

# Verbesserung der Absolut- und Regelgenauigkeit des KUKA LBR iiwa 14 R820

## DIPLOMARBEIT

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)

unter der Leitung von

Univ.Prof. Dr.techn. A. Kugi  
Univ.Ass. Dr.techn. C. Hartl-Nesic

eingereicht an der

Technischen Universität Wien  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

von

Pascal Ban  
Matrikelnummer 11771041

Wien, September 2024

# Vorwort

Aufbauend auf meiner Bachelorarbeit im Bereich der Robotik, habe ich mich für eine Masterarbeit entschieden, die es mir ermöglicht, mein Wissen in diesem Gebiet weiter zu vertiefen. Die Möglichkeit, von Univ.Ass. Dr.techn. Christian Hartl-Nesic betreut zu werden, war für mich ein entscheidender Faktor. Seine Expertise und seine Fähigkeit, komplexe Sachverhalte verständlich zu vermitteln, haben meine wissenschaftliche Arbeit maßgeblich geprägt. Mein besonderer Dank gilt demnach meinem Betreuer aber auch meinen Eltern, deren unermüdliche Unterstützung mir diesen Weg ermöglicht hat. Ich bedanke mich herzlich bei Herrn Univ.Prof. Dr.techn. Kugi, dessen Begeisterung für das Fachgebiet mich sehr inspiriert hat und mich letztendlich zu diesem Masterstudium geführt hat.

Wien, September 2024

# Abstract

The aim of this work is to improve the control and absolute accuracy of the KUKA LBR iiwa 14 R820. For this purpose, a model-based approach with elastic joints is chosen for the above robot, as the installed harmonic drive gears represent a significant elasticity in the drive train.

In the first part of the thesis, the parameters contained in the model are identified and the result is validated using suitable evaluation methods. Optimal dynamic trajectories are designed for the identification and validation of the rigid body model. The following parameter identification of the rigid body model is carried out in the form of a suitable heuristic optimization problem. The validation of the results of the parameter identification shows an approximate improvement of 37 % in the matching of the torque curves in relation to the nominal parameter values. Static configurations are selected to identify the linear stiffness parameters. A laser tracker and a load mass, which increases the deflection of the elastic axes, are used. For the identification, the deviations of the translational end effector position between the measurement data of the laser tracker and the robot sensors are minimized. For the validation, the same procedure is used as for the identification of the rigid body system and an improvement of about 2 % is shown.

A further improvement in control and absolute accuracy can be achieved by selecting a suitable control strategy. The singular perturbation control used by default and as a reference is compared with a passivity based and elastic structure preserving control. In this respect, an optimal dynamic trajectory is again designed and the absolute accuracy is recorded using the laser tracker. For the control accuracy, it is shown that the passivity based controller with the identified parameter set of the rigid body model achieves an improvement of 42 % in relation to the reference controller. The absolute accuracy shows that this control strategy achieves an absolute accuracy of 0.3948 mm. The passivity based controller with the identified parameter set therefore delivers the best results for control and absolute accuracy.

All of the activities carried out lead to an improvement in the control and absolute accuracy of the KUKA LBR iiwa 14 R820. The algorithms developed for trajectory planning and parameter identification, the evaluation methods and the software tools developed for evaluating the measurement data can be used for further work and investigations on other robots.

# Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, die Regel- und Absolutgenauigkeit des KUKA LBR iiwa 14 R820 zu verbessern. Dafür wird ein modellbasierter Ansatz mit elastischen Gelenken für den obigen Roboter gewählt, da die verbauten Harmonic-Drive-Getriebe eine signifikante Elastizität im Antriebsstrang darstellen.

Im ersten Teil der Arbeit werden die im Modell enthaltenen Parameter identifiziert und das Ergebnis mit geeigneten Bewertungsmethoden validiert. Für die Identifikation und Validierung des Starrkörpermodells werden dabei optimale dynamische Trajektorien entworfen. Die darauf folgende Parameteridentifikation des Starrkörpermodells erfolgt hierbei in Form eines passenden heuristischen Optimierungsproblems. Bei der Validierung der Ergebnisse der Parameteridentifikation zeigt sich bei der Übereinstimmung der Drehmomentverläufe eine Verbesserung von näherungsweise 37 % bezogen auf die nominellen Parameterwerte. Für die Identifikation der linearen Steifigkeitsparameter werden statische Konfigurationen gewählt. Dabei kommt ein Lasertracker und eine Lastmasse, welche die Auslenkung der elastischen Achsen erhöht, zum Einsatz. Für die Identifikation werden die Abweichungen der translatorischen Endeffektorposition zwischen den Messdaten des Lasertrackers und der Robotersensoren minimiert. Für die Validierung wird dasselbe Prozedere wie für die Identifikation des Starrkörpersystems verwendet und dabei wird eine Verbesserung von etwa 2 % aufgezeigt.

Eine weitere Verbesserung der Regel- und Absolutgenauigkeit kann durch eine geeignete Wahl einer Regelungsstrategie erreicht werden. Dabei wird die standardmäßig verwendete singuläre Störregelung als Referenz mit einer passivitätsbasierten und elastisch struktur-erhaltenden Regelung verglichen. Diesbezüglich wird erneut eine optimale dynamische Trajektorie entworfen und die Absolutgenauigkeit mithilfe des Lasertrackers erfasst. Für die Regelgüte zeigt sich, dass der passivitätsbasierte Regler mit dem identifizierten Parametersatz des Starrkörpermodells eine Verbesserung von 42 % bezogen auf den Referenzregler erreicht. Bei der Absolutgenauigkeit zeigt sich, dass diese Regelungsstrategie eine Absolutgenauigkeit von 0.3948 mm erreicht. Der passivitätsbasierte Regler mit dem identifizierten Parametersatz liefert damit die besten Ergebnisse für die Regel- und Absolutgenauigkeit.

Die Gesamtheit der durchgeführten Tätigkeiten führen zu einer Verbesserung der Regel- und Absolutgenauigkeit des KUKA LBR iiwa 14 R820. Die entwickelten Algorithmen für die Trajektorienplanung und Parameteridentifikation, die Bewertungsmethoden sowie die entwickelten Software-Werkzeuge für die Auswertung der Messdaten können für weiterführende Arbeiten sowie Untersuchungen an anderen Robotern verwendet werden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Literaturrecherche . . . . .	1
1.2	Gliederung der Arbeit . . . . .	2
1.3	Ziele der Arbeit . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Modellierung von Robotern mit flexiblen Gelenken</b>	<b>3</b>
2.1	Kinematik . . . . .	3
2.1.1	Vorwärtskinematik . . . . .	3
2.1.2	Differentielle Kinematik . . . . .	5
2.2	Dynamisches Modell eines flexiblen Gelenkroboters . . . . .	6
2.2.1	Modellierungsannahmen für das vollständige Modell . . . . .	6
2.2.2	Vollständiges Robotermodell . . . . .	8
2.2.3	Reduziertes Robotermodell . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Parameteridentifikation - Starrkörper</b>	<b>11</b>
3.1	Starrkörpermodell . . . . .	11
3.2	Lineare Dynamikgleichung . . . . .	11
3.3	Optimale Trajektorien . . . . .	13
3.3.1	Optimierungsproblem - Optimale Trajektorien . . . . .	13
3.3.2	Trajektorie - Fourierreihe . . . . .	15
3.3.3	Trajektorie - Polynom 5. Ordnung . . . . .	18
3.4	Experimentelle Untersuchung . . . . .	20
3.4.1	Versuchsaufbau . . . . .	20
3.4.2	Trajektorienanpassung . . . . .	22
3.4.3	Signalverarbeitung . . . . .	23
3.5	Parameteridentifikation . . . . .	27
3.5.1	Identifikation physikalischer Parameter . . . . .	27
3.5.2	Identifikation dynamischer Parameter . . . . .	28
3.6	Ergebnisse der Parameteridentifikation . . . . .	29
3.7	Validierung . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Parameteridentifikation - Steifigkeiten</b>	<b>41</b>
4.1	Identifikationsaufgabe . . . . .	41
4.2	Planung statischer Konfigurationen . . . . .	43
4.3	Versuchsaufbau . . . . .	45
4.3.1	Testumgebung und Sensordaten . . . . .	46
4.3.2	Adapterplatte . . . . .	47
4.3.3	Reflektoren . . . . .	48

4.3.4	Lastmasse . . . . .	48
4.4	Theorie zur Vermessung . . . . .	49
4.5	Vermessung der Adapterplatte . . . . .	51
4.6	Messungen . . . . .	52
4.7	Ergebnisse der Identifikation . . . . .	52
4.8	Validierung . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Regelungsstrategien</b>	<b>58</b>
5.1	Singuläre Störtheorie . . . . .	58
5.1.1	Singuläres Störmodell . . . . .	58
5.1.2	Singuläre Störregelung . . . . .	59
5.2	Passivitätsbasierter Ansatz . . . . .	60
5.2.1	Grundidee . . . . .	61
5.2.2	Passivitätsbasierte Regelung . . . . .	61
5.3	Elastische strukturerhaltende (ESP) Regelung . . . . .	62
5.3.1	Grundidee der ESP-Regelung . . . . .	63
5.3.2	ESP-Regelung . . . . .	64
5.4	Feedback-Linearisierung . . . . .	66
5.4.1	Feedback-Linearisierung - Regelung . . . . .	67
5.5	Sensordaten . . . . .	68
5.5.1	Analytische Methode . . . . .	68
5.5.2	Filtermethode . . . . .	69
5.6	Experimentelle Trajektorie . . . . .	69
5.7	Versuchsaufbau . . . . .	71
5.7.1	Testumgebung . . . . .	71
5.7.2	Trajektorienanpassung . . . . .	71
5.7.3	Sensordaten . . . . .	73
5.7.4	Reglerparameter . . . . .	73
5.7.5	Zusätzliche Informationen . . . . .	75
5.8	Experimentergebnisse . . . . .	75
5.8.1	Regelgenauigkeit . . . . .	76
5.8.2	Absolutgenauigkeit . . . . .	80
5.8.3	Stellgröße . . . . .	82
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>85</b>
<b>A</b>	<b>Nominelle Roboterparameter</b>	<b>87</b>
<b>B</b>	<b>Experiment Ergebnisse: Parameteridentifikation - Starrkörper</b>	<b>90</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Koordinatensysteme des KUKA LBR iiwa 14 R820. . . . .	4
2.2	Elastisches Gelenk mit der linearen Drehfeder $\tau_i = K_i(\theta_i - q_i)$ . . . . .	8
3.1	Optimale Trajektorie aus der Trajektorienklasse der Fourierreihe zur Validierung der Ergebnisse der Parameteridentifikation. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen $\mathbf{q}$ , Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ und Gelenksbeschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}$ sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt. . . . .	17
3.2	Optimale Trajektorie zur Anregung der Dynamik, welche aus [3] als Fourierreihe extrahiert wurde. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen $\mathbf{q}$ , Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ und Gelenksbeschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}$ sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt. . . . .	19
3.3	Optimale Trajektorie aus der Trajektorienklasse der Polynome 5. Ordnung zur Validierung der Ergebnisse der Parameteridentifikation. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen $\mathbf{q}$ , Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ und Gelenksbeschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}$ sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt. . . . .	21
3.4	Versuchsaufbau mit KUKA LBR iiwa 14 R820. (a) Roboterplattform mit gestückelten Aluminiumprofilen vor dem Umbau, (b) Roboterplattform mit durchgängigen Querträgern nach dem Umbau . . . . .	22
3.5	Gemessene optimale Trajektorien im Frequenzbereich mittels DFT unter der Berücksichtigung der Trajektorienanpassung aus Tabelle 3.1. Optimale Trajektorie der Fourierreihe aus Abbildung 3.2 zur Identifikation (links) und optimale Trajektorie der der Polynom 5. Ordnung aus Abbildung 3.3 zur Validierung (rechts). . . . .	25
3.6	Gemessene optimale Trajektorien im Zeitbereich unter der Berücksichtigung der Trajektorienanpassung aus Tabelle 3.1. Optimale Trajektorie der Fourierreihe aus Abbildung 3.2 zur Identifikation (links) und optimale Trajektorie der Polynom 5. Ordnung aus Abbildung 3.3 zur Validierung (rechts). . . . .	26
3.7	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten $\boldsymbol{\tau}$ für die Identifikationstrajektorie aus [3] bzw. Abbildung 3.2 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a. . . . .	36
3.8	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten $\boldsymbol{\tau}$ für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.1 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a. . . . .	39

3.9	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten $\boldsymbol{\tau}$ für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.3 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a. . . . .	40
4.1	Entwickelte MATLAB-Applikation zur Erstellung von Trajektorien im Konfigurationsraum bzw. Aufgabenraum für den KUKA LBR iiwa 14 R820. . . . .	44
4.2	Zwei Trajektorien für die Identifikation der kinematischen Parameter und der Steifigkeiten. . . . .	45
4.3	Versuchsaufbau mit den Koordinatensystemen des Lasertrackers Hexagon Leica AT960-MR und mit dem KUKA LBR iiwa 14 R820. . . . .	46
4.4	Adapterplatte als präzise Referenz für die Vermessung inklusive eingezeichneten Roboterbasiskoordinatensystem und einer angedeuteten Nummerierung der vermessenen Lochpositionen. . . . .	47
4.5	Reflektoren zur Vermessung der Roboterposition und der Erfassung der Endeffektorposition. (a) Hexagon Leica Rot Ring Reflektor (RRR) für die Vermessung der Adapterplatte. (b) Hexagon Leica Super CatEye Reference Target (SCRT) für die Positionsmessung des Endeffektors. . . . .	48
4.6	Lastmasse (grau) und SCRT (gelb, türkis) zur Identifikation der kinematischen Parameter und der Steifigkeiten. . . . .	49
4.7	Ergebnis des Optimierungsproblems (4.4) für die Vermessung der Adapterplatte. . . . .	51
4.8	Mit der Vorwärtskinematik (2.1) berechnete Endeffektorpositionen des Roboters sowie die Messdaten des Lasertrackers in Form von Abweichungen zu den mit der Vorwärtskinematik (2.1) berechneten Endeffektorpositionen der Sollkonfigurationen. Die Abweichungen in $x$ -, $y$ - und $z$ -Richtung in Form von $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^3$ je Konfiguration $\mathbf{q}_i, i = 1, \dots, M_{it}$ , werden dabei mit der euklidischen Norm (4.2d) zusammengefasst. Untere Grafik enthält nur die Messdaten des Roboters, um dessen Abweichungen quantitativ besser zu veranschaulichen. . . . .	53
5.1	Reduziertes Robotermodell mit singulärer Störregelung [1] inklusive Reibungskompensation. . . . .	60
5.2	Grundidee der Motorposition basierten PD-Regelung eines einzelnen Gelenks. . . . .	61
5.3	Verbindungsstruktur des geschlossenen Regelkreises für den Fall der Trajektorienfolge. . . . .	62
5.4	Schematische Darstellung von Modell (5.11) eines einzelnen Gelenks [7]. . . . .	63
5.5	Grundidee der ESP-Regelung eines einzelnen Gelenks mit Dämpfung [7]. . . . .	64
5.6	Optimale Trajektorie aus der Trajektorienklasse der Polynome 9. Ordnung zur Validierung der Ergebnisse der Regelungsstrategien inklusive Parameteridentifikation. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen $\mathbf{q}$ , Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ , Gelenksbeschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}$ , Gelenksruck $\mathbf{q}^{[3]}$ und die Änderungsrate des Gelenksrucks $\mathbf{q}^{[4]}$ sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt. . . . .	72

5.7	Vergleich der Regelfehler (5.36) zwischen den einzelnen Regelungsstrategien unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet. . . . .	77
5.8	Vergleich der Regelfehler (5.36) zwischen den einzelnen Regelungsstrategien ohne ESP-Regelung unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet. . . . .	78
5.9	Vergleich der Absolutgenauigkeit der translatorischen Fehler (5.38) zwischen den einzelnen Regelungsstrategien unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Hierbei wird die euklidische Norm $\ \mathbf{e}_x\ _2 = \text{norm}(\mathbf{e}_x)$ angewendet. Die untere Grafik zeigt die selben Kurven wie die obere, jedoch ohne ESP-Regelung, welche die Skalierung der Ordinaten dominiert. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet. . . . .	81
5.10	Vergleich der Stellgrößen $\tau_m$ zwischen den einzelnen Regelungsstrategien unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet. . . . .	83
B.1	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten $\tau$ für die Identifikationstrajektorie aus [3] bzw. Abbildung 3.2 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b. . . . .	91
B.2	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten $\tau$ für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.1 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b. . . . .	92
B.3	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten $\tau$ für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.3 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b. . . . .	93

# Tabellenverzeichnis

3.1	Trajektorienanpassung an die Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a aufgrund der zu hohen Drehmomente $\tau_m$ . . . . .	23
3.2	Trajektorienanpassung an die Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b aufgrund der zu hohen Drehmomente $\tau_m$ . . . . .	23
3.3	Ergebnisse des nichtlinearen Optimierungsproblems (3.24) der physikalischen Parameteridentifikation mit 3 Hz-Filterung. . . . .	30
3.4	Ergebnisse des nichtlinearen Optimierungsproblems (3.24) der physikalischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung. . . . .	31
3.5	Ergebnisse des Least-Squares-Problems der essentiellen dynamischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung. . . . .	33
3.6	Ergebnisse des Least-Squares-Problems der essentiellen dynamischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung inklusive unteren Beschränkungen (3.30). . . . .	35
3.7	Fehlermaß zwischen den berechneten und gemessenen Gelenkdrehmomenten $\tau$ aller optimalen Trajektorien und Summenfehlermaß über alle Validierungstrajektorien. . . . .	38
4.1	Massenschwerpunkt sowie der dazugehörigen Masse der Last inklusive SCRT und Verschraubungen aus Abbildung 4.5b anhand der CAD-Daten.	49
4.2	Trägheitskomponenten der Trägheitsmatrix $\bar{\mathbf{I}}_{last}$ anhand der CAD-Daten.	49
4.3	Ergebnisse der Parameteridentifikation für die Steifigkeiten der Harmonic-Drive-Getriebe $K_i, i = 1, \dots, n$ , und kinematischen Parameter $d_i, i = \{1, 3, 5, 7\}$ . . . . .	54
4.4	Ergebnisse des nichtlinearen Optimierungsproblems (3.24) der physikalischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.3. . . . .	55
4.5	Ergebnisse des Least-Squares-Problems der essentiellen dynamischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung inklusive unteren Beschränkungen unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.3. . . . .	56
4.6	Fehlermaß zwischen den berechneten und gemessenen Gelenkdrehmomenten $\tau$ aller optimalen Trajektorien und Summenfehlermaß über alle Validierungstrajektorien unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.3.	57
5.1	Trajektorienanpassung an die Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b aufgrund der zu hohen Drehmomente $\tau_m$ . . . . .	73

5.2	Verwendete Eigenwerte bzw. Koeffizienten für die Verstärkungsmatrizen der Regelungsstrategien und dem Zustandsvariablenfilter. Skalare Einträge werden für alle $n$ Achsen angewendet. Vektorwertige Einträge korrespondieren mit den jeweiligen Achsen $i, i = 1, \dots, n$ . . . . .	74
5.3	Fehlermaß (5.36) der Regelgenauigkeit zwischen der gemessenen und gewünschten Gelenksposition $\mathbf{e}_q$ der optimalen Validierungstrajektorie aus 5.6 anhand der Robotersensorik. . . . .	79
5.4	Fehlermaß der Absolutgenauigkeit zwischen der gemessenen und gewünschten translatorischen Position des Endeffektors $\mathbf{e}_x$ der optimalen Validierungstrajektorie aus 5.6 anhand der Messdaten des Lasertrackers. . . . .	82
5.5	Quantitatives Maß für die Stellgrößen $\boldsymbol{\tau}_m$ der optimalen Validierungstrajektorie aus 5.6 anhand der Messdaten des Roboters. . . . .	84
A.1	Kinematische Parameter $d_i, i = 1, \dots, 7$ , zwischen den Koordinatensystemen aus Abbildung 2.1. . . . .	87
A.2	Massenschwerpunkte sowie den dazugehörigen Massen der Teilkörper $i, i = 1, \dots, 7$ . . . . .	87
A.3	Diagonale Trägheitsmatrix $\bar{\mathbf{I}}_{l,i}, i = 1, \dots, 7$ . . . . .	88
A.4	Diagonale Trägheitsmatrix $\bar{\mathbf{I}}_{r,i}$ sowie Übersetzungen $N_i, i = 1, \dots, 7$ , der Getriebe. . . . .	88
A.5	Geschätzte Elastizitäten bzw. Steifigkeiten $K_i, i = 1, \dots, 7$ , der Getriebe. . . . .	88
A.6	Mechanische Beschränkungen des KUKA LBR iiwa 14 R820 [12]. . . . .	89
B.1	Untere Grenzen der physikalischen Parameter. . . . .	90
B.2	Obere Grenzen der physikalischen Parameter. . . . .	94

# 1 Einleitung

Robotik beschäftigt sich mit dem Entwurf, der Bauweise, dem Betrieb, der Verwendung von Robotern sowie mit Computersystemen für die Steuerung bzw. Regelung und die Informationsverarbeitung. Eine bestehende Klasse von Robotern sind Industrieroboter. Diese werden häufig für die Produktion von unterschiedlichen Gütern von z. B. Smartphones bis hin zu Kraftfahrzeugen verwendet. Es werden dabei meist hohe Anforderungen an die Absolut- sowie Wiederholgenauigkeit der verrichteten Arbeit gestellt. Die Absolutgenauigkeit beschreibt die Abweichung zwischen der gewünschten und der tatsächlich erreichten Position des Roboters im Aufgabenraum. Die Wiederholgenauigkeit hingegen beschreibt, wie genau der Roboter dieselbe Position immer wieder anfahren kann.

Für kollaborative Roboter sind diese Anforderungen schwerer zu erfüllen, da diese Systeme mit Menschen interagieren und dabei häufig in Leichtbauweise konstruiert sind. Hierdurch entsteht meist eine Verschlechterung der Genauigkeit aufgrund des Einzugs von Elastizitäten in den Gelenken, da die Gelenkseite und Antriebsseite des Roboters elastisch über die verwendeten Harmonic-Drive-Getriebe gekoppelt sind.

Diese Arbeit hat zum Ziel, die Genauigkeit von kollaborativen Robotern durch präzise Modelle, spezielle Identifikations- sowie Verifikationsverfahren und verschiedene Regelungskonzepten zu verbessern. Konkret beschäftigt sich diese Arbeit mit der Verbesserung der Absolut- und Regelgenauigkeit des KUKA LBR iiwa 14 R820.

## 1.1 Literaturrecherche

Im einfachsten Fall werden Roboter als Starrkörpersysteme modelliert. Bei der Leichtbauweise ist dieser Ansatz aber nur in erster Näherung korrekt. Um die erwähnten Elastizitäten zu berücksichtigen, muss daher das Modell erweitert werden. Eine Berücksichtigung von flexiblen Gelenken des Roboters in der Modellierung ist in den Literaturwerken [1] sowie [2] zu finden.

Ein Modell erfordert zudem immer die Kenntnis über die verwendeten Parameter. Für modellbasierte Ansätze muss somit eine Parameteridentifikation durchgeführt werden. Für das oben genannte Robotermodell wurden die zwei Arbeiten [3] und [4] veröffentlicht, wobei letztere eine neuere Version der erst genannten ist. Diese ergänzen die Modellierung aus [1] sowie [2] zusätzlich um ein Reibmodell für die Gelenkseite. Weitere Effekte, die modellbasiert oder datengetrieben berücksichtigt werden können, sind Reibung in verschiedenen Detailgraden [5, 6], Nichtlinearitäten in den Steifigkeiten [7], nichtlineare dynamische Getriebe [8], Hysteresen und Nullpunktfehler bei den Sensoren sowie im Antriebsstrang [9]. In dieser Arbeit wird der KUKA LBR iiwa 14 R820 betrachtet, bei dem die wesentlichen Effekte die antriebs- sowie gelenkseitige Reibung und die lineare Steifigkeit im Antriebsstrang sind. Die Parameteridentifikation aus [3] verwendet als Ansatz gut konditionierte Trajektorien für die Anregung und zwei Optimierungsprobleme für die

Identifikation der Parameter, wobei zwischen den physikalischen und den dynamischen Parametern unterschieden wird. Die Arbeit [3] wird zudem um deren Literaturgrundlage [5] ergänzt, weil die Parameter für die Identifikation nicht eindeutig sind. Somit wird aus der Arbeit [3] eine angepasste Version der enthaltenen Parameteridentifikation für die vorliegende Arbeit erzeugt.

Die Kenntnis über das Systemmodell und dessen Parameter ist nicht ausreichend, um am Roboter die gewünschte Bewegung präzise auszuführen. Es muss folglich eine passende Regelungsstrategie für das betrachtete System angewendet werden. Einfache Konzepte wie der Computed-Torque-Regler [2, 10] sind nur für Starrkörpersysteme, nicht aber für Systeme mit elastischen Antriebssträngen, eine geeignete Wahl. Die Absolutgenauigkeit hängt mit der Positionsregelung zusammen. Eine Verbesserung ist somit nur durch die passende Wahl des Regelungskonzeptes möglich. In der vorliegenden Arbeit werden daher verschiedene Regelungsstrategien untersucht, die systematisch zum verwendeten Robotermodell passen. Für den Vergleich der Regler wird die Regelgüte und die Absolutgenauigkeit anhand der Positionsregelung bewertet. Die zu untersuchenden Regelungsstrategien sind die singuläre Störregelung und ein passivitätsbasierter Ansatz, welche beide in [1] zu finden sind. Zudem wird die Feedback Linearisierung aus [2] und die elastische strukturerhaltende (ESP = Elastic Structure Preserving) Regelung aus [7] betrachtet.

## 1.2 Gliederung der Arbeit

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Zu Beginn wird in Kapitel 2 die Notation eingeführt und die Modellierung aus [1] konkret auf den KUKA LBR iiwa 14 R820 angewendet. Darauf folgend wird in Kapitel 3 eine Parameteridentifikation des Starrkörpermodells orientiert an [3, 4] durchgeführt. Im Anschluss werden die Steifigkeitsparameter sowie die kinematischen Parameter im Kapitel 4 identifiziert. Schließlich wird der Vergleich unterschiedlicher Regelungsstrategien und die Bewertung der Regelgüte sowie der Absolutgenauigkeit in Kapitel 5 durchgeführt. Das ist in dieser Arbeit die Herangehensweise für die Verbesserung der Absolut- und Regelgenauigkeit des KUKA LBR iiwa 14 R820.

## 1.3 Ziele der Arbeit

Das große Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Verbesserung der Absolut- sowie Regelgenauigkeit an kollaborativen Robotern mit Drehmomentsensoren in den elastischen Antriebssträngen wie dem verwendeten KUKA LBR iiwa 14 R820. Hierbei werden im Zuge dieser Arbeit Algorithmen, Werkzeuge sowie Implementierungen entwickelt, mit denen optimale Trajektorien für die Identifikation und Validierung entworfen werden können. Zusätzlich werden systematisch unterschiedliche Regelungskonzepte hinsichtlich der oben genannten Aspekte verglichen und dafür weitere Werkzeuge erschaffen. Schlussendlich soll die verwendete Implementierung und Routine auch auf Roboter der gleichen Klasse wie dem KUKA LBR iiwa 14 R820 angewendet werden können.

## 2 Modellierung von Robotern mit flexiblen Gelenken

Dieses Kapitel dient dem mathematischen Einstieg in diese Arbeit und fasst die wesentlichen kinematischen sowie dynamischen Zusammenhänge des Robotermodells mit flexiblen Gelenken zusammen. Dabei wird die Theorie aus [1] bzw. [2] für den KUKA LBR iiwa 14 R820 explizit angewendet, da dieser Roboter im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachtet wird. Die in der Einleitung genannten Literaturstellen bilden die Grundlage dieser Arbeit, wobei die Notation an [11] angelehnt ist. In Anhang A sind alle nominellen Parameter des Roboters tabellarisch angeführt.

### 2.1 Kinematik

Die Kinematik beschäftigt sich mit den geometrischen Bewegungen von Starrkörpern. Relevante Größen sind hierbei Position, Geschwindigkeit, Beschleunigung als Funktion der Zeit.

#### 2.1.1 Vorwärtskinematik

Die Vorwärtskinematik ist im Allgemeinen eine nichtlineare Funktion einer Konfiguration  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$  des Roboters, welche die Pose des Endeffektors  $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^m$ , d. h. die Position und Orientierung, im Aufgabenraum beschreibt. Hierbei werden im Vektor  $\mathbf{q}$  alle Gelenkpositionen des Roboters zusammengefasst. Der redundante Roboter KUKA LBR iiwa 14 R820 hat einen Konfigurationsraum mit  $n = 7$  Dimensionen und einen Aufgabenraum mit  $m = 6$  Dimensionen. Die dazugehörige mathematische Beschreibung der Vorwärtskinematik lautet allgemein

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{f}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \\ \phi(\mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_e \\ \phi_e \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Mit den Vektoren  $\mathbf{p}_e$  und  $\phi_e$  wird die Pose des Endeffektors in die Position  $\mathbf{p}_e$  bzw. Orientierung  $\phi_e$  unterteilt. Der KUKA LBR iiwa 14 R820 ist in der Konfiguration  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  in Abbildung 2.1 inklusive der zugehörigen Koordinatensysteme dargestellt. Hiermit lässt sich die Vorwärtskinematik (2.1) als serielle kinematische Kette bestehend aus homogenen Transformationen in Form von  $\mathbf{H}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q})$  bestimmen. Die homogene Transformation  $\mathbf{H}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q})$  beschreibt die Pose des Koordinatensystems  $\mathcal{E}$  bezogen auf das Koordinatensystem  $\mathcal{I}$ , ausgedrückt in  $\mathcal{I}$ . Die Bauform dieser Transformationsmatrix setzt sich aus der orthonormalen Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \in \text{SO}(3)$  und den Verschiebungsvektor  $\mathbf{d}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^3$  gemäß

$$\mathbf{H}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) & \mathbf{d}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \in \text{SE}(3) \quad (2.2)$$

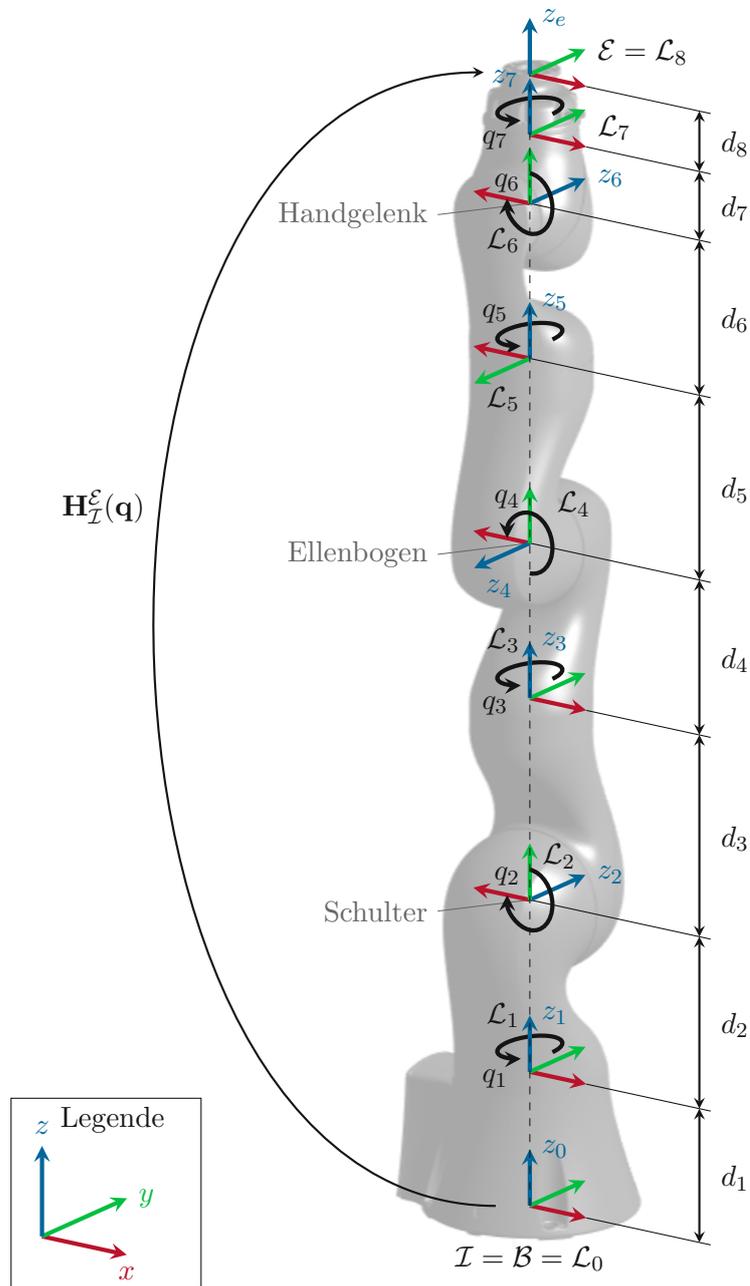


Abbildung 2.1: Koordinatensysteme des KUKA LBR iiwa 14 R820.

zusammen. Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q})$  lässt sich mithilfe einer Minimalkoordinatendarstellung  $\phi_e$  anschreiben. In der vorliegenden Arbeit werden für die Parametrierung die klassischen EULER-Winkel verwendet. Die Zahlenwerte für die kinematischen Parameter  $d_i$ , d. h. die Abstände zwischen den Koordinatensystemen  $\mathcal{L}_i$ ,  $i = 0, \dots, 8$ , aus der Abbildung 2.1 sind in Tabelle A.1 im Anhang A aufgelistet. Gemäß der geometrischen Relationen aus Abbildung 2.1 wird die kinematische Kette in der Form

$$\mathbf{H}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) = \mathbf{H}_I^{\mathcal{B}} \mathbf{H}_B^{\mathcal{L}_0} \mathbf{H}_{\mathcal{L}_0}^{\mathcal{L}_1}(q_1) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_1}^{\mathcal{L}_2}(q_2) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_2}^{\mathcal{L}_3}(q_3) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_3}^{\mathcal{L}_4}(q_4) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_4}^{\mathcal{L}_5}(q_5) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_5}^{\mathcal{L}_6}(q_6) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_6}^{\mathcal{L}_7}(q_7) \mathbf{H}_{\mathcal{L}_7}^{\mathcal{E}} \quad (2.3)$$

mit  $\mathbf{H}_I^{\mathcal{B}} = \mathbf{H}_B^{\mathcal{L}_0} = \mathbf{E}$ , mit der Einheitsmatrix berechnet.

Die Inverse der homogenen Transformation  $\mathbf{H}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q})$  aus (2.2) lässt sich aufgrund der einfachen Struktur in der Form

$$\mathbf{H}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) = \left( \mathbf{H}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right)^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) & \mathbf{d}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \left( \mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right)^T & -\left( \mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right)^T \mathbf{d}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

berechnen.

### 2.1.2 Differentielle Kinematik

In diesem Abschnitt wird ausgehend vom Zusammenhang (2.1) eine Beziehung zwischen den Änderungsraten im Konfigurationsraum  $\dot{\mathbf{q}}$  und den Änderungsraten im Aufgabenraum  $\dot{\mathbf{x}}_e$  hergestellt. Die Endeffektorgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_e$  kann mithilfe der Vorwärtskinematik (2.1) aus der Pose im Aufgabenraum  $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^m$  über die zeitliche Ableitung gemäß

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_e \\ \dot{\phi}_e \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{f}(\mathbf{q})}_{\mathbf{J}_a(\mathbf{q})} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_a(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (2.5)$$

berechnet werden. Der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit im Konfigurationsraum  $\dot{\mathbf{q}}$  und der Endeffektorgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_e$  wird somit durch die analytische Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}_a(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  hergestellt.

Das Fehlen von geschlossenen Ausdrücken in  $\phi_e$  erschwert eine direkte Berechnung der Änderungsraten in der Orientierung. Der Vektor der Drehwinkelgeschwindigkeiten lässt sich aber mithilfe der schiefsymmetrischen Matrix

$$[\boldsymbol{\omega}_e] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{e,z} & \omega_{e,y} \\ \omega_{e,z} & 0 & -\omega_{e,x} \\ -\omega_{e,y} & \omega_{e,x} & 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \left( \mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right)^T = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial q_i} \mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right) \left( \mathbf{R}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right)^T \dot{q}_i \quad (2.6)$$

bestimmen, wobei  $\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega}_I^{\mathcal{E}}$  gilt. Mithilfe einer einfachen Transformationsmatrix, siehe [11], kann  $\dot{\phi}_e$  geschlossen aus  $\boldsymbol{\omega}_e$  berechnet werden. Der translatorische Anteil der momentanen Endeffektorgeschwindigkeit wird hingegen mit

$$\dot{\mathbf{p}}_e = \dot{\mathbf{d}}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial q_i} \mathbf{d}_I^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}) \right) \dot{q}_i \quad (2.7)$$

berechnet. Die Gleichungen (2.6) und (2.7) ergeben zusammen die geometrische Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}_g(\mathbf{q})$  gemäß

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_e \\ \boldsymbol{\omega}_e \end{bmatrix} = \mathbf{J}_g(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_\omega(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_e}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_e}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}. \quad (2.8)$$

Die beiden Jacobi-Matrizen  $\mathbf{J}_g(\mathbf{q})$  und  $\mathbf{J}_a(\mathbf{q})$  unterscheiden sich nur in den rotatorischen Geschwindigkeiten, vergleiche (2.5) und (2.8). In dieser Arbeit wird weitestgehend die geometrische Jacobi-Matrix verwendet. Für detailliertere bzw. weiterführende Information sei an dieser Stelle auf [1, 2, 11] verwiesen.

## 2.2 Dynamisches Modell eines flexiblen Gelenkroboters

Mit der Kinematik als Grundlage können unter der Hinzunahme von Kräften, Massen und Massenträgheitsmomenten die Bewegungsgleichungen bestimmt werden. Wie bei jeder Modellierung müssen Annahmen getroffen werden, um ein möglichst präzises aber rechentechnisch zumutbares Abbild der Realität zu formulieren. Die Robotermodellierung wird mithilfe des EULER-LAGRANGE-Formalismus ausgeführt.

### 2.2.1 Modellierungsannahmen für das vollständige Modell

Für die Modellierung eines Roboters mit flexiblen Gelenken werden die Annahmen aus [1] getroffen:

1. Die Rotoren der Motoren sind rotationssymmetrische Starrkörper und die Rotationsachse stimmt mit der Achse des Gelenks überein.
2. Der innere Stromregelkreis der Motoren ist ausreichend schnell, so dass dieser vernachlässigt werden kann.
3. Die Elastizitäten der Getriebe werden als lineare Drehfeder modelliert, welche sich zwischen den Rotoren und den nachfolgenden Gliedern befinden.
4. Die Rotoren  $i$  der Antriebe der Gelenke befinden sich immer am vorherigen Glied  $i - 1$  des Roboters.

Die motorseitigen Größen für das Drehmoment  $\tau_{\text{Motor},i}$  und die Position  $\theta_{\text{Motor},i}$  werden mithilfe des konstant angenommenen Übersetzungsverhältnisses  $N_i, i = 0, \dots, n$ , auf die Abtriebsseite (Glied) gemäß

$$\tau_{m,i} = N_i \tau_{\text{Motor},i}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.9a)$$

$$\theta_{m,i} = \frac{1}{N_i} \theta_{\text{Motor},i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.9b)$$

umgerechnet, sodass im weiteren Verlauf alle Größen als gliedseitig betrachtet werden können. Die Größen  $\tau_{m,i}$  und  $\theta_{m,i}$  sind daher die auf die Abtriebsseite umgerechneten

Drehmomente und Motorwinkel. Das vollständige Modell erfordert zudem die Erweiterung des Vektors der generalisierten Koordinaten auf

$$\hat{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n} \quad (2.10)$$

für die Anwendung des EULER-LAGRANGE-Formalismus. Analog zur geometrischen Jacobi-Matrix (2.8) können für jeden Körper aus der kinematischen Kette die Jacobi-Matrizen für die Bewegung der Koordinatensysteme  $\mathcal{L}_i$ ,  $i = 0, \dots, 8$ , gemäß

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\mathcal{L}_i, v, l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_{\mathcal{L}_i, \omega, l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.11)$$

aufgestellt werden. Im Gegensatz zu (2.8), bei dem der translatorische Anteil der Jacobi-Matrix über  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{d}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q})$  berechnet wird, geschieht dies bei diesen Matrizen über die Schwerpunkte  $\mathbf{p}_{c, i}$  in Form von

$$\dot{\mathbf{p}}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \mathbf{d}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) + \mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \mathbf{p}_{c, i} \right) \right) \dot{q}_i. \quad (2.12)$$

Der rotatorische Anteil  $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i}$  lässt sich analog zu (2.6) mit

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i}] &= \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, l, z}^{\mathcal{L}_i} & \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, l, y}^{\mathcal{L}_i} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, l, z}^{\mathcal{L}_i} & 0 & -\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, l, x}^{\mathcal{L}_i} \\ -\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, l, y}^{\mathcal{L}_i} & \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, l, x}^{\mathcal{L}_i} & 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \left( \mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^T \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial q_i} \mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right) \left( \mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^T \dot{q}_i \end{aligned} \quad (2.13)$$

berechnen, womit die geometrischen Jacobi-Matrizen  $\mathbf{J}_{\mathcal{L}_i}^{\mathcal{L}_i}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , definiert sind.

Die Rotoren der Motoren liefern aufgrund der elastischen Antriebsstränge im System einen eigenen rotatorischen Beitrag, welche mithilfe der Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, r}^{\mathcal{L}_i}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , beschrieben werden. Dieser Anteil der Rotoren wird mit

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{L}_i, r}^{\mathcal{L}_i} = \mathbf{J}_{\mathcal{L}_i, \omega, r}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_{m, i} \quad (2.14)$$

berücksichtigt. Hierbei fügt die vierte Annahme der obigen Auflistung den Zusammenhang  $\mathbf{J}_{\mathcal{L}_i, \omega, r}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_{\mathcal{L}_i, \omega, l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q})$  für die Berechnung der Winkelgeschwindigkeit (2.14) ein. Daher wird auch die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q})$  und nicht  $\mathbf{R}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q})$  in (2.14) verwendet. Mit diesen Informationen kann im nächsten Abschnitt die Dynamik des vollständigen Robotermodells erläutert werden.

### 2.2.2 Vollständiges Robotermodell

Die Anwendung des EULER-LAGRANGE-Formalismus führt auf das in [1] gezeigte Ergebnis eines vollständigen dynamischen Robotermodells mit flexiblen Gelenken. Die Bewegungsgleichungen lassen sich somit in der allgemeinen Form

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{q}) \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \\ \boldsymbol{\tau}_m \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

mit

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) \quad (2.16)$$

anschreiben. Hierbei wird mit  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  die vollständige Massenmatrix,  $\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  die Terme für die Zentrifugal- sowie Corioliskräfte und mit  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  der Vektor der Potentialkräfte bezeichnet. Die Beziehung (2.16) für das Drehmoment  $\boldsymbol{\tau}$  der Gelenke mit der Diagonalmatrix

$$\mathbf{K} = \text{diag} \left( [K_1, \dots, K_n] \right) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.17)$$

für die Steifigkeiten ist das Resultat aus der dritten Annahme von Abschnitt 2.2.1. Abbildung 2.2 zeigt den schematischen Aufbau eines Gelenks mit elastischen Antriebsstrang.

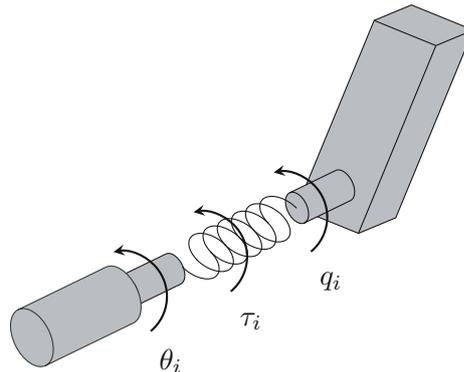


Abbildung 2.2: Elastisches Gelenk mit der linearen Drehfeder  $\tau_i = K_i(\theta_i - q_i)$ .

Die Matrix  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  in (2.15) hat die Form

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_l(\mathbf{q}) + \mathbf{M}_r(\mathbf{q}) & \mathbf{S}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) & \mathbf{B} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} . \quad (2.18)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{M}_l(\mathbf{q})$  die generalisierte Massenmatrix der Glieder,  $\mathbf{M}_r(\mathbf{q})$  die generalisierte Massenmatrix der Rotoren und  $\mathbf{S}(\mathbf{q})$  die Koppelmatrix. Die Diagonalmatrix  $\mathbf{B}$  ist konstant und enthält die Massenträgheitsmomente  $I_{r_{i_{zz}}}$  der Rotoren  $i = 1, \dots, n$ , um ihre Drehachsen, welche mithilfe der Übersetzungsverhältnisse  $N_i$  auf die Abtriebsseite umgerechnet sind. Somit lässt sich diese als

$$\mathbf{B} = \text{diag} \left( [B_1, \dots, B_n] \right) = \text{diag} \left( [I_{r_{1_{zz}}} N_1^2, \dots, I_{r_{n_{zz}}} N_n^2] \right) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.19)$$

anschreiben. Die quadratische Matrix  $\mathbf{S}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  drückt die Kopplungen der Trägheiten zwischen den Rotoren und den vorangegangenen Gliedern der kinematischen Kette aus. Die Berechnung dieser Matrix erfolgt unter der Zuhilfenahme von (2.14) durch

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1(\mathbf{q}) & \dots & \mathbf{s}_n(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

mit

$$\mathbf{s}_i = \left( \mathbf{J}_{\mathcal{I},\omega,r}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^\top \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_{i-1}}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_i \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Die Matrix  $\mathbf{S}(\mathbf{q})$  zeigt ausgewertet die Struktur einer strikten oberen Dreiecksmatrix. Die generalisierte Massenmatrix zufolge der Rotoren wird mit

$$\mathbf{M}_r(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n \left( \mathbf{J}_{\mathcal{I},\omega,r}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^\top \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_{i-1}}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{I}}_{r,i} \left( \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_{i-1}}(\mathbf{q}) \right)^\top \mathbf{J}_{\mathcal{I},\omega,r}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \quad (2.22)$$

berechnet, wobei  $\bar{\mathbf{I}}_{r,i} = \text{diag} \left( \begin{bmatrix} I_{r_{i_{xx}}} & I_{r_{i_{yy}}} & I_{r_{i_{zz}}} \end{bmatrix} \right)$  mit  $I_{r_{i_{xx}}} = I_{r_{i_{yy}}}$  die konstante körperfeste Trägheitsmatrix des jeweiligen Rotors ist und aus der ersten Annahme von Abschnitt 2.2.1 resultiert. In (2.22) entfallen die Trägheiten zufolge der Massen der Rotoren, da diese in die Massen und Schwerpunkte der Roboterglieder eingerechnet sind. Die generalisierte Massenmatrix für die Glieder wird gemäß

$$\mathbf{M}_l(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n m_i \left( \mathbf{J}_{\mathcal{I},v,l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^\top \mathbf{J}_{\mathcal{I},v,l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) + \left( \mathbf{J}_{\mathcal{I},\omega,l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^\top \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{I}}_{l,i} \left( \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \right)^\top \mathbf{J}_{\mathcal{I},\omega,l}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \quad (2.23)$$

berechnet. Die konstanten Parameter  $m_i, i = 1, \dots, n$ , beschreiben die Massen des jeweiligen Körpers inklusive Rotormassen. Die konstanten körperfesten symmetrischen Trägheitsmatrizen  $\bar{\mathbf{I}}_{l,i}, i = 1, \dots, n$ , bezeichnen die Trägheitskomponenten der Glieder um ihre Drehachsen. Im Vergleich zur Trägheitsmatrix des Rotors ist diese im Allgemeinen keine Diagonalmatrix.

Die Matrix  $\mathbf{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  wird mithilfe der Christoffel-Symbole erster Art in der Form

$$\Gamma_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{k=1}^{2n} \Gamma_{ijk}(\mathbf{q}) \dot{q}_k \quad (2.24)$$

mit

$$\Gamma_{ijk}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial H_{ij}(\mathbf{q})}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial H_{ik}(\mathbf{q})}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial H_{jk}(\mathbf{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) \quad (2.25)$$

bestimmt. Der rechte untere  $n \times n$ -Block dieser Matrix ist strukturbedingt eine Nullmatrix der Form  $\mathbf{0}_{n \times n}$ , wobei  $\mathbf{0}_{a \times b}$  die Nullmatrix mit  $a$  Zeilen und  $b$  Spalten ist.

Schließlich wird der Vektor der Potentialkräfte  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  über die potentielle Energie aller Roboterglieder mit eingerechneten Rotoren gemäß

$$V_g(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n m_i \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix} \left( \mathbf{d}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) + \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}_i}(\mathbf{q}) \mathbf{p}_{c,i} \right) \quad (2.26)$$

berechnet, wobei  $\mathbf{d}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}^i}(\mathbf{q}) + \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}^i}(\mathbf{q})\mathbf{p}_{c,i}$  den Schwerpunkt der Teilkörper  $i = 1, \dots, n$ , im Inertialkoordinatensystem  $\mathcal{I}$  darstellt und  $g$  für die Erdbeschleunigung steht. Der Vektor der Potentialkräfte  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  folgt aus (2.26) gemäß

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \left( \frac{\partial V_g(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \quad (2.27)$$

und zeigt gleichzeitig die Unabhängigkeit von  $\dot{\mathbf{q}}$ . Für mehr Details sei auf [1, 2] verwiesen.

### 2.2.3 Reduziertes Robotermodell

Weil am vollständigen Robotermodell (2.15) aus Abschnitt 2.2.2 keine praktisch umsetzbaren Regler implementiert werden können, wird auf das reduzierte Robotermodell zurückgegriffen. Die notwendigen Bewegungsgleichungen des reduzierten Robotermodells für die Regelungsstrategien dieser vorliegenden Arbeit lassen sich gemäß

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (2.28a)$$

$$\mathbf{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_m \quad (2.28b)$$

mit (2.16) anschreiben. Hierbei wurde  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_l(\mathbf{q})$  eingeführt, siehe (2.23). Um auf dieses Ergebnis zu gelangen, wird eine weitere Annahme für das Modell zu den bestehenden aus Abschnitt 2.2.1 hinzugefügt:

5. Nur die relative Bewegung der Rotoren  $i$  gegenüber dem vorherigen Glied  $i - 1$  wird für den rotatorischen Anteil der kinetischen Energie der Rotoren herangezogen.

Diese Annahme erhält aufgrund der hohen Übersetzungsverhältnisse  $N_i \geq 100$ ,  $i = 1, \dots, n$ , der Harmonic-Drive-Getriebe Gültigkeit. Hiermit wird im Rotationsanteil aus (2.14) der Term  $\mathbf{J}_{\mathcal{I},\omega,r}^{\mathcal{L}^i}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$  vernachlässigt, woraufhin

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{I},r}^{\mathcal{L}^i} = \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{L}^{i-1}}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_{m,i} \quad (2.29)$$

folgt. Dadurch fallen die Matrizen  $\mathbf{S}(\mathbf{q})$  sowie  $\mathbf{M}_r(\mathbf{q})$  in (2.18) weg, da eine Entkopplung der Trägheiten der Roboterglieder  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  und Rotoren  $\mathbf{B}$  infolge der neuen Annahme auftritt. Die Matrix  $\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  zerfällt in die Coriolis-Matrix  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  unter der Verwendung von  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ . Diese lässt sich mit dem selben Formalismus wie in (2.24) und (2.25) berechnen. Das Element  $(i, j)$  lässt sich demnach mit

$$C_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{k=1}^n c_{ijk}(\mathbf{q})\dot{q}_k \quad (2.30)$$

ermitteln. Die dafür verwendeten Christoffel-Symbole erster Art  $c_{ijk}(\mathbf{q})$  lauten

$$c_{ijk}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial m_{ij}(\mathbf{q})}{\partial q_k} + \frac{\partial m_{ik}(\mathbf{q})}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i} \right) \quad (2.31)$$

mit den Einträgen  $m_{ij}$  aus der Massenmatrix  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ ,  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ . Weitere bzw. ergänzende Informationen sind in [1, 2, 11] zu finden.

## 3 Parameteridentifikation - Starrkörper

Das Erreichen einer Verbesserung der Absolut- und Regelgenauigkeit des KUKA LBR iiwa 14 R820 hängt erheblich von den verwendeten Modellparametern des Roboters ab. Dieses Kapitel beschäftigt sich daher mit der Bestimmung der Parameter des Robotermodells. Dazu wird zunächst das Starrkörpermodell für die Identifikation eingeführt, welches über sogenannte *dynamische Parameter* als lineare Dynamikgleichung dargestellt werden kann. Für die effektive Identifikation werden zunächst mehrere Trajektorien entworfen und anschließend unterschiedliche Identifikationsmethoden beschrieben. Abschließend werden die Ergebnisse der Identifikation diskutiert und validiert. Zudem sei erwähnt, dass das primäre Ziel dieser Arbeit im Vergleich zu [3, 4] die Identifikation der *physikalischen Parameter*, d. h. der im Starrkörpermodell auftretenden Parameter, und sekundär der dynamischen Parameter ist.

### 3.1 Starrkörpermodell

Als Grundlage für die Identifikation der Starrkörperparameter dient das reduzierte Robotermodell (2.28a) aus Abschnitt 2.2.3. Hierbei hat der KUKA LBR iiwa 14 R820 einen Konfigurationsraum mit  $n = 7$  Dimensionen. Das reduzierte Robotermodell (2.28a) wird um zwei Terme, welche verschiedene Arten der Reibung beschreiben, erweitert und lautet somit

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_c \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{q}}). \quad (3.1)$$

Dabei beschreibt  $\mathbf{F}_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die viskose und  $\mathbf{F}_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die Coulombsche Reibung. Beide Matrizen sind konstante Diagonalmatrizen. Zudem sei erwähnt, dass die externen Momente  $\boldsymbol{\tau}_{ext} = \mathbf{0}$  gesetzt werden, weil in dieser Arbeit nur Freiraumbewegungen betrachtet werden.

### 3.2 Lineare Dynamikgleichung

Wie in Abschnitt 3.1 ersichtlich ist, kann die gesamte Reibung in Summe somit anhand von  $2n$  Parametern erfasst werden. In den Matrizen  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  und  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  sowie im Vektor  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  befinden sich weitere  $10n$  Modellparameter. Die insgesamt  $p = 2n + 10n = 12n$  zu identifizierenden physikalischen Parameter können in einem Vektor

$$\boldsymbol{\mu}^T = [\boldsymbol{\mu}_1^T, \dots, \boldsymbol{\mu}_n^T] \in \mathbb{R}^p \quad (3.2)$$

mit dem physikalischen Parametervektor

$$\boldsymbol{\mu}_i^T = [m_i, p_{c_x,i}, p_{c_y,i}, p_{c_z,i}, I_{i,xx}, I_{i,xy}, I_{i,xz}, I_{i,yy}, I_{i,yz}, I_{i,zz}, F_{v,i}, F_{c,i}], \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.3)$$

der einzelnen Glieder zusammengefasst werden. In jedem Parametervektor  $\boldsymbol{\mu}_i$  in (3.3),  $i = 1, \dots, n$ , befinden sich somit zwölf unabhängige Parameter. Dies sind die Massen  $m_i$ , die bei der Berechnung der generalisierten Massenmatrix für die Glieder (2.23) verwendet werden, die Schwerpunkte  $\mathbf{p}_{c,i}^T = [p_{c_x,i}, p_{c_y,i}, p_{c_z,i}]$  aus (2.12) sowie die symmetrischen körperfesten Trägheitsmatrizen  $\bar{\mathbf{I}}_{l,i}$ . Diese wurden ebenfalls zur Berechnung von (2.23) herangezogen. Die Trägheitsmatrix eines Robotergliedes lässt sich in der Form

$$\bar{\mathbf{I}}_{l,i} = \begin{bmatrix} I_{i,xx} & I_{i,xy} & I_{i,xz} \\ I_{i,xy} & I_{i,yy} & I_{i,yz} \\ I_{i,xz} & I_{i,yz} & I_{i,zz} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

darstellen. Die verbleibenden zwei Parameter  $F_{v,i}$  und  $F_{c,i}$  bilden die viskose bzw. Coulombsche Reibung ab.

Der Parametervektor (3.3) lässt sich mithilfe von

$$M_i = m_i \quad (3.5a)$$

$$MX_i = m_i p_{c_x,i} \quad (3.5b)$$

$$MY_i = m_i p_{c_y,i} \quad (3.5c)$$

$$MZ_i = m_i p_{c_z,i} \quad (3.5d)$$

$$XX_i = I_{i,xx} + m_i (p_{c_y,i}^2 + p_{c_z,i}^2) \quad (3.5e)$$

$$XY_i = I_{i,xy} - m_i p_{c_x,i} p_{c_y,i} \quad (3.5f)$$

$$XZ_i = I_{i,xz} - m_i p_{c_x,i} p_{c_z,i} \quad (3.5g)$$

$$YY_i = I_{i,yy} + m_i (p_{c_x,i}^2 + p_{c_z,i}^2) \quad (3.5h)$$

$$YZ_i = I_{i,yz} - m_i p_{c_y,i} p_{c_z,i} \quad (3.5i)$$

$$ZZ_i = I_{i,zz} + m_i (p_{c_x,i}^2 + p_{c_y,i}^2) \quad (3.5j)$$

$$FV_i = F_{v,i} \quad (3.5k)$$

$$FC_i = F_{c,i} \quad (3.5l)$$

in den dynamischen Parametervektor

$$\boldsymbol{\pi}_i(\boldsymbol{\mu}_i) = [M_i, MX_i, MY_i, MZ_i, XX_i, XY_i, XZ_i, YY_i, YZ_i, ZZ_i, FV_i, FC_i]^T \quad (3.6)$$

des jeweiligen Gliedes  $i, i = 1, \dots, n$ , überführen. Hiermit ist es möglich, die Darstellung (3.1) durch die lineare Dynamikgleichung

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu}) \quad (3.7)$$

mit

$$\boldsymbol{\pi}^T(\boldsymbol{\mu}) = [\boldsymbol{\pi}_1^T(\boldsymbol{\mu}_1), \dots, \boldsymbol{\pi}_n^T(\boldsymbol{\mu}_n)] \in \mathbb{R}^p \quad (3.8)$$

zu ersetzen. Die Matrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$  wird in der Literatur [11] auch als Regressormatrix bezeichnet. An dieser Stelle sei angemerkt, dass sämtliche Starrkörperparameter  $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu})$  über die Matrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  linear mit dem Drehmoment  $\boldsymbol{\tau}$  zusammenhängen.

Der dynamische Parametervektor  $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu})$  stellt im Allgemeinen keinen minimalen Parametersatz dar. Dies hat zur Folge, dass eine analytische oder numerische Methode benötigt wird, welche die Spaltenregularität einer reduzierten Regressormatrix sicherstellt. Eine Möglichkeit besteht darin, die linear abhängigen Spalten zusammenzufassen und hierdurch einen Satz von Basisparametern zu erzeugen. In der vorliegenden Arbeit wird hingegen eine numerische Methode mithilfe der Singulärwertzerlegung gewählt, da diese einfacher zu handhaben und zudem numerisch stabil ausführbar ist. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass selbst die Literatur [5] zur Identifikation dieser Parameter bei Robotern anmerkt, wie aufwendig und komplex das Vorhaben sein kann. Zudem können Linearkombinationen aus [3] für die analytische Methode nicht übernommen werden, da die Koordinatensysteme in [3] anders als in dieser Arbeit gewählt wurden.

### 3.3 Optimale Trajektorien

Als Ausgangspunkt zur bestmöglichen Identifikation der Starrkörperparameter wird die lineare Dynamikgleichung (3.7) herangezogen, insbesondere die Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ . Dafür muss die Matrix ausreichend gut konditioniert werden, um Fehler bei der Identifikation im später folgenden Least-Squares-Problem aufgrund von Messrauschen zu reduzieren. Das wird mithilfe von Trajektorien erreicht, welche die dynamischen Parameter  $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu})$  bei der Ausführung der Trajektorien am Roboter hinreichend gut anregen.

#### 3.3.1 Optimierungsproblem - Optimale Trajektorien

Für die optimale Anregung der Dynamik ist ein passendes Optimalitätskriterium zur Bewertung der Trajektorien erforderlich. Hierbei wird die Minimierung der Konditionszahl, welche das Verhältnis zwischen dem größten und dem kleinsten Eigenwert angibt, als Optimalitätskriterium angewendet, siehe [3]. An dieser Stelle wird aber nicht die analytische Form einer spaltenregulären Matrix wie in [3] verwendet, sondern der Messdatensatz in Form von

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_s(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_s(M) \end{bmatrix}}_{\bar{\boldsymbol{\tau}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(\mathbf{q}_s(1), \dot{\mathbf{q}}_s(1), \ddot{\mathbf{q}}_s(1)) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}(\mathbf{q}_s(M), \dot{\mathbf{q}}_s(M), \ddot{\mathbf{q}}_s(M)) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{Y}}} \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu}) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{v}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{v}(M) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{v}}} \quad (3.9)$$

mit der Anzahl  $M$  an Messungen, welcher dann für die Parameteridentifikation herangezogen wird. Das Argument gibt den  $m$ -ten Messpunkt an und der Index  $s$  zeigt an, dass für die jeweilige Größe ein gemessener Sensorwert verwendet wird. Um das Messrauschen zu berücksichtigen, werden Messrauschvektoren in  $\bar{\mathbf{v}}$  zusammengefasst und dem Prozess additiv überlagert. Da hier mittelwertfreies weißes Rauschen angenommen wird, ist der Erwartungswert der Störung  $\bar{\mathbf{v}}$  gleich Null zu setzen.

Die Matrix  $\bar{\mathbf{Y}} \in \mathbb{R}^{Mn \times p}$  besitzt nicht den vollen Spaltenrang, was zu einer unendlich großen Konditionszahl führt. Das Ziel ist allerdings, die Konditionszahl gegen den Wert 1 konvergieren zu lassen, weil dann (3.9) durch die Messungenauigkeit nur unwesentlich beeinflusst wird und die lineare Dynamikgleichung (3.9) als solche gewährleistet ist. Allgemeiner formuliert misst die Konditionszahl für die Inversion einer Matrix, wie empfindlich

die Lösung eines Systems linearer Gleichungen gegenüber Fehlern in den Eingabedaten ist. Daher wird die Definition der Konditionszahl für eine allgemeine quadratische Matrix  $\mathbf{A}$

$$\text{cond}(\mathbf{A}) = \frac{\sigma_{\max}(\mathbf{A})}{\sigma_{\min}(\mathbf{A})} = \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{A}^{-1}\| \quad (3.10)$$

für rechteckige Matrizen mit dem MATLAB-Befehl  $\|\mathbf{A}\| = \text{norm}(\mathbf{A})$ , welcher den maximalen singulären Wert der Matrix  $\mathbf{A}$  zurückliefert, auf

$$\text{cond}(\bar{\mathbf{Y}}) = \frac{\sigma_{\max}(\bar{\mathbf{Y}})}{\sigma_{\min}(\bar{\mathbf{Y}})} = \|\bar{\mathbf{Y}}\| \|\bar{\mathbf{Y}}^\dagger\| \quad (3.11)$$

erweitert, wobei  $\sigma_{\max}(\bar{\mathbf{Y}})$  und  $\sigma_{\min}(\bar{\mathbf{Y}})$  den größten bzw. kleinsten Singulärwert der Matrix im Argument darstellen [5]. In (3.11) ist  $\bar{\mathbf{Y}}^\dagger$  die sogenannte Moore-Penrose-Inverse der Matrix  $\bar{\mathbf{Y}}$ . Der Befehl  $\text{cond}(\cdot)$  in MATLAB liefert aber durch den Rangverlust der Matrix  $\bar{\mathbf{Y}}$  Numerik bedingt sehr große Werte, anstatt unendlich für die Konditionszahl. Der Rangverlust ist in der von MAPLE ausgewerteten Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  ersichtlich, da im konkreten Fall in der linearen Dynamikgleichung (3.7) im ersten Glied nur die dynamischen Parameter (3.5j) bis (3.5l) für  $i = 1$  vorkommen. Somit hängt das Drehmoment  $\tau_1$  ausschließlich von den physikalischen Parametern  $m_1, p_{c_x,1}, p_{c_y,i}, I_{1,zz}, F_{v,i}$  und  $F_{c,i}$  ab. Daher bestehen die ersten neun Spalten der Regressormatrix lediglich aus Nullvektoren. Dadurch wird (3.11) explizit mit  $\bar{\mathbf{Y}}^\dagger = \text{pinv}(\bar{\mathbf{Y}})$  implementiert.

Der Unterschied ohne der expliziten Verwendung der Moore-Penrose-Inversen besteht darin, dass MATLAB mit dem Befehl  $\text{cond}(\cdot)$  die Diagonalmatrix  $\Sigma = \text{svd}(\bar{\mathbf{Y}}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$  des Ergebnisses der Singulärwertzerlegung mit der Funktion  $\text{svd}(\cdot)$  verwendet, welcher alle Singulärwerte in absteigender Reihenfolge zurückliefert. Darin sind Singulärwerte nahe Null enthalten, die zu diesen hohen Werten der Konditionszahl führen. Mit der Moore-Penrose-Inversen über die Funktion  $\text{pinv}(\cdot)$  wird hingegen bei der Singulärwertzerlegung nur jener Teil der Matrix verwendet, der von MATLAB intern als numerisch spaltenregulär ausgewertet wird. D. h. Singulärwerte, welche einen gewissen Zahlenwert unterschreiten, werden vernachlässigt. Daher ist es naheliegend, diese Singulärwerte aus der Matrix  $\Sigma$  zu filtern. Durch die Bestimmung des Ranges der Matrix  $\Sigma$  kann die Anzahl linear unabhängiger Spalten  $\bar{p}$  sowie die  $\bar{p} \times \bar{p}$  Submatrix daraus extrahiert werden. Das daraus folgende Ergebnis ist die stabil numerisch berechnete reduzierte Diagonalmatrix  $\Sigma_r \in \mathbb{R}^{\bar{p} \times \bar{p}}$  mit  $\bar{p} = 57$ . Die minimale Anzahl an Parametern beträgt auch in [3]  $\bar{p} = 57$ .

Hiermit wird eine angepasste Funktion  $\text{cond}(\cdot)$  mit

$$\text{cond}^*(\bar{\mathbf{Y}}) := \|\bar{\mathbf{Y}}\| \|\bar{\mathbf{Y}}^\dagger\| \equiv \|\Sigma_r\| \|\Sigma_r^\dagger\| = \frac{\sigma_{\max}(\Sigma_r)}{\sigma_{\min}(\Sigma_r)} = \text{cond}(\Sigma_r) \quad (3.12)$$

eingeführt und für die Erzeugung optimaler Trajektorien für die Anregung der Dynamik als Kostenfunktion verwendet. Dieser Ansatz unterscheidet sich maßgeblich von [3] bzw. [4], da statt der analytischen Vorgehensweise zur Reduktion auf die linear unabhängigen Spalten in  $\bar{\mathbf{Y}}$  dies hier numerisch mithilfe der Singulärwertzerlegung erfolgt. Im nächsten Schritt werden die optimalen Trajektorien vorgestellt.

### 3.3.2 Trajektorie - Fourierreihe

Die erste Trajektorienklasse, die in dieser Arbeit betrachtet wird, ist die Fourierreihe, welche aus Sinus- und Cosinustermen besteht. Dafür wird die Definition der Fourierreihe aus [3] gemäß

$$q_i(t) = \sum_{l=1}^L \frac{a_{i,l}}{\omega_f l} \sin(\omega_f l t) - \frac{b_{i,l}}{\omega_f l} \cos(\omega_f l t), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.13)$$

verwendet. Die analytischen Zeitableitungen von (3.13) für die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen lassen sich mit geringem Aufwand ermitteln. Die Anzahl der Sinus- sowie Cosinustermine wird auf  $L = 5$  festgelegt, womit für  $n$  Rotationsgelenke ein Satz von  $2Ln = 70$  Koeffizienten entsteht. Als fundamentale Frequenz wird  $f_f = \frac{\omega_f}{2\pi} = 0.1$  Hz verwendet. Die Periode der Trajektorie ist  $T_f = 10$  s und ermöglicht bei der Messung mit einer Abtastfrequenz  $f_a = 8$  kHz insgesamt  $M = T_f f_a = 80000$  Messpunkte. Für das Optimierungsproblem wird eine Abtastfrequenz von  $f_o = 100$  Hz gewählt, um einen Kompromiss zwischen Rechenzeit und Auflösung herzustellen. Bei der Trajektorienplanung müssen weiters die mechanischen Beschränkungen für die Gelenkspositionen und -geschwindigkeiten des KUKA LBR iiwa 14 R820 berücksichtigt werden, welche in Tabelle A.6 in Anhang A zu finden sind. Mit (3.12) lautet das Optimierungsproblem

$$\min_{\substack{a_{i,l}, b_{i,l} \in \mathbb{R} \\ i=1, \dots, n \\ l=1, \dots, L}} \text{cond}^*(\bar{\mathbf{Y}}) \quad (3.14a)$$

$$\text{u. B. v.} \quad q_i(t) = \sum_{l=1}^L \frac{a_{i,l}}{\omega_f l} \sin(\omega_f l t) - \frac{b_{i,l}}{\omega_f l} \cos(\omega_f l t), \quad (3.14b)$$

$$\left[ \sum_{l=1}^L \frac{b_{i,l}}{l}, \quad \sum_{l=1}^L a_{i,l}, \quad \sum_{l=1}^L l b_{i,l} \right]^T = \mathbf{0}, \quad (3.14c)$$

$$\sum_{l=1}^L \frac{1}{l} \sqrt{a_{i,l}^2 + b_{i,l}^2} \leq \omega_f q_{i,max}, \quad (3.14d)$$

$$\sum_{l=1}^L \sqrt{a_{i,l}^2 + b_{i,l}^2} \leq \dot{q}_{i,max}, \quad (3.14e)$$

$$\begin{bmatrix} a_{i,l} & b_{i,l} \end{bmatrix}^T \leq \min \left( l \frac{2\pi}{LT_f} q_{i,max}, \dot{q}_{i,max} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (3.14f)$$

$$-\begin{bmatrix} a_{i,l} & b_{i,l} \end{bmatrix}^T \leq -\max \left( l \frac{2\pi}{LT_f} q_{i,max}, \dot{q}_{i,max} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (3.14g)$$

$$\max(|q_i(t)|) \leq \alpha_{s,1} q_{i,max}, \quad (3.14h)$$

$$\max(|\dot{q}_i(t)|) \leq \alpha_{s,2} \dot{q}_{i,max}, \quad (3.14i)$$

$$\forall i = \{1, \dots, n\}, \quad \forall l = \{1, \dots, L\}.$$

Hierbei werden die Anfangsbedingungen für die Gelenkspositionen, -geschwindigkeiten sowie -beschleunigungen mit (3.14c) festgelegt. Die Ungleichungen (3.14d) und (3.14e)

dienen dazu, die Sinus- sowie Cosinuskoeffizienten so zu beschränken, dass diese bei der Fourierreihe aus (3.14b) Ergebnisse unterhalb der Positions- und Geschwindigkeitsbeschränkungen liefern. Mit (3.14f) und (3.14g) werden hingegen die einzelnen Koeffizienten beschränkt, da die höherfrequenten Anteile bei den zeitlichen Änderungsraten stärker gewichtet werden als die niederfrequenten und das hierdurch berücksichtigt wird. Weil für die Optimierung eine Abtastfrequenz  $f_o = 100\text{ Hz}$  gewählt wird und dadurch die Rechenzeit deutlich kürzer ist als bei  $f_a = 8\text{ kHz}$ , können zusätzlich die letzten beiden Nebenbedingungen (3.14h) und (3.14i) hinzugefügt werden. Diese stellen die Einhaltung der mechanischen Beschränkungen des Roboters sicher und mit den skalaren Werten  $\alpha_{s,i} = [0, 1], \forall i = \{1, 2\}$  können Einschränkungen des Messaufbaus bzw. Sicherheitsfaktoren berücksichtigt werden, falls z. B. der Arbeitsraum durch Hindernisse, wie Wände, Montagewerk, usw. begrenzt ist. Es sei angemerkt, dass für die Beschränkungen der Gelenkpositionen  $q_{i,min} = -q_{i,max}$  und für die Gelenkgeschwindigkeiten  $\dot{q}_{i,min} = -\dot{q}_{i,max}$  gilt. Die Lösung des Optimierungsproblems aus (3.14) liefert die Trajektorie in Abbildung 3.1 mit einem Kostenfunktionswert von  $\text{cond}^*(\bar{\mathbf{Y}}) = 83$ . Als Vergleich zu diesem Ergebnis wird der Kostenfunktionswert der Identifikationstrajektorie aus [3] herangezogen. Die Abbildungen in [3] liegen als Vektorgrafiken vor, wodurch es möglich ist, die dort verwendete Trajektorie zur Identifikation der dynamischen bzw. physikalischen Parameter als Fourierreihe der Form (3.13) zu extrahieren. Unter der Zuhilfenahme von (3.13), umgeschrieben in die Form

$$\underbrace{\begin{bmatrix} q_1(t_1) \\ \vdots \\ q_1(t_M) \\ \vdots \\ q_n(t_1) \\ \vdots \\ q_n(t_M) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{y}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_5 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_6 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{f,1} \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{f,n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}_f} \quad (3.15a)$$

$$\mathbf{p}_{f,i} = [a_{i,1}, \dots, a_{i,L}, b_{i,1}, \dots, b_{i,L}]^T, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.15b)$$

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\omega_f t_1)}{\omega_f} & \dots & \frac{\sin(\omega_f L t_1)}{L\omega_f} & \frac{\cos(\omega_f t_1)}{\omega_f} & \dots & \frac{\cos(\omega_f L t_1)}{L\omega_f} \\ \vdots & & & & & \\ \frac{\sin(\omega_f t_M)}{\omega_f} & \dots & \frac{\sin(\omega_f L t_M)}{L\omega_f} & \frac{\cos(\omega_f t_M)}{\omega_f} & \dots & \frac{\cos(\omega_f L t_M)}{L\omega_f} \end{bmatrix}, \quad (3.15c)$$

$$i = 1, \dots, n,$$

mit  $\mathbf{0} = \mathbf{0}_{M \times 2L}$  und  $\mathbf{S}_i \in \mathbb{R}^{M \times 2L}$  ist es möglich, auf die Koeffizienten der Fourierreihe zurück zu schließen. Hierbei bezeichnen  $t_k, k = 1, \dots, M$ , diskrete Zeitpunkte und  $q_i(t_k), i = 1, \dots, n$ , die zugehörigen Gelenkpositionen. Die Größe  $M$  beschreibt die Anzahl der Datenpunkte. Hierdurch lassen sich die Dimensionen von  $\bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^{Mn}$ ,  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{Mn \times 2Ln}$  und  $\mathbf{p}_f \in \mathbb{R}^{2Ln}$  angeben. Da die Darstellung (3.15) linear bezüglich der Koeffizienten ist,

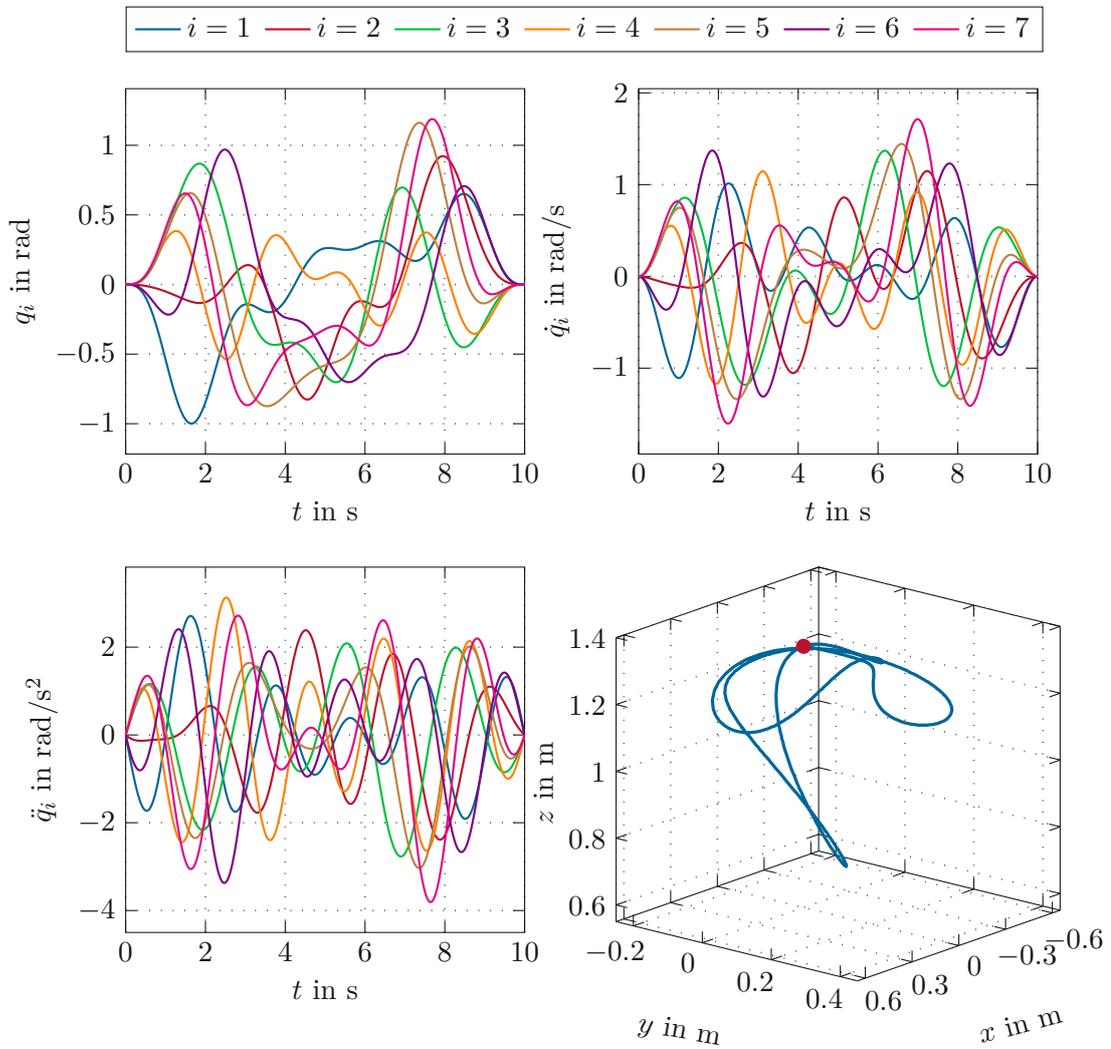


Abbildung 3.1: Optimale Trajektorie aus der Trajektorienklasse der Fourierreihe zur Validierung der Ergebnisse der Parameteridentifikation. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ , Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  und Gelenksbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$  sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt.

können die Koeffizienten  $\mathbf{p}_f$  als Lösung des Least-Squares-Problems

$$\min_{\mathbf{p}_f \in \mathbb{R}^{2Ln}} \|\bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{S}}\mathbf{p}_f\|_2^2 \quad (3.16)$$

mithilfe des MATLAB-Befehls `lsqr(·)` oder analytisch mit

$$\hat{\mathbf{p}}_f = \bar{\mathbf{S}}^\dagger \bar{\mathbf{y}} = (\bar{\mathbf{S}}^\top \bar{\mathbf{S}})^{-1} \bar{\mathbf{S}}^\top \bar{\mathbf{y}} \quad (3.17)$$

bestimmt werden, wobei hier die Spaltenregularität von  $\bar{\mathbf{S}}$  vorausgesetzt wird. Die Trajektorie ist in Abbildung 3.2 mit den Verläufen der Gelenkpositionen, -geschwindigkeiten sowie -beschleunigungen und der Endeffektorbewegung grafisch dargestellt. Die Trajektorie liefert einen Kostenfunktionswert von  $\text{cond}^*(\bar{\mathbf{Y}}) = 78$ . Da dieses Ergebnis eine niedrigere Konditionszahl ergibt als die vorherige mit einem Kostenfunktionswert von  $\text{cond}^*(\bar{\mathbf{Y}}) = 83$ , wird die Trajektorie in Abbildung 3.2 zur Identifikation der physikalischen und dynamischen Parameter herangezogen. Die Trajektorie in Abbildung 3.1 hingegen wird für die Validierung der Ergebnisse verwendet.

### 3.3.3 Trajektorie - Polynom 5. Ordnung

Im Gegensatz zur vorherigen Trajektorienkategorie ist die Verwendung von Polynomen sinnvoller, wenn sich der Roboter von einer Konfiguration  $\mathbf{q}_0$  zu einer Konfiguration  $\mathbf{q}_1$  bewegen soll. Hierbei sticht insbesondere das Polynom 5. Ordnung bei der Punkt-zu-Punkt-Bewegung hervor, weil im Vergleich zum Polynom 3. Ordnung die Beschleunigung  $\ddot{\mathbf{q}}$  stetig differenzierbar ist und die Änderungsrate der Beschleunigung (=Ruck) somit nicht springt. Die Trajektorie als Polynom 5. Ordnung lässt sich als

$$q_i(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (3.18a)$$

$$\dot{q}_i(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \quad (3.18b)$$

$$\ddot{q}_i(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \quad (3.18c)$$

für  $i = 1, \dots, n$ , anschreiben. Die sechs Koeffizienten  $a_0, \dots, a_5$  in (3.18) können mithilfe von

$$a_0 = q_i(0) \quad (3.19a)$$

$$a_1 = \dot{q}_i(0) \quad (3.19b)$$

$$a_2 = \frac{\ddot{q}_i(0)}{2} \quad (3.19c)$$

$$a_3 = \frac{(\ddot{q}_i(T) - 6a_2)T^2 - (8\dot{q}_i(T) + 12a_1)T + 20q_i(T) - 20a_0}{2T^3} \quad (3.19d)$$

$$a_4 = \frac{(-\ddot{q}_i(T) + 3a_2)T^2 + (7\dot{q}_i(T) + 8a_1)T - 15q_i(T) + 15a_0}{T^4} \quad (3.19e)$$

$$a_5 = \frac{(\ddot{q}_i(T) - 2a_2)T^2 - (6\dot{q}_i(T) + 6a_1)T + 12q_i(T) - 12a_0}{2T^5} \quad (3.19f)$$

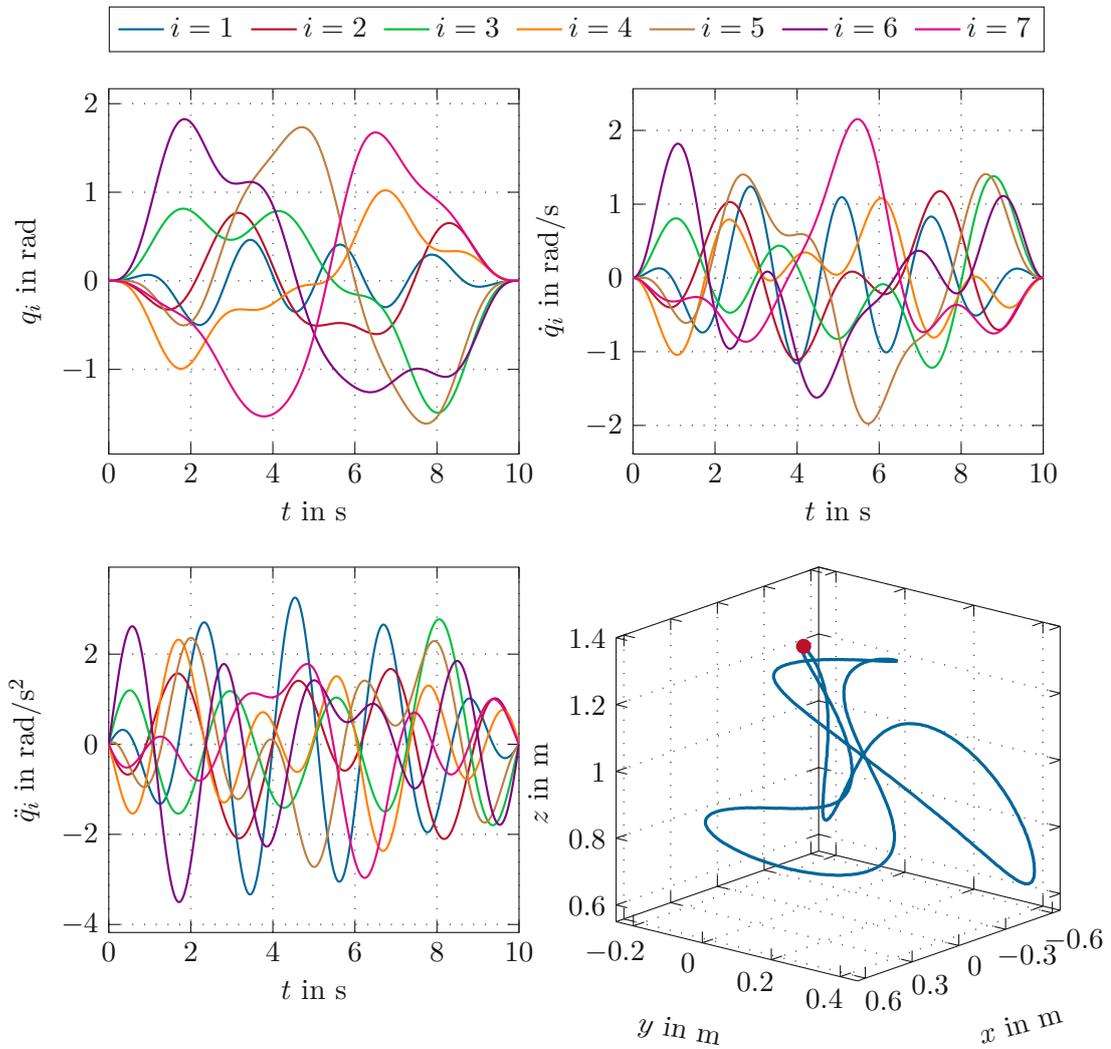


Abbildung 3.2: Optimale Trajektorie zur Anregung der Dynamik, welche aus [3] als Fourierreihe extrahiert wurde. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ , Gelenkgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  und Gelenkbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$  sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt.

berechnet werden. Bei der Implementierung von mehreren Punkten ist darauf zu achten, dass das Zeitintervall zwischen zwei aufeinander folgenden Punkten immer um den Zeitpunkt des neuen Startpunktes verschoben wird, z.B. das Zeitintervall  $[t_0, t_1]$  mit  $t_0, t_1 > 0$  muss auf  $[t_0, t_1] - t_0 = [0, t_1 - t_0]$  angepasst werden. Der Endzeitpunkt lautet somit  $T = t_1 - t_0$ .

Für das Finden der optimalen Trajektorie wird neuerlich (3.14) verwendet, wobei der Zeitverlauf (3.14b) durch (3.18a) ersetzt wird und die Gleichungen (3.14c) bis (3.14g) entfallen. Als Zeitdauer wird wieder  $T = 10$  s verwendet. Diese Zeitdauer wird in zehn Zeitintervalle über die Zeitpunkte  $t_j, j = 1, \dots, 11$ , aufgeteilt. Diese werden in MATLAB zufällig mit der Funktion  $\text{rand}(\cdot)$  generiert und müssen die Bedingungen

$$0.5 \leq t_j - t_{j-1} \leq 2.5, \quad j = 2, \dots, 11, \quad (3.20a)$$

$$\sum_{j=2}^{11} t_j - t_{j-1} = T, \quad (3.20b)$$

mit  $t_1 = 0$  und  $t_{11} = 10$  erfüllen. Die Konfigurationen  $\mathbf{q}_j, j = 2, \dots, 10$ , werden innerhalb der Beschränkungen  $\mathbf{q}_{min} \leq \mathbf{q}_j \leq \mathbf{q}_{max}$  mit der Funktion  $\text{rand}(\cdot)$  zufällig erzeugt. Weiters wird explizit für die Konfigurationen  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{q}_{11} = \mathbf{0}$  eine periodische Ausführung der optimalen Trajektorie gewählt. Als Optimierungsvariablen werden bei dem angepassten Optimierungsproblem aus (3.14) keine Koeffizienten, sondern die Konfigurationen  $\mathbf{q}_j, j = 2, \dots, 10$ , verwendet. Hiermit stehen alle Informationen für das angepasste Optimierungsproblem aus (3.14) zur Verfügung. Die beste Lösung des Optimierungsproblems liefert die Trajektorie, welche in Abbildung 3.3 dargestellt ist, mit einem Kostenfunktionswert von  $\text{cond}^*(\bar{\mathbf{Y}}) = 87$ . Diese wird ebenfalls für die Validierung der Ergebnisse verwendet.

## 3.4 Experimentelle Untersuchung

In diesem Abschnitt wird die experimentelle Ausführung der optimalen Trajektorien am Versuchsaufbau im Detail beschrieben. Das Ziel hierbei ist es, Messdaten zu generieren, welche mithilfe der Parameteridentifikation im nächsten Abschnitt gute Resultate für die Parameter des Robotermodells liefern soll.

### 3.4.1 Versuchsaufbau

Der KUKA LBR iiwa 14 R820 stellt eine Reihe an Sensoren zur Verfügung. Verbaut sind Drehmomentsensoren für alle  $n = 7$  Gelenke, welche das abtriebsseitige Gelenkdrehmoment  $\tau_i, i = 1, \dots, n$ , erfassen und Sinus-Cosinus-Encoder zur präzisen Messung der Motorpositionen  $\theta_i, i = 1, \dots, n$ . Das Motordrehmoment auf der Abtriebsseite des Getriebes lässt sich hingegen nur indirekt durch eine Umrechnung des Stroms über eine nichtlineare Kennlinie in ein mechanisches Drehmoment entnehmen. In Abbildung 3.4 ist der für die Identifikation verwendete Messaufbau im Labor zu sehen. Im Teilbild (a) ist die Roboterplattform mit gestückelten Aluminiumprofilen vor dem Umbau abgebildet. Diese hat in der Vergangenheit durch die nicht optimale Auslegung zustandsabhängig

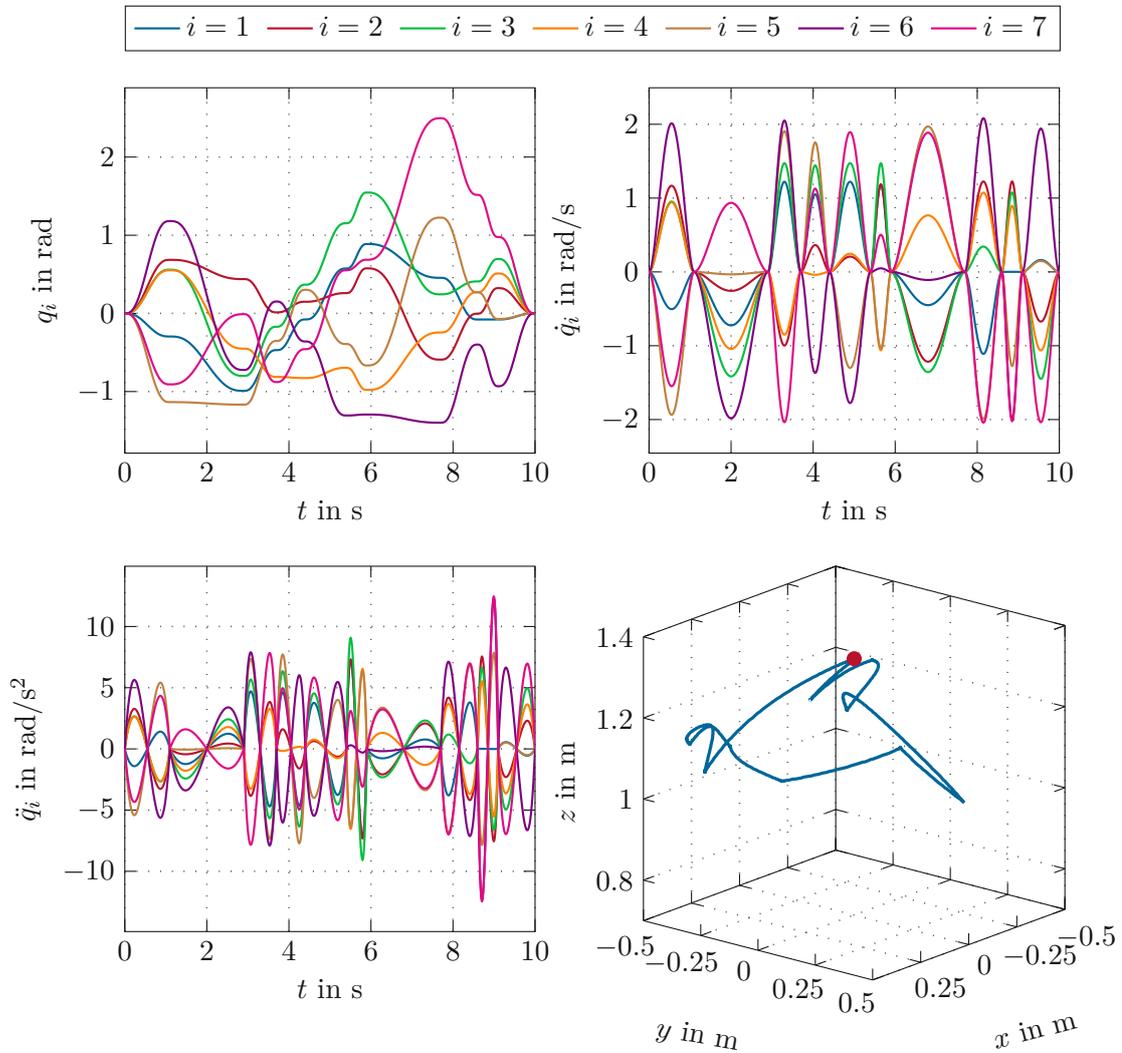


Abbildung 3.3: Optimale Trajektorie aus der Trajektorienklasse der Polynome 5. Ordnung zur Validierung der Ergebnisse der Parameteridentifikation. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ , Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  und Gelenksbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$  sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt.

zu Oszillationen angeregt, welche sich auf den Roboter übertragen haben. Dieses unerwünschte Verhalten ist der Grund für den Umbau, der im Teilbild (b) zu sehen ist. Die Roboterplattform verfügt nun über durchgängige Querträger, die zu einer höheren Stabilität beitragen sollen. Im Laufe der Experimente hat sich die vermeintlich verbesserte Stabilität nicht bewahrheitet, da das oszillierende Verhalten weiterhin auftritt. Der Umbau ist somit nach wie vor nicht optimal ausgelegt. Darauf folgende Anpassungen der Trajektorien zur Vermeidung von Messunterbrechungen werden im nächsten Abschnitt konkreter erläutert.

Die Bedienung des Robotersystems und die Aufzeichnung der Sensorsignale erfolgt mit einer Abtastfrequenz von 8 kHz mithilfe der Echtzeit-Automationssoftware Beckhoff TWINCAT in Kombination mit MathWorks MATLAB/SIMULINK.

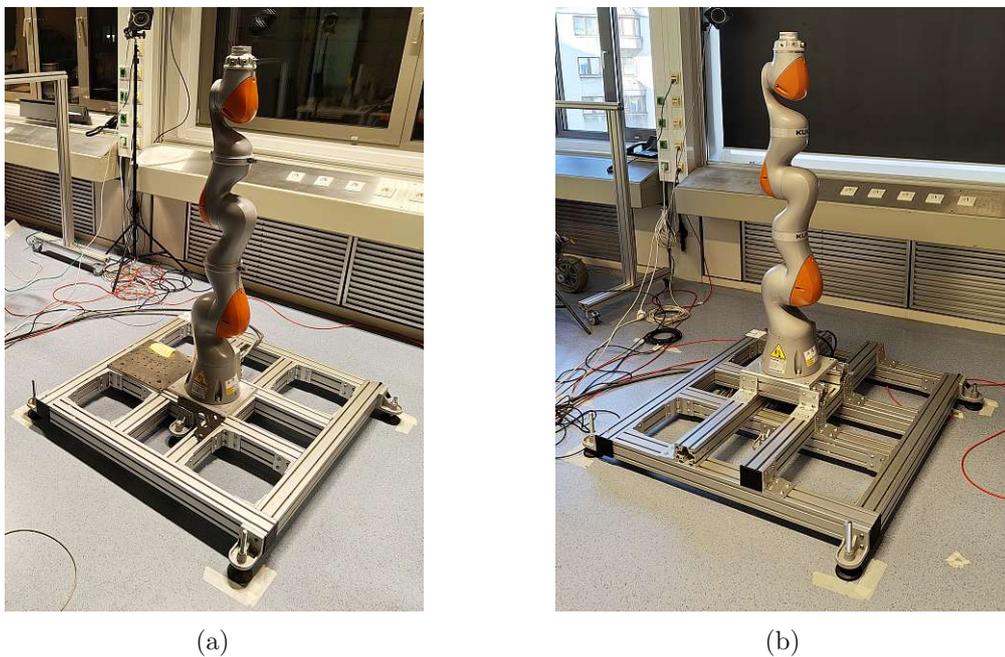


Abbildung 3.4: Versuchsaufbau mit KUKA LBR iiwa 14 R820. (a) Roboterplattform mit gestückelten Aluminiumprofilen vor dem Umbau, (b) Roboterplattform mit durchgängigen Querträgern nach dem Umbau

### 3.4.2 Trajektorienanpassung

Die in Abschnitt 3.4.1 erwähnten Komplikationen aufgrund der Roboterplattform bei der Varianten aus Abbildung 3.4 während der Experimente machten Anpassungen der Trajektorien erforderlich, da diese nicht mit voller Dynamik ausführbar waren. Konkret führten die fünfte und siebte Achse durch zu hohe Anforderungen an das Drehmoment zum Abbruch des Messvorgangs. Um dem entgegenzuwirken, werden bei der Fourierreihe (FS) aus Abschnitt 3.3.2 die Koeffizienten  $a_i$  und  $b_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ , aus (3.13) mit einem Faktor  $\alpha_i = [0, 1]$ ,  $i = 1, \dots, n$ , multipliziert. Hierdurch werden konkret die Amplitudenwerte der

einzelnen Sinus- sowie Cosinusterme der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{q}}$  gemäß

$$\dot{q}_i(t) = \sum_{l=1}^L \alpha_i a_{i,l} \sin(\omega_f l t) - \alpha_i b_{i,l} \cos(\omega_f l t), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.21)$$

reduziert und damit auch das erforderliche Drehmoment bei der Ausführung der Trajektorie. Beim Polynom 5. Ordnung (P5O) aus Abschnitt 3.3.3 werden hingegen die Konfigurationen  $\mathbf{q}_j, j = 2, \dots, 10$ , mit dem Faktor  $\alpha_i = [0, 1], i = 1, \dots, n$ , skaliert. Somit gilt für  $\mathbf{q}_j^T = [q_{1j}, \dots, q_{nj}]$ ,  $j = 2, \dots, 10$ , die Anpassung für die  $i$ -te Achse  $q_{ij,neu} = \alpha_i q_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 2, \dots, 10$ . Die Anpassungen der Trajektorien in Form des Faktors  $\alpha_i = [0, 1], i = 1, \dots, n$ , sind für die Roboterplattform vor dem Umbau in Tabelle 3.1 und der Roboterplattform nach dem Umbau in Tabelle 3.2 zu finden.

Roboterplattform vor dem Umbau							
Trajektorie	Skalierungsfaktor $\alpha$ in % der Achse						
	1	2	3	4	5	6	7
FS aus [3]	100	100	100	100	100	100	70
FS - Valid	100	100	100	100	100	100	80
P5O - Valid	100	100	100	100	100	100	65

Tabelle 3.1: Trajektorienanpassung an die Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a aufgrund der zu hohen Drehmomente  $\tau_m$

Roboterplattform nach dem Umbau							
Trajektorie	Skalierungsfaktor $\alpha$ in % der Achse						
	1	2	3	4	5	6	7
FS (2) aus [3]	100	100	100	100	80	100	70
FS (2) - Valid	100	100	100	100	100	100	80
P5O (2) - Valid	100	100	100	100	100	100	65

Tabelle 3.2: Trajektorienanpassung an die Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b aufgrund der zu hohen Drehmomente  $\tau_m$

### 3.4.3 Signalverarbeitung

Für qualitativ gute Messdaten müssen typische Fehler bei der Durchführung der Messungen vermieden werden. Messrauschen ist ein Thema, welches immer vorhanden ist. Um dem vorzubeugen, sollten mehrere Messungen derselben Trajektorie hintereinander ausgeführt und eine darauf folgende Mittelwertbildung durchgeführt werden. Diese Herangehensweise verbessert das Signal-Rausch-Verhältnis sowie die Qualität der Daten mit der Quadratwurzel der Anzahl der gemessenen Perioden  $K$ . Die verwendeten Trajektorien sind so ausgelegt, dass Anfangs- und Endpunkt identisch sind. Hierdurch besteht die

Möglichkeit die Messung der Trajektorien periodisch mit  $K$  Zyklen auszuführen. Die Mittelwertbildung eines zeitdiskreten Signals  $s(m)$ , das aus  $l = 1, \dots, K$  Perioden mit  $m = 1, \dots, M$  Abtastwerten besteht, ist gegeben durch

$$\bar{s}(m) = \frac{1}{K} \sum_{l=1}^K s_l(m) \quad (3.22)$$

und wird auf die Messgrößen  $\boldsymbol{\tau}$  sowie  $\boldsymbol{\theta}$  angewendet [3].

Für die Berechnung der Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  werden aber die Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ , -geschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  und -beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$  benötigt. Unter der Zuhilfenahme von  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q})$  aus (2.16) lassen sich direkt die Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$  berechnen. Die restlichen Größen können durch die Zeitableitungen dieser (linearen) Gleichung gemäß

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\theta} - \mathbf{K}^{-1}\boldsymbol{\tau} \quad (3.23a)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}^{-1}\dot{\boldsymbol{\tau}} \quad (3.23b)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\tau}} \quad (3.23c)$$

bestimmt werden.

Für (3.23) besteht jedoch die Notwendigkeit, diese Änderungsraten zur Verfügung zu haben. Eine elegante Methode ist diesbezüglich in [4] mithilfe der Umrechnung über die diskrete Fourier-Transformation (DFT) in den Frequenzbereich und nach der Berechnung der gesuchten DFT-Größen  $\dot{\mathbf{q}}$  und  $\ddot{\mathbf{q}}$  mit der inversen diskreten Fourier-Transformation (IDFT) zurück in den Zeitbereich beschrieben. In MATLAB wird für die DFT die Funktion `fft(.)` (Schnelle Fourier-Transformation) und für die IDFT der Befehl `ifft(.)` verwendet. Im Frequenzbereich werden die DFT-Daten von  $\mathbf{q}$  mit einem Rechteckfenster gefiltert. Hierdurch fallen alle Frequenzanteile raus, welche größer als die verwendete Filterfrequenz sind. Die Filterung ist akausal, was daher nur in der nachträglichen Signalverarbeitung machbar ist. Durch die Parametrierung mit  $f_f = 0.1$  Hz und  $L = 5$  für die Fourierreihen aus Abbildung 3.1 und Abbildung 3.2 ergibt sich die maximale Frequenzkomponente bei der Fourierreihe mit  $f_f L = 0.5$  Hz. Die FFT-Analyse der Trajektorie mit dem Polynom 5. Ordnung aus Abbildung 3.3 zeigt Frequenzkomponenten bis zu 5 Hz in den Gelenksbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$ . Daher wurde eine Filterfrequenz von 10 Hz gewählt. Die Filterfrequenz wird demnach für eine konsistente Identifikation und Validierung auf 10 Hz für alle Trajektorien festgelegt.

Zeitableitungen lassen sich im Frequenzbereich mithilfe komplexer Zahlen mit der imaginären Einheit  $j$  und der Eigenschaft  $j^2 = -1$  mit der Multiplikation von  $j\omega(k)$  für die Geschwindigkeit sowie  $j^2\omega^2(k)$  für die Beschleunigung realisieren. Die Kreisfrequenz  $\omega(k) = 2\pi k f_a / M$ ,  $k = 0, \dots, M/2$ , lässt sich mit  $M$  als die gesamte Anzahl an Messpunkten des Signals innerhalb eines Trajektorien durchlaufs, der Abtastfrequenz  $f_a$  sowie dem Index  $k$  für die  $k$ -te Abtastung berechnen. Die Abtastfrequenz  $f_a$  ist mit 8 kHz festgelegt, wodurch eine zehn Sekunden lange Trajektorie  $M = 80000$  Abtastpunkte enthält. Die FFT der gemessenen optimalen Trajektorien aus Abbildung 3.2 und Abbildung 3.3 mit den Anpassungen aus Tabelle 3.1 sowie die Zeitableitungen im Frequenzbereich für  $\mathbf{q}$  sind in Abbildung 3.5 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass höherfrequente Anteile mit steigenden Zeitableitungen mehr Einfluss in nachfolgende Berechnungen erhalten. In

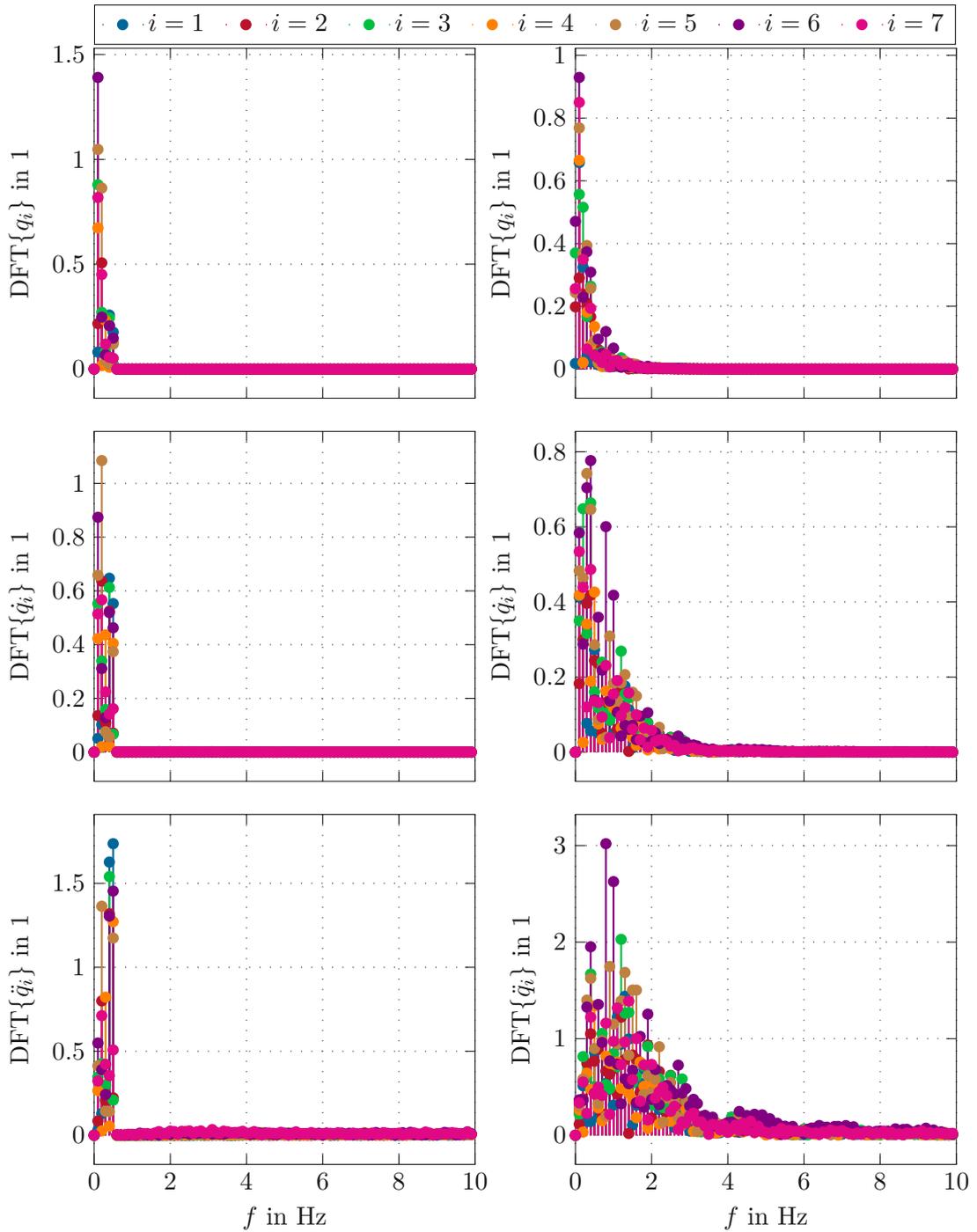


Abbildung 3.5: Gemessene optimale Trajektorien im Frequenzbereich mittels DFT unter der Berücksichtigung der Trajektorienanpassung aus Tabelle 3.1. Optimale Trajektorie der Fourierreihe aus Abbildung 3.2 zur Identifikation (links) und optimale Trajektorie der der Polynom 5. Ordnung aus Abbildung 3.3 zur Validierung (rechts).

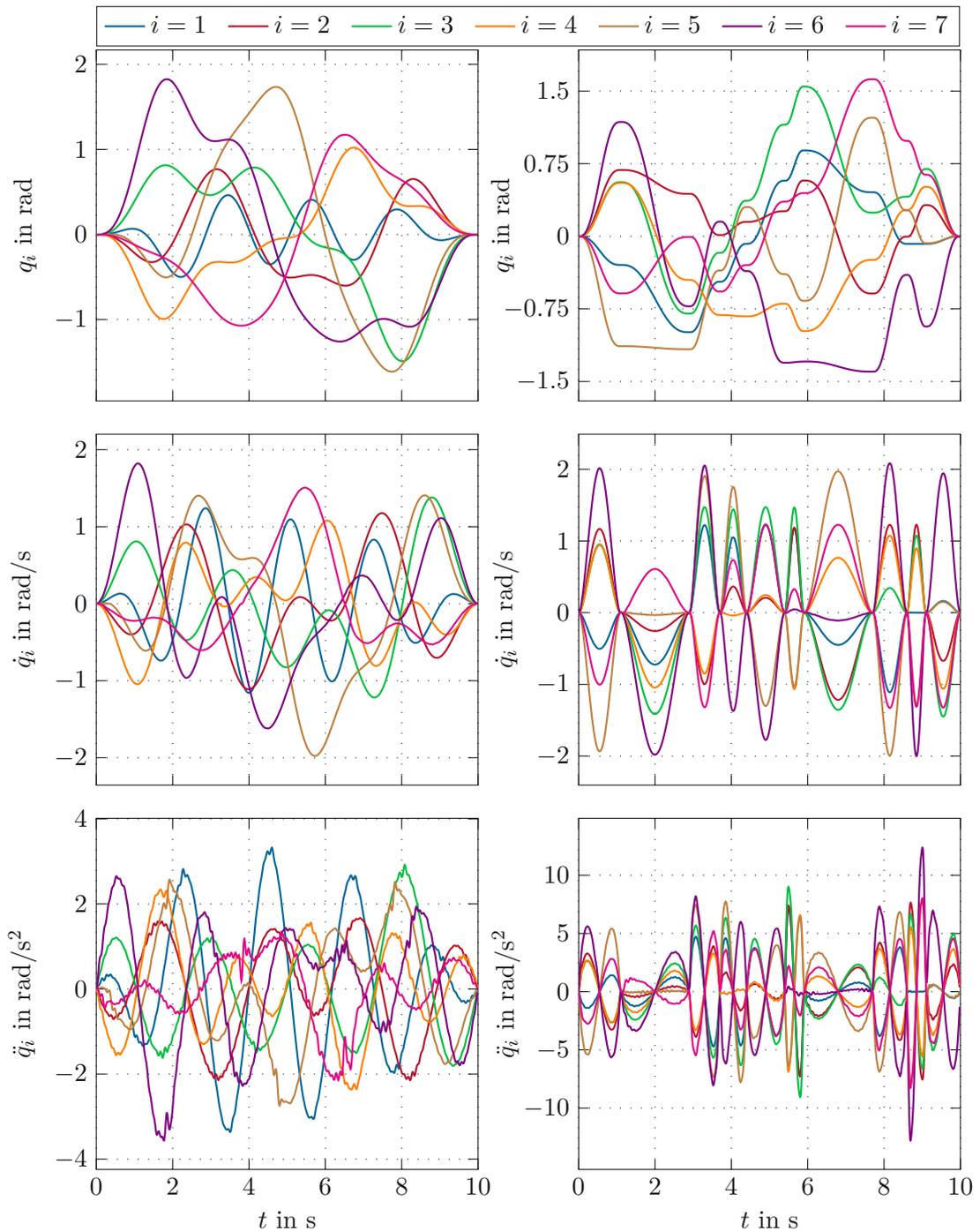


Abbildung 3.6: Gemessene optimale Trajektorien im Zeitbereich unter der Berücksichtigung der Trajektorienanpassung aus Tabelle 3.1. Optimale Trajektorie der Fourierreihe aus Abbildung 3.2 zur Identifikation (links) und optimale Trajektorie der Polynom 5. Ordnung aus Abbildung 3.3 zur Validierung (rechts).

Abbildung 3.6 wird die IDFT bzw. IFFT der beiden Trajektorien dargestellt. Ein Vergleich zwischen der Abbildung 3.6 mit Abbildung 3.2 und Abbildung 3.3 zeigt einen qualitativ ähnlichen Verlauf für die Gelenkspositionen, -geschwindigkeiten sowie -beschleunigungen. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Verläufe der siebten Achse aufgrund der Anpassungen aus Tabelle 3.1 in Abschnitt 3.4.2 von den entworfenen optimalen Trajektorien abweichen.

### 3.5 Parameteridentifikation

Ausgehend von den optimalen Trajektorien aus Abschnitt 3.3 und dem Messdatensatz (3.9) aus Abschnitt 3.4 ist es möglich, Methoden zur Identifikation anzuwenden. Diese Parameteridentifikationsmethoden werden in diesem Abschnitt vorgestellt.

#### 3.5.1 Identifikation physikalischer Parameter

Das primäre Ziel in diesem Abschnitt ist es, eine Identifikation der physikalischen Parameter  $\boldsymbol{\mu}$  aus (3.2) des Starrkörpermodells (3.1) durchzuführen. Diese sind für die später folgenden Regelungsstrategien essentiell. Wie bereits in Abschnitt 3.2 erklärt wurde, lassen sich die physikalischen Parameter  $\boldsymbol{\mu}$  mithilfe der Abbildungen (3.5) in die dynamischen Parameter  $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu})$  überführen. Dieser Schritt ist notwendig, um auf die Darstellung der linearen Dynamikgleichung (3.7) zu kommen. Die Methode zur Identifikation der physikalischen Parameter  $\boldsymbol{\mu}$  kann direkt in Form eines Optimierungsproblems [3]

$$\min_{\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^p} \left\| \bar{\boldsymbol{\tau}} - \bar{\mathbf{Y}} \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu}) \right\|_2^2 \quad (3.24a)$$

$$\text{u. B. v.} \quad \boldsymbol{\mu}_u \leq \boldsymbol{\mu} \leq \boldsymbol{\mu}_o \quad (3.24b)$$

$$0 < m_i \quad (3.24c)$$

$$0 < \text{eig}(\bar{\mathbf{I}}_{l,i}) \quad (3.24d)$$

$$m_{\min} \leq \sum_{i=1}^n m_i \leq m_{\max} \quad (3.24e)$$

$$\begin{bmatrix} I_{i,zz} & I_{i,yy} & I_{i,xx} \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} I_{i,xx} + I_{i,yy} & I_{i,xx} + I_{i,zz} & I_{i,yy} + I_{i,zz} \end{bmatrix}^T \leq 0 \quad (3.24f)$$

$$\max(I_{i,xx}, I_{i,yy}, I_{i,zz}) - 100 \min(I_{i,xx}, I_{i,yy}, I_{i,zz}) \leq 0 \quad (3.24g)$$

$$3 \begin{bmatrix} I_{j,zz} & I_{k,yy} \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} \min(I_{j,xx}, I_{j,yy}) & \min(I_{k,xx}, I_{k,zz}) \end{bmatrix}^T \leq 0 \quad (3.24h)$$

$$\max(|I_{i,xy}|, |I_{i,xz}|, |I_{i,yz}|) - 0.1 \min(I_{i,xx}, I_{i,yy}, I_{i,zz}) \leq 0 \quad (3.24i)$$

$$- \begin{bmatrix} I_{i,zz} & I_{i,yy} & I_{i,xx} \end{bmatrix}^T + 10^{-4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \leq 0 \quad (3.24j)$$

$$-F_{v,i} + 0.1 \leq 0 \quad (3.24k)$$

$$\forall i = \{1, \dots, n\}, \quad \forall j = \{1, 3, 5\}, \quad \forall k = \{2, 4\},$$

mit  $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu})$  aus (3.9) übernommen werden. Die Bedingungen (3.24c) und (3.24d) führen auf die physikalisch logischen Betrachtungen, dass die Massen und Trägheiten in den Hauptachsen der Glieder positiv sein müssen. Letzteres wird durch die Berechnung der Eigenwerte

erreicht. Die Summe der Massen  $m_i, i = 1, \dots, n$ , muss zudem physikalisch betrachtet innerhalb eines Toleranzbands liegen und diese Tatsache wird mit (3.24e) berücksichtigt. Das Gesamtgewicht wird mit einem Toleranzband von  $\pm 2$  kg vom nominellen Gewicht des Roboters eingeschränkt. In (3.24f) bis (3.24k) werden die heuristischen Ungleichungsbeschränkungen für die Trägheitskomponenten und viskose Reibung  $I_{i,xy}, I_{i,xz}, I_{i,yy}, I_{i,yz}, I_{i,zz}, F_{v,i}$  für  $i = 1, \dots, n$  zusammengefasst [3]. Dabei beschreibt (3.24f), dass die Summe zweier Hauptdiagonalelemente größer ist als die des verbleibenden Hauptdiagonalelements oder (3.24g) das Verhältnis zwischen maximalen und minimalen Diagonalelements immer kleiner gleich 100 sein muss. Die Ungleichungsbeschränkungen (3.24j) sowie (3.24k) beschränken diese Hauptdiagonalträgheiten und viskosen Reibparameter von unten. Diese Beschränkungen gelten für jedes Glied  $i, i = 1, \dots, n$ . Die Erklärungen zu den restlichen Bedingungen (3.24h) und (3.24i) können in [3] nachgelesen werden.

Die oberen und unteren Beschränkungen (3.24b) für die Trägheits- sowie Reibparameter  $I_{i,xx}, I_{i,xy}, I_{i,xz}, I_{i,yy}, I_{i,yz}, I_{i,zz}, F_{v,i}, F_{c,i}$  für  $i = 1, \dots, n$  werden von [4] übertragen. Für die Massen  $m_i, i = 1, \dots, n$ , stehen die nominellen Zahlenwerte des Roboterherstellers KUKA zur Verfügung. Für die Beschränkungen der Schwerpunkte der einzelnen Glieder  $p_{c_x,i}, p_{c_y,i}, p_{c_z,i}, i = 1, \dots, n$ , werden hingegen CAD-Daten des Roboters verwendet. Als Beschränkungen für die Schwerpunkte werden aus den CAD-Daten in erster Näherung die äußersten Objektmaße pro Raumrichtung für die Abschätzung verwendet. Hierdurch haben die Beschränkungen der Glieder die geometrische Form von Quadern. Bei den Massen werden  $\pm 25\%$  der nominellen Werte zugelassen. Die für das Optimierungsproblem relevanten unteren bzw. oberen physikalischen Grenzen  $\mu_u$  und  $\mu_o$  sind in den Tabellen B.1 und B.2 in Anhang B zu finden.

### 3.5.2 Identifikation dynamischer Parameter

Das Optimierungsproblem (3.24) kann in einem weiteren Schritt auch dazu verwendet werden, eine Identifikation der dynamischen Parameter  $\pi(\boldsymbol{\mu})$  aus (3.9) durchzuführen. Die Singulärwertzerlegung in (3.12) hat bei der später folgenden Bewertung der Messergebnisse den Nachteil, dass bei der Bildung der Kovarianzmatrix mittels Pseudoinverse keine Rückschlüsse mehr getroffen werden können, zu welchem Parameter das jeweilige Ergebnis zuzuordnen ist. Dieser verlorene Zusammenhang wird durch die lineare Abhängigkeit der Parameter erzeugt und führt auf eine weniger genaue sowie weniger zuverlässige Schätzung. Demzufolge ist es ratsam, eine Anpassung der Regressormatrix aus dem Messdatensatz (3.9) vorzunehmen, so dass diese spaltenregulär wird. Dafür gibt es einen analytischen und einen numerischen Ansatz [5].

In dieser Arbeit wird auf den numerischen Weg mithilfe der QR-Zerlegung zurückgegriffen. Hierfür wird der MATLAB-Befehl  $\text{qr}(\cdot)$  verwendet, welcher eine obere Dreiecksmatrix  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{Mn \times p}$  gemäß

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{QR} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 \\ \mathbf{0}_{(Mn-p) \times p} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

mit  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{Mn \times Mn}$  und  $\mathbf{R}_0 \in \mathbb{R}^{p \times p}$  zurückliefert. Hierfür werden die Messdaten der Trajektorie aus Abbildung 3.2 verwendet. Mithilfe der Hauptdiagonalelemente von  $\mathbf{R}_0$  können die essentiellen Parameter ermittelt werden, indem jene Elemente vernachlässigt werden,

welche mit numerisch sehr kleinen Diagonalelementen korrespondieren. Wie aus dem analytischen Ansatz aus der Literatur [5] herauszulesen ist, fallen damit strukturbedingt die dynamischen Parameter  $M_i, MZ_i$  sowie  $YY_i, i = 1, \dots, n$ , weg, da der Roboter nur aus Rotationsgelenken besteht. Die Auswertung der Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  aus (3.7) in MAPLE zeigt zudem, dass die ersten neun Spalten, welche dem ersten Roboterglied zugeordnet sind, aufgrund von Nullvektoren wegfallen. Hierbei fließen nur  $ZZ_1$  und die Terme für die viskose sowie Coulombsche Reibung  $FV_1$  und  $FC_1$  des ersten Gliedes in die Dynamik ein.

Im Gegensatz zum analytischen Ansatz werden hier beim numerischen keine Linearkombinationen der dynamischen Parameter  $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\mu})$  gebildet, sondern die nahezu nicht anregbaren Parameter und die dazugehörigen Spalten der Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  vernachlässigt. Dies ist zulässig, weil die Hauptdiagonalelemente von  $\mathbf{R}_0$  nach der Auswertung mithilfe von MATLAB zeigen, dass die Werte der essentiellen und der kaum anregbaren Parameter um viele Zehnerpotenzen auseinander liegen. Hierdurch lässt sich mit den essentiellen dynamischen Parametern

$$\boldsymbol{\pi}_e^T(\boldsymbol{\mu}) = [\boldsymbol{\pi}_{e,1}^T(\boldsymbol{\mu}_1), \dots, \boldsymbol{\pi}_{e,n}^T(\boldsymbol{\mu}_n)] \in \mathbb{R}^{\bar{p}} \quad (3.26a)$$

$$\boldsymbol{\pi}_{e,1} = [ZZ_1, FV_1, FC_1]^T \quad (3.26b)$$

$$\boldsymbol{\pi}_{e,i} = [MX_i, MY_i, XX_i, XY_i, XZ_i, YZ_i, ZZ_i, FV_i, FC_i]^T, \quad i = 2, \dots, n, \quad (3.26c)$$

das lineare Modell aus (3.7) auf

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}_e(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\pi}_e(\boldsymbol{\mu}) \quad (3.27)$$

mit  $\bar{p} = 57$  vereinfachen. Hierbei darf die essentielle Regressormatrix  $\mathbf{Y}_e(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times \bar{p}}$  nicht mit dem Ergebnis der Singulärwertzerlegung und der daraus extrahierten  $\bar{p} \times \bar{p}$  Submatrix in Form der numerisch berechneten reduzierten Diagonalmatrix  $\boldsymbol{\Sigma}_r$  aus Abschnitt 3.3.1 verwechselt werden.

Der Messdatensatz aus (3.9) kann mit dem neuen linearen Modell aufgrund der Spaltenregularität in Form eines Least-Squares-Problems

$$\boldsymbol{\pi}_{e,LS}^* = \underset{\boldsymbol{\pi}_e}{\operatorname{argmin}} \|\bar{\mathbf{v}}\|_2^2 = \underset{\boldsymbol{\pi}_e}{\operatorname{argmin}} \|\bar{\boldsymbol{\tau}} - \bar{\mathbf{Y}}_e \boldsymbol{\pi}_e\|_2^2 \quad (3.28)$$

gelöst werden. Die essentiellen Parameter sind ausreichend, um die Roboterdynamik eindeutig zu beschreiben.

### 3.6 Ergebnisse der Parameteridentifikation

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Parameteridentifikation dargestellt und diskutiert. Dafür wurde die Trajektorie in Abbildung 3.2 aus Abschnitt 3.3.2 am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a ausgeführt und die Signale  $\boldsymbol{\theta}$  und  $\boldsymbol{\tau}$  gemessen. Hierbei wurden die nominellen Parameter des Roboterherstellers und die Regelungsstrategie basierend auf der singulären Störtheorie aus dem Starterpaket des Instituts für Automatisierung- und Regelungstechnik (ACIN) unverändert

verwendet, siehe Abschnitt 5.1. Für ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis werden  $K = 8$  Perioden der optimalen Trajektorien für die Mittelwertbildung aus (3.22) verwendet. Darauf folgend wird die im Abschnitt 3.4.3 erklärte Vorgehensweise zur Berechnung der für die Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  benötigten Größen angewendet. Die notwendigen Größen sind die Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ , -geschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  und -beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$ . Hiermit ist die Vorbereitung für die Parameteridentifikation abgeschlossen.

Gestartet wird mit dem Optimierungsproblem (3.24) aus Abschnitt 3.5.1 für die Identifikation der physikalischen Parameter  $\boldsymbol{\mu}$ . Die benötigten Messdaten für die Regressormatrix  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  sind in Abbildung 3.6 (links) dargestellt. Als Startpunkt eignen sich die nominalen Parameterwerte des Roboterherstellers. Diese sind in den Tabellen A.2 und A.3 in Anhang A zu finden. Zahlenwerte für die Reibung sind nicht vorhanden und werden demnach zu Null gesetzt. Sicherheitshalber wird das Optimierungsverfahren in MATLAB mit der Funktion `MultiStart(.)` für die Suche nach einem globalen Minimum ausgeführt. Innerhalb dieser Funktion wird der Befehl `fmincon(.)` mithilfe des SQP-Lösers mit vielen unterschiedlichen Startpunkten ausgeführt. Die Anzahl an Startpunkten kann in der Funktion `MultiStart(.)` als zusätzliche Argument übergeben werden. Mit 19 weiteren Startpunkten lässt sich ein guter Kompromiss zwischen der globalen Minimumsuche und der Rechenzeit erreichen. Die Funktion `MultiStart(.)` erzeugt somit selbstständig 19 weitere zufällige Startpunkte innerhalb der unteren und oberen Grenzen, welche in dem übergebenen Optimierungsproblem (3.24) enthalten sind. Die Ergebnisse der physikalischen Parameteridentifikation mit 3 Hz- und 10 Hz-Filterung werden in den Tabellen 3.3 und 3.4 präsentiert. Eine 3 Hz-Filterung ist zulässig, da die höchste vorkommende Frequenz in der Identifikationstrajektorie aus Abbildung 3.2 mit  $f_f L = 0.5$  Hz gegeben ist.

Identifizierte physikalische Parameter $\boldsymbol{\mu}^*$							
$\boldsymbol{\mu}_i$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$
$m_i$	7.8343	7.7495	3.2344	3.9623	1.5309	1.74	0.6473
$p_{c_x,i}$	0	-0.0026	-0.0049	0.0056	-0.0039	0.0167	0.0465
$p_{c_y,i}$	0	0.204	-0.0406	0.184	0.0064	0.0424	0.0024
$p_{c_z,i}$	0.2667	-0.021	0.0666	-0.0244	0.2155	-0.0333	0
$I_{i,xx}$	0.0004	0.0099	0.2627	0.0181	0.0099	0.005	0.0002
$I_{i,xy}$	-0.00977	-0.01002	0.26275	0.01827	-0.01	-0.50148	-0.0095
$I_{i,xz}$	-0.00106	0.00046	0.26275	-0.01824	-0.00987	0.50146	0.01
$I_{i,yy}$	0.0003	0.0001	0.2601	0.0002	0.01	0.0113	0.0001
$I_{i,yz}$	-0.0078	0.00999	-0.25504	0.01826	0.00996	0.50144	-0.0075
$I_{i,zz}$	0.0001	0.01	0.0026	0.0183	0.0001	0.0163	0.0001
$F_{v,i}$	0.2241	0.222	0.1	0.2414	0.1	0.1	0.1
$F_{c,i}$	0.1939	0.2996	0.1619	0.2998	0.1846	0.094	0.3427

Tabelle 3.3: Ergebnisse des nichtlinearen Optimierungsproblems der physikalischen Parameteridentifikation mit 3 Hz-Filterung. Die Massen sind in kg, die Schwerpunkte in m, die Diagonalelemente der Trägheitsmatrizen in  $\text{kg m}^2$ , die Nebendiagonalelemente in  $\text{g m}^2$  und die Reibparameter in  $\text{N m s/rad}$  angegeben.

Identifizierte physikalische Parameter $\mu^*$							
$\mu_i$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$
$m_i$	7.9595	7.7761	3.2503	3.9623	1.4837	1.74	0.6473
$p_{c_x,i}$	0	-0.0025	-0.005	0.0056	-0.0039	0.0167	0.0463
$p_{c_y,i}$	0	0.204	-0.0425	0.184	0.0068	0.0423	0.0026
$p_{c_z,i}$	0.0699	-0.0212	0.0698	-0.026	0.2293	-0.0331	0
$I_{i,xx}$	0.0034	0.0099	0.2611	0.0094	0.0095	0.0049	0.0002
$I_{i,xy}$	0.00993	-0.01001	0.26109	0.01	-0.01001	-0.49113	-0.00999
$I_{i,xz}$	$9 \cdot 10^{-5}$	-0.00998	0.2611	-0.00999	-0.01	0.49111	0.01
$I_{i,yy}$	0.0033	0.0001	0.2585	0.0001	0.0096	0.012	0.0001
$I_{i,yz}$	0.00142	0.00996	-0.26084	0.00996	0.01	0.49113	-0.00696
$I_{i,zz}$	0.0001	0.01	0.0026	0.0095	0.0001	0.0169	0.0001
$F_{v,i}$	0.1904	0.1929	0.1	0.2197	0.1	0.1	0.1
$F_{c,i}$	0.2192	0.3207	0.1657	0.314	0.1873	0.0948	0.3473

Tabelle 3.4: Ergebnisse des nichtlinearen Optimierungsproblems der physikalischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung. Die Massen sind in kg, die Schwerpunkte in m, die Diagonalelemente der Trägheitsmatrizen in  $\text{kg m}^2$ , die Nebendiagonalelemente in  $\text{g m}^2$  und die Reibparameter in  $\text{N m s/rad}$  angegeben.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass der minimale Kostenfunktionswert ausgehend von den nominellen Werten als Startpunkt nur geringfügig schlechter ausgefallen ist als derjenige der globalen Suche. Die Parameterwerte in den beiden Tabellen unterscheiden sich durch die zwei Filterfrequenzen 3 Hz sowie 10 Hz nur geringfügig. Daraufhin wird mit der 10 Hz-Filterung fortgesetzt, siehe Begründung in Abschnitt 3.4.3.

In Abschnitt 3.5.2 wurde angemerkt, dass die Bildung einer Kovarianzmatrix mithilfe der Singulärwertzerlegung nicht sinnvoll ist. Somit fällt an dieser Stelle auch eine darauf basierende Möglichkeit, die Ergebnisse wissenschaftlich korrekt zu bewerten weg. Jedoch wird in Abschnitt 3.5.2 eine Identifikationsmethode vorgestellt, welche eine Berechnung einer nicht singulären Kovarianzmatrix zulässt. Daher wird auf die Identifikation der essentiellen dynamischen Parameter über das Least-Squares-Problem (3.28) zurückgegriffen. Nach dem Lösen des Least-Squares-Problems (3.28) und der darauf folgenden Berechnung der Kovarianzmatrix können die essentiellen dynamischen Parameter  $\pi_e$  interpretiert werden. Die Berechnung der relativen Standardabweichung erfolgt gemäß [3] mit

$$\sigma_\rho^2 = \frac{\|\bar{\tau} - \bar{\mathbf{Y}}_e \pi_e\|_2^2}{Mn - \bar{p}} \quad (3.29a)$$

$$\mathbf{C}_\pi = \sigma_\rho^2 \left( \bar{\mathbf{Y}}_e^T \bar{\mathbf{Y}}_e \right)^{-1} \quad (3.29b)$$

$$\sigma_{\pi_j} = \sqrt{\mathbf{C}_\pi(j, j)} \quad (3.29c)$$

$$\sigma_{\pi_{j,\%}} = 100 \frac{\sigma_{\pi_j}}{|\pi_j|} \quad (3.29d)$$

für den jeweiligen Parameter  $j$  mit  $j = 1, \dots, \bar{p}$ . Diese sind Indikatoren für die Qualität

der geschätzten Parameter. Für eine bessere Lesbarkeit wurde die Notation von  $\pi_{e,j}$  auf  $\pi_j$  vereinfacht und ist nicht mit den dynamischen Parametern  $\boldsymbol{\pi}$  aus (3.8) zu verwechseln. Die Größe  $\sigma_\rho^2$  wird als die Varianz der Parameterschätzung bezeichnet, woraus sich die Varianz-Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_\pi$  berechnen lässt. Die Quadratwurzel aus der Hauptdiagonale dieser Matrix führt auf die Standardabweichung der Schätzfehler  $\sigma_{\pi_j}$  des Parameters mit dem Index  $j$ . Die relative Standardabweichung  $\sigma_{\pi_j, \%}$  ist für die Bewertung der Schätzung ausschlaggebend.

Die Ergebnisse der identifizierten essentiellen dynamischen Parameter des Optimierungsproblems (3.28) sind in Tabelle 3.5 zu sehen. Eine Spalte für die nominellen Parameter des Roboterherstellers umgerechnet mithilfe von (3.5) und (3.26) auf die essentiellen dynamischen Parameter zum Vergleich ist ebenfalls enthalten. Insgesamt ist es ein guter Fit, weil die meisten Varianzen klein sind. Das deutet darauf hin, dass das gewählte lineare Modell (3.26) eine gute Approximation darstellt. Es stechen im direkten Vergleich aber zwei relative Standardabweichungen  $\sigma_{\pi_j, \%}$  der dynamischen Parameter heraus. Das ist einerseits der Parameter  $XX_7$  und andererseits  $YZ_7$ . Die Zahlenwerte der beiden Parameter sind hingegen klein und fallen bei der Berechnung der Drehmomente mithilfe des linearen Modells (3.26) nicht wesentlich ins Gewicht. Dass vor allem die Identifikation des siebten Gliedes schlechtere Ergebnisse liefert als bei den anderen, liegt daran, dass die Masse und das abrufbare Drehmoment auch geringer ausfallen als bei allen anderen. Letzteres führt zu einer geringeren dynamischen Einprägung über die Stellgröße. Daraus resultiert eine sehr schlechte Konditionierung für eine mögliche Parameterschätzung des siebten Gliedes.

Die Bewertung der Zahlenwerte ist hiermit abgeschlossen, jedoch sollte die Plausibilität der Vorzeichen ebenfalls berücksichtigt werden. Die Abbildung der physikalischen auf die dynamischen Parameter (3.5) zeigt, dass der Parameter  $ZZ_1$  unter Berücksichtigung von (3.5j) nicht negativ werden kann. Gleiches gilt auch für  $FV_7$  mithilfe von (3.5k). D. h. die Ergebnisse stehen im Widerspruch zu den physikalischen Gesetzen, da beispielsweise die viskose Reibung immer eine Bremswirkung auf das System ausübt und nicht einen Beitrag zur Beschleunigung liefert. Dieser physikalische Widerspruch liegt darin begründet, dass nicht alle Modelldetails berücksichtigt werden. Es werden beispielsweise keine diversen Hysteresen von z. B. Sensoren oder Antrieben mitberücksichtigt. Möglicherweise ist das verwendete affine Reibmodell nicht optimal. Die in Abschnitt 3.4.1 erwähnten Oszillationen der Roboterplattform könnten auch Einzug in die Modellierung des Systems erhalten, um an dieser Stelle ein paar Beispiele zur Erweiterung des verwendeten Modells (3.1) anzuführen. Jene Parameter mit den physikalisch nicht plausiblen Vorzeichen versuchen diese unberücksichtigten Effekte aufgrund fehlender Modelldetails zu kompensieren, um das bestmögliche Ergebnis aus dem zugrundeliegenden Optimierungsproblem (3.28) zu erzielen. Infolgedessen wird die Identifikation der essentiellen dynamischen Parameter mit einem Satz minimaler Beschränkungen ergänzt, um die physikalische Treue beizubehalten.

Parameter	Identifizierte essentielle dynamische Parameter $\pi_e^*$								
	$\pi_{e,ref}$	$\pi_e$	$\sigma_{\pi_j}$	$\sigma_{\pi_j, \%}$ in %	Parameter	$\pi_{e,ref}$	$\pi_e$	$\sigma_{\pi_j}$	$\sigma_{\pi_j, \%}$ in %
ZZ <sub>1</sub>	0.0214	-0.0488	$7.2368 \cdot 10^{-4}$	1.48	FC <sub>4</sub>	0	0.3314	0.0011	0.35
FV <sub>1</sub>	0	0.1811	0.0019	1.05	MX <sub>5</sub>	$1.0767 \cdot 10^{-4}$	-0.0031	$1.3286 \cdot 10^{-4}$	4.27
FC <sub>1</sub>	0	0.2193	0.0011	0.51	MY <sub>5</sub>	0.0273	0.0570	$1.6880 \cdot 10^{-4}$	0.30
MX <sub>2</sub>	$1.0568 \cdot 10^{-4}$	-0.0145	$2.9352 \cdot 10^{-4}$	2.03	XX <sub>5</sub>	0.0206	0.0517	$8.1468 \cdot 10^{-4}$	1.58
MY <sub>2</sub>	0.5700	5.8608	$3.5527 \cdot 10^{-4}$	0.01	XY <sub>5</sub>	$-1.5578 \cdot 10^{-6}$	0.0099	$3.2588 \cdot 10^{-4}$	3.29
XX <sub>2</sub>	0.1196	2.2719	0.0021	0.09	XZ <sub>5</sub>	$-6.2384 \cdot 10^{-6}$	-0.0162	$2.7861 \cdot 10^{-4}$	1.72
XY <sub>2</sub>	$-6.8399 \cdot 10^{-6}$	-0.0148	$6.6076 \cdot 10^{-4}$	4.48	YZ <sub>5</sub>	-0.0016	-0.0236	$3.5487 \cdot 10^{-4}$	1.50
XZ <sub>2</sub>	$-5.0771 \cdot 10^{-7}$	0.0131	$8.5661 \cdot 10^{-4}$	6.52	ZZ <sub>5</sub>	0.0061	0.0169	$5.4144 \cdot 10^{-4}$	3.20
YZ <sub>2</sub>	-0.0027	0.0295	$7.5864 \cdot 10^{-4}$	2.57	FV <sub>5</sub>	0	-0.0431	0.0013	3.06
ZZ <sub>2</sub>	0.1242	2.3451	0.0014	0.06	FC <sub>5</sub>	0	0.2931	0.0012	0.40
FV <sub>2</sub>	0	0.2022	0.0021	1.02	MX <sub>6</sub>	$8.4216e \cdot 10^{-4}$	0.0235	$1.2508 \cdot 10^{-4}$	0.53
FC <sub>2</sub>	0	0.2988	0.0012	0.42	MY <sub>6</sub>	0.0394	0.1279	$9.2847 \cdot 10^{-5}$	0.07
MX <sub>3</sub>	$-5.8240 \cdot 10^{-4}$	-0.0075	$3.4930 \cdot 10^{-4}$	4.68	XX <sub>6</sub>	0.0089	-0.0109	$4.7757 \cdot 10^{-4}$	4.39
MY <sub>3</sub>	0.0448	-0.0388	$1.8720 \cdot 10^{-4}$	0.48	XY <sub>6</sub>	$-1.4302 \cdot 10^{-5}$	-0.0048	$2.8303 \cdot 10^{-4}$	5.87
XX <sub>3</sub>	0.0427	0.0554	0.0015	2.67	XZ <sub>6</sub>	$1.6617 \cdot 10^{-5}$	0.0086	$2.2233 \cdot 10^{-4}$	2.60
XY <sub>3</sub>	$9.3242 \cdot 10^{-6}$	-0.0112	$6.7593 \cdot 10^{-4}$	6.02	YZ <sub>6</sub>	$7.7737 \cdot 10^{-4}$	0.0066	$2.4995 \cdot 10^{-4}$	3.77
XZ <sub>3</sub>	$4.7922 \cdot 10^{-5}$	0.0167	$7.2565 \cdot 10^{-4}$	4.35	ZZ <sub>6</sub>	0.0067	0.0307	$2.8244 \cdot 10^{-4}$	0.92
YZ <sub>3</sub>	-0.0037	0.0235	$7.4503 \cdot 10^{-4}$	3.18	FV <sub>6</sub>	0	0.0600	0.0012	2.07
ZZ <sub>3</sub>	0.0562	0.0285	$7.1365 \cdot 10^{-4}$	2.50	FC <sub>6</sub>	0	0.1126	0.0010	0.92
FV <sub>3</sub>	0	0.0541	0.0019	3.44	MX <sub>7</sub>	0.0016	0.0246	$1.2835 \cdot 10^{-4}$	0.52
FC <sub>3</sub>	0	0.2091	0.0012	0.58	MY <sub>7</sub>	$-8.0259 \cdot 10^{-5}$	-0.0034	$9.4326 \cdot 10^{-5}$	2.78
MX <sub>4</sub>	-0.0011	0.0256	$1.2521 \cdot 10^{-4}$	0.49	XX <sub>7</sub>	0.0011	-0.0017	$3.2947 \cdot 10^{-4}$	19.80
MY <sub>4</sub>	0.5211	2.3457	$1.5880 \cdot 10^{-4}$	0.01	XY <sub>7</sub>	$1.5281 \cdot 10^{-7}$	-0.0042	$1.4803 \cdot 10^{-4}$	3.52
XX <sub>4</sub>	0.0994	0.7821	0.0011	0.14	XZ <sub>7</sub>	$-2.8693 \cdot 10^{-5}$	0.0129	$2.0979 \cdot 10^{-4}$	1.63
XY <sub>4</sub>	$1.0579 \cdot 10^{-4}$	-0.0172	$5.1756 \cdot 10^{-4}$	3.00	YZ <sub>7</sub>	$1.4015 \cdot 10^{-6}$	$4.7568 \cdot 10^{-4}$	$2.3475 \cdot 10^{-4}$	49.35
XZ <sub>4</sub>	$1.2310 \cdot 10^{-5}$	-0.0065	$4.3469 \cdot 10^{-4}$	6.69	ZZ <sub>7</sub>	0.0011	-0.0140	$3.6096 \cdot 10^{-4}$	2.58
YZ <sub>4</sub>	-0.0060	0.0351	$4.9797 \cdot 10^{-4}$	1.42	FV <sub>7</sub>	0	-0.2858	0.0019	0.66
ZZ <sub>4</sub>	0.0981	0.7988	$7.0986 \cdot 10^{-4}$	0.09	FC <sub>7</sub>	0	0.5253	0.0011	0.20
FV <sub>4</sub>	0	0.2460	0.0021	0.86					

Tabelle 3.5: Ergebnisse des Least-Squares-Problems der essentiellen dynamischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung. Die Massen sind in kg, die ersten mechanischen Momente in kgm, die zweiten mechanischen Momente in kg m<sup>2</sup> und die Reilparameter in N m s/rad angegeben.

Dieser Satz an Beschränkungen lässt sich gemäß

$$XX_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.30a)$$

$$YY_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.30b)$$

$$ZZ_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.30c)$$

$$FC_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.30d)$$

$$FV_i \geq 0.1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.30e)$$

zusammenfassen. Hierbei steigt zwar der Kostenfunktionswert des vorher gefundenen Optimums von 17569 auf 19604 an. Im Vergleich zum Startwert der Kostenfunktion mit ca.  $10^8$  fällt die Verschlechterung kaum ins Gewicht.

Die Ergebnisse für die dynamischen Parameter mit physikalischen Beschränkungen werden in Tabelle 3.6 präsentiert. Die oberen und unteren Beschränkungen für die Parameter werden in MATLAB mithilfe der Funktion `lsqin(·)` hinzugefügt. Verglichen zu Tabelle 3.5 ist in den Ergebnissen von Tabelle 3.6 die physikalische Treue gewährleistet, da die Plausibilität der Vorzeichen nun gegeben ist. Durch die eingeführten unteren Beschränkungen kommt es zu teilweise deutlich erhöhten Varianzen. Betroffene Parameter sind  $ZZ_1, XY_2, XY_3, XZ_4, ZZ_5, XX_6, MY_7$  und  $ZZ_7$ . Jene Parameter davon mit relativen Standardabweichungen  $\sigma_{\pi_j, \%} \geq 10^{10} \%$  enthalten Zahlenwerte nahe Null und haben bei einer Vernachlässigung keinen messbaren Einfluss auf die Systemdynamik. Die restlichen Varianzen befinden sich im Rahmen und können analog wie bei der Bewertung und Interpretation der Ergebnisse von Tabelle 3.5 abgehandelt werden.

Die Ergebnisse von Tabelle 3.4 (NLOP) und 3.6 (LSQ) werden nachfolgend mit den nominellen Parameterwerten des Roboterherstellers (Nominelle Parameter) mithilfe von (3.5) und (3.9) mit den gemessenen Gelenksdrehmomente  $\tau$  (Messung) verglichen. Für die Identifikationstrajektorie aus Abbildung 3.2 wird dieser Vergleich in Abbildung 3.7 dargestellt. Dabei werden die berechneten Drehmomente der Achsen  $i = 1, \dots, 4$  verglichen mit dem gemessenen Drehmoment sehr gut wiedergegeben. Die Achsen  $i = 5, 6$  weichen hingegen von den gemessenen Drehmomenten deutlicher ab. Ein Blick auf die Zahlenwerte der vertikalen Achse (Ordinate) zeigt jedoch, dass im Vergleich zu den vorherigen Achsen auch das benötigte Drehmoment geringer ausfällt. Im Umkehrschluss bedeutet das, dass die Darstellung die Ergebnisse schlechter erscheinen lässt als diese tatsächlich sind. Bei der letzten Achse zeigt sich, dass das Fehlen der Reibparameter massiven Einfluss auf das Ergebnis hat. Schließlich folgen die aus den nominellen Parametern berechneten Drehmomente den gemessenen nicht. In Abbildung 3.7 sind zusätzlich die Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  aus Abbildung 3.2 dargestellt. Hierdurch können die Sprünge bei  $t \approx 3.8$  s und  $t \approx 6.5$  s in  $\tau_7$  mit den Nulldurchgängen der Gelenksgeschwindigkeit  $\dot{q}_7$  über die Coulombsche Reibung leichter assoziiert werden.

Parameter	Identifizierte essentielle dynamische Parameter $\pi_e^*$							$\sigma_{\pi_j, \%}$ in %	
	$\pi_{e,ref}$	$\pi_e$	$\sigma_{\pi_j}$	$\sigma_{\pi_j, \%}$ in %	Parameter	$\pi_{e,ref}$	$\pi_e$		$\sigma_{\pi_j}$
$ZZ_1$	0.0214	$7.4193 \cdot 10^{-17}$	$7.6443 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{15}$	$FC_4$	0	0.3188	0.0012	0.38
$FV_1$	0	0.1850	0.0020	1.08	$MX_5$	$1.0767 \cdot 10^{-4}$	-0.0057	$1.4034 \cdot 10^{-4}$	2.46
$FC_1$	0	0.2212	0.0012	0.53	$MY_5$	0.0273	0.0629	$1.7830 \cdot 10^{-4}$	0.28
$MX_2$	$1.0568 \cdot 10^{-4}$	-0.0129	$3 \cdot 10^{-4}$	2.40	$XX_5$	0.0206	0.0294	$8.6055 \cdot 10^{-4}$	2.93
$MY_2$	0.5700	5.8645	$3.7528 \cdot 10^{-4}$	0.01	$XY_5$	$-1.5578 \cdot 10^{-6}$	0.0085	$3.4423 \cdot 10^{-4}$	4.05
$XX_2$	0.1196	2.1627	0.0023	0.10	$XZ_5$	$-6.2384 \cdot 10^{-6}$	-0.0071	$2.9430 \cdot 10^{-4}$	4.15
$XY_2$	$-6.8399 \cdot 10^{-6}$	$7.8533 \cdot 10^{-4}$	$6.9797 \cdot 10^{-4}$	88.88	$YZ_5$	-0.0016	-0.0216	$3.7485 \cdot 10^{-4}$	1.73
$XZ_2$	$-5.0771 \cdot 10^{-7}$	-0.0063	$9.0484 \cdot 10^{-4}$	14.43	$ZZ_5$	0.0061	$3.6011 \cdot 10^{-15}$	$5.7193 \cdot 10^{-4}$	$1.59 \cdot 10^{13}$
$YZ_2$	-0.0027	0.0234	$8.0136 \cdot 10^{-4}$	3.43	$FV_5$	0	0.1000	0.0014	1.39
$ZZ_2$	0.1242	2.3350	0.0015	0.06	$FC_5$	0	0.1794	0.0012	0.69
$FV_2$	0	0.2057	0.0022	1.06	$MX_6$	$8.4216 \cdot 10^{-4}$	0.0313	$1.3212 \cdot 10^{-4}$	0.42
$FC_2$	0	0.3061	0.0013	0.43	$MY_6$	0.0394	0.1273	$9.8075 \cdot 10^{-5}$	0.08
$MX_3$	$-5.8240 \cdot 10^{-4}$	-0.0066	$3.6897 \cdot 10^{-4}$	5.57	$XX_6$	0.0089	$1.5070 \cdot 10^{-13}$	$5.0446 \cdot 10^{-4}$	$3.35 \cdot 10^{11}$
$MY_3$	0.0448	-0.0375	$1.9774 \cdot 10^{-4}$	0.53	$XY_6$	$-1.4302 \cdot 10^{-5}$	0.0022	$2.9896 \cdot 10^{-4}$	13.30
$XX_3$	0.0427	0.0615	0.0016	2.54	$XZ_6$	$1.6617 \cdot 10^{-5}$	0.0027	$2.3485 \cdot 10^{-4}$	8.79
$XY_3$	$9.3242 \cdot 10^{-6}$	$-4.3940 \cdot 10^{-5}$	$7.1400 \cdot 10^{-4}$	$1.63 \cdot 10^3$	$YZ_6$	$7.7737 \cdot 10^{-4}$	0.0100	$2.6402 \cdot 10^{-4}$	2.63
$XZ_3$	$4.7922 \cdot 10^{-5}$	0.0234	$7.6651 \cdot 10^{-4}$	3.27	$ZZ_6$	0.0067	0.0296	$2.9834 \cdot 10^{-4}$	1.01
$YZ_3$	-0.0037	0.0092	$7.8699 \cdot 10^{-4}$	8.53	$FV_6$	0	0.1000	0.0013	1.31
$ZZ_3$	0.0562	0.0121	$7.5384 \cdot 10^{-4}$	6.22	$FC_6$	0	0.0888	0.0011	1.23
$FV_3$	0	0.1000	0.0020	1.97	$MX_7$	0.0016	0.0332	$1.3558 \cdot 10^{-4}$	0.49
$FC_3$	0	0.1630	0.0013	0.79	$MY_7$	$-8.0259 \cdot 10^{-5}$	$4.1025e \cdot 10^{-4}$	$9.9638 \cdot 10^{-5}$	24.29
$MX_4$	-0.0011	0.0210	$1.3227 \cdot 10^{-4}$	0.63	$XX_7$	0.0011	0.0038	$3.4802 \cdot 10^{-4}$	9.05
$MY_4$	0.5211	2.3476	$1.6774 \cdot 10^{-4}$	0.01	$XY_7$	$1.5281 \cdot 10^{-7}$	-0.0024	$1.5637 \cdot 10^{-4}$	6.60
$XX_4$	0.0994	0.7983	0.0012	0.15	$XZ_7$	$-2.8693 \cdot 10^{-5}$	0.0202	$2.2160 \cdot 10^{-4}$	1.10
$XY_4$	$1.0579 \cdot 10^{-4}$	-0.0140	$5.4670 \cdot 10^{-4}$	3.90	$YZ_7$	$1.4015 \cdot 10^{-6}$	-0.0045	$2.4797 \cdot 10^{-4}$	5.49
$XZ_4$	$1.2310 \cdot 10^{-5}$	-0.0011	$4.5916 \cdot 10^{-4}$	43.35	$ZZ_7$	0.0011	$2.2304 \cdot 10^{-17}$	$3.8128 \cdot 10^{-4}$	$1.71 \cdot 10^{15}$
$YZ_4$	-0.0060	0.0287	$5.2601 \cdot 10^{-4}$	1.83	$FV_7$	0	0.1000	0.0020	1.99
$ZZ_4$	0.0981	0.8177	$7.4983 \cdot 10^{-4}$	0.09	$FC_7$	0	0.3518	0.0011	0.32
$FV_4$	0	0.2389	0.0022	0.94					

 Tabelle 3.6: Ergebnisse des Least-Squares-Problems der essentiellen dynamischen Parameteridentifikation mit 10Hz-Filterung inklusive unteren Beschränkungen (3.30). Die Massen sind in kg, die ersten mechanischen Momente in kg m, die zweiten mechanischen Momente in  $\text{kg m}^2$  und die Reibparameter in  $\text{N m s/rad}$  angegeben.

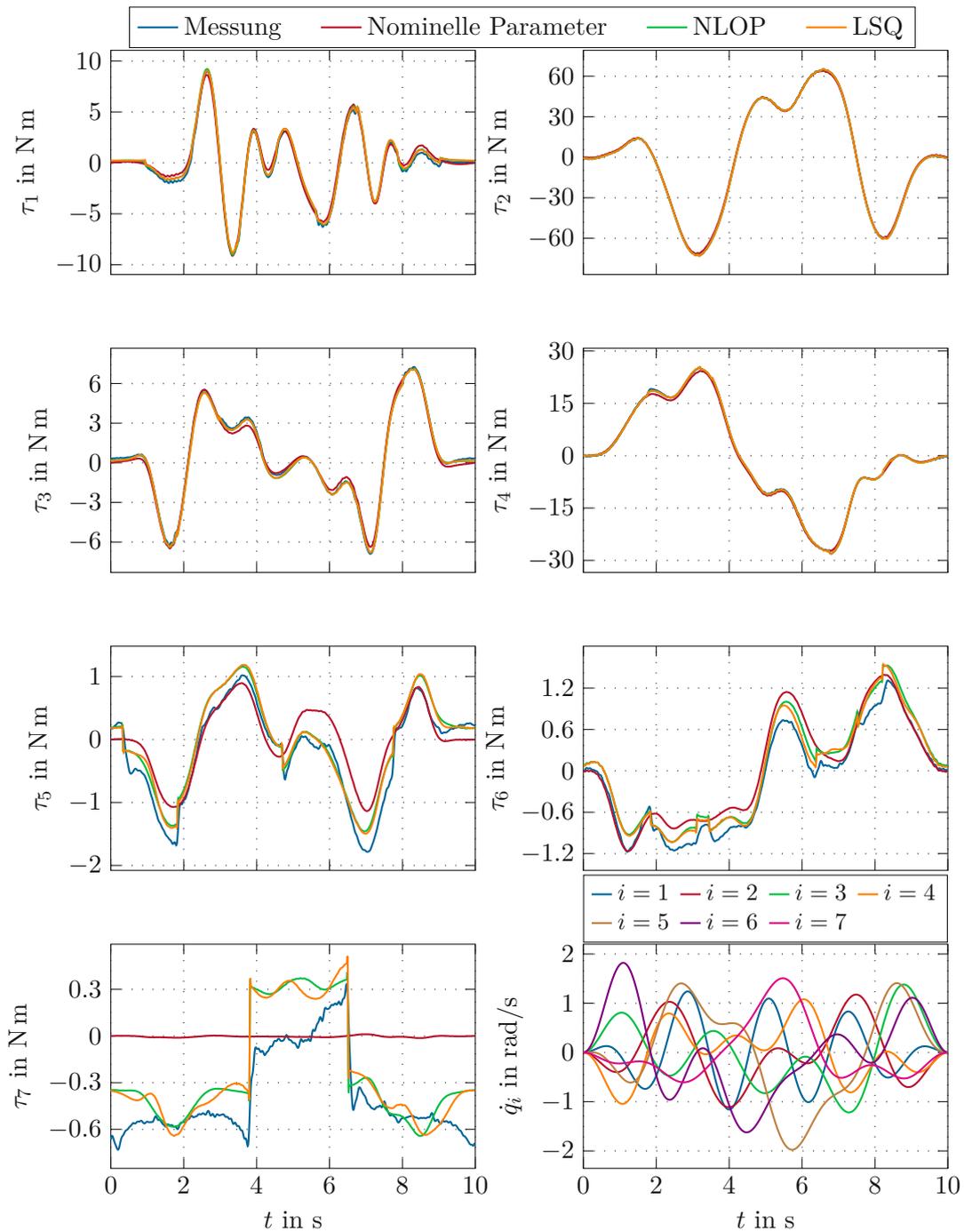


Abbildung 3.7: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenkdrehmomenten  $\tau$  für die Identifikationstrajektorie aus [3] bzw. Abbildung 3.2 inklusive Gelenkgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a.

### 3.7 Validierung

Für eine Validierung sind andere Trajektorien erforderlich, welche unabhängig von der Identifikationstrajektorie erzeugt wurden. Dafür werden die optimale Trajektorie in Abbildung 3.1 aus dem Abschnitt 3.3.2 der Fourierreihe und die optimale Trajektorie in Abbildung 3.3 aus dem Abschnitt 3.3.3 der Polynome 5. Ordnung verwendet.

Der Vergleich der Gelenksdrehmomente  $\tau$  wie in Abbildung 3.7 wird auch analog für die Validierungstrajektorien angewendet. Der Vergleich der Drehmomentverläufe der optimalen Trajektorie der Fourierreihe ist in Abbildung 3.8 und der der Klasse Polynome 5. Ordnung in Abbildung 3.9 am Ende dieses Abschnittes dargestellt. Den Beobachtungen zufolge der Identifikationstrajektorie ist bei den zwei Validierungstrajektorien nichts mehr hinzuzufügen, da hier ein ähnliches Verhalten der Drehmomentverläufe auftritt. Es wird an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die grafischen Vergleiche der Drehmomente  $\tau$  sowohl von der Identifikationstrajektorie als auch von den Validierungstrajektorien für die Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b mit den Ergebnissen von Abschnitt 3.6 in den Abbildungen B.1 bis B.3 in Anhang B zu finden sind. Die Verwendung der Messergebnisse der Experimente auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a liegt darin begründet, dass die Identifikationstrajektorie auf der fünften Achse nicht angepasst werden musste, um ausführbar zu sein. Der Vergleich der Tabellen 3.1 und 3.2 bestätigt diese Tatsache. Daher werden für eine konsistente Identifikation und Validierung in diesem Abschnitt nur die grafischen Ergebnisse der Experimente auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a gezeigt.

Zur Bewertung der Validierung wird ein Fehlermaß definiert, welches die berechneten und gemessenen Gelenksdrehmomente  $\tau$  vergleicht und auf einen skalaren Wert abbildet. Dafür wird der RMS-Wert eines Signals  $s(m)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , gemäß

$$s_{rms} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |s(m)|^2} \quad (3.31)$$

unter der Zuhilfenahme der MATLAB Funktion  $\text{rms}(\cdot)$  herangezogen. Das Fehlermaß  $\|\mathbf{e}_{rms}\|_2$  lautet hiermit

$$\|\mathbf{e}_{rms}\|_2 = \left\| \begin{bmatrix} e_{rms,1} & \dots & e_{rms,n} \end{bmatrix}^T \right\|_2 \quad (3.32a)$$

$$e_{rms,i} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |e_i(m)|^2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.32b)$$

$$e_i(m) = \tau_{x,i}(m) - \tau_i(m), \quad i = 1, \dots, n, \quad m = 1, \dots, M, \quad (3.32c)$$

mit dem gemessenen Drehmoment  $\tau_i(m)$  und dem berechneten Drehmoment  $\tau_{x,i}(m)$  unter der Zuhilfenahme des linearen Modells (3.9) und den Ergebnissen aus Abschnitt 3.6. Da zwei Validierungstrajektorien zur Verfügung stehen, welche zudem auf beiden Varianten der Roboterplattform ausgeführt und gemessen wurden, stehen insgesamt vier Ergebnisse des Fehlermaßes zur Verfügung. Diese Ergebnisse können als Vektor zusammengefasst und mit der MATLAB-Funktion  $\text{norm}(\cdot)$  erneut auf eine skalare Größe abgebildet werden.

Fehlermaß der Parameteridentifikation in N m			
Trajektorie	nomielle Parameter	NLOP $\mu^*$	LSOP $\pi_e^*$
FS aus [3]	1.2827	0.5117	0.4950
FS (2) aus [3]	1.2247	0.5472	0.5312
FS - Validierung	1.1437	0.7139	0.7032
FS (2) - Validierung	1.1189	0.7141	0.7018
P5O - Validierung	1.3972	0.8713	0.8776
P5O (2) - Validierung	1.3751	0.8724	0.8863
Summenfehlermaß	2.5304	1.5936	1.5946

Tabelle 3.7: Fehlermaß zwischen den berechneten und gemessenen Gelenkdrehmomenten  $\tau$  aller optimalen Trajektorien und Summenfehlermaß über alle Validierungstrajektorien.

Dieses Ergebnis wird als Summenfehlermaß bezeichnet. Die Ergebnisse zum Fehlermaß aller optimalen Trajektorien lassen sich dann in Tabelle 3.7 kompakt zusammenfassen. Die Gesamtbewertung zeigt, dass sich die Fehler zwischen den berechneten und gemessenen Gelenkdrehmomenten  $\tau$  anhand des betrachteten Summenfehlermaßes um 37.02 % für die Identifikation der physikalischen Parameter aus Tabelle 3.4 und um 36.98 % für die Identifikation der essentiellen dynamischen Parameter aus Tabelle 3.6 bezogen auf die nominellen Parameter verbessert hat. Interessanterweise ist das Summenfehlermaß für das Least-Squares-Problem (3.28) mit den unteren Beschränkungen (3.30) aus Abschnitt 3.6 minimal größer als für das nichtlineare Optimierungsproblem (3.24). Da sich die beiden Ergebnisse nur im Bereich der dritten Nachkommastelle unterscheiden, können diese als äquivalent betrachtet werden.

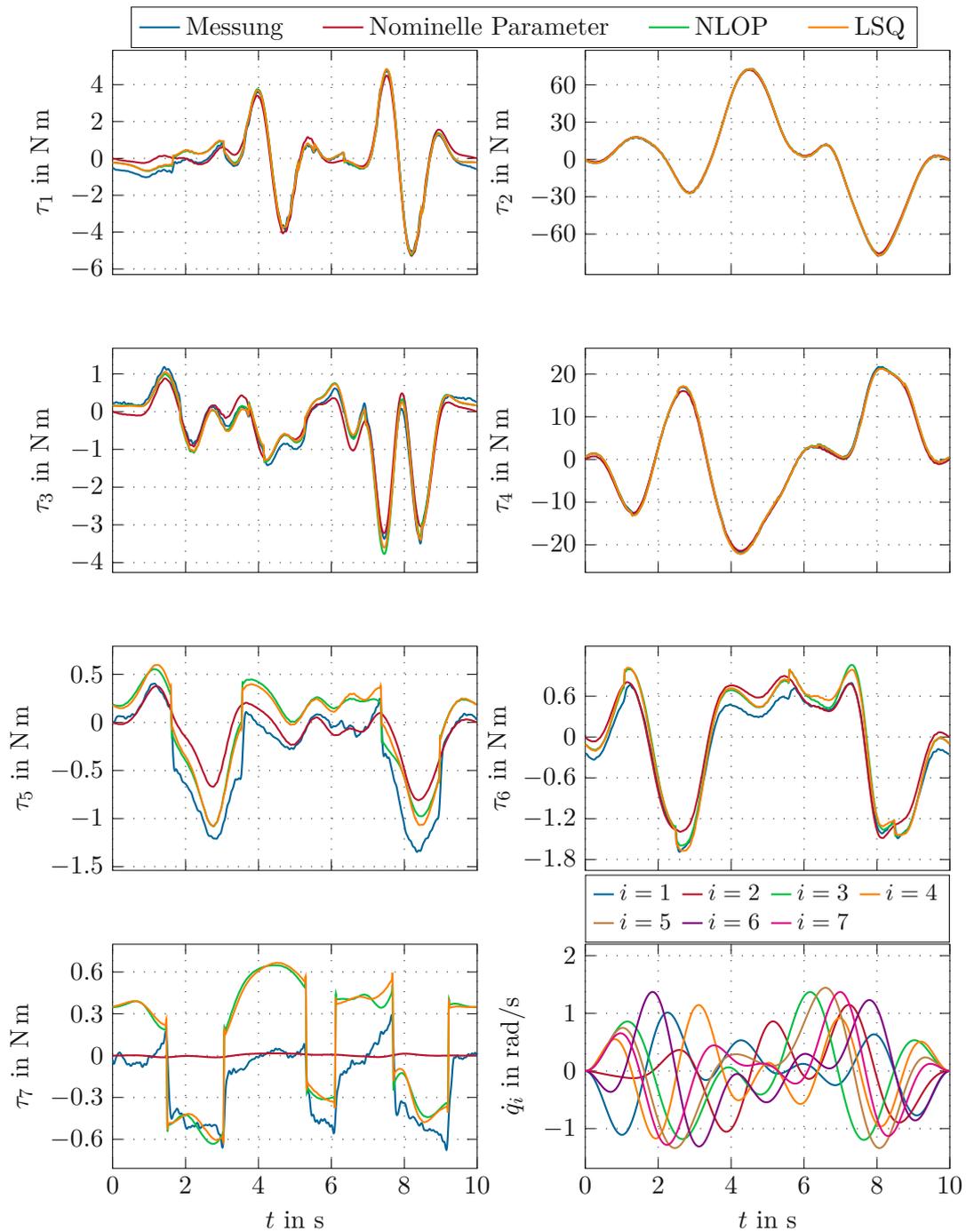


Abbildung 3.8: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenkdrehmomenten  $\tau$  für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.1 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a.

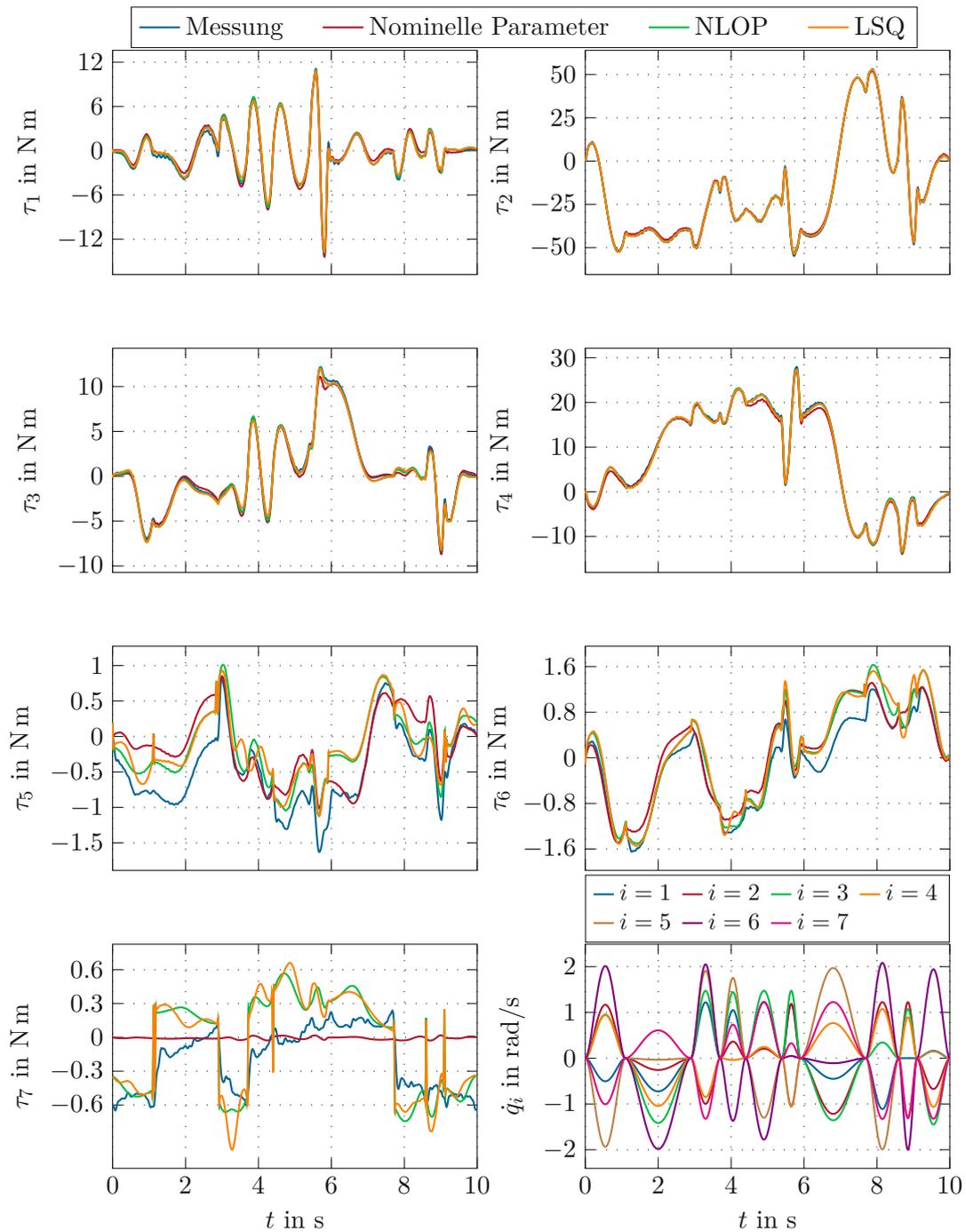


Abbildung 3.9: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten  $\tau$  für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.3 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform vor dem Umbau aus Abbildung 3.4a.

## 4 Parameteridentifikation - Steifigkeiten

Die Modellierung von Robotern mit flexiblen Gelenken besteht nicht nur aus Elementen der Starrkörpertheorie, sondern beinhaltet auch die Elastizitäten bzw. Steifigkeiten der Getriebe. Die Modellierung der Getriebe mithilfe linearer Drehfedern (2.16) wurde in Abschnitt 2.2.2 erklärt und das Gelenk mit dem elastischen Antriebsstrang ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Das Ziel in diesem Kapitel ist die Parameteridentifikation dieser Steifigkeiten. Für diese Parameteridentifikation werden zusätzlich Messdaten des Lasertrackers Hexagon Leica AT960-MR miteinbezogen. Diese enthalten nach der Verarbeitung die Information der translatorischen Position des Endeffektors. Die Messdaten des Roboters können somit nur mithilfe der Vorwärtskinematik (2.1) mit denen des Lasertrackers verglichen werden. Die Parameteridentifikation wird dadurch um die kinematischen Parameter erweitert und baut hierbei nur auf den Messdaten statischer Konfigurationen auf. Der Vergleich der Messdaten des Lasertrackers und des Roboters erfordert aufgrund der unterschiedlichen örtlichen Positionierung beider Messsysteme einen gemeinsamen Bezug. Hierfür ist eine Vermessung der Roboterbasis vor der Parameteridentifikation notwendig.

### 4.1 Identifikationsaufgabe

In diesem Abschnitt wird die Parameteridentifikation der Steifigkeiten  $K_i, i = 1, \dots, n$ , und der kinematischen Parameter  $d_i, i = 1, \dots, n + 1$ , in Form eines Least-Squares-Problems behandelt. Die kinematischen Parameter erhalten durch die Notwendigkeit der Vorwärtskinematik (2.1) für den Vergleich der Messdaten des Roboters mit denen des Lasertrackers Einzug in das Optimierungsproblem. Die Vorwärtskinematik (2.1) weist konkret für den KUKA LBR iiwa 14 R820 konstruktionsbedingt Linearkombinationen der kinematischen Parameter auf, siehe Abbildung 2.1. Diese Linearkombinationen der kinematischen Parameter können auch durch die explizite Auswertung der Vorwärtskinematik (2.1) mithilfe von MAPLE in Form von  $d_i + d_{i+1}, i = \{1, 3, 5, 7\}$ , gezeigt werden. Somit ist nur ein Teil der kinematischen Parameter für das Optimierungsproblem erforderlich. Daher fällt die Wahl auf die kinematischen Parameter  $d_i, i = \{1, 3, 5, 7\}$ , für diese Parameteridentifikation. Das folgende Least-Squares-Problem umfasst somit in Summe elf Optimierungsvariablen. Sieben Parameter für die Steifigkeiten und weitere vier für die kinematischen Parameter.

Das Least-Squares-Verfahren der Parameteridentifikation bezieht sich dieses Mal auf die Fehler in der translatorischen Endeffektorposition zwischen den Messdaten des Lasertrackers und denen des Roboters, welche über die Vorwärtskinematik (2.1) berechnet werden. Hierfür wird ein Satz von statischen Roboterkonfigurationen für die Parameteridentifikation verwendet. Die Anzahl an Konfigurationen wird mit  $M_{tt}$  bezeichnet. Das Optimierungsproblem zur Parameteridentifikation der Steifigkeiten  $K_i, i = 1, \dots, n$ , und

der kinematischen Parameter  $d_i, i = \{1, 3, 5, 7\}$ , lässt sich in der Form

$$\min_{\mathbf{x}_{Kd} \in \mathbb{R}^{11}} \|\mathbf{e}_{Kd}\|_2^2 \quad (4.1a)$$

$$\text{u. B. v.} \quad -\mathbf{x}_{Kd,u} \leq \mathbf{x}_{Kd} \leq \mathbf{x}_{Kd,o} \quad (4.1b)$$

$$K_j = K_{j+1} \quad \text{für } j = \{1, 3, 6\} \quad (4.1c)$$

$$\mathbf{q}_i = \boldsymbol{\theta}_i - (\alpha \mathbf{K})^{-1} \boldsymbol{\tau}_i \quad \text{für } i = 1, \dots, M_{lt} \quad (4.1d)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{e,i} \\ \phi_{e,i} \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{q}_i) \quad \text{für } i = 1, \dots, M_{lt} \quad (4.1e)$$

mit

$$\mathbf{P}_e = [\mathbf{p}_{e,1}, \dots, \mathbf{p}_{e,M_{lt}}] \in \mathbb{R}^{3 \times M_{lt}} \quad (4.2a)$$

$$\mathbf{E}_{Kd} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{M_{lt}}] = \mathbf{P}_e - \mathbf{P}_{e,lt} \in \mathbb{R}^{3 \times M_{lt}} \quad (4.2b)$$

$$\mathbf{e}_{Kd} = [e_1, \dots, e_{M_{lt}}] \in \mathbb{R}^{M_{lt}} \quad (4.2c)$$

$$e_i = \|\mathbf{e}_i\|_2 \quad \text{für } i = 1, \dots, M_{lt} \quad (4.2d)$$

sowie den Messdaten des Lasertrackers  $\mathbf{P}_{e,lt} = [\mathbf{p}_{e,lt,1}, \dots, \mathbf{p}_{e,lt,M_{lt}}] \in \mathbb{R}^{3 \times M_{lt}}$  und des Roboters  $\mathbf{P}_e$  formulieren. Zur Erinnerung soll an dieser Stelle angemerkt werden, dass die kinematischen Parameter in die Vorwärtskinematik  $\mathbf{f}(\mathbf{q})$  einfließen und die Einführung der Steifigkeiten (2.17) in Abschnitt 2.2.2 zu finden ist. Der Skalierungsfaktor  $\alpha$  in (4.1d) ist notwendig, da die kinematischen Parameter im cm-Bereich und die Steifigkeiten zwischen  $10^3$  bis  $10^5$  N m/rad liegen. Der Gradient würde ohne Skalierung ( $\alpha = 1$ ) aufgrund der schlechten Konditionierung der unterschiedlichen Optimierungsvariablen somit die Steifigkeiten kaum gewichten und die Optimierung würde an diesem Punkt ungefähr die Initialwerte der Steifigkeiten zurückliefern. Ein  $\alpha = 10^5$  passt den Bereich der Steifigkeiten an den der kinematischen Parameter an.

Die Tabelle A.4 in Anhang A enthält alle Übersetzungen  $N_i, i = 1, \dots, n$ , der Harmonic-Drive-Getriebe und Tabelle A.6 alle Drehmomentbeschränkungen  $\tau_i, i = 1, \dots, n$ , des Roboters. Durch diese Informationen wird die Annahme in (4.1c) getroffen. Hierdurch erhalten baugleiche Achsen identische Steifigkeiten. Ohne diese Beschränkung liefert das Optimierungsproblem keine physikalisch plausiblen Ergebnisse für die Steifigkeiten. Gleichung (4.1d) ist eine Umformulierung der linearen Drehfeder (2.16) und notwendig, da die Sensorik des Roboters nur die Motorposition  $\boldsymbol{\theta}$  und das Gelenkdrehmoment  $\boldsymbol{\tau}$  zur Verfügung stellt. Zudem ist die translatorische Endeffektorposition von Interesse, womit die Vorwärtskinematik (4.1e) zum Einsatz kommt. Gleichung (4.2a) bis (4.2d) bilden somit den Fehler zwischen den Daten des Lasertrackers und des Roboters auf den Vektor  $\mathbf{e}_{Kd}$  ab. Dieser beschreibt die radiale Abweichung der Endeffektorpositionen zwischen den Messdaten des Lasertrackers und des Roboters.

Durch den Skalierungsfaktor  $\alpha$  sowie den Bereich in dem die Steifigkeiten im Allgemeinen zu liegen kommen, stehen auch die Grenzen fest. Für die Steifigkeiten in den angepassten Optimierungsvariablen gilt somit  $\mathbf{x}_{Kd,u} = 10^{-2}$  N m/rad und  $\mathbf{x}_{Kd,o} = 1$  N m/rad. Für die Beschränkungen der kinematischen Parameter werden mit  $\pm 50$  mm weniger restriktive

Werte gewählt. Hiermit ist das Least-Squares-Problem vollständig beschrieben und im nächsten Abschnitt wird die Herangehensweise zur Erzeugung statischer Konfigurationen beschrieben, um die Messdaten  $\mathbf{P}_{e,lt}$  des Lasertrackers und  $\mathbf{P}_e$  des Roboters zu erhalten.

## 4.2 Planung statischer Konfigurationen

Das Ziel dieses Abschnitts ist die Erstellung statischer Konfigurationen, welche für die Parameteridentifikation verwendet werden. Diese Konfigurationen werden über eine Trajektorie verbunden, um den Messvorgang einfacher zu gestalten. Das Polynom 5. Ordnung aus Abschnitt 3.3.3 wird dabei für die Punkt-zu-Punkt-Trajektorien im Konfigurationsraum verwendet. Diese Punkt-zu-Punkt-Trajektorien im Konfigurationsraum sollen zudem langsam ausgeführt werden und an den Endpunkten eine gewisse Zeitdauer stationär verweilen. Die eigentliche Aufgabe besteht nun darin eine Sequenz von Konfigurationen zu erzeugen. Der Lasertracker Hexagon Leica AT960-MR benötigt eine kontinuierliche Sichtverbindung, so dass der Roboter aus Abbildung 2.1 vorzugsweise Konfigurationen mit einer nahezu horizontalen  $z_e$ -Achse anfahren muss.

Für die Trajektorienplanung wird im ersten Schritt mit der Erzeugung zufälliger Konfigurationen aus einer diskreten Menge von Gelenkpositionen gestartet. Für die Achsen  $i = 1, 3, 5, 7$  wird  $q_i = \{-120^\circ, -90^\circ, -60^\circ, -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ\}$  gewählt und für die Achsen  $j = 2, 4, 6$  ist  $q_j = \{-80^\circ, -60^\circ, -40^\circ, -20^\circ, 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ\}$ . Damit wird der Bewegungsspielraum der Gelenke im Konfigurationsraum gut ausgenutzt. Mit der Vorwärtskinematik (2.1) können zusätzliche Bedingungen eingefügt werden, um die Bewegung des Roboters im Aufgabenraum einzuschränken, womit der Roboter z. B. eine gewisse Mindesthöhe des Endeffektors einhält. Falls diese Beschränkungen verletzt werden, können daraufhin solange neue zufällige Konfigurationen generiert werden bis diese alle Bedingungen einhalten.

Die Generierung der Konfigurationen wird in MATLAB mit der Funktion `randi(·)` bewerkstelligt. Dabei wird eine Matrix  $\mathbf{R}_q = [\mathbf{r}_{q,1}, \dots, \mathbf{r}_{q,M_k}] \in \mathbb{R}^{n \times M_k}$  mit der Anzahl  $M_k$  an Konfigurationen erstellt. Jeder Vektor  $\mathbf{r}_{q,i}, i = 1, \dots, M_k$ , enthält Zahlenwerte von 1 bis 9, mit welchen die gewünschten Gelenkpositionen in den obigen diskreten Mengen indiziert werden. Beispielsweise entspricht der Vektor  $\mathbf{r}^T = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$  der Konfiguration  $\mathbf{q}^T = [120^\circ, -60^\circ, -60^\circ, -20^\circ, 0^\circ, 20^\circ, 60^\circ]$ . Hierdurch werden  $M_k$  zufällige diskrete Konfigurationen  $\mathbf{q}_i$  erzeugt und in der Matrix  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times M_k}$  zusammengefasst. Im nächsten Schritt müssen diese Konfigurationen noch an die Sichtverbindung des Lasertrackers angepasst werden.

Um die Orientierung des Endeffektors so auszurichten, dass die  $z_e$ -Achse des Endeffektors horizontal steht und zum Lasertracker zeigt, wird eine MATLAB-Applikation zur Erstellung von Trajektorien im Konfigurations- bzw. Aufgabenraum für den KUKA LBR iiwa 14 R820 verwendet. Dieses Werkzeug wurde vom Institut für Automatisierung- und Regelungstechnik (ACIN) zur Verfügung gestellt. Es basiert auf dem sogenannten MATLAB `rigidBodyTree` und verwendet das Unified Robot Description Format (URDF). Die Bedienoberfläche und die Visualisierung sind in Abbildung 4.1 zu sehen. Hiermit wird die Vorwärtskinematik aller zufällig generierten Konfigurationen in der „Table of

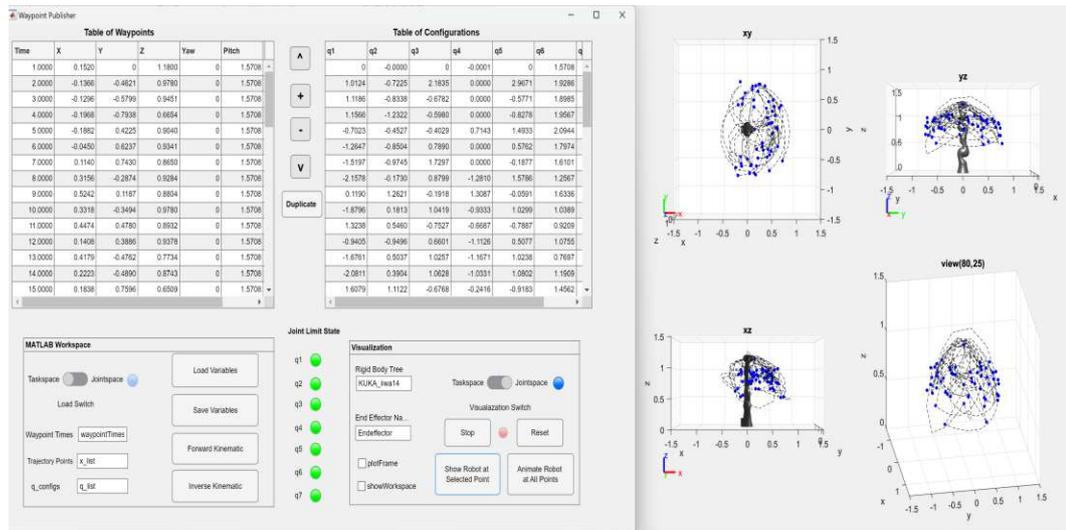


Abbildung 4.1: Entwickelte MATLAB-Applikation zur Erstellung von Trajektorien im Konfigurationsraum bzw. Aufgabenraum für den KUKA LBR iiwa 14 R820.

Configurations“ mit den „Forward Kinematic“-Button berechnet. Anschließend werden die Endeffektor-Orientierungen aller Konfigurationen auf  $\phi_e^T = [0, \pi/2, 0]$  angepasst. Dafür muss diese Orientierung nur in die letzten drei Spalten der „Table of Waypoints“ in der MATLAB-Applikation eingetragen und auf den „Inverse Kinematic“-Button gedrückt werden. Da es sich beim KUKA LBR iiwa 14 R820 um ein redundantes Robotersystem handelt, ist die Berechnung der aktuellen Konfiguration abhängig von der vorherigen oder bei Bedarf von einer gewählten Referenz, sodass der Weg im Konfigurationsraum minimiert wird. Durch den Ablauf mit der MATLAB-Applikation werden die zufällig generierten Konfigurationen auf die Sichtverbindungsbedingung des Lasertracker angepasst.

Im darauf folgenden Schritt der Trajektorienplanung soll das Abfahren aller Punkte nicht länger dauern als nötig. Dazu werden die generierten Konfiguration  $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{M_k}$  so sortiert, dass die Fahrwege im Konfigurationsraum bzw. die Bewegungszeiten möglichst gering sind. Startet der Roboter in der Konfiguration  $\mathbf{q}$ , so wird als nächstes Element die Konfiguration  $\mathbf{q}_j$  gewählt, die den geringsten Abstand  $e_j = \|\mathbf{q}_j - \mathbf{q}\|_2, j = 1, \dots, M_k$ , unter der Berücksichtigung von  $\mathbf{q} \neq \mathbf{q}_j$  aufweist. Im nächsten Schritt ist  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_j$  und  $\mathbf{q}_j$  wird aus der Liste der Konfigurationen entfernt. Dieser Vorgang wird durchgeführt, bis alle generierten Konfigurationen  $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{M_k}$  ausgewählt wurden und damit eine neue Reihenfolge der Konfigurationen festgelegt wurde.

Mit der beschriebenen Methode wurden zwei Trajektorien erstellt, welche in Abbildung 4.2 zu sehen sind. Die Zeiten zwischen den Konfigurationen sind so gewählt, dass die maximalen Gelenksgeschwindigkeiten aller Achsen unter 20% der jeweiligen nominellen Geschwindigkeiten bleiben. Die stationäre Aufenthaltszeit in der jeweiligen Konfiguration beträgt 4 s. Die erste Trajektorie in Abbildung 4.2 benötigt für einen Durchlauf ungefähr 337 s während die zweite etwa 340 s erfordert.

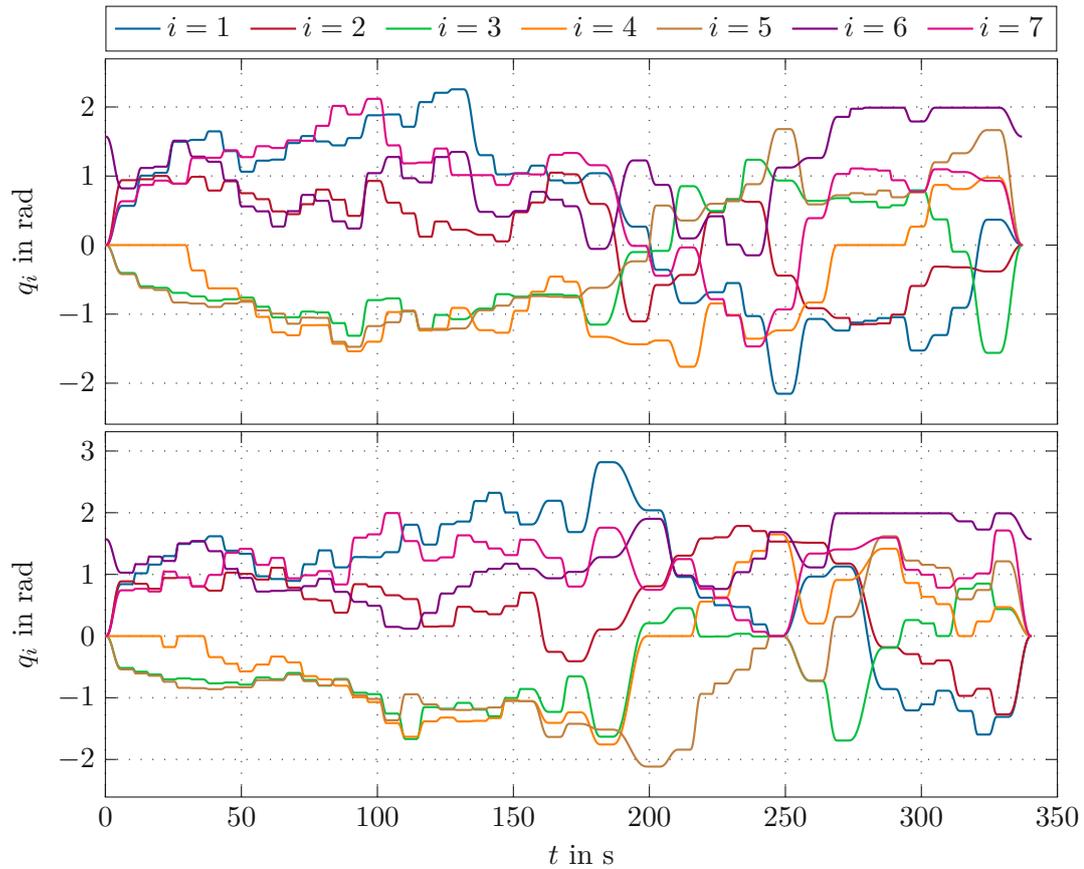


Abbildung 4.2: Zwei Trajektorien für die Identifikation der kinematischen Parameter und der Steifigkeiten.

### 4.3 Versuchsaufbau

Mit den ersten beiden Abschnitten wird die Vor- und Nachbereitung der Parameteridentifikation behandelt. Im nächsten Schritt wird daraufhin der Versuchsaufbau beschrieben. Der Versuchsaufbau besteht aus den folgenden Komponenten:

1. Lasertracker
2. KUKA LBR iiwa 14 R820
3. Roboterplattform
4. Adapterplatte
5. Reflektoren
6. Lastmasse

Die genannten Komponenten und deren Nutzen werden in diesem Abschnitt konkreter erläutert.

### 4.3.1 Testumgebung und Sensordaten

Mit dem Lasertracker und dem Roboter existieren für die Parameteridentifikation zwei Messeinrichtungen an unterschiedlichen örtlichen Positionen. Bei der Verarbeitung der Sensordaten besteht daraufhin die Notwendigkeit, diese in einem gemeinsamen Bezugskoordinatensystem darzustellen. Das Ziel ist es, die Endeffektorposition mit beiden Messeinrichtungen zu erfassen und diese miteinander innerhalb desselben Bezugskoordinatensystems zu vergleichen. Bei der Positionsmessung des Lasertrackers stehen Messsignale in Form von Polarkoordinaten  $r_t$ ,  $\varphi_t$  und  $\theta_t$  zur Verfügung. Dabei ist  $r_t$  die gemessene Distanz zum Reflektor,  $\varphi_t$  der Azimutalwinkel ausgehend von der  $y$ -Achse und im Uhrzeigersinn positiv gezählt sowie  $\theta_t$ , welcher dem Polarwinkel entspricht. Zusätzlich zu diesen drei Signalen werden noch zwei Statussignale aufgezeichnet. Dabei handelt es sich zum einen um das Statussignal „measurementok“, welches die Gültigkeit der Messung anzeigt und zum anderen „badaccuracy“, welches die Genauigkeit der Messung bewertet. Beim Roboter werden hingegen wieder wie in Abschnitt 3.4.1 die Sensordaten für die Gelenksdrehmomente  $\tau$  sowie die Motorpositionen  $\theta$  aufgezeichnet.

Die Kommunikation und Steuerung beider Systeme sowie die Aufzeichnung der Sensorsignale erfolgt wieder über die Echtzeit-Automationssoftware Beckhoff TWINCAT in Kombination mit MathWorks MATLAB/SIMULINK. Während der Roboter mit einer Abtastfrequenz von 8 kHz läuft, sind es beim Lasertracker nur 1 kHz. Der verwendete Messaufbau ist in Abbildung 4.3 mit einigen zusätzlichen Informationen über den Lasertracker und den jeweiligen Koordinatensystemen zu sehen. Die Adapterplatte und der Roboterflansch für die Lastmasse und den Reflektor sind ebenfalls in der Abbildung markiert. Lastmasse sowie Reflektor sind in der Abbildung 4.3 noch nicht montiert. Das gesamte Experiment wird auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b ausgeführt.

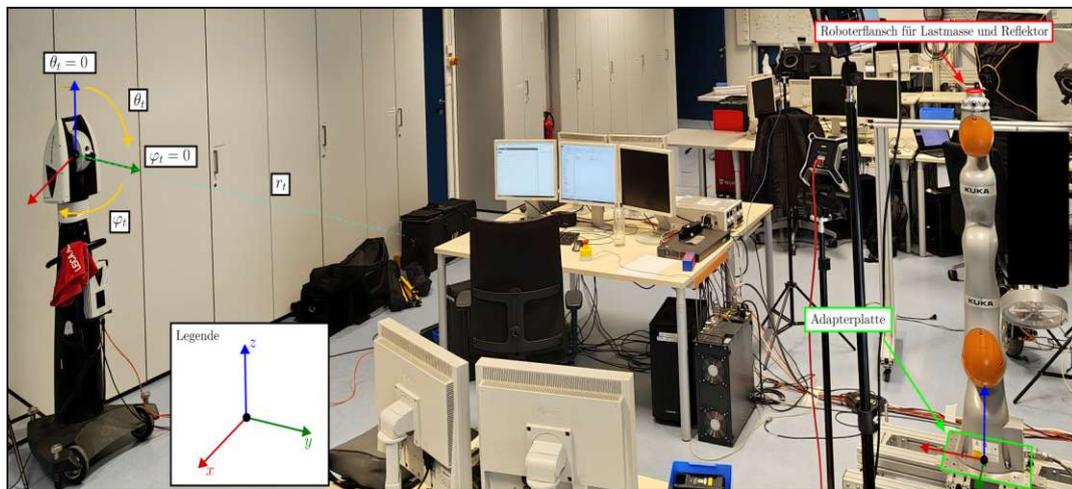


Abbildung 4.3: Versuchsaufbau mit den Koordinatensystemen des Lasertrackers Hexagon Leica AT960-MR und mit dem KUKA LBR iiwa 14 R820.

### 4.3.2 Adapterplatte

Die Adapterplatte ist ein essentieller Bestandteil des Messvorgangs. Hierbei wird angenommen, dass die Fertigungstoleranzen der Adapterplatte vernachlässigbar sind, damit kein Einfluss auf die Vermessung berücksichtigt werden muss. Mit dieser Annahme und den CAD-Daten der Adapterplatte, welche in Abbildung 4.4 zu sehen sind, ist eine Vermessung der Position der Roboterbasis mit dem Lasertracker gewährleistet. In der Darstellung sind zusätzlich das Roboterbasiskoordinatensystem und die verwendete angedeutete Nummerierung der zu vermessenen Lochpositionen eingezeichnet. Bei der Vermessung der Adapterplatte standen durch die Positionierung des Lasertrackers die linken oberen drei Lochpositionen in Abbildung 4.4 nicht zur Verfügung, da diese vom Roboter verdeckt wurden. Die Nummerierung startet somit von der zweiten Lochposition links oben und verläuft gegen den Uhrzeigersinn bis zu der zweiten Lochposition von rechts oben. Insgesamt konnten dadurch 13 Lochpositionen messtechnisch erfasst werden.

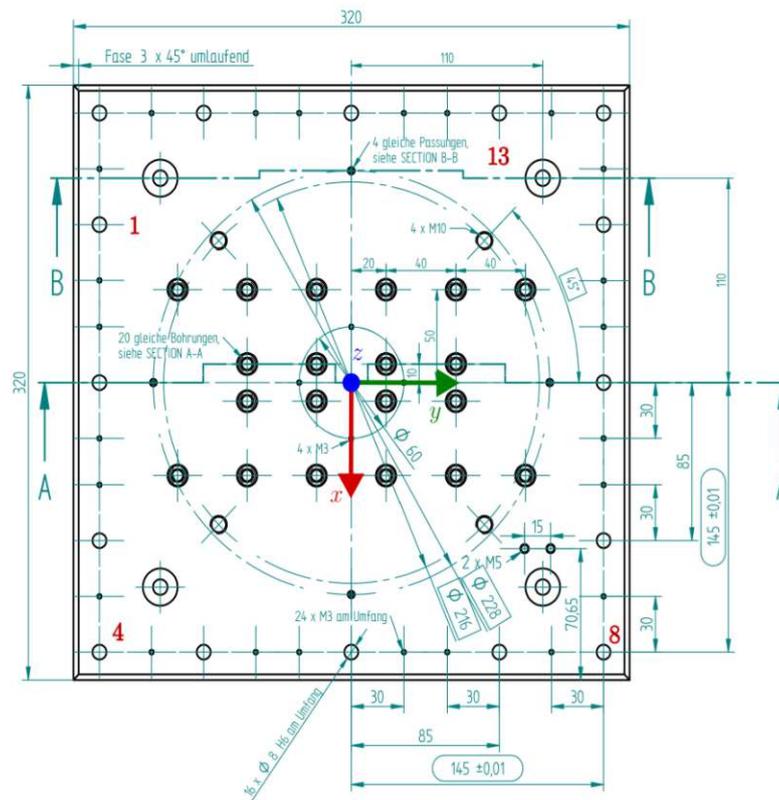


Abbildung 4.4: Adapterplatte als präzise Referenz für die Vermessung inklusive eingezeichneten Roboterbasiskoordinatensystem und einer angedeuteten Nummerierung der vermessenen Lochpositionen.

### 4.3.3 Reflektoren

Der Lasertracker benötigt zur Erfassung des Messsignals durch das Messprinzip bedingt einen Reflektor. Zur Verfügung stehen dafür zwei Reflektoren. Diese sind in Abbildung 4.5 schematisch sowie maßstabsgetreu dargestellt. Der Hexagon Leica Rot Ring Reflektor (RRR) in Abbildung 4.5a wird für die Vermessung der Adapterplatte verwendet. Der kugelfunde Reflektor sitzt dabei magnetisch auf einen Sockel fixiert, welcher bei der Vermessung in den Lochpositionen 1 bis 13 aus Abbildung 4.4 platziert wird. Der Hexagon Leica Super CatEye Reference Target in Abbildung 4.5b (SCRT) wird hingegen für die Positionsmessung des Endeffektors verwendet. Dieser wird an den Roboterflansch des Endeffektors in Abbildung 4.3 montiert.

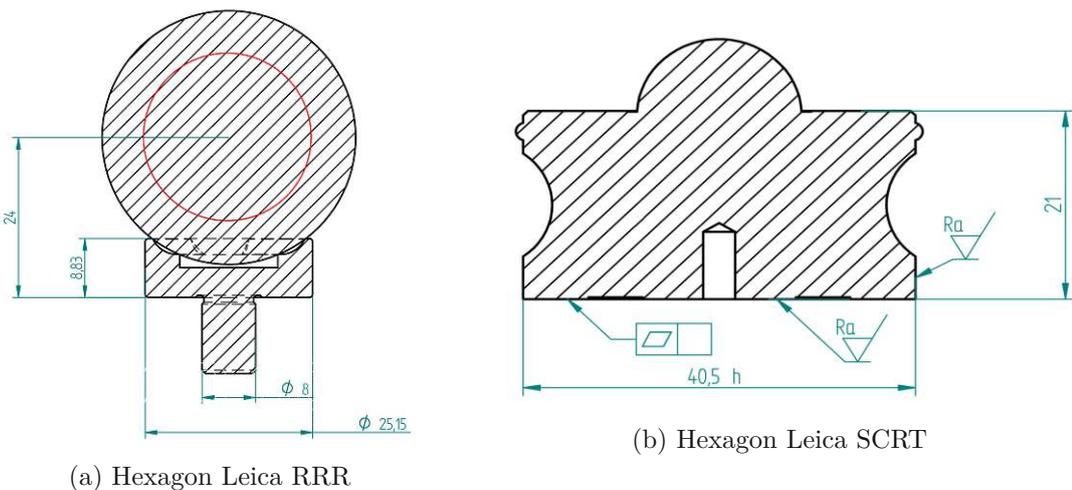


Abbildung 4.5: Reflektoren zur Vermessung der Roboterposition und der Erfassung der Endeffektorposition. (a) Hexagon Leica Rot Ring Reflektor (RRR) für die Vermessung der Adapterplatte. (b) Hexagon Leica Super CatEye Reference Target (SCRT) für die Positionsmessung des Endeffektors.

### 4.3.4 Lastmasse

Um die Identifikation der Steifigkeiten zu verbessern, wird am Roboterflansch des Endeffektors in Abbildung 4.3 eine Lastmasse montiert. Hierdurch wird die Auslenkung der linearen Drehfedern (2.16) erhöht. Diese Lastmasse ist in in Abbildung 4.6 dargestellt und hat ein Gesamtgewicht von 4.663 kg inklusive SCRT und Verschraubungen aus Abbildung 4.5b. Die tatsächliche Montage erfolgte um 180° gedreht, da sonst die Lastmasse mit dem fünften Glied während dem Messvorgang kollidiert wäre. Die seitliche Montage der Lastmasse während der Roboter eine horizontale Sichtverbindung zum Lasertracker aufrecht erhält wird dadurch begründet, dass die siebte Achse auch eine erhöhte Auslenkung erfährt. In der Tabelle 4.1 sind die Masse und der dazugehörige Schwerpunkt zu finden, welche aus den CAD-Daten extrahiert wurden. In der Tabelle 4.2 sind hingegen die Zahlenwerte der Trägheitskomponenten aus den CAD-Daten repräsentiert.

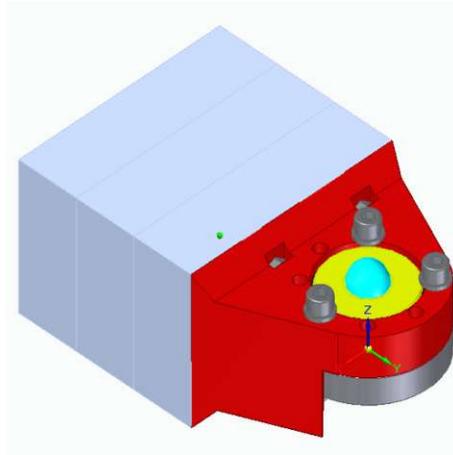


Abbildung 4.6: Lastmasse (grau) und SCRT (gelb, türkis) zur Identifikation der kinematischen Parameter und der Steifigkeiten.

Lastmasse		Massenschwerpunkt			
$m_{c,i}$	Einheit	$p_{c_x,last}$	$p_{c_y,last}$	$p_{c_z,last}$	Einheit
4.663	kg	0.1	77.62	5.74	mm

Tabelle 4.1: Massenschwerpunkt sowie der dazugehörigen Masse der Last inklusive SCRT und Verschraubungen aus Abbildung 4.5b anhand der CAD-Daten.

Einträge der Trägheitsmatrix der Lastmasse						
$I_{last,xx}$	$I_{last,xy}$	$I_{last,xz}$	$I_{last,yy}$	$I_{last,yz}$	$I_{last,zz}$	Einheit
3.6	0	0	6	-2	3.6	gm <sup>2</sup>

Tabelle 4.2: Trägheitskomponenten der Trägheitsmatrix  $\bar{\mathbf{I}}_{last}$  anhand der CAD-Daten.

## 4.4 Theorie zur Vermessung

Mit dem vollständig dokumentierten Versuchsaufbau ist es nun möglich, die Messdaten beider Messeinrichtungen in ein gemeinsames Bezugskordinatensystem zu transformieren. Dafür müssen die Messdaten des Lasertrackers zuerst von Kugelkoordinaten in kartesische Koordinaten gemäß, siehe Abbildung 4.3,

$$\mathbf{p}_{lt} = r_t \begin{bmatrix} \sin(\theta_t) \sin(\varphi_t) \\ \sin(\theta_t) \cos(\varphi_t) \\ \cos(\theta_t) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

umgerechnet werden. Die Notation ist an (2.1) angeglichen und der Index  $t$  zeigt an, dass die Größe in Bezug auf das Lasertrackerkoordinatensystem angegeben wird. Für die Vermessung der Adapterplatte kommt der Hexagon Leica RRR aus Abbildung 4.5a in Abschnitt 4.3.3 zum Einsatz.

Das Ziel in diesem Abschnitt ist es, eine homogene Transformationsmatrix des Roboterbasiskoordinatensystems bezüglich des Lasertrackerkoordinatensystems mithilfe eines Optimierungsproblem zu ermitteln. Die Grundidee dabei ist, die Daten der messtechnisch zur Verfügung stehenden Lochpositionen mit denen der Adapterplatte aus Abbildung 4.4 bestmöglich einzupassen. Das Least-Squares-Problem (4.1) aus Abschnitt 4.1 dient dafür als Basis, weil es ähnliche Anforderungen stellt. Hiermit lässt sich durch eine Anpassung von (4.1) das Least-Squares-Problem gemäß

$$\min_{\mathbf{x}_{lt} \in \mathbb{R}^m} \|\mathbf{e}_{lt}\|_2^2 \quad (4.4a)$$

$$\text{u. B. v.} \quad -\mathbf{x}_{lt,lim} \leq \mathbf{x}_{lt} \leq \mathbf{x}_{lt,lim} \quad (4.4b)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_{lt,i,ref} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{x}_{lt}) \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{lt,i,ref} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 13, \quad (4.4c)$$

mit

$$\tilde{\mathbf{P}}_{lt,ref} = [\tilde{\mathbf{p}}_{lt,1,ref}, \dots, \tilde{\mathbf{p}}_{lt,13,ref}] \in \mathbb{R}^{3 \times 13} \quad (4.5a)$$

$$\mathbf{E}_{lt} = [\mathbf{e}_{lt,1}, \dots, \mathbf{e}_{lt,13}] = \tilde{\mathbf{P}}_{lt,ref} - \mathbf{P}_{lt} \in \mathbb{R}^{3 \times 13} \quad (4.5b)$$

$$\mathbf{e}_{lt} = [e_{lt,1}, \dots, e_{lt,13}] \in \mathbb{R}^{13} \quad (4.5c)$$

$$e_{lt,i} = \|\mathbf{e}_{lt,i}\|_2, \quad i = 1, \dots, 13, \quad (4.5d)$$

sowie  $\mathbf{x}_{lt,lim}^T = [5 \ 5 \ 5 \ \pi \ \pi \ \pi]$  für die Vermessung anschreiben. Mit der Matrix  $\mathbf{P}_{lt} = [\mathbf{p}_{lt,1}, \dots, \mathbf{p}_{lt,13}] \in \mathbb{R}^{3 \times 13}$  werden die Messdaten des Lasertrackers und mit  $\mathbf{P}_{lt,ref} = [\mathbf{p}_{lt,1,ref}, \dots, \mathbf{p}_{lt,13,ref}] \in \mathbb{R}^{3 \times 13}$  die extrahierten CAD-Daten der Adapterplatte aus Abbildung 4.4 zusammengefasst. Der Fehlervektor  $\mathbf{e}_{lt}$  fasst die radialen Abweichungen zwischen den gemessenen Lochpositionen und denen aus den CAD-Daten in einem Vektor zusammen. Die Optimierungsvariable  $\mathbf{x}_{lt} \in \mathbb{R}^m$  kann analog zu  $\mathbf{x}_e$  aus (2.1) interpretiert werden. Das Ergebnis liefert somit eine konstante homogene Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{x}_{lt}^*)$ , welche die gemessenen Positionen bestmöglich mit der Geometrie der Adapterplatte aus den CAD-Daten in Übereinstimmung bringt.

In Abbildung 4.5a ist ersichtlich, dass der Hexagon Leica RRR eine Höhe von 24 mm hat. Mit dieser Information muss die konstante homogene Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{x}_{lt}^*)$ , um diese Höhe korrigiert werden. Die Korrektur der Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}}$  lässt sich gemäß

$$\mathbf{H}_{\mathcal{LT},korr}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}} & \mathbf{d}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}} + \mathbf{R}_{\mathcal{LT}}^{\mathcal{B}} \mathbf{p}_{korr} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

mit  $\mathbf{p}_{korr}^T = [0 \ 0 \ -0.024]$  bewerkstelligen. Es ist sinnvoller die Messdaten des Lasertrackers in das Roboterbasiskoordinatensystem zu transformieren, da das Ergebnis der Vorwärtskinematik (2.1) aus dem Roboterbasiskoordinatensystem visuell leichter nachzuvollziehen ist. Hierfür wird die konstante homogene Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{B},korr}^{\mathcal{LT}}$  verwendet, welche mit der Vorschrift (2.4) aus Abschnitt 2.1.1 ermittelt wird.

## 4.5 Vermessung der Adapterplatte

Im nächsten Schritt wird die Theorie zur Vermessung der Adapterplatte aus Abschnitt 4.4 am Versuchsaufbau aus Abschnitt 4.3 angewendet, um die konstante homogene Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{B},korr}^{\mathcal{L}\mathcal{T}}$  des Versuchsaufbaus aus Abbildung 4.3 zu erhalten. Die Vermessung der Lochpositionen auf der Adapterplatte wurde zweimal durchgeführt und jede einzelne Lochposition wurde stationär mindestens 10 s lang vermessen. Hiermit steigt die Dimension der Zeilen aus (4.4) von 13 auf 26, da hier doppelt so viele Informationen zur Verfügung stehen. Die Auswertung aller Messdaten wurde anhand der zur Verfügung gestellten Funktionen vom ACIN durchgeführt. Mit diesen Funktionen kann ein Zeitintervall aus den Messdaten herausgeschnitten und darauffolgend eine Mittelwertbildung des Messsignals über dieses Zeitintervall berechnet werden. Hiermit liegen die Daten  $\mathbf{P}_{it}$  für das Least-Squares-Problem (4.4) vor. Im Anschluss wird das Least-Squares-Problem in MATLAB implementiert. In MATLAB wird wie zuvor der SQP-Löser und die Funktion MultiStart(·) mit 1000 zufälligen Startpunkten verwendet, wobei einer davon konkret dem Nullvektor entspricht. Das Ergebnis in Form der konstanten homogenen Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{L}\mathcal{T},korr}^{\mathcal{B}}$  wird auf die CAD-Daten der Adapterplatte angewandt und gemeinsam mit den gemessenen Werten in Abbildung 4.7 grafisch dargestellt. Es wird darauf hingewiesen, dass die  $z$ -Achse anders skaliert ist und daher die Fehler entlang dieser Achse stark vergrößert dargestellt werden. Hierbei liegt der größte radiale Fehler (4.5d) für  $i = 1, \dots, 26$

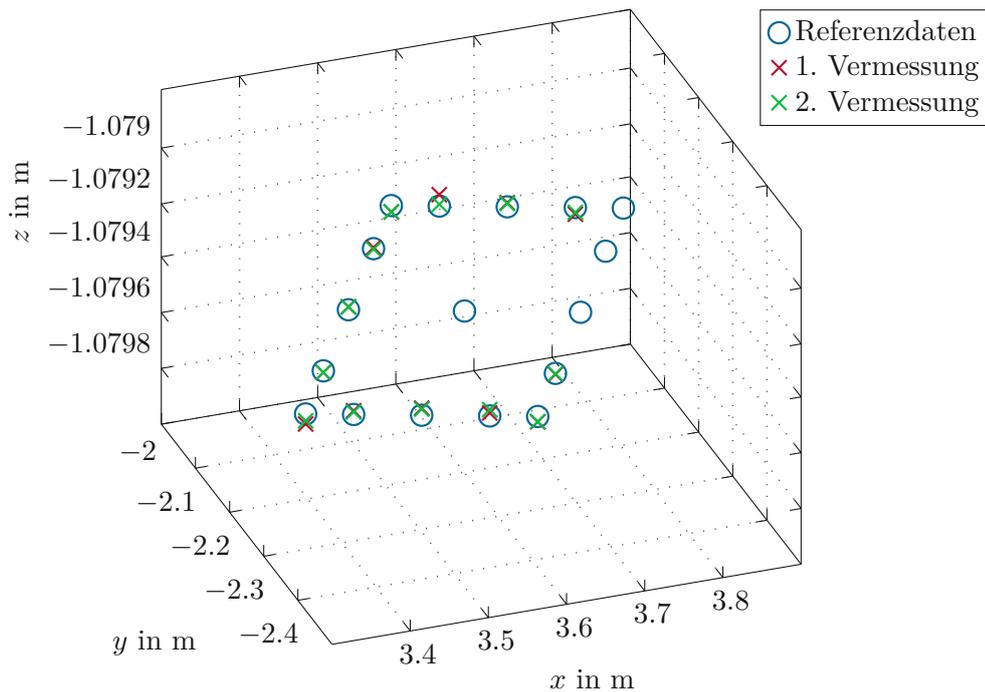


Abbildung 4.7: Ergebnis des Optimierungsproblems (4.4) für die Vermessung der Adapterplatte. Es wird darauf hingewiesen, dass die  $z$ -Achse anders skaliert ist und daher die Fehler entlang dieser Achse stark vergrößert dargestellt werden.

bei 55.835  $\mu\text{m}$ . Diese Lösung liefert hiermit ein sehr gutes Ergebnis und bestätigt die erfolgreiche Vermessung der Adapterplatte.

## 4.6 Messungen

Die erfolgreiche Vermessung der Adapterplatte mit der konstanten homogenen Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{B},korr}^{\mathcal{L}\mathcal{T}}$  als Ergebnis wird nun dazu verwendet, um die Messdaten des Lasertrackers in das Roboterbasiskoordinatensystem zu transformieren. Diese Messdaten werden während der Ausführung der Trajektorien aus Abbildung 4.2 aufgezeichnet.

Die Aufbereitung der Messdaten erfolgt wie bei Abschnitt 4.5 mit der vom ACIN bereitgestellten Funktionen. Die Mittelwertbildung erfolgt diesmal über 4 s Zeitintervalle. Für ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis wird wie in Abschnitt 3.4.3 mit der Mittelwertbildung zeitdiskreter Signale (3.22) vorgegangen. Hierbei werden  $K = 2$  Perioden aufgezeichnet und verarbeitet. Der Grund dafür liegt an Komplikationen mit der bekannten Problematik der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b in Abschnitt 3.4.1. Dabei wurden zwei Konfigurationen unbrauchbar, weil der Roboter zu oszillieren anfang. Die Anzahl an insgesamt aufgezeichneten Konfigurationen ist  $M_{lt} = 89$ .

Die aufgezeichneten Messdaten des Lasertrackers werden nun mit der konstanten homogenen Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{\mathcal{B},korr}^{\mathcal{L}\mathcal{T}}$  in das Roboterbasiskoordinatensystem transformiert. Die Sollkonfigurationen sowie die Sensordaten des Roboters werden über die Vorwärtskinematik (2.1) mit den Messdaten des Lasertrackers in Abbildung 4.8 verglichen. Hierbei wird der translatorische Fehler  $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^3$  je Roboterkonfiguration  $\mathbf{q}_i, i = 1, \dots, M_{lt}$ , analog zu (4.2b) aus Abschnitt 4.1 berechnet und in der Fehlermatrix  $\mathbf{E}_{Kd}$  gespeichert. Die euklidische Norm (4.2d), wird mithilfe der MATLAB-Funktion  $\text{norm}(\cdot)$  berechnet und in Abbildung 4.8 grafisch dargestellt. Die Auswertung der Messdaten des Lasertrackers in dieser Abbildung zeigt, dass die Fehler zu den gewünschten Endeffektorpositionen im Millimeterbereich liegen. Die Fehler zwischen der durch die Vorwärtskinematik (2.1) berechneten Endeffektorpositionen aus den Messungen der Gelenkpositionen  $\mathbf{q}_i, i = 1, \dots, M_{lt}$ , des Roboters und der gewünschten Endeffektorpositionen liegen sogar nur im Mikrometerbereich. Die Ergebnisse liegen somit im erwarteten Rahmen. Im nächsten Abschnitt wird die Parameteridentifikation (4.1) für die Steifigkeiten und die kinematischen Parameter aus Abschnitt 4.1 aufbauend auf diesen Messdaten durchgeführt.

## 4.7 Ergebnisse der Parameteridentifikation

Mit den nun vorhandenen Messdaten des Lasertrackers im Roboterbasiskoordinatensystem aus Abschnitt 4.6 ist es möglich, die Parameteridentifikation in Form des Least-Squares-Problems (4.1) aus Abschnitt 4.1 auszuführen. Das Least-Squares-Problem wurde mithilfe der MATLAB-Funktion  $\text{fmincon}(\cdot)$  gelöst. Hierbei wurden als Initialwerte die nominellen Parameterwerte der Steifigkeiten  $K_i, i = 1, \dots, n$ , und der kinematischen Parameter  $d_i, i = \{1, 3, 5, 7\}$ , verwendet. Das Ergebnis ist in Tabelle 4.3 dargestellt und den nominellen Roboterparametern gegenübergestellt. Die Verwendung der Funktion  $\text{MultiStart}(\cdot)$  würde den Kostenfunktionswert (4.1a) um weitere 1.52 % reduzieren, jedoch liefert dies keine physikalisch plausible Lösung für die fünfte Achse. Konkreter geht die Steifigkeit der fünften

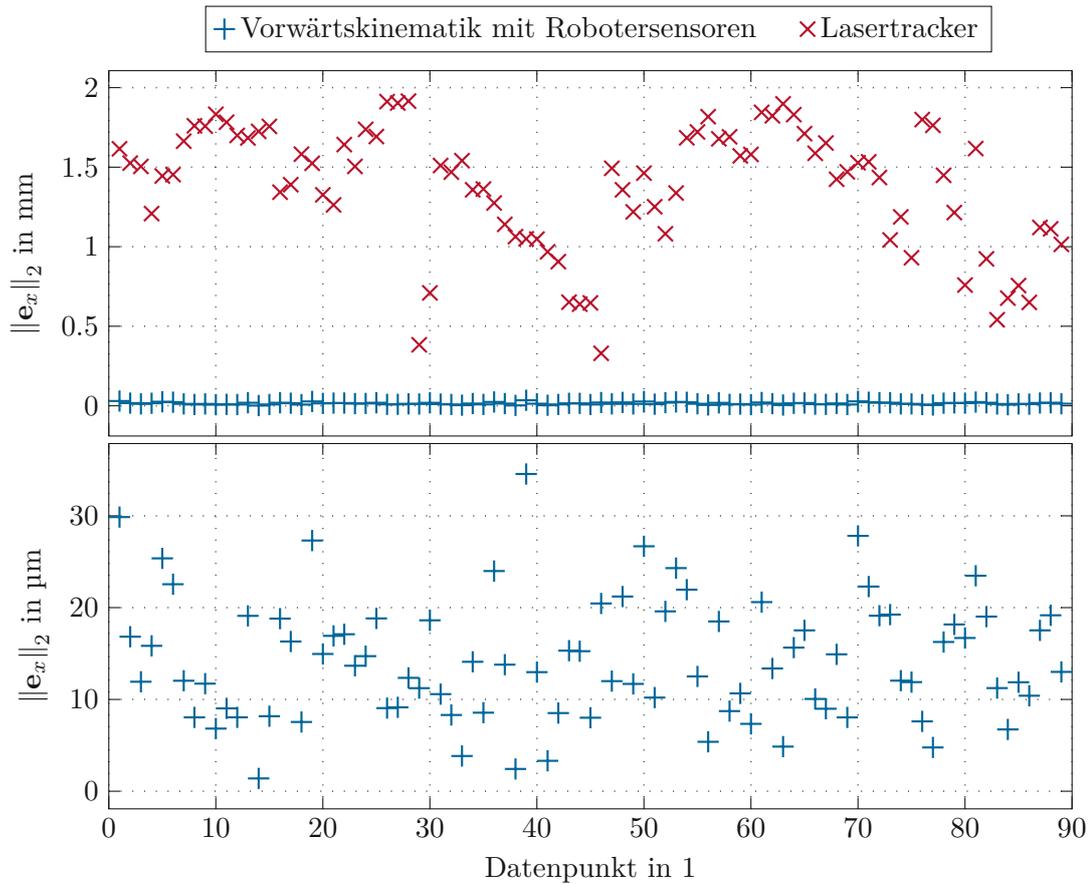


Abbildung 4.8: Mit der Vorwärtskinematik (2.1) berechnete Endeffektorpositionen des Roboters sowie die Messdaten des Lasertrackers in Form von Abweichungen zu den mit der Vorwärtskinematik (2.1) berechneten Endeffektorpositionen der Sollkonfigurationen. Die Abweichungen in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung in Form von  $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^3$  je Konfiguration  $\mathbf{q}_i, i = 1, \dots, M_{lt}$ , werden dabei mit der euklidischen Norm (4.2d) zusammengefasst. Untere Grafik enthält nur die Messdaten des Roboters, um dessen Abweichungen quantitativ besser zu veranschaulichen.

Achse gegen die obere Beschränkung. Zur Überprüfung wurde die obere Beschränkung von  $K_5$  von  $10^5$  N m/rad auf  $10^6$  N m/rad angehoben. Bei der erneuten Auswertung war die Steifigkeit der fünften Achse wieder in der oberen Beschränkung. Daher wird hier explizit nur das Ergebnis der MATLAB-Funktion `fmincon(·)` mit den nominellen Parameterwerten als Startpunkt herangezogen. Dennoch konnte der Kostenfunktionswert (4.1a) gegenüber dem Initialwerten für die Optimierungsvariable mindestens um den Faktor 26 verringert werden.

Die Ergebnisse in Tabelle 4.3 zeigen, dass die Steifigkeiten  $K_1$  und  $K_2$  um etwa 25 % und  $K_3$  sowie  $K_4$  um ca. 55 % kleiner sind als ursprünglich angenommen. Die Steifigkeit  $K_5$  hingegen weicht absolut betrachtet von allen  $K_i, i = 1, \dots, n$ , am wenigsten vom

Steifigkeit				Parameter				
$K_i$	Nominal	Wert	Einheit	$d_i$	Nominal	Wert	Einheit	
$K_1$	60000	44596	N m/rad	$d_1$	157.5	157.061	mm	
$K_2$	60000	44596	N m/rad	$d_3$	237.5	237.474	mm	
$K_3$	40000	17682	N m/rad	$d_5$	217.5	217.733	mm	
$K_4$	40000	17682	N m/rad	$d_7$	81	81.215	mm	
$K_5$	40000	41048	N m/rad					
$K_6$	20000	21918	N m/rad					
$K_7$	20000	21918	N m/rad					

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Parameteridentifikation für die Steifigkeiten der Harmonic-Drive-Getriebe  $K_i, i = 1, \dots, n$ , und kinematischen Parameter  $d_i, i = \{1, 3, 5, 7\}$ .

nominellen Wert ab. Die Steifigkeit  $K_5$  ist um ungefähr 3% angestiegen. Die Steifigkeiten  $K_6$  und  $K_7$  fallen auch steifer als erwartet aus. Der Anstieg bei diesen beiden Steifigkeiten beträgt in etwa 10%.

Bei den kinematischen Parameter zeigt sich ein sehr interessantes Ergebnis. Die Zahlenwerte der Abweichungen befinden sich hier im Submillimeterbereich. Davon weichen die identifizierten Parameter  $d_5$  und  $d_7$  lediglich um etwa ein Viertel bzw. Fünftel eines Millimeters ab. Der Parameter  $d_1$  hingegen weist die größte Abweichung mit ungefähr einen halben Millimeter auf, während die kleinste Abweichung bei  $d_3$  mit nur 26  $\mu\text{m}$  vorliegt.

## 4.8 Validierung

Die Ergebnisse der Parameteridentifikation aus Abschnitt 4.7 müssen noch einer Validierung unterzogen werden, um die mögliche Verbesserung des Robotermodells zu überprüfen. Für die Validierung der identifizierten Parameter aus Tabelle 4.3 wird das Prozedere aus Kapitel 3 ab Abschnitt 3.6 wiederholt. Dabei wird konkret die Parameteridentifikation des Optimierungsproblems (3.24) und des Least-Squares-Problems (3.28) mit den identifizierten Steifigkeiten und kinematischen Parametern aus Tabelle 4.3 erneut ausgeführt. Beim Least-Squares-Problem handelt es sich um jenes, wo die unteren Beschränkungen (3.30) für die physikalische Plausibilität eingeführt wurden. Für die ausstehende Validierung selbst wird das Fehlermaß (3.32) auf die selben Trajektorien zur Validierung wie in Abschnitt 3.7 angewendet.

Die Ergebnisse der physikalischen Parameter aus dem Optimierungsproblem (3.24) werden in Tabelle 4.4 dargestellt. Im Gesamten unterscheiden sich die Werte der Parameter nur geringfügig im Vergleich zu Tabelle 3.4 in Kapitel 3. Es gibt aber auch Ausnahmen wie z. B.  $I_{1,xy}$ , dessen Wert sich relativ zu vorher betrachtet ungefähr halbiert hat aber absolut gesehen einen kleinen Beitrag liefert.

Auch das Optimierungsproblem für die essentiellen dynamischen Parameter gemäß der Least-Squares-Methode (3.28) wird mit den ergänzenden Beschränkungen (3.30)

$\mu_i$	Identifizierte physikalische Parameter $\mu_{neu}^*$						
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$
$m_i$	7.566	7.8009	3.3302	3.9623	1.4426	1.74	0.6473
$p_{c_x,i}$	0	-0.0025	-0.0048	0.0057	-0.0038	0.0165	0.0459
$p_{c_y,i}$	0	0.204	-0.0417	0.184	0.007	0.0421	0.0024
$p_{c_z,i}$	0.1004	-0.0215	0.0655	-0.0262	0.2406	-0.033	0
$I_{i,xx}$	0.0004	0.0099	0.2641	0.0027	0.0081	0.005	0.0002
$I_{i,xy}$	0.00442	-0.01	0.26413	0.01001	-0.00999	-0.50285	-0.01
$I_{i,xz}$	0.00814	-0.00999	0.26414	-0.00999	-0.01001	0.50286	0.01
$I_{i,yy}$	0.0005	0.0001	0.2615	0.0001	0.0082	0.0119	0.0001
$I_{i,yz}$	-0.00468	0.00979	-0.25826	0.01	0.00997	0.50286	-0.0077
$I_{i,zz}$	0.0001	0.01	0.0026	0.0028	0.0001	0.017	0.0001
$F_{v,i}$	0.1917	0.1901	0.1	0.2199	0.1	0.1	0.1
$F_{c,i}$	0.2185	0.3209	0.1658	0.3142	0.1878	0.0951	0.3472

Tabelle 4.4: Ergebnisse des nichtlinearen Optimierungsproblems der physikalischen Parameteridentifikation mit 10 Hz-Filterung unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.3. Die Massen sind in kg, die Schwerpunkte in m, die Diagonalelemente der Trägheitsmatrizen in  $\text{kg m}^2$ , die Nebendiagonalelemente in  $\text{g m}^2$  und die Reibparameter in  $\text{N m s/rad}$  angegeben.

für die physikalische Plausibilität der Ergebnisse, welche in Abschnitt 3.6 hinzugefügt wurden, erneut durchgeführt. Die Ergebnisse des Least-Squares-Problems (3.28) sind in Tabelle 4.5 präsentiert. Im Unterschied zu Tabelle 3.6 wurden hier für den Vergleich mit den identifizierten essentiellen dynamischen Parameter nicht die nominellen Parameter mithilfe von (3.5) und (3.26) umgerechnet, sondern die Ergebnisse aus Tabelle 3.4. Zudem kann hier die Bewertung sowie die Interpretation der Ergebnisse wie in Abschnitt 3.6 aus Kapitel 3 erfolgen.

Die Bewertung und Interpretation der Ergebnisse aus Tabelle 4.5 kann analog zu Tabelle 3.6 erfolgen. Dabei treten wieder die Parameter  $ZZ_1, XY_2, XY_3, XZ_4, ZZ_5, XX_6, MY_7$  und  $ZZ_7$  mit sehr hohen Standardabweichungen auf. Hierbei sind aber die Varianzen  $XY_2, ZZ_5, XX_6$  verglichen zu Tabelle 3.6 größer während die restlichen kleiner geworden sind. Da aber die Zahlenwerte dieser Parameter wieder nahe Null sind, haben diese bei einer Vernachlässigung keinen messbaren Einfluss auf die Systemdynamik.

Es werden hier keine Abbildungen der neuerlichen Ergebnisse grafisch dargestellt, da diese keine sichtbaren bzw. diskutierbaren Verbesserungen im Detail liefern. Es wird daher für die Gesamtbewertung der Validierung der identifizierten Parameter auf das Fehlermaß (3.32) aus Abschnitt 3.7 zurückgegriffen. Die Ergebnisse der Validierung werden in Tabelle 4.6 präsentiert. Hierbei zeigt sich, dass das Fehlermaß  $\|\mathbf{e}_{rms}\|_2$  im Vergleich zu Tabelle 3.7 kleiner geworden ist. Nur der alleinige Einfluss der Steifigkeiten und der kinematischen Parameter führt auf eine Verringerung des Summenfehlermaßes von 1.99 %, wenn die nominellen Parameterwerte als Bezug verwendet werden. Bei dem neuen Ergebnis für die physikalischen Parameter sind es hingegen nur 1.83 % und für die

Parameter	Identifizierte essentielle dynamische Parameter $\pi_{e,neu}^*$								
	$\pi_e(\mu^*)$	$\pi_e$	$\sigma_{\pi_j}$	$\sigma_{\pi_j, \%}$ in %	Parameter	$\pi_e(\mu^*)$	$\pi_e$	$\sigma_{\pi_j}$	$\sigma_{\pi_j, \%}$ in %
$ZZ_1$	$1.0000 \cdot 10^{-4}$	$2.6134 \cdot 10^{-15}$	$7.5546 \cdot 10^{-4}$	$2.89 \cdot 10^{13}$	$FC_4$	0.3140	0.3189	0.0012	0.37
$FV_1$	0.1904	0.1870	0.0020	1.06	$MX_5$	-0.0058	-0.0053	$1.3862 \cdot 10^{-4}$	2.59
$FC_1$	0.2192	0.2205	0.0012	0.53	$MY_5$	0.0101	0.0629	$1.7622 \cdot 10^{-4}$	0.28
$MX_2$	-0.0198	-0.0128	$3.0627 \cdot 10^{-4}$	2.40	$XX_5$	0.0875	0.0284	$8.4948 \cdot 10^{-4}$	2.99
$MY_2$	1.5863	5.8622	$3.7062 \cdot 10^{-4}$	0.01	$XY_5$	$2.9889 \cdot 10^{-5}$	0.0085	$3.3978 \cdot 10^{-4}$	4.00
$XX_2$	0.3370	2.1568	0.0022	0.10	$XZ_5$	0.0013	-0.0069	$2.9069 \cdot 10^{-4}$	4.20
$XY_2$	0.0040	$6.3422 \cdot 10^{-4}$	$6.8949 \cdot 10^{-4}$	108.71	$YZ_5$	-0.0023	-0.0217	$3.7032 \cdot 10^{-4}$	1.71
$XZ_2$	$-4.2968 \cdot 10^{-4}$	-0.0060	$8.9342 \cdot 10^{-4}$	14.95	$ZZ_5$	$1.9223 \cdot 10^{-4}$	$3.2306 \cdot 10^{-13}$	$5.6504 \cdot 10^{-4}$	$1.75 \cdot 10^{11}$
$YZ_2$	0.0337	0.0232	$7.9163 \cdot 10^{-4}$	3.42	$FV_5$	0.1000	0.1000	0.0014	1.38
$ZZ_2$	0.3337	2.3341	0.0014	0.06	$FC_5$	0.1873	0.1797	0.0012	0.68
$FV_2$	0.1929	0.2031	0.0022	1.06	$MX_6$	0.0291	0.0310	$1.3052 \cdot 10^{-4}$	0.42
$FC_2$	0.3207	0.3060	0.0013	0.43	$MY_6$	0.0736	0.1273	$9.6906 \cdot 10^{-5}$	0.08
$MX_3$	-0.0161	-0.0065	$3.6446 \cdot 10^{-4}$	5.57	$XX_6$	0.0099	$1.6080 \cdot 10^{-11}$	$4.9840 \cdot 10^{-4}$	$3.10 \cdot 10^9$
$MY_3$	-0.1381	-0.0375	$1.9541 \cdot 10^{-4}$	0.52	$XY_6$	-0.0017	0.0027	$2.9537 \cdot 10^{-4}$	11.09
$XX_3$	0.2828	0.0600	0.0015	2.57	$XZ_6$	0.0015	0.0028	$2.3205 \cdot 10^{-4}$	8.30
$XY_3$	$-4.2433 \cdot 10^{-4}$	$5.5837 \cdot 10^{-4}$	$7.0504 \cdot 10^{-4}$	126.27	$YZ_6$	0.0029	0.0097	$2.6074 \cdot 10^{-4}$	2.70
$XZ_3$	0.0014	0.0225	$7.5708 \cdot 10^{-4}$	3.36	$ZZ_6$	0.0205	0.0298	$2.9472 \cdot 10^{-4}$	0.99
$YZ_3$	0.0094	0.0094	$7.7747 \cdot 10^{-4}$	8.25	$FV_6$	0.1000	0.1000	0.0013	1.30
$ZZ_3$	0.0086	0.0131	$7.4511 \cdot 10^{-4}$	5.67	$FC_6$	0.0948	0.0894	0.0011	1.21
$FV_3$	0.1000	0.1000	0.0019	1.94	$MX_7$	0.0300	0.0330	$1.3392 \cdot 10^{-4}$	0.41
$FC_3$	0.1657	0.1630	0.0013	0.78	$MY_7$	0.0017	$2.9034 \cdot 10^{-4}$	$9.8461 \cdot 10^{-5}$	33.91
$MX_4$	0.0223	0.0213	$1.3066 \cdot 10^{-4}$	0.61	$XX_7$	$2.0438 \cdot 10^{-4}$	0.0039	$3.4389 \cdot 10^{-4}$	8.75
$MY_4$	0.7291	2.3464	$1.6563 \cdot 10^{-4}$	0.01	$XY_7$	$-8.7968 \cdot 10^{-5}$	-0.0025	$1.5448 \cdot 10^{-4}$	6.14
$XX_4$	0.1462	0.7960	0.0011	0.14	$XZ_7$	$1.0000 \cdot 10^{-5}$	0.0204	$2.1887 \cdot 10^{-4}$	1.08
$XY_4$	-0.0041	-0.0138	$5.3975 \cdot 10^{-4}$	3.90	$YZ_7$	$-6.9559 \cdot 10^{-6}$	-0.0044	$2.4498 \cdot 10^{-4}$	5.57
$XZ_4$	$5.6881 \cdot 10^{-4}$	-0.0012	$4.5319 \cdot 10^{-4}$	38.01	$ZZ_7$	0.0015	$1.6089 \cdot 10^{-15}$	$3.7659 \cdot 10^{-4}$	$2.34 \cdot 10^{13}$
$YZ_4$	0.0190	0.0295	$5.1958 \cdot 10^{-4}$	1.76	$FV_7$	0.1000	0.1000	0.0020	1.97
$ZZ_4$	0.1437	0.8180	$7.4004 \cdot 10^{-4}$	0.09	$FC_7$	0.3473	0.3519	0.0011	0.31
$FV_4$	0.2197	0.2392	0.0022	0.93					

Tabelle 4.5: Ergebnisse des Least-Squares-Problems der essentiellen dynamischen Parameteridentifikation mit 10Hz-Filterung inklusive unteren Beschränkungen unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.3. Die Massen sind in kg, die ersten mechanischen Momente in kg m, die zweiten mechanischen Momente in kg m<sup>2</sup> und die Reibparameter in N m s/rad angegeben.

Fehlermaß der Parameteridentifikationen in N m			
Trajektorie	nominale Parameter	NLOP $\mu_{neu}^*$	LSOP $\pi_{e,neu}^*$
FS aus [3]	1.2664	0.5063	0.4892
FS (2) aus [3]	1.2128	0.5425	0.5262
FS - Validierung	1.1267	0.7089	0.6982
FS (2) - Validierung	1.1067	0.7100	0.6983
P5O - Validierung	1.3592	0.8446	0.8505
P5O (2) - Validierung	1.3448	0.8529	0.8670
Summenfehlermaß	2.4800	1.5644	1.5653

Tabelle 4.6: Fehlermaß zwischen den berechneten und gemessenen Gelenksdrehmomenten  $\tau$  aller optimalen Trajektorien und Summenfehlermaß über alle Validierungstrajektorien unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.3.

essentiellen dynamischen Parameter 1.84%. Hiermit zeigt sich, dass die nominellen Werte für die kinematischen Parameter und Steifigkeiten eine gute Übereinstimmung mit den Messungen haben bzw. deren Einfluss gering ausfällt. Insgesamt fallen aber die Ergebnisse der Validierung aus Tabelle 4.6 minimal besser als in Tabelle 3.7 aus.

## 5 Regelungsstrategien

Im letzten Teil dieser Arbeit werden einige Regelungsstrategien für den verwendeten Roboter KUKA LBR iiwa 14 R820 vorgestellt und die Implementierungen am Versuchsaufbau im Labor getestet. Das Ziel ist die Bewertung und Validierung der Absolut- und Regelgenauigkeit sowie der Vergleich der Regelungsstrategien untereinander in Form von Abbildungen und Tabellen ähnlich zu Abschnitt 3.7 mithilfe einer optimalen Trajektorie. Für die bisherigen Messungen am Roboter wurde die singuläre Störtheorie [1] verwendet, welche den Nachteil eines restriktiven Stabilitätsbeweises für das zugrundeliegende Theorem von Tikhonov aufweist. In der Literatur gibt es unterschiedliche Regelungskonzepte, die inhärent für Roboter mit elastischen Gelenken entwickelt wurden. In diesem Kapitel werden die Regler der singulären Störtheorie [1], des passivitätsbasierten Ansatzes [1], des elastisch strukturerhaltenden Ansatzes (ESP = Elastic Structure Preserving) [7] sowie der Feedback-Linearisierung [2] untersucht und miteinander verglichen. Diese Regelungsstrategien bauen auf dem reduzierten Robotermodell (2.28) aus Abschnitt 2.2.3 auf.

### 5.1 Singuläre Störtheorie

In diesem Abschnitt wird auf die bisher verwendete Regelung der singulären Störtheorie eingegangen, weil diese als Referenz für die anderen Regelungskonzepte dient. Es folgt demnach eine kurze Zusammenfassung der singulären Störtheorie aus der Literatur [1]. Das Regelungskonzept der singulären Störtheorie kann angewendet werden, wenn das System zwei klar trennbare Zeitskalen aufweist. Dadurch lässt sich das System als zwei gekoppelte Teilsysteme mit unterschiedlichen Zeitskalen anschreiben bzw. separieren. Im konkreten Fall gibt es eine schnelle Dynamik im Drehmoment und eine langsame Dynamik im Starrkörpersystem, welche sich aus dem Aufbau des Systems (2.28) ergibt. Die Aufteilung erfolgt im Allgemeinen durch das Separieren der Eigenwerte des betrachteten Systems. Die Reduktion der Systemordnung gelingt durch die Algebraisierung der Differentialgleichungen des schnellen Teilsystems. Stabilitätsaussagen aus den Eigenschaften der getrennten Teilsysteme werden ähnlich dem Vorgehen bei der Analyse kaskadierter Regelsysteme im linearen Fall getätigt. Dies ist eine theoretische Begründung für die Vernachlässigung der nicht modellierten „hochfrequenten“ Dynamik.

#### 5.1.1 Singuläres Störmodell

Angewendet auf das verwendete Robotermodell mit flexiblen Gelenken (2.28) wird der schnellere Teil des Modells durch einen inneren Drehmomentregelkreis gebildet, während die Beschreibung des langsameren Teils durch die Starrkörperdynamik des Roboters erfolgt. Für das langsame Teilsystem wird der Zustand  $\mathbf{z}_1^T = [\mathbf{q}^T \quad \dot{\mathbf{q}}^T]$  und für das

schnelle Teilsystem der Zustand  $\mathbf{z}_2^T = [\boldsymbol{\tau}^T \quad \dot{\boldsymbol{\tau}}^T]$  verwendet. Unter Zuhilfenahme der Beziehung  $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\tau}}$  lässt sich (2.28) zu

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (5.1a)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{K}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_m - \mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} \quad (5.1b)$$

umschreiben. Das Modell muss noch in die Standardform der singulären Störtheorie gebracht werden. Dafür können die hohen Steifigkeiten in der Matrix  $\mathbf{K}$  verwendet werden, in dem diese durch  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_\epsilon/\epsilon^2$  mit der positiv definiten Diagonalmatrix  $\mathbf{K}_\epsilon$  ersetzt werden. Hierdurch ist es möglich, mit einem kleinen Wert für  $\epsilon$  hohe Steifigkeiten zu repräsentieren. Die dynamischen Gleichungen (5.1) können in der Standardform der singulären Störtheorie gemäß

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (5.2a)$$

$$\epsilon^2\ddot{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{K}_\epsilon(\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1})\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_\epsilon\mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{\tau}_m + \mathbf{K}_\epsilon\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{ext}) \quad (5.2b)$$

angeschrieben werden, siehe [1]. Durch den Grenzübergang  $\epsilon \rightarrow 0$  in (5.2b) können die quasi-stationären Drehmomente der Gelenke  $\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}}, t)$  mit den quasi-stationären Gelenkpositionen  $\bar{\mathbf{q}}$  und den quasi-stationären Gelenkgeschwindigkeiten  $\dot{\bar{\mathbf{q}}}$  gemäß

$$\mathbf{h}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}}, t) = (\mathbf{E} + \mathbf{B}\mathbf{M}(\bar{\mathbf{q}})^{-1})^{-1}\bar{\boldsymbol{\tau}}_m + (\mathbf{E} + \mathbf{M}(\bar{\mathbf{q}})\mathbf{B}^{-1})^{-1}(\mathbf{C}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}})\dot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{q}}) - \bar{\boldsymbol{\tau}}_{ext}) \quad (5.3)$$

berechnet werden, wobei  $\mathbf{E}$  die Einheitsmatrix ist. Das quasi-stationäre sowie das sogenannte *Boundary-Layer-System* mit der Zustandstransformation  $\mathbf{y} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}}, t) \in \mathbb{R}^n$ , welche die Abweichung vom aktuellen Drehmoment der jeweiligen Gelenke zu denen der quasi-stationären Zustandswerte beschreiben, kann der Literatur [1] entnommen werden. Das quasi-stationäre Zustandssystem kann durch das Einsetzen von (5.3) in (5.2a) berechnet werden und lässt sich somit gemäß

$$(\mathbf{M}(\bar{\mathbf{q}}) + \mathbf{B})\ddot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}})\dot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{q}}) = \bar{\boldsymbol{\tau}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{ext} \quad (5.4)$$

und das Boundary-Layer-System als

$$\frac{d^2\mathbf{y}}{d\nu^2} + \mathbf{K}_\epsilon(\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1})\mathbf{y} = \mathbf{K}_\epsilon\mathbf{B}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_m - \bar{\boldsymbol{\tau}}_m) \quad (5.5)$$

mit der schnellen Zeitskala  $\nu = (t - t_0)/\epsilon$  und einem „konstanten“  $\mathbf{q}$  angeben, da auf der schnellen Zeitskala die Zustandsvariablen des langsamen Teilsystems wie „festgehalten“ wirken.

### 5.1.2 Singuläre Störregelung

In diesem Abschnitt wird der modifizierte Regler der singulären Störtheorie [1] vorgestellt, bei dem die explizite Berechnung von  $\mathbf{h}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}}, t)$  aus (5.3) entfallen kann. Das ist besonders nützlich, wenn die Parameter für den Starrkörperpart des Roboters nicht bekannt sind. Das Regelgesetz lässt sich nun gemäß

$$\boldsymbol{\tau}_m = \boldsymbol{\tau}_d - \mathbf{K}_\tau(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_d) - \epsilon\mathbf{D}_\tau\dot{\boldsymbol{\tau}} \quad (5.6)$$

angeben, wobei für  $\tau_d$  als neuer Systemeingang beispielsweise eine *Computed-Torque*-Regelung [2, 10] verwendet werden kann. Der geschlossene Regelkreis für das quasi-stationäre Zustandssystem lässt sich mit

$$\left(\mathbf{M}(\bar{\mathbf{q}}) + (\mathbf{E} + \mathbf{K}_\tau)^{-1}\mathbf{B}\right)\ddot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}})\dot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{q}}) = \tau_d \quad (5.7)$$

beschreiben und zeigt im Vergleich zu (5.4) eine Skalierung der Rotorträgheiten der Motoren. Für den geschlossenen Regelkreis des Boundary-Layer-Systems gilt wiederum

$$\frac{d^2\mathbf{y}}{d\nu^2} + \mathbf{K}_c\mathbf{B}^{-1}\mathbf{D}_\tau\frac{d\mathbf{y}}{d\nu} + \mathbf{K}_c\mathbf{B}^{-1}\left(\mathbf{E} + \mathbf{B}\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} + \mathbf{K}_\tau\right)\mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (5.8)$$

mit den positiven definiten Diagonalmatrizen  $\mathbf{K}_\tau$  und  $\mathbf{D}_\tau$ . Diese beiden Reglerparameter dienen zum Einstellen der Dynamik des linear zeitinvarianten Boundary-Layer-Systems, so dass die exponentielle Stabilität nach dem Theorem von Tikhonov gewährleistet wird. Das Ersatzschaltbild des modifizierten Reglers [1] ist in Abbildung 5.1 zu sehen.

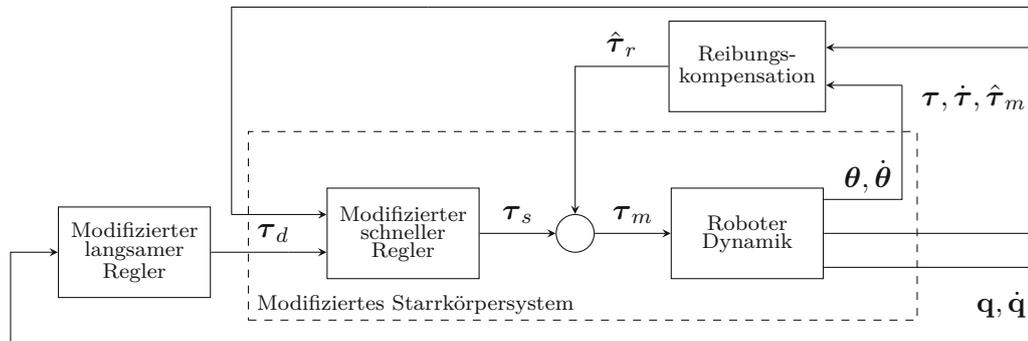


Abbildung 5.1: Reduziertes Robotermodell mit singulärer Störregelung [1] inklusive Reibungskompensation.

## 5.2 Passivitätsbasierter Ansatz

Die passivitätsbasierte Regelungsstrategie [1] in diesem Abschnitt hat für den inneren Drehmomentregelkreis eine nahezu identische Struktur wie vorher, was für hohe Steifigkeiten im Robotersystem zulässig ist. Diese Rückkopplung des Gelenkdrehmoments erhält eine physikalische Interpretation. Zudem bildet die Passivitätseigenschaft des reduzierten Robotermodells (2.28) das Fundament für den Stabilitätsnachweis, welcher nicht wie zuvor auf einen endlichen Zeitraum beschränkt ist. Der innere Drehmomentregelkreis allein ist nicht für das passive Verhalten des Regelkreises verantwortlich, sondern muss erst mit der geregelten Motordynamik kombiniert werden, um passiv zu sein. Die Gelenkseite ist hingegen schon passiv und zusammen mit dem vorherigen Teil kann der geschlossene Regelkreis daher als eine rückgekoppelte Verbindung zweier passiver Systeme dargestellt werden. Im ersten Schritt wird im folgenden Abschnitt die Grundidee des passivitätsbasierten Ansatzes erläutert bevor das Regelgesetz präsentiert wird.

### 5.2.1 Grundidee

Die Grundidee soll anhand einer PD-Regelung für die Motorposition eines einzelnen Gelenks erklärt werden und ist in Abbildung 5.2 skizziert. Hierdurch wird die gewünschte

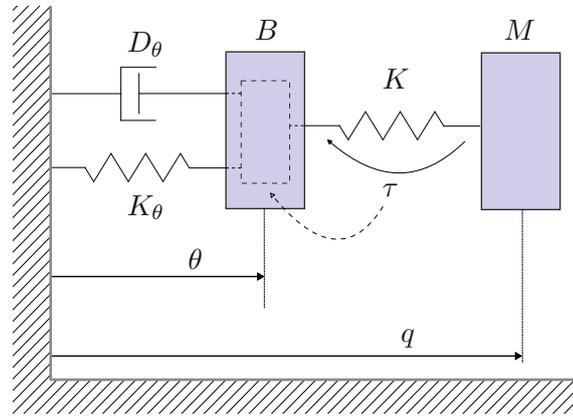


Abbildung 5.2: Grundidee der Motorposition basierten PD-Regelung eines einzelnen Gelenks.

Dynamik, parametrisiert durch  $K_\theta$  sowie  $D_\theta$ , noch durch die Rotorträgheit des Motors  $B$  und die Steifigkeit  $K$  des Harmonic-Drive-Getriebes beeinflusst. Der Einfluss dieser Größen wird verringert, wenn die Rotormassen  $B$  kleiner und die Steifigkeiten  $K$  größer werden. Die Steifigkeiten des Roboters KUKA LBR iiwa 14 R820 liegen, wie in Tabelle 4.3 aus Abschnitt 4.7 ersichtlich ist, zwischen 20 000 N m/rad und 45 000 N m/rad. Dies sind an sich sehr große Werte, aber dennoch können die Steifigkeiten nicht vernachlässigt werden. Bei der Rotorträgheit hingegen wird bei einer negativen Rückkopplung des Gelenksdrehmoments  $\tau$  der Beitrag kleiner skaliert, woraufhin die Rotorträgheit im geschlossenen Regelkreis hierdurch kleiner erscheint. Das gewünschte dynamische Verhalten kann somit verbessert werden, wenn die Rotorträgheiten verkleinert werden. In der Abbildung 5.2 wird das Verhalten im geschlossenen Regelkreis strichliert veranschaulicht. Diese Grundidee ist aus [1] entnommen.

### 5.2.2 Passivitätsbasierte Regelung

Die passivitätsbasierte Regelung für das reduzierte Robotermodell (2.28) kann gemäß [1] mit

$$\tau_m = \mathbf{B}\mathbf{B}_\theta^{-1}\mathbf{u} + (\mathbf{E} - \mathbf{B}\mathbf{B}_\theta^{-1})\tau \quad (5.9a)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}_\theta\ddot{\boldsymbol{\theta}}_s + \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_s - \mathbf{q}_d) - \mathbf{K}_\theta\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{D}_\theta\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \quad (5.9b)$$

$$\boldsymbol{\theta}_s = \mathbf{q}_d + \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q})) \quad (5.9c)$$

und den konstanten positiv definiten Diagonalmatrizen  $\mathbf{K}_\theta \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{D}_\theta \in \mathbb{R}^{n \times n}$  angeschrieben werden. Dabei ist  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_s$  die Abweichung der gemessenen Motorposition

$\theta$  zur gewünschten Motorposition  $\theta_s$  und zusätzlich werden die zwei zeitlichen Ableitungen von (5.9c) für  $\dot{\theta}_s$  sowie  $\ddot{\theta}_s$  benötigt. Mit (5.9a) erfolgt die Skalierung der Rotorträgheiten von  $\mathbf{B}$  zu  $\mathbf{B}_\theta$ . Der zeitabhängige geschlossene Regelkreis kann hiermit anhand von

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \mathbf{K}(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \tilde{\mathbf{q}}) + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (5.10a)$$

$$\mathbf{B}_\theta\ddot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} + \mathbf{K}(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \tilde{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_\theta\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{D}_\theta\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \mathbf{0} \quad (5.10b)$$

mit dem gelenksseitigen Trajektorienfolgefehler  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d(t) \in \mathbb{R}^n$  dargestellt werden. Die Passivität der Gelenk- sowie Motordynamik kann mit den jeweiligen Speicherfunktionen und den darauf folgenden Berechnungen der Änderungsraten im Sinne von Lyapunov gezeigt werden. Auf die explizite Auswertung wird auf die Literatur [1] verwiesen. Es sei nur angemerkt, dass sich die Passivität der Systeme darin ausdrückt, in dem diese von sich aus keine positive „Leistung“ erzeugen. Als Speicherfunktion wird für (5.10) die Gesamtenergie des Systems angesetzt. Die Definition von Passivität kann beispielsweise in [11] nachgeschlagen werden. Der geschlossene Regelkreis in Form passiver Subsysteme als Verbindungsstruktur ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Die Rückkopplungen und Parallelschaltungen von Subsystemen führt wieder auf ein passives Gesamtsystem, wie es hier auch der Fall ist.

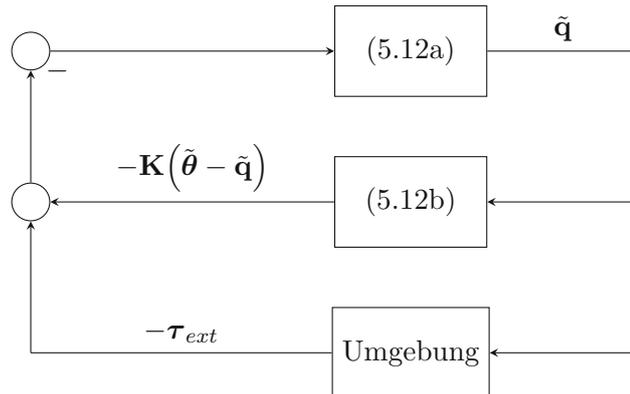


Abbildung 5.3: Verbindungsstruktur des geschlossenen Regelkreises für den Fall der Trajektorienfolge.

### 5.3 Elastische strukturerhaltende (ESP) Regelung

Grundsätzlich bieten Roboter mit elastischen Gelenken den Vorteil, dass die vorhandene Nachgiebigkeit die mechanische Robustheit erhöht. Zudem bietet diese Nachgiebigkeit in Form der linearen Drehfeder (2.16) die Möglichkeit der zusätzlichen Energiespeicherung. Die Nachteile dabei sind Eigenschwingungen, Unteraktuierung und eine Verringerung der Eigenfrequenzen. Die Regelung der Gelenkpositionen wird hierdurch zu einer sehr anspruchsvollen Aufgabe. Als nächste Regelungsstrategie wird die elastische strukturerhaltende (ESP) Regelung [7] als ein noch recht neues Konzept vorgestellt. Dabei soll die mathematische Struktur bzw. Form des reduzierten Robotermodells (2.28), wie der Name

der Regelungsstrategie schon erahnen lässt, erhalten bleiben. Ein weiteres wesentliches Merkmal dieses Konzeptes ist die Einprägung einer gelenkseitigen Dämpfungscharakteristik zur Unterdrückung der Schwingungen während der Trajektorienfolgeregelung.

### 5.3.1 Grundidee der ESP-Regelung

In einem ersten Schritt soll wie beim passivitätsbasierten Ansatz aus Abschnitt 5.2.1 die Grundidee skizziert werden. Zunächst wird das System auf ein einzelnes linear-elastisches Element der Form

$$M\ddot{q} = K(\theta - q) \quad (5.11a)$$

$$B\ddot{\theta} + K(\theta - q) = u \quad (5.11b)$$

heruntergebrochen [7]. Hierbei wirkt der Stelleingang  $u$  als generalisierte Kraft auf die Trägheit des Motors  $B$  und überträgt sich über die Steifigkeit  $K$  auf die Massenträgheit des Gelenks. Die Größen  $q$  und  $\theta$  sind dabei wieder die Gelenks- sowie Motorposition. Das Modell (5.11) eines einzelnen Gelenks wird in Abbildung 5.4 schematisch dargestellt.

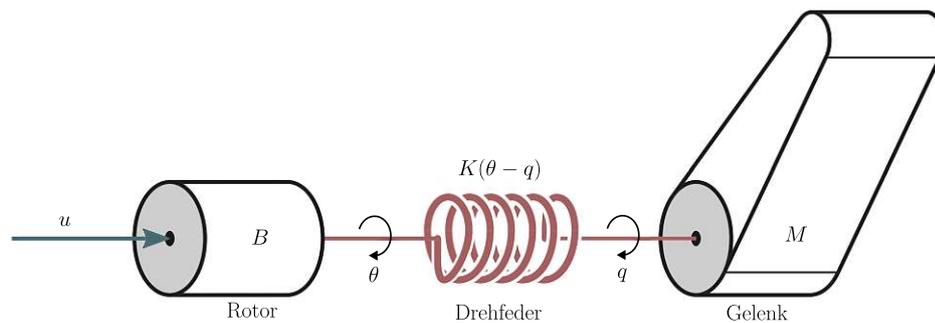


Abbildung 5.4: Schematische Darstellung von Modell (5.11) eines einzelnen Gelenks [7].

Nun wird ein Stellgesetz gesucht, welches eine *gelenkseitige* Dämpfungscharakteristik hinzufügt, während es auf eine gewünschte Gelenkposition  $q_d$  regelt und dabei die ursprünglichen Eigenschaften der Nachgiebigkeit des Systems beibehält. Das Ergebnis ist das Referenzgelenk mit gelenkseitiger, geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung  $D\dot{q}$ , aber ansonsten gleichen Trägheits- und Elastizitätseigenschaften  $B, M$  sowie  $K$ , welches in Abbildung 5.5 dargestellt ist. Hiermit lässt sich das gewünschte dynamische Modell

$$M\ddot{\rho} = K(\eta - \rho) - D\dot{\rho} \quad (5.12a)$$

$$B\ddot{\eta} + K(\eta - \rho) = \bar{u} \quad (5.12b)$$

mit  $\eta$  und  $\rho$  als die Motor- bzw. Gelenkposition anschreiben. Die Dämpfungscharakteristik wird mit der positiven Verstärkung  $D$  berücksichtigt.

Das Entwurfsziel hierbei ist nun, das originale Modell (5.11) in das äquivalente Verhalten des Referenzmodells (5.12) überzuführen. Die Frage lautet somit, ob eine Stellgröße  $u$  gefunden werden kann, so dass das originale Gelenk (5.11) mit dem gedämpften Gelenk

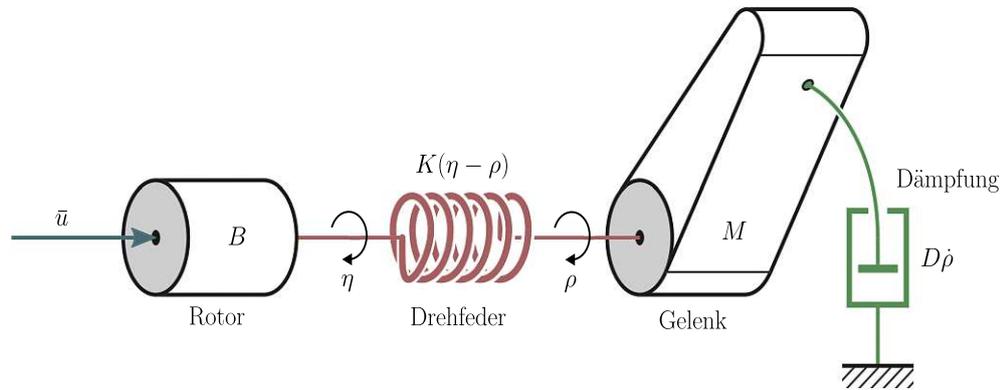


Abbildung 5.5: Grundidee der ESP-Regelung eines einzelnen Gelenks mit Dämpfung [7].

(5.12) und dessen Stellgröße  $\bar{u}$  korreliert. Die Gelenke beider Modelle sollen sich dabei identisch Verhalten woraus sich die Annahme

$$q(t) \equiv \rho(t), \quad \forall t \in [t_0, \infty) \quad (5.13)$$

ergibt und die Existenz einer geeigneten Stellgröße  $u$  vorausgesetzt wird. Mit der Koordinatentransformation

$$\theta = \eta - K^{-1}D\dot{q} \quad (5.14)$$

für die Motorposition  $\theta$  wird die Dämpfung in das gelenksseitige Modell (5.11a) hinzugefügt und erhält das gelenksseitige Referenzmodell (5.12a). Die motorseitige Transformation des originalen Modells (5.11b) in das Referenzmodell (5.12b) wird mit der Stellgröße

$$u = \bar{u} - BK^{-1}Dq^{[3]} - D\dot{q} \quad (5.15)$$

erreicht. Hier wurde eine neue Notation für die zeitliche Ableitung in der Form  $q^{[i]} = d^i q/dt^i, \forall i \in \mathbb{N}$  eingeführt. Dabei ist die Größe  $q^{[3]}$  die Änderungsrate der Gelenksbeschleunigung  $\ddot{q}$ , welche als Ruck bezeichnet wird. Unter der Zuhilfenahme der ersten und zweiten Zeitableitung von (5.14) kann die geschlossene Dynamik in Form von (5.12) angegeben werden, wodurch gleichzeitig die Äquivalenz zum Referenzmodell (5.12) gezeigt ist. Hiermit ist die Grundidee der elastischen strukturerhaltenden (ESP) Regelung skizziert und diese bildet das Fundament für die nachfolgende ESP-Regelung [7] des reduzierten Robotermodells (2.28).

### 5.3.2 ESP-Regelung

Für die ESP-Regelung [7] des reduzierten Robotermodells (2.28) wird im ersten Schritt eine Dämpfungscharakteristik mit dem Term  $D\dot{q}$  eingeführt und eine Vorsteuerung hinzugefügt, um die Nachführung des Robotersystems entlang der vorgegebenen Trajektorien zu gewährleisten. Hiermit wird eine Stellgröße  $\tau_m = \mathbf{u}$  aus (2.28b) hergeleitet, welche

dem gelenksseitigen Verhalten des resultierenden kompensierten Systems der folgenden gewünschten Dynamik

$$\mathbf{M}(t, \tilde{\mathbf{q}})\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = -\mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\eta} - \tilde{\mathbf{q}}) + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (5.16)$$

mit dem gelenksseitigen Trajektorienfolgefehler  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d(t) \in \mathbb{R}^n$  und einer konstanten positiv definiten diagonalen Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  entspricht. Für die Trajektorie  $\mathbf{q}_d(t)$  wird angenommen, dass diese viermal stetig differenzierbar ist und  $\mathbf{q}_d^{[i]}(t), i = 0, \dots, 4$ , beschränkt sind [7]. Es wird darauf hingewiesen, dass das neue System (5.16) keinen Gravitationsterm enthält, da dieser durch eine Vorsteuerung kompensiert werden soll. Um eine explizite Beziehung zu finden, wird (2.28a) und (5.16) gleichgesetzt. Daraus folgt der Zusammenhang

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\eta} - \tilde{\mathbf{q}}) + \mathbf{M}(t, \tilde{\mathbf{q}})\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{C}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(t, \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (5.17)$$

zwischen den originalen Motorpositionen  $\boldsymbol{\theta}$  und den neuen Motorkoordinaten  $\boldsymbol{\eta}$ . Die Koordinatentransformation ist im Vergleich zu [7] deutlich einfacher, da in der vorliegenden Arbeit nur *lineare* Steifigkeiten angenommen werden. Die vollständige Koordinatentransformation lässt sich mit

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\eta} + \mathbf{q}_d + \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{M}(t, \tilde{\mathbf{q}})\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{C}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(t, \tilde{\mathbf{q}})) - \mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (5.18a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{a}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}) \quad (5.18b)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\mathbf{A}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\mathbf{a}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}) \quad (5.18c)$$

$$\mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = \mathbf{E}_{n \times n} \quad (5.18d)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}) &= \dot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ &+ \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{M}(t, \tilde{\mathbf{q}})\mathbf{q}_d^{[3]} + \dot{\mathbf{M}}(t, \tilde{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_d \end{aligned} \quad (5.18e)$$

$$+ \mathbf{C}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\mathbf{q}}_d + \dot{\mathbf{C}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\mathbf{q}}_d + \dot{\mathbf{g}}(t, \tilde{\mathbf{q}}))$$

$$\dot{\mathbf{A}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = \mathbf{0}_{n \times n} \quad (5.18f)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{a}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}) &= \ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}^{[3]} \\ &+ \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{M}(t, \tilde{\mathbf{q}})\mathbf{q}_d^{[4]} + 2\dot{\mathbf{M}}(t, \tilde{\mathbf{q}})\mathbf{q}_d^{[3]} + \ddot{\mathbf{M}}(t, \tilde{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_d \end{aligned} \quad (5.18g)$$

$$+ \mathbf{C}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\mathbf{q}_d^{[3]} + 2\dot{\mathbf{C}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\mathbf{q}}_d + \ddot{\mathbf{C}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\mathbf{q}}_d + \dot{\mathbf{g}}(t, \tilde{\mathbf{q}}))$$

angeben, wobei hier die Notation von [7] übernommen wurde. Mit (5.18b) und (5.18c) sind auch gleichzeitig die zeitlichen Ableitungen der Beziehung zwischen den ursprünglichen Motorpositionen  $\boldsymbol{\theta}$  und den neuen Motorkoordinaten  $\boldsymbol{\eta}$  enthalten. Analog zur Definition von  $\mathbf{0}_{n \times n}$  wird mit  $\mathbf{E}_{n \times n}$  eine Einheitsmatrix mit  $n$  Spalten und  $n$  Zeilen bezeichnet.

Die Beziehungen in (5.18) erlauben nun eine Koordinatentransformation  $[\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}] \mapsto [\boldsymbol{\eta}, \tilde{\mathbf{q}}]$  für die Roboterdynamik (2.28). Hiermit wird die gelenksseitige Dynamik (2.28a) zur gewünschten Dynamik (5.16) transformiert und die Dynamik der Motorseite zu

$$\mathbf{B}(\mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\mathbf{A}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\mathbf{a}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}})) + \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) = \mathbf{u} \quad (5.19)$$

transformiert, wobei hier  $\tau_m = \mathbf{u}$  gilt und für die Motorbeschleunigung  $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$  die Beziehung (5.18c) eingesetzt wurde. Nach der Durchführung der Koordinatentransformation kann das Stellgesetz für die ESP-Regelung gemäß

$$\mathbf{u} = \check{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}} \quad (5.20a)$$

$$\check{\mathbf{u}} = \mathbf{B} \left( \dot{\mathbf{A}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\mathbf{a}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}) \right) \quad (5.20b)$$

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) - \mathbf{B}\mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}(\boldsymbol{\eta} - \tilde{\mathbf{q}}) \quad (5.20c)$$

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{B}\mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{K}_D\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_P\boldsymbol{\eta}) \quad (5.20d)$$

angegeben werden. Mit dem Anteil (5.20b) werden prinzipiell vorhandene Nichtlinearitäten kompensiert, wobei in dieser Arbeit der Vektor  $\dot{\mathbf{A}}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{0}$  ist. Diese Tatsache ist der Annahme *linearer* Steifigkeiten geschuldet. Die motorseitige Dynamik lautet mit (5.20b) daraufhin

$$\mathbf{B}\mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) = \hat{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}} \quad (5.21)$$

mit der skalierten Motorträgheitsmatrix  $\mathbf{B}\mathbf{A}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})$ . Nach dem Einsetzen von (5.20c) lautet die motorseitige Dynamik

$$\mathbf{B}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\eta} - \tilde{\mathbf{q}}) = \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\mathbf{B}^{-1}\bar{\mathbf{u}} \quad (5.22)$$

mit  $\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}(t, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{E}$ . Zum Schluss wird noch das PD-Regelgesetz (5.20d) in den neuen Motorkoordinaten  $\boldsymbol{\eta}$  eingesetzt. Die geschlossene Dynamik der Motorseite lässt sich hiermit gemäß

$$\mathbf{B}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\eta} - \tilde{\mathbf{q}}) = -\mathbf{K}_D\dot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{K}_P\boldsymbol{\eta} \quad (5.23)$$

mit den konstanten positiv definiten Diagonalmatrizen  $\mathbf{K}_D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{K}_P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  angeben. Der geschlossene Regelkreis des reduzierten Robotermodells mit ESP-Regelung wird mit (5.16) für die Gelenkseite und (5.23) für die Motorseite vollständig beschrieben. Weitere Details und vor allem der Stabilitätsbeweis für die ESP-Regelung sind in [7] zu finden.

## 5.4 Feedback-Linearisierung

In diesem Abschnitt wird die letzte Regelungsstrategie dieser Arbeit vorgestellt. Dabei handelt es sich um die Feedback-Linearisierung [2], welche nur auf das reduzierte Robotermodell (2.28), nicht aber auf das vollständige Robotermodell (2.15) angewendet werden kann. Die Feedback-Linearisierung ist das Ergebnis des Entwurfes von Zustandsrückführungen mithilfe von differentialgeometrischen Methoden. Hierbei wird eine nichtlineare Zustandsrückführung als Stellgröße verwendet, welche zu einem geschlossenen Regelkreis mit entkoppeltem und exakt linearem Verhalten für alle  $n$  Gelenke des Roboters führt. Die Folgefehler entlang der Referenztrajektorie werden gezwungen, global exponentiell stabil zu sein mit einer Abklingrate, die direkt durch die Wahl der skalaren Reglerparameter festgelegt werden kann. Dieses grundlegende Ergebnis ist die direkte Erweiterung der bekannten Methode der *Computed-Torque*-Regelung bei Starrkörpersystem.

### 5.4.1 Feedback-Linearisierung - Regelung

Im Nachfolgenden wird auf die Feedback-Linearisierung [2] für das reduzierte Robotermodell (2.28) eingegangen, da hier für die Koppelmatrix (2.20)  $\mathbf{S} = \mathbf{0}$  angenommen wird. Hierdurch werden die notwendigen Bedingungen für die exakte Linearisierung [6] erfüllt. Wenn hingegen  $\mathbf{S} \neq \mathbf{0}$  gilt, ist die Entkopplung von Eingang zu Ausgang deutlich aufwendiger und das Konzept kann in dieser Form folglich nicht mehr angewendet werden.

Das Ziel ist es nun, das System (2.28) mithilfe der Zustandsvariablen  $[\mathbf{q}, \boldsymbol{\tau}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\tau}}]$  auszudrücken und eine statische Zustandsrückführung für  $\boldsymbol{\tau}_m$  zu formulieren, welche die ursprüngliche Roboterdynamik kompensiert und durch eine gewünschte lineare und entkoppelte Dynamik geeigneter differentieller Ordnung ersetzt. In diesem Sinne versteift das Regelgesetz die Dynamik des Roboters mit elastischen Gelenken, unabhängig von der Tatsache, dass die Steifigkeiten  $\mathbf{K}$  bereits relativ groß (steife Gelenke) oder klein (weiche Gelenke) sind.

Der Entwurf des Regelgesetzes startet mit Gleichung (2.28a), wobei  $\mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q})$  zusammengefasst wird. Zudem sei erneut erwähnt, dass die externen Momente  $\boldsymbol{\tau}_{ext} = \mathbf{0}$  gesetzt werden, weil in dieser Arbeit nur Freiraumbewegungen betrachtet werden. Da hier noch nicht die Stellgröße  $\boldsymbol{\tau}_m$  auftritt wird nun solange zeitlich abgeleitet bis diese das erste Mal vorkommt. Hierdurch folgen die Gleichungen

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{q}^{[3]} + \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{K}(\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\mathbf{q}}), \quad (5.24a)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{q}^{[4]} + 2\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{q}^{[3]} + \ddot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \ddot{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{K}(\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \ddot{\mathbf{q}}) \quad (5.24b)$$

und es kommt bei der zweiten zeitlichen Ableitung (5.24b) von (2.28b) die Motorbeschleunigung  $\boldsymbol{\theta}$  vor, welche in (2.28b) zu finden ist. Wird in (5.24b) für die Größe  $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$  nun (2.28b) eingesetzt, dann folgt der Ausdruck

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{q}^{[4]} + 2\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{q}^{[3]} + \ddot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \ddot{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{K}\mathbf{B}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_m - \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) . \quad (5.25)$$

An dieser Stelle sei explizit darauf hingewiesen, dass die sogenannte Entkopplungsmatrix  $\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{B}^{-1}$  nie singulär werden kann. Die notwendige und hinreichende Bedingung für das entkoppelte Eingangs-Ausgangs-Verhalten ist mit der nicht singulären Entkopplungsmatrix  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  gewährleistet. Der vektorielle relative Grad des Mehrgrößensystems beträgt hiermit  $4n = 28$ , siehe [2, 6].

Aus (5.25) folgt mit dem virtuellen Stelleingang  $\mathbf{v}$  nun das Stellgesetz für die statische Zustandsrückführung gemäß

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{B}\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}^{[3]})) + (\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{B})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.26a)$$

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}^{[3]}) = \ddot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + 2\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{q}^{[3]} + \ddot{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.26b)$$

und führt auf den geschlossenen Regelkreis

$$\mathbf{q}^{[4]} = \mathbf{v} . \quad (5.27)$$

Das Ergebnis (5.27) ist somit eine Integrator-kette der Länge 4 von jedem fiktiven Eingang  $v_i, i = 1, \dots, n$  zu jedem Ausgang der Gelenkposition  $q_i$ . Das Robotersystem (2.28) wurde

also durch die nichtlineare Zustandsrückführung (5.26) exakt linearisiert und entkoppelt. Mit (5.27) ist es möglich, die Trajektorienfolgeregelung mit

$$\mathbf{v} = \mathbf{q}_d^{[4]} - \mathbf{K}_3(\mathbf{q}^{[3]} - \mathbf{q}_d^{[3]}) - \mathbf{K}_2(\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_d) - \mathbf{K}_1(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) - \mathbf{K}_0(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d) \quad (5.28)$$

zu realisieren, wobei hier die Solltrajektorie  $\mathbf{q}_d(t)$  als viermal differenzierbar angenommen wird [2]. Mit den Elementen der Diagonalmatrizen  $\mathbf{K}_i, i = 0, \dots, 3$ , wird die Fehlerdynamik  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_d(t)$  der Trajektorienfolge beeinflusst, so dass  $\mathbf{e}(t) \rightarrow \mathbf{0}$  global exponentiell stabil ist für jeden initialen Zustand. Dies erfolgt für jede Achse  $i, i = 1, \dots, n$  relativ einfach über eine Polvorgabe in Form eines Hurwitz-Polynoms. Näheres dazu und weitreichendere Details zu der Feedback-Linearisierung sind in [2] zu finden.

## 5.5 Sensordaten

Bis hierhin wurden lediglich die Regelungsstrategien für das nächste Experiment vorgestellt. Alle Parameteridentifikationen der vorliegenden Arbeit wurden mit der Regelungsstrategie der singulären Störtheorie mit einer *Computed-Torque*-Regelung inklusive Integralanteil aus Abschnitt 5.1 durchgeführt. Hierbei waren nur das Gelenkdrehmoment  $\boldsymbol{\tau}$  und die Motorposition  $\boldsymbol{\theta}$  sowie deren erste zeitliche Ableitung mithilfe eines D-T<sub>1</sub>-Filters und das Motordrehmoment  $\boldsymbol{\tau}_m$  für den Störgrößenbeobachter zur Kompensation der motorseitigen Reibung als Messsignale erforderlich. Der Zusammenhang zwischen der Motorposition  $\boldsymbol{\theta}$ , dem Gelenkdrehmoment  $\boldsymbol{\tau}$  und der Gelenkposition  $\mathbf{q}$  sowie deren zeitlichen Ableitungen sind in (3.23a) und (3.23b) aus Abschnitt 3.4.3 beschrieben. Für die anderen Regelungsstrategien sind allerdings zusätzlich die Gelenksbeschleunigung  $\ddot{\mathbf{q}}$  und der Gelenksruck  $\mathbf{q}^{[3]}$  notwendig. Für diese beiden Größen haben sich zwei Methoden zur Ermittlung bewährt, welche im Folgenden präsentiert werden.

### 5.5.1 Analytische Methode

Die erste Methode ist modellbasiert und berechnet die gesuchten Zeitableitungen mithilfe des Robotermodells (2.28a) mit  $\boldsymbol{\tau}_{ext} = \mathbf{0}$  gemäß

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q})) \quad (5.29a)$$

$$\mathbf{q}^{[3]} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\dot{\boldsymbol{\tau}} - \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\ddot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{g}}(\mathbf{q})) \quad (5.29b)$$

mit den Messsignalen  $\boldsymbol{\tau}$  und  $\boldsymbol{\theta}$  und unter der Zuhilfenahme eines D-T<sub>1</sub>-Filters für die Bestimmung der Änderungsraten  $\dot{\boldsymbol{\tau}}$  und  $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ . Der D-T<sub>1</sub>-Filter wird mithilfe der *First-Order-Hold*-Diskretisierung implementiert, um auch rampenförmigen Eingangssignalen folgen zu können. Mit (3.23) aus Abschnitt 3.4.3 können die Gelenkposition  $\mathbf{q}$  und die Gelenkgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{q}}$  berechnet werden. Erwähnenswert an dieser Stelle ist, dass die Berechnung der Gelenksbeschleunigung  $\ddot{\mathbf{q}}$  und des Gelenksrucks  $\mathbf{q}^{[3]}$  abhängig von den Parametern sind. Zusätzlich führen Hysteresen sowie Nullpunktfehler der Sensoren für die Ermittlung von  $\ddot{\mathbf{q}}$  in (5.29a) auf  $\ddot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0}$ , was unerwünschte Konsequenzen mit sich zieht. Beispielsweise entsteht der physikalisch unplausible Fall, dass in einer stationären Konfiguration die Gelenksbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0}$  auftreten. Eine Kalibrierung der

Sensoren ist hierbei empfehlenswert, gewährleistet aber nicht das Verschwinden dieser unerwünschten Effekte.

### 5.5.2 Filtermethode

Die zweite Methode ist im Gegensatz zur modellbasierten Variante (5.29) aus dem Abschnitt 5.5.1 *unabhängig* von den Modellparametern. Hierbei handelt es sich um ein Zustandsvariablenfilter [10], welches Zustände bis zur dritten zeitlichen Ableitung verarbeitet. Die Gleichung für das kontinuierliche Zustandsvariablenfilter lässt sich gemäß

$$\dot{\boldsymbol{\kappa}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{b}u, \quad \boldsymbol{\kappa}(0) = \boldsymbol{\kappa}_0, \quad (5.30)$$

anschreiben, wobei  $\boldsymbol{\kappa}^T = [\hat{q} \quad \dot{\hat{q}} \quad \ddot{\hat{q}} \quad \hat{q}^{[3]}]$  die gefilterten Werte und  $u = q_i$  das ungefilterte Signal für die jeweilige Achse  $i, i = 1, \dots, n$ , darstellt. Für die Matrizen in (5.30) werden dabei

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

gewählt und deren Filterkoeffizienten  $a_i, i = 0, \dots, 3$ , können durch die Vorgabe der Eigenwerte bestimmt werden. Eine Voraussetzung für die Anwendung dieser Methode ist, dass die ungefilterten Messsignale nur im geringen Maße rauschbehaftet sind. Ansonsten ist diese Variante zur Bestimmung der fehlenden Größen  $\ddot{\mathbf{q}}$  und  $\mathbf{q}^{[3]}$  nicht geeignet.

Für die Implementierung ist eine diskrete Version des Zustandsvariablenfilters (5.30) erforderlich. Dabei ist zusätzlich zu beachten, dass dieser Filter rampenförmigen Signalen folgen soll. Die Diskretisierung erfolgt daher mit der MATLAB-Funktion `c2d(.)` mit einer Abtastfrequenz von 8 kHz und dem Argument „foh“ (First-Order-Hold), um rampenförmigen Signalen folgen zu können.

## 5.6 Experimentelle Trajektorie

In diesem Abschnitt wird die Erstellung einer optimalen Trajektorie für die Bewertung sowie Validierung der Absolut- und Regelgenauigkeit erläutert. Hierfür wird eine Trajektorie bis zur vierten zeitlichen Ableitung  $\mathbf{q}_d^{[4]}$  für fast alle Regelungsstrategien (außer der singulären Störtheorie) benötigt. Die Erfassung der Absolutgenauigkeit wird erneut mit dem Lasertracker aus Kapitel 4 bewerkstelligt. Dabei wird für die erforderliche Sichtverbindung zum Lasertracker einfachheitshalber analog zum Polynom 5. Ordnung aus Abschnitt 3.3.3 die Trajektorienklasse der Polynome 9. Ordnung verwendet. Die Trajektorie mit dem Polynom 9. Ordnung lässt sich gemäß

$$q_i(t) = -\frac{70t^9(q_i(0) - q_i(T))}{T^9} + \frac{315t^8(q_i(0) - q_i(T))}{T^8} - \frac{540t^7(q_i(0) - q_i(T))}{T^7} \\ + \frac{420t^6(q_i(0) - q_i(T))}{T^6} - \frac{126t^5(q_i(0) - q_i(T))}{T^5} + q_i(0), \quad i = 1, \dots, n, \quad (5.32)$$

mit der Startkonfiguration  $q_i(0)$ , der Endkonfiguration  $q_i(T)$  und dem Endzeitpunkt  $T$  anschreiben. In Gleichung (5.32) wurden schon die Bedingungen  $d^i \mathbf{q}/dt^i = 0, i = 1, \dots, 4$ , berücksichtigt, da für dieses Experiment nur Punkt-zu-Punkt-Trajektorien zur Anwendung kommen. Im Allgemeinen können hier auch Bedingungen für einen durchgängig bewegten Trajektorienverlauf aufgestellt werden. Die getroffene Vereinfachung beeinflusst den Kostenfunktionswert des nachfolgenden Optimierungsproblems nicht maßgeblich und reduziert zudem die Anzahl der Optimierungsvariablen von  $5 \cdot 11n$  auf  $11n$ , da wie beim Polynom 5. Ordnung aus Abschnitt 3.3.3 elf Konfigurationen in 10s angefahren werden.

Im nächsten Schritt wird das Optimierungsproblem (3.14) aus Abschnitt 3.3.2 angepasst. Das Optimierungsproblem für die optimale Trajektorie für die Validierung lautet hiermit

$$\min_{\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times 11}} \text{cond}(\bar{\mathbf{Y}}_e) \quad (5.33a)$$

$$\text{u. B. v.} \quad q_i(t) = -\frac{70t^9(q_i(0) - q_i(T))}{T^9} + \frac{315t^8(q_i(0) - q_i(T))}{T^8} - \frac{540t^7(q_i(0) - q_i(T))}{T^7} + \frac{420t^6(q_i(0) - q_i(T))}{T^6} - \frac{126t^5(q_i(0) - q_i(T))}{T^5} + q_i(0), \quad i = 1, \dots, n \quad (5.33b)$$

$$\max(|q_i(t)|) \leq \alpha_{s,1} q_{i,max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.33c)$$

$$\max(|\dot{q}_i(t)|) \leq \alpha_{s,2} \dot{q}_{i,max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.33d)$$

$$\gamma_j \leq \gamma_{lt,ref}, \quad j = 1, \dots, 11 \quad (5.33e)$$

$$\gamma_j = \arccos \left( \left[ 1 \ 0 \ 0 \right] \left( \mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}_j) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right), \quad j = 1, \dots, 11, \quad (5.33f)$$

wobei hier für (5.33a) im Gegensatz zu (3.14) aus Abschnitt 3.3.2 nicht der Messdatensatz (3.9) aus Abschnitt 3.3.1 verwendet wird, sondern der Messdatensatz

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tau_s(1) \\ \vdots \\ \tau_s(M) \end{bmatrix}}_{\bar{\boldsymbol{\tau}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_e(\mathbf{q}_s(1), \dot{\mathbf{q}}_s(1), \ddot{\mathbf{q}}_s(1)) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_e(\mathbf{q}_s(M), \dot{\mathbf{q}}_s(M), \ddot{\mathbf{q}}_s(M)) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{Y}}_e} \boldsymbol{\pi}_e(\boldsymbol{\mu}) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{v}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{v}(M) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{v}}} \quad (5.34)$$

mithilfe der essentiellen dynamischen Parameter  $\boldsymbol{\pi}_e(\boldsymbol{\mu})$  aus (3.26). Mit (5.33c) und (5.33d) werden wieder Sicherheitsfaktoren für die mechanischen Beschränkungen des Roboters eingeführt. Die Beschränkungen (5.33e) und (5.33f) gewährleisten die Sichtverbindung zum Lasertracker. Dabei wird lediglich die  $z$ -Achse des Endeffektors, welche der letzten Spalte der Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{\mathcal{I}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}_j), j = 1, \dots, 11$  entspricht, auf den maximalen Winkel  $\gamma_{lt,ref} = \pi/3$  beschränkt. Dies erfolgt mithilfe des Skalarproduktes zweier Vektoren und der Funktion  $\arccos(\cdot)$  in (5.33f).

Im Unterschied zu Abschnitt 3.3.1 wird hier für (5.33a) nicht die neu definierte Funktion (3.12), sondern die in MATLAB implementierte Funktion  $\text{cond}(\cdot)$  für die Konditionszahl verwendet. Somit erfolgt die Berechnung der Konditionszahl (5.33a) mit der MATLAB-Funktion  $\text{cond}(\cdot)$  und mit der um  $M$  Messpunkte erweiterten spaltenregulären Regressormatrix  $\bar{\mathbf{Y}}_e$  aus dem Messdatensatz (5.34). Als Optimierungsvariablen werden wieder

die elf Konfigurationen, welche mithilfe von (5.33b) angefahren werden sollen, in Form einer Matrix  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times 11}$  verwendet. Dabei sollen die Anfangs- sowie Endkonfiguration  $\mathbf{q}_1^T = \mathbf{q}_{11}^T = [0, \pi/6, 0, -\pi/6, 0, \pi/6, 0]$  sein, um eine periodische Messung zu ermöglichen. Das Ergebnis des Optimierungsproblems (5.33) hat eine Konditionszahl von 85 und ist in Abbildung 5.6 dargestellt.

## 5.7 Versuchsaufbau

Wie bei den beiden Parameteridentifikationen soll auch hier kurz erläutert werden wie der Versuchsaufbau gestaltet wird. Das Ziel ist es, die Absolut- und Regelgenauigkeit der Regelungsstrategien zu erfassen und miteinander zu vergleichen. Zusätzlich sollen hierbei auch die Ergebnisse der Parameteridentifikationen der vorherigen Kapitel dieser Arbeit und die nominellen Werte der Parameter miteinbezogen werden. Für die Absolutgenauigkeit wird der Lasertracker erneut verwendet, um die translatorische Position des Endeffektors zu erfassen. Diese werden mit den Daten der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 über die Vorwärtskinematik (2.1) verglichen. Die Regelgüte wird hingegen über die Sensordaten des Roboters bezogen auf die selbe Validierungstrajektorie bestimmt.

### 5.7.1 Testumgebung

Der Versuchsaufbau unterscheidet sich dabei prinzipiell nur minimal von Abbildung 4.3 aus Abschnitt 4.3. Hier wird lediglich auf die Lastmasse und den dazugehörigen Adapter aus Abbildung 4.6 verzichtet. Das Prozedere zur Vermessung der Adapterplatte von Abschnitt 4.5 wird hier erneut angewendet. Im Unterschied zu Abschnitt 4.3 wird nur die Regelung der singulären Störtheorie (SPR) mit einer Abtastrate von 8 kHz betrieben. Die passivitätsbasierte Regelung (PBR), elastisch strukturerhaltende Regelung (ESP) und die Feedback-Linearisierung (FBL) werden hingegen mit 4 kHz betrieben, weil die Berechnung der Terme  $d^i \mathbf{M}(\mathbf{q})/dt^i$ ,  $i = 1, 2$ , und  $d^i \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})/dt^i$ ,  $i = 1, 2$ , innerhalb der 125  $\mu\text{s}$  nicht gewährleistet werden kann, da es sich um sehr komplexe Ausdrücke handelt.

Für ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis wird die Mittelwertbildung (3.22) aus Abschnitt 3.4.3 mit einem  $K = 3$  erneut verwendet. Aufgrund der erwähnten Komplikationen aus Abschnitt 3.4.1 beim Messvorgang waren nicht mehr Perioden hintereinander ohne Abbruch ausführbar.

Es wird an dieser Stelle erneut darauf hingewiesen, dass die Trajektorie aus Abbildung 5.6 nicht wie erhofft am Setup ausführbar war, da wieder die Oszillationen von der Roboterplattform sowie Probleme mit dem abrufbaren Drehmoment aufgetreten sind. Im nächsten Abschnitt wird daher eine Trajektorienanpassung durchgeführt.

### 5.7.2 Trajektorienanpassung

Die Trajektorienanpassung der Trajektorienklasse Polynome 9. Ordnung (P9O) erfolgt analog zu Abschnitt 3.4.2. Hierbei werden wie beim Polynom 5. Ordnung aus Abschnitt 3.3.3 die Konfigurationen  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times 11}$  mit dem Faktor  $\alpha_i = [0, 1]$  je Achse  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , skaliert. Zusätzlich wird die ursprüngliche Zeitdauer für einen Trajektorienlauf von  $T = 10$  s auf  $T = 12.5$  s angehoben. Hiermit wird die Gelenksgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{q}}$  der Achsen  $i$ ,  $i =$

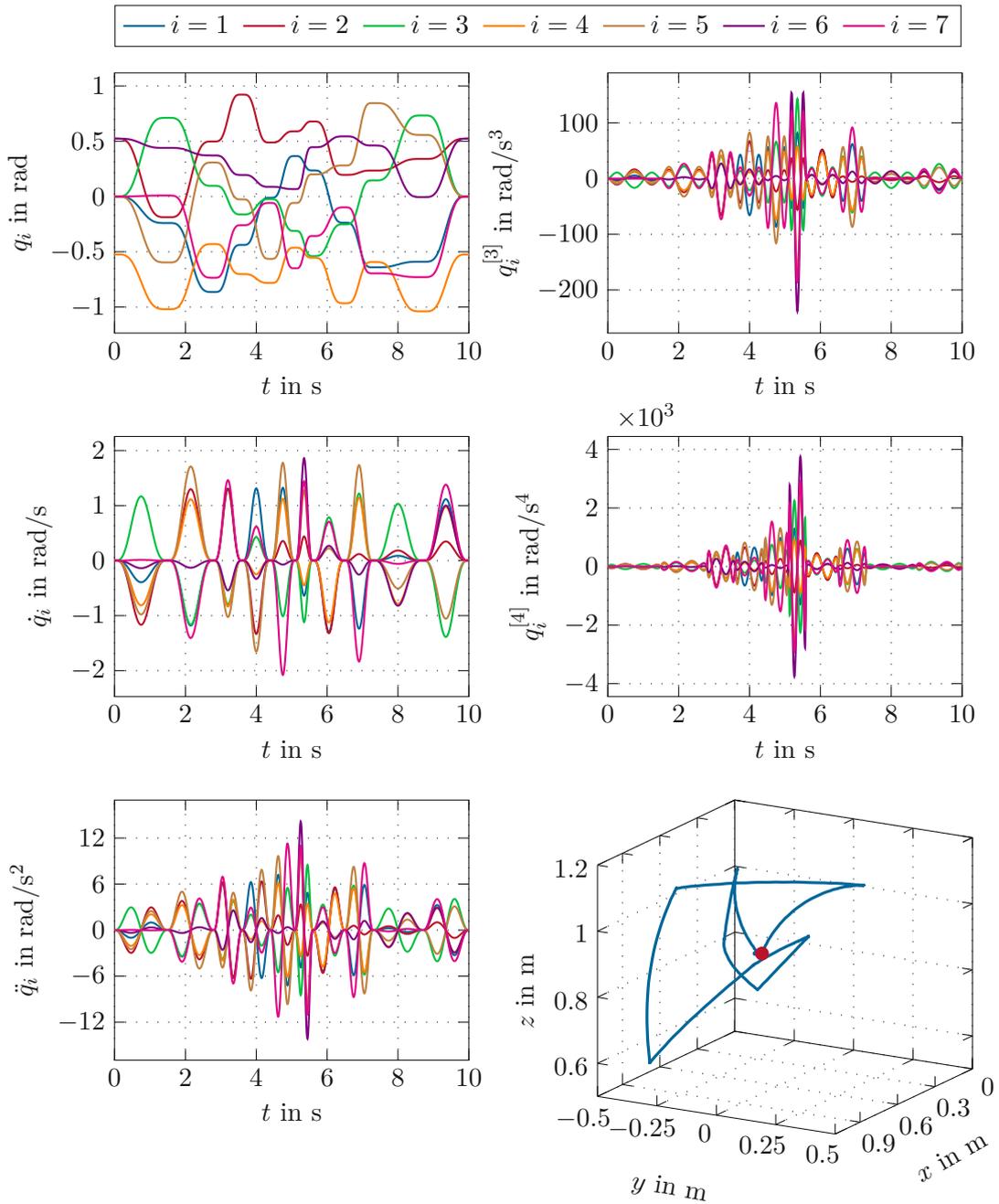


Abbildung 5.6: Optimale Trajektorie aus der Trajektorienklasse der Polynome 9. Ordnung zur Validierung der Ergebnisse der Regelungsstrategien inklusive Parameteridentifikation. Dargestellt ist der Verlauf der Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$ , Gelenkgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$ , Gelenkbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$ , Gelenkruck  $\mathbf{q}^{[3]}$  und die Änderungsrate des Gelenkrucks  $\mathbf{q}^{[4]}$  sowie die Endeffektorbewegung mit einem roten Startpunkt.

$1, \dots, n$ , auf 80% der ursprünglich dimensionierten maximalen Gelenksgeschwindigkeit begrenzt. Um die Zeitdauer auf  $T = 12.5\text{ s}$  zu verlängern werden die einzelnen Zeitpunkte  $t_i, i = 1, \dots, 11$ , mit dem Faktor 1.25 multipliziert. Der verwendete Faktor  $\alpha_i = [0, 1], i = 1, \dots, n$ , wird analog zu Tabelle 3.2 aus Abschnitt 3.4.2 in Tabelle 5.1 dargestellt.

Roboterplattform nach dem Umbau							
Trajektorie	Skalierungsfaktor $\alpha$ in % der Achse						
	1	2	3	4	5	6	7
P9O - Valid	100	100	100	100	100	100	60

Tabelle 5.1: Trajektorienanpassung an die Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b aufgrund der zu hohen Drehmomente  $\tau_m$

### 5.7.3 Sensordaten

Für die Messungen wird die Filtermethode aus Abschnitt 5.5.2 angewendet, da diese unabhängig von Modellparametern ist. Es hat sich bei der analytischen Methode aus Abschnitt 5.5.1 herausgestellt, dass die Hysteresen der Drehmomentsensoren in den Gelenken zu sehr hohen Nullpunktfehlern in den Gelenksbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}$  führt, da  $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{g}(\mathbf{q})) \neq \mathbf{0}$  im stationären Fall gilt. Dieser Wert weicht sehr weit von  $\mathbf{0}$  ab, was die Methode unbrauchbar macht. Eine erneute Kalibrierung sämtlicher Sensoren mit der originalen Steuerung und Software des Roboters hat keine Abhilfe verschafft und daher wurden die Messungen mit der Filtermethode durchgeführt.

### 5.7.4 Reglerparameter

Als nächstes werden die Werte für die Filterkoeffizienten und die Koeffizienten der Verstärkungsmatrizen der Regelungsstrategien in einer Tabelle übersichtlich zusammengefasst. Die Dimensionierung erfolgt über ein allgemeines charakteristisches Polynom mit der Ordnung  $N$  gemäß

$$p(s) = (s - \lambda)^N = s^N + a_{N-1}s^{N-1} + a_{N-2}s^{N-2} + \dots + a_1s + a_0 \quad (5.35)$$

mit  $N \in \{2, 3, 4\}$ . Mithilfe des charakteristischen Polynoms (5.35) erfolgt die Polvorgabe mit  $\lambda$  und wird dabei für alle Pole übernommen. Hierbei lassen sich die Koeffizienten  $a_j$  zu den korrespondierenden Elementen  $s^j, j = 0, \dots, N - 1$ , nach der Auswertung von (5.35) bestimmen. Die verwendeten Koeffizienten aller Regelungsstrategien und des Zustandvariablenfilters (ZVF) sind in Tabelle 5.2 zu finden. In Tabelle 5.2 werden die Koeffizienten für die Regelungsstrategien nicht mit  $a_j$  sondern  $K_j$  bezeichnet. Die Regelungsstrategien wurden dabei so eingestellt, dass diese ungefähr das steife Verhalten der Regelung der singulären Störtheorie erhalten. Hierbei wurde mit impulsförmigen Anregungen am Endeffektor versucht dieses steife Verhalten anzunähern. Beim passivitätsbasierten Regler werden die skalierten Rotorträgheiten  $\mathbf{B}_\theta$  mit der Beziehung  $\mathbf{B}_\theta = (\mathbf{K}_\tau + \mathbf{E})^{-1}\mathbf{B}$  bestimmt, siehe [1].

Name	Ordnung	Eigenwert	Koeffizienten			
ZVF	3	$1/(800\pi)$	$a_0$ $3.99 \cdot 10^{13}$	$a_1$ $6.35 \cdot 10^{10}$	$a_2$ $3.79 \cdot 10^7$	$a_3$ $10^4$
SPR	/	/	$K_\tau$ $[4, 5, 3, 5, 3, 2.5, 1.5]$	$D_\tau$ $[30, 15, 15, 20, 10, 10, 10] \cdot 10^{-3}$	/	/
SPR - CTI ( $\tau_d$ )	3	-20	$K_I$ 8000	$K_P$ 1200	$K_D$ 60	/
SPR - CT ( $\tau_d$ )	3	-20	/	$K_P$ 400	$K_D$ 40	/
PBR	2	-40	/	$B_\theta$ $[2.17, 1.81, 1.22, 0.82, 0.37, 0.14, 0.19]$	$K_\theta$ 1600	$D_\theta$ 80
ESP	2	-60	$D$ 2	$K_P$ 3600	$K_D$ 120	/
FBL	4	-100	$K_0$ $10^8$	$K_1$ $4 \cdot 10^6$	$K_2$ $6 \cdot 10^4$	$K_3$ 400

Tabelle 5.2: Verwendete Eigenwerte bzw. Koeffizienten für die Verstärkungsmatrizen der Regelungsstrategien und dem Zustandsvariablenfilter. Skalare Einträge werden für alle  $n$  Achsen angewendet. Vektorwertige Einträge korrespondieren mit den jeweiligen Achsen  $i, i = 1, \dots, n$ .

### 5.7.5 Zusätzliche Informationen

Die Ergebnisse der Parameteridentifikation der Steifigkeiten und kinematischen Parameter aus Abschnitt 4.7 wurden für die folgenden Experimente *nicht* verwendet, da die Regelung der singulären Störtheorie erneut eingestellt werden hätte müssen, um überhaupt Messungen ausführen zu können. Zusätzlich wären nur minimale Verbesserungen zu erwarten, siehe Tabelle 4.6. Für die Untersuchung der Regelungsstrategien wurden nur die Parameteridentifikation der Starrkörperparameter aus Abschnitt 3.6 einbezogen.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass aufgrund des Störgrößenbeobachters für die motorseitige Reibung die viskose und die Coulombsche Reibung  $f_{v,i}$  bzw.  $f_{c,i}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , vernachlässigt wurden. Der Störgrößenbeobachter würde den Einfluss der beiden Terme für das Reibungsmodell entgegenwirken, womit die Verwendung für die ausstehenden Messungen entfällt.

Die passivitätsbasierte Regelung erfordert die zusätzliche Verwendung eines Notch-Filters mit einer Filterfrequenz von  $f_{notch} = 86$  Hz, da hier der Störeinfluss der genannten Komplikationen aus Abschnitt 3.4.1 eine Trajektorienfolge nicht zulässt. Hierfür wird die MATLAB-Funktion `iirnotch()` mit der normierten Frequenz  $w0 = 2f_{notch}/f_a$  und der Bandbreite  $bw = 20/f_a$  gewählt. Die Notation wurde von der MATLAB-Hilfe dieser Funktion übernommen.

Erwähnenswert ist zusätzlich, dass die Feedback-Linearisierung in der Simulation nur beim zeitkontinuierlichen System stabil lauffähig ist. Im zeitdiskreten Fall ist diese Regelungsstrategie hingegen nicht so robust bzw. zuverlässig, da die zeitlich abgeleiteten Größen aus (5.26) für die Stellgröße der Feedback-Linearisierung sehr sensitiv auf das vorhandene Messrauschen sind. Beispielsweise folgte der Regler der Solltrajektorie während der Experimente nicht, da die Bewegung mehrmals zum Stillstand gekommen ist. Die Bewegung ähnelte einer Bewegung mit Stick-Slip-Effekt, jedoch konnte die Ursache für dieses Verhalten nicht innerhalb der zur Verfügung stehenden Zeit identifiziert werden. Die Feedback-Linearisierung wird daher aus dem Vergleich der Regelungsstrategien ausgeschlossen.

## 5.8 Experimentergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Experimente für die vorgestellten Regelungsstrategien präsentiert und anhand der Regel- sowie Absolutgenauigkeit verglichen. Dabei soll zusätzlich auch der Einfluss der physikalischen Parameteridentifikation der Starrkörper in Bezug auf die nominellen Parameterwerte des Roboters berücksichtigt werden. Zusätzlich wird auch die aufgebrachte Stellgröße der einzelnen Regelungsstrategien präsentiert, da diese für die Umsetzbarkeit der Trajektorienfolge notwendig ist. Die Auswertungen werden in Form von Abbildungen und Tabellen veranschaulicht, wobei letztere eine analoge Bewertungsmethode wie (3.32) aus Abschnitt 3.7 erhält.

### 5.8.1 Regelgenauigkeit

Die Regelgenauigkeit bzw. Regelgüte ist ein wesentliches Maß zur Bewertung der Regelfehler einer Regelungsstrategie. Hierbei wird der Regelfehler gemäß

$$\mathbf{e}_q = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d(t) \in \mathbb{R}^n \quad (5.36)$$

mit den Messdaten  $\mathbf{q}$  des Roboters mithilfe von (3.23a) aus Abschnitt 3.4.3 verwendet. Mit dem Regelfehler (5.36) kann somit der Trajektorienfolgefehler der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 für die verwendeten Regelungsstrategien grafisch dargestellt werden.

Dieser Trajektorienfolgefehler wird in Abbildung 5.7 für alle verwendeten Regelungsstrategien inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1 präsentiert. Dabei stechen die Fehler der ESP-Regelung für die Achsen 1 bis 5 deutlich hervor, da die Fehler bei dieser Regelungsstrategie größer ausfallen als bei den anderen. Die Fehler der ESP-Regelung befinden sich im unteren zweistelligen mrad-Bereich. Ein Unterschied zwischen den nominellen und identifizierten physikalischen Parametern lässt sich anhand dieser Visualisierung nicht feststellen, weil die Skalierung der Ordinaten der Achsen 1 bis 5 von der ESP-Regelung dominiert werden. Abbildung 5.8 zeigt daher nochmals die Ergebnisse ohne diese Regelungsstrategie. Die Fehler der restlichen Regelungsstrategien befinden sich bei den Achsen 1 bis 4 näherungsweise in einer  $\pm 1$  mrad-Bandbreite während bei den übrigen Achsen 5, 6 und 7 die Fehler bei der singulären Störregelung mit der *Computed-Torque*-Regelung ohne Integralanteil (= CT-Regelung) erhöhter ausfallen. Wie schon bei der Parameteridentifikation aus Abschnitt 3.6 festgestellt wurde, konnten diese Achsen schlechter identifiziert werden, da die Stellgrößen der oberen (kleineren) Gelenke beschränkter und deren Massen zudem kleiner sind als bei den unteren (größeren). Die *Computed-Torque*-Regelung mit Integralanteil (= CTI-Regelung) hat für die selben Werte der Polvorgabe größere Verstärkungen und mehr Dynamik durch den Integralanteil, welcher im Vergleich zur Vorgabe der CT-Regelung eines Doppelpols einen Dreifachpol erzeugt, siehe dafür die dazugehörigen charakteristischen Polynome (5.35) und Tabelle 5.2. Zudem lassen sich mit der CTI-Regelung stationäre Fehler kompensieren. Hierdurch fallen die Fehler kleiner aus.

Hierbei lassen sich im Vergleich zur ESP-Regelung aber Unterschiede in den verwendeten physikalischen Parametern feststellen. Jedoch lässt sich objektiv betrachtet nicht bewerten, welche Regelungsstrategie mit welchem Parametersatz am besten für die Trajektorienfolge geeignet ist. Demzufolge wird eine ähnliche Bewertungsmethode wie (3.32) aus Abschnitt 3.7 eingeführt, um die Regelungsstrategien inklusive der Parametersätze miteinander vergleichen zu können. Das Fehlermaß für die Regelgüte lässt sich mit

$$\|\mathbf{e}_{q,rms}\|_2 = \left\| \begin{bmatrix} e_{q,rms,1} & \dots & e_{q,rms,n} \end{bmatrix}^T \right\|_2, \quad \mathbf{e}_{q,rms} \in \mathbb{R}^n \quad (5.37a)$$

$$e_{q,rms,i} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |e_{q,i}(m)|^2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (5.37b)$$

$$e_{q,i}(m) = q_i(m) - q_{d,i}(t_m), \quad i = 1, \dots, n, \quad m = 1, \dots, M, \quad (5.37c)$$

anschreiben, wobei hier für  $q_{d,i}(t_m)$  die diskreten Zeitpunkte  $t_m = (m-1)T_a$ ,  $m = 1, \dots, M$  mit der Abtastzeit  $T_a = 8$  kHz als Argumente verwendet werden. Die Ergebnisse der Messdaten ausgewertet für die Regelgüte lassen sich mit (5.37) in Tabelle 5.3

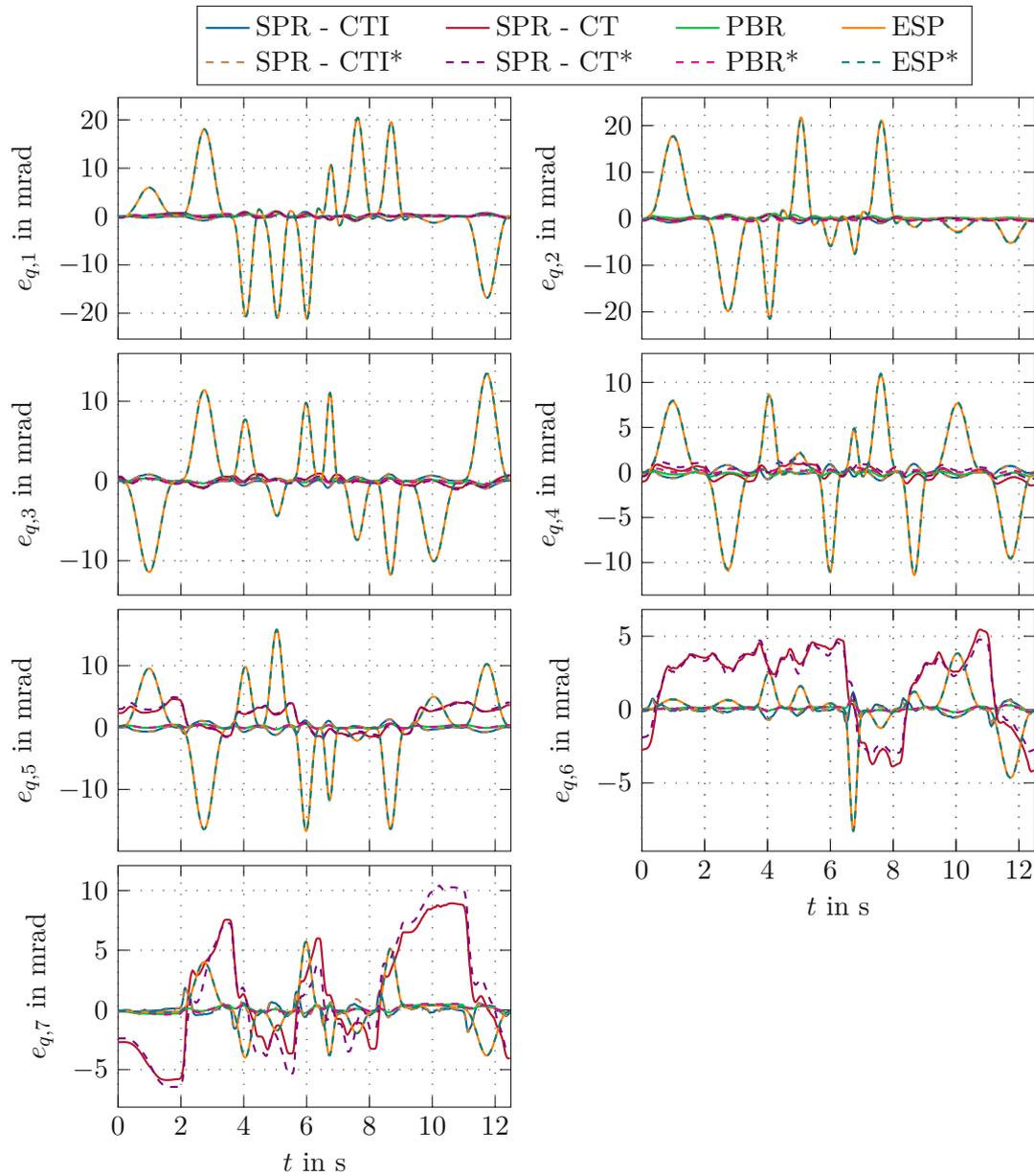


Abbildung 5.7: Vergleich der Regelfehler (5.36) zwischen den einzelnen Regelungsstrategien unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet.

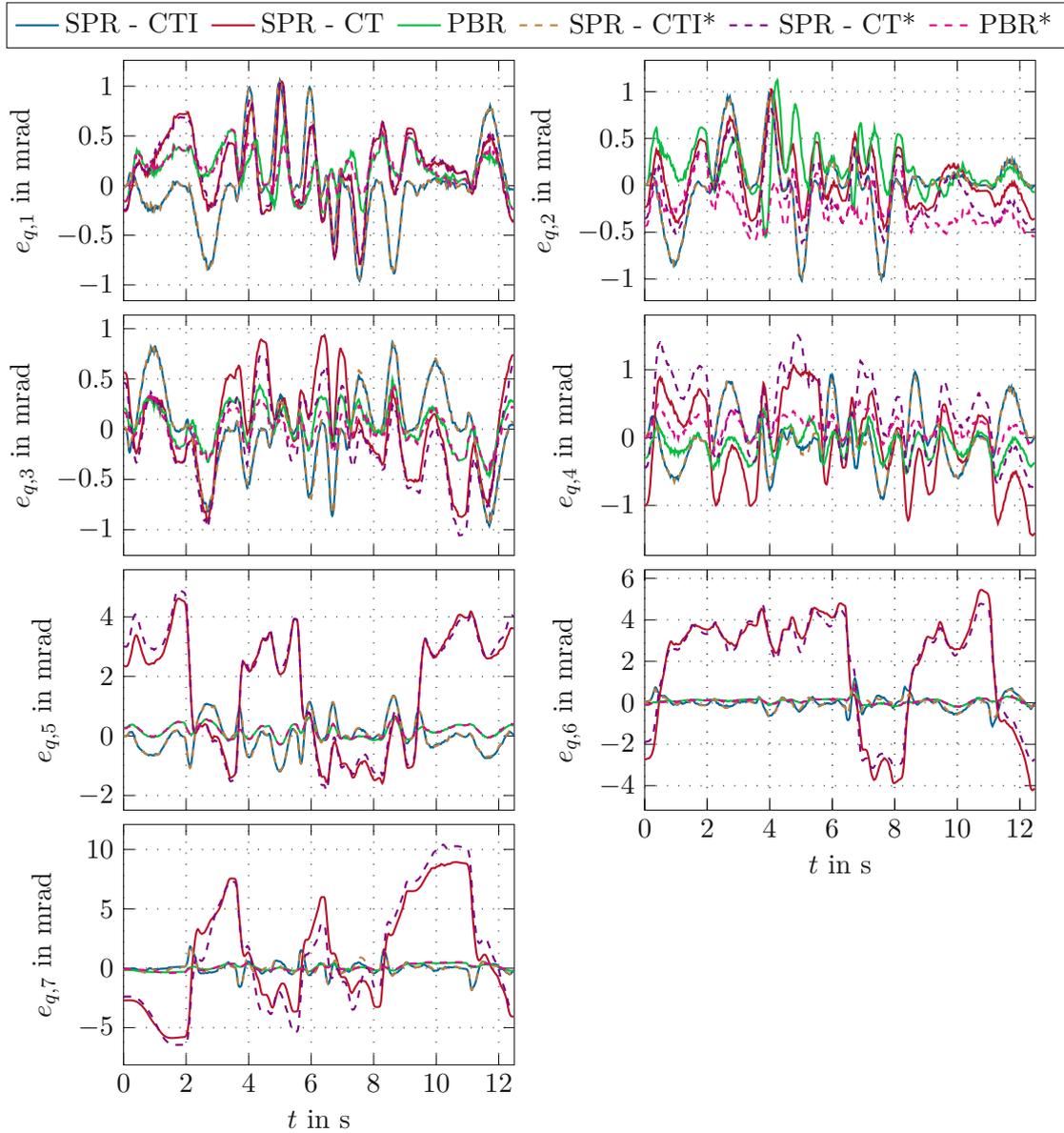


Abbildung 5.8: Vergleich der Regelfehler (5.36) zwischen den einzelnen Regelungsstrategien ohne ESP-Regelung unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet.

Fehlermaß der Regelgenauigkeit in mrad				
Parametersatz	PBR	CTI	CT	ESP
nominell	0.6423	1.1081	6.2535	15.7050
identifiziert	0.6389	1.0984	6.5076	15.7060

Tabelle 5.3: Fehlermaß (5.36) der Regelgenauigkeit zwischen der gemessenen und gewünschten Gelenksposition  $\mathbf{e}_q$  der optimalen Validierungstrajektorie aus 5.6 anhand der Robotersensorik.

zusammenfassen. Diese Tabelle zeigt kein eindeutiges Ergebnis bezüglich der verwendeten physikalischen Parameter. Das Fehlermaß weist bei der CTI und PBR beim identifizierten Parametersatz bessere Ergebnisse auf, während das Fehlermaß bei der CT und ESP beim nominellen Parametersatz bessere Ergebnisse aufweist. Diesbezüglich zeigen die Ergebnisse zumindest die Komplexität des Sachverhaltes auf.

Die auftretende Diskrepanz lässt sich mit den vorhandenen Informationen des Robotermodells (2.28) nicht eindeutig feststellen. Daher ist es sinnvoll, weitere Experimente durchzuführen, um diesem Verhalten auf den Grund zu gehen. Im Zeitrahmen der vorliegenden Arbeit können diese aber nicht mehr durchgeführt werden. Dabei liegen die folgenden Informationen für weiterführende Experimente vor:

1. Die Parameteridentifikation des Starrkörpermodells wurde mit der Regelungsstrategie der singulären Störtheorie [1] mit der *Computed-Torque*-Regelung inklusive Integralanteil für das modifizierte Starrkörpermodell durchgeführt, wobei dessen Verbesserung durch die obige Tabelle und der Tabelle 3.7 aus Kapitel 3 validiert wurde.
2. Für die Experimente im aktuellen Kapitel wurden aber die viskose und Coulombsche Reibung  $f_{v,i}$  bzw.  $f_{c,i}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , vernachlässigt, da die Reibung durch den Störgrößenbeobachter bereits gut kompensiert wird und ein gelenksseitiges Reibmodell zu keiner feststellbaren Verbesserung der Regelgüte führt.
3. Die identifizierten Parameter der Kinematik sowie der Steifigkeiten wurden bei diesen Experimenten nicht berücksichtigt, da hier die nominellen Werte zum Einsatz gekommen sind.

Es lassen sich aber zumindest die Regelungsstrategien quantitativ unabhängig von den verwendeten physikalischen Parameter untereinander bewerten. Dabei sind die passivitätsbasierte Regelung gefolgt von der singulären Störregelung mit der *Computed-Torque*-Regelung inklusive Integralanteil diejenigen mit dem geringsten Fehlermaß. Ohne Integralanteil wächst das verwendete Fehlermaß (5.37) näherungsweise um den Faktor 6, wobei diese Verschlechterung primär durch die geringeren Werte für die Verstärkungsmatrizen verursacht wird, siehe Tabelle 5.2. Eine Verdopplung der vorgegebenen Pole von  $\lambda = -20$  auf  $\lambda = -40$  würde das Ergebnis sichtbar verbessern. Bei der ESP-Regelung sollten die Reglerparameter erneut eingestellt werden, da hier noch nicht das volle Potential ausgeschöpft wird. Die Vorgabe bzw. Dimensionierung des Dämpfungsparameters  $\mathbf{D}$  ist dabei nicht trivial und basiert daher auf der *Versuch-und-Irrtum*-Methode.

### 5.8.2 Absolutgenauigkeit

Die Absolutgenauigkeit ist ein wesentliches Maß zur Bewertung der Positionsfehler einer Regelungsstrategie. Hierbei wird für diese Arbeit der translatorische Positionsfehler des Endeffektors gemäß

$$\mathbf{e}_x = \mathbf{p}_{e,lt} - \mathbf{d}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}_d(t)) \in \mathbb{R}^3 \quad (5.38)$$

betrachtet, wobei mit  $\mathbf{d}_{\mathcal{L}}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}_d(t)) \in \mathbb{R}^3$  die Endeffektorposition der Vorwärtskinematik (2.1) für die gewünschte Trajektorie bezeichnet wird. Hierdurch lassen sich die ausgewerteten Messdaten des Lasertrackers in Abbildung 5.9 darstellen. Dabei wird die Abbildung auf zwei Grafiken aufgeteilt, da die Fehler der ESP-Regelung erneut die Skalierung der Ordinate dominiert. Hierbei ist zu sehen, dass die euklidische Norm des Positionsfehlers  $\|\mathbf{e}_x\|_2$  der ESP-Regelung Abweichungen von fast 30 mm aufweist, während die Positionsfehler der anderen Regelungsstrategien unter 2 mm bleiben. Die schlechte Regelgüte der ESP-Regelung spiegelt sich demzufolge in der Absolutgenauigkeit wider. Diese hohen Abweichungen liegen darin begründet, dass die höheren zeitlichen Ableitungen der Gelenkpositionen  $\mathbf{q}$  durch die verwendete Filtermethode aus Abschnitt 5.5.2 maßgeblich durch das vorhandene Messrauschen beeinflusst werden. Dieser Einfluss wirkt sich bei der ESP-Regelung über die Beziehungen (5.18a) bis (5.18g) und daraufhin über das Stellgesetz (5.20) aus. Hierbei ist der wesentliche Reglerparameter, welcher den Einfluss des Messrauschens am effektivsten verringern kann, der Dämpfungsparameter  $\mathbf{D}$ . Zudem sind die Parameter der ESP-Regelung generell nicht auf die nominellen bzw. identifizierten Parameter des Roboters angepasst.

Die Positionsfehler  $\|\mathbf{e}_x\|_2$  der restlichen Regelungsstrategien fallen erwartungsgemäß gering aus, da die Regelung der singulären Störtheorie von vorherigen Arbeiten am ACIN als gut eingestellt gilt und sich die Positionsfehler in diesem Rahmen bewegen.

Analog zur Regelgenauigkeit wird auch hier ein Fehlermaß eingeführt, um eine quantitative Bewertung zuzulassen, da die Positionsfehler aus Abbildung 5.9 über die gesamte Laufzeit der Trajektorie nicht objektiv bewertet bzw. ausgewertet werden können. In Anlehnung an (5.37) wird das Fehlermaß gemäß

$$\|\mathbf{e}_{x,rms}\|_2 = \left\| \begin{bmatrix} e_{x,rms,1} & e_{x,rms,2} & e_{x,rms,3} \end{bmatrix}^T \right\|_2, \quad \mathbf{e}_{x,rms} \in \mathbb{R}^3 \quad (5.39a)$$

$$e_{x,rms,i} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |e_{x,i}(m)|^2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (5.39b)$$

$$e_{x,i}(m) = \mathbf{p}_{e_i,lt} - \mathbf{d}_{\mathcal{L},i}^{\mathcal{E}}(\mathbf{q}_d(t_m)), \quad i = 1, 2, 3, \quad m = 1, \dots, M, \quad (5.39c)$$

angewendet, wobei hier erneut für  $q_{d,i}(t_m)$  die diskreten Zeitpunkte  $t_m = (m-1)T_a$ ,  $m = 1, \dots, M$  mit der Abtastzeit  $T_a = 8$  kHz als Argumente verwendet werden. Somit lässt sich die Tabelle 5.3 analog auch für die translatorischen Positionsfehler mithilfe von (5.39) darstellen. Die Ergebnisse der Absolutgenauigkeiten werden in Tabelle 5.4 präsentiert.

Hierbei spiegeln sich die Ergebnisse des Regelfehlers (5.36) aus Tabelle 5.3 wider. Der einzige Unterschied zu Tabelle 5.3 besteht darin, dass in Tabelle 5.4 die singuläre Störregelung mit der *Computed-Torque*-Regelung ohne Integralanteil mit dem identifizierten Parametersatz bessere Ergebnisse liefert. Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen der

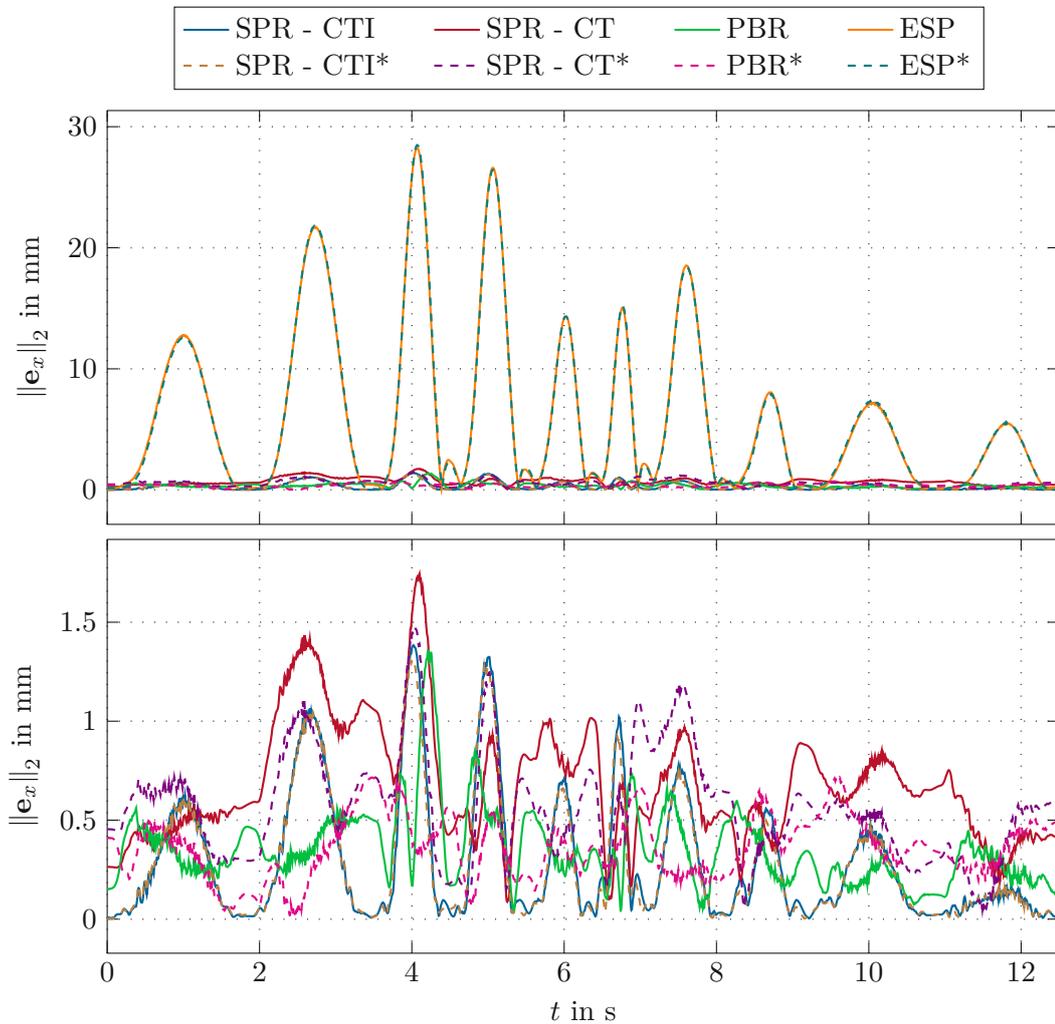


Abbildung 5.9: Vergleich der Absolutgenauigkeit der translatorischen Fehler (5.38) zwischen den einzelnen Regelungsstrategien unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Hierbei wird die euklidische Norm  $\|\mathbf{e}_x\|_2 = \text{norm}(\mathbf{e}_x)$  angewendet. Die untere Grafik zeigt die selben Kurven wie die obere, jedoch ohne ESP-Regelung, welche die Skalierung der Ordinaten dominiert. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet.

Fehlermaß der Absolutgenauigkeit in mm				
Parametersatz	PBR	CTI	CT	ESP
nominell	0.4021	0.4289	0.7404	8.9182
identifiziert	0.3948	0.4149	0.6252	8.9277

Tabelle 5.4: Fehlermaß der Absolutgenauigkeit zwischen der gemessenen und gewünschten translatorischen Position des Endeffektors  $\mathbf{e}_x$  der optimalen Validierungstrajektorie aus 5.6 anhand der Messdaten des Lasertrackers.

Regelgüte und der Absolutgenauigkeit wird hauptsächlich dadurch begründet, dass die (großen) Regelfehler (5.36) der Achsen 5, 6 und 7 aus Abbildung 5.8 signifikant in den hier nicht dargestellten Orientierungsfehler des Endeffektors einfließen. Es ist an dieser Stelle erwähnenswert, dass der verwendete Lasertracker nur die translatorische Endeffektorposition erfassen kann und daher die Absolutgenauigkeit der Orientierung des Endeffektors nicht erfasst werden konnte. Ein Teil dieser Diskrepanz lässt sich zudem auf den Einfluss der Steifigkeiten aber auch auf die kinematischen Parameter zurückführen, siehe Vorwärtskinematik (2.1). Die erwähnten Informationen und Begründungen zu den nicht konsistenten Ergebnissen in Tabelle 5.3 aus Abschnitt 5.8.1 treffen hier gleichermaßen zu.

Die obige Tabelle zeigt zudem, dass die *Computed-Torque*-Regelung ohne Integralanteil und ohne einer betragsmäßigen Vergrößerung von  $\lambda$  bei der Polvorgabe die Positionsfehler wieder zunehmen. Weiters zeigt die Tabelle 5.4 im Unterschied zu Tabelle 5.3 ein tendenziell besseres Fehlerverhalten für die identifizierten physikalischen Parameter. Lediglich bei der ESP-Regelung führen die nominellen Parameter laut der Bewertungsmethode (5.38) zu besseren Ergebnissen.

Insgesamt zeigen die Kennzahlen aus Tabelle 5.4 das gewünschte Ergebnis, welches zu einer Verbesserung der Absolutgenauigkeit aufgrund der physikalischen Parameteridentifikation aus Kapitel 3 führt.

### 5.8.3 Stellgröße

Die Stellgröße ist jene Größe, welche direkt auf das System einwirkt und dessen Verhalten beeinflusst. Das bedeutet, eine gewünschte Trajektorienfolge darf die Beschränkungen der Stellgröße des Roboters nicht überschreiten, um physikalisch ausführbar zu sein. Das Überschreiten der Beschränkungen kann durch fehlende Sicherheitseinrichtungen zu Schäden am System führen. Somit ist es sinnvoll, neben den Fehlerverhalten auch die dazugehörige aufgebrauchte Stellgröße zu betrachten. Diese Ergebnisse werden in Abbildung 5.10 dargestellt. Erkennbar sind in erster Linie sehr ähnliche Verläufe der Drehmomente  $\tau_m$  aller Regelungsstrategien. Bei genauerer Betrachtung der einzelnen Kurven fällt auf, dass die singuläre Störregelung [1] unabhängig vom Integralanteil tendenziell öfter vom ersichtlichen erforderlichen Verlauf des Drehmoments abweicht. Das kann beispielsweise zwischen  $t = 2\text{ s}$  und  $t = 3\text{ s}$  im Drehmoment  $\tau_1$  beobachtet werden. Hierbei werden Eigenschwingungen angeregt, welche demnach mehr Stellgröße anfordern. Dies tritt möglicherweise aufgrund einer Modellabweichung bei den Steifigkeiten im Antriebsstrang oder aufgrund von Schwingungen bzw. Kopplungen mit der Roboterplattform, welche im Modell nicht

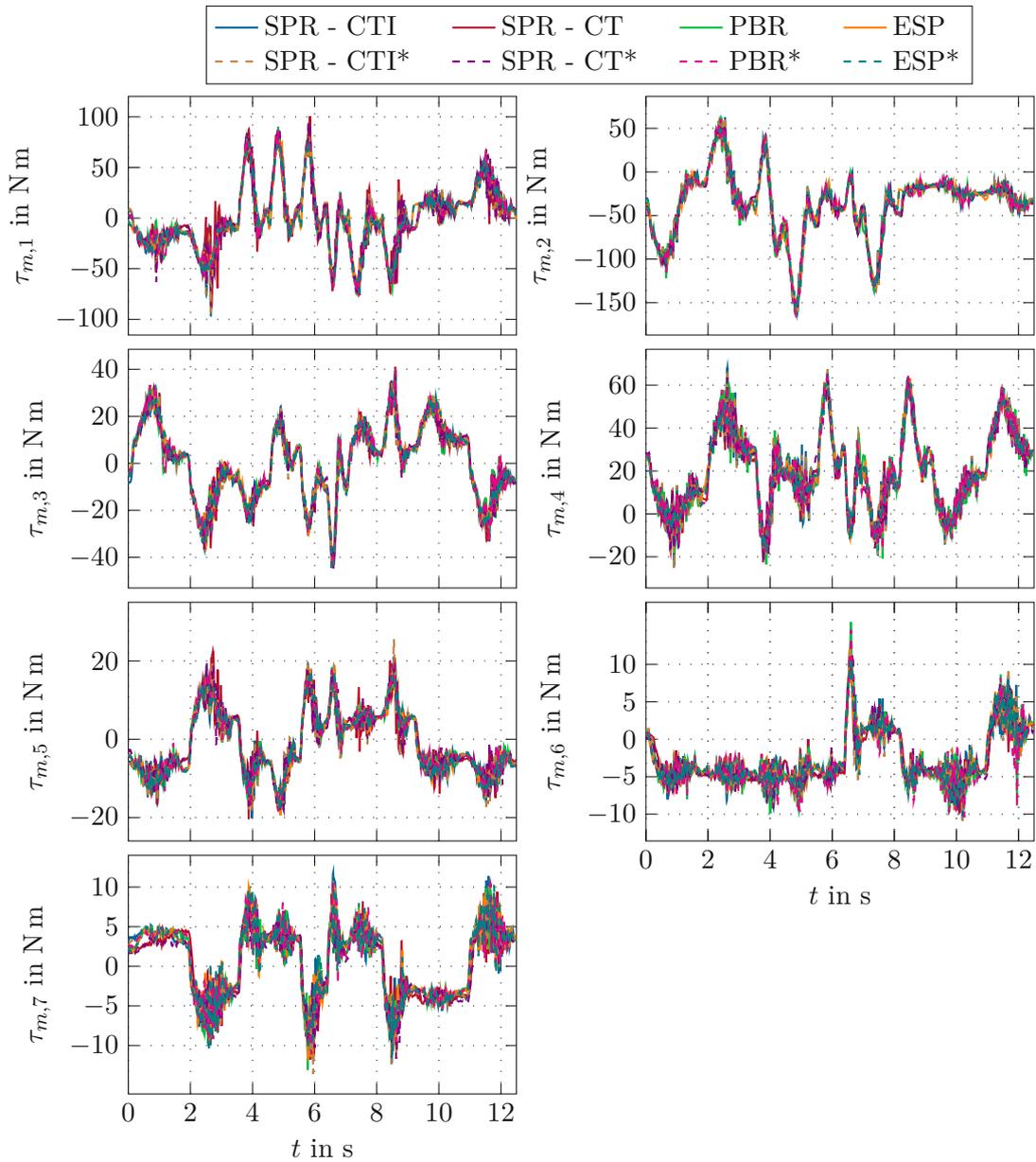


Abbildung 5.10: Vergleich der Stellgrößen  $\tau_m$  zwischen den einzelnen Regelungsstrategien unter der Verwendung der Validierungstrajektorie aus Abbildung 5.6 inklusive Trajektorienanpassung aus Tabelle 5.1. Die Regelungsstrategien mit den identifizierten physikalischen Parametern sind in der Legende mit einem Asterisk gekennzeichnet.

enthalten sind, auf.

Bei den Achsen 5 bis 7 befinden sich diese Abweichungen zum ersichtlichen erforderlichen Verlauf des Drehmoments im Rahmen, da das zur Verfügung stehende Drehmoment geringer ausfällt als bei den restlichen Achsen und die Skalierung der Ordinaten kleinere Werte beinhaltet. Zudem liefert der motorseitige Störgrößenbeobachter für die Reibungskompensation den größten Anteil des Drehmoments.

Wie auch schon bei der Regel- und Absolutgenauigkeit soll auch hier wieder ein quantitatives Maß für die Bewertung herangezogen werden. Dabei wird der quantitative Verlauf der Stellgröße  $\tau_m$  gemäß

$$\|\tau_{m,rms}\|_2 = \left\| \begin{bmatrix} \tau_{m,rms,1} & \dots & \tau_{m,rms,n} \end{bmatrix}^T \right\|_2, \quad \tau_{m,rms} \in \mathbb{R}^n \quad (5.40a)$$

$$\tau_{m,rms,i} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |\tau_{m,i}(k)|^2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (5.40b)$$

bewertet. Mithilfe von (5.40) kann nun Tabelle 5.5 präsentiert werden. Hierbei zeigen sich insgesamt nur minimale Unterschiede zwischen den einzelnen Regelungsstrategien. Die ESP-

Maß für die Stellgröße $\tau_m$ in N m				
Parametersatz	CTI	CT	PBR	ESP
nominell	68.8987	68.7494	68.8605	67.4612
identifiziert	68.9794	68.6761	68.6896	67.4163

Tabelle 5.5: Quantitatives Maß für die Stellgrößen  $\tau_m$  der optimalen Validierungstrajektorie aus 5.6 anhand der Messdaten des Roboters.

Regelung hat im Vergleich zu den anderen die größte Abweichung im Bewertungsmaß des Drehmoments und das kann auf das nachgiebigere Verhalten während der Trajektorienfolge zurückzuführen sein. Denn je steifer das System ist, desto gewillter ist es in die Ruhelage zurückzufinden. Eine Auslenkung eines steifen Systems erfordert demzufolge eine viel größere externe Störkraft.

Dieser Abschnitt zeigt, dass die Beschränkungen bezüglich der Drehmomente  $\tau_m$  eingehalten werden und sich die Regelungsstrategien über die gewählte Bewertungsmethode (5.40) nicht wesentlich unterscheiden.

## 6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Verbesserung der Regel- sowie Absolutgenauigkeit anhand des Roboters KUKA LBR iiwa 14 R820 untersucht. Hierfür wird ein modellbasierter Ansatz für Roboter mit flexiblen Gelenken gewählt, welcher in Kapitel 2 vorgestellt wird. Es wird das sogenannte *reduzierte Robotermodell* [1] hergeleitet, welches für die Parameteridentifikation, Simulation und der auszuarbeitenden Regelungsstrategien maßgeblich Verwendung findet.

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit (Kapitel 3) wird eine Identifikation der *physikalischen* bzw. *dynamischen Parameter* des Starrkörpersystems am Versuchsaufbau des obigen Roboters durchgeführt. Die zu identifizierenden *physikalischen Parameter* sind dabei die Massen, Schwerpunkte, Massenträgheiten und viskose sowie Coulombsche Reibparameter, welche für die nachfolgenden Regelungsstrategien benötigt werden. Weiters wurden die *dynamischen Parameter* des Robotermodells, welche in der Roboterdynamik linear vorkommen, bestimmt und identifiziert.

Mit den identifizierten Parametern konnte das reduzierte Robotermodell in Bezug auf die Übereinstimmung der Drehmomentverläufe für die Validierung eine Verbesserung von näherungsweise 37% bezogen auf die nominellen Parameter aufweisen. Hierdurch zeigt sich, dass die Verwendung der nominellen Parameter vom Hersteller des Roboters nicht optimal hinsichtlich der tatsächlich mit Toleranz behafteten gefertigten Roboter ist.

Im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit (Kapitel 4) werden die kinematischen Parameter des Robotermodells und die linearen Gelenksteifigkeiten anhand von statischen Konfigurationen identifiziert. Dabei kommt ein Lasertracker und eine Lastmasse für die Erhöhung der Auslenkung der elastischen Achsen zum Einsatz. Bei dieser Parameteridentifikation werden die Abweichungen der translatorischen Endeffektorpositionen zwischen den Messdaten des Lasertrackers und der Robotersensoren minimiert. Die Validierung zeigt eine Verbesserung der Modellgenauigkeit von etwa 2% in Bezug auf die Übereinstimmung der Drehmomentverläufe. Da diese Verbesserungen nicht signifikant besser ausfallen, werden diesbezüglich weiterhin die nominellen Parameter verwendet.

Im letzten Teil dieser Arbeit (Kapitel 5) werden unterschiedliche Regelungsstrategien getestet und bezüglich der Regel- sowie Absolutgenauigkeit untersucht. Hierbei werden die singuläre Störtheorie [1], die Regelung des passivitätsbasierten Ansatzes [1], die elastisch strukturerhaltende Regelung (ESP-Regelung) [7] und die Feedback-Linearisierung [2] getestet. Letztere konnte der Solltrajektorie aufgrund der Sensitivität gegenüber dem Messrauschen nicht zuverlässig folgen, wodurch der Vergleich der Feedback-Linearisierung mit den anderen Regelungsstrategien somit entfällt.

Für den Vergleich, die Bewertung und Interpretation der folgenden Ergebnisse wird die Regelung der singulären Störtheorie mit der *Computed-Torque*-Regelung inklusive Integralanteil mit dem nominellen Parametersatz als Referenz verwendet, da diese von Anfang an zur Verfügung stand. Die Berechnung der Regelgüte bzw. Absolutgenauigkeit

erfolgt dabei mit der euklidischen Norm der Effektivwerte der Gelenkpositionsfehler bzw. der translatorischen Endeffektorpositionsfehler.

Für die Regelgüte liefert die passivitätsbasierte Regelung mit dem identifizierten Parametersatz das beste Ergebnis mit einer Verbesserung von 42 %. Beim Referenzregler mit identifiziertem Parametersatz verbessert sich die Regelgüte nur um ca. 1 %. Fehlt beim *Computed-Torque*-Regler der Integralanteil ist die Regelgüte näherungsweise um den Faktor 6 schlechter. Die elastisch strukturerhaltende Regelung ist dagegen sogar um den Faktor 14 schlechter.

Bei der Absolutgenauigkeit zeigt sich hingegen eine klare Verbesserung bei drei der vier Regelungsstrategien, wenn die identifizierten physikalischen Parameter verwendet werden. Lediglich auf die ESP-Regelung trifft dies nicht zu, da der Reglerparameter bezogen auf die gelenkseitige Dämpfung noch besser eingestellt werden muss, um den Einfluss des vorhandenen Messrauschens zu verringern. Zudem sollten die Reglerparameter der ESP-Regelung optimal an die Parameter des Roboters angepasst werden. Bei der Absolutgenauigkeit ist der ESP-Regler näherungsweise um den Faktor 20 schlechter als der Referenzregler. Das beste Ergebnis hingegen liefert erneut der passivitätsbasierte Regler mit dem identifizierten Parametersatz mit einer Verbesserung von 7.95 % und einer Absolutgenauigkeit von 0.3948 mm. Der Referenzregler hat dabei eine Absolutgenauigkeit von 0.4289 mm. Bei der *Computed-Torque*-Regelung ohne Integralanteil liegt die Absolutgenauigkeit mit dem nominellen Parametersatz bei 0.7404 mm.

Bei den Experimenten hat sich gezeigt, dass die Regelgüte nicht bei allen Reglern mit dem identifizierten Parametersatz verbessert wurde und eine Verbesserung der Regelgüte nicht automatisch zu einer Verbesserung der Absolutgenauigkeit führt. Um die Ursachen dafür festzustellen, sind weitere Experimente notwendig.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zeigen tendenziell eine Verbesserung bezogen auf die verwendeten Bewertungsmethoden. Es lässt sich aber aus den Ergebnissen gleichermaßen entnehmen, dass noch Verbesserungspotential besteht. Um dieses Verbesserungspotential auszuschöpfen, wird im Folgenden eine Liste von konkreten Themen angegeben, die in weiterführenden Arbeiten behandelt werden können:

1. Die optimale Einstellung der Filter- sowie Reglerparameter, sodass beispielsweise die Regelgüte oder die Absolutgenauigkeit weiter minimiert werden.
2. Die genaue Bestimmung der Gelenksteifigkeiten anhand von Einzelexperimenten.
3. Die Wiederholung der Experimente von Kapitel 5 mit den identifizierten kinematischen Parameter sowie Steifigkeiten und mit angepassten Reglerparametern.
4. Weitere Untersuchung der auftretenden Oszillationen in Kapitel 3 sowie der Instabilität des Reglers in manchen Konfigurationen.
5. Die Verträglichkeit der identifizierten viskosen und Coulombschen Reibung mit dem motorseitigen Störgrößenbeobachter testen.
6. Die Messung der Änderungsrate des Drehmoments, da diese auch zu einer hohen mechanischen Belastung und Abnutzung der betroffenen Komponenten führen kann.

## A Nominelle Roboterparameter

Kinematischer Parameter $d_i$	Maße	
	Wert	Einheit
$i = 1$	157.5	mm
$i = 2$	202.5	mm
$i = 3$	237.5	mm
$i = 4$	182.5	mm
$i = 5$	217.5	mm
$i = 6$	182.5	mm
$i = 7$	81	mm
$i = 8$	71	mm

Tabelle A.1: Kinematische Parameter  $d_i, i = 1, \dots, 7$ , zwischen den Koordinatensystemen aus Abbildung 2.1.

Teilkörper $i$	Masse		Massenschwerpunkt			
	$m_{c,i}$	Einheit	$p_{c_x,i}$	$p_{c_y,i}$	$p_{c_z,i}$	Einheit
1	6.495	kg	0	-14.4	107.5	mm
2	8.807	kg	0.012	64.7	4.8	mm
3	2.8	kg	-0.208	16	82.3	mm
4	5.283	kg	-0.203	98.6	11.5	mm
5	1.889	kg	0.057	14.5	57.9	mm
6	2.32	kg	0.363	17	-19.7	mm
7	0.863	kg	1.9	-0.093	17.5	mm

Tabelle A.2: Massenschwerpunkte sowie den dazugehörigen Massen der Teilkörper  $i, i = 1, \dots, 7$ .

Teilkörper $i$	Einträge der diagonalen Trägheitsmatrix			Einheit
	$I_{i,xx}$	$I_{i,yy}$	$I_{i,zz}$	
1	69.1	71.1	20.1	$\text{g m}^2$
2	82.5	16.4	87.4	$\text{g m}^2$
3	23	22.9	55.4	$\text{g m}^2$
4	47.3	9.6	46.7	$\text{g m}^2$
5	13.8	11.7	5.7	$\text{g m}^2$
6	7.3	4.8	6.1	$\text{g m}^2$
7	0.884	0.888	1.1	$\text{g m}^2$

Tabelle A.3: Diagonale Trägheitsmatrix  $\bar{\mathbf{I}}_{l,i}, i = 1, \dots, 7$ .

Teilkörper $i$	Getriebeübersetzung		Einträge der diagonalen Trägheitsmatrix			
	$N_i$	Einheit	$I_{ri,xx}$	$I_{ri,yy}$	$I_{ri,zz}$	Einheit
1	160	1	0.185	0.185	0.423	$\text{g m}^2$
2	160	1	0.185	0.185	0.423	$\text{g m}^2$
3	160	1	0.129	0.129	0.191	$\text{g m}^2$
4	160	1	0.129	0.129	0.191	$\text{g m}^2$
5	100	1	0.075	0.075	0.147	$\text{g m}^2$
6	160	1	0.015	0.015	0.019	$\text{g m}^2$
7	160	1	0.015	0.015	0.019	$\text{g m}^2$

Tabelle A.4: Diagonale Trägheitsmatrix  $\bar{\mathbf{I}}_{r,i}$  sowie Übersetzungen  $N_i, i = 1, \dots, 7$ , der Getriebe.

Teilkörper $i$	Steifigkeit	
	$K_i$	Einheit
1	60000	N/rad
2	60000	N/rad
3	40000	N/rad
4	40000	N/rad
5	40000	N/rad
6	20000	N/rad
7	20000	N/rad

Tabelle A.5: Geschätzte Elastizitäten bzw. Steifigkeiten  $K_i, i = 1, \dots, 7$ , der Getriebe.

Gelenk $i$	Bewegungsbereich $q_i$	Einheit	Maximalgeschwindigkeit $\dot{q}_i$	Einheit	Maximalmoment $\tau_i$	Einheit
1	$\pm 2.9671$	rad	1.4835	rad/s	320	N m
2	$\pm 2.0944$	rad	1.4835	rad/s	320	N m
3	$\pm 2.9671$	rad	1.7453	rad/s	176	N m
4	$\pm 2.0944$	rad	1.3090	rad/s	176	N m
5	$\pm 2.9671$	rad	2.2689	rad/s	110	N m
6	$\pm 2.0944$	rad	2.3562	rad/s	40	N m
7	$\pm 3.0543$	rad	2.3562	rad/s	40	N m

Tabelle A.6: Mechanische Beschränkungen des KUKA LBR iiwa 14 R820 [12].

## B Experiment Ergebnisse: Parameteridentifikation - Starrkörper

$\mu_{u,i}$	Identifizierte physikalische Parameter $\hat{\mu}^*$						
	1. Glied	2. Glied	3. Glied	4. Glied	5. Glied	6. Glied	7. Glied
$m_i$	4.8713	6.6053	2.1	3.9623	1.4168	1.74	0.6473
$p_{c_x,i}$	-0.085	-0.085	-0.068	-0.068	-0.068	-0.066	-0.054
$p_{c_y,i}$	-0.085	-0.085	-0.068	-0.068	-0.068	-0.086	-0.053
$p_{c_z,i}$	0	-0.068	0	-0.068	0	-0.06	0
$I_{i,xx}$	0	0	0	0	0	0	0
$I_{i,xy}$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$I_{i,xz}$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$I_{i,yy}$	0	0	0	0	0	0	0
$I_{i,yz}$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$I_{i,zz}$	0	0	0	0	0	0	0
$F_{v,i}$	0	0	0	0	0	0	0
$F_{c,i}$	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle B.1: Untere Grenzen der physikalischen Parameter. Die Massen sind in kg, die Schwerpunkte in m, die Einträge der Trägheitsmatrizen in  $\text{kg m}^2$  sowie die Reibparameter in  $\text{N m s/rad}$  angegeben.

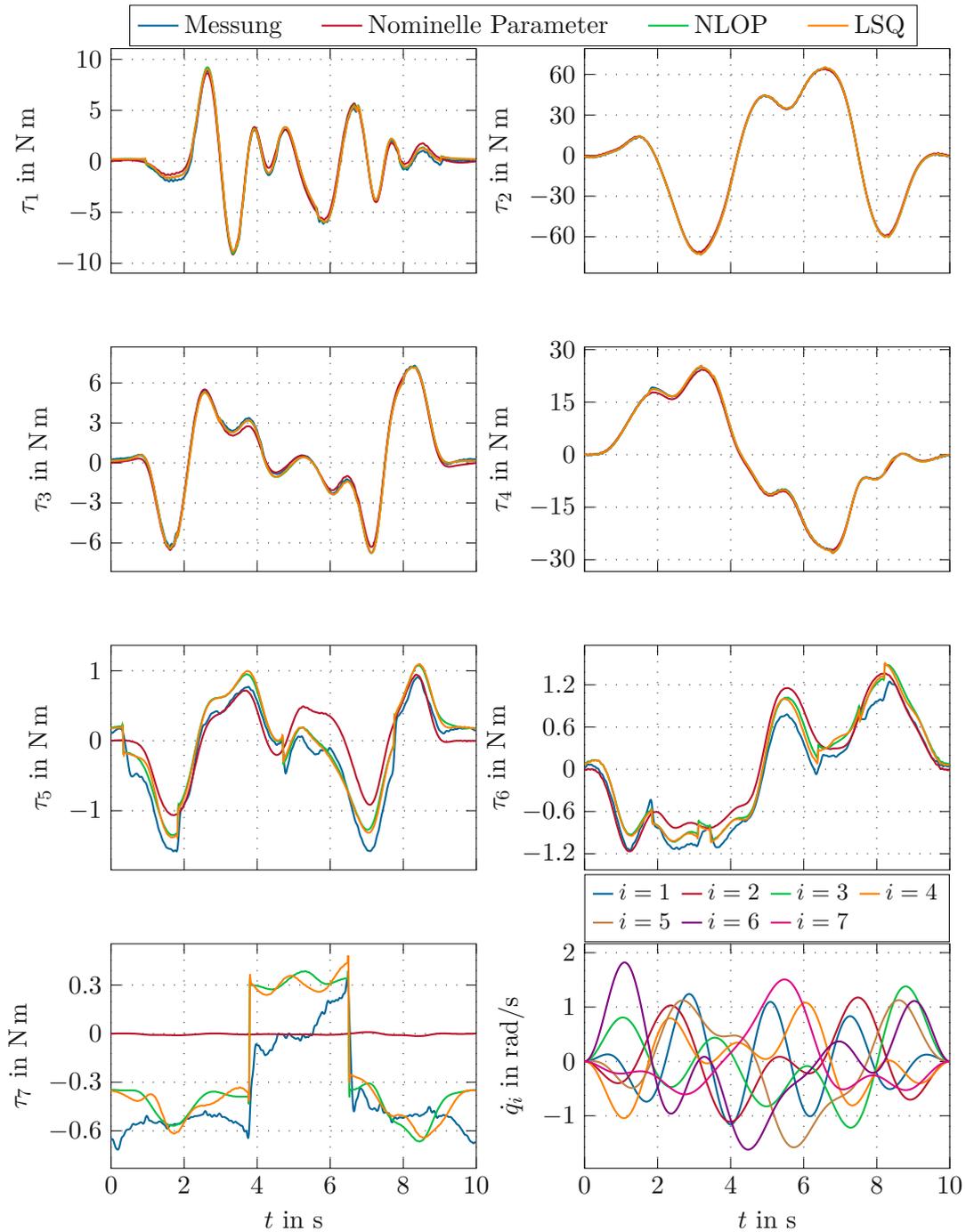


Abbildung B.1: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenkdrehmomenten  $\tau$  für die Identifikationstrajektorie aus [3] bzw. Abbildung 3.2 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{q}$  am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b.

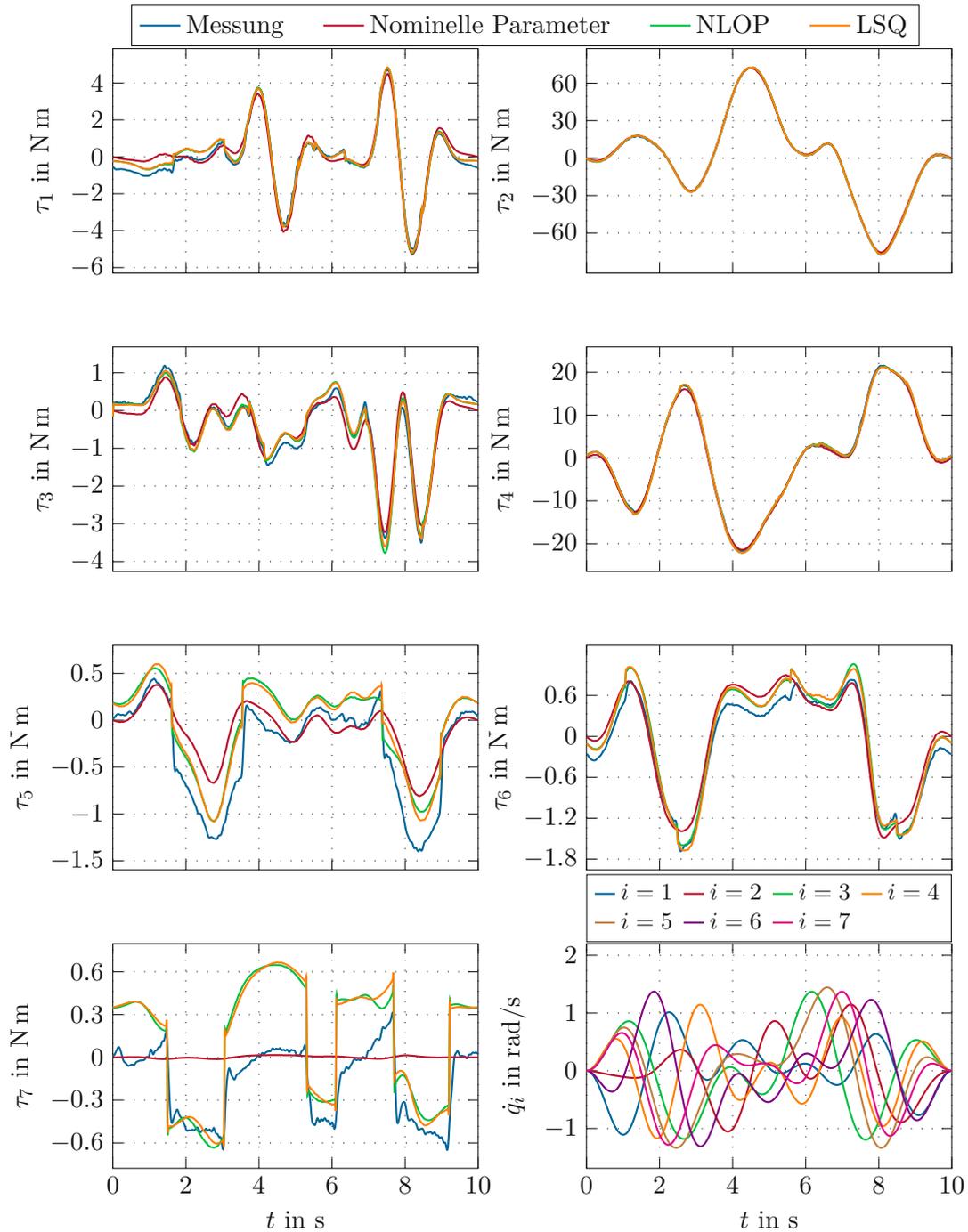


Abbildung B.2: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenkdrehmomenten  $\tau$  für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.1 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b.

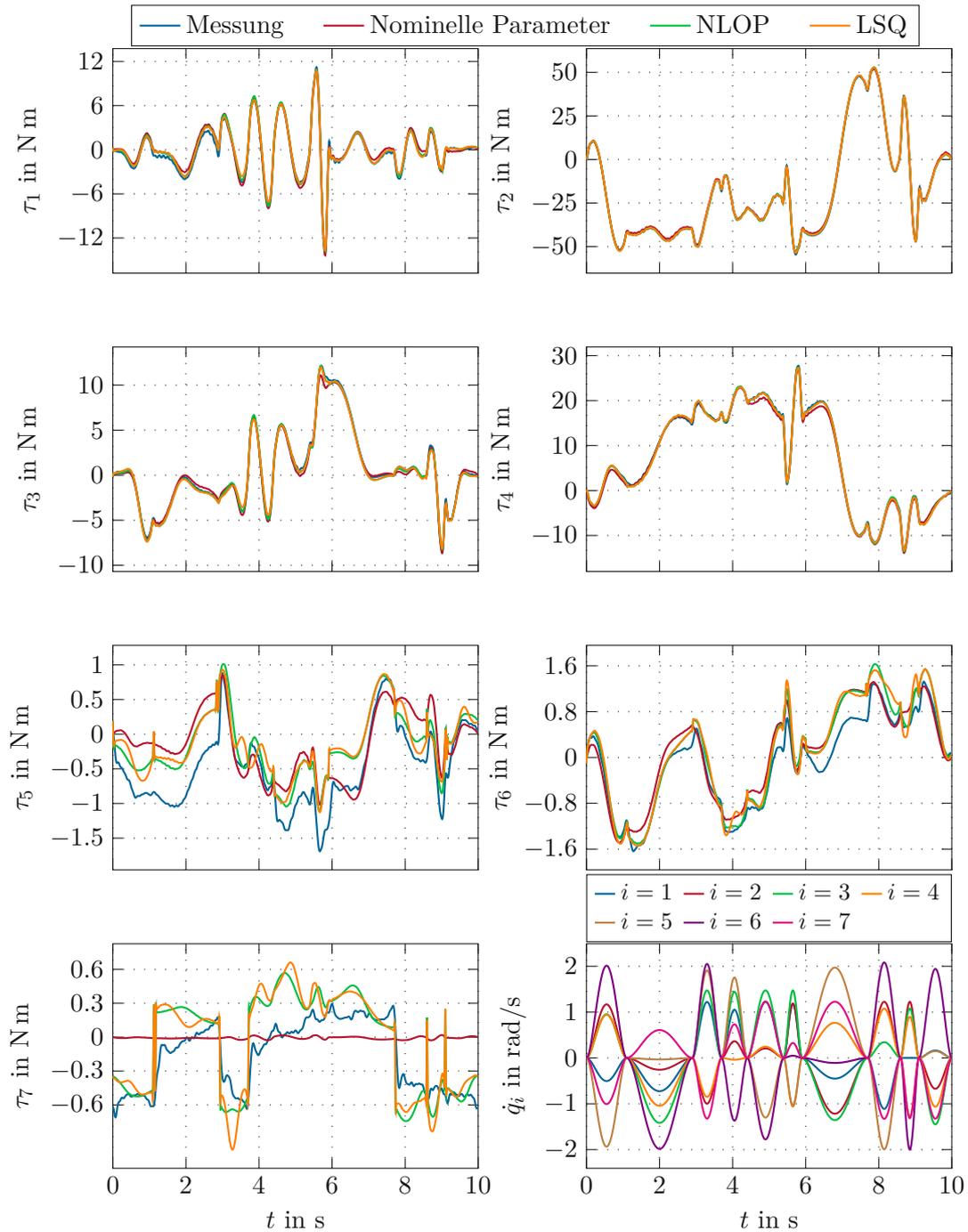


Abbildung B.3: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Gelenksdrehmomenten  $\tau$  für die validierende Trajektorie aus Abbildung 3.3 inklusive Gelenksgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}$  am Versuchsaufbau auf der Roboterplattform nach dem Umbau aus Abbildung 3.4b.

$\mu_{o,i}$	Identifizierte physikalische Parameter $\mu$						
	1. Glied	2. Glied	3. Glied	4. Glied	5. Glied	6. Glied	7. Glied
$m_i$	8.1188	11.0088	3.5	6.6038	2.3613	2.9	1.0788
$p_{c_x,i}$	0.085	0.085	0.068	0.068	0.068	0.066	0.048
$p_{c_y,i}$	0.085	0.204	0.114	0.184	0.099	0.08	0.05
$p_{c_z,i}$	0.287	0.131	0.283	0.114	0.266	0.066	0.071
$I_{i,xx}$	1	1	1	1	1	1	1
$I_{i,xy}$	1	1	1	1	1	1	1
$I_{i,xz}$	1	1	1	1	1	1	1
$I_{i,yy}$	1	1	1	1	1	1	1
$I_{i,yz}$	1	1	1	1	1	1	1
$I_{i,zz}$	1	1	1	1	1	1	1
$F_{v,i}$	1	1	1	1	1	1	1
$F_{c,i}$	1	1	1	1	1	1	1

Tabelle B.2: Obere Grenzen der physikalischen Parameter. Die Massen sind in kg, die Schwerpunkte in m, die Einträge der Trägheitsmatrizen in  $\text{kg m}^2$  sowie die Reibparameter in  $\text{N m s/rad}$  angegeben.

## Literatur

- [1] C. Ott, *Cartesian Impedance Control of Redundant and Flexible-Joint Robots*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008, ISBN: 978-3-540-69253-9.
- [2] B. Siciliano und O. Khatib, *Springer Handbook of Robotics*. Springer Cham, 2016, ISBN: 978-3-319-32552-1.
- [3] Y. R. Stürz, L. M. Affolter und R. S. Smith, „Parameter Identification of the KUKA LBR iiwa Robot Including Constraints on Physical Feasibility“, *IFAC-PapersOnLine*, Jg. 50, Nr. 1, S. 6863–6868, 2017, IFAC World Congress, (Aug. 2024). Adresse: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896317317147>.
- [4] J. Fan, M. H. Ang, Y. Zhu und J. Zhao, „Dynamic Identification of the KUKA LBR iiwa Robot With Retrieval of Physical Parameters Using Global Optimization“, *IEEE Access*, Jg. 8, S. 108 018–108 031, 2020, (Aug. 2024). Adresse: [https://www.researchgate.net/publication/342062463\\_Dynamic\\_Identification\\_of\\_the\\_KUKA\\_LBR\\_iiwa\\_Robot\\_With\\_Retrieval\\_of\\_Physical\\_Parameters\\_Using\\_Global\\_Optimization](https://www.researchgate.net/publication/342062463_Dynamic_Identification_of_the_KUKA_LBR_iiwa_Robot_With_Retrieval_of_Physical_Parameters_Using_Global_Optimization).
- [5] E. Dombre und W. Khalil, *Robot Manipulators: Modeling, Performance Analysis and Control*. ISTE Ltd London, 2007, ISBN: 978-1905209101.
- [6] A. Kugi, *Regelungssysteme 2*, (Aug. 2024), Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2022. Adresse: <https://www.acin.tuwien.ac.at/master/nichtlineare-dynamische-systeme-und-regelung/>.
- [7] M. Keppler, D. Lakatos, C. Ott und A. Albu-Schäffer, „Elastic Structure Preserving (ESP) Control for Compliantly Actuated Robots“, *IEEE Transactions on Robotics*, Jg. 34, Nr. 2, S. 317–335, 2018, (Aug. 2024). Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8310551>.
- [8] S. Nowoisky, „Verfahren zur identifikation nichtlinearer Dynamischer Getriebemodelle Sebastian Nowoisky“, (Aug. 2024), Diss., Universitätsverlag der TU Berlin, 2016. Adresse: <https://depositonce.tu-berlin.de/items/1c18821a-a13b-45f4-8736-3f71363413fa>.
- [9] J. Zhang, *Intelligente Roboter*, (Aug. 2024), Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften, Universität Hamburg, 2007. Adresse: <https://tams.informatik.uni-hamburg.de/lehre/2007ws/vorlesung/ir/doc/ir071030.pdf>.
- [10] A. Kugi, *Fachvertiefung Übung 4 Regelung eines Roboters*, (Aug. 2024), Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2020. Adresse: <https://www.acin.tuwien.ac.at/bachelor/fachvertiefung-automatisierungs-und-regelungstechnik/>.

- [11] C. Ott und C. Hartl-Nesic, *Grundlagen der Robotik*, (Aug. 2024), Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2022. Adresse: <https://www.acin.tuwien.ac.at/en/master/grundlagen-der-robotik/>.
- [12] *Produktinformationen zum KUKA LBR iiwa 14*, Datenblatt, (Aug. 2024), KUKA Roboter GmbH, 2017. Adresse: <https://www.kuka.com/de-at/produkte-leistungen/robotersysteme/industrieroboter/lbr-iiwa>.

# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit gemäß dem Code of Conduct - Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis (in der aktuellen Fassung des jeweiligen Mitteilungsblattes der TU Wien), insbesondere ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel, angefertigt wurde. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet. Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder in ähnlicher Form in anderen Prüfungsverfahren vorgelegt.

Wien, im September 2024

---

Pascal Ban