

**INSTITUT FÜR  
ENERGIETECHNIK  
UND THERMODYNAMIK**  
Institute of Energy Systems and Thermodynamics

Diplomarbeit

# **Erzeugung eines Wirkungsgradkennfelds einer Francis-Turbine mittels CFD-Simulation**

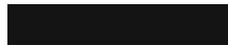
unter der Leitung von

**Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Eduard Doujak**  
E302 - Institut für Energietechnik und Thermodynamik

Eingereicht an der Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften  
der Technischen Universität Wien  
zum Zweck der Erlangung des akademischen Grads  
Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.)

von

**Constantin Königswieser, BSc**



# Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur genannt habe. Weiters erkläre ich, dass ich diese Diplomarbeit bisher weder im In- noch im Ausland (einer Beurteilerin / einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, Oktober 2024

.....  
(Constantin Königswieser, BSc)

# Danksagungen

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei meinem Betreuer Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Eduard Doujak bedanken, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat diese Arbeit am Institut für Thermodynamik und Energietechnik (IET) durchzuführen. Er stand mir mit seiner Expertise und Erfahrung stets zur Seite und ermöglichte mir Kontakte in ganz Europa zu knüpfen. Ebenfalls ein großer Dank gilt meinen Kollegen am IET. Mit ihrer tollen Zusammenarbeit, ihren anregenden Gesprächen und kulinarischen Eskapaden haben sie mich stets unterstützt und motiviert.

Ein weiterer Dank gilt den Partner:innen des Forschungsprojekts *DIGI HYDRO*: Der *VibroConcept GmbH*, die die Datenerfassungsmodule sowie die Software bereitgestellt hat. Der *HAKOM Timeseries GmbH*, die das Datenmanagement übernommen hat. Der *VRVis GmbH*, die für die Datenvisualisierung verantwortlich war und mit der stets ein reger Austausch bestand.

Des Weiteren möchte ich mich bei meiner Mutter Klara, meinem Vater Rupert und seiner Lebensgefährtin Ruth bedanken, ohne die ich mein Studium nicht hätte durchführen können.

Abschließend gebührt mein größter Dank meiner Freundin Johanna. Für ihre ständige Unterstützung, ohne die ich nicht so weit gekommen wäre. Für ihre grenzenlose Geduld, die mir die Sicherheit gab dranzubleiben und für die Motivation, die sie mir gegeben hat, dieses Studium abzuschließen.

# Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit ist Teil des Forschungsprojekts „DIGI-Hydro“ und befasst sich mit der Erstellung eines Muschelkennfelds einer Prototyp-Francis turbine mittels instationärer CFD-Simulation. Dazu wurden über den gesamten Betriebsbereich 60 verschiedene Lastpunkte simuliert. Das Rechengebiet umfasste alle hydraulischen Komponenten von Einlaufspirale bis zum Saugrohr Austritt. Zur Turbulenzmodellierung kam das SAS-SST-Modell zum Einsatz. Für jeden Betriebspunkt wurden 7 Umdrehungen gerechnet, wobei die letzten 5 für die Auswertung herangezogen wurden.

Im Zuge des Forschungsprojekts wurden extensive Messungen im realen Betrieb der Prototyp-Maschine über neun Monate durchgeführt. Im Laufe dieser Arbeit wurde zusätzlich ein Software-Tool entwickelt, um diese große Datenmenge zu filtern und zu analysieren. Diese Messdaten wurden für Vergleiche und Validierung der Simulationen herangezogen.

Die Simulationsergebnisse ergaben, dass im *Best Efficiency Point* und in der Vollast die Globalgrößen sehr gut nachsimuliert werden konnten. Allerdings nahmen die Abweichungen zwischen Messung und Simulation in der Teillast mit abnehmender Leistung zu. Frequenzanalysen zeigten, dass instationäre Strömungsphänomene, wie Wirbelzopf und Rotor-Stator-Interaktion mit der CFD nachgewiesen werden können und Betriebsbereiche, in denen Kanalwirbel in der Prototypmaschine auftreten, konnten bestätigt werden.

Das generierte Wirkungsgradkennfeld ergab im meistgenutzten Betriebsbereich einen um 2-4% geringeren Wirkungsgrad als die Muschelkurve der Modellmaschine. Aufgrund der hohen Unterschiede zwischen Simulation und Messung in der Teillast ergeben sich wesentliche Abweichungen der digitalen Muschelkurve zum Kennfeld der Modellmaschine.

# Abstract

This thesis is part of the research project 'DIGI-Hydro' and deals with the creation of a hill chart of a prototype Francis turbine using unsteady CFD simulation. For this purpose, 60 different load points were simulated over the entire operating range. The computational domain included all hydraulic components from the inlet-spiral to the drafttube outlet. The SAS-SST model was used for turbulence modeling. For each operating point, 7 revolutions were calculated, with the last 5 being used for evaluation.

As part of the research project, extensive measurements were conducted during the real operation of the prototype machine over nine months. A software tool was developed during this work to filter and analyze this large amount of data. These measurement data were used for comparisons and validation of the simulations.

The simulation results showed that the global variables could be very well replicated at the *Best Efficiency Point* and at full load. However, the deviations between measurement and simulation increased at partial load with decreasing power. Frequency analyses showed that unsteady flow phenomena, such as vortex rope and rotor-stator-interaction, could be detected with CFD, and operational ranges where channel vortices occur in the prototype machine could be confirmed.

The generated hill chart shows an efficiency 2-4% lower in the most commonly used operating range than the performance curve of the model machine. Due to the high deviations between simulation and measurement at partial load, there are significant discrepancies between the digital hill chart and the hill chart of the model machine.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Arbeitsumfang . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Francis-Turbine . . . . .	4
2.1.1	Einsatzbereich . . . . .	5
2.1.2	Energie des Wassers . . . . .	7
2.1.3	Energieumsetzung in der Turbine . . . . .	8
2.1.4	Wirkungsgradkennfeld . . . . .	11
2.1.5	Instationäre Strömungsphänomene . . . . .	13
2.2	CFD - Numerische Strömungsmechanik . . . . .	17
2.2.1	Grundgleichungen . . . . .	18
2.2.2	Turbulenzmodellierung . . . . .	19
2.3	Kennfeldgenerierung . . . . .	27
2.3.1	Digitale Kennfeldgenerierung mittels MATLAB-Tool . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Umsetzung</b>	<b>30</b>
3.1	Beschreibung der Messdaten . . . . .	31
3.1.1	Messreihe . . . . .	31
3.1.2	Langzeitmessung . . . . .	34
3.2	Wahl der zu simulierenden Betriebspunkte . . . . .	37

3.3	MATLAB-Anwendungen . . . . .	37
3.3.1	Messauswertungs-Tool . . . . .	38
3.3.2	CFD-Auswertungs-Tool . . . . .	40
3.3.3	Kennfeld-Tool . . . . .	42
3.4	Numerisches Setup . . . . .	42
3.4.1	Auswahl des Turbulenzmodells . . . . .	43
3.4.2	Randbedingungen . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Simulationsergebnisse und Diskussion</b>	<b>46</b>
4.1	Validierung der Simulation . . . . .	46
4.1.1	Globalgrößenvergleich mit Messung . . . . .	47
4.1.2	Globalgrößenvergleich mit Kennfeld . . . . .	49
4.2	Frequenzspektren im Saugrohrkonus . . . . .	51
4.2.1	Gemessene Frequenzspektren . . . . .	52
4.2.2	Simulierte Frequenzspektren . . . . .	54
4.3	Instationäre Strömungsphänomene . . . . .	55
4.3.1	Rotor Stator Interaktion - RSI . . . . .	55
4.3.2	Wirbelzopf . . . . .	57
4.3.3	Kanalwirbel . . . . .	61
4.4	Wirkungsgradkennfeld . . . . .	63
4.5	Herausforderungen . . . . .	67
4.5.1	Herausforderungen in der Messauswertung . . . . .	67
4.5.2	Herausforderungen in der Simulation . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>71</b>
	<b>Literatur</b>	<b>73</b>

# Nomenclature

## Abkürzungen

BEP	Best Efficiency Point
CAD	Computer-Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
DES	Direct Numeric Simulation
DPL	Deep Part Load (Tiefe Teillast)
LES	Large Eddy Simulation
OL	Overload (Volllast)
PL	Part Load (Teillast)
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
SAS	Scale Adaptive Simulation
SGS	Sub Grid Scale

## Konstanten

$C_S$	Smagorinsky-Konstante	0.18
$g$	Erdbeschleunigung	$9.81 \text{ m s}^{-2}$

## Lateinische Symbole

$\bar{S}$	Dehnrade	$\text{m s}^{-1}$
$a_0$	Leitradöffnung	1
$c$	Absolutgeschwindigkeit	$\text{m s}^{-1}$
$D$	Durchmesser	m
$D_{1a}$	Lauftrad-Aussendurchmesser	m
$E$	Energie	J
$e$	spezifische Energie	$\text{J kg}^{-1}$
$E_{kin}$	kinetische Energie	J
$e_{kin}$	spezifische kinetische Energie	$\text{J kg}^{-1}$

## Nomenclature

---

$E_{pot}$	potentielle Energie	J
$e_{pot}$	spezifische Potentielle Energie	$\text{J kg}^{-1}$
$f_0$	Nennndrefrequenz	Hz
$f_{BP}$	Blade Passing Frequenz	Hz
$H$	Fallhöhe	m
$h_v$	Verlusthöhe	m
$k$	spezifische turbulente Energie	$\text{J kg}^{-1}$
$L_{vK}$	von Karman Längenskala	m
$M$	Moment	N m
$n$	Drehzahl	$\text{min}^{-1}$
$n_q$	spezifische Drehzahl	$\text{min}^{-1}$
$n_{11}$	Einheitsdrehzahl	$\text{min}^{-1}$
$p$	statischer Druck	Pa
$P_h$	hydraulische Leistung	W
$P_m$	mechanische Leistung	W
$p_{dyn}$	dynamischer Druck	Pa
$P_{el}$	elektrische Leistung	W
$p_{tot}$	Totaldruck	Pa
$Q$	Durchfluss	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
$Q_{11}$	Einheitsdurchfluss	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
$r$	Radius	m
$t$	Zeit	s
$U$	innere Energie	J
$u$	Umfangsgeschwindigkeit	$\text{m s}^{-1}$
$u$	spezifische innere Energie	$\text{J kg}^{-1}$
$u_i, u_j$	Geschwindigkeitskomponenten	$\text{m s}^{-1}$
$V$	Volumen	$\text{m}^3$
$w$	Realtivgeschwindigkeit	$\text{m s}^{-1}$
$Y_R$	Verlustrarbeit	$\text{J kg}^{-1}$
$Y_T$	Spezifische Stutzenarbeit	$\text{J kg}^{-1}$
$z$	Schaufelzahl	1
$z$	geodätische Höhe	m

### Griechische Symbole

$\alpha$	Leitschaufelöffnungswinkel	°
$\delta_{ij}$	Dirac-Operator	1

## Nomenclature

---

$\epsilon$	turbulente Dissipationsrate	$\text{J kg}^{-1} \text{s}^{-1}$
$\eta$	Wirkungsgrad	1
$\eta_a$	äußerer (mechanischer) Wirkungsgrad	1
$\eta_i$	innerer Wirkungsgrad	1
$\eta_T$	Turbinenwirkungsgrad	1
$\eta_V$	volumetrischer Wirkungsgrad	1
$\mu$	dynamische Viskosität	$\text{Pa s}$
$\nu$	kinematische Viskosität	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\nu_T$	turbulente Viskosität	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$\text{s}^{-1}$
$\omega$	spezifische turbulente Dissipation	$\text{s}^{-1}$
$\phi$	Transportgröße	1
$\rho$	Dichte	$\text{kg m}^{-3}$
$\zeta$	Verlustbeiwert	1

### Vektoren und Tensoren

$\tau_{ij}^S$	SGS-Tensor	$\text{Pa s}$
$\mathbf{u}$	Geschwindigkeitsvektor	$\text{m s}^{-1}$
$\mathbf{x}$	Ortsvektor	$\text{m}$
$R_{ij}$	Zwei-Punkt Korrelationens-Tensors	$\text{m}^2 \text{s}^2$

### Subscripts

<i>con</i>	Konus
<i>D</i>	Druckseite
<i>DT</i>	Draft Tube (Saugrohr)
<i>GV</i>	Guide Vane (Leitschaufel)
<i>ref</i>	Referenz
<i>rel</i>	relativ
<i>RN</i>	Runner (Lauftrad)
<i>S</i>	Saugseite
<i>SC</i>	Spiralcase (Spirale)

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Motivation

Um dem Klimawandel entgegenzuwirken, werden seit den letzten Jahren vermehrt fossile Energieerzeugung durch Wind- und Solarenergieanlagen ersetzt. Der vermehrte Einsatz dieser volatilen Energiequellen führt zu immer größer werdenden Schwankung innerhalb des Stromnetzes, die durch andere Energieerzeuger ausgeglichen werden müssen. Diese Umstellung stellt eine neue Herausforderung für die Stabilisierung des Stromnetzes dar. Aufgrund ihrer schnellen Reaktionsfähigkeit sind hydroelektrische Anlagen sehr gut zur Netzstabilisierung geeignet. Wasserkraftanlagen, die zur Stabilisierung des Netzes eingesetzt werden, werden dadurch vermehrt außerhalb ihres Auslegungspunktes betrieben. So werden sie häufiger ein- und ausgeschaltet oder in der für die Maschine ungünstigen Teillast betrieben.

Der letzte Stand der Technik der Lebensdauerbestimmung von Wasserkraftturbinen ist nur für den Betrieb im Auslegungspunkt der Anlage optimiert. Sie sind in der Lage, Auswirkungen von statischen Belastungen und bestimmten Strömungsphänomenen, wie Rotor-Stator-Interaktion oder Wirbelablösungen einigermaßen gut beurteilen zu können. Andere Strömungsphänomene, wie Wirbelzopf oder Kanalwirbel, welche im Teillastbetrieb auftreten, können mit heutiger Technik noch nicht berücksichtigt werden. Die Auswirkung auf die Turbine dieser Phänomene können mittels Beschleunigungsaufnehmer und Dehnmessstreifen zwar gemessen werden, aber diese Messutensilien können nicht im Dauerbetrieb verwendet werden, da sie den Belastungen nicht lange standhalten.

Das Forschungsprojekt, im Zuge dessen die vorliegende Arbeit verfasst wurde, befasst sich mit der Lebensdauerbestimmung von hydraulischen Maschinen im Teillastbetrieb. Der Ansatz ist ein sogenannter Multilevel-Ansatz. Ausgangspunkt dafür ist das Wirkungsgradkennfeld der Maschine. Für jede Maschine kann so ein Diagramm erstellt werden und wird meist anhand von Modellen bestimmt. Dieses charakteristische Diagramm beinhaltet viele wichtige Informationen über die Maschine, wie zum Beispiel Wirkungsgrad, Leistung und mögliche Betriebszustände. Doujak et al. [7] zeigt, dass aus dem Wirkungsgradkennfeld ein sogenanntes Schädigungskennfeld generiert werden kann, welche Auskunft über die Schädigungsfaktoren auch außerhalb des Auslegungspunktes gibt. Schematisch wird dieser Ansatz in Abbildung 1.1 skizziert. Ziel dieses Projekts ist, durch einmalige Messung aller nötigen Parameter, Zusammenhänge zwischen Betriebsdaten und Lebensdauer zu bestimmen [7].

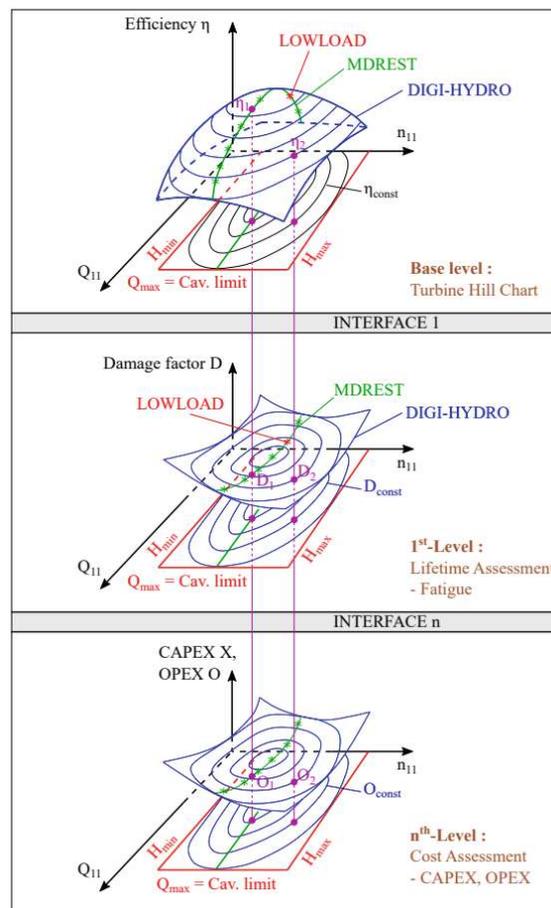


Abbildung 1.1: Beispielkizze des Multilevel Ansatzes [7]

## 1.2 Arbeitsumfang

Diese Arbeit ist Teil eines Forschungsprojekts zur Bestimmung der Lebensdauer einer bestehenden Prototyp Francis-Turbine. Es werden für einige Betriebspunkte über das gesamte Betriebsspektrum und darüber hinaus instationäre CFD-Simulationen durchgeführt, dessen Ergebnisse für weitere FE-Analysen verwendet werden. Aus den Ergebnissen wird ein Kennfeld erstellt, welches als Grundlage für die weiteren Ebenen des Multilevel-Ansatzes dient und instationäre Strömungsphänomene werden mit Hilfe einer Postprocessing-Software visualisiert.

Zur Validierung der Ergebnisse werden vorhandene Messungen einer Prototyp Maschine herangezogen und ausgewertet. Hierzu wurde im Zuge dieser Arbeit ein Matlabtool zur Auswertung der Messdaten entwickelt.

Abschließend werden die Herausforderungen, die bei solch einem Projekt entstehen, beleuchtet und die Stärken und Schwächen einer CFD-Simulationen diskutiert.

# Kapitel 2

## Theorie

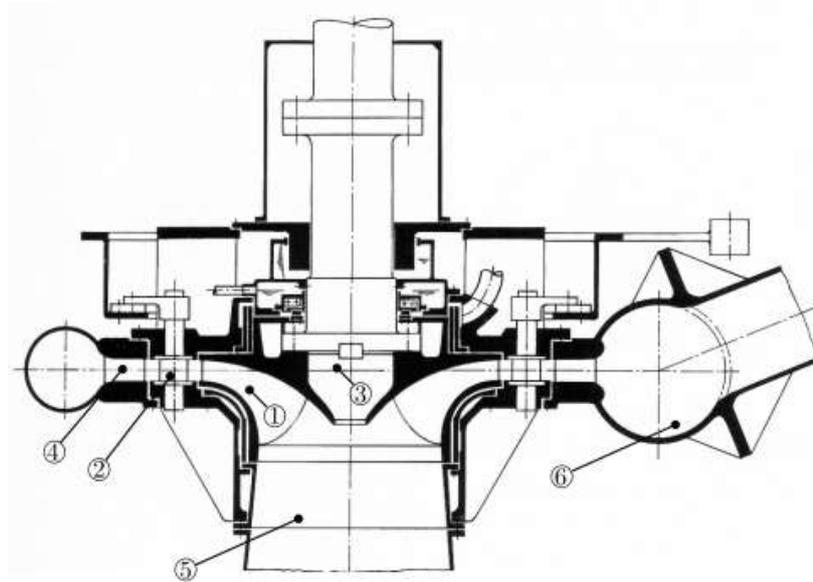
Dieses Kapitel bietet einen Überblick über die theoretischen Grundlagen, auf denen diese Arbeit basieren. Dabei wird der untersuchte Anlagentyp - nämlich eine Francis-Turbine - sowie dessen Strömungseffekte, die die Lebensdauer beeinflussen, erläutert. Um diese Effekte zu berücksichtigen, muss eine instationäre CFD-Analyse durchgeführt werden. Es werden die relevanten Hintergründe der CFD-Simulation vorgestellt sowie die mathematischen Umsetzungen der Muschel-Generierungs-Software beschrieben.

### 2.1 Francis-Turbine

Nach DIN 4320 [27] werden Wasserkraftturbinen hinsichtlich ihrer Betriebsweise in Gleichdruck- und Überdruckturbinen unterteilt. Bei Gleichdruckturbinen wird das Laufrad der Turbine bei Umgebungsdruck umströmt und nur ein Teil des Laufrades hat im Betrieb Kontakt mit dem Triebwasser. Die am Eintritt vorhandene Druckhöhe wird dabei nahezu vollständig in Geschwindigkeitshöhe umgewandelt. Zu dieser Turbinenart zählen unter anderem die Pelton-Turbine und Durchströmturbine.

Überdruckturbinen werden vollständig unter dem Wasserspiegel verbaut und das Laufrad wird komplett von dem Triebwasser umströmt. Hier erfolgt der Druckabbau auch im Laufrad. Hierzu zählen unter anderem die Kaplan- und Francis-Turbine.

Bei der Prototyp-Anlage, die für die vorliegende Arbeit untersucht wird, handelt es sich um eine Francis-Turbine. Das Triebwasser wird über ein Spiralgehäuse in Drall



**Abbildung 2.1:** Schnitt einer Hochdruck-Francis-Turbine 53MW [15]: 1) Laufrad, 2) Leitschaufel, 3) Laufradnabe, 4) Stüttschaufel, 5) Saugrohr, 6) Spirale

versetzt und läuft radial über feste Stüttschaufeln und verdrehbare Leitschaufeln in das sich mit konstanter Umdrehungsgeschwindigkeit drehende Laufrad und wird umgelenkt. Nach der Energieumsetzung verlässt das Wasser das Laufrad in axialer Richtung durch das sogenannte Saugrohr (siehe Abbildung 2.1). Das Saugrohr ist ein Diffusor und dient dazu, die Geschwindigkeitsenergie der Flüssigkeit wieder in Druckenergie umzuwandeln.

### 2.1.1 Einsatzbereich

Der Einsatzbereich verschiedener Maschinen-Typen ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Francis-Turbinen werden hauptsächlich zwischen Fallhöhen von 50-500 Metern eingesetzt. Für größere Fallhöhen werden in der Regel Pelton-Turbinen und für geringe Fallhöhen Kaplan-Turbinen eingesetzt.

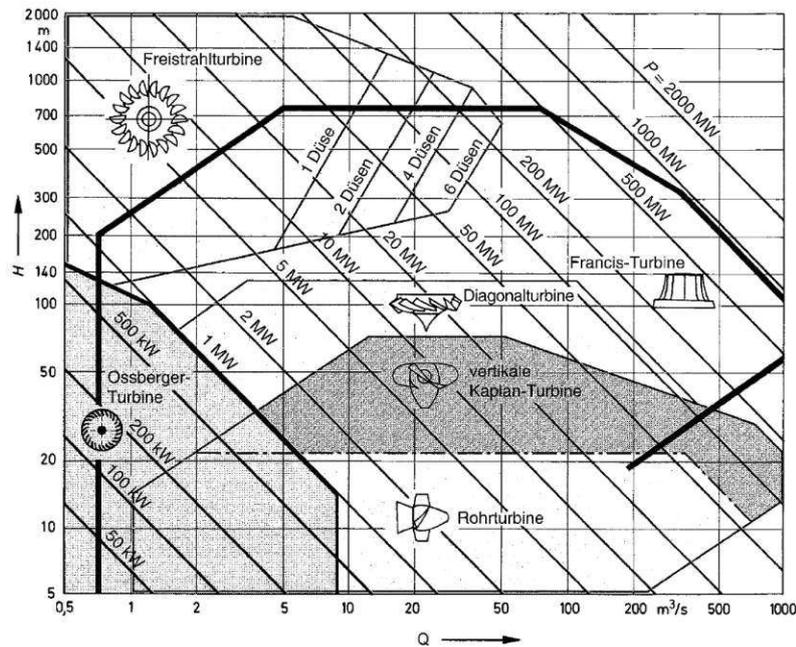


Abbildung 2.2: Einsatzbereich verschiedener Turbinentypen [6]

Die Spezifische Drehzahl  $n_q$  (Gleichung 2.1) gibt Aussagen über die Schnellläufigkeit einer Francis-Turbine, wovon wiederum das hydraulische Profil des Laufrades abhängt. Die verschiedenen Laufgruppen sind in Tabelle 2.1 aufgelistet.

Die spezifische Drehzahl der Prototypmaschine beträgt im Nennpunkt etwa  $62.24 \text{ min}^{-1}$  und zählt somit zu den normal- bzw. schnellläufigen Maschinen.

$$n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H^{0.75}} \quad (2.1)$$

$n_q [\text{min}^{-1}]$	Bezeichnung	Eigenschaft
10 - 30	Langsamläufer	kleine Drehzahl oder kleine Schluckfähigkeit
30 - 60	Normalläufer	mittlere Drehzahl oder mittlere Schluckfähigkeit
50 - 150	Schnellläufer	große Drehzahl oder große Schluckfähigkeit
110 - 500	Schnellstläufer	größte Drehzahl oder größte Schluckfähigkeit

Tabelle 2.1: Laufgruppen aufgrund der spezifischen Drehzahl  $n_q$  [9]

### 2.1.2 Energie des Wassers

Die Energie des Wassers setzt sich aus innerer Energie  $U$ , potentieller Energie  $E_{pot}$  und kinetischer Energie  $E_{kin}$  zusammen. Die Energie eines Fluids wird im allgemeinen auf dessen Masse bezogen. Diese bezogene Formulierung der Energie des Wassers - ohne Berücksichtigung der spezifischen inneren Energie  $u$ , da sie für hydraulische Maschinen nicht nutzbar ist - ist als Bernoulligleichung idealer Flüssigkeiten bekannt.

$$e = \underbrace{\frac{c^2}{2}}_{e_{kin}} + \underbrace{\frac{p}{\rho}}_{e_{pot}} + gz \quad (2.2)$$

Mit der Fluidgeschwindigkeit  $c$ , Druck  $p$ , Dichte  $\rho$  und der geodätischen Höhe  $z$ . Der Geschwindigkeitsterm repräsentiert die kinetische Energie  $e_{kin}$  und die restlichen Terme bilden die potentielle Energie  $e_{pot}$ .

In der Praxis werden jedoch keine idealen Zustände erreicht und es muss die Gleichung mit Reibungsverlusten erweitert werden. Im Allgemeinen sind solche Verluste vom Quadrat der Fließgeschwindigkeit abhängig und werden mit  $Y_{R,ij} = \zeta_i \frac{c^2}{2}$  modelliert. Dabei ist  $\zeta_i$  der Verlustbeiwert. Für Rohrleitungen sind die Verluste kontinuierlich und für Einbauten, wie Rohrkrümmungen, Verzweigungen, oder Sperrorgane diskontinuierlich. Damit ergibt sich die erweiterte Bernoulligleichung.

$$e = \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz + Y_{R,ij} \quad (2.3)$$

In Abbildung 2.3 ist die Aufteilung der Gesamtenergie des Systems der hydraulischen Maschine dargestellt. Die innere Energie ist für hydraulische Maschinen nicht nutzbar. Die Grenze zwischen dieser nicht nutzbaren und nutzbaren Energie wird Energielinie bezeichnet. Bilanziert man nun die nutzbare Energie zwischen Oberwasser und Unterwasser (Punkt 1 und 2) ergibt sich demnach

$$\left( \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 \right) - \left( \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 \right) + Y_T^* + Y_{R,12} = 0. \quad (2.4)$$

$Y_T^* = H \cdot g$  ist hierbei die verlustfreie spezifische Stutzenarbeit (technische Arbeit) und stellt die der Turbine maximal zur Verfügung stehende spezifische Energie dar.

Analog zu Gleichung 2.4 lässt sich die Bestimmungsgleichung für die Fallhöhe herleiten bei Bilanzierung unmittelbar vor Laufradeintritt und nach Laufradaustritt (vgl. Abbildung 2.3):

$$H = \frac{c_D^2 - c_S^2}{2g} + \frac{p_D - p_S}{\rho g} + (z_D - z_S) - h_{v,i} \quad (2.5)$$

Dabei ist  $H$  die der Turbine zur Verfügung stehenden Fallhöhe.

### 2.1.3 Energieumsetzung in der Turbine

Für Turbinen ist das Drehmoment, das das durchfließende Wasser auf die Laufradschaufeln ausübt von Interesse. Dieses Drehmoment  $M_T$  lässt sich über den

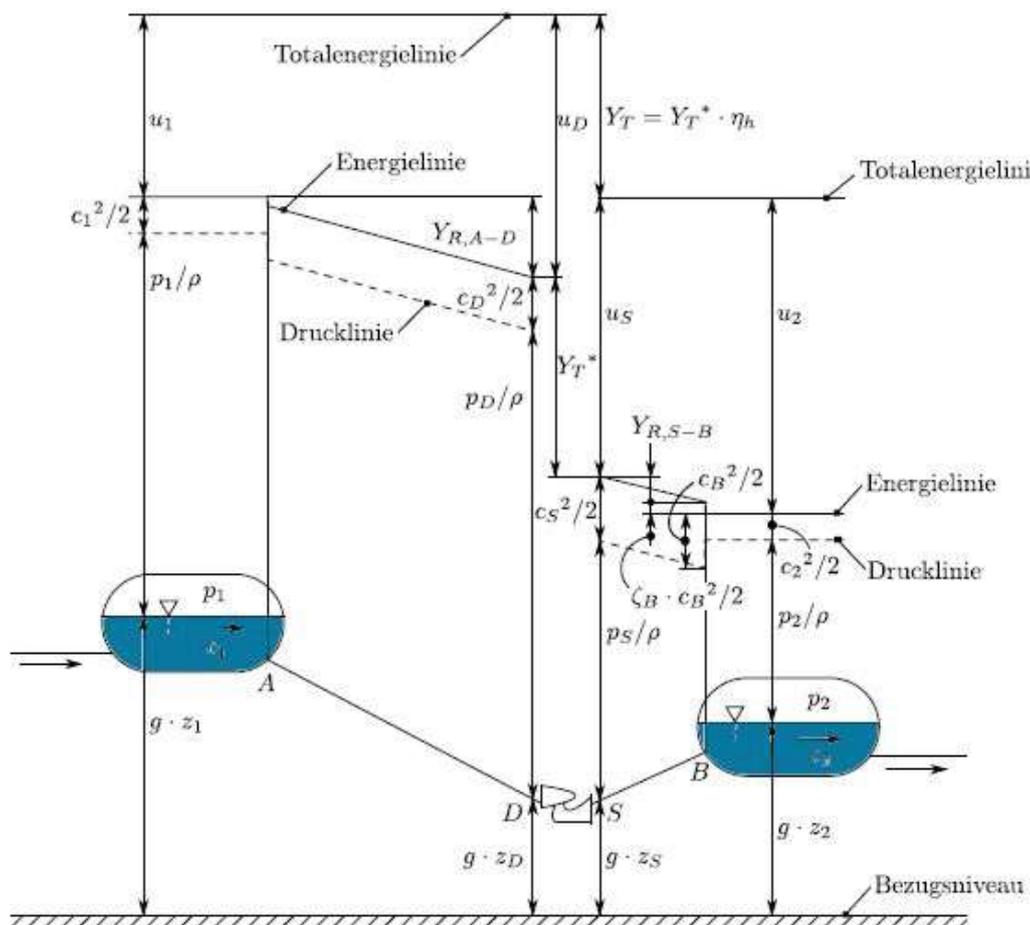
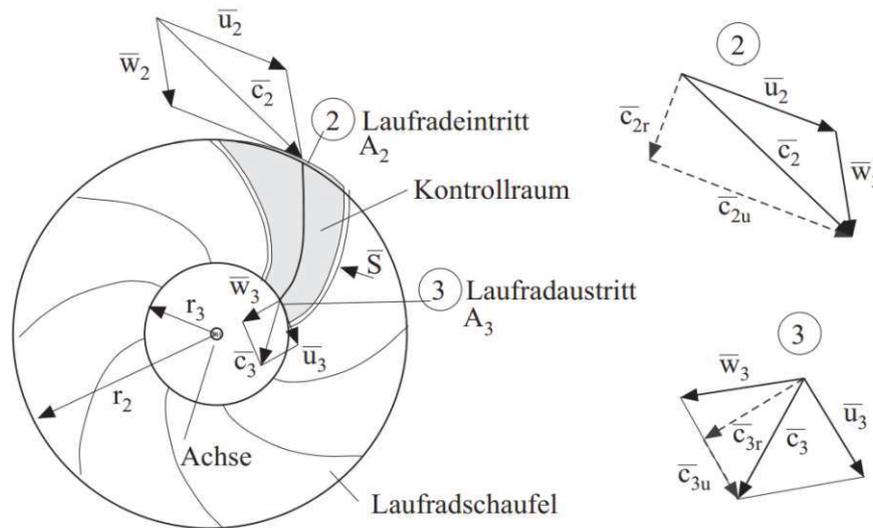


Abbildung 2.3: Energielinie einer Turbine [6]



**Abbildung 2.4:** 1) Skizze für Turbinendurchströmung, 2) Geschwindigkeitsdreieck Laufradeintritt, 3) Geschwindigkeitsdreieck Laufradaustritt [9].

1. Impulssatz und den Drallsatz der Strömungslehre als Reaktion der Reaktionskraft  $S$  der Laufradwände auf das Kontrollvolumen unter Berücksichtigung des 2. Newtonschen Axioms (*actio = reactio*) bestimmen. Diese Gleichung ist als Eulersche Turbinengleichung für konstante Dichte bekannt.

$$M_T = -M_S = \rho \cdot Q (c_{2u} \cdot r_2 - c_{3u} \cdot r_3). \quad (2.6)$$

Mit der Absolutgeschwindigkeit  $\bar{c}_i$ , die sich aus der relativen Fluidgeschwindigkeit  $\bar{w}_i$  und der Umfangsgeschwindigkeit des Kontrollvolumens  $\bar{u}_i$  zusammensetzt (siehe Abbildung 2.4). Die radialen Anteile der Absolutgeschwindigkeit verschwinden, da sie keinen Hebelarm auf die Rotationsachse des Laufrades besitzen.

Damit ergibt sich die vom Laufrad abgegebenen mechanische Leistung mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = u_i/r_i$  [s<sup>-1</sup>].

$$P_m = \omega \cdot M_T = \rho \cdot Q (c_{2u}u_2 - c_{3u}u_3). \quad (2.7)$$

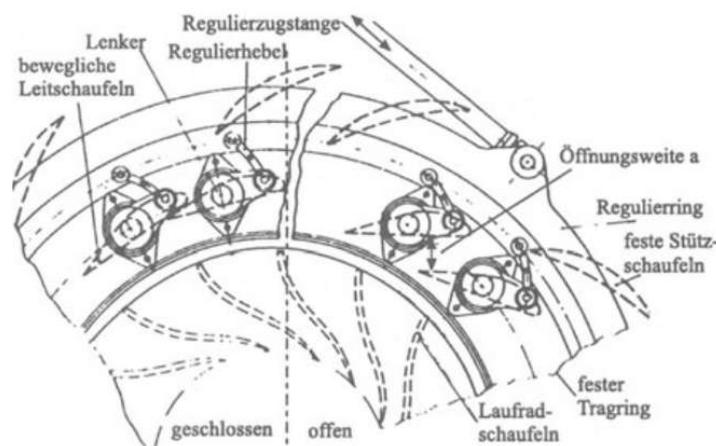
Unter Zuhilfenahme der verlustfreien spezifischen Stutzenarbeit  $Y_T^* = c_{2u}u_2 - c_{3u}u_3$  kann die zur Verfügung stehende hydraulische Energie ausgedrückt werden:

$$P_h = \rho \cdot Q \cdot \underbrace{gH}_{Y_T^*}. \quad (2.8)$$

Die Einströmgeschwindigkeit  $\bar{c}_2$  kann durch verschiedene Regelvorrichtungen verändert werden, während die Abströmgeschwindigkeit  $\bar{c}_3$  nur vom Betriebszustand der Turbine abhängt. Im optimalen Betrieb verläuft die Relativgeschwindigkeit  $\bar{w}_2$  am Eintritt tangential zu den Laufradschaufeln, damit keine Stoßverluste auftreten. Aus Gleichung 2.6 ist ersichtlich, dass das Drehmoment  $M_T$  maximal wird, wenn der axiale Anteil der Absolutgeschwindigkeit  $\bar{c}_{3u}$  zu Null wird. Das bedeutet eine drallfreie Abströmung und ist der Auslegungspunkt der Turbine.

Die Regelung einer Francis-Turbine erfolgt mittels dem Laufrad vorangestellten Leitschaufeln (siehe Abbildung 2.5). Diese sind verdrehbare Schaufeln, welche über einen Leitring verbunden sind. Mittels eines Servomotors beispielsweise können über die Verdrehung der Leitschaufeln die Durchflussmenge und der Anströmwinkel auf die Laufradeintrittskante gesteuert werden.

Der Wirkungsgrad der Turbine  $\eta_T$  ist von der Wahl des Lastpunktes abhängig und lässt sich in einem Kennfeld für den gesamten Betriebsbereich darstellen. Der Betriebspunkt, bei dem der maximale Wirkungsgrad erreicht wird, wird als *Best Efficiency Point* (BEP) bezeichnet. Wird ein Betriebszustand eingestellt, in dem die erzeugte Leistung geringer ist als im BEP, so wird dies als Teillast bezeichnet. Liegt die erzeugte Leistung über dem BEP, ist von Volllast die Rede.



**Abbildung 2.5:** Anordnung und Funktionsprinzip des Leitrades einer Francis-Turbine [9]

### 2.1.4 Wirkungsgradkennfeld

Der Betriebsbereich einer Francis-Turbine definiert sich in Abhängigkeit von Fallhöhe und Durchflussrate und kann mit Hilfe des Wirkungsgradkennfelds, bestehend aus Kurvenschaaren von Leitschaufelöffnung  $a_0$ , Turbinenwirkungsgrad  $\eta_T$  und von der Welle abgeführten Leistung  $P_m$ , dargestellt werden. Die Messung dieser Werte wird für gewöhnlich an einer geometrisch ähnlichen Modell-Turbine im Labor durchgeführt. Um die Messergebnisse des Modells auf die reale Turbine zu übertragen, werden Einheitsdurchfluss  $Q_{11}$  und Einheitsdrehzahl  $n_{11}$  verwendet und sind als Durchfluss bzw. Drehzahl einer geometrisch ähnlichen Turbine mit Durchmesser  $D = 1$  m und Fallhöhe  $H = 1$  m definiert.

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad n_{11} = n \cdot \frac{D}{\sqrt{H}} \quad (2.9)$$

Es ist darauf zu achten, dass es sich bei den Einheitswerten um bezogene Werte handelt und diese Gleichungen daher nicht Dimensionsecht sind. Des Weiteren folgen Verluste bzw. Wirkungsgrad  $\eta_T$  nicht genau den Ähnlichkeitsgesetzen, und es ist eine halbempirische Umrechnungsformel zu verwenden, die die Reynoldszahl  $Re$  miteinbezieht. Es sei hier als Beispiel die Formel von Hutton erwähnt (siehe dazu auch [9]).

#### Turbinenwirkungsgrad

Der Gesamtwirkungsgrad oder auch Turbinenwirkungsgrad  $\eta_T$  wird definiert als Verhältnis von der Welle abgeführten Leistung und hydraulisch zur Verfügung stehenden Leistung und erfasst die gesamten Verluste der Anlage und kann in inneren ( $\eta_i$ ) und mechanischen äußeren ( $\eta_a$ ) Wirkungsgrad unterteilt werden.

$$\eta_T = \frac{P_{el}}{P_h} = \eta_i \cdot \eta_a \quad (2.10)$$

Der innere Wirkungsgrad  $\eta_i$  beinhaltet jene Verluste, die auf der hydraulischen Seite entstehen. Dazu zählen hydraulische Verluste  $\eta_h$ , volumetrische Verluste  $\eta_V$  und Radseitenreibungsverluste  $\eta_R$ .

$$\eta_i = \eta_h \cdot \eta_V \cdot \eta_R \quad (2.11)$$

Zwischen Laufradeintritt und Laufradaustritt wird ein Teil der Strömungsenergie durch irreversible Vorgänge, wie Reibung, Verwirbelungen und Umlenkungen in Wärme oder Schall umgewandelt und die theoretisch zur Verfügung stehende Energie kann nicht vollständig genutzt werden. Diese Verluste beschreiben den größten Anteil der inneren Verluste und können mit der Definition des hydraulischen Wirkungsgrades bzw. Schaufelwirkungsgrades  $\eta_h$  aus dem Verhältnis zwischen effektiv an die Welle übertragene Leistung  $P_m$  (2.7) und theoretisch zur Verfügung stehenden Leistung  $P_h$  (2.8) erfasst werden.

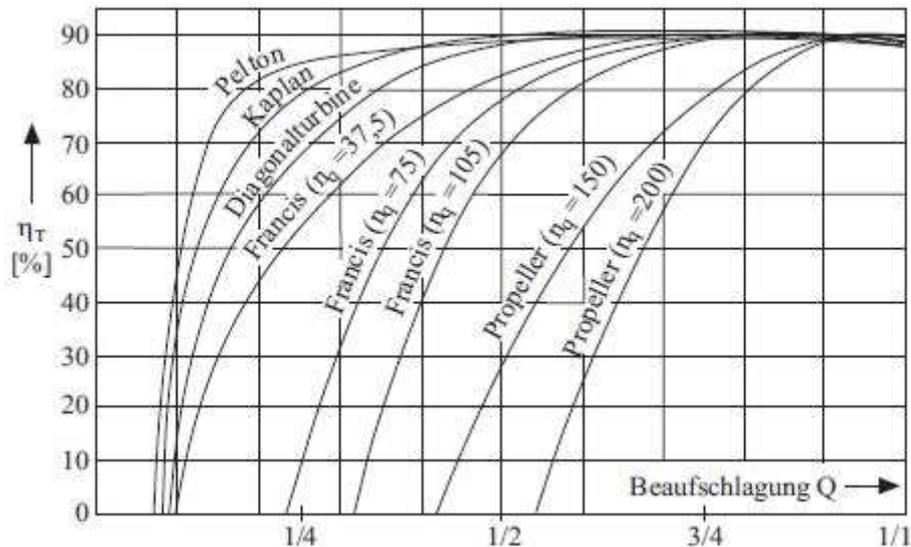
$$\eta_h = \frac{P_m}{P_h} = \frac{M \cdot \omega}{QH\rho g}. \quad (2.12)$$

Der volumetrische Wirkungsgrad  $\eta_V$  beinhaltet die Spaltstromverluste, also den Massenstrom, der durch einen konstruktionsbedingten Spalt am Laufrad vorbei von Druck- zur Saugseite fließt. Radseitenreibungsverluste  $\eta_R$  entstehen durch Reibung an der Laufradaußenwand.

Der mechanische Wirkungsgrad  $\eta_a$  fasst Verluste durch Reibung in Lagern, Kuppelungen, Getriebe etc. sowie Energieverbrauch für die Eigenversorgung der Anlage zusammen.

In Abbildung 2.6 sind die Wirkungsgradverläufe unterschiedlicher Turbinentypen über den Durchfluss aufgetragen. Aus den Verläufen ist ersichtlich, dass durch die Durchflussregelung der Wirkungsgrad beeinflusst werden kann. Der Wirkungsgradverlauf für Pelton-Turbinen ist sehr flach, da auch bei unterschiedlichen Durchflüssen, die Düsenaustrittsgeschwindigkeit aufgrund der konstanten Fallhöhe sich kaum ändert. Je nach Bauform und spezifischer Drehzahl  $n_q$  können Wirkungsgrade zwischen 88-90% erreicht werden. Die meisten Ausführungen der Kaplan-Turbine besitzen verstellbare Leit- und Laufradschaufeln. Diese Flexibilität erlaubt es, in einem großen Durchflussbereich eine drallfreie Abströmung zu erreichen und dadurch den Wirkungsgradverlauf ebenfalls sehr flach zu halten. Die Durchflussregelung der Francis-Turbine beschränkt sich lediglich auf die Leitschaufeln, wodurch die Abströmung nicht weiter beeinflusst werden kann. Dies hat eine spitz zulaufenden Wirkungsgrad zur Folge, der für größere spezifische Drehzahlen immer spitzer wird. Im Bereich von  $n_q = 40-60 \text{ min}^{-1}$  wird jedoch bei einer Durchfluss-Beaufschlagung

von 65-95% ein Wirkungsgrad von 90-93% erreicht und kann somit einen höheren maximalen Wirkungsgrad erzielen als Pelton-Turbinen [9].



**Abbildung 2.6:** Turbinenwirkungsgradverlauf verschiedener Wasserkraftturbinen. [15]

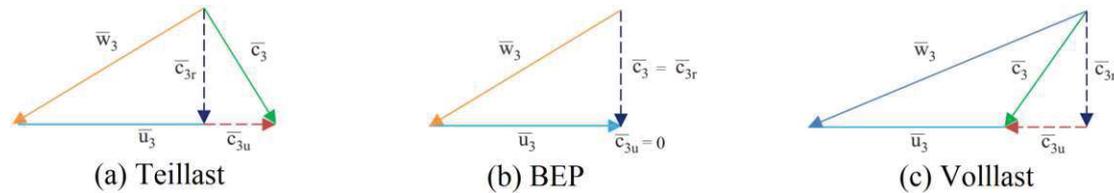
### 2.1.5 Instationäre Strömungsphänomene

Die Regelung von Francis-Turbinen erfolgt durch Durchflussänderung bei konstanter Drehzahl  $n$  mittels Leitapparat und führt zu einer Richtungs- und Betragsänderung der Absolutgeschwindigkeiten, sowohl im Laufradeintritt als auch im Laufradaustritt. Abhängig vom Betrieb der Turbine können verschiedene instationäre Strömungsphänomene auftreten. Mit diesen Phänomenen gehen Druckschwankungen einher, welche sich je nach Amplitude und Frequenz negativ auf die Bauteile des Maschinensatzes auswirken können.

#### Wirbelzopf

Aufgrund der unbeweglichen Laufschaufeln können sich bei Betrieb außerhalb des BEPs instabile Strömungsverhältnisse im Saugrohrkonus bilden. Abbildung 2.7 zeigt die Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradaustritt für verschiedene Betriebszustände. Im theoretischen Optimum (BEP) verschwindet die Geschwindigkeitskomponente in

Umfangsrichtung ( $\overline{c_{3u}} = 0$ ), wobei in der Praxis ein geringer Restdrall behalten wird, um die Strömung im Konus zu stabilisieren und Strömungsabriss zu vermeiden [21].



**Abbildung 2.7:** Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradaustritt.  $\overline{c_{3r}}$  und  $\overline{c_{3u}}$  sind absolute Strömungsgeschwindigkeiten in radialer und tangentialer Richtung;  $\overline{u_3}$  ist die Umfangsgeschwindigkeit der Laufrades am Laufradaustritt;  $\overline{w_3}$  ist die Relativgeschwindigkeit (adaptiert von [12]).

Im Teillast- bzw. Volllastbetrieb verlässt die Strömung den Schaufelkanal mit einem anderen Winkel als im BEP, wodurch eine beträchtliche Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung ( $\overline{c_{3u}}$ ) entsteht. In Teillast, in der ein geringerer Durchfluss herrscht, verläuft die tangetiale Strömungsgeschwindigkeit  $\overline{c_{3u}}$  in Drehrichtung des Laufrades (Abbildung 2.7(a)). Der durch den geringeren Öffnungswinkel der Leitschaufeln verursachte Drall kann im Schaufelkanal nicht vollständig in ein Drehmoment umgewandelt werden. In Volllast ist der Leitapparat weiter geöffnet, um einen größeren Durchfluss zu erzielen, wobei der Drall jedoch geringer als im BEP ist und sich eine tangentiale Geschwindigkeitskomponente entgegen der Laufraddrehrichtung entwickelt (Abbildung 2.7(c)) [12].

Diese Abweichungen des Strömungswinkels am Laufradaustritt führen zu starken Verwirbelungen im Saugrohrkonus. In der Teillast entwickelt sich ein helixförmiger Wirbel, in dessen Zentrum sich Kavitationsblasen bilden können, die als Wirbelzopf bezeichnet werden (siehe Abbildung 2.8(a)). Der Wirbelzopf rotiert mit einer Frequenz von  $0.2 - 0.4 \cdot f_0$  der Drehfrequenz des Laufrades in die gleiche Richtung wie das Laufrad. Diese Frequenz ist auch als Rheingans Frequenz bekannt [16]. In Volllast verläuft die Rotationsrichtung des Wirbels entgegen der Laufraddrehrichtung und bildet einen axialen Wirbelzopf im Zentrum des Konus (Abbildung 2.8(b)). Mit dem Wirbelzopf gehen Schallbildung und Schwingungen einher und wirken sich negativ auf die Lebensdauer der gesamten Maschine aus.

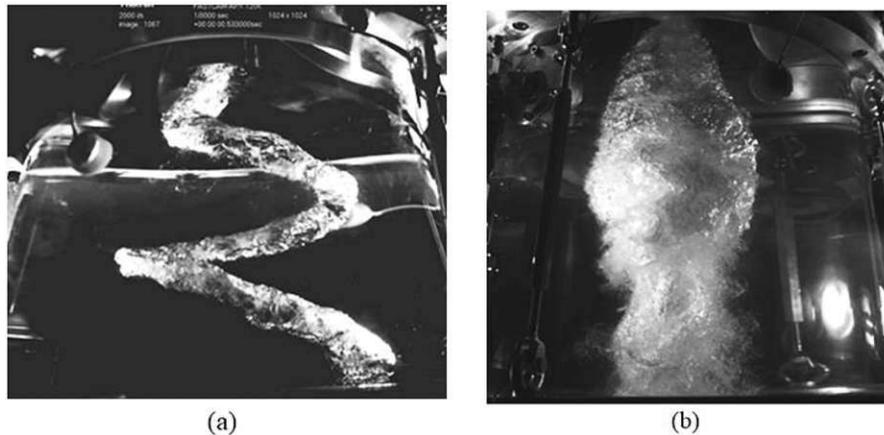


Abbildung 2.8: Wirbelzopf einer Francis-Turbine in (a) Teillast, (b) Volllast [1]

### Rotor-Stator-Interaktion - RSI

Während das Laufrad rotiert, passieren die Laufradschaufeln die Leitschaufeln. Die Interaktion zwischen Leitschaufeln und Laufradschaufeln führt zu Druckschwankungen, welche mit der sogenannten *Blade Passing Frequency* auftreten.

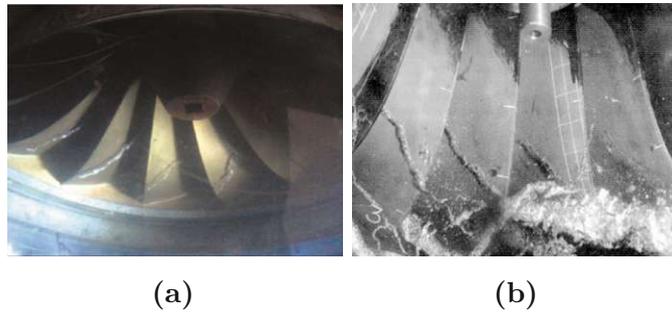
$$f_{BP} = z_g \cdot f_0. \quad (2.13)$$

Mit der Anzahl an Leitschaufeln  $z_g$ . Dieses Phänomen tritt in allen Lastpunkten auf. Im BEP ist die RSI die einzige dynamische Erregung der Anlage. Langsamläufige Turbinen mit geringer spezifischer Drehzahl  $n_q$  erfahren größere Amplituden aufgrund höherer Druckdifferenzen und kleineren Spaltbreiten zwischen Leit- und Laufradschaufeln. Bei Hochdruckturbinen zählt die RSI zu den wichtigsten Ursachen für Ermüdungsbrüche des Laufrades und muss schon im Designprozess mitberücksichtigt werden [20].

### Kanalwirbel

Wird der Leitapparat weit geschlossen, um den Durchfluss stark zu reduzieren, ist von tiefer Teillast die Rede. In diesem Bereich weicht der Eintrittswinkel der Strömung stark von dem Schaufelkantenwinkel ab. Durch diese Diskrepanz können Wirbel entstehen, die Druckfluktuationen hervorrufen und sogar zu Kavitation führen können. Diese Wirbel werden als Kanalwirbel bezeichnet (siehe Abbildung

2.9). Kanalwirbel werden besonders bei schnellläufigen Turbinen häufig beobachtet.



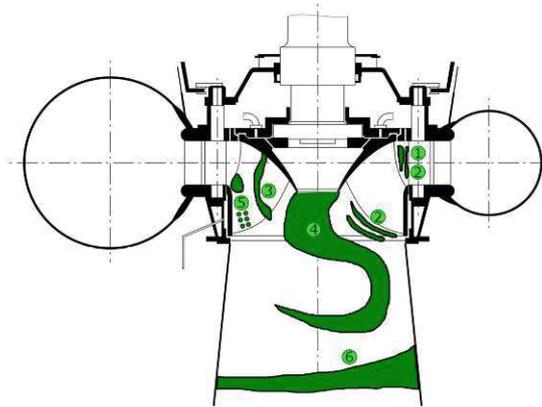
**Abbildung 2.9:** Kanalwirbel aus Experimenten von (a) Guo. et al. [10] und (b) Trivedi et al.[24].

Guo et al. definieren drei verschiedene Typen von Kanalwirbeln, Typ I, Typ II und Typ III [11]. Typ I Kanalwirbel bilden sich an der Oberkante der Druckseite des Schaufelblattes und verlaufen mittig durch den gesamten Schaufelkanal. Typ II Kanalwirbel bilden sich ebenfalls an der Oberkante des Schaufelblattes, aber an der Saugseite in der Nähe der Abströmkante. Typ III Kanalwirbel entstehen an der Unterkante des Schaufelblattes an der Druckseite und ziehen sich auf die Saugseite des benachbarten Schaufelblattes.

Weitere Untersuchungen zu Kanalwirbeln wurden von Conrad et al. [4] und Yamamoto et al. [28] durchgeführt.

Andere Strömungsphänomene können ebenfalls auftreten, werden in dieser Arbeit jedoch nicht weiter behandelt. Der Vollständigkeit halber sind sie hier aufgelistet und in Abbildung 2.10 dargestellt.

- *Hinterkantenablösung:* Strömungsabriss und Verwirbelungen am Ende des Schaufelblatts.
- *Kavitation:* Dampfblasen, die entstehen, wenn der Druck unter den Dampfdruck des Wassers gerät. Diese Blasen brechen in sich zusammen und schädigen das Schaufelblatt.
- *Free-Surface Oscillation:* Oszillationen der freien Wasseroberfläche im Saugrohrkonus bei entwässertem Laufrad.



**Abbildung 2.10:** Strömungsphänomene in einer Francis-Turbine. (1) RSI, (2) Hinterkantenablösung, (3) Kanalwirbel, (4) Wirbelzopf, (5) Kavitation, (6) Free-Surface Oscillation [7]

## 2.2 CFD - Numerische Strömungsmechanik

Die Numerische Strömungsmechanik (engl. *Computational Fluid Dynamics* - CFD) ist ein Teilgebiet der Strömungsmechanik, das numerische Analysis zur Untersuchung von Fluid-Strömungen verwendet. Mit dem extremen Wachstum der Rechenleistung von Computern seit den Neunzigerjahren hat die CFD in der Strömungsmechanik immer mehr an Bedeutung gewonnen und ist aus der Industrie heutzutage nicht mehr wegzudenken.

Die CFD befasst sich mit der Lösung von Modellgleichungen, die physikalische Begebenheiten von Fluid-Strömungen beschreiben. Diese Modellgleichungen sind in der Regel nicht-linear und können ohne starke Vereinfachungen nicht analytisch gelöst werden. Um diese Gleichungen dennoch lösen zu können, wurden Algorithmen entwickelt, die iterativ die Lösung approximieren. Dazu werden die Modellgleichungen, welche in kontinuierlicher, differenzieller Form formuliert sind, in einem bestimmten Rechengbiet an diskreten Orten diskretisiert, wodurch ein lineares Gleichungssystem erstellt und gelöst werden kann. In der Industrie ist die Finite Volumen Methode zur Diskretisierung am weitesten verbreitet, da sie auch komplexe Geometrien verarbeiten kann. Dabei wird das Rechengbiet in eine Vielzahl von Kontrollvolumina aufgeteilt und es werden die Modellgleichungen für jedes Teilvolumen in integraler Form gelöst.

## 2.2.1 Grundgleichungen

Die grundlegenden Gleichungen, die in der CFD verwendet werden, sind die sogenannten Navier-Stokes Gleichungen. Sie sind das Gleichungssystem, bestehend aus der Kontinuitätsgleichung und Impulserhaltung, für newtonische Flüssigkeiten.

Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.14)$$

Für inkompressible Fluide - sprich konstanter Dichte - gilt  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  und die Gleichung lässt sich vereinfachen zu:

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.15)$$

Da die Divergenz der Geschwindigkeit in diesem Fall Null ist, bedeutet dies, dass sich in dem Kontrollvolumen keine Quellen oder Senken befinden. Demnach besagt die Kontinuitätsgleichung, dass innerhalb eines Kontrollvolumens die Masse des Fluids erhalten bleibt.

Die Impulsbilanz führt zu den Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible newtonische Flüssigkeiten und folgen aus dem 2. Newton'schen Gesetz für Fluide und sind nichtlineare partielle Differentialgleichungen.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2.16)$$

In dieser Gleichung sind die Terme von links nach rechts die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit, Änderung der Geschwindigkeit zufolge Konvektion, Druckterm, diffusiver Anteil mit der kinematischen Viskosität  $\nu = \mu/\rho$  und  $\mathbf{g}$  beinhaltet alle Kräfte, die auf von außen auf das Fluid wirken - in den meisten Fällen wird hier nur die Gravitationskraft mitberücksichtigt. Diese Differenzialgleichung kann nur für spezielle Fälle analytisch gelöst werden. Grund dafür ist der nicht-lineare konvektive Term.

Diese Gleichungen können nur numerisch angenähert werden. Dazu werden iterative Ansätze benötigt. Besonders im Fall der Turbulenz müssen weitere Transportglei-

chungen modelliert und gelöst werden.

## 2.2.2 Turbulenzmodellierung

Als Turbulenz wird die chaotische Bewegung der Fluidteilchen in einer Strömung bezeichnet, in der die Trägheitskräfte sehr groß gegenüber den viskosen Kräften sind - sprich für hohe Reynoldszahlen. Sie zeichnet sich durch Verwirbelungen von den größten bis hin zu den kleinsten Längenskalen aus. Richardson [17] hat 1922 ein Modell entwickelt, nachdem dem Fluid auf den größten Skalen über Randbedingungen und Gemoetrie Energie zugeführt wird, welche die größten Wirbelstrukturen stark beeinflussen. Diese instabilen Wirbel zerfallen in kleinere Wirbel, welche wiederum in noch kleinere Wirbel zerfallen. Dieser Prozess wird als Energiekaskade bezeichnet. Er findet solange statt bis die kleinste Längenskala erreicht wird, wo die Energie der kleinsten Wirbel durch viskose Effekte in Wärmeenergie umgewandelt wird (siehe Abbildung 2.11). In diesem Bereich ist die turbulente Strömung im Mittel homogen und isotrop. Diese kleinste Skala wird *Kolmogorov-Skala* genannt und ist nur mehr von der Viskosität und der Dissipationsrate abhängig.

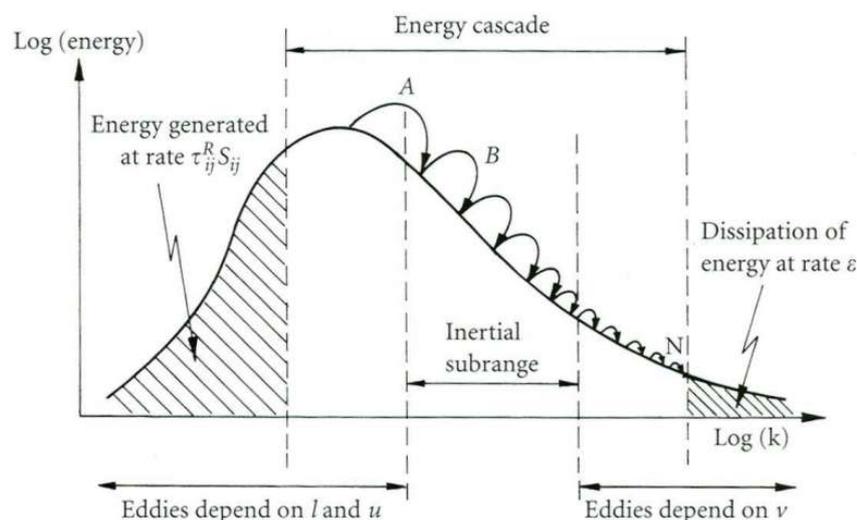


Abbildung 2.11: Modellhafte Darstellung der Energiekaskade [5]

Es sind sehr hohe Raum- und Zeitaufösungen in der Numerik notwendig, um die Strömung bis zur *Kolmogorov-Skala* auflösen zu können. Für ausgewählte einfache Fälle ist es möglich, diese kleine Skala aufzulösen und dabei ist dann von der *Direct*

*Numeric Simulation* (DNS) die Rede. Mit der heutigen zur Verfügung stehenden Rechenleistung ist solch eine Auflösung jedoch in den Regel nicht umsetzbar. Stattdessen behilft man sich mit einer Turbulenzmodellierung. Die verschiedenen gängigen Modellierungen lassen sich durch ihre Ansätze in zwei Gruppen unterscheiden:

- Large Eddy Simulation (LES)
- Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

### LES-Modelle

Die LES (*Large Eddy Simulation*) befasst sich mit der Berechnung der Navier-Stokes-Gleichungen für großskalige Strukturen der turbulenten Strömung, während die kleinskaligen Strukturen nicht explizit aufgelöst werden. Um die Navier-Stokes-Gleichungen für die großskaligen Größen zu erhalten, wird eine sogenannte räumliche Filterfunktion  $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta)$  auf die Größen und Gleichungen angewandt, sodass gilt:

$$\overline{u_i(\mathbf{x}, t)} = \int_V u_i(\mathbf{x}', t) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta) dV'. \quad (2.17)$$

Das so gefilterte Geschwindigkeitsfeld ist ein räumlich gewichtetes Mittel. Mit der Filterfunktion<sup>1</sup> und der in ihr definierten Filterweite  $\Delta$  bestimmt man die Größe der kleinsten aufgelösten Skala. Die Transportgrößen werden dann wie folgt aufgeteilt:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.18)$$

Die Größe  $\bar{\phi}$  wird explizit berechnet und  $\phi'$  stellt den Anteil der kleinskaligen Größe dar. Für diese sogenannten *Sub Grid Scales* (SGS) werden Modelle angewandt, um deren Effekte mitberücksichtigen zu können.

Die Bewegungsgleichungen folgen aus der Filterung der Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\partial_t \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \partial_j \bar{p} + \nu \partial_j^2 \bar{u}_i - \frac{1}{\rho} \partial_j \underbrace{(\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)}_{\tau_{ij}^S}, \quad (2.19)$$

<sup>1</sup>z.B. Stufenfunktion (Box-Filter), Gauß-Filter oder Fourier-Filter

$$\partial_j \bar{u}_j = 0. \quad (2.20)$$

Diese gefilterte Navier-Stokes-Gleichung beschreibt alle Skalen bis hin zur Filterweite  $\Delta$ . Der letzte Klammerausdruck in Gleichung 2.19 ist der Spannungstensor, der die sogenannten subgrid-scale stresses beschreibt und wird als  $\tau_{ij}^S$  bezeichnet. Bei der LES gilt es nun, diesen SGS-Tensor zu modellieren.

Ein Modell zur Bestimmung dieses Tensors ist das Wirbelviskositätsmodell, bei dem der SGS-Spannungstensor proportional zum Spannungstensor der gefilterten Geschwindigkeit gesetzt wird.

$$\tau_{ij}^S - \frac{\tau_{kk}^S}{3} \delta_{ij} = -\nu_T (\partial_i \bar{u}_j + \partial_j \bar{u}_i) \quad (2.21)$$

Für inkompressible Fluide verschwindet die Spur des Spannungstensors und muss deshalb noch auf der linken Seite abgezogen werden - die Spur wird meist dem Druckgradienten zugeschlagen. Die turbulente kinematische Viskosität  $\nu_T$  wird meist über algebraische Zusammenhänge definiert. Dazu kann man die Dimensionsanalyse  $\nu = L \times V$  verwenden. Die Längenskala  $L$  ist leicht über die Filterweite  $\Delta$  definiert. Die Schwierigkeit in der LES ist die Definition der Geschwindigkeitsskala.

Eine mögliches Modell zur Bestimmung der Geschwindigkeitsskala hat Smagorinsky 1963 entwickelt. Smagorinsky geht von der Hypothese aus, dass bei einer bestimmten Geschwindigkeitsskala die gesamte kinetische Energie sofort und vollständig dissipiert. Als Geschwindigkeitsskala  $V$  wird die Variation der gefilterten Geschwindigkeit verwendet:

$$V = \Delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \Delta \bar{S}. \quad (2.22)$$

Dabei ist  $\bar{S}$  die Dehnrate des gefilterten Geschwindigkeitsfeldes, welche mit  $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$  zur Definition der turbulenten kinematischen Viskosität

$$\nu_T = (C_S \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (2.23)$$

führt. Mit der sogenannten Smagorinsky-Konstanten  $C_S = 0.18$ .

Das Smagorinsky-Modell lässt sich leicht implementieren, hat aber einige Nachteile. So ist beispielsweise die Dissipation in Gebieten laminarer Scherströmungen zu hoch. Gebiete in Wandnähe und laminar-turbulente Umschläge benötigen Sonderbehandlungen und der Energietransfer von kleinen zu großen Skalen (*back-scatter*) ist nicht möglich. Weiters ist die Smagorinsky-Konstante nicht eindeutig global definiert.

## RANS-Modelle

Eine andere Möglichkeit zur Turbulenzmodellierung ist die Untersuchung der gemittelten Strömung. Dies kann mittels der sogenannten *Reynolds Averaged Navier Stokes Equations* (RANS) umgesetzt werden. Dabei werden die Transportgrößen in ihre Mittelwerte und Schwankung zu deren Mittelwerten dargestellt (Reynolds-Zerlegung).

Die sogenannten Ensembl-Mittelung ist als Mittelung über eine genügend große Anzahl an Realisationen der Strömung definiert.

$$\overline{f(\mathbf{x}, t)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{\infty} f^{(n)}(\mathbf{x}, t) \quad (2.24)$$

Unter Anwendung dieser Mittelung können die Transportgrößen wie folgt dargestellt werden:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.25)$$

Dabei repräsentiert  $\bar{\phi}$  die gemittelte Größe und  $\phi'$  die Schwankungsgröße. Setzt man diesen Ansatz in die Navier-Stokes Gleichung ein und mittelt diese, erhält man die sogenannten Reynoldsgleichungen (inklusive der gemittelten Kontinuitätsgleichung):

$$\partial_j \bar{u}_j = 0 \quad (2.26)$$

$$\partial_i \bar{u}_i + \bar{u}_j \partial_j \bar{u}_i = -\frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \partial_j \left\{ \bar{\tau}_{ij} - \overline{u'_j u'_i} \right\} \quad (2.27)$$

mit dem viskosen Spannungstensor

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{1}{2} [\partial_j \bar{u}_i + \partial_i \bar{u}_j] \cdot 2\nu. \quad (2.28)$$

Der Ausdruck  $-\overline{u'_j u'_i}$  wird als reynoldscher Scheinspannungstensor bezeichnet. Dieser Tensor beinhaltet die Schwankungsgrößen der turbulenten Strömung. Über die Mittelung fallen diese Terme nämlich nicht weg. Das Gleichungssystem ist dadurch unbestimmt. Es gilt nun weitere Gleichungen zu finden, um dieses Gleichungssystem lösen zu können. Dies wird das *Schließungsproblem* genannt.

Die meisten Ansätze zur Schließung des Problems basieren auf der sogenannten Boussinesq-Annahme. Diese geht davon aus, dass die Schwankungsgrößen analog zu den Schubspannungen ermittelt werden können:

$$\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \cdot (\partial_j \bar{u}_i + \partial_i \bar{u}_j) \quad (2.29)$$

Es gilt nun, Modelle zu erstellen, mit denen man die sogenannte turbulente Viskosität  $\nu_t$  berechnen kann, um das Gleichungssystem zu schließen. Die Modelle werden nach der Anzahl an hinzugezogenen Differentialgleichungen geordnet und werden wie folgt benannt:

- 0-Gleichungsmodelle
- 1-Gleichungsmodelle
- 2-Gleichungsmodelle

0-Gleichungsmodelle verwenden keine weitere Differentialgleichung, sondern verwenden lediglich algebraische Gleichungen. 1-Gleichungsmodelle stellen eine Differentialgleichung für die spezifische turbulente Energie  $k$  auf. Diese kann mit einer Annahme von Prantl und Kolmogorov verwendet werden, um die turbulente Viskosität zu berechnen - als Beispiel hierfür ist das Modell von Spalart und Allmaras [22] zu vermerken. 2-Gleichungsmodelle verwenden zwei Differentialgleichungen zur Beschreibung der Intensität und der Struktur (bzw. Größenskala) der turbulenten Strömung. Die Erste davon ist in den meisten Fällen ebenfalls die spezifische turbulente Energie  $k$ , welche die Intensität der turbulenten Strömung beschreibt. Für die zweite Differentialgleichung werden verschiedene Größen zur Bestimmung der Größenskala gewählt. Zu den bekanntesten Beispielen zählen die

turbulente Dissipationsrate  $\epsilon$  und die spezifische turbulente Dissipation  $\omega = \frac{\epsilon}{k\beta^*}$  mit der Modellkonstanten  $\beta^* = 0.09$ . Diese Formulierungen eignen sich gut zur Modellierung von stationären turbulenten Strömungen.

Die  $\epsilon$ - und  $\omega$ -Gleichungen werden in Analogie zur  $k$ -Gleichung modelliert. Dabei werden hauptsächlich Argumente der Dimensionsanalyse und empirischer Annahmen genutzt. Zwar ermöglicht diese Formulierung eine vergleichsweise einfache Modellierung, zieht jedoch auch einige Nachteile mitsich. So können physikalische Effekte und wichtige Terme bei der Herleitung nicht mitberücksichtigt und weitere Effekte wie Kompressibilität, Auftrieb usw. nicht Term für Term modelliert werden [13].

Es wurde schon früher eine fundamentale Formulierung für die Bestimmung der Größenskala von Rotta entwickelt [18, 19]. Dabei hat Rotta zur Bestimmung der Längenskala eine Transportgleichung für  $kL$  hergeleitet, wobei hier  $L$  eine integrale Längenskala der Turbulenz und  $k$  die turbulente kinetische Energie darstellt. Diese Gleichung repräsentiert die großen Skalen der Turbulenz. Diese Formulierung besitzt zwar große Nachteile gegenüber dem  $k$ - $\epsilon$ -Modell (Schwierigkeiten bei der Anpassung an das logarithmische Wandgesetz), hat aber die Besonderheit, dass eine Längenskala im Produktionsterm der  $kL$ -Gleichung auftaucht, welche die dritte Ableitung der Geschwindigkeit beinhaltet. Dieses Modell dient als Grundlage zur Formulierung des sogenannte *Scale Adaptive Simulation*-Modells (SAS) [13].

## SAS-Modell

Rottas Modell beinhaltet für die Gleichung der Längenskala einen Term mit der dritten Ableitung der Geschwindigkeit. Dieser Term stellte sich jedoch als problematisch heraus (physikalisch nicht intuitiv, produziert das falsche Vorzeichen in der logarithmischen Unterschicht) und wurde deshalb nie im Modell umgesetzt. Menter und Egorov haben dieses Modell tiefgehend untersucht und konnten zeigen, dass statt der dritten Ableitung die zweite Ableitung der Geschwindigkeit physikalisch sinnvoller und sehr vorteilhaft ist.

In Strömungen mit dominanten Scherspannungen in  $y$ -Richtung kann die folgende Längenskala definiert werden (mit Einstein-Summenkonvention):

$$kL = \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ii}(\mathbf{x}, r_y) dr_y. \quad (2.30)$$

Hierbei ist  $k$  die turbulente kinetische Energie,  $3/16$  ist ein willkürlich gewählter Skalierungsfaktor und  $R_{ii}(\mathbf{x}, r_y)$  ist die Spur des sogenannten Zwei-Punkt Korrelations-Tensors  $R_{ij}$  zwischen zwei Flüssigkeitspartikeln an der Stelle  $\mathbf{x}$  und in der Entfernung  $r_y$ .  $R_{ij}$  ist definiert als:

$$R_{ij} = \overline{u_i(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x} + r_y)}. \quad (2.31)$$

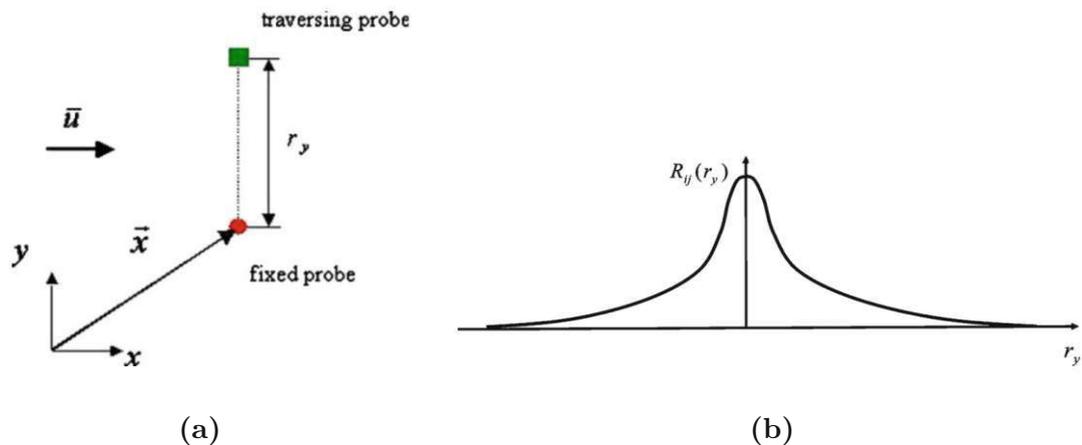
Es ergibt Sinn, dass diese Korrelations-Funktion ihr Maximum bei  $r_y = 0$  hat und gegen Null geht für große Abstände, wie in Abbildung 2.12 skizziert. Es ist auch leicht zu erkennen, dass es sich bei der Längenskala  $L$  um die Fläche unter der Korrelationsfunktion (diviert durch  $k$ ) handelt. Rotta hat diese Erkenntnis genutzt, um eine Transportgleichung für  $kL$  herzuleiten. Dabei taucht folgender Term in der Transportfunktion (in  $x$ -Richtung) auf (die vollständige Gleichung ist in [18] zu finden):

$$-\frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_y u(\mathbf{x} + r_y) R_{12} dr_y. \quad (2.32)$$

Um diesen Term zu modellieren, hat Rotta den Term als Taylor-Reihe angeschrieben und nach dem dritten Term abgebrochen.

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \partial_y U(\mathbf{x} + r_y) R_{12} dr_y \rightarrow \\ & \partial_y u(\mathbf{x}) \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} dr_y + \partial_y^2 u(\mathbf{x}) \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y + \frac{1}{2} \partial_y^3 u(\mathbf{x}) \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y^2 dr_y. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Rotta behauptet, dass der Term der zweiten Ableitung vernachlässigbar klein ist und die dritte Ableitung den größten Beitrag zum Integral leistet. Grund dafür ist, dass die Korrelationsfunktion für homogene Turbulenz symmetrisch entlang der  $y$ -Achse ist, und damit das Produkt  $R_{12} r_y$  asymmetrisch und das Integral zu Null wird.



**Abbildung 2.12:** (a) Skizze einer Zwei-Punkt Korrelationsmessung, (b) Zwei-Punkt Korrelation für homogene Turbulenz [13]

Menter und Egorov argumentieren jedoch, dass die Korrelation in der logarithmischen Unterschicht in Wandnähe nicht außer Acht gelassen werden darf. Da die Größe der großen turbulenten Wirbel mit der Entfernung zur Wand linear steigt hat dies eine asymmetrische Verteilung der Korrelationsfunktion zur Folge (siehe Abbildung 2.13), wodurch die zweite Ableitung nicht vernachlässigt werden kann.

Mit der Inklusion der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit kann eine Transportgleichung der Längenskala hergeleitet werden, die einen zusätzlichen Quellterm mit der *von Karman*-Längenskala ( $L_{vK}$ ) beinhaltet.

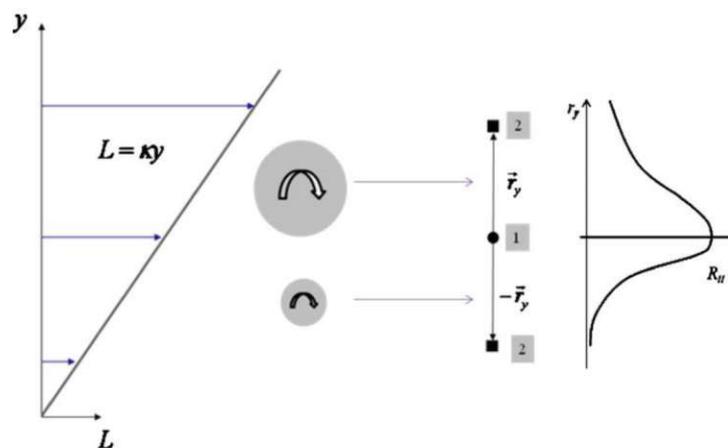
$$L_{vK} = \kappa \left| \frac{\partial_y u}{\partial_y^2 u} \right|. \quad (2.34)$$

Dadurch erlaubt das Modell eine Auflösung verschiedener Längenskalen unabhängig von der Scherschichtdicke (shear layer thickness). Die Längenskala für homogene Turbulenz ist mit der Dicke der turbulenten Schicht gegeben und klassische Modelle (wie  $k$ - $\epsilon$  oder  $k$ - $\omega$ ) können diese Skala auch korrekt bestimmen, besitzen jedoch nicht die Fähigkeit, andere Längenskalen für inhomogenen Strömungen zu ermitteln [13].

Modelle, die die von Karman-Längenskala beinhalten, sind in der Lage, die inhärenten Skalen der mittleren Strömung, unabhängig von der Dicke der turbulenten Schicht, zu erkennen und die Größenordnungen der Wirbelviskosität auch für instationäre Strömungen zu bestimmen. Aufgrund dieser Fähigkeit werden Modelle

dieser Art als *Scale Adaptive Simulation* (SAS) Modelle bezeichnet. Regionen stabiler turbulenter Strömung werden im sogenannten RANS-Modus gelöst, während in Regionen instabiler Strömung das turbulente Spektrum ähnlich wie LES-Modelle aufgelöst werden kann.

In der kommerziellen Software CFX ist das SAS-SST-Modell für instationäre Berechnungen implementiert. Aufgrund seiner guten Anpassungsfähigkeit und der Kenntnis, dass die Strömung in der Prototypmaschine sowohl stabile als auch instabile turbulente Strömungen aufweisen wird, wird dieses Modell für die vorliegende Arbeit eingesetzt.



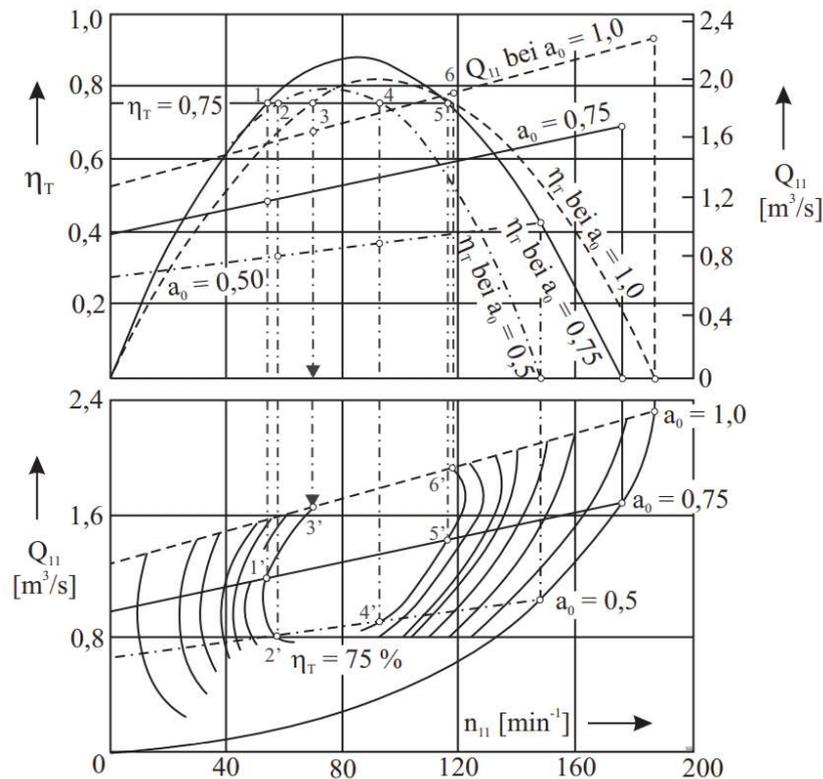
**Abbildung 2.13:** Skizze der Zwei-Punkt-Korrelation in einer inhomogenen Strömung in der logarithmischen Unterschicht mit linearer Variation von  $L$  [13]

## 2.3 Kennfeldgenerierung

Zur Erstellung des Kennfelds der Maschine werden die Modellgrößen  $Q_M$ ,  $h_M$ ,  $n_M$  und  $\eta_M$  an der Modellmaschine gemessen und die Einheitsgrößen  $Q_{11}$  und  $n_{11}$  nach Gleichungen 2.9 bestimmt. Die Verläufe  $Q_{11}(n_{11})$  und  $\eta_T(n_{11})$  werden für jeweilige konstanter Leitradöffnungen  $a_0$  in einem gemeinsamen Diagramm aufgetragen. Punkte des Wirkungsgradverlaufs werden auf die zugehörigen Einheitsdurchflussverläufe in ein  $Q_{11}$ - $n_{11}$ -Diagramm projiziert. Dieser Vorgang wird für verschiedene Leitapparatstellungen wiederholt und Punkte gleichen Wirkungsgrades werden miteinander verbunden, woraus sich sogenannte Muschelkurven, entsprechend ihres

Aussehens, bilden, dessen Kurvenschaaren als Muscheldiagramm bezeichnet werden. Abbildung 2.14 zeigt die schematische Vorgehensweise zur Erstellung des Kennfelds.

Dieses Muscheldiagramm ist demnach eine Funktion von zwei Variablen, Einheitsdurchfluss  $Q_{11}$  und Einheitsdrehzahl  $n_{11}$  und kann als Fläche im dreidimensionalen Raum interpretiert werden, dessen Höhenlinien die Muschelkurven darstellen.



**Abbildung 2.14:** Schematische Darstellung zur Erstellung des Wirkungsgradkennfeldes aus Modellmessungen [9]

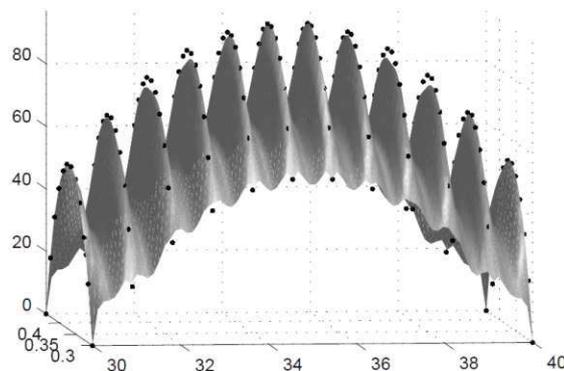
### 2.3.1 Digitale Kennfeldgenerierung mittels MATLAB-Tool

Bereits im Jahre 1999 wurde im Zuge einer Diplomarbeit ein MATLAB-Tool entwickelt, das das Wirkungsgradkennfeld aus einer diskreten Anzahl an Messpunkten approximiert [8].

Dieses Tool verwendet die Methode der Spline-Interpolation mit Green-Funktionen. Es setzt eine Fläche aus einer Linarkombination von Green'schen Funktionen einer Differentialgleichung für minimale Krümmung zusammen. Als anschauliche

Analogie entspricht diese Fläche einem dünnen Blech, das in allen Stützstellen (Messpunkten) eingespannt wird und sich entsprechend den resultierenden Reaktionskräften (Amplituden) lokal krümmt.

Die Berechnung der Amplituden beinhaltet die Abstände der Messstellen zueinander. Die Lösung ist demnach auch stark von der Skalierung der Werte abhängig. Unterscheidet sich beispielsweise die Skalierung der einen Achse um mehrere Zehnerpotenzen zur anderen Achse (wie es bei Einheitsdurchfluss und Einheitsdrehzahl der Fall ist), dann haben die Messstellen in der einen Richtung auch viel größere Abstände und es bilden sich Täler zwischen diesen entfernten Stützstellen (siehe Abbildung 2.15). Aus diesem Grund werden die Eingangsdaten zuvor auf ein einheitliches Seitenverhältnis normiert.



**Abbildung 2.15:** Ergebnis einer Interpolation ohne skaliertes Eingangsdaten [8].

Da jede Messung (oder CFD-Simulation) mit Ungenauigkeiten und Fehlern behaftet ist, wird die interpolierte Fläche (welche exakt durch alle Stützstellen verläuft) abhängig von einer globalen Standardabweichung geglättet. Als Referenz für eine globale Krümmung dient eine triangulierte Fläche nach der sogenannten Delaunay-Triangulation.

Dieses Berechnungsverfahren bestimmt selbständig und auf sehr stabile Art eine eindeutige geglättete Lösung. Die Wahl der Parameter ist vollkommen automatisiert und ermöglicht es dem Benutzer auf einfache Art und Weise, ein Kennfeld zu erstellen. Für weitere Details wird auf die Diplomarbeit von Georg Franz verwiesen [8].

# Kapitel 3

## Umsetzung

Bei der Prototyp Turbine, die für diese Arbeit untersucht wird, handelt es sich um eine Francis-Turbine mit einer spezifischen Drehzahl von  $n_q = 62.2 \text{ min}^{-1}$ , einem Laufraddurchmesser von  $D_{1a} = 2 \text{ m}$  sowie 13 Laufradschaufeln, 24 Leitschaufeln und 23 Stützschaufeln. Das Kennfeld der Prototypmaschine steht zur Verfügung. Im Vorfeld dieser Arbeit wurden extensive Messungen an dieser Maschine durchgeführt. Dabei wurde mit manueller Steuerung des Leitapparats ein Leistungsspektrum abgefahren. Es wurden insgesamt zwölf verschiedene Leistungsstufen gemessen. Die Betriebspunkte reichen von der tiefen Teillast von ca. 9 % bis zur Überlast von ca. 106 % der Nennleistung. In Abschnitt 3.1.1 werden alle nötigen Messungen für diese Arbeit zusammengefasst und besprochen. Eine detaillierte Vorgehensweise der gesamten Messreihe kann in [14] nachgelesen werden.

Im Laufe dieser Arbeit wurden weitere Dauermessungen an der Prototypmaschine durchgeführt. Es wurden Daten von über 60 verschiedenen Messstellen über einen Zeitraum von insgesamt neun Monaten gesammelt. Dabei wurden monatlich ca. 8 TB an Messdaten erzeugt [3]. Um einen Überblick über diese umfangreiche Datenmenge zu bekommen, wird im Zuge dieser Arbeit ein MATLAB-Tool erstellt, mit dem diese Messdaten visualisiert und ausgewertet werden können.

## 3.1 Beschreibung der Messdaten

### 3.1.1 Messreihe

Wie bereits erwähnt, wurden die Messungen in [14] ausführlich beschrieben und diskutiert. Für diese Arbeit sind, neben der Messung der Leistung und Leitapparatstellung, hauptsächlich die Druckmessungen relevant. Dabei wird die Druckdifferenz zwischen Spiraldruck  $p_{SC}$  und Saugrohraustrittsdruck  $p_{DT}$  für die Bestimmung der Fallhöhe  $H$  benötigt. Zusätzlich werden die Druckmessungen an der Saugrohrkonuswand auf verschiedenen Höhen aufgenommen und für Vergleiche mit den CFD-Simulationen herangezogen. Dabei liegt die Messstelle  $CON_1$  0.8 m und  $CON_3$  1.8 m unter dem Laufradaustritt. Die Positionen der Drucksensoren sind in Abbildung 3.1 skizziert. Am Laufradaustritt (*DMS*) werden Spannungen gemessen, die in der weiterführenden FE-Analyse zur Validierung herangezogen werden.

#### Globalgrößen der Messung

Zur Validierung der CFD-Simulationen werden die Globalgrößen Fallhöhe  $H$ , mechanische Leistung  $P_m$  und der Wirkungsgrad  $\eta$  herangezogen.

Nach Gleichung 2.5 werden zur Bestimmung der Fallhöhe die statische Druckdifferenz zwischen Turbineneintritt und -austritt sowie die Strömungsgeschwindigkeit

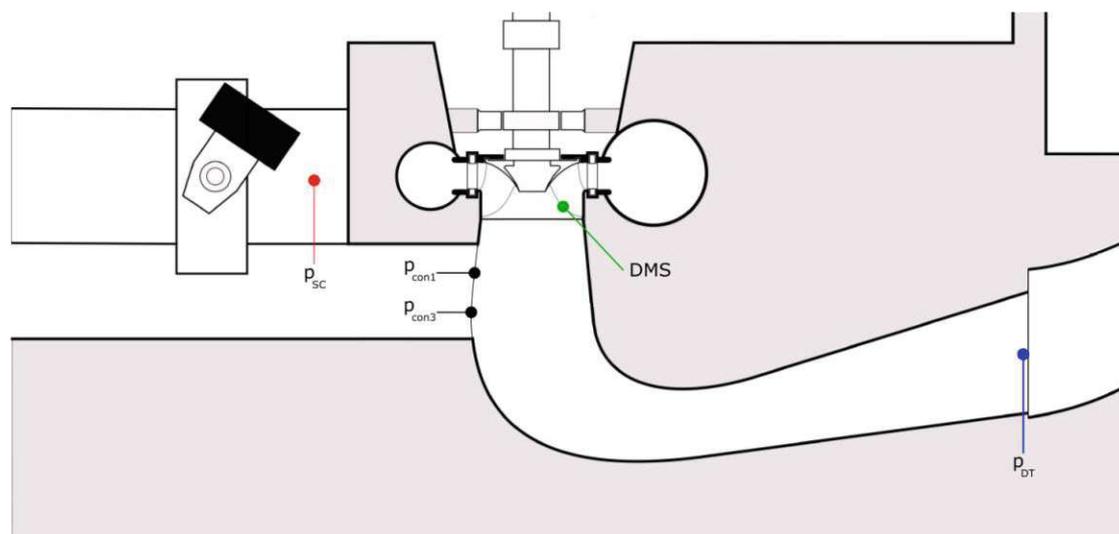


Abbildung 3.1: Positionen der Drucksensoren und der DMS. Adaptiert von [14]

benötigt. Für die statische Druckdifferenz liegen Messwerte des Spiraldrucks  $p_{SC}$  und Saugrohraustrittsdrucks  $p_{DT}$  vor. Der Geschwindigkeitsanteil der Fallhöhe kann aus den zur Verfügung stehenden Messdaten nicht bestimmt werden. Dieser ist aber nicht zu vernachlässigen und muss mitberücksichtigt werden. Aus diesem Grund wird der dafür notwendige Durchfluss  $Q_{estimate}$  in Abhängigkeit der abgegebenen Leistung abgeschätzt. Der Wert wird mithilfe der gemessenen elektrischen Leistung  $P_{el}$  und der Einsatzlinie aus dem Kennfeld der Prototypmaschine ermittelt.

Der Schnittpunkt von berechneter Fallhöhe  $H$  und Leiapparatstellung  $a_0$  wird in das Kennfeld der Prototypmaschine eingetragen, welche die Betriebspunkte darstellen. Der Durchfluss, der zur Bestimmung der hydraulischen Leistung herangezogen wird, für jeden Betriebspunkt aus dem Kennfeld abgelesen (siehe Abbildung 3.5, grüne Punkte).

Mit Durchfluss und Fallhöhe wird die hydraulische Leistung  $P_h$  nach Gleichung 2.8 ermittelt. Die mechanische Leistung  $P_m$  wird über einen abgeschätzten Generatorwirkungsgrad aus der gemessenen Wirkleistung  $P_{el}$  berechnet. Der Turbinenwirkungsgrad ergibt sich aus dem Quotienten von mechanischer zu hydraulischer Leistung.

In Tabelle 3.1 sind die gemessenen Betriebspunkte aufgelistet und in Abbildung

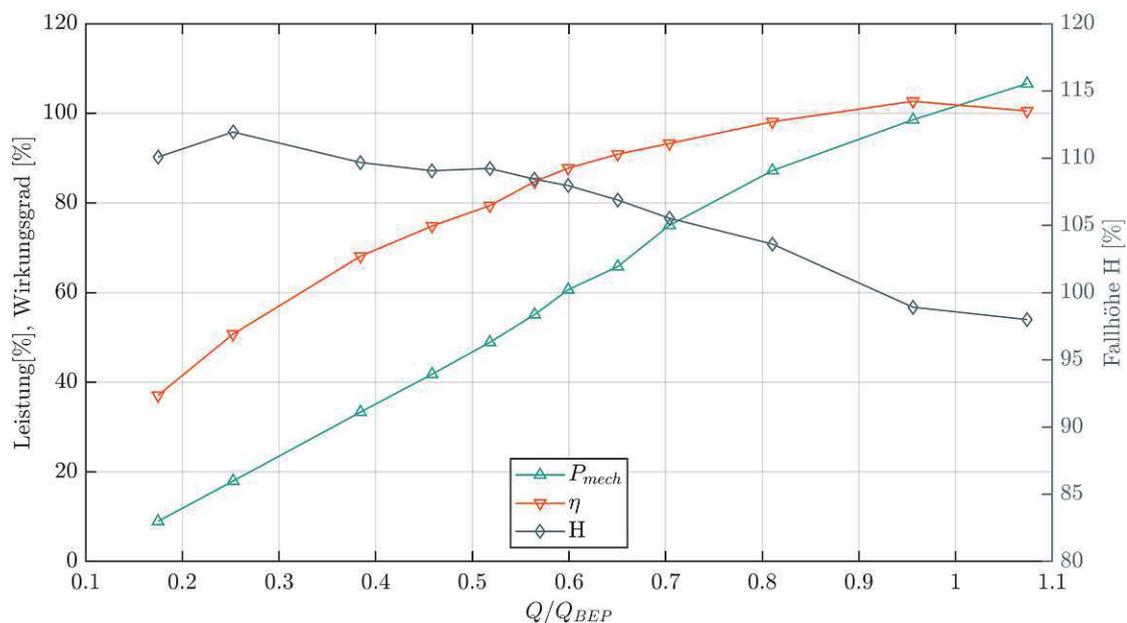


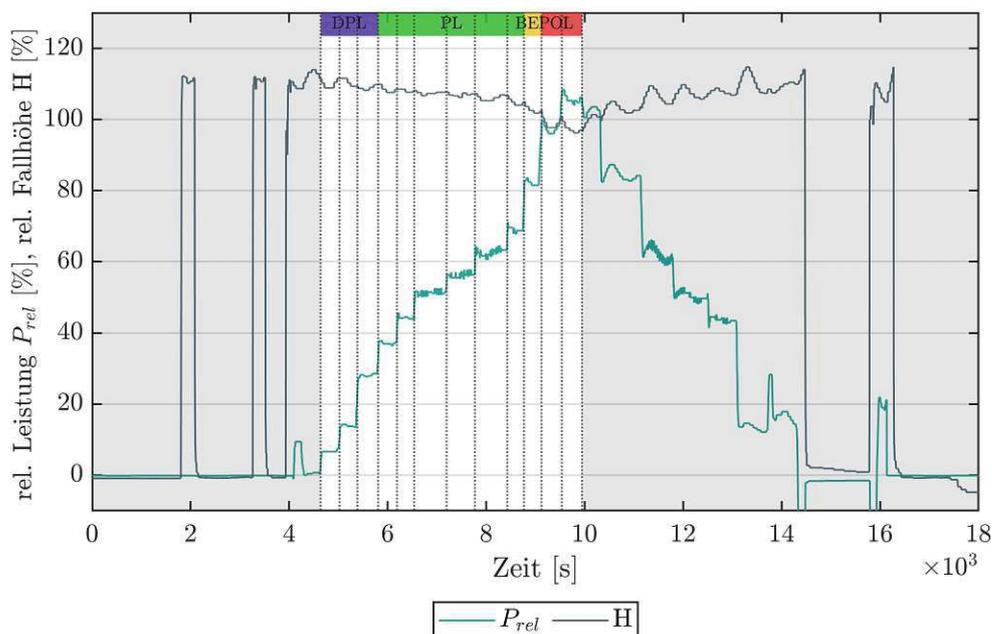
Abbildung 3.2: Gemessene Globalgrößen, bezogen auf den Nennpunkt der Prototypmaschine.

Betriebspunkt	rel. Durchfluss [%]	rel. Leistung [%]	rel. Wirkungsgrad [%]	Anmerkung
DPL 1	17.49	8.96	37.06	tiefe Teillast
DPL 2	25.25	17.95	50.73	
DPL 3	38.43	33.33	68.10	
PL 1	45.84	41.77	74.84	Teillast
PL 2	51.81	48.91	79.39	
PL 3	56.44	55.08	84.74	
PL 4	59.91	60.62	87.76	
PL 5	65.04	65.79	90.86	
PL 6	70.40	75.01	93.27	
BEP	81.05	87.21	98.12	Best Efficiency Point
OL 1	95.59	98.55	102.68	Überlast
OL 2	107.39	106.61	100.52	

**Tabelle 3.1:** Gemessene Betriebspunkte, die untersucht werden. Die Daten werden auf den Nennpunkt der Prototypmaschine bezogen.

3.2 werden die gemittelten Globalgrößen dieser Betriebspunkte dargestellt. Man sieht sehr gut, dass die Fallhöhe mit steigendem Durchfluss abnimmt. In der tiefen Teillast (DPL1 und DPL2) erfährt die Fallhöhe einen markanten An- bzw. Abstieg. Dieser Variation liegt eine Oberwasserwelle zugrunde, die durch den Anfahrvorgang der Maschine ausgelöst wird. Dabei werden innerhalb kurzer Zeit Drosselklappe und Leitapparat geöffnet und teilweise wieder geschlossen, was dazu führt, dass die gesamte Wassersäule im Triebwasserweg in Bewegung gesetzt wird. Diese Druckwelle wird zwischen Oberwasser- und Unterwasserbecken reflektiert, was zu einer leicht gedämpften Schwingung des Spiraldrucks  $p_{SC}$  führt.

Abbildung 3.3 stellt das gesamte Messprogramm dar. Der Effekt der erwähnten Oberwasserwelle ist sehr gut in der Schwingung der Fallhöhe zu erkennen. Die Betriebspunkte werden jeweils zweimal angefahren. Dabei werden die Betriebspunkte in der ersten Hälfte der Messreihe ohne jegliche Einwirkungen gefahren, während in der zweiten Hälfte im Teillastbereich eine Lufteinblasung erfolgt, um eine Hinterkantenablösung zu verhindern. Der Bereich, der zur Bestimmung der Betriebspunkte verwendet wird, ist in der Abbildung hervorgehoben. Es wurde dieser Bereich gewählt, da hier keine Lufteinblasung erfolgte.



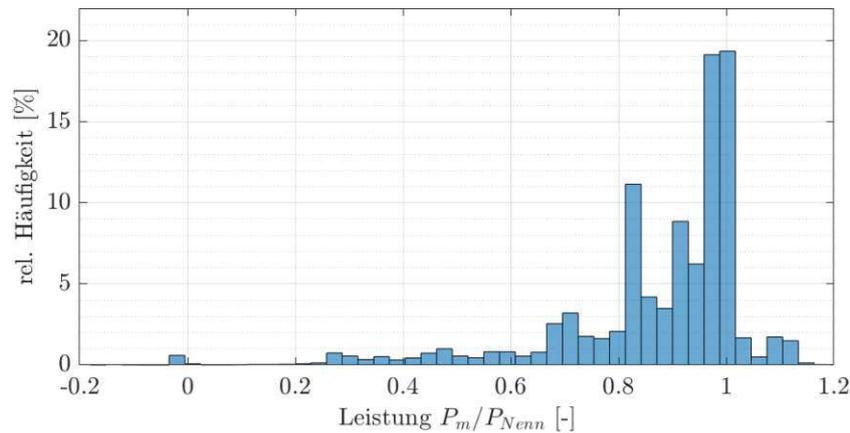
**Abbildung 3.3:** Messprogramm, das an der Prototypmaschine durchgeführt wurde. Demonstrativ ist die Fallhöhe und Leistung bezogen auf den Nennpunkt der Prototypmaschine dargestellt.

### 3.1.2 Langzeitmessung

Die Langzeitmessungen ergeben, dass die untersuchte Prototyp Turbine für eine signifikante Zeit außerhalb des Nennpunkts bzw. BEPs (Best Efficiency Point) betrieben wird. In Abbildung 3.4 ist die Betriebsdauer für verschiedene Laststufen dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass ca. 20% der Zeit die Maschine in der Teillast betrieben wird.

In Abbildung 3.5 ist die Heatmap der Dauermessung abgebildet, die die Einsatzdauer der jeweiligen Betriebsbereiche farblich darstellt. Zusätzlich sind die Betriebspunkte des Messprogramms grün eingezeichnet, sowie die Anlagenkennlinie, die sich aus diesen Messwerten ergibt. Des Weiteren sind in schwarz die ausgesuchten Betriebspunkte eingezeichnet, die für die Simulationen gewählt wurden (siehe Abschnitt 3.2).

Das Kraftwerk besitzt zwei baugleiche Turbinen, welche im Allgemeinen synchron betrieben werden (Zweimaschinenbetrieb) oder eine der beiden Maschine läuft alleine (Einmaschinenbetrieb). Da im Zweimaschinenbetrieb beide Maschinen im



**Abbildung 3.4:** Relative Häufigkeit der erzeugten Leistung der Prototyp Turbine über neun Monate (ausgenommen Stillstand der Maschine).

selben Betriebspunkt laufen, wird die doppelte Wassermenge turbinert, wodurch es zu einer Erhöhung der Verlusthöhe kommt. Anhand der Heatmap sieht man die verschiedenen Anlagenkennlinien für den Ein- bzw. Zweimaschinenbetrieb. Dabei ist ersichtlich, dass bestimmte Laststufen bevorzugt angefahren werden, wobei es sich bei diesen Laststufen um den BEP sowie den Auslegungspunkt handelt. Die Streuung der Betriebspunkte ist eine direkte Folge aus den variierenden Ober- und Unterwasserpegeln.

Vergleicht man den Trend der Anlagenkennlinie aus der Dauermessung mit dem des Messprogramms, dann sieht man eine große Abweichung der Krümmung. Diese Diskrepanz ergibt sich wahrscheinlich aus dem Umstand, dass während des gesamten Messprogramms die zweite Maschine, die mit dem selben Druckstollen verbunden ist, mit konstanter Leistung betrieben wurde. Dadurch war ein stetiger Durchfluss im Druckstollen gegeben, was zu einer anderen Verlusthöhe führt, als wenn die Maschinen alleine oder synchron betrieben werden. Daraus ergibt sich im Messprogramm eine Anlagenkennlinie, deren Krümmung stärker ist als jene des Einmaschinenbetriebs, aber nicht so steil wie jene des Zweimaschinenbetriebs.

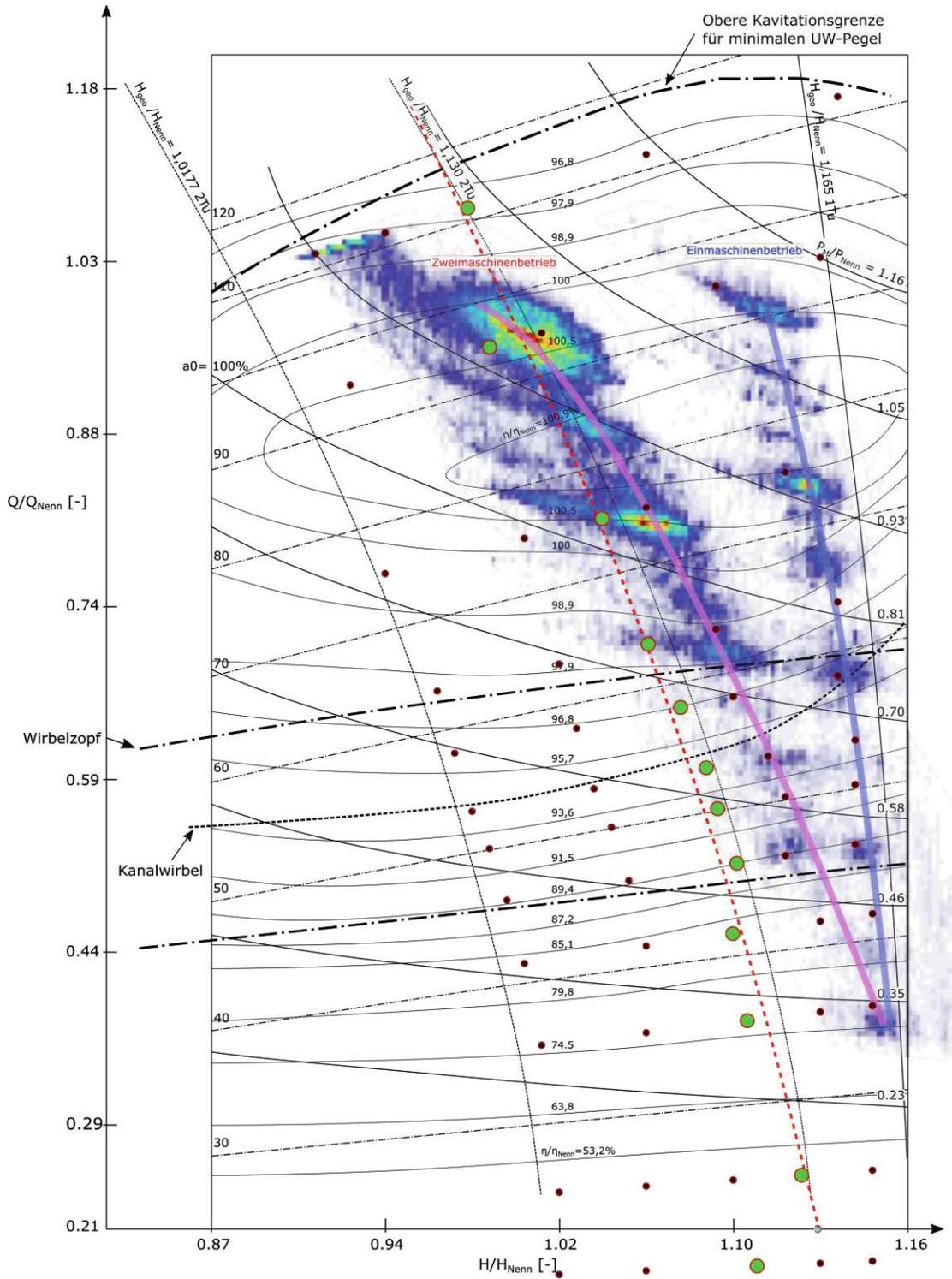


Abbildung 3.5: Kennfeld der Prototypmaschine. Markierung der Betriebspunkte: grün: Messung, schwarz: gewählte Betriebspunkte, rote Linie: Anlagenkennlinie nach den gemessenen Betriebspunkten, Heatmap: Einsatzdauer. Rot: Häufiger Einsatz - Blau: geringer Einsatz.

## 3.2 Wahl der zu simulierenden Betriebspunkte

Aufgrund der Messungen wird entschieden, welche Punkte aus dem Turbinenkennfeld simuliert werden. Um eine Validierung zu ermöglichen, werden jene Betriebspunkte nachsimuliert, die während des Messprogramms gefahren werden. Abseits dieser Anlagenkennlinie werden andere Betriebspunkte bei gleicher Leitapparatstellung gewählt. Die Fallhöhe wird in diesen Fällen so gewählt, dass die kleinstmögliche und größtmögliche Bruttofallhöhe abgedeckt werden. Des Weiteren wurden mit Hilfe der Dauermessungen Betriebspunkte gewählt, die möglichst nahe an den Hotspots der Messungen liegen.

Zur Erstellung des digitalisierten Kennfeldes der Prototyp Turbine werden insgesamt sechzig verschiedene Betriebspunkte über den gesamten Betriebsbereich und darüber hinaus simuliert. Aus der vorhergehenden Arbeit [23] sind die Rechenetze für die Simulationen bereits vorhanden. Im Laufe dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass die gemessene Leitapparatöffnung  $a_0$  neu angepasst werden muss. Aufgrund dessen ist es notwendig, neue Rechengitter der Leitschaufeln zu erstellen. Die verschiedenen Öffnungswinkel der Leitschaufeln müssen in der Simulation berücksichtigt werden. Damit man nicht für jeden Betriebspunkt ein neues Netz der Leitschaufeln generieren muss, werden Betriebspunkte abseits der gemessenen Zustände so gewählt, dass sie die gleichen Leitapparatpositionen besitzen. Dabei wird die Fallhöhe variiert und der Durchfluss entsprechend des Kennfeldes der Prototypmaschine gewählt.

Insgesamt werden fünf Betriebspunkte für jede der zwölf Leitapparatstellungen simuliert. Davon werden vier verschiedene Fallhöhen frei gewählt, während der fünfte Punkt aus der Messung hervorgeht. Die Betriebspunkte der Messung werden über Fallhöhe (nach Gleichung 2.5) und Leitapparatstellung  $a_0$  bestimmt. Daraus ergeben sich insgesamt 60 verschiedene Betriebspunkte, die simuliert werden. Die Betriebspunkte der Messung dienen zur Verifizierung des CFD-Modells. Die gewählten Betriebspunkte sind in Abbildung 3.5 zu sehen.

## 3.3 MATLAB-Anwendungen

Ein weiterer Aspekt, der sich im Zuge dieser Arbeit herauskristallisiert hat, ist die Optimierung des Workflows für die Digitalisierung des Kennfeldes. Dabei

wurde besonders darauf Wert gelegt, die Bestimmung der Betriebspunkte aus den Messdaten und den Simulationsergebnissen möglichst zu automatisieren, da es sich hierbei um repetitive Schritte handelt. Der aktuelle Stand besteht aus zwei verschiedenen Tools. Einerseits für die Auswertung der Messungen und andererseits für die Auswertung der Simulationsergebnisse. Sollte dieses Projekt fortgesetzt werden, ist eine Verbindung dieser zwei Tools vorgesehen, mit der es vereinfacht werden soll, Messungen und Simulationen zu vergleichen.

### 3.3.1 Messauswertungs-Tool

Im Zuge dieser Arbeit wurde ein MATLAB-Tool entwickelt, mit dem es möglich ist, Betriebspunkte aus Messdaten automatisch zu bestimmen. Dieses Tool wurde mit Hilfe des MATLAB-App-Designers erstellt, mit dem auf recht einfache Art und Weise ein Graphical User Interface (GUI) erstellt werden kann. Um diese App zu starten, wird sie wie ein MATLAB-Script über das MATLAB-Command-Window ausgeführt.

Das Tool bestimmt die Start- und Endzeitpunkte, zwischen denen ein konstanter Betriebspunkt gehalten wird, und berechnet die Mittelwerte und Standardabweichungen der ausgewählten Messungen.

Bevor das Tool genutzt werden kann, müssen die Messdaten in ein entsprechendes Format gebracht werden. Dazu wurde eine Funktion geschrieben, mit der ein csv-File eingelesen wird und jeder Messwert zusammen mit dem Zeitstempel mit dem Namen des Messwertes separat in ein sogenanntes structure array umgeformt wird und als gleichnamiges mat-File abgespeichert wird. Ein structure array ist ein MATLAB-Data-Type, der ermöglicht, verschiedene Daten in Feldern zu sammeln und zu gruppieren. Diese mat-Files können dann über das GUI-Tool eingelesen und weiter verarbeitet werden.

Abbildung 3.6 zeigt das GUI des Messauswertungs-Tools in Verwendung. Es ist in drei verschiedene Abschnitte gegliedert:

- Generieren der Zeitreihen
- Laden und Einsehen der Zeitreihen
- automatische Auswertung

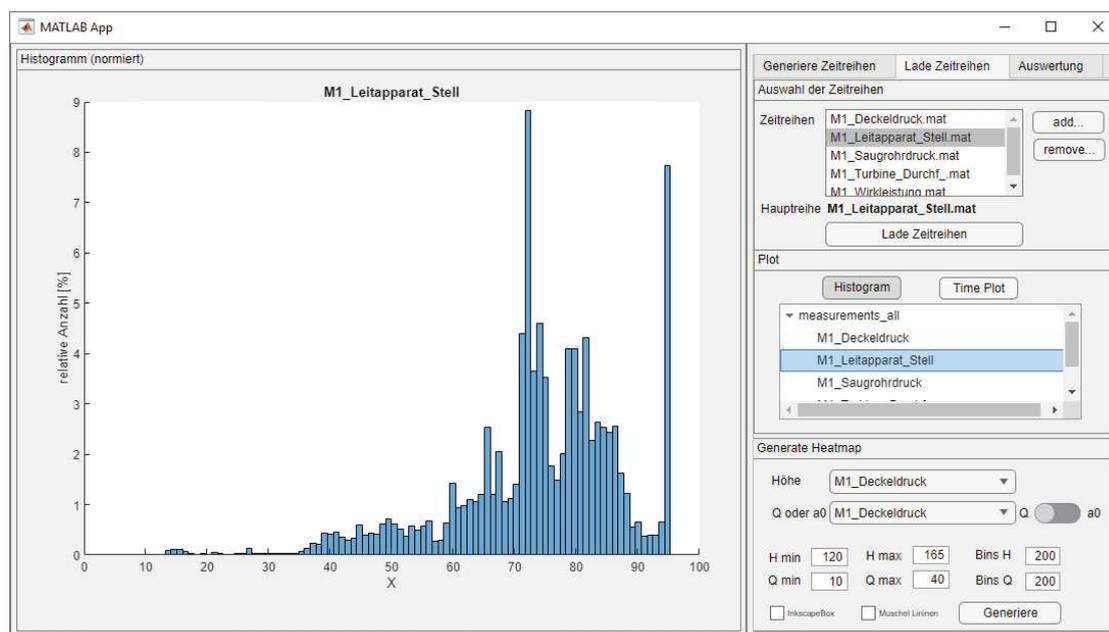


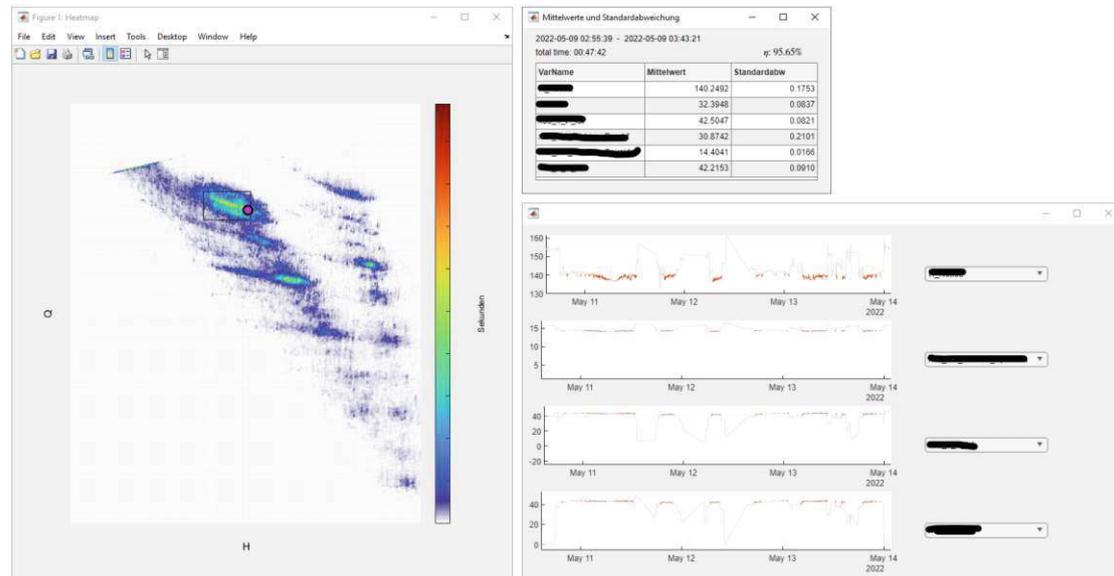
Abbildung 3.6: GUI des Messauswertungstools

Die verschiedenen Abschnitte können über die Reiter auf der rechten Seite ausgewählt werden.

Zum Zeitpunkt des Verfassens dieser Arbeit sind die Reiter „Lade Zeitreihen“ und „Auswertung“ funktionstüchtig. Im Ersteren ist es möglich, eine beliebige Anzahl der Messdaten im Panel „Auswahl der Zeitreihen“ auszuwählen und zu laden. Um sich einen ersten Überblick zu verschaffen, kann die hervorgehobene Zeitreihe im Panel „Plot“ als Histogramm oder Zeitreihe dargestellt werden. Im Panel „Generiere Heatmap“ wird unter Auswahl zweier Messwerte ein zweidimensionales Histogramm mit Hilfe einer Farbskala grafisch dargestellt. Diese Darstellung wird auch als Heatmap bezeichnet.

Abbildung 3.7 zeigt die Heatmap-Auswertung. Wie bereits erwähnt, wurde dieser Teil implementiert, um die große Datenmenge der Dauermessung filtern zu können. Dazu kann man mittels gedrückter Maustaste einen Bereich der Heatmap auswählen und es werden jene Zeitpunkte gefiltert, die sich innerhalb der Auswahl-Box befinden. Sie werden in chronologischer Reihenfolge tabelliert und Mittelwerte, Maxima und Minima angegeben. Es können bis zu vier verschiedene Messwerte als Zeitreihe dargestellt werden, wobei jene Zeitbereiche, die innerhalb der Auswahlbox liegen, farblich markiert werden. Durch Anklicken einer Markierung in der Zeitreihendarstellung werden Mittelwerte und Standardabweichungen für diesen Bereich

bestimmt und in einem neuen Fenster dargestellt. Der entsprechende Betriebspunkt wird gleichzeitig in der Heatmap mit einem violetten Punkt markiert.



**Abbildung 3.7:** Heatmap mit Zeitreihendarstellung des markierten Bereichs und Daten eines ausgewählten Betriebspunktes.

Um einen einzelnen Betriebspunkt aus der Zeitreihe zu filtern, wird bereits bei der Erzeugung des Zeitreihen-Plots nach Zeitsprüngen zwischen zwei aufeinander folgenden Zeitschritten gesucht, die größer als die Abtastfrequenz der zur Verfügung stehenden Messwerte sind. Immer wenn so ein Zeitsprung gefunden wird, wird an dieser Stelle ein leere Wert eingesetzt (NaT, „Not a Time“). Um einen Betriebspunkt zu finden, wird links und rechts vom (mit der Maus) ausgewählten Zeitpunkt der jeweils nächste NaT-Wert gesucht. Anhand der so bestimmten Indizes kann man auf die Zeitpunkte schließen, zwischen denen gemittelt werden muss.

### 3.3.2 CFD-Auswertungs-Tool

Diese Software dient zur Begutachtung der Monitorpunkte der CFD-Simulation und ist aus dem Bedürfnis entstanden, möglichst einfach und interaktiv die verschiedenen Simulationen miteinander vergleichen und auswerten zu können. Das Tool ermöglicht es, alle Simulationen gleichzeitig darzustellen, dabei nach bestimmten Betriebspunkten zu filtern und innerhalb gewünschter Zeitbereiche Mittelwerte zu

berechnen. Des Weiteren können das Frequenzspektrum mittels FFT dargestellt und alle notwendigen Daten zur Erzeugung des Kennfeldes berechnet und gespeichert werden.

Wird die Simulation auf dem VSC mit dem für diese Arbeit erstellten batchskript, ausgeführt, wird zusätzlich zu den gewöhnlichen Ergebnis-Dateien auch eine csv-Datei mit den aufgezeichneten Monitorpunkten erstellt (siehe Anhang). Mittels eines Skripts werden in einem ausgewählten Ordner alle csv-Dateien, die einer bestimmten Nomenklatur entsprechen, gefunden und gesammelt. Daraufhin öffnet sich das in Abbildung 3.8 dargestellte GUI, mit dem die simulierten Werte eingesehen, gefiltert und ausgewertet werden können. Die gefilterten Daten werden automatisch upgedatet und im Plot dargestellt. Es ist möglich, einen bestimmten Messwert direkt im Plot oder über die Legende durch Mausklick auszuwählen und zu highlighten.

Im oberen linken Bereich werden die Voreinstellungen zur Bestimmung der FFT vorgenommen und dort kann zwischen der Zeit- und Frequenzdomäne gewechselt werden.

Unterhalb des Plots findet man die Einstellungen zur Mittelung. Mit dem Knopf „Select Times...“ wird der Auswahl-Modus aktiviert, mit dem der Zeitbereich für die Mittelung in dem Plot mit gedrückter Maustaste ausgewählt werden kann. Die Grenzen werden in den unteren Textfeldern angezeigt und können dort auch

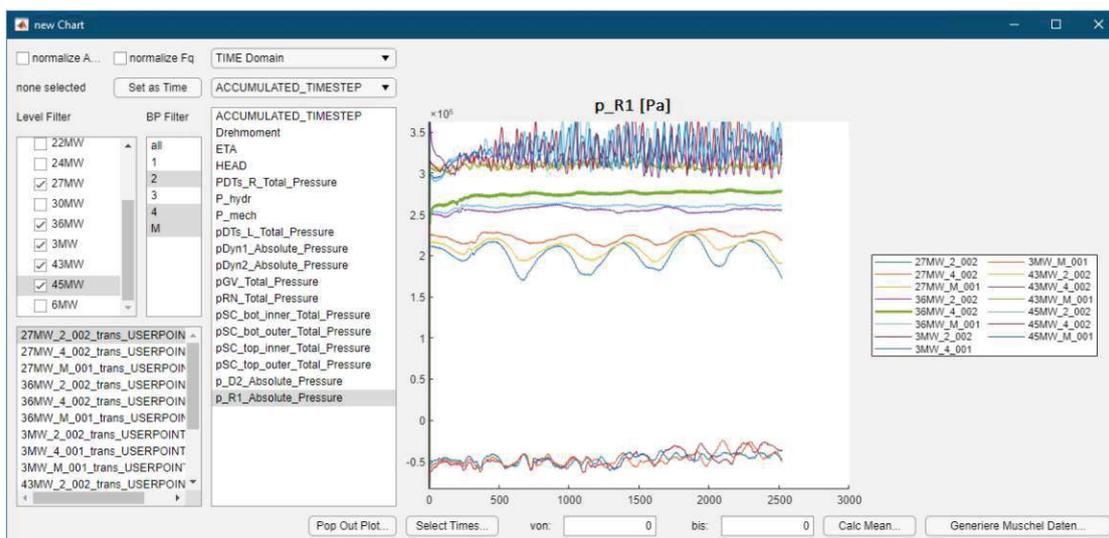


Abbildung 3.8: GUI des CFD-Auswertungstools.

verändert werden. Da die Mittelwerte der Simulation für die Erstellung der Input-Datei für das Kennfeld-Tool (siehe Abschnitt 3.3.3) benötigt werden, ist diese Funktion ebenfalls in dem Bereich angesiedelt.

### 3.3.3 Kennfeld-Tool

Zur Generierung des Turbinenkennfelds wird ein MATLAB-Tool verwendet (siehe Abschnitt 2.3.1). Dieses Tool wurde ursprünglich dazu entwickelt, Messdaten aus Modellversuchen automatisiert zu einem Kennfeld zu verarbeiten. Aufgrund des fortgeschrittenen Alters der Software ist eine Überarbeitung notwendig, um das Programm mit der aktuellen Version von MATLAB kompatibel zu machen. Zuvor war es notwendig, eine WK1-Datei einzulesen. Dieses Dateiformat wird heutzutage im Allgemeinen nicht mehr unterstützt und wird für die neue Version zu einem mat-file geändert, das bereits die nötigen Koordinaten der jeweiligen Betriebspunkte enthält. Eine separate Funktion steht zur Verfügung, die diese Datei aus den csv-Dateien der CFD-Ergebnisse der untersuchten Prototyp-Maschine erstellt. Eine überarbeitete Funktion ist mittlerweile im CFD-Auswertungstool implementiert, um die Erstellung der Kennfelddaten für verschiedene Maschinen zu ermöglichen (siehe Abschnitt 3.3.2).

Darüber hinaus wurde eine Funktionalität eingefügt, die es ermöglicht, den Wirkungsgrad für spezifische Punkte direkt auszulesen. Zusätzlich kann das gesamte Kennfelddatenensemble als MATLAB-Datei exportiert werden, um eine weiterführende Analyse in MATLAB zu ermöglichen.

## 3.4 Numerisches Setup

Der Rechenbereich reicht vom Spiralgehäuse bis zum Saugrohr und beinhaltet alle Stütz- und Leitschaufeln sowie das gesamte Laufrad. Um die Geometrie zu vereinfachen, werden Seitenspalt und Bohrungen nicht modelliert. Insgesamt besteht das Rechenetz aus ca. 11.5 Millionen strukturierten Zellen. Eine Netzunabhängigkeitsstudie wurde für dieses Mesh bereits durchgeführt und dessen Ergebnisse sind in [25] zu finden. Für die CFD Simulation wird das kommerzielle Softwarepaket ANSYS CFX (V22.1) verwendet. Die Strömung wird mit Wasser bei 15°C einphasig simuliert. Zur Turbulenzmodellierung wird das SAS-SST Modell verwendet (siehe

Abschnitt 2.2.2). Die Zeitschrittweite wird so gewählt, dass sie einer Drehung des Laufrads von  $1^\circ$  entspricht. Insgesamt werden 7 Umdrehungen simuliert, was bei der gewählten Zeitschrittweite 2520 Zeitschritte ergibt. Interfaces zwischen stationären Domänen werden mit *General Grid Interface* (GCI) ohne *Frame Change* Optionen verbunden, während Interfaces zur rotierenden Laufrad-Domäne GCI mit *Transient Rotor Stator* Optionen gekoppelt werden. Der Advektionsterm der Impulsgleichung wird mit dem *High Resolution* Schema approximiert. Dabei handelt es sich um eine Mischung aus dem *1st Order*- und *2nd Order-Upwind* Schema. Zur Lösung des transienten Terms wird das *2nd Order Backward Euler* Schema herangezogen. Für die Transportgleichungen der Turbulenz werden *1st Order Upwind* für Advektion und *1st Order Backward Euler* für Transiens gewählt. Als Anfangsbedingungen dienen stationäre Simulationen der gemessenen Betriebspunkte. Alle Betriebspunkte mit gleicher Leitapparatstellung werden mit den gleichen Anfangsbedingungen gestartet.

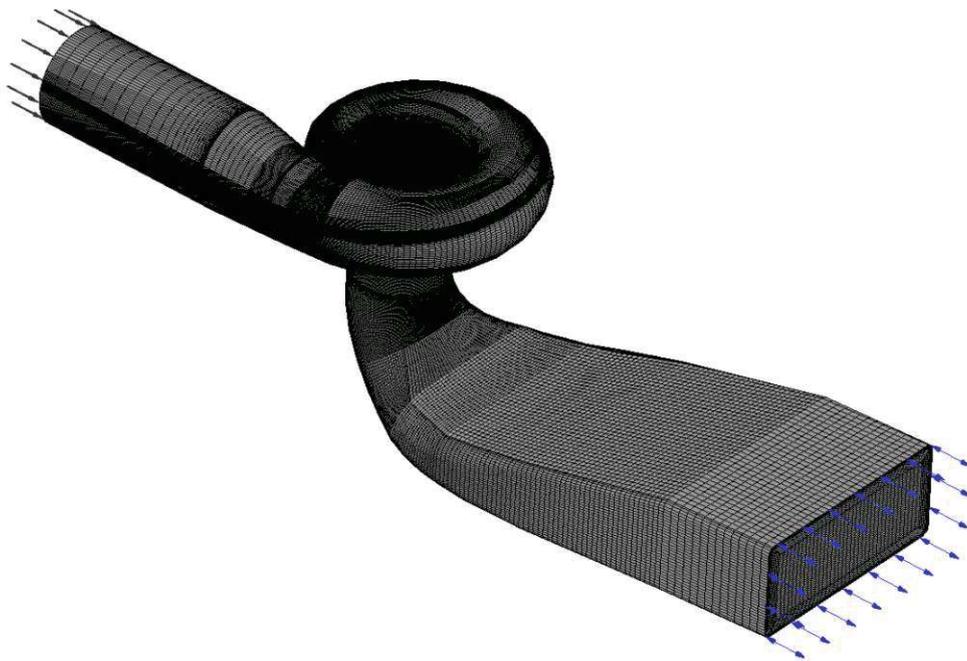


Abbildung 3.9: Rechengebiet der numerische Simulation

### 3.4.1 Auswahl des Turbulenzmodells

In vorherigen Arbeiten wurde das standard  $k-\epsilon$ -Modell verwendet. Dieses Modell zählt zu den 2-Gleichungs-Modellen der *Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*

(RANS). Zum schließen der Reynoldsgleichungen werden zwei weitere Transportgleichungen gelöst - nämlich zum einen die spezifische kinetische Energie  $k$  und zum anderen die turbulente Dissipationsrate  $\epsilon$ .

Es ist nur für vollausgebildete turbulente Strömungen gültig und ist zusätzlich für starke Druckgradienten sehr unempfindlich. Die Wirbelviskosität wird auf einer einzigen turbulenten Längenskala bestimmt, und die turbulente Dissipation wird nur in dieser Längenskala berechnet. In Realität tragen jedoch alle Skalen zur Dissipation bei. So kommt es in Wandnähe zu einer starken Überschätzung der turbulenten Längenskala. Unter diesen Umständen überschätzt das Modell Scherspannungen beträchtlich, was dazu führt, dass Ablösungen verzögert oder gar völlig verhindert werden. Aus dem Grund wird für die hier untersuchten Strömungen das *Scale Adaptive Simulation-Shear Stress Transport-Modell* (SAS-SST) angewandt.

Scale Adaptive Simulation ist eine verbesserte URANS Formulierung, welche die Auflösung des turbulenten Spektrums auch in stark verwirbelten Strömungsbedingungen ermöglicht. Das SAS Konzept schließt die von Karman-Längenskala in die Berechnungen mit ein. Die Informationen dieser Längenskala erlauben es, die Auflösung der turbulenten Strukturen einer URANS Simulation dynamisch anzupassen, was zu einem LES-artigen Verhalten in instabilen Regionen des Strömungsfelds führt. Gleichzeitig behält es die Fähigkeiten einer RANS-Simulation in stabilen Strömungsfeldern.

Dieses Modell erlaubt es, sowohl große Strukturen, wie den Wirbelzopf, als auch die Auflösung in Wandnähe zu untersuchen.

### 3.4.2 Randbedingungen

Für die CFD-Simulationen werden als Randbedingungen Massenstrom am Einlass sowie Druck am Auslass angegeben. Zur Bestimmung des Massenstroms  $\dot{m}$  wird der Durchfluss  $Q$  aus dem Kennfeld der Prototyp Turbine entnommen.

$$\dot{m} = \frac{Q}{\rho} \quad (3.1)$$

Als Auslassrandbedingung wird ein *Pressure Opening* verwendet. Als Relativdruck wird der statische Druck am Ende des Saugrohrs aufgetragen  $p_{rel} = p_{DT}$ . Als Referenzdruck wird ein Umgebungsdruck von  $p_{ref} = 1$  bar gewählt. Im Allgemeinen

ist es üblich den Relativdruck  $p_{rel} = 0$  bar zu setzen. In diesem Fall werden jedoch für weitere Berechnungen Druckfelder samt statischem Druck, in Folge des Unterwasser-Pegels, für jeden Zeitschritt benötigt, weshalb hier der gemessene Saugrohraustrittsdruck aufgetragen wird.

Um verschiedene Fallhöhen für die nicht gemessenen Simulationspunkte im Kennfeld zu erhalten, wird angenommen, dass sich nur der Oberwasser-Pegel ändert und der Unterwasser-Pegel für die jeweiligen Leitradpositionen gleich bleibt. Dadurch ist am Saugrohraustritt nur der dynamische Anteil des Drucks variabel und er hängt nur mehr vom Durchfluss ab. Die Drücke für die eigenen Punkte werden mit dieser Annahme zwischen den Messwerten anhand des gewählten Durchflusses linear interpoliert.

In Tabelle 3.2 sind alle Einstellungen zusammengefasst.

Parameter	Beschreibung
Analysis Type	Transient
Interfaces	Transient Rotor Stator; diskretisierungs-typ GCI
Fluid	Wasser, standard Eigenschaften
Randbedingungen	Inlet: mass flow inlet Outlet: pressure Opening Referenzdruck: $p_{DT}$
Diskretisierung	Advektions-Schema: high resolution Turbulenz: high resolution
Turbulenzmodell	SAS-SST
Konevergenz-Einstellungen	RMS von Druck, Impuls turbulenz-Parameter $\leq 8E-5$

**Tabelle 3.2:** Randbedingungen und Parameter, die für die Simulation verwendet werden.

# Kapitel 4

## Simulationsergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse sowohl mit der Messreihe als auch mit dem Kennfeld der Prototypmaschine verglichen und validiert, um Gewissheit zu haben, dass die CFD-Simulationen die Realität ausreichend abbilden. Anhand der Validierung wird entschieden, welche simulierten Betriebspunkte zur Erstellung des simulierten Kennfelds herangezogen werden. Das resultierende Kennfeld wird dem Kennfeld der Prototypmaschine gegenübergestellt und es werden die Differenzen aufgezeigt. Des Weiteren wird beurteilt, welche instationären Strömungsphänomene mittels CFD simuliert werden können. Abschließend werden die Herausforderungen, die im Zuge dieser Arbeit aufgetreten sind, diskutiert und Vorschläge für zukünftige Projekte dieser Art gegeben.

### 4.1 Validierung der Simulation

Die Validierung der Simulationen erfolgt anhand der Globalgrößen Wirkungsgrad, Fallhöhe und mechanische Leistung.

Die simulierte Fallhöhe  $H$  wird mittels Totaldruckdifferenz zwischen Bilanzierungsebenen in Spirale und Saugrohr ermittelt. Die mechanische Leistung  $P_m$  wird aus dem Drehmoment, das auf das Laufrad wirkt, berechnet und der Wirkungsgrad  $\eta$  ergibt sich aus dem Quotienten der mechanischen und hydraulischen Leistung, welche über die Fallhöhe ermittelt wird.

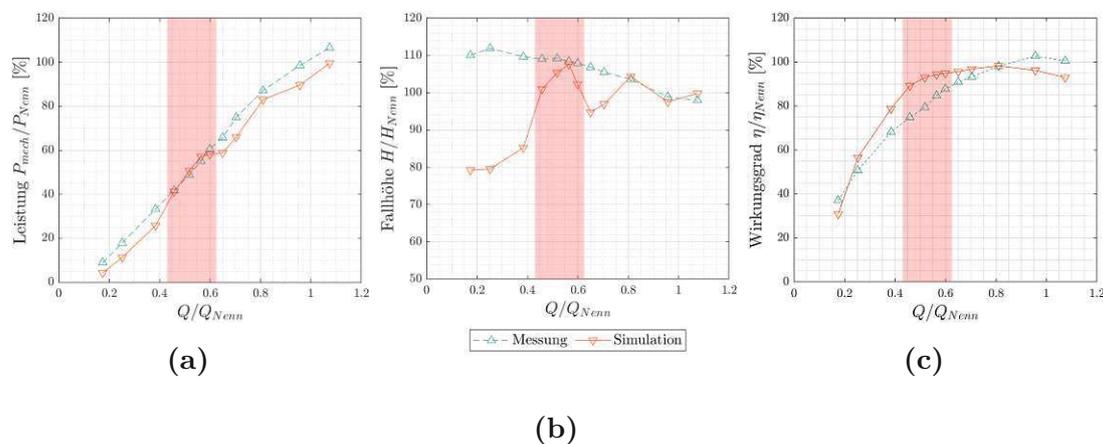
Die Globalgrößen werden für jeden Zeitschritt der Simulation berechnet und aufgezeichnet. Um die Werte zu vergleichen, wird das arithmetische Mittel über die letzten fünf Umdrehungen bestimmt. Mit einer Zeitschrittweite, die einer Umdrehung von  $1^\circ$  entspricht, stehen insgesamt 1800 Zeitschritte für die Mittelung zur Verfügung.

Da keine Messungen zur Validierung der übrigen Simulationspunkte zur Verfügung stehen, wird das bereitgestellte Kennfeld, das zur Bestimmung des Durchflusses verwendet wurde, für Vergleiche herangezogen.

Neben den Globalgrößen werden Drücke an verschiedenen Monitorpunkten aufgezeichnet, welche den Positionen der Messsonden der Prototypmaschine entsprechen. Mittels Fouriertransformation werden die Frequenzspektren von Simulation und Messung verglichen und validiert.

#### 4.1.1 Globalgrößenvergleich mit Messung

In den folgenden Abschnitten werden die Betriebspunkte aus der Messreihe, wie in Tabelle 3.1 beschrieben, behandelt und werden auch so genannt. Alle Werte sind auf den Nennpunkt der Prototypmaschine bezogen.



**Abbildung 4.1:** Vergleich der Globalgrößen: (a) Mechanische Leistung, (b) Fallhöhe und (c) Wirkungsgrad. Werte sind auf den Nennpunkt der Prototypmaschine bezogen. Markierter Bereich: Auftreten des Wirbelzopfs.

Abbildung 4.1 stellt die gemittelten Globalgrößen der verschiedenen Betriebspunkte

für Messung (türkis) und Simulation (orange) dar. Der Durchflussbereich (43 - 62 %) in dem der Wirbelzopf in der Prototypmaschine auftritt ist rot markiert (vgl. Abbildung 4.2).

Die simulierte mechanische Leistung in Abbildung 4.1a ist in nahezu allen Betriebspunkten zwischen 5 und 10 Prozentpunkte kleiner als die gemessene Leistung. Die maximale Differenz befindet sich bei PL6 mit 9 % bei  $Q/Q_{Nenn} \approx 0.70$ .

Im Teillastbereich, in dem der Wirbelzopf auftritt (PL1-4), ist ein Sprung in der simulierten Leistungskurve zu erkennen, wodurch sich eine minimale Leistungsabweichung in diesem Bereich ergibt (bis zu 0.5 % Differenz in PL1).

Der Vergleich der Fallhöhen in Abbildung 4.1b zeigt beträchtliche Unterschiede in der tiefen Teillast und in den meisten Punkten der Teillast. Der maximale Höhenunterschied zwischen Simulation und Messung beträgt 32 Prozentpunkte beim Betriebspunkt DPL2. Die Betriebspunkte BEP und OL1&2 ( $Q/Q_{Nenn} > 0.80$ ) zeigen hingegen mit einer Abweichung von unter 2 % eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messungen.

Wie bei der Leistung (4.1a) ist auch hier ein deutlicher Anstieg in den simulierten Werten in der Teillast (PL1-4) zu vermerken mit einer verhältnismäßig guten Annäherung an die Messwerte (minimale Differenz von 0.75 % bei PL3).

In Abbildung 4.1c sind die Wirkungsgradverläufe der Messung und der Simulation über den normierten Durchfluss dargestellt. Der Wirkungsgradverlauf der Simulation verläuft im Bereich  $Q/Q_{Nenn} > 0.50$  sehr flach und liegt nahezu im gesamten Teillastbereich über dem gemessenen Verlauf. Im BEP wird sowohl in der Simulation als auch in der Messung der gleiche Wirkungsgrad  $\eta_{BEP}/\eta_{Nenn} = 98.3 \%$  bestimmt. Die Simulation hat hier ihren maximale Wirkungsgrad und fällt danach in der Überlast wieder ab. In der Messung steigt der Wirkungsgrad jedoch noch weiter an und findet ihr Maximum  $\eta_{Mess,max}/\eta_{Nenn} = 102.7 \%$  in der Überlast OL1.

Im Unterschied zu Leistung (a) und Fallhöhe (b) ist im markierten Teillastbereich keine eindeutige Veränderung des Wirkungsgradverlaufs der Simulation zu vermerken. Im Gegenteil, es besteht in diesem Bereich die größte Differenz zwischen Messung und Simulation. Die maximale Differenz beträgt 14.3 % beim Punkt PL1.

Der Vergleich der Globalgrößen zeigt, dass die Simulationen die Messung im oberen Leistungsbereich relativ gut nachbilden können und die Abweichungen in einem tolerierbaren Bereich bleiben. Bei geringen Leistungsstufen werden die

Abweichungen - vor allem in der Fallhöhe - gravierend groß und eine Validierung ist in der tiefen Teillast (DPL) nicht gewährleistet.

### 4.1.2 Globalgrößenvergleich mit Kennfeld

Für die Simulationen abseits der Anlagenkennlinie stehen keine Messdaten zum Vergleich zur Verfügung. Daher werden diese Simulationen mit dem Kennfeld der Modellmaschine verglichen. Abbildung 4.2 zeigt das Kennfeld in Abhängigkeit von Fallhöhe und Durchfluss (bezogen auf Nennpunkt der Turbine). Neben Wirkungsgrad  $\eta$  sind auch Kennfelder von Leitapparatstellung  $a_0$  und mechanischer Leistung  $P_m$  (ebenfalls bezogen auf Nennpunkt) eingetragen. Zusätzlich sind die Bereiche markiert, wo der Wirbelzopf und Kanalwirbel in der Prototyp Turbine auftreten.

In dieses Kennfeld sind die Betriebspunkte der Messreihe (grün) und die gewählten Betriebspunkte (schwarz) nach Leitapparatstellung und Fallhöhe eingetragen. Die Resultate der Simulation dieser Betriebspunkte sind gelb markiert.

Die Ergebnisse werden nach vorgegebenem Durchfluss und simulierter Fallhöhe eingetragen. Wie bereits in Abschnitt 4.1.1 besprochen, zeigt sich, dass die simulierten Betriebspunkte in der Teillast, aufgrund der stark abweichenden Fallhöhe in diesem Bereich, markante Abweichungen zu den vorgegebenen Punkten besitzen.

Simulationen mit gleicher Leitapparatstellung verhalten sich ähnlich. Die „Anlagenkennlinien“ der Simulationen (orange, gelb, grün strichlierte Linien) folgen einem ähnlichen Verlauf.

Die Simulationen mit den Leitapparatstellungen der Betriebspunkte BEP, OL1 und OL2 mit einem relativen Durchfluss  $Q/Q_{Nenn} > 0.80$  landen im Kennfeld nahe an ihren vorgegebenen Punkten. In der Teillast hingegen fallen die Betriebspunkte in der Höhe rapide ab, wobei sich die Betriebspunkte PL1-4 wieder an die vorgegebenen Punkte annähert.

In der tiefen Teillast (DPL1-3) wird die Fallhöhe gravierend unterschätzt. Die simulierten Betriebspunkte landen dabei bereits außerhalb des Definitionsbereichs des Kennfelds der Modellmaschine. Die maximale Höhendifferenz liegt hier bei über 33 %.

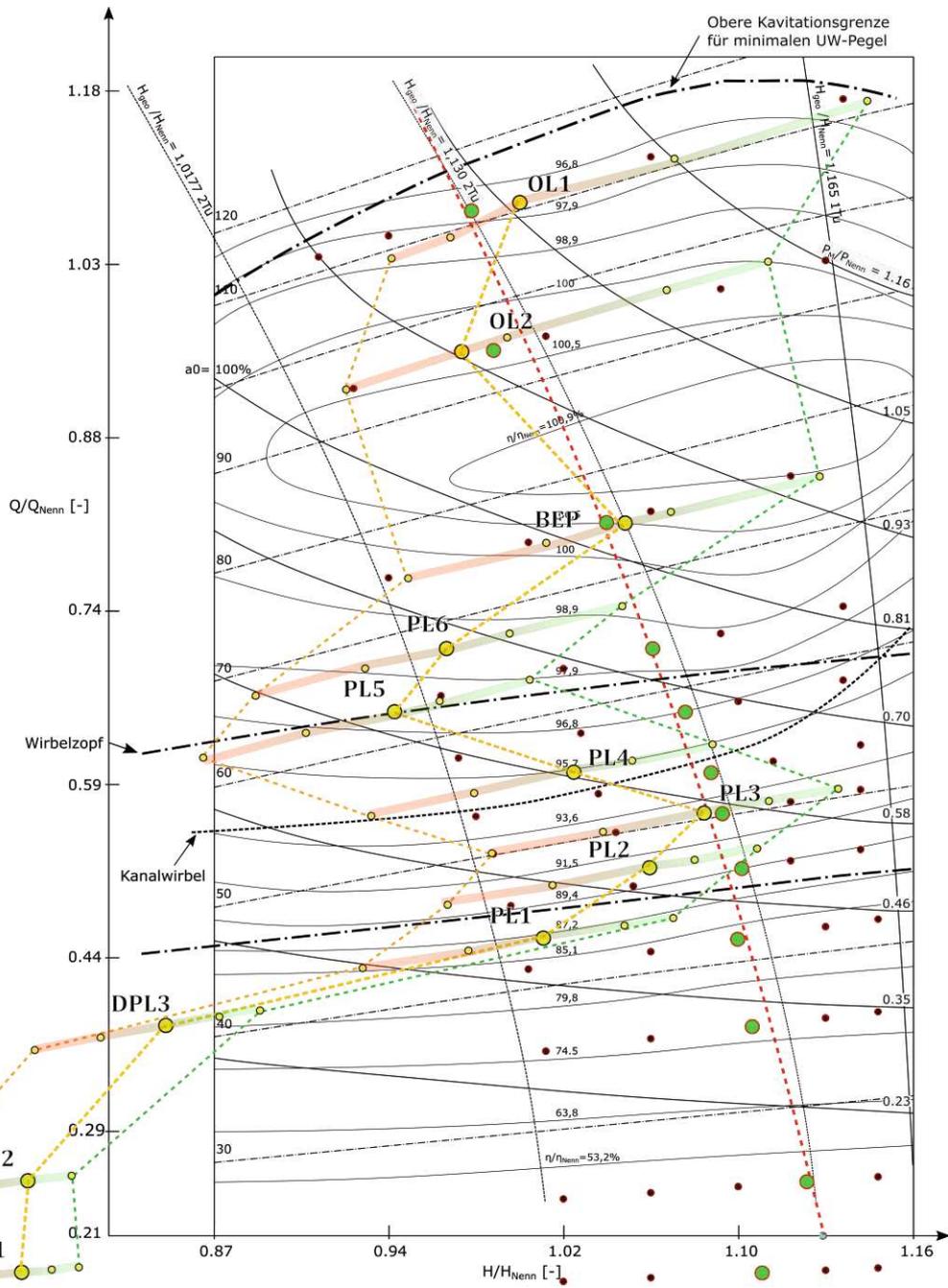


Abbildung 4.2: Alle Simulationsergebnisse im Kennfeld. Vorgegebene Betriebspunkte sind schwarz und simulierte Betriebspunkte gelb markiert. Simulationen mit gleicher Leitapparatstellung sind miteinander mit einer farblichen Linie verbunden. Es sind Simulationspunkte mit kleinster und größter Fallhöhe durch strichlierte Linien verbunden.

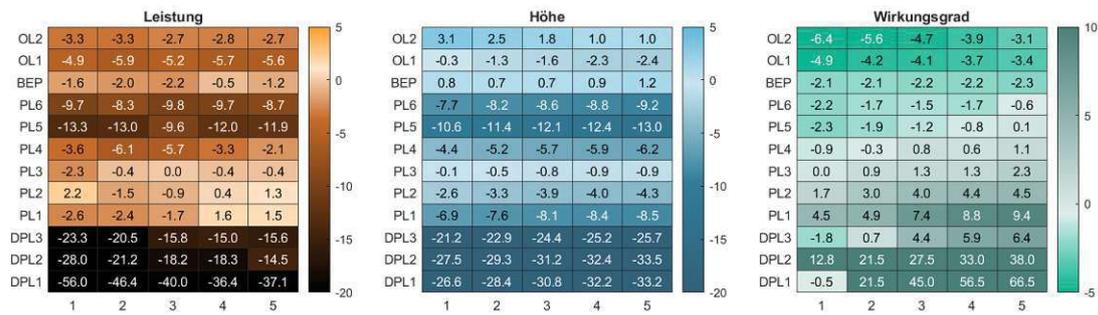


Abbildung 4.3: Tabellen der relativen Abweichungen der simulierten Globalgrößen aller Simulationen zum Modellkennfeld in Prozent.

In Abbildung 4.3 sind die relativen Abweichungen aller simulierten Globalgrößen zum Kennfeld der Modellmaschine tabelliert und farblich hervorgehoben. Die Spalten entsprechen den Betriebspunkten von kleinster bis größter vorgegebener Fallhöhe.

Es sind klare Abweichungen aller Globalgrößen in der tiefen Teillast zu erkennen. Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass die Referenzwerte in der tiefen Teillast im Vergleich zu den anderen Betriebspunkten sehr klein und DPL1 und 2 nur abgeschätzt werden können, da die vorgegebenen Betriebspunkte zu weit am Rand liegen, um interpolieren zu können bzw. außerhalb des Kennfeldes liegen.

Abgesehen von der tiefen Teillast weisen die Simulationsreihen von PL5 und PL6 die stärksten Abweichungen zu den vorgegebenen Betriebspunkten auf. Sowohl in der Leistung als auch in der Höhe betragen die Abweichungen bei nahezu allen Simulationen über 10%. Der Wirkungsgrad hingegen korreliert nicht so stark mit den anderen Größen.

Da die simulierten Betriebspunkte in der tiefen Teillast sowohl in Leistung, Fallhöhe als auch Wirkungsgrad so starke Abweichungen aufweisen und die Prototypmaschine im Regelfall nicht in diesem Bereich betrieben wird, werden sie für die Erstellung des Kennfelds nicht mehr in Betracht gezogen.

## 4.2 Frequenzspektren im Saugrohrkonus

Da sich die Aufzeichnungszeiträume zwischen Messung und Simulation stark unterscheiden (in der Simulation 1 Sekunde, Messung einige Minuten) werden ihre

Frequenzspektren miteinander verglichen. Dazu werden die Schwankungen des Absolutdrucks im Saugrohrkonus an zwei verschiedenen Stellen analysiert. Das Signal  $p_{con,1}$  wird 0.8 m und das Signal  $p_{con,3}$  1.8 m hinter dem Laufradaustritt abgenommen (vgl. Abb. 3.1). In der Simulation werden Monitorpunkte an den entsprechenden Positionen gesetzt und für jeden Zeitschritt der Absolutdruck aufgezeichnet.

Die Frequenzspektren werden durch FFT (Fast Fourier Transformation) erstellt. Dazu werden nur die Druckfluktuationen  $p'$  herangezogen und die Frequenzspektren auf die Drehfrequenz der Prototypmaschine bezogen.

$$p = \bar{p} + p'$$

#### 4.2.1 Gemessene Frequenzspektren

Abbildung 4.4 zeigt die Frequenzspektren des Saugrohrkonusdrucks  $p_{con,1}$  aller Betriebspunkte der Messreihe nebeneinander in einem sogenannten Wasserfalldiagramm.

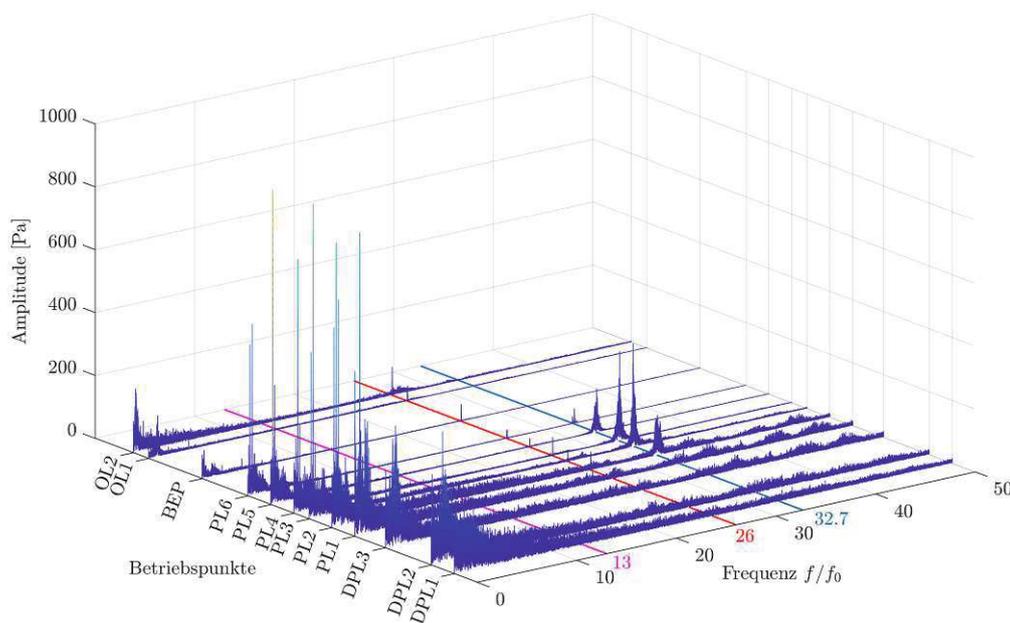


Abbildung 4.4: Wasserfalldiagramm des Frequenzspektrums aller Betriebspunkte der Messung  $p_{con,1}$ .

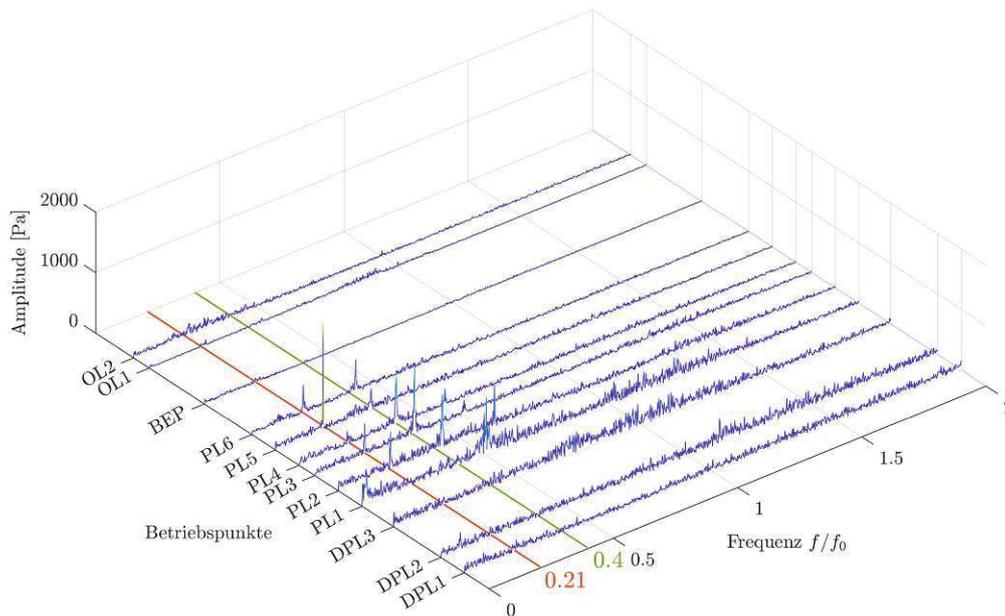
Im BEP treten keine starke Schwingungen auf, was auf einen ruhigen Lauf der Maschine in diesem Betriebspunkt schließen lässt.

In den Betriebspunkten PL2 und darunter existieren über das gesamte Frequenzspektrum höhere Amplituden. Daran ist zu erkennen, dass die Maschine in diesen Betriebsbereichen sehr viel unruhiger läuft als bei höheren Leistungen.

In der mittleren Teillast zwischen PL2-6 sind bei  $f/f_0 = 32.7$  (blau markiert) starke Schwingungen zu erkennen. Bei diesen Schwingungen handelt es sich um die Hinterkantenablösung der Laufradschaufeln, wie Mühlbacher bereits entdeckt hat [14].

Die größten Amplituden treten im Niederfrequenzbereich ( $f/f_0 < 1$ ) auf und sind in der mittleren Teillast zu finden. Abbildung 4.5 zeigt diesen Bereich. Die Amplituden treten bei den Frequenzen  $f/f_0 \approx 0.21$  und  $f/f_0 \approx 0.40$  auf wobei die maximale Amplitude beim Betriebspunkt PL5 auftritt. Diese Schwingungen sind eindeutige Indikatoren für das Auftreten eines Wirbelzopfs. In Abschnitt 4.3.2 werden diese Frequenzen weiter untersucht.

Beim Betriebspunkt PL1 treten Schwingungen bei  $f/f_0 \approx 0.5$  auf. Der Peak ist hier breiter gestreut als in den darüber liegenden Betriebspunkten. Es wird vermutet, dass es sich hierbei um zwei Wirbelzöpfe handelt, die in einer Doppelhelix umeinander rotieren und jeweils eine Drehfrequenz von  $f/f_0 \approx 0.25$  besitzen.



**Abbildung 4.5:** Wasserfalldiagramm des niederfrequenten Frequenzspektrums aller Betriebspunkte der Messung  $p_{con,1}$ .

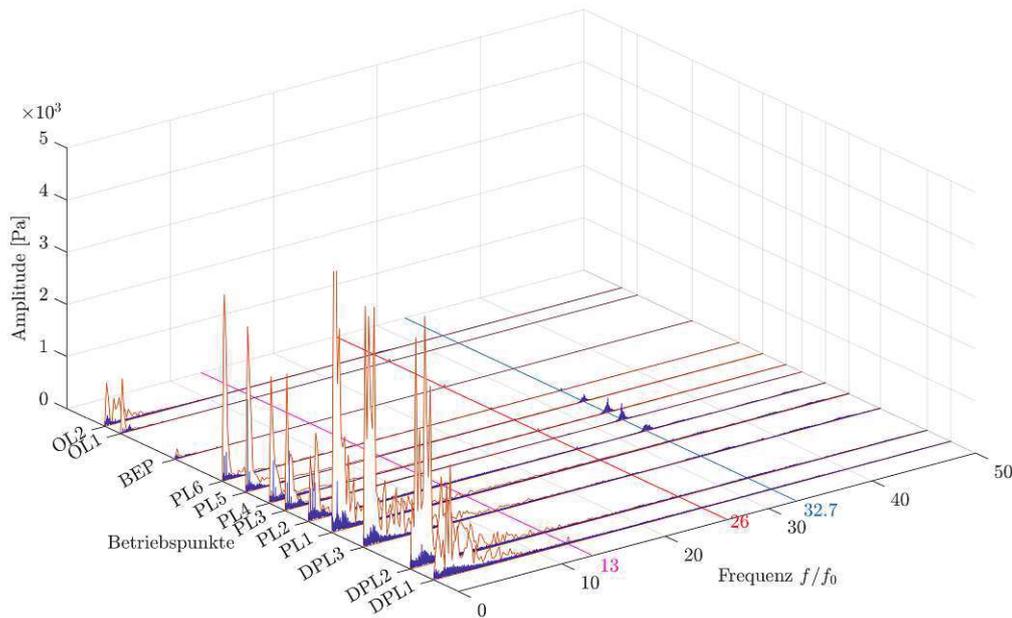
## 4.2.2 Simulierte Frequenzspektren

In Abbildung 4.6 sind die simulierten Frequenzspektren des Konusdrucks im Vergleich mit den gemessenen Spektren dargestellt.

Bei der Simulation ist beim BEP keine starke Schwingung zu erkennen und bestätigt, dass in diesem Betriebspunkt die Turbine am ruhigsten und folglich effizientesten läuft. Die Amplituden der simulierten Schwingungen sind, so wie in der Simulation, in der Vollast sehr viel kleiner als in der Teillast.

In der mittleren Teillast (PL1-6) sind in der Simulation ebenfalls niederfrequente Peaks erkennbar, welche auf einen Wirbelzopf schließen lassen. Diese Betriebspunkte werden im Abschnitt 4.3.2 detailliert untersucht.

In der tiefen Teillast (DPL1-3) werden sowohl in der Messung als auch in der Simulation Frequenzen über ein breites niederfrequentes Spektrum erzeugt (bis zur zehnfachen Laufrad-Drehfrequenz). Dieses breite Spektrum zeugt von einer starken Unruhe in der Strömung in diesem Betriebsbereich. Die Amplituden der Simulation sind um ein vielfaches größer als jene der Messung.



**Abbildung 4.6:** Wasserfalldiagramm der Konusdruckschwankungen zum Vergleich zwischen Messung (blau) und Simulation (orange).

## 4.3 Instationäre Strömungsphänomene

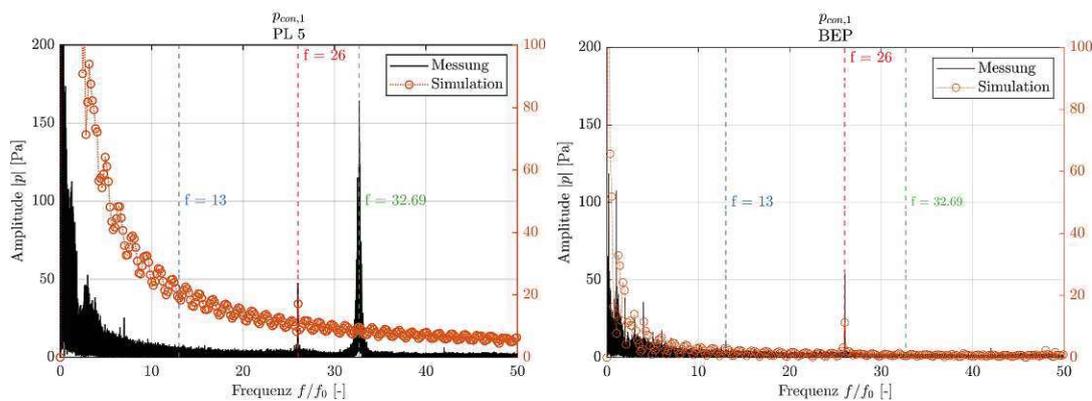
Das Frequenzspektrum der Druckschwankungen gibt Aufschluss über die instationären Strömungsphänomene, die in den verschiedenen Betriebspunkten auftreten. Darunter zählen der sehr markante Wirbelzopf im Saugrohrkonus, Rotor-Stator-Interaktion (RSI), Kanalwirbel und Hinterkantenablösung.

### 4.3.1 Rotor Stator Interaktion - RSI

Die Prototypmaschine, die für die vorliegende Arbeit untersucht wird, besitzt 13 Laufschaufeln und 24 Leitschaufeln. Demnach ergibt sich, nach Gleichung 2.13, im ruhenden System für die RSI eine Grundschwingung mit einer Frequenz von  $f/f_0 = 13$  und im rotierenden System eine Frequenz von  $f/f_0 = 24$ . Diese Schwingungen sind im Radzwischenraum am stärksten und propagieren weiter in den Saugrohrkonus. Da keine Druckmessungen im Radzwischenraum durchgeführt wurden, werden der Saugrohrkonusdruck zur Analyse der RSI herangezogen.

Abbildung 4.7 zeigt die Frequenzspektren des Saugrohrkonusdrucks  $p_{con,1}$  in den Betriebspunkten PL5 und BEP. Im Messsignal (schwarz) ist bei PL5 die Schwingung zufolge der Hinterkantenablösung bei  $f/f_0 = 32.69$  sehr gut zu erkennen, während sie beim BEP nicht mehr auftritt. Diese Frequenz ist in der Simulation (orange) nicht zu finden.

Die einzige Frequenz, die in diesem Bereich sowohl in der Messung als auch in der Simulation auftritt, ist die zweite Harmonische der RSI bei  $f/f_0 = 26$ . Es ist sehr auffallend, dass die Grundfrequenz von  $f/f_0 = 13$  (blaue Markierung) weder bei der Messung noch bei der Simulation zu sehen ist.



**Abbildung 4.7:** FFT des Konusdrucks  $p_{con,1}$  der Messung und Simulation, Vergleich zwischen PL5 und BEP.

Das Fehlen der Grundschwingung ist nicht geklärt. Valentin et al. [26] stellen bei ihren Messungen fest, dass die 2. und 3. Harmonische der RSI (im rotierenden System) große Amplituden besitzt. In ihrem Fall gilt dies aber nur für die Messreihen in der höheren Teillast ( $0.6 < P/P_{Nenn} < 1$ ). Sie haben festgestellt, dass es bei dieser Frequenz zu einer mechanischen Resonanz des Laufrades kommt. Sie vermuten, dass in diesem Betriebsbereich ungünstige Druckverteilungen durch andere Strömungsphänomene die Eigenfrequenz des Laufrades verändert und durch die RSI amplifiziert wird.

Bei den vorliegenden Frequenzspektren wird ein Resonanzeffekt jedoch ausgeschlossen, da trotz dieses Effekts die Grundschwingung erhalten bleiben sollte, und es wird in der CFD, wo aufgrund fehlender Modellierung mechanische Resonanz ausgeschlossen ist, ebenfalls keine Grundschwingung simuliert. Da die 2. Harmonische in allen Betriebspunkten dominant ist, ist die Ursache auch vom Betriebszustand

der Maschine unabhängig.

Mit dem aktuellen Stand kann die Ursache für diese Verhalten nicht eindeutig geklärt werden. Womöglich ist das ein Resultat von Reflexionen der Druckwellen innerhalb des Saugrohrs.

### 4.3.2 Wirbelzopf

Wird eine Francis-Turbine in Teillast betrieben, rotiert für gewöhnlich ein markant helixförmiges Tiefdruckgebiet mit Kavitationsbläschen mit einem Bruchteil der Nenn-Drehfrequenz im Saugrohrkonus, typischerweise  $f/f_0 \approx 0.2 - 0.3$ . Bei der untersuchten Prototypmaschine liegt dieser Betriebsbereich zwischen 40-60% der Nennleistung. Dieses Tiefdruckgebiet kann anhand von Druckschwankungen im Saugrohrkonus detektiert werden. In der Simulation wird der Wirbelzopf anhand der Wirbelintensität visualisiert.

Abbildung 4.8a zeigt den simulierten Wirbelzopf im Saugrohrkonus für den Betriebspunkt PL3. Für die Darstellung wird das sogenannte Lambda-2-Kriterium verwendet. Dabei handelt es sich um eine Kenngröße für die Wirbelintensität einer Strömung. Die markante Helixform des Wirbelzopfs ist klar erkennbar und der Wirbel bleibt bis über die Krümmung des Saugrohrs bestehen. Mit schwächerer Intensität besteht der Wirbelzopf bis zum Auslass des Saugrohrs.

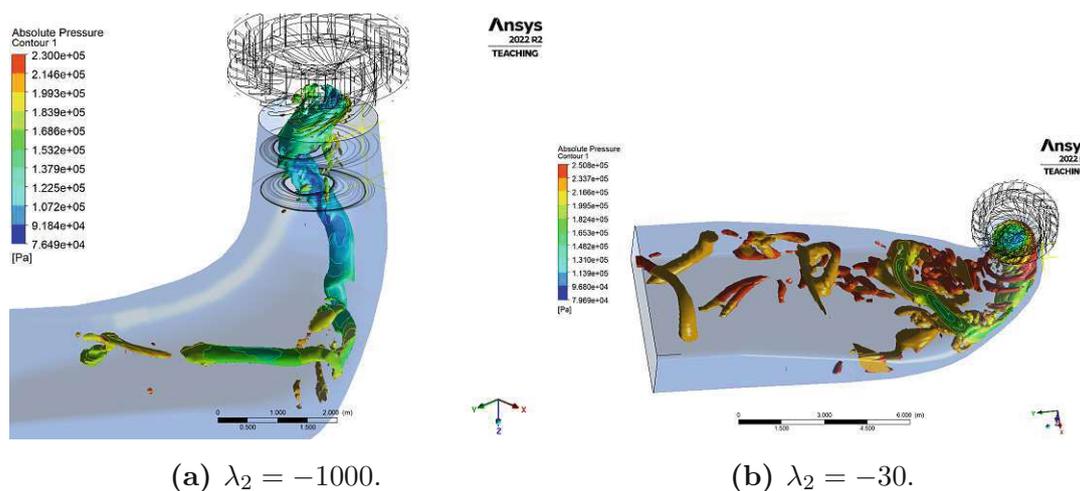
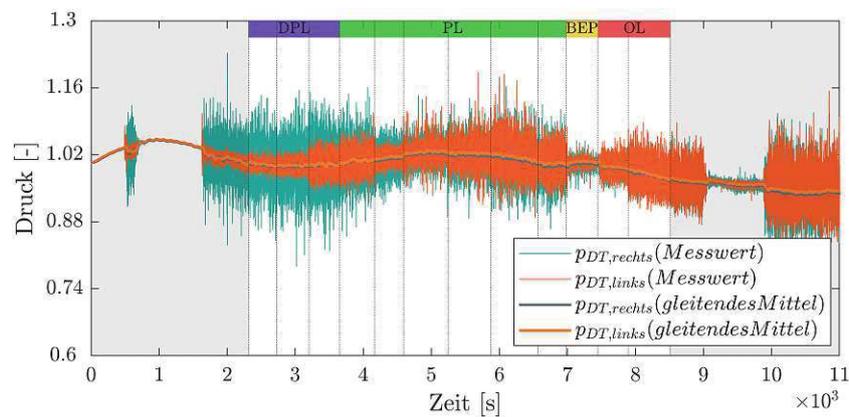


Abbildung 4.8: Lambda-2-Kriterium zur Darstellung des Wirbelzopfs im Teillastbereich (PL3).

In Abbildung 4.8b ist die Verwirbelung mit schwächerer Intensität dargestellt. Es ist eine klare Tendenz erkennbar, dass sich die verwirbelte Strömung zusammen mit dem Wirbelzopf an die rechte Wand anschiebt. Dies hat unregelmäßige und stärkere Druckschwankungen an der rechten Wand des Saugrohraustritts zur Folge. Dieser Effekt lässt sich auch an den Druckmessungen am Saugrohraustritt der Prototyp-Maschine beobachten - vor allem in der tiefen Teillast (siehe dazu Abbildung 4.9).



**Abbildung 4.9:** Druckmessung am Saugrohraustritt während der Messreihe. Werte bezogen auf den Mittelwert der Messung.

### Frequenzspektrum des Wirbelzopfs

In Abbildung 4.10 ist der Niederfrequenzbereich der Druckmessung und Simulation einiger Betriebspunkte des Teillastbereichs dargestellt. Im Messsignal (schwarz) tritt eine klare Schwingung bei 20-21% der Nenndrehzahl auf und wird durch seine zweite und dritte Harmonische begleitet. Teilweise ist auch eine vierte Harmonische erkennbar. Diese Frequenz ist die typische Drehfrequenz des Wirbelzopfs. Die stärkste gemessene Amplitude zeigt sich beim Signal  $p_{con,3}$  des Betriebspunkts PL4. Dabei handelt es sich um die Grundschwingung bei  $f/f_0 = 0.20$ .

Bei den Simulationen (orange) werden ebenfalls Schwingungen im niederfrequenten Bereich erzeugt. Bei  $f/f_0 \approx 0.20$  wird in allen Simulationen ein Peak detektiert, der auf einen Wirbelzopf schließen lässt. Die Amplituden liegen in der selben Größenordnung wie die Messung. Die maximale simulierte Amplitude ist bei  $p_{con,3}$  im Betriebspunkt PL2 bei der Frequenz  $f/f_0 = 0.70$  zu finden. Es handelt sich voraussichtlich um die zweite Harmonische der Grundfrequenz.

## Simulationsergebnisse und Diskussion

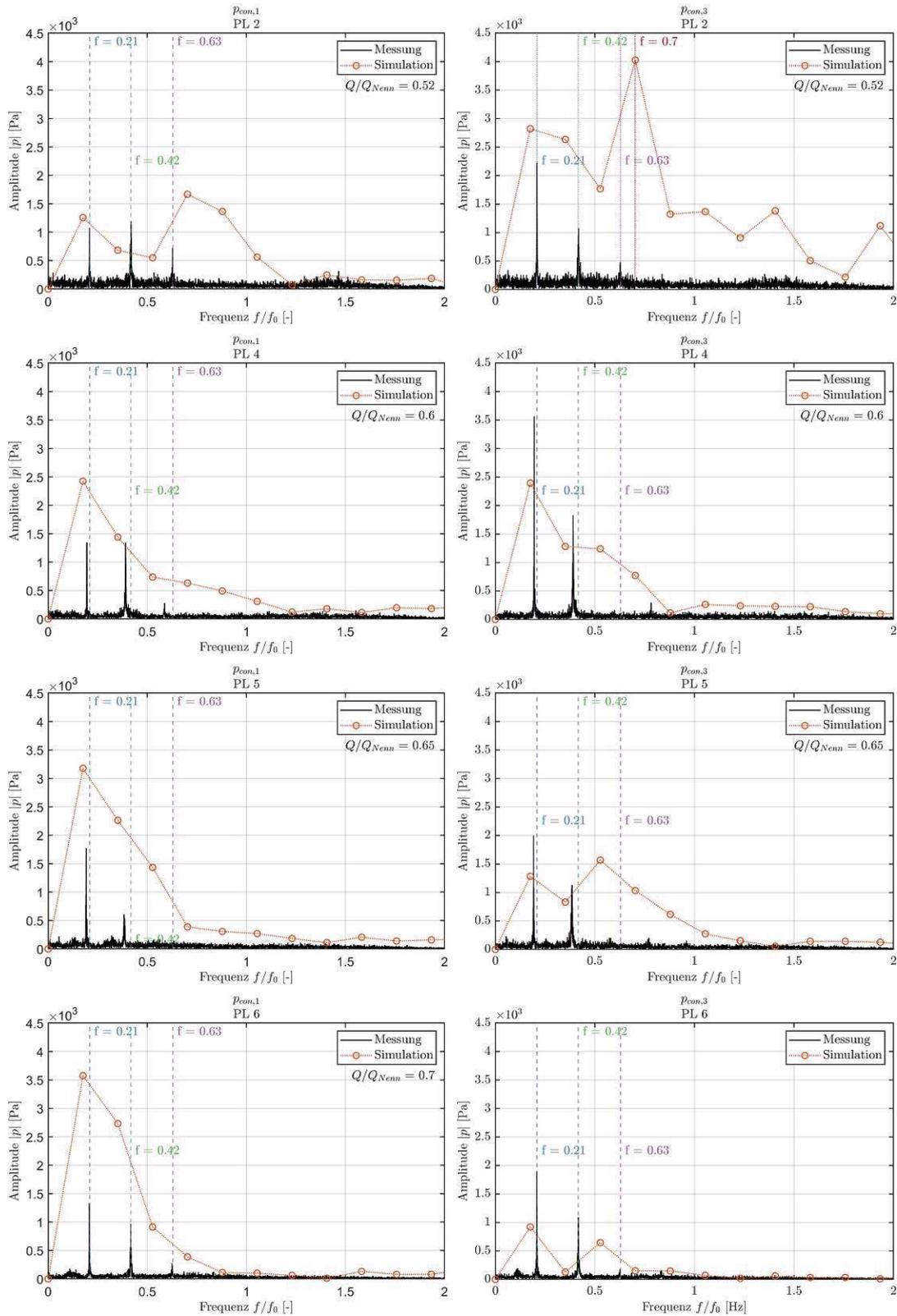


Abbildung 4.10: Frequenzspektren der Messungen und Simulationen der Drücke  $p_{con,1}$  und  $p_{con,3}$  im Saugrohrkonus für verschiedene Betriebspunkte im Teillastbereich (PL 2,4,5,6).

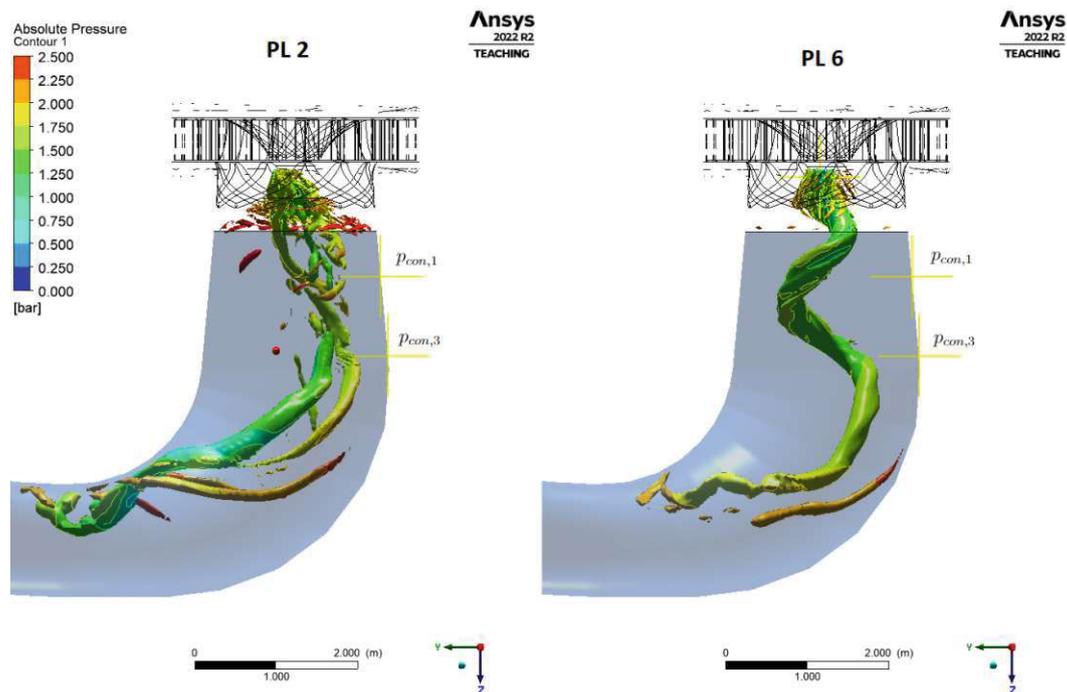
Allgemein ist bei  $p_{con,1}$  der Simulation nur ein einziger Peak erkennbar, der größer als bei  $p_{con,3}$  ist. Ausgenommen ist hierbei der Betriebspunkt PL2, welcher eindeutig Peaks bei mehreren verschiedenen Frequenzen aufweist.

Aufgrund der geringen Frequenzauflösung können die Positionen der Peaks jedoch nicht genau bestimmt werden. Es ist schwer zu sagen, ob es sich bei den Amplituden um einen einzigen oder mehrere Peaks handelt. Um eine bessere Frequenzauflösung zu erhalten, wäre ein längerer Simulationszeitraum notwendig, was für zukünftige Projekte in Betracht zu ziehen ist.

Die gemessenen Frequenzspektren in Abbildung 4.10 zeigen, dass die maximale Amplitude stets bei der Messstelle  $CON_3$  auftritt und es sich stets um die Grundschwingung (erste Harmonische) handelt. Also an jener Stelle, die am weitesten vom Auslauf des Laufrads entfernt ist. An der Stelle  $CON_1$  - am nächsten zum Laufrad - sind die Amplituden der ersten und zweiten Harmonischen in der Teillast ( $Q/Q_{Nenn} \leq 0.6$ ) in etwa gleich groß.

Baya et al. haben ebenfalls Messungen an einer ähnlichen Fancismaschine ( $n_q = 68 \text{ min}^{-1}$ ) durchgeführt und Frequenzspektren analysiert [2]. Deren Messungen zeigen gegenteilige Resultate. Die maximalen Amplituden sind an jener Messstelle zu finden, die am nächsten zum Laufradaustritt liegt. Der Grund dafür ist nicht geklärt. Es wird jedoch vermutet, dass das mit der Streckung der Wendeln des Wirbelzopfs zusammenhängt und kann mithilfe der Simulationsergebnisse verdeutlicht werden.

In Abbildung 4.11 werden die Wirbelzöpfe der Betriebspunkte PL2 und PL6 miteinander verglichen. Die Monitorpunkte, an denen der Druck gemessen wird, sind mit gelben Fadenkreuzen markiert. Der Wirbel von PL6 hat bereits auf der Höhe vom Monitorpunkt  $CON_1$  fast eine volle Windung gebildet. Dadurch erreicht der Wirbelzopf schon an einer höheren Stelle die Wand des Saugrohrs - und führt zu stärkeren Druckschwankungen an der Messstelle. Bei dem Wirbel von PL2 zieht sich die Wendel über den gesamten Saugrohrkonus, bzw. prägt sich der Wirbel erst weiter unten im Konus aus. Dadurch kommt der Wirbelzopf der Konuswand an der Messstelle  $CON_3$  am nächsten und es werden stärkere Druckamplituden detektiert. Dadurch kann die maximale Amplitude der Simulation im Betriebspunkt PL 2 erklärt werden.



**Abbildung 4.11:** Lambda-2-Kriterium zur Darstellung des Wirbelzopfs. Vergleich zwischen den Wirbelzöpfen der Betriebspunkte PL 2 und PL 6.

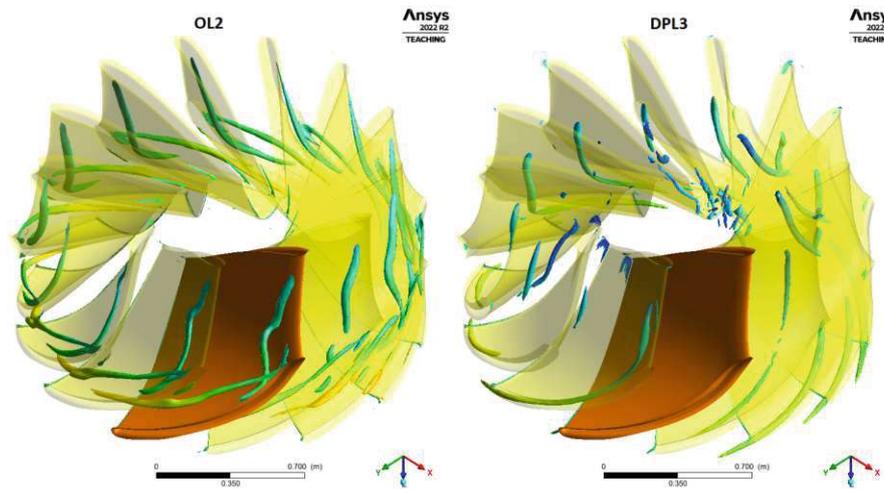
Die Unterschiede in der vorliegenden Messung und jener von Baya et al. könnten dadurch auch erklärt werden. Je nach Stärke der Windung des Wirbelzopfs können sich die Amplitudenmaxima in der Höhe der Saugrohrkonus verschieben. So wird vermutet, dass der Wirbelzopf der Prototypmaschine weniger stark gewunden ist als jener, der von Baya et al. untersucht wurde.

### 4.3.3 Kanalwirbel

Mit dem SAS-SST-Turbulenzmodell ist es möglich, Kanalwirbel zu simulieren. Um die Kanalwirbel sichtbar zu machen, werden wieder Iso-Flächen des Lambda-2-Kriteriums erstellt. In Abbildung 4.12 sind die Kanalwirbel der Betriebspunkte OL2 und DPL3 dargestellt. Dabei lassen sich die drei verschiedenen Typen der Kanalwirbel beobachten. In OL2 bilden sich Wirbel des Typs I und Typs III, und in DPL3 sind Typ II-Wirbel zu sehen.

Ab den Betriebspunkten von PL3 und darunter beginnen sich Kanalwirbel in der Teillast zu bilden und ab PL1 sind sie voll ausgebildet. In der Überlast treten

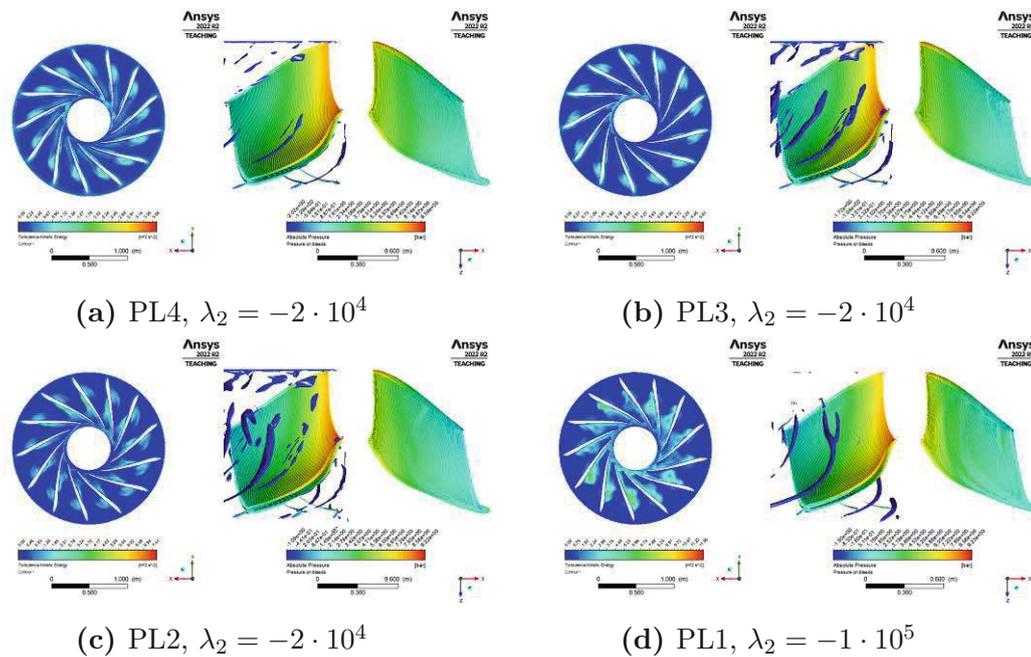
ebenfalls ausgeprägte Kanalwirbel auf, aber nur wenn die Fallhöhe gering genug ist.



**Abbildung 4.12:** Kanalwirbel der Betriebspunkte OL2 und DPL3  $\lambda_2 = -10^5$

Abbildung 4.13 Zeigt die allmähliche Entstehung des Kanalwirbels mit fallender Leistung. In der Teillast lassen sich ab dem Betriebspunkt PL3 Kanalwirbel erkennen, wobei die Wirbelstärke (nach dem Lambda-2-Kriterium) vergleichsweise gering ist. Erst im Betriebspunkt PL1 (Abbildung 4.13d) sind voll ausgebildete Typ II-Kanalwirbel mit starker Wirbelstärke ( $\lambda_2 = -1 \cdot 10^5$ ) präsent.

An den Konturen der kinetischen turbulenten Energie lässt sich erkennen, dass sich Kanalwirbel in höheren Lastbereichen an der Druckseite bilden. Ab dem Betriebspunkt PL2 (4.13c) beginnen sich auch an der Saugseite Wirbel aufzubauen und ab PL1 sind nurmehr Typ-II-Kanalwirbel vorhanden.



**Abbildung 4.13:** Links: Kontur der turbulenten kinetischen Energie. Rechts: Kanalwirbel durch Lambda-2-Kriterium visualisiert und Konturen des Absolutdrucks auf einer Laufschaufel (links: Druckseite, rechts: Saugseite).

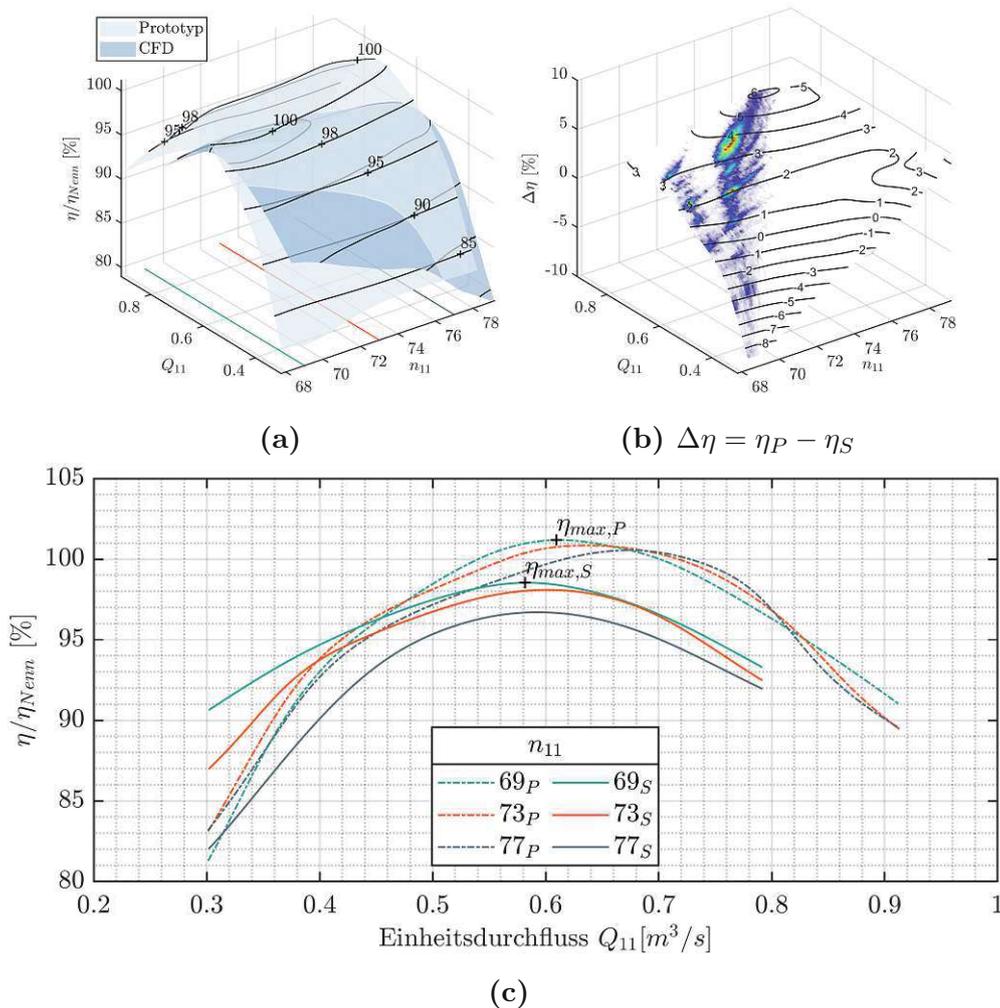
Das Kennfeld der Modellmaschine (Abbildung 4.2) gibt an, dass sich ab einer Leitradöffnung von  $a_0 \approx 55\%$  ein Kanalwirbel in der Prototypmaschine bildet. Die CFD kann diese Grenze bestätigen. Kanalwirbel treten laut Simulation ab dem Betriebspunkt PL3 auf. Eine Kavitation der Strömung kann mit dem verwendeten Modell jedoch nicht bestätigt werden. Ausgeprägte Kanalwirbel, die vermutlich auch kavitieren, sind erst ab dem Betriebspunkt PL1 definitiv zu erwarten.

Es gibt keine Auskunft darüber ob sich in der Vollast ebenfalls Kanalwirbel in der Prototypmaschine ausbilden. Die CFD lässt dies jedenfalls vermuten.

## 4.4 Wirkungsgradkennfeld

Aus Durchfluss  $Q$ , Fallhöhe  $H$  und Wirkungsgrad  $\eta$  wird mit Hilfe eines MATLAB-Tools das Kennfeld aus den simulierten Betriebspunkten erstellt (siehe Abschnitt 3.3.3). Des Weiteren wird das bereits vorhandene Kennfeld der Modellmaschine über

Sample-Punkte mit dem selben Tool nachgestellt. Dies ermöglicht es, beide Kennfelder übereinander zu legen, Differenzen zu bilden und miteinander zu vergleichen.



**Abbildung 4.14:** Vergleich Wirkungsgradkennfelder. (a): Kennfelder. (b): Differenz inkl. Heatmap. (c): Wirkungsgradkennlinien verschiedener Einheitsdrehzahlen (S...Simulation, P... Prototyp).

In Abbildung 4.14 werden die Kennfelder der Simulation und des Prototyps miteinander verglichen. Die Oberflächen in 4.14a und 4.14b sind über Einheitsdrehzahl  $n_{11}$  und Einheitsdurchfluss  $Q_{11}$  (vgl. Gleichung 2.9) dargestellt. Abbildung 4.14c vergleicht die Wirkungsgradverläufe für verschiedene Einheitsdrehzahlen. Die Farben der Linien entsprechen den Markierungen in 4.14a.

Anhand der Wirkungsgradverläufe in Abbildung 4.14c ist ersichtlich, dass der

	$n_{11}$	$Q_{11}$	$\eta_{max}/\eta_{Nenn}$
Prototyp	69.08	0.61	101.18
Simulation	69.50	0.59	98.57

**Tabelle 4.1:** Betriebspunkte des maximalen Wirkungsgrads. Vergleich zwischen Modell und Simulation.

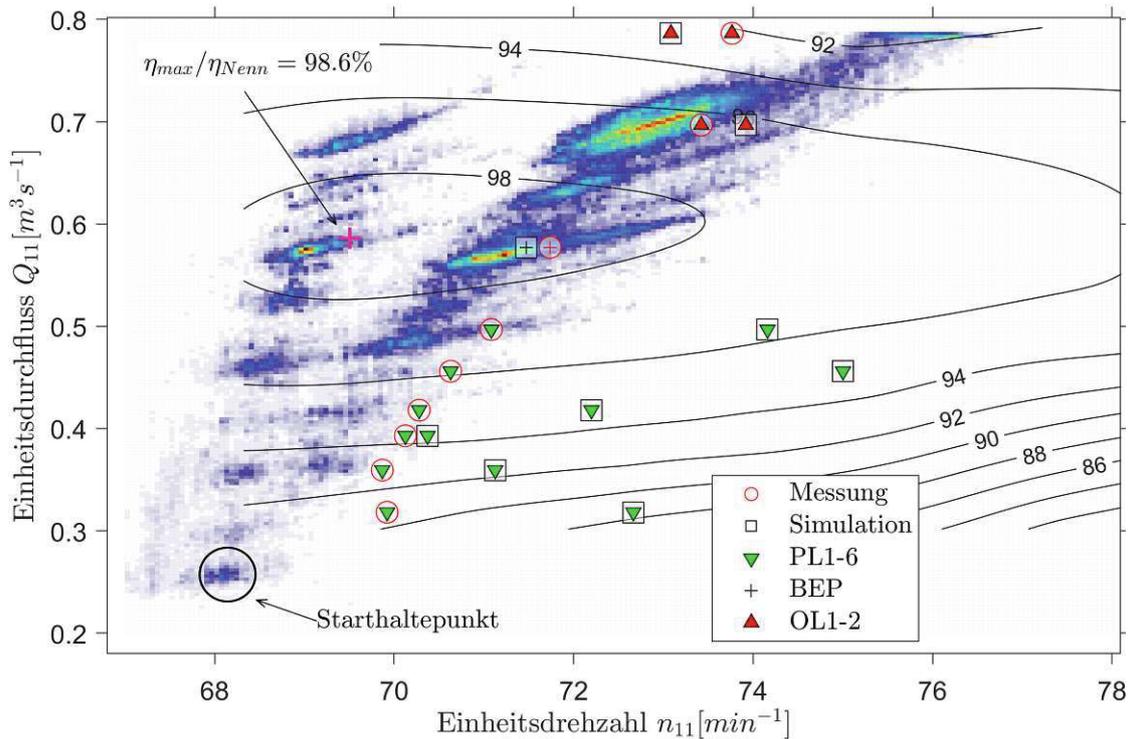
maximale Wirkungsgrad der Simulation deutlich geringer ausfällt als der maximale Wirkungsgrad des Prototyps. Die Abweichung beträgt 2.61 %. Die maximalen auf den Nennpunkt bezogenene Wirkungsgrade sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

Im Bereich geringeren Durchflusses ist der Wirkungsgrad des Prototyps gleichmäßig niedrig bei ca. 76-78 %. Bei der Simulation zeigen sich hingegen stark unterschiedliche Wirkungsgrade in diesem Bereich. So ist der Wirkungsgrad bei  $n_{11} = 69$  über 85 %. Mit steigender Einheitsdrehzahl fällt der Wirkungsgrad stetig ab.

In Abbildung 4.14b werden diese Differenzen zwischen Simulation und Modell über den gesamten Definitionsbereich dargestellt. Es kommen extreme Abweichungen am Rand des Betriebsbereichs zustande. So liegt in der tiefen Teillast bei geringerer Einheitsdrehzahl der simulierte Wirkungsgrad um bis zu 8 % über dem Wirkungsgrad des Prototyps und im anderen Extrem liegt der Wirkungsgrad in der Simulation um über 6 % darunter.

Die Heatmap der Dauermessung zeigt jedoch, dass sich der Betriebsbereich der Anlage auf einen kleinen Bereich des Kennfeldes begrenzt. Die am häufigsten angefahrenen Betriebspunkte liegen im Differenzbereich von 3 %-4 %. Der Bereich der maximalen Leitapparatöffnung wird relativ häufig angefahren, sodass eine Differenz von 6 % erreicht wird. Eine beträchtliche Betriebszeit ist in der tiefsten Teillast bei  $n_{11} \approx 70$  und  $Q_{11} \approx 0.4$  zu sehen. Dabei handelt es sich um den sogenannten Starthaltepunkt, der beim Startvorgang angefahren wird und darin verharrt bis der Regelbetrieb eingeleitet wird. Die Wirkungsgrad-Differenz beträgt hier nahezu -6 %.

Abbildung 4.15 zeigt das Kennfeld, das sich aus der Simulation ergibt, zusammen mit der Heatmap der Dauermessung. Die Konturen beschreiben Linien konstanten Wirkungsgrads  $\eta$  in Prozent. Die Betriebspunkte der Messreihe sind mit einem Kreis markiert und jene der Simulation mit einem Quadrat. Grüne und rote Dreiecke beschreiben Teillast bzw. Überlast und „+“ markiert den BEP.



**Abbildung 4.15:** Wirkungsgradkennfeld nach den simulierten Betriebspunkten. Grün: Betriebspunkte in der Teillast PL1-6 (von unten nach oben). rote Dreiecke: Betriebspunkte in der Überlast. unten OL1, oben OL2. Mit Kreis markierte Punkte entsprechen Messung und mit Quadrat markierte Punkte entsprechen Simulation.

Im Vergleich zwischen Heatmap und Betriebspunkten der Messreihe erkennt man, dass die zweite Maschine während der Messreihe im Nennpunkt (OL1) gefahren ist. Der rechte Ast der Heatmap zeigt die Betriebspunkte, die im Parallelbetrieb mit gleicher Leistung gefahren wurden. Da aber die zweite Maschine auf einem Betriebspunkt mit großem Durchfluss gehalten wurde, sind die Fallhöhenverluste für die Teillast der vermessenen Maschine größer als sonst und die Einheitsdrehzahl erhöht sich.

Beim Betriebspunkt OL2 verhält es sich anders herum: Der Durchfluss der vermessenen Maschine ist nun größer als der Durchfluss der zweiten Maschine und die Fallhöhenverluste sind geringer als im Parallelbetrieb der Heatmap und die Einheitsdrehzahl sinkt.

## 4.5 Herausforderungen

Die numerische Simulation der gesamten Maschine, einschließlich der Einlaufspirale und des Saugrohrs, stellt eine komplexe Herausforderung dar, die verschiedene Aspekte umfasst. Dies beinhaltet zum einen eine ordnungsgemäße und präzise Messung aller Parameter, die die Randbedingungen beeinflussen und zur Verifizierung herangezogen werden, und zum anderen die Bewältigung der Datenmenge, die durch die Vielzahl an Simulationen generiert wird.

### 4.5.1 Herausforderungen in der Messauswertung

Die Messauswertung zeigt sich als insofern herausfordernd, da es beim Messprogramm zu Komplikationen kam, die die Durchflussmessung unbrauchbar machten und zur Durchflussbestimmung auf das Kennfeld der Modellmaschine zurückgegriffen werden musste. Bei den Druckmessungen wurden keine Höhenkorrekturen vorgenommen und die Leitapparatstellung ist auf einen anderen Wert bezogen, als erwartet.

#### Leitapparatstellung

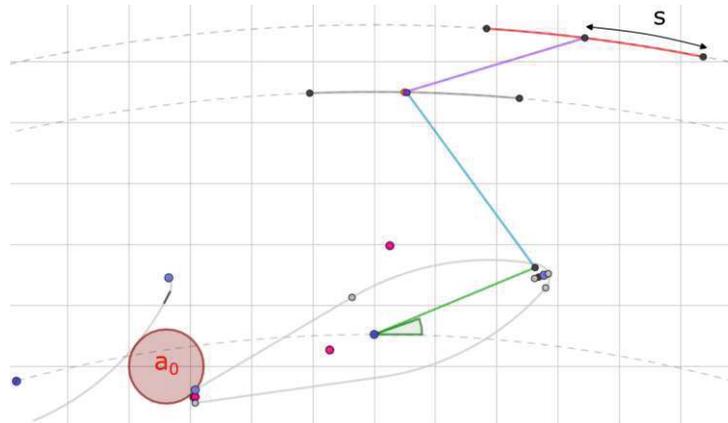
Einer der wichtigsten Parameter für die Simulation der Prototyp-Maschine ist die Bestimmung des Öffnungswinkels der Leitschaufeln. Bereits kleine Winkeländerungen ( $< 2^\circ$ ) führen zu gravierenden Abweichungen der Globalgrößen.

Die Leitapparatöffnung  $a_0$  ist der minimale Abstand zwischen zwei Leitschaufeln. Dieser Wert ist eine bezogene Größe und wird relativ zur Nennöffnung beschrieben. Im Laufe dieser Arbeit hat sich jedoch herausgestellt, dass der Messwert, der aufgezeichnet wird, nicht auf die Nennöffnung sondern auf die maximal mögliche Öffnung bezogen ist. Des Weiteren wird dieser Wert anhand der Verdrehung des Regelrings bestimmt. Da die Leitschaufeln über einen Hebel mit dem Regelring verbunden sind, entsteht ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Hubweg und Drehwinkel der Leitschaufel.

Nach Rücksprache mit den Betreibern der Prototypmaschine konnte die maximale Leitapparatöffnung in Erfahrung gebracht werden. Mit der bekannten maximalen Öffnung und den Plänen des Leitrings konnten die notwendigen Winkel der

Leitschaukel nachkonstruiert werden (siehe Abbildung 4.16).

Für zukünftige Messungen und Projekte wird stark empfohlen, darauf zu achten, welcher Wert zur Bestimmung der Leitapparatöffnung hergenommen wird und idealerweise wird direkt der Leitschaukelwinkel aufgenommen.



**Abbildung 4.16:** Konstruktion des Leitapparats, die den Zusammenhang zwischen Leitapparatöffnung  $a_0$  und Hubweg  $s$  darstellt.

### Fallhöhe

Die Bestimmung der Fallhöhe stellte ebenfalls eine Herausforderung dar. Diese wurde durch die Druckdifferenz zwischen der Spirale und dem Saugrohraustritt sowie durch eine grobe Schätzung des Durchflusses (für dynamischen Druckanteil) ermittelt. Die Drucksensoren waren auf einer anderen Höhe montiert als die Messstelle, und es erfolgte keine Korrektur für die Höhenunterschiede. Bei einer Inspektion der Sensoranordnung für die Dauermessung wurde dieser Umstand festgestellt. Die fehlende Höhenkorrektur führte zu einer Höhendifferenz von etwa 10 m.

Um solche Probleme zu vermeiden, ist es erforderlich, die Drucksensoren im Ruhezustand zu kalibrieren und die Höhendifferenzen zwischen der Messstelle an der Maschine und der Referenzhöhe des Sensors zu bestimmen.

### Durchfluss

Aufgrund von Schwankungen in der Spannungsversorgung erwiesen sich die Durchflussmessungen der Messreihe, auf die diese Arbeit basiert, als unbrauchbar. Daher war es erforderlich, den Durchfluss aus dem Kennfeld der Modellmaschine zu bestimmen. Dieses Kennfeld wurde jedoch anhand von Messdaten einer Modell Turbine erstellt und gibt nicht den genauen Durchfluss wieder, der während der Messreihe vorlag.

Des Weiteren ist am selben Druckstollen ein zweite Turbine angeschlossen und wurde während der Messreihe bei Nennleistung betrieben. Also wurden die Maschinen auf unterschiedlichen Leistungen betrieben. Das Kennfeld geht jedoch davon aus, dass beide Maschinen parallel mit gleichem Durchfluss gespeist werden. Da die Turbinen in unterschiedlichen Lastpunkten betrieben wurden, verändert sich der Zusammenhang zwischen Durchfluss, Fallhöhe und Leitapparatstellung zum Kennfeld der Modellmaschine.

Für die vorliegende Arbeit wurde diese Diskrepanz in Kauf genommen, da es sonst keinen andere Möglichkeit gab, den Durchfluss exakter zu bestimmen. Für zukünftige Messungen wurde bereits entschieden, dass Messreihen nur im Einmaschinenbetrieb durchgeführt werden sollen, um eine verlässlichere Durchflussbestimmung zu gewährleisten.

### Datenmenge der Dauermessung

Die gewaltige Datenmenge der Dauermessung erforderte eine automatisierte Analyse, aus der sich das in Abschnitt 3.3.1 MATLAB-Tool entwickelte. Das Filtern des Datensatzes über die Heatmap erwies sich als besonders elegante Lösung, sich über die Daten einen Überblick zu verschaffen. Das Tool bietet ein interaktives Interface, um den gesamten Datensatz einzusehen und wird laufend erweitert.

### 4.5.2 Herausforderungen in der Simulation

Aufgrund der umfangreichen Anzahl simulierter Betriebspunkte wurde eine signifikante Menge an Daten generiert, was allein schon eine beträchtliche Datenverwaltungsarbeit erforderte. Insgesamt belief sich das Datenvolumen auf nahezu 1 Terabyte an Simulationsdaten. Eine weitere herausfordernde Dimension war die

erforderliche Rechenzeit, die insgesamt etwa 1 Million CPU-Stunden beanspruchte, um die Simulation sämtlicher Betriebspunkte durchzuführen.

Die Simulation weist insbesondere bei tiefer Teillast erhebliche Abweichungen von den Messergebnissen auf, wobei die Fallhöhe unzureichend simuliert wird. In diesem Bereich treten in der CFD sehr starke Verwirbelungen im Schaufelkanal des Laufrades und im Saugrohrkonus auf, wobei der Druck nicht unter den Dampfdruck des Wassers fällt. Basierend auf diesen Ergebnissen ist das Auftreten von Kavitation in tiefer Teillast in der Simulation nicht zu erwarten, während in der Realität Kavitation insbesondere im Schaufelkanal des Laufrades auftritt. Die Ursache für die unzureichende Fallhöhe in der Simulation bleibt unklar. Es wird vermutet, dass die starke Abweichung eher auf Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Durchflusses zurückzuführen ist, da die Fallhöhe besonders in tiefer Teillast bei geringen Leitapparatoröffnungen sehr empfindlich auf Änderungen des Durchflusses reagiert.

Dennoch wird angenommen, dass durch die Implementierung eines Kavitationsmodells, das zweiphasige Strömungen ermöglicht, die Simulation realistischere Ergebnisse hinsichtlich der Fallhöhe liefern kann.

# Kapitel 5

## Zusammenfassung

Diese Arbeit ist Teil des Forschungsprojekts „DIGI-Hydro“ und befasst sich mit der Erstellung eines digitalen Wirkungsgradkennfelds für eine Prototyp Francis-Turbine. Die simulierten Druckfelder im Laufrad werden zur Bestimmung eines Schädigungskennfelds weiterverwendet. Dieses innovative Kennfeld ist für die Anlagenbetreiber von äußerst großer Bedeutung, da mit Hilfe dieser Informationen der Betrieb der Maschine in Hinsicht auf Wirtschaftlichkeit und Verschleiß abgewogen und weiter optimiert werden kann.

Zentraler Bestandteil dieser Arbeit war die CFD-Simulation von einer großen Anzahl an Betriebspunkten. Es wurden insgesamt 60 verschiedene Punkte über den gesamten Betriebsbereich gerechnet und mit Messungen verglichen und validiert.

Um dies zu bewerkstelligen, wurde im Vorfeld dieser Arbeit eine gewaltige Menge an Messdaten gesammelt. Um die CFD-Simulationen damit validieren zu können, hat sich im Zuge dieser Arbeit die Notwendigkeit eines allgemein einsetzbaren Tools zur Visualisierung und Auswertung der Messdaten ergeben. Dieses Tool hat es ermöglicht, Messdaten von einem Zeitraum von 9 Monaten übersichtlich darzustellen und einzelne Betriebspunkte auf einfache Weise herausfiltern zu können.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit haben gezeigt, dass die simulierte Leistung über den gesamten Betriebsbereich 5-10% geringer als die Messung ausfällt. Der Bereich  $0.42 < Q/Q_{Nenn} < 0.62$  (Auftreten des Wirbelzopfs) ist davon ausgenommen. In diesem Bereich wird die gemessene Leistung auch in der Simulation erreicht.

Die simulierte Fallhöhe entspricht nur im BEP und in der Vollast der gemessenen

Fallhöhe. Mit abnehmender Leistung wird die Fallhöhendifferenz immer größer. Auch hier ist wieder der Bereich  $0.42 < Q/Q_{Nenn} < 0.62$  davon ausgenommen, wo sich die Fallhöhe wieder an die gemessenen Werte annähert.

Der simulierte Wirkungsgrad verläuft im Vergleich mit der Messung um einiges flacher und erreicht sein Maximum von  $\eta_{max,Sim}/\eta_{Nenn} = 98.3\%$  im BEP und entspricht dem gemessenen Wirkungsgrad der Prototypmaschine im selben Betriebspunkt. Der maximale gemessenen Wirkungsgrad hingegen befindet sich bei Betriebspunkt OL1 mit einem relativen Wirkungsgrad von  $\eta_{max,Mess}/\eta_{Nenn} = 102.7\%$  und ist größer, als der maximale Wirkungsgrad laut Kennfeld der Prototypmaschine ( $\eta_{max,Prototyp}/\eta_{Nenn} = 101.2\%$ ).

Die Validierung zeigt, dass die SAS-SST-Turbulenzmodellierung eines einphasigen Fluids für Betriebspunkte in der tiefen Teillast unzureichende Ergebnisse liefert, weshalb sie nicht zur Erzeugung des Kennfeldes der simulierten Turbine miteinbezogen werden konnten.

Das simulierte Wirkungsgradkennfeld ergibt im meistgenutzten Betriebsbereich einen um 2-4% geringeren Wirkungsgrad als das Kennfeld der Prototypmaschine.

Die Simulationen bestätigen, dass ein Wirbelzopf mit einer Frequenz von  $f/f_0 = 0.2$  in der Teillast auftritt. Ebenso konnte nachgewiesen werden, dass Kanalwirbel im erwarteten Betriebsbereich ( $a_0 < 55\%$ ) auftreten. Zusätzlich sagt die Simulation Kanalwirbel in der Volllast voraus. Hinterkantenablösungen in der mittleren Teillast konnten nicht nachgewiesen werden.

Im Zuge dieser Arbeit haben sich Herausforderungen gezeigt, die in zukünftigen Projekten beachtet werden sollten. Darunter zählen die Bestimmung der Leitapparatöffnung, Durchflussmessung und Höhenkorrektur der Drucksensoren. Besonders für die tiefe Teillast ist eine möglichst genaue Bestimmung der Randbedingungen notwendig.

# Literatur

- [1] Alligné, S. Forced and Self Oscillations of Hydraulic Systems Induced by Cavitation Vortex Rope of Francis Turbines, en, Diss., Lausanne: EPFL, 2011.
- [2] Baya, A. und et al. (2010). Experimental investigation of the unsteady flow in a Francis turbine draft tube cone. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 12 012007.
- [3] Blasbichler, C. Prototypenmessung alter Francis- Turbinen als Basis für Instandhaltungs- und Revitalisierungsmaßnahmen, Diplomarbeit, Technische Universität Wien, 2023.
- [4] Conrad, P., Weber, W. und Jung, A. (2017). Deep Part Load Flow Analysis in a Francis Model turbine by means of two-phase unsteady flow simulations. *Journal of Physics: Conference Series* 813, 012027.
- [5] Davidson, P. und Davidson, R., *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers*; Oxford University Press: 2004.
- [6] Doujak, E. Hydraulische Maschinen und Anlagen I & II, 2016.
- [7] Doujak, E., Stadler, S., Fillinger, G., Haller, F., Maier, M., Nocker, A., Gaßner, J. und Unterluggauer, J. (2022). Fatigue Strength Analysis of a Prototype Francis Turbine in a Multilevel Lifetime Assessment Procedure Part I: Background, Theory and Assessment Procedure Development. *Energies* 15, DOI: 10.3390/en15031148.
- [8] Franz, G. Graphische Auswertung von Turbinenmeßdaten, Diplomarbeit, Technische Universität Wien, 1999.
- [9] Giesecke, J. und Mosonyi, E., *Wasserkraftanlagen: Planung, Bau und Betrieb*; Springer Berlin Heidelberg: Berlin, Heidelberg, 2009.

- [10] Guo, P., Sun, L. und Luo, X. (2019). Flow characteristic investigation into inter-blade vortex for Francis turbine. *Trans. Chin. Soc. Agric. Eng* 35, 43–51.
- [11] Guo, T., Zhang, J. und Luo, Z. (2021). Analysis of Channel Vortex and Cavitation Performance of the Francis Turbine under Partial Flow Conditions. *Processes* 9, DOI: 10.3390/pr9081385.
- [12] Kumar, S., Cervantes, M. J. und Gandhi, B. K. (2021). Rotating vortex rope formation and mitigation in draft tube of hydro turbines – A review from experimental perspective. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 136, 110354.
- [13] Menter, F. und Egorov, Y. (2010). The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description. *Flow Turbulence Combust.*
- [14] Mühlbacher, K. Auswertung und Analyse von Messdaten einer Francisturbine, Diploma Thesis, Technische Universität Wien, 2019.
- [15] Raabe, J., *Hydro power. The design, use, and function of hydromechanical, hydraulic and electrical equipment*; VDI-Verlag: 1985.
- [16] Rheingans, W. J. (2023). Power Swings in Hydroelectric Power Plants. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 62, 171–177.
- [17] Richardson, L. F., *Weather Prediction by Numerical Process*, 2. Aufl.; Cambridge Mathematical Library; Cambridge University Press: 2007.
- [18] Rotta, J. C. (1970). Über eine Methode zur Berechnung turbulenter Scherströmungsfelder. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 50, 204–205.
- [19] Rotta, J. C., *Turbulente Strömungen, eine Einführung in die Theorie und ihre Anwendung*; Göttinger Klassiker der Strömungsmechanik, Bd. 008; Universitätsverlag Göttingen: Göttingen, 2010.
- [20] Seidel, U. und et al. (2012). Evaluation of RSI-induced stresses in Francis runners. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 15 052010.
- [21] SENOO, Y., KAWAGUCHI, N. und NAGATA, T. (1978). Swirl Flow in Conical Diffusers. *Bulletin of JSME* 21, 112–119.
- [22] Spalart, P. und Allmaras, S. (1992). A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA* 439, DOI: 10.2514/6.1992-439.

- [23] Stadler, S. Numerische Lebensdauerberechnung einer Francis Turbine, Diplomarbeit, Technische Universität Wien, 2020.
- [24] Trivedi, C., Iliev, I., Dahlhaug, O. G., Markov, Z., Engstrom, F. und Lysaker, H. (2020). Investigation of a Francis turbine during speed variation: Inception of cavitation. *Renewable Energy* 166, 147–162.
- [25] Unterluggauer, J., Doujak, E. und Bauer, C. (2019). Numerical Fatigue Analysis of a Prototype Francis Turbine Runner in Low-Load Operation. *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power* 4, DOI: 10.3390/ijtp4030021.
- [26] Valentín, D., Presas, A., Valero, C., Egusquiza, M. und Egusquiza, E. (2019). Detection of Hydraulic Phenomena in Francis Turbines with Different Sensors. *Sensors* 19, DOI: 10.3390/s19184053.
- [27] *Wasserturbinen - Benennung nach der Wirkungsweise nach der Bauweise*. Beuth: 1971.
- [28] Yamamoto, K., Müller, A., Favrel, A., Landry, C. und Avellan, F. (2017). Flow characteristics and influence associated with inter-blade cavitation vortices at deep part load operations of a Francis turbine. *Journal of Physics: Conference Series* 813, 012029.