



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN

## DIPLOMARBEIT

# Kraftschlusspotentialschätzung für Motorräder unter Verwendung einer effektbasierten Methode

Estimation of tire-road friction potential for motorcycles using an effect-based method

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines

Diplom-Ingenieurs

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

**Benedikt Schachner**

Matrikelnummer: 1525723

unter der Leitung von

Senior Lecturer Dipl.-Ing. Dr.techn. Florian Klinger

Projektass. Dipl.-Ing. Christoph Ott

Institut für Mechanik und Mechatronik

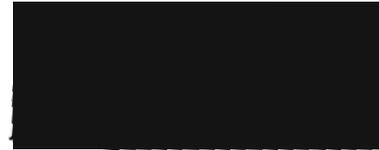
Forschungsbereich Technische Dynamik und Fahrzeugdynamik

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit bestätige ich eidesstattlich, dass ich die vorliegende Arbeit gemäß den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen eigenständig verfasst habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, ordnungsgemäß angegeben habe.

Des Weiteren erkläre ich, dass ich das Thema dieser Diplomarbeit bisher weder im In- noch Ausland einem/ einer Beurteiler:in zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe. Ich versichere, dass diese Arbeit mit der vom Begutachter bewerteten Arbeit in Übereinstimmung steht.

Wien am 06. September. 2023



---

## Abstract

Einen maßgeblichen Einfluss auf das Fahrverhalten von Straßenfahrzeugen hat der Reifenfahrbahnkontakt. Das maximale Kraftschlusspotential ist eine bestimmende Kenngröße und wird oftmals auch einfach als Reibwert bezeichnet. Es stellt den Zusammenhang zwischen den vertikalen und horizontalen Kräften im Reifenlatsch dar und begrenzt die maximal möglichen Beschleunigungen eines Fahrzeuges in longitudinaler und lateraler Richtung. Die Ermittlung und Kenntnis des Kraftschlusspotentials ist im Hinblick auf die Entwicklung von Assistenzsystemen von besonderer Bedeutung, da sowohl die Sicherheit als auch die Performance von Fahrzeugen gesteigert werden kann, was speziell für Motorräder von besonderem Interesse ist. Sensoren und Messgeräte, die den Fahrzustand aufzeichnen sind Gegenstand aktueller Forschung, allerdings in der Praxis für Serienfahrzeuge nicht umsetzbar.

In dieser Diplomarbeit wird eine Methode zur Reibwertschätzung für die Anwendung an Motorrädern auf Kenntnis messbarer fahrdynamischer Größen bei longitudinalen Fahrzeugmanövern im Bereich geringer Anregung untersucht. Es wurde eine Simulationsumgebung für ein Motorradmodell in MATLAB erstellt. Simulationsdaten werden anschließend in einer beobachterbasierten Schätzung weiterverarbeitet. Im Rahmen der Arbeit wird die in der wissenschaftlichen Literatur etablierte Idee verfolgt, dass anhand der sogenannten Schlupfsteifigkeit – dem Gradienten der Reifenkennlinie bei (sehr) geringen Schlupfwerten – eine Aussage über das Kraftschlusspotential getätigt werden kann. Durch Anwendung eines nichtlinearen *Extended Kalman Filter* Schätzalgorithmus werden die Schlupfsteifigkeiten geschätzt. Zusätzlich werden Möglichkeiten zur Bestimmung der Reifenaufstandskräfte und eine Schätzung der Fahrbahnneigung untersucht.

*A key parameter influencing the driving behavior of road vehicles is the tire-road contact. The maximum friction potential is a determining parameter and is often simply referred to as the coefficient of friction. It represents the relationship between vertical and horizontal forces acting in the contact patch of the tire and limits the maximum possible accelerations of a vehicle in longitudinal and lateral direction. The determination and knowledge of the adhesion potential is of particular importance with regard to the development of assistance systems, as both the safety and performance of vehicles can be increased, which is of particular interest for motorcycles. Sensors and measuring devices that record the driving condition are the subject of current research, but cannot be implemented for series-produced vehicles.*

*In this thesis a method for estimating the friction coefficient for use on motorcycles is investigated, based on measurable vehicle dynamic quantities during longitudinal vehicle maneuvers in the low excitation range. A simulation environment for a motorcycle model is created in MATLAB. Simulated data are then further processed using an observer-based estimation technique. In line with established ideas in the scientific literature, the thesis follows the approach that the so-called slip stiffness – the gradient of the tire characteristic curve at (very) low slip values – can provide information about the friction potential. By applying a nonlinear *Extended Kalman Filter* estimation algorithm, the slip stiffnesses are estimated. Additionally, methods for determining the tire contact forces and estimating the road inclination are explored within this work.*

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung.....	1
1. Hintergrund und Literaturübersicht zum Thema der Reibwertschätzung.....	3
1.1. Ursachenbasierte und effektbasierte Methoden.....	3
1.2. Reifenkennlinie und „Reibwert“.....	5
1.3. Methoden zur Ermittlung des Kraftschlusspotentials.....	7
1.3.1. Geringe longitudinale Anregung.....	7
1.3.2. Mittlere longitudinale Anregung.....	10
1.3.3. Hohe longitudinale Anregung.....	11
1.3.4. Laterale Anregung.....	13
1.4. Gewählte Methode.....	16
2. Modellbildung und Simulation.....	17
2.1. Beschreibung des Modells.....	17
2.1.1. Bewegungsgleichungen des erweiterten Motorradmodells.....	19
2.1.2. Modellparameter.....	23
2.1.3. Bestimmung der Fahrwerksparameter.....	25
2.1.4. Reifenmodell.....	27
2.2. Simulationsumgebung.....	30
2.2.1. Verifikation des Simulationsmodells.....	32
2.3. Simulationsmanöver.....	37
3. Reibwertschätzung.....	40
3.1. Extended Kalman Filter.....	41
3.2. Schätzmodell.....	44
3.3. Schätzung der Schlupfsteifigkeit.....	48
3.4. Schätzung mit approximierten Aufstandskräften.....	52
3.5. Erweiterung des Parameterschätzers für geneigte Fahrbahnen.....	54
Zusammenfassung und Ausblick.....	59
Quellenverzeichnis.....	i
Anhang.....	vi

## Glossar

$\mu$	...	Aktuelle Kraftschlussausnutzung
$\mu_{max}$	...	Maximales Kraftschlusspotential
$\kappa$	...	Längsschlupf
$\beta$	...	Fahrbahneigung
$\gamma$	...	Sturzwinkel
$\omega$	...	Winkelgeschwindigkeit
$v$	...	Fahrzeuggeschwindigkeit
$\varphi$	...	Nickwinkel
$\vartheta_i$	...	Burckhardt-Reifenparameter
$F_{xi}$	...	Radumfangskraft
$F_{zi}$	...	Radaufstandskraft
$F_{z0}$	...	Nominale Radaufstandskraft
$r$	...	Rollradius
$D_x$	...	Spitzenfaktor
$C_x$	...	Formfaktor
$B_x$	...	Steifigkeitsfaktor
$E_x$	...	Krümmungsfaktor
$\lambda_i$	...	Skalierfaktoren der <i>magic formula</i>
$p_{ij}$	...	Reifenparameter der <i>magic formula</i>
$d_{fz}$	...	Normalisiertes Aufstandskraftinkrement
$d_{pi}$	...	Normalisiertes Reifendruckinkrement
$J_i$	...	Massenträgheitsmoment
$c_{ie}$	...	Reduzierte Ersatzfedersteifigkeit
$k_{ie}$	...	Reduzierte Ersatzdämpfungskonstante
$x_T, y_T$	...	Koordinaten der Schwingenangriffspunkte
$\tau_{m,yc}$	...	Geschwindigkeitsverhältnis der Federdeformation
$\vartheta$	...	Schwingenwinkel
$\varepsilon$	...	Lenkwinkel
$v_b$	...	Eigenfrequenz - <i>heave mode</i>
$v_p$	...	Eigenfrequenz - <i>pitch mode</i>
ABS	...	Antiblockiersystem
ASR	...	Antriebsschlupfregulierung
ESP	...	Elektronisches Stabilitätsprogramm
RLS	...	<i>Rekursives Least Squares</i> Verfahren
EKF	...	<i>Extended Kalman Filter</i>
MF	...	<i>magic formula</i>

## Einleitung

Das Fahrverhalten, die Fahrstabilität und die Kraftübertragung von Straßenfahrzeugen wird maßgeblich vom Reifenfahrbahnkontakt determiniert. Dieser wird durch die physikalische Größe des Kraftschlusspotentials beschrieben, welche den mathematischen Zusammenhang zwischen den Aufstands- und Umfangskräften am Reifen herstellen. Mit Blick auf die stetigen Bemühungen der Fahrzeugentwicklung, Kraftfahrzeuge durch aktive und passive Systeme zunehmend sicherer zu gestalten, ist die Kenntnis des aktuell vorhandenen Kraftschlusspotentials, der Kraftschlussgrenze, sowie der zukünftigen Reibverhältnisse von höchstem Interesse. Die möglichen Vorteile und Anwendungsbereiche für die Kenntnis des Reifenfahrbahnkontakts sind zahlreich. Bestehende Fahrassistenzsysteme wie ABS, ASR oder ESP können erheblich vom zusätzlichen Informationsgehalt profitieren. Ebenso gilt dies auch für automatisierte Fahrsysteme, die das Fahrverhalten mit Hilfe der Kenntnis des Kraftschlusspotentials adaptiv an die vorherrschenden Bedingungen anpassen könnten. Gleiches gilt aber auch genauso für den Menschen als Fahrer:in. Mittels neuer Assistenzsysteme, die dem/der Fahrer:in Informationen über die Ausnutzung des Bremsvermögens oder Warnungen für das Erreichen des fahrdynamischen Grenzbereiches geben, kann auch diese:r die Fahrweise an unterschiedliche Fahrbahnuntergründe anpassen. Somit kann das Unfallrisiko reduziert und die allgemeine Sicherheit im Straßenverkehr erhöht werden. Abseits von einem reinen Sicherheitsgedanken bietet die Kenntnis der verfügbaren Sicherheitsreserven im Umkehrschluss auch das Potential Performance und Effizienz bei gleicher Fahrsicherheit zu steigern. Insbesondere Motorradlenker, welche einem erhöhten Risiko im Falle eines Unfalles ausgesetzt sind, könnten von solchen Entwicklungen und den Optimierungen bestehender Systeme profitieren. Der naheliegende Ansatz die Fahrbahnbedingungen mittels zusätzlicher Sensorik zu erfassen ist jedoch wenig praktikabel. Obwohl viele neue PKWs, im Speziellen vor dem Hintergrund des automatisierten Fahrens, bereits mit zahlreichen Messgeräten ausgestattet sind und auch moderne Motorräder bereits über umfangreiche Sensorelektronik verfügen, so existiert dennoch bisher kein praxisgeeigneter Sensor, mit dem direkt auf das Kraftschlusspotential rückgeschlossen werden könnte. Von umso größerem Interesse ist daher die Bestimmung der Reifenfahrbahnkontaktbedingungen anhand bereits verfügbarer, messbarer fahrdynamischer Größen wie der Fahrzeug-Längsbeschleunigung oder den Radwinkelgeschwindigkeiten.

Aus der Motivation heraus eine Aussage über das Kraftschlusspotential zu treffen, wurden bereits zahlreiche Arbeiten für die Ermittlung des Kraftschlusspotentials veröffentlicht. Jedoch konzentriert sich der Großteil der bereits bestehenden Forschung auf die Bestimmung des Reibwertes am PKW. Gerade einspurigen Fahrzeugtypen wie Motorrädern, wurde bisher wenig Beachtung geschenkt. Umso interessanter ist daher die Erforschung genau dieses Bereichs. Aufgrund der Ähnlichkeit des Fahrzeugverhaltens von ein- und mehrspurigen Fahrzeugen bei rein longitudinalen Fahrmanövern, bieten die bekannten Publikationen, die sich mit dem PKW beschäftigen, auch eine gute Ausgangsbasis für die Entwicklung am Motorrad. Ein mehrfach vorgestellter Ansatz beschreibt die Möglichkeit anhand der Schlupfsteifigkeit der Reifen Informationen über die Reibverhältnisse abzuleiten. Mit der Schlupfsteifigkeit wird der Gradient der Reifenkennlinie der Umfangskraft bei geringen Reifenschlupfen bezeichnet. Diese Diplomarbeit befasst sich somit in weiterer Folge mit einer Methode die Schlupfsteifigkeit für Motorräder bei longitudinalen Fahrmanövern im Bereich geringerer Anregung zu bestimmen.

Zunächst wird auf Basis einer umfangreichen Literaturrecherche ein Überblick über den bestehenden Forschungsstand gegeben. Aufgrund der Vielzahl beschriebener Methoden wird eine Einteilung in Abhängigkeit der Anregungshöhe durchgeführt. Für die Umsetzung eines vielversprechenden Ansatzes

## Einleitung

wird anschließend eine Simulationsumgebung für ein Motorradmodell zur Ermittlung virtueller Messgrößen erarbeitet. Das Modell beschreibt eine Adaptierung eines Halbfahrzeugmodells aus dem Buch *Dynamik der Kraftfahrzeuge* von Manfred Mitschke und Henning Wallentowitz. Zu den Erweiterungen gehören unter anderem eine Anpassung der Fahrwerkskinematik, um einerseits das abgebildete Modell an ein Motorradfahrwerk anzugleichen, allerdings andererseits auch dazu um Reifenschlüpfe berechnen und ein Magic Formula Reifenmodelle nutzen zu können. In den darauffolgenden Schritten werden die simulierten Messdaten genutzt, um in einer beobachterbasierten Parameterschätzung mittels eines *Extended Kalman Filter* Schätzalgorithmus die jeweilige Schlupfsteifigkeit von Vorder- und Hinterreifen zu schätzen. Dies ermöglicht eine weitere zumindest qualitative Einteilung des Kraftschlusspotentials. Am Ende der Arbeit werden noch zusätzliche Erweiterungen des Modells vorgestellt, um Aufstandskräfte und Fahrbahneigungen zusätzlich zu den Fahrbahneigenschaften zu schätzen.

## 1. Hintergrund und Literaturübersicht zum Thema der Reibwertschätzung

Den Anfang dieser Arbeit bildet eine Recherche bereits existierender Literatur auf dem Gebiet der Reibwertschätzung. Jedoch muss angemerkt werden, dass der überwiegende Teil der Veröffentlichungen, die zum Zeitpunkt des Entstehens dieser Arbeit publiziert worden sind, sich hauptsächlich mit dem PKW befassen. Generell lässt sich nur sehr wenig speziell auf einspurige Fahrzeuge bezogene Literatur zum Thema der Reibwertschätzung finden. Klarerweise unterscheiden sich die Fahrzeugtypen Motorrad und PKW in ihren dynamischen Eigenschaften deutlich – vor allem wenn man Fahrzeughandling und Lateraldynamik besondere Betrachtung schenkt. Allerdings weisen PKW und Motorrad für die Longitudinaldynamik sehr wohl gute Ähnlichkeiten auf. Betrachtet man Schnitte in Längsrichtung, so weisen beide Fahrzeugtypen einige gemeinsame Merkmale auf. Ein Beispiel hierfür ist, speziell im Vergleich mit hinterradangetriebenen PKWs, das rollende Rad an der Vorderachse, sowie das angetriebene Rad an der Hinterachse. Beschleunigung und Bremsvorgänge bewirken ebenso eine Radlaständerung. Daher bildet die bestehende Literatur zu mehrspurigen Fahrzeugen einen guten Anhaltspunkt. Für die Geradeausfahrt können bekannte Methoden analysiert werden, um daraus passende Ansätze für die Anwendung am Motorrad zu entwickeln und zu erweitern.

Im folgenden Abschnitt wird daher eine Übersicht von ausgewählten Methoden und Ansätzen zur Reibwertschätzung gegeben. Darauf aufbauend wird eine mögliche Gliederung der Methoden nach Dynamik und benötigter Anregung eingeführt. Unterschieden wird somit zwischen Longitudinaldynamik und Lateraldynamik – sowohl bei geringer, mittlerer und hoher Anregung als auch bei kombinierten Fahrmanövern. Der Fokus liegt jedoch sehr stark auf den Fall der longitudinalen Methoden. Hierbei wird mittels vorgegebener Beschleunigungs- und Bremsmomente angeregt, welche einen Längsschlupf am Reifen mit sich bringen. Letztendlich wird eine geeignete Methode für eine Adaptierung am Motorrad gewählt und anhand eines Simulationsmodells umgesetzt.

### 1.1. Ursachenbasierte und effektbasierte Methoden

In einem ersten Schritt lassen sich die bestehenden Ansätze zur Ermittlung der Reifenfahrbahnkontakt in zwei Gruppen aufteilen. Die erste Gruppe bilden die *ursachenbasierten Methoden*, welche die Ursachen einer Reibwertveränderung wie Wasser oder Eis erkennen. Die zweite Gruppe bilden die *effektbasierten Methoden*, die hingegen versuchen Veränderungen des Fahrverhaltens zu erkennen und anhand der veränderten Reaktionen des Fahrzeughandlings Rückschlüsse auf den Kraftschluss zu treffen. [1]

**Ursachenbasierte Methoden** nutzen die zahlreichen Faktoren und Einflussgrößen, die zum Kraftschlusspotential führen. Neben fahrzeugspezifischen Größen wie der Geschwindigkeit, dem Sturzwinkel, dem Reifenmaterial oder dem Luftdruck sind besonders externe Einflüsse relevant. Dazu zählen unter anderem die Umgebungstemperatur, die Fahrbahnbeschaffenheit und die Präsenz von Eis, Schnee oder Wasser. Ein ursachenbasierter Schätzer muss in der Lage sein, diese Parameter zu messen.

Zur Bestimmung der signifikanten fahrbahnspezifischen Faktoren bedarf es zusätzlicher Sensorik. Hierfür haben sich insbesondere Kameras und optische Sensoren, die in der Lage sind, Wasser- und andere Schmierfilme und Fahrbahnrauheiten zu entdecken, als gut geeignet erwiesen. [2] Da diese

Messgeräte zur Bestimmung der Bedingungen keinen Reifenschlupf benötigen, lassen sich auch Schätzungen bei geringer Anregung und kleinen Schlupfwerten erzielen. Weiters ist neben der Erkennung der aktuellen Reibverhältnissen auch die Bestimmung zukünftiger Verhältnisse möglich, beispielsweise durch das Erkennen nasser oder eisiger Fahrbahnabschnitte in einiger Entfernung. Moderne Motorräder sind zwar bereits in der Lage viele Informationen während der Fahrt zu erfassen, angefangen von Reifendrucksensoren über Neigungswinkelsensoren hin zu Hubsensoren für aktive Fahrwerke, dennoch wäre für eine solche Bestimmung eine Vielzahl zusätzlicher Sensorik wie Kameras oder kostenintensiver Lidarsysteme am Fahrzeug notwendig. Darüber hinaus ist die Genauigkeit der Messung stark von den vorhandenen äußeren Umwelteinflüssen abhängig. Ein tiefstehender Sonnenstand und die daraus resultierenden Reflexionen können Kameras stören, aber auch Verschmutzungen an Sensoren wie Radar oder Lidar bewirken schlechte Ergebnisse. Nicht zu jeder Zeit können ideale Messbedingungen angenommen werden – die tatsächlichen Ergebnisse werden daher zwangsläufig vom idealen Zustand abweichen. Weiters ist anzumerken, dass nicht das tatsächlich vorhandene Kraftschlusspotential, sondern die möglichen Ursachen für einen reduzierten Reibwert ermittelt werden. Damit verbunden ist die Notwendigkeit eines Einlernens des gesamten Mess- und Datenverarbeitungssystems, um eine gute Korrelation zwischen gemessenen Ursachen und dem eigentlich vorhanden Reibwert herstellen zu können.

**Effektbasierte Methoden** zur Bestimmung des Kraftschlusspotentials bauen auf dem Gedanken auf, dass eine Änderung des Kraftschlusspotentials und die daraus resultierenden Änderungen der Fahrzeugreaktionen messbar sind. Hierbei wird wiederum unterschieden zwischen akustikbasierten, schlupfbasierten und reifenbasierten Ansätzen. Akustischen Methoden verwenden Mikrofone. Diese messen Schallentwicklung und Abrollgeräusch des Reifens, um einen Zusammenhang zur Kraftschlussgrenze herzustellen. Die komplexe Natur des Reifengeräusches, deren Verhalten nicht bezüglich einzelner äußerer Faktoren isoliert betrachtet werden kann, stellt hierbei jedoch eine große Herausforderung für eine Schätzung des Kraftschlusspotentials dar. [3]

Reifenbasierte Methoden versuchen mit im Reifen eingesetzten Sensoren einen Rückschluss auf das Kraftschlusspotential zu gewinnen. Die vorherrschenden Deformationen der Reifenaufstandsfläche in x-, y-, und z-Richtung werden bestimmt, welche wiederum direkt aus den angreifenden Reifenkräften hervorgehen. Die Deformationen beinhalten Informationen über die gesamten Längs-, Quer- und Normalkräfte, um somit die Kraftschlussgrenze zu bestimmen. Während derartige Sensoren vermutlich unempfindlicher gegenüber externen Störungen wären, ist eine technische Umsetzung aufgrund der hohen Anforderungen solcher Sensorelemente hinsichtlich Energieversorgung und Datenübertragung zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht realistisch. [2]

Methoden auf Basis des vorhandenen Schlupfes haben sich in der Literatur hingegen als konservativ in Bezug auf den Bedarf neuer Sensorelektronik erwiesen. Im Prinzip werden die auftretenden Umfangskräfte gemeinsam mit dem Schlupf dazu genutzt, um den aktuellen Kraftschluss zu bestimmen. Hervorzuheben ist, dass die Reifenkräfte nicht direkt gemessen werden können, sondern ebenfalls approximiert werden müssen. Es werden demnach entsprechende Modelle benötigt, die sowohl das dynamische Verhalten als auch die Reifenkräfte für unterschiedliche Fahrbahnbedingungen in ausreichender Qualität abbilden können, da die entsprechenden Rückschlüsse stets auf Basis der aktuell vorherrschenden Bedingungen getroffen werden. Eine Vorhersage des kommenden Kraftschlusspotentials ist somit jedoch konträr zu den ursachenbedingten Methoden nicht möglich. Konkret ist auch die Bestimmung in Echtzeit eine große Herausforderung und tatsächlich steht der Wert für das Kraftschlusspotential im Allgemeinen erst einige Zehntelsekunden bis Sekunden später zur Verfügung.

## 1.2. Reifenkennlinie und „Reibwert“

Bevor näher auf bestehende Ansätze eingegangen wird, ist es zunächst sinnvoll, öfter vorkommende Begriffe genauer zu spezifizieren.

Wird vereinfacht vom „Reibwert“ gesprochen, so ist das das sogenannte Kraftschlusspotential gemeint. Hier gilt es zu unterscheiden zwischen dem aktuellen, oder momentanen Ausnutzung des Kraftschlusspotentials und dem maximalen Kraftschlusspotential, welches auch oft mit dem Begriff der Kraftschlussgrenze  $\mu_{max}$  bezeichnet wird. Zusätzlich gilt es zu unterscheiden, dass das Kraftschlusspotential eines einzelnen Reifens zwischen jenem in longitudinaler Richtung und jenem in lateraler Richtung abweicht. Hierbei werden die maximalen Umfangskräfte abhängig von der jeweiligen Richtung für die zugehörigen Fahrrichtungen normalisiert durch die Aufstandskraft des zugehörigen Reifens beschrieben. Im Falle eines Motorrades können demnach bereits vier unterschiedliche Kraftschlusspotentiale aufgestellt werden. Es ergibt sich somit pro Reifen eines in longitudinaler (1) und eines in lateraler Richtung (2). [4]

$$\mu_k = \left| \frac{F_{xmax}}{F_z} \right|_{F_z=F_{znom}} \quad (1)$$

$$\mu_\alpha = \left| \frac{F_{ymax}}{F_z} \right|_{F_z=F_{znom}} \quad (2)$$

Es lässt sich auch die Definition eines Kraftschlusspotentials für das ganze Fahrzeug aufstellen. Graphisch dargestellt wird dieser Zusammenhang mittels eines sogenannten G-G- oder Beschleunigungsdiagramme (Abbildung 1). Die horizontalen Achsen zeigen die maximal erreichbare Fahrzeugbeschleunigung  $a_{y,max}$  in lateraler Richtung, während die vertikalen Achsen die maximalen Beschleunigungen  $a_{x,max}$  in longitudinaler Richtung visualisieren. Darüber hinaus sind auch die

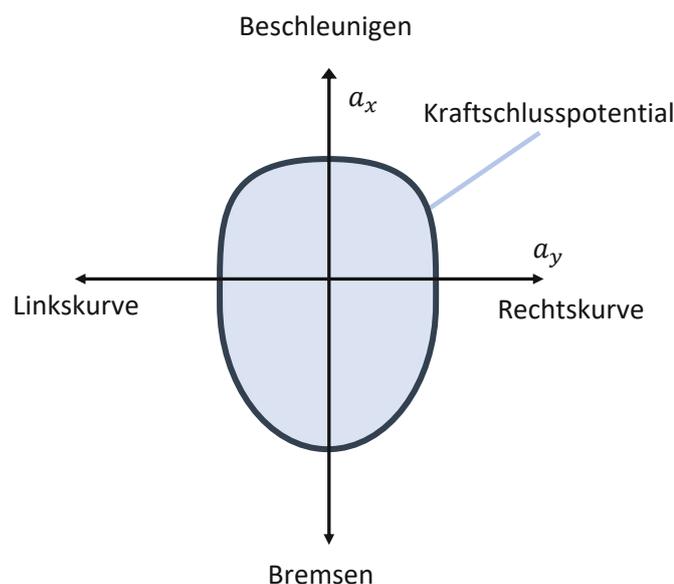


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Beschleunigungsdiagrammes  
Quelle: in Anlehnung an [1], S. 6

kombinierten maximale Beschleunigungen ersichtlich. Die äußere Kontur stellt die Kraftschlussgrenze dar.

Oftmals wird die Veränderung des Kraftschlusspotentials  $\mu$  über den Reifenschlupf  $\kappa$  aufgetragen. Der Schlupf bildet die Beziehung zwischen Radmittelpunktsgeschwindigkeit  $v$ , Radwinkelgeschwindigkeit  $\omega$  und dem dynamischen Rollradius  $r$  ab. Der Zusammenhang des Kraftschlusspotentials über dem Schlupf ist als Reifenkennlinie bekannt (ersichtlich in Abbildung 2).

$$\kappa = \frac{\omega * r - v}{\max(\omega * r, v)} \quad (3)$$

Der charakteristische Verlauf dieser Kennlinie lässt sich typischerweise in drei Bereiche unterteilen. Im gesättigten Bereich bzw. dem Bereich hoher Anregung ist das Kraftschlusspotential weitestgehend unabhängig vom auftretenden Reifenschlupf. Linksseitig liegt der Bereich mittlerer Anregung, welcher klar ein nichtlineares Verhalten aufweist. Zu Beginn der Kurve liegt der lineare Bereich, der auch Bereich geringer Anregung genannt wird. In diesem Abschnitt kann das Kraftschlusspotential näherungsweise als lineare Funktion des Reifenschlupfes angenommen werden. Darauf aufbauend werden die zahlreichen Ansätze aus der Literatur zur Schätzung des Kraftschlusspotentials und der Kraftschlussgrenze nach Bereichen unterschiedlicher Anregung gegliedert.

An dieser Stelle soll noch kurz auf die beiden in Abbildung 2 dargestellten Kurven eingegangen werden. Diese zeigt, dass die Position des Maximums des Kraftschlusspotentials über dem Schlupf stark von den Fahrbahnbedingungen, aber auch z.B. vom Reifenprofil abhängen. Als Beispiel kann das maximale Kraftschlusspotential für Performance Reifen auf trockener Asphalt Fahrbahn bei geringeren Schlupfwerten erwartet werden als auf losen Untergründen. Darüber hinaus ist ersichtlich, dass die Steigung der Kennlinie bei Untergründen mit geringerem Kraftschlusspotential ebenfalls geringere Werte annimmt.

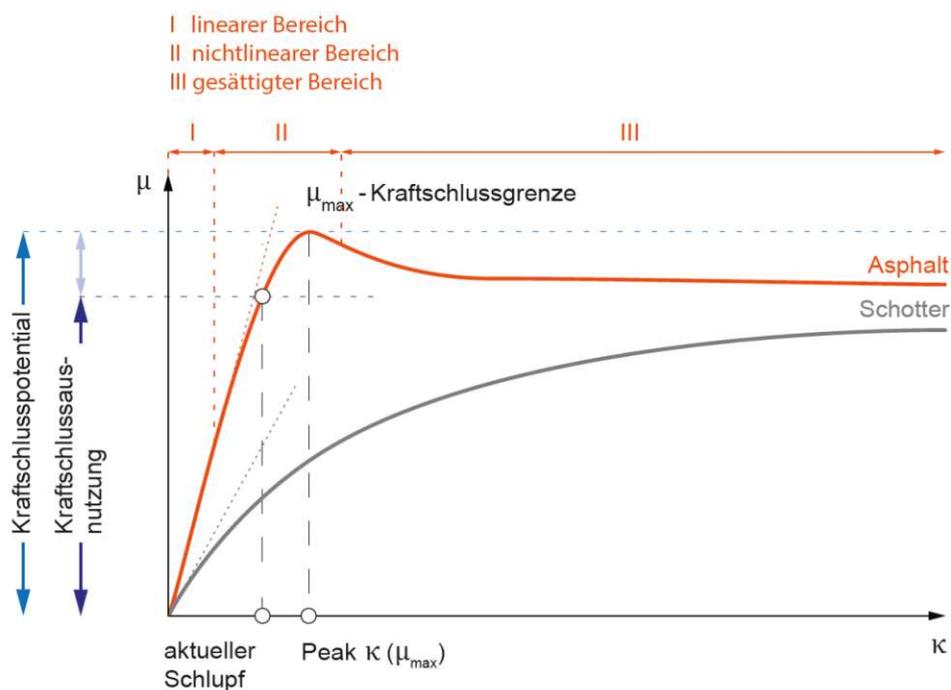


Abbildung 2: Verlauf der Reifenkennlinie und Unterteilung in Bereiche verschiedener Anregung  
Quelle in Anlehnung an [4], S. 9

### 1.3. Methoden zur Ermittlung des Kraftschlusspotentials

Das Thema Reibwertschätzung wird in vielen Publikationen tiefgreifend behandelt, wodurch zahlreiche Ansätze und Methoden zur quantitativen und qualitativen Bestimmung des Kraftschlusspotentials vorhanden sind. Grundsätzlich lassen sich die publizierten Methoden systematisch nach der Anregungsart in longitudinale, laterale und kombinierte Methoden unterscheiden.

Während rein longitudinale Manöver typischerweise vernachlässigbare laterale Beschleunigungen aufweisen und reine Geradeausfahrt beinhalten, so sind als lateral angeregte Manöver Fahrzustände zu verstehen, welche als Kurvenfahrt ohne nennenswerte Beschleunigungs- oder Bremsvorgänge anzusehen sind.

In den folgenden Abschnitten wird genauer auf einige Ansätze eingegangen. Vorweg ist jedoch noch einmal anzumerken, dass der überwiegende Anteil der bestehenden Literatur eine Anwendung am PKW beschreibt. Speziell im Bereich des mehrspurigen Kraftfahrzeuges gibt es bereits seit Mitte der 1990er Jahre mehrere Veröffentlichungen, welche alle beschriebenen Bereiche der Reifenkennlinie abdecken und sich darüber hinaus mit lateraler und kombinierter Anregung beschäftigen. Im Gegensatz dazu ist die Anzahl der gefundenen Literatur, welche sich mit der Anwendung am Motorrad oder dem Zweirad beschäftigt, noch sehr überschaubar. Konkret existieren lediglich zwei Literaturstellen in Form der beiden Artikel von Savino et al. [5] und Chen et al. [6], die sich mit der Bestimmung des Kraftschlusspotentials für einspurige Fahrzeuge beschäftigen. Diese behandeln zudem nur den Fall der rein longitudinalen Anregung.

#### 1.3.1. Geringe longitudinale Anregung

Wie bereits in Abbildung 2 dargestellt, verfügt die Reifenkennlinie zu Beginn der Kurve über einen ausgeprägten linearen Verlauf. Deur et al. beschreibt, dass der entsprechende Gradient messbare Abweichungen bei unterschiedlichen Untergründen aufweist. [7] In Abbildung 2 ist dies am Beispiel des Asphalts und der Schotterfahrbahn ersichtlich. Von Müller, Uchanski et al. [2], in der Dissertation von Ahn [8] und dem Artikel von Gustafsson [9] werden Methoden gezeigt wie der Gradient, der im Deutschen Schlupfsteifigkeit genannt wird und im Englischen als *slip-slope* bekannt ist, geschätzt werden kann. Daher die Annahme: Die Schlupfsteifigkeit ändert sich mit dem vorherrschenden Kraftschlusspotential. Verdeutlicht wird diese Annahme durch die Abbildung 3, welche die Schlupfsteifigkeiten für drei unterschiedliche Fahrbahnbedingungen zeigt. Unter der Voraussetzung, dass das Reifenverhalten im Bereich der geringen Anregung durch eine lineare Funktion gut abgebildet werden kann und vertrauenswürdige Daten für Schlupf und Reifenkräfte liefert, wird versucht, in weiterer Folge die Steigung zu ermitteln. Sowohl Reifenkräfte als auch Schlupf können nicht direkt am Fahrzeug gemessen werden. Vielmehr müssen diese anhand adäquat ausgewählter Ersatzmodelle berechnet oder ebenfalls geschätzt werden. Allerdings wird auch mit dieser Methode kein quantitatives Kraftschlusspotential berechnet, sondern lediglich eine qualitative Klassifizierung der Fahrbahn in unterschiedliche Bedingungen wie trocken, nass und sehr nass ermöglicht.

Weiters stellt die Abhängigkeit vom verwendeten Reifen eine Schwierigkeit dar, um von einer geschätzten Schlupfsteifigkeit einen konsequenten Zusammenhang zum Kraftschlusspotential herstellen zu können. Grund hierfür sind nicht nur die großen Unterschiede zwischen unterschiedlichen Reifen, sondern auch der Einfluss äußerer Faktoren wie Luftdruck oder Temperatur. Aufgrund der zahlreichen Faktoren kann es daher auch zu Abweichungen der erwartbaren

quantitativen Ergebnisse kommen. Darüber hinaus spielen auch noch weitere schwer überwachbare Parameter, wie zum Beispiel der dynamische Rollradius, eine bedeutende Rolle. Eine praktikablere Anwendung dieser Methode ist jedoch die Erkennung von plötzlichen Änderungen der Schlupfsteifigkeit, was wiederum auf einen Wechsel der Fahrbahnbedingungen hinweist. Diese Information kann in weiterer Folge für Assistenzsysteme verarbeitet werden, um beispielsweise Warnsignale an den/die Fahrer:in abzugeben.

Grundvoraussetzung für eine gute Schätzung ist eine andauernde Anregung, sprich es soll häufig und unregelmäßig eine möglichst groß gestreute Datenmenge des linearen Bereichs der Reifenkennlinie gesammelt werden, um ein Ansammeln von Messpunkten an einem spezifischen Punkt zu verhindern. Durch eine Fahrt bei konstanter Anregung würde dies zu einer Häufung an Messpunkten führen, für welche es nicht möglich wäre eine Kurve zu fitten und eine Steigung daraus abzuleiten. Zu den in der Literatur angewandten Schätzalgorithmen gehören sowohl lineare Verfahren wie die *Least Square* Methode oder der *Kalman Filter*, als auch nichtlineare Methoden wie rekursive *Least Squares* und *Extended* oder *Unscented Kalman Filter*. Bei diesen handelt es sich um mathematische Schätzalgorithmen. Die *Least Squares* Methode wird genutzt, um die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen einer gemessenen und einer vorhergesagten Größe zu minimieren. Der *Kalman Filter* schätzt den Zustand eines dynamischen Modells anhand unvollständiger und verrauschter Messdaten über einen Zeitraum hinweg. Während ein *Least Square* Ansatz nur auf Messdaten und ein approximiertes Systemverhalten aufbaut, können durch die Rückkoppelung mit einem Modell im *Kalman Filter* konsistentere Ergebnisse erzielt werden. [10] Typische für die Schätzung benötigte Eingangsgrößen sind Radmomente, Raddrehzahlen für die angetriebenen und die nicht angetriebenen Räder und Aufstandskräfte. Speziell für PKWs werden die Drehzahlen der frei rollenden Räder als Referenz herangezogen, um in Kombination mit dem als bekannt angenommenen dynamischen Rollradius auf die Fahrzeuggeschwindigkeit rückschließen zu können. Die nicht messbaren Aufstandskräfte werden hierfür auf Basis einfacher Fahrzeugmodelle ermittelt und an den Schätzer übergeben. In weiterer Folge werden mithilfe der Aufstands- und Umfangskräfte Rückschlüsse auf die Reifenkennlinie geschlossen. In logischer Konsequenz stellt die Bereitstellung der Referenzgeschwindigkeit im Falle eines Bremsmanövers – an dem alle Räder beteiligt sind und keines frei rollt – eine große Herausforderung für eine praktikable Anwendung dar. Darüber hinaus sind auch die am Reifen anliegenden Brems- und Antriebsmomente nicht direkt verfügbar, sondern müssen zunächst beispielsweise mittels eines Antriebstrangmodells oder durch einen Bremsdrucksensor und einem entsprechenden Reibmodell ermittelt werden. [2]

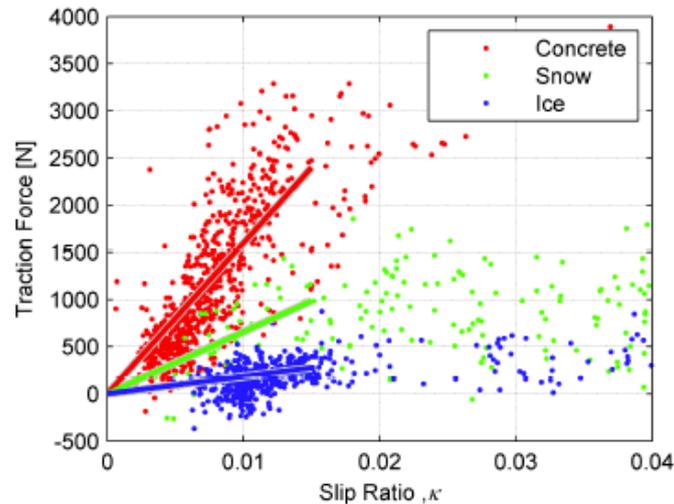


Abbildung 3: Schlupfsteifigkeit für unterschiedliche Fahrbahnbedingungen  
Quelle: [8] S. 87

Aufgrund der bereits angesprochenen Notwendigkeit einer variierenden, aber andauernden Anregung ist die beschriebene Methode nur im Fall von dynamischen Beschleunigungs- und Bremsmanövern anwendbar, nicht jedoch während einer Fahrt mit konstanter Beschleunigung oder konstanter Geschwindigkeit. Eine Möglichkeit auch bei konstanten Bedingungen Informationen über das Kraftschlusspotential oder die Fahrbahn zu ermitteln, wurde in den Artikeln von Pavkovic [11], Umeno [12] und Schmeitz et al. [13] vorgestellt. Beschrieben wird, dass bei einer hochaufgelösten Frequenzanalyse der Raddrehzahlen ein Torsionseigenmode des Reifens eine große Spitze im Bereich der 35 Hz bei der Fahrt auf trockenem Asphalt aufweist, siehe Abbildung 4. Bei Fahrten auf Eis und Schnee treten diese jedoch wesentlich geringer bzw. nicht auf. Dementsprechend steigt die Dämpfung des Modes bei einer Senkung des Kraftschlusspotentials. Somit lässt sich konstatieren, dass die damit verbundene Dämpfung ein Maß für das Kraftschlusspotential darstellt und eine Klassifizierung der Fahrbahnbedingungen ermöglichen kann. Jedoch ist auch hier anzumerken, dass die erwartbaren Ergebnisse stark vom Reifen und den bestehenden Gegebenheiten abhängen.

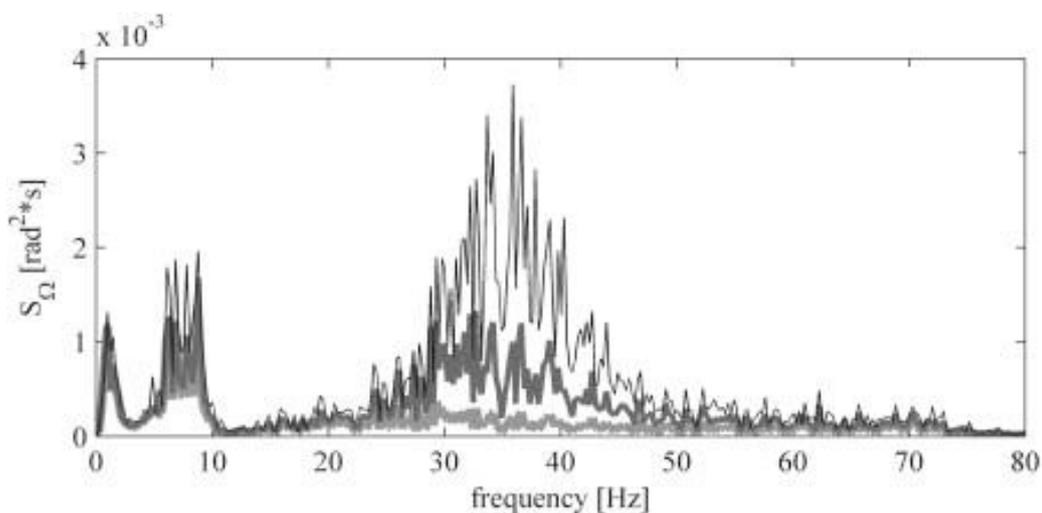


Abbildung 4: Frequenzanalyse für unterschiedliche Schlupfsteifigkeiten  
Quelle: [13], S. 498

Da Reifen typischerweise einen sehr ausgeprägten linearen Bereich aufweisen und darüber hinaus die benötigte Anregung, um den nichtlinearen Bereich zu erreichen, nur selten im normalen Straßenverkehr erreicht wird, ist speziell der Fokus auf den linearen Bereich der Reifenkennlinie und die Schätzung der Schlupfsteifigkeit von besonderem Interesse. Aus diesen Gründen wird sich im weiteren Verlauf der Arbeit der Fokus der Parameterschätzung auf die Ermittlung eben jener konzentrieren.

### 1.3.2. Mittlere longitudinale Anregung

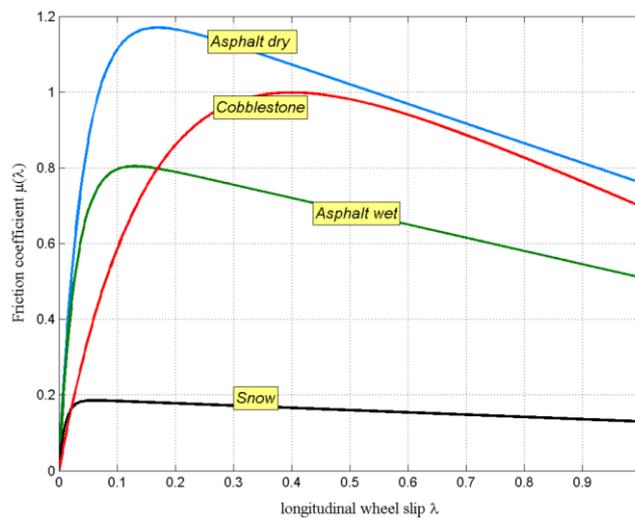


Abbildung 5: Reifenkennlinien für unterschiedliche Untergründe  
Quelle: [14], S. 26

Wird der lineare Bereich der Reifenkennlinie überschritten, so kommt es zu einer deutlichen Veränderung der Charakteristiken der Kurven, die von den Fahrbahnuntergründen abhängig sind. (vgl. Abbildung 5) Bei ausreichender Anregung und höheren Schlupfwerten trennen sich die Kennlinien voneinander. Diese Trennung kann genutzt werden, um eine Schätzung der Kraftschlussgrenze zu erhalten. Der Grundgedanke ist ähnlich zu den Ansätzen zur Schätzung der Schlupfsteifigkeit. Auch hier wird versucht, anhand gemessener Daten einen bestmöglichen Fit der Kraftschlusskurve zu erzeugen. Naturgemäß werden jedoch statt linearer nichtlineare Funktionen zur Beschreibung der Kennlinien verwendet. Für die nichtlinearen Funktionen werden typischerweise Reifenmodelle herangezogen, die den nichtlinearen Bereich des Reifenverhaltens gut approximieren. Die notwendigen Modellparameter inklusive der Kraftschlussgrenze dieser Reifenmodelle werden für den nichtlinearen Bereich geschätzt. Hierfür werden Schätzverfahren wie RLS oder nichtlineare *Kalman Filter* Varianten verwendet. Beispielsweise beschreibt Tanelli et al. eine Schätzung der Parameter  $\vartheta_i$  des Burckhardt-Reifenmodells (4). [14]

$$\mu(\kappa, \vartheta_r) = \vartheta_1 * (1 - e^{\kappa * \vartheta_2}) - \kappa * \vartheta_3 \quad (4)$$

Der Parametersatz  $\vartheta_i$  beschreibt die Form der Kurve. Neben dem Burckhardt-Modell sind auch noch weitere Modelle zur Darstellung des Reifens in der Literatur verbreitet. Dazu zählen unter anderem auch das *Brush-Modell* oder die *magic formula*, auf welche an späterer Stelle noch genauer eingegangen wird. Die Parameter können mit oder ohne Zuhilfenahme eines Fahrzeugmodells geschätzt werden. Fahrzeugmodelle erlauben die Berücksichtigung zusätzlicher Messgleichungen, um den Fit der Kurve zu verbessern. Für eine akkurate Schätzung werden analog zur Schätzung im linearen Bereich viele Messpunkte im nichtlinearen Bereich bei mittlerer Anregung über einen längeren Zeitraum benötigt. Darüber hinaus muss es sich um eine andauernde Anregung handeln. Ein sehr spontanes, hoch angeregtes Fahrmanöver könnte beispielsweise zu irreführenden Ergebnissen führen, weil die Kennlinien der Reifenmodelle auf stationäre Fahrzustände ausgelegt sind und nicht für die Abbildung sehr dynamischer Manöver ausgelegt wurden.

Eine der wenigen Anwendungsbeispiele für die Reibwertschätzung am Motorrad bildet die Publikation von Savino et al. [5]. Diese geht von der von Tanelli et al. [14] vorgestellten linearisierten Approximation des Burckhardt-Modells aus, die das Kraftschlusspotential mittels einer nichtlinearen Regression schätzt. Der hierfür benötigte Längsschlupf wird durch Zuhilfenahme eines Starrkörper-Fahrzeugmodells des Motorrades berechnet. Das Fahrzeugmodell basiert auf dem 13-Freiheitsgrad-Sharp-Mehrkörper-Modell. [15] Zur Validierung dieser Methode werden experimentell und simulativ ermittelte Daten verglichen. Hierfür wird sowohl in der Simulationsumgebung als auch in der Realität ein rein longitudinales Bremsmanöver auf der Straße durchgeführt. Zu den benötigten Fahrzeugsignalen gehören IMU-Signale wie die Längsbeschleunigung oder Informationen über die Nickdynamik, um Rückschlüsse auf die Aufstandskräfte zu erhalten. Darüber hinaus werden Raddrehzahl und Fahrzeuggeschwindigkeit für die Berechnung des Längsschlupfes sowie die vorhandenen Bremsdrücke und ein dazugehöriges Reibmodell der Vorder- und Hinterradbremse herangezogen.

Stellet et al. [16] geht auf grundlegende Herausforderungen ein, welche für die Vielzahl dieser Schätzer gelten. Die Qualität des Schätzergebnisses hängt stark von den eingangs gewählten Startwerten der Schätzung ab. Sind bereits Datenpunkte vorhanden, stellt sich die Frage, wie weit der Schätzer „zurückblicken“ soll, also wie viel der gesammelten Informationen in die Schätzung des nächsten Zeitschrittes eingehen. Je mehr vorhergehende Werte berücksichtigt werden, desto mehr Information wird in die Schätzung eingespeist und dementsprechend verlässlicher und robuster wird der zu erwartende Output sein. Allerdings resultiert die größere berücksichtigte Datenmenge auch in einer längeren Rechenzeit und damit langsameren Schätzung. Ein kürzerer Rückblick hingegen birgt aufgrund der begrenzt verfügbaren Information ein erhöhtes Risiko für falsche Ergebnisse, kann jedoch Änderungen rascher erkennen. Als Abhilfe für dieses Problem wird hier beispielsweise die Erkennung von Parametersprüngen angeführt. Diese, als *change detection* bekannte Funktion, adaptiert die zur Schätzung verwendete Informationsmenge fließend. Wird beispielsweise eine signifikante Änderung von einzelnen oder mehreren Parametern festgestellt, so wird die Abstimmung des Schätzers angepasst.

### 1.3.3. Hohe longitudinale Anregung

Im gesättigten Bereich nahe der Kraftschlussgrenze existieren mehrere Ansätze zur Ermittlung der Fahrbahnbedingungen. Bestehende Assistenzsysteme wie ABS oder ASR arbeiten im Bereich des maximalen Kraftschlusspotentials. Bei Erreichen und evtl. Überschreiten des Maximums ist naturgemäß die Information über das Kraftschlusspotential bereits vorhanden. Methoden, die sich auf die bekannte Kraftschlusskennlinie stützen, versuchen die lokale Steigung der Kurve zu überwachen.

Chen und Hsing [6] bezeichnen diese beispielsweise – spezifisch für eine Anwendung an einem elektrischen Roller – mit *extended braking stiffness*  $A$  bezeichnet (Abbildung 6). Es werden Umfangs- und Aufstandskräfte sowie Schlupf geschätzt und daraus der aktuelle Gradient ermittelt. Bei Erkennung eines Vorzeichenwechsels kann auf das Erreichen der Kraftschlussgrenze geschlossen werden.

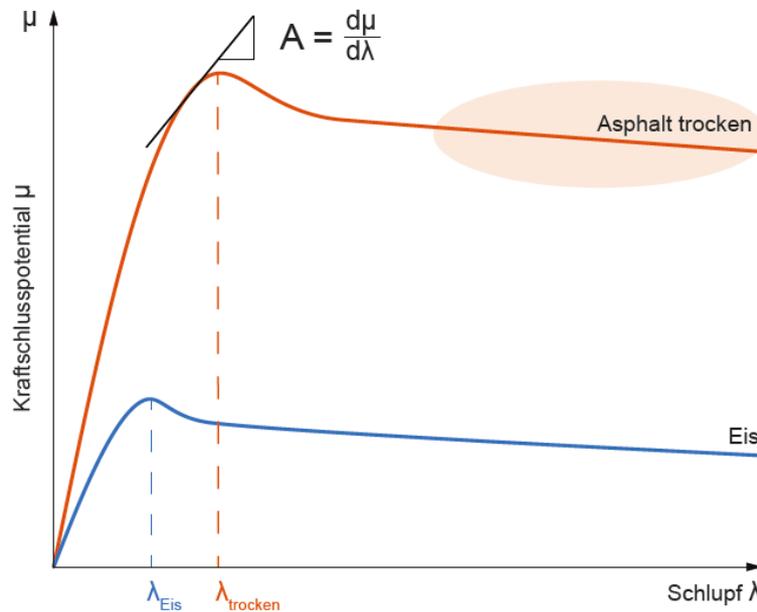


Abbildung 6: Bestimmung des maximalen Kraftschlusspotentials aufgrund der sogenannten extended braking Stiffness  
Quelle in Anlehnung an [6], S. 691

Wie in Abbildung 6 in Orange hervorgehoben wurde, besitzt das Kraftschlusspotential die Eigenschaft, im gesättigten Bereich nicht oder nur sehr gering von der vorhandenen Längsschlupf abhängig zu sein. Das Kraftschlusspotential kann, wie von Ahn [8] vorgestellt, auch auf analytischem Weg ermittelt werden. Dieser nutzt die Information, dass die Umfangskräfte an den antreibenden Rädern beim Durchdrehen gesättigt sind und die Umfangskraft als Funktion der Fahrzeuggeometrie und des Kraftschlusspotentials angeschrieben werden kann. In Kombination mit dem Schwerpunktsatz wird so ein Zusammenhang für das Kraftschlusspotential in Abhängigkeit der Fahrzeugbeschleunigung und der Aufstandskräfte aufgestellt.

Insbesondere aufgrund der bereits sehr gut funktionierenden Assistenzsysteme wie einem ABS wird in dieser Arbeit der Fokus nicht auf die Ermittlung des Reibwertes für hohe Anregung gelegt. Stattdessen konzentriert sich die Arbeit im Besonderen auf den Bereich der geringen Anregung. Somit soll das Limit des sicheren Fahrbereichs frühzeitig erkannt werden und proaktiv dabei unterstützen, ein Übersteigen der Sicherheitsgrenze zu vermeiden. Das Ziel ist es im normalen Fahrbetrieb, in Alltagssituationen, in denen die geringen Beschleunigungen und Anregungen dominierend sind, auf die vorhandenen Reserven zu schließen.

### 1.3.4. Laterale Anregung

Wie bereits eingangs erwähnt, können PKW und Motorrad in Bezug auf die Longitudinaldynamik in weiten Teilen als sehr ähnlich angenommen werden. Bezogen auf die Lateralodynamik jedoch nicht. Nur um ein Beispiel zu nennen, so spielt der am Motorrad so einflussreiche Faktor des Rollwinkels beim PKW - zumindest hinsichtlich des Reifenverhaltens - eine untergeordnete Rolle. Da in der Recherche jedoch für einspurige Fahrzeuge keine passenden Literaturstellen gefunden werden konnten, werden an dieser Stelle lediglich im Sinne der Vollständigkeit die für den PKW gefundenen Methoden hier angeführt.

Weitgehend analog zur reinen Längsdynamik kann auch für laterale Fahrmanöver wieder eine Unterscheidung in geringe, mittlere und hohe Anregung getroffen werden. Das Problem ist, dass – im Gegensatz zur longitudinalen Richtung – von der Schräglaufsteifigkeit nicht auf ein Kraftschlusspotential geschlossen werden kann. Stattdessen muss neben der Schräglaufsteifigkeit auch noch der Schräglaufwinkel geschätzt werden. Um weitere Daten für die Bestimmung zu erhalten, werden in der Literatur zusätzliche Fahrzeug- und Reifenmodelle aufgestellt. Diese variieren in ihrer Komplexität von der Abbildung der Lenkung und des Lenkmomentes [17] zu Einspur- [18] und Vierradmodellen [19].

Die von Baffet et al. [20] vorgestellte Methode versucht zum Beispiel den Schräglaufwinkel und das Kraftschlusspotential mittels eines Einspurmodells und einem, auf die lateralen Seitenkräfte skalierbaren Burckhardt-Reifenmodell zu schätzen. Für die Bestimmung des Kraftschlusspotentials werden konkret die Skalierungsparameter des Reifenmodells geschätzt. Als Input werden Raddrehzahlen, Fahrzeugbeschleunigungen in longitudinaler und lateraler Richtung sowie die Gierrate verwendet. Darüber hinaus spielt auch noch der Lenkwinkel im System und im speziellen dessen Überwachung für eine Adaptierung auf einspurige Fahrzeuge eine offensichtliche Schwierigkeit dar. Als Ergebnis dieser Veröffentlichung lässt sich zusammenfassen, dass bei geringer vorhandener Kraftschlussgrenze eine rasche Konvergenz erzielt werden kann, jedoch bei hohen Reibwerten und geringer Anregung eine schlechtere Performance zu erwarten ist.

Eine weitere Methode basiert auf dem Zusammenhang von Radrückstellmoment  $M_z$  und der am Reifen wirkenden Seitenkraft  $F_y$ . Aus dem *brush-modell* lässt sich ein analytischer Zusammenhang zwischen  $M_z$ ,  $F_y$  und  $\mu_{max}$  aufstellen – vorausgesetzt, es sind Informationen über den Reifenfahrbahnkontaktbereich bekannt. In einem sogenannten *Gough Plot* (wie in Abbildung 7 ersichtlich) kann bei Kenntnis der genannten Größen direkt ein korrespondierendes Kraftschlusspotential gefunden werden. Matilainen et al. stellt hierfür eine Methode vor, um aus gemessenen Fahrzeuggrößen und den Spurstangenkräften die Seitenkräfte und Rückstellmomente zu schätzen. [21]

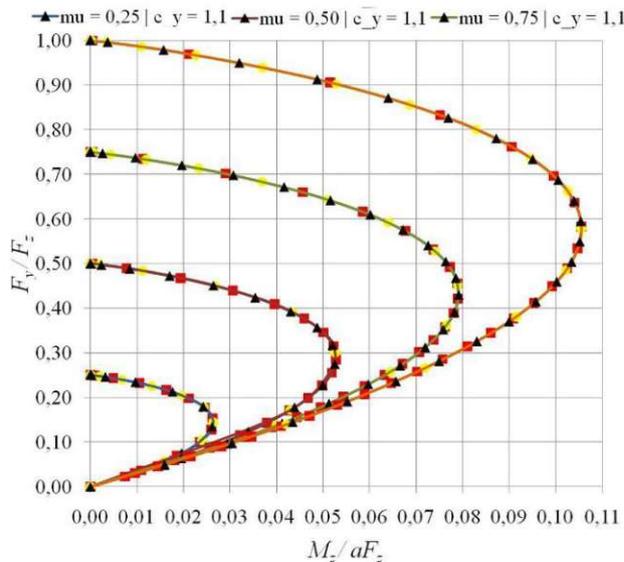


Abbildung 7: Gough plot bildet den Zusammenhang zwischen Seitenkräften und Rückstellmoment ab  
Quelle in Anlehnung an [21], S. 321

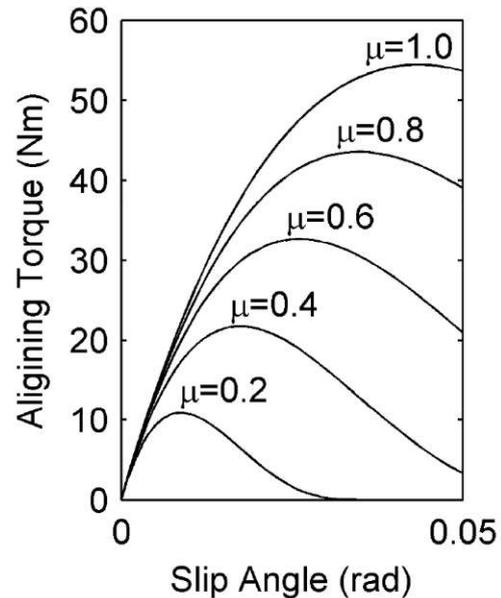


Abbildung 8: Charakteristik des Reifenrückstellmoments gemäß brush-modell  
Quelle in Anlehnung an [8], S. 60

Die Kurve des Rückstellmomentes über dem Schräglaufwinkel zeigt klare Unterschiede des Kurvenmaximums – abhängig vom vorhandenen Reibwert (Abbildung 8). Wird das Maximum des Rückstellmomentes gemessen, so kann eine Aussage über das vorhandene Mindest-Kraftschlusspotential getroffen werden. [8] Hierfür lässt sich auch eine lineare Abhängigkeit zwischen dem maximalen Reifenrückstellmoment und dem maximalen Kraftschlusspotential aufstellen. (5) Eine Schätzung benötigt jedoch ein langes Zeitfenster, damit der Spitzenwert des Rückstellmomentes erkannt werden kann und resultiert daher in langsamer Konvergenz. Um dem stückweise entgegenzuwirken, kann anstelle dessen ein in einem kürzeren Zeitfenster gemessenes maximales Rückstellmoment (6) für die Berechnung einer unteren Grenze des Kraftschlusspotentials verwendet werden.

$$M_{R_{peak}} = \frac{27}{256} * \mu * F_z * l \quad (5)$$

$$\mu_{unter\ Grenze} = \frac{256 * M_{r_{max}}}{7 * F_z * l} \quad (6)$$

Klarerweise treten Fahrmanöver allerdings in realen Fahrbedingungen nicht isoliert voneinander auf. Daher fokussiert sich die Forschung auf den komplexen Bereich der kombinierten Fahrmanöver. Als Beispiel hierfür sei das Rausbeschleunigen aus oder des Hineinbremsen in eine Kurve anzuführen. Aus den hierzu veröffentlichten Arbeiten [22], [23] geht hervor, dass die für PKWs bevorzugte Herangehensweise von der Höhe der longitudinalen und lateralen Anregung abhängig ist. Bei geringer Anregung beeinflussen sich die Umfangs- und Seitenkräfte nur sehr gering und die Problemstellung kann getrennt in Längs- und Querrichtung betrachtet werden. Somit kann wie in den bereits geschilderten Methoden für reine Anregungen vorgegangen werden.

Bei gravierenderen Beschleunigungs- oder Bremsvorgängen im Kurvenein- oder Kurvenausgang ist die grundsätzliche Vorgehensweise gleich wie bei den lateralen Ansätzen. Jedoch werden neben der lateralen Reifeneigenschaften zusätzlich noch die longitudinalen Eigenschaften mitberücksichtigt.

## Hintergrund und Literaturübersicht zum Thema der Reibwertschätzung

Dementsprechend wird die am Reifen wirkende Seitenkraft darüber hinaus noch vom Längsschlupf beeinflusst, was zusätzliche Komplexität in die Schätzung mitbringt.

Weiters stellt sich die Frage, welche der benötigten Eingangsgrößen zur Verfügung stehen. Auf Seiten des Fahrers oder der Fahrerin gehören zu den einfacher zu ermittelnden Zuständen die Gasgriffstellung und die Bremsdrücke. Ohne deutlich invasivere Umbauten oder zusätzliche teure Sensorik sind die für die laterale Reibwertschätzung benötigten Größen wie der Lenkwinkel oder das Lenkmoment nicht ermittelbar. Zu den am Fahrzeug messbaren Größen gehören im Allgemeinen die Beschleunigungen und die Winkelbeschleunigungen der 6-Achsen IMU, sowie die Radwinkelgeschwindigkeiten. Darüber hinaus sind meist auch näherungsweise die Fahrzeuggeschwindigkeit sowie ein Rollwinkel verfügbar. Hier muss allerdings genauer darauf geachtet werden, woraus diese Parameter abgeleitet werden und ob sie in ausreichender Genauigkeit vorhanden sind. Ein Vorteil für die Ermittlung am Motorrad ist, dass die Geschwindigkeit während der Beschleunigung anhand des rein rollenden Vorderrades ermittelt werden kann. Für das Bremsen besteht beim Motorrad durch die getrennten Bremskreisläufe die Möglichkeit, ein Rad ungebremst rollen zu lassen und so Informationen über die Längsgeschwindigkeit zu erlangen. Bei hoher Auflösung ist aber auch eine Information der Geschwindigkeit mittels GPS denkbar.

## 1.4. Gewählte Methode

Auf die Recherche aufbauend kann gesagt werden, dass noch keine exakte Methode für die spezifische Problemstellung gefunden werden konnte. Dies erfordert die Entwicklung eines eigenen Ansatzes zur Lösung. Jedoch stellt die Literatur zahlreiche gute Aspekte, Ideen und Konzepte zur Verfügung, die in diese Arbeit mit einfließen.

Die gewählte Methode zur Reibwertschätzung stützt sich auf die Schätzung der Schlupfsteifigkeit. Für die Bestimmung wird eine beobachterbasierte Parameterschätzung verwendet. In Abbildung 9 ist eine schematische Darstellung ersichtlich. Im Allgemeinen besteht ein solcher Schätzansatz aus einem System und einem Beobachter. Das System kann hierbei ein mit Messtechnik ausgestattetes Fahrzeug sein, kann allerdings auch über eine Simulation abgebildet werden. In beiden Fällen liefert das System Messgrößen  $y$  als Ausgang. [24] Im Fall dieser Arbeit wird ein simuliertes Motorradmodell verwendet. Dieses wird mit Eingängen, wie zum Beispiel der Gasgriffstellung oder einem Lenkmoment beaufschlagt und liefert entsprechend der Bewegungsgleichungen die zugehörigen Messgrößen (Beschleunigungen, Raddrehzahlen, etc.). Für die Schätzung wird ein nichtlinearer *Kalman Filter*, genauer ein sogenannter *Extended Kalman Filter* herangezogen. Ein *Kalman Filter* kann sowohl zur Schätzung von Zuständen als auch von Parametern verwendet werden.

Im ersten Fall kombiniert der *Kalman Filter* die aktuelle Messung mit einer Vorhersage des Systemzustands. Die Vorhersage basiert auf einem zugrundeliegenden dynamischen Modell des Systems, das beschreibt, wie sich der Zustand des Systems im Laufe der Zeit verändert. Der *Kalman Filter* verwendet dann den sogenannten *Kalman Gain*, um die Messung und die Vorhersage zu kombinieren und eine aktualisierte Schätzung des Systemzustands zu erstellen.

Darüber hinaus kann ein *Kalman Filter* auch verwendet werden, um die Parameter eines Systems zu schätzen. Hierzu wird der Zustandsvektor um die gesuchten Parameter erweitert, die gesuchten Parameter werden als Teil des Zustands des Systems behandelt. Der Kalman-Filter schätzt dann die Zustände des Systems, einschließlich der Parameter.

Die Abbildung des Systems in einer Simulationsumgebung dient insbesondere zur Entwicklung und zur Vorbereitung des Schätzalgorithmus für einen späteren Einsatz in der Praxis. Daher wird bereits im Aufbau der Simulation darauf geachtet, dass wesentliche in der Praxis auftretende Effekte auch in der Simulation mitberücksichtigt werden.

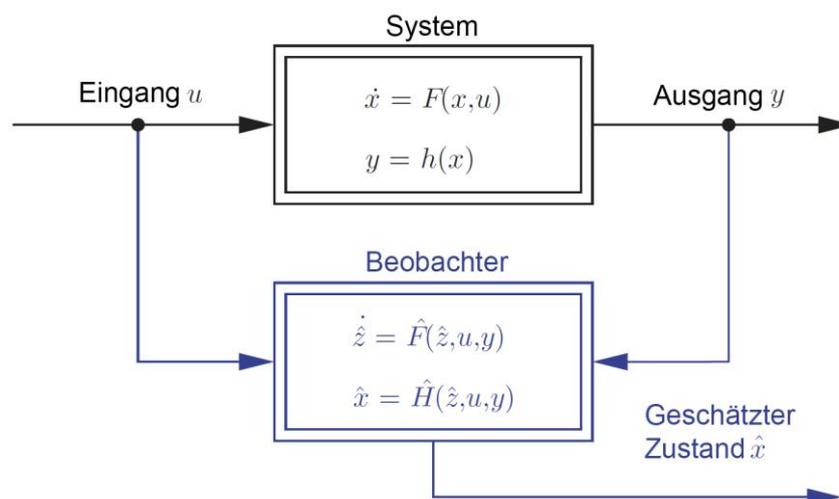


Abbildung 9: Blockschaltendiagramm der beobachterbasierten Parameterschätzung  
Quelle: in Anlehnung an [24], S. 279

## 2. Modellbildung und Simulation

### 2.1. Beschreibung des Modells

Das Simulationsmodell stellt die virtuelle Realität dar. Das ermöglicht, eine Schätzung von Zustandsgrößen und Parametern von Systemen auf der Basis von Eingangswerten und dynamischen Abläufen durchzuführen. Das Spektrum an in Frage kommenden Modellen reicht dabei von sehr einfachen Starrkörpermodellen bis hin zu komplexen Mehrkörpersystemen, die eine Vielzahl von dynamischen Abläufen abbilden können. Eine Herausforderung bei der Anwendung von Simulationsmodellen besteht darin, ein geeignetes Modell aufzustellen, welches die dynamischen Vorgänge während Brems- und Beschleunigungsmanövern ausreichend gut abbildet, gleichzeitig aber aufgrund von der Anzahl benötigter Parameter, Validierung und Rechenaufwand in seiner Komplexität überschaubar bleibt.

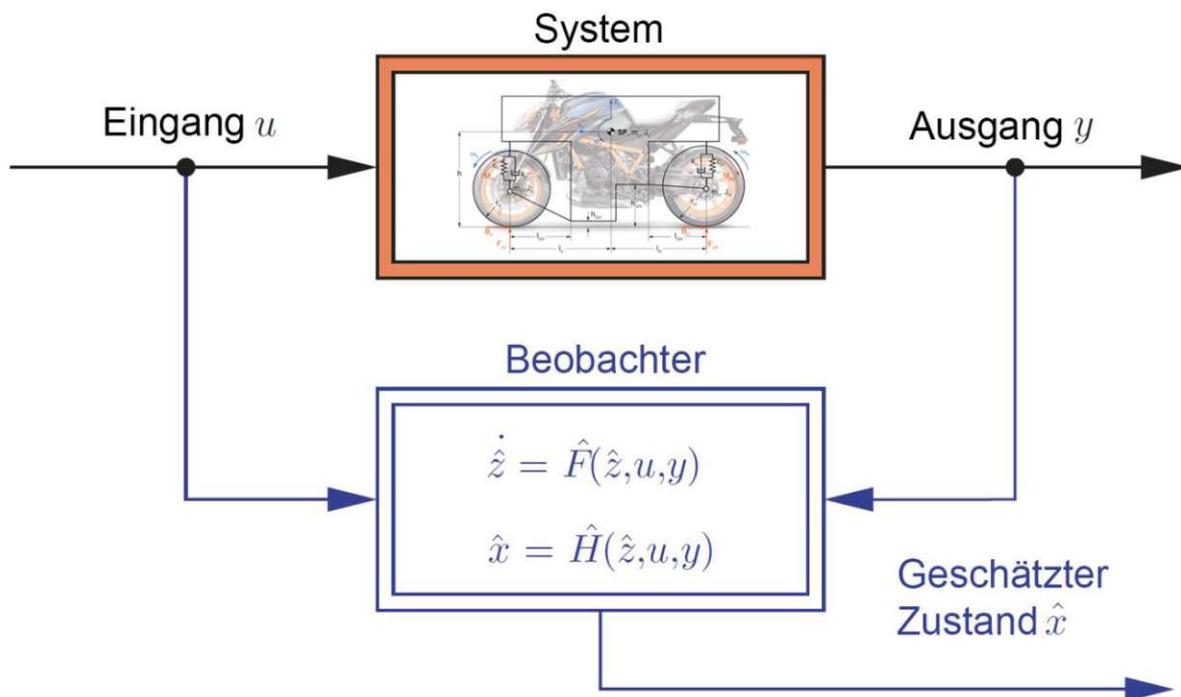


Abbildung 10: Blockschaltdiagramm einer beobachterbasierten Parameterschätzung mit Simulationsmodell  
 Quelle: in Anlehnung an [24], S. 279

Das ausgewählte Beschleunigen und Bremsen erlaubt es, ein Modell zu verwenden, das sich rein auf die Längsdynamik beschränkt. Allerdings soll dennoch die Bedeutung der Vertikaldynamik miteinfließen. Daher sollen die Bewegung der gefederten Massen sowie die dadurch entstehenden Radlaständerungen bei der Untersuchung berücksichtigt werden. Die Umfangskräfte werden mithilfe von Reifenmodellen ermittelt und die Fahrbahnbedingungen können zeitabhängig variiert werden, was insbesondere für die Reibwertbestimmung von entscheidender Bedeutung ist.

Ein Modell, das Aufbaubewegungen wie den Nickwinkel, die Schwerpunktsbewegungen und auch die Lastverlagerung vom Hinter- auf das Vorderrad gut abbildet, ist das PKW-Halbfahrzeugmodell nach

Mitschke, wie es in Abbildung 11 abgebildet ist. [25] Dieses wurde ursprünglich für die Untersuchung des Bremsnickens entwickelt. Bremsnicken hängt hierbei neben der Größe der Verzögerung auch von der Achskinematik ab. Das wesentliche Ziel der Modellbildung ist es, das zugrundeliegende Halffahrzeugmodell so weit anzupassen, um eine geeignete Abbildung eines Motorrades darzustellen. Einerseits soll das motorradspezifische Fahrwerk im Modellaufbau berücksichtigt werden, andererseits soll auch eine Bestimmung der für die Schätzung des Kraftschlusspotentials essenziellen Größen ermöglicht werden.

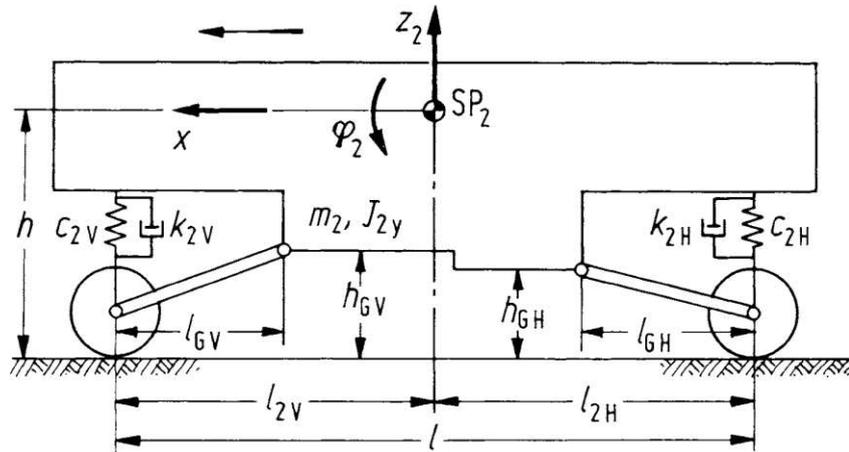


Abbildung 11: Halffahrzeugmodell nach Mitschke  
Quelle: [25], S. 478

### 2.1.1. Bewegungsgleichungen des erweiterten Motorradmodells

Das erweiterte lineare Fahrzeugmodell besitzt 5 Freiheitsgrade. Die Lagekoordinaten des Fahrzeugaufbaues in x-Richtung  $x_c$ , in z-Richtung  $z_c$ , dem Nickwinkel des Aufbaus um den Schwerpunkt  $\varphi_c$  sowie den Drehwinkeln von Vorder- und Hinterrad  $\varphi_V$  und  $\varphi_H$ .  $z$  und  $\varphi$  werden von der Gleichgewichtslage weggezählt. Weiters wurden folgende Annahmen für die Systembeschreibung getroffen:

- Ebene Bewegung
- Fahrbahnneigung  $0^\circ$
- Kein Abheben: Fahrbahn-Reifenkontakt zu allen Zeitpunkten
- Keine Reifenfederung: Rollradius ändert sich nicht mit der Radlaständerung

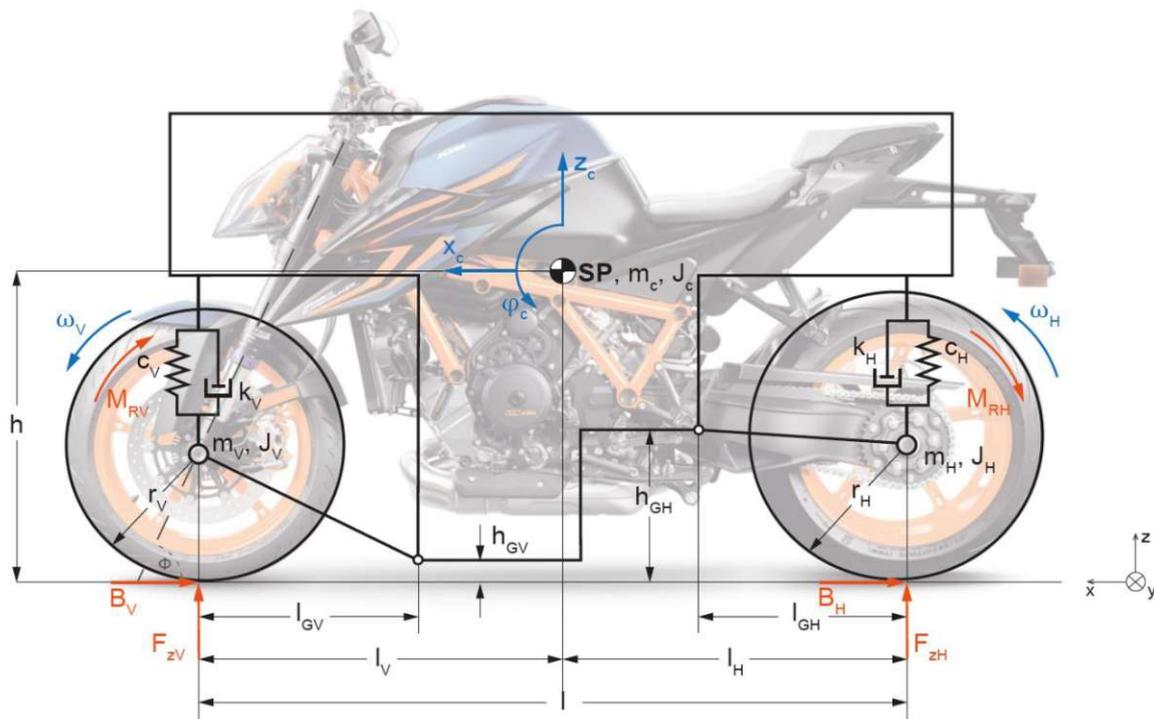
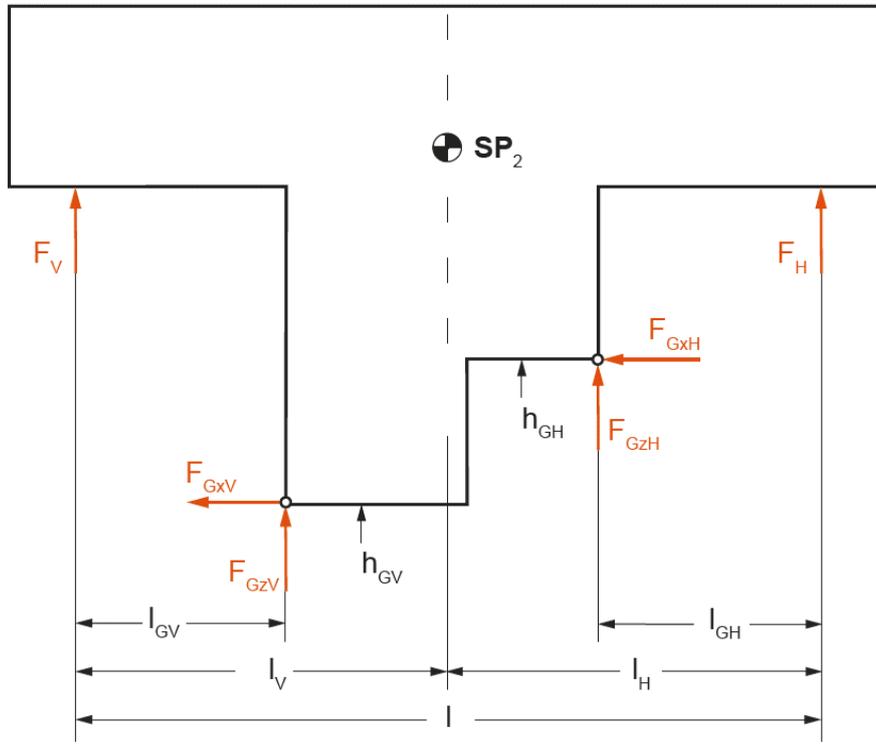


Abbildung 12: Erweitertes Motorrad-Simulationsmodell

Das Modell lässt sich in mehrere Teilkörper aufteilen. Dazu zählen die gefederte Masse des Fahrzeugaufbaus, die Gelenkstangen vom Vorder- und Hinterrad zu den Angriffspunkten am Aufbau und die Räder selbst. Die Gleichungen aus der Literatur können allerdings nicht einfach übernommen werden. Das liegt zum einen daran, dass durch das Fehlen der Radmassen und Trägheitseigenschaften im Ausgangsmodell keine Berechnung des benötigten Längsschlupfes möglich ist, zum anderen aber auch an der veränderten Fahrwerkskinematik. Konkret wurde das Modell folgendermaßen angepasst. Vorder- und Hinterrad wurden jeweils mit Masse und einem Trägheitsmoment behaftet (siehe Abbildung 12). Das Fahrwerk ist in der Literatur mit zwei Schwingen modelliert. Für die Annäherung an eine Federung mit Teleskopfedergabel wurde die Hypothese getroffen, dass durch die Wahl der Höhe und des Winkels der vorderen Schwinde, das Rad einer Trajektorie folgt, die bei kleinen Winkeln ein ähnliches Fahrwerksverhalten wie eine gedachte Teleskopfedergabel aufweist. Anschließend lässt sich mittels Schwerpunktsatzes und Drehimpulssatz der folgende Satz Gleichungen aufstellen.

Für den Aufbau:

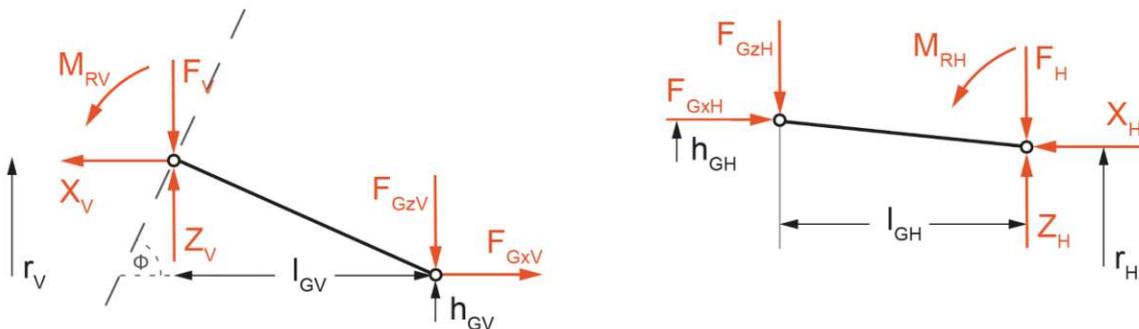


$$m_c * \ddot{x}_c = F_{GxV} + F_{GxH} \quad (7)$$

$$m_c * \ddot{z}_c = F_{GzH} + F_{GzV} + F_H + F_V \quad (8)$$

$$J_c * \ddot{\phi}_c = -F_{GzV} * (l_V - l_{GV}) + F_{GzH} * (l_H - l_{GH}) - F_V * l_V + F_H * l_H - F_{GxH} * (h - h_{GH}) - F_{GxV} * (h - h_{GV}) \quad (9)$$

Für die masselosen Gelenkstangen wird ein Antriebsmodell inklusive Kette vernachlässigt und das Antriebsmoment wird gleich wie das Bremsmoment angenommen und an der Schwinge abgestützt.



$$F_{GxH} = X_H \quad (10)$$

$$F_{GzH} = Z_H - F_H \quad (11)$$

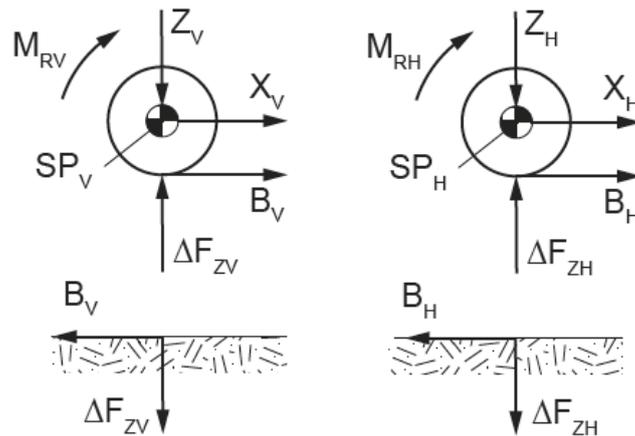
$$0 = M_{RH} + F_{GzH} * l_{GH} - F_{GxH} * (h_{GH} - r_H) \quad (12)$$

$$F_{GxV} = X_V \quad (13)$$

$$F_{GzV} = Z_V - F_V \quad (14)$$

$$0 = M_{RV} - F_{GzV} * l_{GV} - F_{GxV} * (h_{GV} - r_V) \quad (15)$$

Sowie für die beiden Räder:



$$m_V * \ddot{x}_c = -X_V - B_V \quad (16)$$

$$0 = \Delta F_{zV} - Z_V \quad (17)$$

$$J_V * \ddot{\varphi}_V = B_V * r_V - M_{RV} \quad (18)$$

$$m_H * \ddot{x}_c = -X_H - B_H \quad (19)$$

$$0 = \Delta F_{zH} - Z_H \quad (20)$$

$$J_H * \ddot{\varphi}_H = B_H * r_H - M_{RH} \quad (21)$$

$\Delta F_{zH}$  und  $\Delta F_{zV}$  beschreiben hierbei die Radlaständerungen relativ zum in der Ebene stehenden stationären Zustand. Die zwischen dem Chassis und den Gelenkstangen angreifenden Feder-Dämpferkräfte lauten folgendermaßen:

$$F_V = -c_V * (z_c - l_V * \varphi_c) - k_V * (\dot{z}_c - l_V * \dot{\varphi}_c) \quad (22)$$

$$F_H = -c_H * (z_c + l_H * \varphi_c) - k_H * (\dot{z}_c + l_H * \dot{\varphi}_c) \quad (23)$$

Neben der vertikalen Aufbaubewegung sind zusätzliche Anteile enthalten, die sich aufgrund der Nickbewegung ergeben. Durch einige Umformungen der aufgestellten Modellgleichungen lassen sich die Bewegungsgleichungen für  $\ddot{x}_c, \ddot{z}_c, \ddot{\varphi}_c, \ddot{\varphi}_V$  und  $\ddot{\varphi}_H$  anschreiben. Die vollständigen Umformungsschritte können dem Anhang A entnommen werden.

$\ddot{x}_c$

$$-[m_c + m_V + m_H] * \ddot{x}_c = B_V + B_H \quad (24)$$

$\ddot{z}_c$

$$\begin{aligned} & \left[ m_H * \frac{h_{GH} - r_H}{l_{GH}} - m_V * \frac{h_{GV} - r_V}{l_{GV}} \right] * \ddot{x}_c + m_c * \ddot{z}_c \\ & = [-c_V - c_H] * z_c + [c_V * l_V - c_H * l_H] * \varphi_c + \\ & [-k_V - k_H] * \dot{z}_c + [k_V * l_V - k_H * l_H] * \dot{\varphi}_c + \\ & \frac{1}{l_{GH}} * [B_H * (r_H - h_{GH}) - M_{RH}] + \frac{1}{l_{GV}} * [M_{RV} + B_V * (h_{GV} - r_V)] \end{aligned} \quad (25)$$

$\ddot{\varphi}_c$

$$\begin{aligned} & J_c * \ddot{\varphi}_c - \left[ m_V * \left[ \frac{(l_{GV} - l_V) * (h_{GV} - r_V)}{l_{GV}} + (h - h_{GV}) \right] + m_H \right. \\ & \quad \left. * \left[ (h - h_{GH}) - \frac{(l_H - l_{GH}) * (h_{GH} - r_H)}{l_{GH}} \right] \right] * \ddot{x}_c = \\ & [c_V * l_V - c_H * l_H] * z_c + [-c_V * l_V^2 - c_H * l_H^2] * \varphi_c + \\ & [k_V * l_V - k_H * l_H] * \dot{z}_c + [-k_V * l_V^2 - k_H * l_H^2] * \dot{\varphi}_c + \\ & \frac{l_{GV} - l_V}{l_{GV}} * [M_{RV} + B_V * (h_{GV} - r_V)] + \frac{l_H - l_{GH}}{l_{GH}} [-B_H * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] + \\ & B_H * (h - h_{GH}) + B_V * (h - h_{GV}) \end{aligned} \quad (26)$$

$\ddot{\varphi}_V$

$$J_V * \ddot{\varphi}_V = B_V * r_V - M_{RV} \quad (27)$$

$\ddot{\varphi}_H$

$$J_H * \ddot{\varphi}_H = B_H * r_H - M_{RH} \quad (28)$$

Die Umfangskräfte – hier mit  $B_V$  und  $B_H$  bezeichnet – werden mit Hilfe der nachfolgenden Gleichungen des *magic formula* Reifenmodells bestimmt (45). Sie sind somit vom Schlupf und der Aufstandskraft ( $B_i(\kappa_i, F_{zi})$ ) abhängig. Die jeweiligen Aufstandskräfte  $F_{zi}$  selbst sind wiederum abhängig von der Radlaständerung  $\Delta F_{zi}$  (29), (30). Eine vollständige Berechnung der Radlaständerungen ist im Anhang B hinterlegt.

$$\Delta F_{zV} = \frac{1}{l_{GV}} * \left[ M_{RV} - \frac{(h_{GV} - r_V) * l_{GV}}{(h - h_{GV}) * l_{GV} - (h_{GV} - r_V) * (l_V - l_{GV})} * \left[ F_H * l_H - F_V * l_V - J_c * \ddot{\varphi}_c + M_{RV} * \left(1 - \frac{l_V}{l_{GV}}\right) + M_{RH} * \left(1 - \frac{l_H}{l_{GH}}\right) + (m_H * \ddot{x}_c + B_H) * \left( (h - h_{GH}) - \frac{(l_H - l_{GH}) * (h_{GH} - r_H)}{l_{GH}} \right) \right] \right] + F_V \quad (29)$$

$$\Delta F_{zH} = m_c * \ddot{z}_c - \Delta F_{zV} \quad (30)$$

Anhand der Gleichungen ist ersichtlich, dass es sich hierbei um eine geschlossene Schleife handelt. Der Term der Radlaständerung beinhaltet sowohl Fahrzeuglängsbeschleunigung als auch Nickwinkelbeschleunigung. Gelöst wurde dies mittels eines ODE4 Solvers. Dieser übergibt zusätzlich die Aufstandskräfte aus dem vorhergehenden Zeitschritt und umgeht auf diese Weise die Schleife. Bei dem ODE4 handelt es sich um einen Solver mit konstanter Schrittweite. Die Wahl der Schrittweite ist hierbei entscheidend. Eine zu große Schrittweite kann bei sehr schnellen Zustandsänderungen zu Fehlern und Abweichender Genauigkeit des Solvers führen und eine zu geringe Schrittweite einen unnötigen Rechenaufwand erzwingen.

### 2.1.2. Modellparameter

Für die im vorhergehenden Abschnitt angesprochenen geometrischen Größen, Massen und Trägheiten werden im Rahmen dieser Arbeit die folgenden Modellparameter gewählt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden teilweise reale Parameter verwendet z.B. bei den später aufgelisteten Reifendaten. Bzgl. der Fahrwerksgeometrie wurden die Abmessungen an die verfügbaren

Abmessungen einer KTM 1290 SUPER DUKE R angenähert. Da jedoch insbesondere die Federungs- und Dämpfungskenngrößen nicht bekannt waren, werden diese über eine Annäherung des Schwingungsverhaltens approximiert. Für das Ziel dieser Arbeit reicht dieser generische Datensatz allerdings aus. Grundsätzlich lässt sich auch jeder Parameter individuell verändern, um eine gute Möglichkeit zur Anpassung an spezifische Motorradmodelle zu ermöglichen. Im weiteren Schritt werden auch mit diesen Größen die fehlenden Fahrwerksparameter bestimmt. Zudem ist hervorzuheben, dass die Höhe des vorderen Schwingenangriffspunktes über die in (31) dargestellte Beziehung über den Lenkkopfwinkel, sowie den x-Abstand zwischen Vorderachse und Aufbauswerpunkt ermittelt wird.

$$h_{GV} = r_V - l_{GV} * \tan(\phi) \quad (31)$$

Aufbaumasse	$m_c$	220	kg
Radmasse Vorderrad	$m_V$	19,5	kg
Radmasse Hinterrad	$m_H$	19,5	kg
Massenträgheitsmoment Aufbau	$J_c$	28,43	kgm <sup>2</sup>
Massenträgheitsmoment Vorderrad	$J_V$	0,48	kgm <sup>2</sup>
Massenträgheitsmoment Hinterrad	$J_H$	0,77	kgm <sup>2</sup>
Radstand	$l$	1,501	m
x-Abstand Vorderachse Aufbauswerpunkt	$l_V$	0,799	m
x-Abstand Hinterachse Aufbauswerpunkt	$l_H$	0,702	m
x-Abstand Gelenkstange vorne	$l_{GV}$	0,5	m
x-Abstand Gelenkstange hinten	$l_{GH}$	0,5	m
Lenkkopfwinkel	$\phi$	65	°
Höhe Schwingenangriffspunkt Hinterrad	$h_{GH}$	0,35	m
Höhe Aufbauswerpunkt	$h$	0,73	m
Radius Vorderrad	$r_V$	0,319	m
Radius Hinterrad	$r_H$	0,311	m

Tabelle 1: Modellparameter

### 2.1.3. Bestimmung der Fahrwerksparameter

Wie bereits eingangs angeführt sind keine konkreten Feder und Dämpferparameter verfügbar. Eine Methode um diese zu approximieren wird in [26] beschrieben. Dieser Ansatz verwendet eine vereinfachte Aufhängung. Der Aufbau besteht ähnlich zu dem in Abbildung 12 dargestellten Aufbau aus zwei vertikalen Feder-Dämpfer Einheiten. Unter der Voraussetzung der Kenntnis der Aufhängungsgeometrie des Referenzfahrzeuges, insbesondere des Lenkwinkels  $\phi$ , Schwingenwinkels  $\vartheta$ , sowie die relative Position der Angriffspunkte können für das Fahrwerk die reduzierte Ersatzsteifigkeiten  $k_{ie}$  und die Ersatzdämpfungen  $c_{ie}$  ermittelt werden.

$$c_{Ve} = \frac{c}{\cos^2(\phi)} \quad (32)$$

$$k_{Ve} = \frac{k}{\cos^2(\phi)} \quad (33)$$

Ist der geometrische Zusammenhang für die reduzierten Kenngrößen der Federgabel noch vergleichsweise einfach, so muss für die Hinterradfederung zunächst der aufwändigere Term des sogenannten Geschwindigkeitsverhältnisses  $\tau_{m,y_C}$  unter Zuhilfenahme des Schwingenwinkels  $\vartheta$ , sowie des Angriffspunktes  $x_T, y_T$  und der Längenverhältnisse des Schwingarms  $L_1, L_2$  berechnet werden.

$$\tau_{m,y_C} = \frac{L_1 * (x_T * \sin(\vartheta) - y_T * \cos(\vartheta))}{\sqrt{L_1 + 2 * L_1 * (x_T * \cos(\vartheta) + y_T * \sin(\vartheta)) + x_T^2 + y_T^2}} * \frac{1}{L + \cos(\vartheta)} \quad (34)$$

$$c_H \cong c * \tau_{m,y_C} \quad (35)$$

$$k_H \cong k * \tau_{m,y_C} \quad (36)$$

Da jedoch kein Schwingenwinkel bekannt ist und zudem eine einfache Variabilität ermöglicht werden soll, werden die reduzierten Kennwerte alternativ ermittelt. Ein weiterer Ansatz basiert darauf das Schwingungsverhalten zu nutzen, um auf das Fahrwerk rückzuschließen. Es sollen sich über die geeignete Wahl der Fahrwerksparameter Eigenfrequenzen einstellen, die gut den aus der Literatur bekannten Werten für typische Motorrad-Eigenfrequenzen entsprechen.

Die natürlichen Eigenfrequenzen der ebenen Aufbaubewegung werden in eine vorwiegend vertikale Hubbewegung, dem sogenannten *bounce* oder *heave mode*  $v_b$ , und dem vorwiegend rotatorischen *pitch mode*  $v_p$  aufgeteilt werden. Als Referenzen dienen die von Cossalter [26] und Lot [27] vorgestellten äquivalenten Motorradmodelle. Eine ausführliche Übersicht der analytischen Berechnung und verwendeten Formeln kann dem Anhang D entnommen werden.

$$v_b = \sqrt{\frac{k_V + k_H}{m_c}} \quad (37)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{l_V^2 * k_V + l_H^2 * k_H}{J_c}} \quad (38)$$

Zusätzlich zur analytischen Berechnung wird zur Validierung der Ersatzkoeffizienten eine Eigenwertanalyse in MATLAB angestrengt.

Ausgehend vom Standard-Eigenwertproblem für gedämpfte freie Schwingungen wird die quadratische Koeffizienten Matrix **A** gebildet.

$$\mathbf{M} * \underline{\ddot{x}} + \mathbf{D} * \underline{\dot{x}} + \mathbf{C} * \underline{x} = 0 \quad (39)$$

$$(\mathbf{A} - \mathbf{I} * \lambda) * \underline{x} = 0 \quad (40)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Für das erweiterte Motorradmodell ergeben sich somit die folgenden [4x4] Matrizen für die gefragten Lagekoordinaten  $z$  und  $\varphi_c$ .

$$\mathbf{A3} = \begin{bmatrix} M_{55} & M_{56} \\ M_{65} & M_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{52} & K_{53} \\ K_{62} & K_{63} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\mathbf{A4} = \begin{bmatrix} M_{55} & M_{56} \\ M_{65} & M_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_{55} & D_{56} \\ D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{311} & A_{312} & A_{412} & A_{422} \\ A_{321} & A_{322} & A_{421} & A_{422} \end{bmatrix} \quad (44)$$

Mit MATLAB werden die Eigenvektoren und Eigenwerte berechnet. Wie zu erwarten, ergeben sich hier für das gedämpfte System konjugiert komplexe Eigenwerte mit negativen Realteilen.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -5.58334655819122 + 12.6433039291155i \\ \lambda_2 &= -5.58334655819122 - 12.6433039291155i \\ \lambda_3 &= -24.1618769144408 + 15.2691811679545i \\ \lambda_4 &= -24.1618769144408 - 15.2691811679545i \end{aligned}$$

Die Division der Imaginärteile durch die Periode  $2\pi$  liefert die jeweilige gesuchte Eigenfrequenz. Der Vergleich mit den analytisch berechneten und aus der Literatur entnommen Frequenzen (Tabelle 2) für die Hub- und Nickbewegungen zeigt dabei eine sehr gute Übereinstimmung gegenüber [27] mit einer Abweichung von deutlich unter 1%. Somit kann bewiesen werden, dass mit den reduzierten Feder-Dämpfer Steifigkeiten eine geeignete Wahl für die äquivalente Aufhängung getroffen wurde.

		Eigenwertanalyse		Analytische Berechnung nach [27]	Lot [27]	Cossalter [26]
		Eigenkreisfrequenz	Eigenfrequenz	Eigenfrequenz	Eigenfrequenz	Eigenfrequenz
Ungedämpft	Bounce	12,64	$\frac{12,64}{2\pi} = 2,199$	2,2	2,2	2,11
	Pitch	15,27	$\frac{14,8}{2\pi} = 4,63$	4,55	4,5	3,38
Gedämpft	Bounce	13,81	$\frac{13,81}{2\pi} = 2,01$	2,01	2	
	Pitch	28,59	$\frac{29,12}{2\pi} = 2,35$	2,44	2,4	

Tabelle 2: Vergleich der Eigenfrequenzen nach analytischer Berechnung; Eigenwertanalyse mittels MATLAB und Referenzgrößen aus der Literatur

### 2.1.4. Reifenmodell

Um reifenabhängige Parameter wie die Schlupfsteifigkeit, die Umfangskraft oder das Kraftschlusspotential zu bestimmen, ist es notwendig, Kenntnis über die physikalisch plausiblen Reifen zu haben. Hierfür wird ein passendes Reifenmodell implementiert, welches eine Simulation des Reifenverhaltens ermöglicht. In der Literatur lässt sich eine Vielzahl an mehr oder weniger komplexen Modellen finden. Das hierfür ausgewählte Modell zur Beschreibung der Eigenschaften und Berechnung der Umfangskräfte ist die sogenannte *magic formula* in Motorrad Formulierung.[28] In weiterer Folge wird dieses oft mit „MF“ abgekürzt. Vereinfacht gesagt ist die MF ein Satz mathematischer Formeln, welche die grundlegende Reifencharakteristik beschreiben. Sie beschreibt den Zusammenhang der Relativbewegungen und der angreifenden Kräfte zwischen Reifen und Fahrbahn für unterschiedliche Fahrbedingungen.

Die Berechnung Umfangskraft in rein longitudinaler Richtung und der darin vorkommenden Parameter lautet hierfür wie folgt:

$$F_x = D_x * \sin(C_x * \arctan(B_x * \kappa_x - E_x * (B_x * \kappa_x - \arctan(B_x * \kappa_x)))) \quad (45)$$

Die darin vorkommenden Größen lassen sich wie folgt ermitteln:

Der sogenannte Spitzenfaktor  $D$  beschreibt das Maximum der Kurve und ergibt sich so aus dem folgenden Zusammenhang der beschriebenen Größen:

$$D_x = \mu_{x_{max}} * F_z \quad (46)$$

Zur Berechnung des Maximums der Reifenkennlinie wird direkt das maximale Reifenkraftschlusspotential  $\mu_{x_{max}}$  gemäß (47) benötigt:

$$\mu_{x_{max}} = (p_{Dx1} + p_{Dx2} * d_{fz}) * (1 + p_{Px3} * d_{pi} + p_{Px4} * d_{pi}^2) * (1 - p_{Dx3} * \gamma^2) * \lambda_x \quad (47)$$

Die hier und in den folgenden Formeln auftretenden Parameter  $p_{ix}$  sind konstante reifenabhängige Größen, welche in Tabelle 3 genauer benannt werden.

Die Größe  $\gamma$  beschreibt den Sturz. Für die Berechnung wurden zunächst folgende Vereinfachungen getroffen:

- Vernachlässigung des Reifendruckterms in (47) und in (52)
- rein longitudinale Fahrmanöver, d.h.  $\gamma = 0$

Die Gleichung für  $\mu_{x_{max}}$  lautet somit:

$$\mu_{x_{max}} = (p_{Dx1} + p_{Dx2} * d_{fz}) * \lambda_x \quad (48)$$

Der Faktor  $d_{fz}$  beschreibt den Einfluss der Aufstandskraft, der über eine bezogene Abweichung zu einem Nominalwert  $F_{z0}$  bestimmt wird:

$$d_{fz} = \frac{F_z - F_{z0}}{F_{z0}} \quad (49)$$

Der Formfaktor  $C_x$  bestimmt den verwendeten Anteil der Sinusfunktion und beeinflusst daher maßgeblich die Form der Kurve:

$$C_x = p_{cx1} \quad (50)$$

$B_x$  wird als Steifigkeitsfaktor bezeichnet und „zieht“ oder „staucht“ die Kurve:

$$B_x = \frac{K_x}{C_x * D_x} \quad (51)$$

Die Schlupfsteifigkeit  $K_x$  in Längsrichtung ist durch den folgenden Term beschrieben:

$$K_x = F_{zi} * (p_{kx1} + p_{kx2} * d_{fz}) * e^{(p_{kx3} * d_{fz})} * (1 + p_{px1} * d_{p1} + p_{p2} * d_{p1}^2) \quad (52)$$

Der als Krümmungsfaktor bekannte Faktor  $E_x$  ist determinierend für die Kurvencharakteristik in der Nähe des Kurvenmaximums:

$$E_x = (p_{Ex1} + p_{Ex2} * d_{fz} + p_{Ex3} * d_{fz}^2) * (1 - p_{Ex4} * \text{sgn}(\kappa_x)) + \lambda_{Ex} \text{ mit } E_x \leq 1 \quad (53)$$

Die Umfangskraft  $F_x$  für das jeweilige Rad ist letztlich eine Funktion der entsprechenden Aufstandskraft  $F_z$  und des zugehörigen Längsschlupfes  $\kappa_x$ , sowie der Reifenabhängigen Parameter.

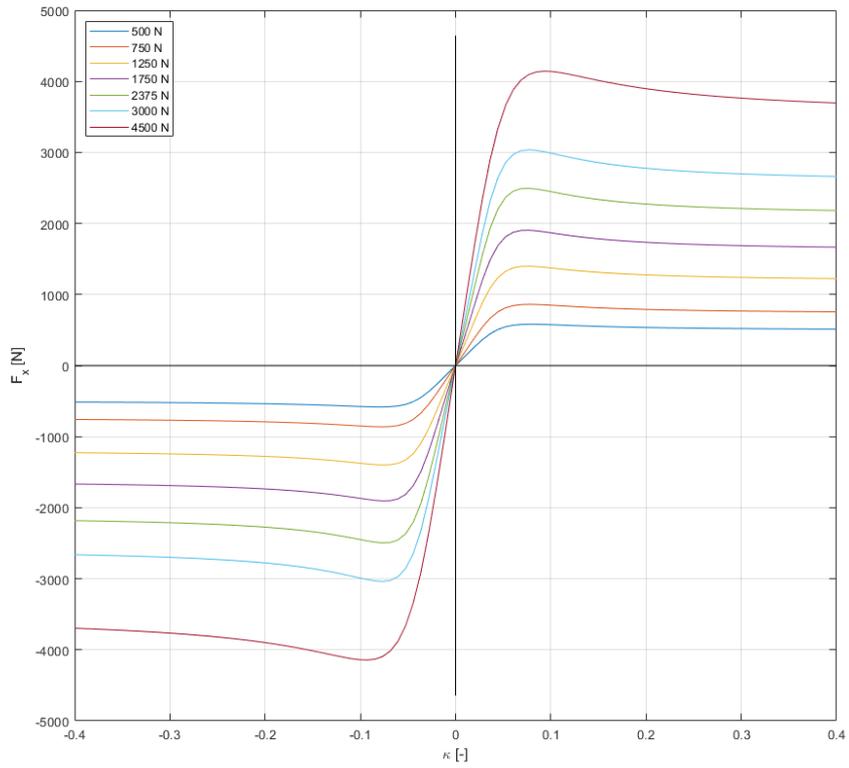


Abbildung 13: Umfangskraft  $F_x$  über dem Längsschlupf  $\kappa_x$  für unterschiedliche Aufstandskräfte

## 2.2. Simulationsumgebung

Wie bereits erläutert, wird das Motorradmodell genutzt, um ein reales Fahrzeug und zugehörige Messgrößen zu simulieren und im weiteren Schritt für eine Schätzung bereitzustellen. Die Eingangsgrößen, welche zur Anregung und Steuerung der Simulation übergeben werden, sind die an den Rädern wirkenden Antriebs- und Bremsmomente. Diese lassen sich sowohl in Form der Anregungsfunktion, als auch in jener der Anregungsintensität steuern. Nach dem Aufstellen der erweiterten Bewegungsgleichungen und der Implementierung in der MATLAB-Simulationsumgebung sind noch Definitionen weiterer Parameter der zu simulierenden Umgebung notwendig. Die noch einzustellenden Parametergrößen lauten wie folgt:

- **Motorradgeometrie**

Beinhaltet die Geometrie und Masseninformationen des zu simulierenden Motorrades inklusive der Kennwerte der Radaufhängungen. Die Daten werden der Simulation in Form eines *structure arrays* übergeben. Bei Bedarf lässt sich jeder Parameter individuell oder auch der gesamte Datensatz in Einem tauschen. Ein hoher Grad an Variabilität und Anpassungsfähigkeit durch das einfache Laden unterschiedlicher Datensätze ist somit gegeben. Standardmäßig werden die Parameter, die in Tabelle 1 aufgelistet sind, geladen.

- **Fahrbahnbedingungen**

Gibt die Informationen zum Fahrbahnuntergrund an, um kontinuierliche oder spontane Änderungen der Haftbedingungen zu simulieren. Es lassen sich diverse Oberflächen, Reibwerte und Fahrbahnprofile einstellen, sowohl ebene als auch geneigte Fahrbahnen. Standardfahrbahn ist eine Rechteckfunktion mit drei wechselnden  $\mu_{max}$  Bereichen abhängig von der Simulationszeit. Für die Darstellung unterschiedlicher Fahrbahnbedingungen wird ein Skalierungsfaktor  $\lambda_x$  verwendet.

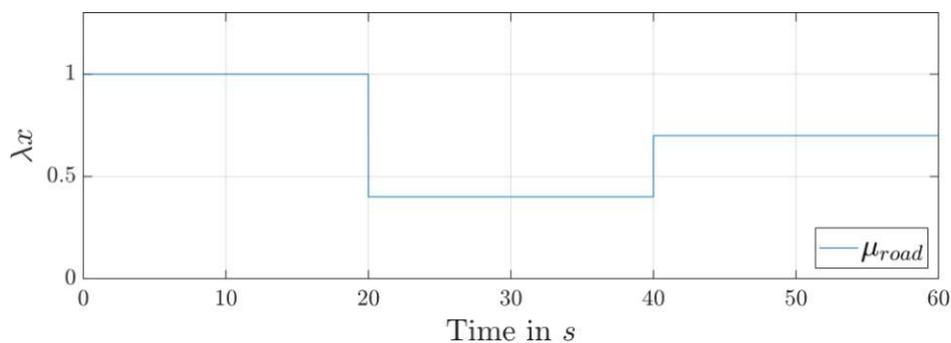


Abbildung 14: Skalierungsfaktor für unterschiedliche Fahrbahnbedingungen

- **Reifenparameter**

Auflistungen der konstanten Reifenparameter aus zugehörigen .tir Dateien, welche für die Berechnung der MF benötigt werden. Hierfür konnten die Reifendaten zweier Geländereifen gefunden werden. (Vorderreifen: Mitas Terra Force 120/70 ZR 19 60W, Hinterreifen: Mitas

Terra Force 170/60 ZR 17 72W) Diese folgenden Parameter sind standardmäßig in der Simulation hinterlegt. Diese sind:

Parameter	Mitas Terra Force 120/70	Mitas Terra Force 170/60
$F_{z0}$	1750 N	2250 N
$R_0$	0,3189 m	0,311 m
$p_{cx1}$	1,2764	1,3689
$p_{dx1}$	1,1157	1,0580
$p_{dx2}$	-0,123	-0,1371
$p_{dx3}$	0,3454	0,2964
$p_{ex1}$	-11,1267	-3,3617
$p_{ex2}$	-0,0711	-0,0269
$p_{ex3}$	0,2621	1,6568
$p_{ex4}$	-0,0518	-0,0033
$p_{kx1}$	25,2941	23,071
$p_{kx2}$	2,4453	1,6391
$p_{kx3}$	-0,1422	-0,2524

Tabelle 3: Reifenparameter

- Anregungsfunktion

Die Anregung des Fahrzeugmodells geschieht über die Radmomente des Vorder- und Hinterrades. Die Momente können individuell über vordefinierte oder über beliebige einstellbare Funktionsverläufe angegeben werden. Grundsätzlich lassen sich diese als konstante oder als zeitabhängige Funktionen angeben. Im Abschnitt der Modellvalidierung werden beispielsweise die Anregungsfunktionen als Sinusfunktionen ausgeführt. Standardmäßig sind für Vorder- und Hinterrad Sägezahnfunktionen hinterlegt, welche alternierend die ansteigenden Antriebs- und Bremsmomente simulieren. Die jeweilige Amplitude des Momentenverlaufs wird in Abhängigkeit der angegebenen Anregungsintensität und der Fahrbahnbeschaffenheit sowie der eingegebenen Fahrzeuggeometrie berechnet.

- Anregungsintensität

Sie beschreibt die Amplitude der Radmomente über ein gewünschtes Ausnutzungsniveau des Fahrbahnkraftschlusspotentials. Somit entfällt die Notwendigkeit quantitativer Angaben von Antriebs- und Bremsmomenten. Anstelle dessen wird die Höhe der Momente anhand der eingegebenen Massen- und Geometriedaten und eines gewünschten Anregungsniveaus in Prozent berechnet.

- Simulationszeit

Diese lässt sich durch die Angabe einer Zeitspanne einstellen. Standardmäßig werden 60 Sekunden korrespondierend zur standardmäßigen Fahrbahn berechnet. Bei einer Änderung der Simulationszeit ist zu beachten, dass auch die Fahrbahn für alle Zeitpunkte neu definiert wird.

Dabei sei zu erwähnen, dass diese Parameter nicht zwingend vor jeder Simulation zu definieren sind. Werden diese Punkte nicht eigens spezifiziert, so werden die im MATLAB Script gespeicherten Standardeinstellungen geladen.

### 2.2.1. Verifikation des Simulationsmodells

Mithilfe der Gleichungen (22), (30) der Federkräfte und den Radlaständerungen, sowie in den Gleichungen (45)-(54) lässt sich die Dynamik des Motorradmodells vollständig beschreiben. In weiterer Folge werden daher die Bewegungsgleichungen, für die Simulation in MATLAB, in Matrixform angeschrieben.

Es gilt:

$$\mathbf{M} * \underline{\ddot{q}} + \mathbf{D} * \underline{\dot{q}} + \mathbf{C} * \underline{q} = \mathbf{B}_q \quad (54)$$

Für die Simulation wird diese Gleichung in eine Zustandsraumdarstellung der folgenden Form umgeföhrt:

$$\mathbf{B} * \underline{\dot{x}} = \mathbf{A} * \underline{x} + \mathbf{B}_e \quad (55)$$

$$\underline{x} = [x_c, z_c, \varphi_c, \dot{x}_c, \dot{z}_c, \dot{\varphi}_c, \dot{\varphi}_V, \dot{\varphi}_H]^T$$

Die vollständigen Massen-Steifigkeits-Dämpfungsmatrizen, als auch der Vektor für die externen Kräfte sind im Anhang C zu finden.

Bevor mit der Erstellung des eigentlichen Schätzers fortgeföhren werden kann, ist es notwendig, die bisher erstellte Simulationsumgebung zu testen und die erhaltenen Ergebnisse zu analysieren. Die prinzipielle Funktionsweise und deren Fähigkeit, realistische Fahrbedingungen abzubilden, soll nachgewiesen werden. Zudem basiert die Aussagekraft der Erkenntnisse auf der Gültigkeit des aufgestellten Motorradmodells.

Aus diesem Grund werden einige Manöver simuliert, welche erwartbare und leicht nachzuvollziehende Ergebnisse liefern sollen. Aufgrund der dem Reifenmodell und der Aufhängung geschuldeten Komplexität des Modells werden Manöver angestrebt, welche die Richtigkeit der abgebildeten Eigenschaften separat aufzeigen sollen. Den einfachsten Fall bildet das triviale Szenario des Stillstandes ohne Anregung. Dieser wurde direkt zu Beginn simuliert und hat die zu erwartenden Ergebnisse geliefert. (Geschwindigkeiten und Beschleunigungen konstant 0, Aufstandskräfte entsprechend der Lastverteilung) Es wird aber an dieser Stelle nicht ausführlich auf diesen Fall eingegangen.

Vorweg noch eine Erklärung der nachfolgenden Graphen, welche für alle Fälle gelten. Die drei Graphen der ersten Zeile zeigen die Bewegungen des Fahrzeugschwerpunktes in Längsrichtung (zurückgelegter Weg  $s_x [m]$ , Geschwindigkeit  $v_x \left[ \frac{m}{s} \right]$  und Beschleunigung  $a_x \left[ \frac{m}{s^2} \right]$  in Längsrichtung über der Zeit). In der zweiten Reihe werden Raddrehzahlen  $\omega_i \left[ \frac{1}{s} \right]$ , Reifenschlupf  $\kappa_i$  und Kraftschlusspotential  $\mu_i$  dargestellt. Letztere zeigt das vorherrschende Fahrbahnkraftschlusspotential *road friction*, sowie jeweils für Vorder- und Hinterreifen ein mittels Aufstands- und Umfangskraft berechnete aktuelle Ausnutzung des Kraftschlusspotentials und ein durch die MF definiertes Kraftschlusspotential. Die dritte Zeile zeigt die Radmomente  $M_i [Nm]$ , die Reifenumfangskräfte  $B_i [N]$  und die Schwerpunktsbeschleunigung  $a_z \left[ \frac{m}{s^2} \right]$  in vertikaler Richtung. In Zeile vier sind drei Graphen mit Kräften

abgebildet: Feder- Dämpfungskräfte des Fahrwerks  $F_i [N]$ , relative Aufstandskraftänderungen  $\Delta F_{zi} [N]$  und absolute Aufstandskräfte  $F_{zi} [N]$ . Die letzte Zeile beinhaltet im linken und im mittleren Graphen die Schwerpunktsbewegungen in vertikaler Richtung  $s_z [m]$  und  $v_z \left[ \frac{m}{s} \right]$  und in der rechten Darstellung den Nickwinkel  $[\circ]$ .

Folgende Beispiele sollen jedoch genauer erläutert werden:

I. Reines Rollen ohne Anregung mit unterschiedlichem Schlüpfen an Vorder- und Hinterrad

Als Input wird dem Modell keine Anregung in Form von Momenten übergeben. Stattdessen wird eine nicht zur Anfangsgeschwindigkeit  $v_{xc0}$  passende Anfangsdrehzahl definiert. Die langsam laufenden Räder wirken bremsend auf das Gesamtfahrzeug, wodurch sich die Längsgeschwindigkeit und die Drehzahlen angleichen müssen. Infolgedessen steigen  $\omega_V$  und  $\omega_H$ , während die Geschwindigkeit  $v_{xc}$  sinkt. Das bremsende Verhalten bewirkt einen positiven Nickwinkel und damit auch den korrespondierenden Anstieg der Radlast am Vorderrad. Die Umfangskraft am Vorderrad steigt dadurch an, wohingegen die Bremskraft am Hinterrad folglich proportional abnimmt. Erkennlich ist das auch am Verlauf von  $a_x$ . Aufgrund des weiter hinten liegenden Schwerpunktes stellt sich eine höhere Aufstandskraft am Hinterrad nach dem Angleichen der Winkelgeschwindigkeiten ein. Die Federkräfte verhalten sich wie in der Abbildung 15 eingezeichnet. Durch das Einfedern der Federgabel kommt es zu einer positiven Druckkraft, während parallel dazu das Ausfedern der Hinterradfederung eine negative Zugkraft bewirkt.

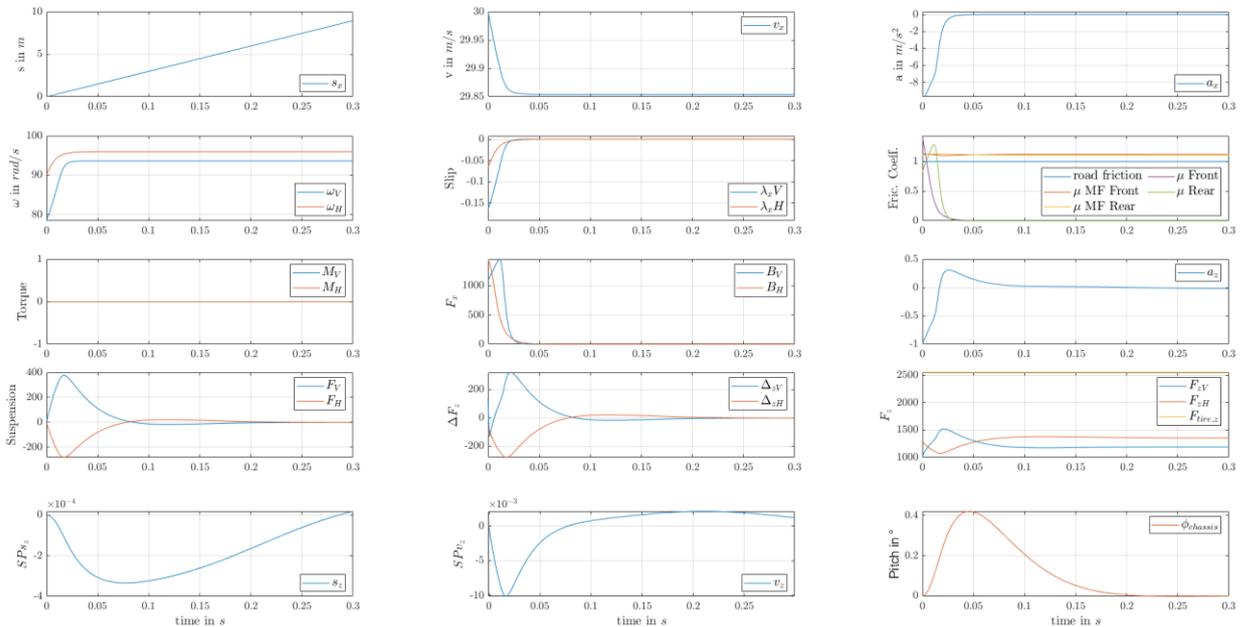


Abbildung 15: Modellvalidierung – Reines Rollen ( $v_{xc0} = 30 \frac{m}{s}$ ,  $\omega_{V0} = \frac{25}{r_V} \frac{1}{s}$ ,  $\omega_{H0} = \frac{28}{r_H} \frac{1}{s}$ )

II. Einfeldern – ohne Längsanregung

In Abbildung 16 ist eine reine Betrachtung der Vertikaldynamik dargestellt, ohne jegliche Anregung in Längsrichtung oder Anfangsgeschwindigkeiten. Der Aufbau des Modells wird anfänglich um 10 cm gehoben. Reifenfahrbahnkontakt bleibt erhalten. Die vertikale Lage des Schwerpunktes  $s_z$  fällt augenblicklich ab. Bei Erreichen des maximalen Federweges ist die vertikale Schwerpunktgeschwindigkeit gleich 0 und die Beschleunigung  $a_z$  weist das globale Maximum auf. Zudem verzeichnen die Feder-Dämpferkräfte und die Aufstandskräfte Maximalwerte. Aufgrund der asymmetrischen, horizontal zurückverlagerten Schwerpunktposition sind die jeweiligen, dem Hinterrad zugehörigen Kräfte geringfügig größer. Beide Feder- Dämpfersysteme werden jedoch zunächst gestaucht und weisen daher korrekte gleichsinnige Orientierung auf. Auch hier gilt, dass das Einfeldern als Druckkraft konsistent mit der Vorzeichenkonvention des erweiterten Motorradmodells in einer betragsmäßig negativen Kraft resultiert. Das Modell schwingt – wie zu erwarten ist – gegen den Gleichgewichtszustand. Zudem zeigt sich, dass eine Periode der vertikalen Schwingung 0,496 s beträgt, die damit einhergehende Eigenkreisfrequenz von 2.01 Hz stimmt somit sehr gut mit der in 2.1.3 ermittelten Eigenkreisfrequenz überein.

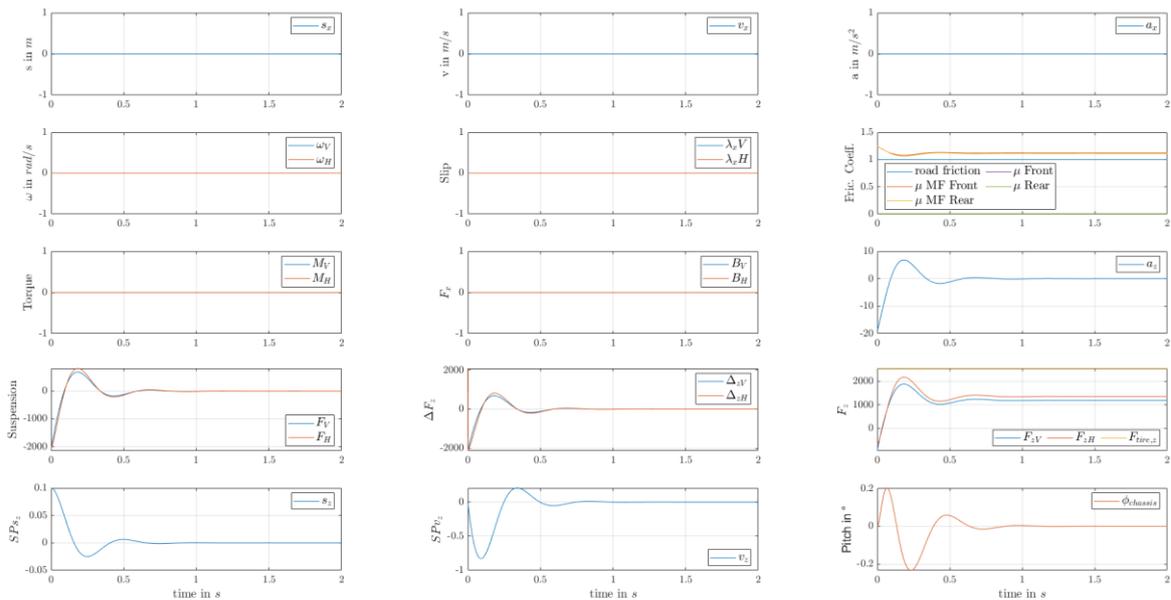


Abbildung 16: Modellvalidierung – Einfeldern ohne Längsanregung ( $z_{c0} = 0,1 \text{ m}$ )

III. Konstantes Bremsen und Beschleunigen

Dem Modell wird eine anfängliche Längsgeschwindigkeit  $v_{xc}$  und dazu die idealen, Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_v$  und  $\omega_H$  für ein schlupffreies Rollen der Räder übergeben. Es wird direkt zu Beginn des Simulationsmanövers an beiden Reifen ein zunächst konstant ansteigendes und ab 1 s konstantes Bremsmoment angelegt. Die bremsenden Radmomente sind klar in den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofilen erkennbar. Auch die Verzögerung  $a_x$  ist so zu erwarten. An beiden Rädern treten Bremsschlüpfе auf. Die Radmomente passen proportional zu den Umfangskräften. Während des Bremsens nickt das Motorrad wie erwartet nach vorne. Das Vorderrad wird aufgrund der sich einstellenden Radlaständerung stärker belastet und das Hinterrad entlastet. An der Federgabel entsteht eine Druckkraft und an der Hinterradfederung eine Zugkraft.

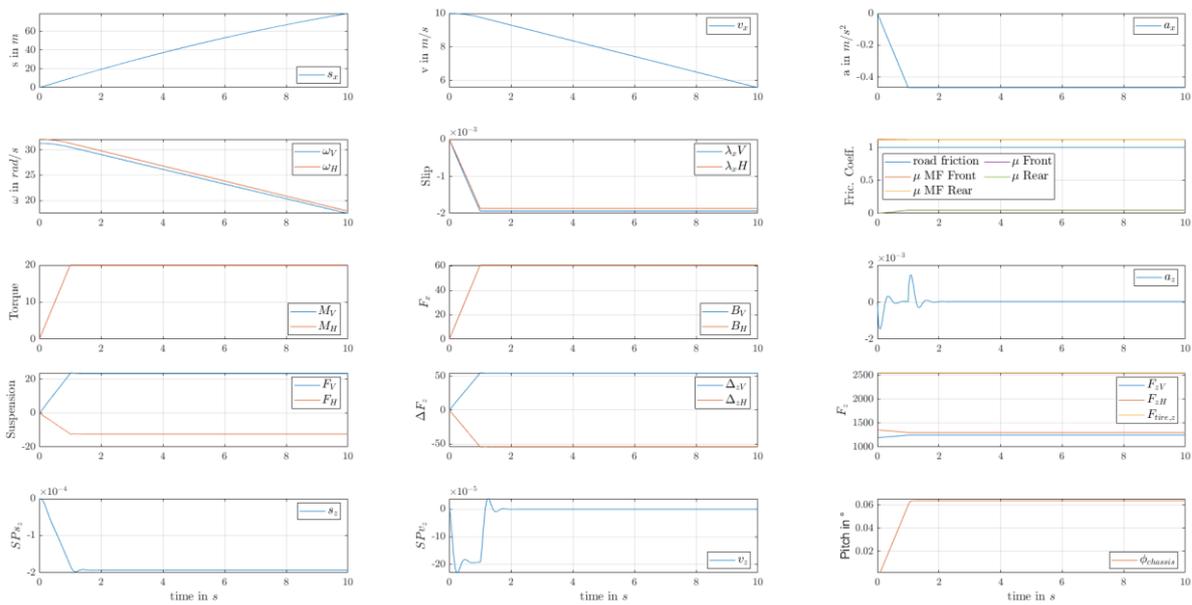


Abbildung 17: Modellvalidierung – stationäres Bremsen an beiden Rädern

$$\left( v_{xc0} = 10 \frac{m}{s}, \omega_v = \frac{10}{r_v} \frac{1}{s}, \omega_H = \frac{10}{r_H} \frac{1}{s}, \quad M_{rV}(t) = M_{rH}(t) = 20 * t \text{ Nm für } 0 < t < 1, 20 * t \text{ Nm für } 1 < t < 10 \right)$$

Beim konstanten Beschleunigen treten weitestgehend die umgekehrten Reaktionen als beim Bremsen auf. Dem Modell wird erneut eine anfängliche Längsgeschwindigkeit  $v_{xc}$  und dazu die idealen, Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_v$  und  $\omega_H$  für ein schlupffreies Rollen der Räder übergeben. Zu Beginn des Simulationsmanövers wird das Motorrad angetrieben. Dafür wird ein zunächst konstant ansteigendes und ab 1 s andauerndes Antriebsmoment aufgebracht. Dieses ist in den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofilen ersichtlich. Auch die umgekehrt proportionale Beschleunigung  $a_x$  passt zum Moment. Das Vorderrad rollt mit und ist schlupffrei. Am Hinterrad tritt Antriebsschlupf auf. Während des Beschleunigens nickt das Motorrad nach hinten. Das Vorderrad wird aufgrund der sich einstellenden Radlaständerung entlastet und das Hinterrad stärker belastet. Hervorzuheben ist, dass an beiden Fahrwerkselementen vorne und hinten eine Zugkraft entsteht. Dies ist offenbar auf den ansteigenden Schwerpunkt und die Trägheitseffekte zurückzuführen.

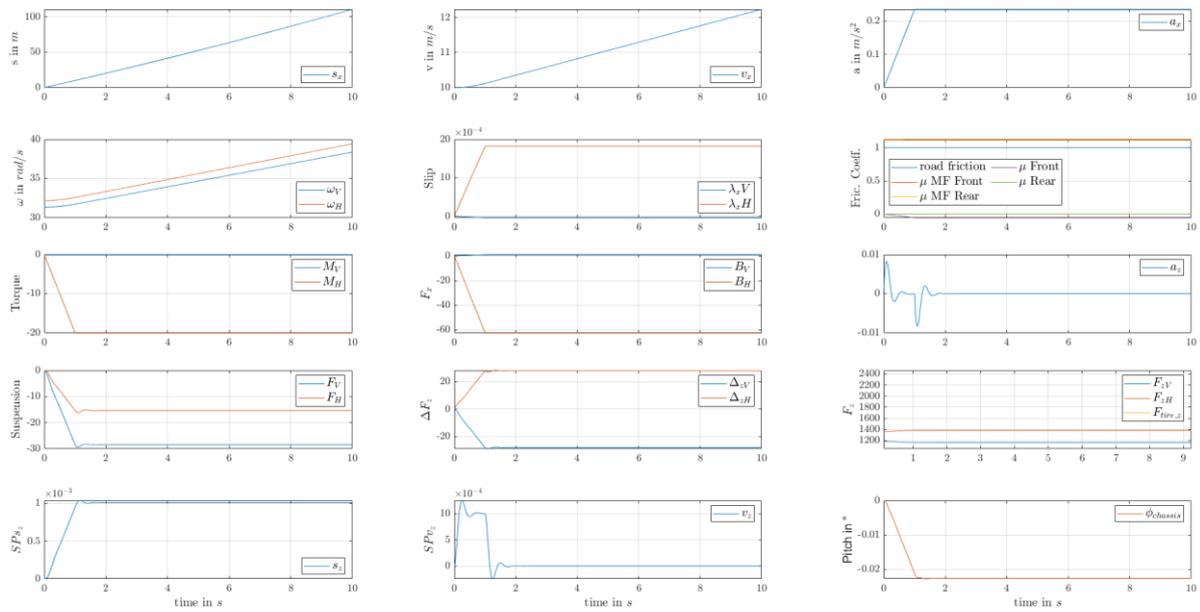


Abbildung 18: Modellvalidierung – stationäres Beschleunigen am Hinterrad

$$\left( v_{xc0} = 10 \frac{m}{s}, \omega_v = \frac{101}{r_v} \frac{1}{s}, \omega_H = \frac{101}{r_H} \frac{1}{s}, \quad M_{rH}(t) = -20 * t \text{ Nm für } 0 < t < 1, 20 * t \text{ Nm für } 1 < t < 10 \right)$$

#### IV. Transientes Beschleunigen und kombiniertes Bremsen

Dem Modell wird eine anfängliche Längsgeschwindigkeit  $v_{xc}$  und dazu die idealen, Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_v$  und  $\omega_H$  für ein schlupffreies Rollen der Räder übergeben. Nach 3,14 s wird am Hinterrad ein Antriebsmoment in Form einer Sinushalbwelle angelegt. Nach 6,28 s wird der Beschleunigungsvorgang beendet und eine kombinierte Bremsung an Vorder- und Hinterrad eingeleitet. Antriebs- und Bremsmomente werden durch zeitlich versetzte Sinusfunktionen vorgegeben. Die beschleunigenden und bremsenden Radmomente sind klar in den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofilen erkennbar. Auch der sichtbare Knick bei  $a_x$  ist auf die gesteigerte Bremsleistung an beiden Rädern zurückzuführen. Radschlüpe stellen sich erst bei Anliegen einer Umfangskraft ein. Ebenfalls so erwartet ist die um den Reifenradius skalierte Beziehung zwischen Umfangskräften und Radmomenten. Während des Beschleunigungsvorganges entsteht ein negativer Nickwinkel. Bei Einsetzen der Bremsmomente hingegen kippt der Motorradaufbau wiederum nach vorne. Die Verteilung der Radlasten verhält sich dazu entsprechend gegengleich. Die anfänglich gleichsinnige Orientierung der Feder-Dämpferkräfte ergibt sich aufgrund des Anstieges des Schwerpunkts während der Beschleunigung, wodurch sowohl auf die Federgabel, als auch auf die Hinterradfederung eine Zugkraft einwirkt. Erwähnenswert ist auch die leichte Änderung des Schlupfes des Vorderrades, dies ist offenbar der Trägheit des Vorderrades geschuldet.

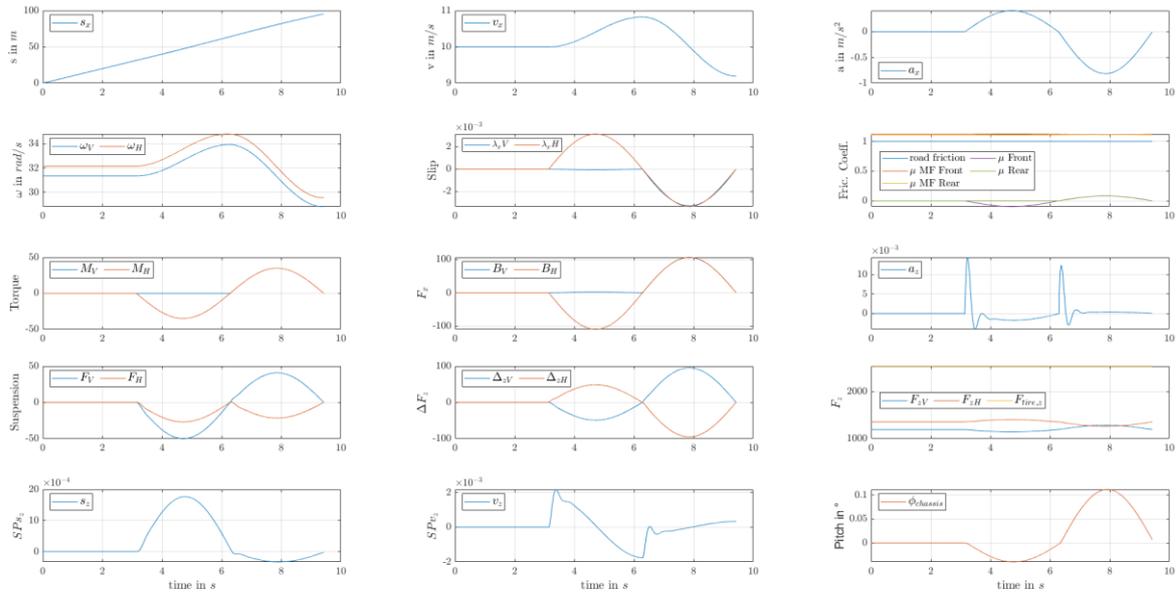


Abbildung 19: Modellvalidierung – Beschleunigung und kombiniertes Bremsen

$$\left( \underline{v_{xCO}} = 10 \frac{m}{s}, \omega_V = \frac{10}{r_V} \frac{1}{s}, \omega_H = \frac{10}{r_H} \frac{1}{s}, M_{rV}(t) = 35 * \sin(t) \text{ für } t > 2 * \pi, M_{rH}(t) = 35 * \sin(t) \text{ für } t > \pi \right)$$

### 2.3. Simulationsmanöver

Das simulierte Fahrmanöver (siehe Abbildung 20) hat das Ziel, die Reifenkennlinie immer in einem gewünschten maximalen Anregungsniveau abzufahren. Das Simulationsmodell ermittelt das maximal übertragbare Radmoment vor dem Abheben des jeweilig anderen Reifens. Durch das gewählte Anregungsniveau folgen entsprechende Umfangskräfte, die so das dargestellte, tatsächliche Kraftschlusspotential ergeben, welche durch den vorherrschenden Reifenschlupf geringer sind als das gewählte Niveau der Radmomente. Der Momentenverlauf, der für das Manöver verwendet wird, ist sägezahnartig aufgebaut. Innerhalb von 2 Sekunden wird das entsprechende Moment von 0 auf das gewählte Niveau erhöht. Die Amplituden entsprechen der gewählten Anregungsintensität. Folglich ist auch die Steigung der Sägezahnfunktion abhängig von der Anregungshöhe. Da das Kraftschlusspotential der Fahrbahn alle 20 Sekunden variiert, ändert sich auch die Amplitude der Anregungsfunktion dementsprechend.

Die voreingestellte Simulationszeit beträgt 60 Sekunden, was bedeutet, dass drei unterschiedliche Fahrbahnuntergründe und Anregungsniveaus durchfahren werden (Abbildung 20). Dies ermöglicht es, die Reibwertschätzung unter verschiedenen Bedingungen zu testen und zu evaluieren. Zusätzlich wird stets ausschließlich am Vorderrad gebremst und lediglich am Hinterrad beschleunigt, auch wenn dies von realen Fahrmanövern abweicht, wo vor allem auch vorrangig kombiniert gebremst wird. Auf diese Weise ist allerdings stets die Ermittlung der Fahrgeschwindigkeit mit Hilfe eines rein rollenden Rades gewährleistet. Darüber hinaus gibt dieses Manöver bereits eine Auskunft über die grundlegende Machbarkeit der Reibwertschätzung.

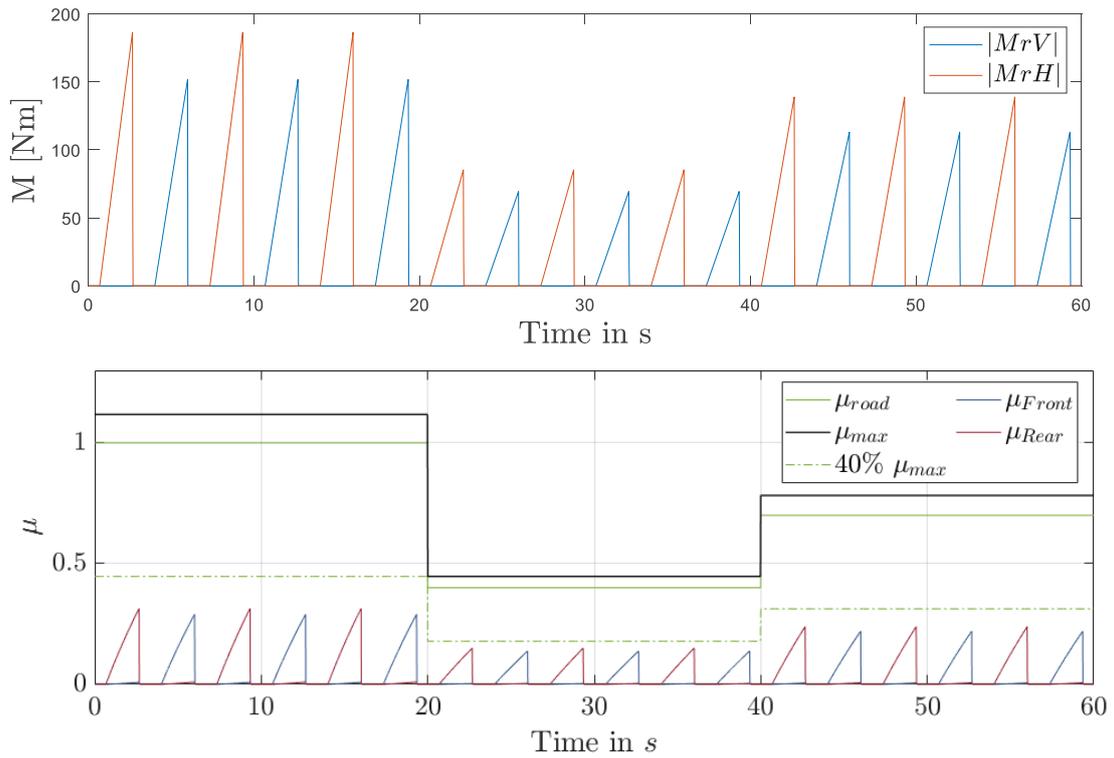


Abbildung 20: oben: Momentenverlauf des Simulationsmanövers, unten: Ausnutzung des vorhandenen Kraftschlusspotentials durch das Simulationsmanöver

Für die bereits vorgestellten Parameter wie Motorradgeometrie und Reifendaten werden die standardmäßig eingestellten Größen geladen. Die gewählten Fahrbahnbedingungen sind ebenfalls in Abbildung 20 ersichtlich und weisen folgende Kraftschlusspotentiale auf: 1, 0.4, 0.7. Diese wechseln sprunghaft mit jeweils 20 Sekunden Abstand.

Basierend auf der durchgeführten Simulation mit dem beschriebenen Fahrmanöver können zahlreiche Faktoren ermittelt und dargestellt werden. Zu diesen zählen, neben dynamischen Größen des Gesamtfahrzeuges und der einzelnen Räder, auch über die Bewegungsgleichungen berechnete Kräfte und Momente. Letztlich wird für die weitere Parameterschätzung der benötigte Messvektor  $\underline{y}$  (56) mit den Radwinkelgeschwindigkeiten befüllt, welche auch für reale Bedingungen verhältnismäßig einfach messbar sind (vgl. Abbildung 21).

$$\underline{y} = [\omega_V, \omega_H]^T \quad (56)$$

## Modellbildung und Simulation

Mit dem Ziel, realistische Messgrößen zu erzeugen, werden die exakt berechneten Signale in den weiteren Schritten noch zusätzlich mittels MATLAB verrauscht. Dazu wird die MATLAB-eigene *random number generator* Funktion (rng) verwendet.

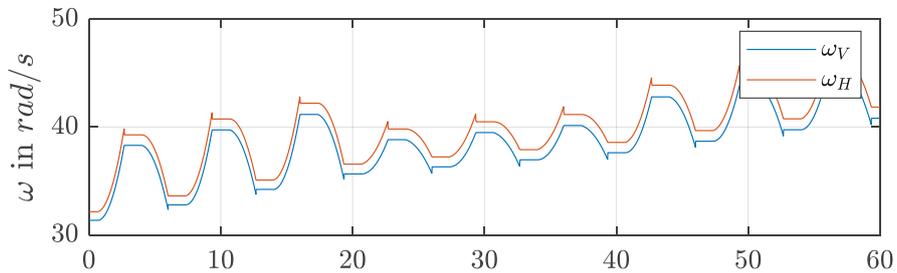


Abbildung 21: Simulierte Raddrehzahlen des erweiterten Motorradmodelles.

Eine Übersicht der übrigen geplotteten Simulationsergebnisse kann dem Anhang E entnommen werden.

### 3. Reibwertschätzung

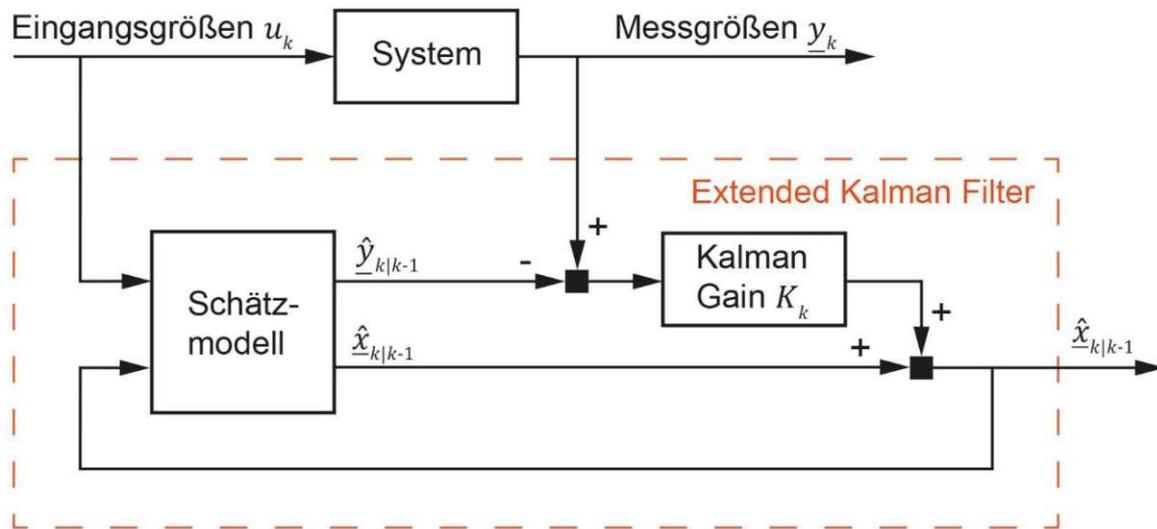


Abbildung 22: Blockschaltbild Parameterschätzung

Das Simulationsmodell stellt die notwendigen Messdaten für die Parameterschätzung bereit. Abbildung 22 zeigt ein detaillierteres Blockschaltbild der beobachterbasierten Parameterschätzung. Hierfür wird ein nichtlinearer *Kalman Filter* verwendet, im speziellen ein sogenannter *Extended Kalman Filter*. Dieser ist ein Filter, welcher im Sinne der Regelungstechnik als ein optimaler Beobachter bezeichnet werden kann. Filter sind Beobachter, die in der Lage sind Vorhersagen und Korrekturen unter Berücksichtigung von Rauschen und Unsicherheiten durchzuführen. Die Auswahl des nichtlinearen *Extended Kalman Filter* basiert, darauf dass die Möglichkeit besteht, in einer weiteren Entwicklung die bestehenden Algorithmen für die Schätzung des Kraftschlusspotentials im nichtlinearen Bereich bei mittlerer und höherer Anregung beibehalten zu können. Grundsätzlich wird die Schätzung von Zustandsgrößen in drei unterschiedliche Ansätze gegliedert. Dies erfolgt in Abhängigkeit dessen, zu welchem Zeitpunkt der Schätzwert ermittelt wird. Fällt dieser mit dem letzten Messwert zusammen (Abbildung 23), wird von einem Filter gesprochen. Liegt der Zeitpunkt innerhalb der Zeitspanne der verfügbaren Daten, so handelt es sich um ein *smoothing* oder Glätten von Daten. Als *prediction* wird eine Problemstellung bezeichnet, in der versucht wird, kommende Werte zu beschreiben.

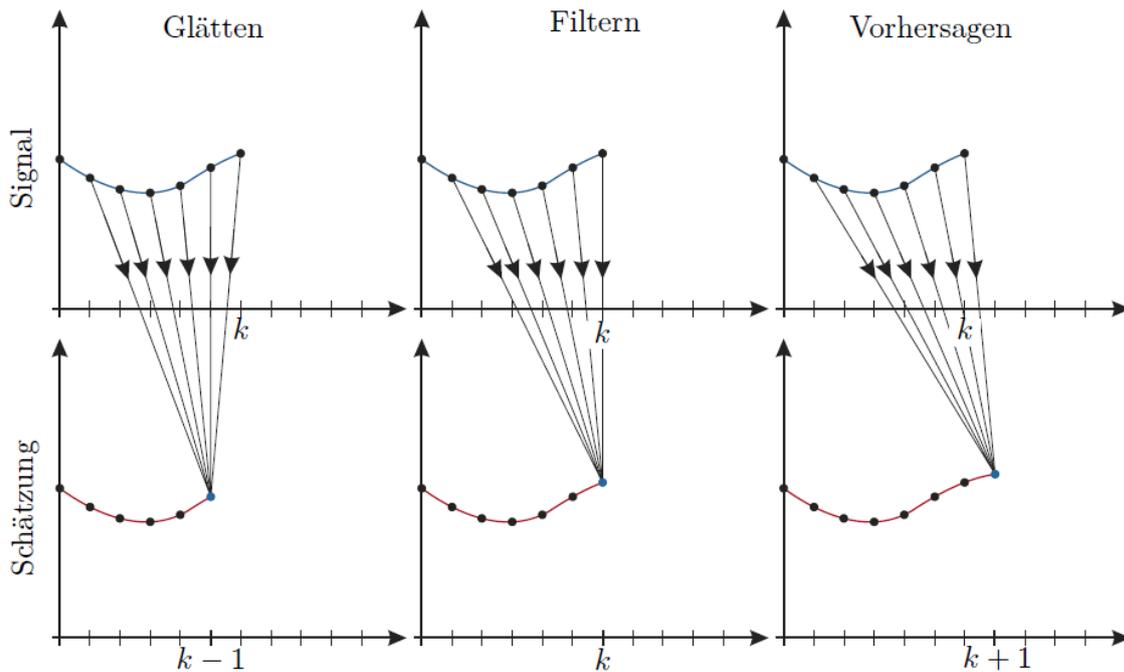


Abbildung 23: Unterschiedliche Typen von Schätzproblemen, Quelle [29], S. 38

Zu den weit verbreiteten Ansätzen des Filterns gehört der *Kalman Filter*, welcher Zustände eines linearen Systems schätzen kann. Mithilfe eines Schätzmodells werden die Mess- und Zustandsgrößen vorhergesagt. Als Schätzmodelle können hierfür stark vereinfachte Annäherungen wie einzelne Räder oder auch komplexe Fahrzeugmodelle mit mehreren Freiheitsgraden genutzt werden. Durch einen Abgleich der vorhergesagten und der simulierten Messgrößen werden schließlich die geschätzten Zustandsgrößen an das reale oder simulierte Modell angenähert. Der *Kalman Gain* ist eine der wichtigsten Komponenten des *Kalman Filters*. Er stellt sich rekursiv mit jedem Zeitschritt auf die vorherrschende Abweichung ein, um die Genauigkeit der Vorhersage zu optimieren. Im Wesentlichen gibt er die Gewichtung zwischen Messgrößen und geschätzten Zustandsgrößen vor. [29]

### 3.1. Extended Kalman Filter

In diesem Abschnitt wird auf den zur Schätzung der Schlupfsteifigkeit verwendeten *Extended Kalman Filter* (EKF) im Allgemeinen eingegangen.

Mit dem *Extended Kalman Filter* wird für nichtlineare Systemgleichungen angenommen, dass eine lineare Transformation des Mittelwertes und der Kovarianz in guter Näherung der nichtlinearen Transformation entsprechen.[29] Der Filter beschreibt einen mathematischen Algorithmus, welcher dazu verwendet wird, eine oder mehrere Zustandsgrößen eines Systems – auf Basis des Systems und zugehöriger Messgrößen – mit minimaler auftretender Abweichung zu bestimmen. [30]

Der folgende, allgemeine Aufbau des zeitdiskreten *Extended Kalman Filters* entspricht den Erläuterungen im Buch *Optimal State Estimation* von Simon [31].

## Reibwertschätzung

Zu Beginn werden die Startwerte für den Zustandsvektor und die Kovarianzmatrix des Filters initialisiert.

$$\begin{aligned} \underline{x}_0^+ &= E(\underline{x}_0) \\ \mathbf{P}_0^+ &= E\left[(\underline{x}_0 - \underline{x}_0^+)(\underline{x}_0 - \underline{x}_0^+)^T\right] \end{aligned} \quad (57)$$

Im nächsten Schritt werden System- und Messgleichungen in folgender Form angegeben:

$$\begin{aligned} \underline{x}_k &= f_{k-1}(\underline{x}_{k-1}, \underline{u}_{k-1}, \underline{w}_{k-1}) \\ \underline{y}_k &= h_{k-1}(\underline{x}_{k-1}, \underline{v}_{k-1}) \\ \underline{w}_k &\sim (0, \mathbf{Q}_k) \\ \underline{v}_k &\sim (0, \mathbf{R}_k) \end{aligned} \quad (58)$$

Dazu gehören der  $n$ -dimensionale Zustandsvektor  $\underline{x}$ , die  $p$ -dimensionalen Ausgangsgrößen  $\underline{y}$ , das Prozessrauschen  $\underline{w}$ , sowie das Messrauschen  $\underline{v}$ . Das Prozessrauschen berücksichtigt unvorhergesehene Unsicherheiten und Ungenauigkeiten im System, die beispielsweise aus Vereinfachungen resultieren. Das Messrauschen wiederum entsteht beispielsweise durch Störungen, ungenaue Sensorik oder diverse Umwelteinflüsse. Im Allgemeinen lässt sich vereinfacht sagen, dass Prozess- und Messrauschen die Abweichungen zu einer idealen Modellabbildung und Datenerfassung darstellen. Zu jedem Zeitschritt  $k = 1, 2, \dots$  gilt der Ablauf wie folgt: Zunächst werden die anfangs definierten Gleichungen  $f$  und  $h$  um den aktuell geschätzten Zustandsvektor linearisiert.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{k-1} &= \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}_{k-1}^+} \\ \mathbf{W}_{k-1} &= \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial \underline{w}} \right|_{\underline{x}_{k-1}^+} \end{aligned} \quad (59)$$

Der nächste Schritt ist die Vorhersage des kommenden Zustands und der Kovarianzmatrix:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k^- &= \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}^T \\ \hat{\underline{x}}_k^- &= f_{k-1}(\underline{x}_{k-1}^+, \underline{u}_{k-1}, \underline{0}) \end{aligned} \quad (60)$$

Der Term  $\mathbf{W}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}^T$  wird hierbei durch die Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}$  des Prozessrauschens  $w$  ersetzt.

Danach wird mithilfe der partiellen Ableitungen der Messgleichungen die Matrix des sogenannten *Kalman Gain*  $\mathbf{K}$  ermittelt:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial \underline{x}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k^-}$$

$$\mathbf{M}_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial \underline{v}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k^-}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{M}_k \mathbf{R}_k \mathbf{M}_k^T)^{-1} \quad (61)$$

Der Term  $\mathbf{M}_k \mathbf{R}_k \mathbf{M}_k^T$  wird wiederum durch die Kovarianzmatrix des Messrauschens  $\mathbf{R}$  ausgetauscht.

Wie hier ersichtlich ist, setzt sich der *Kalman Gain* aus der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}$ , der Ableitung der Messgleichungen  $\mathbf{H}$  und dem Messrauschen  $\mathbf{R}$  zusammen.  $\mathbf{K}$  gibt die Gewichtung für das nachfolgende Update vor. Umso größer der *Kalman Gain* ist, desto mehr Vertrauen wird den Messgrößen gegeben. Ein geringer *Kalman Gain* wiederum zeigt eine gute Näherung der Zustandsgrößen.

Das Update der geschätzten Messgrößen und der Kovarianzmatrix wird darauffolgend mittels des *Kalman Gain* berechnet:

$$\hat{\underline{x}}_k^+ = \hat{\underline{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [y_k - h_k(\hat{\underline{x}}_k^-, 0)]$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (62)$$

Die Größe  $\hat{\underline{x}}_k^+$  beschreibt den geschätzten Zustandsvektor nach dem Messwert-Update. Der Term  $v_k = [y_k - h_k(\hat{\underline{x}}_k^-, 0)]$  in (62) wird hierbei auch oft als Innovation bezeichnet und stellt die entsprechende Änderung des Zustandsvektors dar. Das Verhalten des Schätzers wird durch die Änderung der Kovarianzmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  beeinflusst. Die Auswahl von  $\mathbf{R}$ , die das Messrauschen  $\underline{v}$  abbildet, basiert oft auf den Sensoreigenschaften. Durch die Wahl der Einträge von  $\mathbf{R}$  können Datensätze gewichtet werden. Wie bereits eingangs erwähnt, dient der *Kalman Gain* dazu, den Einfluss der Messgrößen zu steuern. Die Kovarianzmatrizen von Mess- und Prozessrauschen, welche beispielsweise die Varianz der Messungen wiedergibt, gehen in diesen ein (vgl. (60), (61)). Bei Messungen, welche bekannte Unsicherheiten beinhalten, kann der zugehörige Eintrag auf der Hauptdiagonale der Kovarianzmatrix somit groß gewählt werden, um die entsprechende hohe Varianz zu berücksichtigen. Dadurch haben diese Größen in der Schätzung einen geringeren Einfluss. Üblicherweise wird in der Praxis bei Verwendung eines *Kalman Filters* die Kovarianzmatrix während des Betriebs dynamisch angepasst. Liefern ein oder mehrere Sensoren unplausible Messungen, oder es kann davon ausgegangen werden, dass die Sensoren keine glaubhaften Informationen übergeben, besteht so die Möglichkeit diesen Daten geringere Bedeutung zuzuschreiben

Im Gegensatz dazu gelten die gleichen Annahmen im Allgemeinen nicht für das Prozessrauschen  $\underline{w}$  und seine Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}$ . Hierbei handelt es sich im Allgemeinen nicht um weißes Rauschen. Da die Matrix  $\mathbf{Q}$  größtenteils unbekannt ist, könnte man nun in Betracht ziehen, diese sehr klein oder sogar Null zu wählen. Das Wählen von  $\mathbf{Q} = 0$  entspricht jedoch einer Situation ohne Störung und kann zu instabilen Lösungen führen.  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  werden daher meistens durch *try and error* ermittelt. [29]

### 3.2. Schätzmodell

Verglichen mit dem Simulationsmodell ist das Schätzmodell wesentlich einfacher aufgebaut. Hierbei handelt es sich um ein ungefedertes zwei Freiheitsgrad Motorradmodell ohne Lateral- oder Vertikaldynamik, welches in Abbildung 24 dargestellt ist. Die Geometrie, Masse- sowie Trägheitseigenschaften sind ident zum Simulationsmodell. Die Eingangsgrößen werden bereitgestellt, dazu gehören sowohl Beschleunigungs- und Bremsmomente an Vorder- und Hinterrad als auch die Aufstandskräfte und Längsgeschwindigkeit. Der Eingangsvektor nimmt daher folgende Form an:

$$\underline{u} = [M_{rV}, M_{rH}, F_{zV}, F_{zH}, v_{xc}]^T \quad (63)$$

Die benötigten Aufstandskräfte und die Längsgeschwindigkeit sind jedoch nicht bekannt. Während für theoretische Fälle mit alternierenden Radmomenten die Geschwindigkeit an einem der frei rollenden Räder mitgemessen werden kann, so gilt dies für den Fall der kombinierten Bremsmanöver nicht, da an beiden Reifen Schlupf auftritt. Die Längsgeschwindigkeit wird benötigt, um den Schlupf zu ermitteln, welcher für die Bestimmung der Schlupfsteifigkeit notwendig ist. Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Fahrgeschwindigkeit wäre die Verwendung von GPS-Daten – vorausgesetzt diese sind in ausreichend hoher Auflösung und Abtastungsrate, sowie entsprechend geringer Latenz vorhanden. Ein Algorithmus zur Bestimmung wurde beispielsweise für den Fall des PKWs von Tanelli et al. [14] entwickelt. Dabei werden die durchschnittliche Raddrehzahl und die Längsbeschleunigung berücksichtigt. Durch das gewählte Fahrmanöver, bei dem stets mindestens eines der Räder frei rollt, wird die Fahrgeschwindigkeit für die weitere Schätzung als bekannt bzw. messbar angenommen, um den Fokus auf die Parameterschätzung zu legen.

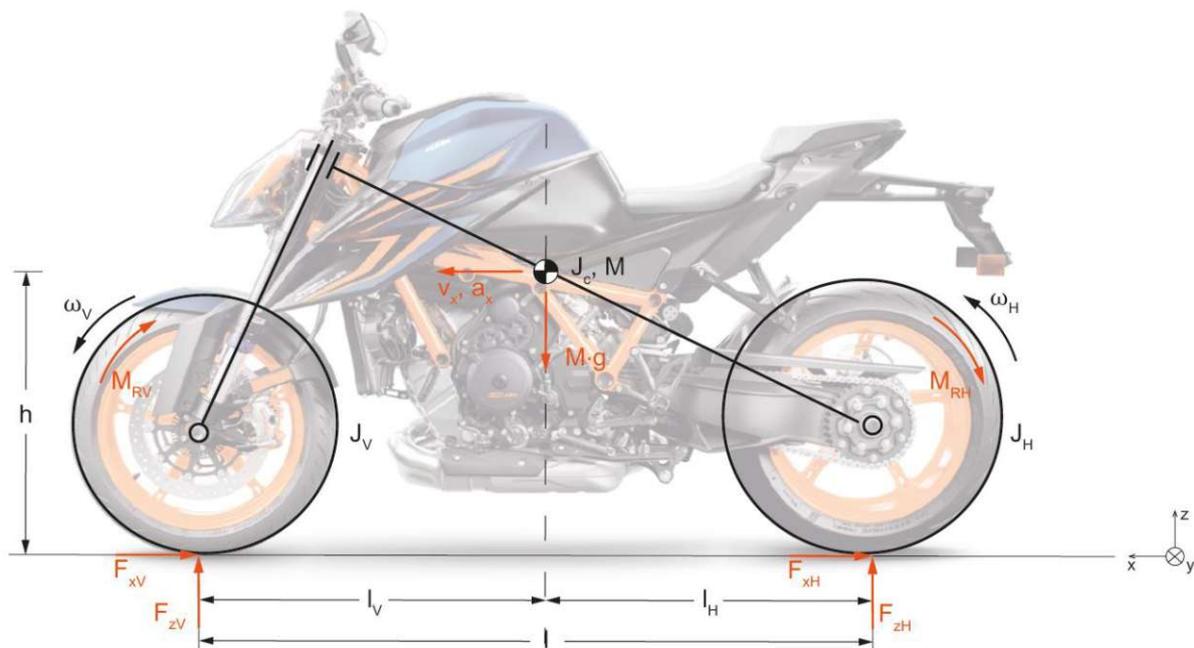


Abbildung 24: Vereinfachtes Schätzmodell

Ebenso können im Allgemeinen die Aufstandskräfte der Vorder- und Hinterrreifen nicht gemessen werden. Daher ist es an dieser Stelle notwendig, die Aufstandskräfte – analytisch für das

Schätzmodell – anhand der gut messbaren Fahrzeuglängsbeschleunigung näherungsweise zu berechnen. Eine Weiterentwicklung wäre eine zusätzliche Aufstandskraftschätzung, um diese Eingangsgrößen präziser an den Schätzer zu übergeben. An späterer Stelle wird in dieser Arbeit auch noch eine einfache Approximation der Aufstandskräfte vorgestellt. Zunächst soll allerdings erst die Machbarkeit und die Leistung der Schätzung bei ideal bekannten Aufstandskräften untersucht werden, bevor sukzessive Unsicherheit in die Schätzung eingebracht wird.

Grundsätzlich ist es möglich einen Kalman Filter als reinen Parameterschätzer zu nutzen, wenn keine Informationen über ein Modell bekannt sind. Das Ergebnis ist hierbei abhängig von der durch die Funktionsgleichungen abgebildeten Dynamik der Parameter. Zusätzlich kann der Kalman Filter auch als reiner Beobachter verwendet werden. Auf diese Weise werden nur unbekannte, nicht messbare Zustände eines Beobachtermodells geschätzt. Im Fall dieser Arbeit wird jedoch eine Kombination beider Methoden verwendet. Zusätzlich zu den Zustandsgrößen sollen noch zwei Parameter geschätzt werden. Aufgrund dessen wird der Zustandsvektor erweitert. Dieser setzt sich somit aus Zustandsgrößen und Parametern zusammen. Die Zustände sind die beiden Radwinkelgeschwindigkeiten. Die zusätzlich geschätzten Parameter sind die über die Aufstandskraft normalisierten Schlupfsteifigkeiten.

$$\hat{x} = [\omega_V, \omega_H, K_{xdFzV}, K_{xdFzH}]^T \quad (64)$$

Analog zu den Bewegungsgleichungen für die Zustandsgrößen muss auch für die Parameter ein Satz Systemgleichungen erstellt werden, um die bereits in der Abbildung 9 dargestellten Funktionsweise zu erfüllen. Für die beiden Drehzahlen des Schätzmodells werden zunächst der Drallsatz des Vorder- und Hinterrades aufgestellt. Die Gleichungen der auf die Aufstandskraft bezogene Schlupfsteifigkeit folgt aus der MF:

( $i = V, H$ )

$$J_i * \frac{d\omega_i}{dt} = F_{xi} * r_i - M_{ri} \quad (65)$$

$$K_{xi} = F_{zi} * (p_{kx1} + p_{kx2} * df_z) * e^{(p_{kx3} * df_z) * \lambda_{kx}} \quad (66)$$

$$K_{xdFzi} = \frac{K_{xi}}{F_{zi}}$$

Die als Eingangsgrößen gewählten Antriebs- und Bremsmomente sind direkt ersichtlich. Zusätzlich tritt in der Gleichung die Umfangskraft  $F_{xi}(K_{xdFzi}, \kappa_{xi}, F_{zi})$  auf, welche wiederum eine Funktion der zu schätzenden Schlupfsteifigkeit  $K_{xdFzi}$ , des Längsschlupfes  $\kappa_{xi}$  und der eingehenden Aufstandskraft  $F_{zi}$  ist. Die Systemgleichungen für die Drehzahlen, werden für die Verarbeitung mit dem diskreten Schätzalgorithmus mit dem impliziten Euler-Ansatz nach Rill [32] diskretisiert. Demzufolge ist ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung mit der Schrittweite  $h$  und den Zuständen  $x$  zu den Zeitpunkten  $t$  und  $t + 1$  gegeben.

$$x_k = x_{k-1} + h * f(x_k, u_k) \quad (67)$$

Die Funktion  $f(x_{k+1})$  kann durch eine Taylorreihenentwicklung approximiert werden, wobei Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden.

$$f(x_k, u_k, w_k) \approx f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}) + \frac{\partial f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1})}{\partial x_{k-1}} * (x_k - x_{k-1}) \quad (68)$$

Gemäß Rill gelten die folgenden Umformungen:

$$J_i * \omega_{i_k} \approx J_i * \omega_{i_{k-1}} + h * q_i(y_k, z_k, \omega_k) \quad (69)$$

$$J_i * \omega_{i_k} \approx J_i * \omega_{i_{k-1}} + h * q_i(y_{k-1}, z_{k-1}, \omega_{k-1}) + h * \frac{\partial q_i}{\partial \omega_i} * (\omega_{i_k} - \omega_{i_{k-1}})$$

$$\left( J_i - \frac{\partial q_i}{\partial \omega_i} \right) * \omega_{i_k} = \left( J_i - \frac{\partial q_i}{\partial \omega_i} \right) * \omega_{i_{k-1}} + h * q_i(y_k, z_k, \omega_k)$$

$$\omega_{i_k} = \omega_{i_{k-1}} + \frac{h * q_i(y_{k-1}, z_{k-1}, \omega_{k-1})}{\left( J_i - \frac{\partial q_i}{\partial \omega_i} \right)}$$

mit dem Ausdruck  $q$  für die Momente an den Rädern

$$q_i(y_k, z_k, \omega_k) = F_{xi_k} * r_i - M_{ri} \quad (70)$$

und den Ableitungen

$$\frac{\partial q_i}{\partial \omega_i} = \frac{\partial F_{xi}}{\partial \kappa_i} * \frac{\partial \kappa_i}{\partial \omega_i} * r_i \quad (71)$$

ergibt sich so für (65) die implizite diskretisierte Systemgleichung.

$$\omega_{i_k} = \omega_{i_{k-1}} + \frac{h * (F_{xi_{k-1}} * r_i - M_{ri_{k-1}})}{J_i - h * \left( \frac{\partial F_{xi_{k-1}}}{\partial \kappa_i} * \frac{\partial \kappa_i}{\partial \omega_i} * r_i \right)} \quad (72)$$

Mittels der direkt geschätzten, normalisierten Schlupfsteifigkeit werden schließlich die Umfangskräfte bestimmt.

$$K_x = \frac{\partial F_x}{\partial \kappa_x}$$

$$F_{xi} = K_{xdFzi} * F_{zi} * \kappa_{xi} \quad (73)$$

Für die diskreten Systemgleichungen des Schätzmodells ergeben sich schließlich die folgenden Ausdrücke.

$$f(x_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{bmatrix} \omega_{V_{k-1}} + \frac{h * (F_{xV_{k-1}} * r_V - M_{rV_{k-1}})}{J_V - h * \left( \frac{\partial F_{xV_{k-1}}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} * r_V \right)} \\ \omega_{H_{k-1}} + \frac{h * (F_{xH_{k-1}} * r_H - M_{rH_{k-1}})}{J_H - h * \left( \frac{\partial F_{xH_{k-1}}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * r_H \right)} \\ K_{xdFzV_{k-1}} \\ K_{xdFzH_{k-1}} \end{bmatrix} \quad (74)$$

Die für den Abgleich der prognostizierten Ausgangsdaten benötigten Messgrößen setzen sich aus den Rad-Winkelgeschwindigkeiten zusammen und ergeben in weiterer Folge die Messgleichungen  $h$ .

$$\underline{y} = [\omega_V, \omega_H]^T$$

$$h(x_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{bmatrix} \omega_{V_{k-1}} \\ \omega_{H_{k-1}} \end{bmatrix} \quad (75)$$

Für die Linearisierung um den aktuellen Zustandsvektor werden die Jacobimatrizen aufgestellt. Es gilt für die Gleichungen in (74) in Kombination mit (73):

$$F_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x_{k-1}, u_{k-1})}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}_{k-1}^+}$$

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_V} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_H} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_V} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_H} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzH}} \end{bmatrix} \quad (76)$$

Die vollständigen Ableitungen der Systemgleichungen können dem Anhang F entnommen werden.

Die Jacobimatrix der Messgleichungen (75) wird gemäß (61) aufgestellt:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzH}} \end{bmatrix} \quad (77)$$

Somit ergibt sich der untenstehende Ausdruck.

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (78)$$

Für die Festlegung der dynamischen Schätzeigenschaften werden die Kovarianzmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  folgendermaßen gewählt:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,001 & 0 \\ 0 & 0,001 \end{bmatrix} \quad (79)$$

### 3.3. Schätzung der Schlupfteifigkeit

Der Ansatz, von der Schlupfteifigkeit auf das Kraftschlusspotential rückzuschließen, basiert auf der bereits angeführten Hypothese, dass die Schlupfteifigkeit in Abhängigkeit mit dem Kraftschlusspotential variiert. Diese Annahme baut auf den Erkenntnissen von Deur et al. auf, der in [33] gezeigt hat, dass die Schlupfteifigkeit für unterschiedliche Fahrbahnkontaktbedingungen unterschiedliche Ergebnisse liefert. Darin wird die Schlupfteifigkeit zunächst mit dem Zusammenhang (80), eingeführt. Der lineare Zusammenhang zwischen einem Skalierungsfaktor  $\lambda_k$  und der Länge des Reifenlatsches  $L$  legt nahe, dass kein Zusammenhang zwischen Fahrbahn und Schlupfteifigkeit vorhanden sein sollte.

$$K_x = \frac{1}{2} * L * \lambda_k \quad (80)$$

Mehrere Versuche haben jedoch einen widersprüchlichen Effekt gezeigt. Es kann somit angenommen werden, dass ein Zusammenhang zwischen dem Skalierungsfaktor des Kraftschlusspotentials des Reifenmodells  $\lambda_x$  und einem Skalierungsfaktor der Schlupfteifigkeit  $\lambda_k$  besteht und die Schlupfteifigkeit von der Fahrbahn abhängt. Als Grund hierfür wird das Vorhandensein eines

## Reibwertschätzung

Zwischenmediums genannt, welches Verantwortlich für die Senkung des Kraftschlusspotentials und der Schlupfsteifigkeit ist. Deur beschreibt diesen Zusammenhang folgendermaßen:

$$\lambda_K = \frac{1 - e^{-\frac{\lambda_x}{0,3}}}{1 - e^{-\frac{1}{0,3}}} \quad (81)$$

Dementsprechend kann die Änderung der Steigung (siehe Abbildung 27) als Reibwertänderung interpretiert werden.

Nach der Einbettung des dargestellten Schätzmodells und nach Implementierung der bereitgestellten Messdaten konnte eine Schätzung der Schlupfsteifigkeiten, wie sie in Abbildung 25 dargestellt ist, durchgeführt werden. Alle Messdaten der folgenden Simulationen werden eingangs im Matlab verrauscht. Die in den Referenzgrößen auftretenden Zacken sind durch die Radlaständerungen bedingt. (siehe Abbildung 29)

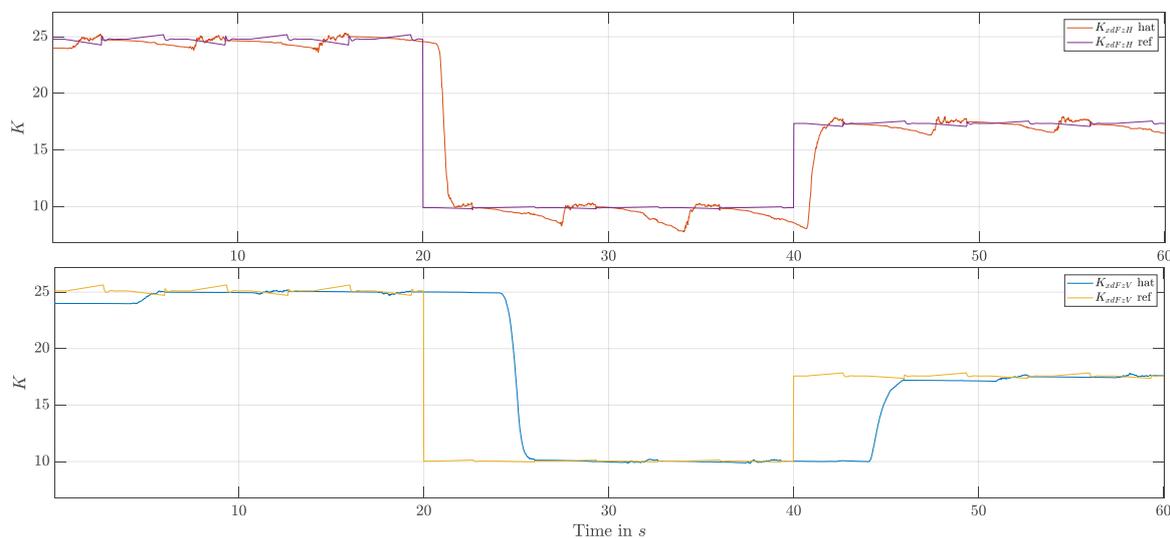


Abbildung 25: Schlupfsteifigkeitsschätzung mittels des beschriebenen Schätzmodells bei einer Anregung von 50%  $\mu_{max}$ , oben: Hinterrad, unten: Vorderrad

Deutlich erkennbar ist, dass die Schätzung – unter der Voraussetzung vorhandener Anregung – eine rasche Konvergenz erzielt. Die dargestellten Fahrbahnbedingungen und die zugehörigen Sprünge zwischen diesen wurden gewählt, um die Anpassungsfähigkeit und die Geschwindigkeit des Schätzers darzustellen. Die Änderungen der Fahrbahnwerte entsprechen hierbei einem Wechsel von trockenem Asphalt ( $\mu = 1$ ) auf eine nasse Fahrbahn ( $\mu = 0,4$ ) und zuletzt auf eine mittlere Fahrbahnbedingung ( $\mu = 0,7$ ). Selbstverständlich ist diese auch von der geeigneten Wahl der Kovarianzmatrizen abhängig. Auffällig ist hierbei die ausgeprägte Zeitverzögerung der Schätzung. Werden jedoch die gewonnenen Ergebnisse mit dem Momentenverlauf des Simulationsmanövers (siehe Abbildung 20) verglichen, so ist klar ersichtlich, dass die Anpassung der Schlupfsteifigkeit am Hinterrad nach dem Sprung des Fahrbahnkraftschlusspotentials bei 20 Sekunden erst durch den Anstieg des Antriebsmomentes und der damit verbundenen Anregung am Hinterrad bei ca. 22,5 Sekunden einsetzt. Danach konvergiert der geschätzte Wert jedoch rasch gegen den passenden Wert der Referenzgröße. Nach Beenden des Beschleunigungsmanövers nach 2 Sekunden driftet der geschätzte Wert leicht ab, ehe er sich bei der erneuten Beschleunigung wieder in sehr kurzer Zeit dem Referenzwert annähert. Der Vergleich

zwischen den Schätzungen, die in Abbildung 25 und in Abbildung 26 dargestellt sind, zeigt anschaulich den Einfluss der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}$ . Bei ersterer sind die jeweils zum Vorderrad und zum Hinterrad korrespondierenden Einträge in der Hauptdiagonale für das Vorder- und Hinterrad unterschiedlich gewählt. Dadurch entsteht eine Abweichung der Schätzperformance und erklärt das Abdriften der Schätzwerte am Hinterrad. Bei der in Abbildung 26 dargestellten Schätzung sind die Einträge von  $\mathbf{Q}$  für Vorder- und Hinterrad ident gewählt. Die Angleichung der Diagonaleinträge führt so zur identen Performance für die Schätzung der Schlupfsteifigkeit an Vorder- und Hinterrad.

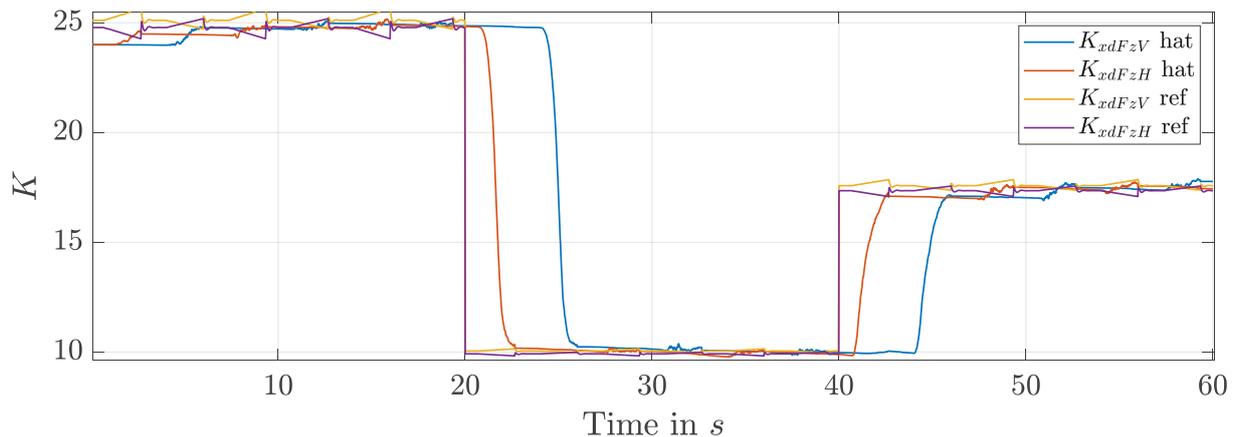


Abbildung 26: Schlupfsteifigkeitsschätzung bei angeglichenen Kovarianzmatrizen

Die deutliche Latenz in der Schätzung am Vorderrad ist somit ebenfalls der Abwesenheit eines Bremsmomentes am Vorderrad im Zeitintervall zwischen 19 und 24 Sekunden geschuldet.

Umso höher die Anregung, umso besser und somit schneller konvergiert das Schätzergebnis. Dies liegt daran, dass durch die Sägezahnfunktion, welche zur Anregung dient, eine größere Vielfalt an Daten zur Verfügung steht. Zum Vergleich der Performance wird zusätzlich bei identem Schätzmodell und Fahrmanöver eine Variation der Anregung implementiert, um eine Einsicht in das benötigte Anregungsniveau zu erhalten.

Abbildung 27 zeigt das bereits beschriebene Fahrmanöver auf drei unterschiedlichen Fahrbahnbedingungen im Bereich von 10-40% Anregung. Diese Abbildung wurde mittels der ermittelten Simulationsdaten in Anlehnung an Abbildung 3 erstellt. Daher ist ersichtlich, dass der in der Literatur beschriebene Effekt des Zusammenhangs von Kraftschlusspotential und Schlupfsteifigkeit nachgebildet werden kann.

Diese Daten werden in 10%-Schritten ermittelt und in weiterer Folge dem Schätzer zur Verfügung gestellt.

## Reibwertschätzung

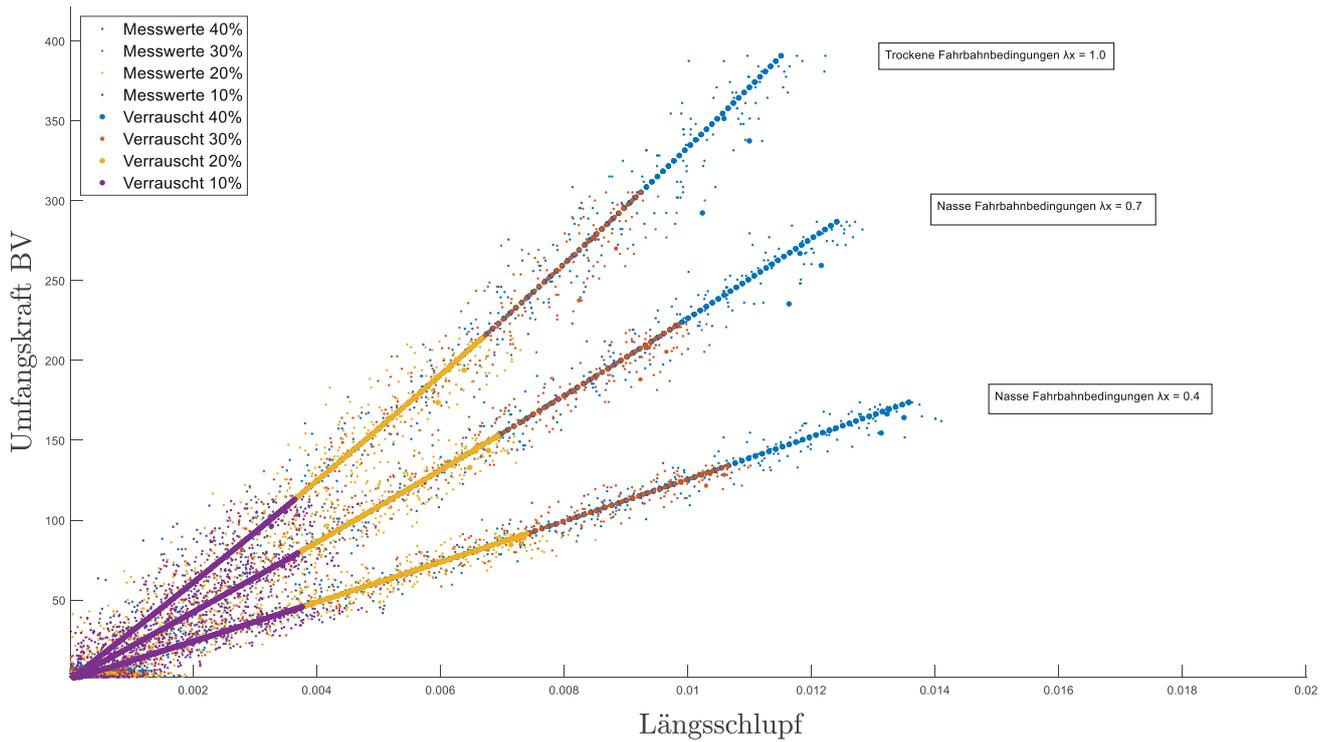


Abbildung 27: Umfangskraft über dem Längsschlupf Messwerte und verrauschtes Signal

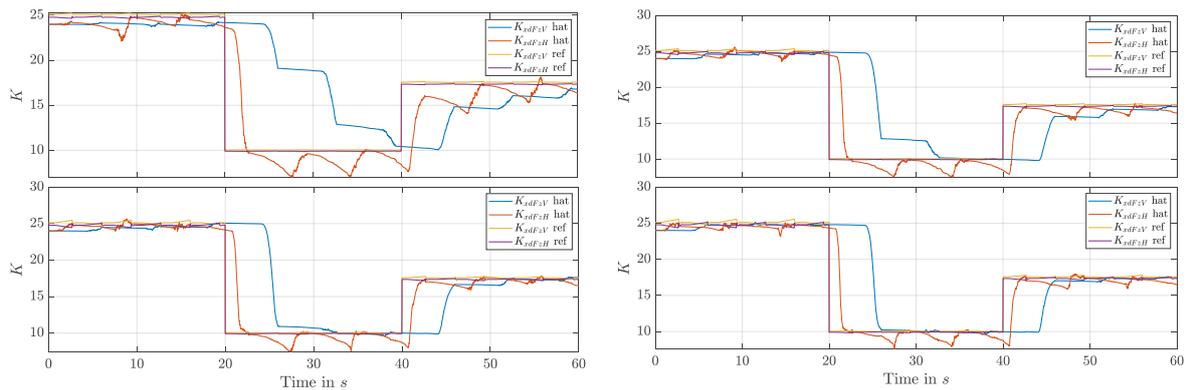


Abbildung 28: Schlupfsteifigkeitsschätzung für unterschiedliche Anregungsniveaus.

oben links: 10%  $\mu_{max}$ , oben rechts: 20%  $\mu_{max}$ , unten links: 30%  $\mu_{max}$ , unten rechts: 40%  $\mu_{max}$

In der durch Abbildung 28 bereitgestellten Gegenüberstellung ist gut ersichtlich, dass die Reaktionsgeschwindigkeit des Schätzers mit der Anregung steigt. Drastische Veränderungen in den Kraftschlussverhältnissen – wie sich hier durch den sprunghaften Wechsel des Fahrbahnkraftschlusspotentials von 1 auf 0,4 ergeben – lassen sich daher nicht innerhalb der zwei Sekunden andauernden Anregung fehlerhaft detektieren. Durch den jeweils linear ansteigenden Momentenverlauf ist auch eine zunehmende Geschwindigkeit des Schätzers sowie eine zugehörige Reduktion der Anpassungszeiten zu beobachten. Große Fahrbahnveränderungen benötigen daher für ein rasches Detektieren auch entsprechend größere Anregungsniveaus, weil es ansonsten zu stufenartigen Annäherungen kommt. Diese sind beispielsweise im Falle der 10%igen Anregung beim ersten Fahrbahnsprung gut erkennbar.

Schließlich kann man zusammenfassen, dass die Schlupfsteifigkeit – unter der Voraussetzung einer ausreichend variablen und für einen anhaltenden Zeitraum verfügbaren Anregung – sehr gut geschätzt werden kann.

Wie bereits im eingehenden Kapitel der Literaturrecherche angemerkt, besteht nun die Möglichkeit einerseits sprunghafte Änderungen der Fahrbahnbedingungen zu detektieren, als auch eine qualitative Zuordnung zu einer Fahrbahnbeschaffenheit in Abhängigkeit vom verwendeten Reifen durchzuführen. Hervorzuheben ist an dieser Stelle, dass ein quantitativer Wert der Schlupfsteifigkeit ohne Kenntnis der Reifenparameter keine Aussage über das Kraftschlusspotential zulässt.

Folglich stellt sich die Frage über die Robustheit des Schätzers, sowie die Möglichkeit der Ausweitung des Zustandsvektors. Eine bisher nicht berücksichtigte Unbekannte stellt eine geneigte Fahrbahn dar, welche eine zusätzliche Unsicherheit zur Schätzung beiträgt.

### 3.4. Schätzung mit approximierten Aufstandskräften

Nachdem gezeigt werden konnte, dass die Schätzung mit ideal bekannten, in diesem Fall simulierten Aufstandskräften, welche als Eingangsgrößen in die Schätzung zum Tragen kommen, zu akkuraten und raschen Ergebnissen führt, wird eine Unsicherheit eingeführt. Im vorhergehenden Abschnitt wurde bereits erläutert, dass die Bestimmung der Aufstandskräfte durch gewöhnliche Sensoren nicht möglich ist. Für eine möglichst rasche, aber doch hinreichende Bestimmung der Aufstandskräfte und der entsprechend zugehörigen Radlaständerungen wird daher ein vergleichsweise einfaches Modell verwendet. Gesamtmasse des Fahrzeugsystems, sowie Längsbeschleunigung, Radwinkelbeschleunigungen und Nickbeschleunigung werden ebenso als gemessen angenommen. Darüber hinaus sind auch Informationen über einen eventuell vorhandenen Fahrbahnwinkel, sowie den angreifenden Radmomenten benötigt. Für die Approximation wird schließlich eine Drehimpulsbilanz am Kraftangriffspunkt des Vorderreifenkontaktgebietes aufgestellt. Durch die Hinzunahme des Schwerpunktsatzes in vertikaler Richtung können so zwei Ausdrücke für die Approximation der jeweiligen Aufstandskraft gewonnen werden.

$$F_{zH} = \frac{1}{l} [J_c \ddot{\varphi} + J_V \dot{\omega}_V + J_H \dot{\omega}_H + m_H (gl - a_x r_H) + m_V a_x r_V + m_c (gl_v - a_x h) + M_{rV} + M_{rH}] \quad (82)$$

$$F_{zV} = (m_c + m_V + m_H)(a_z + g * \cos(\beta)) - F_{zH} \quad (83)$$

Verglichen mit den simulierten Aufstandskräften kann ein identes Verhalten des Kraftverlaufes erreicht werden. In Anbetracht des deutlich vereinfachten Modells, sowie der stark vereinfachten Berechnung der Radlaständerung, lässt sich so dennoch eine gute Übereinstimmung erzielen. (siehe Abbildung 29)

## Reibwertschätzung

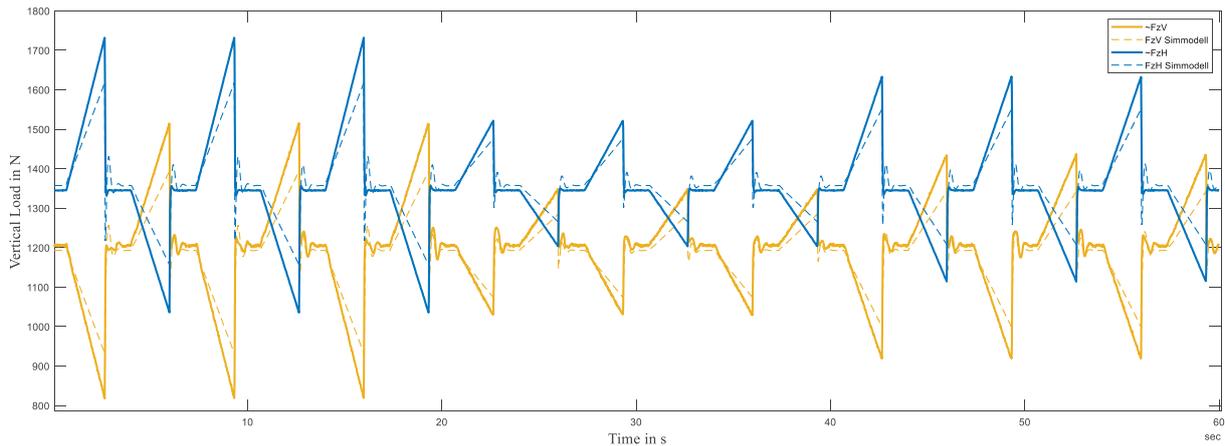


Abbildung 29: Gegenüberstellung approximierter und simulierter Aufstandskräfte

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Radlaständerung wird auch in [25] beschrieben, mit dem vergleichsweise deutlich einfacheren Ansatz:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta F_{zH} = - \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta F_{zV} = m * (-a_x) * \frac{h}{l} \quad (84)$$

In weiterer Folge wird nun auch eine Schätzung mit den approximierten Aufstandskräften durchgeführt, (siehe Abbildung 30) auch hier kann eine rasche Konvergenz beobachtet werden. Die Referenzgrößen werden noch immer mittels der simulierten Aufstandsgrößen berechnet. Es ist ersichtlich, dass man auch durch die zusätzlich eingebrachte Unsicherheit in den Eingangsgrößen des Schätzers Änderungen im Fahrbahnuntergrund rasch erkennen kann und gegen einen guten Näherungswert konvergiert. Die Ergebnisse zeigen, dass der auftretende Fehler mit dem Ansteigen der Aufstandskraft steigt. Da durch ein höheres Kraftschlusspotential, welches stärkere Beschleunigungs- und Bremsvorgänge ermöglicht, schließlich größere Radlaständerungen bewirkt werden, ist dieser Effekt hier insbesondere bei den Fahrbahnbereichen mit höherem Kraftschlusspotential auffällig. Als Fazit kann jedoch gezogen werden, dass die Berechnung der Aufstandskraft eine gute Approximation bei geringen Radlaständerungen liefert. Dies gilt auch zwangsläufig bei schlechteren Fahrbahnbedingungen durch die vermindert übertragbaren Umfangskräfte. Jedoch ist dies auch bei höheren Aufstandskräften, schwereren Fahrzeugen, stärkeren Bremsungen und Beschleunigungen und bei hohem Kraftschlusspotential zu erwarten. Unabhängig von der quantitativen Bestimmung des Kraftschlusspotentials, scheint jedoch eine Erkennung von qualitativen Änderungen der Fahrbahnbeschaffenheit bei größeren Sprüngen möglich.

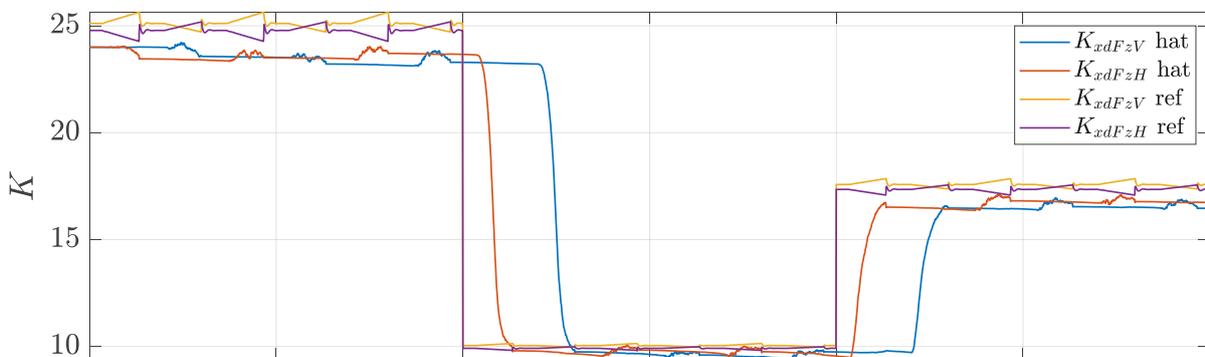


Abbildung 30: Geschätzte Schlupfsteifigkeiten auf Basis der approximierten Aufstandsgrößen als Eingang gegenüber der ideal berechneten Referenz Schlupfsteifigkeit.

### 3.5. Erweiterung des Parameterschätzers für geneigte Fahrbahnen

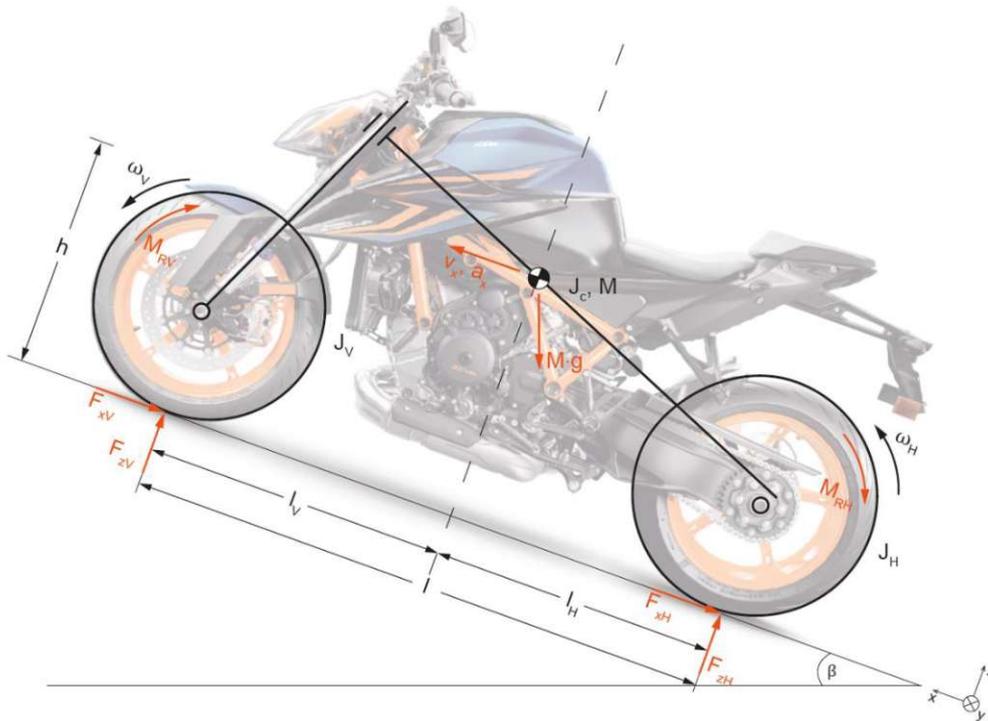


Abbildung 31: Einfaches Simulationsmodell für geneigte Fahrbahnen

Wie bereits in dem vorangegangenen Kapitel ausgiebig dargelegt, ist die Ausgangsbasis der Schätzung stets die Bereitstellung eines validen und vertrauenswürdigen Datensatzes. Für die Ermittlung der Simulationsdaten wird hierfür ein einfacheres Simulationsmodell verwendet. Dieses verzichtet auf den Einfluss der Federung, verfügt jedoch über eine entsprechende Elastizität und Dämpfung der Reifen, um die Aufbaubewegungen nicht vollständig zu vernachlässigen (siehe Abbildung 31). Jedoch bietet dieses die Möglichkeiten, Simulationen auf geneigten Fahrbahnen durchzuführen. Es wird mit dem gleichen Momentenverlauf (siehe Abbildung 20) und auf einer geneigten Fahrbahn, wie mit einem abfallenden Gefälle von 10% bei gleichem vorhanden Fahrbahn-Kraftschlusspotential - ebenfalls in Abbildung 20 ersichtlich - simuliert und liefert so in weiterer Folge die benötigten Größen des Eingangsvektors des *Extended Kalman Filter*. Die geplotteten Ergebnisse der Simulation sind im Anhang E beigefügt.

Die Grundstruktur des Filters bleibt gleich. Allerdings werden aufgrund der zusätzlich zu schätzenden Fahrbahnneigung Anpassungen an Zustandsvektor, Messvektor und den zugehörigen Gleichungen und linearisierten Matrizen notwendig. Auf diese wird nun schrittweise eingegangen.

Naheliegender wird zunächst der Schätzvektor  $\hat{x}$  um den zu schätzenden Fahrbahnwinkel  $\hat{\beta}$  erweitert.

$$\hat{x} = [\hat{\omega}_V, \hat{\omega}_H, \hat{R}_{xdFzV}, \hat{R}_{xdFzH}, \hat{\beta}]^T \quad (85)$$

## Reibwertschätzung

Die Eingangsgrößen bleiben gleich (63), der Messvektor  $\underline{y}$  wird jedoch um die gemessene Längsbeschleunigung ergänzt.

$$\underline{y} = [\omega_V, \omega_H, a_x]^T \quad (86)$$

Folglich werden auch Änderungen an den System- und Messgleichungen erforderlich. Für die Systemgleichungen ist dies verhältnismäßig einfach und kann direkt in der folgenden Form angeschrieben werden:

$$f(x_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{bmatrix} \omega_{V_{k-1}} + \frac{h * (F_{xV_{k-1}} * r_V - M_{rV_{k-1}})}{J_V - h * \left( \frac{dF_{xV_{k-1}}}{d\kappa_V} * \frac{d\kappa_V}{d\omega_V} * r_V \right)} \\ \omega_{H_{k-1}} + \frac{h * (F_{xH_{k-1}} * r_H - M_{rH_{k-1}})}{J_H - h * \left( \frac{dF_{xH_{k-1}}}{d\kappa_H} * \frac{d\kappa_H}{d\omega_H} * r_H \right)} \\ K_{xdFzV_{k-1}} \\ K_{xdFzH_{k-1}} \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix} \quad (87)$$

Die linearisierte Jacobimatrix wird analog zur Vorgehensweise in (76) aufgestellt. Die partiellen Ableitungen nach den ersten 4 Zustandsgrößen sind identisch zu den bereits bekannten, lediglich die Ableitungen nach  $\beta$  müssen zusätzlich aufgestellt werden.

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzH}} & \frac{\partial \omega_V}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzH}} & \frac{\partial \omega_H}{\partial \beta} \\ \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_V} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_H} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzH}} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_V} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_H} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzH}} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \beta}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \beta}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \beta}{\partial K_{xdFzH}} & \frac{\partial \beta}{\partial \beta} \end{bmatrix} \quad (88)$$

## Reibwertschätzung

Alle Ableitungen  $\frac{\partial x_i}{\partial \beta}$  oder  $\frac{\partial \beta}{\partial x_i}$  mit der Ausnahme von  $\frac{\partial \beta}{\partial \beta} = 1$  werden allerdings zu 0.

Etwas Aufwändiger gestaltet sich jedoch die Ermittlung der Messgleichungen  $h$ . Da die Längsbeschleunigung, die als Teil des Messvektors übergeben wird, keine Zustandsgröße ist, wird hierfür der Schwerpunktsatz für das Schätzmodell in longitudinaler Richtung – parallel zur Fahrbahn – aufgestellt.

$$M_{ges} * a_x = -F_{xV} - F_{xH} - M_{ges} * g * \sin(\beta) \quad (89)$$

Der darin enthaltene Ausdruck für  $a_x$  kann somit für  $h$  verwendet werden. Analog zu (75) werden wieder die geschätzten Größen aus dem vorhergehenden Zeitschritt angenommen. Die vorkommenden Umfangskräfte werden entsprechend (73) berechnet.

$$h(x_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{bmatrix} \omega_{V_{k-1}} \\ \omega_{H_{k-1}} \\ -\frac{F_{xV_{k-1}} + F_{xH_{k-1}} + M_{ges} * \sin(\beta_{k-1})}{M_{ges}} \end{bmatrix} \quad (90)$$

Zur Bestimmung der linearisierten Jacobimatrix  $\mathbf{H}_k$  wird  $h_k$  an dieser Stelle numerisch mittels MATLAB differenziert. Für eine kleine Schrittweite  $\Delta x$  gilt:

$$\mathbf{H}_k = \frac{h(x + \Delta x, u) - h(x - \Delta x, u)}{2 * \Delta x} \quad (91)$$

Da nun wieder ein vollständig beschriebenes System zur Parameterschätzung aufgestellt wurde, können die Parameter erneut geschätzt werden.

Zunächst die Schätzung der Fahrbahnneigung  $\beta$  (siehe Abbildung 32):

Die Simulation des Motorradmodells startet auf einem konstanten Gefälle von -10%. Der Referenzwert ist daher eine gerade Linie bei ca. -5,7 Grad. Initialisiert wird der Schätzer stets mit einem Startwert für die Fahrbahnneigung  $\beta_0$  von 0 Radiant. Positiv hervorzuheben ist, dass es dem Schätzer gelingt, dem Referenzwert zu schätzen und konstant diesen beizubehalten. Jedoch gelingt dies nur nach sehr großem Zeitverzug. Darüber hinaus ist in Abbildung 32 zu sehen, dass der Versuch, die Schätzung der Fahrbahnneigung zu verbessern, zulasten der Schätzung der Schlupfsteifigkeit geht. Es wurden mehrere Iterationen durchgeführt, bei denen sowohl der Input des Schätzers, die simulierten Bedingungen, als auch die bereits genauer beschriebenen Kovarianzmatrizen variiert wurden. Dabei wurde festgestellt, dass eine Verbesserung der Schätzung der Fahrbahnneigung zulasten der Ermittlung der Schlupfsteifigkeit erfolgt. Da das Ziel dieser Arbeit die Schätzung des Fahrbahn Kraftschlusspotentials ist, kann an dieser Stelle resümiert werden, dass eine kombinierte Schätzung von Fahrbahnneigung und Kraftschlusspotential keine direkt zufriedenstellenden Ergebnisse für beide Fälle liefert.

## Reibwertschätzung

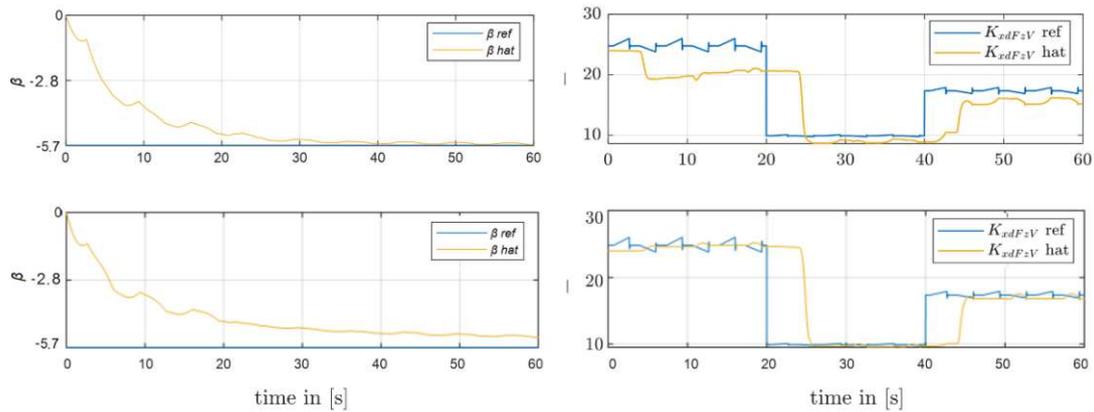


Abbildung 32: Schätzung der Fahrbahnneigung

Daraus kann abgeleitet werden, dass eine gleichzeitige Schätzung der Fahrbahnneigung und der Schlupfsteifigkeit offenbar keine Verbesserung für die Ermittlung der Fahrbahnbedingungen liefert, da die eingebrachten Unsicherheiten die zusätzlich verfügbaren Informationen überschatten.

In weiterer Folge wird daher wieder das Hauptaugenmerk auf die Schätzungen der Schlupfsteifigkeiten für Vorder- und Hinterräder für den ebenen und den geneigten Fall gelegt. Dies ist in Abbildung 33 zu sehen. Hier wird eine auf die Schlupfsteifigkeit optimierte Schätzung eines in der Ebene und eines auf einer geneigten Fahrbahn simulierten Motorrades gegenübergestellt. Dem Schätzer wird keine Information über die Fahrbahnneigung übermittelt und es wird keine Fahrbahnneigung geschätzt. Es ist direkt erkennbar, dass die Schätzung der Schlupfsteifigkeit annähernd identische Ergebnisse liefern kann. Vorausgesetzt ist selbstverständlich, dass die Kovarianzmatrizen der Störung und des Messrauschens gewählt werden, um schnelle und akkurate Konvergenzen zu ermöglichen und der Fokus des Schätzers nicht auf einer besonders raschen Erkennung der Fahrbahnneigung liegt.

Zusätzlich zur bereits oben angeführten Schlussfolgerung, dass eine gleichzeitige Schätzung von Fahrbahnneigung und Schlupfsteifigkeit das Schätzergebnis verschlechtert, kann nun auch resümiert werden, dass im hier untersuchten Fall, trotz der nicht berücksichtigten Fahrbahnneigung, keine qualitativ erkennbare Verschlechterung des Schätzergebnisses vorliegt. Daraus folgt, dass es für den Schätzer, für den Zweck der Schätzung der Schlupfsteifigkeit, keinen Mehrwert bringt, eine evtl. vorhandene Fahrbahnneigung zu beachten.

## Reibwertschätzung

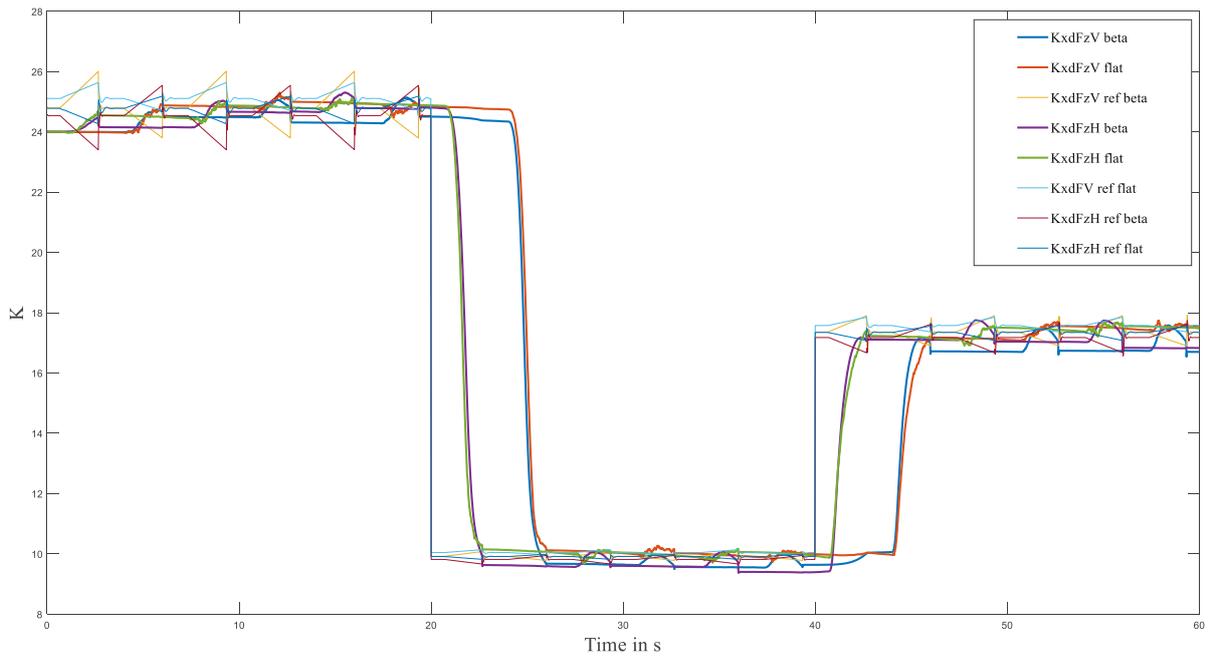


Abbildung 33: Vergleich der Schätzung der Schlupfsteifigkeiten im ebenen Fall (flat) und mit Berücksichtigung der Fahrbahnneigung ( $\beta$ )

## Zusammenfassung und Ausblick

Am Anfang dieser Diplomarbeit stand eine ausführliche Literaturrecherche. In deren Verlauf gelang es, eine Vielzahl bereits veröffentlichter Methoden zur Schätzung des Kraftschlusspotentials zu finden. Hierbei wurde der Fokus schließlich insbesondere auf die sogenannten effektbasierten Ansätze gelegt, welche die Änderung des Kraftschlusspotentials über die Kontaktbedingungen und die Dynamik des Fahrzeuges bestimmen. Im Sinne einer strukturierten Vorgehensweise wurden die bekannten Methoden in einzelne Bereiche der Reifenkennlinie unterteilt.

Das Augenmerk wurde infolgedessen auf die Ermittlung der Schlupfsteifigkeit für den Bereich der geringen Anregung für die longitudinale Fahrdynamik gelegt. Im ersten Schritt wurde die hierfür benötigte Simulationsumgebung aufgestellt. Den Kern dieser Umgebung bildet das variable Motorradmodell, welches neben der Längsdynamik eines PKWs zusätzlich auch die Vertikaldynamik abbildet. Ausgehend von einem Halbfahrzeugmodell wurde durch schrittweise Erweiterungen ein entsprechendes Motorradmodell erstellt. Mehrere Testmanöver wurden simuliert und anschließend analysiert, um alle implementierten Fahrzeugvorgänge zu verifizieren. Das Simulationsmodell stellt die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zur Verfügung und ermittelt zusätzlich die Radlaständerungen aufgrund der Aufbaubewegung. Ein Motorradfahrwerk, sowie die *Magic Formula* in Motorradformulierung als Reifenmodells wurden zusätzlich implementiert. Für die Simulation können der Umgebung zusätzliche Bedingungen, wie die veränderlichen Fahrbahnzustände und die Definition des Fahrmanövers, sowie des zugehörigen Anregungsniveaus vorgegeben werden. So können eine Vielzahl dynamischer Zustandsgrößen ermittelt werden. Diese bilden das virtuelle Messsystem, welches die für eigentliche Parameterschätzung benötigten Größen wie die Radwinkelgeschwindigkeiten oder die Fahrzeuglängsbeschleunigung bereitstellen.

Für die Schätzung der Schlupfsteifigkeiten wird nun mithilfe der simulierten Messdaten ein *Extended Kalman Filter* aufgestellt, der mithilfe eines zugrundeliegenden Schätzmodells Zustandsgrößen und Parameter ermittelt. Hierfür wurde ein Satz notwendiger Systemgleichungen bereitgestellt. Mit dieser Konfiguration wurden mehrere Schätzungen für unterschiedliche Anregungsniveaus von 10 bis 50 % des maximal verfügbaren Reifenfahrbahnkraftschlusspotentials durchgeführt, um einen Überblick der Schätzleistungen für geringe Anregung aufzustellen. Als Eingangssignale wurden sowohl die Signale der wirksamen Radmomente an Vorder- und Hinterachse, sowie die Fahrzeugaufstandskräfte und Fahrzeuglängsgeschwindigkeit übergeben. Schließlich konnten unter der Voraussetzung ausreichender Anregung sehr gute Ergebnisse in der Schätzung der jeweiligen Schlupfsteifigkeit von Vorder- und Hinterrad erzielt werden. Essenziell ist hierfür jedoch, die notwendige Höhe und Variabilität der Anregung. Die Anregungsintensität ist relevant, um sprunghafte Änderungen der Fahrbahnbedingungen direkt erkennen zu können, da die Geschwindigkeit des Schätzalgorithmus und die damit verbundene Anpassungszeit direkt mit einem Anstieg des Anregungsniveaus korreliert. Die gewonnenen Ergebnisse sind auch in hohem Maß von den gewählten Kovarianzmatrizen des *Extended Kalman Filter* abhängig.

Schließlich wurde die Schätzung zusätzlich adaptiert, um die Robustheit des Schätzers bei zusätzlichen unbekanntem Parametern zu untersuchen. Erstens wurde auch für die Ermittlung der Aufstandskräfte eine Approximation erstellt. Die zuvor mit dem komplexen Motorradmodell simulierten Radlasten können im Fall eines realen Fahrzeuges nicht als messbar angenommen werden. Daher wurde ein Ansatz vorgestellt, um diese mittels messbare Fahrzeugzustände, wie der Längsbeschleunigung, näherungsweise zu bestimmen. Weiters wurde von der bis dahin als ideal eben angenommenen Fahrbahn abgewichen und anstelle derer eine geneigte Fahrbahn in der Simulation berücksichtigt. Dieser Änderung folgten Anpassungen des Schätzmodells, sowie der zugehörigen Systemgleichungen,

## Zusammenfassung und Ausblick

Messgrößen und geschätzten Zustandsgrößen. Neben den Drehimpulsbilanzen wird ein zusätzlicher Schwerpunktsatz des Gesamtfahrzeuges eingeführt. Es konnte gezeigt werden, dass die zusätzliche Unbekannte und die zusätzliche Schätzung der Fahrbahneigung zulasten der Schätzung der Schlupfsteifigkeiten geht. Wird jedoch eine langsame Bestimmung der Fahrbahneigung akzeptiert, so kann in allen untersuchten Fällen eine gute Performance des Schätzers zur Bestimmung der Schlupfsteifigkeiten gezeigt werden.

Aufbauend auf den Ergebnissen der Parameterschätzung gilt es einen Ausblick möglicher zukünftiger Erweiterungen zu geben. Bisher wurden als Eingangsgrößen des Motorradmodells die wirksamen Antriebs- und Bremsmomente berücksichtigt. Im Aktuellen Fall werden diese noch als direkt erhältliche und bekannte Größen angenommen. Im Sinne einer realistischen Modellbildung wäre es von Interesse zusätzliche Modelle für den Antriebsstrang hinzuzunehmen. Dann könnte für realistischere Systemanregungen auch eine Motorkennlinie berücksichtigt werden. Auch eine ausführlichere Modellierung des Bremssystems wäre von Vorteil, um kombinierte Bremsmanöver zu betrachten. Direkt der nächste Schritt wäre es den Schätzer auf reale Messdaten anzuwenden und die gewonnene Erkenntnisse und Ergebnisse mit der Praxis zu prüfen.

## Literaturverzeichnis

- [1] S. Müller, M. Uchanski, and K. Hedrick, "Estimation of the Maximum Tire-Road Friction Coefficient," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 125, no. 4, pp. 607-617, 2004.
- [2] U. Eichhorn and J. Roth, "Prediction and monitoring of tyre/road friction," in *XXIV Fista Congress, 7-11 June 1992, London. Held at the Automotive Technology Servicing Society. Technical Papers. Safety, The Vehicle And The Road. Volume 2 (Imechc No C389/321 And Fista No 925226)*, 1992.
- [3] M. Acosta, S. Kanarachos, and M. Blundell, "Road Friction Virtual Sensing: A Review of Estimation Techniques with Emphasis on Low Excitation Approaches," *Applied Sciences*, vol. 7, no. 12, 2017.
- [4] W. R. Pasterkamp, "The Tyre As Sensor To Estimate Friction," Dissertation, TU Delft, Netherlands, 1997.
- [5] G. Savino, N. Baldanzini, and M. Pierini, "Real-time estimation of road–tyre adherence for motorcycles," *Vehicle System Dynamics*, 2013.
- [6] C. B. Chiuan, C. C. Hsing, and H. S. Jer, "Fuzzy sliding mode control of traction control system for electric scooter," presented at the Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 2010.
- [7] J. Deur *et al.*, "On low-slip tire friction behavior and modeling for different road conditions," in *CD Proceedings of 19th IAVSD Symposium-Poster Papers*, 2005, pp. 1-10.
- [8] C. S. Ahn, "Robust estimation of road friction coefficient for vehicle active safety systems," Dissertation, Mechanical Engineering, University of Michigan, USA, 2011.
- [9] F. Gustafsson, "Slip-based Tire-Road Friction Estimation," *Automatica*, vol. 33, no. 6, pp. 1087-1099, 6// 1997.
- [10] S. Khaleghian, A. Emami, and S. Taheri, "A technical survey on tire-road friction estimation," *Friction*, vol. 5, no. 2, pp. 123-146, 2017.
- [11] D. Pavkovic, J. Deur, J. Asgari, and D. Hrovat, "Experimental Analysis of Potentials for Tire Friction Estimation in Low-Slip Operating Mode," *SAE Technical Paper 2006-01-0556*, 2006.
- [12] T. Umeno, "Estimation of tire-road friction by tire rotational vibration model," *R&D Review of Toyota CRDL*, vol. 37, no. 3, p. 6, 2002.
- [13] A. J. C. Schmeitz and M. Alirezaei, "Analysis of wheel speed vibrations for road friction classification," *Vehicle System Dynamics*, vol. 54, no. 4, pp. 492-509, 2016/04/02 2016.
- [14] M. Tanelli, L. Piroddi, and S. M. Savaresi, "Real-time identification of tire-road friction conditions," *Control Theory & Applications, IET*, vol. 3, no. 7, pp. 891-906, 2009.

## Literaturverzeichnis

- [15] R. S. Sharp, Evangelou S., "Advances in the Modelling of Motorcycle Dynamics," *Multibody System Dynamics*, pp. 251 - 283, 2004.
- [16] J. E. Stellet, A. Suchanek, M. Gießler, F. Puente León, and F. Gauterin, "Fahrbahnreibungsschätzung mit optimaler linearer Parametrierung," *at - Automatisierungstechnik*, vol. 62, no. 8, 2014.
- [17] Y.-H. J. Hsu and J. C. Gerdes, "A Feel for the Road: A Method to Estimate Tire Parameters Using Steering Torque," in *AVEC'06 -- Proceedings of the 8th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Taipei, Taiwan, 2006.
- [18] Y.-H. J. Hsu, S. Laws, C. D. Gadda, and J. C. Gerdes, "A Method to Estimate the Friction Coefficient and Tire Slip Angle Using Steering Torque," no. 47683, pp. 515-524, 2006.
- [19] M. Haudum, J. Edelmann, M. Plöchl, and M. Höll, "Vehicle side-slip angle estimation on a banked and low-friction road," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, vol. 232, no. 12, pp. 1584-1596, 2017.
- [20] G. Baffet, A. Charara, and G. Dherbomez, "An Observer of Tire–Road Forces and Friction for Active Security Vehicle Systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 12, no. 6, pp. 651-661, 2007.
- [21] M. J. Matilainen and A. J. Tuononen, "Tire Friction Potential Estimation from Measured Tie Rod Forces," in *Proceedings of the 2011 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, Baden-Baden, Germany, 2011.
- [22] O. Nishihara and K. Masahiko, "Estimation of Road Friction Coefficient Based on the Brush Model," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 133, no. 4, p. 9, 2011.
- [23] L. R. Ray, "Nonlinear Tire Force Estimation and Road Friction Identification: Simulation and Experiments<sup>1,2</sup>," *Automatica*, vol. 33, no. 10, pp. 1819-1833, 10// 1997.
- [24] K. Röbenack, "Beobachter mit großer Verstärkung und starke Beobachter," Springer Berlin Heidelberg, 2017.
- [25] M. Mitschke and H. Wallentowitz, *Dynamik Der Kraftfahrzeuge*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014.
- [26] C. Vittore, *Motorcycle Dynamics*. 2006.
- [27] Roberto Lot and J. Sdauckas, *Motorcycle Design*. 2021, p. 380.
- [28] "<PAC\_MC\_adams\_2021.2\_-\_online\_help.pdf>.", MSC Software Corporation, 2022.
- [29] W. Kemmetmüller and A. Kugi. (Wintersemester 2018/2019). Skriptum zur Vorlesung Regelungssysteme 1.
- [30] A. Gelb, J. F. Kasper, R. A. Nash, C. F. Price, and A. A. Sutherland, *Applied Optimal Estimation*. The M.I.T. Press, 1974.
- [31] D. Simon, *Optimal State Estimation*. John Wiley & Sons, Ltd, 2006.

## Literaturverzeichnis

- [32] G. Rill, "A Modified Implicit Euler Algorithm for Solving Vehicle Dynamic Equations," *Multibody System Dynamics*, vol. 15, no. 1, pp. 1-24, 2006.
- [33] J. Deur, J. Asgari, and D. Hrovat, "A 3D Brush-type Dynamic Tire Friction Model," *Vehicle System Dynamics*, vol. 42, no. 3, pp. 133-173, 2004.

## Abbildungsverzeichnis

*Abbildung 1:* Schematische Darstellung eines Beschleunigungsdiagrammes, in Anlehnung an W. R. Pasterkamp, "The Tyre As Sensor To Estimate Friction", Dissertation, TU Delft, Netherlands, 1997, S. 6

*Abbildung 2:* Verlauf der Reifenkennlinie und Unterteilung in Bereiche verschiedener Anregung in Anlehnung an M. Acosta, S. Kanarachos, and M. Blundell, "Road Friction Virtual Sensing: A Review of Estimation Techniques with Emphasis on Low Excitation Approaches", *Applied Sciences*, vol. 7, no. 12, 2017, S.9

*Abbildung 3:* Schlupfsteifigkeit für unterschiedliche Fahrbahnbedingungen aus C. S. Ahn, "Robust estimation of road friction coefficient for vehicle active safety systems", Dissertation, Mechanical Engineering, University of Michigan, USA, 2011, S.87

*Abbildung 4:* Frequenzanalyse für unterschiedliche Schlupfsteifigkeiten in Anlehnung an A. J. C. Schmeitz and M. Alirezaei, "Analysis of wheel speed vibrations for road friction classification", *Vehicle System Dynamics*, vol. 54, no. 4, pp. 492-509, 2016, S, 498

*Abbildung 5:* Reifenkennlinien für unterschiedliche Untergründe aus M. Tanelli, L. Piroddi, and S. M. Savaresi, "Real-time identification of tire-road friction conditions", *Control Theory & Applications, IET*, vol. 3, no. 7, pp. 891-906, 2009, S.26

*Abbildung 6:* Bestimmung des maximalen Kraftschlusspotentials aufgrund der sogenannten extended braking Stiffness in Anlehnung an C. B. Chiuan, C. C. Hsing, and H. S. Jer, "Fuzzy sliding mode control of traction control system for electric scooter", presented at the Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 2010, S 691

*Abbildung 7:* *gough* plot in Anlehnung an M. J. Matilainen and A. J. Tuononen, "Tire Friction Potential Estimation from Measured Tie Rod Forces," in *Proceedings of the 2011 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, Baden-Baden, Germany, 2011, S 321

*Abbildung 8:* Charakteristik des Reifenrückstellmoments gemäß brush-modell in Anlehnung an C. S. Ahn, "Robust estimation of road friction coefficient for vehicle active safety systems", Dissertation, Mechanical Engineering, University of Michigan, USA, 2011, S 60

*Abbildung 9:* Blockschaltdiagramm der beobachterbasierten Parameterschätzung in Anlehnung an K. Röbenack, "Beobachter mit großer Verstärkung und starke Beobachter", Springer Berlin Heidelberg, 2017, S 279

*Abbildung 10:* Blockschaltdiagramm der beobachterbasierten Parameterschätzung mit Simulationsmodell in Anlehnung an K. Röbenack, "Beobachter mit großer Verstärkung und starke Beobachter", Springer Berlin Heidelberg, 2017, S. 279  
Rendering KTM Super Duke 1290 R EVO: <https://press.ktm.com/news-2022-ktm-1290-super-duke-r-evo-the-beast-evolved-joins-the-duke-range---canada?id=145122&menueid=3065&tab=1&imageid=528056&l=canada>

*Abbildung 11:* Halbfahrzeugmodell nach Mitschke aus M. Manfred and W. Henning, "Dynamik Der Kraftfahrzeuge", Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, S 478

*Abbildung 12:* Erweitertes Motorrad-Simulationsmodell, Rendering KTM Super Duke 1290 R EVO: <https://press.ktm.com/news-2022-ktm-1290-super-duke-r-evo-the-beast-evolved-joins-the-duke-range---canada?id=145122&menueid=3065&tab=1&imageid=528056&l=canada>

## Abbildungsverzeichnis

*Abbildung 23:* Unterschiedliche Typen von Schätzproblemen in Anlehnung an, W. Kemmetmüller and A. Kugi. (Wintersemester 2018/2019). Skriptum zur Vorlesung Regelungssysteme 1, .S. 38

*Abbildung 24:* Vereinfachtes 3FG Schätzmodell, Rendering KTM Super Duke 1290 R EVO:  
<https://press.ktm.com/news-2022-ktm-1290-super-duke-r-evo-the-beast-evolved-joins-the-duke-range---canada?id=145122&menueid=3065&tab=1&imageid=528056&l=canada>

*Abbildung 31:* Erweitertes Motorrad-Simulationsmodell, Rendering KTM Super Duke 1290 R EVO:  
<https://press.ktm.com/news-2022-ktm-1290-super-duke-r-evo-the-beast-evolved-joins-the-duke-range---canada?id=145122&menueid=3065&tab=1&imageid=528056&l=canada>

## Anhang A

### Aufstellen der Bewegungsgleichungen des erweiterten Motorradmodell

---

Ausgehend von den in 0 vorgestellten Gleichungen werden an dieser Stelle die entsprechenden Bewegungsgleichungen ausführlich aufgestellt.

 $\ddot{x}_c$ 

$$m_c * \ddot{x}_c = F_{GxV} + F_{GxH} \quad (A1)$$

$$F_{GxV} = X_V = -m_V * \ddot{x}_c - B_V \quad (A2)$$

$$F_{GxH} = X_H = -m_H * \ddot{x}_c - B_H \quad (A3)$$

$$-[m_c + m_V + m_H] * \ddot{x}_c = B_V + B_H \quad (A4)$$

 $\ddot{z}_c$ 

$$m_c * \ddot{z}_c = F_{GzH} + F_{GzV} + F_H + F_V \quad (A5)$$

$$F_{GzH} = Z_H - F_H = \Delta F_{zH} - F_H \quad (A6)$$

$$F_{GzV} = Z_V - F_V = \Delta F_{zV} - F_V \quad (A7)$$

$$m_c * \ddot{z}_c = \Delta F_{zH} + \Delta F_{zV} \quad (A8)$$

$$F_{GzH} = \frac{1}{l_{GH}} * [F_{GxH} * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] \quad (A9)$$

$$F_{GxH} = -m_V * \ddot{x}_c - B_H \quad (A10)$$

$$F_{GzH} = \frac{1}{l_{GH}} * [(-m_V * \ddot{x}_c - B_H) * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] \quad (A11)$$

$$F_{GzV} = \frac{1}{l_{GV}} * [M_{RV} + (m_V * \ddot{x}_c + B_V) * (h_{GV} - r_V)] \quad (A12)$$

$$m_c * \ddot{z}_c = \frac{1}{l_{GH}} * [(-m_V * \ddot{x}_c - B_H) * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] + \frac{1}{l_{GV}} * [M_{RV} + (m_V * \ddot{x}_c + B_V) * (h_{GV} - r_V) + F_H + F_V] \quad (A13)$$

$$\begin{aligned} & \left[ m_H * \frac{h_{GH} - r_H}{l_{GH}} - m_V * \frac{h_{GV} - r_V}{l_{GV}} \right] * \ddot{x}_c + m_c * \ddot{z}_c \\ & = [-c_V - c_H] * z_c + [c_V * l_V - c_H * l_H] * \varphi_c + \\ & \quad [-k_V - k_H] * \dot{z}_c + [k_V * l_V - k_H * l_H] * \dot{\varphi}_c + \\ & \quad \frac{1}{l_{GH}} * [B_H * (r_H - h_{GH}) - M_{RH}] + \frac{1}{l_{GV}} * [M_{RV} + B_V * (h_{GV} - r_V)] \end{aligned} \quad (A14)$$

 $\ddot{\varphi}_c$ 

$$J_c * \ddot{\varphi}_c = -F_{GzV} * (l_V - l_{GV}) + F_{GzH} * (l_H - l_{GH}) - F_V * l_V + F_H * l_H - F_{GxH} * (h - h_{GH}) - F_{GxV} * (h - h_{GV}) \quad (A15)$$

$$F_{GzV} = \frac{1}{l_{GV}} * [M_{RV} + (m_V * \ddot{x}_c + B_V) * (h_{GV} - r_V)] \quad (A16)$$

$$F_{GzH} = \frac{1}{l_{GH}} * [(-m_V * \ddot{x}_c - B_H) * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] \quad (A17)$$

$$F_{GxH} = -m_V * \ddot{x}_c - B_H \quad (A18)$$

$$F_{GxV} = -m_V * \ddot{x}_c - B_V \quad (A19)$$

$$\begin{aligned} J_c * \ddot{\varphi}_c - \left[ m_V * \left[ \frac{(l_{GV} - l_V) * (h_{GV} - r_V)}{l_{GV}} + (h - h_{GV}) \right] + m_H \right. \\ \left. * \left[ (h - h_{GH}) - \frac{(l_H - l_{GH}) * (h_{GH} - r_H)}{l_{GH}} \right] \right] * \ddot{x}_c = \\ [c_V * l_V - c_H * l_H] * z_c + [-c_V * l_V^2 - c_H * l_H^2] * \varphi_c + \\ [k_V * l_V - k_H * l_H] * \dot{z}_c + [-k_V * l_V^2 - k_H * l_H^2] * \dot{\varphi}_c + \\ \frac{l_{GV} - l_V}{l_{GV}} * [M_{RV} + B_V * (h_{GV} - r_V)] + \frac{l_H - l_{GH}}{l_{GH}} [-B_H * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] + \\ B_H * (h - h_{GH}) + B_V * (h - h_{GV}) \end{aligned} \quad (A20)$$

 $\ddot{\varphi}_V$ 

$$J_V * \ddot{\varphi}_V = B_V * r_V - M_{RV} \quad (A21)$$

 $\ddot{\varphi}_H$

$$J_H * \dot{\varphi}_H = B_H * r_H - M_{RH} \quad (A22)$$

## Anhang B

## Bestimmung der dynamischen Radlaständerungen

$$\Delta F_{zV} = F_{GzV} + F_V \quad (\text{B 1})$$

$$F_{GzV} = \frac{1}{l_{GV}} * [M_{RV} - F_{GzV} * (h_{GV} - r_V)] \quad (\text{B 2})$$

$$F_{GzH} = \frac{1}{l_{GH}} * [(-m_V * \ddot{x}_c - B_H) * (h_{GH} - r_H) - M_{RH}] \quad (\text{B 3})$$

$$J_c * \ddot{\phi}_c = -F_{GzV} * (l_V - l_{GV}) + F_{GzH} * (l_H - l_{GH}) - F_V * l_V + F_H * l_H - F_{GxH} * (h - h_{GH}) - F_{GxV} * (h - h_{GV}) \quad (\text{B 4})$$

$$F_{GxV} = \frac{1}{h - h_{GV}} * [-J_c * \ddot{\phi}_c - F_{GzV} * (l_V - l_{GV}) + F_{GzH} * (l_H - l_{GH}) + F_H - F_V * l_V - F_{GxH} * (h - h_{GH})] \quad (\text{B 5})$$

$$F_{GxV} * \left[ 1 - \frac{(h_{GV} - r_V) * (l_V - l_{GV})}{l_{GV} * (h - h_{GV})} \right] = \frac{1}{h - h_{GV}} * \left[ -J_c * \ddot{\phi}_c - M_{RV} * \left( \frac{l_V}{l_{GV}} - 1 \right) - M_{RH} * \left( \frac{l_H}{l_{GH}} - 1 \right) - \left( \frac{(l_H * l_{GH}) * (h_{GH} - r_H)}{l_{GH}} * (B_H + m_H * \ddot{x}_c) \right) + (h - h_{GH}) * (B_H + m_H * \ddot{x}_c) + F_H * l_H - F_V * l_V \right] \quad (\text{B 6})$$

$$\Delta F_{zV} = \frac{1}{l_{GV}} * \left[ M_{RV} - \frac{(h_{GV} - r_V) * l_{GV}}{(h - h_{GV}) * l_{GV} - (h_{GV} - r_V) * (l_V - l_{GV})} * \left[ F_H * l_H - F_V * l_V - J_c * \ddot{\phi}_c + M_{RV} * \left( 1 - \frac{l_V}{l_{GV}} \right) + M_{RH} * \left( 1 - \frac{l_H}{l_{GH}} \right) + (m_H * \ddot{x}_c + B_H) * \left( (h - h_{GH}) - \frac{(l_H - l_{GH}) * (h_{GH} - r_H)}{l_{GH}} \right) \right] \right] + F_V \quad (\text{B 7})$$

$$m_c * \ddot{z}_c = \Delta F_{zV} + \Delta F_{zH} \quad (\text{B 8})$$

$$\Delta F_{zH} = m_c * \ddot{z}_c - \Delta F_{zV} \quad (\text{B 9})$$



## Anhang D

Analytische Berechnung der Eigenfrequenzen nach Lot [27] und Cossalter [26]

## Modellgrößen

Bezeichnung	MATLAB	Lot S. 205	Cossalter S. 167	
Radstand	$l = 1,501$	$w = 1,448$	$p = 1,4$	$m$
Abstand SP – HR	$l_H = 0,702$	$b_c = 0,688$	$b = 0,7$	$m$
Abstand SP – VR	$l_V = 0,799$	$a_c = w - b_c$	$a = 0,7$	$m$
Gefederte Masse	$m_c = 220$	$m_c = 222$	$m = 200$	$kg$
Gesamtmasse	$m = 260$	$m = 270$	<i>N. A.</i>	$kg$
Ungefederte Masse vorne	$m_V = 19,45$	$m_{uf} = 20$	<i>N. A.</i>	$kg$
Ungefederte Masse hinten	$m_H = 19,45$	$m_{uH} = 28$	<i>N. A.</i>	$kg$
Trägheitsmoment um y	$J_c = 28,43$	$I_{yy} = 61$	$I_{yG} = 38$	$kgm^2$
Steifigkeit Federgabel	–	$k_{sf} = 17$	$k$	$\frac{N}{mm^2}$
Dämpfung Federgabel	–	$c_{sf} = 1$	<i>N. A.</i>	$\frac{Ns}{mm}$
Lenkwinkel	$\varepsilon = 65^\circ$	$\sigma_f = 63,2^\circ$	<i>N. A.</i>	$^\circ$
Steifigkeit Hinterradaufhängung	–	$k_{sr} = 20,4$	$k$	$\frac{N}{mm}$
Dämpfung Hinterradaufhängung	–	$c_{sr} = 1,26$	<i>N. A.</i>	$\frac{Ns}{mm}$
Schwingenwinkel	–	$\sigma_r = 10$	<i>N. A.</i>	$^\circ$
Radiale Reifensteifigkeit Vorderrad	–	$k_{tf} = 150$	$k_{pf} = 180$	$\frac{N}{mm}$
Radiale Reifensteifigkeit Hinterrad	–	$k_{tr} = 150$	$k_{pr} = 180$	$\frac{N}{mm}$

### Äquivalente Steifigkeit der Federgabel

MATLAB

$$c_V = 21,5 \frac{N}{mm} \quad (D 1)$$

Lot

$$k_{zf} = \frac{k_{sf}}{\cos^2(\sigma_f)} \quad (D 2)$$

$$k_{zf} = 21,3 \frac{N}{mm}$$

Cossalter

$$k_f = \frac{k}{\cos^2(\varepsilon)} \quad (D 3)$$

$$k_f = 15 \frac{N}{mm}$$

### Äquivalente Dämpfung der Federgabel

MATLAB

$$k_V = 1,3 \frac{Ns}{mm} \quad (D 4)$$

Lot

$$c_{zf} = \frac{c_{sf}}{\cos^2(\sigma_f)} \quad (D 5)$$

$$c_{zf} = 1,26 \frac{Ns}{mm}$$

Cossalter

$$c_f = \frac{c}{\cos^2(\varepsilon)} \quad (D 6)$$

N.A.

### Äquivalente Steifigkeit der Hinterradfederung

MATLAB

$$c_H = 21 \frac{N}{mm} \quad (D 7)$$

Lot

$$k_{zr} = \left[ q_{sa}^2 + (s_r + s_{rp}) * \frac{\partial q_{sa}}{\partial z} \right] * k_{sr} \quad (D 8)$$

$$k_{zr} = 21 \frac{N}{mm}$$

## Anhang D

Cossalter

$$k_r = k * \tau_{m,yC}^2 \quad (D 9)$$

$$k_r = 24 \frac{Ns}{mm}$$

### Äquivalente Dämpfung der Hinterradfederung

MATLAB

$$k_H = 1,2 \frac{Ns}{mm} \quad (D 10)$$

Lot

$$c_{zr} = 1,3 \frac{Ns}{mm} \quad (D 11)$$

Cossalter

$$k_r = k * \tau_{m,yC}^2 \quad (D 12)$$

$$k_r = 24 \frac{Ns}{mm}$$

### Eigenfrequenz *bounce mode*

MATLAB

$$v_b = 2,199 \text{ Hz} \quad (D 13)$$

Lot

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_{zf} + k_{zr}}{m_c}} \quad (D 14)$$

$$\omega_h = 2,2 \text{ Hz}$$

Cossalter

$$v_b = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{\frac{k_f + k_r}{m}} \quad (D 15)$$

$$v_b = 2,11 \text{ Hz}$$

### Eigenfrequenz *pitch mode*

MATLAB

$$v_p = 4,63 \text{ Hz} \quad (D 16)$$

Lot

$$\omega_\mu = \sqrt{\frac{a_c^2 * k_{zf} + b_c^2 * k_{zr}}{I_c}} \quad (D 17)$$

$$\omega_\mu = 4,5 \text{ Hz}$$

Cossalter

$$v_p = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{\frac{k_f * (p - b)^2 + k_r * b^2}{I_{yG}}} \quad (D 18)$$

$$v_p = 3,38 \text{ Hz}$$

**Dämpfungskonstante *bounce***

MATLAB

$$\zeta_b = 0,4 \text{ Hz} \quad (D 19)$$

Lot

$$\zeta_h = \frac{c_{zf} + c_{zr}}{2 * \sqrt{(k_{zf} + k_{zr}) * m_c}} \quad (D 20)$$

$$\zeta_{hf} = 0,35 \text{ Hz}$$

$$\zeta_{hr} = 0,35 \text{ Hz}$$

Cossalter

$$N. A. \quad (D 21)$$

**Gedämpfte Eigenfrequenz *bounce mode***

MATLAB

$$v_{ab} = 2,01 \text{ Hz} \quad (D 22)$$

Lot

$$q_{hf} = \omega_{hf} * \sqrt{1 - \zeta_h^2} \quad (D 23)$$

$$q_{hf} = 2 \text{ Hz}$$

$$q_{hr} = 2 \text{ Hz}$$

Cossalter

$$N. A. \quad (D 24)$$

**Dämpfungskonstante *pitch***

MATLAB

$$\zeta_p = 0,85 \text{ Hz} \quad (D 25)$$

Lot

## Anhang D

$$\zeta_{\mu} = \frac{a_c^2 * c_{zf} + b_c^2 * c_{zr}}{2 * \sqrt{(a_c^2 * k_{zf} + b_c^2 * k_{zr}) * I_c}} \quad (D 26)$$

$$\zeta_{\mu} = 0,85 \text{ Hz}$$

Cossalter

N. A. (D 27)

### Gedämpfte Eigenfrequenz *pitch mode*

MATLAB

$$v_{dp} = 2,35 \text{ Hz} \quad (D 28)$$

Lot

$$q_{\mu f} = \omega_{\mu} * \sqrt{1 - \zeta_{\mu}^2} \quad (D 29)$$

$$q_{\mu f} = 2,4 \text{ Hz}$$

Cossalter

N. A. (D 30)

## Anhang E

### Simulationsergebnis

---

In diesem Abschnitt werden die geplotteten Ergebnisse der durchgeführten Simulationen aufgeführt.

- Simulationsergebnisse des erweiterten Motorradmodells nach Durchfahren des vordefinierten Simulationsmanövers.

#### Längsdynamik:

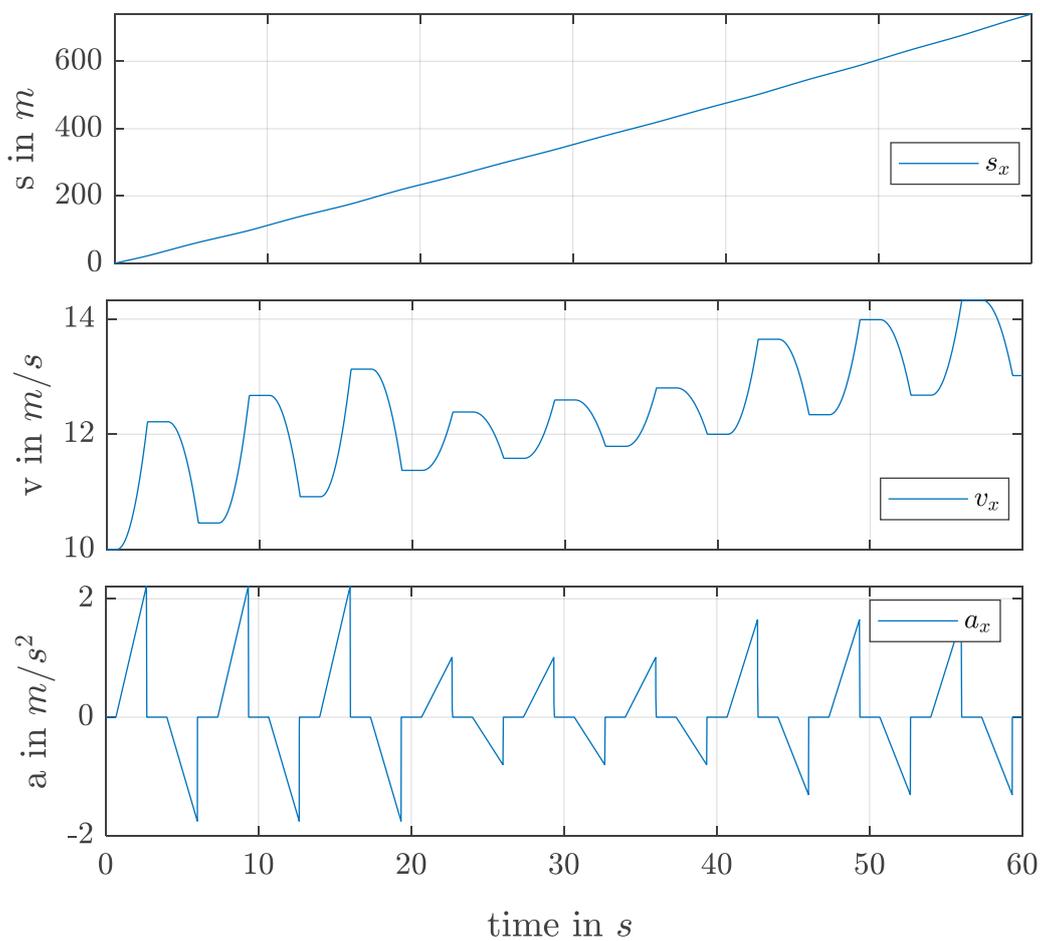


Abbildung 34: Längsdynamik des Fahrzeugaufbaus. oben: zurückgelegte Fahrstrecke, Mitte: Längsgeschwindigkeit, unten: Längsbeschleunigung

Vertikaldynamik:

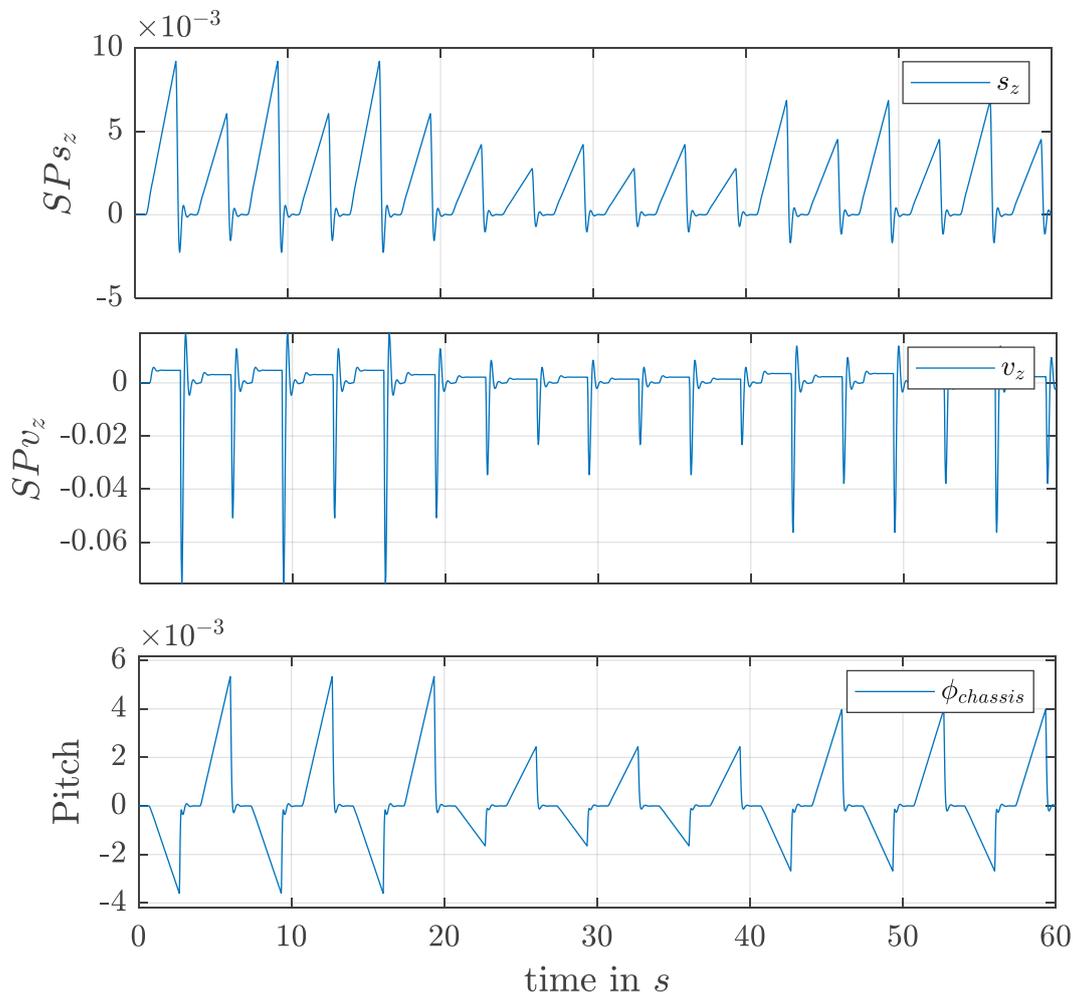


Abbildung 35: Vertikaldynamik des Fahrzeugaufbaus oben: Vertikale Schwerpunkts-Verschiebungen, Mitte: Schwerpunkts-Geschwindigkeit in z-Richtung, unten: Nickwinkelgeschwindigkeit um die y-Achse

Kräfte und Moment:

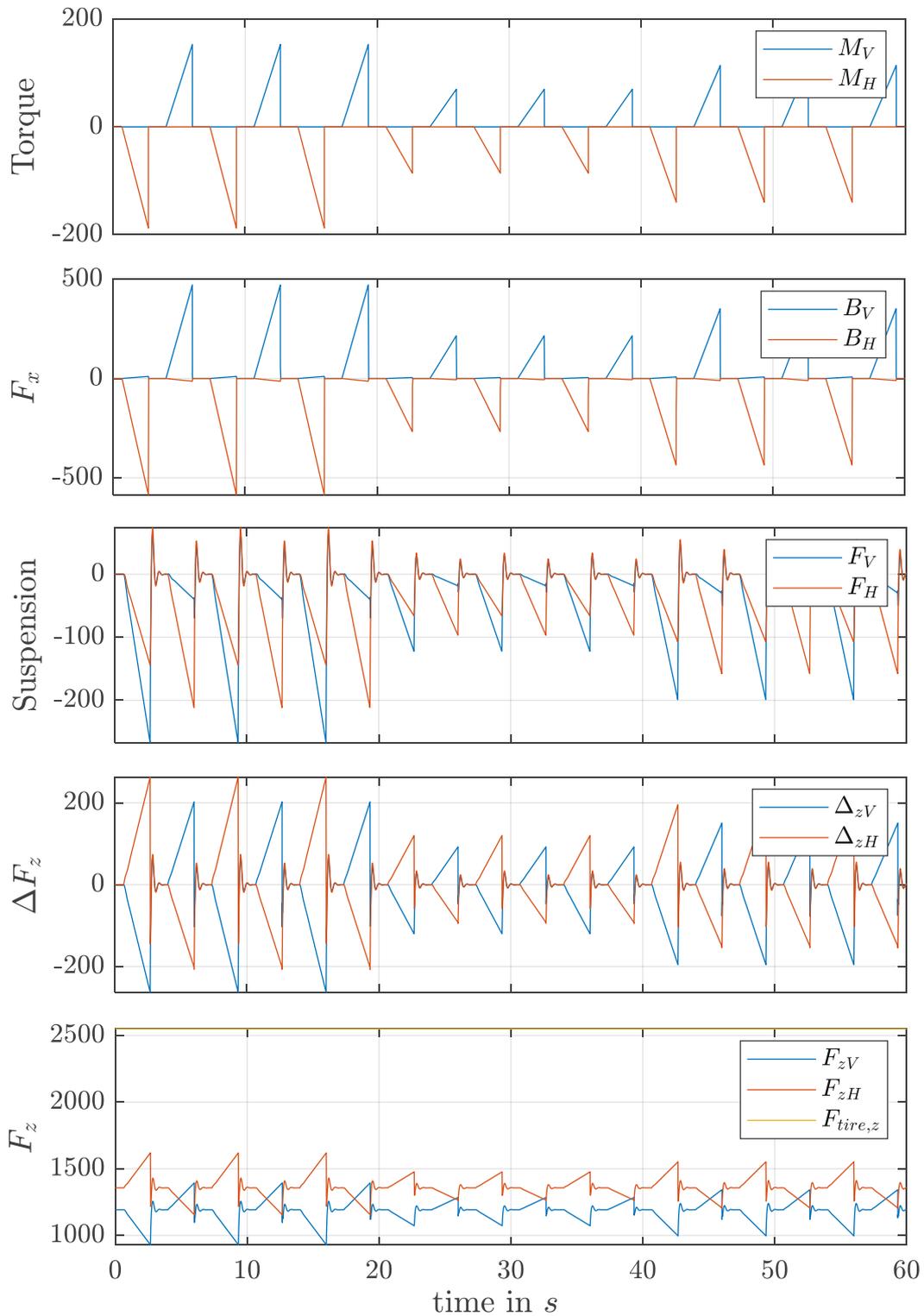


Abbildung 36: oben: Radmomenten-verlauf (Bremsmomente positiv), 2. v oben: Umfangskräfte (Bremskräfte positiv), Mitte: Feder-Dämpferkräfte der Radaufhängung, 2. v unten: Relative Radlaständerungen, unten: Radlasten Vorderrad, Hinterrad und Gesamtfahrzeug

Raddynamik:

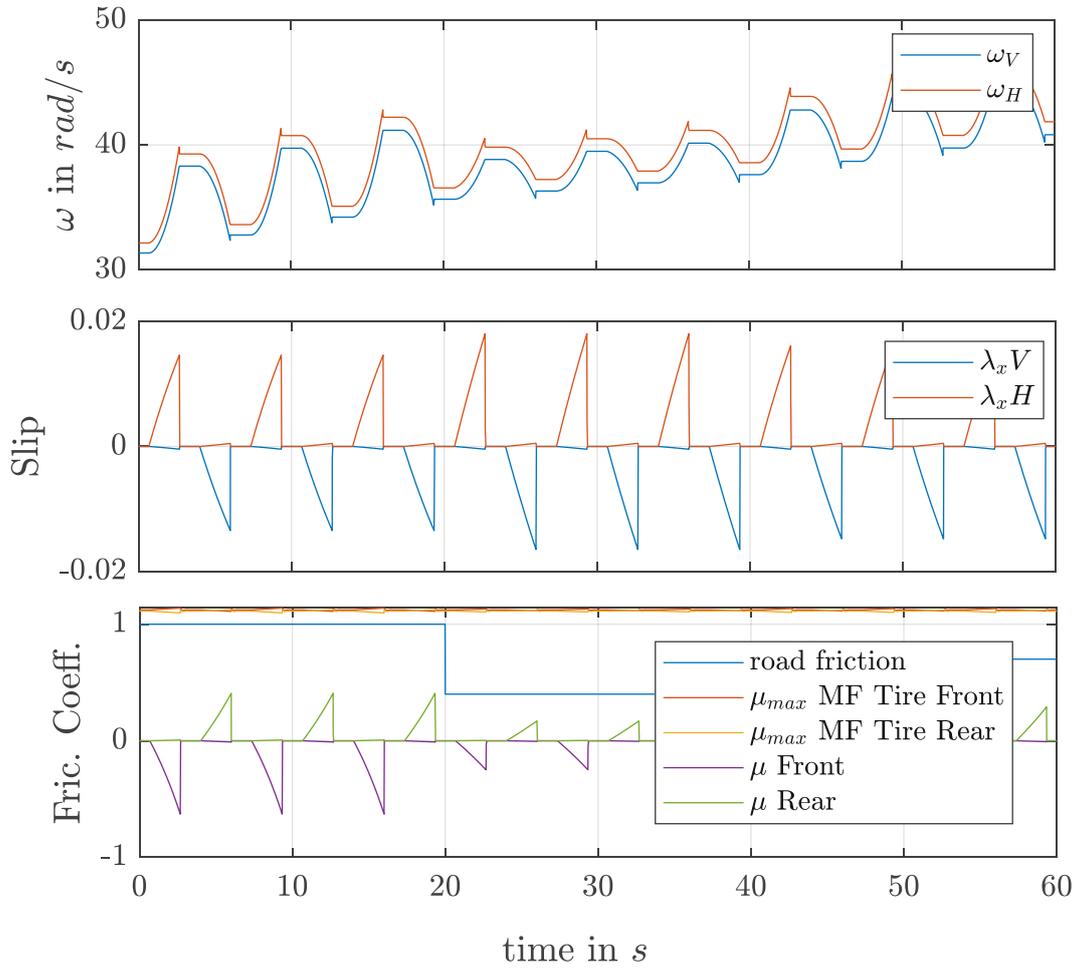


Abbildung 37: oben: Raddrehzahlen, Mitte: Antriebs und bremschlupf, unten: Vorhandenes Kraftschlusspotential und die jeweilige Ausnutzung an Vorder- und Hinterrad

- Simulation auf einer geneigten Fahrbahn bei einem abfallenden Gefälle von 10% bei gleichem vordefiniertem Fahrmanöver und Fahrbahn-Kraftschlusspotential.

**Längsdynamik:**

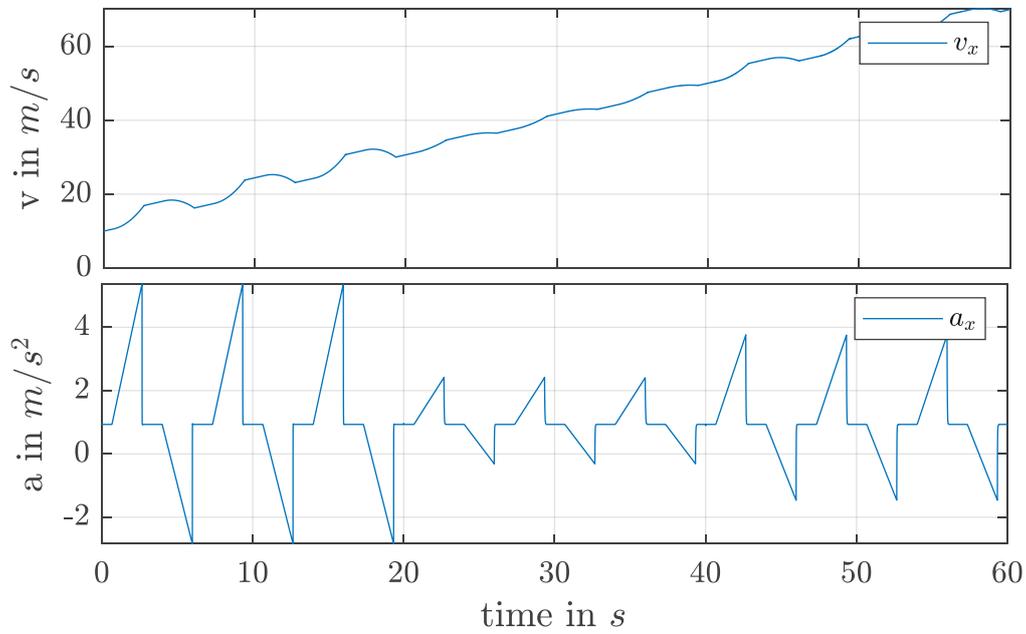


Abbildung 38: Längsdynamik des Fahrzeugaufbaus. oben: Längsgeschwindigkeit, unten: Längsbeschleunigung

Vertikaldynamik:

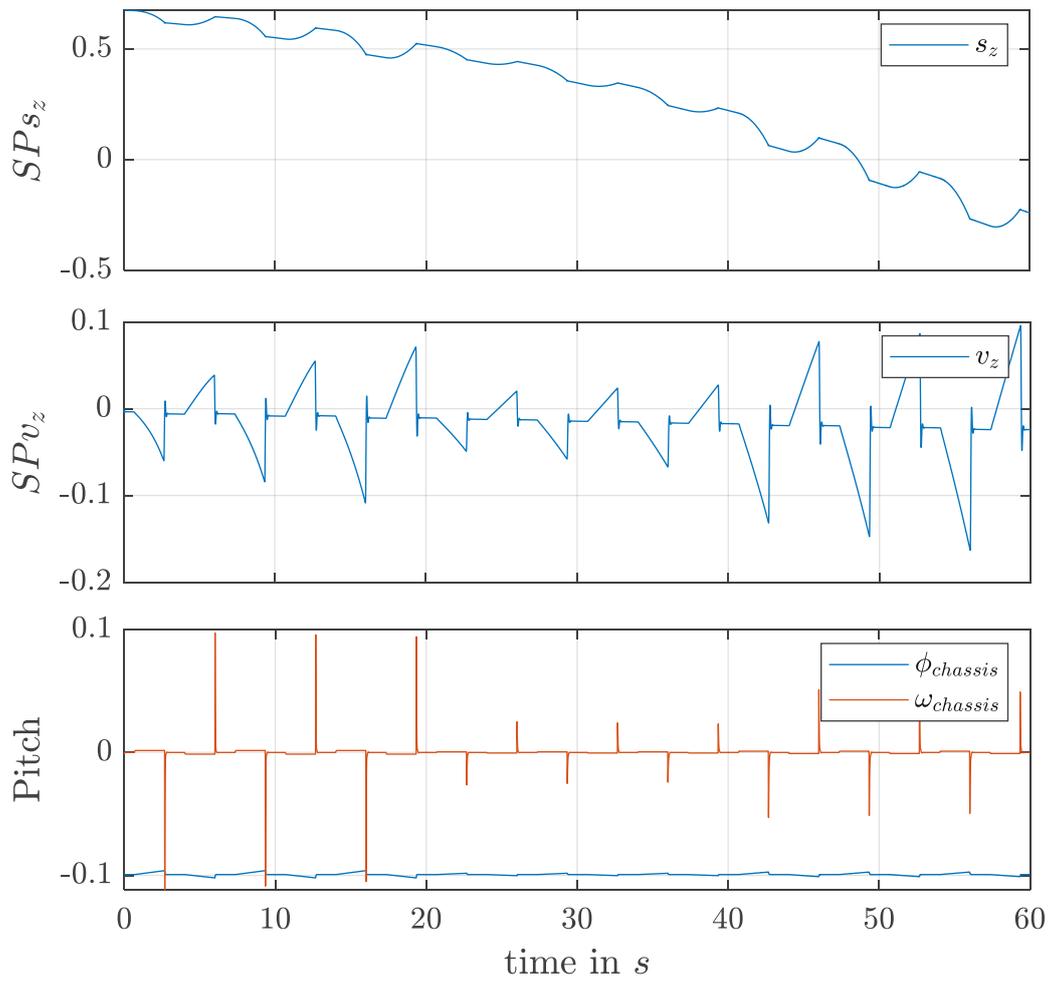


Abbildung 39: Vertikaldynamik des Fahrzeugaufbaus oben: Vertikale Schwerpunkts-Verschiebungen, Mitte: Schwerpunkts-Geschwindigkeit in z-Richtung, unten: Nickwinkelgeschwindigkeit um die y-Achse

Kräfte und Moment:

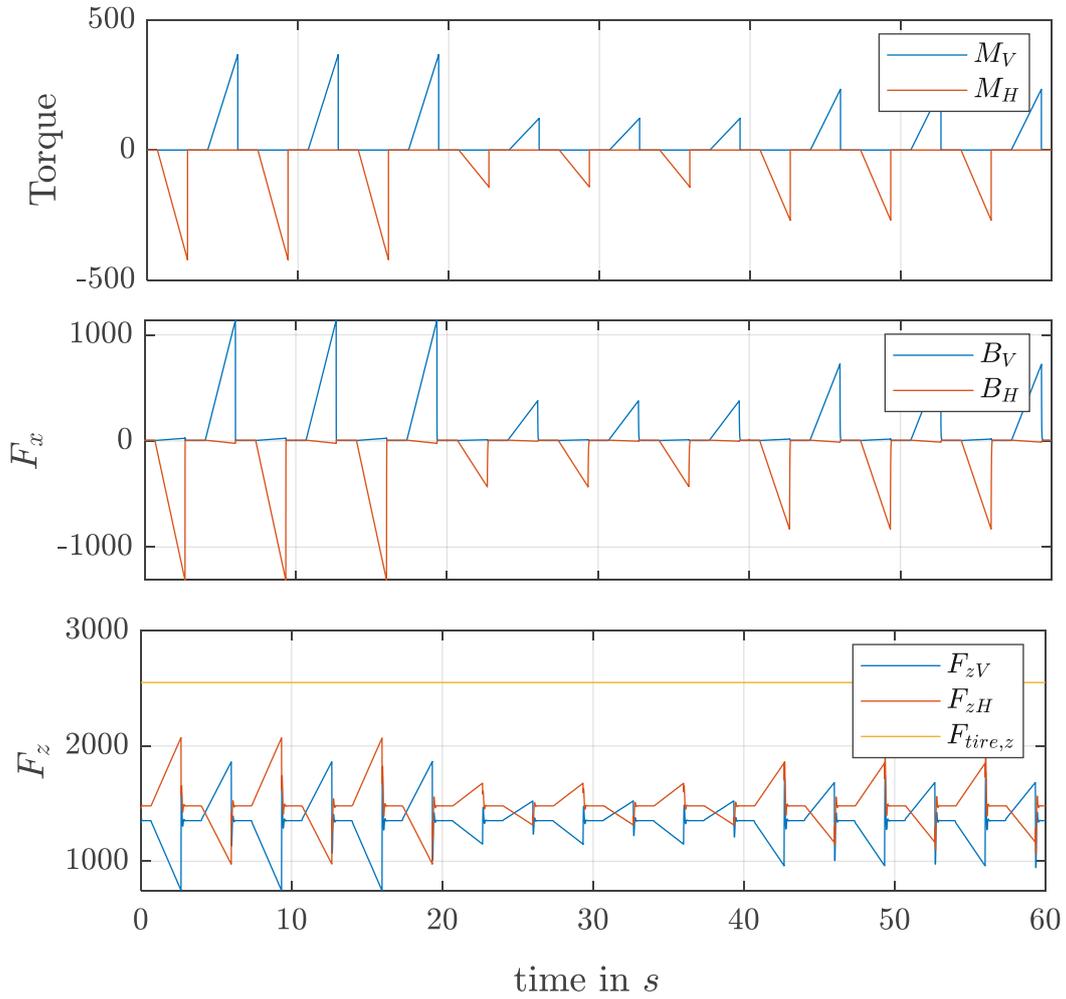


Abbildung 40: oben: Radmomenten-verlauf (Bremsmomente positiv), Mitte: Umfangskräfte (Bremskräfte positiv), unten: Relative Radlaständerungen, unten: Radlasten Vorderrad, Hinterrad und Gesamtfahrzeug

Raddynamik:

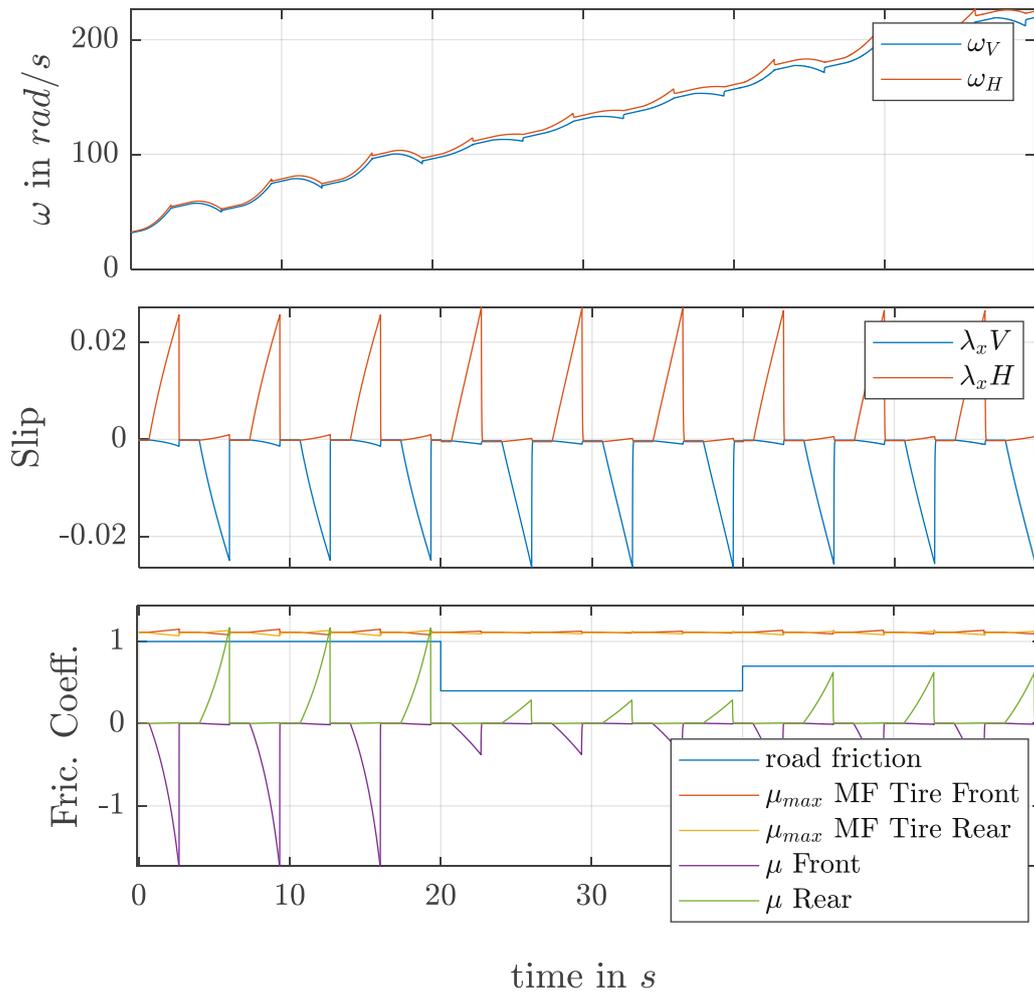


Abbildung 41: oben: Raddrehzahlen, Mitte: Antriebs und bremschlupf, unten: Vorhandenes Kraftschlusspotential und die jeweilige Ausnutzung an Vorder- und Hinterrad

## Anhang F

### Anhang F

#### Vollständige Ableitungen der Systemgleichungen des EKF

(F 1)

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_V}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_V}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_V} & \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_H} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_V} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_H} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzH}} \\ \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_V} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_H} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzV}} & \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzH}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \omega_v}{\partial \omega_v} = 1 + \frac{h * r_v * \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} * \left( J_V - h * \left( \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} * r_v \right) \right) - ((h * F_{xV} * r_v - h * M_{rV}) * \left( 0 - \left( h * r_v * \frac{\partial^2 F_{xV}}{\partial \kappa_V^2} * \left( \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} \right)^2 + h * r_v * \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial^2 \kappa_V}{\partial \omega_V^2} \right))}{\left( J_V - h * \left( \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} * r_v \right) \right)^2} \quad (F 2)$$

$$\frac{\partial \omega_v}{\partial \omega_H} = 0 \quad (F 3)$$

$$\frac{\partial \omega_v}{\partial K_{xdFzV}} = \frac{h * r_v * \frac{\partial F_{xV}}{\partial K_{xdFzV}} * \left( J_V - h * \left( \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} * r_v \right) \right) + (h^2 * F_{xV} * r_v - h^2 * M_{rV}) * \left( r_v * \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial K_{xdFzV}} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} \right)}{\left( J_V - h * \left( \frac{\partial F_{xV}}{\partial \kappa_V} * \frac{\partial \kappa_V}{\partial \omega_V} * r_v \right) \right)^2} \quad (F 4)$$

$$\frac{\partial \omega_v}{\partial K_{xdFzH}} = 0 \quad (F 5)$$

## Anhang F

$$\frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_V} = 0 \quad (\text{F 6})$$

$$\frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_H} = 1 + \frac{h * r_H * \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * \left( J_H - h * \left( \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * r_H \right) \right) + (h^2 * F_{xH} * r_H - h^2 * M_{rH}) * \left( r_H * \frac{\partial^2 F_{xH}}{\partial \kappa_H^2} * \left( \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} \right)^2 + r_H * \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial^2 \kappa_H}{\partial \omega_H^2} \right)}{\left( J_H - h * \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * r_H \right)^2} \quad (\text{F 7})$$

$$\frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzV}} = 0 \quad (\text{F 8})$$

$$\frac{\partial \omega_H}{\partial K_{xdFzH}} = \frac{h * r_H * \frac{\partial F_{xH}}{\partial K_{xdFzH}} * \left( J_H - h * \left( \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * r_H \right) \right) + (h^2 * F_{xH} * r_H - h^2 * M_{rH}) * \left( r_H * \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial K_{xdFzH}} \right)}{\left( J_H - h * \left( \frac{\partial F_{xH}}{\partial \kappa_H} * \frac{\partial \kappa_H}{\partial \omega_H} * r_H \right) \right)^2} \quad (\text{F 9})$$

$$\frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_V} = \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial \omega_H} = \frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzH}} = 0 \quad (\text{F 10})$$

$$\frac{\partial K_{xdFzV}}{\partial K_{xdFzV}} = 1 \quad (\text{F 11})$$

$$\frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_V} = \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial \omega_H} = \frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzV}} = 0 \quad (\text{F 12})$$

$$\frac{\partial K_{xdFzH}}{\partial K_{xdFzH}} = 1 \quad (\text{F 13})$$