

# DISSERTATION

## Numerische Berechnung von Induktivitäten in dreidimensionalen Verdrahtungsstrukturen

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen  
Grades

eines Doktors der technischen Wissenschaften

eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

von

**Christian HARLANDER**

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

Wien, im November 2002



# Kurzfassung

Induktive Effekte werden in Verbindungsleitungen mikroelektronischer Schaltungen zunehmend bedeutend aufgrund der Zunahme der Länge, der Reduktion des Widerstands (breite Cu Leitungen in den oberen Metalllagen) und steigender Betriebsfrequenz. Ganz besonders ausgeprägt sind diese Effekte in globalen Verbindungsleitungen, die zur Verteilung des Taktes, als Signalleitung und Versorgungsleitung in Hochleistungsprozessoren dienen. Induktivitäten beeinflussen Verzögerungszeit, die Signalform aufgrund von Signalüberschwingen, Neigung zur Oszillation und Steigerung des Übersprechens. Die Hauptschwierigkeit bei der Extraktion von Induktivitäten ist die Tatsache, dass Induktivitäten eine Eigenschaft von geschlossenen Stromkreisen sind, der Strompfad im Vorhinein aber oft nicht zur Gänze bekannt ist. Deshalb wird auf das Konzept der partiellen Induktivitäten zurückgegriffen.

Diese Dissertation behandelt verschiedene Methoden zur numerischen Berechnung der Induktivitäten von Verdrahtungsstrukturen mittels eines Simulationspakets. Zwei dieser Methoden basieren auf der numerischen Integration der Neumann-Formel, die dritte auf einem Vektorpotenzialansatz. Alle drei Ansätze verbindet die vorherige Berechnung der Stromdichte in der Leitungsstruktur mittels der Finite Elemente Methode. Die geometrische Modellierung erfolgt mit einem unstrukturierten Tetraedergitter, um größtmögliche Flexibilität und die spätere Integration eines Prozessflusses zu gewährleisten. Durch diese Vorgabe sind Vereinfachungen obsolet gegenüber der realen Geometrie, wie sie andere aus der Literatur bekannte Ansätze, die in der Arbeit auch vorgestellt werden, implizit machen. So sind diese andersartigen Ansätze nicht in der Lage allgemeine Strukturen zu berechnen; es lassen sich nur Geometrien behandeln, die sich durch quaderförmige Elemente annähern lassen.

Die erste implementierte Methode nutzt Integrationsformeln für Tetraeder, die zweite wertet mit der Monte Carlo Methode die Neumann-Formel aus. Dies geschieht durch effiziente Lokalisierung der Elemente, in denen der Integrand ausgewertet wird, und umgeht damit den Nachteil klassischer Monte Carlo Implementierungen, die die ganze Geometrie durchsuchen müssen, um ein betreffendes Element zu finden. Die dritte Methode handelt von einem rigorosen Ansatz, um allgemeine Strukturen einer statischen elektromagnetischen Feldanalyse zu unterziehen, die sich auch auf zeitabhängige Vorgänge erweitern lässt.



# Abstract

Inductive effects in microelectronics' interconnect structures are of raising importance because of the growing length, lowered resistances due to utilization of copper, and increasing clock frequencies. Especially pronounced are these effects in global busses and power distribution lines. Inductances influence delay, signal form due to switching noise, the tendency for ringing, and increase crosstalk. One main problem for the extraction of inductances is the fact that inductances are a function of closed loops, but a priori the current path is not completely known. Thus the concept of partial inductances is applied.

This thesis deals with different methods for the numerical calculation of inductances in interconnect structures. Two of these methods are based on the numerical integration of the Neumann formula, the third on an approach via the magnetic vector potential. All of them use the finite element method for the precalculation of the current density in the interconnects. The geometrical modeling is done with an unstructured tetrahedral mesh to gain high flexibility and to ensure a latter integration of the process flow. Hence, some simplifications compared to the real geometry, as other published approaches do implicitly, are obsolete. For example, other approaches are not able to handle more general structures, only geometries can be treated, which are build by prisms elements.

The first implemented method utilizes a scheme of different integration formulae based on triangles and tetrahedrons. The second evaluates the Neumann formula with the Monte Carlo method. This is performed by efficient localization of the elements for the random point coordinates to compute this integral. Classical implementation of the Monte Carlo method, where the whole geometry has to be hunted for the associated element loses efficiency. The third method is based on a rigorous approach using the magnetic vector potential to take a steady state electromagnetic analysis that can be extended for time dependent problems.



# Danksagung

Mein Dank gilt allen meinen Kollegen, die mich während meiner Zeit am Institut für Mikroelektronik positiv beeinflusst haben. Besonders bedanken möchte ich mich bei Prof. Dr. Siegfried Selberherr, der auf unvergleichliche Weise eine Stätte der Forschung etabliert hat und durch seine guten industriellen Kontakte auch einen regen Austausch fördert. Darüberhinaus bietet er seinen Mitarbeitern die Möglichkeit an internationalen Konferenzen und Projekten teilzunehmen und mehrmonatige Forschungsaufenthalte bei namhaften Firmen geben dem Dissertanten einen vielseitigen Einblick und runden den Entwicklungsprozess, den jeder am Institut durchläuft, quasi ab.

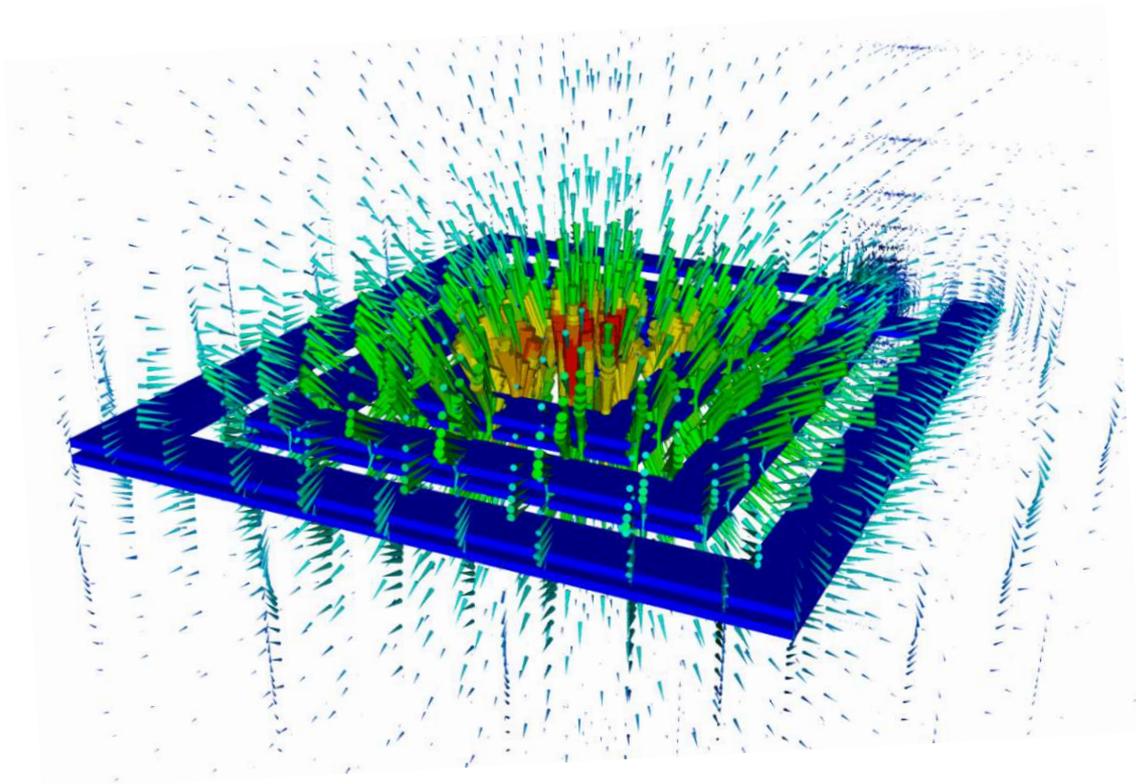
Danken möchte ich meinem Zweitbetreuer Prof. Dr. Herbert Haas vom Institut für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik, der mir nicht nur mit seiner Vorlesung über Finite Elemente den theoretischen Hintergrund erklärt hat, sondern auch während dieser Forschungstätigkeit mit Rat und Tat zur Seite gestanden ist.

Der Firma SONY verdanke ich einen Forschungsaufenthalt in Hon-Atsugi, der mir neben der Arbeit in einer TCAD-Abteilung unter der Leitung von Takaaki Tatsumi, auch bleibende Eindrücke aus diesem faszinierenden Land brachte.

Danken möchte ich auch meinen beiden “Vorgängern”: Robert Bauer hat ein vorzügliche Fundament gelegt, denn das von ihm entwickelte Programmpaket zeichnet sich nicht zuletzt durch sein klares Konzept und dessen erfolgreiche Umsetzung aus. Darauf aufbauend konnte Rainer Sabelka durch sukzessive Arbeit das Programmpaket stetig um viele neue “Features” erweitern und verbessern. Für Anregungen und Diskussionen, sowie für ausgezeichnete Antworten auf etliche Fragen gebührt Rainer großer Dank.

Von all meinen Kollegen möchte ich besonders Heinrich Kirchauer, Rainer Sabelka, Robert Kosik, Johann Cervenka, Andreas Hössinger, Wolfgang Pyka, Klaus Dragosits und Peter Fleischmann danken, die für eine angenehme, kooperative Arbeitsatmosphäre sorgten, und über fachliche Diskussionen hinaus auch für außeruniversitären Aktivitäten aufgeschlossen waren.

Abschließend möchte ich meinen Eltern für ihre bedingungslose Unterstützung während des gesamten Studiums danken.



Magnetisches Feld ( $\mathbf{B}$ ) um einem zweilagigen, spiralförmigen Leiter

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	ECAD und TCAD . . . . .	2
1.2	Halbleitertechnologie im Überblick . . . . .	3
1.3	Beschränkende Eigenschaften von Verbindungsstrukturen . . . . .	9
1.3.1	Belastbarkeit, Zuverlässigkeit . . . . .	9
1.3.2	Induktivität . . . . .	10
1.4	Materialanforderungen für die Zukunft . . . . .	11
1.5	Anforderungen an den Entwurf . . . . .	13
1.6	Modellierung der Induktivitäten von Verbindungsstrukturen . . . . .	16
1.7	Modellierung der Verbindungsstrukturen mittels verteilter Größen . . . . .	19
1.8	Induktoren: Induktivitäten als wichtige Anwendung auf dem Chip . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Geometriemodellierung und verfügbare Vergitterungsverfahren</b>	<b>23</b>
2.1	Erzeugung der Geometrie . . . . .	23
2.1.1	Modellierung mittels eines 'Solid Modelers' . . . . .	25
2.1.2	Modellierung durch Topographiesimulation . . . . .	25
2.2	Erzeugung des Simulationsgitters . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Grundlagen der Feldberechnung</b>	<b>33</b>
3.1	Quasistatische Näherung . . . . .	34
3.1.1	Elektrisches Feld und Kapazität . . . . .	35
3.1.2	Elektrischer Strom und Widerstand . . . . .	37
3.1.3	Magnetisches Feld und Induktivität . . . . .	39
3.1.4	Eigenschaften der Induktivitätsmatrix [L] . . . . .	40
3.2	Statische Näherung . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Simulation von Verbindungsleitungen</b>	<b>43</b>
4.1	Parameterextraktion . . . . .	43
4.1.1	Kapazitätsextraktion . . . . .	43
4.1.2	Widerstandsextraktion . . . . .	48
4.1.3	Induktivitätsextraktion . . . . .	48
4.2	Ordnungsreduktionsverfahren . . . . .	53
4.3	Zuverlässigkeit von Verbindungsleitungen . . . . .	53

<b>5</b>	<b>Numerische Induktivitätsberechnung basierend auf Integrationsformeln für Tetraeder</b>	<b>55</b>
5.1	Berechnung der Stromdichteverteilung . . . . .	56
5.2	Gegeninduktivitäten . . . . .	57
5.3	Selbstinduktivitäten . . . . .	59
<b>6</b>	<b>Induktivitätsberechnung mit der Monte Carlo Methode</b>	<b>63</b>
6.1	Implementierung . . . . .	63
6.2	Vergleich mit der Methode aus Kapitel 5 . . . . .	65
6.3	Konvergenzverhalten, Abschätzung des Simulationsfehlers . . . . .	67
6.4	Einfluss von Singularitäten . . . . .	69
<b>7</b>	<b>Induktivitätsberechnung mit dem Vektorpotenzial</b>	<b>71</b>
7.1	Übliche Randbedingungen für das magnetische Vektorpotenzial . . . . .	72
7.2	Beispiel . . . . .	75
<b>8</b>	<b>Anwendungsbeispiele</b>	<b>79</b>
8.1	Dickschichtinduktor . . . . .	79
8.2	Räumliche Leiterschleife . . . . .	82
8.3	Spiralinduktor . . . . .	86
8.4	Sensor . . . . .	92
<b>9</b>	<b>Ausblick</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Detailrechnung der analytischen Integration über identische Tetraeder</b>	<b>101</b>
<b>B</b>	<b>Analytische Formeln für parallele, rechteckige Leiter</b>	<b>107</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>109</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>121</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>125</b>
	<b>Eigene Veröffentlichungen</b>	<b>127</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>129</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Am Beginn des 21-ten Jahrhunderts berührt die Mikroelektronik beinahe alle Bereiche des alltäglichen Lebens. Die weltweite Halbleiterindustrie hat einen atemberaubenden Wachstumsschub in den letzten Jahrzehnten erfahren. Seit der Erfindung der integrierten Schaltung hat sich die Packungsdichte der Bauelemente alle 1.5 Jahre und die maximale Schaltgeschwindigkeiten alle 2 Jahre verdoppelt, wie Gordon Moore bereits früh erkannte [1]. Die vielfältigen Anwendungen und der starke Konkurrenzdruck auf dem Markt erfordern schnelle, billige und effiziente Methoden zur Entwicklung und Optimierung von neuen Technologien. Dabei spielen computerunterstützte Methoden eine dominierende Rolle, da sie diesen Herausforderungen, sowohl in der Herstellung als auch im Entwurf, am besten gewachsen sind.

Eine Konsequenz der Miniaturisierung und der Erhöhung der Betriebsfrequenzen ist die steigende Bedeutung der Verbindungsleitungen für das Verhalten der Schaltung. In Zusammenhang mit steigenden Betriebsfrequenzen (kürzeren Anstiegszeiten) und wachsenden Chipgrößen (steigender Länge der Verbindungsleitungen) werden induktive Effekte signifikant, besonders in langen Verbindungsleitungen, die vorzugsweise in oberen Metalllagen mit größerem Querschnitt ausgeführt werden, um die Verteilung der Spannungsversorgung und des Taktes sicherzustellen, sowie in niedrigohmigen globalen Bussen. Induktivitäten beeinflussen Verzögerungszeit, die Signalform aufgrund von Signalüberschwingen, Neigung zur Oszillation und Steigerung von Übersprechen. Die Hauptschwierigkeit bei der Extraktion von Induktivitäten ist die Tatsache, dass Induktivität eine Eigenschaft von geschlossenen Stromkreisen ist, der Strompfad oft aber nicht zur Gänze bekannt ist. Deshalb ist ein Strommodell erforderlich, das nicht *a priori* die Festlegung von Stromschleifen benötigt.

Im Rahmen dieser Dissertation wurde, basierend auf den Vorarbeiten von Robert Bauer [2] und Rainer Sabelka [3], eine Erweiterung eines bereits bestehenden Simulationspaketes durchgeführt, wobei mehrere Methoden zur Induktivitätsberechnung implementiert wurden. Neben der numerischen Induktivitätsberechnung basierend auf Integrationsformeln für Tetraeder, einer computergerechten Implementierung der Monte Carlo Methode existiert noch die Variante basierend auf dem magnetischen

Vektorpotenzial. Das Simulationspaket benutzt die Methode der Finiten Elemente (FEM) mit unstrukturierten Gitter zur elektromagnetischen Feldanalyse, das letzte Kapitel demonstriert einige Anwendungen. Der erste Teil dieser Arbeit beschäftigt sich vorwiegend mit verschiedenen Aspekten der Verbindungsleitungen, wie z.B. Grenzen der Belastbarkeit, Anforderungen bezüglich des Entwurfs und Materials, sowie der Modellierung von Verbindungsstrukturen, insbesondere der Induktivitäten als wichtige Anwendung auf dem Chip. In diesem Zusammenhang wird im Rahmen dieser Arbeit die Induktivität auch als Induktor bezeichnet. Da die Verbindungsleitungen von der idealen Form abweichen, gibt es im Abschnitt 1.2 einen kurzen Abriss über die Prozesstechnologie mit besonderem Augenmerk auf die Herstellung der Metallisierungen.

### 1.1 ECAD und TCAD

ECAD (Electronic Computer Aided Design) Umgebungen stellen Werkzeuge für den computerunterstützten Entwurf von integrierten Schaltungen zur Verfügung, mit welchen die physikalische Struktur des Chips in Form von Fotomasken beschrieben wird. Traditionell startete der Entwicklungsingenieur auf Transistor- oder Logik-Ebene, aber aufgrund der gestiegenen Komplexität werden heutzutage Hardware-Programmiersprachen verwendet. Die sogenannten *Design Rules* beinhalten die wesentlichsten Vorgaben für die prozesstechnische Fertigung; mit *Design Rule Checker* werden die erzeugten Masken überprüft, um den Entwicklungsingenieur zu informieren, ob der Entwurf den Erfordernissen entspricht. Zusätzlich stehen Schaltungssimulationen auf Transistor-Ebene, Logik-Ebene oder Register-Ebene zur Verfügung.

Auf Grundlage der Maskeninformation und der Prozessparameter wird der physikalische Herstellungsprozess (wie z.B. Lithographie, Diffusion, Deposition, Ätzen, ...) mittels TCAD (Technology Computer Aided Design) Werkzeugen simuliert. Ursprünglich wurden diese Werkzeuge als individuelle Einheiten benutzt, um einzelne Prozessschritte zu verbessern, nun wird der Begriff etwas weiter gefaßt und inkludiert auch die Analyse des Chips bzw. eines Teilbereichs davon (Verbindungsleitungen, Transistoren), um relevante, auftretende physikalische Phänomene zu erfassen.

Wie oben angedeutet, verschmelzen zur Zeit die ECAD- und TCAD-Werkzeuge immer mehr, da in kritischen Bereichen mit hohen Anforderungen an die Genauigkeit Methoden aus dem TCAD Bereich herangezogen werden müssen. Dabei ist allerdings zu bedenken, dass diese aufwendigeren Methoden natürlich mehr Rechnerressourcen benötigen und deshalb möglichst effizient eingesetzt werden sollten. Insgesamt ist zu bemerken, dass sich durch den Einsatz von ECAD/TCAD Werkzeugen die Entwicklungszeiten und damit auch die Kosten für neue Technologien deutlich verkürzen. A priori läßt sich allerdings schwer feststellen, welche Modelle in welchen Bereichen einzusetzen sind, wodurch die Automatisierung der Modellauswahl mit Hindernissen verbunden ist [4, 5].

## 1.2 Halbleitertechnologie im Überblick

Moderne ULSI Technologie stellt extreme Anforderungen an die Reinheit der Fertigungsumgebung, um eine wirtschaftliche Ausbeute zu erhalten. Die Erzeugung von integrierten Schaltungen erfordert hunderte individuelle Prozessschritte. In diesem Kapitel werden die wichtigsten Prozessschritte [6] erklärt, die grob in zwei verschiedene Gruppen eingeteilt werden. Die erste Gruppe umfaßt jene Prozesse, die die Materialstruktur verändern (Ätzen, Deposition, Chemisch-Mechanische Nachbearbeitung). Die zweite beinhaltet Prozesse, die Materialeigenschaften verändern, wie z.B. Ionenimplantation, Oxidation, Diffusion. Da die meisten Schritte nicht auf der gesamten Siliziumscheibenfläche ausgeführt werden, ist eine Selektion vorzunehmen. Dies geschieht mittels Lithographie, die in keiner Gruppe angeführt ist, weil sie für beide notwendig ist.

### Lithographie

Lithographie ist der Schlüsselprozess, der für beinahe alle anderen Prozesse benötigt wird. Mit diesem Schritt werden die Entwurfsinformationen auf die Siliziumscheibe gemäß den spezifizierten Mustern definiert. Dazu wird eine strahlungsempfindliche Materialschicht auf die Siliziumscheibe aufgetragen, ausgehärtet und anschließend einer Strahlung ausgesetzt. Üblicherweise wird (sichtbares und) ultraviolettes Licht eingesetzt. Zur Erhöhung der Auflösung geht man in immer kurzwelligere Bereiche, es sind bereits Technologien im Einsatz, die auf Röntgenstrahlen beruhen, oder gänzlich neuartige Verfahren (Elektronenprojektionslithographie, Ionenprojektionslithographie), die z.Z. keine Limitierung der Miniaturisierung vorgeben (optische Lithographie  $0.1\ \mu\text{m}$ ). Trotzdem sind immer noch einige Probleme offen (Maskenerzeugung, Maskenhaltbarkeit, Durchsatzerhöhung).

Nach der Belichtung erfolgt das Nachbacken, um die Form der Muster zu verbessern, besonders Effekte durch stehende Wellen werden dabei reduziert. Danach wird der Fotolack entwickelt, der bestrahlte Teil entsprechend der Maske wird entfernt und schließlich wird noch einmal ein Backverfahren durchgeführt.

### Ätzen

Der Ätzprozess dient entweder dazu, um ganze Materialschichten von der Siliziumscheibe zu entfernen (z.B. das Entfernen der Oxidschicht nach der Ionenimplantation) oder um selektiv bestimmte Teile des Materials (z.B. entsprechend den lithographisch erzeugten Maskenmuster) abzutragen. Dies geschieht fast ausschließlich mit nasschemischen oder trockenen, plasmaunterstützten Ätzverfahren.

Alle industriellen, nasschemischen Verfahren sind in ihrer Ätzwirkung richtungsunabhängig (isotrop). Sie besitzen zwar meist eine sehr hohe Selektivität bezüglich

Substrat und Maske, d.h. sie weisen stark unterschiedliche Ätzraten auf entsprechend dem geätzten Material. Aber das isotrope Verhalten sorgt für Unterschneiden der Maskenmuster und begrenzt die Auflösungsgröße auf ca.  $1\ \mu\text{m}$ , deshalb wird es nur noch für unkritische Ätzschritte eingesetzt.

Trockenätzverfahren sind heutzutage die wichtigsten Strukturübertragungsprozesse, da sie durch hohe Anisotropie prädestiniert für sehr genaue Übertragung der immer kleiner werdenden Maskenstrukturen sind. Dabei verwendet man Gase, die in Plasmakammern dissoziiert werden, um die Oberflächenreaktion auszuführen, zu katalysieren oder das Material rein physikalisch abzutragen. Manchmal werden auch Ionenstrahlen eingesetzt. Die Ätzcharakteristik hängt hauptsächlich vom Druck in der Plasmakammer ab: je kleiner der Druck, desto besser die Auflösung. Nachteil dieser Verfahren ist eine kleine Selektivität, die allerdings durch Steigerung des Kammerdruckes erhöht werden kann, was auch die chemische Reaktionsrate steigen läßt.

## Deposition

Zur Produktion integrierter Schaltungen sind einige Schichten auf die Siliziumscheibe zu deponieren. Diese Schichten (dünnen Filme) werden Teil der integrierten Schaltungen, oder dienen als zwischenliegende Schichten, die während nachfolgender Prozessschritte notwendig sind und später wieder gänzlich entfernt werden. Die Dicke beträgt zwischen 10 nm und einigen  $\mu\text{m}$ , die deponierten Materialien sind dotierte Halbleiter, Isolatoren, Metalle und Dielektrika.

Die wichtigsten Depositionstechniken sind PVD-Verfahren (**P**hysical **V**apor **D**eposition: Sputtern, Aufdampfen) und CVD-Verfahren (**C**hemical **V**apor **D**eposition: Schleuderverfahren) und Kombinationen dieser beiden Methoden, da diese folgende Vorteile bieten, wie gute Prozesskontrolle über vielfältige Prozessparameter, hohe Reinheit der Reaktanten und die große Anzahl der möglichen chemischen Kompositionen. Da der Depositionsprozess gleichförmig auf die ganze Scheibe angewandt wird, ist nachher ein Masken- und ein Ätzprozess notwendig. Für die Metallisierung wird fast ausschließlich PVD-Deposition verwendet und am Ende dieses Abschnitts behandelt.

CVD-Verfahren basieren auf einer chemischen Reaktion oder einer Zersetzung von einer Gasphase bei hohen Temperaturen. Typische Materialien sind Polysilizium, Siliziumdioxid, Nitrid und verschiedene Silikate. In Fällen, wo keine hohen Substrattemperaturen erlaubt sind, bietet plasmaverbessertes CVD Abhilfe, dabei besteht die Aufgabe des Plasmas vor allem darin chemisch aktive Radikale zu erzeugen, die an der Substratoberfläche reagieren.

## 1.2 Halbleitertechnologie im Überblick

---

### Oxidation

Mittels Oxidation werden Siliziumdioxidschichten erzeugt, die als Isolatoren (z.B. Feldoxid zwischen Transistoren, zwischen den Verbindungsleitungen), und als Masken für Ionenimplantation dienen. Während des Oxidationsprozesses werden Sauerstoff- oder Wassermoleküle benützt um Silizium in Siliziumdioxid umzuwandeln. Dementsprechend spricht man von nasser oder trockener Oxidation. Um diesen Prozess zu verbessern, wird die Temperatur angehoben, zusätzliche Beeinflussung ist möglich mittels Druck und Substratdotierung.

Die hohe Qualität und die mechanischen Eigenschaften, die mit thermischer Oxidation erreicht werden, sind die bedeutendsten Gründe, dass Silizium noch immer das dominierende Halbleitermaterial ist. Hierbei ist allerdings noch anzumerken, dass gerade für die Verbindungsleitungen zunehmend neue Materialien mit kleiner Permittivität, sogenannte "low-k" Dielektrika, als Isolatoren an Interesse gewinnen. Diese Materialien haben wesentlichen Anteil an der Verringerung des kapazitiven Übersprechens, aber die zumeist schlechten thermischen Eigenschaften (thermische Leitfähigkeit in etwa nur 10% von Siliziumdioxid) begrenzen ihren Einsatz.

### Chemisch-Mechanisches Polieren

Da viele verschiedene Prozessschritte die Topographie der Siliziumscheibenoberfläche verändern, wird die Oberfläche nichtplanar. Dies führt vor allem zu Problemen für Lithographieprozesse, weil nichtplanare Oberflächen eine höhere Fokustiefe erfordern und dies den Anforderungen von hohen Aperturen der Belichtungssysteme (zur Garantie einer kleinen Auflösungsgröße) entgegenläuft. Würde man nicht planarisieren, wäre die Lithographie für die oberen Schichten nicht durchführbar. Deshalb ist nach jedem Metallisierungsschritt eine Planarisierung durchzuführen, wofür sich chemisch-mechanisches Polieren (CMP) durchgesetzt hat. Dabei wird ein chemischer Schlamm als Ätzmittel und als Schleifmaterial gleichermaßen verwendet.

### Ionenimplantation

Ionenimplantation ist die am weitesten verbreitete Technik, um Dopanden, die zunächst ionisiert werden, in zu dotierende Halbleiter zu bringen. Dort werden sie durch Stöße mit den Atomen des Substratmaterials gebremst und kommen schließlich zur Ruhe. Die mittlere Eindringtiefe der Dopanden hängt von der kinetischen Energie des Ions ab, welche sehr genau über die Beschleunigungsspannung kontrolliert werden kann. Außerdem kann die Dosis sehr genau festgelegt werden. Mit diesem Verfahren lassen sich flache, niedrig dotierte Schichten herstellen (im Gegensatz zur Diffusion), man erhält einen einheitlichen Dotierungsverlauf über der Scheibe.

Diese Technik benötigt allerdings immer eine Temperaturbehandlung, da die Kristallstruktur des Halbleiters durch den Beschuß mit Ionen beschädigt wird. Die thermische

Nachbehandlung limitiert die Auflösung des eingepprägten Dotierungsprofils, da dadurch noch kleine Verschiebungen der Dopanden auftreten. Eine weitere Besonderheit dieser Technik ist das Auftreten des Channeling-Effektes bei monokristallinen Materialien, weil es durch die vorgegebene Anisotropie zu weniger Kollisionen kommt und die Eindringtiefe steigt; diese Schwierigkeit lässt sich allerdings durch eine kleine Änderung des Einfallswinkels in Bezug auf die Kanalachse im Kristall beheben.

### Diffusion

Die Bewegung der Dotieratome gemäß eines Gradienten in einem Halbleitermaterial wird als Diffusion bezeichnet. Dies geschieht bei hohen Temperaturen, entweder als beabsichtigter oder als parasitärer Effekt. Nachdem moderne integrierte Schaltungen seichte Sperrschichten favorisieren, muss die Diffusion von Dotierstoffen minimal gehalten werden. Anwendung findet Diffusion in der Halbleitertechnologie, wobei Dotierstoffe aus einer chemischen Dampfquelle eingebaut werden. Dabei wird von der Löslichkeitsgrenze bei der Dotierung von Silizium aus der Quelle Gebrauch gemacht, um eine definierte Menge an Dotierstoffen reproduzierbar einzubringen.

### Verschiedene Verfahren zur Aufbringung der Metallisierung

Verbindungsleitungen zwischen aktiven Bauelementen sind in zunehmenden Maße wichtige Bestandteile in integrierten Schaltungen. Sie sind ausschließlich (mit der Ausnahme von einigen lokalen Verbindungen aus Polysilizium) aus Metall oder Metalllegierungen gemacht, die zwischen Siliziumdioxid oder anderen Dielektrika untergebracht sind. Abbildung 1.1 illustriert deutlich die hierarchische Skalierung einer typischen Verbindungsstruktur. Die Abb. 1.2 stellt einem konventionellen Verfahren das Damascene-

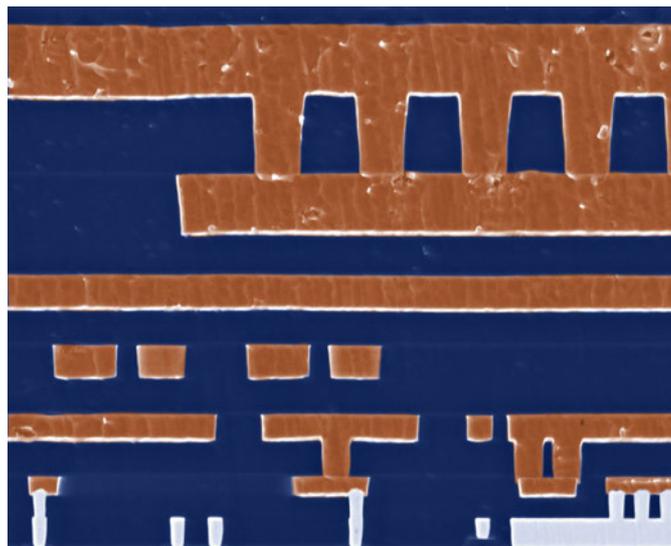
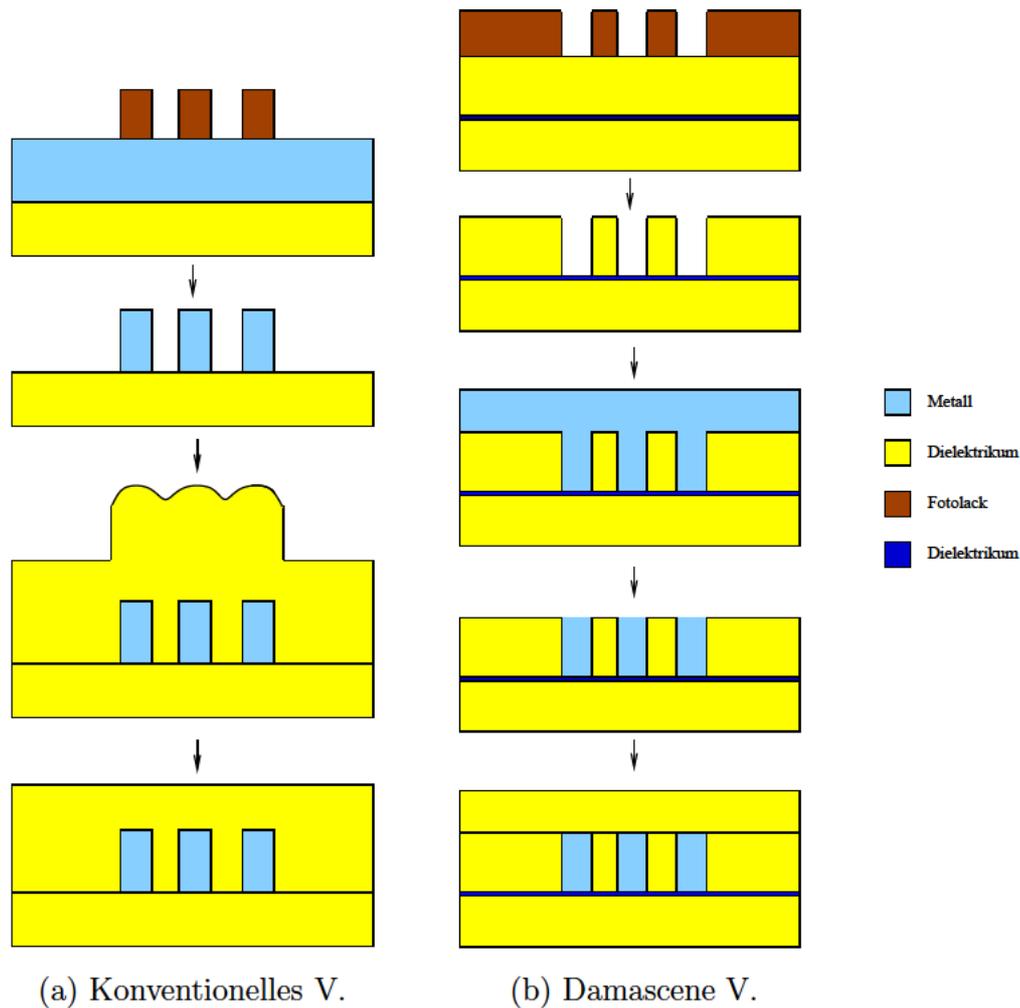


Abbildung 1.1: Querschnitt durch eine Verbindungsstruktur

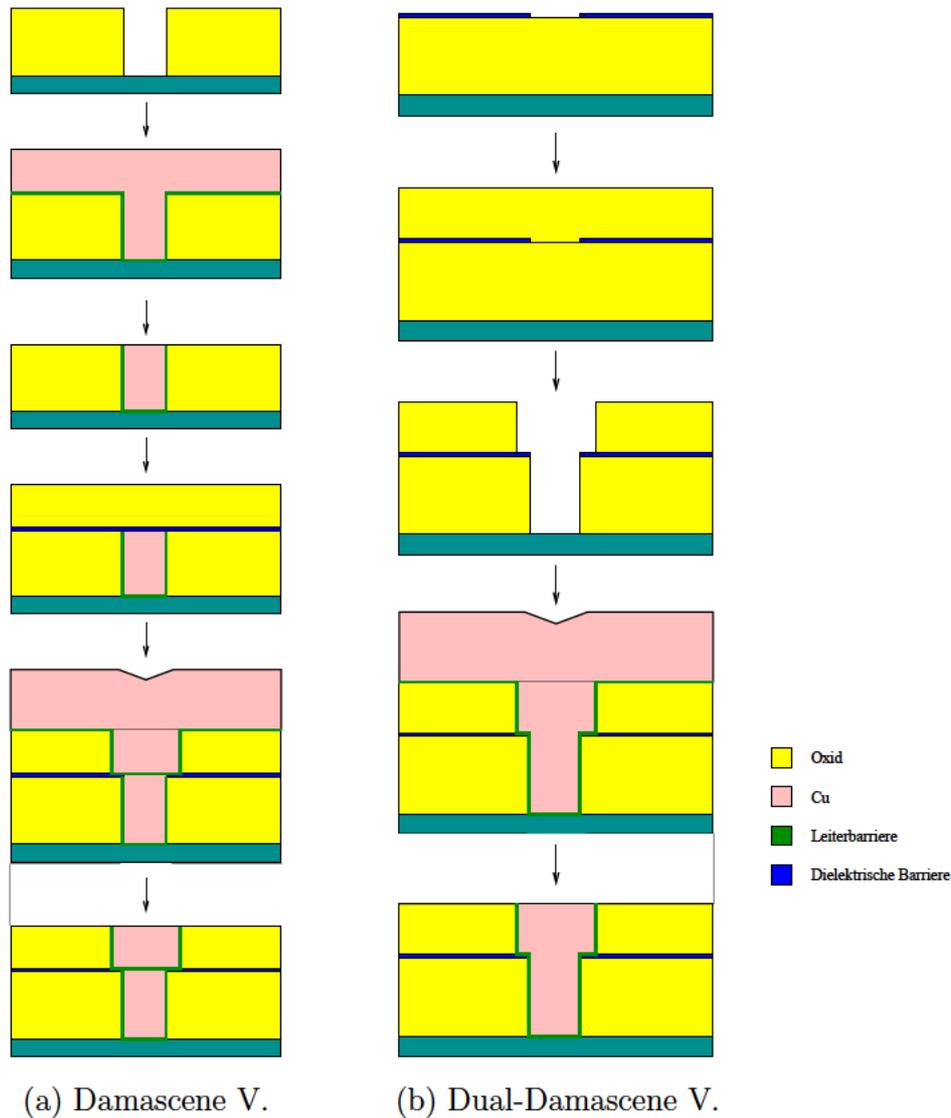
## 1.2 Halbleitertechnologie im Überblick



**Abbildung 1.2:** Konventionelles Verfahren (Al): Die positive Maske gibt die Struktur für das Metallätzen vor. Dielektrische Deposition folgt, abschließend wird ein CMP Schritt durchgeführt.

Damascene Verfahren (Cu): Die negative Maske dient als Vorlage um nach dem Ätzen des Dielektrikums und dem Entfernen der lichtempfindlichen Schicht Metall zu deponieren. Nach dem CMP Prozess folgt die dielektrische Deposition.

Verfahren gegenüber. Dual-Damascene Strukturen haben den Vorteil von geringeren Kosten als andere Verfahren, da der Dual-Damascene-Prozess in einem Prozessschritt sowohl den Leiter als auch das Via formt (Abb. 1.3). Daher ist nur eine Metallschicht aufzubringen und ein Metall CMP Schritt für jede Schicht der Verbindungsleitungen erforderlich, woraus weniger Prozessschritte notwendig sind als für Single-Damascene-Verfahren. Dual-Damascene ermöglicht weiters geringere Via-Widerstände und verbesserte Zuverlässigkeit durch Verringerung der Grenzschichten im Via.



**Abbildung 1.3:** Damascene Verfahren: Entsprechend dem Muster wird das Via geätzt, mit Metall aufgefüllt, planarisiert (Metall CMP Schritt), Nitrit und Dielektrikum deponiert, anschließend Photolack aufgetragen, belichtet, Dielektrikum geätzt, Leiterbarriere und dann Cu aufgebracht, abschließend ein Metall CMP Schritt.

Dual-Damascene Verfahren: Nach Aufbringen des Dielektrikums und einer dielektrische Barriere (z.B.  $Si_3N_4$ ) mit Photolack beschichten, belichten, wo später Vias entstehen, wird freigeätzt und neuerlich ein Dielektrikum deponiert. In einem selektiven Ätzschritt legt man das gesamte Via frei. Das Via wird gemeinsam mit der oberliegenden Metallschicht aufgebracht, abschließend folgt ein Metall CMP Schritt.

## 1.3 Beschränkende Eigenschaften von Verbindungsstrukturen

---

Die Deposition der Verbindungsleitungen erfolgt praktisch ausschließlich mittels PVD-Verfahren, wobei Sputtern erste Wahl bei Al ist. Dabei erfolgt ein Bombardment mit energiereichen Ionen auf das Target in Kammern mit niedrigem Druck. Diese Moleküle verbinden sich dann mit der Siliziumscheibe. Auch Verbundmaterialien (TiN, TiW, ...) lassen sich durch Sputtern zuverlässig aufbringen. Alternativ zu diesem Verfahren lassen sich die Teilchen auch aus einer Dampfphase auf die Siliziumscheibe abscheiden, oder elektrochemische Depositionsverfahren anwenden. Bei Cu verwendet man "Electroplating" (galvanische Abscheidung) nachdem mit PVD ein "seed-layer" aufgebracht wurde. Als Beispiel eines elektrochemischen Depositionsverfahrens sei hier [7] angeführt: Die Aufbringung dünnerer CVD-Cu-Schichten gefolgt von einer dickeren PVD-Cu-Schicht demonstriert hervorragende Fülleigenschaften von Vias in Cu Dual-damascene Verbindungsleitungen und ermöglicht gute Strom-Spannungsverhalten der Vias.

## 1.3 Beschränkende Eigenschaften von Verbindungsstrukturen

Eine Konsequenz des technologischen Fortschritts durch Miniaturisierung integrierter Schaltungen und Erhöhung der Schaltfrequenzen ist die wachsende Bedeutung der Verbindungsstrukturen. Sie beeinflussen im zunehmenden Maße das Gesamtverhalten der Schaltung, da die Signallaufzeiten auf den Verbindungsleitungen nicht im selben Ausmaß reduziert werden können, wie die Schaltgeschwindigkeiten von Transistoren. Entscheidend für den Entwurf sind neben den elektrischen Eigenschaften, auch thermische und mechanische Kennwerte. Der Entwurf muss die auftretenden parasitären Effekte in ausreichendem Ausmaß berücksichtigen, darunter fallen z.B. Dämpfung durch den Leitungswiderstand, Signalverzögerung, kapazitives und induktives Übersprechen, Reflexionen an Diskontinuitäten, Skineffekt, Wirbelströme, Verluste durch elektromagnetische Abstrahlung, Erwärmung durch Joulesche Verlustleistung, Elektromigration und Stressmigration.

### 1.3.1 Belastbarkeit, Zuverlässigkeit

Nachdem die Entwurfsingenieure in den frühen 90-iger Jahren erkennen mussten, dass die Verzögerungszeiten der Verbindungsstrukturen vergleichbar sind, und in manchen Fällen die Verzögerungszeiten der Transistoren übersteigen, begannen zwei Welten zu kollidieren: Radiofrequenz- und Digitalschaltungen. Während RF Schaltungen niedrige Dichte und hohe Frequenzen aufweisen, sind digitale Schaltungen fixiert auf hohe Packungsdichte und decken ein weites Spektrum an Leistungsfähigkeit ab. Durch die Miniaturisierung steigt nämlich der elektrische Widerstand der Verbindungsleitungen und damit verschiebt sich die Ursache für die Signalverzögerung von den Transistoren zu den Verbindungsleitungen. Einhergehend mit dem elektrischen Widerstand der Leitung entsteht bei Stromfluß ein Spannungsabfall, der an den Enden ein gedämpftes Signal verursacht. Deshalb ist man bestrebt lange Leitungen mit

großen Querschnitten auszuführen (vorzugsweise in oberen Lagen), zusätzlich werden in regelmäßigen Abständen Verstärker eingefügt. Der Gebrauch von Verstärkern, welcher vom Standpunkt der Packungsdichte her kontraproduktiv ist, sorgt allerdings für optimierte Signalübertragung, und kann darüberhinaus den Einsatzbereich einer gegebenen Prozesstechnologie erweitern. Kleine Abstände zwischen den Verstärkern können die Verzögerungszeiten kompensieren, und damit kann der notwendige Einsatz von neuen Materialien (Cu und “low-k” Dielektrika) hinausgezögert werden.

Bezüglich Belastbarkeit und Zuverlässigkeit ist ganz besonders die Joulesche Wärme von Bedeutung, da die durch den Stromfluß entstehende Wärme über die Umgebung (entweder über das Substrat oder die Chip-Oberfläche) abfließen muss<sup>1</sup>. Die oben genannten “low-k” Materialien haben allerdings zumeist nur einen Bruchteil (in etwa 1/10) der Wärmeleitfähigkeit von SiO<sub>2</sub>. Die Stromdichte stellt daher eine der einschneidendsten Größen dar. Derzeit sind übliche Grenzen von durchschnittlichen Stromdichtebelastungen im Bereich 0.5-1 MA/cm<sup>2</sup>. Zum einen, weil sie unmittelbar zur Temperaturerhöhung führt (thermische Bilanz), und zum anderen, weil Materialien, die erhöhter Temperatur und hoher Stromdichte ausgesetzt sind, verstärkt zur Elektromigration<sup>2</sup> neigen. Elektromigration tritt erst allmählich, nach längerer Betriebszeit auf. Eine häufig verwendete analytische Beschreibung der mittleren Ausfallzeiten als Funktion von Stromdichte und Temperatur ist gegeben durch die Blacksche Gleichung [8]. Dieser Prozess ist allerdings von vielen Einflüssen [9–12] geprägt: z.B. Struktur der Korngrenzen, mechanischen Spannungen, geometrische Abmessungen, usw.; als Gegenmaßnahme verbleibt der Einsatz von Materialien mit hoher Elektromigrationfestigkeit (z.B. Cu oder zumindest Al-Legierungen mit einigen Prozent Cu). Ein weiterer Aspekt bezüglich Zuverlässigkeit sind elektrostatische Entladungen (ESD), die durch hohe Stromimpulse mitunter sogar zum Schmelzen der Leitungen führen, weshalb Schutzmechanismen vorzusehen sind [13].

### 1.3.2 Induktivität

Induktive Effekte spielten lange Zeit beim Entwurf von ICs keine Rolle. Die Reaktanzen wurden ignoriert, weil ihre Wirkung erst bei sehr hohen Frequenzen bemerkbar wird. Auch heutzutage können lokale Verbindungen noch häufig hinreichend genau mit einer RC Analyse behandelt werden, da der größere Widerstandsbelag gegenüber dem Induktivitätsbelag dominiert. Durch die Migration von Al zu Cu treten durch die steigende Frequenz zunehmend induktive Effekte in den Vordergrund, Spannungspitzen durch  $L \frac{di}{dt}$  und induktives Übersprechen werden als problematisch erachtet, und durch

<sup>1</sup>Derzeit sind allerdings (resistive) Verluste in den Transistoren für einen beträchtlichen Teil der Verlustleistung im Chip verantwortlich, welche vom Substrat effizient abgeführt werden können, da die thermische Leitfähigkeit von Si um Vielfaches höher ist als von SiO<sub>2</sub> ( $84 \frac{W}{K \cdot m}$ :  $1.4 \frac{W}{K \cdot m}$ ).

<sup>2</sup>Elektromigration ist ein gerichteter Diffusionsprozess: Die Impulsübertragung der Leitungselektronen auf die Atomrümpfe des metallischen Leiters bewirkt einen Materialtransport, der im Endstadium sowohl zu Leitungsunterbrechungen, als auch zu Kurzschlüssen benachbarter Leiter infolge von Materialansammlungen führen kann.

## 1.4 Materialanforderungen für die Zukunft

die fortschreitende Entwicklung noch stärker zu Tage treten; sie bedingen deshalb entsprechende Berücksichtigung bei Festlegung der Entwurfskriterien. Im Gegensatz zu kapazitivem Übersprechen (vorwiegend lokaler Wirkungsbereich) ist induktives Übersprechen stark beeinflusst von der Distanz zum Rückstrompfad und kann über große induktive Schleifen weit entfernte Bereiche betreffen. Durch verschiedene Entwurfsmaßnahmen wird induktives und kapazitives Übersprechen unproblematisch klein, sodass keinerlei Funktionsstörungen auftreten.

## 1.4 Materialanforderungen für die Zukunft

Der Prozess der Miniaturisierung erhöht die Chipgröße und die Anzahl der Verdrahtungsschichten<sup>3</sup>, was natürlich auch eine Herausforderung an die Fabrikationswerkzeuge darstellt und eng mit der verwendeten Prozesstechnologie verbunden ist [14–17]. Abbildung 1.4 veranschaulicht die Chronologie der verwendeten Leitermaterialien,

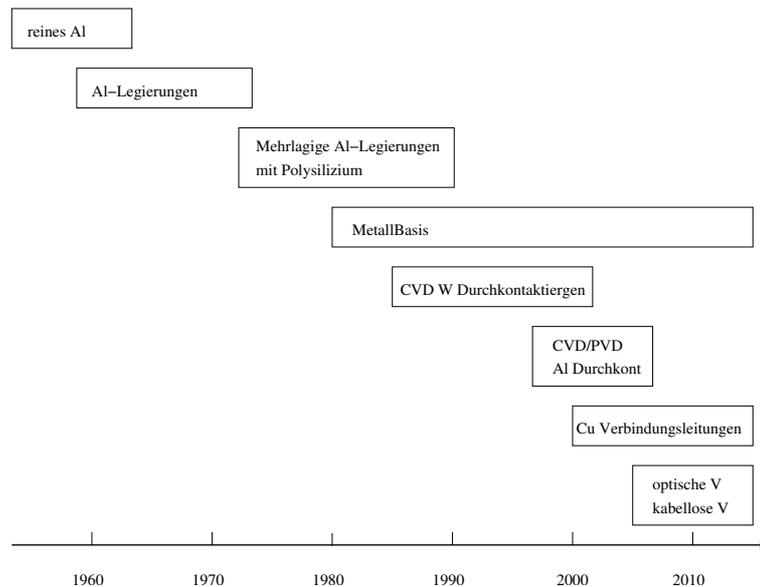


Abbildung 1.4: Fortschritte der Verdrahtungstechnologie

und gibt Ausblick über erwartete Entwicklungen in der nahen Zukunft. In den Anfängen kamen nur Einzelschichten von Al universell zum Einsatz. Die Fertigung von mehrlagigen Schichten war bereits gekennzeichnet von einer hochentwickelten Polysiliziumtechnologie (Verbinden verschiedener Ebenen), die hohen Widerstandswerte von Polysilizium wurden toleriert, weil die Systemgeschwindigkeiten noch sehr gering waren.

Die 80-iger Jahre markierten den Fortschritt zu 2-3 Metallschichten, was durch plasmaunterstütztes CVD (s. Abschnitt 1.2) von dielektrischem Material zwischen den

<sup>3</sup>ab 6 Schichten aufwärts

Metallschichten gekoppelt mit Planarisierung möglich war. CVD erlaubt Deposition bei geringerer Temperatur und ist deshalb kompatibel mit der Al-Verdrahtung. Die späten 80-iger und die frühen 90-iger Jahre waren geprägt durch drei Marksteine in der Prozesstechnologie: reaktives Sputtern von TiN, CVD Wolfram Durchkontaktierungen und chemisch-mechanisches Polieren (CMP). Die TiN Ummantelung von Al erhöhte die Elektromigrations- und Stressmigrationsfestigkeit entscheidend. CVD W Durchkontaktierungen ermöglichten weitere Reduktion der benötigten Fläche für Verbindungsleitungen. CMP stoppt die Fortpflanzung von Defekten der Topologie durch die verschiedenen Schichten, und hat den Einsatz von Cu erst ermöglicht. Cu hat neben dem Vorteil des geringeren Widerstands als Al-Legierungen auch höhere Elektromigrationsfestigkeit. Allerdings setzt die Integration von Cu den Einsatz von Metaldiffusionsbarrieren, wie z.B. Ta, TaN und dielektrische Barrieren (Si Nitride) voraus (s. Abb. 1.5). "Anti-reflective coating" (ARC) reduziert das Reflexionsvermögen auf ein Minimum und dient als Ätzstopper bei Metallätzschritten. Außerdem müssen die Barrieredicken in der Größenordnung 15-25 % der Dimensionen der Verbindungsstrukturen bleiben, um einen akzeptablen Vorteil der Cu Leitfähigkeit gegenüber den Alloy-Systemen zu haben. Weiterführende Studien sind notwendig, um die Zuverlässigkeit für Technologien unter 100 nm bezüglich metallurgischen Verbesserungen zu gewährleisten. Ein wichtiger Aspekt dieser Untersuchung ist Elektronenstreuung an Korngrenzen und Leiterwänden [18].



**Abbildung 1.5:** Querschnitt einer Verbindungsleitung in Standard-Al (a) und Dual-Damascene-Cu Architektur (b)

Die Anforderungen an neue Dielektrika sind vielfältig, zumeist bereiten Eigenschaften, wie mechanische Festigkeit, Adhäsion, thermische Leitfähigkeit, chemische Stabilität, Feuchtigkeitsaufnahme, Probleme. Unzählige "low-k" Materialien mit einer Dielektrizitätszahl von 1 (Luft) bis 3.6 (fluorinierte Oxide, wie z.B. [19]) sind bereits erprobt worden. Xerogels sind poröse Silikate, deren Porengröße ihre Durchlässigkeit bestimmt, was in weiterer Folge sowohl die Dielektrizitätszahl als auch die mechanische Festigkeit festlegt. Somit kann über die Porengröße Zuverlässigkeit und Leistungsverhalten optimiert werden (Porengrößen von 6-10 nm ergeben Dielektrizitätszahlen von 1.8-2.2). Xerogels sind bereits erfolgreich in Al Metallisierungen und in *Cu damascene* Strukturen integriert worden. Eine weitere Gruppe stellen Polymere dar [20]. In näherer Zukunft wird der Einsatz von Aerogels an Bedeutung gewinnen, und nach 2010 wird Luft bzw. Vakuum als Dielektrikum prognostiziert [21].

## 1.5 Anforderungen an den Entwurf

---

Der Einsatz von Cu und “low-k” Dielektrika ermöglicht eine Verringerung der Verzögerungszeiten in etwa um den Faktor 4-6 [22]. Alternative Systeme, die auf optischer bzw. kabelloser Radiofrequenz (RF) Technologie basieren, werden zuerst für globale Anwendungen auf dem Chip, die relativ lange Distanzen zwischen großen funktionalen Logikblöcken überwinden, eingesetzt werden. Die Implementierung dieser Ansätze erfordert verbesserte Empfänger und Sender, die effizient Signale umwandeln (elektrisch/optisch, elektrisch/RF). Sowohl für optische als auch für RF Systeme gilt, dass die Bandbreiten von Sendern bzw. Empfängern begrenzend wirken, und nicht die Übertragungsmedien.

## 1.5 Anforderungen an den Entwurf

Konventionelle Entwurfsverfahren für integrierte Schaltungen haben bisher nur danach getrachtet, die Chipgröße zu minimieren. Da sich der Einfluss der Verbindungsleitungen nicht mehr vernachlässigen lässt, wird nunmehr zunehmend auf andere Aspekte geachtet, wie Einhaltung von maximalen Verzögerungszeiten, Übersprechen unter einem bestimmten Pegel, Dämpfung des Signals und aufgrund von Zuverlässigkeitsüberlegungen eine Begrenzung der Stromdichte wegen Elektromigration.

Im Zuge der Miniaturisierung steigt der Widerstand der Verbindungsleitungen und damit die Verzögerungszeiten der Leitungen, die die Verzögerungszeiten der Transistoren übertreffen. Außerdem werden die Koppelkapazitäten durch die sinkenden Abstände zwischen den Leitern dominant. In erster Näherung wurde die Verzögerungszeit der Verbindungsleitungen mit einer einzigen RC-Zeitkonstanten, der Elmore Zeitverzögerung<sup>4</sup>, beschrieben. Die Berücksichtigung von induktiven Effekten bei der Abschätzung von Verzögerungszeiten ist für viele Verbindungsstrukturen nicht nötig, da ausreichende Genauigkeit mit einer RC Analyse erreicht werden kann [24]. Eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Berücksichtigung der Induktivitäten ist, dass der induktive Anteil der Leitungsimpedanz vergleichbar zum Widerstand wird

$$\omega L \approx R, \quad (1.1)$$

[25] gibt als Faustregel an

$$\tau_r \leq 2.5 \tau_f, \quad (1.2)$$

wobei  $\tau_r$  die Anstiegszeit des Signals ist und  $\tau_f$  die Ausbreitungszeit auf der Leitung. Da die Anstiegszeit  $\tau_r$  von vielen Parametern abhängt (und nur selten bestimmt ist durch die ungeladene Stromkreisanstiegszeit), wird auf eine ausführliche Darstellung in [26] verwiesen. Ebenso Ungleichungen führt [27] an, die Bereiche (in Abhängigkeit der Anstiegszeit, der Länge der Verbindungsleitung und R, L, und C) festlegen in denen induktive Effekte nicht vernachlässigbar sind, wie etwa in niederohmigen,

---

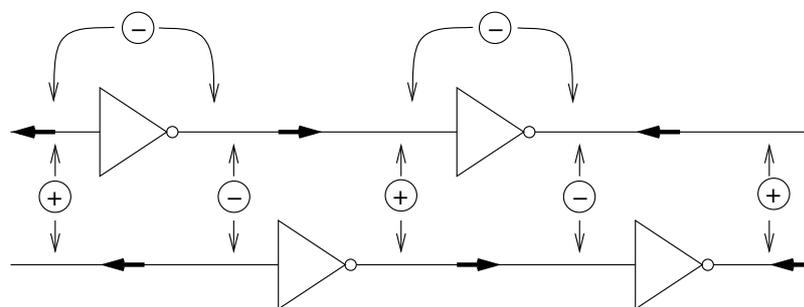
<sup>4</sup>Die Elmore Zeitverzögerung ist eine absolute obere Grenze der Sprungantwort von RC Bäumen [23].

langen Taktleitungen. Durch geeignete Wahl des Verhältnisses von Höhe zu Breite in Verbindungsleitungen läßt sich die RC Verzögerungszeit verbessern, nach [28] liegt das Optimum dieses Verhältnisses bei ungefähr 2.

Die Einbeziehung der Taktfrequenz in den Entwurf von mehrlagigen Netzwerken erfolgt über die Vorgabe, dass die Zeitverzögerung auf der längsten lokalen und semi-globalen Verbindungsleitung jeder Verdrahtungsebene kleiner 25 % der Taktperiode ist. Die restlichen 75 % sind den kritischen Pfaden und dem Taktversatz vorbehalten [29]. Ein hierarchischer Ansatz zur Auslegung von Taktleitungen wird in [30] gegeben.

Zur Berechnung des Übersprechens werden meistens geschlossene Formeln für einige Spezialfälle (Parallele Leitungen über Erdungsfläche, parallele Leitungen zwischen 2 Ebenen) angegeben [31]. Eine effiziente Schätzung des Übersprechens gibt [32] aufgrund eines erweiterten Modells und berücksichtigt auch den Einfluss von induktiven Effekten.

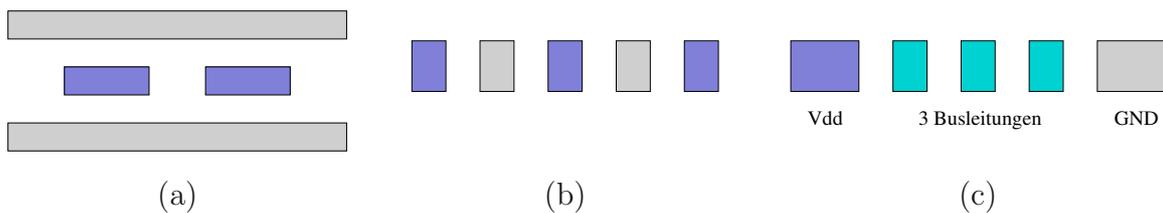
Für lange, globale Verbindungsleitungen kann die Zeitverzögerung auch durch Einfügen von Verstärkern reduziert werden. Auch die Signalform wird verbessert, allerdings zu Ungunsten der Packungsdichte und des Energieverbrauchs. Aufschluss über die Anordnung der Verstärker gibt beispielsweise [33]. Verstärker müssen am Beginn des Entwurfs geplant werden, damit im weiteren Verlauf auf sie zurückgegriffen werden kann. Eine weitere Möglichkeit zur Reduktion von Übersprechen ist das versetzte Einfügen von Invertern (Abb. 1.6). Die Inverter verursachen eine Änderung der Stromrichtung in jedem benachbarten Intervall. Die Selbstinduktivität wird auf der ganzen Leitung signifikant verringert [34], weil die induktiven Kopplungen zwischen den benachbarten Intervallen einer Leitung sich subtrahieren, statt wie üblicherweise addieren. Werden Inverterstufen jeder zweiten Leitung um den halben Abstand zwischen den Stufen versetzt, so kann auch die Gegeninduktivität zwischen benachbarten Leitungen deutlich verringert werden. Die Wechselwirkungen zwischen den Intervallen sind in Abb. 1.6 dargestellt.



**Abbildung 1.6:** Versetztes Einfügen von Invertern in Busleitungen reduziert kapazitives und induktives Übersprechen. Die fetten Pfeile zeigen die Stromrichtung, die dünnen die Schleifenwechselwirkungen.

## 1.5 Anforderungen an den Entwurf

Kapazitives Übersprechen zwischen benachbarten Leitungen einer Ebene bzw. angrenzenden Ebenen kann durch Einführung von Masseflächen reduziert werden (s. Abb. 1.7a), was auch in einigen kommerziellen Mikroprozessoren angewandt wurde [35]. Leitungen mit großen Höhe zu Breite Verhältnissen lassen sich effektiver durch Schirmleitungen abschirmen (Abb. 1.7b), außerdem wird durch diese Schirmung auch eine Verringerung der Induktivitäten<sup>5</sup> bewirkt, besonders die Gegeninduktivitäten verringern sich, da jenseits der Schirmleitung die Gegeninduktivität vernachlässigbar



**Abbildung 1.7:** Abschirmungsmethoden: Masseflächen (a) und Schirmleitungen (b) verringern Induktivitäten von aktiven Leitern (blau) und Minimieren die Kopplungskapazität, (c) zeigt eine globale Routing Praxis für unter 100 nm Technologien

wird [36]. Abbildung 1.7c zeigt einen Vorschlag für globale Routing Praxis um den Pfad des Rückstromes so kurz als möglich zu halten [35]. Hier gilt es noch anzumerken, dass kapazitives Übersprechen vorwiegend zwischen benachbarten Leitern auftritt, während induktive Kopplungen sowohl benachbarte als auch weiter entfernte Leiter betreffen kann, falls keine Schirmungsmaßnahmen getroffen werden. Schirmungsmaßnahmen werden meistens gemeinsam mit Ordnungsverfahren der Verdrahtungsstrukturen angewandt, um eine flächeneffiziente Lösung unter Berücksichtigung von Übersprechen zu erzielen [37].

Der Einsatz von Cu verbessert zwar Elektromigrationsfestigkeit und senkt den elektrischen Widerstand, neue Dielektrika mit kleiner Dielektrizitätszahl senken die RC(L) Zeitkonstante, aber erst durch Kombination von zusätzlichen, oberen Lagen (“Global Routing”) mit weniger stark skalierten Dimensionen gekoppelt mit optimierten Routingmaßnahmen und den Einsatz von Verstärkern bzw. Invertern wird das Leistungsvermögen bezüglich Übersprechen und Zuverlässigkeit der Verbindungsstrukturen für Hochleistungsprozessoren ausreichend verbessert.

<sup>5</sup>Der Abstand zwischen Hin- und Rückweg des Stromes wird reduziert.

## 1.6 Modellierung der Induktivitäten von Verbindungsstrukturen

Die Modellierung von dreidimensionalen Verbindungsstrukturen benötigt die Methode von partiellen Induktivitäten [38], da a priori der Rückstrompfad nicht bekannt ist. Da die aktuellen Schleifen unbekannt sind, ist die partielle Induktivität definiert aus dem magnetischen Fluß von einem Stromsegment herrührend durch eine virtuelle Schleife mit Unendlich (Abb. 1.8).

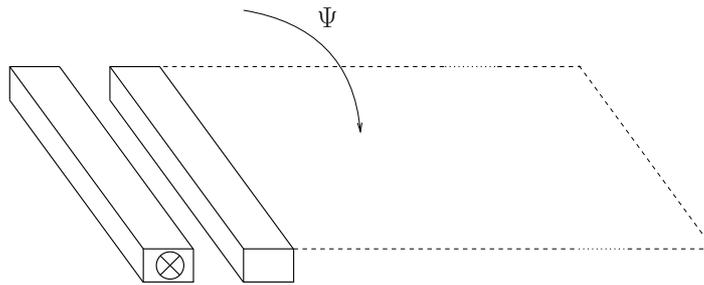


Abbildung 1.8: Definition der Schleife von partiellen Induktivitäten

Verweisend auf Abb. 1.9 kann die Schleifeninduktivität als Summe von partiellen Selbst- und Gegeninduktivitäten ausgedrückt werden [39]

$$L_{Schleife} = \sum_{k=1}^{K=4} \sum_{m=1}^{M=4} S_{km} L_{p_{km}}, \quad \text{mit } S_{km} = \pm 1. \quad (1.3)$$

$K$  und  $M$  gibt die Anzahl der Segmente der Leiterschleife an. Die Matrix der partiellen Induktivitäten  $L_{p_{km}}$  ist positiv definit,  $S_{km}$  hängt von der Stromrichtung in den Segmenten ab, nämlich vom Vorzeichen des skalaren Produkts der beiden Stromrichtungsvektoren der Segmente  $k$  und  $m$ . Parallele Leiter mit gleicher Stromrichtung ergeben

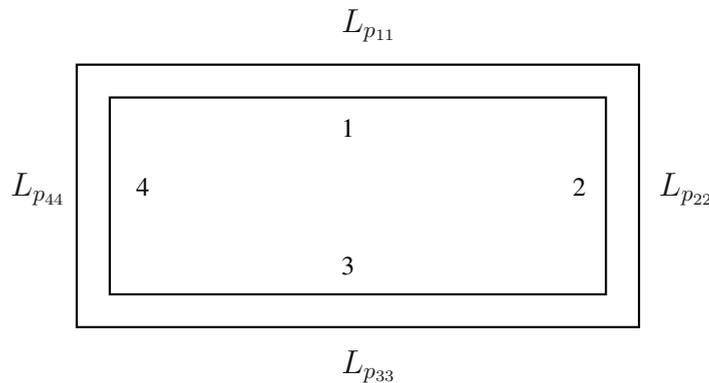
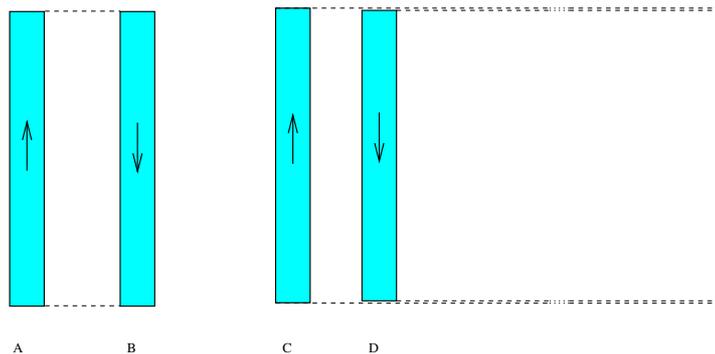


Abbildung 1.9: Geschlossene Leiterschleife mit 4 Segmenten:

$$L_{Schleife} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 - L_{13} - L_{24} - L_{31} - L_{42}$$

## 1.6 Modellierung der Induktivitäten von Verbindungsstrukturen

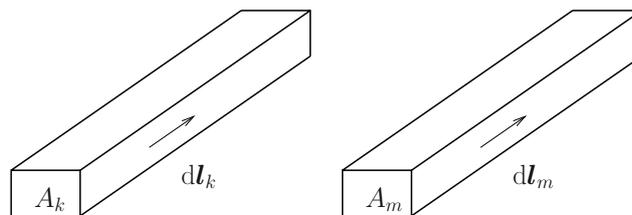
demnach ein positives Vorzeichen, parallele Leiter mit entgegengesetzter Stromrichtung ein negatives Vorzeichen. Segmente mit orthogonaler Stromverteilung tragen nichts zur Schleifeninduktivität bei, da hierfür die partielle Induktivität  $L_{p_{km}}$  entsprechend (1.4) identisch Null ist. Durch die Definition, dass alle Segmente ihren Rückstrompfad im Unendlichen haben, werden die partiellen Induktivitäten benutzt, um etwaige Schleifenwechselwirkungen in Stromkreisen ohne das Wissen vom wirklichen Strompfad zu repräsentieren. Abbildung 1.10 illustriert, dass die Schleifeninduktivität aus den partiellen Induktivitäten folgt.



**Abbildung 1.10:** Schleifeninduktivitäten folgen aus den Kopplungen der partiellen Induktivitäten. Wo sich die Schleifen von C und D überlappen, hebt sich der Fluß vom linken Leiterpaar auf, es bleibt *exakt* die Schleifenkopplung wie in klassischen, geschlossenen Stromkreisen über.

Partielle Induktivitäten werden zumeist numerisch ausgewertet, es existieren eine Reihe von Näherungsformeln [40] für Leiteranordnungen bestimmter Geometrien, für einfache Geometrien sind auch geschlossene Lösungen vorhanden [41], wengleich geschlossene Lösungen selbst für gewöhnliche Geometrien außerordentlich verwickelt sind (s. beispielsweise Anhang B). Partielle Induktivitäten für zwei Segmente (Abb. 1.11) sind folgenderweise definiert:

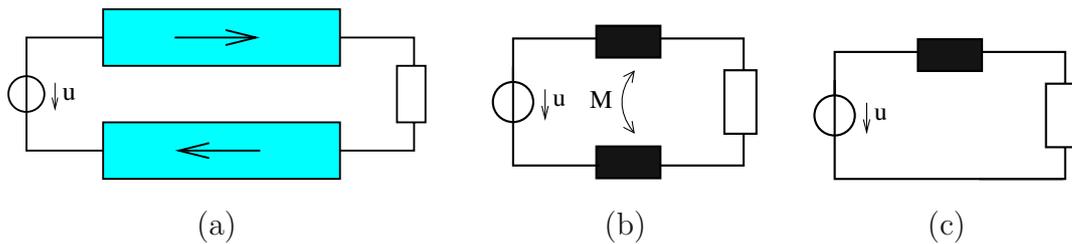
$$L_{p_{km}} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{A_k A_m} \int_{A_k} \int_{A_m} \int_{l_k} \int_{l_m} \frac{|\mathbf{dl}_k \cdot \mathbf{dl}_m|}{r_{km}} dA_k dA_m. \quad (1.4)$$



**Abbildung 1.11:** Parameter in Gleichung (1.4)

Dabei sind  $A_k, A_m$  die Querschnittsflächen der Segmente senkrecht zur Stromrichtung, und  $l_k$  bzw.  $l_m$  ihre Längen.  $d\mathbf{l}_k$  und  $d\mathbf{l}_m$  sind die Einheitsvektoren in Richtung der Ströme, und  $r_{km} = |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_m|$  mit den beiden Ortsvektoren  $\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_m$ .

Falls der Rückstrompfad bekannt ist oder zumindest abgeschätzt werden kann, kann die ganze Schleife mit einer Schleifeninduktivität modelliert werden. Abbildung 1.12 kann durchaus ein Teil von einem komplexen Stromkreis sein. Nehmen wir an, dass die Struktur keine Gleichstromverbindung zu benachbarten Teilen aufweist, so wird der äquivalente Stromkreis durch partielle Induktivitäten erhalten (Abb. 1.12b), und



**Abbildung 1.12:** Verbindungsstruktur: Hin- und Rückleiter (a), Leitung als Stromkreismodell (b), Schleifeninduktivität (c)

mündet schließlich unter Berücksichtigung der Kopplungen in dem Äquivalenzstromkreis Abb. 1.12c. Aus (1.3) folgt für die Schleifeninduktivität

$$L_{Schleife} = L_{s1} + L_{s2} - 2M. \quad (1.5)$$

Daraus ist auch klar nachvollziehbar, warum im Entwurf Bedacht auf einen möglichst nahen Rückstrompfad gelegt wird, um die Schleifeninduktivitäten zu minimieren. Ebenso wie sich aus der Einbeziehung des Rückstrompfades ein minimal möglicher Wert für die Schleifeninduktivität ergibt, ist eine obere Schranke mittels Annahme eines Rückstrompfades im Unendlichen durch die partielle Selbstinduktivität des Leiters gegeben, wobei die Selbstinduktivität des Rückstrompfades und die Gegeninduktivität Null wird [42].

Eine Näherung von IC Rückstrompfaden, die häufig angewandt wird, ist, dass am Ende die Signalleitungen auf Erde geschaltet sind, oder der Rückstrompfad in der Nähe platziert ist, sodass der gesamte Strompfad bekannt ist. Er wird ohne Kapazität modelliert. Mit einer komplexen RL Matrix können effizient Schleifeninduktivitäten für lange Verbindungsleitungen ermittelt werden. Dieses einfache Modell vernachlässigt die kapazitiven Verschiebungsströme durch kapazitive Kopplungen von benachbarten Leitungen, und kann nicht für CMOS Stromkreise verwendet werden [43].

Für den Hochfrequenzanteil des Spektrums wird der Skineffekt besonders wichtig auf den oberen Metallagen, wo die Weite der Strukturen größer ist als die Eindringtie-

## 1.7 Modellierung der Verbindungsstrukturen mittels verteilter Größen

fe<sup>6</sup>. Aufgrund der Frequenzabhängigkeit geht man vielfach dazu über, mittels  $R(f)$ ,  $L(f)$  und  $C$  die Übertragungseigenschaften zu charakterisieren. Bezüglich der geometrischen Abmessungen von Verbindungsleitungen ist anzumerken, dass die lateralen Dimensionen der Verbindungsstrukturen nahe  $1\ \mu\text{m}$  sind, während typische Längen von globalen Verbindungsleitungen im Bereich um  $1\ \text{cm}$  liegen [44]. Für globale Verbindungsleitungen läßt sich das Übertragungsverhalten, inklusive der Berechnung der Verzögerungszeit gut mit verteilten Größen behandeln. In [45] wird gezeigt, dass für eine typische globale Verbindungsleitung bei einer Frequenz von  $1\ \text{GHz}$  der induktive Anteil der Leitungsimpedanz vergleichbar zum Widerstand wird, und über  $4\ \text{GHz}$  dramatisch überhand nimmt.

## 1.7 Modellierung der Verbindungsstrukturen mittels verteilter Größen

Das einfachste Modell zur Berechnung der Verzögerungszeit basiert auf einem RC-Glied (Elmore Zeitverzögerung), eine Erhöhung der Ordnung des Modells ist die Aufteilung der Leitung in mehrere Teile und deren separate Modellierung. Falls die erwarteten Frequenzen hoch sind, ist eine aufwendige, frequenzabhängige RLC Modellierung notwendig, wobei typischerweise eine Unterteilung in Längen vorgenommen wird, deren einzelne Verzögerungszeiten kleiner als die Anstiegszeit sind. Dann wird für jeden Abschnitt ein RLC Modell abgestimmt (z.B. Abb. 1.13), welches auf Lösung

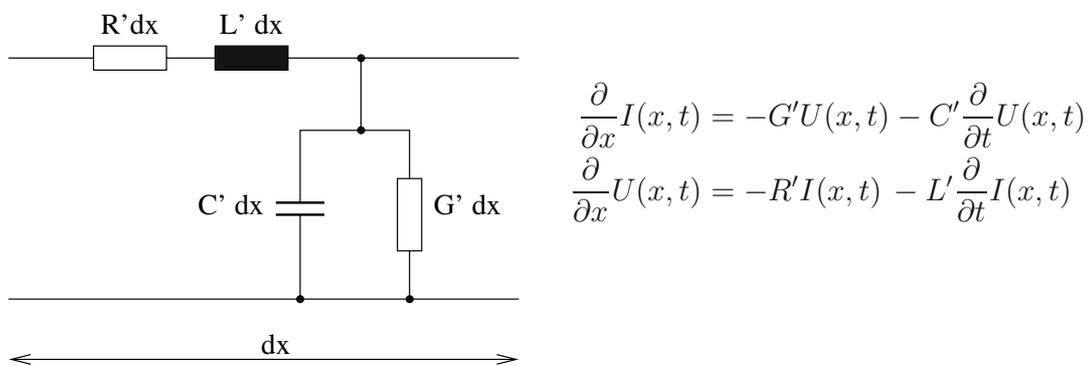


Abbildung 1.13: Quasi-TEM Modell für zwei verlustbehaftete Leiter

der Telegraphengleichung basiert [46]. Die frequenzabhängige Modellierung mit RLC Elementen deckt sich gut mit Meßdaten, die das Übersprechen zwischen den Metallagen der dritten und fünften Ebene (M3 bzw. M5) beschreiben [4]. Dazu bedient man sich des Ausbreitungskoeffizienten  $\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$  und

<sup>6</sup>Die Eindringtiefe ist definiert als jene Tiefe, bei der die Stromdichte 37% ( $1/e$ ) der Oberflächenstromdichte beträgt.

des Wellenwiderstands  $Z_0 = \sqrt{(R' + j\omega L')/(G' + j\omega C')}$ , wobei  $R'$ ,  $L'$ ,  $G'$  und  $C'$  der Widerstands-, Induktivitäts-, Leitwert- und Kapazitätsbelag des Leitungsstückes sind. In der Schaltungssimulation werden bevorzugt analytische Ausdrücke verwendet, deren Auswertung nur geringen Aufwand erfordert [47, 48]; zur Modellierung des Skineffekts wird auch häufig die Arbeit von Wheeler [49] herangezogen, in der viele relevante Formeln für die Leitungsparameter angeführt sind.

Auch zur Quantisierung der Signalverzerrung aufgrund der Verzögerungszeiten und des Übersprechens wird ein Quasi-TEM Modell eingesetzt. Die wichtigste Forderung an das Quasi-TEM Modell ist die Frequenzabhängigkeit der effektiven Wellengeschwindigkeit durch frequenzabhängige Parameter nachzubilden. Die Dispersion wird wichtig für Frequenzen, ab denen die lateralen Abmessungen größer als  $1/20$  der Wellenlänge werden [50].

Sind auch Abstrahlungseffekte zu berücksichtigen, so ist eine komplette Lösung der Maxwell-Gleichungen (typischerweise im Frequenzbereich) erforderlich, was einerseits den Einsatz erheblicher Rechnerressourcen bedingt, und andererseits eine Herausforderung an die Modellbildung bezüglich Abstrahlung darstellt. Lösungen im Zeitbereich neigen zu numerischen Instabilitäten. Solche Modelle sind erforderlich, wenn verteilte elektromagnetische Effekte nicht mehr mit statischen Größen, wie Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten beschrieben werden können.

## 1.8 Induktoren: Induktivitäten als wichtige Anwendung auf dem Chip

Der Gütefaktor  $Q$  ist in “on-chip” Ausführungen sehr gering im Vergleich zu diskreten Induktoren. Sogar bei Verwendung von “state of the art” Technologien (“low-k” Dielektrika, Cu Metallisierung) wurden nur etwa  $Q = 20$  vorausgesagt. Außerdem scheint es bei Induktoren, die in CMOS Technologie ausgeführt werden, einen oberen Grenzwert für den Frequenzbereich zu geben [51]. Grund für den geringen Wert des Gütefaktors sind die dünnen Metallschichten und die Verluste im CMOS Substrat. Der Verschiebungsstrom durch die Metall-Substrat Kapazitäten und die Wirbelströme im Substrat sorgen für kapazitive bzw. induktive Verluste. Ohmsche Verluste im Metall können reduziert werden durch breitere Leiter. Dadurch steigt allerdings der Platzbedarf für den Induktor und die erzielbaren Verbesserungen werden durch den Skineffekt bei hohen Frequenzen begrenzt. Zugleich mit breiteren Leitern erhöht sich auch der kapazitive Verlust. Die Auswirkungen auf die Selbstresonanzfrequenz und  $Q$  lassen sich nicht pauschal voraussagen, da zu untersuchen ist, welcher Effekt überwiegt. Der Entwurf von “on-chip” Induktoren erfordert immer eine Balance der verschiedenen Parameter, [52] beispielsweise zeigt anhand eines einfachen Modells auf, wie die Optimierung des Gütefaktors bei gegebener Frequenz als Extremwertaufgabe durchgeführt werden kann.

## 1.8 Induktoren: Induktivitäten als wichtige Anwendung auf dem Chip

---

Neben  $Q$  ist auch die Selbstresonanzfrequenz  $f_{SR}$  wichtig, da für  $f > f_{SR}$  der Induktor kapazitiv wird. Meistens beginnt  $Q$  allerdings schon weit unterhalb von  $f_{SR}$  abzufallen, weshalb  $f_{max}$  (Frequenz wo  $Q_{max}$  auftritt) und  $f_{SR}$  (Frequenz mit  $Q = 0$ ) vergrößert werden müssen, um befriedigende Ergebnisse für höhere Betriebsfrequenzen zu liefern. Durch Einfügen von Abschirmungen zwischen dem Induktor und dem Si-Substrat können Induktoren unabhängig gemacht werden gegenüber den Substrateigenschaften [53, 54]. Gestapelte Induktoren sparen Platz, verringern aber zugleich auch  $f_{SR}$  durch größere Kopplungskapazität. Deshalb geht man dazu über gestapelte Induktoren möglichst weit voneinander anzuordnen. Durch Verwendung der Metalllagen M3 und M5 wird die Koppelkapazität beinahe auf 30 % reduziert und die Selbstresonanzfrequenz erhöht. Der Wert der Induktivität bleibt relativ konstant, die Substratverluste bleiben unverändert [55]. Verminderte Kapazitäten können auch mit neuen Werkstoffen erzielt werden, damit lassen sich Induktoren mit z.B. 5.7 nH,  $Q_{max} \approx 29$  bei einer Resonanzfrequenz größer 20 GHz erzeugen [56]. Dabei verwendetes poröses Silizium unterdrückt weitgehend die Substratverluste aufgrund seines hohen spezifischen Widerstandes (in der Größenordnung von  $10^6 \Omega\text{cm}$ ). Außerdem läßt es sich relativ leicht und billig herstellen. Andere Verbesserungsvorschläge setzen am Dielektrikum an und greifen auf Luft zurück [57], oder setzen durch konstruktive Änderungen andere Bauformen um z.B. [58–60].

Darüberhinaus ist anzumerken, dass viele Näherungsformeln existieren, die zur Abschätzung der Güte, der Induktivität und des Widerstands herangezogen werden, als Beispiele werden [61–63] angeführt.



# Kapitel 2

## Geometriemodellierung und verfügbare Vergitterungsverfahren

Geometrische Modellierung und Gittergeneration sind besonders wichtig, da die numerische Lösung partieller Differentialgleichungen die Diskretisierung auf Knoten bzw. Kanten der Elemente bedingt. Robuste, effiziente Verfahren, die komplexe Strukturen modellieren und vergittern können sind gefragt, denn oftmals entscheidet der Speicherbedarf, ob eine Simulation durchgeführt werden kann oder nicht.

Die Qualität und Dichte der Gitterelemente beeinflusst maßgeblich die Genauigkeit und den Rechenaufwand der Simulation. Zum einen muss durch entsprechende Gitterdichte gewährleistet sein, dass die Dynamik der Lösung ausreichend aufgelöst werden kann, und zum anderen ist man bestrebt, möglichst schnell Resultate zu erhalten (d.h. mit möglichst wenigen Gitterelementen auszukommen).

### 2.1 Erzeugung der Geometrie

Die Geometrie kann entweder direkt von einem 'Solid Modeler' (s. Abschnitt 2.1.1) oder aus einer Topographiesimulation erhalten werden (s. Abschnitt 2.1.2).

**Zelluläre Geometrien** bestehen aus dreidimensionalen Grundelementen, wie z.B. Tetraedern oder Würfeln, und lassen sich nach *strukturierten* und *unstrukturierten Gittern* unterscheiden (s. auch Abb. 2.1<sup>1</sup> und Abb. 2.2):

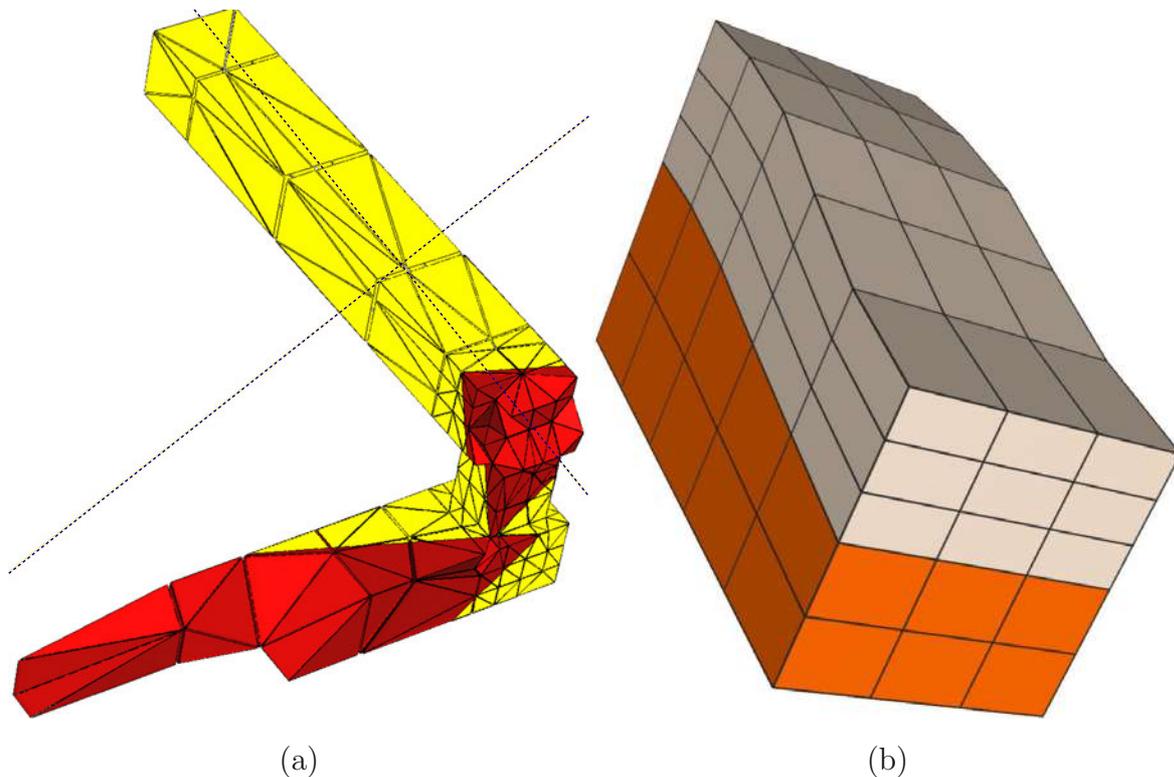
- *Strukturierte Gitter* sind dadurch gekennzeichnet, dass jeder Gitterpunkt und jede Zelle durch ein Indextripel  $(i, j, k)$  festgelegt ist. Es müssen die Elemente nicht explizit abgespeichert sein, da ihre Eckpunkte direkt in der Punktliste mit

---

<sup>1</sup>Der Schnitt in Abb. 2.1a entfernt diejenigen Tetraeder, deren Schwerpunkt oberhalb der Schnittebene liegt. Dadurch läßt sich die unterschiedliche Gitterdichte am Ende der Leitung und im Via noch besser erkennen.

den drei Richtungsindizes gefunden werden können. *Ortho-Produkt-Gitter* sind strukturierte Gitter bei denen nicht nur die Topologie der Zellen, sondern auch die Koordinaten der Gitterknoten einer Regelmäßigkeit unterliegen, und die Gitterzellen haben ebenso wie das Gesamtgitter Parallelogramm- (2D) bzw. Spat- form (3D). Ein rektilineares Gitter ist gekennzeichnet durch das Zusammenfallen der Hauptachsen mit den Achsen des Koordinatensystems; ein kartesisches Gitter besteht darüberhinaus nur aus Zellen gleicher Größe.

- *Unstrukturierte Gitter* bestehen aus Knotenpunkten, deren Anordnung keiner bestimmten Regelmäßigkeit unterliegen. Definiert wird ein unstrukturiertes Gitter durch eine Punktliste und eine Elementliste. Die Punkte sind durch ihre Koordinaten gegeben, die Elemente referenzieren ihre Knoten durch Indizes auf die Punktliste. Wenn verschiedene Grundelemente zur Anwendung kommen, ist noch die Kennzeichnung des Elementtyps erforderlich.



**Abbildung 2.1:** Zelluläre Geometrien: Ein unstrukturiertes Tetraedergitter (a), das durch Aufbrechen entlang einer Schnitt Ebene einen Blick ins Innere gestattet (Achsen der Schnitt Ebene sind strichliert eingezeichnet) und ein strukturiertes Gitter (b)

Da die Beschreibung allgemeiner Geometrien hohe Flexibilität erfordert, werden in dieser Arbeit unstrukturierte Gitter mit Dreiecks- und Tetraederelementen verwendet.

## 2.1 Erzeugung der Geometrie

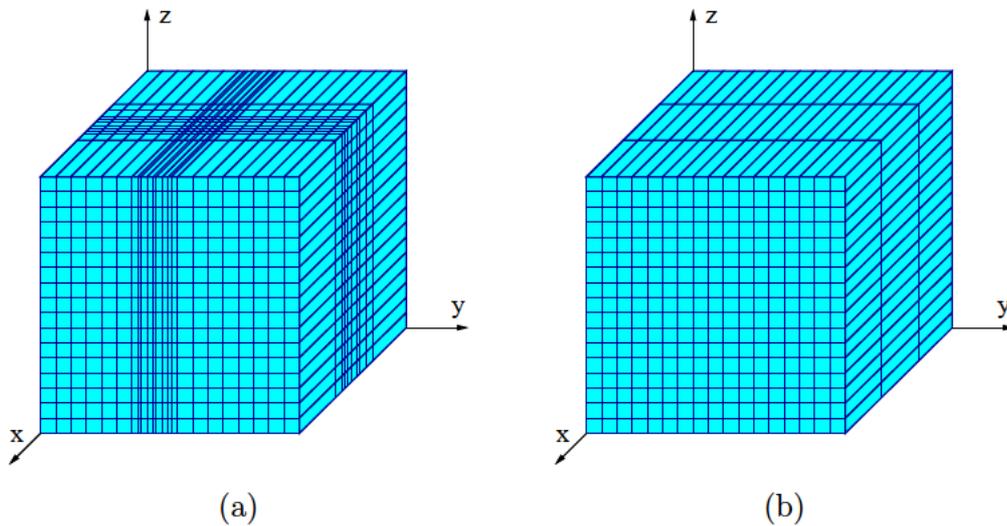


Abbildung 2.2: Rektilineares Gitter (a) und kartesisches Gitter (b) als Spezialfälle strukturierter Gitter

### 2.1.1 Modellierung mittels eines 'Solid Modelers'

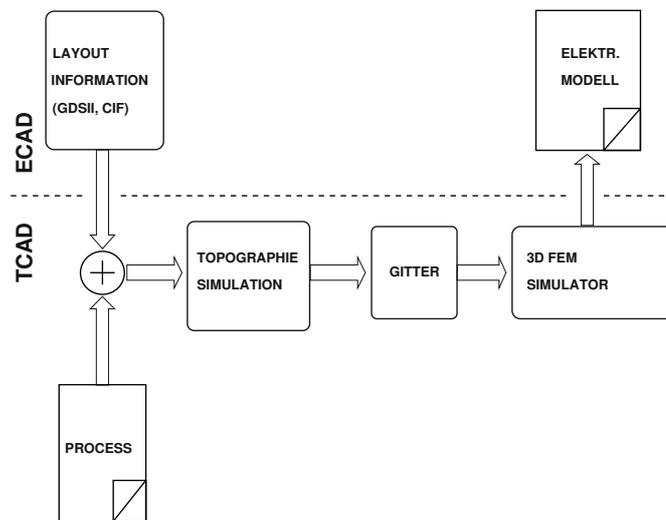
'Solid Modeler' bieten verschiedene Geometrieoperationen (Translation, Rotation, ...) an, die mittels logischer Verknüpfung (UND, ODER, ...) Körper konstruieren. Meistens liegt eine Beschreibung der Struktur bereits in einem zweidimensionalen Format vor (Layout). Durch Duplizierung dieser zweidimensionalen Fläche und Verschiebung um die Dicke in der dritten Dimension erhält man einen Körper. Neben der Vorgabe einer konstanten Dicke bietet der Präprozessor LAYGRID [64] die Möglichkeit je nach Position in der  $x, y$ -Ebene eine unterschiedliche Dicke zuzuweisen, womit der Anwender die Möglichkeit hat, nichtplanare Geometrien zu modellieren.

### 2.1.2 Modellierung durch Topographiesimulation

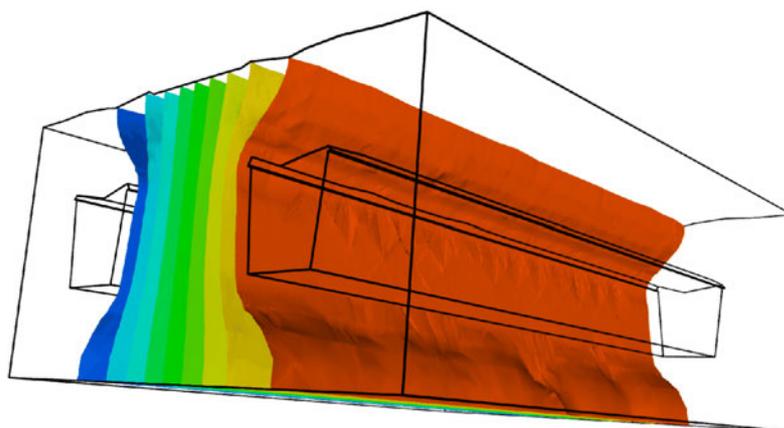
Übliche Modellierungsverfahren vernachlässigen den Unterschied zwischen dem vorgegebenen Entwurf und der durch unzählige Prozessschritte erzeugten realen Struktur. Strukturen, die kleine Auflösungsgrößen benötigen und stark nichtplanare Oberflächen aufweisen, sind mittels genauer Topographiesimulation zu untersuchen, da vor allem dabei große Abweichungen zwischen Entwurf und erzeugter Struktur in Form von Abrundungen, Hohlräumen, usw. auftreten, die zum Teil große Auswirkungen auf die elektrischen Eigenschaften haben.

Durch Topographiesimulationen lassen sich obengenannte Auswirkungen berücksichtigen. Dabei wird in kleine Zeitschritte diskretisiert und in der Folge die Oberfläche entsprechend physikalischer Modelle berechnet. Beispielsweise ist es mit dem Topographiesimulator etch3d [65] möglich, realistische Strukturen von Verbindungsleitungen zu erzeugen. Dieses Programm basiert auf einem zellulären Verfahren. Leider ist das

Ergebnis der zellulären Topographiesimulation ohne nachfolgende Vergrößerungsmethoden nicht brauchbar, die eine geeignete polygonale Darstellung erzielen, weil die Gitterdichte ungeeignet hoch für eine FEM Simulation ist. Üblicherweise wird von einer Layoutinformation und einer Prozessbeschreibung ausgegangen, die in einem Topographiesimulator verarbeitet werden. Die resultierende Geometrie wird vom Gittergenerator vergittert und einem dreidimensionalen Simulator zugeführt, dessen Ergebnisse Eingabewerte in Form einer Netzliste für einen Stromkreissimulator zur Berechnung der elektrischen Eigenschaften sind (Abb. 2.3). Abbildung 2.4 zeigt für ein einfaches Beispiel die Konturflächen des elektrischen Potenzials im Dielektrikum, wobei die Leitungsgeometrie Ergebnis einer Topographiesimulation ist [66].



**Abbildung 2.3:** Einbettung der Topographiesimulation im Simulationsdatenfluß



**Abbildung 2.4:** Konturflächen der Potenzialverteilung im Dielektrikum, deren Leitungen Ergebnis einer Topographiesimulation sind

## 2.2 Erzeugung des Simulationsgitters

Die Anforderungen an das Gitter sind vielfältig: Zum einen muss der realen Geometrie Rechnung getragen werden, zum anderen treten gerade bei der Simulation von Verbindungsstrukturen oftmals stark unterschiedliche Größenverhältnisse auf, die aufwendige Algorithmen zur Gittergenerierung erfordern [67]. Wie bereits anfangs des Kapitels angerissen, werden konkurrierende Anforderungen an das Gitter gestellt. Einerseits muss die Gitterdichte ausreichend sein, um Diskretisierungsfehler klein zu halten, andererseits sollte die Anzahl der Elemente klein sein, um so schnell wie möglich Resultate zu erhalten. Prinzipiell kann man erst nach erfolgter Simulation aufgrund einer Fehleranalyse die Qualität des Gitters beurteilen.

Im folgenden wird erläutert, warum Gitter mit sogenannten Delaunay-Eigenschaften von Vorteil sind. Die Delaunay-Zerlegung ist im zweidimensionalen Fall dadurch charakterisiert, dass innerhalb des Umkreises jedes Dreiecks keine Eckpunkte anderer Dreiecke liegen. Eine Delaunay-Zerlegung stellt im zweidimensionalen Fall sicher, dass bei vorgegebener Punktwolke das erzeugte Gitter in Bezug auf den minimalen Elementwinkel optimal ist [68]. Eine Zerlegung im dreidimensionalen Fall fordert, dass innerhalb der Umkugel eines Tetraeders keine Eckpunkte anderer Tetraeder vorkommen. Im dreidimensionalen Fall wird die “minimum containment sphere” optimal [69]. Dabei können allerdings Elemente mit sehr kleinem Volumen und Flächenwinkel nahe  $0^\circ$  und  $180^\circ$  entstehen. Trotzdem bewährt sich eine Delaunay-Methode im dreidimensionalen Fall, da sie schnellere Algorithmen zur Gittererzeugung ermöglicht. In Kombination mit speziellen Methoden (s. beispielsweise Steiner-Punktverfeinerung) zur Behandlung von Elementen mit kleinem Volumen lassen sich Gitter mit guter Qualität erreichen [70].

Im weiteren werden kurz zwei Gittergeneratoren vorgestellt, die zur Gittererzeugung herangezogen werden können.

→ **Layer-Methode:** Der Präprozessor LAYGRID [71] benutzt den geschichteten Aufbau von Verbindungsleitungen in integrierten Schaltungen, um eine robuste und schnelle Gittererzeugung zu gewährleisten. Dabei wird für jede Schicht eine zweidimensionale Maskendefinition vorgenommen, die gestapelten Layer mit allen Linien werden auf eine zweidimensionale Ebene projiziert und ein entsprechendes Dreiecksgitter erzeugt (s. Abb. 2.5). Dieses Dreiecksgitter wird mit dem Programm *Triangle* [72] erzeugt. Dieser Delaunay-Gittergenerator verfügt über verschiedene Methoden um die Gitterdichte zu kontrollieren, die wichtigsten sind die Steuerung eines minimalen Winkels und die maximale Fläche des Dreiecks. Durch Duplizierung dieser zweidimensionalen Fläche in die dritte Dimension entsprechend der Dicke jeder Lage wird ein prismatisches Gitter erzielt, das durch Aufspalten der Prismen in einem Tetraedergitter mündet. Falls erstens, das ursprüngliche Dreiecksgitter dem Delaunay-Kriterium genügt und zweitens, die Schichten planar sind, besitzt auch das daraus resultierende Tetraedergitter

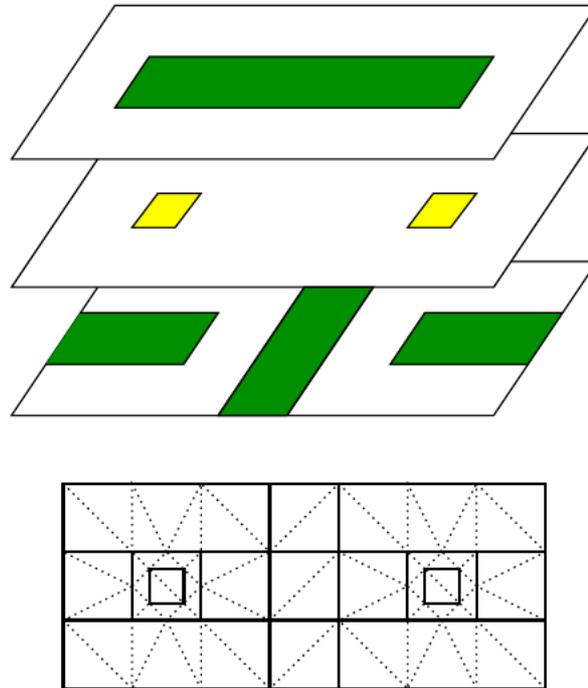


Abbildung 2.5: Gittererzeugung mit dem Präprozessor LAYGRID

die Delaunay-Eigenschaft. Als Nachteil sei angeführt, dass sehr kleine Geometriedetails und Linien aus verschiedenen Schichten, die sich beinahe decken zu einer hohen Gitterdichte in der Projektionsebene führen. Diese Gitterdichte zieht sich durch das ganze Gitter (alle Schichten) durch und führt damit zu einer unerwünschten Erhöhung der Elementanzahl.

→ **Unstrukturierte Gitter:** Mit der Anbindung des Gittergenerators deLink [73,74], der dreidimensionale unstrukturierte Delaunay-Gitter erzeugt, kann man diese Nachteile verhindern, da dieser Gittergenerator von der Oberfläche beginnend den Körper mit Tetraedern auffüllt. Falls nötig wird die Oberfläche automatisch verfeinert, und dort wo eine erhöhte Gitterdichte gewünscht wird, können durch entsprechende Anwendung von unterschiedlichen Verfeinerungsmethoden die Anzahl der Tetraeder selektiv vergrößert werden.

Gitterverfeinerung ist notwendig, wenn die Simulation auf einem bestimmten Gitter nicht die geforderte Genauigkeit erlangt. Es stehen verschiedene Möglichkeiten zur Gitterverfeinerung zur Verfügung:

- Globale Gitterverfeinerung
- Gitterverfeinerung mittels “Dummy-Layer” (LAYGRID)
- Lokale Gitterverfeinerung (deLink)

## 2.2 Erzeugung des Simulationsgitters

→ Globale Verfeinerung wird angewendet, wenn viele Gitterelemente zu groß sind. Die Gitterqualität bleibt im zweidimensionalen Fall unverändert, wenn alle Dreiecke in kleinere, ähnliche Dreiecke aufgeteilt werden. Der Tetraeder kann hingegen nur in vier ähnliche Tetraeder und einen Oktaeder zerlegt werden (siehe Abb. 2.6). Der

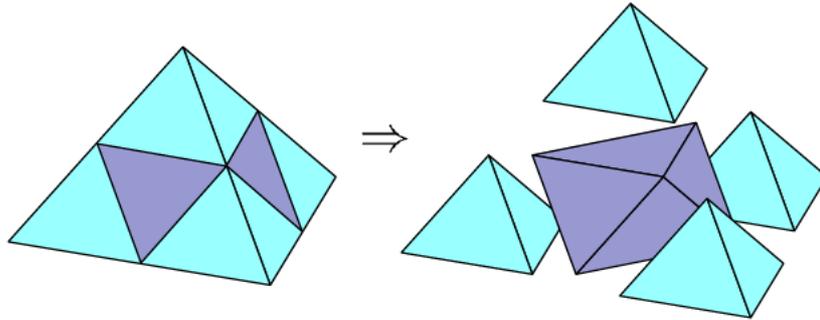


Abbildung 2.6: Verfeinerung eines Tetraeders

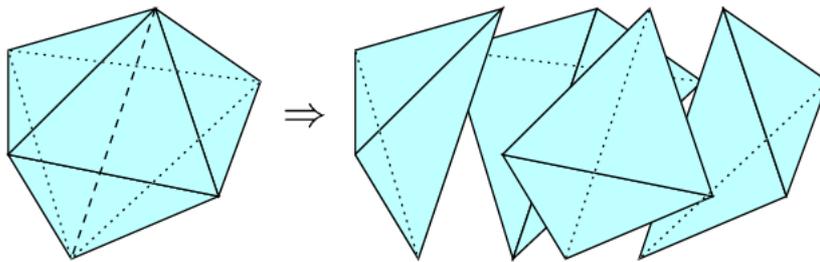
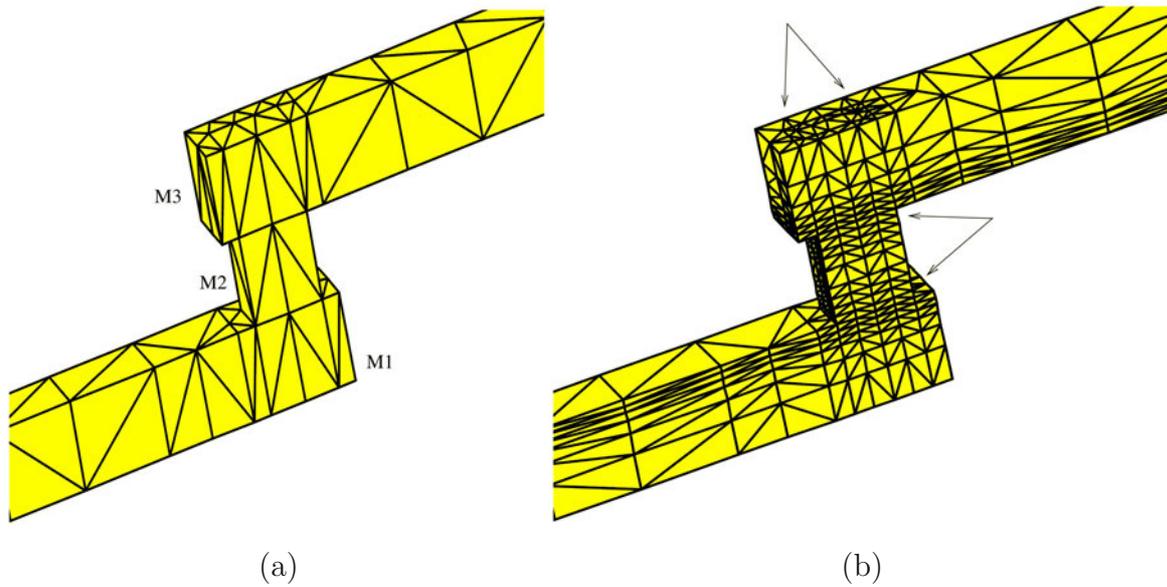


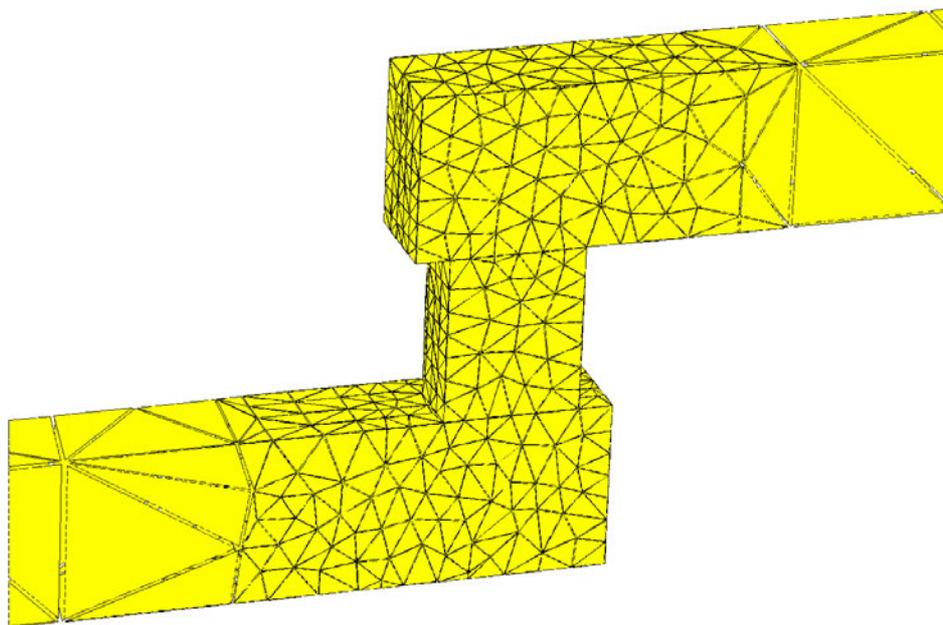
Abbildung 2.7: Verfeinerung eines Oktaeders

Oktaeder kann wiederum in vier Tetraeder zerteilt werden (siehe Abb. 2.7). Da letztere Tetraeder keine geometrische Ähnlichkeit zum Ursprungstetraeder aufweisen, wird bei der kürzesten Raumdialektale des Oktaeders geteilt, um die beste Elementqualität zu erreichen.

→ Gitterverfeinerung mittels “Dummy-Layer” ist mit dem Präprozessor (LAYGRID) möglich. Das gezielte Einfügen eines “Dummy-Layer” erhöht die Gitterdichte an den geforderten Stellen, und durch die implizite Vorgabe, dass die Dicke von Schichten innerhalb eines bestimmten Verhältnisses bleibt, wird auch die unmittelbare Umgebung außerhalb dieser geometrischen Vorgaben angepaßt. Das Initialgitter in Abb. 2.8a besitzt nur Tetraeder, deren Höhe den Schichtdicken der Metallisierungsebenen M1, M2 und M3 entsprechen. Abbildung 2.8b zeigt das Resultat der Vorgabe von zwei dünnen Grenzschichten an den beiden Enden des vertikalen Verbindungstückes. Erst durch diese Verfeinerung kann eine genaue Diskretisierung der Feldgrößen in den Bereichen sichergestellt werden, wo die Lösung große Gradienten aufweist.



**Abbildung 2.8:** Struktur eines einfachen Vias, (a) ohne und (b) mit sogenannter “Dummy-Layer” um die Gitterdichte zu erhöhen. Zwei “Dummy-Layer” sind in der Metallisierungsebene M2 an den Enden der vertikalen Verbindung eingefügt worden. Zusätzlich ist eine “Dummy-Fläche” im vertikalen Verbindungsstück angebracht worden, die sich durch alle Schichten zieht. Die beiden Pfeilpaare heben dies hervor.



**Abbildung 2.9:** Via mit einem Gitter von deLink

## 2.2 Erzeugung des Simulationsgitters

---

→ Lokale Gitterverfeinerung bietet der Gittergenerator **deLink** (siehe Abb. 2.9), der abhängig von den Erfordernissen folgende implementierte Methoden offeriert:

(a) *Streuen von Punkten*

Es gibt vielfältige Möglichkeiten Punkte zu streuen: Für nicht planare Oberflächen besteht die Möglichkeit in Richtung der Normalen entsprechend einer Längenvorgabe (inklusive Skalierungsfaktor) sogenannte “boundary layer” zu erzeugen. Eine andere Methode besteht darin einen Bereich zu definieren in dem anisotrop gemäß einem transformierten Koordinatensystem mit einem Skalierungsfaktor vergittert wird. Dabei entsteht ein gradliniges anisotropes Gitter. Die Methoden können sowohl einzeln als auch überlagert eingesetzt werden. Der Anwendungsfall wird entscheiden, welche Strategie verfolgt wird.

(b) *Steiner-Punktverfeinerung*

Der Vorteil dieser Option ist, dass die Verfeinerung zu einer Qualitätsverbesserung der Elemente benutzt werden kann. Dies funktioniert sehr gut in 2D, in 3D spielen allerdings sogenannte “Sliver”<sup>2</sup> eine größere Rolle, welche durch diese Methode nicht direkt beseitigt werden können [70]. Herkömmliche Verfeinerungsstrategien führen immer wieder auf ähnliche Elemente ohne die Topologie wesentlich zu verändern (in 2D durch Verkleinern in ähnliche Dreiecke, in 3D s. Abschnitt 2.2).

Bei der Steiner-Punktverfeinerung wird auf einem groben Delaunay-Initialgitter entsprechend einer skalaren Gewichtungsfunktion oder aufgrund geometrischer Qualitätskriterien solange verfeinert bis diese vorgegebenen Kriterien erfüllt sind. Der Kniff dieses Verfahrens ist, dass nach Einfügen eines neuen Punktes (zumeist der Umkugelmittelpunkt) Gitterelemente von minderer Qualität aufgelöst werden. Durch Wenden von Flächen erfolgt die Wiederherstellung der Delaunay-Eigenschaft.

---

<sup>2</sup>Sliver (Spänelemente) sind Elemente mit sehr geringem Volumen ( $V \rightarrow 0$ ) und sehr stumpfwinkligen Flächenwinkeln ( $\alpha \rightarrow 180$ ); sie weisen aber trotzdem endliche Kantenlänge auf.



# Kapitel 3

## Grundlagen der Feldberechnung

In diesem Kapitel werden die physikalischen Zusammenhänge wiedergegeben, die durch partielle Differentialgleichungen und Randbedingungen bestimmt sind. Die Grundlagen der klassischen Elektrodynamik bilden die Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.4)$$

und die Materialgleichungen

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (3.6)$$

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}. \quad (3.7)$$

Die Materialparameter sind die magnetische Permeabilität  $\mu$ , die elektrische Permittivität  $\varepsilon$ , und die elektrische Leitfähigkeit  $\gamma$ . Die magnetische Permeabilität  $\mu$  wird als konstant angenommen, da keine magnetischen Materialien behandelt werden. Global erfolgen die Verknüpfungen (3.5, 3.6) über die wesentlich geometrieabhängigen Kapazitäts- bzw. Induktivitätskoeffizienten.

Potenzialformulierungen erweisen sich häufig als günstig, da sie zur Reduktion der Anzahl der Feldvariablen führen. Der Ansatz

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.8)$$

mit dem magnetischen Vektorpotenzial  $\mathbf{A}$  löst formal (3.4) für beliebige Vektorfelder. Damit folgt aus (3.2) mit dem Skalarpotenzial  $\varphi$  für die elektrische Feldstärke

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi. \quad (3.9)$$

Durch die Einführung der Potentiale  $\mathbf{A}$ ,  $\varphi$  sind die Felder  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  eindeutig festgelegt, allerdings gilt nicht die Umkehrung, da die Änderung der Potentiale mit einem hinreichend glatten, beliebigen Skalarfeld  $C$  die gleichen Felder  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  ergeben

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla C, \quad \varphi' = \varphi - \frac{\partial C}{\partial t}. \quad (3.10)$$

Zur eindeutigen Festlegung des Vektorpotenzials  $\mathbf{A}$  ist noch eine Aussage über die Quellen dieses Feldes zu treffen. Zwei Eichtransformationen haben sich als besonders vorteilhaft herausgestellt, nämlich die Lorentz-Eichung und die Coulomb-Eichung.

Die Lorentz-Eichung führt zu zwei entkoppelten Wellengleichungen, deren partikuläre Lösung durch retardierte (verzögerte) Potentiale dargestellt wird. Dann errechnen sich das Potenzial  $\varphi$  und das Vektorpotenzial  $\mathbf{A}$  nicht aus den derzeitigen Werten, sondern aus früheren [75, 76]. Die Coulomb-Eichung führt auf eine Poisson-Gleichung für das Skalarpotenzial und für das Vektorpotenzial auf eine Vektor-Poisson-Gleichung, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird.

### 3.1 Quasistatische Näherung

Von quasistatischer Näherung spricht man, wenn der Verschiebungstrom gegenüber dem Leitungsstrom vernachlässigt wird. Dadurch vereinfachen sich die Maxwell-Gleichungen signifikant, (3.1) reduziert sich zu

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (3.11)$$

Basierend auf dem Ansatz (3.8) erhält man unter Verwendung der Sätze der Vektoranalysis

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A}. \quad (3.12)$$

Damit folgt aus (3.11) sowie unter der Einbeziehung von (3.5)

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A} = \mu \mathbf{J}. \quad (3.13)$$

Aus (3.3) und der Materialgleichung (3.6) folgt

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} - \Delta \varphi = \frac{\rho}{\epsilon}. \quad (3.14)$$

Bei Einführung der Coulomb-Eichung

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.15)$$

wird (3.14) zu

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.16)$$

### 3.1 Quasistatische Näherung

und (3.13)

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}. \quad (3.17)$$

Diese Poisson-Gleichungen können mithilfe der Green-Funktionen<sup>1</sup> gelöst werden:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|). \quad (3.18)$$

In der quasistatischen Näherung erscheint die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit unendlich, daher zeigt diese Näherung nur gute Resultate, wenn die minimale Wellenlänge des ausbreitenden Signals wesentlich größer als die Abmessungen des Leitungssystems senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist<sup>2</sup> [2, 77]. Die Lösungen sind

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV', \quad (3.19)$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'. \quad (3.20)$$

Außerdem sind in dieser Näherung das elektrische und das magnetische Feld entkoppelt. Im allgemeinen zeitabhängigen Fall sind elektrisches und magnetisches Feld immer gekoppelt, siehe (3.1) und (3.2). Wenn aber die Kopplung vernachlässigbar wird, kann man das elektrische und das magnetische Feld unabhängig voneinander berechnen.

#### 3.1.1 Elektrisches Feld und Kapazität

Aus (3.2) folgt im stationären Zustand ( $\partial_t = 0$ ), dass das elektrische Feld aus dem Gradienten eines skalaren Potentials berechnet werden kann

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi. \quad (3.21)$$

Für den stationären Fall mit linearer Dielektrizitätszahl ist das Verhältnis von Ladung  $Q$  und Spannung  $U$  zweier voneinander isolierter Leiter konstant und wird als Kapazität  $C$  bezeichnet

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (3.22)$$

Da die Leiter im Inneren feldfrei sind, ist das Potenzial im ganzen Leiter konstant und die Ladung ist ausschließlich auf der Oberfläche der Leiter verteilt.

<sup>1</sup>Im Zusammenhang mit Rand- und Anfangswertaufgaben werden Grundleösungen auch Green-Funktionen genannt.

<sup>2</sup>Einfache Abschätzung der minimalen Wellenlänge für Leitungssysteme mit maximaler Signalfrequenz von 4 GHz mittels

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{1}{f\sqrt{\epsilon\mu}}: \quad \begin{array}{ll} \lambda_{SiO_2} = 3.8 \text{ cm} & \text{mit } \epsilon_r = 3.9 \\ \lambda_{Xerogel} = 5.6 \text{ cm} & \text{mit } \epsilon_r = 1.8 \end{array}$$

Die Ladungsverteilung ergibt sich aus der elektrischen Flussdichte  $\mathbf{D}$  gemäß der dritten Maxwell'schen Gleichung (3.3). Betrachtet man einen die Oberfläche eines Leiters umgebenden Bereich mit der Dicke  $d$  und lässt  $d$  gegen Null gehen, so erhält man die Flächenladungsdichte  $\sigma$  als Differenz der Normalkomponenten von  $\mathbf{D}$  außerhalb ( $\mathbf{D}_o$ ) und innerhalb ( $\mathbf{D}_i = 0$ ) des Leiters

$$\sigma = (\mathbf{D}_o - \mathbf{D}_i) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{D}_o \cdot \mathbf{n} , \quad (3.23)$$

wobei der Vektor  $\mathbf{n}$  normal auf die Leiteroberfläche steht und in Richtung Dielektrikum zeigt. Mittels *Ladungsintegration* über die Leiteroberfläche  $\Gamma_i$

$$Q = \oint_{\Gamma_i} \sigma \, dA = \oint_{\Gamma_i} \mathbf{D}_o \cdot \mathbf{n} \, dA = \oint_{\Gamma_i} \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA \quad (3.24)$$

kann man die gesamte auf einem Leiter gespeicherte Ladung berechnen. Über (3.22) lässt sich daraus die Kapazität zwischen zwei Leitern ermitteln<sup>3</sup>.

Als Alternative zur Ladungsintegration kann die Kapazität auch mit der *Energiemethode* ermittelt werden. Die in einem Kondensator gespeicherte Energie  $W$  lässt sich durch

$$W = \frac{CU^2}{2} \quad (3.25)$$

ausdrücken, die natürlich gleich der im elektrischen Feld enthaltenen Energie

$$W = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{E} \mathbf{D} \, dV = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{E} \epsilon \mathbf{E} \, dV \quad (3.26)$$

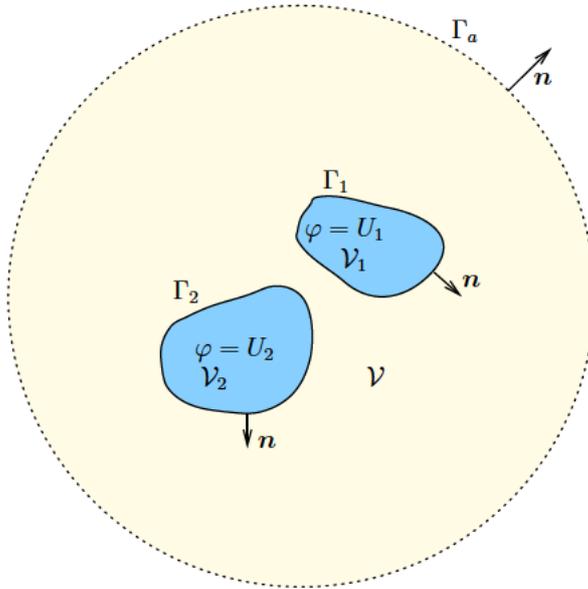
sein muss. Der Integrationsbereich  $\mathcal{V}$  erstreckt sich über das gesamte Dielektrikum zwischen den Leitern und geht theoretisch i.a. bis ins Unendliche. Das elektrische Feld ladungsbalancierter Leiter klingt für Entfernungen, die groß gegenüber dem Durchmesser des Gebietes sind, das die Ladungen enthält, mit der dritten Potenz des mittleren Abstands ab. Deshalb ist der größte Teil der Feldenergie in der nächsten Umgebung der Leiter enthalten und der Integrationsbereich kann für praktische Anwendungen entsprechend verkleinert werden, ohne dass damit ein großer Fehler bei der Energieberechnung gemacht wird.

Sowohl die Energiemethode als auch das Verfahren der Ladungsintegration erfordern die numerische Berechnung des elektrischen Feldes. Anzumerken ist, dass bei der Ladungsintegration die Berechnung des Feldes auf der Leiteroberfläche genügt. Setzt man (3.21) in (3.3) ein und berücksichtigt, dass in den Isolatoren keine elektrischen Ladungen ( $\rho = 0$ ) vorhanden sind, erhält man die Euler-Gleichung

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \varphi) = 0 . \quad (3.27)$$

<sup>3</sup>Ein ladungsbalanciertes System ( $\sum q_i = 0$ ) sei vorausgesetzt.

### 3.1 Quasistatische Näherung



**Abbildung 3.1:** Simulationsbereich und Ränder bei der Berechnung des elektrischen Feldes: Die beiden Elektroden  $\mathcal{V}_1$  und  $\mathcal{V}_2$  liegen auf konstanten Potenzialen ( $U_1$  bzw.  $U_2$ ) und bilden somit Dirichlet-Bedingungen. Der äußere Rand  $\Gamma_a$  wird durch eine homogene Neumann-Bedingung modelliert.

Das Gebiet  $\mathcal{V}$ , auf dem Gleichung (3.27) gelöst werden soll, wird durch mehrere Flächen berandet (Abb. 3.1). Die konstanten Potenziale der Leiteroberflächen stellen *Dirichlet-Bedingungen* dar

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_i : \varphi(\mathbf{r}) = U_i, \quad (3.28)$$

wobei mit  $\Gamma_i$  die Oberfläche des Leiters  $i$  bezeichnet wird. Wenn man für die numerische Berechnung das Simulationsgebiet nach außen hin begrenzt, benötigt man auch für  $\Gamma_a$  eine Randbedingung, die man sinnvollerweise so wählt, dass die Oberfläche ladungsfrei bleibt, also  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{n} = 0$  gilt, oder durch das Potenzial ausgedrückt:

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_a : \mathbf{n} \nabla \varphi(\mathbf{r}) = 0. \quad (3.29)$$

Diese Art von Randbedingung wird *homogene Neumann-Bedingung* genannt. Oberflächen, auf denen eine fixe elektrische Flächenladungsdichte  $\sigma$  eingepreßt ist, lassen sich durch *allgemeine Neumann-Bedingungen* darstellen:

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_n : \mathbf{n} \varepsilon \nabla \varphi(\mathbf{r}) = \sigma. \quad (3.30)$$

#### 3.1.2 Elektrischer Strom und Widerstand

Gemäß dem Ohmschen Gesetz ist der elektrische Widerstand eines Leiters im statischen Fall als das Verhältnis von Klemmenspannung und Strom definiert:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (3.31)$$

Der Widerstand einer Leitung kann nun berechnet werden, indem man an den Enden des Leiters eine Spannung anlegt und den Leitungsstrom durch Integration über eine

Kontaktfläche des Leiters  $\Gamma_i$  ermittelt

$$I = \int_{\Gamma_i} \mathbf{J} \mathbf{n} \, dA, \quad (3.32)$$

oder man erhält den Widerstand aus der elektrischen Verlustleistung im Leiter

$$P = \frac{U^2}{R} = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{E} \mathbf{J} \, dV. \quad (3.33)$$

Für die Berechnung des elektrischen Feldes geht man wieder vom zeitlich unveränderlichen Fall aus und nimmt die elektrische Feldstärke als reines Gradientenfeld gemäß (3.21) an. Ferner lässt sich zeigen, dass die Stromdichte  $\mathbf{J}$  quellenfrei ist, indem man den Divergenzoperator auf (3.1) anwendet:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (3.34)$$

Setzt man nun (3.7) ein, erhält man die folgende Differentialgleichung für das elektrische Potenzial in einem Leiter

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla \varphi) = 0 \quad (3.35)$$

mit der Leitfähigkeit  $\gamma$ . Man erkennt, dass diese Gleichung vom gleichen Typ wie (3.27) ist. Der Bereich  $\mathcal{V}$ , auf dem (3.35) gelöst werden soll, entspricht dem Inneren des stromführenden Leiters. Der Teil der Oberfläche, der ausschließlich von Isolatoren umgeben ist und keine Kontakte enthält ( $\Gamma_a$ ), stellt für das Potenzial eine *homogene Neumann-Bedingung* dar, da kein Strom vom Leiter in den Isolator fließen kann ( $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$ ), und somit gilt:

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_a : \mathbf{n} \nabla \varphi(\mathbf{r}) = 0. \quad (3.36)$$

An den Kontaktflächen  $\Gamma_i$  wird üblicherweise ein konstantes Potenzial  $U_i$  vorgegeben, was eine *Dirichlet-Bedingung* darstellt:

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_i : \varphi(\mathbf{r}) = U_i. \quad (3.37)$$

Alternativ zu einem konstanten Potenzial könnte man auch an den Kontakten eine konstante Stromdichte  $J_i$  (normal zur Oberfläche) einprägen (*inhomogene Neumann-Bedingung*)

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_i : \mathbf{n} \gamma \nabla \varphi(\mathbf{r}) = J_i. \quad (3.38)$$

Wenn man hingegen anstatt der Stromdichteverteilung den Gesamtstrom  $I_f$  angeben möchte und gleichzeitig ein konstantes Potenzial mit einem noch unbekanntem Wert  $U_f$  fordert, ergibt das eine *schwebende Randbedingung* ("floating boundary condition")

$$\forall \mathbf{r} \in \Gamma_i : \varphi(\mathbf{r}) = U_f, \quad (3.39)$$

$$\oint_{\Gamma_i} (\gamma \nabla \varphi) \mathbf{n} \, dA = I_f. \quad (3.40)$$

### 3.1 Quasistatische Näherung

---

Wenn das Gebiet  $\mathcal{V}$  ausschließlich von Neumann-Bedingungen oder schwebenden Randbedingungen umgeben ist, dann hat (3.35) keine eindeutige Lösung für das Potenzial. Durch die Wahl eines beliebigen Potenzialwertes in einem beliebigen Punkt  $\mathbf{p} \in \mathcal{V}$  kann die Eindeutigkeit wieder hergestellt werden:

$$\varphi(\mathbf{p}) = U_{\text{ref}}, \quad \mathbf{p} \in \mathcal{V}. \quad (3.41)$$

Die folgende globale Verträglichkeitsbedingung muss immer erfüllt sein:

$$\sum_i \int_{\Gamma_i} J_i \, dA + \sum_i I_{f_i} = 0. \quad (3.42)$$

Sie sagt aus, dass die Summe der Ströme über die gesamte Leiteroberfläche gleich Null sein muss. Ist mindestens eine Dirichlet-Bedingung vorhanden, so erfüllt die Lösung für das Potenzial  $\varphi$  diese Bedingung automatisch, gibt es jedoch nur Neumannsche und schwebende Randbedingungen, so muss (3.42) für den Rand garantiert sein.

#### 3.1.3 Magnetisches Feld und Induktivität

Aus den Gleichungen (3.7) und (3.9) kann die Stromdichte bestimmt werden, (3.17) führt dann zu

$$\Delta \mathbf{A} - \mu\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mu\gamma \nabla \varphi. \quad (3.43)$$

Die Quellenfreiheit der Stromdichte ist gegeben durch

$$\nabla \cdot \left[ -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma \nabla \varphi \right] = 0, \quad (3.44)$$

da der erste Term  $\gamma \partial_t \nabla \cdot \mathbf{A}$  verschwindet ( $\gamma \equiv \text{const}$ ), falls die Coulomb-Eichung gilt, ist die Stromkontinuität sichergestellt, wenn der zweite Term ebenfalls verschwindet.

Ein Satz von  $N^2$  Induktivitäten ist definiert für ein System von  $N$  Schleifen als

$$L_{ij} \equiv \frac{\psi_{ij}}{I_j} \quad \text{für } I_k = 0 \text{ falls } k \neq j, \quad (3.45)$$

wobei  $\psi_{ij}$  den magnetischen Fluß in der Schleife  $i$  repräsentiert, der auf den Strom  $I_j$  im Leiter  $j$  zurückzuführen ist. Anhand obiger Definition könnte man die Induktivitäten ermitteln, aber der übliche Weg über die Berechnung der magnetischen Energie zeigt die gleichen Resultate und ist überschaubarer, da die Berechnung der Induktivitäten aus dem magnetischen Fluß mit größerem Aufwand verbunden ist. So läßt sich z.B. die Definition der Integrationsflächen, die durch die Stromverteilungen gegeben sind, für ein anspruchsvolleres Beispiel nicht mehr einfach durchführen.

Die magnetische Energie ist zunächst gegeben durch das Integral, das über den ganzen felderfüllten Raum ausgewertet werden muss

$$W = \frac{1}{2\mu} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{B}^2 dV. \quad (3.46)$$

Unter Verwendung von (3.8) und (3.11) ergibt sich

$$W = \frac{1}{2\mu} \int_{\mathcal{V}} [\mu \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} - \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A})] dV, \quad (3.47)$$

und der Anwendung des Satzes von Gauß auf den zweiten Term

$$W = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} dV - \frac{1}{2\mu} \int_{\partial\mathcal{V}} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A}) dA. \quad (3.48)$$

Gleichung (3.48) besteht aus einem Volumintegral, das sich nur über stromführende Gebiete erstreckt, und einem Oberflächenintegral, das für im Endlichen gelegene Stromverteilungen verschwindet, wenn die Oberfläche gegen unendlich geht. Dies läßt sich anhand einer Kugel  $\partial\mathcal{V}$  mit Radius  $R$  veranschaulichen, die die ganze Stromverteilung einschließt, da die Oberfläche nur proportional mit dem Quadrat des Radius wächst, während die magnetische Feldstärke reziprok zur dritten Potenz des Radius und das magnetische Vektorpotenzial reziprok zur zweiten Potenz des Radius abklingt. Die magnetische Energie läßt sich mit (3.19) auch als doppeltes Volumintegral ausdrücken:

$$W = \frac{\mu}{8\pi} \int_{\mathcal{V}'} \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV dV' = \frac{1}{2} \{I_i\}^T [L] \{I_j\} \quad (3.49)$$

mit den Elementen  $L_{ik}$  der Matrix  $[L]$

$$L_{ik} = \frac{1}{I_i I_k} \frac{\mu}{4\pi} \int_{\mathcal{V}_i} \int_{\mathcal{V}'_k} \frac{\mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV dV' \quad (3.50)$$

und der Spaltenmatrix der Schleifenströme  $\{I_j\}$  bzw. der transponierten Spaltenmatrix  $\{I_i\}^T$ .

### 3.1.4 Eigenschaften der Induktivitätsmatrix $[L]$

- Die Matrix ist symmetrisch, da (3.50) in  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{r}'$  symmetrisch ist.
- Da die magnetische Energie für beliebige Stromverteilungen stets positiv ist, ist  $[L]$  positiv definit.

## 3.2 Statische Näherung

---

- Es gibt keine Kopplung zwischen Leitern (Stromverteilungen), die orthogonal zueinander sind.
- Die Kopplung ist negativ für Leiter, deren Stromverteilungen antiparallele Richtungen aufweisen.

Diese Punkte decken sich mit den Aussagen von (1.3).

## 3.2 Statische Näherung

Im statischen Fall verschwinden die Zeitableitungen in den beiden ersten Maxwell-Gleichungen (3.1, 3.2). Dies entspricht der Frequenz  $f = 0$ . Das magnetische und das elektrische Feld sind nun vollständig entkoppelt, d.h. die Stromdichte ist unabhängig vom magnetischen Feld und vereinfacht sich entsprechend (3.7) und (3.9) zu

$$\mathbf{J} = -\gamma \nabla \varphi, \quad (3.51)$$

und (3.43) zu

$$\Delta \mathbf{A} = \mu \gamma \nabla \varphi. \quad (3.52)$$

Stromkontinuität ist gegeben durch (3.44), falls  $\nabla \cdot \gamma \nabla \varphi = 0$  im Leiter erfüllt ist. Die Stromdichte ergibt sich aus der Euler-Gleichung

$$\nabla \cdot \gamma \nabla \varphi = 0, \quad (3.53)$$

die innerhalb der leitfähigen Segmente gelöst wird. Dazu sind an den Kontakten Randbedingungen zu spezifizieren, wobei ein konstantes Potenzial (Dirichlet-Randbedingung) oder eine konstante Stromdichte (Neumann-Randbedingung) angegeben werden kann. Allerdings muss, wie bereits in Abschnitt 3.1.2 erläutert, jede Verdrahtungsstruktur zumindest einen Dirichlet-Kontakt besitzen, da ansonsten, um die Eindeutigkeit herzustellen, ein beliebiger Punkt auf ein beliebiges Potenzial gesetzt werden muss.

Nachdem die Stromdichte ermittelt wurde, kann nunmehr (3.52) benutzt werden um für jede Koordinatenrichtung separat das magnetische Vektorpotenzial zu berechnen, da es sich um drei unabhängige Lösungen der Poisson-Gleichung handelt. Abschnitt 7.1 gibt Aufschluss über die Vorgabe der Randbedingungen für das magnetische Vektorpotenzial.



# Kapitel 4

## Simulation von Verbindungsleitungen

Genaue Analyse von elektromagnetischen Phänomenen in modernen integrierten Schaltungen ist schwierig, aufgrund der Größe des zu behandelnden Problems<sup>1</sup>, der damit verbundenen Komplexität der Geometrien und der Eigenheit der beschreibenden physikalischen Differentialgleichungen. Die direkte Lösung der Maxwell-Gleichungen ist nur für einen kleinen, räumlich begrenzten Bereich möglich. Größere Gebiete bedingen bestimmte Vereinfachungen und Annahmen, um die Komplexität des Gleichungssystems zu reduzieren.

Konzentrierte Netzwerkmodelle bestehend aus Kapazitäten, Widerständen und Induktivitäten sind die häufigst verwendete Simulationstechnik in der Stromkreisanalyse. Um die verteilte Beschaffenheit der extrahierten Parameter genügend genau zu beschreiben, können viele konzentrierte Elemente notwendig sein. Deshalb ist eine genaue Parameterextraktion die Basis für eine erfolgreiche Simulation. Der nächste Abschnitt gibt einen kurzen Überblick über bekannte Methoden. Für die präsentierten Beispiele (bezüglich Kapazitätsextraktion und thermischer Simulation) wurde die Finite Elemente Methode angewandt [78].

### 4.1 Parameterextraktion

#### 4.1.1 Kapazitätsextraktion

Die Berechnung von parasitären kapazitiven Effekten ist unentbehrlich für den Entwurf von zuverlässigen integrierten Hochleistungsschaltungen. Kapazitätsextraktionsmethoden können in drei Gruppen eingeteilt werden:

---

<sup>1</sup>In diesem Zusammenhang ist nicht die geometrische Größe gemeint, sondern vielmehr ist abzuwägen, mit welcher Methode bei vorhandenen CPU- und Speicherressourcen Resultate erzielt werden können. Numerische Methoden, die die Laplace-Gleichung lösen, haben beispielsweise einen höheren Ressourcenbedarf als einfache Modelle, und können deshalb bei gegebenen Ressourcen nur auf kleinere Probleme angewendet werden.

- Analytische Berechnung ist nur für sehr einfache Strukturen möglich (z.B. unendlich langer, gerader Leiter über Erde [79]).
- Geometrische Modelle benötigen nur kurze Rechenzeiten, sie sind aber nur für rechteckige Strukturen anwendbar und für Verbindungsstrukturen mit vielen Schichten ungenau [80–84].
- Numerische Methoden – basierend auf der Lösung der Laplace-Gleichung – haben einen hohen Ressourcenbedarf bezüglich Speicher und Rechenzeit.

Analytische Berechnung der Kapazitäten wird kaum angewandt, weil selbst für einfache Geometrien ein großer Aufwand nötig ist, um die Gleichungen zu erhalten. Manchmal wird zur Kalibrierung mit Teststrukturen, die mit Näherungsformeln berechnet werden, auf die analytische Berechnung zurückgegriffen.

Geometrische Modelle approximieren die Werte der Kapazitäten auf Basis von Näherungsformeln an. Dabei wird z.B. bei benachbarten Leitungen die Kapazität bestimmt aufgrund eines Anteils der überlappenden Fläche und eines Anteils verursacht durch das Streufeld. Diese Modelle sind kalibriert für eine spezifische Technologie, die bei Änderungen von wesentlichen Parametern in einem langwierigen Procedere wieder angepaßt werden müssen. Sie werden häufig zur Parameterextraktion der gesamten Verdrahtungsstruktur von integrierten Schaltungen verwendet.

Dreidimensionale Feldgleichungslöser sind die allgemeinste Form zur elektromagnetischen Analyse, weil sie direkt die partiellen Differentialgleichungen lösen. Zwei populäre numerische Methoden sind die Boundary Element Methode (BEM) und die Finite Elemente Methode (FEM).

Die BEM [85–87] nutzt eine Integralformulierung basierend auf dem Green-Theorem

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') dA', \quad (4.1)$$

wobei sich die Integration der Ladungen über die Leiteroberflächen erstreckt. Die Greensche Funktion des unendlichen, leeren Raumes beschreibt den Einfluss einer Punktladung im Punkt  $\mathbf{r}'$  auf das Potenzial an der Stelle  $\mathbf{r}$

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (4.2)$$

Zur Lösung des Integrals (4.1) wird die Leiteroberfläche vergittert, und der Einfluss der Ladung in jedem Element auf das Potenzial jedes anderen Elementes berechnet. Man erhält ein Gleichungssystem mit einer vollbesetzten Systemmatrix. Multipolmethoden [85, 88] können verwendet werden, um die benötigten Speicherressourcen und die Rechenzeiten durch effiziente Berechnung des Fernfeldes zu reduzieren.

## 4.1 Parameterextraktion

---

Hierarchische Ansätze schätzen das Fernfeld zwischen Zellen und nicht mehr zwischen Punkten ab. Die BEM kann auch mit anderen Verfahren noch beschleunigt werden, so nützt z.B. der Schur-Algorithmus [89] ebenfalls den vernachlässigbaren Einfluss von weit entfernten Leitern aus.

Falls das Simulationsgebiet aus mehreren Materialien mit unterschiedlichen Permittivitäten besteht, müssen auch die Grenzschichten zwischen diesen Materialien mit den Randelementen diskretisiert werden, um die Polarisationsladung zu berücksichtigen. Um die daraus resultierende Vergrößerung der Systemmatrix zu vermeiden, können geeignete Green-Funktionen benutzt werden, die die verschiedenen Dielektrika mitsamt den Polarisationsladungen an den Grenzflächen repräsentieren [90]. Die passende Green-Funktion für mehrere Materialien mit unterschiedlichen Dielektrizitätszahlen ist meist schwierig zu finden [91].

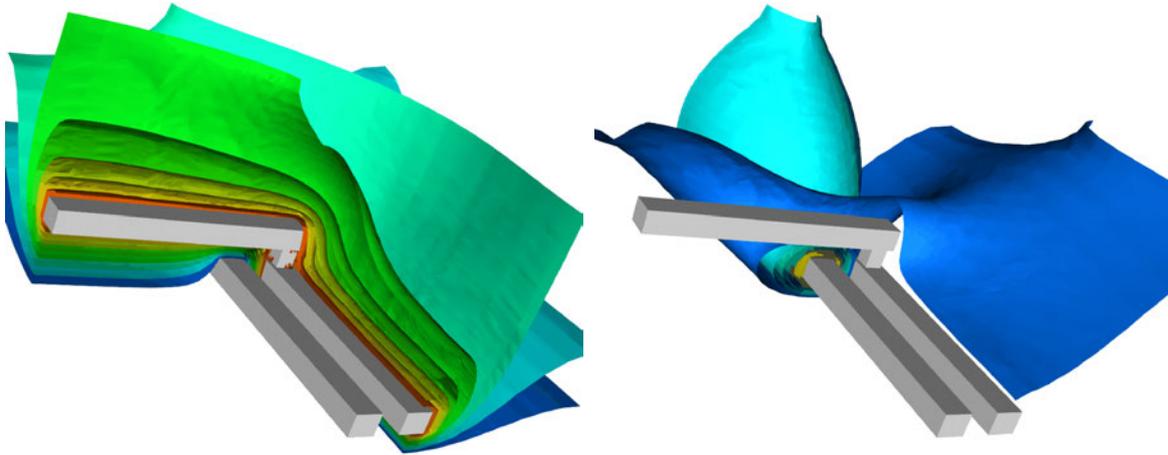
Die Finite Elemente Methode sucht in jedem Element nach einer Näherungslösung, die durch geeignete Wahl der Ansatzfunktionen mit hoher Genauigkeit erreicht werden kann. Diese Ansatzfunktionen sind den Gitterpunkten zugeordnet und entweder an die erwartete Lösung oder an die Eigenfunktionen des Differentialoperators angepaßt. Eine gute Näherung erhält man, indem gefordert wird, dass das mit den Gewichtsfunktionen multiplizierte Residuum (Differenz zwischen exakter Lösung und Näherungslösung) im Mittel verschwindet. Eine gebräuchliche Methode ist die Gewichtsfunktionen den Ansatzfunktionen gleichzusetzen (Galerkin-Ansatz).

Finite Elemente [92] Diskretisierung führt auf eine spärlich besetzte Matrix, die um etliches größer ist als jene der BEM, weil das ganze Simulationsgebiet mit Volumenelementen diskretisiert ist. Die FEM ist überaus flexibel und gestattet inhomogene, anisotrope, oder nichtlineare Dielektrika. Hohe Genauigkeit wird erzielt durch Anwendung von Gitterverfeinerung bzw. höhere Ordnung der Ansatzfunktionen.

Im Gegensatz zur BEM, wo die Greenschen Funktionen das elektrische Feld bis Unendlich repräsentieren, ist der Simulationsbereich bei der FEM begrenzt, üblicherweise durch homogene Neumann-Randbedingungen. Verglichen mit der BEM, ist die FEM nicht auf homogene, geschichtete Dielektrika begrenzt; allerdings ist der Berechnungsaufwand größer als für die beschleunigte BEM.

Abbildung 4.1 zeigt ein Beispiel, für das die FEM genutzt wurde, um die Kapazität zweier Leiter über Erde zu ermitteln. Für die partiellen Kapazitäten eines  $n$ -Leiterproblems sind  $n - 1$  Simulationen mit verschiedenen Feldkonfigurationen der Leiter durchzuführen. Die Abbildung zeigt zwei Konfigurationen, die mit Äquipotentialflächen (rot = 1 V, blau = 0 V) im Dielektrikum dargestellt sind.

Kombinationen von BEM und FEM, sogenannte Hybridelementmethoden, versuchen die Vorteile von beiden zu vereinen [93]. Spezielle Modelle an den Grenzschichten sind



**Abbildung 4.1:** Kapazitätsberechnung mit der FEM für zwei Verbindungsleitungen über Erde, die nicht gezeigt wird. Die Äquipotentialflächen sind für zwei verschiedene Leiterspannungskonfigurationen dargestellt. Die berechneten Werte sind:  $C_{1,2} = 0.52 \text{ fF}$ ,  $C_{1,GND} = 1.04 \text{ fF}$ ,  $C_{2,GND} = 1.15 \text{ fF}$

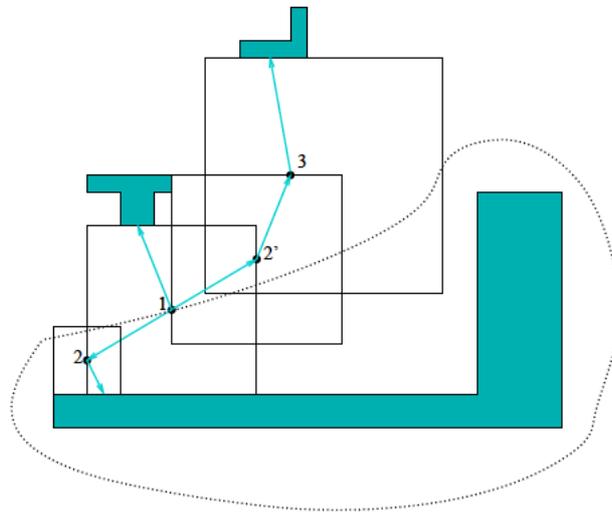
erforderlich. Ein Nachteil der Hybridelementmethode ist die Notwendigkeit einer geometrischen Selektion, um die Simulationsbereiche der BEM und FEM festzulegen. Der Gittergenerator muss sowohl Randelemente, als auch Volumenelemente unterstützen. In der Praxis werden Hybridelementmethoden allerdings kaum eingesetzt.

Eine andere Methode zur Berechnung der Kapazitäten ist die Anwendung Finiter Differenzen um die Ableitungen der Differentialoperatoren durch Differenzquotienten zu ersetzen [94]. Dabei erhält man auf dem typisch verwendeten strukturierten Gitter für jeden Knoten eine Gleichung in den unbekanntenen Funktionswerten des Gitterpunktes und seiner Nachbarn. Daraus resultiert eine spärlich besetzte Systemmatrix, die mit iterativen Verfahren effizient gelöst werden kann. In [95–98] wird mittels „Finiter Differenzen“ eine Diskretisierung der kompletten Maxwell-Gleichungen und eine Lösung im Zeitbereich erreicht.

Ein bekanntes stochastisches Verfahren ist die “Random Walk Methode” (RWM) [99]. Besonders attraktiv ist dieses Verfahren, weil kein Gitter benötigt wird, und aufgrund des geringen Rechenaufwands sehr große Simulationsgebiete mit geringem Speicherbedarf analysiert werden können. Grobe Abschätzungen der berechneten Kapazitäten sind bereits nach wenigen Iterationen verfügbar, der Fehler sinkt reziprok mit der Wurzel der Auswertungen.

## 4.1 Parameterextraktion

Diese Methode basiert auf der Lösung der Laplace-Gleichung in einem skalierbaren Würfel mit verschiedenen Dirichlet-Bedingungen. Mithilfe eines Randintegrals werden das Potenzial und das elektrische Feld im Zentrum des Würfels berechnet. Die Kapazität zwischen zwei beliebigen Elektroden kann nun als unendliche Reihe verschachtelter Randintegrale ausgedrückt werden. Aus dieser Reihe lassen sich Wahrscheinlichkeitsregeln für sogenannte "Random Walks" herleiten. Man geht dabei schrittweise von einer Elektrode aus und findet einen maximal großen um den Startpunkt zentrierten Würfel, dessen Innenraum keine Elektrode enthält. Der Startpunkt für den nächsten Schritt liegt immer auf der Oberfläche des vorigen Würfels. Beendet wird der Random Walk wenn eine andere Elektrode erreicht wird (Abb. 4.2). Durch gewichtete Summierung kann man die Kapazitäten zwischen Startelektrode und allen anderen Leitern ermitteln.



**Abbildung 4.2:** Illustration der "Random Walk Methode": 3 Elektroden mit möglichst großen Würfeln, deren Zentren fortlaufend numeriert sind, verdeutlichen das Prinzip. Nachdem eine Gaußsche Oberfläche um die Elektrode erzeugt wurde (mitunter mit Schwierigkeiten verbunden), wird von dort gestartet. Ein Teil des Würfels ist auf bekanntem Potenzial, der Rest kann als Zentrum weiterer Würfel herangezogen werden.

Die BEM ist sehr effizient für genaue Kapazitätsberechnung, für die Extraktion der Kapazitäten eines Chips ist sie aber ebensowenig geeignet wie die FEM, hauptsächlich weil der Bedarf an Speicherressourcen gravierend ist. Eine Möglichkeit ist deshalb den Entwurf in kleinere Bereiche aufzuteilen, und separat zu behandeln. Ein weiteres Beispiel für die Aufteilung des Entwurfs ist die Einführung eines Tunnels, in dem kritische Netze und alle Nachbarleitungen berücksichtigt werden. Da die Größe des Tunnels Auswirkung auf die erzielbare Genauigkeit hat, darf er nicht zu klein gewählt werden. Dieses Verfahren muss für alle Netze wiederholt werden um die Kapazitäten des ganzen

Chips zu erhalten [100]. Inhomogene und nichtlineare Materialien können mit der BEM oder der “Random Walk Methode” nicht berechnet werden.

### 4.1.2 Widerstandsextraktion

Der Widerstand von Verbindungsleitungen kann mithilfe von polygonalen Zerlegungsmodellen [101] (z.B. durch Abzählen der Rechtecke) angenähert, oder numerisch berechnet werden. Die BEM kann nicht effizient angewandt werden, weil Verbindungsleitungen große Oberflächen und kleines Volumen besitzen, was zu einer riesigen, voll besetzten Systemmatrix führt. Einzig zur Substratwiderstandsextraktion kann die BEM effizient eingesetzt werden, da das Substrat durch kleine Oberflächen und große Volumina gekennzeichnet ist. Die FEM eignet sich sehr gut zur genauen Berechnung, wengleich der Rechenbedarf höher als für polygonale Modelle ist. Mit der Lösung der Laplace-Gleichung liefert die FEM ohne großen Aufwand auch noch die Spannungs- und Stromdichteverteilung.

### 4.1.3 Induktivitätsextraktion

Zur Berechnung von induktiven Effekten wird die Methode der partiellen Induktivitäten benötigt, die bereits in Abschnitt 1.6 vorgestellt wurde. Nachdem langwierige analytische Formulierungen, wie z.B. in [41] für rechteckige Leiter angegeben, sich nicht besonders für eine rechnerunterstützte Auswertung eignen, gibt es in [102] verbesserte computergerechtere Formeln für lange, dünne Leiter. Eine geschlossene Lösung mit 16 Auswertungen einer Funktion für Rechteckleiter bietet [103] an. Durch Segmentierung der Leiter wird eine Modellierung des Skin效ektes möglich. Die Netzwerktheorie nützend, wird nicht explizit die Stromdichte ausgerechnet, sondern die Stromdichteverteilung angenähert durch kleine Zellen, die konstante Stromdichten aufweisen. Von Zelle zu Zelle kann die Stromdichte variieren, sodass man eine Treppenfunktion-Näherung der aktuellen Stromdichte erhält.

Exemplarisch wird auf ein Simulationsprogramm eingegangen, das auf Näherungsformeln, allerdings von [40] zurückgreift. Der Ansatz dieses Programms geht auf [104, 105] zurück. Weiters wird in diesem Abschnitt über andere Simulatoren berichtet, die entweder die Neumann-Formel numerisch auswerten, oder einen Ansatz mit dem Vektorpotenzial verfolgen.

FastHenry [106] basiert auf einer Integralformulierung einer quasistatischen Lösung der Maxwell-Gleichungen. Dazu wird das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  entsprechend (3.9) aus dem Skalarpotenzial  $\varphi$  und dem Vektorpotenzial  $\mathbf{A}$  angesetzt, und für harmonische Größen im eingeschwungenen Zustand erhält man

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - j\omega\mathbf{A} . \quad (4.3)$$

## 4.1 Parameterextraktion

Mit Verwendung der Coulomb-Eichung kann für das Skalarpotenzial und das Vektorpotenzial, gegeben durch (3.19), folgende Integralgleichung formuliert werden:

$$\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{\gamma} + \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' = -\nabla\varphi(\mathbf{r}). \quad (4.4)$$

Durch gleichzeitiges Lösen von (4.4) mit der Sicherstellung der Quellenfreiheit des Leiterstroms (3.34) erhält man Stromdichten und das elektrische Skalarpotenzial der Leiter. Die Quellenfreiheit der Stromdichte wird durch Lösen der Kirchhoffschen Spannungsregel erfüllt.

Die Integralgleichung wird gelöst durch Diskretisierung der Geometrie in dreidimensionale Zellen entsprechend Abb. 4.3. Dabei wird jeder Leiter aus geraden Teilstücken zusammengesetzt. Der Strom innerhalb jeder Zelle wird als konstant angenommen, wodurch die unbekannte Stromdichteverteilung geschrieben werden kann als

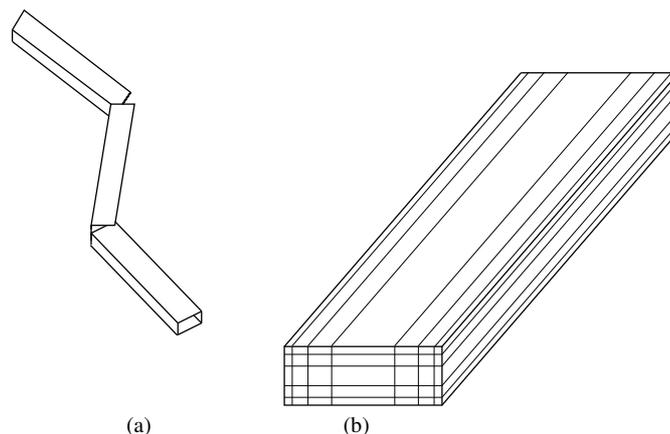
$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) \approx \sum_{i=1}^b I_i w_i(\mathbf{r}) \mathbf{l}_i. \quad (4.5)$$

Dabei ist  $I_i$  der Strom durch die Zelle  $i$ ,  $\mathbf{l}_i$  der Einheitsvektor entlang der Länge der Zelle und  $w_i(\mathbf{r})$  die Gewichtsfunktion, die außerhalb der Zelle Null ist, und innerhalb  $1/a_i$ , wobei  $a_i$  der Querschnitt der Zelle ist.

Dann wird (4.4) in Matrixschreibweise

$$([R] + j\omega[L])\{I_b\} = \{U_b\}, \quad (4.6)$$

wobei  $\{I_b\}$  die Spaltenmatrix von  $b$  Zellströmen, und  $\{U_b\}$  die Spaltenmatrix der Spannungen entlang der  $b$  Zellen ist. Diese Zellen sind alle elektrisch entsprechend ihrer



**Abbildung 4.3:** Leitergebilde (a) aus 3 Teilstücken: Jedes Teilstück besteht aus 35 Zellen (b)

Nachbarschaft verbunden. Alle Zellen sind charakterisiert durch einen Widerstand und eine Serieninduktivität. Die induktiven Kopplungen sind natürlich auch in der Stromkreisanalyse zu berücksichtigen. Dazu werden die beiden Gleichungen

$$R_{ii} = \frac{\gamma l_i}{a_i}, \quad (4.7)$$

$$L_{p_{ik}} = \frac{\mu_0}{4\pi a_i a_k} \int_{\mathcal{V}_i} \int_{\mathcal{V}'_k} \frac{\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{l}_k}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV \quad (4.8)$$

benützt, wobei die partiellen Induktivitäten mittels [40] durch Näherungsformeln für viele Anordnungen berechnet werden können. Zur Beschleunigung des Berechnungsverfahrens wird allerdings nicht für alle Zellen einzeln ein Näherungsausdruck der Induktivität von (4.8) angewandt, sondern die Summe von  $L_{p_{ik}} \{I_b\}$  mit einem hierarchischen Multipolalgorithmus ausgewertet. FastHenry löst die Stromkreisgleichungen dieses äquivalenten Stromkreises im Frequenzbereich für gegebene Anschlussströme. Die erhaltenen Äquivalenzstromkreise tendieren zu sehr großen, spärlich besetzten Matrizen. Daher kann ein Ordnungsreduktionsverfahren für eine effiziente Stromkreis-simulation nötig sein.

Die Induktivitäten ergeben sich dann aus der komplexen Impedanzmatrix, die den Zusammenhang zwischen der angelegten Spannung  $\underline{U}$  und dem Leiterstrom  $\underline{I}$  für das jeweilige Leitersystem herstellt. Diese Induktivitätsextraktion vernachlässigt den Einfluss von Kapazitäten auf den Stromfluß, was zu Ungenauigkeiten führen kann, weil der Rückstrompfad stark durch parasitäre Kapazitäten beeinflusst wird [107].

Ähnliche Integralformulierungen sind veröffentlicht worden, auch Retardierungseffekte werden darin berücksichtigt. Dies ist dann äquivalent zur Wellenlösung der Maxwell-Gleichungen [108–111].

Andere Simulatoren wie z.B. [112] greifen ebenfalls wie FastHenry auf Näherungsformeln von Grover [40] oder andere Ausdrücke für partielle Induktivitäten von einfachen Geometrien zurück. Dieser Simulator benützt ebenfalls die Einschränkung bezüglich der Geometrie (auf Rechteckleiter und z.B. ebene, geschichtete Dielektrika) und durch Ausnützung von Symmetrien gelingt eine Ableitung von Green-Funktionen, die eine zusätzliche Extraktion von C ermöglicht.

Ebenfalls, wie in dieser Arbeit wird in [113] die Monte Carlo Methode benutzt, um aus der Neumann-Formel partielle Induktivitäten zu berechnen. Dort wird ein klassischer Ansatz für die Implementierung der Monte Carlo Methode verfolgt, und Varianzreduktionsschemata auf Geometrien mit strukturiertem Gitter durchgeführt.

In [114] wird für ein einfaches Beispiel eine quasistatische Näherung gezeigt, wie eine aufgrund des Skin效ekts zeitabhängige Induktivitätsmatrix ermittelt werden kann,

## 4.1 Parameterextraktion

indem nach der Berechnung von  $\mathbf{J}$  und  $\mathbf{A}$ , diese beiden Größen durch eine Darstellung von Basisfunktionen entsprechend der Separation von Zeit- und Raum-Variablen ersetzt werden. Dabei wird an der Formulierung von Bíró [115] festgehalten, die die Eindeutigkeit des Vektorpotenzials sicherstellt. Die Finite Elemente Simulation basiert auf klassischen Knotenelementen. In diesem Ansatz werden folgende Gleichungen

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla \varphi) = 0, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \frac{1}{\mu \gamma} \Delta \mathbf{A} = -\nabla \varphi. \quad (4.10)$$

herangezogen, um das Feldproblem zu beschreiben. Die Coulomb-Eichung wird durch Einbeziehung des Strafterms  $-\nabla \cdot \frac{1}{\mu \gamma} \nabla \cdot \mathbf{A}$  auf der linken Seite in (4.10) und der Anwendung der Randbedingungen nach Bíró (s. auch Abschnitt 7.1) gewährleistet.

Für die Berechnung der Maxwell-Gleichungen wird häufig die Finite Differenzen Methode benutzt. Dabei werden die Feldgrößen allerdings direkt — ohne Verwendung von Skalar- und Vektorpotenzial — berechnet, als Beispiel sei [116] angeführt. Dies wird meistens auf strukturiertem Gitter durchgeführt. Ebenfalls beliebige quaderförmige Strukturen werden in [117] behandelt. In der dort verwendeten Formulierung der elektromagnetische Analyse wird auf das magnetische Vektorpotenzial und das elektrische Skalarpotenzial zurückgegriffen. Zur numerischen Stabilität der Implementierung werden die Potenziale über die Konstante<sup>2</sup>  $k_0$  mit einem Eichungsfeld  $\chi$  verknüpft [118], sodass für den stationären Fall folgende Gleichungen gelöst werden:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}_0 - k_0 \nabla \chi_0 = \mu_0 \mathbf{J}_0 (= -\mu_0 \gamma \nabla \varphi_0), \quad (4.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_0 + \Delta \chi_0 = 0. \quad (4.12)$$

Aufschluss über die Diskretisierung des  $\nabla \times \nabla \times$  Operators auf dem strukturierten Gitter, und dem Diskretisierungsschema für die Feldvariablen — nur das Vektorpotenzial ist den Kanten zugeordnet, und die restlichen Größen den Knoten — gibt [119]. Als Randbedingungen sind folgende Forderungen zur Lösung obiger Gleichungen festgehalten: Die Komponenten des Vektorpotenzials parallel zur Oberfläche des Simulationsbereiches werden Null gesetzt. Als Randbedingung für das Eichungsfeld wird  $\chi = 0$  auf der Berandung des Simulationsgebiets vorgegeben. Diese Randbedingung genügt, dass nur physikalische Lösungen erhalten werden [118]. Das Laplace-Problem einer geschlossenen Oberfläche mit diesen Randbedingungen garantiert, dass überall  $\chi = 0$  gilt [117]. Die Randbedingungen für das elektrische Skalarpotenzial bestehen aus Dirichlet- und Neumann-Randbedingungen. In [117] wird neben dem stationären Fall, auch noch für den zeitabhängigen Fall eine Formulierung angeboten, deren Ergebnisse allerdings erst veröffentlicht werden.

<sup>2</sup>Die Konstante  $k_0$  stellt die Einheitenkonsistenz sicher.

Obengenannte Methoden sind durchwegs für bescheiden große Simulationsgebiete geeignet. Entsprechend dem Ansatz sind große Unterschiede bezüglich Rechenzeit und Speicher zu erwarten. Auffällig ist, dass fast ausschließlich Geometrien behandelt werden, die sich durch quaderförmige Gitterelemente darstellen lassen. Daher sind diese Ansätze praktisch nicht geeignet zur Berücksichtigung des Herstellungsprozesses auf die Geometrie.

Zur Berechnung von partiellen Selbst- und Gegeninduktivitäten eines ganzen Chips werden Formeln aus [40, 120] verwendet. Die resultierende Matrix  $[L]$  der partiellen Induktivitäten besitzt eine unhandliche Größe und Dichte, sodass sie direkt nicht brauchbar ist für Analysezwecke eines ganzen Chips. Weiters ist sie vollbesetzt, symmetrisch und nicht diagonal dominant. Eine gewöhnliche Behandlung der Matrix wäre alle Kopplungen von weit entfernten Leitern zu ignorieren. Dies führt allerdings zu instabilen Stromkreismodellen mit negativen Eigenwerten der Matrix, während die ganze partielle Induktivitätenmatrix  $[L]$  immer positiv definit ist. Eine theoretische Analyse, welche weit entfernten Leiter noch berücksichtigt werden müssen, ist schwierig durchzuführen; eine empirische Studie zeigt, dass beinahe alle berücksichtigt werden müssen, um positive Eigenwerte zu erhalten. [121] zeigt eine Methode auf, die eine symmetrische, stabile, spärlich besetzte Matrix erzeugt. Dazu wird eine künstliche Stromverteilung für jedes Teilstück der Schleife auf einer Äquipotentialoberfläche angelegt, die *außerhalb* dieser Oberfläche das Vektorpotenzial der Originalverteilung ideal kompensiert. Die Kopplungen zu weit entfernten Teilstücken werden Null und stellen die Stabilität der Matrix sicher. Innerhalb dieser Oberfläche wird das Vektorpotenzial um einen konstanten Wert verschoben. Diese Änderung betrifft nur die partiellen Induktivitäten. Die Schleifeninduktivitäten bleiben erhalten, wenn jedes Teilstück (der gesamten Schleife) eine Oberfläche besitzt, die groß genug ist, um alle anderen Teilstücke der Schleife zu umfassen.

Zur Induktivitätsextraktion des ganzen Chips schlägt [122] vor, Formeln oder Bibliotheken anzuwenden, die auf der inversen partiellen Induktivitätsmatrix beruht. Diese Matrix  $[K]$  hat ähnliche Eigenschaften wie die Kapazitätsmatrix  $[C]$ , wenngleich festgestellt werden muss, dass diese keine Kapazitätsmatrix ist. Wichtigster Vorteil der Matrix  $[K]$  ist der lokale Charakter, nur eine kleine Anzahl von Nachbarn muss berücksichtigt werden. Die spärlich besetzte Matrix, die weit entfernte Leiter ignoriert, ist immer positiv definit. Der Beweis dafür ist in [123] ausgeführt: Ausgehend vom Beweis des lokalen Charakters der Matrix ( $K_{ij} \equiv K_{ji}$ ,  $K_{ii} > 0$ ,  $K_{ji} < 0$ ) wird anhand der Definition der Schleifeninduktivität (3.45) gezeigt, dass  $[K]$  eine strikt diagonaldominante Matrix ist für deren Elemente

$$K_{ii} > \sum_{j=1, j \neq i}^n |K_{ij}| \quad (4.13)$$

gilt.

## 4.2 Ordnungsreduktionsverfahren

Die Diskretisierung von dreidimensionalen partiellen Differentialgleichungen führt zu großen algebraischen Systemen, welche nicht mehr effizient bezüglich Speicher- und Rechenzeitressourcen in die Stromkreissimulation eingebunden werden können. Die Darstellung muss beträchtlich durch Ordnungsreduktionsverfahren komprimiert werden, die das Eingangs-Ausgangsverhalten von dem zu untersuchenden System in dem gewünschten Frequenzbereich in ausreichend genauer und effizienter Weise wiedergeben.

Große, rein resistive, induktive oder kapazitive Netzwerke können immer exakt auf eine minimale Größe des Netzwerkmodells zurückgeführt werden. Durch Elimination der inneren Knoten wird es in ein Äquivalenznetzwerk reduziert, das nur aus Elementen zwischen den Endknoten besteht. Für Netzwerke mit gemischten Elementen wird gewöhnlich die Systemmatrix in Subräume aufgeteilt, z.B. mittels Padé Näherung [124, 125]. Dazu wird die Zeitantwort durch eine kleine Anzahl von dominanten Polen im Frequenzbereich angenähert. Diese Methode erhält keineswegs die Passivität des reduzierten Modells. Eine generelle Methode, die Passivität sicherstellt, verwendet einen Arnoldi-Algorithmus [126].

Ordnungsreduktionsverfahren können nur auf lineare Systeme angewandt werden; sie sind nur vorteilhaft, wenn zahlreiche Simulationsläufe erforderlich sind, da der numerische Aufwand vergleichbar bis sogar größer ist als die direkte Lösung des Systems.

## 4.3 Zuverlässigkeit von Verbindungsleitungen

Reduzierte Querschnittsabmessungen bewirken größere Stromdichten, somit führt größere Verlustleistung, die in den Verbindungsleitungen umgesetzt wird, auf gesteigerte Wärmeabfuhr und höhere Temperaturen im Gleichgewichtszustand. Im besonderem Maße betrifft das "low-k" Materialien, da diese eine geringere Wärmeleitfähigkeit als  $\text{SiO}_2$  besitzen. Thermische Simulationen sind notwendig, um die Grenze des maximalen Stroms im Leiter zu finden [127]. Dabei wird die Temperaturverteilung durch numerische Lösung der Wärmeleitungsgleichung erhalten. Adiabatische Näherungen sind in der Regel nur für sehr kurze Pulse ( $t < 10 \text{ ns}$ ) möglich [128]. Für genaue Simulation von stationären Temperaturverteilungen muss das Simulationsgebiet recht groß sein<sup>3</sup>. Analytische Modelle können für bestimmte Strukturen [129] entwickelt werden, erfordern allerdings eine Kalibrierung durch numerische Simulation.

Wie bereits in Abschnitt 1.3.1 ausgeführt sind Orte großer Stromdichtebelastung nach längerer Betriebszeit anfällig für Elektromigration. Modellierung auf mikroskopischer Ebene ist numerisch sehr aufwendig und greift auf kaum bekannte Größen (wie

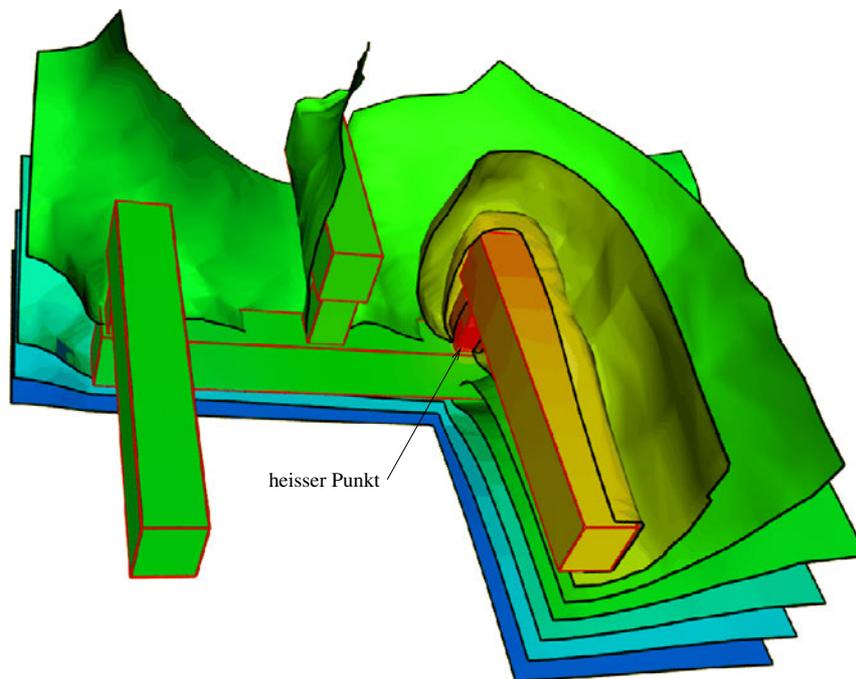
---

<sup>3</sup>Der Einfluss der Randbedingungen auf das Simulationsergebnis ist für jede Problemstellung separat zu untersuchen, deshalb kann keine allgemeingültige Richtlinie angegeben werden.

z.B. Struktur der Korngrenzen) zurück, um den gerichteten Diffusionsprozess, der durch die Stromdichte vorangetrieben und durch erhöhte Temperatur beschleunigt wird, zu berechnen [130]. Zur Entwurfsverifikation werden allerdings makroskopische Modelle benötigt. Aufgrund von Messungen konnte gezeigt werden, dass vor allem Materialgrenzschichten anfällig für Lückenkeimbildung sind [131]; d.h. die Lücke beginnt an einer Materialgrenzschicht zu wachsen.

Ein typisches Fehlerkriterium ist der Anstieg des Widerstands der Leitung um 20 % aufgrund der Fehlerstelle. Aus dem Volumen der Leerstelle, das zu dieser Widerstandserhöhung führt, kann gemeinsam mit der Driftgeschwindigkeit und der Querschnittsfläche eine mittlere Zeit bis zum Ausfall der Leitung berechnet werden [132]. Neben der genauen Oberflächenbeschreibung dieser Lücken, stellt auch noch deren typische Anordnung an den Grenzschichten, abhängig von den geometrischen Gegebenheiten, eine Herausforderung für die automatische Detektion der elektromigrationsgefährdeten Stellen dar.

Abbildung 4.4 zeigt die Temperaturverteilung einer Via-Struktur, die in Cu Dual-Damascene Technologie ausgeführt ist. Eine TiN Barriere am Boden des Vias erhitzt sich durch hohe Stromdichte. Das Si-Substrat wird auf konstanter Temperatur gehalten (296 K), der heiße Punkt (367 K) ist lokalisiert am rechten Via, in der Nähe der TiN Schicht.



**Abbildung 4.4:** Thermische Analyse einer Via-Struktur: Die Temperatur ist auf der Oberfläche der Verbindungsstruktur, sowie als Konturflächen im Dielektrikum dargestellt.

## Kapitel 5

# Numerische Induktivitätsberechnung basierend auf Integrationsformeln für Tetraeder

In diesem Kapitel wird eine Berechnungsmethode vorgestellt, die durch Auswertung der Neumann-Gleichung (3.50) mit Integrationsformeln die magnetische Energie ermittelt. Abhängig von dem Term  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , werden verschiedene Integrationsformeln angewendet, um die Summe aller Beiträge der Leiterelemente zu erhalten.

Der Einfluss des Skin-Effektes wird vernachlässigt, deshalb sind die Ergebnisse gültig solange die Eindringtiefe  $\delta$  groß ist gegenüber den Durchmessern der Verbindungsleitungsstrukturen. Die Eindringtiefe, die abhängig ist von der elektrischen Leitfähigkeit  $\gamma$ , der magnetischen Permeabilität  $\mu$  und der Kreisfrequenz  $\omega$ , berechnet sich mit folgender Gleichung:

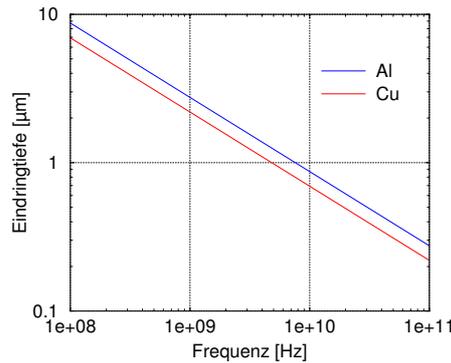
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma\mu\omega}}. \quad (5.1)$$

Die Eindringtiefe für Aluminium und Kupfer ist in Abb. 5.1 dargestellt. Als Zahlenbeispiel sei angeführt: Die Eindringtiefe beträgt  $2.1 \mu\text{m}$  für Cu und  $2.6 \mu\text{m}$  für Al bei einer Frequenz von 1 GHz. Die Höhe der Leitungen in den unteren Verdrahtungsebenen liegt im Bereich von 350 nm. Globale Leitungen weisen eine Höhe von 670 nm für eine 130 nm Technologie auf.

Die Verallgemeinerung von (1.4) dient zur Berechnung der Induktivität:

$$L_{p_{ik}} = \frac{1}{I_i I_k} \frac{\mu}{4\pi} \int_{\mathcal{V}_i} \int_{\mathcal{V}'_k} \frac{\mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV, \quad (5.2)$$

wobei  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  die Ortsvektoren und  $\mathcal{V}_i$  bzw.  $\mathcal{V}'_k$  die Leitervolumina bezeichnen, und  $I_i, I_k$  die Ströme durch diese Leiter sind. Diese Gleichung wird unterschiedlich ausgewertet, je nachdem, ob Selbstinduktivitäten ( $i = k$ ) oder Gegeninduktivitäten ( $i \neq k$ ) berechnet



**Abbildung 5.1:** Eindringtiefe für Al und Cu Leiter

werden. Gleichung (5.2) kann für gewisse Spezialfälle geschlossen gelöst werden. Setzt man beispielsweise eine konstante Stromverteilung in einem Rechteckleiter voraus, so kann eine geschlossene Lösung angegeben werden [103]. Die Induktivität hängt in diesem Fall nur mehr von der Leitergeometrie ab. Da sich trotz dieser Vereinfachung die Lösung des doppelten Volumsintegrals nur für elementare Geometrien in geschlossener Form angeben läßt, ist es für allgemeine Strukturen nötig (5.2) numerisch auszuwerten.

## 5.1 Berechnung der Stromdichteverteilung

Die Methode der Finiten Elemente (FEM) [133, 134] basiert auf einer numerischen Näherung der Lösung (der partiellen Differentialgleichungen) durch gewichtete Summierung von Formfunktionen auf einem geometriekonformen Gitter. Formfunktionen<sup>1</sup> sind in der Regel den Gitterpunkten zugeordnet und werden so gewählt, dass am Rand zumindest die Dirichlet-Bedingungen exakt erfüllt sind. Falls bei der Finiten Elemente Methode keine Randbedingungen an Gebietsrändern vorgegeben werden, erfüllen diese automatisch homogene Neumann-Bedingungen (natürliche Randbedingungen). Da die Leiteroberfläche bis auf die Kontakte einen homogenen Neumann-Rand entspricht, läßt sich dies für die Stromdichteberechnung vorteilhaft nutzen, weil keine spezielle Behandlung des größten Teils der Leiteroberfläche erforderlich ist.

<sup>1</sup>Formfunktionen besitzen die spezielle Interpolationseigenschaft an Knoten, z.B. am Knoten  $i$  gilt:

$$N_k(x_i, y_i, z_i) = \delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \forall i = k \\ 0 & \forall i \neq k. \end{cases} \quad (5.3)$$

Mit dieser Eigenschaft der lokalen Formfunktionen stellen die Knotenelemente die Stetigkeit des elektrischen Potentials beim Elementsübergang sicher. Außerdem wird von den Formfunktionen gefordert, dass sie voneinander unabhängig sind und aus dem Raum der stückweise stetigen einfach differenzierbaren Funktionen stammen. Dabei ist noch anzumerken, dass sich die globale Formfunktion  $N_j(x, y, z)$  aus den lokalen Formfunktionen der am Knoten  $j$  angrenzenden Tetraederelemente zusammensetzt.

## 5.2 Gegeninduktivitäten

---

Die Berechnung der Stromdichte erfolgt auf einem Tetraedergitter, weil damit beliebige Geometrien behandelt werden können. Dazu bedarf es zuerst der Lösung der Euler-Gleichung (3.53) innerhalb der leitfähigen Segmente unter Berücksichtigung der möglichen Randbedingungen (vergl. Abschnitt 3.1.2). Die Lösung des diskretisierten Gleichungssystems wird meist mit einem iterativen Gleichungslösungsverfahren ermittelt: Das konjugierte Gradientenverfahren<sup>2</sup> (CG) [135] zeichnet sich dadurch aus, dass es nahezu keinen zusätzlichen Speicherplatz benötigt und im Regelfall mit deutlich weniger Rechenoperationen auskommt als z.B. die Gaußsche Elimination. Das exakte Verfahren liefert die Lösung eines Gleichungssystems in  $n$  Unbekannten nach höchstens  $n$  Schritten [136], wenngleich auch bei der Berücksichtigung der Rundungsfehler das Verfahren nicht immer konvergieren muss. Aus dem elektrischen Potenzial  $\varphi$  erhält man die elektrische Feldstärke  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ , in weiterer Folge ergibt sich durch das lokale Ohmsche Gesetz  $\mathbf{J} = \gamma\mathbf{E}$  die Stromdichteverteilung.

Erwähnenswert erscheint in diesem Zusammenhang noch die Diskretisierung des Potentials, das entweder über eine lineare Variation allgemein durch

$$\varphi(x, y, z) = \alpha_0 + \alpha_1x + \alpha_2y + \alpha_3z, \quad (5.4)$$

ausgedrückt werden kann, oder für eine quadratische Variation des Potentials im Element mittels eines quadratischen Polynoms:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \alpha_0 + \alpha_1x + \alpha_2y + \alpha_3z + \\ & \alpha_4x^2 + \alpha_5y^2 + \alpha_6z^2 + \alpha_7xy + \alpha_8yz + \alpha_9zx. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Aus diesen Formulierungen erkennt man, dass entweder  $nl = 4$  oder  $nl = 10$  Elementsknoten benötigt werden. Sind die Koeffizienten  $\varphi_k$  in allen Knoten eines Elementes bestimmt, so kann der Potenzialwert für einen beliebigen Punkt  $\xi, \eta, \zeta$  innerhalb des Elements durch Approximation mittels der Formfunktionen  $N_k$

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^{nl} N_k(\xi, \eta, \zeta)\varphi_k \quad (5.6)$$

gefunden werden. Danach wird der Gradientenoperator ausgewertet und mittels der elektrischen Feldstärke über das lokale Ohmsche Gesetz die Stromdichte ermittelt. Die Berechnung des Gradienten erfolgt analytisch durch Ableitung der Ansatzfunktionen nach den Ortskoordinaten.

## 5.2 Gegeninduktivitäten

Nach der Berechnung der Stromdichteverteilung wird die Berechnung der Induktivitäten aus der magnetischen Energie durchgeführt. Dabei ist anzumerken,

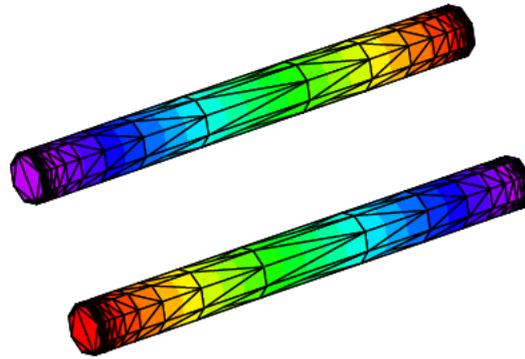
---

<sup>2</sup>Voraussetzung für den Einsatz von CG ist eine symmetrische und positiv definite Systemmatrix.

dass entsprechend [102] partielle Induktivitäten extrahiert werden, da a priori der Rückstrompfad nicht bekannt sein muss.

Die Gegeninduktivität wird berechnet, indem die Integration durch einen Summationsprozess über alle Elemente der Leiter  $i$  und  $k$  ersetzt wird. Dies ist nur möglich, da der Term  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , beinahe konstant ist, wenn die Elementgröße klein gegenüber dem Abstand der Leiter ist. Dann wird der Term  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  angenähert durch die Distanz der Zentren von diesen Elementen. Ebenso wird die Stromdichte ersetzt durch eine mittlere Stromdichte für jedes Element. Dabei werden quadratische Formfunktionen benutzt, und zehn Knoten pro Element werden zur Mittelung der Stromdichte über das Element herangezogen.

Abbildung 5.2 zeigt ein einfaches Testbeispiel und die Tabelle 5.1 bietet einen Vergleich der Simulationsergebnisse mit einer Formel von Rosa [38]. Die exakte Formel für den Linienleiter bietet für diese Anordnung (Länge zu Radius:  $l/r=50$ ) ausreichende Genauigkeit. Die Approximation des Kreises durch ein Polygon verursacht einen vernachlässigbaren Fehler, da auch mit steigenden Stützstellen für das Polygon ( $n=12, 16, 24, 36, 48$ ) das gleiche Ergebnis erzielt wird.



**Abbildung 5.2:** Potenzialverteilung von zwei parallelen Leitern mit Kreisquerschnitt

d [cm]	Simulation [nH]	Rosa [nH]
1	41.8	41.9
3	23.4	23.5
5	16.5	16.5
7	12.6	12.7
10	9.3	9.3

**Tabelle 5.1:** Gegeninduktivitäten von zwei gleich großen Leitern (Radius ist 0.2 cm und die Länge beträgt 10 cm) mit verschiedenem Abstand  $d$  zwischen ihren Zentren

### 5.3 Selbstinduktivitäten

Zur Berechnung der Selbstinduktivitäten sind fortgeschrittenere Strategien anzuwenden, da der Term  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  nun stärker variiert. Die Elementgröße ist nicht mehr klein gegenüber dem Abstand von  $\mathbf{r}$  zu  $\mathbf{r}'$ , und kann nicht mehr in der oben erläuterten Form behandelt werden. Die Berechnung der Selbstinduktivität erfordert spezielle Formeln mit bestimmten Integrationspunkten, veröffentlicht von Stroud [137]. Er hat eine Vielzahl von Integrationsformeln präsentiert, welche für verschiedene n-dimensionale Simplexe (z.B. das Einheitsdreieck, der Einheitstetraeder) als Integrationsbereich anwendbar sind. Um die Selbstinduktivität zu erhalten muss nun (5.2) auf den Einheits-tetraeder transformiert werden:

$$L_{p_{ii}} = \frac{\mu}{4\pi I_i I_i} \int_{\mathcal{V}_i} \int_{\mathcal{V}'_i} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}(\xi, \eta, \zeta)) \mathbf{J}_i(\mathbf{r}'(\xi', \eta', \zeta')) \frac{\det J \det J'}{|\mathbf{r}(\xi, \eta, \zeta) - \mathbf{r}'(\xi', \eta', \zeta')|} dV' dV. \quad (5.7)$$

$\mathcal{V}_i$  bzw.  $\mathcal{V}'_i$  bezeichnen das Leitervolumen vom  $i^{\text{ten}}$  elektrischen Subsystem,  $\xi, \eta, \zeta$  sind die lokalen Koordinaten und  $\det J, \det J'$  sind die Transformationsdeterminanten, wobei diese konstant und keine Funktionen der lokalen Koordinaten sind. Zur Interpolation der Stromdichte innerhalb des Elements werden die quadratischen Formfunktionen herangezogen. Der Nenner in (5.7) ist signifikant für das Verhalten des Mehrfachintegrals, besonders wenn die beiden Vektoren  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  im gleichen Tetraeder liegen. Deshalb werden zwei Strategien verfolgt: Zur Summation über alle verschiedene Elemente werden zwei Formeln mit bestimmten Integrationspunkten angewendet. Gemäß [138] werden Integrationsformeln der Form

$$\int_{S_n} \cdots \int f(x_1, \cdots, x_n) dx_1 \cdots dx_n \approx \sum_{i=1}^N A_i f(p_i) \quad (5.8)$$

genutzt, wobei  $S_n$  ein n-dimensionaler Simplex ist.  $A_i$  sind Konstanten und die Punkte im n-dimensionalen Raum sind  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{in})$ . Diese Punkte sind in der Tabelle I [138] aufgelistet und durch Permutation von den vier Koordinaten

$$\begin{aligned} \nu_1 &= 0.0948 \\ \nu_2 &= \nu_1 \\ \nu_3 &= 0.2412 \\ \nu_4 &= 0.5690, \end{aligned}$$

z.B.  $p_1 = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$  erhält man die Integrationspunkte. Die Auswertung des Integranden an diesen Punkten wird mit der Konstanten  $A=0.006944$  gewichtet.

Die zweite Formel für diesen Fall ist veröffentlicht in [139], Formel IV, mit dem Satz von Punkten  $(0,0,0; 1)$ , bzw.  $(1/3, 1/3, 1/3; 0)$ . Diese Notation bezeichnet einen Satz von Punkten bestehend aus  $(0,0,0)$  und allen Permutationen mit 1. Diese beiden Sätze

von Punkten werden mit zwei unterschiedlichen, positiven Konstanten gewichtet: Der erste Satz von Punkten mit der Konstanten  $A_I=0.004166$ , der zweite mit  $A_{II}=0.03750$ . Für die Summation über identische Tetraeder wird eine analytische Integration in der dritten Koordinate  $(\zeta, \zeta')$  durchgeführt, bevor zwei Formeln von Stroud [137] für das Einheitsdreieck angewendet werden, nämlich Formel  $T_n2-1$ , mit den Satz von Punkten  $(0.16,0.16; 0.66)$  und Formel  $T_n3-6$  mit dem Satz  $(0.109,0.232; 0.659)$ , beide werden mit positiven Konstanten gewichtet (Formel  $T_n2-1$  mit  $A=0.166666$  und  $T_n3-6$  mit  $A=0.083333$ ). Wiederum wird die Stromdichte über quadratische Formfunktionen innerhalb des Tetraeders interpoliert. Diese analytische Integration gefolgt von einer numerischen Auswertung im Einheitsdreieck wird benutzt um die Genauigkeit der Integration zu verbessern, da Versuche die Integration über die Tetraeder mit Integrationsformel höherer Ordnung (5. und 7.) sich als instabil erwiesen<sup>3</sup>, und obige Formeln (2. bzw. 3. Ordnung), die zur Berechnung der Beiträge von verschiedenen Tetraedern eingesetzt werden, aber unzureichend sind. Im Anhang A ist dazu die detaillierte Herleitung der analytischen Integration ausgeführt.

Abbildung 5.3 zeigt die Potenzialverteilung eines Spiralinduktors mit folgenden Abmessungen: Fläche  $226 \times 226 \mu\text{m}^2$ , Metallbreite  $18 \mu\text{m}$ , Abstand der Leiterbahnen  $10 \mu\text{m}$  und der Höhe von  $2.7 \mu\text{m}$ . Die Simulationszeit betrug 27 Minuten auf einem Digital Alpha Computer (DEC 600/333 MHz), und die Berechnung der Selbstinduktivität ergab  $2.05 \text{ nH}$ . Der Spiralinduktor besteht aus 855 Elementen. Das Gitter wurde mit der Präprozessor LAYGRID erzeugt. Als Vergleich dazu wird ein von deLink erzeugtes Git-

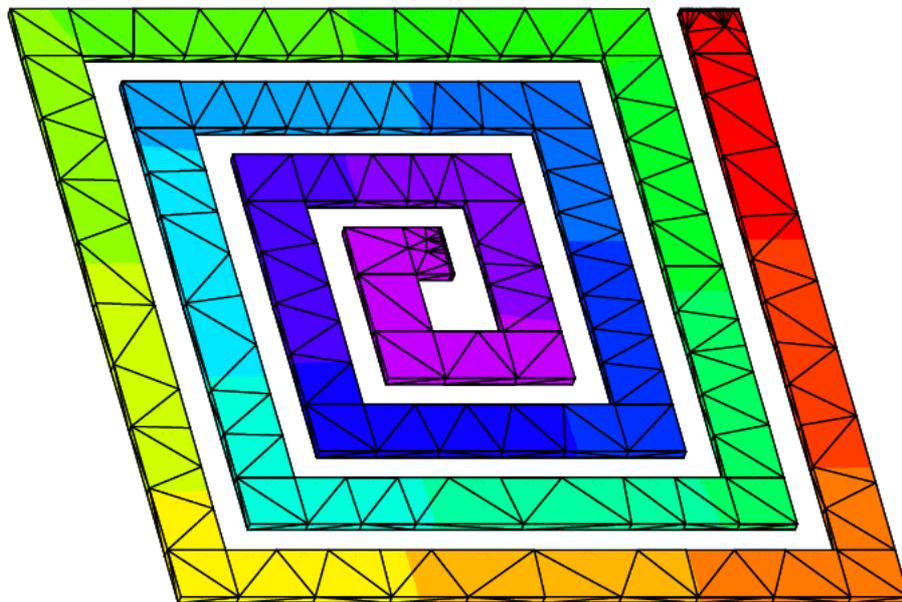


Abbildung 5.3: Potenzialverteilung eines Spiralinduktors

<sup>3</sup>Was sicherlich auf die Singularitäten zurückzuführen ist, da durch zunehmende Anzahl der Stützstellen die Neigung zur Instabilität von numerischen Verfahren aufgrund des Integranden steigt.

### 5.3 Selbstinduktivitäten

---

ter gegenübergestellt, um die Empfindlichkeit des Verfahrens auf das Gitter zu zeigen. Die Stromdichteverteilung ist in Abb. 5.4 dargestellt. Der Leiter besteht aus 3423 Elementen, wodurch besonders auf der Innenseite der Knickstellen die Stromdichte besser aufgelöst wird. Außerdem zeichnet sich dieses Gitter durch regelmäßige Tetreder aus. Die Berechnung benötigte auf einem LINUX-Rechner mit 1800 MHz 72 Minuten. Das Resultat der Simulation auf diesem Gitter beträgt 2.10 nH.

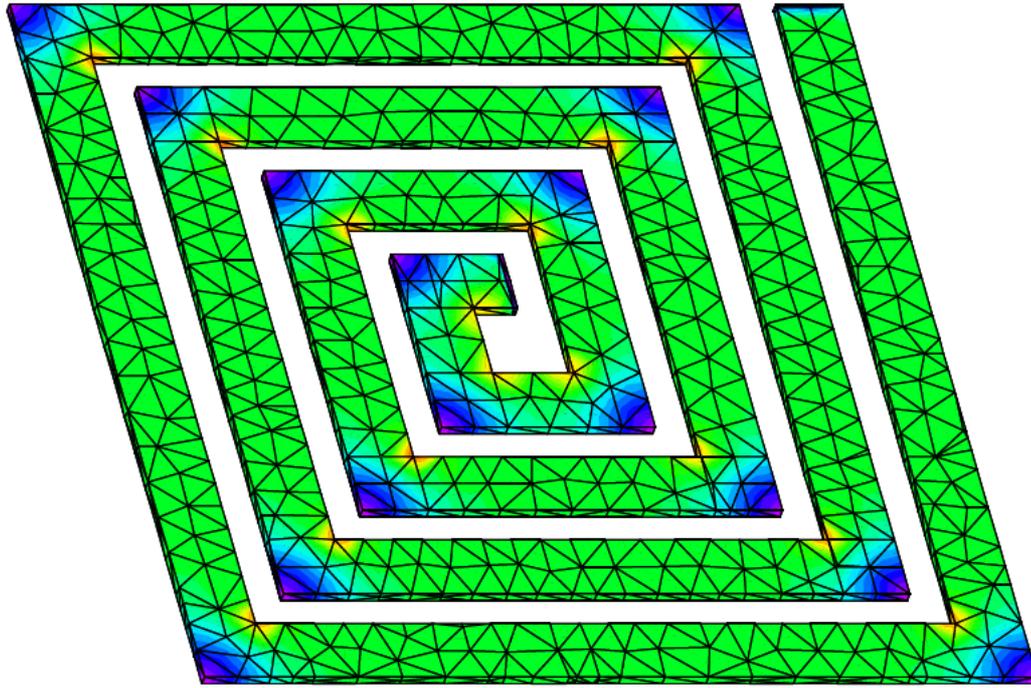


Abbildung 5.4: Stromdichteverteilung in einem Spiralinduktor



# Kapitel 6

## Induktivitätsberechnung mit der Monte Carlo Methode

Im vorigen Kapitel wurde eine Berechnungsmethode vorgestellt, die allerdings keine sehr befriedigende Berechnungszeiten, besonders für größere Beispiele, zuließ, sodass die Anwendung dieser Methode in der Praxis nur beschränkt sinnvoll erscheint. Deshalb wurde nach neuen Möglichkeiten gesucht und in diesem Kapitel wird die zweite Methode beschrieben. Die Monte Carlo Implementierung basiert auf dem gleichen physikalischen Prinzip, der Auswertung der Neumann-Formel (3.50).

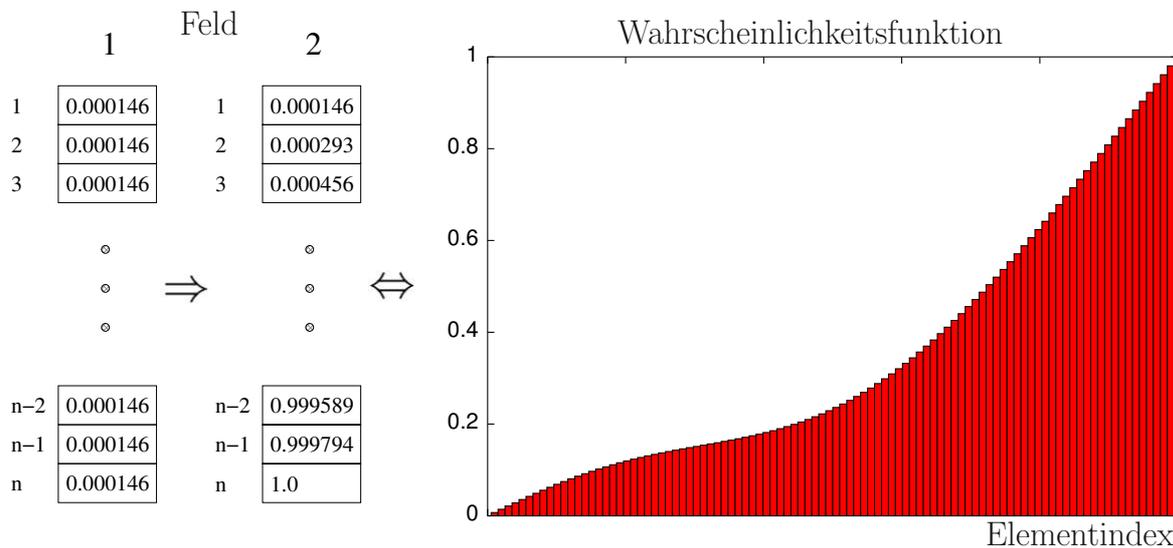
### 6.1 Implementierung

Die Monte Carlo Methode ist sehr gebräuchlich zur Berechnung von mehrfachen Integralen [113], da die Berechnungsprozedur einfach ist: Der Wert des Integrals wird als Erwartungswert (EW) einer Zufallsvariablen dargestellt, und der EW wird geschätzt durch Stichprobenmittelung zufälliger Stichproben. Andere Vorteile der Monte Carlo Methode sind z.B. dass diese Art der Integration für beliebig geformte Integrationsbereiche möglich ist. Man umgibt dazu den Integrationsbereich mit einem n-dimensionalen Quader und verwirft alle Zufallspunkte, die nicht in den Bereich fallen. Fehlerabschätzungen sind auf einfache Weise durch Auswertung der Stichprobenvarianz möglich. Fehlerabschätzungen sind sonst sehr zeitaufwendig, da die Simpson- und die Gauß-Regel eine exponentiell mit der Dimension wachsende Anzahl von Funktionsauswertungen erfordern.

Die Monte Carlo Methode weist einen relativ hohen Bedarf an Rechenzeit auf. Die Suche nach dem betreffenden Element zu dem Zufallspunkt ist zeitaufwendig. Um den Fehler zu reduzieren, muss die Funktion entsprechend oft ausgewertet werden, wobei für jede Auswertung das betroffene Element gefunden werden muss. Der Rechenaufwand verhält sich verkehrt proportional zur Varianz des Monte Carlo Integrals. Die Konvergenz der Berechnungsprozedur kann durch einige Varianzreduktionsschemata verbessert werden [140, 141]. Die Bekanntesten sind:

- Gewichtung der Stichproben: Es wird eine Dichtefunktion entsprechend der zu erwarteten Beiträge vorgegeben. Regionen, korrespondierend zu großen Werten des Integranden, werden öfters ausgewählt.
- Geschichtete Stichproben: Hierbei wird der Integrationsbereich in Teilintervalle unterteilt, in denen der Integrand nur wenig variiert; je weniger der Integrand über dem Integrationsintervall variiert, umso kleiner ist die Varianz des Monte Carlo Integrals. Die Idee ist ähnlich zu obengenannter, aber die Reduktion wird durch Erhöhung der Stichproben in wichtigen Teilintervallen erreicht und nicht durch Auswahl des globalen Optimums mittels einer Dichtefunktion.
- Kontrollierte Variation: Diese Technik beruht darauf, dass nicht ein Parameter direkt geschätzt wird, sondern die Differenz zwischen der Aufgabenstellung und einer analytischen Lösung betrachtet wird.

Der Vorteil der hier verwendeten Implementierung besteht darin, dass trotz Verwendung eines unstrukturierten Gitters das Element sehr schnell gefunden wird. Dazu wird vorher gemäß der korrespondierenden Wahrscheinlichkeitsfunktion das betreffende Element bestimmt, und dann erst der Punkt innerhalb des Tetraeders. Zu diesem Zweck werden für jedes leitfähige Segment zwei Felder angelegt. Im ersten ist das Volumen jedes Elementes gespeichert. Die Summe aller Einträge ist auf eins normiert. Im zweiten Feld ist bereits die Wahrscheinlichkeitsfunktion berechnet für jedes Leiterelement mittels Summation von allen Einträgen vom Beginn des Feldes bis zum aktuellen Index. Abbildung 6.1 verdeutlicht dieses Verfahren. Nachdem der Zufallsgenerator eine Zahl zwischen Null und Eins geliefert hat, wird das mit dieser Zufallszahl verknüpfte Element mit einer binären Suche gefunden. Um eine gleichförmige Wahrscheinlichkeit



**Abbildung 6.1:** Veranschaulichung der Elementbestimmung

sicherzustellen, werden die lokalen Koordinaten des Integrationspunktes durch Schießen in den Einheitswürfel gefunden. Der erste Treffer im eingeschriebenen Einheitstetraeder

## 6.2 Vergleich mit der Methode aus Kapitel 5

---

wird zur Berechnung des Integrals herangezogen. Für die Interpolation der Stromdichte innerhalb der Elemente werden quadratische Ansatzfunktionen verwendet.

## 6.2 Vergleich mit der Methode aus Kapitel 5

Am Beispiel von planaren Transformatoren werden wesentliche Charakteristika der Monte Carlo Methode und der Induktivitätsberechnung basierend auf Integrationsformeln für Tetraeder gezeigt.

Planare Transformatoren sind am besten geeignet für Vierport-Anwendungen, die Symmetrie erfordern. Sie werden für Schmalbandanwendungen benutzt, in denen die Kombination von guter Kopplung und einer hohen Selbstinduktivität gepaart mit kleinem Serienwiderstand erwünscht wird. Durch diesen Aufbau können die Kapazitäten minimiert und hohe Resonanzfrequenzen realisiert werden. Moderat große Kopplungsfaktoren  $k = M/\sqrt{L_p L_s}$  (Index  $p$  und  $s$  stehen für Primär- bzw. Sekundärkreis) werden auf Kosten von reduzierten Selbstinduktivitäten erzielt. Diese Kopplung kann mit dem Nachteil von höherem Serienwiderstand durch Reduzieren der Breite und der Schrittweite erhöht werden. Gestapelte Transformatoren (Primär- und Sekundärwindungen liegen übereinander) erzielen die höchste Kopplung  $k \approx 0.9$ , sie haben allerdings den Nachteil einer hohen Port-zu-Port Kapazität, was zu einer niedrigen Resonanzfrequenz führt. In modernen mehrstufigen Prozessen kann diese Kapazität durch Erhöhen der Oxiddicke zwischen den Spiralen reduziert werden. Außerdem besteht die Möglichkeit, durch Verschieben der Zentren der gestapelten Transformatoren reduzierte Kopplung für reduzierte Kapazität einzutauschen [142, 143].

Abbildung 6.2 und 6.3 zeigen die Stromdichteverteilung von zwei planaren Transformatoren. Diese Transformatoren bestehen aus zwei ineinander verwundenen Spiralen von jeweils drei bzw. fünf Windungen Metall mit  $5\ \mu\text{m}$  Breite, einer Schrittweite von  $15\ \mu\text{m}$ , der inneren Länge  $l_i$  (s. Abb. 6.2) vom  $54\ \mu\text{m}$  und der Dicke von  $1\ \mu\text{m}$ .

In Tab. 6.1 sind sowohl die Simulationszeiten zur Ermittlung der Stromdichte bei Anwendung der Monte Carlo Methode, bzw. der Methode aus dem vorigen Kapitel [144], sowie die Werte der berechneten Induktivitäten angeführt. Für jeden Transformator wurden drei verschiedene Gitter erzeugt. Die Simulationen wurden auf einem Digital Alpha Computer (DEC600/333MHz) durchgeführt. Die Stichprobenzahl  $N$  war 1 Million. Die erste Spalte in der Tabelle bezieht alle Elemente der leitfähigen Segmente ein. Es wurden ausschließlich Tetraederelemente verwendet, auf denen quadratische Ansatzfunktionen zur Berechnung benutzt wurden. Die Simulationszeit für die Monte Carlo Methode ist nicht so stark von der Anzahl der Elemente ( $n$ ) beeinflusst, weil der Rechenaufwand für die binäre Suche nur mit  $\ln(n)$  wächst. Die einfache Berechnungsmethode für die Gegeninduktivität erfordert mit steigendem  $n$  beinahe die gleiche Zeit, was die Überlegenheit der Monte Carlo Methode unterstreicht. Der Kopplungsfaktor  $k$

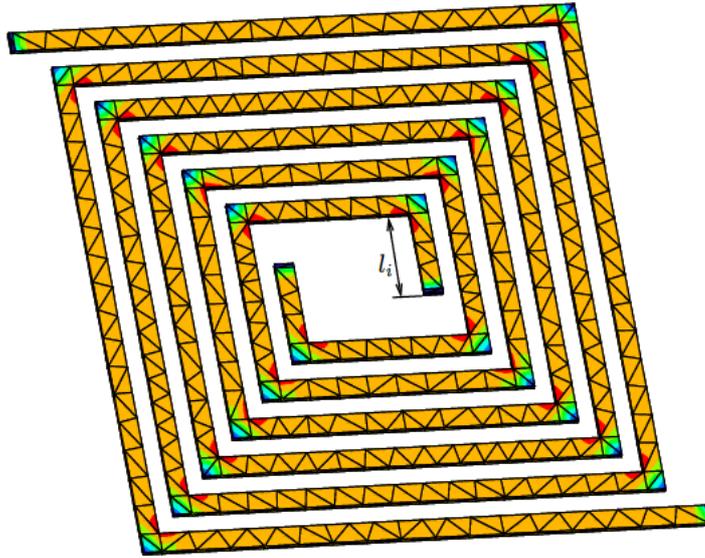


Abbildung 6.2: Verteilung der Stromdichte des planaren Transformators mit 3 Windungen

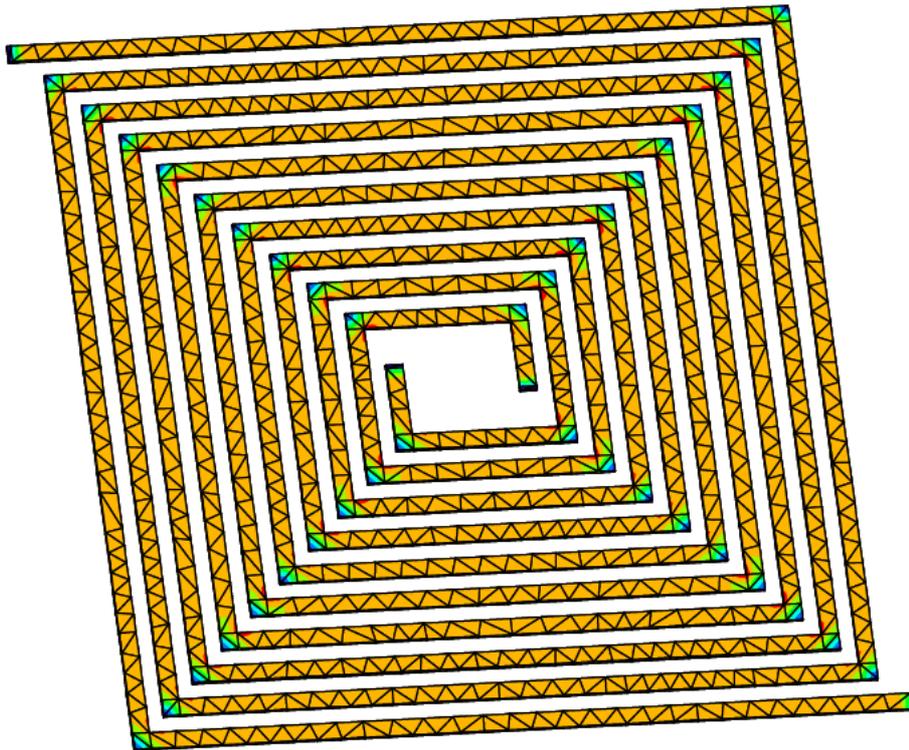


Abbildung 6.3: Verteilung der Stromdichte des planaren Transformators mit 5 Windungen

### 6.3 Konvergenzverhalten, Abschätzung des Simulationsfehlers

	Anzahl der Elemente	Zeit [s]				Resultate [nH]			
		MC		Methode [144]		MC		Methode [144]	
		M	L	M	L	M	L	M	L
3 Windungen	1800	17	33	1	327	0.67	1.04	0.67	1.06
	1968	17	34	1	627	0.67	1.05	0.67	1.06
	2648	18	34	3	1764	0.67	1.06	0.67	1.06
5 Windungen	4383	18	35	7	1945	2.71	3.58	2.70	3.62
	4653	19	35	8	2088	2.71	3.60	2.70	3.62
	5697	19	36	15	7885	2.70	3.60	2.69	3.63

**Tabelle 6.1:** Rechenzeit und Resultate von zwei planaren Transformatoren

beträgt für den ersten Transformator 0.63, und für den zweiten 0.75. Der Widerstand der Windungen beträgt  $6.22 \Omega$  für den ersten Transformator, und  $9.75 \Omega$  für den zweiten. In Tab. 6.2 sind die partiellen Kapazitäten der beiden Transformatoren aufgelistet.

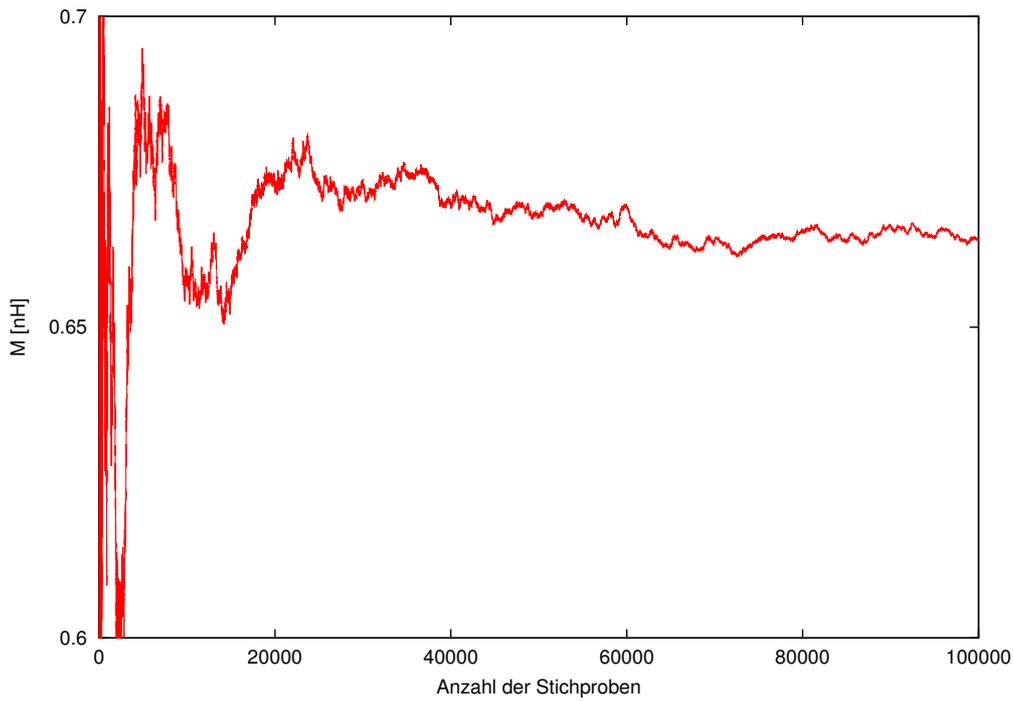
	$C'_{ij}$ [F]	$C_{ij}$ [F]
Substrat-Primärkreis	7.94e-14	1.73e-13
Substrat-Sekundärkreis	7.95e-14	1.74e-13
Primärkreis-Sekundärkreis	1.68e-13	4.37e-13

**Tabelle 6.2:** Partielle Kapazitäten des planaren Transformators mit 3 (linke Zahlenspalte) bzw. 5 Windungen (rechte Zahlenspalte)

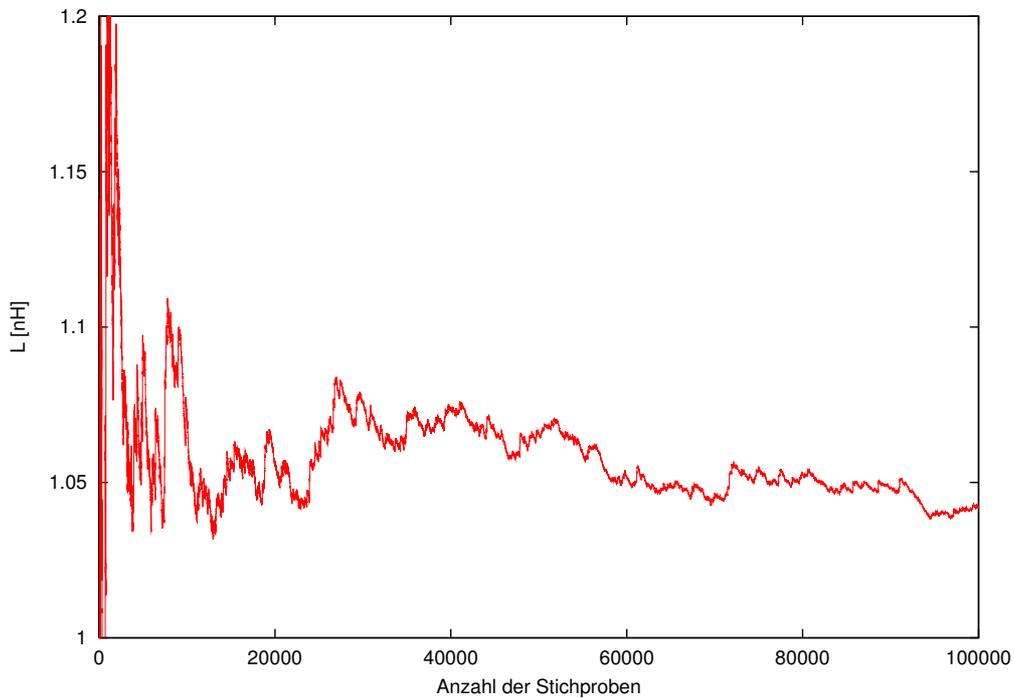
### 6.3 Konvergenzverhalten, Abschätzung des Simulationsfehlers

Abbildung 6.4 und 6.5 geben einen Detailausschnitt des Konvergenzverhaltens für die Berechnung der Gegeninduktivität bzw. der Selbstinduktivität wieder. Beide Kurven zeigen deutlich die stetige Verkleinerung der Schwankungsbreite, die in Abb. 6.4 rascher als in Abb. 6.5 vor sich geht. Da im Fall der Gegeninduktivität die Varianz kleiner ist, genügen weniger Stichproben als für die Selbstinduktivität, um die gleiche Genauigkeit zu erreichen. Dies ist auf den Term  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  im Nenner zurückzuführen. Die Auswertung der Gegeninduktivität ist durch einen größeren Abstand gekennzeichnet, deshalb schwankt der auszuwertende Integrand nicht in diesem Ausmaß wie für die Selbstinduktivität. Fehlerquellen in der Berechnung der Induktivitäten sind sowohl auf die Stromdichteverteilung als auch auf die Monte Carlo Methode zurückzuführen. Diese voneinander unabhängigen Fehlerquellen können separat behandelt werden. Um den Einfluss von Stromdichtungenauigkeiten zu minimieren, können Gitterverfeinerungstechniken eingesetzt werden. Entsprechend den

## Induktivitätsberechnung mit der Monte Carlo Methode



**Abbildung 6.4:** Darstellung der berechneten Gegeninduktivität des planaren Transformators mit 3 Windungen in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl



**Abbildung 6.5:** Darstellung der berechneten Selbstinduktivität des planaren Transformators mit 3 Windungen in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl

## 6.4 Einfluss von Singularitäten

Änderungen der berechneten Induktivitäten kann nur ein differentieller und kein absoluter Fehler angegeben werden (es sei denn man vergleicht mit analytischen Lösungen).

Da die Fehlerabschätzung für die Monte Carlo Methode ohne großen Aufwand mit den Gleichungen (6.1) und (6.2) durchzuführen ist, erscheint die Vorgabe eines Abbruchkriteriums sinnvoll, das den Monte Carlo Algorithmus beendet, wenn die verfahrensbedingten Schwankungen eine vorgegebene Schranke unterschreiten. Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass der EW normal verteilt ist, falls die Stichprobenzahl  $N$  groß ist<sup>1</sup>. Der Fehler der Resultate  $\Delta L_{ik}$  kann daher über die Varianz  $\sigma_{ik}^2$  der Stichprobenauswertung  $L_{ik\tau}$

$$\sigma_{ik}^2 = \frac{1}{N} \sum_{\tau} L_{ik\tau}^2 - \left( \frac{1}{N} \sum_{\tau} L_{ik\tau} \right)^2 \quad (6.1)$$

und die Stichprobenanzahl  $N$  (99.99% Konfidenzintervall)

$$\Delta L_{ik} = 3 \frac{\sigma_{ik}}{\sqrt{N}} \quad (6.2)$$

ermittelt werden. Die Monte Carlo Methode mit Abbruchkriterium bedarf nur der Erweiterung um die kontinuierliche Berechnung der Standardabweichung von den ermittelten Werten aus (6.2) mittels (6.1). Sobald  $\Delta L_{ik}/L_{ik} < \varepsilon$  erfüllt ist, wird der Algorithmus beendet. Die Fehlerschranke des Schätzwertes fällt mit  $1/\sqrt{N}$ . Will man also die Fehlerschranke um einen Faktor  $c$  reduzieren, so steigt die erforderliche Zahl der Zufallsversuche und damit der Rechenaufwand mit  $c^2$ .

## 6.4 Einfluss von Singularitäten

Der Integrand in (6.3) ist singular für  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ . Zur Studie des Einflusses der Singularität wird das Bereichsintegral in zwei Bereichsintegrale,  $I_1$  und  $I_2$ , aufgespalten

$$I = \int_{\mathcal{V}} dV \int_{\mathcal{V}} dV' \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = I_1 + I_2. \quad (6.3)$$

Das erste Integral schließt die Singularität aus

$$I_1 = \iint_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|>\delta} dV dV' \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (6.4)$$

<sup>1</sup>Über die Geschwindigkeit der Konvergenz gibt der zentrale Grenzwertsatz keine Auskunft, sondern die Varianz, die linear mit der Stichprobenanzahl gegen 0 geht.

und wird wie bisher ausgewertet. Als Bereich für das zweite Integral wird eine kleine Kugel um die Singularität gewählt

$$I_2 = \int \int_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|<\delta} dV dV' \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (6.5)$$

Da der Abstand  $\mathbf{r}-\mathbf{r}'$  klein ist, kann die Stromdichte  $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$  um  $\mathbf{r}$  linear entwickelt werden

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}') \approx \mathbf{J}(\mathbf{r}) + \nabla \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \quad (6.6)$$

Eingesetzt in  $I_2$  ergibt sich

$$I_2 = \int_{\mathcal{V}} dV \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) \overbrace{\int_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|<\delta} dV' \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}^{I_{21}} + \int_{\mathcal{V}} dV \mathbf{J}(\mathbf{r}) \nabla \mathbf{J}(\mathbf{r}) \overbrace{\int_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|<\delta} dV' \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}^{I_{22}}, \quad (6.7)$$

$$I_{21} = \int_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|<\delta} dV' \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \int_0^\delta \frac{4\pi R^2}{R} dR = 2\pi\delta^2. \quad (6.8)$$

Das Integral  $I_{22}$  verschwindet aus Symmetriegründen

$$I_{22} = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^\pi R^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi dR \frac{1}{R} \begin{pmatrix} R \sin\vartheta \cos\varphi \\ R \sin\vartheta \sin\varphi \\ R \cos\vartheta \end{pmatrix} = 0. \quad (6.9)$$

Durch die Darstellung

$$I = \int \int_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|>\delta} dV dV' \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \int_{\mathcal{V}} dV \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot 2\pi\delta^2 \quad (6.10)$$

wird eine Sensitivitätsanalyse möglich, die den Einfluss des Parameters  $\delta$  klärt. Die Auswertung obiger Formulierung hat ergeben, dass mit zunehmender Verkleinerung von  $\delta$  der Beitrag des zweiten Terms verschwindet<sup>2</sup>. Damit ist gezeigt, dass bei der Monte Carlo Methode kein Einfluss der Singularität auftritt, da für den Grenzübergang  $\delta \rightarrow 0$  obige Formulierung in die ursprüngliche übergeht.

---

<sup>2</sup>Typische Größenordnung von  $\delta=2\text{ nm}$  für die räumliche Leiterschleife (s. Abschnitt 8.2), ab der kein Beitrag mehr zum zweiten Term geliefert wird, d.h. für  $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| < 2\text{ nm}$  kann das zweite Integral vernachlässigt werden.  $\delta$  ist allerdings kein konstanter Faktor, sondern hängt von der Größe des jeweiligen Beispiels ab. Als Richtwert kann für die räumliche Leiterschleife angegeben werden, dass  $\delta$  2 % der kürzesten Kantenlänge eines typischen Tetraederelements beträgt.

# Kapitel 7

## Induktivitätsberechnung mit dem Vektorpotenzial

Obwohl mit der implementierten Monte Carlo Methode (Kapitel 6) ein geeigneter Weg gefunden wurde, um relativ rasch Induktivitäten eines gegebenen Entwurfs zu berechnen, bleibt dabei der Wunsch offen, den Skineneffekt zu berücksichtigen. Eine Möglichkeit besteht nun darin, dass die elektrische Feldstärke nicht nur als Gradient eines Skalarpotenzials dargestellt wird, sondern auch die zeitliche Ableitung des magnetischen Vektorpotenzials beinhaltet, und daraus wird im Frequenzbereich die stationäre Lösung berechnet. Die zweite Möglichkeit den Skineneffekt zu modellieren ist eine transiente Analyse durchzuführen, um z.B. Verzögerungszeiten zu berechnen oder das Übersprechen von einer Leitung zu benachbarten. Dabei ist anzumerken, dass die Analyse im Zeitbereich für hohe Frequenzen ineffizient wird, während im Frequenzbereich z.B. starke Nichtlinearitäten nicht inkludiert werden können.

Als Vorstufe zu obengenannten Erweiterungen wurde eine statische Extraktion von partiellen Induktivitäten basierend auf dem magnetischen Vektorpotenzial implementiert. Wie bereits in Kapitel 3 ausgeführt, verschwinden im statischen Fall die zeitlichen Ableitungen in den beiden ersten Maxwell-Gleichungen. Deshalb sind das magnetische und das elektrische Feld vollständig entkoppelt. Durch Lösen der Differentialgleichung (3.35) erhält man das elektrische Potenzial im Leiter, nachdem die Stromdichte mit (3.51) ermittelt wurde (s. auch Abschnitt 5.1), kann aufgrund von

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} \quad (7.1)$$

die Vektor-Poisson-Gleichung

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (7.2)$$

separat für jede Koordinatenrichtung benutzt werden, um das magnetische Vektorpotenzial zu berechnen. Die Induktivität kann hierbei aus

$$L = \frac{2W}{I^2} = \frac{1}{I^2} \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} dV \quad (7.3)$$

unter Vermeidung der Auswertung eines doppelten Volumsintegrals berechnet werden. Zur eindeutigen Festlegung des Vektorpotenzials  $\mathbf{A}$  ist immer eine Aussage über die Quellen dieses Feldes zu treffen, für die Gültigkeit von (7.2) ist allerdings die Coulomb-Eichung sicherzustellen. Wendet man den Divergenzoperator auf (7.2) an und vertauscht anschließend auf der linken Seite die beiden Operatoren erhält man

$$\Delta(\nabla \cdot \mathbf{A}) = -\mu \nabla \cdot \mathbf{J}. \quad (7.4)$$

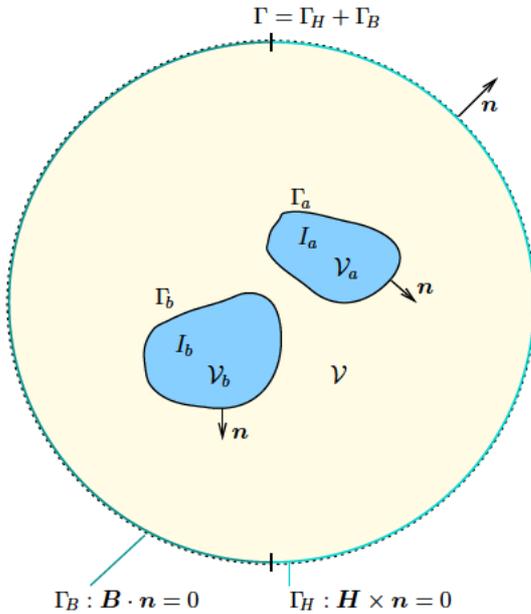
Gleichung (7.4) stellt somit eine Laplace-Gleichung für die Divergenz des Vektorpotenzials dar. Eine notwendige Bedingung für das Verschwinden der Divergenz von  $\mathbf{A}$  ist, dass die Stromdichte ebenfalls keine Divergenz aufweist. An Stellen, wo der Strom ein- und austritt erfolgt, hat auch das Vektorpotenzial Quellen und Senken. Diese unphysikalischen Quellen und Senken (der Strom ist divergenzfrei laut der ersten Maxwell-Gleichung in statischer Näherung) treten an den Kontakten der Verbindungsleitungen auf. Der Einfluss dieser Quellen und Senken wird umso geringer sein, je näher die jeweiligen Endkontakte der Verbindungsstrukturen beieinander liegen. Die verfolgte Strategie zielt darauf ab, da die Stromdichte im statischen Fall divergenzfrei ist, dass die Divergenz des Vektorpotenzials sich wie eine übliche Lösung der Laplace-Gleichung verhält. Somit ist bei Erfüllung von  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  auf  $\Gamma$ , dies auch für alle Punkte innerhalb von  $\Gamma$  sichergestellt. Da sich dies direkt nur schwer durchführen läßt, wird dazu einfacherweise auf dem fernen Rand  $\Gamma$  (fernab der Stromverteilung)  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$  gesetzt (was im nächsten Abschnitt näher erläutert wird).

## 7.1 Übliche Randbedingungen für das magnetische Vektorpotenzial

Die Randbedingungen für magnetische Felder sind Vorgaben für Feldstärke bzw. Flußdichte. Um die Eindeutigkeit des Vektorpotenzials sicherzustellen, genügen die Vorgaben allerdings nicht. Auf dem Rand  $\Gamma$  (s. Abb. 7.1) muss zusätzlich immer die Tangential- oder die Normalkomponente des Vektorpotenzials festgelegt werden [145]. Um eine eindeutige Lösung zu erhalten, muss außerdem zumindest ein (beliebiger) Knoten eine Dirichlet-Bedingung erfüllen, indem der diesem Knoten zugeordnete Funktionswert auf einen beliebigem Wert, praktischerweise Null, gesetzt wird.

Die Oberfläche  $\Gamma$  ist in zwei Teile geteilt, da besonders zwei Randbedingungen von praktischer Bedeutung sind: Auf  $\Gamma_B$  ist die Normalkomponente der Flußdichte vorgeschrieben, während auf  $\Gamma_H$  die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke

## 7.1 Übliche Randbedingungen für das magnetische Vektorpotenzial



**Abbildung 7.1:** Simulationsbereich und Ränder bei der Berechnung des magnetischen Vektorpotenzials: Die beiden stromführenden Segmente  $\mathcal{V}_a$  und  $\mathcal{V}_b$  erfüllen unten angeführte Randbedingungen. Da keine magnetischen Materialien behandelt werden, sind die Stetigkeitsbedingungen  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_1 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_2$  (vergleiche (7.5)) und  $\mathbf{n} \times \mathbf{H}_1 = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_2$  (Flächenstromdichte auf  $\Gamma_H$  gleich Null) an den Grenzflächen implizit erfüllt.

gegeben ist. Was diese Vorgaben, (7.5) und (7.6), für das magnetische Vektorpotenzial bedeuten, wird nun ausgeführt:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_B, \quad (7.5)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_H. \quad (7.6)$$

Diese beiden Randbedingungen werden mit dem magnetischen Vektorpotenzial folgendermaßen formuliert

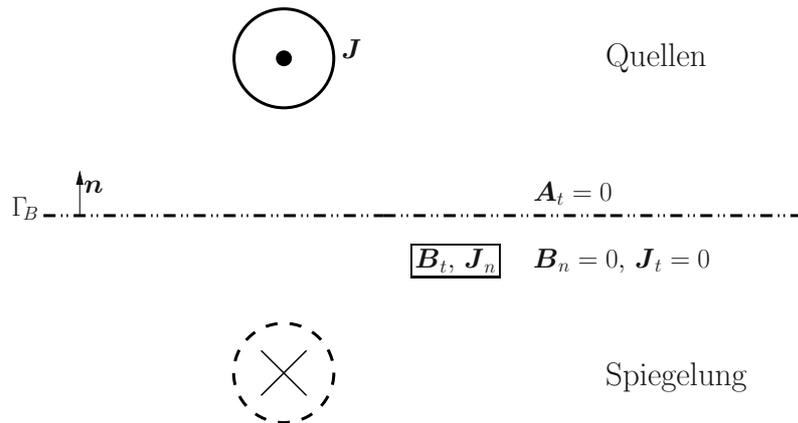
$$\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_B, \quad (7.7)$$

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \times \mathbf{n} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_H. \quad (7.8)$$

Gleichung (7.7) kann nach [115] ersetzt werden durch

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_B, \quad (7.9)$$

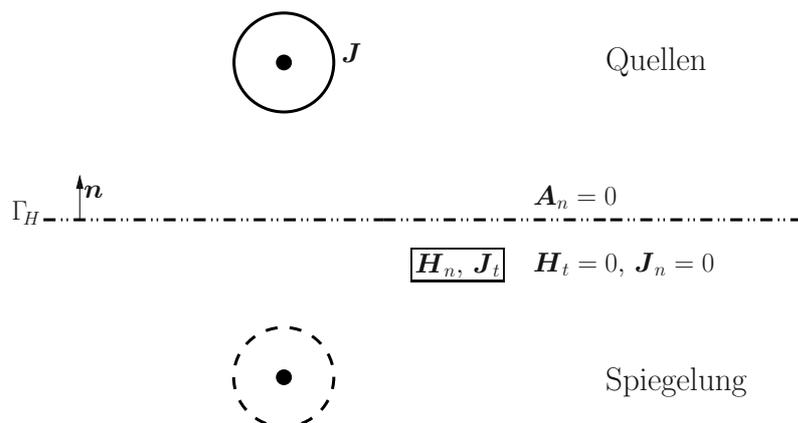
und stellt somit auch die Eindeutigkeit von  $\mathbf{A}$  sicher. Diese *Dirichlet-Randbedingung* ist durch die Vorgabe der Tangentialkomponente auf der Oberfläche  $\Gamma_B$  gekennzeichnet. *Homogene Dirichlet-Randbedingungen* ( $\mathbf{A}_t = 0$ ), entsprechend (7.9), bedeuten bei unendlich langer, gerader Grenze  $\Gamma_B$  (s. Abb. 7.2) eine antisymmetrische Spiegelung von Quellenstromdichten. Es dürfen somit in der Symmetrieebene nur Normalkomponenten von Quellenströmen auftreten, das resultierende Magnetfeld verläuft entsprechend (7.5) tangential. Eine ideal leitfähige (supraleitende) Oberfläche kann durch eine *homogene Dirichlet-Randbedingung* für das Vektorpotenzial  $\mathbf{A}$  repräsentiert werden. Wenn ein magnetisches Feld außerhalb des Leiters existiert, werden Oberflächenströme derart induziert, dass das Innere des Leiters feldfrei bleibt.



**Abbildung 7.2:** Antisymmetrische Spiegelung von Quellen durch homogene Dirichlet-Randbedingungen

*Homogene Neumannsche Randbedingungen* sind durch (7.8) gegeben und haben bei unendlich langer, gerader Grenze (siehe Abb. 7.3) eine symmetrische Spiegelung der Quellenstromdichten zur Folge. In der Symmetrieebene dürfen somit nur tangentiale Quellenströme fließen, das Magnetfeld verläuft senkrecht zur Begrenzungsfläche. Um das Vektorpotenzial eindeutig zu machen, ist es notwendig, dessen Divergenz und auf der Oberfläche  $\Gamma$  des Bereichs  $\mathcal{V}$ , entweder seine Normal- oder Tangentialkomponente zu definieren [115]. Da die Tangentialkomponente von  $\mathbf{A}$  auf der Oberfläche  $\Gamma_B$  schon vorgegeben wurde, ist es naheliegend seine Normalkomponente auf  $\Gamma_H$  festzulegen. Man erreicht dies durch die Einführung der zusätzlichen Randbedingung [146]

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{A} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_H. \tag{7.10}$$



**Abbildung 7.3:** Symmetrische Spiegelung von Quellen durch homogene Neumannsche Randbedingungen

## 7.2 Beispiel

Zusammenfassend werden noch einmal mögliche Bedingungen angeführt, die ein eindeutiges Vektorpotenzial sicherstellen [115]:

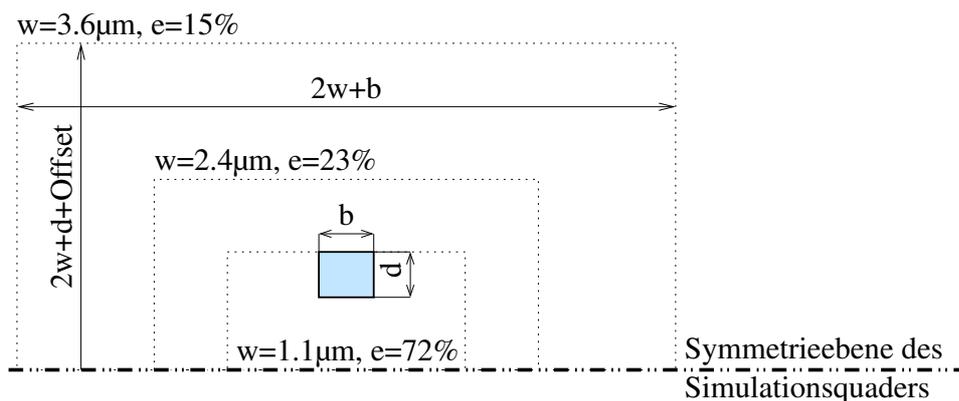
$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{A} &= \mathbf{B} && \text{in } \mathcal{V}, \\ \nabla \cdot \mathbf{A} &= 0 && \text{in } \mathcal{V}, \\ \mathbf{n} \times \mathbf{A} &= \mathbf{0} && \text{auf } \Gamma_B, \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} &= 0 && \text{auf } \Gamma_H.\end{aligned}$$

Die hier angegebenen Randbedingungen führen zu einer Verkopplung der drei Gleichungssysteme für jede Komponente von  $\mathbf{A}$ . Die verfolgte Strategie bevorzugt deshalb als Randbedingung am fernen Rand  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$  vorzugeben, da dies zu drei entkoppelten Poisson-Gleichungen führt. Das Simulationsgebiet muss ohnehin groß genug sein, damit das Feld nicht verzerrt wird.

Die Ausnutzung der Symmetrie durch die entsprechenden homogenen Randbedingungen kann den Berechnungsaufwand eines Problems wesentlich reduzieren. Sind jedoch Randbedingungen vorzugeben, wo Spiegelungen unerwünscht sind, so muss deren Einfluss gering gehalten werden. Deshalb wird der Rand weit genug vom eigentlich interessierenden Feldgebiet weggerückt [147].

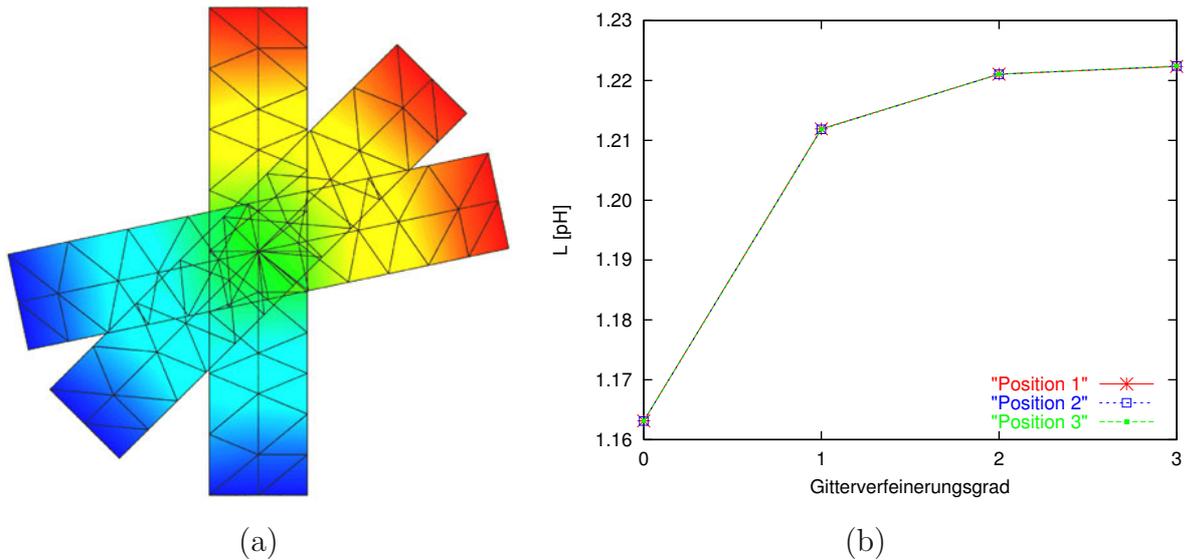
## 7.2 Beispiel

Zur Verdeutlichung des Einflusses der Größe des Simulationsbereichs wurde ein sehr einfaches Beispiel gewählt, das mittels (B.2) auch analytisch ausgerechnet werden kann. Abbildung 7.4 zeigt einen Schnitt durch die Anordnung, der Leiter weist eine Dicke von  $0.5 \mu\text{m}$ , eine Breite von  $0.6 \mu\text{m}$  und eine Länge von  $3 \mu\text{m}$  auf.

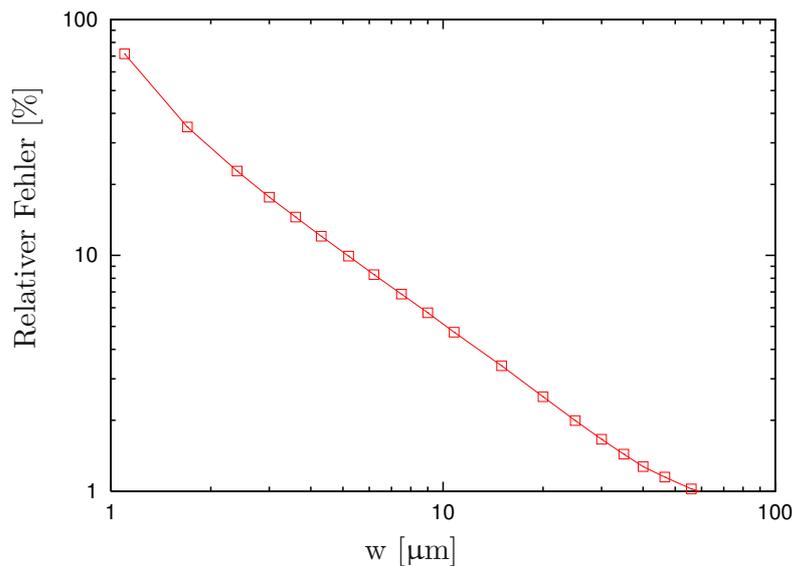


**Abbildung 7.4:** Testbeispiel: Rechteckiger Leiter mit relativem Fehler der Induktivität in Abhängigkeit der Größe des Simulationsgebiets  $w$ ; der Offset beträgt  $0.8 \mu\text{m}$  und ist die Distanz von der Symmetrieebene des Simulationsquaders bis zur Unterkante des Leiters.

Um nun explizit den Einfluss der Orientierung von Leiteroberflächen auf etwaige Kopplungen zwischen den  $x$ - und  $y$ -Komponenten des Vektorpotenzials zu zeigen, wird das gesamte Feldbeispiel (Rechteckleiter samt Simulationsquader) rotiert. Anhand der Konfiguration Abb. 7.5a (3 verschiedene Positionen) wurde nach einer Abhängigkeit von der Orientierung des Rechteckleiters bei einer konstanten Simulationsgröße gesucht. Abbildung 7.5b zeigt keinen erkennbaren Einfluss des Winkels auf die berechnete



**Abbildung 7.5:** Anordnung des Rechteckleiters (a), berechnete Induktivität in Abhängigkeit des Verfeinerungsgrades (b)



**Abbildung 7.6:** Relativer Fehler der Induktivität in Abhängigkeit der Größe des Simulationsgebiets  $w$  (vergl. Abb. 7.4)

## 7.2 Beispiel

---

Induktivität in Abhängigkeit des Gitterverfeinerungsgrades. Abbildung 7.6 zeigt den Verlauf des relativen Fehlers, der durch Begrenzung des Simulationsgebiets hervorgerufen wird. Dieser relative Fehler geht gegen Null bei wachsendem Simulationsgebiet. Der Fehler setzt sich zusammen aus einem Anteil, der auf die Beschränkung des Simulationsgebiets zurückgeführt werden kann, und einem Anteil, der durch die Störung der Coulomb-Eichung des Vektorpotenzials auf dem Rand verursacht wird, das nur bei bereits abgeklungenem Vektorpotenzial durch die Randbedingung  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$  sichergestellt wird (vgl. dazu Einleitung von Kapitel 7).

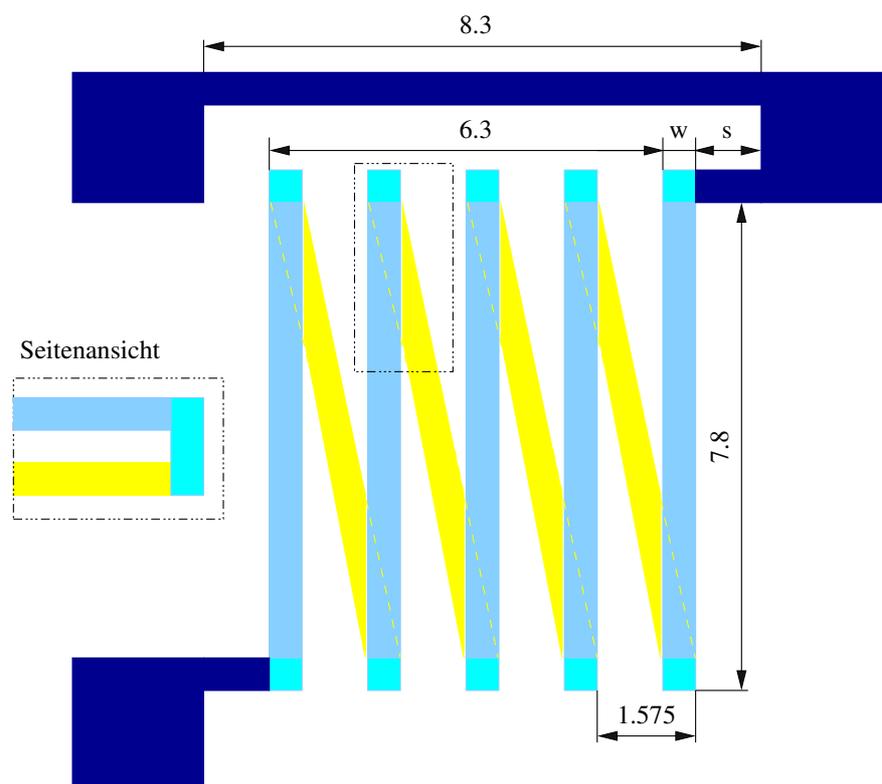


# Kapitel 8

## Anwendungsbeispiele

### 8.1 Dickschichtinduktor

Die Geometrie des Dickschichtinduktors ist in Abb. 8.1 schematisch wiedergegeben.

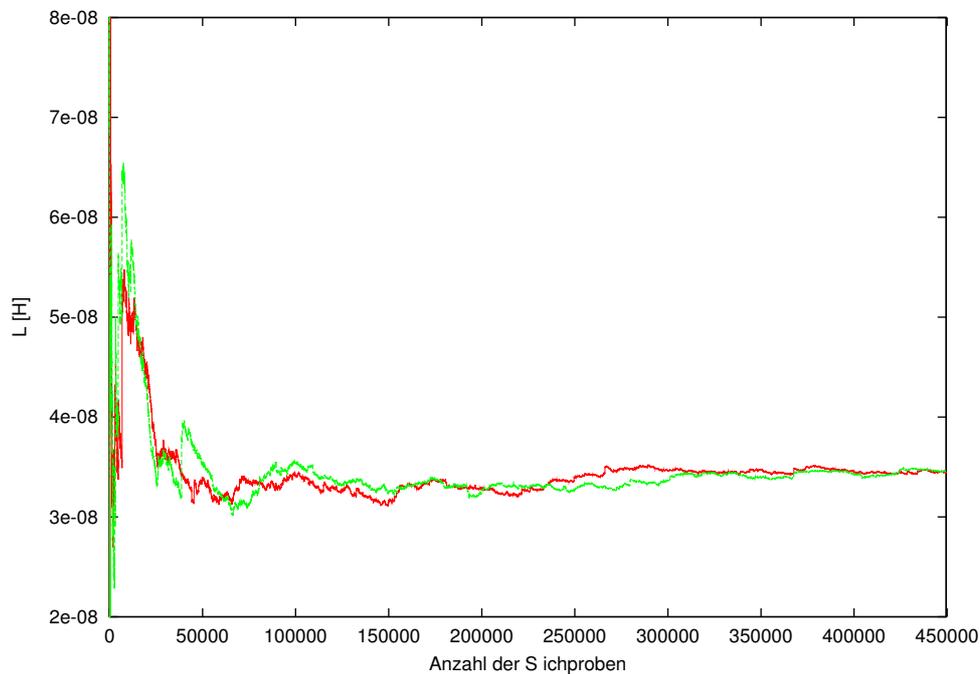


**Abbildung 8.1:** Abmessungen des Dickschichtinduktors in mm. Die restlichen Längen:  $w=300\ \mu\text{m}$ ,  $s=850\ \mu\text{m}$ , Dicke= $10\ \mu\text{m}$ , die drei quadratischen Felder besitzen die Größe  $2\times 2\ \text{mm}^2$

Es werden zwei verschiedene Gitter auf dem Dickschichtinduktor erzeugt und die Simulationsergebnisse miteinander verglichen. Zur Berechnung der Selbstinduktivität wird die Monte Carlo Methode (Kapitel 6) und die Methode basierend auf dem Vektorpotenzial (Kapitel 7) herangezogen. In Tab. 8.1 sind die Anzahl der Gitterelemente und die auf diesem Gitter berechnete Selbstinduktivität aufgelistet. Abb. 8.2 gibt den ersten Ausschnitt der Berechnung mit der Monte Carlo Methode wieder; das Konvergenzverhalten der beiden Kurven (korrespondierend zu den beiden Gittern) in Abhängigkeit der Anzahl der Stichprobe ist klar ersichtlich. Die Vektorpotenzialmethode benötigt einen ungleich größeren Simulationsbereich (s. dazu auch das Beispiel im Kapitel 7). In Abb. 8.3 ist die Potenzialverteilung zu sehen, Abbildung 8.4 gibt die Stromdichteverteilung wieder. Für dieses Beispiel konvergiert der iterative Gleichungslöser für die

Elemente: Gesamt/Leiter	Selbstinduktivität [nH]	
	Monte Carlo	Vektorpotenzial
101121/1575	34.42	34.02
158064/1962	34.46	34.29

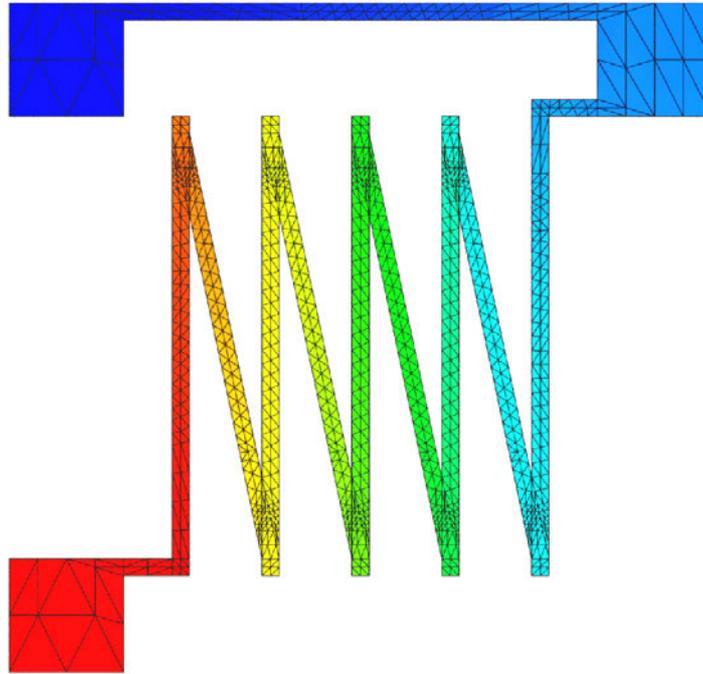
**Tabelle 8.1:** Resultate der Induktivitätsberechnung: Monte Carlo Methode versus Vektorpotenzialmethode



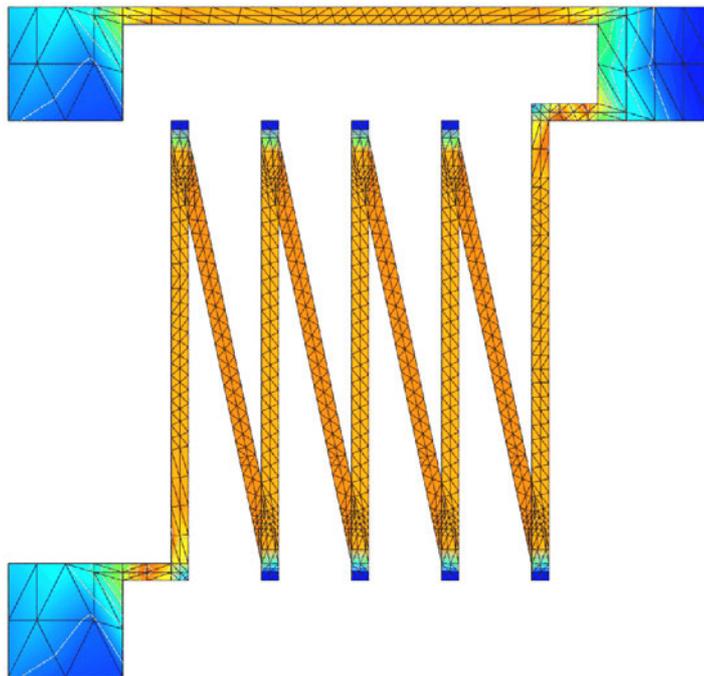
**Abbildung 8.2:** Darstellung der berechneten Selbstinduktivität des Dickschichtinduktors in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl

## 8.1 Dickschichtinduktor

---



**Abbildung 8.3:** Potenzialverteilung des Dickschichtinduktors: blau verweist auf 0 V, rot auf 1 V



**Abbildung 8.4:** Stromdichteverteilung des Dickschichtinduktors mit Konturflächen

Potenzialberechnung langsam, da es sich um eine relativ lange, dünne Schicht handelt (das Verhältnis der Länge des Strompfades zur Dicke beträgt ca. 8000:1). In Abb. 8.4 sieht man sehr deutlich den Einfluss des verringerten Querschnitts (um ca. 2.2%) der schrägen Stücke, da dort die Stromdichte größer ist, als auf den senkrechten Strecken. Dass der Zick-Zack-Verlauf der Windungen des Dickschichtinduktors (z.B. Abb. 8.4) einen relativ geringen Einfluss auf die Induktivität hat, kann mit einem vereinfachten Entwurf gezeigt werden (Abb. 8.5): Das Ergebnis der Monte Carlo Simulation für die

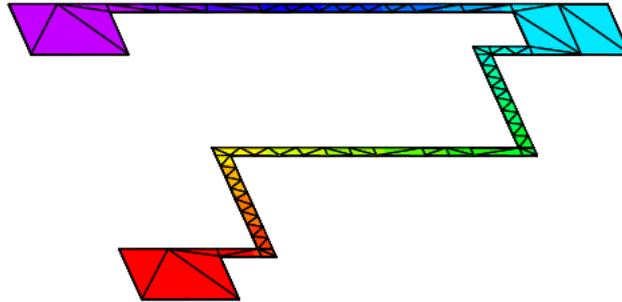


Abbildung 8.5: Potenzialverteilung des vereinfachten Dickschichtinduktors

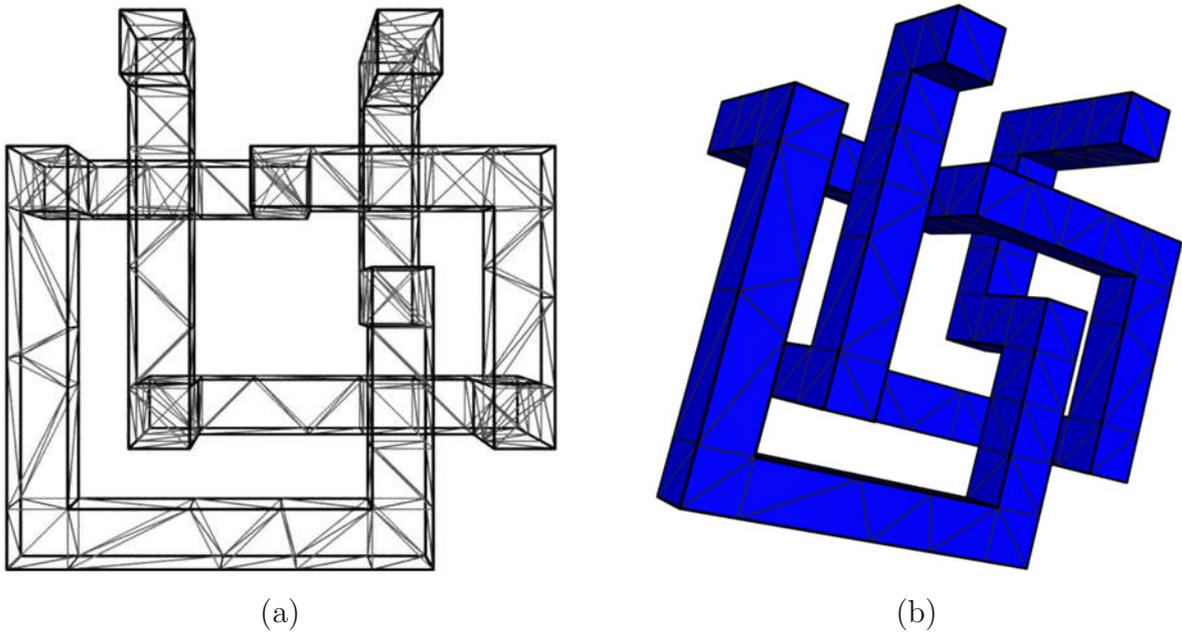
Selbstinduktivität dieser Anordnung ist 20.7 nH, die Vektorpotenzialmethode liefert 20.3 nH. Der Vergleich der beiden Strukturen von Abb. 8.4 und Abb. 8.5 zeigt, dass die vereinfachte Struktur noch mehr als die Hälfte der Induktivität von der ursprünglichen (34.46 nH nach Tab. 8.1) besitzt. Der Grund liegt darin, dass sich das Magnetfeld der Ströme in den Windungen teilweise kompensiert, da die Struktur sehr flach ist. Anhand dieses Beispiels zeichnen sich allerdings schon sehr große Unterschiede bezüglich der Laufzeit ab: Die Monte Carlo Methode (Anzahl der Stichproben: 1 Million) benötigt 13 s, während die Vektorpotenzialmethode 203 s dauert (auf einem LINUX-System mit einem Pentium 4/1500 MHz); diese Zeiten beinhalten, so wie in Kapitel 6 bereits angegeben, die Berechnung der Stromdichte und die Auswertung der Neumann-Formel für die Monte Carlo Methode bzw. für die Vektorpotenzialmethode die Lösung von (3.52).

## 8.2 Räumliche Leiterschleife

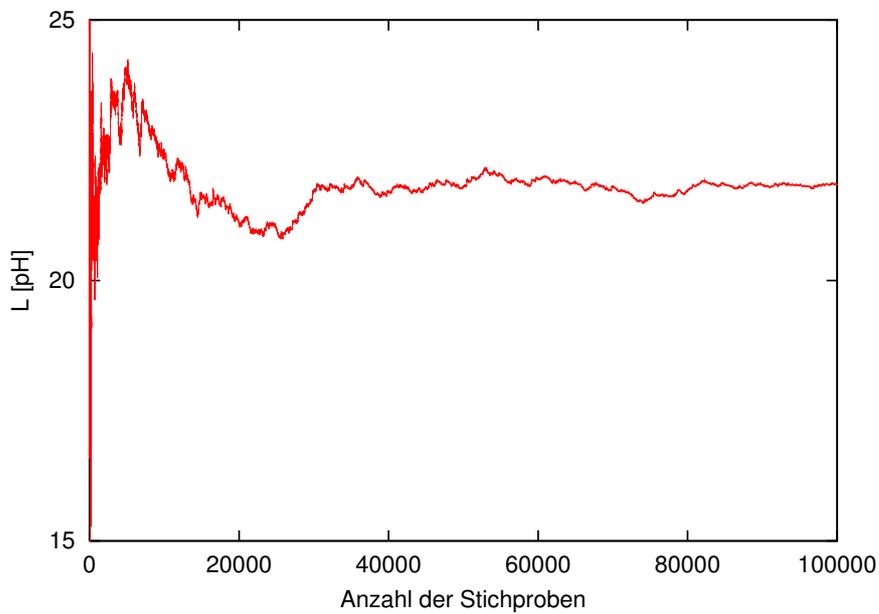
Als weiteres Testbeispiel bietet sich eine einfache, räumliche Leiterschleife an: Das Simulationsgitter ist dargestellt in Abb. 8.6(a) als Drahtmodell, und der Aufbau der Struktur ist deutlicher erkennbar in Abb. 8.6(b), der Querschnitt des Leiters beträgt  $1 \times 1 \mu\text{m}^2$ , die Leiterschleife findet in einem Quader mit den Ausmaßen  $9 \times 9 \times 3 \mu\text{m}^3$  Platz. Abbildung 8.7 zeigt wiederum das Konvergenzverhalten der Monte Carlo Methode; das Resultat für  $L=21.91 \text{ pH}$ . Die Vektorpotenzialmethode liefert als Wert der Selbstinduktivität 21.86 pH. Zusätzlich ist der Betrag der Stromdichteverteilung in Abb. 8.8 dargestellt. Die Maxima der Stromdichte treten in den inneren Ecken der Leiterschleife auf, die Minima an den äußeren Ecken (blau). Die Verteilung des Vektorpotenzials wird in Abb. 8.9 gezeigt. Neben der Größe erfolgt durch die Farbe der Kegel

## 8.2 Räumliche Leiterschleife

die Zuordnung der Maxima (rot) und Minima (blau). Die Darstellung des magnetischen Felds (Abb. 8.10) auf der Leiteroberfläche erfolgt wiederum mit Kegel. Abschließend ist noch die Potenzialverteilung (Abb. 8.11) mit dem Gitter gemeinsam zu sehen.



**Abbildung 8.6:** Elementlinien der Leiterschleife (a) und Geometrie mit Gitter (b)



**Abbildung 8.7:** Darstellung der berechneten Selbstinduktivität der Leiterschleife in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl

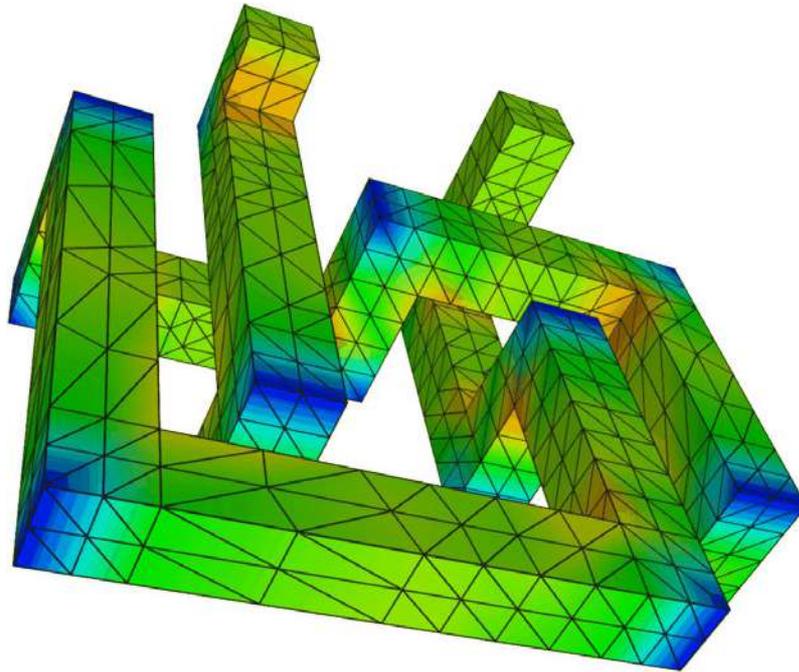


Abbildung 8.8: Stromdichteverteilung der Leiterschleife

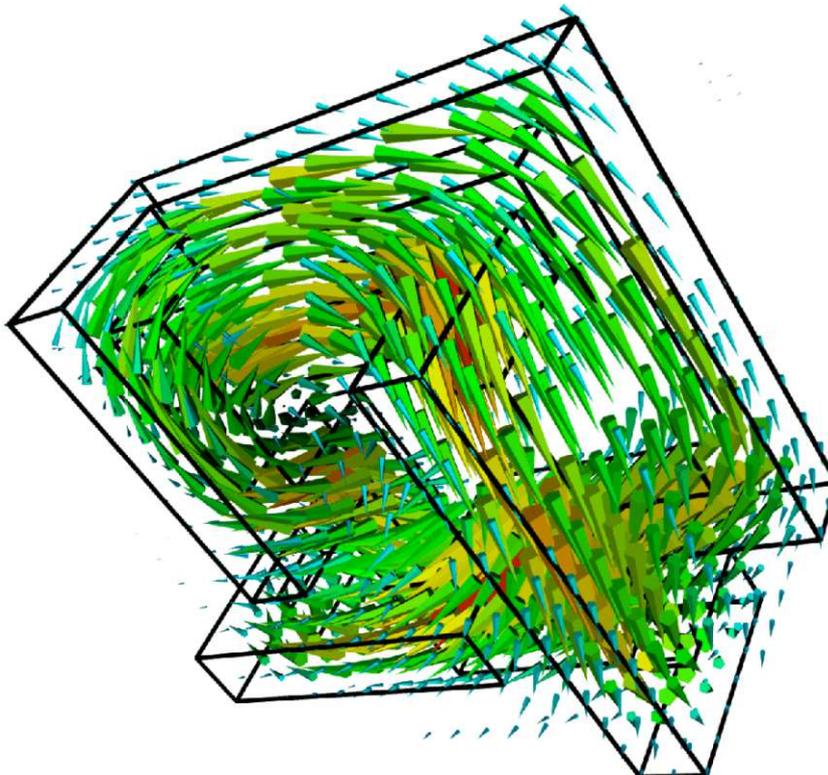
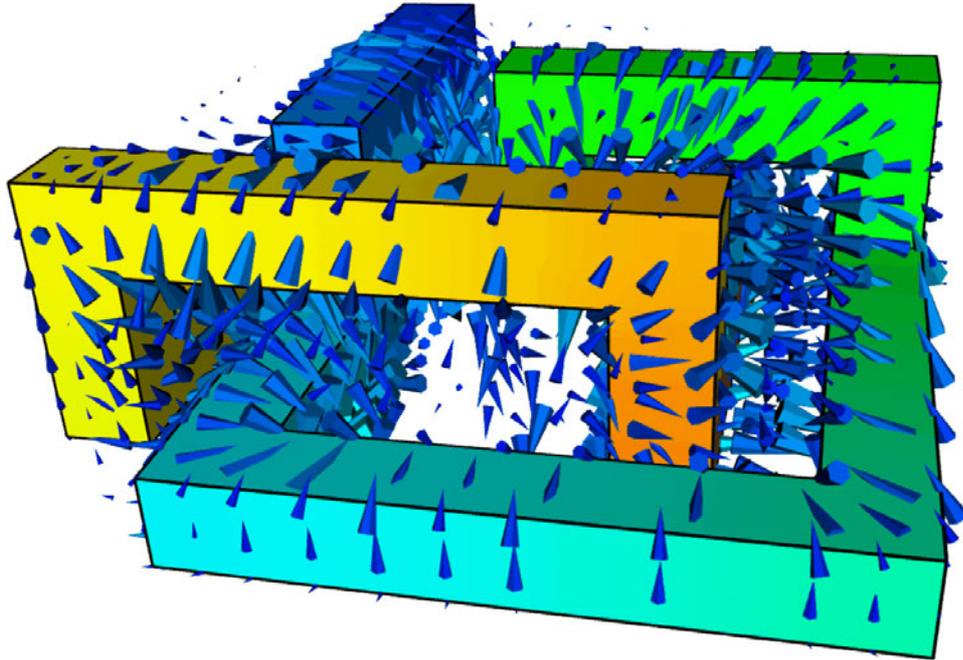


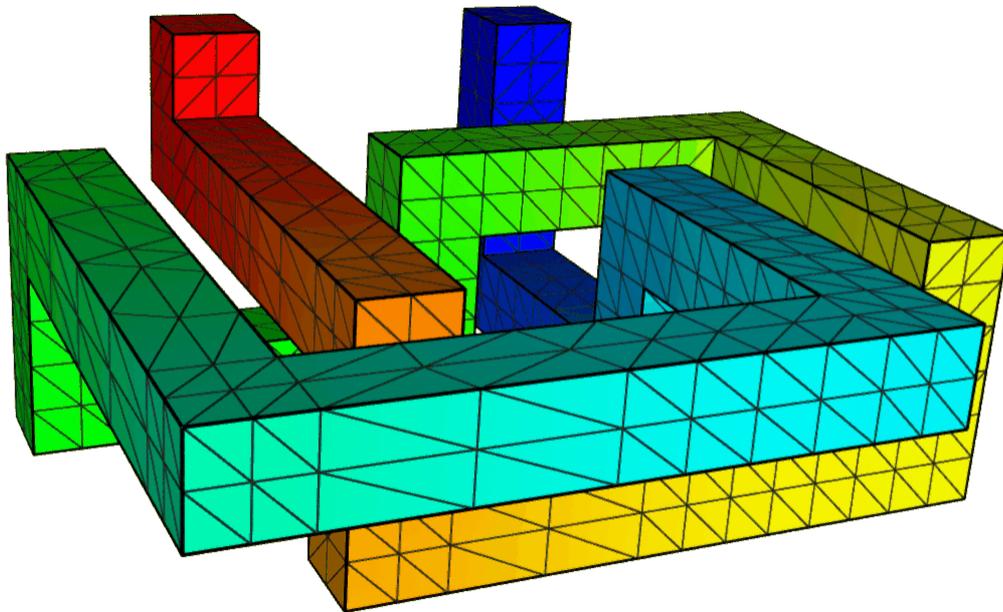
Abbildung 8.9: Darstellung des Vektorpotenzials: Die Kegel geben die Größe und Richtung des Vektorpotenzials an.

## 8.2 Räumliche Leiterschleife

---



**Abbildung 8.10:** Magnetisches Feld und elektrisches Potenzial auf der Leiteroberfläche: Das magnetische Feld verläuft tangential.



**Abbildung 8.11:** Potenzialverteilung der Leiterschleife

### 8.3 Spiralinduktor

Die Integration von Spiralinduktoren auf Siliziumsubstrat ist eine der größten Herausforderungen bei der Herstellung von monolithischen Strukturen für kabellose Kommunikationssysteme. Die Begrenzung der Güte resultiert aus sowohl dem Widerstand und den kleinen Höhen der Verbindungsleitungen als auch den Verlusten in der leitfähigen Siliziumsubstratschicht. Es wurde bereits gezeigt, dass die Verluste in den Verbindungsleitungen durch Parallelschaltung von Metalllagen, bei Ausbildung von dicken, oberen Metalllagen, oder durch Einsatz von Gold oder Kupfer anstatt von Aluminium signifikant reduziert werden [53]. Die Substratverluste können durch den Einsatz hochohmigen Siliziums, Silizium auf Glas oder Quarz ebenfalls verringert werden.

Anhand eines Induktors wird der Einfluss des Substrats in Hinblick auf die Induktivität im statischen Fall untersucht. Die Leitfähigkeiten der verwendeten Materialien sind in Tab. 8.2 aufgelistet.

	$\gamma_i$	Leitfähigkeit [ $\frac{1}{\Omega m}$ ]
Substrat 1	$\gamma_{S_1}$	100
Substrat 2	$\gamma_{S_2}$	0.1
Si-Oxid	$\gamma_{SiO_2}$	$1 \cdot 10^{-8}$
Metall	$\gamma_M$	$4.167 \cdot 10^7$

**Tabelle 8.2:** Materialparameter

Abbildung 8.12 gibt die Geometrie des Induktors wieder, Abb. 8.13 verdeutlicht den Schichtaufbau. Die Spule ist durch eine Oxidschicht der Höhe  $1.5 \mu m$  von Substrat 2 isoliert. Die Ergebnisse der Berechnung der Selbstinduktivität sind in Tab. 8.3 aufgelistet. In der ersten Zeile stehen die Simulationsergebnisse für isolierendes Siliziumsubstrat/Siliziumoxid. Die Resultate geben Aufschluss über die Veränderungen der Induktivität aufgrund der veränderten Potenzialverteilung zufolge der Leitfähigkeiten im Substrat und im Oxid. Im statischen Fall besteht kein Unterschied zwischen der Berücksichtigung der Leitfähigkeit der beiden Substrate und deren Vernachlässigung.

Si-Substrat/Oxid-leitfähigkeit	Selbstinduktivität [H]	
	Monte Carlo	Vektorpotenzial
$\gamma_{S_1}=\gamma_{S_2}=\gamma_{SiO_2}=0$	$5.03 \cdot 10^{-7}$	$4.97 \cdot 10^{-7}$
$\gamma_{S_1}=\gamma_{S_2}=0; \gamma_{SiO_2}$	$4.49 \cdot 10^{-7}$	$4.44 \cdot 10^{-7}$
$\gamma_i$ lt. Tab. 8.2	$4.49 \cdot 10^{-7}$	$4.44 \cdot 10^{-7}$

**Tabelle 8.3:** Resultate der Induktivitätsberechnung: Monte Carlo Methode versus Vektorpotenzialmethode

### 8.3 Spiralinduktor

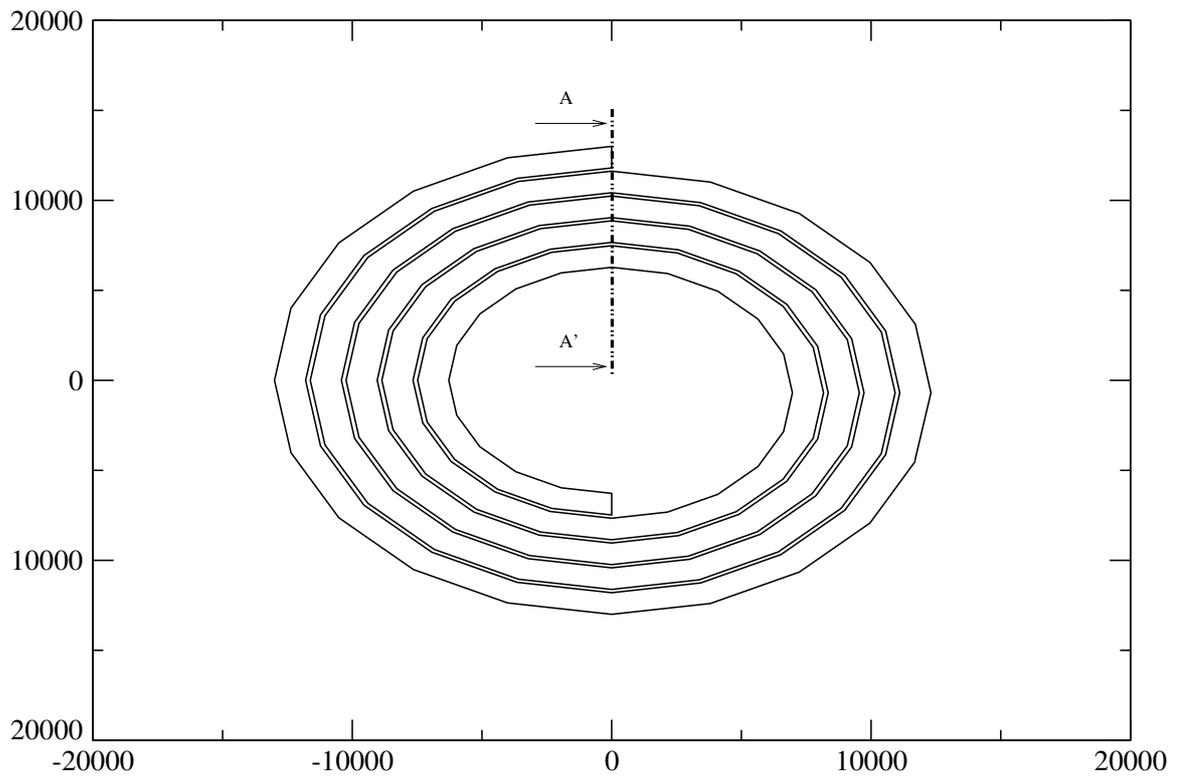


Abbildung 8.12: Geometrie des planaren Induktors: Dimensionen in  $\mu\text{m}$

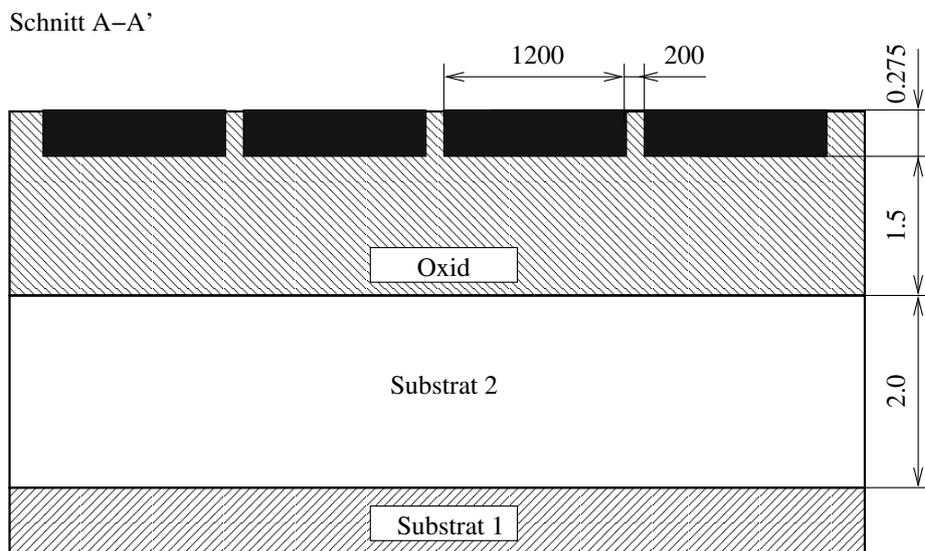


Abbildung 8.13: Schichtaufbau: Schematische Darstellung der Struktur, Abmessungen in  $\mu\text{m}$

Die folgenden Abbildungen geben Verteilungen des elektrischen Potentials, sowie der Beträge der elektrischen Stromdichte, des magnetischen Vektorpotenzials und der magnetischen Flussdichte wieder. Abbildung 8.14, Abb. 8.15 und Abb. 8.16 sind Simulationsergebnisse auf ideal isolierendem Oxid. Weitere Abbildungen zeigen die veränderten Verhältnisse aufgrund der Leitfähigkeit  $\gamma_{SiO_2}$  des Oxids nach Tab. 8.2 auf: So ist z.B. die Potenzialverteilung in Abb. 8.18 etwas verschmiert ins leitfähige Oxid fortgesetzt. Zwischen den beiden Stromdichteverteilungen lassen sich optisch keine Abweichungen erkennen. Wie erwartet tritt die höchste Stromdichte an inneren Knickpunkten des Polygons auf. An den beiden Vektorpotenzialverteilungen ist jeweils der starke Einfluss der fünf parallelen Windungen bemerkenswert, der ein Maximum des Betrags des Vektorpotenzials in den mittleren Windungen bewirkt.

Abbildung 8.17 zeigt die starke Abhängigkeit des CG-Verfahrens von der Dicke des Spiralinduktors. In dieser Abbildung ist die Anzahl der Iterationen dargestellt, die notwendig ist, um das Gleichungssystem für den Spiralinduktor auf idealem Oxid zu lösen. Dabei sind für drei Fälle (Metallhöhe multipliziert mit Faktor 1, 10 und 100) jeweils knapp 6000 aktive Knoten zur Diskretisierung verwendet worden. Ein Schluss aus dieser Abbildung ist, dass lange, sehr dünne Schichten nicht nur hohe Ansprüche an die Gittergeneratoren stellen, sondern auch die Methode der Finiten Elemente zunehmend ineffizient machen.

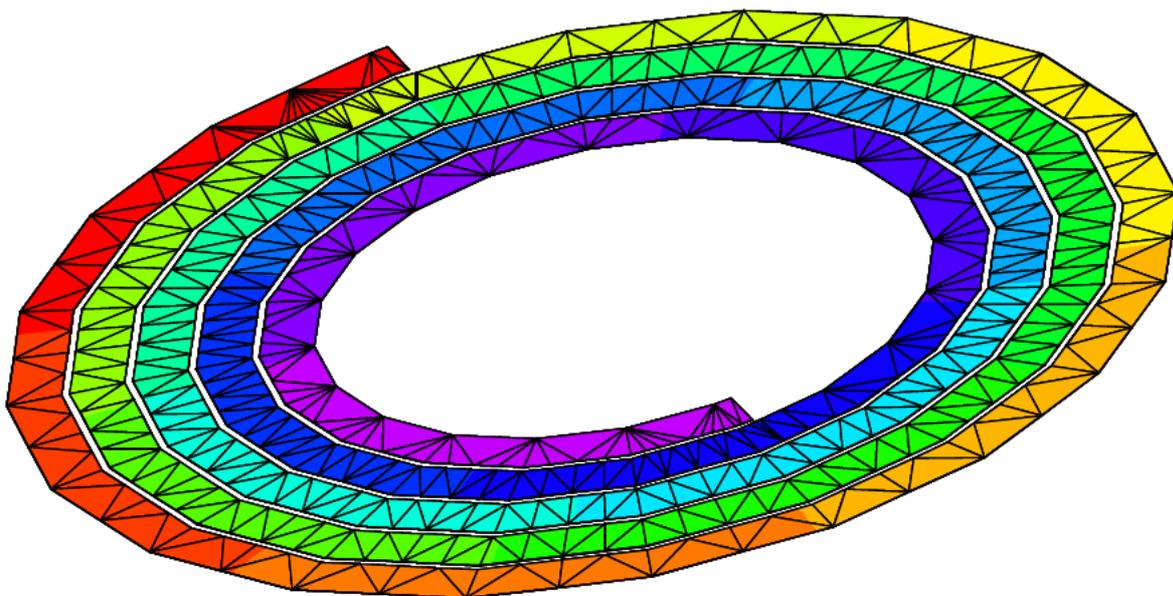


Abbildung 8.14: Potenzialverteilung des Spiralinduktors auf idealem Oxid

### 8.3 Spiralinduktor

---

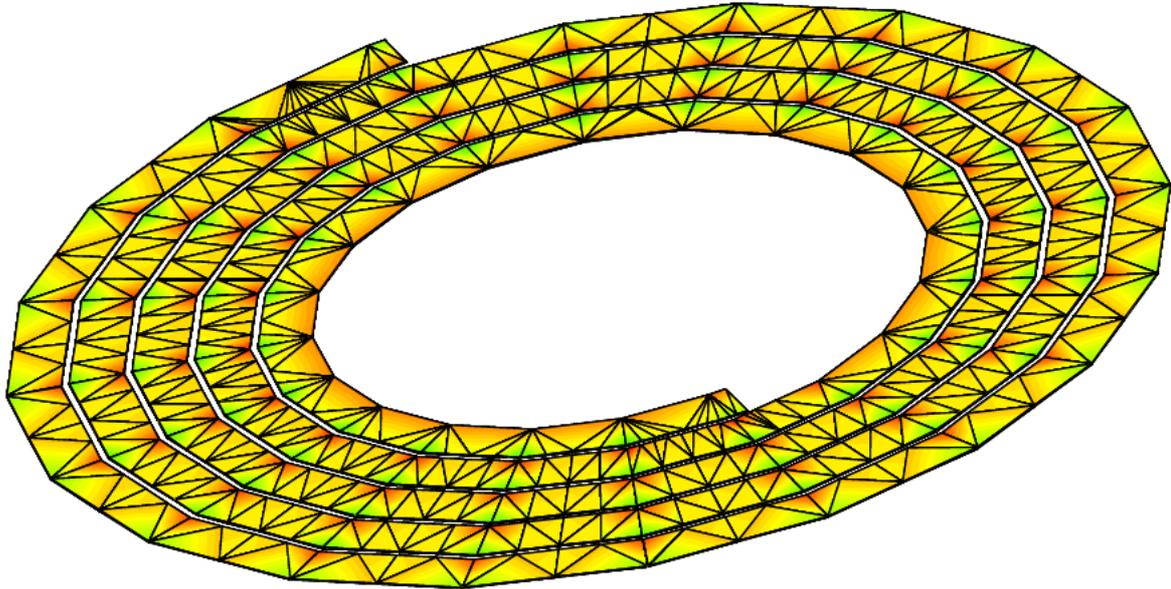


Abbildung 8.15: Stromdichteverteilung des Spiralinduktors auf idealem Oxid

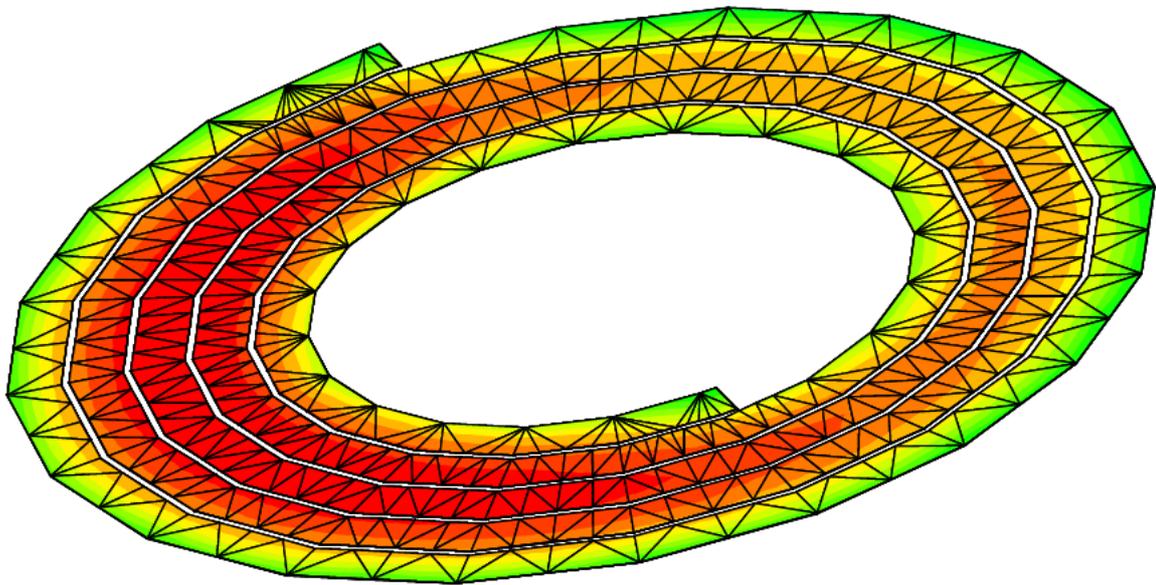
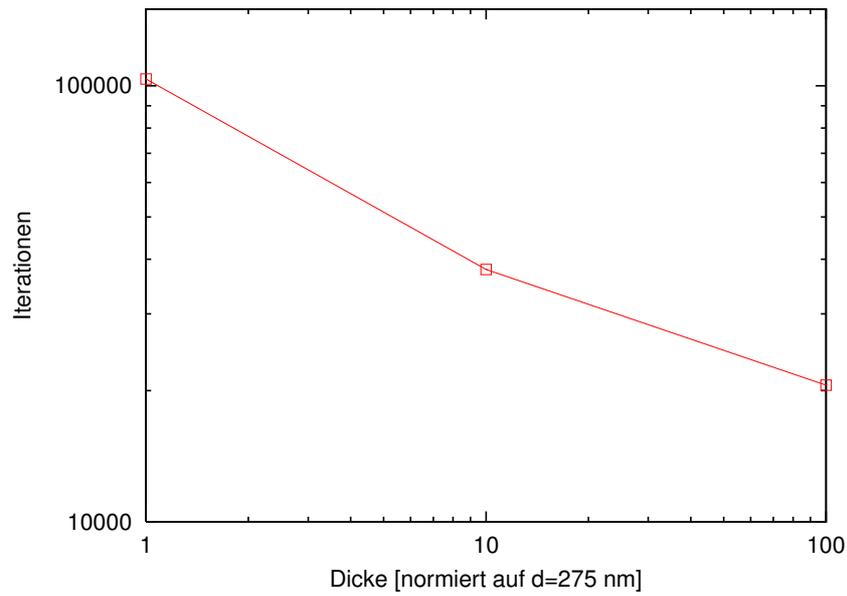
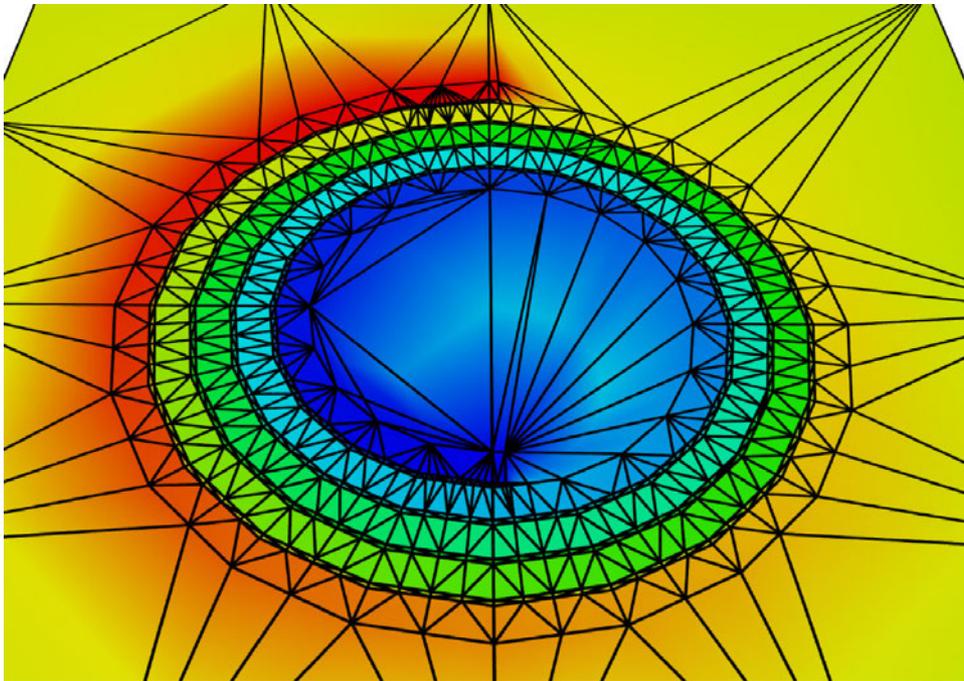


Abbildung 8.16: Vektorpotenzialverteilung auf dem Spiralinduktor

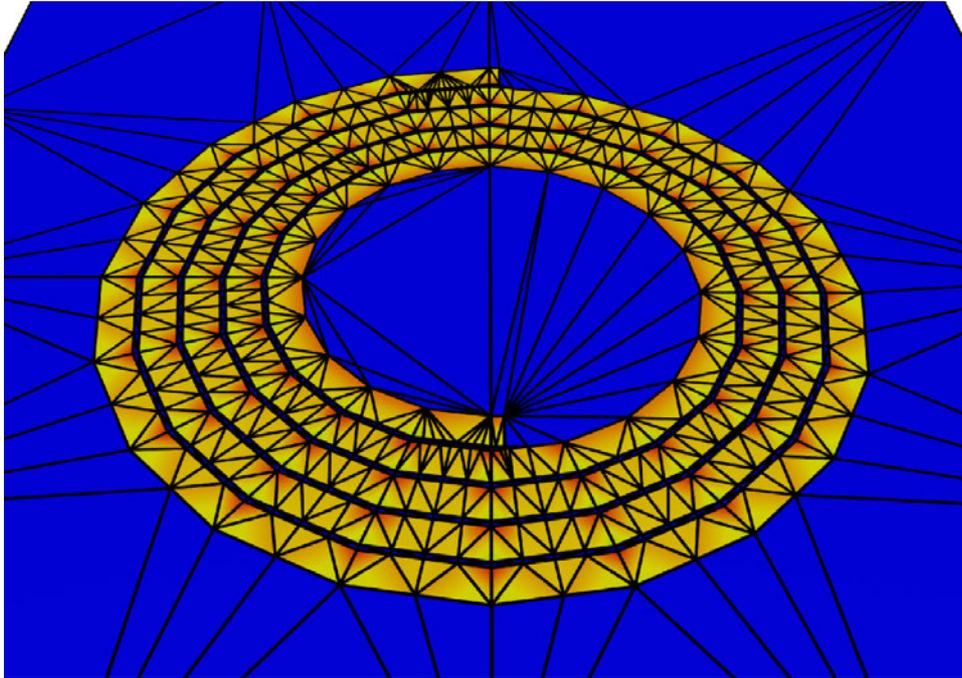


**Abbildung 8.17:** Konvergenzverhalten des CG-Verfahrens abhängig von der Metalldicke des Spiralinduktors: Knapp 6000 aktive Knoten werden zur Diskretisierung des Spiralinduktors über idealem Oxid verwendet.

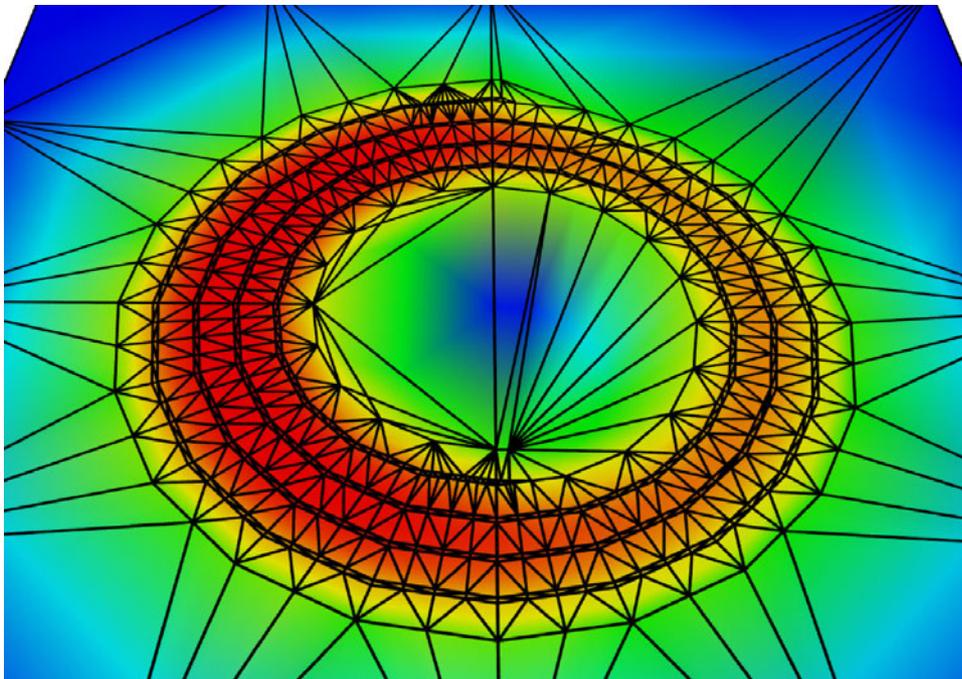


**Abbildung 8.18:** Potenzialverteilung des Spiralinduktors auf dem Oxid mit der Leitfähigkeit  $\gamma_{SiO_2}$  laut Tab. 8.2

### 8.3 Spiralinduktor



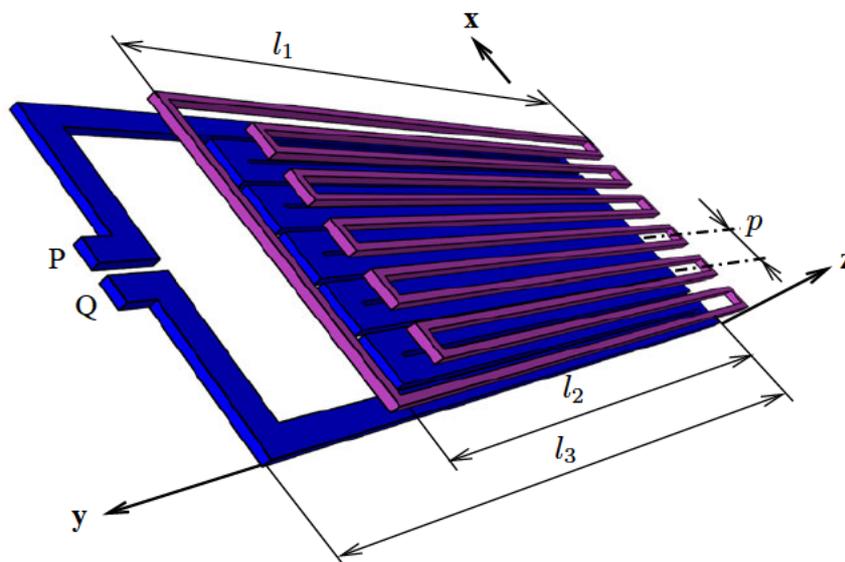
**Abbildung 8.19:** Stromdichteverteilung des Spiralinduktors auf dem Oxid mit der Leitfähigkeit  $\gamma_{SiO_2}$  laut Tab. 8.2



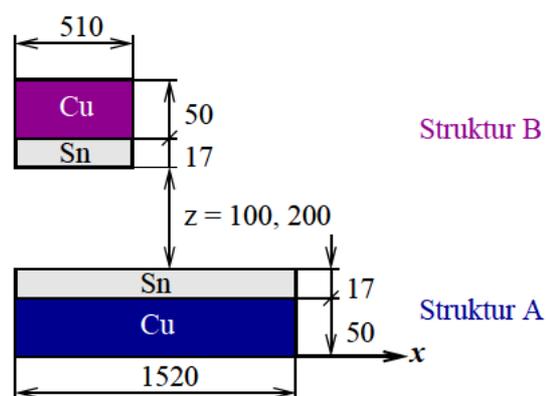
**Abbildung 8.20:** Vektorpotenzialverteilung des Spiralinduktors auf dem Oxid mit der Leitfähigkeit  $\gamma_{SiO_2}$  laut Tab. 8.2

## 8.4 Sensor

Als Anwendung für die Berechnung von Gegeninduktivitäten bietet sich ein Sensor<sup>1</sup> in Mäanderform (Abb. 8.21) an. Mit diesem Sensor können kleine Verschiebungen in x- und z-Richtung detektiert werden. Deshalb werden im Zuge der Untersuchung verschiedene Stellungen der beiden Leiter zueinander durch Verschieben der Struktur A im Sinne des Koordinatensystems (s. Abb. 8.21) ausgewertet. Details und Aufschluss über die verwendeten Materialien zeigt Abb. 8.22.



**Abbildung 8.21:** Schematische Darstellung der Mäander: Die Schrittweite  $p=1.78\text{ mm}$  ist für beide Strukturen gleich, ebenso  $l_2=4.0\text{ cm}$ . Die restlichen Längen sind  $l_1=4.5\text{ cm}$  und  $l_3=5.08\text{ cm}$  (s. auch Abb. 8.22).

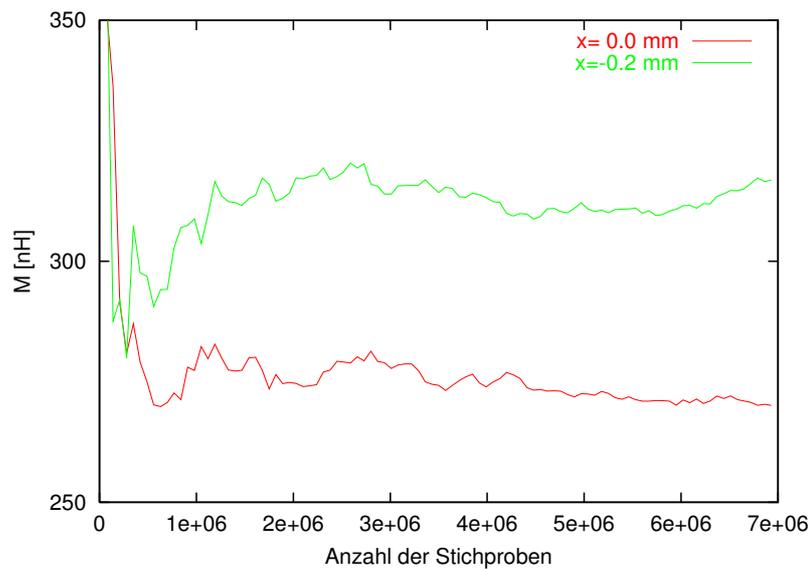


**Abbildung 8.22:** Querschnitt der Strukturen: Abmessungen in  $\mu\text{m}$

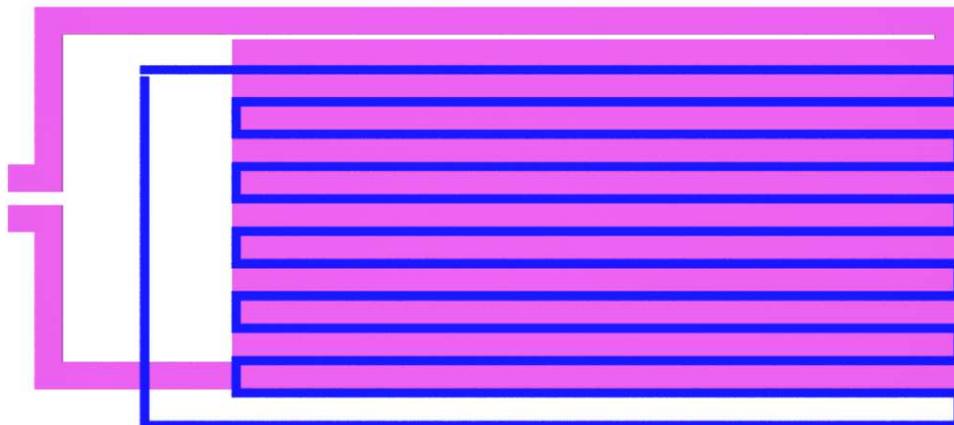
<sup>1</sup>An dieser Stelle sei Prof. Dr. Predrag Habas (Device Eng.Dept., MOS4, FD0.S09, Gerstweg 2, 6534 AE Nijmegen, Holland) gedankt, dass er mir diese Struktur übermittelt hat.

## 8.4 Sensor

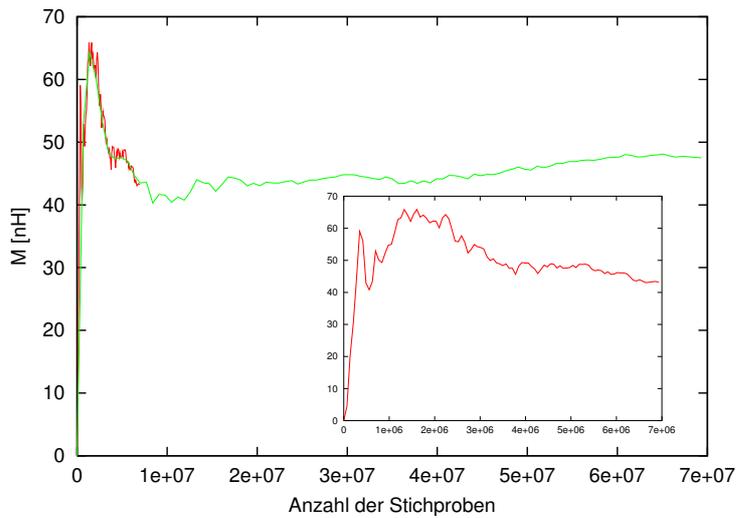
Die Konvergenz des Monte Carlo Verfahrens ist in Abb. 8.23 für zwei Stellungen dargestellt. Die Abbildungen, die das Konvergenzverhalten des Monte Carlo Verfahrens zeigen, beziehen sich auf  $z=100\ \mu\text{m}$ . Die berechnete Gegeninduktivität konvergiert relativ rasch. Allerdings ist das Konvergenzverhalten von der Stellung (der beiden Strukturen zueinander) abhängig, da es bei gewissen Positionen zu Auslöschungseffekten kommt. Die Stellung in Abb. 8.24 dient als ein Beispiel dafür. Abbildung 8.25 zeigt das Konvergenzverhalten für eine Stichprobenanzahl von 7, 70 und 700 Millionen. Dabei zeigt die kleine Abbildung jeweils Details der roten Kurve, die im großen Maßstab der grünen Kennlinie gegenübergestellt wird.



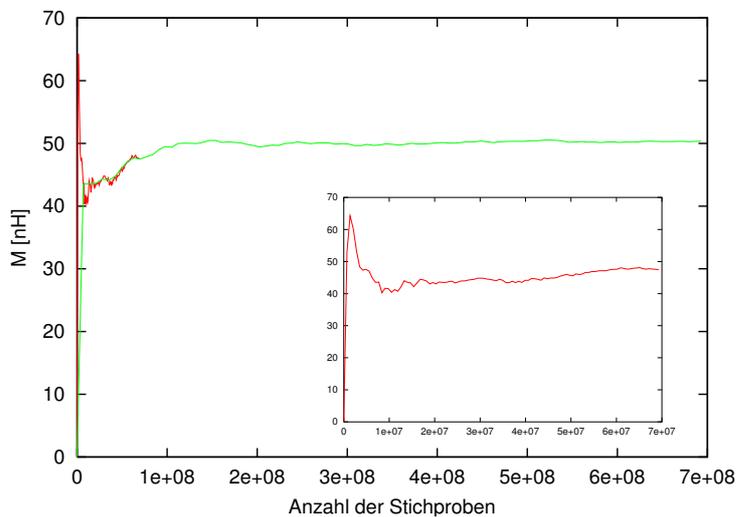
**Abbildung 8.23:** Konvergenzverhalten der Stellung  $x=0.0\ \text{mm}$  und  $x=-2.2\ \text{mm}$  für  $z=100\ \mu\text{m}$



**Abbildung 8.24:** Verschiebung der Struktur A um 2.2 mm gegenüber dem Ursprung



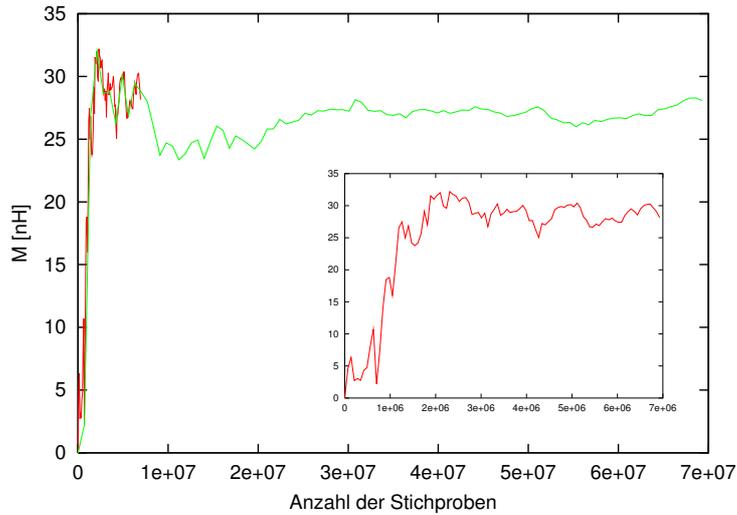
**Abbildung 8.25:**  
Konvergenzverhalten für die  
Stellung  $x=2.2$  mm: Stich-  
probenanzahl 7, 70 und  
700 Millionen



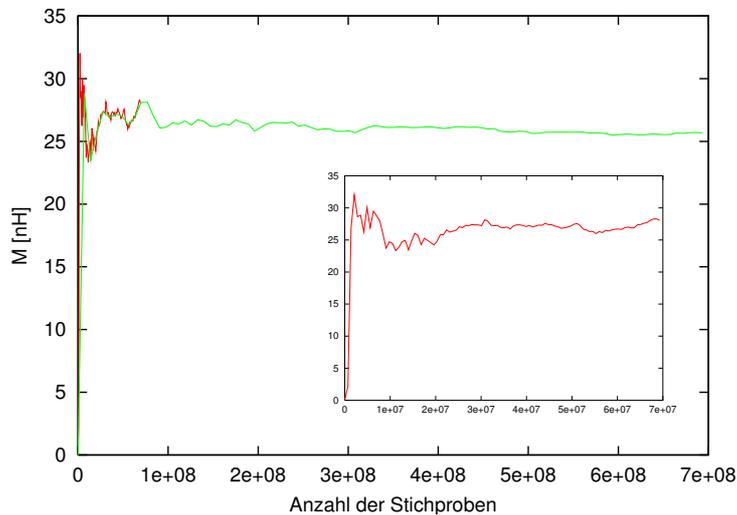
Ein weiteres Beispiel gibt Abb. 8.26 wieder. In diesen Abbildungen ist durch den ähnlichen Verlauf der Kurven eine Eigenschaft des Zufallsgenerator zu erkennen: Er liefert exakt die gleiche Folge von Zufallszahlen. Der Unterschied zwischen den Kurven liegt darin, dass abhängig von der unterschiedlichen Anzahl der Stichproben unterschiedliche Punkte aufgezeichnet werden. Außerdem zeigt sich eine Schwäche des Monte Carlo Verfahrens, dass Auslöschungseffekte die notwendige Stichprobenanzahl für Konvergenz in unpraktikable Höhen treibt. Der Grund dafür liegt in der Differenz von zwei großen Zahlen. Die Berechnung der negativen Beiträge (für Position 2.2 mm) ergibt  $-3.299 \mu\text{H}$ , die positiven Beiträge ergeben  $3.255 \mu\text{H}$  für die Gegeninduktivität; beide konvergieren rasch (Abb. 8.27). Durch den kleinen Wert der Differenz wird der Fehler verstärkt.

Mit den am Institut vorhandenen Ressourcen ist die Berechnung der Kennlinie Abb. 8.28, mit immerhin 164 verschiedenen Stellungen, in kurzer Zeit möglich. In etwa eine Stunde wird auf einem LINUX-Rechner mit 1800 MHz zur Berechnung der

## 8.4 Sensor



**Abbildung 8.26:**  
Konvergenzverhalten für die  
Stellung  $x = -1.6$  mm: Stich-  
probenanzahl 7, 70 und  
700 Millionen



Stromdichteverteilung der beiden Strukturen benötigt. Je nach Stellung der beiden Mäander werden bis zu 130000 Gitterelemente (mit mehr als 260000 Knoten) nur für die leitenden Strukturen durch den Gittergenerator **deLink** erzeugt.

In Abb. 8.28 sind die Gegeninduktivitäten in Abhängigkeit von der Position dargestellt. Die Kennlinie der Gegeninduktivität ist periodisch entlang der x-Koordinatenrichtung, die Symmetrieachse der Periodizität liegt bei  $x = -505 \mu\text{m}$ . Zwischen den Minima und Maxima ist der Verlauf annähernd linear.

Abbildung 8.29 gibt die Potenzialverteilung (die Kontakte der beiden Strukturen liegen an der gleichen Spannung), und Abb. 8.30 zeigt die Stromdichteverteilung der beiden Strukturen. Der Widerstand der Struktur A beträgt  $1.82 \Omega$ , der von Mäander B  $5.56 \Omega$ . Die Maxima der Stromdichte liegen in den Innenkanten der Knickstellen in Struktur B. Die Stromdichte in der Sn-Schicht von Struktur A ist relativ klein (vergl. Abb. 8.22), da der spezifische Widerstand von Sn erheblich größer als der von Cu ist.

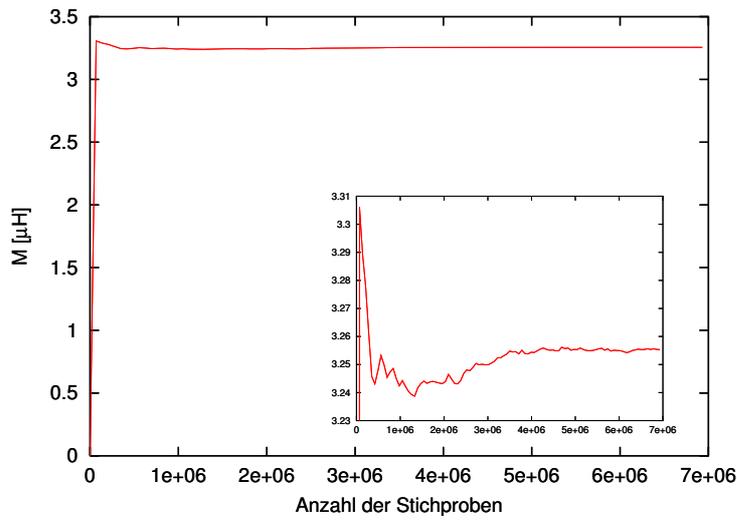


Abbildung 8.27: Konvergenzverhalten der positiven und negativen Beiträge zur Gegeninduktivität für die Stellung  $x=2.2$  mm

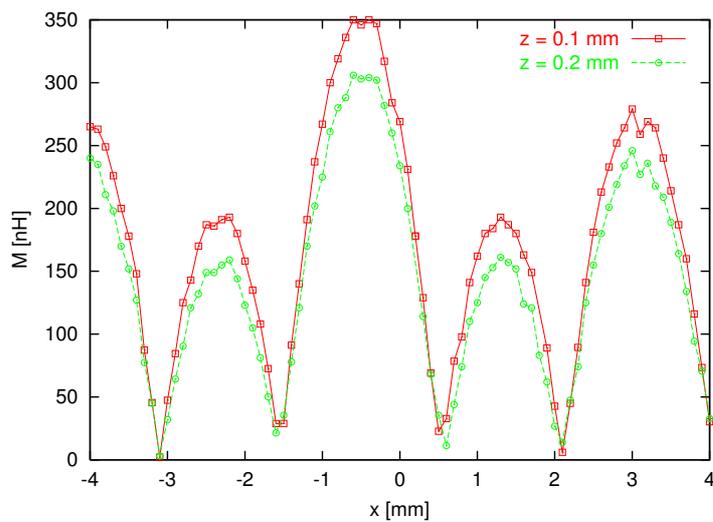
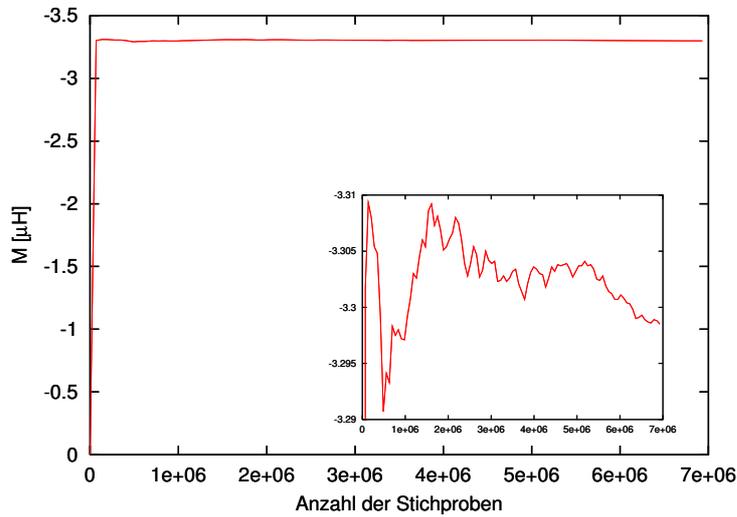


Abbildung 8.28: Gegeninduktivität in Abhängigkeit der Verschiebung von Struktur A

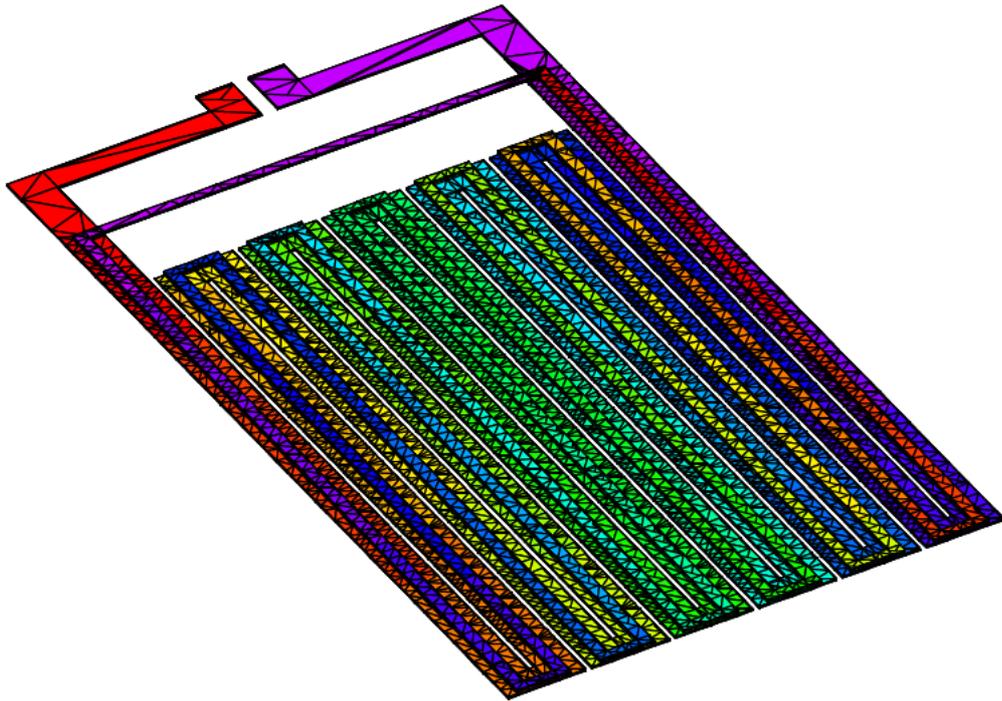


Abbildung 8.29: Potenzialverteilung der Strukturen: Mäander A ist  $-0.4\text{ mm}$  gegenüber dem Ursprung verschoben.

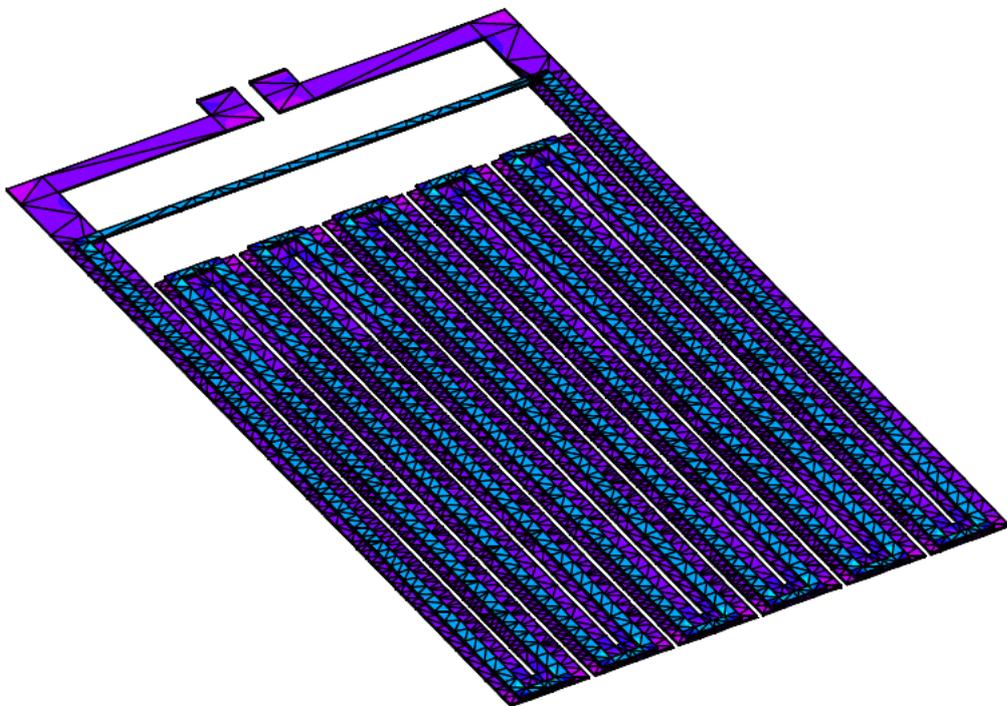


Abbildung 8.30: Stromdichteverteilung der beiden Strukturen



# Kapitel 9

## Ausblick

Aufgrund steigender Betriebsfrequenzen dringt man in der Mikroelektronik in Bereiche vor, die die Berücksichtigung von Induktivitäten nötig macht. Induktive Effekte sind stärker ausgeprägt in (semi-)globalen Leitungen als in lokalen Strukturen, da geringere Widerstände (resultierend aus größeren Querschnitten) den induktiven Anteil zur Gesamtimpedanz steigen lassen (vergl. Abschnitt 1.5). Vor allem in den oberen Verdrahtungsschichten spielt der Skineffekt eine bedeutende Rolle und muss dementsprechend berücksichtigt werden.

Etliche Erweiterungen ließen sich noch wünschen, die sowohl die bereits implementierten Algorithmen verbessern würden, als auch gänzlich neue Fähigkeiten mit sich brächten. So ist etwa eine Erweiterung der numerischen Integration denkbar, die bei der Berechnung der Selbstinduktivitäten für die Berechnung von relativ weit auseinanderliegenden Elementen nicht auf die sehr rechenintensiven Integrationsformeln von Stroud zurückgreift, sondern abhängig von der Entfernung ausreichend genaue aber einfache Integrationschemata (z.B. Näherung für weit entfernte Elemente, wie bei der Berechnung der Gegeninduktivität) anwendet.

Klassische Implementierungen der Monte Carlo Methode haben einen recht hohen Bedarf an Rechenzeit. Die implementierte Formulierung versucht dies zu umgehen, indem auf den Gebrauch von sehr ressourcenintensiven Algorithmen, die die gesamte Geometrie durchsuchen, verzichtet wird. Im Zuge weiterer Aktivitäten kann der Monte Carlo Algorithmus durch Anwendung von gängigen Varianzreduktionsschemata noch beschleunigt werden. Das Verfahren zur Auswahl der Auswertungspunkte könnte beibehalten werden, wenn die Wahrscheinlichkeitsdichte je Element konstant ist.

Abgesehen von obigen Vorstellungen, wäre außerdem auch durchaus eine Analyse im Frequenzbereich wünschenswert, weil damit Lösungen für die Betriebsfrequenz angeboten werden könnten. Dies würde der Tatsache Rechnung tragen, dass aufgrund des Skineffekts der Widerstand und die Induktivität frequenzabhängig sind. Ein anderer gangbarer Weg wäre ein transienter Modus, in dem die Verzögerung als RLC-Effekt

berechnet werden könnte. Dabei müßte allerdings die elektrische Feldstärke nicht nur aus dem Gradienten des Skalarpotenzials bestehen, sondern auch die zeitliche Ableitung des magnetischen Vektorpotenzials beinhalten. Das elektrische Potenzial und das magnetische Vektorpotenzial sind durch die Quellenfreiheit der Stromdichte gekoppelt und können nicht mehr unabhängig voneinander berechnet werden.

Ein weiterer Punkt ist die steigende Anforderung von schnellen Ergebnissen und immer komplexeren Anwendungen, die natürlich auch den Wunsch von automatisierbaren, adaptiven Gittergeneratoren, die nur dort Punkte streuen, mitunter adaptiv verfeinern, wo es unbedingt notwendig ist und sonst mit so wenig Punkten wie möglich auskommen, um die geforderte Genauigkeit in den Rechenergebnissen zu erreichen. Da a priori die Lösung allerdings nicht bekannt ist, bedarf dies einer bereits berechneten Lösung, von der ausgehend, der lokale Fehler in jedem Element abgeschätzt wird und die daraus resultierenden Adaptionsschritte veranlasst werden. Gitterverfeinerung ist ganz besonders bei quasistatischer Simulation wichtig, da die Anforderungen an das Gitter von der Frequenz abhängig sind, so muss das Gitter z.B. fein genug sein, um die unterschiedlichen Stromdichten, verursacht durch den Skineneffekt, aufzulösen.

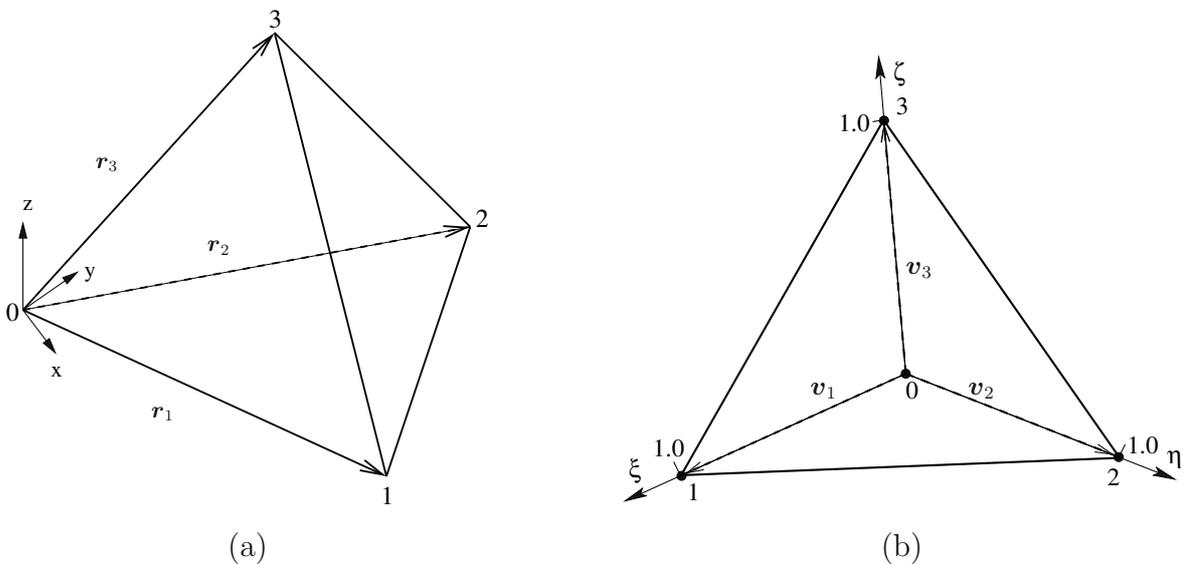
# Anhang A

## Detailrechnung der analytischen Integration über identische Tetraeder

Gegeben ist ein allgemeiner Tetraeder entsprechend Abb. A.1, gesucht ist das Integral

$$I = \int_{\mathcal{V}} dV \int_{\mathcal{V}'} dV' \frac{\mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (\text{A.1})$$

da die Integration allerdings nicht ausschließlich analytisch durchgeführt werden kann folgt nach einer zweimaligen (lokalen) Integration eine numerische Auswertung auf dem Einheitsdreieck [137].



**Abbildung A.1:** Allgemeiner Tetraeder im globalen Koordinatensystem (a), Einheitstetraeder im lokalen Koordinatensystem (b)

## Detailrechnung der analytischen Integration über identische Tetraeder

---

Die Anwendung der Abbildungsvorschrift eines Tetraeders beschreibt den Übergang von dem lokalen Elementkoordinatensystem  $(\xi, \eta, \zeta)$  zum globalen Koordinatensystem

$$\begin{aligned} x &= x_1\xi + x_2\eta + x_3\zeta, \\ y &= y_1\xi + y_2\eta + y_3\zeta, \\ z &= z_1\xi + z_2\eta + z_3\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

bzw. in Matrixschreibweise

$$\{r\} = [J] \cdot \{\delta\} \quad (\text{A.3})$$

mit der Jacobi-Matrix

$$[J] = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

die keine Funktion der lokalen Koordinaten  $(\xi, \eta, \zeta)$  ist. Die Jacobi-Determinante

$$J = \begin{vmatrix} \partial_\xi x & \partial_\eta x & \partial_\zeta x \\ \partial_\xi y & \partial_\eta y & \partial_\zeta y \\ \partial_\xi z & \partial_\eta z & \partial_\zeta z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix} = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3] = 6V \quad (\text{A.5})$$

ergibt das sechsfache Volumen des Tetraeders, da die Ortsvektoren  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  und  $\mathbf{r}_3$  ein Prisma (Spat) aufspannen; diese Ortsvektoren werden im lokalen Koordinatensystem (Abb. A.1b) auf die Vektoren  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  und  $\mathbf{v}_3$  abgebildet:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_3 \rightarrow \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

### Exkurs: Transformation auf ein lokales Koordinatensystem

$$\begin{aligned} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 &= (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \\ &= \underbrace{(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)}_{r_1^2} (\xi - \xi')^2 + \underbrace{(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)}_{r_2^2} (\eta - \eta')^2 + \underbrace{(x_3^2 + y_3^2 + z_3^2)}_{r_3^2} (\zeta - \zeta')^2 \\ &\quad + 2(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)(\xi - \xi')(\eta - \eta') + 2(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3)(\xi - \xi')(\zeta - \zeta') \\ &\quad + 2(x_2x_3 + y_2y_3 + z_2z_3)(\eta - \eta')(\zeta - \zeta') \\ &= r_3^2 [(\zeta - \zeta')^2 + 2\frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3}{r_3^2} (\xi - \xi')(\zeta - \zeta') + 2\frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3}{r_3^2} (\eta - \eta')(\zeta - \zeta')] + r_1^2 (\xi - \xi')^2 \\ &\quad + r_2^2 (\eta - \eta')^2 + 2\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 (\xi - \xi')(\eta - \eta') \\ &= r_3^2 [(\zeta - \zeta') + \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3}{r_3^2} (\xi - \xi') + \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3}{r_3^2} (\eta - \eta')]^2 + \frac{1}{r_3^2} F, \end{aligned}$$

wobei als Abkürzung gesetzt wird

$$\begin{aligned}
 F &= [r_1^2 r_3^2 - (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3)^2](\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3)^2](\eta - \eta')^2 \\
 &\quad + 2[r_3^2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2) - (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3)](\xi - \xi')(\eta - \eta').
 \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck läßt sich umformen in

$$F = |\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3|^2(\xi - \xi')^2 + |\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3|^2(\eta - \eta')^2 + 2(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3) \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3)(\xi - \xi')(\eta - \eta'),$$

sodass sich mit

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &:= (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3)(\xi - \xi') \text{ und} \\
 \mathbf{b} &:= (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3)(\eta - \eta')
 \end{aligned}$$

zeigen läßt

$$F = a^2 + b^2 + 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (\mathbf{a} + \mathbf{b})^2 \geq 0.$$

Dies erleichtert die folgende Integration, da nun ( $F \geq 0$ ) keine weiteren Fallunterscheidungen in Betracht gezogen werden müssen.

In weiterer Folge wird das Integral

$$I = \int_{\mathcal{V}} dV \int_{\mathcal{V}'} dV' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \tag{A.6}$$

im lokalen Koordinatensystem in der jeweils dritten Koordinate ( $\zeta, \zeta'$ ) analytisch durchgeführt. Dieses Zwischenergebnis wird dann mittels zweier Formeln von Stroud für die Integration über das Einheitsdreieck numerisch ausgewertet, in der Art wie in Kapitel 5.3 bereits beschrieben. Dabei wird die Stromdichte im Element mit den quadratischen Formfunktionen interpoliert. Aus dem Exkurs folgt für das Integral über den Einheitstetraeder

$$I = \frac{J^2}{r_3} \int_{\mathcal{V}} dV \int_{\mathcal{V}'} dV' \frac{1}{\sqrt{\left[ (\zeta - \zeta') + \underbrace{\frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3}{r_3^2}(\xi - \xi') + \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3}{r_3^2}(\eta - \eta')}_G \right]^2 + \frac{1}{r_3^4} F(\xi, \eta, \xi', \eta')}}.$$

## Detailrechnung der analytischen Integration über identische Tetraeder

---

Im Zuge der analytischen Berechnung werden noch folgende Abkürzungen verwendet:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{r_3^4} F(\xi, \eta, \xi', \eta') \\ \lambda &= 1 - \xi - \eta \\ \lambda' &= 1 - \xi' - \eta'. \end{aligned}$$

Damit erhält man

$$\begin{aligned} I &= \frac{J^2}{r_3} \left[ (\zeta' - \zeta - G) \ln |\zeta - \zeta' + G + \sqrt{(\zeta' - \zeta - G)^2 + f}| + \sqrt{(\zeta' - \zeta - G)^2 + f} \right] \Big|_0^{\lambda'} \Big|_0^{\lambda} \\ &= \frac{J^2}{r_3} \left[ (\lambda' - \lambda - G) \ln |\lambda - \lambda' + G + \sqrt{(\lambda' - \lambda - G)^2 + f}| + \sqrt{(\lambda' - \lambda - G)^2 + f} \right. \\ &\quad + (\lambda + G) \ln |\lambda + G + \sqrt{(\lambda + G)^2 + f}| - \sqrt{(\lambda + G)^2 + f} \\ &\quad + (G - \lambda') \ln |G - \lambda' + \sqrt{(\lambda' - G)^2 + f}| - \sqrt{(\lambda' - G)^2 + f} \\ &\quad \left. - G \ln |G + \sqrt{G^2 + f}| + \sqrt{G^2 + f} \right]. \end{aligned}$$

Werden die Abkürzungen rückgängig gemacht, so läßt sich das Ergebnis der analytischen Integrationen über  $\zeta$  und  $\zeta'$  folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned}
 I = & \frac{J^2}{r_3} \left[ (\xi' - \eta' - \xi - \eta - \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta')) \ln \left| \xi - \eta - \xi' - \eta' + \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right| \right. \\
 & + \sqrt{\left( \xi' - \eta' - \xi - \eta - \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & + \sqrt{\left( \xi' - \eta' - \xi - \eta - \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & + \left( 1 - \xi - \eta + \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right) \ln \left| 1 - \xi - \eta + \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right| \\
 & + \sqrt{\left( 1 - \xi - \eta + \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & - \sqrt{\left( 1 - \xi - \eta + \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & + \left( \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') - 1 - \xi' - \eta' \right) \ln \left| \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') - 1 - \xi' - \eta' \right| \\
 & + \sqrt{\left( 1 - \xi' - \eta' - \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & - \sqrt{\left( 1 - \xi' - \eta' - \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & - \left( \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right) \ln \left| \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right| \\
 & + \sqrt{\left( \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & - \sqrt{\left( \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & + \sqrt{\left( \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')} \\
 & + \sqrt{\left( \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2^2}(\xi - \xi') + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_3^2}(\eta - \eta') \right)^2 + \frac{1}{r_3^4} [r_1^2 r_3^2 - (r_1 \cdot r_3)^2] (\xi - \xi')^2 + [r_2^2 r_3^2 - (r_2 \cdot r_3)^2] (\eta - \eta')^2 + 2[r_3^2 (r_1 \cdot r_3) - (r_1 \cdot r_3)(r_2 \cdot r_3)] (\xi - \xi')(\eta - \eta')}
 \end{aligned}$$

## Detailrechnung der analytischen Integration über identische Tetraeder

## Anhang B

# Analytische Formeln für parallele, rechteckige Leiter

In [41] sind analytische Lösungen für Selbst- und Gegeninduktivitäten von Kombinationen bestehend aus parallelen, rechteckigen Leitern mit konstanter Stromdichte angegeben. Die Selbstinduktivität eines rechteckigen Leiters der Länge  $l$  mit dem Querschnitt  $a \cdot b$  ist

$$L = \frac{\mu}{4\pi a^2 b^2} \int_0^a \int_0^b \int_0^l \int_0^a \int_0^b \int_0^l \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} dz' dy' dx' dz dy dx, \quad (\text{B.1})$$

wobei der Term im Nenner  $a^2 b^2$  von der Stromdichte des Leiters herrührt. Zur Berechnung der Gegeninduktivität müssen nur die Grenzen für die Integration entsprechend abgeändert werden. Der analytische Ausdruck in (B.1) läßt sich durch Ausnützung der Symmetrie nach Integration folgendermaßen schreiben:

$$L = \frac{2\mu}{\pi a^2 b^2} \left[ \left[ \left[ f(x, y, z) \right]_{x=0}^a \right]_{y=0}^b \right]_{z=0}^l \quad (\text{B.2})$$

mit der Funktion

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z) &= x \left( \frac{y^2 z^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) \ln \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{y^2 + z^2}} \right) \\
 &+ y \left( \frac{x^2 z^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) \ln \left( \frac{y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) \\
 &+ z \left( \frac{x^2 y^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{y^4}{24} \right) \ln \left( \frac{z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) \\
 &+ \frac{1}{60} (x^4 + y^4 + z^4 - 3x^2 y^2 - 3y^2 z^2 - 3z^2 x^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}
 \end{aligned}$$

$$-\frac{xyz^3}{6} \arctan \frac{xy}{z\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{xy^3z}{6} \arctan \frac{xz}{y\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{x^3yz}{6} \arctan \frac{yz}{x\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$$

sowie

$$\left[ \left[ \left[ f(x, y, z) \right]_{x=q_2}^{q_1} \right]_{y=r_2}^{r_1} \right]_{z=s_2}^{s_1} \equiv \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k+1} f(q_i, r_j, s_k).$$

Für Rechteckleiter mit einem Verhältnis von Dicke zu Breite  $b/a$  kleiner als 0.1 ist in [41] auch eine genügend genaue Näherungsformel zu finden.

Basierend auf [41] ist in [39] eine computergerechtere Formulierung angegeben, die auch die Genauigkeit für lange, dünne Leiter verbessert.

# Literaturverzeichnis

- [1] G. E. Moore, “Cramming more components onto integrated circuits,” *Electronics*, pp. 114–117, April 1965.
- [2] R. Bauer, *Numerische Berechnung von Kapazitäten in dreidimensionalen Verdrahtungsstrukturen*. Dissertation, Technische Universität Wien, 1994. <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/bauer>.
- [3] R. Sabelka, *Dreidimensionale Finite Elemente Simulation von Verdrahtungsstrukturen Integrierten Schaltungen*. Dissertation, Technische Universität Wien, 2001. <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/sabelka>.
- [4] E. Chiprout, “Hierarchical interconnect modeling,” in *Proc. Intl. Electron Devices Meeting*, pp. 125–128, 1997.
- [5] M. Bächtold, S. Taschini, J. G. Korvink, and H. Baltes, “Automated extraction of capacitances and electrostatic forces in MEMS and ULSI interconnects from mask layout,” in *Proc. Intl. Electron Devices Meeting*, pp. 129–132, 1997.
- [6] G. Schumicki and P. Seegebrecht, *Prozeßtechnologie*. Springer, 1991.
- [7] A. Furuyaz, M. Tagamiz, K. Shibaz, K. Kikutaz, and Y. Hayashi, “Evaluation of CVD/PVD multilayered seed for electrochemical deposition of Cu Damascene interconnects,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 49, no. 5, pp. 733–738, 2002.
- [8] J. R. Black, “Electromigration—A brief study and some recent results,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-16, no. 3, pp. 338–347, 1969.
- [9] W. Wu, J. Yuan, S. Kang, and A. Oates, “Electromigration subjected to Joule heating under pulsed DC stress,” *Solid-State Electron.*, vol. 45, no. 12, pp. 2051–2056, 2001.
- [10] Z. Li, G. Wu, Y. Wang, Z. Li, and Y. Sun, “Numerical calculation of electromigration under pulse current with Joule heating,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 46, no. 1, pp. 70–77, 1999.
- [11] X. Gui, J. Haslett, S. Dew, and M. Brett, “Simulation of temperature cycling effects on electromigration behavior under pulsed current stress,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 45, no. 2, pp. 380–386, 1998.

- [12] W. Wu and J. Yuan, "Copper electromigration modeling including barrier layer effect," *Solid-State Electron.*, vol. 45, no. 12, pp. 2011–2016, 2001.
- [13] A. Salman, R. Gauthier, W. Stadler, K. Esmark, M. Muhammad, C. Putnam, and D. Ioannou, "NMOSFET ESD self-protection strategy and underlying failure mechanism in advanced 0.13 $\mu\text{m}$  CMOS technology," *Transactions on Device and Materials Reliability*, vol. 2, no. 1, pp. 2–8, 2002.
- [14] Y. Nishi and J. W. McPherson, "Impact of new materials, changes in physics and continued ULSI scaling on failure mechanisms and analysis," in *Proc. 7th Intl. Symposium on the Physical and Failure Analysis of Integrated Circuits (IPFA)*, IEEE, Singapore, pp. 1–8, 1999.
- [15] M. Moussavi, "Advanced interconnect schemes towards 0.1 $\mu\text{m}$ ," in *Proc. Electron Device Meeting*, pp. 611–614, 1998.
- [16] K. J. Taylor, S. P. Jeng, M. Eissa, J. Gaynor, and N. Nguyen, "Polymers for high performance interconnects," in *Proc. Conference Materials for Advanced metallization*, pp. 59–63, 1997.
- [17] R. Liu, C.-S. Pai, and E. Martinez, "Interconnect technology trend for microelectronics," *Solid-State Electron.*, vol. 43, no. 6, pp. 1003–1009, 1999.
- [18] R. H. Havemann and J. A. Hutchby, "High-performance interconnects: An integration overview," *Proc. IEEE*, vol. 89, no. 5, pp. 586–601, 2001.
- [19] W. Chang, S. M. Jang, C. H. Yu, S. C. Sun, and M. S. Liang, "A manufacturable and reliable low-k inter-metal dielectric using fluorinated oxide (FSG)," in *Proc. Intl. Interconnect Technology Conference*, Burlingame, California, pp. 131–133, 1999.
- [20] A. Loke, J. Wetzell, P. Townsend, T. Tanabe, R. Vrtis, M. Zussman, D. Kumar, C. Ryu, and S. Wong, "Kinetics of copper drift in low- $\kappa$  polymer interlevel dielectrics," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 46, no. 11, pp. 2178–2187, 1999.
- [21] Y. Nishi and R. Doering, *Handbook of Semiconductor Manufacturing Technology*. Marcel Dekker, Inc., 2000.
- [22] A. K. Stamper, M. B. Fuselier, and X. Tian, "Advanced wiring RC delay issues for sub-0.25-micron generation CMOS," in *Proc. Intl. Interconnect Technology Conference*, Burlingame, California, pp. 62–64, 1998.
- [23] R. Gupta, B. Tutuianu, and L. T. Pileggi, "The Elmore delay as a bound for RC trees with generalized input signals," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 95–104, 1997.

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [24] B. Krauter, S. Mehrotra, and V. Chandramouli, "Including inductive effects in interconnect timing analysis," in *Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conference*, pp. 445–452, 1999.
- [25] H. Bakoglu, *Circuits, Interconnections and Packaging for VLSI*. Addison-Wesley, 1990.
- [26] A. Deutsch, G. V. Kopcsay, P. J. Restle, H. H. Smith, G. Katopis, W. D. Becker, P. W. Coteus, C. W. Surovic, B. J. Rubin, J. D. R. P., T. Gallo, K. A. Jenkins, L. M. Terman, R. H. Dennard, G. A. Sai-Halasz, B. L. Krauter, and D. R. Knebel, "When are transmission-line effects important for on-chip interconnections?," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 10, pp. 1836–1846, 1997.
- [27] Y. I. Ismail, E. G. Friedman, and J. L. Neves, "Figures of merit to characterize the importance of on-chip inductance," in *Proc. Design Automation Conference'98*, San Francisco, USA, pp. 560–565, 1998.
- [28] M. Bohr, "Interconnect scaling - the real limiter to high performance ULSI," in *Proc. Intl. Electron Devices Meeting*, pp. 241–244, 1995.
- [29] J. Davis and J. Meindl, "Is interconnect the weak link? — Estimating wiring requirements of future-generation devices to meet NTRS needs," *IEEE Circuits & Devices*, vol. 14, no. 3, pp. 30–36, 1998.
- [30] H. Su and S. Sapatnekar, "Hybrid structured clock network construction," in *Proc. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design, San Jose, USA*, pp. 333–336, 2001.
- [31] S.-C. Wong, G.-Y. Lee, and D.-J. Ma, "Modeling of interconnect capacitance, delay, and crosstalk in VLSI," *IEEE Trans. Semiconductor Manufacturing*, vol. 13, no. 1, pp. 108–111, 2000.
- [32] M. Kuhlmann and S. Sapatnekar, "Exact and efficient crosstalk estimation," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 20, no. 7, pp. 858–866, 2001.
- [33] C. J. Alpert, J. Hu, S. S. Sapatnekar, and P. G. Villarrubia, "A practical methodology for early buffer and wire resource allocation," in *Proc. Design Automation Conference'01*, Las Vegas, USA, pp. 189–193, 2001.
- [34] M. W. Beattie and L. T. Pileggi, "IC analyses including extracted inductance models," in *Proc. Design Automation Conference'99*, New Orleans, USA, pp. 915–920, 1999.

- [35] Y. Massoud, S. Majors, T. Bustami, and J. White, "Layout techniques for minimizing on-chip interconnect self inductance," in *Proc. Design Automation Conference '98*, San Francisco, USA, pp. 566–571, 1998.
- [36] K. M. Lepak, I. Luwandi, and L. He, "Simultaneous shield insertion and net ordering under explicit RLC noise constraint," in *Proc. Design Automation Conference '01*, Las Vegas, USA, pp. 199–202, 2001.
- [37] J. D. Z. Ma and L. He, "Formulae and applications of interconnect estimation considering shield insertion and net ordering," in *Proc. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design, San Jose, USA*, pp. 327–332, 2001.
- [38] E. B. Rosa, "The self and mutual inductances of linear conductors," *Bulletin of the Bureau of Standards*, vol. 4, no. 2, pp. 301–344, 1907.
- [39] A. E. Ruehli, "Inductance calculations in a complex integrated circuit environment," *IBM J.Res.Dev.*, vol. 16, no. 1, pp. 470–481, 1972.
- [40] F. W. Grover, *Inductance Calculations: Working Formulas and Tables*. D. Van Nostrand Company, New York, 1946.
- [41] C. Hoer and C. Love, "Exact inductance equations for rectangular conductors with applications to more complicated geometries," *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, vol. 69C, no. 2, pp. 127–137, 1965.
- [42] Y.-C. Lu, M. Celik, T. Young, and L. T. Pileggi, "Min/max on-chip inductance models and delay metrics," in *Proc. Design Automation Conference '01*, Las Vegas, USA, pp. 341–446, 2001.
- [43] M. W. Beattie and L. T. Pileggi, "Inductance 101: Modeling and extraction," in *Proc. Design Automation Conference '01*, Las Vegas, USA, pp. 323–328, 2001.
- [44] D. Sylvester and K. Keutzer, "A global wiring paradigm for deep submicron design," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 19, no. 2, pp. 242–252, 2000.
- [45] A. Deutsch, P. W. Coteus, G. V. Kopcsay, H. H. Smith, C. W. Surovic, B. Krauter, D. C. Edelstein, and P. J. Restle, "On-chip wiring design challenges for gigahertz operation," *Proc. IEEE*, vol. 89, no. 4, pp. 529–555, 2001.
- [46] A. Deutsch, G. V. Kopcsay, C. W. Surovic, B. J. Rubin, L. M. Terman, R. P. Dunne, T. A. Gallo, and R. H. Dennard, "Modeling and characterization of long on-chip interconnections for high performance microprocessors," *IBM J.Res.Dev.*, vol. 39, no. 5, pp. 547–567, 1995.
- [47] A. B. Kahng and S. Muddu, "An analytical delay model for RLC interconnects," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 16, no. 12, pp. 1507–1514, 1997.

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [48] Y. Liang and H. Lei, “An efficient analytical model of coupled on-chip RLC interconnects,” in *Proc. Design Automation Conference’01*, Las Vegas, USA, pp. 385–390, 2001.
- [49] H. A. Wheeler, “Formulas for the skin effect,” *Proc.IRE*, vol. 2, no. 10, pp. 412–424, 1942.
- [50] A. E. Ruehli and A. C. Cangellaris, “Progress in the methodologies for the electrical modeling of interconnections and electronic packages,” *Proc.IEEE*, vol. 89, no. 5, pp. 740–771, 2001.
- [51] S. Donnay, P. Pieters, K. Vaesen, W. Diels, P. Wambacq, W. de Raedt, E. Beyne, M. Engels, and I. Bolsens, “Chip-package codesign of a low-power 5-GHz RF front end,” *Proc.IEEE*, vol. 88, no. 10, pp. 1583–1597, 2000.
- [52] J. Post, “Optimizing the design of spiral inductors on silicon,” *IEEE Trans.Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 47, no. 1, pp. 15–17, 2000.
- [53] J. Burghartz, “Progress in RF inductors on silicon — Understanding substrate losses,” in *Proc.Intl.Electron Devices Meeting*, pp. 523–526, 1998.
- [54] C. Yue and S. Wong, “On-chip spiral inductors with patterned ground shields for Si-based RF IC’s,” *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol. 33, no. 5, pp. 743–752, 1998.
- [55] A. Zolfaghari, A. Chan, and B. Razavi, “Stacked inductors and transformers in CMOS technology,” *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol. 36, no. 4, pp. 620–628, 2001.
- [56] H.-S. Kim, D. Zheng, A. Becker, and Y.-H. Xie, “Spiral inductors on Si p/p<sup>+</sup> substrates with resonant frequency of 20 GHz,” *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 22, no. 6, pp. 275–277, 2001.
- [57] C. H. Chen, Y. K. Fang, C. W. Yang, and C. S. Tang, “A deep submicron CMOS process compatible suspending high-Q inductor,” *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 22, no. 11, pp. 522–523, 2001.
- [58] D. C. Edelstein and J. N. Burghartz, “Spiral and solenoidal inductor structures on silicon using Cu-damascene interconnects,” in *Proc. Intl. Interconnect Technology Conference*, Burlingame, California, pp. 18–20, 1998.
- [59] C.-C. Tang, C.-H. Wu, and S.-I. Liu, “Miniature 3-D inductors in standard CMOS process,” *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 4, pp. 471–480, 2002.
- [60] G. Lihui, Y. Mingbin, C. Zhen, H. Han, and Z. Yi, “High q multilayer spiral inductor on silicon chip for 5-6 ghz,” *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 23, no. 8, pp. 470–472, 2002.

- [61] S. Jenei, B. Nauwelaers, and S. Decoutere, “Physics-based closed-form inductance expression for compact modeling of integrated spiral inductors,” *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 1, pp. 77–80, 2002.
- [62] S. S. Mohan, M. del Mar Hershenson, S. P. Boyd, and T. H. Lee, “Simple accurate expressions for planar spiral inductances,” *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 10, pp. 1419–1424, 1999.
- [63] S. Lee and S. Kim, “Spiral inductor design for quality factor,” *J.Semiconductor Technology and Science*, vol. 2, no. 1, pp. 56–58, 2002.
- [64] R. Sabelka, R. Martins, and S. Selberherr, “Accurate layout-based interconnect analysis,” in *Proc. Simulation of Semiconductor Processes and Devices* (K. D. Meyer and S. Biesemans, eds.), pp. 336–339, Leuven, Belgium: Springer, 1998.
- [65] W. Pyka, *Feature Scale Modeling for Etching and Deposition Processes in Semiconductor Manufacturing*. Dissertation, Technische Universität Wien, 2000. <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/pyka>.
- [66] E. Bär, J. Lorenz, and H. Ryssel, “Three-dimensional simulation of contact hole metallization using aluminum sputter deposition at elevated temperatures,” in *Proc. 27th European Solid-State Device Research Conference* (H. Grünbacher, ed.), Stuttgart, Germany, 1997.
- [67] P. Fleischmann, W. Pyka, and S. Selberherr, “Mesh generation for application in technology CAD,” *IEICE Trans.Electron.*, vol. E82-C, no. 6, pp. 937–947, 1999.
- [68] J. Ruppert, *Results on Triangulation and High Quality Mesh Generation*. PhD thesis, University of California at Berkeley, 1992.
- [69] M. Bern and D. Eppstein, “Mesh generation and optimal triangulation,” in *Computing in Euclidean Geometry* (F. K. Hwang and D.-Z. Du, eds.), World Scientific, 1992.
- [70] J. R. Shewchuk, *Delaunay Refinement Mesh Generation*. PhD thesis, Computer Science Department, Carnegie Mellon University, 1997.
- [71] P. Fleischmann, R. Sabelka, A. Stach, R. Strasser, and S. Selberherr, “Grid generation for three-dimensional process and device simulation,” in *Proc. Simulation of Semiconductor Processes and Devices*, Tokyo, Japan, pp. 161–166, 1996.
- [72] J. R. Shewchuk, “Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator,” in *Proc. First Workshop on Applied Computational Geometry*, pp. 124–133, 1996.
- [73] P. Fleischmann and S. Selberherr, “Three-dimensional Delaunay mesh generation using a modified advancing front approach,” in *Proc. 6th Intl. Meshing Roundtable*, Park City, Utah, pp. 267–278, 1997.

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [74] P. Fleischmann and S. Selberherr, "A new approach to fully unstructured three-dimensional Delaunay mesh generation with improved element quality," in *Proc. Simulation of Semiconductor Processes and Devices*, Tokyo, Japan, pp. 129–130, 1996.
- [75] K. Simonyi, *Theoretische Elektrotechnik*. Dt. Verl. d. Wiss./Berlin, 1977.
- [76] J. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*. John Wiley & Sons, 1999.
- [77] H. Grabinski, *Theorie und Simulation von Leitbahnen*. Springer, 1991.
- [78] R. Sabelka and S. Selberherr, "A finite element simulator for three-dimensional analysis of interconnect structures," *Microelectronics Journal*, vol. 32, no. 2, pp. 163–171, 2001.
- [79] A. Ringhandt and H. Wagemann, "An exact calculation of the two-dimensional capacitance of a wire and a new approximation formula," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 40, no. 5, pp. 1028–1032, 1993.
- [80] A. Ruehli and P. Brennan, "Capacitance models for integrated circuit metallization wires," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. SC-10, no. 6, pp. 530–536, 1975.
- [81] P. Wright and Y. Shih, "Capacitance of top leads metal—comparison between formula, simulation, and experiment," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. 12, no. 12, pp. 1897–1902, 1993.
- [82] U. Choudhury and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Automatic generation of analytical models for interconnect capacitances," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. 14, no. 4, pp. 470–480, 1995.
- [83] N. Arora, K. Raol, R. Schumann, and L. Richardson, "Modeling and extraction of interconnect capacitances for multilayer VLSI circuits," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. 15, no. 1, pp. 58–67, 1996.
- [84] S.-C. Wong, P. S. Liu, J.-W. Ru, and S.-T. Lin, "Interconnect capacitance models for VLSI circuits," *Solid-State Electronics*, vol. 42, no. 6, pp. 696–977, 1998.
- [85] K. Nabors and J. White, "FastCap: A multipole accelerated 3-D capacitance extraction program," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. 10, no. 11, pp. 1447–1459, 1991.
- [86] F. Beeftink, A. J. van Genderen, N. P. van der Meijs, and J. Poltz, "Deep-submicron ULSI parasitics extraction using SPACE," in *Proc. Design, Automation and Test in Europe Conference, Designer Track*, pp. 81–86, 1998.
- [87] M. W. Beattie and L. T. Pileggi, "Bounds for BEM capacitance extraction," in *Proc. Design Automation Conference'97*, Anaheim, USA, pp. 133–136, 1997.

- [88] M. Bächtold, J. G. Korvink, and H. Baltes, “Enhanced multipole acceleration technique for the solution of large Poisson computations,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. 15, no. 12, pp. 1541–1546, 1996.
- [89] P. J. H. Elias and G. P. J. F. M. Maas, “Matrix reduction in IC and PCB parasitics extraction programs,” in *Proc. ProRISC IEEE Benelux Workshop on Circuits, Systems and Signal Processing*, pp. 143–148, 1996.
- [90] Z.-Q. Ning, P. M. Dewilde, and F. L. Neerhoff, “Capacitance coefficients for VLSI multilevel metallization lines,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-34, no. 3, pp. 644–649, 1987.
- [91] A. M. Niknejad, R. Gharpurey, and R. G. Meyer, “Numerically stable Green function for modeling and analysis of substrate coupling in integrated circuits,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 17, no. 4, pp. 305–315, 1998.
- [92] A. Hieke, “Simple ADPL implementation of a 3D FEM simulator for mutual capacitances of arbitrary shaped objects like interconnects,” in *Proc. 2nd Intl. Conf. on Modeling and Simulation of Microsystems*, San Juan, Puerto Rico, USA, pp. 172–175, 1999.
- [93] E. B. Nowacka and N. P. van der Meijs, “The hybrid element method for capacitance extraction in a VLSI layout verification system,” in *Proc. Software for Electrical Engineering Analysis and Design* (P. P. Silvester, ed.), Pisa, Italy, pp. 125–134, 1996.
- [94] A. Zemanian, R. Tewarson, C. Ju, and J. Jen, “Three-dimensional capacitance computations for VLSI/ULSI interconnections,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. 8, no. 12, pp. 1319–1326, 1989.
- [95] R. Mittra, W. D. Becker, and P. H. Harms, “A general purpose Maxwell solver for the extraction of equivalent circuits of electronic package components for circuit simulation,” *IEEE Trans. Circuits and Systems–I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, no. 11, pp. 964–973, 1992.
- [96] L. Yin, J. Wang, and W. Hong, “A novel algorithm based on the domain-decomposition method for the full-wave analysis of 3-D electromagnetic problems,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 8, pp. 2011–2017, 2002.
- [97] G. D. Kondylis, F. D. Flaviis, G. J. Pottie, and T. Itoh, “A memory-efficient formulation of the finite-difference time-domain method for the solution of Maxwell equations,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 7, pp. 1310–1320, 2001.

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [98] C. C.-P. Chen, L. Tae-Woo, N. Murugesan, and S. C. Hagness, “Generalized FDTD-ADI: An unconditionally stable full-wave Maxwell’s equations solver for VLSI interconnect modeling,” in *Proc. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design, San Jose, USA*, pp. 156–163, 2000.
- [99] Y. L. Le Coz and R. B. Iverson, “A high-speed capacitance extraction algorithm for multi-level VLSI interconnects,” in *Proc. VLSI Multilevel Interconnection Conf.*, Santa Clara, CA, pp. 364–366, 1991.
- [100] M. Bächtold, M. Spasojevic, C. Lage, and P. Ljung, “A system for full-chip and critical net parasitic extraction for ULSI interconnects using a fast 3-D field solver,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 325–338, 2000.
- [101] M. Horowitz and R. W. Dutton, “Resistance extraction from mask layout data,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. CAD-2, no. 3, pp. 145–150, 1983.
- [102] A. E. Ruehli, “Inductance calculations in a complex integrated circuit environment,” *IBM J. Res. Dev.*, vol. 16, no. 5, pp. 470–481, 1972.
- [103] W. T. Weeks, L. L. Wu, M. F. McAllister, and A. Singh, “Resistive and inductive skin effect in rectangular conductors,” *IBM J. Res. Dev.*, vol. 23, no. 6, pp. 652–660, 1979.
- [104] A. Ruehli, “Survey of computer-aided electrical analysis of integrated circuit interconnections,” *IBM J. Res. Dev.*, vol. 23, no. 6, pp. 626–639, 1979.
- [105] A. E. Ruehli, N. Raver, and P. A. Brennan, “Three-dimensional inductance computations with partial element equivalent circuits,” *IBM J. Res. Dev.*, vol. 23, no. 6, pp. 661–668, 1979.
- [106] M. Kamon, M. J. Tsuk, and J. White, “FastHenry: A multipole accelerated 3-D inductance extraction program,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 9, pp. 1750–1758, 1994.
- [107] K. Gala, D. Blaauw, J. Wang, V. Zolotov, and M. Zhao, “Inductance 101: Analysis and design issues,” in *Proc. Design Automation Conference’01*, Las Vegas, USA, pp. 329–334, 2001.
- [108] H. Heeb and A. E. Ruehli, “Three-dimensional interconnect analysis using partial element equivalent circuits,” *IEEE Trans. Circuits and Systems–I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, no. 11, pp. 974–982, 1992.
- [109] Y. Cao, Z.-F. Li, J.-F. Mao, and J.-F. Mao, “A PEEC with a new capacitance model for circuit simulation of interconnects and packaging structure,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 2, pp. 281–287, 2000.

- [110] J. Cullum, A. E. Ruehli, and T. Zhang, "A method for reduced-order modeling and simulation of large interconnect circuits and its application to PEEC models with retardation," *IEEE Trans. Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 47, no. 4, pp. 261–273, 2000.
- [111] M. Kamon, N. Marques, and J. White, "FastPep: A fast parasitic extraction program for complex three-dimensional geometries," in *Proc. Intl. Conf. Computer Aided Design*, San Jose, California, pp. 456–460, 1997.
- [112] A. M. Niknejad and R. G. Meyer, "Analysis and optimization of monolithic inductors and transformers for RF ICs," in *Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conference*, pp. 375–378, 1997.
- [113] G. Leonhardt and W. Fichtner, "Acceleration of inductance extraction by means of the Monte Carlo method," in *Proc. 2nd Intl. Conf. on Modeling and Simulation of Microsystems*, San Juan, Puerto Rico, USA, pp. 147–150, 1999.
- [114] P. Böhm and G. Wachutka, "Transient electromagnetic behavior of multiply contacted interconnect," in *Proc. 2nd Intl. Conf. on Modeling and Simulation of Microsystems*, San Juan, Puerto Rico, USA, pp. 301–304, 1999.
- [115] O. Bíró and K. Preis, "On the use of the magnetic vector potential in the finite-element analysis of three-dimensional eddy currents," *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 25, no. 4, pp. 3145–3159, 1989.
- [116] C. Schuster, A. Witzig, and W. Fichtner, "Electromagnetic analysis of interconnects using the finite difference time domain method," Tech. Rep. 99/17, Integrated Systems Laboratory, ETH Zürich, 1999.
- [117] W. Schoenmaker and P. Meuris, "Electromagnetic interconnects and passives modeling: Software implementation issues," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 21, no. 5, pp. 534–543, 2002.
- [118] W. Schoenmaker, W. Magnus, and P. Meuris, "Ghost fields in classical gauge theories," *Physical Review Letters*, vol. 88, no. 18, pp. 181602–1–181602–4, 2002.
- [119] P. Meuris, W. Schoenmaker, and W. Magnus, "Strategy for electromagnetic interconnect modeling," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 20, no. 6, pp. 753–762, 2001.
- [120] A. Devgan, H. Ji, and W. Dai, "Analysis and design of transmission-line structures by means of the geometric mean distance," in *Proc. IEEE AFRICON 4th*, vol. 2, pp. 1062–1065, 1996.
- [121] M. W. Beattie, B. Krauter, L. Alatan, and L. T. Pileggi, "Equipotential shells for efficient inductance extraction," *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 317–320, 2001.

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [122] A. Devgan, H. Ji, and W. Dai, “How to efficiently capture on-chip inductance effects: Introducing a new circuit element  $k$ ,” in *Proc. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design, San Jose, USA*, pp. 150–155, 2000.
- [123] H. Ji, A. Devgan, and W. Dai, “KSim: A stable and efficient RKC simulator for capturing on-chip inductance effect,” in *Proc. Design Automation Conference’01, Las Vegas, USA*, pp. 379–384, 2001.
- [124] P. J. H. Elias, “Efficient moments extraction from VLSI interconnections,” in *Proc. ProRISC/IEEE Benelux Workshop on Circuits, Systems and Signal Processing*, Mierlo, The Netherlands, pp. 83–90, 1995.
- [125] P. J. H. Elias and N. P. van der Meijs, “Efficient moments extraction of large inductively coupled interconnection networks,” in *Proc. Intl. Symposium on Circuits and Systems*, vol. 4, Atlanta, Georgia, pp. 540–543, 1996.
- [126] A. Odabasioglu, M. Celik, and L. T. Pileggi, “PRIMA: Passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 17, no. 8, pp. 645–654, 1998.
- [127] K. Banerjee, A. Mehrotra, A. Sangiovanni-Vincentelli, and C. Hu, “On thermal effects in deep sub-micron VLSI interconnects,” in *Proc. Design Automation Conference’99, New Orleans, USA*, pp. 885–891, 1999.
- [128] X. Gui, S. Dew, and M. Brett, “Thermal simulation of thin-film interconnect failure caused by high current pulses,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 42, no. 7, pp. 1386–1388, 1995.
- [129] P. Waltz, G. Lormand, and L. Arnaud, “Thermal analytical model for analysis of pulsed DC electromigration results,” in *Proc. 27th European Solid-State Device Research Conference* (H. Grünbacher, ed.), Stuttgart, Germany, 1997.
- [130] W. Schoenmaker and V. Petrescu, “The modeling of electromigration: A new challenge for TCAD?,” in *Proc. Simulation of Semiconductor Processes and Devices* (K. D. Meyer and S. Biesemans, eds.), Leuven, Belgium, pp. 328–331, 1998.
- [131] S. H. Kang and E. Shin, “A three-dimensional nonlinear analysis of electromigration-induced resistance change and Joule heating in microelectronic interconnects,” *Solid-State Electron.*, vol. 45, no. 2, pp. 341–346, 2001.
- [132] A. S. Oates, “Electromigration failure of contacts and vias in sub-micron integrated circuit metallizations,” *Microelectron. Reliab.*, vol. 36, no. 7/8, pp. 925–953, 1996.
- [133] O. Zienkiewicz and R. Taylor, *Basic Formulation and Linear Problems*, vol. 1 of *The Finite Element Method*. London: McGraw-Hill, fourth ed., 1989.

- [134] K.-J. Bathe, *Finite-Elemente-Methoden*. Springer, 1990.
- [135] J. R. Shewchuk, “An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain.” <http://www-2.cs.cmu.edu/~jrs/jrspapers.html>, 1994.
- [136] H. Schwarz, *Numerische Mathematik*. Stuttgart: Teubner, 1997. 4. Auflage.
- [137] A. H. Stroud, *Approximate Calculation of Multiple Integrals*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1971.
- [138] A. H. Stroud, “Some approximate integration formulas of degree 3 for an n-dimensional simplex,” *Numer.Math.*, vol. 9, no. 1, pp. 38–45, 1966.
- [139] A. H. Stroud, “Approximate integration formulas of degree 3 for simplexes,” *Math.Comp.*, vol. 18, no. 4, pp. 590–597, 1964.
- [140] A. Krommer and C. Überhuber, *Computational Integration*. SIAM, 1998.
- [141] R. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley and Sons, 1981.
- [142] S. Mohan, C. Yue, M. del Mar Hershenson, S. Wong, and T. Lee, “Modeling and characterisation of on-chip transformers,” in *Proc.Intl.Electron Devices Meeting*, pp. 531–534, 1998.
- [143] J. Long, “Monolithic transformers for silicon RF IC design,” *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol. 35, no. 9, pp. 1368–1382, 2000.
- [144] C. Harlander, R. Sabelka, and S. Selberherr, “Inductance calculation in interconnect structures,” in *Proc. 3rd Intl. Conf. on Modeling and Simulation of Microsystems*, San Diego, California, USA, pp. 416–419, 2000.
- [145] A. Kost, *Numerische Methoden in der Berechnung elektromagnetischer Felder*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.
- [146] O. Bíró and K. R. Richter, “CAD in electromagnetism,” *Advances in Electronics and Electron Physics*, vol. 82, no. 1, pp. 1–96, 1991.
- [147] H. Stögner, *Anwendung der Methode der Finiten Elemente zur numerischen Berechnung dreidimensionaler elektromagnetischer Felder*. Habilitation, Technische Universität Graz, 1987.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Querschnitt durch eine Verbindungsstruktur . . . . .	6
1.2	Konventionelles Verfahren (Al) versus Damascene Verfahren (Cu) . . . .	7
1.3	Single-Damascene versus Dual-Damascene Verfahren . . . . .	8
1.4	Fortschritte der Verdrahtungstechnologie . . . . .	11
1.5	Querschnitt einer Verbindungsleitung in Standard-Al (a) und Dual-Damascene-Cu Architektur (b) . . . . .	12
1.6	Versetztes Einfügen von Invertiern in Busleitungen reduziert kapazitives und induktives Übersprechen. . . . .	14
1.7	Abschirmungsmethoden: Masseflächen (a) und Schirmleitungen (b), (c)	15
1.8	Definition der Schleife von partiellen Induktivitäten . . . . .	16
1.9	Geschlossene Leiterschleife mit 4 Segmenten . . . . .	16
1.10	Schleifeninduktivitäten folgen aus den Kopplungen der partiellen Induktivitäten . . . . .	17
1.11	Parameter in Gleichung (1.4) . . . . .	17
1.12	Verbindungsstruktur: Hin- und Rückleiter (a), Leitung als Stromkreismodell (b), Schleifeninduktivität (c) . . . . .	18
1.13	Quasi-TEM Modell für zwei verlustbehaftete Leiter . . . . .	19
2.1	Zelluläre Geometrien: Ein unstrukturiertes Tetraedergitter (a) und ein strukturiertes Gitter (b) . . . . .	24
2.2	Rektilineares Gitter (a) und kartesisches Gitter (b) als Spezialfälle strukturierter Gitter . . . . .	25
2.3	Einbettung der Topographiesimulation im Simulationsdatenfluß . . . . .	26
2.4	Konturflächen der Potenzialverteilung im Dielektrikum, deren Leitungen Ergebnis einer Topographiesimulation sind . . . . .	26
2.5	Gittererzeugung mit dem Präprozessor LAYGRID . . . . .	28
2.6	Verfeinerung eines Tetraeders . . . . .	29
2.7	Verfeinerung eines Oktaeders . . . . .	29
2.8	Struktur eines einfachen Vias, (a) ohne und (b) mit sogenannter “Dummy-Layer” um die Gitterdichte zu erhöhen . . . . .	30
2.9	Via mit einem Gitter von deLink . . . . .	30
3.1	Simulationsbereich und Ränder bei der Berechnung des elektrischen Feldes	37

4.1	Kapazitätsberechnung mit der FEM . . . . .	46
4.2	Illustration der “Random Walk Methode” . . . . .	47
4.3	Leitergebilde (a) aus 3 Teilstücken: Jedes Teilstück besteht aus 35 Zellen (b) . . . . .	49
4.4	Thermische Analyse einer Via-Struktur . . . . .	54
5.1	Eindringtiefe für Al und Cu Leiter . . . . .	56
5.2	Potenzialverteilung von zwei parallelen Leitern mit Kreisquerschnitt . .	58
5.3	Potenzialverteilung eines Spiralinduktors . . . . .	60
5.4	Stromdichteverteilung in einem Spiralinduktor . . . . .	61
6.1	Veranschaulichung der Elementbestimmung . . . . .	64
6.2	Stromdichteverteilung des planaren Transformators mit 3 Windungen .	66
6.3	Stromdichteverteilung des planaren Transformators mit 5 Windungen .	66
6.4	Darstellung der berechneten Gegeninduktivität des planaren Transformators mit 3 Windungen in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl . . . .	68
6.5	Darstellung der berechneten Selbstinduktivität des planaren Transformators mit 3 Windungen in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl . . . .	68
7.1	Simulationsbereich und Ränder bei der Berechnung des magnetischen Vektorpotenzials . . . . .	73
7.2	Antisymmetrische Spiegelung von Quellen durch homogene Dirichlet-Randbedingungen . . . . .	74
7.3	Symmetrische Spiegelung von Quellen durch homogene Neumannsche Randbedingungen . . . . .	74
7.4	Testbeispiel: Rechteckiger Leiter mit relativem Fehler der Induktivität in Abhängigkeit der Größe des Simulationsgebiets $w$ . . . . .	75
7.5	Anordnung des Rechteckleiters (a), berechnete Induktivität in Abhängigkeit des Verfeinerungsgrades (b) . . . . .	76
7.6	Relativer Fehler der Induktivität in Abhängigkeit der Größe des Simulationsgebiets . . . . .	76
8.1	Geometrische Abmessungen des Dickschichtinduktors . . . . .	79
8.2	Darstellung der berechneten Selbstinduktivität des Dickschichtinduktors in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl . . . . .	80
8.3	Potenzialverteilung des Dickschichtinduktors . . . . .	81
8.4	Stromdichteverteilung des Dickschichtinduktors mit Konturflächen . . .	81
8.5	Potenzialverteilung des vereinfachten Dickschichtinduktors . . . . .	82
8.6	Elementlinien der Leiterschleife (a) und Geometrie mit Gitter (b) . . .	83
8.7	Darstellung der berechneten Selbstinduktivität der Leiterschleife in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl . . . . .	83
8.8	Stromdichteverteilung der Leiterschleife . . . . .	84
8.9	Darstellung des Vektorpotenzials . . . . .	84
8.10	Magnetisches Feld und elektrisches Potenzial auf der Leiteroberfläche .	85

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

8.11	Potenzialverteilung der Leiterschleife . . . . .	85
8.12	Geometrie des planaren Induktors . . . . .	87
8.13	Schichtaufbau: Schematische Darstellung der Struktur . . . . .	87
8.14	Potenzialverteilung des Spiralinduktors auf idealem Oxid . . . . .	88
8.15	Stromdichteverteilung des Spiralinduktors auf idealem Oxid . . . . .	89
8.16	Vektorpotenzialverteilung auf dem Spiralinduktor . . . . .	89
8.17	Konvergenzverhalten des CG-Verfahrens abhängig von der Metalldicke des Spiralinduktors . . . . .	90
8.18	Potenzialverteilung des Spiralinduktors auf dem Oxid mit der Leitfähig- keit $\gamma_{SiO_2}$ laut Tab. 8.2 . . . . .	90
8.19	Stromdichteverteilung des Spiralinduktors auf dem Oxid mit der Leitfähigkeit $\gamma_{SiO_2}$ laut Tab. 8.2 . . . . .	91
8.20	Vektorpotenzialverteilung des Spiralinduktors auf dem Oxid mit der Leitfähigkeit $\gamma_{SiO_2}$ laut Tab. 8.2 . . . . .	91
8.21	Schematische Darstellung der Mäander . . . . .	92
8.22	Querschnitt der Strukturen . . . . .	92
8.23	Konvergenzverhalten der Stellung $x=0.0$ mm und $x=-2.2$ mm für $z=100$ $\mu$ m . . . . .	93
8.24	Verschiebung der Struktur A um 2.2 mm gegenüber dem Ursprung . . .	93
8.25	Konvergenzverhalten für die Stellung $x=2.2$ mm . . . . .	94
8.26	Konvergenzverhalten für die Stellung $x=-1.6$ mm . . . . .	95
8.27	Konvergenzverhalten der positiven und negativen Beiträge zur Gegen- induktivität für die Stellung $x=2.2$ mm . . . . .	96
8.28	Gegeninduktivität in Abhängigkeit der Verschiebung von Struktur A .	96
8.29	Potenzialverteilung der Strukturen . . . . .	97
8.30	Stromdichteverteilung der beiden Strukturen . . . . .	97
A.1	Allgemeiner Tetraeder im globalen Koordinatensystem (a), Einheitste- traeder im lokalen Koordinatensystem (b) . . . . .	101



# Tabellenverzeichnis

5.1	Gegeninduktivitäten von zwei gleich großen Leitern mit verschiedenem Abstand $d$ zwischen ihren Zentren . . . . .	58
6.1	Rechenzeit und Resultate von zwei planaren Transformatoren . . . . .	67
6.2	Partielle Kapazitäten des planaren Transformators mit 3 bzw. 5 Windungen . . . . .	67
8.1	Resultate der Induktivitätsberechnung: Monte Carlo Methode versus Vektorpotenzialmethode . . . . .	80
8.2	Materialparameter . . . . .	86
8.3	Resultate der Induktivitätsberechnung: Monte Carlo Methode versus Vektorpotenzialmethode . . . . .	86



## Eigene Veröffentlichungen

- [V1] C. Harlander, R. Sabelka, R. Minixhofer, and S. Selberherr, “Three-dimensional transient electro-thermal simulation,” in *Proc. 5th THERMINIC Workshop*, pp. 169–172, Rome, Italy, Okt. 1999.
- [V2] C. Harlander, R. Sabelka, and S. Selberherr, “Inductance calculation in interconnect structures,” in *Proc. 3rd Int. Conf. on Modeling and Simulation of Microsystems*, pp. 416–419, San Diego, USA, März 2000.
- [V3] R. Sabelka, C. Harlander, and S. Selberherr, “Propagation of RF signals in micro-electronic structures,” in *Abstracts Challenges in Predictive Process Simulation*, pp. 50–51, Wandlitz, Deutschland, Mai 2000, (eingeladen).
- [V4] R. Sabelka, C. Harlander, and S. Selberherr, “The state of the art in interconnect simulation,” in *Proc. Simulation of Semiconductor Processes and Devices*, pp. 6–11, Seattle, USA, Sep. 2000, (eingeladen).
- [V5] C. Harlander, R. Sabelka, and S. Selberherr, “Three-dimensional electro-thermal simulation of interconnect structures with temperature-dependent permittivity,” in *Proc. The PACIFIC RIM/International, Intersociety, Electronic Packaging Technical/Business Conference & Exhibition*, Hawaii, USA, Jul. 2001.
- [V6] C. Harlander, R. Sabelka, and S. Selberherr, “A comparative study of two numerical techniques for inductance calculation in interconnect structures,” in *Proc. Simulation of Semiconductor Processes and Devices*, pp. 254–257, Athen, Greece, Sep. 2001.
- [V7] C. Harlander, R. Sabelka, and S. Selberherr, “Efficient inductance calculation in interconnect structures by applying the Monte Carlo method,” *Microelectronics Journal*, eingereicht.
- [V8] C. Harlander, R. Sabelka, and S. Selberherr, “Two efficient methods for calculating inductances in interconnect structures,” *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, eingereicht.



# Lebenslauf

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

*Juni 1989* Matura an der Höheren Technischen Bundeslehranstalt  
Saalfelden

*Oktober 1989* Präsenzdienst

*Februar 1991* Beginn des Studiums der Elektrotechnik an der Technischen  
Universität Wien

*Mai 1994* 1. Diplomprüfung

*Juli 1997* 2. Diplomprüfung

*Dezember 1997* Beginn des Doktoratsstudiums am Institut für  
Mikroelektronik

*Jänner 2000 – März 2000* Forschungsaufenthalt bei SONY Semiconductors  
Hon-Atsugi, Japan