



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna | Austria



Diplomarbeit

Modellierung hydrodynamischer Zahnrad schmierung unter Berücksichtigung von Wärmeübergang und Kavitation

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades einer / eines
Diplom-Ingenieurin (Master of Science), eingereicht an der TU Wien, Fakultät für
Maschinenwesen und Betriebswissenschaften, von

Sylvia Kunert

Mat.Nr.: 01126769

unter der Anleitung/Betreuung von

Priv.-Doz. DI Dr. Bernhard Scheichl

Institut für Strömungsmechanik und Wärmeübertragung

Wien, der 8. November 2022

Anmerkung

Diese Forschungsarbeit, ausgeführt im „Exzellenzzentrum für Tribologie“ (AC2T research GmbH), wurde gefördert durch das österreichische „COMET-Programm“ (Projekt COMET K2 InTribology, Nr. 872176) im Wege der österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft FFG und den Ländern Niederösterreich und Vorarlberg.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde. Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der vom Betreuer beurteilten Arbeit überein.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die vorgelegte Arbeit mit geeigneten und dem derzeitigen Stand der Technik entsprechenden Mitteln (Plagiat-Erkennungssoftware) elektronisch-technisch überprüft wird. Dies stellt einerseits sicher, dass bei der Erstellung der vorgelegten Arbeit die hohen Qualitätsvorgaben im Rahmen der geltenden Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis „Code of Conduct“ an der TU Wien eingehalten wurden. Zum anderen werden durch einen Abgleich mit anderen studentischen Abschlussarbeiten Verletzungen meines persönlichen Urheberrechts vermieden.

Wien, der 8. November 2022

[Vorname Name]

Anerkennung

Ich möchte mich bei der Firma AC2T research GmbH und den Kollegen und Kolleginnen für ihre Unterstützung während der Ausführung der Masterarbeit bedanken.

Ganz besonders möchte ich meinem Masterarbeitsbetreuer Herrn Doz. Bernhard Scheichl und Herrn Ao. Univ. Prof. Herbert Steinrück für ihre Anleitung, Hilfe und ständige Unterstützung während der gesamten Forschungsarbeit danken.

Ich danke weiters Herrn Dominik Cofalka, Geschäftsführer von Reintrieb GmbH für die Möglichkeit diese Arbeit im Rahmen des FFG-COMET-Programmes mit Unterstützung des Unternehmens Reintrieb GmbH (Adresse: Siebensterngasse 32-34, 1070 Wien, Österreich) durchführen zu können.

Besonderer Dank gilt Herrn Dr. Andreas Pauschitz, Geschäftsführer der AC2T research GmbH (Adresse: Viktor-Kaplan-Straße 2/C, 2700 Wiener Neustadt, Österreich) und der Möglichkeit die Masterarbeit im Unternehmen AC2T research GmbH zu verfassen und vieles Wichtige im Bereich des Maschinenwesens lernen zu können.

Ich erinnere mich immer daran, was im Leben wirklich wichtig ist, und danke allen meinen Freunden, Studienkollegen und Studienkolleginnen für die großartige Zeit.

"Not everything that counts can be counted, and not everything that can be counted counts." Albert Einstein

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	7
2	Einleitung	9
2.1	Motivation der Masterarbeit	9
2.2	Aufgabenstellung der Arbeit	10
3	Grundlagen der Tribologie	12
3.1	Grundlagen der Getriebelehre	12
3.2	Kegel-Stirnradgetriebe	13
3.3	Zahnräder	14
3.4	Geradverzahnung	14
3.5	Evolventenverzahnung	15
3.5.1	Grundlagen der Evolventenverzahnung	15
3.5.2	Eingriffsteilung und Umfangsteilung	18
3.5.3	Eingriffslinie	19
3.5.4	Profilüberdeckung	22
3.5.5	Modellbildung der Zahnradpaarung	23
3.5.6	Tangentialer Versatz	27
4	Strömungsmechanische Grundlagen	28
4.1	Strömungsmechanische Grundgleichungen	28
4.1.1	Kontinuitätsgleichung	28
4.1.2	Impulsgleichung	29
4.1.3	Reynoldssche Differentialgleichung	29
4.2	Schmierspaltfunktion Einzel-Eingriff	33
4.3	Schmierspaltfunktion Doppel-Eingriff	36

5	Viskosität und EHD-Theorie	39
5.1	Berechnung der Temperaturverteilung	40
5.2	Zahnrad Werkstoff	42
5.3	Schmierstoffeigenschaften	43
5.4	Viskosität	43
5.4.1	Temperaturabhängigkeit der Viskosität	44
5.4.2	Druckabhängigkeit der Viskosität	46
6	Kavitation	51
6.1	Zeitbereich und Krümmungsradius	52
6.2	Berechnung der Druckverteilung	53
6.3	Druckverteilung der Zahnradpaarung	55
6.4	Hypothese des Kavitationsmodells und Kavitationsbereichs	60
7	Ergebnisse und Zukunftsausblick	61
8	Nomenklatur	62
8.1	Abkürzungen	62
8.2	Lateinische Buchstaben	63
8.3	Griechische Buchstaben	64
8.4	Indizes	65
9	Einverständniserklärungen	66

1 Abstract

In the current state of affairs, technical machines are very important with regard to the efficiency of energy and resources. Reduction of raw materials and global warming force the emission of greenhouse gases to be reduced in every aspect. CO₂ emission is the ability of CO₂ to be released into the atmosphere. The increase in greenhouse gases and aerosol concentrations led to a change in the anthropogenic climate on earth. The greenhouse effect is caused by thermal radiation on the earth's ozone layer, which absorbs the gases carbon dioxide, methane and ozone in particular. Since barely heat is given off, the middle surface and oceans heats up automatically. The warming has the effect of an irreversible increase in the mean surface temperature, sea level and precipitation as well as acidification of the oceans and a melting of the remaining ice deposits. The intergovernmental committee on climate change, also ICPP (Intergovernmental Panel on Climate Change) publishes a comprehensive report every few years, which explicitly describes climate change and presents the prospects for improvement. Industrialization is primarily responsible for the sharp rise in carbon dioxide levels in the atmosphere and the associated global warming. In 1750 the amount of carbon dioxide in the atmosphere was still approx. 315 ppm (parts per million); in 2005 this rose to 401 ppm, currently it is approx. 407 ppm, and the trend is rising. The permissible range for CO₂ concentration is approx. 500 ppm. If this value is exceeded, this can have severe consequences for the climate and life on our planet. The earth stays in contact with the solar and cosmic ray system and works like a sphere which takes in more heat than its releases. A huge amount stays in the dome, so the resulting heat is released to land and oceans. A functioning ecological maritime system should ideally be in equilibrium. In order to keep the earth habitable, methods must be developed to maintain the CO₂ concentration and, at best, to reduce it [1]. Around 95% of the intercontinental and 62% of the intra-European exchange of goods take place via sea transport. Almost 542 million tons of goods were handled in world sea trade in 2021. Due to the advancing international division of labor, the improvement in productivity and the increasing global demand for energy, a further expansion in the area of shipping is to be expected in the coming years. The mineral oil, which is used in shipping as a lubricant in ship's gearbox, accounts for around 10% of global marine oil pollution, along with leaks from oil tankers and drilling rigs [2].

Intensive research is already being carried out on the replacement of oil lubrication by water lubrication on machine elements, which is the focus of this work. Based on the physical properties of oil, its load-bearing capacity is already known. It is to be investigated whether the geometry of the gears also allows lubrication with water and even salt water. Therefore, the efficiency of conventional transmissions and other machine elements in the transport industry must be improved and adapted. This applies not only to gears but also to increasing

the efficiency of accompanying technical systems such as engines and plain bearings.

This work concentrates on the hydrodynamic lubrication in a gear pair of a marine gear. If the conventional lubricant oil is to be replaced by water in the gear unit, it is particularly important that the performance and load-bearing capacity of the loads to be transferred are guaranteed during operation. The size of the lubrication gap in the gear pairing provides information as to whether the gear drive is stable with hydrodynamic lubrication and can be used in industry. The marine and yacht transmission company Reintrieb has started a collaboration with the research company AC2T research GmbH in the field of tribology to develop marine transmissions that can be operated entirely by water lubrication.

This work concentrates on hydrodynamic water lubrication and an evaluation of the load-bearing capacity of the lubrication gap in the gear pairing of the transmission. The geometric models will be explained in section 3 for the lubrication gap are first set up and solved simultaneously in order to determine the number of degrees of freedom. Then the geometric kinematics and Navier-Stokes equations are coupled to determine the speed and pressure profile and thus the size of the minimum gap between the moving gear flanks. In addition, the heating and the associated temperature gradients between the lubricant and the gearwheel material are determined. The properties of the viscosity of water and conventional gear oils are compared with each other and individually evaluated as a lubricant for the gap. Finally, the possibility of cavitation is examined. A pressure distribution of the gear with a hypothesis of a cavitation model with JFO (Jacobson, Floberg, Olsson)-condition is set up in order to determine the resulting pressure distribution in the event of cavitation. Various approaches can be used to improve the tribology to lubricants and gears. This includes the optimization of the component surface texture and the further development of materials, lubricants and, if necessary, their additives. As the lubrication gap increases, the likelihood of mixed friction due to the interaction of roughness peaks as well as hydrodynamic friction due to shear of the lubricant decreases. In the case of higher stressed EHD (elastohydrodynamic) contacts, intensive research has been carried out on this topic to this day. The aim of this work is to examine and improve the load-bearing capacity and service life of hydrodynamic lubrication of tribological contacts in machine elements (here gear pairing). The main point is on higher loaded rolling / sliding contacts, for which the elastohydrodynamic lubrication theory (see section 5) applies. For this purpose, an overview of the fundamentals of gear geometry and kinematics is given in section 3 and of fluid mechanics in section 4 created. So far, slip-prone elastohydrodynamic contacts have been little investigated. With EHD contacts, the elastic deformation of the contact partners creates the size of a realistic, load-bearing lubrication gap. In addition a pressure profile of the gear pair will be calculated and created with a hypothesis of cavitation (will be explained in section 6). A résumé of the results and future outlook to this work will be summarized in section 7. This work is intended to provide a better understanding of the evaluation of various lubricants and their effect on the geometric lubrication gap and gear kinematics [3].

2 Einleitung

Diese Arbeit hat das Ziel den Ersatz bisheriger ölgeschmierter Schiffsgetriebe durch neue rein durch Wasser geschmierte Getriebesysteme in Betrachtung auf dem Gebiet der Tribologie, Zahnradkinematik, Chemie und Strömungsmechanik zu evaluieren und damit den Stand der Ölverschmutzung der Ozeane und Natur in Zukunft zu verbessern.

2.1 Motivation der Masterarbeit

Heute spielen Energie-Effizienz und Schonung der Ressourcen beim Betrieb von Maschinen eine große Rolle. Vor allem die globale Erwärmung erzwingt die Emissionsreduzierung von Treibhausgasen. CO₂-Emission (lateinisch emittiere „heraussenden“) ist die Abgabefähigkeit von CO₂ in die Atmosphäre. Der Anstieg der Treibhausgase und Aerosolkonzentration führte zu einer Veränderung des anthropogenen Klimas auf der Erde. Der Treibhauseffekt entsteht durch die thermische Strahlung auf die Ozonschicht, welche besonders die Gase Kohlenstoffdioxid, Methan und Ozon aufnimmt. Da keine Wärme abgegeben wird, erwärmt sich automatisch die mittlere Oberfläche. Die Erwärmung hat die Wirkung einer irreversiblen Erhöhung der mittleren Oberflächentemperatur, des Meeresspiegels und des Niederschlages sowie in Folge eine Versauerung der Ozeane und ein Abschmelzen der noch vorhandenen Eisvorkommen. Der zwischenstaatliche Ausschuss zur Klimaänderung, auch IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change) veröffentlicht im Abstand von einigen Jahren einen umfassenden Bericht, welcher den Klimawandel explizit beschreibt und die Perspektiven zur Verbesserung vorstellt. Die Industrialisierung ist hauptverantwortlich für den starken Anstieg des Kohlenstoffdioxidgehalts in der Atmosphäre und die damit verbundene Erderwärmung. Im Jahre 1750 betrug die Menge an Kohlenstoffdioxid in der Atmosphäre noch ca. 315 ppm (parts per million), diese stieg im Jahr 2005 auf 401 ppm an, aktuell sind es ca. 407 ppm, Tendenz steigend. Der zulässige Bereich der CO₂-Konzentration beträgt ca. 500 ppm. Wird dieser Wert überschritten kann dies schwerwiegende Folgen für das Klima und das Leben auf unserem Planeten haben. Die Erde steht im solaren Strahlenaustausch, jedoch nicht vollständig im thermodynamischen Gleichgewicht und funktioniert wie eine permeable Kuppel welche mehr Wärme in sich aufnimmt als sie wieder abgibt. Ein Großteil der Wärme bleibt erhalten, sodass die entstehende Wärmemenge an die Landfläche und die Ozeane abgegeben wird. Das maritime ökologische System der Ozeane sollte sich idealerweise im Gleichgewicht befinden. Um die Erde bewohnbar zu halten, müssen Methoden entwickelt werden, damit die CO₂-Konzentration nicht weiter ansteigt und bestenfalls reduziert wird [1]. Geschätzt 95 % interkontinentales und 62 % innereuropäischer Transport von Gütern und Waren ereignen sich über weltweite Seehandelswege. Im Jahr 2021 wurden geschätzt 542 Millionen Tonnen Güter

auf den Weltseehandelswegen umgeschlagen. Wegen der sich weiterentwickelnden internationalen Arbeitsteilung, Produktionssteigerung und dem globalen Anstieg des Energiebedarfs kann mit einer Erweiterung der Seeschifffahrt gerechnet werden. In der Schifffahrtstechnik wird primär Mineralöl als Schmiermittel in den Schiffsgetrieben eingesetzt und entspricht geschätzt 10 % der globalen maritimen Ölverschmutzung, neben auslaufenden Lecks an Öltankern und Bohrinnseln [2].

Es wird bereits intensiv an der Ersetzung von Ölschmierung durch Wasserschmierung in Maschinenelementen geforscht [4], worauf sich diese Arbeit schwerpunktmäßig konzentriert. Anhand der physikalischen Eigenschaften von Öl ist bereits seine Tragfähigkeit bekannt, es soll untersucht werden, ob die Geometrie der Zahnräder auch eine Schmierung mit Wasser und sogar Salzwasser ermöglicht. Daher muss die Effizienz von konventionellen Getrieben und weiteren Maschinenelementen in der Verkehrsindustrie verbessert und angepasst werden. Dies gilt nicht nur für Getriebe sondern ebenfalls auch für technische Systeme wie Motoren und Gleitlager. Diese Arbeit konzentriert sich auf die hydrodynamische Schmierung in einer Zahnradpaarung eines Schiffsgetriebes. Wenn der konventionelle Schmierstoff Öl durch Wasser im Getriebe ersetzt werden soll, ist insbesondere wichtig, dass die Leistung und Tragfähigkeit der zu übertragenden Lasten im Betrieb zu gewährleisten sind. Die Größe des Schmierpalts in der Zahnradpaarung gibt darüber Auskunft, ob das Zahnradgetriebe bei hydrodynamischer Schmierung tragfähig ist und in der Industrie eingesetzt werden kann.

Das Schiffs- und Yachtgetriebe Unternehmen Reintrieb GmbH hat in Zusammenarbeit mit dem Forschungsunternehmen AC2T research GmbH im Bereich der Tribologie ein Forschungsprojekt gestartet, Schiffsgetriebe zu entwickeln, welche komplett mit Wasserschmierung betrieben werden könnten. Diese Arbeit konzentriert sich hierbei auf die hydrodynamische Wasserschmierung und einer Evaluierung der Tragfähigkeit des Schmierpalts in der Zahnradpaarung des Getriebes [3].

2.2 Aufgabenstellung der Arbeit

In dieser Arbeit werden zuerst die geometrischen Modelle zum Schmierpalt aufgestellt und simultan gelöst, um die Zahl der Freiheitsgrade festzulegen. Anschließend werden die geometrische Kinematik und Navier-Stokes-Gleichungen gekoppelt, um das Geschwindigkeits- und Druckprofil und somit die Größe des minimalen Spalt zwischen den bewegten Zahnradflanken zu bestimmen. Zusätzlich werden die Erwärmung und damit verbundenen Temperaturverläufe zwischen Schmierstoff und Zahnradmaterial bestimmt. Die Eigenschaften der Viskosität von Wasser und herkömmlichen Getriebeölen werden miteinander verglichen und als Schmiermittel individuell für den Spalt evaluiert. Es wird ein Druckprofil der Zahnradpaarung ermittelt mit einer Hypothese des Kavitationsmodells mit JFO(Jakobsson, Floberg, Olsson)-Bedingung. Durch verschiedene Lösungsansätze kann eine Optimierung von Getrieben und den zugehörigen Schmiermitteln erzielt werden. Dies könnte durch die Entwicklung von Materialien, Schmierstoffen und Additiven erreicht werden. Es wird an hoch belasteten EHD (elastohydrodynamischen) Kontakten ausgeprägt im Bereich Forschung und Entwicklung geforscht. Das Ziel dieser Arbeit ist eine Simulation und Auswertung, um die Tragfähigkeit und Langlebigkeit einer hydrodynamischen Schmierung eines Zahnradpaarung in einem

Schiffsgetriebe zu untersuchen und zu verbessern. Dazu wird ein Überblick in die Grundlagen der Zahnradgeometrie und Kinematik in Kapitel 3 und zur Strömungsmechanik in Kapitel 4 erstellt. Es wird auf die mathematische Herleitung der Kinematik und der Strömungsvorgänge eingegangen. Anschließend werden in Kapitel 5 die Ergebnisse der Simulation und die EHD-Theorie betrachtet. Es werden die Wirkung der Temperatur und des Drucks auf die Viskositätszustände im Schmierpalt erörtert. Bisher wurden schlupfbehafte elastohydrodynamische Kontakte wenig untersucht. Bei EHD-Kontakten wird durch die elastische Deformation der Kontaktpartner die Größe eines realistischen tragfähigen Schmierpalts erstellt. Diese Arbeit soll ein besseres Verständnis zur Evaluierung von verschiedenen Schmiermitteln und deren Wirkung auf den geometrischen Schmierpalt und die Zahnradkinematik ermöglichen. Die experimentelle Untersuchung von EHD-Kontakten und direkte Betrachtung der Schmierpaltvorgänge ist nur durch sehr kostenaufwendige Versuchskonstruktionen möglich. Dadurch wird ein analytisches Simulationsmodell für Kinematik und Strömungsmechanik erstellt, um die sich einstellende Schmierpaltgröße unter der Annahme eines rein hydrodynamischen Schmierzustandes festzulegen. Bei der Simulation werden verschiedene Schmierstoffe verglichen, um ein optimiertes hydrodynamisches System zu ermöglichen. Anschließend wird das Druckprofil der Zahnradpaarung und Hypothese zur Kavitation in Kapitel 6 untersucht. In Kapitel 7 wird die Arbeit mit einem Resümee der Resultate und einem Zukunftsausblick von Forschungsoptionen im Themengebiet tribologischer Kontakte abgeschlossen.

3 Grundlagen der Tribologie

Der Begriff Tribologie stammt aus dem Griechischen abgeleitet vom Wort „tribein“, übersetzt „reiben“ und steht für die Lehre der Reibung in der Naturwissenschaft. Die Naturwissenschaft der Tribologie ist interdisziplinär und wird in den Bereichen Werkstoffwissenschaft, Maschinenbau, Chemie und Physik verwendet. Leonardo Da Vinci hatte bereits 1492 einen ersten Ansatz zur Tribologie und verfasste diesen im Codex Madrid I. Der Codex Madrid ist eine Sammlung von Skizzen und Berechnungen zur Geographie, Mechanik, Mathematik und Geometrie, Waffentechnik und Architektur. Sein Ansatz beinhaltet, dass die Reibungskraft proportional zur Normalkraft ist [5, 6]. Die Reibung ist zusätzlich abhängig von der Oberflächenrauheit der Wirkflächenpaare und bietet die Möglichkeit durch einen Schmierstoff reduziert werden zu können [7]. Der Ansatz von Leonardo Da Vinci legte die Grundlage für das coulombsche Reibungsgesetz, welches als Zusammenhang zwischen der Reibungszahl μ als Proportionalitätsfaktor zwischen Normalkraft und Reibungskraft [8] hergestellt werden kann:

$$F_R = \mu \cdot F_N. \quad (1)$$

Zu diesem Bereich zählen Technologien und Modelle, welche Reibungszustände optimieren können. Diese Technologien wurden nach Czichos als "wechselwirkende Oberflächen in relativer Dynamik" [9, 10]. Die Lehre der Tribologie beschäftigt sich mit den Reibungszuständen und Schmierstoffeigenschaften sowie die Verschleißmechanismen an Maschinenelementen wie Gleitlagern und Getrieben. Durch die Forschung in der Tribologie können neue Ansätze zur Oberflächenbehandlung und -beschichtung sowie Werkstoffauswahl zur Verbesserung der tribologischen Systeme aufgestellt werden. Durch die Forschungsergebnisse in der Tribologie können Reibungszustände im Bereichen der Konstruktion und Entwicklung enorme Einsparungen im Material- und Energieeinsatz sowie bei der Fertigung und Instandhaltung der Maschinenelemente erzielt werden. Die Tribologie wird in der technischen Mechanik verwendet um Näherungen aufstellen zu können, welche nahest möglich an reale Zustände heranreichen. Zusätzlich beschäftigt sich die Reibungslehre nicht nur mit der theoretischen Berechnung von Kräften, sondern auch mit Verschleißmechanismen und Lärmemission [10].

3.1 Grundlagen der Getriebelehre

In der Antriebstechnik kann die mechanische Leistung des Motors meist nicht direkt genutzt werden und muss wie in den meisten Systemen umgewandelt werden. Die mechanische Leistung muss je nach Situation und Funktion in verschiedenen Formen zur Verfügung gestellt werden [11]. In der Kraftfahrzeugtechnik wird zum Start beim Anfahren des Systems

enorm viel „Kraft“ durch die Antriebsleistung aufgebracht, um das Fahrzeug in Bewegung zu bringen. Anschließend wird die „Geschwindigkeit“ des System eingestellt, um in gewisser Zeit größtmögliche Strecken zurücklegen zu können. Diese Steuerung und Regelung zwischen Drehmoment und Drehzahl werden durch Getriebe ermöglicht. Um eine hohe Geschwindigkeit und Drehzahl bzw. Kraft zu erreichen, können Getriebe die zugeführte Leistung steuern und regulieren. Zusätzlich lässt auch die Drehrichtung des Getriebes beeinflussen. Die Funktion des Rückwärtsgangs hat eine wichtige Bedeutung in der Fahrzeugtechnik und der Schiffstechnik [11]. Getriebe realisieren grundlegend die Aufgaben:

- Leistungsübertragung,
- Beeinflussung der Drehrichtung sowie Regulierung der Drehzahl und des Drehmomentes.

3.2 Kegel-Stirnradgetriebe

Getriebe bestehen aus Zahnradpaarungen aufgebracht auf voneinander entfernten Wellen in beliebiger Lage. Es existieren Getriebe in zahlreichen Ausführungen. Diese Arbeit konzentriert sich auf Kegel-Stirnradgetriebe. Bei hohen Anforderungen von Tragkraft und Laufruhe wie in der Schiffstechnik wird meist Spiralverzahnung und wegen der unvermeidlichen Verformung eine breitenballige Ausführung der Verzahnung eingesetzt. Als betreibendes Zahnrad wird meist die schnelllaufende Stufe gewählt. Die Geräuschanforderungen der Kegelradverzahnung können mit unterschiedlicher Qualität durch Schräg- und Bogenverzahnung erreicht werden, welche jedoch in höher belasteten Stufen deutlich teurer werden. Zusätzlich würde eine hohe Axialbelastung der Lager entstehen, damit sollten bei langsam laufenden Stunden steifere Zahnradpaarungen verwendet werden [12]. Das Auftrag gebende Unternehmen Reintrieb GmbH ist im Besitz des Europäischen Patent EP 2614000 B1 (14.02.2018), in welchem der Konstruktionsaufbau dieser Antriebs Elemente festgehalten ist. Der Fokus wird auf die Funktionsfähigkeit der sich im Eingriff befindenden Wirkflächenpaare der Zahnräder festgelegt. Das Ziel ist ein tragfähiger Schmierspalt bei Wasserschmierung, um derartige Getriebe auch in höheren Leistungsklassen ausführen zu können. Die Getriebe- und Zahnrad-Geometrien basieren in Abstimmung mit Reintrieb wie in der Abbildung 1 auf der nächsten Seite dargestelltem Getriebe mit einer Eingangsleistung von 20 kW, welches durch ein Kegelradgetriebe, 4 Radialgleitlager und 2 Axiallager festgelegt ist [3].

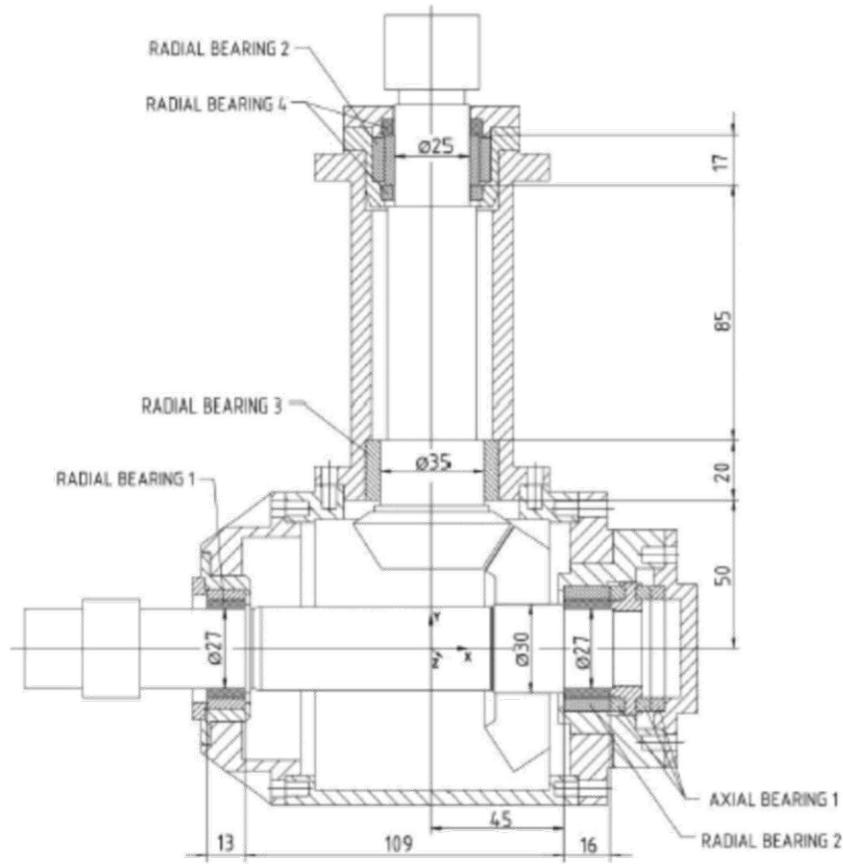


Abbildung 1: Konstruktionszeichnung des Getriebes © in Anlehnung an [3]

3.3 Zahnräder

Zahnräder sind Grundkörper mit aufgesetzten Zähnen, welche paarweise mit ihren Zähnen ineinandergreifen und dadurch eine Drehbewegung mit Übertragung von mechanischer Energie zwischen zwei Wellen erzeugen. Meist mit dem Ziel einer Änderung der Winkelgeschwindigkeit und bei leistungsführenden Paarungen auch eine Änderung des Drehmoments. Ein Rädersatz besteht aus mindestens zwei Elementen: Ritzel und Rad. Wird eine gleichförmige (konstante) Übertragung vorausgesetzt, so müssen die Grundkörper der Räder Rotationskörper sein, deren Achsen mit den Drehachsen der sie tragenden Wellen oder Achsen zusammenfallen [13].

3.4 Geradverzahnung

Geradstirnräder verursachen keine Axialkräfte und sind daher für große Umfangskräfte geeignet und aufgrund des Eingriffstoßes bei höheren Umfangsgeschwindigkeiten geräuschvoller. Schrägstirnzahnräder haben bessere Überdeckung und sind daher leiser, haben höhere Tragfähigkeit, rufen dafür aber Axialkräfte hervor. Diese können durch besondere Maßnahmen wie Doppelverzahnung und Druckkamm ausgeglichen werden. Bei mehrstufigen Getrieben

sollte die schnelllaufende Stufe, welche den höchsten Geräuschanteil hervorruft, schrägverzahnt und mit besserer Verzahnungsqualität ausgeführt werden, die langsam laufenden Stufen dagegen, welche das höhere Moment führen, geradzahnt, wobei auch die besseren Werkstoffe auf dieser Stufe konzentriert werden [13]. Dem analytischen Teil dieser Arbeit werden ausschließlich geradzahnte Eingriffe zugrundegelegt.

3.5 Evolventenverzahnung

Durch die geeigneten Eingriffsverhältnisse und der relativ unkomplizierten Fertigung und weiten Anwendungsbereich wird im Bereich des Maschinenbaus die Evolventen-Zahnform von Zahnrädern primär verwendet [14].

3.5.1 Grundlagen der Evolventenverzahnung

Bei einer Evolventenverzahnung setzt sich die Zahnform aus zwei Evolventen zusammen. Eine Kreisevolvente wird durch das Abrollen einer Rollgeraden auf dem Grundkreis des Zahnrädkörpers erstellt. Damit entsteht eine Bahnkurve, welche die Evolventenform beschreibt und vom Grundkreisdurchmesser abhängig ist. Zwei spiegelverkehrte Evolventen bilden die Grundform eines Zahnes siehe Abbildung 2. Je länger die Evolvente wird, umso größer wird auch der Krümmungsradius (kleinere Krümmung der Bahnkurve). Die Evolventenbogenlänge entspricht dem Krümmungsradius. Der Zahngrund wird ausgerundet, damit es im Eingriff nicht zur Berührung zwischen Zahnkopf und Zahnfuß zweier Zahnräder kommt. Innerhalb des Grundkreises findet keine Berührung und dadurch keine Kraftübertragung zwischen den Zahnflanken statt. Analog zum Fußkreisdurchmesser, lässt sich dem Zahnrad ein Kopfkreisdurchmesser zuordnen [14].

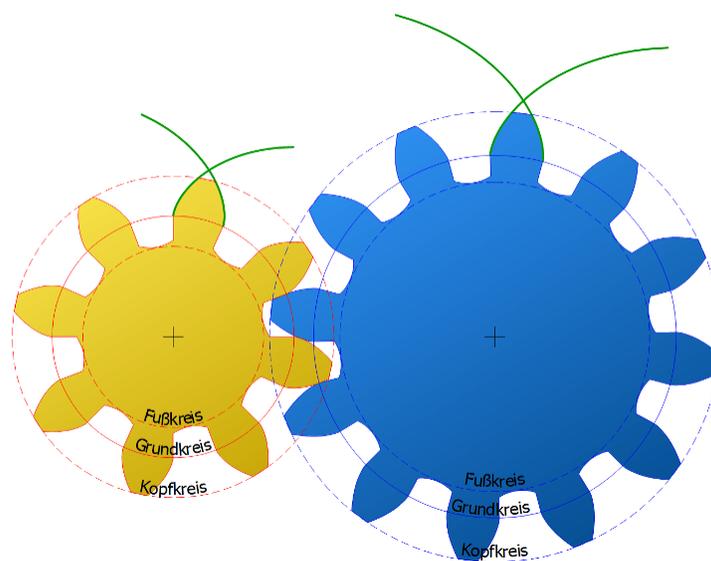


Abbildung 2: Kopf-, Fuß- und Grundkreisdurchmesser eines Evolventenzahnrades © in Anlehnung an [15]

Die Abbildung 3 stellt die zum Grundkreis mit Radius r_b gehörende Evolvente dar. Durch den Winkel α , welcher zwischen der Geraden GT und GP aufgespannt wird, lässt sich ein Punkt P auf dieser Evolvente festlegen. Der Punkt G steht für den Mittelpunkt des Grundkreises und Punkt T für den Tangentenpunkt auf diesem Grundkreis. Die Länge der Geraden TP ist mit dem Krümmungsradius der Evolvente im Punkt P identisch. Die bereits auf dem Grundkreis abgerollte Strecke TP der bogenförmigen Abrollgerade auf dem Grundkreis ST (rot markierte Linie) entspricht der Geraden TP , da die Rollgerade gleitfrei auf dem Grundkreis [16] abwält:

$$ST = TP. \quad (2)$$

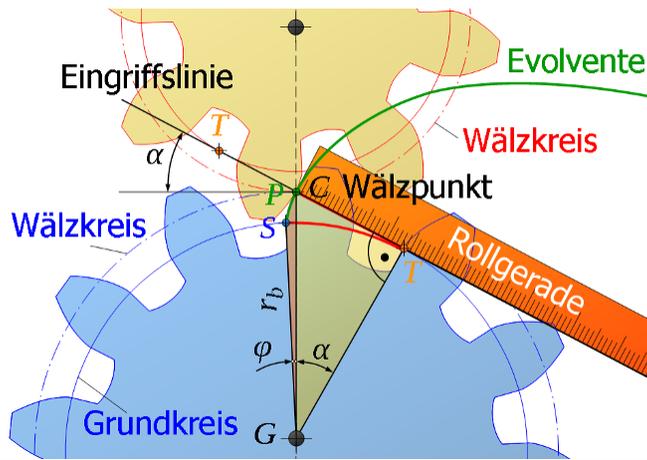


Abbildung 3: Konstruktion einer Evolvente © in Anlehnung an [15]

Der Winkel α beschreibt hier einen Punkt auf der Evolvente, jedoch ist der Winkel φ für viele geometrische Berechnungen von großer Bedeutung [16]. Anders formuliert beschreibt der Winkel φ die Breite des aus der Evolvente entstehenden Zahnes, d.h. den Winkel zwischen der Verbindungslinie vom Grundkreismittelpunkt G zum Startpunkt der Evolvente S und vom Grundkreismittelpunkt G zu Punkt P [17]. Folgender Zusammenhang stellt sich zwischen Winkel φ und α dar:

$$ST = r_b \cdot (\varphi + \alpha) = TP \quad (3)$$

$$= r_b \cdot \tan(\alpha) \quad (4)$$

$$ST = TP \quad (5)$$

$$r_b \cdot (\varphi + \alpha) = r_b \cdot \tan(\alpha) \quad (6)$$

$$\varphi = \tan(\alpha) - \alpha. \quad (7)$$

Die sich aus der Gleichung ergebende Funktion wird als Evolventen-Funktion bzw. Involut-Funktion $\text{inv}(\alpha)$ (engl. Involut = Evolvente) bezeichnet. Die Winkel sind für die Evolventen-Funktion im Bogenmaß anzugeben [16].

$$\text{inv}(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha = \varphi \quad \text{Involut - Funktion (Evolventen - Funktion)}. \quad (8)$$

Damit ordnet die Evolventen-Funktion $\text{inv}(\alpha)$ einem Evolventen-Punkt P (definiert durch Winkel α) der Senkrechten des Startpunkts der Evolvente einstellenden Winkel φ zu. Daraus können viele geometrische Zahnradgrößen ermittelt werden. Der Winkel α der Evolventen-Funktion lässt sich als Betriebseingriffswinkel α_b interpretieren, wenn der Punkt P sich auf dem Wälzkreis befindet und damit den Wälzpunkt C ergibt (P=CP=C). Wenn sich der Punkt P auf dem Teilkreis des Zahnrades befindet, erhält man als Winkel den Normaleingriffswinkel α_0 [16].

3.5.2 Eingriffsteilung und Umfangsteilung

Die Evolventen der Zahnräder sind zueinander äquidistant und haben damit in allen Punkten einen senkrechten Abstand zueinander, welcher als Eingriffsteilung p_e bezeichnet wird, siehe Abbildung 4 [14].

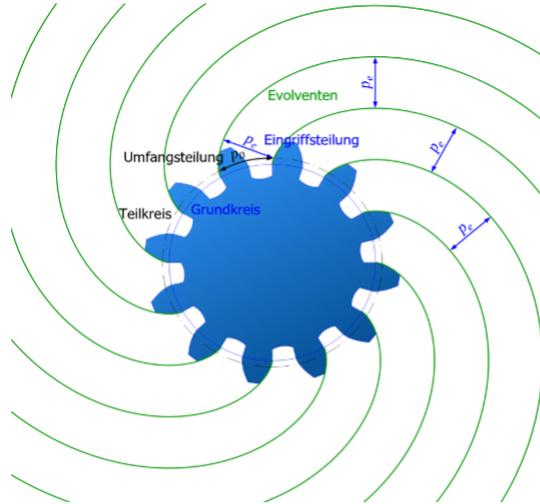


Abbildung 4: Zahnflanken als äquidistante Evolventen © in Anlehnung an [15]

Die Umfangsteilung p_0 ist definiert als der bogenförmige Abstand zweier benachbarter, gleichgerichteter Zahnradflanken auf dem Teilkreis (Wälzkreis bei Normaleingriffsverhältnissen). Die Eingriffsteilung p_e steht für den senkrechten Abstand zweier benachbarter, gleichgerichteter Zahnradflanken, siehe Abbildung 5. Dies ist identisch mit dem Abstand zweier in Kontakt stehender Flanken auf der Eingriffsstrecke. Beide Teilungen stehen über dem Normaleingriffswinkel [18] im Zusammenhang:

$$p_e = p_0 \cdot \cos(\alpha_0). \quad (9)$$

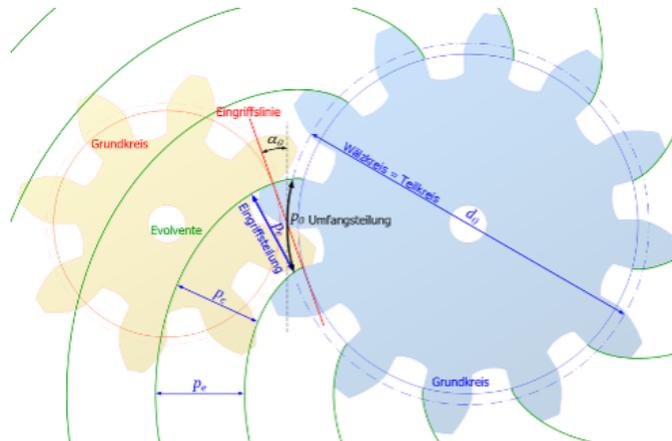


Abbildung 5: Eingriffslinie mit Teilung © in Anlehnung an [15]

Aus den Zahnabmessungen und -größen, sowie dem Teilkreisdurchmesser d_0 lässt sich der Kopfkreisdurchmesser d_a und der Fußkreisdurchmesser d_f berechnen. Die Abbildung 6 zeigt eine Übersicht der wichtigsten Gleichungen zur Konstruktion einer Evolventenverzahnung [18].

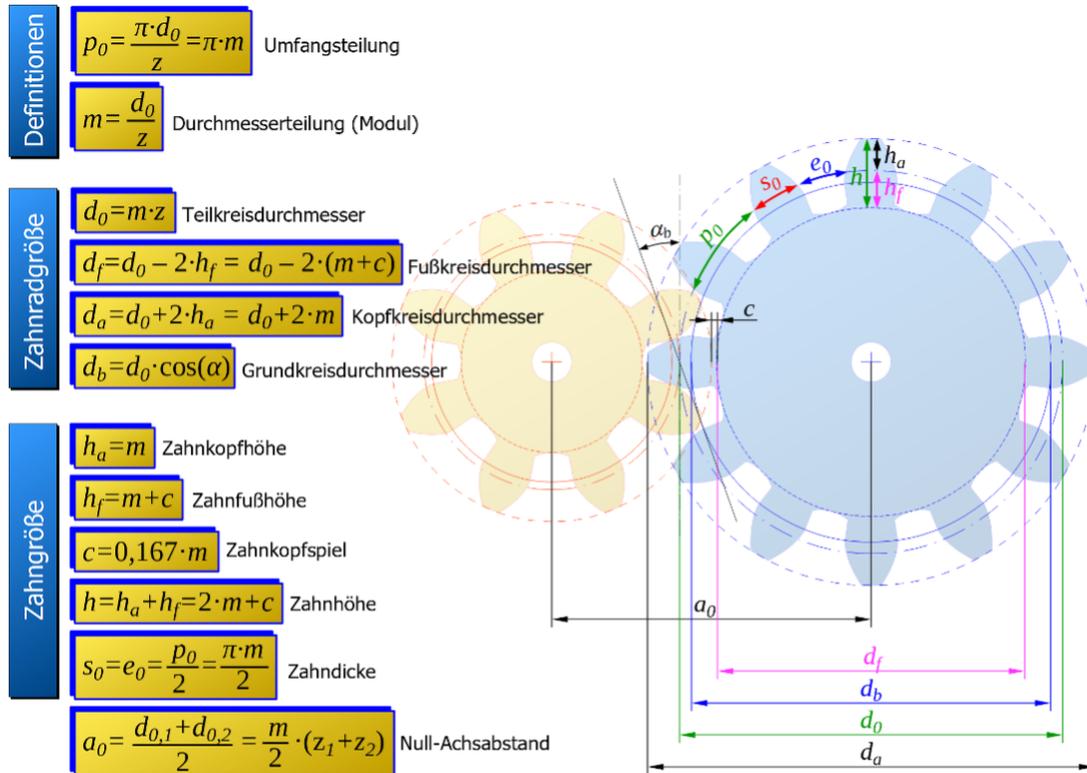


Abbildung 6: Übersicht der Gleichungen zur Berechnung von Evolventenverzahnungen © in Anlehnung an [15]

3.5.3 Eingriffslinie

Beim Abgleiten bzw. Abwälzvorgang zweier Zahnflanken aufeinander verläuft der Berührungspunkt beider Flanken auf der sogenannten Eingriffslinie (hier rot markiert). Die Eingriffslinie ist identisch mit der am Zahnrad-Grundkreis angelegten Tangente. Die auf der Eingriffslinie zurückgelegte Strecke des Berührungspunktes stellt die Abbildung 7 auf der nächsten Seite dar. Die tatsächlich zurückgelegte Strecke auf der Eingriffslinie der zwei Zahnflanken wird als Eingriffsstrecke bezeichnet. Die Eingriffsstrecke beginnt bei Schnittpunkt A zwischen Eingriffslinie und Kopfkreis des getriebenen Zahnrades und endet im Schnittpunkt E zwischen Eingriffslinie und Kopfkreis des treibenden Zahnrades. Der Wälzpunkt C liegt im Schnittpunkt zwischen Eingriffslinie und Verbindungslinie der Zahnradachsen, durch diesen Punkt verlaufen die Wälzkreise der Zahnräder [18].

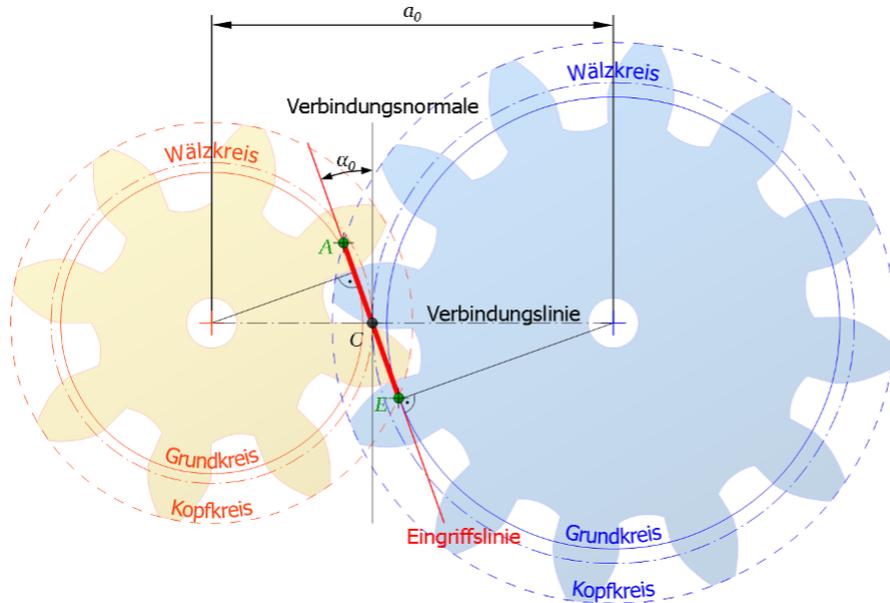


Abbildung 7: Eingriffsstrecke © in Anlehnung an [15]

Der Winkel zwischen der Verbindungsnormalen der beiden Zahnradachsen und der Eingriffslinie wird als Eingriffswinkel α bezeichnet. Der Eingriffswinkel eines Zahnrades nach Norm bei spielfreier Paarung der Zähne beträgt 20° , der sogenannte Normaleingriffswinkel α_0 ($= 20^\circ$). Die Normung des Eingriffswinkels hat besondere Bedeutung in der Werkzeuggeometrie bei der Fertigung der Zahnräder, da sich der Flankenwinkel des zahnstangenförmigen Werkzeuges nach dem Eingriffswinkel richtet, siehe Abbildung 7.

Anhand der Gleichung der Teilkreisteilung:

$$p = m \cdot \pi \quad (10)$$

kann das Modul m nach DIN 780 genormt als grundlegende geometrische Verzahnungskennziffer eingeführt werden. Das Modul steht für die Anzahl der Zähne pro Zoll des Teilkreisdurchmessers und wird nach folgender Gleichung [13] definiert:

$$m = \frac{d}{z} = p \cdot \pi. \quad (11)$$

Bei gleich drehenden parallelen Wellen haben die Drehzahlen gleiche Vorzeichen. Die Vorzeichen der Drehzahl n_{an} und Drehmoment T_{an} der Antriebswelle sind identisch, bei der Abtriebswelle sind die Drehzahl n_{ab} und das Drehmoment T_{ab} entgegengesetzt. Damit ist die zugeführte Leistung positiv, die abgeführte Leistung negativ in Rechnung zu stellen. Bei einer Verzahnung des Außenrades wird die Zähnezahl meist positiv gezählt [13]. In Abbildung 8 wird die Länge der Eingriffstrecke g_α anhand folgender Gleichungen berechnet:

- **Profilüberdeckung ε_α für ein Radpaar**
- **Eingriffsstrecke g_α :**

$$\begin{aligned} g_\alpha &= \overline{T_1 E} - (\overline{T_1 T_2} - \overline{T_2 A}) \\ &= \overline{T_1 E} + \overline{T_2 A} - \overline{T_1 T_2} \end{aligned}$$

$$\overline{T_1 E} = \sqrt{R_{a1}^2 - R_{b1}^2}$$

$$\overline{T_2 A} = \sqrt{R_{a2}^2 - R_{b2}^2}$$

$$\begin{aligned} \overline{T_1 T_2} &= (R_{w1} + R_{w2}) \cdot \sin \alpha \\ &= (R_{b1} + R_{b2}) \cdot \tan \alpha \end{aligned}$$

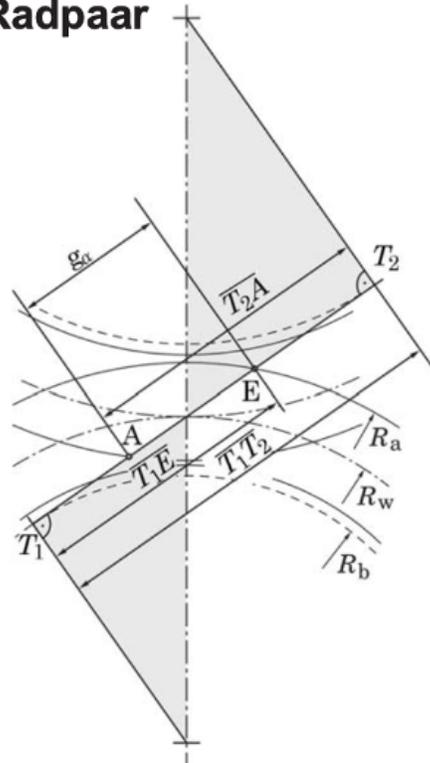


Abbildung 8: Profilüberdeckung und Eingriffsstrecke © in Anlehnung an [13]

3.5.4 Profilüberdeckung

Bei richtiger Auslegung und einem Fertigungsverfahren der Evolventenverzahnung ist immer mindestens ein Zahnpaar im Eingriff. Das ermöglicht eine konstante Übertragung der Drehmomente durch konstante Übersetzung. Zur Verbesserung der Laufruhe und Steigerung der übertragenen Drehmomente werden möglichst viele Zahnpaare an der Drehmomentübertragung miteinbezogen. Bei einem Normaleingriffswinkel von 20° kann die Profilüberdeckung keine höheren Werte als annehmen, da bei einer Geradverzahnung sich immer alternierend ein Zahnpaar oder zwei Zahnpaare im Eingriff befinden. Durch beträchtliche Schwankungen in der Steifigkeit der Zahnräder kann es zu enormen Drehschwingungen und Geräuschen kommen. Bei einer Schrägverzahnung ist die Gesamtüberdeckung deutlich höher, damit sind mehrere Zahnpaare im Eingriff, was Schwankungen der Steifigkeit der Zahnräder kompensiert. In Abbildung 9 wird die Profilüberdeckung nach folgenden Gleichungen ermittelt [13].

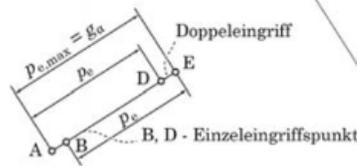
- p_{max} maximal mögliche Teilung für gleichförmige Übertragung der Drehbewegung
- p_e Eingriffsteilung
- ε_α Profilüberdeckung
- $\varepsilon_\alpha > 1$ für gleichmäßige Drehübertragung bei Geradverzahnung

$$\frac{p}{p_e} = \frac{R_w}{R_b} = \frac{R_w}{R_w \cdot \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_\alpha}{\tau} = \frac{p_{max}}{p} = \frac{p_{e,max}}{p_e}$$

$$= \frac{p_{e,max}}{p \cdot \cos \alpha} = \frac{g_\alpha}{p \cdot \cos \alpha}$$

$$p_{e,max} = g_\alpha = \overline{AE}$$



$$R_{a1} = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + 2) \quad \left| \quad R_{b1} = \frac{m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha}{2} \right.$$

$$R_{a2} = \frac{m}{2} \cdot (z_2 + 2) \quad \left| \quad R_{b2} = \frac{m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha}{2} \right.$$

Abbildung 9: Profilüberdeckung mit Eingriffslinie © in Anlehnung an [13]

3.5.5 Modellbildung der Zahnradpaarung

Der Kern dieser Arbeit behandelt die Entwicklung und Lösung eines mathematischen Modells zur Ausbildung eines Schmierfilms/Tragpolsters im Kraftübertragungsvorgang von wassergeschmierten Zahnradgetrieben. Hierzu werden lokale hydrodynamische Vorgänge beim Abwälzvorgang einer in Wasser (als Schmiermittel) unter Umgebungsbedingungen einer geradzahnten Zahnradpaarung theoretisch untersucht [19, 20]. Zu diesem Modell werden zwei Annahmen festgelegt, ideale Festkörper-Geometrie und Vernachlässigung von plastischen Verformungen (rein hydrodynamische Modellbetrachtung). Als Arbeitsziel wird ein aus den Grundgleichungen für Masse-, Impuls-, Energie- und Stofftransport abgeleitetes, reduziertes Modell bei entsprechender Parametervariation analytisch/numerisch gelöst, um ein grundlegendes Verständnis der physikalischen Vorgänge zu gewinnen [21]. Parallel dazu werden eine Ähnlichkeits- bzw. Dimensionsanalyse erstellt und Kennzahlen ermittelt, um eine Vorhersage der Tragfähigkeit unter der Bedingung, dass Mischreibung mit einem gewissen Sicherheitsabstand (vom Ausklinkpunkt im Stribeckdiagramm) vermieden wird, speziell in der Umgebung des Wälzpunktes, bei verschwindendem Abgleiten der Zahnflanken., tätigen zu können. Die Tätigkeitsschwerpunkte der Arbeit sind im ersten Schritt die Formulierung der lokalen Geometrie und Kinematik, definiert durch die Bewegungsabläufe Abwälzen, Gleiten und reinem Quetschen in einem Referenzsystem, welches sich mit dem aktuellen Flankenberührungspunkt bewegt, unter Annahme perfekter Festkörper-Geometrie [13]. Anschließend wird eine Identifikation des Schmierzustandes durch Dimensionsanalyse und inspection analysis (Größenordnungsunterschiede der Parameter, welche Effekte auf das System Einfluss haben) analytisch erstellt. Zuerst wird hierzu eine grundlegende Modellbildung erstellt. In Abbildung 10 wird eine mathematische Näherung durch eine Parabel y zur Beschreibung des Schmierpalts erstellt [19, 8], welche von Ort x und Zeit t abhängig ist:

$$y(x, t) = h(x, t) = c(t) + \frac{\kappa(t)}{2}x^2. \quad (12)$$

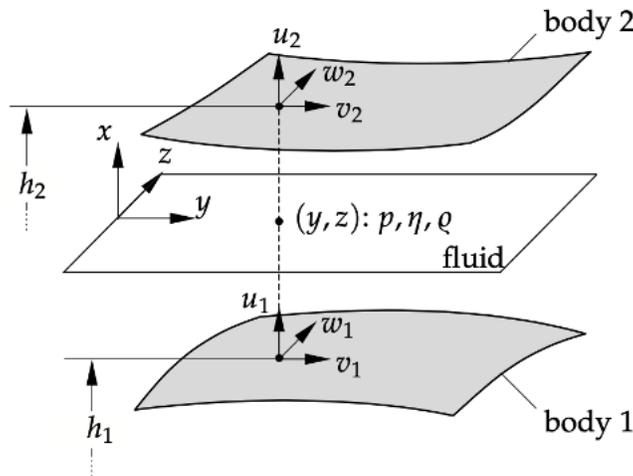


Abbildung 10: Schematische Darstellung des Schmierpalts im Koordinatensystem © in Anlehnung an [19]

Die Schmierspaltgleichung teilt sich auf in die Anteile $y_1(x,t)$ und $y_2(x,t)$:

$$y_1(x,t) = \frac{c}{2} + \frac{\kappa}{2}x^2 + \dots = h_1 \quad (13)$$

$$y_2(x,t) = -\frac{c}{2} - \frac{\kappa}{2}x^2 - \dots = h_2. \quad (14)$$

Die Gesamthöhe ergibt sich zu:

$$h = h_1 - h_2. \quad (15)$$

Die Geschwindigkeiten U_1 und U_2 werden über die entsprechenden Radien und Winkelgeschwindigkeiten der Zahnräder [13], siehe Abbildung 11, ermittelt:

$$U_1 = R_1 \cdot \omega_1 \quad (16)$$

$$U_2 = R_2 \cdot \omega_2. \quad (17)$$

• **Bedingung:** $\vec{U}_1 = \vec{U}_2$ $U_1 = R_{w1} \cdot \omega_1$
 $R_{w1} = \overline{O_1C}$ $U_2 = R_{w2} \cdot \omega_2$
 $R_{w2} = \overline{O_2C}$ $R_{w1} \cdot \omega_1 = R_{w2} \cdot \omega_2$
 $\overline{O_1O_2} = R_{w1} + R_{w2}$ $\frac{R_{w1}}{R_{w2}} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

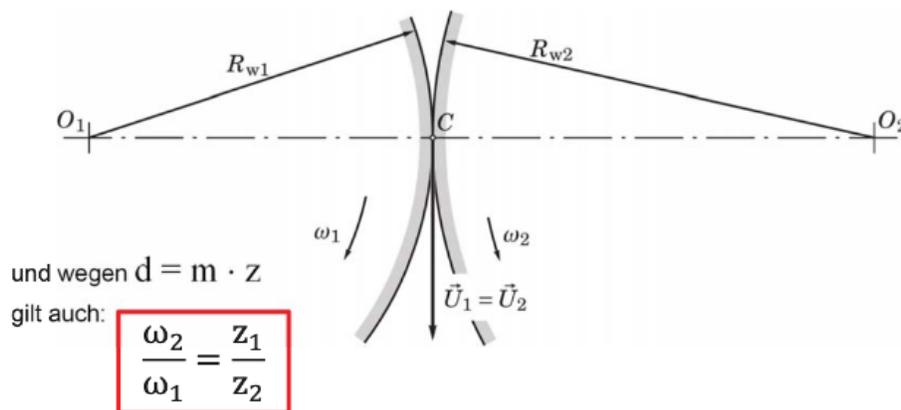


Abbildung 11: Winkelgeschwindigkeiten der Zahnräder © in Anlehnung an [13]

Die Bewegung der Zahnräder kann in drei Varianten betrachtet werden:

- Rollen: $U_1 = U_2$
- Gleiten: $U_2 - U_1 = G$
- Quetschen: $\dot{c}(t)$.

Für den Wälzpunkt gilt bei der Abwälzbewegung:

$$C = C_1 = C_2. \quad (18)$$

Nun werden die über die Winkelgeschwindigkeit ω und die Winkelverhältnisse \cos_χ die Normalgeschwindigkeiten v_{1n} und v_{2n} der Zahnräder bestimmt. Die Eingriffsstrecke verläuft als Tangente t durch den Wälzpunkt P , die Normalen n stehen senkrecht auf der Tangente. Die Radien R_{b1} und R_{b2} stehen im Lot zu den Normalen n . Die Radien R_{b1} und R_{b2} werden aus dem Streckenverhältnis \overline{OP} und dem \cos_χ definiert. Damit können die Normalengeschwindigkeiten aus dem Produkt der Winkelgeschwindigkeit und den Radien gebildet werden, siehe Abbildung 12 auf der nächsten Seite [13].

$$v_{1n} = v_{2n}$$

Geschwindigkeiten:

$$\text{in } P_1: v_1 = \omega_1 \cdot \overline{O_1P_1}$$

$$\text{in } P_2: v_2 = \omega_2 \cdot \overline{O_2P_2}$$

Zerlegung in Komponenten:

$$v_{1n} = v_1 \cdot \cos \chi_1 =$$

$$= \omega_1 \cdot \overline{O_1P_1} \cdot \cos \chi_1 =$$

$$= \omega_1 \cdot \overline{O_1N_1} =$$

$$= \omega_1 \cdot R_{b1}$$

$$v_{2n} = v_2 \cdot \cos \chi_2 =$$

$$= \omega_2 \cdot \overline{O_2P_2} \cdot \cos \chi_2 =$$

$$= \omega_2 \cdot \overline{O_2N_2} =$$

$$= \omega_2 \cdot R_{b2}$$

Es muss gelten:

$$\omega_1 \cdot R_{b1} = \omega_2 \cdot R_{b2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_{b2}}{R_{b1}}$$

mit dem Ähnlichkeitsgesetz folgt:

$$\frac{R_{b2}}{R_{b1}} = \frac{R_{w2}}{R_{w1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

(mit 1. Verz. Ges.)

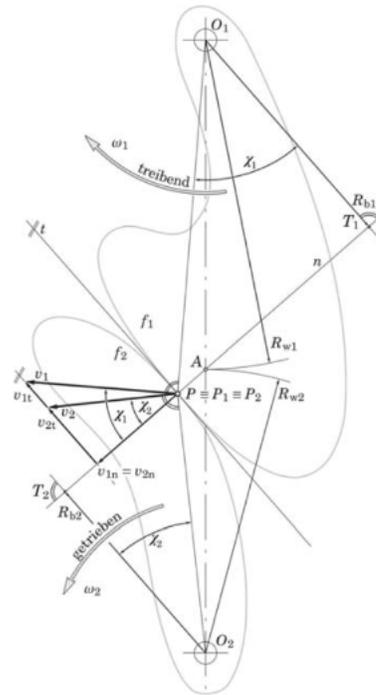


Abbildung 12: Normalgeschwindigkeiten ©in Anlehnung an [13]

Daraus folgt das Verzahnungsgesetz (1. Verz. Ges.) und die konstante Übersetzung [13] mit:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{U_1}{U_2} \quad \text{bei } F = \text{konst.} \quad (19)$$

3.5.6 Tangentialer Versatz

Bei der Verschiebung der Zahnräder tangential ist zu beachten, dass beim leichten Auseinanderdrehen der beiden Flanken auch ein tangentialer Abstand der beiden Berührungspunkte entsteht, welcher aber entsprechend kleiner ist als der in der Normalen-Richtung (ähnliche Dreiecke) und daher zu vernachlässigen ist. Allerdings sind Lagerspiele zu berücksichtigen, welche ca. 10-20 μm betragen. Dadurch ist die Verschiebung der Zahnräder $\frac{c}{r_{1,2}} \ll 1$ verhältnismäßig sehr klein und in der Modellgleichung somit vernachlässigbar [22].

4 Strömungsmechanische Grundlagen

Im zweiten Schritt wird das von Massen-, Impuls-, Energie- und Stoffaustausch reduzierte Gleichungssystem im Rahmen der klassischen Schmierfilmtheorie analysiert. Die Grundgleichungen der Modellbildung zur Zahnradpaarung des Getriebes bauen auf einem Kontinuums-Ansatz auf [23, 8, 19], d.h. um den zu betrachtenden Bereich wird ein Kontrollvolumen gelegt. Das Fluidelement wird in diesem Kontrollvolumen in kleinere Bereiche der Gesamtmasse aufgeteilt. Das Größenmaß dieser Bereiche wird so eingeteilt, dass in dem betrachteten Kontrollvolumen eine näherungsweise konstante Masse herrscht. Das Fluidelement bewegt sich damit als festes Kontrollvolumen im Raum [8, 21]. Um den Schmierpalt als Modell beschreiben zu können werden die entsprechenden Zahnradflanken als beidseitig zueinander sich bewegende parabelförmige Zahnradoberflächen modelliert und dem Simulationsmodell ein kartesisches Koordinatensystem zugeordnet. Es werden hier drei Annahmen definiert:

- Vernachlässigung der Trägheit,
- sehr schlanke Spaltgröße $\frac{c}{l_r} \ll 1$ mit $c \cdot \kappa \ll 1$,
- charakteristische Länge $l_r = \sqrt{\frac{c}{\kappa}}$.

4.1 Strömungsmechanische Grundgleichungen

4.1.1 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung basiert auf dem Gesetz der Massenerhaltung, siehe Kontinuums-Ansatz. Das Gesetz der Massenerhaltung gilt erfüllt, wenn die zeitliche Masseänderung identisch der Differenz der hinenein- und herausausfließenden Massenströme ist, welche hinein und heraus dem definierten Kontrollvolumen des Fluidelements strömen [8]. Bei einer stationären und inkompressiblen Strömung durch einen Volumenkörper, wie beispielsweise einer Strömungsröhre bleibt die Masse im betrachteten Kontrollvolumen konstant, d. h. die Summe der eintretenden und austretenden Massenströme ist identisch und unabhängig von der Form des durchströmten Volumenkörpers und der Querschnitte. Ausschließlich die Strömungsgeschwindigkeit ist variabel, damit stellt die Kontinuitätsgleichung einen Erhaltungssatz in der Strömungsmechanik [21] dar. Aufgrund des Prinzips der Massenerhaltung gilt:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2. \quad (20)$$

Die Kontinuitätsgleichung kann ebenfalls über das Koordinatensystem dargestellt [8] werden. Dabei beschreiben u , v die Relativgeschwindigkeiten und x , y die entsprechenden Koordinaten des Fluidelements in der zweidimensionalen Raumbetrachtung, damit gilt für die Kontinuitätsgleichung inkompressibler Strömungen:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (21)$$

4.1.2 Impulsgleichung

Die Impulsgleichung bildet das Gleichgewicht der zeitlichen Änderung des Impulses und der Summe der in gleicher Richtung wirkenden externen Kräfte bezüglich des molekülbedingten Impulseintrages [8]. Die Impulsgleichung beschreibt die Erhaltung des Impulses eines strömenden Fluids. Es stellt das Kräftegleichgewicht zwischen Körper und Fluid nach dem Prinzip „actio“ = „reactio“ und begründet sich auf dem zweiten newtonschen Axiom [21]. Die externen Kräfte werden aufgeteilt in Massenkräfte, Gravitationskräfte und druckbedingte Oberflächenkräfte. Dies gilt für die Bewegungsbilanz des Fluidelements in den entsprechenden Raumrichtungsvektor [8], hier wird die Bewegung in x -Richtung betrachtet. Die Impulsgleichung ergibt sich aus dem auf das Fluidelement wirkenden Druck p , der Relativgeschwindigkeit u , der Fluidviskosität und den beiden x , y Raumkoordinaten [20]. Für Fluide gilt die Impulsgleichung inkompressibler Strömungen:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (22)$$

Zusammengefasst kann die Gleichung 26 mit der Gleichung 27 als Navier-Stokes-Gleichungen betrachtet werden und stellt eine erste Näherung der Schmierspalthöhe dar. Mit diesen grundlegenden Gleichungen, der Thermophysik, Materialeigenschaften und der thermodynamischen Wärme- und Energiegleichung kann die Berechnung der Schmierungsverhältnisse und die Schmierspalthöhe näher untersucht werden. Durch Vereinfachung der Differentialgleichungen kann die Beschreibung und Auswertung der Hydrodynamik des Schmierspaltmodells simuliert und beschrieben werden [8, 24].

4.1.3 Reynoldssche Differentialgleichung

Die Reynoldssche Differentialgleichung wurde von Reynolds und Sommerfeld um das 19. Jahrhundert hergeleitet. Mittels der Reynoldsschen Differentialgleichung lässt sich die Druckverteilung im Schmierspalt errechnen, damit gilt sie als einer der wichtigsten Grundgleichungen zur Beschreibung der Kontaktschmierung. Die Reynoldssche Differentialgleichung wird über die Kontinuitätsgleichung und Impulsgleichung hergeleitet mit den zugehörigen Randbedingungen [21]. Um eine effektive numerische Lösung zu finden, wird zuerst eine mathematische Formulierung des Modells aufgestellt. Es wird eine Abstraktion erstellt, in welchem die wesentlichen physikalischen Prozesse dargestellt werden. Durch den ausgeprägten engen Schmierspalt, können einige wesentliche Vereinfachungen zu der Berechnung aufgestellt

werden. Die Kräfte der Flüssigkeitsreibung sind vergleichsweise bei weitem größer als die Beschleunigungskräfte im Fluid, damit kann die Strömung als tragfähigkeitsfrei angenommen werden. Zudem können die senkrecht in z-Richtung wirkenden Kräfte vernachlässigt werden [21, 20]. Wenn die Reynoldssche Differentialgleichung über die Spalthöhe integriert wird, wird die zu betrachtende Strömung im dreidimensionalen Schmierpalt auf eine zweidimensionale Modelbetrachtung umgewandelt, welches die Berechnung begünstigt.

Für die Modelbetrachtung werden folgende Annahmen [8] zusammengefasst:

- laminare Strömung (mit einer Reynolds-Zahl kleiner als 2300),
- der Geschwindigkeitsgradient der Scherung ist ausschließlich in Richtung der Schmierfilmhöhe zu betrachten,
- der Schmierstoff unterliegt der Haftbedingung an den festen Wandoberflächen (Zahnflanken),
- die Oberflächenspannungen und Trägheitskräfte haben sehr geringen Einfluss, da diese eine rein interne Strömung behandeln, sodass sie in dieser Betrachtung näherungsweise nicht auftreten und vernachlässigt werden können,
- der Schmierstoff verhält sich wie ein newtonsches Fluid.

Der der Poiseuille-Term definiert eine druckinduzierte Fluidströmung und der Couette-Term eine oberflächengeschwindigkeitsinduzierte Fluidströmung im Schmierpaltmodell, siehe Abbildung 13. Die Schmierpaltströmungen in der Raumkoordinatenrichtung y und jene von der Zeit abhängigen Bewegungsvorgänge werden im Verdrängungs- bzw. Quetschterm beschrieben. Damit ergibt sich die grundlegende Reynoldssche Gleichung [8]:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right]}_{\text{Poiseuille- bzw. Druckterm}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right]}_{\text{Poiseuille- bzw. Druckterm}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h \frac{(u_1 + u_2)}{2} \right]}_{\text{Couette- bzw. Geschwindigkeitsterm}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left[\rho h \frac{(v_1 + v_2)}{2} \right]}_{\text{Couette- bzw. Geschwindigkeitsterm}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho h)}_{\text{Quetschterm}}. \quad (23)$$

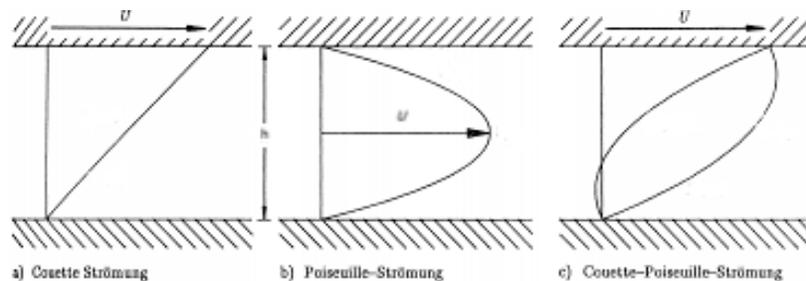


Abbildung 13: Darstellung Poiseuille- und Couette-Strömung © in Anlehnung an [25]

Bei zweifacher Integration der Massenerhaltungsgleichung und Impulsgleichungen in Raumkoordinatenrichtung y , welche der Höhenrichtung des Schmierpalts entspricht, erhält man unter Berücksichtigung der oberen und unteren Randbedingungen die Näherung der relativen Geschwindigkeitsverteilung im Schmierpalt [8, 21]. Die Massenerhaltungsgleichung und Impulsgleichung wird nun über die Randbedingungen zweimal in y -Richtung von $h_2(x,t)$ nach $h_1(x,t)$ integriert:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = u_m h + \int_{h_2(x,t)}^{h_1(x,t)} \frac{\partial h}{\partial t} dx \quad (24)$$

$$h = c + \frac{\kappa}{2} x^2 \rightarrow \frac{\partial h}{\partial t} = \dot{c} + \frac{\dot{\kappa}}{2} x^2 \quad (25)$$

$$\rightarrow \frac{1}{12\eta} h^3 p_x = u_m(t) h + \int_{h_2(x,t)}^{h_1(x,t)} (\dot{c} x + \frac{\dot{\kappa}}{6} x^3 + A(t)) dx \quad (26)$$

$$\frac{p_x}{12\eta} = u_m(t) \int_0^x \frac{1}{h^2} dx + \int_0^x \left[\frac{1}{h^3} (\dot{c} x + \frac{\dot{\kappa}}{6} x^3 + A(t)) \right] dx \quad \text{mit } p(\pm\infty) = 0 \quad (27)$$

$$\frac{p(x,t)}{12\eta} = u_m(t) \int_0^x \frac{1}{h^2(x,t)} dx + \int_0^x \left[\frac{\dot{c} x + \frac{\dot{\kappa}}{6} x^3 + A(t)}{h^3(x,t)} \right] dx + \overbrace{\frac{p(0,t)}{12\eta}}^{B(t)} \quad \text{mit } x \rightarrow \infty, p \rightarrow 0 \quad (28)$$

$$\underbrace{p(+\infty) - p(-\infty)}_0 = u_m(t) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{h^2(x,t)} dx + \overbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{c} x}{h^3(x,t)} dx}^0 + \overbrace{\frac{\dot{\kappa}}{6} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3}{h^3(x,t)} dx}^0 + A(t) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{h^3(x,t)} dx \quad (29)$$

$$A = -u_m \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{h^2}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{h^3}} = -\frac{4}{3} c(t) \cdot u_m. \quad (30)$$

Die allgemeine Herleitung kann zusammengefasst werden:

Die zugehörigen Randbedingungen lauten:

$$u = u_1 \quad \text{bei } y_1 = h_1 = \frac{c}{2} + \frac{\kappa}{2} x^2 \quad (31)$$

$$u = u_2 \quad \text{bei } y_2 = h_2 = -\frac{c}{2} - \frac{\kappa}{2} x^2. \quad (32)$$

Diese Geschwindigkeitsverteilung wird nun in die integrierte Kontinuitätsgleichung eingesetzt unter Berücksichtigung der kinematischen Randbedingungen:

$$v_i = \frac{\partial h_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial h_i}{\partial x} \quad \text{bei } y = h_i \quad (i = 1, 2). \quad (33)$$

$$\rightarrow \frac{1}{12\eta} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = u_m \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (34)$$

Daraus ergibt sich die Reynoldssche Differentialgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(h_1 - h_2)^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \frac{(h_1 - h_2)}{2} \frac{\partial(u_1 - u_2)}{\partial x} + \frac{(u_1 + u_2)}{2} \frac{\partial(h_1 - h_2)}{\partial x} + \frac{\partial(h_1 - h_2)}{\partial t}. \quad (35)$$

Damit erhält man den Ausdruck des Geschwindigkeitsprofils im betrachteten Schmiermodell. Die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit u_m entspricht dem Mittelwert der Oberflächengeschwindigkeiten [8] und es gilt:

$$u_m = \frac{(u_1 + u_2)}{2}. \quad (36)$$

Durch Einsetzen der Ableitung des Spalthöhen-Terms in die Kontinuitätsgleichung kann der Ausdruck für den Volumenstrom formuliert werden:

$$\dot{V} = \dot{V}_0(t) - \dot{c}(t)x - \dot{\kappa}(t) \frac{x^3}{6}. \quad (37)$$

Anschließend werden die Integrationskonstanten A und B bestimmt. Wobei die Integrationskonstante B wegen des abklingenden Drucks ebenfalls abnimmt. Der Strömungsquerschnitt wird in Strömungsrichtung näherungsweise konstant angenommen, damit verschwinden die linearen Terme. Mit der Bestimmung von $\dot{V}_0(t)$ mittels der Randbedingungen $p(\infty)=p(-\infty)$ erhält man:

$$\dot{V}_0(t) = -u_m \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{h^2}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{h^3}} = -\frac{4}{3}c \cdot u_m. \quad (38)$$

Nun kann die Reynoldssche Gleichung durch den Volumenstrom dargestellt werden:

$$\dot{V} = -\frac{1}{12\eta} \frac{dp}{dx} h^3 + u_m h. \quad (39)$$

4.2 Schmierspaltfunktion Einzel-Eingriff

Sind die Strömungsgeschwindigkeit und das Druckprofil bekannt, lässt sich somit die x und y Komponente der Kraft bestimmen. Die Kraft bildet sich aus dem Integral des Druckprofils in Spalthöhenrichtung [20, 26]. Die Gleichung für die Kraftverteilung im Schmierspalt kann dargestellt werden durch:

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = - \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{dp}{dx} dx = -3\sqrt{2}\pi\eta \frac{(\dot{c}\dot{\kappa})}{(c\kappa)^{3/2}\kappa}. \quad (40)$$

Die Gesamtkraft F hier wird nun als konstant angenommen, um die Gleichung für die Spaltgröße formulieren zu können. Es wird die Gleichung für das Kraftfeld durch Integration von φ_A bis $\varphi(t)$ hergeleitet:

$$\int_{\varphi_A}^{\varphi(t)} F\kappa(\varphi)d\varphi = \int_{\varphi_A}^{\varphi(t)} 6\sqrt{2}\pi\eta \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{\sqrt{c(\varphi)\kappa(\varphi)}} \right) d\varphi. \quad (41)$$

Durch Verwendung der Parameter:

$$C(t) = \frac{c(t)}{c_A}, \Phi(t) = \frac{\varphi_1(t)}{\varphi_A}, \Lambda = \frac{F\sqrt{c\kappa_A}}{6\sqrt{2}\pi\eta r_1 \omega_1}, B = \frac{\varphi_{1,max}}{\varphi_{1,A}} \quad (42)$$

lässt sich die dimensionslose Darstellung der Schmierspaltfunktion, bei einem Zahn im Eingriff, siehe Abbildung 14 auf der nächsten Seite, aufstellen:

$$C(t) = \Phi(t) \frac{\Phi(t) - B}{1 - B} \frac{1}{(1 + \Lambda \ln[\Phi(t) \frac{1-B}{\Phi(t)-B}])^2}. \quad (43)$$

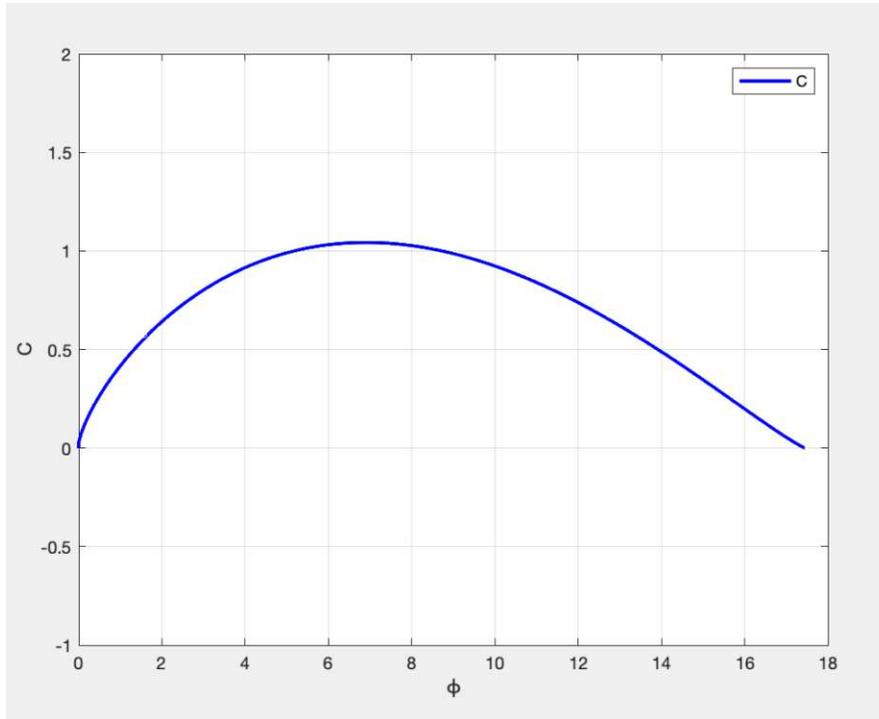


Abbildung 14: Verlauf der Schmierspaltfunktion $C(t)$ über dem Drehwinkel $\varphi(t)$ aufgetragen

Um zu überprüfen, ob es sich hier um eine stabile Lösung beim Einzel-Eingriff handelt, wird nun Periodizität gefordert, wobei A den Anfang und E für das Ende des Einzel-Eingriffs bezeichnet:

$$C_A = C_E = 1 \rightarrow C(1) > 0. \quad (44)$$

Für die Bedingung des Lastparameters Λ gilt:

$$\Lambda < \frac{1}{2} - \frac{1}{B}. \quad (45)$$

Durch die Verwendung der Parameter aus (44) wird die Schmierspaltfunktion für verschiedene Lastparameter ausgewertet und die Bedingungen für die Gültigkeit der periodischen Lösung, siehe Abbildung 15 auf der nächsten Seite, definiert:

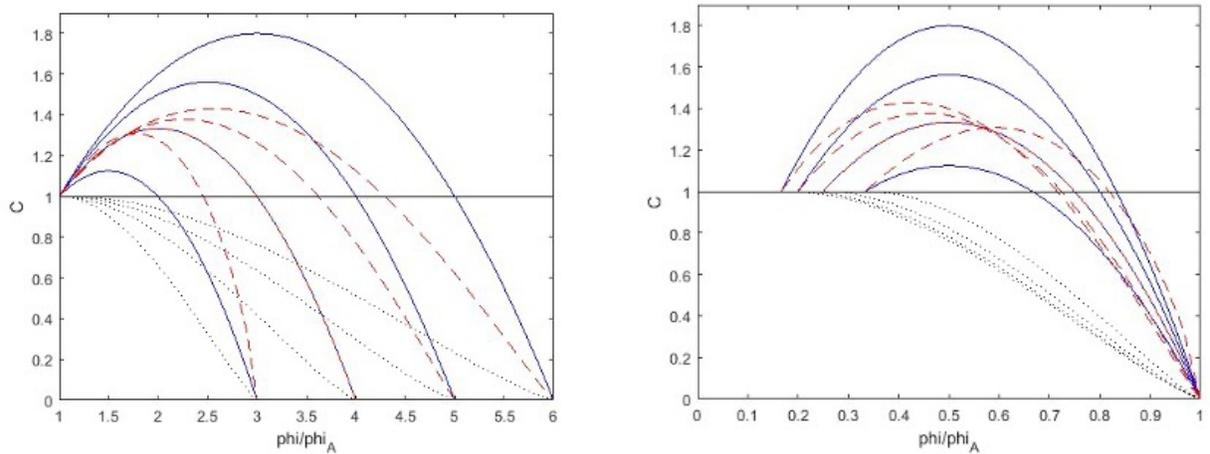


Abbildung 15: Periodizität der Spaltverläufe über dem Drehwinkel © in Anlehnung an [26]

Aus den Darstellungen ist ersichtlich, dass die Schmierspaltgleichung eine stabile Lösung bei $\frac{dc_E}{dc_A} \leq 1$ besitzt. Eine Abweichung von c_A von der stabilen Lösung ergibt:

$$c_E = c_A C(\varphi_E, \Lambda(c_E), B) \rightarrow \frac{dc_E}{dc_A} \leq 1. \quad (46)$$

Zur Untersuchung der Stabilität der Lösung für den Einzelkontakt wird ein Stabilitätsdiagramm in Abbildung 16 erstellt. Im Stabilitätsdiagramm ist in y-Richtung die Endspaltgröße c_E und in x-Richtung die Anfangsspaltgröße c_A aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass der Spalt periodisch eine stabile Lösung für c_E/c_A beim Wert 1 für den Einzel-Eingriff besitzt [20, 26]. Da bei größer werdenden Anfangsspaltgrößen auch die Endspaltgrößen steigen und sich stufenweise in einer stabilen Lösung einer Schmierspaltgröße im Anfangs- und Endpunkt im Einzel-Eingriff zusammenlaufen.

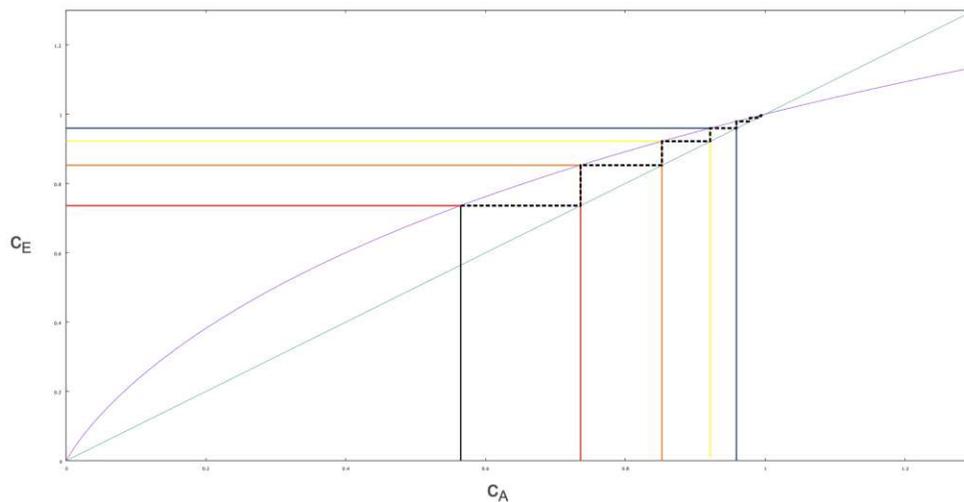


Abbildung 16: Stabilitätsdiagramm Schmierspalt beim Einzel-Eingriff © in Anlehnung an [26]

4.3 Schmierspaltfunktion Doppel-Eingriff

Da anhand der Geometrieparameter eine Profilüberdeckung mit 1,6 berechnet wurde, muss ebenfalls der Doppel-Eingriff (zwei Zähne im Kontakt) betrachtet werden. Die als konstant angenommene Gesamtkraft spaltet sich in zwei Teilkräfte: $F = F_1 + F_2$ auf. Der Index der Kraft F_1 steht für die Teilkraft des Einzel-Eingriffs und die Teilkraft F_2 für die Teilkraft des Doppel-Eingriffs [26]. Ähnlich werden die Krümmungsradien κ , Drehwinkel φ und Schmierpalte mit Ziffern im Index gekennzeichnet. Die Gleichung für die Gesamtkraft lautet im Doppel-Eingriff:

$$F = -3\sqrt{2}\eta\pi \left(\frac{(\dot{c}_1\kappa_1)}{c_1^{3/2}\kappa_1^{5/2}} + \frac{(\dot{c}_2\kappa_2)}{c_2^{3/2}\kappa_2^{5/2}} \right). \quad (47)$$

Es werden der lineare Zusammenhang zwischen c_1 und c_2 aufgestellt und aus den geometrischen Zusammenhängen [26], siehe Abbildung 17, folgt:

$$c_2 = c_1 \frac{R_2 \cos(\varphi_1)}{R_1 \cos(\varphi_2)} \quad (48)$$

$$R_2 = R_1 \frac{\cos(\varphi_1)}{\cos(\varphi_2)} \quad (49)$$

$$\rightarrow c_2 = c_1 \frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos^2 \varphi_2} = b(\varphi_1)c_1. \quad (50)$$

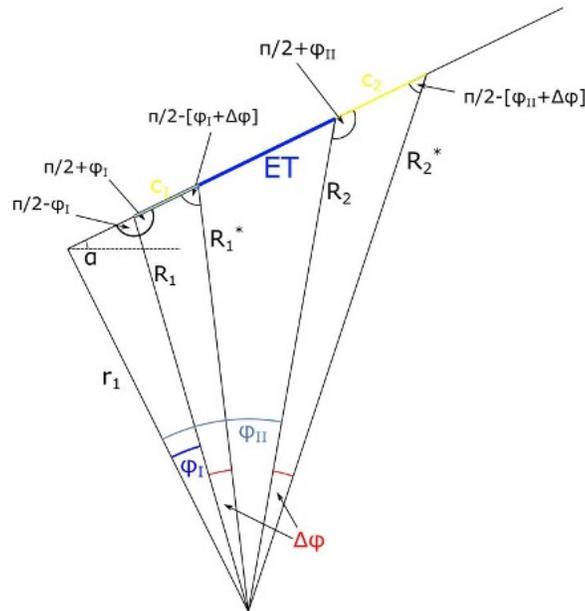


Abbildung 17: Darstellung schematisch Doppel-Eingriff © in Anlehnung an [26]

Die Abbildung beschreibt analytisch den qualitativen Verlauf vom Einzel-Eingriff R_1, R_2 zum Doppel-Eingriff R_1^*, R_2^* über die Winkel φ_1, φ_2 dargestellt [20].

Durch Einsetzen der neuen Zusammenhänge in die Gleichung der Gesamtkraft erhält man:

$$F = -3\sqrt{2}\eta\pi \left(\frac{\dot{c}_1\kappa_1 + c_1\dot{\kappa}_1}{c_1^{3/2}\kappa_1^{5/2}} + \frac{(b\dot{c}_1 + c_1\dot{b})\kappa_1 + bc_1\dot{\kappa}_1}{b^{3/2}c_2^{3/2}\kappa_2^{5/2}} \right). \quad (51)$$

Durch Umschreiben auf quasilineare Differentialgleichung 1. Ordnung ergibt sich der Zusammenhang:

$$\dot{c}_1 \left(\frac{1}{\kappa_1^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{b}\kappa_2^{3/2}} \right) = -c_1 \left(\frac{\dot{\kappa}_1}{\kappa_1^{5/2}} + \frac{\dot{b}}{b^{3/2}\kappa_2^{3/2}} + \frac{\dot{\kappa}_2}{\sqrt{b}\kappa_2^{5/2}} - \frac{F}{3\sqrt{2}\eta\pi} c_1^{3/2} \right). \quad (52)$$

$$\rightarrow \dot{c}_1 \cdot A(\varphi_1) = -c_1 \cdot B(\varphi_1) - c_1^{3/2} \cdot \Lambda. \quad (53)$$

Die Auswertung stützt auf folgenden Anfangswerten:

$$\dot{b} = \frac{2\cos^2\varphi_1 \sin\left(\varphi_1 + \arctan\frac{ET}{r_1}\right)}{\cos^3\left(\varphi_1 + \arctan\frac{ET}{r_1}\right)} - \frac{2\cos\varphi_1 \sin\varphi_1}{\cos^2\left(\varphi_1 + \arctan\frac{ET}{r_1}\right)} \quad (54)$$

$$\varphi_{2,1} = \frac{r_1}{r_2} (\varphi_1 - \varphi_{1,max}) \quad (55)$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \operatorname{atan}\left(\frac{ET}{r_1}\right) \quad (56)$$

$$\varphi_{2,2} = \frac{r_1}{r_2} \left(\varphi_1 + \operatorname{atan}\left(\frac{ET}{r_1}\right) - \varphi_{1,max} \right) \quad (57)$$

$$ET = \pi \cdot m \cdot \cos\alpha \quad (58)$$

$$\kappa_1 = \frac{1}{r_1 \cdot \varphi_1} - \frac{1}{r_1(\varphi_1 - \varphi_{1,max})} \quad (59)$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{r_1 \left(\varphi_1 + \operatorname{atan} \left(\frac{ET}{r_1} \right) \right)} - \frac{1}{r_1 \left(\varphi_1 + \operatorname{atan} \left(\frac{ET}{r_1} \right) - \varphi_{1,max} \right)} \quad (60)$$

$$\dot{\kappa}_1 = -\frac{1}{r_1 \cdot \varphi_1^2} - \frac{1}{r_1 (\varphi_1 - \varphi_{1,max})^2} \quad (61)$$

$$\dot{\kappa}_2 = -\frac{1}{r_1 \left(\varphi_1 + \operatorname{atan} \left(\frac{ET}{r_1} \right) \right)^2} - \frac{1}{r_1 \left(\varphi_1 + \operatorname{atan} \left(\frac{ET}{r_1} \right) - \varphi_{1,max} \right)^2}. \quad (62)$$

Anhand der gegebenen Zahnradgeometrie und der kinematischen und strömungsmechanischen Auswertung kann beim Doppel-Eingriff jedoch kein stabiler Zustand gefunden werden [26].

5 Viskosität und EHD-Theorie

Im Zahnradkontakt lassen sich die unterschiedlichen Schmierzustände in einem sogenannten Stribeck-Diagramm beschreiben. Auf der y-Achse ist die Reibungszahl μ und auf der x-Achse λ das Verhältnis Filmdicke h zum quadratischen Mittenrauwert σ_R aufgetragen. Die Schmierzustände können in drei Bereiche gegliedert werden: 1 Festkörperreibung mit $\lambda \rightarrow 0$, 2 Mischreibung mit $1 \leq \lambda \leq 3$ und 3 Flüssigkeitsreibung mit $\lambda \geq 3$, welches der Rheologie (Fluid-Scherung) mit $\mu \sim u \cdot \frac{\eta}{F_N}$ entspricht. Bei sinkender Reibung und Verschleiß findet ein Übergang von Bereich 1 zu Bereich 2 bis hin zu Bereich 3 statt. Im Bereich 3 kann es zu reiner Hydrodynamik bzw. Elastohydrodynamik kommen. Bei reiner Flüssigkeitsreibung kann es durch Scherung des Schmierstoffes kommen und ist damit von der Viskosität des Fluides abhängig. Durch die fehlenden Oberflächenwechselwirkungen der Rauheitsspitzen beim Festkörperkontakt kommt es kaum zu Verschleißreaktionen [27, 28]. Der Übergang von Festkörperreibung zur Flüssigkeitsreibung kann durch die Höhenentwicklung des sich bildenden Schmierfilms bezogen auf die Oberflächenrauheit näherungsweise gut beschrieben werden [8]. Dies kann schematisch durch die Stribeck-Kurve [29], siehe Abbildung 18, dargestellt werden [28].

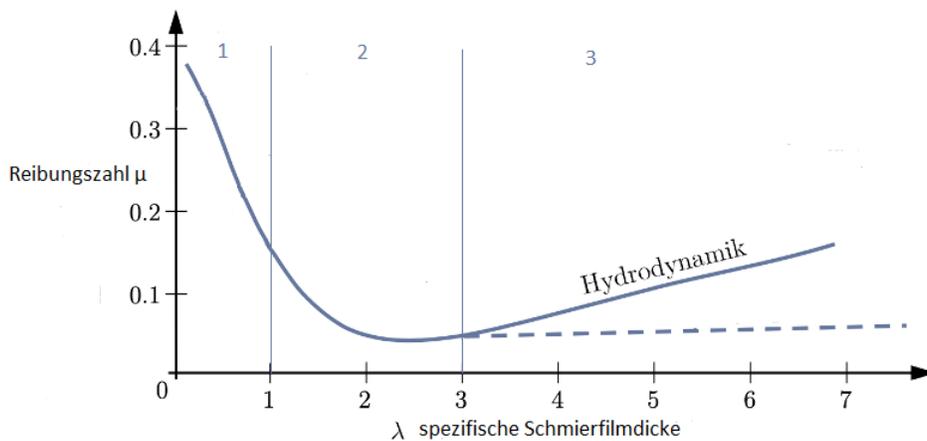


Abbildung 18: Schmierzustände anhand der Stribeck-Kurve, sowie der Vergleich der Hydrodynamik und Elastohydrodynamik im Bereich hoher Drücke © in Anlehnung an [8]

Die Bildung eines hydrodynamischen Schmierfilms ist abhängig von der Spaltform und Oberflächenbewegung der Wirkflächenpartner, den Schmierstoffeigenschaften und der Haftbedingung zwischen den Kontaktpartnern und dem Fluid [8, 30]. Durch Druckanstieg, entsteht eine elastische Deformation der Oberflächen der Evolventenverzahnung, es entsteht eine sogenannte Elastohydrodynamik. Der hydrodynamische Schmierzustand kann durch Differentialgleichung gelöst werden, während bei elastohydrodynamischem Schmierzustand eine interaktive Kopplung der elastischen Deformation in die Berechnung miteinfließt, da die Spaltform sich abhängig vom hydrodynamischen Druck mitverändert [8, 30]. Die Energie- und Wärmeleitungsgleichungen werden in der EHD-Kontakt-Berechnung ebenfalls adaptiert. Die elastohydrodynamische Deformation basiert grundlegend auf den Modellbetrachtungen trockener Kontakte nach Hertz [31], am Beginn des Zahnradkontakts bedingt durch enormen Druckabfall eine elastisch deformierte Verjüngung und eine elastohydrodynamische Druckspitze, welche als Petrusevich-Spitze bezeichnet wird [8, 32]. Im Gebiet der elastohydrodynamisch deformierten Verjüngung bildet sich eine konstante Schmierspalthöhe h_{min} aus. Die Schmierspalthöhe h_{min} [29] entsteht über eine charakteristische Verformungslänge $l_{chark.} = 2b$. In Abbildung 19 wird am Anfang und Ende dieser Strecke ein paralleler Spalt mit der Höhe h_c gebildet.

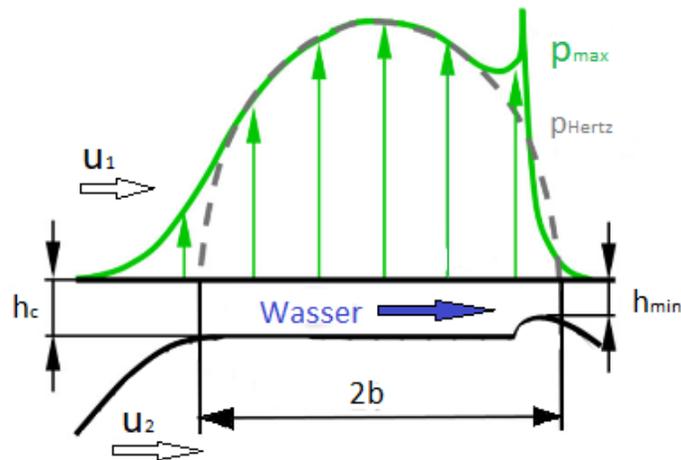


Abbildung 19: Ausbildung der Schmierspalthöhe h_{min} und h_c mit Druckverlauf bei a) hydrodynamischem und b) elastohydrodynamischem Schmierzustand © in Anlehnung an [8]

5.1 Berechnung der Temperaturverteilung

Die Viskosität des Fluides ist insbesondere abhängig von der Temperaturverteilung im Schmier-spalt der Zahnradpaarung. Besonders signifikant ist die Temperaturerhöhung bei erhöhten hydrodynamischen Geschwindigkeiten und höheren Belastungen sowie Flächenpressung im Kontakt der Wirkflächenpaare.

Um die Temperaturerhöhung im Schmierfilm zu bestimmen, wird hier die Wärmeleitungsgleichung des Temperaturfeldes in Differentialgleichungsform verwendet. Zur Lösung des Wärmeleitungsproblems werden die Wärmeleitungsvorgänge sowie Temperaturverteilung im Schmierpalt betrachtet. Zu den Wärmeleitungsvorgängen zählen die Konvektion über den Schmierpalt, die Wärmeleitung sowie Temperaturverteilung über die Kontaktoberflächen des Materials der Zahnradflanken, sowie die Wärme- und Dissipationstemperaturerhöhung im Schmierpalt selbst [8]. Die reine Wärmestrahlung kann in der EHD-Betrachtung vernachlässigt werden. Die Wärmeleitfähigkeit λ , die Wärmekapazität c_p und die Dichte ρ sind durch die Art des Schmierstoffes bzw. des Materials der Zahnradflanken festgelegt.

Die grundlegende Wärmeleitungsgleichung [21, 8] kann formuliert werden als:

$$\overbrace{\rho \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \rho c (u_i \cdot \nabla \vartheta)}^{\text{Konvektion}} - \overbrace{\nabla \cdot (\lambda_i \nabla \vartheta)}^{\text{Wärmeleitung}} - \overbrace{Q_{\vartheta}}^{\text{Wärmequelle}} \quad . \quad (63)$$

Wegen der Anfangsbedingung, dass ein sehr schmaler Schmierfilm in der Zahnradpaarung entsteht, kann die Wärmeleitungsgleichung als Näherung ausschließlich in Spalthöhenrichtung, hier in y-Richtung gelöst werden. Die Wärmequellen entstehen durch Komprimierung des Schmierstoffes im Anfang des Kontakts und durch Expansion am Ende des Kontakts im Schmierpalt sowie durch Scherungszustände [8, 21] des Schmiermittels im Spalt:

$$Q_{\vartheta, \text{Schmierstoff}} = \beta_{\rho} \cdot \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_i \cdot \nabla p \right) + \eta \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 \right] \quad . \quad (64)$$

Der thermische Volumenausdehnungskoeffizient β_ρ ist eine Stoffeigenschaft des Fluides. Da die Kontaktflächen der Körper keine Wärmequellen liefern, kann $Q_{Körper}$ als null angenommen werden. Bei einem Festkörperkontakt und Wechselwirkung der Rauheiten würde es durch Festkörperreibung zu lokalen Temperaturerhöhungen kommen. Dieser Mechanismus wird als sogenannte Blitztemperatur bezeichnet, soll aber in dieser Arbeit nicht näher betrachtet werden [21, 29].

Eine entscheidende Größe ist hier die Viskosität. Sie ist von zwei Größen abhängig, dem Druck und der Temperatur. Wasser besitzt bei Normalbedingungen und Atmosphärendruck von 1013,2 hPa eine Siedetemperatur von 100 °C. Je kleiner der Druck desto kleiner ist die Verdampfungs- und Siedetemperatur [33]. So verdampft beispielsweise Wasser bei einem Systemdruck von 23,37 hPa bereits bei einer Temperatur von 20 °C. Welches Regime für die Viskosität gilt und welche Temperatur- und Druckverteilung entsteht, wird in diesem Kapitel untersucht. Dazu sind die thermophysikalischen Stoffdaten von Wasser und die Materialdaten der Zahnflanken gegeben.

5.2 Zahnrad Werkstoff

Als Werkstoff der Zahnräder wurde ein CTF50A (X6CrNiMoTi17-12-2, Werkstoffnummer 1.4571) festgelegt. Dies ist ein Wolframkarbid-Hartmetall mit 25 % Kobalt-Binder und feinen bis mittleren Korngrößen. Angeführt in der Tabelle 1 sind die Werkstoffeigenschaften des Zahnradmaterials [3].

CERTIZIT Sortencode	Binder	Korngröße	Dichte	Biegebruchfestigkeit	Härte			Druckfestigkeit	E-modul
					HV10	HV30	HRA		
	[m%]		[g/cm ³]	[MPa]				[MPa]	[GPa]
CTF30E	Co 15	fein/mittel	14,05	3100	1250	1240	88,8	4600	530
CTF50A	Co 25	fein/mittel	13,15	3400	950	950	85,3	3900	450
CTE40M	CoCrNi 20	grob	13,6	2900	840	840	84,2	3400	490

Tabelle 1: Werkstoffeigenschaften Zahnradmaterial © in Anlehnung an [3]

5.3 Schmierstoffeigenschaften

In der Tribologie werden Schmierstoffe eingesetzt, um Reibung und Verschleißmechanismen zu reduzieren. Es können verschiedene Stoffe als Schmiermittel eingesetzt werden, herkömmliche Schmierstoffe sind Mineralöle und Fette, aufgrund ihres hohen Werts im Bereich der Viskosität. Durch die hohe Viskosität wirken die Schmierstoffe wie eine Art tragfähiges Polster im Schmierpalt. Hier soll das Schmiermittel Wasser näher untersucht werden. Durch die Verengung zwischen den Kontaktflächen der Zahnräder wird der Schmierstoff durch Druckunterschiede in die Verjüngung des Schmierpalts hineingezogen. Zusätzlich hat das Schmiermittel eine wärmeisolierende Wirkung und kann durch additive Zusätze das Zahnradmaterial vor Korrosionserscheinungen schützen. Die Viskosität kann im EHD-Kontakt um mehrere Größenordnungen steigen durch die hohe Flächenpressung im Kontakt des Wirkflächenpaars, somit stellt diese eine der signifikantesten Auswirkungen auf die Schmierfilmgröße dar. In stark beanspruchten Kontakten hat die Temperatur, Dichte und Viskosität einen enormen Einfluss auf die Schmierfilmdicke [34].

5.4 Viskosität

Die Viskosität ist eine Stoffeigenschaft zur Beschreibung der Zähflüssigkeit von Medien. Hohe Viskosität bedeutet ein weniger fließendes Medium, eine kleine Viskosität bedeutet ein stark fließendes Medium. Als gutes Beispiel Viskosität zu beschreiben, gilt der Honig. Kalter Honig besitzt eine hohe Viskosität und ausgeprägt zähflüssige Eigenschaft, während warmer Honig eine sehr kleine Viskosität besitzt und nahezu dünnflüssig ist. Der Grund für den Fließwiderstand und die Viskosität sind intermolekulare Reibungskräfte der Relativbewegung einer äußerlich zugeführten Verschiebung [8]. Es gibt eine Variation von dynamischer Viskosität (Scherviskosität) η und der kinematischen Viskosität ν [29, 21]. Die dynamische Viskosität ergibt sich aus dem Zusammenhang aus der Scherrate $\dot{\gamma}$ und der Schubspannung τ und zählt damit zu den Newtonsches Gesetzen. Hierbei wird festgelegt, dass der Strömungswiderstand linear proportional zur Strömungsgeschwindigkeit [8, 21] verläuft:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}. \quad (65)$$

Bei Medien mit nichtlinearen Strömungsverhalten kann die kinematische Viskosität herangezogen werden. Sie bildet einen Zusammenhang aus der dynamischer Viskosität und der Dichte [21] des Fluides:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (66)$$

5.4.1 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Reynolds [35, 29] hatte ein Näherungsverfahren und damit eine elementare Beziehung aus der dynamischer Viskosität und der Temperatur formuliert:

$$\eta(\vartheta) = \eta_0 \cdot e^{-A \cdot \Delta\vartheta}. \quad (67)$$

Der Parameter A ist eine exponentielle thermoviskose Konstante. Diese Konstante legt den Einfluss der Temperatur fest, welche bei unterschiedlichen Schmierstoffen die Viskosität um mehrere Größenordnungen steigern kann. Im EHD-Kontakt entsteht eine thermische sowie druckbedingte Viskositätsänderung. Hierzu wurde die ursprüngliche Gleichung durch Roelands Ansatz [36, 29] um den Einfluss der Temperatur und des Druckes erweitert :

$$\eta(\vartheta) = A_1 \cdot e^{\left(\frac{A_2}{\vartheta + A_3}\right)}. \quad (68)$$

Zur Bestimmung der Roelands-Gleichung sind der Temperatur-Viskositäts-Koeffizient β_η und der Druck-Viskositäts-Koeffizient α_η über empirische Messungen zu ermitteln. Hierbei ist zu beachten, dass die Gleichung und die Parameter A_1 , A_2 und A_3 , welche durch mehrfache empirische Messkurven ermittelt wurden, sich die Viskosität allerdings nur näherungsweise beschreiben lässt [29]. Hinzu kommt, dass bisher nur wenige Messversuche zur Viskosität von Wasser bei so hohen Drücken im 1-2 GPa Bereich, wie es bei Zahnradgetrieben der Fall ist, existieren. Die Parameter wurden anhand der empirischen Messdaten der Publikation von Abramson im Physical Review grafisch ermittelt und der Druck-Viskositäts-Koeffizient α_η über Matlab numerisch berechnet [37].

Die Temperaturerhöhung und der Verlauf der Oberflächentemperatur an den Zahnradflanken werden über die allgemeine Wärmeleitungsgleichung und die thermische Energiegleichung in der Schmierpaltnäherung aus Gleichung (57) hergeleitet:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \sim \eta \cdot \overbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}^{\phi} + \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (69)$$

Zuerst müssen die Referenzzeiten der Kinematik $t_{r,Kinematik}$ und der Referenzzeit der Wärmeleitung $t_{r,WL}$ [21] selbst berechnet werden:

$$t_{r,Kinematik} = \sqrt{\frac{c_A \cdot \kappa_A}{u}} \quad (70)$$

$$t_{r,WL} = \frac{\rho \cdot c_p \cdot c_0^2}{\lambda} = \frac{c_0^2}{a}. \quad (71)$$

Im ersten Schritt wird die Temperaturerhöhung im Spalt $\Delta T_{Dissipation}$ über die Viskosität η_W , das Geschwindigkeitsprofil Δu und die Wärmeleitfähigkeit λ_W des Wassers berechnet:

$$\Delta T_{Dissipation} \sim \frac{c^2 \cdot \dot{\phi}}{\lambda_W} \sim \frac{\eta_W \cdot \Delta u^2}{\lambda_W}. \quad (72)$$

Im zweiten Schritt wird die Wärmeleitung im Feststoff der Zahnradflanken über die Dichte ρ_F , die spezifische Wärmekapazität $c_{p,F}$, die Referenzzeit t_r der Wärmeleitung und die Wärmeleitfähigkeit λ_F des Zahnradmaterials ermittelt:

$$\rho_F \cdot c_{p,F} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \sim \lambda_F \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (73)$$

$$\frac{\rho_F \cdot c_{p,F}}{\lambda_F} \cdot \frac{1}{t_r} \sim \frac{1}{\partial^2} \quad (74)$$

$$\partial_F \sim \sqrt{a_F \cdot t_r} \quad (75)$$

Anschließend werden die Wärmeleitungsgleichung des Wassers im Spalt und die Wärmeleitungsgleichung der Zahnradflanken gekoppelt und berechnet. Daraus lässt sich nun die Temperaturerhöhung an den Zahnflanken [21] bestimmen:

$$q_{\dot{W}} \sim q_F \quad (76)$$

$$\lambda_F \cdot \frac{T_F - T_0}{\partial_F} \sim \lambda_W \frac{T_D - T_F}{c} \quad (77)$$

$$\frac{\lambda_W}{\lambda_F} \cdot \Delta T_{Dissipation} \cdot \frac{\partial F}{c}. \quad (78)$$

Die Temperaturerhöhung ΔT_F an den Zahnflanken bleibt so klein, dass die Temperaturabhängigkeit hier vernachlässigbar ist und die Viskosität nur vom Druck abhängig $\eta(p)$ gemacht werden kann.

5.4.2 Druckabhängigkeit der Viskosität

Bei einer Komprimierung des Schmiermediums auf signifikant hohen Drücke steigt die Viskosität η_0 des Schmierstoffes (bei Umgebungsbedingungen) nahezu exponentiell an. Die Piezoviskosität beschreibt, dass bei steigendem Druck, ein ausgeprägter Anstieg der Viskosität entsteht. Dies würde die Tragfähigkeit des Schmierfilms stark positiv beeinflussen. Bisher gibt es nur wenige Versuche und empirische Daten zur Viskositätsmessung von Wasser bei so hohen Drücken im Bereich von 1-2 GPa, siehe Abbildung 20. Eine der wenigen Publikationen von Abramson beschreibt den Versuch zur Untersuchung der Viskosität von Wasser bei Drücken bis zu 5 GPa und einem Temperaturbereich von 21 - 500 °C [38].

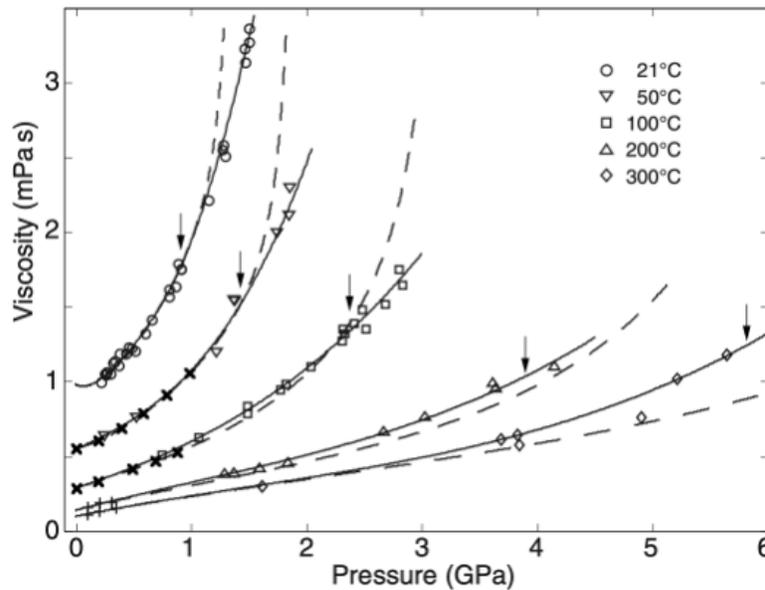


Abbildung 20: Viskositätsverlauf von Wasser bei verschiedenen Temperaturen und Drücken © in Anlehnung an [38]

Wasser besitzt bei Umgebungsdruck von 1 bar eine Viskosität von 0,001 Pa·s. Der Zahnradkontakt weist eine Flächenpressung von ca. 20.000 bar = 2 GPa, was einer Viskosität von Wasser bei ungefähr 0,005 Pa·s entspricht:

$$\Delta p \sim 1.724 \frac{N}{mm^2} \sim 2 \cdot 10^9 Pa \sim 2GPa \sim 20.000bar \quad (79)$$

$$\eta_{Wasser}(1bar) \sim 0,001Pa \cdot s \quad (80)$$

$$\eta_{Wasser}(20.000bar) \sim 0,005Pa \cdot s. \quad (81)$$

Da das graphische Herauslesen der Werte zu ungenau werden kann, wurde die Piezoviskosität des Wassers bei solch hohen Drücken durch eine Matlab-Auswertung ermittelt. Der grundlegende Ansatz zur Beschreibung des Druck-Viskositäts-Verlaufs wurde von Barus [8, 39] wie folgt formuliert:

$$\eta(p) = \eta_0 e^{(\alpha_\eta \cdot p)}. \quad (82)$$

Der Druck-Viskositäts-Koeffizient α_η , welcher durch den Schmierstoff festgelegt ist, ergibt sich durch Differentiation der Gleichung (96) zu:

$$\alpha_\eta = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial p}. \quad (83)$$

Da die Barus-Gleichungen in GPa-Bereichen ungenauer wird, wurde die Gleichung durch Roelands [36] umgewandelt zu:

$$\eta(p) = \eta_0 \cdot e^{(\ln(\eta_0)+9,67) \left[-1 + \left(1 + \frac{p}{p_0}\right)^{Z_{Roel}} \right]} \quad (84)$$

$$\text{mit } Z_{Roel} = \frac{\alpha_\eta \cdot p_0}{\ln(\eta_0) + 9,67} \quad \text{und } p_0 = 1,96 \cdot 10^8 Pa. \quad (85)$$

Der Exponent wird in verschiedenen Literaturquellen als $Z_{Roel} = 0,68$ definiert. Auch die Roelands-Gleichung wird bei Drücken unter ca. 1 GPa als geeignet gesehen [8]. Aus diesem Grund wurde hierzu eine numerische Berechnung über Matlab eingeführt. Um die Viskositätsgleichung mit den geometrischen Zahnradparametern in Beziehung setzen zu können, werden die strömungsmechanischen Gleichungen und Reynoldssche Gleichung aus Kapitel 4 nach Krümmungsradius κ_A und Spaltgröße c_A umgeformt:

$$\sqrt{c_A \cdot \kappa_A} = C \cdot \frac{r_1 \cdot \omega_1}{F_t} \cdot \eta(\overline{\Delta p}). \quad (86)$$

Die Parabel (orange markiert in Abbildung 21) für Zahnradgeometrie mit den Parametern G und Λ wird definiert als:

$$\frac{1}{G \cdot D \cdot \overline{\Delta p}} \quad \text{mit } G = \sqrt{2} \cdot 6 \cdot \pi \cdot \Lambda \quad \text{und } \Lambda = 0,1. \quad (87)$$

Daraus entstehen zwei neue Beziehungen:

- Beziehung zwischen Zahnradgeometrie und der druckabhängigen Viskosität des Wassers:

$$\rightarrow \frac{1}{G \cdot D \cdot p} = \eta(\overline{\Delta p}). \quad (88)$$

- Aus der Gleichung (79) ergibt sich ebenfalls die Spaltgleichung:

$$\rightarrow c_A = \frac{G^2}{\kappa_A} \cdot \frac{(r_1 \cdot \omega_1 \cdot \eta(\overline{\Delta p}))^2}{F_t^2}. \quad (89)$$

Um den Druck-Viskositäts-Koeffizienten α_η [38] bestimmen zu können, wurden die Daten aus den Messkurven der Abbildung 20 auf Seite 46 über DigiPlot herausgelesen und in Matlab über die Barus-Formel gefittet und ausgewertet, sodass eine Viskosität-Parabel bei der Isothermen von 21° C entsteht und dargestellt werden kann:

$$\eta(\overline{\Delta p}) = \eta_0 \cdot e^{\alpha(p-p_0)} \quad (90)$$

$$\alpha \sim 0,75 \frac{1}{GPa}. \quad (91)$$

Um den effektiven Wert der Viskosität zu bestimmen, werden die Parabel der Viskosität (blau markiert in Abbildung 21) und die Parabel der geometrischen Zahnradparameter (orange markiert in Abbildung 21) übereinander gelegt.

Die Abbildung 21 zeigt die Viskositätsauswertung über Matlab.

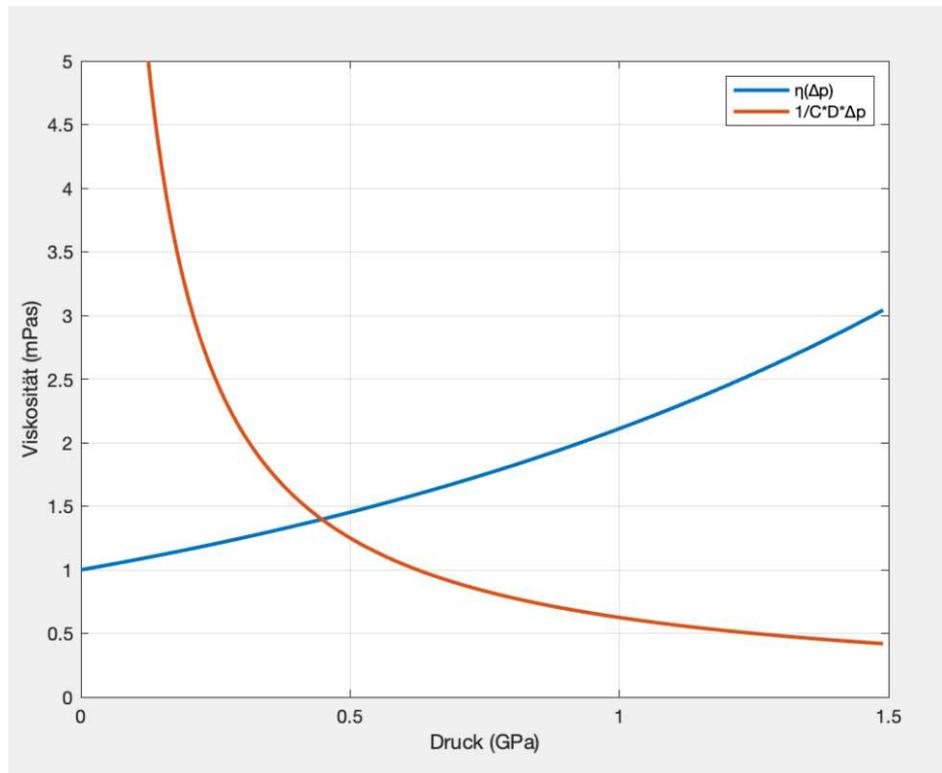


Abbildung 21: Matlabauswertung der Gegenüberstellung von Viskosität und Geometrieparametern

Die Kopplung beider Parabeln ergibt den effektiven Wert der Viskosität von Wasser und der Flächenpressung:

$$\overline{\Delta p} = 0,4GPa \quad \text{und} \quad \eta(\overline{\Delta p}) = 1,4mPa \cdot s. \quad (92)$$

Anhand der zweiten Beziehung kann nun die tatsächliche Spaltgröße c_A bei hydrodynamischer Schmierung berechnet werden:

$$c_A = \frac{C^2}{\kappa_A} \cdot \frac{(r_1 \cdot \omega_1 \cdot \eta(\overline{\Delta p}))^2}{F_t^2}. \quad (93)$$

Die Spaltgröße bei den gegebenen Geometrie-Parametern bei rein hydrodynamischer Kontakt-Schmierung ergibt einen viel zu kleinen und kaum tragfähigen Wert im Bereich von $5 \cdot 10^{-16}$ m. Selbst die Piezoviskosität hat bei reiner Wasserschmierung nur einen sehr kleinen Steigerungseffekt auf die Tragfähigkeit des Schmierstoffes und die Größe des Schmierpals [20]. Damit wird erkennbar, dass sich trotz eines ausgeprägt harten Zahnradmaterials bei rein hydrodynamischer Schmierung kein tragfähiger Schmierpalt einstellt. Das Ganze sieht optimaler bei EHD-Kontaktschmierung aus, bei welcher sich durch elasto-hydrodynamische Abplattung der Zahnradflanken ein stabiler Schmierpalt h_{min} einstellt [40]. Eine erste Näherung und Berechnung der charakteristischen Verformungslänge nach EHD-Theorie ergibt:

$$\overline{\Delta p} \sim E \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \sim E \cdot \frac{\Delta u_e}{l_r} \quad (94)$$

$$l_r = \sqrt{\frac{c_A}{\kappa_A}} \quad (95)$$

$$\rightarrow \Delta u_e \sim c_A = \frac{F_t}{E}. \quad (96)$$

In der EHD-Kontakt-Berechnung ergibt sich eine deutlich größere und tragfähigere Schmierpaltgröße von $2,2 \cdot 10^{-7}$ m, welche sich in einem realeren Bereich befindet.

Durch eine ansteigende Schmier-spaltgröße verkleinert sich das Potential und das mögliche Risiko einer Mischreibung der Wirkflächenpaare bei reinen hydrodynamischen Schmierzuständen [29]. Die Tabelle 2 gibt einen Überblick über verschiedene Schmierstoffe, mit Angabe, welche Spaltgrößen sich bei hydrodynamischer Schmierung und konstanten Geometrie-Parametern und Drehzahlen zwischen 300 bis 3000 Umdrehungen pro Minute einstellen. Im Vergleich dazu werden in den zwei rechten Tabellenspalten die Schmier-spalten dargestellt, welche sich bei den jeweiligen Drehzahlen bei EHD-Kontaktschmierung einstellen.

Ergebnistabelle:														
Geometrie Zahnräder														
Wasser														
Radius r_1	Krümmungs- radius κ	Krümmungslänge l_b	Lastparameter L	Flächen- druck p	Parameter C	Linienkraft F_l	Drehzahl ω_1	Alpha α	E-Modul	Viskosität η	Spalt c_0	Verformung u_e $= c_0$	charakteristische Länge l_r	
m	m ⁻¹	m	m	Pa	m	N/m	s ⁻¹	1/Gpa	Pa	Pa*s	m	m	m	
0,04	250	1,0E+05	0,3	4,0E+08	8	1,0E+05	5	0,77	4,5E+11	0,0014	2,0E-18	2,2E-07	3,0E-05	
const.	const.	const.	const.	const.	const.	const.	50	const.	const.	const.	2,0E-16	const.	const.	
Pflanzliches Öl														
0,04	250	1,0E+05	0,3	4,0E+08	8	1,0E+05	5	20	4,5E+11	0,1	1,0E-10	3,8E-05	3,9E-04	
const.	const.	const.	const.	const.	const.	const.	50	const.	const.	const.	1,0E-08	const.	const.	
HEES (synthetischer Ester)														
0,04	250	1,0E+05	0,3	4,0E+08	8	1,0E+05	5	15	4,5E+11	0,25	6,4E-10	3,9E-05	3,9E-04	
const.	const.	const.	const.	const.	const.	const.	50	const.	const.	const.	6,4E-08	const.	const.	
Motoröl SAE60 oder Glycerin														
0,04	250	1,0E+05	0,3	3,3E-04	8	1,0E+05	5	20	4,5E+11	2	4,1E-08	1,7E-04	8,2E-04	
const.	const.	const.	const.	const.	const.	const.	50	const.	const.	const.	4,1E-06	const.	const.	

Tabelle 2: Schmier-spaltgrößen bei konstanten Geometrie-Parametern, jeweiligen Drehzahlen bei hydrodynamischer und EHD-Kontaktschmierung

6 Kavitation

Die Kavitation ist eine Blasenbildung aus Gas, Dampf in einer kontinuierlichen Flüssigphase. Man unterscheidet drei Arten der Kavitation. Die erste Form ist die Gaskavitation, auch weiche Kavitation genannt: bei Unterschreitung der Sättigungsdampfdruck der Flüssigkeit, wird im Medium ein gelöstes Gas freigesetzt. Die zweite Form ist die Pseudo-Kavitation: eine bereits existierende Gasblase diffundiert von Flüssigkeitsphase in die Gasphase und wird weiter ausgedehnt. Und der dritten Form der Dampfkavitation, auch harte Kavitation genannt: die Dampfblasen werden gebildet, sobald der Druck den Sättigungsdampfdruck der Flüssigkeit unterschreitet und anschließend bei wieder ansteigendem Druck implodieren die Gasblasen schlagartig und bilden sogenannte *micro jets* [41, 29, 8]. Die *micro jets* verhalten sich wie enorme Druckspitzen mit Krafteinwirkungen auf kleinste Punktkontakte und sind so stark, dass sie Verschleiß an der Oberfläche als sogenannte Kavitationserosion bilden [24]. Es existieren verschiedene Modelle zur Betrachtung und Auswertung von Kavitationsbereichen. In dieser Arbeit wird die JFO-Bedingung (Jakobsson, Floberg und Olsson) herangezogen. Das Modell muss die Kontinuitätsgleichung erfüllen, das bedeutet, dass die Gradation vom Druck- zum Kavitationsbereich konstant sein muss. In diesem Modell wird der Schmierstoff zwischen den entstehenden Dampfblasen und dem Gasvolumen mittransportiert und es wird die Hypothese aufgestellt, dass die Kavitationsbereiche und Gasblasen sich wieder schließen können [29]. Das Modell mit JFO-Bedingung nimmt an, dass der Druckgradient am Rand des Kavitationsgebietes gegen Null konvergiert und es wird angenommen dass in diesem Gebiet der Druck dem Kavitationsdruck $p_{cav} = \text{const.}$ entspricht. Zu dieser Hypothese wird vorausgesetzt, dass die Kontinuitätsgleichung im betrachteten Kontrollvolumen als erfüllt gilt [29], d.h. die Forderung der Masseerhaltung über die Grenzfläche zwischen flüssiger Phase und Flüssigkeits-Dampf-Mischphase muss erfüllt sein. Damit ist im Kavitationsgebiet ausschließlich der Couette-Term für die Strömungsbewegung des Schmierstoffes bedeutend [42, 43, 44]:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0, p = p_{cav}. \quad (97)$$

6.1 Zeitbereich und Krümmungsradius

Nun wird die genaue Lage des Kavitationsgebiets ermittelt. Zuerst muss dafür die Referenzzeit zwischen Ein- und Ausgriff bestimmt werden. Hierzu wird die Gleichung für den Krümmungsradius $\kappa(t)$ hergeleitet [20]:

$$\kappa = \frac{\kappa(t)}{\kappa_A} = \frac{1}{r_1 \cdot \varphi_1} - \frac{1}{r_2 \cdot \varphi_2} = \frac{1}{r_1 \cdot \omega_1 \cdot t} - \frac{1}{r_1(\omega_2 \cdot t - \varphi_{max})} \quad (98)$$

$$\varphi_{max} = \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right) \cdot \tan \left(\frac{20 \cdot \pi}{180} \right). \quad (99)$$

In der Abbildung 22 wurde der Krümmungsradius über die Zeit in Matlab geplottet.

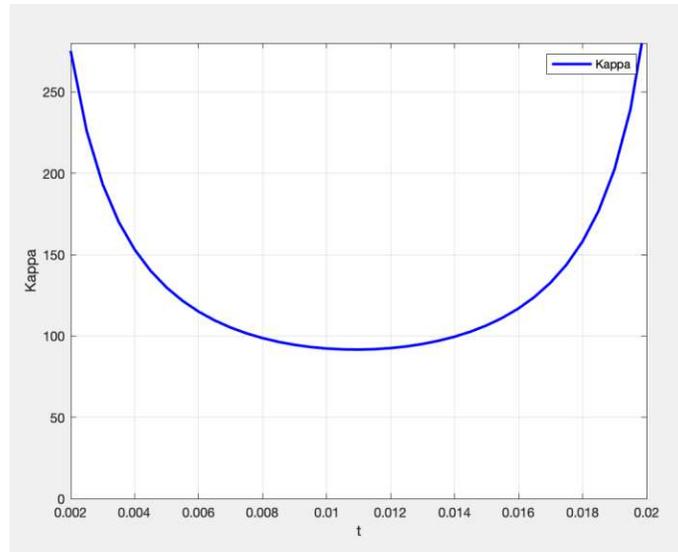


Abbildung 22: Krümmungsradius κ über die Zeit t

Es ergibt sich ein Zeitbereich des Krümmungsradius t_κ von 0,002 – 0,02 s. Anschließend die Gleichung für die Spaltgröße C, wobei für die Parameter $\varphi = \frac{t}{t_A}$ bzw. $\frac{\varphi(t)}{\varphi_A}$ und $B = \frac{t_E}{t_A}$ bzw. $\frac{\varphi_{max}}{\varphi_A}$ eingesetzt werden, um die Gleichung nach der Zeit ableiten zu können:

$$C = \frac{c(t)}{c_A} = \Phi(t) \frac{\Phi(t) - B}{1 - B} \frac{1}{(1 + \Lambda \ln[\Phi(t) \frac{1-B}{\Phi(t)-B}])^2}. \quad (100)$$

Damit kann der Zeitbereich auf die Spaltgröße appliziert und die Spaltgröße in Matlab geplottet werden. Der Zeitbereich des Schmierfilms beträgt t_c von 0,002 bis 2 s und wird in der Spaltgleichung für $\Phi(t)$, siehe Abbildung 23, eingesetzt.

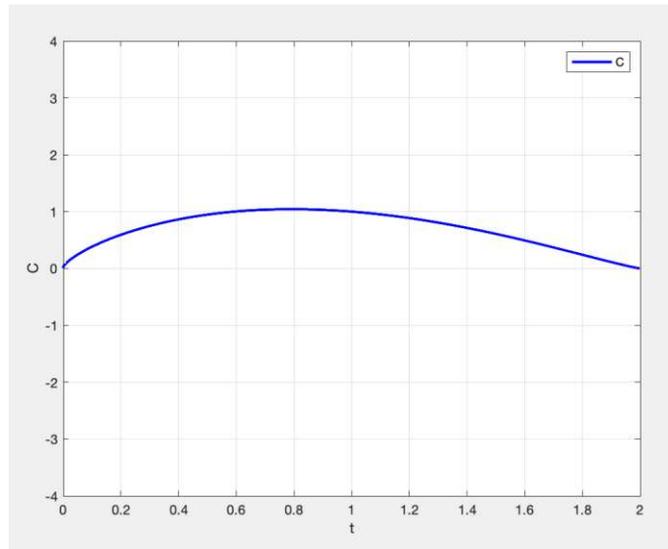


Abbildung 23: Spaltgröße C über die Zeit t

6.2 Berechnung der Druckverteilung

Die Gleichungen werden jeweils einmal nach der Zeit abgeleitet und fließen ein in das Druckprofil:

$$\dot{\kappa} = \frac{1}{r_1 \cdot \omega_1 \cdot t_\kappa^2} - \frac{\omega_1}{r_1(\omega_2 \cdot t_\kappa - \varphi_{max})^2} \quad (101)$$

$$\dot{C} = \frac{(B - 2 \cdot t_C) \cdot (\Lambda \cdot \ln(t_C \frac{B-t_C}{B-1})) - 2 \cdot \Lambda + 1}{(B - 1) \cdot (\Lambda \cdot \ln(t_C \frac{B-t_C}{B-1}) + 1)^3}. \quad (102)$$

Hier werden die Ableitungen des Krümmungsradius κ und der Spaltgröße C auch über den Drehwinkel Φ aufgetragen, siehe Abbildungen 24 auf der nächsten Seite, 25 auf Seite 55, anschließend werden diese auf das Druckprofil appliziert [21].

Das Druckprofil bildet sich aus dem Integral des Kraftfeldes:

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = - \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{dp}{dx} dx = -3\sqrt{2}\pi\eta \frac{(\dot{c}\dot{\kappa})}{(c\kappa)^{3/2}\kappa}. \quad (103)$$

Die Gleichung für das Kraftfeld wird durch Integration von φ_A bis $\varphi(t)$ hergeleitet:

$$\int_{\varphi_A}^{\varphi(t)} F\kappa(\varphi)d\varphi = \int_{\varphi_A}^{\varphi(t)} 6\sqrt{2}\pi\eta \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{\sqrt{c(\varphi)\kappa(\varphi)}} \right) d\varphi. \quad (104)$$

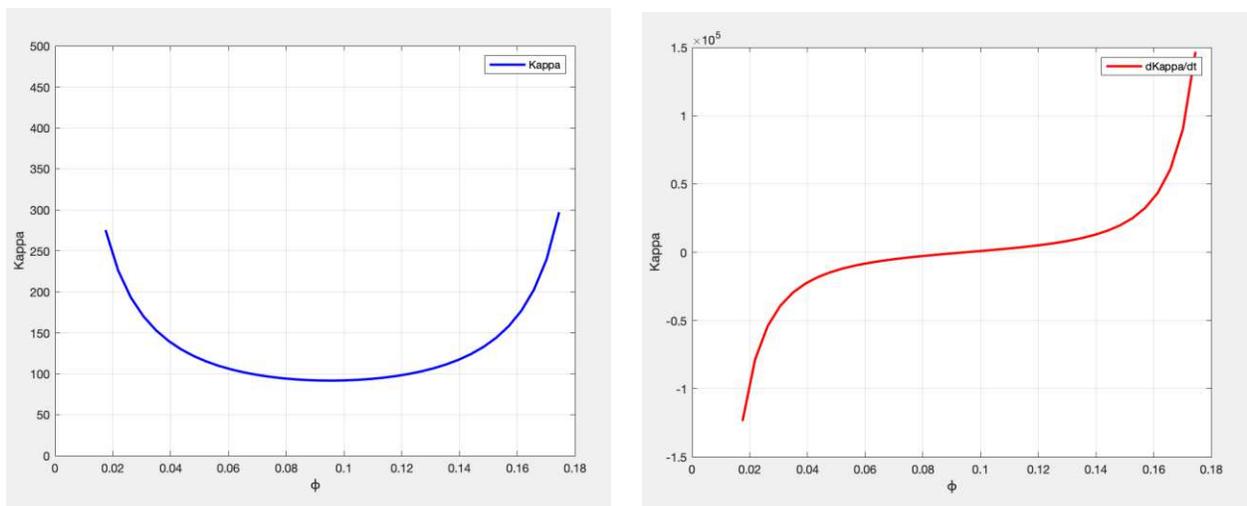


Abbildung 24: Der Krümmungsradius κ und die Ableitung $\dot{\kappa}$ über den Drehwinkel Φ

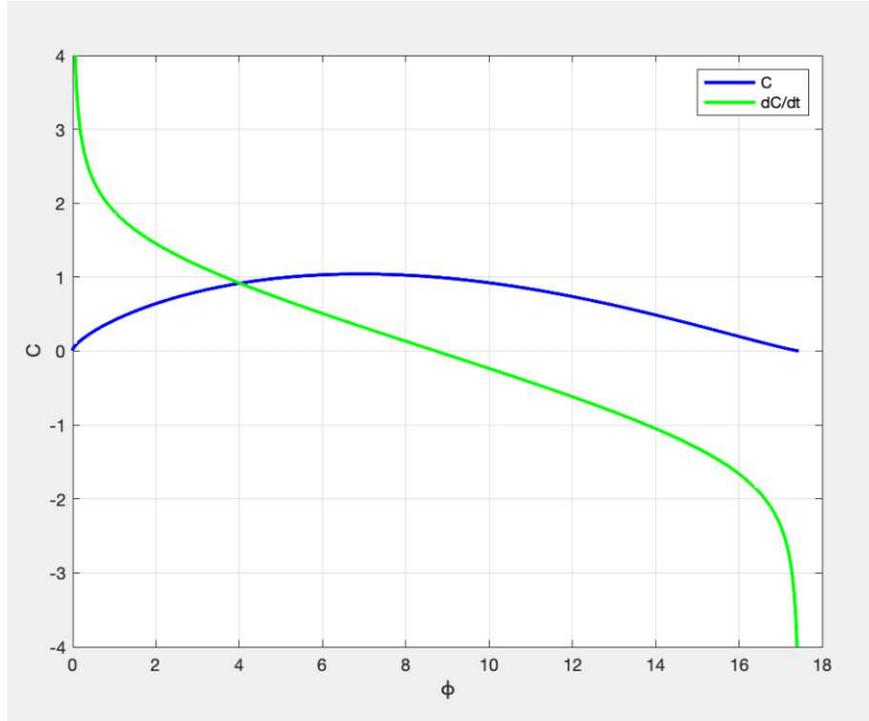


Abbildung 25: Die Spaltgröße C und die Ableitung \dot{C} über den Drehwinkel Φ

6.3 Druckverteilung der Zahnradpaarung

Wird die zuvor bestimmte Reynoldssche Gleichung mit nicht konstanter Kraft angenommen, kann die Gleichung des Druckprofils des Schmierfilms bei Ein- und Ausgriff bestimmt werden. Das Druckprofil ergibt sich aus einem symmetrischen und unsymmetrischen Anteil, wobei der unsymmetrische Anteil in der Gleichung dominiert [45]. Zusammen ergibt sich aus beiden Gleichungen das Gesamtdruckprofil:

$$\frac{\Delta p(s, t)}{12\eta} = \overbrace{u_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{h^2(s, t)} - \frac{4}{3} u_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{h^3(s, t)}}^{\text{Punsymmetrisch}} + \overbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{c}s + \frac{\kappa s}{6}}{h^3(s, t)} ds}_{\text{Psymmetrisch}}. \quad (105)$$

Die Druckverteilung wird anschließend entdimensioniert nach folgender Herleitung:

$$\frac{\Delta p(S, T)}{12\eta} = \overbrace{U_A \cdot U_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{l_r \cdot dS}{c_A^2 H^2(S, T)} - \frac{4}{3} U_A \cdot U_m \cdot c_A \cdot C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{l_r \cdot dS}{c_A^3 H^3(S, T)}}^{\text{Punsymmetrisch}} + \overbrace{\frac{1}{t_r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_A l_r \dot{C} S + \kappa_A \cdot \dot{\kappa} \frac{S^3 l_r^3}{6}}{c_A^3 H^3(S, T)} l_r dS}_{\text{Psymmetrisch}}. \quad (106)$$

$$P = \frac{\Delta p \cdot c_A^2}{l_r \cdot u_A} = U_m \overbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dS}{H^2(S, T)} - \frac{4}{3} U_m \cdot C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dS}{H^3(S, T)}}^{\text{Punsymmetrisch}} + \overbrace{\frac{l_r}{u_A \cdot t_r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{C}S + \dot{\kappa}S^3 \frac{\kappa_A l_r^2}{c_A^6}}{H^3(S, T)} dS}^{\text{Psymmetrisch}}. \quad (107)$$

Unter Verwendung der Parameter:

$$H = C + \frac{\kappa}{2} S^2, \quad S = l_r \cdot s, \quad P = \frac{\Delta p}{p_{ref}}, \quad (108)$$

$$U_m = \frac{u_m}{u_A}, \quad l_r = \sqrt{\frac{c_A}{\kappa_A}}, \quad \kappa = \frac{\kappa}{\kappa_A}, \quad (109)$$

$$T = \frac{t_a}{t_r} \cdot \phi, \quad t_r = \frac{\sqrt{\frac{c_A}{\kappa_A}}}{u_A}, \quad C = \frac{c}{c_A}. \quad (110)$$

Die Druckverteilungsgleichung in der entdimensionierten Darstellung ergibt:

$$P = \frac{\Delta p \cdot c_A}{12\eta \cdot u_A} \cdot \overbrace{\frac{c_A}{l_r}}^{\ll 1} = U_m \overbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dS}{H^2(S, T)} - \frac{4}{3} U_m C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dS}{H^3(S, T)}}^{\text{Punsymmetrisch}} + \overbrace{\frac{l_r}{u_A \cdot t_r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{C}S + \frac{\dot{\kappa}S^3}{6}}{H^3(S, T)} dS}^{\text{Psymmetrisch}}. \quad (111)$$

Der Zeitbereich t_c des Schmierpalts von Ein- bis Ausgriff beträgt $t_a = 0,002$ bis $t_e = 2s$. Die Druckverläufe wurden hier über den Drehwinkel $\Phi = \frac{t}{t_a} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)$ aufgetragen.

Damit entstehen aus dem Druckprofil:

- ein symmetrischer Druckanteil, siehe Abbildung 26:

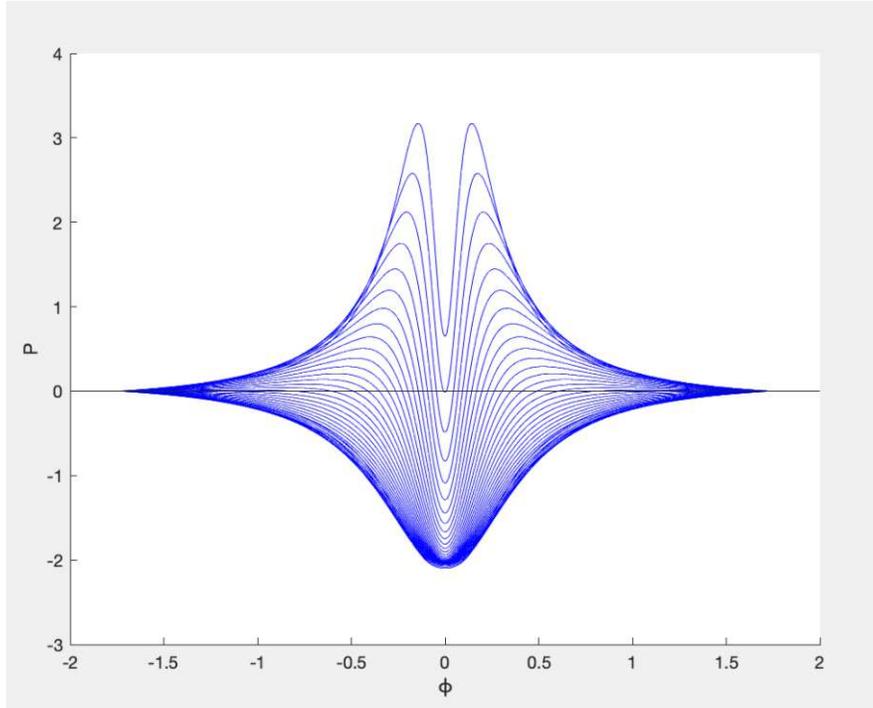


Abbildung 26: Symmetrischer Druckverlauf über dem Drehwinkel Φ

Im symmetrischen Druckprofil ist zu erkennen, dass sich ein Gebiet unterhalb des Sättigungsdampfdruckes und damit ein Kavitationsgebiet ausbildet und wieder schließt. Die Skalen der Diagramme sind entdimensioniert dargestellt. Der Drehwinkel bezieht sich auf Ein- bis Ausgriff der ersten Zahnflankenseite im Einzel-Eingriff der Zahnräder und verläuft in einem Zeitraum von 0 bis 0,02 s mit einer Druckspitze bis zu ca. ~ 1.7 GPa.

- ein unsymmetrischer Druckanteil, siehe Abbildung 27:

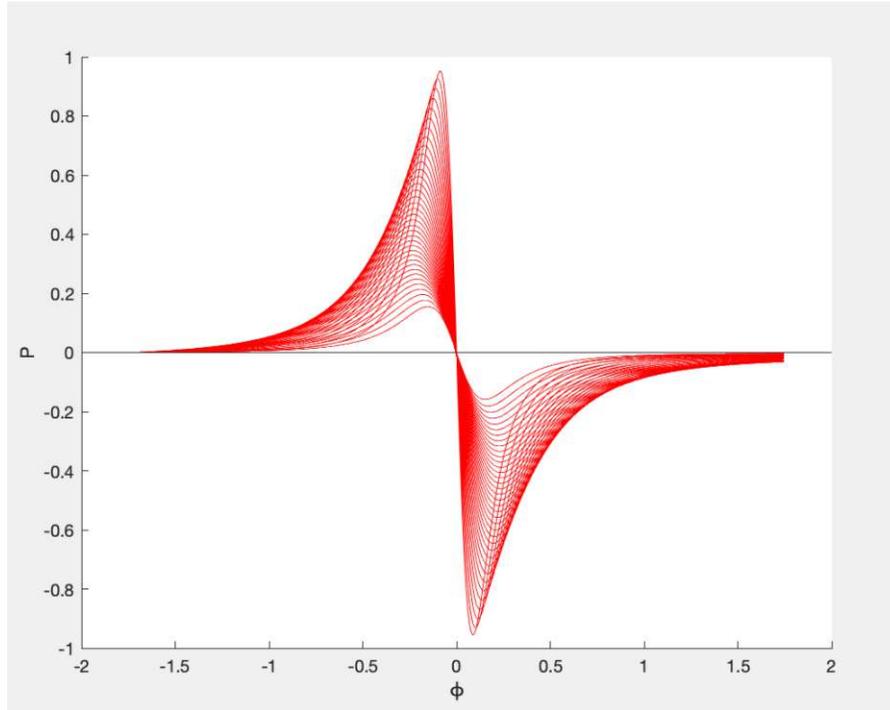


Abbildung 27: Unsymmetrischer Druckverlauf über dem Drehwinkel Φ

Auch im unsymmetrischen Druckprofil ist ein Kavitationsbereich ersichtlich.

- der gesamte Druckverlauf des Schmierfilms, siehe Abbildung 28, von Ein- bis Ausgriff beim Einzel-Eingriff der Evolventenverzahnung.

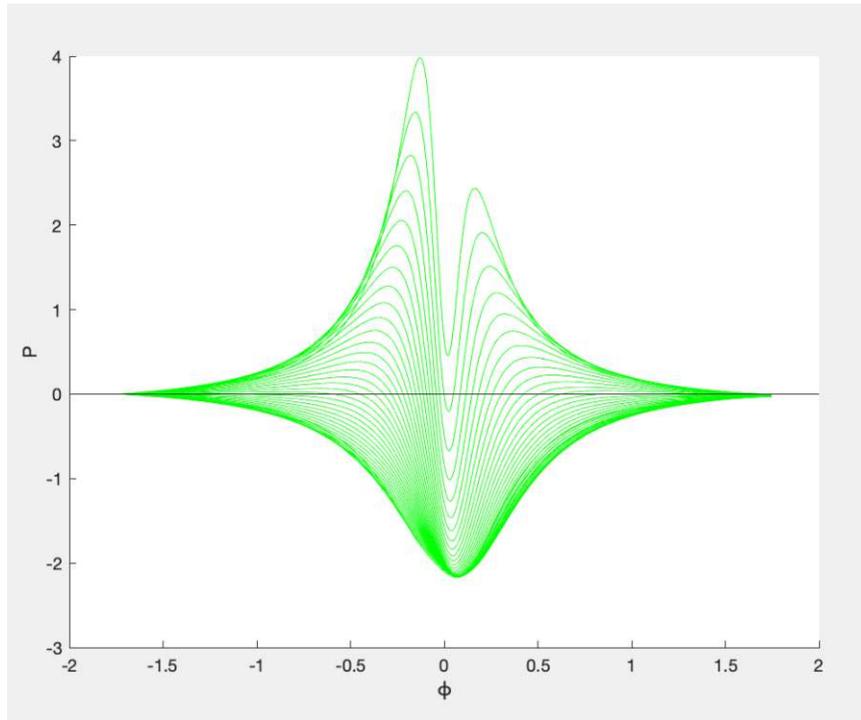


Abbildung 28: Gesamter Druckverlauf über dem Drehwinkel Φ

In der MATLAB-Berechnung und Auswertung ergibt sich durch Überlagerung des symmetrischen und unsymmetrischen Druckprofils der gesamte Druckverlauf über den Drehwinkel der ersten Zahnflankenseite im Einzel-Eingriff der Zahnradpaarung. Die erste Druckspitze verläuft deutlich höher als die zweite Druckspitze und auch ein Kavitationsbereich lässt sich im Diagramm erkennen, welches sich ab Erreichen des Sättigungsdampfdruckes des Fluides ausbildet und wieder schließt.

6.4 Hypothese des Kavitationsmodells und Kavitationsbereichs

Aus dem symmetrischen, unsymmetrischen und gesamten Druckverlauf Δp über den Drehwinkel Φ ist zu erkennen, dass sich bei Unterschreiten des Sättigungsdampfdruckes der Flüssigkeit ein Kavitationsgebiet bildet und nach der JFO-Condition wieder schließt [42, 43, 44]. Der Sättigungsdampfdruck wird hier näherungsweise als Gebiet unterhalb der Nulllinie angenähert [24]. Wie bereits angenommen, bildet sich ein sehr kleiner Kavitationsbereich, welcher durch Zusammenschluss vieler kleiner Kavitationsblasen zu einer großen Kavitationsblase durch die Volumensexpansion der Blase entsteht. Diese Kavitationsblase implodiert schlagartig und bildet sogenannte *micro jets*, welche eine Kavitationserosion am Zahnradmaterial verursachen können [41]. In den Abbildungen der Druckverläufe ist der Bereich, welcher sich unterhalb der Nulllinie bildet als Kavitationsbereich zu betrachten, welcher sich mit der Spalthöhe im Zahnradengriff bis zu einem Maximalwert vergrößert und mit kleiner werdender Schmierpalthöhe gemäß der JFO(Jakobsson, Floberg, Olsson)-Bedingung wieder schließt. Die Drücke sind im so hohe GPa-Bereich, sodass das Wasser im Schmierpalt schon bei Umgebungsbedingungen beginnt zu siedeln. Im Druckverlauf ist erkennbar, dass über dem Drehwinkel hohe Flächenpressungen entstehen, welche die Kavitationsbildung im Wasser verstärken und damit Kavitationserosion begünstigen. Ein weiterer Aspekt ist hier zu betrachten, dass es sich beim Schmierstoff um Meerwasser handelt und es zu ausgeprägten Korrosionserscheinungen am Schiffsgetriebe kommen kann. Meerwasser liegt mit einem pH-Wert von 8,2 bis 8,3 im leicht alkalischen Bereich. Die Zahnradmaterialien sowie die Gleitlager bestehen aus einem Hartmetallkarbid mit Kobalt-Binder, diese Kombination besonders bei so hohen Drücken im GPa-Bereich begünstigt starke Korrosionserscheinungen.

7 Ergebnisse und Zukunftsausblick

Zusammenfassend wurden die Kinetik der Zahnradpaarung, die Stömungsverhältnisse sowie die Wärmeübertragung in der Schmierspaltumgebung, die Viskosität des Schmierstoffes Wasser und Druckverläufe der Zahnradpaarung mit Kavitation untersucht. Anhand der Analysen und Auswertungen der Masterarbeit sowie der momentanen geometrischen Daten der Zahnradpaarung im Schiffsgetriebe kann festgestellt werden, dass sich im Einzel-Eingriff der Zahnradpaarung ein relativ stabiler Spalt bilden kann, es bildet sich jedoch kein stabiler Schmierspalt für den Doppel-Eingriff. Ein anderer Aspekt ist, dass der rein hydrodynamische Ansatz nicht umsetzbar ist, da sich eine so minimale Spaltgröße bildet, welche weit außerhalb einer möglichen Fertigung liegt [46, 47]. Durch die sehr kleinen Viskositätswerte des Wassers, hat auch die enorm hohe Härte des Zahnradmaterials wenig Auswirkungen auf die Tragfähigkeit des Schmierspalts [3]. Durch die gute Wärmeisolation des Wassers hingegen entstehen nur sehr kleine Temperaturerhöhungen über dem Schmierspalt und an den Zahnradflanken, welches durchaus wünschenswert sind [35, 46]. Auf die Zahnradpaarung wirkt eine Flächenpressung im GPa-Bereich und muss eine enorm hohe Kraftübertragung gewährleisten, während die Temperaturerhöhung über dem Schmierspalt in kleinen Bereichen bleibt. Der Ansatz der EHD-Theorie ist durchaus umsetzbar, da sich hier durch elastohydrodynamische Deformation ein minimaler Schmierspalt im Mikromillimeter-Bereich bildet, welcher durchaus in einer Fertigung und in der Industrie umsetzbar wäre. Anschließend kann durch die Analyse des Kavitationsgebietes eine Hypothese aufgestellt werden, dass sich ein kleines Kavitationsgebiet bei Unterschreiten des Sättigungsdampfdruckes des Wassers bildet und wieder schließt. Es bilden sich zahlreiche mikroskopisch kleine Bläschen, welche sich zu einer größeren Kavitationsblase zusammenschließen. Durch die enorm hohen Drücke, welche auf die Zahnradpaarung wirken, beginnt das Wasser im Schmierspalt zu sieden. Durch das Implodieren der Kavitationsblasen entstehen *micro jets* und eine damit verbundene Kavitationserosion [48]. Als möglicher Ausblick müsste diese Hypothese mit einer genauen Analyse der JFO(Jakobsson, Floberg, Olsson)-Bedingung mit Berechnungsmethoden über passende FEM(Finite Elemente Methoden)-Berechnungen analysiert werden. Mögliche Lösungsansätze wären Additive dem Wasser hinzuzufügen, um die Viskositätswerte um mehrere Größenordnungen und damit die Tragfähigkeit des Schmierspalts zu steigern. Ein anderer Lösungsansatz wäre die Verzahnungsgeometrie sowie Oberflächenstruktur des Zahnradmaterials zu verändern oder das Getriebe als ein geschlossenes System zu entwickeln, welches das Öl wieder zurückspeist [4]. Dies würde einerseits verhindern, dass Öl unnötig ins Meerwasser fließt und andererseits den enormen Ölkonsum der Schifffahrt und die damit verbundenen Kosten zu reduzieren. Der momentan zukunftsträchtigste Ansatz ist die komplette Wandlung zu geschlossenen und elektrisch betriebenen Schiffsantriebssystemen, Solarpanels und integrierten Batterien zur Energiespeicherung. Bereits jetzt existieren Yacht-Modelle, welche durch Solarpanels und integrierte Wärmespeichersysteme funktionieren. Es wäre zu untersuchen, ob sich diese Modelle auch im Up-Scale-Bereich der Schifffahrt umsetzen lassen. Die Vision der reinen Wasserschmierung im Zahnradgetriebe der Schifffahrt ist durchaus zukunftsträchtig und wird die natürliche Balance der Meere zum Positiven verändern.

8 Nomenklatur

8.1 Abkürzungen

Abkürzung	Erklärung
CAD	Computer-Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics (Numerische Strömungsmechanik)
CO ₂	Kohlenstoffdioxid
DIN	Deutsches Institut für Normung
EHD	Elastohydrodynamic
FEM	Finite Elemente Methode
FSI	Fluid-Struktur-Interaktion
HD	Hydrodynamik
ISO	International Organization for Standardization
IPCC	Intergouvernemental Panel on Climate Change
JFO	Jakobsson, Floberg, Olsson
PPM	Parts Per Million
TEHD	thermische Elastohydrodynamic
VI	Viskositäts-Index Formelzeichen

8.2 Lateinische Buchstaben

Latienischer Buchstabe	Erklärung
a	Achsabstand
A	Fläche
a_F	Wärmeleitungskoeffizient
b	geometrischer Zahnrad-Parameter
c	Schmierspalthöhe
\dot{c}	Ableitung der Schmierspalthöhe
C	Wälzpunkt
c_p	spezifische Wärmekapazität
cos	Cosinus
D	mathematischer Parameter
d	Durchmesser
e	Exzentrizität
E	Elastizitätsmodul des Werkstoffes
F	Kraft
F_N	Normalkraft
F_R	Reibungskraft
F_t	Linienkraft
G	mathematischer Parameter
g_α	Eingriffsstrecke
h	Schmierfilmdicke
I	Intensität
l	Länge
m	Masse
max	Maximum-Funktion
min	Minimum-Funktion
m_{Modul}	Zahnradmodul
n	Drehzahl
N	Zähnezahl
p	Druck
Δp	Flächenpressung
p_{cav}	Kavitationsdruck
q	Linienbelastung
\dot{q}	Wärmestrom
Q_ϑ	Wärmequelle
r	Radius
Re	Reynoldssche Zahl
sin	Sinus
t	Zeit
T	Temperatur in Kelvin

\tan	Tangens
u	Geschwindigkeit in x-Richtung
u_m	mittlere Geschwindigkeit in x-Richtung
Δu_e	charakteristische Verformungslänge
v	Geschwindigkeit in y-Richtung
\dot{V}	Volumenstrom
x	dimensionslose kartesische Raumkoordinate
y	dimensionslose kartesische Raumkoordinate
z	dimensionslose kartesische Raumkoordinate
Z_{Roel}	Druck-Exponent der Roelands-Viskositätsgleichung

8.3 Griechische Buchstaben

Griechische Buchstaben	Erklärung
α	Neigungswinkel der Flanke, Eingriffswinkel
α_η	Druck-Viskositäts-Koeffizient
β_η	Temperatur-Viskositäts-Koeffizient
γ	Schubverzerrung
$\dot{\gamma}$	Scherrate
δ	Kronecker-Delta (mathematischer Operator)
ε_α	Profilüberdeckung
κ	Krümmungsradius der Evolvente
$\dot{\kappa}$	Ableitung des Krümmungsradiuses
η	dynamische Viskosität
ϑ	Temperatur in °C
φ	Winkel Grundkreismittelpunktlinie zum Startpunkt der Evolvente
Φ	Gesamtdrehungswinkel
λ	Wärmeleitfähigkeit
Λ	Lastparameter
ν	kinematische Viskosität
π	Kreiszahl
ρ	Dichte
$\dot{\phi}$	Dissipation
σ	Normalspannung
Σ	Summe
τ	Schubspannung
ω	Winkelgeschwindigkeit
∇	Nabla-Operator (Vektor der partiellen Ableitungsoperatoren)

8.4 Indizes

Indizes	Erklärung
0	Initialzustand, Zustand bei Umgebungsbedingungen
1,2	Kontaktkörper 1 bzw. 2
cav	Kavitation (engl. cavitation)
e	äquivalent (engl. equivalent)
gas	gasförmig
j	Komponente des Geschwindigkeitsvektors
lim	limitiert
liq	Fluid (engl. liquid)
m	mittel
max	maximale, größte
min	minimale, kleinste
mix	Mischung (engl. mixture)
p	Druck
s	Schub, Scherung
sol	Festkörper (engl. solid)
x, y, z	kartesische Raumrichtungen

9 Einverständniserklärungen

Die Einverständniserklärungen sind in der PDF-Datei:

Einverstaendnis_Abbildungsreproduktion_Hoefler+Krunner+Weigand+Weshta[25].pdf dokumentiert.

Betreff: AW: Maschinenelemente 2 Folien
Datum: Mittwoch, 8. Juni 2022 um 20:04:36 Mitteleuropäische Sommerzeit
Von: Weigand, Michael
An: Sylvia Kunert
Anlagen: image008.png, image007.png, image006.png, image005.jpg, image004.jpg, image003.png, image002.jpg, image001.png

Liebe Frau Kunert,

vielen Dank für Ihre höfliche Anfrage und das Lob! Sie dürfen die Folien so gerne in Ihrer Arbeit verwenden.

Sollten Sie Ihre Arbeit an unserer Fakultät durchführen: Bei MWB gibt es nur Diplomarbeiten, keine Masterarbeiten (bevor Sie alles umschreiben müssen)...viel Erfolg! Es würde mich freuen, wenn Sie uns dann ein pdf Ihrer Arbeit schicken würden, wenn sie fertig ist.

Mit freundlichen Grüßen / Best Regards / Meilleurs Salutations

Michael Weigand

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing.

Technische Universität Wien
Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung E307
Forschungsbereich Maschinenelemente und Luftfahrtgetriebe E307-02
Lehargasse 6, Objekt 7 (Hoftrakt BD, Campus Getreidemarkt), 1060 Wien
Austria

TU Wien, Vienna
Institute of Engineering Design and Product Development E307
Research Unit Machine Elements and Transmissions for Aviation E307-02
Lehargasse 6, Object 7 (Hoftrakt BD, campus Getreidemarkt), 1060 Vienna
Austria

Tel.: +43 1 58801 30730

email: michael.weigand@tuwien.ac.at

<http://www.ikp.tuwien.ac.at/mel>



IFAR | INTERNATIONAL FORUM
FOR AVIATION RESEARCH

Betreff: Re: Webseite Masterarbeit

Datum: Dienstag, 14. Juni 2022 um 16:04:03 Mitteleuropäische Sommerzeit

Von: Andreas Höfler

An: Sylvia Kunert

Hallo Sylvia,

kein Problem! Viel Erfolg....

Andy

Am 08.06.2022 um 17:00 schrieb Sylvia Kunert:

Sehr geehrter Herr Höfler,

ich schreibe gerade Diplomarbeit zum Thema 'Hydrodynamische Zahnradschmierung in Schiffsgetriebenen'. Ihre Website zu den Zahnradmodellen Erklärungen und Darstellungen ist unglaublich gut erklärt, dass ich das Thema durch Ihre Beschreibungen viel besser verstehen konnte! Ich würde gerne einige Darstellungen der Zahnradbilder in der Masterarbeit (welche mit Literaturverweis auf Ihre Webseite gekennzeichnet werden) verwenden, da sie so übersichtlich und klasse sind! Ich wollte Sie um Ihr Einverständnis fragen, ob die Darstellungen der Zahnradbilder Ihrer Webseite in der Masterarbeit mit Zitierung auf Ihre Webseite verwendet werden dürfen?

Vielen Dank!

Mit freundlichen Grüßen,
Sylvia Kunert

Betreff: AW: Modellbild Masterarbeit
Datum: Montag, 11. Juli 2022 um 08:37:26 Mitteleuropäische Sommerzeit
Von: Krinner, Andreas
An: Sylvia Kunert
Anlagen: 0.jpg

Guten Morgen Frau Kunert,

es freut mich zu hören, dass Sie mit meiner Arbeit etwas anfangen können. Sehr gerne können Sie das Bild verwenden. Bitte entschuldigen Sie die späte Rückmeldung, ich war jetzt vier Wochen nicht im Haus. Ich wünsche noch viel Erfolg bei Ihrer Masterarbeit! Es hört sich nach einer interessanten Arbeit an.

Mit freundlichen Grüßen,
Andreas Krinner

Mit freundlichen Grüßen,
Andreas Krinner

ASM Assembly Systems GmbH & Co. KG
ASM AS R&D 74
Rupert-Mayer-Str. 44
81379 Munich, Germany
Phone: +49 (89) 20800-52259
andreas.krinner@asmpt.com
www.asm-smt.com

Von: Sylvia Kunert <kunert.sylvia@hotmail.com>
Gesendet: Samstag, 11. Juni 2022 15:08
An: Krinner, Andreas <andreas.krinner@asmpt.com>
Betreff: Modellbild Masterarbeit

This message originated from external

Sehr geehrter Herr Krinner,

ich habe Ihren Email-Kontakt von Herrn Professor Rixen. Ich schreibe gerade Diplomarbeit zum Thema 'Hydrodynamische Zahnradschmierung in Schiffsgetriebenen'.

Betreff: Re: Modellbild Masterarbeit

Datum: Montag, 4. Juli 2022 um 21:10:49 Mitteleuropäische Sommerzeit

Von: Martin Weschta

An: kunert.sylvia@hotmail.com

Hallo Frau Kunert,

bitte entschuldigen Sie die späte Rückmeldung aber ich habe Ihre Nachricht in meinem Urlaub von Prof. Wartzack weitergeleitet bekommen.

Es freut mich, das Ihnen meine Arbeit weiter hilft und Ihnen die Grafiken das Thema verständlich näher gebracht haben. Leider ist das Kopieren der Grafiken aufgrund bestehender Rechte beim Verlag nicht ohne weiteres möglich. Daher kann ich Ihnen, wie meinen während der Promotion betreuten Studenten, nur anraten bei allen dergleichen (egal von welchem Autor) zu übernehmenden Bildern diese mit geeigneten Programmen „abzumalen“ und dann durch einen entsprechenden Verweis „nach [xxx]“ kenntlich zu machen. Beispielsweise lassen sich Diagramme mit Origin sehr gut digitalisieren, für welches es eine Studentenlizenz gibt. Wie Sie in meiner Arbeit sehen trifft dieses Vorgehen auch auf einige meiner Grafiken im Grundlagenkapitel zu.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg bei Ihrer Arbeit.

Viele Grüße
Martin Weschta

Von: Sylvia Kunert <kunert.sylvia@hotmail.com>
Datum: Samstag, 11. Juni 2022 um 15:23
An: "Wartzack, Sandro" <wartzack@mfk.fau.de>
Betreff: Modellbild Masterarbeit

Sehr geehrter Herr Wartzack,

ich schreibe gerade Diplomarbeit zum Thema 'Hydrodynamische Zahnradschmierung in Schiffsgetriebenen'. Die Doktorarbeit einer Ihrer Studenten Martin Franz Weschta 'Untersuchungen zur Wirkungsweise von Mikrotexturen in Elasto-Hydrodynamischen Gleit/Wälz-Kontakten' ist gut erklärt, dass ich das Thema durch Ihre Beschreibungen viel besser verstehen konnte! Ich würde gerne drei Darstellung des Modells in der Masterarbeit (welche mit Literaturverweis auf diese Doktorarbeit gekennzeichnet wird) verwenden, da sie so übersichtlich und klasse sind! Ich wollte Sie um Ihr Einverständnis fragen, ob diese Darstellungen im Anhang in der Masterarbeit mit Zitierung auf die Doktorarbeit Ihres Doktoranden verwendet werden dürfte? Bzw. ob Sie einen Email Kontakt vom Herrn Weschta haben, dass ich ihm direkt schreibe?

Vielen Dank!

Mit freundlichen Grüßen,
Sylvia Kunert

Tabellenverzeichnis

1	Werkstoffeigenschaften Zahnradmaterial © in Anlehnung an [3]	42
2	Schmierspaltgrößen bei konstanten Geometrie-Parametern, jeweiligen Drehzahlen bei hydrodynamischer und EHD-Kontaktschmierung	50

Abbildungsverzeichnis

1	Konstruktionszeichnung des Getriebes © in Anlehnung an [3]	14
2	Kopf-, Fuß- und Grundkreisdurchmesser eines Evolventenzahnrades © in Anlehnung an [15]	15
3	Konstruktion einer Evolvente © in Anlehnung an [15]	16
4	Zahnflanken als äquidistante Evolventen © in Anlehnung an [15]	18
5	Eingriffslinie mit Teilung © in Anlehnung an [15]	18
6	Übersicht der Gleichungen zur Berechnung von Evolventenverzahnungen © in Anlehnung an [15]	19
7	Eingriffsstrecke © in Anlehnung an [15]	20
8	Profilüberdeckung und Eingriffsstrecke © in Anlehnung an [13]	21
9	Profilüberdeckung mit Eingriffslinie © in Anlehnung an [13]	22
10	Schematische Darstellung des Schmierpalts im Koordinatensystem © in Anlehnung an [19]	23
11	Winkelgeschwindigkeiten der Zahnräder © in Anlehnung an [13]	24
12	Normalgeschwindigkeiten © in Anlehnung an [13]	26
13	Darstellung Poiseuille- und Couette-Strömung © in Anlehnung an [25]	30
14	Verlauf der Schmierpaltfunktion $C(t)$ über dem Drehwinkel $\varphi(t)$ aufgetragen	34
15	Periodizität der Spaltverläufe über dem Drehwinkel © in Anlehnung an [26]	35
16	Stabilitätsdiagramm Schmierpalt beim Einzel-Eingriff © in Anlehnung an [26]	35
17	Darstellung schematisch Doppel-Eingriff © in Anlehnung an [26]	36
18	Schmierungszustände anhand der Stribeck-Kurve, sowie der Vergleich der Hydrodynamik und Elastohydrodynamik im Bereich hoher Drücke © in Anlehnung an [8]	39
19	Ausbildung der Schmierpalthöhe h_{min} und h_c mit Druckverlauf bei a) hydrodynamischem und b) elastohydrodynamischem Schmierungszustand © in Anlehnung an [8]	40

20	Viskositätsverlauf von Wasser bei verschiedenen Temperaturen und Drücken © in Anlehnung an [38]	46
21	Matlabauswertung der Gegenüberstellung von Viskosität und Geometriepa- rametern	48
22	Krümmungsradius κ über die Zeit t	52
23	Spaltgröße C über die Zeit t	53
24	Der Krümmungsradius κ und die Ableitung $\dot{\kappa}$ über den Drehwinkel Φ	54
25	Die Spaltgröße C und die Ableitung \dot{C} über den Drehwinkel Φ	55
26	Symmetrischer Druckverlauf über dem Drehwinkel Φ	57
27	Unsymmetrischer Druckverlauf über dem Drehwinkel Φ	58
28	Gesamter Druckverlauf über dem Drehwinkel Φ	59

Literatur

- [1] Umweltbundesamt. *IPCC-Bericht*. aufgerufen am 15. Juli 2021. URL: https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2020/07/SR1.5-SPM_de_barrierefrei.pdf.
- [2] Logistikbranche. *Seeschifffahrt*. aufgerufen 8. Dezember 2021. URL: <https://www.logistikbranche.net/verkehrstraeger/seeschifffahrt.html>.
- [3] Austrian Center of Competence for Tribology Österreichisches Kompetenzzentrum für Tribologie. Tribotechnische Evaluierung neuartiger wassergeschmierter Reibpaarungen für Antriebskomponenten. 2018.
- [4] Tribonet. *Tribonet News*. aufgerufen am 18. Juli 2021. URL: <https://www.tribonet.org/news/formulating-lubricants-using-water/>.
- [5] Maschinenbau-Wissen. *Tribologie Grundlagen*. aufgerufen am 2. Juni 2021. URL: <https://www.maschinenbau-wissen.de/skript3/mechanik/kinetik/273-tribologie>.
- [6] Tribokontakt. *Technische Universität München*. aufgerufen am 2. Oktober 2021. URL: <https://www.mec.ed.tum.de/fzg/forschung/forschungsschwerpunkte/ehd-tribokontakt/>.
- [7] L. da Vinci. *Codex Madrid I*. Fischer, 1974.
- [8] M. F. Weschta. *Untersuchung zur Wirkungsweise von Mikrotexturen in Elastohydrodynamischen Gleit/Wälzkontakten*. PhD thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2017.
- [9] H. Czichos. *Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik. 3. Auflage*. Vieweg und Teubner, 2010.
- [10] Maschinenbau-Wissen. *Tribologie - Die Lehre der Reibung*. aufgerufen 5. Dezember 2021. URL: <https://www.maschinenbau-wissen.de/skript3/mechanik/kinetik/273-tribologie>.
- [11] Tec-sience. *Getriebe Grundlagen*. aufgerufen am 5. Juni 2021. URL: <https://www.tec-science.com/de/getriebe-technik/grundlagen/was-ist-ein-getriebe-und-wofur-wird-es-verwendet/>.
- [12] Flender. *Kegel-Strinradgetriebe*. aufgerufen am 2. Juni 2021. URL: <https://www.flender.com/de/Produkte/Getriebe/Stirnradgetriebe-und-Kegelstirnradgetriebe/p/ATN00201>.
- [13] Vorlesungsfolien TU Wien. *Maschinenelemente 2*. aufgerufen am 17. Juli 2021. URL: <https://tiss.tuwien.ac.at/course/courseDetails.xhtml?courseNr=307495&semester=2022S&dswid=3913&dsrid=561>.
- [14] A. Höfler. *Evolventen Konstruktion*. aufgerufen 15. Juni 2021. URL: https://www.ahoefer.de/index.php?option=com_content&view=article&id=142:evolvente-konstruieren&catid=150&lang=de-DE.

- [15] A. Höfler. *Evolventenverzahnung Konstruktion*. aufgerufen am 15. Juni 2021. URL: https://www.ahoefer.de/index.php?option=com_content&view=article&id=143:eingriffstrecke&catid=154&lang=de-DE.
- [16] Tec-science. *Evolventen Berechnung*. aufgerufen 22. Juni 2021. URL: https://www.ahoefer.de/index.php?option=com_content&view=article&id=142:evolvente-konstruieren&catid=150&lang=de-DE.
- [17] A. Höfler. *Evolventen Funktion*. aufgerufen 28. Juni 2021. URL: https://www.ahoefer.de/index.php?option=com_content&view=article&id=211:evolventenfunktion&catid=153&lang=de-DE.
- [18] Tec-science. *Eingriff von Evolventenzahnraedern*. aufgerufen 28. Juni 2021. URL: <https://www.tec-science.com/de/getriebe-technik/evolventenverzahnung/ingriff-linie-strecke-winkel-waelzkreis-verzahnungsgesetz/>.
- [19] A. L. Krinner. *Multibody systems with lubricated contacts Cavitation, interface coupling, reduction and quasi-Newton techniques*. PhD thesis, Technische Universität München, S. 23-54, 2018.
- [20] V. L. Popov. *Contact mechanics and friction, physical principals and application*. Springer, 2010.
- [21] H. C. Kuhlmann. *Strömungslehre für Wirtschaftsingenieure- und Maschinenbau*. Pearson, 2008.
- [22] Mathe-lounge. *Tangentialer Versatz*. aufgerufen am 3. August 2021. URL: <https://www.mathelounge.de/257646/tangentiale-kreise-an-ellipsen>.
- [23] Chemie. *Molekülchemie*. aufgerufen am 15. November 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Molekuel.html>.
- [24] C. M. Taylor D. Dawson. Cavitation in bearings. *Ann. Rev. Fluid Mecho.* 11, S. 35-66, 1979.
- [25] Stroemungsprofile. *Rohrstroemungen*. aufgerufen 22. Dezember 2021. URL: <https://www.tribonet.org/calculators/ehl-film-thickness-calculator-central-and-minimum-elliptical-point-contact/>.
- [26] P. Nigischer. Hydrodynamische Zahnradschmierung unter Berücksichtigung von Ehd-Kontakt. Master's thesis, Technische Universität Wien, 2022.
- [27] G. R. Higginson D. Dowson. Elastohydrodynamic lubrication. *International series on materials science and technology* 23, 1977.
- [28] Schaeffler. *Stribeckdiagramm*. aufgerufen am 22. August 2021. URL: <https://schaeffler-events.com/kolloquium/lecture/e7/index.html>.
- [29] M. Marian. *Numerische Auslegung von Oberflächenchemikroturen für geschmierte tribologische Kontakte*. PhD thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2021.

- [30] M. J. W Schouten H. v. Leeuwen. Die Elastohydrodynamik: Geschichte und Neuentwicklungen. *Gleitwzkontakte. Grundlagen und Stand der Technik bei Wälzlagern, Zahnradern und Nockenstößeln sowie stufenlos übersetzenden Getrieben*, S. 1-47, 1995.
- [31] H. Hertz. Über die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik 92*, S. 156-171, 1882.
- [32] A. I. Petrusevich. Fundamental conclusions from the contact hydrodynamic theory of lubrication. *Izv. Akad. Nauk SSR (OTN) 3*, S. 209-223, 1951.
- [33] C. V. Raman. A theory of the viscosity of liquids. *Nature 111*, S. 532-533, 1923.
- [34] W. J. Bartz. *Einführung in die Tribologie und Schmierungstechnik*. Expert, 2010.
- [35] H. Vogel. Das Temperaturabhängigkeitsgesetz der Viskosität von Flüssigkeiten. *Physikalische Zeitschrift 22*, S. 645-646, 1921.
- [36] C. J. A. Roelands. *Correlational Aspects of the Viscosity-temperature-pressure Relationship of Lubricating Oils*. PhD thesis, Technische Hochschule Delft, 1966.
- [37] A. Soldati. *Grundlagen der Strömungsmechanik, Vorlesungsunterlagen*. aufgerufen am 15. Oktober 2021. URL: <https://tiss.tuwien.ac.at/course/courseDetails.xhtml?dswid=3913&dsrid=349&courseNr=322048&semester=2022S>.
- [38] E. H. Abramson. *Viscosity of water measured to pressures of 6 GPa and temperatures of 300 degree C*. aufgerufen am 2. September 2021. URL: <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.76.051203>.
- [39] C. Barus. Isothermals, isopiestic and isometrics relative to viscosity. *Journal of Science 45*, S. 87-96, 1893.
- [40] R. Larsson T. Almquist. The navier stokes approach for thermal ehl line contact solutions. *Tribology International 35*, S. 163-170, 2002.
- [41] Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie. *Untersuchung von Kavitationszuständen*. aufgerufen am 17. Juli 2021. URL: <https://docplayer.org/19016131-Untersuchung-von-kavitationszustaenden-igf-vorhaben-16580-n-1.html>.
- [42] L. Floberg B. Jakobsson. *The finite journal bearing, considering vaporization*. Gumperts, 1957.
- [43] L. Floberg. *On journal bearing lubrication considering the tensile strength of the liquid lubricant*. Gumperts, 1973.
- [44] K. O. Olsson. Cavitation in dynamically loaded bearings. *Gumperts*, 1965.
- [45] W. M. Hannon M. J. Braun. Cavitation formation and modelling for fluid film bearings. *Journal of Engineering Tribology 224*, S. 839-863, 2010.
- [46] J. Feldhusen K. H. Grote. *Dubbel*. Springer, 2011.
- [47] Schaeffler Technologies AG CO. KG. *Technisches Taschenbuch*. 2013.

- [48] M. Bertholet. Sur quelques phenomenes de dilation forcee des liquides. *Annales de chimie et de physique* 30, S. 232-237, 1850.