

# Untersuchung von Regelungskonzepten für Antriebe mit variabler Steifigkeit

## DIPLOMARBEIT

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)

unter der Leitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Kugi Andreas  
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hartl-Nesic Christian  
Dr.-Ing Raphael Deimel

eingereicht an der

Technischen Universität Wien  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

von

Reisch Paul  
Matrikelnummer 01529144

Wien, Oktober 2023

# Vorwort

An dieser Stelle möchte ich all jenen Personen danken, die durch ihre fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben. Vor allem bin ich dankbar für die emotionale und finanzielle Unterstützung meiner Familie, welche es mir ermöglicht hat, diese Diplomarbeit fertigzustellen. Für mich persönlich ist die größte Erkenntnis dieser Arbeit, dass nicht alles so verläuft, wie man sich das vorstellt und jederzeit neue, unvorhersehbare Schwierigkeiten auftreten können. Dies gilt nicht nur für den akademischen, sondern auch für den privaten Bereich.

# Abstract

Driven by the latest developments in robotics and the slow integration of robotic systems into everyday life, there is a need to create safe systems for human-robot interaction. To achieve this goal, a wide variety of drive forms and control methods have been developed and tested. One of these drive types variable stiffness actuators (VSA) are addressed in this thesis, both from the mechanical point of view and from the control point of view. For this, a good mathematical description of the physical structure is necessary including an identification of the system parameters by different tests and measurements. Based on these measurement results, the advantages and disadvantages of the system used can be shown. In addition, with the knowledge gained, the control concepts discussed in the literature can be presented and discussed more easily and intuitively. For this purpose, the individual control strategies are compared with each other and their strengths and weaknesses are shown.

The measurement results provide evidence for the complexity of the mechanical properties and which problems can occur during the implementation of such systems. Among other things, the parameters of a motor drive have changed a lot over the period of work. Therefore it is inevitable for the controllers to be able to deal with such system changes and to include this knowledge in the development of the controllers.

# Kurzzusammenfassung

Getrieben durch die neuesten Entwicklungen in der Robotik und der langsamen Integration von Robotersystemen in das alltägliche Leben, besteht die Notwendigkeit sichere Systeme für die Interaktion zwischen Mensch und Roboter herzustellen. Um dieses Ziel zu erreichen, wurden unterschiedlichste Antriebsformen und Regelungsverfahren entwickelt und getestet. Einer dieser Antriebsarten, Variable Stiffness Actuator (VSA), wird in dieser Arbeit thematisiert, sowohl aus dem mechanischen Blickwinkel als auch aus regelungstechnischer Sicht. Dafür ist eine gute mathematische Beschreibung des physikalischen Aufbaus inklusive einer Identifizierung der Systemparameter durch unterschiedliche Tests und Messungen notwendig. Anhand der Messergebnisse können die Vor- und Nachteile des verwendeten Systems aufgezeigt werden. Zusätzlich können mit dem gewonnen Wissen die in der Literatur behandelten Regelungskonzepte leichter und intuitiver vorgestellt und diskutiert werden. Dazu werden die einzelnen Regelungsstrategien untereinander verglichen und deren Stärken und Schwächen gezeigt.

Die Messergebnisse liefern einen Nachweis für die Komplexität der mechanischen Eigenschaften und welche Probleme bei der Umsetzung solcher Systeme auftreten können. So haben sich die Parameter eines Antriebs während der Dauer der Arbeit stark verändert. Daher ist es für die Regler auch unvermeidlich, mit solchen Systemänderungen umgehen zu müssen, um diese Erkenntnisse in die weitere Entwicklung der Regler miteinzubeziehen.

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1      | Motivation . . . . .  | 1         |
| 1.2      | Soft-Robotik . . . . .  | 2         |
| 1.3      | Variable Impedance Actuator . . . . .                         | 3         |
| 1.4      | Variable Stiffness Actuator . . . . .                         | 4         |
| 1.4.1    | Federvorspannung . . . . .                                    | 4         |
| 1.4.2    | Vorspannung einer einzelnen Feder . . . . .                   | 5         |
| 1.4.3    | Antagonistische Federn mit antagonistischen Motoren . . . . . | 5         |
| 1.4.4    | Antagonistische Federn mit unabhängigen Motoren . . . . .     | 5         |
| 1.5      | Stand der Technik . . . . .                                   | 6         |
| 1.5.1    | Anwendungsgebiete . . . . .                                   | 6         |
| 1.6      | Notation . . . . .  | 7         |
| <b>2</b> | <b>Theoretische Grundlagen</b>                                | <b>8</b>  |
| 2.1      | Qbmove Advanced Actuator . . . . .                            | 8         |
| 2.2      | Antagonistischer Gelenkaufbau . . . . .                       | 11        |
| 2.2.1    | Variable Steifigkeit . . . . .                                | 12        |
| 2.3      | VSA-Roboter-Modell . . . . .                                  | 13        |
| <b>3</b> | <b>Charakterisierung der Aktuatoren</b>                       | <b>15</b> |
| 3.1      | Steifigkeitsmessung . . . . .                                 | 15        |
| 3.1.1    | Erreichbarer Steifigkeitsbereich . . . . .                    | 15        |
| 3.2      | Analyse der Messergebnisse . . . . .                          | 19        |
| 3.2.1    | Modellfunktionen . . . . .                                    | 19        |
| 3.2.2    | Gleichgewichtsmessungen . . . . .                             | 21        |
| 3.3      | Verschleiß . . . . .  | 23        |
| 3.4      | Servomotoridentifikation . . . . .                            | 25        |
| <b>4</b> | <b>Regelungskonzepte</b>                                      | <b>27</b> |
| 4.1      | Flachheitsbasierte Vorsteuerung für Servomotoren . . . . .    | 27        |
| 4.1.1    | Zustandsraum-Dämpfungsregelung . . . . .                      | 29        |
| 4.1.2    | Gravitationsvorsteuerung + PD-Regler . . . . .                | 30        |
| 4.2      | PI-Regelung . . . . .   | 31        |
| 4.3      | Iterative Learning Control . . . . .                          | 32        |
| 4.3.1    | PD-Type ILC . . . . .   | 34        |
| 4.4      | Positionsbasierte ILC (pILC) . . . . .                        | 35        |
| 4.5      | Drehmomentbasierte ILC (tILC) . . . . .                       | 38        |
| 4.6      | Zustandslinearisierung . . . . .                              | 40        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.7      | Backstepping . . . . .                      | 41        |
| 4.8      | ESPaa . . . . .                             | 43        |
| <b>5</b> | <b>Beobachtungen und Abschluss</b>          | <b>45</b> |
| <b>A</b> | <b>Gemessene Kennlinien der Motoren</b>     | <b>46</b> |
| <b>B</b> | <b>Kinematik</b>                            | <b>48</b> |
| B.1      | Kinematik des Roboterarms . . . . .         | 48        |
| B.2      | Koordinatensysteme in der Robotik . . . . . | 48        |
| B.3      | Rotation . . . . .                          | 48        |
| B.4      | Translation . . . . .                       | 49        |
| B.5      | Kinematische Kette . . . . .                | 50        |
| B.6      | DH-Konvention . . . . .                     | 51        |
| <b>C</b> | <b>Appendix - Bahnplanung</b>               | <b>54</b> |
| C.1      | Bahnplanung . . . . .                       | 54        |

# Abbildungsverzeichnis

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Schematischer Roboteraufbau. . . . .  | 2  |
| 2.1  | Auf der linken Seite ist das Äußere eines Qbmove-Aktuators abgebildet, während auf der rechten Seite das interne Federsystem zu sehen ist. . . .  | 9  |
| 2.2  | Modelhafter Aufbau des Qbmove-advanced-Motors. . . . .  | 9  |
| 2.3  | Grafische Darstellung der kraftfreien Gleichgewichtsposition und Auslenkung durch eine externe Kraft. . . . .   | 10 |
| 2.4  | Interner PD-Regelkreis des Qbmove-advanced-Aktuators. . . . .   | 11 |
| 3.1  | Aufbau zur Steifigkeitsmessung. . . . .   | 16 |
| 3.2  | Rohe Drehmomentenkennlinie des Motors 1. . . . .  | 16 |
| 3.3  | Gesäuberte Drehmomentenkennlinie (durchgängig) des Motors 1 und Rohdaten (strichliert). . . . .   | 17 |
| 3.4  | Drehmomentenkennlinie des Modells (durchgängig) und gesäuberte Kennlinie des Motors 1 (strichliert). . . . .  | 17 |
| 3.5  | Steifigkeitskennlinie des Motors 1. Die minimal erreichbare Steifigkeit steigt schnell mit dem Moment an. . . . .   | 18 |
| 3.6  | Parameterschätzung mit unterschiedlichen Modellfunktionen. . . . .  | 21 |
| 3.7  | Abweichung $\Delta\delta$ aller drei Motoren ohne Last. . . . .   | 22 |
| 3.8  | Vergleich der gefilterten Drehmomentenkennlinie des Motors 1. . . . .   | 23 |
| 3.9  | Vergleich der Motorpositionen von Servo 1 bei unterschiedlichen Belastungen. . . . .  | 24 |
| 3.10 | Sprungantworten der Servomotoren von Aktuator 1. In Rot ist die Sollposition vorgegeben, während die gemessene Position in Grün dargestellt wird. Die blaue Linie zeigt die Sprungantwort des $PT_2$ -Modells für den jeweiligen Servomotor. . . . .  | 25 |
| 4.1  | Vergleich des Motors 1 mit und ohne Servovorsteuerung. . . . .  | 28 |
| 4.2  | Regelkreis des Dämpfungsreglers. . . . .  | 29 |
| 4.3  | Schwingungsvergleich der Simulationen mit (strichlierte Linien) und ohne Dämpfungsregler (durchgezogene Linien) . . . . .   | 30 |
| 4.4  | Kaskadierter Regelkreis. . . . .  | 31 |
| 4.5  | Vergleich Regler. Die Solltrajektorie ist in Rot eingezeichnet. Das Verhalten ohne jegliche Regelung ist in Grün zu sehen. Die Kombination von PI-Regler und Gravitationskompensation ist in Rosa zu sehen, während die PI-Regelung in Blau und die Gravitationsregelung in Dunkelgrün abgebildet sind. . . . . | 32 |
| 4.6  | ILC-Ergebnisse mit den Parametern $l = 0.7$ und $q = 0.8$ . . . . .   | 34 |
| 4.7  | ILC-Ergebnisse mit PD-Type. . . . .   | 35 |
| 4.8  | Positionsbasierter ILC-Regelkreis. . . . .  | 38 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.9  | Drehmomentbasierter ILC Regelkreis. . . . .   | 40 |
| 4.10 | Blockdiagramm der Zustandslinearisierung. . . . .   | 41 |
| 4.11 | ESPaa-Regelkreis. . . . .   | 44 |
| A.1  | Drehmomentenkennlinie des Modells (durchgängig) und gesäuberte Kennlinie des Motors 2 (strichliert). . . . .      | 46 |
| A.2  | Steifigkeitskennlinie des Motors 2. Die minimal erreichbare Steifigkeit steigt schnell mit dem Moment an. . . . . | 46 |
| A.3  | Drehmomentenkennlinie des Modells (durchgängig) und gesäuberte Kennlinie des Motors 3 (strichliert). . . . .      | 47 |
| A.4  | Steifigkeitskennlinie des Motors 3. Die minimal erreichbare Steifigkeit steigt schnell mit dem Moment an. . . . . | 47 |
| B.1  | Abbildung zur Rotation mit RPY-Parametrierung. . . . .  | 49 |
| B.2  | Abbildung zur Translation. . . . .  | 50 |
| B.3  | Abbildung zur Koordinatentransformation. . . . .  | 51 |
| B.4  | Koordinatensysteme Roboter. . . . .   | 53 |

# Tabellenverzeichnis

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Technische Daten des Qbmove-advanced-Aktuators. . . . . | 11 |
| 3.1 | Ergebnisse der Parameterschätzung. . . . .              | 18 |
| 3.2 | Statistische Auswertung der Modellfunktionen. . . . .   | 21 |
| 3.3 | Geschätzte Parameter für Motor 1. . . . .               | 26 |
| B.1 | DH-Parameter. . . . .                                   | 52 |

# 1 Einleitung

In der heutigen Zeit spielen Roboter eine immer größere Rolle und haben in allen möglichen Variationen und Formen in unserer Gesellschaft eine immer stärker werdende Bedeutung. Dabei reicht das Spektrum von Spielzeugrobotern über Saugroboter bis hin zu den klassischen Industrierobotern und jenen im Gesundheitsbereich. Das industrielle Umfeld, charakterisiert durch seine vorhersehbare Umgebung, ist für repetitive Aufgaben prädestiniert. Dabei weisen klassische Industrieroboter eine hohe Steifigkeit der Gelenke auf, wodurch extern wirkende Kräfte einen möglichst geringen Einfluss auf die Gelenkposition haben. In weiterer Folge ermöglicht dies eine gute Genauigkeit und eine einfache Regelung solcher Roboter. Solange keine Kollisionen auftreten, ist dieses Verhalten ein großer Vorteil. Deswegen werden diese Maschinen aus Sicherheitsgründen in einer menschenleeren Umgebung eingesetzt. Für gewisse Anwendungsfälle ist es jedoch sinnvoll, wenn Menschen und Maschinen gemeinsam Aufgaben erfüllen [1]. Dazu werden sichere Roboter, welche dies z. B. durch nachgiebige Gelenke ermöglichen, gebraucht. Allerdings ist es bei einem Roboter mit nachgiebigen Gelenken wesentlich schwieriger den Endeffektor exakt zu positionieren bzw. einer bestimmten Trajektorie genau zu folgen [2]. Die Regelung von solchen Aktuatoren gestaltet sich in der Regel deutlich komplexer als bei den klassischen Antrieben [3].

Diese Technologie ermöglicht die Erhöhung der Sicherheit bei Mensch-Roboter-Interaktionen und kann so in unterschiedlichen Umgebungen (z.B. Haushalt, Unterhaltung, Hilfsmittel, Rehabilitation oder Medizin) eingesetzt werden [4]. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass Roboter eine immer wichtigere Rolle in der modernen Gesellschaft spielen und die Entwicklung sicherer und nachgiebigerer Roboter den Weg für eine engere Zusammenarbeit zwischen Mensch und Roboter ebnet. Mit dem Fortschritt der Technologie können wir erwarten, dass Roboter noch vielseitiger, leistungsfähiger und noch stärker in unseren Alltag integriert werden.

Die Arbeit untersucht den Qbmove-advanced-Aktuator, welcher ein Drehgelenk mit variabler Steifigkeit hat. Das Ziel ist, für diesen Aktuator eine Peg-in-Hole Anwendung durchzuführen. Bei dieser soll ein Gegenstand in eine dafür vorgesehene Vertiefung eingesteckt werden, wie das Einsetzen eines Holzdübels. Dazu werden verschiedene Regelungsstrategien für Aktuatoren mit variabler Steifigkeit (engl. variable stiffness actuator, VSA) untersucht. Die unterschiedlichen Ansätze zur Regelung von Aktuatoren mit variabler Steifigkeit werden diskutiert und deren Vor- und Nachteile beleuchtet. Durch diese Forschung können in Zukunft noch sicherere und effektivere Roboter entwickelt werden, die in der Lage sind, komplexere Aufgaben in mehr Anwendungsgebieten zu bewältigen.

## 1.1 Motivation

Die Peg-in-Hole-Anwendung ist ein gutes Experiment, um die Performance von VSA zu testen [5]. Grundsätzlich ist es das Ziel, bei der Peg-in-Hole-Anwendung einen Gegen-

stand in ein vorgesehenes Loch zu stecken. Dabei ist es auf der einen Seite notwendig, zu identifizieren, wo der Gegenstand eingefügt werden muss, und auf der anderen Seite, in welcher Form der Einfügprozess erfolgt. Nach [6] lässt sich der Einfügprozess in vier unterschiedliche Phasen, die Annäherungsphase, die Suchphase, die Bewegungsphase und die Orientierungsphase, einteilen. Bei dieser Anwendung kommt es durch den Kontakt mit der Umgebung zu Kontaktkräften, wodurch die Wahl einer passiven Form der Nachgiebigkeit nahe liegt. Speziell bei VSA kann die Kontaktkraft ohne zusätzliche Sensoren meistens gut geschätzt werden. Die Peg-in-Hole-Anwendung wird in der Robotik gerne als Benchmark herangezogen. Dies liegt daran, dass es in der Industrie dafür einen großen Anwendungsbereich gibt [7]. Deswegen bietet sich diese hervorragend an, um die Performance unterschiedlichster Ansätze zu vergleichen. Klassischerweise wurden dazu steife Roboter mit nachgiebigen Regelungen eingesetzt, wie die Admittanz- und Impedanzregelung.

Aufgrund der Passgenauigkeit ist eine extrem präzise Positionierung notwendig. Diese Anforderung verhindert in der Regel eine Implementierung der Peg-in-Hole-Anwendung mit reiner Positionsvorgabe [8]. Es stellt sich aber die Frage, ob diese mit den Qbmove-Aktuatoren mit variabler Steifigkeit dennoch umsetzbar ist. Als Experiment soll mit dem Roboter ein Schlüssel in ein Schloss gesteckt werden.

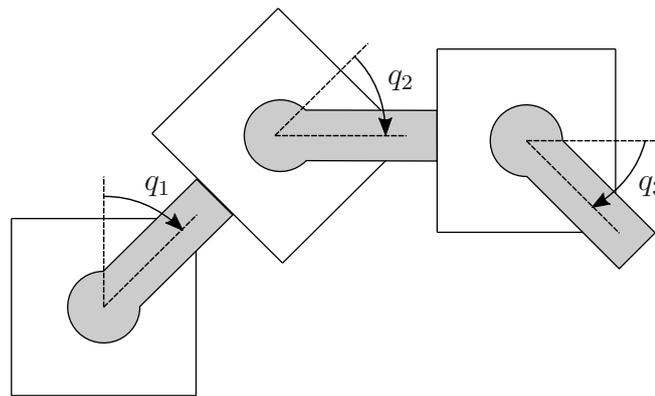


Abbildung 1.1: Schematischer Roboteraufbau.

## 1.2 Soft-Robotik

In der Robotik sind die vorteilhaften Eigenschaften von nachgiebigen Gelenken bekannt und werden unter dem Begriff der Soft-Robotik vereint. Diese beschäftigt sich mit den Möglichkeiten sicher und leistungsfähig mit Menschen, der Umgebung und Objekten zu interagieren [9]. Bei der Verwendung eines starren Manipulators entstehen hohe Kontaktkräfte, wenn dieser mit einem anderen starren Objekt in Berührung kommt. Durch die auftretenden Kräfte kann der Roboter oder seine Umgebung beschädigt werden.

Ein weit verbreiteter Ansatz, um dies zu vermeiden, ist die bewusste Einführung von Nachgiebigkeit in das System [10]. Unter einem nachgiebigen Verhalten versteht man die durch eine extern wirkende Bewegung auftretende Kraftreaktion. Bei dem Manipulatorbeispiel von oben führt ein nachgiebiger Manipulator bei Kontakt zu einer Begrenzung der

resultierenden Kräfte, wodurch sowohl der Roboter als auch die Umgebung von Schäden bewahrt werden. [2].

Zur Einführung von Nachgiebigkeit haben sich zwei Möglichkeiten etabliert. Einerseits sind das passive elastische Elemente, andererseits ist das die aktive Nachgiebigkeit. Beispiele für passive Nachgiebigkeit sind Series Elastic Actuator (SEA) [11] und Remote Center of Compliance (RCC) [12]. Bei einem SEA handelt es sich um einen steifen Aktuator in Serie mit einer Feder. Die resultierende Aktuatorsteifigkeit ist unveränderbar und von der Wahl der Feder abhängig [11]. In der Regel sind SEA noch immer extrem steif und dienen hauptsächlich als Schockabsorber und Drehmomentsensor. Das RCC ist ein Endeffektoraufsatz für Industrieroboter, welcher durch Federelemente eine passive Nachgiebigkeit bewirkt. Eine klassische Anwendung ist die Peg-in-Hole-Aufgabe.

Aktive Nachgiebigkeit findet Anwendung bei Robotern, welche mit Drehmomentsensoren in den Gelenken ausgestattet sind. Dabei wird das nachgiebige Verhalten künstlich durch die Regelung bewirkt. Eine weitverbreitete Methode ist die Admittanz- und Impedanzregelung, bei der sich der Roboter wie ein Masse-Feder-Dämpfer-System gegenüber der Umgebung verhält. Außerdem ermöglicht der rückgekoppelte Regler einen hohen Grad der Steifigkeitsanpassung, sodass diese in einem weiten Bereich eingestellt werden kann. Ein dritter und relativ neuer Ansatz ist die variable Steifigkeitsanpassung, welche im Folgenden genauer diskutiert wird.

### 1.3 Variable Impedance Actuator

Ein Variable Impedance Actuator (VIA) hat die Eigenschaft, unter einer externen Kraft von seiner Gleichgewichtslage abzuweichen. Unter der Gleichgewichtslage versteht man die Position, bei der keine Kraft bzw. kein Moment erzeugt wird. Nach [11] kann zwischen vier Kategorien

- Active Impedance by Control (aktive Nachgiebigkeit, Impedanzregelung)
- Inherent Compliance (Nachgiebiger Aktuator)
- Inherent damping
- Inertial

unterschieden werden. Die aktive Nachgiebigkeit ist – wie bereits erwähnt wurde – eine durch Software imitierte Nachgiebigkeit. Wegen der durch den Regler limitierten Bandbreite ist es nicht möglich, Energie zu speichern und in weiterer Folge können keine Stöße absorbiert werden. Zusätzlich ist für die Impedanzregelung ein genaues Modell der Systemdynamik erforderlich. Die restlichen drei Kategorien haben alle gemeinsam, dass die Nachgiebigkeit fester Bestandteil des Systems ist. Die Inherent-Compliance-Aktuatoren stellen die größte Gruppe dar und können in Aktuatoren mit einer festen Nachgiebigkeit und in jene mit einer einstellbaren Nachgiebigkeit unterteilt werden. Die bereits genannten Serial Elastic Actuators (SEA) gehören zu den Inherent-Compliance-Aktuatoren mit fester Nachgiebigkeit. Für die Aktuatoren mit variabler Nachgiebigkeit wird der Begriff Variable Stiffness Actuator (VSA) in der Literatur definiert [11]. Die VSA-Technologie stellt dabei

eine Weiterentwicklung der flexiblen Gelenktechnik für drehmomentgesteuerte Roboter dar [13]. Bisher wurden die Eigenschaften der Soft-Roboter durch Regelungen, wie der aktiven Dämpfungsregelung, der kartesischen Impedanzregelung und der Kollisionserkennung und -reaktion [9], nachgeahmt. Bei der variablen Steifigkeit implementiert man nun die Merkmale der Soft-Roboter auf mechanischer Ebene. Außerdem wird ein zusätzlicher Aktuator hinzugefügt, damit nicht nur die Gelenkposition, sondern auch die Gelenksteifigkeit eingestellt werden kann. Die wesentlichen Vorteile von VSA's sind:

- Sicherheit für Menschen und Widerstandsfähigkeit gegenüber Selbstbeschädigung [14].
- Die Robustheit des Mechanismus gegenüber äußeren Einwirkungen kann erhöht werden, da die Verbindungsmasse und die Gelenkelastizität einen mechanischen Tiefpassfilter ergeben. Diese Beschaffenheit ist besonders relevant für empfindliche Mechanismen wie die Finger von Roboterhänden, bei denen starre Stöße regelmäßig auftreten [15].
- Erhöhte dynamische Leistung und Energieeffizienz. Die Fähigkeit, mechanische Energie zu speichern, kann genutzt werden, um die Geschwindigkeitsbegrenzung des Motors zu überwinden. Dies ermöglicht weitere dynamische Fähigkeiten, wie das Werfen. Einige Laufroboter nutzen diese Fähigkeit ebenfalls aus [14]. Darüber hinaus kann sie zur Steigerung der Energieeffizienz bei sich wiederholenden Aufgaben genutzt werden [16].
- Anpassungsfähigkeit der Kraft an die Aufgabe für Anwendungen, bei denen ein kontinuierlicher Kontakt und eine genaue Kräftechselwirkung notwendig sind [14].

Die nichtlineare Motor- und Gelenkdynamik stellt ein komplexes System dar und erfordert eine sorgfältige und präzise Regelung. Ziel der Regelungsalgorithmen ist es, die Struktur vorteilhaft auszunutzen und gleichzeitig die Nachteile zu reduzieren [3].

## 1.4 Variable Stiffness Actuator

Nachdem in der Einleitung im Abschnitt 1.3 der Begriff VSA eingeordnet wurde, soll nun ein Überblick zu den verschiedenen Arten des VSA und deren Funktionsweise gegeben werden.

### 1.4.1 Federvorspannung

Bei dieser Kategorie wird die variable Steifigkeit durch das Vorspannen einer nichtlinearen Feder (engl. Spring Preload) eingestellt. Da die resultierende Federkraft parallel zur Federauslenkung ist, muss Energie in der Feder gespeichert werden, um die Steifigkeit zu ändern. Diese Energie ist dann nicht mehr abrufbar [11]. Es ist nun möglich, durch Hinzufügen einer Feder mit negativer Steifigkeit diesen Effekt aufzuheben. Dadurch ergeben sich die drei folgenden Unterkategorien:

- Vorspannung einer einzelnen Feder (Preload adjustment of single spring)

- Antagonistische Federn mit antagonistischen Motoren (Antagonistic springs with antagonistic motors)
- Antagonistische Federn mit unabhängigen Motoren (Antagonistic springs with independent motors)

#### 1.4.2 Vorspannung einer einzelnen Feder

Die Subklasse verwendet eine nichtlineare Verbindung zwischen dem Ausgangsglied und dem Federelement. Dadurch wird nur eine lineare Feder benötigt, deren Steifigkeit durch die Änderung der Vorspannung angepasst wird. Es gibt verschiedene Vertreter dieser Gelenkart, wie zum Beispiel „Mechanically Adjustable Compliance and Controllable Equilibrium Position Actuator“ (Macepa) [17], „moment arm adjustment for remote induction of net effective torque“ (MARIONET) [18], „variable stiffness approach“ (VS-Joint) [19] und „Floating Spring Joint“ (FSJ) [20]. Der VS-Joint verwendet beispielsweise eine Vorspannung, um die Steifigkeit zu ändern, während der FSJ mit zwei gegenüberliegenden Nockenprofilen und einer einzigen Feder ausgestattet ist [21].

#### 1.4.3 Antagonistische Federn mit antagonistischen Motoren

Antagonistische Federn mit antagonistischen Motoren sind in der Natur und Robotik anzutreffen. Es wird zwischen drei unterschiedlichen Ausführungen von antagonistischen Aktoren unterschieden. Diese werden als unidirektional, kreuzgekoppelt und bidirektional bezeichnet. Bei einer unidirektionalen Konfiguration mit zwei Federn entspricht das maximal mögliche Drehmoment dem Drehmoment eines Motors. Durch die Benutzung einer dritten Feder kann durch eine Kreuzkopplung die Leistung erhöht werden. Der VSA-I Prototyp [22] funktioniert nach diesem Prinzip. Wird nun eine vierte Feder zur Verbindung jedes Aktuators mit dem Glied in einer Druck-Zug-Konfiguration eingesetzt, kann die Summe der beiden Motordrehmomente am Gelenk abgerufen werden. Dazu kann allerdings keine Anforderung mehr an die Steifigkeit gestellt werden [11].

#### 1.4.4 Antagonistische Federn mit unabhängigen Motoren

Ein Nachteil antagonistischer Motoren besteht darin, dass sie synchron betrieben werden müssen, damit die Gleichgewichtsposition oder die Steifigkeit geändert werden kann. Bei antagonistischen Federn mit unabhängigen Motoren kommt es zu einer teilweisen Entkoppelung der Gleichgewichtsposition und der Steifigkeit. Beispiele für diesen Antrieb sind das „Quasi-Antagonistic“ (QA)-Joint [23] und der „actuator with mechanically adjustable series complian“ (AMASC) [24].

Die anderen beiden Kategorien „changing transmission between load and spring“ und „physical properties of the spring“ seien der Vollständigkeit halber erwähnt, sind aber für die weiteren Betrachtungen nicht relevant.

## 1.5 Stand der Technik

Aktoren mit variabler Steifigkeit sind seit mehreren Jahrzehnten Gegenstand der Forschung. Es wurden dabei verschiedenste Regelungskonzepte vorgeschlagen, um die gewünschte Leistung zu erzielen. Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die Entwicklung der Regelungsalgorithmen für Aktuatoren mit variabler Steifigkeit gegeben.

Die Grundlage für die heutigen Regelungskonzepte für VSA basiert auf ihrer engen Verwandtschaft mit den „flexible joints“ [3]. Hinsichtlich dieser besteht die Notwendigkeit, auftretende Schwingungen zu dämpfen, um die benötigte Genauigkeit bei höheren Geschwindigkeiten erzielen zu können [25–27]. Ein Großteil der theoretischen Grundlagen sind in den modernen Methoden der nichtlinearen Regelungstechnik zu finden, da das Robotermodell mit elastischen Gelenken ein anregendes Beispielsystem abgibt [28]. Unter anderem wurden die Zustandslinearisierung [29], die passivitätsbasierte Regelung, das Backstepping, die adaptive Regelung [30–32], die Slide-Mode-Regelung und die Stabilitätstheorie nichtlinearer, kaskadierter Systeme untersucht [33–35].

In den letzten Jahren wurden auch neue Regelungsansätze mit Iterative Learning Control (ILC) und Vorsteuerungen mittels Neural Networks (NN) erforscht. In [36] wird das neuartige Verfahren „torque-based ILC“ (tILC) vorgestellt, welches auf dem „position-based ILC“ (pILC) [37] aufbaut. Ein Beispiel für die Anwendung eines Neural Networks ist in [38] zu finden. Bei diesem wird jedoch nur ein Gelenk ohne externem Moment behandelt.

Ein weiterer Fortschritt wurde mit „Elastic Structure Preserving“ (ESP) Control erzielt. Bei dieser Methode wird die ursprüngliche Dynamik des Systems so wenig wie möglich geändert, indem nur zusätzliche Dämpfungs- und Vorsteuerterme hinzugefügt werden [39]. In der Arbeit [40] wurde der ESP Ansatz auf Aktuatoren mit einem agonistic-antagonistic Aufbau zu ESPaa (ESP für agonistisch-antagonistische Aktoren) erweitert.

In den letzten Jahren haben Forscher den Einsatz von lernbasierten Steuerungsstrategien erforscht, wie z. B. das Reinforced Learning (RL) und die adaptive Steuerung. Beim RL wird ein Agent darauf trainiert, durch Versuch und Irrtum eine optimale Steuerungsstrategie zu erlernen. Bei der adaptiven Steuerung hingegen wird ein Modell des Aktuators verwendet, um die Steifigkeit zu schätzen und die Regelparameter entsprechend anzupassen.

### 1.5.1 Anwendungsgebiete

Bei der Gangrehabilitation werden oft mehrere Physiotherapeuten pro Patient eingesetzt, was einerseits teuer ist und andererseits wird durch eingeschränkte personelle Verfügbarkeit der Heilungsprozess verlängert. Zur Unterstützung bieten sich Roboter wie der Lokomat [41] an, die gangähnliche Bewegungsmuster auf die Beine des Patienten übertragen.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit sind Roboterspielzeuge für Kinder. Die Benutzung von steifen, elektrischen Antrieben resultiert in unnatürlichen Bewegungen und Interaktionen des Roboters. Vor allem für Kuscheltiere hat aber ein nachgiebiges und natürliches Verhalten einen großen Vorteil, da so durch externe Bewegungen verursachte Schäden minimiert werden können.[21]

## 1.6 Notation

Die Gelenkwinkel bzw. Freiheitsgrade werden mit dem Vektor

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

beschrieben und haben die Dimension  $n$ . Für die Motorwinkel  $\boldsymbol{\theta}$  gilt allgemein

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

mit der Dimension  $m$ . In dieser Arbeit werden Motoren mit zwei Motoren pro Gelenk genutzt. Deswegen können die Motorwinkel in der Form

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \begin{bmatrix} \theta_{1,1} \\ \vdots \\ \theta_{1,n} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta}_2 = \begin{bmatrix} \theta_{2,1} \\ \vdots \\ \theta_{2,n} \end{bmatrix} \quad (1.3a)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \boldsymbol{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (1.3b)$$

mit der Dimension  $m = 2n$  dargestellt werden. Das Moment der Federn mit den elastischen Potenzialen  $V_1$  und  $V_2$  ist mit  $\boldsymbol{\varphi}_1^\theta = \boldsymbol{\theta}_1 - \mathbf{q}$  und  $\boldsymbol{\varphi}_2^\theta = \boldsymbol{\theta}_2 - \mathbf{q}$  in der Form

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{\partial V_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta)}{\partial(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta)} = \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) \quad (1.4a)$$

$$\boldsymbol{\tau}_2 = \frac{\partial V_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta)}{\partial(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta)} = \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) \quad (1.4b)$$

gegeben. Die lokale Steifigkeit lautet in weiterer Folge

$$\mathbf{S}_1 = \frac{\partial^2 V_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta)}{\partial(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta)^2} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta)}{\partial \boldsymbol{\varphi}_1^\theta} = \boldsymbol{\kappa}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) \quad (1.5a)$$

$$\mathbf{S}_2 = \frac{\partial^2 V_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta)}{\partial(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta)^2} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta)}{\partial \boldsymbol{\varphi}_2^\theta} = \boldsymbol{\kappa}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta). \quad (1.5b)$$

## 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die mathematischen Grundlagen beschrieben, welche für das Verständnis der Arbeit benötigt werden. Die zentralen Punkte in diesem Kapitel sind die verwendeten Aktuatoren, die Beschreibung des Versuchsaufbaus sowie die Roboterkinematik für VSA.

Im ersten Abschnitt 2.1 wird die genutzte Hardware vorgestellt und der antagonistische Gelenkaufbau mathematisch aufbereitet. Weiters werden die Eigenschaften von variabler Steifigkeit diskutiert.

Im zweiten Abschnitt wird das dynamische Modell des Roboters dargestellt und mit dem Modell der Aktuatoren verknüpft.

Zur Parameteridentifikation im nächsten Kapitel ist ein gutes Verständnis des Aufbaus der Aktuatoren notwendig. Aus diesem Grund wird nun im Detail der antagonistische Mechanismus betrachtet.

### 2.1 Qbmove Advanced Actuator

Konkret werden in dieser Arbeit Qbmove advanced Motoren der italienischen Firma qbrobotics verwendet. Diese gehören zu den bidirektionalen antagonistischen VSA und bestehen aus zwei Servomotoren, welche über nichtlineare Federn mit dem Gelenk gekoppelt sind. Einer dieser Motoren ist in Abbildung 2.1a zu sehen. Auf dem Bild ist nur der Ausgangsschaft bzw. das Gelenk zu erkennen. Die beiden Servomotoren mit ihrer Übersetzung und dem Federsystem sitzen unter dem Gehäuse versteckt und sind in der Abbildung 2.1b dargestellt. Eine modellhafte Darstellung des mechanischen Aufbaus ist in Abbildung 2.2 gegeben. Die Winkel  $\theta_1$  und  $\theta_2$  bezeichnen die Positionen der Servomotoren, während der Winkel  $q$  die Position des Gelenks repräsentiert. Durch ein Gegeneinanderverschieben der beiden Servomotoren lässt sich die Steifigkeit des Gelenks einstellen. Laut dem Datenblatt bestimmt die Größe  $\sigma = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$  quantitativ die Steifigkeit. Die Auslenkung  $\delta = q - q_{eq}$  entspricht der Differenz zwischen der Position des Gelenks und der kraftfreien Gleichgewichtsposition  $q_{eq} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ . Für ein besseres Verständnis sind die eben beschriebenen Zusammenhänge in der Abbildung 2.3 grafisch dargestellt. Die Servomotoren werden mit einer Spannung von 24 V versorgt und kommunizieren über einen RS485-Bus miteinander. Die Kommunikation zum PC erfolgt über ein Micro-USB-Kabel. Zusätzlich werden im Datenblatt Modellfunktionen für das Ausgangsmoment

$$\tau = \underbrace{k_1 \sinh(a_1(q - \theta_1))}_{\psi_1(\theta_1 - q)} + \underbrace{k_2 \sinh(a_2(q + \theta_2))}_{\psi_2(\theta_2 - q)}, \quad (2.1)$$

die Ausgangssteifigkeit

$$S = k_1 a_1 \cosh(a_1(q - \theta_1)) + k_2 a_2 \cosh(a_2(q - \theta_2)) \quad (2.2)$$



(a) qb move advanced Aktuator.



(b) qb move advanced Federsystem und Servomotoren.

Abbildung 2.1: Auf der linken Seite ist das Äußere eines Qbmove-Aktuators abgebildet, während auf der rechten Seite das interne Federsystem zu sehen ist.

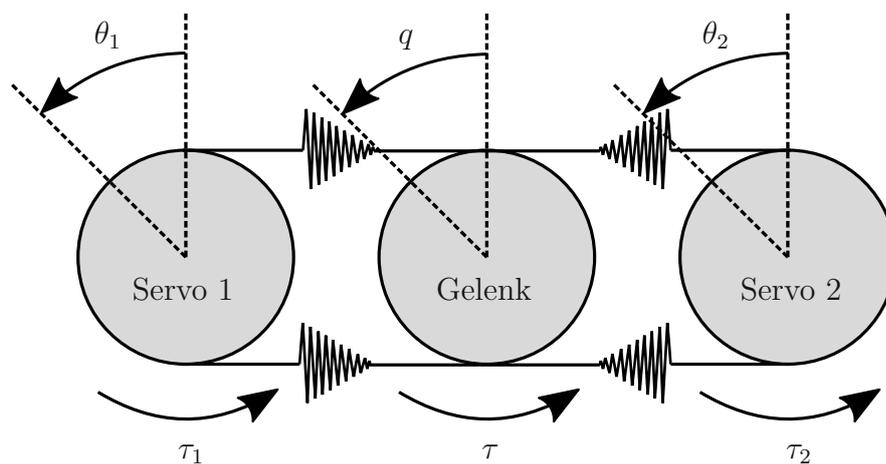


Abbildung 2.2: Modelhafter Aufbau des Qbmove-advanced-Motors.

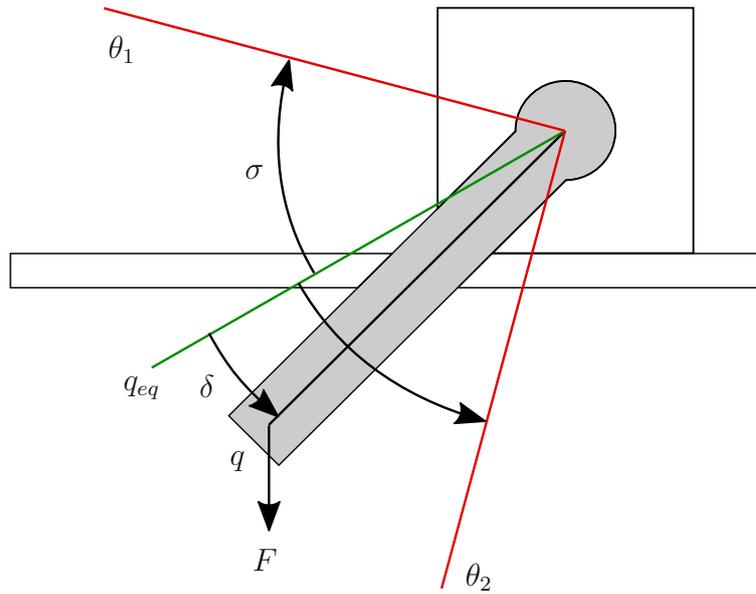


Abbildung 2.3: Grafische Darstellung der kraftfreien Gleichgewichtsposition und Auslenkung durch eine externe Kraft.

und die in der Elastizität gespeicherte Energie

$$V = \frac{k_1 \cosh(a_1(q - \theta_1))}{a_1} + \frac{k_2 \cosh(a_2(q - \theta_2))}{a_2} \quad (2.3)$$

angegeben. Die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $k_1$  und  $k_2$  sind Modellparameter und müssen für jeden Motor individuell bestimmt werden. Im Datenblatt werden die Werte  $a_1 = 8.9995/\text{rad}$ ,  $a_2 = 8.9989/\text{rad}$ ,  $k_1 = 0.0026 \text{ N m}$  und  $k_2 = 0.0011 \text{ N m}$  angegeben. Weiters kann das Ausgangsmoment (2.1) mit den Zusammenhängen für  $q_{eq}$  und  $\sigma$  auf die Form

$$\tau = \underbrace{k_1 \sinh(a_1(q - q_{eq} - \sigma))}_{\psi_1(q - q_{eq}, \sigma)} + \underbrace{k_2 \sinh(a_2(q - q_{eq} + \sigma))}_{\psi_2(q - q_{eq}, \sigma)} \quad (2.4)$$

gebracht werden. Eine Liste mit den wichtigsten technischen Spezifikationen ist in Tabelle 2.1 zusammengefasst [42]. Die Ansteuerung der Servomotoren kann dabei über zwei vom Hersteller zur Verfügung gestellte Schnittstellen für MATLAB/SIMULINK oder ROS durchgeführt werden. In dieser Arbeit wurde ausschließlich die MATLAB/SIMULINK-Schnittstelle genutzt. Diese ermöglicht es, die Positionen der Servomotoren für den internen PD-Regler (siehe Abbildung 2.4) vorzugeben [43].

| Beschreibung                     | Wert | Einheit |
|----------------------------------|------|---------|
| Continuous Output Power          | 33   | W       |
| Nominal Torque                   | 5.5  | N m     |
| Nominal Speed                    | 5.5  | rad/s   |
| Peak Torque                      | 6.6  | N m     |
| Maximum Speed                    | 6.33 | rad/s   |
| Maximum Stiffness                | 83.5 | N m/rad |
| Minimum Stiffness                | 0.5  | N m/rad |
| Nominal Stiffness Variation Time | 0.25 | s       |
| Maximum Elastic Energy           | 0.88 | J       |
| Maximum Hysteresis               | 0.5  | °       |
| Maximum deflection max stiffness | 6    | °       |
| Maximum deflection min stiffness | 50   | °       |

Tabelle 2.1: Technische Daten des Qbmove-advanced-Aktuators.

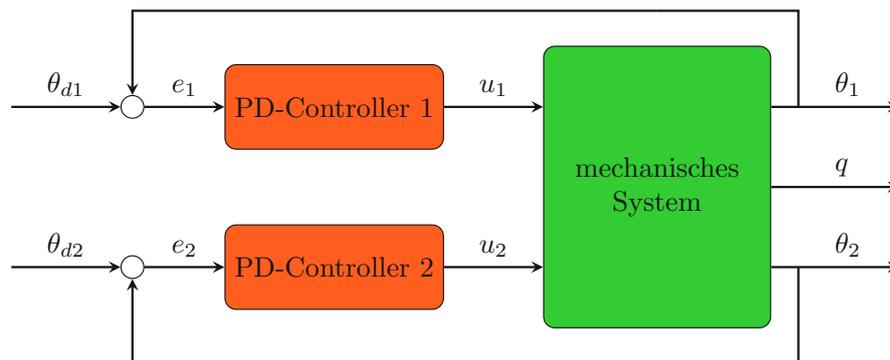


Abbildung 2.4: Interner PD-Regelkreis des Qbmove-advanced-Aktuators.

## 2.2 Antagonistischer Gelenkaufbau

Der antagonistische Gelenkaufbau orientiert sich an dem Aufbau der Muskeln im Skelettsystem von lebenden Tieren. Dabei sorgen zwei entgegengesetzte Muskeln an einem Gelenk für Bewegung. Beim Kontrahieren eines Muskels wird der andere Muskel gestreckt und eine Bewegung des Gelenks erzeugt. Werden beide Muskeln gleichzeitig angespannt, wird die Steifigkeit des Gelenks erhöht. Zur Umsetzung dieses Konzeptes werden zwei gleichwertige Motoren mit einem Ausgang (Gelenk) verknüpft (siehe Abbildung 2.2).

Als elastische Elemente werden nichtlineare Federn eingesetzt. Werden nun zwei zusätzliche Verbindungen zwischen den Motoren und dem Gelenk hergestellt, sodass die Motoren in beide Richtungen Kräfte übertragen können, entsteht ein bidirektionaler antagonistischer

Aufbau. Dieser ermöglicht es, dass sich die Motoren bei einem externen Moment gegenseitig unterstützen können [3]. In Verbindung mit einer Lageregelung kann der bidirektionale antagonistische Verbund von Motor und Feder als Momentenquelle

$$\tau_1 = \psi_1(\varphi_1) = \psi_1(\theta_1 - q) \quad (2.5a)$$

$$\tau_2 = \psi_2(\varphi_2) = \psi_2(\theta_2 - q) \quad (2.5b)$$

mit den Federauslenkungen  $\varphi_1 = \theta_1 - q$  und  $\varphi_2 = \theta_2 - q$  gesehen werden. Die Funktionen  $\psi_1$  und  $\psi_2$  erzeugen gemeinsam das Moment

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \psi_1(\varphi_1) + \psi_2(\varphi_2) \quad (2.6)$$

am Gelenk. Der Parameter  $\sigma$  stellt die Steifigkeit ein. Das Gelenk ist über je zwei nichtlineare Elemente mit den beiden Motoren verbunden. Über die Momentenbilanz ergibt sich eine diagonale Struktur des Systems mit einem VSA-Gelenk zu [3]

$$\begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & b_{1,i} & 0 \\ 0 & 0 & b_{2,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_i \\ \ddot{\theta}_{1,i} \\ \ddot{\theta}_{2,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\psi_1(\varphi_1) - \psi_2(\varphi_2) \\ \psi_1(\varphi_1) \\ \psi_2(\varphi_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{ext,i} \\ \tau_{m1,i} \\ \tau_{m2,i} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Der Parameter  $m_i$  entspricht dem Trägheitsmoment des  $i$ -ten Gelenks, während die Parameter  $b_{1,i}$  und  $b_{2,i}$  die Trägheitsmomente des ersten und zweiten Servomotors des  $i$ -ten Aktuator sind. Das extern auf das Gelenk wirkende Moment wird mit  $\tau_{ext,i}$  und die Motormomente werden mit  $\tau_{m1,i}$  und  $\tau_{m2,i}$  bezeichnet.

### 2.2.1 Variable Steifigkeit

Die wichtigsten Bausteine des VSA sind die elastischen Elemente und ihre charakteristischen Eigenschaften. Es wird durch den mechanischen Aufbau versucht, eine möglichst ideale Steifigkeit mit so wenig Dämpfung wie möglich zu erzeugen. Dadurch ist es möglich,

- das auftretende Drehmoment  $\tau$  durch die Gleichung

$$\tau = \psi(\varphi, \sigma) \quad (2.8)$$

zu beschreiben,

- die Gelenkposition  $\varphi$  über die Motorposition  $\theta$  und die quantitative Steifigkeit  $\sigma$  zu schätzen und
- durch die Speicherung von Energie in der Feder hochdynamische Bewegungen durchzuführen.

Die Steifigkeit ist folgendermaßen definiert

$$S(\varphi, \sigma) = \frac{\partial \psi(\varphi, \sigma)}{\partial \varphi}. \quad (2.9)$$

In weiterer Folge wird für die Federfunktion vorausgesetzt, dass es eine eindeutige Gleichgewichtslösung gibt. Dafür müssen die Bedingungen

$$\frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi} - \tau_{ext} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 V(\varphi)}{\partial \varphi^2} > 0 \quad (2.10)$$

mit der Federenergie  $V(\varphi)$  und dem externen Moment  $\tau_{ext}$  erfüllt werden. Hier wird eine allgemeine Schreibweise für die Energie der Feder benutzt, welche äquivalent zu den Größen aus Gleichung (1.5) ist. Dadurch kann sicher gestellt werden, dass  $\varphi$  oder  $\sigma$  aus den inversen Funktionen

$$\varphi = \psi^{-1}(\tau_{ext}, \sigma) \quad (2.11a)$$

$$\sigma = \psi^{-1}(\tau_{ext}, \varphi) \quad (2.11b)$$

berechnet werden können [3].

Für den bidirektionalen antagonistischen Gelenkaufbau ist die Nichtlinearität der Federn die Voraussetzung dafür, dass die Steifigkeit über die Motorpositionen einstellbar ist. Für lineare Federn mit der Steifigkeit  $k$  ergibt sich die Formel (2.6) für das resultierende Moment am Gelenk zu

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = -k(q - \theta_1) + k(q - \theta_2) = k(\theta_1 - \theta_2). \quad (2.12)$$

Durch die Anwendung von Gleichung 2.9 kann die Steifigkeit des Systems mit

$$S = \frac{d\tau}{dq} = 0 \quad (2.13)$$

beschrieben werden. Es besteht keine Möglichkeit, die Steifigkeit mit den Motorpositionen  $\theta_1$  und  $\theta_2$  zu beeinflussen, da die Funktion unabhängig von diesen ist. Damit diese Unabhängigkeit der einstellbaren Parameter nicht eintritt, muss die Federsteifigkeit nichtlinear sein [21]. Die Ruhelageposition aus dem Datenblatt  $q_{eq} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$  ist ein Spezialfall für symmetrische Federn.

## 2.3 VSA-Roboter-Modell

Die Berechnung für das Robotermodell erfolgt analog zu einem starren Roboter. Jedoch muss zusätzlich die kinetische Energie für das komplette elastische Modell mit

$$\mathbf{T}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}_r(\mathbf{q}) + \mathbf{M}_l(\mathbf{q}) & \mathbf{S}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

berücksichtigt werden [44].  $\mathbf{M}_r(\mathbf{q})$  umfasst die Trägheitskomponenten der Rotoren,  $\mathbf{M}_l(\mathbf{q})$  ist die Verbindungsträgheitsmatrix und enthält die Trägheitskomponenten der Verbindungsstücke zwischen den Gelenken. Die Matrix  $\mathbf{S}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  entsteht durch einen Energiebeitrag zum Rotationsanteil der kinetischen Energie der Rotoren durch die Gelenkbewegung und umgekehrt. Die Motorträgheitsmatrix  $\mathbf{B} = \text{diag}(b) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  fasst die Terme des Trägheitstensors der Rotoren entlang ihrer Drehachse zusammen. Da durch das

Übersetzungsverhältnis die Motorgeschwindigkeiten  $\dot{\theta}$  in der Regel deutlich größer sind als die Gelenkgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$ , kann der Term  $\mathbf{S}(\mathbf{q}) = 0$  gesetzt werden. Außerdem gibt es bei der potentiellen Energie ebenfalls einen zusätzlichen Anteil bedingt durch in der Feder gespeicherten Energie

$$V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}) = V_g(\mathbf{q}) + V_F(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}). \quad (2.15)$$

Die Anwendung des Euler-Lagrange-Formalismus gemeinsam mit den Gleichungen (2.14) und (2.15) resultiert in den Bewegungsgleichungen der Form

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) + \boldsymbol{\tau}_{ext}, \quad (2.16a)$$

$$\mathbf{B}_1\ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 + \mathbf{D}_1\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) = \boldsymbol{\tau}_{m1}, \quad (2.16b)$$

$$\mathbf{B}_2\ddot{\boldsymbol{\theta}}_2 + \mathbf{D}_2\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) = \boldsymbol{\tau}_{m2}. \quad (2.16c)$$

Wird  $\boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) = \boldsymbol{\tau}$  gesetzt und die beiden Gleichungen der Servomotoren kombiniert, erhält man folgende Schreibweise für das System

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext}, \quad (2.17a)$$

$$\mathbf{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\varphi}^\theta) = \boldsymbol{\tau}_m, \quad (2.17b)$$

$$\boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.17c)$$

mit

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\varphi}^\theta) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) \\ \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) \end{bmatrix} \quad (2.18a)$$

$$\text{und } \boldsymbol{\tau}_m = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{m1} \\ \boldsymbol{\tau}_{m2} \end{bmatrix}. \quad (2.18b)$$

Die Massenmatrix  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  vereint die verbleibenden Einträge der Matrix  $\mathbf{M}_r(\mathbf{q}) + \mathbf{M}_l(\mathbf{q})$ , während die Zentrifugal- und Corioliskräfte durch  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  gegeben sind [44]. Aus (2.16c) wird ersichtlich, dass das Modell in die Kategorie der unteraktuierten Systeme gehört. Darunter fallen alle Systeme, welche weniger Eingänge als Zustände haben [45] bzw. Systeme, die keine instantanen Beschleunigungen in willkürliche Richtungen erzeugen können [46]. Damit lassen sich die Zustände in „collocated“ und „non-collocated“ unterteilen. Die „collocated“ Zustände haben die Dimension der Systemeingänge und entsprechen im Fall des VSA-Roboters den Motorpositionen  $\boldsymbol{\theta}_1$  und  $\boldsymbol{\theta}_2$ . Die „non-collocated“ Zustände sind die Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ . Diese sind nur indirekt über die Verbindung der Federn mit den „collocated“ Zuständen veränderbar [36].

## 3 Charakterisierung der Aktuatoren

In diesem Kapitel werden die bereits erwähnten Modellparameter sowie weitere Systemparameter ermittelt. Die dazu benötigten Messungen und Berechnungen werden beschrieben. Es werden unterschiedliche Funktionen für die parametrische Identifikation vorgestellt und deren Ergebnisse untereinander verglichen.

### 3.1 Steifigkeitsmessung

Zur Identifikation der Steifigkeit wurde ein Messaufbau, wie in Abbildung 3.1 skizziert, vorbereitet. Dazu wurde ein Gewicht von  $m = 2 \text{ kg}$  mit einem Verbindungsstück mit einer Länge von  $r = 0.15 \text{ m}$  benutzt, um ein Drehmoment am Gelenk zu erzeugen. Das tatsächlich wirkende Drehmoment lässt sich dann über die Gelenkposition mit  $\tau = mgr \sin(q)$  berechnen. Bei einer Messung wird die ideale Gleichgewichtslage  $q_{eq}$  und die gewünschte Steifigkeitseinstellung mit  $\sigma = [0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ]$  vorgeben. Die Gleichgewichtsposition  $q_{eq}$  startet bei  $0^\circ$ , wandert nach  $-115^\circ$ , dann nach  $115^\circ$  und wieder zum Ausgangspunkt  $0^\circ$  zurück. Aus dieser Trajektorie werden die Motorpositionen aus den Gleichungen

$$\theta_1 = q_{eq} + \sigma \quad \text{und} \quad \theta_2 = q_{eq} - \sigma \quad (3.1)$$

berechnet und über den internen PD-Regler vorgegeben. Da die oben genannten Gleichungen (3.1) streng genommen nur bei symmetrischen Systemen (Federn sind exakt gleich) gültig sind, tragen diese Annahmen zu Fehlern bei der Parameteridentifikation bei. Die Kenntnis der Steifigkeitskennlinie ermöglicht es, unter idealen Bedingungen die Positionen der einzelnen Servomotoren bei einer gewünschten Ausgangsposition und Steifigkeit zu berechnen.

#### 3.1.1 Erreichbarer Steifigkeitsbereich

Im Folgenden werden die aus dem Messaufbau resultierenden Messungen exemplarisch anhand eines Motors analysiert und diskutiert. Weiters sei darauf hingewiesen, dass die Auslenkung  $\delta$  nicht direkt gemessen werden kann, sondern über die gemessenen Motorpositionen und Gelenkposition berechnet werden muss. Auch diese Gleichungen sind streng genommen nur für einen symmetrischen Aufbau gültig. Da es jedoch zu diesem Zeitpunkt noch keine Informationen bezüglich der Symmetrie des realen Aufbaus gibt, stellt dies die einzige Möglichkeit dar.

Die gemessenen Daten für den Motor 1 sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Unabhängig von der gewählten Steifigkeit, ist eine deutliche Hysterese zu erkennen. Durch den Einsatz von Metallfedern im Aufbau des Systems ist eine Hysterese durch elastisch-plastische Verformung zu erwarten. Diese ist besonders bei geringer Belastung dominant. Ebenso

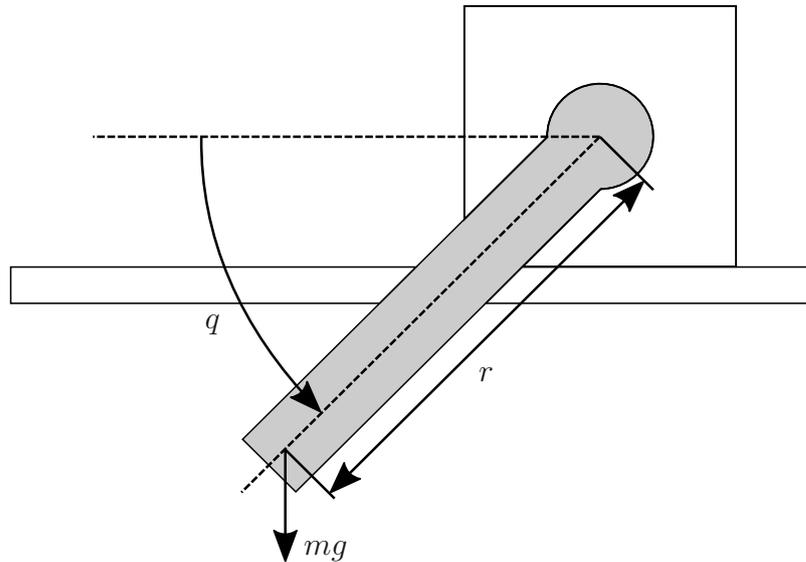


Abbildung 3.1: Aufbau zur Steifigkeitsmessung.

sind eine deutliche Verschiebung des Moments und eine Auslenkung vom Ursprung zu sehen. Dieser Offset entsteht durch den Positionssensor der Gelenkposition  $q$ , welcher

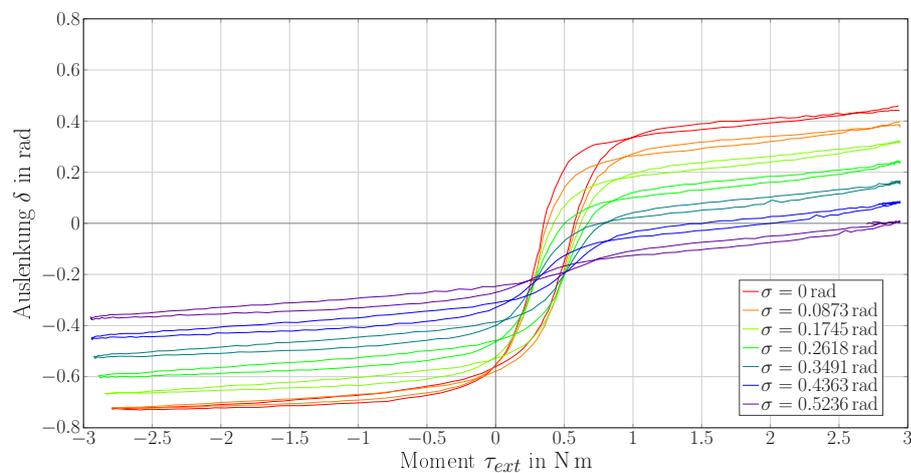


Abbildung 3.2: Rohre Drehmomentenkennlinie des Motors 1.

für die Berechnung der Auslenkung  $\delta$  und des Momentes  $\tau$  benutzt wird. Deswegen ist es notwendig, die Rohdaten zu normalisieren und die Hysterese durch eine punktuelle Mittelung zu entfernen. Dafür werden bei jedem Drehmomentwert die beiden Werte der Hüllkurven miteinander gemittelt. Im Anschluss werden die so aufbereiteten Daten für die Parameterschätzung der Drehmomentenkennlinie mit der Modellfunktion

$$\tau = k_1 \sinh(a_1(q - \theta_1)) + k_2 \sinh(a_2(q - \theta_2)) \quad (3.2)$$

aus dem Datenblatt [42] genutzt. Die aufbereiteten Daten sind in Abbildung 3.3 durchgängig gezeichnet, während die Rohdaten strichliert sind.

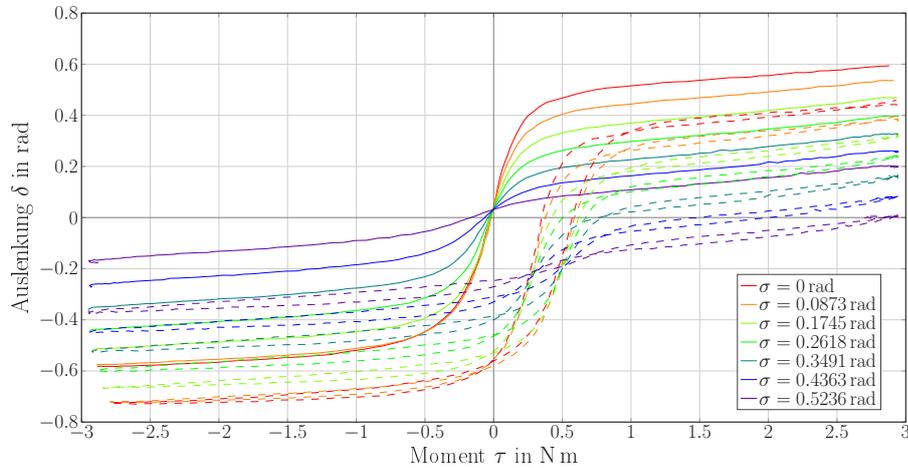


Abbildung 3.3: Gesäuberte Drehmomentenkennlinie (durchgängig) des Motors 1 und Rohdaten (strichliert).

Weiters wird in Abbildung 3.4 die mit den geschätzten Parametern (siehe Tabelle 3.1) berechnete Drehmomentenkennlinie (durchgängig) den bereinigten Daten (strichliert) gegenübergestellt. Die Plots für die beiden anderen Motoren sind im Anhang A zu finden. Bei Betrachtung der Tabelle ist bemerkenswert, dass sich die Werte von  $k_1$  und  $k_2$  um bis zu einer Größenordnung unterscheiden. Dieser Unterschied ist schon zwischen dem Datenblatt und den in der Literatur genutzten Parametern zu sehen. Durch das Zusammenspielen der Größen  $a_1$  mit  $k_1$  und  $a_2$  mit  $k_2$  kann die Steigung der Momentenkennlinie angepasst werden. Deswegen hat ein kleiner Wert von  $a_{1/2}$  einen etwas größeren Wert von  $k_{1/2}$  zur Folge.

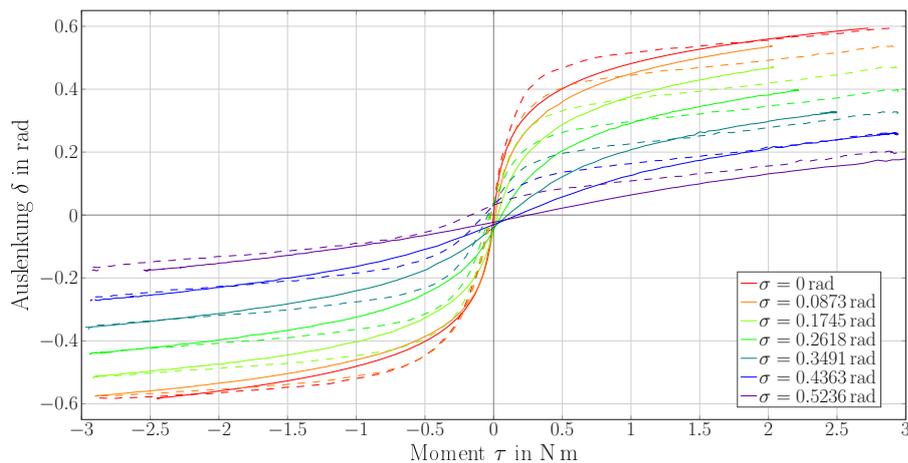


Abbildung 3.4: Drehmomentenkennlinie des Modells (durchgängig) und gesäuberte Kennlinie des Motors 1 (strichliert).

Aus dem Bild ist ersichtlich, dass die Modellfunktion den Funktionsverlauf nicht optimal wiedergeben kann. Zur weiteren Beurteilung wurde in Abbildung 3.5 die Steifigkeitskennlinie mit

$$S = k_1 a_1 \cosh(a_1(q - \theta_1)) + k_2 a_2 \cosh(a_2(q - \theta_2)) \quad (3.3)$$

berechnet. Dabei wird eine Limitierung der variablen Steifigkeit sichtbar. Sobald das

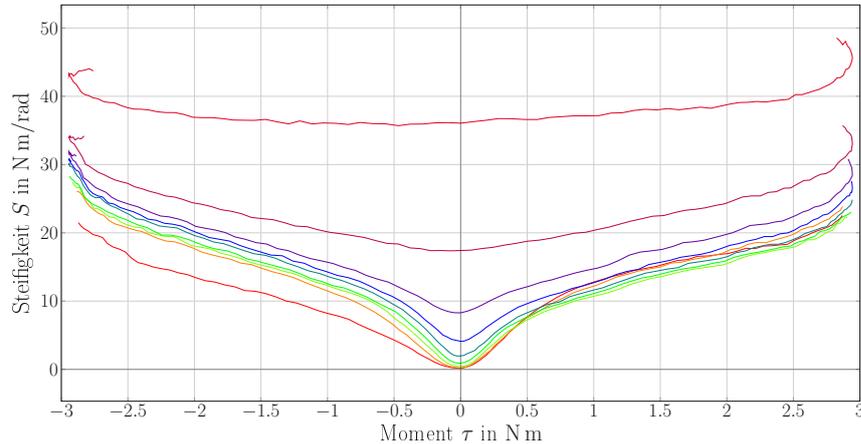


Abbildung 3.5: Steifigkeitskennlinie des Motors 1. Die minimal erreichbare Steifigkeit steigt schnell mit dem Moment an.

Gelenk belastet wird, wird der Bereich, in dem die Steifigkeit über einen weiten Bereich eingestellt werden kann, verlassen. Ohne externer Belastung kann beispielsweise ein Steifigkeitsverhältnis von ca. 55 erreicht werden, während bei einem externen Moment von 2 N m nur noch ein Verhältnis von knapp 2.5 möglich ist. Dadurch geht die Variabilität der Steifigkeit verloren, wenn das Gelenk unter starker externer Belastung steht. Für den Roboter bedeutet das, dass die Gravitationskraft teilweise schon ausreichend ist, sodass die Steifigkeit nur noch in einem sehr kleinen Bereich angepasst werden kann. In jedem Fall erhalten bleibt jedoch die schützende Funktion der Feder für den mechanischen Aufbau sowie die Kraftschätzung durch die Auslenkung der Feder.

|            | $a_1$ in 1/rad | $a_2$ in 1/rad | $k_1$ in N m | $k_2$ in N m |
|------------|----------------|----------------|--------------|--------------|
| Datenblatt | 8.9995         | 8.9989         | 0.0026       | 0.0011       |
| Literatur  | 6.7328         | 6.7328         | 0.0227       | 0.0227       |
| Motor 1    | 8.04979        | 9.8820         | 0.0256       | 0.0067       |
| Motor 2    | 8.8838         | 6.2696         | 0.0142       | 0.0869       |
| Motor 3    | 9.6640         | 7.4951         | 0.0051       | 0.0435       |

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Parameterschätzung.

## 3.2 Analyse der Messergebnisse

Nachdem im ersten Schritt die Modellfunktion aus dem Datenblatt für die Berechnung der Modellparameter genutzt wurde, werden nun weitere Modellfunktionen getestet und miteinander verglichen.

### 3.2.1 Modellfunktionen

Als Erstes wird die symmetrische Form der originalen Modellfunktion

$$\tau = k \sinh(a(q - \theta_1)) + k \sinh(a(q - \theta_2)) \quad (3.4)$$

evaluiert, da die Annahme der Symmetrie in die Berechnung und Bereinigung der Messwerte eingeflossen ist. Weiters wurde die asymmetrische Modellfunktion um einen Offset  $d$  ergänzt.

$$\tau = k_1 \sinh(a_1(q - \theta_1)) + k_2 \sinh(a_2(q - \theta_2)) + d \quad (3.5)$$

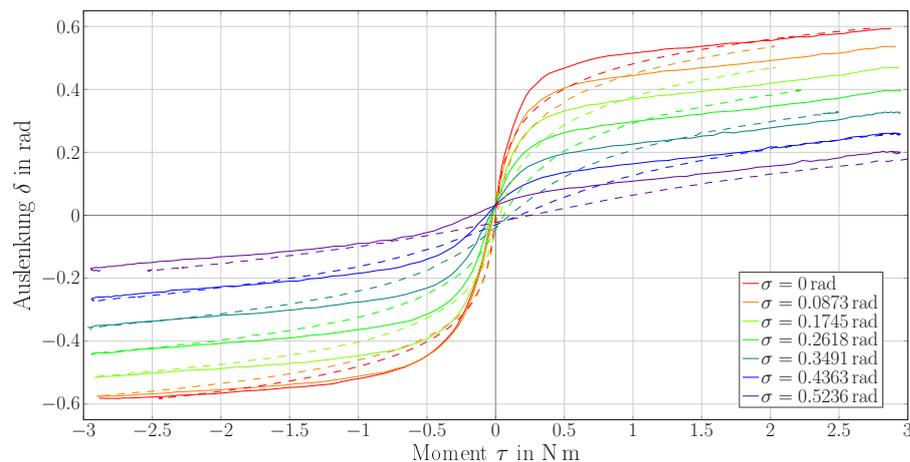
Dies folgt der Idee, den Sensor-Offset dadurch mit abbilden zu können. In weiterer Folge wurde noch ein linearer Term  $c$  hinzugefügt

$$\tau = k_1 \sinh(a_1(q - \theta_1)) + k_2 \sinh(a_2(q - \theta_2)) + cq + d, \quad (3.6)$$

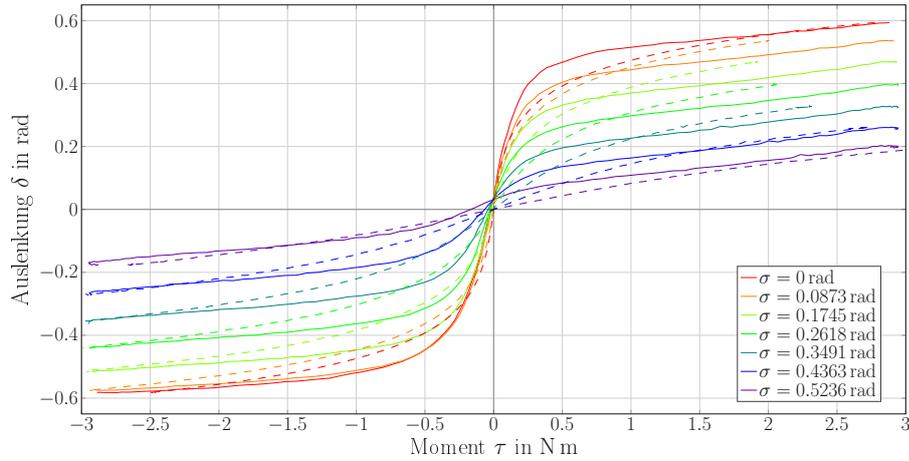
um zu testen, ob sich die Parameterschätzung dadurch verbessern lässt. Zuletzt wurde zur Kontrolle noch eine Modellfunktion mit dem Tangens aufgestellt, da trigonometrische Funktionen in Modellen von Mechanismen häufig auftauchen. Diese besteht wie die anderen Funktionen wieder aus zwei Teilen für die einzelnen Servomotoren mit Federn und hat die Form

$$\tau = k_1 \tan(a_1(q - \theta_1)) + k_2 \tan(a_2(q - \theta_2)). \quad (3.7)$$

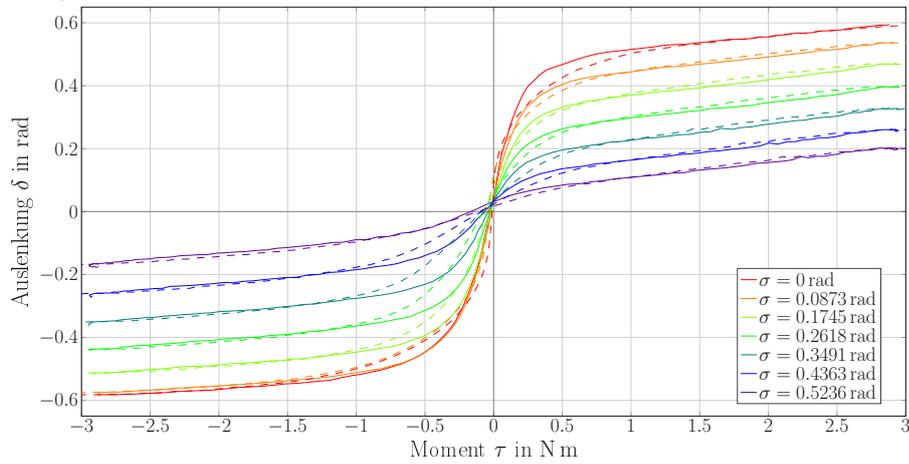
Ein Vergleich der gefitteten Funktionen ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Wie bei den vorherigen Abbildungen wurden wieder die nachbearbeiteten Messwerte in die Funktionen eingesetzt, nachdem die Parameter bestimmt wurden.



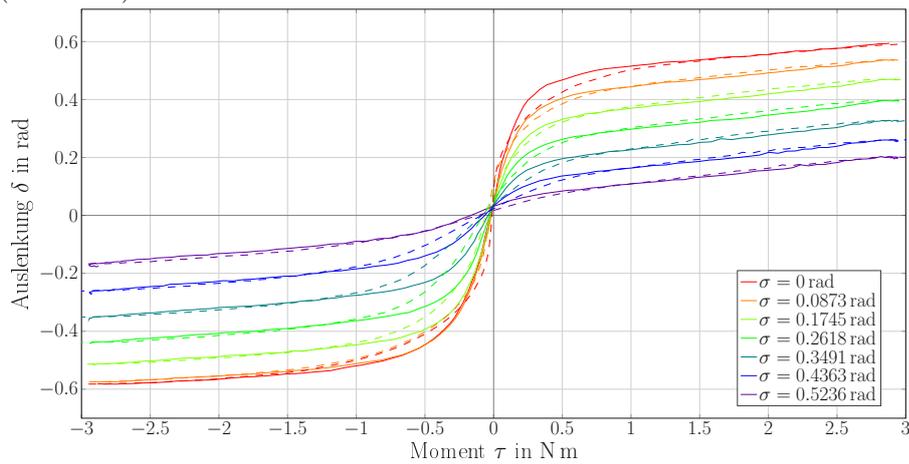
(a) Vergleich von gesäuberten Daten (durchgängig) und asymmetrischer Modellfunktion (3.2) (strichliert).



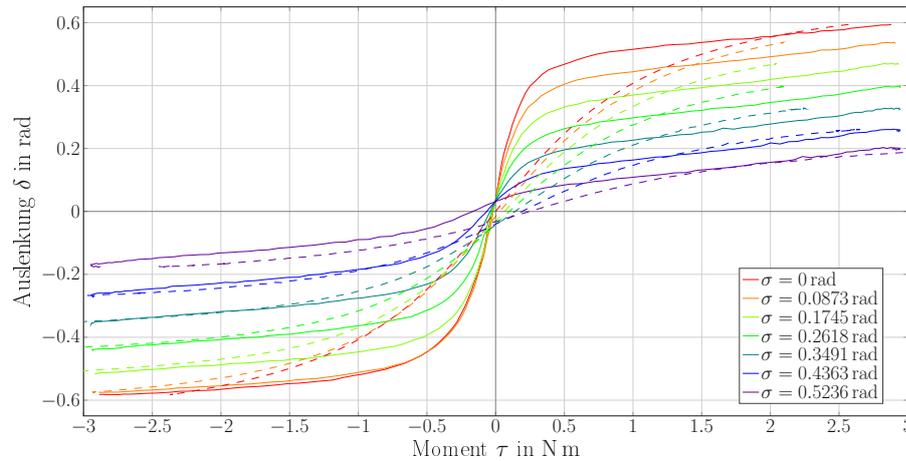
(b) Vergleich von gesäuberten Daten (durchgängig) und symmetrischer Modellfunktion (3.4) (strichliert).



(c) Vergleich von gesäuberten Daten (durchgängig) und asymmetrischer Modellfunktion mit Offset (3.5) (strichliert).



(d) Vergleich von gesäuberten Daten (durchgängig) und asymmetrischer Modellfunktion mit Offset und linearem Term (3.6) (strichliert).



(e) Vergleich von gesäuberten Daten (durchgängig) und Tangens Modellfunktion (3.7) (strichliert).

Abbildung 3.6: Parameterschätzung mit unterschiedlichen Modellfunktionen.

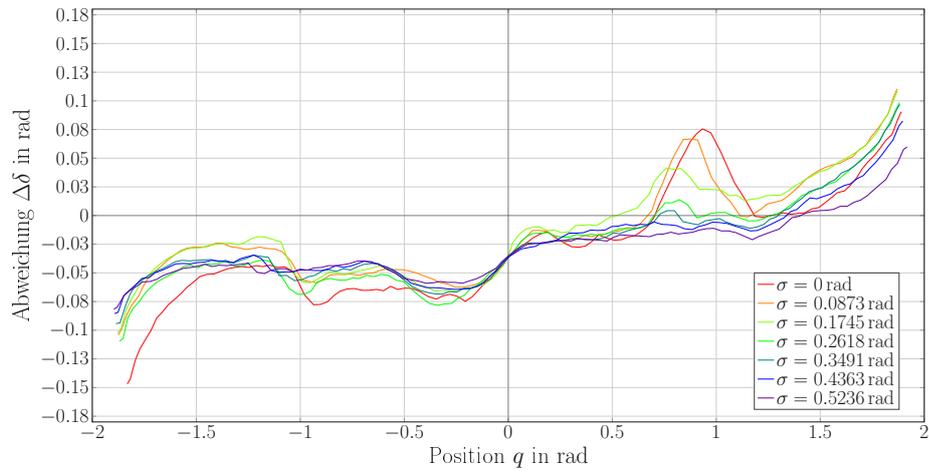
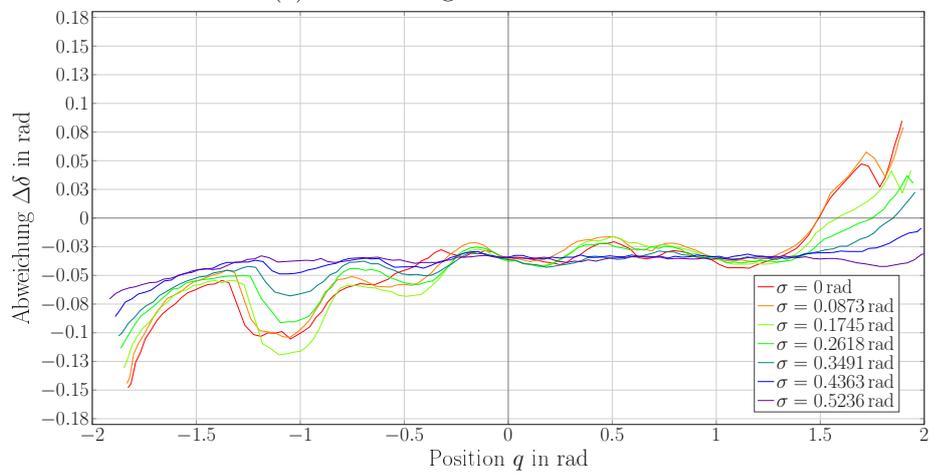
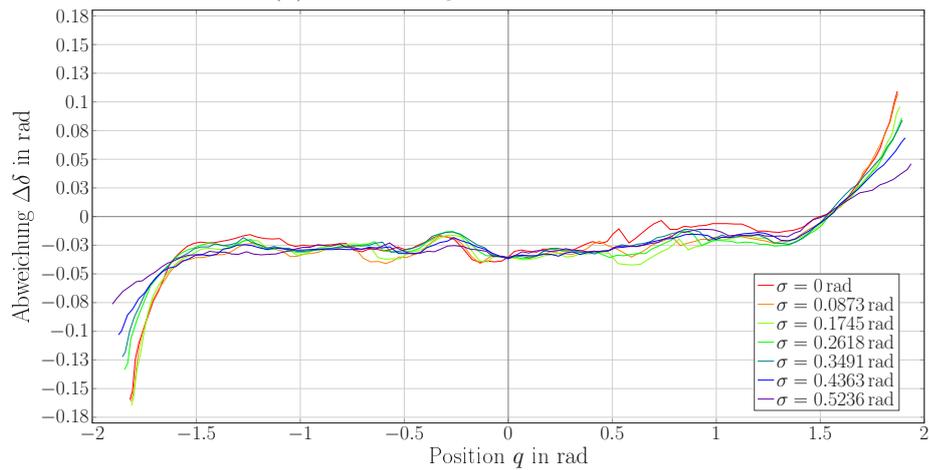
Die beiden Funktionen (3.4) und (3.5) liefern beinahe identische Ergebnisse. Im Vergleich zur Ursprungsfunktion ist die erzielte Schätzung ein wenig schlechter. Vergleicht man Abbildung 3.6d und 3.6a ist eine bessere Näherung zu erkennen. Dies wird auch deutlich, wenn man die in Tabelle 3.2 berechneten Werte für die maximale Abweichung und die Standardabweichung, betrachtet. Für die weitere Arbeit wurde die asymmetrische Funktion ohne zusätzliche Terme verwendet.

|                      | original<br>asymmetrische<br>Funktion | symmetrische<br>Funktion | asymmetrische<br>Funktion<br>mit Offse | asymmetrische<br>Funktion mit<br>Offset und<br>Linearen Term | Tangens-<br>funktion |
|----------------------|---------------------------------------|--------------------------|--|--|----------------------|
| max.<br>Abweichung   | 0.7918                                | 0.5437                   | 0.8310                                 | 0.4831   | 1.0124               |
| Stand-<br>abweichung | 0.3800                                | 0.3727                   | 0.3796                                 | 0.1672   | 0.4593               |

Tabelle 3.2: Statistische Auswertung der Modellfunktionen.

### 3.2.2 Gleichgewichtsmessungen

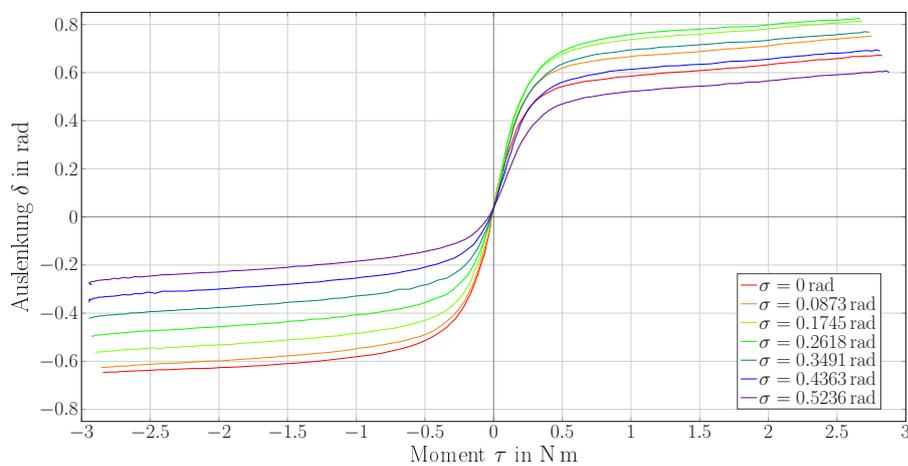
Nachdem im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, dass es teilweise starke Abweichungen bei der Gelenkposition  $q$  gibt, soll diese durch Messungen erforscht werden. Damit der äußere Einfluss möglichst gering ist, wurde die Messung aus Abschnitt 3.1 ohne Last wiederholt. Im Anschluss wurde aus den bereinigten Messdaten die ideale Ruhelage  $q_{eq}$  berechnet und die Differenz  $\Delta\delta = \delta_{meas} - \delta$  zur Gelenkposition  $\delta$  berechnet. Die Ergebnisse für alle drei Motoren sind in Abbildung 3.7 dargestellt.

(a) Abweichung  $\Delta\delta$  des Motors 1.(b) Abweichung  $\Delta\delta$  des Motors 2.(c) Abweichung  $\Delta\delta$  des Motors 3.Abbildung 3.7: Abweichung  $\Delta\delta$  aller drei Motoren ohne Last.

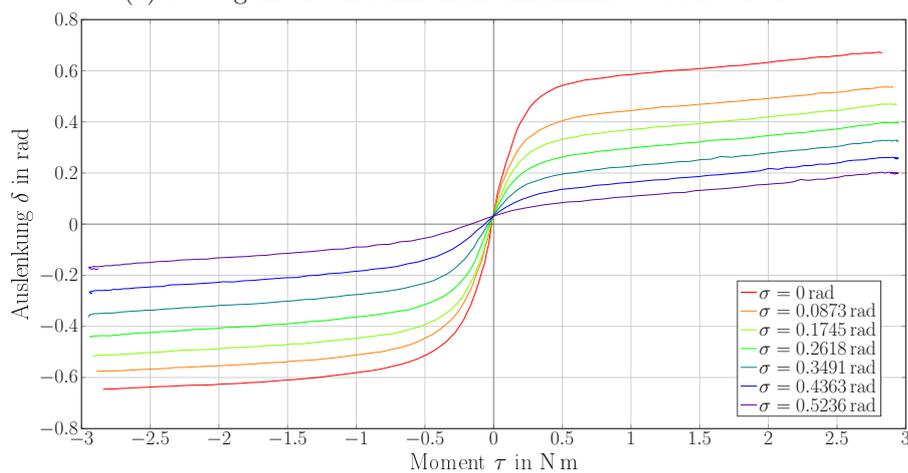
Die drei Motoren unterscheiden sich stark von einander. Der bei Motor 3 (Abbildung 3.7c) gemessene Verlauf entspricht dem zu erwartenden Messverlauf. Während der konstanten Rotation in eine Richtung, ist die Differenz  $\Delta\delta$  relativ konstant. An den Umkehrpunkten kommt es durch die Hysterese zu einer Verzerrung. Bei Motor 1 (Abbildung 3.7a) tritt ein Höcker bei ca.  $q = 0.8$  rad auf und bei Motor 2 bei ca.  $q = -1.1$  rad.

### 3.3 Verschleiß

Nach längerer bzw. intensiverer Nutzung hat sich das Verhalten eines Aktuators stark verändert. Außerdem war es nicht mehr möglich, eine hohe Steifigkeit einzustellen, sodass eine sinnvolle Verwendung des Aktuators nicht mehr gegeben war. Zum Vergleich wurde die Messung für die Drehmomentenkennlinie aus Kapitel 3.1 erneut aufgenommen (siehe Abbildung 3.8a) und der ursprünglichen Messung (siehe Abbildung 3.8b) gegenübergestellt.



(a) Neue gefilterte Drehmomentenkennlinie des Motors 1.



(b) Alte gefilterte Drehmomentenkennlinie des Motors 1.

Abbildung 3.8: Vergleich der gefilterten Drehmomentenkennlinie des Motors 1.

Es ist recht eindeutig zu erkennen, dass in Abbildung (siehe Abbildung 3.8a) keine hohe Steifigkeit mehr erzielbar ist. Statt einer maximalen Auslenkung von  $\pm 0.2$  rad bei einem Drehmomenten von  $\pm 2.5$  N m bei der höchsten Steifigkeitseinstellung ist noch eine Auslenkung von  $0.6$  rad bei einem Drehmoment von  $2.5$  N m und  $0.2$  rad bei einem Drehmoment von  $-2.5$  N m möglich. Der linke Teil der Kurve mit  $\tau < 0$  ist relativ ähnlich geblieben. Im Kontrast dazu steht der rechte Teil mit  $\tau > 0$ , welcher im Vergleich gestaucht ist. Dies deutet darauf hin, dass eine der Federn sich durch Verschleiß verändert hat.

Zur weiteren Analyse der Problematik wurden die Motorpositionen genauer untersucht. Dafür wurde dasselbe Eingangssignal wie bei der Steifigkeitsmessung verwendet. Bei der ersten Messung (siehe Abbildung 3.9a) wurde keine externe Last mit dem Motor verbunden. Bei der zweiten Messung (siehe Abbildung 3.9b) wurde mit Hilfe einer Seiltrommel ein konstantes Moment von ungefähr  $0.2$  N m erzeugt, um eventuell auftretende Haftreibung ausschließen zu können. Die beiden Messungen sind in Abbildung 3.9 einander gegenübergestellt. Ein Vergleich zeigt, dass die gemessene Motorposition von  $\theta_2$  an der Stelle  $q_{ist} \approx 0.6$  rad von der zu erwartenden Geraden abweicht ähnlich wie dies bereits in Abbildung 3.7a der Fall war.

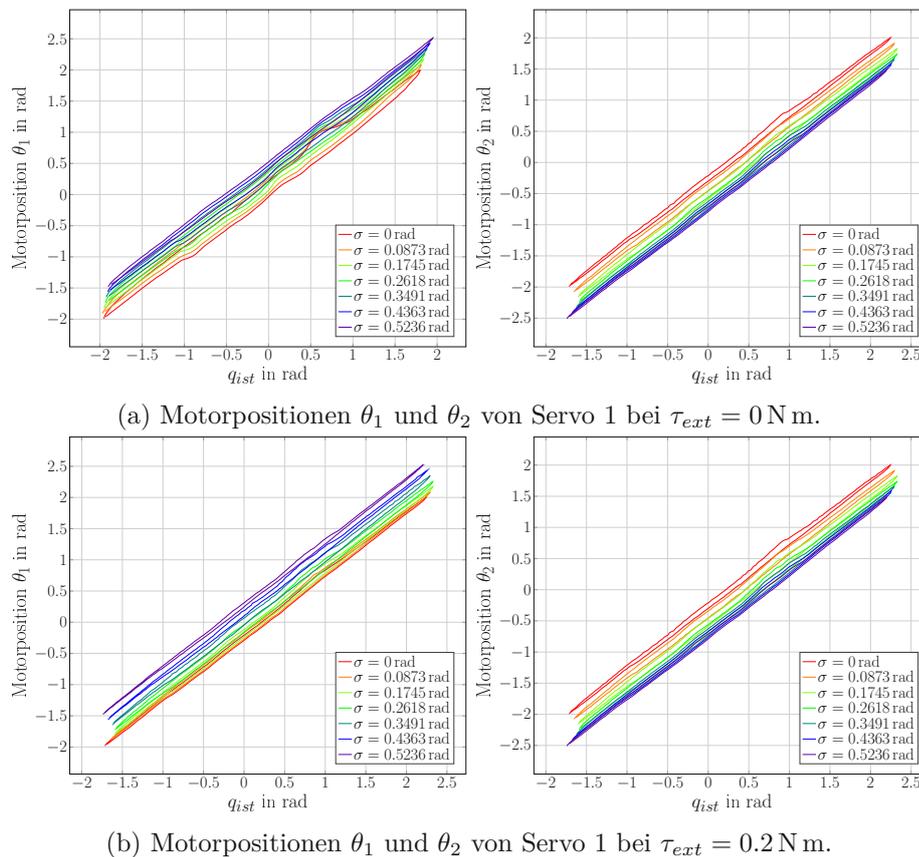


Abbildung 3.9: Vergleich der Motorpositionen von Servo 1 bei unterschiedlichen Belastungen.

### 3.4 Servomotoridentifikation

Für die in Kapitel 4 behandelte flachheitsbasierte Vorsteuerung wird eine Identifikation der Servomotoren durchgeführt. Diese wird für die Implementierung des Regelungskonzepts benötigt und um weitere Tests zu machen. Dafür werden mehrere Sprungantworten, welche in Abbildung 3.10 zu sehen sind, aufgenommen. Aufgrund der gemessenen Signale wurde

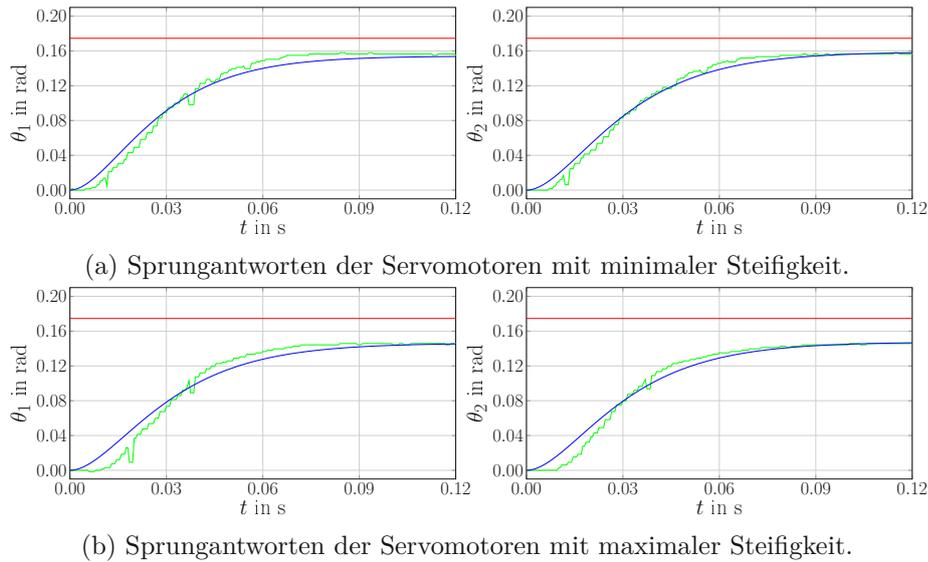


Abbildung 3.10: Sprungantworten der Servomotoren von Aktuator 1. In Rot ist die Sollposition vorgegeben, während die gemessene Position in Grün dargestellt wird. Die blaue Linie zeigt die Sprungantwort des  $PT_2$ -Modells für den jeweiligen Servomotor.

ein  $PT_2$ -Glied der Form

$$G(s) = \frac{V}{1 + sT_1} \frac{1}{1 + sT_2} \quad (3.8)$$

für die Näherung der Dynamik herangezogen.  $V$  stellt den Verstärkungsfaktor dar, während  $T_1$  und  $T_2$  die Zeitkonstanten des Systems sind [47]. Durch die Verwendung von zwei  $PT_1$ -Gliedern können stabile Pole garantiert werden. Die Abbildung 3.10 zeigt die gemessenen Sprungantworten in Grün, sowie die dazugehörigen  $PT_2$ -Approximationen für unterschiedliche Steifigkeiten. Die rote Gerade entspricht der vorgegebenen Motorposition. Nachdem die Werte (siehe Tabelle 3.3) bei den unterschiedlichen Steifigkeiten ähnlich sind, wird der Mittelwert von diesen in den Simulationen verwendet, sodass alle Steifigkeiten über einen Satz von Parametern abgedeckt werden können.

|             | Servo 1 |        |        | Servo 2 |        |        |
|-------------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|
| Steifigkeit | $V$     | $T_1$  | $T_2$  | $V$     | $T_1$  | $T_2$  |
| 0 %         | 0.8828  | 0.0150 | 0.0150 | 0.9108  | 0.0168 | 0.0168 |
| 20 %        | 0.8925  | 0.0176 | 0.0176 | 0.8935  | 0.0171 | 0.0171 |
| 50 %        | 0.9709  | 0.0177 | 0.0177 | 0.8687  | 0.0163 | 0.0163 |
| 70 %        | 0.9969  | 0.0177 | 0.0177 | 0.8838  | 0.0163 | 0.0163 |
| 100 %       | 0.8374  | 0.0167 | 0.0167 | 0.8448  | 0.0166 | 0.0166 |

Tabelle 3.3: Geschätzte Parameter für Motor 1.

Durch die Transformation des  $PT_2$ -Glieds aus (3.8) in den Zeitbereich erhält man ein System im Zustandsraum der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c \end{bmatrix} u \quad (3.9a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.9b)$$

mit den Größen

$$a = \frac{1}{T_1 T_2}, \quad b = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}, \quad c = \frac{V}{T_1 T_2}, \quad (3.10)$$

dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2] = [\theta, \dot{\theta}]$  und dem Eingang  $u = \tau_m$ . Die flachheitsbasierte Vorsteuerung und die Simulationsergebnisse werden im nächsten Abschnitt 4.1 behandelt.

## 4 Regelungskonzepte

In diesem Abschnitt wird auf die Regelungskonzepte für Aktuatoren mit variabler Steifigkeit eingegangen. Nachdem bei der Charakterisierung gemäß Kapitel 3 einige Probleme aufgetreten sind und einer der Motoren durch Verschleiß unbrauchbar geworden ist, konnten die Regelungskonzepte nicht mit der Peg-in-Hole-Anwendung getestet werden. Durch die Reduktion auf zwei Freiheitsgrade wurde der Bewegungsraum des Roboterarms zu stark eingeschränkt, um zum Einfügen eines Schlüssels genutzt zu werden. Manche der Regelungskonzepte benötigen auch eine Vorgabe des Drehmoments und nicht der Servopositionen.

Zu Beginn wurde die Dynamik der Servomotoren untersucht und eine flachheitsbasierte Vorsteuerung getestet. Im Anschluss daran wurde eine einfach zu implementierende Regelung zur Dämpfung von Schwingungen dargestellt. In weiterer Folge wurde eine PD-Gravitationskompensation diskutiert und zusammen mit einer kaskadierten PI-Regelung am Aufbau getestet. Danach wurden verschiedene Iterative Learning Controller (ILC) dargestellt und miteinander verglichen. Zum Abschluss wurden die Zustandslinearisierung, das Backstepping und die ESP for Agonistic-Antagonistic actuators (ESPaa) [40] behandelt. Zu diesen Reglern wurden keine Messungen und Simulationen mehr durchgeführt, da bevor diese durchgeführt werden konnten, die im Abschnitt 3.3 beschriebenen Probleme mit einem Aktuator aufgetreten sind.

### 4.1 Flachheitsbasierte Vorsteuerung für Servomotoren

Aus den Messergebnissen im Unterkapitel 3.4 konnte ein lineares System zur Abbildung eines Servomotors erstellt werden. Wie aus [48] bekannt ist, gilt für lineare Systeme, dass die Flachheit mit der Steuerbarkeit des Systems zusammenfällt. Es ist direkt ersichtlich, dass das System einen flachen Ausgang besitzt, denn es gilt

$$y = x_1 \quad (4.1a)$$

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 \quad (4.1b)$$

$$\ddot{y} = \dot{x}_2 = \underbrace{-ax_1 - bx_2}_{L_f^2 h(\mathbf{x})} + \underbrace{c}_{L_g L_f h(\mathbf{x})} \quad u = -ay - b\dot{y} + cu \quad (4.1c)$$

mit der allgemeinen und rekursiven Lie-Ableitung

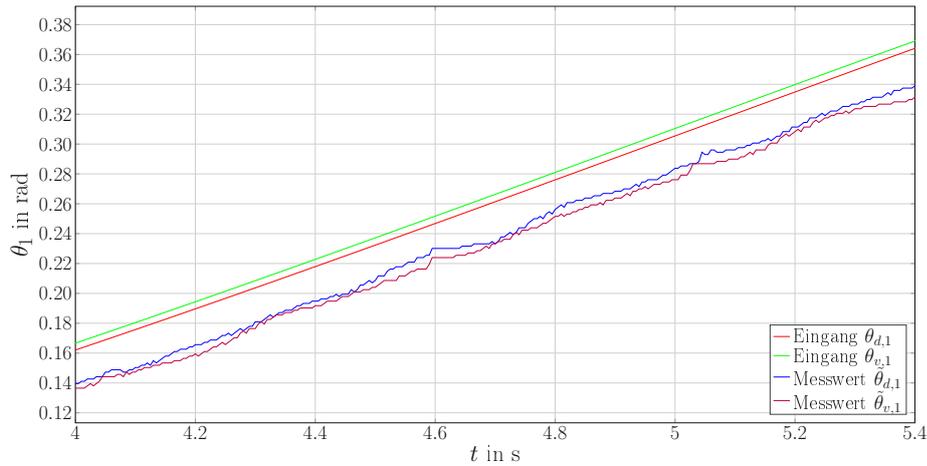
$$L_f h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (4.2a)$$

$$L_f^k h(\mathbf{x}) = L_f \left( L_f^{k-1} h(\mathbf{x}) \right). \quad (4.2b)$$

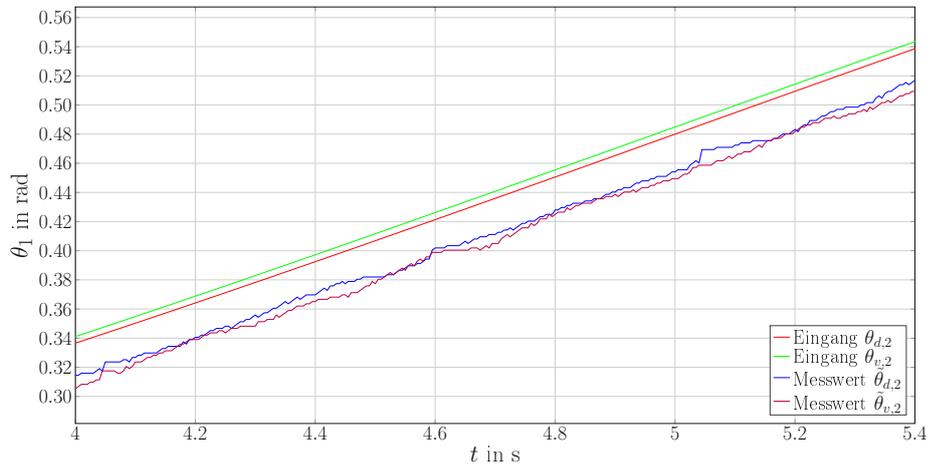
Damit kann das Regelungsgesetz für die flachheitsbasierte Steuerung in der Form

$$u = \frac{\ddot{y} + ay + b\dot{y}}{c} = \frac{T_1 T_2 \ddot{y} + y + (T_1 + T_2)\dot{y}}{V} \quad (4.3)$$

angegeben werden [49]. Um Modellungenauigkeiten und externe Störungen zu unterdrücken, wird die flachheitsbasierte Regelung um einen PI-Regler erweitert. Da der verbleibende Trajektorienfehler in der Regel klein ist, genügt ein PI-Regler, um das Fehlersystem zu stabilisieren [48]. In dem Diagramm 4.1 sind die Messergebnisse für den Motor 1 dargestellt. Die Größen  $\theta_{d,1}$  und  $\theta_{d,2}$  sind die Eingangsgrößen des Systems ohne Vorsteuerung und



(a) Vergleich des Servos 1 von Motors 1 mit und ohne Servovorsteuerung.



(b) Vergleich des Motors Servos 2 von Motors 1 mit und ohne Servovorsteuerung.

Abbildung 4.1: Vergleich des Motors 1 mit und ohne Servovorsteuerung.

liefern die gemessenen Werte  $\hat{\theta}_{d,1}$  und  $\hat{\theta}_{d,2}$ . Im Vergleich dazu sind die Eingangssignale mit Vorsteuerung durch  $\theta_{v,1}$  und  $\theta_{v,2}$  mit den Messsignalen  $\hat{\theta}_{v,1}$  und  $\hat{\theta}_{v,2}$  gegeben. Durch die

Vorsteuerung ändert sich das Eingangssignal um 0.005 rad, während für den gemessenen Wert kein messbarer Unterschied feststellbar ist. Die Servovorsteuerung kann aus diesem Grund für die weiteren Regler vernachlässigt werden.

#### 4.1.1 Zustandsraum-Dämpfungsregelung

Wie bereits im Unterabschnitt 2.2.1 besprochen wurde, wird beim Design von VSA versucht, die mechanische Dämpfung so gering wie möglich zu halten. Damit es deswegen nicht zu Schwingungen im System kommt, wird meistens über die Regelung eine zusätzliche Dämpfung eingebracht. Ein modellfreier Ansatz zur Dämpfung wurde unter anderem von F. Petit et. al in [50] vorgestellt. Dieser nutzt die gemeinsame Elastizität der Gelenke aus, um die durch Störungen eingebrachte kinetische Energie in elastische Energie umzuwandeln, welche dann von den Gelenkaktuatoren abgebaut wird. Es werden nur Zustandsinformationen des Roboters benötigt. Dadurch ist dieser Regler einfach zu implementieren, hat einen geringen Rechenaufwand und ist auch auf mehrgelenkige Roboter anwendbar. Die Verwendung ist dabei nicht auf drehmomentgesteuerte Systeme beschränkt, sondern er kann auch für positions- und geschwindigkeitsgesteuerte Systeme angewendet werden. Das Regelgesetz für einen bidirektionalen antagonistischen Aufbau lautet

$$\mathbf{u} = \begin{cases} -\text{sign}(\dot{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\theta}_1 - \mathbf{q})\mathbf{K}_{damp}\dot{\mathbf{q}} & \text{wenn } (\boldsymbol{\theta}_1 - \mathbf{q}) > \mathbf{0} \\ -\text{sign}(\dot{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\theta}_2 - \mathbf{q})\mathbf{K}_{damp}\dot{\mathbf{q}} & \text{wenn } (\boldsymbol{\theta}_2 - \mathbf{q}) > \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.4)$$

Über den Koeffizienten  $\mathbf{K}_{damp}$  kann die Dämpfung eingestellt werden. Die Stabilität des Systems ist durch die Passivität des Reglers garantiert. Der dazugehörige Regelkreis ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

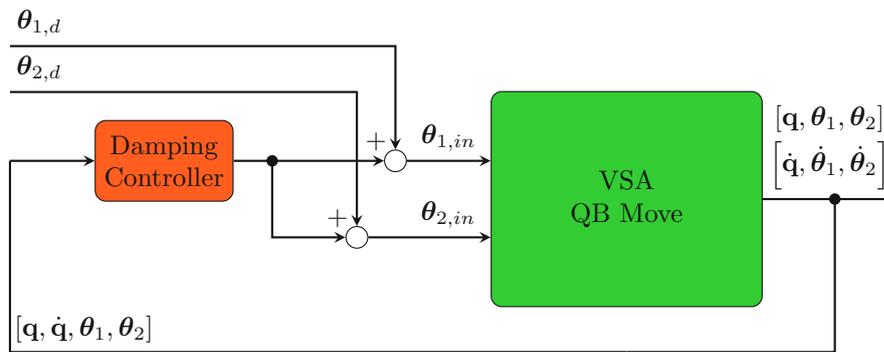


Abbildung 4.2: Regelkreis des Dämpfungsreglers.

In der Simulation wurde der Wert

$$\mathbf{K}_{damp} = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

für den Dämpfungsfaktor und ein Gewicht von 0.4856 kg für die externe Störung verwendet. Die Ergebnisse für einen simulierten VSA sind in Abbildung 4.3 zusehen.

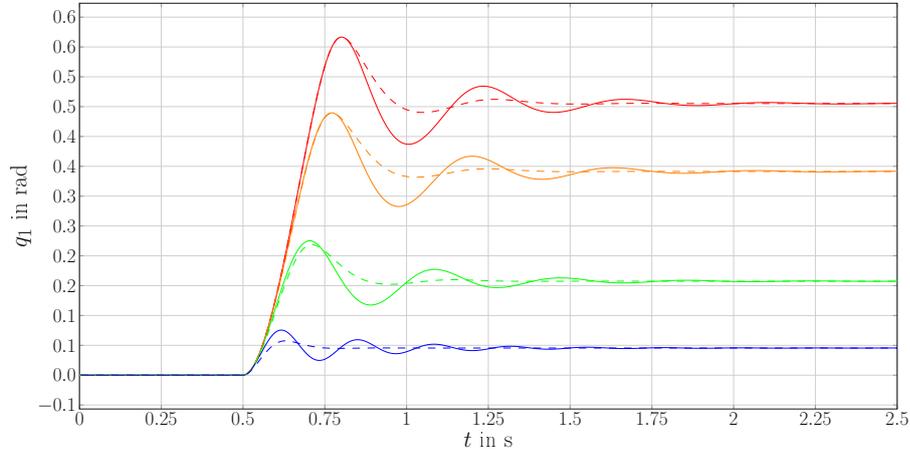


Abbildung 4.3: Schwingungsvergleich der Simulationen mit (strichlierte Linien) und ohne Dämpfungsregler (durchgezogene Linien) .

Die durchgängigen Linien zeigen das ungedämpfte Verhalten, während die strichlierten Linien das System mit aktiver Dämpfung zeigen. Hier ist deutlich zu erkennen, dass das System mit der aktiven Regelung weniger stark schwingt und sich die Ruhelage schneller einstellt. Wegen der einfachen Implementierung lässt sich der Regler auf fast alle Systeme anwenden, bei denen die Zustände gemessen werden können.

#### 4.1.2 Gravitationsvorsteuerung + PD-Regler

Als Grundlage für die PD-Gravitationskompensation dient die Kinematik des 3-DOF Roboterarms, wie in Abschnitt 2.3 dargestellt. Dadurch ist es möglich die durch die Gravitation verursachten Drehmomente der Gelenke zu kompensieren. Dazu wird die Trajektorie in den Gravitationsvektor

$$\boldsymbol{\tau}_g = \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{dV_g}{d\mathbf{q}} \quad (4.6)$$

eingesetzt, wodurch das durch die Gravitation wirkende Moment bestimmt werden kann. Das PD-Regelgesetz für Starrkörpersysteme lautet nach [48]

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_P(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) - \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}). \quad (4.7)$$

Die positiv definiten Matrizen  $\mathbf{K}_p$  und  $\mathbf{K}_D$  können frei gewählt werden, während  $\mathbf{q}_d$  die vorgegebene Sollposition beschreibt. Die zusätzliche Gravitationskompensation  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  garantiert, dass  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_d$  eine Ruhelage des geschlossenen Kreises ist und asymptotisch stabil ist (Beweis siehe [48]). Für einen Roboter mit elastischen Gelenken muss das Regelgesetz aus (4.7) modifiziert werden. In der Publikation [44] wird ein einzelner Motor, welcher

über eine lineare Steifigkeit mit dem Gelenk verbunden ist, angenommen. Es ist jedoch möglich, das Regelgesetz auf einen antagonistischen Aufbau zu erweitern, sodass man

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_P(\boldsymbol{\theta}_{mod} - \boldsymbol{\theta}) - \mathbf{K}_D\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (4.8a)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{mod} = \boldsymbol{\theta}_d + \boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{g}(\mathbf{q}), \mathbf{q}) \quad (4.8b)$$

erhält mit der inversen Funktion von  $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})$ . Die Stabilität kann auch bei Unsicherheiten der Gravitationskomponente und des Elastizitätsparameters sichergestellt werden, wobei sich eine andere Ruhelage einstellt als die vorgegebene [44]. PD-Regelungen sind wegen ihrer Robustheit in der Robotik sehr verbreitet.

## 4.2 PI-Regelung

In diesem Teil wird ein äußerer PI-Regelkreis, welcher die Positionsabweichung der Abtriebswelle reduzieren soll, getestet. Das Blockschaltbild ist in Abbildung 4.4 gezeigt. Nachdem die PD-Gravitationskompensation gute Eigenschaften aufweist, wird diese im Folgenden ohne PD-Teil als Momentenvorsteuerung (blau) eingesetzt. Zusätzlich wird die in Abschnitt 4.1 eingeführte Servovorsteuerung auf alle Servomotoren ausgeweitet, um einen Vergleich der unterschiedlichen Konzepte zu ermöglichen.

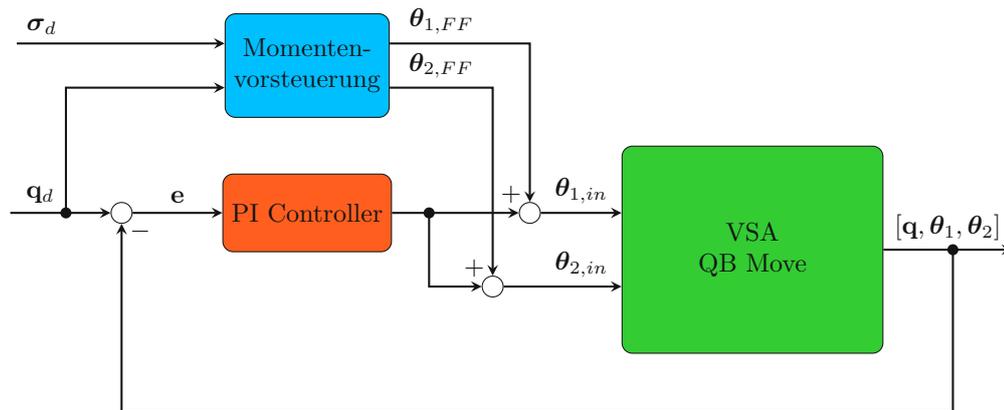


Abbildung 4.4: Kaskadierter Regelkreis.

Die aufgezeichneten Simulationsergebnisse für die unterschiedlichen Regelungen sind in Abbildung 4.5 dargestellt. Die rote Linie entspricht der Solltrajektorie, während die grüne Linie als Referenzlinie für das Verhalten ohne jegliche Regelung dient. Die PI-Regelung der Gelenkposition ist in blauer Farbe zu sehen. Die gravitationskompensierte Vorsteuerung ist in Dunkelgrün eingezeichnet. Zuletzt ist noch die Kombination von PI-Regler und Gravitationskompensation in Rosa simuliert worden.

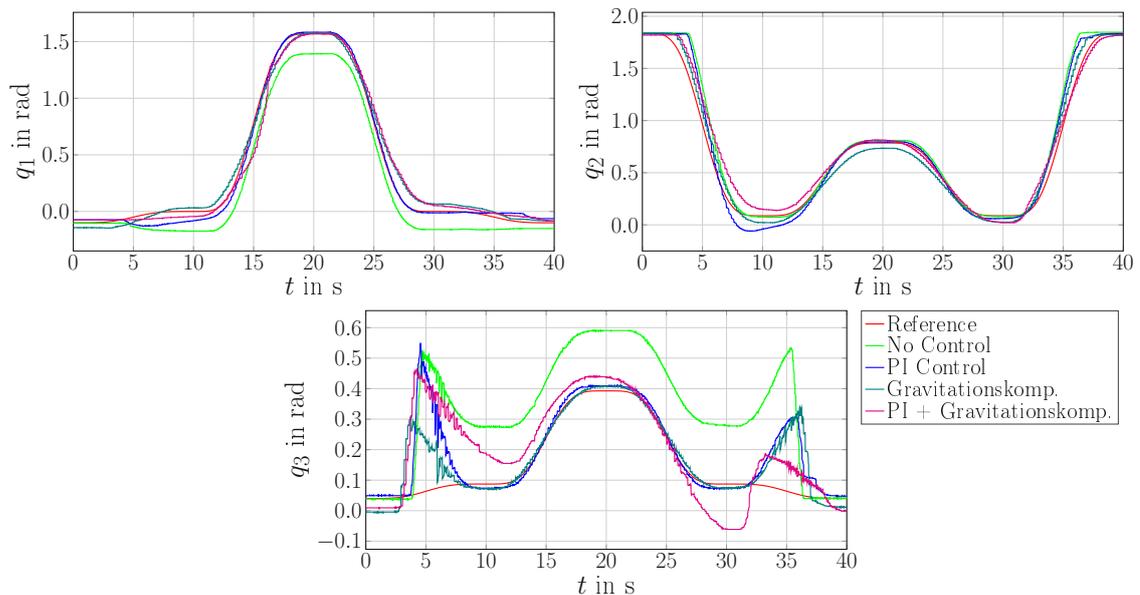


Abbildung 4.5: Vergleich Regler. Die Solltrajektorie ist in Rot eingezeichnet. Das Verhalten ohne jegliche Regelung ist in Grün zu sehen. Die Kombination von PI-Regler und Gravitationskompensation ist in Rosa zu sehen, während die PI-Regelung in Blau und die Gravitationsregelung in Dunkelgrün abgebildet sind.

Ein Vergleich der einzelnen Regelungen zeigt, dass die gravitationskompensierte Vorsteuerung und der PI-Regler die Trajektorie abbilden können. Die Kombination von Gravitationskompensation und PI-Regler liefert unerwartete Ergebnisse. Dies könnte auf diverse Faktoren zurückzuführen sein. Der Integralanteil bei PI-Reglern kann zu Problemen führen, insbesondere wenn sich das Verhalten der Strecke abrupt ändert, was bei komplexeren Gelenkmechaniken durchaus üblich ist. Dies lässt sich möglicherweise auch in den vorliegenden Plots nachvollziehen, beim Übergang von einem Winkel von 0 zu größeren Auslenkungen und wieder zurück. Ein weiterer Aspekt, den es zu berücksichtigen gilt, ist das Integrator-Wind-Up-Problem des PI-Reglers, sobald im System bestimmte Grenzwerte, sei es im Winkelbereich, Strom, Leistung, Kraft oder ähnliches, erreicht werden. Diese Beobachtungen unterstreichen die Komplexität von Steuerungssystemen und verdeutlichen die Herausforderungen, die sich ergeben, wenn verschiedene Regelungsansätze in komplexen Systemen kombiniert werden.

### 4.3 Iterative Learning Control

Iterative Learning Control ist ein Spezialfall der repetitiven Prozesskontrolle mit dem Ziel, die Performance der Regelung in jedem Iterationsschritt zu verbessern. Dazu wird mit Hilfe von gemessenen Daten aus einer Iteration über eine Regelvorschrift das Eingangssignal des Systems adaptiert. Der Vorgang ist vergleichbar mit dem Erlernen eines Musikstücks. Das Stück wird so oft wiederholt bis das Resultat gut genug ist [51]. Ausgangspunkt ist

das mathematische Modell für ein nichtlineares Eingangs-/Ausgangssystem der Form

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{G}_k(\mathbf{u}_k, \mathbf{d}) \quad (4.9)$$

mit dem Ausgang  $\mathbf{y}_k$ , dem Eingang  $\mathbf{u}_k$  und den konstanten Anfangsbedingungen  $\mathbf{d}$ . Die ganzzahligen Indizes  $k = 0, 1, 2, \dots$  repräsentieren die Anzahl der Wiederholungen. Der  $k$ -te Eingang  $\mathbf{u}_k$  erzeugt mit der Strecke den dazugehörigen Ausgang  $\mathbf{y}_k = \mathbf{G}(\mathbf{u}_k, \mathbf{d})$ . Der Eingang  $\mathbf{u}_k$  besteht aus einer Reihe von Vektoren  $\mathbf{u}_k = [\mathbf{u}_{k,1}, \dots, \mathbf{u}_{k,n}]$ . Einer der Eingangsvektoren besteht aus der Eingangsfolge für den Eingang  $\mathbf{u}_{k,n} = [u_{k,n,0}, \dots, u_{k,n,i}]$  mit  $i = 0, \dots, N$  zur Iteration  $k$ . Analog ist der Ausgang  $\mathbf{y}_k$  definiert. Ziel des ILC-Algorithmus ist es, dass der Ausgang  $\mathbf{y}_k$  möglichst nahe an das Referenzsignal  $\mathbf{r}$  herankommt. Es soll also

$$\|\mathbf{r} - \mathbf{y}_k\|_{norm} < \varepsilon \quad (4.10)$$

mit einem beliebig kleinen Parameter  $\varepsilon > 0$  gelten. Zu Beginn wird der Anfangseingang  $\mathbf{u}_0$ , sowie die konstanten Anfangsbedingungen  $\mathbf{d}_0$  gewählt. Das Fehlersignal

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{r} - \mathbf{y}_k, \quad k \geq 0 \quad (4.11)$$

steht für die Tracking-Genauigkeit der  $k$ -ten Iteration [51]. Zusammen mit den Eingangswerten  $(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k)$  und Fehlerwerten  $(\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k+1})$  lässt sich nun eine allgemeine Formulierung für die Aktualisierungsvorschrift angeben

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{f}_{k+1}(\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k+1}, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k). \quad (4.12)$$

Im Grunde kann sich die Vorschrift in jedem Iterationsschritt ändern, jedoch ist die weit verbreitete Form das „Finite Memory Law“

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{e}_{k-M_e+1}, \mathbf{e}_{k-M_e+2}, \dots, \mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k+1}, \mathbf{u}_{k-M_u+1}, \mathbf{u}_{k-M_u+2}, \dots, \mathbf{u}_k) \quad (4.13)$$

unabhängig von  $k$  [51]. Die Parameter  $M_e$  und  $M_u$  repräsentieren den Speicher und werden häufig zu  $M_e = M_u = 1$  gewählt. Daraus resultiert die vereinfachte Form

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k+1}, \mathbf{u}_k). \quad (4.14)$$

Ein sehr einfaches Regelgesetz lautet

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{Q}\mathbf{u}_k + \mathbf{L}\mathbf{e}_k \quad (4.15)$$

mit den Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q} = q\mathbf{E}$  und  $\mathbf{L} = l\mathbf{E}$ . Für die Werte  $q$  und  $l$  gilt  $0 < q < 1$  und  $0 < l < 1$ . In [52] wurde gezeigt, dass lineare ILC-Verfahren für nichtlineare Problemstellungen geeignet sind. Bei Verwendung eines Feedback-Reglers kann entweder eine Eingangsgröße (z. B. Drehmoment) angepasst werden oder der Befehl an den Feedback-Regler angepasst werden. Nach [53] sind diese beiden Ansätze äquivalent. Die Ergebnisse für den Basic ILC mit den Gewichtungsfaktoren  $q = 0.8$  und  $l = 0.7$  sind in Abbildung 4.6 zu sehen.

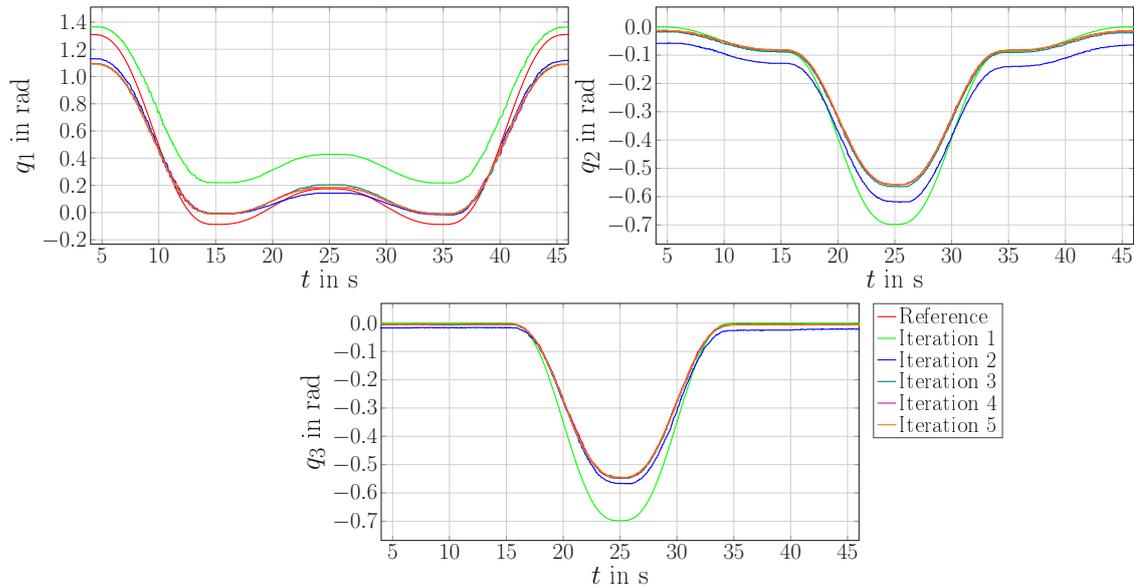


Abbildung 4.6: ILC-Ergebnisse mit den Parametern  $l = 0.7$  und  $q = 0.8$ .

Anhand der Abbildung ist der Lernprozess gut ersichtlich und es kann eine schrittweise Verbesserung der Trajektorien zwischen den Schritten beobachtet werden. Die Ergebnisse zeigen eine wesentlich bessere Tracking Genauigkeit als dies bei dem PI-Regler und der Vorsteuerung der Fall war. Natürlich setzt dies voraus, dass die Trajektorie durch mehrfache Wiederholung eingelesen werden kann.

### 4.3.1 PD-Type ILC

Die PD-Type ILC [54] orientiert sich an den Regelungskonzepten der klassischen PID-Ausgangsregelung. Wie durch den Namen bereits angedeutet, wird der Ausgangsfehler über einen Proportional- und einen Differentialanteil rückgeführt. Durch das integrierende Verhalten des ILC-Gesetzes macht es einen zusätzlichen Integralanteil überflüssig, weshalb auf diesen verzichtet werden kann [55]. Die erfolgreiche Anwendung auf Roboter mit elastischen Elementen wird von F. Miyazaki et. al bereits in [56] gezeigt. Das Regelgesetz ist durch

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{Q}(\mathbf{u}_k + \underbrace{(k_p \mathbf{E} + k_d \mathbf{D})}_{\mathbf{L}} \mathbf{e}_k) \quad (4.16)$$

mit dem Q-Filter  $\mathbf{Q}$ , der Verstärkungsmatrix  $\mathbf{L}$ , der Ableitungsmatrix  $\mathbf{D}$  und den Parametern  $k_p$  und  $k_d$  gegeben. Für den Q-Filterentwurf wurde in der Simulation ein Gauß-Filter genutzt und die Ableitungsmatrix wurde nach dem zentralen Differenzenquotienten berechnet (siehe [55]).

In Abbildung 4.7 sind die Messergebnisse des PD-Type ILC dargestellt. Bereits nach der ersten Iteration ist eine deutliche Verbesserung des Trajektorienfehlers zu sehen. Die weiteren Iterationen liefern nur mehr eine geringe Steigerung der Performance. Weiters fällt auf, dass es beim Gelenk  $q_1$  bzw. 10s und 15s zu Oszillationen kommt. Diese würden im nächsten Iterationsschritt zu Problemen führen, da der ILC versuchen würde, diese

sprunghaft auszugleichen. Bei genauerer Betrachtung ist erkennbar, dass in der vierten Iteration bereits an dieser Stelle eine Schwingung aufgetreten ist und diese in der letzten Iteration nochmal verstärkt wurde. Die Ursache dafür liegt an der starken Belastung beim Aufrichten des Arms in Verbindung mit einer ruckhaften Positionsänderung. Der Gründe dafür können vielfältig sein. Einerseits kann es an einer langsamen Aktualisierungsrate des Positionsreglers liegen oder auch an einer inkonsistenten Kommunikation zwischen MATLAB/SIMULINK und den Aktuatoren.

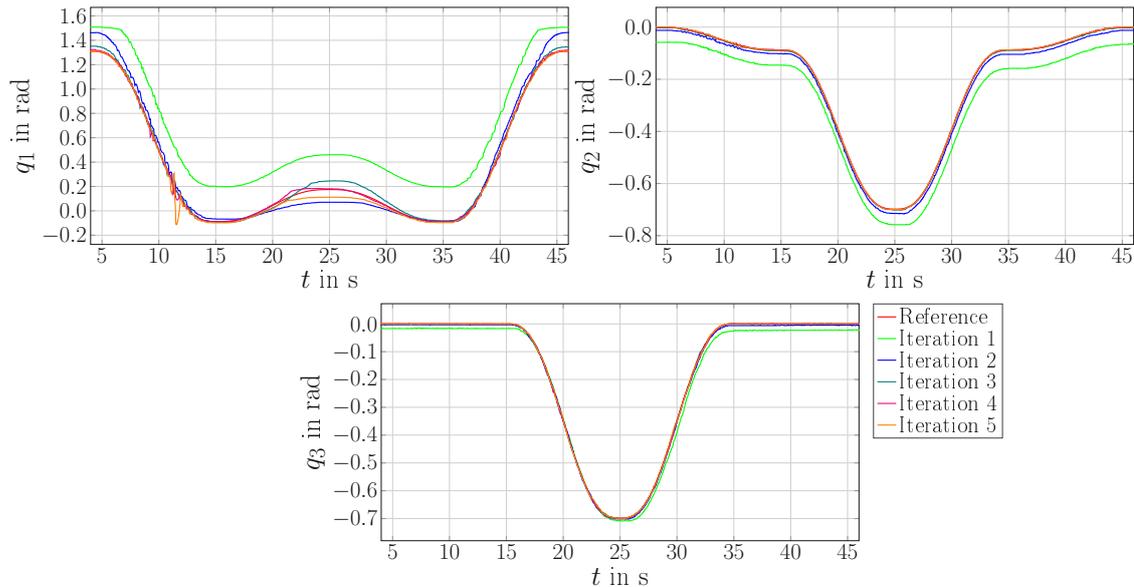


Abbildung 4.7: ILC-Ergebnisse mit PD-Type.

Solange keine ungewollten Oszillationen auftreten, bieten ILCs eine gute Option, um repetitive Aufgaben mittels Aktuatoren mit variabler Steifigkeit zu lösen. Die gewünschte Steifigkeit muss dabei bei der Trajektorienplanung schon berücksichtigt werden. Dementsprechend ist es nicht möglich, die Steifigkeit im Nachhinein zu verändern.

#### 4.4 Positionsbasierte ILC (pILC)

In [37] wird eine positionsbasierte ILC vorgestellt. Bei dieser wird in jedem Iterationsschritt die Gleichgewichtsposition ausgehend von einem Startwert neu berechnet [36]. Als Ausgangspunkt dient das System aus (2.16c), welches unter den folgenden Bedingungen entkoppelt werden kann.

- Die Motordynamik ist vernachlässigbar. Daraus folgt, dass die Motorpositionen  $\theta_1$  und  $\theta_2$  als Eingangsgrößen genutzt werden können,
- Ein äußerer Kontakt kann über ein Kraftfeld modelliert werden.
- Die Koordinaten der Motorpositionen  $\theta_1$  und  $\theta_2$  können auf die Variablen  $\mathbf{q}_{eq}$  und

$\sigma$  umgeformt werden, sodass für alle nichtlinearen Federn gilt

$$\frac{\partial V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{eq}, \sigma). \quad (4.17)$$

Diese Transformation ist in (2.4) dargestellt und somit auf den Qbmove Aktuator anwendbar.

Damit kann das System entkoppelt werden und in die Form

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_i \\ \ddot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{\beta_i}{I_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_i} \end{bmatrix} \psi_i(q_i - q_{eq,i}, \sigma_i) + \begin{bmatrix} 0 \\ W_i(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.18)$$

gebracht werden kann. Der Index  $i$  gibt in diesem Zusammenhang das  $i$ -te Gelenk des Robotersystems an. Die Parameter  $\beta_i$ ,  $I_i$  und  $W_i$  spiegeln das Trägheitsmoment, die Dämpfung, und alle dynamischen Kopplungen und externen Kräfte des Gelenks wider. Das Regelgesetz hat nach [37] die generische Form

$$\mathbf{q}_{eq,k}(t) = \mathbf{q}_{eq,k-1}(t) + \underbrace{\mathbf{q}_{eq,k,FF}}_{\mathbf{K}_{on}(t)\mathbf{e}_k(t)} + \underbrace{\mathbf{q}_{eq,k,FB}}_{\mathbf{K}_{off}(t)\mathbf{e}_{k-1}(t)} \quad (4.19)$$

mit dem Fehlervektor  $\mathbf{e}_k \in \mathbb{R}^{2n}$

$$\mathbf{e}_k(t) = \begin{bmatrix} q_{d,1}(t) - q_{1,k}(t) \\ \dot{q}_{d,1}(t) - \dot{q}_{1,k}(t) \\ \vdots \\ q_{d,n}(t) - q_{n,k}(t) \\ \dot{q}_{d,n}(t) - \dot{q}_{n,k}(t) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

im  $k$ -ten Iterationsschritt. Der Eingangsvektor  $\mathbf{q}_{eq,k}(t)$  hat die Dimension  $\mathbb{R}^n$ . Die Matrix  $\mathbf{K}_{on} \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$  beschreibt den online berechneten Feedbackanteil während  $\mathbf{K}_{off} \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$  den offline berechneten ILC-Anteil beschreibt. Um eine Unabhängigkeit von der Roboter Kinematik zu garantieren, werden die Matrizen  $\mathbf{K}_{on}$  und  $\mathbf{K}_{off}$  in dezentralisierter Form

$$\mathbf{K}_{on} = \text{diag}(\mathbf{K}_{on,i}) \in \mathbb{R}^{1 \times 2} \quad (4.21a)$$

$$\mathbf{K}_{off} = \text{diag}(\mathbf{K}_{off,i}) \in \mathbb{R}^{1 \times 2} \quad (4.21b)$$

mit

$$\mathbf{K}_{on,i} = \begin{bmatrix} K_{p,on,i} & K_{d,on,i} \end{bmatrix} \quad (4.22a)$$

$$K_{off,i} = \begin{bmatrix} K_{p,off,i} & K_{d,off,i} \end{bmatrix} \quad (4.22b)$$

benutzt. Für das Konvergenzverhalten müssen die beiden Vorschriften

$$\|(\mathbf{E} + \mathbf{K}_{on}(t)\mathbf{H}(t))^{-1}\| < 1 \quad \forall t \in [0, t_e] \quad (4.23a)$$

$$\|\mathbf{E} - \mathbf{K}_{on}(t)\mathbf{H}(t)\| < 1 \quad \forall t \in [0, t_e] \quad (4.23b)$$

eingehalten werden. Die Matrix  $\mathbf{H}$  ist dabei allgemein die Eingangsmatrix und  $\mathbf{E}$  ist die Einheitsmatrix. In den nächsten Schritten werden zur vereinfachten Darstellung die Indizes  $k$  und  $k - 1$  weggelassen. Zur Anwendung auf das VSA-Modell wird das System (4.18) um die gewünschte Trajektorie  $q_{d,i}, \dot{q}_{d,i}$  linearisiert. Mit dem durch die Linearisierung erhaltenen linearen zeitvarianten System

$$\dot{\mathbf{e}}_i(t) = \mathbf{A}_i(t)\mathbf{e}_i(t) + \mathbf{B}_i(t)\mathbf{u}_i(t) + \boldsymbol{\gamma}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.24)$$

kann das lineare quadratische Problem

$$\int_0^{t_e} \mathbf{e}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_i + \mathbf{R} \mathbf{u}_i^2 dt \quad (4.25)$$

mit dem LQR-Term

$$\mathbf{K}_{on,i}(t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_i(t)^T \mathbf{S}_i(t) \quad (4.26)$$

lokal optimal gelöst werden. Die Matrizen  $\mathbf{A}_i(t)$ ,  $\mathbf{B}_i(t)$  und  $\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  entsprechen der Systemmatrix, der Eingangsmatrix und den Systemunsicherheiten. Die Variable  $\mathbf{S}_i(t)$  ist die Lösung der zugehörigen zeitvarianten Riccati-Gleichung

$$\dot{\mathbf{S}}_i(t) = -\mathbf{S}_i(t)\mathbf{A}_i(t) - \mathbf{A}_i^T(t)\mathbf{S}_i(t) + \mathbf{S}_i(t)\mathbf{B}_i(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_i(t)^T\mathbf{S}_i(t) - \mathbf{Q}. \quad (4.27)$$

Hier ist der Fehler als  $\mathbf{e}_i^T = [q_{d,i} - q_i, \dot{q}_{d,i} - \dot{q}_i]^T$  definiert und somit ein Teil des Fehlervektors  $\mathbf{e}_k$ . Die Matrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  dienen als freie Regelparameter. Für den Offline-Term folgt aus der Konvergenzvorschrift (4.23b)

$$\mathbf{K}_{off,i}(t) = (1 + \varepsilon)\mathbf{B}_i(t)^\dagger + \boldsymbol{\Gamma}_i(t) \quad (4.28)$$

mit der Moore–Penrose inversen Matrix  $\mathbf{B}_i(t)^\dagger$  von  $\mathbf{B}_i(t)$  und  $\boldsymbol{\Gamma}_i(t) \in \ker(\mathbf{B}_i(t)^T)$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i(t) = \begin{bmatrix} K_{p,off,i}(t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Durch eine heuristische Wahl von  $\boldsymbol{\Gamma}_i(t)$ , sodass das Verhältnis von Proportionalteil und Differentialteil gleich wie bei  $\mathbf{K}_{on,i}$  ist, erhält man

$$K_{p,off,i}(t) = \frac{\|K_{p,on,i}\|}{\|K_{d,on,i}\|} K_{d,off,i}(t). \quad (4.30)$$

Für  $\varepsilon$  wird ein Wert von 0.9 empfohlen [37]. Der Regelkreis für das pILC Verfahren ist in Abbildung 4.8 dargestellt.

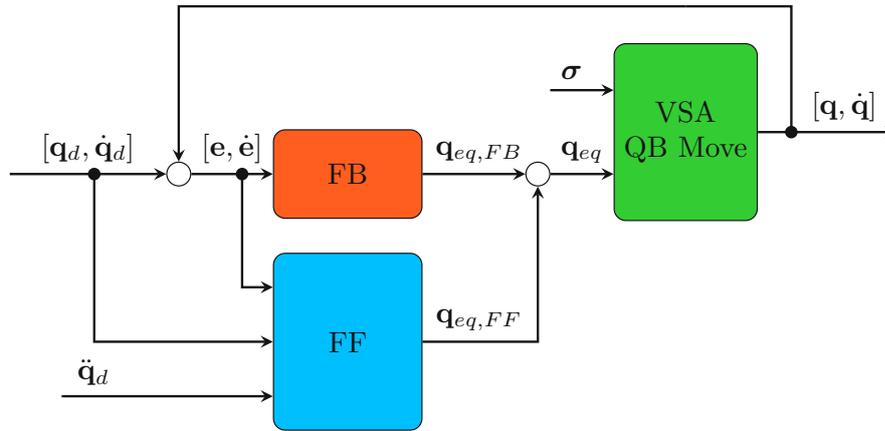


Abbildung 4.8: Positionsbasierter ILC-Regelkreis.

Die Vorteile dieser Regelung sind

- die Erhaltung der mechanischen Steifigkeit, da die Dynamik wenig beeinflussen wird,
- die Robustheit gegenüber Umwelteinflüssen und
- die Unabhängigkeit von der Roboterkinematik, da nur die einzelnen Gelenkdynamiken ( $I_i$ ,  $\beta_i$  und  $\psi_i$ ) benötigt werden.

Der Vorteil gegenüber dem normalen ILC besteht in dem zusätzlichen PD-Regler, welcher mehr Robustheit vor äußeren Einflüssen liefert. Ein wesentlicher Nachteil ist, dass eine Änderung der gewünschten Trajektorie  $q_d(t)$  oder des Steifigkeitsprofils  $\sigma(t)$  wie bei der normalen ILC einen neuen Lernprozess nach sich zieht [37].

## 4.5 Drehmomentbasierte ILC (tILC)

Der in [36] eingeführte ILC Ansatz wurde entwickelt, um die beim ILC und positionsbasierten ILC aufgezeigten Schwächen zu beheben. Bei diesem wird das System in die Gleichgewichtsdynamik (im folgenden mit dem Indizes  $eq$  gekennzeichnet) und die Regulierdynamik ( $sr$ ) aufgeteilt. Es wird dabei vorausgesetzt, dass das System (2.16c)

- stark elastisch gekoppelt ist. Dazu muss gelten

$$\left( \frac{dV(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})}{d\mathbf{q}} \right)^T \Big|_{\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}_{ext} - \mathbf{g}(\mathbf{q}_d), \quad \left( \frac{dV(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})}{d\boldsymbol{\theta}} \right)^T \Big|_{\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}_m. \quad (4.31)$$

- homogen ist. In diesem Zusammenhang bedeutet dies, dass alle Motoren, die gemeinsam mit einem Gelenk verbunden sind, die gleichen Trägheitsmomente und Dämpfungen haben.
- monoartikulär ist. Das bedeutet, dass jeder Motor mit exakt einem Gelenk verbunden ist.

Die neue Dynamik hat die Form

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = -\left(\frac{\partial V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}_{eq}, \boldsymbol{\theta}_{sr})}{\partial \mathbf{q}}\right)^T + \boldsymbol{\tau}_{ext}, \quad (4.32a)$$

$$\mathbf{B}_e \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{eq} + \mathbf{D}_e \dot{\boldsymbol{\theta}}_{eq} - \left(\frac{\partial V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}_{eq}, \boldsymbol{\theta}_{sr})}{\partial \mathbf{q}}\right)^T = \boldsymbol{\tau}_{eq}, \quad (4.32b)$$

$$\mathbf{B}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{sr} + \mathbf{D}_s \dot{\boldsymbol{\theta}}_{sr} - \boldsymbol{\Gamma}_N^T \left(\frac{\partial V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}_{eq}, \boldsymbol{\theta}_{sr})}{\partial \boldsymbol{\theta}}\right)^T = \boldsymbol{\tau}_{sr}, \quad (4.32c)$$

und

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{eq} \\ \boldsymbol{\theta}_{sr} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\Gamma}_N^T \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{eq} \\ \boldsymbol{\tau}_{sr} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\tau}_m \\ \boldsymbol{\Gamma}_N^T \boldsymbol{\tau}_m \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

mit

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \vdots & \vdots \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 2n}, \quad \boldsymbol{\Gamma}_N^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 2n}. \quad (4.34)$$

Die Parameter  $\mathbf{B}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{D}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{B}_s \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{D}_s \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sind die neuen Trägheits- und Dämpfungsmatrizen. Das System kann weiter vereinfacht werden, wenn die Motordynamik vernachlässigt werden kann oder durch die Motorregelung kompensiert wird

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{eq} = +\boldsymbol{\tau}_{ext}, \quad (4.35a)$$

$$-\left(\frac{\partial V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}_{eq}, \boldsymbol{\theta}_{sr})}{\partial \mathbf{q}}\right)^T = \boldsymbol{\tau}_{eq}, \quad (4.35b)$$

$$\mathbf{B}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{sr} + \mathbf{D}_s \dot{\boldsymbol{\theta}}_{sr} - \boldsymbol{\Gamma}_N^T \left(\frac{\partial V(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}_{eq}, \boldsymbol{\theta}_{sr})}{\partial \boldsymbol{\theta}}\right)^T = \boldsymbol{\tau}_{sr}. \quad (4.35c)$$

Es ist ersichtlich, dass es mit den Momenten  $\boldsymbol{\tau}_{eq}$  und  $\boldsymbol{\tau}_{sr}$  möglich ist,  $\mathbf{q}$  und  $\boldsymbol{\theta}_{sr}$  unabhängig voneinander zu beeinflussen. Ein PI-Regler wird zur Regelung der Dynamik von  $\boldsymbol{\theta}_{sr}$  eingesetzt. Bei der Regelung für die Bewegung wird ein ähnlicher Ansatz wie bei der pILC eingesetzt. Das Regelgesetz setzt sich aus einem Vorsteuerungsanteil  $\boldsymbol{\tau}_{FF}^k(t)$  und einem Rückkopplungsterm  $\boldsymbol{\tau}_{FB}^k(t)$  zusammen, d. h.

$$\boldsymbol{\tau}_{eq}^k(t) = \underbrace{\boldsymbol{\tau}_{eq}^{k-1}(t) + \mathbf{K}_{up}(t)\mathbf{e}_{k-1}(t)}_{\boldsymbol{\tau}_{FF}^k(t)} + \underbrace{\mathbf{K}_{FB}(t)\mathbf{e}_k(t)}_{\boldsymbol{\tau}_{FB}^k(t)} \quad (4.36)$$

Die Herleitung erfolgt analog zu dem in Abschnitt 4.4 beschriebenen Prozess und ist in [36] noch einmal im Detail zu finden. In Abbildung 4.9 ist der Regelkreis für die tILC dargestellt. Prinzipiell führt ein Feedback mit hoher Verstärkung dazu, dass sich das System steifer verhält. Deswegen wird generell für das untersuchte System in Wissenschaft und Praxis versucht, den Großteil der Arbeit über die Vorsteuerung zu bewerkstelligen [37].

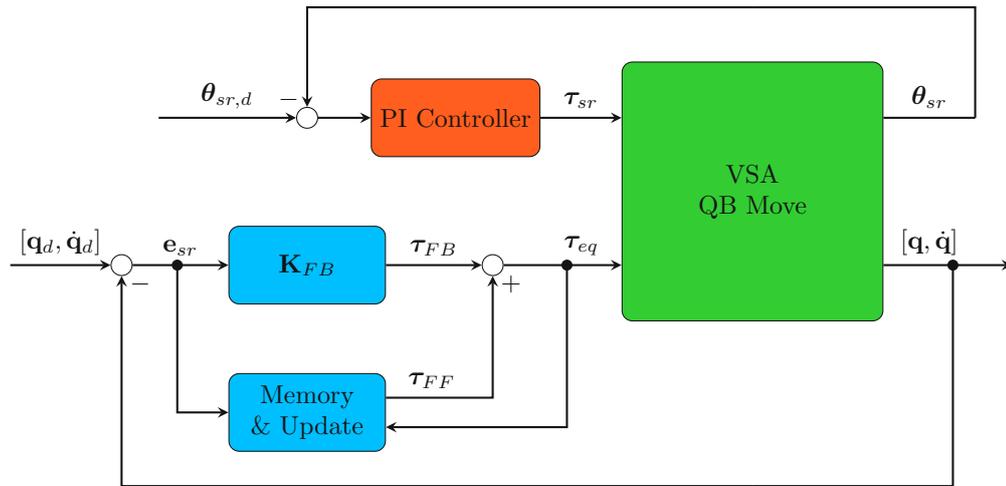


Abbildung 4.9: Drehmomentbasierter ILC Regelkreis.

Der Vorteil gegenüber den bisher diskutierten ILC-Reglern liegt in der Generalisierung des interaktiven Prozesses bezüglich der Steifigkeit. Dadurch muss die Trajektorie nicht mehr neu gelernt werden, wenn ein anderes Steifigkeitsprofil benutzt werden soll. Damit unterscheidet sich diese Regelungstechnik deutlich von den bisher vorgestellten Konzepten.

## 4.6 Zustandslinearisierung

Die Zustandslinearisierung ermöglicht eine Entkopplung von Position und Steifigkeit. Durch Transformation des Modells (2.7) erhält man mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}^T = [q, \dot{q}, \theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2]$ , mit den Motormomenten als Eingänge des Systems  $\mathbf{u}^T = [\tau_{m1}, \tau_{m2}]$  und mit der Position und der Steifigkeit als den Ausgängen  $\mathbf{y} = [q, S]$  ein nichtlineares System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.37a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (4.37b)$$

Die Anwendung der Zustandslinearisierung nach [48] liefert nach 4-facher bzw. 2-facher Ableitung von  $q$  bzw.  $S$  eine lineare Abhängigkeit von den Eingangsgrößen

$$\underbrace{\begin{bmatrix} q^{(4)} \\ S^{(2)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_{\mathbf{f}}^4 h_1(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}}^2 h_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_{\mathbf{g}_1} L_{\mathbf{f}}^3 h_1(\mathbf{x}) & L_{\mathbf{g}_2} L_{\mathbf{f}}^3 h_1(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{g}_1} L_{\mathbf{f}} h_2(\mathbf{x}) & L_{\mathbf{g}_2} L_{\mathbf{f}} h_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}(\mathbf{x})} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}. \quad (4.38)$$

Dabei wird ersichtlich, dass mit Hilfe des Zustandsreglergesetzes [57]

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})(\mathbf{v} - \mathbf{b}(\mathbf{x})) \quad (4.39)$$

ein exakt lineares Eingangs-Ausgangsverhalten für den neuen Eingang  $\mathbf{v}^T = [v_q, v_S]$  zum Ausgang  $\mathbf{y}$  über eine Integrator-Kette der Länge  $4 + 2 = 6$  erzeugt wird. Gleichzeitig wird

deutlich, dass die Entkopplungsmatrix  $\mathbf{D}(\mathbf{x})$  regulär sein muss [48], wodurch die beiden Teilsysteme entkoppelt betrachtet werden können. Damit diese Bedingung erfüllt ist, muss laut [58] zu jedem Zeitpunkt  $\theta_1 \neq \theta_2$  gelten. Wenn der gesamte Zustand  $\mathbf{x}$  messbar ist, kann das Regelgesetz zur Trajektorienfolgeregelung nach [48]

$$v = y_d^{(n)} - \sum_{j=1}^n a_{j-1} \left( L_{\mathbf{f}}^{j-1} h(\mathbf{x}) - y_d^{(j-1)}(t) \right) \quad (4.40)$$

an den Mehrgrößenfall angepasst auf die beiden Teilsysteme

$$v_q = q_d^{(4)} + a_{3q}(q_d^{(3)} - L_{\mathbf{f}}^3 h_1(\mathbf{x})) + a_{2q}(\ddot{q}_d - L_{\mathbf{f}}^2 h_1(\mathbf{x})) + a_{1q}(\dot{q}_d - L_{\mathbf{f}} h_1(\mathbf{x})) + a_{0q}(q_d - h_1(\mathbf{x})) \quad (4.41)$$

$$v_s = \ddot{S}_d + a_{1s}(\dot{S}_d - L_{\mathbf{f}} h_2(\mathbf{x})) + a_{0s}(S_d - h_2(\mathbf{x})) \quad (4.42)$$

angewendet werden. Durch eine geeignete Wahl der Koeffizienten ( $a_{0q}$ ,  $a_{1q}$ ,  $a_{2q}$ ,  $a_{3q}$  und  $a_{0s}$ ,  $a_{1s}$ ) kann eine exponentiell stabile Fehlerdynamik garantiert werden. Die Solltrajektorien  $q_d(t)$  und  $S_d(t)$  müssen dazu mindestens 4-fach bzw. 2-fach stetig differenzierbar sein. Außerdem ist bei der Zustandslinearisierung zu beachten, dass bereits kleine Modellabweichungen zu Problemen führen, sodass eine praktische Anwendung in der Regel mit Komplikationen verbunden ist [57]. Aufgrund der in Kapitel 3 ermittelten Systemparameter, welche nur eine befriedigende Genauigkeit aufweisen, ist eine Anwendung auf die realen Aktuatoren unmöglich.

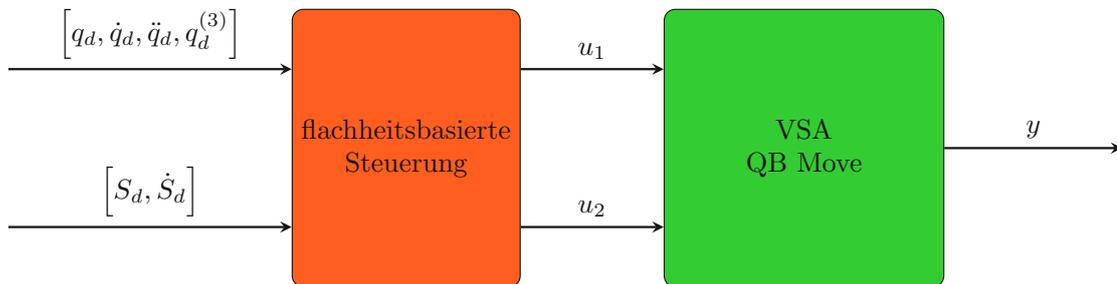


Abbildung 4.10: Blockdiagramm der Zustandslinearisierung.

## 4.7 Backstepping

Im Allgemeinen muss ein Regler für VSA-Roboter mit den Nichtlinearitäten der Roboterdynamik umgehen können. Zusätzlich müssen die praktischen Limitierungen wie Sensorrauschen, Modellungenauigkeiten und Zeitverzögerungen ebenfalls berücksichtigt werden. Ein Backstepping-Regler erfüllt diese Anforderungen und kann besser mit Modellungenauigkeiten umgehen als ein Zustandslinearisierungsregler [3]. Die Verwendung solcher Regler für Roboter mit flexiblen Gelenken wurde bereits in [59] und [60] behandelt. Die Grundidee beim Backstepping ist, eine nichtlineare Zustandsrückführung  $\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$  mit  $\mathbf{u}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$  für ein System wie in (4.37) zu finden, sodass der geschlossene Kreis

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})) \quad (4.43)$$

mit der Ruhelage stabil bzw. asymptotisch stabil im Sinne von Lyapunov ist [48]. Zur Anwendung auf das Modell (2.16c) muss dieses zuerst umgeformt werden auf

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})(\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q})) + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau}, \quad (4.44a)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 = -\mathbf{B}_1^{-1}\boldsymbol{\tau}_1 + \mathbf{B}_1^{-1}\boldsymbol{\tau}_{m1}, \quad (4.44b)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_2 = -\mathbf{B}_2^{-1}\boldsymbol{\tau}_2 + \mathbf{B}_2^{-1}\boldsymbol{\tau}_{m2}, \quad (4.44c)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2, \quad (4.44d)$$

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}_1 = -\kappa_1(\boldsymbol{\theta}_1 - \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma})\dot{\mathbf{q}} + \kappa_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta)\dot{\boldsymbol{\theta}}_1, \quad (4.44e)$$

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}_2 = -\kappa_2(\boldsymbol{\theta}_2 - \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma})\dot{\mathbf{q}} + \kappa_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta)\dot{\boldsymbol{\theta}}_2. \quad (4.44f)$$

In [3] wird ein durch Backstepping erweiterter PD-Controller der Form

$$\boldsymbol{\tau}_d = (\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_{des} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{K}_d\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_p\mathbf{e}) \quad (4.45)$$

mit den positiv definiten Matrizen  $\mathbf{K}_d$ ,  $\mathbf{K}_p$ , sowie den Fehlern  $\mathbf{e} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_{des}$  und  $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_{des}$  vorgestellt. Die geschlossene Fehlerdynamik lautet

$$\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{M}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p\mathbf{e} + \mathbf{K}_d\dot{\mathbf{e}}. \quad (4.46)$$

Das Regelgesetz für die Motorbeschleunigungen lautet

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{1,d} = \kappa_1^{-1}(\boldsymbol{\tau}_1)(\kappa_1(\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\sigma})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_{1,d} - \mathbf{K}_1(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_{1,d}) - \dot{\mathbf{e}}), \quad (4.47a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{2,d} = \kappa_2^{-1}(\boldsymbol{\tau}_2)(\kappa_2(\boldsymbol{\tau}_2, \boldsymbol{\sigma})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_{2,d} - \mathbf{K}_2(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_{2,d}) - \dot{\mathbf{e}}) \quad (4.47b)$$

mit der Fehlerdynamik

$$\kappa_1(\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\sigma})(\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1,d}) = \dot{\boldsymbol{\tau}}_1 - \boldsymbol{\tau}_{1,d} + \mathbf{K}_1(\boldsymbol{\tau}_1 - \boldsymbol{\tau}_{1,d}) + \dot{\mathbf{e}}, \quad (4.48a)$$

$$\kappa_2(\boldsymbol{\tau}_2, \boldsymbol{\sigma})(\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2,d}) = \dot{\boldsymbol{\tau}}_2 - \boldsymbol{\tau}_{2,d} + \mathbf{K}_2(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_{2,d}) + \dot{\mathbf{e}}. \quad (4.48b)$$

Die positive definiten Matrizen  $\mathbf{K}_1 > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  und  $\mathbf{K}_2 > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  sind die Backstepping-Verstärkungen und stellen gemeinsam mit dem dritten Term sicher, dass das Moment verfolgt werden kann. Das dritte Gesetz ist mit

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{B}_1(\mathbf{B}_1^{-1}\boldsymbol{\tau}_1 + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{1,d} - \mathbf{K}_3(\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1,d}) - \kappa_1(\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\sigma})(\boldsymbol{\tau}_1 - \boldsymbol{\tau}_{1,d})), \quad (4.49a)$$

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{B}_2(\mathbf{B}_2^{-1}\boldsymbol{\tau}_2 + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{2,d} - \mathbf{K}_4(\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2,d}) - \kappa_2(\boldsymbol{\tau}_2, \boldsymbol{\sigma})(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_{2,d})) \quad (4.49b)$$

gegeben. Durch Einsetzen von  $\boldsymbol{\tau}_{m1} = \mathbf{u}_1$  und  $\boldsymbol{\tau}_{m2} = \mathbf{u}_2$  erhält man die geschlossene Dynamik

$$\mathbf{0} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{1,d} + \mathbf{K}_3(\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1,d}) + \kappa_1(\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\sigma})(\boldsymbol{\tau}_1 - \boldsymbol{\tau}_{1,d}), \quad (4.50a)$$

$$\mathbf{0} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_2 - \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{2,d} + \mathbf{K}_4(\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2,d}) + \kappa_2(\boldsymbol{\tau}_2, \boldsymbol{\sigma})(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_{2,d}) \quad (4.50b)$$

mit der Backstepping-Verstärkung  $\mathbf{K}_3 > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  und  $\mathbf{K}_4 > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ . Das System reagiert schnell und auf eine asymptotische Weise auf externe Störungen. Die Performance ist durch die Genauigkeit des Modells limitiert. Ein großer Nachteil sind Eingangs- und Zustandsbeschränkungen, welche durch den mechanischen Aufbau gegeben sind. Dies kann bei starken Störungen zu hohen Stellgrößen führen, welche zur Instabilität des Systems führen können [3]. Es stellt daher eine Verbesserung gegenüber der Zustandslinearisierung dar, ist aber nicht vergleichbar mit den vorgestellten ILC-Reglern [61].

## 4.8 ESPaa

In diesem Abschnitt soll die Elastic Structure Preserving Control for Agonistic-Antagonistic Actuators (ESPaa) [40] vorgestellt werden. Als Grundlage dient das Modell (2.16c) mit den Eingängen  $\mathbf{u}_1 = \boldsymbol{\tau}_{m1}$  und  $\mathbf{u}_2 = \boldsymbol{\tau}_{m2}$ . Im ersten Schritt wird wie bei der Elastic Structure Preserving Control [39] eine Rückführung so gewählt, dass sich die Dynamik

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) - \mathbf{D}\mathbf{q}, \quad (4.51a)$$

$$\mathbf{B}_1\ddot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \mathbf{D}_1\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) = \boldsymbol{\tau}_{m1} = \mathbf{u}_1, \quad (4.51b)$$

$$\mathbf{B}_2\ddot{\boldsymbol{\eta}}_2 + \mathbf{D}_2\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) = \boldsymbol{\tau}_{m2} = \mathbf{u}_2, \quad (4.51c)$$

mit den neuen Motorkoordinaten  $\boldsymbol{\eta}_1$  und  $\boldsymbol{\eta}_2$  einstellt. Durch den Dämpfungsterm  $\mathbf{D}$  werden Oszillationen des Gelenks unterdrückt. Das Gleichsetzen der jeweils ersten Zeilen aus (2.16c) und (4.51) liefert

$$\boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) = \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\eta) + \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\eta) + \underbrace{\mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}}_{\mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}. \quad (4.52)$$

Zusammen mit der Bedingung

$$\boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\theta) - \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\theta) = \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\varphi}_1^\eta) - \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\varphi}_2^\eta), \quad (4.53)$$

dass die Vorspannung im neuen und alten System gleich bleiben soll, erhält man nach dem Differenzieren den folgenden Zusammenhang

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi}) \Big|_{\varphi_i^\theta} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_2 - \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi}) \Big|_{\varphi_i^\eta} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 - \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 - \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

mit der Matrix

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\kappa}_1(\boldsymbol{\varphi}_1) & \boldsymbol{\kappa}_2(\boldsymbol{\varphi}_2) \\ \boldsymbol{\kappa}_1(\boldsymbol{\varphi}_1) & -\boldsymbol{\kappa}_2(\boldsymbol{\varphi}_2) \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

Durch Umformen der Gleichung (4.54) erhält man die Abbildung der Motorgeschwindigkeiten

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} + \underbrace{(\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{E})\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi}) \Big|_{\varphi_i^\theta})^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{q}})} \quad (4.56)$$

mit der Matrix

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = (\mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi}) \Big|_{\varphi_i^\theta})^{-1} \mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi}) \Big|_{\varphi_i^\eta} \quad (4.57)$$

und  $\mathbf{x}^T = [\mathbf{q}^T, \boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T, \boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]$ . Die Existenz der Inversen von  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  folgt direkt aus der Annahme, dass die elastischen Potentiale  $V_i$  positiv definit sind und streng konvex ist. Erneutes Ableiten von (4.56) nach der Zeit liefert

$$\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\dot{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{a}\dot{\mathbf{m}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{q}})}_{\mathbf{b}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}^{(3)})}. \quad (4.58)$$

Das Regelgesetz ergibt sich durch Einsetzen von (4.58) in (2.16c) zu

$$\mathbf{u} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \mathbf{b} + \begin{bmatrix} \psi_1(\varphi_1^\theta) \\ \psi_2(\varphi_2^\theta) \end{bmatrix} - \underbrace{\mathbf{B}\mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}^{-1}}_{\mathbf{W}(\mathbf{x})} \left( \begin{bmatrix} \psi_1(\varphi_1^\eta) \\ \psi_2(\varphi_2^\eta) \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{u}} \right). \quad (4.59)$$

Die Eingänge  $\bar{\mathbf{u}}$  zum Korrigieren der Gelenkpositionen und der Motorauslenkung werden zu

$$\bar{\mathbf{u}} = -\bar{\mathbf{K}}_p \begin{bmatrix} \eta_1 - \mathbf{q}_d \\ \eta_2 - \mathbf{q}_d \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{K}}_d \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{K}}_\eta \begin{bmatrix} \Delta\eta - \Delta\eta_d \\ \Delta\eta_d - \Delta\eta \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

mit den konstanten und positiv definiten Regelparametern  $\bar{\mathbf{K}}_p = \text{diag}([\mathbf{K}_{p,1}, \mathbf{K}_{p,2}])$ ,  $\bar{\mathbf{K}}_d = \text{diag}([\mathbf{K}_{d,1}, \mathbf{K}_{d,2}])$  und  $\bar{\mathbf{K}}_\eta = \text{diag}([\mathbf{K}_\eta, \mathbf{K}_\eta])$  gewählt. Durch die Asymmetrie der Federn  $\psi_1(\varphi_1^\eta) \neq \psi_2(\varphi_2^\eta)$  stellt sich ein stationärer Fehler ein. Damit dieser ausgeglichen werden kann, wird ein Kompensator mit der Form

$$\mathbf{q}'_d = \mathbf{q}_d + \frac{\psi_1^{-1}(\bar{\mathbf{u}}_{1,eq}) + \psi_2^{-1}(\bar{\mathbf{u}}_{2,eq})}{2} \quad (4.61a)$$

$$\Delta\eta'_d = \Delta\eta + \frac{\psi_1^{-1}(\bar{\mathbf{u}}_{1,eq}) - \psi_2^{-1}(\bar{\mathbf{u}}_{2,eq})}{2} \quad (4.61b)$$

hinzugefügt. Ein Diagramm des gesamten Regelkreises ist in Abbildung 4.11 zu sehen.

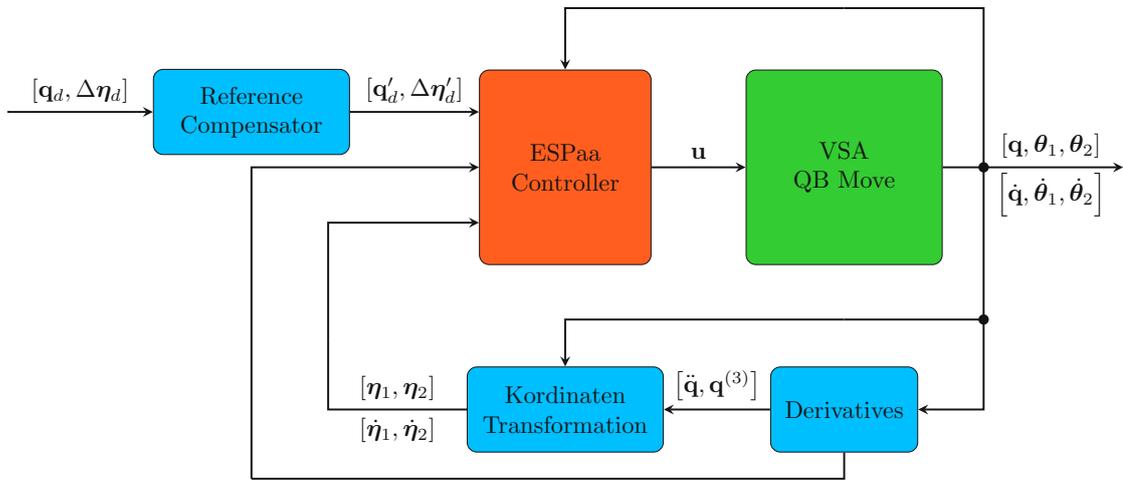


Abbildung 4.11: ESPaa-Regelkreis.

Der Vorteil bei diesem Regelkonzept besteht einerseits darin, dass die Steifigkeit des Systems erhalten bleibt und andererseits eine Dämpfung integriert wird. Darüber hinaus gelingt es, gleichzeitig die relative Auslenkung und die Gelenkposition zu regeln. Durch die in [40] ausgeführten Experimente kann gezeigt werden, dass der ESPaa-Regler zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Im Vergleich zum drehmomentbasierten ILC ist aber eine schlechtere Genauigkeit zu beobachten. Jedoch kann bei einer externen Störung die Schwingung effektiver gedämpft werden.

## 5 Beobachtungen und Abschluss

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass in dieser Arbeit eine umfangreiche Charakterisierung von Aktoren mit variabler Steifigkeit anhand des Qbmove-Aktuators durchgeführt wurde und eine Übersicht der bereits entwickelten Regelungen gegeben wurde. In erster Linie lieferte die Charakterisierung des Aktuators mit variabler Steifigkeit wertvolle Daten zu den mechanischen Eigenschaften solcher Systeme und es konnte gezeigt werden, dass sich die tatsächlichen Systemparameter deutlich von denen im Datenblatt des Herstellers unterscheiden können. Dadurch ist es für präzise und hochdynamische Systeme notwendig, jeden Aktuator zu vermessen und Regelungskonzepte einzusetzen, die robust gegenüber Unsicherheiten der Parameter sind.

Aufgrund des aufgetretenen Defekts eines Motors konnte kein sinnvolles Experiment, bei dem die Stärken der variablen Steifigkeit gezeigt werden können, umgesetzt werden. Zusätzlich sind die Qbmove-Aktuatoren durch die reine Positionsvorgabe bei der Reglerauswahl limitiert, sodass nicht alle in der Literatur erwähnten Regelkonzepte implementiert werden konnten. Weiters deuten die Ergebnisse aus dem Kapitel 3 daraufhin, dass es durch den Aufbau der Servos zu unvorhersehbaren Änderungen der Systemeigenschaften kommen kann. Die Ursache kann dabei in der mechanischen Abnutzung oder auch in einer externen Überlastung liegen. In weiterer Folge ist es interessant, ob solche Änderungen mit einer Online-Parameterschätzung berücksichtigt werden können.

Abschließend unterstreicht diese Arbeit die Bedeutung einer interdisziplinären Zusammenarbeit, bei der die Prinzipien des Maschinenbaus mit der Regelungstheorie kombiniert werden, um komplexe Herausforderungen auf dem Gebiet der Robotik zu bewältigen.

## A Gemessene Kennlinien der Motoren

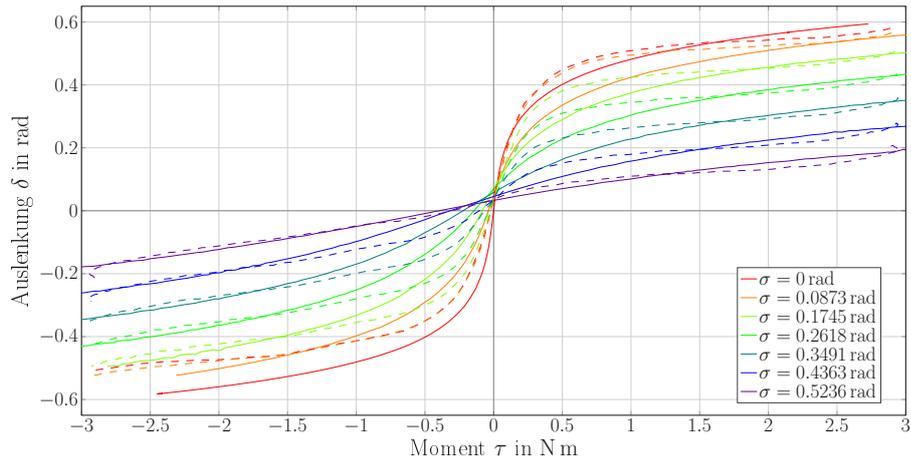


Abbildung A.1: Drehmomentenkennlinie des Modells (durchgängig) und gesäuberte Kennlinie des Motors 2 (strichliert).

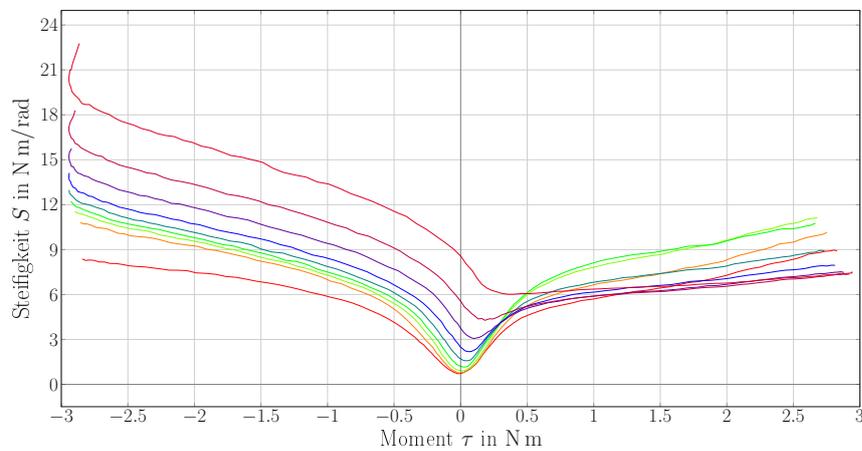


Abbildung A.2: Steifigkeitskennlinie des Motors 2. Die minimal erreichbare Steifigkeit steigt schnell mit dem Moment an.

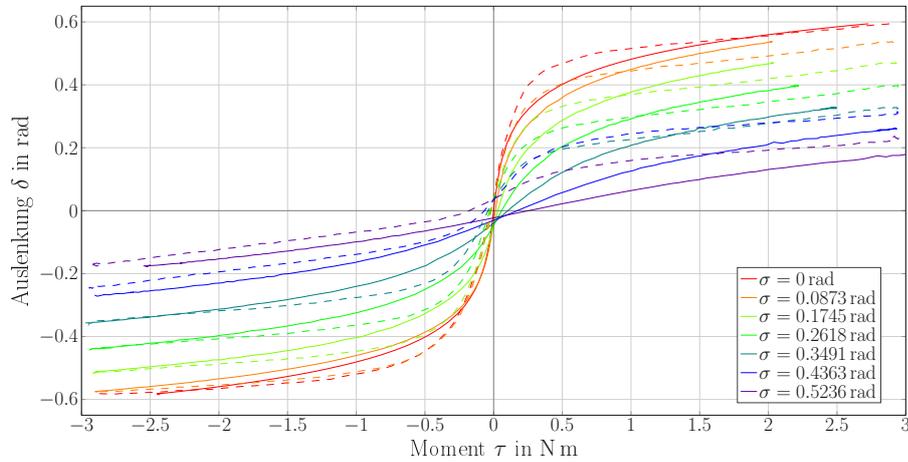


Abbildung A.3: Drehmomentenkennlinie des Modells (durchgängig) und gesäuberte Kennlinie des Motors 3 (strichliert).

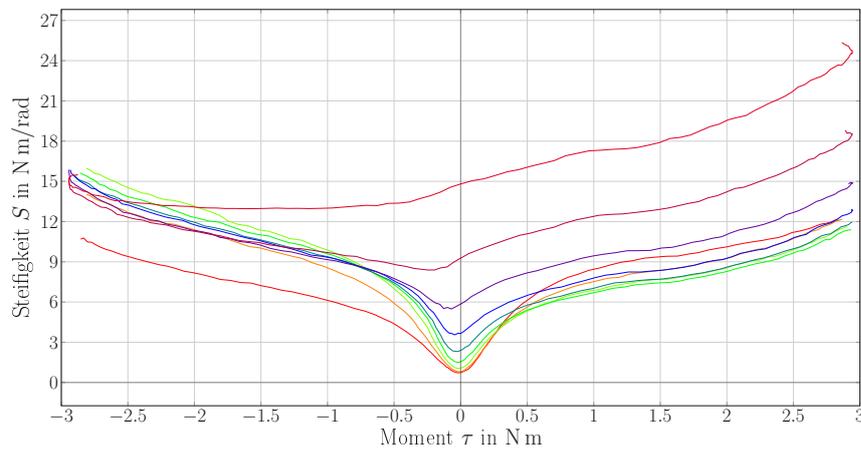


Abbildung A.4: Steifigkeitskennlinie des Motors 3. Die minimal erreichbare Steifigkeit steigt schnell mit dem Moment an.

## B Kinematik

### B.1 Kinematik des Roboterarms

In diesem Abschnitt wird die Kinematik von Starrkörperbewegungen als Ergänzung und zum Nachschlagen zusammengefasst. Als Grundlage für diesen Anhang dient ein Auszug aus der Bachelorarbeit [62] mit Anpassungen an das in dieser Arbeit verwendete Robotermodell. Dazu wird zu Beginn ein Überblick zu den genutzten Koordinatensystemen gegeben. Im Anschluss werden die translatorischen und rotatorischen Bewegungen von Starrkörpern dargestellt. Die einzelnen Qbmove Aktuatoren werden gemeinsam über Verbindungsstücke verbunden, um einen Roboterarm mit 3 Freiheitsgraden  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$  zu bilden.

### B.2 Koordinatensysteme in der Robotik

In der Robotik wird jedem Roboterglied ein körperfestes Koordinatensystem zugeordnet. Als Bezug wird zusätzlich ein ruhendes Weltkoordinatensystem, welches mit der Umgebung verankert ist, gewählt. Dadurch kann die Position und Orientierung eines Robotergliedes durch die Position des körpereigenen Koordinatensystems in den Weltkoordinaten bestimmt werden [63]. Ein Koordinatensystem im Vektorraum  $\mathbb{R}^3$  ist definiert durch einen ausgezeichneten Nullpunkt und drei Koordinatenachsen  $x_a, y_a, z_a$ , welche gemeinsam mit den Basisvektoren  $\mathbf{e}_{x_a}, \mathbf{e}_{y_a}, \mathbf{e}_{z_a}$  ein vollständiges Orthonormalsystem bilden [64]. Durch translatorische Verschiebungen und Rotationen können Koordinatensysteme ineinander übergeführt werden. Es lässt sich zeigen, dass derartige Abbildungen längen- und winkeltreue Bijektionen sind [64]. Die translatorische Verschiebung hat dabei die Form eines Vektors, während die Rotation durch eine Rotationsmatrix dargestellt wird. Für die einfachere Handhabung werden die Verschiebung und die Rotation gemeinsam als sogenannte homogene Transformation dargestellt [65]. In den folgenden Abschnitten werden die dazugehörigen mathematischen Grundkonzepte erläutert.

### B.3 Rotation

Die elementaren Drehmatrizen

$$\mathbf{R}_{x,\varphi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\varphi & -s_\varphi \\ 0 & s_\varphi & c_\varphi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

beschreiben jeweils eine Drehung um eine einzelne Achse (z. B.  $x, y, z$ ) mit dem dazugehörigen Winkel (z. B.  $\varphi, \theta, \psi$ ) [66]. Die Drehung findet dabei immer in mathematisch

positiver Drehrichtung, d.h. gegen den Uhrzeigersinn, statt. Zur kompakteren Darstellung werden die Winkelfunktionen  $\sin(\varphi)$  und  $\cos(\varphi)$  durch die Ausdrücke  $s_\varphi$  und  $c_\varphi$  ersetzt. Die Multiplikation von drei elementaren Drehungen führt zur Beschreibung einer allgemeinen Rotation. Dabei sei angemerkt, dass die Reihenfolge der Drehungen im Allgemeinen nicht kommutativ ist und sich dadurch eine Vielzahl von Kombinationen ergibt. Gängige Parametrierungen, um eine allgemeine Drehung zu charakterisieren, sind die Euler-Winkel und die Roll-Pitch-Yaw-Winkel. Im Zuge dieser Arbeit wird die Roll-Pitch-Yaw-Parametrierung (RPY)

$$\mathbf{R}_0^1 = \mathbf{R}_{z,\psi} \mathbf{R}_{y,\theta} \mathbf{R}_{x,\varphi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\varphi & -s_\varphi \\ 0 & s_\varphi & c_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

vorgestellt. Dazu wird im ersten Schritt eine Drehung um die  $x$ -Achse mit dem Winkel  $\varphi$  durchgeführt. Im Anschluss erfolgt eine Rotation um die  $y$ -Achse des Weltkoordinatensystems mit dem Winkel  $\theta$  und zuletzt eine Drehung um die  $z$ -Achse des Weltkoordinatensystems mit dem Winkel  $\psi$ . Eine grafische Darstellung der Rotationen ist in Abbildung B.1 zusehen.

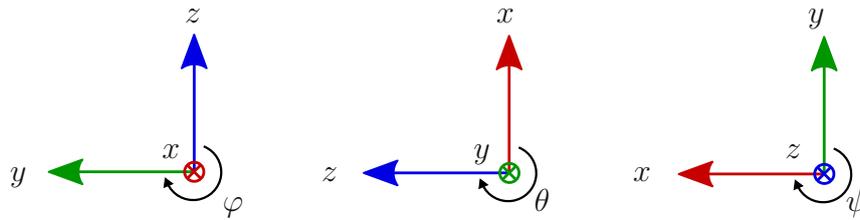


Abbildung B.1: Abbildung zur Rotation mit RPY-Parametrierung.

Bei der verwendeten Notation  $\mathbf{R}_0^1$  für die Rotationsmatrix bedeutet der obere Index das ursprüngliche Koordinatensystem und der untere Index das Koordinatensystem, zu welchem die Transformation führt. Durch die Vorschrift

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{R}_0^1 \mathbf{p}_1 \quad (\text{B.3})$$

wird der Punkt  $\mathbf{p}_1$ , dargestellt im Koordinatensystem 1, in das Koordinatensystem 0, d. h.  $\mathbf{p}_0$ , übergeführt. Durch Transponieren der Rotationsmatrix

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{R}_1^0 \mathbf{p}_0 = \left(\mathbf{R}_0^1\right)^T \mathbf{p}_0 \quad (\text{B.4})$$

wird die Transformationsrichtung umgekehrt [67].

## B.4 Translation

Eine rein translatorische Verschiebung findet zwischen zwei Koordinatensystemen statt, wenn diese zueinander nicht verdreht sind. Dies wird durch den Vektor vom Ursprung

eines Koordinatensystems zum Ursprung des anderen beschrieben. Ein beliebiger Punkt  $\mathbf{p}_1$ , welcher im Koordinatensystem 1 gegeben ist, wird über die Beziehung

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{d}_0^1 \quad (\text{B.5})$$

in den Punkt  $\mathbf{p}_0$  des Koordinatensystems 0, welches gegenüber 1 *nicht* verdreht ist, übergeführt [66]. Eine graphische Repräsentation dieser Operation ist in der Abbildung B.2 dargestellt. Durch die Kombination der Formel (B.3) und (B.5) lässt sich nun ein beliebiger

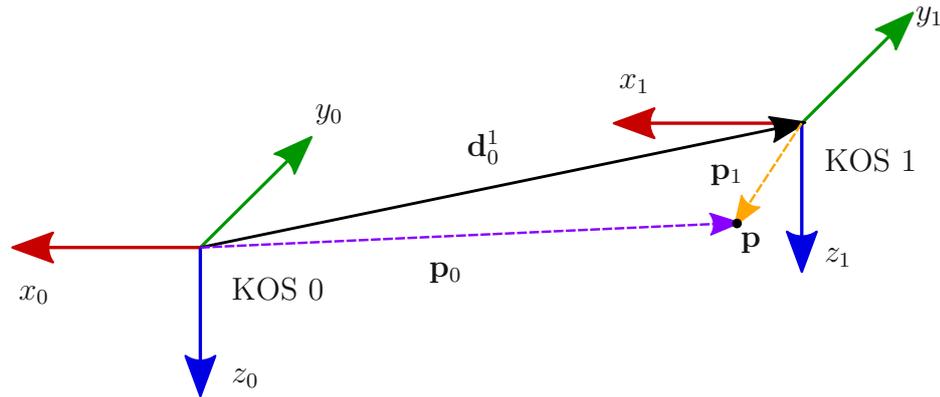


Abbildung B.2: Abbildung zur Translation.

Punkt im Koordinatensystem 1 in allgemeiner Lage gegenüber dem Koordinatensystem 0 in das Koordinatensystem 0 über den Zusammenhang

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{R}_0^1 \mathbf{p}_1 + \mathbf{d}_0^1 \quad (\text{B.6})$$

umrechnen [66]. Eine graphische Darstellung dieser Operation ist in der Abbildung B.3 zu sehen.

## B.5 Kinematische Kette

Mit der homogenen Transformation können rotatorische und translatorische Verschiebungen in einer Matrix

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{H}_0^1 \mathbf{P}_1 \quad \text{mit} \quad \mathbf{H}_0^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^1 & \mathbf{d}_0^1 \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

mit den Konfigurationen  $\mathbf{P}_1$  und  $\mathbf{P}_0$  in der Form

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

zusammengefasst werden [66]. Mit Hilfe der homogenen Transformationen kann allgemein die von Koordinatensystemen erzeugte Kette durch die Gleichung

$$\mathbf{H}_0^n(\mathbf{q}) = \mathbf{H}_0^1(q_1) \mathbf{H}_1^2(q_2) \cdots \mathbf{H}_{i-1}^i(q_i) \cdots \mathbf{H}_{n-1}^n(q_n) \quad (\text{B.9})$$

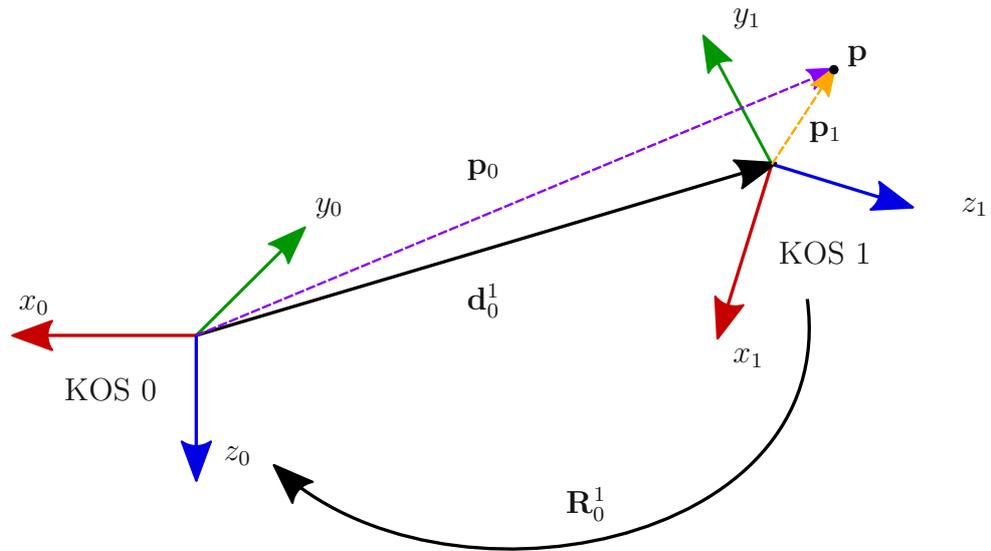


Abbildung B.3: Abbildung zur Koordinatentransformation.

beschrieben werden [66]. Die einzelnen Transformationen repräsentieren dabei die Kinematik der einzelnen Freiheitsgrade  $q_i$ ,  $\mathbf{q}^T = [q_1, q_2, \dots, q_n]$ . Gemeinsam mit den konstanten Transformationen  $\mathbf{H}_B^0$  und  $\mathbf{H}_E^n$  lässt sich die Roboterkinematik mit der homogenen Transformation

$$\mathbf{H}_B^E(\mathbf{q}) = \mathbf{H}_B^0 \mathbf{H}_0^n(\mathbf{q}) \mathbf{H}_n^E = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_B^E(\mathbf{q}) & \mathbf{d}_B^E(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

darstellen. Die Transformation  $\mathbf{H}_B^0$  bildet das Koordinatensystem der Rotorbasis  $B$  in Bezug auf das Koordinatensystem 0. Für die Transformation des Endeffektorkoordinatensystems  $E$  in Bezug auf das Inertialkoordinatensystem des letzten Robotergliedes  $n$  wird die Matrix  $\mathbf{H}_n^E$  angewendet [66]. Mit der folgenden Berechnungsvorschrift

$$\mathbf{x}_E = \mathbf{f}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_B^E(\mathbf{q}) \\ \phi(\mathbf{R}_B^E(\mathbf{q})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_E \\ \phi_E \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

kann die Position und die Orientierung des Endeffektors aus den Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$  bestimmt werden und ist unter dem Begriff der Vorwärtskinematik in der Literatur zu finden. Die Operation  $\phi(\cdot)$  liefert nach [66] eine minimale Koordinatendarstellung der Orientierung.

## B.6 DH-Konvention

Die Konvention der Koordinatensysteme nach Denavid-Hartenberg (DH) ermöglicht eine systematische Vorgehensweise bei der Festlegung der Koordinatensysteme und in weiterer Folge eine einheitliche Parametrierung der homogenen Transformationsmatrizen. Für die Parametrierung werden in weiterer Folge nur 4 Parameter (DH-Parameter genannt) benötigt [66]. Für eine genau Beschreibung der DH-Konvention wird auf Literatur wie

[68] oder [63] verwiesen. In der Abbildung B.4 sind die verwendeten Koordinatensysteme des VSA-Roboters eingetragen. Die dazugehörigen DH-Parameter sind in der Tabelle B.1 zu finden.

| $i$ | $\alpha_{i-1}$  | $a_{i-1}$ | $d$   | $\theta_{i-1}$        |
|-----|-----------------|-----------|-------|-----------------------|
| 1   | $\frac{\pi}{2}$ | 0         | $d_1$ | $\frac{\pi}{2}$       |
| 2   | 0               | $d_2$     | 0     | $\frac{\pi}{2} + q_1$ |
| 3   | 0               | $d_3$     | 0     | $q_2$                 |
| 4   | 0               | $d_4$     | 0     | $q_3$                 |

Tabelle B.1: DH-Parameter.

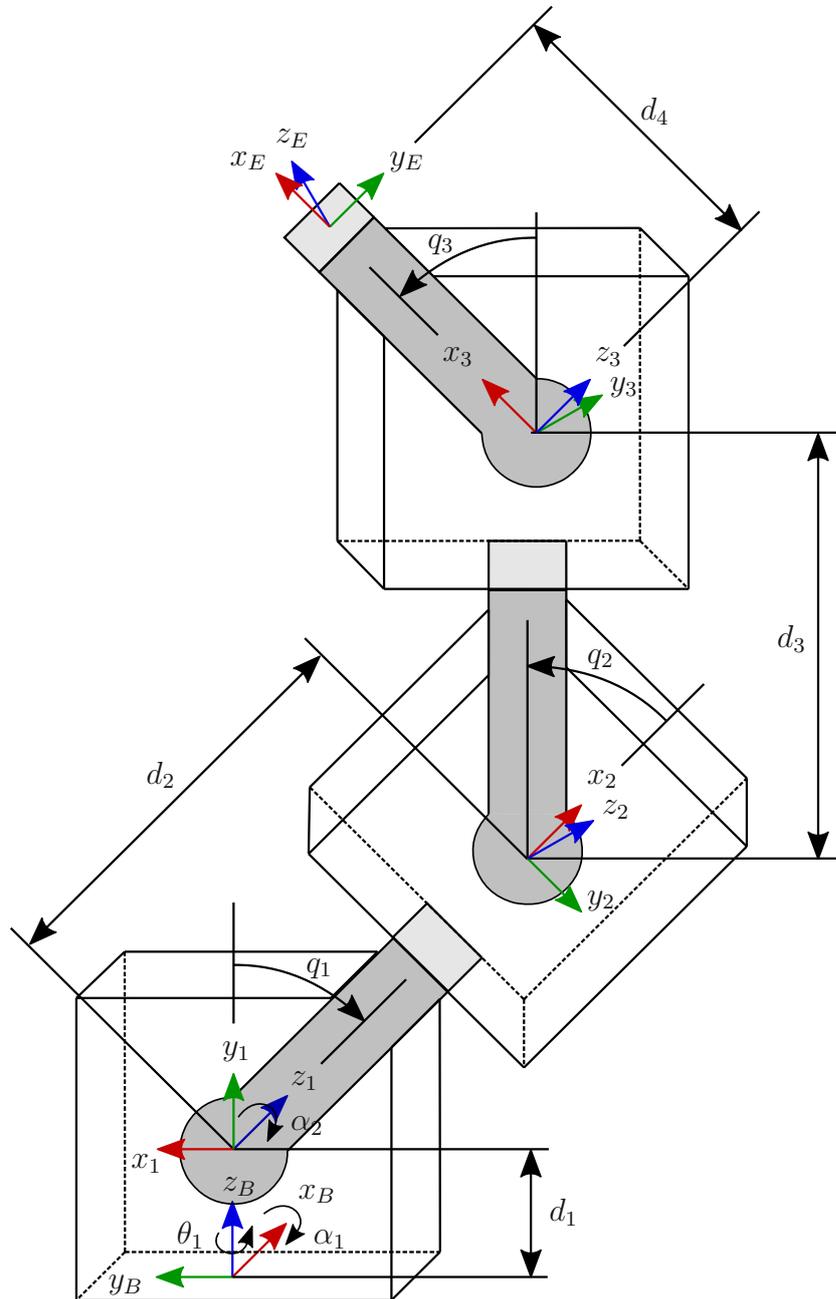


Abbildung B.4: Koordinatensysteme Roboter.

# C Appendix - Bahnplanung

## C.1 Bahnplanung

Die Trajektorien- bzw. Bahnplanung beschäftigt sich mit dem Planen von gezielten Bewegungen von Robotern. Dabei wird zwischen einem Pfad bzw. Weg und einer Bahn bzw. Trajektorie unterschieden.

Der Pfad  $\mathbf{q}(s)$  beschreibt, auf welche Weise sich der Endeffektor zwischen Anfangsposition  $\mathbf{q}_0$  und Endposition  $\mathbf{q}_1$  bewegen soll [63]. Für den Pfadparameter  $s$  gilt  $s = 0$  beim Startpunkt und  $s = 1$  am Zielpunkt. Bei der Trajektorienplanung wird zusätzlich noch definiert, wie schnell sich der Manipulator bewegen soll. Dies erfolgt durch die Zeitparametrierung  $s(t)$ , welche jedem Zeitpunkt  $t$  zwischen dem Startzeitpunkt  $t = 0$  und dem Endzeitpunkt  $t = T$  einen Wert zwischen 0 und 1 zuordnet. Mathematisch entspricht die Zeitparametrierung  $s(t)$  also einer Funktion  $s : [0, T] \mapsto [0, 1]$ .

In dieser Arbeit wird für die Bahnplanung eine Punkt-zu-Punkt-Bewegung angewendet. Dafür wird im Konfigurationsraum für jedes Gelenk ein geradliniger Pfad der Form

$$\mathbf{q}(s) = \begin{bmatrix} q_1(s) \\ \vdots \\ q_n(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} q_{0,1} + s(q_{1,1} - q_{0,1}) \\ \vdots \\ q_{0,n} + s(q_{1,n} - q_{0,n}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}_0 + s(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_0)}, \quad s \in [0, 1], \quad (\text{C.1})$$

geplant [66]. Bei dieser Form der Bahnplanung wird die Trajektorie durch ein Interpolationspolynom angenähert. Als Ausgangspunkt dienen die Anfangs- und Endwerte der Bahn, sowie die dazugehörigen Randbedingungen in Form der Ableitungen an den Rändern. Abhängig davon bis zu welcher Ordnung die Trajektorie vorgegeben werden soll, muss die Ordnung des Polynoms und die Anzahl der Randbedingungen angepasst werden. Für ein Polynom 5. Ordnung

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (\text{C.2})$$

werden beispielsweise 6 Bedingungen benötigt. Diese sind durch die Anfangs- und Endwerte und deren ersten (Geschwindigkeit) und zweiten Ableitungen (Beschleunigung) gemäß

$$y(t_A) = p_A, \quad \dot{y}(t_A) = \dot{p}_A = v_A, \quad \ddot{y}(t_A) = \ddot{p}_A = a_A \quad (\text{C.3a})$$

$$y(t_E) = p_E, \quad \dot{y}(t_E) = \dot{p}_E = v_E, \quad \ddot{y}(t_E) = \ddot{p}_E = a_E \quad (\text{C.3b})$$

gegeben. Durch zweifaches zeitliches Ableiten von (C.2) und das Einsetzen der Randbe-

dingungen (C.3) erhält man das Gleichungssystem der Form

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & t_A & t_A^2 & t_A^3 & t_A^4 & t_A^5 \\ 1 & t_E & t_E^2 & t_E^3 & t_E^4 & t_E^5 \\ 0 & 1 & 2t_A & 3t_A^2 & 4t_A^3 & 5t_A^4 \\ 0 & 1 & 2t_E & 3t_E^2 & 4t_E^3 & 5t_E^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_A & 12t_A^2 & 20t_A^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_E & 12t_E^2 & 20t_E^3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_A \\ q_E \\ v_A \\ v_E \\ a_E \\ a_A \end{bmatrix}. \quad (\text{C.4})$$

Durch die Lösung des Gleichungssystems (C.4) und Verwendung dieser Lösung für das Polynom aus (C.2) erhält man die gewünschte Trajektorie [66]. Für das Gleichungssystem kann immer eine eindeutige Lösung gefunden werden, wenn für die Matrix  $\det(\mathbf{A}) = 4(t_A - t_E)^9 \neq 0$  gilt. Dies ist erfüllt, solange sich die Anfangszeit von der Endzeit unterscheidet. Durch eine Aneinanderreihung von Punkt-zu-Punkt-Trajektorien können komplexere Abläufe generiert werden. Da für die Untersuchungen der Regelungskonzepte keine zeitoptimalen Trajektorien notwendig sind, wurden die Ableitungen für die Trajektorienplanung auf Null gesetzt. Zusätzlich kann die Bahnplanung entweder im Gelenkraum bzw. Konfigurationsraum  $\mathbf{q}(t)$  oder im Arbeitsraum  $\mathbf{x}_e(t)$  beschrieben werden. Der Arbeitsraum (engl. Task Space) ist eine Spezifikation der Konfigurationen, die der Endeffektor des Roboters erreichen kann. Der Konfigurationsraum (engl. Configuration Space or C-Space) ist jener Raum, welcher von den Freiheitsgraden des Systems aufgespannt wird. Die Konfiguration (engl. Configuration) eines Roboters ist demnach genau ein Punkt des Konfigurationsraums. [68]

## Literatur

- [1] M. Zinn, O. Khatib, B. Roth und J. K. Salisbury, „Playing it safe [human-friendly robots]“, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Jg. 11, Nr. 2, S. 12–21, 2004.
- [2] A. Bicchi und G. Tonietti, „Fast and soft arm tactics: Dealing with the safety-performance trade-off in robot arms design and control“, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Jg. 11, Nr. 2, S. 22–33, 2004.
- [3] F. P. Petit, *Analysis and Control of Variable Stiffness Robots*. Zürich: ETH-Zürich, 2014.
- [4] F. Petit, A. Dietrich und A. Albu-Schäffer, „Generalizing Torque Control Concepts“, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Jg. 22, Nr. 4, S. 37–51, 2015.
- [5] P. Zou, Q. Zhu, J. Wu und J. Jin, „An Approach for Peg-in-Hole Assembling Based on Force Feedback Control“, in *Chinese Automation Congress*, 2019, S. 3269–3273.
- [6] J. Jiang, Z. Huang, Z. Bi, X. Ma und G. Yu, „State-of-the-Art control strategies for robotic PiH assembly“, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Jg. 65, S. 101 894, 2020.
- [7] J. Xu, Z. Hou, Z. Liu und H. Qiao, „Compare Contact Model-based Control and Contact Model-free Learning: A Survey of Robotic Peg-in-hole Assembly Strategies“, 2019.
- [8] W. Deng, C. Zhang, Z. Zou, M. Gao, X. Wang und W. Yu, „Peg-in-hole assembly of industrial robots based on Object detection and Admittance force control“, in *36th Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation*, 2021, S. 672–677.
- [9] A. Albu-Schaffer, O. Eiberger, M. Grebenstein, S. Haddadin, C. Ott, T. Wimbock, S. Wolf und G. Hirzinger, „Soft robotics“, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Jg. 15, Nr. 3, S. 20–30, 2008.
- [10] M. T. Mason, „Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators“, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Jg. 11, Nr. 6, S. 418–432, 1981.
- [11] B. Vanderborght, A. Albu-Schaeffer, A. Bicchi, E. Burdet, D. Caldwell, R. Carloni, M. Catalano, O. Eiberger, W. Friedl, G. Ganesh, M. Garabini, M. Grebenstein, G. Grioli, S. Haddadin, H. Hoppner, A. Jafari, M. Laffranchi, D. Lefeber, F. Petit, S. Stramigioli, N. Tsagarakis, M. Van Damme, R. Van Ham, L. Visser und S. Wolf, „Variable impedance actuators: A review“, *Robotics and Autonomous Systems*, Jg. 61, Nr. 12, S. 1601–1614, 2013.
- [12] B. Siciliano, O. Khatib und T. Kröger, *Springer handbook of robotics*, 2nd edition. Berlin Heidelberg: Springer, 2016.

- [13] G. Hirzinger, N. Sporer, A. Albu-Schaffer, M. Hahnle, R. Krenn, A. Pascucci und M. Schedl, „DLR’s torque-controlled light weight robot III-are we reaching the technological limits now?“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Bd. 2, 2002, S. 1710–1716.
- [14] B. Vanderborght, A. Albu-Schaeffer, A. Bicchi, E. Burdet, D. Caldwell, R. Carloni, M. Catalano, G. Ganesh, M. Garabini, M. Grebenstein, G. Grioli, S. Haddadin, A. Jafari, M. Laffranchi, D. Lefeber, F. Petit, S. Stramigioli, N. Tsagarakis, M. Van Damme, R. Van Ham, L. Visser und S. Wolf, „Variable impedance actuators: Moving the robots of tomorrow“, in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2012, S. 5454–5455.
- [15] D. J. Braun, F. Petit, F. Huber, S. Haddadin, P. van der Smagt, A. Albu-Schäffer und S. Vijayakumar, „Robots Driven by Compliant Actuators: Optimal Control Under Actuation Constraints“, *IEEE Transactions on Robotics*, Jg. 29, Nr. 5, S. 1085–1101, 2013.
- [16] B. Vanderborght, N. G. Tsagarakis, R. H. Van, I. Thorson und D. G. Caldwell, „MAC-CEPA 2.0: compliant actuator used for energy efficient hopping robot Chobino1D“, *Autonomous Robots*, Jg. 31, 2011.
- [17] R. Van Ham, B. Vanderborght, M. Van Damme, B. Verrelst und D. Lefeber, „MAC-CEPA, the mechanically adjustable compliance and controllable equilibrium position actuator: Design and implementation in a biped robot“, *Robotics and Autonomous Systems*, Jg. 55, Nr. 10, S. 761–768, 2007.
- [18] J. Sulzer, M. Peshkin und J. Patton, „MARIONET: An exotendon-driven rotary series elastic actuator for exerting joint torque“, in *9th International Conference on Rehabilitation Robotics*, 2005, S. 103–108.
- [19] S. Wolf und G. Hirzinger, „A new variable stiffness design: Matching requirements of the next robot generation“, in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2008, S. 1741–1746.
- [20] S. Wolf, O. Eiberger und G. Hirzinger, „The DLR FSJ: Energy based design of a variable stiffness joint“, in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2011, S. 5082–5089.
- [21] R. van Ham, „Compliant Actuator Designs“, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Jg. 16, Nr. 3, S. 81–94, 2009.
- [22] G. Tonietti, R. Schiavi und A. Bicchi, „Design and Control of a Variable Stiffness Actuator for Safe and Fast Physical Human/Robot Interaction“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2005, S. 526–531.
- [23] O. Eiberger, S. Haddadin, M. Weis, A. Albu-Schäffer und G. Hirzinger, „On joint design with intrinsic variable compliance: derivation of the DLR QA-Joint“, in *Proceedings of the IEEE International Con. on Robotics and Automation*, 2010, S. 1687–1694.
- [24] J. W. Hurst und A. A. Rizzi, „Series compliance for an efficient running gait“, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Jg. 15, Nr. 3, S. 42–51, 2008.

- [25] M. Thümmel, M. Otter und J. Bals, „Vibration Control of Elastic Joint Robots by Inverse Dynamics Models“, Bd. 130, Jan. 2005, S. 343–353.
- [26] J. Stelter, *Verbesserung des Positionierverhaltens und der Bahntreue eines Industrieroboters durch den Einsatz von Beschleunigungssensoren*, Ser. Berichte aus der Robotik. Aachen: Shaker Verlag, 2001.
- [27] H. Schütte, *Symbolische Modellierung und beobachtergestützte nichtlineare Regelung eines modularen elastischen Robotersystems*. VDI-Verlag, 1998.
- [28] A. Albu-Schäffer, „Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme“, 2002.
- [29] A. De Luca und P. Lucibello, „A general algorithm for dynamic feedback linearization of robots with elastic joints“, in *Proceedings of the IEEE International Conference Robotics and Automation*, Bd. 1, 1998, S. 504–510.
- [30] L. Tian und A. Goldenberg, „Robust adaptive control of flexible joint robots with joint torque feedback“, in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Bd. 1, 1995, S. 1229–1234.
- [31] S. Nicosia und P. Tomei, „A method to design adaptive controllers for flexible joint robots“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Bd. 1, 1992, S. 701–706.
- [32] M. Krstic, P. V. Kokotovic und I. Kanellakopoulos, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, 1st. USA: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [33] M. W. Spong, „Modeling and Control of Elastic Joint Robots“, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-transactions of The Asme*, Jg. 109, S. 310–319, 1987.
- [34] —, „Adaptive control of flexible joint manipulators“, *Systems & Control Letters*, Jg. 13, Nr. 1, S. 15–21, 1989.
- [35] B. Brogliato, R. Ortega und R. Lozano, „Global tracking controllers for flexible-joint manipulators: a comparative study“, *Automatica*, Jg. 31, Nr. 7, S. 941–956, 1995.
- [36] R. Mengacci, F. Angelini, M. Catalano, G. Grioli, A. Bicchi und M. Garabini, „On the Motion/Stiffness Decoupling Property of Articulated Soft Robots with Application to Model-Free Torque Iterative Learning Control“, *The International Journal of Robotics Research*, Jg. 40, Aug. 2020.
- [37] F. Angelini, C. D. Santina, M. Garabini, M. Bianchi, G. M. Gasparri, G. Grioli, M. G. Catalano und A. Bicchi, „Decentralized Trajectory Tracking Control for Soft Robots Interacting With the Environment“, *IEEE Transactions on Robotics*, Jg. 34, Nr. 4, S. 924–935, 2018.
- [38] B. Z. Lukić, K. M. Jovanović und G. S. Kvaščev, „Feedforward neural network for controlling qbmove maker pro variable stiffness actuator“, S. 1–4, 2016.
- [39] M. Keppler, D. Lakatos, C. Ott und A. Albu-Schäffer, „Elastic Structure Preserving (ESP) Control for Compliantly Actuated Robots“, *IEEE Transactions on Robotics*, Jg. 34, Nr. 2, S. 317–335, 2018.

- [40] R. Mengacci, M. Keppler, M. Pfanne, A. Bicchi und C. Ott, „Elastic Structure Preserving Control for Compliant Robots Driven by Agonistic-Antagonistic Actuators (ESPaa)“, *IEEE Robotics and Automation Letters*, Jg. 6, Nr. 2, S. 879–886, 2021.
- [41] S. Jezernik, G. Colombo, T. Keller, H. Frueh und M. Morari, „Robotic Orthosis Lokomat: A Rehabilitation and Research Tool“, *Neuromodulation: Technology at the Neural Interface*, Jg. 6, Nr. 2, S. 108–115, 2003.
- [42] qbrobotics, *qbmmove Advanced Data Sheet*, Adresse: <https://qbrobotics.com/wp-content/uploads/2021/08/qbmmove-Advanced-datasheet.pdf>, (besucht am 5. 10. 2023).
- [43] —, *qbmmove kit User manual*, Adresse: <https://qbrobotics.com/wp-content/uploads/2021/08/qbmmove-advanced-kit-Base-user-manual-1.pdf>, (besucht am 5. 10. 2023).
- [44] P. Tomei, „A simple PD controller for robots with elastic joints“, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Jg. 36, Nr. 10, S. 1208–1213, 1991.
- [45] M. W. Spong, „Underactuated mechanical systems“, in *Control Problems in Robotics and Automation*, B. Siciliano und K. P. Valavanis, Hrsg., Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998, S. 135–150.
- [46] R. Tedrake, „Underactuated Robotics: Learning, Planning, and Control for Efficient and Agile Machines Course Notes for MIT 6.832“,
- [47] A. Kugi, *Automatisierung*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2021.
- [48] —, *Regelungssysteme 2*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2022.
- [49] R. Rothfuß, J. Rudolph und M. Zeitz, „Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme“, *Automatisierungstechnik*, Jg. 45, Nr. 11, S. 517–525, 1997.
- [50] F. Petit, C. Ott und A. Albu-Schäffer, „A model-free approach to vibration suppression for intrinsically elastic robots“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2014, S. 2176–2182.
- [51] D. H. Owens, *Iterative Learning Control An Optimization Paradigm*. London: Springer, 2016.
- [52] R. W. Longman, „Iterative learning control and repetitive control for engineering practice“, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Jg. 73, Nr. 10, S. 930–954, 2000.
- [53] E. Solcz und R. W. Longman, „Disturbance Rejection in Repetitive Controllers“, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Jg. 76, S. 2111–2130, 1992.
- [54] R. W. Longman, „Iterative learning control and repetitive control for engineering practice“, *International Journal of Control*, Jg. 73, Nr. 10, S. 930–954, 2000.
- [55] A. Deutschmann-Olek, A. Kugi und A. Steinböck, *Skriptum Fortgeschrittene Methoden der nichtlinearen Regelung*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2021.

- [56] F. Miyazaki, S. Kawamura, M. Matsumori und S. Arimoto, „Learning control scheme for a class of robot systems with elasticity“, in *25th IEEE Conference on Decision and Control*, 1986, S. 74–79.
- [57] K. Jovanovic, B. Lukic und V. Potkonjak, „Feedback linearization for decoupled position/stiffness control of bidirectional antagonistic drives“, *Facta universitatis - series: Electronics and Energetics*, Jg. 31, S. 51–61, Jan. 2018.
- [58] A. De Luca, F. Flacco, A. Bicchi und R. Schiavi, „Nonlinear decoupled motion-stiffness control and collision detection/reaction for the VSA-II variable stiffness device“, in *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2009, S. 5487–5494.
- [59] J. Oh und J. Lee, „Backstepping control design of flexible joint manipulator using only position measurements“, in *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Bd. 1, 1998, S. 931–936.
- [60] C. Ott, *Cartesian Impedance Control of Redundant and Flexible-Joint Robots*. Jan. 2008, Bd. 49.
- [61] J. Oh und J. Lee, „Control of flexible joint robot system by backstepping design approach“, in *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, Bd. 4, 1997, S. 3435–3440.
- [62] P. Reisch, *Modellierung und Regelung eines Helikopters*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2022.
- [63] J. Mareczek, *Grundlagen der Roboter-Manipulatoren – Band 1*. Berlin: Springer, 2020.
- [64] M. Melik-Merkumians und G. Schitter, *Automatisierungs- & Steuerungssysteme*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2019.
- [65] T. I. Fossen, *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. Chichester: Wiley, 2011.
- [66] C. Hartl-Nesic und A. Kugi, *Automatisierungs- & Regelungstechnik Fachvertiefung, Skriptum zur Vorlesung*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2021.
- [67] H. Goldstein, C. P. Poole und J. L. Safko, *Classical Mechanics*. San Francisco: Addison Wesley, 2001.
- [68] K. M. Lynch und F. C. Park, *Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control*. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.

# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit gemäß dem Code of Conduct - Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis (in der aktuellen Fassung des jeweiligen Mitteilungsblattes der TU Wien), insbesondere ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel, angefertigt wurde. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet. Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder in ähnlicher Form in anderen Prüfungsverfahren vorgelegt.

Wien, im Oktober 2023

---

Reisch Paul