

Diplomarbeit

# Hochgelagerte Tankbauwerke unter Erdbebeneinwirkung

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grads

Diplom-Ingenieur

eingereicht an der TU Wien, Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwesen

---

Diploma Thesis

## Elevated tank structures under seismic action

submitted in satisfaction of the requirements for the degree

Diplom-Ingenieur

of the TU Wien, Faculty of Civil and Environmental Engineering

Ing. **Sebastian Kerschenbauer**, BSc

Matr.Nr.: 01435613

Betreuung: Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Rudolf Heuer**  
Institut für Tragkonstruktionen  
Forschungsbereich Baumechanik und Baudynamik  
Technische Universität Wien  
Karlsplatz 13/249-01, 1040 Wien, Österreich

Wien, im Juli 2023

---



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar  
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

# Kurzfassung

Erdbeben sind in einigen Gebieten der Erde der maßgebende Bemessungsfall für Bauwerke. Für hochgelagerte Tankbauwerke, bei welchen der Massenschwerpunkt sehr hoch liegt ist das Erdbeben meist der maßgebende Lastfall. Um die Trinkwasserversorgung sicherzustellen, müssen einige Tankbauwerke auch in erdbebengefährdeten Regionen errichtet werden. Viele dieser Wassertürme werden aus Kostengründen einheitlich gebaut.

Vereinzelt reicht der notwendige Höhenunterschied für einen ausreichenden Wasserdruck nicht aus. Deswegen kann es vorkommen, dass diese standardisierten Wassertürme auf Unterkonstruktionen montiert werden.

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich aus baodynamischer, sowie aus ökonomischer Seite mit standardisierten hochgelagerten Tankbauwerken welche aufgrund eines zu niedrigen Potentialunterschiedes auf einer Stahlunterkonstruktionen montiert werden müssen.

Zuerst werden die unterschiedlichen Massen ermittelt. Um einen Unterschied zwischen den Behältern zu erkennen, wird der Durchmesser und die Höhe so gewählt, dass wir den schlanken als auch den gedungen Behälter laut Housner [6] abdecken können. Anschließend werden die Steifigkeiten und Dämpfungen ermittelt um die Schwingungsgleichung mittels Newmark-Verfahren zu lösen.

Um einen aufgeständerten standardisierten Wasserturm erdbebensicher ausführen zu können sind sehr steife Unterkonstruktionen, in mehrere Richtungen notwendig. Aus baodynamischer und baustatischer Sicht ist es möglich solche Konstruktionen erdbebensicher zu bauen. Bei der wirtschaftlichen Betrachtung dieses Beispiels, muss diese Unterkonstruktion so massiv ausgeführt werden, dass diese mehr als das vierfache kostet als der Wasserturm selbst.

Aus betriebstechnischen Gründen sind solche Konstruktionen ebenfalls nicht sehr vorteilhaft. In sehr kalten Gegenden müssen die Wasserrohre beim Übergang zwischen Erdreich und Wasserturm gegen das Gefrieren isoliert werden.



Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar  
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.

# Abstract

Earthquakes are the major design case for structures in some areas of the world. For elevated tank structures, where the center of mass is very high, the earthquake is usually the decisive load case. In order to ensure the supply of drinking water, some tank structures also have to be erected in earthquake-prone regions. Many of these water towers are built uniformly for cost reasons.

It is possible that the necessary height difference for sufficient water pressure is not sufficient. Therefore, it may happen that these standardized water towers are mounted on substructures.

This diploma thesis deals with standardized elevated tank structures which have to be mounted on a steel substructure because of a too low potential difference from the point of view of structural dynamics and economics.

First, the different masses are calculated. In order to see a difference between the tanks, the diameter and height are chosen so that we can cover the slender as well as the stocky tank according to Housner. Then, the stiffnesses and dampings are determined to solve the vibration equation using Newmark's method.

In order to build an elevated standardized water tower earthquake-resistant, very rigid substructures are necessary in several directions. From the point of view of structural dynamics and construction, it is possible to build such structures earthquake-proof. From the economic point of view, this substructure must be so massive that it costs more than four times as much as the water tower itself.

For technical reasons, such constructions are also not very useful. In very cold areas, the water pipes must be insulated against freezing between the ground and the water tower.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>8</b>
1.1	Motivaton . . . . .	8
1.2	Zielsetzung . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>10</b>
2.1	Literaturstudie . . . . .	10
2.2	Mechanische Grundlagen . . . . .	10
2.2.1	Schwingungsgleichung für Mehrmassenschwinger . . . . .	10
2.2.2	Massen . . . . .	10
2.2.3	Federn . . . . .	11
2.2.4	Dämpfer . . . . .	12
2.3	Näherungsformeln von Housner für Wasserbehälter . . . . .	13
2.4	Erbeben aus Tabas . . . . .	14
2.5	Newmark Verfahren . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Lösungsstrategie</b>	<b>17</b>
3.1	Statische Abgrenzung . . . . .	17
3.2	Geometrische Abgrenzung . . . . .	17
3.3	Grundsystem . . . . .	17
3.4	Vorgehensweise . . . . .	17
3.5	Abschätzung der Wandstärke des Wasserbehälters . . . . .	18
3.6	Ermittlung der statischen Kennwerte für den standardisierten Stahlturm . . . . .	19
3.7	Massen . . . . .	21
3.8	Steifigkeiten . . . . .	22
3.9	Dämpfung . . . . .	23
3.10	Schwingungsgleichung des ungedämpften Systems . . . . .	24
3.10.1	Massenmatrix . . . . .	24
3.10.2	Steifigkeitsmatrix . . . . .	25
3.10.3	Ergebnisse des ungedämpften Systems . . . . .	26
3.11	Schwingungsgleichung des gedämpften Systems . . . . .	29
3.11.1	Massenmatrix & Steifigkeitsmatrix . . . . .	29
3.11.2	Dämpfungsmatrix . . . . .	29
3.11.3	Ergebnisse des gedämpften Systems in Tabas . . . . .	31
3.11.4	Vergleich der Ergebnisse zwischen gedämpftem und ungedämpftem System . . . . .	38
3.12	Horizontale Lasten und Schnittgrößen . . . . .	39
3.12.1	Maximale Auslenkung auf Höhe der konvektiven Masse . . . . .	39
3.12.2	Maximale Auslenkung auf Höhe der impulsiven Masse . . . . .	43
3.12.3	Maximale Auslenkung auf Höhe des Stahlriegels . . . . .	47
3.13	Maßgebende Schnittgrößen und Bemessung . . . . .	50
3.13.1	Bemessung des Behälters . . . . .	50
3.13.2	Bemessung des Stahlturmes . . . . .	53
3.13.3	Bemessung der Stahlunterkonstruktion - Rahmenstiele HEB300 . . . . .	54

---

3.13.4 Zusammenfassung der Bemessungsergebnisse . . . . .	56
<b>4 Conclusio</b>	<b>57</b>
<b>A Matlabcode: Auswertung Erdbebenschrieb Tabas</b>	<b>59</b>
<b>B Matlabcode: ungedämpftes System</b>	<b>60</b>
<b>C Matlabcode: gedämpftes System</b>	<b>63</b>
<b>D Matlabcode: Funktion Newmark</b>	<b>70</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Trinkwasser ist eine der wichtigsten Flüssigkeiten auf Erden. Deswegen ist es von essentiellen Interesse dies, für sovielen Menschen wie möglich, zur Verfügung zu stellen. Damit Trinkwasser im Wohnraum genutzt werden kann, muss ein positiver Potentialunterschied zwischen dem Wasserspeicher und dem Verbraucher hergestellt werden. Diese Speicher können sich auch in hoch erdbebengefährdeten Gebieten befinden.

### 1.1 Motivaton

Diese Diplomarbeit befasst sich mit der Dimensionierung einer Stahlunterkonstruktion von Wassertanks unter erdbebeninduzierter Schwingung.

Es wurde bereits ein ähnliches Beispiel eines Wasserbehälters in Ungarn [4] gefunden. Dieser Wasserbehälter ist ein standardisierter Wasserturm, welcher vermutlich aufgrund des zu niedrigen Wasserdruckes auf eine Stahlkonstruktion aufgesetzt wurde. Siehe Abb. 1.1

Das Hauptproblem dieser Speicher in Erdbebengebieten ist, dass der Massenschwerpunkt des Wassers sehr hoch liegt.



Abb. 1.1: Aufgeständerter Standardwasserturm [4]

## 1.2 Zielsetzung

Ist es möglich einen bestehenden Wasserturm durch eine Stahlunterkonstruktion zu erhöhen und erdbebensicher auszuführen? Eine Abspannung des Wasserturmes wie er unter Abb.1.1 ersichtlich, wird nicht vorgesehen. Sämtliche Lasten müssen über die Profile und Fußpunkte in die Fundierung abgeleitet werden können.

# Kapitel 2

## Grundlagen

### 2.1 Literaturstudie

Bei der Literaturstudie wurde ersichtlich, dass bereits einige Artikel zu diesem Thema von unterschiedlichen Autoren verfasst wurden. Diese Artikel befassen sich mit unterschiedlichen Wassertanks auf Bodenniveau oder aufgeständert, mit Basisisolierung und ohne Basisisolierung. Siehe dazu Literatur [11], [12], [13] oder [3]

### 2.2 Mechanische Grundlagen

#### 2.2.1 Schwingungsgleichung für Mehrmassenschwinger

$$M \cdot a(t) + D \cdot v(t) + C \cdot x(t) = f(t) \tag{2.1}$$

Variable	Einheit	Beschreibung
M...	[kg]	Massenmatrix
D...	[kg/s]	Dämpfungsmatrix
C...	[N/m]	Steifigkeitsmatrix
a(t)...	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigungsvektor
v(t)...	[m/s]	Geschwindigkeitsvektor
x(t)...	[m]	Wegvektor
f(t)...	[N]	Belastungsvektor

Der Belastungsvektor  $f(t)$  ist in unserem Fall ein aufgezeichnetes Erdbeben aus Tabas, welches vom Institut für Baumechanik und Baudynamik zur Verfügung gestellt wurde.

#### 2.2.2 Massen

Sämtliche Massen eines Bauwerkes, welche bei einer horizontalen Einwirkung zu schwingen beginnen können.

### 2.2.3 Federn

Es gibt unterschiedliche Arten von Feder. Die zwei meist benötigten elastischen Federsysteme sind

- Lineare elastische Federn und
- Nichtlinear elastische Federn

Der Unterschied zwischen diesen beiden Federn siehe Abb.2.1 ist, dass sich die Arbeitslinien der beiden Federn unterscheiden. Während die lineare Feder einen linearen Anstieg zwischen Kraft und Verschiebung aufweist, ist der Verlauf bei der nichtlinearen Feder nicht mehr linear. Die Federkonstante  $c$  ist die Steigung der Arbeitslinie.

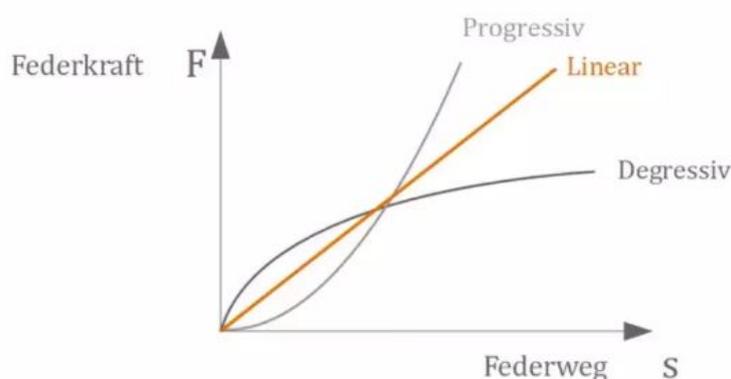


Abb. 2.1: Arbeitslinie Wegfeder

Im bautechnischen Fall wird die Biegesteifigkeit oder Dehnsteifigkeit, welche von der auftretenden Belastung abhängig ist, als Federkraft angesetzt. In unterschiedlichster Literatur [10] bzw. [2] können Federsteifigkeiten für Biegeträger oder Dehnsteifigkeiten für Normalkraft belastete Stäbe gefunden werden. Die Gleichung 2.2 beschreibt die Biegefedersteifigkeit eines beidseitig eingespannten Stabes, gegen Verschiebung im Auflagerbereich. Gleichung 2.3 beschreibt die Biegesteifigkeit eines einseitig eingespannten Stab und Gleichung 2.4 ist die Dehnsteifigkeit eines Stabes.

$$c = 12 EI / l^3$$

(2.2)

$$(2.3)$$

$$(2.4)$$

## 2.2.4 Dämpfer

Die EN 1998-4 [9] gibt Lehr'sche Dämpfungsmaße für Tanks, im Grenzzustand der Tragfähigkeit, mit  $\zeta = 5\%$  und für Flüssigkeiten von  $\zeta = 0,5\%$  an. Laut Housner [6] ist das Dämpfungsmaß für das Wasser ebenfalls  $\zeta = 0,5\%$ .

Im Buch von Petersen [10] wird eine Berechnungsmethode, das logarithmische Dämpfungsdekrement, für die Dämpfung angegeben. Die Gesamtdämpfung setzt sich aus der Summe der Dämpfungen der Einzelteile zusammen. Die Werte der einzelnen Dämpfungen bestehen aus

1. der Dämpfung des Baustoffes  $\Lambda_1$ ,
2. der Dämpfung der Bauteile bzw. Verbindungen  $\Lambda_2$  und
3. der Dämpfung durch Lagerung und Baugrund  $\Lambda_3$ .

$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3$  Um das Lehr'sche Dämpfungsmaß zu erhalten, ist die Gesamtdämpfung durch  $2\pi$  zu dividieren. Für unseren Fall:

1. Dämpfung des Baustoffes  $\Lambda_1 = 0,013$  ... Austenitische Stähle
2. Dämpfung der Bauteile bzw. Verbindungen  $\Lambda_2 = 0,01$  ... stählerne Türme
3. Dämpfung durch Lagerung und Baugrund  $\Lambda_3 = 0,008$  ... Annahme: Kies

$$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 = 0,013 + 0,01 + 0,008 = 0,121 \quad (2.5)$$

$$\zeta = \frac{\Lambda}{2\pi} = \frac{0,121}{2\pi} = 0,019 \quad (2.6)$$

## 2.3 Näherungsformeln von Housner für Wasserbehälter

Die Vorarbeit zum Schwingungsverhalten von Wasserbehältern unter Erdbebenlast wurde bereits von Housner [6] geleistet. Die von ihm ermittelten Näherungsformeln für Wasserbehälter können übernommen werden.

Bei den Wassermassen gibt es lt. Housner zwei Modelle. Eines für gedrungene Wasserbehälter Abb.2.2 und eines für schlanke Wasserbehälter Abb.2.3.

Die Notation für die einzelnen Massen wurde aus dem Buch [6] übernommen. Diese Formeln gelten auch für aufgeständerte Wasserbehälter, wie in [6] ersichtlich. Siehe Tabelle 2.2 bzw. Tabelle 2.1

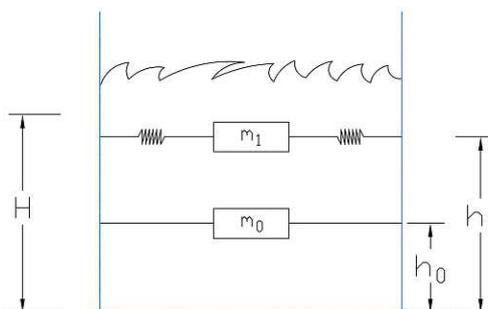


Abb. 2.2: Gedrungener Wasserbehälter

Der gedrungene Wassertank, mit einem Verhältnis von  $\frac{H}{R} < 1,5$ , besteht aus der impulsiven Masse  $m_0$  und der konvektiven Wassermasse  $m_1$ .

Beschreibung	Variable	Formel
gesamte Wassermasse	$m_w$	$m_w = \rho \cdot H \cdot R^2 \cdot \pi$
Hebel impulsive Wassermasse	$h_0$	$h_0 = \frac{3}{8} \cdot H$
impulsive Wassermasse	$m_0$	$m_0 = m_w \cdot \left[ \frac{\tanh(\sqrt{3} \cdot \frac{R}{H})}{\sqrt{3} \cdot \frac{R}{H}} \right]$
Hebel konvektive Wassermasse	$h_1$	$h_1 = H \cdot \left[ 1 - \frac{\cosh(3,8 \cdot \frac{H}{R}) - 1}{1,84 \cdot \frac{H}{R} \cdot \sinh(1,84 \cdot \frac{H}{R})} \right]$
konvektive Wassermasse	$m_1$	$m_1 = m_w \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{H} \cdot \tanh(1,84 \cdot \frac{H}{R})$

Tab. 2.1: Beschreibung der Variablen für gedrungene Wasserbehälter

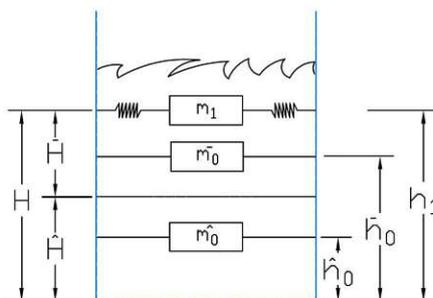


Abb. 2.3: Schlanker Wasserbehälter

Im Gegensatz zum gedrungenen Wasserbehälter besteht das Massesystem des schlanken Wasserbehälters aus drei Massen, der gehaltenen Wassermasse  $\hat{m}_0$  welche im gelagerten Fall keine Relativverschiebung erfährt, der impulsiven Wassermasse  $\bar{m}_0$  und der konvektiven Wassermasse  $m_1$ . Bei höherliegenden Wassertanks wird die gehaltene und die impulsive Wassermasse überlagert.

Beschreibung	Variable	Formel
gesamte Wassermasse	$m_w$	$m_w = \rho \cdot H \cdot R^2 \cdot \pi$
Höhe bewegte Wassermasse	$\bar{H}$	$\bar{H} = 1,5 \cdot R$
bewegte Wassermasse	$\bar{m}$	$\bar{m} = \rho \cdot \bar{H} \cdot R^2 \cdot \pi$
Höhe gehaltene Wassermasse	$\hat{H}$	$\hat{H} = H - \bar{H}$
gehaltene Wassermasse	$\hat{m}_0$	$\hat{m}_0 = \rho \cdot \hat{H} \cdot R^2 \cdot \pi$
Hebel gehaltene Wassermasse	$\hat{h}_0$	$\hat{h}_0 = \frac{\hat{H}}{2}$
Hebel impulsive Wassermasse	$\bar{h}_0$	$\bar{h}_0 = \frac{3}{8} \cdot 1,5 \cdot R + \hat{H}$
impulsive Wassermasse	$\bar{m}_0$	$\bar{m}_0 = \bar{m} \cdot \left[ \frac{\tanh(\sqrt{3} \cdot 0,667)}{\sqrt{3} \cdot 0,667} \right]$
Hebel konvektive Wassermasse	$h_1$	$h_1 = H \cdot \left[ 1 - \frac{\cosh(1,84 \cdot \frac{H}{R}) - 1}{1,84 \cdot \frac{H}{R} \cdot \sinh(1,84 \cdot \frac{H}{R})} \right]$
konvektive Wassermasse	$m_1$	$m_1 = m_w \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{H} \cdot \tanh\left(1,84 \cdot \frac{H}{R}\right)$

**Tab. 2.2:** Beschreibung der Variablen für schlanke Wasserbehälter

## 2.4 Erbeben aus Tabas

Im Buch von Hrn. Bachmann [1] liegt der Frequenzbereich von Erdbeben zwischen 0,1 und 30 Hz. Dies hängt auch stark von der Bodenbeschaffenheit ab.

Bodenbewegung	Frequenz- bzw. Periodenbereiche	
	$f$	$T$
<b>Bodenbeschleunigung</b>		
- Kalifornien/Europa/Alpenraum		
· Steife Böden, Fels	~ 3 ÷ 10 Hz	0.3 ÷ 0.1 s
· mittelsteife Böden	~ 2.0 ÷ 8 Hz	0.5 ÷ 0.13 s
· weiche Böden (z.B. Secablagerungen)	~ 0.5 ÷ 2 Hz	2.0 ÷ 0.5 s
- Mexico		
· sehr weiche Böden	~ 0.3 ÷ 0.5 Hz	3.0 ÷ 2.0 s
<b>Bodengeschwindigkeit</b>	~ 0.3 ÷ 2.0 Hz	3.0 ÷ 0.5 s
<b>Bodenverschiebung</b>	~ 0.05 ÷ 0.3 Hz	2.0 ÷ 3.0 s

**Abb. 2.4:** Tabelle Frequenzbereich Erdbeben [1]

Vom Institut wurde ein Erdbebenschrieb aus Tabas zur Verfügung gestellt. Das aufgezeichnete Erdbeben beinhaltet alle 0,02 sek. für 25 sek. eine Beschleunigung siehe Abb. 2.5.

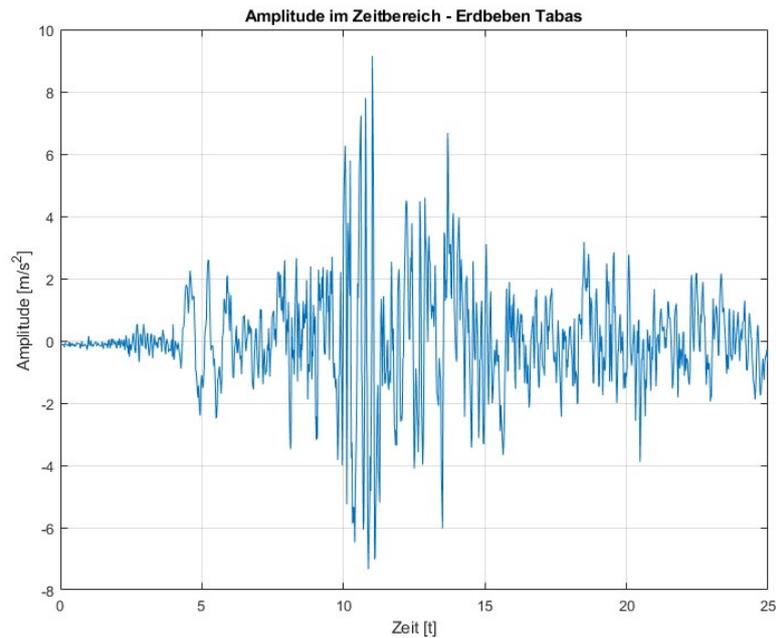


Abb. 2.5: Erbeben Tabas im Zeitbereich

Um das Frequenzspektrum für die Kontruktion abschätzen zu können, wird nun mittels Matlab eine Frequenzanalyse des aufgezeichneten Erdbebens gemacht siehe Abb.2.6.

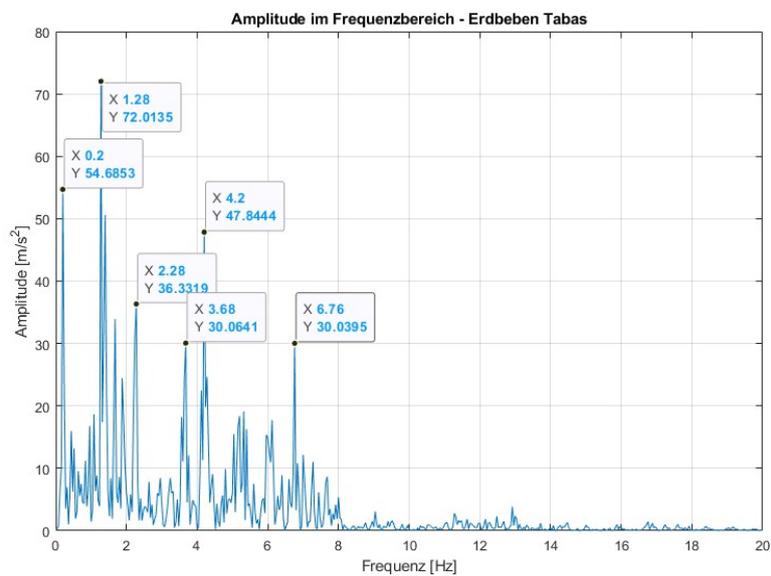


Abb. 2.6: Erbeben Tabas im Frequenzbereich

Die maximale Spitzen für das Erdbeben aus Tabas siehe Abb.2.6 treten im Bereich von 0,2 - 6,8 Hz auf. Dies bedeutet, dass Eigenfrequenzen welche über  $\sim 7$  Hz liegen nicht in Resonanz

kommen. Vergleicht man die Frequenz von Tabas mit der Abb. 2.4 sieht man, dass der obere Frequenzbereich mit mittelsteifen Böden und der untere Frequenzbereich mit sehr weichen Böden zusammenpassen könnte. Bei den auftretenden Spitzen sieht man, wie wichtig es ist eine gute Auswertung der Bodeneigenschaften zu haben um ein Ergebnis realitätsgetreu beurteilen zu können.

## 2.5 Newmark Verfahren

Der Belastungsvektor wird mittels Newmark Verfahren und dem Erdbebenschrieb aus Tabas ermittelt siehe Kap. 2.4. Durch das Newmark Verfahren erhalten wir über die Zeit impulsartige Anregungen der einzelnen Massen. Die genaue Erklärung der Funktionsweise kann in unterschiedlichster Literatur siehe [2] oder [10] nachgelesen werden.

# Kapitel 3

## Lösungsstrategie

### 3.1 Statische Abgrenzung

Als Material für die Unterkonstruktion wird handelsüblicher Stahl angenommen. Alle Anschlüsse, sowohl die Fußpunkte als auch die Rahmenecken und der Riegel werden als unendlich steif angenommen. Um etwaige Versorgungsleitungen unterbringen zu können, wird der Stiel zum Wassertank als Stahlrundrohr ausgeführt. siehe Abb.3.1

Als Einwirkung wird nur die Erdbebenlast und das Eigengewicht der Konstruktion und des Wassers betrachtet. Somit erhalten wir einen Mehrmassenschwinger mit unterschiedlichen Steifigkeiten.

### 3.2 Geometrische Abgrenzung

Die Abmessungen des standardisierten Wasserturmes wurden von der Abbildung 1.1 herausgemessen und abgeschätzt. Die Höhe des Rundrohres beträgt  $\sim 10m$  und hat einen Durchmesser von  $\sim 950mm$ . Für die Stahlunterkonstruktion wird auch eine Höhe von  $10m$  angenommen. Die Breite des Stahlrahmens beträgt in unserem Fall  $2,0m$ .

Der Durchmesser des Wassertanks wird mit  $5,0m$  angenommen. Der Grenzwert zwischen gedrunenem und schlanken Tank liegt bei  $\frac{H}{R} < 1,5$  und wird für einen Füllstand von  $100\%$  ein Wert von  $2,0 \cdot R = H$  annehmen. Das ergibt eine Behälterhöhe von  $5,0m$ . Die beiden Zustände  $25\%$ , und  $50\%$  beschreiben jeweils den gedrunenen Behälter und die Zustände  $75\%$ , und  $100\%$  den schlanken Behälter.

### 3.3 Grundsystem

Wie bereits in der Einleitung beschrieben geht es um höher gelagerte Wasserbehälter und deren Schwingungsverhalten. Siehe Abb. 3.1

Die Höhe des Rahmens beträgt  $10,0m$  und die Breite  $2,0m$ . Die Abmessungen des standardisierten Wasserturmes wurden, wie bereits in Kapitel 3.2 beschrieben, herausgemessen. Die Höhe des Wasserturmes beträgt ebenfalls  $10,0m$  und der Durchmesser  $0,95m$ .

### 3.4 Vorgehensweise

Zuerst wird die Wandstärke des Wasserbehälters mit Hilfe der Kesselgleichung abgeschätzt, um die Massenverhältnisse zu prüfen. Da zum standardisierten Wasserturm keine Angaben vorliegen haben, außer dieses Foto 1.1 müssen wir uns die notwendigen Dimensionen rückrechnen. Danach werden die Massen und Steifigkeiten der Systemeinzerteile bestimmt. Um die verschiedenen Eigenwerte zu ermitteln, wird auf Mathlab zurückgegriffen und anschließend mit einem tatsächlichen Erdbebenereignis berechnet.

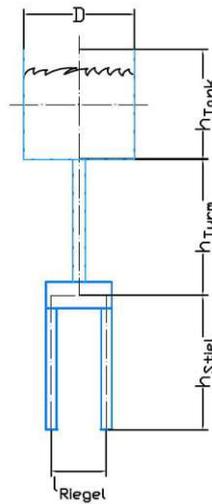


Abb. 3.1: Aufgeständerter Standardwasserturm

### 3.5 Abschätzung der Wandstärke des Wasserbehälters

Die Wandstärke wird mittels Kesselgleichung [14] ermittelt. Anschließend wird das Verhältnis zwischen Wassermasse und Behältermasse verglichen. Laut Housner [6] gilt ein Wassertank als schlank ab einem Verhältnis von  $H/R \geq 1,5$ . Damit betrachten wir in 0,5er Schritten das Verhältnis der beiden Massen. Als Material wird Edelstahl mit einer Streckgrenze von  $190 \text{ N/mm}^2$ , welcher in der Lebensmittelindustrie eingesetzt wird, gewählt. Da wir noch nicht wissen, wie groß die Belastung durch die horizontale Erdbebenbeschleunigung ist, wird die ermittelte Wandstärke um 20% erhöht. Der Teilsicherheitsbeiwert für Edelstahlkonstruktionen ist lt. ÖNORM EN1993-1-4 [8]  $\gamma_m = 1,1$ . Der Überstand für die Welle wird für die überschlagsmäßige Ermittlung der Tankdicke vernachlässigt.

$$\sigma_t = \frac{\gamma_w \cdot h \cdot d \cdot 1,20}{2 \cdot s} \rightarrow s = \frac{\gamma_w \cdot h \cdot d}{2 \cdot \sigma_t} \cdot 1,20$$

$$\frac{19,0 \text{ kN/cm}^2}{1,1} = \frac{10 \text{ kN/m}^3 \cdot h \cdot d \cdot 1,20}{2 \cdot s} \rightarrow s = \frac{10 \text{ kN/m}^3 \cdot h \cdot d \cdot 1,1}{2 \cdot 19,0 \text{ kN/cm}^2} \cdot 1,20$$

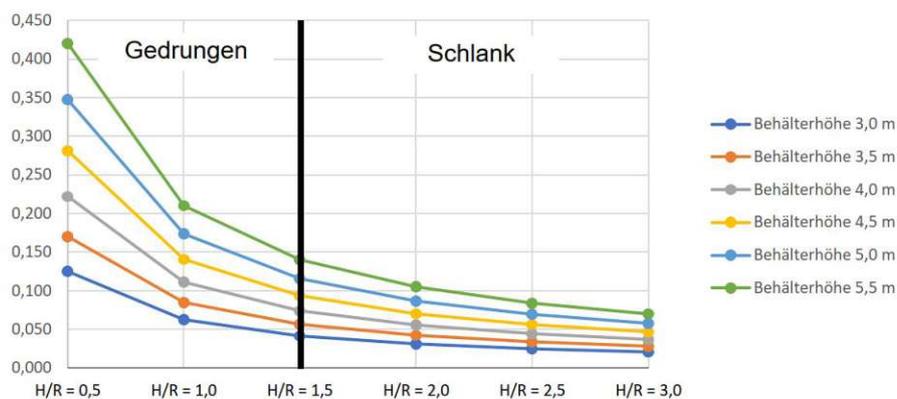


Abb. 3.2: erforderliche Tankwandstärke

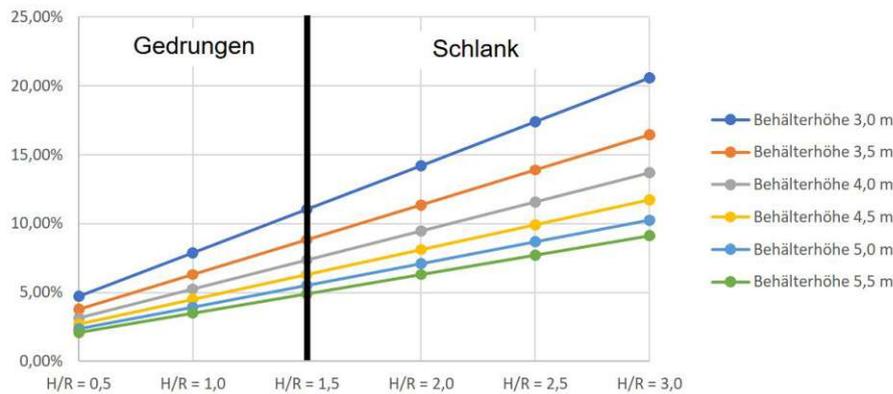


Abb. 3.3: Massenverhältnis zwischen Wasser und Stahl

Wie im Diagramm 3.2 ersichtlich ist die maximale Wandstärke für einen Tank mit dem Verhältnis von  $\frac{H}{R} = 0,5$  und einer Behälterhöhe von 5,5m bei ca. 4,2mm. Für unseren Tank mit einem Verhältnis von  $\frac{H}{R} = 2,0$  und einer Behälterhöhe von 5,0m würde mit dieser Abschätzung eine Wandstärke von ca. 1mm ausreichen. Da eine Wandstärke von 1mm sehr dünn ist, wird mit einer Tankstärke von 4,0mm weitergerechnet. Nun vergleichen wir die Massen des Wassers mit der Masse des Stahltanks mit einer Dicke von 4mm.

Wie im Diagramm 3.3 ersichtlich, beträgt der Fehler bei Nichtberücksichtigung der Stahltankmasse zwischen 2,1% und 20,6%. Wenn man als Grenzwert für den Fehler den Unterschied zwischen der Erdbeschleunigung von  $9,81m/s^2$  und  $10m/s^2$  nimmt, ist bereits bei gedrungener Ausführung der Fehler signifikant größer als 1,9%.

$$V_{\text{Tank,Wand}} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_a^2 - d_i^2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (5.0^2 - 4.992^2) \cdot 5.0 = 0.313908m^3 \quad (3.1)$$

$$V_{\text{Tank,Boden,Deckel}} = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_a^2 \cdot t_{\text{Wandstärke}} = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 5.0^2 \cdot 0,004 = 0,15708m^3 \quad (3.2)$$

$$m_{\text{Tank}} = (0,313908 + 0,15708) \cdot 7850 = 3697,3kg \quad (3.3)$$

Die Stahltankmasse beträgt 3697,3 kg.

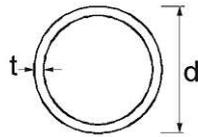
### 3.6 Ermittlung der statischen Kennwerte für den standardisierten Stahlturm

Wie bereits bei den Grundlagen 3.2 beschrieben, wurde die Höhe von 10m und der Durchmesser von 950mm aus dem Bild 1.1 entnommen. Um die Wandstärke des Wasserturmes abschätzen zu können, greifen wir auf die ÖNORM EN 1993-1-1 [7] zurück. Diese regelt unter Pkt. 5.5 das Ausschließen des lokalen Beulens, unter geometrischen Bedingungen, von verschiedenen Profilen. Da es sich bei einem Wasserturm um ein essentielles Bauwerk handelt, wird unsererseits von einem Klasse 1 Querschnitt mit ausreichender Rotationskapazität ausgegangen.

$$\text{Querschnitt der Klasse 1 } d/t = 50 \cdot \epsilon^2 \quad \text{wobei } \epsilon^2 \text{ bei S235} = 1,0$$

Nach Einsetzen des Durchmessers, Umformen und Auflösen ergibt sich eine Mindestdicke von 19 mm. Diese runden wir auf 20mm auf.

Runde Hohlquerschnitte

Abb. 3.4:  $d/t$  - Verhältnis EN 1993-1-1 [7]

Über den vereinfachten Biegeknicknachweis bzw. den Spannungsnachweis lt. ÖNORM EN 1993-1-1 [7] können wir die maximale Wassermenge abschätzen.

Mögliche Wassermenge aufgrund des vereinfachten Biegeknicknachweises:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{Rundrohr}} &= \frac{95,0^2 \cdot \pi - (95,0 - 2 \cdot 2,0)^2 \cdot \pi}{4} = 584,3 \text{ cm}^2 \\
 I_{\text{Rundrohr}} &= \frac{\pi}{64} \cdot [95,0^4 - (95,0 - 2 \cdot 2,0)^4] = 632033 \text{ cm}^4 \\
 s_k &= 2 \cdot 1000 = 2000 \text{ cm} \\
 E &= 21000 \text{ kN/cm}^2 \\
 N_{\text{kr}} &= \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\text{Rundrohr}}}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 632033}{2000^2} = 32749 \text{ kN} \\
 \bar{\lambda} &= \sqrt{\frac{N_{\text{pl}}}{N_{\text{kr}}}} = \sqrt{\frac{584,3 \cdot 23,5}{32749}} = 0,648 \\
 \alpha &= 0,21 \quad \text{da warmgefertigtes Rundrohr} = \text{Knicklinie a} \\
 \Phi &= 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,648 - 0,2) + 0,648^2] = 0,757 \\
 \chi &= \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,757 + \sqrt{0,757^2 - 0,648^2}} = 0,87 \\
 N_{\text{Rd}} &= N_{\text{pl}} \cdot \chi = 584,3 \cdot 23,5 \cdot 0,87 = 11946 \text{ kN} \\
 m &= 11946 \text{ kN} \cdot \frac{1000}{10} = 1195 \text{ to} \\
 m_{\text{Turm}} &= A_{\text{Rundrohr}} \cdot h_{\text{WT}} \cdot 7850 \text{ kg/m}^3 = 0,05843 \text{ m}^2 \cdot 10,0 \cdot 7850 \text{ kg/m}^3 = 4586,76 \text{ kg} \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Mögliche Wassermenge aufgrund des Spannungsnachweises:

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{N}{A} \\
 \sigma &= \frac{N}{584,3} = 23,5 \text{ kN/cm}^2 \\
 N &= 23,5 \cdot 584,3 = 13731,1 \text{ kN} \\
 m &= 13731,1 \text{ kN} \cdot \frac{1000}{10} = 1373,1 \text{ to} \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

Das bedeutet, dass das Rundrohr bei einer Last von 1190 to versagt. Dies würde eine Wassermasse von  $\sim 1190 \text{ m}^3$  entsprechen.

### 3.7 Massen

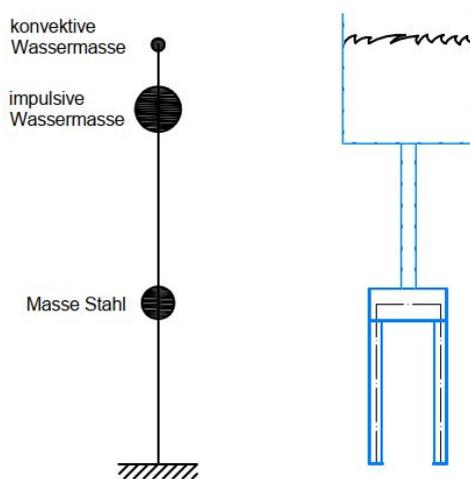
Die Massen werden wie laut folgender Abb. 3.5 oder Abb. 3.6 diskretisiert. Die Hälfte der Stielmassen geht in das Fundament, die andere Hälfte in den starren Riegel. Der Rundrohrstiel zum Tank wird auch in den starren Riegel und in die gehaltene Wassermasse reduziert. Dadurch erhalten wir einen Dreimassenschwinger.

Die Zusatzmasse aus dem Rundrohrstiel beträgt sowohl im Wassertank als auch im Riegel 2295 kg. Die Masse aus dem Stahlbehälter von 3697,26 kg wird der gehaltenen Wassermasse zugerechnet. Wie bereits in Kapitel 2.3 beschrieben, liegt laut Housner die Grenze zwischen gedrunenen und schlanken Tank bei einem Verhältnis von  $\frac{H}{R} = 1,5$ . Um nicht eine fast unendlich große Anzahl an Tankvariationen zu erhalten und trotzdem beide Zustände untersuchen zu können, wird mit unterschiedlichen Wasserständen gerechnet.

Wir unterscheiden vier Wasserstände mit jeweils 25%, 50%, 75% und 100%.

Wasserstand	Wasservolumen	Masse	H/R	gedrunen od. schlank
25% · $H = 1,25 m$	$24,54 m^3$	24,54 to	$H/R = 0,5$	gedrunen
50% · $H = 2,50 m$	$49,09 m^3$	49,09 to	$H/R = 1,0$	gedrunen
75% · $H = 3,75 m$	$73,63 m^3$	73,63 to	$H/R = 1,5$	schlank
100% · $H = 5,0 m$	$98,17 m^3$	98,17 to	$H/R = 2,0$	schlank

**Tab. 3.1:** Wassermasse bei unterschiedlichen Wasserständen



**Abb. 3.5:** Massenaufteilung gedrunener Wasserturm

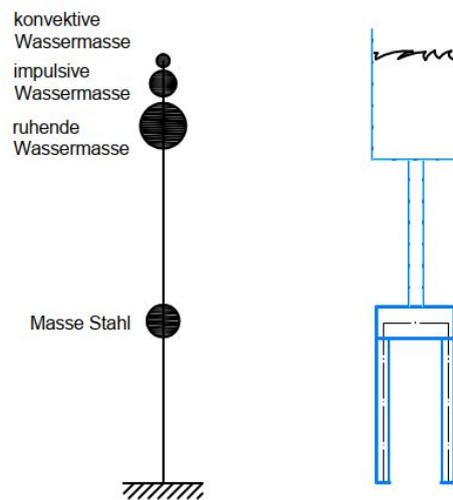


Abb. 3.6: Massenaufteilung schlanker Wasserturm

### 3.8 Steifigkeiten

Da sowohl der Fußbereich als auch der Anschluss beim Riegel unendlich steif ist, kann für die Stahlkonstruktion auf die bekannte Steifigkeitsformel siehe Formel 2.2 zurückgegriffen werden. Die Federsteifigkeit der konvektiven Wassermasse muss aus der Eigenfrequenz rückgerechnet werden.

$$\omega_1^2 = \frac{c_1}{m_1} \rightarrow c_1 = \omega_1^2 \cdot m_1 \quad (3.6)$$

Housner hat aus seiner Näherungslösung siehe Tab.3.7 bereits eine Formel für die Steifigkeit der Flüssigkeit ermittelt, von welcher wir Gebrauch machen.

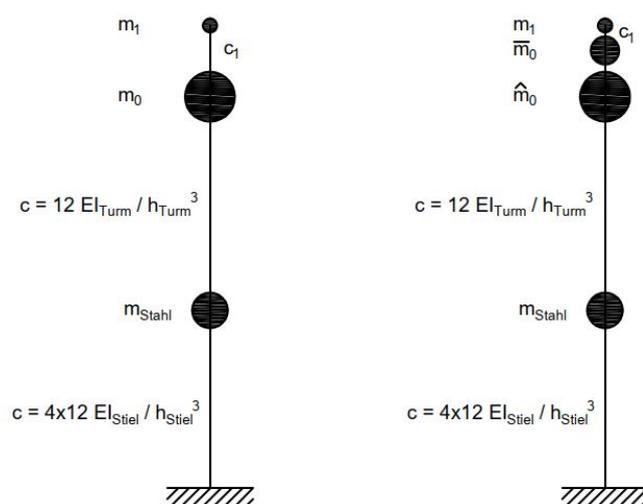


Abb. 3.7: Steifigkeiten Mehrmassenschwinger für gedrunenen und schlanken Wassertank

Beschreibung	Variable	Formel
gesamte Wassermasse	$m_w$	$m_w = \rho \cdot H \cdot R^2 \cdot \pi$
konvektive Wassermasse	$m_1$	$m_1 = m_w \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{H} \cdot \tanh\left(1,84 \cdot \frac{H}{R}\right)$
Eigenfrequenz	$\omega_1^2$	$\omega_1^2 = \frac{1,84 \cdot g}{R} \cdot \tanh\left(1,84 \cdot \frac{H}{R}\right)$

**Tab. 3.2:** Formeln für die Ermittlung der Federsteifigkeit der konvektiven Wassermasse

### 3.9 Dämpfung

Im Buch Baudynamik von Meskouris [6] kann für Flüssigkeiten im Allgemeinen ein Dämpfungswert von  $\zeta = 0,5\%$  angesetzt werden. Für die Stahlkonstruktion wird, wie in einem der vorherigen Kapitel 2.2.4 beschrieben, ein Dämpfungswert von  $\zeta = 1,9\%$  angesetzt.

$$d_{\text{mod},i} = 2 \cdot \zeta \cdot \omega^2 \cdot m_{\text{mod},i} \quad (3.7)$$

Wie in der Formel 3.10 ersichtlich, wird die Dämpfung in das modale System implementiert und anschließend über die Transformationsmatrix, welche wir aus dem ungedämpften System erhalten in das reale System zurück transformiert. Die Formel für die Transformation ist in Kapitel 3.11.2 ersichtlich.

### 3.10 Schwingungsgleichung des ungedämpften Systems

Die Schwingungsgleichung für einen Dreimassenschwinger lautet

$$M \cdot a(t) + K \cdot x(t) = 0 \quad (3.8)$$

#### 3.10.1 Massenmatrix

Beschreibung	Variable	Berechnung	Gesamtmasse [kg]
Stahltank	$m_{\text{Tank}}$	siehe 3.1	3697 kg
Stahlurm	$m_{\text{Turm}}$	siehe 3.4	4587 kg
Stahlriegel HEB1000	$m_{\text{Riegel}}$	$2 \cdot 2,0 \text{ m} \cdot 314 \text{ kg/m}$	1256 kg
Stahlstiele HEB300	$m_{\text{Stiel}}$	$4 \cdot 10,0 \text{ m} \cdot 117 \text{ kg/m}$	4680 kg

Tab. 3.3: Stahlmassen

Die Massenmatrix ist in unserem Fall eine 3x3 Diagonalmatrix. Dies definiert sich dadurch, dass wir das System auf drei Massen und dementsprechend auch auf drei Freiheitsgrade diskretisiert haben.

$$\begin{pmatrix} m_{\text{Riegel}} + \frac{m_{\text{Turm}}}{2} + \frac{m_{\text{Stiel}}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & m_0 + m_{\text{Tank}} + \frac{m_{\text{Turm}}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{pmatrix} = \\
 \begin{pmatrix} 1256 \text{ kg} + \frac{4680 \text{ kg}}{2} + \frac{4587 \text{ kg}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & m_0 + 3697 \text{ kg} + \frac{4587 \text{ kg}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{pmatrix} = \\
 \begin{pmatrix} 5889 \text{ kg} & 0 & 0 \\ 0 & m_0 + 5991 \text{ kg} & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{pmatrix} [\text{kg}] \quad (3.9)$$

### 3.10.2 Steifigkeitsmatrix

Die Steifigkeitsmatrix ist ebenfalls eine 3x3 Matrix. Diese ist jedoch nicht mehr eine Diagonalmatrix, wie die Massenmatrix, sondern enthält fast in jeder Zelle Werte. Das hat den Grund, da bei der Verschiebung der Masse um 1 mehrere Steifigkeiten angesprochen werden.

Beschreibung	Variable	Berechnung	Steifigkeit [N/m]
Stahlurm	$c_{\text{Turm}}$	$12 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^{11} [N/m^2] \cdot 0,00632 m^4}{10,03^3 [m^3]}$	$1,59264 \cdot 10^7 N/m$
Stahlstiele HEB300	$c_{\text{Stiel}}$	$4 \cdot 12 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^{11} [N/m^2] \cdot 0,000252 m^4}{10,03^3 [m^3]}$	$2,53673 \cdot 10^6 N/m$

Tab. 3.4: Stahlsteifigkeiten

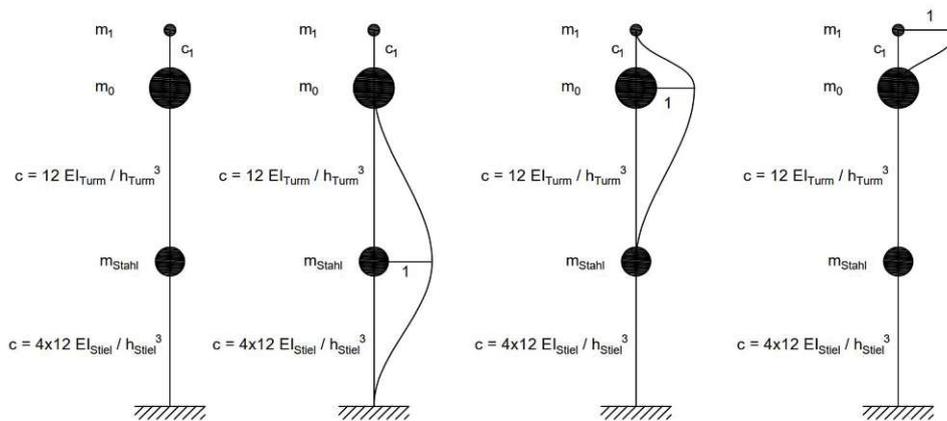


Abb. 3.8: Ermittlung der Steifigkeitsmatrix

$$\begin{pmatrix} 4 \cdot 12 \cdot \frac{EI_{\text{Stiel}}}{h_{\text{Stiel}}^3} + 12 \cdot \frac{EI_{\text{Turm}}}{h_{\text{Turm}}^3} & -12 \cdot \frac{EI_{\text{Turm}}}{h_{\text{Turm}}^3} & 0 \\ -12 \cdot \frac{EI_{\text{Turm}}}{h_{\text{Turm}}^3} & 12 \cdot \frac{EI_{\text{Turm}}}{h_{\text{Turm}}^3} + c_1 & -c_1 \\ 0 & -c_1 & c_1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1,8464 & -1,5927 & 0 \\ -1,5927 & 1,5927 + c_1 & -c_1 \\ 0 & -c_1 & c_1 \end{pmatrix} \cdot 10^7 [N/m]$$

(3.10)

### 3.10.3 Ergebnisse des ungedämpften Systems

#### 3.10.3.1 Füllstand 25%

	Variable	Masse [kg]
Stahlkonstruktion	$m_{\text{Stahl};25\%}$	5888,7
impulsiver Anteil	$m_{0;25\%}$	24623,2
konvektiver Anteil	$m_{1;25\%}$	11287,6

**Tab. 3.5:** Massen ungedämpftes System Füllstand 25%

	Variable	Eigenkreisfrequenz [s/1]	Eigenfrequenz [Hz]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;25\%}$	4,8	0,8
2. Eigenfrequenz	$f_{2;25\%}$	9,5	1,5
3. Eigenfrequenz	$f_{3;25\%}$	60,9	9,7

**Tab. 3.6:** Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 25%

#### 3.10.3.2 Füllstand 50%

	Variable	Masse [kg]
Stahlkonstruktion	$m_{\text{Stahl};50\%}$	5888,7
impulsiver Anteil	$m_{0;50\%}$	43255,8
konvektiver Anteil	$m_{1;50\%}$	14775,0

**Tab. 3.7:** Massen ungedämpftes System Füllstand 50%

	Variable	Eigenkreisfrequenz [s/1]	Eigenfrequenz [Hz]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;50\%}$	5,2	0,8
2. Eigenfrequenz	$f_{2;50\%}$	9,0	1,4
3. Eigenfrequenz	$f_{3;50\%}$	59,0	9,4

**Tab. 3.8:** Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 50%

## 3.10.3.3 Füllstand 75%

	Variable	Masse [kg]
Stahlkonstruktion	$m_{\text{Stahl};75\%}$	5888,7
impulsiver Anteil	$m_{0;75\%}$	61299,8
konvektiver Anteil	$m_{1;75\%}$	15412,1

Tab. 3.9: Massen ungedämpftes System Füllstand 75%

	Variable	Eigenkreisfrequenz [s/1]	Eigenfrequenz [Hz]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;75\%}$	4,8	0,8
2. Eigenfrequenz	$f_{2;75\%}$	8,6	1,4
3. Eigenfrequenz	$f_{3;75\%}$	58,0	9,2

Tab. 3.10: Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 75%

## 3.10.3.4 Füllstand 100%

	Variable	Masse [kg]
Stahlkonstruktion	$m_{\text{Stahl};100\%}$	5888,7
impulsiver Anteil	$m_{0;100\%}$	86381,5
konvektiver Anteil	$m_{1;100\%}$	15515,5

Tab. 3.11: Ergebnisse ungedämpftes System Füllstand 100%

	Variable	Eigenkreisfrequenz [s/1]	Eigenfrequenz [Hz]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;100\%}$	4,4	0,7
2. Eigenfrequenz	$f_{2;100\%}$	8,1	1,3
3. Eigenfrequenz	$f_{3;100\%}$	57,4	9,1

Tab. 3.12: Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 100%

Die impulsive Masse steigt fast linear an, während sich die konvektive Masse einem Absolutwert annähert. Dies macht auch Sinn, denn wenn wir die Behälterhöhe der Formel der konvektiven Wassermasse siehe Tabelle 3.2 gegen unendlich laufen lassen, erhalten wir einen Grenzwert.

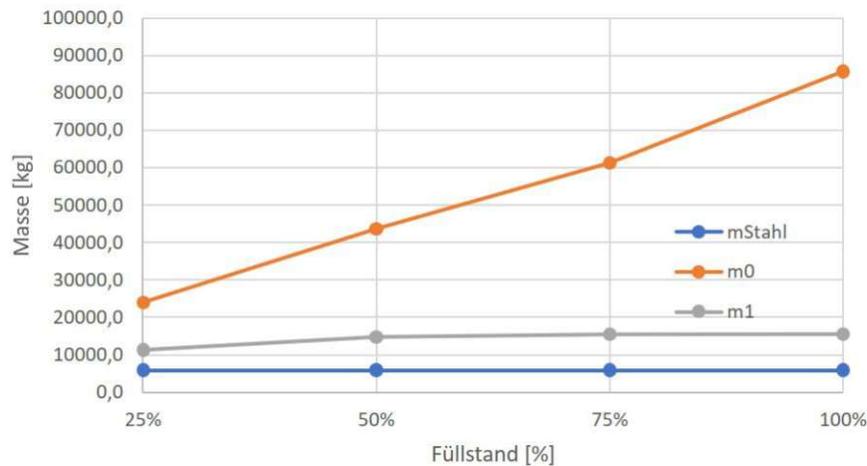


Abb. 3.9: Massen nach Füllstand

Grenzwertermittlung für die konvektive Masse

$$m_1 = m_w \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{H} \cdot \tanh\left(1,84 \cdot \frac{H}{R}\right)$$

$$\lim_{H \rightarrow \infty} m_1(H) = \rho_w \cdot R^2 \cdot \pi \cdot \infty \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{\infty} \tanh\left(1,84 \cdot \frac{\infty}{R}\right) \quad (3.11)$$

Nun müssen wir die Regel von d'Hospital anwenden und Zähler bzw. Nenner getrennt nach  $H$  ableiten und nochmal den Grenzwert ermitteln.

$$m_1 = \rho_w \cdot R^2 \cdot \pi \cdot H \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{H} \cdot \tanh\left(1,84 \cdot \frac{H}{R}\right)$$

$$m_1 = 1000 \cdot 2,5^2 \cdot \pi \cdot H \cdot 0,318 \cdot \frac{2,5}{H} \cdot \tanh\left(1,84 \cdot \frac{H}{2,5}\right)$$

$$m_1 = 15609,8 \cdot \tanh\left(\frac{H}{0,736}\right)$$

$$m_1'(H) = 15609,8 \cdot (1 - \tanh^2\left(\frac{H}{0,736}\right)) \cdot \frac{1}{0,736}$$

$$\lim_{H \rightarrow \infty} m_1'(H) = 15609,8$$

Bei einem Durchmesser von 5 m erhalten wir einen maximalen Grenzwert für die konvektive Masse von 15609,8 kg.

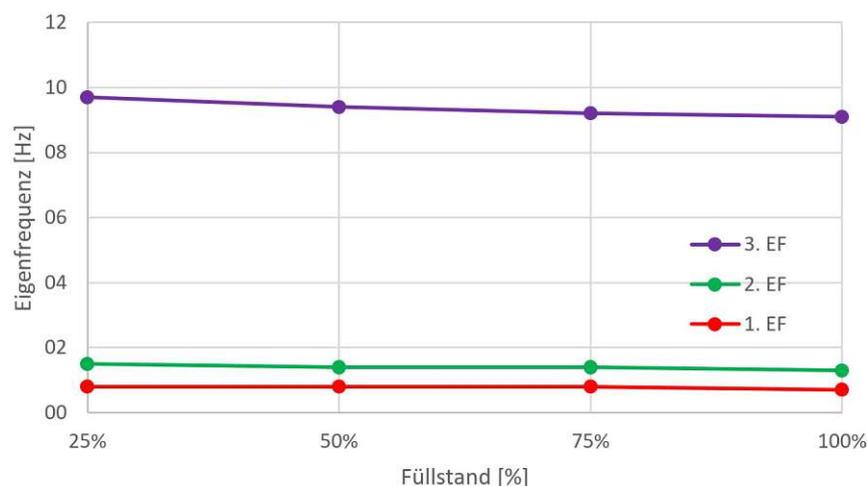


Abb. 3.10: Eigenfrequenz nach Füllstand bei ungedämpften System

Die Eigenfrequenzen ändern sich, aufgrund der unterschiedlichen Füllstände, nicht signifikant. Die maximale Änderung von 0,6 Hz erfährt die dritte Eigenfrequenz.

### 3.11 Schwingungsgleichung des gedämpften Systems

Die Schwingungsgleichung für einen Dreimassenschwinger lautet

$$M \cdot a(t) + D \cdot v(t) + C \cdot x(t) = f(t) \quad (3.12)$$

#### 3.11.1 Massenmatrix & Steifigkeitsmatrix

Die Massen- bzw. Steifigkeitsmatrix können vom ungedämpften System übernommen werden. Siehe 3.10

#### 3.11.2 Dämpfungsmatrix

Wie bereits unter Kapitel 3.9 beschrieben, wird die Dämpfung im Modalen System, d.h. in voneinander unabhängige Einmassenschwingern eingefügt und über die Transformationsmatrix  $T$ , welche wir aus dem ungedämpften System erhalten haben, in das Realsystem rücktransformiert wird.

Beschreibung	Variable	Lehr'sches Dämpfungsmaß [%]
Dämpfung der Flüssigkeit	$\zeta_{\text{Wasser}}$	0,5
Dämpfung der Stahlkonstruktion	$\zeta_{\text{Stahl}}$	1,9

Tab. 3.13: Lehr'sches Dämpfungsmaß der Teilsysteme

$$\begin{pmatrix} d_2 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot \zeta_{\text{Stahl}} \cdot \omega_i^2 \cdot m_{\text{mod},i} & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \zeta_{\text{Stahl}} \cdot \omega_i^2 \cdot m_{\text{mod},i} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot \zeta_{\text{Wasser}} \cdot \omega_i^2 \cdot m_{\text{mod},i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 0,019 \cdot \omega_{\text{Stahl}}^2 \cdot 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 0,019 \cdot \omega_0^2 \cdot 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot 0,005 \cdot \omega_1^2 \cdot 1 \end{pmatrix} [\text{kg/s}] \quad (3.13)$$

Die Formel 3.13 zeigt die modale Dämpfungsmatrix  $D$ . Diese muss noch mittels der Transformationsmatrix  $T$  aus dem ungedämpften System rücktransformiert werden siehe Formel 3.14.

$$D = T^{T,-1} \cdot D_{\text{mod}} \cdot T^{-1} \quad (3.14)$$

Für unser System sieht die Transformationsmatrix wie folgt aus:

$$T = \begin{pmatrix} -0,0024 & -0,0016 & -0,0127 \\ -0,0028 & -0,0018 & 0,000755 \\ -0,044 & 0,0067 & -0,00001 \end{pmatrix}$$

### 3.11.3 Ergebnisse des gedämpften Systems in Tabas

#### 3.11.3.1 Füllstand 25%

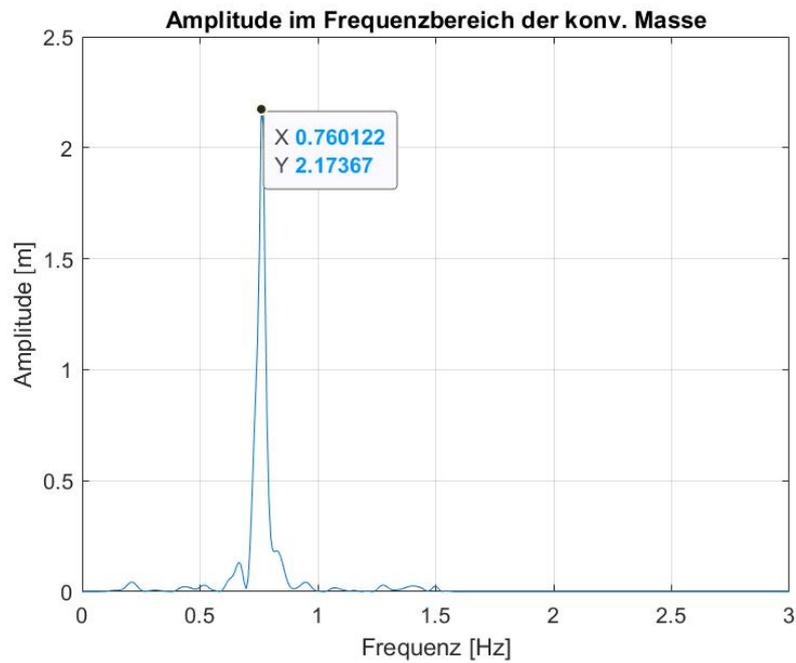


Abb. 3.11: Eigenfrequenz Konvektive Wassermasse 25% Füllstand System

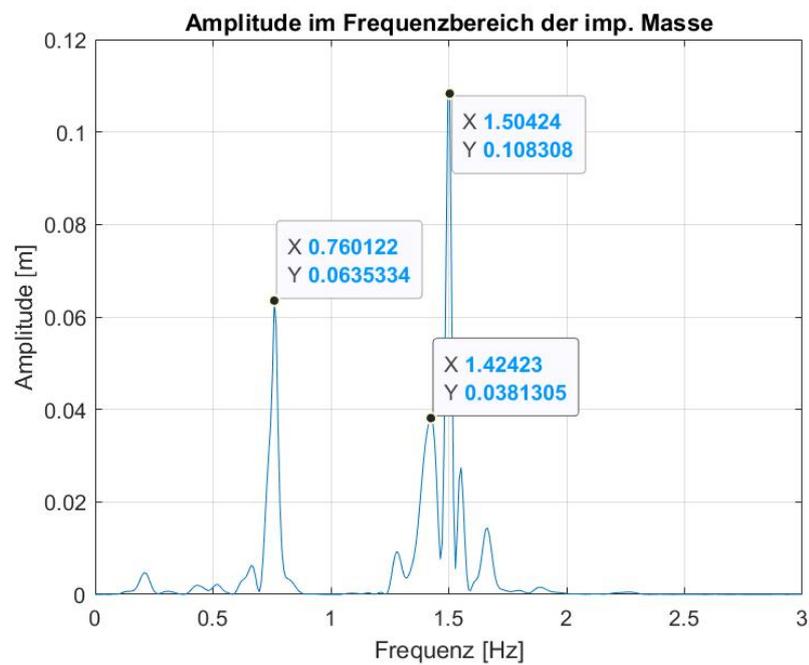


Abb. 3.12: Eigenfrequenz impulsive Wassermasse 25% Füllstand System

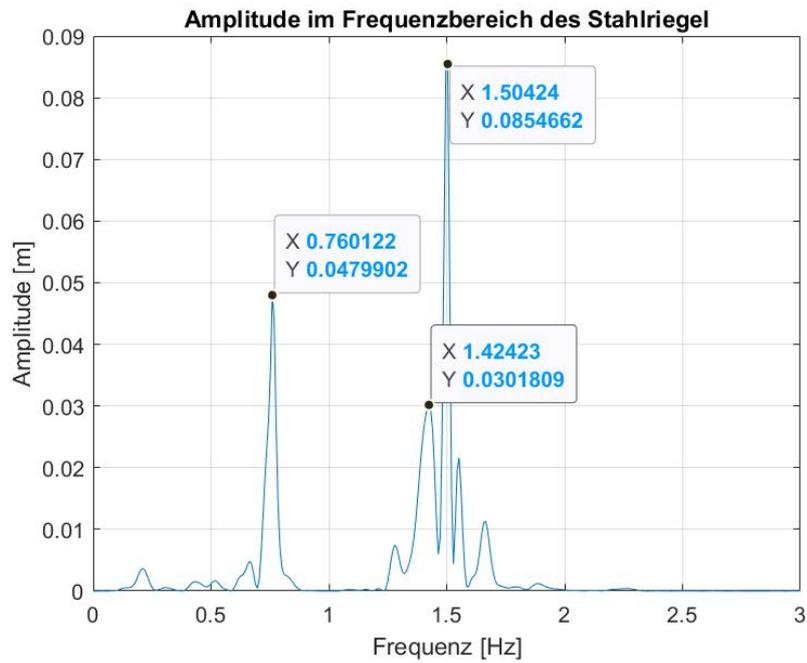


Abb. 3.13: Eigenfrequenz Stahlriegel 25% Füllstand System

	Variable	Eigenkreisfrequenz [ $s/1$ ]	Eigenfrequenz [ $Hz$ ]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;25\%}$	4,8	0,8
2. Eigenfrequenz	$f_{2;25\%}$	8,9	1,4
3. Eigenfrequenz	$f_{2;25\%}$	9,5	1,5

Tab. 3.14: Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 25%

## 3.11.3.2 Füllstand 50%

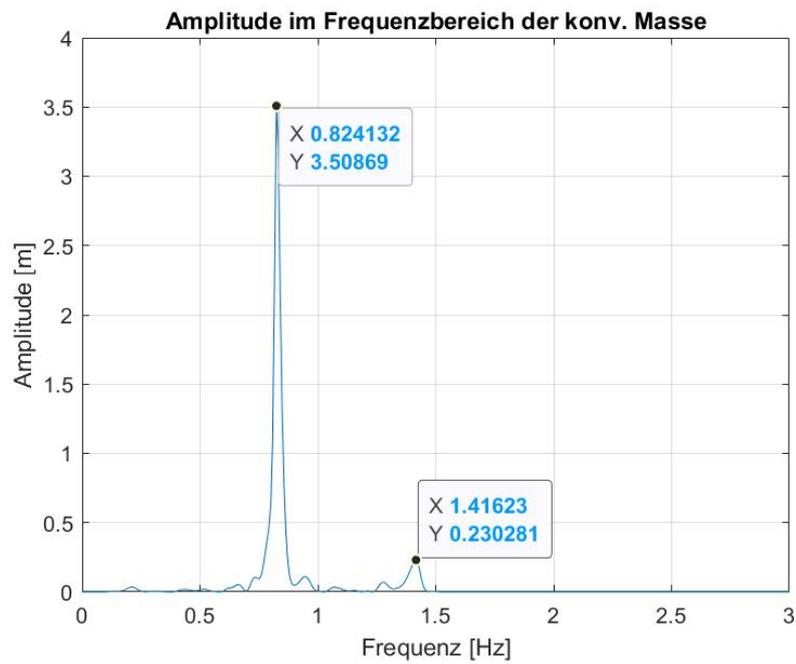


Abb. 3.14: Eigenfrequenz Konvektive Wassermasse 50% Füllstand System

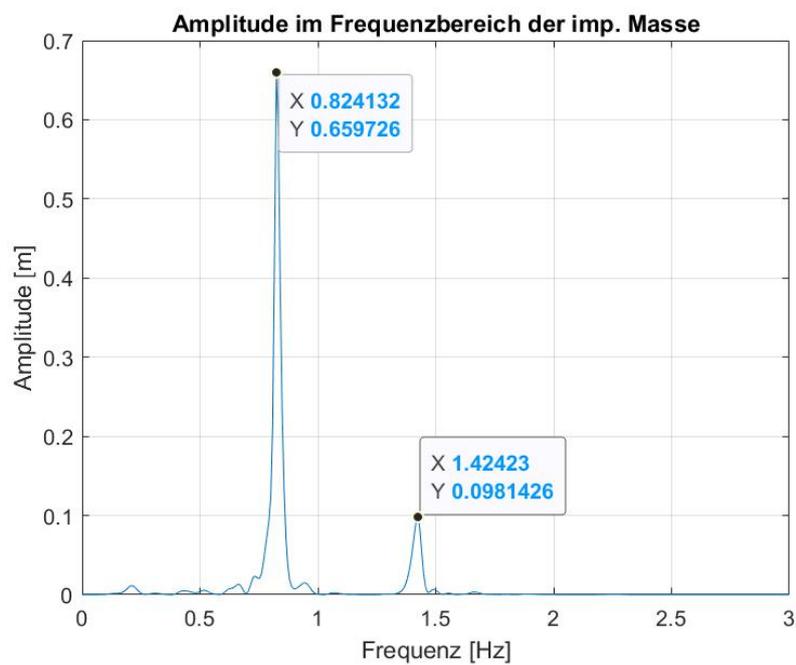


Abb. 3.15: Eigenfrequenz impulsive Wassermasse 50% Füllstand System

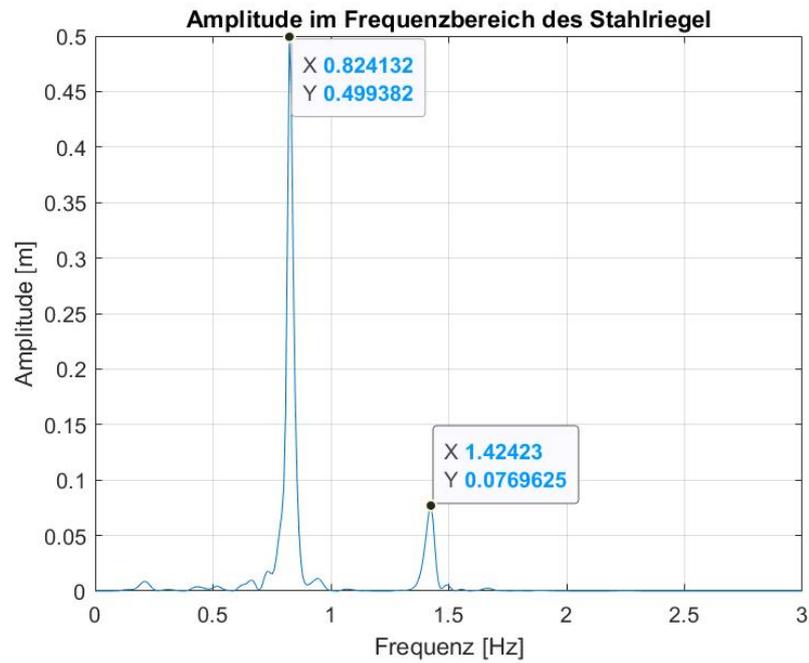


Abb. 3.16: Eigenfrequenz Stahlriegel 50% Füllstand System

	Variable	Eigenkreisfrequenz [ $s/1$ ]	Eigenfrequenz [ $Hz$ ]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;50\%}$	5,2	0,8
2. Eigenfrequenz	$f_{2;50\%}$	8,9	1,4

Tab. 3.15: Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 50%

## 3.11.3.3 Füllstand 75%

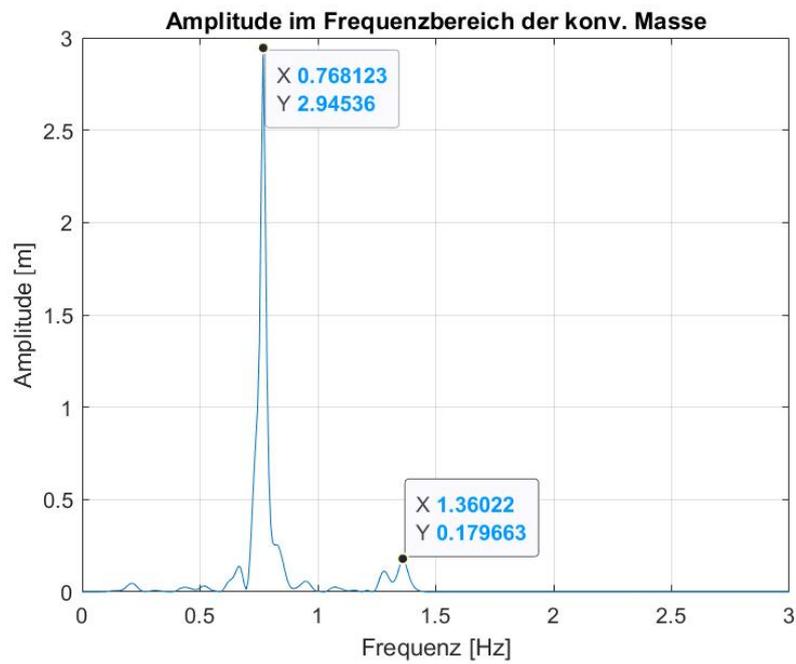


Abb. 3.17: Eigenfrequenz Konvektive Wassermasse 75% Füllstand System

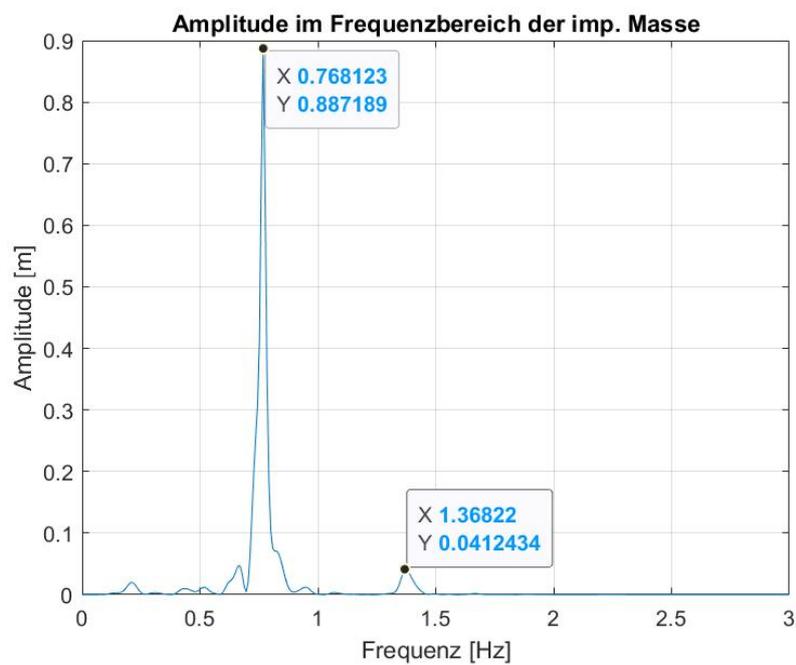
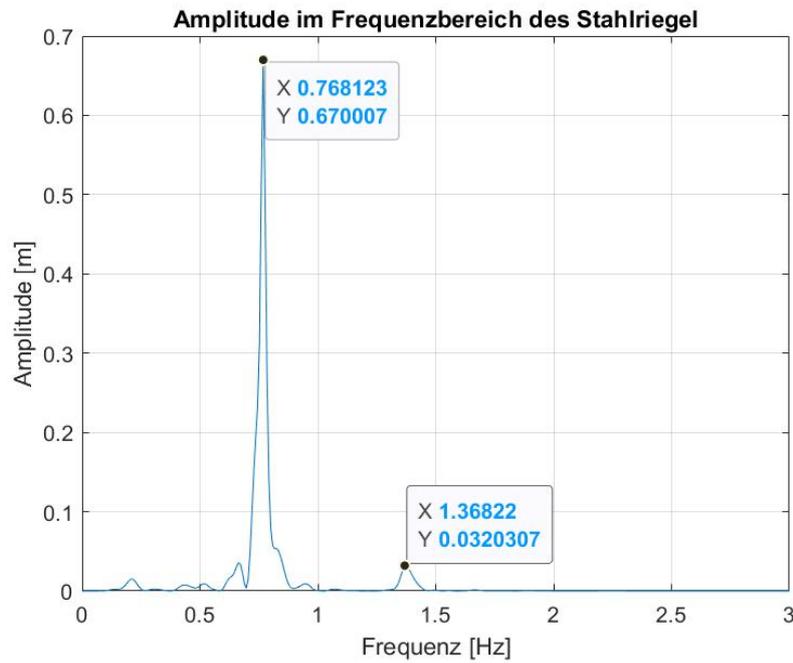


Abb. 3.18: Eigenfrequenz impulsive Wassermasse 75% Füllstand System



**Abb. 3.19:** Eigenfrequenz Stahlriegel 75% Füllstand System

	Variable	Eigenkreisfrequenz [ $s/1$ ]	Eigenfrequenz [ $Hz$ ]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;50\%}$	4,8	0,8
2. Eigenfrequenz	$f_{2;50\%}$	8,6	1,4

**Tab. 3.16:** Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 75%

## 3.11.3.4 Füllstand 100%

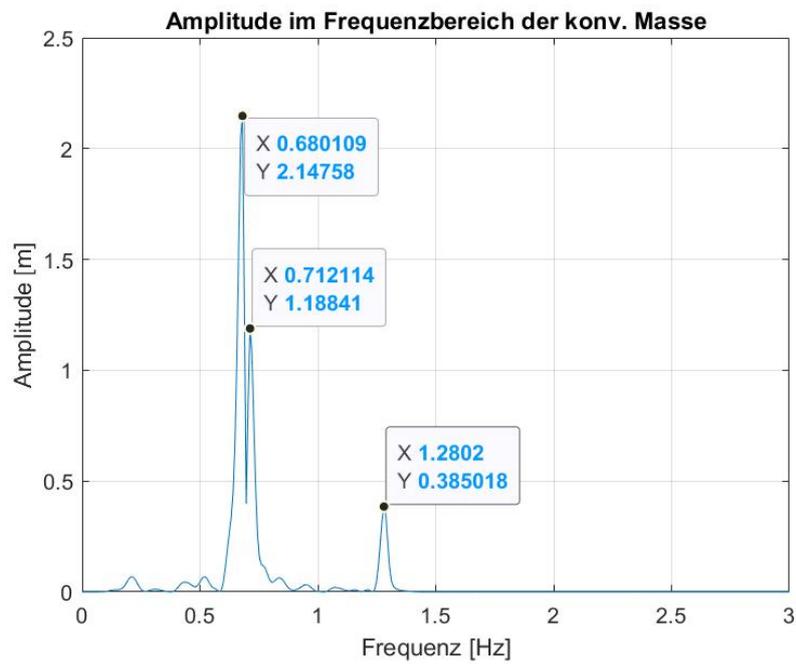


Abb. 3.20: Eigenfrequenz Konvektive Wassermasse 100% Füllstand System

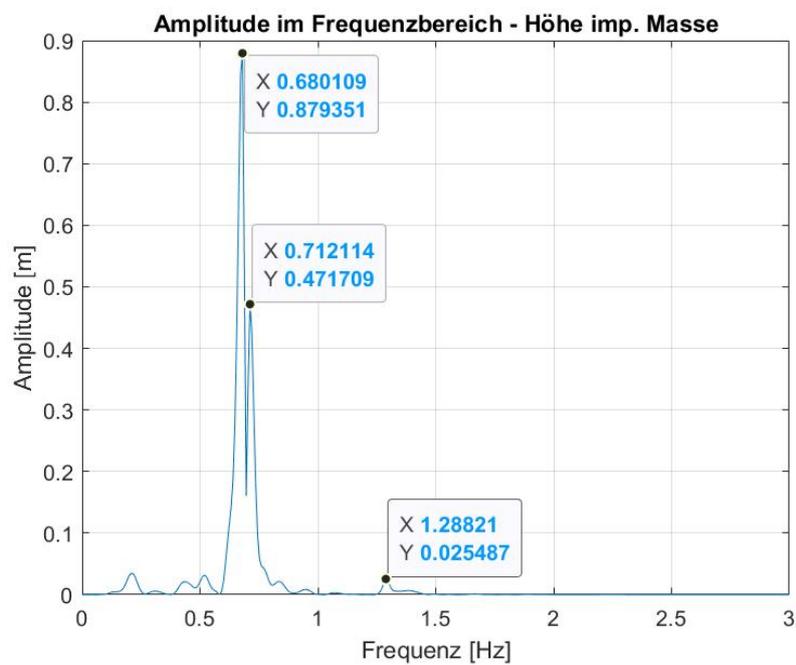


Abb. 3.21: Eigenfrequenz impulsive Wassermasse 100% Füllstand System

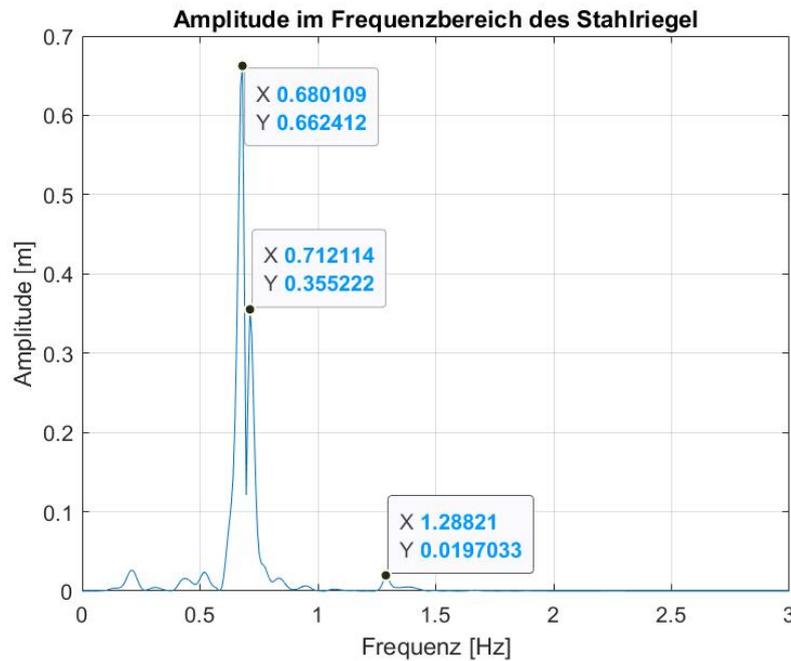


Abb. 3.22: Eigenfrequenz Stahlriegel 100% Füllstand System

	Variable	Eigenkreisfrequenz [ $s/1$ ]	Eigenfrequenz [ $Hz$ ]
1. Eigenfrequenz	$f_{1;100\%}$	4,3	0,7
2. Eigenfrequenz	$f_{2;100\%}$	8,1	1,3

Tab. 3.17: Frequenzen ungedämpftes System Füllstand 100%

### 3.11.4 Vergleich der Ergebnisse zwischen gedämpftem und ungedämpftem System

Wenn man die Eigenfrequenzen in Kapitel 3.10.3 und Kapitel 3.11.3 vergleicht, ist ersichtlich, dass im ungedämpften Fall drei Eigenfrequenzen und im gedämpften Fall zwei Eigenfrequenzen zum Vorschein kommen. Der Grund dafür dürfte, wie bereits bei der Frequenzanalyse des Erdbebens 2.6 unter Kapitel 3.10.3 vermutet, sein, dass die Eigenfrequenz von 9,5 Hz nicht angesprochen wird. Deswegen wurden auch die x-Achsen der Diagramme auf 3 Hz begrenzt.

## 3.12 Horizontale Lasten und Schnittgrößen

### 3.12.1 Maximale Auslenkung auf Höhe der konvektiven Masse

#### 3.12.1.1 25% Füllstand

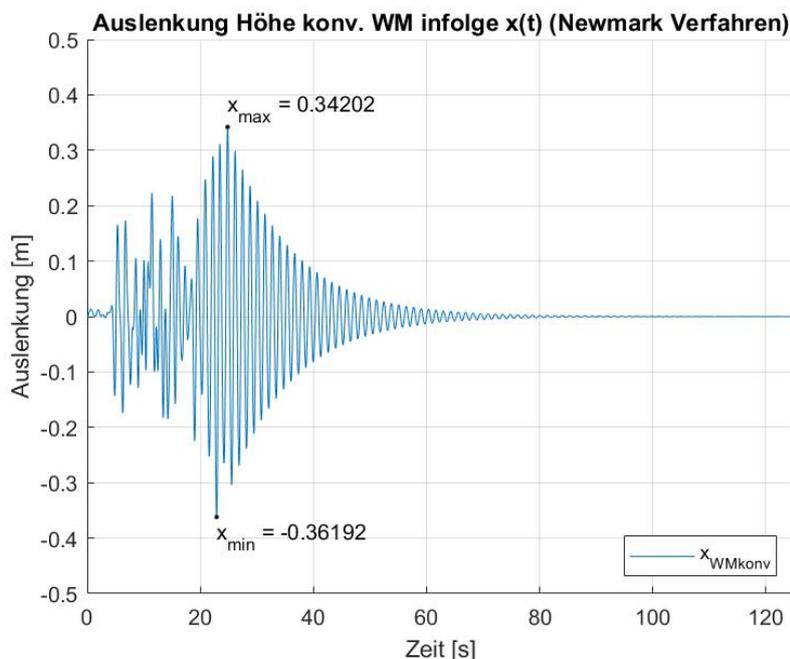


Abb. 3.23: Max. Auslenkung konv. Wassermasse 25% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	22,9 [s]	9,2 [ $m/s^2$ ]	11287,6 [kg]	103,8 [kN]
imp. Masse	22,9 [s]	1,7 [ $m/s^2$ ]	24623,2 [kg]	41,9 [kN]
Masse StahlUK	22,9 [s]	1,8 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	10,6 [kN]

Tab. 3.18: Horizontale Lasten Füllstand 25%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	112,9 [kN]	359,1 [kN]	418,0 [kN]	418,0 [kN]
$Q(x)$ [kN]	103,8 [kN]	145,7 [kN]	156,3 [kN]	156,3 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	34,6 [kNm]	797,3 [kNm]	1578,8 [kNm]

Tab. 3.19: Schnittgrößen aus 25% Füllstand aufgrund konv. WM max

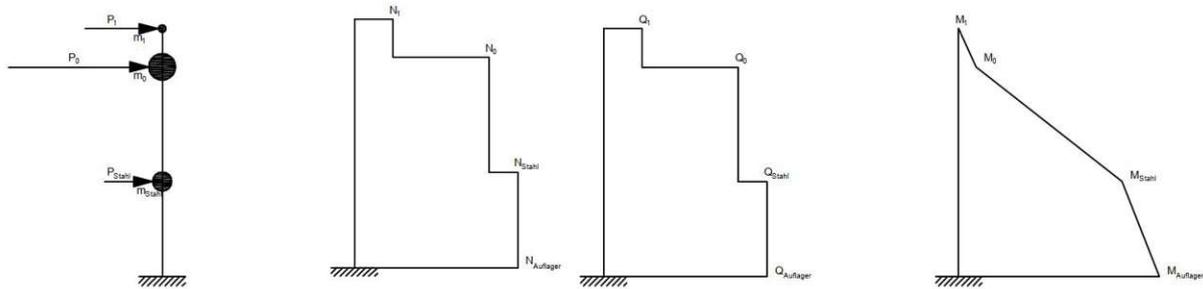


Abb. 3.24: Verlauf der Schnittgrößen

## 3.12.1.2 50% Füllstand

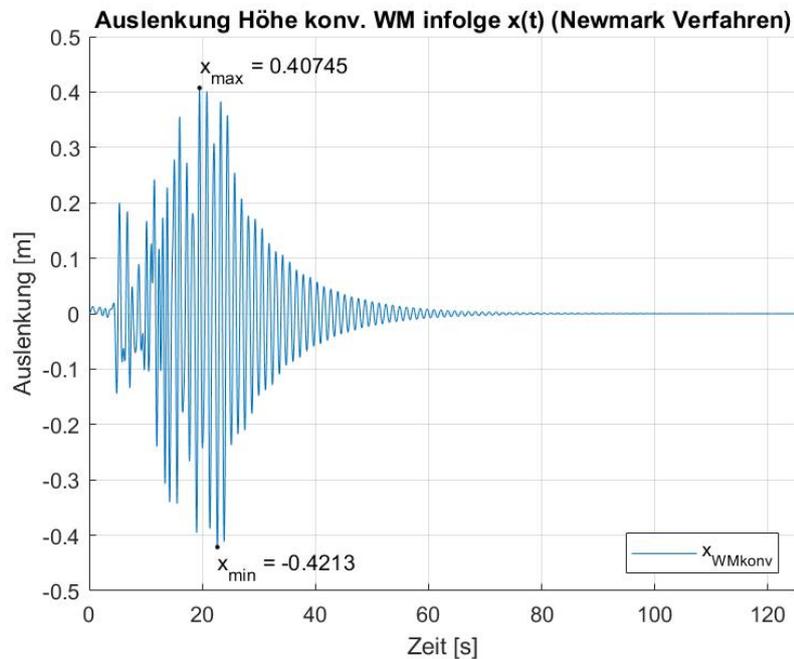


Abb. 3.25: Max. Auslenkung konv. Wassermasse 50% Füllstand

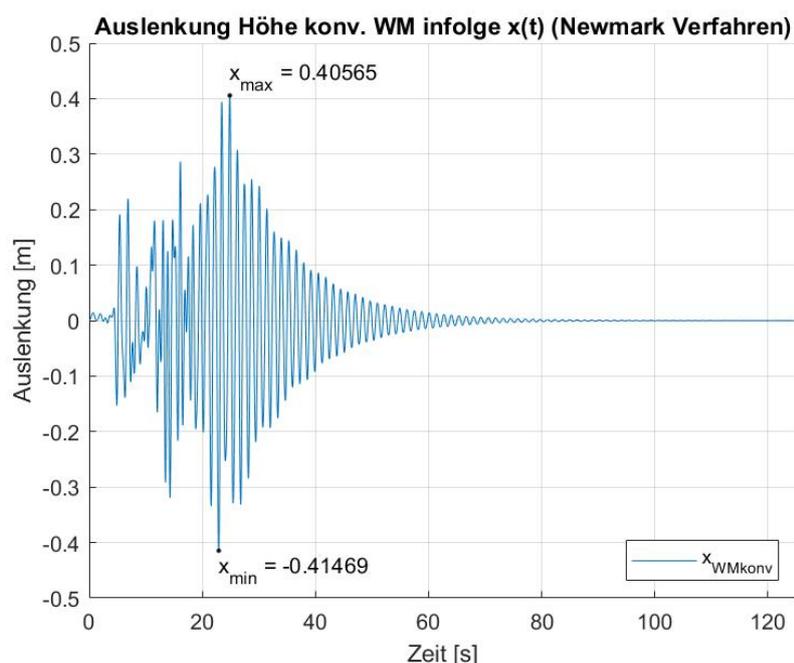
Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	22,68 [s]	11,4 [ $m/s^2$ ]	14775,0 [kg]	168,4 [kN]
imp. Masse	22,68 [s]	0,9 [ $m/s^2$ ]	43255,8 [kg]	38,9 [kN]
Masse StahlUK	22,68 [s]	1,3 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	7,7 [kN]

Tab. 3.20: Horizontale Lasten Füllstand 50%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	147,8 [kN]	580,3 [kN]	639,2 [kN]	639,2 [kN]
$Q(x)$ [kN]	168,4 [kN]	207,4 [kN]	215,0 [kN]	215,0 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	127,5 [kNm]	1261,6 [kNm]	2336,7 [kNm]

**Tab. 3.21:** Schnittgrößen aus 50% Füllstand aufgrund konv. WM max

### 3.12.1.3 75% Füllstand



**Abb. 3.26:** Max. Auslenkung konv. Wassermasse 75% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	22,92 [s]	11,8 [ $m/s^2$ ]	15412,1 [kg]	181,9 [kN]
imp. Masse	22,92 [s]	4,6 [ $m/s^2$ ]	61299,8 [kg]	282,0 [kN]
Masse StahlUK	22,92 [s]	4,7 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	27,7 [kN]

**Tab. 3.22:** Horizontale Lasten Füllstand 75%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	154,1 [kN]	767,1 [kN]	826,0 [kN]	826,0 [kN]
$Q(x)$ [kN]	181,9 [kN]	463,8 [kN]	491,5 [kN]	491,5 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	237,7 [kNm]	2883,2 [kNm]	5340,8 [kNm]

**Tab. 3.23:** Schnittgrößen aus 75% Füllstand aufgrund konv. WM max

## 3.12.1.4 100% Füllstand

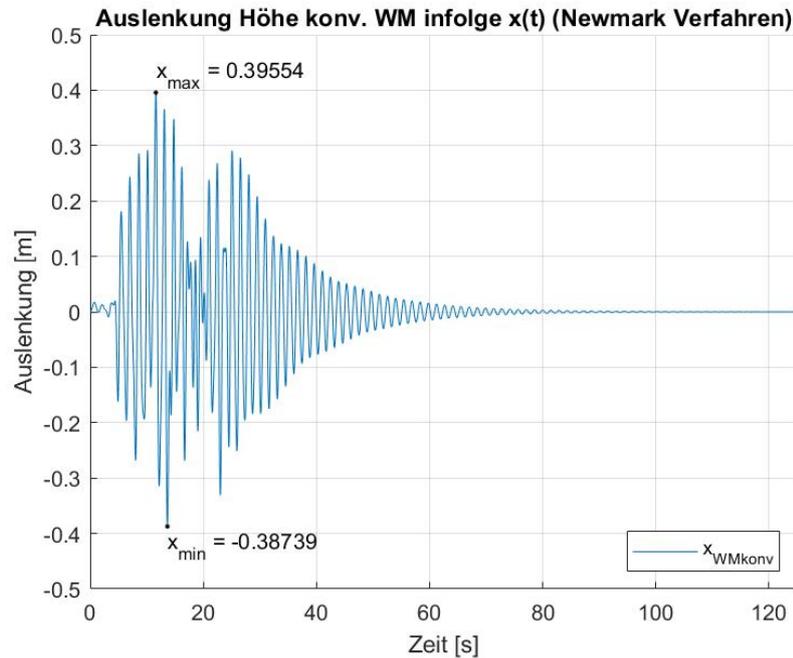


Abb. 3.27: Max. Auslenkung konv. Wassermasse 100% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	11,62 [s]	-8,5 [ $m/s^2$ ]	15515,5 [kg]	-131,9 [kN]
imp. Masse	11,62 [s]	-2,1 [ $m/s^2$ ]	86381,5 [kg]	-181,4 [kN]
Masse StahlUK	11,62 [s]	-3,4 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-20,0 [kN]

Tab. 3.24: Horizontale Lasten Füllstand 100%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	155,2 [kN]	1019,0 [kN]	1077,9 [kN]	1077,9 [kN]
$Q(x)$ [kN]	-131,9 [kN]	-313,3 [kN]	-333,3 [kN]	-333,3 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	-249,8 [kNm]	-2135,6 [kNm]	-3802,1 [kNm]

Tab. 3.25: Schnittgrößen aus 100% Füllstand aufgrund konv. WM max

### 3.12.2 Maximale Auslenkung auf Höhe der impulsiven Masse

#### 3.12.2.1 25% Füllstand

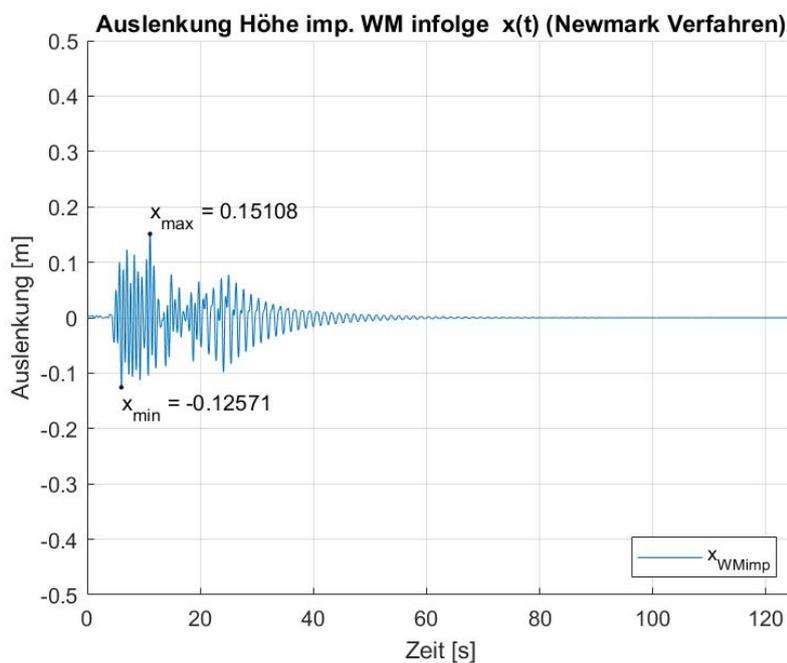


Abb. 3.28: Max. Auslenkung imp. Wassermasse 25% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	11,12 [s]	9,7 [ $m/s^2$ ]	11287,6 [kg]	109,5 [kN]
imp. Masse	11,12 [s]	-5,0 [ $m/s^2$ ]	24623,2 [kg]	-123,1 [kN]
Masse StahlUK	11,12 [s]	-6,6 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-38,9 [kN]

Tab. 3.26: Horizontale Lasten Füllstand 25%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	112,9 [kN]	359,1 [kN]	418,0 [kN]	418,0 [kN]
$Q(x)$ [kN]	109,5 [kN]	-13,6 [kN]	-52,5 [kN]	-52,5 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	36,4 [kNm]	-34,9 [kNm]	-297,3 [kNm]

Tab. 3.27: Schnittgrößen aus 25% Füllstand aufgrund imp. WM max

## 3.12.2.2 50% Füllstand

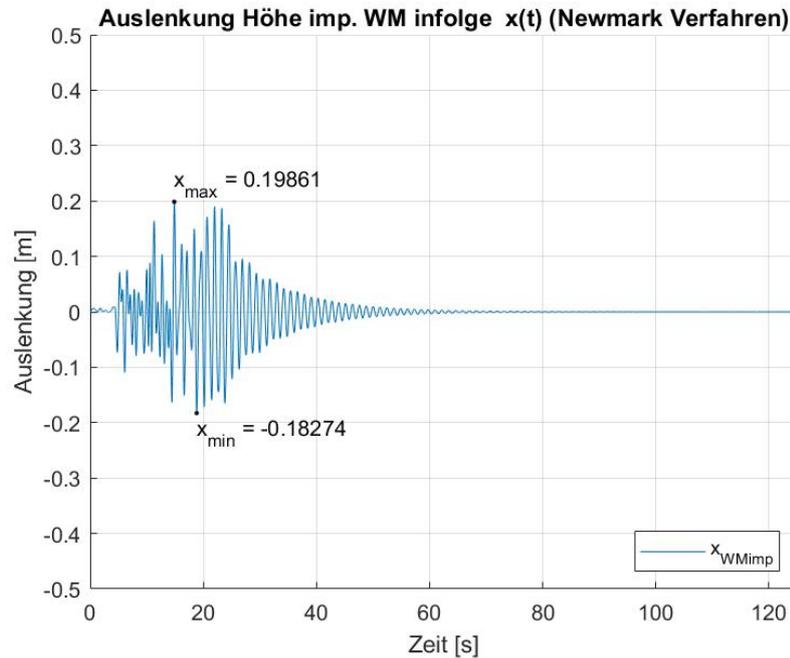


Abb. 3.29: Max. Auslenkung imp. Wassermasse 50% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	14,88 [s]	-0,5 [ $m/s^2$ ]	14775,0 [kg]	-7,4 [kN]
imp. Masse	14,88 [s]	-10,8 [ $m/s^2$ ]	43255,8 [kg]	-467,2 [kN]
Masse StahlUK	14,88 [s]	-8,9 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-52,4 [kN]

Tab. 3.28: Horizontale Lasten Füllstand 50%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	147,8 [kN]	580,3 [kN]	639,2 [kN]	639,2 [kN]
$Q(x)$ [kN]	-7,4 [kN]	-474,6 [kN]	-527,0 [kN]	-527,0 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	-5,6 [kNm]	-2600,8 [kNm]	-5235,6 [kNm]

Tab. 3.29: Schnittgrößen aus 50% Füllstand aufgrund imp. WM max

## 3.12.2.3 75% Füllstand

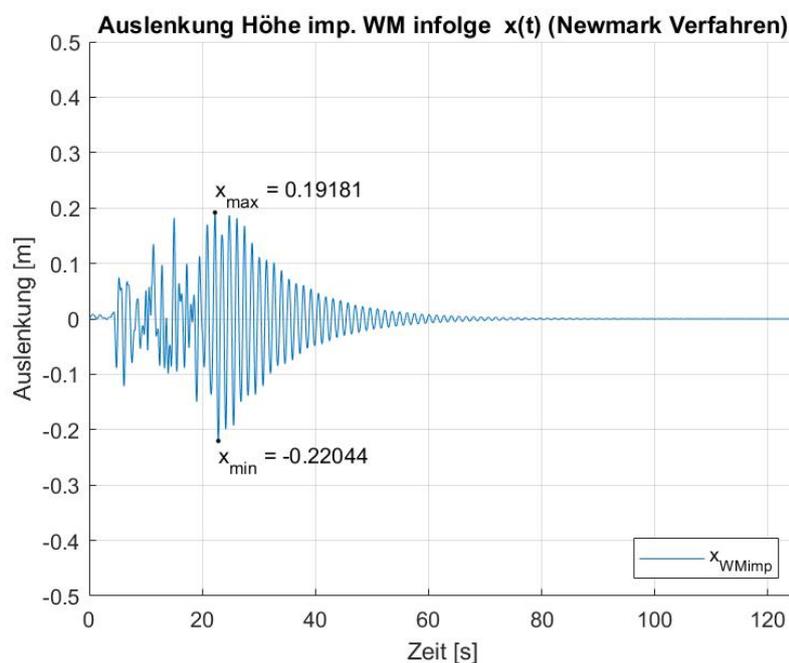


Abb. 3.30: Max. Auslenkung imp. Wassermasse 75% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	22,84 [s]	9,5 [ $m/s^2$ ]	15412,1 [kg]	146,4 [kN]
imp. Masse	22,84 [s]	6,1 [ $m/s^2$ ]	61299,8 [kg]	373,9 [kN]
Masse StahlUK	22,84 [s]	4,9 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	28,9 [kN]

Tab. 3.30: Horizontale Lasten Füllstand 75%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	154,1 [kN]	767,1 [kN]	826,0 [kN]	826,0 [kN]
$Q(x)$ [kN]	146,4 [kN]	520,3 [kN]	549,2 [kN]	549,2 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	191,4 [kNm]	3159,2 [kNm]	5905,1 [kNm]

Tab. 3.31: Schnittgrößen aus 75% Füllstand aufgrund imp. WM max

## 3.12.2.4 100% Füllstand

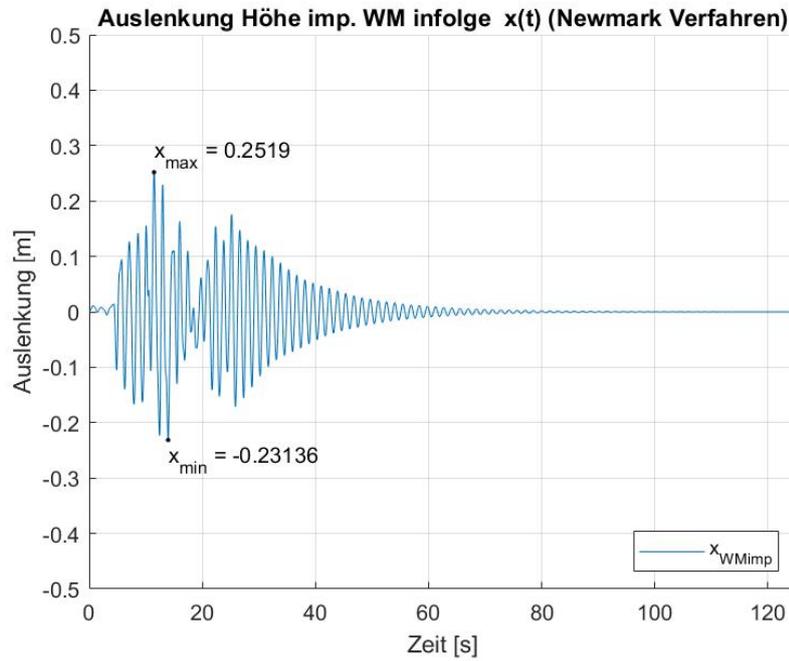


Abb. 3.31: Max. Auslenkung imp. Wassermasse 100% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	11,48 [s]	-2,7 [ $m/s^2$ ]	15515,5 [kg]	-41,9 [kN]
imp. Masse	11,48 [s]	-4,0 [ $m/s^2$ ]	86381,5 [kg]	-345,5 [kN]
Masse StahlUK	11,48 [s]	-4,0 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-23,6 [kN]

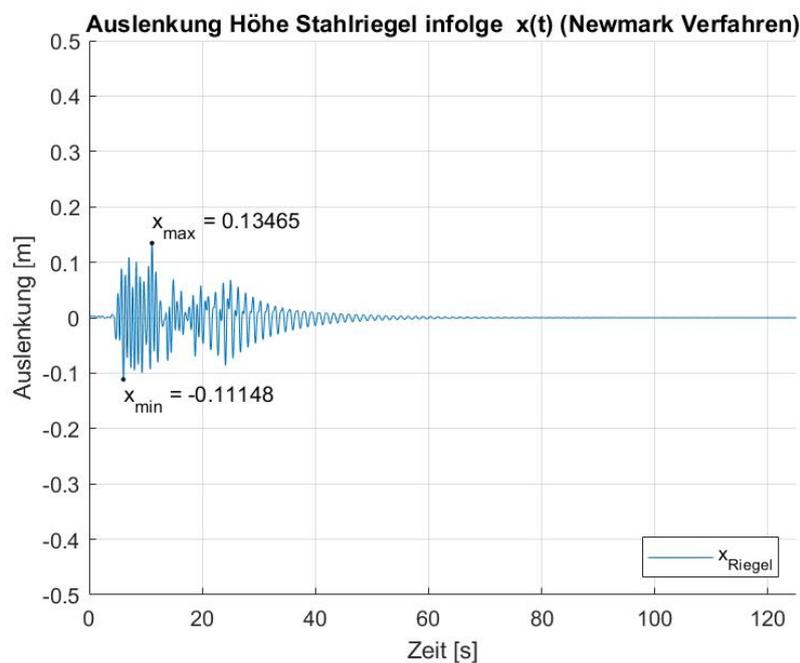
Tab. 3.32: Horizontale Lasten Füllstand 100%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	155,2 [kN]	1019,0 [kN]	1077,9 [kN]	1077,9 [kN]
$Q(x)$ [kN]	-41,9 [kN]	-387,4 [kN]	-411,0 [kN]	-411,0 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	-79,4 [kNm]	-2411,3 [kNm]	-4466,2 [kNm]

Tab. 3.33: Schnittgrößen aus 100% Füllstand aufgrund imp. WM max

### 3.12.3 Maximale Auslenkung auf Höhe des Stahlriegels

#### 3.12.3.1 25% Füllstand



**Abb. 3.32:** Max. Auslenkung Masse Stahl 25% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	11,12 [s]	9,7 [ $m/s^2$ ]	11287,6 [kg]	109,5 [kN]
imp. Masse	11,12 [s]	-5,0 [ $m/s^2$ ]	24623,2 [kg]	-123,1 [kN]
Masse StahlUK	11,12 [s]	-6,6 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-38,9 [kN]

**Tab. 3.34:** Horizontale Lasten Füllstand 25%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	112,9 [kN]	359,1 [kN]	418,0 [kN]	418,0 [kN]
$Q(x)$ [kN]	109,5 [kN]	-13,6 [kN]	-52,5 [kN]	-52,5 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	36,4 [kNm]	-34,9 [kNm]	-297,3 [kNm]

**Tab. 3.35:** Schnittgrößen aus 25% Füllstand aufgrund Stahl UK max

## 3.12.3.2 50% Füllstand

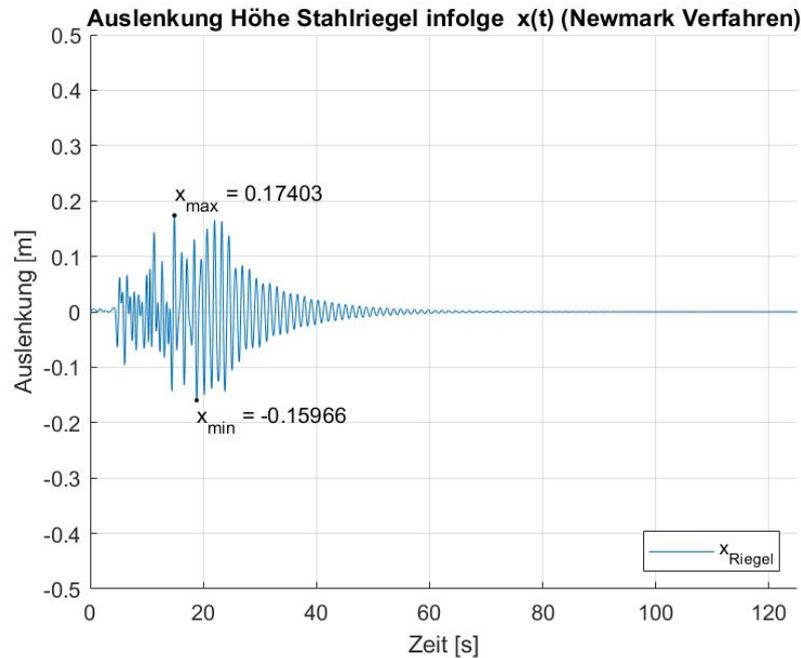


Abb. 3.33: Max. Auslenkung Masse Stahl 50% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	14,9 [s]	-0,5 [ $m/s^2$ ]	14775,0 [kg]	-7,4 [kN]
imp. Masse	14,9 [s]	-9,7 [ $m/s^2$ ]	43255,8 [kg]	-419,6 [kN]
Masse StahlUK	14,9 [s]	-9,5 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-55,9 [kN]

Tab. 3.36: Horizontale Lasten Füllstand 50%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	147,8 [kN]	580,3 [kN]	639,2 [kN]	639,2 [kN]
$Q(x)$ [kN]	-7,4 [kN]	-427,0 [kN]	-482,9 [kN]	-482,9 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	-5,6 [kNm]	-2340,6 [kNm]	-4755,1 [kNm]

Tab. 3.37: Schnittgrößen aus 50% Füllstand aufgrund imp. WM max

## 3.12.3.3 75% Füllstand

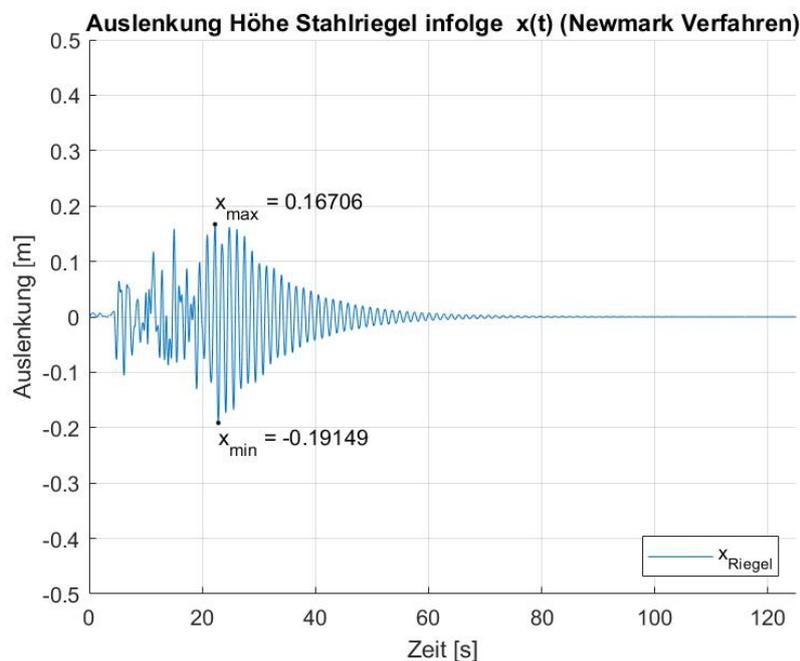


Abb. 3.34: Max. Auslenkung Masse Stahl 75% Füllstand

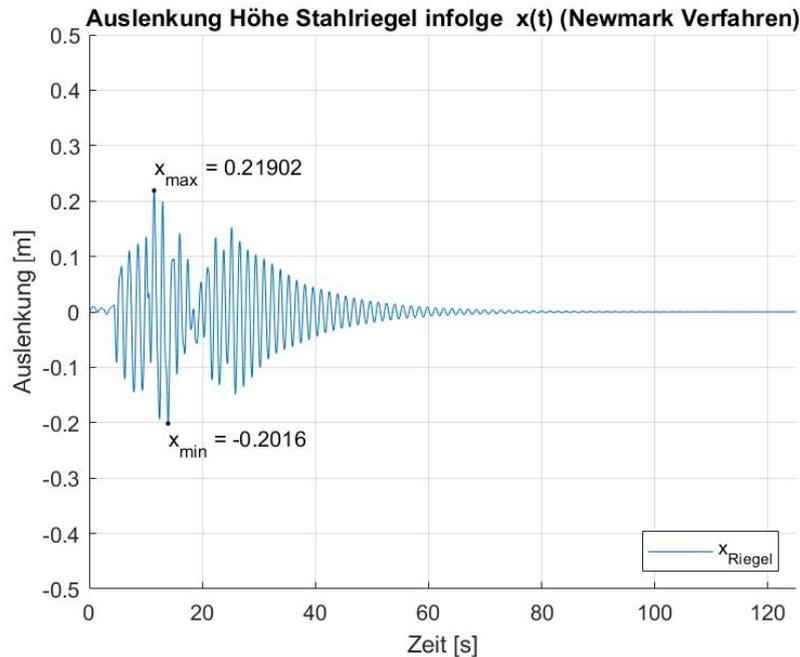
Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	22,84 [s]	9,5 [ $m/s^2$ ]	15412,1 [kg]	146,4 [kN]
imp. Masse	22,84 [s]	6,1 [ $m/s^2$ ]	61299,8 [kg]	373,9 [kN]
Masse StahlUK	22,84 [s]	4,9 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	28,9 [kN]

Tab. 3.38: Horizontale Lasten Füllstand 75%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	154,1 [kN]	767,1 [kN]	826,0 [kN]	826,0 [kN]
$Q(x)$ [kN]	146,4 [kN]	520,3 [kN]	549,2 [kN]	549,2 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	191,4 [kNm]	3159,2 [kNm]	5905,1 [kNm]

Tab. 3.39: Schnittgrößen aus 75% Füllstand aufgrund StahlUK max

### 3.12.3.4 100% Füllstand



**Abb. 3.35:** Max. Auslenkung Masse Stahl 100% Füllstand

Beschreibung	Zeitpunkt max. a [s]	max. a [ $m/s^2$ ]	Masse [kg]	Horizontallast [kN]
konv. Masse	11,48 [s]	-2,7 [ $m/s^2$ ]	15515,5 [kg]	-41,9 [kN]
imp. Masse	11,48 [s]	-4,0 [ $m/s^2$ ]	86381,5 [kg]	-345,5 [kN]
Masse StahlUK	11,48 [s]	-4,0 [ $m/s^2$ ]	5888,7 [kg]	-23,6 [kN]

**Tab. 3.40:** Horizontale Lasten Füllstand 100%

Schnittgröße	$X_1$	$X_0$	$X_{\text{Stahl}}$	$X_{\text{Auflager}}$
$N(x)$ [kN]	155,2 [kN]	1019,0 [kN]	1077,9 [kN]	1077,9 [kN]
$Q(x)$ [kN]	-41,9 [kN]	-387,4 [kN]	-411,0 [kN]	-411,0 [kN]
$M(x)$ [kNm]	0,0 [kNm]	-79,4 [kNm]	-2411,3 [kNm]	-4466,2 [kNm]

**Tab. 3.41:** Schnittgrößen aus 100% Füllstand aufgrund StahlUK max

## 3.13 Maßgebende Schnittgrößen und Bemessung

Nun werden aus den unterschiedlichen Lastfällen die maßgebenden Schnittgrößen für den jeweiligen Punkt ausgewählt und die Bemessung durchgeführt.

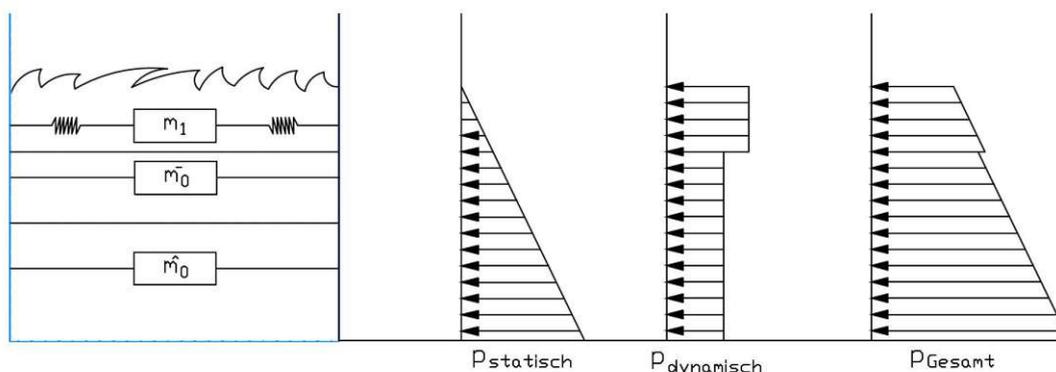
### 3.13.1 Bemessung des Behälters

Die Wandstärke wurde bereits in Kapitel 3.5 mit  $\sim 1,0$  mm abgeschätzt. Nun wird die Wandstärke des Behälters nochmals überprüft. Die maßgebende Schnittgröße für den Behälter erhält man

	Maßgebender Lastfall	N(x)	Q(x)	M(x)
Behälter	100% <i>max.M(x) konv.WM</i>	1019,0 [kN]	-313,3 [kN]	-249,8 [kNm]
Stahlurm	75% <i>max.M(x) imp.WM</i>	826,0 [kN]	549,2 [kN]	3159,2 [kNm]
Auflager	75% <i>max.M(x) imp.WM</i>	826,0 [kN]	549,2 [kN]	5905,1 [kNm]
Auflager	100% <i>max.N(x) imp.WM</i>	1078 [kN]	-411,0 [kN]	4466,2 [kNm]

**Tab. 3.42:** Maximale Schnittgrößen pro Punkt

aus dem zu 100% gefüllten Zustand. Die Nachgiebigkeit des Behälters wird für die Bemessung vernachlässigt.



**Abb. 3.36:** Skizze Wasserdrücke

$$h_{\text{Tank}} = 5,0 \text{ m}$$

$$\sigma_{\text{Wasser, statisch}} = \gamma_w \cdot h_{\text{Tank}} =$$

$$p_{\text{Wasser, statisch}} = 10 \cdot 5 = 50,0 \text{ kN/m}^2$$

$$h_{\text{konv, Wasser}} \approx 1,0 \text{ m}$$

$$h_{\text{imp, Wasser}} \approx 4,0 \text{ m}$$

(3.15)

$$p_{\text{Wasser, dyn, konv}} = \frac{15515,5 \cdot 8,5}{1000 \cdot 1,0 \cdot 2,5 \cdot \pi} = 16,8 \text{ kN/m}^2$$

(3.16)

$$p_{\text{Wasser, dyn, imp}} = \frac{86381,5 \cdot 2,1}{1000 \cdot 4,0 \cdot 2,5 \cdot \pi} = 57,7 \text{ kN/m}^2$$

(3.17)

Spannung oberster Punkt:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= p_{\text{Wasser, statisch}} + p_{\text{Wasser, dyn, konv}} + p_{\text{Wasser, dyn, imp}} \\
 p_0 &= 0,0 + 16,8 + 0 \\
 p_0 &= 16,8 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

Spannung oberhalb der Grenze zwischen konvektiver und impulsiver Masse:

$$\begin{aligned}
 p_{1,o} &= 10,0 + 16,8 + 0,0 \\
 p_{1,o} &= 26,8 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

Spannung unterhalb der Grenze zwischen konvektiver und impulsiver Masse:

$$\begin{aligned}
 p_{1,u} &= 10,0 + 0,0 + 57,7 \\
 p_{1,u} &= 67,7 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Spannung am Boden:

$$\begin{aligned}
 p_2 &= 50,0 + 0,0 + 57,7 \\
 p_2 &= 107,7 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

Annahme eines Edelstahlbehälters mit einer Streckgrenze von  $19 \text{ kN/cm}^2$  und dem Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_m = 1,1$  lt. ÖNORM EN1993-1-4 [8] für Edelstähle.

$$\sigma_t = \frac{\sigma_i \cdot d}{2 \cdot s} \rightarrow s = \frac{\sigma_i \cdot d}{2 \cdot \sigma_t}
 \tag{3.22}$$

$$\frac{19,0 \text{ kN/cm}^2}{1,1} = \frac{107,7 \cdot 5}{2 \cdot s} \rightarrow s = \frac{107,7 \cdot 5 \cdot 1,1}{2 \cdot 19,0 \text{ kN/cm}^2}
 \tag{3.23}$$

Die errechnete Wandstärke beträgt 1,6mm. Die Abschätzung über die statische Wasserlast und anschließender Erhöhung um  $\sim 20\%$  liegt bei einem starren Behälter nicht auf der sicheren Seite. Die Fehlerwahrscheinlichkeit würde in diesem Fall bei  $\frac{100\%}{1,0} \cdot (1,6 - 1,0) = 60\%$  liegen.

### 3.13.2 Bemessung des Stahlturmes

Da wir bereits in Kapitel 3.6 das Stabilitätsversagen ausgeschlossen haben, muss hier nur mehr ein Spannungsnachweis geführt werden.

	Wert
A	584,3 cm <sup>2</sup>
A <sub>v</sub>	372 cm <sup>2</sup>
I	632033 cm <sup>4</sup>

Tab. 3.43: Querschnittswerte Stahlurm

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot z \\ \sigma &= \frac{826}{584,3} + \frac{3159,2 \cdot 100}{632033} \cdot \frac{95}{2} = 25,2 \text{ kN/cm}^2 > 23,5 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\quad (3.24)$$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{Q}{A} \\ \tau &= \frac{549,2}{372} = 1,5 \text{ kN/cm}^2 \leq 13,56 \text{ kN/cm}^2 = \frac{23,5}{\sqrt{3}}\end{aligned}\quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \\ \sigma_v &= \sqrt{25,3^2 + 3 \cdot 1,5^2} = 25,4 \text{ kN/cm}^2 > 23,5 \text{ kN/cm}^2 \\ \text{Ausnutzung } \mu &= 25,4/23,5 = 1,08\end{aligned}\quad (3.26)$$

Der Nachweis für den Stahlurm ist nicht erfüllt. Man könnte noch die Stahlqualität auf S355 erhöhen. Damit wäre der Spannungsnachweis erfüllt.

### 3.13.3 Bemessung der Stahlunterkonstruktion - Rahmenstiele HEB300

Um die Stahlunterkonstruktion nachweisen zu können, muss sowohl ein Spannungs- und ein Stabilitätsnachweis geführt werden.

	Wert
A	149,1 cm <sup>2</sup>
A <sub>v</sub>	47,4 cm <sup>2</sup>
I	25166 cm <sup>4</sup>

Tab. 3.44: Querschnittswerte Stahlurm

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot z$$

$$\sigma = \frac{826/4}{149,1} + \frac{5905,1/4 \cdot 100}{25166} \cdot \frac{30}{2} = 89,4 \text{ kN/cm}^2 > 23,5 \text{ kN/cm}^2 \quad (3.27)$$

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

$$\tau = \frac{549,2/4}{47,4} = 2,9 \text{ kN/cm}^2 \leq 13,56 \text{ kN/cm}^2 = \frac{23,5}{\sqrt{3}} \quad (3.28)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$$

$$\sigma = \sqrt{89,4^2 + 3 \cdot 2,9^2} = 89,4 \text{ kN/cm}^2 > 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Ausnutzung } \mu = 89,4/23,5 = 3,8 \quad (3.29)$$

Ab welchem HEB Profil wäre der Spannungsnachweis erfüllt? Das auftretende Biegemoment ist für den Spannungsnachweis maßgebend. Deswegen berechnen wir das erforderliche Widerstandsmoment und vergleichen diesen Wert mit einer Stahltable für HEB Profile.

$$\sigma_v = \frac{M}{W}$$

$$23,5 = \frac{5905,1/4 \cdot 100}{W}$$

$$W = \frac{5905,1/4 \cdot 100}{23,5}$$

$$W = 6282 \text{ cm}^3 \quad (3.30)$$

Das erforderliche Profil wäre ein HEB700 mit einem Widerstandsmoment von  $7340 \text{ cm}^3$  und einer Fläche von  $306 \text{ cm}^2$ .

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot z \\ \sigma &= \frac{826/4}{306} + \frac{5905,1/4 \cdot 100}{256888} \cdot \frac{70}{2} = 20,8 \text{ kN/cm}^2 \leq 23,5 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\quad (3.31)$$

Der Spannungsnachweis für die Stahlunterkonstruktion wäre somit erfüllt.

Ein Biegeknicknachweis um die schwache Achse wird nicht geführt, da hier der Biegedrillknicknachweis wegen des sehr großen Biegemomentes maßgebend ist.

Für den Biegedrillknicknachweis wird der isolierte Gurt gegen seitliches Ausknicken betrachtet. Es wird nur mehr mit einem HEB700 weitergerechnet.

$$\begin{aligned}N_{\text{Ek}} &= 20,8 \cdot 30 \cdot 3,2 = 1997 \text{ kN} \\ s_k &= 0,5 \cdot 1000 = 500 \text{ cm} \\ I_z &= 3,2 \cdot 30^3 / 12 = 7200 \text{ cm}^4 \\ A &= 3,2 \cdot 30 = 96 \text{ cm}^2 \\ N_{\text{cr}} &= \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{s_k^2}\end{aligned}\quad (3.32)$$

$$\begin{aligned}N_{\text{cr}} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 7200}{500^2} \\ N_{\text{cr}} &= 5969,1 \text{ kN} \\ \bar{\lambda} &= \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{\text{cr}}}}\end{aligned}\quad (3.33)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{96 \cdot 23,5}{5969,1}}$$

$$\bar{\lambda} = 0,61$$

$$\chi = 0,886$$

$$N_{\text{Rk}} = 0,866 \cdot 96 \cdot 23,5 = 1953 \text{ kN}$$

$$\text{Ausnutzung } \mu = 1997 / 1953 = 1,02 \quad (3.34)$$

Der Biegedrillknicknachweis für die stärkeren Stahlstiele ist ebenfalls nicht erfüllt. Mit einer Erhöhung der Stahlgüte auf S355 wäre dieser Nachweis erfüllt.

### 3.13.4 Zusammenfassung der Bemessungsergebnisse

Die Bemessung des Behälters wäre nur mit dem hydrostatischen Anteil und einer prozentuellen Erhöhung von 20% um 60% unterdimensioniert.

Der Stahlturm ist nur minimal überschritten. Eine positive Bemessung wäre mittels Anpassung der Stahlgüte möglich. Die HEB300 Stützen würden dieser Last nicht standhalten. Die einzige Möglichkeit besteht darin die Unterkonstruktion massiv zu verstärken. Für die Stiele wären Stahlprofile des Typs HEB700 und eine Stahlgüte von S355 erforderlich.

# Kapitel 4

## Conclusio

Die Fragestellung, ob ein Wasserturm, welcher aufgrund eines zu niedrigen Wasserdruckes auf einer Stahlunterkonstruktion gestellt, auch erdbebensicher ausführen kann, ist mit ja zu beantworten. Die Betrachtung, ob ein Unterschied zwischen gedrunenen und schlanken Behältern besteht ergab keine signifikanten Unterschiede.

Die Masse des Wasserturmes ohne Tank beträgt grob 4,6 to. Die Masse der Stahlunterkonstruktion mit HEB700 statt HEB300 Stielen wiegt ca. 10,9 to. Dies bedeutet nun, dass die Unterkonstruktion, welche für einen derartigen Wasserturm erforderlich wäre, zirka die 2,4-fache Stahlmasse des Wasserturmes ergeben würde. Nimmt man des weiteren an, dass der geschweißte Preis zwischen Wasserturm und Unterkonstruktion gleich ist, würde die Unterkonstruktion auch das 2,4-fache des Turmes kosten. Berechnet man nun aus der 2,4-fachen Masse die mögliche Querschnittsfläche für einen 20,0m hohen Wasserturm, dann würde man auf ein Ergebnis von  $0,09873m^2$  kommen, welches annähernd das 1,7-fache der Querschnittsfläche des ursprünglich berechneten Profiles ist.

Aus statischer Sicht sind derlei Unterkonstruktionen nicht zu empfehlen, da eine ausreichende Rotationssteifigkeit einzig und allein durch einen sehr hohen Schweißaufwand erreicht werden könnte. Die Verwendung von I-förmigen Stahlprofilen im herkömmlichen Stahlbau zeigt sich als sehr gut geeignet. In diesem Falle allerdings zeigen sich I-förmige Stahlprofile als eher Nachteilig, da sie anfällig für Stabilitätsprobleme wie Biegeknicken bzw. Biegedrillknicken sind. Für eine richtungsunabhängige Ausführung wären sogenannte Kreuzstützen von Vorteil, wobei sich die Stahlmasse für die Stiele der Unterkonstruktion verdoppelt. Für die Lasteinleitung des Turmes in die Unterkonstruktion wäre ein geschweißter Trägerrost aus HEB1000 Profilen erforderlich.

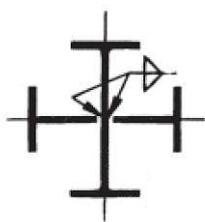


Abb. 4.1: Kreuzstütze [5]

Neben den ökonomischen und statischen Bedenken sind auch konstruktive und betriebstechnische Überlegungen anzustellen. In Gebieten, wo Temperaturen unter dem Gefrierpunkt vorherrschen, würden die Wasserführenden Rohre ohne ausreichend Isolierung vereisen. Die größte Problematik liegt dabei im Übergang zwischen Erdreich und Stahlunterkonstruktion sowie zwischen Stahlunterkonstruktion und Wasserturm.

# Literatur

- [1] H. Bachmann. *Erdbebensicherung von Bauwerken*. Springer-Verlag, 2013.
- [2] A. Chopra und B. Murali. *Dynamics-of-structures*. Dez. 2019. ISBN: 978-0-13-285803-8.
- [3] M. Haroun. „Vibration studies and test of liquid storage tanks“. In: *Earthquake Engineering Structural Dynamics* 11 (März 1983), S. 179–206. DOI: 10.1002/eqe.4290110204.
- [4] V. B. Kör. Online; accessed 17-August-2023. URL: <https://viztorony.hu/kereses/index.php?telepules=138>.
- [5] W. Lohse, J. Laumann und C. Wolf. *Stahlbau 1: Bemessung von Stahlbauten nach Eurocode mit zahlreichen Beispielen*. Springer-Verlag, 2016.
- [6] K. Meskouris. *Moderne Baudynamik: Modelle, Methoden, Praxisbeispiele*. Ernst, 1999.
- [7] ÖNORM EN 1993-1-1:2014 10 15: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau (konsolidierte Fassung)*. Deutsch. Wien: Austrian Standards, Okt. 2014.
- [8] ÖNORM EN 1993-1-4:2021 02 15: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-4: Allgemeine Regeln - Ergänzende Regeln zur Anwendung von nichtrostenden Stählen*. Deutsch. Wien: Austrian Standards, Feb. 2021.
- [9] ÖNORM EN 1998-4:2007 02 01: *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 4: Silos, Tankbauwerke und Rohrleitungen*. Deutsch. Wien: Austrian Standards, Feb. 2007.
- [10] C. Petersen und H. Werkle. *Dynamik der Baukonstruktionen*. Jan. 2017. ISBN: 978-3-8348-1459-3. DOI: 10.1007/978-3-8348-2109-6.
- [11] M. Shrimali und R. Jangid. „Earthquake response of isolated elevated liquid storage steel tanks“. In: *Journal of Constructional Steel Research - J CONSTR STEEL RES* 59 (Okt. 2003), S. 1267–1288. DOI: 10.1016/S0143-974X(03)00066-X.
- [12] M. Shrimali und R. Jangid. „Seismic analysis of base-isolated liquid storage tanks“. In: *Journal of Sound and Vibration* 275 (Aug. 2004), S. 59–75. DOI: 10.1016/S0022-460X(03)00749-1.
- [13] M. Waghmare, S. Madhekar und V. Matsagar. „Behaviour of Elevated Water Storage Tanks Under Seismic Events“. In: (Dez. 2015), S. 1167–1176. DOI: 10.1007/978-81-322-2193-7\_91.
- [14] Wikipedia. *Kesselformel* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 15-August-2023]. 2023.

# Anhang A

## Matlabcode: Auswertung Erdbebenschrieb Tabas

```
clc
close all
clear

% Einlesen der Verschiebungszeitverlaufes
load('tabas.txt')
dt = tabas(2,1);
dx = tabas(:,2);
t = 0:0.02:124.96;
Zeitverlauf=tabas(:,1);

%FFT %

AnzWerte = numel(dx);
Zeitschritt = mean(diff(t));
Length = 1:floor(AnzWerte/2);

FFT_Tabas = fft(dx,AnzWerte);

PSD_Tabas = FFT_Tabas.*conj(FFT_Tabas)/AnzWerte;

Freq = 1/(Zeitschritt*AnzWerte)*(0:AnzWerte);
Freq_max = [max(PSD_Tabas)];

figure(1)
plot(Freq(Length),PSD_Tabas(Length))
xlim([0 20])
grid on
xlabel('Frequenz [Hz]');
ylabel('Amplitude [m]');
title('Amplitude im Frequenzbereich - Erdbeben Tabas');

figure(2)
plot(Zeitverlauf,dx)
xlim([0 25])
grid on
xlabel('Zeit [t]');
ylabel('Amplitude [m]');
title('Amplitude im Zeitbereich - Erdbeben Tabas');
```

# Anhang B

## Matlabcode: ungedämpftes System

```
clc
close all
clear

% Eingangswerte %
% Gesamtsystem
hRahmen = 10; % [m], Höhe des Rahmens

lRiegel = 2; % [m], Länge Riegel

hRohr = 10; % [m], Höhe Wasserturm

DTankaussen = 5; % [m], Durchmesser Wassertank
VerhaeltnisH_D = 1; % [] Verhältnis Tank Höhe zu Durchmesser

Fuellstand = 1; % [] Füllstand

E = 21000; % [kN/cm2], E-Modul Stahlprofil

%Stahlprofil
%HEB300 Stiel
IStiel = 25166; % [cm4], Trägheitsmoment Stahlprofil
AStiel = 149; % [cm2], QS-Fläche Stahlprofil
EIStiel = E * 10^7 * IStiel / (10000*10000); % [Nm2], Biegesteifigkeit Stahlprofil
MasseStiel=hRahmen * AStiel * 7850 / 10000; % [kg] Masse Stiel

%HEB1000 Riegel
IRiegel = 644700; % [cm4], Trägheitsmoment Stahlprofil
ARiegel = 400; % [cm2], QS-Fläche Stahlprofil
EIRiegel = E * 10^7 * IRiegel / (10000*10000); % [Nm2], Biegesteifigkeit Stahlprofil
MasseRiegel=lRiegel*ARiegel/10000*7850; % [kg] Masse Riegel

% Rundrohr
IRohr = 632033; % [cm4], Trägheitsmoment Stahlrohr
ARohr = 584.3; % [cm2], QS-Fläche Stahlrohr
EIrohr = E * 10^7 * IRohr / (10000*10000); % [Nm2], Biegesteifigkeit Stahlrohr
MasseRohr=hRohr * ARohr * 7850 / 10000; % [kg] Masse Rundrohr

% Stahltank
```

```

Stahltdicke = 0.4; % [cm] Stahltdicke
HTank = DTankaussen * VerhaeltnisH_D; % [m] Höhe Wassertank
DTankinnen = DTankaussen - 2 * Stahltdicke / 100; % [m] Innenradius Wassertank
VolumenTank = (DTankaussen^2 * pi / 4 - DTankinnen^2 * pi / 4) * HTank
+ 2*DTankaussen^2 * pi / 4 * Stahltdicke / 100; % [m3], QS-Fläche Stahlrohr
MasseTank = 7850 * VolumenTank; % [kg] Masse Stahltdicke

%Anteile Wasser
Wasserhoehe = HTank * Fuellstand; % [m] Wasserstand
Wassermenge = DTankinnen ^2 * pi / 4 * Wasserhoehe; % [m3] Wassermenge
Wassermasse = Wassermenge * 1000; % [kg] WM
RTank = DTankinnen / 2; % [m] Radius Wasserinhalt
H_RWasser = Wasserhoehe / (DTankinnen/2); % [] Verhältnis D zu Wasserstandshöhe

if (H_RWasser>1.5)
    % schlanke Wasserbehälter
    HWMbew = 1.5 * RTank; % [m] Höhe bewegte WM
    WMbew = Wassermasse / Wasserhoehe * HWMbew; % [kg] bewegte WM
    HWMgeh = Wasserhoehe - HWMbew; % [m] Höhe gehaltene WM
    WMgeh = Wassermasse / Wasserhoehe * HWMgeh; % [kg] gehaltene WM
    hgeh = HWMgeh / 2; % [m] Hebel gehaltene WM

    WMimp = WMbew * tanh((sqrt(3)*0.667)/(sqrt(3)*0.667)); % [kg] impulsive WM
    himp = 3/8 * 1.5 * RTank + HWMgeh; % [m] Hebel impulsive WM

    WMkonv = Wassermasse * 0.318 * RTank / Wasserhoehe
    * tanh(1.84 * Wasserhoehe / RTank); % [kg] konvektive WM
    hkonv = Wasserhoehe * (1 - (cosh(1.81 * Wasserhoehe / RTank)- 1)
    / (1.84 * Wasserhoehe / RTank * sinh(1.84 * Wasserhoehe / RTank)));
    % [m] Hebel konvektive WM

    himp = (WMimp * himp + WMgeh * hgeh)/(WMimp + WMgeh);
    WMimp = WMimp + WMgeh;

else
    % gedrungene Wasserbehälter
    WMkonv = Wassermasse * 0.318 * RTank / Wasserhoehe
    * tanh(1.84 * Wasserhoehe / RTank); % [kg] konvektive WM

    WMimp = Wassermasse * tanh((sqrt(3) * RTank / Wasserhoehe)
    / (sqrt(3) * RTank / Wasserhoehe));
    himp = 3/8 * Wasserhoehe;
    hkonv = Wasserhoehe * (1 - (cosh(1.84*Wasserhoehe/RTank)-1)
    / (1.84*Wasserhoehe/RTank*sinh(1.84*Wasserhoehe/RTank)));
end

WMeig = 1.84 * 9.81 / RTank * tanh(1.84 * Wasserhoehe / RTank);
WMk = WMeig^2 * WMkonv;

```

```

%Steifigkeiten Konstruktion
    %Fußpunkte eingespannt c=inf bei gelenkig c=0
    c = inf;
    if c==0
        c1=1;
    else
        c1=4;
    end

%Steifigkeitsmatrix
S = zeros(3,3);
S(1,1) = 4*3*c1*EIStiel / hRahmen^3 + 12*EIrohr / hrohr^3;
S(2,1) = -12*EIrohr/hrohr^3;
S(3,1) = 0;
S(1,2) = -12*EIrohr/hrohr^3;
S(2,2) = 12*EIrohr/hrohr^3 + WMk;
S(3,2) = -WMk;
S(1,3) = 0;
S(2,3) = -WMk;
S(3,3) = WMk;

%Massenmatrix
M = zeros(3,3);
M(1,1) = 2*MasseRiegel + Masserohr/2 + 4*MasseStiel/2;
M(2,2) = WMimp + Masserohr/2 + MasseTank;
M(3,3) = WMkonv;

%Eigenwerte
[V,D] = eigs(S,M,size(M,1),'sa');
%[V,D] = eig(S,M);

%Eigenkreisfrequenz
W_k = zeros(size(M,1));
for i = 1:size(M,1)
    W_k(i,i) = D(i,i)^(0.5);
end

% Ermittlung der Eigenfrequenz-Matrix (f)
f = zeros(size(M,1));
for i = 1:size(M,1)
    f(i,i) = W_k(i,i)/(2*pi);
end

```

# Anhang C

## Matlabcode: gedämpftes System

```
clc
close all
clear

% Eingangswerte %
% Gesamtsystem
hRahmen = 10; % [m], Höhe des Rahmens

lRiegel = 2; % [m], Länge Riegel

hRohr = 10; % [m], Höhe Wasserturm

DTankaussen = 5; % [m], Durchmesser Wassertank
VerhaeltnisH_D = 1; % [] Verhältnis Tank Höhe zu Durchmesser

Fuellstand = 1; % [] Füllstand

E = 21000; % [kN/cm2], E-Modul Stahlprofil

%Stahlprofil
%HEB300 Stiel
IStiel = 25166; % [cm4], Trägheitsmoment Stahlprofil
AStiel = 149; % [cm2], QS-Fläche Stahlprofil
EIStiel = E * 10^7 * IStiel / (10000*10000); % [Nm2], Biegesteifigkeit Stahlprofil
MasseStiel=hRahmen * AStiel * 7850 / 10000; % [kg] Masse Stiel

%HEB1000 Riegel
IRiegel = 644700; % [cm4], Trägheitsmoment Stahlprofil
ARiegel = 400; % [cm2], QS-Fläche Stahlprofil
EIRiegel = E * 10^7 * IRiegel / (10000*10000); % [Nm2], Biegesteifigkeit Stahlprofil
MasseRiegel=lRiegel*ARiegel/10000*7850; % [kg] Masse Riegel

% Rundrohr
IRohr = 632033; % [cm4], Trägheitsmoment Stahlrohr
ARohr = 584.3; % [cm2], QS-Fläche Stahlrohr
EIrohr = E * 10^7 * IRohr / (10000*10000); % [Nm2], Biegesteifigkeit Stahlrohr
MasseRohr=hRohr * ARohr * 7850 / 10000; % [kg] Masse Rundrohr

% Stahltank
```

```

Stahltdicke = 0.4; % [cm] Stahltdicke
HTank = DTankaussen * VerhaeltnisH_D; % [m] Höhe Wassertank
DTankinnen = DTankaussen - 2 * Stahltdicke / 100; % [m] Innenradius Wassertank
VolumenTank = (DTankaussen^2 * pi / 4 - DTankinnen^2 * pi / 4) * HTank
+ 2*DTankaussen^2 * pi / 4 * Stahltdicke / 100; % [m3], QS-Fläche Stahlrohr
MasseTank = 7850 * VolumenTank; % [kg] Masse Stahltdicke

%Anteile Wasser
Wasserhoehe = HTank * Fuellstand; % [m] Wasserstand
Wassermenge = DTankinnen ^2 * pi / 4 * Wasserhoehe; % [m3] Wassermenge
Wassermasse = Wassermenge * 1000; % [kg] WM
RTank = DTankinnen / 2; % [m] Radius Wasserinhalt
H_RWasser = Wasserhoehe / (DTankinnen/2); % [] Verhältnis D zu Wasserstandshöhe

if (H_RWasser>1.5)
    % schlanke Wasserbehälter
    HWMbew = 1.5 * RTank; % [m] Höhe bewegte WM
    WMbew = Wassermasse / Wasserhoehe * HWMbew; % [kg] bewegte WM
    HWMgeh = Wasserhoehe - HWMbew; % [m] Höhe gehaltene WM
    WMgeh = Wassermasse / Wasserhoehe * HWMgeh; % [kg] gehaltene WM
    hgeh = HWMgeh / 2; % [m] Hebel gehaltene WM

    WMimp = WMbew * tanh((sqrt(3)*0.667)/(sqrt(3)*0.667)); % [kg] impulsive WM
    himp = 3/8 * 1.5 * RTank + HWMgeh; % [m] Hebel impulsive WM

    WMkonv = Wassermasse * 0.318 * RTank / Wasserhoehe
    * tanh(1.84 * Wasserhoehe / RTank); % [kg] konvektive WM
    hkonv = Wasserhoehe * (1 - (cosh(1.81 * Wasserhoehe / RTank)- 1)
    / (1.84 * Wasserhoehe / RTank * sinh(1.84 * Wasserhoehe / RTank)));
    % [m] Hebel konvektive WM

    himp = (WMimp * himp + WMgeh * hgeh)/(WMimp + WMgeh);
    WMimp = WMimp + WMgeh;

else
    % gedrungene Wasserbehälter
    WMkonv = Wassermasse * 0.318 * RTank / Wasserhoehe
    * tanh(1.84 * Wasserhoehe / RTank); % [kg] konvektive WM

    WMimp = Wassermasse * tanh((sqrt(3) * RTank / Wasserhoehe)
    / (sqrt(3) * RTank / Wasserhoehe));
    himp = 3/8 * Wasserhoehe;
    hkonv = Wasserhoehe * (1 - (cosh(1.84*Wasserhoehe/RTank)-1)
    / (1.84*Wasserhoehe/RTank*sinh(1.84*Wasserhoehe/RTank)));
end

WMeig = 1.84 * 9.81 / RTank * tanh(1.84 * Wasserhoehe / RTank);
WMk = WMeig^2 * WMkonv;

```

```

%Steifigkeiten Konstruktion
    %Fußpunkte eingespannt c=inf bei gelenkig c=0
    c = inf;
    if c==0
        c1=1;
    else
        c1=4;
    end

%Steifigkeitsmatrix
S = zeros(3,3);
S(1,1) = 4*3*c1*EIStiel / hRahmen^3 + 12*EI Rohr / hRohr^3;
S(2,1) = -12*EI Rohr/hRohr^3;
S(3,1) = 0;
S(1,2) = -12*EI Rohr/hRohr^3;
S(2,2) = 12*EI Rohr/hRohr^3 + WMk;
S(3,2) = -WMk;
S(1,3) = 0;
S(2,3) = -WMk;
S(3,3) = WMk;

%Massenmatrix
M = zeros(3,3);
M(1,1) = 2*MasseRiegel + MasseRohr/2 + 4*MasseStiel/2;
M(2,2) = WMimp + MasseRohr/2 + MasseTank;
M(3,3) = WMkonv;

%Eigenwerte
[V,D] = eigs(S,M,size(M,1),'sa');
%[V,D] = eig(S,M);

%Eigenkreisfrequenz
W_k = zeros(size(M,1));
for i = 1:size(M,1)
    W_k(i,i) = D(i,i)^(0.5);
end

% Ermittlung der Eigenfrequenz-Matrix (f)
f = zeros(size(M,1));
for i = 1:size(M,1)
    f(i,i) = W_k(i,i)/(2*pi);
end

% Ermittlung der Modalen Massen-Matrix (M_mod)
M_mod = zeros(size(M,1));
for i = 1:size(M,1)
    M_mod(i,i) = (V(:,i))'*M*V(:,i);
end

```

```

% Einlesen der Beschleunigungszeitverlaufes
load('tabas.txt')
dt = tabas(2,1);

% Ermittlung der Modalen Dämpfungsmatrix
zeta_k = 0.019;          % [-], modales Lehr'sches Dämpfungsmaß Konstruktion
zeta_WM = 0.005;        % [-], modales Lehr'sches Dämpfungsmaß Wasser
C_mod = zeros(size(M,1));
%C_mod(1,1) = 2*zeta_k*W_k(1,1)*M_mod(1,1);
for i = 1:size(M,1)
    C_mod(i,i) = 2*zeta_k*W_k(i,i)*M_mod(i,i);
end

    C_mod(3,3) = 2*zeta_WM*W_k(3,3)*M_mod(3,3);

% Rücktransformation der Dämpfungs-Matrix
C_Neu_2 = transpose(V)^-1*C_mod*V^-1;

f2 = zeros(3,4999);
f1 = -(M*[1;1;1]).*tabas(:,2)';
f3 = horzcat(f1,f2);
% Delta t
t = 0:0.02:124.96;
% Verschiebungen
x_new = Newmark( M,C_Neu_2,S,f3,dt,[0;0;0],[0;0;0]); % Lösung der gekoppelten Differentialgl
x_new2 = [t;x_new];
a_new = Newmark_a( M,C_Neu_2,S,f3,dt,[0;0;0],[0;0;0]); % Lösung der gekoppelten Differential
a_new2 = [t;a_new];

X_Riegel = x_new(1,:); % Rücktransformation der Auslenkung
X_WMimp = x_new(2,:); % Rücktransformation der Auslenkung
X_WMkonv = x_new(3,:); % Rücktransformation der Auslenkung

max_XRiegel = max(X_Riegel(1,:));
min_XRiegel = min(X_Riegel(1,:));
XRiegel = max(abs(max_XRiegel),abs(min_XRiegel));
max_Ximp = max(X_WMimp(1,:));
min_Ximp = min(X_WMimp(1,:));
Ximp = max(abs(max_Ximp),abs(min_Ximp));
max_Xkonv = max(X_WMkonv(1,:));
min_Xkonv = min(X_WMkonv(1,:));
Xkonv = max(abs(max_Xkonv),abs(min_Xkonv));

% FFT %
%%%%%%%%%%%%

% AnzWerte = numel(X_Riegel);
% Zeitschritt = mean(diff(t));

```

```

% Length = 1:floor(AnzWerte/2);
%
% FFT_Riegel = fft(X_Riegel,AnzWerte);
% FFT_WMimp = fft(X_WMimp,AnzWerte);
% FFT_WMkonv = fft(X_WMkonv,AnzWerte);
%
% PSD_Riegel = FFT_Riegel.*conj(FFT_Riegel)/AnzWerte;
% PSD_WMimp = FFT_WMimp.*conj(FFT_WMimp)/AnzWerte;
% PSD_WMkonv = FFT_WMkonv.*conj(FFT_WMkonv)/AnzWerte;
%
% Freq = 1/(Zeitschritt*AnzWerte)*(0:AnzWerte);
%
%
% Freq_max = [max(PSD_Riegel);max(PSD_WMimp);max(PSD_WMkonv)];
%
% figure(1)
% plot(Freq(Length),PSD_Riegel(Length))
% xlim([0 3])
% grid on
% xlabel('Frequenz [Hz]');
% ylabel('Amplitude [m]');
% title('Amplitude im Frequenzbereich - Riegel');
%
% figure(2)
% plot(Freq(Length),PSD_WMimp(Length))
% xlim([0 3])
% grid on
% xlabel('Frequenz [Hz]');
% ylabel('Amplitude [m]');
% title('Amplitude im Frequenzbereich - Imp');
%
% figure(3)
% plot(Freq(Length),PSD_WMkonv(Length))
% xlim([0 3])
% grid on
% xlabel('Frequenz [Hz]');
% ylabel('Amplitude [m]');
% title('Amplitude im Frequenzbereich - Konv');

%%%%%%%%%%%%
% Abbildung X_Riegel %
%%%%%%%%%%%%
% maximale Auslenkung
[x_max, loc_max] = max(X_Riegel(1,:)); % Maximale Auslenkung
[x_min, loc_min] = min(X_Riegel(1,:)); % Minimale Auslenkung

```

```

t_max = t(loc_max);           % Zeitpunkt der maximalen Auslenkung
t_min = t(loc_min);          % Zeitpunkt der minimalen Auslenkung
figure
hold on
p1 = plot(t,X_Riegel);
p2 = plot(t_max, x_max, '.', 'color',[.0 .0 .0]);
text(t_max, x_max, ['x_{max} = ', num2str(x_max)],'VerticalAlignment','bottom')
p3 = plot(t_min, x_min, '.', 'color',[.0 .0 .0]);
text(t_min, x_min, ['x_{min} = ', num2str(x_min)],'VerticalAlignment','top')
grid on
axis([0 125 -0.5 +0.5])
xlabel('Zeit [s]');
ylabel('Auslenkung [m]');
title('Auslenkung Riegel infolge x(t) (Newmark Verfahren)');
legend(p1,{'x_{Riegel}'},'Location','southeast');

%%%%%%%%%%%%%%
% Abbildung X_WMimp %
%%%%%%%%%%%%%%
%maximale Auslenkung
[x_max, loc_max] = max(X_WMimp(1,:));   % Maximale Auslenkung
[x_min, loc_min] = min(X_WMimp(1,:));   % Minimale Auslenkung
t_max = t(loc_max);           % Zeitpunkt der maximalen Auslenkung
t_min = t(loc_min);          % Zeitpunkt der minimalen Auslenkung
figure
hold on
p1 = plot(t,X_WMimp);
p2 = plot(t_max, x_max, '.', 'color',[.0 .0 .0]);
text(t_max, x_max, ['x_{max} = ', num2str(x_max)],'VerticalAlignment','bottom')
p3 = plot(t_min, x_min, '.', 'color',[.0 .0 .0]);
text(t_min, x_min, ['x_{min} = ', num2str(x_min)],'VerticalAlignment','top')
grid on
axis([0 125 -0.5 +0.5])
xlabel('Zeit [s]');
ylabel('Auslenkung [m]');
title('Auslenkung WMimp infolge x(t) (Newmark Verfahren)');
legend(p1,{'x_{WMimp}'},'Location','southeast');

%%%%%%%%%%%%%%
% Abbildung WMkonv %
%%%%%%%%%%%%%%
%maximale Auslenkung
[x_max, loc_max] = max(X_WMkonv(1,:));   % Maximale Auslenkung
[x_min, loc_min] = min(X_WMkonv(1,:));   % Minimale Auslenkung
t_max = t(loc_max);           % Zeitpunkt der maximalen Auslenkung
t_min = t(loc_min);          % Zeitpunkt der minimalen Auslenkung
figure
hold on
p1 = plot(t,X_WMkonv);

```

```
p2 = plot(t_max, x_max, '.', 'color',[.0 .0 .0]);
text(t_max, x_max, ['x_{max} = ', num2str(x_max)], 'VerticalAlignment','bottom')
p3 = plot(t_min, x_min, '.', 'color',[.0 .0 .0]);
text(t_min, x_min, ['x_{min} = ', num2str(x_min)], 'VerticalAlignment','top')
grid on
axis([0 125 -0.5 +0.5])
xlabel('Zeit [s]');
ylabel('Auslenkung [m]');
title('Auslenkung WMkonv infolge x(t) (Newmark Verfahren)');
legend(p1,{'x_{WMkonv}'}, 'Location','southeast');
```

# Anhang D

## Matlabcode: Funktion Newmark

```
function [ x ] = Newmark( M,C,K,f,dt,x0,v0 )
x = zeros(size(f));
v = zeros(size(f));
a = zeros(size(f));

x(:,1) = x0;
v(:,1) = v0;
a(:,1) = M\ (f(:,1)-C*v(:,1)-K*x(:,1));

K_s = (K+4/dt^2*M+2/dt*C);
K_f = (4/dt^2*M + 2/dt*C);
C_f = (4/dt*M + C);

for i=2:size(f,2)
    f_s = f(:,i) + K_f*x(:,i-1) + C_f*v(:,i-1) + M*a(:,i-1);
    x(:,i) = K_s\f_s;
    a(:,i) = 4/dt^2*( x(:,i)-x(:,i-1)-v(:,i-1)*dt-a(:,i-1)*dt^2/4 );
    v(:,i) = v(:,i-1) + dt/2*(a(:,i-1)+a(:,i));
end

end
```