



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

Diplomarbeit

Einfluss der Messunsicherheiten auf Leistungs- und Wirkungsgradmessung einer Kleingasturbine

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs
unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard **WILLINGER**
und Univ.Ass. Dipl.-Ing. Pouya **GHAFFARI**
E302
Institut für Energietechnik und Thermodynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Anna Wraneschitz
0826381
Obere Hauptstraße 41
2141 Ameis

Wien, im Juni 2015

Kurzfassung

Ziel dieser Arbeit ist die Feststellung der Messunsicherheiten auf die Ergebnisse der Wirkungsgrad- und Leistungsmessung. Messobjekt ist die Kleingasturbine ROVER 1S/60 am Institut für Energietechnik und Thermodynamik der TU Wien. Nach dem Vorbild der Abnahmeregelungen in der ASME PTC 22 und der DIN 4341 werden die Messunsicherheiten nach der DIN 1319 und der ASME PTC 19.1 bestimmt. Für alle direkt an der Kleingasturbine gemessenen Größen werden die zufälligen Messunsicherheiten mit statistischen Methoden bestimmt. Der systematische Fehler wird nicht berücksichtigt. Es wird angenommen, dass er durch Kalibrierung der Messgeräte beseitigt wurde.

Bei den berechneten Größen kann die Messunsicherheit nicht direkt bestimmt werden. Daher werden mithilfe des GAUSS'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes Gleichungen hergeleitet, mit denen die Messunsicherheiten der Ergebnisse berechnet werden. Anhand einer Sensitivitätsanalyse wird bestimmt welche gemessenen Größen den stärksten Einfluss auf die Messunsicherheit des Gesamtwirkungsgrades, des isentropen Verdichterwirkungsgrades, des Brennkammerwirkungsgrades, des isentropen Turbinenwirkungsgrades, des spezifischen Brennstoffverbrauchs und der Leistung haben. Es wird festgestellt, dass die größten relativen Fehler bei der Leistungsmessung an der Wirbelstrombremse auftreten. Eine weitere einflussreiche Größe ist die gemessene Turbinenaustrittstemperatur.

Abstract

The purpose of this thesis is the knowledge about test uncertainty of the results of the efficiency measurement and the performance test. Measuring object is a small gas turbine at the Institute for Energy Systems and Thermodynamics of the Vienna University of Technology. The gas turbine is a ROVER 1S/60. The guiding rules are the acceptance test codes in ASME PTC 22 and in DIN 4341. Within them the test uncertainty is calculated with the DIN 1319 and the ASME PTC 19.1. The random error of the turbine's directly measured physical values is determined with statistical methods. The systematic uncertainty is not included in this observation. It is taken to be eliminated by calibration.

The error of the calculated values can't be calculated straight. So the equations for the uncertainty of a result are derived from the propagation equation. Calculated are the thermal efficiency, the isentropic efficiency of the compressor and the turbine, the efficiency of the combustor, the specific fuel consumption and the power. The value with the greatest impact on the uncertainty of a result is found with a sensitivity analysis. The result is that the biggest relative error is made at the power test with the eddy current brake. Furthermore the turbine outlet temperature has a great impact on the uncertainty of the result.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	8
1.1.	Problemstellung	8
1.2.	Motivation.....	8
2.	Theoretische Grundlagen.....	8
2.1.	Gasturbinenprozess	8
2.2.	Messtechnik	9
3.	Grundlagen über Abnahmemessungen	11
3.1.	Die wichtigsten Normen und Richtlinien.....	11
3.1.1.	DIN 1319: Grundlagen der Messtechnik lt. [2; 3; 4].....	11
3.1.2.	DIN 1943: Wärmetechnische Abnahmeversuche an Dampfturbinen lt. [5]	11
3.1.3.	DIN 4341: Abnahmeregeln für Gasturbinen [13, 6]	12
3.1.4.	ISO 2314: Gas turbines – Acceptance tests lt. [8].....	12
3.1.5.	VDI 2048: Messunsicherheiten bei Abnahmemessungen an energie- und kraftwerkstechnischen Anlagen [9; 10; 11].....	12
3.1.6.	ASME PTC 19.1: Test Uncertainty lt. [1]	12
3.1.7.	ASME PTC 22: Performance Test Code on Gas Turbines lt. [12].....	13
3.2.	Tabellarische Zusammenfassung	13
3.3.	Die Differenzen	13
3.4.	Blendenmessung nach DIN EN ISO 5167 [16, 17, 18, 19]	14
4.	Messung	15
4.1.	Kleingasturbine [14] und [15] S.8-9.....	15
4.2.	Der Turbinenprüfstand	15
4.3.	Messgrößen und Messgeräte	17
4.3.1.	Die Umgebungstemperatur t_0 und der Umgebungsdruck p_0	17
4.3.2.	Der Blendendifferenzdruck Δp_{Bl} und Differenzdruck Δp_{01}	18
4.3.3.	Der Verdichteraustrittsdruck p_2 und der Turbineneintrittsdruck p_3	18
4.3.4.	Die Verdichteraustrittstemperatur t_2	18
4.3.5.	Zeitmessung für Verbrauch eines Liters Brennstoff τ	18
4.3.6.	Die Turbinenaustrittstemperatur t_4	18
4.3.7.	Der Differenzdruck Δp_{04}	18
4.3.8.	Die effektive Leistung P_{eff} , die Drehzahl n , das Drehmoment M	19
4.4.	Versuchsdurchführung	19
4.5.	Versuchsauswertung.....	20
4.5.1.	Berechnungsbeschreibung.....	20

4.5.2.	Vorgehen bei der Fehlerberechnung [2].....	25
4.5.3.	Annahmen	27
4.5.4.	Berechnung der Fehler.....	28
4.5.5.	Berechnung der Sensitivitäten	45
5.	Zusammenfassung und Ausblick	54
5.1.	Zusammenfassung der Messunsicherheiten.....	54
5.2.	Zusammenfassung der Sensitivitäten	58
5.2.1.	Brennkammerwirkungsgrad η_{BK}	59
5.2.2.	Gesamtwirkungsgrad η_{eff}	59
5.2.3.	isentropen Turbinenwirkungsgrad η_{Ts}	59
5.2.4.	isentropen Verdichterwirkungsgrad η_{Vs}	60
5.2.5.	spezifischer Brennstoffverbrauch b_B	60
5.2.6.	Turbineneintrittstemperatur T_3	61
5.3.	Ausblick auf weitere Arbeiten	61
6.	Anhang.....	63
6.1.	Abbildungen	63
	Literaturangaben	65

Bedeutung der Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

A_{1-6}	Koeffizienten zur Berechnung der Unsicherheit der Blendenmessung [-]
A_{Bl}	Fläche des inneren Durchmessers d [m ²]
B	systematischer Fehler einer Messgröße nach [1]
B_{1-2}	Koeffizienten zur Berechnung der Unsicherheit der Blendenmessung [-]
B_R	systematischer Fehler des Messergebnisses nach [1]
C	Durchflusskoeffizient [-]
D	Durchmesser vor der Blende [m]
D'	Durchmesser nach der Blende [m]
E	Vorgeschwindigkeitsfaktor [-]
F_{Brems}	Bremskraft [N]
H_U	unterer Heizwert des Brennstoffes [J/kg]
H	spezifische Arbeit [J/kg]
M	Drehmoment [Nm]
P	Leistung [kW]
P_{eff}	Leistung an der Wirbelstrombremse [kW]
P_R	Verlustleistung [kW]
P_T	Turbinenleistung [kW]
R_0	Gaskonstante für reine Luft [J/kgK]
R_{RG}	Gaskonstante für Rauchgas [J/kgK]
S_R	zufälliger Fehler des Messergebnisses nach [1]
S_x	Standardabweichung der Messgrößen nach [1]
$S_{\bar{x}}$	Standardabweichung der Mittelwerte nach [1]
T	Temperatur [K]
U_{95}	Messunsicherheit einer Messgröße mit Vertrauensniveau 95% nach [1]
U_{R95}	Messunsicherheit des Messergebnisses mit Vertrauensniveau 95 % nach [1]
b_B	spezifischer Brennstoffverbrauch [kg/kWh]
c_p	spezifische Wärmekapazität [J/kgK]
c_{pm}	mittlere spezifische Wärmekapazität [J/kgK]
d	Innendurchmesser der Blende [m]
f	Modellfunktion
l_{Hebel}	Hebelarm [m]
m	Anzahl der Messgrößen für ein Messergebnis [-]
\dot{m}_B	Massenstrom des Brennstoffes [kg/s]
\dot{m}_L	Luftmassenstrom [kg/s]
\dot{m}_{RG}	Rauchgasmassenstrom [kg/s]
n	Abtriebsdrehzahl [U/min]
n	Anzahl der Messungen [-]
p_0	Luftdruck [mbar]
p_1	Verdichtereintrittsdruck [mbar]
p_2	Verdichteraustrittsdruck [mbar]
p_3	Turbineneintrittsdruck [mbar]
p_4	Turbinenaustrittsdruck [mbar]
q_m	Massendurchfluss [kg/s]

s	empirische Standardabweichung
$s_{\Delta p_{Bl}}$	empirische Standardabweichung der Blendendruckdifferenz
s_{t4}	Ergebnismessunsicherheit der Temperatur am Turbinenausstritt [K]
t	Studentfaktor [-]
t_0	Umgebungstemperatur [°C]
t_1	Verdichtereintrittstemperatur [°C]
t_2	Verdichteraustrittstemperatur [°C]
t_4	Turbinenausstrittstemperatur [°C]
u	Messunsicherheit, Standardunsicherheit
u^*	erweiterte Messunsicherheit
x	vollständiges Messergebnis
\bar{x}	arithmetischer Mittelwert
x_i	Messgröße
y	Messergebnis

Griechische Formelzeichen

α	Ausflusszahl [-]
β	Durchmesser Verhältnis [-]
ε	Expansionszahl [-]
η_{eff}	effektiver Gesamtwirkungsgrad [-]
η_{BK}	Brennkammerwirkungsgrad [-]
η_{Vs}	isentropen Verdichterwirkungsgrad [-]
η_{Ts}	isentropen Turbinenwirkungsgrad [-]
θ	Sensitivität [-]
θ'	relative Sensitivität [-]
κ	Isentropenexponent [-]
λ	Luftzahl [-]
ρ_B	Dichte des Brennstoffes [kg/m ³]
ρ_L	Dichte der Luft [kg/m ³]
Π_V	Druckverhältnis des Verdichters [-]
τ	Zeit für Verbrauch von einem Liter Brennstoff [s]
Δ	Ergebnismessunsicherheit der jeweiligen Größe mit Ausnahme der Druckdifferenzen
Δp	Druckdifferenz [mbar]
Δp_{Bl}	Druckdifferenz Blende [mbar]
Δp_{01}	Druckdifferenz zwischen Verdichtereintritt und Umgebung [mbar]
Δp_{04}	Druckdifferenz zwischen Turbinenausstritt und Umgebung [mbar]
Δx	Fehler einer Einzelmessgröße
Δy	Fehler einer Ergebnisgröße
$(1 - \alpha)$	Vertrauensniveau [-]

Bedeutung der Indizes

<i>0</i>	Umgebung
<i>1</i>	Verdichtereintritt
<i>2</i>	Verdichteraustritt
<i>3</i>	Turbineneintritt
<i>4</i>	Turbinenausritt
<i>An</i>	Annahme
<i>B</i>	Brennstoff
<i>BK</i>	Brennkammer
<i>i</i>	Laufvariable
<i>L</i>	Luft
<i>RG</i>	Rauchgas
<i>s</i>	isentrop
<i>T</i>	Turbine
<i>th</i>	theoretisch
<i>V</i>	Verdichter

1. Einleitung

1.1. Problemstellung

Bei der Bestimmung der abgegebenen Leistung und des Wirkungsgrades einer Kleingasturbine können die interessierenden Größen nicht direkt gemessen werden. Sondern es werden eine Vielzahl von Größen gemessen und mit deren Hilfe die gesuchten Werte berechnet. Bei den einzelnen Messungen werden aufgrund der Unzulänglichkeiten der Messtechnik Fehler gemacht.

Ziel dieser Arbeit ist es ein einheitliches Verfahren zu finden, das ermöglicht Unsicherheiten in der Leistungs- und Wirkungsgradmessung zu berücksichtigen.

1.2. Motivation

Am Institut für Energietechnik und Thermodynamik der TU Wien werden an einer Kleingasturbine Laborübungen durchgeführt. Mit den Versuchen soll den Studierenden Praxiswissen vermittelt werden. Die zur Berechnung benötigten Größen werden während der Laborübung von den Anzeigen abgelesen und händisch notiert. Bei der Messung kommt es zu Fehlern die dann in die Wirkungsgrade eingehen. Wie groß diese Fehler sind, ist nicht bekannt. Es stellt sich die Frage in wie weit die Ergebnisse aus den Messungen der Laborübung mit der Wirklichkeit übereinstimmen.

Motivation ist die Umsiedlung der Laborräumlichkeiten vom Getreidemarkt ins Arsenal. Dort möchte man an der Messtechnik arbeiten, um eine Datenverarbeitung mit dem PC zu ermöglichen. Es sollen dann alle Versuchsmessgrößen in LabView eingespeist werden.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Gasturbinenprozess

Gasturbinen kommen in vielfältigster Weise zum Einsatz. Vor allem in der Energieerzeugung finden sie Anwendung. Die einfachste Anordnung besteht aus einem Verdichter, einer Brennkammer und einer Turbine. Der offene Gasturbinenprozess ist in Abbildung 1 dargestellt.

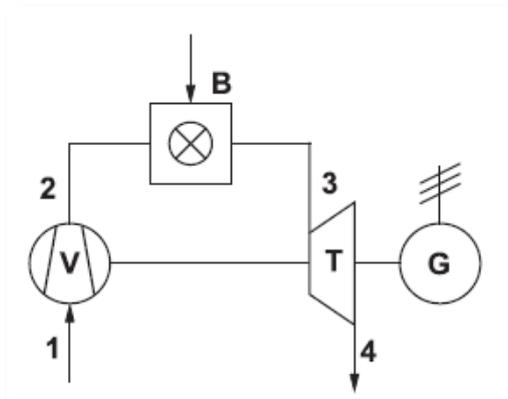


Abbildung 1: Der offene Gasturbinenprozess [15], S.1

Der Idealprozess ist der JOULE-Prozess. Im idealen Fall wird isentrop verdichtet. In der Brennkammer findet isobare Wärmezufuhr statt und in der Turbine wird isentrop entspannt. Dieser Prozess ist in der Realität nicht umsetzbar, da Verluste auftreten. Die Abweichungen der Zustandsänderungen von den günstigsten werden über Wirkungsgrade verglichen.

In Abbildung 2 ist der ideale Prozessverlauf der isentropen Verdichtung (1-2s) und der isentropen Entspannung (3-4s) strichliert eingetragen.

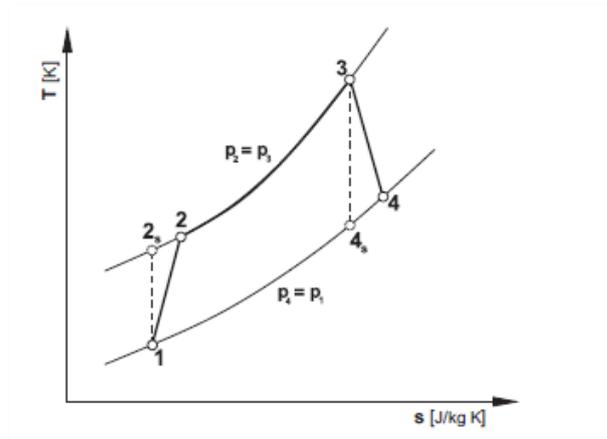


Abbildung 2: T, s - Diagramm eines Gasturbinenprozesses [15], S.2

2.2. Messtechnik

Da sich das Thema der Arbeit um Messunsicherheiten dreht folgt hier eine kurze Erklärung der wichtigsten Begriffe und Definitionen der Messtechnik.

Der wahre Wert

Nach DIN 1319-1 [3], S.3 kann der wahre Wert einer Messung aufgrund der Unzulänglichkeiten der Messgeräte und des Messobjekts nie angegeben werden. Es kann nur ein Schätzwert ermittelt werden. Die beste Schätzung für den wahren Wert ist das arithmetische Mittel \bar{x} , das nach Gleichung (1) berechnet wird.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1) \text{ aus [3],S.11}$$

Das Messergebnis wird verfälscht durch zwei Arten von Abweichungen, den systematischen und den zufälligen.

Systematische Messabweichungen sind bei Wiederholung einer Messung bei den gleichen Versuchsbedingungen gleich groß. Der zufällige Messfehler hingegen schwankt bei Wiederholung. Die systematische Komponente kann man nochmals unterscheiden in bekannte und unbekannte Abweichungen. Die Unbekannten behandelt man wie zufällige Messfehler. Der bekannte systematische Fehler wird hier abgeschätzt und über Kalibrierung der Messgeräte berücksichtigt. Die zufällige Messabweichung wird über statistische Methoden abgeschätzt.

Lt. DIN 1319-1 [3], S.12 kommt ein zufälliger Messfehler durch nicht kontrollierbare Einflüsse zustande. Dazu gehören die Veränderungen der gemessenen Größe, die Veränderungen der Einflussgrößen, wie zum Beispiel die Umgebungstemperatur, der Einfluss des Messgeräts und der durchführenden Person.

Messunsicherheit

Lt. DIN 1319-1 [3], S.14 ist die Messunsicherheit ein Bereich, der vorgibt wo der wahre Messwert zu finden ist. Er kennzeichnet die Genauigkeit einer Messung. Es gibt hier zwei unterschiedliche Werte: Einmal gibt es die Standardunsicherheit u . Und dann gibt es noch eine erweiterte Unsicherheit u^* , die zu einem Vertrauensniveau $(1 - \alpha)$ angegeben wird. Das Vertrauensniveau gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der wahre Wert im angegebenen Bereich, dem Vertrauensbereich, liegt.

Die Standardunsicherheit errechnet sich nach Gleichung (2) aus der empirischen Standardabweichung in (3) und die erweiterte Messunsicherheit nach (4).

$$u = s/\sqrt{n} \quad (2) \text{ aus [2], S.5}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3) \text{ aus [2], S.5}$$

$$u^* = t \cdot s \quad (4) \text{ aus [2], S.5}$$

Mit n wird die Anzahl der Messungen bezeichnet, mit t der Studentfaktor, das ist der Erweiterungsfaktor für eine bestimmte Anzahl von Messungen und ein festes Vertrauensniveau.

3. Grundlagen über Abnahmemessungen

3.1. Die wichtigsten Normen und Richtlinien

Zur Übersicht wird hier nun auf alle dieser Arbeit zugrundeliegenden Normen und Richtlinien eingegangen. Dazu zählen die folgenden:

- DIN 1319
- DIN 1943
- DIN 4341
- ISO 2314
- VDI 2048
- ASME PTC 19.1
- ASME PTC 22

Viele dieser Normen und Vorschriften behandeln Abnahmeversuche. Ein Abnahmeversuch ist ein Versuch bei dem der Kunde feststellt, ob der Hersteller die vereinbarten Leistungsparameter mit der angefertigten Maschine erfüllt.

3.1.1. DIN 1319: Grundlagen der Messtechnik lt. [2; 3; 4]

Da sich mehrere noch folgende Normen auf die DIN 1319 mit ihren Gleichungen und ihrer Vorgehensweise für die Auswertung von Messungen beziehen, wird sie hier nun kurz zusammengefasst: Die DIN 1319 geht in Teil 1 genauestens auf alle grundlegenden Begriffe der Messtechnik ein, wie in Kapitel 2.2 näher erklärt. Für die Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße wird die DIN 1319-3 [2] herangezogen: Es wird hier unterschieden zwischen einer Standardunsicherheit und einer erweiterten Messunsicherheit. Die Standardunsicherheit berechnet sich aus der empirischen Standardabweichung vom Mittelwert einer Messgröße. Die erweiterte Messunsicherheit ist ein Bereich, in dem mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit auch wirklich der wahre Wert liegt. Diese Wahrscheinlichkeit hängt vom sogenannten Studentfaktor t ab. $(1 - \alpha)$ gibt das Vertrauensniveau an. Mit unendlich vielen Messungen kann man den Wert für ein Vertrauensniveau von $(1 - \alpha) = 95\%$ mit $t_{\infty} = 1,96$ als $t = 2$ annehmen. Man soll allerdings kein größeres Vertrauensniveau wählen, wenn die genaue Verteilung nicht bekannt ist. Sie sollte eine Normalverteilung sein, das ist aber meist schwierig zu bestimmen, da nicht genug Messungen verfügbar sind. Der Bereich, der dann als Messunsicherheit angegeben wird, ist der Vertrauensbereich. Auch zur Berechnung der Ergebnismessunsicherheit trifft sie eine Aussage. Für unkorrelierte Werte wird die Ergebnismessunsicherheit nach einem Fortpflanzungsgesetz mit Gleichung (5) berechnet.

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)} \quad (5)$$

Wenn bei einem Messproblem die Bestimmung mehrerer Größen aus den Messwerten gefordert ist, kann die DIN 1319-4 [4] verwendet werden. Hier wird mit Matrizen gearbeitet, was für diese Arbeit allerdings keine Rolle spielt, da nur mit kleinen Datenmengen gearbeitet wird.

3.1.2. DIN 1943: Wärmetechnische Abnahmeversuche an Dampfturbinen lt. [5]

Die DIN 1943 befasst sich mit Abnahmeversuchen bei Dampfturbinen. Sie geht genau auf die Vorgänge rund um einen Abnahmeversuch ein. Auch mit der Auswertung dieser Versuche beschäftigt sich die Norm, was sie für diese Arbeit interessant macht.

Weiters gibt die DIN 1943 eine Anleitung wie lange die Versuchszeit zu wählen ist und in welchen Intervallen die Messgrößen abgelesen werden sollen.

Ein Alleinstellungsmerkmal hier ist, dass [5] nicht auf den Unterschied zwischen systematischen und zufälligen Messunsicherheiten eingeht. Bei der Berechnung des „Meßspiels“ verweist sie auf die DIN 1319 [2; 3; 4] und auf die VDI/VDE 2620. Die Messunsicherheit des Ergebnisses wird errechnet durch eine Summation der Fehler multipliziert mit den Sensitivitäten. [5](Gleichung (14)): Die einzelnen Fehler sind die Fehler der Messgrößen, der Stoffwerte und der Beiwerte. Wobei die Fehler der Stoffwerte und der Beiwerte systematischer Natur sind.

3.1.3. DIN 4341: Abnahmeregeln für Gasturbinen [13, 6]

Die DIN 4341 gibt eine Anleitung welche Vorbereitungen zu treffen sind und welche Betriebsbedingungen bei Abnahmeversuchen von Gasturbinen zu herrschen haben. Sie regelt unter anderem die Menge der durchzuführenden Messungen und legt fest in welchem Bereich die Streuung liegen darf: Die DIN 4341-1 behandelt als einzige Norm die Bedingung, dass ein Messwert der aus einer stark unbeständigen Größe ausgelesen werden muss, sich innerhalb festgesetzter Grenzen zu bewegen hat. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist muss öfter gemessen werden. Als Beispiel darf die Leistung nur 1 % schwanken, sonst empfiehlt sie 5 Messwerte im selben Betriebspunkt aufzunehmen. Sie gibt auch Empfehlungen zu Abweichungen bei Werten wie der Temperatur des Arbeitsmediums, dem Umgebungsdruck und der Wellendrehzahl. Bei Größen die aus diesen berechnet werden müssen, wird gefordert, dass diese dann zumindest zeitgleich aufgenommen werden müssen. Die DIN 4341 gibt auch Möglichkeiten zur Messung der einzelnen Größen an. Außerdem geht sie im Teil 2 bei den Auswertungsbeispielen auf Messunsicherheiten ein.

Die Berücksichtigung der Messunsicherheiten in der DIN 4341 [13, 6]

Sie beschäftigt sich nur mit den zufälligen Abweichungen, da die systematischen durch Kalibrierung und Korrekturen einigermaßen ausgelöscht werden können. Die Norm fordert, dass die Unsicherheiten der einzelnen Werte nach den geltenden Normen und Richtlinien bestimmt werden müssen und gibt dann an, wie bei den aus mehreren Messwerten berechneten Größen vorzugehen ist. Sie arbeitet mit dem GAUSS'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz, das allerdings nur gilt, wenn die einzelnen Messgrößen voneinander unabhängig sind, also nicht korreliert sind.

$$\Delta y = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n\right)^2} \quad (6) \quad \text{aus [6] S. 6 (23)}$$

3.1.4. ISO 2314: Gas turbines – Acceptance tests lt. [8]

Die ISO 2314 entspricht der oben beschriebenen DIN 4341, daher wird auf diese Norm der „International Organization for Standardization“ nicht näher eingegangen.

3.1.5. VDI 2048: Messunsicherheiten bei Abnahmemessungen an energie- und kraftwerkstechnischen Anlagen [9; 10; 11]

Sie behandelt, wie auch die DIN 1319-Teil 4 [4] den Fall, dass sehr viele Messgrößen aufgenommen werden und geht hier im Speziellen auf Korrelationen ein, die hier nicht auftreten.

3.1.6. ASME PTC 19.1: Test Uncertainty lt. [1]

Die ASME PTC 19.1 wurde angepasst an die ISO Richtlinien zur Angabe von Messunsicherheiten, daher ist sie im Großteil einheitlich mit der DIN 1319 [2; 3; 4]. Im Unterschied zur ISO beachtet die ASME PTC 19.1 die Herkunft der Messunsicherheiten nicht.

Die „American Society of Mechanical Engineers - Performance Test Codes“ gehen von normalverteilten Streuungen um den wahren Wert aus. Bei den systematischen Fehlern wird mit einer 2σ Verteilung für 95% Abdeckung ausgegangen. Ähnlich wird bei zufälligen Fehlern vorgegangen: Es wird mit einer $2S_{\bar{x}}$ Verteilung für das 95 %-Vertrauensintervall gearbeitet. Der Faktor 2 steht hier für den Studentfaktor bei einer Anzahl von mindestens 30 Messungen. Das Ergebnis ist die Gleichung (7) lt. [1] S. 12, Gleichung (4.5).

$$U_{95} = 2 \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + (S_{\bar{x}})^2} \quad (7) \text{ aus [1]}$$

Gleichung (7) gilt nur, wenn das Vertrauensniveau von einer Wahrscheinlichkeit von 95 % angebracht ist, die Annahme von t_{∞} gilt, d.h. mehr als 30 Messungen vorliegen müssen. Darüber hinaus muss noch gelten, dass der Fehler normalverteilt ist.

3.1.7. ASME PTC 22: Performance Test Code on Gas Turbines It. [12]

Die ASME PTC 22 gilt im Speziellen für Abnahmemessungen von Gasturbinen. Wichtig hierbei sind die Messung der Prozessgrößen und die Bestimmung der abgegebenen Leistung und des Wirkungsgrades. Table 3.3.3 S. 10 [12] gibt an, ab wann gemessen werden darf, da sich der Betrieb erst stabilisieren muss. Auch über die Messdauer und die Ableseintervalle macht sie eine Aussage.

3.2. Tabellarische Zusammenfassung

Einen Vergleich zu den Angaben der Frequenz der Messung und der Messdauer im betrachteten Betriebspunkt gibt Tabelle 1

Tabelle 1: Testdurchführung

	DIN 4341 [6; 13]	ASME PTC 22 [12] S.10
Messdauer	18-60 Minuten	<30 Minuten
Intervall der Messungen	3 x in 6-20 Minuten	<10 Minuten; dass Streuung wiedergegeben wird

Einen zahlenmäßigen Vergleich zu den zulässigen Abweichungen der Größen von ihren Mittelwerten und zum stabilen Betriebspunkt gibt die untenstehende Tabelle 2 an.

Tabelle 2: maximal zulässige Abweichung einer Messgröße von ihrem Mittelwert

	DIN 4341 [6; 13] S.8 Tabelle 2	ASME PTC 22 [12] S.10 Table 3.3.3
Drehzahl n	±1 %	±1 %
Umgebungsluftdruck p ₀	±2 %	±0,5 %
Verdichtereintrittstemperatur T ₂	±2 K	±2,2 K
Verdichtereintrittsdruck p ₁	±1 %	
Turbineneintrittsdruck p ₃		±0,5 %
Turbinenaustrittsdruck p ₄	±1 %	±0,5 %
Drehmoment M		±2 %
Leistung P		±2 %
Brennstoffmassenstrom		±2 %

3.3. Die Differenzen

Im Unterschied zur ASME PTC 19.1 [1] gibt die DIN 1319 [2] verschiedene Vertrauensniveaus an. Der erstgenannte Code geht bei allen Gleichungen vom Vertrauensniveau von 95 % Wahrscheinlichkeit für das Beinhaltenden des wahren Wertes aus, mit einem Studentfaktor $t = 2$. Die Herausgeber weisen allerdings in [1] darauf hin, dass dieser Wert nur für Messungen mit mehr als 30 Messpunkten gültig ist. Für alle davon abweichenden Messungen gibt sie im Appendix B eine Möglichkeit zur genaueren Berechnung.

Einen weiteren Unterschied zur DIN 1319 stellt die Gleichung zur Angabe einer Ergebnismessunsicherheit dar. Die entsprechende DIN-Norm gibt keine solche an. Lt. [1] S.25 Gleichung (7.14):

$$U_{R_{0,5}} = 2 \left[\left(\frac{B_R}{2} \right)^2 + (S_R)^2 \right]^{1/2} \quad (8) \text{ aus [1]}$$

3.4. Blendenmessung nach DIN EN ISO 5167 [16, 17, 18, 19]

Um den Durchfluss zu bestimmen werden sogenannte Blendenmessungen durchgeführt. Hier wird aufgrund einer Differenzdruckmessung auf den Massenstrom geschlossen. Das geschieht über eine Querschnittsveränderung in Strömungsrichtung. Nach der Blende herrscht ein kleinerer Druck als vor der Blende.

Damit die Messung nach DIN EN ISO 5167 durchgeführt werden kann, darf sich der Durchfluss nicht stark verändern und das Medium muss einphasig strömen. Für die Messung am Rohreinlauf muss sichergestellt werden, dass Störungen abgeklungen sind.

Auf Messunsicherheiten bei der Durchflussmessung geht sie in Kapitel 8 ein (S.20). Sie verweist aber auf genauere Bestimmungen in ISO/TR 5168 [20].

In Teil 2 [18], S.5 wird auf die Berechnung eingegangen. Der Massendurchfluss q_m berechnet sich aus (9).

$$q_m = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \varepsilon \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2 \Delta p \rho_1} \quad (9) \text{ aus [18] Gl. (1)}$$

Für Messungen am Rohreinlauf gilt die VDI/VDE 2041 [7]. Lt. derer ist das Durchmesser Verhältnis β null, da sich β als Verhältnis zwischen Blendendurchmesser und Durchmesser davor errechnet und beim Einlauf gilt $D = \infty$. Der Durchflusskoeffizient C ist danach 0,5961 und die Expansionszahl ε ist durch Gleichung (10) gegeben.

$$\varepsilon = 1 - 0,351 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right] \quad (10) \text{ aus [19], S.11}$$

Die Einbausituation einer solchen Blende ist in Abbildung 3 zu sehen. Anhand dieser Abbildung sieht man, dass in Gleichung (10) für p_1 und p_2 die Drücke vor und nach der Blende eingesetzt werden.

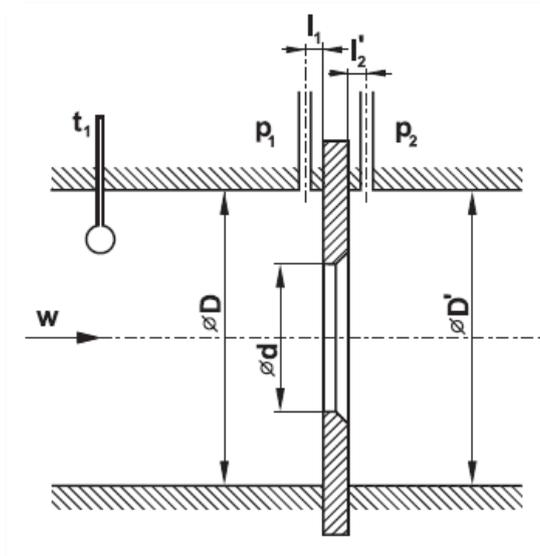


Abbildung 3: Blendeneinbau [19], S.10

4. Messung

4.1. Kleingasturbine [14] und [15] S.8-9

Bei der untersuchten Kleingasturbine handelt es sich um eine ROVER 1S/60 mit dem Baujahr 1955. Ihre Anwendungen fanden sich z. B. in einem Hilfsaggregat im Vulcan B2, einem Bomber von Avro der British Air Force, in Wasserpumpen, und für Hilfsaggregate in Luftkissenbooten. Die wichtigsten Kenndaten sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3: Kenndaten der Rover 1S/60 [15]

Nennleistung	ca. 45 kW
Rotordrehzahl	46000 U/min
Abtriebsdrehzahl	3000 U/min
Getriebeuntersetzung	15,33
Brennstoff	Diesel
Luftverhältnis	15,5 kg Luft/kg Kraftstoff
Brennkammerdruck	3 bar
Turbineneintrittstemperatur	ca. 750°C
Abgastemperatur	ca. 580°C

Die betrachtete Turbine besitzt im Auslegungspunkt einen thermischen Wirkungsgrad von ungefähr 13 %. Für die benötigten niedrigen Leistungen würde man heute einen Verbrennungsmotor einsetzen, beziehungsweise eine Gasturbine mit Rekuperator.

4.2. Der Turbinenprüfstand

Der Prüfstand besteht grob aus der Kleingasturbine ROVER 1S/60 selbst, der Luftansaugleitung, der Abgasleitung, der Brennstoffversorgung, einer Wirbelstrombremse und der Messtechnik. Eine Anzeigetafel fasst die Anzeigen der einzelnen Messgeräte zusammen. Die Wirbelstrombremse dient der Abbremsung der Turbine, da sonst ein Verdichter, eine Pumpe oder ein Generator die Last darstellt und für Abbremsung sorgt. Über die Wirbelstrombremse werden die Drehzahl und das Drehmoment an der Turbine und somit der gewünschte Betriebspunkt eingestellt. In der Abbildung 4 sieht man rechts in grün die Wirbelstrombremse. Etwas darüber ist das Steuergerät der Bremse zu sehen.

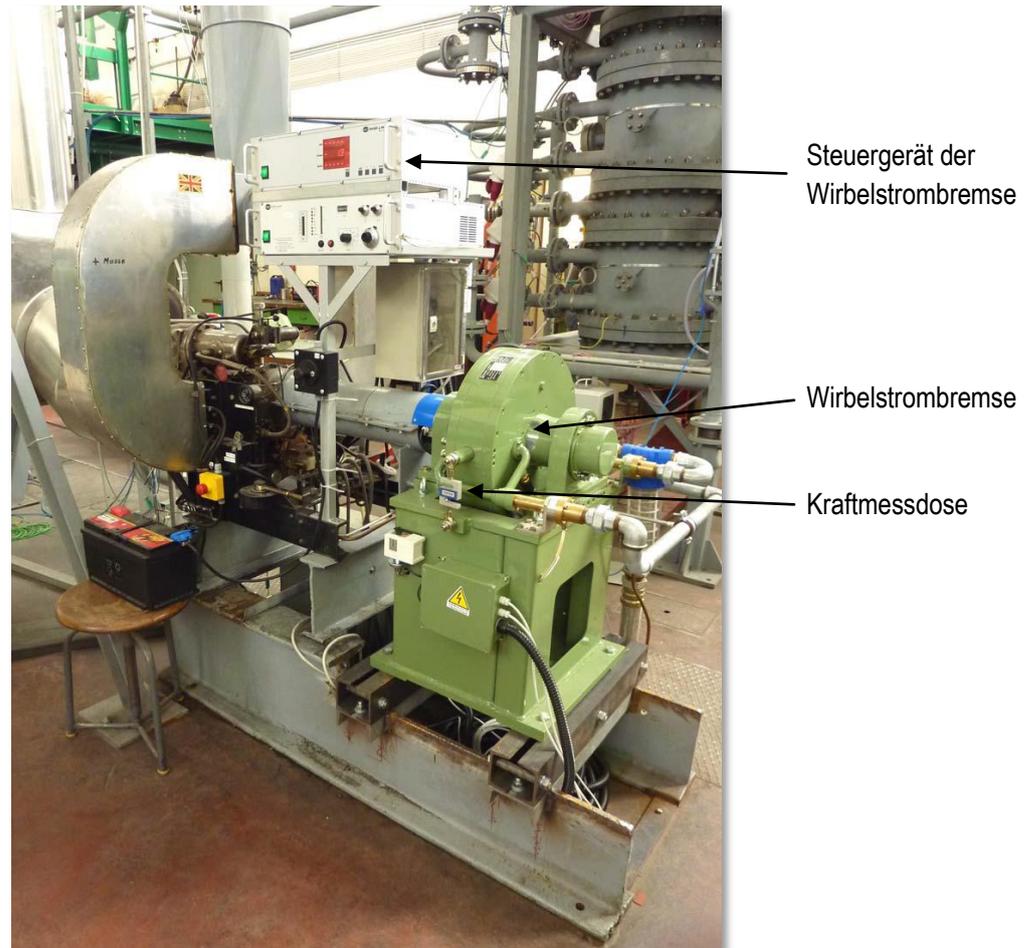


Abbildung 4: Prüfstand [14]

Der Turbinenprüfstand ist so aufgebaut, dass man auf einer Anzeigetafel die meisten relevanten Betriebsgrößen ablesen kann. Die Anzeigetafel ist auf der Fotografie in Abbildung 5 zu sehen. Wobei die Messaufnehmer verteilt über die Kleingasturbine sind, wie in Abbildung 6 zu sehen ist. Die Funktionsweise und die genaue Position dieser Messaufnehmer ist in Kapitel 4.3 angeführt.

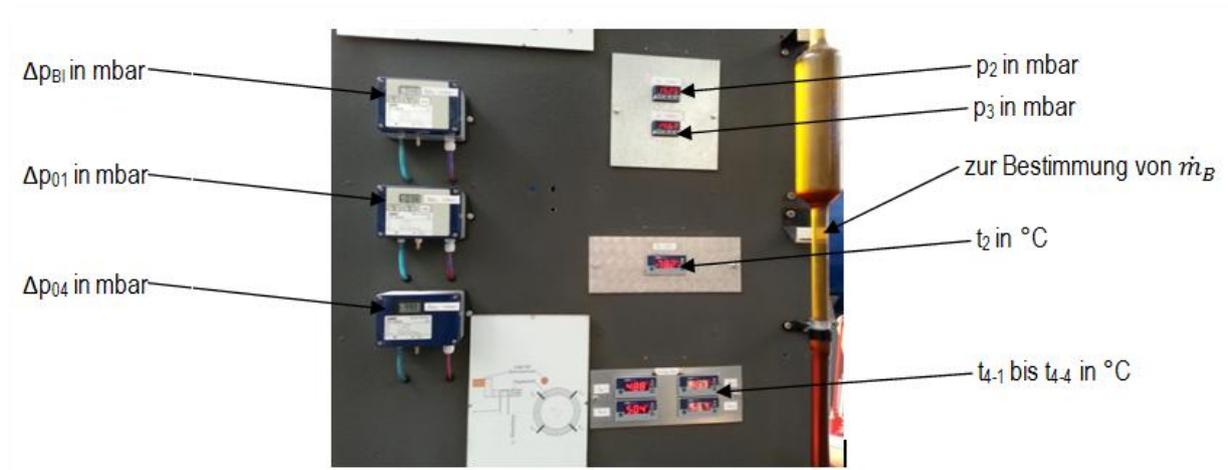


Abbildung 5: Anzeigetafel

4.3. Messgrößen und Messgeräte

Es werden bei jeder Versuchsdurchführung mehrere verschiedene Größen, die von der physikalischen Beschaffenheit verschieden sind, beobachtet und ihr geschätzter mittlerer Wert niedergeschrieben. Gemessen werden folgende Größen:

- Die Umgebungstemperatur t_0 und der Umgebungsdruck p_0 ,
- der Blendendifferenzdruck Δp_{Bl} ,
- der Differenzdruck zwischen Verdichtereintritt und der Umgebung Δp_{01} ,
- der Verdichteraustrittsdruck p_2 ,
- die Verdichteraustrittstemperatur t_2 ,
- die Dauer τ bis 1 l Brennstoff verbraucht ist,
- der Turbineneintrittsdruck p_3 ,
- die Turbinenausrittstemperatur t_4 an 4 Stellen am Umfang,
- der Differenzdruck zwischen dem Turbinenausritt und der Umgebung Δp_{04} ,
- die Drehzahl n ,
- das Drehmoment M und
- die Leistung P_{eff} .

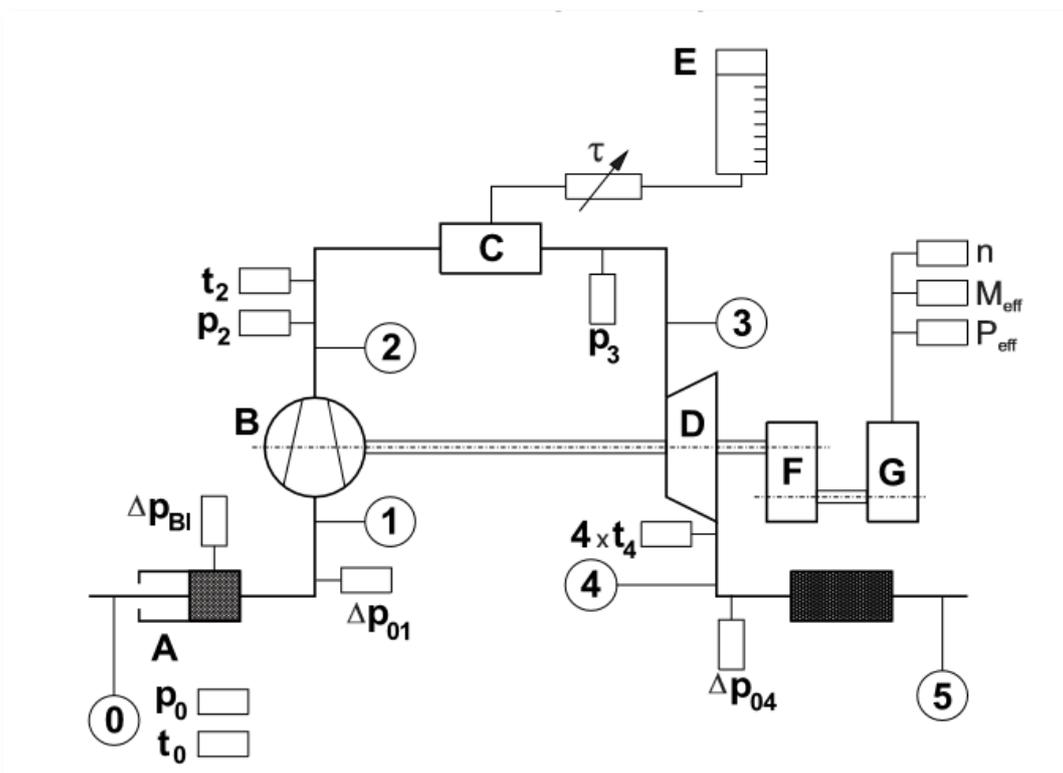


Abbildung 6: Messaufbau [15]

In Abbildung 6 ist der Messaufbau zu erkennen. Die Komponente A in der Abbildung 6 ist die Messblende am Rohreinlauf. B bezeichnet den Verdichter. C ist die Brennkammer. Mit dem Buchstaben D ist die Turbine versehen. Das Getriebe ist mit F gekennzeichnet und G ist die Wirbelstrombremse.

4.3.1. Die Umgebungstemperatur t_0 und der Umgebungsdruck p_0

Die Umgebungsbedingungen werden mit einem kombinierten Barometer und Thermometer gemessen. Der Umgebungsdruck p_0 ist ein Absolutdruck und wird in mbar gemessen. Die Temperatur wird in °C angezeigt. Ausgegeben werden sie als diskrete Zahlenwerte die in ihrem Verhalten sehr stabil sind.

4.3.2. Der Blendendifferenzdruck Δp_{Bl} und Differenzdruck Δp_{01}

Der Blendendifferenzdruck Δp_{Bl} dient der Bestimmung des Luftmassenstroms \dot{m}_L nach der VDI/VDE 2041 für Blendenmessungen am Rohreinlauf.

Diese beiden Differenzdrücke werden in der Maßeinheit mbar angegeben. Das Differenzdruckmessgerät ist von JUMO mit der Nummer 43.4304 mit einem Messbereich von 0-25 mbar.

4.3.3. Der Verdichteraustrittsdruck p_2 und der Turbineneintrittsdruck p_3

Beide Werte werden mittels des DMS-Dünnschichtprinzips mit Absolutdruckaufnehmern gemessen. Hierbei liegt am Sensor an einer Seite der zu bestimmende Druck an einer Membran an. Durch die auf die Membran wirkende Druckkraft verbiegt sich diese und auf die DMS wirkt über ein Biegeelement eine Kraft.

4.3.4. Die Verdichteraustrittstemperatur t_2

Die Verdichteraustrittstemperatur t_2 wird mittels eines Thermoelements bestimmt. Die Thermoelemente nutzen den sogenannten thermoelektrischen SEEBECK-Effekt aus. Dabei wirkt eine Spannung zwischen zwei Leitern wenn ihnen eine Temperaturdifferenz anliegt.

4.3.5. Zeitmessung für Verbrauch eines Liters Brennstoff τ

Die Zeitmessung wird mit einer Stoppuhr durchgeführt. Dabei wird angenommen, dass der Fehler rein durch den Abstoppvorgang entsteht. Hier wird davon ausgegangen, dass der Fehler aus der Reaktionszeit von 0,2 Sekunden hervorgerufen wird. Aufgrund dieser Annahme wird in weiterer Folge die Standardabweichung geschätzt.

4.3.6. Die Turbinenaustrittstemperatur t_4

Die Turbinenaustrittstemperatur t_4 wird mittels vier am Umfang verteilten Thermoelementen gemessen. Das Ergebnis erhält man durch Mittelung über die vier Messergebnisse. Die Werte der Temperatur sind über den Umfang verschieden.

4.3.7. Der Differenzdruck Δp_{04}

Δp_{04} gibt die Differenz vom Umgebungsdruck p_0 und dem Turbinenaustrittsdruck p_4 an, wie man dem h/s-Diagramm in Abbildung 7 entnehmen kann. Sie charakterisiert den Austrittsdruckverlust über der Rohrleitung und dem Schalldämpfer, der sich zwischen den Punkten 4 und 5 in Abbildung 6 befindet.

Für Δp_{04} wird ebenfalls ein JUMO Differenzdruckmessgerät Nr. 43.4304 verwendet. Der Messbereich reicht von 0 bis 1,6 mbar.

Denn erst dann beginnt die eigentliche Messung. Die Brennstoffzufuhr wird über das an der Anzeigetafel befindliche Rohr geführt. Dabei ist der Bereich, in den genau 1 l Flüssigkeit passt durch zwei Markierungen über und unter der Verdickung des Rohres begrenzt. Wenn sich der Flüssigkeitsspiegel bei der oberen Markierung vorbeibewegt beginnt die Zeitmessung mit einer Stoppuhr.

Die anderen Größen werden während der Laborübung ein Mal im Mittel geschätzt und notiert. In dem dieser Arbeit vorausgehenden Durchlauf (05.03.2015) wurde in regelmäßigen Abständen jeder Messwert aufgezeichnet, nach dem Vorbild der ASME PTC 22 [12]. Sie gibt vor, dass Werte die stärker schwanken in kürzeren Abständen gemessen werden sollen, um ihre Standardabweichung besser abschätzen zu können.

Bei der Ablesung der Werte fällt auf, dass die Druckdifferenz zwischen Turbinenaustritt und Umgebung Δp_{04} sehr stark schwankt. Sonst bewegen sich alle Messwertveränderungen in moderaten Bereichen.

Wenn der Brennstoffspiegel die untere Markierung erreicht endet die Zeitmessung. Die gestoppte Zeit ist genau die Dauer, für den Verbrauch eines Liters Diesels. Nun werden die weiteren Betriebspunkte angefahren. Diese liegen bei ca. 30 Nm, 40 Nm und 50 Nm bei je ungefähr 2000 U/min. Die Messungen erfolgen wieder äquivalent zu der Messung im 1. Betriebspunkt. Nach Ende der Messung wird die Turbine abgestellt. Die gemessenen Werte sind in Tabelle 4 ersichtlich.

Tabelle 4: Messwerte der vier Betriebspunkte (BP)

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
t_0	°C	18,4	18,4	18,4	18,4
p_0	mbar	1007,6	1007,6	1007,6	1007,6
n	U/min	1971	2004,3	2004,5	2000,2
P_{eff}	kW	3,78	6,224	8,269	10,736
Δp_{Bl}	mbar	6,15	6,25	6,08	5,75
Δp_{01}	mbar	9,4	9,55	9,3	8,64
p_2	mbar	1619	1657	1665	1672,5
p_3	mbar	1543,5	1582,5	1592	1603,5
Δp_{04}	mbar	0,3543	0,5254	0,4983	0,2382
t_2	°C	88,2	91,6	93,65	96
t_{4_1}	°C	472	511,7	548	593,2
t_{4_2}	°C	457,5	501	549	616,2
t_{4_3}	°C	517	563	585	657,8
t_{4_4}	°C	499,5	526	548,5	588
t_4	°C	486,5	525,4	557,6	613,8
τ	s	175,2	163,2	154,2	142,2
M	Nm	18,5	29,4	39,2	51,3

4.5. Versuchsauswertung

4.5.1. Berechnungsbeschreibung

4.5.1.1. Berechnung der fehlenden Drücke und Temperaturen

Mithilfe der einfachen Zusammenhänge nach den Gleichungen (13) und (14) berechnet man den Verdichtereintrittsdruck p_1 und den Turbinenaustrittsdruck p_4 .

$$p_1 = p_0 - \Delta p_{01} \quad (13) \quad \text{aus [15]}$$

$$p_4 = p_0 + \Delta p_{04} \quad (14) \quad \text{aus [15]}$$

Weiters gilt, dass die Verdichtereintrittstemperatur gleich der Umgebungstemperatur ist.

4.5.1.2. Luftmassenstrom \dot{m}_L

Um den Luftmassenstrom zu bestimmen, müssen die Koeffizienten für die Rohreinlaufblendenmessung bekannt sein. Diese sind in der Tabelle 5 grau hinterlegt. Die grün hinterlegten Größen sind berechnete Werte.

Tabelle 5: Berechnung Luftmassenstrom mit Werten aus [7] und [16; 17; 18; 19]

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
t_0	°C			18,400	
α	-			0,596	
d	m			0,140	
D	m			0,245	
d/D	-			0,571	
ε	-			0,998	
A_{Bl}	m ²			0,015	
ρ_L	kg/m ³	1,198	1,198	1,198	1,198
Δp	Pa	615	625	608	575
p_0	Pa	100760	100760	100760	100760
p_{1Bl}	Pa	100145	100135	100152	100185
\dot{m}_L	kg/s	0,3517	0,3545	0,3497	0,3401

Die Blendenmessung wird nach den in Kapitel 3.4 beschriebenen Normen durchgeführt. Der Luftmassenstrom berechnet sich nach Gleichung (15)

$$\dot{m}_L = \alpha \varepsilon A_{Bl} \sqrt{2 \rho \Delta p_{Bl}} \quad (15) \text{ aus [7]}$$

Die Ausflusszahl α errechnet sich mit dem Durchflusskoeffizient C und dem Vorgeswindigkeitsfaktor E .

$$\alpha = C \cdot E \quad (16) \text{ aus [15], S.9}$$

Die Expansionszahl ε ergibt sich aus der Gleichung (17).

$$\varepsilon = 1 - 0,351 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right] \quad (17) \text{ aus [15], S.16}$$

Die Dichte der reinen Luft kann mit der idealen Gasgleichung errechnet werden. Dazu benötigt man nur den Umgebungsluftdruck p_0 und die Gaskonstante der reinen Luft, die aus der Tabelle 1 für R_{RG} , S. 16 [15] mit einer Luftzahl $\lambda = \infty$ entnommen werden kann. R_0 beträgt dann 288,51 J/kgK. Die Ergebnisse für den Luftmassenstrom sind in Tabelle 5 angegeben.

4.5.1.3. Der Verdichter

Zur Berechnung der den Verdichter betreffenden Größen benötigt man die folgenden Stoffwerte:

- die spezifische isobare Wärmekapazität der Luft beim Verdichtereintritt c_{p1} und
- die spezifische isobare Wärmekapazität der Luft beim Verdichteraustritt c_{p2} .

Aus diesen beiden Werten wird die mittlere spezifische Wärmekapazität c_{pm12} berechnet. Die Wärmekapazitäten entnimmt man der Abbildung 24. Die Werte werden bei den jeweiligen Temperaturen und für reine Luft, d.h. wieder mit einer unendlich großen Luftzahl, abgelesen.

Das Verdichterdruckverhältnis Π_V des Verdichters ist eine wichtige charakteristische Größe. Sie berechnet sich aus (18).

$$\Pi_V = \frac{p_2}{p_1} \quad (18) \quad \text{aus [15]}$$

Die spezifische (isentrope) Verdichterarbeit $H_{V(s)}$ berechnet sich nach Gleichung (19) und die isentrope Temperatur berechnet sich nach Gleichung (20).

$$H_{V(s)} = c_{pm12(s)}(T_{2(s)} - T_1) \quad (19)$$

$$T_{2s} = T_1 \Pi_V^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (20) \quad \text{aus [15]}$$

$$\eta_{Vs} = \frac{H_{Vs}}{H_V} \quad (21)$$

Aus den beiden spezifischen Arbeiten H_V und H_{Vs} kann nun der isentrope Verdichterwirkungsgrad η_{Vs} nach (21) errechnet werden. In Tabelle 6 findet sich eine Zusammenfassung der benötigten und berechneten Größen. Wie man sieht, bewegt sich der isentrope Verdichterwirkungsgrad η_{Vs} ungefähr bei Werten zwischen 60 und 66 %.

Tabelle 6: Verdichter

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
t_1	°C	18,4	18,4	18,4	18,4
T_1	K	291,55	291,55	291,55	291,55
t_2	°C	88,2	91,6	88,2	96
T_2	K	361,35	361,35	366,8	369,15
p_1	mbar	998,2	998,05	998,3	998,96
p_2	mbar	1619	1675	1665	1672,5
c_{p1}	kJ/kgK	1,0115	1,0115	1,0115	1,0115
c_{p2}	kJ/kgK	1,017	1,017	1,0175	1,0175
c_{pm12}	kJ/kgK	1,01425	1,01425	1,0145	1,0145
Π_V	-	1,621919	1,660237	1,667835	1,674241
H_V	kJ/kg	70,79465	74,2431	70,8121	78,7252
T_{2s}	K	334,75	336,99	337,43	337,80
H_{Vs}	kJ/kg	43,82	46,09	46,55	46,92
η_{Vs}	-	0,619	0,621	0,657	0,596

4.5.1.4. Die Brennkammer

Die benötigten Größen sind in Tabelle 7 zusammengefasst.

Tabelle 7: Eingangswerte Brennkammer

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
m_{RG}	kg/s	0,357	0,360	0,355	0,346
m_L	kg/s	0,352	0,355	0,350	0,340
m_B	kg/s	0,00499	0,00536	0,00567	0,00615
ρ_B	kg/l		0,875		
H_u	kJ/kg		42700		

Die Stoffwerte des Brennstoffs, seine Dichte ρ_B und sein unterer Heizwert H_u sind aus [15], S.17 bekannt. Der Brennstoffmassenstrom \dot{m}_B wird aus Gleichung (22) berechnet.

$$\dot{m}_B = \frac{\rho_B}{\tau} \quad (22) \text{ aus [15]}$$

Der Rauchgasmassenstrom \dot{m}_{RG} setzt sich additiv aus dem Brennstoffmassenstrom \dot{m}_B und dem Luftmassenstrom \dot{m}_L zusammen. Mit diesem Wissen kann nun die Luftzahl nach (23) berechnet werden.

$$\lambda = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_{RG}} \frac{1}{14,5} \quad (23) \text{ aus [15]}$$

Im nächsten Berechnungsschritt muss vorerst eine theoretische Temperatur am Turbineneintritt T_{3thAn} angenommen werden. Mit dieser liest man die Wärmekapazität c_{p3th} für die vorher berechnete Luftzahl aus der Abbildung 24 ab, berechnet daraus die mittlere spezifische Wärmekapazität c_{pm23th} . Schließlich ergibt sich mit (24) die theoretische Turbineneintrittstemperatur T_{3th} . Wenn nun die Differenz zwischen der angenommenen und der errechneten Temperatur kleiner als 5°C ist, kann an dieser Stelle abgebrochen werden. Wenn nicht, muss der Iterationsvorgang fortgeführt werden indem man eine neue Temperatur T_{3thAn} wählt und so weiterrechnet.

$$T_{3th} = \frac{\dot{m}_B H_u}{c_{pm23th} \dot{m}_{RG}} + T_2 \quad (24) \text{ aus [15]}$$

Die berechneten Werte sind in Tabelle 8 angegeben.

Tabelle 8: Ergebnis Brennkammer

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
λ		4,9	4,6	4,2	3,8
T_{3th}-Annahme	°C	640	675	720	790
c_{p2}	kJ/kgK	1,017	1,017	1,0175	1,0175
c_{p3th}	kJ/kgK	1,134	1,142	1,152	1,165
c_{pm23th}	kJ/kgK	1,0755	1,0795	1,0848	1,0913
T_{3th}-Berechnung	K	917,26	950,62	995,38	1064,60

4.5.1.5. Die Turbine

Hier benötigt man abermals die spezifischen Wärmekapazitäten im Punkt 3 und im Punkt 4. Die Berechnung von c_{p3} und T_3 erfolgt wie bei der Brennkammer iterativ. Dieser Weg muss beschriftet werden, da die Turbineneintrittstemperatur T_3 nur schwer gemessen werden kann. Einerseits sind die dort auftretenden Temperaturen sehr hoch und damit werden die benötigten Messaufnehmer sehr teuer. Andererseits wäre eine Messung oft fehlerbehaftet, da am Turbineneintritt die Nähe zum Flammenrohr sehr groß ist und die Messung durch die Strahlungswärme der Brennkammer verfälscht wird. Dadurch würde immer eine zu hohe Temperatur gemessen.

Die Leistung der Turbine ergibt sich aus der Summe der abgegebenen effektiven Leistung an der Wirbelstrombremse P_{eff} , der Leistung die der Verdichter aufnimmt P_V und den Reibungsverlusten P_R . Die Verlustleistung P_R ist abhängig von der Drehzahl n und wird lt. den Herstellerangaben mit Abbildung 25 abgeschätzt.

Aus den spezifischen Wärmekapazitäten berechnet sich nach (25) die mittlere spezifische Wärmekapazität c_{pm34} . Mit der Leistung der Turbine P_T wird mit (26) die Turbineneintrittstemperatur T_3 ermittelt und weiter dann die isentrope Turbinenaustrittstemperatur T_{4s} mit (27).

$$c_{pm34} = \frac{c_{p3} + c_{p4}}{2} \quad (25)$$

$$T_3 = \frac{P_T}{\dot{m}_{RG} c_{pm34}} + T_4 \quad (26) \quad \text{aus [15]}$$

$$T_{4s} = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}}} \quad (27)$$

Dann kann man schon die spezifischen Turbinenarbeiten H_T und H_{Ts} mit (28) und (29) errechnen, den isentropen Turbinenwirkungsgrad η_{Ts} durch (30). Die noch fehlenden Größen, der Gesamtwirkungsgrad der Kleingasturbine η_{eff} , der Brennkammerwirkungsgrad η_{BK} und der spezifische Brennstoffverbrauch b_B werden über die Gleichungen (31), (32) und (33) bestimmt.

$$H_{Ts} = c_{pm34}(T_3 - T_{4s}) \quad (28)$$

$$H_T = \frac{P_T}{\dot{m}_{RG}} \quad (29)$$

$$\eta_{Ts} = \frac{H_T}{H_{Ts}} \quad (30)$$

$$\eta_{eff} = \frac{P_{eff}}{\dot{m}_B H_U} \quad (31) \quad \text{aus [15]}$$

$$\eta_{BK} = \frac{c_{p3}t_3 - c_{p2}t_2}{c_{p3th}t_{3th} - c_{p2}t_2} \quad (32)$$

$$b_B = \frac{\dot{m}_B}{P_{eff}} \quad (33)$$

Die Zusammenfassung und die Ergebnisse dieser Rechnungen für die Turbine finden sich in Tabelle 9.

Tabelle 9: Turbine

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
P_V	kW	24,8977	26,3219	24,7617	26,7713
n	U/min	1971	2004,33333	2004,5	2000,2
P_R	kW	1,35	1,33	1,34	1,35
P_T	kW	30,0277	33,8759	34,3707	38,8573
t_{3An1}	°C	560	610	640	712
T_{3An1}	K	833,15	883,15	913,15	985,15
c_{p3}	kJ/kgK	1,116	1,128	1,1345	1,15
t_4	°C	486,5	525,416667	557,625	613,8
T_4	K	759,65	798,566667	830,775	886,95
c_{p4}	kJ/kgK	1,099	1,104	1,116	1,1285
c_{pm34}	kJ/kgK	1,1075	1,116	1,12525	1,13925
R_{RG}	J/kgK	288,49	288,49	288,49	288,49
T_3	K	835,66	882,91	916,73	985,47
t_3	°C	562,51	609,76	643,58	712,32
T_{4s}	K	747,87	785,77	815,39	876,14
H_{Ts}	kJ/kg	97,24	108,41	114,03	124,56
H_T	kJ/kg	84,19	94,13	96,72	112,24
η_{Ts}	-	0,866	0,868	0,848	0,901
η_{eff}	-	0,018	0,027	0,034	0,041
η_{BK}	-	0,840	0,874	0,863	0,875
b_B	kg/kWh	4,76	3,10	2,47	2,06

Zusammengefasst sind die Wirkungsgrade der Kleingasturbine in Abbildung 8.

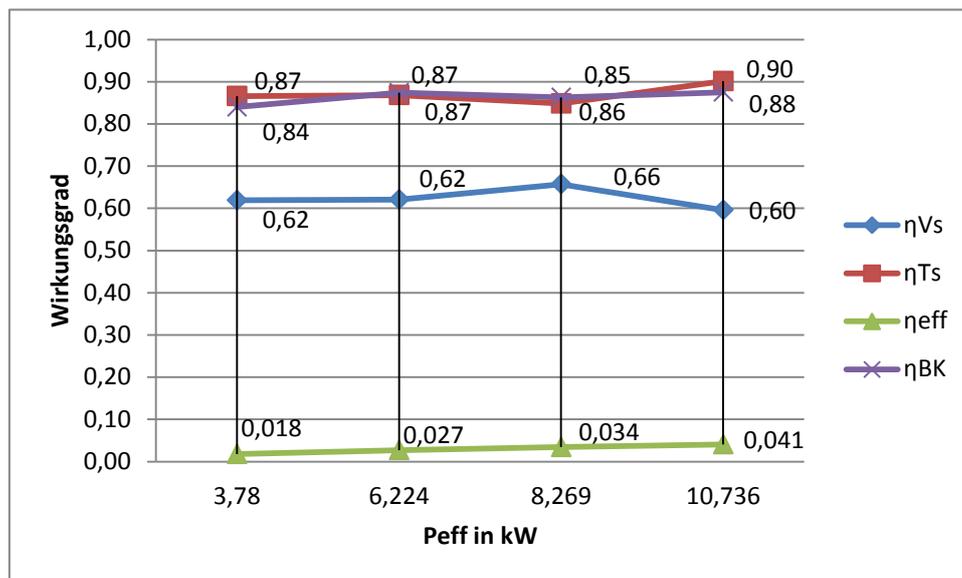


Abbildung 8: Zusammenfassung

4.5.2. Vorgehen bei der Fehlerberechnung [2]

Die übliche Vorgehensweise um ein vollständiges Messergebnis zu erhalten, mit einem Mittelwert und einer geschätzten Messunsicherheit, wird hiernach vorgestellt:

Man kann bei einer Messung den wahren Wert nicht ermitteln. Für den wahren Wert steht der Erwartungswert μ . Als richtigen Wert versteht man jenen, der eine vernachlässigbare Abweichung zum wahren Wert aufweist. Es werden bei einer Messung eine Anzahl n von Messwerten x_i aufgenommen. Aus diesen werden nun der Mittelwert \bar{x} und die empirische Standardabweichung s nach den Gleichungen (34) und (35) berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (34) \text{ aus [2], S.5 (2)}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (35) \text{ aus [2], S.5 (3)}$$

Unter der Standardabweichung σ versteht man die wahren Verhältnisse der Streuung um den wahren Wert μ , wenn man alle Werte betrachtet, die bei der Messung möglich sind. Die empirische Standardabweichung s ist sozusagen wiederum eine Schätzung dieses Wertes. Sie ist die Berechnung für eine begrenzte Anzahl von Messungen n .

Um eine Messunsicherheit beurteilen zu können, bedient man sich der Gleichung (36). Die Größe u wird als Standardunsicherheit bezeichnet.

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (36) \text{ aus [2], S.5 (4)}$$

Dieses Procedere nach DIN 1319 deckt sich mit der Vorgehensweise in der ASME PTC 19.1.

Allgemein gilt natürlich, wenn mehr Messwerte zur Verfügung stehen, ist die Schätzung des wahren Wertes, der arithmetische Mittelwert \bar{x} genauer, dann wird die Unsicherheit u kleiner. Weiters gilt, dass die Streuung der Messwerte um den wahren Wert nur aus der zufälligen Messabweichung resultiert. Die systematische Messabweichung verschiebt nämlich den Mittelwert und den Bereich als Ganzes.

$$x = \bar{x} \pm u \quad (37) \quad \text{aus [2], S.6 (9)}$$

Das vollständige Messergebnis besteht nun aus dem berechneten Mittelwert und der Angabe des Intervalls der Messunsicherheit wie in (37). Diesen Bereich der Messunsicherheit kann man sich, wie in Abbildung 9 dargestellt, vorstellen. Darin sieht man, dass der wahre Wert nicht unbedingt innerhalb des angegebenen Bereiches liegen muss.

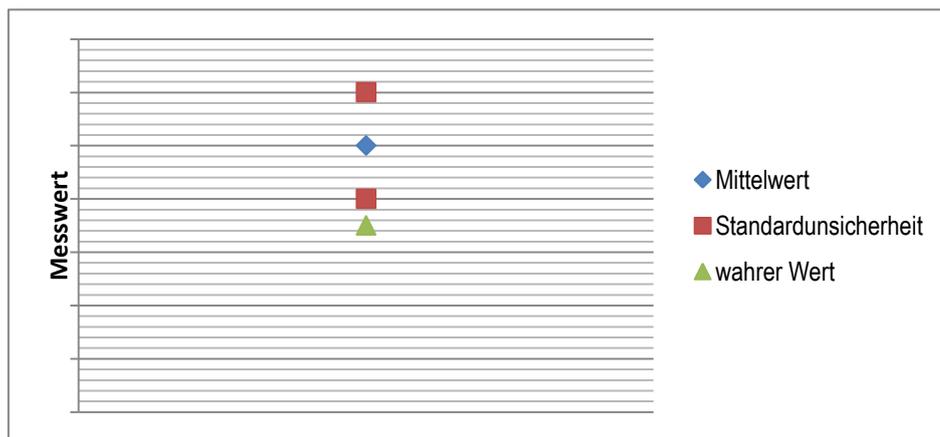


Abbildung 9: vollständiges Messergebnis

Nun ist lt. DIN 1319-3 die Wahrscheinlichkeit, dass sich der wahre Wert wirklich im angegebenen Bereich befindet ab 125 Messwerten bei 68%. [2], S.8 Tabelle 1. Um die Wahrscheinlichkeit zu erhöhen, gibt man in weiterer Folge meist den erweiterten Vertrauensbereich mit einem Vertrauensniveau $(1 - \alpha)$ von 95% an. Dabei wird einfach der Bereich um einen gewissen Faktor vergrößert. Der für feste Vertrauensniveaus bestimmte Wert heißt Studentfaktor t . Den Studentfaktor t entnimmt man der Tabelle 10. Man findet diesen Wert aber auch in [1]. Die Normen zur Abnahmemessung empfehlen hier ein Vertrauensniveau mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% zu wählen. Der zugehörige Wert des Studentfaktors ist ab einer Messwertanzahl von 30 Messungen gleich zwei.

Tabelle 10: Studentfaktor [2], S.8 Tabelle 1

Anzahl <i>n</i> der Meßwerte	68,26 %	<i>t</i> für zweiseitigen Vertrauensbereich: 1 - α =				99,73 %
		90 %	95 %	99 %	99,5 %	
		<i>t</i> für einseitigen Vertrauensbereich: 1 - α =				
		95 %	97,5 %	99,5 %	99,75 %	
2	1,84	6,31	12,71	63,66	127,32	235,8
3	1,32	2,92	4,30	9,92	14,09	19,21
4	1,20	2,35	3,18	5,82	7,45	9,22
5	1,14	2,13	2,78	4,60	5,60	6,62
6	1,11	2,02	2,57	4,03	4,77	5,51
7	1,09	1,94	2,45	3,71	4,32	4,90
8	1,08	1,89	2,36	3,50	4,03	4,53
9	1,07	1,86	2,31	3,36	3,83	4,28
10	1,06	1,83	2,26	3,25	3,69	4,09
11	1,05	1,81	2,23	3,17	3,58	3,96
12	1,05	1,80	2,20	3,11	3,50	3,85
13	1,04	1,78	2,18	3,05	3,43	3,76
20	1,03	1,73	2,09	2,86	3,17	3,45
30	1,02	1,70	2,05	2,76	3,04	3,28
50	1,01	1,68	2,01	2,68	2,94	3,16
80	1,01	1,66	1,99	2,64	2,89	3,10
100	1,01	1,66	1,98	2,63	2,87	3,08
125	1,00	1,66	1,98	2,62	2,86	3,06
200	1,00	1,65	1,97	2,60	2,84	3,04
>200	1,00	1,65	1,96	2,58	2,81	3,00

Die Werte für *t* in der letzten Zeile werden auch mit t_{∞} bezeichnet.

Um nun von dieser Unsicherheit eines Einzelmessergebnisses auf die Messunsicherheit bei einer Berechnung aus mehreren Messwerten zu kommen, wird das GAUSS'sche Fortpflanzungsgesetz benutzt. Dieses ist in Gleichung (38) angegeben.

$$\Delta y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad (38) \quad \text{aus [6], S.6, (23)}$$

In der DIN 4341 und in der DIN 1319 ist aber keine Gleichung für die erweiterte Messunsicherheit eines Messergebnisses angegeben. Diese wird nur in der ASME PTC 19.1 erwähnt. Hier ist das Vorgehen mit den Vertrauensniveaus und Wahrscheinlichkeiten genauso wie bei den Einzelmessunsicherheiten: Es wird zuerst aus Δy eine Standardunsicherheit berechnet indem durch die Wurzel der Anzahl dividiert wird. Dann wird dieser Wert mit dem Studentfaktor $t = 2$ multipliziert und man erhält den richtigen Fehler für ein Vertrauensniveau von 95 % für das Messergebnis.

4.5.3. Annahmen

In diesem Fall gehen wir davon aus, dass die systematische Komponente der Messabweichung durch Kalibrieren der Messgeräte beseitigt wurde. Darum wird nur die zufällige Messabweichung betrachtet. Jegliche anderen unbekannt systematischen Fehler, die bei der Berechnung den zufälligen Messfehlern zugerechnet würden, werden vernachlässigt.

Für die Berechnung der Fehler wird streng genommen eine Messreihe verwendet, die eine zu kleine Anzahl *n* an Messpunkten aufweist um mit statistischen Methoden ausgewertet werden zu können. Aber sie reicht um die Standardunsicherheiten abschätzen zu können und die Tendenzen der Fehler zu erkennen. Die Messung erfüllt ihren Zweck, da offensichtlich wird, welcher Messwert in den Fehler der daraus bestimmten Größe am stärksten eingeht.

Lt. [2] treten in diesen Versuchen keine Korrelationen auf. Deshalb wird auf Korrelationen in dieser Arbeit nicht eingegangen.

Bei Beobachtung der Δp_{04} Anzeige merkt man große Schwankungen, die teilweise nicht zu erklären sind. Daher wird Δp_{04} bei der Fehlerbetrachtung vernachlässigt. Hier bedarf es einer genaueren Analyse um zulässige Aussagen über den Fehler machen zu können.

4.5.4. Berechnung der Fehler

Einzelmessunsicherheit:

Es werden innerhalb der Zeit τ (ca. 2 Minuten) alle Messwerte in regelmäßigen Abständen notiert, daraus der Mittelwert berechnet und die Standardabweichung s abgeschätzt. Die Standardunsicherheit wird (wie oben in Gleichung (36) angegeben) für jeden dieser Messwerte berechnet. Die Auswertung der Mittelwerte, der Standardunsicherheiten, des relativen Fehlers und der erweiterten Messunsicherheit findet sich in Tabelle 11 für den ersten Betriebspunkt. In den Tabellen Tabelle 12, Tabelle 13 und Tabelle 14 sind die anderen drei Messergebnisse der Betriebspunkte eingetragen.

Tabelle 11: Einzelmessergebnis Betriebspunkt 1

Messung		Betriebspunkt 1			
Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit
t_0	°C	18,40	0,00	0,00E+00	0,0000
p_0	mbar	1007,6	0,00	0,00E+00	0,0000
n	U/min	1971	1,6330	8,29E-04	3,2660
P_{eff}	kW	3,78	0,0080	2,12E-03	0,0160
Δp_{Bl}	mbar	6,15	0,0167	2,71E-03	0,0333
Δp_{01}	mbar	9,4	0,0289	3,07E-03	0,0577
p_2	mbar	1619	0,6667	4,12E-04	1,3333
p_3	mbar	1543,5	0,8333	5,40E-04	1,6667
Δp_{04}	mbar	0,3543	0,0000	0,00E+00	0,0000
t_2	°C	88,2	0,0289	3,27E-04	0,0577
t_{4_1}	°C	472	0,3333	7,06E-04	0,6667
t_{4_2}	°C	457,5	0,1667	3,64E-04	0,3333
t_{4_3}	°C	517	0,3333	6,45E-04	0,6667
t_{4_4}	°C	499,5	0,1667	3,34E-04	0,3333
t_4	°C	486,5	0,0417	8,56E-05	0,0833
τ	s	175,2	0,1333	7,61E-04	0,2667
M	Nm	18,53	0,0167	8,99E-04	0,0333

Umrechnung auf SI Einheiten

Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit
T_0	K	291,55	0,0000	0,00E+00	0,0000
P_0	Pa	100760	0,0000	0,00E+00	0,0000
n	U/min	1971	1,6330	8,29E-04	3,2660
P_{eff}	W	3780	8,0178	2,12E-03	16,0357
Δp_{Bl}	Pa	615	1,6667	2,71E-03	3,3333
Δp_{01}	Pa	940	2,8868	3,07E-03	5,7735
p_2	Pa	161900	66,6667	4,12E-04	133,3333
p_3	Pa	154350	83,3333	5,40E-04	166,6667
Δp_{04}	Pa	35,43	0,0000	0,00E+00	0,0000
T_2	K	361,35	0,0289	7,99E-05	0,0577
T_4	K	759,65	0,0417	5,48E-05	0,0833
τ	s	175,2	0,1333	7,61E-04	0,2667
M	Nm	18,53	0,0167	8,99E-04	0,0333

Tabelle 12: Einzelmessergebnisse Betriebspunkt 2

Messung		Betriebspunkt 2				
Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit	
t_0	°C	18,40	0,00E+00	0,00E+00	0,0000	
p_0	mbar	1007,60	0,00E+00	0,00E+00	0,0000	
n	U/min	2004,33	0,1667	8,32E-05	0,3333	
P_{eff}	kW	6,224	0,0625	1,00E-02	0,1250	
Δp_{Bl}	mbar	6,25	0,0167	2,67E-03	0,0333	
Δp_{01}	mbar	9,55	0,0423	4,42E-03	0,0845	
p_2	mbar	1657	0,00	0,00E+00	0,0000	
p_3	mbar	1582,5	0,1667	1,05E-04	0,3333	
Δp_{04}	mbar	0,5254	0,0000	0,00E+00	0,0000	
t_2	°C	91,6	0,0333	3,64E-04	0,0667	
t_{4_1}	°C	511,67	0,6009	1,17E-03	1,2019	
t_{4_2}	°C	501	0,7638	1,52E-03	1,5275	
t_{4_3}	°C	563	0,7638	1,36E-03	1,5275	
t_{4_4}	°C	526	0,3333	6,34E-04	0,6667	
t_4	°C	525,42	0,1012	1,93E-04	0,2024	
τ	s	163,2	0,1333	8,17E-04	0,2667	
M	Nm	29,43	0,3586	1,22E-02	0,7172	

Umrechnung auf SI Einheiten

Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit
T_0	K	291,55	0,00E+00	0,00E+00	0,0000
P_0	Pa	100760	0,00E+00	0,00E+00	0,0000
n	U/min	2004,33	1,67E-01	8,32E-05	0,3333
P_{eff}	W	6224	6,25E+01	1,00E-02	124,9782
Δp_{Bl}	Pa	625	1,67E+00	2,67E-03	3,3333
Δp_{01}	Pa	955	4,23E+00	4,42E-03	8,4515
p_2	Pa	165700	0,00E+00	0,00E+00	0,0000
p_3	Pa	158250	1,67E+01	1,05E-04	33,3333
Δp_{04}	Pa	52,54	0,00E+00	0,00E+00	0,0000
T_2	K	364,75	3,33E-02	9,14E-05	0,0667
T_4	K	798,57	1,01E-01	1,27E-04	0,2024
τ	s	163,2	1,33E-01	8,17E-04	0,2667
M	Nm	29,43	3,59E-01	1,22E-02	0,7172

Tabelle 13: Einzelmessergebnisse Betriebspunkt 3

Messung		Betriebspunkt 3				
Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit	
t_0	°C	18,40	0,0000	0,00E+00	0,0000	
p_0	mbar	1007,60	0,0000	0,00E+00	0,0000	
n	U/min	2004,5	0,1667	8,31E-05	0,3333	
P_{eff}	kW	8,269	0,0288	3,48E-03	0,0575	
Δp_{Bl}	mbar	6,08	0,0133	2,19E-03	0,0267	
Δp_{01}	mbar	9,3	0,0289	3,10E-03	0,0577	
p_2	mbar	1665	0,0000	0,00E+00	0,0000	
p_3	mbar	1592	0,2887	1,81E-04	0,5774	
Δp_{04}	mbar	0,4983	0,0000	0,00E+00	0,0000	
t_2	°C	93,65	0,0167	1,78E-04	0,0333	
t_{4_1}	°C	548	0,0000	0,00E+00	0,0000	
t_{4_2}	°C	549	0,0000	0,00E+00	0,0000	
t_{4_3}	°C	585	9,2511	1,58E-02	18,5023	
t_{4_4}	°C	548,5	0,1667	3,04E-04	0,3333	
t_4	°C	557,63	0,7315	1,31E-03	1,4630	
τ	s	154,2	0,1333	8,65E-04	0,2667	
M	Nm	39,18	0,2381	6,08E-03	0,4762	

Umrechnung auf SI Einheiten

Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit
T_0	K	291,55	0,0000	0,00E+00	0,0000
P_0	Pa	100760,1	0,0000	0,00E+00	0,0000
n	U/min	2004,5	0,1667	8,31E-05	0,3333
P_{eff}	W	8269	28,7692	3,48E-03	57,5384
Δp_{Bl}	Pa	608	1,3333	2,19E-03	2,6667
Δp_{01}	Pa	930	2,8868	3,10E-03	5,7735
p_2	Pa	166500	0,0000	0,00E+00	0,0000
p_3	Pa	159200	28,8675	1,81E-04	57,7350
Δp_{04}	Pa	49,83	0,0000	0,00E+00	0,0000
T_2	K	366,8	0,0167	4,54E-05	0,0333
T_4	K	830,78	0,7315	8,80E-04	1,4630
τ	s	154,2	0,1333	8,65E-04	0,2667
M	Nm	39,175	0,2381	6,08E-03	0,4762

Tabelle 14: Einzelmessergebnisse Betriebspunkt 4

Messung		Betriebspunkt 4			
Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit
t_0	°C	18,40	0,0000	0,00E+00	0,0000
p_0	mbar	1007,60	0,0000	0,00E+00	0,0000
n	U/min	2000,2	0,1333	6,67E-05	0,2667
P_{eff}	kW	10,736	0,0114	1,06E-03	0,0227
Δp_{Bl}	mbar	5,75	0,0167	2,90E-03	0,0333
Δp_{01}	mbar	8,64	0,0806	9,32E-03	0,1611
p_2	mbar	1672,5	0,1667	9,97E-05	0,3333
p_3	mbar	1603,5	0,1667	1,04E-04	0,3333
Δp_{04}	mbar	0,2382	0,0000	0,00E+00	0,0000
t_2	°C	96	0,0000	0,00E+00	0,0000
t_{4_1}	°C	593,2	0,1333	2,25E-04	0,2667
t_{4_2}	°C	616,2	0,1333	2,16E-04	0,2667
t_{4_3}	°C	657,8	0,1333	2,03E-04	0,2667
t_{4_4}	°C	588	0,0000	0,00E+00	0,0000
t_4	°C	613,8	0,0183	2,97E-05	0,0365
τ	s	142,2	0,1333	9,38E-04	0,2667
M	Nm	51,33	0,1302	2,54E-03	0,2603

Umrechnung auf SI Einheiten

Größe	Einheit	Mittelwert	Standardmessunsicherheit	relativer Fehler	erweiterte Messunsicherheit
T_0	K	291,55	0,0000	0,00E+00	0,0000
P_0	Pa	100760,1	0,0000	0,00E+00	0,0000
n	U/min	2000,2	0,1333	6,67E-05	0,2667
P_{eff}	W	10736	11,3725	1,06E-03	22,7450
Δp_{Bl}	Pa	575	1,6667	2,90E-03	3,3333
Δp_{01}	Pa	864	8,0554	9,32E-03	16,1107
p_2	Pa	167250	16,6667	9,97E-05	33,3333
p_3	Pa	160350	16,6667	1,04E-04	33,3333
Δp_{04}	Pa	23,82	0,0000	0,00E+00	0,0000
T_2	K	369,15	0,0000	0,00E-00	0,0000
T_4	K	886,95	0,0183	2,06E-05	0,0365
τ	s	142,2	0,1333	9,38E-04	0,2667
M	Nm	51,33	0,1302	2,54E-03	0,2603

Die Temperatur t_4 ist selbst schon mit einer Ergebnismessunsicherheit behaftet, da sie sich aus den Messwerten der vier Temperaturfühler zusammensetzt. Sie wird nach Gleichung (42) berechnet, die sich wie folgt herleitet:

$$t_4 = \frac{t_{4_1} + t_{4_2} + t_{4_3} + t_{4_4}}{4} \quad (39)$$

$$s_{t_4} = \sqrt{\left(\frac{\partial t_4}{\partial t_{4.1}} \Delta t_{4.1}\right)^2 + \left(\frac{\partial t_4}{\partial t_{4.2}} \Delta t_{4.2}\right)^2 + \left(\frac{\partial t_4}{\partial t_{4.3}} \Delta t_{4.3}\right)^2 + \left(\frac{\partial t_4}{\partial t_{4.4}} \Delta t_{4.4}\right)^2} \quad (40)$$

$$\frac{\partial t_4}{\partial t_{4-i}} = \frac{1}{4} \quad (41)$$

$$s_{t_4} = \sqrt{\left(\frac{\Delta t_{4.1}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{4.2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{4.3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{4.4}}{4}\right)^2} \quad (42)$$

Für die Größen, die mit einem Δ gekennzeichnet sind, wird die Standardunsicherheit eingesetzt.

Messabweichung Leistung ΔP_{eff}

Die Messabweichung der Leistung ist eine Einzelmessunsicherheit und ist in Abbildung 10 dargestellt.

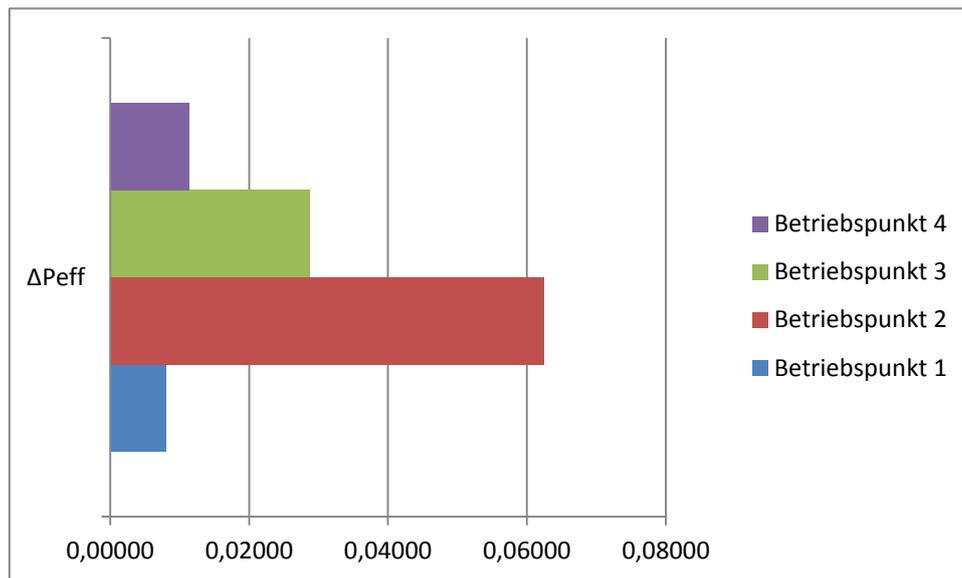


Abbildung 10: Abweichung Leistung in [kW]

Der Ausreißer im 2. Betriebspunkt ist in den höheren Schwankungen des Drehmoments begründet.

Ergebnismessunsicherheit:

Nun werden auch noch für die Werte, die nicht direkt gemessen werden konnten die kombinierten Messunsicherheiten berechnet. Das sind: \dot{m}_L , T_3 , b_B , η_{Vs} , η_{BK} , η_{Ts} und η_{eff} .

Die Herleitungen für die einzelnen Ergebnismessunsicherheiten folgen nun und immer anschließend an die Herleitung werden die Ergebnisse der jeweiligen Berechnung angegeben.

Messabweichung Luftmassenstrom $\Delta \dot{m}_L$

Die Ergebnismessunsicherheit vom Luftmassenstrom \dot{m}_L berechnet sich nach der DIN EN ISO 5167-2 [18]. Hier werden die Fehler, die bei der Blendenmessung auftreten berücksichtigt. Diese Norm geht folgendermaßen vor: Es wird in Kapitel 5.3.3.1 der Fehler des Durchflusskoeffizienten C bestimmt. Hierfür gilt die Annahme, dass die Reynoldszahl, der Durchmesser D und das Durchmesser Verhältnis β nicht mit einem zufälligen Fehler behaftet sind. Dann wird nach dem Durchmesser Verhältnis auf drei Bereiche aufgeteilt: Im ersten Bereich befinden sich β -Werte von 0,1 bis 0,2. Der Zweite reicht von 0,2 bis 0,6 und von 0,6 bis 0,75 reicht schlussendlich der Dritte. Bei

diesem Versuch ist $\beta = \frac{d}{D} = 0,571$ und man liegt daher im zweiten Abschnitt. Dann wird der relative Fehler des Durchmessers als 0,5 % angenommen.

Darüber hinaus muss noch eine relative Unsicherheit von 0,5 % dazu addiert werden, wenn der Durchmesser D kleiner als 71,12 mm ist. Das trifft hier nicht zu, denn der Durchmesser D der Blende ist 245 mm groß.

Eine weitere relative Unsicherheit von 0,5 % muss addiert werden, wenn β größer als 0,5 ist und die Reynoldszahl kleiner als 10000 ist. Dies trifft beides zu. Daher wird dies getan.

Deshalb ergibt sich für den Durchflusskoeffizienten C die Unsicherheit A_1 zu (43).

$$A_1 := 0.5\% + 0.5\% = 0.01 \quad (43) \text{ aus [18]}$$

Für die Expansionszahl ε wird die relative Unsicherheit mit Gleichung (44) ermittelt. Dazu müssen β , $\frac{\Delta p_{Bl}}{p_0}$, κ fehlerfrei sein.

$$A_2 := 3.5 \cdot \frac{\Delta p_{Bl} \%}{\kappa \cdot p_0} \quad (44) \text{ aus [18]}$$

Die Größen A_3 und A_4 bezeichnen Koeffizienten, die dazu dienen die relativen Abweichungen der Durchmesser d und D , die mit B_1 und B_2 berücksichtigt werden in die richtige Größenordnung zu bringen. Hier wird angenommen, dass kein Fehler bei den Durchmessern bekannt ist. Daher ergibt sich hier keine Messabweichung.

A_5 berücksichtigt den Fehler aus der Differenzdruckmessung und A_6 den Fehler, der bei Bestimmung der Dichte gemacht wird, der hier 0 ist. A_5 wird aus Gleichung (45) bestimmt.

$$A_5 := \frac{s_{\Delta p_{Bl}}}{\Delta p_{Bl}} \quad (45) \text{ aus [20]}$$

Um den absoluten Fehler des Massenstromes zu erhalten, wird die ISO/TR 5168 Kapitel 8.2.2. [20] herangezogen. Gleichung (46) gibt an, wie die einzelnen Anteile zusammengefügt werden müssen.

$$\Delta m_L := m_L \cdot \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 \cdot B_1^2 + A_4^2 \cdot B_2^2 + \frac{1}{4} \cdot (A_5^2 + A_6^2)} \quad (46) \text{ aus [20]}$$

Die Koeffizienten errechnen sich zu den Werten aus Tabelle 15. Das Ergebnis dieser Berechnung findet sich in der letzten Zeile dieser Tabelle.

Tabelle 15: Koeffizienten für Luftmassenstrom

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
A_1	-	0,01	0,01	0,01	0,01
A_2	-	0,00015259	0,00015507	0,00015085	0,00014267
A_5	-	0,003	0,003	0,002	0,003
Δm_L	kg/s	0,00355	0,00358	0,00352	0,00344

In Abbildung 11 ist der absolute Fehler des Luftmassenstroms grafisch dargestellt. Er variiert von Betriebspunkt zu Betriebspunkt nur sehr wenig.

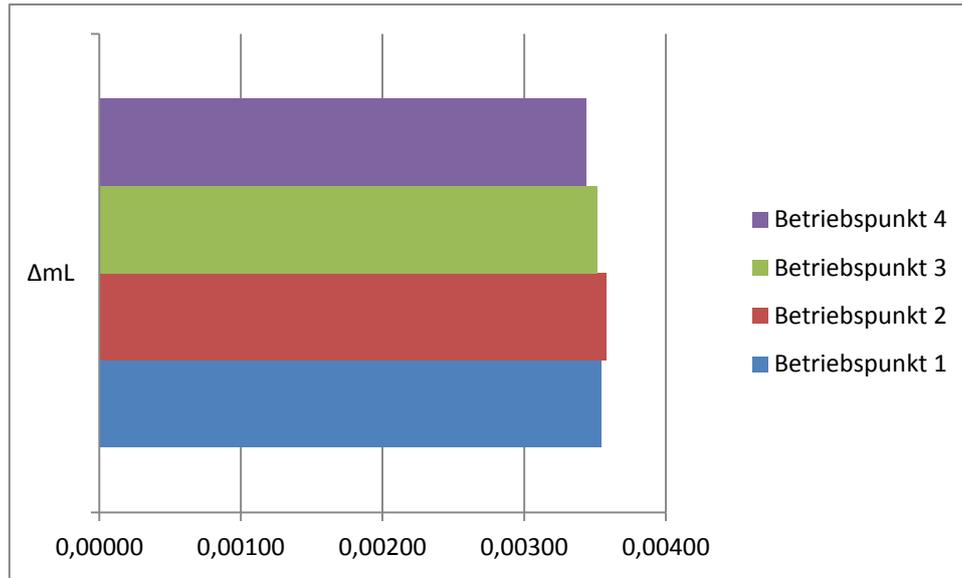


Abbildung 11: Abweichung Luftmassenstrom in [kg/s]

Messabweichung Turbineneintrittstemperatur ΔT_3

Zur Herleitung der Ergebnismessunsicherheit der Turbineneintrittstemperatur wird von der Berechnungsgleichung für diese Temperatur ausgegangen (47).

$$T_3 := \frac{P_{eff} + \left(\frac{c_{p1} + c_{p2}}{2} \right) \cdot (T_2 - T_1) \cdot m_L + P_R}{\left(\frac{\rho_B}{\tau} + m_L \right) \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2} \right)} + T_4 \quad (47)$$

Mithilfe des GAUSS'schen Fortpflanzungsgesetzes aus Gleichung (38) folgt Gleichung (48):

$$\Delta T_3 := \sqrt{\left(\left(\frac{d}{dP_{eff}} T_3 \right) \cdot s_{P_{eff}} \right)^2 + \left(\left(\frac{d}{dT_1} T_3 \right) \cdot s_{T_1} \right)^2 + \left(\left(\frac{d}{dT_2} T_3 \right) \cdot s_{T_2} \right)^2 + \left(\left(\frac{d}{d\tau} T_3 \right) \cdot s_{\tau} \right)^2 + \left(\left(\frac{d}{dm_L} T_3 \right) \cdot \Delta m_L \right)^2 + \left(\left(\frac{d}{dT_4} T_3 \right) \cdot s_{T_4} \right)^2} \quad (48)$$

Die Pfeile in den folgenden Herleitungen entsprechen Gleichheitszeichen. Die einzelnen Ableitungen der Funktion der Temperatur T_3 sind nun anschließend aufgelistet:

$$\frac{d}{dP_{eff}} T_3 \rightarrow \frac{1}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2} \right)} \quad (49)$$

$$\frac{d}{dT_1} T_3 \rightarrow - \frac{m_L \cdot \left(\frac{c_{p1} + c_{p2}}{2} \right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2} \right)} \quad (50)$$

$$\frac{d}{dT_2} T_3 \rightarrow \frac{m_L \cdot \left(\frac{c_{p1} + c_{p2}}{2} \right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2} \right)} \quad (51)$$

$$\frac{d}{d\tau} T_3 \rightarrow \frac{\rho_B \cdot \left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1} + c_{p2}}{2} \right) \right)}{\tau^2 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2} \right)} \quad (52)$$

$$\frac{d}{dm_L} T_3 \rightarrow - \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)} - \frac{(T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)} \quad (53)$$

Die negativen Vorzeichen haben keine Auswirkung da in (48) eingesetzt quadratisch summiert wird. Das ergibt dann die Gleichung (54).

$$\Delta T_3 \rightarrow \sqrt{S_{id}^2 + \Delta m_L^2 \cdot \left[\frac{\left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right) \right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} + \frac{\left((T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right) \right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} \right] + \frac{s_{P_{eff}}^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} + \frac{m_L^2 \cdot s_{T1}^2 \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} + \frac{m_L^2 \cdot s_{T2}^2 \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} + \frac{m_L^2 \cdot s_{T4}^2 \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} + \frac{\rho_B^2 \cdot s_{\tau}^2 \cdot \left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right) \right)^2}{\tau^4 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^4 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right)^2} \quad (54)$$

In der Tabelle 16 sind die benötigten Größen und die Ergebnisse für die kombinierte Standardunsicherheit der Turbineneintrittstemperatur für die vier Betriebspunkte gegeben.

Tabelle 16: Messunsicherheit Turbineneintrittstemperatur

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
Δm_L	kg/s	0,00355	0,00358	0,00352	0,00344
P_R	W	1350	1330	1340	1350
P_{eff}	W	3780	6224	8269	10736
m_L	kg/s	0,35	0,35	0,35	0,34
T_1	K	291,55	291,55	291,55	291,55
T_2	K	361,35	361,35	366,80	369,15
c_{p1}	J/kgK	1011,50	1011,50	1011,50	1011,50
c_{p2}	J/kgK	1017,00	1017,00	1017,50	1017,50
c_{p3}	J/kgK	1116,00	1128,00	1134,50	1150,00
c_{p4}	J/kgK	1099,00	1104,00	1116,00	1128,50
ρ_B	kg/l	0,875	0,875	0,875	0,875
τ	s	175,2	163,2	154,2	142,2
$s_{P_{eff}}$	W	8,02	62,49	28,77	11,37
s_{T1}	K	0	0	0	0
s_{T2}	K	0,0289	0,0333	0,0167	0,0000
s_{T4}	K	4,17E-02	1,01E-01	7,31E-01	1,83E-02
s_{τ}	s	0,1333	0,1333	0,1333	0,1333
ΔT_3	K	1,32E-01	2,59E-01	7,69E-01	2,94E-01

In Abbildung 12 sind die berechneten Werte aus Tabelle 16 grafisch dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass der Fehler im dritten Betriebspunkt außergewöhnlich groß ist.

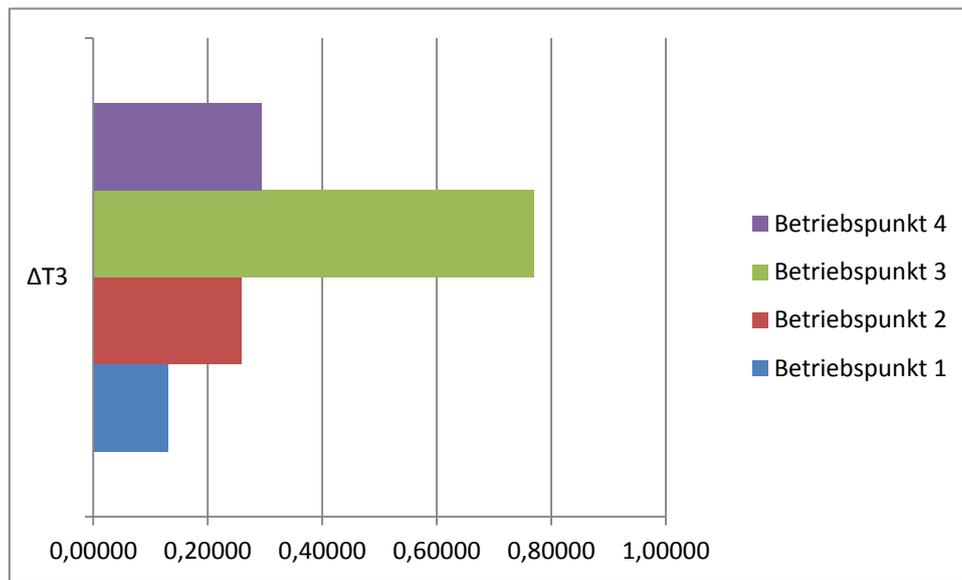


Abbildung 12: Abweichung Turbineneintrittstemperatur in [K]

Messabweichung spezifischer Brennstoffverbrauch Δb_B

Unter Verwendung von (38) und (33) ergibt sich für den spezifischen Brennstoffverbrauch die Gleichung (55) und die Gleichung (56).

$$\Delta b_B := \sqrt{s_\tau^2 \cdot \left(\frac{d}{d\tau} b_B \right)^2 + s_{P_{eff}}^2 \cdot \left(\frac{d}{dP_{eff}} b_B \right)^2} \quad (55)$$

$$\Delta b_B \rightarrow \sqrt{\frac{\rho_B^2 \cdot s_\tau^2}{\tau^4 \cdot P_{eff}^2} + \frac{\rho_B^2 \cdot s_{P_{eff}}^2}{\tau^2 \cdot P_{eff}^4}} \quad (56)$$

Das Ergebnis und die relevanten Größen sind in Tabelle 17 notiert.

Tabelle 17: Messunsicherheit spezifischer Brennstoffverbrauch

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
P_{eff}	W	3780	6224	8269	10736
ρ_B	kg/l	0,875	0,875	0,875	0,875
τ	s	175,2	163,2	154,2	142,2
$s_{P_{eff}}$	W	8,02	62,49	166,67	11,37
s_τ	s	0,1333	0,1333	0,1333	0,1333
Δb_B	kg/Ws	2,98E-09	8,08E-09	1,38E-08	8,11E-10
Δb_B	kg/kWh	1,07E-02	2,91E-02	4,98E-02	2,92E-03

Man sieht in Abbildung 13, dass der Messfehler im vierten Betriebspunkt sehr klein ist, im Vergleich zu den anderen.

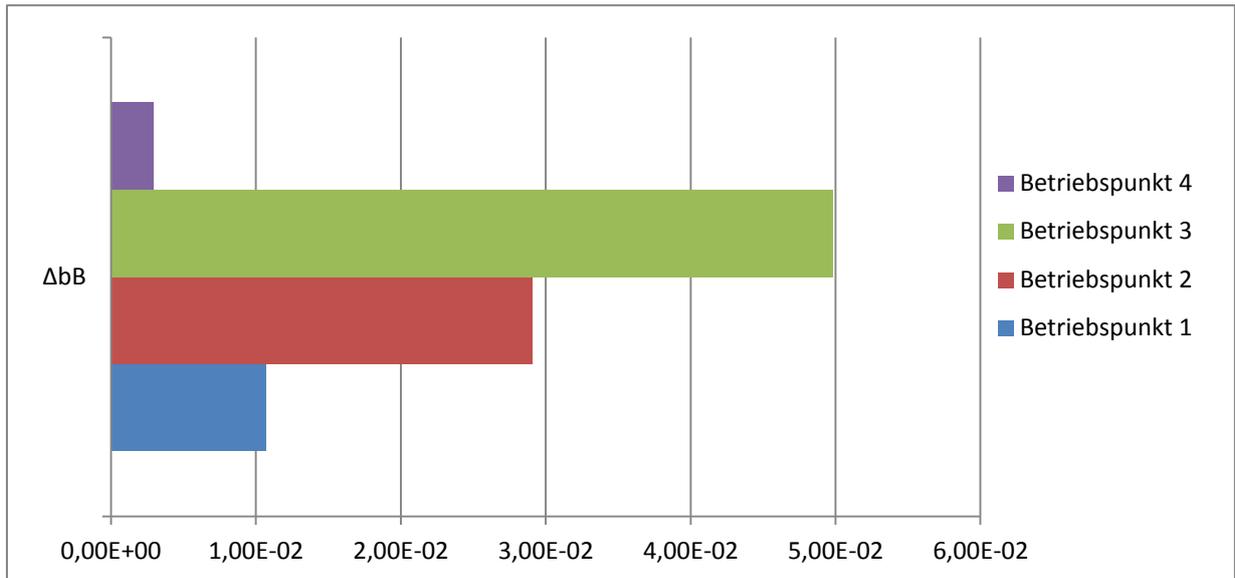


Abbildung 13: Abweichung spezifischer Brennstoffverbrauch in [kg/kWh]

Messabweichung isentroper Verdichterwirkungsgrad $\Delta\eta_{Vs}$

Durch Einsetzen der Gleichungen (18), (19) und (20) in die Gleichung (21) für den Wirkungsgrad bekommt man (57).

$$\eta_{Vs} = \frac{H_{Vs}}{H_V} \rightarrow \frac{T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{T_1 - T_2} \quad (57)$$

Durch Ableiten und Einsetzen ergibt sich schließlich (59), deren Ergebnisse und benötigte Größen in Tabelle 18 angeführt sind. Die grafische Darstellung der Fehler findet sich in Abbildung 14.

$$\Delta\eta_{Vs} = \sqrt{\left(s_{T1}^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_1} \eta_{Vs}\right)^2 \right) + \left(s_{T2}^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_2} \eta_{Vs}\right)^2 \right) + \left(s_{p2}^2 \cdot \left(\frac{d}{dp_2} \eta_{Vs}\right)^2 \right) + \left(s_{p1}^2 \cdot \left(\frac{d}{dp_1} \eta_{Vs}\right)^2 \right)} \quad (58)$$

$$\Delta\eta_{Vs} \rightarrow \sqrt{s_{T1}^2 \cdot \left(\frac{T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{(T_1 - T_2)^2} + \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{T_1 - T_2} \right)^2 + \frac{s_{T2}^2 \cdot \left(T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)^2}{(T_1 - T_2)^4}} \quad (59)$$

$$+ \frac{T_1^2 \cdot s_{p2}^2 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2 \cdot \kappa - 2}{\kappa} - 2} \cdot (\kappa - 1)^2}{\kappa^2 \cdot p_1^2 \cdot (T_1 - T_2)^2} + \frac{p_2^2 \cdot T_1^2 \cdot s_{p1}^2 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2 \cdot \kappa - 2}{\kappa} - 2} \cdot (\kappa - 1)^2}{\kappa^2 \cdot p_1^4 \cdot (T_1 - T_2)^2}$$

Tabelle 18: Messunsicherheit isentroper Verdichterwirkungsgrad

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
p_1	Pa	99820	99805	99830	99896
p_2	Pa	161900	161900	166500	167250
Π_v	-	1,62192	1,62216	1,66783	1,67424
T_1	K	291,550	291,550	291,550	291,550
T_2	K	361,350	361,350	366,800	369,150
$sp1$	Pa	2,9	4,2	2,9	8,1
$sp2$	Pa	66,67	0,00	0,00	16,67
$sT1$	K	0	0	0	0
$sT2$	K	0,0289	0,0333	0,0167	0,0000
$\Delta\eta_{Vs}$	-	5,66E-04	6,43E-05	3,91E-05	1,59E-04

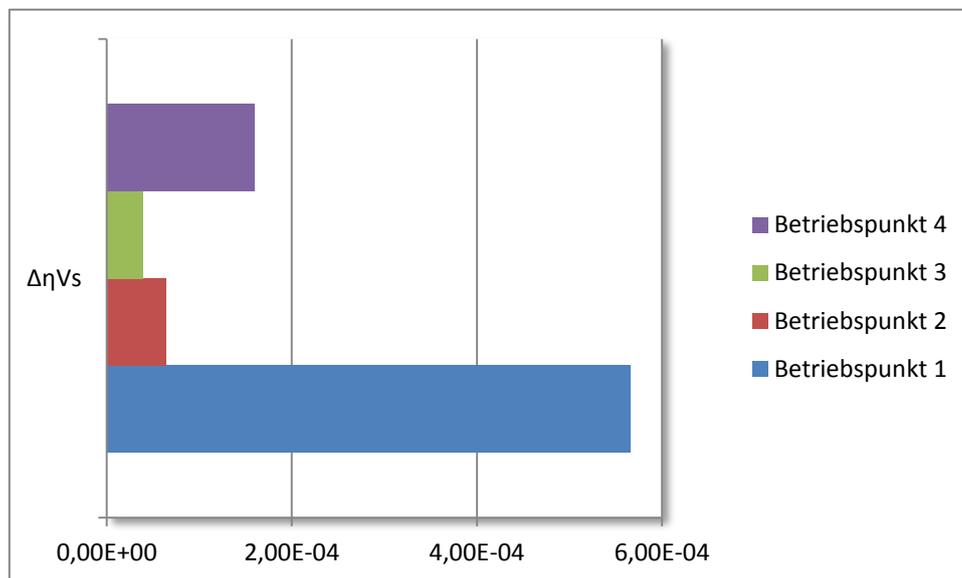


Abbildung 14: Abweichung Verdichterwirkungsgrad

Messabweichung isentroper Turbinenwirkungsgrad $\Delta\eta_{Ts}$

Für den Turbinenwirkungsgrad wird (28) und (29) in den Ausdruck (30) eingesetzt:

$$\eta_{Ts} := \frac{H_T}{H_{Ts}} \rightarrow \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2} \right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2} \right) \cdot \left[T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{2 \cdot R_{gC}}{c_{p3} + c_{p4}}} \right]} \quad (60)$$

Unter Benutzung der Fehlerfortpflanzungsformel (38) ergibt sich wieder:

$$\eta_{TS} = \sqrt{\frac{\Delta m_L^2 \cdot \left(\frac{d}{dm_L} \eta_{TS}\right)^2 + s_{Peff}^2 \cdot \left(\frac{d}{dP_{eff}} \eta_{TS}\right)^2 + \Delta T_3^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_3} \eta_{TS}\right)^2 + s_{T1}^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_1} \eta_{TS}\right)^2 + s_{T2}^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_2} \eta_{TS}\right)^2 + s_\tau^2 \cdot \left(\frac{d}{d\tau} \eta_{TS}\right)^2 + s_{p3}^2 \cdot \left(\frac{d}{dp_3} \eta_{TS}\right)^2 + s_{p4}^2 \cdot \left(\frac{d}{dp_4} \eta_{TS}\right)^2}{1}} \quad (61)$$

Der erste Term unter der Wurzel ergibt sich zu Gleichung (62).

$$\Delta m_L^2 \cdot \left(\frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2}\right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right) \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)} + \frac{(T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2}\right)}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right) \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)} \right)^2 \quad (62)$$

Für den Term mit der Unsicherheit der Leistung und der Turbineneintrittstemperatur ergeben sich (63) und (64).

$$\frac{s_{Peff}^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right)^2 \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)^2} \quad (63)$$

$$\Delta T_3^2 \cdot \left(\frac{\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}} - 1}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right) \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)} \cdot \left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2}\right)\right)^2 \right) \quad (64)$$

Für die Teile mit den Temperaturen um den Verdichter erhält man die Ausdrücke (65) und (66).

$$\frac{m_L^2 \cdot s_{T1}^2 \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2}\right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right)^2 \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)^2} \quad (65)$$

$$\frac{m_L^2 \cdot s_{T2}^2 \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2}\right)^2}{\left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right)^2 \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)^2} \quad (66)$$

Der Term mit der Durchflussdauer ergibt (67).

$$\frac{\rho_B^2 \cdot s_\tau^2 \cdot \left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1}}{2} + \frac{c_{p2}}{2}\right)\right)^2}{\tau^4 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^4 \cdot \left(\frac{c_{p3}}{2} + \frac{c_{p4}}{2}\right)^2 \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{2 \cdot R_{BC}}{c_{p3} + c_{p4}}}\right)^2} \quad (67)$$

Die Terme mit den Standardunsicherheiten der Drücke p_3 und p_4 ergeben

$$\frac{4 \cdot T_3^2 \cdot s_{p4}^2 \cdot R_{RG}^2 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{c_{p3} + c_{p4} - 2} \cdot \left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1} + c_{p2}}{2}\right)\right)^2}{p_3^2 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2}\right)^2 \cdot (c_{p3} + c_{p4})^2 \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2}}\right)^4} \quad (68)$$

und

$$\frac{4 \cdot p_4^2 \cdot T_3^2 \cdot s_{p3}^2 \cdot R_{RG}^2 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{c_{p3} + c_{p4} - 2} \cdot \left(P_R + P_{eff} - m_L \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{c_{p1} + c_{p2}}{2}\right)\right)^2}{p_3^4 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2}\right)^2 \cdot (c_{p3} + c_{p4})^2 \cdot \left(T_3 - T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{c_{p3} + c_{p4}}{2}}\right)^4} \quad (69)$$

Tabelle 19: Ergebnismessunsicherheit isentroper Turbinenwirkungsgrad

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
Δm_L	kg/s	0,003549	0,003577	0,003518	0,003436
P_R	W	1350,00	1330,00	1340,00	1350,00
P_{eff}	W	3780,00	6224,00	8269,00	10736,00
m_L	kg/s	0,35	0,35	0,35	0,34
T_1	K	291,55	291,55	291,55	291,55
T_2	K	361,350	361,350	366,800	369,150
c_{p1}	J/kgK	1011,500	1011,500	1011,500	1011,500
c_{p2}	J/kgK	1017,000	1017,000	1017,500	1017,500
c_{p3}	J/kgK	1116,000	1128,000	1134,500	1150,000
c_{p4}	J/kgK	1099,000	1104,000	1116,000	1128,500
ρ_B	kg/l	0,875	0,875	0,875	0,875
τ	s	175,2	163,2	154,2	142,2
T_3	K	835,7	882,9	916,7	985,5
p_3	Pa	154350,0	154350,0	159200,0	160350,0
p_4	Pa	100795,5	100812,6	100809,9	100783,9
sP_{eff}	W	8,02	62,49	28,77	11,37
sT_1	K	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
sT_2	K	0,0289	0,0333	0,0167	0,0000
ΔT_3	K	0,132	0,259	0,769	0,294
R_{RG}	J/kgK	288	288	288	288
sp_3	Pa	83	17	29	17
sp_4	Pa	0	0	0	0
$s\tau$	s	0,1333	0,1333	0,1333	0,1333
$\Delta \eta_{Ts}$	-	1,76E-03	2,62E-03	2,50E-03	2,70E-03

In der letzten Zeile der Tabelle 19 sind die Zahlenwerte dieser Rechnung angeführt. In Abbildung 15 sind die Abweichungen vom Mittelwert des isentropen Turbinenwirkungsgrad aufgezeichnet.

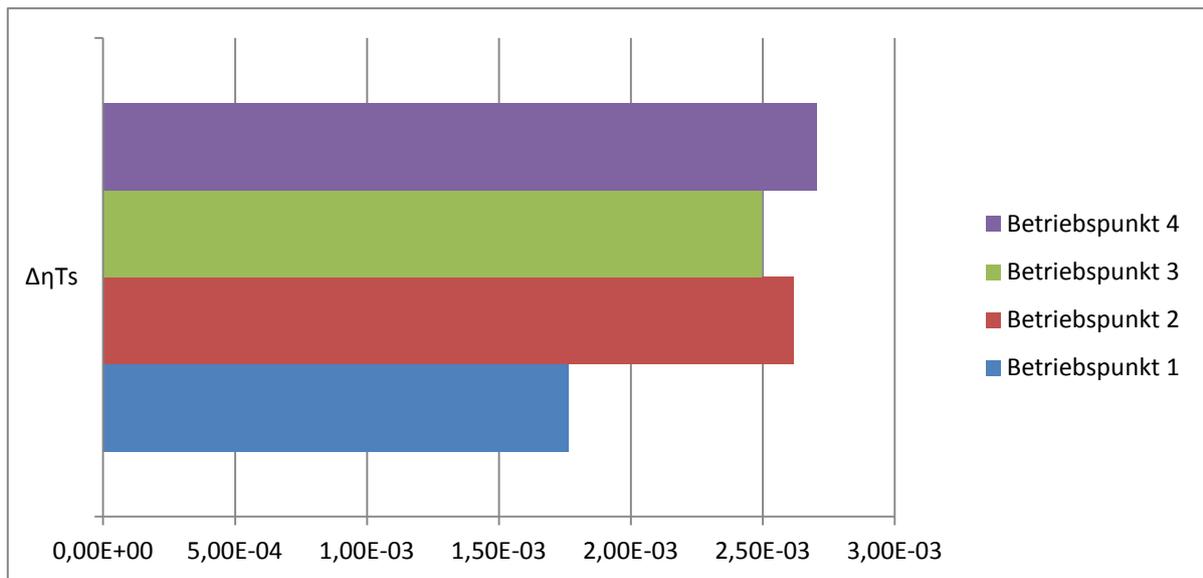


Abbildung 15: Abweichung Turbinenwirkungsgrad

Messabweichung Gesamtwirkungsgrad $\Delta\eta_{eff}$

Der Fehler des effektiven Wirkungsgrads berechnet sich ganz einfach zu:

$$\Delta\eta_{eff} := \eta_{eff} \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{Peff}}{P_{eff}}\right)^2 + \left(\frac{s_r}{\tau}\right)^2} \quad (70) \quad \text{aus [6], S.8 (28)}$$

In Zahlenwerten ergibt das die Eintragungen in Tabelle 20. Grafisch dargestellt findet man die Ergebnisse in Abbildung 16.

Tabelle 20: Ergebnismessunsicherheit Gesamtwirkungsgrad

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
η_{eff}	-	0,018	0,027	0,034	0,041
P_{eff}	W	3780,00	6224,00	8269,00	10736,00
τ	s	175,2	163,2	154,2	142,2
sP_{eff}	W	8,02	62,49	28,77	11,37
$s\tau$	s	0,1333	0,1333	0,1333	0,1333
$\Delta\eta_{eff}$	-	3,99E-05	4,50E-04	1,22E-04	5,78E-05

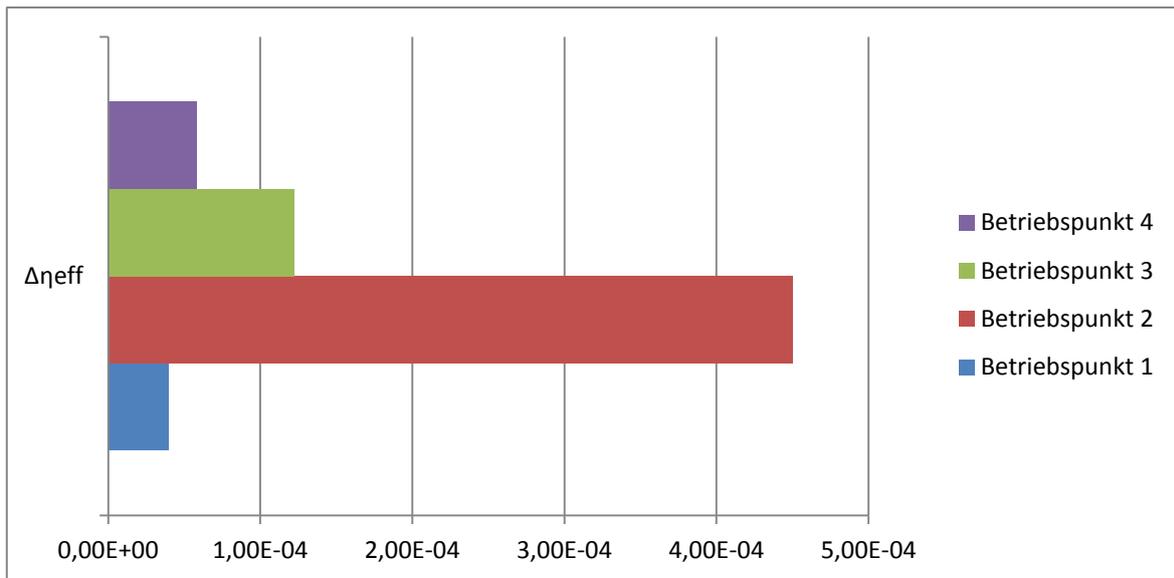


Abbildung 16: Abweichung Gesamtwirkungsgrad

Messabweichung Brennkammerwirkungsgrad $\Delta\eta_{BK}$

Um den Fehler des Brennkammerwirkungsgrades zu errechnen, werden vorerst in die Ausgangsgleichung alle bekannten Zusammenhänge eingesetzt wie man der Gleichung (71) entnehmen kann.

$$\eta_{BK} := \frac{c_{p3} \cdot T_3 - c_{p2} \cdot T_2}{c_{p3th} \cdot T_{3th} - c_{p2} \cdot T_2} \rightarrow \frac{T_2 \cdot c_{p2} - T_3 \cdot c_{p3}}{T_2 \cdot c_{p2} - c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right)} \quad (71)$$

Dann wird das Fortpflanzungsgesetz angewandt und erhält daraus Gleichung (72).

$$\Delta\eta_{BK} := \sqrt{s_{T_3}^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_2} \eta_{BK} \right)^2 + \Delta T_3^2 \cdot \left(\frac{d}{dT_3} \eta_{BK} \right)^2 + s_\tau^2 \cdot \left(\frac{d}{d\tau} \eta_{BK} \right)^2 + \Delta m_L^2 \cdot \left(\frac{d}{dm_L} \eta_{BK} \right)^2} \quad (72)$$

Nun werden die einzelnen Ableitungen mit den Standardabweichungen multipliziert. Für das erste Quadrat mit der Standardunsicherheit der Temperatur ergibt sich eingesetzt Gleichung (73).

$$s_{T_2}^2 \cdot \left(\frac{c_{p2}}{T_2 \cdot c_{p2} - c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right)} - \frac{(c_{p2} - c_{p3th}) \cdot (T_2 \cdot c_{p2} - T_3 \cdot c_{p3})}{\left(T_2 \cdot c_{p2} - c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right)} \right)^2 \right) \quad (73)$$

Für den zweiten Term mit der Turbineneintrittstemperatur ergibt sich Gleichung (74).

$$\frac{c_{p3}^2 \cdot \Delta T_3^2}{\left(T_2 \cdot c_{p2} - c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right) \right)^2} \quad (74)$$

Für den dritten Term wird der Wirkungsgrad nach der Zeit τ abgeleitet und mit ihrer Standardunsicherheit multipliziert. Daraus erhält man Gleichung (75).

$$\frac{s_r^2 \cdot c_{p3th}^2 \cdot (T_2 \cdot c_{p2} - T_3 \cdot c_{p3})^2 \cdot \left(\frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau^2 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} - \frac{H_U \cdot \rho_B^2}{\tau^3 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right)^2}{\left(T_2 \cdot c_{p2} - c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right) \right)^4} \quad (75)$$

Und für den letzten Term unter der Wurzel in Gleichung (72) bekommt man die Gleichung (76) als Ergebnis.

$$\frac{H_U^2 \cdot \rho_B^2 \cdot \Delta m_L^2 \cdot c_{p3th}^2 \cdot (T_2 \cdot c_{p2} - T_3 \cdot c_{p3})^2}{\tau^2 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^4 \cdot \left(T_2 \cdot c_{p2} - c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)} \right) \right)^4 \cdot \left(\frac{c_{p2}}{2} + \frac{c_{p3th}}{2} \right)^2} \quad (76)$$

Werden nun die Zahlenwerte aus Tabelle 21 in die Gleichungen (72) bis (76) eingesetzt, ergeben sich in den einzelnen Betriebspunkten die Fehler, wie sie in Abbildung 17 eingezeichnet sind.

Tabelle 21: Ergebnismessunsicherheit Brennkammerwirkungsgrad

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
T_2	K	361,350	361,350	366,800	369,150
sT_2	K	2,89E-02	3,33E-02	1,67E-02	0,00E+00
c_{p2}	J/kgK	1017,0	1017,0	1017,5	1017,5
c_{p3}	J/kgK	1116,0	1128,0	1134,5	1150,0
c_{p3th}	J/kgK	1134,0	1142,0	1152,0	1165,0
H_U	J/kgK	42700000	42700000	42700000	42700000
ρ_B	kg/l	0,8750	0,8750	0,8750	0,8750
τ	s	175,2	163,2	154,2	142,2
s_r	s	0,1333	0,1333	0,1333	0,1333
m_L	kg/s	0,3517	0,3545	0,3497	0,3401
Δm_L	kg/s	0,0035	0,0036	0,0035	0,0034
T_3	K	835,6643	882,9092	916,7308	985,4667
ΔT_3	K	0,1316	0,2594	0,7695	0,2939
$\Delta \eta_{BK}$	-	0,0078	0,0081	0,0080	0,0081

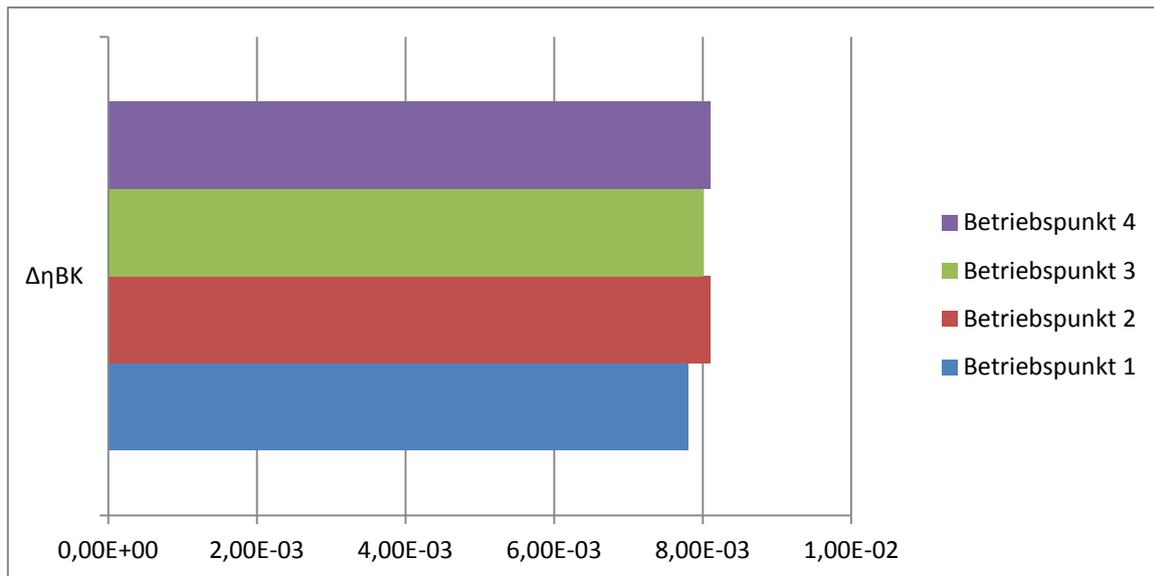


Abbildung 17: Abweichung Brennkammerwirkungsgrad

4.5.5. Berechnung der Sensitivitäten

Um den Einfluss einer Größe auf den Fehler eines Ergebnisses erkennen zu können bedient man sich der sogenannten Sensitivitäten. Die absolute Sensitivität ist jener Term im Fehlerfortpflanzungsgesetz, der in Gleichung (77) durch einen grünen Rahmen markiert ist.

$$\Delta y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad (77)$$

Um den relativen Einfluss zu betrachten, berechnet man die relative Sensitivität. Sie erhält man durch Multiplikation mit der Größe und Division durch den Mittelwert des Ergebnisses aus der absoluten Sensitivität. Die gestrichenen Größen (θ') bezeichnen die relativen Sensitivitäten.

Bei Sensitivitäten werden nur jene Größen berücksichtigt, die auch Quellen für zufällige Fehler sind. Daher sind keine Ableitungen nach Stoffwerten und ähnlichem in den nachfolgenden Gleichungen zu finden.

Die einzelnen Vorzeichen der Sensitivitäten sind belanglos, da sie in die Berechnung des Fehlers nur dem Betrag nach eingehen. Ist die relative Sensitivität gleich eins, dann ist die prozentuelle Änderung der Abweichung bei Eingangsgröße und Ergebnisgröße gleich.

Zur Vereinfachung der Gleichungen werden folgende Bezeichnungen gewählt: Die Zahl ist eine Abkürzung für die zu berechnende Größe und der Index gibt an, von welcher Messgröße der Einfluss betrachtet wird.

1	effektive Leistung P_{eff}
2	Gesamtwirkungsgrad η_{eff}
3	Luftmassenstrom $\Delta \dot{m}_L$
4	Turbineneintrittstemperatur T_3
5	spezifischer Brennstoffverbrauch b_B
6	isentropen Verdichterwirkungsgrad η_{Vs}
7	isentropen Turbinenwirkungsgrad η_{Ts}
8	Brennkammerwirkungsgrad η_{BK}

Die Sensitivitäten des Luftmassenstroms werden hier nicht weiter behandelt, da der Fehler nicht nach dem GAUSS'schen Fortpflanzungsgesetz berechnet wird. Die Herleitung der Sensitivitäten für die einzelnen Größen folgt im Anschluss:

Der Gesamtwirkungsgrad η_{eff}

Der Gesamtwirkungsgrad η_{eff} ist eine Funktion der Zeit τ und der effektiven Leistung P_{eff} . Es wird folglich der Einfluss dieser beiden Größen berechnet.

$$\theta_{2,\tau} := \frac{d}{d\tau} \eta_{eff} \rightarrow \frac{P_{eff}}{\rho_B \cdot H_U} \quad (78)$$

Um den Einfluss von τ zu untersuchen, wird für die absolute Sensitivität der effektive Wirkungsgrad nach τ abgeleitet (78).

$$\theta_{2',\tau} := \left(\frac{d}{d\tau} \eta_{eff} \right) \cdot \frac{\tau}{\eta_{eff}} \rightarrow 1 \quad (79)$$

$$\theta_{2',P_{eff}} := \frac{d}{dP_{eff}} \eta_{eff} \rightarrow \frac{\tau}{\rho_B \cdot H_U} \quad (80)$$

$$\theta_{2',P_{eff}} := \left(\frac{d}{dP_{eff}} \eta_{eff} \right) \cdot \frac{P_{eff}}{\eta_{eff}} \rightarrow 1 \quad (81)$$

Turbineneintrittstemperatur T_3

Die Turbineneintrittstemperatur T_3 ist abhängig von der effektiven Leistung P_{eff} , der Turbinenaustrittstemperatur T_4 , dem Luftmassenstrom \dot{m}_L und der Zeit τ .

$$\theta_{A,P_{eff}} := \frac{d}{dP_{eff}} T_3 \rightarrow \frac{1}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \quad (82)$$

$$\theta_{A',P_{eff}} := \left(\frac{d}{dP_{eff}} T_3 \right) \cdot \frac{P_{eff}}{T_3} \quad (83)$$

$$\theta_{A',P_{eff}} \rightarrow \frac{P_{eff}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)} \quad (84)$$

$$\theta_{A,T_4} := \frac{d}{dT_4} T_3 \rightarrow 1 \quad (85)$$

$$\theta_{A',T_4} := \left(\frac{d}{dT_4} T_3 \right) \cdot \frac{T_4}{T_3} \rightarrow \frac{T_4}{T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)}} \quad (86)$$

$$\theta_{A,m_L} := \frac{d}{dm_L} T_3 \quad (87)$$

$$\theta_{A,m_L} \rightarrow -\frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2} - \frac{c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \quad (88)$$

$$\Theta_{mL}' := \left(\frac{d}{dm_L} T_3 \right) \cdot \frac{m_L}{T_3} \quad (89)$$

$$\Theta_{mL}' \rightarrow - \frac{m_L \cdot \left(\frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2} + \frac{c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)}{T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)}} \quad (90)$$

$$\Theta_{A_\tau} := \frac{d}{d\tau} T_3 \rightarrow \frac{\rho_B \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{\tau^2 \cdot c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2} \quad (91)$$

$$\Theta_{A_\tau}' := \left(\frac{d}{d\tau} T_3 \right) \cdot \frac{\tau}{T_3} \rightarrow \frac{\rho_B \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{\tau \cdot c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)^2 \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)} \quad (92)$$

spezifischer Brennstoffverbrauch b_B

Der spezifische Brennstoffverbrauch ist eine Funktion der Zeit τ und der Leistung P_{eff} .

$$\Theta_{b_B} := \frac{d}{d\tau} b_B \rightarrow - \frac{\rho_B}{\tau^2 \cdot P_{eff}} \quad (93)$$

$$\Theta_{b_B}' := \left(\frac{d}{d\tau} b_B \right) \cdot \frac{\tau}{b_B} \rightarrow -1 \quad (94)$$

$$\Theta_{P_{eff}} := \frac{d}{dP_{eff}} b_B \rightarrow - \frac{\rho_B}{\tau \cdot P_{eff}^2} \quad (95)$$

$$\Theta_{P_{eff}}' := \left(\frac{d}{dP_{eff}} b_B \right) \cdot \frac{P_{eff}}{b_B} \rightarrow -1 \quad (96)$$

isentropen Verdichterwirkungsgrad η_{Vs}

Er ist eine Funktion der Temperatur und des Druckes am Verdichtereintritt, ebenso wie vom Verdichteraustrittsdruck.

$$\Theta_{T_1} := \frac{d}{dT_1} \eta_{Vs} \rightarrow - \frac{T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{(T_1 - T_2)^2 \cdot T_1 - T_2} \quad (97)$$

$$\Theta_{T_1}' := \left(\frac{d}{dT_1} \eta_{Vs} \right) \cdot \frac{T_1}{\eta_{Vs}} \rightarrow - \frac{T_1 \cdot (T_1 - T_2) \cdot \left(\frac{T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{(T_1 - T_2)^2 + T_1 - T_2} \right)}{T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (98)$$

$$\Theta_{p_1} := \frac{d}{dp_1} \eta_{Vs} \rightarrow - \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot (\kappa - 1)}{\kappa \cdot p_1^2 \cdot (T_1 - T_2)} \quad (99)$$

$$\Theta_{6'_{p1}} := \left(\frac{d}{dp_1} \eta_{Vs} \right) \cdot \frac{p_1}{\eta_{Vs}} \rightarrow \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot (\kappa-1)}{\kappa \cdot p_1 \cdot \left(T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} \quad (100)$$

$$\Theta_{6'_{p2}} := \left(\frac{d}{dp_2} \eta_{Vs} \right) \cdot \frac{p_2}{\eta_{Vs}} \rightarrow \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot (\kappa-1)}{\kappa \cdot p_1 \cdot \left(T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} \quad (101)$$

$$\Theta_{6'_{p2}} := \left(\frac{d}{dp_2} \eta_{Vs} \right) \cdot \frac{p_2}{\eta_{Vs}} \rightarrow \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot (\kappa-1)}{\kappa \cdot p_1 \cdot \left(T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} \quad (102)$$

isentropen Turbinenwirkungsgrad η_{Ts}

Aus der Verdichtereintrittstemperatur T_1 , der Austrittstemperatur T_2 , der Leistung P_{eff} , dem Luftmassenstrom \dot{m}_L , der Zeit τ , der Turbinenaustrittstemperatur T_4 , dem Turbineneintritts- und Austrittsdruck p_3, p_4 errechnet sich der isentrope Turbinenwirkungsgrad η_{Ts} . Daher ergeben sich mit diesen acht Werten je acht absolute und acht relative Sensitivitäten.

$$\Theta_{T_{T1}} := \frac{d}{dT_1} \eta_{Ts} \rightarrow \frac{\left(\frac{m_L \cdot c_{pm12}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} - \frac{m_L \cdot c_{pm12} \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{c_{pm34}}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(T_4 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{c_{pm34}} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)^2} \quad (103)$$

$$\Theta_{T_{T2}} := \frac{d}{dT_2} \eta_{Ts} \rightarrow \frac{\frac{m_L \cdot c_{pm12}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \cdot \left(T_4 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{c_{pm34}} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)}{\left(\frac{m_L \cdot c_{pm12}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} - \frac{m_L \cdot c_{pm12} \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{c_{pm34}}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(T_4 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{c_{pm34}} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)^2} \quad (104)$$

$$\Theta_{T_4} := \frac{d}{dT_4} \eta_{T_8} \rightarrow$$

$$\frac{\left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}}} - 1 \right) \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(T_4 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}}} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)^2} \quad (108)$$

$$\Theta_{p_3} := \frac{d}{dp_3} \eta_{T_8} \rightarrow$$

$$\frac{p_4 \cdot R_{RG} \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}} - 1} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{p_3^2 \cdot c_{pm34}^2 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(T_4 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}}} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)^2} \quad (109)$$

$$\Theta_{p_4} := \frac{d}{dp_4} \eta_{T_8} \rightarrow$$

$$\frac{R_{RG} \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}} - 1} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{p_3 \cdot c_{pm34}^2 \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right) \cdot \left(T_4 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{R_{RG}}{c_{pm34}}} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right)^2} \quad (110)$$

Auf die Herleitung der relativen Sensitivitäten des isentropen Turbinenwirkungsgrades wird verzichtet, da die Gleichungen sich nicht sehr von den oben angegebenen unterscheiden und umfangreicher sind.

Brennkammerwirkungsgrad η_{BK}

Der Brennkammerwirkungsgrad η_{BK} ist eine Funktion der Verdichteraustrittstemperatur T_2 , der Turbinenaustrittstemperatur T_4 , der Leistung P_{eff} , des Luftmassenstroms m_L und der Zeit τ in der ein Liter Brennstoff verbraucht wird.

$$\Theta_{T_2} := \frac{d}{dT_2} \eta_{BK} \rightarrow$$

$$\frac{\left(c_{p2} - c_{p3th} \right) \cdot \left(c_{p3} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) - T_2 \cdot c_{p2} \right)}{\left(c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau} \right)} \right) - T_2 \cdot c_{p2} \right)^2} \quad (111)$$

$$\frac{c_{p2} - \frac{m_L \cdot c_{p3} \cdot c_{pm12}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}}{c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}} \cdot \Theta_{8'T_2} := \left(\frac{d}{dT_2} \eta_{BK}\right) \cdot \frac{T_2}{\eta_{BK}} \quad (112)$$

Auch hier für den Brennkammerwirkungsgrad wird auf die Herleitung der relativen Sensitivitäten verzichtet.

$$\Theta_{8T_4} := \frac{d}{dT_4} \eta_{BK} \rightarrow \frac{c_{p3}}{c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}} \quad (113)$$

$$\Theta_{8P_{eff}} := \frac{d}{dP_{eff}} \eta_{BK} \rightarrow \frac{c_{p3}}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right) \cdot \left(c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}\right)} \quad (114)$$

$$\Theta_{8m_L} := \frac{d}{dm_L} \eta_{BK} \rightarrow \frac{H_U \cdot \rho_B \cdot c_{p3th} \cdot \left(c_{p3} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}\right)}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}\right)^2} \quad (115)$$

$$\Theta_{8\tau} := \frac{d}{d\tau} \eta_{BK} \rightarrow \frac{c_{p3th} \cdot \left(c_{p3} \cdot \left(T_4 + \frac{P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2)}{c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}\right) \cdot \left(\frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau^2 \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)} - \frac{H_U \cdot \rho_B^2}{\tau^3 \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2}\right)}{\left(c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}\right)^2} + \frac{c_{p3} \cdot \rho_B \cdot (P_R + P_{eff} - m_L \cdot c_{pm12} \cdot (T_1 - T_2))}{\tau^2 \cdot c_{pm34} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)^2 \cdot \left(c_{p3th} \cdot \left(T_2 + \frac{H_U \cdot \rho_B}{\tau \cdot c_{pm23th} \cdot \left(m_L + \frac{\rho_B}{\tau}\right)}\right) - T_2 \cdot c_{p2}\right)} \quad (116)$$

Die Tabelle 22 gibt einen Überblick auf den Einfluss der Fehler der einzelnen Messgrößen auf den Fehler des gewünschten Ergebnisses.

Tabelle 22: Sensitivitäten (schwarze Textfarbe: konstante Werte; braun: variabel)

relative und absolute Sensitivitäten im Überblick

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit absolut
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	
Gesamtwirkungsgrad η_{eff}									
τ	1,012E-07	1	1,012E-07	1	1,012E-07	1	1,012E-07	1	m ³ /s
P_{eff}	0,000004689	1	4,689E-06	1	4,689E-06	1	4,689E-06	1	1/W

Turbineneintrittstemperatur T_3

P_{eff}	0,003	0,011	0,003	0,011	0,002	0,011	0,002	0,011	s ³ K/kgm ²
T_4	1	0,909	1	0,91	1	0,911	1	0,911	/
m_L	-34,031	-0,014	-33,772	-0,014	-33,423	-0,014	-33,082	-0,014	sK/kg
τ	0,000006089	0,001	6,042E-06	0,001	0,00000592	0,001	0,00000592	0,001	m ³ K/s

spezifischer Brennstoffverbrauch b_B

τ	-2,715E-08	-1	-2,715E-08	-1	-2,715E-08	-1	-2,715E-08	-1	sm
P_{eff}	-0,000001258	-1	-1,258E-06	-1	-1,258E-06	-1	-1,258E-06	-1	s ⁵ /kgm ⁴

isentropen Verdichterwirkungsgrad η_{vs}

T_1	0,011	5,177	0,011	5,177	0,011	5,177	0,011	5,177	1/K
p_1	-0,00001373	-2,214	-0,00001373	-2,214	-0,00001373	-2,214	-0,00001373	-2,214	1/Pa
p_2	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	/

isentropen Turbinenwirkungsgrad η_{ts}

T_1	-0,009	-3,147	-0,009	-3,149	-0,009	-3,153	-0,009	-3,155	1/K
T_2	0,009	3,901	0,009	3,903	0,009	3,908	0,009	3,911	1/K
P_{eff}	0,00002626	0,115	0,00002629	0,115	0,00002635	0,115	0,00002635	0,115	1/W
m_L	-0,352	-0,143	-0,353	-0,143	-0,354	-0,143	-0,354	-0,143	s/kg
τ	6,304E-08	0,013	6,31E-08	0,013	6,327E-08	0,013	6,327E-08	0,013	m ³ /s
T_4	-0,001	-0,909	-0,001	-0,91	-0,001	-0,91	-0,001	-0,911	1/K
p_3	-0,00001245	-2,219	-0,00001246	-2,22	-0,00001247	-2,221	-0,00001248	-2,222	1/Pa
p_4	0,00001906	2,219	0,00001908	2,22	0,00001909	2,221	0,00001912	2,222	1/Pa

Brennkammerwirkungsgrad η_{BK}

T_2	-0,0002032	-0,092	-0,000206	-0,092	-0,0002162	-0,096	-0,0002262	-0,099	1/K
T_4	0,002	1,5	0,002	1,492	0,002	1,488	0,002	1,478	1/K
P_{eff}	0,000004016	0,019	4,011E-06	0,019	0,00000398	0,018	3,953E-06	0,018	1/W
m_L	2,006	0,878	2,026	0,876	2,026	0,87	2,043	0,87	s/kg
τ	0,000004136	0,904	4,176E-06	0,901	4,175E-06	0,899	4,0208E-06	0,895	m ³ /s

Die Überschrift gibt an, um welches Ergebnis es sich handelt und die Beschriftung am Zeilenanfang gibt an, welche Größe sich verändert. So wird zum Beispiel bei Betrachtung des Gesamtwirkungsgrades η_{eff} durch eine Änderung der Leistung um 1 W dieser um $4,689 \times 10^{-4}$ %-Punkte verschoben. Ändert sie sich um 1 kW beträgt die

Veränderung bei diesem Wirkungsgrad 0,4689 %-Punkte. Relativ gesehen bewirkt eine Abweichung von 1 % der Leistung eine 1-prozentige Abweichung des Wirkungsgrades. Im Buch „Stationäre Gasturbinen“ [21], S. 912 Tabelle 31-2 wird auch eine beispielhafte Sensitivitätsanalyse für eine Gasturbine mit 250 MW abgegebener Leistung angegeben. Diese ist in Tabelle 23 in stark gekürzter Form zu sehen.

Tabelle 23: Sensitivitätsanalyse [21], S.912, Tabelle 31-2

Einflussgröße	Änderung der Eingangsgröße	Änderung der Ergebnisgröße Wirkungsgrad
Brennstoffmassenstrom	1 %	0,92 %
Leistung	1 %	0,95 %

Hier sieht man, dass sich die Ergebnisse der in Tabelle 22 angegebenen Sensitivitätsanalyse mit der in Tabelle 23 decken. Der Unterschied, warum in [21] die Veränderung bei beiden Werten nicht 1 % ist wie oben, resultiert daraus, dass dort mehr Faktoren als Eingänge berücksichtigt wurden, wie zum Beispiel die Umgebungstemperatur und die Luftfeuchtigkeit.

In Tabelle 22 erkennt man eine sehr geringe Abhängigkeit der Sensitivitäten vom Betriebspunkt. Die Größen mit veränderlichen Sensitivitäten sind in der Tabelle 22 mit brauner Schriftfarbe zu sehen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

5.1. Zusammenfassung der Messunsicherheiten

In Tabelle 24 ist die Zusammenfassung aller Fehlerberechnungsergebnisse zu sehen. Als letzte Teiltabelle werden noch die Berechnungsergebnisse nach [1] angegeben mit dem berechneten erweiterten Fehler mit einem Niveau von 95 % Wahrscheinlichkeit.

Die Messwerte können dargestellt werden, indem man den Mittelwert anführt und dann \pm den erweiterten Fehler anschreibt, oder das Ganze mit der kombinierten Standardunsicherheit angibt. Das ergibt dann den Bereich, in dem sich der wahre Wert mit hoher Wahrscheinlichkeit (je nach Vertrauensniveau) befindet.

Tabelle 24: Berechnungsergebnisse

Größe	Einheit	Mittelwert			
		BP1	BP2	BP3	BP4
m_L	kg/s	0,352	0,355	0,350	0,340
T_3	K	835,66	882,91	916,73	985,47
P_{eff}	kW	3,78	6,224	8,269	10,736
b_B	kg/kWh	4,76	3,10	2,47	2,06
η_{Vs}	-	0,619	0,621	0,657	0,596
η_{Ts}	-	0,866	0,868	0,848	0,901
η_{eff}	-	0,018	0,027	0,034	0,041
η_{BK}	-	0,840	0,874	0,863	0,875

absolute Ergebnismessunsicherheit -
Standardunsicherheit

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
Δm_L	kg/s	0,00355	0,00358	0,00352	0,00344
ΔT_3	K	0,13155	0,25937	0,76947	0,29395
ΔP_{eff}	kW	0,00802	0,06249	0,02877	0,01137
Δb_B	kg/kWh	1,07E-02	2,91E-02	4,98E-02	2,92E-03
$\Delta \eta_{Vs}$	-	5,66E-04	6,43E-05	3,91E-05	1,59E-04
$\Delta \eta_{Ts}$	-	1,76E-03	2,62E-03	2,50E-03	2,70E-03
$\Delta \eta_{eff}$	-	3,99E-05	4,50E-04	1,22E-04	5,78E-05
$\Delta \eta_{BK}$	-	7,80E-03	8,14E-03	8,04E-03	8,15E-03

Größe	Einheit	relative Ergebnismessunsicherheit			
		BP1	BP2	BP3	BP4
$\Delta m_L/m_L$	%	1,009	1,009	1,006	1,011
$\Delta T_3/T_3$	%	0,016	0,029	0,084	0,030
$\Delta P_{eff}/P_{eff}$	%	0,212	1,004	0,348	0,106
$\Delta b_B/b_B$	%	0,225	0,938	2,017	0,141
$\Delta \eta_{Vs}/\eta_{Vs}$	%	0,0915	0,0104	0,0060	0,0268
$\Delta \eta_{Ts}/\eta_{Ts}$	%	0,2038	0,3013	0,2943	0,3000
$\Delta \eta_{eff}/\eta_{eff}$	%	0,225	1,655	0,359	0,141
$\Delta \eta_{BK}/\eta_{BK}$	%	0,929	0,932	0,932	0,931

erweiterter Unsicherheitsbereich

Größe	Einheit	BP1	BP2	BP3	BP4
Δm_L	kg/s	0,00224	0,00226	0,00223	0,00217
ΔT_3	K	0,08320	0,16404	0,48665	0,18591
ΔP_{eff}	kW	0,00507	0,03952	0,01820	0,00719
Δb_B	kg/kWh	6,78E-03	1,84E-02	3,15E-02	1,85E-03
$\Delta \eta_{Vs}$	-	0,00036	0,00004	0,00002	0,00010
$\Delta \eta_{Ts}$	-	1,12E-03	1,65E-03	1,58E-03	1,71E-03
$\Delta \eta_{eff}$	-	2,53E-05	2,85E-04	7,74E-05	3,66E-05
$\Delta \eta_{BK}$	-	4,93E-03	5,15E-03	5,09E-03	5,15E-03

Um noch eine bildhaftere Vorstellung von diesen Werten zu bekommen folgen hier die relativen Messunsicherheiten grafisch dargestellt in Diagrammen. In Abbildung 18 sind die Messunsicherheiten der direkt gemessenen Größen auf die vier Betriebspunkte aufgeteilt. Der Abbildung 19 kann man die kombinierten Standardunsicherheiten entnehmen. Beim Vergleich dieser beiden Abbildungen merkt man, dass die Größen M , P_{eff} und η_{eff} gleiche Tendenzen bei den Fehlern aufweisen.

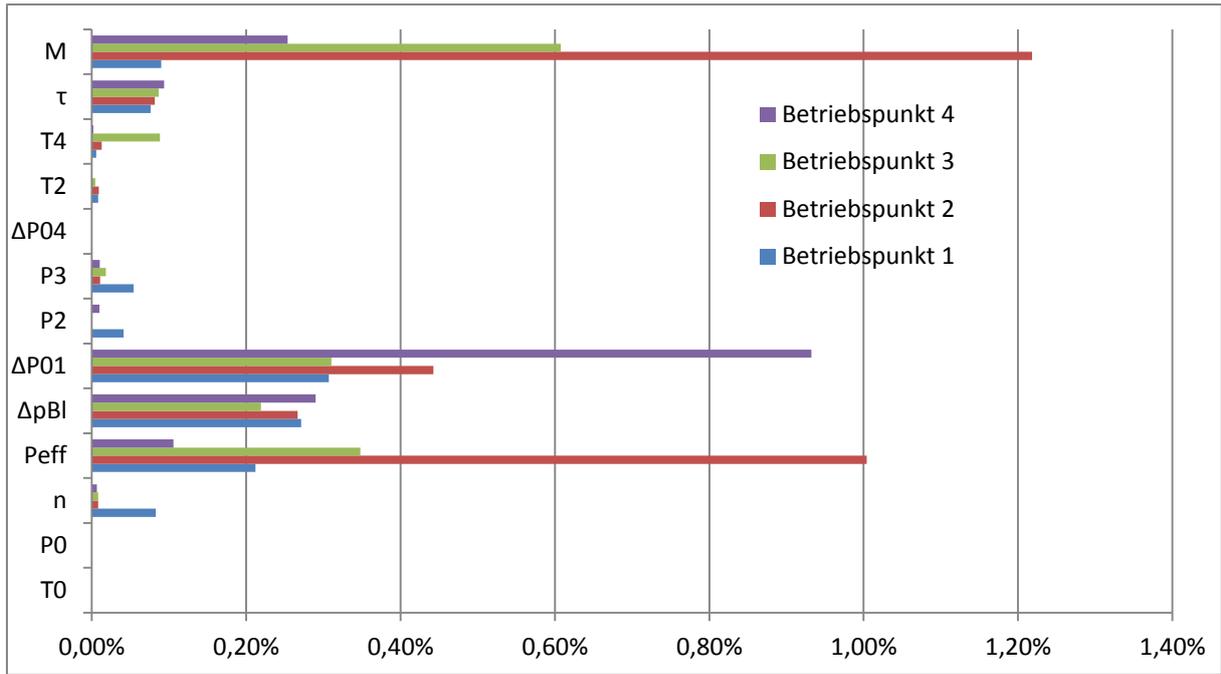


Abbildung 18: relative Einzelmessunsicherheiten im Vergleich

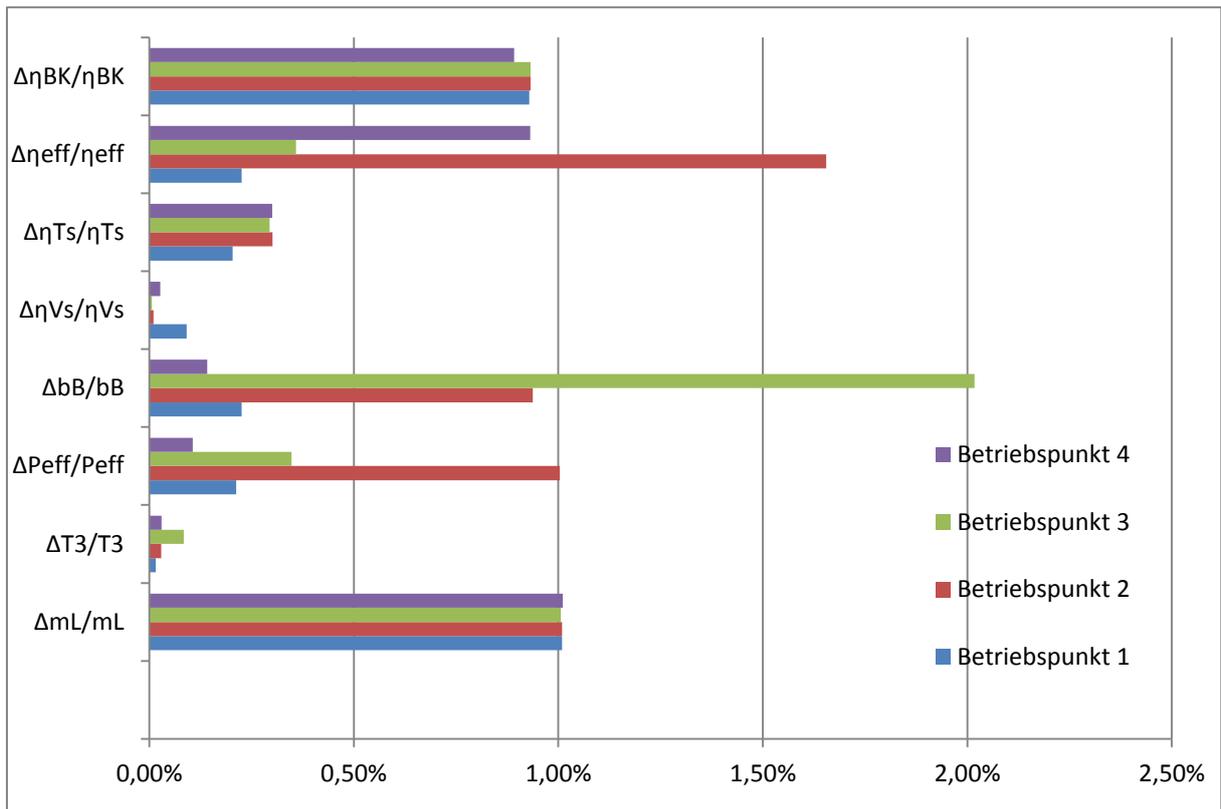


Abbildung 19: relative Messunsicherheiten im Vergleich

Aus der Abbildung 19 kann man folgende Schlüsse ziehen:

- Die größten Messunsicherheiten treten im Mittel bei der Blendenmessung auf und beim Brennkammerwirkungsgrad.
- Ausreißer gibt es bei den Unsicherheiten des spezifischen Brennstoffverbrauchs im Betriebspunkt 3, dem Gesamtwirkungsgrad im Betriebspunkt 2 und bei der Leistung ebenfalls im Betriebspunkt 2.
- Die Unsicherheit des Brennkammerwirkungsgrades wird mit steigender Leistung größer, aber die Fehler sind ähnlich und er befindet sich bei ungefähr 0,93%.

Zur genaueren Analyse wird nun auf einzelne berechnete Größen gezielt eingegangen. In den folgenden Diagrammen wurden manche Abweichungen mit einem Faktor multipliziert um einen Vergleich in einem Diagramm zu ermöglichen.

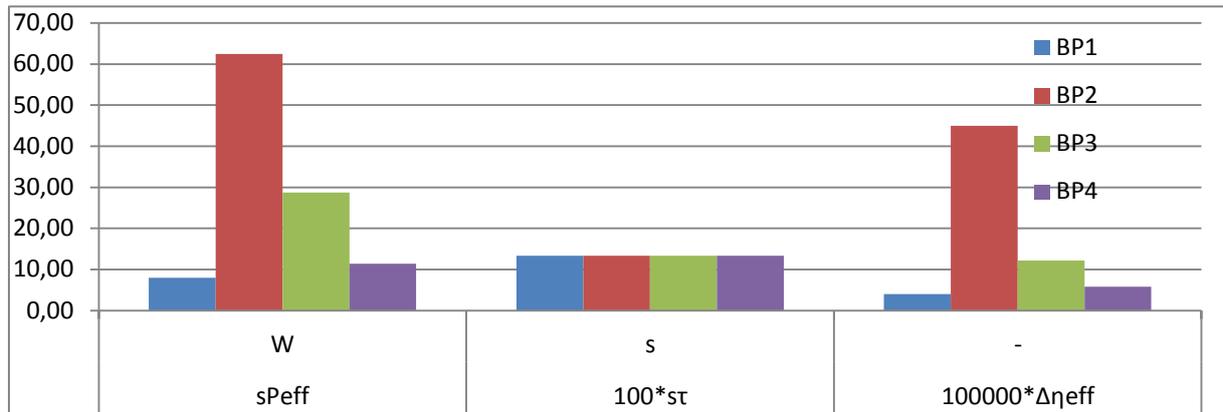


Abbildung 20: Verhalten Gesamtwirkungsgrad - absoluter Fehler

Aus Abbildung 20 kann man eindeutig schließen, dass der Ausreißer im Betriebspunkt 2 durch die große Abweichung der Leistung entsteht. Aus den einzelnen Messergebnissen weiß man, dass dieser vom großen Fehler des Drehmoments herrührt.

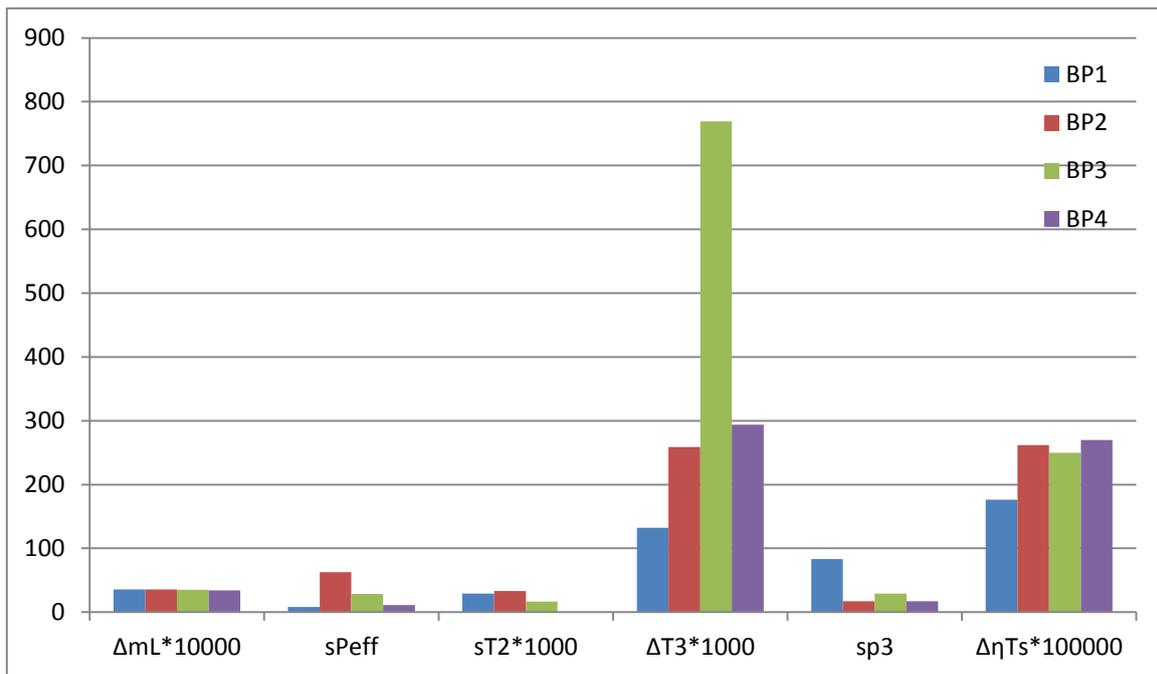


Abbildung 21: Verhalten isentroper Turbinenwirkungsgrad - absoluter Fehler

Für das Verhalten des isentropen Wirkungsgrads der Turbine können aus der Abbildung 21 leider keine Schlüsse gezogen werden. Hier muss die Sensitivitätsanalyse Aufklärung bringen.

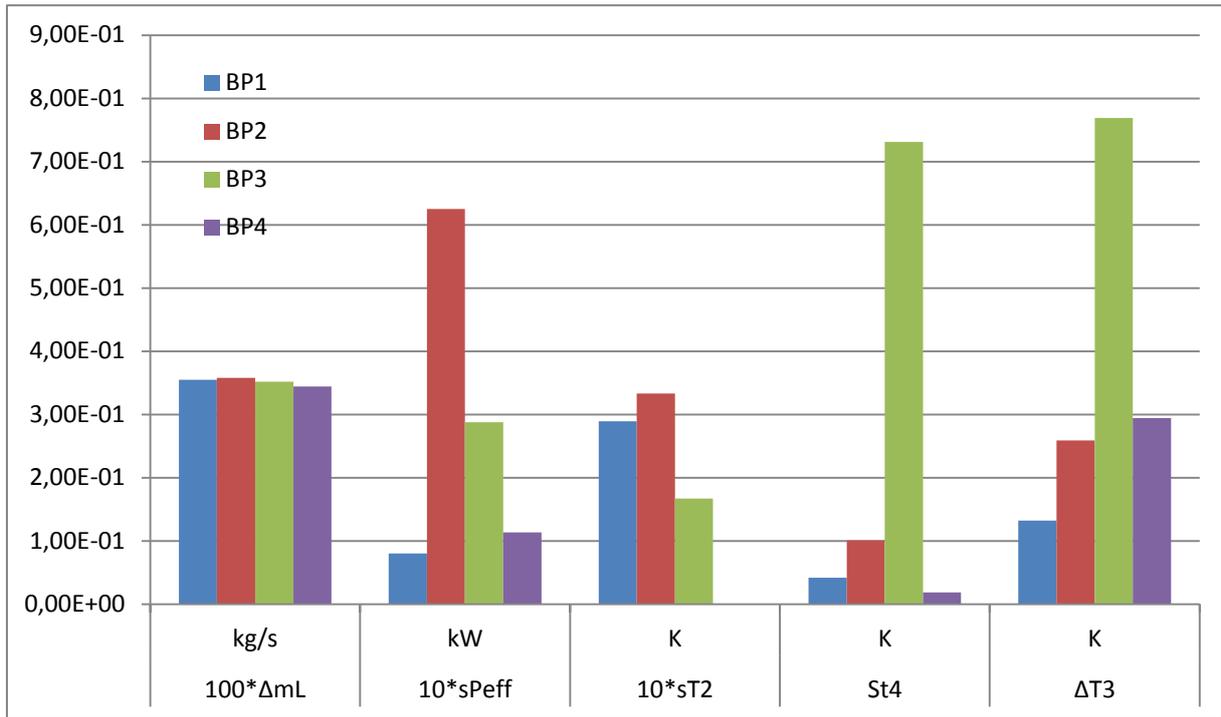


Abbildung 22: Verhalten Turbineneintrittstemperatur

In Abbildung 22 sieht man, dass der große Fehler der Turbinenaustrittstemperatur anscheinend zu einer großen Messabweichung der Turbineneintrittstemperatur im 3. Betriebspunkt führt.

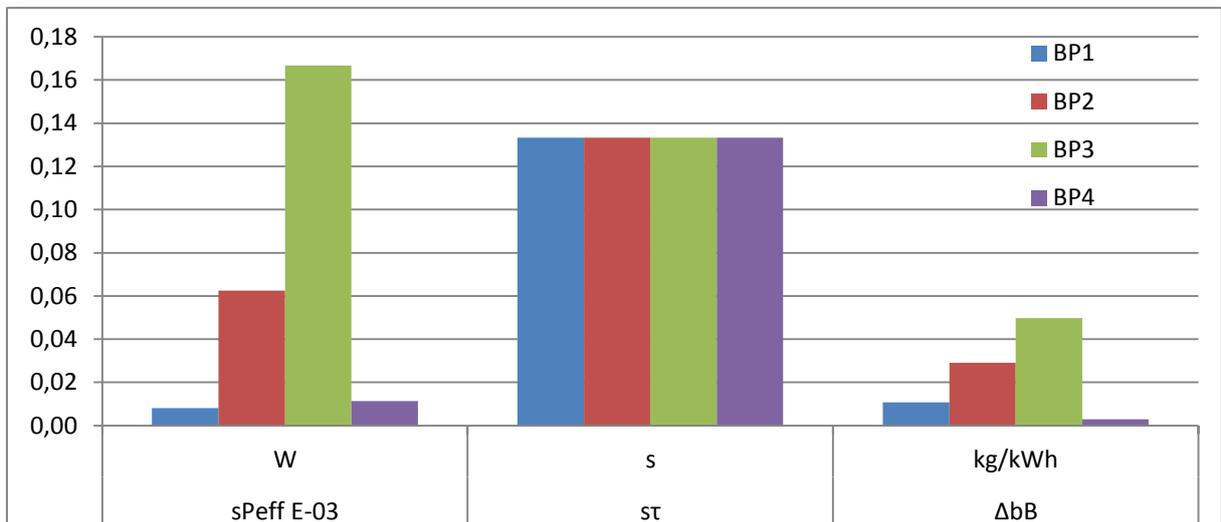


Abbildung 23: Verhalten spezifischer Brennstoffverbrauch

Der Abbildung 23 ist entnehmbar, dass die Abweichung der Leistung Auswirkungen auf den spezifischen Verbrauch hat.

5.2. Zusammenfassung der Sensitivitäten

Bei der Sensitivitätsanalyse erkennt man die wichtigsten Werte anhand der Größe der Beträge der relativen Sensitivitäten. Umso größer der Betrag ist, desto einflussreicher ist die betrachtete Größe.

5.2.1. Brennkammerwirkungsgrad η_{BK}

Tabelle 25: Sensitivität Brennkammer im Detail

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut
T_2	-0,0002032	-0,092	-0,000206	-0,092	-0,0002162	-0,096	-0,0002262	-0,099	1/K
T_4	0,002	1,5	0,002	1,492	0,002	1,488	0,002	1,478	1/K
P_{eff}	0,000004016	0,019	4,011E-06	0,019	0,00000398	0,018	3,953E-06	0,018	1/W
m_L	2,006	0,878	2,026	0,876	2,026	0,87	2,043	0,87	s/kg
τ	0,000004136	0,904	4,176E-06	0,901	4,175E-06	0,899	4,0208E-06	0,895	m ³ /s

Aus der Tabelle 25 kann man folgende Schlüsse ziehen: Der Fehler des Brennkammerwirkungsgrades ist über alle Betriebspunkte ungefähr gleich groß. Er steigt nur ein wenig vom 1. Betriebspunkt in Richtung des 4. Betriebspunkt an. Anhand der Sensitivitätsanalyse wird klar warum das so sein muss: Die einflussreichsten Größen sind der Luftmassenstrom \dot{m}_L , die Zeit τ , und die Turbinenaustrittstemperatur T_4 . Sie sind darum in der Tabelle 25 rot gekennzeichnet. Während die Turbinenaustrittstemperatur einen sehr kleinen relativen Fehler aufweist (in der Größenordnung von mehreren Hunderttausendstel), sind die Fehler der Zeit τ und des Luftmassenstroms \dot{m}_L um einiges größer. Es sind alle vier Werte ca. gleich groß.

5.2.2. Gesamtwirkungsgrad η_{eff}

Tabelle 26: Sensitivität Gesamtwirkungsgrad im Detail

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut
τ	1,012E-07	1	1,012E-07	1	1,012E-07	1	1,012E-07	1	m ³ /s
P_{eff}	0,000004689	1	4,689E-06	1	4,689E-06	1	4,689E-06	1	1/W

Anhand dieser Sensitivitätsanalyse in Tabelle 26 bemerkt man, dass beide Größen einen gleich starken Einfluss auf den Fehler des Ergebnisses haben. Wenn sich nun der Fehler der effektiven Leistung um ein Prozent verändert, dann wird sich auch die kombinierte Standardunsicherheit des effektiven Wirkungsgrades um 1 % verändern. Genauso groß ist die Veränderung durch Schwankungen von τ .

5.2.3. isentroper Turbinenwirkungsgrad η_{Ts}

Tabelle 27: Sensitivität Turbine im Detail

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut
T_1	-0,009	-3,147	-0,009	-3,149	-0,009	-3,153	-0,009	-3,155	1/K
T_2	0,009	3,901	0,009	3,903	0,009	3,908	0,009	3,911	1/K
P_{eff}	0,00002626	0,115	0,00002629	0,115	0,00002635	0,115	0,00002635	0,115	1/W
m_L	-0,352	-0,143	-0,353	-0,143	-0,354	-0,143	-0,354	-0,143	s/kg
τ	6,304E-08	0,013	6,31E-08	0,013	6,327E-08	0,013	6,327E-08	0,013	m ³ /s
T_4	-0,001	-0,909	-0,001	-0,91	-0,001	-0,91	-0,001	-0,911	1/K
p_3	0,00001245	-2,219	0,00001246	-2,22	-0,00001247	-2,221	0,00001248	-2,222	1/Pa
p_4	0,00001906	2,219	0,00001908	2,22	0,00001909	2,221	0,00001912	2,222	1/Pa

Anhand der relativen Messunsicherheiten allein kann in Kapitel 5.1 keine Aussage über den Turbinenwirkungsgrad gemacht werden. Mithilfe der Sensitivitäten in Tabelle 27 erkennt man aber, dass die Temperaturen am Eingang und am Verdichteraustritt den größten Einfluss haben. Wenn man die Messgenauigkeit der Verdichteraustrittstemperatur T_2 um 1 % verbessert, wird der Fehler des Turbinenwirkungsgrades um 3,9 % kleiner. D.h. eine Veränderung um 1 K bewirkt im Ergebnis eine um ca. 1/100., also um einen Prozentpunkt des Wirkungsgrades. Weiters hat auch die Turbinenaustrittstemperatur einen erheblichen Einfluss. Verändert man deren Genauigkeit um 1 % resultiert daraus eine Veränderung in der Ergebnismessunsicherheit von 0,909 %. Der negative Wert in der Tabelle 27 hat dabei allerdings keine Auswirkung. Eine Vergrößerung des Fehlers führt trotzdem zu einer Vergrößerung der Abweichung im Ergebnis. Außerdem bringt eine Verbesserung der Druckmessung um 1 % insgesamt eine Verbesserung um 2,22 %. Absolut bedeutet das, wenn man den Turbineneintrittsdruckfehler um 1 mbar verkleinert wird auch der Turbinenwirkungsgrad um ca. 1/1000 genauer.

5.2.4. isentroper Verdichterwirkungsgrad η_{Vs}

Tabelle 28: Sensitivität Verdichter im Detail

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut
T_1	0,011	5,177	0,011	5,177	0,011	5,177	0,011	5,177	1/K
p_1	-0,00001373	-2,214	-0,00001373	-2,214	-0,00001373	-2,214	-0,00001373	-2,214	1/Pa
p_2	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	2,214	/

Aus der Analyse der Sensitivitäten in Tabelle 28 erkennt man, dass die Verdichtereintrittstemperatur mit Abstand den größten Einfluss auf den Verdichterwirkungsgrad hat. Allerdings ist ihr Fehler in diesem Versuch gleich null. Mit einer Verbesserung der Druckmessung des Verdichtereintrittsdruck oder des Verdichteraustrittsdruck von 1 % erreicht man eine gesamte Verbesserung von 2,14 %.

Bei den Versuchen gibt es im 1. und im 4. Betriebspunkt einen herausstechenden Fehler. Dieser entsteht durch den hohen Fehler des Verdichteraustrittsdrucks Δp_2 .

5.2.5. spezifischer Brennstoffverbrauch b_B

Tabelle 29: Sensitivität Brennstoffverbrauch im Detail

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut
τ	-2,715E-08	-1	-2,715E-08	-1	-2,715E-08	-1	-2,715E-08	-1	sm
P_{eff}	-0,000001258	-1	-1,258E-06	-1	-1,258E-06	-1	-1,258E-06	-1	s ⁵ /kgm ⁴

Der Fehler des spezifischen Brennstoffverbrauchs Δb_B kommt nach Tabelle 29 größtenteils aus der Abweichung der gemessenen Leistung an der Wirbelstrombremse. Man sieht in Abbildung 23, dass der Fehler im Vergleich zur Messunsicherheit der Leistung viel kleiner ist. Das ist auch aus Tabelle 29 ablesbar: Wenn sich die Leistung um 1 W verändert, dann verändert das den spezifischen Verbrauch um $1,258 \cdot 10^{-6}$.

5.2.6. Turbineneintrittstemperatur T_3

Tabelle 30: Sensitivität Turbineneintrittstemperatur im Detail

	BP1		BP2		BP3		BP4		Einheit
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut
P_{eff}	0,003	0,011	0,003	0,011	0,002	0,011	0,002	0,011	$\text{s}^3\text{K}/\text{kgm}^2$
T_4	1	0,909	1	0,91	1	0,911	1	0,911	/
m_L	-34,031	-0,014	-33,772	-0,014	-33,423	-0,014	-33,082	-0,014	sK/kg
τ	0,000006089	0,001	6,042E-06	0,001	0,00000592	0,001	0,00000592	0,001	$\text{m}^3\text{K}/\text{s}$

Bei Vergleich der Tabelle 30 mit Abbildung 22 wird klar, dass die einflussreichste Größe hier die Turbinenaustrittstemperatur darstellt. 1 K Veränderung der Eingangsgröße bewirkt direkt 1 K Veränderung bei der Ausgangsgröße. Alle anderen Größen spielen in Bezug auf den Fehler nur eine untergeordnete Rolle.

5.3. Ausblick auf weitere Arbeiten

Will man im Zuge des Umzugs ins Arsenal auch die Genauigkeit des Prüfstandes verbessern, so bietet sich anhand der oben durchgeführten Berechnungen und Analysen an, gezielte Maßnahmen zu setzen.

Den größten relativen Fehler liefert die Messung der Leistung über die Wirbelstrombremse. Dieser liegt bei über 1 %. Die Drehzahlmessung wies keine großen Abweichungen auf, aber die Werte der Kraftmessdose zur Berechnung des Drehmoments lieferten starke Messunsicherheiten. Hier sollte man bei einer Veränderung der Instrumentierung ansetzen.

Die Verbesserung der Leistungsmessung hätte auch eine positive Wirkung auf die Messung des Wirkungsgrades und des spezifischen Brennstoffverbrauchs zur Folge. Das Problem der Leistungsmessung liegt allerdings bei der Leistungsstärke der Wirbelstrombremse. Sie ist für die ROVER 1S/60 mit deren maximal abgegebenen Leistung von 45 kW zu stark. Die Wirbelstrombremse ist ausgelegt für maximal 150 kW. Bei leistungsschwächeren Wirbelstrombremsen steigen die Anschaffungskosten mit abfallender Leistung an.

Um den isentropen Turbinenwirkungsgrad genauer messen zu können, müsste man die Bestimmung der Verdichteraustrittstemperatur, oder wenn man weiter gehen will, die Druckmessungen vor und nach der Turbine verbessern. Wobei die genauen physikalischen Vorgänge bei der Differenzdruckmessung am Turbinenaustritt noch geklärt werden müssen.

Zur Senkung der Messunsicherheit bei der Turbineneintrittstemperatur muss die Genauigkeit bei der Temperaturmessung nach der Turbine verbessert werden.

Weitere mögliche Verbesserungen des Prüfstandes könnten mit der Automatisierung der Messung erreicht werden, und in weiterer Folge, wenn die Messwerte in ein Programm eingebunden werden, könnte man direkt während der Messung alle Größen berechnen lassen. Darüber hinaus könnte man die Betriebspunkte gleich im Kennfeld anzeigen lassen.

Es wäre dann möglich, nicht nur im stationären Betrieb zu messen, sondern auch instationäre Vorgänge, wie zum Beispiel eine Anfahrrampe messtechnisch zu erfassen. Hier könnte man dann direkt verfolgen, wie ein Anfahren im Kennfeld wirkt. Man könnte den Studenten damit zeigen, dass es hier zu einer Näherung an die Pumpgrenze kommt.

Ein weiterer Ansatzpunkt wäre die Gestaltung eines virtuellen Prüfstandes. Da es während der Laborübung bei Betrieb der Turbine nicht mehr möglich ist Erklärungen abzugeben, wäre es von Vorteil, wenn man einen

Probelauf an einer modellartigen Berechnung durchführen könnte. Hier könnten dann alle auftauchenden Fragen geklärt werden. Im Anschluss kann an der echten Turbine gearbeitet werden. Der reelle Betrieb kann aber nicht ersetzt werden, da die praktische Arbeit aufschlussreich ist, wie die Erfahrung, wie laut die Turbine im Betrieb werden kann und wie heiß die Leitungen werden. Diese Dinge können durch eine PC-Berechnung nicht ersetzt werden.

6. Anhang

6.1. Abbildungen

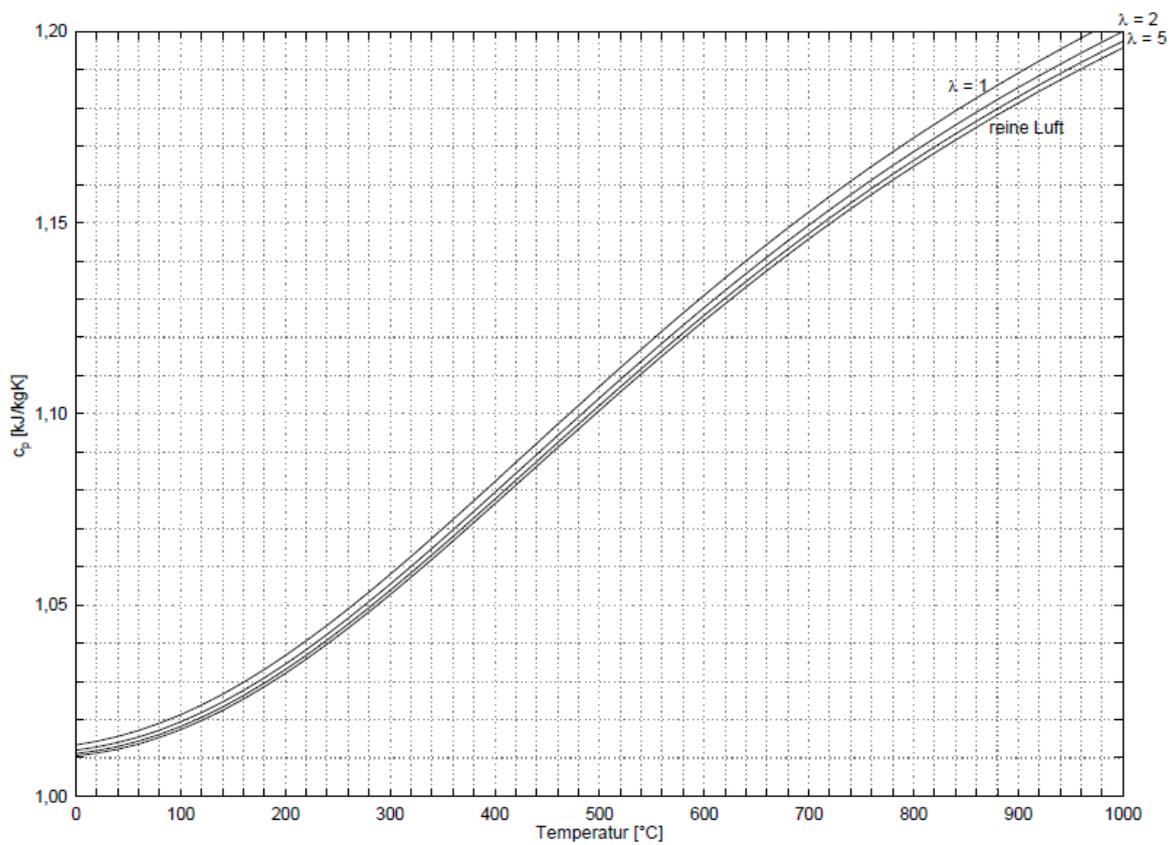


Abbildung 24: spezifische Wärmekapazität [15], S.21

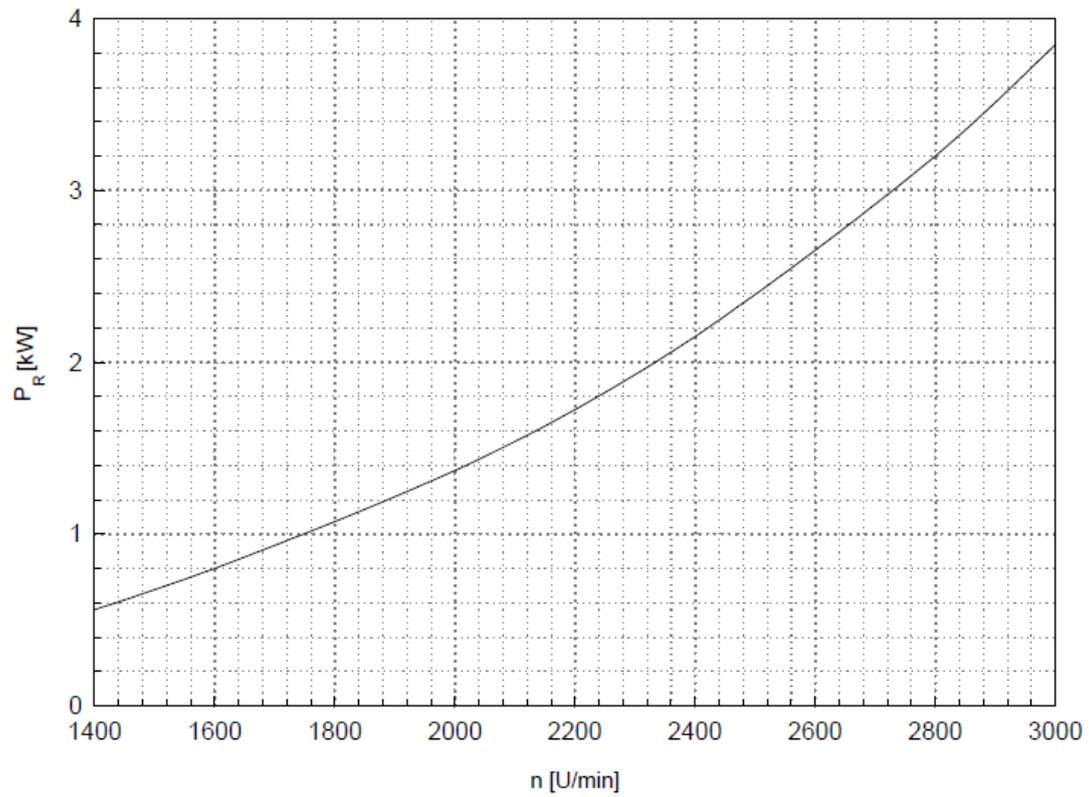


Abbildung 25: Verlustleistung der Rover 1S/60 als Funktion der Drehzahl [15]

Literaturangaben

- [1] ASME PTC 19.1-1998. *Test Uncertainty*
- [2] DIN 1319-3:1996-05. *Grundlagen der Meßtechnik - Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Meßgröße Meßunsicherheit*
- [3] DIN 1319-1:1995-01. *Grundlagen der Meßtechnik - Teil 1: Grundbegriffe*
- [4] DIN 1319-4:1999-01. *Grundlagen der Meßtechnik - Teil 4: Auswertung von Messungen Meßunsicherheit*
- [5] DIN 1943:1975-02. *Wärmetechnische Abnahmeversuche an Dampfturbinen*
- [6] DIN 4341-2:1986-03. *Abnahmeregeln für Gasturbinen - Teil 2: Auswertungsbeispiele*
- [7] VDI/VDE 2041:1991-04. *Durchflußmessung mit Drosselgeräten Blenden und Düsen für besonder Anwendungen*
- [8] ISO 2314 : 1989. *Gas turbines - Acceptance tests*
- [9] VDI 2048-1:2000-10. *Messunsicherheiten bei Abnahmemessungen an energie- und kraftwerkstechnischen Anlagen - Blatt 1: Grundlagen*
- [10] VDI 2048-2:2003-08. *Messunsicherheiten bei Abnahmemessungen an energie- und kraftwerkstechnischen Anlagen - Blatt 2: Beispiele, insbesondere Retrofitmaßnahmen*
- [11] VDI 2048-3:2012-05. *Messunsicherheiten bei Abnahmemessungen an energie- und kraftwerkstechnischen Anlagen - Blatt 3: Beispiele, insbesondere Vorbereitung der Abnahme einer Kombi-Anlage*
- [12] ASME PTC 22-1997. *Performance Test Code on Gas Turbines*
- [13] DIN 4341-1:1979-08. *Abnahmeregeln für Gastrubinen - Teil 1: Grundlagen*
- [14] Markus Januschewsky: *Modernisierung eines Gasturbinenprüfstandes*, TU Wien Diplomarbeit. Wien 2009
- [15] Pouya Ghaffari, R. W.: *Unterlagen zur Laborübung "Gasturbinenkennlinie - ROVER 1S/60"*. SS 2015
- [16] DIN EN ISO 5167-1:2003. *Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt - Teil 1: Allgemeine Grundlagen und Anforderungen*
- [17] DIN EN ISO 5167-4:2004-01. *Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt - Teil 4: Venturirohre*
- [18] DIN EN ISO 5167-2:2004. *Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt - Teil2: Blenden*
- [19] DIN EN ISO 5167-3:2004-01. *Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt - Teil3: Düsen und Venturidüsen*
- [20] ISO/TR 5168:1998. *Measurement of fluid flow-Evaluation of uncertainties*
- [21] Lechner, C. u. Seume, J. (Hrsg.): *Stationäre Gasturbinen*. VDI-Buch. Berlin: Springer 2010