich durch die Form des Belastungskollektivs (sog. Völligkeit) beeinflusst. Weiterhin wird der Faktor der effektiven Schadenssumme eingeführt. Statistische Untersuchungen ergaben, dass im Mittel die Bauteile früher versagen, als es die Theorie vorhersagt. Nach DIN 743-4 wird hier ein Korrekturfaktor von $D_M = 0.3$ empfohlen. (vgl. [4, S. 8])

Die angegebenen Lastspektren sollten aus praxisrelevanten Daten stammen wie z.B. von einer ähnlichen oder identischen Maschine, die mit Dehnungsmessstreifen ausgestattet ist und über einen ausreichend langen Zeitraum betrieben wurde. Der ausreichend lange Zeitraum dient zur Sicherheit, dass die maximalen auftretenden Belastungen auch erfasst werden können.

Die maximalen Belastungen sind für die Auslegung von Getrieben besonders kritisch, da diese die größten Beschädigungen am Getriebe hervorrufen. Darum hängt die Größe von Getrieben oft von den maximalen Belastungen ab. Diese

² Grenzspannungslinie: Beschreibt die Abhängigkeit der Anzahl der ertragbaren Schwingspiele eines Materials von der aufgetragenen Spannungsamplitude. (vgl. [5, S. 54])

maximalen Belastungen können oft von den Grenzen der Antriebsmaschinen abgelesen werden (z.B. Bremsschlupfmoment, Drehmomentgrenze DC-Motor). (vgl. [6, S. 8])

Sofern kein Lastkollektiv angegeben wurde, sollte auf jeden Fall ein Anwendungsfaktor K_A und ein statischer Lastüberhöhungsfaktor K_S definiert werden.

Mit dem Auftraggeber sollten vor allem verschiedene Kennwerte in Bezug auf Belastungen abgesprochen werden:

- Sicherheitsfaktor für die Beständigkeit gegen Grübchentragsfähigkeit S_H ,
- Sicherheitsfaktor für die Zahnfußfestigkeit S_F ,
- Lastwechselfaktor für die Biegefestigkeit Y_N ,
- Lastwechselfaktor für die Beständigkeit gegen Pitting Z_N
- Dynamikfaktor K_v ,
- und den Breitenfaktor $K_{H\beta}$.

Zur Berechnung von Dynamikfaktor K_v und Breitenfaktor $K_{H\beta}$ gibt es verschiedene Berechnungsmethoden, welche je nach Anwendungsfall herangezogen werden können (siehe [7]).

In Berechnungsprogrammen wie der FVA Workbench kann der Breitenfaktor $K_{H\beta}$ aus der Gesamtsystemberechnung errechnet werden. Dabei werden die Verlagerung von Lagerungen sowie auch die Verformung von Wellen bzw. Gehäuseteilen berücksichtigt, wodurch der Wert für den Breitenfaktor genauer berechnet werden kann als mit herkömmlichen Normen, bei denen gewisse Faktoren für die Berechnung verallgemeinert werden müssen. (vgl. [8])

Der Breitenfaktor berücksichtigt die Auswirkung ungleichmäßiger Lastverteilung über die Zahnbreite auf die Flankenpressung, auf die Zahnfußbeanspruchung und auf die Fressbeanspruchung. Da nun der Faktor neben verzahnungsspezifischen Einflüssen wie Verzahnungsdaten, Verzahnungsabweichungen, Einlaufeffekte, Flankenlinienkorrekturen, auch von externen Einflüssen wie Bauteilsteifigkeiten (wie z.B. von Wellen, Lagern, Gehäuse, Radkörper, usw.), Lagerspiele, Lagerluft, usw.... beeinflusst wird, ergibt eine ganzheitliche Betrachtung des Modells für den Faktor realitätsgetreuere Werte.

2.1.3.2 Systemdynamik, Schwingungen

Ein Aspekt beim Entwurf von Getrieben ist die Analyse des dynamischen Frequenzverhaltens eines Systems auf Anregungskräfte. Faktoren wie zeitlich veränderliche Zahnpaarsteifigkeiten, Herstellungs- oder auch Montageungenauigkeiten, welche in nahezu jedem Teil eines Getriebezugs auftreten können, beeinflussen das dynamische Verhalten eines Planetengetriebes. Die

Anzahl der Freiheitsgrade erhöht sich. Solche Ungenauigkeiten führen in einem Mehrmassensystem zu Schwankungen der Belastung und durch die statische Unbestimmtheit auch zu Vibrationen. Folglich führen dynamische Schwankungen und Relativbewegungen zwischen den Komponenten zu erhöhten mechanischen Beanspruchungen und damit zu einer geringeren Lebensdauer des gesamten Getriebezugs.

Die Erfahrung hat gezeigt, dass das beste statische Design möglicherweise kein gutes dynamisches Design ist. Darum werden dynamische Analysen am gesamten Getriebezug untersucht und nicht an einzelnen Komponenten. (vgl. [6, S. 11])

Darum sollte am Getriebezug eine dynamische Analyse durchgeführt werden. Ergebnis einer solchen dynamischen Analyse sind unter Anderem die Eigenfrequenzen des Systems. Die Anzahl der Eigenfrequenzen hängt wiederum direkt von der Anzahl der Freiheitsgrade des Getriebes ab. Das zugrundeliegende Dynamik-Modell entscheidet über die Anzahl der Freiheitsgrade und folglich über die Komplexität der Analyse.

Berechnungsprogramme unterstützen dabei dem Benutzer bereits um Geometriedaten wie Schwerpunktslage, Massen und Massenträgheitsmomente bezüglich der verschiedenen Freiheitsgrade zu ermitteln. (vgl. [8])

Ein Starrkörper besitzt im Raum sechs Freiheitsgrade. Davon sind drei rotatorisch und drei translatorisch. Im Falle eines Getriebezuges besitzen somit das Sonnenrad, die Planetenräder, der Steg, das Hohlrad und alle Wellen jeweils sechs Freiheitsgrade im Raum. Abbildung 6 und Abbildung 7 zeigen ein Beispiel für ein vereinfachtes dynamisches Getriebemodell im Stirn- bzw. Achsschnitt. Die Starrkörper werden durch Wellen mit Steifigkeiten und Dämpfungen miteinander verbunden. Die Verzahnungseingriffe und Lagerungen werden mit Hilfe von Feder-Dämpfersystemen angenähert. (vgl. [9, S. 299])

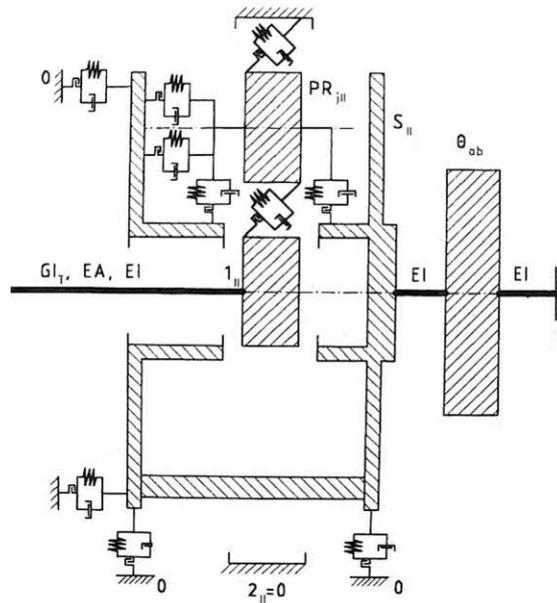


Abbildung 6: Dynamisches Getriebemodell für ein Planetengetriebe einfacher Anordnung im Achsschnitt [9, Abb. 2]

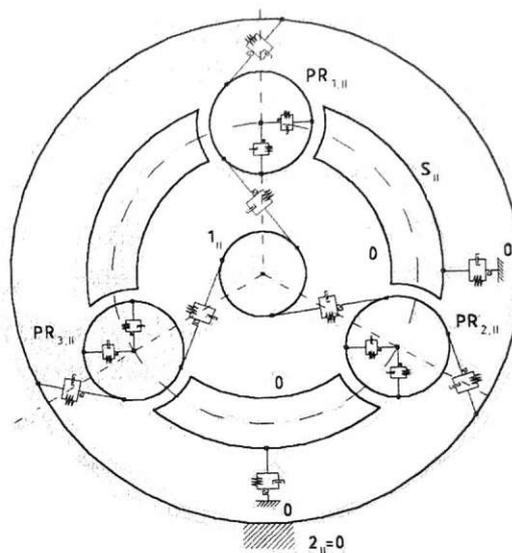


Abbildung 7: Dynamisches Getriebemodell für ein Planetengetriebe einfacher Anordnung im Stirnschnitt [9, Abb. 3]

Die Verzahnungseingriffe in Abbildung 6 werden entlang der Flanke kontinuierlich angesetzt und nicht punktuell. Dadurch können Auswirkungen von Kippbewegungen einzelner Getriebeglieder über die Zahnbreite erfasst werden. (vgl. [9, S. 299])

Anhand dieses Modelles wird dann die Bewegungsgleichung in Form einer Differentialgleichung zweiter Ordnung aufgestellt.

$$\bar{M}\ddot{\bar{x}}(t) + \bar{C}(t)\dot{\bar{x}}(t) + \bar{K}(t)\bar{x}(t) = \bar{f}(t) \quad (6)$$

\bar{M} ist die zeitinvariante Massenträgheitsmatrix, $\bar{C}(t)$ die zeitvariante Dämpfungsmatrix und $\bar{K}(t)$ die zeitvariante Steifigkeitsmatrix abhängig von der Wellensteifigkeit, der Verzahnungssteifigkeit sowie der Lagersteifigkeit. Der Störvektor $\bar{f}(t)$ ist ebenfalls von der Zeit abhängig und die Vektoren $\ddot{\bar{x}}(t)$, $\dot{\bar{x}}(t)$ und $\bar{x}(t)$ enthalten die Koordinaten der Starrkörper und ihre zugehörigen Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen.

Sobald man die Körper nicht mehr als Starrkörper, sondern als elastischen Körper betrachtet wird die Berechnung aufwändiger. Hierzu bietet sich ein Einsatz von numerischen Methoden (Finite Elemente Methode – FEM) an.

Anhand des dynamischen Modells und der Bewegungsgleichung kann nun die dynamische Analyse des Getriebezuges durchgeführt werden.

An jedem Zahnrad sollte eine Modalanalyse durchgeführt werden, um die Eigenfrequenzen eines jeden Zahnrades zu bestimmen. Besonderes Augenmerk sollte auf die Eigenfrequenz des Hohlrades gelegt werden. Resonanz tritt im Allgemeinen auf, wenn die Eingriffsfrequenz mit einer Eigenfrequenzen des Zahnrades zusammenfällt. Bei einem Hohlrad führt das zur elastischen Verformung und die resultierende Verschiebung steht in engem Zusammenhang mit einer dynamischen Zahnbelastung. (vgl. [6, S. 11])

In einem Campbell-Diagramm (siehe Abbildung 8) erkennt man mögliche Resonanzstellen, welche sich an Schnittpunkten der Eigenfrequenzen (waagerechte Linien) mit den Vielfachen der Drehzahlen, auch Ordnungen genannt, (schräge Linien) befinden. Auf keinen Fall darf eine Resonanzstelle bzw. eine Resonanzdrehzahl mit den stationären Drehzahlbereich übereinstimmen. Unter Umständen kann eine Modalanalyse zur Neukonstruktion des Zahnrades führen kann, um seine Eigenfrequenzen außerhalb des Betriebseingangsdrehzahlbereichs zu verschieben.

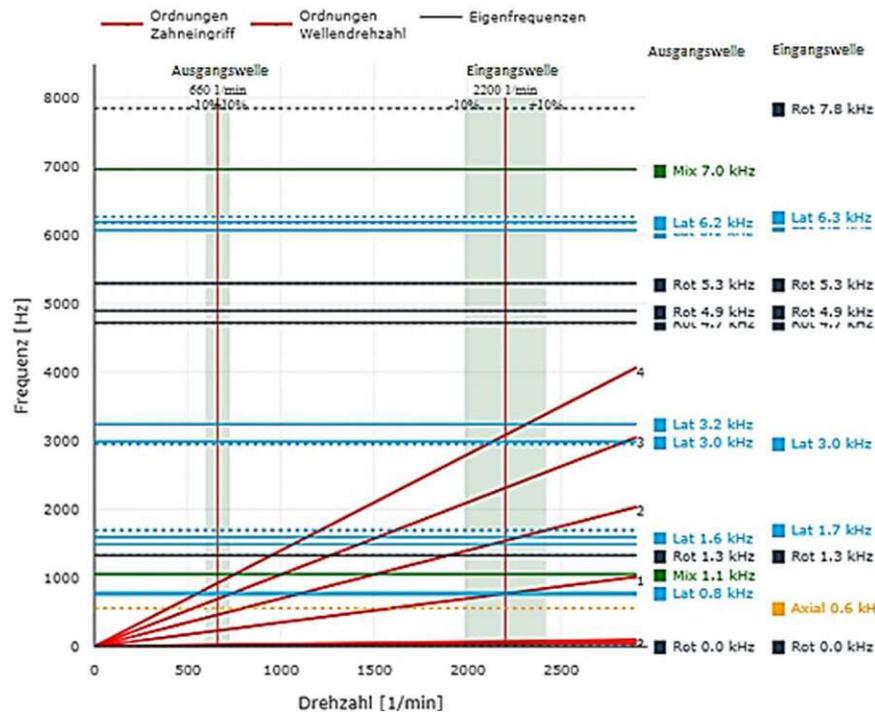


Abbildung 8: Beispiel Campbell Diagramm für ein einstufiges Stirnradgetriebe mit Eingangsdrehzahl 2200 1/min und Ausgangsdrehzahl 600 1/min

Besitzt eine Getriebekonstruktion schwimmende Elemente (Näheres dazu in Kapitel 2.1.3.10 - Lastaufteilung), so werden diese beschleunigt und verzögert, um Herstellungsabweichungen in den nicht schwimmenden Elementen auszugleichen. Die zum Antreiben dieser Beschleunigungen erforderlichen Kräfte sind zusätzliche dynamische Belastungen auf die Zahnradzähne und Lager, die bei der Konstruktion berücksichtigt werden sollten.

Übertragungsfehler von belasteten Zahnradzähnen und somit Schwingungen bzw. Vibrationen in Getrieben sind die Hauptursache für Geräusche in einem Umlaufgetriebesystem. Auch die durch diese Elemente übertragenen Schwingungen auf Getriebe und Gehäuseelemente können zum Gesamtgeräusch beitragen. Getriebegeräusche werden durch Vibrationen verursacht, die aus zwei Arten von Impulsen resultieren, die aus Zahneingriffskräften resultieren (vgl. [6, S. 12]):

- Eingriffsimpuls: Immer, wenn ein Zahn eingreift, nimmt er einen Teil der Last auf, die von den zuvor eingreifenden Zähnen getragen wird. Da die Zähne generell ein elastisches System darstellen, kann aufgrund der Belastung der Zahn leicht gebogen werden. Dies führt dazu, dass die Evolvente des neu eingreifenden Zahnes das Zahnprofil nicht glatt berühren kann. Dadurch entsteht ein Eingriffsimpuls über das gesamte Rad.
- Wälzkreisimpuls: Beim Zahneingriff unter Last wandern die Kontaktpunkte der Zahneingriffe über die Eingriffslinie vom Kopf bis hin zum Fuß. Als Ergebnis dieser Belastungsvariation durch einen Eingriffszyklus trägt die Durchbiegung

der Zähne zum Gleiten zwischen ihnen bei. Dabei ändert sich im Laufe des Eingriffs die Größe und Richtung der Gleitgeschwindigkeit und folglich auch die Reibkraft, welche zum Wälzlinienimpuls führt. Es besteht somit eine enge Beziehung mit der Gleitgeschwindigkeit der Reibung.

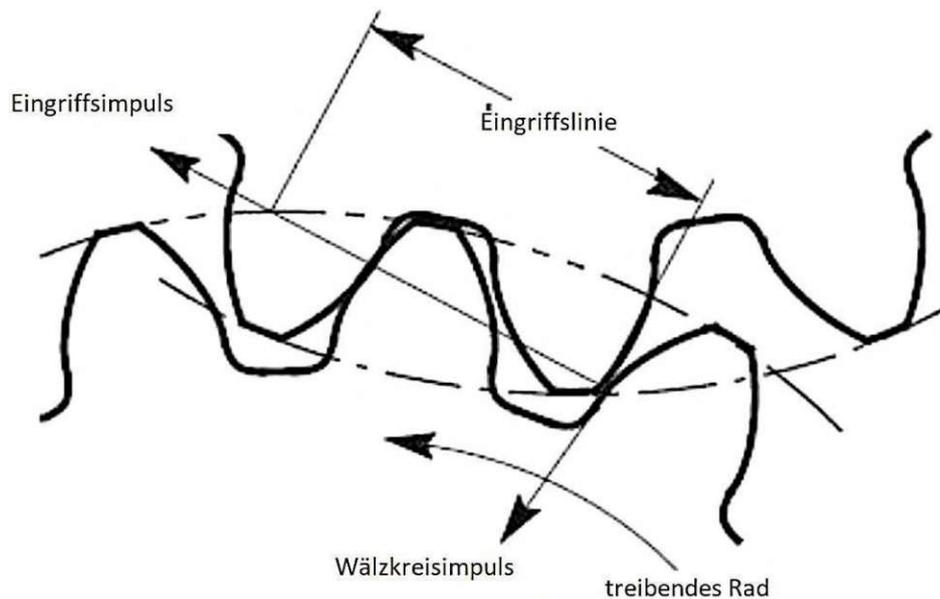


Abbildung 9: Eingriffs- und Wälzkreisimpuls entlang der Eingriffslinie [6, Abb. 2]

2.1.3.3 Geschwindigkeitsbetrachtungen

Zahnräder in einem Umlaufgetriebe haben unter denselben Verhältnissen (Drehzahl- und Momentenbereich), im Vergleich zu herkömmlichen ein- oder mehrstufigen Stirnradgetrieben, eine niedrigere Wälzliniengeschwindigkeit. Die Lastaufteilung über mehrere Planeten führt zu kleineren Wälzkreisdurchmessern und dadurch zu kleineren Umfangsgeschwindigkeiten. Des Weiteren gibt es eine Relativbewegung zwischen Planetenträger und Sonnen bzw. Hohlrad. Dadurch wird die Geschwindigkeit an der Zahnflanke der Planetenräder weiter reduziert. Trotz dieser Eigenschaften werden Umlaufgetriebe nicht zwingend mit höheren Drehzahlen als Stirnradgetriebe in Verbindung gebracht, denn mit zunehmender Drehzahl werden dynamische Belastungen induziert und Schwankungen nehmen zu. Daher sollten engere Toleranzen gewählt werden. (vgl. [6, S. 12])

Die Drehzahl in Umlaufgetrieben ist im Allgemeinen durch eines oder mehrere der folgenden begrenzt:

- Zentrifugalspannung und Durchbiegung
- Thermische Effekte
- Tragfähigkeit
- Schmierstoffversorgung

Eine Möglichkeit, um Verzahnungstoleranzen vorauszuwählen ist in ANSI/AGMA ISO 1328-1-B14 festgelegt. Zuerst wird die Teilungseinzelabweichung f_{pt} laut Formel (8) für Außenverzahnung und laut Formel (9) für Innenverzahnung mit Hilfe der Relativgeschwindigkeit v_{S-T} (siehe Formel (7)) zwischen Sonnenrad und Planetenträger berechnet.

Mit der Relativgeschwindigkeit v_{S-T} von Sonnenrad zu Planetenträger:

$$v_{S-T} = \frac{\pi n_{S-T} d_S}{60 * 1000} \quad (7)$$

Teilungsabweichung für die Außenverzahnung:

$$f_{pt} = 76 * \left(\frac{0,508}{v_{S-T}} \right)^{0,4337} \quad (8)$$

Teilungsabweichung für die Innenverzahnung:

$$f_{pt} = 102 * \left(\frac{0,508}{v_{S-T}} \right)^{0,4337} \quad (9)$$

Die Toleranzen aller weiteren Eigenschaften werden dann anhand der Toleranzklasse gewählt, indem die Teilungseinzelabweichung laut Formel fällt. Die Toleranzklasse von Zahnrädern kann somit in Abhängigkeit der Teilungseinzelabweichung bestimmt werden. (vgl. [6, S. 13–14])

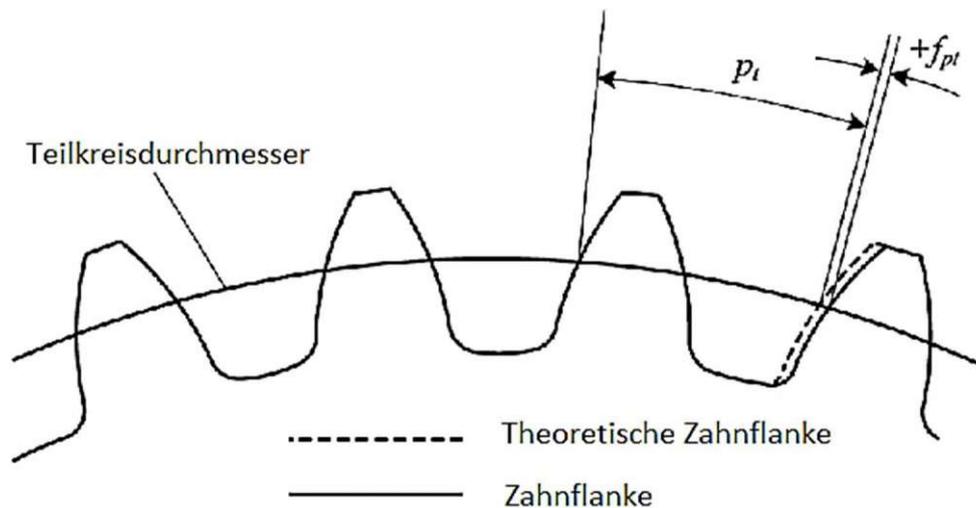


Abbildung 10: Teilungseinzelabweichung [10, Abb. 1]

2.1.3.4 Getriebeanordnungen

Grundsätzlich besitzt man in einem einfachen Umlaufgetriebe drei Wellen. Jedoch müssen in einem Dreiwellengetriebe nicht alle Wellen mit einer Drehzahl betrieben werden. In vielen Fällen wird eine der Wellen festgehalten. Je nachdem welche Welle festgehalten wird gehen weitere grundsätzliche Überlegungen hervor:

- System Solar: Feststehendes Sonnenritzel
- System Stern: Feststehender Träger
- System Planeten: Feststehendes Hohlrad

Des Weiteren gibt es verschiedene Anordnungen. Hierbei wird unterschieden zwischen:

Einfaches Planetengetriebe: Diese Art der Anordnung besteht aus einem Sonnenritzel, einem Planeten oder mehreren Planetenrädern, einem Träger zur Aufnahme der Planeten und einem Hohlrad. (vgl. [6, S. 15])

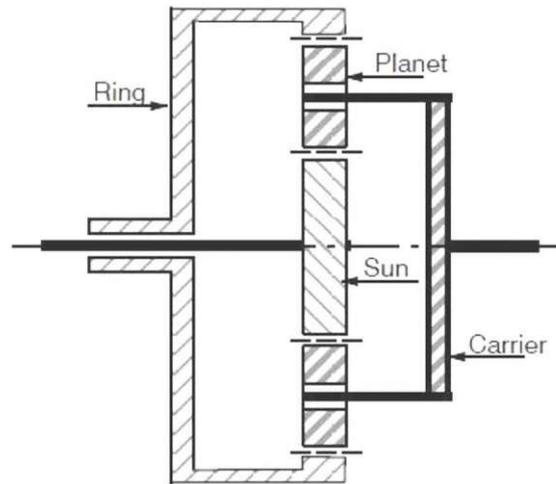


Abbildung 11: Einfaches Planetengetriebe mit einem Planeten und mehreren am Umfang angeordneten Planetenrädern [6, Abb. 2]

Zusammengesetztes Planetengetriebe: Bei dieser Art von Anordnung sind zwei Planetenelemente an einer gemeinsamen Welle befestigt. (vgl. [6, S. 15])

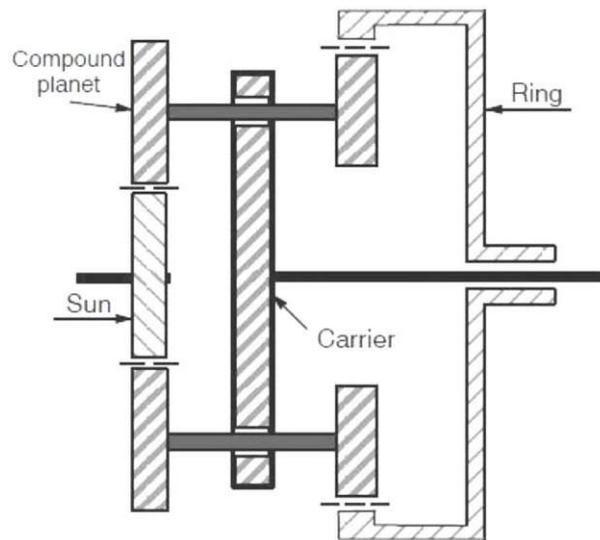


Abbildung 12: Zusammengesetztes Planetengetriebe mit zwei Planetenelemente an einer gemeinsamen Welle [6, Abb. 3]

Gekoppeltes Planetengetriebe: Bei dieser Art von Getriebeanordnung sind zwei oder mehr einfache Planetengetriebe so angeordnet, dass zwei Glieder einer Anordnung mit der benachbarten übereinstimmen. (vgl. [6, S. 15])

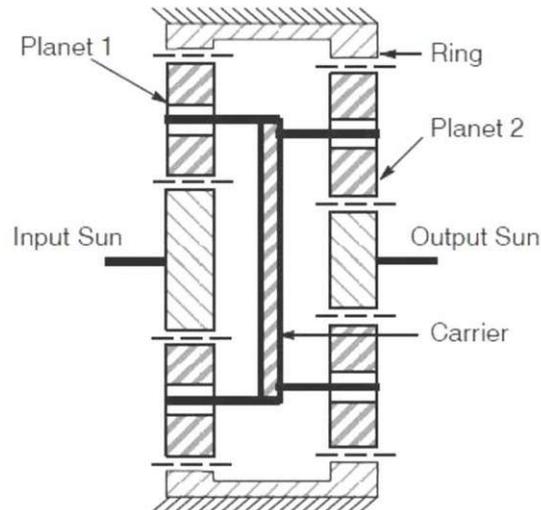


Abbildung 13: Gekoppeltes Planetengetriebe, bei dem die Planetenräder der beiden Planetengetriebe denselben Steg verwenden. [6, Abb. 4]

Differentiell Umlaufgetriebe ist, bei dem es mehr als einen Eingang oder Ausgang gibt und einzelne Elemente sich drehen können, abhängig vom Drehmomentausgleich zwischen den Elementen. (vgl. [6, S. 15])

Differentialgetriebe in der Fahrzeugtechnik nutzen dabei den Effekt der Momentenverteilung.

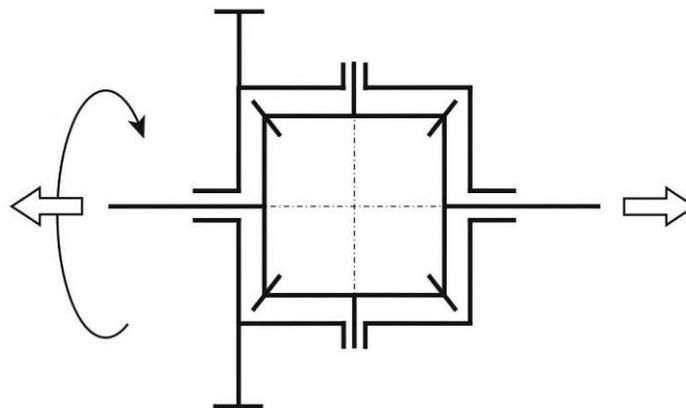


Abbildung 14: Achsdifferential mit Kegelrädern, wie sie unter anderem zum Momentenausgleich in der Fahrzeugtechnik Anwendung finden. [11, Abb. 3.22]

2.1.3.5 Anzahl der Planeten

Die Eigenschaft, dass Planetenräder um das Sonnenrad angeordnet sind, führt zu geometrischen Einschränkungen. Denn mit zunehmendem Verhältnis von Planetenraddurchmesser zu Sonnenraddurchmesser nimmt die mögliche Anzahl der Planeten ab. Diese Einschränkung gilt erst, sobald mehr als zwei Planeten verbaut

werden. Ab einem gewissen Verhältnis gibt es zwischen den Planetenrädern untereinander kein Spiel und diese würden ineinandergreifen. Dies muss auf jeden Fall verhindert werden, weshalb ein Mindestspiel C vorgesehen werden muss.

Für die gängigsten Anordnungen (Stern- und Planetenanordnung) wird folgend in Tabelle 1 die ungefähre maximale Gesamtübersetzung bei unterschiedlichen Planetenzahlen dargestellt:

Anzahl der Planeten	Maximales Übersetzungsverhältnis	
	Stern Anordnung	Planeten Anordnung
3	11.5	12.5
4	4.7	5.7
5	3.1	4.1
6	2.4	3.4
7	2.0	3.0
8	1.7	2.7

Tabelle 1: Maximale Gesamtübersetzung bei unterschiedlichen Planetenanzahlen für ein einfaches Umlaufgetriebe in verschiedenen Anordnungen [6, Tbl. 4]

Tabelle 1 basiert auf einem Sonnenrad ohne Profilverschiebung ($x = 0$), ($1 * m_n = \text{Kopfhöhe}$), $\text{Zähnezahl} = 25$ und $C = 2 * m_n$. Die für die höheren Planetenzahlen aufgeführten Übersetzungen sind geometrisch zwar möglich, aber da die Planetenteilkreisdurchmesser deutlich kleiner sind als das Sonnenrad, muss die Montagemöglichkeit sowie Lebensdauer und Belastung der Lagerung der Planeten geprüft werden. (vgl. [6, S. 25])

Für ein einfaches Umlaufgetriebe, mit Kenntnis der Anzahl der Planeten und der Zahnradgeometrien von Sonne- und Planetenrädern, folgt aus Geometriebedingungen (siehe Abbildung 15) die Formel (10) zur Berechnung des Mindestspiel C zwischen den Planetenaußendurchmessern.

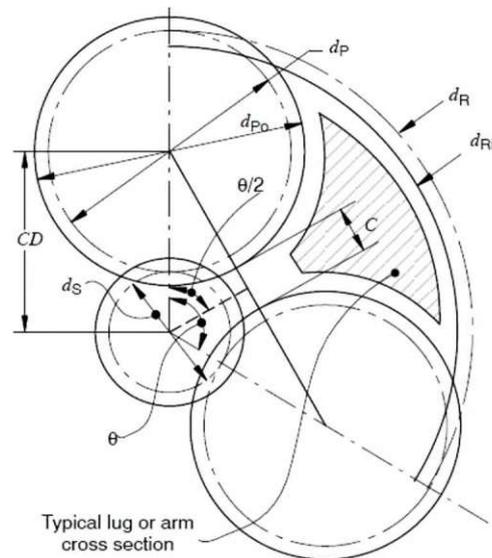


Abbildung 15: Berechnung des Spiels zwischen Außendurchmessern von Planetenrädern [6, Abb. 10]

$$C = 2 * \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) * CD - d_{P_A} \quad (10)$$

Ein akzeptables Spiel ist abhängig von Anwendungsparametern wie Betriebsgeschwindigkeit, Durchmesser und Zahngröße. Jedoch liegt bei einem typischen Getriebe ein Mindestspiel vom zweifachen Modul vor: $C = 2 * m_n$. Hochgeschwindigkeitseinheiten erfordern möglicherweise zusätzliches Spiel, um den Leistungsverlust zu minimieren und den Ölfluss zu erleichtern. Profilverschiebung wird in dieser Berechnung noch nicht berücksichtigt, muss bei der endgültigen Berechnung allerdings miteinberechnet werden. (vgl. [6, S. 23])

Zu betrachten bei steigender Planetenanzahl oder bei sinkendem Planetenspiel C ist der Planetenträger. Der Planetenträger ist oftmals ein kritisches Element, weshalb er unter diesen Umständen an Steifigkeit und Festigkeit verlieren könnte. Eine genaue Nachrechnung ist hierbei erforderlich.

Eine steigende Planetenanzahl führt jedoch zeitgleich zu einer höheren Lastaufteilung. Je höher diese Lastaufteilung, umso höher ist naturgemäß bei gegebener äußerer Baugröße das übertragbare Drehmoment, damit auch die übertragbare Leistung und umso niedriger sind die auf die Leistung bezogenen Herstellungskosten. Zu beachten bei höheren Planetenrädern ist die gleichmäßige Verteilung der Last auf alle Planetenräder (Mehr dazu in Kapitel 2.1.3.10)

In Abbildung 16 werden Getriebe gleicher Momentenbelastbarkeit dargestellt. Durch die Lastaufteilung auf mehrere parallele Zahneingriffe, sinkt die Größe des Planetengetriebes absteigend von links nach rechts.

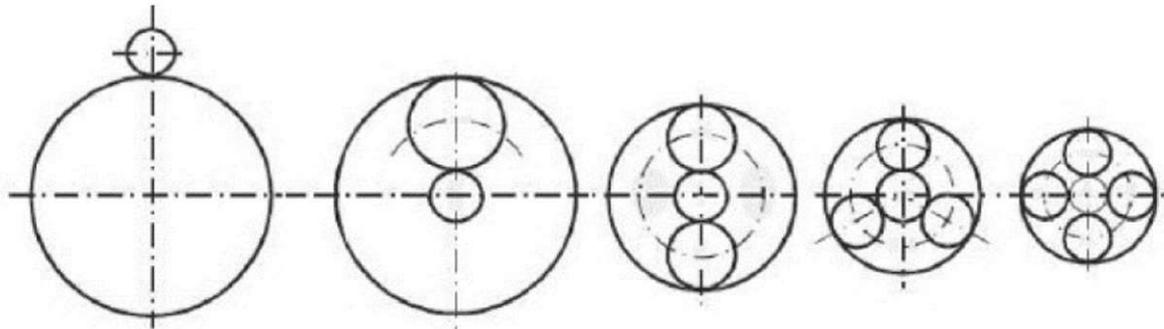


Abbildung 16: Größenvergleich von Planetengetrieben gleicher Belastbarkeit mit verschiedener Anzahl von Planeten. [12]

2.1.3.6 Vernetzungs- und Montageanforderungen

Im Folgenden werden lediglich Anordnungen einfacher Umlaufgetriebe betrachtet.

2.1.3.6.1 Gleichmäßige Verteilung von Planeten am Umfang

Planetengetriebe mit mehreren Planeten müssen bestimmte Regeln bezüglich Zähnezahlen und Anzahl der Planeten einhalten, um eine Montage zu ermöglichen. Bei gleich beabstandeten Planeten müssen die Zähnezahlen im Sonnenrad und die Anzahl der Zähne im Hohlrad gewissen Anforderungen entsprechen, die Zähnezahl des Planetenrades ergibt sich folglich aus geometrischen Bedingungen.

Ein Planetenrad, kann nicht in jede Position montiert werden, da das Sonnenrad und das Hohlrad in der richtigen Position zueinander sein müssen. Dabei gilt es rauszufinden, welche Positionen und daraus Zähnezahl-Kombinationen eine Montage ermöglichen.

Ein Planetengetriebe mit nur einen Planeten befindet sich in einer beliebigen Ausgangsstellung. Bewegt man den Planeten um genau ein Zahn weiter, kann man an der Ausgangsstellung des Planeten erneut einen Planeten einbauen. Der erste Planet wurde somit um einen gewissen Einbauwinkel weiterbewegt. Alle ganzzahligen Vielfachen dieses Winkels stellen nun mögliche Einbauwinkel dar. Daraus folgt eine Zähnezahlbedingung für Planetengetriebe mit N gleichmäßig am Umfang verteilten Planetensätzen, wobei das Ergebnis eine ganze Zahl darstellen muss. (vgl. [1, S. 236 f.]

Hierbei folgt die erste große Unterscheidung zwischen Minus- und Plusgetriebe:

Minusgetriebe:

$$\frac{z_H + z_S}{N_P} = \text{integer} \quad (11)$$

Plusgetriebe:

$$\frac{z_H - z_S}{N_P} = \text{integer} \quad (12)$$

Sobald nun eine Montage gewährleistet ist, kann der Verzahnungsstatus weiter untersucht werden.

Eine weitere Unterscheidung vom Verzahnungsstatus des Getriebezugs ist die Unterscheidung in

- Faktorisierend
- Nicht faktorisierend
- Teil-faktorisierend

Ein nicht faktorisierender Planetengetriebezug ist dabei einer, bei dem die Anzahl der Zähne entweder auf dem Sonnenrad oder dem Hohlrad nicht durch die Anzahl der Planeten teilbar ist. Die Summe jedoch ist aufgrund von der Montagebedingung teilbar). Dies bedeutet, dass ein, einige oder alle Planeten in einem unterschiedlichem Verzahnungsstatus sind zu jedem Zeitpunkt; d.h. der Eingriff findet bei jedem einzelnen Planeten zu unterschiedlichen Zeitpunkten statt. Daraus folgt, dass ein nicht faktorisierendes System in der Theorie besser in Bezug auf Getriebegeräusche ist, da die Geräusche anregender Zahneingriffsimpuls sowie auch Wälzkreisimpulse sich über den Zeitraum zwischen zwei Zahneingriffen verteilen. (vgl. [1, S. 236 f.], [6, S. 26–32])

Bei einer faktorisierenden Anordnung ist jede der Zähnezahlen für sich bereits durch die Anzahl der Planeten teilbar. Dadurch werden die Zahnbewegungen der verschiedenen Planeten synchronisiert, was dazu neigt einen zyklischen Takt zu produzieren. Dies bedeutet, dass die Geräusche anregender Zahneingriffsimpulse aller Planeten zum selben Zeitpunkt erfolgen. Die Anregerfrequenz ist in diesem Fall zwar $1/N$ mal so hoch wie im ersten Fall, dafür ist die anregende Kraft allerdings N mal so hoch. Dies führt in den meisten Getriebebauarten zu einem erhöhtem Gesamtgeräusch. (vgl. [1, S. 237])

Eine teil-faktorisierende Anordnung ist eine Kombination aus nicht und faktorisierender Anordnung. Sobald einige Planeten denselben Verzahnungszustand aufweisen können sie in Gruppen zusammengefasst werden. Wenn es nun

verschiedene Gruppen innerhalb eines Getriebezugs gibt, sind die Planeten innerhalb einer Gruppe zueinander zwar faktorisiert, die Gruppen untereinander allerdings nicht-faktorisiert. (vgl. [6, S. 26])

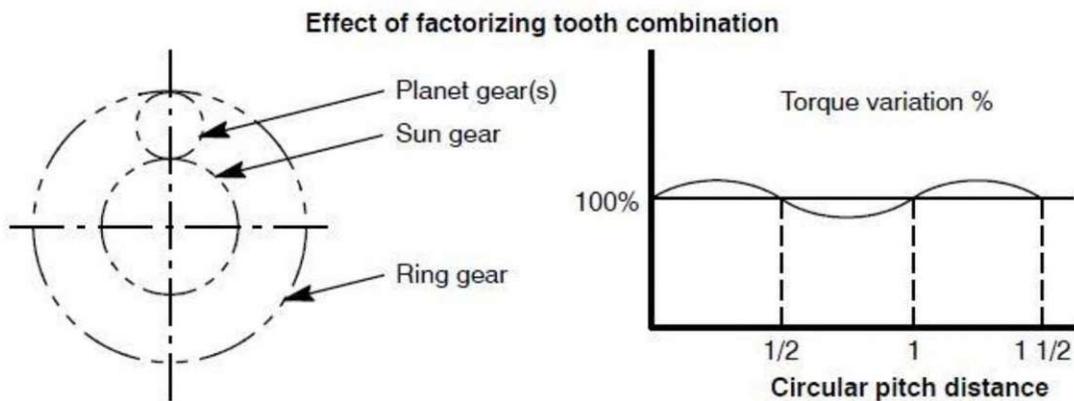


Abbildung 17: Faktorisierende Zähnezahlkombination [6, Abb. 14]

Eine erhöhte Anzahl an Planetenrädern führt bei faktorisierender Anordnung zu einer Erhöhung des Drehmomentbetrags, aber die prozentuale Änderung des übertragenen Drehmoments bleibt unverändert (siehe Abbildung 17). Bei einer nicht-faktorisierenden Anordnung besteht die Möglichkeit, dass sich die Schwankungen der Momente gegenseitig aufheben (siehe Abbildung 18).

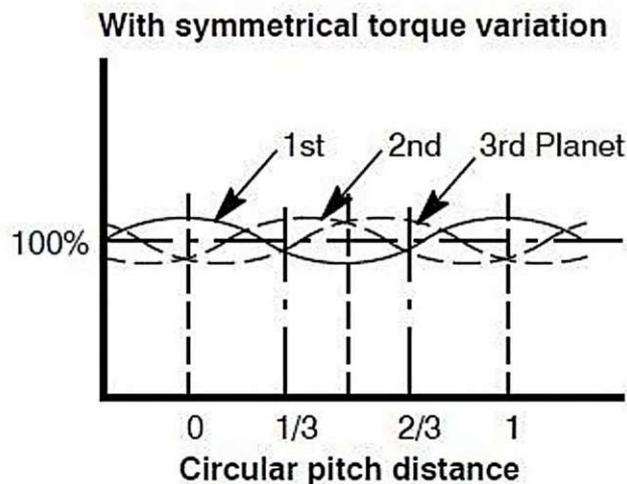


Abbildung 18: Nicht-faktorisierende Zähnezahlkombination [6, Abb. 16]

Ein weiteres Kriterium zur Auswahl der Zähnezahlen ist das sogenannte „Hunting“. Dies kann kleine Unvollkommenheiten korrigieren und während der Einlaufphase eine Polierwirkung erzeugen. Ein komplettes „Hunting“ bedeutet, dass ein

bestimmter Zahn mit allen Zähnen des Gegenrades Kontakt haben kann. Es wird hier gefordert, dass der größte gemeinsame Teiler der Anzahl der Zähne von zwei beliebigen ineinandergreifenden Zahnrädern nicht größer als eins ist. (vgl. [6, S. 26–32])

2.1.3.6.2 Zähnezahlen

Die Zähnezahl der Planetenräder kann in der Theorie frei gewählt werden, da sie keinen Einfluss auf das Gesamtübersetzungsverhältnis hat, welche bekanntlich von der Standübersetzung abhängig ist. Durch die Bedingung, dass alle im Eingriff befindlichen Zahnräder den gleichen Modul haben müssen, ergibt sich durch die Gleichung für den Teilkreisdurchmesser $d = m_n * z$ folgende geometrische Bedingung für die Zähnezahl der Planetenräder. (Die Zähnezahl des Hohlrads ist immer negativ in der Berechnung anzuführen)

$$m_n(z_S + 2z_P + z_H) = 0 \rightarrow z_P = \frac{-z_S - z_H}{2} \quad (13)$$

Die Zähnezahl der Planetenräder entspricht somit bei einfachen Planetengetrieben immer der halben Differenz zwischen der Zähnezahl von Sonne- zu Hohlrad.

2.1.3.6.3 Ungleichmäßige Verteilung der Planeten am Umfang

Wird eine genaue Übersetzung angestrebt und eine gleichmäßige Verteilung der Planeten am Umfang ist nach den geltenden Regelungen nicht möglich, kann auch eine ungleichmäßige Verteilung gewählt werden. Die Winkel zwischen den Planeten müssen weiterhin ein Vielfaches des in vorigen Kapiteln besprochenen Einbauwinkels sein.

Nachteilig hierbei ist die, mit steigender Abweichung der gleichmäßigen Verteilung, steigende Belastung. Ein drittes Planetenrad ist dabei unbelastet, sobald die ersten beiden Planetenräder genau gegenüber liegen (siehe Abbildung 19). (vgl. [1, S. 239 f.])

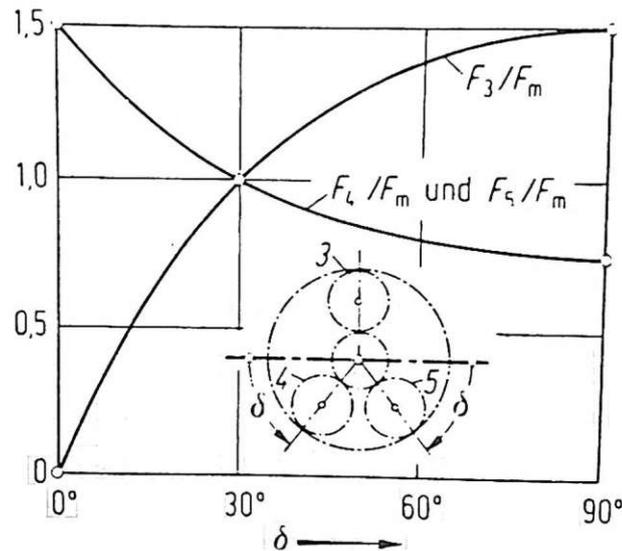


Abbildung 19: Lastverteilung auf drei achssymmetrisch angeordnete Planetenräder in Abhängigkeit von den jeweils gleichen Winkeln δ [1, Abb. 5.3]

2.1.3.7 Zahngeometrie

2.1.3.7.1 Profilverschiebung

Eine Profilverschiebung an Zahnrädern wird oft verwendet, um einen Achsabstand zu ändern, ohne die Zähnezah bei gleichem Übersetzungsverhältnis ändern zu müssen. In Bezug auf Planetengetriebe gibt es selten Anordnungen, bei denen keine Profilverschiebung notwendig ist. Dies kommt von der geometrischen Bedingung und der Berechnung der Zähnezah der Planetenräder.

Profilverschiebungen werden unter anderem auch verwendet, um:

- Unterschnitt verhindern
- Eine gewisse Mindestbreite des Zahnkopfes zu gewährleisten
- spezifisches Gleiten ausgleichen

Durch den Einfluss auf die Geometrie sind auch die Berechnungen der Grübchen- und Zahnfußfestigkeit von der Wahl des Profilverschiebungsfaktors abhängig.

2.1.3.8 Zahnflankenoptimierung

Verzahnungs- und Profilmodifikationen werden verwendet, um Auswirkungen der Verzahnungsabweichungen, sei es aus Montageungenauigkeit oder Zahn- und Geometrieabweichungen in der Fertigung, zu minimieren. Zahnflankenoptimierung erhöht dabei die Tragfähigkeit der Verzahnung aufgrund einer verbesserten Lastverteilung entlang der Zahnflanke im Betrieb. Des Weiteren kann dadurch der Eingriffsimpuls und der Wälzkreisimpuls verringert werden, wodurch Geräusche reduziert werden.

Die Optimierung der Flanken ist ein iterativer Prozess, da sich die Verformungen im ganzen System ändern, sobald eine Modifikation eingebracht wird.

Nach der Definition der Makrogeometrie gilt es somit die Mikrogeometrie auf die Fertigungs- und Betriebsbedingungen anzupassen. Dabei gibt es mehrere Möglichkeiten die Geometrie zu. In DIN ISO 21771 sind die Standardkorrekturarten definiert. (vgl. [13])

In Abbildung 20 sind mehrere Modifikationen aufgezeigt [14]:

- Korrekturen in Stirnprofilrichtung (Eingriffsstrecke): Allgemein werden Verzahnungsbeginn und -ende entlastet, um örtlich hohe Flankenpressungen in diesen Bereichen abzumildern. Mittels der Profilkorrekturen werden das Geräuschverhalten, der Wirkungsgrad und die Tragfähigkeit, z. B. für die Schadensform Grübchen, beeinflusst.
- Korrekturen in Flankenlinienrichtung (Eingriffsbreite): Ungleichmäßigkeiten resultieren zumeist aus Verformungen und Verkippungen des Welle-Lager-Systems. Ziel ist eine möglichst gleichmäßige Lastverteilung über der Zahnbreite und eine Entlastung der Verzahnungsränder, um zum Beispiel bei Überlasten im Betrieb Kantenträger zu vermeiden.
- Korrekturen in definierter Richtung (Flankenfläche): Die dreieckförmige Endrücknahme verläuft in Wälzrichtung und ermöglicht eine gezielte Entlastung des Eingriffsbeginns und -endes bei Schrägverzahnungen. Die Verschränkung, welche im Vergleich zur dreieckförmigen Eckrücknahme über die gesamte Zahnflanke wirksam ist, kann als Verzahnungskorrektur verwendet werden oder als Verzahnungsabweichung, resultierend aus dem verwendeten Herstellungsprozess, in der Berechnung berücksichtigt werden.

Stirnprofil	<u>Kopfrücknahme</u>	<u>Fußrücknahme</u>	<u>Winkelmodifikation</u>	<u>Balligkeit</u>
Flankenlinie	<u>Endrücknahme</u>	<u>Winkelmodifikation</u>	<u>Balligkeit</u>	
Flankenfläche	<u>Topografisch</u>	<u>Dreieckförmige Endrücknahme</u>	<u>Schrägung</u>	<u>Periodische Flankenwelligkeit</u>

Abbildung 20: Einteilung der Standardkorrekturarten für evolventische Stirnräder nach DIN ISO 21771 [14], [15]

Des Weiteren ist die Form der Korrektur relevant. Diese muss nicht zwingend als linear ausgeführt werden, sondern kann auch exponentiell oder kreisförmig sein.

2.1.3.9 Zahnraddicke

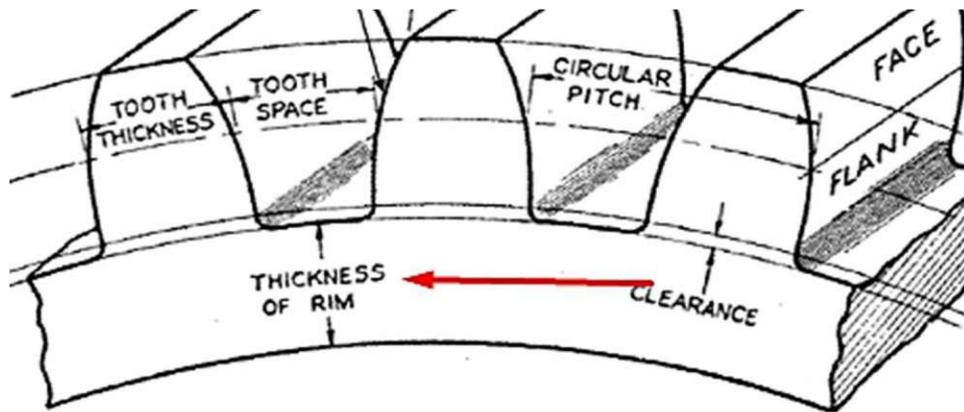


Abbildung 21: Zahnraddicke [16]

Die Dicke des Zahnrades unterhalb dem Fußkreisdurchmesser, muss mindestens dem 3,5-fachen des Zahnradmoduls entsprechen, um ein Rutschen des Außenrings des Planetenlagers in der Planetenbohrung zu verhindern. [6, S. 33] Das Durchrutschen von Lagern in Gehäusen kann zu Fressen und dadurch Schäden am Lager sowie auch am Lagersitz führen. Dies wiederum führt zu erhöhten Geräuschen, Vibrationen und Belastungen, wodurch das Lager ausgetauscht werden muss.

Durch Presssitze oder durch Verkleben bzw. Verstiften des Außenrings des Lagers mit dem Planetenrad kann ein Durchrutschen verhindert werden. Das Verschleißrisiko kann durch Aufkohlen und Härten der Oberfläche der Planetenradbohrung verringert werden. Sobald kein Lageraußenring verwendet wird und die Wälzkörper direkt am in der geschliffenen Bohrung des Planetenrades laufen, kann die Zahnradicke auch geringer ausfallen. (vgl. [6, S. 33])

2.1.3.10 Lastaufteilung

2.1.3.10.1 Aufteilungsfaktor

Der größte Vorteil von Planetengetrieben ist, wie bereits in vorigen Kapiteln beschrieben, die Lastaufteilung auf mehrere am Umfang angeordnete Planeten. Allerdings ist es bei mehreren Planeten aufgrund von Ungenauigkeiten in der Fertigung oder der Montage oft schwierig die Last gleichmäßig aufzuteilen. Es handelt sich um ein überbestimmtes System. Darum wird in der Literatur ein Aufteilungsfaktor eingeführt, welche Aufteilung der Gesamtumfangskraft auf mehrere Zahneingriffe bei Leistungsverzweigung berücksichtigt. (vgl. [6, S. 36], [17], [7])

Dieser wird im Allgemeinen nach (14) folgend definiert:

$$K_{\gamma} = \frac{T_{1Planet} * N_P}{T_{gesamt}} \tag{14}$$

$K_{\gamma} = 1,0$ wird angewendet, wenn angenommen wird, dass die Last zwischen alle Planeten gleichmäßig aufgeteilt ist und größer als 1, sobald ein Planet verhältnismäßig mehr Last übernimmt als die anderen Planeten im Getriebe. Die Berechnung erfolgt somit immer mit dem am stärksten belasteten Planeten.

In der AGMA 6123-C16 gibt es grobe Anhaltspunkte für den Aufteilungsfaktor für den am stärksten belasteten Planeten:

Anwendungs- ebene 1), 3), 4), 5)	Anzahl der Planeten, NCP									Flexible Halterung
	2	3	4	5	6	7	8	9		
(a) K_{γ}	1.16	1.23	1.32	1.35	1.38	1.47	1.52	~	ohne	
(b) K_{γ}	1.00	1.05	1.25	1.35	1.38	1.47	1.52	1.61	ohne	
(c) K_{γ}	1.00	1.00	1.15	1.19	1.23	1.27	1.30	1.33	ohne	
(d) K_{γ}	1.00	1.00	1.08	1.12	1.16	1.20	1.23	1.26	mit	

Hinweise:

1) Anwendungsebene:

a. typisch für langsam laufende Getriebe, Antriebe von Bergbaumühlen

- usw.;
- b. Windturbinen mittlerer Qualität
 - c. und d. Hochgeschwindigkeits-Gasturbinen-/Generatorantriebe hoher Qualität
- 2) Die Fertigungsqualität der Verzahnung hat Einfluss auf das Lastverteilungsverhalten der Planeten. Höhere Getriebequalität resultiert in reduzierte Belastungsschwankungen durch jeden Planeteneingriff.
 - 3) Flexible Halterungen der Planeten, wie flexible Wellen oder Stifte, flexible Planetenkupplungen verbessern die Lastverteilung.
 - 4) Lastverteilung auf Anwendungsebene (b) oder höher erfordert mindestens ein schwimmendes Element und die gesamte Toleranz von Anordnung des Planeten auf dem Träger in Bezug auf die tangentielle Anordnung der Planeten auf dem Träger sollte mit der Qualität der zu verwendenden Zahnräder kompatibel sein.
 - 5) Anwendungsebene (c) oder höher erfordert ein flexibles Hohlräder.
 - 6) Die angezeigten Werte sind möglicherweise nicht konservativ genug für Anwendungen, bei denen die Masse eines schwimmenden Elements im Verhältnis zu hoch ist (Massenträgheit des schwimmenden Elements kann zu groß sein, um Ungenauigkeiten zeitig auszugleichen)

Tabelle 2: Lastaufteilungsfaktor für das am stärksten belastete Planetenrad (vgl. [6, Tbl. 7])

2.1.3.10.2 Selbstzentrierung durch „schwimmende“ Zentralräder

Theoretische Analysen und experimentelle Daten deuten darauf hin, dass eine ausreichend gleiche Lastverteilung mit 3 Planeten erreicht werden kann, indem einem der Zentralräder erlaubt wird, zu schweben [6, S. 37 f.].

Es muss hierbei sichergestellt werden, dass das schwebende Element auch ausreichend Spiel hat. Bei einer ungleichmäßigen Aufteilung der Planetenräder am Umfang müssen weitere Überlegungen geführt werden. Ziel dieses „Schwimmens“ oder auch „Schwebens“ ist die Lastverteilung für eine größere Anzahl von Planeten zu verbessern. Eine perfekte Lastverteilung ist mit mehr als 3 Planeten möglicherweise nicht möglich. Ein schwimmendes Element (das Hohlräder, das Sonnenrad oder der Träger mit den darauf montierten Planeten), muss sich radial frei von der theoretischen Mitte der Planetenstufe bewegen können und wird somit nicht vollständig von Lagern getragen. Zahnkupplungen führen keine lagernde Funktion aus und können in das schwimmende Element eingreifen unter der Voraussetzung, dass es sich frei radial innerhalb des spezifizierten Spiels bewegen kann. (vgl. [6, S. 37 f.]

Dabei lassen sich noch einige Eigenschaften aus dem dynamischen Lastausgleich laut [18] feststellen [18, S. 70–74]:

- Die Lastüberhöhungsfaktoren fallen mit wachsender Belastung, aber steigen mit zunehmender Drehzahl
- Eine hohe Fertigungsgenauigkeit bringt niedrige Lastüberhöhungen. Verzahnungsfehler und Stegteilungsfehler haben einen großen, Achsabstandsfehler einen relativ kleinen Einfluss auf die Lastüberhöhungen.
- Bei hohen Drehzahlen führt ein einstellbewegliches Sonnenrad zu geringsten Lastüberhöhungen
- Wälzlager mit der Lagerluft „normal“ reichen oftmals aus, um bei hoher Fertigungsgenauigkeit Einstellbewegungen innerhalb des Lagerspiels auszugleichen.
- Besonders elastische Hohlräder und Stege führen zu niedrigen Lastüberhöhungen.
- Der Einsatz von fünf gegenüber drei Planetenrädern lohnt sich nur bei niedrigeren Drehzahlen. Für fünf Planetenräder eignet sich eine kombinierte Einstellbeweglichkeit von Sonnenrad und Steg.

Bei einer Anzahl von Planeten größer als drei, muss also die mehrfach, statische Überbestimmtheit ausgeglichen werden. Dies wird aktuell lediglich so gelöst, dass unter Last die elastischen Verformungen größer werden als die unvermeidlichen Maßabweichungen in Richtung des Leistungsflusses. Je mehr die elastischen Verformungen die Maßabweichungen übersteigen, umso mehr gleichen sich die parallel übertragenen Leistungen einander an. (vgl. [6, S. 38])

Dies kann durch mehrere Arten realisiert werden:

- Ermöglichen eines radialen Schwebens eines oder mehrerer Elemente
- elastische Verformung des Hohl- oder des Sonnenrads (oder beider)
- Verringerung der Zahnsteifigkeit
- elastische Verformung der Planetenradwellen
- elastische Verformung des Planetenträgers [6, S. 38]

Das benötigte radiale Spiel der schwimmenden Komponente kann auch vereinfacht berechnet werden. Dafür benötigt man folgende geometrische Werte bzw. Toleranzwerte:

- Teilungs-Gesamtabweichung F_{pk} erhält man mit Hilfe der bekannten Zahnradgeometrie und der gewählten Verzahnungsqualität aus der Norm DIN 3962-3 Toleranzen für Stirnradverzahnungen (Toleranzen für Teilungs-Spannenabweichungen) [19].

- $TOL_{location}$ berücksichtigt alle Toleranzen, ausgenommen der Verzahnungstoleranzen, welche die radiale Position der Drehachse des Planeten im Betrieb verändern können. Die Berechnung von $TOL_{location}$ muss somit die Toleranzen der Lagerluft, die radiale Toleranz der Bohrung, in der das Lager eingesetzt wird (sofern es sich um eine Spielpassung handelt, bei Presspassungen kann dies vernachlässigt werden) und die doppelte radiale Außermittigkeitstoleranz solcher Bohrungen zusätzlich zur radialen Toleranz des Planetenträgers selbst, berücksichtigen.[6, S. 37, 113–116]
- $TOL_{thickness}$ ist die kumulierte maximale Zahnweitungsschwankung. [6, S. 37, 113–116]

Aus diesen Werten folgt e als die effektive tangentielle Abweichung der Planetenmittelachse von der idealen Position:

$$\pm e = \frac{F_{P(Planet)}}{2} + \frac{F_{P(Sonne)}}{4} + \frac{F_{P(Hohlrad)}}{4} + \frac{TOL_{location}}{2} + \frac{TOL_{thickness}}{2} \quad (15)$$

Ausgehend von diesem Wert, lassen sich nun mehrere Eigenschaften genauer bestimmen:

Zunächst wird die dimensionslose Größe X_e nach Formel (16) berechnet

$$X_e = \frac{e * d_p * c_{eff_P}}{2 * M_{Steg}} \quad (16)$$

Für Getriebezüge ohne ein schwebendes Element erhält man den Lastaufteilungsfaktor mit Formel (17):

$$K_\gamma = 1 + X_e(N_p - 1) \quad (17)$$

Für Getriebezüge mit einem schwebenden Element nach Formel (18):

$$K_\gamma = 1 + X_e(N_p - 3) \quad (18)$$

Nach Berechnen der tangentialen Abweichung der Planetenmittelachse e lässt sich jetzt schlussendlich bestimmen, welches minimale radiales Spiel (RRC) das

schwebende Element haben sollte, damit das schwebende Element auch als schwebend bezeichnet werden darf und die vorherige Gleichung (Formel (18)) auch gültig ist [6, S. 37, 113–116]:

N_p	2	3	4	5	6	7	8	9
RRC	-	1,334*e	1,000*e	1,106*e	1,000*e	1,052*e	1,000*e	1,031*e
N'	-	-	2,000	2,236	3,000	3,318	4,000	4,361

Tabelle 3: Benötigtes radiale Spiel des schwebenden Elementes und Begrenzungen für K_γ [6, Tbl. I.1]

Sobald K_γ den Wert N' aus Tabelle 3 übersteigt, gilt $K_\gamma = N'$

Wird das radiale Spiel mit der Lagerluft gewährleistet vergleicht man den Wert vom minimalen radialen Spiel (RRC) dann mit den Lagerluftklassen nach der ISO 5753-1 [20] und wählt somit ein Lager, welches die angegebene minimale Lagerluft aufweist.

Bohrungsdurchmesser		Radiale Lagerluft									
d	>	C2		Normal		C3		C4		C5	
		min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.
mm		µm									
-	24	0	25	20	45	35	60	50	75	65	90
24	30	0	25	20	45	35	60	50	75	70	95
30	40	5	30	25	50	45	70	60	85	80	105
40	50	5	35	30	60	50	80	70	100	95	125
50	65	10	40	40	70	60	90	80	110	110	140
65	80	10	45	40	75	65	100	90	125	130	165
80	100	15	50	50	85	75	110	105	140	155	190
100	120	15	55	50	90	85	125	125	165	180	220
120	140	15	60	60	105	100	145	145	190	200	245

Abbildung 22: Lagerluftklassen nach der ISO 5753-1 [21]

2.1.3.11 Lagerung

Wie im vorigen Kapitel beschrieben, ist es nicht immer erwünscht jedes Zentralrad zu Lagern. Eine vollständige Lagerung führt zu Überbestimmtheit und zu einer ungleichmäßigen Kraftaufteilung.

In den meisten Fällen bestimmt die Auswahl der Lagerung die Größe des Planetengetriebes. Bei großen Planetenrädern (hohe Übersetzungen) und kurzen Lebensdauern kann die Verzahnung die Grenze darstellen. Im

Allgemeinen sollte der Lagerauswahlprozess dem Getriebeauswahlprozess vorausgehen, da dieser die weiteren Abmessungen bestimmt. (vgl. [6, S. 41])

Die Auswahl der Lager hängt von den Belastungen, der Geschwindigkeit und der Schmierung des zu tragenden Elements ab.

In Bezug auf Lagerung bei Umlaufgetrieben (Planetengetrieben) sind die hochbelasteten Planetenradlager die kritischen Elemente. (vgl. [22, S. 141])

Die Entscheidung ob besser Gleit- oder Wälzlager vorgesehen werden sollten, ist stark abhängig von den jeweiligen Drehzahlen, der geforderten Lebensdauer und der Zentrifugalbeschleunigung der Planetenlager.

2.1.3.11.1 Wälzlager

Im Allgemeinen haben Wälzlager in Getrieben den Vorteil, dass sie kostengünstig sind, eine enge radiale und axiale Positionierung unabhängig von der Drehzahl, einen geringen Leistungsverlust, eine minimale Größe für die Lastkapazität und einen geringen Schmiermittelfluss erfordern. Allerdings haben diese Lager Grenzen aufgrund von Ermüdung, Metall-auf-Metall-Kontakt und Gleitverschleiß. Vor allem bei Planetengetrieben besteht bei den Planetenlagern oft ein Bauraumproblem. Ein Lösungsansatz hier ist ein Verzicht des Lageraußenringes. Die Laufbahn der Wälzkörper wird dabei direkt in die Bohrung der Planetenräder geschliffen (siehe auch 2.1.3.14.1)

Aufgrund der geforderten Lastaufteilung in Umlaufgetrieben, müssen hier zusätzliche Überlegungen bezüglich der geforderten Lagerluft geführt werden, um den Getriebeelementen die Freiheit zu geben, Getriebebelasten auszugleichen. (Siehe hierzu auch Kapitel 2.1.3.10)

Die erweiterte Lebensdauerberechnung kann dann nach ISO 281:2007 oder idealerweise laut Herstellerangaben durchgeführt werden. [23]

Lager für die, als kritisch betrachteten, Planetenräder müssen neben den Verzahnungskräften und Massenkräften infolge der Drehzahl auch noch Massenkräfte in Abhängigkeit der Rotation des Steges aufnehmen. Genau diese zusätzlichen Massenkräfte verursachen eine Belastung des Käfigs, sodass in einigen Anwendungsfällen Dauerbrüche von Käfigen zur Einschränkung der Lebensdauer führen. (vgl. [24, S. 225])

Laut [25] sind Standard-Wälzlager bis hin zu einer Zentrifugalbeschleunigung von der 200-fachen Erdbeschleunigung und Sonderlager mit entsprechenden Käfigen bis hin zur 400-fachen Erdbeschleunigung geeignet. [25, S. 419–432]

Dabei wird zudem in Unterschiedliche Käfigbauformen unterschieden und deren Art, die axiale bzw. radiale Führung der Wälzkörper vorzunehmen. (Ringgeführte Käfige am Außen- bzw. Innenring oder Wälzkörpergeführte Käfige).

Zu den aus den Beschleunigungen und mit den dazu verbundenen Massenkräfte folgen weiter Stützreaktionen, welche der Wälzkörperkäfig aufnehmen muss, entweder zwischen den Käfigstegen und den Wälzkörpern (Wälzkörperführung) oder zwischen den Käfigringen und den festen Borden am Lagerring (Ringführung). Diese Summe an Belastungen führt zu erhöhten Spannungen am Käfig. Abbildung 23 zeigt anhand eines Käfigausschnittes Spannungen. (vgl. [24, S. 233 ff.]

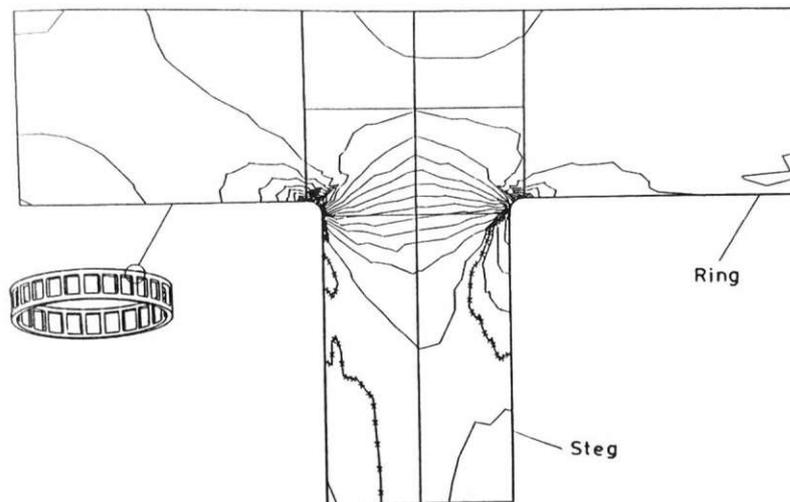


Abbildung 23: Linien gleicher Spannung am Käfigausschnitt [24, Abb. 9]

In Abbildung 24 ist ein gebrochener Käfigring zu sehen. Es lässt sich erkennen, dass die sich die Bruchstelle unmittelbar neben dem Steg, im Bereich der größten Spannungen, befindet.

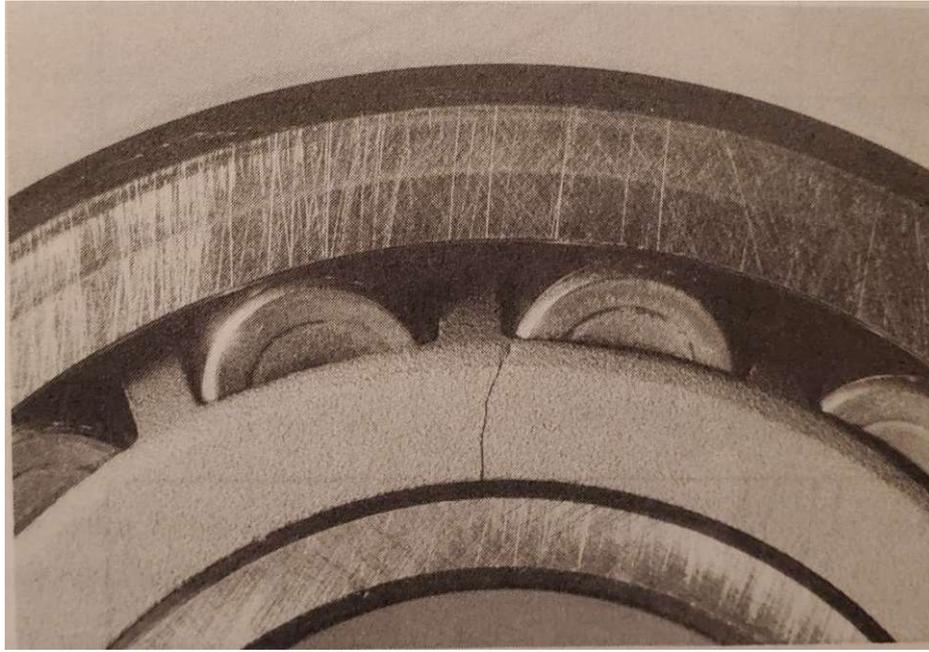


Abbildung 24: Pendelrollenlager 22309CC mit Dauerbruch im Käfigring [24, Abb. 14]

Es besteht aber auch die Möglichkeit auf vollrollige Planetenrad-Wälzlager (siehe Abbildung 25) zu setzen. Diese kommen für die Lagerung von besonders hoch beanspruchten Planetenzahnräder in Betracht, da diese Lager keinen Käfig besitzen und dadurch eine große Anzahl von Wälzkörpern aufweisen können. Dies erhöht die Tragfähigkeit der Lager einerseits, andererseits berühren sich die Wälzkörper und stützen sich aufeinander ab. Die erhöhte Pressung und die entgegengesetzte Geschwindigkeitsrichtung der Kontaktstellen vermindern den Aufbau eines tragenden Schmierfilmes. Diese Lager werden somit zusätzlich auf Fressen der Wälzkörper untersucht. (vgl. [26, S. 245 ff.])



Abbildung 25: Einreihiges, vollrolliges Zylinderrollenlager der Firma Schaeffler [27]

Neben Simulationsrechenverfahren gibt es auch eine vereinfachte Berechnungsmethode nach [22] um mit Hilfe des Fresskennwertes erste Aussagen über Fressicherheit vollrolliger Planetenrad-Wälzlager treffen zu können. (vgl. [22, S. 141–153])

2.1.3.11.2 Gleitlager

Gleitlager haben die Vorteile einer kompakten Bauweise, flexibler Geometrieauswahl, gleichzeitig hoher Geschwindigkeit/hoher Belastbarkeit, hoher Dämpfungskapazität und theoretisch unbegrenzter Lebensdauer. Diese Lager haben Nachteile aufgrund eines hohen Leistungsverlusts aufgrund des Ölflusses, aufwändiger Schmier- und Kühlsysteme und schlechtes Anlaufverhalten bei niedrigen Drehzahlen.

In diesem Zusammenhang kann der Begriff "Loss of Lubrication" genannt werden. Dies bedeutet, dass das Schmiermittel in einem Gleitlager nicht mehr ausreichend vorhanden ist oder nicht mehr richtig funktioniert. Dies kann auf verschiedene Arten geschehen, zum Beispiel durch unzureichende Schmierung, hohe Temperaturen, Verschmutzung oder Verschleiß. Der Ausfall des primären Schmiersystems muss mit einem zweiten Ölvorrat kompensiert werden.

Wenn ein Gleitlager nicht ausreichend geschmiert wird, kann es zu erhöhtem Verschleiß, Reibung und Überhitzung kommen, was letztendlich zu Schäden am Lager führen kann. Besonders gefährlich ist, dass das Versagen schlagartig passiert und entsprechend schnell darauf reagiert werden muss.

Gleitlager müssen für einen Lagerdruck unterhalb von 3500 kPa ausgelegt sein und die Lagerzapfengeschwindigkeiten sollten 7,6 m/s für ein druckloses Schmiersystem

nicht überschreiten. Bei Druckschmiersystemen sollte der Lagerdruck 5400 kPa und die Zapfengeschwindigkeit 76 m/s nicht überschreiten. (vgl. [6, S. 42])

Bei sehr hohen Drehzahlbereichen reicht die Tragfähigkeit der Planetenrad-Wälzlager infolge der Massenkräfte nicht mehr aus, weshalb auf Planetenrad-Gleitlager umgestiegen werden muss. In Gleitlagern bestimmen die Schmierpaltheöhe und die und die Eigenschaften des Mediums in diesem Schmierpalt selbst die Tragfähigkeit des Lagers. Durch Kühlung des Gleitlagerschmierpalt, durch natürliche Kühlung oder auch mittels extern zugeführter Kühlflüssigkeit, lassen sich Tragfähigkeitssteigerungen erreichen. Weiters ist eine verformungsangepasste Lagergestaltung notwendig, um den, infolge elastischer Deformation, minimal erforderlichen Schmierpalt zur Aufrechterhaltung der reinen Flüssigkeitsreibung, zu erhalten. (vgl. [28, S. 265–280])

2.1.3.12 Gerad-, Schräg- und Doppelschrägverzahnung

Die Auswahl der geeignetsten Verzahnung fällt unter den Gesichtspunkten der Tragfähigkeit, der Einflüsse äußerer Kräfte, der Geometrie, der Möglichkeit einer genauen Herstellung in Bezug auf Mikrogeometrie und der Lastverteilung.

Einer der größten beeinflussten Faktoren sind die Tragfähigkeit und die Laufruhe genannt. Während die Laufruhe bei Schräg- und Doppelschrägverzahnungen verbessert werden, sind einerseits die entstehenden Axialschübe (Schrägverzahnung) bzw. die Lastverteilung auf beide Zahnhälften und die erschwerte Montage (Doppelschrägverzahnung) andererseits zu nennen. (vgl. [29, S. 433–455])

Schrägverzahnte Planetenräder führen, durch die Axialkraft im Zahneingriff, zu einem Kippmoment, welches durch den doppelten Zahneingriff von Sonnen- und Hohlrad im Vergleich zu einer Stirnradstufe verdoppelt ist. Dies kann oft dazu führen, dass zusätzliche Axiallager eingeplant werden und diese können wiederum eine Schadensquelle darstellen, vermindern den Gesamtwirkungsgrad und benötigen eine geeignete Ölversorgung. Weiters sind hierbei breite Lagerabstützungen erforderlich (vgl. [29, S. 433–455])

Das Biegemoment zwischen den Verzahnungen in einer Doppelschrägverzahnung kann in den meisten Fällen vernachlässigt werden. Eine entsprechende Fertigungsgenauigkeit führt dazu, dass eine gleichmäßige Lastaufteilung zwischen den Schrägen auftritt. (vgl. [29, S. 433–455]) Der Fertigungsaufwand für Doppelschrägverzahnungen ist allerdings erheblich größer, da die Einstellung von zwei Zahnschrägen erfolgen muss. Durch den geringeren Einfluss auf die Verformung, auf die Lastverteilung können bei einer Doppelschrägverzahnung größere Breiten/Durchmesserhältnisse realisiert werden, wodurch der Gesamtdurchmesser von dem Getriebe verringert werden kann [29, S. 450].

In Bezug auf Tragfähigkeit müssen mehrere einzelne Faktoren untersucht werden, hängt von mehreren geometrischen Bedingungen ab und kann somit nicht allgemein betrachtet werden. Betrachtet man die DIN 3990 so kann man folgende Aussagen tätigen. Der Überdeckungsfaktor Z_ϵ (Einfluss der Berührlinienlänge), der nicht vorhandene Schrägenfaktor Z_β (Reduziert die rechnerische Hertz'sche Flächenpressung) und die Lastaufteilungsfaktoren $K_{H\beta}$ und $K_{F\beta}$ (Aufgrund der gleichmäßigen Kraftaufteilung über die gesamte Breite/Höhe ohne vorhandener Axialkraft) wirken sich im Gegensatz zur Schrägverzahnung positiv auf die Geradverzahnung aus. Hingegen führen der Zonenfaktor Z_H (Einfluss der Zahnflankenkrümmung im Wälzpunkt auf die Hertz'sche Flächenpressung) und der Dynamikfaktor K_v (Auswirkungen innerer dynamischer Kräfte, durch Schwingungen) zu positiveren Ergebnissen der Schrägverzahnung. Je nach Geometrie und Belastungen ergeben sich somit verschiedene Vor- und Nachteile. (vgl. [7], [17])

Eine der Vorteile der Geradverzahnung ist weiter, dass die Planetenräder am Umfang einstellbar gelagert werden können und dadurch können die Verformungen des Planetenträgers unter hoher Belastung weitestgehend ausgeglichen werden. (vgl. [29, S. 452])

Einer der größten Vorteile der Schrägverzahnung bzw. der Doppelschrägverzahnung gegenüber der Geradverzahnung ist die Geräuschentwicklung. Abbildung 26 zeigt den Einfluss der Überdeckung auf den Anregungspegel. (vgl. [29, S. 449])

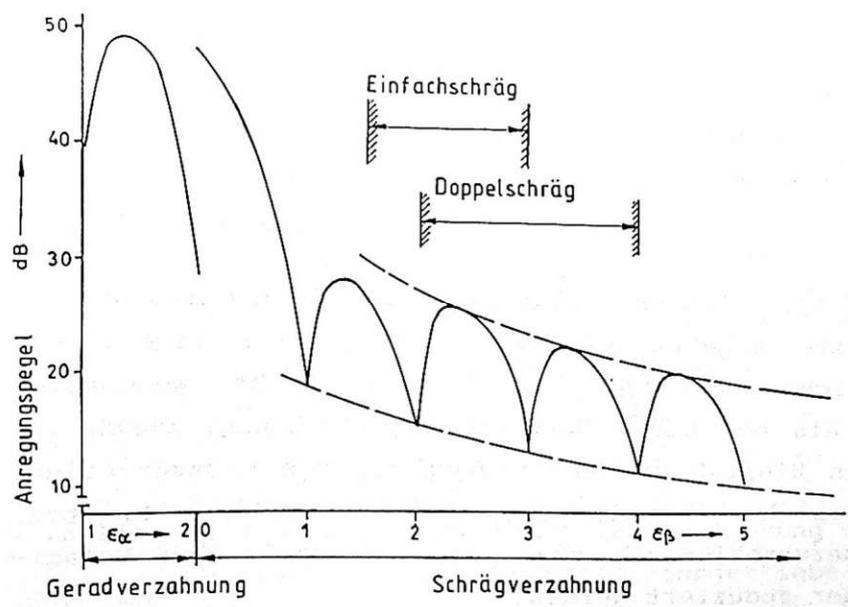


Abbildung 26: Einfluss der Überdeckung auf den Anregungspegel [29, Abb. 12]

Laut [29] sind Planetengetriebe mit Geradverzahnung in niedrigen bis mittleren Umfangsgeschwindigkeiten die technisch und wirtschaftlich beste Lösung.

2.1.3.13 Zahnwellenverbindung

Keil- bzw. Zahnwellenkupplungen können innerhalb Umlaufgetriebe verwendet werden, um ein Drehmoment zwischen Elementen zu übertragen, während sie eine gewisse Relativbewegung oder Fehlausrichtung der gekoppelten Elemente zulassen (siehe Abbildung 27). Diese werden dann in ein System integriert, sobald das minimale radiale Spiel aus einer Lagerung oder Ähnlichen nicht erreicht werden kann. Die Zahnkupplungen sind drehstarr und formschlüssig und erlauben, dadurch dass eine der beiden ineinandergreifenden Komponenten ballig ausgeführt wird, einen winkelligen Achsversatz.

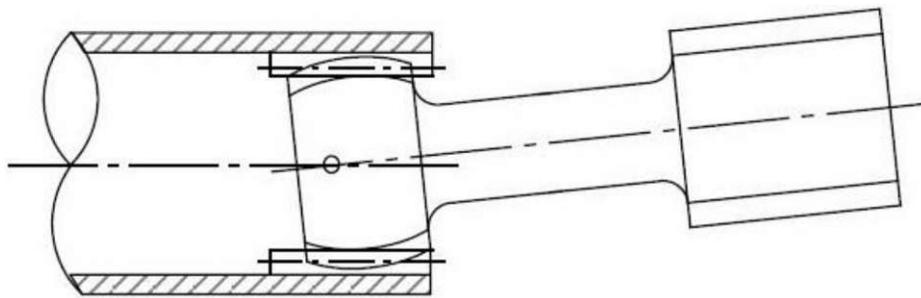


Abbildung 27: Möglichkeit der schwimmenden Lagerung der Sonnenwelle durch ballig ausgeführte Zahnwellenverbindung [6, Abb. 19]

Durch die Balligkeit wird Material an den Enden der Flanken weggenommen. Diese Modifikation verhindert das Kantentragen, indem der Kontakt und dadurch die Belastung mehr auf die Mitte der Flanke konzentriert wird. Durch die Balligkeit wird also oft eine Fehlausrichtung der beiden Komponenten zueinander unter Betriebsbedingungen ausgeglichen. Eine Zahnwellenkupplung in Form eines ballig ausgeführten Sonnenrades wäre somit eine Möglichkeit eine Lastverteilung zwischen den einzelnen Planetenrädern zu ermöglichen. Allerdings führt eine ballige Ausführung auch zu negativen Eigenschaften. Die Balligkeit erhöht zwar die Lebensdauer und die Belastbarkeit bei einer Schiefstellung der beiden Komponenten zueinander, vermindert allerdings gleichzeitig die Belastbarkeit bei einer parallelen Ausrichtung. (vgl. [6, S. 43])

Im Allgemeinen haben größere Zähne eine höhere Verschleißkapazität, sind toleranter gegenüber Fehlausrichtungen und in der Kleinserienfertigung wirtschaftlicher herzustellen. Kleinere Zähne sind für großvolumige Produktionsverfahren wirtschaftlicher. Unter anderem bestimmen auch Kosten- und Herstellungsanforderungen die Anzahl der Zähne.

Um vorzeitigen Verschleiß zu vermeiden, sollten Zahnkupplungen ordnungsgemäß geschmiert werden. Das Schmiermittel wird benötigt, um die Zahnflanken hydrodynamisch zu trennen und Verschleißpartikel wegzuspülen, die als Schleifmittel wirken würden. Zu beachten in Umlaufgetrieben ist dabei, dass das Schmiermittel

durch die Zentrifugalkraft beeinflusst wird, was es besonders schwierig macht, Kupplungen, die sich im Rotationszentrum befinden, eine angemessene Menge an Schmiermittel bereitzustellen. Gegebenenfalls müssen Hilfsmittel wie Pumpen und Düsen zur Schmierung dieser Kupplungen vorgesehen werden. (vgl. [6, S. 43–47])

2.1.3.14 Planetenträger

Es gibt ein- und zweiwangige Planetenradträger. Die gebräuchlichste Trägerkonfiguration besteht aus zwei parallelen Wangen, wobei sich je eine Wange auf jeder Seite der Planetengruppe befindet. Die Primärwange ist direkt mit der Welle oder dem Gehäuse verbunden. Eine Sekundärwange ist mit der Primärwange durch gleichmäßig beabstandete Stege verbunden. Die Hälfte der Last wird über die Bolzen auf jede Wange übertragen, was zu einem halben Trägerdrehmoment auf jeder Wange führt. Die Last von der Sekundärwange wird durch die Stege auf die Primärwange übertragen. Die Stege wirken als Balken und haben hohe Spannungen und Durchbiegungen, wenn sie nicht ausreichend dimensioniert werden. Da der Stegquerschnitt begrenzt wird durch die Anzahl der Planeten, den Planetenaußendurchmesser und den Innendurchmesser des Hohlrads ergeben sich höhere Auslenkungen. Eine Durchbiegung sollte aufgrund der wichtigen Lage der Verzahnungen zueinander und der erhöhten Lasten durch Fehlstellungen verhindert werden. (vgl. [6, S. 51 f.])

Die Stege sollten also so groß ausgelegt sein, dass ihre Durchbiegung minimiert wird. Die Durchbiegung sollte durch Berechnung oder FEM genau bestimmt und durch Tests verifiziert werden, wobei aus dieser geeignete kompensierende Zahnkorrekturen hervorgehen sollten, welche auf Planetenräder angewendet werden. Da sich die Verformungen der Stege und Wangen je nach Belastung einstellen, können die Korrekturen der Mikrogeometrie nur für eine Belastungsstufe definiert werden. Aus diesem Grund werden oft Planetenräder ballig ausgeführt, um einen größeren Belastungsbereich abzudecken. (vgl. [6, S. 51 f.])

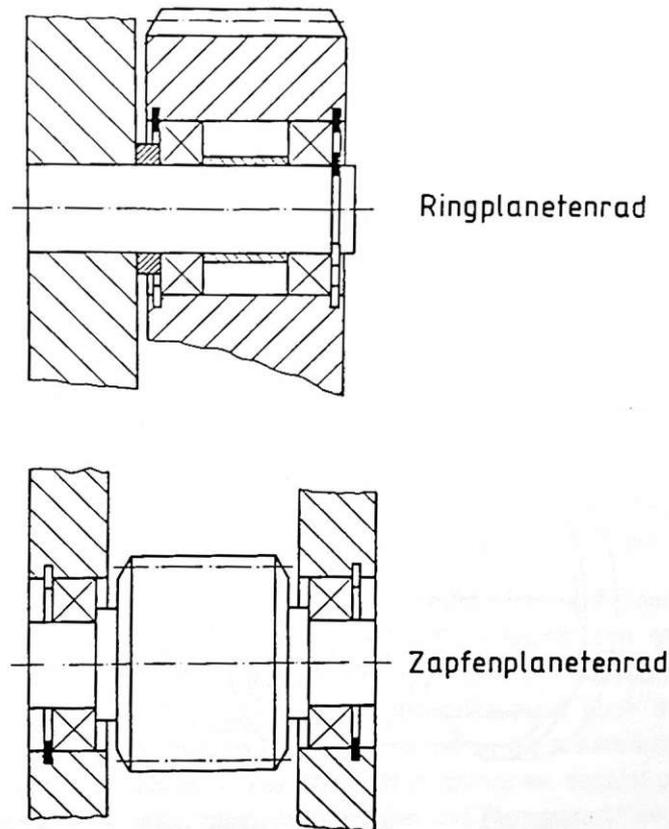


Abbildung 28: Planetenradbauformen und ihre Lagerung im Planetenträger [30, Abb. 3]

Die größte Verformungssicherheit bietet die Bauform mit zwei Planetenträgerwangen und der Lagerung in den Bolzen/Zapfen, welche Anordnung als Zapfenplanetenrad bezeichnet wird. Erfolgt die Lagerung unterhalb der Planetenräder so wird die Anordnung als Ringplanetenrad bezeichnet (siehe Abbildung 28). (vgl. [30, S. 183–204])

In Abbildung 29 kann man Wangen- und Bolzenverformungen und die daraus näherungsweise Schiefstellung des Planetenrades bei Planetenradlageranordnungen infolge gleicher Belastungen und geometrischen Eigenschaften erkennen. (vgl. [30, S. 183–204])

2.1.3.14.1 Lagerung unterhalb Planetenräder

Die Lageraußenringe werden in die Bohrung der Planetenräder eingesetzt. Die Lagerung sitzt somit direkt unter den Zähnen des Planetenrades. Das Lager wird von einem Bolzen getragen, welches in den beiden Wangen des Planetenträgers mittels einer Presspassung befestigt wird. Wenn die Passungen zwischen Planetenbolzen und Planetenlager nicht fest genug sind, um eine Drehung des Innenrings des Planetenlagers in Bezug auf den Planetenbolzen zu verhindern, kann der Planetenbolzen verschleifen, was zu einem Verlust der Planetenradausrichtung und einem Ausfall des Planetenrads führt. Darum wird häufig der Presssitz durch eine

Schweißnaht unterstützt(vgl. [30, S. 186]). Planetenbolzen sollten aus diesem Grund vollständig gehärtet sein, um diesen Verschleiß zu minimieren. Feste Passungen zwischen Planetenbolzen und Planetenlagerinnenring können andererseits zu einer axialen Vorspannung der Planetenlager durch Montagekräfte führen. (vgl. [6, S. 51 f.], [30, S. 183–204])

Die Lagerung unterhalb der Planeten kann als Gleit- oder Wälzlager ausgeführt werden. Wenn mehrere Wälzlager aufgrund der breite unterhalb der Planeten verbaut werden, sollte ein Distanzstück zwischen den Lagern vorgesehen werden, um die axiale Vorspannung zu verhindern.

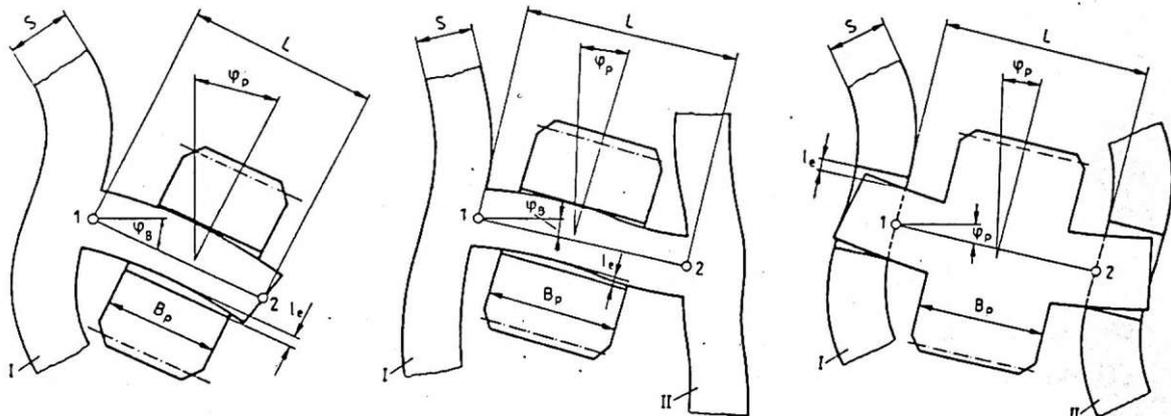


Abbildung 29: Planetenradneigung infolge der unterschiedlichen Stegverformungen unter gleichen Belastungen [30, Abb. 11]

2.1.3.14.2 Lagerung in Planetenträger

Sobald der Planet einen kleinen Durchmesser hat bzw. kleine Standübersetzungen erforderlich sind, ist es nicht möglich das Lager unter den Zähnen zu platzieren. In diesem Fall muss an jedem Ende des Planeten bzw. des Bolzens ein Lager verwendet werden. Die Lager sitzen direkt in die beiden Wangen des Trägers. Der Stegquerschnitt wird dadurch zusätzlich durch die Lageraußendurchmesser begrenzt.

2.1.3.15 Verschraubungen

Auf die Verschraubungen wird eine gewisse Vorspannung vorausgesetzt, um in jedem Betriebsfall eine Mindestklemmkraft aufrechtzuerhalten.

Die empfohlene minimale Vorspannungszugspannung σ_M für Verbindungselemente in geschlossenen Getrieben beträgt 70% der 0,2%-Dehngrenze des Verbindungselements $\sigma_{p0,2}$ (siehe Tabelle 4).

ISO 898-1 Klasse	Maximaler Schraubendurchmesser	0.2% Dehngrenze $\sigma_{p0,2}$	Vorspannung σ_M ,
8.8	39 mm	640 N/mm ²	448 N/mm ²

9.8	16 mm	720 N/mm ²	504 N/mm ²
10.9	39 mm	940 N/mm ²	652 N/mm ²
12.9	39 mm	1100 N/mm ²	770 N/mm ²

Tabelle 4: Empfohlene minimale Vorspannungszugspannung für ausgewählte Schraubenklassen [6, Tbl. 8]

Die Vorspannung des Befestigungselements wird typischerweise durch Anziehen der Schraube mit einem gewissen Drehmoment oder durch andere Verfahren aufgebracht.

Zur Berechnung des erforderlichen Anzugsdrehmomentes kann folgende Berechnung herangezogen werden [31]:

Die erforderliche Zugkraft in der Schraube erfolgt nach Gleichung (19).

$$F_M = A_S * \sigma_M \quad (19)$$

Mit dem Schraubenquerschnitt (Formel (20)):

$$A_S = 0,785 * (D_f - 0,9382 * p_f) \quad (20)$$

Und dadurch erfolgt das erforderliche Anzugsdrehmoment zu (Formel (21)):

$$M_A = \frac{K_{tc} * F_M * D_f}{1000} \quad (21)$$

Befestigungselemente in Getrieben sollten aus Sicherheitsgründen mit einer Schraubensicherung gesichert werden:

- Sicherungsscheiben (verschiedene Arten)
- Selbsthemmende Verschraubung
- Sicherungsbleche
- Verkabelung

2.1.3.16 Gehäuse

Gehäuse weisen typischerweise mehrere der folgenden Merkmale auf [6, S. 52 f.]:

- Ölbehälter

- Ausschluss von Verunreinigungen mittels Dichtungen, Magnetstopfen usw. (Magnetstopfen müssen in einem Bereich platziert werden, der leicht zugänglich ist und Öl zirkuliert).
- Ölablass- und Öleinfüllvorrichtungen: Ablass- und Einfüllstopfen sollten dort platziert werden, wo Leitungen leicht befestigt werden können. Der Abfluss sollte sich am Boden einer geneigten Wanne befinden, damit das Öl vollständig abgelassen werden kann. Die Ablauföffnung sollte einen Durchmesser von mindestens 25 mm haben, damit das Öl in angemessener Zeit ablaufen kann.
- Ölstand Anzeiger: Ölmesstäbe oder bei kleinen Einheiten können Ölstandsschrauben oder ein Ölschauglas verwendet werden.
- Deckel zur Durchführung einer eventuellen Revision
- Ölprobenanschluss: Jeder Anschluss sollte sich an einer Stelle mit freier Schmiermittelzirkulation innerhalb des Sumpfes befinden. Druckgespeiste Schmiersysteme sollten zwei Ölentnahmeöffnungen enthalten. Einer sollte sich zwischen Pumpe und Filter befinden, der andere direkt nach dem Filter.
- Regelung des Wärmehaushalts mittels eventueller Wasserkühlung
- Befestigungen, Flansch
- Funktionen zum Ausrichten des gesamten Gehäuses
- Hebeösen.
- Entlüftung: Dieser sollte so konstruiert und angeordnet sein, dass ein Austreten von Öl in die Atmosphäre sowie das Eindringen von Staub und Fremdkörpern verhindert wird.

2.1.4 Wärmehaushalt

Die Regulierung der Ölsumpftemperatur in einem Planetengetriebe ist entscheidend für dessen Lebensdauer. Daher sollte bei der Vorauswahl des Antriebs nicht nur die mechanische Belastbarkeit, sondern auch die thermische Belastbarkeit gleich mitberücksichtigt werden. Die thermische, maximale Nennleistung ist definiert als die maximale Leistung, die kontinuierlich durch einen Zahnradantrieb übertragen werden kann, ohne eine bestimmte Ölsumpftemperatur zu überschreiten. (vgl. [6, S. 54–59])

Das Bewertungskriterium, mit dem das Getriebe thermisch untersucht wird, ist die maximal zulässige Ölsumpftemperatur. Eine zu hohe Ölsumpftemperatur führt zu Verringerung der Ölviskosität. Eine reduzierte Viskosität führt zu einer reduzierten Ölschmierfilmdicke und kann unter Umständen die hydrodynamische Schmierung zwischen Zahnradzähne bzw. Lagerringe und Wälzkörper verhindern. Durch den dadurch entstehenden mechanischen Kontakt wird die Betriebslebensdauer dieser Elemente reduziert. Bei fehlender hydrodynamischer Schmierung wird auch die Lebensdauer der Dichtungen wie Radialwellendichtringe beeinträchtigt. Weiters führte eine erhöhte Temperatur zum Abbau des Öls. Die Oxidation des Öls

verursacht chemische Veränderungen und den Abbau von Additiven, die sich nachteilig auf eine ordnungsgemäße Getriebe- und Lagerschmierung auswirken. (vgl. [6, S. 54–59])

Die Bewertung des thermischen Wärmehaushaltes kann entweder durch Versuche oder mit Hilfe einer rechnerischen Abschätzung erfolgen.

2.1.4.1 Bewertung durch Versuche

Bei der thermischen Prüfung werden die stationäre Ölsumpftemperatur und die übertragene Last für eine bestimmte Planetengetriebekonfiguration, Montage, Drehzahl, Ölstand, Ölsorte, Drehrichtung und Kühlmethode gemessen. Im Allgemeinen wird die thermische Prüfung mit drei verschiedenen Belastungsstufen durchgeführt (ohne Last und mit mindestens zwei Laststufen). (vgl. [6, S. 55])

Dabei gibt es mehrere Richtlinien für akzeptable thermische Tests .(vgl. [6, S. 55]):

- Temperatur Umgebungsluft sind während der Dauer der Prüfung zu stabilisieren und zu messen
- Die stationäre Messung erfolgt ab dem Zeitpunkt, sobald die Änderung der Ölsumpftemperatur weniger als 1 °C pro Stunde beträgt
- Beide Drehrichtungen müssen getestet werden, da sich unterschiedliche Ölsumpftemperaturen ergeben können
- Die Belastungen sollten so gewählt werden, dass sich eine stationäre Ölsumpftemperatur um den kritischen Punkt von 95 °C bewegt
- Die Temperatur wird an mehreren Messpositionen ermittelt

Um die Abweichungen durch eine schwankende Umgebungstemperatur zu berücksichtigen, wird der gemessene stationäre Ölsumpftemperaturanstieg mittels Ölsumpf-zu-Umgebungsluft-Temperaturdifferenz gegen die Eingangsleistung aufgetragen. Durch die ermittelten Test-Daten im Diagramm wird eine Linie gezogen. In der Bewertung wird dann der Schnittpunkt mit maximal zulässigen Ölsumpftemperaturanstieg betrachtet und die maximale thermische Eingangsleistung definiert. (vgl. [6, S. 55])

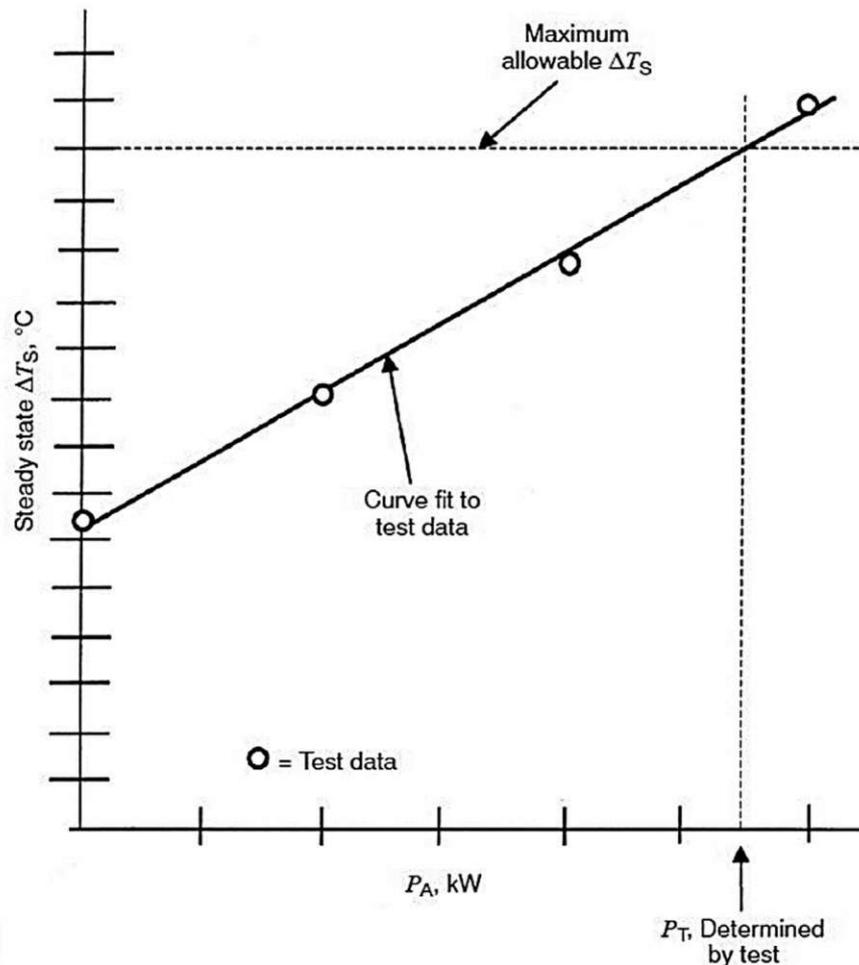


Abbildung 30: Ermittlung der thermischen Leistung durch Tests. [6, Abb. 24]

2.1.4.2 Rechnerische Bewertung

Die in der AGMA 6123-C16 [6] verwendeten thermischen Bewertungskriterien bzw. Rahmenbedingungen sind wie folgt:

- Maximale Ölsumpftemperatur = 95°C
- Umgebungslufttemperatur = 25°C
- $0,5 \text{ m/s} < \text{Umgebungsluftgeschwindigkeit} \leq 1,4 \text{ m/s}$
- Höhe = Meeresspiegel
- Einschaltdauer = Dauerbetrieb

Andere Rahmenbedingungen erfordern, stets andere Bewertungskriterien, welche in der erweiterten Berechnung mit Hilfe von verschiedenen Faktoren berücksichtigt werden können.

Wenn ein geschlossenes Getriebe bei einer stationären Ölsumpftemperatur betrieben wird, entspricht die zugeführte Wärmeleistung P_V der abgeführten Wärmeleistung P_Q (Formel (22)).

$$P_Q = P_V \quad (22)$$

Die Verlustleistung des gesamten Getriebes entspricht der zugeführten Wärmeleistung und wird berechnet aus lastabhängigen- (P_L) und lastunabhängigen Verlusten (P_N):

$$P_V = P_N + P_L \quad (23)$$

Die abgeführte Wärmeleistung P_Q wird errechnet mit den Wärmeübergangskoeffizienten h_T , der Oberfläche des Getriebes zur Umgebung A_T und der Temperaturerhöhung des Ölsumpfes im Vergleich zur Umgebungstemperatur ΔT_S :

$$P_Q = h_T * A_T * \Delta T_S \quad (24)$$

Ziel ist es jenes Gleichgewicht zwischen Temperaturerzeugung und Temperaturverlust rechnerisch zu ermitteln, welches zum maximal zulässigen Ölsumpfanstieg führt.

Die Verlustleistung P_V muss darum iterativ mit verschiedenen Eingangsleistungen P_A errechnet werden, bis thermisches Gleichgewicht eintritt. Ist der Schnittpunkt von zugeführter Wärmeleistung, abgeführter Wärmeleistung und maximale Ölsumpf- zu Umgebungstemperatur erreicht, wird die Eingangsleistung als maximal thermische Eingangsleistung P_{TS} definiert (siehe Abbildung 31).

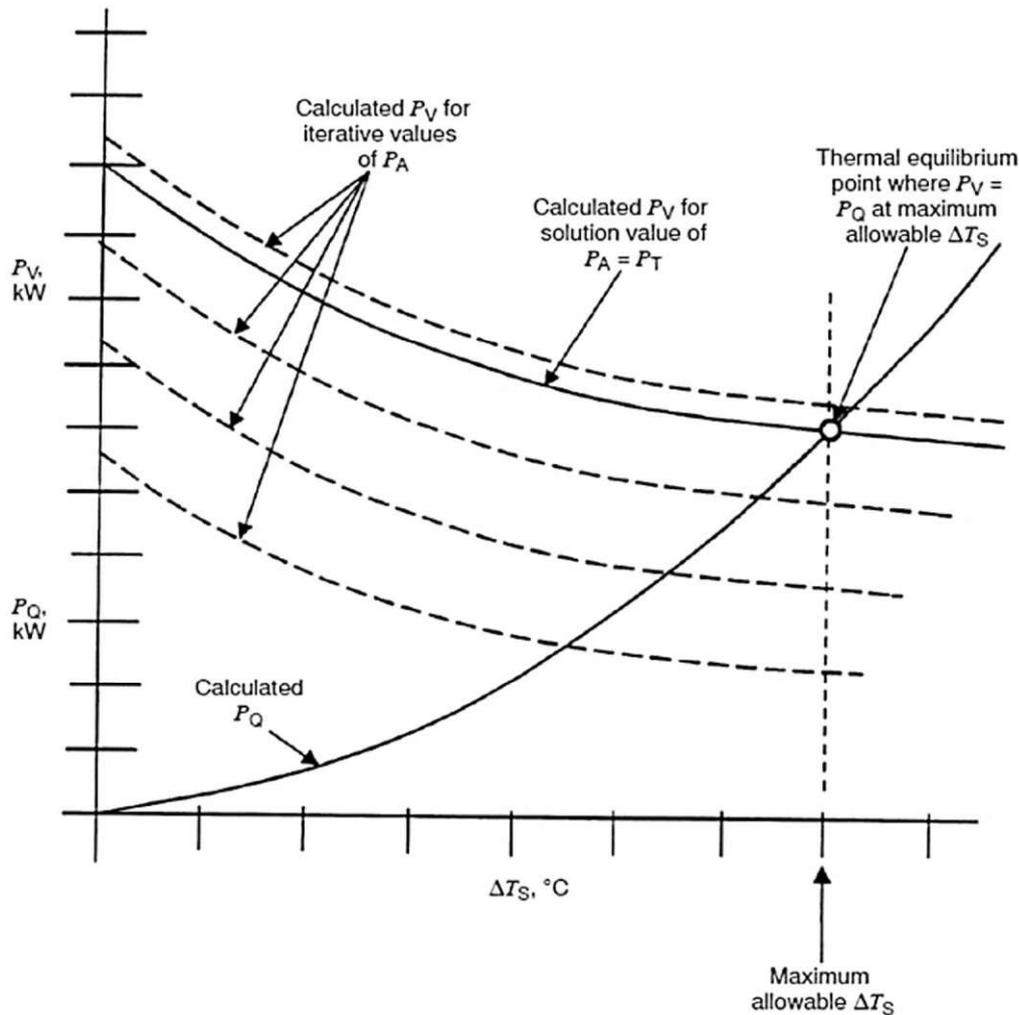


Abbildung 31: Graphische Darstellung der Ermittlung der maximalen thermischen Leistung [6, Abb. 25]

Wenn die tatsächlichen Betriebsbedingungen von den Standardkriterien abweichen, kann die erweiterte thermische Nennleistung P_{TA} der Anwendung unter Verwendung angenäherter Modifikationsfaktoren ermittelt werden, die auf die thermische Nennleistung P_{TS} angewendet werden. (vgl. [6, S. 70]):

- B_{ST} : Faktor zur Veränderung der maximalen Ölsumpftemperatur
- B_{AT} : Umgebungstemperaturfaktor
- B_V : Umgebungsluftgeschwindigkeitsfaktor
- B_A : Meereshöhenfaktor
- B_D : Einschaltdauerfaktor

Mit diesen Faktoren kann die erweiterte thermische Nennleistung P_{TA} nach Formel (25) berechnet werden.

$$P_{TA} = P_{TS} * B_{ST} * B_{AT} * B_V * B_A * B_D \quad (25)$$

2.1.4.2.1 Temperaturverluste

Die von einem Planetenantrieb abgegebene Wärme wird durch die Oberfläche des Antriebs, die Luftgeschwindigkeit über die Oberfläche, den Temperaturunterschied zwischen Ölsumpf und Umgebungsluft und den Gesamtwärmeübertragungskoeffizienten beeinflusst. Bei einer ersten Auslegung und Anwendung eines Planetengetriebes können der innere Wärmedurchgangskoeffizient und die Gehäusewandleitung vernachlässigt werden. Daher wird die Konvektion und Strahlung zwischen der äußeren Gehäuseoberfläche und der Umgebung zur wesentlichen Form der Wärmeübertragung. Außerdem kann auch die Wärmeübertragung von Verbindungswellen und Kupplungen durch Wärmeleitung vernachlässigt werden (siehe Formel (24)). (vgl. [6, S. 58])

2.1.4.2.2 Temperaturerzeugung

In Kapitel 2.1.4.2 wurde die Temperaturerzeugung in zwei verschiedene Arten unterschieden (vgl. [6, S. 58]):

Nicht lastabhängige Verluste, P_N , umfassen

- Kontaktöldichtungen: Öldichtungen erzeugen Kontaktreibungsverluste, die von der Wellendrehzahl, der Wellengröße, der Ölsumpftemperatur, der Ölviskosität, der Eintauchtiefe der Öldichtung und der speziellen Konstruktion der Öldichtung abhängen.
- Wälzlager-hydrodynamische Verluste: Die hydrodynamischen Verluste des Lageröls hängen von der Lagerdrehzahl, den Ölversorgungsbedingungen, der kinematischen Viskosität und Größe des Öls ab.
- Plantschverluste: Hydrodynamische Verluste durch Ölverwirbelung in einer Planetenstufe resultieren aus der Drehung des Sonnenritzels, des Planetenrads um seine Achse und des Trägers. Diese Verluste hängen von Bauteildrehzahlen, Ölversorgungsbedingungen, kinematischer Ölviskosität und Größe ab.

Die lastabhängigen Verluste P_L umfassen:

- Wälzlagerreibung: Die Lagerreibungsleistung ist abhängig von Reibwert, Belastung, Größe und Drehzahl.
- Zahneingriffsreibung: Der Reibungsverlust der Zahnradzähne ist eine Funktion der Kinematik der Zahnbewegung, des Reibungskoeffizienten, der Geschwindigkeit und des übertragenen Drehmoments. Die Verluste

beinhalten ein relatives Gleiten zwischen ineinandergreifenden Zähnen, die durch einen Ölfilm getrennt sind. Der Reibwert ist abhängig von Schmierstoffeigenschaften, Belastungsintensität und Drehzahl.

- Gleitlagerreibung (falls vorhanden): Das Abscheren des Ölfilms in einem Gleitlager führt zu Reibungsverlusten.

2.1.5 Schmierung

Schmierstoffe müssen unter sorgfältiger Beachtung der maximalen und minimalen Umgebungs- und Betriebstemperaturen sowie der Betriebsdrehzahlen von Getrieben und Lagern ausgewählt werden. Hauptkriterium ist dabei die resultierende Schmierfilmdicke. Damit Lager und Getriebe ihre erwartete Lebensdauer erreichen, ist eine ausreichende Schichtdicke erforderlich. Verunreinigungen durch Wasser und Feststoffpartikel beeinträchtigen die Leistung von Getrieben und Lagern. Auch hohe Betriebstemperaturen und Verunreinigungen verkürzen die Lebensdauer des Öls und seiner Additive. Zumeist gibt es kein ideales Schmieröl, das sowohl für Lager als auch für alle Verzahnungsstufen passend ist. Darum wird hier oft ein Kompromiss gewählt. (vgl. [6, S. 72 f.])

Die Viskosität ist eine der wichtigsten physikalischen Eigenschaften eines Schmiermittels. Hier muss ein Kompromiss zwischen Betrieb- und Anlaufverhalten gemacht werden.

Die maximale Ölviskosität wird durch die Öltemperatur beim Kaltstart bestimmt. Es ist wichtig, dass ein gewisser Schmiermittelfluss zu allen kritischen Oberflächen erreicht wird, bis die Betriebstemperatur erreicht ist. Der Fließpunkt des ausgewählten Schmiermittels sollte mindestens 5 °C unter der erwarteten minimalen Öltemperatur bei Umgebungstemperatur beim Anfahren liegen. Um diese Anforderung zu erfüllen, können Ölsumpf-, Umlauf- oder Oberflächenheizungen erforderlich sein. Die Mindestölviskosität ist jene, bei der noch ein ausreichender hydrodynamischer Schmierfilm, der für eine angemessene Getriebe- und Lagerlebensdauer erforderlich ist, bereitgestellt wird. Um diese Anforderung zu erfüllen, kann eine erzwungene Ölzirkulation und ein Ölkühler oder eine Lüfterkühlung erforderlich sein. (vgl. [6, S. 73])

Ein weiteres wichtiges Merkmal ist die Unterteilung in der Basis des Schmieröls. Man unterscheidet Mineralölbasierte und synthetische Schmieröle. Mineralöle haben Vorteile beim Preis und der Verfügbarkeit, die im Allgemeinen besser als bei Synthetiköle ist. Synthetische Öle hingegen zeichnen sich gegenüber den Mineralölen vor allem durch die guten Tieftemperatureigenschaften und die geringe Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur über den gesamten Temperaturbereich aus. Bei Mineralölen können die Eigenschaften durch die Beigabe von Additiven gezielt beeinflusst werden.

Umlaufgetriebe sollten die Möglichkeit besitzen gezielte Bereiche, wie der Eingriff von Sonne zu Planeten, Keil- und Zahnwellen auf Sonnenritzeln und Hochgeschwindigkeitslager, zu schmieren und zu kühlen. Zentrifugalkräfte neigen dazu, die Schmiermittel von diesen Oberflächen zu entfernen, daher sollte das Versorgungssystem sorgfältig entworfen werden, um Schmiermittel an den Stellen zu gewährleisten. (vgl. [6, S. 73 f.])

2.1.5.1 Tauchschmierung

Die Planetenräder sollten mindestens doppelt so tief wie die Zahnhöhe in das Ölbad eintauchen, um ausreichend Flüssigkeit für Zahnräder und Lager bereitzustellen. Tauchsysteme sind im Allgemeinen auf Umfangsgeschwindigkeiten unter 15 Metern pro Sekunde für geschlossene Umlaufgetriebe beschränkt. (vgl. [6, S. 73 f.])

Der Ölstand in tauchgeschmierten Umlaufgetrieben ist entscheidend für die Leistung. Es sollte so ausgelegt sein, dass zwar das Plantschen minimiert wird, während alle Lager und Zahnräder ausreichend geschmiert werden. Das Getriebegehäuse kann Führungen aufweisen, um das an den Gehäusewänden herunterfließende Öl aufzufangen und es zu den Lagern zu leiten. Tauchsysteme ohne Verfahren zur Entfernung von Verunreinigungen, wie z. B. Filter, haben den Nachteil, dass Verunreinigungen zu kritischen Zahnrad- und Lageroberflächen zirkulieren können. (vgl. [6, S. 73 f.])

In Abbildung 32 ist ein Beispiel eines zweistufiges Stirnradgetriebes mit den Markierungen der minimal bzw. maximal erforderlichen Ölstandshöhen für eine Tauchschmierung und Schmierstoffkanäle hin zu den Lagern ersichtlich.

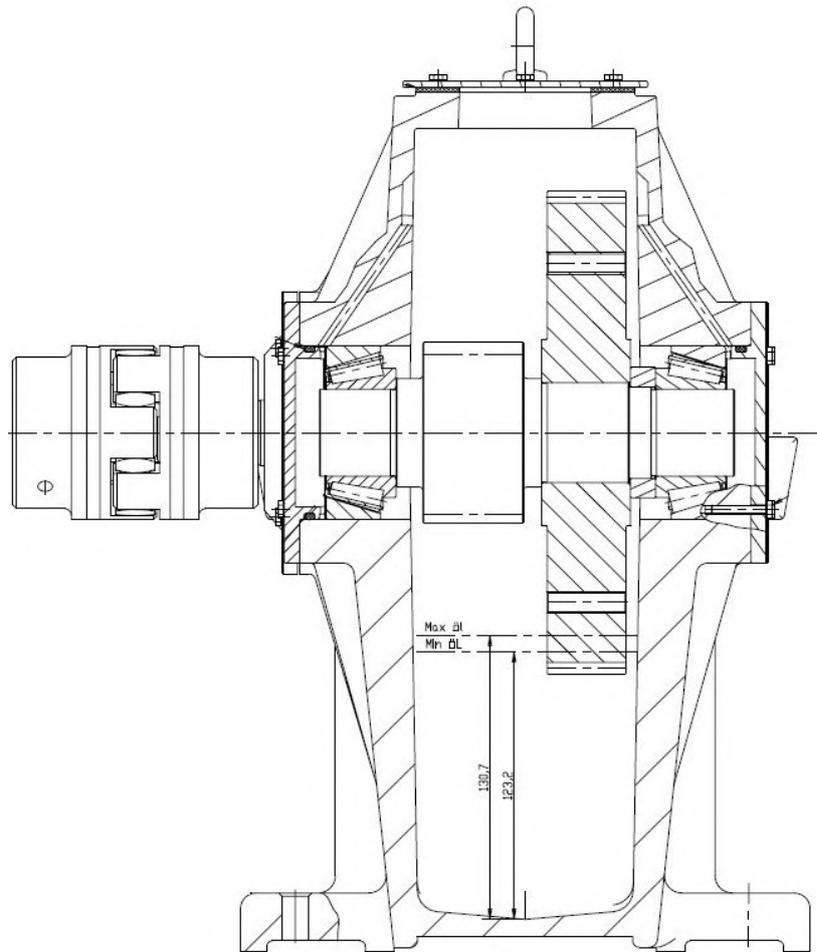


Abbildung 32: Zweistufiges Stirnradgetriebe mit den Markierungen der minimal bzw. maximal erforderlichen Ölstandshöhen für eine Tauchschnierung und Schmierstoffkanäle hin zu den Lagern

2.1.5.2 Einspritzschmierung

Druckgespeiste Systeme müssen einen Filter zum Reinigen des Öls und können auch einen Wärmetauscher zum Kühlen des Öls haben. Für diese Systeme ist es aktiv möglich alle rotierenden Elemente ausreichend zu schmieren und so die Lebensdauer der Komponenten zu verlängern. Der Schmierstoff wird so in der Regel über Düsen direkt auf die Verzahnungen oder andere zu schmierende Maschinenelemente gespritzt. Das System muss unter Berücksichtigung von Viskosität, Durchflussrate und Förderdruck sowie Größe, Anzahl und Platzierung der Sprühdüsen ordnungsgemäß ausgelegt sein. (vgl. [6, S. 73 ff.])

Da der komplexe Wärmeübergangsmechanismus bei der Einspritzkühlung bei schnelllaufenden Zahnrädern nicht genügend beschrieben ist, beruht die Kühlauslegung in hohem Maße auf empirischen Erfahrungswerten. Schnelllaufende Planetengetriebe im „geared Turbofan“ werden durch Einspritzschmierung geschmiert und gekühlt. Dabei gibt es weiterhin Forschungsbedarf und Entwicklungen im Bereich der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion

von schnelllaufenden Getrieben und die Prallkühlung bewegter Wände. (vgl. [32], [33])

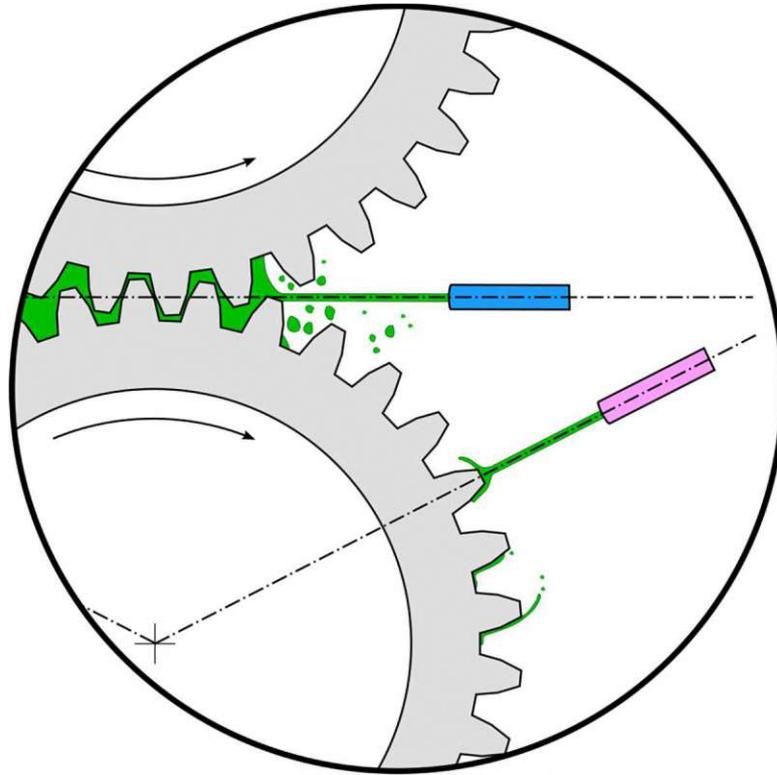


Abbildung 33: Einspritzschmierung in Zahnradgetrieben [32]

2.1.5.3 Wartung

Bei Zahnradantrieben mit Tauchschmierung sollte der Schmierstoff 250 Stunden nach der Erstinbetriebnahme und danach alle 2000 Stunden oder mindestens einmal jährlich ausgetauscht werden. Druckgespeiste Schmiersysteme mit Filtervorrichtungen sollten intern erzeugte Verunreinigungen schneller entfernen, als sie sich im Getriebe ansammeln können. Das Schmiersystem muss in der Lage sein, die in der anwendbaren Anwendungsnorm festgelegten Ölrreinheitsgrade zu erreichen. (vgl. [6, S. 74])

2.2 Luftfahrtgetriebe

Die Triebwerkssysteme Turbojet, Turbofan und Turboprop Staustrahltriebwerk werden in diesem Teil besprochen. Staustrahltriebwerke werden in diesem Zusammenhang auch kurz erwähnt. Die aufgelisteten Triebwerke sind Triebwerkstypen, die zur Bereitstellung von Vortriebsschub für Luftfahrzeuge verwendet werden. Der Schub des Turbostrahls und des Staustrahls ergibt sich aus der Bewegung eines Fluidstrahls, der das Triebwerk verlässt. Daher wird für diese Triebwerke häufig der Name Strahltriebwerk verwendet. Die Turbofan- und Turboprop-Triebwerke (und daraus resultierend auch „geared Turbofan-Triebwerke“) sind Anpassungen des Turbojets, um Schub durch die Verwendung von Propellern zu liefern.

Die verschiedenen Triebwerkssysteme werden nach der Art des Vorschubes in verschiedenen Arten eingeteilt:

- entweder ein schmaler Strom von Antriebskraft mit hoher Geschwindigkeit (Staustrahltriebwerk)
- ein schmaler Strom von Antriebskraft und kein Rotorantrieb (Turbojets)
- ein gewisser Strom von Antriebskraft und ein gewisser mittels Rotorantrieb (Turbofan)
- oder ein großer Propellerantrieb und kleiner Antriebsstrom (Turboprop).

Aufgrund dieser ersten Einteilung werden bereits große Unterschiede in ihren Anwendungsgebieten gemacht.

Turbojets werden angewandt, wenn Sie die Schallgeschwindigkeit überschreiten müssen. Sie verbrauchen wesentlich mehr Treibstoff und sie sind lauter. Dies sind beispielsweise eine der Hauptgründe, warum die Concorde nicht mehr operativ tätig ist und warum die Flugverkehrsgeschwindigkeit seit den 1960er Jahren mehr oder weniger gleichgeblieben ist.

In Abbildung 34 sind die verschiedenen Triebwerkstypen eingezeichnet. Dabei werden der Kraftstoffverbrauch und die mögliche Geschwindigkeit gegenübergestellt. Klar ersichtlich hierbei, dass der Turbojet die größte Geschwindigkeit erreichen kann, allerdings auch in jedem Betriebsbereich unterhalb dieser Geschwindigkeit den höchsten Verbrauch aufweist. Weitaus effizienter, wenn auch bei geringeren Geschwindigkeiten, sind die Triebwerksarten, welche einen Rotor/Propeller für den Hauptschub besitzen.

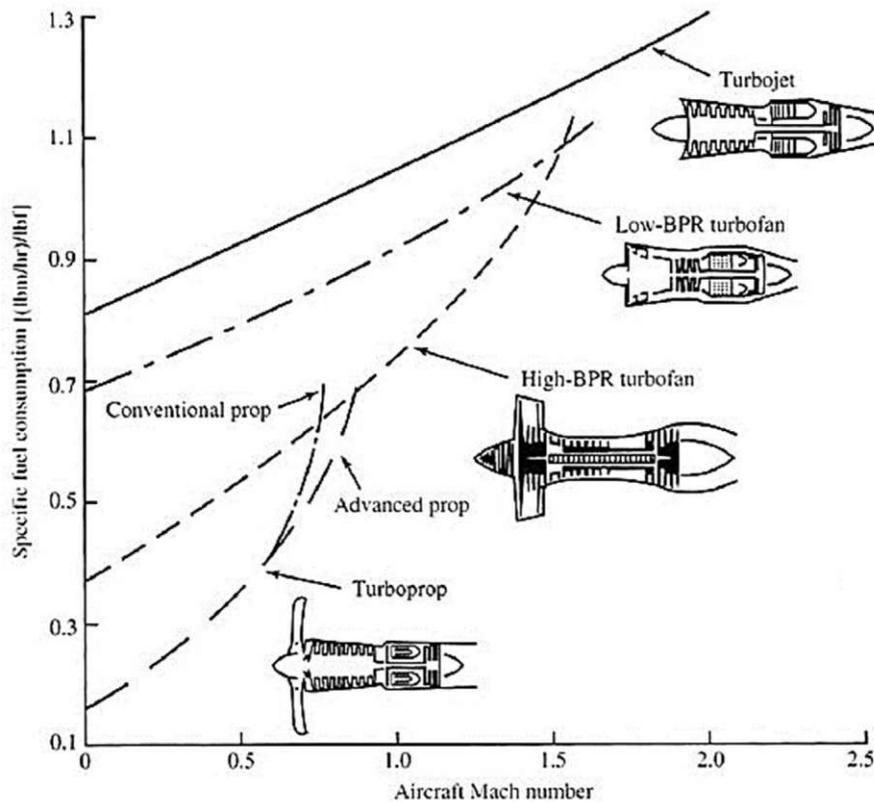


Abbildung 34: Gegenüberstellung des Kraftstoffverbrauchs über die Geschwindigkeit verschiedener Triebwerkstypen [34, Abb. 1.17b]

Ein Hauptmerkmal zur Klassifizierung dieser Triebwerke, welche hauptsächlich von Propellern den Vorschub erhalten, ist das Nebenstromverhältnis. Als Nebenstromverhältnis (Bypass Ratio) versteht man bei einem Zweistrom-Strahltriebwerk das Verhältnis zwischen dem Mantelstrom (wird außen an der Gasturbine vorbeigeführt) und dem Kernstrom (durch die Brennkammer des Triebwerks und stellt Wellenleistung bereit).

Zivile Triebwerke, wie etwa das Pratt & Whitney PW1500G, besitzen ein Nebenstromverhältnis von 12:1 [35]. Militärische Turbofantriebwerke für den Überschallbereich bis etwa Mach 2,5 besitzen ein Nebenstromverhältnis von ca. 0,3:1 (z.B. Snecma M88 von „Safran Aircraft Engines“ [36]) bis über 1:1 (z.B. RB199 der Firma 2MTU Aero Engines“ [37]). Turboprop-Triebwerke erreichen ein Nebenstromverhältnis von etwa 20:1 bis hin zu 100:1 [36].

2.2.1 Turbojet

Der Turbojet ist die einfachste Form eines Turbostrahltriebwerks. Es besteht aus einer Gasturbine, bei der ausschließlich der Abgasstrahl als Antrieb genutzt wird. Die Gasturbine hat einen Lufteinlass, Einlassleitschaufeln, einen Verdichter, eine Brennkammer und eine Turbine. Die komprimierte Luft aus dem Kompressor wird durch Verbrennen von Kraftstoff in der Brennkammer erhitzt und dann durch die

Turbine expandieren gelassen (Turbine wird angetrieben). Das Triebwerk hat in der Regel nur eine Welle, durch die Turbine und Verdichter miteinander verbunden sind. Das Turbinenabgas wird in der Turbine und folglich der Düse expandiert, wodurch es auf eine hohe Geschwindigkeit beschleunigt wird. Durch die hohe Austrittsgeschwindigkeit des Abgasstromes hat es bei niedrigeren Geschwindigkeiten des Fahrzeugs einen geringen Wirkungsgrad und erzeugt einen hohen Lärmpegel.

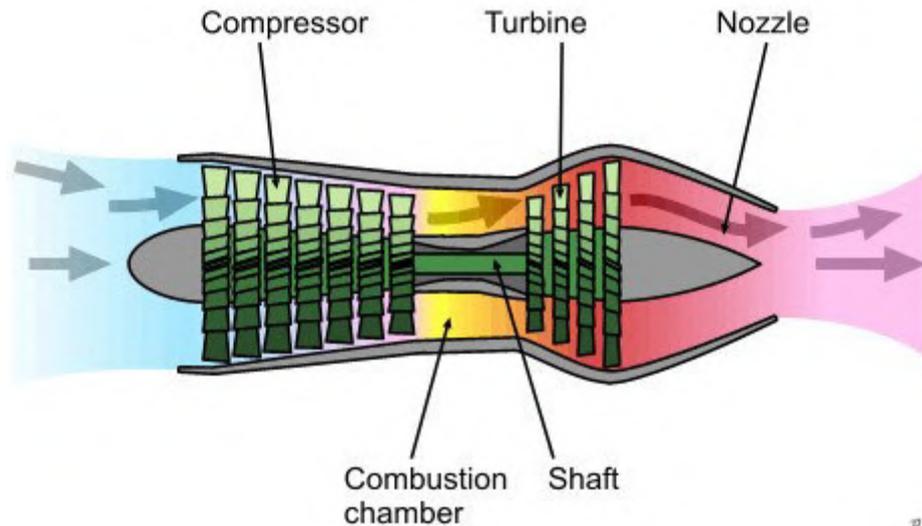


Abbildung 35: Prinzipskizze eines Turbinen-Strahltriebwerks ([38]: Abbildung zugeschnitten)

2.2.2 Mantelstromtriebwerke und „Geared Turbofan“

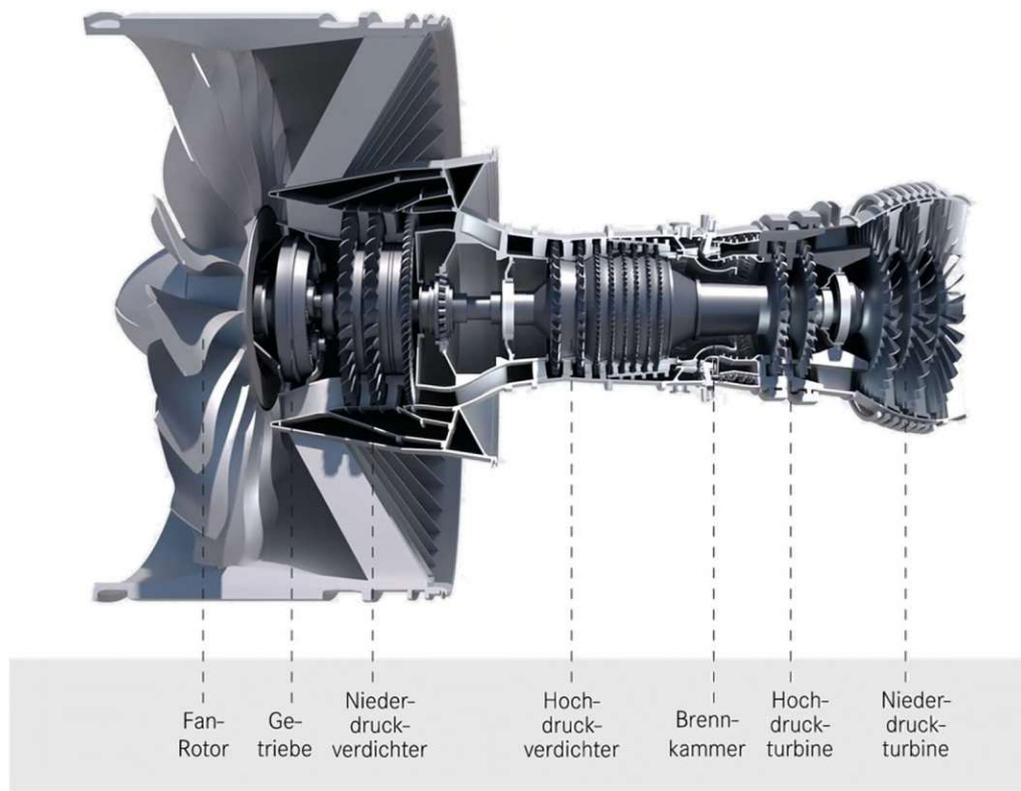


Abbildung 36: Aufbau eines Zweiwellen-Mantelstromtriebwerks mit „geared Turbofan“ [39]

Mantelstromtriebwerke besitzen einen Rotor, der über eine Welle durch die Niederdruckturbine angetrieben wird. In „Geared Turbofans“ folgt auf den Rotor ein Getriebe, welches den Niederdruckverdichter und folglich die Niederdruckturbine vom Rotor entkoppelt. Dadurch ist es möglich, dass alle Komponenten in ihrem jeweiligen Optimum laufen – der Rotor langsamer, die Niederdruckturbine/-verdichter schneller (Genaueres hierzu in Kapitel 2.2.2.1). Die Aufgabe der Verdichter ist es, die Luft anzusaugen und zu komprimieren. Moderne Triebwerke besitzen einen Niederdruck- und einen Hochdruckverdichter. Der Niederdruckverdichter hat die Aufgabe, eine Vorverdichtung zu übernehmen. Der Hochdruckverdichter übernimmt anschließend die Hauptverdichtung. In der dann folgenden Brennkammer wird die einströmende, verdichtete Luft mit Brennstoff vermischt und bei einer Temperatur von rund 1.700 Grad Celsius verbrannt. In der Hochdruckturbine wird die Energie des Gasstroms, welcher mit hohem Druck und Temperatur aus der Brennkammer kommt, in mechanische Energie umgewandelt. Hochdruckturbine und Hochdruckverdichter sitzen wiederum auf derselben Welle. Die Hochdruckturbine treibt somit den Hochdruckverdichter an. Die abschließende Niederdruckturbine treibt dann den Niederdruckverdichter und, über das Getriebe bei einem „geared Turbofan“, den Rotor an. (vgl. [39])

2.2.2.1 Prinzip

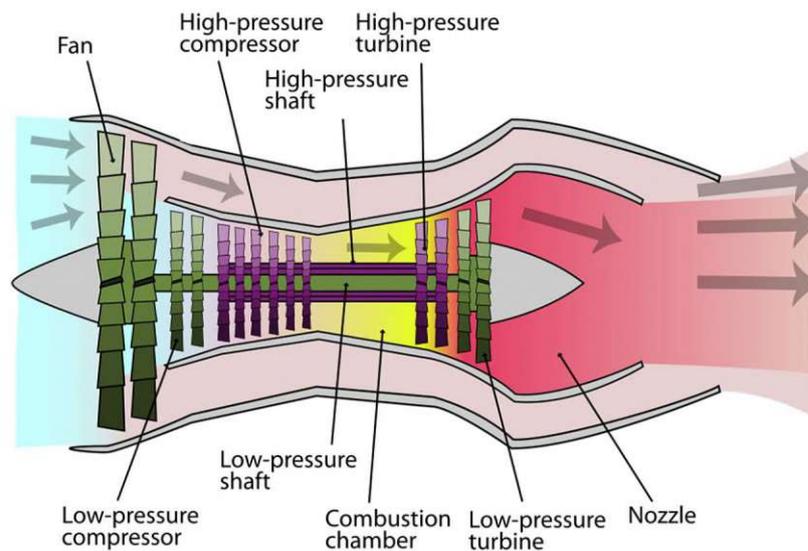


Abbildung 37: Prinzipskizze eines Zweiwellentriebwerks [40]

Der Propeller in Turbofans, welcher den Hauptschub liefert, wird von der Niederdruckturbinen am Auslassende angetrieben. Die Turbinen werden aufgrund der sehr hohen Geschwindigkeit des Abgases mit einer sehr hohen Drehzahl gedreht. Da die Niederdruckturbinen auf derselben Welle sitzen wie der Rotor, wird die maximale Drehzahl der Niederdruckturbinen hauptsächlich durch den Rotordurchmesser bestimmt. Je größer der Rotor, desto langsamer kann er, bei gleichem Luftstrom, auch gedreht werden. Je größer die Blätter des Rotors werden, desto anfälliger sind sie jedoch für hohe Spitzengeschwindigkeiten. Die Turbinen eines Gasturbinentriebwerks an sich rotieren hoch genug, um Blätter des Rotors in Überschallgeschwindigkeit zu schicken. Dies ist sehr laut und ineffizient und beschädigt die Blätterstruktur. Bei nun niedrig gehaltener Drehzahl verliert wiederum die Turbinen an Effizienz und Leistung.

Aus diesen Gründen trägt ein Untersetzungsgetriebe dazu bei, dass die Niederdruckturbinen in einem effizienten Bereich arbeiten und die Propellerdrehzahl trotzdem auf ein ideales Niveau heruntersetzt wird. Turbofans sind wirtschaftlich, sobald das Flugzeug sich mit etwa 1000 km/h in bis zu 10 km Höhe bewegt und eine Reichweite von mehr als 1000 km hat. Dies ist der Grund, warum Turbofans die Turbojets im kommerziellen Verkehr verdrängt haben. (vgl. [41, S. 2 f.]

2.2.2.2 Lärmzertifizierung von Flugzeugen

Die wesentlichen Standards und Regeln für den weltweiten Luftverkehr werden auf internationaler Ebene festgelegt, denn Luftverkehr findet vor allem grenzüberschreitend statt. Um dem weltweiten Luftverkehr einheitliche Regeln zu geben, unterzeichneten im Dezember 1944 Vertreter von 52 Staaten in Chicago einen Vertrag über die internationale Zivilluftfahrt, das sogenannte

Chicagoer Abkommen. Inzwischen sind 193 Staaten Mitglied der Organisation, die ihren Hauptsitz im kanadischen Montréal hat. (vgl. [42])

Das Chicagoer Abkommen wird ständig aktuellen Erfordernissen angepasst. Es hat zurzeit 19 Anhänge. In ihnen sind mittlerweile mehr als 12.000 Standards und empfohlene Verfahren festgelegt. In Anhang 16 des Abkommens geht es um den Umweltschutz im Luftverkehr. Dort finden sich unter anderem die Richtlinien der ICAO für die Lärmzertifizierung von Flugzeugen und für den ausgewogenen Ansatz für den Umgang mit Fluglärm, kurz „Balanced Approach“. (vgl. [42])

Im „Balanced Approach“ sind vier Optionen beschrieben, wobei die ICAO international verbindlich festgelegt hat, dass die drei ersten Punkte eine höhere Priorität haben als der vierte, und dass lärmbedingte Betriebsbeschränkungen nur im Ausnahmefall zu verhängen sind [42] (siehe Abbildung 38):

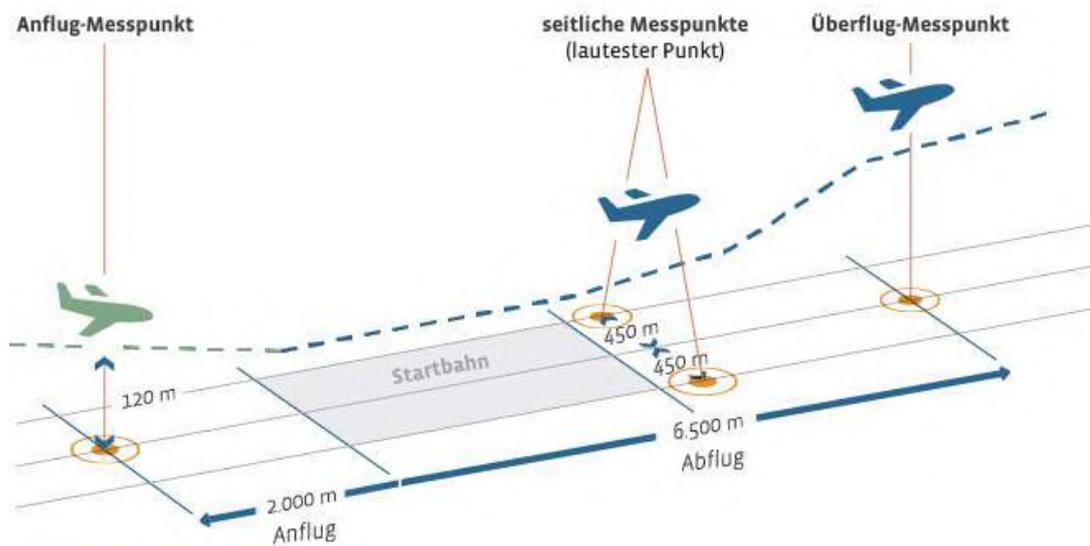
- Lärmreduzierung an der Quelle, also an den Flugzeugen. Dazu gehören der Einsatz lärmarmer Flugzeuge und lärmindernde Maßnahmen bei der Bestandsflotte an Triebwerken, Flügeln und Fahrwerken.
- Lokale Maßnahmen im Flughafenumfeld. Dazu zählen zum Beispiel ein Flächennutzungsplan, der auf die Lärmschutzbereiche abgestimmt ist, passiver Schallschutz und lärmabhängige Start- und Landeentgelte.
- Lärmreduzierende Verfahren in der Luft und am Boden. Zu den innovativen Flugverfahren, die an den Flughäfen erprobt werden, gehören etwa der kontinuierliche Sinkflug sowie satellitengestützte Anflugverfahren. Maßnahmen, die zu einem verringerten Betrieb der Triebwerke im Bodenverkehr führen, reduzieren ebenfalls den Lärm.
- Lärmbedingte Betriebsbeschränkungen. Diese sollen nur zum Zuge kommen, wenn alle anderen Optionen zur Reduzierung der Lärmbelastung ausgeschöpft wurden.



Quelle: UN-Luftfahrtorganisation (ICAO)

Abbildung 38: Leitlinien der UN-Luftfahrtorganisation ICAO zur Reduzierung von Fluglärm [42]

Ohne Lärmzeugnis wird kein Flugzeug zugelassen. Welche Bedingungen und Werte es für die Zertifizierung erfüllen muss und mit welchen Verfahren die Werte ermittelt werden, regelt ebenfalls Anhang 16 des Chicagoer Abkommens. Voraussetzung für eine lärmtechnische Zulassung ist, dass die Flugzeuge an genau definierten Messpunkten bestimmte Lärmwerte nicht überschreiten (siehe Abbildung 39). (vgl. [42])



Quelle: UN-Luftfahrtorganisation (ICAO)

Abbildung 39: Messpunkte für die Lärmzertifizierung von Flugzeugen [42]

Als Bewertungsgröße für die Zulassung von Flugzeugen dient der sogenannte effektiv wahrgenommene Lärmpegel (EPNL). Er wurde von der UN-Luftfahrtorganisation ICAO eingeführt. Die dazugehörige Einheit ist EPNdB und besitzt eine besondere Charakteristik in der Berechnung: Beim effektiv wahrgenommenen Lärmpegel werden die hervorstechenden und als lästig empfundenen Frequenzen der Triebwerke stärker gewichtet. (vgl. [42])

Zwischen dB(A) und EPNdB kann man nicht umrechnen, da sich die Pegelarten grundsätzlich in ihrer physikalischen Zusammensetzung unterscheiden. (vgl. [42])

Die zulässigen Werte hängen von der maximalen Startmasse und von der Anzahl der Triebwerke des jeweiligen Flugzeugtyps ab, sind also praktisch für jeden Typ verschieden. Welche Anforderungen die Flugzeugtypen jeweils erfüllen müssen, regelt das Chicagoer Abkommen in sogenannten Lärmkapiteln. Die aktuellen Düsenflugzeuge entsprechen den Lärmschutzanforderungen der Kapitel 3 und 4, Ende 2017 trat mit Kapitel 14 eine deutliche Verschärfung der Grenzwerte in Kraft (siehe Abbildung 40).

2.2.2.3 Geräuschreduzierung

Ein großer Teil der Geräuschreduzierung ist auf verringerte Lüfterspitzen Geschwindigkeiten zurückzuführen. Bei herkömmlichen Turbofans überschreiten die Lüfterspitzen die Schallgeschwindigkeit, die eine Schalldämpfung erfordert. Getriebeturbofans betreiben den Lüfter mit einer ausreichend niedrigen Drehzahl, um Überschallspitzen Geschwindigkeiten zu vermeiden.

Nur ein Teil der Luft, der durch den Rotor läuft, wird für den Verbrennungsprozess genutzt. Der andere, viel größere Teil, wird durch den Mantel der Turbine beschleunigt. Die heißen Abgase werden aus dem Triebwerk mit hoher Geschwindigkeit und hoher Hitze ausgestoßen und kollidieren mit der kalten atmosphärischen Luft gerade außerhalb des Motors. Diese Kollision erzeugt eine Scherwirkung, die Druckwellen erzeugt. Diese Druckwellen führen zu Lärm.

Dieser Lärm lässt sich durch folgende Überlegungen reduzieren:

- Kältere Abgase am Austritt: Die Bypassluft hüllt entweder wie ein Mantel den Großteil des Kernstroms ab oder er wird mit den Kernabgasen vermischt und dann gemeinsam ausgestoßen.
- Langsamere Austrittsgeschwindigkeit der Gase: Bei einem Turbofan-Triebwerk führt ein größerer Rotor zu langsamer eintretender Luft und folglich auch zu einer geringeren Beschleunigung der Gase.

Der Mantelstrom besitzt eine geringe Geschwindigkeit und Temperatur am Austritt und ist mit all seinen Verkleidungen schallisierend. Nach dem Austritt legt sich der

Luftstrom um den heißen schnellen Strahl des Kernstroms und führt somit zu einer Geräuschreduzierung.

In Abbildung 40 erkennt man die Entwicklung der Lärmgrenzwerte von Flugzeugen von 1977 bis heute. In den letzten 50 Jahren konnte man die geforderte Verminderung des wahrgenommenen Lärmpegels (EPNdB) von 33 EPNdB nicht nur einhalten, sondern auch teilweise erheblich unterschreiten. Durch Technologien wie geared Turbofan, Propellergeometrien, bleiben einige Flugzeugtypen schon heute unter den Grenzwerten des Kapitels 14 (obwohl Kapitel 14 eigentlich erst für Maschinen gelten, welche nach dem 31.12.2017 zugelassen wurden). Dazu gehören beispielsweise die Boeing 747-8, die den Grenzwert des Kapitels 14 um 8,9 EPNdB unterschreitet, und der Airbus A380 (eigentlich nah Kapitel 3), der den Grenzwert um 9,7 EPNdB unterschreitet. [42]

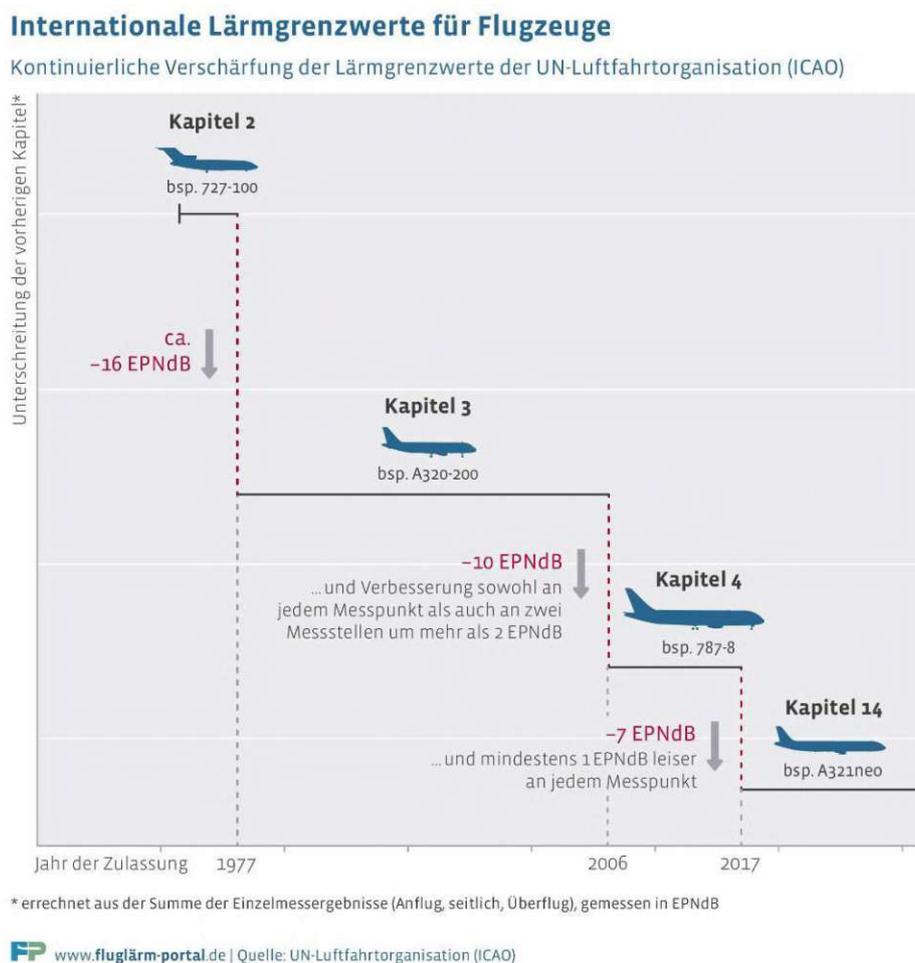


Abbildung 40: Lärmgrenzwertentwicklung der UN-Luftfahrtorganisation (ICAO) 1977 bis 2017 von verschiedenen Flugzeugstypen [42]

Die Entwicklung der Geräuschreduzierung wird weiterhin verfolgt. So hat der europäische Luftfahrtforschungsbeirat (ACARE) in seinem Strategiepapier Flightpath2050 ausgegeben, dass bis zum Jahr 2050 die Lautstärke neuer

Flugzeuge um 65 Prozent sinken soll (im Vergleich zu neuen Flugzeugen im Jahr 2000). Neben der Reduzierung des Fluglärms verfolgt der europäische Forschungsbeirat auch das Ziel, die Kohlendioxidemissionen um 75% und die Stickoxidemissionen um 90% im Luftverkehr zu verringern. (vgl. [43], [44], [45])

2.2.2.4 Lagerung in „geared Turbofans“

Sobald das Leistungsniveau des PW1000G erreicht ist, bleibt bei Wälzlager nur noch sehr wenig Lagertragfähigkeit, um nützliche Leistung zu übertragen. P&W hat dies erkannt und auf Gleitlager umgestellt, die eine höhere Kapazität haben, jedoch weniger effizient sind und viel mehr Wärme erzeugen. Diese Gleitlager stellen eine große Entwicklungshürde dar und verursachen weiterhin Probleme, wenn die Leistungsstufen steigen. Denn damit die Gleitlager funktionieren muss ein hochverlässliches Ölsystem existieren. Die Verlässlichkeit auf eine hydrodynamische Schmierung ist eine Grundvoraussetzung, ohne der die Luftfahrtgesellschaften das Getriebe nicht akzeptieren würden. Die Gestaltung und Dimensionierung dieses Systems ist es auch geschuldet, dass die Entwicklung eines „geared Turbofan“ der mittleren Schubklasse unrentabel erscheinen ließ. Bis heute sind nur wenig Informationen über die Fluidsysteme des PW1000G bekannt. (vgl. [46, S. 17])

2.2.3 Turboprop

In einem Turboprop gibt es oft nur eine Turbinenstufe. Kompressor und Turbine liegen auf einer Welle und über ein Getriebe ist der Propeller verbunden. Zu dem Zeitpunkt, an dem die Luft die Turbine verlässt, verliert sie ihre gesamte Energie und hat fast Umgebungsdruck. Daher wird durch Abgas kein Schub erzeugt. Das Flugzeug wird also vom Propeller, der von einer Turbine durch ein Getriebe angetrieben wird, vorwärts angetrieben (siehe Abbildung 41).

Turboprop Triebwerke sind die wirtschaftlichste Art, ein Flugzeug anzutreiben (siehe Abbildung 34), insbesondere bei kleinen und mittelgroßen Flugzeugen, die nicht geschwindigkeitskritisch sind. Turboprop Flugzeuge benötigen auch nur etwa 30% der Landebahn als Düsenflugzeuge. Weiters können sie eine viel langsamere Abreißgeschwindigkeit (Die Geschwindigkeit, bei der es im Geradeausflug zum Abreißen der Strömung kommt) haben als Düsenflugzeuge und sie können in raueren Umfeldern fliegen als Turbojet-Flugzeuge. (vgl. [41, S. 2 ff.], [47, S. 5–45])

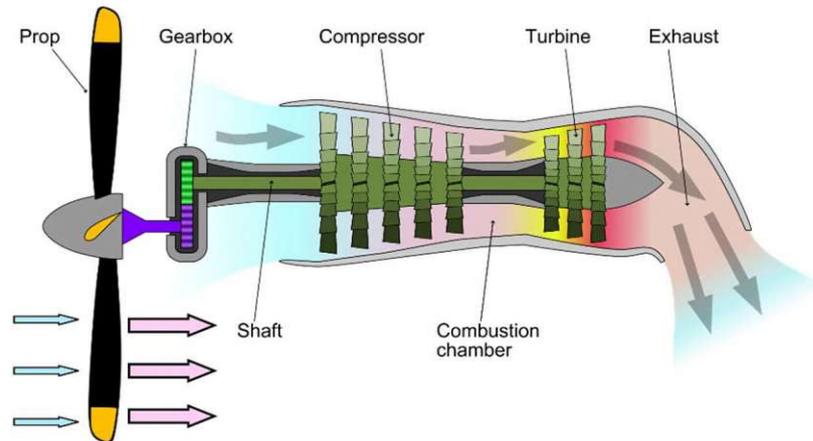


Abbildung 41: Prinzipskizze eines Turboprops mit Einwellentriebwerk [48]

2.2.3.1 Aktuelle Turboprop Flugzeuge

Die größten Turboprops besitzen Antriebsturbinen mit etwa 8203kW. Die TP400-D6 der Firma ITP oder Turboprops der Hersteller Rolls Royce, MTU Aero Engines und Snecma Motors gehören zu den stärksten Triebwerken in diesem Anwendungsgebiet. (vgl. [35], [36], [37]) Turboprop-Getriebe sind im Vergleich zum Antrieb bereits sehr schwer. Bei höheren Leistungsstufen ist es noch schwieriger das Gewicht unter Kontrolle zu halten. Die Vorteile der Drehzahleffizienz können schnell durch das zusätzliche Gewicht des Getriebes aufgewogen werden. Ein leistungsdichtes Getriebe ist dabei wichtig.

Verglichen mit den ca. 30.000PS (22064kW) für das Turbintriebwerk PW1000G der Firma Pratt und Whitney, finden sich die Turboprops in geringeren Leistungsstufen wieder. Dabei handelt es sich bei der PW1000G nur um einen mittelgroßen Turbofan. Der geplante Ultrafan-Prototyp von Rolls-Royce ist für den Markt konzipiert und wird sicherlich zwischen 60.000PS und 100.000PS (44.000kW-73.000kW) besitzen. (vgl. [35], [37], [49])

Die größten Unterschiede zu den Turbofans sind also auch die Leistungsanforderungen, welche größer sind im Vergleich zum Gewichtsbedarf.

2.2.3.2 Geschichte von Propeller Flugzeugen

Die Propellertechnologie entwickelte sich von Beginn der Luftfahrt seit stetig weiter, bis Ende der 1950er Jahre das Turbojet-Triebwerk entwickelt wurde. Denn Propellerblätter konnten mit den, durch den Turbojets versprochenen hohen Geschwindigkeiten, nicht mithalten. Der Propeller verlor allmählich an Gunst und die Luftfahrtindustrie stürzte sich in die Entwicklung der Jet-Antriebstechnologie. Angesichts des enormen Geschwindigkeitsvorteils des Düsenantriebs ignorierten die Fluggesellschaften die Feststellung, dass Propeller die effizientere Antriebsmethode bei Geschwindigkeiten, bis Mach 0,6 seien. Bei geringeren Kraftstoffpreisen von (zu

dieser Zeit um 10 bis 13 Cent pro Gallone³) schien die größere Kraftstoffmenge, die Turbojets und Turbofans benötigten, belanglos im Vergleich zu den leiseren Kabinen und der größeren Geschwindigkeit, Höhe und Entfernung, die sie versprachen. 1958, als die Flugzeugindustrie und die NASA auf eine Zukunft mit hohem Unterschall- und Überschalltransport blickten, endete die Propellerforschung. (vgl. [41, S. 2])

1973 änderten sich die Perspektiven. Kraftstoffknappheit infolge des Ölembargos im Nahen Osten verdreifachte die Kraftstoffpreise und unterbrach den Flugdienst. Treibstoffkosten, die früher nur einen kleinen Teil der Betriebskosten ausmachten, machten bald fast die Hälfte des Budgets einer Fluggesellschaft aus. Plötzlich war die Kraftstoffeffizienz, die lange Zeit hinter den Zielen der Steigerung von Geschwindigkeit, Höhe und Distanz zurückgetreten war, nun ein äußerst dringendes Anliegen. Regierungs- und Industriegruppen suchten nach Methoden zur Reduzierung des Treibstoffverbrauchs bestehender Flugzeuge und Triebwerke. Darum gab es weiterhin Forschungen in Bezug auf Materialien und Formen von Propellern, welche insbesondere die Firma Lewis in den USA und später auch teilweise staatlich unterstützt durch die Kramer Kommission durchführten. (vgl. [41, S. iii.])

Das fortschrittliche Turboprop-Konzept versprach das höchste Kraftstoffeinsparpotenzial von 50 Prozent oder mehr (siehe Abbildung 42).

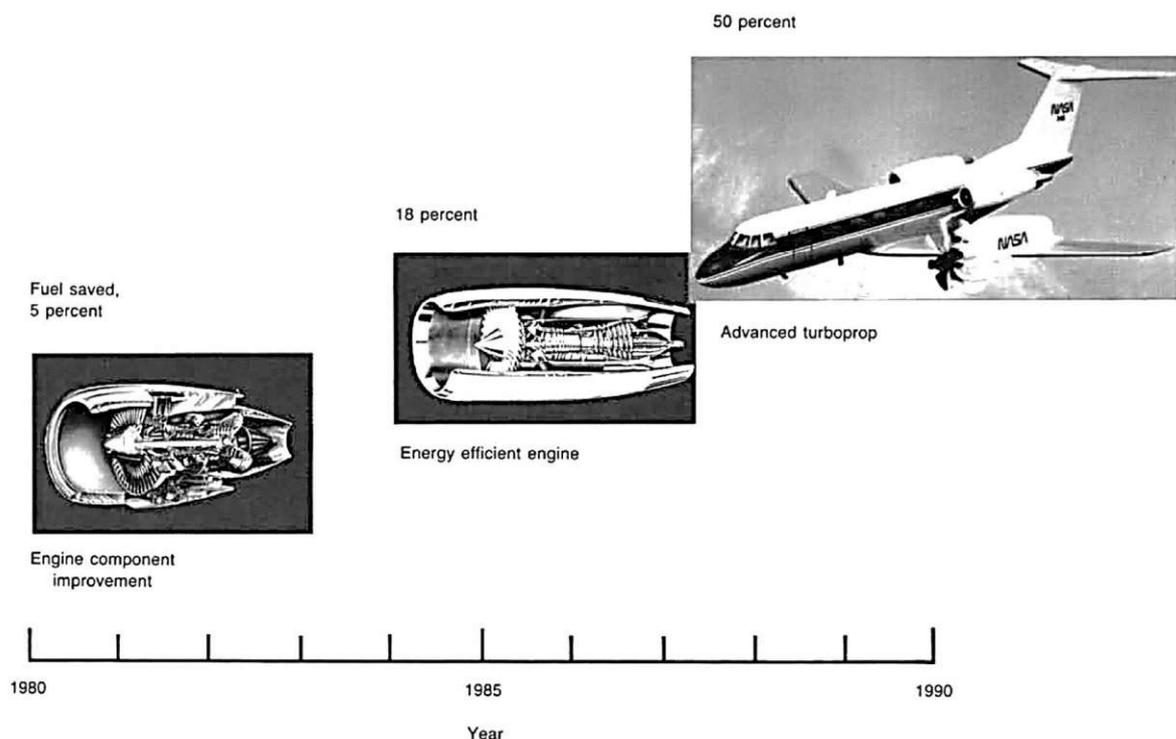


Abbildung 42: Drei Antriebsprojekte im Antriebseffizienzprogramm der NASA [41,

³ Die US-amerikanische Flüssig-Gallone entspricht ca. 3,79 Liter

Abb. 3]

Die Kraftstoffeinsparung um bis zu 50% war technisch als auch politisch ein anspruchsvolles Konzept. Da es immer noch einige Widerstände gab, wurden nur sehr begrenzte Mittel bereitgestellt und zusätzliche Studien mussten durchgeführt werden, um den Wert des fortschrittlichen Turboprops (Advanced Turboprop) zu untermauern und die kritischsten technischen Probleme zu identifizieren. Die RECAT-Studien (Reduced Energy for Commercial Air Transports) von Boeing, McDonnell Douglas und Lockheed zeigten, dass der fortschrittliche Turboprop von allen Elementen des ACEE-Programms die höchste potenzielle Rentabilität hatte, identifizierte jedoch mehrere Bereiche mit technischen Bedenken (Propellereffizienz im Reiseflug, Propeller und Flugzeuginnengeräusche, Installationsaerodynamik und Wartungskosten). Eine Zuverlässigkeitsstudie des Getriebes sowie auch Wartungskostenstudie von Allison und Hamilton Standard reagierte auf eine der größten Bedenken der Branche, indem sie zeigte, dass die höheren Wartungskosten und die geringere Zuverlässigkeit früherer Turboprop-Triebwerke größtenteils auf die ältere Technologie der Kerntriebwerke zurückzuführen waren. Darüber hinaus würden verbesserte Getriebekonstruktionen die Wartungskosten erheblich senken und die Zuverlässigkeit verbessern. Diese Ergebnisse sowie frühere Studien, die die Kraftstoffeffizienzvorteile des Turboprops zeigten, führten zu einer größeren Akzeptanz bei den Fluggesellschaften. (vgl. [41, S. 2 f.]

2.2.3.2.1 Geräusentwicklung

Eines der größten Probleme für Turboprops waren die Geräusche. Dabei ging es nicht nur um Geräusche, die durch die Luft übertragen werden, sondern auch um strukturelle Anregungen aus Getriebe und Motor und dem Propeller, welche über den Rumpf übertragen werden können. (vgl. [41, S. 26 f.]

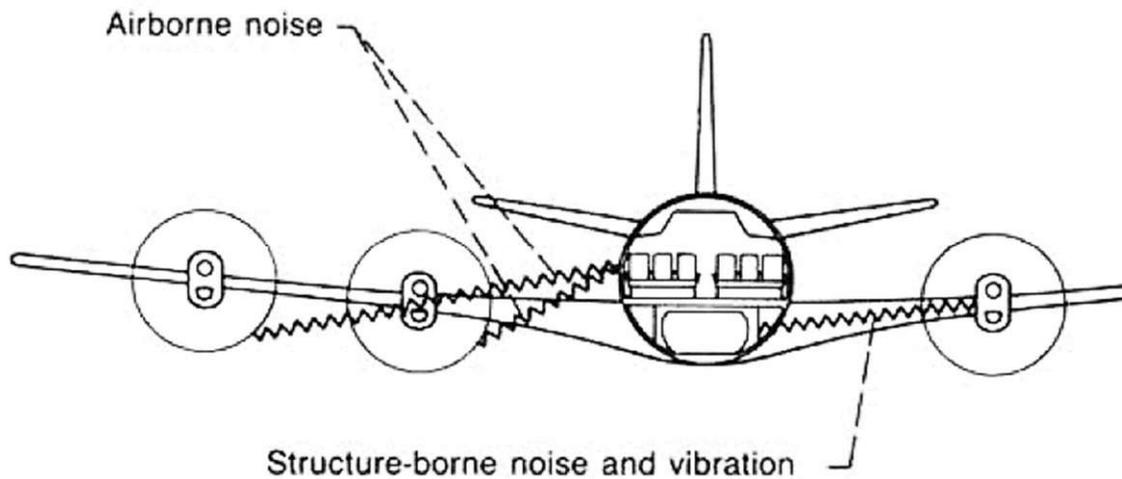


Abbildung 43: Entwicklung von Lärm in Flugzeugkabinen. [41, Abb. 26]

Forschungen beliefen sich auf die Drehrichtung der Propeller, gegenläufige Propeller, Anordnungen von Propeller- Antrieben, Flügel Konfigurationen, usw. (vgl. [41, S. 26 f.])

2.2.3.2.2 Antriebskonzept

Die Firma Lewis erteilte 1984 Aufträge an Allison und Pratt & Whitney, um ein fortschrittliches Getriebe zu entwerfen und zu testen, welches eine Mindestlebensdauer von 20.000 bis 30.000 Stunden und eine Leistung von 7,3 bis 11,7MW aufweist. Das Getriebe sollte einen Wirkungsgrad von über 99 Prozent haben, leicht und leicht zugänglich sein und geringe Anschaffungs- und Wartungskosten haben. Beide Hersteller haben die Getriebekonstruktionen und die Fertigung abgeschlossen. Aber bevor das Pratt & Whitney-Getriebe betrieben werden konnte, zwangen Finanzierungsbeschränkungen die NASA, die Bemühungen einzuschränken. (vgl. [41, S. 40 ff.])

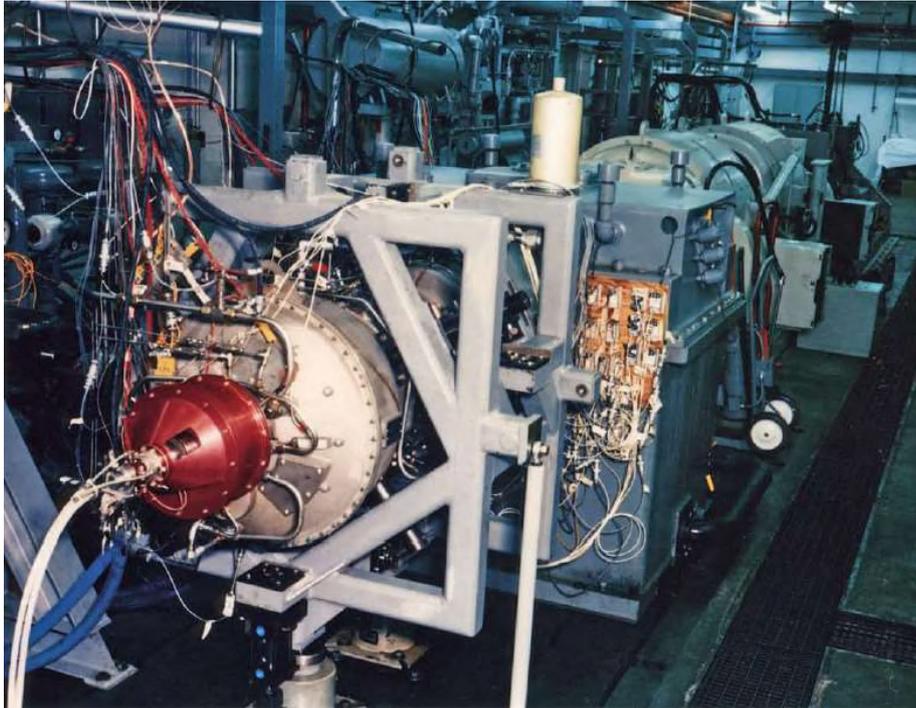


Abbildung 44: Getriebetests am Prüfstand 1986 der Firma Allison [41, Abb. 50]

Allison entschied sich jedoch dafür, das Programm auf eigene Kosten fortzusetzen. Bis 1986 hatte Allison 17 Teststunden in ihrer eigenen Einrichtung absolviert (siehe Abbildung 44). Alle Teile waren beim Abbau nach dem Test in ausgezeichnetem Zustand. Da Allison plante, ein ähnliches Getriebedesign in ihrem Motor zu verwenden, ließen sie 1987 einen zusätzlichen 50h-Ausdauer-Test durchführen, um das Design zu verifizieren. (vgl. [41, S. 41])

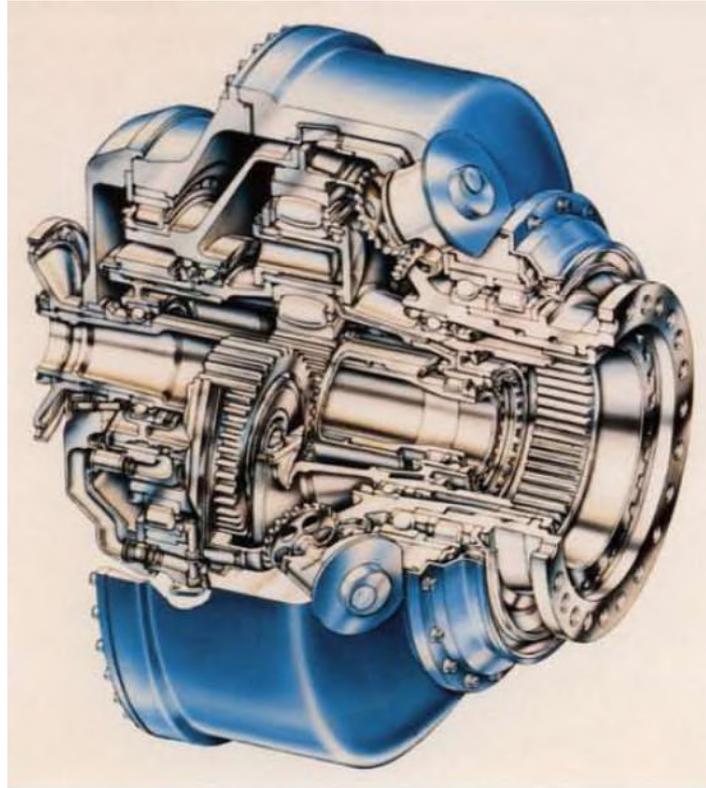


Abbildung 45: Getestetes Getriebe der Firma Allison und Pratt & Whitney [41, Abb. 49]

2.2.4 Gesetzliche Grundlagen

Neben „Zertifizierungsspezifikationen“ (Certification Specification, CS) wird in folgenden Kapiteln auch auf „Annehmbare Nachweisverfahren“ (Acceptable Means of Compliance, AMC) eingegangen. Diese sind unverbindliche, von der EASA akzeptierte Standards, die veranschaulichen, in welcher Weise die Einhaltung der Grundverordnung und ihrer Durchführungsbestimmungen erreicht werden kann. Diese sind somit nicht gesetzgeberischer Natur, werden allerdings für eine Vereinheitlichung empfohlen.

Die nun folgenden Gesetzestexte und Spezifikationen wurden im englischen Original verfasst und für diese Arbeit ins Deutsche übersetzt. Die verwendeten Übersetzungen beruhen auf der offiziellen deutschen Übersetzung des Gesetzestextes, sofern eine solche verfügbar war. Wenn keine offizielle Übersetzung vorhanden war, wurde der Text vom Autor / der Autorin dieser Arbeit übersetzt.

2.2.4.1 Regelungen Luftfahrtgetriebe für kleine Flugzeuge nach [50]

Im Folgenden wird auf die EASA-Zertifizierungsspezifikationen für Flugzeuge der Normal-, Gebrauchs- und Kunstflugkategorien nach CS-23 eingegangen. Das Dokument enthält alle Zertifizierungsspezifikationen und akzeptable Nachweisverfahren, welche für eine Zulassung durchgeführt werden müssen.

Dieser Lufttüchtigkeitscode gilt für Flugzeuge der Normal-, Gebrauchs- und Kunstflugkategorien mit einer Sitzplatzkonfiguration, ohne Pilotensitz(e), von neun oder weniger und einem maximal zugelassenen Startgewicht von 5670 kg (12 500 lb) oder weniger und Propellergetriebene zweimotorige Flugzeuge der Kategorie Pendlers mit einer Sitzplatzkonfiguration, ohne Pilotensitz(e), von neunzehn oder weniger und einem höchstzulässigen Startgewicht von 8618 kg (19 000 lb) oder weniger. (vgl. [50])

In den Spezifikationen werden keine direkten Anforderungen an ein Getriebe gestellt, welches zwischen Propeller und Antrieb sitzt. Jedoch gibt es einzelne Absätze, welche mit dem Turbinenriebwerksgetriebe stehen und dadurch berücksichtigt werden müssen.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Installation [50, Art. CS 23.901 (b)]:

Jeder Antriebsstrang muss konstruiert und angeordnet werden:

- (1) Gewährleistung eines sicheren Betriebs bis zur maximalen Höhe, für die eine Genehmigung beantragt wird.
- (2) Für notwendige Inspektionen und Wartungsarbeiten zugänglich sein.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Installation [50, Art. CS 23.901 (d)]:

Jede Turbinenriebwerksanlage muss so gebaut und angeordnet sein, dass die Schwingungseigenschaften der Rumpfkonstruktion die, bei der Musterzulassung des Triebwerks, festgelegten Werte nicht überschreiten.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Motoren und Hilfsaggregate [50, Art. CS 23.903 (c)]:

Motorisolierung: Die Antriebsaggregate müssen so angeordnet und voneinander isoliert sein, dass der Ausfall oder die Störung eines Motors oder der Ausfall oder die Störung (einschließlich der Zerstörung durch Feuer im Motorraum) eines Systems, das einen Motor beeinträchtigen kann, zumindest in einer Konfiguration :

- (1) nicht den weiteren sicheren Betrieb der übrigen Motoren oder
- (2) nicht ein sofortiges Eingreifen eines Besatzungsmitglieds für den weiteren sicheren Betrieb des verbleibenden Motors erforderlich machen.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Propeller [50, Art. CS 23.905 (b)]:

Motorleistung und Propellerwellendrehzahl dürfen die Grenzwerte, für die der Propeller zugelassen ist, nicht überschreiten.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Propeller [50, Art. CS 23.905 (h)]:

Alle Motorverkleidungen, Zugangsklappen und andere abnehmbare Teile müssen so konstruiert sein, dass sie sich nicht vom Flugzeug lösen und den Propeller berühren können.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Eisschutz der Triebwerksanlage [50, Art. CS 23.929]:

Propeller und andere Komponenten kompletter Triebwerksanlagen müssen gegen die Ansammlung von Eis geschützt werden, soweit dies erforderlich ist, um einen zufriedenstellenden Betrieb ohne nennenswerten Schubverlust zu ermöglichen, wenn sie unter den Vereisungsbedingungen betrieben werden, für die die Zulassung beantragt wird.

Subpart E – Powerplant: Allgemein, Umkehrsysteme [50, Art. CS 23.933 (b) (1)]:

Jedes System muss so ausgelegt sein, dass kein einzelnes Versagen (oder eine vernünftigerweise wahrscheinliche Kombination von Versagen) oder eine Fehlfunktion des Systems unter allen zu erwartenden Betriebsbedingungen zu unerwünschtem Umkehrschub führt. Das Versagen von Bauteilen braucht nicht berücksichtigt zu werden, wenn diese Art von Versagen äußerst unwahrscheinlich ist.

Subpart E- Powerplant: Ölsystem [50, Art. CS 23.1011 (b)]:

Jeder Motor und jedes Hilfsaggregat muss über ein unabhängiges Ölsystem verfügen, das ihn mit einer angemessenen Ölmenge bei einer Temperatur versorgen kann, die nicht über der für den Dauerbetrieb notwendigen, sicheren Temperatur liegt.

Subpart E- Powerplant: Ölsystem, Ölleitungen [50, Art. CS 23.1017 (b) (3)]:

Der Entlüfter mündet nicht in das Luftansaugsystem des Motors.

Subpart E- Powerplant: Ölsystem, Ölleitungen [50, Art. CS 23.1017 (b) (5)]:

Der Entlüftungsauslass ist gegen Verstopfung durch Eis oder Fremdkörper geschützt.

Subpart E- Powerplant: Ölsystem, Kühlsystem [50, Art. CS 23.1041]:

Die Kühlvorkehrungen für Triebwerks- und Hilfstriebwerke müssen die Temperaturen von Triebwerkskomponenten und Triebwerksflüssigkeiten sowie Komponenten und

Flüssigkeiten von Hilfstriebwerken innerhalb der für diese Komponenten und Flüssigkeiten festgelegten Grenzwerte, unter den widrigsten Boden-, Wasser- und Flugbetriebsbedingungen bis zur maximalen Höhe der maximalen atmosphärischen Umgebungstemperatur, für die eine Genehmigung beantragt wird, aushalten.

Subpart E- Powerplant: Ölsystem, Kühlsystem [50, Art. CS 23.1043 (b)]

Es muss eine maximale atmosphärische Umgebungstemperatur festgelegt werden, die Bedingungen auf Meereshöhe von mindestens 38 °C (100 °F) entspricht. Die angenommene Temperaturabfallrate beträgt 2 °C (3,6 °F) pro 305 m (1000 Fuß) Höhe über dem Meeresspiegel, bis eine Temperatur von -56,5 °C (-69,7 °F) erreicht ist. Oberhalb dieser Höhe gilt die Temperatur als konstant bei -56,5 °C (-69,7 °F). Für Überwinterungsanlagen kann der Antragsteller jedoch eine maximale atmosphärische Umgebungstemperatur wählen, die Bedingungen auf Meereshöhe von weniger als 38 °C (100 °F) entspricht.

2.2.4.2 Regelungen Antriebe von Luftfahrzeugen nach CS-E [51]

Book 2 Subpart E- Turbine Engines; Beschreibung [51, Art. AMC to CS-E 850 (1) (a)]:

Eine Welle ist das System, das das Drehmoment zwischen dem Antriebsflansch (z. B. Turbine) und dem System, das diese Leistung nutzt (z. B. Propeller/Ventilator) und bei dem die mechanischen Zwänge hauptsächlich torsionell sind. Dazu gehört auch jedes Triebwerksgetriebe.

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Vibrationsuntersuchungen [51, Art. CS-E 650 (a), AMC to CS-E 650 (2)]

Jedes Triebwerk muss Schwingungsmessungen unterzogen werden, um festzustellen, ob die Schwingungseigenschaften derjenigen Komponenten, die mechanisch oder aerodynamisch induzierten Schwingungserregungen ausgesetzt sein können über den gesamten angegebenen Flugbereich akzeptabel sind. Die Triebwerksuntersuchungen und ihr Umfang müssen auf einer angemessenen Kombination aus Erfahrung, Analyse und Komponententests beruhen und müssen mindestens folgende Komponenten umfassen: Schaufeln, Leitschaufeln, Rotor-scheiben, Abstandshalter und Rotorwellen (und damit Getriebe).

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Maximale Motorüberdrehzahl [51, Art. CS-E 830 (b) (2)]

Testkonditionen: ... Wenn jedoch die maximale Überdrehzahl (Over-Speed) nicht bei der maximalen Turbineneintrittstemperatur auftreten kann, muss für die

Genehmigung des Wellensystems die höchste Temperatur, die unter den Bedingungen der maximalen Überdrehzahl auftreten kann, verwendet werden.

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Verdichter-, Ventilator- und Turbinenwellen [51, Art. CS-E 850 (a) (1) and (2)]

(1) Es muss nachgewiesen werden, dass Ausfälle der Wellensysteme keine gefährlichen Auswirkungen auf den Motor haben.

(2) Es muss nachgewiesen werden, dass die Wellensysteme so ausgelegt sind, dass Ausfälle voraussichtlich maximal mit einer bestimmten Häufigkeit auftreten werden.

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Verdichter-, Ventilator- und Turbinenwellen [51, Art. CS-E 850 (b) (1)]

Nicht gefährliche Wellenausfälle. Wenn behauptet wird, dass Ausfälle der Wellensysteme keine gefährlichen Auswirkungen auf den Motor haben, wird in der Regel ein Versuch verlangt, um die Folgen dieser Wellenausfälle nachzuweisen, es sei denn, es wird vereinbart, dass die Folgen ohne weiteres vorhersehbar sind.

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Bedingungen in der Prüfeinrichtung [51, Art. AMC to CS-E 800 (2) (d)]

Werden Turboprop- oder Turbowellenmotoren unter Verwendung einer alternativen Belastungsvorrichtung geprüft, die ein anderes Ansprechverhalten des Motors hervorrufen könnte, als wenn der Motor mit einem Propeller gekoppelt oder im Luftfahrzeug eingebaut ist, sollte die Schnittstelle mit der Prüfeinrichtung und den Luftfahrzeug- oder Propellersystemen während der Prüfung überwacht werden, um festzustellen, wie der Motor in einem repräsentativen Einbau reagieren würde, und um sicherzustellen, dass der Motor dann den Spezifikationen entspricht.

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Gefährliches Versagen von Wellensystemen [51, Art. AMC to CS-E 850 (3)]

Im Allgemeinen hat die Erfahrung gezeigt, dass Wellenausfälle mit einer Häufigkeit von mehr als einer Wahrscheinlichkeit von 10^{-7} pro Motorflugstunde auftreten.

Daher sollten Wellensysteme gemäß CS-E 850 (a)(1) ausfallsicher ausgelegt werden. Nach CS-E 850 (a)(3) wird jedoch akzeptiert, dass dies bei konventionellen Konstruktionen nicht für alle Teile eines Wellensystems möglich ist, aber die Anwendung dieser Bestimmung sollte streng begrenzt werden.

Zwei mögliche gefährliche Auswirkungen eines Versagens der Welle sollten besonders berücksichtigt werden: die Freisetzung des gesamten Propellers oder eine Überdrehzahl der Turbine.

Die Erfahrungen der Industrie mit Wellenausfällen sollten unter CS-E 850 (b)(2)(v) berücksichtigt werden. Insbesondere die folgenden Ausfallarten haben alle zu Wellenausfällen im Betrieb geführt:

- Verschleiß eines Lagers, die zu einem Kreisen der Welle und anschließendem Kontakt zwischen der Welle und anderen rotierenden oder statischen Teilen führt.
- Korrosion im Inneren des Wellensystems
- Instabilität des Kraftstoffflusses im Motorsteuerungssystem, was zu einer Resonanz im Wellensystem führt
- Ölbrand um das Wellensystem herum
- Aufprall von Heißluft auf die Welle
- Ausfall des Lagers
- Versagen aufgrund einer Spannungskonzentration
- Verlust der Schmierung einer Verzahnung

Darüber hinaus sollten Merkmale wie Keilnuten, Ölzuführungsbohrungen, Kupplungen, mit der Welle integrierte Lagerbahnen und Dichtungsrippen nachweislich gut ausgelegt werden und bewährte und validierte Beanspruchungstechniken angewendet werden.

Wenn die Bewertung zur Einhaltung von CS-E 850 (b)(2)(iii) darin besteht, dass ein umweltbedingtes Versagen des Wellensystems ausgeschlossen werden kann, ist die Fähigkeit zur Inspektion des kritischen Abschnitts des Wellensystems in Intervallen zu inspizieren und die Angemessenheit der Inspektionsmethode sollte berücksichtigt werden. Der Ausfall eines Wellenabschnitts, der gefährliche Auswirkungen auf den Motor haben könnte, in einem Bereich, der die Inspektion des kritischen Abschnitts gemäß dem Handbuch erschweren würde, ist möglicherweise nicht akzeptabel

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Gefährliches Versagen von Wellensystemen - Konstruktionsphase [51, Art. AMC to CS-E 850 (4) (a)]

Die folgenden Aspekte sollten bei der Bewertung berücksichtigt werden Ursachen und Wahrscheinlichkeiten des Versagens einer Welle -

- i. Das Potenzial für und die möglichen Auswirkungen von unentdeckten Materialfehlern;
- ii. Die Auswirkungen der konstruktionsbedingten Fertigungstoleranzen;
- iii. Reibung zwischen einem drehmomentbelasteten Abschnitt der Welle und angrenzenden Oberflächen (z. B. andere Wellen, Öldichtungen, Luftdichtungen) in einem Ausmaß, dass eine erhebliche Überhitzung oder eine Verringerung der Festigkeit auftreten könnte;

- iv. ... Die Möglichkeit, das Lager vom restlichen Wellensystem zu isolieren und damit die Schadenstoleranz des Systems zu erhöhen, sollte in Betracht gezogen werden;
- v. Die Auswirkung eines wahrscheinlichen Motorbrandes auf das Wellensystems und die Notwendigkeit, eine Frühwarnung vor möglichen internen Bränden zu geben;
- vi. Die Auswirkung von Belastungen auf die Welle, die durch Stoßbelastungen infolge von Vogelschlägen, Blattausfällen usw. übertragen werden könnten.
- vii. Die Auswirkung von Schwingungsbelastungen auf die Welle, z. B. aufgrund von Schwingungen des Kraftstoffsystems.

Book 1 Subpart E- Turbine Engines; Gefährliches Versagen von Wellensystemen - Konstruktionsphase [51, Art. AMC to CS-E 850 (4) (b)]

Das Wellensystem sollte den folgenden Untersuchungen und/oder Prüfungen unterzogen werden, um die Konstruktionsbewertung und die Einhaltung der Ziele von CS-E 850 (a) zu unterstützen.

- i. Dehnungsmessstreifen oder andere geeignete Untersuchungsmethoden, um die Spezifikationen für die Schwingungsmessung nach CS-E 650 zu erfüllen und um sicherzustellen, dass die Welle unter allen wahrscheinlichen Betriebsbedingungen des Motors nicht in nennenswertem Umfang schwingt.
- ii. Bewertung der Ermüdung jeder Welle im Torsionsbetrieb, um ihre voraussichtliche sichere Lebensdauer zu bestätigen. Ein oszillierendes Drehmoment, das dem in einer repräsentativen Anlage vorgesehenen Höchstwert entspricht, aber nicht weniger als ± 5 % des normalen maximalen stationären Drehmoments beträgt, sollte diesem stationären Drehmoment überlagert werden. Darüber hinaus sollten auch alle hochfrequenten Schwingungen sowie eine mögliche Wellenbiegung berücksichtigt werden.
- iii. Erforderlichenfalls Bestätigung der angenommenen Belastungen durch statische Festigkeitsprüfungen.

2.2.4.3 Zertifizierung von zivilen Drohnen 2019/947 nach [52]

Die „Easy Access Rules for Unmanned Aircraft Systems (Regulations (EU) 2019/947 and 2019/945)“ enthalten die Regeln und Verfahren für den Betrieb von unbemannten Luftfahrzeugen. Beide Dokumente spezifizieren jedoch keine Einschränkungen hinsichtlich Antriebsstrang. Im Hinblick auf die Ausarbeitung müssen somit keine Einschränkungen diesbezüglich eingeplant werden. (vgl. [52], [53])

Die Durchführungsverordnung (EU) 2019/947 der Kommission, die seit dem 31. Dezember 2020 in allen EU-Mitgliedstaaten, einschließlich Norwegen und Lichtenstein, gilt, deckt die meisten Arten des zivilen Drohnenbetriebs ab und deren

Risikograd. Diese Verordnung enthält detaillierte Bestimmungen für den Betrieb unbemannter Luftfahrzeugsysteme sowie für das Personal, darunter auch für Fernpiloten und an diesem Betrieb beteiligte Organisationen. (vgl. [52, Arts. 1–2])

Sie definiert weiters drei Kategorien des zivilen Drohnenbetriebs: die „offene“, die „spezifische“ und die „zertifizierte“ Kategorie (vgl. [52, Arts. 3–6]):

- Die Kategorie „offen“ richtet sich an den zivilen Drohnenbetrieb mit geringerem Risiko in, bei dem die Sicherheit gewährleistet ist, sofern der zivile Drohnenbetreiber die entsprechenden Anforderungen für seinen beabsichtigten Betrieb erfüllt. Diese Kategorie ist in drei Unterkategorien unterteilt, nämlich A1, A2 und A3. Betriebsrisiken in der Kategorie „offen“ gelten als gering und daher ist vor Beginn eines Fluges keine Betriebsgenehmigung erforderlich.
- Die Kategorie „speziell“ umfasst riskantere zivile Drohneneinsätze, bei denen die Sicherheit vom Drohnenbetreiber gewährleistet wird, indem er vor Beginn des Einsatzes eine Betriebsgenehmigung von der zuständigen nationalen Behörde einholt. Zur Erlangung der Betriebserlaubnis muss der Drohnenbetreiber eine Gefährdungsbeurteilung durchführen, in der die für den sicheren Betrieb der zivilen Drohne(n) erforderlichen Anforderungen ermittelt werden.
- Die Kategorie „zertifiziert“ umfasst die Operationen mit dem höchsten Risikoniveau. Zukünftige Drohnenflüge mit Passagieren an Bord wie zum Beispiel das Lufttaxi werden in diese Kategorie fallen. Der Ansatz zur Gewährleistung der Sicherheit dieser Flüge wird dem für die bemannte Luftfahrt sehr ähnlich sein. Luftfahrzeuge dieser Kategorie müssen immer zugelassen sein (d. h. über eine Musterzulassung und ein Lufttüchtigkeitszeugnis verfügen), der UAS-Betreiber benötigt eine von der zuständigen Behörde ausgestellte Luftverkehrsbetreibergenehmigung und der Fernpilot muss im Besitz einer Pilotenlizenz sein.

Die EASA beschloss, die Aktivität der Zertifizierung in mehreren Phasen durchzuführen und sich zunächst mit den folgenden drei Arten von Operationen zu befassen [54]:

1. Operationstyp Nr. 1: Internationaler Flug mit zertifizierten Frachtdrohnen, der nach Instrumental Flight Rule (IFR) in den Luftraumklassen A-C durchgeführt wird und auf Flugplätzen im Geltungsbereich der EASA startet und landet. Zum Beispiel ein unbemannter A320, der eine Fracht von Paris nach New York transportiert.
2. Operationstyp Nr. 2: Drohnenoperationen in städtischen oder ländlichen Umgebungen unter Verwendung vordefinierter Routen in Lufträumen, in denen U-Space-Dienste bereitgestellt werden. Dies schließt den Betrieb von unbemannten Drohnen ein, die Passagiere oder Fracht befördern. Zum

Beispiel Flugtaxi oder Paketdienste, die direkt auf Ihren Balkon oder Ihr Hausdach oder Ihren Vorgarten kommen.

3. Operationstyp Nr. 3: Operationen wie in Type Nr.2, jedoch durchgeführt mit einem Flugzeug mit einem Piloten an Bord. Eigentlich soll dies die erste Art von Flugtaxi-Betrieb abdecken, bei dem der Pilot an Bord sein wird. In einer zweiten Phase wird das Flugzeug ferngesteuert (Betriebsart 2)

Für die Bewertung des Betriebsrisikos muss neben der Beschreibung der Merkmale auch die Identifizierung der Maßnahmen enthalten, welche am Boden und in der Luft durchgeführt werden können zur Risikominderung (Bevölkerungsdichte der überflogenen Bereiche, Abmessungsmerkmale des unbemannten Luftfahrzeugs, Luftraumklasse, Auswirkungen auf den sonstigen Luftverkehr und das Flugverkehrsmanagement (ATM), ...). (vgl. [54])

Für die Bewertung ist ein im Hinblick auf die spezifischen Merkmale des UAS-Betriebs angestrebtes Sicherheitsniveau vorzuschlagen, das dem der bemannten Luftfahrt gleichwertig ist. (vgl. [54])

2.2.4.4 Zertifizierung von zivilen Drohnen 2019/945

Diese Verordnung enthält die Anforderungen an die Konstruktion und Herstellung unbemannter Luftfahrzeugsysteme (im Folgenden „UAS“), die für den Betrieb gemäß den in der Durchführungsverordnung (EU) 2019/947 festgelegten Vorschriften und Bedingungen bestimmt sind. (vgl. [48, Art. 1–3])

2.3 CSD - Constant speed drive



Abbildung 46: Constant Speed Drive (CSD) für eine Boeing 727, hergestellt von der Firma „Sundstrand Corporation“

Ein Constant Speed Drive ist eine Art von Getriebe, das die Eingangswelle, die sich mit einer variablen Drehzahl dreht, aufnimmt und diese Leistung an eine Ausgangswelle weitergibt, die sich mit konstanter Drehzahl dreht.

Eine konstante Drehzahl wird für Nebenaggregate wie Generatoren, Kraftstoffpumpen und Hydraulikpumpen verwendet. Die konstante Drehzahl, unabhängig von Änderungen der Motordrehzahl oder -last, wird entweder elektrisch, oder durch einen hydraulischen oder mechanischen Regler erreicht, der den Durchfluss der Hydraulikflüssigkeit zu einem Axialkolbenhydraulikmotor steuert. Weiters trägt der CSD dazu bei, die motorgetriebenen Nebenaggregate vor Schäden zu schützen, indem er verhindert, dass sie übermäßigen Drehzahlen oder Belastungen ausgesetzt werden.

In modernen Flugzeugen ist der CSD oft mit einem Generator zu einer einzigen Einheit kombiniert, die als "Integrated Drive Generator" (IDG) bezeichnet wird. IDGs

werden vor allem in Triebwerken von Verkehrs- und Militärflugzeugen eingesetzt, um den Wechselstromgenerator anzutreiben. Dadurch wird die richtige Spannung mit einer konstanten Wechselstromfrequenz erzeugt, welche in der Regel dreiphasig 115VAC bei 400Hz beträgt, denn das Wechselstromsystem moderner ziviler Düsenflugzeuge ist im Wesentlichen ein dreiphasiges 400-Hz-, 115/200-Volt Erzeugungs- und Verteilungssystem. Wenn die Frequenz um mehr als 10% von der Soll-Frequenz abweicht, besteht die Gefahr, dass die elektrischen Systeme nicht funktionieren. (vgl. [55])

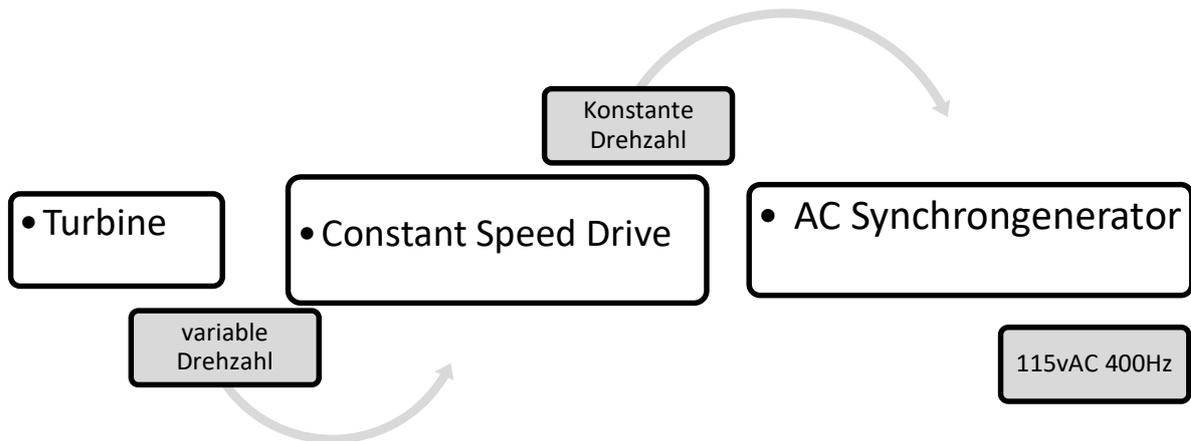


Abbildung 47: Prinzip Constant Speed Drive mit anschließenden AC Synchrongenerator (Integrated Drive Generator)

2.3.1 Arten von Constant Speed Drives

Es gibt verschiedene Arten von Constant-Speed-Drives, darunter hydraulische, mechanische und elektrische Constant-Speed-Drives. Jeder Typ hat seine eigenen Merkmale und eignet sich je nach den spezifischen Anforderungen für unterschiedliche Anwendungen.

Mechanische Antriebe

Mechanische Antriebe arbeiten mit einem mechanischen Regler, der den Flüssigkeitsstrom zu einem Hydraulikmotor steuert, der das Nebenaggregat antreibt. Der mechanische Regler besteht aus einer Reihe von Gewichten, die an einem rotierenden Schwungrad befestigt sind. Wenn die Motordrehzahl steigt, dreht sich das Schwungrad schneller, wodurch sich die Gewichte aufgrund der Zentrifugalkraft nach außen bewegen. Diese Bewegung wird genutzt, um den Flüssigkeitsstrom zum Hydraulikmotor zu steuern, der wiederum die Drehzahl des Aggregats anpasst, um eine konstante Leistung zu gewährleisten.

Mechanische Antriebe mit konstanter Drehzahl sind im Allgemeinen einfach und zuverlässig und werden häufig in kleineren Flugzeugen mit geringerem Leistungsbedarf eingesetzt. Sie können jedoch weniger präzise sein als andere Arten von CSDs und sind unter Umständen nicht in der Lage, eine konstante Drehzahl über einen großen Bereich von Bedingungen aufrechtzuerhalten. Außerdem sind sie in der Regel größer und schwerer als andere Arten von Antrieben mit konstanter Geschwindigkeit, was in Flugzeugen mit Gewichts- oder Größenbeschränkungen ein Problem darstellen kann.

Hydraulische Antriebe

Hydraulische Antriebe arbeiten mit einem hydraulischen Regler, der den Fluss der Hydraulikflüssigkeit zu einem Hydraulikmotor steuert. Verstellpumpen arbeiten, indem sie das Flüssigkeitsvolumen einstellen. Dies geschieht in der Regel durch den Einsatz einer Taumelscheibe. Der Winkel der Taumelscheibe bestimmt das Flüssigkeitsvolumen, das pro Umdrehung der Welle gepumpt wird. Durch Verändern des Winkels der Taumelscheibe kann das Fördervolumen der Pumpe angepasst werden, um den Durchfluss und den Druck der Hydraulikflüssigkeit im System zu steuern. Durch diese Bewegung wird der Durchfluss der Hydraulikflüssigkeit zum Hydraulikmotor reguliert, der wiederum die Drehzahl des Aggregats anpasst, um eine konstante Leistung zu erzielen.

Hydraulische CSDs sind im Allgemeinen präziser und zuverlässiger als mechanische Antriebe mit konstanter Geschwindigkeit und können eine konstante Geschwindigkeit über einen großen Bereich von Bedingungen aufrechterhalten. Außerdem sind sie in der Regel kompakter und leichter als mechanische CSDs, was in Flugzeugen mit Gewichts- oder Größenbeschränkungen von Vorteil sein kann. Allerdings sind sie unter Umständen wartungsintensiver und teurer in der Reparatur oder im Austausch als andere Arten von Antrieben mit konstanter Drehzahl.

Elektrische Antriebe

Elektrische Antriebe mit konstanter Drehzahl arbeiten mit einem Elektromotor und einem Steuerungssystem, das den Stromfluss zum Elektromotor regelt. Das Steuersystem besteht in der Regel aus einer Rückkopplungsschleife, die die Drehzahl des Elektromotors misst und sie mit einem gewünschten Sollwert vergleicht. Weicht die gemessene Drehzahl vom Sollwert ab, passt das Steuersystem den Stromfluss zum Elektromotor an, um die Drehzahl wieder auf den Sollwert zu bringen. Diese Anpassung erfolgt mit Hilfe von elektrischen Schaltern, wie Transistoren oder Thyristoren, die vom Steuersystem gesteuert werden.

Elektrische CSDs sind im Allgemeinen präziser als mechanische oder hydraulische Antriebe mit konstanter Geschwindigkeit und können eine konstante Geschwindigkeit

über einen großen Bereich von Bedingungen aufrechterhalten. Außerdem sind sie in der Regel kompakter und leichter, was in Flugzeugen mit Gewichts- oder Größenbeschränkungen von Vorteil sein kann. Ein Grund dafür, dass elektrobetriebene CSD nicht häufig verwendet werden, ist, dass diese Antriebe zum Betrieb eine externe Stromquelle benötigen, die nicht in allen Flugzeugen verfügbar oder zuverlässig ist. So sind elektrische Antriebe mit konstanter Geschwindigkeit möglicherweise nicht für den Einsatz in kleinen Flugzeugen geeignet, die nicht über ein eigenes Stromnetz verfügen. Im Gegensatz dazu können hydraulische und mechanische Antriebe mit konstanter Geschwindigkeit unabhängig von einer externen Stromquelle betrieben werden, was sie vielseitiger und zuverlässiger in einer Vielzahl von Flugzeugen macht. Schließlich können elektrische Antriebe mit konstanter Drehzahl möglicherweise nicht die gleiche Leistung und das gleiche Drehmoment liefern wie hydraulische oder mechanische Antriebe mit konstanter Drehzahl, was ihre Verwendung in bestimmten Anwendungen einschränken kann. Insgesamt haben elektrische Antriebe mit konstanter Drehzahl zwar einige Vorteile gegenüber anderen Arten von Antrieben mit konstanter Drehzahl, sind aber je nach den spezifischen Bedürfnissen und Anforderungen der Anwendung möglicherweise nicht für alle Flugzeuge die beste Wahl.

2.3.2 Hamilton Standard Patent

Flugzeughersteller wie Airbus und Boeing verwenden Constant Speed Drives in Kombination mit einem Generator. Diese „Integrated Drive Generator“ werden unter anderem in Airbus A330 [56], Airbus A340 [57] Boeing 737 Next Generation, 747, 757, 767 and 777 [47] verbaut.

Der Constant-Speed-Drive, welcher von der Firma Hamilton Standard patentiert wurde, besteht im Wesentlichen aus zwei Axial-Gleitkolben-Hydraulikeinheiten, einem mechanischen Differentialgetriebe, einem Drehzahlregler, einem Hydrauliksystem rund um die Axialkolbenpumpen und Steuerzylinder. Die Eingangsdrehzahl kann von 3500 U/min bis 9000 U/min variieren. Die konstante Ausgangsdrehzahl kann je nach Generatortyp zwischen 6000 und 8000 Umdrehungen pro Minute liegen, um 400 Hz zu erzeugen. Die Ausgangsleistung des



Abbildung 48: Breispiel eines realen Aufbaus eines CSDs [58]

CSDs liegt im Bereich von 100 PS. (vgl. [58])

Jedes CSD besteht im Wesentlichen aus zwei axialen Gleitkolben-Hydraulikeinheiten mit positiver Verdrängung und einem mechanischen Differential, das die Funktion der Summenbildung übernimmt. Die Hydraulikaggregate haben die gleiche Größe, wobei ein Aggregat ein variables hydraulisches Verdrängungsaggregat und einen variablen Taumelscheibenwinkel und das andere einen festen Taumelscheibenwinkel und damit eine feste Verdrängung aufweist. Die Hydraulikeinheiten drehen sich unabhängig voneinander. Die Hydraulikeinheit mit variablem Hubraum läuft in einem festen Verhältnis zur Eingangsdrehzahl des Getriebes. Da der Taumelwinkel des variablen Hydraulikblocks in beiden Richtungen stufenlos verstellbar ist (von einem vollen positiven Taumelwinkel über einen Nullwinkel bis hin zu einem vollen negativen Taumelwinkel), ist auch der Hubraum in beiden Richtungen stufenlos von

Null bis zum vollen Nennhubraum verstellbar. Die Hydraulikeinheit mit festem Verdrängungsvolumen wird durch das von der Hydraulikeinheit mit variablem Verdrängungsvolumen gelieferte Öl angetrieben. Das Hydraulikaggregat mit festem Verdrängungsvolumen läuft daher mit jeder Geschwindigkeit, von Null bis zur vollen Nenngeschwindigkeit in beiden Richtungen. Der Arbeitsdruck zwischen den beiden Hydraulikeinheiten ist proportional zum Drehmoment, das auf den Generator übertragen wird. (vgl. [58]) Die variable Taumelscheibe wird dabei von einem Steuerzylinder gesteuert, der mit einem Drehzahlregler verbunden ist.



Abbildung 49: Hydraulikeinheit mit Steuerzylinder der variablen Taumelscheibe [58]

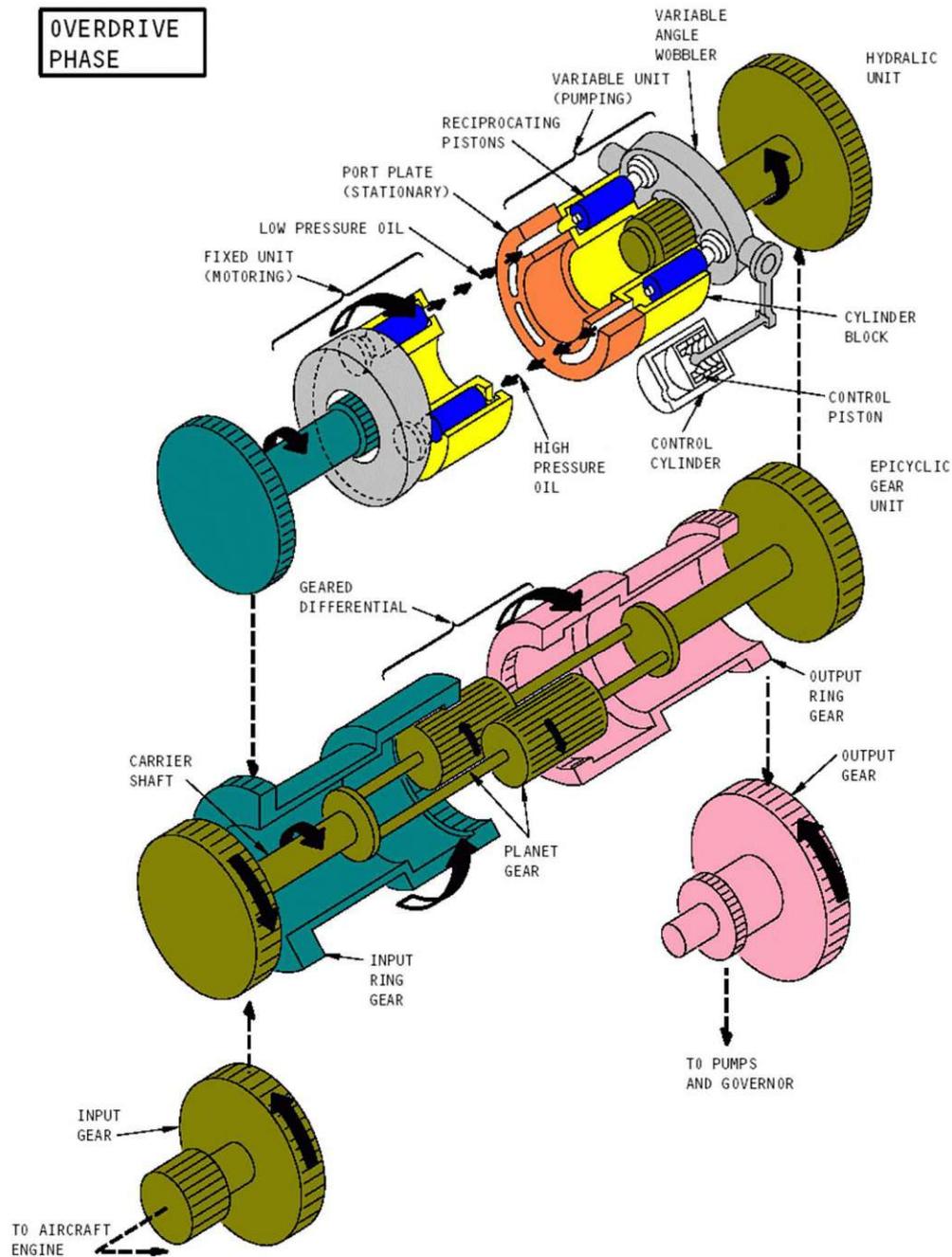
Bei den niedrigeren Eingangsdrehzahlen wirkt die Verstelleinheit wie eine Hydraulikpumpe, die der festen Einheit einen Durchfluss zuführt, der über das Differential zur Eingangsdrehzahl addiert wird. Bei "Straight through drive" wird das Drehmoment direkt über das Differential übertragen und die feste Einheit dreht sich nicht. Die Taumelscheibe der Verstelleinheit ist leicht vom Nullwinkel versetzt, so dass ein gewisser Pumpvorgang erfolgt und Leckageverluste ausgeglichen werden. Bei einer Eingangsgeschwindigkeit, die über der Durchgangsgeschwindigkeit liegt, wird die Taumelscheibe mit variablem Winkel so eingestellt, dass er eine negative Verdrängung der Hydraulikeinheit mit variablem Verdrängungsvolumen ermöglicht. Der Arbeitsdruck wird in diesem Fall so eingestellt, dass das Hydraulikaggregat mit fester Verdrängung durch das Differential angetrieben wird und von der Eingangsgeschwindigkeit abgezogen wird. (vgl. [58])

Der Geschwindigkeitsregler verwendet eine Kombination aus mechanischen und hydraulischen Komponenten, um den Ölfluss zum Steuerzylinder in Abhängigkeit von der Ausgangsgeschwindigkeit des Getriebes zu steuern. Die Fliehgewichte und die federbelastete Ventilspindel passen den Ölfluss zum Steuerkolben an. Des Weiteren unterstützt eine magnetische Trimmvorrichtung den Drehzahlregler. Sie besteht aus permanentmagnetischen Fliehgewichten und einem Elektromagneten, der sich oberhalb der rotierenden Spitzen der Fliehgewichte befindet. Die permanentmagnetischen Fliehgewichte werden durch das Abtriebsrad des Getriebes gedreht und sind mit ihrer magnetischen Achse rechtwinklig zu dem vom Elektromagneten erzeugten radialen Magnetfeld ausgerichtet. Wenn sich die beiden Magnetfelder kreuzen, erzeugen sie ein kontrollierbares Drehmoment um die Achse des Fliehgewichts. Dieses magnetisch erzeugte Drehmoment wirkt dann in Verbindung mit dem Zentrifugaldrehmoment und positionieren so den Ventilschaft. Ein kontrollierter elektrischer Gleichstrom fließt durch die Magnetspule, ermöglicht die Feinabstimmung des Ventilschafts, welcher wiederum die variable Taumelschaube stellt. (vgl. [58])

2.3.3 Betriebsbereiche

Overdrive

Wenn die dem Antrieb zugeführte Eingangsdrehzahl niedriger ist als die zur Erzeugung der erforderlichen Ausgangsdrehzahl erforderliche, addiert das Getriebe die erforderliche Drehzahl hydraulisch zur Drehzahl des Motorgetriebes.



CSD Gear Differential and Hydraulic Unit Schematic

Abbildung 50: Schematische Darstellung eines Overdrive-Betriebs eines CSDs

Das Getriebe fügt der Eingangsdrehzahl über das Differential hydraulisch die erforderliche Drehzahl hinzu. Wenn das Getriebe im Overdrive arbeitet, funktioniert die Hydraulikeinheit mit der variablen Taumelscheibe wie eine Hydraulikpumpe. Damit die variable Einheit Öl pumpen kann, steuert der Geschwindigkeitsregler das Öl zum Steuerkolben, der wiederum die Taumelscheibe so positioniert, dass das Öl komprimiert wird, wenn die Kolben in den rotierenden Zylinderblock gedrückt werden. Dieses unter hohem Druck (Arbeitsdruck) stehende Öl wird zum feststehenden

Hydraulikaggregat geleitet, das nun als Axialkolbenmotor fungiert. Das von der variablen Einheit gepumpte Hochdrucköl zwingt die Kolben der festen Einheit, die geneigte Taumelscheibenfläche hinunterzugleiten, wodurch der Zylinderblock in Drehung versetzt wird. Die Drehzahl bei Axialkolbenmotoren mit Schrägscheibenbauweise ist abhängig vom Schluckvolumen. Je größer der zugeführte Flüssigkeitsstrom, desto größer auch die Drehzahl. Die resultierende Drehung des Blocks zwingt das Hohlrad des Differentials, sich in einer Richtung zu drehen, die der Rotation der Planetenträgerwelle entgegengesetzt ist. Das erste Planetenrad dreht sich nun mit den summierten Drehzahlen aus Hohlrad (kommend aus der Hydraulikeinheit) und Planetenträger, welches die Eingangsdrehzahl darstellt. Dieses Planetenrad greift nun in das zweite Planetenrad ein, welches wiederum mit der Abtriebswelle im Eingriff ist. Auch an der Abtriebswelle werden die Drehzahlen von Planetenträger und Planetenrad aufsummiert und übergeben. (vgl. [58])

Straight Through Drive

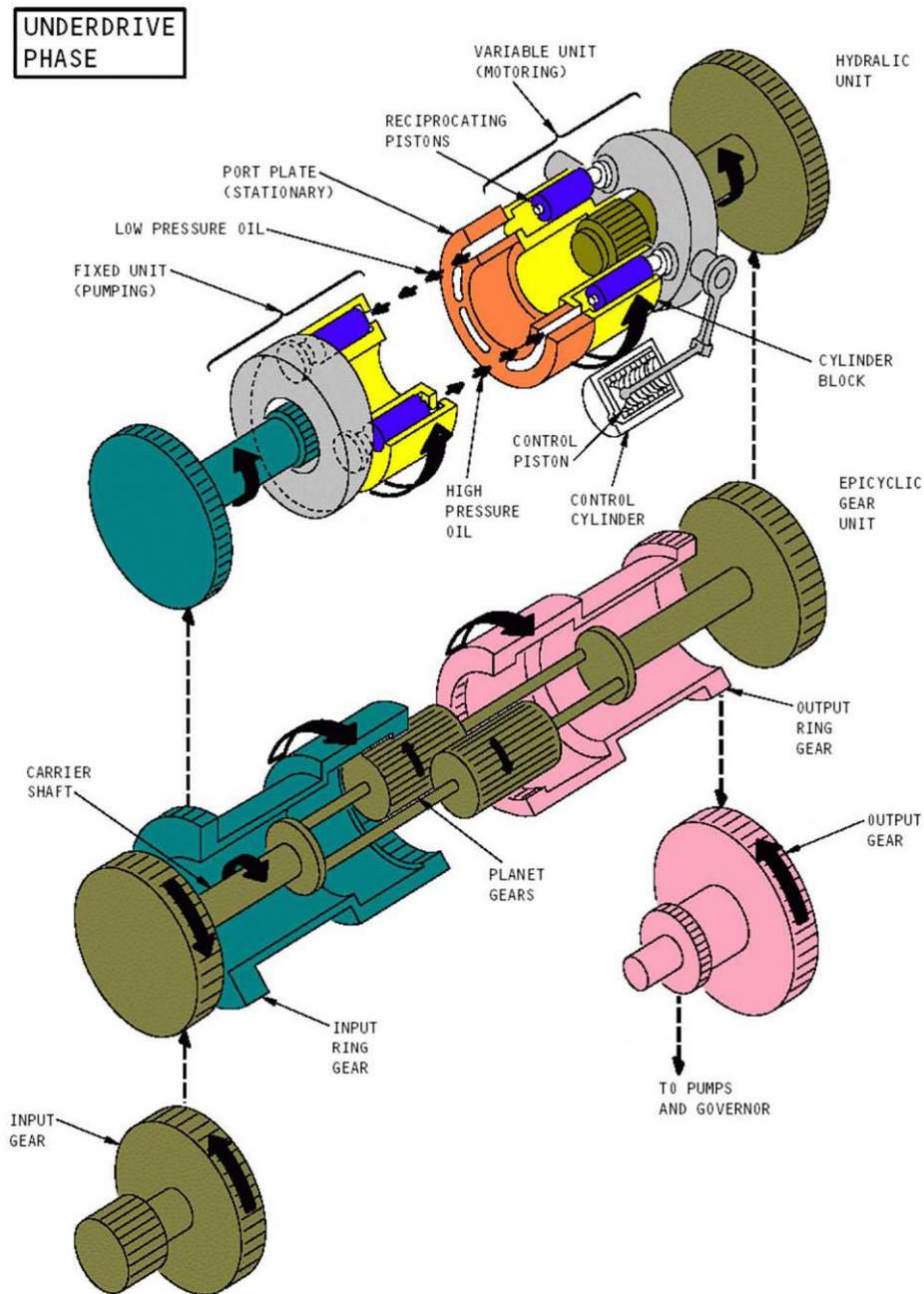
Wenn die dem Antrieb zugeführte Eingangsdrehzahl ausreicht, um die erforderliche Ausgangsdrehzahl zu erreichen, arbeitet das Getriebe im „Straight Through Drive“.

Wenn die Eingangsdrehzahl steigt und der Bedarf an zusätzlicher Drehzahl sinkt, gibt der Regler weniger Öl an den Steuerzylinder ab, bis die variable Taumelscheibe senkrecht zu den Kolben der Axialkolbenpumpe steht. Dadurch wird von der Pumpe kein Öl mehr gefördert (mit Ausnahme des Öls, das zum Ausgleich von Leistungsverlusten aufgrund von Leckagen erforderlich ist). Zu diesem Zeitpunkt dreht sich der Zylinderblock nicht mehr, und das Getriebe arbeitet im "Straight through drive". (vgl. [58])

Diese Bedingung fordert, dass das Hohlrad und die Innenverzahnung des Sonnenrades des Differentials dieselbe Zähnezahl aufweisen. Folglich weisen aus geometrischen Gründen auch beide Planetenräder dieselbe Zähnezahl auf.

Underdrive

Wenn die dem Antrieb zugeführte Eingangsdrehzahl höher ist als die zur Erzielung der erforderlichen Ausgangsdrehzahl erforderliche, arbeitet das CSD im Underdrive.



CSD Gear Differential and Hydraulic Unit Schematic

Abbildung 51: Schematische Darstellung eines Underdrive-Betriebs eines CSDs

Zum Unterschied zum Overdrive-Modus, fungiert die variable Hydraulikeinheit hier als Motor und die feste Hydraulikeinheit als Pumpe. Die variable Taumelscheibe in der variablen Hydraulikeinheit ist so positioniert, dass sie Öl von der festen Hydraulikeinheit erhalten kann. Die Kolben des festen Hydraulikaggregats werden in den Zylinderblock gepresst, wenn sie die geneigte Taumelscheibe hinaufgleiten, wodurch Hochdrucköl in das variable Hydraulikaggregat gepumpt wird und der Zylinderblock sich in die entgegengesetzte Richtung zum Overdrive-Betrieb drehen

kann. Durch die entgegengesetzte Blockrotation dreht sich das Eingangszahnrad in der gleichen Richtung wie die Trägerwelle und zieht die Geschwindigkeit von der Geschwindigkeit des Motorgetriebes durch das Differential ab, wodurch eine konstante Ausgangsgeschwindigkeit beibehalten werden kann.

2.3.4 Rolls Roye Patent

Die Erfindung von Rowan H. Colley wurde von Rolls Royce im Jahre 1982 patentiert und soll im Vergleich zu den damals herkömmlichen Constant Speed Drives relativ einfach und kostengünstig sein. (vgl. [59])

Ein Constant Speed Drive muss stets ein variables Übersetzungsverhältnis besitzen, um aus einer variablen Eingangsdrehzahl auch eine konstante Drehzahl zu gewährleisten. Die im Patent beschriebene Ausarbeitung umfasst zwei drehbare Scheiben mit einer kegelstumpfförmigen Oberfläche, die in Reibungseingriff mit einem drehbaren Ring mit einer entsprechend kegelstumpfförmigen Kante gezwungen werden (Reibungsantrieb). Die Positionen der Scheiben zum Ring sind veränderbar. D.h. sie sind veränderlich zwischen einer Position, in der sie coaxial, und einer Position, in der sie exzentrisch sind. Weiters ist ein Steuersystem zum Steuern der relativen Positionen der Achsen der Scheiben und des Rings und damit das Antriebsverhältnis vorhanden. (vgl. [59])

Die kontrollierte Kraft, die bewirkt, dass die Reibungsantriebselemente in Eingriff kommen, werden von einem Parameter wie das Ausgangsdrehmoment variiert. Technisch wird das realisiert, indem der Druck der Belastungsflüssigkeit durch eine Pumpe erzeugt wird, die in Abhängigkeit von der Endlast betätigt wird. (vgl. [59])

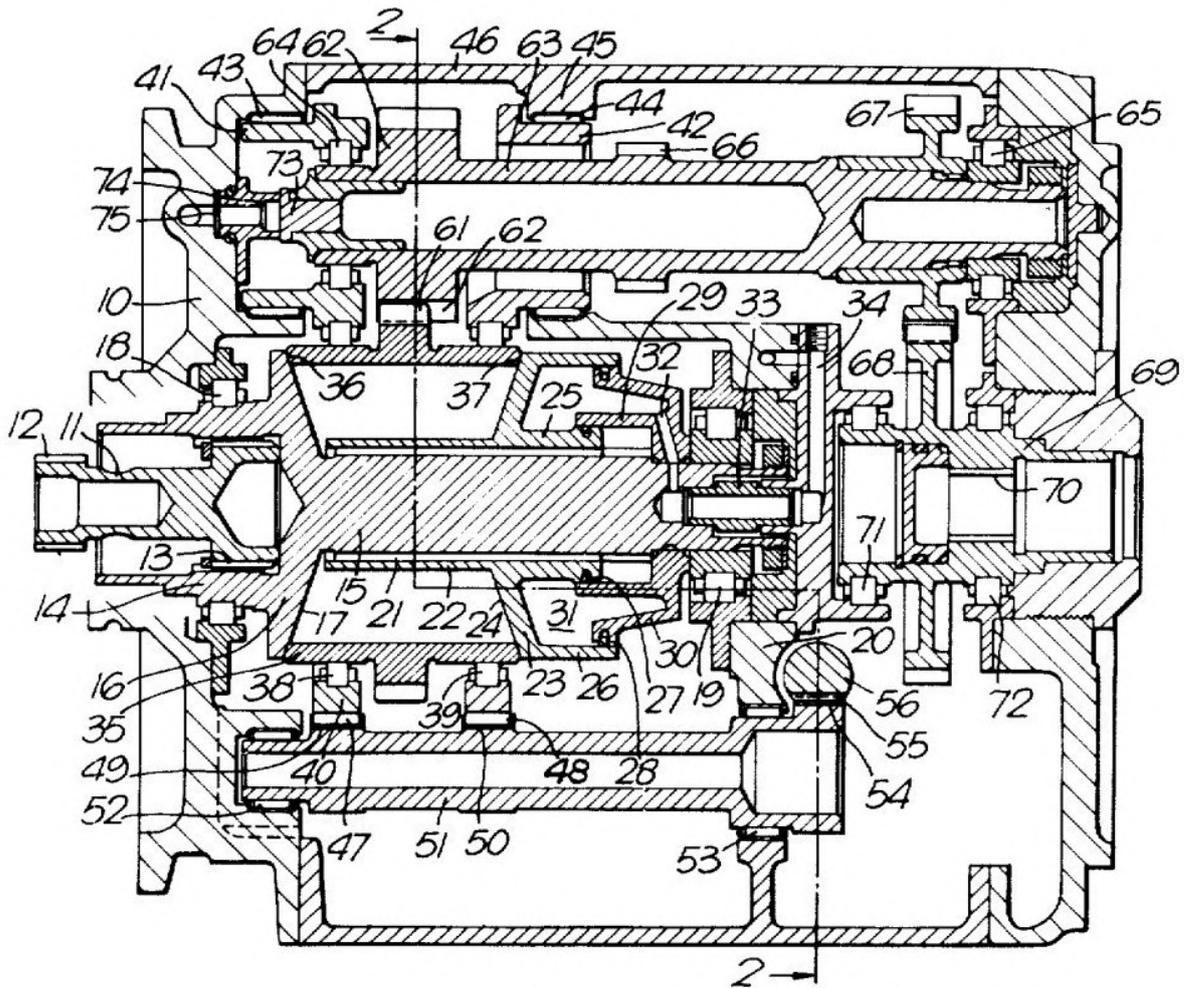


Abbildung 52: Längsschnitt durch den mechanischen Teil eines CSD-Antriebs gemäß Rolls Royce Limited [59]

Die Antriebseinheit von Abbildung 52 erkennt man eine Antriebswelle 11. Diese ist mit der Primärwelle 15, der eine erste Antriebsscheibe 16 trägt, über eine Verzahnung verbunden. Die Scheibe 16 besitzt eine gehärtete kegelstumpfförmige Fläche 17. (vgl. [59])

An der Außenfläche der Welle 15 trägt eine geradzahnte Kupplung 21 einen hohlen Sekundärwellenabschnitt 22. Dieser zweite Wellenabschnitt trägt eine zweite Antriebsscheibe 23, die wie die Scheibe 16 eine kegelstumpfförmige Fläche 24 aus gehärtetem Stahl aufweist. Die Primärwelle und die Sekundärwelle können sich längs zueinander durch die geradzahnte Kupplung bewegen und dadurch den Abstand der kegelstumpfförmigen Flächen zueinander verändern. (vgl. [59])

Der Abstand der beiden kegelstumpfförmigen Flächen zueinander wird über Zu- und Abfuhr einer Druckflüssigkeit in den Raum 31 gesteuert. Der Raum ist entsprechend mit Dichtungen 27 und 28 begrenzt. Durch den Einlasskanal 32 und das Zuführrohr 33 kann Druckflüssigkeit zufließen. Die Zuführung der Druckflüssigkeit ist mit einem

Steuersystem verbunden, das nachstehend unter Bezugnahme auf Abbildung 54 beschrieben wird. (vgl. [59])

Zwischen den Flächen 17 und 24 befindet sich ein Ring 35. Dieser Ring ist in Abbildung 52 koaxial dargestellt. Der Antrieb von der Eingangswelle 11 wird daher über die Welle 15 und die Scheiben 16 und 23 auf den Ring 35 durch Reibschluss zwischen den Flächen 17 und 24 und 36 und 37 übertragen. Wenn der Ringraum koaxial mit den Scheiben ist, wie in der in Abbildung 52 gezeigten Position, wird der Antrieb mit einem Einheitsverhältnis übertragen. Wird der Ring jedoch verschoben, dass seine Achse parallel zur Scheibenachse verläuft, jedoch einen Achsabstand aufweist, ändert sich der Eingriff zwischen den Scheiben und dem Ring von einem vollständigen Umlauf um die Flächen des Rings zu einem Eingriff an nur einem Punkt (oder einer Kontaktfläche) des Rings. Siehe Achsabstand in Abbildung 53. (vgl. [59])

Unter diesen Bedingungen ist der Radius der Punkte auf den kegelstumpfförmigen Flächen 17 und 24 anders als der des Ringes. Daher dreht sich der Ring mit einer geringeren Geschwindigkeit als die Scheiben, und es ergibt sich ein Verhältnis von weniger als eins. Die Höhe des Untersetzungsverhältnisses hängt daher vom Abstand zwischen den Achsen der Scheiben und des Ringes ab. (vgl. [59])

Damit die Achse des Ringes relativ zur Achse der Scheiben bewegt werden kann, ist der Ring drehbar in Wälzlager 38 und 39 in einem Bügel 40 gelagert. Der Bügel 40 kann um eine Achse schwingen, die parallel zu der Welle 15 verläuft. Die Ringachse kann je nach Bedarf auf die Achse der Welle 15 zu oder von ihr wegbewegt werden. (vgl. [59])

Durch Drehen der Welle 51 kann der Bügel um seine Lager bewegt werden. Um die Drehung der Steuerwelle 51 zu ermöglichen, ist sie an ihrem Ende mit einem geradzahnten Ritzel 54 versehen. In dieses greift eine gerade Zahnstange 55 ein, die auf einer Kolbenstange 56 sitzt, die sich unter dem Einfluss von zwei gegenüberliegenden Kolben-Zylinder-Anordnungen 57 und 58 bewegt. Jede von ihnen wird über die Einlasskanäle 59 und 60 mit einem kontrollierten Flüssigkeitsdruck, aus dem unten zu beschreibenden Steuerkreislauf versorgt. (vgl. [59])

Fig. 2.

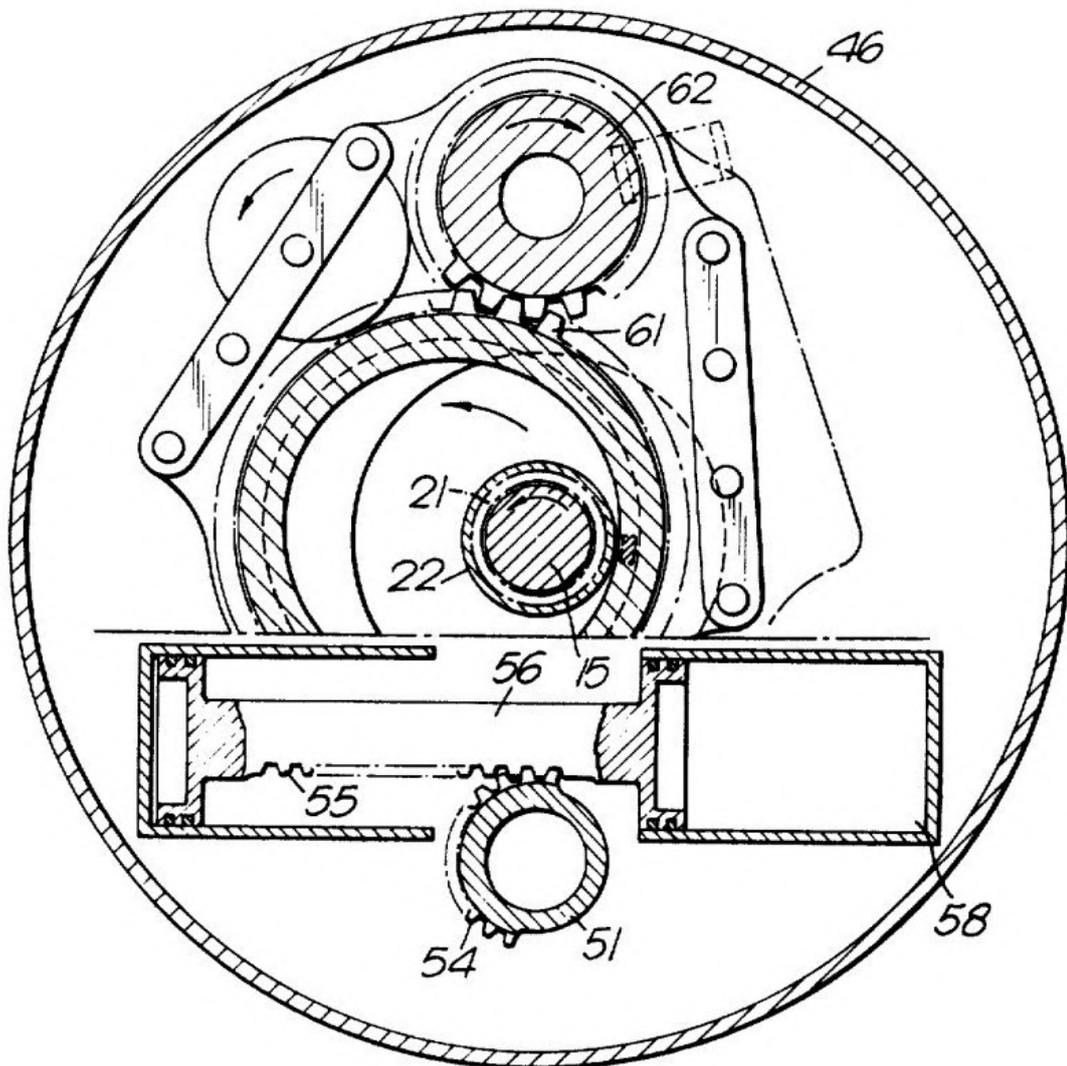


Abbildung 53: Schnitt 2-2 aus Abbildung 52 [59]

Es wird also deutlich, dass die den Kolben und Zylindern 57 und 58 zugeführten Flüssigkeitsdrücke den Winkel der Steuerwelle 51 und damit die Position des Bügels 40 sowie das Verhältnis zwischen den Scheiben 17 und 23 und dem Ringraum 35 bestimmen.

An der zylindrischen Außenfläche des Ringraums ist ein schrägverzahnter Zahnkranz 61 ausgebildet. Dieses Zahnrad greift in ein entsprechendes schrägverzahntes Zahnrad 62 ein, das auf einer Vorgelegewelle 63 sitzt. Auf der Vorgelegewelle sind zwei Abtriebszahnäder angebracht: ein Schneckenrad 66, das zum Antrieb von Ölpumpen für Schmier- und Steuerzwecke bestimmt ist, und ein geradverzahntes Abtriebsrad 67. Das Zahnrad 67 dient zwei Zwecken. Es treibt einen Geschwindigkeitsbegrenzer an (siehe Abbildung 54), sein Hauptzweck ist jedoch der Hauptantrieb. So greift das Ausgangszahnrad 67 in das geradverzahnte

Hauptabtriebszahnrad 68 ein, um eine weitere Untersetzung des Übersetzungsverhältnisses zu erreichen, und das Hauptabtriebszahnrad 68 bildet einen Teil der Abtriebswelle 69. (vgl. [59])

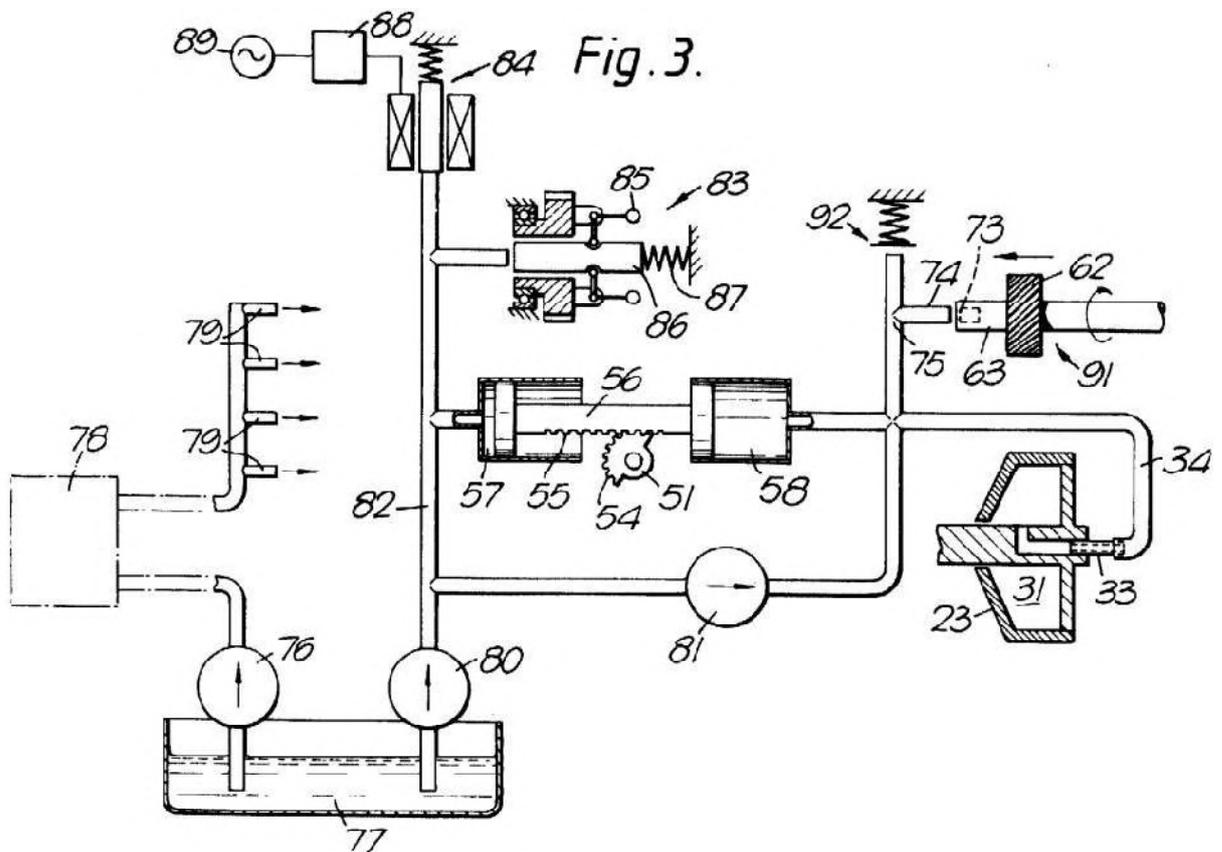


Abbildung 54: Diagramm des Steuer- und Schmierölsystems des Antriebs aus Abbildung 52 [59]

Die Vorgelegewelle 63 erfüllt einen weiteren Zweck, indem sie mit einem Ventilsitz 74 zusammenwirkt, um den Druck in einem Kanal 75 zu steuern. Die axiale Kraft, die von der Welle 63 ausgeübt wird, um das Ventilelement 73 auf dem Sitz 74 zu schließen, wird von den Schrägstirnrädern 61 und 62 erzeugt und ist somit proportional zum Drehmoment, das durch den Getriebezug geleitet wird, und somit zum Ausgangsdrehmoment der Vorrichtung. Der Druck in der Leitung 75 kann somit von diesem Drehmoment abhängen, und dieser Druck ist Teil des hydraulischen Systems des Geräts. (vgl. [59])

Es ist ersichtlich, dass drei Pumpen vorgesehen sind, die in diesem Fall alle Schmieröl als Betriebsflüssigkeit verwenden. Eine Schmierpumpe 76 pumpt Öl aus einem Sumpf 77 durch einen Ölkühler 78 zu einer Reihe von Schmierdüsen 79. Ein zweiter Kreislauf wird durch die Steuerpumpe 80 in Gang gesetzt, die Öl aus dem Sumpf 77 entnimmt und einen Teil zur Lastpumpe 81 und einen Teil in die Leitung 82

des Steuerkreislaufs fördert. Im Steuerkreislauf wird der Flüssigkeitsdruck in der Leitung 82 durch einen Geschwindigkeitsbegrenzer 83 und ein Geschwindigkeitsregelventil 84 geregelt. (vgl. [59])

Der Regler 83 ist eine einfache Vorrichtung, bei der die Gewichte 85 nach außen geschleudert werden, wenn die Abtriebsdrehzahl einen vorgegebenen Grenzwert überschreitet, wodurch das Ventilglied 86 gegen den Druck der Feder 87 bewegt und somit der Druck im Kanal 82 verringert wird. (vgl. [59])

Wenn der Druck im Kolben und Zylinder 58 konstant bleibt, führt ein Anstieg des Drucks in der Leitung 82 von einem Gleichgewichtswert zu einer Bewegung der Kolbenstange 56 nach rechts, wie in Abbildung 52 und Abbildung 53 dargestellt. Dadurch wird die Steuerwelle 51 gedreht, um den Bügel 40 näher an die Koaxialität mit den Scheiben und der Welle 15 heranzubringen, so dass sich das Übersetzungsverhältnis des Antriebs erhöht. Die Geschwindigkeit des Abtriebs erhöht sich dadurch. Umgekehrt führt eine Verringerung des Drucks im Kanal 82 zu einer Verringerung der Abtriebsdrehzahl. (vgl. [59])

Im Lastkreislauf fördert die Lastpumpe 81 Öl in eine Leitung 90, die den Kolben und den Zylinder 58 sowie den Raum 31 versorgt. Der Druck im Kanal 90 wird hauptsächlich im Raum 31 verwendet, um die Scheibe 23 gegen den Ring 35 zu drücken. Auf diese Weise wird der Anpressdruck zwischen den Scheiben und dem Ring auf einem Niveau gehalten, das ausreicht, um die erforderliche Leistung zu übertragen, aber nicht so groß ist, dass die Verluste an der Kontaktstelle übermäßig erhöht werden. Der Druck im Kanal 90 ist proportional zum übertragenen Drehmoment. (vgl. [59])

Dieses Ausgleichsverfahren hat zwei Ziele. Erstens bietet sie ein ausfallsicheres Steuersystem; wenn der Steuerdruck ausfällt, bewegt der Lastdruck die Kolbenstange, um das Übersetzungsverhältnis und damit die Geschwindigkeit des Ausgangs zu verringern. Fällt der Lastdruck aus, bewegt der Steuerdruck die Kolbenstange, um das Übersetzungsverhältnis und damit die Abtriebsdrehzahl zu erhöhen, aber gleichzeitig ermöglicht der Verlust des Lastdrucks das Einfahren der Scheibe 23 und damit die vollständige Abschaltung des Antriebs. Es ist also nicht damit zu rechnen, dass es zu einer groben Überdrehzahl des Abtriebs kommt. (vgl. [59])

Der zweite Zweck des Einsatzes der Gegengewichts-Kolben und -Zylinder 57 und 58 besteht darin, die Kapazität der für das System erforderlichen Ölpumpen zu verringern. Die Pumpen 80 und 81 müssen nur das Öl liefern, das der Leckage plus der Verdrängungsdifferenz entspricht. Aus diesem Grund können die Pumpen sehr klein sein und nur sehr wenig Leistung aufnehmen. (vgl. [59])

2.3.5 CSD mit elektrischer Regelung der Hydraulik

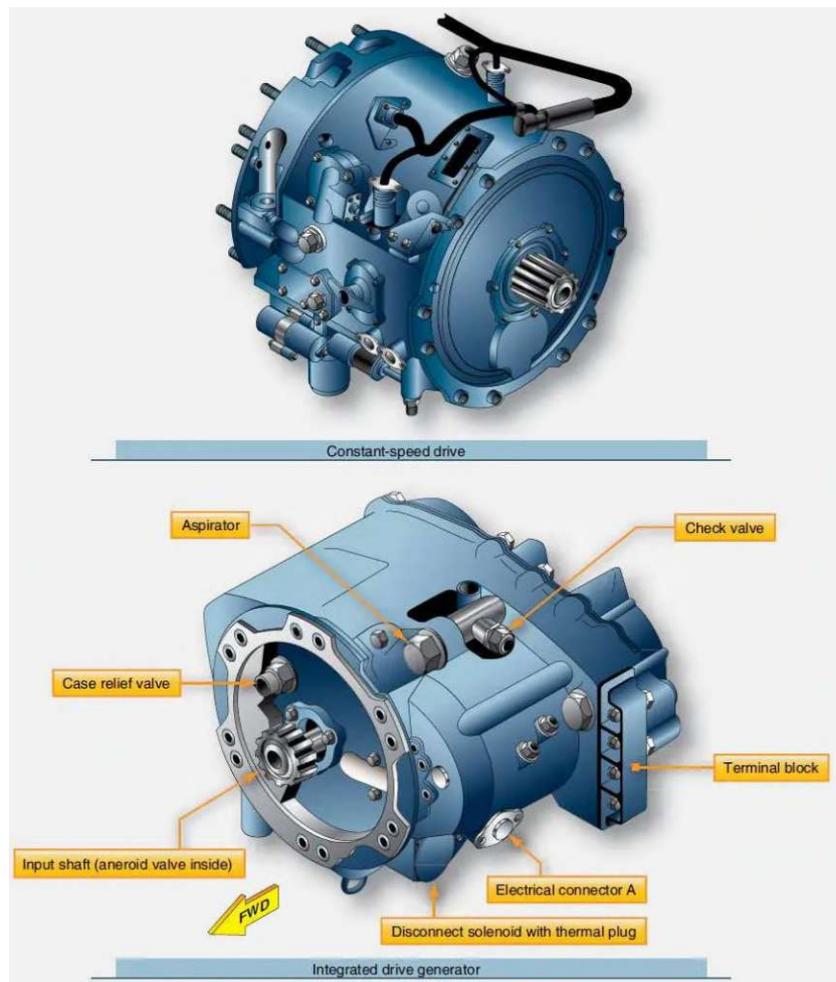


Abbildung 55: Constant-speed drive (Oben) und integrated drive generator (unten) [55]

Diese Variante des CSDs ist ähnlich aufgebaut wie das beschriebene Patent von Hamilton Standard in Kapitel 2.3.2. Auch in dieser Variante eines CSDs wird die Eingangsantriebswelle vom Flugzeugtriebwerk angetrieben. Die Abtriebswelle auf der gegenüberliegenden Seite des Getriebes greift in die Antriebswelle des Wechselstromgenerators ein. Das CSD verfügt über eine Hydraulikpumpe, eine mechanische Drehzahlregelung und einen Hydraulikantrieb. Die Drehzahlregeleinheit besteht wiederum aus einer Taumelscheibe, die den Hydraulikdruck zur Regelung der Ausgangsdrehzahl einstellt. In diesem Beispiel wird allerdings die Drehzahl elektronisch erfasst und durch das Hydraulikventil die Regelung der Taumelscheibe durchgeführt. (vgl. [55])

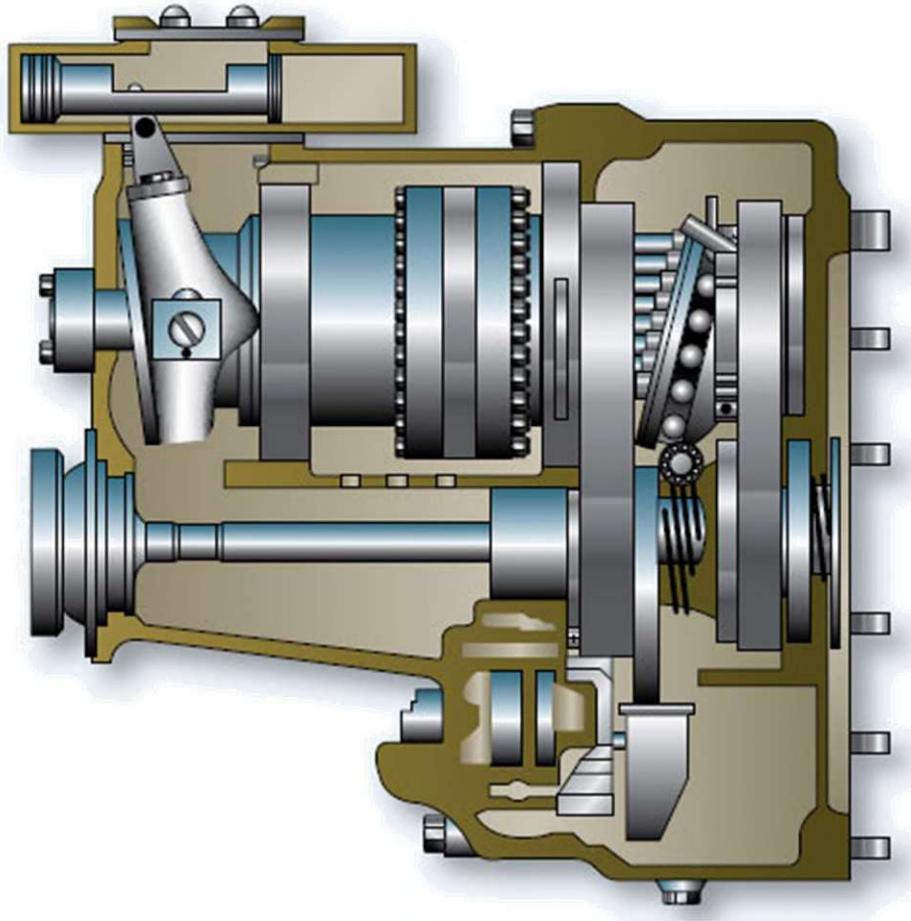


Abbildung 56: Querschnitt eines CSD mit hydromechanischer Übertragung [55]

Abbildung 57 zeigt eine typische elektrische Schaltung zur Steuerung der Drehzahl. Der Schaltkreis steuert die Hydraulikbaugruppe (in Abbildung 56 links oben). Wie dargestellt, wird die Eingangsdrehzahl des Generators von einem Tachogenerator⁴ überwacht. Das Signal des Tachogenerators wird gleichgerichtet (in Abbildung 57 „Tach generator rectifier“) und an die Ventilbaugruppe weitergeleitet. Der Ausgang des Wechselstromgenerators wird durch einen Steuerkreis geleitet, die auch eine elektrische Spule der hydraulische Ventilbaugruppe speist. Die Ventilbaugruppe enthält drei elektromagnetische Spulen, die das Ventil betätigen. Durch den Ausgleich, der von den drei Elektromagneten erzeugten Kraft steuert, die Ventilbaugruppe den Flüssigkeitsstrom im CSD und regelt dadurch Drehzahl am Eingang des Wechselstromgenerators. (vgl. [55])

⁴ Liefert elektrische Impulse in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit der Ausgangswelle

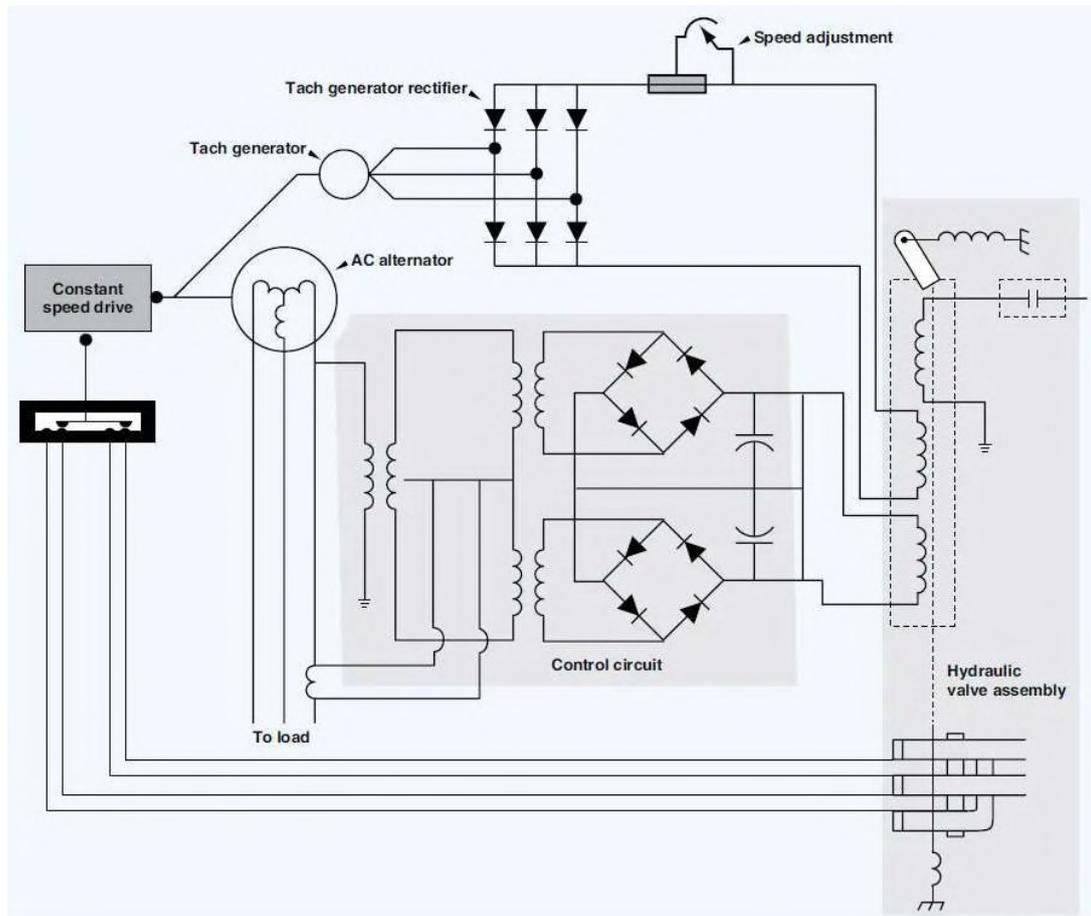


Abbildung 57: Schaltung zur Geschwindigkeitsregulierung [55]

2.3.6 Hersteller

Hamilton Standard hat 1940 den ersten Constant Speed Drive wie in Kapitel 2.3.2 patentiert. Anschließend schlossen sich die Hamilton Standard Propellers und Sundstrand Cooperation zusammen und wurden kurzzeitig zu Hamilton Sundstrand. Folglich änderten sie den Namen zu United Technologies und sind mittlerweile als Collins Aerospace bekannt.

Eine weitere Variante wurde von Rolls Royce Limited patentiert, welche in Kapitel 2.3.4 beschrieben wurde.

Nur diese Hersteller konnten in der Literatur gefunden werden.

2.3.7 Wechselstromgeneratoren ohne vorgeschaltetes CSD

In vielen Flugzeugen arbeitet das Hilfstriebwerk (APU- Auxiliary Power Unit) mit einer konstanten Drehzahl. AC-Generatoren, die von diesen APUs angetrieben werden, werden in der Regel direkt vom Motor angetrieben. Es ist somit kein CSD erforderlich. Bei diesen Geräten überwacht die APU-Motorsteuerung die Ausgangsfrequenz des Generators. Wenn die Ausgangsfrequenz des Generators

von 400 Hz abweicht, passt die APU-Drehzahlregelung die Motordrehzahl entsprechend an, um die Generatorleistung innerhalb der Grenzen zu halten. (vgl. [55])

Moderne Flugzeuge, die Wechselstromgeneratoren einsetzen, verwenden mehrere computergesteuerte Steuereinheiten, die sich in der Regel im Ausrüstungsschacht des Flugzeugs befinden, um die Wechselstromversorgung im gesamten Flugzeug zu regeln. Steuersysteme von Wechselstromgeneratoren verfügen stets über redundante Computer, die bei einem Systemausfall für Sicherheit sorgen. Alle Steuergeräte für Wechselstromgeneratoren enthalten Schaltkreise, die sowohl die Spannung als auch die Frequenz regeln. Diese Steuergeräte überwachen auch eine Reihe von Faktoren, um Systemfehler zu erkennen und Schutzmaßnahmen zu ergreifen, um die Integrität des elektrischen Systems zu gewährleisten. (vgl. [55])

2.4 Entwicklung von Luftfahrtgetrieben

Die Entwicklung des vorliegenden Getriebes erfolgt nach der AGMA 911-B21. Dieses Informationsblatt behandelt Konstruktionspraktiken für Komponenten, wie sie bei Luft- und Raumfahrzeugen angewendet werden. Der Inhalt der Richtlinie bezieht sich vorwiegend um den Entwicklungsprozess von Zahnradgetrieben. Sie bezieht sich dabei auf herkömmliche Stirn-, Schrägstirn- und Kegelräder, obwohl in Luft- und Raumfahrtanwendungen auch andere Arten von Zahnradgetrieben (Kronenräder, Kegelräder, ...) angewendet werden. (vgl. [60, S. 1])

Das in der AGMA 911-B21, welche im Mai 2021 von der Technical Division Executive Committee (TDEC) freigegeben wurde, ergänzt die aktuellen AGMA-Normen, stellt jedoch selbst keine Norm dar. Die in der Richtlinie gezeigten Praktiken werden nicht als Normen betrachtet, aber geben einen Einblick in die Konstruktionstechniken, die in modernster Luft- und Raumfahrttausrüstung verwendet werden. (vgl. [60, S. 1])

2.4.1 Anforderungen und Ziele

Regelwerk

Zu Beginn des Konstruktionsprozesses sollten alle für das Getriebe relevanten Vorschriften und Leitfäden tabelliert werden. Dabei handelt es sich hauptsächlich um luftfahrttechnische Vorschriften. Im Falle dieser Ausarbeitung werden auch Vorschriften im Zusammenhang mit unbemannten Flugzeugen betrachtet. Die Regulatorien können sind oftmals ortsbezogen sein. Beispielsweise werden in Europa die Regulatorien der EASA, in den USA die Regulatorien der FAA (Federal Aviation Administration) befolgt.

Betriebszyklus

Der vollständige Leistungs-, Drehzahl-, Drehmomentenbereich sollte tabelliert werden. Für die Berechnung der Lebensdauer ist eine Einschaltdauerdefinition einschließlich Anlaufasten erforderlich. Für die Dimensionierung sollte ein Auslegungspunkt innerhalb dieser Parameter gewählt werden. Wie in Kapitel 2.1.3.1 beschrieben, dient eine genaue Auflistung der Betriebsbereiche unter anderem zur Berechnung des Anwendungsfaktors nach der erweiterten Regel von Miner. (vgl. [4, S. 8], [5, S. 74], [60, S. 5])

Lebensdauer

Je nach Anwendungsgebiet ergeben sich unterschiedliche Forderungen an die Lebensdauer. Zahnräder müssen möglicherweise für eine unbegrenzte Lebensdauer oder eine begrenzte Lebensdauer ausgelegt sein. Eine klare Definition der erforderlichen Getriebelebensdauer sollte gegeben sein. Diese wird von mehreren

Faktoren auch beeinflusst. Neben den Betriebsbereichen mit deren Belastungen spielen thermische Umgebungsbedingungen wie extreme Feuchtigkeit und Temperatur, Schwing- und Schockbelastungen sowie die Präzision der Fertigung und Montage eine große Rolle für Lebensdauer. (vgl. [60, S. 5])

Ein- und Ausgang

An-/Abtriebsdrehzahlen und Drehrichtungen mit Angabe der zulässigen Abweichungen sind tabellarisch aufzulisten. Besonders die Drehrichtungen beeinflussen bereits grundlegende Überlegung des gesamten Antriebsstranges. Bei Dreiwellengetrieben können so bereits bestimmte Anordnungen ausgeschlossen werden. (vgl. [60, S. 5])

Schmierung

Um einen hydrodynamischen Schmierfilm, dadurch einen angemessenen Schutz gegen Oberflächenfehler (z. B. Abrieb, Graufleckigkeit, Fressen, Verschleiß usw.) zu erreichen und eine angemessene Wärmekontrolle aufrechtzuerhalten, sollten alle Schmieranforderungen aufgeführt werden. Hier gilt es stets ein Kompromiss zu finden zwischen der breiten Auswahl an Schmierstoffen, dass sowohl Lager als auch Verzahnungen optimal geschmiert werden. Art, Menge und Durchflussrate des verwendeten Schmiermittels wird dann durch die Systemspezifikation angegeben. (vgl. [60, S. 5])

Konfiguration / Anordnung

Wie bereits angeführt bestimmen Geschwindigkeit, Leistung und Drehmoment einen Großteil der Konfiguration des Luft- und Raumfahrtgetriebes. Auch Ort und verfügbares Volumen bestimmen die Konfiguration und müssen berücksichtigt werden. So kann aufgrund des verfügbaren Volumens einerseits ein Achsversatz zwischen Ein- und Ausgangswelle, andererseits auch eine Koaxiale Anordnung des gesamten Getriebestranges notwendig sein. (vgl. [60, S. 5])

Getriebematerialien und -prozesse

In einigen Fällen wird die Materialauswahl durch den Kunden eingeschränkt. Die Auswahl des Zahnradmaterials sollte den Anforderungen der Anwendung entsprechen und die mechanischen Eigenschaften, Materialqualität, Dimensionsstabilität, Härtebarkeit und Herstellungseigenschaften umfassen. (vgl. [60, S. 6])

Gewicht

Der Kunde gibt typischerweise ein maximales Gewichtsziel an. Ein Wert für das Gewicht des Luft- und Raumfahrtgetriebes sollte als Trockengewicht des Getriebes oder als Gewicht des Getriebes plus Schmiersystem angegeben werden. (vgl. [60, S. 6])

Betriebsumgebung

Die Umgebungsbedingungen, denen das Getriebe während seiner Lebensdauer ausgesetzt sein kann, sollten im Vornhinein definiert sein. Diese sollten folgende Informationen umfassen (vgl. [60, S. 7–10]):

- Temperatur- und Druckeffekte: Das Luft- und Raumfahrtgetriebe sollte bei jeder Temperatur und jedem Druck innerhalb des spezifizierten Betriebsbereichs betriebsfähig sein. Das Getriebe sollte auch in der Lage sein, jede spezifizierte Nichtbetriebstemperatur und/oder Druckextreme ohne dauerhafte Verschlechterung zu überstehen. Diese Grenzen für Druckextremen bzw. Nichtbetriebstemperaturen (wie z.B. Lagerungstemperaturen) sollten im vornhinein festgelegt werden. Typischerweise werden die Temperatur- und Druckbereiche des Getriebes vom Kunden bereitgestellt.
- Orientierung: Das Luft- und Raumfahrtgetriebe sollte in der Lage sein, bei verschiedenen Lageorientierungen betrieben zu werden, wie es durch den Betriebsbereich spezifiziert ist. Die Grenzwerte für die Betriebslage des Getriebes variieren stark in Abhängigkeit von der spezifischen Anwendung.
- Kontaminationseffekte
- Vibrations-/Schockeffekte: Wie zum Beispiel von Rotor-/Propellerblatt-induzierte Effekte.
- Feuchtigkeit
- Korrosionsgefährdende Umgebungen

Zuverlässigkeit und Wartbarkeit

Zuverlässigkeitsanforderungen werden in der Regel vom Kunden in Bezug auf die mittlere Zeit zwischen Ausfällen (MTBF) oder Ausfallwahrscheinlichkeit angegeben. Mit Hilfe von Erfahrungswerten bzw. Herstellerangaben der typischen Komponentenzuverlässigkeit kann eine Berechnung der Systemzuverlässigkeit ermöglicht werden. Neue Produkte sind schwieriger zu charakterisieren. Techniken zur Quantifizierung der Zuverlässigkeitsniveaus sollten für ein neues Luft- und Raumfahrtgetriebesystem spezifiziert werden. (vgl. [60, S. 10])

Kosten

Getriebesysteme für Luftfahrzeuge sind traditionell teurer in der Konstruktion und Herstellung als andere Getriebesysteme. Dies liegt an der Tatsache, dass Getriebesysteme für Luftfahrzeuge dazu neigen, in kleinen Stückzahlen hergestellt zu werden, und die zu ihrer Herstellung erforderliche Ausrüstung sehr kostspielig sein kann. (vgl. [60, S. 11])

2.4.2 Vorentwurf des Getriebes

Zu Beginn der Konstruktionsphase wird die Konfiguration des Antriebssystems konzipiert. Während dieser Phase wird der Antriebsstrang auf eine optimale Konfiguration herunterselektiert. Diese Konfiguration ist die Grundlage für das Layout, das den anfänglichen Typ und die Größe der Zahnräder und Lager definiert. Die folgenden Unterabschnitte in diesem Abschnitt werden in einer Vorentwurfs-Phase des Prozesses behandelt.

Konfigurationsauswahl

In der Vorentwurfsphase müssen in der Regel verschiedene Getriebekonfigurationen ausgelegt werden, die die grundlegenden Drehzahl-, Leistungs- und Übersetzungsanforderungen erfüllen. In diesem Bereich werden auch Entscheidungen getroffen bezüglich Art vom Getriebe (Kegelradantrieb, Umlaufgetriebe, Kronenradantrieb, ...).

Konfigurationslayout

Bei der Vorkonstruktion ist ein 2D-Layout der möglichen Getriebekomponenten erforderlich. Der Zweck des Layouts besteht darin, grundlegende Größen/Abmessungen und Zahnradlayouts festzulegen, um die richtige Drehrichtung und Komponentengröße sicherzustellen, die erforderlich sind, um die Lasten mit den richtigen Geschwindigkeiten zu tragen. In dieser Entwurfsphase können mehrere Layouts entwickelt werden, oder ein bestes Layout kann mehrere Male wiederholt werden, um die Anordnung zu optimieren. Diese Konfigurationen können mit Konstruktionsanforderungen verglichen und hinsichtlich Zuverlässigkeit, Effizienz, Wartbarkeit, Kosten, Größe, Gewicht und Ähnlichkeit bewertet werden. Hierbei ist zu erwähnen, dass sich bei dem vorliegenden Getriebe um einen Vorentwurf handelt und dass das endgültige Getriebe um einiges detailreicher ist und somit genauer bewertet werden kann. (vgl. [60, S. 12])

Dimensionierung

Die Größenauswahl von Zahnrädern basiert sowohl auf den Belastungen als auch auf der Fähigkeit, die Anforderungen an die Lebensdauer zu erfüllen.

Lager werden basierend auf den Belastungen von den Zahnrädern für den Arbeitszyklus des Antriebsstrangs bemessen. Manchmal wird die Anzahl der verschiedenen Lager verringert. Dadurch werden für einige Lagerstellen Lager verwendet, die möglicherweise nicht ideal für die gewählte Position sind. In Fällen, in denen die Lagergröße durch die Verwendung gängiger Lager und/oder vorhandener Lager aus dem Lager vorgegeben ist, basiert die Auswahl der Lagergröße auf der stärksten Belastung, der das Lager bei seiner Verwendung im gesamten Antriebsstrang standhalten muss. (vgl. [60, S. 13])

Effizienz und Verluste

Vorläufige Getriebedesigns für die Luft- und Raumfahrt sollten maximale Effizienz bei minimalem Gewicht betonen. Verluste aus dem Zahnradsatz, der Dichtung, dem Lager und der Schmierung führen zu Effizienzverlusten, die möglicherweise eine erhöhte Leistungsquelle mit erhöhten Gewichtskosten ausgleichen. Getriebeleistungsverluste führen auch zu einer Wärmezeugung, die z. B. durch Wärmetauscher oder Druckschmierungsfluss angegangen werden muss. (vgl. [60, S. 13])

Konstruktionsparameter für minimale Vibrationen und Geräusche

Es ist wichtig, die Menge der vom Luft- und Raumfahrtgetriebe erzeugten Vibrationen zu minimieren, um zahlreiche Systemprobleme zu vermeiden. Dazu gehören Lärm und Ermüdung von Komponenten, Strukturen und angrenzenden Geräten. (vgl. [60, S. 14–16])

Vibrationen sind eine Ursache für Getriebeausfälle. Mögliche Vibrationsquellen sind

- Übertragungsfehler;
- Unwucht;
- Fehlausrichtung mit angeschlossenen Geräten;
- Resonanz;

Das Zusammenspiel zwischen den Zahnrädern, Lagern, Wellen, Gehäusen und anderen Komponenten sowie die Oberflächenbeschaffenheit der Zahnflanken müssen frühzeitig in der Vorkonstruktion berücksichtigt werden, um ihre Auswirkungen auf das Getriebe zu reduzieren. (vgl. [60, S. 14–16])

Der ideale Zeitpunkt zur Schwingungsminimierung liegt in der Vorkonstruktionsphase. Während des Entwicklungsprozesses wird die Vibrations- und Schockanalyse oft aufgegriffen, um Problemstellen zu identifizieren und dadurch eventuelle Designänderungen vorzunehmen. Zusätzlich zu den vom Getriebe erzeugten Vibrationen sollten externe mechanische/thermische Schockbelastungen

angegangen werden. Auch Details der Getriebechnittstellen sind im gesamten Konstruktionsprozess zu berücksichtigen und zu bewerten. (vgl. [60, S. 14–16])

Zulässige Kontaktspannung

Die Belastungsgrenze des Zahnkontakts (Hertz) hängt von der Art der Anwendung, der erforderlichen Lebensdauer, den Eigenschaften der verwendeten Materialien und der Form der Zahnoberflächen nahe dem Kontaktpunkt ab, bevor die Lastübertragung beginnt. Diese wird anhand von verschiedenen Berechnungsnormen ermittelt.

Allgemeine Auslegung von Schmiersystemen

Schmierung spielt sowohl bei Lagern als auch bei Zahnrädern eine wichtige Rolle vor allem in Bezug auf Verschleißfestigkeit. In Lagern neigt die von den Wälzkörpern erzeugte Planschbewegung dazu, Schmiermittel kontinuierlich neu zu verteilen. Bei Zahnrädern neigt der Zahneingriff dazu, den Kontaktbereich frei von Schmiermittel zu quetschen, insbesondere bei langsamen Eingriffen mit hohem Drehmoment. Bei der Konstruktion des Schmiersystems sollten auch Kühlung, Filterung, Verteilung und Spülung berücksichtigt werden. (vgl. [60, S. 17])

Gehäusematerialien

Bei der Gestaltung eines Getriebegehäuses für die Luft- und Raumfahrt werden Materialien und feuerbeständige Beschichtungen ausgewählt, die einen angemessenen Feuerwiderstand bieten und die auch bei Betriebstemperaturen geeignete mechanische Festigkeitseigenschaften aufrechterhalten können. Beispielsweise haben Aluminium und Magnesium, die häufig für Getriebegehäuse in der Luft- und Raumfahrt verwendet werden, wiederholt eine mehr als ausreichende Feuerbeständigkeit und eine ausreichende Beständigkeit gegen thermisch verschlechterte mechanische Eigenschaften bewiesen. (vgl. [60, S. 17])

Vorläufige Konstruktionsschlussfolgerung

Nach Abschluss der vorläufigen Konstruktionsphase wurden Zahnradtyp, Material und Größe, einschließlich Zahnbreite, basierend auf einem Arbeitszyklus, der die Belastungen für das erforderliche System handhaben kann, festgelegt. Das Rohmaterial für die Zahnräder, wenn es als Artikel mit langer Vorlaufzeit betrachtet wird, wurde auf der Grundlage der anfänglichen Dimensionierung des vorläufigen Entwurfs bestellt. Die Lager wurden basierend auf der Erzielung der erforderlichen Systemlebensdauer mit einem hohen Vertrauensniveau ausgewählt und dimensioniert. Die Auswahl des Gehäusematerials wurde getroffen und die gleichzeitige Entwicklung mit dem Anbieter ist im Gange, um ein kostengünstig herstellbares Gehäuse zu schaffen. (vgl. [60, S. 17])

2.4.3 Detailliertes Design

Nachdem die Phase des Vorentwurfs abgeschlossen ist und eine Entwurfsprüfung stattgefunden hat, ist der nächste Schritt im Prozess die Phase des Detailentwurfs. Die Detaildesignphase bedeutet den Großteil des Engineering-Aufwands im gesamten Produktentwicklungsprozesses. In der Detaildesignphase wird das Design vollständig entworfen und analysiert, die Gewichtsoptimierung abgeschlossen, Ausfallarten und -effekte in einer Design FMEA (Fehler Möglichkeit Einfluss Analyse) dokumentiert, die strukturelle Spannungsanalyse und dynamische Analyse abgeschlossen, die Detailzeichnungen sind vollständig und das Getriebe ist bereit für die Fertigung. (vgl. [60, S. 18])

3 Praxisteil / Praktische Umsetzung

3.1 Anforderungsliste / Angabe

Regelwerk - Relevante Vorschriften und Leitfäden

- **EASA CS-23** - Zertifizierungsspezifikationen für Flugzeuge der Normal-, Gebrauchs- und Kunstflugkategorien
- **CS-E** - Certification Specifications for Engines
- **AGMA 911-B21** - Design Guidelines for Aerospace Gear Systems
- **AGMA 6123-C16** - Design Manual for Enclosed Epicyclic Gear Drives
- **Durchführungsverordnung (EU) 2019/947** der Kommission vom 24. Mai 2019 über die Vorschriften und Verfahren für den Betrieb unbemannter Luftfahrzeuge.
- **Delegierte Verordnung (EU) 2019/945** der Kommission vom 12. März 2019 über unbemannte Luftfahrzeugsysteme und Drittlandbetreiber unbemannter Luftfahrzeugsysteme

Betriebszyklus / Belastung - Leistungs-, Drehzahl-, Drehmoment- und/oder Positionsbereich

- Eingangsdrehzahl: 23000 min⁻¹
- Ausgangsdrehzahl: 1700 min⁻¹
- Max. Leistung (5min): 1044kW (1400Hp)
- Leistung (Kontinuierlich): 932kW (1250Hp)

Lebensdauer - Besonders relevant für Lagerberechnung.

- Zahnräder sind auf Dauerfestigkeit auszulegen.
- Lagerlebensdauer nicht vorgegeben. (Im Zusammenhang mit dieser Ausarbeitung werden keine Lager berechnet.)

Schmierung - Abhängig von der Gesamtsystemarchitektur

Die Hauptschmierölversorgung des Getriebes wird vom Ölpumpensystem des Motornebengetriebes durchgeführt. Die Architektur des Ölkühlsystems würde basierend auf der vorgeschlagenen Systemarchitektur entschieden werden. Und hängt oft von der Schmierung des Triebwerks ab.

Konfiguration / Anordnung - Großteils frei wählbar / Äußere Abmessungen sind vom Kunden vorgegeben.

Abmessungen:

- Länge 605mm
- Höhe 565mm
- Breite 385mm

Der Getriebezug sollte eine einstufige Planetenuntersetzung und eine einstufige Stirnraduntersetzung umfassen. Die Antriebsstränge werden für den Betrieb von Hydraulikpumpen und die Messung der Drehzahl benötigt.

Sensor oder Geräte zur Messung des Propellerantriebsdrehmoments sollten in das Getriebesystem integriert sein. Das gemessene Drehmomentsignal sollte an die elektronische Steuerung des Motors übertragen werden.

Achsabstand von der Eingangswelle zur Ausgangswelle: 125mm

Untersetzungsstufen (Referenzwert):

- Stirnradstufe 1: Übersetzung 2,9 von 23000 min^{-1} auf 7814 min^{-1}
- Planetenstufe 2: Übersetzung 4,6 von 7814 min^{-1} auf 1700 min^{-1}

Getriebematerialien und -prozesse

Frei wählbar (Nicht eingeschränkt vom Kunden)

Gewicht

So minimal wie möglich. (Nicht eingeschränkt vom Kunden)

Betriebsumgebung

Temperatur- und Druckbereiche (u.a. für die in AGMA 6123-C16 verwendeten thermischen Bewertungskriterien) sowie die durchschnittliche Roll bzw. Nicklage im Flug werden normalerweise vom Kunden vorgegeben.

Zuverlässigkeit und Wartbarkeit

Mittlere Zeit zwischen Ausfällen, MTBF oder Ausfallwahrscheinlichkeit muss vom Kunden definiert werden.

Kosten

Nicht relevant für diese Ausarbeitung

3.2 Vorentwurf des Getriebes

In diesem Abschnitt erfolgt die Vorauslegung und Überlegungen verschiedener Getriebekonfigurationen, die die grundlegenden Drehzahl-, Leistungs- und Übersetzungsanforderungen erfüllen.

3.2.1 Systementwurf (Konfiguration, Layout und Dimensionierung)

Bestehend aus den Vorgaben wird ein 2D-Layout definiert, wobei grundlegende Größen/ Abmessungen und Zahnradlayouts festgelegt werden, mit denen die richtige Drehrichtung und Komponentengröße sichergestellt werden. In dieser Entwurfsphase werden mehrere Layouts betrachtet bzw. ein bestes Layout wird mehrere Male wiederholt, um die Anordnung zu optimieren.

Eng mit dem Layout verbunden ist in dieser Ausarbeitung die Dimensionierung der Komponenten. Die Dimensionierung von Zahnradern basiert sowohl auf den Belastungen als auch auf der Fähigkeit, die Anforderungen an die Lebensdauer zu erfüllen. Die Lager werden basierend auf der Belastbarkeit bemessen, um Belastungen von den Zahnradern für den Arbeitszyklus des Antriebsstrangs zu reagieren.

3.2.1.1 Konfigurationsauswahl

Anordnung

Es gibt mehrere Konfigurationen bezüglich Leistungseinleitung und -ausgang bei einem Planetengetriebe. Im vorliegenden Fall wird lediglich ein Zweiwellensystem benötigt. Dadurch kann eine Welle in einem Dreiwellensystem, wie es bei einem Planetengetriebe der Fall ist, stillstehen. Beispielsweise schränkt allein die Anforderung, dass die Ausgangsdrehzahl dieselbe Drehrichtung haben muss wie die Eingangsdrehzahl, die Anzahl der möglichen Konfigurationen ein.

Anordnung „Solar“ (Sonne fest) und Anordnung „Planeten“ (Hohlrad fest) besitzen dieselbe Drehrichtung am Ausgang wie auch am Eingang. Anordnung „Stern“ (Planetenträger fest) hingegen, dreht die Drehrichtung um.

Bei einer „einfachen“ Planetengetriebeanordnung mit ergibt sich folgende Überlegung zu den Übersetzungen:

Anordnung „Solar“:

$$i := \frac{z_H + z_S}{z_H} \quad (26)$$

Anordnung „Planeten“:

$$i := \frac{z_H + z_S}{z_S} \quad (27)$$

Anordnung „Stern“:

$$i := -\frac{z_H}{z_S} \quad (28)$$

Dadurch, dass bei einer „einfachen Anordnung“ $z_H > z_S$ ist, bedeutet dies, dass die mögliche Übersetzung in der Anordnung „Planeten“ stets am größten sein muss.

Aus diesem Grund wird auf diese Anordnung weiter eingegangen.

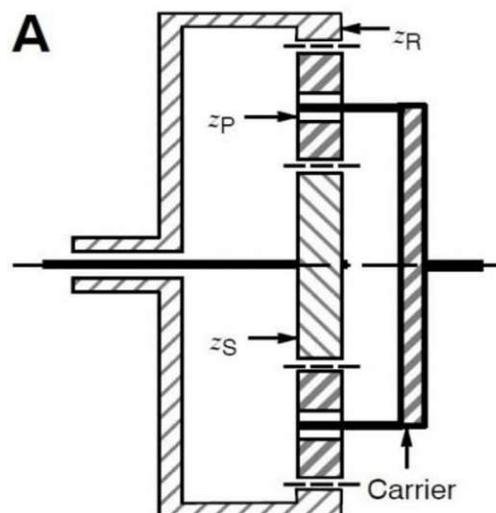


Abbildung 58: Gewählte Anordnung für die Ausarbeitung aufgrund größtmöglichen Übersetzungsverhältnis der einfachen Anordnung.

Anzahl Planeten

Eine weitere besondere Eigenschaft von Planetengetrieben muss definiert werden. Die Anzahl der Planeten hat Einfluss auf die weiteren Betrachtungen wie Lagerungen, Leistungsaufteilung, ...

Bei steigender Anzahl der Planetenräder kann durch eine dabei stattfindende Lastverteilung auf eine größere Anzahl an Zahneingriffen das übertragbare Drehmoment erhöht werden. Durch die Lastaufteilung auf mehrere parallele

Zahneingriffe, sinkt gleichzeitig die Größe des Planetengetriebes. Das Schwimmen oder auch Floating genannt verbessert die Lastverteilung für eine größere Anzahl von Planeten erheblich, obwohl eine perfekte Lastverteilung mit mehr als 3 Planeten möglicherweise nicht möglich ist.

Im Gegenzug, verkompliziert sich die Gewährleistung der Lastaufteilung und die generelle Konstruktion des Planetenträgers. Da im vorliegenden Getriebe das Hohlrad fest mit dem Getriebegehäuse verbunden wird, kann lediglich das Sonnenrad eine schwebende Eigenschaft besitzen. Damit eine Kraftaufteilung sinngerecht ausgeführt wird, werden somit nicht mehr als drei Planetenräder im System eingeplant. In der folgenden Dimensionierung wird überprüft, ob drei Planetenräder ausreichen, um das geforderte Drehmoment mit ausreichender Sicherheit zu übertragen.

Lagerung Hohlrad

Feststehendes Hohlrad im Getriebegehäuse fest verschraubt.

Lagerung Planetenträger

Der Planetenträger und die damit verbundene Ausgangswelle, werden durch Wälzlager gelagert, damit eine enge radiale und axiale Positionierung festgelegt wird.

Durch die enge radiale und axiale Positionierung von Wälzlagern unabhängig von der Drehzahl sowie den geringen Leistungsverlust, eine minimale Größe für die Lastkapazität und einen geringen Schmiermittelfluss werden Wälzlager für die Ausarbeitung gewählt. Aus diesem Grund werden im gesamten Getriebe keine Gleitlagerungen verwendet und es kann auf ein aufwändiges Gleitlagerschmiersystem verzichtet werden.

Lagerung Planetenräder

Die Trägerkonfiguration in der vorliegenden Arbeit besteht aus zwei parallelen Wangen. Der Bolzen, auf den die Planeten gelagert werden, sitzt zwischen diesen beiden Schreibern. Der Bolzen wird dabei in den beiden Wangen des Planetenträgers befestigt. Sobald drei Planeten verwendet werden, sollten die Planeten einen ausreichenden Fußkreisdurchmesser besitzen, damit es möglich ist das Lager unter den Zähnen zu platzieren. Im Falle einer Lagerung der Bolzen in den Wangen des Planetenträgers führt die Lagerung zu einer Verminderung des Stegquerschnitts, was verhindert werden sollte.

Auf den gehärteten Bolzen sitzt der Planetenlagerinnenring und das Planetenrad selbst wird als Lageraußenring verwendet.

Lagerung Sonnenrad

Wie in vorigen Kapiteln diskutiert, deuten theoretische Analysen und experimentelle Daten darauf hin, dass eine ungefähr gleiche Lastverteilung mit 3 Planeten erreicht werden kann, indem einem der Zentralräder erlaubt wird, zu schweben. Dies gilt so lange, dass das schwebende Element auch ausreichend Spiel hat.

Ein schwimmendes Element (das Hohlrاد, das Sonnenrad oder der Träger mit den darauf montierten Planeten), kann sich frei radial von der theoretischen Mitte der Planetenstufe bewegen und hat somit ein Radialspiel. Dies bedeutet zwangsläufig, dass das Element nicht von Rollen- oder anderen Lagern getragen werden kann. Zahn Kupplungen können in das schwimmende Element eingreifen, es muss sich jedoch frei radial innerhalb des spezifizierten Spiels bewegen können.

Es muss also eine Lösung ausgearbeitet werden, das Sonnenrad zwischen den Planeten „schweben“ zu lassen. Die Schwierigkeit in dieser Ausarbeitung ist dabei, dass sich das Rad der ersten Stirnradstufe auf derselben Welle wie das Sonnenrad befindet.

Im Rahmen dieser Arbeit wird versucht durch ausreichendes radiales Spiel innerhalb der Lagerung (Lagerluft) das nötige Schweben des Sonnenrades zu ermöglichen.

Für Getriebezüge mit einem schwebenden Element nach Formel (18), erkennt man, dass wenn 3 Planetenräder verwendet werden, ist der Lastaufteilungsfaktor K_γ in jedem Fall gleich 1, sofern die Sonnenwelle auch als schwebend betrachtet werden kann. Somit gilt es im vorliegenden Fall noch zu kontrollieren, ob das vorhandene radiale Spiel auch das minimale radiales Spiel (RRC) übersteigt und die Gleichung (18) auch gültig ist (Siehe Tabelle 2).

Die Teilungs-Gesamtabweichung F_{Pk} erhält man anhand der Zahnradgeometrie und der gewählten Verzahnungsqualität aus der Norm DIN 3962-3 [19]. Es folgt für das Sonnenrad:

- Teilungsdurchmesser: über 50mm bis 125mm
- Zentriwinkel: ca. 22°
- Modul: über 2mm bis 3,5mm
- Verzahnungsqualität: 7

Und daraus erhält man einen F_{Pk} -Wert für das Sonnenrad von 16µm.

Die gleiche Vorgehensweise gilt für das Hohlrاد F_{Pk} -Wert von 22 µm und das Planetenrad F_{Pk} -Wert von 18 µm.

Für $TOL_{location}$ wird ein geschätzter Wert angenommen, welcher die radiale Position der Drehachse des Planeten im Betrieb darstellen soll. Für diesen Wert wird $20 \mu m$ gewählt.

$TOL_{thickness}$ wird in dieser Ausarbeitung mit $20 \mu m$ angenommen.

Aus diesen Werten folgt e als die effektive tangentielle Abweichung der Planetenmittelachse von der idealen Position:

$$\begin{aligned} \pm e &= \frac{F_{P(Planet)}}{2} + \frac{F_{P(Sonne)}}{4} + \frac{F_{P(Hohlrad)}}{4} + \frac{TOL_{location}}{2} + \frac{TOL_{thickness}}{2} \\ &= 38,5 \mu m \end{aligned} \quad (29)$$

Das angestrebte minimale radiale Lagerspiel (RRC) in dieser Ausarbeitung mit 3 Planetenrädern beläuft sich somit zu $1,334 * e = 1,334 * 28,5 \mu m = 51,359 \mu m$

Im vorliegenden Fall reicht nach Einteilung der Lagerluftklassen und nach der Berechnung des minimalen radialen Spieles somit ein Lager mit der Lagerluftklasse „Normal“ bzw. Lagerluftklasse „C3“ (siehe Abbildung 22) aus, damit die Sonnenwelle als schwebendes Element klassifiziert werden und ein Lastaufteilungsfaktor $K_\gamma = 1$ angenommen werden kann.

Zusammenfassung

- Einfach Planetengetriebe mit Anordnung „Planeten“
- 2-scheibiger Planetenträger mit Lagerung der Planeten auf Bolzen unterhalb des Planetenrades
- 3 Planeten mit schwebender Lagerung des Sonnenrades.
- Festverschraubtes Hohlrad und Lagerung des Planetenträgers
- Wälzlager durchgehend im gesamten Getriebe
- Lagerung des Sonnenrades mit Wälzlager „normaler“ Lagerluft

3.2.1.2 Layout und Dimensionierung

Im Rahmen der Vorauslegung wird das Getriebe auch hinsichtlich Montierbarkeit betrachtet. Nicht jede Kombination aus Zähnezahlen kann auch verwirklicht werden. Daraus folgen mehrere geometrische Bedingungen, die in der Vorauslegung bereits berücksichtigt werden.

Geometrische Bedingungen:

- Drehzahlabweichung +/- 1%:
Die vorgegebene Ausgangsdrehzahl von 1700 min^{-1} soll von der effektiven Ausgangsdrehzahl nicht mehr als 1% abweichen:

$$\frac{n_{aus} - n_{effa}}{n_{aus}} < 1\% \quad (30)$$

- Mindestzahnradbreiten nach Niemann/Winter:

	Geradverzahnung	Schrägverzahnung
Axiale Steifigkeit der Zähne	$b > 6 * m$	$b > 6 * m_n$
Axiale Steifigkeit des Rades	$b > \frac{d_A}{12}$	$b > \frac{d_A * (1 + \tan\beta)}{12}$

Tabelle 5: Mindestzahnradbreiten nach Niemann/Winter

- Modulbreitenverhältnis nach [5, Tbls. 21–13]:

$$\Psi_m > \frac{b_1}{m} \quad (31)$$

Das Verhältnis muss, je nach Verzahnungsqualität und Lagerung innerhalb folgender Grenzwerte liegen:

Lagerung	Verzahnungsqualität nach DIN 780	Ψ_m
Stahlkonstruktion, leichtes Gehäuse	11...12	10...15
Stahlkonstruktion oder fliegendes Ritzel	8... 9	15...25
gute Lagerung im Gehäuse	6... 7	20...30
genau parallele, starre Lagerung	6... 7	25...35
b/d1 ≤ 1, genau parallele, starre Lagerung	5... 6	40...60

Tabelle 6: Modulbreitenverhältnis in Abhängigkeit der Verzahnungsqualität nach DIN 780

- Profilüberdeckung:

Mit Hilfe der Kopfeingriffsstrecke ρ_a , der Fußeingriffsstrecke ρ_f und der Stirngrundkreisteilung p_e des kleineren Zahnrades wird die Profilüberdeckung errechnet.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\rho_a + \rho_f}{p_e} \geq 1 \quad (32)$$

- Gesamtüberdeckung (bei Schrägverzahnten Stirnradstufen berechnet mit Sprungüberdeckung ε_β)

Sprungüberdeckung:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b * \sin\beta}{m * \pi} \quad (33)$$

Gesamtüberdeckung:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \geq 1 \quad (34)$$

- Spitzwerden der Zähne (Nicht bei Hohlrädern):

Die Kontrolle erfolgt nach DIN ISO 21171:2014 Formel 12 bzw. Formel 38. Dabei wird ein maximaler Kopfkreisdurchmesser definiert, welcher nicht überschritten werden darf mit dem vorhandenen Kopfkreisdurchmesser.

- Unterschnitt

Für die Kontrolle auf Unterschnitt wird mit DIN ISO 21771 Formel 135 eine Mindestprofilverschiebung berechnet, welche nicht unterschritten werden darf.

- Montierbarkeit der Planeten mit gleichmäßiger Verteilung am Umfang

Im vorliegenden Fall handelt es sich um ein einfaches einstufiges Planetengetriebe mit Ausführung als Minusgetriebe. Die addierte Zähnezahlszahl vom Sonnenrad und dem Hohlrad im Planetengetriebe müssen, bei gleichmäßiger Verteilung, durch die Anzahl der Planeten teilbar sein (ohne Rest).

$$\text{mod} (|z_H| - |z_P|, N_P) = 0 \quad (35)$$

- Kollision der Planeten

Abstand C zwischen Planeten sollte laut Abbildung 10 von AGMA 6123-C16 mindestens zweimal der Modul sein.

$$C \geq 2 * m \quad (36)$$

- Radiale Montierbarkeit

Der Zahnabstand des Hohlrades muss größer sein als die Zahnweite des Ritzels. Eine überschlägige Schätzung ist, dass die Zähnezahzahl des Hohlrades weniger der Zähnezahzahl des Planeten 15 ergeben muss.

$$|z_H| - |z_P| \geq 15 \quad (37)$$

Belastbarkeit

Dimensionierung von Zahnrädern basiert sowohl auf den Belastungen als auch auf der Fähigkeit, die Anforderungen an die Lebensdauer zu erfüllen. Dadurch wurde in der Vorauslegung zugleich auch eine Berechnung auf Grübchen und Zahnfußfestigkeit nach DIN3990 durchgeführt. Dies soll einen Überblick geben, ob die vorausgelegten geometrischen Zusammenhänge auch den Belastungen standhalten können. Dabei werden folgende Sicherheiten bei jedem Zahnrad für jede Zahnradpaarung einzeln überprüft:

- Sicherheit Zahnfußfestigkeit Dauerfestigkeit
- Sicherheit Zahnfußfestigkeit statische Festigkeit
- Sicherheit Grübchenfestigkeit statische Festigkeit
- Sicherheit Grübchenfestigkeit statische Festigkeit

Folgende Zahnradpaarungen werden untersucht:

- Stirnradstufe Ritzel – Stirnradstufe Rad
- Sonne - Planeten
- Planeten – Hohlrad

4 Ergebnisse / Auswertung

4.1 Vorbereitung MathCAD

In diesem Kapitel wird mittels einem allgemeinen Berechnungsprogramme (MathCAD) zunächst das Getriebe auf geometrischen Bedingungen und sicherheitstechnischen Parametern geprüft. Der Schwerpunkt liegt dabei auf die Darstellung und das Nachvollziehen der Rechenweise und der Methoden, die bei der Vorbereitung verwendet wurden. Dabei wurden die folgenden Normen als Referenz herangezogen:

- DIN 3990 Teil 1: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Einführung und allgemeine Einflussfaktoren.
- DIN 3990 Teil 2: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Grübchentragfähigkeit
- DIN 3990 Teil 3: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit
- DIN 3990 Teil 5: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten
- DIN 3990 Teil 11: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Industriegetriebe Detail-Methode
- DIN 3990 Teil 21: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Schnelllaufgetriebe und Getriebe ähnlicher Anforderungen
- ISO21771: Zahnräder – Zylinderräder und Zylinderradpaare mit Evolventenverzahnung – Begriffe und Geometrie
- DIN 3960: Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung; Zusammenstellung der Gleichungen
- DIN 3992: Profilverschiebung bei Stirnrädern mit Außenverzahnung
- DIN 3962 Teil 2: Toleranzen für Stirnradverzahnungen; Toleranzen für Flankenlinienabweichungen.

Das Berechnungsprogramm ermöglicht es schnell rechentechnische Parameter umzuändern und dadurch eine erste Machbarkeitsanalyse zu erhalten. Dabei werden sowohl für ein Stirnradgetriebe relevante, jedoch vor allem geometrische Bedingungen für Planetengetriebe überprüft. Anschließend wird eine erste Abschätzung der sicherheitstechnischen Parameter durchgeführt wurde. Dazu werden die verwendeten Formeln und Berechnungsmethoden aufgeführt und erläutert. Dabei wurde sichergestellt, dass die Berechnungen den Anforderungen der genannten Normen entsprechen.

In den Unterkapiteln "Grundlegende Angaben für die Vorbereitung" und Werkstoffdaten werden die wichtigsten Parameter für die Berechnung dargelegt. Im Unterkapitel "Theoretische Übertragungsaufteilung" wird die Aufteilung der Lasten auf die einzelnen Übersetzungsstufen abgeschätzt.

Im Unterkapitel "Geometrie der Zahnradpaare" wird die Geometrie der einzelnen Zahnradpaare genauer betrachtet und berechnet bevor die Geometrie im Unterkapitel Kontrollen überprüft wird. (Kopfspiel, Überdeckung, ...). Im Unterkapitel "Festigkeitsberechnung der Zahnräder" wird die Berechnung der Fuß- und Zahnflankenfestigkeit sowohl für den dynamischen als auch für den statischen Bereich dargelegt.

Es wurden mehrere Versionen der Verzahnungsstufen erarbeitet und diese wurden bewertet. In erster Linie wurden Zähnezah- und Modulvariationen in einer weiteren Vorbereitung durchgeführt und aufgrund folgender Kriterien bewertet:

- Realisierung der geforderten Ausgangsdrehzahl
- Größte gemeinsamer Teiler der Verzahnungsstufen von 1
- Achsabstand von Ein- und Ausgang
- Realisierung der Montage der Planetenräder
- Faktorischer Planetengetriebebezug
- Freiraum der Planetenräder untereinander.

Version	Anordnung	1.Stufe						2.Stufe					Faktorisiert	Montage	Clearance	n aus	
		Ritzel	Rad	ggT	u_1	Modul	Achsabstand	Np	Sonne	Planet	Hohlrad	Modul				u_2	n aus
1	Solar															0,782	-9938,718
	Stern	25	74	1	-2,960	2,50	123,75	3	36	46,5	129	3,00	nicht bzw. teilweise Faktor	OK	68,84	1,279	-6074,939
	Planeten															-3,583	2168,448
2	Solar															0,798	-10397,260
	Stern	22	61	1	-2,773	3,00	124,50	3	37	54,5	146	3,00	nicht bzw. teilweise Faktor	OK	68,22	1,253	-6617,934
	Planeten															-3,946	2102,178
3	Solar															0,833	-12400,000
	Stern	31	69	1	-2,226	2,50	125,00	3	37	74,0	185	3,00	nicht bzw. teilweise Faktor	OK	60,39	1,200	-8611,111
	Planeten															-5,000	2066,667
4	Solar															0,833	-12790,244
	Stern	19	41	1	-2,158	4,00	120,00	3	24	48,0	120	3,00	nicht bzw. teilweise Faktor	OK	37,06	1,200	-8882,114
	Planeten															-5,000	2131,707
5	Solar															0,880	-16023,041
	Stern	19	31	1	-1,632	5,00	125,00	3	22	69,5	161	3,00	nicht bzw. teilweise Faktor	OK	23,22	1,137	-12402,080
	Planeten															-7,318	1926,267
6	Solar															0,781	-9975,413
	Stern	21	62	1	-2,952	3,00	124,50	3	23	29,5	82	3,00	nicht bzw. teilweise Faktor	OK	41,90	1,280	-6083,871
	Planeten															-3,565	2185,090
																-0,280	27774,194
																4,565	-1706,452
																0,219	-35564,516

Abbildung 59: Zähnezahl-, Modul- und Anordnungskombinationen für den Getriebezug

In Abbildung 59 erkennt man 6 verschiedene ausgearbeitete Versionen, welche aufgrund der Zähnezah- und Modulkombination den grundlegenden Anforderungen eines funktionierenden Getriebezuges entsprechen. Die Ausgangsdrehzahl wird hier als eines der Hauptkriterien betrachtet. Dies ist eine Kundenanforderung und muss dringend eingehalten werden.

Wie in Kapitel 2.1.3.6 angeführt, gibt es Kriterien, welche erfüllt sein müssen, damit ein mehrere Planeten in ein Hohl- bzw. gleichzeitig in ein Sonnenrad montiert werden können. Dies wird mit der Spalte „Montage“ überprüft.

Die Spalte Clearance überprüft, ob die Planetenräder sich berühren. Diese Anforderung stellte kein Problem dar. Dies folgt aufgrund der Übersetzungsaufteilung.

Wie im Kapitel 2.1.3.6 beschrieben ist ein nicht faktorisiertes System theoretisch besser in Bezug auf Getriebegeräusche (Die Geräusche anregender Zahneingriffsstöße verteilen sich über den Zeitraum zwischen zwei zahneingriffen). Bei faktorisierender Anordnung werden die Zahnbewegungen der verschiedenen Planeten synchronisiert, was dazu neigt einen zyklischen Takt zu produzieren. Diese Eigenschaft wird in der ersten Vorbetrachtung auch berücksichtigt.

Aus derselben Überlegung heraus erfolgt die Kontrolle der Eingangsstirnradstufe auf den größten gemeinsamen Teiler beider Stirnräder. Es wird hier gefordert, dass der größte gemeinsame Teiler der Anzahl der Zähne von zwei beliebigen ineinandergreifenden Zahnradern nicht größer als eins ist, damit nicht in regelmäßigen Abständen stets die gleichen Zähne ineinander kämmen.

Die Versionen ersichtlich in Abbildung 59 wurden mit dem Berechnungsprogramm MathCAD berechnet, wobei die Version 6 als finale Version betrachtet wurde. Der gesamte Getriebezug war sehr kompakt und alle geometrischen bzw. sicherheitstechnischen Anforderungen wurden eingehalten (siehe Anhang A).

Die gesamte Berechnung der Version 6 mittels MathCAD befindet sich im Anhang A der vorliegenden Arbeit.

4.2 Aufbau FVA Workbench

Die Vorberechnung des Getriebezuges war ein wichtiger Schritt, um sicherzustellen, dass die gewählten Geometrischen Eigenschaften funktionieren. Dies beinhaltet die Überprüfung der geometrischen Bedingungen und der Sicherheiten in Bezug auf Zahnflanken- und Fußtragfähigkeit. Um größere Abweichungen von der Soll-Sicherheit zu erkennen, kann man mit dem allgemeinen Berechnungsprogramm MathCAD die Normen nachbilden/nachrechnen und somit einzelne Faktoren gezielt mittels geometrischer Anpassungen verbessern. Bei einer Berechnung mittels FVA Workbench geht dieses Verständnis für die Berechnungsnorm Großteiles verloren. Darum wurde erst zur Nachrechnung der Berechnung der Verzahnungssicherheiten der Getriebezug in der FVA Workbench nachgebildet.



Abbildung 60: 3D-Modell - Getriebezug V6 aufgebaut in der FVA-Workbench

FVA Workbench ist eine Software, die speziell für die Berechnung von Getriebeteilen entwickelt wurde. Sie ermöglicht es, den Aufbau eines Getriebezugs mit Stirnradstufe und Planetenstufe sowie die Auswahl der Lagerungen, Welle-Nabe Verbindungen, zu planen.

In der vorliegenden Arbeit wurde keine Lagerberechnung durchgeführt. Darum wurde lediglich die Lagerung ausgewählt. Die verwendeten Lager in der Ausarbeitung hatten lediglich die Anforderung an der berechneten Lagerluft, damit das Sonnenrad

als schwimmend angenommen werden kann. Aufgrund der hohen Drehzahl können keine Standardlager verwendet werden. Die FVA Workbench bietet in ihren Lagerkatalog keine Lager mit geeigneten Drehzahlen von SKF an.

Da die Vorberechnung händisch mit einem Berechnungsprogramm durchgeführt wurde, ist sie auch fehleranfällig. Um sicherzustellen, dass das Getriebe sicher und zuverlässig funktioniert, wurden die Endversion der Vorberechnung in FVA Workbench aufgebaut/nachgerechnet und mit der ursprünglichen Vorberechnung verglichen. Dies diente als Verifikation der Vorberechnung in der Anfangsphase und ermöglichte es, eventuelle Fehler in der Berechnung frühzeitig zu erkennen und zu korrigieren.

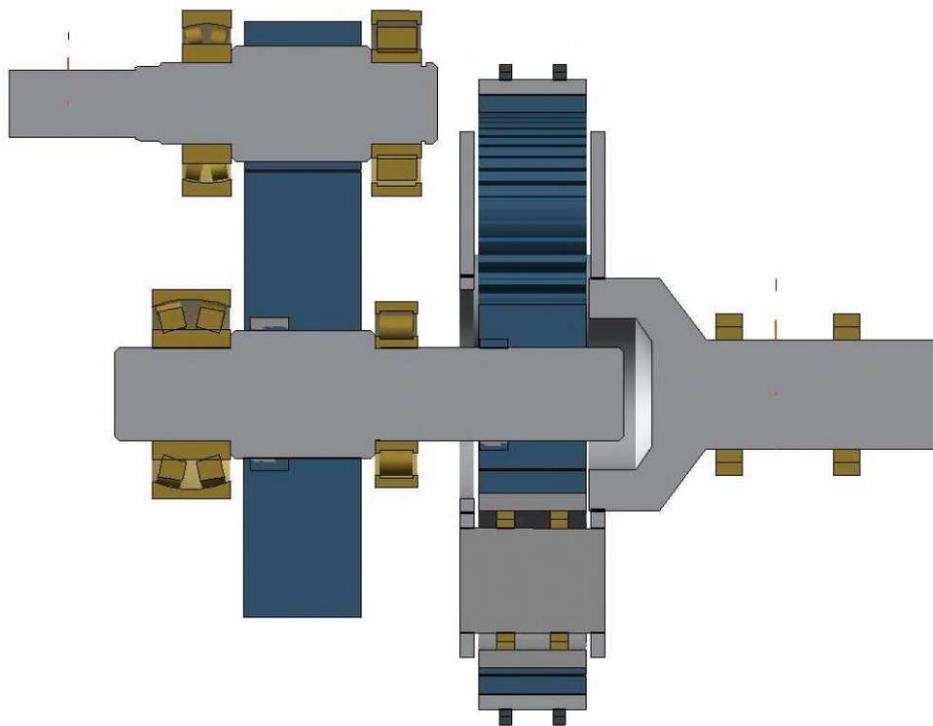


Abbildung 61: Querschnitt – Getriebezug aufgebaut in der FVA Workbench

Insgesamt ist die Verwendung von FVA Workbench eine nützliche Methode, um sicherzustellen, dass die geometrischen Bedingungen und Sicherheiten des Getriebes im Hinblick auf Zahnflanken und Fußtragfähigkeit eingehalten werden und dass die endgültige Version der Vorberechnung mit der Nachberechnung übereinstimmt.

Die Daten bezogen auf den Leistungsfluss aus der FVA Workbench (siehe Tabelle 7):

		Drehmoment T in Nm	Drehzahl n in 1/min
1. Stufe (Stirnradstufe)	Ritzel	387,01	23000
	Rad	1142,59	7790,32
Stufe (Sonne-Planet)	Sonnenrad	380,86	7790,32
	Planetenrad	480,22	4825,14
Stufe (Planet-Hohlrad)	Planetenrad	480,22	4825,14
	Hohlrad	1357,86	0

Tabelle 7: Leistungsflussdaten Stirnradstufen

Mittels der FVA Workbench wurde für kritische Kerben, welche zunächst im Modell definiert wurden, mittels DIN 743 nachberechnet. Die Geometrien der Wellen sind abhängig von der Lagerung und den endgültigen Lagern und sind somit in der vorliegenden Arbeit lediglich als Referenz zu betrachten. Dennoch haben sich folgende Sicherheiten bei den, als kritisch betrachtete, Kerbpositionen ergeben (siehe Tabelle 8):

Fz	Kerbform	Sicherheit Dauerbruch SD	Sicherheit Fließen SF	Sicherheit Anriss SA
Eingangswelle	Zahnwelle mit Evolventenverzahnung	25,71	58,91	73,69
	Wellenabsatz	/	6,31	7,92
Sonnenwelle	Passfeder-Verbindung (2 Passfedern)	6,15	24,7	28,22
	Wellenabsatz mit Freistich	2,81	2,86	5,46
	Passfeder-Verbindung	41,98	3,46	9,84
Steg	glatte Welle	12,87	1,12	4,98
	glatte Welle	58,26	6,37	37,67

Tabelle 8: Wellensicherheiten nach DIN 743 (2012)

Relevant für diese Ausarbeitung sind die Ergebnisse der Version 6 der Triebwerkgetriebebezug in Bezug auf Sicherheit der Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit bei dynamischen und statischen Belastungsanforderungen. Diese sind in folgender Tabelle 9 aufgelistet:

	Sicherheitsfaktor	Dynamisch		Statisch	
		Flanke SH	Fuß SF	Flanke SH	Fuß SF
1. Stufe (Stirnradstufe)	Ritzel	1.017	1.533	1,47	3,64
	Rad	1.043	1.489	1,51	3,38
Stufe (Sonne-Planet)	Sonnenrad	1.006	1.792	1,51	4,47
	Planetenrad	1.026	1.232	1,51	2,77
Stufe (Planet-Hohlrad)	Planetenrad	2.183	1.944	1,54	2,77
	Hohlrad	2.298	1.761	3,40	5,83

Tabelle 9: Sicherheit auf Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit bei statischer und dynamischer Belastung

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Wissensgrundlage für die Entwicklung von Luftfahrtgetrieben inklusive Planetengetriebe und Constant Speed Drives geschaffen. Propellergetriebene Flugzeuge mit Triebwerksantrieb benötigen ein Untersetzungsgetriebe zwischen Antrieb und Propeller, da die maximale Drehzahl von Flugpropellern aufgrund der maximalen Geschwindigkeiten der Propellerblattspitzen begrenzt ist. Durch die Untersuchung der verschiedenen Faktoren, die bei der Entwicklung eines solchen Getriebes von Bedeutung sind, und die Auslegung eines konkreten Getriebezugs, konnte diese Arbeit einen Beitrag zur Entwicklung leisten und gleichzeitig eine wertvolle Wissensgrundlage für zukünftige Entwicklungen in diesem Bereich schaffen.

Der praktische Teil dieser Arbeit bestand darin einen konkreten Getriebezug aufzubauen unter Berücksichtigung der Vorgehensweise nach der AGMA911-B21. Anforderungen, Ziele und der Vorentwurf des Getriebes wurden beschrieben und ausgeführt. Der Vorentwurf des Getriebes wurde dabei auf zwei verschiedenen Arten umgesetzt.

Einerseits wurde mittels MathCAD und der zugehörigen Normen die Berechnung händisch ausgeführt und andererseits wurde der Getriebezug mittels der FVA Workbench aufgebaut.

Ziel der händischen Vorberechnung war es Rechenweise und Methoden der Normen nachzuvollziehen, um bei größeren Abweichungen der Soll-Sicherheiten (etwa der Verzahnungen) ein Gefühl zu haben welche Faktoren ausschlaggebend sind und wie diese verbessert werden können. Dabei wurden mehrere folgenden Normen für die Berechnung herangezogen. Damit war es möglich schnell rechentechnische Parameter umzuändern und dadurch eine erste Machbarkeitsanalyse zu erhalten.

Der Aufbau mittels FVA Workbench diente als ersten Schritt in Richtung detaillierte Ausarbeitung und Verifikation der händischen Berechnung des Getriebezuges.

Am Ende wird ein Getriebe dargelegt, bei dem Zähnezahl und Modulverhältnisse so gewählt werden, dass eine kompakte Einheit entsteht und beide Berechnungen zeigen, dass Sicherheiten in Bezug auf Zahnflanken- und Fußtragfestigkeit eingehalten werden.

Die Abweichungen der beiden Berechnungen sind minimal. Lediglich die unkritische Zahnradpaarung Planetenrad zu Hohlrad zeigt Abweichungen zwischen den beiden Berechnungen. Dies ist auf Faktoren wie Breitenlastfaktor $K_{H\beta}$ zurückzuführen, welcher in der FVA Workbench über das Gesamtsystem berechnet wird und nicht über eine konkrete Norm.

Insgesamt bietet diese Arbeit eine Grundlage für die Weiterentwicklung von Untersetzungsgetrieben für Propellerflugzeuge und kann dazu beitragen, eine Entwicklung eines Getriebes dieser Art an der Technischen Universität Wien durchzuführen.

Literaturverzeichnis

- [1] H. W. Müller, *Die Umlaufgetriebe: Auslegung und vielseitige Anwendungen*, 2., Neubearb. und erw. Aufl. in Konstruktionsbücher, no. 28. Berlin Heidelberg: Springer, 1998.
- [2] Prof. Dr.-Ing. W. Predki, *Zahnradgetriebe '99: Planetengetriebe; Tagung Wiesloch, 10. und 11. März 1999*, Bd. Stand der Planetengetriebe-Entwicklung. in VDI-Berichte, no. 1460, vol. Stand der Planetengetriebe-Entwicklung. Düsseldorf: VDI-Verl, 1999.
- [3] Benny, „ZF Achtgang-Automatik: Facelift gibt Debüt in BMW 520d mit B47“, Bd. BMW 5er, 21. August 2014. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.bimmertoday.de/2014/08/21/8hp-zf-achtgang-automatik-2014-bmw-520d-b47/>
- [4] „DIN 743-4:2012-12; Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen – Teil 4: Zeitfestigkeit, Dauerfestigkeit – Schädigungsäquivalente Spannungsamplitude“, Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN, 10772 Berlin, DEUTSCHE NORM, Dez. 2012.
- [5] H. Wittel, D. Jannasch, J. Voßiek, und C. Spura, Hrsg., *Roloff /Matek Maschinenelemente*, 23., Überarbeitete und Erweiterte Auflage. in *Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung / Roloff-Matek*. Herbert Wittel, no. 1,23 [L]. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017. doi: 10.1007/978-3-658-09082-1.
- [6] „ANSI/AGMA 6123-16, Design Manual for Enclosed Epicyclic Gear Drives“, American Gear Manufacturers Association, 1001 N. Fairfax Street, Suite 500, Alexandria, Virginia 22314, Aug. 2016. Zugegriffen: 31. August 2022. [Online]. Verfügbar unter: <http://www.agma.org>
- [7] „DIN 3990 Teil 1:Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Einführung und allgemeine Einflußfaktoren“, Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN, Berlin, DEUTSCHE NORM, Dez. 1987.
- [8] Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V. (FVA), „FVA Workbench“. FVA Software & Service GmbH, Lyoner Straße 18 60528 Frankfurt/Main.
- [9] Prof. Dr.-Ing. W. Predki, Dr.-Ing. G. Polifke, und Prof. em. Dr.-Ing. F.Jarchow, *Zahnradgetriebe '99: Planetengetriebe; Tagung Wiesloch, 10. und 11. März 1999*, Bd. Simulation des dynamischen Schwingungsverhaltens mehrstufiger Planetengetriebe. in VDI-Berichte, no. 1460, vol. Simulation des dynamischen Schwingungsverhaltens mehrstufiger Planetengetriebe. Düsseldorf: VDI-Verl, 1999.
- [10] Feng Wang, Xing Xu, Zongde Fang, und Long Chen, „Study of the influence mechanism of pitch deviation on cylindrical helical gear meshing stiffness and vibration noise“, Zhenjiang, China., Juni 2017.
- [11] R. Fischer, F. Küçükay, G. Jürgens, und B. Pollak, *Das Getriebebuch*, 2., Überarbeitete Auflage. in *Der Fahrzeugantrieb*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016. doi: 10.1007/978-3-685-13104-3.
- [12] Univ.-Prof.Dipl.-Ing Dr.techn. Hannes Hick, *Maschinenelemente II*. Graz: TU Graz, 2017.

- [13] „DIN ISO 21771:2014-08: Zahnräder – Zylinderräder und Zylinderradpaare mit Evolventenverzahnung – Begriffe und Geometrie“, Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN, Berlin, DEUTSCHE NORM, Aug. 2014.
- [14] Sabrina Bansemir, M. Sc., Dr.-Ing. Michael Otto Prof., und Dr.-Ing. Karsten Stahl, „Auf die Form kommt es an“, *Lehrstuhl für Maschinenelemente Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (ZFG)*, Bd. Nutzen von Zahnflankenmodifikationen, 9. November 2018. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.ingenieur.de/fachmedien/konstruktion/antriebstechnik/auf-die-form-kommt-es-an/>
- [15] Carl, C. und Stiller, S., „Korrektur einfluss Lastverteilung, Programmanleitung zum Korrekturprogramm SEKOR.“, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2013.
- [16] „Gears, CAM and Bearing“, *engineerharry.wordpress.com*, 17. Februar 2012. <https://engineerharry.wordpress.com/2012/03/17/gears-cam-and-bearing/> (zugegriffen 4. Dezember 2022).
- [17] „DIN 3990 Teil 21: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Schnellaufgetriebe und Getriebe ähnlicher Anforderungen“, Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN, Berlin, DEUTSCHE NORM, Feb. 1989.
- [18] Vonderschmidt, R., *Dynamische Zahnkräfte in Planetengetrieben*, Bd. 9. in antriebstechnik 22, vol. 9. 1983.
- [19] „DIN 3962-3 Toleranzen für Stirnradverzahnungen - Toleranzen für Teilungs-Spannenabweichungen“, Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, DEUTSCHE NORM, 1978.
- [20] „ISO 5753-1: Wälzlager - Lagerluft - Teil 1: Radiale Lagerluft“, Okt. 2010.
- [21] SKF AG, „SKF-Katalog“, *Allgemeines Lagerwissen*. <https://www.skf.com/at/products/rolling-bearings/principles-of-rolling-bearing-selection/general-bearing-knowledge> (zugegriffen 15. Januar 2023).
- [22] Dr.-Ing. G. Hansberg, Prof. em. Dr.-Ing. F. Jarchow, und Prof. Dr.-Ing. W. Predki, *Zahnradgetriebe '99: Planetengetriebe; Tagung Wiesloch, 10. und 11. März 1999*, Bd. Planetenrad-Wälzlager: Berechnung von Freßlastgrenzen und kritischen Betriebszuständen in vollrolligen und vollnadeligen Planetenradlagern. in VDI-Berichte, no. 1460, vol. Planetenrad-Wälzlager: Berechnung von Freßlastgrenzen und kritischen Betriebszuständen in vollrolligen und vollnadeligen Planetenradlagern. Düsseldorf: VDI-Verl, 1999.
- [23] „DIN ISO 281: Wälzlager – Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer“, Normenausschuss Wälz- und Gleitlager (NAWGL) im DIN, Berlin, DEUTSCHE NORM, Jan. 2009.
- [24] Dr.-Ing. P.-G. Hoch und Dipl. Ing. E. Raphael, *Planetengetriebe: e. leistungsfähige Komponente d. Antriebstechnik; Tagung, Bad Soden, 16. u. 17. März 1988*, Bd. Tragfähigkeit von Planetenrad-Rollenlagern. in VDI-Berichte, no. 672, vol. Tragfähigkeit von Planetenrad-Rollenlagern. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
- [25] Dr.-Ing. W. Schmidt, *Planetengetriebe: e. leistungsfähige Komponente d. Antriebstechnik; Tagung, Bad Soden, 16. u. 17. März 1988*, Bd. Turbogetriebe in

- Planetenbauweise. in VDI-Berichte, no. 672, vol. Turbogetriebe in Planetenbauweise. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
- [26] Dr.-Ing. H. Potthof, *Planetengetriebe: e. leistungsfähige Komponente d. Antriebstechnik; Tagung, Bad Soden, 16. u. 17. März 1988*, Bd. Anwendungsgrenzen von vollrolligen Planetenrad-Wälzlager. in VDI-Berichte, no. 672, vol. Anwendungsgrenzen von vollrolligen Planetenrad-Wälzlager. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
- [27] Schaeffler Technologies AG & Co. KG, „Zylinderrollenlager“. https://www.schaeffler.de/de/produkte-und-loesungen/industrie/produktportfolio/waelzlager_gleitlager/zyylinderrollenlager/ (zugegriffen 20. August 2022).
- [28] Dr.-Ing. M.-V. Kaci, *Planetengetriebe: e. leistungsfähige Komponente d. Antriebstechnik; Tagung, Bad Soden, 16. u. 17. März 1988*, Bd. Tragfähigkeit von Planetenrad-Gleitlagern. in VDI-Berichte, no. 672, vol. Tragfähigkeit von Planetenrad-Gleitlagern. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
- [29] Dr.-Ing. T. Weiß, *Planetengetriebe: e. leistungsfähige Komponente d. Antriebstechnik; Tagung, Bad Soden, 16. u. 17. März 1988*, Bd. Gerad-Schräg- und Doppelschrägverzahnung bei Planetengetrieben. in VDI-Berichte, no. 672, vol. Gerad-Schräg- und Doppelschrägverzahnung bei Planetengetrieben. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
- [30] Dr.-Ing. H.-J. Scheurlen, *Planetengetriebe: e. leistungsfähige Komponente d. Antriebstechnik; Tagung, Bad Soden, 16. u. 17. März 1988*, Bd. Verformungen und Spannungen von Planetenträgern. in VDI-Berichte, no. 672, vol. Verformungen und Spannungen von Planetenträgern. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
- [31] „VDI 2230 Systematische berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen“, VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP), VDI Richtlinien, Nov. 2015.
- [32] Christian Kromer, M. Sc. und Emre Ayan, M. Sc., „Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion / Einspritzkühlung“, *Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Thermische Strömungsmaschinen*. https://www.its.kit.edu/Forschungsschwerpunkte_OeZluEinspritzkuehlung.php
- [33] F. von Plehwe, *Untersuchung des Wärmeübergangs durch Einspritzkühlung für ein Höchstleistungsgetriebe*. in Forschungsberichte aus dem Institut für Thermische Strömungsmaschinen, no. Band 86/2021. Berlin: Logos Verlag Berlin GmbH, 2022.
- [34] J. D. Mattingly, *Elements of gas turbine propulsion*. in AIAA education series. Reston, Va: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.
- [35] Raytheon Technologies Corporation - Pratt & Whitney & Division, *Produktkatalog*. 400 Main Street East Hartford, CT 06118 United States of America, 2021. [Online]. Verfügbar unter: <https://pwgtf.com/family>
- [36] Safran, *Produktkatalog Safran Military Aircraft Engines*. Courcouronnes, France.
- [37] MTU Aero Engines AG, *Produktkatalog MTU Aero Engines*. Dachauer Str. 665 80995 München Germany, 2022. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.mtu.de/engines/military-aircraft-engines/fighter-aircraft/rb199/>

- [38] Emoscopes, „Schematic diagram of the operation of a axial flow turbojet engine“. 14. Dezember 2005. Zugegriffen: 9. Dezember 2022. [Online]. Verfügbar unter: https://en.wikipedia.org/wiki/Turbojet#/media/File:Turbojet_operation-_axial_flow.png
- [39] Isabel Heinrich, „Wie funktioniert ein Turbofan-Triebwerk? – Aufbau eines Triebwerks“, *Aeroreport*, 08.12. <https://aeroreport.de/de/good-to-know/wie-funktioniert-ein-turbofan-triebwerk-aufbau-eines-triebwerks> (zugegriffen 9. Dezember 2022).
- [40] K. Aainsquatsi, „Schematic diagram illustrating the operation of a 2-spool, low-bypass turbofan engine, with LP spool in green and HP spool in purple.“ 5. Juli 2008. Zugegriffen: 9. Dezember 2022. [Online]. Verfügbar unter: https://de.wikipedia.org/wiki/Mantelstrom#/media/Datei:Turbofan_operation_lbp.svg
- [41] R. D. Hager und D. Vrabel, *Advanced turboprop project*. Washington DC: NASA Scientific and Technical Information Division, 1988.
- [42] Das Fluglärm Portal, „ICAO regelt den internationalen Luftverkehr“, *Fluglärm Portal*. https://www.xn--fluglrm-portal-9hb.de/regeln-gesetze/wer-regelt-was/international/#laermzertifizierung_von_flugzeugen (zugegriffen 7. Mai 2023).
- [43] Europäische Kommission, Hrsg., *Flightplan 2050: Europe’s vision for aviation; maintaining global leadership and serving society’s needs; report of the high-level group on aviation research*. in policy. LuxembourgPubl. Office of the European Union, 2011. doi: 10.2777/50266.
- [44] Das Fluglärm Portal, „Weniger Lärm an den Triebwerken“, *Fluglärm Portal*. <https://www.xn--fluglrm-portal-9hb.de/laerm-vermeiden/moderne-flugzeuge/triebwerke/> (zugegriffen 20. September 2022).
- [45] Das Fluglärm Portal, „Fluglärmforschung“, *Fluglärm Portal*. <https://www.xn--fluglrm-portal-9hb.de/laerm-vermeiden/forschungsprojekte/> (zugegriffen 7. Mai 2023).
- [46] P. Duchstein, *Getriebeturbofan und konventioneller Turbofan: ein Vergleich auf der Basis stationärer Leistungsrechnungen*. Hamburg: Diplomica Verl, 2013.
- [47] Pratt and Whitney Aircraft, *The Aircraft Gas Turbine Engine and its operation*, Bd. 200. East Hartford, Connecticut: Pratt and Whitney Aircraft, 1988.
- [48] Emoscopes, „Schematic diagram of the operation of a turboprop engine“. 20. August 2009. Zugegriffen: 9. Dezember 2022. [Online]. Verfügbar unter: https://en.wikipedia.org/wiki/Turboprop#/media/File:Turboprop_operation-en.svg
- [49] Rolls Royce, „UltraFan - The Ultimate TurboFan“, 2022. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.rolls-royce.com/innovation/ultrafan.aspx>
- [50] The executive director of the european aviation safety agency: Patrick Goudou, *Certification specifications, including airworthiness codes and acceptable means of compliance for normal, utility, aerobatic and commuter category aeroplanes (« CS-23, Amendment 4 »)*. 2015, S. 409. Zugegriffen: 11. Dezember 2022. [Online]. Verfügbar unter: easa.europa.eu
- [51] The executive director of the european aviation safety agency: Patrick Goudou, *Certification specifications, including airworthiness codes and acceptable means of compliance, for engines (« CS-E »)*, Bd. ED Decision

- 2003/9/RM. 2003, S. 178. Zugegriffen: 31. August 2022. [Online]. Verfügbar unter: easa.europa.eu
- [52] Die europäische Kommission (Verordnung (EU) 2018/1139), *DURCHFÜHRUNGSVERORDNUNG (EU) 2019/947 DER KOMMISSION vom 24. Mai 2019 über die Vorschriften und Verfahren für den Betrieb unbemannter Luftfahrzeuge*. 2019, S. 27. Zugegriffen: 20. Oktober 2022. [Online]. Verfügbar unter: eur-lex.europa.eu
- [53] Die europäische Kommission (Verordnung (EU) 2018/1139), *DELEGIERTE VERORDNUNG (EU) 2019/945 DER KOMMISSION vom 12. März 2019 über unbemannte Luftfahrzeugsysteme und Drittlandbetreiber unbemannter Luftfahrzeugsysteme*. 2019, S. 40. Zugegriffen: 20. Oktober 2022. [Online]. Verfügbar unter: eur-lex.europa.eu
- [54] „Certified Category - Civil Drones“, European Aviation Safety Agency, 2021. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.easa.europa.eu/en/domains/civil-drones/drones-regulatory-framework-background/certified-category-civil-drones>
- [55] flight mechanic, „Alternator Drive and Controls Systems“, *Flight mechanic*. <https://www.flight-mechanic.com/alternator-drive-and-controls-systems/> (zugegriffen 14. Januar 2023).
- [56] Airbus, „Airbus A330 Flight Crew operating manual“, Airbus, Operating manual 24.00. Zugegriffen: 31. Dezember 2022. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.smartcockpit.com/aircraft-ressources/A330-Electrical.html>
- [57] Airbus, „Airbus A340 Flight Crew operating manual“, Airbus, Operating manual 24.00. Zugegriffen: 31. Dezember 2022. [Online]. Verfügbar unter: https://www.smartcockpit.com/aircraft-ressources/FCOM_A340-Electrical.html
- [58] Kostas Makris, „GENERATOR CONSTANT SPEED DRIVE SYSTEM – DESCRIPTION/OPERATION“, *Kostas Makris - Licensed Aircraft Engineer*. <https://www.k-makris.gr/csd/> (zugegriffen 31. Dezember 2022).
- [59] „Constant Speed Drive“, US4310768, 12. Januar 1982 Zugegriffen: 1. Januar 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.freepatentsonline.com/4310768.html>
- [60] „AGMA 911-B21, Design Guidelines for Aerospace Gear Systems“, American Gear Manufacturers Association, 1001 N. Fairfax Street, Suite 500, Alexandria, Virginia 22314, Mai 2021. Zugegriffen: 28. September 2022. [Online]. Verfügbar unter: <http://www.agma.org>

Abbildungsverzeichnis

<i>Abbildung 1: Herleitung eines Planetengetriebes mit positiver Übersetzung [1, Abb. 1.3].....</i>	<i>3</i>
<i>Abbildung 2: Herleitung eines Planetengetriebes mit negativer Übersetzung [1, Abb. 1.4].....</i>	<i>3</i>
<i>Abbildung 3: Baugrößenvergleich von ein- und zweistufigen Stirnradgetrieben mit Planetengetrieben (vgl. [2, Abb. 2]).....</i>	<i>4</i>
<i>Abbildung 4: Das Achtgang-Automatikgetriebe 8HP von ZF bestehend aus mehreren durch Lamellenkupplungen hintereinandergeschalteten Planetengetrieben mit vorgestellten Drehmomentenwandler. (vgl. [3]).....</i>	<i>6</i>
<i>Abbildung 5: Wöhlerlinie einschließlich der auftretenden Lastkollektive, bei der die Summe aller Schwingspiele im Zeitfestigkeitsbereich liegt. [4, Abb. 2].....</i>	<i>8</i>
<i>Abbildung 6: Dynamisches Getriebemodell für ein Planetengetriebe einfacher Anordnung im Achsschnitt [9, Abb. 2].....</i>	<i>11</i>
<i>Abbildung 7: Dynamisches Getriebemodell für ein Planetengetriebe einfacher Anordnung im Stirnschnitt [9, Abb. 3].....</i>	<i>11</i>
<i>Abbildung 8: Beispiel Campbell Diagramm für ein einstufiges Stirnradgetriebe mit Eingangsdrehzahl 2200 1/min und Ausgangsdrehzahl 600 1/min.....</i>	<i>13</i>
<i>Abbildung 9: Eingriffs- und Wälzkreisimpuls entlang der Eingriffslinie [6, Abb. 2].....</i>	<i>14</i>
<i>Abbildung 10: Teilungseinzelabweichung [10, Abb. 1].....</i>	<i>16</i>
<i>Abbildung 11: Einfaches Planetengetriebe mit einem Planeten und mehreren am Umfang angeordneten Planetenrädern [6, Abb. 2].....</i>	<i>17</i>
<i>Abbildung 12: Zusammengesetztes Planetengetriebe mit zwei Planetenelemente an einer gemeinsamen Welle [6, Abb. 3].....</i>	<i>17</i>
<i>Abbildung 13: Gekoppeltes Planetengetriebe, bei den die Planetenräder der beiden Planetengetriebe denselben Steg verwenden. [6, Abb. 4].....</i>	<i>18</i>
<i>Abbildung 14: Achsdifferential mit Kegelnrädern, wie sie unter anderem zum Momentenausgleich in der Fahrzeugtechnik Anwendung finden. [11, Abb. 3.22].....</i>	<i>18</i>
<i>Abbildung 15: Berechnung des Spiels zwischen Außendurchmessern von Planetenrädern [6, Abb. 10].....</i>	<i>20</i>
<i>Abbildung 16: Größenvergleich von Planetengetrieben gleicher Belastbarkeit mit verschiedener Anzahl von Planeten. [12].....</i>	<i>21</i>
<i>Abbildung 17: Faktorisierende Zähnezahlkombination [6, Abb. 14].....</i>	<i>23</i>
<i>Abbildung 18: Nicht-faktorisierende Zähnezahlkombination [6, Abb. 16].....</i>	<i>23</i>
<i>Abbildung 19: Lastverteilung auf drei achssymmetrisch angeordnete Planetenräder in Abhängigkeit von den jeweils gleichen Winkeln δ [1, Abb. 5.3].....</i>	<i>25</i>

<i>Abbildung 20: Einteilung der Standardkorrekturarten für evolventische Stirnräder nach DIN ISO 21771 [14], [15]</i>	<i>27</i>
<i>Abbildung 21: Zahnraddicke [16].....</i>	<i>27</i>
<i>Abbildung 22: Lagerluftklassen nach der ISO 5753-1 [21]</i>	<i>32</i>
<i>Abbildung 23: Linien gleicher Spannung am Käfigausschnitt [24, Abb. 9].....</i>	<i>34</i>
<i>Abbildung 24: Pendelrollenlager 22309CC mit Dauerbruch im Käfigring [24, Abb. 14]</i>	<i>35</i>
<i>Abbildung 25: Einreihiges, vollrolliges Zylinderrollenlager der Firma Schaeffler [27]</i>	<i>36</i>
<i>Abbildung 26: Einfluss der Überdeckung auf den Anregungspegel [29, Abb. 12]</i>	<i>38</i>
<i>Abbildung 27: Möglichkeit der schwimmenden Lagerung der Sonnenwelle durch ballig ausgeführte Zahnwellenverbindung [6, Abb. 19].....</i>	<i>39</i>
<i>Abbildung 28: Planetenradbauformen und ihre Lagerung im Planetenträger [30, Abb. 3]</i>	<i>41</i>
<i>Abbildung 29: Planetenradneigung infolge der unterschiedlichen Stegverformungen unter gleichen Belastungen [30, Abb. 11].....</i>	<i>42</i>
<i>Abbildung 30: Ermittlung der thermischen Leistung durch Tests. [6, Abb. 24]</i>	<i>46</i>
<i>Abbildung 31: Graphische Darstellung der Ermittlung der maximalen thermischen Leistung [6, Abb. 25]</i>	<i>48</i>
<i>Abbildung 32: Zweistufiges Stirnradgetriebe mit den Markierungen der minimal bzw. maximal erforderlichen Ölstandshöhen für eine Tauchschmierung und Schmierstoffkanäle hin zu den Lagern</i>	<i>52</i>
<i>Abbildung 33: Einspritzschmierung in Zahnradgetrieben [32]</i>	<i>53</i>
<i>Abbildung 34: Gegenüberstellung des Kraftstoffverbrauchs über die Geschwindigkeit verschiedener Triebwerkstypen [34, Abb. 1.17b]</i>	<i>55</i>
<i>Abbildung 35: Prinzipskizze eines Turbinen-Strahltriebwerks ([38]: Abbildung zugeschnitten)</i>	<i>56</i>
<i>Abbildung 36: Aufbau eines Zweiwellen-Mantelstromtriebwerks mit „geared Turbofan“ [39].....</i>	<i>57</i>
<i>Abbildung 37: Prinzipskizze eines Zweiwellentriebwerks [40]</i>	<i>58</i>
<i>Abbildung 38: Leitlinien der UN-Luftfahrtorganisation ICAO zur Reduzierung von Fluglärm [42]</i>	<i>60</i>
<i>Abbildung 39: Messpunkte für die Lärmzertifizierung von Flugzeugen [42]</i>	<i>60</i>
<i>Abbildung 40: Lärmgrenzwertentwicklung der UN-Luftfahrtorganisation (ICAO) 1977 bis 2017 von verschiedenen Flugzeugstypen [42].....</i>	<i>62</i>
<i>Abbildung 41: Prinzipskizze eines Turboprops mit Einwellentriebwerk [48]</i>	<i>64</i>
<i>Abbildung 42: Drei Antriebsprojekte im Antriebseffizienzprogramm der NASA [41, Abb. 3].....</i>	<i>65</i>

<i>Abbildung 43: Entwicklung von Lärm in Flugzeugkabinen. [41, Abb. 26]</i>	67
<i>Abbildung 44: Getriebetests am Prüfstand 1986 der Firma Allison [41, Abb. 50]</i>	68
<i>Abbildung 45: Getestetes Getriebe der Firma Allison und Pratt & Whitney [41, Abb. 49]</i>	69
<i>Abbildung 46: Constant Speed Drive (CSD) für eine Boeing 727, hergestellt von der Firma „Sundstrand Corporation“</i>	78
<i>Abbildung 47: Prinzip Constant Speed Drive mit anschließenden AC Synchrongenerator (Integrated Drive Generator)</i>	79
<i>Abbildung 48: Beispiel eines realen Aufbaus eines CSDs [58]</i>	82
<i>Abbildung 49: Hydraulikeinheit mit Steuerzylinder der variablen Taumelscheibe [58]</i>	83
<i>Abbildung 50: Schematische Darstellung eines Overdrive-Betriebs eines CSDs</i>	85
<i>Abbildung 51: Schematische Darstellung eines Underdrive-Betriebs eines CSDs</i>	87
<i>Abbildung 52: Längsschnitt durch den mechanischen Teil eines CSD-Antriebs gemäß Rolls Royce Limited [59]</i>	89
<i>Abbildung 53: Schnitt 2-2 aus Abbildung 52 [59]</i>	91
<i>Abbildung 54: Diagramm des Steuer- und Schmierölsystems des Antriebs aus Abbildung 52 [59]</i>	92
<i>Abbildung 55: Constant-speed drive (Oben) und integrated drive generator (unten) [55]</i>	94
<i>Abbildung 56: Querschnitt eines CSD mit hydromechanischer Übertragung [55]</i>	95
<i>Abbildung 57: Schaltung zur Geschwindigkeitsregulierung [55]</i>	96
<i>Abbildung 58: Gewählte Anordnung für die Ausarbeitung aufgrund größtmöglichen Übersetzungsverhältnis der einfachen Anordnung</i>	108
<i>Abbildung 59: Zähnezahl-, Modul- und Anordnungskombinationen für den Getriebezug</i>	117
<i>Abbildung 60: 3D-Modell - Getriebezug V6 aufgebaut in der FVA-Workbench</i>	119
<i>Abbildung 61: Querschnitt – Getriebezug aufgebaut in der FVA Workbench</i>	120

Tabellenverzeichnis

<i>Tabelle 1: Maximale Gesamtübersetzung bei unterschiedlichen Planetenanzahlen für ein einfaches Umlaufgetriebe in verschiedenen Anordnungen [6, Tbl. 4].....</i>	<i>19</i>
<i>Tabelle 2: Lastaufteilungsfaktor für das am stärksten belastete Planetenrad (vgl. [6, Tbl. 7])</i>	<i>29</i>
<i>Tabelle 3: Benötigtes radiale Spiel des schwebenden Elementes und Begrenzungen für $K\gamma$ [6, Tbl. I.1].....</i>	<i>32</i>
<i>Tabelle 4: Empfohlene minimale Vorspannungszugspannung für ausgewählte Schraubenklassen [6, Tbl. 8].....</i>	<i>43</i>
<i>Tabelle 5: Mindestzahnradbreiten nach Niemann/Winter.....</i>	<i>112</i>
<i>Tabelle 6: Modulbreitenverhältnis in Abhängigkeit der Verzahnungsqualität nach DIN 780</i>	<i>112</i>
<i>Tabelle 7: Leistungsflussdaten Stirnradstufen.....</i>	<i>121</i>
<i>Tabelle 8: Wellensicherheiten nach DIN 743 (2012)</i>	<i>121</i>
<i>Tabelle 9: Sicherheit auf Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit bei statischer und dynamischer Belastung</i>	<i>122</i>

Anhang A – Vorberechnung mit MathCAD

Entwicklung eines Triebwerksgetriebes neuer Technologie

Vorberechnung

Michael Hofer
E11703511

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

A.1. Grundlegende Angaben für die Vorberechnung

$$P_{ein} = 932.125 \text{ kW}$$

$$n_{ein} = 23000 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_{aus} = 1700 \frac{1}{\text{min}}$$

$$K_A = 1.12$$

$$K_S = 1.3$$

A.2. Werkstoffdaten

$$\sigma_{HlimI} := 1500 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

...Grübchenfestigkeit 1. Getriebestufe

$$\sigma_{HlimII} := 1500 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

...Grübchenfestigkeit 2. Getriebestufe

Verzahnungsqualität 7

A.3. Theoretische Übersetzungsaufteilung

$$u := \frac{n_{ein}}{n_{aus}} = 13.529$$

...Gesamtübersetzung

$$u_{I_th} := 2.96$$

...theoretische gewählte Übersetzung
1. Stufe

$$u_{II_th} := \frac{u}{u_{I_th}} = 4.571$$

...Theoretische Übersetzung
2. Getriebestufe

A.4. Radverhältnisse

A.4.1 Breiten zu Durchmesser Verhältnis

$$V_{bd_1} := 80\% \cdot 1.1 = 0.88$$

...Verhältnis Breite/Durchmesser Ritzel 1 Stufe.

lt. KVO Tabelle für einsatzgehärtet, Gerad- und Schrägverzahnung für beidseitig unsymmetrische Lagerung

$$V_{bd_2} := 80\% \cdot 1.1 = 0.88$$

...Verhältnis Breite/Durchmesser Ritzel 1 Stufe.

lt. KVO Tabelle für einsatzgehärtet, Gerad- und Schrägverzahnung für beidseitig unsymmetrische Lagerung

A.4.2 1. Getriebestufe

A.4.2.1 Bestimmung des Durchmessers

$$Z_{EI} := 189.8 \sqrt[2]{\frac{N}{\text{mm}^2}}$$

...Elastizitätsfaktor

lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.1 für Stahl

$$\beta_{OI} = 0$$

...Schrägungswinkel

lt. KVO 10°...15°

$$\alpha_{0In} := 20^\circ$$

...Eingriffswinkel 1.Stufe

$$Z_{H1} := 2.47$$

...Zonenfaktor

lt. DIN 3990 Teil 11 Bild 4.2

$$K_V := 1.2$$

...Dynamikfaktor Abschätzung

$$\omega_{ein} := 2 \cdot \pi \cdot n_{ein} = 2408.554 \frac{1}{s}$$

...Winkelgeschwindigkeit

$$T_{Ri1} := \frac{P_{ein}}{\omega_{ein}} = 387.006 \text{ N} \cdot \text{m}$$

...Drehmoment auf der Ritzelwelle 1.Stufe

$$S_H := 1.3$$

...Sicherheit für Grübchentragsfähigkeit

lt. KVO gewählt

$$S_{Hmin} := 1.2$$

...Mindestsicherheit Grübchentragsfähigkeit

lt. KVO

$$d_1 := \sqrt[3]{\frac{2 T_{Ri1} \cdot K_A \cdot K_V}{\left(\frac{\sigma_{HlimI}}{S_H}\right)^2 \cdot (V_{bd_1})} \cdot \frac{u_{I_{th}} + 1}{u_{I_{th}}} \cdot Z_{EI}^2 \cdot Z_{H1}^2} = 63.913 \text{ mm}$$

...Durchmesser Ritzel
lt. Formel KVO

A.4.2.2 Zähnezahl

$$\sigma_{FEI} := 922 \frac{N}{mm^2}$$

...Grenzwert der dauernd ertragbaren Grundspannung
lt. DIN 3990 Teil 5 Bild 4b für Kernhärte < 34

$$f_{l1} := 1$$

...Lastwechselfaktor schwelend
lt. KVO

$$Z_w := 1$$

...Werkstofffaktor
lt. KVO für gleiche Grübchenfestigkeiten von Ritzel und Rad

$$S_{Fmin} := 1.4$$

...Sicherheit Zahnfußfestigkeit

$$z_{1v} := 35000 \cdot \frac{u_{I_{th}} + 1}{u_{I_{th}}} \cdot \frac{\sigma_{FEI} \cdot \frac{N}{mm^2}}{S_{Fmin} \left(\frac{\sigma_{HlimI}}{S_{Hmin}} \right)^2} \cdot \cos(\beta_{0I})^2 \cdot \frac{f_{l1}}{Z_w^2} = 19.736$$

...Zähnezahl Ritzel
lt. Formel KVO

Aufgrund der Beschränkung der Ritzelzähnezahlen folgt für die gewählte Zähnezahl:

$$z_1 = 21$$

A.4.2.3 Modulberechnung

$$m_{Iv} := \frac{d_1}{z_1} = 3.043 \text{ mm}$$

...Normalmodul

Daraus folgt ein gewählter Modul nach der Modulreihe 1 nach DIN 780 für die 1. Stufe von:

$$m_I = 3 \text{ mm}$$

$$m_{SI} := \frac{m_I}{\cos(\beta_{0I})} = 3 \text{ mm}$$

...Stirnmodul der 1. Getriebestufe
Aufgrund Verzahnungsgeometrie der Schrägverzahnung (Skript 7. Auflage Seite 280)

$$z_{2v} := z_1 \cdot u_{I_{th}} = 62.16$$

...theoretische Zähnezahl Rad 2

Ganzzahlige gewählte Zähnezahl für das Rad der 1. Stufe ist:

$$z_2 = 62$$

$$u_{eff1} := \frac{z_2}{z_1} = 2.952$$

...effektive Übersetzung der 1. Stufe

A.4.2.4 Profilverschiebung

$$\alpha_{tI} := \operatorname{atan} \left(\frac{\tan(\alpha_{0In})}{\cos(\beta_{0I})} \right) = 20^\circ$$

...Stirneingriffswinkel
lt. DIN ISO 21771 Formel 14

$$\beta_{bI} := \operatorname{asin}(\sin(\beta_{0I}) \cdot \cos(\alpha_{0In})) = 0^\circ$$

...Grundschrägungswinkel
lt. DIN 3992 Formel 2

$$z_{n1} := \frac{z_1}{(\cos(\beta_{bI}))^2 \cdot \cos(\beta_{0I})} = 21$$

...Virtuelle Zähnezah für Schrägverzahnung
Ritzel 1
lt. DIN 3992 Formel 1

$$z_{n2} := \frac{z_2}{(\cos(\beta_{bI}))^2 \cdot \cos(\beta_{0I})} = 62$$

...Virtuelle Zähnezah für Schrägverzahnung
Rad 2
lt. DIN 3992 Formel 1

$$\Sigma z_{nI} := z_{n1} + z_{n2} = 83$$

...Summe virtueller Zähnezahlen

$$\Sigma z_I := z_1 + z_2 = 83$$

...Summe Zähnezahlen

Summer der Profilverschiebungen wird nach den Empfehlungen der DIN 3992 gewählt:
Für Summenlinie P6...7 für für hohe Zahnfuß bzw. Flankentragfähigkeit folgt eine
empfohlene Profilverschiebung:

$$\Sigma x_I := 0.85$$

$$\operatorname{inv}\alpha_{tI} := \tan(\alpha_{tI}) - \alpha_{tI} = 0.015$$

...Umrechnung Evolventfunktion

$$\operatorname{inv}\alpha_{wI} := \frac{2 \cdot \tan(\alpha_{0In}) \cdot \Sigma x_I}{\Sigma z_I} + \operatorname{inv}\alpha_{tI} = 0.022$$

...Evolventfunktion Betriebseingriffswinkel
lt. DIN 3992 Formel 7

$$\alpha_{wI} := \sqrt[3]{3 \cdot \operatorname{inv}\alpha_{wI} - \frac{2}{5} \cdot \operatorname{inv}\alpha_{wI}} = 22.768^\circ$$

...Betriebseingriffswinkel
Rückrechnung Evolventfunktion

$$a_{Iv} := m_{SI} \cdot \frac{\Sigma z_I}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_{tI})}{\cos(\alpha_{wI})} = 126.878 \text{ mm}$$

...Evolventfunktion Betriebseingriffswinkel
lt. DIN 3992 Formel 5

$$a_I = 125 \text{ mm}$$

...Gerundeter Stirnachsabstand

$$\alpha_{wI} := \operatorname{acos} \left(\frac{m_{SI} \cdot \Sigma z_I}{2 \cdot a_I} \cdot \cos(\alpha_{tI}) \right) = 20.62^\circ$$

...Betriebseingriffswinkel mit gerundetem
Achsabstand
lt. DIN 3992 Formel 8

$$\boxed{\text{inv}\alpha_{wI}} := \tan(\alpha_{wI}) - \alpha_{wI} = 0.016$$

...Umrechnung Evolventfunktion
Betriebeingriffswinkel

$$\boxed{\Sigma x_I} := \frac{\Sigma z_I \cdot (\text{inv}\alpha_{wI} - \text{inv}\alpha_{tI})}{2 \cdot \tan(\alpha_{0In})} = 0.169$$

...Summer der Profilverschiebungen
lt. DIN 3992 Formel 9

$$x_{1I} := \frac{\Sigma x_I}{2} + \left(0.5 - \frac{\Sigma x_I}{2}\right) \cdot \frac{\log(u_{eff1})}{\log\left(\frac{z_{n1} \cdot z_{n2}}{100}\right)} = 0.26$$

...Profilverschiebung Ritzel 1
lt. Rolof Matek Formel (21.33)

$$x_{2I} := \Sigma x_I - x_{1I} = -0.091$$

...Profilverschiebung Rad 2
lt. Rolof Matek Formel (21.33)

A.4.3 2. Getriebestufe

A.4.3.1 Bestimmung des Durchmessers

$$u_{II_th} = 4.571$$

...neue theoretische Übersetzung
aufgrund 1. Stufe

$$Z_{EII} := 189.8 \sqrt[2]{\frac{N}{\text{mm}^2}}$$

...Elastizitätsfaktor 2. Getriebestufe
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.1 für Stahl

$$n_S := \frac{n_{ein}}{u_{eff1}} = 7790.323 \frac{1}{\text{min}}$$

...Drehzahl der Zwischenwelle

$$\omega_S := 2 \pi \cdot n_S = 815.801 \frac{1}{\text{s}}$$

...Winkelgeschwindigkeit der
Zwischenwelle

$$T_S := \frac{P_{ein}}{\omega_S} = 1142.589 \text{ N} \cdot \text{m}$$

...Übertragenes Drehmoment an der
Zwischenwelle

$$\alpha_{0II_n} := 20^\circ$$

...Eingriffswinkel 2. Stufe

$$\beta_{0II} = 0$$

...Schrägverzahnung 2. Stufe

$$Z_{HII_v} := 2.47$$

...Zoneneinflussfaktor 2. Stufe

$$d_3 := \sqrt[3]{\frac{2 T_S \cdot K_A \cdot K_V}{\left(\frac{\sigma_{HlimII}}{S_{Hmin}}\right)^2 \cdot (V_{bd_2})} \cdot \frac{u_{II_th} + 1}{u_{II_th}} \cdot Z_{EII}^2 \cdot Z_{HII_v}^2} = 84.264 \text{ mm}$$

...Anhaltswert Durchmesser Ritzel

A.4.3.2 Zähnezahlen

$$\sigma_{FES} := 922 \cdot \frac{N}{mm^2}$$

...Grenzwert der dauernd ertragbaren Grundspannung
lt. DIN 3990 Teil 5 Bild 4b für Kernhärte < 34

$$f_{l2} := 0.7$$

...Lastwechselfaktor für eine Wechsellast
lt. KVO für Zwischenwelle

$$Z_w$$

...Werkstofffaktor
lt. KVO für gleiche Grübchenfestigkeiten von Ritzel und Rad

$$z_{Sv} := 35000 \cdot \frac{u_{II_{th}} + 1}{u_{II_{th}}} \cdot \frac{\frac{\sigma_{FES}}{S_{Fmin}} \cdot \frac{N}{mm^2}}{\left(\frac{\sigma_{HlimII}}{S_{Hmin}}\right)^2} \cdot \cos(\beta_{0II})^2 \cdot \frac{f_{l1}}{Z_w^2} = 17.979$$

...Zähnezahl Sonne vorgeschlagen
lt. Formel KVO

Gewählte Zähnezahl für das Sonnenrad ist:

$$z_S = 23$$

A.4.3.3 Modulberechnung

$$m_{IIv} := \frac{d_3}{z_S} = 3.664 \text{ mm}$$

...Modul Planetenstufe

Daraus folgt ein gewählter Modul nach der Modulreihe 1 nach DIN 780 für dir 2. Stufe von:

$$m_{II} = 3 \text{ mm}$$

A.4.3.4 Zähnezahlen Berechnung

$$z_{Hv} := z_S \cdot (u_{II_{th}} - 1) = 82.127$$

...theoretische Zähnezahl Hohlrad

$$z_H = -82$$

$$z_{Pv} := \frac{(-z_H - z_S)}{2} = 29.5$$

...Geometrische Bedingung für das Planetenrad $m \cdot (z_H + 2 \cdot z_P + z_S) = 0$

$$z_P = 29$$

...Gewählte Zähnezahl Planetenrad

$$u_{eff2} := \frac{z_S - z_H}{z_S} = 4.565$$

...effektive Übersetzung der 1. Stufe

A.4.3.5 Profilverschiebung Sonne Planeten

$$\alpha_{tII} := \alpha_{0II n} = 20^\circ$$

...Stirneingriffswinkel
lt. DIN ISO 21771 Formel 14

$$\Sigma z_{PS} := z_S + z_P = 52$$

$$\Sigma x_{PS} := 0.9$$

$$\text{inv}\alpha_{tII} := \tan(\alpha_{tII}) - \alpha_{tII} = 0.015$$

...Umrechnung Evolventfunktion

$$\text{inv}\alpha_{w_{PS}} := \frac{2 \cdot \tan(\alpha_{0II n}) \cdot \Sigma x_{PS}}{\Sigma z_{PS}} + \text{inv}\alpha_{tII} = 0.028$$

...Evolventfunktion Betriebseingriffswinkel
lt. DIN 3992 Formel 7

$$\alpha_{w_{PS}} := \sqrt[3]{3 \cdot \text{inv}\alpha_{w_{PS}}} - \frac{2}{5} \cdot \text{inv}\alpha_{w_{PS}} = 24.313^\circ$$

...Betriebseingriffswinkel
Rückrechnung Evolventfunktion

$$a_{v_{PS}} := m_{II} \cdot \frac{\Sigma z_{PS}}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_{tII})}{\cos(\alpha_{w_{PS}})} = 80.429 \text{ mm}$$

...Evolventfunktion Betriebseingriffswinkel
lt. DIN 3992 Formel 5

$$a_{PS} = 80 \text{ mm}$$

...Gerundeter Stirnachsabstand
Planeten-Sonne

$$\alpha_{w_{PS}} := \arccos\left(\frac{m_{II} \cdot \Sigma z_{PS}}{2 \cdot a_{PS}} \cdot \cos(\alpha_{tII})\right) = 23.623^\circ$$

...Betriebseingriffswinkel mit gerundetem
Achsabstand
lt. DIN 3992 Formel 8

$$\text{inv}\alpha_{w_{PS}} := \tan(\alpha_{w_{PS}}) - \alpha_{w_{PS}} = 0.025$$

...Umrechnung Evolventfunktion
Betriebseingriffswinkel

$$\Sigma x_{PS} := \frac{\Sigma z_{PS} \cdot (\text{inv}\alpha_{w_{PS}} - \text{inv}\alpha_{tII})}{2 \cdot \tan(\alpha_{0II n})} = 0.726$$

...Summer der Profilverschiebungen
lt. DIN 3992 Formel 9

$$x_S := \frac{\Sigma x_{PS}}{2} + \left(0.5 - \frac{\Sigma x_{PS}}{2}\right) \cdot \frac{\log(u_{eff2})}{\log\left(\frac{z_S \cdot z_P}{100}\right)} = 0.473$$

...Profilverschiebung Sonnenrad
lt. Rolof Matek Formel (21.33)

$$x_P := \Sigma x_{PS} - x_S = 0.253$$

A.4.3.6 Profilverschiebung Hohlrad

$$\Sigma z_{PH} := z_H + z_P = -53$$

$$\Sigma x_{PH} := 0$$

$$\text{inv}\alpha_{w_{PH}} := \frac{2 \cdot \tan(\alpha_{0II n}) \cdot \Sigma x_{PH}}{\Sigma z_{PH}} + \text{inv}\alpha_{tII} = 0.015$$

...Evolventfunktion Betriebseingriffswinkel
lt. DIN 3992 Formel 7

$$\alpha_{w_{PH}} := \sqrt[3]{3 \cdot \text{inv}\alpha_{w_{PH}} - \frac{2}{5} \cdot \text{inv}\alpha_{w_{PH}}} = 19.995^\circ$$

...Betriebseingriffswinkel
Rückrechnung Evolventfunktion

$$a_{v_{PH}} := m_{II} \cdot \frac{\Sigma z_{PH}}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_{tII})}{\cos(\alpha_{w_{PH}})} = -79.497 \text{ mm}$$

...Evolventfunktion Betriebseingriffswinkel
lt. DIN 3992 Formel 5

$$a_{PH} := -a_{PS} = -80 \text{ mm}$$

$$\alpha_{w_{PH}} := \arccos\left(\frac{m_{II} \cdot \Sigma z_{PH}}{2 \cdot a_{PH}} \cdot \cos(\alpha_{tII})\right) = 20.962^\circ$$

...Betriebseingriffswinkel mit gerundetem
Achsabstand
lt. DIN 3992 Formel 8

$$\text{inv}\alpha_{w_{PH}} := \tan(\alpha_{w_{PH}}) - \alpha_{w_{PH}} = 0.017$$

...Umrechnung Evolventfunktion
Betriebseingriffswinkel

$$\Sigma x_{PH} := \frac{\Sigma z_{PH} \cdot (\text{inv}\alpha_{w_{PH}} - \text{inv}\alpha_{tII})}{2 \cdot \tan(\alpha_{0II n})} = -0.171$$

...Summer der Profilverschiebungen
lt. DIN 3992 Formel 9

$$x_P = 0.253$$

$$x_H := \Sigma x_{PH} - x_P = -0.424$$

...Profilverschiebung Hohlrad

A.5. Geometrie der Zahnradpaare

A.5.1 1. Getriebestufe

$m_I = 3 \text{ mm}$...Normalmodul
$m_{SI} = 3 \text{ mm}$...Stirnmodul
$\alpha_{0In} = 20^\circ$...Eingriffswinkel
$\alpha_{tI} = 20^\circ$...Stirneingriffswinkel
$\beta_{0I} = 0^\circ$...Schrägungswinkel
$\beta_{bI} = 0^\circ$...Grundschrägungswinkel
$a_I = 125 \text{ mm}$...Achsabstand
$\alpha_{wI} = 20.62^\circ$...Betriebeingriffswinkel
$p_{tI} := \frac{\pi \cdot m_I}{\cos(\beta_{0I})} = 9.425 \text{ mm}$...Stirnteilung lt. DIN ISO 21771 Formel 23
$h_{aPI} := 1 \cdot m_I = 3 \text{ mm}$...Kopfhöhe des Stirnrad Bezugsprofils lt. DIN 3990 Abschnitt 1.3 e) für Bezugsprofil=Normalprofil
$h_{fPI} := 1.25 \cdot m_I = 3.75 \text{ mm}$...Fußhöhe des Stirnrad Bezugsprofils lt. DIN 3990 Abschnitt 1.3 e) für Bezugsprofil=Normalprofil
$\rho_{fPI} := 0.25 \cdot m_I = 0.75 \text{ mm}$...Fußrundungsradius am Stirnradbezugsprofil lt. DIN 3990 Abschnitt 1.3 e) für Bezugsprofil=Normalprofil
$y_I := \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \cos(\beta_{0I})} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_{tI})}{\cos(\alpha_{wI})} - 1 \right) = 0.167$...Teilkreisabstandsfaktor lt. DIN 3960 Beiblatt 1 Formel 3.12
$k_I := y_I - \Sigma x_I = -0.002$...Kopfhöhenänderungsfaktor lt. DIN 3960 Beiblatt 1 Formel 3.17

A.5.1.1 Ritzel 1

$z_1 = 21$...Zähnezahl Ritzel 1
$d_{1I} := z_1 \cdot m_{SI} = 63 \text{ mm}$...Teilkreisdurchmesser Ritzel 1 lt. DIN ISO 21771 Formel 1
$d_{b1I} := d_{1I} \cdot \cos(\alpha_{tI}) = 59.201 \text{ mm}$...Grundkreisdurchmesser Ritzel 1 lt. DIN ISO 21771 Formel 18

$$d_{a1I} := d_{1I} + 2 \cdot (x_{1I} \cdot m_I + h_{aPI} + k_I \cdot m_I) = 70.544 \text{ mm}$$

...Kopfkreisdurchmesser Ritzel 1
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$d_{f1I} := d_{1I} - 2 \cdot (h_{fPI} - x_{1I} \cdot m_I) = 57.059 \text{ mm}$$

...Fußkreisdurchmesser Ritzel 1
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$h_{a1I} := \frac{d_{a1I} - d_{1I}}{2} = 3.772 \text{ mm}$$

...Zahnkopfhöhe Ritzel 1
lt. DIN ISO 21771 Formel 36

$$h_{f1I} := \frac{d_{1I} - d_{f1I}}{2} = 2.971 \text{ mm}$$

...Zahnfußhöhe Ritzel 1
lt. DIN ISO 21771 Formel 37

$$d_{w1I} := \frac{d_{b1I}}{\cos(\alpha_{wI})} = 63.253 \text{ mm}$$

...Wälzkreisdurchmesser Ritzel 1
lt. DIN ISO 21771 Formel 56

$$b_{1Iv} := V_{bd1} \cdot d_{1I} = 55.44 \text{ mm}$$

...Breite Ritzel 1
berechnet mit Durchmesser Verhältnis

$$b_{1I} = 50 \text{ mm}$$

...Breite Ritzel 1 gerundet

A.5.1.2 Rad 2

$$z_2 = 62$$

...Zähnezahl Rad 2

$$d_{2I} := z_2 \cdot m_{SI} = 186 \text{ mm}$$

...Teilkreisdurchmesser Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 1

$$d_{b2I} := d_{2I} \cdot \cos(\alpha_{tI}) = 174.783 \text{ mm}$$

...Grundkreisdurchmesser Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 18

$$d_{a2I} := d_{2I} + 2 \cdot (x_{2I} \cdot m_I + h_{aPI} + k_I \cdot m_I) = 191.441 \text{ mm}$$

...Kopfkreisdurchmesser Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$d_{f2I} := d_{2I} - 2 \cdot (h_{fPI} - x_{2I} \cdot m_I) = 177.956 \text{ mm}$$

...Fußkreisdurchmesser Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$h_{a2I} := \frac{d_{a2I} - d_{2I}}{2} = 2.721 \text{ mm}$$

...Zahnkopfhöhe Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 36

$$h_{f2I} := \frac{d_{2I} - d_{f2I}}{2} = 4.022 \text{ mm}$$

...Zahnfußhöhe Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 37

$$d_{w2I} := \frac{d_{b2I}}{\cos(\alpha_{wI})} = 186.747 \text{ mm}$$

...Wälzkreisdurchmesser Rad 2
lt. DIN ISO 21771 Formel 57

$$b_{2I} := b_{1I} = 50 \text{ mm}$$

...Breite Rad 2

$$h_I := \frac{d_{a1I} - d_{f1I}}{2} = 6.743 \text{ mm}$$

...Zahnhöhe
lt. DIN ISO 21771 Formel 35

$$c_I := a_I - 0.5 \cdot (d_{a1I} + d_{f2I}) = 0.75 \text{ mm}$$

...vorhandenes Kopfspiel

$$c_{sternI} := 0.25 \cdot m_I = 0.75 \text{ mm}$$

A.5.2 2. Getriebestufe (Planetenstufe)

$$m_{II} = 3 \text{ mm}$$

...Normalmodul

$$\alpha_{0II} = 20^\circ$$

...Eingriffswinkel

$$a_{PS} = 80 \text{ mm}$$

...Achsabstand Sonne Planeten

$$\alpha_{w_PS} = 23.623 \text{ deg}$$

...Betriebeingriffswinkel

$$h_{aPII} := 1 \cdot m_{II} = 3 \text{ mm}$$

...Kopfhöhe des Stirnrad Bezugsprofils
lt. DIN 3990 Abschnitt 1.3 e) für
Bezugsprofil=Normalprofil

$$h_{fPII} := 1.25 \cdot m_{II} = 3.75 \text{ mm}$$

...Fußhöhe des Stirnrad Bezugsprofils
lt. DIN 3990 Abschnitt 1.3 e) für
Bezugsprofil=Normalprofil

$$\rho_{fPII} := 0.25 \cdot m_{II} = 0.75 \text{ mm}$$

...Fußrundungsradius am
Stirnradbezugsprofil
lt. DIN 3990 Abschnitt 1.3 e) für
Bezugsprofil=Normalprofil

$$y_{PS} := \frac{z_S + z_P}{2 \cdot \cos(\beta_{0II})} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_{tII})}{\cos(\alpha_{w_PS})} - 1 \right) = 0.667$$

...Teilkreisabstandsfaktor
lt. DIN 3960 Beiblatt 1 Formel 3.12

$$k_{PS} := y_{PS} - \Sigma x_{PS} = -0.059$$

...Kopfhöhenänderungsfaktor
lt. DIN 3960 Beiblatt 1 Formel 3.17

$$p_{tII} := \frac{\pi \cdot m_{II}}{\cos(\beta_{0II})} = 9.425 \text{ mm}$$

...Stirnteilung
lt. DIN ISO 21771 Formel 23

B.5.2.1 Sonnenrad

$$z_S = 23$$

...Zähnezahl Sonnenrad

$$d_S := z_S \cdot m_{II} = 69 \text{ mm}$$

...Teilkreisdurchmesser Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 1

$$d_{bS} := d_S \cdot \cos(\alpha_{tII}) = 64.839 \text{ mm}$$

...Grundkreisdurchmesser Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 18

$$d_{aS} := d_S + 2 \cdot (x_S \cdot m_{II} + h_{aPII} + k_{PS} \cdot m_{II}) = 77.479 \text{ mm}$$

...Kopfkreisdurchmesser
Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$d_{fS} := d_S - 2 \cdot (h_{fPII} - x_S \cdot m_{II}) = 64.336 \text{ mm}$$

...Fußkreisdurchmesser Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$h_{aS} := \frac{d_{aS} - d_S}{2} = 4.24 \text{ mm}$$

...Zahnkopfhöhe Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 36

$$h_{fS} := \frac{d_S - d_{fS}}{2} = 2.332 \text{ mm}$$

...Zahnfußhöhe Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 37

$$d_{wS} := \frac{d_{bS}}{\cos(\alpha_{w_{PS}})} = 70.769 \text{ mm}$$

...Wälzkreisdurchmesser Sonnenrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 56

$$b_{Sv} := V_{bd_2} \cdot d_S = 60.72 \text{ mm}$$

...Breite Sonnenrad
berechnet mit Durchmesser Verhältnis

$$\rho_a := \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{aS}^2 - d_{bS}^2} - d_{bS} \cdot \tan(\alpha_{w_{PS}}) \right) + \frac{m_{II} \cdot (1 - x_S)}{\sin(\alpha_{tII})} = 11.653 \text{ mm}$$

...Eingriffsstrecke
lt. DIN 3960 3.25

$$\varphi_a := \frac{2 \cdot \rho_a}{d_{bS}} = 20.595 \text{ deg}$$

...Überdeckungswinkel/Zentriwinkel
lt. DIN 3960 3.32

$$b_S = 46 \text{ mm}$$

...Breite Sonnenradgerundet

A.5.2.2 Planetenrad

$$z_P = 29$$

...Zähnezahl Planet

$$d_P := z_P \cdot m_{II} = 87 \text{ mm}$$

...Teilkreisdurchmesser Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 1

$$d_{bP} := d_P \cdot \cos(\alpha_{tII}) = 81.753 \text{ mm}$$

...Grundkreisdurchmesser Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 18

$$d_{aP} := d_P + 2 \cdot (x_P \cdot m_{II} + h_{aPII} + k_{PS} \cdot m_{II}) = 94.164 \text{ mm}$$

...Kopfkreisdurchmesser Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$d_{fP} := d_P - 2 \cdot (h_{fPII} - x_P \cdot m_{II}) = 81.021 \text{ mm}$$

...Fußkreisdurchmesser Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$h_{IP} := \frac{d_{aP} - d_{fP}}{2} = 6.572 \text{ mm}$$

...Zahnhöhe
lt. DIN ISO 21771 Formel 35

$$h_{aP} := \frac{d_{aP} - d_P}{2} = 3.582 \text{ mm}$$

...Zahnkopfhöhe Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 36

$$h_{fP} := \frac{d_P - d_{fP}}{2} = 2.99 \text{ mm}$$

...Zahnfußhöhe Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 37

$$d_{wP1} := \frac{d_{bP}}{\cos(\alpha_{w_PS})} = 89.231 \text{ mm}$$

...Wälzkreisdurchmesser Planet mit Sonne
lt. DIN ISO 21771 Formel 57

$$d_{wP2} := \frac{d_{bP}}{\cos(\alpha_{w_PH})} = 87.547 \text{ mm}$$

...Wälzkreisdurchmesser Planet mit Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 57

$$\rho_a := \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{aP}^2 - d_{bP}^2} - d_{bP} \cdot \tan(\alpha_{w_PS}) \right) + \frac{m_{II} \cdot (1 - x_P)}{\sin(\alpha_{tII})} = 12.033 \text{ mm}$$

...Eingriffsstrecke
lt. DIN 3960 3.25

$$\varphi_a := \frac{2 \cdot \rho_a}{d_{bP}} = 16.866 \text{ deg}$$

...Überdeckungswinkel/Zentriwinkel
lt. DIN 3960 3.32

$$b_P := b_S = 46 \text{ mm}$$

...Breite Planet

A.5.2.3 Hohlrad

$$z_H = -82$$

...Zähnezahl Hohlrad

$$d_H := |z_H| \cdot m_{II} = 246 \text{ mm}$$

...Teilkreisdurchmesser Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 1

$$d_{bH} := d_H \cdot \cos(\alpha_{tII}) = 231.164 \text{ mm}$$

...Grundkreisdurchmesser Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 19

$$d_{aH} := d_H + 2 \cdot \frac{z_H}{|z_H|} \cdot (x_H \cdot m_{II} + h_{aPII}) = 242.544 \text{ mm}$$

...Kopfkreisdurchmesser Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$d_{fH} := d_H - 2 \cdot \frac{z_H}{|z_H|} \cdot (h_{fPII} - x_H \cdot m_{II}) = 256.044 \text{ mm}$$

...Fußkreisdurchmesser Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 33

$$h_{IH} := \frac{|d_{aH} - d_{fH}|}{2} = 6.75 \text{ mm}$$

...Zahnhöhe
lt. DIN ISO 21771 Formel 35

$$h_{aH} := \frac{|d_{aH} - d_H|}{2} = 1.728 \text{ mm}$$

...Zahnkopfhöhe Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 36

$$h_{fH} := \frac{|d_H - d_{fH}|}{2} = 5.022 \text{ mm}$$

...Zahnfußhöhe Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 37

$$d_{wH} := \frac{d_{bH}}{\cos(\alpha_{wPH})} = 247.547 \text{ mm}$$

...Wälzkreisdurchmesser Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 57

$$b_H := b_P = 46 \text{ mm}$$

...Breite Planet

A.6. Kontrollen

A.6.1 Ausgangsdrehzahl

$$u_{eff1} = 2.952$$

...effektive Übersetzung 1.Stufe

$$u_{eff2} = 4.565$$

...effektive Übersetzung 2.Stufe

$$u_{eff} := u_{eff1} \cdot u_{eff2} = 13.478$$

...effektive Endübersetzung

$$n_{effa} := \frac{n_{ein}}{u_{eff}} = 1706.452 \frac{1}{\text{min}}$$

...effektive Ausgangsdrehzahl

$$A_{naus} := \left| \frac{n_{aus} - n_{effa}}{n_{aus}} \right| = 0.004$$

...Abweichung Soll-Ist Ausgangsdrehzahl

Abweichung der Ausgangsdrehzahl ist kleiner als 1%. Somit innerhalb des gültigen Bereiches.

A.6.2 Mindestbreite

Ritzel 1:

$$b_{Zmin1I} := 6 \cdot m_I = 18 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit der Zähne
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{Rmin1I} := d_{a1I} \cdot \frac{(1 + \tan(\beta_{0I}))}{12} = 5.879 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit des Rades
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{1I} = 50 \text{ mm}$$

Mindestbreite eingehalten

Rad 2:

$$b_{Zmin2I} := 6 \cdot m_I = 18 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit der Zähne
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{Rmin2I} := d_{a2I} \cdot \frac{(1 + \tan(\beta_{0I}))}{12} = 15.953 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit des Rades
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{2I} = 50 \text{ mm}$$

Mindestbreite eingehalten

Sonnenrad:

$$b_{ZminS} := 6 \cdot m_{II} = 18 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit der Zähne
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{RminS} := d_{aS} \cdot \frac{(1 + \tan(\beta_{0II}))}{12} = 6.457 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit des Rades
lt. KVO Tabelle 3

$$b_S = 46 \text{ mm}$$

Mindestbreite eingehalten

Planetenrad:

$$b_{ZminP} := 6 \cdot m_{II} = 18 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit der Zähne
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{RminP} := d_{aP} \cdot \frac{(1 + \tan(\beta_{0II}))}{12} = 7.847 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit des Rades
lt. KVO Tabelle 3

$$b_P = 46 \text{ mm}$$

Mindestbreite für alle Zahnräder eingehalten

Hohlrad:

$$b_{ZminH} := 6 \cdot m_{II} = 18 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit der Zähne
lt. KVO Tabelle 3

$$b_{RminH} := d_{aH} \cdot \frac{(1 + \tan(\beta_{0II}))}{12} = 20.212 \text{ mm}$$

...Mindestbreite für die axiale Steifigkeit des Rades
lt. KVO Tabelle 3

$$b_H = 46 \text{ mm}$$

Mindestbreite für alle Zahnräder eingehalten

A.6.3 Breiten-Modulverhältnis

Laut DIN 780 Verzahnungsqualität 6..7 für eine gute Lagerung im Gehäuse gilt:

$$m_{Imin} := \max\left(\frac{b_{1I}}{20}, \frac{b_{2I}}{20}\right) = 2.5 \text{ mm}$$

...Mindestmodul für Gute Lagerung im Gehäuse aufgrund der Breite Ritzel 1 lt. KVO Tabelle 4

$$m_{IImin} := \max\left(\frac{b_S}{20}, \frac{b_P}{20}\right) = 2.3 \text{ mm}$$

...Mindestmodul für Gute Lagerung im Gehäuse aufgrund der Breite Sonnenrad lt. KVO Tabelle 4

$$m_{SI} = 3 \text{ mm}$$

$$m_{II} = 3 \text{ mm}$$

Mindestmodul für alle Zahnräder eingehalten

A.6.4 Profil-, Sprung- und Gesamtüberdeckung

Zusätzlich zu den Geometrien in Kapitel 6 werden hier noch die Profil-, Sprung- und Gesamtüberdeckung kontrolliert.

A.6.4.1 1. Getriebestufe

$$\varepsilon_{\beta I} := \frac{b_{2I} \cdot \sin(\beta_{0I})}{m_I \cdot \pi} = 0$$

...Sprungüberdeckung
lt. DIN ISO 21771 Formel 93

$$\rho_{aPI} := \rho_{fPI} = 0.75 \text{ mm}$$

...Kopfkanten- Rundungshalbmesser
lt. DIN 3990 Teil 11 Fußnote 1

$$g_{aI} := \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{a1I}^2 - d_{b1I}^2} - \tan(\alpha_{wI}) \cdot d_{b1I} \right) = 8.043 \text{ mm}$$

...Kopfeingriffsstrecke Ritzel 1
lt. DIN 3960 Formel 3.27

$$g_{fI} := \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{a2I}^2 - d_{b2I}^2} - \tan(\alpha_{wI}) \cdot d_{b2I} \right) = 6.169 \text{ mm}$$

...Fußeingriffsstrecke Ritzel 1
lt. DIN 3960 Formel 3.26

$$p_{etI} := \frac{d_{bII}}{d_{1I}} \cdot p_{tI} = 8.856 \text{ mm}$$

...Stirngrundkreisteilung
lt. DIN ISO 21771 Formel 28

$$\varepsilon_{\alpha I} := \frac{g_{fI} + g_{aI}}{p_{etI}} = 1.605$$

...Profilüberdeckung
lt. DIN ISO 21771 Formel 90

$$\varepsilon_{\gamma I} := \varepsilon_{\beta I} + \varepsilon_{\alpha I} = 1.605$$

...Gesamtüberdeckung 1.Stufe
lt. DIN ISO 21771 Formel 97

A.6.4.2 Sonne - Planet

$$\varepsilon_{\beta II} := \frac{b_P \cdot \sin(\beta_{0II})}{m_{II} \cdot \pi} = 0$$

...Sprungüberdeckung
lt. DIN ISO 21771 Formel 93

$$g_{a_PS} := \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{aS}^2 - d_{bS}^2} - \tan(\alpha_{w_PS}) \cdot d_{bS} \right) = 7.028 \text{ mm}$$

...Kopfeingriffsstrecke Sonne-Planet
lt. DIN 3960 Formel 3.27

$$g_{f_PS} := \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{aP}^2 - d_{bP}^2} - \tan(\alpha_{w_PS}) \cdot d_{bP} \right) = 5.485 \text{ mm}$$

...Fußeingriffsstrecke Sonne-Planet
lt. DIN 3960 Formel 3.26

$$p_{et_PS} := \frac{d_{bS}}{d_S} \cdot p_{tII} = 8.856 \text{ mm}$$

...Stirngrundkreisteilung Sonne-Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 28

$$\varepsilon_{\alpha_PS} := \frac{g_{f_PS} + g_{a_PS}}{p_{et_PS}} = 1.413$$

...Profilüberdeckung Sonne-Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 90

$$\varepsilon_{\gamma_PS} := \varepsilon_{\beta II} + \varepsilon_{\alpha_PS} = 1.413$$

...Gesamtüberdeckung Sonne-Planet
lt. DIN ISO 21771 Formel 97

A.6.4.2 Planet - Hohlrad

$$g_{a_PH} := \frac{1}{2} \cdot \frac{z_P}{|z_P|} \cdot \left(\sqrt{d_{aP}^2 - d_{bP}^2} - \tan(\alpha_{w_PH}) \cdot d_{bP} \right) = 7.703 \text{ mm}$$

...Kopfeingriffsstrecke Planet
lt. DIN 3960 Formel 3.27

$$g_{f_PH} := \frac{1}{2} \cdot \frac{z_H}{|z_H|} \cdot \left(\sqrt{d_{aH}^2 - d_{bH}^2} - \tan(\alpha_{w_PH}) \cdot d_{bH} \right) = 7.569 \text{ mm}$$

...Fußeingriffsstrecke Planet
lt. DIN 3960 Formel 3.26

$$p_{et_PH} := \frac{d_{bS}}{d_S} \cdot p_{tII} = 8.856 \text{ mm}$$

...Stirngrundkreisteilung
lt. DIN ISO 21771 Formel 28

$$\varepsilon_{\alpha_{PH}} := \frac{g_{f_{PH}} + g_{a_{PH}}}{p_{et_{PH}}} = 1.724$$

...Profilüberdeckung
lt. DIN ISO 21771 Formel 90

$$\varepsilon_{\gamma_{PH}} := \varepsilon_{\beta_{II}} + \varepsilon_{\alpha_{PH}} = 1.724$$

...Gesamtüberdeckung Planet-Hohlrad
lt. DIN ISO 21771 Formel 97

A.6.5 Kontrolle auf Unterschnitt und Spitzwerden der Zähne

A.6.5.1. 1. Getriebestufe

Kontrolle auf spitzer Winkel

$$\text{inv}\gamma_I := \frac{\pi}{2 \cdot z_1} + \frac{2 \cdot x_I}{z_1} \cdot \tan(\alpha_{tI}) + \text{inv}\alpha_{tI} = 0.099$$

...Kontrolle hinsichtlich Spitzwerdens
lt. DIN ISO 21171:2014 Formel 38

$$\gamma_I := \sqrt[3]{3 \cdot \text{inv}\gamma_I - \frac{2}{5} \cdot \text{inv}\gamma_I} = 35.928^\circ$$

$$d_{amax1I} := \frac{m_{sI} \cdot z_1 \cdot \cos(\alpha_{tI})}{\cos(\gamma_I)} = 73.109 \text{ mm}$$

...Kontrolle hinsichtlich Spitzwerdens
lt. DIN ISO 21171:2014 Formel 12

$$d_{amax1I} - d_{a1I} = 2.565 \text{ mm}$$

...Kontrolle Spitzwerden >0

Kontrolle auf Überdeckung

$$\varepsilon_{\alpha I} = 1.605 > 1 \text{ Profilüberdeckung i.O.}$$

$$\varepsilon_{\gamma I} = 1.605 > 1 \text{ Gesamtüberdeckung i.O.}$$

Kontrolle auf Unterschnitt

$$h_{aP0I} := h_{aPI} = 3 \text{ mm}$$

...Kopfhöhe des Werkzeugbezugsprofils
lt. DIN 3990 Teil 11 Fußnote 1

$$\rho_{a0I} := \rho_{fPI} = 0.75 \text{ mm}$$

...Kopfrundung des
Werkzeugbezugsprofils
lt. DIN 3990 Teil 11 Fußnote 1

$$h_{FaP0I} := h_{aP0I} - \rho_{a0I} \cdot (1 - \sin(\alpha_{0In})) = 2.507 \text{ mm}$$

...Gerader Teil der Kopfflanke des
Werkzeug-Erzeugungsprofils
lt. DIN 3960 Beiblatt 1 Formel 2.77

$$x_{min1I} := \frac{h_{FaP0I}}{m_I} - z_1 \cdot \frac{(\sin(\alpha_{tI}))^2}{2} = -0.393$$

...Mindestprofilverschiebung
lt. DIN ISO 21771 Formel 135

$$x_{min2I} := \frac{h_{FaP0I}}{m_I} - z_2 \cdot \frac{(\sin(\alpha_{tI}))^2}{2} = -2.791$$

...Mindestprofilverschiebung
lt. DIN ISO 21771 Formel 135

$$A_{x1I} := x_{1I} - x_{min1I} = 0.653$$

...Abweichung Profilverchiebung sollte positiv sein

$$A_{x2I} := x_{2I} - x_{min2I} = 2.7$$

...Abweichung Profilverchiebung sollte positiv sein

A.6.5.2 2. Getriebestufe (Planetenstufe)

Kontrolle auf spitzer Winkel

$$inv\gamma_{II} := \frac{\pi}{2 \cdot z_S} + \frac{2 \cdot x_S}{z_S} \cdot \tan(\alpha_{tII}) + inv\alpha_{tII} = 0.098$$

...Kontrolle hinsichtlich Spitzwerdens lt. DIN ISO 21171:2014 Formel 38

$$\gamma_{II} := \sqrt[3]{3 \cdot inv\gamma_{II}} - \frac{2}{5} \cdot inv\gamma_{II} = 35.869^\circ$$

$$d_{amaxS} := \frac{m_{II} \cdot z_S \cdot \cos(\alpha_{tII})}{\cos(\gamma_{II})} = 80.013 \text{ mm}$$

...Kontrolle hinsichtlich Spitzwerdens lt. DIN ISO 21171:2014 Formel 12

$$d_{amaxS} - d_{aS} = 2.533 \text{ mm}$$

...Kontrolle der ob Maximalwert überschritten wird Wert > 0

Kontrolle auf Überdeckung

$$\varepsilon_{\alpha_{PS}} = 1.413 > 1 \text{ Profiüberdeckung i.O.}$$

$$\varepsilon_{\alpha_{PH}} = 1.724 > 1 \text{ Profiüberdeckung i.O.}$$

$$\varepsilon_{\gamma_{PS}} = 1.413 > 1 \text{ Gesamtüberdeckung i.O.}$$

$$\varepsilon_{\gamma_{PH}} = 1.724 > 1 \text{ Gesamtüberdeckung i.O.}$$

Kontrolle auf Unterschnitt

$$h_{aP0II} := h_{aPII} = 3 \text{ mm}$$

...Kopfhöhe des Werkzeugbezugsprofils lt. DIN 3990 Teil 11 Fußnote 1

$$\rho_{a0II} := \rho_{fPII} = 0.75 \text{ mm}$$

...Kopfrundung des Werkzeugbezugsprofils lt. DIN 3990 Teil 11 Fußnote 1

$$h_{FaP0II} := h_{aP0II} - \rho_{a0II} \cdot (1 - \sin(\alpha_{0II})) = 2.507 \text{ mm}$$

...Gerader Teil der Kopfflanke des Werkzeug-Erzeugungsprofils lt. DIN 3960 Beiblatt 1 Formel 2.77

$$x_{minS} := \frac{h_{FaP0II}}{m_{II}} - z_S \cdot \frac{(\sin(\alpha_{tII}))^2}{2} = -0.51$$

...Mindestprofilverschiebung lt. DIN ISO 21771 Formel 135

$$x_{minP} := \frac{h_{FaP0II}}{m_{II}} - z_P \cdot \frac{(\sin(\alpha_{tII}))^2}{2} = -0.861$$

...Mindestprofilverschiebung
lt. DIN ISO 21771 Formel 135

$$x_{minH} := \frac{h_{FaP0II}}{m_{II}} - z_H \cdot \frac{(\sin(\alpha_{tII}))^2}{2} = 5.632$$

...Mindestprofilverschiebung
lt. DIN ISO 21771 Formel 135

$$A_{xS} := x_S - x_{minS} = 0.982$$

...Abweichung Profilverschiebung
sollte positiv sein

$$A_{xP} := x_P - x_{minP} = 1.114$$

...Abweichung Profilverschiebung
sollte positiv sein

Beim Hohlrad mit Innenverzahnung tritt kein Unterschnitt auf und auch die Spitzengrenze muss nicht überprüft werden. Jedoch gibt es spezifische grenzen für die Montage:

Radiale Montierbarkeit

$$|z_H| - |z_P| \geq 15 = 1$$

...Überschlägige Abschätzung radiale
Montierbarkeit. Genau: Zahnabstand w_2 des
Hohlrades größer als die Zahnweite w_1 des
Ritzels.

A.6.6 Kontrolle Planetengetriebe

A.6.6.1 Montierbarkeit im gleichmäßigem Abstand

Im vorliegenden Fall handelt es sich um ein einfaches einstufiges Planetengetriebe mit Ausführung als Minusgetriebe. Die addierte Zähnezahzahl vom Sonnenrad und dem Hohlrad im Planetengetriebezug müssen, bei gleichmäßiger Verteilung, durch die Anzahl der Planeten teilbar sein.

$$\frac{|z_S| + |z_H|}{N_p} = 35$$

$$\text{mod}(|z_S| + |z_H|, N_p) = 0 = 1$$

...Bedingung Montage
lt. Die Umlaufgetriebe H.W. Müller
Formel 5.10

A.6.6.2 Clearance Planeten

$$C := 2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N_p}\right) \cdot a_{PS} - d_{aP} = 44.4 \text{ mm}$$

...Abstand zwischen Planeten
lt. Figure 10 AGMA 6123-C16

$$C \geq 2 \cdot m_{II} = 1$$

A.7. Vorauslegung der Wellendurchmesser

A.7.1 Antriebswelle

$$d_{Welle_Anv} := 16 \text{ cm} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_{ein}}{(n_{ein} \cdot kW \cdot min)}} = 54.959 \text{ mm}$$

...überschlägiger Wellendurchmesser
Antriebswelle
lt. KVO für eher torsionskritisch

$$d_{Welle_An} = 50 \text{ mm}$$

$$\Delta_{dI} := d_{f1I} - d_{Welle_An} = 7.059 \text{ mm}$$

...Unterschied Wellen- zu
Fußkreisdurchmesser

Ausführung als Ritzelwelle ist günstig, wenn $\Delta d < 3 \cdot m$. Ist der Unterschied größer als 5-mal der Modul, ist das Ritzel auf jeden Fall aufzusetzen:

$$\Delta_{dI} < 3 \cdot m_{SI} = 1$$

$$\Delta_{dI} < 5 \cdot m_{SI} = 1$$

A.7.2 Zwischenwelle/Sonnenwelle

$$d_{Welle_Sv} := 16 \text{ cm} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_{ein}}{(n_S \cdot kW \cdot min)}} = 78.842 \text{ mm}$$

...überschlägiger Wellendurchmesser
Zwischenwelle
lt. KVO für eher torsionskritisch

$$d_{Welle_S} = 55 \text{ mm}$$

$$\Delta_{dII} := d_{fS} - d_{Welle_S} = 9.336 \text{ mm}$$

...Unterschied Wellen- zu
Fußkreisdurchmesser

Ausführung als Ritzelwelle ist günstig, wenn $\Delta d < 3 \cdot m$. Ist der Unterschied größer als 5-mal der Modul, ist das Ritzel auf jeden Fall aufzusetzen:

$$\Delta_{dII} < 3 \cdot m_{II} = 0$$

$$\Delta_{dII} < 5 \cdot m_{II} = 1$$

A.7.3 Abtriebswelle (Planetenträger)

$$d_{Welle_Abv} := 13 \text{ cm} \cdot \sqrt[4]{\frac{P_{ein}}{(n_{effa} \cdot kW \cdot min)}} = 111.761 \text{ mm}$$

...überschlägiger Wellendurchmesser
Abtriebswelle
lt. KVO für eher biegekritisch

$$d_{Welle_Ab} = 77 \text{ mm}$$

A.7.4 Planetenbolzen

$$\sigma_{bmax} := 255 \frac{N}{mm^2}$$

$$F_{Planetbolzen} := \frac{P_{ein}}{n_{effa} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{(d_S + d_P)}{2} \cdot N_p} = (2.229 \cdot 10^4) N$$

$$d_{Welle_Pv} := 2.17 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_{Planetbolzen} \cdot \frac{b_P}{2}}{\sigma_{bmax}}} = 27.388 \text{ mm}$$

...überschlägiger Wellendurchmesser
Abtriebswelle
lt. KVO für eher biegekritisch

$$d_{Welle_P} = 60 \text{ mm}$$

A.8. Festigkeitsberechnung der Zahnräder

$$P_{ein} = 932.125 \text{ kW}$$

A.8.1 1. Getriebestufe

A.8.1.1 Ritzel 1

Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

$$T_{Ri1} = 387.006 \text{ N} \cdot \text{m}$$

...Nenn-Torsionsmoment Antriebswelle

$$v_{vorhI} := \omega_{ein} \cdot \frac{d_{1I}}{2} = 75.869 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega_{ein} = 2408.554 \frac{1}{\text{s}}$$

$$F_{tIz} := \frac{P_{ein}}{v_{vorhI}} = 12285.905 \text{ N}$$

...Nenn-Umfangskraft 1. Stufe
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.01

$$T_{maxRi1} := T_{Ri1} \cdot K_S = 503.108 \text{ N} \cdot \text{m}$$

...Max-Torsionsmoment Antriebswelle

$$F_{tmaxIz} := F_{tIz} \cdot K_S = 15971.676 \text{ N}$$

...Max-Umfangskraft Zwischenwelle

Dynamikfaktor Kv

$$v_{krit1} := \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{z_1} \cdot \frac{100}{\sqrt{\frac{u_{eff1}^2}{1 + u_{eff1}^2}}} = 50.276 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

...kritische Geschwindigkeit (nur auf Ritzel berechnet)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.04

$$v_{vorhI} \cdot \frac{z_1}{100} \cdot \left(\sqrt{u_{eff1}^2 \cdot (1 + u_{eff1}^2)} \right) < 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0$$

...wenn Bedingung kleiner 3m/s, kann Berechnung auch nach Methode C gerechnet werden

$$v_{krit1} > v_{vorhI} = 0 \quad \text{Anwendungsbereich für Methode C zur Berechnung Kv.}$$

Methode B

$$c_{\gamma I} := \frac{20 \text{ N}}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}$$

$$d_{m1I} := \frac{d_{a1I} + d_{f1I}}{2} = 63.801 \text{ mm}$$

...mittlerer Durchmesser Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.21

$$d_{m2I} := \frac{d_{a2I} + d_{f2I}}{2} = 184.699 \text{ mm}$$

...mittlerer Durchmesser Rad
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.21

$$q_{1I} := \frac{d_{Welle_An}}{d_{m1I}} = 0.784$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.22

$$q_{2I} := \frac{d_{Welle_S}}{d_{m2I}} = 0.298$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.22

$$\rho_{Stahl} := 7.85 \cdot 10^{-6} \frac{kg}{mm^3}$$

...Dichte für Stahl

$$m_{red1} := \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{d_{m1I}}{d_{b1I}} \right)^2 \cdot \frac{d_{m1I}^2}{\frac{1}{1 \cdot \rho_{Stahl}} + \frac{1}{(1 - q_{2I}^4) \cdot \rho_{Stahl} \cdot u_{eff1}^2}} = 0.013 \frac{kg}{mm}$$

...Berechnung der reduzierten Masse eines außenverzahnten Zahnradpaares

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.20

$$n_{E1} := \frac{10^3 \cdot \frac{1}{s}}{2 \cdot \pi \cdot z_1} \cdot \sqrt{\frac{c_{\gamma I} \cdot \frac{kg}{mm}}{m_{red1} \cdot \frac{N}{mm \cdot \mu m}}} = 296.536 \frac{1}{s}$$

...Ermittlung der Hauptresonanz

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.02

$$N_1 := \frac{n_{ein}}{n_{E1}} = 1.2927$$

...Bezugsdrehzahl

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.04

$$C_1 := 0.04723$$

$$C_2 := 0.15551$$

$$C_3 := 0.25791$$

...Faktoren C1- C9 aus Tabelle 9.1
lt. DIN 3990 Teil 1

$$C_4 := -0.00635$$

$$C_5 := -0.11654$$

$$C_6 := -0.00193$$

$$C_7 := -0.24188$$

$$C_8 := 0.00529$$

$$C_9 := 0.00182$$

$$q_{str_I} := C_1 + \frac{C_2}{z_1} + \frac{C_3}{z_2} + C_4 \cdot x_{1I} + C_5 \cdot \frac{x_{1I}}{z_1} + C_6 \cdot x_{2I} + C_7 \cdot \frac{x_{2I}}{z_2} + C_8 \cdot x_{1I}^2 + C_9 \cdot x_{2I}^2 = 0.057$$

...Kleinstwert der Nachgiebigkeit eines Zahnradpaares Methode B1 (anderes Bezugsprofil)

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.03

$$C_{str_th_I_B1} := \frac{1}{q_{str_I}} \cdot \frac{N}{mm \cdot \mu m} = 17.667 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

...theoretische Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.02

$$c_{str_th_I_B2} := 17.6 \cdot \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

...grafisch bestimmte theoretische
Einzelfedersteifigkeit eines Zahnradpaares
Methode B2
lt. DIN 3990 Teil 1 Bild 9.1

$$C_{M_I} := 0.8$$

...Korrekturfaktor Unterschied
zwischen Messergebnisse und
Berechnungsergebnisse
lt. DIN 3990 Teil 1 9.3.1.2

$$s_{nI} := m_I \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_{1I} \cdot \tan(\alpha_{0In}) \right) = 5.28 \text{ mm}$$

...Zahnkranzdicke
lt. DIN ISO 21771 Formel 48

$$C_{R_I} := 1 + \frac{\ln(1)}{5 \cdot e^{\left(\frac{s_{nI}}{5 \cdot m_I}\right)}} = 1$$

...Korrekturfaktor Verlauf der Kurven
lt. DIN 3990 Formel 9.04

$$C_{B_I} := (1 + 0.5 \cdot (1.2 - 1.25)) \cdot (1 - 0.02 \cdot (20^\circ - \alpha_{0In})) = 0.975$$

...Bezugsprofilfaktor Normalprofil
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.05

$$c_{str_I} := c_{str_th_I_B2} \cdot C_{M_I} \cdot C_{R_I} \cdot C_{B_I} = (1.373 \cdot 10^{10}) \text{ Pa}$$

...Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.01

$$C_{v1_I} := 0.32$$

...Auswirkung von Teilungsabweichungen
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v2_I} := 0.34$$

...Auswirkung der Profilformabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v3_I} := 0.23$$

...Auswirkung der periodischen Änderung
der Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v4_I} := 0.9$$

...Auswirkung Resonanzschwingungen in
Umfangsrichtung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v5_I} := 0.47$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v6_I} := 0.47$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v7_I} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\gamma I} \leq 1.5 & = 0.757 \\ \quad \parallel & 0.75 \\ \text{else} & \\ \quad \parallel & 0.125 \cdot \sin(\pi \cdot (\varepsilon_{\gamma I} - 2)) + 0.875 \end{cases}$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$f_{pe} := 12 \mu m$$

...wirksame Eingriffsteilungsabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.4

$$y_p := 0.9 \mu m$$

...Einlaufbetrag
lt. DIN 3990 Teil 1 Bild 7.2

$$f_{pe_eff} := f_{pe} - y_p = 11.1 \mu m$$

...wirksame Eingriffsteilungsabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.11

$$f_{f\alpha} := 12 \mu m$$

...Profil-Formabweichung

$$y_f := 0.9 \mu m$$

...Einlaufbetrag
lt. DIN 3990 Teil 1 Bild 7.2

$$f_{f_eff} := f_{f\alpha} - y_f = 11.1 \mu m$$

...wirksame Profil-Formabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.12

Dynamisch

$$C_a := \frac{1}{18} \cdot \left(\frac{\sigma_{HlimI}}{97 \cdot \frac{N}{mm^2}} - 18.45 \right)^2 + 1.5 = 1.995$$

...Auslegungswert der Profilkorrektur
(Kopfrücknahme) nicht vorgegeben
lt. DIN3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$B_{P_I_d} := \frac{c_{str_I} \cdot f_{pe_eff} \cdot \frac{mm}{N}}{\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_A \cdot \frac{mm}{N}} = 0.554$$

...Bp, Bf und Bk sind dimensionslose
Parameter zur Berücksichtigung der
Auswirkung von
Verzahnungsabweichungen und
Profilkorrektur auf die dynamische Kraft.
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.08-5.10

$$B_{f_I_d} := \frac{c_{str_I} \cdot f_{f_eff} \cdot \frac{mm}{N}}{\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_A \cdot \frac{mm}{N}} = 0.554$$

$$B_{k_I_d} := \left| 1 - \frac{c_{str_I} \cdot C_a \cdot \frac{mm \cdot \mu m}{N}}{\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_A \cdot \frac{mm}{N}} \right| = 0.9$$

$$K_{1_d} := C_{v1_I} \cdot B_{P_I_d} + C_{v2_I} \cdot B_{f_I_d} + C_{v3_I} \cdot B_{k_I_d} = 0.573$$

...Hilfsgröße
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.07

$$K_{vI_unterkrit_d} := N_1 \cdot K_{1_d} + 1 = 1.74$$

...Dynamikfaktor im unterkritischen
Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.06

$$K_{vI_hauptres_d} := C_{v1_I} \cdot B_{P_I_d} + C_{v2_I} \cdot B_{f_I_d} + C_{v4_I} \cdot B_{k_I_d} + 1 = 2.176$$

...Dynamikfaktor im Hauptresonanzbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.13

$$K_{vI_überkrit_d} := C_{v5_I} \cdot B_{P_I_d} + C_{v6_I} \cdot B_{f_I_d} + C_{v7_I} = 1.277$$

...Dynamikfaktor im überkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.14

$$K_{vI_zweisch_d} := K_{vI_überkrit_d} + \frac{K_{vI_hauptres_d} - K_{vI_überkrit_d}}{0.35} \cdot (1.5 - N_1) = 1.809$$

...Dynamikfaktor im Zwischenbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.15

$$K_{vI_d} := \begin{cases} \text{if } N_1 \leq 0.85 & = 1.809 \\ \left\| \begin{array}{l} K_{vI_unterkrit_d} \\ \text{else if } 0.85 \leq N_1 \leq 1.15 \\ \left\| \begin{array}{l} K_{vI_hauptres_d} \\ \text{else if } N_1 \geq 1.5 \\ \left\| \begin{array}{l} K_{vI_überkrit_d} \\ \text{else} \\ \left\| \begin{array}{l} K_{vI_zweisch_d} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

...Dynamikfaktor Bereichauswahl

Statisch

$$B_{P_I_s} := \frac{c_{str_I} \cdot f_{pe_eff} \cdot \frac{mm}{N}}{\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_S \cdot \frac{mm}{N}} = 0.477$$

$$B_{f_I_s} := \frac{c_{str_I} \cdot f_{f_eff} \cdot \frac{mm}{N}}{\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_S \cdot \frac{mm}{N}} = 0.477$$

...Bp, Bf und Bk sind dimensionslose Parameter zur Berücksichtigung der Auswirkung von Verzahnungsabweichungen und Profilkorrektur auf die dynamische Kraft.
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.08-5.10

$$B_{k_I_s} := \left| 1 - \frac{c_{str_I} \cdot C_a \cdot \frac{mm \cdot \mu m}{N}}{\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_S \cdot \frac{mm}{N}} \right| = 0.914$$

$$K_{1_s} := C_{v1_I} \cdot B_{P_I_s} + C_{v2_I} \cdot B_{f_I_s} + C_{v3_I} \cdot B_{k_I_s} = 0.525$$

...Hilfsgröße
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.07

$$K_{vI_unterkrit_s} := N_1 \cdot K_{1_s} + 1 = 1.679$$

...Dynamikfaktor im unterkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.06

$$K_{vI_hauptres_s} := C_{v1_I} \cdot B_{P_I_s} + C_{v2_I} \cdot B_{f_I_s} + C_{v4_I} \cdot B_{k_I_s} + 1 = 2.138$$

...Dynamikfaktor im
Hauptresonanzbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel
5.13

$$K_{vI_überkrit_s} := C_{v5_I} \cdot B_{P_I_s} + C_{v6_I} \cdot B_{f_I_s} + C_{v7_I} = 1.205$$

...Dynamikfaktor im überkritischen
Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.14

$$K_{vI_zwischen_s} := K_{vI_überkrit_s} + \frac{K_{vI_hauptres_s} - K_{vI_überkrit_s}}{0.35} \cdot (1.5 - N_1) = 1.757$$

...Dynamikfaktor im Zwischenbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.15

$$K_{vI_s} := \begin{cases} \text{if } N_1 \leq 0.85 & = 1.757 \\ \quad \parallel K_{vI_unterkrit_s} \\ \text{else if } 0.85 \leq N_1 \leq 1.15 & \\ \quad \parallel K_{vI_hauptres_s} \\ \text{else if } N_1 \geq 1.5 & \\ \quad \parallel K_{vI_überkrit_s} \\ \text{else} & \\ \quad \parallel K_{vI_zwischen_s} \end{cases}$$

Breitenfaktor

$$F_{mbI} := \frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_A \cdot K_{vI_d} = 497.969 \frac{N}{mm}$$

...Maßgebende mittlere Linienbelastung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.07

$$f_{h\beta I} := \begin{cases} \text{if } b_{1I} > 40 \text{ mm} & = 14 \mu m \\ \quad \parallel 14 \mu m \\ \text{else} & \\ \quad \parallel 13 \mu m \end{cases}$$

...zulässige Flankenlinienabweichung
lt. DIN 3962 Teil 2 Abschnitt 3

$$f_{maI} := f_{h\beta I}$$

...Flankenlinien Herstellungsabweichung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.11

$$A_I := 0.023 \text{ mm} \cdot \frac{\mu m}{N}$$

...Hilfswert A
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 3.2

$$\frac{d_{1I}}{d_{Welle_An}} = 1.26$$

...Bedingung mit oder ohne
Stützfaktor

$$K_I' := \begin{cases} \text{if } \frac{d_{1I}}{d_{Welle_An}} < 1.15 \\ \quad \parallel -0.8 \\ \text{else} \\ \quad \parallel -0.48 \end{cases} = -0.48$$

...Faktor K'
lt. DIN 3990 Teil 11 Bild 3.2

$$l_{Iv} := b_{1I} + 4 \cdot m_I = 62 \text{ mm}$$

...Lagerabstand Antriebswelle

$$s_{Iv} := 0 \cdot l_{Iv} = 0 \text{ mm}$$

...Abstand Lagerung zu
Zahnradmitte

$$s_I = 0.5 \text{ mm}$$

$$l_I = 81 \text{ mm}$$

$$\text{Für } \frac{s_I}{l_I} = 0.006 < 0.3 \text{ gilt:}$$

$$f_{shI} := F_{mbI} \cdot A_I \cdot \left(\left| 1 + K_I' \cdot \frac{l_I \cdot s_I}{(d_{1I})^2} \cdot \left(\frac{d_{1I}}{d_{Welle_An}} \right)^4 - 0.3 \right| + 0.3 \right) \cdot \left(\frac{b_{1I}}{d_{1I}} \right)^2 = 7.125 \text{ } \mu\text{m}$$

...Flankenlinienabweichung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.14

$$F_{\beta xImin} := \begin{cases} \text{if } 0.005 \text{ mm} \cdot \frac{\mu\text{m}}{N} \cdot F_{mbI} > 0.5 \cdot f_{h\beta I} \\ \quad \parallel 0.005 \text{ mm} \cdot \frac{\mu\text{m}}{N} \cdot F_{mbI} \\ \text{else} \\ \quad \parallel 0.5 \cdot f_{h\beta I} \end{cases} = 7 \text{ } \mu\text{m}$$

...Ursprünglich wirksame
Flankenabweichung auf zwei Arten
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.10

$$F_{\beta xIv} := |1.33 \cdot f_{shI} - f_{maI}| = 4.524 \text{ } \mu\text{m}$$

...Ursprünglich wirksame
Flankenabweichung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.09

$$F_{\beta xI} := \begin{cases} \text{if } F_{\beta xIv} > F_{\beta xImin} \\ \quad \parallel F_{\beta xIv} \\ \text{else} \\ \quad \parallel F_{\beta xImin} \end{cases} = 7 \text{ } \mu\text{m}$$

...Ursprünglich wirksame Flankenabweichung
auf zwei Arten
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.10

$$\gamma_{\beta Iv} := 0.15 \cdot F_{\beta xI} = 1.05 \mu\text{m}$$

...Verminderung der
Flankenlinienabweichung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.18

$$\gamma_{\beta I} := \begin{cases} \text{if } \gamma_{\beta Iv} > 6 \mu\text{m} & = 1.05 \mu\text{m} \\ \parallel & 6 \mu\text{m} \\ \text{else} & \\ \parallel & \gamma_{\beta Iv} \end{cases}$$

$$F_{\beta yI} := F_{\beta xI} - \gamma_{\beta I} = 5.95 \mu\text{m}$$

...nach dem Einlaufen wirksame
Flankenlinienabweichung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.08

$$c_{\gamma I} = 20 \frac{N}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}$$

$$K_{H\beta I} := \begin{cases} \text{if } 1 + \frac{c_{\gamma I} \cdot F_{\beta yI}}{2 \cdot F_{mbI}} < 2 & = 1.119 \\ \parallel & 1 + \frac{c_{\gamma I} \cdot F_{\beta yI}}{2 \cdot F_{mbI}} \\ \text{else} & \\ \parallel & \sqrt{\frac{2 \cdot c_{\gamma I} \cdot F_{\beta yI}}{F_{mbI}}} \end{cases}$$

...Breitenfaktor Flanke
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.20

...Breitenfaktor Flanke
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.21

$$K_{F\beta I} := \begin{cases} \text{if } \frac{h_I}{b_{1I}} > \frac{1}{3} & = 1.103 \\ \parallel & \frac{1}{1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2} \\ \text{else} & \\ \parallel & \frac{1}{1 + \frac{h_I}{b_{1I}} + \left(\frac{h_I}{b_{1I}}\right)^2} \\ \parallel & K_{H\beta I} \end{cases}$$

...Breitenfaktor Fuß
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.22

Stirnfaktor

$$\frac{F_{tIz}}{b_{1I}} \cdot K_A \cdot K_{vI-d} \cdot K_{H\beta I} = 557.469 \frac{N}{\text{mm}} > 350 \text{N/mm}$$

...Überprüfung Stirnfaktorgültigkeit

Da Bedingung Zahnräder mit Linienbelastung erfüllt wurde können die Stirnfaktoren gewählt werden für die Werte >100N/mm:

$$K_{H\alpha I} := 1.0$$

...Stirnfaktoren
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 3.3

$$K_{F\alpha I} := 1.0$$

A.8.1.1.1 Berechnung der Grübchentragsfähigkeit

Einzeleingriffsfaktoren ZB und ZD

$$M_{1I} := \frac{\tan(\alpha_{wI})}{\sqrt{\left(\sqrt{\left(\frac{d_{a1I}}{d_{b1I}}\right)^2 - 1} - \frac{2 \cdot \pi}{z_1}\right) \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{a2I}}{d_{b2I}}\right)^2 - 1} - \left(\varepsilon_{\alpha I} - 1\right) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z_2}\right)}} = 1.026$$

...Hilfswert M_Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.12

$$M_{2I} := \frac{\tan(\alpha_{wI})}{\sqrt{\left(\sqrt{\left(\frac{d_{a2I}}{d_{b2I}}\right)^2 - 1} - \frac{2 \cdot \pi}{z_2}\right) \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{a1I}}{d_{b1I}}\right)^2 - 1} - \left(\varepsilon_{\alpha I} - 1\right) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z_1}\right)}} = 0.937$$

...Hilfswert M_Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

$$Z_{BI} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\beta I} < 1 \\ \quad \text{if } \beta_{0I} < 1 \text{ deg} \\ \quad \quad \text{if } M_{1I} < 1 \\ \quad \quad \quad \| 1 \\ \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \| M_{1I} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad \text{if } M_{1I} - \varepsilon_{\beta I} \cdot (M_{1I} - 1) > 1 \\ \quad \quad \quad \| M_{1I} - \varepsilon_{\beta I} \cdot (M_{1I} - 1) \\ \quad \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \| 1 \\ \text{else} \\ \| 1 \end{cases} = 1.026$$

...Einzeleingriffsfaktor Ritzel 1
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

$$Z_{DI} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\beta I} < 1 \\ \quad \text{if } \beta_{0I} < 1 \text{ deg} \\ \quad \quad \text{if } M_{2I} < 1 \\ \quad \quad \quad \| 1 \\ \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \| M_{2I} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad \text{if } M_{2I} - \varepsilon_{\beta I} \cdot (M_{2I} - 1) > 1 \\ \quad \quad \quad \| M_{2I} - \varepsilon_{\beta I} \cdot (M_{2I} - 1) \\ \quad \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \| 1 \\ \text{else} \\ \| 1 \end{cases} = 1$$

...Einzeleingriffsfaktor Rad 2
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

Zonenfaktor ZH

$$\beta_{bI} = 0^\circ$$

...Grundschrägungswinkel

$$Z_{HI} := \sqrt{\frac{2 \cdot \cos(\beta_{bI}) \cdot \cos(\alpha_{wI})}{\cos(\alpha_{tI})^2 \cdot \sin(\alpha_{wI})}} = 2.453$$

...Zonenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.14

Elastizitätsfaktor ZE

$$Z_{EI} = 189.8 \sqrt{\frac{N}{\text{mm}^2}}$$

...Elastizitätsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.1 für
Stahl als Werkstoff von Ritzel und Rad

Überdeckungsfaktor (Flanke)

$$Z_{eI} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\beta I} < 1 & \\ \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_{\alpha I}}{3} \cdot (1 - \varepsilon_{\beta I}) + \frac{\varepsilon_{\beta I}}{\varepsilon_{\alpha I}}} & \\ \text{else} & \\ \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha I}}} & \end{cases} = 0.894$$

...Überdeckungsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.17 für
 $\varepsilon_{\beta I} = 0 < 1$

Schrägenfaktor (Flanke)

$$Z_{\beta I} := \sqrt{\cos(\beta_{0I})} = 1$$

...Schrägenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.18

Faktoren für die Schmierfilmbildung

$$Z_{LVR_dfI} := 1$$

...Dauerfestigkeitsfaktor für die
Schmierfilmbildung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.19 für
geschliffene geschabte Verzahnungen

$$Z_{LVR_stI} := 1.0$$

...Statischer Faktor für die
Schmierfilmbildung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.22

Werkstoffpaarungsfaktor

$$Z_{WI} := 1$$

...Werkstoffpaarungsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 4.9 für
Werkstoff mit Härte > 470HB

Größenfaktor (Flanke)

$$Z_{X_dfI} := 1$$

...Größenfaktor Dauerfestigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.2

$$Z_{X_stI} := 1$$

...Größenfaktor statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.2

Lebensdauerfaktor (Flanke)

$$Z_{NT_stI} := 1.6$$

...Lebensdauerfaktor Flanke statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.2

$$Z_{NT_dfI} := 1$$

...Lebensdauerfaktor Flanke dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.2

A.8.1.1.1.1 Faktoren Zusammenfassung:

$$Z_{WI} = 1 \quad Z_{BI} = 1.026 \quad Z_{HI} = 2.453 \quad Z_{EI} = 189.8 \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{\text{mm}^2}}$$

$$Z_{\epsilon I} = 0.894 \quad Z_{\beta I} = 1 \quad K_{F\beta I} = 1.103 \quad K_{H\alpha I} = 1$$

$$K_{F\alpha I} = 1 \quad K_{vI_d} = 1.809 \quad K_{vI_s} = 1.757$$

$$S_{Hmin_dfI} = 1 \quad Z_{NT_stI} = 1.6 \quad Z_{X_dfI} = 1 \quad Z_{LVR_dfI} = 1$$

$$S_{Hmin_stI} = 1.3 \quad Z_{NT_dfI} = 1 \quad Z_{X_stI} = 1 \quad Z_{LVR_stI} = 1$$

A.8.1.1.1.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP1_dfI} := \frac{\sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_dfI}}{S_{Hmin_dfI}} \cdot Z_{LVR_dfI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_dfI} = 1500 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

...zulässige Flankenpressung Dynamisch
Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H01_dfI} := Z_{HI} \cdot Z_{EI} \cdot Z_{\epsilon I} \cdot Z_{\beta I} \cdot \sqrt{\frac{F_{tIz}}{d_{1I} \cdot b_{2I}} \cdot \frac{u_{eff1} + 1}{u_{eff1}}} = 950.753 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung
Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H1_dfI} := Z_{BI} \cdot \sigma_{H01_dfI} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_{vI_d} \cdot K_{H\beta I} \cdot K_{H\alpha I}} = 1469.309 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HP1_dfI} - \sigma_{H1_dfI} = 30.691 \frac{N}{mm^2} > 0. \text{ Daraus folgt zulässige Flankenpressung nicht überschritten.}$$

$$\sigma_{HG1_dfI} := \sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_dfI} \cdot Z_{LVR_dfI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_dfI} = 1500 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchenfähigkeit Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H1_dfI} := \frac{\sigma_{HG1_dfI}}{\sigma_{H1_dfI}} = 1.021$$

A.8.1.1.1.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP1_stI} := \frac{\sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_stI}}{S_{Hmin_stI}} \cdot Z_{LVR_stI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_stI} = 1846.154 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Statisch
Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H01_stI} := Z_{HI} \cdot Z_{EI} \cdot Z_{\epsilon I} \cdot Z_{\beta I} \cdot \sqrt{\frac{F_{Uz}}{d_{1I} \cdot b_{2I}} \cdot \frac{u_{eff1} + 1}{u_{eff1}}} = 950.753 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung Statisch
Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H1_stI} := Z_{BI} \cdot \sigma_{H01_stI} \cdot \sqrt{K_S \cdot K_{vI_s} \cdot K_{H\beta I} \cdot K_{H\alpha I}} = 1560.067 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Statisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$\sigma_{HP1_stI} > \sigma_{H1_stI} = 1$. Daraus folgt zulässige Flankenpressung nicht überschritten.

$$\sigma_{HG1_stI} := \sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_stI} \cdot Z_{LVR_stI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_stI} = 2400 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchenfähigkeit Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H1_stI} := \frac{\sigma_{HG1_stI}}{\sigma_{H1_stI}} = 1.538$$

A.8.1.1.2 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit**Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)**

$$Y_{\varepsilon I} := 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon_{\alpha I}} \cdot \cos(\beta_{bI})^2 = 0.717$$

...Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel 5.09

Schrägenfaktor (Zahnfuß)

Da $\varepsilon_{\beta I} = 0 < 1$ wir nun dieser Wert auch eingesetzt

$$Y_{\beta I} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\beta I} < 1 & = 1 \\ \left\| 1 - \varepsilon_{\beta I} \cdot \frac{\beta_{0I}}{120^\circ} \right\| & \\ \text{else} & \\ \left\| 1 - 1 \cdot \frac{\beta_{0I}}{120^\circ} \right\| & \end{cases}$$

...Schrägenfaktor (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel 5.10

Relative Stützziffer (Dauerfestigkeit)

$$G_{1I} := \frac{\rho_{fPI}}{m_I} - \frac{h_{fPI}}{m_I} + x_{1I} = -0.74$$

...Hilfsgröße G Ritzel 1
lt. DIN 3990 Formel D 5.02

$$E_I := \frac{\pi}{4} \cdot m_I - h_{fPI} \cdot \tan(\alpha_{0In}) - (1 - \sin(\alpha_{0In})) \cdot \frac{\rho_{fPI}}{\cos(\alpha_{0In})} = 0.466 \text{ mm}$$

...Hilfsgröße E Ritzel 1
lt. DIN 3990 Formel D 5.01

$$H_{1I} := \frac{2}{z_{n1}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E_I}{m_I} \right) - \frac{\pi}{3} = -0.912$$

...Hilfsgröße H Ritzel 1
lt. DIN 3990 Formel 5.03

Schätzwerte	$\zeta_{1I} := \frac{\pi}{6}$
Nebenbedingungen	$\zeta_{1I} = \frac{2 \cdot G_{1I}}{z_{n1}} \cdot \tan(\zeta_{1I}) - H_{1I}$
Gleichungslöser	$\zeta_{1I} := \mathbf{find}(\zeta_{1I}) = 0.835$

...Hilfsgröße z Start Iteration Ritzel 1

$$s_{Fn1I} := m_I \cdot \left(z_{n1} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_{1I}\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G_{1I}}{\cos(\zeta_{1I})} - \frac{\rho_{fPI}}{m_I} \right) \right) = 6.266 \text{ mm}$$

...Zahnfußsehne
lt. DIN 3990 Formel D 5.05

$$\frac{s_{Fn1I}}{m_I} = 2.089$$

$$\rho_{F1I} := \rho_{fPI} + m_I \cdot \left(\frac{2 \cdot G_{1I}^2}{\cos(\zeta_{1I}) \cdot (z_{n1} \cdot \cos(\zeta_{1I})^2 - 2 \cdot G_{1I})} \right) = 1.197 \text{ mm}$$

...Fußrundungsradius am Berührungspunkt
der 30° Tangente
lt. DIN 3990 Formel D 5.13

$$\frac{\rho_{F1I}}{m_I} = 0.399$$

$$q_{s1I} := \frac{s_{Fn1I}}{2 \cdot \rho_{F1I}} = 2.617$$

...Kerbparameter (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel D 4.03

Kerbparameter $q_{s1I} = 2.617 > 1.5$. Daraus folgt folgende Formel für die relative Stützziffer:

$$Y_{\sigma relT1_dFI} := 1.01$$

...relative Stützziffer Dauerfestigkeit
Ritzel 1
lt. DIN 3990 Teil 3 Bild 9.1

Relative Stützziffer (Statische Festigkeit) und Kopffaktor

$$d_{n1I} := \frac{d_{1I}}{\cos(\beta_{bI})^2} = 63 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.06

$$\alpha_{an1I} := \arccos\left(\frac{\cos(\alpha_{0In})}{1 + \frac{d_{a1I} - d_{1I}}{d_{n1I}}}\right) = 0.575$$

lt. DIN 3990 Teil 3 Formel 3.27

$$\text{inv}\alpha_{an1I} := \tan(\alpha_{an1I}) - \alpha_{an1I} = 0.073$$

$$\text{inv}\alpha_{0In} := \tan(\alpha_{0In}) - \alpha_{0In} = 0.015$$

$$\alpha_{Fan1I} := \tan(\alpha_{an1I}) - \text{inv}\alpha_{0In} - \frac{1}{z_1} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_{1I} \cdot \tan(\alpha_{0In})\right) = 0.549 \quad \text{lt. DIN 3990 Teil 3 Formel 3.29}$$

$$h_{Fa1I} := m_I \cdot \left(0.5 \cdot z_{n1} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_{0In})}{\cos(\alpha_{Fan1I})} - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_{1I}\right)\right) + 0.5 \cdot \left(\frac{\rho_{fPI}}{m_I} - \frac{G_{1I}}{\cos(\zeta_{1I})}\right)\right) = 5.944 \text{ mm}$$

...Biegehebelarm

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11

$$L_{a1I} := \frac{s_{Fn1I}}{h_{Fa1I}} = 1.054$$

...Hilfswert L

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.02

$$Y_{Sa1I} := (1.2 + 0.13 \cdot L_{a1I}) \cdot q_{s1I}^{\frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L_{a1I}}}} = 1.776$$

...Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.01

$$Y_{Fa1I} := \frac{6 \cdot \frac{h_{Fa1I}}{m_I} \cdot \cos(\alpha_{Fan1I})}{\left(\frac{s_{Fn1I}}{m_I}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_{0In})} = 2.473$$

...Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.3.01

$$Y_{FS1I} := Y_{Sa1I} \cdot Y_{Fa1I} = 4.391$$

...Kopffaktor

lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 5.2

$$\varepsilon_{\alpha I} := \frac{\varepsilon_{\alpha I}}{\cos(\beta_{bI})^2} = 1.605$$

$$Y_{S1I} := Y_{Sa1I} \cdot (0.6 + 0.4 \cdot \varepsilon_{\alpha I}) = 2.205$$

...Spannungskorrekturfaktor Ritzel 1

lt. DIN 3990-11 Formel bei Bild 5.8

$$Y_{\delta relT1_stI} := 0.44 \cdot Y_{S1I} + 0.12 = 1.09$$

...relative Stützziffer Statisch Ritzel 1
lt. DIN 3990-11 Formel 5.15

Relativer Oberflächenfaktor

$$Y_{RelTI} := 1.0$$

...Relativer Oberflächenfaktor Methode B
lt. DIN 3990 Teil 3 Bild 10.1

Größenfaktor (Zahnfuß)

$$Y_{XI} := 1.0$$

...Größenfaktor für mn < 5
lt. DIN 3990 Teil 3 Tabelle 11.1

Lebensdauerfaktor (Zahnfuß)

$$Y_{NTdfI} := 1$$

...Lebensdauerfaktor Dauerfestigkeit
lt. DIN 3990 Tabelle 5.2

$$Y_{NTstI} := 2.5$$

...Lebensdauerfaktor Statisch
lt. DIN 3990 Tabelle 5.2

A.8.1.1.2.1 Faktoren Zusammenfassung:

$$Y_{XI} = 1$$

$$Y_{RelTI} = 1$$

$$Y_{Sa1I} = 1.776$$

$$Y_{FS1I} = 4.391$$

$$Y_{\epsilon I} = 0.717$$

$$Y_{\beta I} = 1$$

$$S_{Fmin_dfI} = 1.4$$

$$Y_{NTdfI} = 1$$

$$Y_{\sigma relT1_dfI} = 1.01$$

$$S_{Fmin_stI} = 2$$

$$Y_{NTstI} = 2.5$$

$$Y_{\delta relT1_stI} = 1.09$$

A.8.1.1.2.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP1_dfI} := \frac{\sigma_{FEM} \cdot Y_{NTdfI}}{S_{Fmin_dfI}} \cdot Y_{\sigma relT1_dfI} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 665.157 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Ritzel 1
Dauerfest
lt. DIN 3990 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F01_dfI} := \frac{F_{Uz}}{b_{1I} \cdot m_I} \cdot Y_{FS1I} \cdot (Y_{\epsilon I} \cdot Y_{\beta I}) = 258.006 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Ritzel 1
Dauerfest
lt. DIN 3990 Formel 5.02

$$\sigma_{F1_dfI} := \sigma_{F01_dfI} \cdot K_A \cdot K_{vI_d} \cdot K_{F\beta I} \cdot K_{F\alpha I} = 576.643 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Ritzel 1 Dauerfest
lt. DIN 3990 Formel 5.01

Kontrolle:

Aus $\sigma_{FP1_dfI} > \sigma_{F1_dfI} = 1 > 0$ folgt, Bedingung erfüllt

$$\sigma_{FG1_dfI} := \sigma_{FE1I} \cdot Y_{NTdfI} \cdot Y_{\sigma relT1_dfI} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 931.22 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Ritzel 1 Dauerfest
lt. DIN 3990 Formel 5.03

$$S_{F1_dfI} := \frac{\sigma_{FG1_dfI}}{\sigma_{F1_dfI}} = 1.615$$

...Zahnbruchsicherheit Ritzel 1
Dauerfest
lt. DIN 3990 Formel 5.07

A.8.1.1.2.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP1_stI} := \frac{\sigma_{FE1I} \cdot Y_{NTstI}}{S_{Fmin_stI}} \cdot Y_{\sigma relT1_stI} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 1256.52 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Ritzel 1
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F01_stI} := \frac{F_{tIz}}{b_{1I} \cdot m_I} \cdot Y_{FS1I} \cdot (Y_{\epsilon I} \cdot Y_{\beta I}) = 258.006 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Ritzel 1
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Formel 5.02

$$\sigma_{F1_stI} := \sigma_{F01_stI} \cdot K_S \cdot K_{vI_s} \cdot K_{F\beta I} \cdot K_{F\alpha I} = 650.081 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Ritzel 1 Statische
Festigkeit
lt. DIN 3990 Formel 5.01

Kontrolle:

Aus $\sigma_{FP1_stI} - \sigma_{F1_stI} = 606.438 \frac{N}{mm^2} > 0$ folgt, Bedingung erfüllt

$$\sigma_{FG1_stI} := \sigma_{FE1I} \cdot Y_{NTstI} \cdot Y_{\sigma relT1_stI} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 2513.04 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Ritzel 1 statisch
lt. DIN 3990 Formel 5.03

$$S_{F1_stI} := \frac{\sigma_{FG1_stI}}{\sigma_{F1_stI}} = 3.866$$

...Zahnbruchsicherheit Ritzel 1 Statisch
lt. DIN 3990 Formel 5.07

A.8.1.2 Rad 2

$$T_S = 1142.589 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_{Ramax2} := T_S \cdot K_S = 1485.366 \text{ N} \cdot \text{m}$$

A.8.1.2.1 Berechnung der Grübchentragsfähigkeit

A.8.1.2.1.1 Faktoren Zusammenfassung

$Z_{WI} = 1$	$Z_{DI} = 1$	$Z_{HI} = 2.453$	$Z_{EI} = 189.8 \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{mm^2}}$
$Z_{eI} = 0.894$	$Z_{\beta I} = 1$	$K_{F\beta I} = 1.103$	$K_{H\alpha I} = 1$
$K_{F\alpha I} = 1$	$K_{vI_d} = 1.809$	$K_{vI_s} = 1.757$	
$S_{Hmin_dfI} = 1$	$Z_{NT_stI} = 1.6$	$Z_{X_dfI} = 1$	$Z_{LVR_dfI} = 1$
$S_{Hmin_stI} = 1.3$	$Z_{NT_dfI} = 1$	$Z_{X_stI} = 1$	$Z_{LVR_stI} = 1$

A.8.1.2.1.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP2_dfI} := \frac{\sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_dfI}}{S_{Hmin}} \cdot Z_{LVR_dfI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_dfI} = 1250 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Dynamisch
Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H02_dfI} := Z_{HI} \cdot Z_{EI} \cdot Z_{eI} \cdot Z_{\beta I} \cdot \sqrt{\frac{F_{tIz}}{d_{1I} \cdot b_{2I}} \cdot \frac{u_{eff1} + 1}{u_{eff1}}} = 950.753 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung
Dynamisch Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H2_dfI} := Z_{DI} \cdot \sigma_{H02_dfI} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_{vI_d} \cdot K_{H\beta I} \cdot K_{H\alpha I}} = 1432.054 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Dynamisch Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG2_dfI} := \sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_dfI} \cdot Z_{LVR_dfI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_dfI} = 1500 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchenfähigkeit Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H2_dfI} := \frac{\sigma_{HG2_dfI}}{\sigma_{H2_dfI}} = 1.047$$

A.8.1.2.1.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP2_stI} := \frac{\sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_stI}}{S_{Hmin}} \cdot Z_{LVR_stI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_stI} = 2000 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Statisch
Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H02_stI} := Z_{HI} \cdot Z_{EI} \cdot Z_{\epsilon I} \cdot Z_{\beta I} \cdot \sqrt{\frac{F_{tIz}}{d_{1I} \cdot b_{2I}} \cdot \frac{u_{eff1} + 1}{u_{eff1}}} = 950.753 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung Statisch
Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H2_stI} := Z_{DI} \cdot \sigma_{H02_stI} \cdot \sqrt{K_S \cdot K_{vI_s} \cdot K_{H\beta I} \cdot K_{H\alpha I}} = 1520.511 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Statisch Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG2_stI} := \sigma_{HlimI} \cdot Z_{NT_stI} \cdot Z_{LVR_stI} \cdot Z_{WI} \cdot Z_{X_stI} = 2400 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchenfähigkeit Rad
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H2_stI} := \frac{\sigma_{HG2_stI}}{\sigma_{H2_stI}} = 1.578$$

A.8.1.2.2 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit

Relative Stützziffer (Dauerfestigkeit)

$$G_{2I} := \frac{\rho_{fPI}}{m_I} - \frac{h_{fPI}}{m_I} + x_{2I} = -1.091$$

...Hilfsgröße G Rad 2
lt. DIN 3990 Formel D 5.02

$$H_{2I} := \frac{2}{z_{n2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E_I}{m_I} \right) - \frac{\pi}{3} = -1.002$$

...Hilfsgröße H Rad 2
lt. DIN 3990 Formel 5.03

$$\zeta_{2I} := \frac{\pi}{6}$$

...Hilfsgröße z Start Iteration Rad 2

$$\zeta_{2I} = \frac{2 \cdot G_{2I}}{z_{n2}} \cdot \tan(\zeta_{2I}) - H_{2I}$$

$$\zeta_{2I} := \text{find}(\zeta_{2I}) = 0.952$$

$$s_{Fn2I} := m_I \cdot \left(z_{n2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_{2I}\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G_{2I}}{\cos(\zeta_{2I})} - \frac{\rho_{fPI}}{m_I} \right) \right) = 6.587 \text{ mm}$$

...Zahnfußsehne
lt. DIN 3990 Formel D 5.05

$$\rho_{F2I} := \rho_{fPI} + m_I \cdot \left(\frac{2 \cdot G_{2I}^2}{\cos(\zeta_{2I}) \cdot \left(z_{n2} \cdot \cos(\zeta_{2I})^2 - 2 \cdot G_{2I} \right)} \right) = 1.284 \text{ mm}$$

...Fußrundungsradius am Berührungspunkt
der 30° Tangente
lt. DIN 3990 Formel D 5.13

$$q_{s2I} := \frac{s_{Fn2I}}{2 \cdot \rho_{F2I}} = 2.565$$

...Kerbparameter (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel D 4.03

Kerparameter $q_{s2I} = 2.565 > 1$. Daraus folgt folgende Formel für die relative Stützziffer:

$$Y_{\sigma_{relT2_dFI}} := 1.0$$

...relative Stützziffer Dauerfestigkeit
Ritzel 1
lt. DIN 3990 Teil 3 Bild 9.1

Relative Stützziffer (Statische Festigkeit) und Kopffaktor

$$d_{n2I} := \frac{d_{2I}}{\cos(\beta_{bI})} = 186 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.06

$$d_{bn2I} := d_{n2I} \cdot \cos(\alpha_{0In}) = 174.783 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.07

$$d_{an2I} := d_{n2I} + d_{a2I} - d_{2I} = 191.441 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.08

$$\alpha_{an2I} := \arccos\left(\frac{d_{bn2I}}{d_{an2I}}\right) = 0.42$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.09

$$\operatorname{inv}\alpha_{an2I} := \tan(\alpha_{an2I}) - \alpha_{an2I} = 0.027$$

$$y_{a2I} := \frac{1}{z_{n2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_{2I} \cdot \tan(\alpha_{0In}) \right) + \operatorname{inv}\alpha_{0In} - \operatorname{inv}\alpha_{an2I} = 0.013 \quad \text{lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.10}$$

$$\alpha_{Fa2I} := \alpha_{an2I} - y_{a2I} = 23.36 \text{ deg} \quad \text{lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11}$$

$$h_{Fa2I} := m_I \cdot \left(0.5 \cdot z_{n2} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_{0In})}{\cos(\alpha_{Fa2I})} - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_{2I}\right) \right) + 0.5 \cdot \left(\frac{\rho_{fPI}}{m_I} - \frac{G_{2I}}{\cos(\zeta_{2I})} \right) \right) = 5.81 \text{ mm}$$

...Biegehebelarm
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.12

$$L_{a2I} := \frac{s_{Fn2I}}{h_{Fa2I}} = 1.134$$

...Hilfswert L
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.02

$$Y_{Sa2I} := \left(1.2 + 0.13 \cdot L_{a2I} \right) \cdot q_{s2I}^{\frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L_{a2I}}}} = 1.802$$

...Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.01

$$Y_{Fa2I} := \frac{6 \cdot \frac{h_{Fa2I}}{m_I} \cdot \cos(\alpha_{Fa2I})}{\left(\frac{s_{Fn2I}}{m_I} \right)^2 \cdot \cos(\alpha_{0In})} = 2.355$$

...Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.3.01

$$Y_{FS2I} := Y_{Sa2I} \cdot Y_{Fa2I} = 4.243$$

...Kopffaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 5.2

$$Y_{S2I} := Y_{Sa2I} \cdot (0.6 + 0.4 \cdot \varepsilon_{\alpha nI}) = 2.238$$

...Spannungskorrekturfaktor Rad 2
lt. DIN 3990 Formel bei Bild 5.8

$$Y_{\delta relT2_stI} := 1.02$$

...relative Stützziffer Statisch Rad 2
lt. DIN 3990 Teil 3 Bild 9.2

A.8.1.2.2.1 Faktoren Zusammenfassung

$$Y_{XI} = 1$$

$$Y_{RelTI} = 1$$

$$Y_{Sa2I} = 1.802$$

$$Y_{FS2I} = 4.243$$

$$Y_{\varepsilon I} = 0.717$$

$$Y_{\beta I} = 1$$

$$S_{Fmin_dfI} = 1.4$$

$$Y_{NTdfI} = 1$$

$$Y_{\sigma relT2_dfI} = 1$$

$$S_{Fmin_stI} = 2$$

$$Y_{NTstI} = 2.5$$

$$Y_{\delta relT2_stI} = 1.02$$

A.8.1.2.2.2 Dauerfestigkeit

$$\sigma_{FE2I} := 922 \frac{N}{mm^2}$$

...Grenzwert der dauernd ertragbaren
Grundspannung
lt. DIN 3990 Teil 5 Bild 4b für Kernhärte < 34

Zulässige :

$$\sigma_{FP2_dfI} := \frac{\sigma_{FE2I} \cdot Y_{NTdfI}}{S_{Fmin_dfI}} \cdot Y_{\sigma relT2_dfI} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 658.571 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Rad 2
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F02_dfI} := \frac{F_{tIz}}{b_{2I} \cdot m_I} \cdot Y_{FS2I} \cdot (Y_{\varepsilon I} \cdot Y_{\beta I}) = 249.323 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Rad 2
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F2_dfI} := \sigma_{F02_dfI} \cdot K_A \cdot K_{vI,d} \cdot K_{F\beta I} \cdot K_{F\alpha I} = 557.236 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Rad 2 Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG2_dfI} := \sigma_{FE2I} \cdot Y_{NTdfI} \cdot Y_{\sigma_{relT2_dfI}} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 922 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung Rad 2
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F2_dfI} := \frac{\sigma_{FG2_dfI}}{\sigma_{F2_dfI}} = 1.655$$

...Zahnbruchsicherheit Rad 2 Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.1.1.2.3 Statische Festigkeit**Zulässige :**

$$\sigma_{FP2_stI} := \frac{\sigma_{FE2I} \cdot Y_{NTstI}}{S_{Fmin_stI}} \cdot Y_{\delta_{relT2_stI}} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 1175.55 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Rad 2
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F02_stI} := \frac{F_{tIz}}{b_{2I} \cdot m_I} \cdot Y_{FS2I} \cdot (Y_{\epsilon I} \cdot Y_{\beta I}) = 249.323 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Rad 2
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F2_stI} := \sigma_{F02_stI} \cdot K_S \cdot K_{vI_s} \cdot K_{F\beta I} \cdot K_{F\alpha I} = 628.202 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Rad 2 Statische
Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG2_stI} := \sigma_{FE2I} \cdot Y_{NTstI} \cdot Y_{\delta_{relT2_stI}} \cdot Y_{RelTI} \cdot Y_{XI} = 2351.1 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Rad 2 statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F2_stI} := \frac{\sigma_{FG2_stI}}{\sigma_{F2_stI}} = 3.743$$

...Zahnbruchsicherheit Rad 2 Statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.2 Planetenstufe (Sonne - Planet)

A.8.2.1 Sonne

Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

$$T_S = 1142.589 \text{ N} \cdot \text{m}$$

...Nenn-Torsionsmoment Antriebswelle

$$v_{vorh_PS} := \omega_S \cdot \frac{d_S}{2} = 28.145 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{tz_PS} := \frac{P_{ein}}{v_{vorh_PS}} = 33118.526 \text{ N}$$

...Nenn-Umfangskraft 1. Stufe
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.01

$$u_{PS} := \frac{z_P}{z_S} = 1.261$$

...Zähnezahl Verhältnis Sonne zu Planet

$$F_{tmaxII} := F_{tz_PS} \cdot K_S = 43054.084 \text{ N}$$

$$T_{Smax} := T_S \cdot K_S = 1485.366 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$n_{Srel} := n_S - n_{effa} = 101.398 \frac{1}{\text{s}}$$

Aufteilungsfaktor K_γ

Bei Getrieben mit Leistungsverzweigung ist statt mit KA mit $K_A \cdot K_\gamma$ zu rechnen

$$K_\gamma = 1$$

...Aus Erfahrungswerten AGMA
6123-C16

Dynamikfaktor K_v

Methode B

$$c_{\gamma II} := \frac{20 \text{ N}}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}$$

$$d_{mS} := \frac{d_{aS} + d_{fS}}{2} = 70.908 \text{ mm}$$

...mittlerer Durchmesser Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.21

$$d_{mP} := \frac{d_{aP} + d_{fP}}{2} = 87.592 \text{ mm}$$

...mittlerer Durchmesser Rad
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.21

$$q_S := \frac{62 \text{ mm}}{d_{mS}} = 0.874$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.22

$$q_P := \frac{d_{Welle_P}}{d_{mP}} = 0.685$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.22

$$\rho_{Stahl} = 7850 \frac{kg}{m^3}$$

...Dichte für Stahl

$$m_{red2} := \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{d_{mS}}{d_{bS}} \right)^2 \cdot \frac{d_{mS}^2}{\frac{1}{(1-q_S^4) \cdot \rho_{Stahl}} + \frac{1}{(1-q_P^4) \cdot \rho_{Stahl} \cdot u_{PS}^2}} = 0.006 \frac{kg}{mm}$$

...Berechnung der reduzierten Masse eines außenverzahnten Zahnradpaares
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.20

$$n_{E2} := \frac{10^3}{2 \cdot \pi \cdot z_S} \cdot \sqrt{\frac{c_{\gamma II} \cdot \frac{kg}{mm}}{m_{red2} \cdot \frac{N}{mm \cdot \mu m}}} \cdot \frac{1}{s} = 407.453 \frac{1}{s}$$

...Ermittlung der Hauptresonanz
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.02

$$N_{PS} := \frac{n_{Srel}}{n_{E2}} = 0.24886$$

...Ermittlung der Bezugsdrehzahl des Eingriffs
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.04

Faktoren C1- C9 aus Tabelle 9.1 DIN 3990 Teil 1

$$q_{str_PS} := C_1 + \frac{C_2}{z_S} + \frac{C_3}{z_P} + C_4 \cdot x_S + C_5 \cdot \frac{x_S}{z_S} + C_6 \cdot x_P + C_7 \cdot \frac{x_P}{z_P} + C_8 \cdot x_S^2 + C_9 \cdot x_P^2 = 0.056$$

...Nachgiebigkeit eines Zahnradpaares
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.03

$$c_{str_th_PS} := \frac{N}{q_{str_PS}} = 17.799 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

...theoretische Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.02

$$C_{M_PS} := 0.8$$

...Korrekturfaktor Unterschied zwischen Messergebnis und Berechnungsergebnis
lt. DIN 3990 Teil 1 9.3.1.2

$$s_{nPS} := m_{II} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_S \cdot \tan(\alpha_{0II n}) \right) = 5.745 \text{ mm}$$

...Zahnkranzdicke
lt. DIN ISO 21771 Formel 48

$$C_{R_PS} := 1 + \frac{\ln(1)}{5 \cdot e^{\left(\frac{s_{nPS}}{5 \cdot m_{II}}\right)}} = 1$$

...Korrekturfaktor Verlauf der Kurven
lt. DIN 3990 Formel 9.04

$$C_{B_PS} := (1 + 0.5 \cdot (1.2 - 1.25)) \cdot (1 - 0.02 \cdot (20^\circ - \alpha_{0II})) = 0.975$$

...Bezugsprofilfaktor Normalprofil
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.05

$$c_{str_PS} := c_{str_th_PS} \cdot C_{M_PS} \cdot C_{R_PS} \cdot C_{B_PS} = 13.883 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

...Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.01

$$C_{v1_PS} := 0.32$$

...Auswirkung von Teilungsabweichungen
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v2_PS} := 0.34$$

...Auswirkung der Profilformabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v3_PS} := 0.23$$

...Auswirkung der periodischen Änderung der Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v4_PS} := 0.9$$

...Auswirkung Resonanzschwingungen in Umfangsrichtung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v5_PS} := 0.47$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v6_PS} := 0.47$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v7_PS} := \begin{cases} \varepsilon_{\gamma_PS} \leq 1.5 & = 0.75 \\ \parallel 0.75 \\ \text{else} & \\ \parallel 0.125 \cdot \sin(\pi \cdot (\varepsilon_{\gamma_PS} - 2)) + 0.875 & \end{cases}$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$f_{pe} := 12 \mu m$$

...Eingriffsteilungsabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.4

$$y_p := 0.8 \mu m$$

...Einlaufbetrag
lt. DIN 3990 Teil 1 Bild 7.2

$$f_{pe_eff} := f_{pe} - y_p = 11.2 \mu m$$

...wirksame Eingriffsteilungsabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.11

$$f_{f\alpha} := 12 \mu m$$

...Profil-Formabweichung

$$y_f := 0.8 \mu\text{m}$$

...Einlaufbetrag
lt. DIN 3990 Teil 1 Bild 7.2

$$f_{f_eff} := f_{f\alpha} - y_f = 11.2 \mu\text{m}$$

...wirksame Profil-Formabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.12

Dynamisch

$$C_{a_PS} := \frac{1}{18} \cdot \left(\frac{\sigma_{HlimII}}{97 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}} - 18.45 \right)^2 + 1.5 = 1.995$$

...Auslegungswert der Profilkorrektur
(Kopfrücknahme) nicht vorgegeben
lt. DIN3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$B_{P_PS_d} := \frac{c_{str_PS} \cdot f_{pe_eff}}{\frac{F_{tz_PS}}{\frac{N_p}{b_S}} \cdot K_A \cdot K_\gamma} = 0.578$$

$$B_{f_PS_d} := \frac{c_{str_PS} \cdot f_{f_eff}}{\frac{F_{tz_PS}}{\frac{N_p}{b_S}} \cdot K_A \cdot K_\gamma} = 0.578$$

...Bp, Bf und Bk sind dimensionslose
Parameter zur Berücksichtigung der
Auswirkung von Verzahnungsabweichungen
und Profilkorrektur auf die dynamische Kraft.
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.08-5.10

$$B_{k_PS_d} := \left| 1 - \frac{c_{str_PS} \cdot C_{a_PS} \cdot \mu\text{m}}{\frac{F_{tz_PS}}{\frac{N_p}{b_S}} \cdot K_A \cdot K_\gamma} \right| = 0.897$$

$$K_{PS_d} := C_{v1_PS} \cdot B_{P_PS_d} + C_{v2_PS} \cdot B_{f_PS_d} + C_{v3_PS} \cdot B_{k_PS_d} = 0.588 \quad \text{...Hilfsgröße}$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.07

$$K_{vPS_unterkrit_d} := N_{PS} \cdot K_{PS_d} + 1 = 1.146$$

...Dynamikfaktor im unterkritischen
Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.06

$$K_{vPS_hauptres_d} := C_{v1_PS} \cdot B_{P_PS_d} + C_{v2_PS} \cdot B_{f_PS_d} + C_{v4_PS} \cdot B_{k_PS_d} + 1 = 2.189$$

...Dynamikfaktor im
Hauptresonanzbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.13

$$K_{vPS_überkrit_d} := C_{v5_PS} \cdot B_{P_PS_d} + C_{v6_PS} \cdot B_{f_PS_d} + C_{v7_PS} = 1.294 \quad \text{...Dynamikfaktor im überkritischen
Bereich}$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.14

$$K_{vPS_zwischen_d} := K_{vPS_überkrit_d} + \frac{K_{vPS_hauptres_d} - K_{vPS_überkrit_d}}{0.35} \cdot (1.5 - N_{PS}) = 4.494$$

...Dynamikfaktor im
Zwischenbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.15

$$K_{vPS_d} := \begin{cases} \text{if } N_{PS} \leq 0.85 & K_{vPS_unterkrit_d} \\ \text{else if } 0.85 \leq N_{PS} \leq 1.15 & \\ \text{else if } N_{PS} \geq 1.5 & K_{vPS_hauptres_d} \\ \text{else if } N_{PS} \geq 1.5 & K_{vPS_überkrit_d} \\ \text{else} & K_{vPS_zwischen_d} \end{cases} = 1.146$$

Statisch

$$B_{P_PS_s} := \frac{c_{str_PS} \cdot f_{pe_eff}}{\frac{F_{tz_PS}}{N_p} \cdot K_S \cdot K_\gamma} = 0.498$$

$$B_{f_PS_s} := \frac{c_{str_PS} \cdot f_{f_eff}}{\frac{F_{tz_PS}}{N_p} \cdot K_S \cdot K_\gamma} = 0.498$$

...Bp, Bf und Bk sind dimensionslose
Parameter zur Berücksichtigung der
Auswirkung von Verzahnungsabweichungen
und Profilkorrektur auf die dynamische Kraft.
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.08-5.10

$$B_{k_PS_s} := \left| 1 - \frac{c_{str_PS} \cdot C_{a_PS} \cdot \mu m}{\frac{F_{tz_PS}}{N_p} \cdot K_S \cdot K_\gamma} \right| = 0.911$$

$$K_{PS_s} := C_{v1_PS} \cdot B_{P_PS_s} + C_{v2_PS} \cdot B_{f_PS_s} + C_{v3_PS} \cdot B_{k_PS_s} = 0.539 \quad \dots \text{Hilfsgröße}$$

lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.07

$$K_{vPS_unterkrit_s} := N_{PS} \cdot K_{PS_s} + 1 = 1.134$$

...Dynamikfaktor im unterkritischen
Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.06

$$K_{vPS_hauptres_s} := C_{v1_PS} \cdot B_{P_PS_s} + C_{v2_PS} \cdot B_{f_PS_s} + C_{v4_PS} \cdot B_{k_PS_s} + 1 = 2.149$$

...Dynamikfaktor im Hauptresonanzbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.13

$$K_{vPS_überkrit_s} := C_{v5_PS} \cdot B_{P_PS_s} + C_{v6_PS} \cdot B_{f_PS_s} + C_{v7_PS} = 1.218$$

...Dynamikfaktor im überkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.14

$$K_{vPS_zwich_s} := K_{vPS_überkrit_s} + \frac{K_{vPS_hauptres_s} - K_{vPS_überkrit_s}}{0.35} \cdot (1.5 - N_{PS}) = 4.545$$

...Dynamikfaktor im Zwischenbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.15

$$K_{vPS_s} := \begin{cases} K_{vPS_unterkrit_s} & \text{if } N_{PS} \leq 0.85 \\ K_{vPS_hauptres_s} & \text{else if } 0.85 \leq N_{PS} \leq 1.15 \\ K_{vPS_überkrit_s} & \text{else if } N_{PS} \geq 1.5 \\ K_{vPS_zwich_s} & \text{else} \end{cases} = 1.134$$

Breitenfaktor

$$F_{mb_PS} := \frac{F_{tz_PS}}{b_S \cdot N_p} \cdot K_A \cdot K_{vPS_d} \cdot K_\gamma = 308.126 \frac{N}{mm}$$

...Maßgebende mittlere Linienbelastung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.07

Methode C1

$$f_{h\beta II} := \begin{cases} 14 \mu m & \text{if } b_S > 40 \text{ mm} \\ 13 \mu m & \text{else} \end{cases} = 14 \mu m$$

...zulässige Flankenlinienabweichung
Qualität 7
lt. DIN 3962 Teil 2 Abschnitt 3

$$f_{maII} := f_{h\beta II}$$

$$E_{Stahl} := 210000 \frac{N}{mm^2}$$

...Elastizitäts-Modul Stahl

$$\chi_\beta := 0.85$$

...Einlauffaktor für einsatzgehärteten,
randschichtgehärteten, nitrierten
oder nitrokarburierten Stahl
lt. DIN 3990-1 Formel 6.15

$$f_{maII} = 14 \mu m$$

$$K_{H\beta_PS} := 1 + \frac{4000}{3 \cdot \pi} \cdot N_p \cdot \chi_\beta \cdot \frac{c_{\gamma II} \cdot \frac{\mu m}{mm}}{E_{Stahl}} \cdot \left(\frac{b_S}{d_S}\right)^2 \cdot 5.12 + \frac{\chi_\beta \cdot c_{\gamma II} \cdot f_{ma II}}{2 \cdot F_{mb_PS}} = 1.621$$

...Breitenfaktor
lt. DIN 3990-1 Formel 6.24

$$K_{F\beta_PS} := K_{H\beta_PS} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h_{IP}}{b_S} + \left(\frac{h_{IP}}{b_S}\right)^2} = 1.515$$

...Breitenfaktor Fuß
lt. DIN 3990-11 Formel 3.22

Stirnfaktor

Die Stirnfaktoren berücksichtigen die Auswirkung ungleichmäßiger Kraftaufteilung auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindliche Zahnpaare (das heißt in Umfangsrichtung) auf die Flankenpressung (K_{Hk}), auf die Freßbeanspruchung ($K_{b\llcorner}$) und auf die Zahnfußbeanspruchung (K_{Fp}).

Da Bedingung Zahnräder mit Linienbelastung erfüllt wurde können die Stirnfaktoren gewählt werden für die Werte $> 100\text{N/mm}$:

Methode C

$$\frac{F_{tz_PS}}{b_S \cdot N_p} \cdot K_A \cdot K_{vPS_d} \cdot K_\gamma \cdot K_{H\beta_PS} = 499.395 \frac{N}{mm}$$

...Überprüfung Stirnfaktorgültigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 7.4

$$K_{H\alpha_PS} := 1$$

$$K_{F\alpha_PS} := 1$$

...Stirnfaktoren
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 7.1, wobei keine lastangepasste Profilkorrektur angewandt wurde

A.8.2.1.1 Berechnung der Grübchentragsfähigkeit

Einzeleingriffsfaktoren ZB und ZD

$$M_{1_PS} := \frac{\tan(\alpha_{w_PS})}{\sqrt{\left(\sqrt{\left(\frac{d_{aS}}{d_{bS}}\right)^2 - 1} - \frac{2 \cdot \pi}{z_S}\right) \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{aP}}{d_{bP}}\right)^2 - 1} - \left(\varepsilon_{\alpha_PS} - 1\right) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z_P}\right)}} = 1.021$$

...Hilfswert M_{Sonne}
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.12

$$M_{2_PS} := \frac{\tan(\alpha_{w_PS})}{\sqrt{\left(\sqrt{\left(\frac{d_{aP}}{d_{bP}}\right)^2 - 1} - \frac{2 \cdot \pi}{z_P}\right) \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{aS}}{d_{bS}}\right)^2 - 1} - \left(\varepsilon_{\alpha_PS} - 1\right) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z_S}\right)}} = 0.998$$

...Hilfswert M_Planet
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

$$Z_{B_PS} := \text{if } \varepsilon_{\beta II} < 1 \left| \begin{array}{l} \text{if } \beta_{0II} < 1 \text{ deg} \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } M_{1_PS} < 1 \\ \left| \begin{array}{l} 1 \\ \text{else} \\ M_{1_PS} \end{array} \right. \\ \text{else} \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } M_{1_PS} - \varepsilon_{\beta II} \cdot (M_{1_PS} - 1) > 1 \\ \left| \begin{array}{l} M_{1_PS} - \varepsilon_{\beta II} \cdot (M_{1_PS} - 1) \\ \text{else} \\ 1 \end{array} \right. \\ \text{else} \\ 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

...Einzeleingriffsfaktor Sonne
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

$$= 1.021 Z_{D_PS} := \text{if } \varepsilon_{\beta II} < 1 \left| \begin{array}{l} \text{if } \beta_{0II} < 1 \text{ deg} \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } M_{2_PS} < 1 \\ \left| \begin{array}{l} 1 \\ \text{else} \\ M_{2_PS} \end{array} \right. \\ \text{else} \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } M_{2_PS} - \varepsilon_{\beta II} \cdot (M_{2_PS} - 1) > 1 \\ \left| \begin{array}{l} M_{2_PS} - \varepsilon_{\beta II} \cdot (M_{2_PS} - 1) \\ \text{else} \\ 1 \end{array} \right. \\ \text{else} \\ 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. = 1$$

...Einzeleingriffsfaktor Planet
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

Zonenfaktor ZH

$$\beta_{bII} := 0$$

...Grundschrägungswinkel

$$Z_{H_PS} := \sqrt{\frac{2 \cdot \cos(\beta_{bII}) \cdot \cos(\alpha_{w_PS})}{\cos(\alpha_{tII})^2 \cdot \sin(\alpha_{w_PS})}} = 2.276$$

...Zonenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.14

Elastizitätsfaktor ZE

$$Z_{EII} = 189.8 \sqrt{\frac{N}{mm^2}}$$

...Elastizitätsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.1 für
Stahl als Werkstoff von Ritzel und Rad

Überdeckungsfaktor (Flanke)

$$Z_{\varepsilon_{PS}} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\beta II} < 1 \\ \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_{\alpha_{PS}}}{3} \cdot (1 - \varepsilon_{\beta II}) + \frac{\varepsilon_{\beta II}}{\varepsilon_{\alpha_{PS}}}} \\ \text{else} \\ \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha_{PS}}}} \end{cases} = 0.929$$

...Überdeckungsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.17 für
 $\varepsilon_{\beta II} = 0 < 1$

Schrägenfaktor (Flanke)

$$Z_{\beta II} := \sqrt{\cos(\beta_{0II})} = 1$$

...Schrägenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.18

Faktoren für die Schmierfilmbildung

$$v_{50} := 125$$

...Schätzung Öl VG220
lt. DIN 3990 Teil 21 Tabelle 4.1

$$v_f := \frac{1}{\left(1.2 + \frac{80}{v_{50}}\right)^2} = 0.295$$

...Viskositätsparameter
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.13

$$Z_{L_{dfII}} := 0.36 \cdot v_f + 0.91 = 1.016$$

...Schmierstofffaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.17

$$v_{p_{PS}} := \frac{1}{\left(0.8 + \frac{32 \cdot \frac{m}{s}}{v_{vorh_{PS}}}\right)^{0.5}} = 0.719$$

...Geschwindigkeitsparameter
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.18

$$Z_{V_{df_{PS}}} := 0.14 \cdot v_{p_{PS}} + 0.93 = 1.031$$

...Geschwindigkeitsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.22

$$R_{z_S} := 5 \mu m$$

...Rauheiten Sonne und Planet nach dem Einlaufen

$$R_{z_P} := 5 \mu m$$

$$p_{R_{PS}} := \left(\frac{1.292 \cdot \mu m}{R_{z_S} + R_{z_P}}\right) \cdot \left(\frac{a_{PS}}{mm}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.557$$

...Rauheitsparameter
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.23

$$Z_{R_df_PS} := p_{R_PS}^{0.08} = 0.954$$

...Rauheitsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.27

$$Z_{LVR_df_PS} := Z_{L_dfII} \cdot Z_{V_df_PS} \cdot Z_{R_df_PS} = 0.999$$

...Dauerfestigkeitsfaktor für die Schmierfilmbildung

$$Z_{LVR_st_PS} := Z_{LVR_df_PS} = 0.999$$

...Statischer Faktor für die Schmierfilmbildung

Werkstoffpaarungsfaktor

$$Z_{WII} := 1$$

...Werkstoffpaarungsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Abschnitt 4.9 für Werkstoff mit Härte > 470HB

Größenfaktor (Flanke)

$$Z_{X_dfII} := 1$$

...Größenfaktor Dauerfestigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.3

$$Z_{X_stII} := 1$$

...Größenfaktor statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.3

Lebensdauerfaktor (Flanke)

$$Z_{NT_stII} := 1.6$$

...Lebensdauerfaktor Flanke statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.2

$$Z_{NT_dfII} := 1$$

...Lebensdauerfaktor Flanke dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 4.2

A.8.2.1.1.1 Faktoren Zusammenfassung:

$$Z_{WII} = 1$$

$$Z_{B_PS} = 1.021$$

$$Z_{H_PS} = 2.276$$

$$Z_{EII} = 189.8 \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{mm^2}}$$

$$Z_{\epsilon_PS} = 0.929$$

$$Z_{\beta II} = 1$$

$$K_{H\beta_PS} = 1.621$$

$$K_{H\alpha_PS} = 1$$

$$K_{F\alpha_PS} = 1$$

$$K_{vPS_d} = 1.146$$

$$K_{vPS_s} = 1.134$$

$$Z_{NT_stII} = 1.6$$

$$Z_{X_dfII} = 1$$

$$Z_{LVR_df_PS} = 0.999$$

$$Z_{NT_dfII} = 1$$

$$Z_{X_stII} = 1$$

$$Z_{LVR_st_PS} = 0.999$$

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar. The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



A.8.2.1.1.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP_df_PS} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII}}{S_{Hmin_dfII}} \cdot Z_{LVR_df_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1499.217 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung
Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_df_PS} := Z_{H_PS} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\varepsilon_PS} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PS}}{d_S \cdot b_S \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PS} + 1}{u_{PS}}} = 1001.679 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung
Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.02

$$\sigma_{H_df_PS} := Z_{B_PS} \cdot \sigma_{H0_df_PS} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_{\nu PS_d} \cdot K_{H\beta_PS}} = 1474.656 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_df_PS} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII} \cdot Z_{LVR_df_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1499.217 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchenfähigkeit Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_df_PS} := \frac{\sigma_{HG_df_PS}}{\sigma_{H_df_PS}} = 1.017$$

A.8.2.1.1.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP_st_PS} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII}}{S_{Hmin_stII}} \cdot Z_{LVR_st_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 1845.19 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Statisch
Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_st_PS} := Z_{H_PS} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\epsilon_PS} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PS}}{d_S \cdot b_S \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PS} + 1}{u_{PS}}} = 1001.679 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung Statisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H_st_PS} := Z_{B_PS} \cdot \sigma_{H0_st_PS} \cdot \sqrt{K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{vPS_s} \cdot K_{H\beta_PS}} = 1580.169 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Statisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_st_PS} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII} \cdot Z_{LVR_st_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 2398.746 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen Grübchenfähigkeit Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_st_PS} := \frac{\sigma_{HG_st_PS}}{\sigma_{H_st_PS}} = 1.518$$

A.8.2.1.2 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit**Schrägenfaktor**

$$Y_{\beta II} := 1$$

...Schrägenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.26

Relative Stützziffer (Dauerfestigkeit)

$$G_S := \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} - \frac{h_{fPII}}{m_{II}} + x_S = -0.527$$

...Hilfsgröße G Sonnenrad
lt. DIN 3990 Formel D 5.02

$$E_{II} := \frac{\pi}{4} \cdot m_{II} - h_{fPII} \cdot \tan(\alpha_{0II n}) - (1 - \sin(\alpha_{0II n})) \cdot \frac{\rho_{fPII}}{\cos(\alpha_{0II n})} = 0.466 \text{ mm}$$

...Hilfsgröße E Sonnenrad
lt. DIN 3990 Formel D 5.01

$$H_S := \frac{2}{z_S} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E_{II}}{m_{II}} \right) - \frac{\pi}{3} = -0.924$$

...Hilfsgröße H Sonnenra
lt. DIN 3990 Formel 5.03

$$\zeta_S := \frac{\pi}{6}$$

...Hilfsgröße z Start Iteration
Sonnenrad

$$\zeta_S = \frac{2 \cdot G_S}{z_S} \cdot \tan(\zeta_S) - H_S$$

$$\zeta_S := \mathbf{find}(\zeta_S) = 0.87$$

$$s_{FnS} := m_{II} \cdot \left(z_S \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_S\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G_S}{\cos(\zeta_S)} - \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} \right) \right) = 6.63 \text{ mm}$$

...Zahnfußsehne
lt. DIN 3990 Formel D 5.05

$$\rho_{FS} := \rho_{fPII} + m_{II} \cdot \left(\frac{2 \cdot G_S^2}{\cos(\zeta_S) \cdot (z_S \cdot \cos(\zeta_S)^2 - 2 \cdot G_S)} \right) = 0.994 \text{ mm}$$

...Fußrundungsradius am Berührungspunkt
der 30° Tangente
lt. DIN 3990 Formel D 5.13

$$q_{sS} := \frac{s_{FnS}}{2 \cdot \rho_{FS}} = 3.336$$

...Kerbparameter (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel D 4.03

Kerbparameter $q_{sS} = 3.336 > 1,5$. Daraus folgt folgende Formel für die
relative Stützziffer:

$$Y_{\sigma relTS_df_PS} := 1.02$$

...relative Stützziffer Dauerfestigkeit
Ritzel 3
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.27

Relative Stützziffer (Statische Festigkeit) und Kopffaktor

$$d_{nS} := \frac{d_S}{\cos(\beta_{bII})^2} = 69 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.06

$$d_{bnS} := d_{nS} \cdot \cos(\alpha_{0II}) = 64.839 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.07

$$d_{anS} := d_{nS} + d_{aS} - d_S = 77.479 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.08

$$\alpha_{anS} := \arccos\left(\frac{d_{bnS}}{d_{anS}}\right) = 0.579$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.09

$$\text{inv}\alpha_{anS} := \tan(\alpha_{anS}) - \alpha_{anS} = 0.075$$

$$\text{inv}\alpha_{0II_n} := \tan(\alpha_{0II_n}) - \alpha_{0II_n} = 0.015$$

$$y_{aS} := \frac{1}{z_S} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_S \cdot \tan(\alpha_{0II_n}) \right) + \text{inv}\alpha_{0II_n} - \text{inv}\alpha_{anS} = 0.023$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.10

$$\alpha_{FanS} := \alpha_{anS} - y_{aS} = 0.556$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11

$$h_{FaS} := m_{II} \cdot \left(0.5 \cdot z_S \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_{0II_n})}{\cos(\alpha_{FanS})} - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_S\right) \right) + 0.5 \cdot \left(\frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} - \frac{G_S}{\cos(\zeta_S)} \right) \right) = 5.811 \text{ mm}$$

...Biegehebelarm

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11

$$L_{aS} := \frac{s_{FnS}}{h_{FaS}} = 1.141$$

...Hilfswert L

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.02

$$Y_{S_PS} := (1.2 + 0.13 \cdot L_{aS}) \cdot q_{sS} \frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L_{aS}}} = 1.959$$

...Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf

lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.23

$$Y_{F_PS} := \frac{6 \cdot \frac{h_{FaS}}{m_{II}} \cdot \cos(\alpha_{FanS})}{\left(\frac{s_{FnS}}{m_{II}}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_{0II_n})} = 2.151$$

...Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf

lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.05

$$Y_{FS_S} := Y_{S_PS} \cdot Y_{F_PS} = 4.214$$

...Kopffaktor

lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 5.2

$$\varepsilon_{\alpha_PS} := \frac{\varepsilon_{\alpha_PS}}{\cos^2(\beta_{bII})} = 1.413$$

$$Y_{S_PS} := Y_{S_PS} \cdot (0.6 + 0.4 \cdot \varepsilon_{\alpha_PS}) = 2.282$$

...Spannungskorrekturfaktor Sonne

lt. DIN 3990 Formel bei Bild 5.8

$$Y_{\delta_{relTS_st_PS}} := 0.44 \cdot Y_{S_PS} + 0.12 = 1.124$$

...relative Stützziffer Statisch Sonne

lt. DIN 3990 Formel 5.15

Relativer Oberflächenfaktor

$$Y_{RelTII} := 1.0$$

...Relativer Oberflächenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.18

Größenfaktor (Zahnfuß)

$$Y_{XII} := 1.0$$

...Größenfaktor für $mn < 5$
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 5.1

Lebensdauerfaktor (Zahnfuß)

$$Y_{NTdfII} := 1$$

...Lebensdauerfaktor Dauerfestigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 5.2

$$Y_{NTstII} := 2.5$$

...Lebensdauerfaktor Statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Tabelle 5.2

Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)

$$Y_{\epsilon_{PS}} := 0.25 + \frac{0.75}{\epsilon_{\alpha_{PS}}} = 0.781$$

A.8.2.1.2.1 Faktoren Zusammenfassung:

$$Y_{XII} = 1$$

$$Y_{RelTII} = 1$$

$$Y_{S_{PS}} = 2.282$$

$$Y_{FS_S} = 4.214$$

$$Y_{\beta II} = 1$$

$$Y_{\epsilon_{PS}} = 0.781$$

$$S_{Fmin_dfII} = 1.4$$

$$Y_{NTdfII} = 1$$

$$Y_{\sigma_{relTS_df_PS}} = 1.02$$

$$S_{Fmax_dfII} = 1.7$$

$$S_{Fmin_stII} = 2$$

$$Y_{NTstII} = 2.5$$

$$Y_{\delta_{relTS_st_PS}} = 1.124$$

A.8.2.1.2.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP_df_PS} := \frac{\sigma_{FES} \cdot Y_{NTdfII}}{S_{Fmin_dfII}} \cdot Y_{\sigma_{relTS_df_PS}} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = 671.743 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Sonne
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_df_PS} := \frac{F_{tz_PS}}{b_S \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_S} \cdot (Y_{\epsilon_PS} \cdot Y_{\beta II}) = 263.213 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Sonne
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.02

$$\sigma_{F_df_PS} := \sigma_{F0_df_PS} \cdot K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_{vPS_d} \cdot K_{F\beta_PS} \cdot K_{F\alpha_PS} = 511.828 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Sonne Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_df_PS} := \sigma_{FES} \cdot Y_{NTdfII} \cdot Y_{\sigma relTS_df_PS} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = 940.44 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Sonne Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_df_PS} := \frac{\sigma_{FG_df_PS}}{\sigma_{F_df_PS}} = 1.837$$

...Zahnbruchsicherheit Sonne
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.2.1.2.3 Statische Festigkeit**Zulässige :**

$$\sigma_{FP_st_PS} := \frac{\sigma_{FES} \cdot Y_{NTstII}}{S_{Fmin_stII}} \cdot Y_{\sigma relTS_st_PS} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = 1295.631 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Sonne
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_st_PS} := \frac{F_{tz_PS}}{b_S \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_S} \cdot (Y_{\epsilon_PS} \cdot Y_{\beta II}) = 263.213 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Sonne
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F_st_PS} := \sigma_{F0_st_PS} \cdot K_S \cdot K_{\gamma} \cdot K_{vPS_s} \cdot K_{F\beta_PS} \cdot K_{F\alpha_PS} = 587.692 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Sonne Statische
Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_st_PS} := \sigma_{FES} \cdot Y_{NTstII} \cdot Y_{\delta relTS_st_PS} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = 2591.261 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Sonne statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_st_PS} := \frac{\sigma_{FG_st_PS}}{\sigma_{F_st_PS}} = 4.409$$

...Zahnbruchsicherheit Sonne Statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.2.2 Planetenrad**A.8.2.2.1 Berechnung der Grübchentragsfähigkeit****A.8.2.2.1.1 Faktoren Zusammenfassung**

$Z_{WII} = 1$	$Z_{D_PS} = 1$	$Z_{H_PS} = 2.276$	$Z_{EII} = 189.8 \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{mm^2}}$
$Z_{\epsilon_PS} = 0.929$	$Z_{\beta II} = 1$	$K_{F\beta_PS} = 1.515$	$K_{H\alpha_PS} = 1$
$K_{F\alpha_PS} = 1$	$K_{vPS_d} = 1.146$	$K_{vPS_s} = 1.134$	
$S_{Hmin_dfII} = 1$	$Z_{NT_stII} = 1.6$	$Z_{X_dfII} = 1$	$Z_{LVR_df_PS} = 0.999$
$S_{Hmin_stII} = 1.3$	$Z_{NT_dfII} = 1$	$Z_{X_stII} = 1$	$Z_{LVR_st_PS} = 0.999$

A.8.2.2.1.2 Dauerfestigkeit**Zulässige :**

$$\sigma_{HP_df_P1} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII}}{S_{Hmin_dfII}} \cdot Z_{LVR_df_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1499.217 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung
Dynamisch Planet (Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_df_P1} := Z_{H_PS} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\epsilon_PS} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PS}}{d_S \cdot b_S \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PS} + 1}{u_{PS}}} = 1001.679 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung
Dynamisch Planet (Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H_df_P1} := Z_{D_PS} \cdot \sigma_{H0_df_P1} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_\gamma \cdot K_{vPS_d} \cdot K_{H\beta_PS} \cdot K_{H\alpha_PS}} = 1444.956 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Dynamisch Planet
(Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_df_P1} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII} \cdot Z_{LVR_df_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1499.217 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchenfähigkeit Planet (Planet-
Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_df_P1} := \frac{\sigma_{HG_df_P1}}{\sigma_{H_df_P1}} = 1.038$$

A.8.2.2.1.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP_st_P1} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII}}{S_{Hmin_stII}} \cdot Z_{LVR_st_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 1845.19 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Statisch
Planet (Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_st_P1} := Z_{H_PS} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\varepsilon_PS} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PS}}{d_S \cdot b_P \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PS} + 1}{u_{PS}}} = 1001.679 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung Statisch
Planet (Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H_st_P1} := Z_{D_PS} \cdot \sigma_{H0_st_P1} \cdot \sqrt{K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{vPS_s} \cdot K_{H\beta_PS} \cdot K_{H\alpha_PS}} = 1548.344 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Statisch Planet
(Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_st_P1} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII} \cdot Z_{LVR_st_PS} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 2398.746 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen Grübchentragsfähigkeit Planet (Planet-Sonne)

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_st_P1} := \frac{\sigma_{HG_st_P1}}{\sigma_{H_st_P1}} = 1.549$$

A.8.2.2.2 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit**Wechselastfaktor Planetenräder**

$$Y_{A_P} := 0.7$$

nach RINK, P.: Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Lastrichtungsumkehr, Universität München, Diss., 1989

Relative Stützziffer (Dauerfestigkeit)

$$G_P := \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} - \frac{h_{fPII}}{m_{II}} + x_P = -0.747$$

...Hilfsgröße G Planet (Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Formel D 5.02

$$H_P := \frac{2}{z_P} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E_{II}}{m_{II}} \right) - \frac{\pi}{3} = -0.95$$

...Hilfsgröße H Planet (Planet-Sonne)
lt. DIN 3990 Formel 5.03

$$\zeta_P := \frac{\pi}{6}$$

...Hilfsgröße z Start Iteration Planet (Planet-Sonne)

$$\zeta_P = \frac{2 \cdot G_P}{z_P} \cdot \tan(\zeta_P) - H_P$$

$$\zeta_P := \text{find}(\zeta_P) = 0.886$$

Gleichungslöser
Nebenbedingungen
Schätzwerte

$$s_{FnP} := m_{II} \cdot \left(z_P \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_P\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G_P}{\cos(\zeta_P)} - \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} \right) \right) = 6.487 \text{ mm}$$

...Zahnfußsehne
lt. DIN 3990 Formel D 5.05

$$\rho_{FP} := \rho_{fPII} + m_{II} \cdot \left(\frac{2 \cdot G_P^2}{\cos(\zeta_P) \cdot (z_P \cdot \cos(\zeta_P)^2 - 2 \cdot G_P)} \right) = 1.154 \text{ mm}$$

...Fußrundungsradius am Berührungspunkt
der 30° Tangente
lt. DIN 3990 Formel D 5.13

$$q_{sP} := \frac{s_{FnP}}{2 \cdot \rho_{FP}} = 2.81$$

...Kerbparameter (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel D 4.03

Kerbparameter $q_{sP} = 2.81 > 1$. Daraus folgt folgende Formel für die relative Stützziffer:

$$Y_{\sigma relT_df_P} := 1$$

...relative Stützziffer Dauerfestigkeit
Planetenrad
lt. DIN 3990 Formel 5.11

Relative Stützziffer (Statische Festigkeit) und Kopffaktor

$$d_{nP} := \frac{d_P}{\cos(\beta_{bII})} = 87 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.06

$$d_{bnP} := d_{nP} \cdot \cos(\alpha_{0II n}) = 81.753 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.07

$$d_{anP} := d_{nP} + d_{aP} - d_P = 94.164 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.08

$$\alpha_{anP} := \arccos\left(\frac{d_{bnP}}{d_{anP}}\right) = 0.519$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.09

$$\text{inv}\alpha_{anP} := \tan(\alpha_{anP}) - \alpha_{anP} = 0.052$$

$$y_{aP} := \frac{1}{z_P} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_P \cdot \tan(\alpha_{0II n}) \right) + \text{inv}\alpha_{0II n} - \text{inv}\alpha_{anP} = 0.023 \quad \text{lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.10}$$

$$\alpha_{FanP} := \alpha_{anP} - y_{aP} = 0.496$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11

$$h_{FaP} := m_{II} \cdot \left(0.5 \cdot z_P \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_{0II n})}{\cos(\alpha_{FanP})} - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \zeta_P\right) \right) + 0.5 \cdot \left(\frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} - \frac{G_P}{\cos(\zeta_P)} \right) \right) = 5.687 \text{ mm}$$

...Biegehebelarm
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11

$$L_{aP} := \frac{s_{FnP}}{h_{FaP}} = 1.141$$

...Hilfswert L
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.02

$$Y_{Sa_P} := (1.2 + 0.13 \cdot L_{aP}) \cdot q_{sP}^{\frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L_{aP}}}} = 1.857$$

...Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.01

$$Y_{FaP} := \frac{6 \cdot \frac{h_{FaP}}{m_{II}} \cdot \cos(\alpha_{FaP})}{\left(\frac{s_{FnP}}{m_{II}}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_{0II n})} = 2.277$$

...Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.3.01

$$Y_{FS_P} := Y_{Sa_P} \cdot Y_{FaP} = 4.228$$

...Kopffaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 5.2

$$Y_{S_P} := Y_{Sa_P} \cdot (0.6 + 0.4 \cdot \varepsilon_{\alpha n_PS}) = 2.164$$

...Spannungskorrekturfaktor Planet
lt. DIN 3990 Formel bei Bild 5.8

$$Y_{\delta relT_st_P} := 0.44 \cdot Y_{S_P} + 0.12 = 1.072$$

...relative Stützziffer Statisch Planet
lt. DIN 3990 Formel 5.15

A.8.2.2.2.1 Faktoren Zusammenfassung

$$Y_{XII} = 1$$

$$Y_{RelTII} = 1$$

$$Y_{Sa_P} = 1.857$$

$$Y_{FS_P} = 4.228$$

$$Y_{\varepsilon_PS} = 0.781$$

$$Y_{\beta II} = 1$$

$$Y_{A_P} = 0.7$$

$$S_{Fmin_dfII} = 1.4$$

$$Y_{NTdfII} = 1$$

$$Y_{\sigma relT_df_P} = 1$$

$$S_{Fmax_dfII} = 1.7$$

$$S_{Fmin_stII} = 2$$

$$Y_{NTstII} = 2.5$$

$$Y_{\delta relT_st_P} = 1.072$$

A.8.2.2.2.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP_df_P1} := \frac{\sigma_{FES} \cdot Y_{NTdfII}}{S_{Fmin_dfII}} \cdot Y_{\sigma relT_df_P} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 461 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Planet Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_df_P1} := \frac{F_{tz_PS}}{b_P \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_P} \cdot (Y_{\varepsilon_PS} \cdot Y_{\beta II}) = 264.105 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Planet Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F_df_P1} := \sigma_{F0_df_P1} \cdot K_A \cdot K_\gamma \cdot K_{vPS_d} \cdot K_{F\beta_PS} \cdot K_{F\alpha_PS} = 513.563 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Planet Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_df_P1} := \sigma_{FES} \cdot Y_{NTdfII} \cdot Y_{\sigma_{relT_df_P}} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 645.4 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Planet Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_df_P1} := \frac{\sigma_{FG_df_P1}}{\sigma_{F_df_P1}} = 1.257$$

...Zahnbruchsicherheit Planet
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.2.2.2.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP_st_P1} := \frac{\sigma_{FES} \cdot Y_{NTstII}}{S_{Fmin_stII}} \cdot Y_{\delta_{relT_st_P}} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 864.899 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Planet
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_st_P1} := \frac{F_{tz_PS}}{b_P \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_P} \cdot (Y_{\epsilon_PS} \cdot Y_{\beta II}) = 264.105 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Planet
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F_st_P1} := \sigma_{F0_st_P1} \cdot K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{vPS_d} \cdot K_{F\beta_PS} \cdot K_{F\alpha_PS} = 596.1 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Planet Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_st_P1} := \sigma_{FES} \cdot Y_{NTstIII} \cdot Y_{\delta_{relT_st_P}} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 1729.797 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Planet statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_st_P1} := \frac{\sigma_{FG_st_P1}}{\sigma_{F_st_P1}} = 2.902$$

...Zahnbruchsicherheit Planet Statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.3 Planetenstufe (Hohlrad - Planet)

A.8.3.1 Planet

Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

$$T_S = 1142.589 \text{ N} \cdot \text{m}$$

...Nenn-Torsionsmoment

$$n_P := n_{effa} \cdot \frac{a_{PS}}{\frac{d_{wP2}}{2}} + n_{effa} = 4825.139 \frac{1}{\text{min}}$$

...Absolute Winkelgeschwindigkeit Planetenrad

$$\omega_P := 2 \cdot \pi \cdot n_P = 505.287 \frac{1}{\text{s}}$$

$$v_{vorh_PH} := \omega_P \cdot \frac{d_P}{2} = 21.98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{tz_PH} := F_{tz_PS} \cdot \frac{d_{wP1}}{d_{wP2}} = 33755.421 \text{ N}$$

...Nenn-Kraft

$$u_{PH} := \frac{z_H}{z_P} = -2.828$$

...Zähnezahlverhältnis Planeten zu Hohlrad (Ausgang)

$$F_{tmax_PH} := F_{tz_PH} \cdot K_S = 43882.047 \text{ N}$$

$$T_{Smax_PH} := T_S \cdot K_S = 1485.366 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Dynamikfaktor Kv

Methode B

$$m_{red_PH} := \frac{\pi}{8} \cdot \frac{d_{mP}^4}{d_{bP}^2} (1 - 0.618^4) \cdot \rho_{Stahl} = 0.023 \frac{\text{kg}}{\text{mm}}$$

...Berechnung der reduzierten Masse eines außenverzahnten Zahnradpaares Planetenrad Hohlrad lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.17

$$n_{E2_PH} := \frac{10^3}{2 \cdot \pi \cdot z_P} \cdot \sqrt{\frac{c_{\gamma I} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}}}{m_{red_PH} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}}} \cdot \frac{1}{\text{s}} = 161.169 \frac{1}{\text{s}}$$

...Ermittlung der Hauptresonanz lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.02

$$N_{2_PH} := \frac{n_P}{n_{E2_PH}} = 0.49897$$

...Ermittlung der Bezugsdrehzahl des Eingriffs
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.04

$$q_{str_PH} := C_1 + \frac{C_2}{z_P} + \frac{C_3}{z_H} + C_4 \cdot x_P + C_5 \cdot \frac{x_P}{z_P} + C_6 \cdot x_H + C_7 \cdot \frac{x_H}{z_H} + C_8 \cdot x_P^2 + C_9 \cdot x_H^2 = 0.047$$

...Nachgiebigkeit eines
Zahnradpaares
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.03

$$c_{str_th_PH} := \frac{N}{q_{str_PH}} = 21.252 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

...theoretische Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.02

$$C_{v1_PH} := 0.32$$

...Auswirkung von Teilungsabweichungen
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v2_PH} := 0.34$$

...Auswirkung der Profilformabweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v3_PH} := 0.23$$

...Auswirkung der periodischen Änderung
der Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v4_PH} := 0.9$$

...Auswirkung Resonanzschwingungen in
Umfangsrichtung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v5_PH} := 0.47$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v6_PH} := 0.47$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{v7_PH} := \begin{cases} \varepsilon_{\gamma_PH} \leq 1.5 & \left. \begin{array}{l} 0.75 \\ \text{else} \\ 0.125 \cdot \sin(\pi \cdot (\varepsilon_{\gamma_PH} - 2)) + 0.875 \end{array} \right\} = 0.78 \end{cases}$$

...Auswirkung Abweichung
lt. DIN 3990 Teil 1 Tabelle 5.5

$$C_{M_PH} := 0.8$$

$$s_{n_PH} := m_{II} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_P \cdot \tan(\alpha_{0II n}) \right) = 5.266 \text{ mm}$$

...Zahnkranzdicke
lt. DIN ISO 21771 Formel 48

$$C_{R_PH} := 1 + \frac{\ln(1)}{5 \cdot e^{\left(\frac{s_{n_PH}}{5 \cdot m_{II}}\right)}} = 1$$

...Korrekturfaktor Verlauf der
Kurven
lt. DIN 3990 Formel 9.04

$$C_{B_PH} := (1 + 0.5 \cdot (1.2 - 1.25)) \cdot (1 - 0.02 \cdot (20^\circ - \alpha_{0II n})) = 0.975$$

...Bezugsprofilfaktor Normalprofil
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.05

$$f_{pe_eff_PH} := 11.1 \mu m$$

$$f_{f_eff_PH} := f_{pe_eff_PH}$$

$$c_{str_PH} := c_{str_th_PH} \cdot C_{M_PH} \cdot C_{R_PH} \cdot C_{B_PH} = 16.577 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

...Einzelfedersteifigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 9.01

dynamisch

$$B_{P_PH_d} := \frac{c_{str_PH} \cdot f_{pe_eff_PH}}{\frac{F_{tz_PH}}{\frac{N_p}{b_P}} \cdot K_A \cdot K_\gamma} = 0.672$$

$$B_{f_PH_d} := \frac{c_{str_PH} \cdot f_{f_eff_PH}}{\frac{F_{tz_PH}}{\frac{N_p}{b_P}} \cdot K_A \cdot K_\gamma} = 0.672$$

...Bp, Bf und Bk sind dimensionslose Parameter zur Berücksichtigung der Auswirkung von Verzahnungsabweichungen und Profilkorrektur auf die dynamische Kraft.
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.08-5.10

$$B_{k_PH_d} := \left| 1 - \frac{c_{str_PH} \cdot C_a \cdot \mu m}{\frac{F_{tz_PH}}{\frac{N_p}{b_P}} \cdot K_A \cdot K_\gamma} \right| = 0.879$$

$$K_{2_PH_d} := C_{v1_PH} \cdot B_{P_PH_d} + C_{v2_PH} \cdot B_{f_PH_d} + C_{v3_PH} \cdot B_{k_PH_d} = 0.646$$

...Hilfsgröße
lt. DIN 3990 Teil 1
Formel 5.07

$$K_{v_unterkrit_PH_d} := N_{2_PH} \cdot K_{2_PH_d} + 1 = 1.322$$

...Dynamikfaktor im unterkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.06

$$K_{v_hauptres_PH_d} := C_{v1_PH} \cdot B_{P_PH_d} + C_{v2_PH} \cdot B_{f_PH_d} + C_{v4_PH} \cdot B_{k_PH_d} + 1 = 2.235$$

...Dynamikfaktor im Hauptresonanzbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.13

$$K_{v_überkrit_PH_d} := C_{v5_PH} \cdot B_{P_PH_d} + C_{v6_PH} \cdot B_{f_PH_d} + C_{v7_PH} = 1.411$$

...Dynamikfaktor im überkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.14

$$K_{v_zwischen_PH_d} := K_{v_überkrit_PH_d} + \frac{K_{v_hauptres_PH_d} - K_{v_überkrit_PH_d}}{0.35} \cdot (1.5 - N_{2_PH}) = 3.766$$

...Dynamikfaktor im Zwischenbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.15

$$K_{v_PH_d} := \begin{cases} N_{2_PH} \leq 0.85 & = 1.322 \\ \left\| K_{v_unterkrit_PH_d} \right. \\ \text{else if } 0.85 \leq N_{2_PH} \leq 1.15 \\ \left\| K_{v_hauptres_PH_d} \right. \\ \text{else if } N_{2_PH} \geq 1.5 \\ \left\| K_{v_überkrit_PH_d} \right. \\ \text{else} \\ \left\| K_{v_zwischen_PH_d} \right. \end{cases}$$

statisch

$$B_{P_PH_s} := \frac{c_{str_PH} \cdot f_{pe_eff_PH}}{\frac{F_{tz_PH}}{N_p} \cdot K_S \cdot K_\gamma} = 0.579$$

$$B_{f_PH_s} := \frac{c_{str_PH} \cdot f_{f_eff_PH}}{\frac{F_{tz_PH}}{N_p} \cdot K_S \cdot K_\gamma} = 0.579$$

$$B_{k_PH_s} := \left| 1 - \frac{c_{str_PH} \cdot C_a \cdot \mu m}{\frac{F_{tz_PH}}{N_p} \cdot K_S \cdot K_\gamma} \right| = 0.896$$

$$K_{2_PH_s} := C_{v1_PH} \cdot B_{P_PH_s} + C_{v2_PH} \cdot B_{f_PH_s} + C_{v3_PH} \cdot B_{k_PH_s} = 0.588$$

$$K_{v_unterkrit_PH_s} := N_{2_PH} \cdot K_{2_PH_s} + 1 = 1.293$$

$$K_{v_hauptres_PH_s} := C_{v1_PH} \cdot B_{P_PH_s} + C_{v2_PH} \cdot B_{f_PH_s} + C_{v4_PH} \cdot B_{k_PH_s} + 1 = 2.188$$

...Bp, Bf und Bk sind dimensionslose Parameter zur Berücksichtigung der Auswirkung von Verzahnungsabweichungen und Profilkorrektur auf die dynamische Kraft. lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.08-5.10

...Hilfsgröße
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.07

...Dynamikfaktor im unterkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.06

...Dynamikfaktor im Hauptresonanzbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.13

$$K_{v_überkrit_PH_s} := C_{v5_PH} \cdot B_{P_PH_s} + C_{v6_PH} \cdot B_{f_PH_s} + C_{v7_PH} = 1.324$$

...Dynamikfaktor im überkritischen Bereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.14

$$K_{v_zwischen_PH_s} := K_{v_überkrit_PH_s} + \frac{K_{v_hauptres_PH_s} - K_{v_überkrit_PH_s}}{0.35} \cdot (1.5 - N_{2_PH}) = 3.796$$

...Dynamikfaktor im Zwischenbereich
lt. DIN 3990 Teil 1 Formel 5.15

$$K_{v_PH_s} := \begin{cases} \text{if } N_{2_PH} \leq 0.85 & \\ \quad \parallel K_{v_unterkrit_PH_s} & \\ \text{else if } 0.85 \leq N_{2_PH} \leq 1.15 & \\ \quad \parallel K_{v_hauptres_PH_s} & \\ \text{else if } N_{2_PH} \geq 1.5 & \\ \quad \parallel K_{v_überkrit_PH_s} & \\ \text{else} & \\ \quad \parallel K_{v_zwischen_PH_s} & \end{cases} = 1.293$$

Breitenfaktor

$$F_{mb_PH} := \frac{F_{tz_PH}}{b_P \cdot N_p} \cdot K_A \cdot K_{v_PH_d} \cdot K_\gamma = 362.198 \frac{N}{mm}$$

...Maßgebende mittlere Linienbelastung
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 3.07

Methode C1

$$K_{H\beta_PH} := 1 + \frac{\chi_\beta \cdot c_{\gamma II} \cdot f_{ma II}}{2 \cdot F_{mb_PH}} = 1.329$$

...Breitenfaktor Methode C1
lt. DIN 3990-1 Formel 6.20

$$K_{F\beta_PH} := K_{H\beta_PH} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h_{III}}{b_s} + \left(\frac{h_{III}}{b_s}\right)^2} = 1.275$$

...Breitenfaktor Fuß
lt. DIN 3990-11 Formel 3.22

Stirnfaktor

Die Stirnfaktoren berücksichtigen die Auswirkung ungleichmäßiger Kraftaufteilung auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindliche Zahnpaare (das heißt in Umfangsrichtung) auf die Flankenpressung (K_{Hk}), auf die Freißbeanspruchung ($K_{b\llcorner}$) und auf die Zahnfußbeanspruchung (K_{Fp}).
Da Bedingung Zahnräder mit Linienbelastung erfüllt wurde können die Stirnfaktoren gewählt werden für die Werte $> 100N/mm$:

Methode C

$$\frac{F_{tz_PH}}{b_P \cdot N_p} \cdot K_A \cdot K_{v_PH_d} \cdot K_\gamma \cdot K_{H\beta_PS} = 587.032 \frac{N}{mm}$$

...Überprüfung Stirnfaktorgültigkeit
lt. DIN 3990 Teil 1 7.4

...Einzeleingriffsfaktor Sonne
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

...Einzeleingriffsfaktor Planet
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.13

Zonenfaktor ZH

$$\beta_{bII} = 0$$

...Grundschrägungswinkel

$$Z_{H_PH} := \sqrt{\frac{2 \cdot \cos(\beta_{bII}) \cdot \cos(\alpha_{w_PH})}{\cos(\alpha_{tII})^2 \cdot \sin(\alpha_{w_PH})}} = 2.431$$

...Zonenfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.14

Überdeckungsfaktor (Flanke)

$$Z_{\varepsilon_PH} := \begin{cases} \text{if } \varepsilon_{\beta II} < 1 & \\ \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_{\alpha_PH}}{3} \cdot (1 - \varepsilon_{\beta II}) + \frac{\varepsilon_{\beta II}}{\varepsilon_{\alpha_PH}}} & \\ \text{else} & \\ \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha_PH}}} & \end{cases} = 0.871$$

...Überdeckungsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.17 für
 $\varepsilon_{\beta II} = 0 < 1$

Faktoren für die Schmierfilmbildung

$$v_{p_PH} := \frac{1}{\left(0.8 + \frac{32 \cdot \frac{m}{s}}{v_{vorh_PH}}\right)^{0.5}} = 0.666$$

...Geschwindigkeitsparameter
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.18

$$Z_{V_df_PH} := 0.14 \cdot v_{p_PH} + 0.93 = 1.023$$

...Geschwindigkeitsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.22

$$R_{z_H} := 5 \mu m$$

$$p_{R_PH} := \left(\frac{1.292 \cdot \mu m}{R_{z_H} + R_{z_P}}\right) \cdot \left(\frac{|a_{PH}|}{mm}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.557$$

...Rauheitsparameter
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.23

$$Z_{R_df_PH} := p_{R_PH}^{0.08} = 0.954$$

...Rauheitsfaktor
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.27

$$Z_{LVR_df_PH} := Z_{L_dfII} \cdot Z_{V_df_PH} \cdot Z_{R_df_PH} = 0.992$$

...Dauerfestigkeitsfaktor für die
Schmierfilmbildung

$$Z_{LVR_st_PH} := Z_{LVR_df_PH} = 0.992$$

...Statischer Faktor für die
Schmierfilmbildung

A.8.2.1.1.1 Faktoren Zusammenfassung:

$Z_{WII} = 1$	$Z_{B_PH} = 1.053$	$Z_{H_PH} = 2.431$	$Z_{EII} = 189.8 \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{mm^2}}$
$Z_{\epsilon_PH} = 0.871$	$Z_{\beta II} = 1$	$K_{H\beta_PS} = 1.621$	$K_{H\alpha_PS} = 1$
$K_{F\alpha_PS} = 1$	$K_{v_PH_d} = 1.322$	$K_{v_PH_s} = 1.293$	
$Z_{NT_stII} = 1.6$	$Z_{X_dfII} = 1$	$Z_{LVR_df_PH} = 0.992$	
$Z_{NT_dfII} = 1$	$Z_{X_stII} = 1$	$Z_{LVR_st_PH} = 0.992$	

A.8.2.1.1.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP_df_P2} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII}}{S_{Hmin_dfII}} \cdot Z_{LVR_df_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1488.479 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung
Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_df_P2} := Z_{H_PH} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\epsilon_PH} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PH}}{d_P \cdot b_P \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PH} + 1}{u_{PH}}} = 541.828 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung
Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.02

$$\sigma_{H_df_P2} := Z_{B_PH} \cdot \sigma_{H0_df_P2} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_{v_PH_d} \cdot K_{H\beta_PH}} = 800.08 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Dynamisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_df_P2} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII} \cdot Z_{LVR_df_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1488.479 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchentragsfähigkeit Planet 2
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_df_P2} := \frac{\sigma_{HG_df_P2}}{\sigma_{H_df_P2}} = 1.86$$

A.8.2.1.1.3 Statische Festigkeit**Zulässige :**

$$\sigma_{HP_st_P2} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII}}{S_{Hmin_stII}} \cdot Z_{LVR_st_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 1831.974 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Statisch
Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_st_P2} := Z_{H_PH} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\epsilon_PH} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PH}}{d_P \cdot b_P \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PH} + 1}{u_{PH}}} = 541.828 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung Statisch
Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H_st_P2} := Z_{B_PH} \cdot \sigma_{H0_st_P2} \cdot \sqrt{K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{v_PH_s} \cdot K_{H\beta_PS}} = 941.669 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Statisch Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_st_P2} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII} \cdot Z_{LVR_st_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 2381.567 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchentragsfähigkeit Ritzel
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_st_P2} := \frac{\sigma_{HG_st_P2}}{\sigma_{H_st_P2}} = 2.529$$

Relative Stützziffer (Dauerfestigkeit)

$$Y_{\sigma_{relTS_df_PH}} := 1.02$$

...relative Stützziffer Dauerfestigkeit
Ritzel 3
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.27

Relative Stützziffer (Statische Festigkeit) und Kopffaktor

$$Y_{S_PH} := \left(1.2 + 0.13 \cdot L_{aS}\right) \cdot q_{sS} \frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L_{aS}}} = 1.959$$

...Spannungskorrekturfaktor für
Kraftangriff am Zahnkopf
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.23

$$Y_{F_PH} := \frac{6 \cdot \frac{h_{FaS}}{m_{II}} \cdot \cos(\alpha_{FanS})}{\left(\frac{s_{FnS}}{m_{II}}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_{0II n})} = 2.151$$

...Formfaktor für Kraftangriff am
Zahnkopf
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.05

$$Y_{FS_H} := Y_{S_PS} \cdot Y_{F_PS} = 4.909$$

...Kopffaktor
lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 5.2

$$\varepsilon_{\alpha_PH} := \frac{\varepsilon_{\alpha_PH}}{\cos(\beta_{bII})^2} = 1.724$$

$$Y_{S_PH} := Y_{S_PH} \cdot (0.6 + 0.4 \cdot \varepsilon_{\alpha_PH}) = 2.526$$

...Spannungskorrekturfaktor Sonne
lt. DIN 3990 Formel bei Bild 5.8

$$Y_{\delta_{relTS_st_PH}} := 0.44 \cdot Y_{S_PH} + 0.12 = 1.232$$

...relative Stützziffer Statisch Sonne
lt. DIN 3990 Formel 5.15

Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)

$$Y_{\varepsilon_PH} := 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon_{\alpha_PH}} = 0.685$$

9.2.1.2.1 Faktoren Zusammenfassung:

$$Y_{XII} = 1$$

$$Y_{RelTII} = 1$$

$$Y_{S_PH} = 2.526$$

$$Y_{FS_H} = 4.909$$

$$Y_{\beta II} = 1$$

$$Y_{\varepsilon_PH} = 0.685$$

$$Y_{NTdfII} = 1$$

$$Y_{\sigma_{relTS_df_PH}} = 1.02$$

$$Y_{NTstII} = 2.5$$

$$Y_{\delta_{relTS_st_PH}} = 1.232$$

9.2.1.2.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP_df_P2} := \frac{\sigma_{FES} \cdot Y_{NTdfII}}{S_{Fmin_dfII}} \cdot Y_{\sigma relTS_df_PH} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 470.22 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Sonne
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_df_P2} := \frac{F_{tz_PH}}{b_H \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_H} \cdot (Y_{\epsilon_PH} \cdot Y_{\beta II}) = 274.173 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung Sonne
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.02

$$\sigma_{F_df_P2} := \sigma_{F0_df_P2} \cdot K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_{v_PH_d} \cdot K_{F\beta_PH} \cdot K_{F\alpha_PH} = 517.741 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Sonne Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 21 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_df_P2} := \sigma_{FES} \cdot Y_{NTdfII} \cdot Y_{\sigma relTS_df_PH} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 658.308 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Sonne Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_df_P2} := \frac{\sigma_{FG_df_P2}}{\sigma_{F_df_P2}} = 1.272$$

...Zahnbruchsicherheit Sonne
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.2.1.2.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP_st_P2} := \frac{\sigma_{FES} \cdot Y_{NTstII}}{S_{Fmin_stII}} \cdot Y_{\delta relTS_st_PH} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 993.606 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Sonne
Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_st_P2} := \frac{F_{tz_PH}}{b_H \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_H} \cdot (Y_{\epsilon_PH} \cdot Y_{\beta II}) = 274.173 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung
Sonne Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F_st_P2} := \sigma_{F0_st_P2} \cdot K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{v_PH_s} \cdot K_{F\beta_PH} \cdot K_{F\alpha_PH} = 587.901 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Sonne Statische Festigkeit
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_st_P2} := \sigma_{FES} \cdot Y_{NTstII} \cdot Y_{\delta relTS_st_PH} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} \cdot Y_{A_P} = 1987.213 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung Sonne statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_st_P2} := \frac{\sigma_{FG_st_P2}}{\sigma_{F_st_P2}} = 3.38$$

...Zahnbruchsicherheit Sonne Statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.3.2 Hohlrads

A.8.3.2.1 Berechnung der Grübchentrugfähigkeit

A.8.3.2.1.1 Faktoren Zusammenfassung

$Z_{WII} = 1$	$Z_{D_PH} = 1$	$Z_{H_PH} = 2.431$	$Z_{EII} = 189.8 \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{mm^2}}$
$Z_{\varepsilon_PH} = 0.871$	$Z_{\beta II} = 1$	$K_{F\beta_PS} = 1.515$	$K_{H\alpha_PS} = 1$
$K_{F\alpha_PS} = 1$	$K_{v_PH_d} = 1.322$	$K_{v_PH_s} = 1.293$	
$S_{Hmin_dfII} = 1$	$Z_{NT_stII} = 1.6$	$Z_{X_dfII} = 1$	$Z_{LVR_df_PH} = 0.992$
$S_{Hmin_stII} = 1.3$	$Z_{NT_dfII} = 1$	$Z_{X_stII} = 1$	$Z_{LVR_st_PH} = 0.992$

A.8.2.2.1.2 Dauerfestigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP_df_H} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII}}{S_{Hmin_dfII}} \cdot Z_{LVR_df_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1488.479 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung
Dynamisch Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_df_H} := Z_{H_PH} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\epsilon_PH} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PH}}{d_P \cdot b_P \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PH} + 1}{u_{PH}}} = 541.828 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung
Dynamisch Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H_df_H} := Z_{D_PH} \cdot \sigma_{H0_df_H} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_{v_PH_d} \cdot K_{H\beta_PH} \cdot K_{H\alpha_PH}} = 759.961 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Dynamisch Planet
(Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_df_H} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_dfII} \cdot Z_{LVR_df_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_dfII} = 1488.479 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen
Grübchentragfähigkeit Planet (Planet-
Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_df_H} := \frac{\sigma_{HG_df_H}}{\sigma_{H_df_H}} = 1.959$$

A.8.2.2.1.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{HP_st_H} := \frac{\sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII}}{S_{Hmin_stII}} \cdot Z_{LVR_st_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 1831.974 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Flankenpressung Statisch
Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

Vorhandene :

$$\sigma_{H0_st_H} := Z_{H_PH} \cdot Z_{EII} \cdot Z_{\epsilon_PH} \cdot Z_{\beta II} \cdot \sqrt{\frac{F_{tz_PH}}{d_P \cdot b_P \cdot N_p} \cdot \frac{u_{PH} + 1}{u_{PH}}} = 541.828 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfswert Flankenpressung Statisch Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.02

$$\sigma_{H_st_H} := Z_{D_PH} \cdot \sigma_{H0_st_H} \cdot \sqrt{K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{v_PH_s} \cdot K_{H\beta_PH} \cdot K_{H\alpha_PH}} = 809.817 \frac{N}{mm^2}$$

...Flankenpressung Statisch Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.01

Kontrolle:

$$\sigma_{HG_st_H} := \sigma_{HlimII} \cdot Z_{NT_stII} \cdot Z_{LVR_st_PH} \cdot Z_{WII} \cdot Z_{X_stII} = 2381.567 \frac{N}{mm^2}$$

...Zur Berechnung der rechnerischen Grübchenfähigkeit Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 4.03

$$S_{H_st_H} := \frac{\sigma_{HG_st_H}}{\sigma_{H_st_H}} = 2.941$$

A.8.2.2.2 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit**Relative Stützziffer (Dauerfestigkeit)**

$$G_H := \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} - \frac{h_{fPII}}{m_{II}} + x_H = -1.424$$

...Hilfsgröße G Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Formel D 5.02

$$H_H := \frac{2}{|z_H|} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E_{II}}{m_{II}} \right) - \frac{\pi}{3} = -1.013$$

...Hilfsgröße H Planet (Planet-Hohlrad)
lt. DIN 3990 Formel 5.03

Schätzwerte	$\zeta_H := \frac{\pi}{6}$
Nebenbedingungen	$\zeta_H = \frac{2 \cdot G_H}{ z_H } \cdot \tan(\zeta_H) - H_H$
Gleichungslöser	$\zeta_H := \text{find}(\zeta_H) = 0.963$

...Hilfsgröße z Start Iteration Planet
(Planet-Hohlrad)

$$s_{FnH} := 2 \cdot m_{II} \cdot \left(\frac{\pi}{4} + \tan(\alpha_{0II n}) + \frac{h_{fPII} - \rho_{fPII}}{m_{II}} + \frac{\rho_{fPII}}{m_{II} \cdot \cos(\alpha_{0II n})} - \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) = 13.193 \text{ mm}$$

...Zahnfußsehne
lt. DIN 3990 Formel D 5.14

$$\rho_{FH} := \rho_{fPII} + m_{II} \cdot \left(\frac{2 \cdot G_H^2}{\cos(\zeta_H) \cdot (|z_H| \cdot \cos(\zeta_H)^2 - 2 \cdot G_H)} \right) = 1.469 \text{ mm}$$

...Fußrundungsradius am Berührungspunkt
der 30° Tangente
lt. DIN 3990 Formel D 5.13

$$q_{sH} := \frac{s_{FnH}}{2 \cdot \rho_{FH}} = 4.489$$

...Kerbparameter (Zahnfuß)
lt. DIN 3990 Formel D 4.03

Kerbparameter $q_{sH} = 4.489 > 1$. Daraus folgt folgende Formel für die
relative Stützziffer:

$$Y_{\sigma rel T_{df_H}} := 1.57$$

...relative Stützziffer Dauerfestigkeit
Hohlrad
lt. DIN 3990 Teil 3 Bild 9.1

Relative Stützziffer (Statische Festigkeit) und Kopffaktor

$$d_{nH} := \frac{d_H}{\cos(\beta_{bII})^2} = 246 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.06

$$d_{bnH} := d_{nH} \cdot \cos(\alpha_{0II n}) = 231.164 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.07

$$d_{anH} := d_{nH} + d_{aH} - d_H = 242.544 \text{ mm}$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.08

$$d_{fnH} := d_{nH} + d_{fH} - d_H = 256.044 \text{ mm}$$

$$\alpha_{anH} := \arccos\left(\frac{d_{bnH}}{d_{anH}}\right) = 0.308$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.09

$$\text{inv}\alpha_{anH} := \tan(\alpha_{anH}) - \alpha_{anH} = 0.01$$

$$y_{aH} := \frac{1}{|z_H|} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_H \cdot \tan(\alpha_{0II_n})\right) + \text{inv}\alpha_{0II_n} - \text{inv}\alpha_{anH} = 0.02$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.10

$$\alpha_{FanH} := \alpha_{anH} - y_{aH} = 0.287$$

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.11

$$h_{FaH} := m_{II} \cdot \left(\frac{d_{anH} - d_{fnH}}{2 \cdot m_{II}} - \left(\frac{\pi}{4} + \left(\frac{h_{fPII}}{m_{II}} - \frac{d_{anH} - d_{fnH}}{2 \cdot m_{II}}\right) \cdot \tan(\alpha_{0II_n})\right) \cdot \tan(\alpha_{0II_n}) - \frac{\rho_{fPII}}{m_{II}} \cdot \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)\right) = -9.374 \text{ mm}$$

...Biegehebelarm

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.5.15

$$L_{aH} := \frac{s_{FnH}}{|h_{FaH}|} = 1.408$$

...Hilfswert L

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.02

$$Y_{Sa_H} := \left| \left(1.2 + 0.13 \cdot L_{aH}\right) \cdot q_{sH} \cdot \frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L_{aH}}} \right| = 2.345$$

...Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.4.01

$$Y_{Fa_H} := \frac{6 \cdot |h_{FaH}| \cdot \cos(\alpha_{FanH})}{m_{II} \cdot \left(\frac{s_{FnH}}{m_{II}}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_{0II_n})} = 0.989$$

...Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf

lt. DIN 3990 Teil 11 Formel D.3.01

$$Y_{FS_H} := Y_{Sa_H} \cdot Y_{Fa_H} = 2.32$$

...Kopffaktor

lt. DIN 3990 Teil 11 Abschnitt 5.2

$$Y_{S_H} := Y_{Sa_H} \cdot (0.6 + 0.4 \cdot \varepsilon_{\alpha_nPH}) = 3.024$$

...Spannungskorrekturfaktor Hohlrad

lt. DIN 3990 Formel bei Bild 5.8

$$Y_{\delta relT_st_H} := 0.44 \cdot Y_{S_H} + 0.12 = 1.451$$

...relative Stützziffer Statisch Hohlrad

lt. DIN 3990 Formel 5.15

A.8.2.2.2.1 Faktoren Zusammenfassung

$$\begin{array}{llll}
 Y_{XII} = 1 & Y_{RelTII} = 1 & Y_{Sa_H} = 2.345 & Y_{FS_H} = 2.32 \\
 Y_{\varepsilon_{PH}} = 0.685 & Y_{\beta_{II}} = 1 & & \\
 S_{Fmin_dfII} = 1.4 & Y_{NTdfII} = 1 & Y_{\sigma_{relT_df_H}} = 1.57 & S_{Fmax_dfII} = 1.7 \\
 S_{Fmin_stII} = 2 & Y_{NTstII} = 2.5 & Y_{\delta_{relT_st_H}} = 1.451 &
 \end{array}$$

A.8.2.2.2.2 Dauerfestigkeit

$$\sigma_{FEH} := 922 \frac{N}{mm^2}$$

...Grenzwert der dauernd ertragbaren Grundspannung
lt. DIN 3990 Teil 5 Bild 4b für Kernhärte < 34

Zulässige :

$$\sigma_{FP_df_H} := \frac{\sigma_{FEH} \cdot Y_{NTdfII} \cdot Y_{\sigma_{relT_df_H}} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII}}{S_{Fmin_dfII}} = (1.034 \cdot 10^3) \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Hohlrad
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_df_H} := \frac{F_{tz_PH}}{b_H \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_H} \cdot (Y_{\varepsilon_{PH}} \cdot Y_{\beta_{II}}) = 129.545 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung
Hohlrad Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F_df_H} := \sigma_{F0_df_H} \cdot K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_{v_PH_d} \cdot K_{F\beta_PH} \cdot K_{F\alpha_PH} = 244.629 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Hohlrad Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_df_H} := \sigma_{FEH} \cdot Y_{NTdfII} \cdot Y_{\sigma_{relT_df_H}} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = (1.448 \cdot 10^3) \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Hohlrad Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_df_H} := \frac{\sigma_{FG_df_H}}{\sigma_{F_df_H}} = 5.917$$

...Zahnbruchsicherheit Hohlrad
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.2.2.2.3 Statische Festigkeit

Zulässige :

$$\sigma_{FP_st_H} := \frac{\sigma_{FEH} \cdot Y_{NTstII}}{S_{Fmin_stII}} \cdot Y_{\delta relT_st_H} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = 1671.97 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußspannung Hohlrad
Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

Vorhandene :

$$\sigma_{F0_st_H} := \frac{F_{tz_PH}}{b_P \cdot m_{II} \cdot N_p} \cdot Y_{FS_H} \cdot (Y_{\epsilon_PH} \cdot Y_{\beta II}) = 129.545 \frac{N}{mm^2}$$

...Hilfsfaktor Zahnfußspannung
Hohlrad Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.02

$$\sigma_{F_st_H} := \sigma_{F0_st_H} \cdot K_S \cdot K_\gamma \cdot K_{v_PH_s} \cdot K_{F\beta_PH} \cdot K_{F\alpha_PH} = 277.779 \frac{N}{mm^2}$$

...Zahnfußspannung Hohlrad Dauerfest
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.01

Kontrolle:

$$\sigma_{FG_st_H} := \sigma_{FEH} \cdot Y_{NTstII} \cdot Y_{\delta relT_st_H} \cdot Y_{RelTII} \cdot Y_{XII} = 3343.94 \frac{N}{mm^2}$$

...zulässige Zahnfußgrenzspannung
Hohlrad statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.03

$$S_{F_st_H} := \frac{\sigma_{FG_st_H}}{\sigma_{F_st_H}} = 12.038$$

...Zahnbruchsicherheit Hohlrad
Statisch
lt. DIN 3990 Teil 11 Formel 5.07

A.8.4 Zusammenfassung der Sicherheiten

Ritzel 1:

$S_{H1_dfI} = 1.021$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Dauerfest Ritzel 1
$S_{H1_stI} = 1.538$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Statische Festigkeit Ritzel 1
$S_{F1_dfI} = 1.615$	Sicherheit Fußfestigkeit Dauerfest Ritzel 1
$S_{F1_stI} = 3.866$	Sicherheit Fußfestigkeit Statische Festigkeit Ritzel 1

Rad 2:

$S_{H2_dfI} = 1.047$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Dauerfest Rad 2
$S_{H2_stI} = 1.578$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Statische Festigkeit Rad 2
$S_{F2_dfI} = 1.655$	Sicherheit Fußfestigkeit Dauerfest Rad 2
$S_{F2_stI} = 3.743$	Sicherheit Fußfestigkeit Statische Festigkeit Rad 2

Sonnenrad:

$S_{H_df_PS} = 1.017$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Dauerfest Sonne
$S_{H_st_PS} = 1.518$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Statische Festigkeit Sonne
$S_{F_df_PS} = 1.837$	Sicherheit Fußfestigkeit Dauerfest Sonne
$S_{F_st_PS} = 4.409$	Sicherheit Fußfestigkeit Statische Festigkeit Sonne

Planetenrad (Sonne- Planeten):

$S_{H_df_P1} = 1.038$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Dauerfest Planeten 1
$S_{H_st_P1} = 1.549$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Statische Festigkeit Planeten 1
$S_{F_df_P1} = 1.257$	Sicherheit Fußfestigkeit Dauerfest Planeten 1
$S_{F_st_P1} = 2.902$	Sicherheit Fußfestigkeit Statische Festigkeit Planeten 1

Planetenrad (Planet - Hohlrad):

$S_{H_df_P2} = 1.86$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Dauerfest Planeten 2
$S_{H_st_P2} = 2.529$	Sicherheit Grübchenfestigkeit Statische Festigkeit Planeten 2
$S_{F_df_P2} = 1.272$	Sicherheit Fußfestigkeit Dauerfest Planeten 2
$S_{F_st_P2} = 3.38$	Sicherheit Fußfestigkeit Statische Festigkeit Planeten 2

Hohlrad (Planet - Hohlrad):

$S_{H_df_H} = 1.959$ Sicherheit Grübchenfestigkeit Dauerfest Hohlrad

$S_{H_st_H} = 2.941$ Sicherheit Grübchenfestigkeit Statische Festigkeit Hohlrad

$S_{F_df_H} = 5.917$ Sicherheit Fußfestigkeit Dauerfest Hohlrad

$S_{F_st_H} = 12.038$ Sicherheit Fußfestigkeit Statische Festigkeit Hohlrad

Variablen für die Zahnradberechnung:

$\beta_{0I} \equiv 0 \text{ deg}$	$\beta_{0II} \equiv 0 \text{ deg}$	$N_p \equiv 3$	$P_{ein} \equiv 932.125 \text{ kW}$
$z_{1v} = 19.736$	$z_1 \equiv 21$	$x_{1I} = 0.26$	$n_{ein} \equiv 23000 \text{ min}^{-1}$
$z_{2v} = 62.16$	$z_2 \equiv 62$	$x_{2I} = -0.091$	$n_{aus} \equiv 1700 \text{ min}^{-1}$
$z_{Sv} = 17.979$	$z_S \equiv 23$	$x_S = 0.473$	$K_A \equiv 1.12$
$z_{Hv} = 82.127$	$z_H \equiv -82$	$x_H = -0.424$	$K_S \equiv 1.3$
$z_{Pv} = 29.5$	$z_P \equiv 29$	$x_P = 0.253$	$K_\gamma \equiv 1.0$
$m_{Iv} = 3.043 \text{ mm}$	$m_I \equiv 3 \text{ mm}$		$S_{Hmin_dfI} \equiv 1$
$m_{IIv} = 3.664 \text{ mm}$	$m_{II} \equiv 3 \text{ mm}$		$S_{Fmin_dfI} \equiv 1.4$
$a_{Iv} = 126.878 \text{ mm}$	$a_I \equiv 125 \text{ mm}$		$S_{Hmin_stI} \equiv 1.3$
$a_{v_PS} = 80.429 \text{ mm}$	$a_{PS} \equiv 80 \text{ mm}$		$S_{Fmin_stI} \equiv 2$
$d_{Welle_Anv} = 54.959 \text{ mm}$	$d_{Welle_An} \equiv 50 \text{ mm}$		$S_{Hmin_dfII} \equiv 1$
$d_{Welle_Sv} = 78.842 \text{ mm}$	$d_{Welle_S} \equiv 55 \text{ mm}$		$S_{Fmin_dfII} \equiv 1.4$
$d_{Welle_Abv} = 111.761 \text{ mm}$	$d_{Welle_Ab} \equiv 77 \text{ mm}$		$S_{Hmin_stII} \equiv 1.3$
$d_{Welle_Pv} = 27.388 \text{ mm}$	$d_{Welle_P} \equiv 60 \text{ mm}$		$S_{Fmin_stII} \equiv 2$
$b_{1Iv} = 55.44 \text{ mm}$	$b_{1I} \equiv 50 \text{ mm}$		
$b_{Sv} = 60.72 \text{ mm}$	$b_S \equiv 46 \text{ mm}$		$S_{Hmax_dfII} \equiv 1.3$
$l_{Iv} = 62 \text{ mm}$	$l_I \equiv 81 \text{ mm}$	$l_{II} \equiv 60 \text{ mm}$	$S_{Fmax_dfII} \equiv 1.7$
$s_{Iv} = 0 \text{ mm}$	$s_I \equiv 0.5 \text{ mm}$	$s_{II} \equiv 0 \text{ mm}$	

Kontrollen Geometrie:

Drehzahlabweichung = "OK"

BreitenverhältnisR1I = "OK"

BreitenverhältnisR2I = "OK"

BreitenverhältnisR1I = "OK"

BreitenverhältnisR2I = "OK"

ModulverhältnisI = "OK"

ProfilüberdeckungI = "OK"

GesamtüberdeckungI = "OK"

Spitz1I = "OK"

Unterschnitt1I = "OK"

Unterschnitt2I = "OK"

Ritzel1I = "Ritzelwelle zwingend"

Planeten_Mont = "OK"

Radiale_Montierbarkeit = "OK"

BreitenverhältnisZ3II = "OK"

BreitenverhältnisZ4II = "OK"

BreitenverhältnisZ3II = "OK"

BreitenverhältnisZ4II = "OK"

ModulverhältnisII = "OK"

Profilüberdeckung_PS = "OK"

Gesamtüberdeckung_PS = "OK"

Profilüberdeckung_PH = "OK"

Gesamtüberdeckung_PH = "OK"

Spitz3II = "OK"

Unterschnitt3II = "OK"

Unterschnitt4II = "OK"

Ritzel3II = "Ritzelwelle zwingend"

Planeten_Koll = "OK"

Kontrollen Festigkeitsberechnung:

LängenverhältnisI = "OK"

LängenverhältnisII = "OK"

S1IHdf = "OK"

SHdf_S = "OK"

SHdf_H = "OK"

S2IHdf = "OK"

SHdf_P1 = "OK"

SHdf_P2 = "OK"

S1IHst = "OK"

SHst_S = "OK"

SHst_H = "OK"

S2IHst = "OK"

SHst_P1 = "OK"

SHst_P2 = "OK"

S1IFdf = "OK"

SFdf_S = "OK"

SFdf_H = "OK"

S2IFdf = "OK"

SFdf_P1 = "Sicherheit relativ klein"

SFdf_P2 = "Sicherheit relativ klein"

S1IFst = "OK"

SFst_S = "OK"

SFst_H = "OK"

S2IFst = "OK"

SFst_P1 = "OK"

SFst_P2 = "OK"

Anhang B – Gesamtsystemreport der FVA Workbench

Vorlage: Gesamtsystemreport

Kunde: TU Wien - Diplomarbeit

Erstellt am: 28.01.23, 08:25

Bearbeiter: Michael Hofer

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



Leistungsflussdaten Getriebe

	Fz	Eingangswelle [4]	Steg [490]	Einheit
		Antrieb [155]	Abtrieb [542]	
Drehmoment	T_{sc}	387.01	5216.17	Nm
Drehzahl	n	23000.00	-1706.45	1/min
Leistung	P	932.12	932.13	kW
Verdrehwinkel	φ_{tors}	4.74	0.00	°

Tabelle 1

3D-Bild Getriebe



Abbildung 1

Leistungsflussdaten Stirnradstufen

	Fz	Stirnradstufe [3]		Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Stufe (Planet-Hohlrad) @ 0.0° [501]		Stufe (Planet-Hohlrad) @ 240.0° [502]	
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrad [539]	Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrad [539]
Drehmoment	T	387.01	1142.59	380.86	480.22	380.86	480.22	380.86	480.22	480.22	1357.86	480.22	1357.86
Drehzahl	n	23000.00	7790.32	7790.32	4825.14	7790.32	4825.14	7790.32	4825.14	4825.14	0.00	4825.14	0.00

Tabelle 2

Überblick - Wellensicherheiten nach DIN 743 (2012)

	Fz	Eingangswelle [4]		Sonnenwelle [6]			Steg [490]		Einheit
		Evolvertenverzahnung [654]	Wellenabsatz RWDR [655]	Passfeder-Verbindung [668]	Wellenabsatz Tonnenlager [675]	Passfeder-Verbindung [678]	Kerbstelle außen [676]	Kerbstelle [677]	
Kerbform		Zahnwelle mit Evolvertenverzahnung	Wellenabsatz	Passfeder-Verbindung (2 Passfedern)	Wellenabsatz mit Freistich	Passfeder-Verbindung	glatte Welle	glatte Welle	-
Sicherheit gegen Dauerbruch	S _D	25.71	-1.00	6.15	2.81	41.98	12.87	58.26	-
Sicherheit gegen Fließen	S _F	58.91	6.31	24.70	2.86	3.46	1.12	6.37	-
Sicherheit gegen Anriss	S _A	73.69	7.92	28.22	5.46	9.84	4.98	37.67	-

Tabelle 3

Überblick - Tragfähigkeitsnachweis Stirnradstufen nach DIN 3990 (1987)

	Fz	Stirnradstufe [3]		Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Stufe (Planet-Hohlrad) @ 0.0° [501]		Stufe (Planet-Hohlrad) @ 240.0° [502]	
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrad [539]	Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrad [539]
Dynamisch													
Sicherheitsfaktor Flanke	S _H	1.017	1.043	1.006	1.026	1.006	1.026	1.006	1.026	2.183	2.298	2.183	2.29
Sicherheitsfaktor Fuß	S _F	1.533	1.489	1.792	1.232	1.792	1.232	1.792	1.232	1.944	1.761	1.944	1.76
Statisch													
Sicherheit Flanke	S _H	1.47	1.51	1.51	1.54	1.51	1.54	1.51	1.54	1.54	3.40	1.54	3.40
Rechn. Sicherheit Fuß	S _F	3.64	3.38	4.37	2.77	4.37	2.77	4.37	2.77	2.77	5.83	2.77	5.83

Tabelle 4



DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stirnradstufe [3]		Einheit
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	63.253	186.746	mm
Teilkreisdurchmesser	d	63.000	186.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	59.201	174.783	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	70.545	191.439	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutkreisdurchmesser	d_{Na}	70.545	191.439	mm
Fußnutkreisdurchmesser	d_{Nf}	60.029	181.705	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{Ff}	59.544	179.771	mm
Formübermaß	c_n	0.243	0.967	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	56.826	177.638	mm

Tabelle 5

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stirnradstufe [3]		Einheit
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	0.00000	0.00000	°
Zähnezahl	z	21	62	-
Achsabstand	a	125.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.260000	-0.091000	-
Zahnbreite	b	50.000	50.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.605		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.605		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 6

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stirnradstufe [3]		Einheit
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	12236.81	-12236.81	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	-4604.36	4604.36	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 7

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stirnradstufe [3]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.86	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.17	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.14	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	-
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00	-

Tabelle 8

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stirnradstufe [3]		Einheit
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.017	1.043	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	1535.3	1496.5	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	960.0		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1561.3	1561.3	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.026		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.453		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		√N/mm ²
Überdeckungsfaktor	Z_ϵ	0.894		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		1.041		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 9

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stirnradstufe [3]		Einheit
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.533	1.489	-
Zahnfußspannung	σ_F	602.6	620.0	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	253.3	260.6	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	923.6	923.2	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.432	1.554	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F*}	1.029	1.231	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn*}	2.068	2.181	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	21.184	19.882	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.160	2.048	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ_{F*}	0.41	0.44	-
Kerbparameter	q_s	2.51	2.46	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 10

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stirnradstufe [3]		Einheit
		Stirnrad [8]	Stirnrad [9]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.017	1.043	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.533	1.489	-

Tabelle 11

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stirnradstufe [3]	Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.80	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.17	-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.14	-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00	-

Tabelle 12

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stirnraststufe [3]		Einheit
		Stirnrast [8]	Stirnrast [9]	
Hertzische Flankenpressung	σ_{H}	1627.77	1586.57	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	σ_{H0}	1094.59		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_B	1.03		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_D	1.00		-
Zonenfaktor	Z_H	2.45		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{ϵ_s}	0.89		-
Schrägenfaktor	Z_{β}	1.00		-
Produkt $Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00		-
Größenfaktor	Z_X	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzische Pressung	σ_{HHP}	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	S_{HMo}	2.17	2.29	-

Tabelle 13

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stirnraststufe [3]		Einheit
		Stirnrast [8]	Stirnrast [9]	
Zahnfußspannung	σ_{F}	677.41	696.90	N/mm ²
Zahnfußspannung Nennwert	σ_{F0}	329.31	338.79	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.43	1.55	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{β}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_S	2.16	2.05	-
Größenfaktor	Y_X	1.00	1.00	-
Rel. Stuetzziffer	$Y_{delrelT}$	1.07	1.02	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RrelT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{app}	2467.18	2353.44	N/mm ²
σ_{FP} mit Wechsellast-Faktoren	Y_A	1.00	1.00	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 14

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stirnraststufe [3]		Einheit
		Stirnrast [8]	Stirnrast [9]	
Sicherheit Flanke	S_H	1.47	1.51	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_F	3.64	3.38	-

Tabelle 15

DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	70.769	89.230	mm
Teilkreisdurchmesser	d	69.000	87.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	64.839	81.753	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	77.481	94.161	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutkreisdurchmesser	d_{Na}	77.481	94.161	mm
Fußnutkreisdurchmesser	d_{Nf}	67.131	84.583	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{Ff}	65.971	83.024	mm
Formübermaß	c_n	0.580	0.780	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	64.104	80.784	mm

Tabelle 16

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	0.00000	-0.00000	°
Zähnezahl	z	23	29	-
Achsabstand	a	80.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.473000	0.253000	-
Zahnbreite	b	46.000	46.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.413		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.413		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 17

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	4018.68	17927.32	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	-1485.83	416.46	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 18

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.15	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.62	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.51	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00	-

Tabelle 19

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.006	1.026	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	1486.6	1456.7	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	1011.4		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1495.0	1495.0	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.021		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.276		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		$\sqrt{N/mm^2}$
Überdeckungsfaktor	Z_ϵ	0.929		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		0.997		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 20

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.792	1.232	-
Zahnfußspannung	σ_F	518.6	525.9	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	267.8	271.5	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	929.4	647.7	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.461	1.629	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F*}	1.219	1.280	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn*}	2.193	2.146	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	25.468	23.354	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.291	2.084	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ_{f*}	0.34	0.40	-
Kerbparameter	q_s	3.21	2.70	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 21

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.006	1.026	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.792	1.232	-

Tabelle 22

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00		-
Dynamikfaktor	K_v	1.13		-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.62		-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.51		-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00		-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00		-

Tabelle 23

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Hertzsche Flankenpressung	σ_{H}	1592.91	1560.88	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	σ_{H0}	1153.21		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_B	1.02		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_D	1.00		-
Zonenfaktor	Z_H	2.28		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{ϵ}	0.93		-
Schrägenfaktor	Z_{β}	1.00		-
Produkt $Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00		-
Größenfaktor	Z_X	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzsche Pressung	σ_{HP}	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	S_{HMo}	2.27	2.36	-

Tabelle 24

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Zahnfußpannung	σ_F	595.45	603.84	N/mm ²
Zahnfußpannung Nennwert	σ_{F0}	348.09	352.99	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.46	1.63	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{β}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_S	2.29	2.08	-
Größenfaktor	Y_X	1.00	1.00	-
Rel. Stuetziffer	$Y_{delrelT}$	1.13	1.04	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RrelT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußpannung	σ_{FP}	2599.66	1673.36	N/mm ²
σ_{FP} mit Wechsellast-Faktoren	Y_A	1.00	0.70	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 25

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 0.0° [497]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 0.0° [536]	
Sicherheit Flanke	S_H	1.51	1.54	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_F	4.37	2.77	-

Tabelle 26

DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	70.769	89.230	mm
Teilkreisdurchmesser	d	69.000	87.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	64.839	81.753	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	77.481	94.161	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutzkreisdurchmesser	d_{Na}	77.481	94.161	mm
Fußnutzkreisdurchmesser	d_{Nf}	67.131	84.583	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{Ff}	65.971	83.024	mm
Formübermaß	c_n	0.580	0.780	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	64.104	80.784	mm

Tabelle 27

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	0.00000	-0.00000	°
Zähnezahl	z	23	29	-
Achsabstand	a	80.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.473000	0.253000	-
Zahnbreite	b	46.000	46.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.413		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.413		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 28

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	4018.68	-9820.02	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	-1485.83	-17959.54	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 29

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.15	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.62	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.51	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00	-

Tabelle 30

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.006	1.026	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	1486.6	1456.7	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	1011.4		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1495.0	1495.0	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.021		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.276		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		$\sqrt{N/mm^2}$
Überdeckungsfaktor	Z_ϵ	0.929		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		0.997		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 31

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.792	1.232	-
Zahnfußspannung	σ_F	518.6	525.9	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	267.8	271.5	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	929.4	647.7	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.461	1.629	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F*}	1.219	1.280	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn*}	2.193	2.146	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	25.468	23.354	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.291	2.084	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ_{F*}	0.34	0.40	-
Kerbparameter	q_s	3.21	2.70	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 32

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.006	1.026	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.792	1.232	-

Tabelle 33

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00		-
Dynamikfaktor	K_v	1.13		-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.62		-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.51		-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00		-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00		-

Tabelle 34



Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Hertzsche Flankenpressung	σ_{mH}	1592.91	1560.88	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	σ_{mH0}	1153.21		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_{B}	1.02		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_{D}	1.00		-
Zonenfaktor	Z_{H}	2.28		-
Elastizitätsfaktor	Z_{E}	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{eps}	0.93		-
Schrägenfaktor	Z_{beta}	1.00		-
Produkt $Z_{\text{L}} \cdot Z_{\text{R}} \cdot Z_{\text{V}}$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_{W}	1.00		-
Größenfaktor	Z_{X}	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzsche Pressung	σ_{mHP}	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	S_{HMo}	2.27	2.36	-

Tabelle 35

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Zahnfußspannung	σ_{mF}	595.45	603.84	N/mm ²
Zahnfußspannung Nennwert	σ_{mF0}	348.09	352.99	N/mm ²
Formfaktor	Y_{F}	1.46	1.63	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{beta}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_{S}	2.29	2.08	-
Größenfaktor	Y_{X}	1.00	1.00	-
Rel. Stuetzziffer	Y_{delrelT}	1.13	1.04	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RelT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{mFP}	2599.66	1673.36	N/mm ²
σ_{mFP} mit Wechsellast-Faktoren	Y_{A}	1.00	0.70	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 36

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 240.0° [498]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 240.0° [537]	
Sicherheit Flanke	S_{H}	1.51	1.54	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_{F}	4.37	2.77	-

Tabelle 37



DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	70.769	89.230	mm
Teilkreisdurchmesser	d	69.000	87.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	64.839	81.753	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	77.481	94.161	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutkreisdurchmesser	d_{Na}	77.481	94.161	mm
Fußnutkreisdurchmesser	d_{Nf}	67.131	84.583	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{Ff}	65.971	83.024	mm
Formübermaß	c_n	0.580	0.780	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	64.104	80.784	mm

Tabelle 38

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	0.00000	-0.00000	°
Zähnezahl	z	23	29	-
Achsabstand	a	80.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.473000	0.253000	-
Zahnbreite	b	46.000	46.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.413		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.413		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 39

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	4018.68	-13945.19	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	-1485.83	22908.08	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 40

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.15	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.62	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.51	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00	-

Tabelle 41

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.006	1.026	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	1486.6	1456.7	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	1011.4		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1495.0	1495.0	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.021		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.276		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		$\sqrt{N/mm^2}$
Überdeckungsfaktor	Z_ϵ	0.929		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		0.997		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 42

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.792	1.232	-
Zahnfußspannung	σ_F	518.6	525.9	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	267.8	271.5	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	929.4	647.7	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.461	1.629	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F^*}	1.219	1.280	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn^*}	2.193	2.146	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	25.468	23.354	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.291	2.084	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ_{F^*}	0.34	0.40	-
Kerbparameter	q_s	3.21	2.70	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 43

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	1.006	1.026	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.792	1.232	-

Tabelle 44

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00		-
Dynamikfaktor	K_v	1.13		-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.62		-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.51		-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00		-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00		-

Tabelle 45



Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Hertzsche Flankenpressung	σ_{H}	1592.91	1560.88	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	$\sigma_{\text{H}0}$	1153.21		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_{B}	1.02		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_{D}	1.00		-
Zonenfaktor	Z_{H}	2.28		-
Elastizitätsfaktor	Z_{E}	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{eps}	0.93		-
Schrägenfaktor	Z_{beta}	1.00		-
Produkt $Z_{\text{L}} \cdot Z_{\text{R}} \cdot Z_{\text{V}}$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_{W}	1.00		-
Größenfaktor	Z_{X}	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzsche Pressung	$\sigma_{\text{H}P}$	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	$S_{\text{H}M0}$	2.27	2.36	-

Tabelle 46

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Zahnfußspannung	σ_{F}	595.45	603.84	N/mm ²
Zahnfußspannung Nennwert	$\sigma_{\text{F}0}$	348.09	352.99	N/mm ²
Formfaktor	Y_{F}	1.46	1.63	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{beta}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_{S}	2.29	2.08	-
Größenfaktor	Y_{X}	1.00	1.00	-
Rel. Stuetzziffer	Y_{delrelT}	1.13	1.04	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RelIT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußspannung	$\sigma_{\text{F}P}$	2599.66	1673.36	N/mm ²
$\sigma_{\text{F}P}$ mit Wechsellast-Faktoren	Y_{A}	1.00	0.70	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 47

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Sonne-Planet) @ 120.0° [499]		Einheit
		Sonnenrad [534]	Planetenrad @ 120.0° [538]	
Sicherheit Flanke	S_{H}	1.51	1.54	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_{F}	4.37	2.77	-

Tabelle 48

DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrاد [539]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	87.547	-247.546	mm
Teilkreisdurchmesser	d	87.000	-246.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	81.753	-231.164	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	94.161	-242.517	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutkreisdurchmesser	d_{Na}	94.161	-242.517	mm
Fußnutkreisdurchmesser	d_{Nf}	83.323	-253.464	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{Ff}	83.024	-256.012	mm
Formübermaß	c_n	0.149	1.274	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	80.784	-256.133	mm

Tabelle 49

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrاد [539]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	-0.00000	0.00000	°
Zähnezahl	z	29	-82	-
Achsabstand	a	-80.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.253000	-0.423444	-
Zahnbreite	b	46.000	46.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.729		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.729		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 50

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrاد [539]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	17927.32	1819.21	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	416.46	-3879.17	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 51

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.32	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_w	1.00	-

Tabelle 52

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrad [539]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	2.183	2.298	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	698.2	663.1	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	541.4		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1523.9	1523.9	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.053		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.432		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		$\sqrt{N/mm^2}$
Überdeckungsfaktor	Z_ε	0.870		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		1.016		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 53

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrad [539]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.944	1.761	-
Zahnfußspannung	σ_F	333.1	544.6	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	222.5	363.8	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	647.7	959.2	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.159	1.384	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F^*}	0.886	1.109	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn^*}	2.146	1.719	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	19.429	21.378	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.400	3.285	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ_{f^*}	0.40	0.22	-
Kerbparameter	q_s	2.70	69.10	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 54

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrad [539]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	2.183	2.298	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.944	1.761	-

Tabelle 55

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 0.0° [501]	Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.29	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.01	-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00	-

Tabelle 56



Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrاد [539]	
Hertzische Flankenpressung	σ_{H}	1560.88	706.64	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	σ_{H0}	617.26		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_{B}	1.05		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_{D}	1.00		-
Zonenfaktor	Z_{H}	2.43		-
Elastizitätsfaktor	Z_{E}	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{eps}	0.87		-
Schrägenfaktor	Z_{beta}	1.00		-
Produkt $Z_{\text{L}} \cdot Z_{\text{R}} \cdot Z_{\text{V}}$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_{W}	1.00		-
Größenfaktor	Z_{X}	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzische Pressung	σ_{HHP}	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	S_{HMo}	2.36	11.54	-

Tabelle 57

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrاد [539]	
Zahnfußspannung	σ_{F}	603.84	618.47	N/mm ²
Zahnfußspannung Nennwert	σ_{F0}	352.99	472.88	N/mm ²
Formfaktor	Y_{F}	1.63	1.38	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{beta}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_{S}	2.08	3.29	-
Größenfaktor	Y_{X}	1.00	1.00	-
Rel. Stuetzziffer	Y_{delrelT}	1.04	1.57	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RrelT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	1673.36	3608.41	N/mm ²
σ_{FP} mit Wechsellast-Faktoren	Y_{A}	0.70	1.00	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 58

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 0.0° [501]		Einheit
		Planetenrad @ 0.0° [536]	Hohlrاد [539]	
Sicherheit Flanke	S_{H}	1.54	3.40	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_{F}	2.77	5.83	-

Tabelle 59

DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	87.547	-247.546	mm
Teilkreisdurchmesser	d	87.000	-246.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	81.753	-231.164	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	94.161	-242.517	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutkreisdurchmesser	d_{Na}	94.161	-242.517	mm
Fußnutkreisdurchmesser	d_{Nf}	83.323	-253.464	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{Ff}	83.024	-256.012	mm
Formübermaß	c_n	0.149	1.274	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	80.784	-256.133	mm

Tabelle 60

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	-0.00000	0.00000	°
Zähnezahl	z	29	-82	-
Achsabstand	a	-80.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.253000	-0.423444	-
Zahnbreite	b	46.000	46.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.729		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.729		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 61

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	-9820.02	1819.21	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	-17959.54	-3879.17	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 62

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.32	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00	-

Tabelle 63

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	2.183	2.298	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	698.2	663.1	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	541.4		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1523.9	1523.9	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.053		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.432		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		$\sqrt{N/mm^2}$
Überdeckungsfaktor	Z_ϵ	0.870		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		1.016		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 64

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.944	1.761	-
Zahnfußspannung	σ_F	333.1	544.6	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	222.5	363.8	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	647.7	959.2	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.159	1.384	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F*}	0.886	1.109	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn*}	2.146	1.719	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	19.429	21.378	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.400	3.285	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ_{f*}	0.40	0.22	-
Kerbparameter	q_s	2.70	69.10	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 65

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	2.183	2.298	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.944	1.761	-

Tabelle 66

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00		-
Dynamikfaktor	K_v	1.29		-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.01		-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.01		-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00		-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00		-

Tabelle 67



Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Hertzische Flankenpressung	σ_{H}	1560.88	706.64	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	σ_{H0}	617.26		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_{B}	1.05		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_{D}	1.00		-
Zonenfaktor	Z_{H}	2.43		-
Elastizitätsfaktor	Z_{E}	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{eps}	0.87		-
Schrägenfaktor	Z_{beta}	1.00		-
Produkt $Z_{\text{L}} \cdot Z_{\text{R}} \cdot Z_{\text{V}}$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_{W}	1.00		-
Größenfaktor	Z_{X}	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzische Pressung	σ_{HHP}	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	S_{HMo}	2.36	11.54	-

Tabelle 68

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Zahnfußspannung	σ_{F}	603.84	618.47	N/mm ²
Zahnfußspannung Nennwert	σ_{F0}	352.99	472.88	N/mm ²
Formfaktor	Y_{F}	1.63	1.38	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{beta}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_{S}	2.08	3.29	-
Größenfaktor	Y_{X}	1.00	1.00	-
Rel. Stuetzziffer	Y_{delrelT}	1.04	1.57	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RrelT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FFP}	1673.36	3608.41	N/mm ²
σ_{FP} mit Wechsellast-Faktoren	Y_{A}	0.70	1.00	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 69

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 240.0° [502]		Einheit
		Planetenrad @ 240.0° [537]	Hohlrاد [539]	
Sicherheit Flanke	S_{H}	1.54	3.40	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_{F}	2.77	5.83	-

Tabelle 70

DIN 3960 - Durchmesser

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrاد [539]	
Wälzkreisdurchmesser	d_w	87.547	-247.546	mm
Teilkreisdurchmesser	d	87.000	-246.000	mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	81.753	-231.164	mm
Kopfformkreisdurchmesser	d_{Fa}	94.161	-242.517	mm
Kopfkantenbruch (Radialbetrag)	h_K	0.000	0.000	mm
Kopfnutkreisdurchmesser	d_{Na}	94.161	-242.517	mm
Fußnutkreisdurchmesser	d_{Nf}	83.323	-253.464	mm
Fußformkreisdurchmesser	d_{ff}	83.024	-256.012	mm
Formübermaß	c_n	0.149	1.274	mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	80.784	-256.133	mm

Tabelle 71

DIN 3960 - Hauptgeometrie

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrاد [539]	
Normaleingriffswinkel	α_n	20.00000		°
Schrägungswinkel	β	-0.00000	0.00000	°
Zähnezahl	z	29	-82	-
Achsabstand	a	-80.000		mm
Normalmodul	m_n	3.00000	3.00000	mm
Stirnmodul	m_t	3.00000	3.00000	mm
Nennprofilverschiebungsfaktor	x	0.253000	-0.423444	-
Zahnbreite	b	46.000	46.000	mm
Profilüberdeckung	ϵ_α	1.729		-
Sprungüberdeckung	ϵ_β	0.000		-
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ	1.729		-
Verzahnungsqualität DIN 3961	A	7	7	-

Tabelle 72

Kräfte und Momente im Gesamtsystem

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrاد [539]	
Resultierende Axialkraft in u-Richtung	$F_{ax,u}$	0.00	0.00	N
Resultierende Radialkraft in v-Richtung	$F_{rad,v}$	-13945.19	1819.21	N
Resultierende Radialkraft in w-Richtung	$F_{rad,w}$	22908.08	-3879.17	N
Resultierendes Kippmoment um die v-Achse	M_v	0.00	0.00	Nm
Resultierendes Kippmoment um die w-Achse	M_w	0.00	0.00	Nm

Tabelle 73

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]	Einheit
Anwendungsfaktor	K_A	1.12	-
Statischer Überlastfaktor		1.300	-
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00	-
Dynamikfaktor	K_v	1.32	-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	1.01	-
Breitenfaktor Fuß	$K_{F\beta}$	aus $K_{H\beta}$ (Flanke) berechnet	-
Stirnfaktor Flanke	$K_{H\alpha}$	1.00	-
Stirnfaktor Fuß	$K_{F\alpha}$	1.00	-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_w	1.00	-

Tabelle 74

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrad [539]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	2.183	2.298	-
Zahnflankenpressung (B...D)	σ_H	698.2	663.1	N/mm ²
Zahnflankenpressung (Nennwert)	σ_{H0}	541.4		N/mm ²
Zulässige Flankenpressung	σ_{HP}	1523.9	1523.9	N/mm ²
Zahnflankendauerfestigkeit	σ_{Hlim}	1500.0	1500.0	N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor Ritzel	Z_B	1.053		-
Einzeleingriffsfaktor Rad	Z_D	1.000		-
Zonenfaktor	Z_H	2.432		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.6		$\sqrt{N/mm^2}$
Überdeckungsfaktor	Z_ϵ	0.870		-
Schrägenfaktor	Z_β	1.000		-
Produkt Z_{LVR}		1.016		-
Lebensdauerfaktor	Z_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Z_{NT}	1.000	1.000	-
Grübchen in erhöhtem Maß zulässig		nein	nein	-

Tabelle 75

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrad [539]	
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.944	1.761	-
Zahnfußspannung	σ_F	333.1	544.6	N/mm ²
Zahnfußspannung (Nennwert)	σ_{F0}	222.5	363.8	N/mm ²
Zulässige Zahnfußspannung	σ_{FP}	647.7	959.2	N/mm ²
Zahnfußdauerfestigkeit	σ_{Flim}	461.0	461.0	N/mm ²
Zahnfußgrundfestigkeit	σ_{FE}	922.0	922.0	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.159	1.384	-
Schrägenfaktor	Y_β	1.000		-
Biegehebelarm (modulbezogen)	h_{F*}	0.886	1.109	-
Zahnfußdickensehne (modulbezogen)	s_{Fn*}	2.146	1.719	-
Kraftangriffswinkel	α_{Fn}	19.429	21.378	°
Spannungskorrekturfaktor	Y_S	2.400	3.285	-
Fußrundungsradius für Y_S	ρ^*	0.40	0.22	-
Kerbparameter	q_s	2.70	69.10	-
Lebensdauerfaktor	Y_N	1.000	1.000	-
Lebensdauerfaktor (Standardbedingungen)	Y_{NT}	1.000	1.000	-

Tabelle 76

Dynamische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrad [539]	
Sicherheitsfaktor Flanke	S_H	2.183	2.298	-
Sicherheitsfaktor Fuß	S_F	1.944	1.761	-

Tabelle 77

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Kraftfaktoren

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrad) @ 120.0° [503]		Einheit
Lastaufteilungsfaktor	K_{γ}	1.00		-
Dynamikfaktor	K_v	1.29		-
Breitenfaktor Flanke	$K_{H\beta}$	1.01		-
Breitenfaktor	$K_{F\beta}$	1.01		-
Stirnfaktor	$K_{H\alpha}$	1.00		-
Stirnfaktor	$K_{F\alpha}$	1.00		-

Tabelle 78



Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Flankentragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrاد [539]	
Hertzische Flankenpressung	σ_{H}	1560.88	706.64	N/mm ²
Flankenpressung Nennwert (Wälzkreis)	$\sigma_{\text{H}0}$	617.26		N/mm ²
Einzeleingriffsfaktor	Z_B	1.05		-
Einzeleingriffsfaktor	Z_D	1.00		-
Zonenfaktor	Z_H	2.43		-
Elastizitätsfaktor	Z_E	191.65		-
Überdeckungsfaktor	Z_{eps}	0.87		-
Schrägenfaktor	Z_{beta}	1.00		-
Produkt $Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V$		1.00		-
Werkstoffpaarungsfaktor	Z_W	1.00		-
Größenfaktor	Z_X	1.00	1.00	-
Lebensdauerfaktor (Standardbed.)	Z_{NT}	1.60	1.60	-
Zul. Hertzische Pressung	$\sigma_{\text{H} \text{P}}$	2400.00	2400.00	N/mm ²
Mindestsicherheit	S_{Hmin}	1.00		-
Sicherheit bezogen auf Moment	S_{HMo}	2.36	11.54	-

Tabelle 79

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Fußtragfähigkeit

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrاد [539]	
Zahnfußpannung	σ_{F}	603.84	618.47	N/mm ²
Zahnfußpannung Nennwert	$\sigma_{\text{F}0}$	352.99	472.88	N/mm ²
Formfaktor	Y_F	1.63	1.38	-
Schrägungswinkelfaktor	Y_{beta}	1.00		-
Spannungskorr.faktor	Y_S	2.08	3.29	-
Größenfaktor	Y_X	1.00	1.00	-
Rel. Stuetzziffer	Y_{delrelT}	1.04	1.57	-
Relativer Oberflächenfaktor	Y_{RelIT}	1.00	1.00	-
Ref.Zahnfuß-Zeitfaktor	Y_{NT}	2.50	2.50	-
Zulässige Zahnfußpannung	$\sigma_{\text{F} \text{P}}$	1673.36	3608.41	N/mm ²
$\sigma_{\text{F} \text{P}}$ mit Wechsellast-Faktoren	Y_A	0.70	1.00	-
Spannungsverhältnis	R	0.00	0.00	-
Grundlastwechselzahl/Nulldurchgänge	NG	0.00	0.00	-
Mindestsicherheit	S_{Fmin}	1.40		-

Tabelle 80

Statische Berechnung DIN 3990 (1987) - Sicherheiten

	Fz	Stufe (Planet-Hohlrاد) @ 120.0° [503]		Einheit
		Planetenrad @ 120.0° [538]	Hohlrاد [539]	
Sicherheit Flanke	S_H	1.54	3.40	-
Rechn. Sicherheit Fuß	S_F	2.77	5.83	-

Tabelle 81

Prinzipskizze der Welle

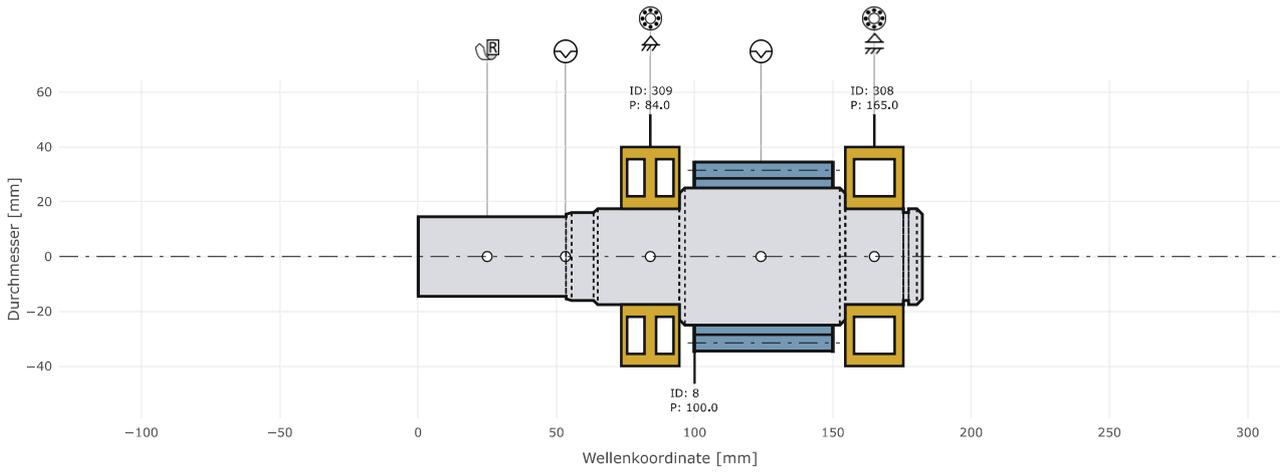


Abbildung 2

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Eingangswelle [4]	Einheit
Werkstoff		42CrMo4 [158]	-
Länge		182.400	mm
Drehzahl	n	23000.00	1/min
Drehrichtung		rechtslaufend	-
Axiale Wellenanfangsordinate		-100.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		900.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	1100.00	N/mm ²

Tabelle 82

Biegemomentenverlauf

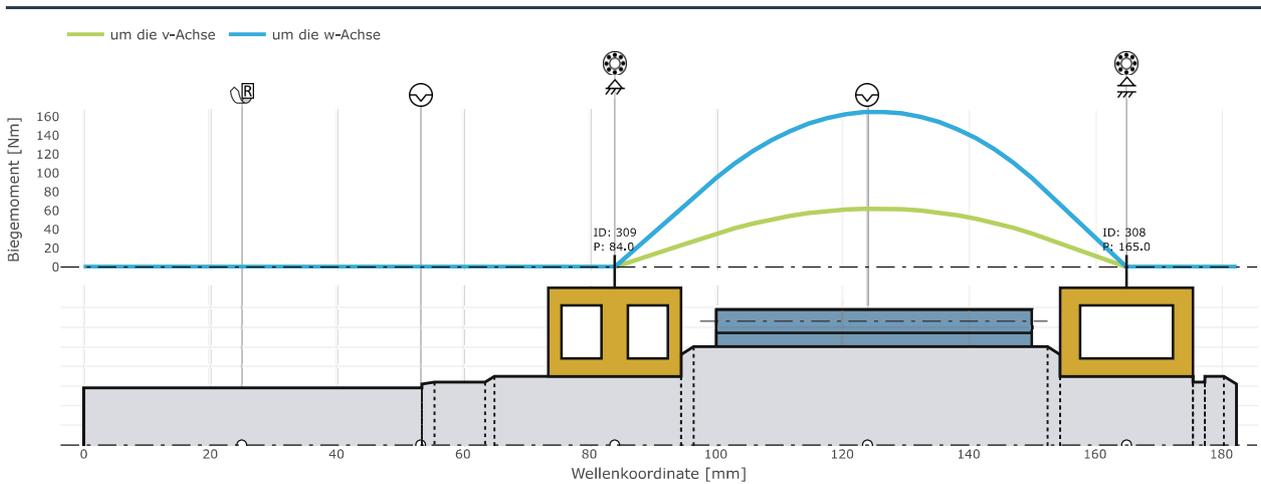


Abbildung 3

Drehmoment- und Torsionsverlauf

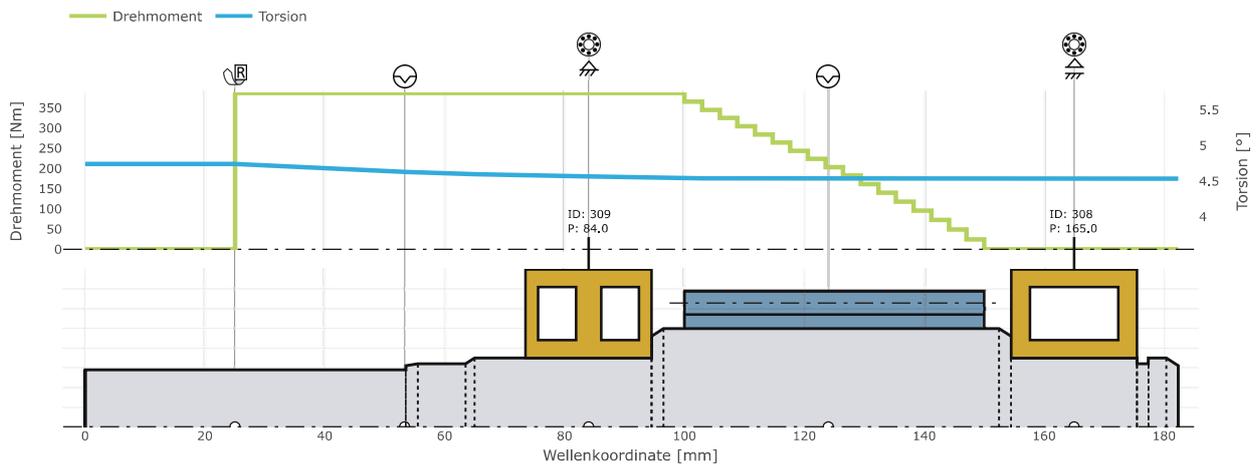


Abbildung 4

DIN 743 (2012) - Allgemeine Daten

	Fz	Eingangswelle [4]		Einheit
		Evolvertenverzahnung [654]	Wellenabsatz RWDR [655]	
Kerbform		Zahnwelle mit Evolvertenverzahnung	Wellenabsatz	-
Belastungsfall		$\sigma_{mv}/\sigma_a = \text{const.}$	$\sigma_{mv}/\sigma_a = \text{const.}$	-
		Größeneinfluss K1		-
Techn. Größeneinfluss K1 Streckgr.	$K_{1(\text{deff})}$	0.83	0.82	-
Techn. Größeneinfluss K1 Bruchfst.	$K_{1(\text{deff})}$	0.87	0.86	-
		Größeneinfluss K2		-
Geom. Größeneinfluss K2 Biegung	$K_{2(d)b}$	0.87	0.91	-
Geom. Größeneinfluss K2 Torsion	$K_{2(d)t}$	0.87	0.91	-
Geom. Größeneinfluss K2 Zug	$K_{2(d)zd}$	1.00	1.00	-
		Größeneinfluss K3		-
Größeneinfluss K3 Bauteil Biegung	$K_{3(d)b}$	0.99	1.00	-
Größeneinfluss K3 Bauteil Torsion	$K_{3(d)t}$	0.98	1.00	-
Größeneinfluss K3 Bauteil Zug	$K_{3(d)zd}$	0.99	1.00	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Biegung	$K_{3(d,BK)b}$	0.99	1.00	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Torsion	$K_{3(d,BK)t}$	0.99	1.00	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Zug	$K_{3(d,BK)zd}$	0.99	1.00	-
		Einfluss Oberfläche		-
Einfl. Oberflächenverf. KV Bieg./T.	K_{Vbt}	1.00	1.00	-
Einfl. Oberflächenverf. KV Zug/D.	K_{Vzd}	1.00	1.00	-
Einfl. Oberflächenrauheit KF B	$K_{F\sigma}$	1.00	0.88	-
Einfl. Oberflächenrauheit KF T	$K_{F\tau}$	1.00	0.93	-

Tabelle 83

DIN 743 (2012) - Kerbelastung

	Fz	Eingangswelle [4]		Einheit
		Evolverterezahnung [654]	Wellenabsatz RWDR [655]	
Wechselbelastung Axialkraft, oberer Wert	Fzd _O	0.00	-0.00	N
Wechselbelastung Biegemoment, Oberer Wert	Mb _O	176.14	0.00	Nm
Wechselbelastung Torsionsmoment, oberer Wert	Mt _O	203.36	387.01	Nm
Belastung - Zug/Druck				-
Maximalspannung Zug/Druck	σ_{zdmax}	0.0	-0.0	MPa
Mittelspannung Zug/Druck	σ_{zdm}	0.0	-0.0	MPa
Spannungsausschlag Zug/Druck	σ_{zda}	0.0	0.0	MPa
Belastung - Biegung				-
Maximalspannung Biegung	σ_{bmax}	10.8	0.0	MPa
Mittelspannung Biegung	σ_{bm}	0.0	0.0	MPa
Spannungsausschlag Biegung	σ_{ba}	10.8	0.0	MPa
Belastung - Torsion				-
Maximalspannung Torsion	τ_{tmax}	6.2	80.8	MPa
Mittelspannung Torsion	τ_{tm}	6.2	80.8	MPa
Spannungsausschlag Torsion	τ_{ta}	0.0	0.0	MPa

Tabelle 84

DIN 743 (2012)- Festigkeiten

	Fz	Eingangswelle [4]		Einheit
		Evolverterezahnung [654]	Wellenabsatz RWDR [655]	
Bauteilfließgrenze				-
Bauteilfließgrenze Zug/Druck	$\sigma_{FK,z}$	748.58	846.30	MPa
Bauteilfließgrenze Biegung	$\sigma_{FK,b}$	898.29	1015.56	MPa
Bauteilfließgrenze Torsion	$\sigma_{FK,t}$	518.63	509.85	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit				-
Bauteil-Wechselfestigkeit Zug/Druck	$\sigma_{WK,zd}$	310.31	-	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit Biegung	$\sigma_{WK,b}$	336.29	-	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit Torsion	$\tau_{WK,t}$	183.19	-	MPa

Tabelle 85

Wellensicherheiten nach DIN 743 (2012)

	Fz	Eingangswelle [4]		Einheit
		Evolverterezahnung [654]	Wellenabsatz RWDR [655]	
Sicherheit gegen Dauerbruch	S _D	25.71	-1.00	-
Sicherheit gegen Fliessen	S _F	58.91	6.31	-
Sicherheit gegen Anriss	S _A	73.69	7.92	-

Tabelle 86

Prinzipskizze der Welle

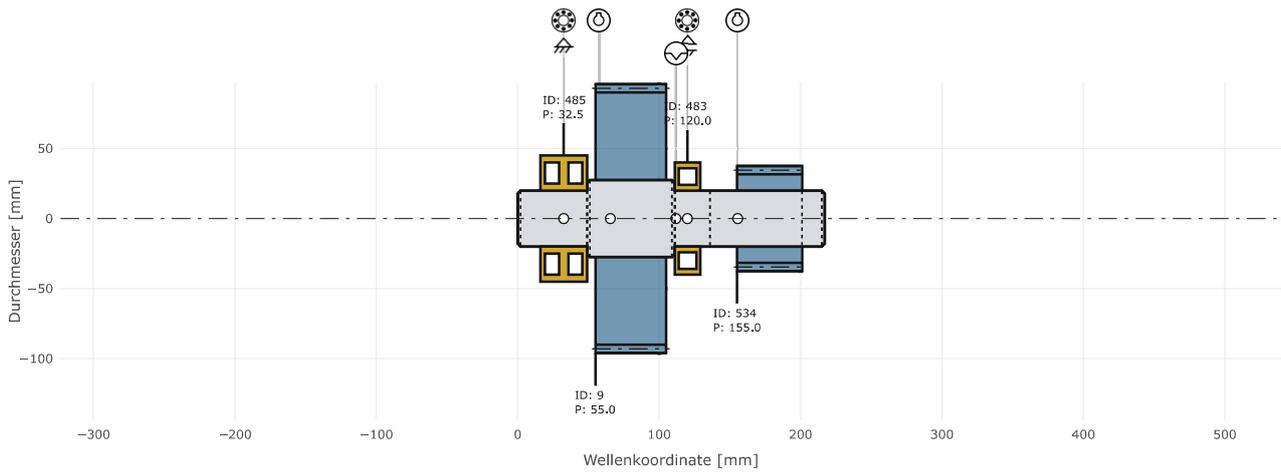


Abbildung 5

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Sonnenwelle [6]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		217.000	mm
Drehzahl	n	7790.32	1/min
Drehrichtung		linkslaufend	-
Axiale Wellenanfangskordinate		-55.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²

Tabelle 87

Biegemomentenverlauf

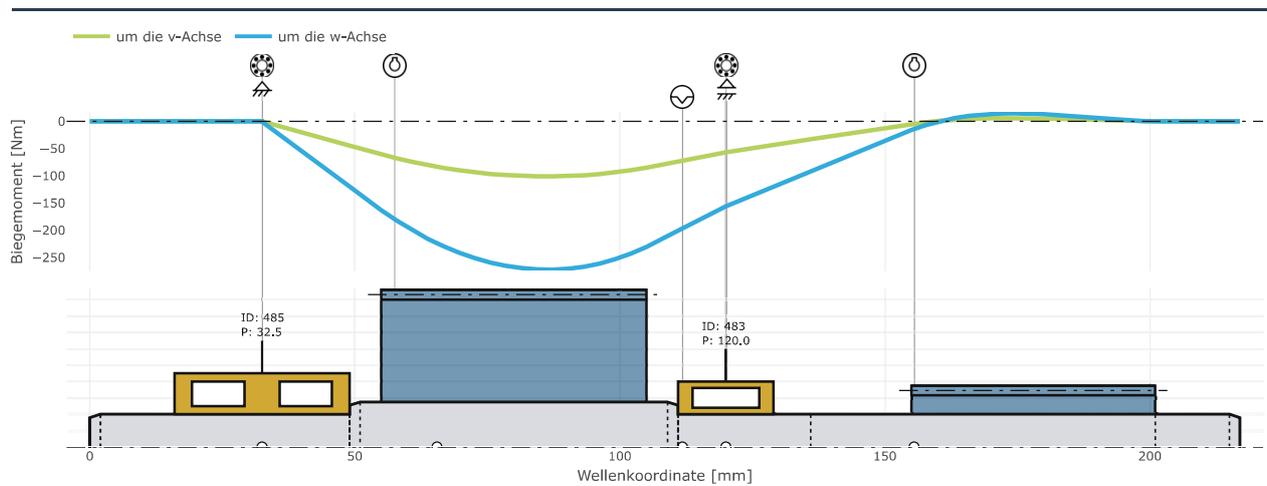


Abbildung 6

Drehmoment- und Torsionsverlauf

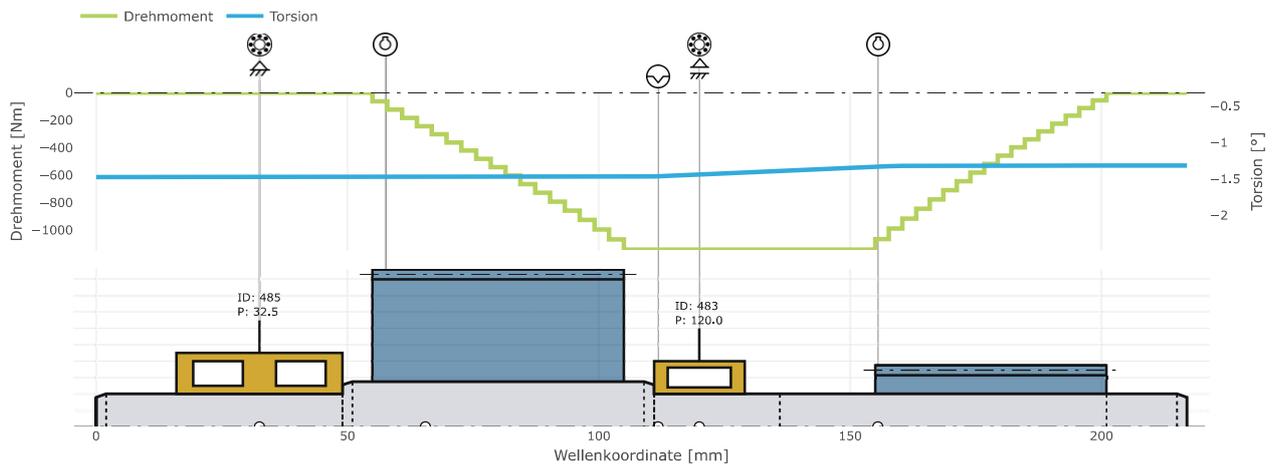


Abbildung 7

DIN 743 (2012) - Allgemeine Daten

	Fz	Sonnenwelle [6]			Einheit
		Passfeder-Verbindung [668]	Wellenabsatz Tonnenlager [675]	Passfeder-Verbindung [678]	
Kerbform		Passfeder-Verbindung (2 Passfedern)	Wellenabsatz mit Freistich	Passfeder-Verbindung	-
Belastungsfall		$\sigma_{mv} = \text{const.}$	$\sigma_{mv} = \text{const.}$	$\sigma_{mv} = \text{const.}$	-
		Größeneinfluss K1			-
Techn. Größeneinfluss K1 Streckgr.	$K_{1(\text{deff})}$	0.82	0.83	0.86	-
Techn. Größeneinfluss K1 Bruchfst.	$K_{1(\text{deff})}$	0.86	0.87	0.90	-
		Größeneinfluss K2			-
Geom. Größeneinfluss K2 Biegung	$K_{2(d)b}$	0.87	0.89	0.89	-
Geom. Größeneinfluss K2 Torsion	$K_{2(d)t}$	0.87	0.89	0.89	-
Geom. Größeneinfluss K2 Zug	$K_{2(d)zd}$	1.00	1.00	1.00	-
		Größeneinfluss K3			-
Größeneinfluss K3 Bauteil Biegung	$K_{3(d)b}$	0.94	1.00	0.96	-
Größeneinfluss K3 Bauteil Torsion	$K_{3(d)t}$	0.97	1.00	0.98	-
Größeneinfluss K3 Bauteil Zug	$K_{3(d)zd}$	0.94	1.00	0.96	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Biegung	$K_{3(d,BK)b}$	0.95	1.00	0.96	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Torsion	$K_{3(d,BK)t}$	0.97	1.00	0.98	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Zug	$K_{3(d,BK)zd}$	0.95	1.00	0.96	-
		Einfluss Oberfläche			-
Einfl. Oberflächenverf. KV Bieg./T.	K_{Vbt}	1.00	1.00	1.00	-
Einfl. Oberflächenverf. KV Zug/D.	K_{Vzd}	1.00	1.00	1.00	-
Einfl. Oberflächenrauheit KF B	$K_{F\sigma}$	1.00	0.92	1.00	-
Einfl. Oberflächenrauheit KF T	$K_{F\tau}$	1.00	0.95	1.00	-

Tabelle 88

DIN 743 (2012) - Kerbbelastung

	Fz	Sonnenwelle [6]			Einheit
		Passfeder-Verbindung [668]	Wellenabsatz Tonnenlager [675]	Passfeder-Verbindung [678]	
Wechselbelastung Axialkraft, oberer Wert	Fzd _O	0.00	0.00	0.00	N
Wechselbelastung Biegemoment, Oberer Wert	Mb _O	238.39	209.53	14.47	Nm
Wechselbelastung Torsionsmoment, oberer Wert	Mt _O	242.93	1142.59	1064.49	Nm
Belastung - Zug/Druck					-
Maximalspannung Zug/Druck	σ_{zdmax}	0.0	0.0	0.0	MPa
Mittelspannung Zug/Druck	σ_{zdm}	0.0	0.0	0.0	MPa
Spannungsausschlag Zug/Druck	σ_{zda}	0.0	0.0	0.0	MPa
Belastung - Biegung					-
Maximalspannung Biegung	σ_{bmax}	14.6	35.4	2.3	MPa
Mittelspannung Biegung	σ_{bm}	0.0	0.0	0.0	MPa
Spannungsausschlag Biegung	σ_{ba}	14.6	35.4	2.3	MPa
Belastung - Torsion					-
Maximalspannung Torsion	τ_{tmax}	7.4	96.6	84.7	MPa
Mittelspannung Torsion	τ_{tm}	7.4	96.6	84.7	MPa
Spannungsausschlag Torsion	τ_{ta}	0.0	0.0	0.0	MPa

Tabelle 89

DIN 743 (2012)- Festigkeiten

	Fz	Sonnenwelle [6]			Einheit
		Passfeder-Verbindung [668]	Wellenabsatz Tonnenlager [675]	Passfeder-Verbindung [678]	
Bauteilfließgrenze					-
Bauteilfließgrenze Zug/Druck	σ_{FK_z}	400.66	467.04	423.70	MPa
Bauteilfließgrenze Biegung	σ_{FK_b}	480.79	536.09	508.44	MPa
Bauteilfließgrenze Torsion	σ_{FK_t}	277.59	281.37	293.55	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit					-
Bauteil-Wechselfestigkeit Zug/Druck	σ_{WK_zd}	83.82	94.07	99.88	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit Biegung	σ_{WK_b}	90.83	117.47	110.90	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit Torsion	τ_{WK_t}	91.24	97.09	110.94	MPa

Tabelle 90

Wellensicherheiten nach DIN 743 (2012)

	Fz	Sonnenwelle [6]			Einheit
		Passfeder-Verbindung [668]	Wellenabsatz Tonnenlager [675]	Passfeder-Verbindung [678]	
Sicherheit gegen Dauerbruch	S _D	6.15	2.81	41.98	-
Sicherheit gegen Fliessen	S _F	24.70	2.86	3.46	-
Sicherheit gegen Anriss	S _A	28.22	5.46	9.84	-

Tabelle 91

Prinzipskizze der Welle

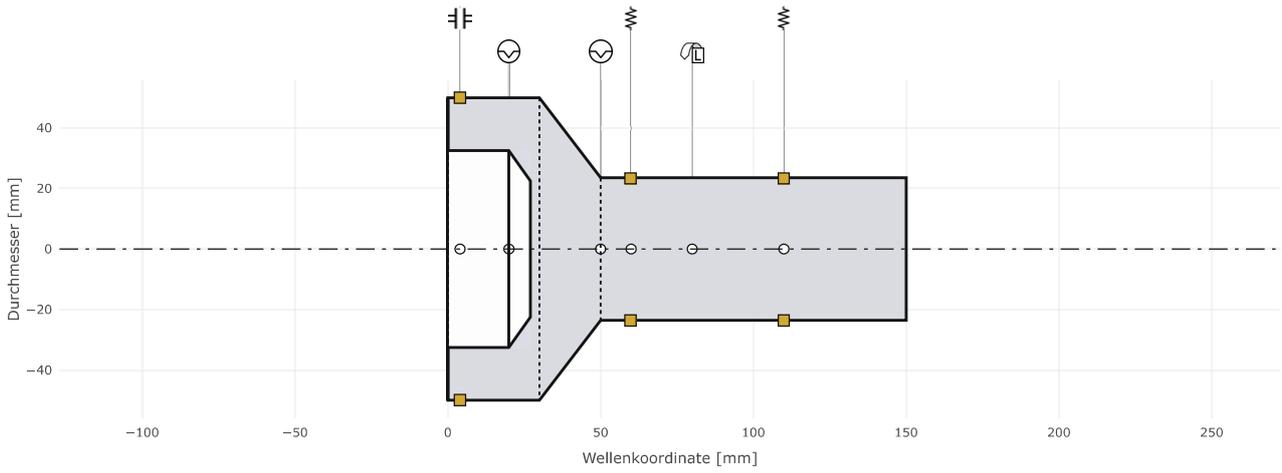


Abbildung 8

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Steg [490]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		150.000	mm
Drehzahl	n	1706.45	1/min
Drehrichtung		linkslaufend	-
Axiale Wellenanfangscoordinate		147.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	v	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ _B	700.00	N/mm ²

Tabelle 92

Biegemomentenverlauf

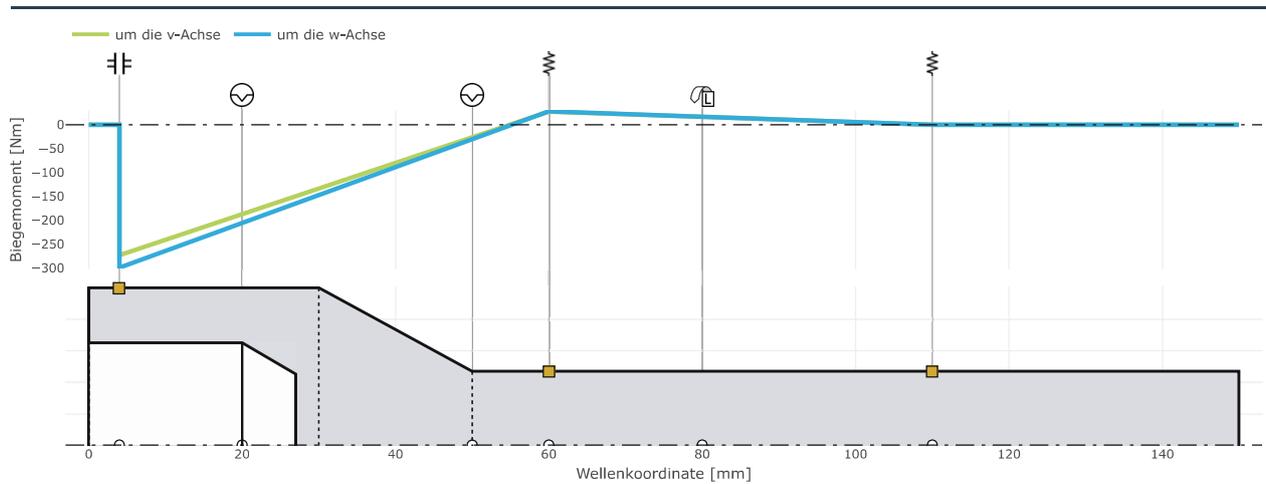


Abbildung 9

Drehmoment- und Torsionsverlauf

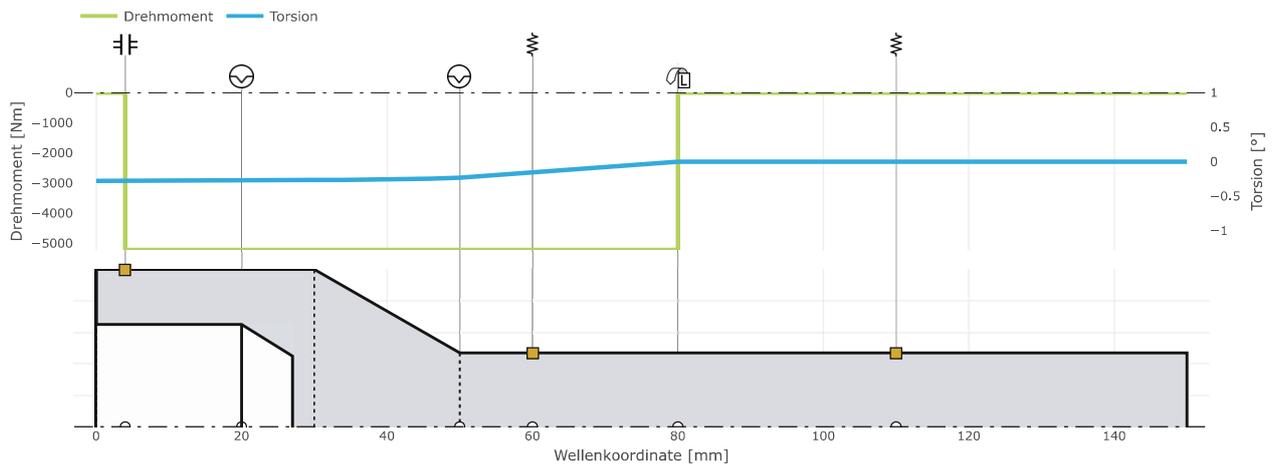


Abbildung 10

DIN 743 (2012) - Allgemeine Daten

	Fz	Steg [490]		Einheit
		Kerbstelle außen [676]	Kerbstelle [677]	
Kerbform		glatte Welle	glatte Welle	-
Belastungsfall		$\sigma_{mv} = \text{const.}$	$\sigma_{mv} = \text{const.}$	-
		Größeneinfluss K1		-
Techn. Größeneinfluss K1 Streckgr.	$K_{1(d)eff}$	0.84	0.73	-
Techn. Größeneinfluss K1 Bruchfst.	$K_{1(d)eff}$	0.88	0.79	-
		Größeneinfluss K2		-
Geom. Größeneinfluss K2 Biegung	$K_{2(d)b}$	0.88	0.83	-
Geom. Größeneinfluss K2 Torsion	$K_{2(d)t}$	0.88	0.83	-
Geom. Größeneinfluss K2 Zug	$K_{2(d)zd}$	1.00	1.00	-
		Größeneinfluss K3		-
Größeneinfluss K3 Bauteil Biegung	$K_{3(d)b}$	1.00	1.00	-
Größeneinfluss K3 Bauteil Torsion	$K_{3(d)t}$	1.00	1.00	-
Größeneinfluss K3 Bauteil Zug	$K_{3(d)zd}$	1.00	1.00	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Biegung	$K_{3(d,BK)b}$	1.00	1.00	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Torsion	$K_{3(d,BK)t}$	1.00	1.00	-
Größeneinfluss K3 Kerbprobe Zug	$K_{3(d,BK)zd}$	1.00	1.00	-
		Einfluss Oberfläche		-
Einfl. Oberflächenverf. KV Bieg./T.	K_{Vbt}	1.00	1.00	-
Einfl. Oberflächenverf. KV Zug/D.	K_{Vzd}	1.00	1.00	-
Einfl. Oberflächenrauheit KF B	$K_{F\sigma}$	0.91	0.92	-
Einfl. Oberflächenrauheit KF T	$K_{F\tau}$	0.95	0.96	-

Tabelle 93

DIN 743 (2012) - Kerbbelastung

	Fz	Steg [490]		Einheit
		Kerbstelle außen [676]	Kerbstelle [677]	
Wechselbelastung Axialkraft, oberer Wert	Fzd _O	0.00	0.00	N
Wechselbelastung Biegemoment, Oberer Wert	Mb _O	40.60	278.45	Nm
Wechselbelastung Torsionsmoment, oberer Wert	Mt _O	5216.17	5216.17	Nm
Belastung - Zug/Druck				-
Maximalspannung Zug/Druck	σ_{zdmax}	0.0	0.0	MPa
Mittelspannung Zug/Druck	σ_{zdm}	0.0	0.0	MPa
Spannungsausschlag Zug/Druck	σ_{zda}	0.0	0.0	MPa
Belastung - Biegung				-
Maximalspannung Biegung	σ_{bmax}	4.0	3.5	MPa
Mittelspannung Biegung	σ_{bm}	0.0	0.0	MPa
Spannungsausschlag Biegung	σ_{ba}	4.0	3.5	MPa
Belastung - Torsion				-
Maximalspannung Torsion	τ_{tmax}	255.9	32.3	MPa
Mittelspannung Torsion	τ_{tm}	255.9	32.3	MPa
Spannungsausschlag Torsion	τ_{ta}	0.0	0.0	MPa

Tabelle 94

DIN 743 (2012)- Festigkeiten

	Fz	Steg [490]		Einheit
		Kerbstelle außen [676]	Kerbstelle [677]	
Bauteilfließgrenze				-
Bauteilfließgrenze Zug/Druck	σ_{FK_z}	412.03	357.41	MPa
Bauteilfließgrenze Biegung	σ_{FK_b}	494.44	393.15	MPa
Bauteilfließgrenze Torsion	σ_{FK_t}	285.47	206.35	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit				-
Bauteil-Wechselfestigkeit Zug/Druck	σ_{WK_zd}	224.84	204.75	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit Biegung	σ_{WK_b}	249.23	214.57	MPa
Bauteil-Wechselfestigkeit Torsion	τ_{WK_t}	154.80	132.60	MPa

Tabelle 95

Wellensicherheiten nach DIN 743 (2012)

	Fz	Steg [490]		Einheit
		Kerbstelle außen [676]	Kerbstelle [677]	
Sicherheit gegen Dauerbruch	S _D	12.87	58.26	-
Sicherheit gegen Fließen	S _F	1.12	6.37	-
Sicherheit gegen Anriss	S _A	4.98	37.67	-

Tabelle 96

Prinzipskizze der Welle

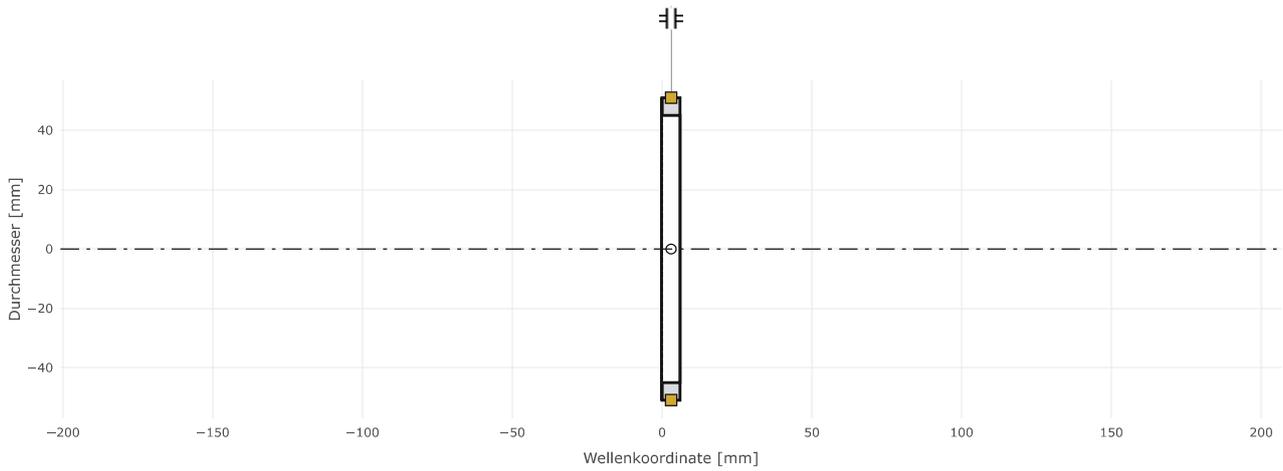


Abbildung 11

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Steg [492]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		6.000	mm
Drehzahl	n	1706.45	1/min
Drehrichtung		linkslaufend	-
Axiale Wellenanfangsordinate		92.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²

Tabelle 97

Biegemomentenverlauf

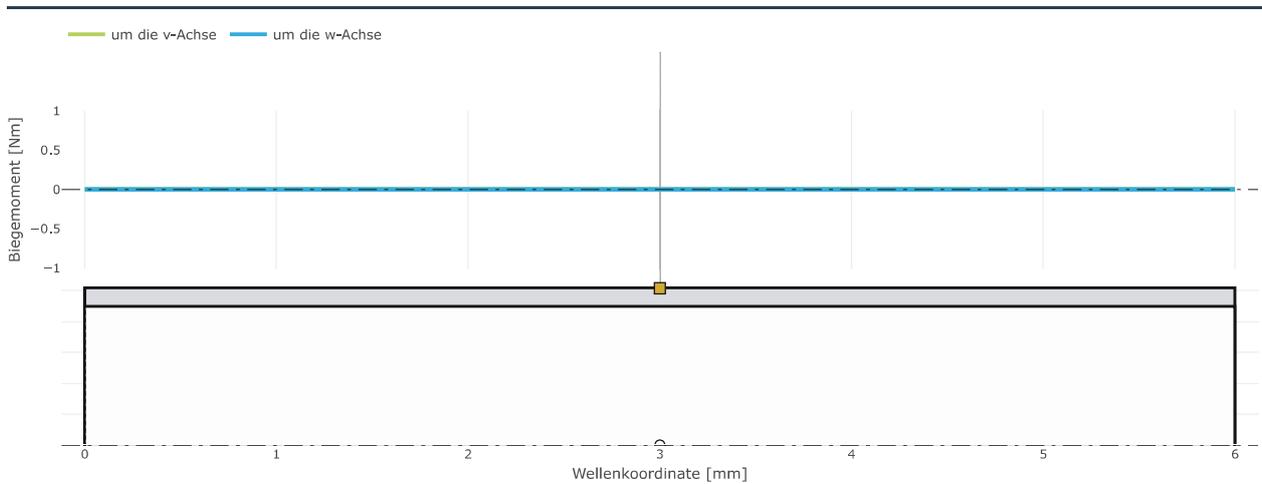


Abbildung 12

Drehmoment- und Torsionsverlauf

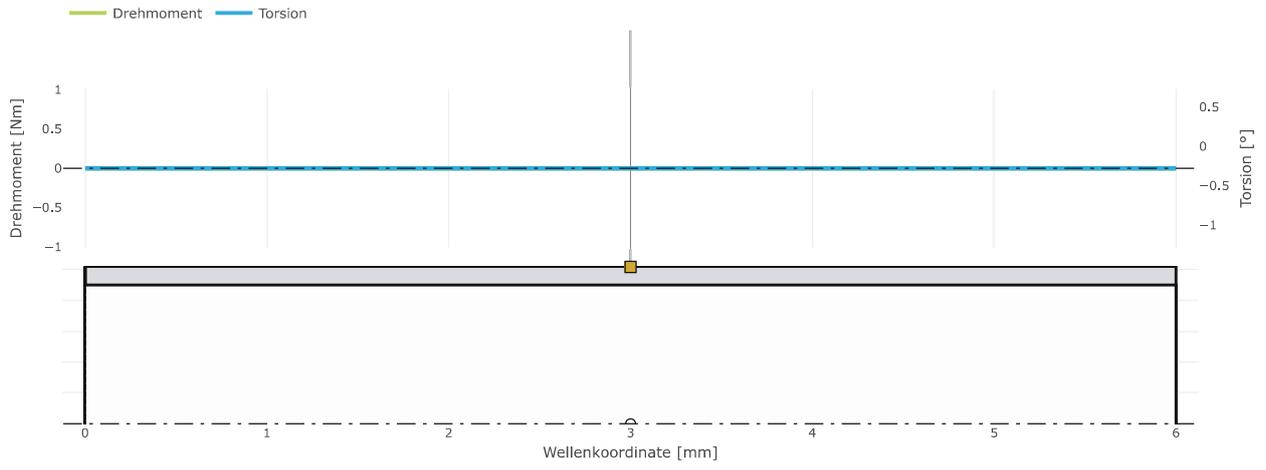


Abbildung 13

Prinzipskizze der Welle

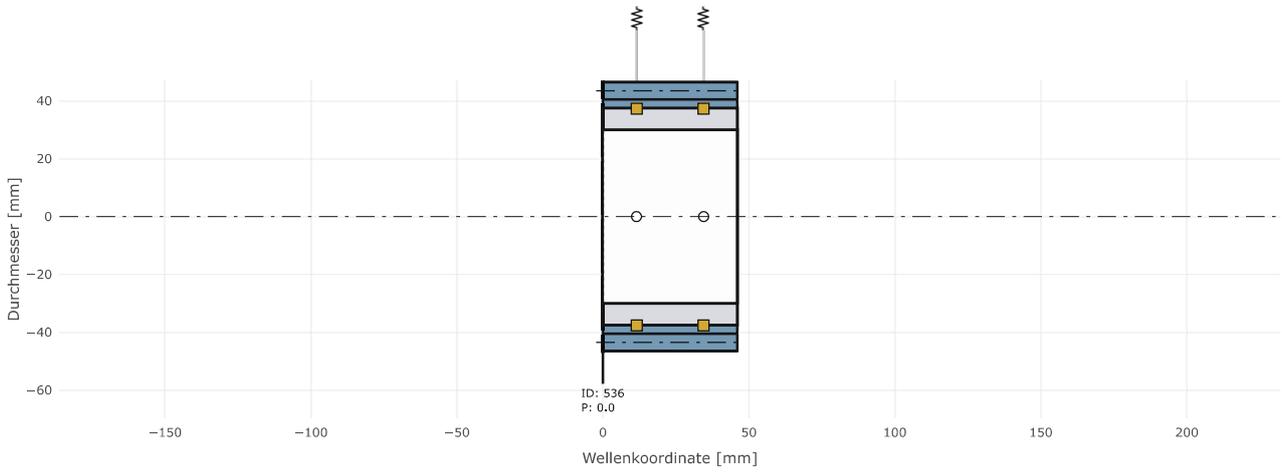


Abbildung 14

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Planetenwelle @ 0.0° [522]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		46.000	mm
Drehzahl	n	4825.14	1/min
Drehrichtung		rechtslaufend	-
Axiale Wellenanfangsordinate		100.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²

Tabelle 98

Biegemomentenverlauf

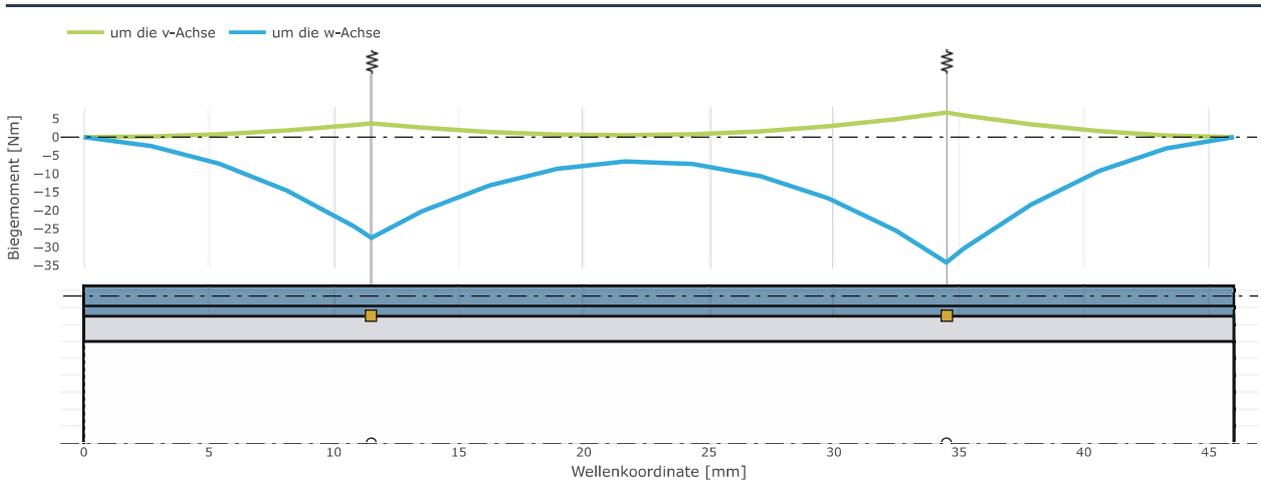


Abbildung 15

Drehmoment- und Torsionsverlauf

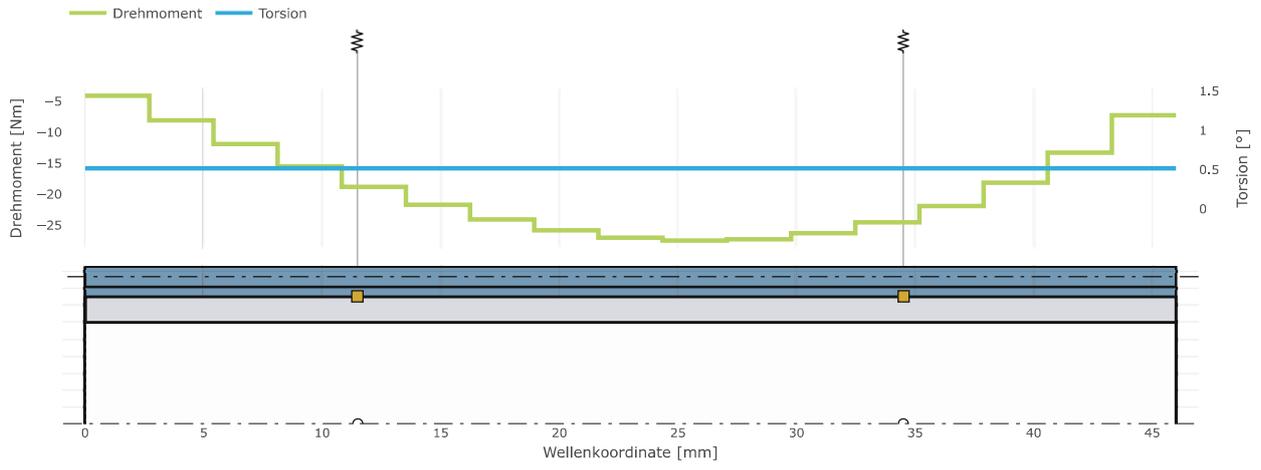


Abbildung 16

Prinzipskizze der Welle

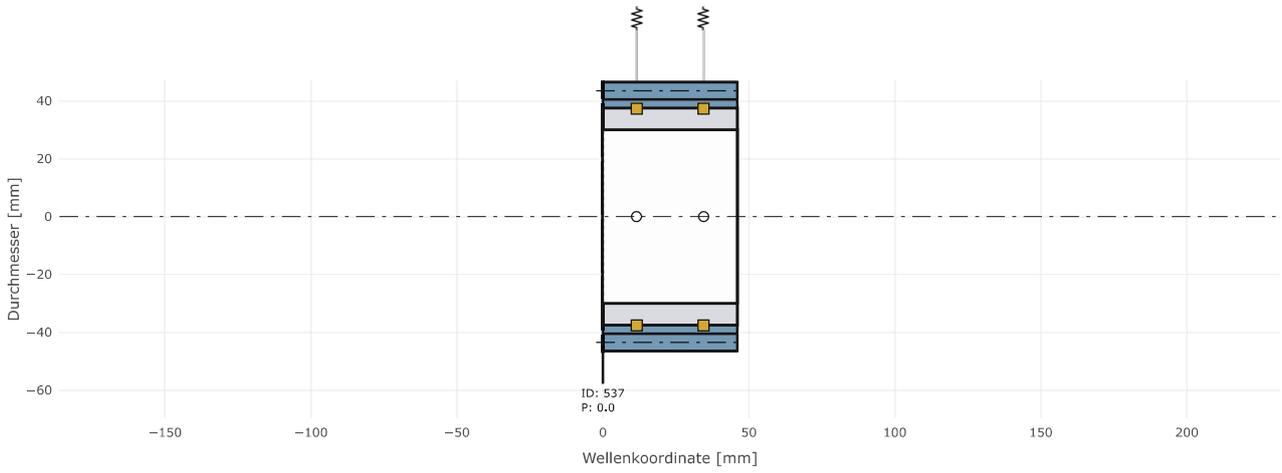


Abbildung 17

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Planetenwelle @ 240.0° [523]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		46.000	mm
Drehzahl	n	4825.14	1/min
Drehrichtung		rechtslaufend	-
Axiale Wellenanfangskoordinate		100.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²

Tabelle 99

Biegemomentenverlauf

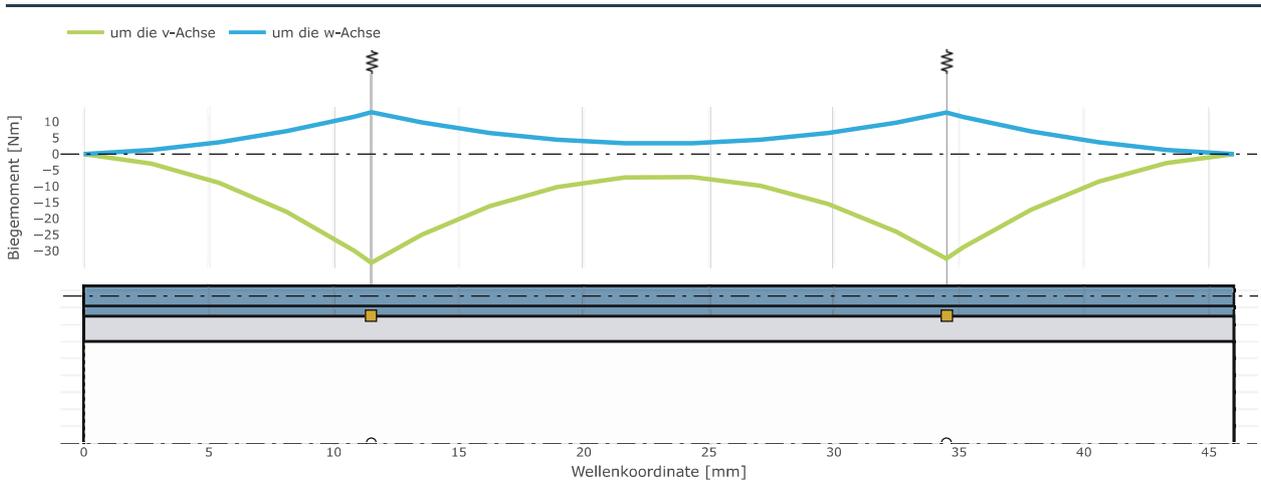


Abbildung 18

Drehmoment- und Torsionsverlauf

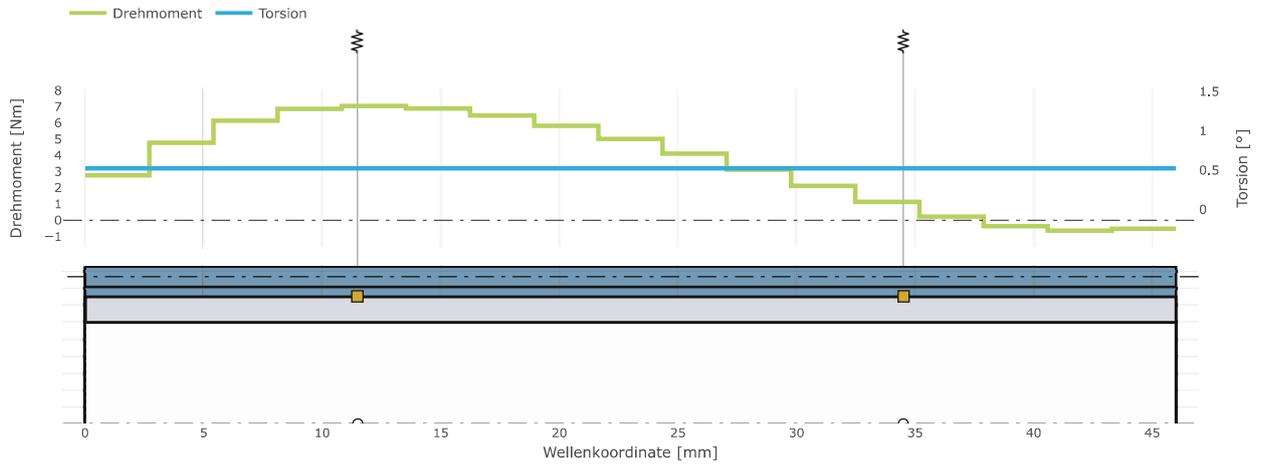


Abbildung 19

Prinzipskizze der Welle

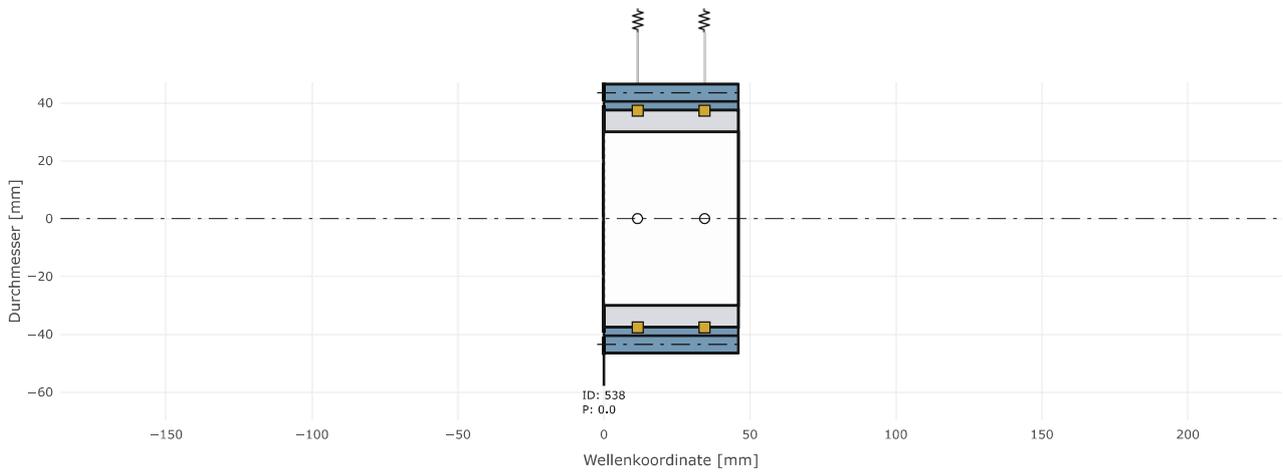


Abbildung 20

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Planetenwelle @ 120.0° [524]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		46.000	mm
Drehzahl	n	4825.14	1/min
Drehrichtung		rechtslaufend	-
Axiale Wellenanfangskoordinate		100.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²

Tabelle 100

Biegemomentenverlauf

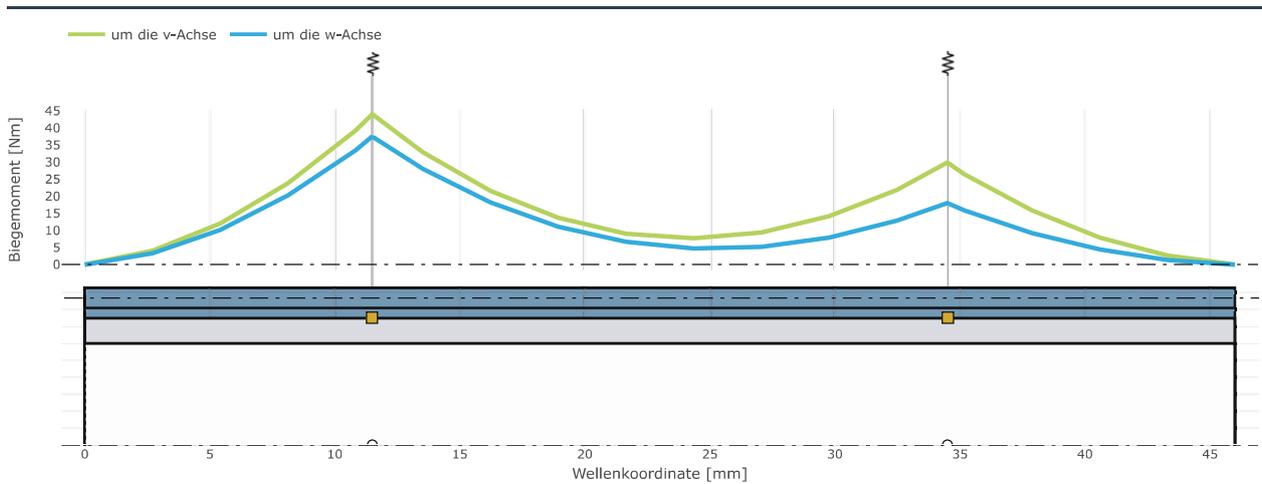


Abbildung 21

Drehmoment- und Torsionsverlauf

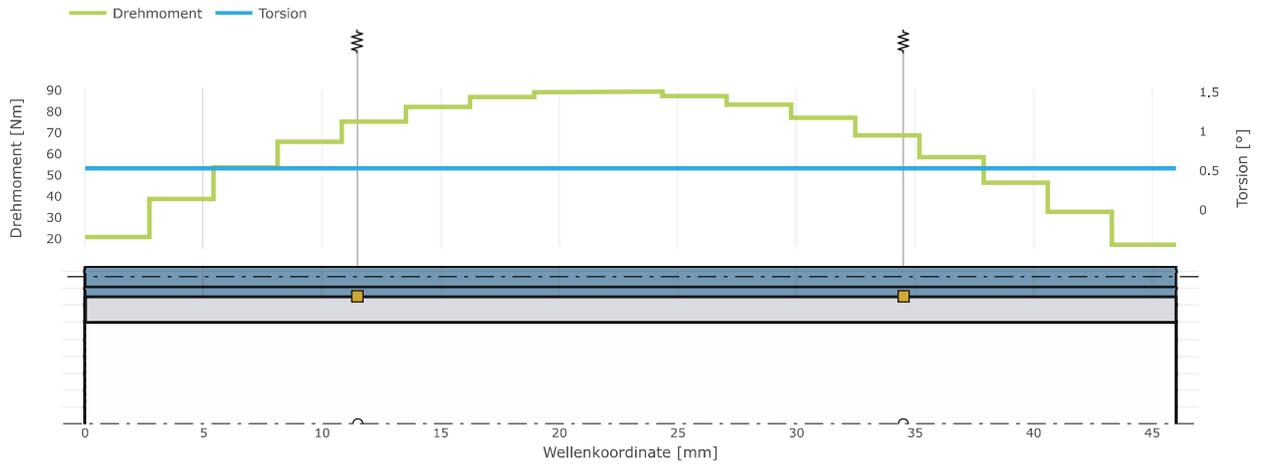


Abbildung 22

Prinzipskizze der Welle

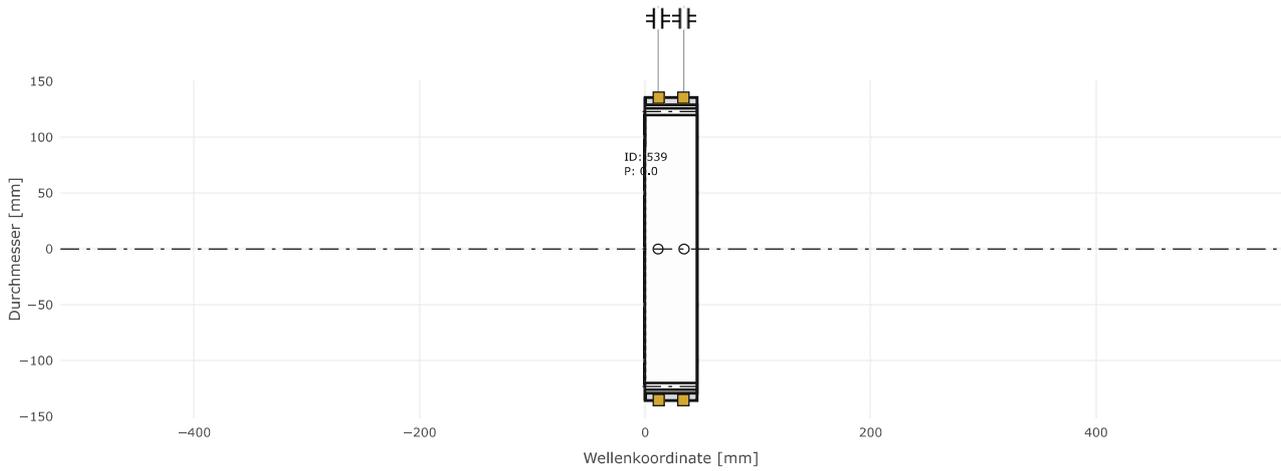


Abbildung 23

Allgemeine Wellendaten

	Fz	Hohlradwelle [543]	Einheit
Werkstoff		C45 [157]	-
Länge		46.000	mm
Drehzahl	n	0.00	1/min
Drehrichtung		--	-
Axiale Wellenanfangsordinate		100.000	mm
Wärmebehandlung		vergütet	-
Werkstoff			-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²

Tabelle 101

Biegemomentenverlauf

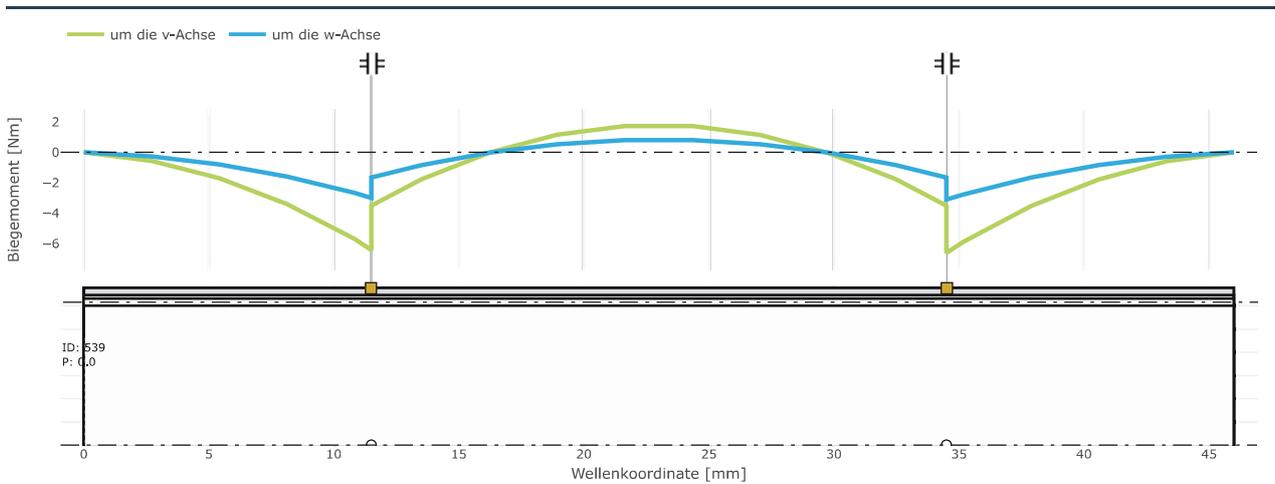


Abbildung 24

Drehmoment- und Torsionsverlauf

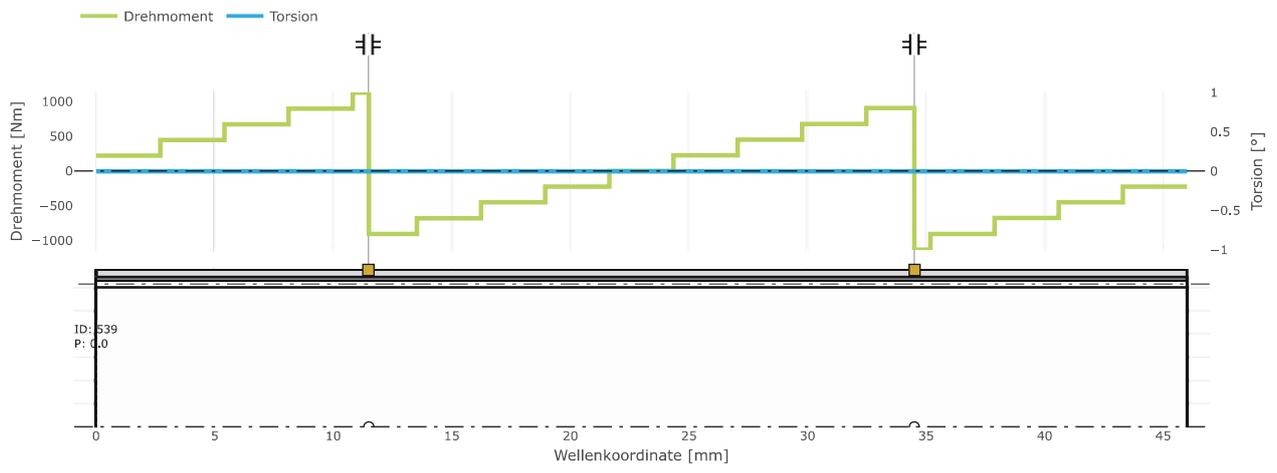


Abbildung 25

Biegemomentenverlauf

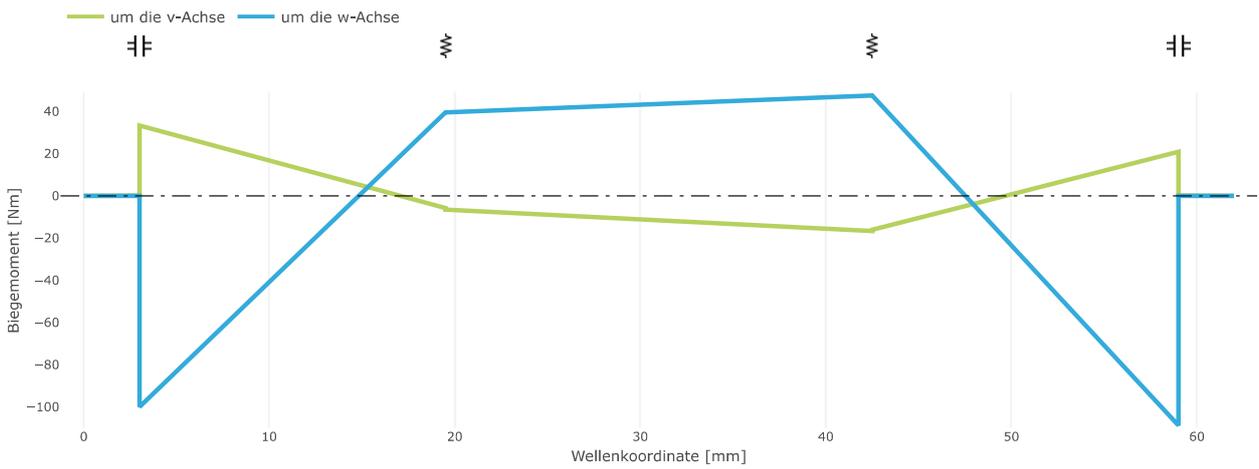


Abbildung 26

Querkraftverlauf

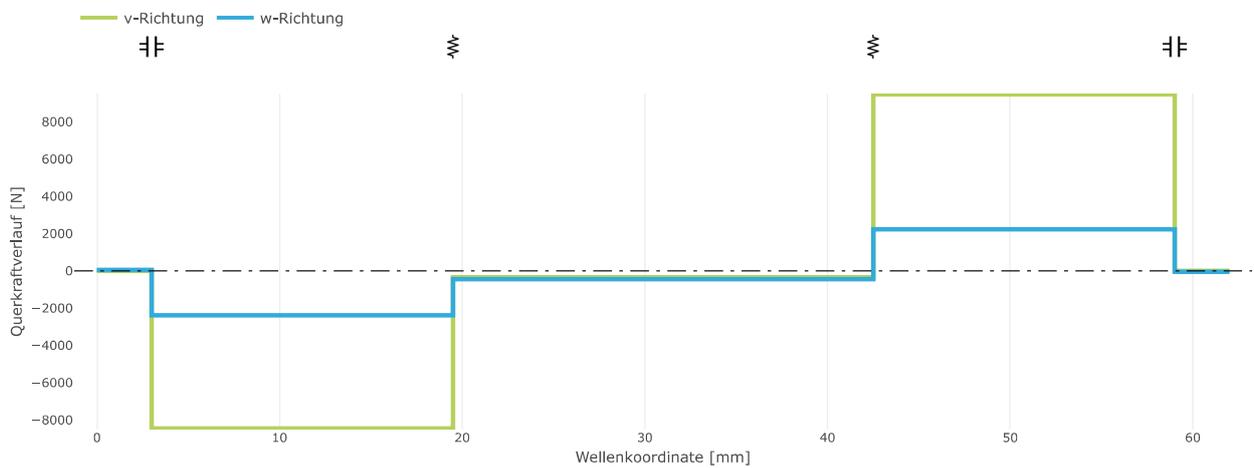


Abbildung 27

Verlagerungen und Verkipungen (Innenring)

	Fz	Bolzen @ 0.0° [553]		Einheit
		Planetenlager @ 0.0° [527]	Planetenlager @ 0.0° [530]	
Position der Innenseite		19.50	42.50	mm
Position der Außenseite		11.50	34.50	mm
Versatz des Innenrings in u-Richtung		0.1	0.1	µm
Versatz des Innenrings in v-Richtung		387.7	387.8	µm
Versatz des Innenrings in w-Richtung		2.0	2.1	µm
Verkipung des Innenrings um die w-Achse	w _w	0.000716	-0.000642	°
Verkipung des Innenrings um die v-Achse	w _v	-0.000201	0.000161	°

Tabelle 102

Koppelungskräfte und -momente

	Fz	Bolzen @ 0.0° [553]		Einheit
		Koppelung @ 0.0° [557]	Koppelung @ 0.0° [561]	
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in u-Richtung		0.0	0.0	N
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in v-Richtung		-9473.1	-8454.2	N
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in w-Richtung		-2593.9	-2735.4	N
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die u-Achse		-0.0	0.0	Nm
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die v-Achse		-21.4	34.0	Nm
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die w-Achse		108.7	-99.9	Nm

Tabelle 103

Lagerkräfte und -momente (Innenring)

	Fz	Bolzen @ 0.0° [553]		Einheit
		Planetenlager @ 0.0° [527]	Planetenlager @ 0.0° [530]	
Lagerreaktionskraft am Innenring in u-Richtung	F _u	-0.0	-0.0	N
Lagerreaktionskraft am Innenring in v-Richtung	F _v	8106.8	9820.5	N
Lagerreaktionskraft am Innenring in w-Richtung	F _w	1303.2	2048.7	N

Tabelle 104



Biegemomentenverlauf

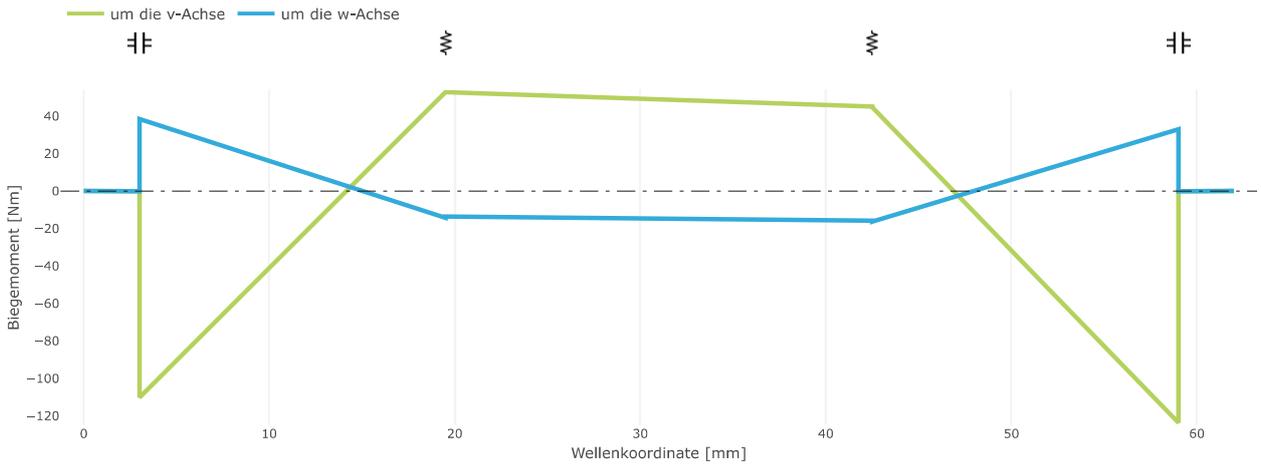


Abbildung 28

Querkraftverlauf

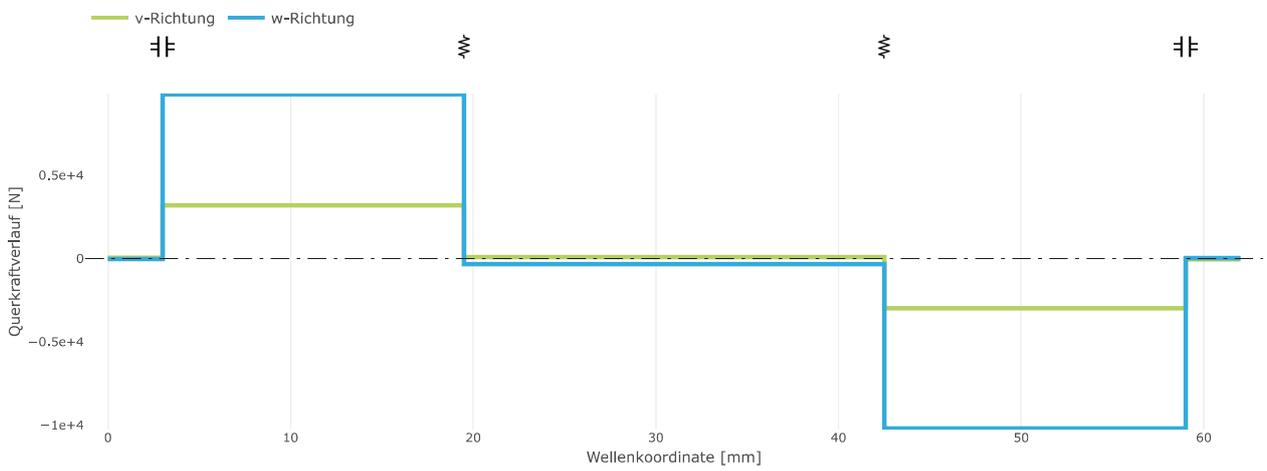


Abbildung 29

Verlagerungen und Verkippungen (Innenring)

	Fz	Bolzen @ 240.0° [554]		Einheit
		Planetenlager @ 240.0° [528]	Planetenlager @ 240.0° [531]	
Position der Innenseite		19.50	42.50	mm
Position der Außenseite		11.50	34.50	mm
Versatz des Innenrings in u-Richtung		-0.1	-0.1	µm
Versatz des Innenrings in v-Richtung		-196.2	-196.3	µm
Versatz des Innenrings in w-Richtung		-336.1	-336.0	µm
Verkippung des Innenrings um die w-Achse	w _w	-0.000230	0.000228	°
Verkippung des Innenrings um die v-Achse	w _v	0.000753	-0.000773	°

Tabelle 105

Koppelungskräfte und -momente

	Fz	Bolzen @ 240.0° [554]		Einheit
		Koppelung @ 240.0° [558]	Koppelung @ 240.0° [562]	
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in u-Richtung		-0.0	-0.0	N
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in v-Richtung		2680.0	2885.3	N
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in w-Richtung		10381.4	10034.6	N
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die u-Achse		-0.0	0.0	Nm
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die v-Achse		123.8	-110.5	Nm
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die w-Achse		-32.5	38.0	Nm

Tabella 106

Lagerkräfte und -momente (Innenring)

	Fz	Bolzen @ 240.0° [554]		Einheit
		Planetenlager @ 240.0° [528]	Planetenlager @ 240.0° [531]	
Lagerreaktionskraft am Innenring in u-Richtung	F _u	0.0	-0.0	N
Lagerreaktionskraft am Innenring in v-Richtung	F _v	-3650.2	-3627.6	N
Lagerreaktionskraft am Innenring in w-Richtung	F _w	-9873.0	-9554.2	N

Tabella 107



Biegemomentenverlauf

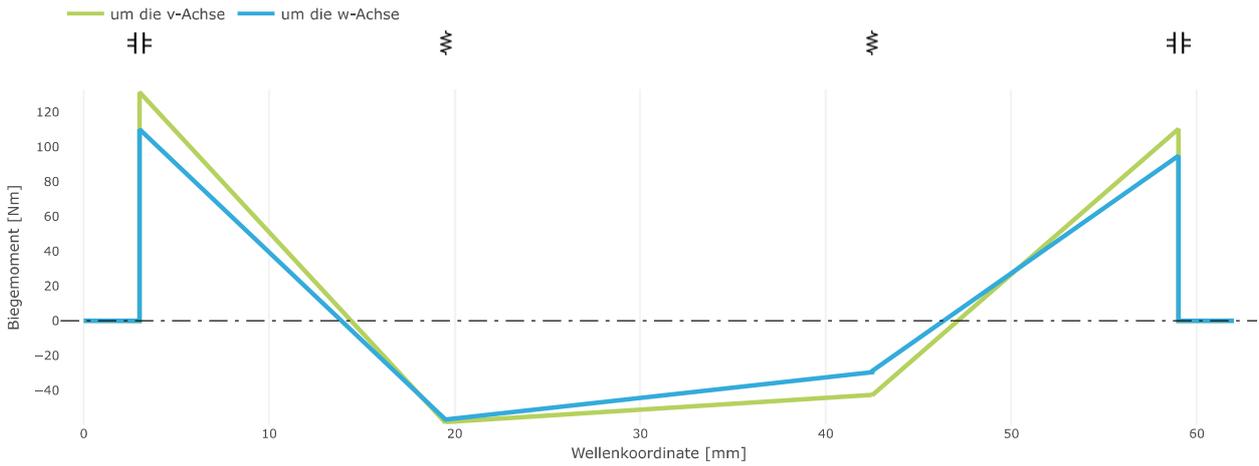


Abbildung 30

Querkraftverlauf

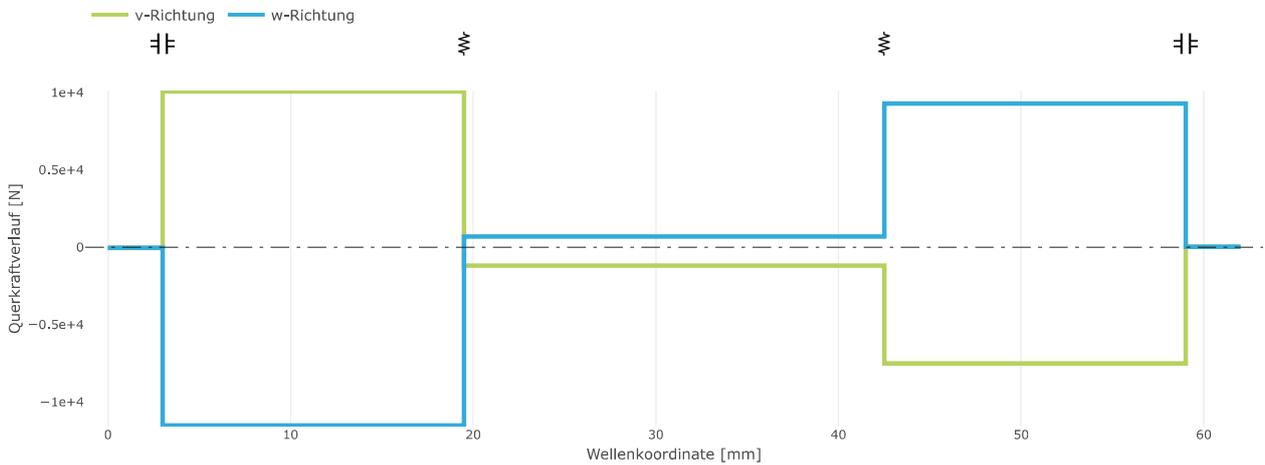


Abbildung 31

Verlagerungen und Verkippungen (Innenring)

	Fz	Bolzen @ 120.0° [555]		Einheit
		Planetenlager @ 120.0° [529]	Planetenlager @ 120.0° [532]	
Position der Innenseite		19.50	42.50	mm
Position der Außenseite		11.50	34.50	mm
Versatz des Innenrings in u-Richtung		-0.0	-0.0	µm
Versatz des Innenrings in v-Richtung		-197.4	-197.0	µm
Versatz des Innenrings in w-Richtung		339.5	339.3	µm
Verkippung des Innenrings um die w-Achse	w _w	-0.000563	0.000780	°
Verkippung des Innenrings um die v-Achse	w _v	-0.000708	0.000863	°

Tabelle 108

Koppelungskräfte und -momente

	Fz	Bolzen @ 120.0° [555]		Einheit
		Koppelung @ 120.0° [559]	Koppelung @ 120.0° [563]	
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in u-Richtung		-0.0	-0.0	N
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in v-Richtung		7815.3	10384.5	N
Reaktionskraft der Koppelung an Seite 1 in w-Richtung		-9109.2	-11342.4	N
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die u-Achse		-0.0	0.0	Nm
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die v-Achse		-110.1	131.2	Nm
Reaktionsmoment der Koppelung an Seite 1 um die w-Achse		-95.4	110.6	Nm

Tabella 109

Lagerkräfte und -momente (Innenring)

	Fz	Bolzen @ 120.0° [555]		Einheit
		Planetenlager @ 120.0° [529]	Planetenlager @ 120.0° [532]	
Lagerreaktionskraft am Innenring in u-Richtung	F _u	0.0	-0.0	N
Lagerreaktionskraft am Innenring in v-Richtung	F _v	-10711.4	-5775.9	N
Lagerreaktionskraft am Innenring in w-Richtung	F _w	12521.0	8919.4	N

Tabella 110

20MnCr5 [156]

Allgemeine Werkstoffdaten

	Fz	20MnCr5 [156]	Einheit
Werkstoffbezeichnung		20MnCr5	-
Werkstoffart		Stahl	-
Werkstoffgruppe nach DIN 743		Einsatzstahl	-
Werkstoffbezeichnung		20MnCr5	-
Wärmebehandlung		einsatzgehärtet	-
Nachbehandlung im Zahnfuß		-	-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Zugfestigkeit	σ _B	1200.00	N/mm ²
Streck- oder Dehngrenze		850.00	N/mm ²
Spezifische Wärmekapazität	c _M	430.00	J/kgK
Spezifische Wärmeleitfähigkeit	λ _M	40.00	W/m-K

Tabella 111

Allgemeine Werkstoffdaten

	Fz	C45 [157]	Einheit
Werkstoffbezeichnung		C45	-
Werkstoffart		Stahl	-
Werkstoffgruppe nach DIN 743		Vergütungsstahl	-
Werkstoffbezeichnung		C45	-
Wärmebehandlung		vergütet	-
Nachbehandlung im Zahnfuß		-	-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Zugfestigkeit	σ_B	700.00	N/mm ²
Streck- oder Dehngrenze		490.00	N/mm ²
Spezifische Wärmekapazität	c_M	430.00	J/kgK
Spezifische Wärmeleitfähigkeit	λ_M	40.00	W/m-K

Tabelle 112

 42CrMo4 [158]

Allgemeine Werkstoffdaten

	Fz	42CrMo4 [158]	Einheit
Werkstoffbezeichnung		42CrMo4	-
Werkstoffart		Stahl	-
Werkstoffgruppe nach DIN 743		Vergütungsstahl	-
Werkstoffbezeichnung		42CrMo4	-
Wärmebehandlung		vergütet	-
Nachbehandlung im Zahnfuß		-	-
Elastizitätsmodul	E	210000	N/mm ²
Schubmodul G		80769.23	N/mm ²
Querkontraktionszahl	ν	0.30	-
Dichte	ρ	7.85	kg/dm ³
Zugfestigkeit	σ_B	1100.00	N/mm ²
Streck- oder Dehngrenze		900.00	N/mm ²
Spezifische Wärmekapazität	c_M	430.00	J/kgK
Spezifische Wärmeleitfähigkeit	λ_M	40.00	W/m-K

Tabelle 113

 ISO-VG-220 [237]

Allgemeine Schmierstoffdaten

	Fz	ISO-VG-220 [237]	Einheit
Schmierstoffbezeichnung		ISO-VG-220	-
Schmierstoffart		Mineralöl	-
Nennviskosität bei 40 °C	ν_{40}	220.00	mm ² /s
Nennviskosität bei 100 °C	ν_{100}	19.00	mm ² /s
Dichte bei 15 °C	ρ	0.90	kg/dm ³
Druck-Viskositäts Koeffizient		0.00	mm ² /N

Tabelle 114