



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

DIPLOMARBEIT

Regelung einer tribologischen Prüfeinrichtung

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs
unter der Leitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Johann Wassermann
Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Martin Kozek
Institut für Mechanik und Mechatronik - E 325

eingereicht an der Technischen Universität Wien
**Fakultät für Maschinenwesen und
Betriebswissenschaften**

von

Bernhard Buchinger
0926324
Josef Munggenaststr. 27
3591 Altenburg

Wien, am 9. Juni 2015

Vorwort

Eine Neuigkeit stellt der am Institut für Mechanik und Mechatronik im Zuge einer Dissertation entwickelte tribologische Prüfstand dar. Gegenüber handelsüblichen Prüfeinrichtungen werden elektromagnetische Lager anstatt Wälzlager verwendet. Dies bietet einige Vorteile stellt jedoch einen höheren Aufwand an die Regelung dar.

Als mir Herr Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Johann Wassermann vorschlug, an diesem Prüfstand weiterzuarbeiten war ich sofort interessiert. Die Aufgabe der vorgeschlagenen Diplomarbeit bestand darin, ein neues Regelungskonzept zu entwerfen. Ich war von dieser Aufgabenstellung sofort begeistert, da es meine beiden, im Masterstudium gewählten Vertiefungsmodule (Automatisierungstechnik und mechatronische Systeme) verband.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei dieser Arbeit unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Johann Wassermann für die interessante Aufgabenstellung sowie für die hervorragende Betreuung, sowohl bei fachlichen als auch in praktischen Belangen.

Weiters danke ich Herrn Dr. Martin Kozek für die kompetente Unterstützung beim Erstellen des Modells und den zahlreichen Ideen und Anregungen.

Ebenso gilt mein Dank allen Angehörigen des Instituts, die mir oft bei diversen Fragen halfen. Besonders bei Herrn Ing. Manfred Neumann möchte ich mich dafür bedanken, dass er mir bei zahlreichen Anliegen zur Verfügung stand.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei all meinen Studienkollegen für die gemeinsame Zeit bedanken.

Wien, am 9. Juni 2015

Abstract

This thesis is primarily concerned with mathematical model-building and control design of a tribological test rig. In contrast to usual trade standards, this test rig use electromagnetic bearings instead of rolling bearings. For this reason a higher complexity for the control technique is necessary.

An important fact at tribological studies is a constant normal force. The previous control system didn't use the full capacity of the test rig. At the beginning a new complex mathematical model is derived. To increase the accuracy, a model for the electromagnetical force is derived by identification. Based on this new model a new state controller is designed and simulated. The results of the simulation show a better constant normal force.

Kurzfassung

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Modellierung und Überarbeitung des Regelungskonzepts einer tribologischen Prüfeinrichtung, die am Institut für Mechanik und Mechatronik der Technischen Universität Wien entwickelt wurde.

Bei tribologischen Untersuchungen ist es wichtig, dass der Normalkraftverlauf konstant ist. An der ursprünglichen Prüfeinrichtung wurde erkannt, dass noch Potential für eine Verbesserung der Normalkraftkonstanz besteht. Im Rahmen einer Diplomarbeit wurde die Messsignalqualität verbessert und bereits ein neues Regelungskonzept getestet. Es konnte zwar der Normalkraftverlauf verbessert werden, jedoch wurden weitere Verbesserungsmöglichkeiten erkennbar.

Nach einigen Umbauarbeiten beschäftigt sich nun diese Diplomarbeit mit der Entwicklung eines neuen Regelungskonzepts. Als Basis für den Reglerentwurf dient ein Zustandsraummodell zur Beschreibung des schwebenden Teils, dem sogenannten Translator. Um die Genauigkeit des Modells zu verbessern werden einige Parameter, vor allem ein Modell für die Magnetkraft, experimentell bestimmt. Aufbauend auf diesem Modell können anschließend unterschiedliche Regelungskonzepte ausgetestet werden. In dieser Arbeit wurde ein Zustandsregler ausgelegt und simuliert. Die Simulationsergebnisse zeigten eine geringere Normalkraftabweichung gegenüber alten Validierungstests.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	IX
1. Einleitung	1
2. Bestehende Prüfeinrichtung	3
2.1. Mechanischer Aufbau	3
2.2. Elektronik	5
2.3. Bestehende Regelung	7
3. Neues Regelungskonzept	9
3.1. Zustandsregelung	10
3.2. Modellprädiktive Regelung	11
4. Modellbildung	12
4.1. LAGRANGE - Formalismus	14
4.2. Aufstellen der Ortsvektoren und der geometrischen Zusammenhänge	15
4.3. Bewegungsgleichungen	18
4.4. Zustandsraummodell	19
4.4.1. Zustandsraumdarstellung der Bewegungsgleichungen	19
4.4.2. Zustandsraumdarstellung des Gesamtmodells	21
4.5. Definition der zu bestimmenden Parameter	24
5. Experimentelle Parameterbestimmung	25
5.1. Bestimmung des Schwerpunkts	25
5.2. Bestimmung des Massenträgheitsmoments	26
5.2.1. Berechnung aus der Pendelschwingung	26
5.2.2. Berechnung aus der Drehschwingung	30
5.2.3. Zusammenfassung	32
5.3. Systemidentifikation der Elektromagnete	32
5.3.1. Allgemein	32
5.3.2. Messdatenerfassung	38
5.3.3. Voridentifikation	41
5.3.4. SISO-Modellberechnung	45
5.3.5. MISO-Modellberechnung	48

5.3.6. Zusammenfassung der Identifikationsergebnisse	50
5.3.7. Vergleich des identifizierten mit dem mathematischen Modell	52
6. Plausibilitätsüberprüfung des Gesamtmodells	56
7. Reglerentwurf	60
7.1. Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	60
7.2. Zustandsvektorrückführung mit Integration des Regelfehlers mittels LQR	61
7.3. Störgrößenkompensation	63
7.4. Beobachterentwurf	64
7.4.1. Kalmanfilter	65
7.5. LQG-Regelung	66
7.6. Validierung des Reglerentwurfs	67
7.6.1. Reglerverhalten mit Störung Δz	68
7.6.2. Reglerverhalten mit Störungen F_{Az} , Δz und $\Delta \ddot{z}$	71
7.6.3. Reglerverhalten mit Störungen F_{Ax} und F_{Rx}	73
8. Zusammenfassung und Ausblick	74
A. Anhang	76
A.1. Kenndaten des Translators	76
A.2. Lage der Abstandssensoren	77
A.3. Dateischlüssel der Messaufzeichnungen	78
A.4. Sensorempfindlichkeiten	79
A.4.1. Strommessung	79
A.4.2. Positionssensoren	79
A.4.3. Kraftmessung	80
Abkürzungsverzeichnis	81
Symbolverzeichnis	82
Literaturverzeichnis	86

Abbildungsverzeichnis

2.1. Tribologische Prüfeinrichtung	4
2.2. Zusätzliches Aluminiumblech für die Positionssensoren	4
2.3. Signal-Komponenten-Zuordnungen	6
2.4. Überblick zur Anordnung der Elektromagnete	7
3.1. Regelkreis bei Zustandsvektorrückführung	10
4.1. Translatorische Freiheitsgrade des Translators	12
4.2. Rotatorische Freiheitsgrade des Translators	13
4.3. Abmessungen des Translators	13
4.4. Ortsvektoren zu den jeweiligen Kraftangriffspunkten	16
5.1. Messaufbau zur Schwerpunktsberechnung	26
5.2. Physikalisches Pendel	27
5.3. Messaufbau zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments um die x-Achse	28
5.4. Videoanalyse zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments	29
5.5. Messaufbau für die Massenträgheitsmomentbestimmung - Drehschwingung	32
5.6. Systemgrenze für die Identifikation	34
5.7. Zusammenhang zwischen PWM-Signal und Spulenstrom	35
5.8. Magnetansteuerung	36
5.9. Signalverlauf bei der Identifikation	37
5.10. Weginformation der Abstandssensoren	38
5.11. Messaufbau zur Stützlageridentifikation	39
5.12. Prinzipskizze des Messaufbaus zur Hauptlageridentifikation	40
5.13. Realer Messaufbau zur Hauptlageridentifikation	41
5.14. Messdaten bei 1 A/1 A und 0.38 mm	42
5.15. Mittelwertfreier Messdatensatz	43
5.16. Korrelationsanalyse	44
5.17. Abgeschätzte Impulsantwort mittels Spektralanalyse	45
5.18. Modellstrukturen	46
5.19. Vergleich der Impulsantworten der Modelle 2. Ordnung	47
5.20. Vergleich der Impulsantworten der Modelle 3. Ordnung	47
5.21. Vergleich der Sprungantworten der MISO-Modelle	49
5.22. Kraftmesssignal bei Anschlag des Translators	50
5.23. Sprungantworten des identifizierten Stützlagermodells	51

5.24. Sprungantworten des identifizierten Hauptlagermodells	52
5.25. Vergleich des analytischen Ergebnisses mit dem identifizierten Stützlagermodell im Arbeitspunkt	53
5.26. Vergleich des analytischen Ergebnisses mit dem identifizierten Stützlagermodell (mit Auslenkung)	54
5.27. Vergleich des analytischen Ergebnisses mit dem identifizierten Hauptlagermodell im Arbeitspunkt	54
6.1. Simulinkmodell des Gesamtsystems	56
6.2. Translatorsauslenkungen und Normalkraft infolge eines Stromsprunges in den Hauptlagern	57
6.3. Translatorsauslenkungen und Normalkraft infolge von Stromsprüngen in den Stützlagern	58
6.4. Translatorsauslenkungen und Normalkraft infolge von F_{Rx} , F_{Ry} und F_{Ax}	59
6.5. Translatorsauslenkungen und Normalkraft infolge von F_{Az} , Δz und $\Delta \ddot{z}$	59
7.1. Zustandsvektorrückführung mit Integration des Regelfehlers	61
7.2. Führungsregelung mit stationärer Störgrößenkompensation	63
7.3. Aufbau des Kalmanfilters	65
7.4. Simulinkmodell des Reglerentwurfs	68
7.5. Reglersimulation mit Störgröße Δz	69
7.6. Reglersimulation mit Störgröße Δz und max. zulässigem Steuerstrom	70
7.7. Reglersimulation mit den Störgrößen F_{Az} , Δz und $\Delta \ddot{z}$	72
7.8. Reglersimulation mit den Störgrößen F_{Ax} und F_{Rx}	73

Tabellenverzeichnis

5.1. FIT der Modelle 2. Ordnung	48
5.2. FIT der Modelle 3. Ordnung	48

1. Einleitung

Unter Tribologie versteht man das Gesamtgebiet von Verschleiß, Reibung und Schmierung. Der Begriff Tribologie kann in der Ingenieurwissenschaft wie folgt definiert werden [1]:

- *Tribologie ist die Wissenschaft und Technik von Wirkflächen in Relativbewegung und zugehöriger Technologien und Verfahren*

Nicht nur die Zuverlässigkeit und Langlebigkeit von Bauteilen in technischen Anlagen spielen eine wichtige Rolle, auch die Energieeffizienz und die Wirtschaftlichkeit sind von großer Bedeutung. Dazu ist es notwendig, reibungsoptimierte sowie verschleißarme Werkstoffe und Beschichtungen zu entwickeln. Neben den Werkstoffen stellen auch Drittstoffe wie z.B. Schmiermittel, Staub und Abrieb einen großen Einfluss auf den Bewegungsablauf dar.

Zu diesem Zweck wurde am Institut für Mechanik und Mechatronik der Technischen Universität Wien eine tribologische Prüfeinrichtung entwickelt. Die Entwicklung wurde im Zuge einer Dissertation [2] durchgeführt. Die angefertigte Prüfeinrichtung arbeitet nach dem linear translatorischen Bewegungsprinzip. Dabei werden zwei Oberflächen mit einer vorgegebenen Kraft gegeneinander gepresst, wobei eine translatorisch bewegt wird. Im Unterschied zu handelsüblichen Prüfeinrichtungen erfolgt die Lagerung des bewegten Teils (Translator) über elektromagnetische Lager. Dies bietet den Vorteil einer geringen Reibung, stellt aber höhere Anforderungen an die Regelung dar. Interessante tribometrische Messgrößen können z.B.

- Reibungskraft,
- Verschleißbetrag,
- triboinduzierte thermische Messgrößen und
- triboinduzierte akustische Messgrößen

sein.[1]

Bei einer tribologischen Prüfeinrichtung kommt es darauf an, Beanspruchungsgrößen wie Normalkraft, Gleitgeschwindigkeit, Temperatur zu überwachen und eventuell zu regeln. Um aussagekräftige Messungen durchführen zu können, muss die Normalkraft in einem gewissen Toleranzbereich gehalten werden können. Die am Prototyp durchgeführten Validierungsversuche ergaben jedoch keine zufriedenstellenden Ergebnisse. Daraufhin wurde im Zuge der Diplomarbeit [3] das Regelkonzept überarbeitet. Ziel dieser Arbeit war die

Verbesserung der Normalkraftkonstanz. Dies führte zu zahlreichen Änderungen sowohl an der Hardware also auch in der Prüfstandssoftware. Das Ergebnis dieser Diplomarbeit war eine geringere Abweichung der Normalkraft von der Vorgabe, jedoch kam es zu hochfrequenten Schwingungen um den Sollwert. Grundlage zur Entwicklung des überarbeiteten Regelkonzepts bildete die Entkopplung der Regelung der einzelnen Bewegungsrichtungen. Außerdem wurde die Aufbringung der Normalkraft über die Lagerung des Translators durchgeführt.

Aufgabe dieser Diplomarbeit ist es nun, ein komplexeres mathematisches Modell des Translators zu erstellen. Dabei sollen sowohl die Kopplungen zwischen den einzelnen Bewegungsachsen als auch der tatsächliche Zusammenhang zwischen der Stromvorgabe für die Elektromagnete und der daraus resultierenden Magnetkraft berücksichtigt werden. Das Modell soll dann als Basis für weitere Reglerauslegungen dienen. Der Zusammenhang zwischen der Stromvorgabe und der daraus resultierenden Kraft im Magnetlager wird direkt am Prüfstand durch Identifikation bestimmt. Dadurch kann eine bessere Genauigkeit des Modells erreicht werden.

Im ersten Abschnitt dieser Arbeit wird auf den Ausgangszustand der Prüfeinrichtung eingegangen. Das neue Regelungskonzept wird in Kapitel 3 erläutert. Im vierten Kapitel sind die Modellierung des kinematischen Modells des Translators und die Zusammensetzung der Bewegungsgleichungen zu einem Gesamtmodell beschrieben. Alle für das Modell notwendigen Parameter werden im anschließendem Kapitel 5 behandelt. Dabei wird auf die verwendeten Messaufbauten und die daraus resultierenden Messergebnisse eingegangen. Eine Überprüfung des Gesamtmodells auf Plausibilität ist in Kapitel 6 beschrieben. Mit dem berechneten Gesamtmodell wird in Kapitel 7 der Reglerentwurf und die Reglervalidierung durchgeführt. Im letzten Kapitel erfolgt eine Zusammenfassung dieser Diplomarbeit und ein Ausblick für weitere mögliche Arbeiten.

2. Bestehende Prüfeinrichtung

2.1. Mechanischer Aufbau

In Abbildung 2.1(a) ist der mechanische Aufbau der Prüfeinrichtung dargestellt.

Ein Prüfkörper, der auf dem sogenannten Translator befestigt ist, führt eine Relativbewegung gegenüber einer feststehenden Probe aus. Die Lagerung des Translators erfolgt elektromagnetisch. Alle dazu notwendigen Elektromagnete sind in den beiden Lagerböcken untergebracht. Jeder Lagerbock ist mit drei Elektromagnetpaaren ausgestattet. Eines dient dazu den Translator waagrecht zu führen und zusätzlich zur Aufbringung der Normalkraft. Zwei weitere bilden die sogenannte Stützlagerung und verhindern ein Verdrehen um die Längsachse. Zusätzlich zu den elektromagnetischen Lagern beinhaltet jeder Lagerbock auch eine Notlagerung. Diese dient dazu, um bei Inbetriebnahme oder bei Regelungsfehlern ein Zusammenstoßen der Elektromagnet-Bleche zu verhindern. Der Abstand zwischen den stationären und beweglichen Blechen der Elektromagnete beträgt lediglich 0.5 mm, wobei das Notlager nur eine Bewegung bis 0.25 mm zulässt. Diese Maße sind Konstruktionsmaße, können jedoch in der Praxis leicht abweichen.

Um den Translator in eine lineare Bewegung versetzen zu können wird an einer Seite des Translators ein Antrieb montiert. Es besteht die Möglichkeit einen Linearantrieb oder einen Shaker dafür zu verwenden. Bei Verwendung eines Linearantriebs können größere Hübe erreicht werden. Wird hingegen ein Shaker mit dem Translator verbunden, so ist es möglich hochfrequente Hübe, jedoch mit geringeren Verfahrwegen, zu erzeugen.

Mittels eines, von einem Servomotor angetriebenen, Hubtisches kann die vertikale Position der feststehenden Probe verändert werden. Bei Kontakt mit dem Translator kann auch dieser mit dem Hubtisch angehoben werden. Der Hubtisch ist zwischen den beiden Lagerböcken angeordnet.

Im Zuge von diversen Umbauten wurde der gesamte mechanische Aufbau auf einen fahrbaren Aluminiumprofilrahmen gesetzt und die dazugehörige Steuer-/und Messtechnik in Einschüben unter der Prüfeinrichtung verbaut (Abbildung 2.1(b)). Somit konnte ein kompakter Aufbau erreicht werden, der für die Weiterentwicklung nur noch mit dem Steuerrechner verbunden werden muss.

Die in der Diplomarbeit [3] vorgeschlagene Neupositionierung der vertikalen Positionssensoren wurde durchgeführt. Durch die Versetzung der Positionssensoren war es notwendig, zusätzliche Metallbleche am Translator zu befestigen (Abbildung 2.2). Aus Gewichtsgründen wurden diese aus Aluminium und nicht wie vorher aus Stahlblech gefertigt. Das hat

2. Bestehende Prüfeinrichtung

zur Folge, dass sich die Empfindlichkeit der Positionssensoren gegenüber der ursprünglichen Ausführung verändert hat und eine Neukalibrierung durchgeführt werden musste. Zusätzlich änderte sich durch diese Maßnahme der Schwerpunkt des Translators.



(a) mechanischer Aufbau



(b) gesamter Prüfstand (ohne Translatorantrieb)

Abbildung 2.1.: Tribologische Prüfeinrichtung

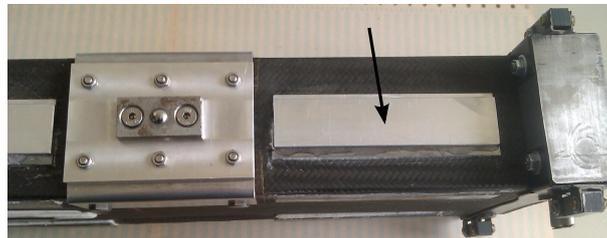


Abbildung 2.2.: Zusätzliches Aluminiumblech für die Positionssensoren

2.2. Elektronik

Ein großer Teil der Modifikationen betraf auch die Ansteuerelektronik. Die Aufteilung der Aufgaben der drei eingebauten digitalen Signalprozessoren (DSPs) wurde durch das geänderte Regelungskonzept überarbeitet. Im diesem Konzept werden nur mehr zwei der drei Prozessoren verwendet. Der dritte DSP kann in weiterer Folge die Kommunikation des Prüfstands mit einem Host-PC übernehmen. Abbildung 2.3 zeigt die wichtigsten Signalverläufe von und zu den 2 verwendeten DSPs. Die Abbildung soll nur einen Überblick über den Aufbau geben und zum besseren Verständnis beitragen. Es sind daher nur die wichtigsten Verbindungen eingezeichnet. Alle in grün eingezeichneten Leitungen stellen die Ausgangssignale der beiden DSPs dar. Die Kommunikation zwischen DSP1 und DSP2 erfolgt über 2 Leitungen. Über diese Leitungen erfolgt die Funktionskontrolle der Prüfeinrichtung. Die Leistungsverstärker (V1/V2/V3) können nur in Betrieb gesetzt werden, wenn beide DSPs ihr OK-Bit gesetzt haben. Sobald ein Fehler in einem DSP auftritt, werden beide deaktiviert. Angesteuert werden die vom Institut für Mechanik und Mechatronik entwickelten Leistungsverstärker über ein PWM-Signal vom zuständigen DSP. Der dadurch resultierende sägezahnförmige Zeitverlauf des Spulenstroms ermöglicht nur die Steuerung des Strommittelwerts. Das PWM-Signal wird je nach Regleralgorithmus im DSP generiert. Jedes Elektromagnetpaar wird über eine Halbbrücke, durch Differenzansteuerung betrieben. Dadurch kann ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Magnetkraft, Steuerstrom und Translatorposition erreicht werden.

Im DSP1 sind die Regler für die Hauptlager (Elektromagnet 3 (EM3) und Elektromagnet 4 (EM4)) und die Ansteuerung des Hubtisches implementiert. Alle dafür notwendigen Messsignale wie z.B. Stromsignal, Positionssignal sind mit dem DSP verbunden. In Abbildung 2.3 sind alle Messsignale blau dargestellt.

DSP2 übernimmt die Ansteuerung der Stützmagnete (EM1/2 und EM5/6). Zur Leistungsverteilung wurden beim DSP2 alle drei Leistungsverstärker verwendet. Die letztendlich für die Auswertung eines Prüflaufes interessanten Messsignale, wie z.B. Reibkraft, Normalkraft werden in späterer Folge vom DSP1 ausgewertet. In der derzeitigen Ausführung der Prüfeinrichtung werden die Sensorsignale noch zusätzlich durch den PC über eine Datenerfassungskarte der Firma National Instruments erfasst. Sowohl die Messauswertung als auch die Ansteuerung des gesamten Tribometers erfolgt über diesen Rechner. Für Entwicklungszwecke erfolgt die Ansteuerung beider DSPs über eine externe Schnittstelle (IEEE 1149.1 JTAG-Joint Test Action Group).

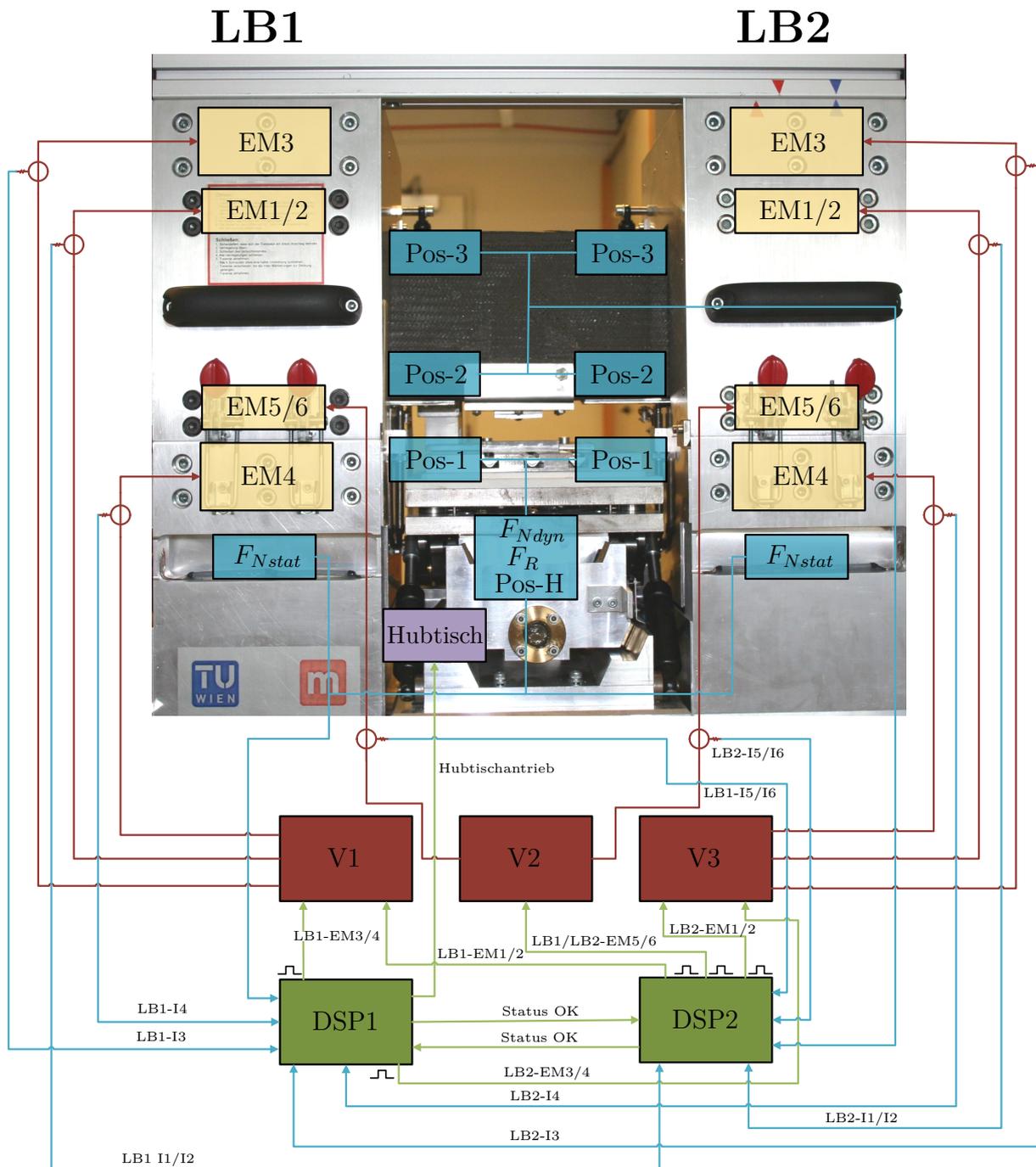


Abbildung 2.3.: Signal-Komponenten-Zuordnungen

2.3. Bestehende Regelung

In der Ursprungsversion wurde die Normalkraft über den Hubtisch geregelt. Das ergab jedoch eine zu geringe Regeldynamik. Daher wurde die Kraftregelung so überarbeitet, dass nun die Elektromagnete der Hauptlager (EM4) diese Aufgabe übernehmen. Abbildung 2.4 gibt einen genaueren Überblick über die Position der einzelnen Elektromagnete.

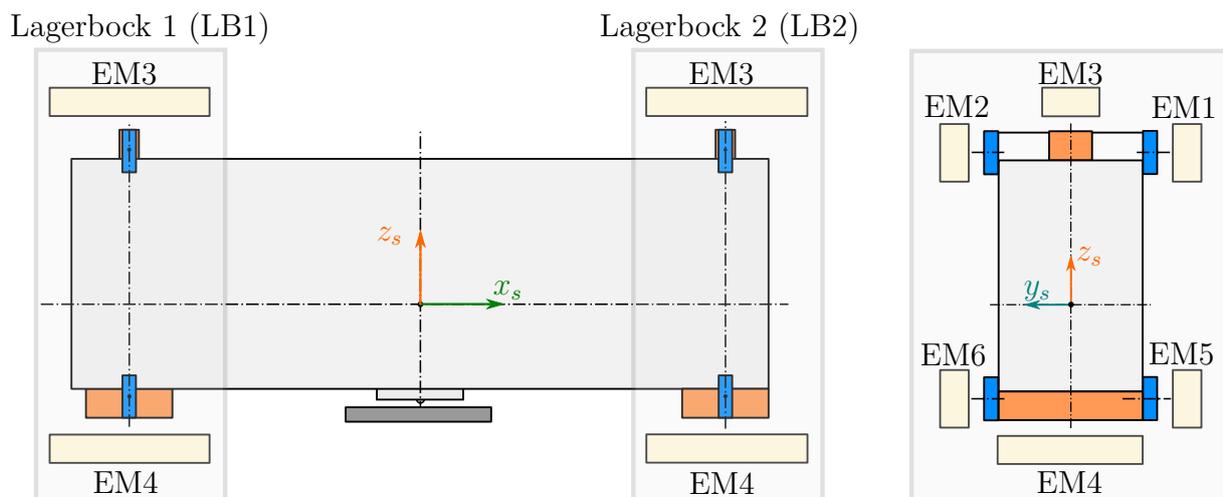


Abbildung 2.4.: Überblick zur Anordnung der Elektromagnete

Jeder Lagerbock beinhaltet die gleiche Anzahl an Elektromagneten, wobei es drei unterschiedliche Baugrößen gibt (EM3, EM4 und EM1/2/5/6).

Die Regelung der Position des Translators erfolgt im bestehenden Regelungskonzept aus folgenden drei entkoppelten Reglern:

- Hubtischregelung,
- Kippregelung und
- Stützregelung.

Die Aufgabe der Hubtischregelung besteht darin, den gesamten Translator nach Unterschreiten einer zulässigen Spalthöhe anzuheben. Dafür wurde eine Fuzzylogic verwendet, die nach Unterschreiten ein Anheben des Hubtisches auslöst, bis der Schwerpunkt den gewünschten Sollwert erreicht.

Die Stabilisierung des Translators um die y-Achse erfolgt durch die Kippregelung über die EM3 und EM4. Diese wurde mit einem LQR-Regler realisiert. Somit ist die vertikale Positionsregelaufgabe zwischen dem Hubtisch und den Hauptlagern aufgeteilt. Mit den

2. Bestehende Prüfeinrichtung

Hauptlagern (EM4) wird zusätzlich noch die Normalkraft aufgebracht. Sowohl für die Normalkraftregelung als auch für alle unterlagerten Stromregler wurden PI-Regler verwendet. Das Konzept der Stützregelung (EM1/2/5/6), die die Aufgabe hat, eine gerade Bewegung des Translators in die x-Richtung zu ermöglichen, wurde gegenüber der Ursprungsversion [2] nicht geändert. Es erfolgte lediglich eine systematische Anpassung der PID-Werte am Prüfstand.

3. Neues Regelungskonzept

Unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus [3] und durch neue Überlegungen wurde beschlossen, ein komplexeres Modell des Translators zu erstellen, auf dem anschließend ein neuer Reglerentwurf aufgebaut werden kann. In der bereits implementierten Regelung wurden die Bewegungen des Translators entkoppelt angesehen. Dies ist jedoch durch Imperfektionen im mechanischen Aufbau und durch den Verschleiß zwischen den Reibkörpern nicht gegeben. Das neue Modell soll die Kopplungen zwischen den einzelnen Bewegungsachsen berücksichtigen. Dazu ist es notwendig ein kinematisches Modell des gesamten Translators zu erstellen. Um die Genauigkeit des Gesamtmodells zu verbessern, wird ein Modell für die Magnetkraft, das die Abhängigkeit vom Spulenstrom und dem Luftspalt beschreibt, identifiziert. Basierend auf dem komplexeren und genaueren Gesamtmodell kann ein neues Regelsystem aufgebaut werden. Da in späterer Folge ein Regelkonzept am Prüfstand realisiert und validiert wird, werden alle Modelle und Reglerentwürfe diskretisiert erstellt.

Es wurden folgende Regelungskonzepte in Betracht gezogen:

- Zustandsregelung und
- modellprädiktive Regelung.

Zur Systembeschreibung des dynamischen Gesamtsystems wird die Zustandsraumdarstellung gewählt. Diese Form eignet sich gut für die Analyse und den Entwurf der obengenannten Regelungskonzepte. Das Zustandsraummodell beschreibt das System um einen bestimmten Arbeitspunkt. Der Arbeitspunkt wird, wie in den bereits vorigen Versuchen, mit 200 N festgelegt.

3.1. Zustandsregelung

Bei der Zustandsregelung werden die Zustände über eine Rückführmatrix K rückgekoppelt (siehe Abbildung 3.1). Damit die gewünschten Regelgrößen y im stationären Zustand mit den Führungsgrößen w übereinstimmen, wird w mit einer Vorverstärkung K_w verstärkt. Zusammen mit der Regelstrecke bilden sie den Regelkreis. Da in den seltensten Fälle alle Zustände direkt gemessen werden können ist noch zusätzlich ein Beobachter, der die notwendigen Zustände abschätzt, zu entwerfen.

Vorteile der Zustandsregelung

- Es existieren elegante und ausgereifte Verfahren für den Reglerentwurf
- Hohe erreichbare Regelgüte
- Kleine Abweichungen werden schnell erkannt

Nachteile der Zustandsregelung

- Keine direkte Stellgrößenbeschränkung möglich
- Gutes zugrundeliegendes Modell und Rechnerunterstützung notwendig
- Einfache Interpretierbarkeit der Reglerparameter ist nicht gegeben

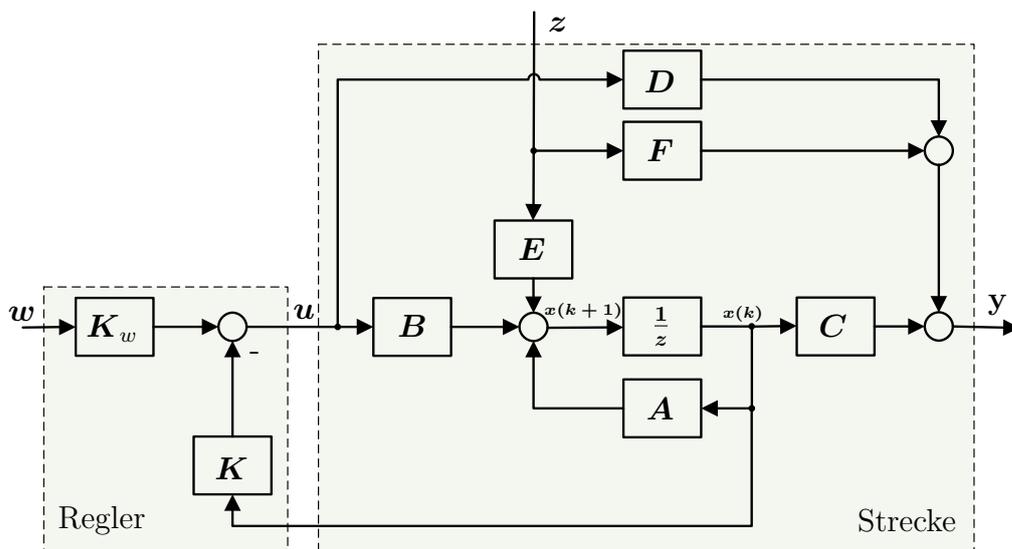


Abbildung 3.1.: Regelkreis bei Zustandsvektorrückführung

3.2. Modellprädiktive Regelung

Als Basis für eine modellprädiktive Regelung (Model Predictive Control (MPC)) dient wiederum ein vollständiges Modell des Systems. Der MPC-Regler kann mit diesem das zukünftige Verhalten in Abhängigkeit einer bestimmten Eingangsgröße berechnen und somit eine Prädikation über einen bestimmten Zeithorizont machen. Zusätzlich kann die Auswirkung von messbaren Störgrößen auf das System und eine explizite Stellgrößenbeschränkung mitberücksichtigt werden. Mit Hilfe eines Optimierungsverfahren kann so die beste Stellstrategie ausgewählt werden. Ausgangspunkt des Optimierungsverfahren ist folgendes Gütefunktional:

$$J = (\mathbf{Y}_{ref} - \mathbf{Y})^T \mathbf{Q}_y (\mathbf{Y}_{ref} - \mathbf{Y}) + \Delta \mathbf{U}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{U} \quad (3.1)$$

Der erste Term dient zur Minimierung des Fehlers zwischen dem vorausgesagten Ausgang und dem Referenzsignal. Im zweiten Term wird die Größe der Stellgrößendifferenz betrachtet. Die Matrix \mathbf{R} gewichtet die Stellgrößen und beeinflusst somit das Regelverhalten. Im Fall $\mathbf{R} = 0$ berücksichtigt das Gütefunktional nicht wie groß $\Delta \mathbf{U}$ wird, und das Ziel ist ausschließlich die Minimierung des Fehlers. Mit der Gewichtungsmatrix \mathbf{Q}_y kann die Auswirkung der Stellgrößen auf jeden Ausgang beeinflusst werden.

Vorteile der modellprädiktiven Regelung

- Explizite Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsbegrenzungen möglich
- Berücksichtigung von Störgrößen (z.B.: Verschleiß der Probe)

Nachteile der modellprädiktiven Regelung

- Hohe Rechenleistung für die Berechnung des Algorithmus
- Gutes Modell der Regelstrecke erforderlich

4. Modellbildung

Die mathematische Modellierung des Translators erfolgt mit Unterstützung von MATLAB [4]. Als Verfahren zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen wird die LAGRANGE-Methode gewählt. Die Herleitung erfolgt zunächst allgemein, um dann in späterer Folge alle bekannten und unbekanntenen Größen zu definieren. Die Magnetkräfte werden zunächst allgemein als eingepreßte Kräfte definiert. Aus den Bewegungsgleichungen wird für die weitere Verwendung ein Zustandsraummodell erstellt. Anschließend werden in Kapitel 5 für die Magnetkräfte eigene Modelle identifiziert, die anstatt der Variablen eingesetzt werden. Es wird ein Modell mit sechs Freiheitsgraden aufgestellt, da es durch Unebenheiten an der Probe zum Abheben des Translators kommen kann. Somit wird auch eine mögliche Bewegung in die z -Achse mitberücksichtigt. Die gewählten Freiheitsgrade sind in den Abbildungen 4.1 und 4.2 eingezeichnet.

In Abbildung 4.3 sind die für die Modellbildung notwendigen Abmessungen dargestellt. Die Werte für die Abmessungen sind dem Anhang A.1 zu entnehmen.

Folgende Annahmen werden bei der Modellbildung getroffen:

- Nur kleine Verdrehungen, d.h: $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$, $\tan \varphi \approx \varphi$,
- Verdrehwinkel γ um den Kontaktpunkt,
- Verdrehwinkel φ und ϑ um den Schwerpunkt,
- Verschiebung der resultierenden Magnetkraft bei Verdrehung des Translators wird nicht berücksichtigt.

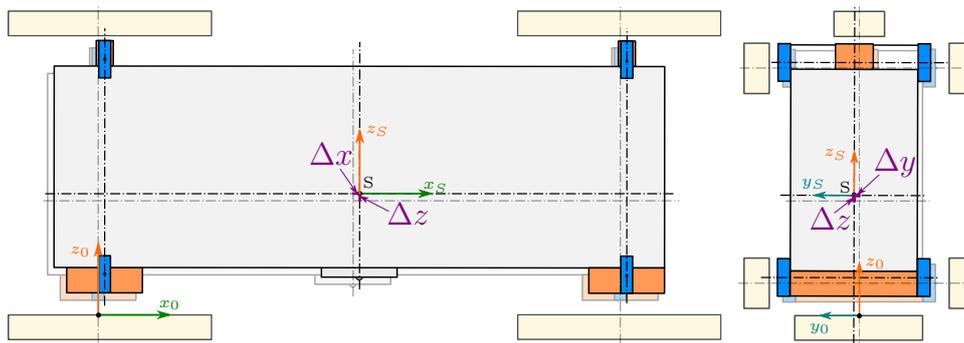


Abbildung 4.1.: Translatorische Freiheitsgrade des Translators

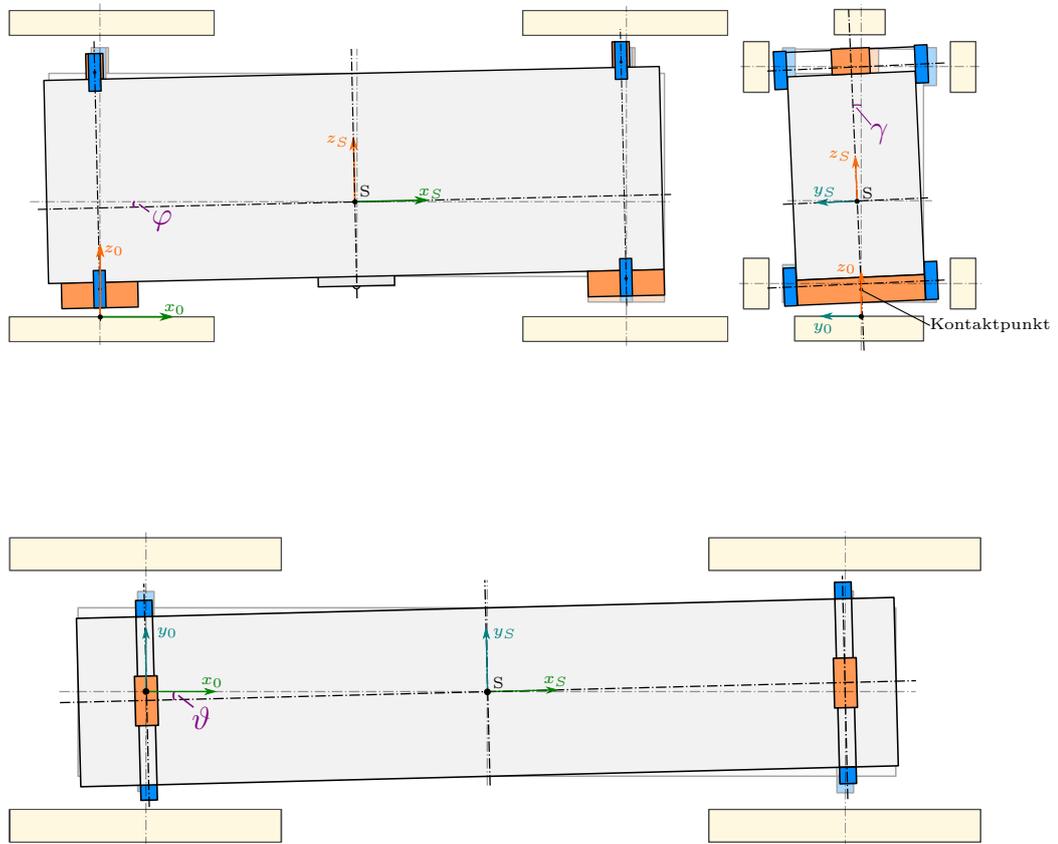


Abbildung 4.2.: Rotatorische Freiheitsgrade des Translators

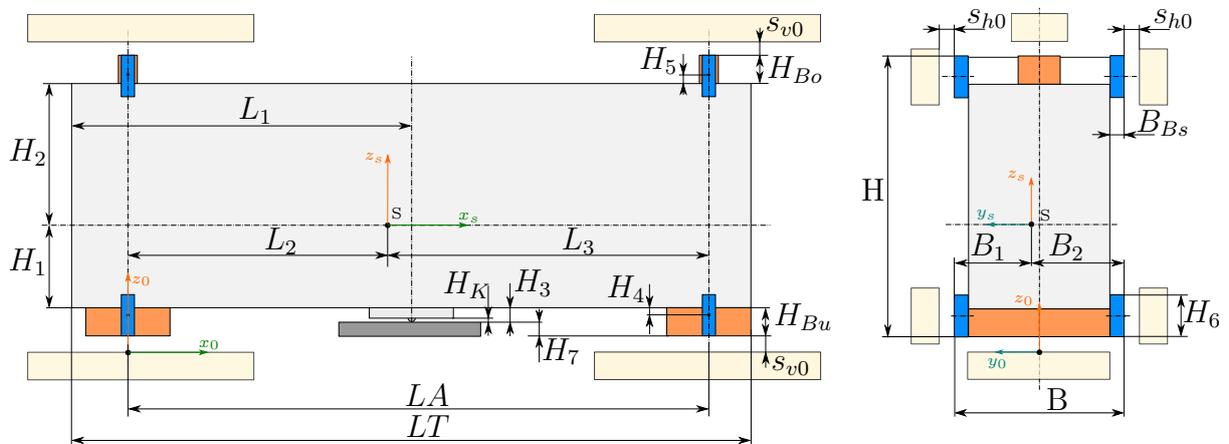


Abbildung 4.3.: Abmessungen des Translators

4.1. LAGRANGE - Formalismus

Das Aufstellen der Bewegungsgleichungen erfolgte nach dem LAGRANGE-Formalismus. Dazu werden zu Beginn die generalisierten Koordinaten \mathbf{q}_i festgelegt. Nichtlineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung können allgemein folgendermaßen dargestellt werden:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_E, t) = 0 \quad (4.1)$$

\mathbf{M} ist die Massenmatrix, \mathbf{f} beinhaltet alle gyroskopischen, dissipativen, eingepägten Kräfte und Momente, u.a. aus Dämpfer, Feder, Gravitation, Magnetfeld usw. sowie der explizit von der Zeit t abhängigen äußeren Erregerfunktion \mathbf{f}_E .

Als generalisierte Koordinaten werden zunächst die 6 Freiheitsgrade gewählt.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \varphi \\ \gamma \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta \dot{z} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{y} \\ \Delta \ddot{z} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\gamma} \\ \ddot{\vartheta} \end{bmatrix}$$

Die LAGRANGE'sche Gleichung 2. Art:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{Q}_{nk} \quad (4.2)$$

liefert eine analytische Vorgehensweise zu Ermittlung der Bewegungsgleichungen mit der kinetischen Energie T und der potentiellen Energie V . Alle nichtkonservativen Anteile (nk), die sich nicht aus einem Potential ableiten lassen, z.B. auf einen Bezugspunkt bezogene Kräfte und Momente, stellen den rechten Teil der Gleichung (4.2) dar.

Um die Gleichung (4.2) symbolisch in MATLAB auswerten zu können, wird die totale Ableitung nach der Zeit durch die partielle Ableitung nach den generalisierten Koordinaten \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ ersetzt. Somit ergibt sich:

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T \ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T \dot{\mathbf{q}} - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T = \mathbf{Q}_{nk} \quad (4.3)$$

Mit den Abkürzungen

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, t) = \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T, \quad \mathbf{k}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T \dot{\mathbf{q}} - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T, \quad \mathbf{p}(\mathbf{q}, t) = \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} \right)^T$$

erhält man die Bewegungsgleichung in der Form:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{p}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{Q}_{nk}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \quad (4.4)$$

Nach dem Einsetzen und Umformen, wie unter [4] genauer beschrieben, erreicht man wieder folgende Struktur für die Bewegungsgleichungen:

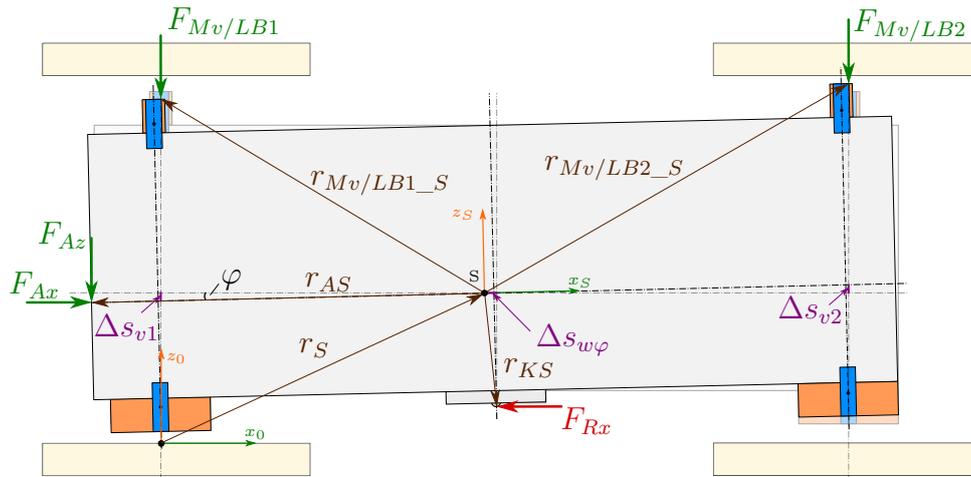
$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}_{nk}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \quad (4.5)$$

Die Bewegungsgleichungen für den Translator werden noch um den Arbeitspunkt linearisiert. Im Arbeitspunkt befindet sich der Translator mittig zwischen den beiden Hauptlagernmagneten. Die Auslenkungen $\varphi, \gamma, \vartheta$ werden bereits beim Aufstellen der Ortsvektoren linearisiert eingesetzt.

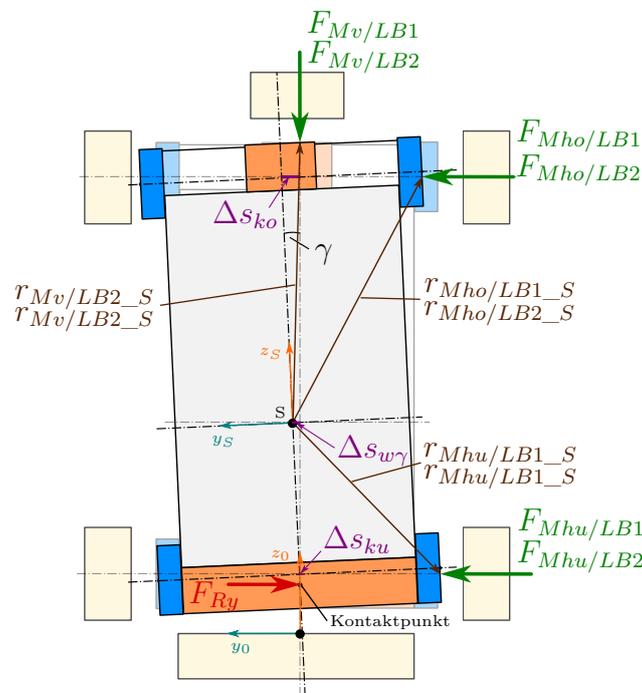
4.2. Aufstellen der Ortsvektoren und der geometrischen Zusammenhänge

Die Ortsvektoren zu den einzelnen Angriffspunkten aller Kräfte müssen im Inertialsystem aufgestellt werden. Der Ursprung des Inertialsystems wird in der Mitte des unteren Elektromagneten vom Lagerbock 1 gewählt. Einfachheitshalber werden die Ortsvektoren zuerst vom Schwerpunkt aus definiert und anschließend zum Ortsvektor \vec{r}_S addiert. Bei den einzelnen Magnetkräften wird nur die Verschiebung in Krafrichtung berücksichtigt. Dies stellt eine Vereinfachung dar, da die resultierende Magnetkraft abhängig von der Luftspaltgeometrie ist. Eine weitere Vereinfachung stellt die Annahme der Auslenkungen φ und ϑ um den Schwerpunkt und nicht um den Kontaktpunkt dar. Eine Überprüfung ergab, dass durch die sehr kleinen Auslenkungen nur ein geringer Fehler entsteht. Beim Verdrehwinkel γ würde diese Annahme jedoch zu einem nicht zu vernachlässigbarem Fehler führen. In der Abbildung (4.4) sind alle Ortsvektoren und Auslenkungen dargestellt.

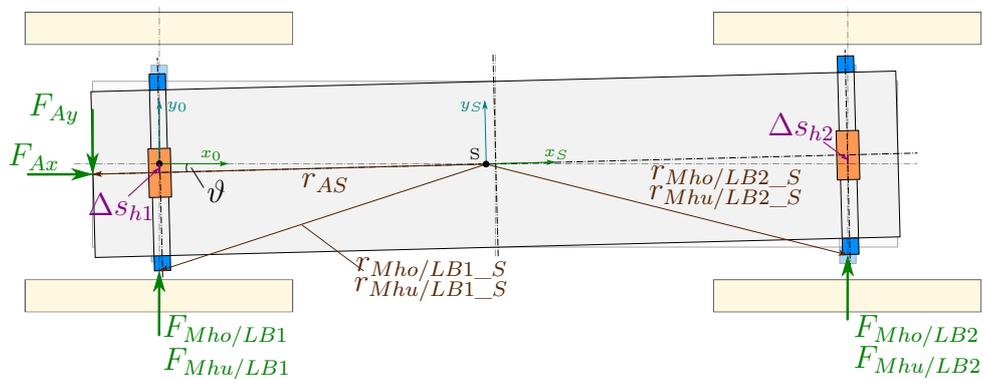
4. Modellbildung



(a) xz-Ebene



(b) yz-Ebene



(c) xy-Ebene

Abbildung 4.4.: Ortsvektoren zu den jeweiligen Kraftangriffspunkten

- Ortsvektoren zu den Magnetkräften der Hauptlager

$${}^I\mathbf{r}_{Mv/LB1_S} = \begin{bmatrix} -L_2 \\ -\Delta s_{w\gamma} - \frac{B}{2} + B_1 \\ H_2 + H_{Bo} - \Delta s_{v1} \end{bmatrix} \quad {}^I\mathbf{r}_{Mv/LB2_S} = \begin{bmatrix} L_3 \\ -\Delta s_{w\gamma} - \frac{B}{2} + B_1 \\ H_2 + H_{Bo} + \Delta s_{v2} \end{bmatrix}$$

- Ortsvektoren zu den Magnetkräften der oberen Stützlager

$${}^I\mathbf{r}_{Mho/LB1_S} = \begin{bmatrix} -L_2 \\ -\Delta s_{w\gamma} - B_2 + \Delta s_{ko} - \Delta s_{h1} \\ H_2 + H_5 \end{bmatrix} \quad {}^I\mathbf{r}_{Mho/LB2_S} = \begin{bmatrix} L_3 \\ -\Delta s_{w\gamma} - B_2 + \Delta s_{ko} + \Delta s_{h2} \\ H_2 + H_5 \end{bmatrix}$$

- Ortsvektoren zu den Magnetkräften der unteren Stützlager

$${}^I\mathbf{r}_{Mhu/LB1_S} = \begin{bmatrix} -L_2 \\ -\Delta s_{w\gamma} - B_2 + \Delta s_{ku} - \Delta s_{h1} \\ -H_1 - H_4 \end{bmatrix} \quad {}^I\mathbf{r}_{Mhu/LB2_S} = \begin{bmatrix} L_3 \\ -\Delta s_{w\gamma} - B_2 + \Delta s_{ku} + \Delta s_{h2} \\ -H_1 - H_4 \end{bmatrix}$$

- Ortsvektoren zum Kontaktpunkt und Antriebsangriffspunkt

$${}^I\mathbf{r}_{AS} = \begin{bmatrix} -L_1 + \frac{LA}{2} - L_2 \\ -L_1\vartheta \\ -L_1\varphi \end{bmatrix} \quad {}^I\mathbf{r}_{KS} = \begin{bmatrix} \frac{LA}{2} - L_2 + \Delta s_{w\varphi} \\ -\Delta s_{w\gamma} \\ -H_1 - H_3 \end{bmatrix}$$

- Ortsvektor vom Inertialsystem zum Schwerpunkt

$${}^I\mathbf{r}_S = \begin{bmatrix} L_2 + \Delta x \\ \Delta s_{w\gamma} + \frac{B}{2} - B_1 + \Delta y \\ s_{v0} + H_{Bu} + H_1 + \Delta z \end{bmatrix}$$

- Auslenkungen

$$\begin{aligned}
 \Delta s_{v1} &= L_2 \cdot \varphi & \Delta s_{ko} &= (H_1 + H_2 + H_3 + H_5) \cdot \gamma \\
 \Delta s_{v2} &= L_3 \cdot \varphi & \Delta s_{ku} &= (H_3 - H_4) \cdot \gamma \\
 \Delta s_{h1} &= \frac{L_A}{2} \cdot \vartheta & \Delta s_{w\varphi} &= (H_1 + H_3) \cdot \varphi \\
 \Delta s_{h2} &= \frac{L_A}{2} \cdot \vartheta & \Delta s_{w\gamma} &= (H_1 + H_3) \cdot \gamma
 \end{aligned}$$

4.3. Bewegungsgleichungen

Das Aufstellen der Bewegungsgleichungen erfolgt, wie schon vorher erwähnt, mit Hilfe von MATLAB. Die so berechnete Massenmatrix \mathbf{M} und die Vektorfunktion \mathbf{f} (siehe Gleichung (4.1)) ergeben sich zu:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} m_T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 & 0 & m_T(H_1 + H_3) & 0 \\ 0 & 0 & m_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & m_T(H_1 + H_3) & 0 & 0 & I_{xx} + m_T(H_1 + H_3)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_E, t) = \begin{bmatrix} F_{Rx} - F_{Ax} \\ F_{Ay} - F_{Mho/LB1} - F_{Mho/LB2} - F_{Mhu/LB1} - F_{Mhu/LB2} + F_{Ry} \\ F_{Az} + F_{Mv/LB1} + F_{Mv/LB2} \\ F_{Rx} \cdot (H_1 + H_3) + F_{Mv/LB2} \cdot L_3 - F_{Mv/LB1} \cdot L_2 - F_{Az} \cdot L_1 \\ F_{Ay} \cdot (H_1 + H_3) - F_{Mho/LB1} \cdot (H_1 + H_2 + H_3 + H_5) - \\ - F_{Mho/LB2} \cdot (H_1 + H_2 + H_3 + H_5) - F_{Mhu/LB1} \cdot (H_3 - H_4) - F_{Mhu/LB2} \cdot (H_3 - H_4) \\ F_{Mho/LB1} \cdot \frac{L_A}{2} - F_{Ay} \cdot L_1 - F_{Mho/LB2} \cdot \frac{L_A}{2} + F_{Mhu/LB1} \cdot \frac{L_A}{2} - F_{Mhu/LB2} \cdot \frac{L_A}{2} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Würde man die Gleichungen ausmultiplizieren, so bekommt man die sechs Bewegungsgleichungen. Die ersten drei Gleichungen entsprechen dem Schwerpunktsatz und die drei weiteren dem Drallsatz. In der Massenmatrix erkennt man durch den Term $m_T(H_1 + H_3)$, dass die beiden Freiheitsgrade Δy und γ abhängig voneinander sind. Daher lässt sich eine Bewegungsgleichung eliminieren und die Anzahl der Freiheitsgrade verringert sich auf fünf.

Als nächster Schritt wird aus den Bewegungsgleichungen ein Zustandsraummodell erstellt.

4.4. Zustandsraummodell

Jedes lineare (linearisierte) System mit vektoriellen Ein- und Ausgangsgrößen lässt sich als Zustandsraummodell darstellen. Das Modell besteht aus einer Zustandsdifferentialgleichung und einer Ausgangsgleichung.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{z} \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (4.8)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{z} \quad (4.9)$$

Die einzelnen Größen werden wie folgt bezeichnet:

\mathbf{x} : ($n \times 1$) - Zustandsvektor	\mathbf{B} : ($n \times r$) - Eingangsmatrix
\mathbf{u} : ($r \times 1$) - Steuervektor	\mathbf{C} : ($m \times n$) - Ausgangsmatrix
\mathbf{y} : ($m \times 1$) - Ausgangsgrößenvektor	\mathbf{D} : ($m \times r$) - Durchgangsmatrix
\mathbf{z} : ($q \times 1$) - Störgrößenvektor	\mathbf{E} : ($n \times q$) - Systemstörmatrix
\mathbf{A} : ($n \times n$) - Systemmatrix	\mathbf{F} : ($m \times q$) - Ausgangsstörmatrix

4.4.1. Zustandsraumdarstellung der Bewegungsgleichungen

Um nun die vorher aufgestellten Bewegungsgleichungen in die Zustandsraumdarstellung umschreiben zu können, müssen zuerst der Zustandsvektor, der Steuervektor und der Störgrößenvektor definiert werden. Als Systemzustände werden bis auf Δz die Freiheitsgrade und deren zeitliche Ableitungen gewählt. Die Bewegung in z -Richtung ist durch die Kontaktbedingung im Auflagepunkt beschränkt und wird durch Störeinflüsse, wie z.B. der Probenunebenheiten, vorgegeben. Um später bei der Berechnung der Normalkraft den dynamischen Anteil $m_T \cdot \Delta \ddot{z}$ mitberücksichtigen zu können wird neben Δz noch dessen Beschleunigung $\Delta \ddot{z}$ im Störvektor definiert. Die Magnetkräfte stellen die Steuergrößen des Systems dar und werden daher im Steuervektor zusammengefasst. Alle restlichen Kräfte werden im Störgrößenvektor vereint.

Somit ergeben sie die Vektoren zu:

$$\mathbf{x}_T = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \varphi \\ \vartheta \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_T = \begin{bmatrix} F_{Mv/LB1} \\ F_{Mv/LB2} \\ F_{Mho/LB1} \\ F_{Mho/LB2} \\ F_{Mhu/LB1} \\ F_{Mhu/LB2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \\ F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \\ \Delta z \\ \Delta \ddot{z} \end{bmatrix}$$

Die im Steuervektor \mathbf{u}_T enthaltenen Magnetkräfte stellen keine direkte Eingangsgröße in das System dar. Am Prüfstand wird der Strom in den Elektromagneten vorgegeben, wodurch sich über den theoretischen Zusammenhang, der in Gleichung (5.20) beschrieben ist, eine Magnetkraft einstellt. Somit stellt die Stromvorgabe die tatsächliche Eingangsgröße dar. Jede einzelne Magnetkraft kann wiederum durch ein Zustandsraummodell beschrieben werden. Die Ermittlung dieser Modelle wird im Kapitel 5.3 beschrieben. Sowohl die Steuergrößen als auch die Störgrößen sind Eingänge in das System, lediglich mit dem Unterschied, dass die Steuergrößen aktiv beeinflusst werden können. Die Matrizen \mathbf{B} , \mathbf{E} und die beiden Vektoren \mathbf{u}_T , \mathbf{z} können als Systemeingänge zusammengefasst werden. Mit der Ausgangsgleichung werden die benötigten Systemausgänge berechnet. Die wichtigste Regelgröße stellt die Normalkraft F_N dar, die jedoch in den Bewegungsgleichungen noch nicht vorkommt. Daher wird die Ausgangsgleichung erst zu einem späteren Zeitpunkt definiert. Die Zustandsdifferentialgleichung der Bewegungsgleichungen können nun zu

$$\dot{\mathbf{x}}_T(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_T(t) + [\mathbf{B}|\mathbf{E}] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_T(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

zusammengefasst werden. Für die weitere Verwendung wird das Zustandsraummodell diskretisiert. Als Abtastfrequenz wird dieselbe Abtastfrequenz wie bei der Ermittlung des Zustandsraummodells der Elektromagnete verwendet. Aus der Zustandsdifferentialgleichung wird nun eine Zustandsdifferenzgleichung:

$$\mathbf{x}_T(k+1) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_T(k) + \mathbf{B}_{du}\mathbf{u}_T(k) + \mathbf{B}_{dz}\mathbf{z}(k) \quad (4.11)$$

4.4.2. Zustandsraumdarstellung des Gesamtmodells

Jede am Translator angreifende Magnetkraft wird wiederum durch ein Zustandsraummodell beschrieben. Wie sich später bei der Identifikation herausstellte (siehe Abschnitt 5.3.5) ist es zielführender für jede Kraft ein Multiple Input-Single Output-System (MISO-System) zu erstellen. Die Eingänge in das System stellen die Stromvorgabe und der Luftspalt des Elektromagneten dar. Da die identifizierten Kraftmodelle um einen Arbeitspunkt bestimmt werden, handelt es sich bei den Stellgrößen um Δ -Größen. Allgemein kann für jede Magnetkraft folgende Gleichung angeschrieben werden:

$$\mathbf{x}_{Fi}(k+1) = \mathbf{A}_{Fi} \mathbf{x}_{Fi}(k) + \mathbf{B}_{Fi} \begin{bmatrix} \Delta i_{soll,i}(k) \\ \Delta s_i(k) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{y}_{Fi}(k) = \Delta \mathbf{F}_i(k) = \mathbf{C}_{Fi} \mathbf{x}_{Fi} \quad (4.13)$$

$$i = 1, \dots, m \text{ (} m \dots \text{Anzahl der Magnetkräfte)}$$

Die Variable Δs_i ist die Änderung des Luftspalts der einzelnen Elektromagnetpaare. Diese Abstandsinformationen müssen noch in den gewählten Freiheitsgraden (Zustandsgrößen und Störgrößen) ausgedrückt werden. Jede Luftspaltänderung kann als folgende Linearkombination dargestellt werden:

$$\Delta \mathbf{s}_i(k) = \mathbf{M}_i \mathbf{x}_T(k) + \mathbf{P}_i \mathbf{z}(k) \quad (4.14)$$

Dabei ist zu beachten, dass diese Umrechnung zwar unabhängig von der aktuellen x-Position des Translators ist, jedoch keine Größe direkt gemessen werden kann. In späterer Folge muss die Luftspaltänderung aus den Positionssensorsignalen berechnet werden, wodurch eine Abhängigkeit von der x-Position des Translators entsteht.

Die Reihenfolge der Luftspalte ist durch die Reihenfolge der Kräfte im Steuervektor \mathbf{u}_T vorgegeben.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta s_{Mv/LB1} \\ \Delta s_{Mv/LB1} \\ \Delta s_{Mho/LB1} \\ \Delta s_{Mho/LB2} \\ \Delta s_{Mhu/LB1} \\ \Delta s_{Mhu/LB2} \end{bmatrix}}_{\Delta \mathbf{s}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -L_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{H_1+H_2+H_3+H_5}{H_1+H_3} & 0 & -\frac{LA}{2} & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{H_1+H_2+H_3+H_5}{H_1+H_3} & 0 & -\frac{LA}{2} & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{H_3-H_4}{H_1+H_3} & 0 & -\frac{LA}{2} & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{H_3-H_4}{H_1+H_3} & 0 & -\frac{LA}{2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_u} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \varphi \\ \vartheta \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \\ F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \\ \Delta z \\ \Delta \ddot{z} \end{bmatrix}}$$

Fast man nun alle Magnetkräfte zusammen und trennt die Eingangsmatrix nach den beiden Eingängen, so erhält man für die Zustandsdifferenzgleichung:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{F1}(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{Fm}(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{F1} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{Fm} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_F} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{F1}(k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{Fm}(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_F} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i,1} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{i,m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta i_{soll,1}(k) \\ \vdots \\ \Delta i_{soll,m}(k) \end{bmatrix}}_{\Delta \mathbf{i}_{soll}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{s,1} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{s,m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_s} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta s_1(k) \\ \vdots \\ \Delta s_m(k) \end{bmatrix}}_{\Delta \mathbf{s}}$$

$$\mathbf{x}_F(k+1) = \mathbf{A}_F \mathbf{x}_F(k) + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{i}_{soll} + \mathbf{B}_s \Delta \mathbf{s} \quad (4.15)$$

und für die Ausgangsgleichung:

$$\begin{bmatrix} \Delta F_i(k) \\ \vdots \\ \Delta F_m(k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{F1} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Fm} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_F} \mathbf{x}_F(k)$$

Ersetzt man $\Delta \mathbf{s}$ in der Gleichung (4.15) durch (4.14) und fasst die Matrizen \mathbf{B}_s , \mathbf{M}_u zu \mathbf{B}_x und \mathbf{B}_s , \mathbf{P} zu \mathbf{B}_z zusammen, so lässt sich das Zustandsraummodell für alle Magnetkräfte wie folgt anschreiben:

$$\mathbf{x}_F(k+1) = \mathbf{A}_F \mathbf{x}_F(k) + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{i}_{soll} + \mathbf{B}_x \mathbf{x}_T + \mathbf{B}_z \mathbf{z} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{y}_F(k) = \Delta \mathbf{F}(k) = \mathbf{C}_F \mathbf{x}_F(k) \quad (4.17)$$

Der Ausgangsvektor $\Delta \mathbf{F}(k)$ entspricht dem Steuervektor $\mathbf{u}_T(k)$ in Gleichung (4.11).

Nun können die beiden Gleichungen (4.11) und (4.16) zu folgendem Gesamtmodell zusammengefasst werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_T(k+1) \\ \mathbf{x}_F(k+1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_{du} & \mathbf{C}_F \\ \mathbf{B}_x & \mathbf{A}_F & \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_T(k) \\ \mathbf{x}_F(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{dz} \\ \mathbf{B}_i & \mathbf{B}_z \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}|\mathbf{E}]} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{i}_{soll}(k) \\ \mathbf{z}(k) \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{z}(k) \end{bmatrix}}$$

Die Systemeingänge können in den steuerbaren Teil (Matrix \mathbf{B}) und in den Störanteil (Matrix \mathbf{E}) aufgespalten werden.

Zuletzt muss noch die Ausgangsgleichung definiert werden. Als Ausgangsgrößen (Regelgrößen) werden die Verschiebungen und die Normalkraftabweichung ΔF_N definiert, wobei sich die Verschiebungen direkt aus dem Zustandsvektor ergeben. Die Berechnung der Normalkraftabweichung erfolgt aus dem Schwerpunktsatz in z-Richtung, der im Arbeitspunkt wie folgt lautet:

$$m_T \Delta \ddot{z} = \Delta F_N - \Delta F_{Mv/LB1} - \Delta F_{Mv/LB2} - F_{Az} \quad (4.18)$$

Setzt man für die Magnetkräfte wiederum die Gleichung (4.17) ein, so kann die Abweichung der Normalkraft ΔF_N folgendermaßen in der Ausgangsgleichung berechnet werden.

$$\Delta F_N = m_T \Delta \ddot{z} + \mathbf{C}_{F1} \mathbf{x}_{F1} + \mathbf{C}_{F2} \mathbf{x}_{F2} + F_{Az} \quad (4.19)$$

Das Zustandsraummodell des Gesamtmodells lautet mit den oben zusammengefassten Systemmatrizen:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\mathbf{z}(k) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}\mathbf{z}(k) \quad (4.21)$$

4.5. Definition der zu bestimmenden Parameter

Im vorherigen Abschnitt wurde das Gesamtmodell zur Beschreibung der dynamischen Vorgänge am Translator allgemein hergeleitet. Um nun den Reglerentwurf durchführen zu können, müssen zuerst einige Parameter bestimmt werden.

Für das kinematische Modell des Translators sind zur Verbesserung der Genauigkeit folgende Parameter zu bestimmen:

- Die Lage des Massenschwerpunktes und
- das Massenträgheitsmoment.

Die Bestimmung dieser beiden Parameter ist im Kapitel 5.1 und 5.2 genauer beschrieben. Für das Zustandsraummodell der Magnetkräfte sind die Parameter der Systemmatrizen der Gleichung (4.12) und (4.13) zu bestimmen. Um diese zu erhalten, muss für jeden Magnettyp ein eigener Messaufbau realisiert werden. Die Beschreibung der Messaufbauten und die anschließende Messdatenauswertung ist dem Kapitel 5.3 zu entnehmen.

5. Experimentelle Parameterbestimmung

Für das mathematische Modell des Translators ist es notwendig, zahlreiche Parameter experimentell zu bestimmen. Dies soll im folgenden Kapitel näher erläutert werden.

5.1. Bestimmung des Schwerpunkts

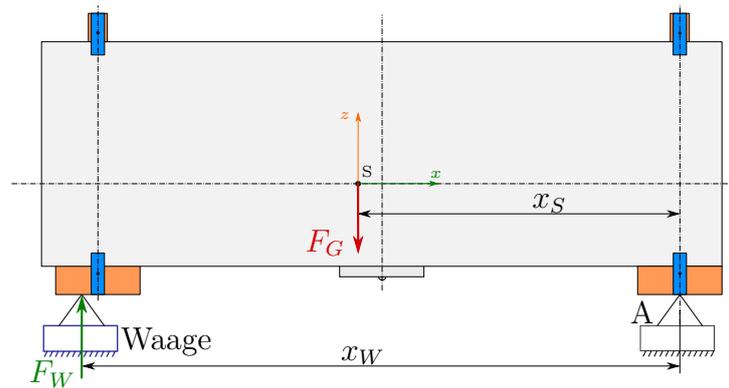
Die Abstandssensoren für die Messung der vertikalen Position des Translators wurden gegenüber ihrer ursprünglichen Position in die Mitte des Translators versetzt. Durch diese Maßnahme mussten zusätzliche Aluminiumbleche am Translator angebracht werden. Auf Grund dieser Änderung und zur Sicherstellung der aktuellen Schwerpunktposition wird die Lage des Schwerpunkts neu vermessen. Zu diesem Zweck wird der Translator auf zwei Punkte gelagert, wobei in einem Punkt die Aufstandskraft gemessen wird. Der schematische und reale Aufbau für die Abstandsbestimmung in x-Richtung sind in den Abbildungen 5.1(a) und (b) ersichtlich. Die Berechnung der Schwerpunktlage erfolgt über das Aufstellen des Momentengleichgewichts bezüglich des Aufstandspunktes A.

$$\sum_{i=1}^2 M_{i(A)} = 0 \quad (5.1)$$

$$F_G \cdot x_S - F_W \cdot x_W = 0 \quad (5.2)$$

$$\implies x_S = \frac{F_W \cdot x_W}{F_G} \quad (5.3)$$

Mit dieser Vorgehensweise wird achsenweise die genaue Schwerpunktlage bestimmt.



(a) schematische Darstellung



(b) realer Aufbau

Abbildung 5.1.: Messaufbau zur Schwerpunktsberechnung

5.2. Bestimmung des Massenträgheitsmoments

So wie die genaue Schwerpunktslage ist auch das Massenträgheitsmoment des Translators für ein genaues Modell ein wichtiger Parameter. Die Bestimmung des Massenträgheitsmoments erfolgte über eine Analyse der Schwingungsdauer des pendelnden Translators. Durch die Unzugänglichkeit des Schwerpunkts wurden für die unterschiedlichen Massenträgheitshauptachsen zwei unterschiedliche Methoden verwendet.

5.2.1. Berechnung aus der Pendelschwingung

Bekanntermaßen kann eine harmonische Schwingung durch folgende Differenzialgleichung beschrieben werden

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \quad (5.4)$$

wobei x die Auslenkung und ω die Kreisfrequenz darstellt. In Abbildung 5.2 ist das physikalische Pendel dargestellt. Dabei handelt es sich um einen massebehafteten Körper, der drehbar und reibungsfrei im Punkt A gelagert ist. Lenkt man den Körper aus, so übt die Schwerkraft ein rückstellendes Moment aus und der Körper schwingt um seine Gleichgewichtslage. Die bereits für kleine Winkel $\sin \varphi = \varphi$ linearisierte Bewegungsgleichung ergibt sich zu:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgr}{I}\varphi = 0 \quad (5.5)$$

Durch Vergleich der beiden Gleichungen (5.4) und (5.5) kann man sofort die Kreisfrequenz ω ablesen und die Schwingungsdauer T_{schw} ergibt sich zu:

$$T_{schw} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} \quad (5.6)$$

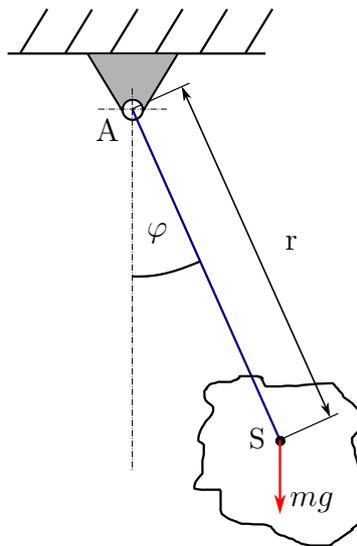


Abbildung 5.2.: Physikalisches Pendel

Zur Ermittlung des Translator-Massenträgheitsmoments wird dieser nun so aufgehängt, dass der Translator möglichst nur um eine Achse schwingt. Der Messaufbau ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Der Translator ist auf Nylonschnüren aufgehängt, welche in der Abbildung schwer zu erkennen sind. Mit diesem Aufbau wird das Massenträgheitmoment um die x -Achse bestimmt. Ausgehend von der Ruhelage wird nun der Translator in eine Richtung ausgelenkt. Mittels einer Videokamera wird die Schwingung des Translators aufgezeichnet. Die verwendete Videokamera zeichnet mit 25 Bilder pro Sekunde auf. In der nachfolgenden Videoanalyse kann nun die Schwingungsdauer mit einer Auflösung von

5. Experimentelle Parameterbestimmung

0.04 s ermittelt werden (siehe Abbildung 5.4). Um eine bessere Genauigkeit zu erreichen, wird für die Berechnung der Schwingungsdauer der Mittelwert aus drei verschiedenen Versuchen mit jeweils zehn Schwingungsperioden berechnet. Die so ermittelte Schwingungsdauer beträgt:

$$T_{schw} = 1.395\dot{6} \text{ s} \quad (5.7)$$

Aus Gleichung (5.6) kann nun bei bekannter Schwingungsdauer (5.7) das Massenträgheitsmoment berechnet werden. Das mit einer Pendellänge von $r = 464.7 \text{ mm}$ und einer Masse von $m_T = 3.4019 \text{ kg}$ experimentell ermittelte Massenträgheitsmoment um den Aufhängungspunkt A ergibt sich zu:

$$I_A = \left(\frac{T_{schw}}{2\pi} \right)^2 m_T g r = 0.7658606 \text{ kgm}^2 \quad (5.8)$$

Abschließend muss noch mit dem Satz von Steiner das Massenträgheitsmoment in den Schwerpunkt verschoben werden.

$$I_{xx} = I_A - m_T r^2 = 0.0305857 \text{ kgm}^2 \quad (5.9)$$

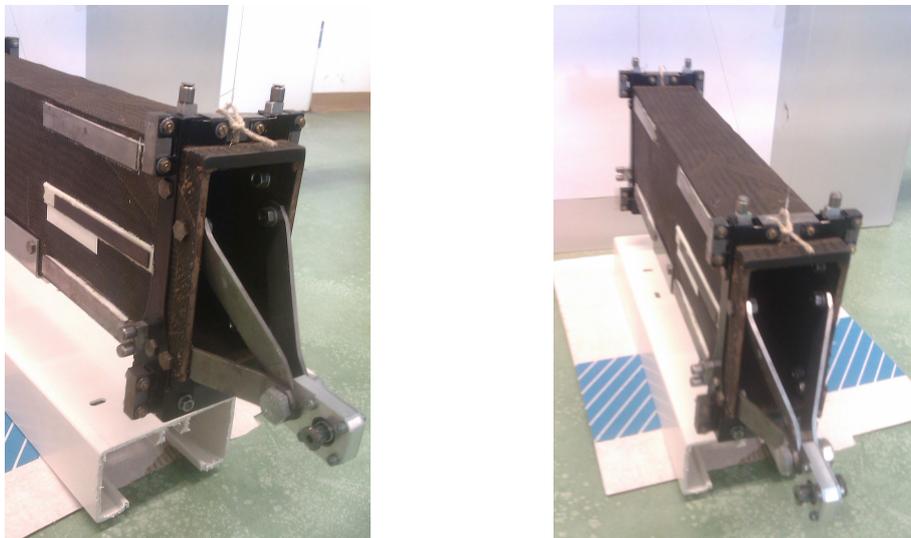


Abbildung 5.3.: Messaufbau zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments um die x-Achse

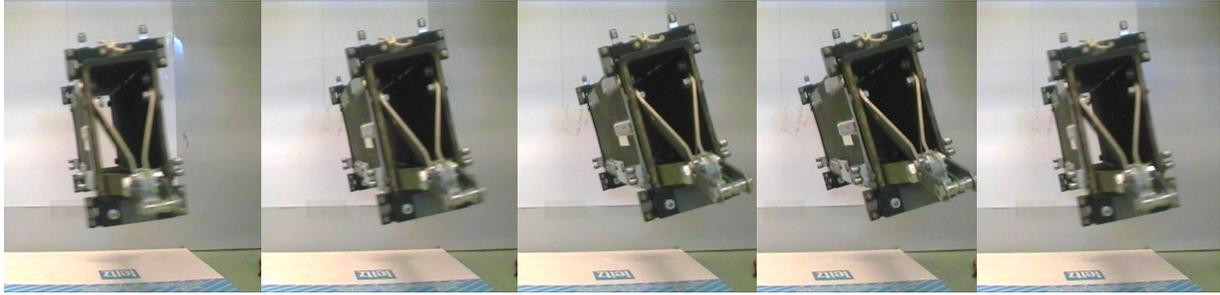


Abbildung 5.4.: Videoanalyse zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments

Fehlerabschätzung nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz

Jede direkt gemessene Größe ist mit einer Unsicherheit behaftet. Das Massenträgheitsmoment wird durch (5.8) berechnet und stellt somit eine indirekte Messgröße die wiederum fehlerbehaftet ist dar. Zur Berechnung der Unsicherheit ΔI_{xx} wird das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta I_{xx} = \sqrt{\left(\frac{\delta I_{xx}}{\delta T_{schw}} \cdot \Delta T_{schw}\right)^2 + \left(\frac{\delta I_{xx}}{\delta m_T} \cdot \Delta m_T\right)^2 + \left(\frac{\delta I_{xx}}{\delta r} \cdot \Delta r\right)^2} \quad (5.10)$$

verwendet, wobei ΔT_{schw} die Unsicherheit der Schwingungsdauer, Δm_T die der Masse und Δr die der gemessenen Länge ist. Die gemessenen Größen wurden mit folgender Unsicherheit ermittelt:

$$\begin{aligned} T_{schw} &= (1.395\dot{6} \pm 0.001\dot{3}) \text{ s} \longrightarrow \Delta T_{schw} = 0.001\dot{3} \text{ s} \\ m_T &= (3.4049 \pm 0.005) \text{ kg} \longrightarrow \Delta m_T = 0.005 \text{ kg} \\ r &= (0.4647 \pm 0.005) \text{ m} \longrightarrow \Delta r = 0.005 \text{ m} \end{aligned}$$

Setzt man nun (5.9) in (5.10) ein, so ergibt sich:

$$\Delta I_{xx} = \sqrt{\left(\frac{T_{schw} m_T g r}{2\pi^2} \cdot \Delta T_{schw}\right)^2 + \left(\left[\left(\frac{T_{schw}}{2\pi}\right)^2 g r - r^2\right] \cdot \Delta m_T\right)^2 + \left(m_T \left[\left(\frac{T_{schw}}{2\pi}\right)^2 g - 2r\right] \cdot \Delta r\right)^2} \quad (5.11)$$

Damit ergibt sich das berechnete Massenträgheitsmoment mit folgender Unsicherheit:

$$I_{xx} = 0.0305857 \pm 0.0077224 \text{ kgm}^2 \doteq 0.0305857 \text{ kgm}^2 \pm 25.25 \% \quad (5.12)$$

Der relative Fehler weist einen hohen Wert auf. Zusätzlich zum Messfehler entsteht durch die nicht exakte Anregung beim Schwingversuch ein zusätzlicher Fehler. Um eine höhere

Genauigkeit erreichen zu können müsste der gesamte Versuchsaufbau verbessert werden. Aus Zeitgründen wurde darauf verzichtet. Bei der Implementierung eines neuen Reglers müssen die Auswirkungen auf ein abweichendes Massenträgheitsmoment überprüft werden.

5.2.2. Berechnung aus der Drehschwingung

Für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments um die z-Achse wird der Translator, nicht wie vorhin erklärt, auf Schnüren aufgehängt, sondern auf einem Draht, der in der Schwerpunktsachse montiert ist. Dies war notwendig, da bei der Befestigung mit Schnüren durch die geringe Breite des Translators keine harmonische Schwingung um die z-Achse erreicht werden konnte. In Abbildung 5.5(a) ist der Aufbau ersichtlich. Zuerst wurde, wie in der Abbildung ersichtlich, ein Kupferdraht verwendet. Später wurde dieser jedoch gegen einen Stahldraht ausgetauscht, da es beim Kupferdraht schon bei geringer Verdrehung zu einer plastischen Verformung kam. Stellt man, wie schon beim vorigen Versuch, die linearisierte Bewegungsgleichung auf und vernachlässigt die Dämpfung, so ergibt sie sich zu

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D^*}{I}\varphi = 0 \quad (5.13)$$

wobei D^* das noch unbekannte Richtmoment darstellt. Das Richtmoment D^* entspricht der Federkonstante k einer linearen Feder. Nach Vergleich von (5.13) mit (5.5) kann das Massenträgheitsmoment mit folgender Formel berechnet werden:

$$I_{zz} = \left(\frac{T_{schw}}{2\pi}\right)^2 D^* \quad (5.14)$$

Zur Bestimmung des Richtmoments D^* wird der Versuch zuerst mit einem Referenzkörper mit bekanntem Massenträgheitsmoment durchgeführt (siehe Abbildung 5.5(b)). Als Referenzkörper wird ein Stück Rundstahl mit einem Durchmesser von $\varnothing 139.75 \text{ mm}$ und einer Länge von $L = 36.5 \text{ mm}$ verwendet. Damit ergab sich ein Richtmoment von:

$$D^* = 0.010555 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \quad (5.15)$$

Die Ermittlung der Schwingungsdauer erfolgt, wie beim vorigen Versuch, über die Videoanalyse. Aus Formel (5.14) lässt sich nun das gesuchte Massenträgheitsmoment um die z-Achse bestimmen.

$$I_{zz} = \left(\frac{11.063 \text{ s}}{2\pi} \right)^2 \cdot 0.010555 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 0.098079 \text{ kg m}^2 \quad (5.16)$$

Fehlerabschätzung nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz

Berechnet man nun wiederum die Fehlerabschätzung, so muss zuerst der Fehler bei der Berechnung des Richtmoments ermittelt werden. Wendet man das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz für das Richtmoment D^* an, so ergibt sich folgende Berechnungsformel:

$$\Delta D^* = \sqrt{\left(\left(\frac{T_{schw}}{2\pi} \right)^2 \cdot \Delta I \right)^2 + \left(\frac{-8\pi^2 I}{T_{schw}^3} \cdot \Delta T_{schw} \right)^2} = 0.0003009 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \quad (5.17)$$

Die Fehlerabschätzung für das Massenträgheitsmoment I_{zz} ergibt sich nun zu:

$$\Delta I_{zz} = \sqrt{\left(\left(\frac{T_{schw}}{2\pi} \right)^2 \cdot \Delta D^* \right)^2 + \left(\frac{T_{schw} D^*}{2\pi^2} \cdot \Delta T_{schw} \right)^2} \quad (5.18)$$

Somit ergibt sich folgende Ungenauigkeit:

$$I_{zz} = 0.098079 \pm 0.009320 \text{ kg m}^2 \doteq 0.098079 \text{ kg m}^2 \pm 9.44 \% \quad (5.19)$$

Auch hier weist das berechnete Massenträgheitsmoment eine, wenn auch niedriger als beim ersten Versuch, hohe Unsicherheit auf.



(a) Drahtaufhängung



(b) Referenzobjekt

Abbildung 5.5.: Messaufbau für die Massenträgheitsmomentbestimmung - Drehschwingung

5.2.3. Zusammenfassung

Nach Analyse beider Messmethoden zeigte sich, dass beide Aufbauten keine zufriedenstellende Genauigkeit ergaben. Aus diesem Grund wurde auf einen weiteren Versuch für die Bestimmung des Massenträgheitsmomentes um die y -Achse verzichtet, da die Montagemöglichkeiten am Translator in dieser Achse noch schwieriger waren und somit eine noch niedrigere Genauigkeit zu erwarten war. Für das Massenträgheitsmoment I_{yy} wurde auf die CAD-Daten zurückgegriffen. Um eine geringere Unsicherheit zu erreichen, müsste der komplette Versuchsaufbau überarbeitet werden. Aus Zeitgründen wurde dies jedoch nicht durchgeführt.

5.3. Systemidentifikation der Elektromagnete

5.3.1. Allgemein

Ein großer Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Bestimmung des Übertragungsverhaltens der Elektromagnete. Gesucht ist der Zusammenhang zwischen einer bestimmten Stromvorgabe und der daraus resultierenden Magnetkraft. Erstellt man ein mathematisches Modell des elektromagnetischen Teilsystems, so ergibt sich folgender Zusammenhang [6]:

$$F_M = \frac{n^2 A \mu_0}{4} \frac{i^2}{s^2} = k \frac{i^2}{s^2} \quad (5.20)$$

F_M ... Magnetkraft

n ... Anzahl der Windungen

A ... Flussquerschnitt

μ_0 ... magnetische Feldkonstante

i ... Strom durch Spule

s ... Luftspalt

wobei alle Parameter des Elektromagneten in der Konstante k zusammengefasst werden können. In Formel 5.20 sieht man, dass die Magnetkraft quadratisch vom anliegenden Strom und reziprok quadratisch vom Luftspalt abhängt. Durch Differenzansteuerung der gegenüberliegenden Magnete erreicht man einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen Spulenstrom, Luftspalt und Magnetkraft. Erfolgt die Ansteuerung beider Elektromagnete mit einem Vormagnetisierungsstrom i_0 und dem Steuerstrom i_s , so ergibt sich für die Berechnung der Differenzkraft folgende Formel:

$$F_D = k_1 \cdot \frac{(i_0 + i_s)^2}{(s_0 - \Delta s)^2} - k_2 \cdot \frac{(i_0 - i_s)^2}{(s_0 + \Delta s)^2}, \quad (5.21)$$

wobei k_1 und k_2 die unterschiedlichen Elektromagnete und Δs die Luftspaltänderung um den Arbeitspunkt s_0 beschreibt. Eine genauere Beschreibung der Differenzansteuerung ist [2] zu entnehmen.

Zu Beginn wird ein Single Input-Single Output-System (SISO-System) identifiziert. Dabei wird versucht den Translator so zu fixieren, dass der Luftspalt im Magnetlager konstant bleibt. Somit wäre die resultierende Magnetkraft nur vom anliegendem Strom abhängig. Um Modelle für unterschiedliche Luftspaltabstände zu bekommen, müssten mehrere SISO-Modelle erstellt werden. Wie sich später bei der Messdatenauswertung herausstellte, konnte der Translator jedoch nicht so fest fixiert werden, dass keine Luftspaltänderungen auftraten. Daher wurden zusätzlich noch MISO-Systeme erstellt, wobei der Luftspalt als zusätzlicher Systemeingang definiert wird. Der Vorteil gegenüber SISO-Systemen besteht darin, dass kleine Abweichungen um den Arbeitspunkt im Modell erfasst werden.

Das zu identifizierende System beinhaltet nicht nur rein den Elektromagneten, sondern auch zahlreiche weitere Komponenten. In Abbildung 5.6 ist die Systemgrenze mit den

5. Experimentelle Parameterbestimmung

inkludierten Haupt-Teilsystemen dargestellt. Zusätzlich befinden sich noch Filter- und Verstärkerplatten innerhalb des Systems.

Die aus der Identifikation gewonnene Übertragungsfunktion setzt sich daher aus mehreren Einzelsystemen zusammen:

$$G_{sys} = G_{DSP} \cdot G_V \cdot G_{EM} \quad (5.22)$$

Im Falle eines MISO-Systems ergibt die Identifikation zwei Übertragungsfunktionen. Neben dem Zusammenhang zwischen Strom und Magnetkraft ergibt die Identifikation auch die Abhängigkeit vom Luftspalt.

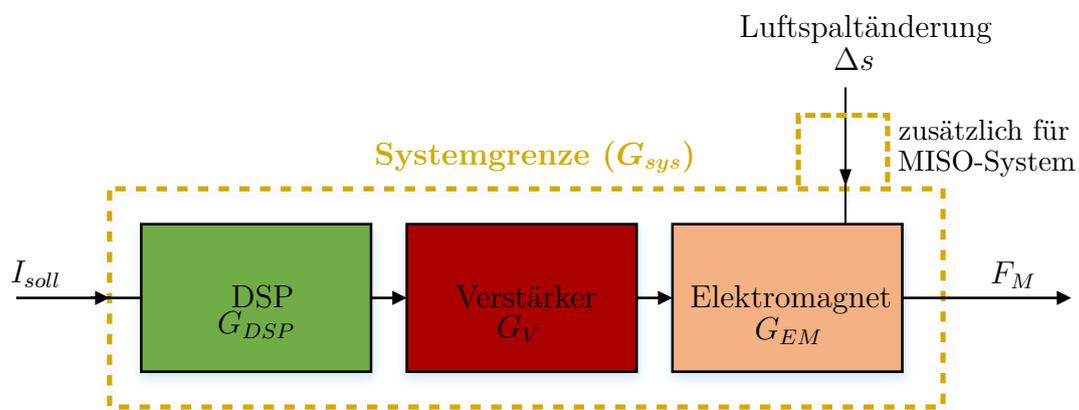


Abbildung 5.6.: Systemgrenze für die Identifikation

Ansteuerung der Magnete

Der DSP erzeugt in Abhängigkeit vom gewünschten Spulenstrom ein PWM-Signal. Das Signal liegt am Ausgang des DSP an, wird durch einen Gate-Treiber verstärkt und gelangt anschließend zum Leistungsverstärker, der den notwendigen Strom für die Elektromagnete zu Verfügung stellt. In Abbildung 5.7 ist der Zusammenhang zwischen dem PWM-Signal und dem Spulenstrom, ohne einen konstanten Stromfluss durch die Spule, dargestellt. Bei einer PWM-Periode von 50/50 beträgt der Stromanstieg gleich dem Stromabfall. Daraus ergibt sich im Mittel ein konstanter Stromfluss durch die Spule. Das Einstellen eines bestimmten Stromwerts kann nur im geschlossenen Regelkreis erfolgen. Zu diesem Zweck ist ein Stromregler implementiert. Es handelt sich dabei um einen PI-Regler, der bereits implementiert war. Soll ein vorgegebener Stromwert durch den Elektromagneten fließen, so berechnet der Stromregler das notwendige Tastverhältnis des PWM-Signals. Um einen Stromanstieg zu erreichen muss die Einschaltdauer des PWM-Signal größer als 50% (mittleres Bild in Abbildung 5.7) sein. Eine Verringerung des Stroms kann durch eine Tastverhältnis von kleiner als 50% (rechtes Bild) erreicht werden. In der Praxis kann jedoch kein negativer Strom eingeregelt werden. Bei Betrieb der Elektromagnete fließt ein konstanter Strom durch die Spule. Dieser kann durch ein Tastverhältnis größer als 50% erreicht werden. Den konstanten Strom nennt man Biasstrom. Ausgehend vom Biasstrom kann nun der sogenannte Steuerstrom erhöht bzw. verringert werden.

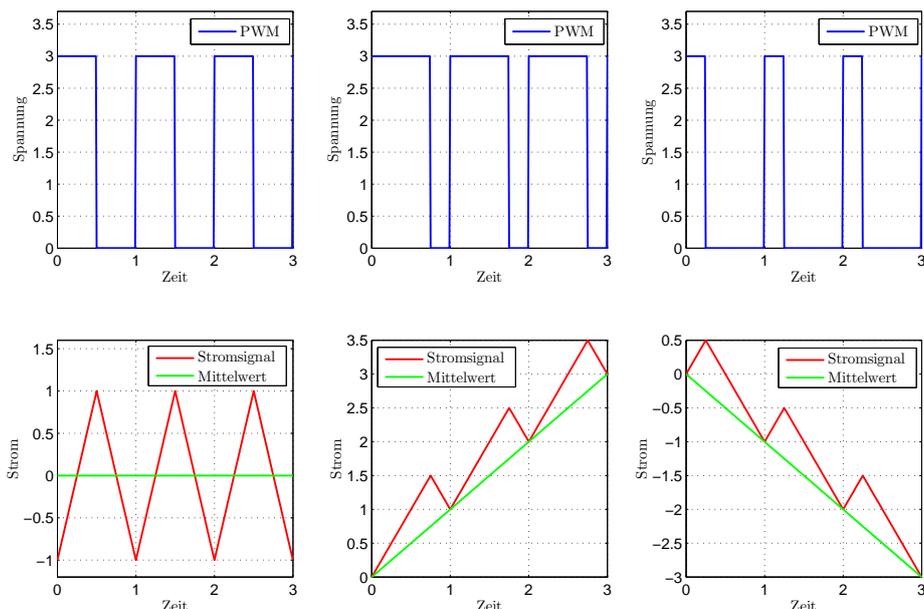


Abbildung 5.7.: Zusammenhang zwischen PWM-Signal und Spulenstrom

5. Experimentelle Parameterbestimmung

Da ein Elektromagnet nur anziehende Kräfte ermöglicht, müssen für die Positionierung eines Körper zwei gegenüberliegende Elektromagnete angesteuert werden. Abbildung 5.8 zeigt die Ansteuerung der beiden Magnete und die daraus resultierende Bewegung des Körpers im Magnetfeld. Die Darstellung stellt den Idealfall ohne Berücksichtigung von Störfaktoren dar und soll zum besseren Verständnis beitragen.

Werden beide Spulen nur vom Biasstrom (I_B) durchflossen, so ändert der Körper seine Position nicht. Erhöht man den Strom im oberen Magneten (I_o) und verringert ihn im unteren (I_u) im selben Ausmaß, so erreicht man eine Bewegung nach oben. Gleichermäßen erreicht man eine Bewegung nach unten durch Umkehr der Stromänderungen.

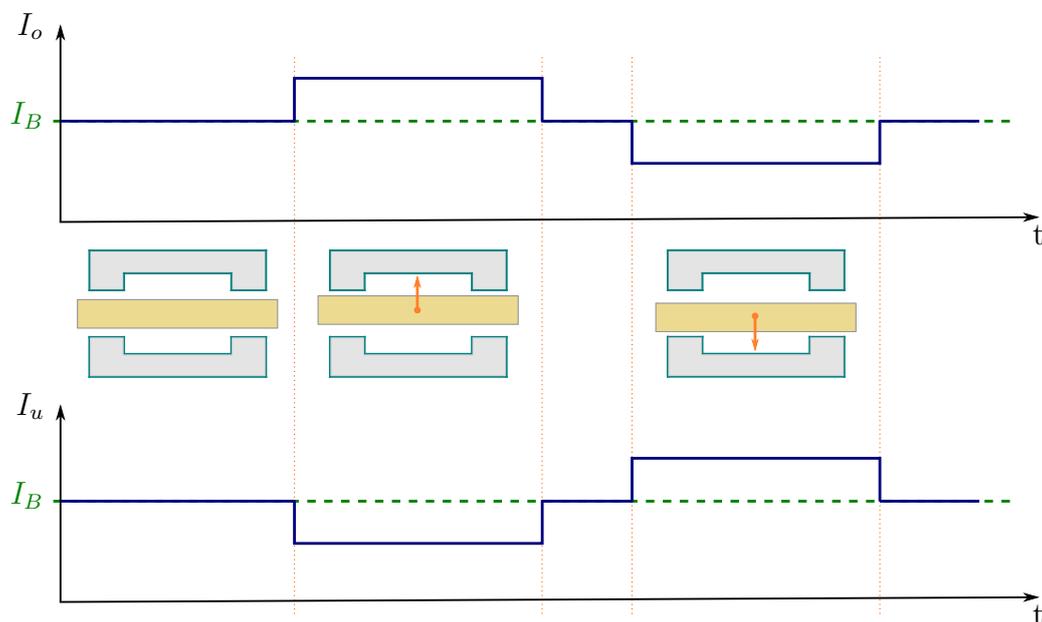


Abbildung 5.8.: Magnetansteuerung

Signalverlauf bei der Identifikation

Abbildung 5.9 zeigt den Signalverlauf bei der Identifikation. Das für die Identifikation notwendige Erregersignal wird in LabVIEW generiert und über einen D/A-Wandler ausgegeben. Bei dem Signal handelt es sich um ein zufällig erzeugtes Spannungssignal mit Werten zwischen 0 V und 1 V. Dieses Signal wird durch den DSP erfasst und stellt die Eingangsgröße in das System dar (siehe Abbildung 5.6). Im DSP-Programm wird das Signal mit der gewünschten Stromvorgabe multipliziert, zum gewählten Biasstrom addiert und dem Stromregleralgorithmus zugeführt. Der weitere Verlauf entspricht der bereits im vorigen Abschnitt erklärten Magnetansteuerung.

Die Messung des tatsächlichen Spulenstrom schließt den Stromregelkreis. Bei der Identifikation wird der Stromregler mit identifiziert. Aus diesem Grund werden die Reglerparameter des Stromreglers vor der Identifikation noch angepasst und dürfen nachträglich nicht mehr variiert werden, da sich sonst auch das Systemverhalten ändert.

Die resultierende elektromagnetische Kraft und die Translatorposition werden zusätzlich zum Sollstrom für die Systemidentifikation aufgezeichnet.

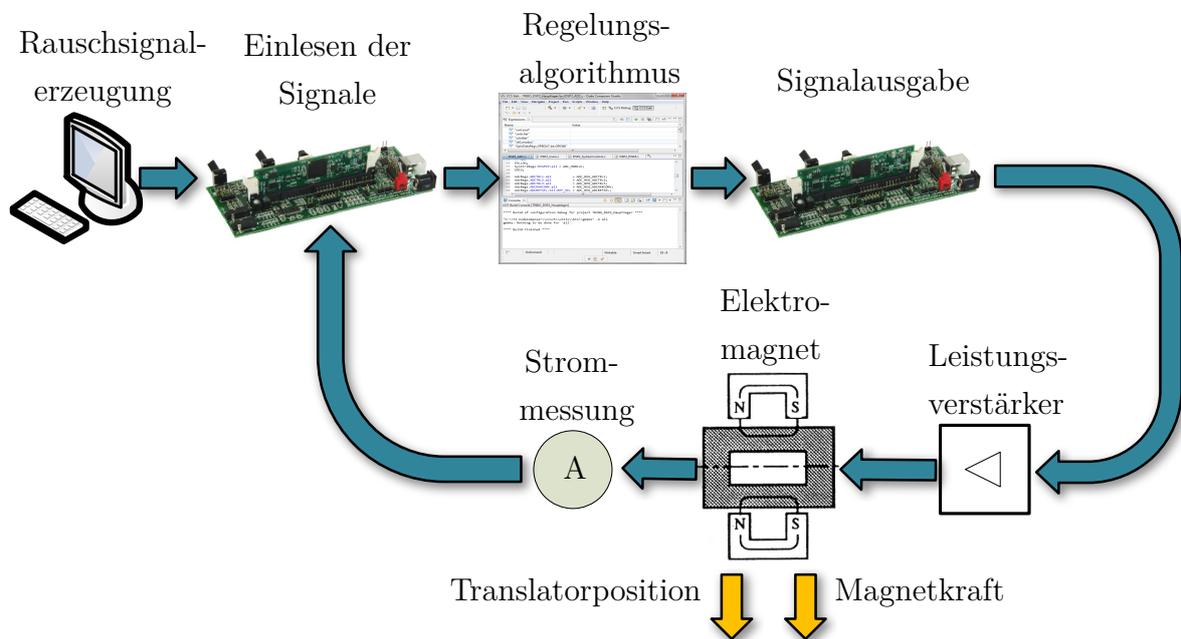


Abbildung 5.9.: Signalverlauf bei der Identifikation

5.3.2. Messdatenerfassung

Der Messaufbau zur Aufzeichnung der Identifikationsdaten unterscheidet sich zwischen den einzelnen Magnettypen. Im Prüfstand sind zwei unterschiedliche Magnetpaartypen verbaut. Die vier Stützlager und die beiden Hauptlager weisen jeweils die selben Kenndaten auf. Da alle Magnete handgefertigt wurden, kann es zu geringen Eigenschaftsabweichungen zwischen den einzelnen Magneten kommen. Aus Zeitgründen wurde jedoch nur für jeden Magnettypen eine Identifikation durchgeführt.

Die Messdatenerfassung erfolgt über ein CompactDAQ-System von National Instruments. Für die Darstellung und Aufzeichnung der Messdaten wird LabVIEW verwendet. Alle Messdaten werden unbearbeitet in einem .txt-Format abgespeichert und danach mit MATLAB analysiert. Bei den Messdaten handelt es sich um Spannungssignale. Um den Zusammenhang mit der physikalischen Größe zu bekommen, müssten die Signale mit der Empfindlichkeit der Messsensoren multipliziert werden. Die Empfindlichkeiten für die verwendeten Sensoren sind dem Anhang A.4 zu entnehmen. Bei der Identifikation wird der Sollstrom als Eingangsgröße herangezogen. Der tatsächlich auftretende Strom wird zwar aufgezeichnet, hat jedoch auf die Auswertung keinen Einfluss. Für die Identifikation der Magnetkraft ist die Größe des Luftspaltes relevant. Diese kann nicht direkt gemessen werden und muss aus den Sensorsignalen abgeleitet werden (Abbildung 5.10). Die Umrechnung erfolgt später bei der Messdatenauswertung.

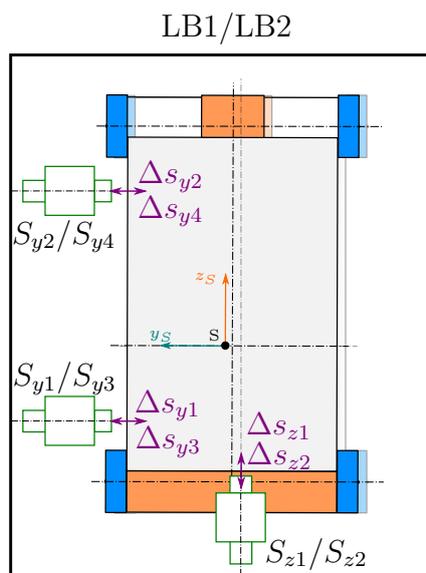


Abbildung 5.10.: Weginformation der Abstandssensoren

Stützmagnet

Für die Aufzeichnung der Magnetkraft wurde zuerst ein piezoelektrischer Kraftaufnehmer verwendet. Dieser hat den Vorteil einer geringen Baugröße und es können hochdynamische Kräfte aufgezeichnet werden. Um für die Identifikation auch statische Kräfte verwenden zu können, wurde nachfolgend jedoch ein Kraftsensor basierend auf der Dehnmessstreifen-Technologie eingesetzt, mit dem diese Kräfte leicht gemessen werden können.

Zur Messung der Magnetkraft wird ein Kraftsensor des Typs S2M der Firma HBM verwendet. Der Aufbau des Sensors ist in Abbildung 5.11(a) ersichtlich. Um einen konstanten Anpressdruck auf den Kraftsensor zu gewährleisten wird an der gegenüberliegenden Seite ein starrer Anschlag montiert 5.11(b). Bei der Montage des Kraftsensors werden zwischen dem Blechpaket am Translator und dem Elektromagneten Papierstreifen eingelegt, um einen bestimmten Abstand einstellen zu können. Nach dem Fixieren des Kraftaufnehmers und des Translators wird dieser Abstand erneut vermessen. Liegt der Translator im Notlager so ergeben sich zwischen dem Blechpaket und den beiden Schenkeln des Elektromagnets zwei unterschiedliche Abstände. Es werden beide notiert und anschließend der Mittelwert gebildet. Zusätzlich zum tatsächlichen Abstand zwischen dem Translator und dem Elektromagnet wird der aktuelle Spannungswert des Positionssensors, der sich am nächsten zum Magneten befindet, notiert. Beim Stützlager wurde angenommen, dass die Luftspaltänderung gleich der Änderung des Positionssignals des Sensors, der sich am Nächsten zum Elektromagneten befindet, entspricht. Um für die Messdatenauswertung alle Informationen wieder zuordnen zu können, wird jede Messreihe nach einem definierten Schlüssel abgespeichert, der dem Anhang A.3 zu entnehmen ist.



(a) Kraftmessung



(b) Fixierung

Abbildung 5.11.: Messaufbau zur Stützlageridentifikation

Hauptmagnet

Zur Identifikation der Hauptlagermagnete wird anstatt eines externen Kraftsensors die im Prüfstand verbaute Kraftmessung verwendet. Diese besteht aus jeweils einer DMS-Messung pro Lagerbock und mehreren, miteinander verbundenen, Piezokraftsensoren im Hubtisch. Für die Identifikation wird nur die Kraftmessung in einem Lagerbock verwendet. Eine schematische Prinzipskizze des Messaufbaus ist in Abbildung 5.12 ersichtlich. Abbildung 5.13 zeigt den tatsächlichen Aufbau. Um eine Gegenkraft zur Magnetkraft erzeugen zu können, wird der Translator mit einem Auflagedorn und zusätzlichen Gewindestangen am Hubtisch fixiert (5.13(b)). Die Identifikation des Hauptlagermagneten wird im Lagerbock 1 durchgeführt. Um ungewollte Bewegungen des Translators zu verhindern, werden zwischen dem Translator und den Elektromagneten im Lagerbock 2 Papierstreifen als Abstandhalter eingelegt. Im oberen Magneten müsste der Luftspalt vollständig ausgefüllt werden, damit der Translator keine Verdrehung um die y-Achse erfährt. Dies ist jedoch auf Grund von Toleranzen und der Tatsache, dass der exakte Abstand nicht mittels Papierstreifen und Fühlerlehren erreicht werden kann, nicht möglich. Zusätzlich kommt es auch schon bei geringen Strömen zu einer geringen Verformung des Translators. Die sich so ergebende Luftspaltänderung auf Grund der Drehung um den Kontaktpunkt muss aus dem Sensorsignal berechnet werden. Die Umrechnung unter der Annahme, dass sich der Translator mittig befindet ($\Delta x = 0$) ergibt sich zu:

$$\Delta s_{Mv/LB1} = \frac{LA}{LA - 2 \cdot L_{S_{z1}}} \cdot \Delta s_{z1} \quad (5.23)$$

Wird nun der Elektromagnet im Lagerbock 1 bestromt, so zieht die Magnetkraft den Lagerbock in Richtung des fixierten Translators und die erreichte Magnetkraft wird über die DMS-Messung aufgezeichnet.

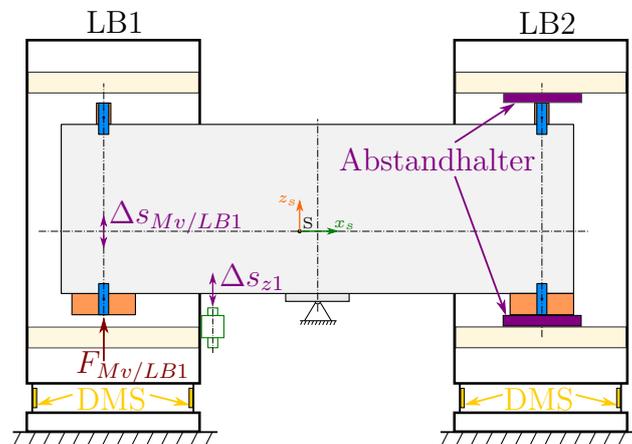
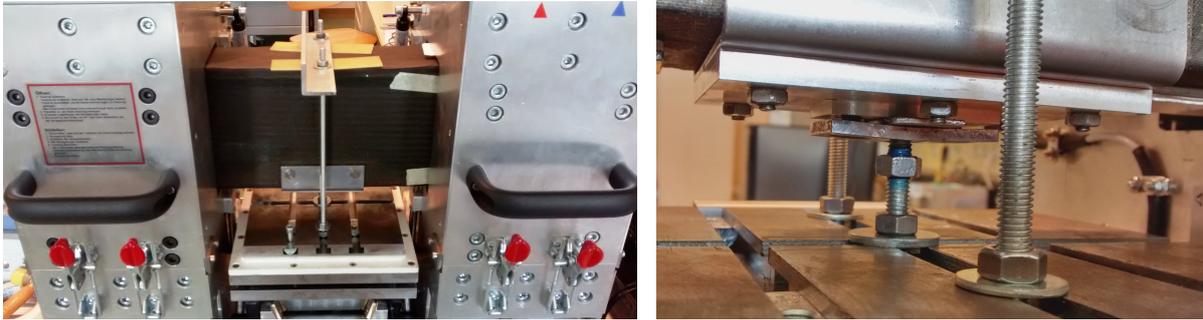


Abbildung 5.12.: Prinzipskizze des Messaufbaus zur Hauptlageridentifikation



(a) Translatorfixierung

(b) Auflagedorn

Abbildung 5.13.: Realer Messaufbau zur Hauptlageridentifikation

Die Messdatenauswertung gleicht jener der Identifikation der Stützlager. Der Dateischlüssel zur Abspeicherung der Messdaten unterscheidet sich gegenüber der mit den Stützmagneten und ist dem Anhang A.3 zu entnehmen.

5.3.3. Voridentifikation

Bei der Voridentifikation soll ein rascher Eindruck der Eigenschaften des dynamischen Systems gewonnen werden. Dadurch können eine Abschätzung der notwendigen Modellordnung und etwaige auftretende Totzeiten definiert werden. Zur Voridentifikation werden zwei unterschiedliche Verfahren herangezogen. Beide Verfahren sind nur bedingt im geschlossenen Regelkreis anwendbar. Dies muss bei der Beurteilung der Voridentifikation beachtet werden. Zum Ersten wird eine Korrelationsanalyse durchgeführt. Ausgangspunkt dieses Verfahrens ist die *Wiener-Hopf* Gleichung:

$$R_{uy}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)R_{uu}(\tau + k) \quad (5.24)$$

wobei R_{uy} die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF) zwischen Eingang u und Ausgang y , R_{uu} die Autokorrelationsfunktion (AKF) des Eingangssignals und $g(k)$ die Gewichtsfolge des diskreten Systems ist. Liegt nun weißes Rauschen am Eingang an, so ist die KKF gleich der Gewichtsfolge. Da das reale Signal kein weißes Rauschen ist, muss man die Signale vorher noch filtern um ein Eingangssignal zu bekommen, das möglichst ähnlich einem

5. Experimentelle Parameterbestimmung

weißen Rauschen ist. Als zweite Methode wird eine Spektralanalyse durchgeführt. Das Ergebnis dieser Analyse liefert eine Schätzung der Übertragungsfunktion $\hat{G}^N(i\omega)$

$$\hat{G}^N(i\omega) = \frac{\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)}{\hat{\Phi}_u^N(\omega)} \quad (5.25)$$

Eine genauere Erklärung beider Methoden ist aus [7] zu entnehmen.

Die Voridentifikation mit den Spannungssignalen (ohne Umrechnung in die physikalischen Größen) wird in MATLAB durchgeführt. Anschließend ist das Ergebnis der Voridentifikation eines SISO-Systems für den vorderen unteren Stützmagnet des Lagerbocks 1 genauer beschrieben. Für ein MISO-System ist die Vorgehensweise ähnlich bis auf die Analyse von jeweils zwei Funktionen anstatt einer. In dem beschriebenen Versuch wurde ein Biassstrom von 1 A und ein maximaler Sollstrom von ebenfalls 1 A vorgegeben. Somit beträgt der einzuregelnde Stromwert zwischen 1 A und 2 A. Der Abstand zwischen dem Elektromagnet und dem Blechpaket am Translator beträgt 0.38 mm. In Abbildung 5.14 sind die Rohdaten der beiden Messsignale dargestellt. Bei diesen Signalen handelt es sich um ein Spannungssignal. Um den Zusammenhang mit dem tatsächlich angelegten Strom bzw. mit der sich ergebenden Kraft zu erhalten, müssten die Signale noch mit der Empfindlichkeit des Messverstärkers multipliziert und mit allenfalls vorkommenden Offsets korrigiert werden. Für die weitere Identifikation werden die Messsignale zuerst mittelwertfrei gemacht und ein möglicher linearer Trend entfernt. Die Signale mit entferntem Mittelwert sind in Abbildung 5.15 dargestellt.

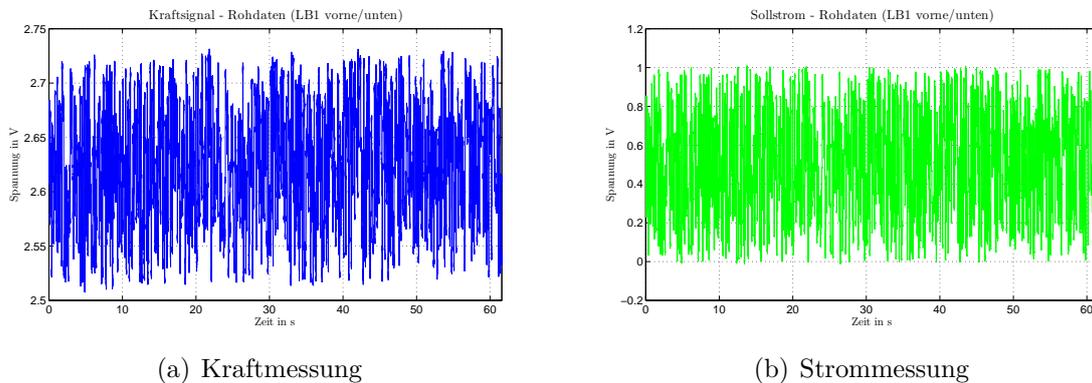


Abbildung 5.14.: Messdaten bei 1 A/1 A und 0.38 mm

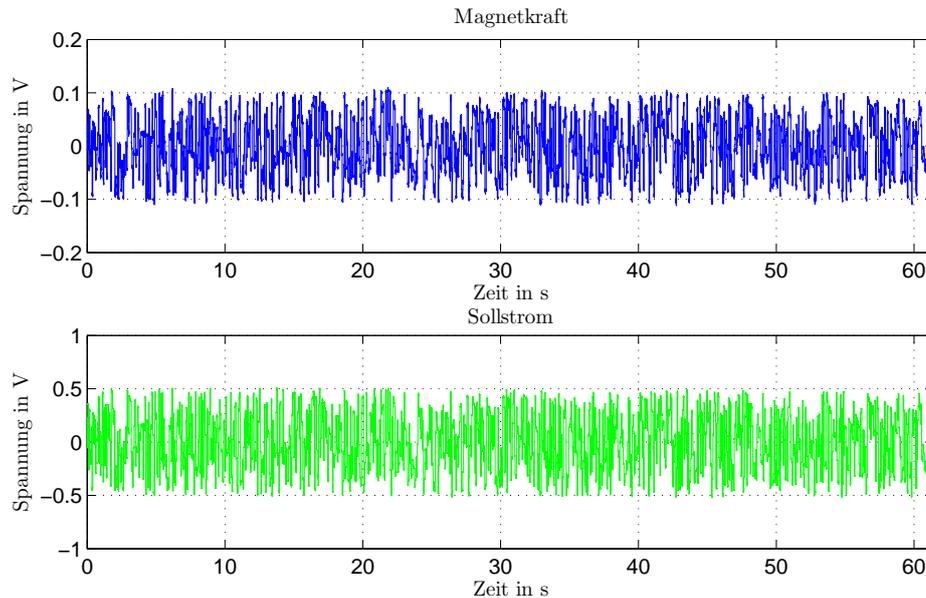
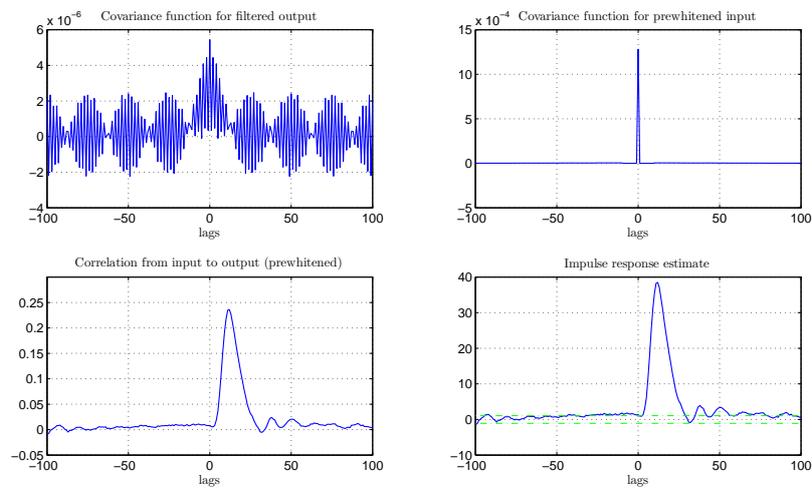


Abbildung 5.15.: Mittelwertfreier Messdatensatz

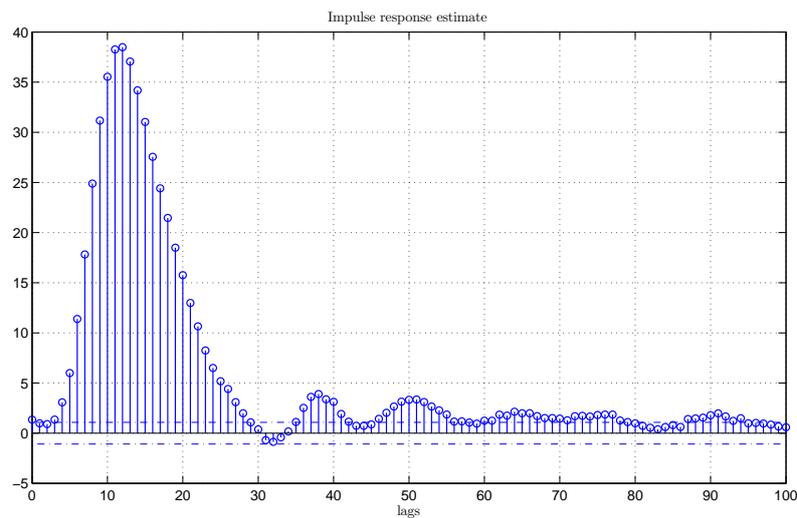
Korrelationsanalyse

Die durchgeführte Korrelationsanalyse ergibt das in Abbildung 5.16 dargestellte Ergebnis. Abbildung 5.16(b) zeigt die vergrößerte Darstellung der Impulsantwort, die auch in Abbildung 5.16(a) in den beiden unteren Bildern erkennbar ist. Wie in diesen beiden Bildern zu sehen ist, entspricht die KKF zwischen dem Ausgang und dem Eingang der Gewichtsfolge. Die beiden oberen Abbildungen zeigen die Kovarianzfunktion des gefilterten Ein- und Ausgangs. Im linken oberen Bild ist durch den Peak bei Null gut zu erkennen, dass der gefilterte Eingang weißem Rauschen entspricht.

Durch die Impulsantwort bekommt man nun einen qualitativen Eindruck des Systemverhaltens. Die Totzeit kann mit der Anzahl der Abtastwerte bis zum deutlichen Anstieg der Amplitude abgeschätzt werden. Als erste Annahme wird eine Totzeit von ca. 4 Abtastwerten festgelegt. Beim Abklingen der Impulsantwort erfolgt ein negatives Überschwingen. Eine mögliche Ursache dafür könnte der mechanische Messaufbau für die Kraftmessung sein. Sowohl der Aufbau selbst, als auch der Kraftsensor, besitzen eine gewisse Nachgiebigkeit. Ein weiterer Grund für das Überschwingen könnte der implementierte Stromregler sein. Als mögliche Systemordnung werden vorerst zwei oder drei festgelegt. Für die weitere Identifikation muss darauf geachtet werden, ob das Überschwingen möglicherweise durch die zu identifizierende Systemstrecke verursacht wird.



(a) Analyseergebnis



(b) Impulsantwort

Abbildung 5.16.: Korrelationsanalyse

Spektralanalyse

Die Spektralanalyse ergibt, wie schon vorher erwähnt, eine Abschätzung der Übertragungsfunktion $\hat{G}^N(i\omega)$. Die Impulsantwort dieser Abschätzung ist in Abbildung 5.17 ersichtlich. Durch die Aufzeichnung der Messdaten mit einer Abtastfrequenz von 2.5 kHz ergibt sich eine Abtastzeit von $4 \cdot 10^{-4}$ s. Bei der Korrelationsanalyse wurde eine Totzeit von 4 Abtastwerten abgeschätzt, was einer Zeit von $1.6 \cdot 10^{-3}$ s entspricht.

Diese Totzeit stimmt ungefähr mit der Totzeit, die bei der Impulsantwort der Spektralanalyse auftritt, überein. Somit liefern beide Analysemethoden zur Voridentifikation vergleichbare Ergebnisse.

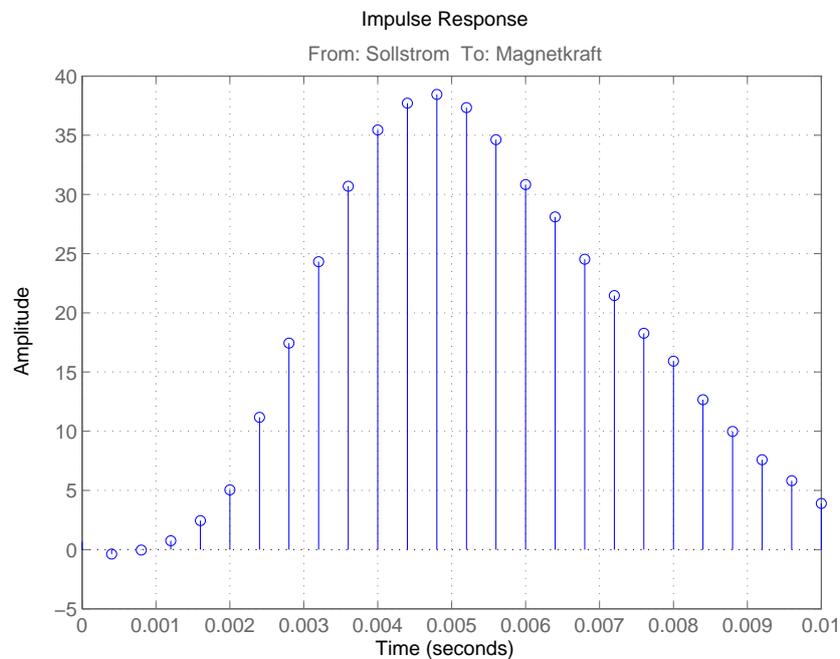


Abbildung 5.17.: Abgeschätzte Impulsantwort mittels Spektralanalyse

5.3.4. SISO-Modellberechnung

Mit den Erkenntnissen aus der Voridentifikation können nun im nächsten Schritt unterschiedliche Systemmodelle berechnet werden. Unter der Annahme, dass der Abstand zwischen dem Translator und dem Elektromagnet konstant bleibt, handelt es sich bei diesem System um ein SISO-System. Zu Beginn muss eine Modellstruktur gewählt werden. Bei der Erstidentifikation wurden drei unterschiedliche Modellstrukturen verwendet und anschließend bewertet. Bei den drei Modellstrukturen handelt es sich um ein BJ-Modell (*Box-Jenkins model*), ein ARX-Modell (*AutoRegression model with eXogenous input*) und ein OE-Modell (*output-error model*). Die Modelle unterscheiden sich im Rauschmodell (siehe Abbildung 5.18), wobei $e(k)$ weißes Rauschen darstellt.

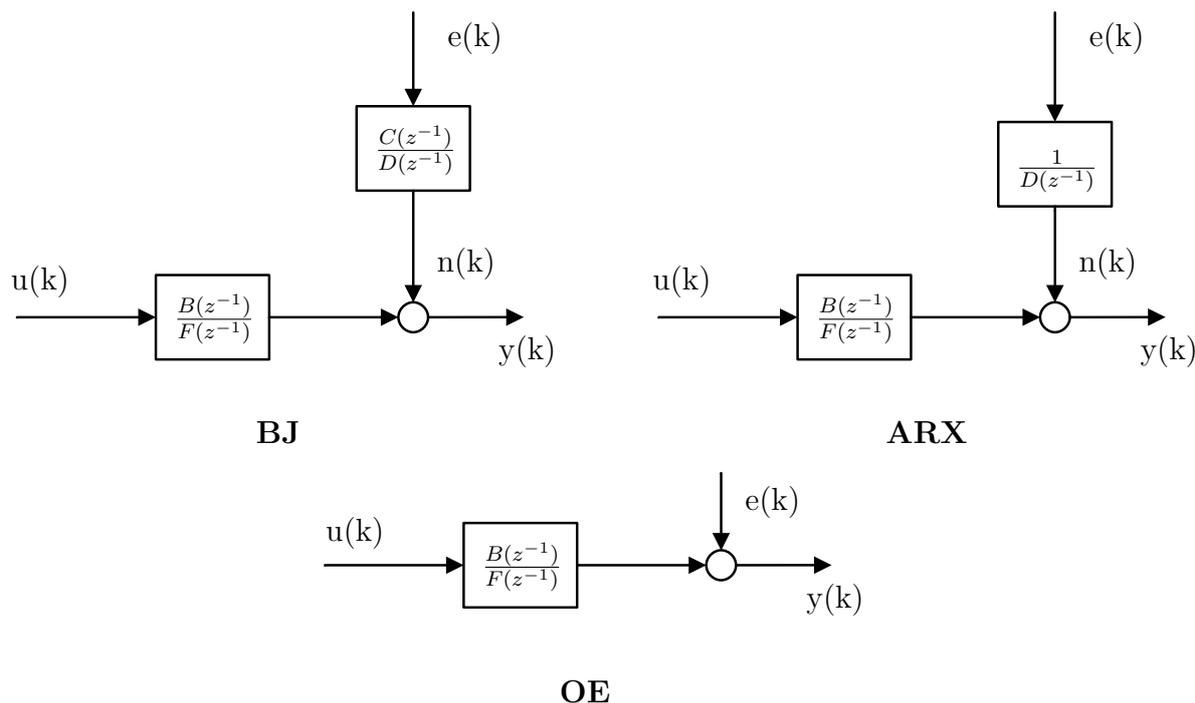


Abbildung 5.18.: Modellstrukturen

Das allgemeinste Modell stellt das BJ-Modell dar. In diesem Modell sind die Parameter von vier verschiedenen Polynomen zu schätzen. Die einfachste Struktur hat das OE-Modell, bei dem die Übertragungsfunktion des Rauschmodells gleich eins ist. Beim ARX-Modell ist das Nennerpolynom des Rauschmodells gleich dem Nennerpolynom der Übertragungsfunktion des dynamischen Systems. Eine genauere Beschreibung ist aus [7] zu entnehmen. Die Berechnung der unterschiedlichen Modelle wird mit der MATLAB Identification Toolbox durchgeführt. Dabei werden Modelle mit unterschiedlicher Modellstruktur, Modellordnung und Totzeit berechnet und mit den Validierungsdaten verglichen. Die Validierungsdaten stellen einen Teil der Messdaten dar und werden nicht für die Berechnung des Modells verwendet. Als Maß für die Übereinstimmung mit den Validierungsdaten dient der sogenannte FIT,

$$FIT = \left[1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \right] \cdot 100 \quad (5.26)$$

wobei y der gemessene Ausgang, \hat{y} der simulierte Ausgang und \bar{y} der gemittelte gemessene Ausgang ist. Je höher diese Zahl ist, desto besser stimmen die simulierten Ergebnisse mit den gemessenen überein.

In Abbildung 5.19 ist das Ergebnis aus unterschiedlichen Modellberechnungen mit der Ordnungszahl zwei dargestellt. Beim OE-Modell sowie beim BJ-Modell mit einer Totzeit

5. Experimentelle Parameterbestimmung

von fünf Abtastwerten ist ein Ausschlag in die negative Richtung erkennbar. Das weist auf eine zu gering gewählte Ordnungszahl oder Totzeit hin.

Erstellt man Modelle mit der Ordnungszahl drei, so ergeben sich die in Abbildung 5.20 dargestellten Ergebnisse. Die Ordnungszahl des Rauschmodells wurde gleich gelassen. Gegenüber den Modellen mit der Ordnungszahl zwei kommt es hier zu keinem Unterschwingen. Generell ist jedoch zu sagen, dass alle Modelle sehr ähnliches Verhalten aufweisen. Da sowohl beim BJ-Modell als auch beim OE-Modell keine markanten Verbesserungen gegenüber den Modellen mit zweiter Ordnung erreicht wurden, ist es für die Identifikation in diesem Arbeitspunkt ausreichend ein Modell zweiter Ordnung zu verwenden. Die berechneten Modelle ergeben den in Tabelle 5.1 und Tabelle 5.2 ersichtlichen FIT.

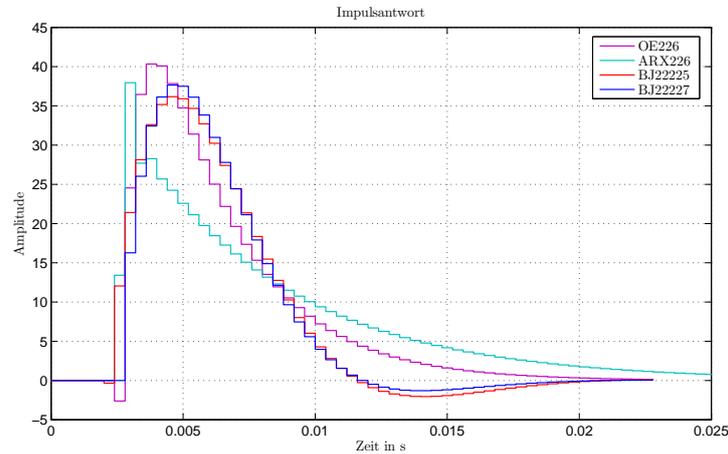


Abbildung 5.19.: Vergleich der Impulsantworten der Modelle 2. Ordnung

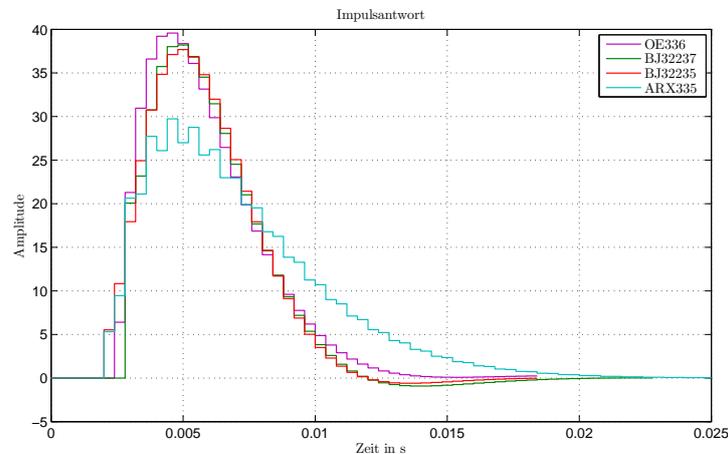


Abbildung 5.20.: Vergleich der Impulsantworten der Modelle 3. Ordnung

Modell	FIT
ARX226	81.97
BJ22227	81.6
BJ22225	81.87
OE226	84.56

Tabelle 5.1.: FIT der Modelle 2. Ordnung

Modell	FIT
ARX335	83.57
BJ32237	82.2
BJ32235	83.7
OE336	86.61

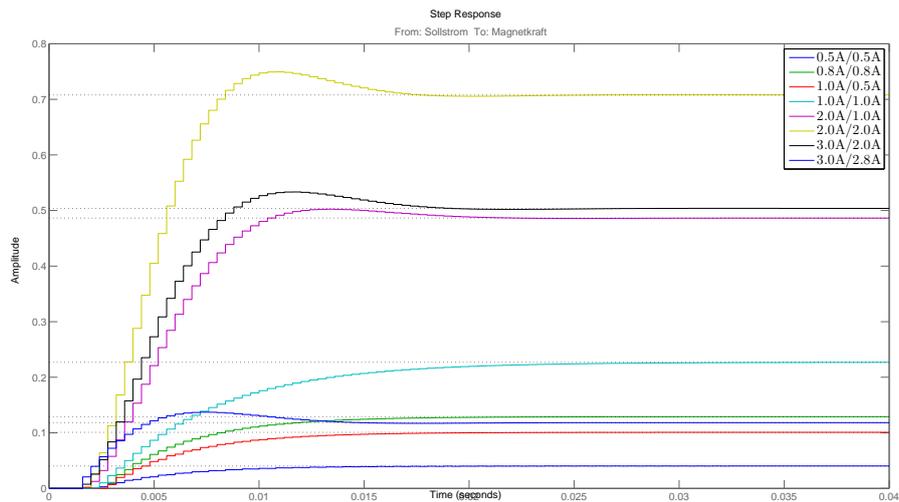
Tabelle 5.2.: FIT der Modelle 3. Ordnung

5.3.5. MISO-Modellberechnung

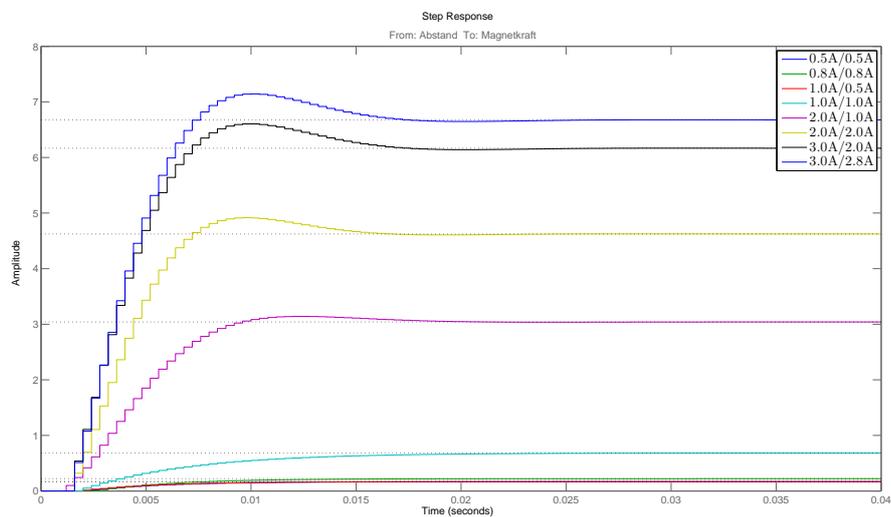
Bei der Auswertung der Messdaten mit höherer Stromvorgabe stellte sich heraus, dass beim verwendeten Prüfaufbau der Translator nicht so fixiert werden konnte, dass der Abstand des Translators zum Elektromagneten konstant bleibt. Aus diesem Grund wird zusätzlich ein MISO-System erstellt. Als zusätzlicher Systemeingang wird neben dem Strom noch der Luftspalt definiert. Als Darstellungsform des Modells wurde die Zustandsraumdarstellung gewählt, da diese später einfach in das Gesamtmodell eingefügt werden kann. Die Voridentifikation wurde gleich wie beim SISO-Modell ausgeführt. Das Berechnen der Zustandsraummodelle wird wiederum mit der *MATLAB-Identification Toolbox* durchgeführt. Wie schon beim SISO-System festgelegt, werden Modelle mit der Ordnungszahl zwei berechnet. Beim MISO-System muss jedoch darauf geachtet werden, dass zu jedem Systemeingang die Totzeit angepasst werden muss. Es wurden zahlreiche Modelle bei unterschiedlichen Abständen und Stromvorgaben berechnet. In Abbildung 5.21 sind die Sprungantworten bei einem mittleren Abstand des Translators von 0.29 mm zum Elektromagneten dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass alle Sprungantworten gleiches Verhalten aufweisen. Der erste Wert in der Legende gibt den Biasstrom an. Der maximale Stromwert, der zusätzlich zum Bias angelegt wird, ist mit der zweiten Zahl angegeben. Unter 5.21(a) erkennt man die Sprungantworten auf einen Stromsprung. Mit steigender Stromvorgabe steigt auch die stationäre Verstärkung, liegt aber immer unterhalb von eins. Die Zeitkonstanten sind bei höheren Strömen einigermaßen identisch. Ab einer Stromvorgabe von 2 A/2 A sinkt die Verstärkung jedoch wieder. In den Messdaten (Abbildung 5.22) ist zu erkennen, dass bei höheren Strömen so hohe Magnetkräfte entstehen, sodass der Translator in Richtung des Elektromagneten gezogen wird, bis der Translator den Elektromagneten berührt. Dadurch kommt es solange zum Berühren des Translators, bis ein gewisser Stromwert wieder unterschritten wird. Im Betrieb werden voraussichtlich keine so hohe stationäre Ströme notwendig sein. Durch eine hohe Reglerdynamik können jedoch kurzfristig hohe Ströme entstehen und daher werden diese Ströme weiterhin berücksichtigt.

5. Experimentelle Parameterbestimmung

Die Sprungantworten auf eine Änderung des Translaterabstands zeigen gleiches Verhalten. Die Tatsache, dass ab einem bestimmten Stromwert sich eine geringere Verstärkung einstellt, tritt hier nicht auf. Gegenüber einem Stromsprung weisen die Sprungantworten bei einem Positionssprung wesentlich größere stationäre Verstärkungen auf.



(a) Stromsprung



(b) Positionssprung

Abbildung 5.21.: Vergleich der Sprungantworten der MISO-Modelle

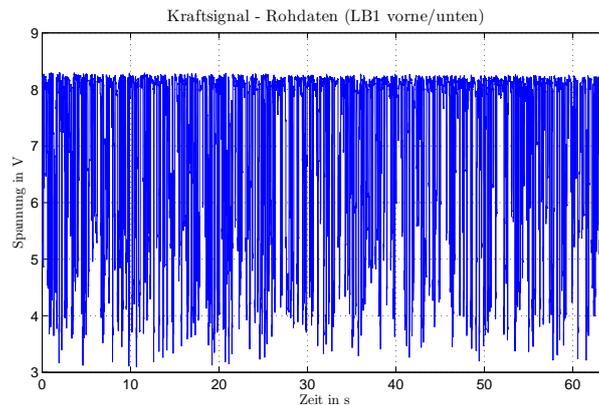


Abbildung 5.22.: Kraftmesssignal bei Anschlag des Translators

5.3.6. Zusammenfassung der Identifikationsergebnisse

Auf Grund des realisierten Messaufbaus und der daraus resultierenden Ergebnisse wird für die Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Magnetkraft ein MISO-Modell gewählt. Wie schon in Abbildung 5.21 ersichtlich war, weisen die Modelle mit unterschiedlichen Stromvorgaben ein ähnliches Verhalten auf und unterscheiden sich hauptsächlich in der stationären Verstärkung. Aus diesem Grund wird für die weitere Modellbildung vorerst nur ein Zustandsraummodell pro Magnettyp verwendet (Stützlager und Hauptlager). Für die Implementierung der beiden Zustandsraummodelle in das Gesamtmodell wird ein Zustandsraummodell, das in der Nähe des Arbeitspunktes ermittelt wurde, gewählt. Die Identifikation erfolgte direkt aus den gemessenen Spannungssignalen. Um die gewählten Modelle für die Magnetkräfte in das Gesamtmodell integrieren zu können, müssen diese jedoch die wahren physikalischen Größen aufweisen. Daher werden die gewählten Modelle nochmals, jedoch mit den physikalischen Größen als Eingangs- und Ausgangsgrößen, berechnet.

Stützlagermagnete

Das für die Stützlager gewählte Zustandsraummodell wurde bei einem Abstand von 0.38 mm und mit einem Biasstrom von 2 A ermittelt. Die Stromvariation zusätzlich zum Biasstrom betrug 1 A.

Die Systemmatrizen des Zustandsraummodells ergeben sich zu:

$$\mathbf{A}_{F3-F6} = \begin{bmatrix} 0.8937 & 0.07884 \\ -0.07884 & 0.8937 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{F3-F6} = \begin{bmatrix} 0.003105 & 190.7 \\ 0.00253 & 21.53 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{F3-F6} = \begin{bmatrix} 597.3 & -715 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_{F3-F6} = \mathbf{0}; \quad T_s = 0.004 \text{ s}$$

In Abbildung 5.23 sieht man die beiden Sprungantworten des Stützlagermodells. Für die Sprungantwort im rechten Bild (5.23(b)) wurde eine Positionsänderung von 0.1 mm vorgegeben. Die gewählte Totzeit beträgt für beide Eingänge jeweils drei Abtastwerte.

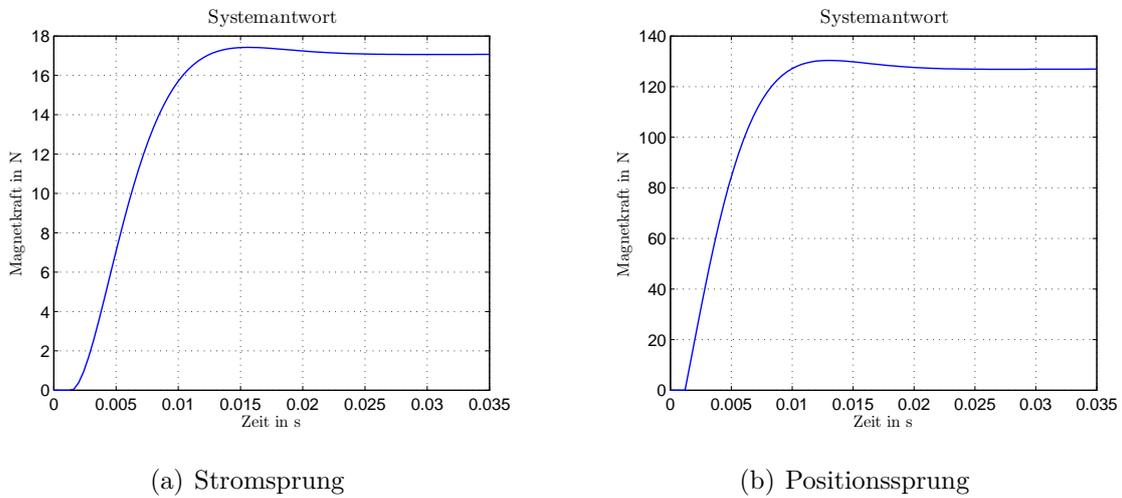


Abbildung 5.23.: Sprungantworten des identifizierten Stützlagermodells

Hauptlagermagnete

Für das Hauptlager wird ein Modell verwendet, bei dem der Abstand zwischen dem Elektromagnet und dem Translator zu Beginn der Messaufzeichnungen 0.45 mm betrug. Der Biasstrom und der zusätzlich variable Strom betragen jeweils 1 A. Die Systemmatrizen lauten:

$$\mathbf{A}_{F1/F2} = \begin{bmatrix} 0.9247 & 0.08642 \\ -0.08642 & 0.9247 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{F1/F2} = \begin{bmatrix} -0.0004376 & -15.96 \\ 0.002951 & -27.99 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{F1/F2} = \begin{bmatrix} 1141 & 216.5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_{F1/F2} = \mathbf{0}; \quad T_s = 0.004 \text{ s}$$

In Abbildung 5.24 sind die beiden Sprungantworten des Modells dargestellt. Im linken Bild ist erkennbar, dass ein Stromsprung von 1 A nach dem Einschwingvorgang eine Magnetkraft von ca. 23 N ergibt. Die negative Magnetkraft bei einem positiven Positionssprung

(5.24(b)) ergibt sich durch den Messaufbau. Ein Sprung in die positive z-Richtung bewirkte beim Messaufbau eine Abstandsvergrößerung im Magnetlager und somit eine Verringerung der Magnetkraft. Bei der Zusammenführung aller Zustandsraummodelle muss dies berücksichtigt werden. Wie schon beim Modell des Stützlagers zeigt die Abbildung 5.24(b) die Systemantwort auf einen Positionssprung von 0.1 mm. Bei diesem Modell beträgt die Totzeit des Stromeinganges sechs Abtastwerte und jene des zweiten Einganges fünf.

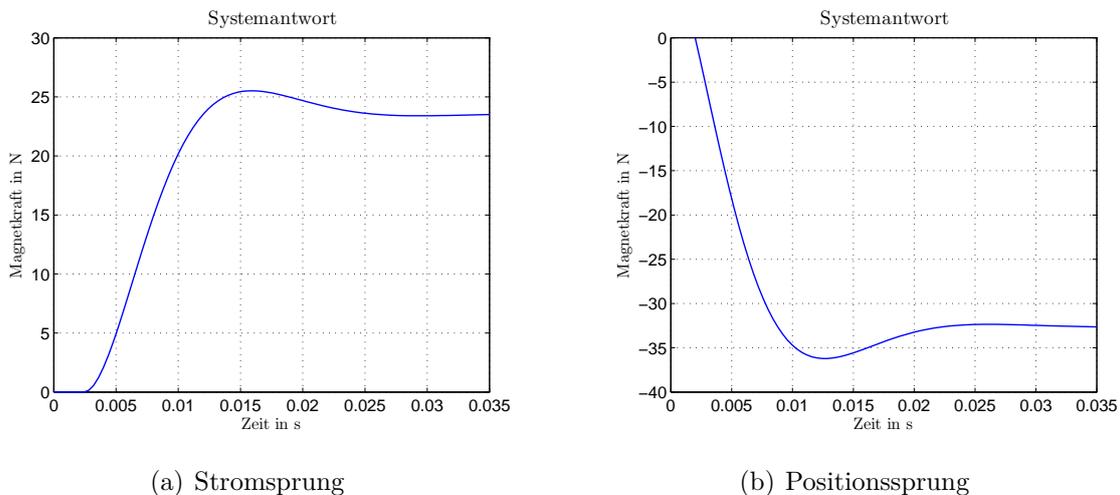


Abbildung 5.24.: Sprungantworten des identifizierten Hauptlagermodells

Die Systemantwort beim Stützlager in Abbildung 5.23(b) zeigt eine wesentlich größere Magnetkraftänderung als beim Hauptlagermagnet. Grund dafür ist unter anderem der geringere Luftspalt, der wie in Gleichung (5.20) ersichtlich, reziprok quadratisch in die Berechnung der Magnetkraft eingeht. Ein weiterer, nicht ganz auszuschließender, Grund dafür, kann die zugrundeliegende verwendete Sensor-Empfindlichkeit sein. Die Sensoren wurden nach dem Umbau nicht neu kalibriert, eine Abweichung zur tatsächlichen Sensor-Empfindlichkeit könnte dadurch gegeben sein.

5.3.7. Vergleich des identifizierten mit dem mathematischen Modell

Die identifizierten Kraftmodelle können nun mit den Ergebnissen der analytischen Gleichung (5.21) verglichen werden. Bei diesem Vergleich ist jedoch zu berücksichtigen, dass ein lineares Modell identifiziert wurde und die Systemgrenze des identifizierten Modells mehrere Subsysteme beinhaltet. Zusätzlich beeinflussen Messungenauigkeiten und Imperfektionen im System das Ergebnis.

Stützlagermagnete

Setzt man für den Vergleich mit dem Ergebnis der Stützlageridentifikation die Werte um den Arbeitspunkt ($i_0 = 2 A$, $i_s = 1 A$, $s_0 = 0.38 \cdot 10^{-3} m$ und $\Delta s = 0$) in die Gleichung (5.21) ein, so erhält man für die Differenzmagnetkraft:

$$F_{Mhu/LB1(analy)} = 52.695 N$$

Abbildung 5.25 zeigt den Vergleich mit dem identifizierten Modell. Der stationäre Wert beim experimentell ermittelten Modell beträgt $\sim 51.2 N$.

Der Vergleich im Arbeitspunkt zeigt eine gute Übereinstimmung. Definiert man zusätzlich eine Auslenkung von $\Delta s = 0.01 mm$ so ergibt sich bereits eine größere Differenz, wie in Abbildung 5.26 erkennbar ist. Grund dafür ist die starke Abhängigkeit der Magnetkraft vom Luftspalt. Der Arbeitspunkt (Luftspalt) wurde bei der Identifikation durch Einlegen von Papierstreifen vermessen. Somit weist der vermessene Abstandswert eine gewisse Toleranz auf, die sich verstärkt in der Magnetkraft auswirkt. Bei einer Messungenauigkeit von 5% beträgt der Unterschied in diesem Arbeitspunkt bereits 7 N.

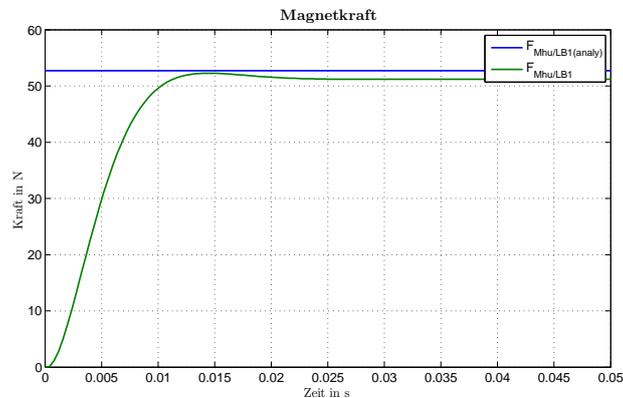


Abbildung 5.25.: Vergleich des analytischen Ergebnisses mit dem identifizierten Stützlagermodell im Arbeitspunkt

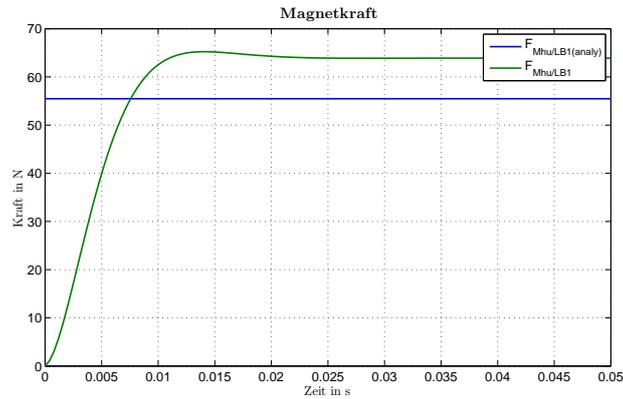


Abbildung 5.26.: Vergleich des analytischen Ergebnisses mit dem identifizierten Stützlagermodell (mit Auslenkung)

Hauptlagermagnete

Der Vergleich beim Hauptlager wird mit folgenden Werten durchgeführt: $i_0 = 1 A$, $i_s = 1 A$, $s_0 = 0.45 mm$ und $\Delta s = 0$. Das Simulationsergebnis in Abbildung 5.27 zeigt, wie schon beim Stützlager, eine geringere Magnetkraft des identifizierten Modells im Vergleich zur analytisch berechneten Kraft. Die analytische Kraft ergibt sich zu $F_{Mhu/LB1(analy)} = 67.3 N$, die Simulation ergibt etwa $62.6 N$.

So wie schon beim Stützlager wurde auch bei der Identifikation des Hauptlagers der Luftspalt mittels Papierstreifen vermessen. Zusätzlich befindet sich zum Schutz eine dünne Folie auf den einzelnen Elektromagneten. Diese wurde bei der Bestimmung von Δs nicht berücksichtigt, vergrößert den tatsächlichen Abstand und würde die beiden Werte noch mehr annähern.

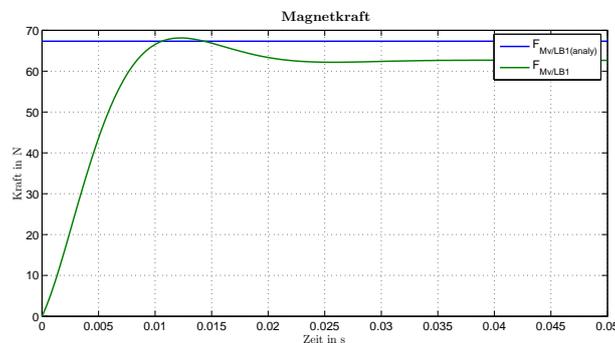


Abbildung 5.27.: Vergleich des analytischen Ergebnisses mit dem identifizierten Hauptlagermodell im Arbeitspunkt

Resümee

Die Abweichungen der Magnetkräfte befinden sich in einer annehmbaren Toleranz. Für die weitere Reglerauslegung werden beide identifizierten Magnetkraftmodelle verwendet. Beim Hauptlager ist die Abweichung zum analytischen Ergebnis etwas größer als beim Stützlager. Die sich in den beiden Modellen etwas geringer ergebende Magnetkraft hat zur Folge, dass der Regler höhere Steuerströme aufbringen muss, um bei gleichbleibendem Luftspalt eine gewisse Magnetkraft einstellen zu können. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass für die Magnetkräfte lineare Modelle identifiziert wurden, welche nur in einem sehr geringen Bereich um den Arbeitspunkt gelten. Für die Realisierung des Reglerentwurfs ist in weiterer Folge ein adaptiver Regler anzustreben. Mit diesem können größere Arbeitspunktbereiche abgedeckt werden.

6. Plausibilitätsüberprüfung des Gesamtmodells

Nach der Bestimmung aller notwendigen Parameter können diese nun in das Gesamtmodell, welches in Kapitel 4 hergeleitet wurde, eingesetzt werden. Zur Überprüfung des Gesamtmodells werden einzelne Steuer- bzw. Störgrößen vorgegeben und das Verhalten des Translators auf dessen Plausibilität überprüft. Bei der Überprüfung ist zu berücksichtigen, dass ein lineares Modell für die Magnetkraft identifiziert wurde. Die Magnetkraft stellt folgende Linearkombination um einen Arbeitspunkt dar:

$$\Delta F_M = K_1 \cdot \Delta i + K_2 \cdot \Delta s \quad (6.1)$$

Somit ergibt sich auch bei Änderung des Luftspalts eine Magnetkraft, ohne dass eine Stromänderung gegeben ist.

Da dieses System instabil ist, kann nur die Tendenz der Ausschläge kontrolliert werden. Das System kann nur durch einen Regler stabilisiert werden. Für die Überprüfung des Gesamtsystems wird ein Simulinkmodell erstellt (siehe Abbildung 6.1).

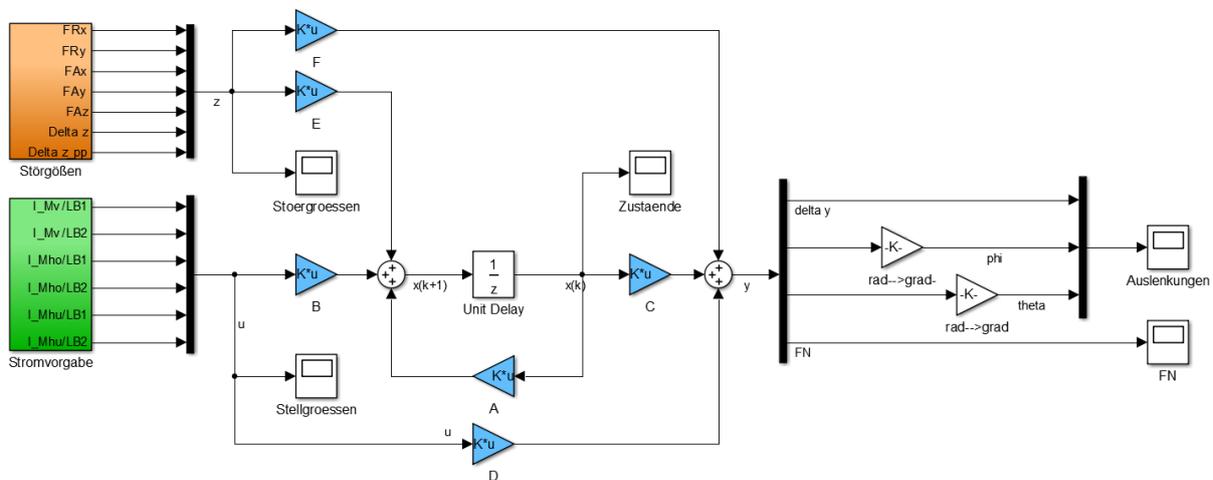


Abbildung 6.1.: Simulinkmodell des Gesamtsystems

Wird an den beiden Hauptlagermagneten ein Stromsprung vorgegeben, so ergibt sich der in Abbildung 6.2 gezeigte Verlauf. Die Verdrehung in die negative φ -Richtung entsteht durch die unsymmetrische Lage des Schwerpunkts. Durch den größeren Abstand der Magnetkraft im Lagerbock 2 zum Schwerpunkt bewirkt diese ein größeres Moment als die Magnetkraft in Lagerbock 1. Die Beaufschlagung der beiden Hauptlagermagnete mit Strom ergibt eine resultierende Normalkraft. Diese steigt auch nach Erreichen des

6. Plausibilitätsüberprüfung des Gesamtmodells

konstanten Stromwerts, da der Translator beschleunigt wurde und keine verzögernde Gegenkraft wirkt.

Abbildung 6.3 zeigt das Simulationsergebnis bei unterschiedlichen Stromvorgaben in den Stützlagern. Beide Stützlagermagnete im Lagerbock 2 werden mit einem höheren Strom betrieben als jene im Lagerbock 1. Daraus resultiert eine positive Verdrehung θ . Zusätzlich wird in den beiden oberen Stützlagermagneten ein Strom von 0.5 A aufgebracht. Dieser bewirkt eine Verdrehung um den Kontaktpunkt und daher auch eine Auslenkung in y -Richtung. Wie zu erwarten, haben die Kräfte in den Stützlagern keine Auswirkungen auf die Normalkraft F_N .

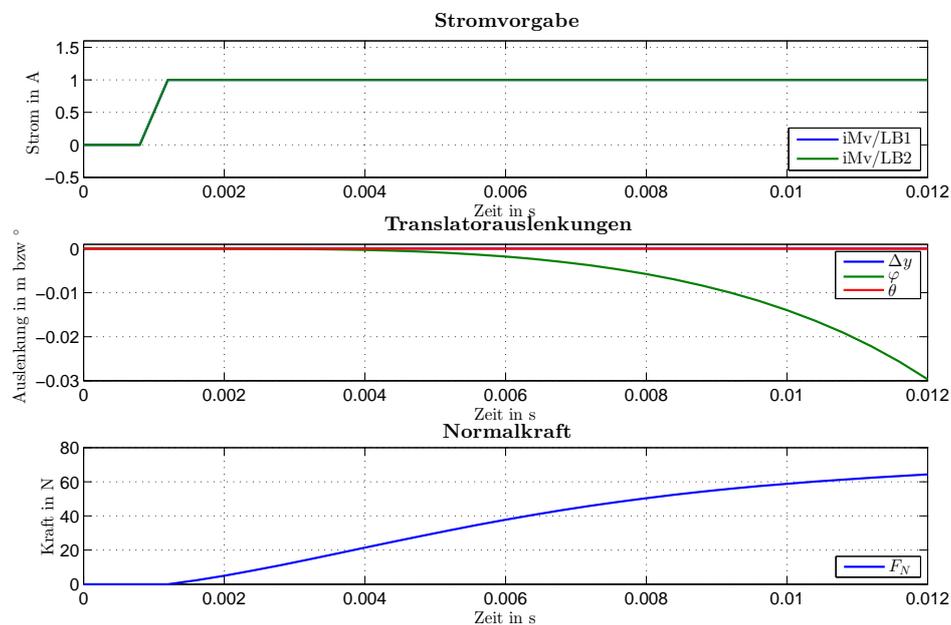


Abbildung 6.2.: Translatorauslenkungen und Normalkraft infolge eines Stromsprunges in den Hauptlagern

6. Plausibilitätsüberprüfung des Gesamtmodells

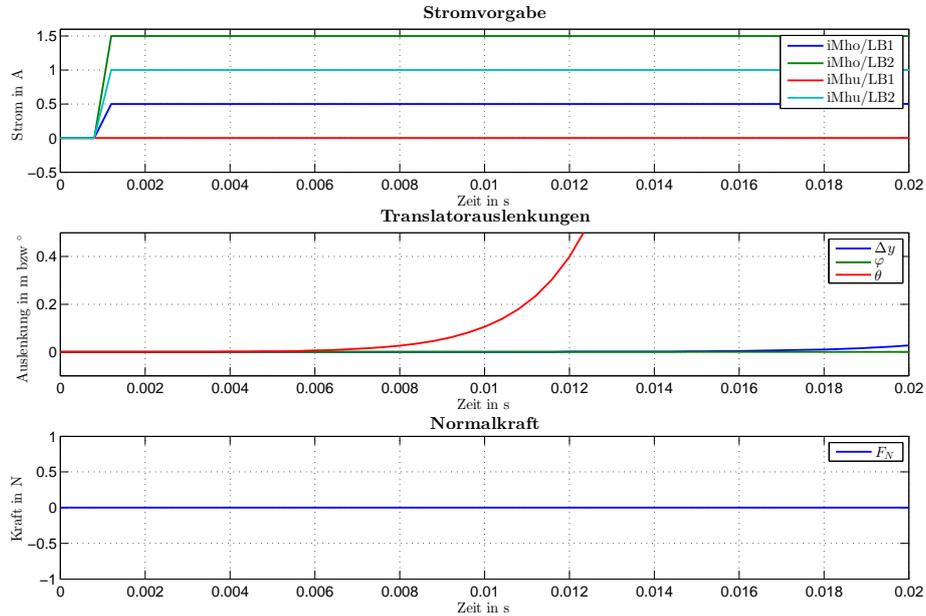


Abbildung 6.3.: Translatorauslenkungen und Normalkraft infolge von Stromsprüngen in den Stützlagern

Neben den Auswirkungen auf diverse Stromvorgaben in den Elektromagneten muss noch die Reaktion des Translators auf die definierten Störgrößen überprüft werden. In Abbildung 6.4 erkennt man die Bewegung des Translators infolge einer Antriebskraft in x-Richtung, y-Richtung und einer zusätzlich auftretenden Reibkraft. Die beiden Kräfte in x-Richtung bewirken ein Moment und somit eine negative Verdrehung φ . Eine Störkraft am Antriebspunkt in y-Richtung bewirkt eine Verdrehung um die z-Achse. Ändert sich das Vorzeichen dieser Störung, so wechselt auch der Verdrehwinkel θ die Richtung. Aus der Verdrehung um die y-Achse ergibt sich eine Normalkraft im Kontaktpunkt.

Wichtige Störgrößen stellen jene, die in z-Richtung wirken dar. Probenunebenheiten und Verschleiß verursachen ein Anheben bzw. eine Beschleunigung des Translators in diese Richtung. Wird der Translator in negative z-Richtung beschleunigt, so verursacht die entstehende dynamische Kraft eine Vergrößerung der Normalkraft. Dies ist in Abbildung 6.5 im Bereich von 0.002 s zu erkennen. Die dynamische Kraft $m_T \cdot \Delta \dot{z}$ wirkt direkt auf den Systemausgang (Matrix \mathbf{F} in Gleichung (4.20)) und klingt bei wegfallender Beschleunigung sofort wieder ab. Auch die Antriebskraft F_{Az} erhöht die Normalkraft additiv. Verringert sich der Luftspalt in den Hauptlagern sprunghaft in die negative z-Richtung, so wird auch die Normalkraft größer. Durch eine sich ergebende Verdrehung φ wird die Normalkraft wiederum abgeschwächt.

6. Plausibilitätsüberprüfung des Gesamtmodells

Es konnte dadurch gezeigt werden, dass das Gesamtmodell des Translators auf Einflüsse von außen ein realistisches Verhalten aufweist.

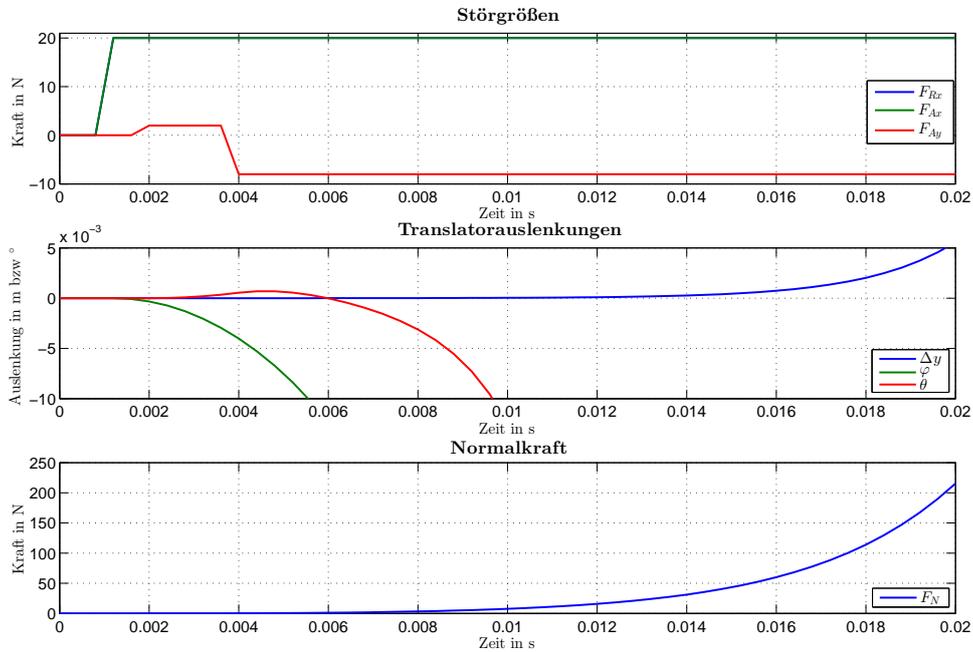


Abbildung 6.4.: Translatorauslenkungen und Normalkraft infolge von F_{Rx} , F_{Ry} und F_{Ax}

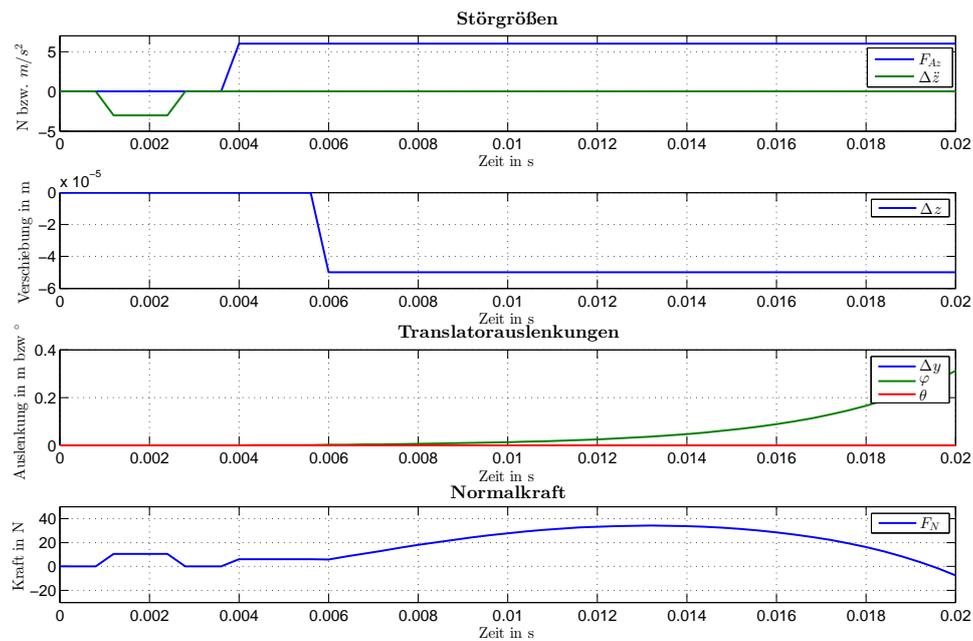


Abbildung 6.5.: Translatorauslenkungen und Normalkraft infolge von F_{Az} , Δz und $\Delta \dot{z}$

7. Reglerentwurf

Aus Zeitgründen wurde, von den im Kapitel 3 beschriebenen Regelungskonzepten, nur der Zustandsregler entworfen. Das dynamische Modell des Translators wird mit den beiden Gleichungen (4.20) und (4.21) beschrieben. Um nun einen Zustandsregler entwerfen zu können muss zuerst überprüft werden, ob die Regelstrecke vollständig zustandssteuerbar und zustandsbeobachtbar ist.

7.1. Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Definition 7.1.1. [12] *Das LTI-MIMO-System*

$$\mathbf{x}[(k+1)T_s] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(kT_s) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(kT_s) \quad (7.1)$$

wird vollständig zustandssteuerbar genannt, wenn durch eine geeignete Wahl des stückweise konstanten Steuervektors $\mathbf{u}(kT_s)$ in einem endlichen Abtastintervall jeder Anfangszustand $\mathbf{x}(0)$ in jeden beliebigen Zustand $\mathbf{x}(kT_s)$ übergeführt werden kann.

Die vollständige Zustandssteuerbarkeit hängt nur von der Systemmatrix \mathbf{A} und der Eingangsmatrix \mathbf{B} ab. Das Ausgangsmodell des Translators ist nicht vollständig zustandssteuerbar. Dies ist jedoch leicht nachzuvollziehen, da keine Magnetkräfte in die x-Richtung wirken und somit die Bewegung des Translators in diese Richtung durch den Steuervektor \mathbf{u} nicht beeinflusst werden kann. Für die weitere Reglerauslegung wird das System um die beiden Zustände Δx und $\Delta \dot{x}$ verringert.

Neben der vollständigen Steuerbarkeit spielt auch die vollständige Zustandsbeobachtbarkeit eine wichtige Rolle bei der Reglerauslegung.

Definition 7.1.2. [12] *Das LTI-MIMO-System*

$$\mathbf{x}[(k+1)T_s] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(kT_s) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(kT_s) \quad (7.2)$$

$$\mathbf{y}(kT_s) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(kT_s) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(kT_s) \quad (7.3)$$

wird vollständig zustandsbeobachtbar genannt, wenn aus der Kenntnis des Steuervektors $\mathbf{u}(kT_s)$ und des Ausgangs $\mathbf{y}(kT_s)$ in einem endlichen Abtastintervall jeder Anfangszustand $\mathbf{x}(0)$ eindeutig bestimmt werden kann.

Die vollständige Zustandsbeobachtbarkeit hängt nunmehr von der Systemmatrix \mathbf{A} und der Ausgangsmatrix \mathbf{C} ab. Wählt man für die Ausgangsmatrix \mathbf{C} die bereits in Kapitel 4.4.2 definierten Ausgänge, so ist das System nicht vollständig zustandsbeobachtbar. Auf diesen Punkt wird später bei der Beobachterauflegung noch genauer eingegangen.

7.2. Zustandsvektorrückführung mit Integration des Regelfehlers mittels LQR

Mit einer zusätzlichen Integration des Regelfehlers wird neben der Führungsregelung auch die Ausregelung sprungförmiger Störungen erreicht. Abbildung 7.1 zeigt das Blockdiagramm für diesen Regleraufbau. Beim gegebenen Translatormodell wird für jeden Systemausgang ein Integrator hinzugefügt. Ziel ist es nun die Matrizen \mathbf{K} und \mathbf{K}_w so zu bestimmen, dass nach einer sprungförmigen Führungsgrößenänderung und nach sprungförmigen Störungen der Positionsfehler gleich null ist. Um das zu erreichen, wird für jeden Ausgang eine zusätzliche Zustandsvariable $v(k)$ definiert und im Vektor $\mathbf{v}(k)$ zusammengefasst.

$$\mathbf{v}(k) = \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ v_3(k) \\ v_4(k) \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

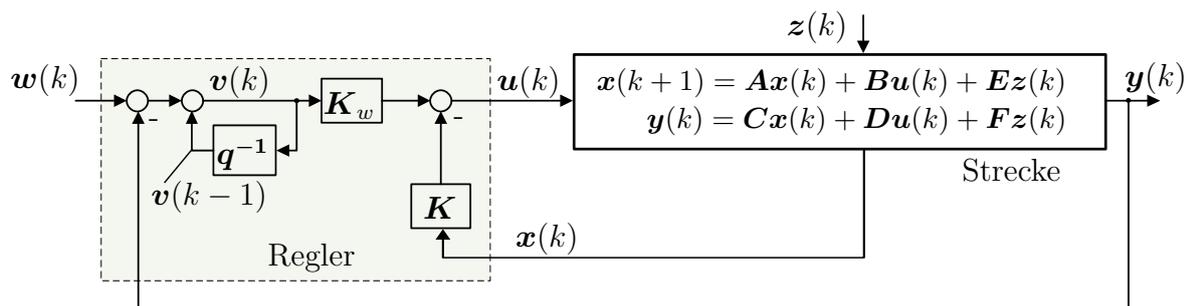


Abbildung 7.1.: Zustandsvektorrückführung mit Integration des Regelfehlers

Die Beschreibung der Regelstrecke erfolgt durch:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\mathbf{z}(k) \quad (7.5)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}\mathbf{z}(k) \quad (7.6)$$

$\mathbf{v}(k)$ lässt sich folgendermaßen anschreiben:

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{v}(k-1) + \mathbf{w}(k) - \mathbf{y}(k) \quad (7.7)$$

bzw. um einen Abtastwert versetzt:

$$\mathbf{v}(k+1) = \mathbf{v}(k) + \mathbf{w}(k+1) - \mathbf{y}(k+1) \quad (7.8)$$

Unter Verwendung der um einen Abtastwert versetzten Ausgangsgleichung (7.6) erhält man für $\mathbf{v}(k+1)$:

$$\mathbf{v}(k+1) = \mathbf{v}(k) + \mathbf{w}(k+1) - \mathbf{C}[\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\mathbf{z}(k)] - \mathbf{D}\mathbf{u}(k+1) - \mathbf{F}\mathbf{z}(k+1) \quad (7.9)$$

Fasst man nun (7.5) und (7.9) in Matrixschreibweise zusammen, so erhält man:

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{v}(k+1) \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}(k+1)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}\mathbf{A} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{v}(k) \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{B}}} \mathbf{u}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\mathbf{C}\mathbf{E} \end{bmatrix} \mathbf{z}(k) + \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \mathbf{w}(k+1) - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k+1) - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} \mathbf{z}(k+1) \end{aligned} \quad (7.10)$$

Wie in Gleichung (7.10) zu erkennen ist, sind die neu berechneten Zustände sowohl von den Größen zum Zeitpunkt (k) als auch von Größen zum Zeitpunkt (k+1) abhängig. Um die Auswirkungen der beiden letzten Terme zu kompensieren, müssten sie sich gegenseitig aufheben. Im Fall des Translators ist die Durchgangsmatrix \mathbf{D} gleich der Nullmatrix und eine Kompensation durch den Steuervektor ist nicht mehr möglich.

Die erweiterte Zustandsgleichung lautet:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}(k) + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k) \quad (7.11)$$

Mit dem erweiterten System werden anschließend durch den LQR-Algorithmus die beiden Verstärkungsmatrizen \mathbf{K} und \mathbf{K}_w bestimmt.

7.3. Störgrößenkompensation

Eine weitere Möglichkeit, die Regelung zu verbessern, besteht darin, dass der Einfluss von messtechnisch erfassbaren Störgrößen kompensiert wird. Mit dieser Reglererweiterung können messbare Störungen stationär ausgeglet werden. Störungen, die direkt auf die Regelgröße $\mathbf{y}(k)$ wirken können nicht ausgeglet werden. Der Störvektor $\mathbf{z}(k)$ und die Systemstörmatrix \mathbf{E} werden in einen messbaren (Index m) und einen nicht messbaren (Index n) Teil aufgespalten. Am Prüfstand können die Reibkraft \mathbf{F}_{Rx} und die Auslenkung Δz direkt gemessen werden.

In Abbildung 7.2 ist das Blockschaltbild des Regelkreises mit Störgrößenkompensation dargestellt. Zur stationären Kompensation wird folgender Teil der Zustands- und Ausgangsgleichung für die Berechnung der Verstärkungsmatrix \mathbf{K}_z herangezogen:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_m\mathbf{z}_m(k) \quad (7.12)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (7.13)$$

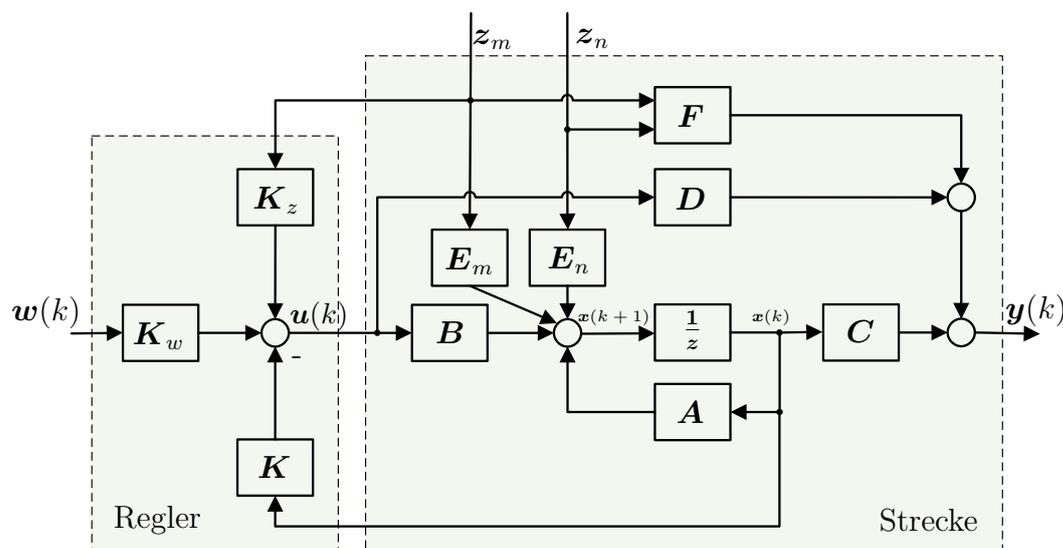


Abbildung 7.2.: Führungsregelung mit stationärer Störgrößenkompensation

Das modifizierte Regelgesetz lautet nun:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_w\mathbf{w}(k) + \mathbf{K}_z\mathbf{z}_m(k) - \mathbf{K}\mathbf{x}(k) \quad (7.14)$$

Nach Substitution von (7.14) in (7.12) und für $\mathbf{w} = 0$ erhält man:

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(k) + (\mathbf{B}\mathbf{K}_z + \mathbf{E}_m)\mathbf{z}_m(k) \quad (7.15)$$

Im stationären Zustand ($\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k)$) und mit $\mathbf{D} = 0$ ergibt sich die Ausgangsgleichung (7.13) zu:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} [(\mathbf{BK} - \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{BK}_z + \mathbf{E}_m)] \mathbf{z}_m(k) \quad (7.16)$$

Damit der stationäre Einfluss von \mathbf{z}_m auf den Ausgang $\mathbf{y}(k)$ verschwindet muss die Forderung

$$\mathbf{C} [(\mathbf{BK} - \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{BK}_z + \mathbf{E}_m)] = \mathbf{0} \quad (7.17)$$

erfüllt sein. Die Berechnung der Verstärkungsmatrix \mathbf{K}_z aus Gleichung (7.17) ergibt sich zu:

$$\mathbf{K}_z = [\mathbf{C} (\mathbf{BK} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}]^{-1} [-\mathbf{C} (\mathbf{BK} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{E}_m] \quad (7.18)$$

7.4. Beobachterentwurf

Am Prüfstand können nicht alle Zustandsgrößen gemessen werden. Daher muss ein Beobachter entworfen werden, der aus den messbaren Stellgrößen \mathbf{u} und den Messgrößen \mathbf{m} die restlichen Zustände möglichst genau rekonstruiert. Beim Translatormodell stehen neben den Ausgangsgrößen auch die Geschwindigkeiten der Translatorverschiebungen als Messgrößen zur Verfügung.

Wie schon unter 7.1 erwähnt, ist die Regelstrecke mit den gewählten vier Systemausgängen nicht vollständig beobachtbar. Für den Beobachterentwurf muss die Systemordnung um die nicht beobachtbaren Zustände reduziert werden. Die Kontrolle auf Zustandsbeobachtbarkeit ergab, dass vier Zustände nicht beobachtbar sind. Durch Transformation des Zustandsraummodells wird eine Zerlegung der Systemmatrizen in einen beobachtbaren und einen nicht beobachtbaren Teil erreicht.

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{no} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_o \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{no} \\ \mathbf{B}_o \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{C}_o] \quad (7.19)$$

mit $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{TAT}^T$, $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{TB}$ und $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{CT}^T$.

Das Modell der Strecke für den Beobachterentwurf besitzt eine geringere Systemordnung als für den Reglerentwurf der in Kapitel 7.2 beschrieben wurde. In diesem Fall kann das Separationstheorem nicht angewandt werden, welches besagt, dass bei einem vollständig zustandssteuerbaren und zustandsbeobachtbaren System der Regler und der Beobachter getrennt voneinander entworfen werden können. Nun bestünde die Möglichkeit die Systemordnung der Strecke für beide Entwürfe zu reduzieren, jedoch gehen dadurch In-

formationen der Strecke verloren. Unter der Gegebenheit, dass alle nicht beobachtbaren Zustände stabil sind, wird ein Beobachter mit geringerer Ordnung berechnet. Wegen der Ungültigkeit des Separationstheorems muss der Regler jedoch gemeinsam mit dem Beobachter entworfen werden.

Durch die Systemtransformation entsprechen die Zustände nicht mehr direkt den physikalischen Größen. Da der Regelfehler nur für die Auslenkungen und die Normalkraft integriert werden soll und die Geschwindigkeiten nicht als Führungsgrößen vorgegeben werden, wurde für den Beobachterentwurf als Messgrößenvektor der Ausgangsvektor verwendet.

Wie aus Gleichung (4.19) zu entnehmen ist, berechnet sich die Normalkraft nur zu einem Teil aus den Zuständen. Sowohl die Störkraft F_{Az} als auch der dynamische Anteil $m_T \cdot \Delta \ddot{z}$ beeinflussen direkt die Normalkraft. Es ist zu berücksichtigen, dass beim Rückschluss auf die Zustände von der Messung der Normalkraft auch diese Terme enthalten sind.

7.4.1. Kalmanfilter

Als Beobachter wird ein Kalmanfilter verwendet. Der Kalmanfilter ist in seiner Struktur identisch dem Luenberger-Beobachter, allerdings wird die Rückführverstärkung \mathbf{L} des Kalmanfilters nicht mittels Polvorgabe sondern unter Berücksichtigung des System- und Messrauschens entworfen. Nachteilig beim Kalmanfilter ist, dass die Dynamik des Beobachters nicht vorgegeben werden kann.

Beim Entwurf des Kalmanfilters wird von folgender Systembeschreibung ausgegangen:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_o \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_o \mathbf{u}(k) + \mathbf{G} \mathbf{r}(k) \quad (7.20)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_o \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (7.21)$$

mit $\mathbf{r}(k)$ als Prozessrauschen und $\mathbf{v}(k)$ als Messrauschen. Abbildung 7.3 zeigt den schematischen Aufbau des Kalmanfilters.

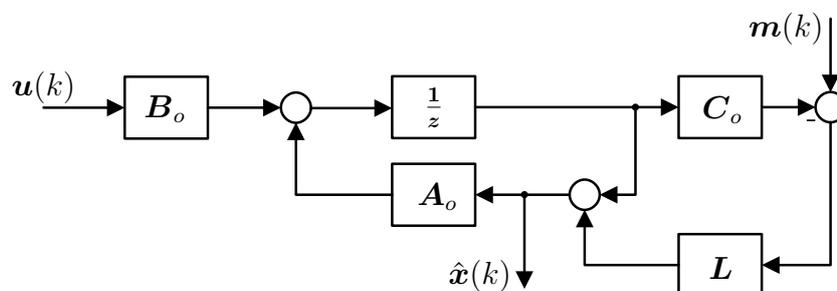


Abbildung 7.3.: Aufbau des Kalmanfilters

Die optimale Rückführverstärkung \mathbf{L} ergibt sich dann, wenn das Rauschen des geschätzten Zustandsvektors $\hat{\mathbf{x}}(k)$ minimal wird. Für die Berechnung der Rückführverstärkung wird angenommen, dass es sich bei den beiden Rauschsignalen um weißes Rauschen handelt. Die Kovarianzen der Rauschsignale werden als Gewichtungsmatrizen für den Filterentwurf definiert.

$$E\{\mathbf{r}\mathbf{r}'\} = \mathbf{Q}_r, \quad E\{\mathbf{v}\mathbf{v}'\} = \mathbf{R}_v, \quad E\{\mathbf{r}\mathbf{v}'\} = \mathbf{0}$$

Mit der Rückführverstärkungsmatrix \mathbf{L} lässt sich der geschätzte Zustandsvektor $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$ wie folgt berechnen:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{A}_o\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{B}_o\mathbf{u}(k) + \mathbf{L}[\mathbf{m}(k) - \mathbf{C}_o\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)] \quad (7.22)$$

wobei $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ die Schätzung des Zustandsvektors $\hat{\mathbf{x}}(k)$ mit Messungen zum Zeitpunkt $\mathbf{m}(k-1)$ darstellt.

7.5. LQG-Regelung

Wird ein Optimalregler mit einem Kalmanfilter ausgelegt, so spricht man von einem LQG-Regler. In den vorigen Abschnitten wurde die allgemeine Vorgehensweise für den Reglerentwurf beschrieben. Zusammengefasst erfolgt die Reglerauslegung in folgenden Schritten:

1. Reduktion des Streckenmodells auf ein vollständig steuerbares System
2. Entfernen der nicht beobachtbaren Zustände für den Beobachterentwurf
3. Wahl der Kovarianz-Matrizen \mathbf{Q}_r und \mathbf{R}_v
4. Berechnung der Kalman-Rückverstärkungsmatrix \mathbf{L}
5. Systemerweiterung für die Integration der Regelfehler
6. Wahl der Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R}
7. Berechnung der Rückverstärkungsmatrix \mathbf{K} und Vorverstärkungsmatrix \mathbf{K}_w

Die Berechnung der Verstärkungsmatrix \mathbf{K}_z zur Störgrößenkompensation kann unabhängig von der restlichen Auslegung stattfinden.

Die optimale Wahl der Gewichtungsmatrizen geschieht in einem iterativen Prozess und unter folgenden Gesichtspunkten:

- Die Auslenkungen des Translators müssen so gering sein, dass es zu keiner Berührung mit den Notlagern kommt.
- Die Normalkraftabweichung ΔF_N soll möglichst gering sein.
- Störgrößen sollen möglichst schnell ausgeglichen werden.
- Der Regler muss robust gegenüber Signalrauschen sein.
- Grenzwerte für Steuerströme müssen eingehalten werden.

Damit der Translator nicht die Notlager berührt, dürfen folgende maximale Werte nicht überschritten werden:

- $\Delta y_{max} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ (bei reiner Translation)
- $\Delta y_{max} = 8.15 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ (bei Rotation um den Kontaktpunkt)
- $\varphi_{max} = 0.0849^\circ$
- $\theta_{max} = 0.0707^\circ$
- $\Delta z_{max} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ (Vorgabe als Störgröße)

7.6. Validierung des Reglerentwurfs

Bei der Validierung des Reglerentwurfs ist zu berücksichtigen, dass die Reglerparameter vom gewählten Arbeitspunkt abhängen. Wählt man als Arbeitspunkt eine Normalkraft von 200 N und befindet sich der Translator im geometrischen Arbeitspunkt von $0.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (Absolutabstand zu EM4), so ist, wie aus [3] zu entnehmen, ein Biasstrom von ca. 2.7 A notwendig. Der notwendige Biasstrom begrenzt, durch die Differenzenansteuerung der gegenüberliegenden Elektromagnete, den Maximalstrom und schränkt somit die Reglerdynamik ein. In weiterer Folge werden die Simulationsergebnisse bei einem Arbeitspunkt von 200 N und bei maximalem Biasstrom durchgeführt und miteinander verglichen.

Aus aufgezeichneten Messdaten wurde die Größenordnung des Sensormessrauschens bestimmt und für die Simulation verwendet. Abbildung 7.4 zeigt das Simulinkmodell des Reglerentwurfs.

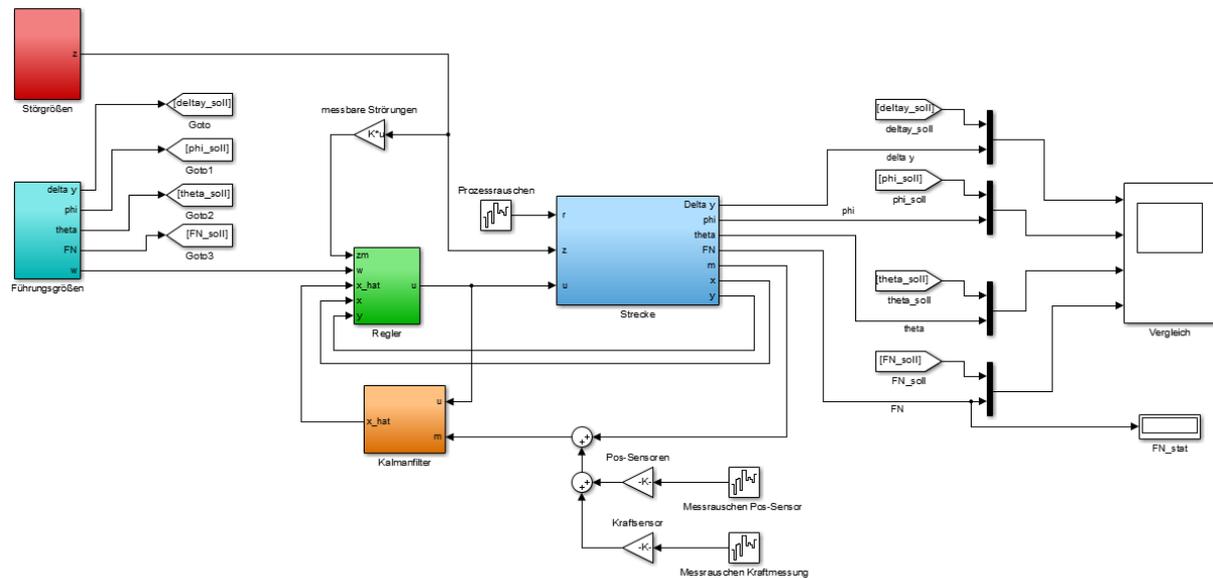
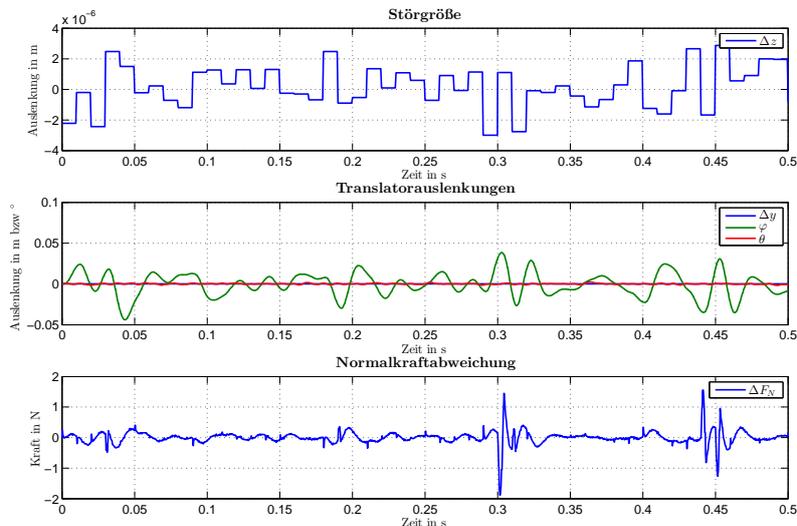


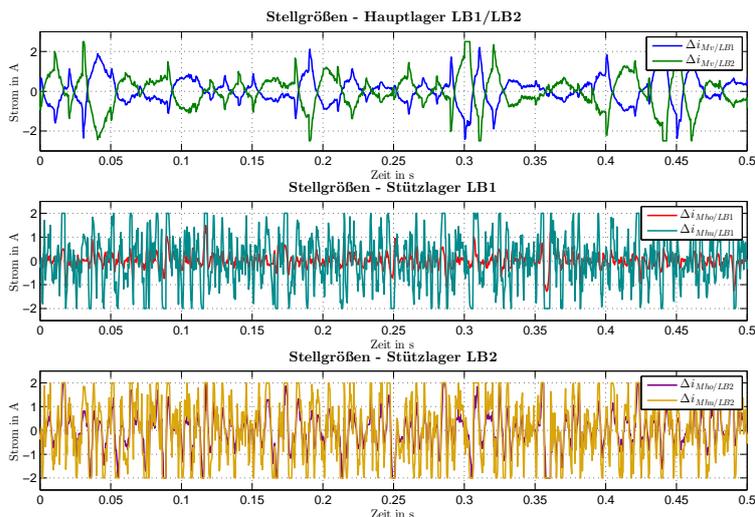
Abbildung 7.4.: Simulinkmodell des Reglerentwurfs

7.6.1. Reglerverhalten mit Störung Δz

In dieser Simulation wird die Störgröße Δz als Rauschsignal mit sehr geringen Ausschlägen definiert. In Abbildung 7.5 ist das Ergebnis bei einem Arbeitspunkt von 200 N dargestellt. Bei dieser Simulation ist zu bedenken, dass eine reine Auslenkung ohne Beschleunigung des Translators in Wirklichkeit nicht vorkommen kann. Die Simulation soll zeigen, wie der Regler auf ein stark verrauschtes Positionssignal reagiert. Die Stellgrößen sind auf die Maximalwerte von 2.5 A für die Hauptlager und 2 A für die Stützlager begrenzt. Δz schwankt zwischen -3 bis $3 \cdot 10^{-6} m$ mit einer Änderungsfrequenz von 100 Hz. Diese Werte stellen bereits ein Maximum dar, welche der Regler noch ausregeln kann. Erhöht man die Störgröße wird die Regelstrecke instabil.



(a) Simulationsergebnis



(b) Stellgrößen

Abbildung 7.5.: Reglersimulation mit Störgröße Δz

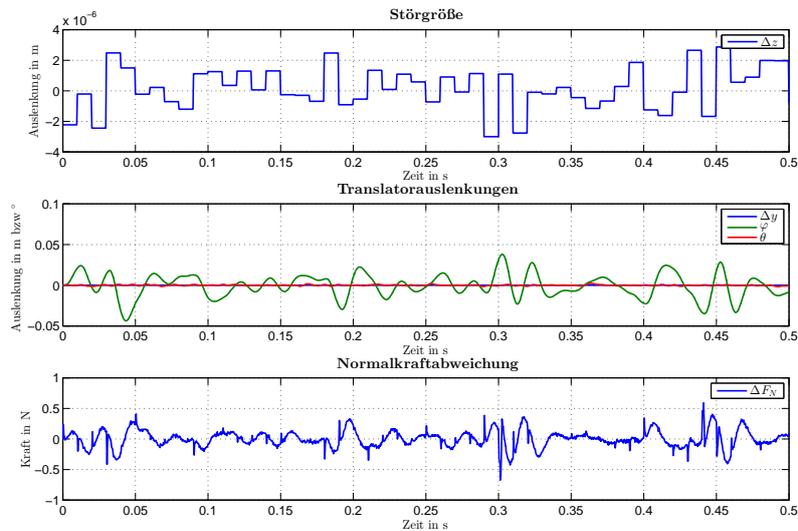
Wirkt eine Störgröße in z -Richtung, so bewirkt diese, wie in Abbildung 7.5(a) erkennbar ist, eine Auslenkung φ . Der Winkel φ überschreitet dabei nicht den maximalen Wert von 0.0849° . Die Normalkraftabweichung beträgt maximal 1.9 N um den Arbeitspunkt. Betrachtet man die Stellgrößen, so erkennt man, dass sowohl bei den Hauptlagermagneten als auch bei den Stützlagermagneten die Ströme oft den Begrenzungswert erreichen.

Erhöht man nun den maximal möglichen Steuerstrom in den Hauptlagern um 0.5 A und lässt alle anderen Parameter gleich, so ergibt sich das in Abbildung 7.6 dargestellte Simu-

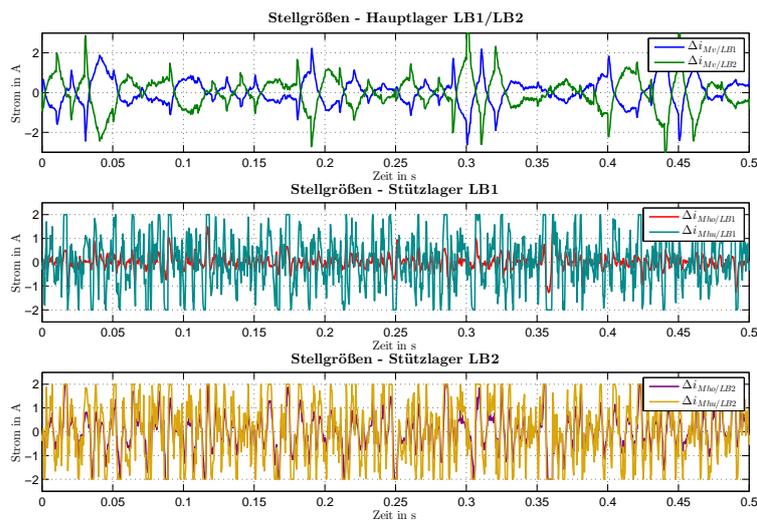
7. Reglerentwurf

lationsergebnis. Als strombegrenztes Maß gilt der kurzzeitig anliegende Strom im oberen Hauptmagnetlager. Dieses ist kleiner dimensioniert als das untere und kann maximal mit einem Strom von 6 A betrieben werden.

Bei höheren max. zulässigen Steuerströmen ergeben sich geringere Auslenkungen und eine geringere Normkraftabweichung. Durch den höheren Biasstrom im unteren Hauptlagermagnet befindet sich der Normkraftarbeitspunkt nicht mehr bei 200 N sondern bei einem höheren Wert.



(a) Simulationsergebnis



(b) Stellgrößen

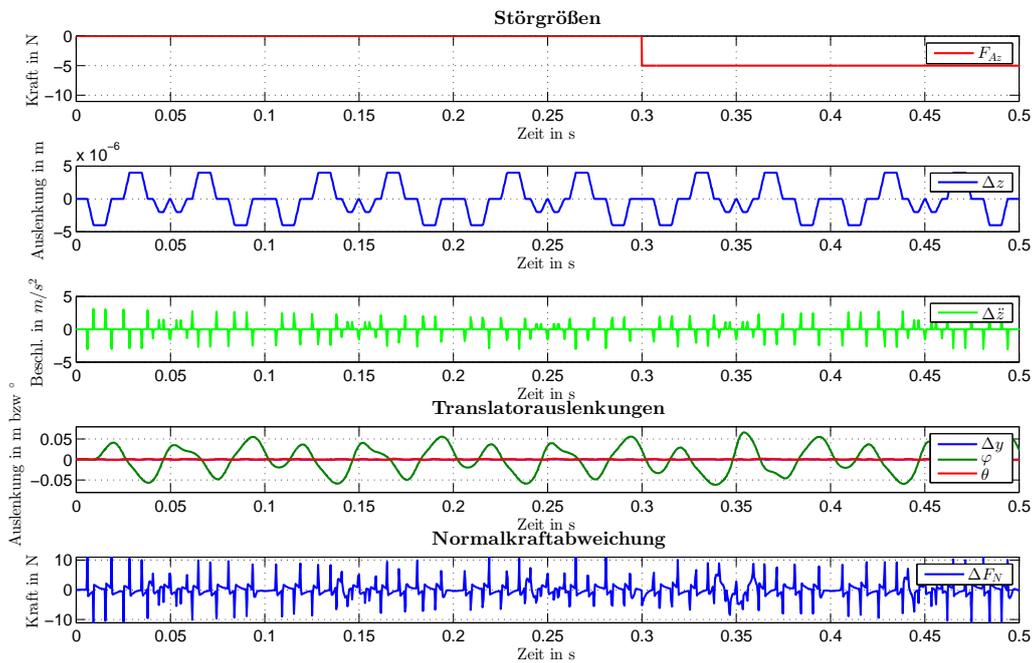
Abbildung 7.6.: Reglersimulation mit Störgröße Δz und max. zulässigem Steuerstrom

7.6.2. Reglerverhalten mit Störungen F_{Az} , Δz und $\Delta \ddot{z}$

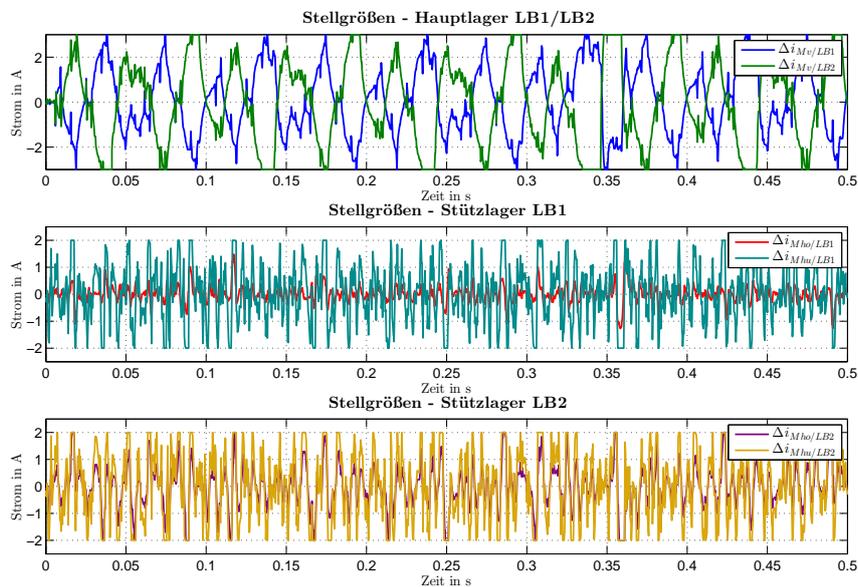
In dieser Simulation wird das Regelverhalten bei Störungen in die z-Richtung überprüft. Durch Unebenheiten und Verschleiß der Probenoberfläche wird der Translator in diese Richtung ausgelenkt. Für die Simulation wird ein Oberflächenprofil, das im zweiten Bild in der Abbildung 7.7(a) erkennbar ist, definiert. Dabei wurde angenommen, dass der Translator in x-Richtung einen Hub von 6 mm mit einer Frequenz von 10 Hz ausführt. Somit wiederholt sich das Oberflächenprofil alle 0.1 s. Würde man über einen längeren Zeitraum simulieren, so müsste man zusätzlich den Verschleiß berücksichtigen. Nach zweimaligem Differenzieren der Weginformation erhält man die Beschleunigung des Translators.

Bei Berücksichtigung der Translatorbeschleunigung ergibt sich eine höhere Normalkraftabweichung. Die Ursache dafür ist, dass der in der Bewegungsgleichung enthaltene Term $m_T \cdot \Delta \ddot{z}$ direkt auf den Ausgang wirkt und nicht durch den Regler beeinflusst werden kann. Das obere Bild in Abbildung 7.7(a) zeigt den Zeitpunkt, bei dem eine zusätzliche Störkraft F_{Az} auftritt. Diese hat keine Auswirkung auf die Translatorposition sondern wirkt direkt, wie die Beschleunigung, auf die Normalkraft F_N . Bleibt die Störkraft konstant, so kann sie durch die Integration des Regelfehlers ausgegelt werden.

Verringert man in den Hauptlagern den maximal zulässigen Strom um 0.5 A, so ist der Regler bei diesen Störeinflüssen nicht mehr in der Lage die Strecke zu stabilisieren.



(a) Simulationsergebnis

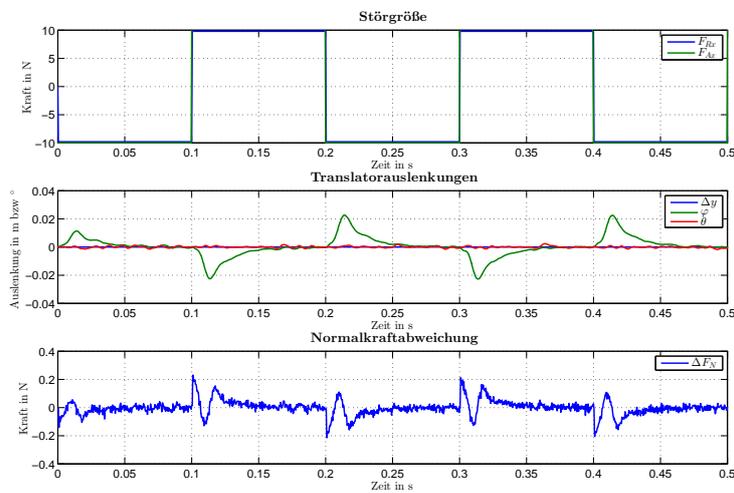


(b) Stellgrößen

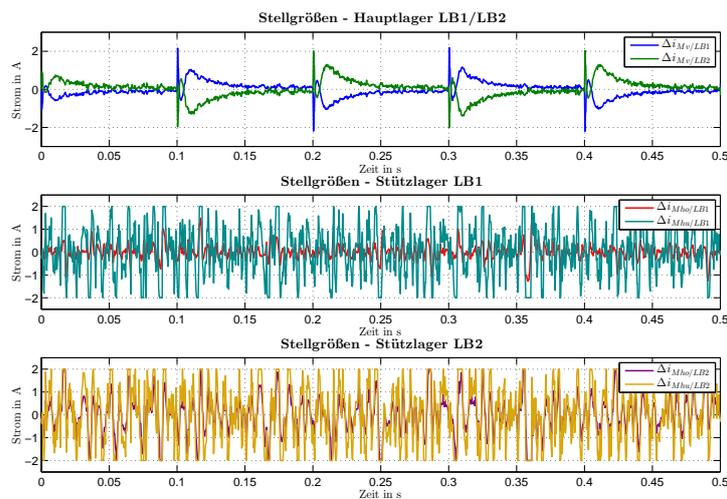
Abbildung 7.7.: Reglersimulation mit den Störgrößen F_{Az} , Δz und $\Delta \ddot{z}$

7.6.3. Reglerverhalten mit Störungen F_{Ax} und F_{Rx}

Simuliert man den Regler mit einer Antriebskraft und der daraus resultierenden Reibkraft in x-Richtung, so ergibt sich das in Abbildung 7.8 dargestellte Ergebnis. Die Reibkraft wurde geringfügig kleiner und um einen Abtastwert verzögert definiert. Beide Kräfte bewirken ein Moment um den Schwerpunkt, das durch die Drehung φ erkennbar ist. Die Auslenkungen bleiben deutlich unter den maximal zulässigen. Bei den Stellgrößen erkennt man, dass die Ströme in den Hauptlagern den Maximalwert nicht erreichen und somit würde eine Erhöhung der Stromgrenze keine Änderung zeigen.



(a) Simulationsergebnis



(b) Stellgrößen

Abbildung 7.8.: Reglersimulation mit den Störgrößen F_{Ax} und F_{Rx}

8. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Modellierung der Regelstrecke und der Weiterentwicklung der Regelung für eine tribologische Prüfeinrichtung. Ausgangspunkt war ein bereits funktionsfähiger Prüfstand, der jedoch seine optimale Performance noch nicht erreicht hat. Während einer tribologischen Untersuchung spielt die Normalkraftkonstanz eine wichtige Rolle. Ziel der Reglerüberarbeitung war eine Verbesserung der Reglerdynamik und eine daraus resultierende verbesserte Normalkraftkonstanz.

Im Gegensatz zum ursprünglichen Regelungskonzept, bei dem die Bewegung des Translators durch mehrere einzelne Regler geregelt wurde, wird beim neuen Regelungskonzept nur ein Regler entworfen. Basierend auf diesem Grundgedanken musste ein mathematisches Modell des Translators mit Berücksichtigung der einzelnen Bewegungskopplungen erstellt werden.

Der erste Teil dieser Arbeit befasste sich mit dem aktuellen Stand der Prüfeinrichtung und der bereits implementierten Regler. Zur Optimierung der Prüfstandsperformance werden zwei neue mögliche Regelungskonzepte vorgestellt. In späterer Folge wurde nur eines der beiden erläuternden Konzepte ausgearbeitet.

Im zweiten Teil wurde auf die mathematische Modellierung des Translators näher eingegangen. Zu Beginn wurde ein Modell mit sechs Freiheitsgraden erstellt, das jedoch in weiterer Folge um einen Freiheitsgrad reduziert wurde. Der Vorteil eines Gesamtmodells besteht darin, dass alle Bewegungskopplungen mitberücksichtigt werden. Um die Komplexität des Modells zu verringern wurden einige Vereinfachungen getroffen. Wichtig bei der Modellierung des Translators sind die wirksamen Magnetkräfte, da diese vom tatsächlichen Luftspalt und vom Strom durch den Elektromagneten abhängig sind. Zur Verbesserung der Modellgenauigkeit wurde anstatt dem analytischen Zusammenhang ein Modell für die Magnetkraft direkt am Prüfstand identifiziert. Für die Identifikation waren zwei unterschiedliche Messaufbauten und ein Softwareprogramm erforderlich. Zuerst wurde versucht den Luftspalt konstant zu halten und nur ein lineares SISO-Modell, das den Strom-Kraft Zusammenhang beschreibt, zu berechnen. Der Translator konnte jedoch während der Messläufe nicht ausreichend fixiert werden und es wurde ein MISO-Modell erstellt. Zusätzlich zu den Magnetkraftmodellen wurde noch die genaue Schwerpunktlage und das Massenträgheitsmoment experimentell ermittelt.

Nach Überprüfung des Modells auf dessen Plausibilität wurde im letzten Abschnitt ein Zustandsregler entworfen. Die Systemordnung des berechneten Translatormodells wurde für den Reglerentwurf reduziert, da die Bewegung in x-Richtung nicht gesteuert werden kann. Der Zustandsvektor beinhaltet sowohl die Freiheitsgrade und dessen zeitliche Ableitungen des Translators als auch die Zustände der identifizierten Kraftmodelle. Als Regelgrößen (Ausgangsgrößen) wurden neben der Normalkraft, die Auslenkung in die y-Richtung und die beiden Verdrehwinkel φ und θ definiert. Ausgehend von einem Arbeitspunkt besteht nun die Aufgabe des Reglers darin, die Ausgangsgrößen auf Null zu regeln. Um sprungförmige Störgrößen ausregeln zu können, wurde beim Reglerentwurf für jeden Ausgang ein Integrator hinzugefügt. Mit Hilfe einer Störgrößenkompensation werden messbare Störungen stationär ausgeregelt.

Am Prüfstand können nicht alle Zustände gemessen werden und daher ist ein Beobachter notwendig. Bei der Analyse der Regelstrecke stellte sich heraus, dass diese nicht vollständig beobachtbar ist. Somit muss der Beobachter, in diesem Fall ein Kalmanfilter, gemeinsam mit dem Zustandsregler entworfen werden. Abschließend wurde der Regler mit unterschiedlichen Störeinflüssen in MATLAB simuliert. Aus Zeitgründen konnte eine Implementierung am Prüfstand nicht mehr durchgeführt werden.

Für zukünftige Weiterentwicklungen ist zu überlegen, ob anstatt eines Zustandsreglers ein MPC-Regler ein besseres Regelungskonzept darstellt. Unabhängig vom Reglerkonzept ist zu berücksichtigen, dass der Regler für einen Arbeitspunkt entworfen wurde. Um einen größeren Arbeitsbereich nutzen zu können und um die starken Nichtlinearitäten besser berücksichtigen zu können, muss eine adaptive Regelung entworfen werden. Die bereits am Prüfstand implementierten Regler werden auf zwei nahezu eigenständigen Signalprozessoren eingesetzt. Bevor das neue Regelungskonzept realisiert werden kann, muss überprüft werden, inwieweit durch die veränderten Anforderungen die bereits verbaute Hardware geändert werden muss.

	Wert	Einheit
I_{xx}	0.0305857	kgm^3
I_{yy}	0.116236	kgm^3
I_{zz}	0.098079	kgm^3
m_T	3.496	kg

Tabelle A.2.: Weitere Translatorkennndaten

A.2. Lage der Abstandssensoren

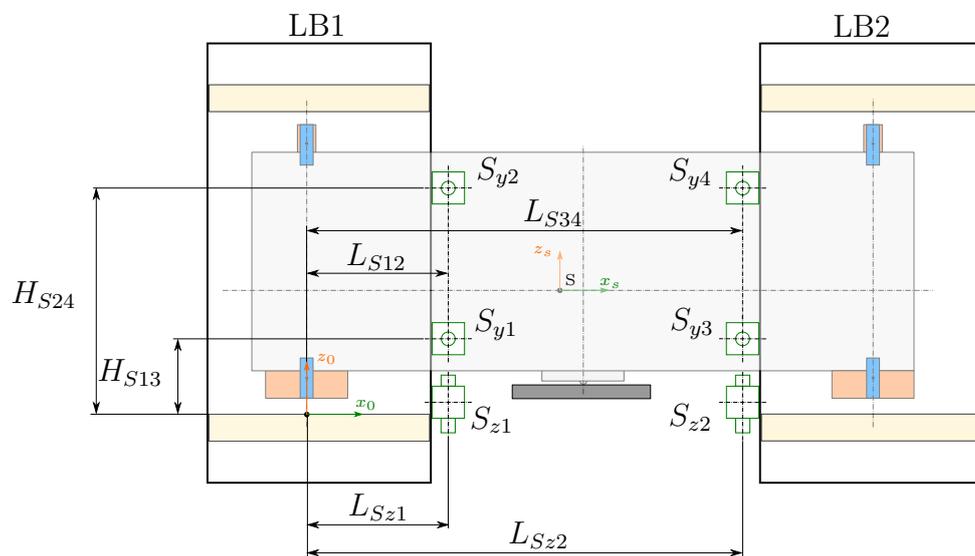


Abbildung A.2.: Lage der Abstandssensoren

	Wert	Einheit
$L_{S12} = L_{Sz1}$	91.2	mm
$L_{S34} = L_{Sz2}$	311.2	mm
H_{S13}	40	mm
H_{S24}	153.25	mm

Tabelle A.3.: Abmessungen zu den Abstandssensoren

A.3. Dateischlüssel der Messaufzeichnungen

LB1_vu BIAS_1.0A I_{max}_1.0A 0.31mm 0.26mm 1.29V 1.59V 01.02V 02500Hz test01.txt

A B C D E F G H I J

- A ... Position des Elektromagnets
- B ... verwendeter Biasstrom
- C ... maximaler Strom zusätzlich zum Bias
- D ... unterer Abstand zwischen Translator und EM
- E ... oberer Abstand zwischen Translator und EM
- F ... Spannungssignal des Kraftaufnehmers ohne Vorspannung
- G ... Spannungssignal des Kraftaufnehmers mit Vorspannung
- H ... Ausgangsspannung des Positionssensors
- I ... Abtastfrequenz
- J ... laufende Messdatennummer

Abbildung A.3.: Dateischlüssel für die Messdaten vom Stützlager

LB1_hu Bias_1.0A I_{max}_1.0A 0.49mm 0.44mm -0.18V +1.46V 02500Hz test01.txt

A B C D E F G H I

- A ... Position des Elektromagnets
- B ... verwendeter Biasstrom
- C ... maximaler Strom zusätzlich zum Bias
- D ... vorderer Abstand zwischen Translator und EM
- E ... hinterer Abstand zwischen Translator und EM
- F ... Spannungssignal des Wegsensors LB1-POS 1
- G ... Spannungssignal des Wegsensors LB2-POS 1
- H ... Abtastfrequenz
- I ... laufende Messdatennummer

Abbildung A.4.: Dateischlüssel für die Messdaten vom Hauptlager

A.4. Sensorempfindlichkeiten

Die aufgelisteten Sensorempfindlichkeiten beziehen sich auf die Aufzeichnung der Messkanäle über die Messdatenerfassungskarte. Für Berechnungen und Aufzeichnungen im DSP müssen andere Empfindlichkeiten verwendet werden. Die im DSP-Programm hinterlegten Empfindlichkeiten wurden von den bereits unter [2] ermittelten Werten übernommen.

A.4.1. Strommessung

Jeder Elektromagnet ist mit einer eigenen Strommessung ausgestattet. Bis auf die Strommessung in EM4, die einen Messbereich von 0-12 A aufweist, weisen alle anderen einen Bereich von 0-6 A auf. Die Werte wurden der Prüfstandsdokumentation entnommen.

Elektromagnet	Messbereich	Empfindlichkeit
EM1/2 & EM5/6	0-6 A	0.757576 A/V
EM3	0-6 A	0.764318 ¹ A/V
EM4	0-12 A	1.482579 ¹ A/V

Tabelle A.4.: Empfindlichkeiten der Stromsensoren

A.4.2. Positionssensoren

Für die Identifikation des Stützmagneten wurden die Empfindlichkeiten der Positionssensoren aus der Prüfstandsdokumentation entnommen. Durch einen Neubau des Messverstärkers war es notwendig, neben der - wie schon unter 2.1 erwähnten Neukalibrierung der Positionssensoren für die z-Richtung - auch die vier Sensoren für die y-Richtung neu zu kalibrieren. Bei der Kalibrierung der Sensoren für die z-Position des Translators wurde erkannt, dass die aufgebrachten Aluminiumbleche nicht parallel zum Blechpaket am Translator sind. Da die Identifikation des Hauptlagers bei unbewegtem Translator erfolgte, entstand dadurch kein Messfehler.

¹Werte aus den Unterlagen von [2]

Positionssensor	Spannungshub	Positionshub	Empfindlichkeit
LB1-POS 1	7.389 V	0.63 mm	0.085262 mm/V
LB1-POS 2	7.393 V	0.48 mm	0.064926 mm/V
LB1-POS 3	7.27 V	0.54 mm	0.074278 mm/V
LB2-POS 1	7.434 V	0.62 mm	0.083401 mm/V
LB2-POS 2	7.3 V	0.43 mm	0.058904 mm/V
LB2-POS 3	7.31 V	0.55 mm	0.075239 mm/V
LB1-POS 2 ²	-	-	0.08 mm/V

Tabelle A.5.: Empfindlichkeiten der Positionssensoren

A.4.3. Kraftmessung

Der bei der Identifikation der Stützlager verwendete externe Kraftsensor ist an einem Messverstärker, der ebenfalls von der Firma HBM stammt, angeschlossen worden. Die Empfindlichkeit dieses Verstärkers ergibt sich als Funktion des eingestellten Messbereichs. Für die Versuche wurde ein Messbereich von 0-400 N gewählt. Zur Bestimmung der Werte der beiden DMS-Sensoren in den Lagerböcken wurden Gewichte auf jeden Lagerbock gelegt. Die Empfindlichkeit wurde anschließend aus den gemessenen Spannungswerten und dem aufgebrauchten Gewicht berechnet.

Bezeichnung	Messbereich	Empfindlichkeit
externer Sensor	0-400 N	40 N/V
$F_{N,stat}/LB1$	-140-1417 N	149.898 N/V
$F_{N,stat}/LB2$	-140-1417 N	148.55 N/V

Tabelle A.6.: Empfindlichkeiten der Kraftsensoren

²vor der Neukalibrierung

Abkürzungsverzeichnis

AKF	Autokorrelationsfunktion
ARX-Modell	Auto-Regressions Modell
BJ-Modell	Box-Jenkins Modell
DMS	Dehnmessstreifen
DSP	Digitaler Signalprozessor
EM	Elektromagnet
KKF	Kreuzkorrelationsfunktion
LB	Lagerbock
LQG	Linear-Quadratic-Gaussian Regler
LQR	Linear-Quadratic Regler
MISO	Multiple Input-Single Output
MPC	Model Predictive Control
OE-Modell	Output-Error Modell
PWM	Pulsweitenmodulation
SISO	Single Input-Single Output

Symbolverzeichnis

A	Systemmatrix des Translatorsmodells/Gesamtmodells
A_d	diskrete Systemmatrix des Translatorsmodells
A_{Fi}	Systemmatrix der i-ten Magnetkraft
\hat{A}	erweiterte Systemmatrix
B	Eingangsmatrix des Translatorsmodells/Gesamtmodells
B_{du}	diskrete Eingangsmatrix des Translatorsmodells
B_{dz}	diskrete Systemstörmatrix des Translatorsmodells
B_{Fi}	Eingangsmatrix der i-ten Magnetkraft
\hat{B}	erweiterte Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix des Gesamtmodells
C_{Fi}	Ausgangsmatrix der i-ten Magnetkraft
D	Durchgangsmatrix des Gesamtmodells
ΔF	Kraftänderung
Δi	Stromänderung
Δs	Luftspaltänderung
Δs_{h1}	Luftspaltänderung in den Stützlagern (LB1) auf Grund von θ
Δs_{h2}	Luftspaltänderung in den Stützlagern (LB2) auf Grund von θ
Δs_{ko}	Luftspaltänderung im oberen Stützlager auf Grund von γ
Δs_{ku}	Luftspaltänderung im unteren Stützlager auf Grund von γ
$\Delta s_{Mho/LB1}$	Luftspaltänderung im oberen Stützlager (LB1)
$\Delta s_{Mho/LB2}$	Luftspaltänderung im oberen Stützlager (LB2)
$\Delta s_{Mhu/LB1}$	Luftspaltänderung im unteren Stützlager (LB1)
$\Delta s_{Mhu/LB2}$	Luftspaltänderung im unteren Stützlager (LB2)
$\Delta s_{Mv/LB1}$	Luftspaltänderung im Hauptlager (LB1)
$\Delta s_{Mv/LB2}$	Luftspaltänderung im Hauptlager (LB2)
Δs_{v1}	Luftspaltänderung im Hauptlager (LB1) auf Grund von φ
Δs_{v2}	Luftspaltänderung im Hauptlager (LB2) auf Grund von φ
$\Delta s_{w\gamma}$	Verschiebung des Schwerpunkts auf Grund von γ
$\Delta s_{w\varphi}$	Verschiebung des Schwerpunkts auf Grund von φ
Δs_{y1}	Messsignal des Abstandssensors S_{y1}
Δs_{y4}	Messsignal des Abstandssensors S_{y4}

Δs_{y2}	Messsignal des Abstandssensors S_{y2}
Δs_{y3}	Messsignal des Abstandssensors S_{y3}
Δs_{z1}	Messsignal des Abstandssensors S_{z1}
Δs_{z2}	Messsignal des Abstandssensors S_{z2}
Δx	Verschiebung in x-Richtung
Δz	Verschiebung in z-Richtung
Δy	Verschiebung in y-Richtung
$\Delta \ddot{z}$	Beschleunigung in z-Richtung
D^*	Richtmoment
E	Systemstörmatrix des Gesamtmodells
F	Ausgangsstörmatrix des Gesamtmodells
f	Vektorfunktion
F_{Ax}	Antriebskraft in x-Richtung
F_{Ay}	Antriebskraft in y-Richtung
F_{Az}	Antriebskraft in z-Richtung
f_E	Erregerfunktion
F_G	Gewichtskraft
F_i	i-te Magnetkraft
$F_{Mho/LB1}$	obere Magnetkraft im Stützlager des Lagerbocks 1
$F_{Mho/LB2}$	obere Magnetkraft im Stützlager des Lagerbocks 2
$F_{Mhu/LB1}$	untere Magnetkraft im Stützlager des Lagerbocks 1
$F_{Mhu/LB2}$	untere Magnetkraft im Stützlager des Lagerbocks 2
$F_{Mv/LB1}$	vertikale Magnetkraft im Lagerbock 1
$F_{Mv/LB2}$	vertikale Magnetkraft im Lagerbock 2
F_N	Normalkraft
F_R	Reibkraft
F_{Rx}	Reibkraft in x-Richtung
F_{Ry}	Reibkraft in y-Richtung
i_0	Biasstrom
i_s	Steuerstrom
I_{xx}	Massenträgheitsmoment des Translators um die x-Achse
I_{yy}	Massenträgheitsmoment des Translators um die y-Achse
I_{zz}	Massenträgheitsmoment des Translators um die z-Achse

J	Gütefunktional bei MPC-Regelung
K	Rückführmatrix
K_w	Vorverstärkungsmatrix
K_z	Störgrößenverstärkungsmatrix
L	Kalman-Rückführverstärkungsmatrix
M	Massenmatrix
M_i	Umrechnungsfaktor zw. Sensorsignal und den Translatorfreiheitsgraden
m_T	Masse des Translators
M_u	Umrechnungsmatrix zw. Sensorsignalen und den Translatorfreiheitsgraden
P	Umrechnungsmatrix zw. Sensorsignalen und den Störgrößen
P_i	Umrechnungsfaktor zw. Sensorsignal und den Störgrößen
Q	Gewichtungsmatrix der Zustände
q	Generalisierte Koordinaten
\dot{q}	1. Ableitung der generalisierten Koordinaten
\ddot{q}	2. Ableitung der generalisierten Koordinaten
Q_{nk}	nichtkonservative Kräfte/Momente
Q_r	Kovarianzmatrix des Systemrauschens
Q_y	Gewichtungsmatrix bei MPC-Regelung
R	Gewichtungsmatrix der Stellgrößen
r_{AS}	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Antriebspunkt
$r_{Mho/LB1_S}$	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt von $F_{Mho/LB1}$
$r_{Mho/LB2_S}$	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt von $F_{Mho/LB2}$
$r_{Mhu/LB1_S}$	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt von $F_{Mhu/LB1}$
$r_{Mhu/LB2_S}$	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt von $F_{Mhu/LB2}$
$r_{Mv/LB1_S}$	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt von $F_{Mv/LB1}$
$r_{Mv/LB2_S}$	Ortsvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt von $F_{Mv/LB2}$
r_S	Ortsvektor vom Inertialsystem zum Schwerpunkt
R_v	Kovarianzmatrix des Sensorrauschens

S	Schwerpunkt
γ	Verdrehung um die x-Achse
ω	Kreisfrequenz
θ	Verdrehung um die z-Achse
φ	Verdrehung um die y-Achse
T	kinetische Energie
t	Zeit
T_s	Abtastzeit
T_{schw}	Schwingungsdauer
\mathbf{u}	Steuervektor
\mathbf{u}_T	Steuervektor des Translatormodells
V	potentielle Energie
\mathbf{v}	Zusätzlicher Zustandsvektor für die Integration des Regelfehlers
\mathbf{w}	Führungsgrößenvektor
\mathbf{x}	Zustandsvektor (allgemein)
\mathbf{x}_{Fi}	Zustandsvektor der i-ten Magnetkraft
$\hat{\mathbf{x}}$	erweiterter Zustandsvektor
\mathbf{x}_T	Zustandsvektor des Translatormodells
\mathbf{Y}	Ausgangsgrößenmatrix
\mathbf{y}	Systemausgangs-/Regelgrößenvektor
\mathbf{Y}_{ref}	Referenzausgangsgrößenmatrix
\mathbf{z}	Störgrößenvektor

Literaturverzeichnis

- [1] H. Czichos und K. Habig. *Tribologie-Handbuch*. Vieweg+Teubner Verlag, 2010.
- [2] G. Schifflleithner. *Eine innovative tribologische Versuchseinrichtung mit aktiver magnetischer Lagerung*. Technische Universität Wien, 2010.
- [3] G. Rothensteiner. *Regelung eines tribologischen Prüfstandes*. Technische Universität Wien, 2013.
- [4] W.D. Pietruszka. *MATLAB® und Simulink® in der Ingenieurpraxis: Modellbildung, Berechnung und Simulation*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- [5] H. Springer und J. Wassermann. *Vorlesungsskriptum: Mess- und Schwingungstechnik*. Technische Universität Wien, 2007.
- [6] A. Schulz H. Husstedt, E. Andreeva-Moschen. *Vorlesungsskriptum: Sensor- und Aktorsysteme*. Technische Universität Wien, 2014.
- [7] M. Kozek und S. Jakubek. *Vorlesungsskriptum: Identifikation-Experimentelle Modellbildung*. Technische Universität Wien, 2012.
- [8] O. Nelles. *Vorlesungsfolien: Zustandsraum und Digitale Regelung*. University of Siegen, 2014.
- [9] S. Jakubek. *Vorlesungsskriptum: Digital Control*. Technische Universität Wien, 2012.
- [10] R. Isermann. *Digitale Regelsysteme: Band 2: Stochastische Regelungen, Mehrgrößenregelungen, Adaptive Regelungen, Anwendungen*. Springer Berlin Heidelberg, 1987.
- [11] R. Isermann. *Digitale Regelsysteme: Band 1: Grundlagen, deterministische Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg, 1988.
- [12] S. Jakubek. *Vorlesungsskriptum: Zustandsregelung von Mehrgrößensystemen*. Technische Universität Wien, 2011.