



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN



## DIPLOMARBEIT

# Analyse und Diskussion von Regelungen zur Radmomentenverteilung von Elektrofahrzeugen zur Beeinflussung der Fahrdynamik

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs  
eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

**Lukas Kügerl**

Matrikelnummer: 01427556



unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Plöchl

Dipl.-Ing. Philipp Mandl, BSc

Institut für Mechanik und Mechatronik

Wien, im Dezember 2023

# Eidesstattliche Erklärung

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung Diplomarbeit nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin. Ich erkläre weiters an Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, genannt habe. Weiters erkläre ich, dass ich dieses Diplomarbeitsthema bisher weder im In- noch Ausland (einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, im Dezember 2023

---

Lukas Kügerl

# Kurzfassung

Die Elektromobilität bietet eine Vielzahl an neuen Möglichkeiten, ein Fahrzeug aus fahrdynamischer Sicht zu regeln. Durch die Überaktuierung der Fahrzeuge, durch radindividuelle Elektroantriebe, können neuartige Regelungskonzepte zur Torque-Vector Regelung herangezogen werden. Die bisherige Literatur bietet ein breites Spektrum an Regelungen.

Diese Arbeit erklärt zuerst den Aufbau von fünf unterschiedlichen Regelungskonzepten: Feedforwardregelung mit PID-Feedback, Feedforwardregelung mit Sliding-Mode-Regler erster Ordnung, Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung, linearer modellprädiktiver Regler und nichtlinearer modellprädiktiver Regler. Der Feedforward Anteil der Feedforward mit PID-Feedback Regelung wird aus der Übertragungsfunktion des quasi-stationären Einspurmodells berechnet und ist vom Lenkwinkel und der Gierratenreferenz abhängig. Der PID-Regler soll dabei den verbleibenden Regelfehler minimieren. Der Feedforward Anteil des Sliding-Mode-Reglers erster Ordnung wird ebenfalls aus dem Einspurmodell berechnet, zusätzlich ist dieser von der Änderung der Referenzgierrate und dem Schwimmwinkel abhängig. Der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung wird mittels einer sat-Funktion modelliert, um Chattering gering zu halten. Der Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung wird ebenfalls mit einer sat-Funktion modelliert und besitzt keinen Feedforward Anteil. Der lineare MPC wird mittels Zustandsraumdarstellung des Einspurmodells modelliert und berücksichtigt Beschränkungen, um die Fahrzeugstabilität zu erhöhen. Der nichtlineare MPC berechnet die Stellgrößen mit einem nichtlinearen Zweispurmodell.

Anschließend werden diese Regelungen in drei Manövern (Ramp-Steer, Step-Steer und Sine-Sweep) mit einer Auswahl von verschiedenen Parametrisierungen simuliert. Als Simulationsmodell soll ein nichtlineares Drei-Freiheitsgrad-Modell mit einem empirischen Reifenmodell (Magic Formula) verwendet werden. Zusätzlich wird die Aufstandkraftveränderung zufolge der Lateralbeschleunigung berücksichtigt. Die anschließende Diskussion analysiert die Auswirkungen der Parametrisierung auf die Lateralodynamik für jede Regelung. Diese Analyse soll nützliche Erkenntnisse für jene Personen liefern, die an der Weiterentwicklung dieser innovativen Technologie arbeiten.

# Abstract

Electromobility offers a variety of new opportunities to control a vehicle from a dynamic driving perspective. By over-actuating the vehicles through individual wheel electric drives, novel control concepts for torque-vector control can be applied.

This work first explains the structure of five different control concepts: feedforward control with PID feedback, feedforward control with first-order sliding mode controller, second-order sliding mode control, linear model predictive control, and nonlinear model predictive control. The feedforward component in the feedforward control with PID feedback is calculated from the transfer function of the quasi-steady-state single-track model and depends on the steering angle and yaw rate reference. The PID controller is intended to minimize the remaining control error. The feedforward component of the first-order sliding mode controller is also calculated from the single-track model, additionally depending on the change in reference yaw rate and slip angle. The first-order sliding mode controller is modeled using a saturation function to minimize chattering. The second-order sliding mode controller is also modeled with a saturation function and does not have a feedforward component. The linear MPC is modeled using the state-space representation of the single-track model and considers constraints to enhance vehicle stability. The nonlinear MPC calculates the control inputs using a nonlinear two-track model. Subsequently, these control methods are simulated in three maneuvers (Ramp-Steer, Step-Steer, and Sine-Sweep) with various parameterizations. A nonlinear three-degree-of-freedom model with an empirical tire model (Magic Formula) is used as the simulation model. Additionally, changes in tire contact forces due to lateral acceleration are considered. The discussion analyzes the effects of parametrization on lateral dynamics for each control method. This analysis aims to provide helpful insights for those working on the advancement of this innovative technology.

# Danksagung

Ich möchte die Gelegenheit nutzen, um meine aufrichtige Dankbarkeit gegenüber all jenen auszudrücken, die mich auf diesem langen Weg der Fertigstellung unterstützt und begleitet haben.

Erstens möchte ich mich bei Philipp Mandl, Ao. Univ. Prof. Plöchl und Univ. Prof. Edelmann für ihre geduldige Anleitung, das fachkundige Feedback und die Unterstützung bedanken. Ihre Leidenschaft und Engagement für dieses Thema haben mich stets motiviert.

Ein herzliches Dankeschön auch an meine Familie und engsten Vertrauten, ohne die ich diese Zeit mit vielen Höhen und Tiefen nicht in dieser Form gemeistert hätte.

Besondere Anerkennung gebührt dem Institut für Mechanik und Mechatronik, das mir Gelegenheit gegeben hat, auf ihre Ressourcen und Einrichtungen zuzugreifen, die für diese Arbeit entscheidend waren.

Letztendlich möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die in irgendeiner Form zu diesem Projekt beigetragen haben. Eure Unterstützung hat mir geholfen, dieses Ziel zu erreichen. Diese Diplomarbeit ist das Ergebnis der gemeinsamen Anstrengungen und der Unterstützung vieler, und ich bin zutiefst dankbar für jeden Beitrag.

Mit herzlichem Dank,

Lukas

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Literatur</b>	<b>2</b>
2.1	Fahrzeugmodell . . . . .	2
2.2	Gierratenreferenz . . . . .	2
2.3	Torque-Vector Regelung . . . . .	3
2.3.1	Feedforward mit PID-Feedback Regler . . . . .	4
2.3.2	Sliding-Mode-Regelungen . . . . .	5
2.3.3	Modellprädiktive Regelung . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Zielsetzung der Arbeit</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>12</b>
4.1	Fahrzeugmodell . . . . .	12
4.2	Reifenmodell . . . . .	16
4.3	Regelungstechnische Grundlagen . . . . .	17
4.3.1	Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler . . . . .	17
4.3.2	Sliding-Mode-Regelung . . . . .	19
4.3.3	Modellprädiktive Regelung . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Verwendete Regler</b>	<b>30</b>
5.1	Gierratenreferenz . . . . .	30
5.2	Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler . . . . .	31
5.3	Sliding-Mode-Regelung . . . . .	33
5.3.1	Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung . . . . .	33
5.3.2	Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung . . . . .	35
5.4	Modellprädiktive Regelung . . . . .	37
5.4.1	Lineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	37
5.4.2	Nichtlineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	39
5.5	Control Allocation . . . . .	41

<b>6</b>	<b>Analyse der Regelkonzepte</b>	<b>43</b>
6.1	Basismodell . . . . .	43
6.2	Ramp-Steer . . . . .	43
6.2.1	Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler . . . . .	44
6.2.2	Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung . . . . .	47
6.2.3	Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung . . . . .	49
6.2.4	Lineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	50
6.2.5	Nichtlineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	52
6.3	Step-Steer . . . . .	55
6.3.1	Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler . . . . .	56
6.3.2	Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung . . . . .	57
6.3.3	Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung . . . . .	59
6.3.4	Lineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	61
6.3.5	Nichtlineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	62
6.4	Sine-Sweep . . . . .	70
6.4.1	Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler . . . . .	70
6.4.2	Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung . . . . .	71
6.4.3	Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung . . . . .	72
6.4.4	Lineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	73
6.4.5	Nichtlineare Modellprädiktive Regelung . . . . .	74
<b>7</b>	<b>Conclusio und Ausblick</b>	<b>81</b>
<b>A</b>	<b>Appendix</b>	<b>88</b>
A.1	Abschätzung für die Parametrisierung des Sliding-Mode Reglers erster Ordnung . . . . .	88
A.2	Abschätzung für die Parametrisierung des Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung . . . . .	88
A.3	Einfluss der Taktrate auf Sliding-Mode Regler . . . . .	89
A.4	Step-Steer . . . . .	90
A.4.1	Feedforward und Feedback-Regelung mit PID -Regler . . . . .	90
A.4.2	Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung . . . . .	93
A.4.3	Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung . . . . .	96
A.4.4	Linearer MPC . . . . .	97
A.4.5	Nichtlinearer MPC . . . . .	98
A.5	Sine-Sweep . . . . .	99
A.5.1	Lineares Fahrzeugverhalten Sine-Sweep . . . . .	99

## *Inhalt*

A.5.2	Schrittweisenanalyse LMPC Sine-Sweep . . . . .	100
A.5.3	Schrittweisenanalyse NMPC Sine-Sweep . . . . .	102

# 1 Einleitung

Die Defossilisierung treibt die Entwicklung der Elektromobilität stark voran. Die EU nimmt dabei eine Vorreiterrolle ein und verbietet nach aktuellen Regularien ab 2035 den Verkauf von Kraftfahrzeugen mit Verbrennungsmotor [1]. Bei Elektrofahrzeugen gibt es mehrere Motoren und geht bis zu radindividuellen Antrieben. Dies führt zu einer Überaktuierung des Fahrzeuges, wodurch sich Möglichkeiten zur Anwendung neuer Regelungsstrategien für Torque-Vectoring eröffnen. Unter Torque-Vectoring versteht man die aktive Verteilung des Antriebsmoments auf die Antriebsräder [2].

Die Fahrdynamik eines Fahrzeuges ist ein entscheidender Faktor für die Sicherheit, das Fahrvergnügen und die Leistung des Fahrzeuges. In Gefahrensituationen ist es wichtig, dass das Fahrzeug von der Fahrerin/dem Fahrer zwar am Limit bewegt, aber dadurch nicht destabilisiert wird. Hierbei helfen Torque-Vector-Regelungen, um die Fahrzeuge einerseits in hochdynamischen Manövern für den Fahrer kontrollierbar zu halten und andererseits die Ansprechzeit des Fahrzeuges zu verringern. Durch die gesteigerte Leistungsentfaltung der Elektroantriebe ist eine Stabilisation und akkurate Regelung Voraussetzung, für die Garantie eines sportlichen Fahrerlebnisses.

## 2 Literatur

Es gibt eine umfassende Literatur zu Torque-Vector-Regelungssystemen. Im nun folgenden Kapitel soll ein Überblick gegeben werden. Dabei werden auch Themengebiete wie Fahrzeugmodell und die Berechnung der Gierratenreferenz aus dem Lenkwinkel mit eingeschlossen. In weiterer Folge wird aus diesen Erkenntnissen die Zielsetzung der Arbeit in Kapitel 3 erläutert.

### 2.1 Fahrzeugmodell

Werden in einem Fahrzeugmodell die Reifenkräfte pro Achse auf eine Kraft reduziert, spricht man von einem Einspurmodell [3], [4]. Diese reduzierten Kräfte können mit einem linearen [5] oder einem nichtlinearen Reifenmodell [6] ermittelt werden. Das Einspurmodell ist simpel genug, um es effizient als Modell in einem Regler einsetzen zu können, bei gleichzeitig hoher Genauigkeit. Oftmals wird hier das Zwei-Freiheitsgrad-Modell verwendet. Dies beinhaltet einerseits die Gierrate  $\dot{\psi}$  oder  $r$  und andererseits die Geschwindigkeit in laterale Fahrzeugrichtung  $v$  oder den Schwimmwinkel  $\beta$  als Freiheitsgrade.

Es gibt noch andere Fahrzeugmodelle wie beispielsweise das Rollachsenmodell nach Pacejka (Freiheitsgrade: Longitudinal- und Lateralgeschwindigkeit, Gierrate, Rollwinkel) [7] oder das Zweispurmodell ohne Rollwinkel, dafür mit erhöhtem Fokus auf die Raddynamik, wie es Zhao et. al verwenden [5]. Werden die Räder einzeln betrachtet und nicht auf eine Achse reduziert, spricht man von einem Zweispurmodell.

### 2.2 Gierratenreferenz

Bei der Gierratenreferenz kann zwischen dem quasi-stationären und dem transienten Verhalten unterschieden werden. Dabei bildet diese den Lenkwinkel auf die Gierrate ab. Um das Verhalten im eingeschwungenem Zustand zu beschreiben, wird die Gierrate mit Hilfe der Gleichungen des stationären Einspurmodells berechnet. Die Herangehensweise, um die Gierratenreferenz für dynamische Manöver zu erhalten, kann auf verschiedenste

Weisen gelöst werden.

Die Modellierung über ein **PT1 Verhalten** beschreibt das Übertragungsverhalten mit einem Tiefpassfilter. Dieser wird dazu verwendet, um das dynamische Verhalten eines Fahrzeuges anzunähern [8]. Hierzu wird der Lenkwinkel gefiltert, wobei nur die tiefen Frequenzbereiche weiterverwendet werden. Damit lässt sich eine schnelle Lenkwinkeländerung in eine langsame, kontinuierliche Änderung der Gierrate verwandeln.

Ein **PT2 Verhalten** modelliert das Fahrzeugverhalten genauer als eine Tiefpassfilterung, da dieses Übertragungsverhalten schwingfähige Systeme abbilden kann. Weiters ergibt sich diese direkt aus dem Einspurmodell und kann parametrisiert werden [9]. Durch die zweite Ordnung des PT2 Verhaltens kann die fahrdynamische Antwort auf plötzliche Lenkwinkeländerungen näher an das tatsächliche, für das Fahrzeug mögliche, Verhalten angepasst werden.

### 2.3 Torque-Vector Regelung

Die Anfänge der elektronischen Beeinflussung der Fahrdynamik bildet die Einführung der Anti-Schlupf Regelung (ASR) Mitte der 80-iger Jahre. Mit dieser wurde erstmals das Durchdrehen durch Bremsen oder die Reduktion des Antriebsmoments verhindert. 1995 wurde das Elektronische-Stabilitätsprogramm vorgestellt, kurz ESP, welches selektives Bremsen von einzelnen Rädern verwendet, um Schleuderbewegungen zu dämpfen (vgl. [10]).

Durch die Elektrifizierung des Antriebsstranges ergeben sich neue Möglichkeiten des Antriebsstrangaufbaus. Hierbei zeigen vor allem radindividuelle Antriebe erweiterte Möglichkeiten der Ansteuerung (Überaktuiertes Fahrzeug). Dadurch bekommen Torque-Vectoring Regelungssysteme zusätzlichen Aufschwung, um die Effizienz und die Sicherheit in kritischen Fahrsituationen zu erhöhen.

Grundsätzlich kann zwischen einem zentralisierten Ansatz und einer mehrschichtigen Architektur unterscheiden werden. Bei einem zentralisierten Ansatz wird das erforderliche Giermoment direkt auf die Antriebsräder aufgeteilt. Die mehrschichtige Architektur zeichnet sich durch eine Entkopplung der Berechnung des erforderlichen zusätzlichen Giermoments und anschließender Aufteilung auf die Antriebsräder aus [11]. In der Literatur werden verschiedene Ansätze zur Regelung herangezogen, die im Folgenden kurz vorgestellt werden sollen.

### 2.3.1 Feedforward mit PID-Feedback Regler

Diese Regelung wird auch als eine Zwei-Freiheitsgradregelung bezeichnet, bestehend aus einer Vorsteuerung und einem PID-Feedback Regler. Diese beiden Systeme sind parallel geschaltet und deren Summe ergibt die Eingangsgröße in die Regelstrecke. Die Vorsteuerung agiert ohne Feedback und gibt daher eine Stellgröße aus, die nur anhand der Führungsgröße (Lenkwinkel) berechnet wird. Der Feedback Regler gleicht wiederum den Unterschied zwischen Sollgröße und Istgröße in einem geschlossenen Regelkreis aus. Damit lässt sich das Führungsverhalten (Feedforward) unabhängig vom Störverhalten (Feedback) einstellen.

Kaiser et al. [12] modelliert die Feedforward Regelung anhand der Zustandsgleichungen für das Einspurmodell (Schwimmwinkel und Gierrate) und kombiniert diese in lateraler Richtung mit einem LQG (Linear Quadratic Gaussian) Regler. In einem Sine-with-Dwell Manöver wird dann die fahrdynamische Antwort des Fahrzeuges zu einem Fahrzeug ohne Regelung, eines nur mit PID Regler und eines mit PI Regler verglichen. Die beschriebene Regelung kann die Lateraldynamik positiv beeinflussen und die vorgegebene Referenz genauer verfolgen als die anderen Regelungen.

Bei einem Vergleich verschiedenster Feedback Regler vergleichen De Novellis et al. [3] u.a. auch eine Regelung mit Feedforward Anteil. Das zusätzliche Gierrmoment der Vorsteuerung wird aus dem Einspurmodell errechnet. Zwei verschiedene PID Regler, einmal konventionell und einmal mit adaptiven PID Anteil, werden mit zwei Sliding-Mode-Reglern zweiter Ordnung verglichen. Dabei wird die statische Gierratenreferenz durch die maximal auftretende Lateralbeschleunigung beschränkt und mit dem dynamischen Lenkwinkel berechnet. Zur Evaluation werden drei Größen eingeführt, das Integral des absoluten Regelfehlers, das Integral des momentanen Zeitpunktes multipliziert mit dem in diesem Zeitpunkt auftretenden absoluten Regelfehler und das Integral des zusätzlichen Gierrmoments, welches die Stellgröße bildet. Es werden vier Manöver untersucht, Ramp-Steer, Step-Steer, eine Frequenzanalyse (Sine-Steer) und der Dip-in Test. Dabei werden die PID Regelungen wegen der Robustheit, simplen Implementierung und des günstigeren Frequenzganges in diesem Fall gegenüber den Sliding-Mode-Reglern vorgezogen. Dies wird mit der Neigung zur Oszillation bei hohen Lenkwinkeländerungen während des Step-Steer Manövers begründet.

### 2.3.2 Sliding-Mode-Regelungen

Sliding Mode Regelungen, in Englisch Sliding-Mode-Control, stellen einen weiteren Vertreter der Feedbackregelung dar und sind vor allem für ihre Robustheit gegenüber Modellierungsfehlern bekannt. Im Offroad Bereich können die Reibungsverhältnisse sehr unterschiedlich ausfallen, daher werden diese Regelungen oftmals dort eingesetzt [13]. Liang et al. zeigen in derselben Veröffentlichung, dass das Fahrzeug in einem Terrain mit unklaren Reibverhältnissen, durch Regelung der Antriebsmomente jedes Rades und des Lenkwinkels der Hinterräder stabilisiert werden kann. Dies soll nur ein weiteres Anwendungsgebiet für Sliding-Mode-Regler sein. In der Lateraldynamik und vor allem im nichtlinearen Grenzbereich bieten Sliding-Mode-Regelungssysteme eine robuste Alternative zu meist sehr aufwändigen Regelungen. Hierzu vergleichen Zhang et al. [14] drei Regelungen, einen Sliding-Mode-Regler erster Ordnung, einen zweiter Ordnung und einen adaptiven Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung. Weiters wird bei verschiedenen Straßenbedingungen ein Double Lane Change Manöver durchgeführt. Hierbei wird ein Ramp-Steer und ein Step-Steer Manöver zur Evaluation der Regelungen herangezogen. Die Analyse zeigt, dass jede der drei getesteten Regelungen das Fahrverhalten verbessert. Weiters wird das Scattering (Rattern der Stellgröße) durch die Regelungen zweiter Ordnung abgeschwächt bzw. verhindert. Weiterführend wurde das Fahrverhalten bei geringem Reibkoeffizient untersucht, während die Parameter für die Reifen und die Fahrzeugmasse variiert wurden. Die Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung waren dabei robust auf diese Parametervariation.

Die Sliding Mode Regelung ist robust gegen Störungen von außen. Durch zeitliche Verzögerungen zwischen Regelung und Elektromotoren kann es ebenfalls zu negativen Auswirkungen auf die Stabilität des Systems kommen. Diesen Zustand diskutieren Goggia et al. [15] in ihrer Veröffentlichung. Darin wird untersucht, ob ein integrierender Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung mit Vorsteuerung Zeitverzögerungen zwischen Regelung und Antriebsstrang ausgleichen kann. Dieser wird sowohl in Simulationen als auch auf einem Testfahrzeug evaluiert. Trotz der Zeitverzögerungen konnte die Abweichung zur Gierratenreferenz minimiert werden. Auch ohne Vorsteuerung kann diese Regelung das Fahrzeug stabilisieren, welches Einsparungen bei der Rechenzeit mit sich bringen würde. Sliding Mode Regelungen können in eine hierarchische Struktur der Fahrdynamikregelung integriert werden [16].

Mousavinejad et al. [17] untersuchen eine Sliding Mode Regelung, bei der bei Fahrsituationen am Handlinglimit die Stellgröße noch zusätzlich integriert wird, um die Stabilität zu verbessern. Dadurch kann die Stabilität des Fahrzeuges gegenüber dem unregelmäßigem Fahrzeug in den Manövern Double Lane Change und Step-Steer verbessert werden.

### 2.3.3 Modellprädiktive Regelung

Der modellprädiktive Regler (MPC) ist ein modernes Regelungskonzept und wird von einigen Veröffentlichungen zur Regelung des dynamischen Fahrverhaltens verwendet. Neben der Prädiktion ist eine weitere Besonderheit, dass hier aktiv mit Grenzwerten und nichtlinearen Reifenkräften effizient gerechnet werden kann. Durch diverse Toolboxes, wie beispielsweise CasADi [18], kann auch die Berechnungszeit einer nichtlinearen Regelung verringert werden. Hier soll der MPC in zwei Varianten unterteilt werden. Einerseits eine Modellierung mit linearen Modellen (linearer MPC) und andererseits mit nichtlinearen Modellen (nichtlinearer MPC).

**Lineare MPC** Um einen linearen MPC (LMPC) zu betreiben, benötigt der Regler ein linearisiertes Fahrzeug- und Reifenmodell. Vasiljevic und Bogdan [19] verwenden hierfür ein Zweispurmodell, um vier Aktuatoren im Modell abbilden zu können. Unter Berücksichtigung eines linearen Reifenmodells kann ein quadratisches Optimierungsproblem erstellt werden, welches mithilfe von quadprog in Matlab gelöst werden kann. Der Regler soll in einem Double Lane Change Manöver mit einem Torque-Vectoring, welches alle vier Antriebsräder gleichermaßen mit Moment beaufschlagt, verglichen werden. Der Regler erreicht sowohl beim Spurwechsel höhere Gierraten und dadurch mehr Versatz bei gleichem Lenkwinkel, als auch eine genauere Rückkehr zur ursprünglichen Fahrspur. Weiters wird das geregelte Fahrzeug bei einer Beschleunigung während einer Kurvenfahrt (konstanter Lenkwinkel) nicht instabil.

Ren et al. [20] stellen in ihrer Veröffentlichung einen MPC mit Beschränkungen vor. Der Regler soll einer vorgegebenen Spur möglichst genau folgen. Hierbei wird sowohl der Lenkwinkel von der Regelung errechnet als auch das nötige zusätzliche Giermoment. Weiters wird das Giermoment unter Berücksichtigung der Reifensättigung (maximal übertragbare Reifenkraft) auf die Antriebsräder verteilt. Dieser MPC verwendet ein Einspurmodell, welches die lateralen Reifenkräfte linear modelliert. Die longitudinalen Reifenkräfte werden hier als Stellgrößen des Reglers definiert. Beschränkt werden die Größen einerseits durch eine maximale Gierrate und andererseits durch maximale Reifenkräfte. Verglichen werden drei Regler, der erste stellt nur den Lenkwinkel bei konstanter Geschwindigkeit, die zweite Regelung den Lenkwinkel und die Geschwindigkeit und der dritte Regler berücksichtigt zusätzlich zu den beiden zuvor genannten das Giermoment, welches mittels Control Allocation (Überblick zu Control Allocation Systemen in [21]) auf die Räder verteilt wird. Bei den ersten beiden Reglern werden die Antriebskräfte gleichmäßig auf die Räder verteilt, während bei letztgenanntem Regler diese Kräfte zur Momentenverteilung zusätzlich vom MPC geregelt werden. Es werden drei Szenarien miteinander verglichen,

Ausweichmanöver eines Hindernisses, Überholmanöver und eine S-förmige Straßenführung unter Schneefahrbahn (reduziertes  $\mu$ ). Hierbei kann der MPC mit Torque-Vectoring das Fahrzeug schneller stabilisieren und die Genauigkeit der Trajektorienverfolgung erhöhen, im Vergleich zu den Regelungssystemen ohne Torque-Vectoring.

Diese Veröffentlichungen veranschaulichen, dass der lineare MPC grundsätzlich die Fahrzeugdynamik verbessern kann, jedoch benötigt diese Regelung Beschränkungen, um gewisse Maximalwerte nicht zu überschreiten. Um Beschränkungen der Reifenkräfte direkt in die Regelung zu implementieren, wird oftmals eine nichtlineare Formulierung eingesetzt. Wegen des überschaubaren Rechenaufwandes im Vergleich zu nichtlinearen Systemen finden die linearen MPCs dennoch ein breites Anwendungsfeld. Im folgenden Abschnitt soll nun mit einem Überblick auf die Beschränkungsarten bei linearen modellprädiktiven Regelungen eingegangen werden.

Durch die Linearität der Reifenkräfte werden meist die Regel- und Stellgrößen bzw. Stellgrößenänderungen beschränkt. Hierzu gibt es zahlreiche Implementierungen, welche Beschränkungen einführen. Sampis et al. [22] verwenden dazu eine Beschränkung des Drehmomentes pro Reifen (Stellgröße). Vorelli et al. [23] beschränken die Stellgrößenänderung. Weiters werden in manchen Veröffentlichungen die Regelgrößen mit relaxierten Beschränkungen versehen. Dies bedeutet, dass die Regelgröße unter hohen Kosten in der Kostenfunktion außerhalb der Beschränkungen liegen kann. Der Regler ist dadurch angehalten, diese Zustandsgröße zügig wieder in Übereinstimmung mit der Beschränkung zu bringen. Dies verhindert, dass bei hochdynamischen Manövern die Beschränkungen den Regler destabilisieren. Scolaert und Rawlings präsentieren eine allgemeine, nicht auf Fahrzeuge spezialisierte, Formulierung zu relaxierten Beschränkung von linearen MPCs [24]. In einem Torque-Vectoring-System findet diese Formulierung in [25] und [26] Anwendung.

Weiters können auch Bedingungen für die Prädiktion des Reglers gemacht werden, beispielsweise, dass am Ende des Prädiktionshorizontes die Sollgröße mit der berechneten Istgröße übereinstimmt bzw. deren Abweichung mit Kosten beaufschlagt wird. Meist wird dies bei der Trajektorienplanung von Rennlinien auf Rennstrecken eingesetzt [27]–[29]. Diese Konzepte können aber auf die Regelung von der Fahrdynamik übertragen werden. Es gibt eine Vielzahl an Möglichkeiten für Beschränkungen. Die oben Genannten stellen in diesem Zusammenhang nur eine für die vorliegende Arbeit relevante Selektion dar, andere Konzepte werden von Mazzilli et al. [11] aufgelistet.

**Nichtlineare MPC** Unter nichtlinearen MPCs (NMPC) versteht man den Einsatz von nichtlinearen Reifen- und Fahrzeugmodellen. Diese Regelungen repräsentieren daher den

Stand der Technik für Lateralregelungssysteme. Charakteristisch für diese sind die genaue Modellierung und der damit verbundene hohe Rechenaufwand. Im folgenden Abschnitt soll vorgestellt werden, wie die Fahrzeugdynamik mit einem nichtlinearen Modell abgebildet wird, um eine Stellgröße zu berechnen.

Durch die hohe Komplexität der Modelle steigt die Berechnungszeit signifikant an. Es gibt verschiedene Ansätze, um diese zu verkürzen. Beispielsweise können die nichtlinearen Bewegungsgleichungen um einen Arbeitspunkt linearisiert werden [30]. Weitere Möglichkeiten sind auch der Einsatz stückweise linearer Approximation [23], um die Berechnung effizienter zu gestalten. Dies führt zu linearen Gleichungen, welche mittels linearen MPCs gelöst werden können. Wie in der vorliegenden Arbeit kann auch eine Matlab Erweiterung wie etwa CasADi hilfreich sein, um die Berechnungszeit des nichtlinearen Problems zu verkürzen [31].

Da das Fahrzeug am Handlinglimit ein stark nichtlineares Verhalten zeigt, ist ein nichtlineares Modell notwendig, um diese Effekte im Regler abbilden zu können. Metzler et al. [32] untersuchen Einflüsse der verschiedensten Modellierungen des Fahrzeuges auf die Regelung. Verglichen werden Modelle mit linearen und nichtlinearen Reifenmodellen, verschiedene Aufstandskraftmodelle und die Kopplung von lateralen und longitudinalen Reifenkräften. Weiters wird eine multiparametrische quadratische Programmierung eingesetzt, um das Modell anzunähern und damit schneller lösen zu können. Nach einer Evaluierung mit dem Sine-with-Dwell Test [33] kann die Relevanz der Modellierung angegeben werden. Als wichtigste Modellierungskomponente wird das nichtlineare Reifenmodell, die Kopplung zwischen Lateral- und Longitudinalkräften und das Aufstandskraftmodell angegeben. Von geringerer Relevanz ist die nichtlineare Formulierung der lateralen Reifensteifigkeit und von Faktoren, welche das Maximum der lateralen Reifenkräfte definieren. Interessant ist hierbei, dass simple Modelle zu konservativem Fahrverhalten führen und die Ansprechzeit des Fahrzeuges verlangsamen, welche sich nicht auf die Stabilität, aber die Agilität und Fahrbarkeit negativ auswirken. Diese Reduktion der Sicherheit und Fahrbarkeit unter Berücksichtigung der Effizienz wird in der nächsten Veröffentlichung betrachtet.

Das Fahrzeugverhalten prägt sich bei hohen Querschleunigungen stark nichtlinear aus. Gerade bei einer Kollisionsvermeidung ist essenziell, dass die Regelung das Fahrzeug im nichtlinearen Bereich nicht destabilisiert. Hajiloo et al. [26] untersuchen ein Ausweichmanöver bei autonomen Fahrzeugen. Modelliert wird das Fahrzeug mittels Einspurmodell und die Reifenkräfte werden mit dem Brushmodell berechnet. Es wird ein MPC mit Beschränkungen der Stellgrößen und Stellgrößenänderungen untersucht. Relaxierte Beschränkungen werden zur Beschränkung der Zustände verwendet. Zwei Manöver sollen

## 2 Literatur

als Simulationsgrundlage herangezogen werden, einerseits ein Ausweichmanöver auf gerader Fahrbahn und andererseits ein Ausweichmanöver während einer Kurvenfahrt. Der MPC arbeitet nur mit Bremsmomenten und priorisiert die Kollisionsvermeidung vor Fahrzeugstabilität und Trajektorienverfolgung. Durch den MPC kann das Fahrzeug nach jedem Ausweichmanöver stabilisiert und auf der Straße gehalten werden.

Peng et al. [30] präsentieren eine Regelung, welche beide Aspekte abbildet. Hierbei wird ein Top-Level- und ein Bottom-Level-Regler vorgestellt. Zuerst wird im Top-Level-Regler das erforderliche Giermoment berechnet. Dabei wird ein LQR Regler mit einem Zwei-Freiheitsgrad-Modell und ein MPC mit einem Sieben-Freiheitsgrad-Modell im Top-Level verwendet und verglichen. Danach wird das Giermoment mit Hilfe einer Control Allocation im Bottom-Level auf die Antriebsräder hinsichtlich Energieeffizienz und fahrdynamische Sicherheit verteilt. Dazu wird ein quadratisches Problem formuliert, welches anschließend optimiert wird. Die Evaluierung erfolgt mit Hilfe von drei Manövern (Spurwechsel auf glatter Fahrbahn, Spurwechsel unter plötzlich glatter Fahrbahn, Lenkwinkelsprung). Der MPC kann dabei am besten die Referenz verfolgen und stabilisiert das Fahrzeug am schnellsten. Die Auswirkung der Modellbildung wird in Bereichen deutlich, in welchen das Modell stark nichtlineares Verhalten zeigt. Hier kann der MPC das Fahrzeug deutlich besser stabilisieren, da das Modell mehr Effekte abbildet als jenes des LQR Reglers.

Anders als Peng et al. verwenden Gui et al. [34] eine Regelung, welche direkt die Reifenkräfte in Longitudinalrichtung vorgibt und weiters noch den Lenkwinkel der Vorderräder manipulieren kann. Dieses Regelungskonzept ist nur auf die Stabilität des Fahrzeuges ausgelegt. Verwendet wird das Einspurmodell, wobei die Kräfte aller vier Antriebsräder separat berücksichtigt werden und mit dem Halbachsenabstand zu einer resultierenden Kraft bzw. Moment je Achse zusammengefasst werden. Die Aufstandskraft pro Reifen variiert ebenfalls je nach fahrdynamischen Zustand. Weiters wird die Änderung des Schwimmwinkels  $\dot{\beta}$  durch einen stabilen Bereich, welcher durch Simulationen eines Fahrzeugmodells gefunden wurde, beschränkt. Die Manöver Double-Lane-Change und Fishhook werden als Simulationsmanöver verwendet. Der Regler kann zusätzlich zur Stabilisierung des Fahrzeuges den Schwimmwinkel in einem stabilen Bereich halten, trotz kritischer Straßenverhältnisse (niedriger Reibwert). Dadurch wird das Gesamtsystem Fahrzeug in einem stabileren Bereich gehalten und ist für den Fahrer leichter zu kontrollieren.

## 2 Literatur

Li et al. [35] präsentieren in ihrer Veröffentlichung einen NMPC, welcher mit dem Schlupf und dem Schräglaufwinkel der Reifen als Regelgrößen arbeitet. Dies inkludiert zu dem Fahrzeugmodell ein zusätzliches Reifenmodell, welches Schlupf sowie Schräglaufwinkel und die übertragene Kraft in Verbindung bringt. Das LuGre-Combined-Slip Reifenmodell [36] wird hierbei als Abbildung des nichtlinearen Verhaltens des Reifens verwendet. Als Fahrzeugmodell wird ein Drei-Freiheitsgrad-Modell verwendet, welches Longitudinal- und Lateralgeschwindigkeit, als auch die Gierrate abbildet. Die Kostenfunktion setzt sich aus drei Teilen zusammen: Abweichung der lateralen Geschwindigkeit von der Referenz, Abweichung der Gierrate von der Referenz und Stellgrößenaufwand (hier nur Schlupf in longitudinaler Richtung berücksichtigt). Weiters werden Sicherheitsbeschränkungen eingeführt, beispielsweise für maximale und minimale Werte von Schlupf und Schräglaufwinkel der Hinterräder. Zur Evaluierung wird eine CarSim / Matlab Simulation verwendet, welche drei Szenarien auf glatter Fahrbahn durchlaufen (Slalom, J-Turn, Beschleunigung und Verzögerung auf gerader Strecke). Der MPC ist sowohl in der Lage, die laterale Fahrzeugstabilität zu verbessern, als auch die longitudinalen Fahrzeugeigenschaften. Weiters ist die Regelung durch die kurze Berechnungszeit echtzeitfähig. Die Robustheit der Regelung wurde durch eine Variation des Reibungskoeffizienten und der Fahrzeugmasse bestätigt. In der Formula Student bauen Teams von Hochschulen jeweils ein eigenes Rennfahrzeug und treten in verschiedenen Disziplinen gegeneinander an. Die Teams entwickeln alle dazugehörigen Regelungssysteme weitestgehend selbst. Fahrdynamikregelungen sind hier im Gegensatz zu anderen Rennserien erlaubt. Mikuláš et al. [37] stellen eine solche Regelung für ihren Rennwagen der Universität von Bratislava vor. Als Fahrzeugmodell wird ein Zweispurmodell verwendet, die Räder werden mit vier individuell steuerbaren Elektromotoren angetrieben. Das Pacejka Reifenmodell bildet die Reifenkräfte ab. Vorgestellt werden ein linearer MPC mit Hilfe eines linearisierten Zustandsraum Modells und ein nichtlinearer MPC, welcher ein nichtlineares State-Space-Modell verwendet und dieses mit Hilfe des ACADO-Code-Generierungs-Tools diskretisiert. Die Aufstandskräfte werden über den Reglerhorizont als konstant angenommen. Evaluiert werden ein U-Turn-Manöver und eine Lenkwinkelsprungantwort. Hierbei scheint der lineare MPC bessere Trajektorienfolge zu gewährleisten. Zusätzlich ist die durchschnittliche Abweichung der Geschwindigkeitsreferenz geringer. Allerdings wird in der Zusammenfassung dieses Thema aufgegriffen und Mikuláš et al. erhoffen sich nach Feintuning des NMPC bessere Ergebnisse, da die nichtlineare Regelung mehr Möglichkeiten für die fahrdynamische Stabilisation, durch genauere Modellbeschreibungen bietet. Dies ist ein interessantes Ergebnis, da bisher die nichtlineare Regelung immer vorteilhaft gegenüber der linearen Regelung war.

### 3 Zielsetzung der Arbeit

Kraftfahrzeuge werden durch die Umstellung der Antriebsstränge auf elektrische Energieträger tendenziell mit mehreren elektrischen Maschinen bis hin zu radindividuellen Antrieben ausgestattet. Hierbei spielt Torque-Vectoring eine entscheidende Rolle, da hier mithilfe von Regelungssystemen eine Momentenverteilung auf die Antriebsräder gewählt werden kann, um die Fahrzeugdynamik zu beeinflussen. Diese kann in gefährlichen Fahrsituationen das Fahrzeug stabilisieren und ist ein essenzieller Bestandteil, um die Sicherheit des Fahrzeuges zu verbessern. Zusätzlich kann durch das geschickte Verteilen des Antriebsmomentes Energie gespart werden. Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf der vergleichenden Analyse des Einflusses der Regelung auf die Lateraldynamik unter dem Gesichtspunkt der Sicherheit bzw. Steigerung der maximal realisierbaren Lateralbeschleunigung. Die Betrachtung der Effizienz stellt ein getrenntes Optimierungsproblem dar und wird in der gegenständlichen Betrachtung nicht berücksichtigt.

Die zitierte Literatur zeigte in einem Überblick die verschiedensten Torque-Vectoring-Regelungssysteme und deren Aufbau auf. Oftmals werden mehrere Regelungen miteinander verglichen, allerdings meist nur zwei verschiedene Reglerarten. Die vorliegende Arbeit setzt sich nun das Ziel, einerseits einen Überblick zu den Regellösungen zu geben und andererseits den Einfluss der Parametrisierung anhand von drei Manövern ausführlich zu diskutieren. Dabei wird ein Feedforward Regler mit PID-Feedback, ein Feedforward Regler mit Sliding-Mode-Regler erster Ordnung, ein Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung, ein linearer modellprädiktiver Regler und ein nichtlinearer modellprädiktiver Regler herausgegriffen und diskutiert. Dazu wird die Parametrisierung der Regelungen erläutert und die Auswirkungen auf drei Manöver (Ramp-Steer, Step-Steer, Sine-Sweep) diskutiert. In Kapitel 4 werden zunächst die Grundlagen der Fahrzeugdynamik und Regelungstechnik erläutert. Anschließend werden in Kapitel 5 die betrachteten Regelungen vorgestellt. Diese werden im nachfolgenden Abschnitt 6 anhand der genannten Manöver diskutiert. Mit Kapitel 7, der Zusammenfassung, werden die Erkenntnisse gegenübergestellt. Mit einem Ausblick auf weiterführende Fragestellungen und Anregungen zu künftigen Arbeiten schließt die vorliegende Arbeit. Zu den Modellen und durchgeführten Manövern gibt der Anhang eine umfassende und detaillierte Darstellung.

## 4 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen, die für den Aufbau des Simulationsmodells und der Regelung relevant sind, erarbeitet. Dabei wird auf Aspekte der Fahrzeugmodellierung, Reifenmodellierung und Regelungsmodellierung eingegangen. Bei Fahrzeugmodellen gibt es verschiedene Ansätze, entweder werden alle vier Reifen separat modelliert (Zweispurmodell) oder es werden die Vorder- und Hinterreifen zu einer Achse zusammengefasst. In zweiterem Fall spricht man von einem Einspurmodell.

### 4.1 Fahrzeugmodell

Das Zweispurmodell zeichnet sich durch einen simplen Ansatz aus, allerdings bildet es eine Vielzahl an fahrdynamischen Gesetzmäßigkeiten ab, bei gleichzeitig geringer Modellkomplexität. Dies macht es zu einem beliebten Werkzeug in der Modellierung der Fahrzeugdynamik und wird in der vorliegenden Arbeit als Simulationsmodell eingesetzt. Der Koordinatenursprung liegt dabei im Schwerpunkt auf der X-Achse in Fahrzeuginnenrichtung und mit der Y-Achse normal dazu. Im Sinne eines Rechtssystems wird dabei die positive Z-Achse nach unten positiv gezählt. In Abbildung 4.1 sind die wichtigsten Größen mit ihren positiven Zählrichtungen eingezeichnet.

Für die Geschwindigkeit wird für die Longitudinalgeschwindigkeit  $u$  und für die Lateralgeschwindigkeit  $v$  als Bezeichnung verwendet. Der Lenkwinkel wird mit  $\delta$  definiert und wird in positiver Z-Richtung positiv gezählt. Da im vorliegenden Fahrzeug nur eine Vorderradlenkung vorhanden ist, beschränken sich die Ausführungen hier nur auf einen Lenkwinkel der Vorderreifen. Die hinteren Reifen zeigen somit immer in dieselbe Richtung wie die Fahrzeuginnenachse.

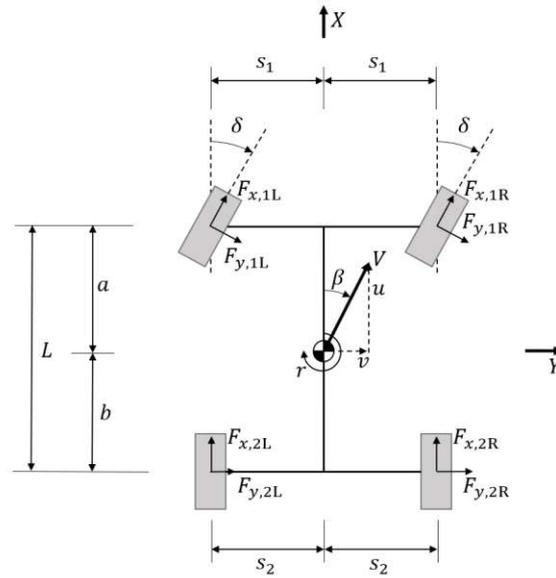


Abbildung 4.1: Zweispurmodell

Als Schwimmwinkel  $\beta$  wird jener Winkel zwischen Fahrzeuglängsachse und Schwerpunktschwindigkeitvektor  $V$  bezeichnet. Im vorliegenden Fall wird  $\beta$  ebenfalls in positive Drehrichtung positiv angenommen. Der Schwimmwinkel spielt in der Fahrzeugdynamik eine wichtige Rolle, da er Auskunft über die momentane Lage des Fahrzeuges zur Bewegungsrichtung gibt. Aus dem Zusammenhang und mit  $\tan(\beta) \approx \beta$  für  $\beta \ll 1$

$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \approx \frac{v}{u} \quad \text{für } u > 0 \quad (4.1)$$

folgt, dass der Schwimmwinkel  $\beta$  dasselbe Vorzeichen wie  $v$  hat.

Die Gierrate  $r$  beschreibt die Bewegung des Fahrzeuges um die Z-Achse und wird in positive Z-Richtung positiv gezählt. Die Schräglaufwinkel der Reifen werden durch  $\alpha_{1L}$ ,  $\alpha_{1R}$ ,  $\alpha_{2L}$  und  $\alpha_{2R}$  beschrieben und ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \alpha_{1L} &= \delta - \operatorname{atan}\left(\frac{v + ar}{u + s_1 r}\right), & \alpha_{1R} &= \delta - \operatorname{atan}\left(\frac{v + ar}{u - s_1 r}\right), \\ \alpha_{2L} &= -\operatorname{atan}\left(\frac{v - br}{u + s_2 r}\right) & \text{und} & \quad \alpha_{2R} = -\operatorname{atan}\left(\frac{v - br}{u - s_2 r}\right). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Diese können mittels der Halbachsenabstände ( $s_1$  - Halbachsenabstand vorne und  $s_2$  -

## 4 Grundlagen

Halbachsenabstand hinten) berechnet werden. Der Schräglaufwinkel gibt den Winkel zwischen Geschwindigkeitsvektor des Reifens  $V_{\text{tire}}$  und dessen Longitudinalrichtung nach Abbildung 4.2 an und wird entgegen der positiven Z-Richtung als positiv angenommen.

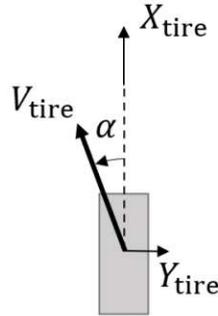


Abbildung 4.2: Schräglaufwinkel  $\alpha$

Das Pendant zum Schräglaufwinkel in Longitudinalrichtung bildet der Schlupf  $\kappa$  welcher über den Zusammenhang

$$\kappa = -\frac{V_x - r_e\Omega}{V_x} \quad (4.3)$$

gegeben ist. Dabei werden für positive Werte von  $\kappa$  positive Kräfte in positiver Zählrichtung übertragen,  $V_x$  bildet dabei die Geschwindigkeit des Reifens im lokalen Koordinatensystem des Reifens in X-Achse,  $r_e$  ist der Lastradius und  $\Omega$  die Winkelgeschwindigkeit des zu untersuchenden Rades.

Als  $a$  und  $b$  werden die Abstände vom Massenmittelpunkt bis zu der Vorder- und Hinterachse bezeichnet,  $L$  wird als der Achsabstand definiert und bildet dabei die Summe von  $a$  und  $b$ .  $I_Z$  bezeichnet das Massenträgheitsmoment um die Z-Achse. Mit dem Schwerpunktsatz in X- und Y-Richtung und dem Drallsatz um den Fahrzeugmittelpunkt in Z-Richtung erhält man unmittelbar:

$$m(\dot{u} - rv) = F_{x1}\cos(\delta) - F_{y1}\sin(\delta) + F_{x2} \quad (4.4)$$

$$m(\dot{v} + ru) = F_{x1}\sin(\delta) + F_{y1}\cos(\delta) + F_{y2} \quad (4.5)$$

$$I_Z \dot{r} = aF_{y1}\cos(\delta) - bF_{y2} + s_1(-F_{y,1L} + F_{y,1R}\sin(\delta)) + \underbrace{s_1(F_{x,1L} - F_{x,1R}\cos(\delta)) + a(F_{x,1L} + F_{x,1R})\sin(\delta) + s_2(F_{x,2L} - F_{x,2R})}_{\text{zusätzliches Giermoment durch Torque-Vectoring}} \quad (4.6)$$

Diese Darstellung repräsentiert das nichtlineare Fahrzeugmodell. Zusätzlich werden die Reifenkräfte durch das Pacejka-Modell berechnet und sind ebenfalls nichtlinear.  $F_{xi}$  und  $F_{yi}$  mit  $i \in [1, 2]$  bilden dabei die von beiden Reifen übertragene Kraft auf die Vorder- und Hinterachse und werden mit  $F_{xi} = F_{x,jL} + F_{x,jR}$  und  $F_{yi} = F_{y,jL} + F_{y,jR}$  mit  $j \in [1, 2]$  berechnet. Für Torque-Vectoring ist die Modellierung des Einflusses der Längskräfte der Reifen auf die Fahrzeugdynamik notwendig. Setzt man nun in den Bewegungsgleichungen (4.4) bis (4.6) und in (4.2) die Halbachsenabstände  $s_1 = s_2 = 0$  ein, erhält man unmittelbar die Bewegungsgleichungen für das Einspurmodell. Auf diesem basieren die Berechnung der Gierratenreferenz und werden als Fahrzeugmodell zur Berechnung der Feedforwardanteile verwendet. Zusätzlich soll, wenn in weiterer Folge von einem zusätzlichen Giermoment gesprochen wird, jener Anteil des Drallsatzes gemeint sein, der durch die longitudinalen Reifenkräfte in Folge des Torque-Vectorings erzeugt wird. Zusätzlich wird eine Fahrzeughöhe  $h_{CoM}$  eingeführt, um mit der Lateralbeschleunigung die dynamischen Anteile der Reifenaufstandskräfte nach

$$\begin{aligned} F_{Z,1L} &= \frac{mgb}{2L} + \frac{a_{lat}h_{CoM}}{2s_1}, & F_{Z,1R} &= \frac{mgb}{2L} - \frac{a_{lat}h_{CoM}}{2s_1}, \\ F_{Z,2L} &= \frac{mga}{2L} + \frac{a_{lat}h_{CoM}}{2s_2}, & F_{Z,2R} &= \frac{mga}{2L} - \frac{a_{lat}h_{CoM}}{2s_2} \end{aligned} \quad (4.7)$$

zu berechnen.

Zusätzlich werden für die linearen Regelungen Achssteifigkeiten für die Vorder- und Hinterachse ( $C_1$  und  $C_2$ ) benötigt. Diese setzen sich aus jeweils der Schräglaufsteifigkeit des linken und rechten Reifens zusammen und werden mittels einer mathematischen Optimierung aus dem Ramp-Steer bestimmt. Werden diese Größen mit den Schräglaufwinkeln der Reifen in (4.2) mit  $s_1 = s_2 = 0$  multipliziert, dann erhält man die Lateralkräfte des Reifens für ein lineares Reifenmodell. Dieser Modellansatz hat auf das Simulationsmodell keinen Einfluss, in den linearen Regelungen hingegen werden die Reifenkräfte in dieser Form approximiert. In Tabelle 4.1 sind die Schräglaufsteifigkeiten und die

Fahrzeugparameter gegeben.

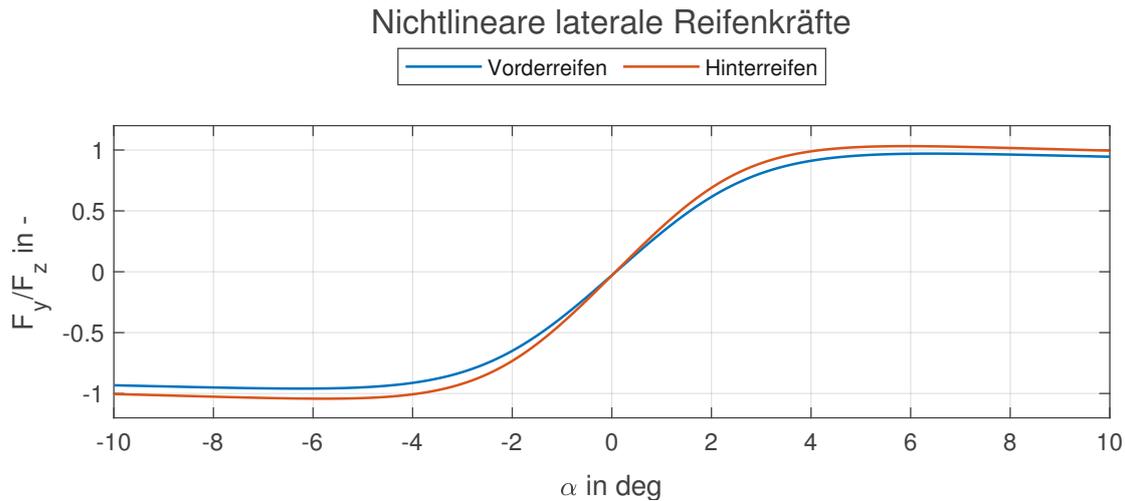
$a$	1 m	$I_Z$	2760 kg m <sup>2</sup>
$b$	1.6 m	$h_{CoM}$	0.6 m
$m$	1963 kg	$r_e$	0.3 m
$C_1$	231.3 kN/rad	$C_2$	170.0 kN/rad
$s_1$	0.8125 m	$s_2$	0.8125 m
$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>		

Tabelle 4.1: Parameter des Fahrzeugmodells

## 4.2 Reifenmodell

Der Kraftaufbau eines Reifens ist eine Kombination aus verschiedenen Mechanismen, welche im Zusammenspiel die typische Reifenkennlinie darstellen. Hans Pacejka hat mit seinem Magic Formula Reifenmodell eine Grundlage geschaffen, die heute in vielen Modellen zur Reifenmodellierung Anwendung findet [7]. Das Reifenmodell von Pacejka zählt zu der Gruppe der empirischen Modelle. Diese stützen sich auf empirische Daten und versuchen diese zu modellieren.

In den 80igern wurde das Reifenmodell der Magic Formula in einer Kooperation zwischen der TU Delft und Volvo entwickelt. Diese erste Version wurde in den Jahren 1987 - 1993 eingesetzt und verwendete physikalische Ansätze für den lateralen und longitudinalen Schlupf. 1993 hat Michelin ein rein empirisches Reifenmodell vorgestellt. Dieses wurde dann etwas adaptiert und wurde zu der „Magic Formula Tire Model“. Diese Formulierung bildet die Grundlage für die Magic Formula, welche heute üblicherweise eingesetzt wird. Da die Reifenkraft stark von den äußeren Umständen (z.B. Straßenverhältnisse) abhängt und ein nichtlineares Verhalten (vgl. Abb.4.3) zeigt, werden Approximationen der Kennlinien verwendet. Die Magic Formula versucht nun diese Nichtlinearität mit Winkelfunktionen anzunähern. Hierbei ist zu erwähnen, dass hier zuerst der longitudinale und laterale Belastungsfall unterschieden werden. Die longitudinalen und lateralen Kräfte werden getrennt voneinander berechnet, bevor sie im kombinierten Lastfall untersucht und mit Faktoren zu einer Kraft zusammengefasst werden. Für die beschreibenden Gleichungen sei auf das Buch von Hans Pacejka [7] verwiesen, welches die Gleichungen herleitet und genauestens erläutert.

Abbildung 4.3: Nichtlineare laterale Reifenkräfte bei  $\kappa = 0$ 

### 4.3 Regelungstechnische Grundlagen

Im Folgenden sollen die Grundlagen der untersuchten Regelungen erläutert und die benötigten Gleichungen, die für eine Diskussion und Gegenüberstellung erforderlich sind, dargestellt werden.

#### 4.3.1 Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Eine Regelung mit Feedforward und PID-Feedback baut die Stellgröße aus zwei Teilen auf, dem Anteil, welcher durch die Vorsteuerung gestellt wird und dem PID-Feedback Anteil, welcher den Regelfehler ausgleicht. Vorteilhaft bei dieser Reglerstruktur ist es, dass der PID Regler sehr dynamisch eingestellt werden kann, da der Hauptanteil der Stellgröße bei Stellgrößenänderungen ohnehin von der Vorsteuerung beeinflusst wird. Dadurch kann mit einer Reglereinstellung, die bei der alleinigen Nutzung eines PID Reglers das System destabilisieren könnte, agiert werden. Die Regelung mit Vorsteuerung, auch Zweifreiheitsgrad-Regelungen genannt, schafft damit ein robustes System, welches gleichzeitig schnell Fehler ausgleichen kann. Abbildung 4.4 zeigt den grundlegenden Aufbau einer solchen Regelung.

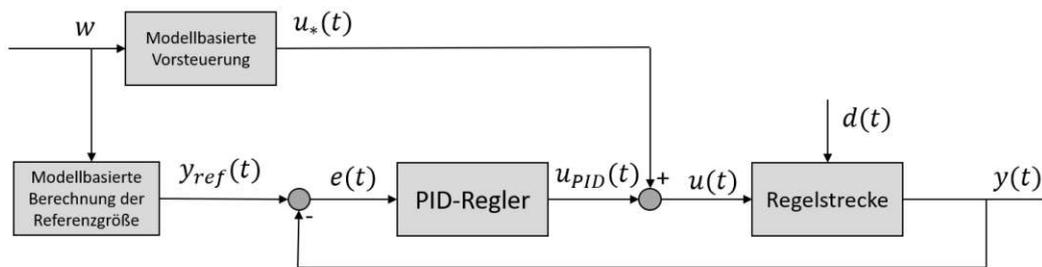


Abbildung 4.4: Regelung mit Vorsteuerung vgl. [38]

Weiters werden die bereits erwähnten Eigenschaften ersichtlich:

1. Der Vorsteueranteil wird durch eine modellbasierte Vorsteuerung errechnet. Diese gibt dabei die Stellgröße vor, welche das System im eingeschwingenem Zustand stabilisiert. In der Abbildung wird dieser Anteil als  $u_*(t)$  bezeichnet.
2. Der zweite Anteil der Stellgröße wird durch einen PID Regler mit  $u_{PID}$  aufgebracht, welcher den Fehler zwischen Sollgröße und tatsächlicher Regelgröße darstellt. Dieser Anteil variiert und sollte bei einer gut funktionierenden Vorsteuerung gegen 0 gehen, um einen stationären Betriebszustand zu gewährleisten.

Zusammen bilden beide Anteile die Stellgröße  $u(t)$ , die in die Regelstrecke einfließt und dort den Ausgang der Referenz annähert.

Die Berechnung der Referenz  $y_{ref}(t)$  wird in Abschnitt 5.1 erläutert. Diese Referenzgröße bildet das dynamische Verhalten des Systems ab und errechnet sich aus der Führungsgröße  $w$ , diese ist meist der Lenkwinkel  $\delta$ . Der Ausgang des PID-Reglers setzt sich aus drei Teilen zusammen, dem proportionalen Anteil, dem integrierenden Anteil und dem differenzieren Anteil. Diese ergeben sich zu:

$$u_{PID} = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (4.8)$$

$$[K_P, K_I, K_D] \in \mathbb{R}_{\geq 0}.$$

Die Konstanten  $K_P$ ,  $K_I$  und  $K_D$  können dabei frei gewählt werden und dienen der Einstellung des Reglers. Damit stellt die Regelung mit Vorsteuerung und PID-Feedback eine der untersuchten Regelungen dar. Der Vollständigkeit sei erwähnt, dass die Vorsteuerung mit jeder erdenklichen Feedbackregelung kombiniert werden kann.

### 4.3.2 Sliding-Mode-Regelung

Die Sliding-Mode-Regelung wird oft als robustes und effektives Regelungskonzept bezeichnet, da eine Robustheit gegenüber nichtmodellierten Systemdynamiken besteht. Die Vorgangsweise der Modellierung einer Sliding-Mode-Regelung soll im Folgenden für den Single Input Single Output (SISO) Fall verdeutlicht werden. Es sei ein System durch

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) \quad (4.9)$$

gegeben.  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  repräsentiert hier den Zustandsvektor und  $u \in \mathbb{R}$  ist das Stellgrößensignal. Nun soll angenommen werden, dass  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t)$  differenzierbar nach  $\mathbf{x}$  und kontinuierlich bezüglich  $t$  ist. Weiters sei  $\sigma(\mathbf{x})$  die Sliding-Variable, differenzierbar und der Ausgang des Systems.

Die Sliding Oberfläche soll nun folgendermaßen definiert werden:

$$\mathbf{S} = \{\mathbf{x} \mid \sigma(\mathbf{x}) = 0\} \quad (4.10)$$

Der ideale Sliding-Mode würde nun entlang dieser in (4.10) definierten Oberfläche stattfinden. Hier muss gelten, dass sich  $\mathbf{x}(t)$  mit fortschreitender Zeit so entwickelt, dass  $\sigma(\mathbf{x}(t)) = 0$  für alle  $t > t_r$  ( $t_r \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ , finit) gilt. Während der Zustand des Gleitens entlang der Oberfläche gegeben ist, reduzieren sich die Systemdynamiken in der Form, als dass eine Bewegung nur mehr entlang der vorgegebenen Richtung der Oberfläche möglich ist. Dies impliziert damit eine Reduzierung des Freiheitsgrades um eine Ordnung. Bei einem gewöhnlichen Sliding-Mode-Regler wird eine unstetige Formulierung der Stellgröße gewählt.

Dazu soll ein kurzes Beispiel gegeben werden. Man nehme an, die Systemdynamik wird mit folgendem System erster Ordnung

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + u \quad (4.11)$$

beschrieben. Das Regelgesetz soll folgende Form annehmen:

$$u = -\alpha \text{sign}(\sigma(x)). \quad (4.12)$$

Wird beispielsweise  $\sigma = x$  gewählt, handelt es sich bei der Stellgröße um eine unstetige Funktion, welche das System dem gewünschten Wert annähert. Wird  $\alpha \geq |f(x, t)|$  gewählt, dann reduziert der Sliding-Mode-Regler durch schnelles Hin- und Herschalten die Systemdynamiken um eine Ordnung und kann das System stabilisieren. Die Zustandsgröße

$x$  wird zum Ursprung gebracht, vgl. [39]. Die Abschätzung des Regelungsparameters  $\lambda$  der Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung für Torque-Vectoring befindet sich in A.1. In der vorliegenden Arbeit wird ein Sliding-Mode-Regler erster und ein Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung implementiert. Der Unterschied zwischen diesen beiden Systemen ist, dass der Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung die Regelabweichung  $e(t)$  und die Ableitung  $\dot{e}(t)$  verwendet, um die Stellgröße  $u(t)$  oder  $\dot{u}(t)$  zu berechnen. Der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung hingegen verwendet nur  $e(t)$ , um  $u(t)$  zu berechnen. Durch das schnelle Umschalten des Sliding-Mode-Reglers erster Ordnung neigen diese zu einem Rattern, auch Scattering genannt. Dies kann durch eine kontinuierliche Funktion oder eine Steigerung der Ordnung des Reglers verhindert werden.

### 4.3.3 Modellprädiktive Regelung

Als letzte Regelung soll der modellprädiktive Regler (Model Predictive Controller - MPC) vorgestellt werden. Dieser ist durch seine Vielseitigkeit weit verbreitet und erfreut sich großer Beliebtheit. MPCs ermöglichen eine prädiktive Regelung von Systemen, indem Modellzustände prädiziert werden und diese bei der Berechnung der Stellgrößen mit einfließen. Dabei kann sowohl das System als auch die Stellgrößen des Reglers beschränkt werden. Im folgenden Abschnitt sollen die dazu notwendigen Gleichungen hergeleitet und erläutert werden.

Der lineare MPC in der Zustandsraumdarstellung sei für die diskretisierte Beschreibung des Systems durch

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m(k+1) &= \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_m u(k), \\ y(k) &= \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m(k)\end{aligned}\tag{4.13}$$

gegeben. Der Input wird als  $u(k)$  bezeichnet.  $y(k)$  stellt den Output dar und  $\mathbf{x}_m$  repräsentiert den Zustandsvektor mit der Anzahl der Zustände  $n_m$  für den nicht augmentierten Zustandsvektor. Eine Augmentation des Modells wird durchgeführt, um einen weiteren integrierenden Pol dem Übertragungsverhalten hinzuzufügen. Hierzu wird zuerst der Zustand als Differenz vom jetzigen zu dem davor gegebenen Zustand eingeführt ( $\Delta \mathbf{x}_m(k) = \mathbf{x}_m(k) - \mathbf{x}_m(k-1)$ ). Analog kann dies auch mit der neuen Zustandsgröße und mit den Inputvariablen gemacht werden. Mit dieser Transformation kann das Zustandsraummodell als Differenz angeschrieben werden.

$$\Delta \mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A}_m \Delta \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_m \Delta u(k)\tag{4.14}$$

## 4 Grundlagen

Der Zustandsvektor für das augmentierte System wird als

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

definiert. Weiters gilt:

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m(k+1)) - \mathbf{x}_m(k) = \mathbf{C}_m(\Delta \mathbf{x}_m(k+1)) = \\ &= \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m(\mathbf{x}_m(k)) - \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m(\Delta u(k)) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Mit diesen Zusammenhängen kann nun das Zustandsraummodell für den augmentierten Regler mit Glg. (4.17) angeschrieben werden.

$$\begin{aligned} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}^{\mathbf{x}(k+1)} &= \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & \mathbf{0}_m^T \\ \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m & 1 \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}^{\mathbf{x}(k)} + \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{B}_m \mathbf{C}_m \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \Delta u(k) \\ y(k) &= \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & 1 \end{bmatrix}}^{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Hier ist  $\mathbf{0}_m = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{n}_m}$  und  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{C}$  sind die Matrizen des augmentierten Systems. Diese bilden die Grundlage der linearen modellprädiktiven Regelung, welche in der vorliegenden Arbeit diskutiert werden soll.

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Stellgrößen über den Regelungshorizont ( $N_c$ ) und zur Prädiktion der Ausgänge über den Prädiktionshorizont ( $N_p$ ) soll nun verdeutlicht werden. Dabei wird in den folgenden Ausführungen auch auf die Optimierung eingegangen. Der Formalismus wird an Systemen mit einem Eingang und einem Ausgang dargestellt (SISO).

Angenommen  $\mathbf{x}(k)$  sei zum Zeitpunkt  $k$  vollständig messbar. Dann ist die resultierende Trajektorie der Stellgröße durch

$$\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_c-1) \quad (4.18)$$

gegeben.  $N_c$  beschreibt die Länge des Vektors der prädizierten Stellgrößen. Dabei muss

## 4 Grundlagen

$N_p \geq N_c$  gelten. Damit ergibt sich der prädizierte Zustand zum Zeitpunkt  $k$  zu:

$$\mathbf{x}(k+1|k), \mathbf{x}(k+2|k), \dots, \mathbf{x}(k+N_p|k) \quad (4.19)$$

Die Kalkulation der einzelnen Zeitschritte erfolgt dabei nacheinander, da die Lösung des vorherigen Zeitschritts in die Prädiktion des nächsten einfließt.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\Delta u(k) \\ \mathbf{x}(k+2|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{B}\Delta u(k+1) \\ &= \mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\Delta u(k) + \mathbf{B}\Delta u(k+1) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}(k+N_p|k) &= \mathbf{A}^{N_p}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\Delta u(k) + \mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\Delta u(k+1) \\ &\quad + \dots + \mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B}\Delta u(k+N_c-1) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Wenn nun der Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  von links mit  $\mathbf{C}$  multipliziert wird, erhält man den Ausgang  $y$ .

$$\begin{aligned} y(k+1|k) &= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\Delta u(k) \\ y(k+2|k) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\Delta u(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\Delta u(k+1) \\ &\vdots \\ y(k+N_p|k) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\Delta u(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\Delta u(k+1) \\ &\quad + \dots + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B}\Delta u(k+N_c-1) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Alle Variablen werden hier zum Zeitpunkt  $k$  berechnet, wobei  $\mathbf{x}(k)$  bekannt ist. Die Vektoren des Ausgangs und der Stellgrößenänderung ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \left[ y(k+1|k) \quad y(k+2|k) \quad y(k+3|k) \quad \dots \quad y(k+N_p|k) \right]^T \\ \Delta \mathbf{u} &= \left[ \Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \Delta u(k+2) \quad \dots \quad \Delta u(k+N_c-1) \right]^T \end{aligned} \quad (4.22)$$

Da es sich hierbei um ein System mit einem Input und einem Output handelt, sind die Dimensionen der Vektoren für  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_p \times 1}$  und für  $\Delta \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{N_c \times 1}$ . Damit kann der Zusammenhang in der kompakteren Matrixschreibweise, wie folgt, dargestellt werden:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi\Delta \mathbf{u} \quad (4.23)$$

mit

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{N_p} \end{bmatrix}; \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{N_p-1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{N_p-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{N_p-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{CA}^{N_p-N_c}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

Die Referenz  $\mathbf{y}_{\text{ref}}$  gibt den Sollwert des Ausgangs vor. Das Ziel der modellprädiktiven Regelung ist es nun, den Output  $\mathbf{y}$  über den Prädiktionshorizont  $N_p$  der Referenz anzunähern. Durch die Stellgrößen  $\Delta\mathbf{u}$  soll der Fehler minimiert werden. Es sei angenommen, dass der Vektor der Sollgrößen folgendermaßen dargestellt werden kann.

$$\mathbf{y}_{\text{ref}}^T = \overbrace{\left[ y_{\text{ref}}(k+1) \quad y_{\text{ref}}(k+2) \quad y_{\text{ref}}(k+3) \quad \dots \quad y_{\text{ref}}(k+N_p) \right]}^{N_p}$$

Mit Hilfe des Vektors  $\mathbf{y}_{\text{ref}}$  kann nun die Kostenfunktion mit

$$J = (\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{y})^T \mathbf{Q} (\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{y}) + \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{u} \quad (4.24)$$

angeschrieben werden. Diese besteht aus zwei Teilen, einerseits einem Anteil, der die Abweichung zur Sollgröße beschreibt und andererseits den Stellgrößenaufwand.  $\mathbf{Q}$  ist eine Diagonalmatrix der Form  $\mathbf{Q} = q \mathbf{I}_{N_p \times N_p}$  für  $q \geq 0$  und für  $\mathbf{R}$  gilt  $\mathbf{R} = r_u \mathbf{I}_{N_c \times N_c}$  für  $r_u \geq 0$ . Für den Fall, dass  $r_u = 0$  gilt wird nur der Fehler von  $\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{y}$  berücksichtigt, ohne dabei die Größe von  $\Delta\mathbf{u}$  mit einzubeziehen. Im Fall von  $r_u \neq 0$  wird die Kostenfunktion (4.24) sowohl den Fehler minimieren, als auch den Aufwand der Stellgröße gering halten. Mit (4.23) wird  $J$  zu einer Funktion in Abhängigkeit vom Zustand  $\mathbf{x}(k)$  und der Stellgrößenänderung  $\Delta\mathbf{u}$ .

$$J(\mathbf{x}(k), \Delta\mathbf{u}) = (\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{F}\mathbf{x}(k))^T \mathbf{Q} (\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{F}\mathbf{x}(k)) - 2\mathbf{Q}\Delta\mathbf{u}^T \mathbf{\Phi}^T (\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{F}\mathbf{x}(k)) + \Delta\mathbf{u}^T (\mathbf{\Phi}^T \mathbf{Q} \mathbf{\Phi} + \mathbf{R}) \Delta\mathbf{u} \quad (4.25)$$

Die optimale Lösung für  $\Delta\mathbf{u}$  wird mit Nullsetzen der ersten Ableitung von  $J$  berechnet, da es sich um eine quadratische Kostenfunktion handelt.  $J$  einmal abgeleitet nach  $\Delta\mathbf{u}$

ergibt

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta \mathbf{u}} = -2\Phi^T(\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{F}\mathbf{x}(k)) + 2(\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R})\Delta \mathbf{u} = \mathbf{0}. \quad (4.26)$$

Daraus folgt die Lösung von  $\Delta \mathbf{u}$  zu:

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{y}_{\text{ref}}, \mathbf{x}(k)) = (\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R})^{-1} \Phi^T \mathbf{Q}(\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{F}\mathbf{x}(k)). \quad (4.27)$$

Die Matrix  $\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R}$  wird auch als Hesse-Matrix bezeichnet.

Im Falle eines MPC ist es oftmals nützlich, Beschränkungen der Stellgrößen und der Ausgänge mit einzubeziehen. Hierzu gibt es Möglichkeiten, diese Beschränkungen in Abhängigkeit von  $\Delta \mathbf{u}$  in die Lösung der Kostenfunktion einfließen zu lassen. Um den optimalen Stellgrößenvektor in Matlab zu berechnen, wird die Funktion `quadprog()` verwendet. Die Beschränkung kann erforderlich sein, da mit dieser die Sättigung der Reifen (siehe Abb. 4.3) oder jene der Elektromotoren berücksichtigt werden.

Typisch sind die Beschränkungen der Änderung der Rate des Einganges und der Ein- und Ausgänge. In diesem Fall wäre die Beschränkung des Einganges das maximale zusätzliche Giermoment. Die Rate beschreibt die Änderung des zusätzlichen Giermoments und für die Beschränkung des Ausganges kann ein Maximalwert für die Gierrate festgelegt werden. Grundsätzlich wird zwischen harten und relaxierten Beschränkungen unterschieden. Erstere bilden eine strikte Grenze, welche vom Regler nicht passiert werden kann, während zweitere unter hohen Mehrkosten in der Kostenfunktion überschritten werden können. Beschränkungen der Änderung der Stellgröße werden meist als harte Beschränkung ausgeführt. Für den SISO Fall wird die Rate mit der unteren Grenze  $\Delta u^{\min}$  und die obere Grenze mit  $\Delta u^{\max}$  beschränkt. Dies kann wie folgt angegeben werden:

$$\Delta u^{\min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u^{\max}$$

Mit der Beschränkung der Rate des Reglers kann auch direkt die Dynamik der Stellgröße beeinflusst werden. Soll beispielsweise die Stellgrößenzunahme schneller erfolgen, als die Abnahme, dann wären hier asymmetrische Grenzen zu setzen. Zum Beispiel mit  $\Delta u^{\min} = -0.1$  und  $\Delta u^{\max} = 0.3$  wäre die mögliche Zunahme der Stellgröße dreimal schneller als jene der Abnahme. Über den Regelungshorizont wird die verkürzte Schreibweise

$$\Delta \mathbf{u}^{\min} \leq \Delta \mathbf{u} \leq \Delta \mathbf{u}^{\max}$$

## 4 Grundlagen

eingeführt. Da die Beschränkung von  $\Delta \mathbf{u}$  in der Matlab Funktion Quadprog mittels der linearen Ungleichheitsbeschränkung eingeführt werden soll, muss hier noch die Schreibweise angepasst werden. Aus diesem Grund wird die linke Seite der Ungleichung mit  $-1$  multipliziert, um diese auf die Standardform zu bringen. Es ergibt sich damit die Beschränkung zu:

$$\mathbf{M}_{\Delta u} \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{N}_{\Delta u} \quad (4.28)$$

und kann mit

$$\mathbf{M}_{\Delta u} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{N}_{\Delta u} = \begin{bmatrix} -\Delta \mathbf{u}^{\min} \\ \Delta \mathbf{u}^{\max} \end{bmatrix}$$

kompakt angeschrieben werden. Dabei setzen sich  $\Delta \mathbf{u}^{\min}$  und  $\Delta \mathbf{u}^{\max}$  aus Blöcken der Einträge für die Minima und Maxima der Eingänge zusammen und enthalten  $N_c$ -Blöcke.

Die Beschränkung der Stellgröße stellt sich als etwas komplexer dar, da sich das augmentierte System mit der eingeführten Zustandsgröße (vgl. Glg. (4.17)) die tatsächlich aufgebrauchte Stellgröße als die Summe aller vergangenen Stellgrößenänderungen  $\Delta u$  darstellt. Der prädierte Stellgrößenvektor zum Zeitpunkt  $k$  wird wie folgt berechnet

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_I} u(k-1) + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{II}} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Damit ergeben sich die Beschränkungen für die Eingänge zu

$$\begin{aligned} -(\mathbf{C}_I u(k-1) + \mathbf{C}_{II} \Delta \mathbf{u}) &\leq -\mathbf{u}^{\min} \\ (\mathbf{C}_I u(k-1) + \mathbf{C}_{II} \Delta \mathbf{u}) &\leq \mathbf{u}^{\max} \end{aligned} \quad (4.30)$$

$\mathbf{u}^{\min}$  und  $\mathbf{u}^{\max}$  setzen sich dabei den Einträgen für die Minima und Maxima der Eingänge zusammen. Diese weisen  $N_c$  Elemente auf. Umgeformt nach  $\Delta \mathbf{u}$  können die Ausdrücke

mit

$$\mathbf{M}_u = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{II} \\ \mathbf{C}_{II} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{N}_u = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^{\min} & +\mathbf{C}_{Iu}(k-1) \\ \mathbf{u}^{\max} & -\mathbf{C}_{Iu}(k-1) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

als

$$\mathbf{M}_u \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{N}_u \quad (4.32)$$

angeschrieben werden.

Die Beschränkung des Ausgangs ergibt sich unter Berücksichtigung des Zusammenhanges (4.23) zu:

$$\mathbf{y}^{\min} \leq \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{y}^{\max}. \quad (4.33)$$

Umgeformt ergibt dieser die Form

$$\mathbf{M}_y \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{N}_y \quad (4.34)$$

mit

$$\mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}_y = \begin{bmatrix} -\mathbf{y}^{\min} & +\mathbf{F}\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{y}^{\max} & -\mathbf{F}\mathbf{x}(k) \end{bmatrix}.$$

Die Kostenfunktion für einen MPC, welcher mit harten Beschränkungen arbeitet ist ident zu (4.25). Die Grenzen werden mit der Ungleichung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\Delta u} \\ \mathbf{M}_u \\ \mathbf{M}_y \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{\Delta u} \\ \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_y \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

in die Optimierung mit einbezogen. Die Hesse Matrix  $\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R}$  wird als positiv definit angenommen. Durch die quadratische Kostenfunktion in  $\Delta \mathbf{u}$  und den linearen Beschränkungen wird das Optimierungsproblem zu einem quadratischen Optimierungsproblem, welches sich in Matlab mit der Funktion Quadprog lösen lässt. Ungleichung (4.35) kann auch verkürzt als

$$\mathbf{M} \Delta \mathbf{u} \leq \gamma \quad (4.36)$$

angeschrieben werden. Hier ist  $\mathbf{M}$  die Matrix, welche die Beschränkungen beinhaltet. Die

## 4 Grundlagen

Anzahl der Zeilen ist gleich der Anzahl an Limits, die gesetzt wurden. Wenn alle Arten der Beschränkung eingesetzt werden, dann ist im Allgemeinen die Dimension von  $\mathbf{M}$  größer als die Dimension von  $\Delta \mathbf{u}$ .  $\gamma$  spiegelt die obere Schranke wider, die unabhängig von  $\Delta \mathbf{u}$  ist.

Beschränkungen, die unter großen Mehrkosten in der Kostenfunktion übertreten werden können, nennt man relaxierte Beschränkungen (engl.: Soft Constraints). Meist findet diese Art der Begrenzung bei Ausgangsgrößen eines Systems Anwendung. Da aus harten Beschränkungen des Ausgangs oft hohe Stellgrößen und Stellgrößenraten folgen, kann dies mit relaxierten Beschränkungen vermindert werden. In der Fahrzeugdynamik wird oftmals die Gierrate mit relaxierten Beschränkungen versehen. Diese Limitierungen können als

$$y^{\min} - s \leq y(k) \leq y^{\max} + s \quad (4.37)$$

angeschrieben werden. Dabei bezeichnet die Slack-Variable  $s$  die Abweichung, welche außerhalb der Limitierung liegt. Diese wird dann mit einem entsprechend hohen Faktor  $r_s$  in der Kostenfunktion berücksichtigt. Dazu ist eine Erweiterung der Kostenfunktion (4.25) und der Ungleichung (4.35) erforderlich. Hierbei wird der Ansatz mit quadratischen Kosten der Form  $\mathbf{s}^T \mathbf{R}_s \mathbf{s}$  gewählt,  $\mathbf{R}_s$  ist dabei die diagonale Gewichtungsmatrix für die Slack-Variable. Die Kostenfunktion mit Endkosten nach (4.42) ergibt sich damit zu

$$J_{\text{LMPC}} = [\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{y}]^T \mathbf{Q}_{\text{term}} [\mathbf{y}_{\text{ref}} - \mathbf{y}] + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{s}^T \mathbf{R}_s \mathbf{s}. \quad (4.38)$$

Mit einem erweiterten Stellgrößenvektor  $\tilde{\mathbf{u}}$  der Form

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

können die Beschränkungen mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\Delta u} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_y^{\min} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}_y^{\max} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}} \leq \begin{bmatrix} \gamma_{\Delta u} \\ \gamma_u \\ \gamma_y^{\min} \\ \gamma_y^{\max} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

angeschrieben werden. Zusammengefasst ergibt sich

$$\tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{u}} \leq \tilde{\gamma}. \quad (4.41)$$

## 4 Grundlagen

Mit diesem Zusammenhang limitiert man die Ausgänge mit relaxierten Beschränkungen, während die Stellgröße und die Stellgrößenrate weiterhin mit harten Beschränkungen versehen sind.

Endkosten (engl. Terminal Costs) bezeichnen bei einem MPC die Einführung von Mehrkosten für die Abweichung des letzten Prädiktionsschrittes. Dabei werden in der Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  jene Stellen mit Mehrkosten beaufschlagt, die mit dem Ende der Prädiktion multipliziert werden.  $\mathbf{Q}_{\text{term}}$  ergibt sich dann zu:

$$\mathbf{Q}_{\text{term}} = \begin{bmatrix} q & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & q & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & q + q_{\text{term}} \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Dabei ist  $q_{\text{term}} > 0$  und erhöht die Kosten für eine Prädiktionsabweichung am Ende des Prädiktionshorizontes, um die Abweichung am Ende des Prädiktionshorizontes zu minimieren.

In der nichtlinearen modellprädiktiven Regelung (NMPC) werden das Modell und dessen Gleichungen nicht linearisiert. Dadurch ändert sich die Formulierung des Problems. Die Grundidee bleibt jedoch ident mit jener des linearen MPCs. Bei einem NMPC gibt es ebenfalls eine Kostenfunktion, welche minimiert werden soll. Allerdings unterscheidet sich die Art der Berechnung der Diskretisierung und Prädiktion. Diese kann beispielsweise mittels Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung approximiert werden und ersetzt damit (4.23). Das Runge-Kutta-Verfahren soll kurz erläutert werden. Es sei eine Funktion

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \quad (4.43)$$

gegeben. Weiters sei der Anfangswert  $\mathbf{x}_0$  bekannt, damit lässt sich der Wert  $\mathbf{x}_1$  mit (4.44) berechnen. Dabei sei  $T$  die Taktrate des Reglers.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), u(k)) \\ \mathbf{k}_2 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k) + T\mathbf{k}_1, u(k)) \\ \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_0 + \frac{T}{2}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \end{aligned} \quad (4.44)$$

Eine nichtlineare Optimierung erfordert spezielle Solver, wie beispielsweise `fmincon` in

## 4 Grundlagen

Matlab. Weiters gibt es Toolboxes, welche sich auf die Lösung nichtlinearer Probleme spezialisieren. Eine solche stellt CasADi dar. Der nichtlineare MPC, welcher in weiterer Folge untersucht werden soll, arbeitet mit dieser Toolbox.

CasADi ist eine Open-Source-Toolbox, die speziell für die Modellierung und Optimierung dynamischer Systeme entwickelt wurde. Diese bietet eine umfangreiche Sammlung von Werkzeugen für verschiedene Optimierungsprobleme, einschließlich linearer und nichtlinearer Programmierung, gewöhnlicher Differentialgleichungen und algebraischer Gleichungen. Joel Andersson und Joris Gillis haben diese Toolbox am 'Optimization in Engineering Center' (OPTEC) der KU Leuven unter der Betreuung von Moritz Diehl ins Leben gerufen. Die CasADi-API gibt es für Matlab, Python und C++. In dieser Arbeit wird mit der Matlab-API gearbeitet.

Die Toolbox soll ein Gerüst bieten, um einen nichtlinearen MPC zu implementieren und in einem Simulink-Modell in eine Simulationsumgebung einzubetten. Der Regler wird mithilfe der OptiStack-Klasse modelliert. Die OptiStack-Bibliothek ist eine leistungsstarke Methode für die Modellierung nichtlinearer Probleme. Die damit errechneten Ergebnisse werden in der Simulink-Umgebung direkt an das Modell weitergegeben, um eine effiziente Simulationsumgebung zu gewährleisten.

## 5 Verwendete Regler

Im folgenden Abschnitt werden die verwendeten Regelungen vorgestellt und die dazugehörigen Gleichungen erläutert. Dazu werden die wichtigsten Gleichungen dargestellt, um anschließend eine umfassende Analyse durchführen zu können.

### 5.1 Gierratenreferenz

Jede Regelung braucht einen Referenzwert, im Fall eines Fahrzeuges mit Torque-Vectoring-System ist dies die Gierrate. Im Folgenden soll kurz der Aufbau dieser Gierratenreferenz erläutert werden. Diese Referenz ist für jede Regelung, welche in dieser Arbeit vorgestellt wird, ident.

Grundsätzlich wird zwischen der Referenz des eingeschwungenen Zustandes (Steady-State) und dem dynamischen Übertragungsverhalten unterschieden. In einem ersten Schritt soll die Steady-State-Referenz  $r_{ss}$  vorgestellt werden. Aus den Bewegungsgleichungen des Einspurmodells unter Berücksichtigung eines linearen Reifenmodells kann  $r_{ss}$  mit

$$r_{ss} = \frac{V}{L + K_{\delta} V^2} \delta \quad (5.1)$$

berechnet werden. Dabei ist  $V$  die Geschwindigkeit des Fahrzeugschwerpunktes,  $L$  der Achsabstand und  $K_{\delta}$  der Untersteuergradient. Dieser kann für die Referenz vorgegeben oder mit

$$K_{\delta} = \frac{m b C_2 - a C_1}{l C_1 C_2} \quad (5.2)$$

berechnet werden.  $K_{\delta}$  beträgt für das vorliegende Fahrzeug (Fahrzeugparameter in Tabelle 4.1)  $0.784 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$ , für die Manöver Ramp-Steer und Step-Steer wird zu Anschaulichkeitszwecken ein Untersteuergradient von  $0.5 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$  gewählt, um den Einfluss der Torque-Vector Regelung auch bei niedrigen Lateralbeschleunigungen zu zeigen.

Bei  $r_{ss}$  handelt es sich um eine linear mit dem Lenkwinkel steigende Referenz. Diese wird

nun mit

$$r_{\text{ref,ss}} = \begin{cases} r_{\text{ss}} & (r_{\text{ss}} < r_{\text{lin}}) \\ r_{\text{max}} + (r_{\text{lin}} - r_{\text{max}}) \exp\left(\frac{r_{\text{lin}} - |r_{\text{ss}}|}{r_{\text{max}} - r_{\text{lin}}}\right) \text{sign}(\delta) & (r_{\text{ss}} > r_{\text{lin}}) \end{cases} \quad (5.3)$$

und

$$r_{\text{max}} = \frac{\eta \mu g}{V} \quad (5.4)$$

beschränkt.  $\eta$  ist hier ein Sicherheitsfaktor und wird mit 0.9 gewählt.  $r_{\text{lin}}$  stellt die Linearitätsgrenze dar und soll den Wert  $0.85 r_{\text{max}}$  annehmen.

Um das dynamische Übertragungsverhalten abzubilden, wird die Referenz mit der Übertragungsfunktion des Einspurmodells gefiltert, vgl. [11]:

$$\frac{r_{\text{ref}}}{r_{\text{ref,ss}}}(s) = \frac{1 + T_I s}{1 + T_{II} s + T_{III} s^2}. \quad (5.5)$$

Mit

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{C_2 b - C_1 a}{I_Z} + \frac{C_1 C_2 L^2}{I_Z m V^2}}, \\ \zeta &= \frac{1}{2\omega_n} \left( \frac{C_1 + C_2}{m V} + \frac{C_1 a^2 + C_2 b^2}{I_Z V} \right) \end{aligned} \quad (5.6)$$

ergeben sich die Konstanten  $T_{I-III}$  zu

$$T_I = \frac{m V a}{C_2 L}, \quad T_{II} = \frac{2\zeta}{\omega_n}, \quad \text{und} \quad T_{III} = \frac{1}{\omega_n^2}. \quad (5.7)$$

Um eine Prädiktion der Gierrate für den MPC ( $\mathbf{y}_{\text{ref}}$ ) zu erhalten, wird das Zustandsraummodell der Übertragungsfunktion verwendet und damit die Gierrate für jeden Zeitschritt des Prädiktionshorizonts berechnet.

## 5.2 Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Der Regler mit Vorsteuerung und PID-Feedback stabilisiert einerseits den eingeschwungenen Zustand mit dem Feedforward-Anteil und andererseits beeinflusst der PID-Regler das dynamische Verhalten. Dieser Regler orientiert sich an der Regelung, welche durch

## 5 Verwendete Regler

de Novellis et al. in [3] diskutiert wurde. Die Berechnung des Giermoments folgt aus den Gleichungen des Einspurmodells. Dazu wird von der Übertragungsfunktion der Gierrate gegenüber dem Lenkwinkel ohne zusätzlichem Giermoment  $M_z$  ausgegangen.

$$\frac{r}{\delta}(s) = \frac{Ds + E}{As^2 + Bs + C} \quad (5.8)$$

Dabei sind die Koeffizienten  $A$  bis  $E$  Funktionen der Achssteifigkeiten, der Masse, der Momentangeschwindigkeit, des Abstandes der Achsen zum Massenmittelpunkt und des Massenträgheitsmoments. Diese ergeben sich zu

$$\begin{aligned} A &= -mVI_Z, \\ B &= mV \frac{a^2C_1 + b^2C_2}{V} + (C_1 + C_2)I_Z, \\ C &= -mV(aC_1 - bC_2) - \frac{a^2C_1 + b^2C_2}{V}(C_1 + C_2) + (aC_1 - bC_2) \frac{aC_1 - bC_2}{V}, \\ D &= mVaC_1 \quad \text{und} \\ E &= (aC_1 - bC_2)C_1 - aC_1(C_1 + C_2). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Erweitert man diese Formulierung mit der Übertragungsfunktion des Giermoments, erhält man

$$r(s) = \frac{(Ds + E)\delta(s)}{As^2 + Bs + C} + \frac{(F_{II}s + F_I)M_z(s)}{As^2 + Bs + C} \quad (5.10)$$

mit

$$\begin{aligned} F_I &= (C_1 + C_2) \quad \text{und} \\ F_{II} &= -mV. \end{aligned}$$

$M_z$  ist hier das Gesamtmoment und beinhaltet den Feedforward  $M_{z,\text{ff}}$  und den Feedback  $M_{z,\text{fb}}$  Anteil. Setzt man nun in (5.10) den Steady-State-Zustand voraus (alle Terme mit  $s$  sind 0) und drückt mit dieser Gleichung das Giermoment aus, erhält man

$$M_{z,\text{ff}} = (Cr_{\text{ref,ss}} - E\delta) \frac{1}{F_I}. \quad (5.11)$$

$r_{\text{ref,ss}}$  bezeichnet hier die Gierratenreferenz des Modells im eingeschwungenen Zustand ohne PT2 Übertragungsverhalten, berechnet mit (5.3). Damit kann nun der Feedforward-Anteil berechnet werden. Da es sich hierbei um die Gleichungen im eingeschwungenen

Zustand handelt, stellt der Feedforward-Anteil den Großteil des Gierrmoments an die Annäherung an die Referenz, welches für die stationäre Kurvenfahrt im linearen Bereich benötigt wird. Bei beschränktem  $r_{\text{ref,ss}}$ , aber weiterhin steigendem Lenkwinkel, nimmt der Betrag des Feedforward-Moments ab. Daher wurde, ähnlich der Sättigung der Referenzgierrate in (5.3) eine Exponentialfunktion eingeführt. Diese soll das Absinken des Betrages verhindern und so das Gierrmoment auch bei steigendem Lenkwinkel konstant halten. Die Gleichung ergibt sich zu

$$M_{z,\text{ff}} = M_{z,\text{ff,max}} + (M_{z,\text{ff,lin}} - M_{z,\text{ff,max}}) \exp\left(\frac{\delta_{\text{lin}} - |\delta|}{\delta_{\text{max}} - \delta_{\text{lin}}}\right) \text{sign}(r_{\text{ref,ss}}). \quad (5.12)$$

Dabei kann durch die obere Schranke der Gierratenreferenz  $r_{\text{ref,ss,max}}$  und der Linearitätsgrenze  $r_{\text{ref,ss,lin}}$  mit (5.1) die Gierrate in einen Lenkwinkelschlag umgerechnet werden. Die errechneten Lenkwinkel und die zugehörige Gierrate werden anschließend in (5.11) eingesetzt und so die Linearitätsgrenze  $M_{z,\text{ff,lin}}$  und das maximal zu erwartende Gierrmoment  $M_{z,\text{ff,max}}$  berechnet. Diese werden in (5.12) eingesetzt, um nach Überschreiten von  $\delta_{\text{lin}}$  das Gierrmoment stetig einem Maximalwert  $M_{z,\text{ff,max}}$  anzunähern.

$M_{z,\text{fb}}$  wird dabei durch einen PID-Regler gestellt und liefert in der Einschwingphase Anteile, um das System im dynamischen Übertragungsverhalten stabilisieren zu können. Da das Feedforward Moment direkt aus den Parametern des Fahrzeuges berechnet werden kann, werden die drei Parameter des PID-Reglers zur Reglereinstellung verwendet. Eine Parameterstudie befindet sich in Kapitel 6 und erläutert die Auswirkungen der Veränderung der Parametrisierung auf das Fahrverhalten.

## 5.3 Sliding-Mode-Regelung

Sliding-Mode-Regelungen haben den Vorteil, dass sie robuster mit nichtmodellierten Systemdynamiken umgehen können. Daher sind diese Regelungen in der modernen Regelungstechnik sehr beliebt. Im folgenden Abschnitt soll die Implementierung der Sliding-Mode-Regler dargestellt werden. Einerseits wird ein Sliding-Mode-Regler erster Ordnung mit Feedforward-Steuerung (FOSM) und andererseits ein Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung (SOSM) implementiert.

### 5.3.1 Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Sliding-Mode-Regelungen erster Ordnung (FOSM) tendieren zum sogenannten Chattering. Chattering bezeichnet das unerwünschte und hochfrequente Oszillieren des Systems durch ein schnelles Hin- und Herschalten (ausgelöst durch die Signum-Funktion) der Sliding-

## 5 Verwendete Regler

Mode-Regelung wie es auch Utkin und Lee diskutieren [40]. Um diesem Problem Herr zu werden, soll der folgende Regler einerseits mit einer sat-Funktion arbeiten und andererseits ein Feedforward-Anteil einen Großteil des Giermoments stellen. Die Regelung orientiert sich an der Fahrdynamikregelung, welche von Park et al. in [41] vorgestellt wurde. Damit wird der Anteil am Giermoment vom Sliding-Mode-Regler reduziert und Chattering soll verhindert werden. Im Folgenden wird zunächst der Aufbau des Sliding-Mode-Reglers erläutert und anschließend jener des Feedforward-Anteils beschrieben. Dazu wird in einem ersten Schritt die Sliding-Variable als Abweichung von der Referenzgierrate definiert

$$e = r - r_{\text{ref}} \quad (5.13)$$

und  $\dot{e}$  soll durch

$$\dot{e} = -\lambda \text{sat} \left( \frac{e}{\Phi_{\text{SMC}}} \right) \quad (5.14)$$

ausgedrückt werden.  $\lambda$  ist dabei die positive proportionale Regelverstärkung und  $\Phi_{\text{SMC}}$  die obere Schranke der Beschränkung der Sliding-Variablen. Dazu wird in Matlab die sat-Funktion als eine kontinuierliche, aber beschränkte Funktion eingesetzt, welche folgendes Verhalten aufweist

$$\text{sat} \left( \frac{e}{\Phi_{\text{SMC}}} \right) = \begin{cases} 1 & (\Phi_{\text{SMC}} < e) \\ e/\Phi_{\text{SMC}} & (-\Phi_{\text{SMC}} \leq e \leq \Phi_{\text{SMC}}) \\ -1 & (e < -\Phi_{\text{SMC}}). \end{cases}$$

Durch Ableiten von (5.13) und Einsetzen von (4.6) für  $\dot{r}$  des Einspurmodells kann die Dynamik des Fehlers wie folgt angeschrieben werden:

$$\dot{e} = \underbrace{\frac{C_2 b - C_1 a}{I_Z} \beta - \frac{C_1 a^2 + C_2 b^2}{I_Z u} r + \frac{C_1 a}{I_Z} \delta + \frac{M_z}{I_Z}}_r - \dot{r}_{\text{ref}} \quad (5.15)$$

## 5 Verwendete Regler

Wird nun (5.14) mit (5.15) gleichgesetzt, auf das Giermoment umgeformt und  $r$  durch  $r_{\text{ref}}$  ersetzt, ergibt sich

$$M_z = \underbrace{-(C_2b - C_1a)\beta + \frac{C_1a^2 + C_2b^2}{u}r_{\text{ref}} - C_1a\delta + I_Z\dot{r}_{\text{ref}} - \dots}_{\text{Feedforward Anteil}} - \underbrace{\lambda I_Z \text{sat}\left(\frac{e}{\Phi_{\text{SMC}}}\right)}_{\text{Sliding Mode Anteil}}. \quad (5.16)$$

Hierbei ist  $\lambda$  der einzig freie Parameter, welcher zur Einstellung der Regelung herangezogen werden kann. Die Auswirkungen dieses Parameters auf die Fahrdynamik wird in Kapitel 6 diskutiert.

### 5.3.2 Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

Die Modellierung des SOSM orientiert sich an der Vorgangsweise von De Novellis et al. [3] und Antonella Ferrara [39]. Durch die Berechnung der ersten Ableitung des Giermoments (Stellgröße am Reglerausgang), hat die Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung (SOSM) den Vorteil, dass Chattering durch die Integration des Ausganges vermindert wird. Hierzu wird wieder die Sliding-Variable nach (5.13) definiert. Da es sich um einen SOSM handelt, wird hier zusätzlich die zweite Ableitung gebildet.

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \dot{e} = \dot{r} - \dot{r}_{\text{ref}} \\ \dot{y}_2 &= \ddot{e} = \ddot{r} - \ddot{r}_{\text{ref}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Setzt man nun aus dem Einspurmodell den Ausdruck für  $\dot{r}$  aus (4.6) ein, so erhält man

$$\dot{y}_1 = \dot{e} = \frac{aF_{1y} - bF_{2y} + M_z}{I_Z} - \dot{r}_{\text{ref}}. \quad (5.18)$$

Diesen Ausdruck kann man nun ableiten und erhält unmittelbar

$$\dot{y}_2 = \ddot{e} = \underbrace{\frac{a\dot{F}_{1y} - b\dot{F}_{2y}}{I_Z}}_{\lambda_{\text{SOSM}}} - \ddot{r}_{\text{ref}} + \underbrace{\frac{\dot{M}_z}{I_Z}}_{\tau}. \quad (5.19)$$

$\tau$  bezeichnet hier die Stellgröße. Nach Berücksichtigung der physikalischen Größenordnungen, welche  $\lambda_{\text{SOSM}}$  definieren, kann die Annahme der Beschränktheit für  $\lambda_{\text{SOSM}}$  getroffen

## 5 Verwendete Regler

werden. Nun sei  $\lambda_{\text{SOSM}}$  durch

$$|\lambda_{\text{SOSM}}| \leq \Lambda \quad (5.20)$$

beschränkt, wobei  $\Lambda > 0$  gilt.  $\lambda_{\text{SOSM}}$  ist dabei vom Betriebszustand des Fahrzeuges abhängig und kann durch die Reifencharakteristik und die Bewegungsgleichungen des Einspurmodells (vgl. (4.4), (4.5) und (4.6) mit  $s_1 = s_2 = 0$ ) grob abgeschätzt werden. Weiters kann  $y_2$  als unmessbar betrachtet werden. Daraus folgt die Formulierung des Regelungsproblems. Es gilt Ungleichung (5.20) und die Nichtmessbarkeit von  $y_2$ . Dafür soll eine Regelung gefunden werden, die dennoch  $y_1$  und  $y_2$  in finiter Zeit gegen null bringen kann.

Der SOSM, der hier vorgestellt wird, gehört zu der Familie der Sub-Optimalen-Sliding-Mode-Regler (vgl. [42]). Dieser beruht auf der Annahme, dass die Extremwerte von  $y_1$  ermittelt werden können. Nach dieser Hypothese lässt sich eine stückweise konstante Funktion  $y_{1M}$  definieren, welche den letzten Wert von  $y_1$  repräsentiert, an dem  $\dot{y}_1 = 0$  galt. Damit kann das Regelungsgesetz wie folgt definiert werden:

$$\tau(t) = \frac{\dot{M}_z(t)}{I_Z} = -K_{\text{SL}} \text{sat} \left( y_1(t) - \frac{1}{2} y_{1M}(t) \right). \quad (5.21)$$

Es kann, wie in [43], bewiesen werden, dass dieses Regelungsgesetz  $y_1$  und  $y_2$  in finiter Zeit gegen null bringen kann. Wobei gilt, dass

$$K_{\text{SL}} > 2\Lambda \quad (5.22)$$

sein sollte. Das tatsächlich aufgebrachte zusätzliche Giermoment kann durch Integration von (5.21) berechnet werden. Weiters gilt für die Funktion  $\text{sat}(\Gamma)$  mit  $\Gamma = y_1(t) - \frac{1}{2} y_{1M}(t)$  folgender Zusammenhang

$$\text{sat}(\Gamma) = \begin{cases} 1 & (\Gamma > 1) \\ \Gamma & (-1 \leq \Gamma \leq 1) \\ -1 & (\Gamma < -1) \end{cases}$$

Der Parameter  $K_{\text{SL}}$  dient dafür das Übertragungsverhalten der Regelung einzustellen. Der Einfluss der Parametrisierung auf die Fahrdynamik wird in Kapitel 6 näher diskutiert.

## 5.4 Modellprädiktive Regelung

Modellprädiktive Regler (MPC) minimieren eine Kostenfunktion über einen Prädiktionshorizont, um die Stellgrößen zu berechnen. Um das Systemverhalten abbilden zu können, werden sowohl lineare als auch nichtlineare Modelle verwendet. In der vorliegenden Arbeit soll das Modell des linearen MPCs augmentiert sowie in weiterer Folge Beschränkungen der Stellgröße und des Ausgangs eingeführt werden.

Bei dem nichtlinearen MPC wird sowohl mit dem nichtlinearen Fahrzeugmodell als auch mit dem nichtlinearen Reifenmodell nach Pacejka gerechnet. Die Modellierung des nichtlinearen MPC beinhaltet die Abbildung der relevantesten nichtlinearen Systemeigenschaften, dies macht in diesem Fall Begrenzungen überflüssig. Im Folgenden soll zuerst der Aufbau des linearen und dann des nichtlinearen MPCs erläutert und vorgestellt werden.

### 5.4.1 Lineare Modellprädiktive Regelung

Lineare MPCs verwenden im Zustandsraummodell linearisierte Gleichungen, um die Prädiktion des Systems und die Stellgröße  $M_z$  zu berechnen. Als Grundlage dazu werden die Bewegungsgleichungen des Einspurmodells unter konstanter Geschwindigkeit (vgl. Gleichungen (4.5) und (4.6) mit  $s_1 = s_2 = 0$ ) mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} v & r \end{bmatrix}^T$  verwendet.  $M_z$  ist hier die Eingangsgröße (wird auch als  $u$  bezeichnet).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}_1 M_z + \mathbf{b}_2 \delta \\ y &= \mathbf{C} \mathbf{x}\end{aligned}\tag{5.23}$$

mit

$$\mathbf{A} = - \begin{bmatrix} \frac{C_1+C_2}{mV} & V + \frac{aC_1-bC_2}{mV} \\ \frac{aC_1-bC_2}{I_Z V} & \frac{a^2 C_1 + b^2 C_2}{I_Z} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_Z} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} \frac{C_1}{m} \\ \frac{aC_1}{I_Z V} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Diese Zustandsraumdarstellung berechnet die Änderung der Zustände kontinuierlich. Der MPC berechnet diese jedoch diskret. Die Diskretisierung des Systems wird wie folgt durchgeführt:

$$\mathbf{G}(T) = e^{\mathbf{A}T}, \quad \mathbf{h}_i(T) = (e^{\mathbf{A}T} - \mathbf{I})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}_i \quad i \in [1, 2].\tag{5.24}$$

## 5 Verwendete Regler

$T$  steht hierbei für die Samplingrate. Daraus ergibt sich dann das diskretisierte Zustandsraummodell für das Einspurmodell zu

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G} \mathbf{x}(k) + \mathbf{h}_1 M_z(k) + \mathbf{h}_2 \delta(k). \quad (5.25)$$

Die Matrix  $\mathbf{C}$  muss dabei nicht verändert werden, da für den Output  $y$  weiterhin gilt

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k+1) \quad (5.26)$$

und der Zustandsvektor selbst nicht verändert wurde. In einem weiteren Schritt wird nun das Modell nach (4.17) erweitert. Somit kann der MPC mit Hilfe dieses Modells die Zustände des Systems über den Prädiktionshorizont  $N_P$  bestimmen.

Die Kostenfunktion wird nach (4.24) mit den Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  definiert. Dazu können die Gewichtungen frei gewählt werden. Die genaue Parametrisierung ist in Kapitel 6 beschrieben. Zusätzlich sollen Beschränkungen eingeführt werden, um den MPC im nichtlinearen Bereich robuster zu machen. Die Kostenfunktion wird dabei ident zu jener in (4.24) gewählt. Beschränkt werden die Stellgrößenänderungsrate, die Stellgröße sowie die Gierrate (Ausgang). Zusätzlich werden Endkosten verwendet. Diese werden 100 mal höher als  $q$  gewählt, um die Minimierung der Abweichung zur Referenz, für das Ende des Prädiktionsintervalls, zu gewährleisten.

Die Eingangsgrößen werden sowohl in der zeitlichen Veränderlichkeit als auch im Betrag mit harten Grenzen beschränkt. Die Ausgangsgrößen hingegen werden mittels Slack-Variable mit relaxierten Beschränkungen versehen, damit die Regelung bei hochdynamischen Manövern das Fahrzeug nicht durch Einhaltung einer Limitierung destabilisiert. Die Kosten  $r_s$  für die Slack-Variable werden mit  $1000q$  gewählt. Die Kostenfunktion wird damit mit quadratischen Kosten der Slack-Variablen nach (4.38) erweitert. Die Beschränkung der Gierrate kann mit der Abschätzung der Maximalgierrate nach (5.4) mit ( $\eta = 1$ ) bestimmt werden. Weiters wird die Stellgröße in Betrag und Rate mit

$$M_{z,\max} = 2300\text{N m} \quad \text{und} \quad \Delta M_{z,\max} = 20000\text{N m/s}. \quad (5.27)$$

beschränkt. Damit kann die Regelung kompakt angeschrieben werden zu:

$$\min_{M_z, s} J_{\text{LMPC}}(\mathbf{y}, \mathbf{M}_z, s), \quad (5.28a)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G} \mathbf{x}(k) + \mathbf{h}_1 M_z(k) + \mathbf{h}_2 \delta(k), \quad (5.28b)$$

$$y(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k), \quad (5.28c)$$

$$k \in [1 \dots N-1], \quad (5.28d)$$

$$|M_z(k)| \leq M_{z, \max}, \quad (5.28e)$$

$$|\Delta M_z(k)| \leq \Delta M_{z, \max}, \quad (5.28f)$$

$$|y(k)| \leq r_{\max}, \quad (5.28g)$$

$$s \geq 0. \quad (5.28h)$$

Dabei ist  $J_{\text{LMPC}}(y, M_z, s)$  die Kostenfunktion, welche in (4.38) definiert wird und  $N = N_P = N_C$ . Diese Formulierung berücksichtigt somit einige physikalische Grenzwerte, welche die Stabilität des Systems erhöhen. Die beiden Parameter der Kostenfunktion ( $q$ ,  $r$ ) werden in der Simulation variiert und die Auswirkungen auf die Simulationsergebnisse diskutiert (siehe Kapitel 6).

#### 5.4.2 Nichtlineare Modellprädiktive Regelung

Der nichtlineare MPC (NMPC) wird mit Hilfe von CasADi programmiert. Grundsätzlich arbeitet dieser Regler ähnlich zu einem linearen MPC, allerdings wird bei dessen Formulierung auf Beschränkungen verzichtet. Das vollständig nichtlineare Zweispurmodell bildet das Fahrzeugmodell. Dieses wird mit folgenden drei Gleichungen beschrieben

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{1}{m} \Sigma F_x + r v \\ \dot{v} &= \frac{1}{m} \Sigma F_y - r u \\ \dot{r} &= \frac{1}{I_Z} \Sigma M_z \end{aligned} \quad (5.29)$$

Hier bezeichnen  $\Sigma F_x$  die Summe aller Reifenkräfte in X-Richtung,  $\Sigma F_y$  die Summe aller Reifenkräfte in Y-Richtung und  $\Sigma M_z$  die Summe aller durch Reifenkräfte verursachten Momente um die Z Achse. Die Reifenkräfte werden mit Hilfe des Pacejka-Reifenmodells und deren Auswirkungen mit den nichtlinearen Zusammenhängen am Fahrzeug berechnet. Als Stellgröße wird der Schlupf  $\kappa$  jedes Rades herangezogen. Da bei dem modellhaft betrachteten Fahrzeug alle vier Räder angetrieben werden können, wird der Schlupf jedes

## 5 Verwendete Regler

Rades mit der Magic Formula auf ein Antriebsmoment des Antriebsstranges umgerechnet. Die Kostenfunktion ergibt sich dazu wie folgt:

$$\begin{aligned}
 J_{\text{NMPC}} = & \frac{\sum_{i=1}^{N_P} (r_{\text{ref}} - r_i)^2}{r_{\text{max}}^2} q + \dots \\
 & \frac{\sum_{i=1}^{N_P} (V_{\text{ref}} - V_i)^2}{V_{\text{ref}}^2} q_V + \dots \\
 & \frac{\sum_{i=1}^{N_C} (\kappa_{i,\text{fl}}^2 + \kappa_{i,\text{fr}}^2 + \kappa_{i,\text{rl}}^2 + \kappa_{i,\text{rr}}^2)}{\kappa_{\text{max}}^2} r_{\kappa}
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

Diese besteht aus drei Anteilen: der Abweichung zu der Gierratenreferenz, der Abweichung zu der Sollgeschwindigkeit und die Kosten der Aufbringung der Stellgrößen. Dabei wird jeder Ausdruck normiert, indem durch den theoretisch auftretenden Maximalwert dividiert wird. Die Maxima werden entweder durch Gleichungen abgeschätzt (Gierrate über (5.4)), durch vorangegangene Simulationen bestimmt (z.B.  $\kappa_{\text{max}}$ ) oder sind durch die Referenz definiert ( $V_{\text{ref}}$ ). Danach werden die einzelnen Terme zueinander gewichtet. Hierzu werden  $q$ ,  $q_V$  und  $r_{\kappa}$  verwendet. Diese bilden gleichzeitig jene Parameter, mit dessen Hilfe der Regler eingestellt werden kann. Den Einfluss dieser Größen auf die Lateraldynamik des Fahrzeuges wird in Kapitel 6 diskutiert. Zur Prädiktion und Diskretisierung des Systems wird das Runge Kutta Verfahren zweiter Ordnung (vgl. Glg. (4.44)) verwendet.

Das Optimierungsproblem kann nun mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x} = [u, v, r]^T$  und dem Zusammenhang  $V = \sqrt{u^2 + v^2}$  angeschrieben werden zu:

$$\min_{\boldsymbol{\kappa}_{ij}} J_{\text{NMPC}}(r, \boldsymbol{\kappa}_{ij}, V) \quad \text{mit } ij \in [\text{fl}, \text{fr}, \text{rl}, \text{rr}], \tag{5.31a}$$

$$\text{s. t. } \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}_{\text{RK2}}(\mathbf{x}(k), \boldsymbol{\kappa}(k)) \tag{5.31b}$$

$$k \in [1 \dots N - 1]. \tag{5.31c}$$

Dabei ist  $J_{\text{NMPC}}$  die Kostenfunktion des nichtlinearen MPCs (5.30),  $\mathbf{f}_{\text{RK2}}(\mathbf{x}(k), \boldsymbol{\kappa}(k))$  beinhaltet die Bewegungsgleichungen des nichtlinearen Zweispurmodells inklusive des Magic-Formula Reifenmodells und das System wird mittels Runge-Kutta-Verfahren (4.44) diskretisiert. Weiters gilt  $N = N_P = N_C$  und  $\boldsymbol{\kappa}(k)$  ist der Vektor aus dem Schlupf jedes Rades zum Zeitpunkt  $k$ , welche zur Berechnung der Reifenkräfte herangezogen werden. Wie bereits erwähnt wurde der NMPC mit CasADi programmiert und die Berechnung der Lösung findet ebenfalls in der CasADi-Umgebung statt. Die Arbeitsweise wird in Abbildung (5.1) anschaulich dargestellt.

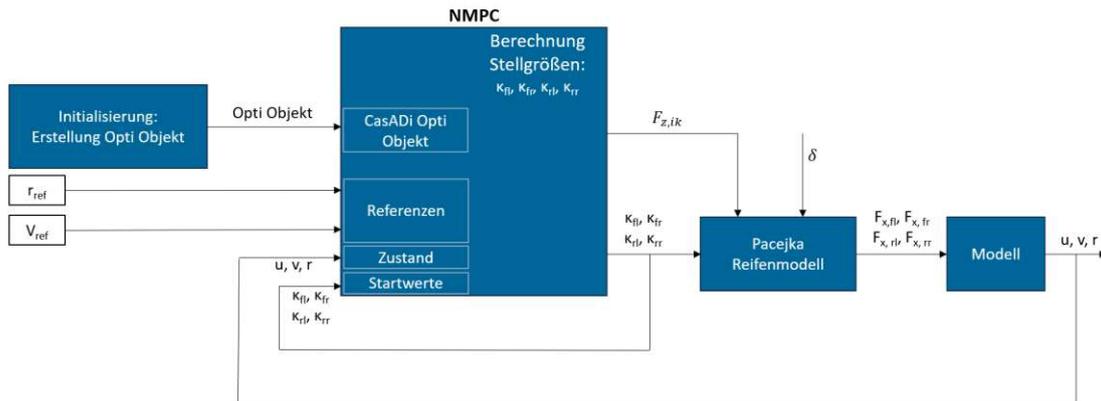


Abbildung 5.1: NMPC Arbeitsweise

Sobald die Simulation beginnt, wird das CasADi-Opti-Objekt initialisiert. Dieses besteht aus der Kostenfunktion, dem Fahrzeugmodell, den Pacejka-Reifenmodellen und der Prädiktion. Weiters werden bei der Initialisierung Platzhalter oder auch Container, wie Referenzgierrate, Startwerte der Optimierung und Anfangszustände, definiert, die bei jedem Aufruf des MPCs den aktuellen Zahlenwerten annehmen. Durch die einmalige Initialisierung des Reglers kann die Recheneffizienz gesteigert werden. Die ermittelten Stellgrößen  $\kappa$  werden mittels dem Pacejka Reifenmodell, den vom NMPC berechneten Reifenaufstandskräften und dem Lenkwinkel in Kräfte in der longitudinalen Reifenrichtung umgerechnet. Multipliziert mit dem Lastradius  $r_e$  wird das Antriebsmoment für den Antriebsstrang berechnet.

## 5.5 Control Allocation

Die linearen Regelungen geben das zusätzliche Giermoment  $M_z$  aus. Durch einen mehrschichtigen Aufbau wird dieses Moment auf die vier Antriebsräder, außer bei dem NMPC, mittels Control-Allocation aufgeteilt. Weiters kommt zum Giermoment noch eine Antriebskraft  $F_d$  hinzu, welche für das Halten einer konstanten Geschwindigkeit benötigt wird. Diese wird durch einen einfachen PID Regler (Parametrisierung:  $K_P = 10000$ ,  $K_I = 500$ ,  $K_D = 100$ ) ausgerechnet. Die Größen  $M_z$  und  $F_d$  werden nun anhand der Aufstandskräfte nach der Formel

$$M_{ik} = F_d \frac{F_{z,ik}}{F_Z} r_e + f_{side} \frac{M_z}{s_i} \frac{F_{z,ik}}{F_z} r_e \quad \text{mit } i \in [1, 2] \quad \text{und } k \in [L, R] \quad (5.32)$$

## 5 Verwendete Regler

auf die Räder verteilt. Darin steht  $[1, 2, L, R]$  für [vorne, hinten, links, rechts],  $r_e$  für den Lastradius und  $s_i$  für die halbe Spurweite der Vorder- oder Hinterachse.  $f_{side}$  nimmt für die Berechnung der Werte für die linke Fahrzeugseite den Wert  $+1$  und für die rechte Seite den Wert  $-1$  an. Damit verwenden alle linearen Regelungen die gleiche Control Allocation. Der nichtlineare MPC wird mit einem zentralisierten Ansatz ausgeführt und berechnet die Momente der einzelnen Räder direkt. Dieser benötigt daher diese Art der Radmomentenverteilung nicht.

Die vorgestellten Regelungen werden im folgenden Kapitel zur Simulation von Manövern verwendet und deren Ergebnisse eingehend diskutiert.

## 6 Analyse der Regelkonzepte

In dem diesem Kapitel soll die Analyse der vorgestellten Regelkonzepte durchgeführt werden. Hierzu wurden drei Fahrmanöver ausgewählt, um spezifische fahrdynamische Bereiche zu testen. Die Regelungen werden dabei mit unterschiedlichen Parametrisierungen verglichen und die Auswirkungen auf das Fahrverhalten diskutiert. Zu Beginn jedes Manövers wird dieses kurz vorgestellt, bevor die Ergebnisse der Regelungen diskutiert werden.

### 6.1 Basismodell

Das Basismodell spiegelt das Fahrverhalten des Fahrzeugs ohne Torque-Vector-Regelung wider und stellt damit die Referenz für die weiteren Analysen dar. Für das Basismodell bedeutet dies, dass kein zusätzliches Giermoment  $M_z$  während des gesamten Manövers aufgebracht wird. Die Kraft  $F_d$  für eine konstante Fahrgeschwindigkeit wird mittels der im Kapitel 5.5 vorgestellten Control-Allocation auf die Antriebsräder verteilt. Das zusätzlich erzeugte Moment, welches durch das Aufteilen der Kraft  $F_d$  in Abhängigkeit der Aufstandskraft  $F_Z$  auf die Räder resultiert, soll hier vernachlässigt werden.

### 6.2 Ramp-Steer

Das Manöver der Lenkwinkelrampe untersucht den quasi-stationären Zustand des Systems im linearen und nichtlinearen Bereich. Charakteristisch ist die langsame Erhöhung des Lenkwinkels bei konstanter Fahrgeschwindigkeit, bei der das Fahrzeug den eingeschungenen Zustand nicht verlässt. Im vorliegenden Fall fährt das Fahrzeug mit einer Geschwindigkeit von  $V = 25 \text{ m/s}$ , welche  $V = 90 \text{ km/h}$  entspricht. Dabei wird der Lenkwinkel von anfangs  $\delta = 0 \text{ deg}$  auf  $\delta = 5 \text{ deg}$  innerhalb von  $70 \text{ s}$  (vgl. Abb. 6.1) erhöht. Der Untersteuergradient für die Berechnung der Gierratenreferenz wird mit  $0.5 \times 10^{-3} \text{ rad s}^2/\text{m}$  gewählt (Untersteuergradient Fahrzeug:  $0.784 \times 10^{-3} \text{ rad s}^2/\text{m}$ ), da die Gierratenreferenz somit bereits im linearen Bereich von der Gierrate des Basismodells abweicht und hier bereits das Torque-Vectoring System eingreift.

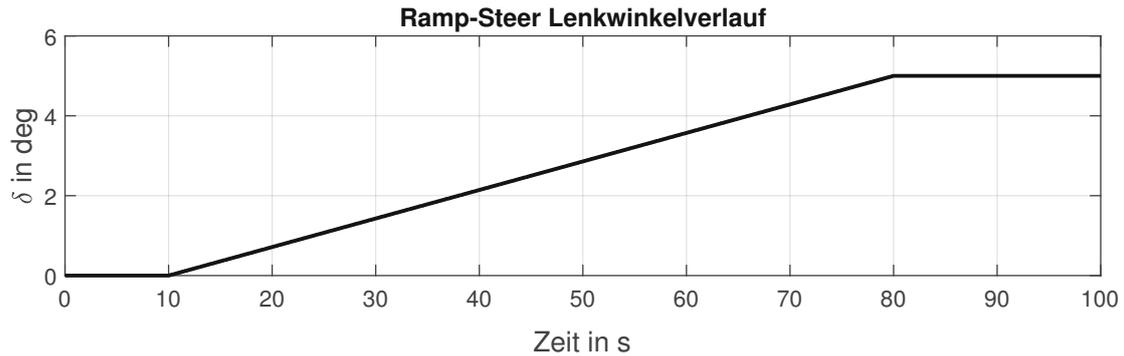


Abbildung 6.1: Darstellung des Lenkwinkels über die Zeit für das Ramp-Steer Manöver

### 6.2.1 Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Zuerst soll die Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler diskutiert werden. Dazu wurden für den PID Anteil der Regelung die Parameter nach Tabelle 6.1 variiert. Um die nachfolgenden Tabellen kurz zu halten, wird im Weiteren auf die Einheiten verzichtet. Weiters werden in Abbildung 6.2 nur jene Konstanten angegeben, die  $\neq 0$  sind.

Parameter	Gewichtungen		Einheit
$K_P$	0	$50 \times 10^3$	N m s
$K_I$	0	$30 \times 10^3$	N m
$K_D$	0	500	N m s <sup>2</sup>

Tabelle 6.1: Parameter des PID-Reglers

In Abbildung 6.2 ist das Giermoment in (d) und die Gierrate in (a) dargestellt. Es ist zu erkennen, dass durch das langsame Verändern des Lenkwinkels der differenzierende Anteil des PID-Reglers keinen Einfluss auf das Ergebnis hat. Weiters zeigt das System im linearen Bereich, bis zu einem Lenkwinkel von 1 deg, dass der PID-Regler das Feedforwardmoment erhöht. Da in diesem Bereich durch eine Erhöhung des Giermoments die Abweichung zur Gierratenreferenz minimiert wird. Sobald das System in den nichtlinearen Bereich kommt, wird das Giermoment weiter erhöht, bevor ab einem Lenkwinkel von in etwa 2.5 deg das Giermoment reduziert wird. Das zusätzliche Giermoment wird reduziert, da durch den steigenden Lenkwinkel und die Sättigung der Gierratenreferenz eine Reduktion des Giermoments das Fahrzeug für die gegebene Control Allocation stabilisiert. Bei nicht ausreichender Reduktion, wie bei reinem Feedforward-Anteil (schwarze durchgezogene

Linie), wird das Fahrzeug instabil (erkennbar an der plötzlichen Steigerung der Gierrate bei  $\delta = 4.7$  deg).

Die Abweichung von der Gierratenreferenz kann von den Regelungen mit integrierendem Anteil am weitesten minimiert werden. Zusätzlich erreicht durch die Sättigung der Referenz das Giermoment bei 2.5 deg ein Maximum. Im Übergang von linearem Anteil zur Sättigung der Referenz führt eine Erhöhung von  $K_I$  zu einer Verbesserung der Referenzverfolgung. Durch die Integration des Regelfehlers wird die Gierrate auch im nichtlinearen Bereich besser der Referenz angenähert. Dies ist eine Folge der Formulierung des PID-Reglers und nicht der besseren Abbildung der Nichtlinearitäten des Systems.

Abbildung 6.2 zeigt weiters die Entwicklung der Lateralbeschleunigung in (b) und des Schwimmwinkels in (c) im Verlauf über den Lenkwinkel. Grundsätzlich ist zu erkennen, dass mit steigendem Lenkwinkel der Schwimmwinkel abnimmt und für die Regelungen mit Feedback Anteil bei  $\delta = 3$  deg ein Minimum erreicht. Beim Basismodell nimmt der Wert kontinuierlich ab und erreicht bei  $\delta = 5$  deg ein Minimum von 2.7 deg. Der Schwimmwinkel ist bei reiner Feedforward Steuerung größer als bei einer zusätzlichen Feedback-Regelung. Dies ist damit zu begründen, dass das Giermoment das Fahrzeug zusätzlich in die Kurve dreht und der Schwimmwinkel weiter abnimmt. Vergleicht man das Giermoment und den Schwimmwinkel, fällt auf, dass bei höherem Giermoment auch der Schwimmwinkel kleiner wird. Zusätzlich wird durch die Erhöhung des Giermoments die Referenz besser angenähert. Dies führt in weiterer Folge auch zu höheren Lateralbeschleunigungen. Dabei unterscheiden sich wieder nur jene PID-Regler, die unterschiedliche integrierende Anteile aufweisen.

Tabelle 6.2 zeigt die Entwicklung der Steigung von der Gierrate und des RMSEs für verschiedene Parameter. Dabei wird die Gierratenänderung mit der Änderung des Lenkwinkels ins Verhältnis gesetzt ( $\Delta r / \Delta \delta$ ). Die Steigung der Gierrate der Referenz  $K_{r_{ref}}$  ergibt sich zu 8.5837 s. Der Evaluationsbereich liegt im linearen Bereich zwischen einer Lateralbeschleunigung von  $0.5 \text{ m/s}^2$  bis  $4 \text{ m/s}^2$ .  $K_r$  gibt die Steigung in diesem Bereich für das Fahrzeug mit  $\Delta r / \Delta \delta$ ,  $K_{bez}$  die bezogene Steigung vom Fahrzeug im Vergleich zur Referenz als  $K_r / K_{r_{ref}}$  und RMSE (root mean square error) bezeichnet die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers der Gierratenabweichung von der Referenz auf zwei Dezimalstellen gerundet in einem Bereich von  $2.5 \text{ deg} \leq \delta \leq 5 \text{ deg}$ . Tabelle 6.2 zeigt die immer bessere Annäherung der Steigung gegenüber der Referenz. Durch den integrierenden Anteil kann der Regler die Abweichung zur Referenz für dieses Manöver weiter minimieren im Vergleich zu einem reinen P-Regler (nur  $K_P \neq 0$ ) oder PD-Regler ( $K_P \neq 0$  und  $K_D \neq 0$ ). Bei reinem Feedforwardanteil wird beim RMSE erkennbar, dass es bei hohen Lenkwinkeln zu einer hohen Abweichung der Gierrate kommt, da das Fahrzeug schleudert.

Ramp-Steer der Feedforward mit PID-Feedback Regelung

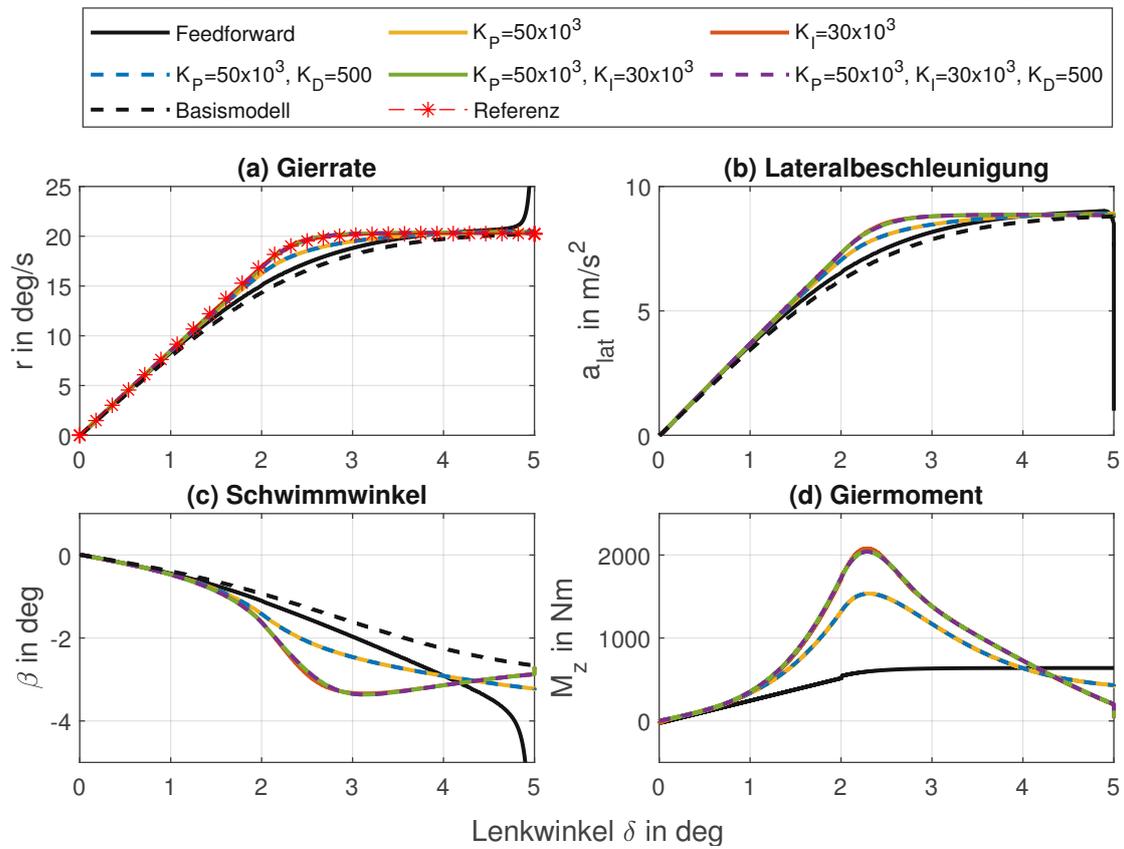


Abbildung 6.2: Darstellung der (a) Gierrate  $r$ , (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , (c) Schwimmwinkel  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  über den Lenkwinkel  $\delta$  des Ramp-Steer Manövers für die Feedforward mit PID-Feedback Regelung bei  $V = 90$  km/h

Parametrisierung	$K_r$ in s	$K_{\text{bez}}$ in %	RMSE in deg/s
Feedforward	8.3212	96.94	150.62
$K_P = 50 \times 10^3$	8.4812	98.81	0.14
$K_I = 30 \times 10^3$	8.5424	99.52	0.01
$K_P = 50 \times 10^3, K_D=500$	8.4813	98.81	0.14
$K_P = 50 \times 10^3, K_I = 30 \times 10^3$	8.5333	99.41	0.01
$K_P = 50 \times 10^3, K_I = 30 \times 10^3, K_D=500$	8.5319	99.4	0.01
Baseline	7.8336	91.26	1.19

Tabelle 6.2: Entwicklung der Parameter der Rampenantwort für die Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

### 6.2.2 Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung arbeitet ebenfalls mit einem Vorsteueranteil. Bei dem Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung ist dies hingegen nicht der Fall. Die Parametrisierung der Sliding-Mode-Regler sollen nach Tabelle 6.3 durchgeführt werden.

Sliding Mode	Parameter	Gewichtung					Einheit
1. Ord.	$\lambda$	0	0.4	0.8	1.6	2.5	N/(kg m)
2. Ord.	$K_{\text{SL}}$	1	3	5	7	-	N/(s kg m)

Tabelle 6.3: Parametrisierung der Sliding-Mode-Regler

Zuerst soll der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung analysiert werden. Abbildung 6.3 zeigt in die Gierrate in (a), die Lateralbeschleunigung in (b), den Schwimmwinkel in (c) und das Giermoment in (d). Der Verlauf des Feedforward-Anteils ist in Gelb zu erkennen und für hohe Werte der Gierrate nimmt das Giermoment ab bzw. wird negativ. Dieser Abfall kann mit der Formulierung (vgl. (5.16)) des Feedforward-Anteils begründet werden. Durch den sinkenden Schwimmwinkel und den steigenden Lenkwinkel, trotz konstanter Gierrate (Sättigung) nimmt das Giermoment für den nichtlinearen Bereich ab, weil der Anteil des Sliding-Mode Controllers beschränkt ist. Dieser kann mit  $\lambda$  erhöht werden, allerdings führt diese Steigerung von  $\lambda$  zu einer hochfrequenten Oszillation des Giermoments, auch Chattering genannt, verursacht durch die Samplingrate (gegeben mit 0.05 s) der Elektromotoren (Analyse zum Einfluss der Samplingrate auf die Sliding-Mode-Regler in A.3). Um den Abfall des Giermoments zu kompensieren, braucht es den Feedback-Anteil des Sliding-Mode-Reglers, welcher versucht, das System im nichtlinearen Bereich nahe der Referenz zu halten und diesen Abfall des Giermoments zu verringern. Das Absinken der Lateralbeschleunigung nimmt für steigende Werte von  $\lambda$  ab, zusätzlich

steigt der Schwimmwinkel für größere  $\lambda$  erst bei höheren Lenkwinkeln, dies hängt mit dem späteren Abfall des Gierrmoments zusammen.

Tabelle 6.4 zeigt die Entwicklung der Steigungen der Gierrate und des RMSE für den FOSM Regler. Mit steigendem  $\lambda$  wird die Abweichung zur Referenz minimiert und der RMSE sinkt. Allerdings kann das Niveau des Basismodells nicht erreicht werden. Um Chattering in dem Ramp-Steer Manöver zu verhindern, sollten Werte von  $\lambda = 2.5$  nicht überschritten werden (siehe A.3).

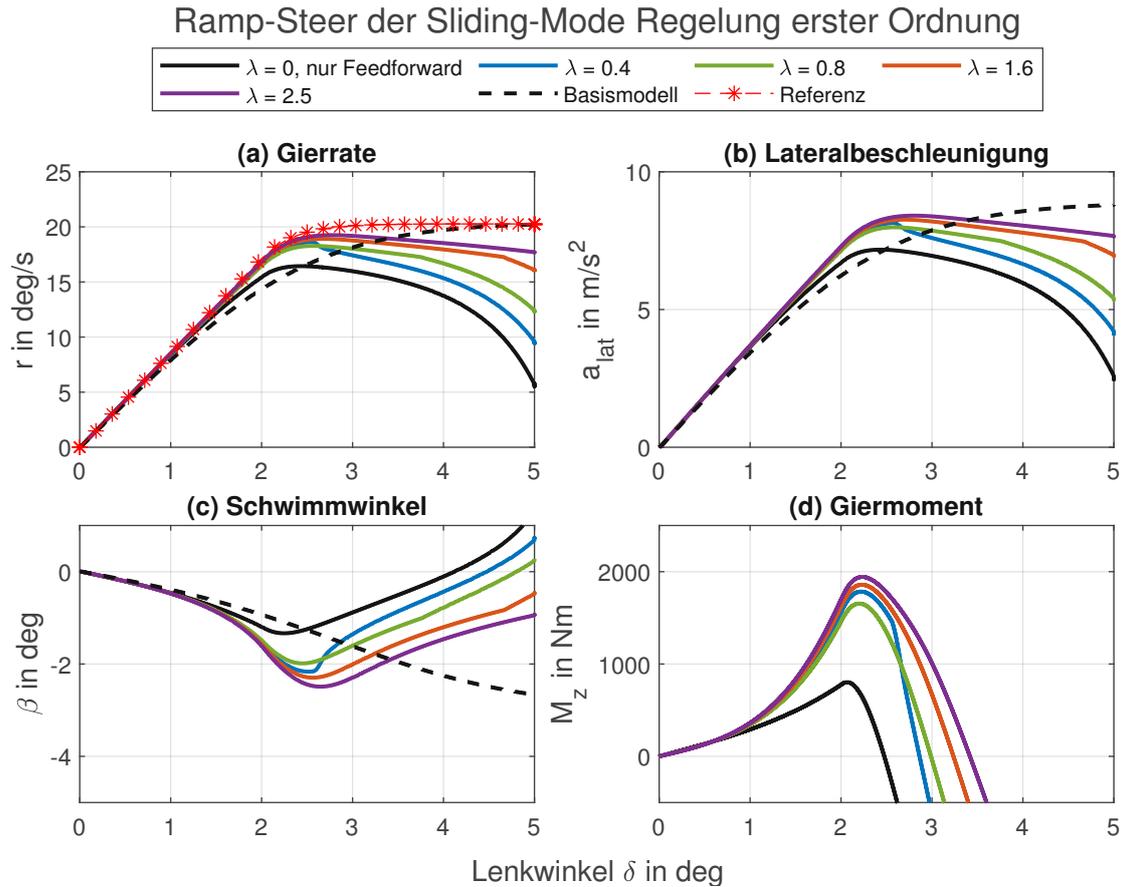


Abbildung 6.3: Darstellung der (a) Gierrate  $r$ , (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , (c) Schwimmwinkel  $\beta$  und des (d) Gierrmoments  $M_z$  über den Lenkwinkel  $\delta$  des Ramp-Steer Manövers für den Sliding-Mode Regler erster Ordnung bei  $V = 90$  km/h

Parametrisierung	$K_r$ in s	$K_{\text{bez}}$ in %	RMSE in deg/s
$\lambda = 0$ , nur Feedforward	1.0583	26.46	109.78
$\lambda = 0.4$	8.5203	99.26	60.28
$\lambda = 0.8$	8.5014	99.04	32.97
$\lambda = 1.6$	8.5324	99.4	9.82
$\lambda = 2.5$	8.5476	99.58	4.1
Basismodell	7.8336	91.26	1.19

Tabelle 6.4: Entwicklung der Parameter der Rampenantwort für den Sliding-Mode Regler erster Ordnung

### 6.2.3 Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

Der Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung verfügt über keinen Feedforward-Anteil und arbeitet daher nur mit einer Feedback-Regelung, die Parametrisierung des Parameters  $K_{\text{SL}}$  wird nach Tabelle 6.3 durchgeführt. Der Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung regelt die erste Ableitung des Giermoments. In Tabelle 6.5 wird ersichtlich, dass der SOSM für die vorliegende Auswahl der Parametrisierung die Abweichung zur Referenz nahezu ununterscheidbar minimiert. Dies hängt mit der Robustheit gegenüber nicht modellierten Systemdynamiken (z.B. Nichtlinearität des Systems) und mit dem zusätzlichen Integrator zusammen, welche die zweite Ordnung des Sliding-Mode-Reglers mit sich bringt. Es ist eine geringe Unterscheidbarkeit zwischen den Parametrisierungen der Regelung auffällig, die Darstellungen zu Gierrate, Lateralbeschleunigung, Schwimmwinkel und Giermoment sind in 6.4 zu erkennen. Zusätzlich wird in A.3 der Einfluss der Taktrate auf die Wahl von  $K_{\text{SL}}$  gezeigt. Daher wird bei diesem Sliding-Mode Regler  $K_{\text{SL}} \leq 7$  als Maximum von  $K_{\text{SL}}$  gewählt. Damit wurde die Beschränkung von  $K_{\text{SL}}$  (5.20) nicht berücksichtigt, um Chattering zu vermeiden.

Parametrisierung	$K_r$ in s	$K_{\text{bez}}$ in %	RMSE in deg/s
$K_{\text{SL}} = 1$	8.5525	99.64	0
$K_{\text{SL}} = 3$	8.5741	99.89	0
$K_{\text{SL}} = 5$	8.5779	99.93	0
$K_{\text{SL}} = 7$	8.5796	99.95	0
Basismodell	7.8336	91.26	1.19

Tabelle 6.5: Entwicklung der Parameter der Rampenantwort für den Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung

## Ramp-Steer der Sliding-Mode Regelung zweiter Ordnung

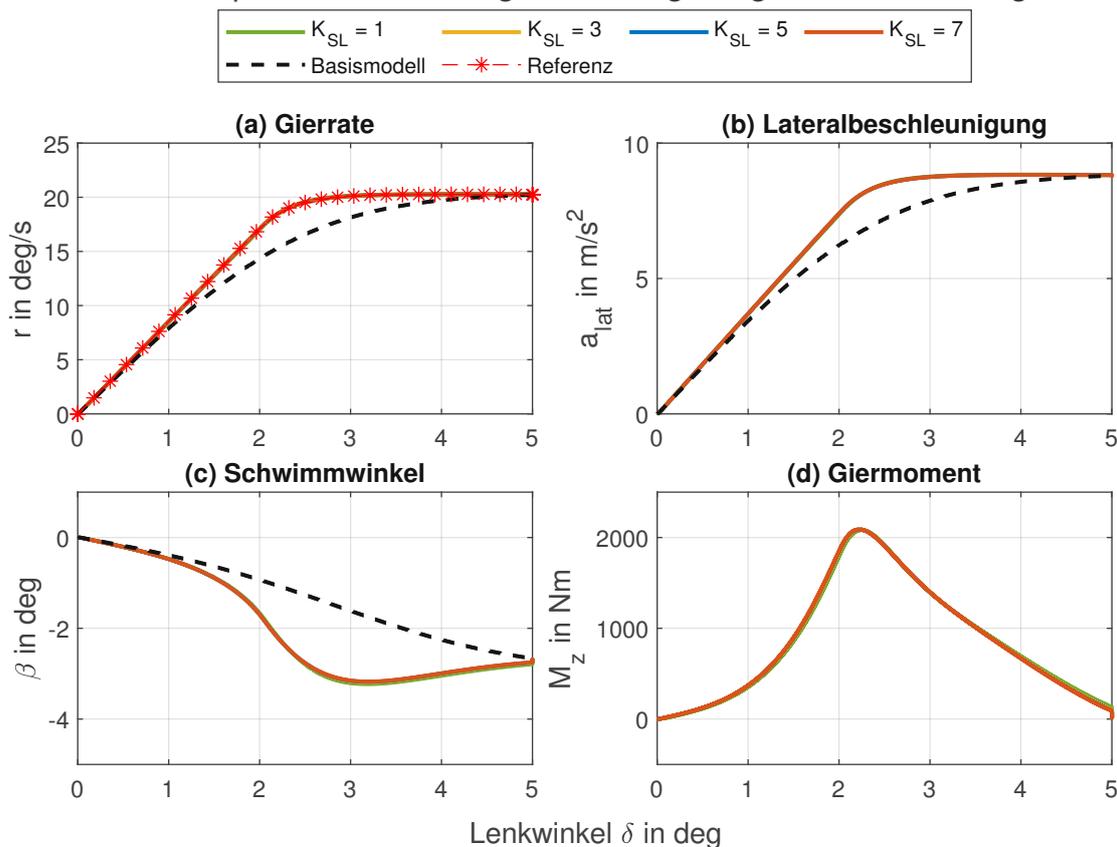


Abbildung 6.4: Darstellung der (a) Gierrate  $r$ , (b) Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$ , (c) Schwimmwinkel  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  über den Lenkwinkel  $\delta$  des Ramp-Steer Manövers für den Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung bei  $V = 90 \text{ km/h}$

### 6.2.4 Lineare Modellprädiktive Regelung

Der lineare MPC verwendet eine Kostenfunktion, in welcher die Aufwände zueinander gewichtet werden. Im vorliegenden Fall soll die Gewichtung des Giermoments (Eingang) mit 1 konstant bleiben. Jene der Abweichung der Gierrate von der Referenz wird nach Tab. 6.6 gewählt. Dazu wird der Prädiktionshorizont und der Regelungshorizont mit 10 Schritten gewählt und bei einer Schrittweite von 0.05 s konstant gehalten. Die Schrittweite wird dabei gleich zu jener der Elektromotoren gewählt. Dies ergibt eine Prädiktionlänge von 0.5 s.

## 6 Analyse der Regelkonzepte

Parameter	Gewichtung			
$q$	0.1	1	5	10

Tabelle 6.6: Parametrisierung der Gewichtung der Abweichung der Gierrate von der Referenz in der Kostenfunktion

In Abbildung 6.5 wird die Gierrate in (a) und das Giermoment in (d) über den Lenkwinkel dargestellt. Der Beginn des Manövers bis in etwa einem Lenkwinkel von 0.3 deg zeigt einen Abfall des Giermoments und ein damit einhergehendes Absinken des Gierratenanstiegs in diesem Bereich. Dies hängt mit der Modellierung des linearen MPCs zusammen, da bei der Minimierung der Kostenfunktion jenes Giermoment berechnet wird, um den Abstand zur Gierratenreferenz zu minimieren. Dies ergibt ein negatives Giermoment, welches das System im vorliegenden Fall von der Referenz entfernt. Allerdings wird in weiterer Folge das Giermoment angepasst, um die Abweichung zu Referenz zu minimieren. Mit steigenden Werten von  $q$  nimmt die anfängliche Abweichung zur Referenz ab und der anfängliche Giermomentabfall wird reduziert. Gleichzeitig verkürzt sich die Zeit, bis der Regler das System wieder an die Referenz herangeführt hat.

Beim Schwimmwinkel und bei der Lateralbeschleunigung, dargestellt in (c) und (b), sind keine Auswirkungen des Giermomentenabfalls erkennbar. Die sonstigen Verläufe der dargestellten Größen sind nahezu ident und minimieren den Abstand zur Referenz. Ähnlich zu den Feedforward mit PID-Feedback Regler sinkt auch hier das Giermoment ab einem Lenkwinkel von 2.3 deg ab, dies kann mit dem steigenden Lenkwinkel bei konstanter Gierratenreferenz begründet werden.

Die Parameter der Rampenantwort zeigen, dass sich die Werte für den linearen Bereich für die untersuchte Parametrisierung kaum unterscheiden (siehe Tabelle 6.7). Eine Steigerung der Gewichtung der Gierrate hat keine negativen Auswirkungen auf den linearen Bereich des Fahrzeugverhaltens. Die Abweichung der Steigung der Gierratenreferenz im linearen Bereich ist für jede der untersuchten Parametrisierungen  $\leq 1.5\%$ . Für  $q \geq 1$  ist die Steigung der Gierrate im Vergleich zur Referenz leicht erhöht. Dies ist mit der linearen Modellierung des Reglers und dem damit verbundenen Unterschied in der Kraftübertragung zu begründen. Der RMSE sinkt hier von 0.02 deg/s auf 0 deg/s.

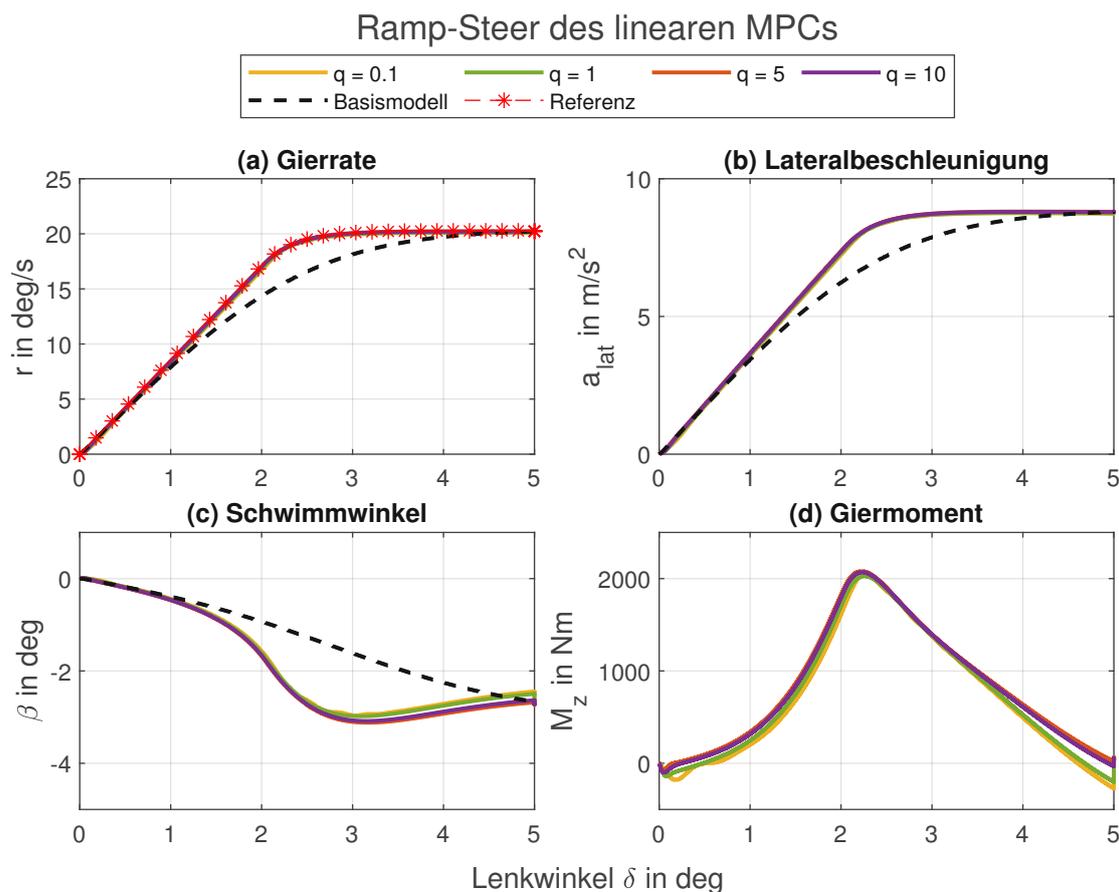


Abbildung 6.5: Darstellung der (a) Gierrate  $r$ , (b) Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$ , (c) Schwimmwinkel  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  über den Lenkwinkel  $\delta$  des Ramp-Steer Manövers für den linearen MPC bei  $V = 90 \text{ km/h}$

Parametrisierung	$K_r$ in s	$K_{\text{bez}}$ in %	RMSE in deg/s
$q = 0.1$	8.4945	98.96	0.02
$q = 1$	8.6441	100.7	0.01
$q = 5$	8.6525	100.8	0
$q = 10$	8.6691	100.99	0
Basismodell	7.8336	91.26	1.19

Tabelle 6.7: Entwicklung der Parameter der Rampenantwort für den linearen MPC

### 6.2.5 Nichtlineare Modellprädiktive Regelung

Der nichtlineare MPC agiert mit den gleichen Werten für Prädiktionshorizont und Taktfrequenz wie der lineare MPC. Der große Unterschied liegt in der nichtlinearen

Modellierung des Reifens und des Fahrzeugs und in der etwas komplexeren Kostenfunktion. Der Schlupf der Reifen wird für jedes Rad einzeln gestellt und somit wird die Berechnung der Kostenfunktion komplexer. Zusätzlich wird die Geschwindigkeit ebenfalls geregelt. Dazu soll die Gewichtung für die Abweichung der Geschwindigkeit von der Referenzgeschwindigkeit mit  $q_V = 50$  konstant angenommen werden. Die Gewichtung  $r_\kappa$  für den Schlupf soll ebenfalls mit 1 konstant gehalten werden. Auch hier wurden die Anteile der Kostenfunktion mit Maximalwerten normiert. Diese waren bei  $V_{\text{ref}}$  gegeben, wurden über Gleichungen ermittelt ( $r_{\text{max}}$  mit Glg. (5.4)) oder für  $\kappa$  mittels Simulationen bestimmt. Somit geben die Werte die direkte Gewichtung der Anteile zueinander an. Die Werte für die Gewichtung der Gierrate sind in Tabelle 6.8 ersichtlich.

Parameter	Gewichtung			
$q$	0.1	0.5	1	10

Tabelle 6.8: Parametrisierung der Gewichtung der Anteile der Gierrate in der Kostenfunktion des nichtlinearen MPCs

Abbildung 6.6 zeigt die Gierrate in (a) und das Giermoment in (d), jeweils über den Lenkwinkel aufgetragen. Zu erkennen ist, dass für steigende Werte von  $q$  das Giermoment zunimmt. Dabei nähern sich die Konfigurationen einem Schwellenwert an. Grund dafür ist die Modellierung des Reglers. Dieser bildet alle relevanten Effekte ab, die für die Stabilität im nichtlinearen Bereich wichtig sind. Bei einer zusätzlichen Steigerung des Giermoments (und damit des Schlupfs pro Rad) würde das System durch die Sättigung des Reifens keine höhere Kraft übertragen, stattdessen kann das System instabil werden und daher wird dieser Grenzwert nicht überschritten. Die Gierratenreferenz wird sowohl im linearen als auch im nichtlinearen Bereich gut angenähert und die Abweichungen gering gehalten. Weiters steigt das Giermoment für steigende Werte von  $q$  an, da die Kosten für den Schlupf relativ zur Gierrate sinken und somit die Stellgrößen  $\kappa$  aggressiver eingesetzt werden können. Mit steigendem Giermoment sinkt auch der Schwimmwinkel, dargestellt in (c), weiter in Richtung kleinerer Werte im Lenkwinkelbereich von 2.5 deg bis 3.5 deg bevor dieser, bedingt durch die Begrenzung der Gierrate, sich dem Wert des Basismodells nähert. Mit einer besseren Annäherung der Referenzgierrate steigt auch die Lateralbeschleunigung, in (b) dargestellt, an. Bei  $q = 0.1$  wird weniger Giermoment eingesetzt, dadurch ist die Gierrate weiter von der Referenz entfernt. Für den nichtlinearen Bereich nahe an  $\delta = 5$  deg wird die Geschwindigkeit wieder an 90 km/h angenähert, dies macht der NMPC mittels Verteilung der Antriebsmomente nach Übertragungspotential der Reifen. Damit wird eine Erhöhung der Gierrate in Kauf genommen, welche in weiterer

Folge das System destabilisiert (siehe Schwimmwinkel). Bei  $q > 0.1$  tritt dieser Effekt nicht auf, da eine Gierratenabweichung mit höheren Kosten verbunden ist und das System bleibt auch bei  $\delta = 5$  deg stabil.

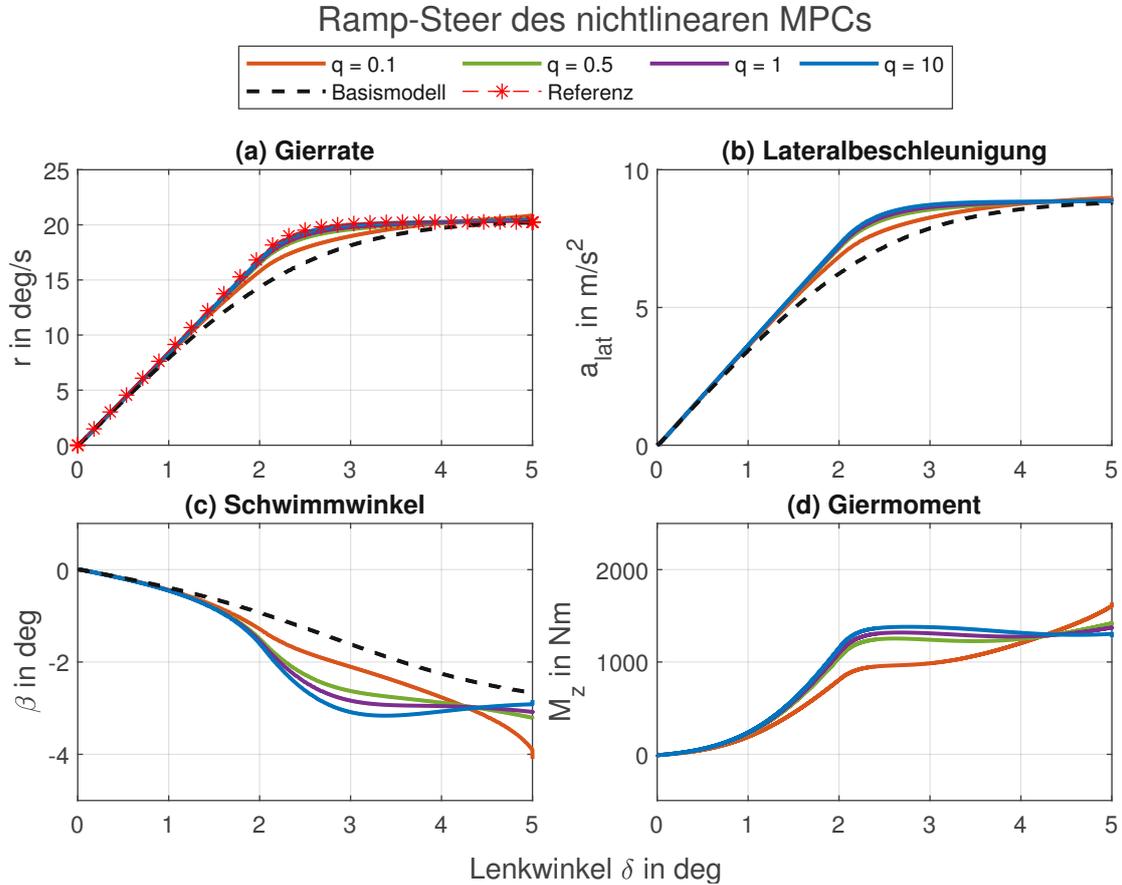


Abbildung 6.6: Darstellung der (a) Gierrate  $r$ , (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , (c) Schwimmwinkel  $\beta$  und des (d) Gierrmoments  $M_z$  über den Lenkwinkel  $\delta$  des Ramp-Steer Manövers für den nichtlinearen MPC bei  $V = 90$  km/h

Die Rampenantwortparameter zeigt Tabelle 6.9. Die Steigung der Referenzgierrate wird mit steigendem  $q$  auf unter 2% angenähert. Zusätzlich sinkt der RMSE auf unter 0.05 deg/s für eine steigende Gewichtung der Gierratenabweichung ab. Dies hängt mit dem höheren Gierrmoment zusammen und mit der dadurch besseren Referenzverfolgung. Die genaue Verfolgung der Referenz und der Einsatz des Gierrmoments ohne die Einführung von Begrenzungen zeigen, dass eine genaue Modellierung der Regelstrecke und vor allem eine Erweiterung um die nichtlinearen Eigenschaften essenziell für eine

Regelung im nichtlinearen quasi-statischen Bereich sind.

Parametrisierung	$K_r$ in $s$	$K_{\text{bez}}$ in %	RMSE in deg/s
$q = 0.1$	8.3002	96.7	0.59
$q = 0.5$	8.4134	98.02	0.11
$q = 1$	8.433	98.24	0.05
$q = 10$	8.4522	98.47	0.01
Basismodell	7.8336	91.26	1.19

Tabelle 6.9: Entwicklung der Parameter der Rampenantwort für den nichtlinearen MPC

### 6.3 Step-Steer

Bei dem Step-Steer-Manöver geht es im regelungstechnischen Sinn darum, das dynamische Verhalten des Systems zu testen und dessen Einschwingverhalten zu analysieren. Da der Fahrer allerdings nicht in der Lage ist, instantan den Lenkwinkel zu ändern, wird eine sehr steile Rampe modelliert, um so das transiente Verhalten bestmöglich abzubilden. In dieser Arbeit wird mit einer Lenkwinkeländerungsrate von  $\dot{\delta} = 32 \text{ deg/s}$  gearbeitet, damit die Maximaldauer von 0.15 s pro Lenkwinkelsprung nicht überschritten wird (vgl. [44]). Es werden mehrere Lenkwinkelsprünge nacheinander getestet (siehe Abb. 6.7 links), mit jeweils einer Zunahme der Sprunghöhe von 0.5 deg bis zu einer Maximalhöhe von 4 deg. Auf die Lenkwinkeländerungen folgt eine zehnständige Phase, in welcher der Lenkwinkel konstant gehalten wird. In dieser Phase wird der eingeschwungene quasi-statische Zustand erreicht. Um diesen Übergang und das Verhalten des Systems hierbei zu untersuchen, wird das Step-Steer Manöver herangezogen. Dabei weicht das Verhalten des Fahrzeugs mit steigender Sprunghöhe immer mehr vom linearen Fahrzeugverhalten ab.

Weiters sollen drei Bereiche festgelegt werden: erstens jener Bereich vor und nach der ersten Lenkwinkelstufe (Bereich *I*), zweitens der Bereich ab 70 s bis 80 s (Bereich *II*), also die vorletzte Lenkwinkelstufe und drittens der Bereich nach 90 s (Bereich *III*), der die Rückkehr zur Geradeausfahrt zeigt. Die Aufteilung ist grafisch in Abbildung 6.7 dargestellt. Hier sollen die Einschwingvorgänge analysiert werden, dadurch wird nicht der komplette 10 s Bereich nach dem Lenkwinkelsprung dargestellt, sondern nur bis das System eingeschwungen ist.

Für die Beschreibung der Sprungantwort werden die Größen nach Abb. 6.7 rechts herangezogen.  $e_m$  bezeichnet die maximale Überschwingweite in %,  $y_\infty$  den Wert, welches das System im eingeschwungenen Zustand annimmt,  $\Delta y_\infty$  die Abweichung von Ist- zu

Sollwert in % und  $T_r$  stellt jene Zeit bis zum erstmaligen Erreichen des  $y_\infty$ -Wertes dar (im Weiteren als Anregelzeit bezeichnet).  $2\lambda$  ist die Breite des Korridors, ab dem das System als eingeschwungen betrachtet wird (hier  $\lambda_{\text{step}} = 2\%$ ). Die Einschwingzeit  $T_s$  bemisst jene Zeit, ab der dieser Korridor von  $2\lambda$  nicht mehr verlassen wird. Mit Hilfe dieser Größen kann nun das System und jede Regelung analysiert werden. Weiters werden die Abbildungen zu den Step-Steer Manöver der einzelnen Regelungen am Ende des Kapitels dargestellt.

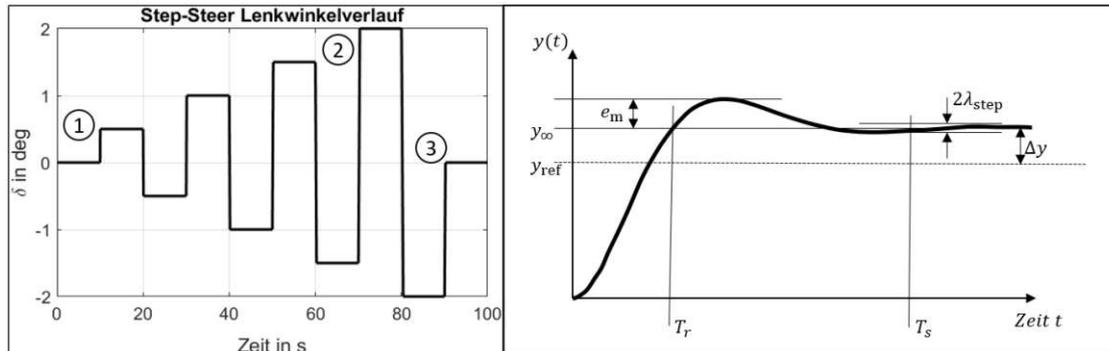


Abbildung 6.7: Lenkwinkeländerung über die Zeit (links) und Analysegrößen der Sprungantwort (rechts)

### 6.3.1 Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Der Feedforward und PID-Feedback Regler wird wieder mit den Parametrisierungen nach Tabelle 6.1 analysiert.

Tabelle 6.10 zeigt die Analyseparameter für die Sprungantwort im Bereich  $I$  bei einer maximalen Querbeschleunigung von ca.  $2 \text{ m/s}^2$ . Durch die Definition von  $T_r$  nach Abb. 6.7 rechts und durch das deutliche Überschwingen des geregelten Fahrzeugs, kann  $T_r$  um etwa  $0.025 \text{ s}$  reduziert werden. Der auftretende Einschwingvorgang kann ebenfalls um maximal  $0.02 \text{ s}$  verkürzt werden. Das bereits angesprochene Überschwingen erhöht die maximale Überschwingweite  $e_m$  auf über  $1\%$ . Diese ist auf die Gierrate  $y_\infty$  bezogen, welche sich nach dem Einschwingvorgang einstellt. Weiters ist zu erkennen, dass für die Regelungen mit PID Feedback sowohl die Einschwingzeit als auch die Anregelzeit kleiner wird. Für den reinen Feedforward-Anteil bleiben diese Größen weitestgehend unverändert, dadurch lässt sich erkennen, dass der PID-Anteil in Bereich  $I$  hauptsächlich das transiente Verhalten beeinflusst. Zusätzlich sinkt die Abweichung  $\Delta y$  mit reinem

Feedforward-Anteil deutlich auf unter 0.1 %. Anders stellt sich die Situation in Bereich *II* dar: da hier die nichtlinearen Effekte dominierender sind als in Bereich *I*, wird die Gierratenabweichung durch die reine Feedforwardsteuerung auf minimal 12% gebracht. Daher ist für große Lenkwinkelsprünge ein PID Anteil wichtig, um den Abstand zur Gierratenreferenz weiter zu verringern.

Die Anregelzeit wird für Regelungen mit Feedback leicht erhöht, dies hängt mit der höheren Gierrate und der damit verbundenen größeren Energie zusammen, welche für das Erreichen dieses Gleichgewichtszustandes erforderlich ist. Bei einer PID-Regelung mit integrierendem Feedback Anteil kommt es zu einem Wind-Up Effekt, erkennbar bei reinem I-Anteil an der Anregel- und Einschwingzeit oder in Abbildung 6.8 (b). Dies bedeutet, dass der I-Anteil ständig erhöht wird und damit nach einem erneuten Lenkwinkelsprung, eine Differenz ausgeregelt wird, die im neuen Zustand in dieser Form nicht vorhanden ist. Dazu können entweder Maßnahmen eingeleitet werden, zum Beispiel um die Summenbildung des Regelfehlers zu verlangsamen [45] oder bei einem Nulldurchgang des Lenkwinkels wird der Wert der Integration des Regelfehlers auf 0 gesetzt. Zu sehen ist dieser Effekt besonders deutlich in Bereich *III* des Manövers (siehe Abbildung A.5 (a)-(d) in A.4.1). Abgesehen von der Feedforward Steuerung und des I-Reglers (nur  $K_I \neq 0$ ) kann die Einschwingzeit für Bereich *II* verringert werden. Zudem wird der Abstand zur Referenz minimiert und die maximale Überschwingweite reduziert. In Abbildung 6.8 wird der Verlauf des Giermoments in (h) dargestellt. Hierbei ist die höhere Dynamik bei Regelungen mit differenzierendem Anteil zu erkennen. Diese sprechen bei dynamischen Manövern schneller an. Zusätzlich zum Giermoment (Bereich *I* (g), Bereich *II* (h)) sind die Lateralbeschleunigung (Bereich *I* (e), Bereich *II* (f)), der Schwimmwinkel (Bereich *I* (c), Bereich *II* (d)) und die Gierrate (Bereich *I* (a), Bereich *II* (b)) dargestellt. Beim Giermoment in Bereich *I* ist die höhere Dynamik für Regelungen mit D-Anteil zu erkennen, da diese die zeitliche Ableitung des Regelfehlers minimieren.

Eine Analyse des Feedforward- und Feedbackmoments während des Manövers und die Darstellungen von Gierrate, Schwimmwinkel, Lateralbeschleunigung und Giermoment für Bereich *III* und der Gesamtverlauf sind im Anhang unter A.4.1 dargestellt.

### 6.3.2 Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Die Analyse der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung gestaltet sich im Vergleich zum Feedforward-Regler mit PID-Feedback als etwas einfacher, da die Parametrisierung des Reglers nur mit Hilfe von einem Parameter durchgeführt wird. Für die Modelluntersuchung

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
Feedforward	0.35	0.29	100.9284	0.269
$K_P=50 \times 10^3$	0.33	0.275	101.0253	0.104
$K_I=30 \times 10^3$	0.35	0.29	100.9628	0.089
$K_P=50 \times 10^3$ , $K_D=500$	0.325	0.27	101.0414	0.102
$K_P=50 \times 10^3$ , $K_I=30 \times 10^3$	0.335	0.275	101.0196	-0.026
$K_P=50 \times 10^3$ , $K_I=30 \times 10^3$ , $K_D=500$	0.325	0.27	101.0158	-0.109
Basismodell	0.355	0.29	100.8328	-5.3

Tabelle 6.10: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich I für die Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
Feedforward	0.295	0.8	110.3548	-12.007
$K_P=50 \times 10^3$	0.33	0.735	105.1851	-5.317
$K_I=30 \times 10^3$	1.955	1.495	100.1799	-4.771
$K_P=50 \times 10^3$ , $K_D=500$	0.32	0.735	105.3042	-5.318
$K_P=50 \times 10^3$ , $K_I=30 \times 10^3$	0.37	0.495	102.1146	-4.301
$K_P=50 \times 10^3$ , $K_I=30 \times 10^3$ , $K_D=500$	0.36	0.485	102.1307	-4.406
Basismodell	0.295	0.745	108.9067	-16.376

Tabelle 6.11: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich II für die Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

werden die Parameter nach Tabelle 6.3 adaptiert.

Als Erstes soll nun der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung (FOSM) betrachtet werden. Hierbei repräsentiert der Wert  $\lambda = 0$  den reinen Feedforward-Anteil der Regelung. Zunächst wird die Entwicklung der Gierrate betrachtet. Dazu werden wieder jene drei Bereiche ident zu der letzten Regleranalyse herangezogen. Für den ersten Abschnitt wird die Antwort auf eine Lenkwinkeländerung von 0.5 deg untersucht.

Tabelle 6.12 zeigt die Entwicklung der Sprungantwortparameter für Bereich I. Dabei ist auffällig, dass bei  $\lambda \geq 1.6$  die Einschwingzeit 10.005 s beträgt, dies resultiert aus dem Chattering. Dies entsteht durch die Kombination aus Step-Steer, Taktrate und der Wahl von  $\lambda$ . Diese Ergebnisse werden aus diesem Grund nicht in 6.9 dargestellt (die Darstellungen mit  $\lambda \geq 1.6$  sind in A.4.2 zu finden).  $\lambda \leq 0.8$  verringert die Anregel- als auch die Einschwingzeit um 0.03 s bzw. 0.01 s, die leichte Steigerung der Überschwingweite resultiert aus dem zusätzlichen Gierrmoment, welches das System mehr Überschwingen lässt. Zusätzlich kann der statische Regelfehler auf unter 1% gebracht werden.

Im Bereich II befindet sich das Fahrzeug bei einer Lateralbeschleunigung von etwa 7 m/s<sup>2</sup> und damit im nichtlinearen Bereich. Hier entwickeln sich die Parameter nach Tabelle

6.13. Die Anregelzeit  $T_r$  wird für steigendes  $\lambda$  höher und ist bei  $\lambda = 0.8$  um 23% erhöht, die Einschwingzeit nimmt hingegen für  $0 \leq \lambda \leq 1.6$  ab und erreicht bei  $\lambda = 0.8$  das Minimum mit 0.57s. Die Überschwingweite reduziert sich ebenfalls und sinkt auf unter 2.5%. Der statische Regelfehler nimmt auf unter 1.7% ab. Hiermit wird ersichtlich, dass die Feedforward Steuerung für das lineare Verhalten den Hauptanteil des zusätzlichen Gierrmoments liefert. Kommt das System in den nichtlinearen Bereich nimmt der Anteil zufolge des Sliding-Mode Reglers zu, dies ist auch in Abbildung 6.9 (g) und (h) erkennbar. Der Schwimmwinkel nimmt dabei weiter ab, da das Fahrzeug durch das zusätzliche Gierrmoment weiter in die Kurve gedreht wird. Die Abbildung zu Bereich III, sowie die Verläufe von Gierrate, Schwimmwinkel, Lateralbeschleunigung und Gierrmoment sind dem Anhang A.4.2 zu entnehmen.

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$\lambda = 0$ , nur Feedforward	0.325	0.275	101.1179	0.269
$\lambda = 0.4$	0.33	0.275	101.0454	0.082
$\lambda = 0.8$	0.325	0.28	101.0782	0.048
$\lambda = 1.6$	0.2	10.005	145.6091	1.801
$\lambda = 2.5$	0.185	10.005	191.9603	2.765
Basismodell	0.355	0.29	100.8328	-5.3

Tabelle 6.12: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich I der Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$\lambda = 0$ , nur Feedforward	0.3	0.835	108.5742	-9.998
$\lambda = 0.4$	0.355	0.63	103.1791	-2.938
$\lambda = 0.8$	0.37	0.565	102.486	-1.677
$\lambda = 1.6$	0.305	10.005	116.8609	-2.856
$\lambda = 2.5$	0.295	10.005	126.5439	-8.301
Basismodell	0.295	0.745	108.9067	-16.376

Tabelle 6.13: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich II der Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

### 6.3.3 Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

Die Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung (SOSM) beinhaltet keinen Feedforward-Anteil und ist zusätzlich mit einem Parameter  $K_{SL}$  beeinflussbar. Hier sollen wieder die drei Bereiche nach Abbildung 6.7 untersucht werden. Der SOSM-Regler zeigt im Vergleich zur FOSM-Regelung ein unterschiedliches Verhalten bezüglich der Regelung

## 6 Analyse der Regelkonzepte

eines Lenkwinkelsprunges. Der SOSM Regler zeigt beim Giermoment eine abklingende Schwingung, welches sich auch auf die Gierrate auswirkt.

Die Entwicklung der Parameter von der Sprungantwort im Bereich *I* sind in Tabelle 6.14 ersichtlich. Die Anregelzeit steigt um mindestens 0.15 s für  $K_{SL} \leq 7$  und die Einschwingzeit bleibt gleich oder nimmt bis zu 0.17 s zu. Die Überschwingweite sinkt auf unter 0.2% für  $K_{SL} \leq 3$  und nimmt mit steigendem  $K_{SL}$  auf über 1.5% zu. Die statische Abweichung von der Referenz sinkt auf unter 1.5%.

Die Anregelzeit nimmt um mindestens 0.2 s zu und steigt mit sinkendem  $K_{SL}$  auf über 1.9 s für Bereich *II* (vgl. 6.10 an. Dies hängt mit der Definition von der Anregelzeit zusammen und da sich die Regelungen langsam dem  $y_\infty$  Wert nähert. Daher steigt die Anregelzeit an, die Einschwingzeit hingegen sinkt für  $K_{SL} = 7$  bis zu einem Wert von 0.51 s ab. Die Überschwingweite sinkt ebenfalls auf unter 1.5%, der statische Regelfehler erreicht bei  $K_{SL} = 7$  ein Minimum von 0.155%.

Die erhöhte Anregelzeit und die verlängerte Einschwingzeit im Bereich *I* kann durch den Giermomentenverlauf anschaulich in Abbildung 6.10 in (g) und (h) dargestellt werden. Das Giermoment verläuft in einer abklingenden Schwingung, daher erhöht sich im linearen Bereich die Einschwingzeit. Die Anregelzeit wird erhöht, weil durch das schwingende Moment sich die Gierrate erst langsam dem quasi-stationären Wert annähert. Allerdings kann die SOSM Regelung den statischen Regelfehler, auch im nichtlinearen Bereich, auf unter 1% minimieren. Dies hängt mit der Robustheit gegenüber nicht modellierten Systemdynamiken zusammen und damit kann die nicht modellierte Nichtlinearität des Systems kompensiert werden.

Zusätzlich nimmt der Schwimmwinkel ab, da zusätzliches Giermoment das Fahrzeug in die Kurve hinein dreht. Dieser kriecht langsam in die neue Gleichgewichtslage und dadurch wird die quasi-stationäre Lateralbeschleunigung erst später im Vergleich zum Basismodell erreicht. Im Anhang unter A.4.3 befinden sich Darstellungen zu Gierrate, Schwimmwinkel, Lateralbeschleunigung und Giermoment für Bereich *III* und des gesamten Manövers.

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$K_{SL} = 1$	0.955	0.355	100.0919	-1.363
$K_{SL} = 3$	0.68	0.32	100.1667	-0.523
$K_{SL} = 5$	0.525	0.29	100.6733	0.042
$K_{SL} = 7$	0.29	0.465	101.6755	-0.174
Basismodell	0.355	0.29	100.8328	-5.3

Tabelle 6.14: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich *I* der Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$K_{SL} = 1$	1.955	0.665	100.0226	-7.765
$K_{SL} = 3$	1.775	0.95	100.0398	-0.327
$K_{SL} = 5$	1.51	0.79	100.147	-0.183
$K_{SL} = 7$	0.51	0.72	101.3677	0.155
Basismodell	0.295	0.745	108.9067	-16.376

Tabelle 6.15: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich *II* der Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

### 6.3.4 Lineare Modellprädiktive Regelung

Beginnend mit dem linearen MPC (LMPC) soll wieder die Gewichtung für das Giermoment  $M_z$  auf  $r_u = 1$  festgelegt und konstant gehalten werden. Die Gewichtung der Gierratenabweichung wird nach den Werten in Tabelle 6.6 vorgenommen. Der Regelungshorizont und der Prädiktionshorizont wird mit  $N_c = N_p = 10$ , bei einer Schrittweite von 0.05 s, festgelegt. Somit ist der Prädiktionshorizont eine halbe Sekunde. Die Stellfrequenz der Motoren sei weiterhin 20 Hz.

Wie bei den Regelungen zuvor sollen auch hier wieder mehrere Bereiche untersucht werden: ein Lenkwinkelsprung von 0.5 deg, ein Lenkwinkelsprung von 3.5 deg und die Rückkehr zur Geradeausfahrt siehe Abbildung 6.7. Um die hohen Stellgrößen darstellen zu können, werden die Skalierungen der Y-Achsen in Abbildung 6.11 und A.10 (im Anhang) angepasst, diese entsprechen nicht jenen Skalierungen, welche bei den anderen Regelungen zur Abbildung des Step-Steer Manövers verwendet wurden.

In der Darstellung 6.11 ist der Verlauf von Gierrate ((a) und (b)), Schwimmwinkel ((c) und (d)), Lateralbeschleunigung ((e) und (f)) und Giermoment ((g) und (h)) für Bereich *I* und *II* dargestellt. Die Darstellungen zu Bereich *III* und während des gesamten Manövers sind im Anhang unter A.4.4 ersichtlich. In (a) und (b) von Abbildung 6.11 ist zu erkennen, dass die Einschwingzeit der Gierrate deutlich verlängert ist. Das Giermoment (dargestellt in (g) und (h)) nimmt zuerst ab, um in Bereich *II* anschließend das System in Richtung einer neuen Gleichgewichtslage zu beschleunigen. In Bereich *I* nimmt dieses nur langsam zu und bleibt lange im negativen Bereich, was zu großen Abweichung von der Gierratenreferenz führt. Das Verhalten in Bereich *I* und *II* hängt mit verschiedenen Faktoren zusammen, einerseits mit der Modellbildung innerhalb des Reglers und andererseits mit den beschriebenen Beschränkungen. Hierbei fällt vor allem jene Beschränkung ins Gewicht, welche die Kosten des Prädiktionsendes erhöht. Die Prädiktion des MPCs zeigt eine Entwicklung von einer zu hohen Gierrate. Dadurch wird durch ein bremsendes Giermoment das System verlangsamt. Diese Fehlprädiktion hängt

einerseits mit der Modellbildung und andererseits mit dem Zusammenspiel zwischen Gewichtung der Slack-Variablen und der Kostenfunktion zusammen. Diese beeinflussen das aufgebrachte Giermoment und dadurch wird die Antwort des Systems zu Beginn der Regelung verlangsamt. Zusätzlich liegt die Gierrate des Fahrzeugs zu Beginn des Lenkwinkelsprungs über jener der Referenz, wodurch ebenfalls ein Giermoment aufgebracht wird, welches den Einschwingvorgang verlangsamt.

Die Entwicklung der Parameter für die Sprungantwort in Bereich *I* sind in Tab. 6.16 dargestellt. Erkennbar ist eine Verschlechterung der Anregel- und Einschwingzeiten (außer  $T_r$  für  $q = 10$ ). Die Anregelzeit verlangsamt sich deutlich. Weiters nimmt die Einschwingzeit für alle Regelungen um mindestens das Vierfache zu und zusätzlich erhöht sich die Überschwingweite für  $q = 10$  auf über 15%. Der statische Regelfehler nimmt außer für  $q = 0.1$  und  $q = 1$  auf über 10% zu.

Ein ähnliches Bild zeigt sich im Bereich *II*. In Tabelle 6.17 sind die Sprungantwortparameter für dieses Intervall ersichtlich. Anregel- und Einschwingzeit steigen um mindestens 150% im Vergleich zum Basismodell an. Die Überschwingweite verringert sich auf unter 2.5% und der statische Regelfehler nimmt ebenfalls ab auf unter 6%. Dies lässt sich durch die Modell-Augmentation erklären, welche einen zusätzlichen Integrator-Pol zu der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises hinzufügt (vgl. Formel (4.17)) und damit den statischen Regelfehler reduziert.

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$q=0.1$	1.455	1.215	100.325	0.249
$q=1$	1.455	1.18	100.2196	-2.22
$q=5$	1.455	1.24	100.4009	11.306
$q=10$	0.115	1.505	118.3941	-38.8
Basismodell	0.35	0.29	100.8531	-5.3

Tabelle 6.16: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich *I* des linearen MPCs

### 6.3.5 Nichtlineare Modellprädiktive Regelung

Der nichtlineare MPC bildet sowohl den nichtlinearen Reifen als auch das nichtlineare Fahrzeugmodell ab. Taktrate, Prädiktions- und Regelungshorizont sollen ident zu jener des linearen MPCs gewählt werden. Für die Untersuchung wird wieder eine Parametervariation nach Tabelle 6.8 durchgeführt. Da dieser Regler auch gleichzeitig die Geschwindigkeit in der Regelung mit einschließt, soll die Gewichtung der Geschwindig-

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$q=0.1$	1.955	1.54	100.1767	-1.356
$q=1$	1.955	1.32	100.075	3.019
$q=5$	1.34	1.105	100.5161	5.314
$q=10$	1.07	1.545	102.3618	4.624
Basismodell	0.295	0.745	108.9067	-16.376

Tabelle 6.17: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich *II* des linearen MPCs

keitsabweichung mit  $q_V = 50$  konstant gehalten werden. Weiters ist die Regelgröße nicht mehr das Gesamtgiermoment  $M_z$  sondern der Schlupf jedes einzelnen Rades. Hierbei soll die Gewichtung der Stellgrößen ebenfalls mit  $r_\kappa = 1$  konstant bleiben. Die Skalierungen des Giermoments in Abbildung 6.12 und A.11 wurden angepasst, um den gesamten Größenverlauf darstellen zu können. Diese entsprechen nicht jenen der anderen Step-Steer Darstellungen.

Wieder soll das Manöver in drei Bereiche unterteilt werden, ident zu den vorangegangenen Analysen und nach Abbildung 6.7. Für die Darstellung des Giermoments in Abbildung 6.12 (g) und (h) wurde der Output des NMPCs (Schlupf der Antriebsräder) mittels der Halbachsenabstände und dem Magic-Formula Reifenmodell auf ein Gesamtmoment umgerechnet. Dabei ist zu erkennen, dass für steigendes  $q$  das Giermoment ansteigt. Allerdings ist die Änderung des Anstiegs für einen Sprung von  $q = 0.1$  zu  $q = 1$  höher als von  $q = 1$  auf  $q = 10$ . Die Beschränkung des Moments lässt sich auf die Limitierung der Kräfteübertragung der Reifen zurückführen. Dieser Effekt wird beim Modell des MPCs berücksichtigt und führt zu einer Begrenzung des maximal übertragenen Giermoments. Der Schwimmwinkel (vgl. Abbildung 6.12 (c) und (d)) wird durch das zusätzliche Giermoment kleiner und erreicht die Gleichgewichtslage später, wodurch auch die Lateralbeschleunigung, dargestellt in (e) und (f), den quasi-statischen Zustand später erreicht.

In Tabelle 6.18 ist eine Verkürzung der Anregelzeit  $T_r$  um etwa 0.1s erkennbar. Die Einschwingzeit nimmt für Bereich *I* um fast 0.2s zu. Dies ist eine Folge der gestiegenen Überschwingweite (bis etwa 3%). Der statische Fehler reduziert sich auf unter 2%. Bei der Anregelzeit ist zu erkennen, dass mit 0.28s ein Limit erreicht wird, welches der NMPC nicht weiter unterschreitet, da nur so die Reifen nicht übersättigt werden und die Stabilität des Fahrzeugs gewährleistet ist. Die linearen Regelungen haben diese Information nicht, daher werden entweder Beschränkungen (linearer MPC) eingeführt oder bei der Reglerparametrisierung ist auf eine stabile Regelung für dynamische Manöver

zu achten.

Die Entwicklung der Parameter des Einschwingvorganges für den Bereich *II* der Gierrate sind in Tabelle 6.19 dargestellt. Die Anregelzeit wird bei einer Lenkwinkelstufe von 3.5 deg nicht nennenswert verändert, allerdings werden in diesem Fall höhere Gierraten erreicht. Dies entspricht einer Zunahme im Vergleich zum Basismodell von der Lateralbeschleunigung (vgl. 6.12 (f)) von in etwa 1 m/s<sup>2</sup>. Daher muss mehr Energie aufgewendet werden, um diese zu erreichen und die Anregelzeiten können nicht nennenswert verkürzt werden. Die Einschwingzeit verkürzt sich um ca. 0.1 s für Werte von  $q$  über 0.5. Der statische Regelfehler nimmt mit steigendem  $q$  auf bis unter 3% ab. Weitere Darstellungen zu Gierrate, Schwimmwinkel, Lateralbeschleunigung und Giermoment von Bereich *III* und des gesamten Verlaufes sind im Anhang unter A.4.5 zu finden.

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$q=0.1$	0.29	0.47	102.4123	-2.593
$q=0.5$	0.28	0.485	102.7366	-1.962
$q=1$	0.28	0.485	102.7884	-1.856
$q=10$	0.28	0.485	102.8393	-1.752
Basismodell	0.355	0.29	100.8328	-5.3

Tabelle 6.18: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich *I* des nichtlinearen MPCs

Parametrisierung	$T_r$ in s	$T_s$ in s	$e_m$ in %	$\Delta y$ in %
$q=0.1$	0.285	0.8	109.9905	-7.95
$q=0.5$	0.3	0.685	106.4977	-3.653
$q=1$	0.31	0.645	105.6148	-2.645
$q=10$	0.32	0.595	104.6526	-1.547
Basismodell	0.295	0.745	108.9067	-16.376

Tabelle 6.19: Entwicklung der Parameter der Sprungantwort für Bereich *II* des nichtlinearen MPCs

Step-Steer Feedforward mit PID-Feedback Regelung

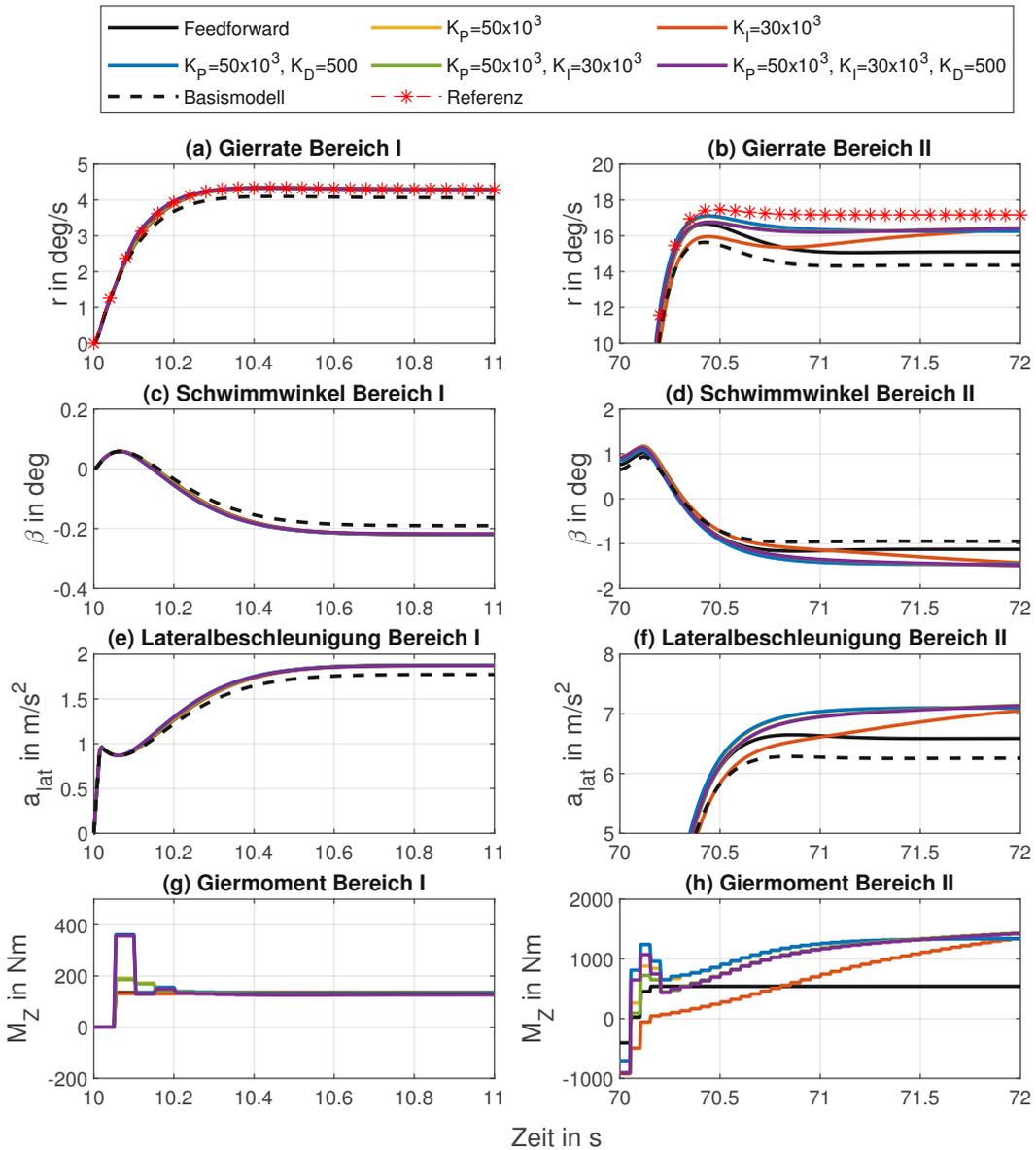


Abbildung 6.8: Darstellung im Bereich I (a) der Gierrate  $r$ , (c) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (e) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (g) des Gierrmoments  $M_z$  und im Bereich II (b) der Gierrate  $r$ , (d) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (f) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Gierrmoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für die Feedforward und Feedback Regelung mit PID-Regler

Step-Steer Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

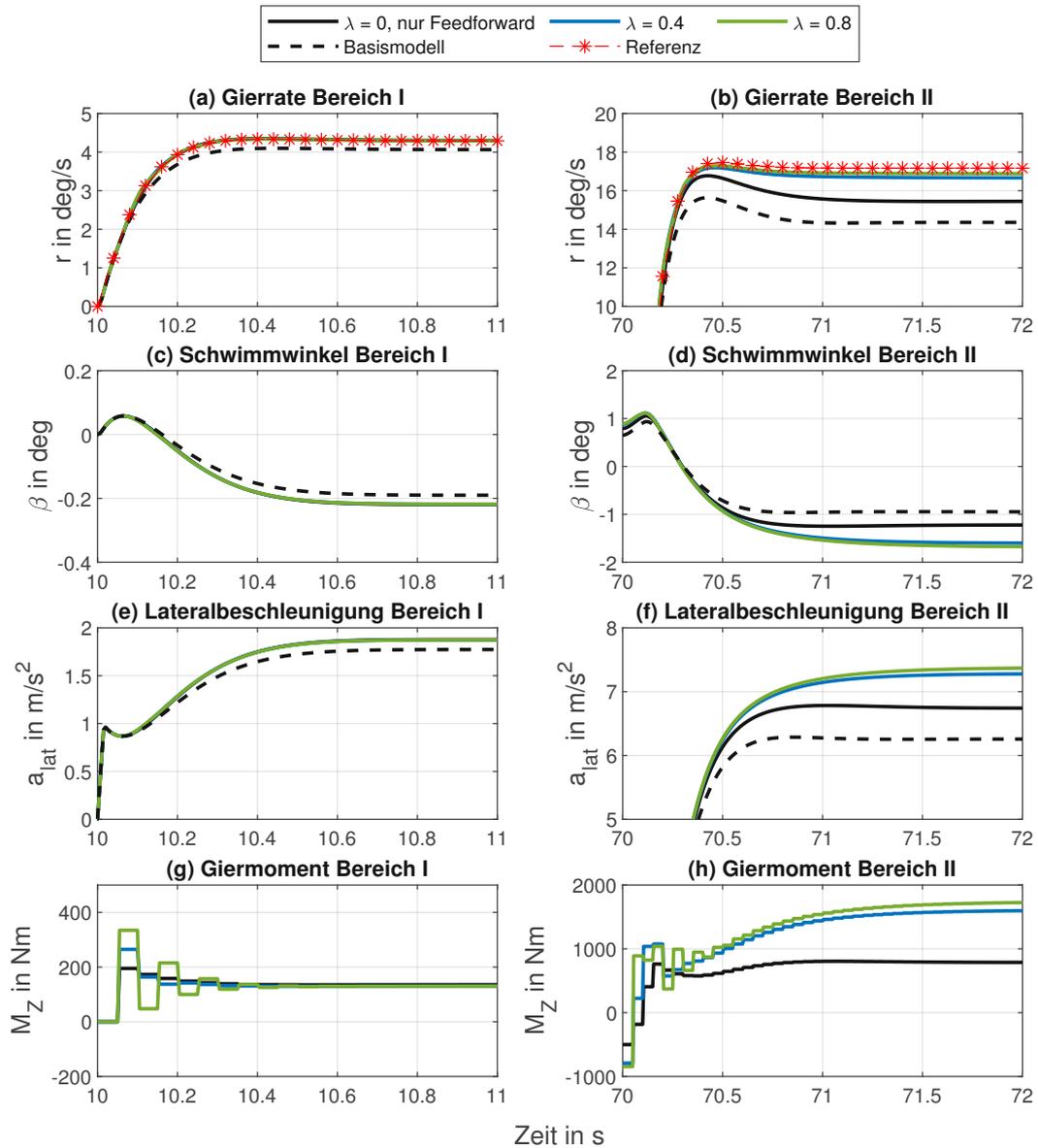


Abbildung 6.9: Darstellung im Bereich I (a) der Gierrate  $r$ , (c) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (e) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (g) des Gierrmoments  $M_z$  und im Bereich II (b) der Gierrate  $r$ , (d) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (f) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Gierrmoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für die Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Step-Steer Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

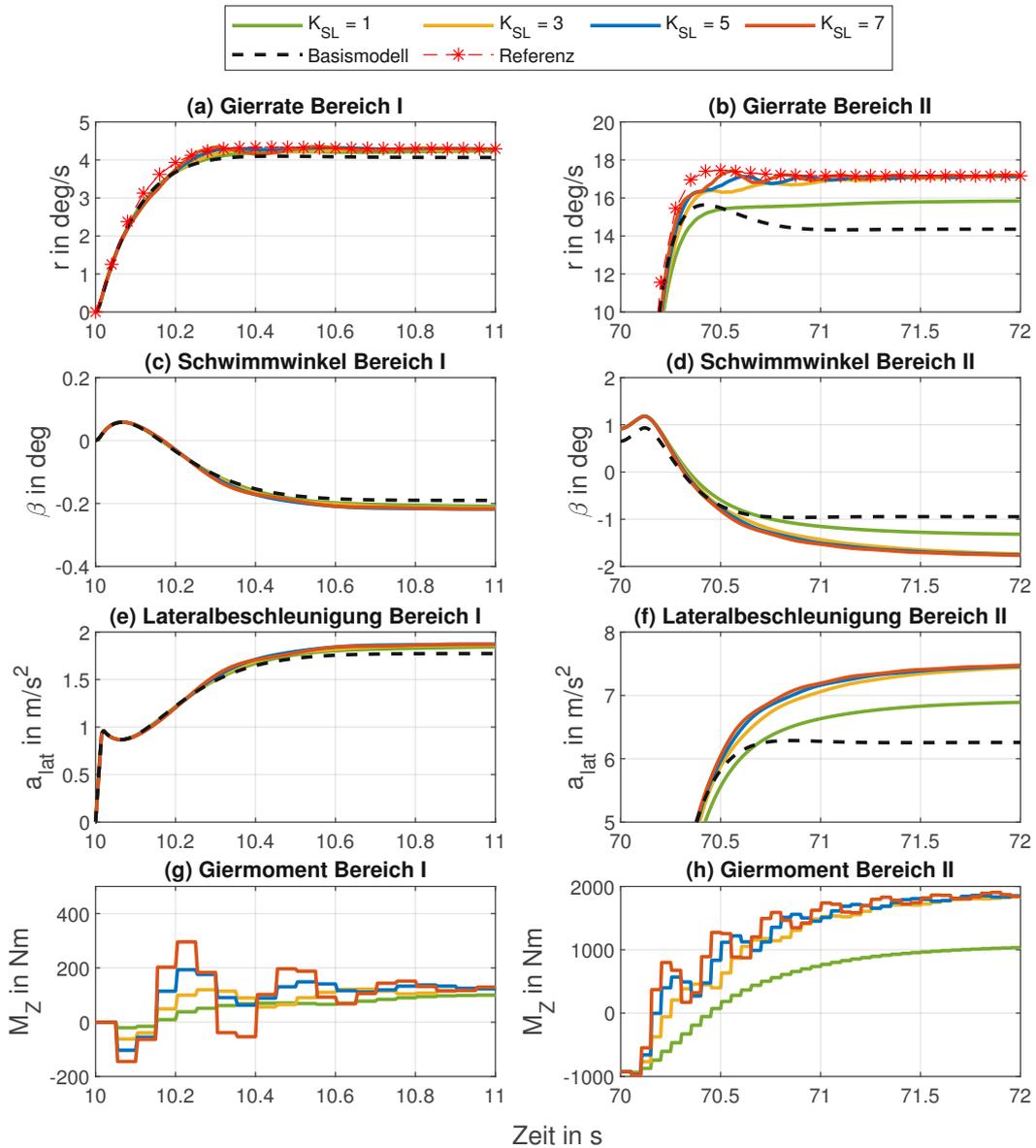


Abbildung 6.10: Darstellung im Bereich I (a) der Gierrate  $r$ , (c) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (e) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (g) des Giermoments  $M_z$  und im Bereich II (b) der Gierrate  $r$ , (d) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (f) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Giermoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für die Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

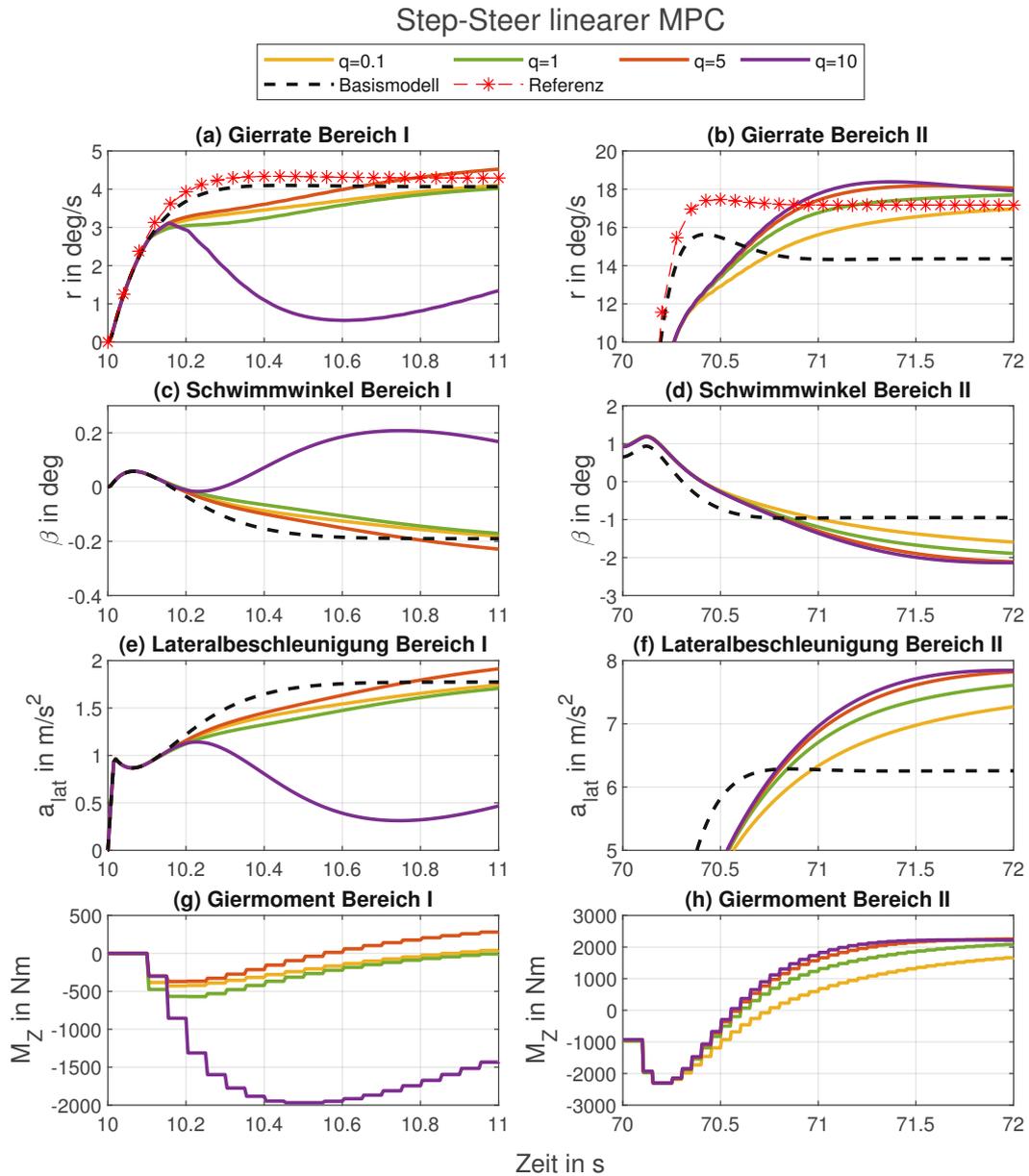


Abbildung 6.11: Darstellung im Bereich I (a) der Gierrate  $r$ , (c) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (e) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (g) des Gierrmoments  $M_z$  und im Bereich II (b) der Gierrate  $r$ , (d) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (f) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Gierrmoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für den linearen MPC

Step-Steer Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

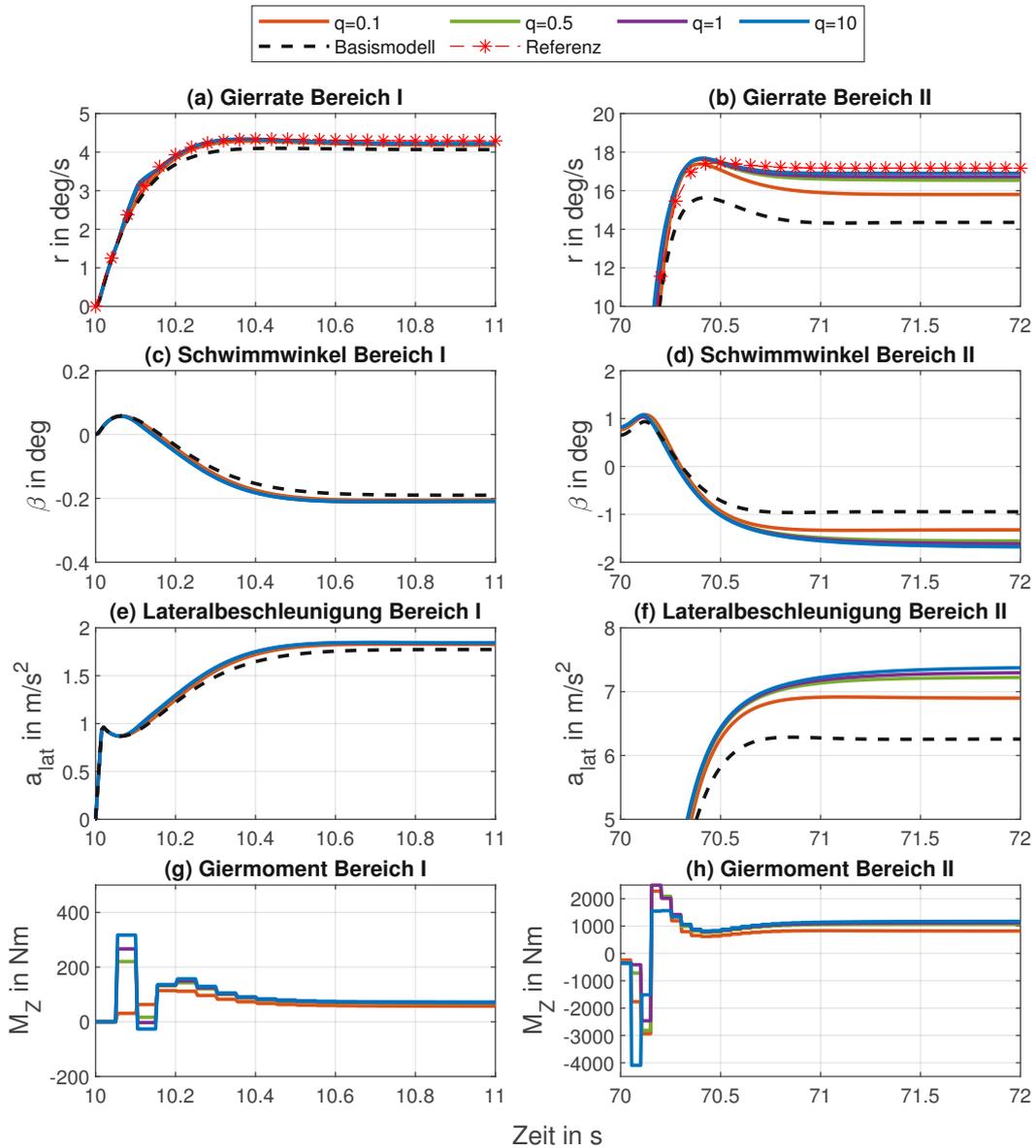


Abbildung 6.12: Darstellung im Bereich I (a) der Gierrate  $r$ , (c) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (e) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (g) des Giermoments  $M_z$  und im Bereich II (b) der Gierrate  $r$ , (d) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (f) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Giermoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90 \text{ km/h}$  für den nichtlinearen MPC

## 6.4 Sine-Sweep

Das Manöver des Sine-Sweeps soll die Frequenzantwort des Fahrzeugs über eine Spanne von einer sinusförmigen Lenkwinkeländerung mit einer Frequenz von 0 Hz bis 4 Hz untersuchen. Dabei wird 4 Hz gewählt, da dies die physische Maximalfrequenz darstellt, welche durch einen Fahrer aufgebracht werden kann. Dies wurde von Heydinger et al. in ihrer Veröffentlichung vorgestellt [46].

Die Amplitude des Lenkwinkels wird dabei aus der maximalen Gierrate errechnet. Hierbei sollen Gierraten von  $0.4r_{\max}$  erreicht werden. Nach einer Analyse der Lenkwinkelrampe wird dieser Wert festgelegt, um noch lineares Fahrverhalten bewerkstelligen zu können (vgl. A.5.1).  $r_{\max}$  folgt dabei aus (5.4) und aus der Steady-State-Gleichung. Für die Gierrate kann der Lenkwinkel  $\delta_{\text{Sine,max}}$  mit der Gleichung

$$\delta_{\text{Sine,max}} = \frac{(L + V^2 K_\delta)}{V} r_{\max} \quad (6.1)$$

berechnet werden. Dabei ist  $K_\delta$  der Untersteuergradient und wird mit  $0.5 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$  gewählt. Damit ist eine Abweichung im Amplitudengang des Bode-Diagramms erkennbar. Der resultierende Lenkwinkel beträgt 1.11 deg. Weiters werden die Abbildungen zu den Sine-Sweep Manövern der einzelnen Regelungen am Ende des Kapitels dargestellt.

### 6.4.1 Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Zu Beginn soll der Feedforward- und PID-Feedback-Regler untersucht werden. Dazu werden wieder die Parameter des Reglers nach Tabelle 6.1 adaptiert. Weiters werden Bode-Diagramm-Darstellungen diskutiert. Diese zeigen im oberen Bereich die Amplitudenverstärkung in dB und unterhalb die Phasenverschiebung in deg. Beide Diagramme werden über die Erregerfrequenz dargestellt.

Abbildung 6.13 (a) zeigt den Amplitudengang und die Phasenverschiebung von der Gierrate gegenüber dem Lenkwinkel. Da es sich hierbei um lineares Fahrzeugverhalten handelt, erkennbar an der Lateralbeschleunigung, welche  $4 \text{ m/s}^2$  nicht übersteigt, wird ein Großteil des Fahrverhaltens von der Feedforward Steuerung beeinflusst. Die Abweichung zur Referenz, welche etwas höhere Gierraten für den gleichen Lenkwinkel vorgibt, kann von allen Regelungen minimiert werden. Die Amplitude des Lenkwinkels nimmt ab und die Phase verringert sich ebenso. Die Amplitude der Lateralbeschleunigung, dargestellt in 6.13 (b), sinkt ebenfalls stark und erreicht bei 2 Hz ein Minimum von  $1.2 \text{ m}/(\text{deg s}^2)$  bevor diese wieder leicht ansteigt. Die Phase wird ebenso geringer, welches schon beim

Step-Steer Manöver auffällig war, da dort der Schwimmwinkelaufbau das Erreichen der quasi-statischen Lateralbeschleunigung verzögert hat. Die Amplitude des Schwimmwinkels, dargestellt in (c), nimmt leicht zu, und die Phase nimmt von  $-180$  deg (welches auf negative Werte hindeutet) ab auf knapp über  $-400$  deg, welches auf eine weitere Verzögerung des Schwimmwinkels hindeutet. Allerdings wird durch die Verzögerung des Schwimmwinkels auf etwa  $-360$  deg die Lateralbeschleunigung schneller erreicht und eilt bei 4 Hz dem Lenkwinkel vorraus. Die Amplitude des Giermoments (dargestellt in (d)) nimmt für Regelungen mit differenzierender Verstärkung zu, für Regelungen mit Proportionaler Verstärkung und ohne differenzierender Verstärkung nimmt es weniger stark zu und für Regelungen mit reinem integrierenden Anteil leicht ab. Dabei ähnelt die integrierende Verstärkung dem Verhalten der reinen Feedforward Steuerung. Dabei lässt sich erkennen, dass eine integrierende Verstärkung für den Ausgleich des Regelfehlers im quasi-statischen Bereich verantwortlich ist und die differenzierende Verstärkung den Fehler im dynamischen Übertragungsverhalten ausgleicht. Die Phasenverschiebung des Giermoments nimmt anfangs leicht zu und eilt dem Input vorraus, um anschließend abzunehmen und liegt bei 4 Hz zwischen  $-20$  deg und  $-60$  deg.

Dies bedeutet, dass der Feedforward Regler mit PID-Feedback das Ansprechen der Gierrate des Fahrzeuges erhöht wird, bei ähnlicher Phasenverschiebung wie das Basismodell und die Amplitude der Lateralbeschleunigung nimmt für niedrige Frequenzen zu und geht für höhere Frequenzen etwas zurück im Vergleich zum Basismodell. Die Phasenverschiebung verschiebt sich leicht in richtung negativer Werte für Frequenzen über 1 Hz, dies kann mit dem Schwimmwinkelaufbau begründet werden. Dies bedeutet, dass das Fahrzeug mit Regelungen im Vergleich zum Basismodell höhere Gierraten bei gleichzeitig etwas verzögerter Lateralbeschleunigung erreicht. Dieser Effekt wird auch als Zweiphasigkeit bezeichnet und hängt mit dem verzögerten Seitenkraftaufbau der Vorder- und Hinterachse und der daraus resultierenden Verzögerung zwischen Gierrate und Lateralbeschleunigung zusammen (vgl. [47]).

### 6.4.2 Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Als Nächstes wird der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung diskutiert. Die Parameter dieser Regelung werden nach Tabelle 6.3 variiert und in Folge die Auswirkungen auf das Fahrzeug bei diesem Manöver diskutiert.

In der Abbildung 6.14 (a) ist das Bode-Diagramm der Gierrate bezogen auf den Lenkwinkel für dargestellt. Die Verstärkung der Gierrate nähert sich für Werte von  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1.6$  und  $\lambda = 2.5$  dem der Verstärkung des Basismodells an. Bei  $\lambda = 0.4$  und  $\lambda = 0.8$  nimmt die Verstärkung für höhere Frequenzen leicht zu. Der Phasenwinkel sinkt für jede Rege-

lung um etwa 10 deg leicht ab. Die Amplitude der Lateralbeschleunigung steigt für tiefe Frequenzen im Vergleich zum Basismodell leicht an und sinkt für Frequenzen über 1.5 Hz knapp unter die Amplitude des Basismodells ab. Die Phase der Lateralbeschleunigung sinkt im Bereich um 1.5 Hz um etwa 5 deg bis 10 deg weiter ab als jene des Basismodells. Dies wurde bereits beim Step-Steer ersichtlich, dass für schnelle Lenkwinkeländerungen und aufgrund von der höheren Gierrate die Einschwingzeit der Lateralbeschleunigung zunimmt, dies wird hier durch eine etwas niedrigere Phase ersichtlich. Die Amplitude des Schwimmwinkels nimmt für niedrige Frequenzen um in etwa 0.1 zu, bei höheren Frequenzen nähert sich die Amplitude des Schwimmwinkels jener des Basismodells an. Die Phasen unterscheiden sich dabei kaum, von jenen des Basismodells. Die Amplituden der Gierrate steigen sich über den Frequenzbereich für  $\lambda = 0.4$  und  $\lambda = 0.8$  von 300 N m/deg auf fast 700 N m/deg. Für den reinen Feedforward-Anteil und für  $\lambda = 1.6$  und  $\lambda = 2.5$  steigt die Amplitude weniger stark an und erreicht bei hohen Frequenzen 450 N m/deg. Die Phase ist bei 0 Hz bei 0 deg und steigt für  $\lambda = 0.4$  und  $\lambda = 0.8$  leicht an, bevor diese auf Werte von  $-30$  deg bzw.  $-50$  deg absinkt. Für das reine Feedforward Moment und  $\lambda = 1.6$  und  $\lambda = 2.5$  sinkt die Phase direkt ab und erreicht Werte von in etwa  $-70$  deg.

Für die Auswirkungen auf das Fahrverhalten bedeutet dies, dass bei einer hohen Lenkfrequenz die Lateralbeschleunigung leicht abnimmt im Vergleich zum Basismodell, bei leicht erhöhter Gierrate. Dies kann auf die Änderung des Schwimmwinkels in diesem Bereich zurückgeführt werden. Allerdings sinkt die Phase der Gierrate im Vergleich zum Basismodell für hohe Frequenzen leicht ab, dadurch verzögert sich der Gierrataufbau in diesem Frequenzbereich.

### 6.4.3 Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

Die Parametrisierung der Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung wird wieder nach Tabelle 6.3 durchgeführt. Das Bode-Diagramm der Gierrate von dem Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung wird in Abb. 6.15 (a) dargestellt. Die Verstärkung der Gierrate kann mit steigendem  $K_{SL}$  länger gehalten werden, allerdings wird damit auch das Rauschen größer, welches durch die Taktrate der Elektromotoren in Zusammenspiel mit dieser Regelung entsteht (vgl. A.3). Zusätzlich ist ein Anteil bei 4 Hz durch die Einschwingphase des SOSM (vgl. Abbildung 6.10 (b)), diese abklingende Schwingung tritt auch beim Sine-Sweep auf und wirkt sich hier als Rauschen im höheren Frequenzbereich aus. Die Phase der Gierrate wird im Vergleich zum Basismodell kleiner bis je nach Parametrisierung zwischen 2 Hz und 3 Hz die Phase über jene des Basismodells ansteigt. Die Lateralbeschleunigung zeigt ebenfalls für steigendes  $K_{SL}$  ein erhöhtes Rauschen. Die Amplitude ist im Vergleich zum

Basismodell für niedrige Frequenzen leicht erhöht und sinkt zwischen 1.5 Hz und 2.5 Hz unter das Niveau des Basismodells ab, um anschließend für hohe Frequenzen ein leicht erhöhtes Niveau einzunehmen. Die Phase der Lateralbeschleunigung ist bis 2 Hz für den Sliding-Mode-Regler niedriger als jene des Basismodells und ab 2 Hz höher, bevor bei 4 Hz das Niveau des Basismodells erreicht wird. Die Amplitude des Schwimmwinkels nimmt für niedrige Frequenzen zu und sinkt zwischen 2 Hz und 3 Hz auf kleinere Amplituden im Vergleich zum Basismodell ab. Die Phasenverschiebung des Schwimmwinkels stellt ähnlich zu jener des Basismodells dar und zeigt keine Unterschiede, die hier behandelt werden sollen. Die Amplitude der Gierrate nimmt für steigende Frequenzen und für steigende  $K_{SL}$  zu. Zusätzlich nimmt mit  $K_{SL}$  auch das Rauschen zu. Die Phasenverschiebung zeigt für  $K_{SL} = 1$  einen kontinuierlichen Verlauf von 0 deg auf  $-200$  deg für hohe Frequenzen. Für höhere Werte von  $K_{SL}$  nimmt die Phasenverschiebung anfangs langsamer ab, bevor diese im Bereich zwischen 1.5 Hz und 2.5 Hz stark abfällt und sich jener von  $K_{SL} = 1$  annähert.

Die Amplitude der Gierratenreferenz kann für niedrige Frequenzen gehalten werden, für steigende Frequenzen wird der Abstand zur Referenz immer deutlicher. Dies ist vor allem für schnelle Lenkwinkeländerungen relevant, da in diesem Bereich das Fahrzeug weniger Gierrate als das Basismodell aufweist. Damit diese Regelung sinnvoll verwendet werden kann, sollte ebenfalls die Taktrate erhöht werden, damit das Rauschen reduziert wird.

### 6.4.4 Lineare Modellprädiktive Regelung

Der lineare modellprädiktive Regler bildet den ersten Vertreter der modellprädiktiven Regelungen. Hierzu wird wieder die Gewichtung von der Gierrate nach Tab. 6.6 variiert, zudem wird die Taktrate mit 20 Hz und der Prädiktionshorizont gleich dem Regelungshorizont mit 10 gewählt. Die Skalierungen der Y-Achsen sind für den linearen MPC in den Bode-Diagrammen im Vergleich zu den anderen Regelungen angepasst, um den gesamten Wertebereich darzustellen.

Abbildung 6.16 zeigt in (a) das Bode-Diagramm der Gierrate. Zu erkennen ist, dass die Amplitudenverstärkung niedriger ist als jene des Basismodells. Weiters zeigt die Phasenverschiebung anfangs einen steilen Abfall, um sich in weiterer Folge zu stabilisieren und bei 4 Hz um in etwa 10 deg über der Referenz zu liegen zu kommen. Es fällt starkes Rauschen der Amplitude und der Phasen des LMPC auf. Dies liegt an der Änderungsrate des Gierratenmoments (beschränkt mit 20 Hz), um dieses Rauschen zu reduzieren ist entweder eine Steigerung der Taktrate der Elektromotoren und es MPCs notwendig (vgl. A.5.2) oder die Gewichtung der Abweichung der Gierrate ist zu reduzieren, dies erhöht jedoch

die Gierratenabweichung. Bei der Amplitude der Lateralbeschleunigung zeigt sich ein ähnliches Bild, diese nimmt ebenfalls bei niedrigen Frequenzen stark ab, um ab 2 Hz sich der Verstärkung des Basismodells anzunähern. Die Phase nimmt anfangs ebenfalls stark ab und liegt unter jener des Basismodells ab 0.7 Hz nimmt diese zu und steigt über das Niveau des Basismodells an und nähert sich bei hohen Frequenzen wieder jener des Basismodells an. Die Amplitude des Schwimmwinkels nimmt für niedrige Frequenzen zu und fällt für Werte über 0.5 Hz unter die Amplitude des Basismodells. Die Phase sinkt bei niedrigen Frequenzen stark ab und weicht von jener des Basismodells ab, um ab 1.5 Hz sich der Phasenverschiebung des Basismodells anzunähern. Die Amplitude des Giermoments steigt bei niedrigen Frequenzen auf über 2000 N m/deg an, um sich in weiterer Folge bei in etwa 1000 N m/deg einzupendeln und annähernd konstant zu bleiben. Die Phase nimmt langsam von 0 deg bis  $-200$  deg ab.

Durch die Abnahme der Amplitude der Gierrate über den gesamten Frequenzbereich ist das Fahrzeug weniger agil und wird durch die lineare modellprädiktive Regelung für den unteren Frequenzbereich verlangsamt. Dies zeigt sich im Phasendiagramm, da hier die Phase rapide abfällt und damit die Verzögerung zwischen Lenkeinschlag und Fahrzeugreaktion zunimmt.

### 6.4.5 Nichtlineare Modellprädiktive Regelung

Die nichtlineare modellprädiktive Regelung stellt die letzte zu untersuchende Regelung bei diesem Manöver dar. Der Gewichtungparameter der Gierrate wird wieder nach Tabelle 6.8 variiert und die restlichen Gewichtungen der Kostenfunktion konstant gehalten. Weiters wird der Prädiktionshorizont gleich dem Regelungshorizont sowie die Taktrate ident zu den Werten des linearen MPCs gewählt.

Abbildung 6.17 zeigt das Bode-Diagramm für die Gierrate in (a) in Bezug auf den Lenkwinkel. Die Amplitudenverstärkung übersteigt im hohen Frequenzbereich für steigende Gewichtung von  $r$  in der Kostenfunktion die Verstärkung der Referenzgierrate, zusätzlich ist ein Rauschen erkennbar. Dies liegt an der Taktrate des MPCs und der Elektromotoren in Kombination mit dem Solver der Simulation (vgl. A.5.3). Die Phase der Gierrate verhält sich ähnlich zu jener der Referenz und des Basismodells und liegt für den oberen Frequenzbereich leicht über der Phase des Basismodells. Die Amplitude der Lateralbeschleunigung steigt für den unteren Frequenzbereich an, dabei ist bei der hier untersuchten Parametrisierung kein Unterschied erkennbar. Die Phase der Lateralbeschleunigung verhält sich ähnlich zu jener des Basismodells bis in etwa 1.5 Hz und verringert sich dann im Vergleich zum Basismodell leicht. Die Amplitude des Schwimm-

## 6 Analyse der Regelkonzepte

winkels ist für den unteren Frequenzbereich etwas höher als jene des Basismodells und nähert sich dieser im oberen Frequenzbereich an. Die Phase ist dabei etwas höher als jene des Basismodells über den gesamten Frequenzbereich, außer für  $q = 0.1$ . Bei dieser Parametrisierung sinkt die Phase im oberen Frequenzbereich unter jener des Basismodells. Die Amplitude des Giermoments steigt für höhere Frequenzen an und das Rauschen nimmt mit steigendem  $q$  zu. Bei  $q = 0.1$  sinkt die Amplitude für das Giermoment zwischen 1 Hz und 2.5 Hz bevor diese für den hohen Frequenzbereich ansteigt. Die Phase entwickelt sich mit leicht positivem, beinahe konstantem Wert für  $0.5 \leq q \leq 10$ . Bei  $q = 0.1$  sinkt die Phase ab 2 Hz stark ab.

Die Fahrdynamik wird dahingehend beeinflusst, dass die Gierrate für jeden Frequenzbereich über jener der Referenz zu liegen kommt, damit ist für geringen Lenkeinschlag über den gesamten Frequenzbereich eine höhere Gierrate zu erwarten, als die Referenz vorgibt. Dazu ist die Lateralbeschleunigung für niedrige Frequenzen erhöht, bei gleicher Phase und etwas größerem Schwimmwinkel. Somit fährt das Fahrzeug für den gleichen Lenkeinschlag eine engere Kurve als das Basismodell bei gleicher Phase, dies kann in einem Ausweichmanöver von Vorteil sein, da mit weniger Lenkwinkel das Fahrzeug dem Hindernis bereits ausweichen kann.

Bode-Diagramme der FF und FB-Regelung mit PID-Regler

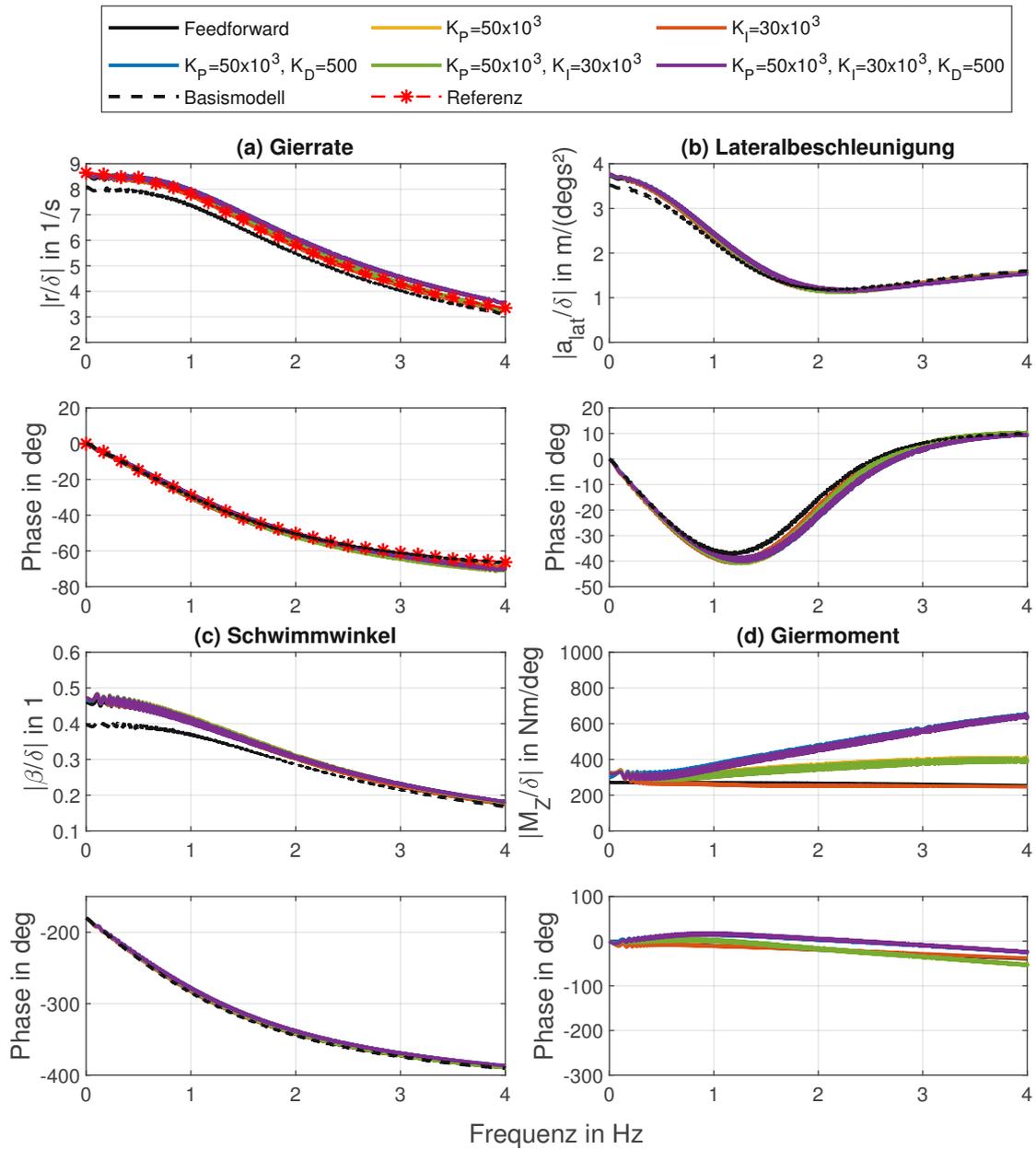


Abbildung 6.13: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90 \text{ km/h}$  und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von der Feedforward und Feedback-Regelung mit PID-Regler

Bode-Diagramme der Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

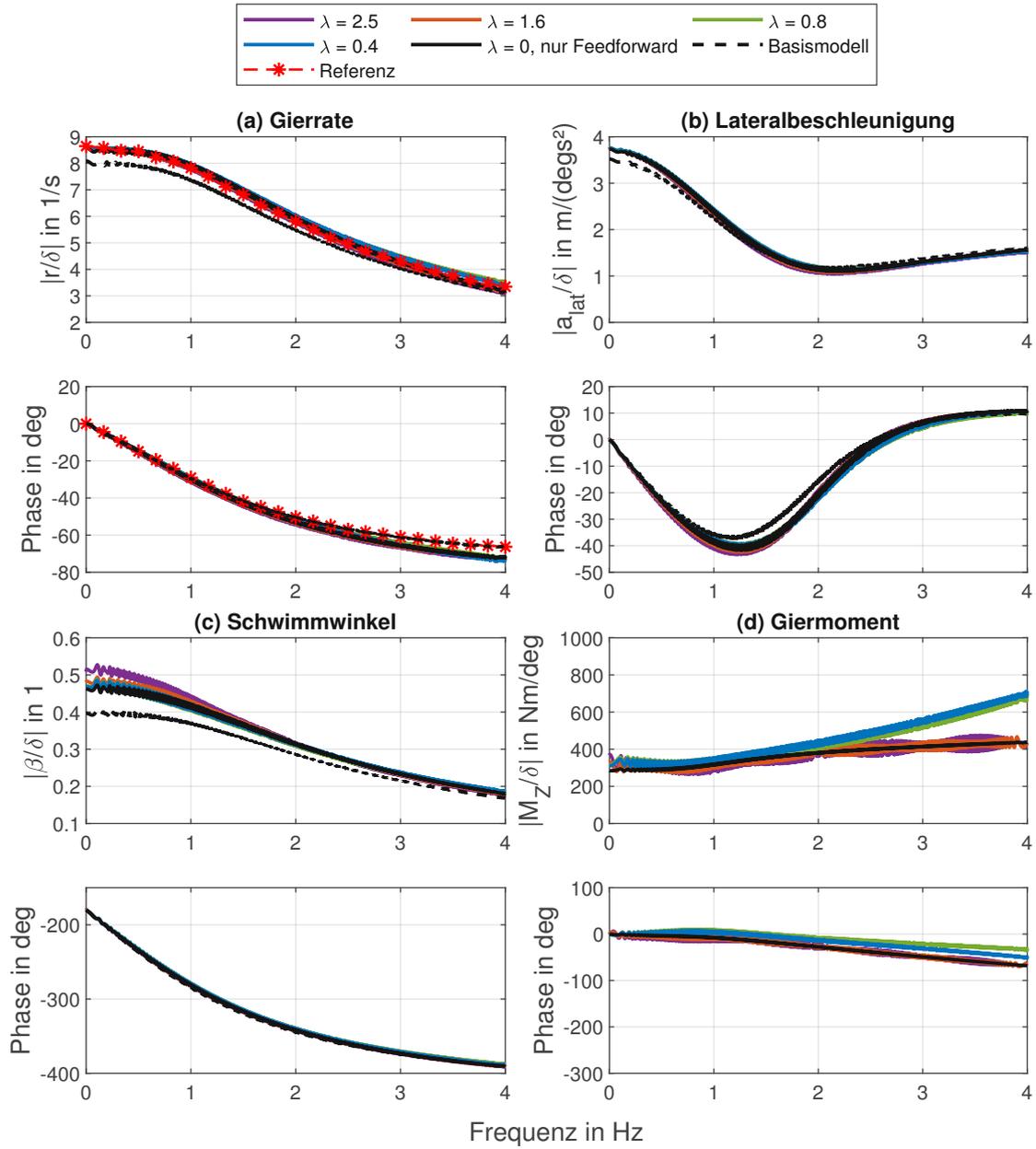


Abbildung 6.14: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von der Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Bode-Diagramme der Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

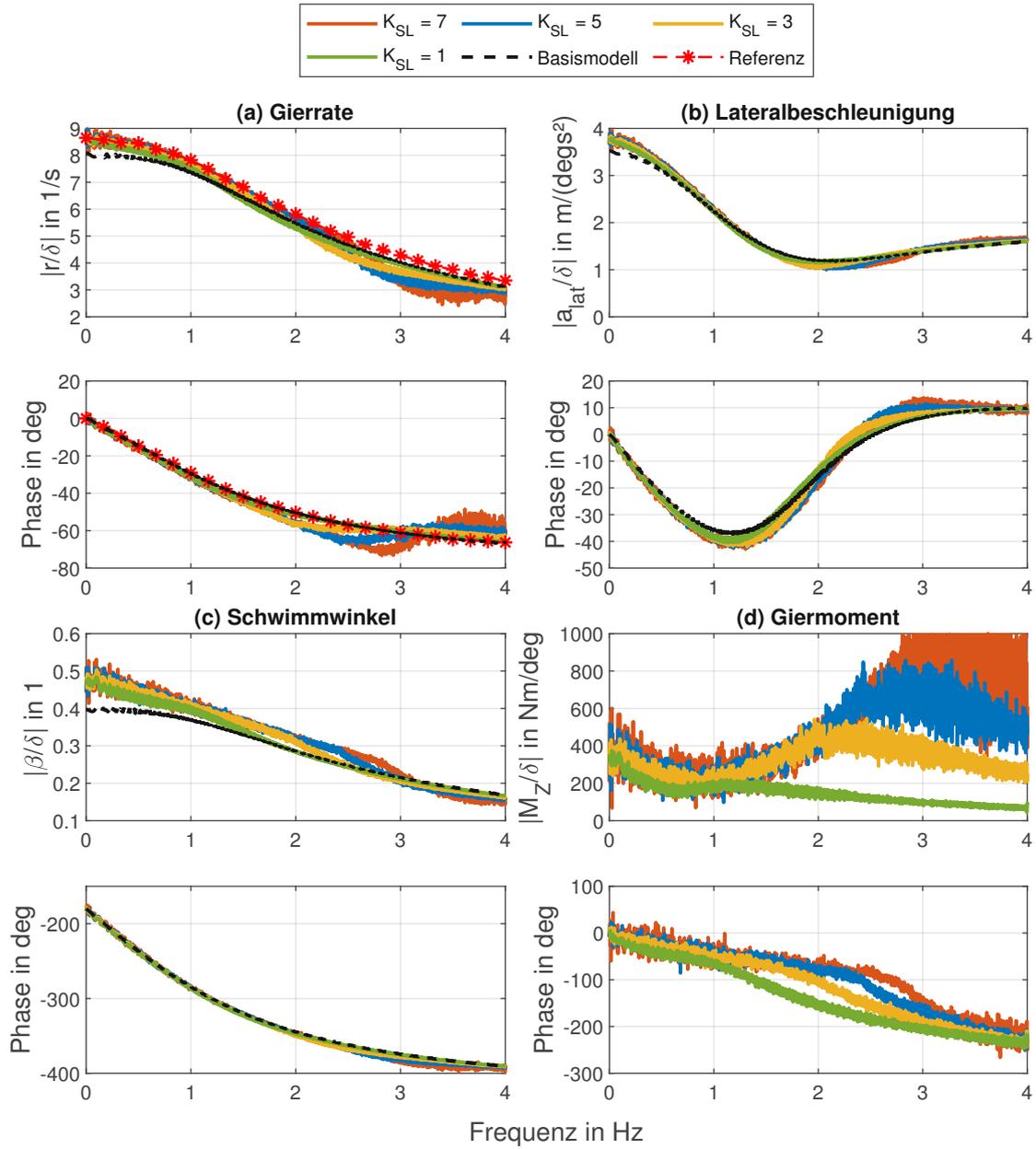


Abbildung 6.15: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von der Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

Bode-Diagramme des linearen MPCs

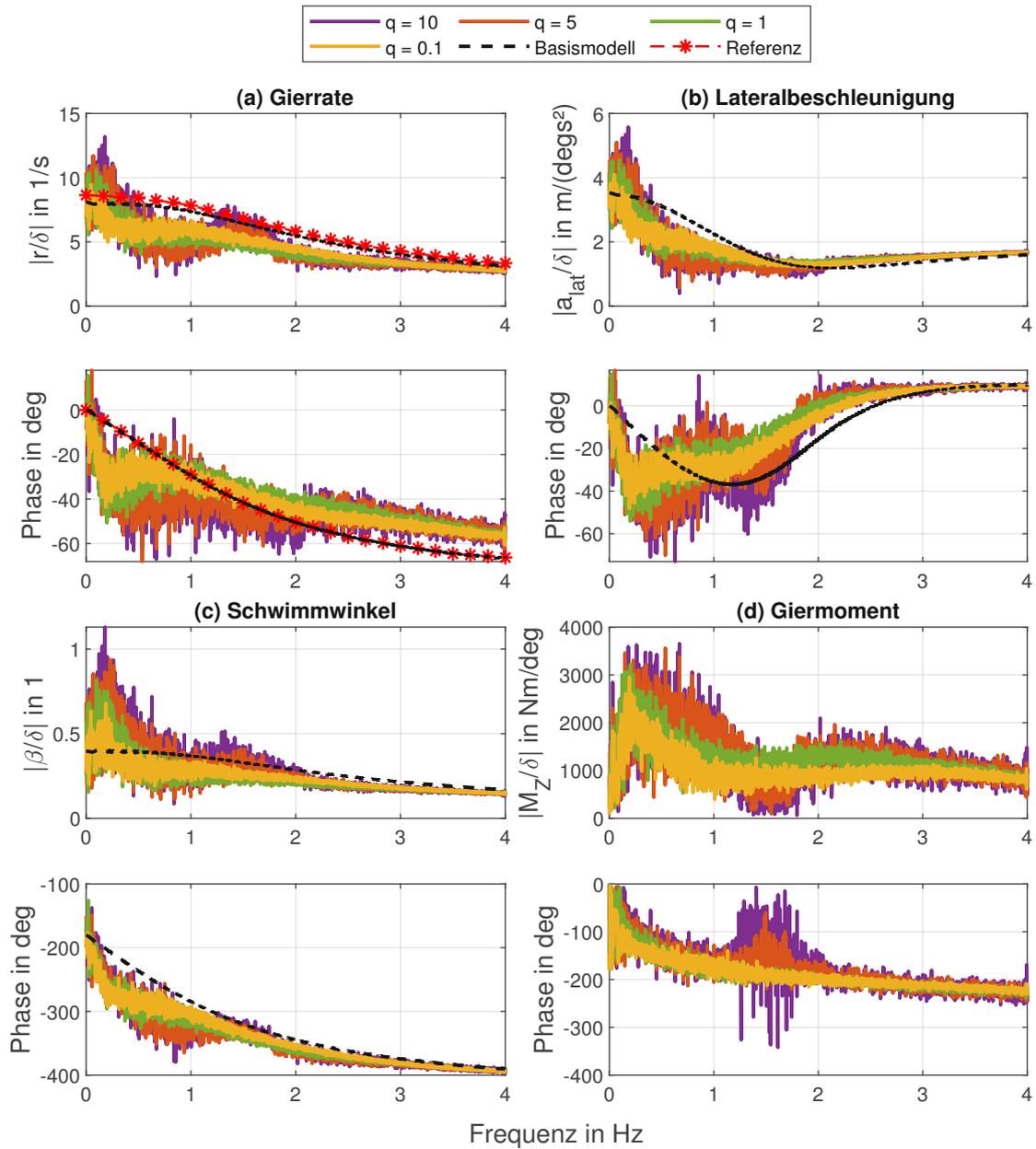


Abbildung 6.16: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von dem linearen MPC

Bode-Diagramme des nichtlinearen MPCs

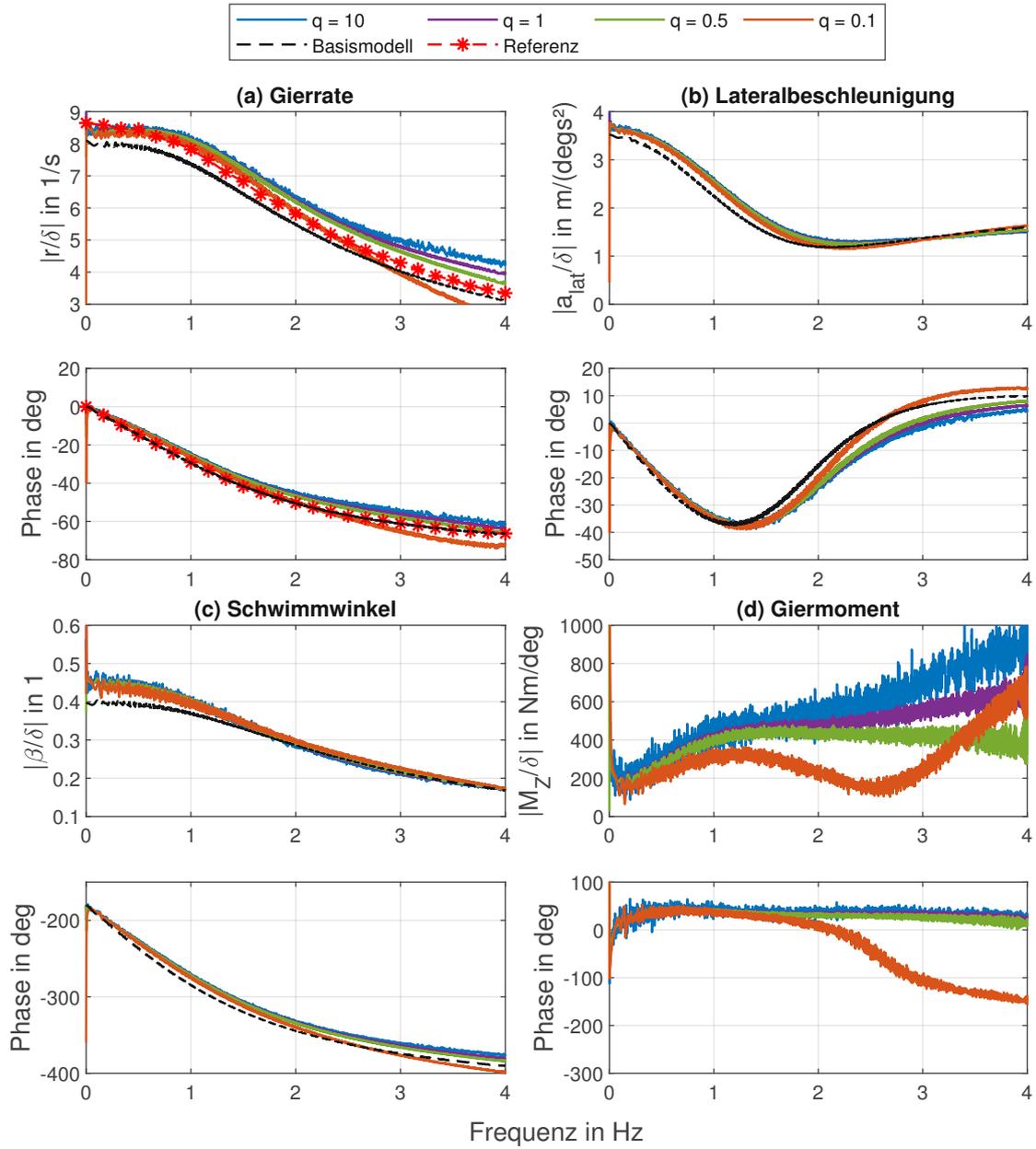


Abbildung 6.17: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von dem nichtlinearen MPC

## 7 Conclusio und Ausblick

Die untersuchten Fahrmanöver zeigen die Unterschiede der Regelungen auf. Dabei werden durch Simulationen Stärken und Schwächen herausgearbeitet und diskutiert. Zusätzlich wird der Einfluss der Parametrisierung und die Auswirkungen auf das Fahrverhalten und der Regelung analysiert. Der Unterschied zwischen linearen und nichtlinearen Modellbildungen wird herausgearbeitet. Ein markanter Unterschied, der bisher unerwähnt blieb, ist die Simulationszeit. Der NMPC erfordert mit Abstand die längste Simulationszeit. Sollte diese Regelung für ein Fahrzeug in Betracht gezogen werden, ist eine Optimierung der Berechnungsdauer unbedingt erforderlich, um diesen in Echtzeit betreiben zu können. Lineare Regelungen brauchen aufgrund ihres simpleren Aufbaus deutlich weniger Zeit, um die Stellgrößen zu berechnen.

Die Feedforward und Feedback-Regelung mit PID hat drei Größen zur Verfügung, um die Dynamik der Regelung abzustimmen. Der Feedforward-Anteil soll das statische Übertragungsverhalten annähern und berechnet sich direkt über die Parametrisierung des Fahrzeugs. Die Abweichung zur Referenz kann für jedes Manöver minimiert werden, allerdings muss hier die Wahl der Regelungsparameter derart getroffen werden, damit das System nicht destabilisiert wird. Die zweite untersuchte Regelung mit Feedforward-Anteil ist der FOSM, dieser zeigt für Ramp-Steer und Sine-Sweep nur wenig Chattering. Beim Step-Steer Manöver, darf der Regelungsparameter  $\lambda$  nicht zu groß gewählt werden, da sonst Chattering mit einer hohen Amplitude auftritt und das Fahrverhalten negativ beeinflusst. Der SOSM hat dieses Problem nicht, allerdings wird durch die Beschränkung der Taktrate ein Rauschen im Sine-Sweep erkennbar, welches auch schon im Ramp-Steer Manöver zu einer Beschränkung des Reglerparameters  $K_{SL}$  geführt hat. Die Sliding-Mode-Regelungen sind durch die hier vorgegebene Taktrate in der Einstellung etwas beschränkt und würden von einer Steigerung dieser profitieren.

Der lineare MPC ist der komplexeste lineare Regler, der in der vorliegenden Arbeit untersucht wurde. Trotz vergleichsweise langer Berechnungszeit ist die Abweichung von Soll- und Istgröße für die Manöver Step-Steer und Sine-Sweep hoch im Vergleich

zu den anderen Regelungen. Zusätzlich wird die Dynamik des Basismodells verlangsamt. Allerdings bietet dieser Regler durch die Einführung von Beschränkungen die Möglichkeit, nicht modellierte Systemdynamiken und Grenzbereiche von Kräften durch die Beschränkungen zu berücksichtigen. Dadurch kann die Regelung ein nichtlineares System im stabilen Bereich halten, obwohl diese Dynamiken nur über die Beschränkungen berücksichtigt werden und in der Modellierung vernachlässigt wurden.

Der NMPC benötigt zur Berechnung der Stellgrößen am längsten, beinhaltet aber auch ein nichtlineares Fahrzeug- und Reifenmodell. Die Regelung kann sowohl für den Step-Steer als auch für den Ramp-Steer das System stabilisieren und die Abweichung zur Referenz minimieren. Bei dem Sine-Sweep Manöver wird ein Rauschen erkennbar, welches wieder auf die Taktrate bzw. eine zu aggressive Einstellung des Reglers zurückzuführen ist. Durch die Modellierung der Nichtlinearität des Modells können viele Effekte berücksichtigt werden und der Regler stabilisiert daher das Fahrzeug im Grenzbereich ohne Beschränkungen. Dadurch war der Einstellprozess dieses Reglers kürzer und simpler im Vergleich zu den linearen Regelungen, die etwas mehr Simulationen benötigen haben, um Parametrisierungen zu finden, die das System nicht destabilisieren.

Der Einsatz der Regelung ist sowohl von der Formulierung des Problems als auch von der Implementierung am Fahrzeug abhängig. Zweiteres konnte in der vorliegenden Arbeit nicht überprüft werden und würde für weitere Untersuchungen einen essenziellen Bestandteil bilden. Dazu wären die vorgestellten Manöver von einem Testfahrzeug durchzuführen, um einen noch genaueren Einblick in die Arbeitsweise und die Stabilität der Regelungen zu bekommen. Mit Hilfe dieser Daten könnte eine noch exaktere Analyse und Modellvalidierung durchgeführt werden.

Die Forschung auf dem Gebiet der Lateraldynamik konzentriert sich neben der Fahrsicherheit auch auf die Energieeffizienz, da hier ebenfalls große Einsparungspotentiale gegeben sind. Adaptive Regelungen zeigen für zukünftige Lösungen interessante Perspektiven. Diese können situationsabhängig das Fahrzeug mit unterschiedlichen Regelzielen steuern, um sowohl die Fahrsicherheit als auch die Energieeffizienz zu steigern. Zusätzlich wird für das autonome Fahren ein tiefgreifendes Verständnis der Fahrdynamik notwendig sein, um hier regelungsbasiert zielgerichtet eingreifen zu können.

# Literatur

- [1] *Verkaufsverbot für neue Benzin- und Dieselfahrzeuge ab 2035 – Was bedeutet das?*, de, <https://www.europarl.europa.eu/news/de/headlines/economy/20221019STO44572/verkaufsverbot-fur-neue-benzin-und-dieselfahrzeuge-ab-2035-was-bedeutet-das>, besucht am: 22.09.2023, Nov. 2022.
- [2] *Allradtechnik: Was steckt hinter Torque-Vectoring?*, de, Nov. 2020.
- [3] L. De Novellis, A. Sorniotti, P. Gruber und A. Pennycott, „Comparison of Feedback Control Techniques for Torque-Vectoring Control of Fully Electric Vehicles“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 63, Nr. 8, S. 3612–3623, Okt. 2014, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [4] L. Zhang, H. Ding, Y. Huang, H. Chen, K. Guo und Q. Li, „An Analytical Approach to Improve Vehicle Maneuverability via Torque Vectoring Control: Theoretical Study and Experimental Validation“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 68, Nr. 5, S. 4514–4526, Mai 2019, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [5] H. Zhao, B. Gao, B. Ren und H. Chen, „Integrated control of in-wheel motor electric vehicles using a triple-step nonlinear method“, *Journal of the Franklin Institute*, Jg. 352, Nr. 2, S. 519–540, 2015.
- [6] G. Warth, M. Frey und F. Gauterin, „Design of a central feedforward control of torque vectoring and rear-wheel steering to beneficially use tyre information“, *Vehicle System Dynamics*, Jg. 58, Nr. 12, S. 1789–1822, Dez. 2020, Publisher: Taylor & Francis eprint: <https://doi.org/10.1080/00423114.2019.1647345>.
- [7] H. Pacejka, *Tire and Vehicle Dynamics (Third Edition)*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1. Jan. 2012.
- [8] J.-X. Wang, N. Chen, D.-W. Pi und G.-D. Yin, „Agent-based coordination framework for integrated vehicle chassis control“, en, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Jg. 223, Nr. 5, S. 601–621, Mai 2009, Publisher: IMECHE.

## Literatur

- [9] H. Mirzaeinejad, M. Mirzaei und S. Rafatnia, „A novel technique for optimal integration of active steering and differential braking with estimation to improve vehicle directional stability“, en, *ISA Transactions*, Jg. 80, S. 513–527, Sep. 2018.
- [10] R. Isermann, *Fahrdynamik-Regelung*, 1. Aufl. Vieweg, Sep. 2006.
- [11] V. Mazzilli, S. De Pinto, L. Pascali, M. Contrino, F. Bottiglione, G. Mantriota, P. Gruber und A. Sorniotti, „Integrated chassis control: Classification, analysis and future trends“, en, *Annual Reviews in Control*, Jg. 51, S. 172–205, 2021.
- [12] G. Kaiser, F. Holzmann, B. Chretien, M. Korte und H. Werner, „Torque Vectoring with a feedback and feed forward controller - applied to a through the road hybrid electric vehicle“, in *2011 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, ISSN: 1931-0587, Juni 2011, S. 448–453.
- [13] Z. Liang, J. Zhao, Z. Dong, Y. Wang und Z. Ding, „Torque Vectoring and Rear-Wheel-Steering Control for Vehicle’s Uncertain Slips on Soft and Slope Terrain Using Sliding Mode Algorithm“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 69, Nr. 4, S. 3805–3815, Apr. 2020, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [14] L. Zhang, H. Ding, J. Shi, Y. Huang, H. Chen, K. Guo und Q. Li, „An Adaptive Backstepping Sliding Mode Controller to Improve Vehicle Maneuverability and Stability via Torque Vectoring Control“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 69, Nr. 3, S. 2598–2612, März 2020, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [15] T. Goggia, A. Sorniotti, L. De Novellis, A. Ferrara, P. Gruber, J. Theunissen, D. Steenbeke, B. Knauder und J. Zehetner, „Integral Sliding Mode for the Torque-Vectoring Control of Fully Electric Vehicles: Theoretical Design and Experimental Assessment“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 64, Nr. 5, S. 1701–1715, Mai 2015, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [16] S. Chang und T. J. Gordon, „A flexible hierarchical model-based control methodology for vehicle active safety systems“, *Vehicle System Dynamics*, Jg. 46, Nr. sup1, S. 63–75, Sep. 2008, Publisher: Taylor & Francis .eprint: <https://doi.org/10.1080/00423110701882306>.
- [17] E. Mousavinejad, Q.-L. Han, F. Yang, Y. Zhu und L. Vlacic, „Integrated control of ground vehicles dynamics via advanced terminal sliding mode control“, *Vehicle System Dynamics*, Jg. 55, Nr. 2, S. 268–294, Feb. 2017, Publisher: Taylor & Francis .eprint: <https://doi.org/10.1080/00423114.2016.1256489>.

- [18] *CasADi*.
- [19] G. Vasiljevic und S. Bogdan, „Model predictive control based torque vectoring algorithm for electric car with independent drives“, in *2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, Juni 2016, S. 316–321.
- [20] Y. Ren, L. Zheng und A. Khajepour, „Integrated model predictive and torque vectoring control for path tracking of 4-wheel-driven autonomous vehicles“, *IET Intelligent Transport Systems*, Jg. 13, Jan. 2019.
- [21] T. A. Johansen und T. I. Fossen, „Control allocation—A survey“, en, *Automatica*, Jg. 49, Nr. 5, S. 1087–1103, Mai 2013.
- [22] E. Siampis, E. Velenis und S. Longo, „Rear wheel torque vectoring model predictive control with velocity regulation for electric vehicles“, *Vehicle System Dynamics*, Jg. 53, Nr. 11, S. 1555–1579, Nov. 2015, Publisher: Taylor & Francis \_eprint: <https://doi.org/10.1080/00423114.2015.1064972>.
- [23] F. Borrelli, A. Bemporad, M. Fodor und D. Hrovat, „An MPC/hybrid system approach to traction control“, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Jg. 14, Nr. 3, S. 541–552, Mai 2006, Conference Name: IEEE Transactions on Control Systems Technology.
- [24] P. O. M. Scokaert und J. B. Rawlings, „Feasibility issues in linear model predictive control“, en, *AIChE Journal*, Jg. 45, Nr. 8, S. 1649–1659, 1999, \_eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aic.690450805>.
- [25] E. Siampis, E. Velenis, S. Gariuolo und S. Longo, „A Real-Time Nonlinear Model Predictive Control Strategy for Stabilization of an Electric Vehicle at the Limits of Handling“, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Jg. 26, Nr. 6, S. 1982–1994, Nov. 2018, Conference Name: IEEE Transactions on Control Systems Technology.
- [26] R. Hajiloo, M. Abroshan, A. Khajepour, A. Kasaiezadeh und S.-K. Chen, „Integrated Steering and Differential Braking for Emergency Collision Avoidance in Autonomous Vehicles“, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Jg. 22, Nr. 5, S. 3167–3178, Mai 2021, Conference Name: IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.
- [27] L. Svensson, M. Bujarbaruah, N. R. Kapania und M. Törngren, „Adaptive Trajectory Planning and optimization at Limits of Handling“, in *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, ISSN: 2153-0866, Nov. 2019, S. 3942–3948.

## Literatur

- [28] J. L. Vázquez, M. Brühlmeier, A. Liniger, A. Rupenyan und J. Lygeros, „Optimization-Based Hierarchical Motion Planning for Autonomous Racing“, in *2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, ISSN: 2153-0866, Okt. 2020, S. 2397–2403.
- [29] A. Jain und M. Morari, „Computing the racing line using Bayesian optimization“, in *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, ISSN: 2576-2370, Dez. 2020, S. 6192–6197.
- [30] H. Peng, W. Wang, C. Xiang, L. Li und X. Wang, „Torque Coordinated Control of Four In-Wheel Motor Independent-Drive Vehicles With Consideration of the Safety and Economy“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 68, Nr. 10, S. 9604–9618, Okt. 2019, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [31] W. Zhang, Z. Wang, L. Drugge und M. Nybacka, „Evaluating Model Predictive Path Following and Yaw Stability Controllers for Over-Actuated Autonomous Electric Vehicles“, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 69, Nr. 11, S. 12 807–12 821, Nov. 2020, Conference Name: IEEE Transactions on Vehicular Technology.
- [32] M. Metzler, D. Tavernini, P. Gruber und A. Sorniotti, „On Prediction Model Fidelity in Explicit Nonlinear Model Predictive Vehicle Stability Control“, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Jg. 29, Nr. 5, S. 1964–1980, Sep. 2021, Conference Name: IEEE Transactions on Control Systems Technology.
- [33] „Regulation No 13-H of the Economic Commission for Europe of the United Nations (UN/ECE) — Uniform provisions concerning the approval of passenger cars with regard to braking [2015/]“, en,
- [34] Y. Guo, H. Guo, Z. Yin, M. Cui und H. Chen, „Vehicle Lateral Stability Controller Design for Critical Running Conditions using NMPC Based on Vehicle Dynamics Safety Envelope“, in *2019 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, ISSN: 2158-1525, Mai 2019, S. 1–8.
- [35] Z. Li, P. Wang, S. Cai, X. Hu und H. Chen, „NMPC-based controller for vehicle longitudinal and lateral stability enhancement under extreme driving conditions“, en, *ISA Transactions*, Jg. 135, S. 509–523, Apr. 2023.
- [36] P. Tsiotras, E. Velenis und M. Sorine, „A LuGre Tire Friction Model With Exact Aggregate Dynamics“, en, *Vehicle System Dynamics*, Jg. 42, Nr. 3, S. 195–210, Dez. 2004.

## Literatur

- [37] E. Mikuláš, M. Gulan und G. Takács, „Model Predictive Torque Vectoring Control for a Formula Student Electric Racing Car“, in *2018 European Control Conference (ECC)*, Juni 2018, S. 581–588.
- [38] C. Hametner und S. Jakubek, *Zustandsregelung von Mehrgrößensystemen*. Vienna: Institut für Mechanik und Mechatronik, Feb. 2020.
- [39] A. Ferrara, *Sliding Mode Control of Vehicle Dynamics*. Stevenage: IET - The Institution of Engineering und Technology, 1. Jan. 2017.
- [40] V. Utkin und H. Lee, „CHATTERING PROBLEM IN SLIDING MODE CONTROL SYSTEMS“, en, *IFAC Proceedings Volumes*, 2nd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems, Jg. 39, Nr. 5, S. 1, Jan. 2006.
- [41] G. Park, K. Han, K. Nam, H. Kim und S. B. Choi, „Torque Vectoring Algorithm of Electronic-Four-Wheel Drive Vehicles for Enhancement of Cornering Performance“, en, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Jg. 69, Nr. 4, S. 3668–3679, Apr. 2020.
- [42] G. Bartolini, A. Ferrara und E. Usai, „Output tracking control of uncertain nonlinear second-order systems“, en, *Automatica*, Jg. 33, Nr. 12, S. 2203–2212, Dez. 1997.
- [43] M. Canale, L. Fagiano, A. Ferrara und C. Vecchio, „Vehicle Yaw Control via Second-Order Sliding-Mode Technique“, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 55, Nr. 11, S. 3908–3916, Nov. 2008, Conference Name: IEEE Transactions on Industrial Electronics.
- [44] R. V. E. S. C. DIN-Normenausschuss Automobiltechnik (NAAutomobil), *Straßenfahrzeuge; Testverfahren für querdynamisches Übertragungsverhalten; Identisch mit ISO 7401:1988*, Berlin, Apr. 1989.
- [45] C. Bohn und D. Atherton, „An analysis package comparing PID anti-windup strategies“, *IEEE Control Systems Magazine*, Jg. 15, Nr. 2, S. 34–40, Apr. 1995, Conference Name: IEEE Control Systems Magazine.
- [46] G. J. Heydinger, W. R. Garrott und J. P. Chrstos, „The Importance of Tire Lag on Simulated Transient Vehicle Response“, *SAE Transactions*, Jg. 100, S. 362–374, 1991, Publisher: SAE International.
- [47] M. Unterleitner, „Modelling and Simulation of Vehicle Models of different Complexity“, Mai 2013.

# A Appendix

## A.1 Abschätzung für die Parametrisierung des Sliding-Mode Reglers erster Ordnung

Nach 4.3.2 und da das Fahrzeugmodell ebenfalls ein System erster Ordnung ist, wird der Reglerparameter  $\lambda$  mit  $\lambda \geq |f(x, t)|$  abgeschätzt. Durch die Definition des Sliding-Mode-Reglers erster Ordnung nach (5.13) kann der Wertebereich für  $\lambda$  in diesem Fall mit dem Maximalwert von  $\dot{r} - \dot{r}_{ref}$  abgeschätzt werden. Der Verlauf von  $\dot{r} - \dot{r}_{ref}$  zeigt, dass der Betrag mit  $0.3 \text{ rad/s}^2$  beschränkt bleibt. Es wird das Maximum des Betrages mittels Step-Steer ermittelt, da durch den Lenkwinkelsprung die Abweichungen von  $\dot{r} - \dot{r}_{ref}$  größer sind als jene bei dem Sine-Sweep oder Ramp-Steer.

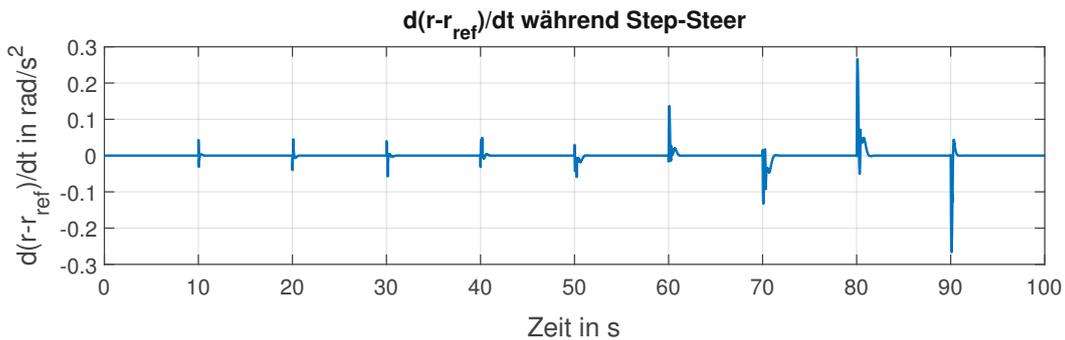


Abbildung A.1: Verlauf von  $\dot{r} - \dot{r}_{ref}$  während des Step-Steer Manövers des Basismodells zur Abschätzung von  $\lambda$

## A.2 Abschätzung für die Parametrisierung des Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung

Bei dem Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung wird bei der Regelung darauf verwiesen, dass der Parameter  $K_{SL} > 2\Lambda$  sein sollte (vgl. (5.20)). Um  $\Lambda$  abzuschätzen wird das Step-

## A Appendix

Steer Manöver vom Baseline Fahrzeug analysiert und der Verlauf von  $\lambda_{\text{SOSM}}$  betrachtet (vgl. Abbildung A.2).  $\Lambda$  ergibt sich dabei aus dem Maximalwert des Betrages von  $\lambda_{\text{SOSM}}$ . Die Abhängigkeit von  $\lambda_{\text{SOSM}}$  von den Änderungsraten der Reifenkräfte und der Gierratenreferenz (vgl. (5.19)), macht den Step-Steer zu dem geeigneten Manöver, um den maximalen Wert des Betrages von  $\lambda_{\text{SOSM}}$  zu ermitteln und damit  $\Lambda$  abschätzen zu können.

In Abbildung A.2 ist zu erkennen, dass beim ersten Lenkwinkelsprung der Maximalwert des Betrages von  $9.14 \text{ rad/s}^3$  auftritt. Laut der Abschätzung von (5.20) sollte nun  $K_{\text{SL}} > 18.28$  gewählt werden.

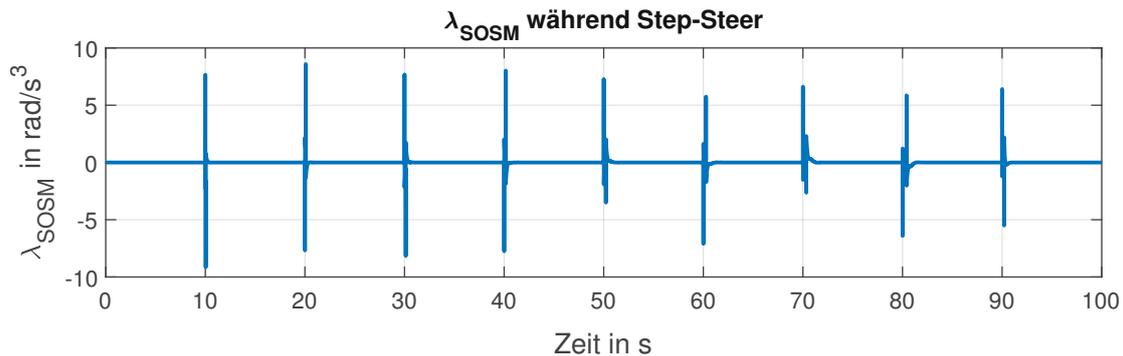


Abbildung A.2: Darstellung  $\lambda_{\text{SOSM}}$  über die Zeit des Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung von dem Step-Steer Manöver bei  $V = 90 \text{ km/h}$

### A.3 Einfluss der Taktrate auf Sliding-Mode Regler

Sliding-Mode Regler regeln durch schnelles Hin- und Herschalten, dies kann zu Chattering führen. Allerdings kann durch eine Begrenzung der Samplingrate ebenfalls ein Chattering Effekt auftreten, dies soll Abbildung A.3 zeigen. Es wird deutlich, dass bei dem Sliding-Mode Regler erster Ordnung eine Begrenzung des Reglerparameters  $\lambda$  durch die Taktrate von  $0.05 \text{ s}$  vorliegt. Dazu wird hier auch deutlich, dass die Größenbeschränkung des Regelungsparameters  $K_{\text{SL}}$  des Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung (vgl. (5.20)) für die vorgegebene Taktrate nicht eingehalten werden kann ohne Chattering. Die Taktrate ist in der vorliegenden Arbeit vorgegeben und kann daher nicht verändert werden, welches zu einer Begrenzung der Parameter der Sliding-Mode Regelungen führt. Somit werden für  $K_{\text{SL}}$  kleinere Werte als  $2\Lambda$  angenommen, um Chattering zu verhindern und eine stabile Simulation zu gewährleisten.

## Gierratenverlauf von den Sliding-Mode Regelungen

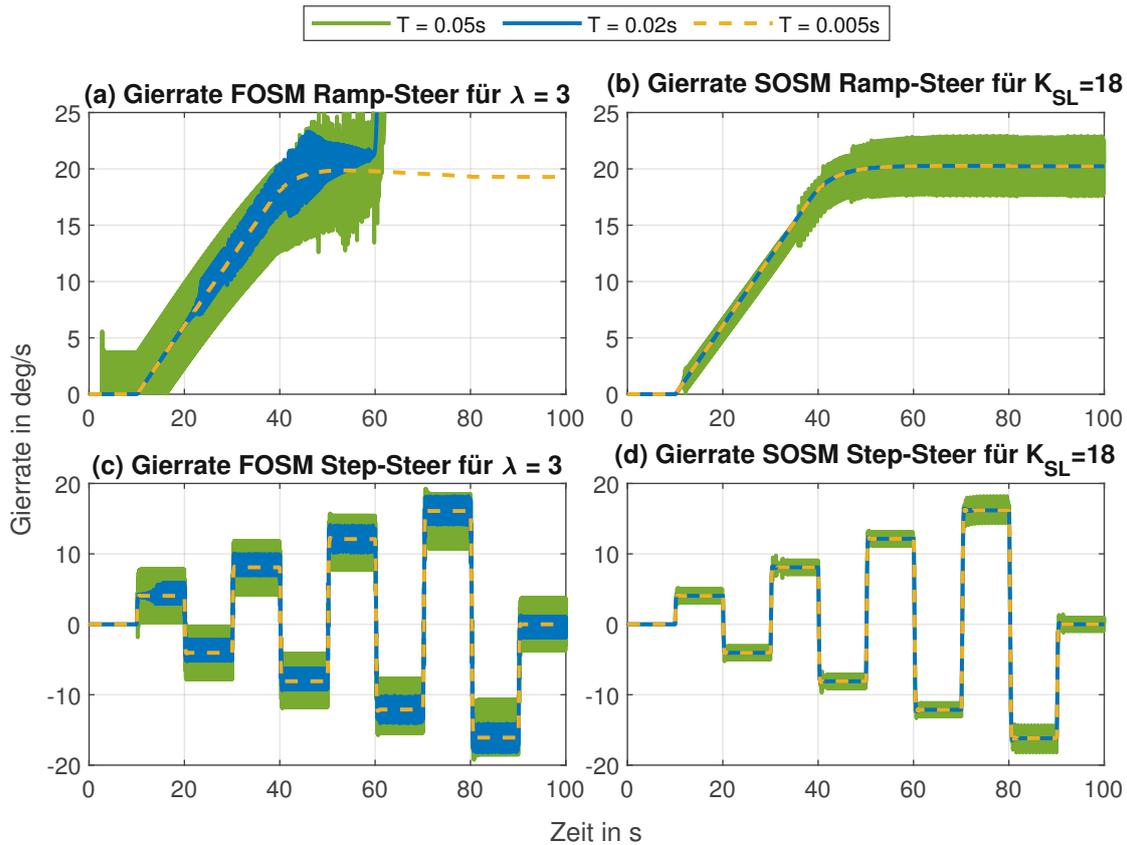


Abbildung A.3: Darstellung der Gierrate  $r$  in (a) und (c) des Sliding-Mode Reglers erster Ordnung mit  $\lambda = 3$  und in (b) und (d) des Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung mit  $K_{SL} = 18$  über die Zeit von dem Ramp- und Step-Steer Manöver bei  $V = 90 \text{ km/h}$

## A.4 Step-Steer

### A.4.1 Feedforward und Feedback-Regelung mit PID -Regler

In Abbildung A.4 ist das Feedforward und das PID-Feedback Moment dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass der Feedforward Anteil für kleine Lenkwinkelsprünge beinahe ausreicht, um die Gierratenreferenz zu erreichen. Je höher die Lenkwinkelsprünge werden und je mehr Nichtlinearität und damit nicht abgebildete Systemdynamik hinzukommen, desto mehr muss der PID-Regler ausgleichen. Zusätzlich ist hier ebenfalls der Unterschied zwischen den Parametrisierungen von  $K_P$ ,  $K_I$  und  $K_D$  zu erkennen. Bei einer Parametrisierung mit  $K_I \neq 0$  wird das Giermoment angepasst, um die Gierratenabweichung zu verringern.

## A Appendix

Bei  $K_D \neq 0$  wird der Einschwingvorgang von dem PID-Regler beeinflusst, dies ist hier schwer zu erkennen, dafür kann die schnellere Zunahme des Giermoments in Abbildung A.5 in (d) gut zu erkennen. Wenn  $K_P \neq 0$  ist, dann nimmt das Giermoment proportional mit der Gierratenabweichung zu.

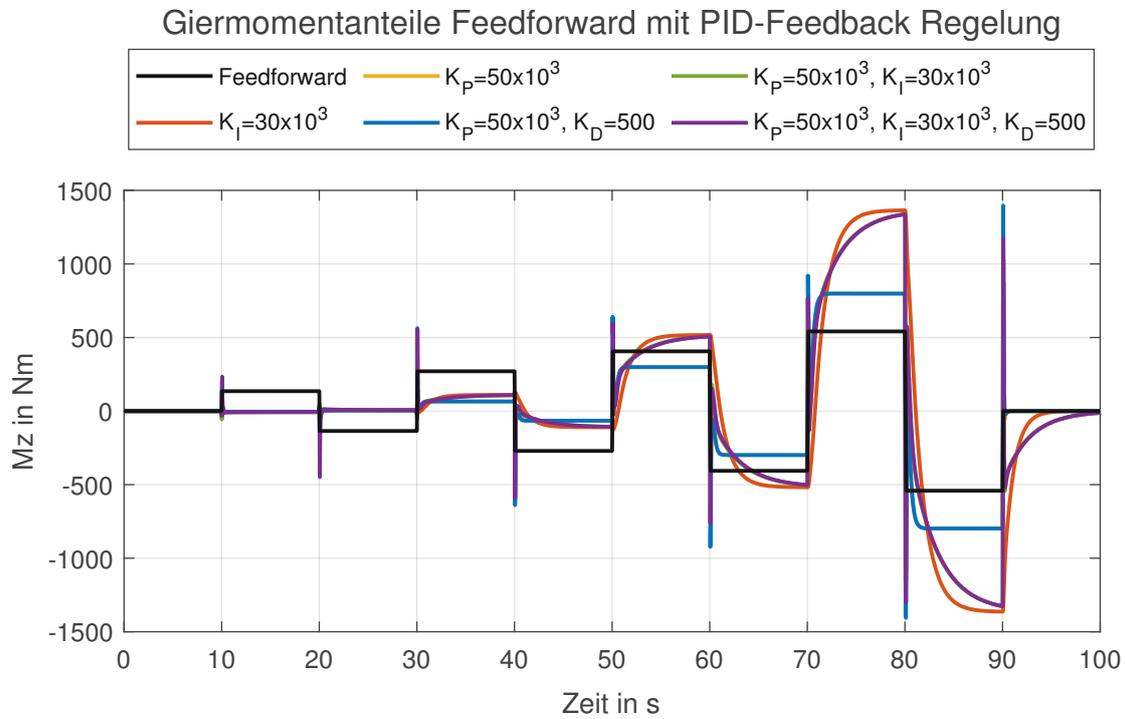


Abbildung A.4: Darstellung des Giermoments  $M_z$  Aufgeteilt in Feedforward- und Feedbackanteil während des Step-Steers bei  $V = 90 \text{ km/h}$  für die Feedforward und Feedback Regelung mit PID-Regler

Step-Steer Feedforward mit PID-Feedback Regelung

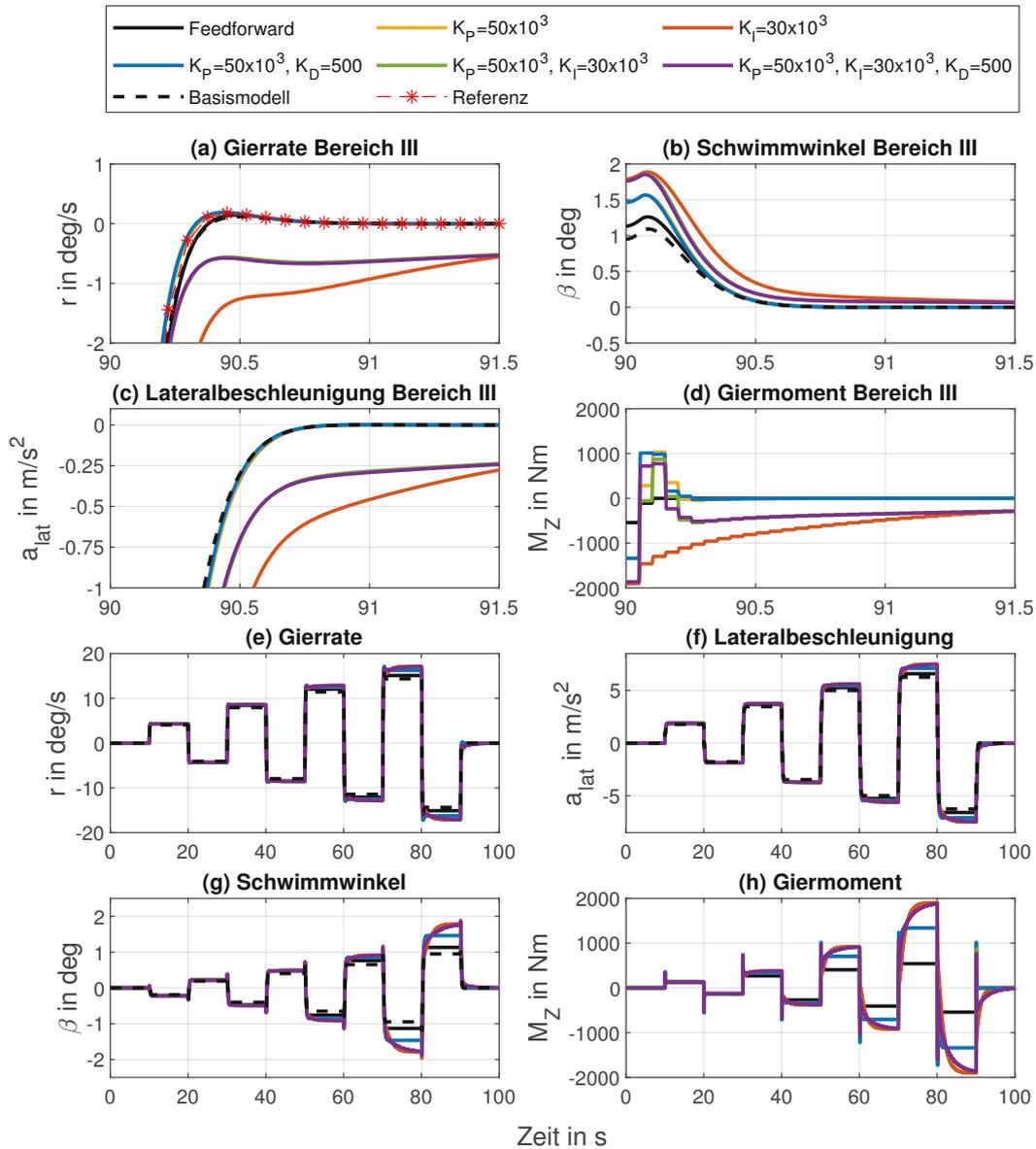


Abbildung A.5: Darstellung im Bereich III (a) der Gierrate  $r$ , (b) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (c) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (f) des Giermoments  $M_z$  und der gesamte Verlauf (e) der Gierrate  $r$ , (f) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (g) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Giermoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90 \text{ km/h}$  für die Feedforward und Feedback Regelung mit PID-Regler

### A.4.2 Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

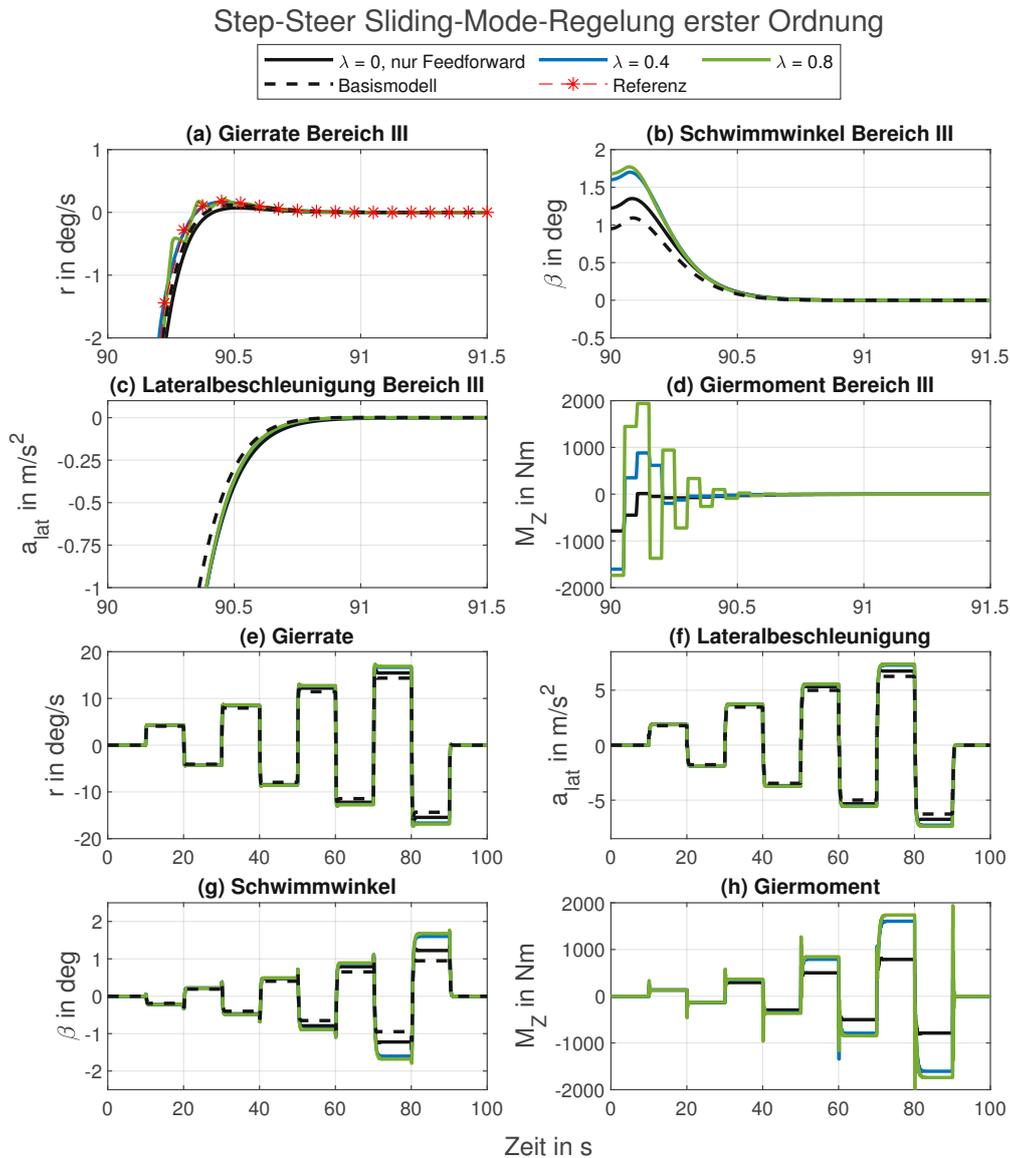


Abbildung A.6: Darstellung im Bereich III (a) der Gierrate  $r$ , (b) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (c) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (f) des Gierrmoments  $M_z$  und der gesamte Verlauf (e) der Gierrate  $r$ , (f) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (g) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Gierrmoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für die Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

## A Appendix

Bei zu hohen Werten von  $\lambda$  neigt der Sliding-Mode-Regler erster Ordnung zu einer Oszillation, diese kann mit der Art der Regelung begründet werden. Der schnelle Wechsel der Ausgänge resultiert in einer Schwingung der Regelgröße, in diesem Zusammenhang spricht man auch von Chattering.

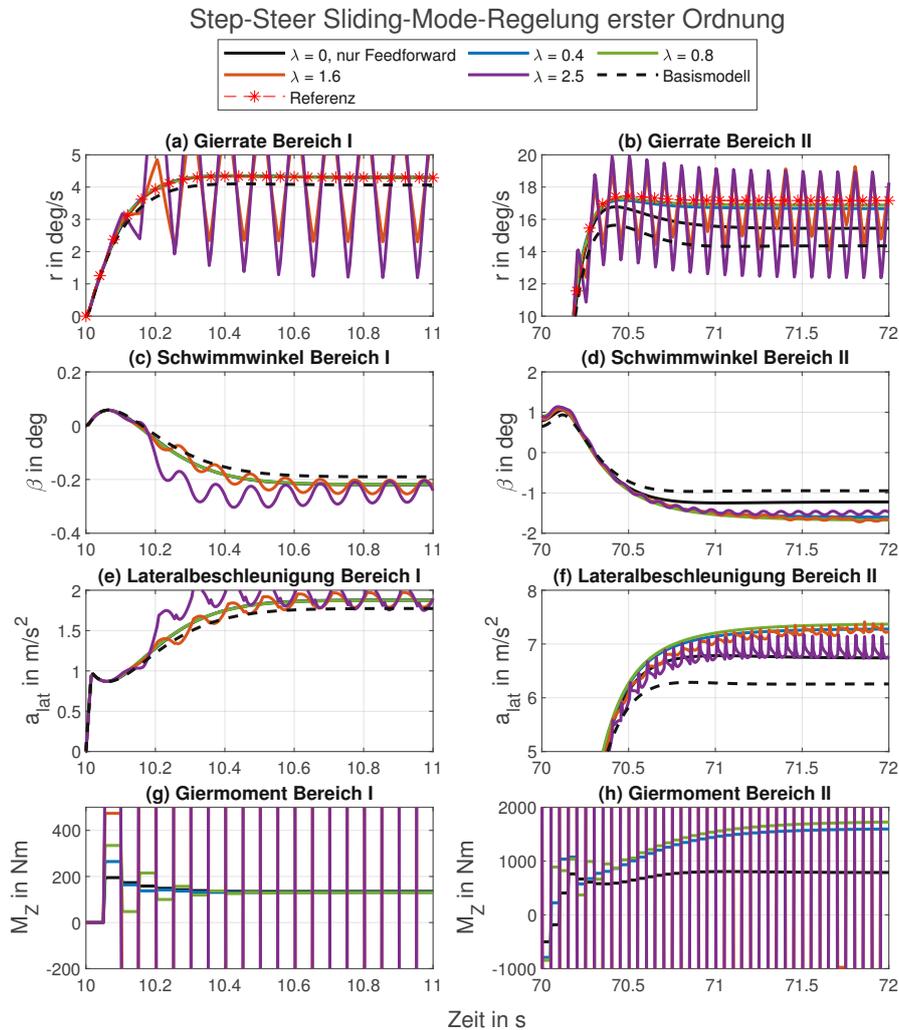


Abbildung A.7: Darstellung im Bereich *I* (a) der Gierrate  $r$ , (c) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (e) der Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$  und (g) des Giermoments  $M_z$  und im Bereich *II* (b) der Gierrate  $r$ , (d) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (f) der Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$  und (h) des Giermoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90 \text{ km/h}$  für die Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

Step-Steer Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

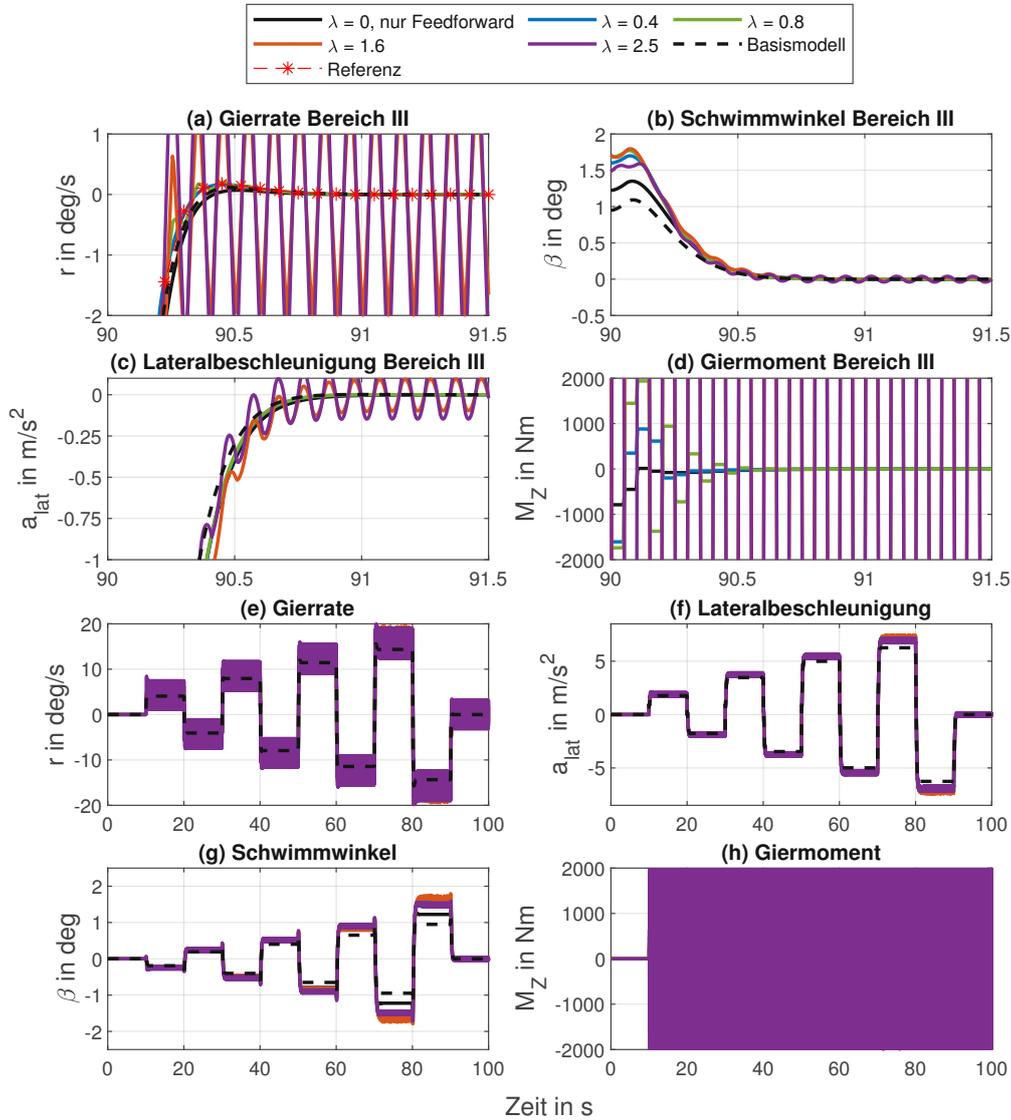


Abbildung A.8: Darstellung im Bereich III (a) der Gierrate  $r$ , (b) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (c) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (f) des Giermoments  $M_z$  und der gesamte Verlauf (e) der Gierrate  $r$ , (f) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (g) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Giermoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für die Sliding-Mode-Regelung erster Ordnung

### A.4.3 Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

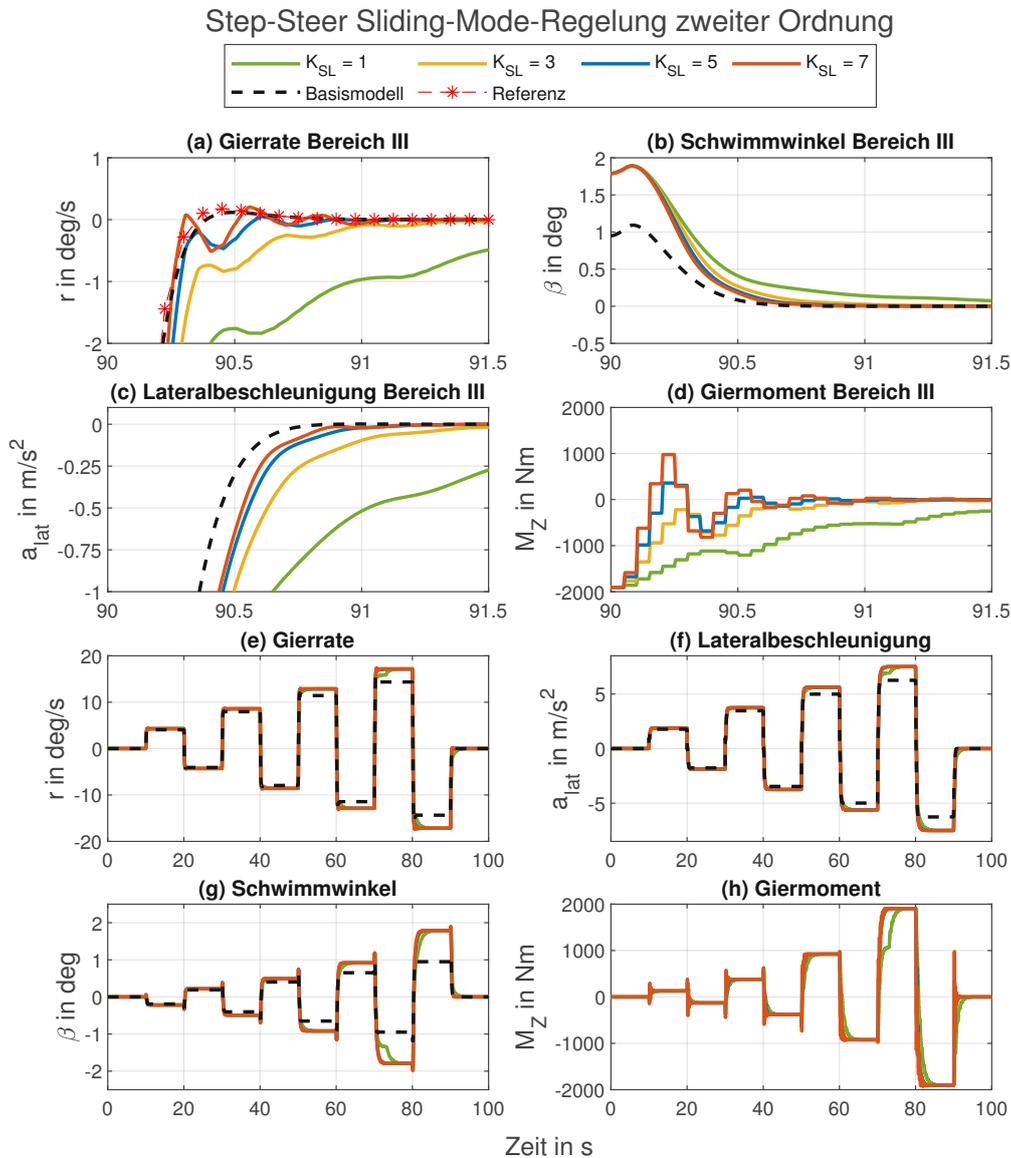


Abbildung A.9: Darstellung im Bereich III (a) der Gierrate  $r$ , (b) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (c) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (f) des Giermoments  $M_z$  und der gesamte Verlauf (e) der Gierrate  $r$ , (f) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (g) der Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$  und (h) des Giermoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für die Sliding-Mode-Regelung zweiter Ordnung

A.4.4 Linearer MPC

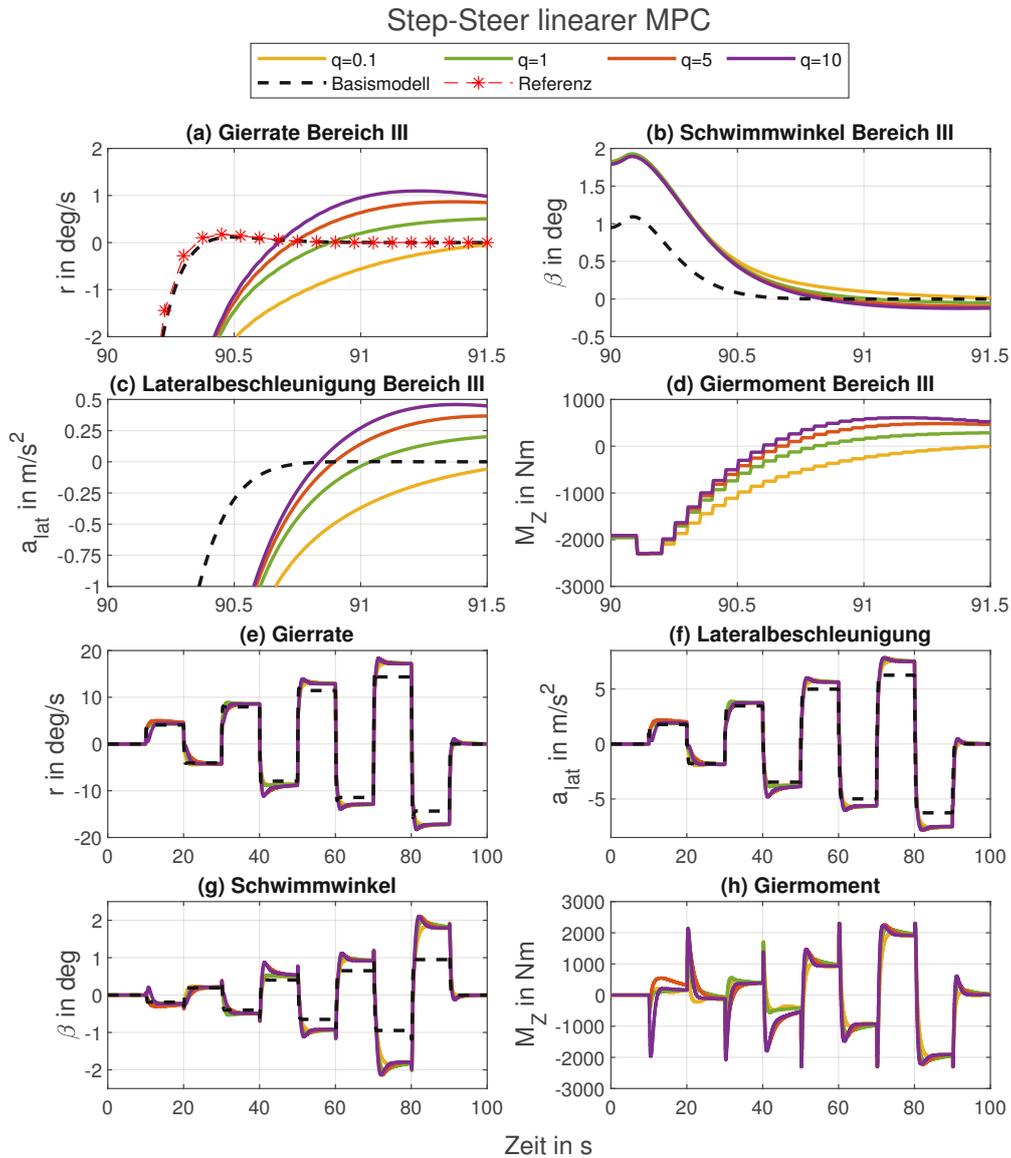


Abbildung A.10: Darstellung im Bereich *III* (a) der Gierrate  $r$ , (b) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (c) der Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$  und (f) des Gierrmoments  $M_z$  und der gesamte Verlauf (e) der Gierrate  $r$ , (f) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (g) der Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$  und (h) des Gierrmoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für den linearen MPC

### A.4.5 Nichtlinearer MPC

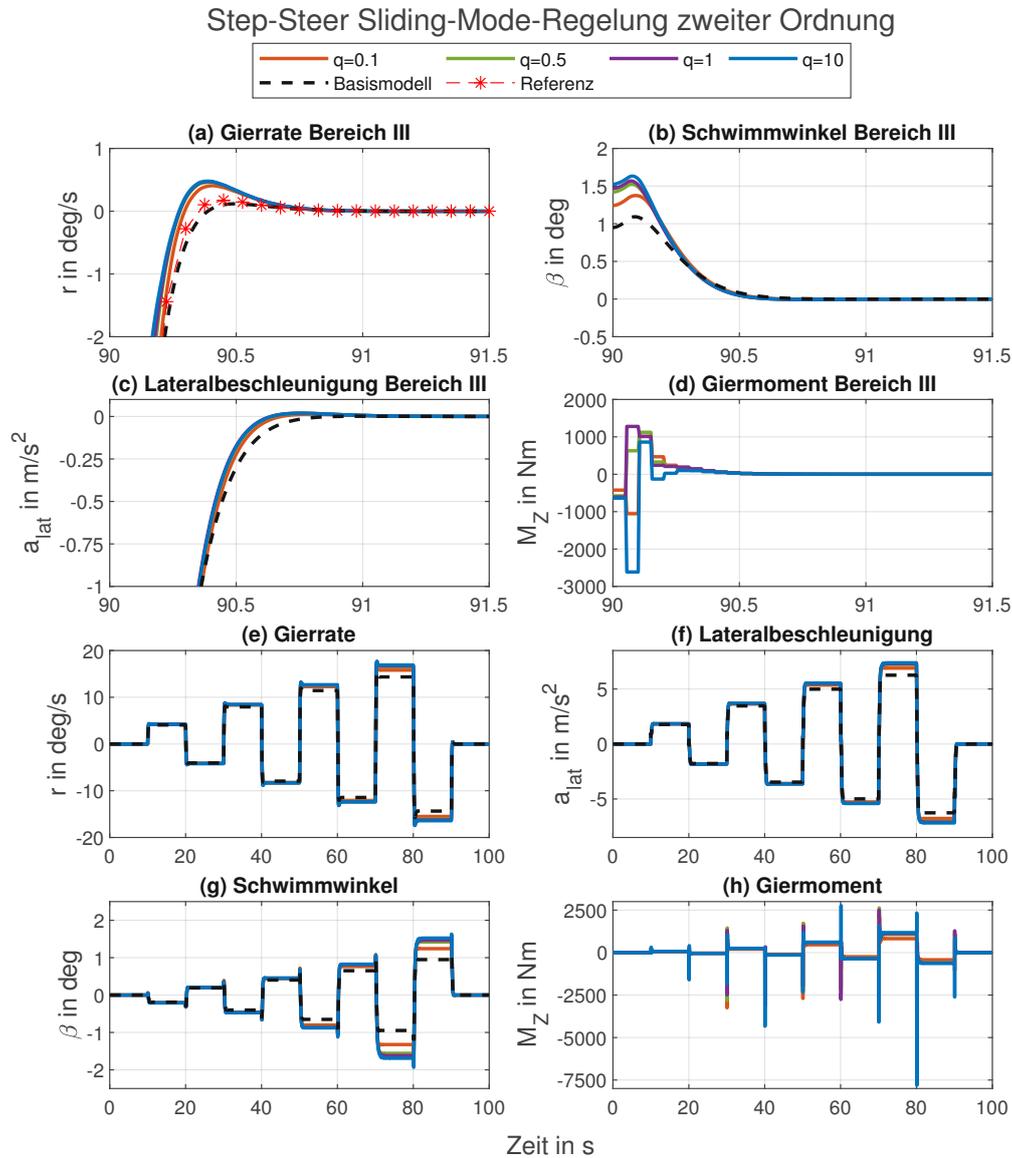


Abbildung A.11: Darstellung im Bereich *III* (a) der Gierrate  $r$ , (b) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (c) der Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$  und (f) des Gierrmoments  $M_z$  und der gesamte Verlauf (e) der Gierrate  $r$ , (f) des Schwimmwinkels  $\beta$ , (g) der Lateralbeschleunigung  $a_{\text{lat}}$  und (h) des Gierrmoments  $M_z$  während des Step-Steers bei  $V = 90$  km/h für den nichtlinearen MPC

## A.5 Sine-Sweep

### A.5.1 Lineares Fahrzeugverhalten Sine-Sweep

Abbildung A.12 zeigt das Bode-Diagramm für die Gierraten bezogen auf den Lenkwinkel von der Referenz und vom Basismodell. Hierbei wurde die Referenz mit dem gleichen Untersteuergradienten wie das Basismodell ( $0.784 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$ ) berechnet. Dabei wird einerseits deutlich, dass die Amplitude des Lenkwinkels klein genug ist, dass das Fahrverhalten über den gesamten Frequenzbereich linear ist und andererseits eine abweichender Untersteuergradient für die Referenz sinnvoll ist, um hier die Auswirkungen der verschiedenen Regelungen diskutieren zu können.

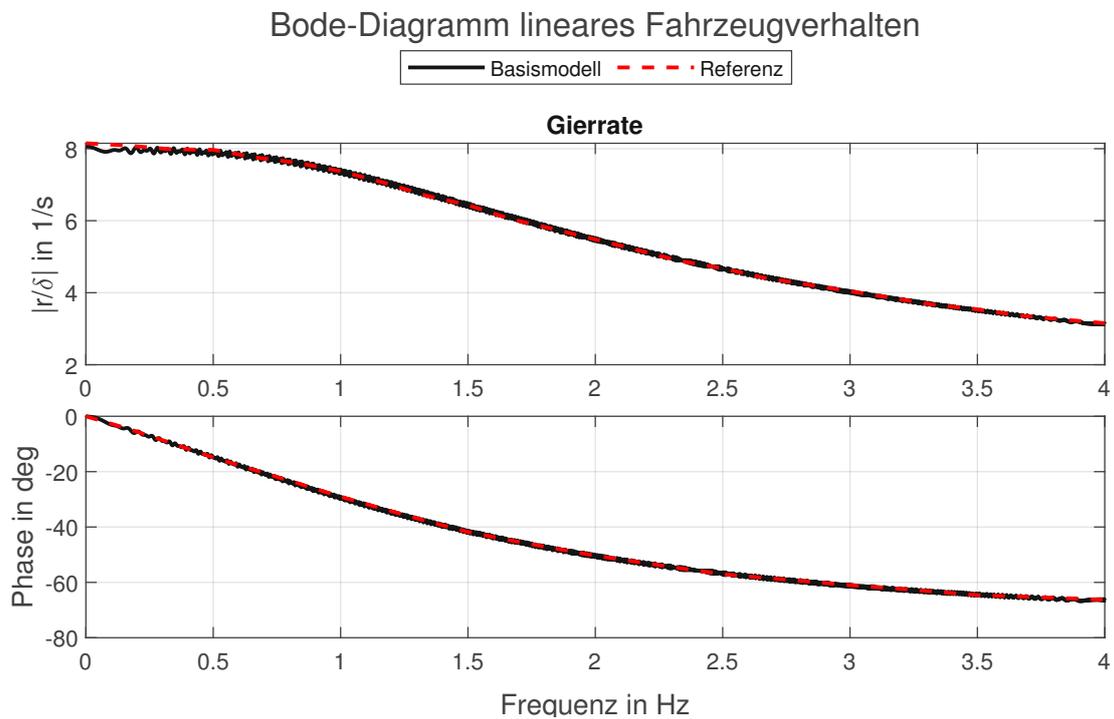


Abbildung A.12: Bode-Diagramm der Gierrate  $r$  des Basismodells und der Referenz (berechnet mit Untersteuergradient ident zu jenem von Basismodell) bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90 \text{ km/h}$  und einem Frequenzbereich von  $0 \text{ Hz}$  bis  $4 \text{ Hz}$

### A.5.2 Schrittweisenanalyse LMPC Sine-Sweep

In Abbildung A.14 ist der Einfluss der Taktrate auf das Sine-Sweep Manöver ersichtlich. Bei einer Steigerung der Taktrate wird das Rauschen deutlich reduziert. Zusätzlich ist zu erkennen, dass auch hier das Verhalten des LMPC etwas anders ist, da dieser in kleineren Zeitschritten die Lösung des Systems berechnet und somit in das System kontinuierlicher regeln kann, als dies bei niedrigen Taktraten möglich ist. Prädiktionshorizont und Regelungshorizont betragen in beiden Fällen weiterhin 0.5 s. Hinzu kommt, dass bei dem Giermoment in (d) die Begrenzung des maximalen Giermoments von 2300 N m ersichtlich wird für  $T = 0.025$  s und dieser Grenzwert nicht überschritten wird. Für eine Schrittweite von  $T = 0.05$  s von den Elektromotoren und des MPCs werden durch das sprunghafte Giermoment Alias Effekte tragend, welche zu einem Rauschen führen und dadurch ein zu hohes Giermoment im niedrigen Frequenzbereich verursachen (vgl. A.13).

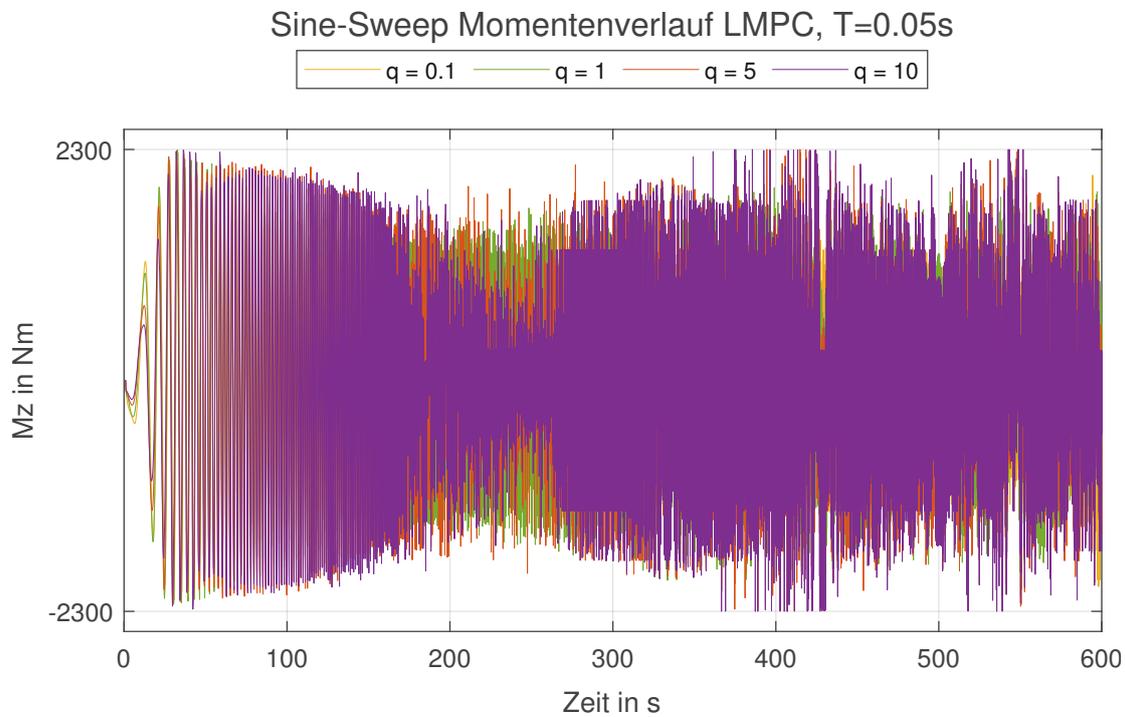


Abbildung A.13: Zeitlicher Verlauf des Giermoments während des Sine-Sweep Manövers bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz des linearen MPCs bei einer Schrittweite von  $T = 0.05$  s

Bode-Diagramme des linearen MPCs,  $q=10$

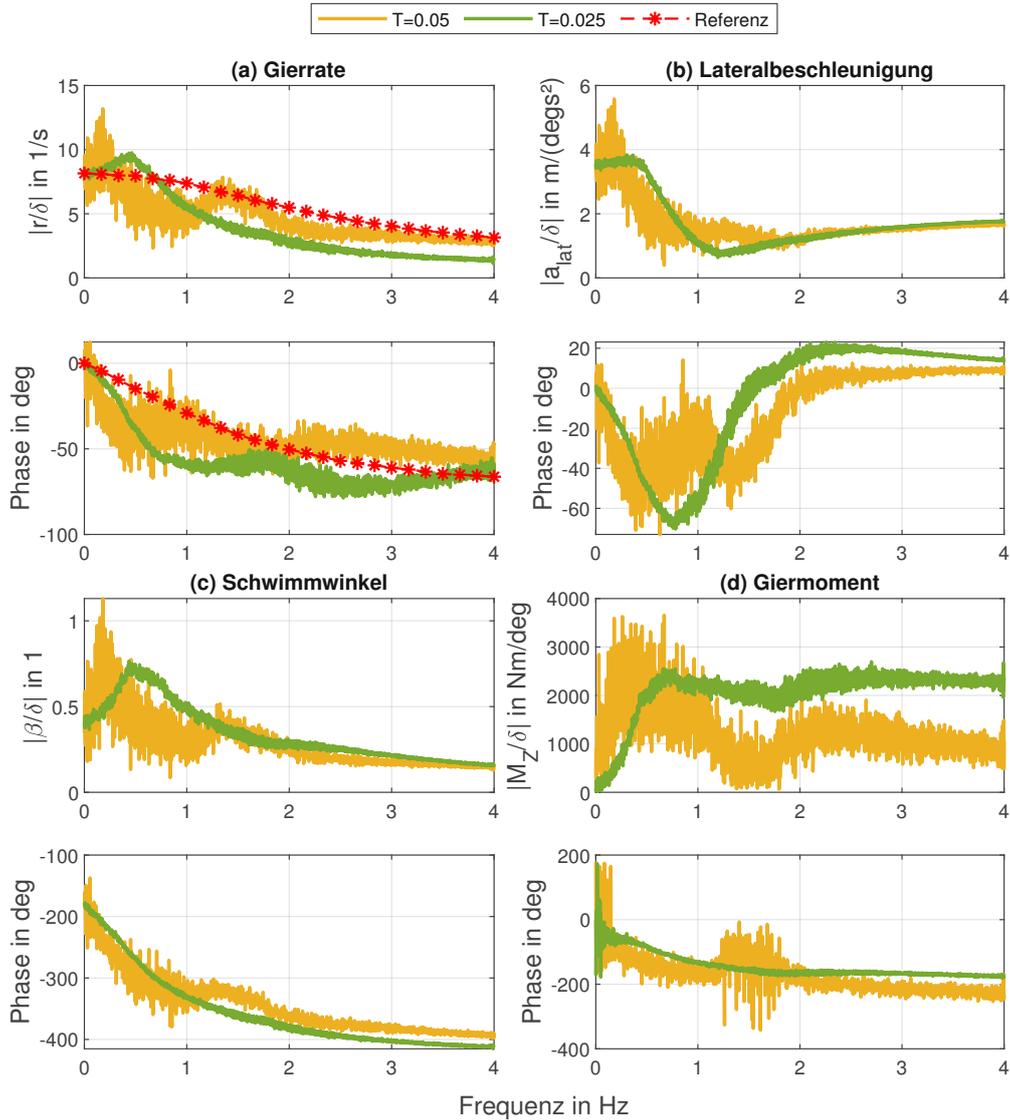


Abbildung A.14: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von dem linearen MPC mit unterschiedlichen Taktraten der Elektromotoren und des MPCs

### A.5.3 Schrittweisenanalyse NMPC Sine-Sweep

In Abbildung A.15 wird für  $q = 20$  einmal eine Schrittweite von 0.05 s für die Elektromotoren und den MPC verglichen mit einer Schrittweite von 0.025 s.  $q = 20$  wird hier gewählt, weil der Unterschied deutlicher zur Geltung kommt als bei  $q \leq 20$ . Prädiktionshorizont und Regelungshorizont betragen in beiden Fällen weiterhin 0.5 s. Dabei ist auffällig, dass das Rauschen der Lösung stark reduziert wird für kleinere Schrittweiten. Dies soll anschaulich darstellen, dass für eine höhere Taktfrequenz der nichtlineare MPC eine höhere Gewichtung von der Abweichung von der Referenzgierrate das System stabilisieren kann, ohne Auftreten eines Rauschens. Zusätzlich wird durch die kleinere Schrittweite die Lösung in kürzeren Abständen in der Simulation berechnet, welches plötzlichen Momentenspitzen vorbeugt.

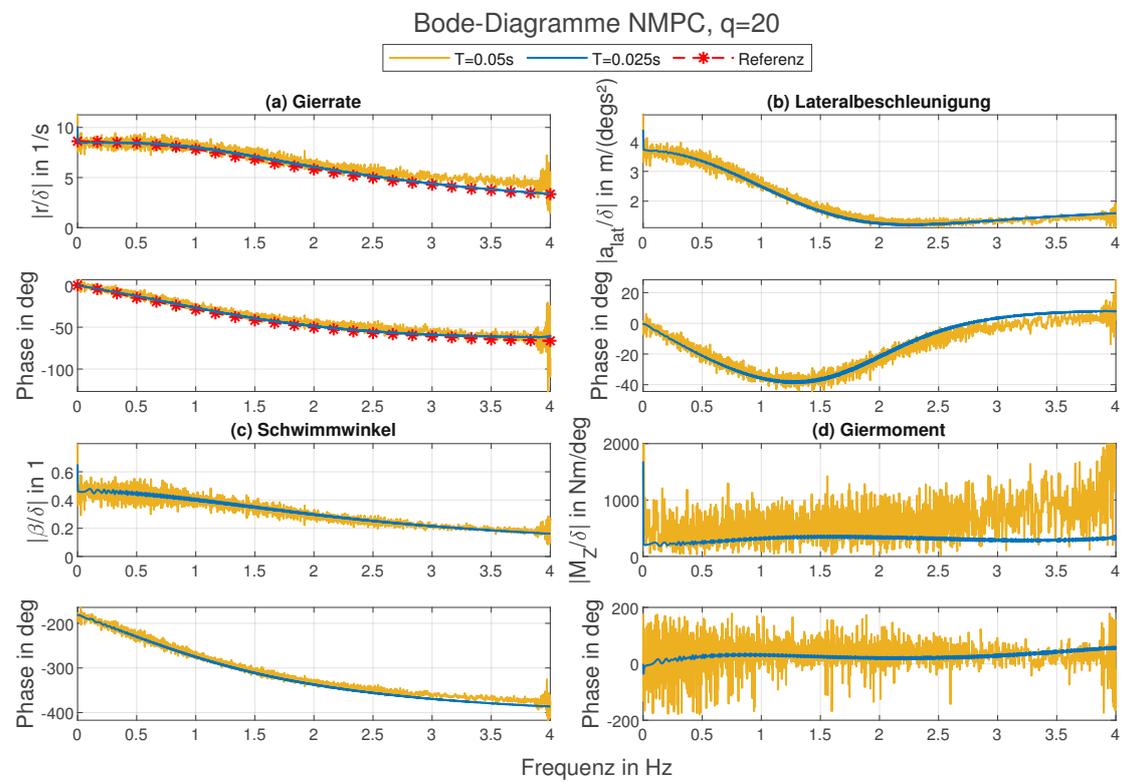


Abbildung A.15: Bode-Diagramm der (a) Gierrate  $r$ , der (b) Lateralbeschleunigung  $a_{lat}$ , des (c) Schwimmwinkels  $\beta$  und des (d) Giermoments  $M_z$  bezogen auf den Lenkwinkel bei  $V = 90$  km/h und einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 4 Hz von dem nichtlinearen MPC