



## DISSERTATION

# Anwendung eines Kalman-Filters in der Auswertung von VLBI-Daten

ausgeführt zum Zweck der Erlangung des akademischen Grades  
eines Doktors der technischen Wissenschaften unter der Leitung von

o.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Harald Schuh

E 120-4

Forschungsgruppe Höhere Geodäsie

Department für Geodäsie und Geoinformation

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Mathematik und Geoinformation

in Zusammenarbeit mit der Technischen Universität Berlin

Fakultät VI Planen Bauen Umwelt

Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik

von

**Dipl.-Ing. Benedikt Soja**

Matrikelnummer: 0826631

Albert-Einstein-Straße 13

14473 Potsdam

Deutschland



# Danksagung

Ich möchte mich ganz besonders bei meinem Betreuer Harald Schuh bedanken. Er hat mich stets mit hilfreichen Ratschlägen und Ideen unterstützt, sowohl fachlich als auch in Hinsicht auf meine Karriere als Wissenschaftler, wobei ich sehr von seiner Weitsicht und exzellenten Vernetzung profitieren konnte. Bei der Erreichung meiner bisher größten wissenschaftlichen Erfolge spielte er eine entscheidende Rolle. Er motivierte mich stets, große Ziele zu verfolgen – sowohl in der Forschung als auch bei meinen sportlichen Betätigungen.

Mein großer Dank gehört auch Robert Heinkelmann, der mich, als Leiter der Forschungsgruppe *VLBI*, in meiner Zeit am GFZ intensiv betreut und mir bei vielen Problemstellungen geholfen hat. Seit er mich 2011, am ersten Tag meines Praktikums am DGFI München, vom Bahnhof abholte, schätze ich seine kollegiale und selbstlose Art. Er brachte mich damals auf die Idee, mit VLBI die Sonnenkorona zu untersuchen, woraus sich Publikationen ergaben, die mir seither bei zahlreichen Anträgen und Bewerbungen einen Vorteil verschafften.

Außerdem möchte ich den Mitgliedern des Dissertationskomitees danken, die mit ihren hilfreichen Kommentaren signifikant zur Verbesserung dieser Arbeit beigetragen haben. Ich bin Richard Gross zu besonderem Dank verpflichtet, mit dem ich in den letzten Jahren eine ausgezeichnete Zusammenarbeit genießen konnte. Für den wissenschaftlichen Austausch besuchte er mich nicht nur am GFZ Potsdam, sondern lud mich auch für fünf Wochen ans NASA Jet Propulsion Laboratory in Kalifornien ein, wahrscheinlich der Höhepunkt meiner Zeit als Doktorand. Ich danke Thomas Hobiger vielmals für die anregenden Diskussionen bei Konferenzen und die zeitnahe Begutachtung meiner Dissertation.

Meine Arbeit am GFZ zum Thema Kalman-Filterung wurde durch das von Tobias Nilsson geleitete Projekt VLBI-ART (P 24187-N21) ermöglicht, für dessen Förderung ich dem Österreichischen Wissenschaftsfonds FWF sehr verbunden bin. Ich möchte mich ausdrücklich bei Tobias Nilsson für die Freiheiten, die er mir in der Projektarbeit ließ, und all die Konferenzen, deren Besuch er mir ermöglichte, bedanken. Ich schätze auch sehr die fruchtbaren Diskussionen, die ich mit ihm und meiner ehemaligen Projektpartnerin Maria Karbon führen konnte.

Generell möchte ich mich bei all meinen Kollegen in der Forschungsgruppe VLBI und Sektion 1.1 bedanken, die für eine sehr angenehme Arbeitsatmosphäre gesorgt haben. Besonders möchte ich Kyriakos Balidakis und Susanne Glaser meinen Dank sagen, mit denen ich eine sehr freundschaftliche Zusammenarbeit hatte.

Ein ganz herzliches Dankeschön geht nicht zuletzt an meine Eltern und meine Schwester, die mich durchgehend und vielschichtig aus der Ferne unterstützt haben und für eine immense Vorfreude auf jeden einzelnen Heimaturlaub sorgten.





# Kurzfassung

Very Long Baseline Interferometry (VLBI) ist eines der fundamentalen geodätischen Welt- raumverfahren. Wichtige Ziele für die nächste Generation an VLBI-Technologie sind die kontinu- ierliche Durchführung von Beobachtungen und eine automatische Datenverarbeitung. Zu diesem Zwecke ist es notwendig, echtzeitfähige Parameterschätzungsalgorithmen, wie das Kalman-Filter, in der VLBI-Auswertung einzuführen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein solches Filter in die VLBI-Software VieVS@GFZ implementiert und verschiedenste Aspekte in Bezug auf die Prozes- sierung von VLBI-Daten untersucht. Innerhalb des entsprechenden Moduls VIE\_KAL ist es u.a. möglich, alle in der VLBI-Auswertung gängigen Parameter zu schätzen, deren stochastische Mo- delle anzupassen, flexibel das Datum zu definieren, externe Daten zu integrieren sowie datums- freie Normalgleichungen zu extrahieren.

Der Fokus der Untersuchungen wurde auf den Einfluss der Troposphäre, der wichtigsten Feh- lerquelle in der VLBI-Auswertung, und auf die Bestimmung von Stationspositionen, welche in der Geodäsie von wesentlicher Bedeutung sind, gelegt. Für die stochastische Modellierung der troposphärischen Laufzeitverzögerungen wurden stations- und zeitabhängige Unterschiede be- rücksichtigt. In Vergleichen mit troposphärischen Parametern aus GNSS, Wasserdampfadiome- tern und numerischen Wettermodellen wies die Kalman-Filter-Lösung um 5 bis 15% geringere Differenzen als eine Kleinste-Quadrate-Lösung auf, die auf denselben Modellen und VLBI-Daten basierte. Auch in Bezug auf geschätzte Stationskoordinaten wies die Kalman-Filter-Lösung bes- sere Basislinienlängen- und Koordinatenwiederholbarkeiten auf. Die Anwendung des stations- abhängigen Prozessrauschens brachte eine zusätzliche Verbesserung. Des Weiteren wurde das Kalman-Filter dazu verwendet, subtägliche Stationskoordinatenvariation aufgrund von Gezeiten- und Auflasteffekten zu bestimmen.

Schließlich wurden die gewonnenen Erkenntnisse dazu verwendet, Kalman-Filter-basierte globale terrestrische Referenzrahmen (TRF) zu bestimmen. Für die stochastische Modellierung der Koordinatenvariationen einzelner Stationen wurden Auflastdeformationszeitreihen herange- zogen. Durch den nichtdeterministischen Ansatz des Filters war es möglich, nichtlineare Posi- tionsbewegungen, verursacht z.B. durch unregelmäßige saisonale Effekte oder postseismische Deformationen, zu berücksichtigen. In Vergleichen mit einer VLBI-TRF-Lösung mittels einer klas- sischen Ausgleichung und dem ITRF2008 zeigten sich gute Übereinstimmungen in Bezug auf die Transformationsparameter und Stationsgeschwindigkeiten. Das Testen verschiedener Optionen bezüglich der Parametrisierung und stochastischen Modellierung führte zu Erkenntnissen, wie zukünftige Referenzrahmen verbessert werden können.

# Abstract

Very long baseline interferometry (VLBI) is one of the fundamental space geodetic techniques. Important goals for the next generation of VLBI technology are continuous operations as well as automated data processing. For this reason, it is necessary to introduce real time capable parameter estimation algorithms, such as Kalman filters, to VLBI data analysis. In this study, such a filter was implemented in the VLBI software VieVS@GFZ, and several aspects related to VLBI data processing were investigated. Within the corresponding module VIE\_KAL it is possible, for example, to estimate all parameters important in VLBI analysis, adapt their stochastic models, flexibly define the datum, integrate external data, as well as extract datum free normal equations.

The foci of the investigations were on the effects of the troposphere, the most important error source in VLBI analysis, and on the determination of station positions, which are of great importance in geodesy. For the stochastic model of the tropospheric delays, station- and time-dependent differences were considered. In comparisons with tropospheric parameters from GNSS, water vapor radiometers and numerical weather models, the Kalman filter solution yielded 5 to 15% smaller differences than a least squares solution based on the same models and VLBI data. Also in the case of estimated station coordinates, the Kalman filter solution exhibited better baseline length and station coordinate repeatabilities. The application of station-based process noise led to additional improvements. Furthermore, the Kalman filter was used to estimate sub-daily station coordinate variations caused by tidal and loading effects.

Finally, the findings were used to determine Kalman-filter-based global terrestrial reference frames (TRFs). For the stochastic model of the coordinate variations of particular stations, loading deformation time series were utilized. The non-deterministic approach of the Kalman filter allowed the consideration of non-linear station movement, for example, due to irregular seasonal effects or post-seismic deformations. In comparisons with a VLBI TRF solution from a classical adjustment and ITRF2008, a good agreement in terms of transformation parameters and station velocities was achieved. The findings from testing different options related to the parameterization and to the stochastic model will help to improve future reference frames.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Zielsetzung . . . . .	2
1.2 Gliederung . . . . .	4
<b>2 Very Long Baseline Interferometry</b>	<b>7</b>
2.1 Bisherige und zukünftige Entwicklungen . . . . .	7
2.2 Grundprinzip der VLBI . . . . .	8
2.3 Troposphäre in der VLBI-Auswertung . . . . .	10
2.3.1 Zenitale Laufzeitverzögerungen und Projektionsfunktionen . . . . .	12
2.3.2 Troposphärische Gradienten . . . . .	13
2.3.3 Atmosphärische Turbulenz . . . . .	14
2.4 Stationskoordinaten in der VLBI-Auswertung . . . . .	15
2.4.1 Korrekturmodelle . . . . .	15
2.4.1.1 Gezeiten der festen Erde . . . . .	16
2.4.1.2 Ozeanauflasteffekte . . . . .	16
2.4.1.3 Atmosphärenauflasteffekte . . . . .	17
2.4.1.4 Hydrologieauflasteffekte . . . . .	17
2.4.1.5 Weitere Korrekturen . . . . .	18
2.4.2 Datumsdefinition . . . . .	18
2.5 VLBI-Beitrag zu Terrestrischen Referenzrahmen . . . . .	20
2.5.1 Grundlagen von TRFs . . . . .	20
2.5.2 Ansätze zur Bestimmung von TRFs . . . . .	22
2.5.2.1 Zeitreihenbasierte TRFs . . . . .	22
2.5.2.2 Kombinationsstrategien . . . . .	23
2.5.2.3 TRF-Lösungen einzelner Techniken . . . . .	24
<b>3 Parameterschätzung</b>	<b>25</b>
3.1 Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	25
3.1.1 Funktionales Modell . . . . .	25
3.1.2 Stochastisches Modell . . . . .	27
3.1.3 Einführung von Bedingungen in der Ausgleichung . . . . .	28

3.1.4	Reduzieren von Parametern auf Normalgleichungsebene . . . . .	29
3.2	Kalman-Filter . . . . .	29
3.2.1	Grundprinzip . . . . .	30
3.2.2	Smoother . . . . .	32
3.2.3	Alternative Filtertechniken . . . . .	33
3.2.3.1	Informationsfilter und Wurzelarstellung . . . . .	33
3.2.3.2	Adaptiver Kalman-Filter . . . . .	34
3.2.3.3	Weitere Filtertechniken . . . . .	35
3.3	Stochastische Prozesse . . . . .	36
3.3.1	Grundlagen . . . . .	36
3.3.2	Wichtige stochastische Prozesse . . . . .	37
3.3.2.1	White noise . . . . .	37
3.3.2.2	Random walk . . . . .	38
3.3.2.3	Integrated random walk . . . . .	39
3.3.2.4	Gauß-Markov-Prozesse . . . . .	40
3.3.2.5	Weitere stochastische Prozesse . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Datengrundlage</b>	<b>43</b>
4.1	IVS-Datenarchiv . . . . .	43
4.1.1	CONT-Kampagnen . . . . .	43
4.1.2	Nicht-Intensive VLBI-Sessions . . . . .	45
4.2	Externe Daten . . . . .	48
4.2.1	GNSS . . . . .	48
4.2.2	Wasserdampfradiometer . . . . .	49
4.2.3	Numerische Wettermodelle . . . . .	50
4.2.4	Auflastmodelle . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Kalman-Filter zur Auswertung von VLBI-Daten</b>	<b>53</b>
5.1	Implementierung innerhalb von VieVS@GFZ . . . . .	53
5.2	Charakterisierung und Modellierung der geschätzten Parameter . . . . .	56
5.3	Datumsdefinition im Kalman-Filter . . . . .	63
5.4	Echtzeitanwendungen . . . . .	64
5.5	Postprozessierungsanwendungen . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Untersuchung troposphärischer Laufzeitverzögerungen</b>	<b>69</b>
6.1	Bestimmung des stochastischen Modells . . . . .	69
6.1.1	Vergleich der VLBI-Lösungen . . . . .	70
6.1.2	Vergleich mit externen Daten . . . . .	71
6.1.3	Zeitliche Änderung der stochastischen Parameter . . . . .	74
6.2	Vergleich troposphärischer Laufzeitverzögerungen . . . . .	74
6.2.1	Vergleiche in Bezug auf WVR-Daten . . . . .	75

6.2.2	Vergleiche in Bezug auf GNSS-Daten . . . . .	79
6.2.3	Formale Fehler der ZWD-Zeitreihen . . . . .	81
6.2.4	Spektren der ZWD-Differenzen . . . . .	82
<b>7</b>	<b>Untersuchung von Stationskoordinatenvariationen</b>	<b>83</b>
7.1	Wiederholbarkeiten von Stationskoordinaten und Basislinienlängen . . . . .	83
7.1.1	Vergleiche der VLBI-Lösungen . . . . .	84
7.1.2	Integration externer Daten . . . . .	87
7.2	Bestimmung von unmodellierten kurzfristigen Verschiebungen . . . . .	89
7.2.1	Gezeiten der festen Erde . . . . .	91
7.2.2	Ozeangezeiten und atmosphärische Auflasteffekte . . . . .	92
<b>8</b>	<b>Erzeugung Terrestrischer Referenzrahmen</b>	<b>95</b>
8.1	Kalman-Filter zur Erstellung von TRFs . . . . .	95
8.1.1	Grundsätzlicher Aufbau . . . . .	95
8.1.2	Stochastisches Modell aus geophysikalischen Deformationen . . . . .	98
8.1.3	Stochastische Modellierung postseismischer Deformationen . . . . .	100
8.1.4	Unterschiede zu KALREF . . . . .	102
8.2	Kalman-Filter-basierte TRF-Lösungen . . . . .	103
8.2.1	Random walk-Prozesse und jährliche Signale . . . . .	103
8.2.2	Postseismische Deformationen . . . . .	105
8.2.3	Integrated random walk-Prozesse und Stationsgeschwindigkeiten . . . . .	108
8.2.4	Vergleiche linearer TRF-Lösungen . . . . .	111
<b>9</b>	<b>Schlussfolgerungen und Ausblick</b>	<b>117</b>
9.1	Schlussfolgerungen . . . . .	117
9.2	Ausblick . . . . .	119
<b>A</b>	<b>Troposphärische Rauschparameter</b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Verschiebungen aufgrund atmosphärischer Auflasteffekte</b>	<b>125</b>
<b>C</b>	<b>Rauschparameter aus geophysikalischen Auflasteffekten</b>	<b>127</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>131</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>133</b>
	<b>Akronyme</b>	<b>135</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>139</b>
	<b>Curriculum Vitae</b>	<b>153</b>



# Kapitel 1

## Einführung

Diese Arbeit behandelt das Kalman-Filter, einen Parameterschätzungsalgorithmus. Sein Name leitet sich von Rudolf E. Kálmán her, der einen wichtigen Beitrag zu dessen Entwicklung geleistet hat (Kálmán, 1960; Kálmán & Bucy, 1961). Ähnliche Algorithmen wurden jedoch schon davor oder parallel dazu veröffentlicht, wie z.B. das Wiener-Filter (Wiener, 1949) oder eine allgemeinere Form des Kalman-Filters (Stratonovich, 1959). Alternativ gebrauchte Bezeichnungen für das Kalman-Filter sind Kalman-Bucy-Filter und Stratonovich-Kalman-Bucy-Filter.

Der Durchbruch gelang zweifelsohne durch die Anwendung des Kalman-Filters für Navigationsaufgaben im Rahmen des Apollo-Programms der *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), welche zu erfolgreichen Mondlandungen führte. Seitdem ist das Kalman-Filter in verschiedensten Bereichen etabliert, wie z.B. Inertialnavigation, Selbststeuerung, bis hin zu Wettervorhersagen, Seismologie oder Telekommunikation. Die sequentielle Natur des Filters eignet sich insbesondere für Echtzeitanwendungen.

Auch in der Geodäsie spielt das Kalman-Filter eine gewichtige Rolle. Es wird unter anderem zur Positionierung mittels *Global Navigation Satellite Systems* (GNSS) verwendet (z.B. Webb & Zumberge, 1993; Schüler, 2001; Li *et al.*, 2013) und dient der Kombination von Erdorientierungsparametern (EOP; Gross *et al.*, 1998; Gross, 2000; Chin *et al.*, 2009). Auch wurden Kalman-Filter zur Untersuchung von troposphärischen Effekten basierend auf *Global Positioning System* (GPS)-Daten in Studien von Jarlemark *et al.* (1998), Emardson & Jarlemark (1999), und Schüler (2001) erfolgreich eingesetzt. Da mittlerweile auch Schwerefeldlösungen mit Filter-Techniken abgeleitet werden (Kurtenbach *et al.*, 2009), werden alle drei klassischen Säulen der Geodäsie (Figur der Erde, Schwerefeld und Erdorientierung) abgedeckt. Diese Bereiche werden durch Referenzrahmen verknüpft. Für die Bestimmung der Terrestrischen Referenzrahmen (*terrestrial reference frame*, TRF) des *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (IERS) Kombinationszentrum (*combination center*, CC) am *NASA Jet Propulsion Laboratory* (JPL) wurde ein Kalman-Filter verwendet (Wu *et al.*, 2015). Somit werden in allen Bereichen, die die Kommissionen der *International Association of Geodesy* (IAG) abbilden, Kalman-Filter eingesetzt.

Die Radiointerferometrie auf langen Basen (*Very Long Baseline Interferometry*, VLBI) ist neben GNSS, *Satellite Laser Ranging* (SLR) und *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by*

*Satellite* (DORIS) eines der fundamentalen geodätischen Weltraumverfahren. Es ist das einzige dieser Verfahren, das alle fünf EOP sowie Himmelsreferenzrahmen (*celestial reference frame*, CRF) bestimmen kann. Außerdem spielt es eine wichtige Rolle bei der Bestimmung des Maßstabs von TRFs. Die Tätigkeiten werden durch das *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry* (IVS, Schuh & Behrend, 2012), einem Dienst der IAG und der *International Astronomical Union* (IAU), koordiniert.

Obwohl bereits in den frühen 90er Jahren Kalman-Filter zur Auswertung von VLBI-Daten verwendet wurden (Herring *et al.*, 1990; Tralli *et al.*, 1992) wird die Parameterbestimmung in den am meisten verwendeten VLBI-Software-Paketen mittels Ausgleichung nach kleinsten Quadraten (*least squares method*, LSM) durchgeführt. Wie in Nilsson *et al.* (2015b) beschrieben, handelt es sich z.B. um CALC/SOLV (Ma *et al.*, 1990), VieVS (*Vienna VLBI Software*, Böhm *et al.*, 2012) oder OCCAM (Titov *et al.*, 2004). Es existieren einige Filter-basierte Software-Pakete (z.B. GEOSAT (Andersen, 2000), QUASAR (Kurdubov, 2007), SteelBreeze (Bolotin, 2000), K-Solve, sowie ein Filter-Modul in OCCAM), die jedoch entweder nicht weiterentwickelt werden oder deren Produkte im Vergleich zu jenen anderer Software-Pakete tendenziell größere Abweichungen aufweisen (Messerschmitt *et al.*, 2015). Zudem gibt es seit den Publikationen Anfang der 90er Jahre kaum wissenschaftliche Veröffentlichungen zum Thema Kalman-Filter in der VLBI-Auswertung. Studien von Pany *et al.* (2007, 2011) berühren das Thema nur am Rand, da sie auf die Simulation und nicht auf die Auswertung von VLBI-Beobachtungen fokussiert sind.

## 1.1 Motivation und Zielsetzung

Im Rahmen des sich im Aufbau befindenden *VLBI Global Observing System* (VGOS, Petrichenko *et al.*, 2009; Hase *et al.*, 2012), näher beschrieben in Abschnitt 2.1, wird angestrebt, VLBI-Beobachtungen kontinuierlich auszuführen und in Nahe-Echtzeit auszuwerten (Hase *et al.*, 2015). Dies ist ein großer Unterschied zur derzeitig eingesetzten Infrastruktur, mit der einzelne üblicherweise 24 Stunden dauernde VLBI-Sessions durchgeführt werden, die erst zwei oder mehr Wochen nach Beobachtung ausgewertet werden können. In Zukunft müssen daher neben den notwendigen Änderungen an der Hardware auch die VLBI-Software-Pakete in Richtung Echtzeitauswertung angepasst werden. Für diesen Schritt ist es notwendig, echtzeitfähige Algorithmen, wie z.B. das Kalman-Filter, einzuführen.

Auch für die heutzutage im Vordergrund stehende Postprozessierung weist das Kalman-Filter entschiedene Vorteile gegenüber der Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung auf. In letzterem Fall ist es immer notwendig, geschätzte Größen entsprechend zu parametrisieren. Dies geschieht in der VLBI-Auswertung üblicherweise durch kontinuierliche stückweise lineare Funktionen (*continuous piecewise linear function*, CPWLF, oft auch: PWLF). Für stark variierende Parameter, wie z.B. atmosphärische Laufzeitverzögerungen, ist es damit jedoch nicht möglich, zufällige kurzperiodische Variationen (siehe Turbulenz, Abschnitt 2.3.3) zu bestimmen, was sich negativ auf andere geschätzte Parameter auswirken kann (Nilsson *et al.*, 2015b). Durch Verwendung eines Kalman-



Filters kann die zeitliche Auflösung erheblich erhöht werden, da für jede Beobachtungsepoche ein Schätzwert ermittelt wird. Gleichzeitig kann durch sorgfältige stochastische Modellierung sichergestellt werden, dass das Ausmaß der zufälligen Variationen physikalisch nachvollziehbar ist, und nicht vordergründig z.B. durch Beobachtungsdatenfehler beeinflusst wird (Soja *et al.*, 2015d).

Aus gutem Grund wurde daher beschlossen, die am GeoForschungsZentrum (GFZ) Potsdam entwickelte Software VieVS@GFZ, die auf VieVS zurückgeht, um ein Kalman-Filter-basiertes Parameterschätzungsmodul zu erweitern (Nilsson *et al.*, 2015b). Nach ersten Test-Versionen, die wissenschaftlichen Untersuchungen dienten, wurde 2015 auch eine erste Version zum Einsatz in der operationellen Auswertung am GFZ als IVS-Auswertezentrum (*analysis center*, AC) geschrieben, die in Zukunft parallel zur LSM-basierten Parameterschätzung von VieVS@GFZ zum Einsatz kommen und diese eventuell ersetzen könnte.

Die vorliegende Arbeit zielt dementsprechend darauf ab, die **Anwendung eines Kalman-Filters in der Prozessierung von VLBI-Daten** zu beschreiben, zu untersuchen und schlussendlich zu verbessern. Insbesondere wurde Fokus auf drei spezielle Gebiete gelegt, auf die im Folgenden eingegangen wird. In Bezug auf die Untersuchung von anderen durch Kalman-Filterung bestimmten geodätischen Parametern sei auf Nilsson *et al.* (2015b) und im Falle von EOP auf Karbon *et al.* (eingereicht) verwiesen.

Der **Einfluss der Troposphäre** gilt als wichtigste Fehlerquelle in der VLBI-Auswertung (Pany *et al.*, 2011; Heinkelmann *et al.*, 2011), weshalb jegliche Verbesserung in dessen Modellierung oder Schätzung willkommen ist. Aufgrund der turbulenten Natur der Troposphäre ist von allen in der VLBI-Auswertung wichtigen Parametern hier die größte Verbesserung durch Einsatz eines Kalman-Filters zu erwarten. Dass troposphärische Parameter in der Klimaforschung (Heinkelmann *et al.*, 2007) sowie der Wettervorhersage (Deng, 2012) relevant sind, ist ein weiterer Grund, um deren Genauigkeit zu verbessern. Zudem ist es möglich, umfassende Vergleiche mit anderen geodätischen Beobachtungstechniken durchzuführen, die von den gleichen Effekten betroffen sind (Soja *et al.*, 2015c,d).

Die **Bestimmung von Stationskoordinaten** ist in der Geodäsie von fundamentaler Wichtigkeit. Sie dienen z.B. als Eingangsgröße bei der Erstellung von TRFs. In Koordinatenzeitreihen sind säkulare Veränderungen (z.B. durch kontinentale Plattenbewegungen), saisonale Signale, sowie kurzfristige Effekte, das heißt im subtäglichen Bereich oder innerhalb von wenigen Tagen, zu finden (Soja *et al.*, 2015b). Letztere sind im Allgemeinen stark nichtlinear, weshalb sich deren Untersuchung mithilfe eines Kalman-Filters anbietet. Nicht- oder ungenügend modellierte Effekte können zu einem gewissen Grad durch das Kalman-Filter absorbiert werden. Außerdem ist von Interesse, inwiefern sich Verbesserungen in der Modellierung der Troposphäre durch Korrelationen auf die Stationskoordinaten auswirken (Soja *et al.*, 2015b).

Die in der Anwendung eines Kalman-Filters in der VLBI-Auswertung gewonnenen Erkenntnisse lassen sich zu einem gewissen Grad auch für die **Bestimmung von terrestrischen Referenzrahmen** einsetzen. Ähnlich wie für kurzfristige Stationskoordinatenvariationen spielen nichtlineare und schwer zu parametrisierende Signale auch über längere Zeiträume eine wichti-

ge Rolle (Krásná *et al.*, 2015). Um den heutigen Genauigkeitsanforderungen im Sinne des *Global Geodetic Observing System* (GGOS, Plag & Pearlman, 2009) von 1 mm für Positionen und 0.1 mm/a für Geschwindigkeiten gerecht zu werden, ist es notwendig, neue Konzepte in Bezug auf die Parameterschätzung zu entwickeln. Neben einer Erweiterung des funktionalen Modells um z.B. jährliche und halbjährliche Signale ist durch die Anwendung eines Kalman-Filters statt einer Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung eine stochastische Behandlung dieser Effekte möglich (Wu *et al.*, 2015). Insbesondere bei postseismischen Deformationen ist die Flexibilität des Kalman-Filters von großem Vorteil. Da es sich bei dieser Anwendung eines Kalman-Filters noch um ein sehr wenig erforschtes Gebiet handelt, ist zu erwarten, dass durch das Testen von verschiedenen funktionalen und stochastischen Ansätzen neue Erkenntnisse und Anwendungsmöglichkeiten entstehen. In Zukunft ist es denkbar, dass die Erstellung von echtzeitnahen TRFs, basierend auf den *Rapid*-Produkten der IAG-Dienste, den Einsatz von Kalman-Filterung zusätzlich begünstigt (Soja *et al.*, eingereicht).

Bei der Untersuchung der drei erwähnten Gebiete, d.h. Troposphäre, Stationskoordinaten und TRF-Erstellung, bietet es sich an, ein besonderes Augenmerk auf die stochastische Modellierung innerhalb des Kalman-Filters zu legen. Durch Analyse von empirischen und Modellzeitreihen ist es möglich, die Art der stochastischen Prozesse abzuleiten und das Ausmaß des Rauschens zu bestimmen. Mit dieser Herangehensweise können räumliche und zeitliche Abhängigkeiten des stochastischen Modells identifiziert werden und physikalische Interpretationen getroffen werden.

Die Arbeiten zur vorliegenden Dissertation sind im Rahmen des FWF-Projekts VLBI-ART (*VLBI Analysis in Real-Time*) entstanden, das 2012 am Institut für Geodäsie und Geophysik (heute: *Department of Geodesy and Geoinformation, Research Group Advanced Geodesy*) der Technischen Universität Wien begonnen wurde und 2013 an das GFZ Potsdam übertragen wurde.

## 1.2 Gliederung

Grundlagen zum VLBI-Verfahren, insbesondere auch bezüglich der drei Hauptuntersuchungsgebiete (Troposphäre, Stationskoordinaten, TRFs), werden in Kapitel 2 dargelegt. Ansätze zur Parameterschätzung durch die Methode der kleinsten Quadrate und, für diese Arbeit essentiell, das Kalman-Filter werden, zusammen mit Grundlagen stochastischer Prozesse, in Kapitel 3 besprochen. Der 4. Abschnitt beinhaltet eine Beschreibung der verwendeten VLBI-Daten, sowie von Daten aus anderen geodätischen Beobachtungstechniken und numerischen Modellen. Nach einer Vorstellung der praktischen Implementierung eines solchen Filters in der Software *VieVS@GFZ* in Kapitel 5 folgen drei Kapitel über die mittels Kalman-Filterung erzielten Ergebnisse. Begonnen wird mit den Erkenntnissen aus der Untersuchung der Troposphäre und dem diesbezüglichen Vergleich verschiedener geodätischer Beobachtungsverfahren (Kapitel 6). Danach, in Kapitel 7, werden Variationen in den geschätzten Stationskoordinaten, verursacht durch den Einfluss von Auflasteffekten sowie der Troposphäre, besprochen. TRF-Lösungen, basierend auf einer Kalman-Filterung von VLBI-Daten, sind das Thema des 8. Kapitels. Die vorliegende Arbeit findet ihren

Abschluss in Kapitel 9, welches die Zusammenfassung und einen Ausblick enthält.



## Kapitel 2

# Very Long Baseline Interferometry

Dieses Kapitel legt die Grundlagen der VLBI dar, angefangen von historischen und aktuellen Entwicklungen (Abschnitt 2.1), über das Beobachtungsprinzip (2.2) bis hin zur Modellierung des Einflusses der Troposphäre (2.3) sowie von Stationskoordinaten (2.4). Ferner wird auf die Rolle der VLBI bei der Bestimmung von TRFs sowie auf deren Grundlagen eingegangen (2.5).

### 2.1 Bisherige und zukünftige Entwicklungen

Bis in die 1930er Jahre basierten astronomische Beobachtungen auf rein optischen Verfahren. Seit der ersten Detektion von Radiowellen (elektromagnetische Wellen mit Wellenlängen zwischen etwa 1 cm und 10 m) durch Karl Jansky hat sich dieses neu entstandene Forschungsgebiet, die Radioastronomie, zu einem der wichtigsten Zweige in der beobachtenden Astronomie entwickelt. Bereits in den 40er Jahren wurde die Technik der Radiointerferometrie, bei der zwei oder mehrere Teleskope zusammengeschaltet werden, zum Einsatz gebracht. Die dadurch erreichte Auflösung entspricht annähernd der eines riesigen Radioteleskops, dessen Apertur dem Abstand der beteiligten Teleskope entspricht. Damals war es notwendig, die einzelnen Radioteleskope durch Kabelverbindungen zu verknüpfen, was der maximalen Ausdehnung eines Teleskop-Arrays Grenzen setzte (Thompson *et al.*, 2001; Hobiger, 2006).

Mitte der 1960er konnte erstmals durch Einsatz von präzisen Atomuhren eine Synthese der Beobachtungsdaten der einzelnen Teleskope ohne direkte Kabelverbindungen realisiert werden. Die dadurch möglich gewordenen Distanzen zwischen Radioteleskopen von maximal einem Erddurchmesser prägten den Begriff "Very Long Baseline Interferometry". Zu dieser Zeit wurden die ersten geodätischen VLBI-Experimente durchgeführt, die Genauigkeiten im m-Bereich lieferten (Sovers *et al.*, 1998). Bereits damals eingeführte Wasserstoff-Maser-Uhren, ausgezeichnet durch ihre hohe Frequenzstabilität (Whitney, 1974), werden in modernisierten Formen auch noch heute eingesetzt. Nach einem Jahrzehnt an stetiger Weiterentwicklung (Ma, 1978) begann Ende der 1970er Jahre eine vermehrt internationale Kooperation im Rahmen des "Crustal Dynamics Project" der NASA (Campbell, 2000). Anfang der 1980er Jahre kam es zu einer signifikanten Genauigkeitssteigerung durch Einführung der Bandbreitensynthese (Schuh, 1987). Um die Jahr-

tausendwende, die mit der Gründung des IVS einherging, konnte die Entfernung zwischen ausgewählten Radioteleskopen bereits mit einer Präzision von unter einem 1 mm und einer Genauigkeit von 5-10 mm bestimmt werden. Die wichtigsten Neuerungen waren seither der Umstieg von Magnetbändern auf Festplatten zur Aufzeichnung der Rohdaten sowie die Einführung von digitalen *Backends* und Software-Korrelatoren (Schuh & Behrend, 2012).

Abgesehen von einer kontinuierlichen Steigerung der Datenraten und den angesprochenen Hardwareverbesserungen gab es in den letzten Jahrzehnten keine signifikanten Änderungen in der VLBI-Infrastruktur, welche auf Radioteleskopen mit 20-100 m weiten Schüsseln und Empfängern im S- und X-Band (sechs Kanäle zwischen 2.2 und 2.4 GHz bzw. acht Kanäle zwischen 8.2 und 9.0 GHz) basierte. Um den steigenden Anforderungen gerecht zu werden, wurde innerhalb des IVS diskutiert, wie eine weitere Genauigkeitssteigerung zu bewerkstelligen sei. 2005 wurde daher das *VGOS Technical Committee* (damals *VLBI2010 Committee*) zur Ausarbeitung von Strategien für eine neue Generation an VLBI-Infrastruktur einberufen (Niell *et al.*, 2006). Durch Simulationen konnte gezeigt werden, dass kleinere Radioteleskope (10-12 m Durchmesser) mit höheren Schwenkgeschwindigkeiten in Kombination mit Empfängern mit einer größeren Datenaufzeichnungsbandbreite zu einer erheblichen Steigerung der Anzahl an Beobachtungen führen würden. Durch die bessere Abtastrate des Himmels würden der Einfluss der Troposphäre und damit einhergehend auch die Stationskoordinaten besser zu bestimmen sein. Ein weiteres Ziel ist die kontinuierliche Durchführung der geodätischen Beobachtungen und der Datenübertragung von den Beobachtungsstationen zum Korrelator über Hochgeschwindigkeitsdatenleitungen (Petrachenko *et al.*, 2009; Petrachenko, 2010). Die Auswertung der Beobachtungsdaten könnte so in Nahe-Echtzeit erfolgen, mit Resultaten möglicherweise bereits nach fünf Sekunden (Hase *et al.*, 2015). Im aufstrebenden Netzwerk von VGOS-spezifizierten Teleskopen, das bis 2018 voll operationell sein soll (Hase *et al.*, 2012), sind auch Zwillingsteleskope, d.s. identische Radioteleskope am gleichen Observatorium, eingeplant, die neue Beobachtungsmodi ermöglichen (Nilsson *et al.*, 2015a).

## 2.2 Grundprinzip der VLBI

Die elektromagnetische Strahlung, die von einer extragalaktischen Radioquelle (z.B. Quasare) die Erde erreicht, wird von zwei oder mehr Radioteleskopen aufgezeichnet. Aufgrund der großen Distanz zur Radioquelle kommt die Strahlung in Form planarer Wellenfronten an. An den Stationen werden die aufgezeichneten Signale mithilfe von Frequenzstandards mit präzisen Zeitstempeln versehen. Diese Rohdaten werden daraufhin an den Korrelator gesendet, wo mithilfe von Kreuzkorrelation die VLBI-Observablen abgeleitet werden. Darauf basierend können von den Analysten vorerst ionosphärische Laufzeitverzögerungen bestimmt und Ambiguitäten, verursacht durch die Bandbreitensynthese, eliminiert werden, um schließlich geodätische Produkte abzuleiten. Für detailliertere Abhandlungen zu diesem Thema wird auf Arbeiten von Whitney (1974), Thompson *et al.* (2001) und Hobiger (2006) verwiesen.

Die wichtigste Observable ist für die Geodäsie die Gruppenlaufzeitverzögerung (*group delay*)  $\tau$ , die im einfachsten Fall der Differenz der Ankunftszeiten  $t_i$  der Wellenfront an den einzelnen Radioteleskopen entspricht. Mit einer erhöhten Genauigkeit im Rahmen von VGOS und dadurch der Möglichkeit, Phasenmehrdeutigkeiten zu bestimmen, ist es aber denkbar, in Zukunft in der geodätischen VLBI Phasenbeobachtung anstelle der Gruppenlaufzeiten zu verwenden. Auch die Laufzeitverzögerungsrate (*delay rate*)  $\dot{\tau}$  wird heutzutage in der VLBI-Auswertung üblicherweise nicht berücksichtigt, wurde jedoch in Herring *et al.* (1990) und Tralli *et al.* (1992) zur Bestimmung des Rauschverhaltens der troposphärischen Laufzeitverzögerungen verwendet.

Der geometrische Delay  $\tau_g$ , der meist den Großteil des beobachteten Delays ausmacht, lässt sich definieren über

$$\tau_g = -\frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{W}\mathbf{R}\mathbf{Q} \cdot \mathbf{k}}{c} = t_2 - t_1 \quad (2.1)$$

mit dem Basislinienvektor  $\mathbf{b}$ , dem Einheitsvektor in Richtung der Radioquelle  $\mathbf{k}$ , der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und den Transformationsmatrizen  $\mathbf{W}$  für die terrestrische Polbewegung (*wobble*;  $x_p, y_p$ ),  $\mathbf{R}$  für die Rotation der Erde um ihre eigene Achse (abhängig von  $dUT1 = UT1 - UTC$ ), sowie  $\mathbf{Q}$  für die Bewegung des zälestischen Pols, welche sich aus Präzession, Nutation und den Polkoordinatenzuschlägen  $dX, dY$  ableitet (Schuh, 2000; Schuh & Böhm, 2013).

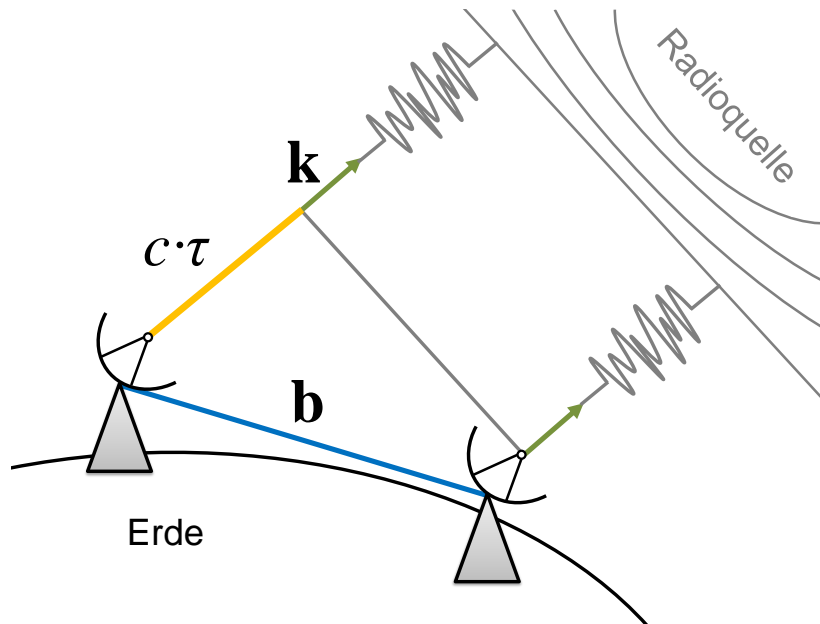


Abbildung 2.1: Grundlegendes Messprinzip der geodätischen VLBI (modifiziert nach Soja (2013)/L. Plank)

Der beobachtete Delay  $\tau$  ergibt sich aus der Summe von geometrischem Delay  $\tau_g$  und zahlreichen Korrekturtermen:

$$\tau = \tau_g + \tau_{ab} + \tau_{clk} + \tau_{inst} + \tau_{trop} + \tau_{iono} + \tau_{rel} + \tau_{ao} + \tau_{thermdef} + \dots \quad (2.2)$$

mit den Einflüssen der täglichen und jährlichen Aberration ( $\tau_{ab}$ ), Synchronisation der Stationen ( $\tau_{clk}$ ), instrumentellen Laufzeitverzögerungen ( $\tau_{inst}$ , z.B. durch Kabeleffekte), neutralen Atmosphäre (hauptsächlich Troposphäre, daher  $\tau_{trop}$ ), dispersiven Ionosphäre ( $\tau_{iono}$ ) sowie Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie ( $\tau_{rel}$ ) entsprechend dem *Consensus*-Modell (Sovers, 1991; Schuh & Behrend, 2012). Hinzu kommen Korrekturen, die von der Konstruktion der Radioteleskope abhängen. Zum einen treffen sich aus baulichen Gründen die Schwenkachsen der Radioteleskope nicht in einem Punkt. Der Einfluss des Abstand zwischen den Achsen (*axis offset*) wird durch  $\tau_{ao}$  berücksichtigt, dessen Berechnung abhängig von der Achsanordnung der Radioteleskope ist. Zum anderen kommt es aufgrund von Temperaturschwankungen zu Deformationen der Antennen. Die Korrekturgröße  $\tau_{thermdef}$  wird gewöhnlich nach dem Modell von Nothnagel (2009) berechnet. Außerdem werden Deformationen der Erdkruste durch gewisse geophysikalische Auflasteffekte berücksichtigt (siehe Abschnitt 2.4). Die entsprechenden Korrekturen werden bei den a priori Werten für Stationskoordinaten angebracht.

Nicht für alle Terme in den Gleichungen (2.1) und (2.2) existieren ausreichend akkurate Modelle, weshalb manche von ihnen in einer Parameterschätzung bestimmt werden müssen. Dies betrifft in der Regel Stationskoordinaten, EOP und Radioquellenkoordinaten, sowie Uhren- und Troposphärenparameter (Heinkelmann, 2013). Die ionosphärische Laufzeitverzögerung kann direkt aus den Zwei-Frequenz-VLBI-Messungen abgeleitet werden.

Neben den üblicherweise geschätzten Parametern ist es mit VLBI z.B. auch möglich, geophysikalische Parameter wie Love und Shida-Zahlen (Krásná *et al.*, 2013), relativistische Parameter (Lambert & Poncin-Lafitte, 2011; Heinkelmann & Schuh, 2009), den Ionosphären-Elektronengehalt (Hobiger *et al.*, 2006; Dettmering *et al.*, 2011a,b) sowie die Elektronendichte der Sonnenkorona (Soja *et al.*, 2013, 2014a,b, 2015a) zu bestimmen.

## 2.3 Troposphäre in der VLBI-Auswertung

Die Laufzeitverzögerung aufgrund des Einflusses der neutralen Atmosphäre ist für Mikrowellen nahezu unabhängig von der Frequenz der Signale. Aus diesem Grund ist es im Gegensatz zur Ionosphäre nicht möglich, den Effekt durch Mehrfrequenzbeobachtungen zu korrigieren. Deswegen Modellierung und Bestimmung ist eine der größten Herausforderungen in der geodätischen VLBI.

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen kann durch den Brechungsindex  $n$  beschrieben werden, der sich aus dem Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht im Vakuum zu jener im Medium berechnet. In der Atmosphäre ist dieser Index sehr nahe bei 1, weshalb als weitere und einfacher zu handhabende Größe die Refraktivität  $N$  verwendet wird:

$$N = (n - 1) \cdot 10^6. \quad (2.3)$$

Sowohl der Brechungsindex als auch die Refraktivität sind im Allgemeinen komplexe Zahlen. Der imaginäre Teil trägt nicht zur Laufzeitverzögerung bei, sondern beschreibt die Absorption im



jeweiligen Medium. Diese führt zu einer Abschwächung der Signale und somit zu einem niedrigeren Signal-Rausch-Verhältnis. Dadurch ergibt sich eine stärkere Streuung in den Beobachtungsdaten und im schlimmsten Fall ein Signalverlust. Für die Beobachtungen der geodätischen Weltraumverfahren ist es jedoch üblicherweise nicht notwendig, die Absorption zu modellieren (Nilsson *et al.*, 2013). Der Realteil der Refraktivität lässt sich wiederum in einen frequenzunabhängigen und einen dispersiven Anteil aufteilen. Unter 40 GHz ist die Refraktivität in etwa konstant (bis auf geringe Variationen bei 22 GHz, siehe Abschnitt 4.2.2), weshalb der frequenzabhängige Anteil bei VLBI-Beobachtungen vernachlässigt werden kann.

In Zusammenhang mit diesen Annahmen kann die Refraktivität  $N$  als Funktion von Temperatur, Druck, und Feuchtigkeit beschrieben werden. Die letzten beiden Größen lassen sich auch durch den Partialdruck der trockenen Luft  $p_d$  und jenen des Wasserdampfes  $p_w$  ausdrücken, was zu folgender Gleichung führt:

$$N = k_1 \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} + k_2 \frac{p_w}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{p_w}{T^2} Z_w^{-1}. \quad (2.4)$$

Die Größen  $Z_d$  und  $Z_w$  sind die Kompressibilitätsfaktoren der trockenen Luft beziehungsweise des Wasserdampfes, die sich aus Druck und Temperatur sowie der molaren Masse und Dichte der jeweiligen Gase berechnen. Bei  $k_i$  handelt es sich um empirisch bestimmte Konstanten. Neben den frequenzabhängigen Teilen wurde hier auch der Beitrag des flüssigen Wassers, z.B. Regentropfen, vernachlässigt. Dies ist möglich, da die Größe der Tropfen klein im Vergleich zu den verwendeten Wellenlängen in der VLBI ist (Nilsson *et al.*, 2013).

Der trockene Anteil (erster Term der rechten Seite von Gleichung (2.4)) ist signifikant größer als der feuchte. Eine vorteilhaftere Aufteilung besteht jedoch aus der Unterscheidung des hydrostatischen und nichthydrostatischen Anteils. Letzterer wird in der Literatur dennoch oft als feucht bezeichnet, was hier der Einfachheit halber beibehalten wird. Der Vorteil dieser Aufteilung ist, dass die Laufzeitverzögerung durch den hydrostatischen Anteil durch Oberflächendruckmessungen bestimmt werden kann. Die hydrostatische und feuchte Refraktivität ist definiert durch:

$$N_h = k_1 \frac{R}{M_d} \rho \quad (2.5)$$

$$N_w = \left(k_2 - k_1 \frac{M_w}{M_d}\right) \frac{p_w}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{p_w}{T^2} Z_w^{-1} \quad (2.6)$$

wobei durch Einführung der universalen Gaskonstante  $R$  und der molaren Masse  $M$  die hydrostatische Refraktivität nur noch von der Gesamtdichte der Luft  $\rho$  abhängt.

Die Laufzeitverzögerung  $\tau_{\text{trop}}$ , die sich aus der Differenz der Laufzeiten im Medium und im Vakuum berechnet, entsteht durch die niedrigere Ausbreitungsgeschwindigkeit und den längeren Weg des Signals im Medium. Letzterer ist auf das Fermatsche Prinzip zurückzuführen, das besagt, dass der Ausbreitungsweg jener mit einer extremalen (in diesem Fall minimalen) Laufzeit ist. Durch Verwendung der elektrischen Weglänge  $L$  im Medium und der Pfadlänge  $G$ , die das Signal im Vakuum zurücklegen würde, lässt sich die Laufzeitverzögerung  $\tau_{\text{trop}}$  (beziehungsweise  $\Delta L$ )

durch Integration des Brechungsindex entlang des Weges  $S$ , den das Signal in der Troposphäre zurücklegt, berechnen:

$$\tau_{\text{trop}} \cdot c = \Delta L = L - G = \int_S n(s) ds - G . \quad (2.7)$$

Wird der Brechungsindex durch die Refraktivität, welche sich in einen hydrostatischen und feuchten Anteil aufspalten lässt, ersetzt, ergibt sich

$$\Delta L = 10^{-6} \int_S N_h(s) ds + 10^{-6} \int_S N_w(s) ds + \int_S ds - G = \Delta L_h + \Delta L_w + S - G \quad (2.8)$$

mit den hydrostatischen und feuchten Laufzeitverzögerungen  $\Delta L_h$  beziehungsweise  $\Delta L_w$  und der geometrischen Pfadlänge  $S$ , die das Signal im Medium zurücklegt. Die Differenz  $S - G$  beschreibt daher den Effekt der Beugung des Signalwegs.

### 2.3.1 Zenitale Laufzeitverzögerungen und Projektionsfunktionen

In der Auswertung geodätischer Weltraumverfahren ist es üblich, die atmosphärischen Laufzeitverzögerungen unter beliebigem Einfallswinkel (*slant delays*) durch zenitale Laufzeitverzögerungen (*zenith delays*) und vom Elevationswinkel  $e$  abhängige Projektionsfunktionen  $mf$  (*mapping functions*) darzustellen (Davis *et al.*, 1985):

$$\Delta L = \Delta L^z \cdot mf(e) = \Delta L_h^z \cdot mf_h(e) + \Delta L_w^z \cdot mf_w(e) . \quad (2.9)$$

Die Differenz  $S - G$  aus Gleichung (2.8) wird hier als Teil der hydrostatischen Projektionsfunktion gesehen. Da die Beugung des Signalwegs somit berücksichtigt ist, muss der Elevationswinkel  $e$  für eine theoretische Ausbreitung im Vakuum gültig sein.

Zenitale Laufzeitverzögerungen lassen sich im Allgemeinen durch ein Integral über die Refraktivität beginnend an der Erdoberfläche (Höhe  $h_0$ ) entlang der Vertikalen berechnen:

$$\Delta L^z = 10^{-6} \int_{h_0}^{\infty} N(z) dz . \quad (2.10)$$

Im Falle der zenitalen hydrostatischen Laufzeitverzögerung  $\Delta L_h^z$  (ZHD, *zenith hydrostatic delay*) lässt sich die Refraktivität aus der Dichte  $\rho$  bestimmen (Gleichung 2.5). Mithilfe der hydrostatischen Gleichung kann demnach gezeigt werden, dass der ZHD proportional zum Oberflächen- druck  $p_0$  ist. Durch Einsetzen numerischer Werte für die entsprechenden Variablen ergibt sich nach Saastamoinen (1972) für ZHD in m und  $p_0$  in hPa:

$$\Delta L_h^z = 0.0022768 \frac{p_0}{f(\theta, h_0)} \quad (2.11)$$

mit

$$f(\theta, h_0) = \left(1 - 0.00266 \cos(2\theta) - 0.28 \cdot 10^{-6} h_0\right) \quad (2.12)$$

wobei  $\theta$  die geographische Breite und  $h_0$  die orthometrische Höhe der Station in m sind. In der VLBI ist es hierbei üblich, durch Messgeräte an den Radioteleskopen bestimmte Druckwerte zu verwenden. Alternativ können Druckwerte aus numerischen Wettermodellen oder aus empirischen Modellen (“*blind models*”) bestimmt werden. Unter normalen Wetterbedingungen liegt die Genauigkeit der Formel von Saastamoinen (1972) im Submillimeter-Bereich (Nilsson *et al.*, 2013).

Ähnlich zum ZHD existieren empirische und auf Bodenmessungen basierende Formeln zur Bestimmung der zenitalen feuchten Laufzeitverzögerung  $\Delta L_{\text{w}}^z$  (ZWD, *zenith wet delay*), welche jedoch aufgrund der hohen räumlichen Variation des Wasserdampfes erheblich ungenauer sind. Um Millimetergenauigkeit zu erreichen, ist es daher notwendig, ZWDs zu parametrisieren und in der VLBI-Datenauswertung zu bestimmen. Die Projektionsfunktion  $mf_{\text{w}}(e)$  in Gleichung (2.9) dient hierbei als partielle Ableitung zur Erstellung der Designmatrix (vgl. Abschnitt 3.1.1). Die Summe von ZHD und ZWD wird oft als zenitale Gesamtlaufzeitverzögerung (ZTD, *zenith total delay*) bezeichnet.

Die meisten Projektionsfunktionen werden heutzutage durch Koeffizienten eines Kettenbruchs definiert:

$$mf(e) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}}{\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}} \quad (2.13)$$

Der Faktor im Zähler bewirkt, dass  $mf(90^\circ) = 1$  gilt. Nach Marini (1972) geht die Kettenbruchdarstellung auf die Annahme einer horizontal geschichteten Atmosphäre zurück. Heutzutage häufig genutzte Projektionsfunktionen sind die Vienna Mapping Functions (VMF, Böhm & Schuh, 2004) beziehungsweise aktuell VMF1 (Böhm *et al.*, 2006b). Sie werden durch Strahlverfolgung aus den Daten numerischer Wettermodelle berechnet. Für die Koeffizienten  $b$  und  $c$  werden empirische Modelle verwendet, die Werte für  $a$  werden als Zeitreihe mit einer Auflösung von sechs Stunden zur Verfügung gestellt. Projektionsfunktionen, bei denen auch für die  $a$ -Parameter empirische Modelle verwendet werden, sind die Global Mapping Functions (GMF, Böhm *et al.*, 2006a), derzeit Teil von GPT2 (Lagler *et al.*, 2013). Solche empirischen Projektionsfunktionen können nicht die kurzfristigen Variationen in der Atmosphäre, vor allem bezüglich des Wasserdampfes, abbilden, sind aber einfacher zu implementieren, weshalb sie oft in der Auswertung großer GNSS-Netze verwendet werden.

### 2.3.2 Troposphärische Gradienten

In den bisherigen Erläuterungen wurde davon ausgegangen, dass die Laufzeitverzögerungen, dargestellt durch jene in Zenitrichtung und Projektionsfunktionen, azimuthal symmetrisch

sind. In diesem Fall ist nur das vertikale Profil der Atmosphäre von Bedeutung. Diese Annahme ist jedoch bei den heutigen Genauigkeitsansprüchen nicht gerechtfertigt. Ein Grund dafür ist, dass Laufzeitverzögerungen bei Beobachtungen mit Azimuten in Richtung des Äquators meist systematisch größer sind als bei solchen in Polrichtung, da die Atmosphäre am Äquator dicker ist. Außerdem können Wetterfronten zu einer signifikanten azimuthalen Asymmetrie in den Laufzeitverzögerungen führen (Nilsson *et al.*, 2013).

Um diese Effekte zu berücksichtigen, wurde das Konzept linearer horizontaler Gradienten eingeführt. Die rein elevationsabhängige Laufzeitverzögerung (Gleichung (2.9), im Folgenden als  $\Delta L_0(e)$  bezeichnet) wird ergänzt durch einen zusätzlich vom Azimut  $a$  abhängigen Gradiententerm:

$$\Delta L(a, e) = \Delta L_0(e) + mf_g(e) (G_n \cos(a) + G_o \sin(a)) \quad (2.14)$$

mit den Gradienten  $G$  in Nord- und Ost-Richtung und der Gradientenprojektionsfunktion

$$mf_g(e) = \frac{1}{\sin(e) \tan(e) + C} \cdot \quad (2.15)$$

Die Konstante  $C$  ist bei der Bestimmung von Gesamtgradienten (d.h. hydrostatisch und feucht) mit 0.0032 anzusetzen (Schuh & Böhm, 2013). Die troposphärischen Gradienten werden üblicherweise mit einer geringeren zeitlichen Auflösung als die ZWDs geschätzt. Dabei werden oft Bedingungen bezüglich der Abweichungen der Gradienten von einem gewissen Wert (meist gleich oder nahe Null) eingeführt (*“absolute constraints”*). In diesem Fall kann es sinnvoll sein, a priori Werte für die Gradienten einzuführen, auf die sich die Bedingungen beziehen, um Systematiken zu reduzieren (Böhm *et al.*, 2013).

#### 2.3.3 Atmosphärische Turbulenz

In der Atmosphäre treten neben geordneten Luftströmungen auch ungeordnete Bewegungen auf. Dies bewirkt stark nichtlineare Variationen der Refraktivität auf verschiedenen räumlichen und zeitlichen Skalen. Die bisher vorgestellten Ansätze können diese Eigenschaften eines turbulenten Mediums kaum berücksichtigen, obwohl sich diese signifikant auf die Ergebnisse auswirken können (Nilsson & Haas, 2010). Da es sich um zufällige Variationen handelt, ist ein stochastischer Ansatz zur Beschreibung der Turbulenz am zielführendsten.

Die Strukturfunktion  $D_n$  ist ein Maß für die Streuung, hier in Bezug auf den Brechungsindex. Sie kann nach Treuhart & Lanyi (1987) in Abhängigkeit von der Brechungsindex-Strukturkonstanten  $C_n^2$ , der Entfernung zwischen zwei Punkten  $\mathbf{R}$  und der Sättigungslänge  $L$  angegeben werden:

$$D_n(\mathbf{R}) = C_n^2 \frac{\|\mathbf{R}\|^{2/3}}{1 + \left(\frac{\|\mathbf{R}\|}{L}\right)^{2/3}} \cdot \quad (2.16)$$

Durch Anwendung von Taylors *frozen flow*-Hypothese können die räumlichen Unterschiede auch als zeitliche dargestellt werden. Der Vektor  $\mathbf{R}$  in Gleichung (2.16) wird dabei noch um einen Term  $\mathbf{v}\Delta t$  ergänzt, wobei  $\mathbf{v}$  der Geschwindigkeitsvektor der bewegten Luftmassen und  $\Delta t$  der Zeitunterschied ist. Häufig verwendete Werte sind  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  für  $C_n^2$  bis zu einer Höhe von 2 km (darüber  $C_n^2 = 0$ ), 3000 km für  $L$  sowie 10 m/s für  $\|\mathbf{v}\|$  (Pany *et al.*, 2011).

Die Anwendung eines solchen Turbulenzmodells liegt vor allem in der Simulation von Beobachtungsdaten, wie sie z.B. bei Designstudien zu VGOS eingesetzt wurden (Petrachenko *et al.*, 2009). In der Auswertung von VLBI-Daten kann es verwendet werden, um die Korrelation zwischen einzelnen VLBI-Beobachtungen zu berücksichtigen (Halsig *et al.*, 2014).

## 2.4 Stationskoordinaten in der VLBI-Auswertung

Stationskoordinaten werden in der VLBI-Auswertung üblicherweise als Zuschlag zu Näherungswerten aus globalen TRF-Lösungen wie dem ITRF2008 (Altamimi *et al.*, 2011) geschätzt. Zusätzlich werden kurzfristige Stationsverschiebungen, unter anderem aufgrund von Gezeiten und Auflasteffekten, berücksichtigt. Die Modellierung der Stationsverschiebungen in der VLBI-Auswertung orientiert sich an den Empfehlungen der IERS Conventions (2010). Diese berücksichtigen jedoch keine Auflasteffekte aufgrund von nichtgezeitlichen Auflasteffekten der Ozeane (*non-tidal ocean loading*, NTOL), atmosphärischen Druckvariationen (*non-tidal atmospheric pressure loading*, NTAL) und kontinentalen Wasservorräten (*continental water storage loading*, CWSL, auch bezeichnet als *hydrology loading*). Dies liegt daran, dass die entsprechenden Modelle noch nicht ausreichend validiert wurden und daher kein Konsens über deren Berücksichtigung herrscht. Außerdem ist zu erwähnen, dass die Korrektur für durch atmosphärische Druckvariationen verursachte Gezeitenauflasteffekte (*tidal atmospheric pressure loading*, TAL) zwar generell vom IERS empfohlen wird, aber nicht von allen IAG-Diensten berücksichtigt wird. Aus diesem Grund wurde offiziell beschlossen, diesen Effekt in den Beiträgen der einzelnen Techniken zum ITRF2008 zu ignorieren (Seitz *et al.*, 2012; Böckmann *et al.*, 2010).

Das Nichtbeachten von kurzperiodischen Auflasteffekten kann sich jedoch durch Aliasing in säkularen Parametern, wie z.B. Stationsgeschwindigkeiten (Blewitt & Lavallée, 2002), manifestieren. Auch in der Bestimmung von EOP oder CRFs wirkt sich dies signifikant aus (Krásná *et al.*, 2015). Eine Erweiterung der IERS Conventions erscheint daher als eine anzustrebende Vision, die jedoch mit einer kontinuierlichen Verbesserung der Modelle einhergehen muss. Ebenso wichtig ist die rigorose Beachtung der IERS Conventions durch die IAG-Dienste, nicht zuletzt im Hinblick auf die Bestimmung von Referenzrahmen.

### 2.4.1 Korrekturmodelle

Im Folgenden werden verschiedene Korrekturmodelle für Stationskoordinaten vorgestellt. Die Implementierung der meisten Modelle ist in den IERS Conventions (2010) beschrieben. Eine gute Übersicht, die zusätzlich auch NTAL und CWSL, jedoch nicht NTOL behandelt, ist in Krásná

(2013) zu finden.

### 2.4.1.1 Gezeiten der festen Erde

Die Deformation der Erdkruste aufgrund der Gezeiten der festen Erde (*solid earth tides*, SET) entsteht durch die Anziehungskräfte des Mondes und der Sonne. An verschiedenen Punkten der Erdoberfläche wirken unterschiedliche Anziehungskräfte aufgrund von unterschiedlichen Entfernungen zu diesen externen Körpern. Aus der Differenz der Gravitationskraft an der Oberfläche zu jener im Schwerpunkt der Erde resultieren die Gezeitenkräfte (Gradienten des Gezeitenpotenzials). Sie sind in erster Näherung proportional zur Masse des externen Körpers, zu  $1/r^3$  mit  $r$  als die Entfernung der Erde zu diesem Körper, sowie dem Winkelabstand  $\alpha$  des Punkts auf der Oberfläche zum externen Körper in Bezug auf den Erdschwerpunkt. Üblicherweise wird das Gezeitenpotenzial über eine Reihenentwicklung mit Legendre-Polynomen beschrieben. Die  $1/r^3$ -Abhängigkeit (Grad 2 der Reihenentwicklung) bewirkt, dass der Mond trotz seiner geringen Masse ein deutlich stärkeres Gezeitenpotenzial als die Sonne bewirkt. Die Deformation aufgrund der Gezeitenkräfte des Mondes erreicht 25 cm, jene der Sonne 10 cm (Krásná, 2013). Im Falle des Mondes ist es notwendig, einen Term höherer Ordnung zu berücksichtigen (Grad 3).

Der Winkel  $\alpha$  als Argument der Legendre-Polynome kann mithilfe der Länge und Breite der Station, der Poldistanz des Störkörpers und des Stundenwinkels des Greenwich Meridians berechnet werden. Offensichtlich hängt deshalb das Gezeitenpotenzial an einem bestimmten Punkt von der Konstellation der Himmelskörper und der Orientierung der Erde ab. Die periodischen Veränderungen des Grad-2-Gezeitenpotenzials lassen sich in drei breite Frequenzbänder einteilen: langperiodische, tägliche und halbtägliche. Als Kugelfunktionen interpretiert bewirken diese zonale, tesserale beziehungsweise sektorielle Variationen des Potenzials. Jeweils gibt es mehrere Partialtiden, die sich durch ihre Amplitude und Frequenz unterscheiden.

Die Deformation der Erdkruste durch das Gezeitenpotenzial ist abhängig von der Steifigkeit der Erde. Sie wird in Bezug auf vertikale Deformationen durch Love-Zahlen  $h$  und für horizontale durch Shida-Zahlen  $l$  beschrieben. Die Werte dieser Zahlen hängen von der Breite der Station sowie von der Frequenz der jeweiligen Partialtide ab und sind in den IERS Conventions (2010) zu finden. Sie sind komplexe Zahlen, wobei der Imaginärteil die Anelastizität der Erde beschreibt.

### 2.4.1.2 Ozeanauflasteffekte

Die Verschiebung aufgrund von Auflasteffekten kann mittels eines geophysikalischen Ansatzes bestimmt werden. Hierbei wird die globale Verteilung der Auflasten mit den Farrell-Greenschen Funktionen gefaltet, in die die Auflast-Love-Zahlen  $h'$  und  $l'$  eingehen.

Bei den Ozeanauflasteffekten werden die gezeitenbedingten (*tidal ocean loading*, TOL) und übrigen (NTOL) unterschieden. Bei der Verschiebung aufgrund von TOL handelt es sich um einen indirekten Effekt des Gezeitenpotenzials von Mond und Sonne (siehe vorheriger Abschnitt). Die dadurch verursachten Massenverschiebungen führen zu Deformationen des Meeresbodens und der angrenzenden Landbereiche. Für küstennahe Stationen kann dieser Effekt 10 cm ausmachen.

Die Modellierung erfolgt ähnlich der Gezeiten der festen Erde. Für die Ozeangezeiten werden in den IERS Conventions (2010) elf Haupttiden (vier tägliche, vier halbtägliche und drei langperiodische) berücksichtigt, aus denen sich insgesamt 342 Partialtiden ableiten. Für die Amplituden und Phasen der elf Haupttiden existieren verschiedene Modelle, in die z.B. Daten von Satellitenaltimetrie oder Gezeitenpegelmessungen einfließen.

Bei NTOL werden Änderungen des Ozeanbodendrucks (*ocean bottom pressure*, OBP) berücksichtigt, die hauptsächlich auf Ozeanmassenverschiebungen durch atmosphärische Zirkulationen und den globalen Wasserkreislauf sowie auf Variationen der atmosphärischen Masse über den Ozeanen zurückzuführen sind (van Dam *et al.*, 2012). Die NTOL-Modelle, berechnet aus einer globalen Faltung der OBP-Werte eines Ozeanmodells, liefern die Deformationen üblicherweise als Zeitreihen auf einem globalen Gitternetz. Der NTOL-Effekt kann bis zu 2 cm ausmachen, liegt gewöhnlich jedoch im Bereich von wenigen Millimeter. Anders als bei TOL wird kein Modell für NTOL in den IERS Conventions (2010) empfohlen.

#### 2.4.1.3 Atmosphärenauflasteffekte

Die Umverteilung der Luftmassen in der Atmosphäre und die daraus entstehenden Druckvariationen erzeugen Deformationen der Erdkruste. Dieser Effekt wird als *atmospheric pressure loading* (APL) bezeichnet und bewirkt Verschiebungen von normalerweise mehreren Millimeter (etwa doppelt so groß wie bei NTOL (van Dam *et al.*, 2012)), und im Extremfall von bis zu 2 cm (Petrov & Boy, 2004). Ähnlich wie bei NTOL werden die Deformationen durch eine Faltung bestimmt, wobei hier die Oberflächendruckwerte aus numerischen Wettermodellen zum Einsatz kommen. Außerdem ist es notwendig, vom globalen Druckfeld einen Referenzdruck abzuziehen. Die Reaktion des Ozeans auf die atmosphärischen Druckunterschiede nach der *inverted barometer* (IB) Hypothese sollte für Perioden länger als etwa fünf Tage auch berücksichtigt werden.

Aus den entstehenden APL-Zeitreihen können tägliche und halbtägliche Signale extrahiert werden. Diese mit S1 und S2 gekennzeichneten Terme werden auch als thermale Gezeiten bezeichnet, da sie primär durch die Luftbewegungen aufgrund der Erwärmung der Atmosphäre durch die Erdoberfläche verursacht werden. Die Deformationen durch TAL können 2 mm erreichen, sind jedoch meist im Submillimeter-Bereich. S3-Signale (Periode 8 h) sind geringer als 0.1 mm und können daher ignoriert werden (Wijaya *et al.*, 2013).

NTAL ergibt sich durch Subtraktion der S1/S2-Signale aus den APL-Zeitreihen. Obwohl dieser Effekt zu signifikant größeren Deformationen als TAL führt, wird im Gegensatz zu TAL die Modellierung in den IERS Conventions (2010) nicht empfohlen. Dennoch haben diverse Studien (z.B. Petrov & Boy, 2004)) gezeigt, dass eine Berücksichtigung von NTAL zu einer Reduktion der Streuung in Stationskoordinaten, insbesondere in der Höhenkomponente, führt.

#### 2.4.1.4 Hydrologieauflasteffekte

Die Auflasteffekte im Zusammenhang mit der Hydrologie beziehungsweise kontinentalen Wasservorräten (CWSL) verursachen Deformationen im Bereich von einigen Millimeter bis 2-

3 cm (van Dam *et al.*, 2001). Die Zeitreihen weisen deutliche jährliche und halbjährliche Signale mit zwischenjährlichen Variationen auf. Die Amplitude ist je nach Standort stark unterschiedlich. Modelle für CWSL weisen zeitliche Auflösungen von wenigen Stunden bis zu einem Monat auf. Zur Berechnung von CWSL können Hydrologiemodelle verwendet werden, die z.B. Bodenfeuchte, Schneebedeckung, Grundwasser und in Pflanzen enthaltenes Wasser berücksichtigen. Alternativ können Schweremessungen des Satelliten GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) herangezogen werden. Es wurde gezeigt, dass die Anwendung dieser Modelle in der VLBI-Auswertung im Mittel zu einer Verbesserung der Basislinienlängenwiederholbarkeiten führt (Eriksson & MacMillan, 2014). In den IERS Conventions (2010) wird hingegen die Korrektur von CWSL-Effekten noch nicht empfohlen.

### 2.4.1.5 Weitere Korrekturen

Neben den bisher erwähnten Korrekturmodellen für Stationskoordinaten sind Deformationen aufgrund der sogenannten Poltide (*pole tide*) zu berücksichtigen. Die Polbewegung verursacht Variationen im Zentrifugalpotenzial aufgrund der Erdrotation und bewirkt Stationsverschiebungen von einigen Zentimetern. Die Potenzialänderungen durch  $dUT1$ -Variationen erzeugt Deformationen im Submillimeter-Bereich und kann vernachlässigt werden. Von den instantanen Polkoordinaten  $x_p$  und  $y_p$  müssen mittlere Polkoordinaten abgezogen werden, die in den IERS Conventions (2010) durch kubische Polynome modelliert werden.

Auch ist der Einfluss der Variation des Zentrifugalpotenzials aufgrund der Polbewegung auf die Massenverteilung des Ozeans zu berücksichtigen. Diese sogenannte Ozeanpoltide (*ocean pole tide*) führt zu einem Auflasteffekt, der wiederum in Deformationen von bis zu 2 mm resultiert (IERS Conventions, 2010).

Die bereits erwähnte Verformung der VLBI-Antennen aufgrund von thermischer Expansion (Nothnagel, 2009) führt ebenfalls zu einer Koordinatenverschiebung im unteren Millimeter-Bereich (Schuh & Böhm, 2013). Eine Zusammenfassung der Größenordnungen der hier behandelten stationsbezogenen Effekte findet sich in Tabelle 2.1.

### 2.4.2 Datumsdefinition

VLBI ist eine differenzielle Beobachtungstechnik, weshalb ohne externe Zusatzinformationen keine absoluten Werte für Stations- oder Radioquellenkoordinaten bestimmt werden können. Dies ist nur durch Festlegung des geodätischen Datums möglich.

Eine Möglichkeit für die Festlegung des terrestrischen Datums ist z.B. die Fixierung der Koordinaten von mindestens drei Stationen. Hierbei wird jedoch die innere Geometrie des Netzwerks verändert (gezwängte Ausgleichung), es sei denn, es werden genau so viele Koordinatenkomponenten festgehalten wie Freiheitsgrade vorhanden sind. In diesem Fall wirken sich jedoch Fehler in den Koordinaten der Datumsstation erheblich auf das Datum aus.

Eine weitere Möglichkeit basiert auf dem Prinzip der Ähnlichkeitstransformation zwischen Netzlösungen. Der Vorteil besteht darin, dass eine große Anzahl an Stationen für die Datumsde-



Tabelle 2.1: Ungefähre Größenordnung der maximalen Auswirkung verschiedener Effekte, die zu Variationen in den Stationskoordinaten führen und in Abschnitt 2.4.1 diskutiert werden.

Effekt	Maximale Auswirkung
SET	40 cm
TOL	10 cm
Poltide	3 cm
CWSL	3 cm
NTAL	2 cm
NTOL	2 cm
Antennendeformation	5 mm
TAL	2 mm
Ozeanpoltide	2 mm

finition verwendet werden kann, ohne die innere Geometrie zu verletzen (zwangsfreie Lösung). Generell können für die Transformation die sieben Helmert-Parameter (drei Translationen  $T_X$ ,  $T_Y$ ,  $T_Z$ , drei Rotationen  $R_X$ ,  $R_Y$ ,  $R_Z$  und der Maßstab  $D$ ) angesetzt werden:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{pmatrix} 1 & R_Z & -R_Y \\ -R_Z & 1 & R_X \\ R_Y & -R_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i^{\text{ref}} \\ Y_i^{\text{ref}} \\ Z_i^{\text{ref}} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

mit den geschätzten Koordinaten  $\mathbf{X}_i$  und den Referenzkoordinaten  $\mathbf{X}_i^{\text{ref}}$  der Station  $i$  (Glaser, 2014). VLBI kann den Maßstab  $D$  sehr präzise aus den Beobachtungen bestimmen, weshalb hier keine externe Bedingung notwendig ist. Dies ist aus Gleichung 2.1 ersichtlich, in der die beobachtete Laufzeitverzögerung proportional zur Basislänge ist.

VLBI ist als rein geometrisches Verfahren nicht sensitiv auf den Massenschwerpunkt der Erde, weshalb zur Festlegung des Ursprungs externe Bedingungen notwendig sind. Wie bei allen geodätischen Weltraumverfahren müssen auch für die Rotationen Bedingungen eingeführt werden. Es ist üblich, die Translationen und Rotationen Null zu setzen (*no-net-translation*, NNT, beziehungsweise *no-net-rotation*, NNR). Durch das Anbringen dieser sechs Bedingungen wird das Rangdefizit bei der Schätzung von Stationskoordinaten exakt behoben. Es handelt sich daher um die minimale Anzahl an Bedingungen (*minimum constraints*). Für  $\mathbf{X}_i^{\text{ref}}$  werden üblicherweise die a priori Stationskoordinaten, z.B. aus dem ITRF2008, verwendet.

Auch für das zälestische Datum ist ein Transformationsansatz üblich, wobei hier nur das Anbringen der drei Bedingungen für die Rotation zwingend ist. Zusätzlich kann ein weiterer Parameter  $dz$ , der eine globale Translation der Deklinationen der Radioquellen beschreibt, angebracht werden. Die Gleichungen für die Transformation in Rektaszension  $\alpha$  und Deklination  $\delta$

für die  $j$ -te Radioquelle sind:

$$\alpha_j - \alpha_j^{\text{ref}} = A_1 \tan \delta_j^{\text{ref}} \cos \alpha_j^{\text{ref}} + A_2 \tan \delta_j^{\text{ref}} \sin \alpha_j^{\text{ref}} - A_3 \quad (2.18)$$

$$\delta_j - \delta_j^{\text{ref}} = -A_1 \sin \alpha_j^{\text{ref}} + A_2 \cos \alpha_j^{\text{ref}} + dz \quad (2.19)$$

mit den drei Rotationsparametern  $A$ . Im Falle der NNR-Bedingungen werde diese Null gesetzt. Die Referenzkoordinaten werden üblicherweise aus dem ICRF2 (Fey *et al.*, 2015) entnommen.

## 2.5 VLBI-Beitrag zu Terrestrischen Referenzrahmen

Die Erstellung und Erhaltung von TRFs ist eine der Hauptaufgaben der Geodäsie. VLBI, als eines der wichtigsten geodätischen Weltraumverfahren, trägt signifikant dazu bei. Wie in Abschnitt 2.4.2 erläutert, ist in den VLBI-Stationskoordinaten präzise Information über den Maßstab enthalten. Aus diesem Grund wird VLBI, üblicherweise zusammen mit SLR, für die Maßstabsdefinition in Multitechnik-TRF-Lösungen eingesetzt. Da die Erstellung von TRFs mithilfe von VLBI-Daten ein zentraler Punkt dieser Arbeit ist, werden im Weiteren Grundlagen von TRFs (Abschnitt 2.5.1) sowie eine Übersicht verschiedener Ansätze zur TRF-Bestimmung (Abschnitt 2.5.2) erläutert.

### 2.5.1 Grundlagen von TRFs

Ein TRF ist die Realisierung eines terrestrischen Referenzsystems (*terrestrial reference system*, TRS). Das TRS enthält das Konzept und die Definitionen, die zu einer Realisierung eines TRFs notwendig sind. Dies beinhaltet im Allgemeinen die Festlegung des Ursprungs, des Maßstabs und der Orientierung des Systems. Die Definition des ITRS (*International Terrestrial Reference System*), dessen Verbreitung und Realisierung in das Aufgabenfeld des IERS fällt, geht auf IUGG-Resolutionen von 1991 und 2007 zurück. Der Ursprung ist als Massenmittelpunkt des gesamten Erdsystems (inklusive Ozeane und Atmosphäre) definiert. Der Maßstab ist mit der geozentrischen Koordinatenzeit (*temps coordonné géocentrique*, TCG) konsistent und als Längeneinheit dient das SI-Meter. Die Orientierung entspricht durch Anwendung von NNR-Bedingungen jener des *Bureau International de l'Heure* (BIH) zum Zeitpunkt 1984.0 (IERS Conventions, 2010).

Die Realisierung des ITRS durch den *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF) wird vom IERS koordiniert, dessen CCs individuelle Lösungen beisteuern. Die IERS CCs beziehen ihre Daten wiederum von den Beiträgen der CCs der einzelnen IAG-Dienste wie z.B. dem IVS. Die derzeit letzte offizielle Realisierung des ITRS ist der ITRF2008 (Altamimi *et al.*, 2011), der vom IERS CC *Institut Géographique National* (IGN, Frankreich) berechnet wurde und Beobachtungsdaten bis Ende 2008 berücksichtigt. Eine weitere auf diesem Datensatz basierende Realisierung ist der DTRF2008 (Seitz *et al.*, 2012) des Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts (DGFI, Deutschland).

Neben dem ITRF2008 gab es seit der Jahrtausendwende zwei weitere offizielle ITRS-Realisierungen: ITRF2000 (Altamimi *et al.*, 2002) und ITRF2005 (Altamimi *et al.*, 2007). Vor

der Neuorganisation des IERS in 2001 gab es von 1988 bis 1997 jährliche ITRF-Lösungen des IGN. Beginnend mit einer Kombination von VLBI, SLR und Lunar Laser Ranging (LLR), wurde 1991 GPS und 1994 DORIS hinzugefügt (Boucher, 2013). Die einzelnen geodätischen Weltraumverfahren werden mithilfe von Differenzvektoren (*local ties*), die in Vermessungskampagnen bei Kollokationsstationen bestimmt werden, verknüpft.

Ein TRF besteht aus den Koordinaten der einzelnen Beobachtungsstationen. Im Falle der bisherigen ITRF-Lösungen wurde ein lineares Modell für die Koordinatenänderungen angewandt, wobei Ereignisse wie Antennenreparaturen oder Erdbeben durch Diskontinuitäten modelliert wurden. Das lineare Modell ist eine gute Approximation für Stationsbewegungen, die durch Plattentektonik oder postglaziale Landhebung verursacht werden. Diese erzeugen säkulare Bewegung von mehreren Zentimetern pro Jahr.

TRFs und insbesondere der ITRF sind für viele geowissenschaftliche Anwendungen von größter Bedeutung, wie z.B. die Untersuchung des Meeresspiegelanstiegs. Aus diesem Grund bestehen hohe Genauigkeitsansprüche an die Koordinaten und (für die meisten geophysikalischen Anwendungen noch wichtigeren) Geschwindigkeiten. Im Rahmen von GGOS (Plag & Pearlman, 2009) wurden daher Genauigkeitsziele von 1 mm für Positionen und 0.1 mm/a für Geschwindigkeiten festgelegt. Mit den bisherigen ITRF-Lösungen werden diese Ziele noch nicht erreicht (Wu *et al.*, 2011).

Neben den linearen Koordinatenänderungen zeigen die beobachteten Stationsbewegungen deutliche nichtlineare Signale, z.B. durch nichtmodellerte Auflasteffekte (siehe Abschnitt 2.4.1) oder postseismische Veränderungen. Diese Effekte werden aufgrund der IERS-Empfehlungen gewöhnlich nicht modelliert. Wenn sie, wie in der Vergangenheit, ignoriert werden, zeigen sie sich zum einen in den Residuen der geschätzten Parameter, können jedoch auch Koordinaten und Geschwindigkeiten verfälschen (van Dam *et al.*, 2001). Bei rein harmonischen Signalen mit jährlicher Periode kann ein Einfluss durch eine Beobachtungsdauer von mindestens 2,5 Jahren (Blewitt & Lavallée, 2002) reduziert werden. Aufgrund von zwischenjährlichen Variationen sind in manchen Regionen der Erde jedoch Zeitreihen von zehn Jahren notwendig (Santamaría-Gómez & Mémin, 2015). Im Falle starker postseismischer Deformationen, die oft mehrere Dezimeter ausmachen, sind generell keine langfristig gültigen Stationsgeschwindigkeiten unter den derzeitigen Genauigkeitsansprüchen realisierbar.

Aus diesen Gründen planen die verschiedenen IERS CC, die derzeit an der nächsten ITRS-Realisierung arbeiten, den Parameterraum für Stationsbewegungen zu erweitern. Sowohl IGN, DGFI, als auch das IERS CC am NASA JPL (*Jet Propulsion Laboratory*, USA) planen die Einführung von jährlichen und halbjährlichen Signalen für die ITRF-Bestimmung. Für darüber hinausgehende Stationsbewegungen gibt es verschiedenen Strategien. Das IGN CC plant, exponentielle und logarithmische Funktionen während postseismischer Aktivität zu schätzen; das JPL CC verwendet hingegen ein Kalman-Filter, um nichtlineare Effekte zu berücksichtigen (Wu *et al.*, 2015). Am DGFI CC wurde in der Vergangenheit mit sogenannten Epochen-Referenzrahmen (Bloßfeld *et al.*, 2014) experimentiert, wobei die ITRS-Realisierung aber auf klassischen Ansätzen basieren soll.

### 2.5.2 Ansätze zur Bestimmung von TRFs

Im folgenden soll noch genauer auf gewisse Aspekte und mögliche Optionen bei der TRF-Bestimmung eingegangen werden. Die Eigenschaften zeitreihenbasierter TRF-Lösungen werden in Abschnitt 2.5.2.1 behandelt, außerdem werden die Unterschiede zwischen Kombinationen auf Parameter-, Normalgleichungs- und Beobachtungsebene (2.5.2.2) sowie TRF-Lösungen jenseits des ITRF (2.5.2.3) beschrieben.

#### 2.5.2.1 Zeitreihenbasierte TRFs

Bei zeitreihenbasierten TRF-Lösungen werden die Stationskoordinaten in Intervallen von wenigen Tagen bis mehreren Wochen bestimmt. Jegliche Stationsbewegungen sind in den Koordinatenzeitreihen manifestiert, weshalb es nicht notwendig ist, diese zu parametrisieren. Besonders im Hinblick auf nichtlineare Effekte ist dies für gewisse Anwendungen vorteilhaft.

Dieses Konzept kommt etwa bei Epochen-Referenzrahmen zur Anwendung. Bloßfeld *et al.* (2014) schätzten Stationskoordinaten in wöchentlichen Abständen in Kleinste-Quadrate-Ausgleichungen. Um eine Kombination der geodätischen Beobachtungstechniken zu ermöglichen, mussten die Differenzvektoren jede Woche aufs Neue angebracht werden. Da diese oft fehlerbehaftet sind und häufig als ein limitierender Faktor für die TRF-Qualität gesehen werden (Seitz *et al.*, 2012), ist eine solche Übergewichtung nicht erstrebenswert. Da die Epochenlösungen zeitlich voneinander unabhängig sind, ist es zudem schwierig, Stabilität auf kurzen Zeitskalen (entsprechend einer Reduktion der Streuung) zu realisieren. Durch die Wahl längerer Zeitintervalle ist das zwar prinzipiell möglich, jedoch wird durch die niedrigere zeitliche Auflösung die Genauigkeit der Koordinaten reduziert, da die Koordinatenzeitreihen nichtlineare Effekte nicht mehr so gut abbilden können. Dies wäre jedoch der Hauptvorteil von Epochen-Referenzrahmen. Obendrein ist ein Epochen-Referenzrahmen für Prädiktionen von zukünftigen Stationskoordinaten konzeptionell ungeeignet.

Eine vielversprechende Alternative für zeitreihenbasierte TRFs ist die Anwendung eines Kalman-Filters. Dieser Ansatz ist bereits erfolgreich für Lösungen basierend auf ITRF2005- und ITRF2008-Datensätzen eingesetzt worden (Wu *et al.*, 2015) und wird auch für die nächste ITRS-Realisierung des JPL CC, die Daten bis Ende 2014 berücksichtigt, zur Anwendung kommen. Anders als Epochen-Referenzrahmen werden hierbei die Koordinaten der einzelnen Epochen nicht unabhängig voneinander bestimmt. Aus diesem Grund ist es ausreichend, Differenzvektoren nur in der Epoche einzuführen, in der sie gemessen wurden. Durch Anpassung des stochastischen Prozessmodells kann zusätzlich auch die Kurzzeitstabilität erhöht werden, ohne die zeitliche Auflösung verringern zu müssen. Ein weiterer Vorteil ist die Möglichkeit, den Parameterraum beliebig zu erweitern. So wurden von Wu *et al.* (2015) neben den Stationskoordinaten auch Geschwindigkeiten und saisonale Signale geschätzt. Durch Extrapolation dieser Funktionen eignet sich ein Kalman-Filter-TRF auch für die Prädiktion.

Ein potenzieller Erfolg zeitreihenbasierter TRFs ist davon abhängig, ob sie von den verschiedenen Gruppen an Anwendern auch benützt werden. Eine Implementierung in bestehen-

den Software-Paketen ist aufgrund des unterschiedlichen Konzepts im Vergleich zu klassischen TRFs eine Hürde, die mancher Anwender scheuen könnte. Andererseits werden auch für die nächsten ITRF-Lösungen der anderen CCs aufgrund der erweiterten Parametrisierung Software-Anpassungen notwendig sein. Weiters sei erwähnt, dass noch nicht eindeutig gezeigt wurde, ob die langfristige Prädiktion von Stationskoordinaten bei Kalman-Filter-Lösungen eine ähnliche Genauigkeit wie klassische TRF-Lösungen aufweist.

### 2.5.2.2 Kombinationsstrategien

TRF-Lösungen werden üblicherweise entweder auf Parameter- oder Normalgleichungsebene bestimmt. Die Bezeichnung bezieht sich auf die Art, in der die Eingangsdaten vorliegen beziehungsweise in die TRF-Bestimmung eingehen. Bei ersterer Variante werden Stationskoordinaten inklusive vollständiger Kovarianzinformation prozessiert, wobei das Datum mithilfe von Helmert-Transformationen realisiert wird. Falls die Eingangsdaten als datumsfreie Normalgleichungen gegeben sind, müssen diese in einem ersten Schritt individuell invertiert werden, wozu jeweils das Datum festgelegt werden muss, bevor sie in die Kombination auf Parameterebene (auch Lösungsebene genannt) eingeführt werden können und mittels Transformation neu gelagert werden.

Bei der zweiten Variante werden die datumsfreien Normalgleichungen addiert ("gestapelt"), mit einem Datum versehen (z.B. über NNT- und NNR-Bedingungen) und gemeinsam invertiert. Falls die Eingangsdaten auf Parameterebene vorliegen, müssen diese erst in Normalgleichungen rückgerechnet werden, wobei die Datumsinformation entfernt werden muss.

Die GNSS-, SLR-, und DORIS-Beiträge zum ITRF liegen gewöhnlich als Parameter inklusive voller Kovarianzinformation vor, wohingegen die VLBI-Beiträge auf freien Normalgleichungen beruhen. Die bisherigen ITRF-Lösungen des IGN CC wurden auf Parameterebene berechnet, wobei zuerst die VLBI-Normalgleichungen jeder einzelnen Session invertiert wurden (Altamimi *et al.*, 2011). Das DGFI CC nützte für die DTRF2008-Lösung hingegen den Normalgleichungsansatz. Die Erzeugung der freien Normalgleichungen aus den GNSS-, SLR-, und DORIS-Lösungen konnte jedoch nicht rigoros geschehen, da die Kovarianzen der ursprünglich angebrachten Datumsbedingungen nicht zur Verfügung gestellt wurden. Deshalb mussten auch hier Transformationsparameter geschätzt werden, um das Datum zu realisieren (Seitz *et al.*, 2012).

Kalman-Filter-basierte TRF-Bestimmungen erfolgen prinzipiell auf Parameterebene. Normalgleichungsbasierte Lösungen sind jedoch durch die Verwendung eines Informationsfilters (Abschnitt 3.2.3.1) denkbar.

Als dritte Option ist eine Kombination auf Beobachtungsebene möglich. Hier erfolgt die Kombination, bevor die Beobachtungsgleichungen in Normalgleichungen umgewandelt werden. Dieser Ansatz ist als rigoroser als jene auf Parameter- und Normalgleichungsebene zu sehen, da alle Vorprozessierungsschritte, inklusive Datenbearbeitung wie Ausreißer-Elimination, gemeinsam geschehen können. Wenn die Modellierung und Parametrisierung vollständig konsistent erfolgt, ist der Normalgleichungsansatz eine gute Annäherung der Kombination auf Beobachtungsebene und konzeptionell dem des Parameteransatzes vorzuziehen (Seitz, 2015). In der praktischen

Ausführung in Hinsicht auf die ITRF-Kombination ist diese Aussage jedoch differenziert zu sehen – drei der vier geodätischen Techniken liefern ihre Beiträge schließlich in einer Form ab, die nicht direkt in freie Normalgleichungen umgewandelt werden kann. Die Kombination auf Beobachtungsebene ist aufgrund der hohen Anforderungen an die Prozessierungsleistung bisher nur für kleinere Datensätze erfolgreich getestet worden (Hobiger & Otsubo, 2014) und derzeit für die Bestimmung globaler TRFs noch nicht geeignet.

### 2.5.2.3 TRF-Lösungen einzelner Techniken

Der ITRF ist seit jeher eine Kombinationslösung der verschiedenen geodätischen Beobachtungsverfahren. Die technikspezifischen Beiträge werden von den CCs der IAG-Dienste als Kombinationslösungen basierend auf den individuellen Lösungen der ACs berechnet. Für jeden ITRF gibt es daher gewöhnlich auch TRF-Lösungen der einzelnen IAG-Dienste. Beispiele hierfür sind der VTRF2008, der VLBI TRF (VTRF) aus dem IVS-Beitrag zum ITRF2008 (Böckmann *et al.*, 2010), jener basierend auf dem Beitrag des *International GNSS Service* (IGS) (Rebischung *et al.*, 2012) oder der VTRF2005 (Vennebusch *et al.*, 2007). Diese Lösungen werden hauptsächlich technikintern eingesetzt, da dadurch ein negativer Einfluss durch Systematiken und Inkonsistenzen zwischen den Techniken vermieden werden kann. Andererseits erreichen Einzeltechnik-TRFs üblicherweise nicht das Niveau des ITRF in Bezug auf Genauigkeit und Stabilität, da die Schwachstellen der einzelnen Techniken nicht durch die anderen Techniken, die davon nicht betroffen sind, kompensiert oder abgeschwächt werden können. Beispielshaft seien der *Blue-Sky effect* bei SLR (Sośnica *et al.*, 2013), Probleme bei der Modellierung des Strahlungsdruck durch die Sonne bei GNSS (Arnold *et al.*, 2015) und die ungenügende Netzwerkgeometrie bei VLBI erwähnt. Aus diesem Grund werden Näherungskordinaten für die VLBI-Auswertung größtenteils dem ITRF2008 entnommen.

Der Nachteil der offiziellen TRF-Lösungen der IAG-Dienste ist die unregelmäßige und seltene Aktualisierung, da sie im Prinzip jener des ITRF entspricht. Für den Fall, dass die Koordinaten einer Station aufgrund eines Erdbebens unbrauchbar werden oder eine neue Station zu beobachten beginnt, sind die Mehrjahreszyklen dieser Produkte von großem Nachteil. Deshalb werden auch von einzelnen ACs interne TRF-Lösungen berechnet, die leicht zu aktualisieren sind. Auch bieten sie sich aufgrund des geringeren Berechnungs- und Koordinationsbedarfs besonders für wissenschaftliche Untersuchungen an (z.B. Spicakova *et al.*, 2011; Heinkelmann & Tesmer, 2013; Krásná *et al.*, 2015). Der Nachteil ist eine noch schlechtere Zuverlässigkeit als bei den kombinierten Lösungen der IAG-Dienste, welche zumindest den Einfluss einzelner Analystenentscheidungen und potentieller Fehler in den Softwarepaketen mindern (Soja *et al.*, eingereicht).

# Kapitel 3

## Parameterschätzung

In diesem Kapitel wird die geodätische Parameterbestimmung mittels der Methode der kleinsten Quadrate (Abschnitt 3.1) sowie durch Kalman-Filterung (3.2) vorgestellt. Zwecks besserem Verständnis der Anwendung eines Kalman-Filters werden außerdem verschiedene stochastische Prozesse, die im Rahmen dieser Arbeit von Bedeutung sind, beschrieben (3.3).

### 3.1 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate (LSM) oder Kleinste-Quadrate-Ausgleichung (*least squares adjustment*, LSA), auch bekannt als Gauß-Markov-Modell, ist in der Geodäsie die am häufigsten angewandte Technik zur Parameterbestimmung. Sie dient zum Finden der optimalen Schätzwerte der unbekannt Parameter in einem überbestimmten System, d.h. dass mehr Beobachtungen als Unbekannte vorhanden sind, und geht auf den Mathematiker und Geodäten Carl Friedrich Gauß zurück. Im Folgenden werden die wichtigsten Grundlagen behandelt, die sich z.B. bei Angermann *et al.* (2004) und Krásná (2013) finden.

#### 3.1.1 Funktionales Modell

Ausgehend von einer Anzahl  $n$  an Beobachtungen  $l'$  sollen Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}$  für die wahren Werte  $\mathbf{x}$  einer Anzahl  $u$  an Parametern gefunden werden, die mit den Beobachtungen durch einen funktionalen Zusammenhang  $\mathbf{f}$  verknüpft sind. Die Beobachtungsfehler sollten normalverteilt und frei von systematischen Fehlern sein. Die wahren Beobachtungen  $\tilde{\mathbf{l}}$  lassen sich auf die Beobachtungen  $l'$  und einen Fehlerterm  $\mathbf{e}$  zurückführen

$$\tilde{\mathbf{l}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = l' + \mathbf{e}, \quad (3.1)$$

während sich die Schätzwerte der Beobachtungen  $\hat{\mathbf{l}}$  aus den Beobachtungen  $l'$  und den Residuen beziehungsweise Verbesserungen  $\mathbf{v}$  ergeben.

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = l' + \mathbf{v}. \quad (3.2)$$

Die Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}$  können durch einen genäherten (a priori) Parametervektor  $\mathbf{x}_0$  und die Zuschläge  $\mathbf{x}$  dargestellt werden:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{x} . \quad (3.3)$$

Entsprechend dazu lassen sich genäherte Beobachtungen  $\mathbf{l}_0$ , berechnet aus  $\mathbf{x}_0$ , mithilfe des gekürzten Beobachtungsvektors  $\mathbf{l}$  auf die Beobachtungen  $\mathbf{l}'$  zurückführen.

$$\mathbf{l}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{l}' - \mathbf{1} . \quad (3.4)$$

Der gekürzte Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}$  ergibt sich demnach aus der Differenz der tatsächlichen Beobachtungen (*observed*) und denen, die aus den a priori Werte berechnet wurden (*computed*). Aus den Gleichungen (3.2) und (3.3) folgt für die Residuen

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}) - \mathbf{l}' . \quad (3.5)$$

Der Term  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x})$  kann in eine Taylor-Reihe um  $\mathbf{x}_0$  zerlegt werden. Angenommen, dass die Zuschläge  $\mathbf{x}$  klein sind, ist es möglich, die Reihe bereits nach dem ersten Glied abubrechen:

$$\mathbf{v} = \mathbf{l}_0 + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l}' . \quad (3.6)$$

Dieser Schritt entspricht einer Linearisierung. Die Ableitung des funktionalen Zusammenhangs für jede Beobachtung nach den Unbekannten liefert die Jakobi- beziehungsweise Designmatrix  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_u} \end{pmatrix} . \quad (3.7)$$

Aus Gleichungen (3.4) und (3.7) folgt schließlich die linearisierte Form des funktionalen Modells

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{1} . \quad (3.8)$$

Die Methode der kleinsten Quadrate umfasst nun die Bestimmung der Parameter  $\mathbf{x}$  durch Minimierung der gewichteten Verbesserungsquadrate:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min . \quad (3.9)$$

Die Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  wird im nächsten Abschnitt eingeführt. Falls  $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$  invertierbar ist, lässt sich die Lösung durch

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (3.10)$$



berechnen. Mit der Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}$  und der "rechten Seite"  $\mathbf{n}$  lässt sich dies auch ausdrücken durch:

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{n} \quad \text{wobei} \quad \mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}, \quad \mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}. \quad (3.11)$$

### 3.1.2 Stochastisches Modell

Bei den Beobachtungen handelt es sich um fehlerhafte Größen, deren stochastische Eigenschaften durch die Kovarianzmatrix  $\Sigma_{YY}$  definiert sind:

$$\Sigma_{YY} = \Sigma_{\Pi} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1}^2 & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Durch die Wahl einer Bezugsvarianz  $\sigma_0^2$  (Varianz der Gewichtseinheit a priori) gilt für die Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{\Pi}$

$$\mathbf{Q}_{\Pi} = \frac{1}{\sigma_0^2} \Sigma_{\Pi}. \quad (3.13)$$

Die Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  (siehe Gleichung (3.9)) ergibt sich durch Invertierung der Kofaktormatrix:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{\Pi}^{-1}. \quad (3.14)$$

Oft wird bei der Gewichtsmatrix nur die Hauptdiagonale berücksichtigt, die demnach mit den inversen Varianzen der Beobachtungen  $i$  bezogen auf  $\sigma_0^2$  bevölkert ist:  $\sigma_0^2/\sigma_i^2$ . Die Festlegung der Gewichte in Gleichung (3.14) wird als stochastisches Modell a priori bezeichnet.

Nach erfolgter Ausgleichung mittels Gleichung (3.10) lässt sich das stochastische Modell a posteriori, das die Kovarianzen  $\mathbf{C}$  der verschiedenen fehlerbehafteten Größen umfasst, bestimmen. Der a posteriori Fehler der Gewichtseinheit  $s_0$  lässt sich aus den Verbesserungen  $\mathbf{v}$  und dem Freiheitsgrad  $n - u$  bestimmen:

$$s_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u}, \quad (3.15)$$

mit dessen Hilfe die Kofaktormatrizen in Kovarianzmatrizen umgewandelt werden können. Für

diese folgt aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}} = \frac{1}{s_0^2} \mathbf{C}_{\mathbf{xx}} = \mathbf{N}^{-1} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} = \frac{1}{s_0^2} \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T \quad (3.17)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{vv}} = \frac{1}{s_0^2} \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{x}}} \quad (3.18)$$

Mithilfe  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$  lassen sich die formalen Fehler und damit die erreichte Präzision der geschätzten Parameter  $\mathbf{x}$  bestimmen. Die Fehler der Verbesserungen aus  $\mathbf{C}_{\mathbf{vv}}$  sind u.a. wichtig für die Ausreißerdetektion.

### 3.1.3 Einführung von Bedingungen in der Ausgleichung

Falls, wie häufig in geodätischen Problemstellungen, ein Rangdefekt der Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}$  vorliegt, muss die Anzahl der geschätzten Parameter reduziert oder zusätzliche Information eingeführt werden. Zum Beispiel geschieht dies im Falle der Bestimmung von Stations- oder Radioquellenkoordinaten bei der Datumsdefinition (siehe Abschnitt 2.4.2). Die Bedingungen werden über Pseudobeobachtungen realisiert. Für diese fiktiven Beobachtungen lassen sich eine Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}_c = \mathbf{A}_c^T \mathbf{P}_c \mathbf{A}_c$  und eine rechte Seite  $\mathbf{n}_c$  erstellen, wobei üblicherweise  $\mathbf{n}_c = 0$  gilt. Wenn die Matrix  $\mathbf{N} + \mathbf{N}_c$  nicht mehr singulär ist, kann das Ausgleichungsproblem gelöst werden (Glaser, 2014). Für NNT- und NNR-Bedingungen für die  $i$ -te Station ergibt sich beispielsweise

$$\mathbf{A}_{c,i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_i^{\text{ref}} & -Y_i^{\text{ref}} \\ 0 & 1 & 0 & -Z_i^{\text{ref}} & 0 & X_i^{\text{ref}} \\ 0 & 0 & 1 & Y_i^{\text{ref}} & -X_i^{\text{ref}} & 0 \end{pmatrix}^T. \quad (3.19)$$

Neben den Datumsbedingungen ist es oft wichtig, weitere Nebenbedingungen (*constraints*) anzubringen, um die Lösung zu stabilisieren. In der Praxis werden absolute und relative Nebenbedingungen unterschieden. Bei absoluten gilt die Bedingung, dass die geschätzten Parameter den a priori Werten entsprechen. Dies kann z.B. bei der Bestimmung von troposphärischen Gradienten sinnvoll sein.

Bei relativen Nebenbedingungen wird eine Nulldifferenz zwischen zwei geschätzten Parametern angestrebt. Zum Beispiel sollen bei der TRF-Bestimmung die Geschwindigkeiten gewisser Kollokationsstationen identisch sein. Außerdem sind relative Nebenbedingungen bei der Anwendung von CPWLFs, die in der VLBI-Auswertung häufig zur Parametrisierung zum Einsatz kommen, von großer Bedeutung (Schuh & Böhm, 2013). Für jedes Intervall wird hier die Bedingung gestellt, dass der nächste Parameter dem vorigen entspreche. Falls die zeitlichen Intervalle so kurz gewählt werden, dass in manchen Intervallen keine Beobachtungsdaten vorliegen, wäre die Parameterschätzung ohne entsprechende Nebenbedingungen singulär.

Die Vorgehensweise bei Nebenbedingungen ist im Prinzip die gleiche wie bei Datumsbedingungen. Da hier jedoch nicht zwingend Rangdefizite behoben werden und es sich daher teilweise um zusätzliche Informationen handelt, ist die Gewichtung der Nebenbedingungen mithilfe der Matrix  $\mathbf{P}_c$  im Verhältnis zu jener der tatsächlichen Beobachtungen entscheidend. Bei CPWLFs ist es durch die Anpassung der Gewichte beispielsweise möglich, die zeitliche Variabilität der geschätzten Parameter zu beeinflussen.

### 3.1.4 Reduzieren von Parametern auf Normalgleichungsebene

Für gegebene Normalgleichungssysteme  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{n}$  (Gleichung (3.11)) kann es sinnvoll sein, gewisse Parametergruppen zu eliminieren, um z.B. den Prozessieraufwand zu verringern. Angenommen, der Index  $h$  bezeichnet die Parameter, die es zu halten gilt, und  $r$  diejenigen, die zu reduzieren sind, dann lässt sich das Normalgleichungssystem anschreiben als:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{N}_{hh} & \mathbf{N}_{hr} \\ \mathbf{N}_{rh} & \mathbf{N}_{rr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_h \\ \mathbf{x}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_h \\ \mathbf{n}_r \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Nach Glaser (2014) können die reduzierten Normalgleichungen über

$$\mathbf{N}_{hh}^{\text{red}} = \mathbf{N}_{hh} - \mathbf{N}_{hr}\mathbf{N}_{rr}^{-1}\mathbf{N}_{rh} \quad \text{und} \quad \mathbf{n}_h^{\text{red}} = \mathbf{n}_h - \mathbf{N}_{hr}\mathbf{N}_{rr}^{-1}\mathbf{n}_r \quad (3.21)$$

bestimmt werden, wobei  $\mathbf{N}_{rr}$  invertierbar sein muss. Der Vorteil dieser Methode ist, dass alle zur Schätzung von  $\mathbf{x}_h$  notwendigen Informationen von  $\mathbf{x}_r$  in  $\mathbf{N}_{hh}^{\text{red}}$  und  $\mathbf{n}_h^{\text{red}}$  enthalten sind. Dies wäre nicht der Fall, wenn einfach  $\mathbf{N}_{hh}$  und  $\mathbf{n}_h$  verwendet werden, was zu abweichenden Schätzwerten führen würde.

## 3.2 Kalman-Filter

Das Kalman-Filter ist, ähnlich wie LSM, ein Algorithmus zur Parameterbestimmung basierend auf fehlerbehafteten Beobachtungen. Es unterscheidet sich jedoch grundlegend dadurch, dass nicht alle Beobachtungen auf einmal ausgewertet werden, sondern sequentiell in den Algorithmus einfließen. Somit eignet sich das Kalman-Filter für Echtzeitanwendungen. Anders als bei LSM müssen die unbekannt Variablen nicht parametrisiert werden, sondern können als stochastische Prozesse (Abschnitt 3.3) modelliert werden. Die Schätzwerte (beziehungsweise der Systemzustand) werden in einem Zwei-Schritt-Verfahren aktualisiert, in dem für jede Epoche zuerst eine Vorhersage basierend auf der gewählten Systemdynamik getroffen wird, die danach durch das Integrieren der Beobachtungen korrigiert beziehungsweise verbessert wird. Das Verhältnis zwischen Prozessrauschen und Beobachtungsfehlern ist entscheidend für die zeitliche Variabilität des jeweiligen geschätzten Parameters. Da für jede Beobachtung der Systemzustand aktualisiert werden kann, ist bei der Kalman-Filterung eine sehr hohe zeitliche Auflösung möglich, was besonders bei Effekten mit raschen zeitlichen Variationen, wie z.B. jenen der Troposphäre,

von Vorteil ist. Wird für Parameter kein Prozessrauschen angenommen, werden sie deterministisch im Sinne der kleinsten Quadrate bestimmt. Als nachteilig ist zu sehen, dass Kalman-Filter im Vergleich zu LSM stärker mit Problemen bezüglich numerischer Stabilität zu kämpfen haben und eine Prozessierung mit vergleichbaren Einstellungen üblicherweise etwas länger dauert.

Die grundlegenden Gleichungen des diskreten Kalman-Filters werden in Abschnitt 3.2.1 vorgestellt, jene für den *Smoother* in 3.2.2. Schließlich werden in 3.2.3 alternative Filtertechniken behandelt. Für darüber hinausgehende Aspekte sowie für Herleitungen sei auf Gelb (1974), Herring *et al.* (1990), Kelly (1994) und Brown & Hwang (1997) verwiesen.

### 3.2.1 Grundprinzip

Wir gehen von einem linearen und zeitdiskreten System aus, das durch den Zustandsvektor  $\mathbf{x}_k$  eindeutig beschrieben werden kann. Um diesen zu bestimmen, sei ein Satz an Beobachtungen  $\mathbf{z}_k$  vorhanden. Der Index  $k$  steht für die jeweilige Epoche  $t_k$ . Die Verknüpfung von Zuständen und Beobachtungen erfolgt über die Beobachtungsgleichung

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k - \mathbf{v}_k \quad (3.22)$$

mit der Beobachtungsmatrix  $\mathbf{H}_k$  und einem Residuenvektor  $\mathbf{v}_k$ , der das Messrauschen darstellt. Prinzipiell sind diese Variablen vergleichbar mit  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{A}$  bei LSM (vgl. Gleichung (3.8)), jedoch nur für die Epoche  $k$  gültig. Wie bei LSM ist der Beobachtungsvektor  $\mathbf{z}_k$  gekürzt (*observed minus computed*) und  $\mathbf{x}_k$  bezieht sich auf Näherungswerte  $\mathbf{x}_0$ . Für die einzelnen Epochen kann es eine unterschiedliche Anzahl an Beobachtungen geben. Bei VLBI fallen die Epochen mit den *Scans* (Beobachtung einer Radioquelle durch mehrere Stationen) zusammen, wobei die Anzahl der Beobachtungen  $n_k$  von der Anzahl der beteiligten Basislinien abhängt. Da es nur selten mehrere Scans, die sich auf die exakt gleiche Epoche beziehen, gibt, entspricht die Anzahl der Epochen im Kalman-Filter ungefähr jener der Scans.

Die Systemdynamik wird mithilfe der Übergangsgleichung (*transition equation*) beziehungsweise Prozessgleichung (*process equation*)

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.23)$$

dargestellt, wobei  $\mathbf{F}_k$  die Übergangsmatrix und  $\mathbf{w}_k$  das Prozessrauschen, das heißt die zufälligen Variationen des Zustands, repräsentieren. Für die Rauschvektoren  $\mathbf{v}_k$  und  $\mathbf{w}_k$  werden die folgenden Annahmen getroffen:

$$\langle \mathbf{w}_i \mathbf{w}_k^T \rangle = \delta_{ik} \mathbf{Q}_k \quad (3.24)$$

$$\langle \mathbf{v}_i \mathbf{v}_k^T \rangle = \delta_{ik} \mathbf{R}_k \quad (3.25)$$

$$\langle \mathbf{w}_i \mathbf{v}_k^T \rangle = 0, \quad \forall (i, k) \quad (3.26)$$

wobei  $\langle \cdot \rangle$  den Erwartungswert und  $\delta_{ik}$  das Kronecker-Delta darstellt. Demnach sind sowohl Prozess- als auch Messrauschen zeitlich und untereinander unkorreliert. Die Kovarianzmatrix des Beobachtungsfehlers  $\mathbf{R}_k$  ist in Analogie zu  $\Sigma_{\Pi}$  bei LSM (vgl. Gleichung (3.12)) zu sehen. Für die Kovarianzmatrix des Prädiktionsfehlers  $\mathbf{Q}_k$  gibt es bei LSM keine entsprechende Größe.

Bei der sequentiellen Parameterschätzung im Rahmen des Kalman-Filters erfolgt zuerst die Prädiktion, gekennzeichnet durch ein hochgestelltes Minuszeichen, des Zustandsvektors  $\mathbf{x}_k$  und seiner Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_k$ :

$$\mathbf{x}_k^- = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k . \quad (3.28)$$

Die Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_k$  entspricht  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$  (Gleichung (3.16)) bei LSM. Im Rahmen der Korrektur (auch: *update*) wird der prädizierte Zustand mithilfe der Beobachtungen verbessert:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^-) \quad (3.29)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- , \quad (3.30)$$

wobei  $\mathbf{K}_k$  für die Kalman-Matrix (*Kalman gain*) steht:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} . \quad (3.31)$$

Sie fungiert als Proportionalitätsfaktor für die Innovation  $\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^-$ , die beschreibt, wie genau die Messungen mit dem prädizierten Zustandsvektor übereinstimmen. Die Innovation wird, wie in Gleichung (3.31) ersichtlich, in Abhängigkeit der Unsicherheiten der Messungen und der Prädiktion skaliert. Die Gleichungen (3.27) bis (3.31) werden für jede einzelne Epoche sequentiell durchlaufen. Abbildung 3.1 veranschaulicht die Funktionsweise des Kalman-Filter-Algorithmus.

Aus den Gleichungen ist ersichtlich, dass es beim Kalman-Filter möglich ist, perfekte (fehlerfreie) Beobachtungen einzuführen, da die Matrix  $\mathbf{R}_k$  nie invertiert werden muss. Dies ist vor allem für Nebenbedingungen, die schließlich Pseudobeobachtungen sind, von Bedeutung. Bei LSM fehlt diese Option, es ist lediglich eine sehr hohe Gewichtung der Bedingungen (*“tight constraints“*) möglich. Im Gegenzug ist es beim Kalman-Filter notwendig, a priori Bedingungen für alle Parameter einzuführen, die den Startwerten  $\mathbf{x}_{k=0}$  und  $\mathbf{P}_{k=0}$ , durch die das Filter initialisiert wird, entsprechen. Üblicherweise wird versucht, den Einfluss der a priori Bedingungen möglichst gering zu halten, weshalb  $\mathbf{P}_{k=0}$  möglichst groß angesetzt wird. Um numerische Probleme (wie nicht positiv-definite Kovarianzmatrizen aufgrund von Rundungsfehlern) zu vermeiden, sind dem jedoch Grenzen gesetzt. Eine Formulierung des Kalman-Filters auf Normalgleichungsebene, die dieses Problem umgeht, ist das Informationsfilter (Abschnitt 3.2.3.1).

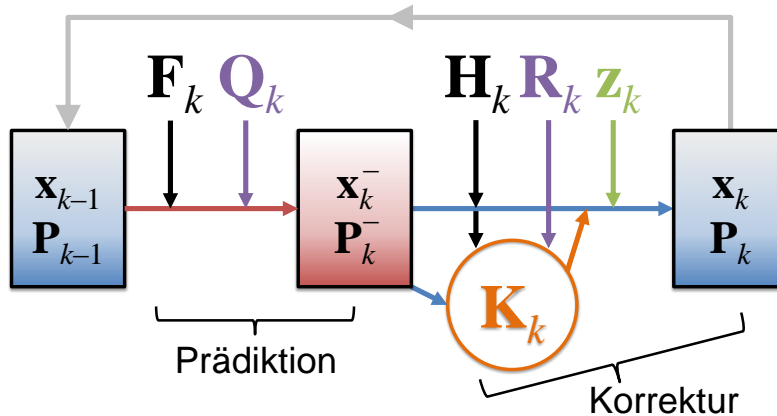


Abbildung 3.1: Übersichtsdiagramm zur Funktionsweise eines Kalman-Filters wie in Abschnitt 3.2.1 erläutert

### 3.2.2 Smoother

Die sequentielle Prozessierung der Beobachtungen von der ersten bis zur letzten Epoche wird als Vorwärtsdurchlauf (*forward running filter*, FRF) bezeichnet. Optimale Schätzwerte sind nur diejenigen der letzten Epoche, da nur hier alle Beobachtungsinformation bereits eingespeist wurde. Die Zustände von früheren Epochen basieren nur auf den Beobachtungen, die bis zur jeweiligen Epoche verfügbar sind, und sind unabhängig von zukünftigen Messungen. Für optimale Schätzwerte zu allen Epochen ist es daher vorerst notwendig, alle Beobachtungen ein zweites Mal zuprozessieren, diesmal von der letzten bis zur ersten Epoche. Bei diesem Rückwärtsdurchlauf (*backward running filter*, BRF) an sich ist nur das Ergebnis der ersten Epoche optimal.

Durch geeignete Mittelung der FRF- und BRF-Lösungen fließt die gesamte Beobachtungsinformation in alle Schätzwerte und deren Kovarianzen ein. Dieser Schritt wird als *Smoothing* bezeichnet:

$$\mathbf{P}_{k,S} = (\mathbf{P}_{k,FRF}^{-1} + \mathbf{P}_{k,BRF}^{-1})^{-1} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{x}_{k,S} = \mathbf{P}_{k,S}(\mathbf{P}_{k,FRF}^{-1}\mathbf{x}_{k,FRF} + \mathbf{P}_{k,BRF}^{-1}\mathbf{x}_{k,BRF}). \quad (3.33)$$

Die Prozessierung der BRF- und Smoother-Lösungen kann auch in einem Schritt erfolgen, beispielsweise mit dem Rauch-Tung-Striebel (RTS)-Smoother. Nach dem gewöhnlichen FRF wird die Smoother-Lösung wie folgt berechnet, wobei die Epochen von der letzten zur ersten durchlaufen werden:

$$\mathbf{x}_{k,S} = \mathbf{x}_{k,FRF} + \mathbf{C}_k(\mathbf{x}_{k+1,S} - \mathbf{x}_{k+1,FRF}^-) \quad (3.34)$$

$$\mathbf{P}_{k,S} = \mathbf{P}_{k,FRF} + \mathbf{C}_k(\mathbf{P}_{k+1,S} - \mathbf{x}_{k+1,FRF}^-)\mathbf{C}_k^T \quad (3.35)$$

mit der Hilfsgröße

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{P}_{k,\text{FRF}} \mathbf{F}_{k+1}^T (\mathbf{P}_{k+1,\text{FRF}}^-)^{-1}. \quad (3.36)$$

Sowohl der Smoother in Gleichungen (3.32) und (3.33) als auch der effizientere RTS-Smoother liefern optimale Schätzwerte für alle Epochen. Für deterministische Parameter reicht es jedoch aus, nur den FRF-Schätzwert der letzten Epoche zu betrachten, da die Smoother-Lösung über alle Epochen hinweg konstant ist und diesem optimalen Wert entspricht.

Für statistische Tests oder Ausreißerererkennung ist es notwendig, die Residuen der Beobachtungen in Bezug auf die Smoother-Lösung und deren Kovarianz zu bestimmen (Wang, 2008):

$$\mathbf{v}_{k,S} = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_{k,S} - \mathbf{z}_k \quad (3.37)$$

$$\mathbf{V}_{k,S} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,S} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3.38)$$

Die Matrix  $\mathbf{V}_{k,S}$  ist in Analogie zu  $\mathbf{C}_{\text{vv}}$  (Gleichung (3.18)) bei LSM zu sehen.

### 3.2.3 Alternative Filtertechniken

Neben dem Kalman-Filter existieren zahlreiche alternative Algorithmen zur sequentiellen Parameterschätzung. Im Folgenden werden einige wichtige Beispiele vorgestellt und die Unterschiede zum klassischen Kalman-Filter aufgezeigt.

#### 3.2.3.1 Informationsfilter und Wurzelarstellung

Beim häufig verwendeten *Square-root information filter* (SRIF, Bierman, 1977; Psiaki, 1999) treffen zwei Konzepte aufeinander, die auch unabhängig Anwendung finden können.

Beim Informationsfilter (Chin, 2001), das auch Inverser Kovarianzfilter genannt wird, werden statt des Zustands  $\mathbf{x}_k$  und dessen Kovarianz  $\mathbf{P}_k$  der Informationsvektor  $\mathbf{y}_k$  und die Informationsmatrix  $\mathbf{Y}_k$  verwendet:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{P}_k^{-1} \mathbf{x}_k \quad (3.39)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{P}_k^{-1}. \quad (3.40)$$

Es ist sozusagen eine Filterung auf Normalgleichungsebene, denn  $\mathbf{y}_k$  und  $\mathbf{Y}_k$  repräsentieren die Größen  $\mathbf{n}$  und  $\mathbf{N}$  bei LSM. Der Korrekturschritt ist beim Informationsfilter einfacher als beim Kalman-Filter zu bewerkstelligen und besteht aus einer einfachen Addition der projizierten Beobachtungen zu den Prädiktionen:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k^- + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{z}_k \quad (3.41)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{Y}_k^- + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k. \quad (3.42)$$

Der Prädiktionsschritt ist hingegen komplizierter als beim Kalman-Filter:

$$\mathbf{y}_k^- = \mathbf{L}_k(\mathbf{F}_k^{-1})^T \mathbf{y}_{k-1} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{Y}_k^- = \mathbf{L}_k \mathbf{M}_k \mathbf{L}_k^T + \mathbf{D}_k \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{D}_k^T \quad (3.44)$$

mit den Hilfsgrößen

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{F}_k^{-1})^T \mathbf{Y}_{k-1} \mathbf{F}_k^{-1} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{M}_k (\mathbf{M}_k + \mathbf{Q}_k^{-1})^{-1} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{I} - \mathbf{D}_k \quad (3.47)$$

$$(3.48)$$

Es ist ersichtlich, dass die Matrizen  $\mathbf{Q}_k$ ,  $\mathbf{R}_k$  und  $\mathbf{F}_k$  invertierbar sein müssen, was damit in dieser Formulierung die Schätzung deterministischer Parameter verhindert. Andererseits müssen keine a priori Bedingungen eingeführt werden, um das Filter zu initialisieren. Durch Null setzen von  $\mathbf{y}_{k=0}$  und  $\mathbf{Y}_{k=0}$  wird im wahrsten Sinne des Wortes Nullinformation in das System eingeführt.

Alternativ ist es möglich, die Prädiktion durch Inversion von  $\mathbf{Y}_k$  auf der Kovarianzebene durchzuführen. In Bezug auf die Prozessierungszeit ist dies kostspielig, jedoch können in diesem Fall die Kalman-Filter-Gleichungen verwendet werden. Nach der Prädiktion muss erneut durch Inversion auf die Informationsebene gewechselt werden.

Die sogenannte Quadratwurzelzerlegung (*square-root form*, Kaminski *et al.*, 1971) versucht, die numerische Stabilität von Filteralgorithmen zu erhöhen. Die Kovarianzmatrizen, z.B.  $\mathbf{P}_k$  beim Kalman-Filter, sind theoretisch positiv-definit. Durch Rundungsfehler können jedoch kleine positive Eigenwerte zu negativen werden, was spätestens bei der Inversion im Rahmen des Smoothers zu Problemen führt. Eine positiv-definite Matrix kann immer durch eine Cholesky-Zerlegung  $\mathbf{C} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^T$  dargestellt werden. Die einzelnen Faktoren werden als Quadratwurzeln der Matrix  $\mathbf{C}$  bezeichnet und sind daher namensgebend. Die Filter-Gleichungen können für diese Art der Darstellung formuliert werden, wodurch zwar ein erhöhter Rechenaufwand besteht, die Kovarianzmatrizen aber besser konditioniert sind. Die Zerlegung kann auch über  $\mathbf{C} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{U}^T$  mit der Diagonalmatrix  $\mathbf{D}$  erfolgen, was zusätzliche numerische Vorteile hat. Quadratwurzelformulierungen existieren sowohl für das Kalman-Filter (*square-root filter*) als auch für das Informationsfilter (SRIF).

### 3.2.3.2 Adaptiver Kalman-Filter

Ein anderer Ansatz, um die Stabilität des Kalman-Filters zu verbessern, ist eine dynamische Anpassung der Kovarianzmatrizen des Prädiktionsfehlers  $\mathbf{Q}_k$  und der Messungen  $\mathbf{R}_k$  aus der Differenz zwischen prädizierten Schätzwerten und Messungen. Der entsprechende Algorithmus wird als Adaptiver Kalman-Filter (AKF) bezeichnet (Oussalah & De Schutter, 2000). Alternativ kann ein adaptiver Faktor  $\alpha_k$  eingeführt werden, der die Kovarianzmatrizen des prädizierten Zustands



skaliert:  $\mathbf{P}_k^-/\alpha_k$  (Yang & Gao, 2006). Zur Bestimmung von  $\alpha_k$  gibt es mehrere Optionen, z.B. folgend aus der Forderung, dass die prädierte Kovarianzmatrix des Residuenvektors der theoretischen entspreche. Die Anwendung des AKF empfiehlt sich, wenn die Eigenschaften des Systems hinsichtlich des funktionalen und/oder stochastischen Modells nur unzureichend bekannt sind. Auch falls das System stark nichtlinear ist, stellt der AKF eine robustere Alternative zum herkömmlichen Kalman-Filter dar.

### 3.2.3.3 Weitere Filtertechniken

Im Folgenden sei auf vier weitere Varianten des Filterkonzepts eingegangen. Der *extended Kalman filter* (EKF) unterstützt nichtlineare Funktionen in der Beobachtungs- und Prozessgleichung (Bezručka, 2011). Die Prädiktion und Korrektur des Zustandsvektors erfolgt demnach über:

$$\mathbf{x}_k^- = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) \quad (3.49)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^-)) \quad (3.50)$$

In den restlichen Filtergleichungen ist eine Matrixdarstellung für die Funktionen  $\mathbf{f}$  und  $\mathbf{h}$  dennoch notwendig. Es findet daher eine Linearisierung durch Berechnung der partiellen Ableitungen statt (vgl. Gleichung (3.7) bei LSM):

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k} \quad \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k^-} . \quad (3.51)$$

Eine Erweiterung des EKF ist der *unscented Kalman filter* (UKF). Während im EKF die Linearisierung basierend auf Taylor-Reihen ersten Grades berechnet wird, erreicht der UKF durch geschickte Wahl der Abtastpunkte eine Genauigkeit, die mit einer Entwicklung zweiten Grades vergleichbar ist. Dies ist vor allem bei stark nichtlinearen Systemen von Vorteil (Haykin, 2001). Sowohl Smoother-Algorithmen als auch Quadratwurzeldarstellung existieren für den UKF.

Die Anwendung des Partikel-Filters (*particle filter*), auch Sequenzielle Monte-Carlo-Methode genannt, bietet sich für nichtlineare und nicht normalverteilte Zustandsgrößen an. Anders als beim EKF ist keine Linearisierung notwendig. Die Flexibilität des Partikel-Filters wird jedoch durch einen hohen Rechenaufwand kompensiert. Die Wahrscheinlichkeitsdichte von stochastischen Prozessen wird hierbei mithilfe einer Menge sogenannter Partikel dargestellt. Je nachdem wie gut diese mit Messdaten übereinstimmt, werden die einzelnen Partikel gewichtet (Del Moral *et al.*, 2013).

Der *ensemble Kalman filter* (EnKF) beruht im Gegensatz zum Partikel-Filter auf normalverteilten Systemparametern, ist bei der Prozessierung solcher Systeme jedoch effizienter. Im Vergleich zum EKF ist der EnKF bei Systemen mit vielen Variablen deutlich weniger rechenintensiv. Es werden keine Kovarianzmatrizen propagiert, stattdessen beruht der EnKF auf der Stichprobenvarianz einer Anzahl an systembeschreibenden Zustandsvektoren, dem sogenannten Ensemble (Evensen, 2007).

### 3.3 Stochastische Prozesse

Für jeden Zustandsparameter, der im Kalman-Filter geschätzt wird, ist es notwendig, einen geeigneten stochastischen Prozess zu dessen Modellierung zu wählen. Daher wird im Folgenden kurz auf die Grundlagen stochastischer Prozesse (Abschnitt 3.3.1) sowie eine Auswahl an wichtigen Prozesstypen (3.3.2) eingegangen. Die Abhandlungen richten sich unter anderem nach den Arbeiten von Herring *et al.* (1990), Brown & Hwang (1997), Chin *et al.* (2009) und Wresnik (2009).

#### 3.3.1 Grundlagen

Bei einem stochastischen Prozess (auch: Zufallsprozess) handelt es sich um eine Folge von Zufallsvariablen  $x(t)$ , abhängig von der Zeit  $t$ . Im Allgemeinen kann ein Prozess kontinuierlich sein, hier betrachten wir jedoch nur den diskreten Fall  $t_k = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ . Da es sich um Zufallsgrößen handelt, gibt es theoretisch unendlich viele mögliche Wertabfolgen. Konkrete Beobachtungen in der Form einer Zeitreihe stellen eine Realisierung beziehungsweise Stichprobe dar. Die mathematische Beschreibung erfolgt mithilfe statistischer Größen, die die Zeitabhängigkeit der einzelnen Werte untereinander charakterisieren.

Es existieren verschiedene Methoden zur Beschreibung von stochastischen Prozessen. In dieser Arbeit wird vor allem die *Two-sample Allan standard deviation* (ASD)  $\sigma_y$  (Allan, 1966) verwendet, definiert durch

$$\sigma_y^2(\tau) = \langle (x(t+2\tau) - 2x(t+\tau) + x(t))^2 \rangle / (2\tau^2) \quad (3.52)$$

mit der Zeitdifferenz  $\tau$ , die Werte zwischen dem minimalen zeitlichen Abstand  $\Delta t$  der Zeitreihe und der halben Länge der Zeitreihe  $(n-1) \cdot \Delta t / 2$  annehmen kann. Hier wurde angenommen, dass die diskrete Zeitreihe konstante zeitliche Abstände aufweist. Da für größere  $\tau$ -Werte nur wenige Differenzen gebildet werden können, ist es sinnvoll, die Obergrenze für  $\tau$  deutlich niedriger, z.B. mit einem Viertel der Länge der Zeitreihe, anzusetzen. Die quadrierte ASD wird auch als *Allan variance* bezeichnet. Besonders häufig wird die ASD zur Beschreibung der Frequenzstabilität von Atomuhren beziehungsweise Oszillatoren verwendet. Für weitere Aspekte zur Bestimmung der ASD und für Anwendungen in der Geodäsie sei z.B. auf Schieder & Kramer (2001), Feissel-Vernier *et al.* (2007), Friederichs (2010) und Malkin (2011) verwiesen.

Alternativ können Prozesse über die Strukturfunktion  $D$

$$D(\tau) = \langle (x(t+\tau) - x(t))^2 \rangle \quad (3.53)$$

oder über die Kovarianzfunktion  $R$

$$R(\tau) = \langle x(t+\tau)x(t) \rangle \quad (3.54)$$

beschrieben werden, wobei jeweils angenommen wird, dass die jeweiligen Prozesse stationär sind, deren zeitliche Abhängigkeit daher nur von  $\tau$ , nicht aber von  $t$  abhängt. Stationarität ist zwar nicht für alle behandelten Prozesse gegeben, da jedoch oft nur kleine Zeitdifferenzen von Interesse sind, sind die hier vorgestellten Methoden ausreichend genau.

Im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Größen, die im Zeitbereich definiert sind, ist auch eine Beschreibung stochastischer Prozesse im Frequenzbereich möglich. Hierbei sei vor allem die spektrale Leistungsdichte  $S$  (*power spectral density*, PSD) erwähnt, die sich aus der Fourier-Transformation der Kovarianzfunktion berechnet:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \quad (3.55)$$

mit der zeitlichen Frequenz  $f$ . Die meisten stochastischen Prozesse können durch ein Potenzgesetz ( $\sigma_y \propto \tau^k$ ,  $S \propto f^k$ , etc.) angenähert werden, zumindest für eine gewisse Spanne von  $\tau$ - bzw  $f$ -Werten.

### 3.3.2 Wichtige stochastische Prozesse

#### 3.3.2.1 White noise

Weißes Rauschen (*white noise*, WN)  $w(t)$  ist dadurch gekennzeichnet, dass zwischen verschiedenen Zeitpunkten ( $\tau \neq 0$ ) keine Korrelation besteht. Die Kovarianz  $R$  ist demnach nur für  $\tau = 0$  verschieden von Null:

$$R(\tau) = \Phi_{\text{WN}} \delta(\tau) . \quad (3.56)$$

Die Konstante  $\Phi_{\text{WN}}$  entspricht dabei der PSD des WN-Prozesses:

$$S = \Phi_{\text{WN}} \quad (3.57)$$

Eine Möglichkeit zur empirischen Bestimmung von  $R$  und  $S$  anhand von simulierten Daten ist in Abb. 3.2 veranschaulicht. Eine flache PSD ist aufgrund der endlichen Stichprobengröße bei einer diskreten Fourier-Transformation nicht möglich, jedoch stimmt der Mittelwert von  $S$  numerisch exakt mit  $R(0) = \Phi_{\text{WN}}$  überein.

Während die WN-Strukturfunktion unabhängig von  $\tau$  ist:

$$D = 2\Phi_{\text{WN}} , \quad (3.58)$$

existiert für die ASD eine invers-quadratische Abhängigkeit:

$$\sigma_y^2(\tau) = 3\Phi_{\text{WN}}/\tau^2 . \quad (3.59)$$

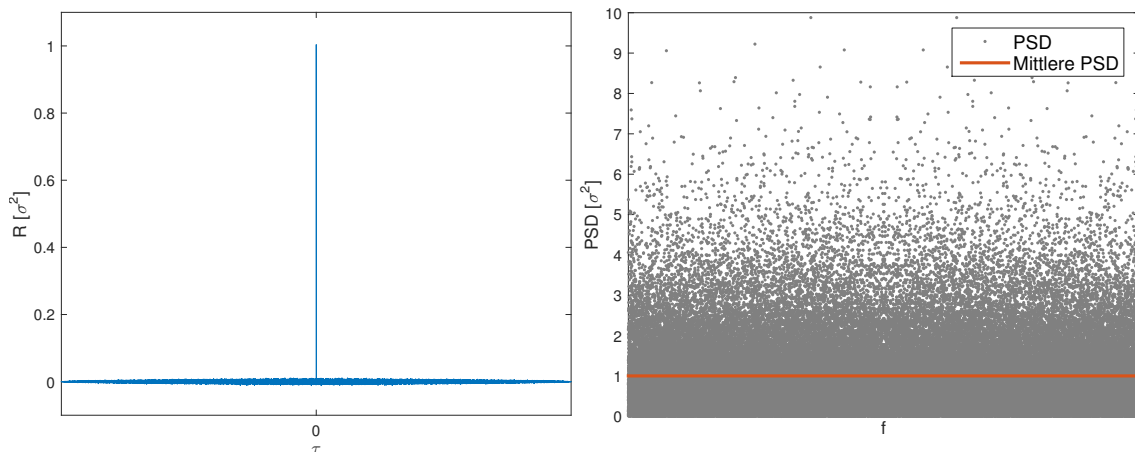


Abbildung 3.2: Für einen simulierten WN-Prozess (Stichprobengröße 100000) mit Standardabweichung  $\sigma$  finden sich links die Kovarianzfunktion  $R$  und rechts die über eine diskrete Fourier-Transformation bestimmte PSD  $S$ . Das Maximum von  $R$  stimmt mit dem Mittelwert von  $S$  im Rahmen der Maschinengenauigkeit überein.

Oft wird angenommen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung von WN der Normalverteilung beziehungsweise Gauß-Verteilung entspricht, wobei dies aber nicht zwingend notwendig ist.

### 3.3.2.2 Random walk

Der *Random walk* (RW) Prozess ergibt sich aus der Integration beziehungsweise im diskreten Fall aus der Summierung eines WN-Prozesses:

$$x_{RW}(t + \Delta t) = x_{RW}(t) + w(t)\Delta t . \tag{3.60}$$

Umgekehrt ist die zeitliche Ableitung eines RW ein WN-Prozess:

$$\frac{dx_{RW}(t)}{dt} = w(t) . \tag{3.61}$$

Da RW-Prozesse nicht stationär sind, ist die Kovarianzfunktion  $R$  zeitabhängig und die PSD nicht definiert. Mithilfe Gleichung (3.61) kann jedoch die konstante PSD des dem RW zugrunde liegenden WN-Prozesses  $\Phi_{RW}$  bestimmt werden. Deren Bestimmung über die ASD

$$\sigma_y^2(\tau) = \Phi_{RW}/\tau \tag{3.62}$$

oder die Strukturfunktion

$$D(\tau) = \Phi_{RW}\tau \tag{3.63}$$

erweist sich jedoch numerisch stabiler. Praktisch kann die PSD des RW dennoch durch eine

Fourier-Transformation geschätzt werden, wobei sich eine  $f^{-2}$  Frequenzabhängigkeit zeigt.

In erster Näherung sind viele physikalische Prozesse durch RW-Prozesse beschreibbar, weshalb sie häufig im Zusammenhang mit Kalman-Filterung angewendet werden. Für den Prädiktionsschritt folgt durch Vergleich von Gleichung (3.23) mit (3.60) im eindimensionalen Fall

$$\mathbf{F}_{\text{RW}} = 1 \quad (3.64)$$

sowie

$$\mathbf{Q}_{\text{RW}} = \Phi_{\text{RW}} \Delta t . \quad (3.65)$$

### 3.3.2.3 Integrated random walk

Wie der Name schon sagt, ergibt sich ein *Integrated random walk* (IRW) Prozess aus Summierung eines RW-Prozesses und lässt sich damit durch zweifache Ableitung auf den anregenden WN-Prozess zurückführen:

$$\frac{d^2 x_{\text{IRW}}(t)}{dt^2} = w(t) . \quad (3.66)$$

Für den IRW-Prozess gilt somit

$$x_{\text{IRW}}(t + \Delta t) = x_{\text{IRW}}(t) + \dot{x}_{\text{IRW}}(t) \Delta t + \frac{w(t)}{2} \Delta t^2 \quad (3.67)$$

wobei  $\dot{x}_{\text{IRW}}$  einen RW-Prozess entsprechend  $x_{\text{RW}}$  in Gleichung (3.60) darstellt.

Die PSD des zugrunde liegenden WN-Prozesses lässt sich über die ASD wie folgt bestimmen:

$$\sigma_y^2(\tau) = \Phi_{\text{IRW}} \tau / 3 . \quad (3.68)$$

Schwieriger ist  $\Phi_{\text{IRW}}$  über die Strukturfunktion  $D$  zu berechnen, da diese zusätzlich zu  $\tau$  auch von  $t$  abhängig ist. In erster Näherung ist  $D$  proportional zu  $\tau^3$ . Die theoretisch nicht definierte PSD  $S$  weist eine  $f^{-4}$  Abhängigkeit auf, wenn sie empirisch bestimmt wird. Abbildung 3.3 veranschaulicht die unterschiedlichen ASD- und PSD-Abhängigkeiten für WN-, RW- und IRW-Prozesse in doppeltlogarithmischer Darstellung.

Bei der Modellierung mithilfe eines IRW sind im Kalman-Filter jeweils zwei Zustandsvariablen notwendig, da auch die zeitliche Ableitung des IRW mitgeführt werden muss. Für die Matrizen der Prozessgleichung (3.23) ergibt sich:

$$\mathbf{F}_{\text{IRW}} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

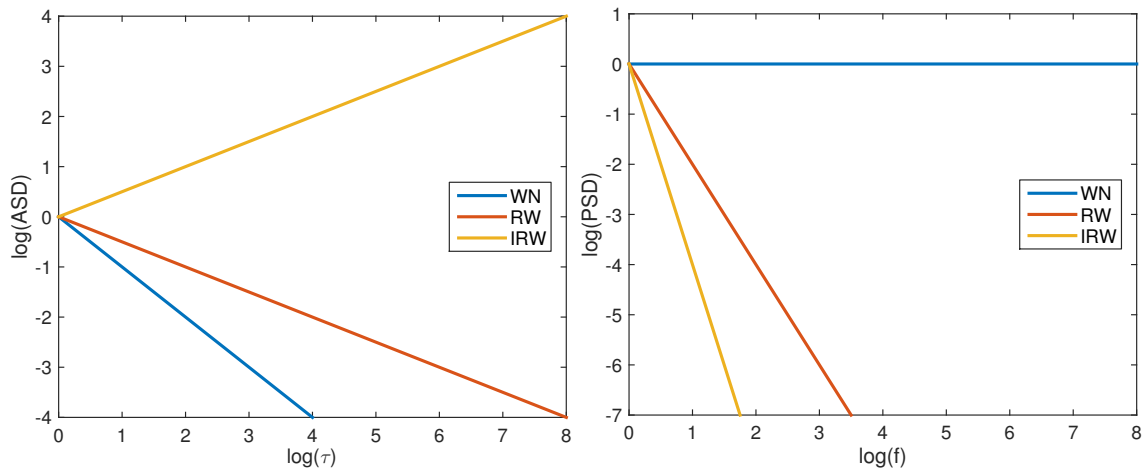


Abbildung 3.3: Doppeltlogarithmische Darstellung der ASD (links) und PSD (rechts) für theoretische WN-, RW- und IRW-Prozesse. Diese folgen Potenzgesetzen in Bezug auf  $\tau$  beziehungsweise  $f$ , welche in der hier gewählten Darstellung zu Geraden werden.

sowie

$$\mathbf{Q}_{\text{IRW}} = \Phi_{\text{IRW}} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{pmatrix}. \quad (3.70)$$

### 3.3.2.4 Gauß-Markov-Prozesse

Gauß-Markov (GM)-Prozesse umfassen eine Gruppe von Prozessen, die auf normalverteilten Zufallsvariablen basieren und trotz einer limitierten Kenntnis der bisherigen Entwicklung gute Prognosen ermöglichen. Im Falle eines GM-Prozesses erster Ordnung (*First-order Gauss-Markov*, FOGM) basiert die Prädiktion nur auf dem derzeitigen Systemzustand, bei höheren Ordnungen werden auch frühere Zustände herangezogen. Ein FOGM-Prozess ist über die Differenzialgleichung

$$\frac{dx_{\text{FOGM}}(t)}{dt} = -x_{\text{FOGM}}(t)\beta + w(t) \quad (3.71)$$

definiert, wobei  $\beta$  einen Dämpfungsfaktor darstellt. Die diskrete Lösung dieser Gleichung ergibt sich zu

$$x_{\text{FOGM}}(t + \Delta t) = e^{-\Delta t\beta} x_{\text{FOGM}}(t) + w(t)\Delta t. \quad (3.72)$$

Aufgrund der exponentiellen Abschwächung sind FOGM-Prozesse stationär. Für den Extremfall von  $\beta = 0$  entspricht der Prozess dem eines RW, für  $\beta \rightarrow \infty$  nähert er sich einem WN-Prozess an.

Im Kalman-Filter kann ein FOGM-Prozess mittels der Matrizen

$$\mathbf{F}_{\text{FOGM}} = e^{-\Delta t \beta} \quad (3.73)$$

sowie

$$\mathbf{Q}_{\text{FOGM}} = \Phi_{\text{FOGM}} \Delta t \quad (3.74)$$

implementiert werden. Für die funktionalen Zusammenhänge zwischen  $\Phi_{\text{FOGM}}$  und  $\beta$  mit ASD, Strukturfunktion und anderen stochastischen Kenngrößen sei auf Herring *et al.* (1990) verwiesen. Die genäherte Abhängigkeit  $\tau^k$  bewegt sich jedenfalls zwischen jener von RW- und WN-Prozessen.

### 3.3.2.5 Weitere stochastische Prozesse

Stochastische Prozesse mit einer PSD proportional zu  $f^{-1}$  werden als *flicker noise* oder *pink noise* bezeichnet (Williams, 2003). Dieses niedrigfrequente Rauschverhalten tritt oft bei Spannungsmessungen auf, ist aber z.B. auch bei GNSS-Stationskoordinaten zu beobachten (Abbondanza *et al.*, 2015). Im Kalman-Filter ist die Anwendung von  $f^{-1}$ -Prozessen nur näherungsweise mithilfe von FOGM-Prozessen möglich. Gleiches gilt für Prozesse, die auf dem Atmosphären-Turbulenzmodell nach Treuhaft & Lanyi (1987) basieren. Für Zeitdifferenzen  $\tau > 100$  Sekunden, was für VLBI-Beobachtungen der Fall ist, lässt sich näherungsweise eine Abhängigkeit  $\tau^k$  für die ASD von  $k = -2/3$  und für die Strukturfunktion  $k = 2/3$  finden.





# Kapitel 4

## Datengrundlage

In diesem Kapitel werden zum einen jene VLBI-Daten (Abschnitt 4.1) vorgestellt, die innerhalb dieser Arbeit prozessiert wurden. Zum anderen werden in 4.2 verschiedene externe Daten behandelt, welche für Vergleichszwecke eingesetzt worden sind.

### 4.1 IVS-Datenarchiv

Das IVS stellt VLBI-Daten, die bis 1979 zurückgehen, öffentlich zur Verfügung. Diese können von verschiedenen Datenzentren bezogen werden<sup>1</sup>. Aufgrund von Komplexität und erheblichem Aufwand finden globale VLBI-Experimente derzeit nicht kontinuierlich, sondern in einzelnen, meist 24 Stunden dauernden Sessions statt. Eine Ausnahme bilden die sogenannten CONT-Kampagnen, die im letzten Jahrzehnt alle drei Jahre stattgefunden haben und für kontinuierliche Beobachtungsdaten über 15 Tage hinweg sorgen (Abschnitt 4.1.1). Weitere Sessions, die in Langzeit-Lösungen, wie z.B. für die Bestimmung von TRF oder CRE, zum Einsatz kommen, werden in 4.1.2 diskutiert. Zudem existiert die Klasse der sogenannten *Intensive*-Sessions, meist einstündige Experimente, an denen zwei oder drei Stationen beteiligt sind. Die Aufgabe ist hier die tägliche und möglichst instantane Bestimmung des Erdrotationsparameters  $dUT1$ . Da kein anderes geodätisches Verfahren  $dUT1$  ausreichend genau bestimmen kann, und dieser Parameter sehr wichtig für die Steuerung von Weltraumsonden oder den Satellitenbetrieb ist, kommt diesen VLBI-Produkten eine große Bedeutung zu (Kareinen *et al.*, 2015). Aufgrund des kleinen Netzwerkes sind die Intensive-Sessions jedoch für die Bestimmung von TRFs nicht gut geeignet und werden daher in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

#### 4.1.1 CONT-Kampagnen

Die VLBI-Kampagnen mit der Bezeichnung CONT (für *continuous*) zeichnen sich durch eine mehrtägige Beobachtungsdauer aus und weisen meist eine höhere Datenaufzeichnungsrate und

---

<sup>1</sup><http://ivscc.gsfc.nasa.gov/products-data/data.html>

ein größeres Netzwerk als gewöhnliche VLBI-Sessions auf. Dementsprechend ist die Anzahl an Beobachtungen pro Tag signifikant höher als bei normalen 24-h-Sessions. Aufgrund dieser Attribute gelten aktuelle CONT-Kampagnen als die VLBI-Daten mit der höchsten Qualität (siehe z.B. Nilsson *et al.*, 2014). Sie kommen daher, nicht zuletzt aufgrund der kontinuierlichen Beobachtungen, den mit einem zukünftigen VGOS-Netzwerk geplanten Beobachtungen am nächsten. Da ein wichtiger Grund für die Implementierung eines Kalman-Filters die Software-seitige Vorbereitung auf VGOS war, werden für die Untersuchungen mit dem Kalman-Filter in VieVS@GFZ im Rahmen dieser Arbeit, sowie in Soja *et al.* (2015b,c,d), die CONT-Kampagnen seit 2002 und insbesondere CONT14 als VLBI-Datengrundlage verwendet.

Die ersten drei CONT-Kampagnen fanden zwischen 1994 und 1996 statt. Nach einer mehrjährigen Pause wurde 2002 zum ersten Mal wieder eine CONT-Kampagne durchgeführt, die erste seit der Etablierung des IVS. Aufgrund der aufwendigen Organisation wurden seitdem nur alle drei Jahre solche VLBI-Experimente geplant. Einige technische Daten dieser Kampagnen werden in Tabelle 4.1 aufgezeigt. Die geographische Verteilung der Stationen ist in Abb. 4.1 visualisiert. CONT14 weist mit 17 global verteilten Stationen, davon sieben auf der südlichen Hemisphäre, eine für VLBI-Standards sehr gute Netzwerk-Geometrie auf. Die beobachteten Signale wurden an einem DiFX-Software-Korrelator am Max Planck Institut für Radioastronomie in Bonn korreliert. Im Mittel wurden täglich mehr als 30000 Beobachtungen durchgeführt (Karbon *et al.*, eingereicht). Ein Novum im Vergleich zu den anderen CONT-Kampagnen ist die Kollokation zweier Radioteleskope (Durchmesser 12 m und 26 m) an der Station Hobart, Australien (Nilsson *et al.*, 2015a).

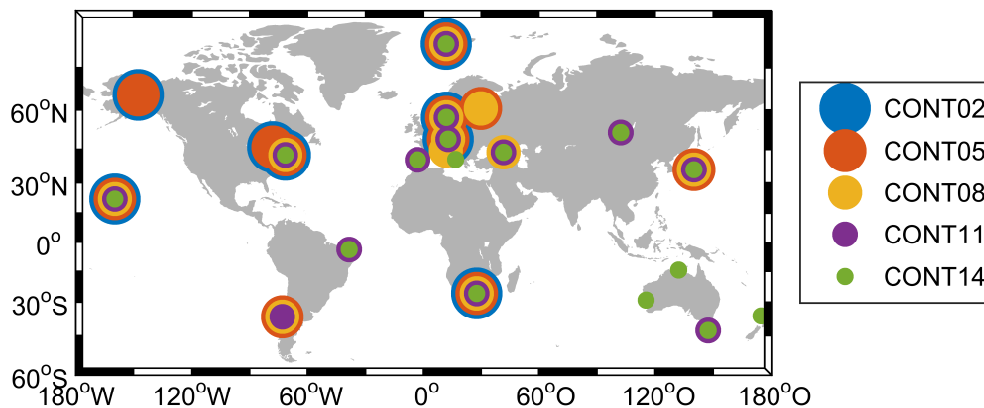


Abbildung 4.1: Positionen der teilnehmenden VLBI-Stationen für die jeweilige CONT-Kampagne

Die CONT-Kampagnen wurden vordergründig prozessiert, um troposphärische Parameter und Stationskoordinaten zu untersuchen. Für die Schätzung von ZWDs wurde zuerst der Einfluss von ZHDs, bestimmt aus lokalen Druckmessungen, von den Beobachtungen abgezogen. Es kamen die VMF1 Projektionsfunktionen und a priori Gradienten aus Böhm *et al.* (2013) zum Einsatz. In Bezug auf die Stationskoordinaten wurden alle in den IERS Conventions (2010) empfohlenen Modelle berücksichtigt. Der minimale Elevationswinkel wurde jeweils mit  $5^\circ$  angesetzt.

Tabelle 4.1: Für die verwendeten CONT-Kampagnen ist der Beobachtungszeitraum, die Anzahl der teilnehmenden Stationen, die Datenrate der Aufzeichnungen und die Anzahl der Beobachtungsepochen aufgelistet. An CONT11 nahmen insgesamt 14 Stationen teil, aber Warkworth, Neuseeland, beobachtete nur für wenige Stunden und wurde daher von der Datenauswertung ausgeschlossen. Die Anzahl an Epochen bezieht sich auf die Kalman-Filter-Auswertung und ist etwas geringer als die Anzahl der beobachteten Scans, da in seltenen Fällen mehrere Scans gleichzeitig stattfanden. Hier wurde bereits berücksichtigt, dass manche Beobachtungen als Ausreißer erkannt und entfernt wurden. Bei der Korrelation wurden die CONT-Kampagnen in jeweils 15 24-h-VLBI-Sessions aufgeteilt. In CONT02 starteten diese um 18:00, in CONT05 um 17:00 und in den restlichen Kampagnen um 0:00 (Soja *et al.*, 2015d).

Kampagne	Zeitraum	Anzahl Stationen	Datenrate [MBit/s]	Anzahl Epochen
CONT02	16.-31. Oktober, 2002	8	128	6911
CONT05	12.-27. September, 2005	11	256	12879
CONT08	12.-26. August, 2008	11	512	17215
CONT11	15.-29. September, 2011	13	512	16215
CONT14	6.-20. Mai, 2014	17	512	22915

#### 4.1.2 Nicht-Intensive VLBI-Sessions

Für die Erstellung von TRFs sind Langzeit-Beobachtungsdaten notwendig, weshalb zusätzlich zu den CONT-Kampagnen weitere VLBI-Sessions herangezogen werden müssen. Gleichzeitig ist während der Sessions auch eine ausreichend globale Verteilung der Stationen essentiell. Aus diesem Grund werden Intensive-Sessions hierfür üblicherweise nicht berücksichtigt.

Die wichtigsten regulären VLBI-Sessions sind derzeit die wöchentlich stattfindenden IVS-R1- und IVS-R4-Sessions. Die Abkürzung “R” steht für *rapid turnaround*, die Ziffern bezeichnen die Wochentage Montag und Donnerstag. R1 und R4 haben leicht unterschiedliche Netzwerke von durchschnittlich zehn Stationen und werden von den Korrelatoren in Bonn (R1) und Washington (R4) prozessiert. Das Ziel dieser Sessions ist, dass EOP kontinuierlich und rasch (entsprechend der Bezeichnung) als offizielles Produkt zur Verfügung gestellt werden (üblicherweise nach zwei Wochen). Bevor die R1- und R4-Sessions 2002 eingeführt wurden, hatten die CORE- und NEOS-Sessions in den Jahren davor ein ähnliches Konzept. Zusätzlich gibt es eine große Zahl an Sessions mit spezifischen (teilweise auch astrometrischen) Aufgabestellungen. Neben den wöchentlichen Sessions, welche die Kontinuität gewährleisten, sind für die TRF-Erstellung auch Sessions mit besonders großen Netzwerken von Bedeutung. Oftmals wurde für diese das VLBI-Kernnetzwerk um die zehn Stationen des VLBA (*Very Long Baseline Array*) des NRAO (*National Radio Astronomy Observatory*) erweitert. Insgesamt finden sich im IVS-Datenarchiv seit 1979 mehr als 6000 einzelne Nicht-Intensive VLBI-Sessions. Die Dauer des Großteils dieser Sessions beträgt 24 Stunden. Auch die 15-tägigen CONT-Kampagnen wurden für die Korrelation bisher immer in tägliche Stücke zerlegt.

Als Datengrundlage für die TRF-Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit (Kapitel 8) wur-

den die VLBI-Sessions, die in Zusammenhang mit dem Beitrag des IVS AC am GFZ Potsdam zum ITRF2014 prozessiert wurden, verwendet. Im ersten offiziellen Aufruf zur Beteiligung an einer neuen ITRS-Realisierung wurde geplant, nur Daten bis Ende 2013 zu verwenden (entsprechend eines ITRF2013), wobei der Umfang später um ein Jahr verlängert wurde. Die Lösung wurde mit der Software VieVS@GFZ berechnet, wobei für die Parameterschätzung das Modul VIE\_LSM zum Einsatz kam (Abschnitt 5.1). Die Analyse der einzelnen Sessions folgte großteils den IERS Conventions (2010), wobei einzelne gewählte Optionen abwichen. Aus Gründen der Konsistenz wurde auf die Modellierung der Auflasteffekte durch atmosphärische S1-S2 Druckvariationen (TAL, Abschnitt 2.4.1.3) verzichtet, da die IGS-Lösung diese nicht berücksichtigen konnte. Ferner wurden andere oder leicht adaptierte Modelle für a priori Gradienten, Achsabstände und thermische Expansion vorgeschrieben. Radioquellen wurden auf die ICRF2-Positionen fixiert, mit Ausnahme der “*special handling*” Quellen, die geschätzt, jedoch von den Normalgleichungen reduziert wurden. Mehr Details zur Prozessierung und erste Ergebnisse finden sich in Heinkelmann *et al.* (2014).

Da in dieser Arbeit nur VLBI zur Bestimmung von TRFs zum Einsatz kommt, sind die genannten Einschränkungen nicht notwendig. Aus diesem Grund wurde alle Sessions auch mit einer anderen Zusammensetzung an Parametern und Modellen prozessiert. Zum einen wurden alle Radioquellen, die mehr als drei Beobachtungen aufwiesen, mitgeschätzt. Zum anderen wurden die Modelle, so wie sie in den IERS Conventions (2010) beschrieben sind, inklusive TAL-Korrekturen angebracht. Das terrestrische Datum wurde über NNT- und NNR-Bedingungen in Bezug auf ITRF2008-Koordinaten realisiert. Stationen, die nicht Teil des ITRF2008 sind, wurden von der Datumsdefinition ausgeschlossen. Außerdem wurden Stationen, die nach 2008 von Erdbeben betroffenen wurden, ab dem jeweiligen Zeitpunkt des Ereignisses aus dem Datum entfernt. Dies betrifft z.B. die Radioteleskope TIGO Concepción, Chile, nach dem Erdbeben in 2010 und Tsukuba, Japan nach dem Ereignis in 2011. Für das zälestische Datum wurden NNR-Bedingungen für die definierenden Radioquellen des ICRF2 angebracht. Die für jede Session als Konstante geschätzten Stationskoordinaten und deren formale Fehler wurden für die Untersuchungen in Kapitel 8 verwendet.

Für die TRF-Lösungen in dieser Arbeit wurde die Anzahl an Sessions gegenüber dem GFZ-Beitrag zum ITRF2014 leicht reduziert, da das Ziel nicht höchstmögliche Vollständigkeit ist, welche für operationelle Produkte wichtig wäre, sondern verschiedenste Möglichkeiten in der Methodik zu erkunden und schließlich zu verbessern. Zum einen wurden nur die Daten zwischen 1980 und Ende 2013 verwendet, zum anderen wurden nur Sessions gewählt, die aufgrund ihrer Netzwerke besonders geeignet zur Bestimmung globaler TRFs sind. VLBI-Experimente, an denen weniger als vier Radioteleskope teilnahmen oder deren Netzwerke einen Polyeder mit einem Volumen kleiner als  $10^{15} \text{ m}^3$  aufspannten, wurden exkludiert. Insgesamt ergaben sich daraus 4239 VLBI-Sessions, die in die Untersuchungen einfließen. Ferner wurden nur Radioteleskope, die reguläre Beobachtungen während mindestens eines Jahres aufweisen konnten, ausgewählt. Von 143 möglichen Stationen wurden daher nur 104 in den TRF-Lösungen berücksichtigt. Abbildung 4.2 zeigt sowohl die Positionen dieser Radioteleskope als auch deren Beobachtungshis-

torie. Es ist deutlich zu erkennen, dass in der südlichen Hemisphäre deutlich weniger Stationen platziert sind als in der nördlichen. Nur wenige Stationen, wie z.B. Wettzell, Deutschland, und Westford, USA, haben während des Großteils der letzten 35 Jahre beobachtet (Soja *et al.*, eingereicht).

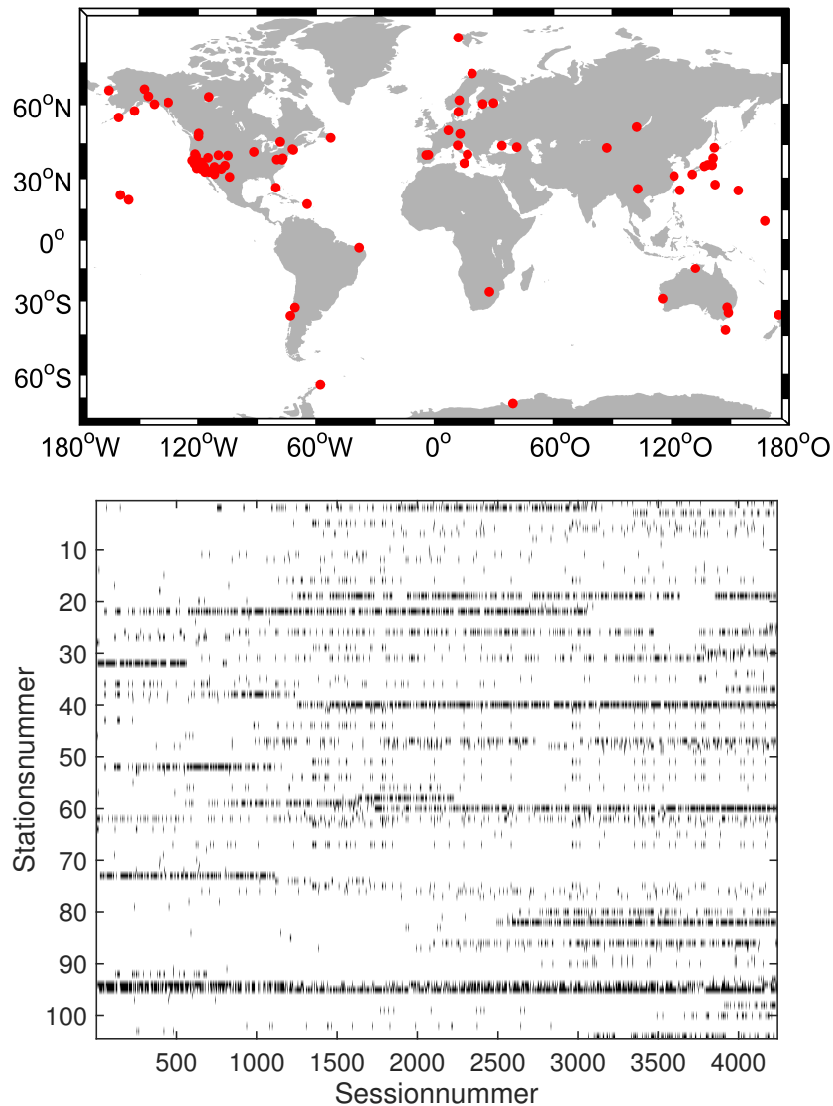


Abbildung 4.2: Die obere Karte zeigt die geographische Verteilung der 104 VLBI-Stationen, die für die TRF-Lösungen herangezogen wurden. Unten ist für diese Stationen, alphabetisch geordnet nach deren IVS-Bezeichnungen, mithilfe schwarzer Striche signalisiert, an welchen der 4239 berücksichtigten VLBI-Sessions sie teilgenommen haben. Die chronologisch sortierten Sessions decken den Zeitraum 1980 bis Ende 2013 ab.

## 4.2 Externe Daten

Bei der Untersuchung von ZWDs in Kapitel 6 werden die VLBI-Ergebnisse mit diversen externen Daten verglichen, die in den Unterkapiteln 4.2.1 bis 4.2.3 genauer beschrieben werden. Für die stochastische Modellierung von nichtlinearen Stationsbewegungen im Rahmen der Bestimmung von TRF-Lösungen in Kapitel 8 werden Zeitreihen von Auflastdeformationen herangezogen, auf die näher in 4.2.4 eingegangen wird.

### 4.2.1 GNSS

Da an vielen VLBI-Stationen GNSS-Empfänger installiert sind, bietet sich die Benutzung dieser Daten für Vergleiche und Validierung an. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden drei verschiedene Troposphärenparameter-Datensätze verwendet, die alle auf GPS-Beobachtungen basieren.

Die ersten beiden Datensätze wurden mit der GNSS-Auswertungssoftware *Earth Parameter and Orbit determination System* (EPOS) analysiert, die am GFZ unter anderem für Beiträge zu IGS-Aktivitäten verwendet wird (Gendt *et al.*, 1999).

Die GPS-Ergebnisse während der CONT11-Kampagne stammen von der GFZ-Beteiligung an der *Tide Gauge Benchmark Monitoring* (TIGA)-Reprozessierung des IGS. Das GFZ, als ein TIGA AC (Schöne *et al.*, 2009), wertete für diesen Zweck GPS-Daten von 794 global verteilten Stationen zwischen 1994 und Ende 2012 aus, wobei besonders Wert auf Homogenität gelegt wurde. Die a priori ZHDs wurden mithilfe des Modells von Saastamoinen (1972) und meteorologischen Daten aus GPT2 berechnet. Als Projektionsfunktionen kamen VMF1 zum Einsatz (siehe Abschnitt 2.3.1). Mithilfe der Beobachtungen mit einem Elevationswinkel von über  $7^\circ$  wurden unter anderem stündliche ZTDs und tägliche Gradienten geschätzt. Mehr Informationen über die GPS-Prozessierung, insbesondere in Bezug auf die verwendete Lösung, finden sich in Deng (2012) beziehungsweise Deng *et al.* (2015). Für CONT11 wurden die GPS-Ergebnisse für die Stationen ONSA (Onsala, Schweden) und TSKB (Tsukuba) für Vergleiche herangezogen.

Für CONT14 wurde eine andere GPS-Lösung verwendet, da keine TIGA-Daten vorlagen. Diese basiert auf der operationellen GPS-Prozessierung am GFZ, die der Bestimmung verschiedener troposphärischer Produkte sowie Beiträgen zu zahlreichen meteorologischen Projekten dient (Dick *et al.*, 2000, 2001; Gendt *et al.*, 2004). Im Gegensatz zur TIGA-Reprozessierung, die eine reine Netzlösung darstellt, kommt hier die Technik der präzisen Einzelpunktbestimmung (*precise point positioning*, PPP, Zumberge *et al.*, 1997) zum Einsatz. Hierbei werden zuerst mithilfe eines globalen Netzwerkes von etwa 50 IGS-Stationen hochqualitative Satellitenbahnen und Uhrenparameter bestimmt. Danach werden mithilfe von PPP Parameter wie ZTDs geschätzt, wobei die Bahn- und Uhrenparameter auf die zuvor berechneten fixiert werden. Bezüglich der verwendeten atmosphärischen Modelle und dem Grenzelevationswinkel wurde wie bei der TIGA-Reprozessierung vorgegangen. Neben den ZTDs wurden jedoch auch die Gradienten mit einer zeitlichen Auflösung von einer Stunde bestimmt. Aus diesem Datensatz wurden die Stationen ONSA (Onsala)

und WTZR (Wetzell) für die VLBI-ZWD-Untersuchungen herangezogen.

Weiters wurde für CONT14 eine GPS-Lösung mit dem Filter-basierten Softwarepaket EPOS-RT berechnet, das auch die PPP-Technik verwendet und für Echtzeitanwendungen entwickelt wurde (Li *et al.*, 2013, 2014, 2015). Die zeitliche Auflösung der ZTDs beträgt hier fünf Minuten, der minimale Elevationswinkel wurde mit  $5^\circ$  angesetzt, und als Projektionsfunktionen kamen GMF zum Einsatz. Eine ähnliche ZTD-Lösung wird in Lu *et al.* (2015) vorgestellt. Wie bei der EPOS-PPP-Lösung flossen die Ergebnisse für die Stationen ONSA und WTZR in die Vergleiche mit ein.

In allen GPS-Lösungen wurden ZTDs geschätzt. Um diese mit den aus VLBI-Daten bestimmten ZWDs vergleichen zu können, müssen mit der VLBI-Lösung konsistente ZHDs (basierend auf in-situ Druckmessungen) abgezogen werden. Zuerst wurde dazu der Druck auf Höhe der GPS-Antennen mithilfe der lokalen Druckmessungen an den kollokierten VLBI-Stationen bestimmt, wobei der Einfluss der Höhendifferenz mithilfe des Modells aus Haurwitz (1941) korrigiert wurde:

$$p_2 = p_1 \cdot \left( \frac{T_1 - dT \cdot \Delta z}{T_1} \right)^{\frac{g}{R_d \cdot dT}} \quad (4.1)$$

mit der Höhendifferenz  $\Delta z$ , dem Temperaturgradienten (*lapse rate*)  $dT = 4.5$  K/km, einem Temperaturnäherungswert  $T_1$ , der Gaskonstanten der trockenen Luft  $R_d = R/M_d$  sowie der Schwerebeschleunigung  $g$ . Eine Höhendifferenz von 20 m bewirkt eine Abweichung der ZHDs von rund 5 mm. Mithilfe des korrigierten Drucks konnten in der Folge die GPS-ZHDs mithilfe der Formel von Saastamoinen (Gleichung (2.11)) berechnet werden (Soja *et al.*, 2015d). Da die Höhenunterschiede zwischen den betrachteten VLBI- und GNSS-Antennen maximal 20 m betragen, und der absolute Höheneinfluss bei ZWDs deutlich geringer als bei ZHDs ist, wurden die GPS-ZWDs nicht für die Höhendifferenz korrigiert.

#### 4.2.2 Wasserdampfadiometer

Ein Wasserdampfadiometer (*water vapor radiometer*, WVR) kann die feuchte Laufzeitverzögerung durch Messung der Wärmestrahlung des Himmels mithilfe verschiedener Frequenzen bestimmen. Üblicherweise werden zwei Frequenzen benutzt, sowohl nahe der 22-GHz-Wasserdampfspektrallinie, als auch bei etwa 30 GHz, wo die Sensitivität für flüssiges Wasser höher ist. Durch die Kombination der Messungen der Strahlungstemperatur mit diesen zwei Frequenzen kann der Beitrag des Wasserdampfs, der von Interesse ist, von jenem des flüssigen Wassers getrennt werden. Mithilfe eines empirischen Faktors kann der Anteil des Wasserdampfs in feuchte Laufzeitverzögerungen umgerechnet werden. Mehr Details zum Messprinzip finden sich in Elgered (1993) und Nilsson *et al.* (2013).

An einigen VLBI-Stationen sind operierende WVR installiert, die für Vergleiche von troposphärischen Parametern dienen können. Während CONT11 wurden Daten durch zwei WVRs in Onsala gesammelt, *Astrid* (Elgered & Jarlemark, 1998) und *Konrad* (Stoew & Rieck, 1999), sowie

vom *Radiometrix*-Radiometer in Tsukuba. Während CONT14 war nur das Konrad-Radiometer in Onsala aktiv. Die WVRs in Onsala beobachteten in einem Modus, der auf gute Himmelsabdeckung abzielte. Elevationswinkel unter  $20^\circ$  sind jedoch nicht möglich, um Strahlung von der Erdoberfläche zu vermeiden. Da WVRs während regnerischen Bedingungen nur unzuverlässig funktionieren, wurden Daten während Regenfällen eliminiert. Hierfür wurden alle Messungen, für die der geschätzte atmosphärische Gehalt an flüssigem Wasser  $0.7\text{ mm}$  überschritt (ein Hinweis für Regen), exkludiert.

### 4.2.3 Numerische Wettermodelle

Numerische Wettermodelle (*numerical weather model*, NWM) beinhalten Kenngrößen der Atmosphäre, wie z.B. Druck, Temperatur und Feuchtigkeit, in globalen 3D-Gittern, die in verschiedenen zeitlichen und räumlichen Auflösungen existieren. Mithilfe dieser Daten können sowohl das Refraktivitätsfeld der Atmosphäre als auch durch numerische Integration atmosphärische Laufzeitverzögerungen berechnet werden (vgl. Abschnitt 2.3). Der Strahlengang ist jedoch aufgrund der Beugung nicht von vornherein bekannt. Mit der Technik der Strahlverfolgung (*Ray-Tracing*, RT) lässt sich dieser, zusammen mit der optischen Weglänge, dennoch bestimmen (Nilsson *et al.*, 2013). Die Strahlverfolgung kann in der Atmosphärenmodellierung vielseitig angewandt werden, z.B. zur Bestimmung von a priori Werten für Laufzeitverzögerungen und Gradienten oder für die Berechnung von Projektionsfunktionen (Böhm & Schuh, 2004). Die Genauigkeit und zeitliche Auflösung ist stark vom NWM abhängig, wobei auf erstere auch der RT-Algorithmus einen gewissen Einfluss haben kann. Numerische Wettermodelle sind auch Basis für atmosphärische Auflastmodelle (siehe nächster Abschnitt).

Mithilfe des RT-Algorithmus, der in Zus *et al.* (2012, 2014) beschrieben wird, wurden ZWDs während CONT11 und CONT14 für die entsprechenden VLBI-Stationen berechnet. Es wurden hierfür zwei verschiedene NWMs verwendet, das *Global Forecast System* (GFS) des *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP) und das *Integrated Forecast System* (IFS) des *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF), wobei hauptsächlich die Analyse-Daten (im Gegensatz zu den Vorhersagen) zum Einsatz kamen. Die GFS-Analyse-Daten sind alle sechs Stunden mit einer horizontalen Auflösung von  $1^\circ$  und  $0.5^\circ$  für 26 Drucklevels (beziehungsweise Höhenstufen) verfügbar. Zusätzlich sind kurzzeitige Vorhersagen basierend auf der vorherigen Analyse-Epoche vorhanden, deren Epochen um drei Stunden versetzt sind. Durch Kombination der Analyse- und Vorhersage-Daten, können ZWDs mit einer zeitlichen Auflösung von drei Stunden berechnet werden. Es wurden jeweils die zwei räumlichen und zeitlichen Auflösungen getestet, wobei die höchstmögliche Auflösung ( $0.5^\circ/3\text{ h}$ ) am besten abschnitt (Soja *et al.*, 2015d). Die IFS-Analyse-Daten sind alle sechs Stunden mit einer horizontalen Auflösung von  $1^\circ$  auf 137 Drucklevels verfügbar. Während bei NCEP eine höhere zeitliche und horizontale Auflösung möglich ist, punktet ECMWF demnach bei der vertikalen Auflösung.



#### 4.2.4 Auflastmodelle

Im Rahmen der TRF-bezogenen Untersuchungen wurden Auflastmodelle, die nicht Teil des theoretischen Modells sind, für die Bestimmung der Stochastik von Stationskoordinatenvariationen herangezogen (siehe Abschnitt 8.1.2). Wie in 2.4.1 beschrieben, fallen darunter Modelle für NTAL, NTOL und CWSL. Alle Auflastdaten für die 104 Stationen und den Zeitraum 1980 bis 2013 (siehe 4.1.2) wurden als Verschiebungszeitreihen über die Internetplattform *International Mass Loading Service* (IMLS<sup>1</sup>) bezogen. Vom IMLS wurden diese Zeitreihen mithilfe eines kugelfunktionsbasierten Transformationsansatzes (z.B. Petrov, 2015) in einem isomorphen im Massenzentrum (*Center of Mass*, CoM) gelagerten Referenzrahmen (Blewitt, 2003) berechnet. Da VLBI, eine rein geometrische Technik, jedoch nicht sensitiv auf das Massenzentrum ist, sollte theoretisch ein Rahmen mit Ursprung im Zentrum der Erdfigur (*Center of Figure*) zum Einsatz kommen. Da jedoch bei den anderen geodätischen Techniken sowie dem ITRF der CoM-Ansatz verwendet wird, ist aus Konsistenzgründen (insbesondere für Vergleiche) auch für VLBI der CoM-Referenzrahmen vorzuziehen.

Die Verschiebungen aufgrund von NTAL wurden aus den Druckanomalien des NWM *Modern Era Retrospective-Analysis for Research and Applications* (MERRA, Rienecker *et al.*, 2011) berechnet, das durch das *Global Modeling and Assimilation Office* der NASA unterhalten wird. Bei MERRA handelt es sich um eine Reanalyse (konsistente Neuprozessierung), welche in sechsstündiger Auflösung verfügbar ist. Die NTOL-Verschiebungen basieren auf dem Ozeanbodendruck des Ozeanmodells *Ocean Model for Circulation and Tides* (OMCT), das am GFZ Potsdam gepflegt wird und in welches Daten der operationellen Reanalyse des ECMWF einfließen (Dobslaw & Thomas, 2007). Auch hier beträgt die zeitliche Auflösung sechs Stunden. Für die Deformationen durch hydrologische Auflasteffekte wurde der horizontale Transport von Wassermassen aus MERRA herangezogen. Diese Daten standen in dreistündigen Abständen zur Verfügung, weshalb für eine konsistente zeitliche Auflösung aller Auflastmodelle bei CWSL nur jeder zweite Wert verwendet wurde.

Aufgrund der Parametrisierung innerhalb des TRF-Kalman-Filters (Abschnitt 8.1.1), werden Trends und jährliche Signale bereits berücksichtigt und sollten daher nicht Teil des stochastischen Modells der Stationskoordinaten sein. Da die NTAL-Effekte in Bezug auf einen Referenzdruck berechnet wurden (2.4.1.3), weisen die entsprechenden Zeitreihen keinen Trend auf, anders als bei NTOL und CWSL, wo es durchaus zu (möglicherweise künstlichen) Trends kommen kann. Nach Berechnung der Summe der Zeitreihen der drei Auflastmodelle für jede Station (jeweils in den Höhen-, Ost- und West-Komponenten), wurden lineare Trends und jährliche Signale in ungewichteten Kleinst-Quadrate Ausgleichungen bestimmt und von den Zeitreihen entfernt. Die resultierende Zeitreihe am Beispiel von Algonquin Park, Kanada, ist in Abb. 4.3 dargestellt. Während bei dieser Station (aber auch bei den meisten anderen) der Großteil der Koordinatenvariationen auf Zentimeterniveau von zufälliger Natur zu sein scheint, sind auch Signale unterschiedlicher

---

<sup>1</sup><http://massloading.net>

Amplituden mit variierenden Perioden von mehreren Jahren zu erkennen. Dies unterstreicht den Vorteil der stochastischen Modellierung von Koordinatenzeitreihen im Gegensatz zu einer komplett deterministischen, da letzterer Ansatz diese realen, aber schwer zu parametrisierenden Variationen kaum berücksichtigen kann (Soja *et al.*, eingereicht).

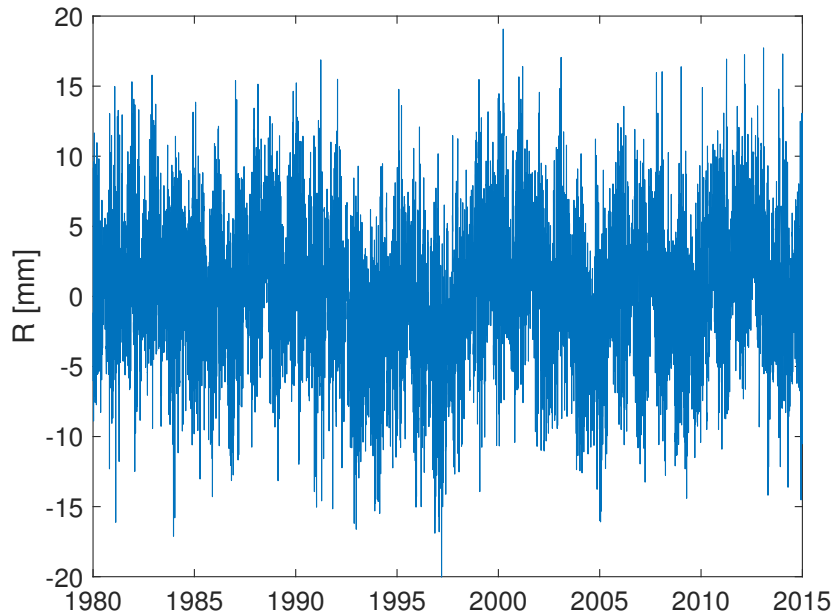


Abbildung 4.3: Summe der Deformationszeitreihen aufgrund von NTAL, NTOL und CWSL für die radiale Komponente der Station Algonquin Park, wobei Trend und jährliches Signal entfernt wurden

Während die bisher genannten Auflastmodelle nicht standardmäßig in der VLBI-Auswertung angebracht werden, seien außerdem die in Abschnitt 7.2 für Untersuchungen der kurzfristigen Variationen von Stationskoordinaten zum Einsatz kommenden Modelle vorgestellt (Soja *et al.*, 2015b). Für Deformationen wegen TOL wurden die Tiden des FES2004-Modells des *Centre national d'études spatiales* (CNES) verwendet (FES – *Finite Element Solution*). Dieses basiert auf der Assimilation von TOPEX/POSEIDON- und ERS-2-Altimetriedaten sowie Gezeitenpegelmessungen in ein hydrodynamisches Gezeitenmodell (Lyard *et al.*, 2006). Zur Untersuchung von NTAL- und TAL-Auflasteffekten dienen die Modelle, die vom NASA *Goddard Space Flight Center* (GSFC) zur Verfügung gestellt werden (Petrov & Boy, 2004). Das zugrunde liegende Wettermodell ist hierbei die NCEP-Reanalyse mit einer zeitlichen Auflösung von 6 h und räumlichen Auflösung von 2.5°. Im GSFC-Auflastmodell wird der inverse Barometereffekt berücksichtigt (Kompensation der Druckvariationen durch Meeresspiegeländerungen und damit geringere Deformationen in Küstennähe).

## Kapitel 5

# Kalman-Filter zur Auswertung von VLBI-Daten

Die Hauptaufgabe innerhalb des Projekts VLBI-ART und gleichzeitig die fundamentale Basis eines Großteils der Untersuchungen innerhalb der vorliegenden Arbeit war die Implementierung eines Kalman-Filters zur Auswertung von VLBI-Daten. In Abschnitt 5.1 wird die Integration des Kalman-Filters in die Software VieVS@GFZ erläutert. Darauf folgt eine Beschreibung der im Kalman-Filter geschätzten Parameter, insbesondere deren stochastische Modellierung (5.2), sowie der Datumsdefinition (5.3). Schließlich wird auf verschiedene Aspekte bei der potenziellen Auswertung in Echtzeit (5.4) und bei der Postprozessierung (5.5) mithilfe des Kalman-Filters eingegangen. Die Anwendung des Kalman-Filters in VieVS@GFZ wurde in Nilsson *et al.* (2015b), Soja *et al.* (2015b,c,d) sowie Karbon *et al.* (eingereicht) beschrieben, woran sich Teile dieses Kapitels orientieren.

### 5.1 Implementierung innerhalb von VieVS@GFZ

Die Kalman-Filter-Implementierung, die in dieser Arbeit behandelt wird, ist Teil der seit 2013 am GFZ Potsdam entwickelten VLBI-Auswertungssoftware VieVS@GFZ. Der ursprüngliche Quellcode von VieVS@GFZ basierte auf der Version 2.1 der Vienna VLBI Software (VieVS), die an der Technischen Universität Wien entwickelt und gepflegt wird (Böhm *et al.*, 2009, 2012). VieVS@GFZ ist in Matlab programmiert, wodurch sie leicht modifiziert werden kann. Auch ist ihre Bedienung aufgrund der graphischen Benutzeroberfläche relativ leicht zu erlernen. VieVS@GFZ ist aus verschiedenen Modulen aufgebaut, die schematisch in Abb. 5.1 dargestellt sind und im Weiteren erläutert werden.

In VIE\_INIT (Nilsson *et al.*, 2011) werden die VLBI-Beobachtungsdaten sowie zusätzliche Informationen, wie z.B. an den Stationen gemessene meteorologische Daten, eingelesen. VieVS@GFZ basiert auf den Gruppenlaufzeitverzögerungen aus den NGS-Card<sup>1</sup>-Dateien der Ver-

---

<sup>1</sup><http://lupus.gsfc.nasa.gov/global/ngs-doc.html>

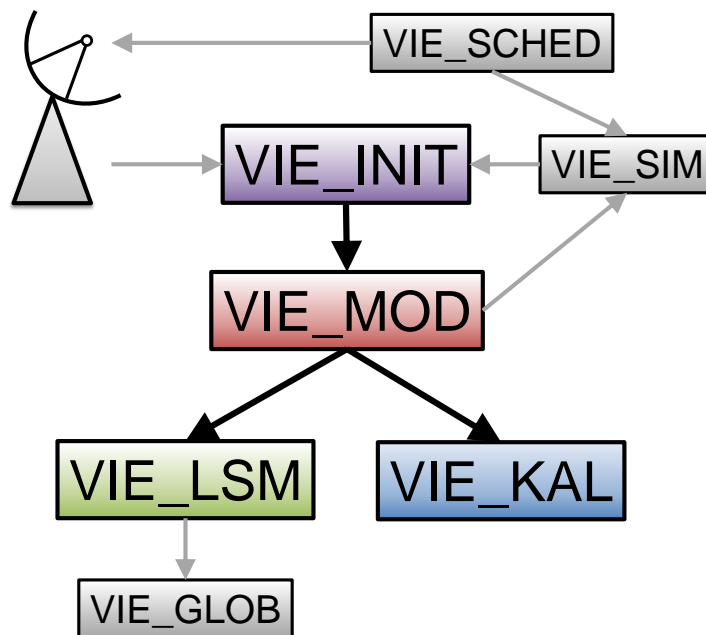


Abbildung 5.1: Schema des Aufbaus von VieVS@GFZ (modifiziert nach Nilsson *et al.* (2015b)). Die farbigen Module machen den Kern der Software aus. Das Radioteleskop symbolisiert echte Beobachtungsdaten, im Gegensatz zu mit VIE\_SIM simulierten (Modulbezeichnungen siehe Text).

sion 4, die von einem der IVS-Server bezogen werden. Außerdem werden passende a priori Stations- oder Radioquellenkoordinaten aus den entsprechenden Katalogen extrahiert. In VIE\_INIT können auch verschiedene Eingangsdaten, Stationen, Basislinien oder Radioquellen, die entsprechend markiert wurden, von der Auswertung ausgeschlossen werden. Es existieren Pläne, dass VieVS@GFZ in Zukunft statt des NGS-Card-Formats das vgosDB-Format (Gipson, 2014) verwenden wird, sowie, dass die Auswertung bereits mit Version-1-Daten beginnen soll. Das würde bedeuten, dass Vorprozessierungsschritte wie die Ambiguitätenlösung und die Bestimmung der ionosphärischen Laufzeitverzögerungen in VieVS@GFZ geschehen.

In VIE\_MOD (Plank *et al.*, 2013) werden die theoretischen Laufzeitverzögerungen (Gleichung (3.4)) und die partiellen Ableitungen für die Design-Matrix (3.7) berechnet. Die in VIE\_MOD angebrachten Modelle entsprechen den Empfehlungen der IERS-Konventionen, wobei auch zusätzliche Korrekturmodelle (z.B. für die verschiedenen Auflasteffekte aus Abschnitt 2.4.1) implementiert sind und angebracht werden können.

Das Modul VIE\_LSM (Teke *et al.*, 2009) dient der Schätzung der unbekannt Parameter mittels der Methode der kleinsten Quadrate (LSM, Abschnitt 3.1). Diese beinhalten Stationskoordinaten, EOP, Radioquellenkoordinaten, Uhrenparameter, ZWDs und troposphärische Gradienten (vgl. Abschnitt 2.2). Alle werden mithilfe von CPWLFs parametrisiert, wobei die Intervalllängen frei gewählt werden können und sich daher üblicherweise je nach Parameter unterscheiden. Auch die Gewichte der Nebenbedingungen (*constraints*) können beliebig angesetzt werden. Das Datum

wird üblicherweise durch passende NNT- und NNR-Bedingungen definiert (vgl. Abschnitt 3.1.3). Für bessere numerische Bedingungen wird die Parameterschätzung in zwei Schritten durchgeführt. In einer ersten Lösung wird der Einfluss der Uhren mithilfe von quadratischen Polynomen parametrisiert, wobei für jeden Uhrensprung (*clock break*) ein zusätzliches Polynom eingeführt wird. Nach Abzug dieser Funktionen wird die Hauptlösung berechnet, in der die Uhrenparameter mit CPWLFs modelliert werden. Während die Uhrenparameter in der ersten Lösung oft mehr als  $10^4$  m ausmachen, werden sie in der Hauptlösung meist auf wenige Dezimeter reduziert.

Bei VIE\_KAL handelt es sich um das Kalman-Filter-Modul, das als Alternative zu VIE\_LSM dient. Die graphische Benutzeroberfläche von VIE\_KAL ist in Abb. 5.2 zu sehen, wobei weitere Optionen durch Editieren des Quellcodes freigeschaltet werden können. In VIE\_KAL können die gleichen unbekannt Parameter wie in VIE\_LSM geschätzt werden, auch die Auswahl der Datumsstationen oder -quellen funktioniert analog. Da beide Module auf den exakt gleichen Eingangsdaten (VIE\_INIT) und Modellen (VIE\_MOD) basieren, reflektieren Unterschiede in den geschätzten Parametern nur die Anwendung unterschiedlicher Schätzalgorithmen. VIE\_KAL wird in den folgenden Abschnitten noch genauer behandelt.

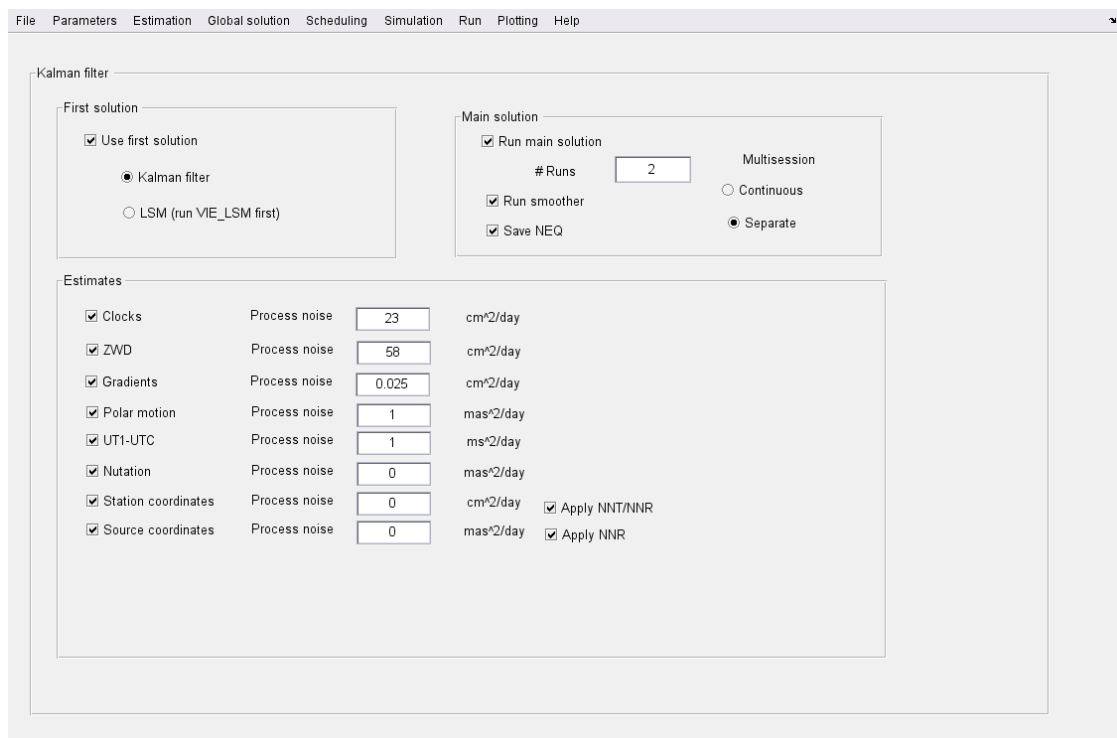


Abbildung 5.2: Screenshot der graphischen Benutzeroberfläche des VIE\_KAL-Moduls von VieVS@GFZ

Außerdem ist in VieVS@GFZ ein Simulationsmodul, VIE\_SIM (Pany *et al.*, 2011), enthalten, wobei die wichtigsten Fehlerquellen der VLBI-Technik berücksichtigt werden. Die simulierten Laufzeitverzögerungen beinhalten Turbulenz-bedingte troposphärische Laufzeitverzögerun-

gen nach Nilsson & Haas (2010), Uhrenfehler als Summe von RW- und IRW-Prozessen (Herring *et al.*, 1990) sowie weitere WN-Terme (Wresnik, 2009).

Mit VIE\_SCHED (Sun *et al.*, 2014) ist es möglich, VLBI-Beobachtungspläne zu erstellen. Es werden die Eigenschaften verschiedenster Radioteleskope (wie z.B. deren Sensitivität oder Schwenkgeschwindigkeit) berücksichtigt, um optimale Beobachtungsabfolgen zu erstellen. Die Kriterien hierzu können z.B. eine möglichst gute Himmelsabdeckung der jeweiligen Stationen oder eine gleichmäßige Verteilung der beobachteten Radioquellen sein. Die ersten geplanten VLBI-Experimente, die mithilfe von VIE\_SCHED geplant wurden, waren die sogenannten R&D (*research & development*) VLBI-Sessions im Jahr 2012, die sonnennahe Beobachtungen inkludierten (Soja *et al.*, 2014b). Heutzutage wird VIE\_SCHED unter anderem zur Planung der regionalen australischen VLBI-Sessions (AUSTRAL, Plank *et al.*, 2015) verwendet und spielt eine sehr wichtige Rolle bei Simulationen im Zusammenhang mit VIE\_SIM, unter anderem zur Untersuchung von potenziellen VGOS-Netzwerken (Nilsson *et al.*, 2015a).

Das Modul VIE\_GLOB (Krásná *et al.*, 2014) ermöglicht die Stapelung der Normalgleichungen mehrerer VLBI-Sessions und die Berechnung sogenannter globaler Lösungen. Üblicherweise werden tausende VLBI-Sessions, die mehrere Jahrzehnte umfassen, in einer solchen Lösung inkludiert. Mit VIE\_GLOB können TRFs, CRFs, EOP oder andere Parameter, wie z.B. relativistische oder geodynamische Größen bestimmt werden. Derzeit können nur die Normalgleichungen, die innerhalb von VIE\_LSM erzeugt werden, verwendet werden. In VIE\_KAL können zwar auch datumsfreie Normalgleichungen extrahiert werden, diese sind jedoch noch nicht für VIE\_GLOB formatiert. In Zukunft soll eine solche Kompatibilität hergestellt werden.

## 5.2 Charakterisierung und Modellierung der geschätzten Parameter

Stationskoordinaten werden in VIE\_KAL entweder deterministisch oder stochastisch modelliert. Hierfür wird ein RW-Prozess eingesetzt, dessen  $\Phi_{RW}$  im ersten Fall Null gesetzt wird. Dadurch wird für jede einzelne VLBI-Session ein konstanter Wert für die Stationskoordinaten bestimmt, analog zu VIE\_LSM. Für VLBI-Beobertungskampagnen, die mehrere Tage lang kontinuierlich durchgeführt werden (CONT-Kampagnen, siehe Abschnitt 4.1.1), kann es alternativ zu täglich unabhängig bestimmten Werten von Vorteil sein, kontinuierliche Stationskoordinaten zu bestimmen. In VIE\_KAL werden hierbei die letzten Schätzwerte des Zustandsvektors und seiner Kovarianzmatrix einer VLBI-Session als a priori Werte für die darauffolgende Session gesetzt. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, hierfür ein geringes Rauschen einzuführen, damit die kontinuierlichen Stationskoordinaten den täglich geschätzten Werten in etwa folgen können. Ein Rauschwert  $\Phi_{RW} = 0.1 \text{ cm}^2/\text{d}$  für alle drei Komponenten hat sich bewährt. Abb. 5.3 zeigt beispielsweise verschiedene Ansätze zur Bestimmung der Stationskoordinaten von Wettzell während der Kampagne CONT14 innerhalb von VIE\_KAL. Genaueres über die Modellierung von Stationskoordinaten findet sich in Kapitel 7.

Sehr ähnlich wird mit Radioquellenkoordinaten verfahren. Neben einer Bestimmung kon-

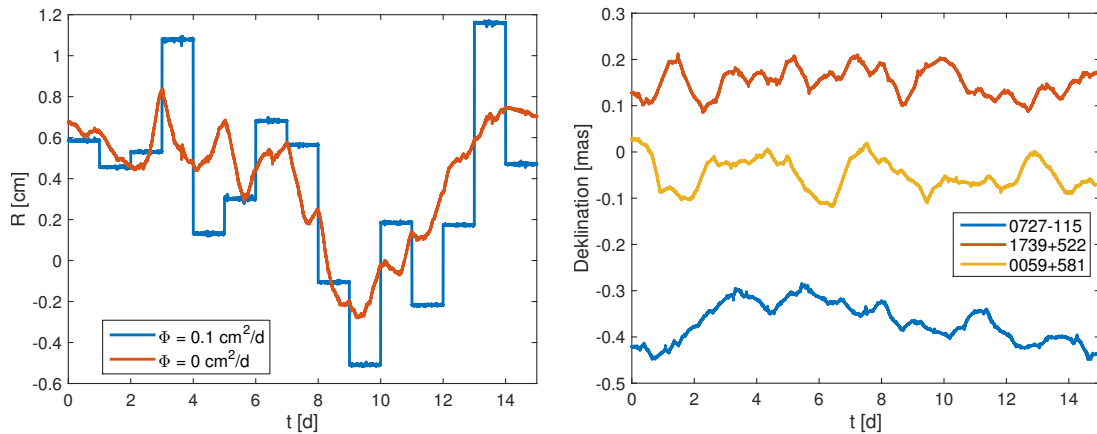


Abbildung 5.3: Im linken Plot finden sich Zeitreihen der Höhenkomponente Wettzells während CONT14. Zum einen wird eine kontinuierliche Lösung mit schwachem Prozessrauschen gezeigt, zum anderen deterministische Tageslösungen. Die Abweichungen letzterer zu exakt konstanten Tageswerten sind auf numerische Aspekte zurückzuführen, weisen jedoch lediglich eine Standardabweichung von 0.01 mm auf. Rechts werden die Deklinationszeitreihen dreier Radioquellen während CONT14 dargestellt, die aus einer Lösung mit  $\Phi_{RW} = 0.01 \text{ mas}^2/\text{d}$  stammen.

stanter Koordinaten der einzelnen Sessions können kontinuierliche und leicht variierende Koordinaten mit einem RW und z.B.  $\Phi_{RW} = 0.01 \text{ mas}^2/\text{d}$  für Deklination und Rektaszension realisiert werden. Abbildung 5.3 zeigt die Koordinaten dreier Radioquellen während CONT14. Aufgrund der hohen Anzahl von Radioquellen (im Vergleich zur Anzahl an Beobachtungsstationen), wirkt sich die Entscheidung, ob Radioquellen geschätzt werden sollen, signifikant auf die Prozessierungsdauer aus. Bei typischen VLBI-Sessions kann sich dadurch die Anzahl der Zustandsparameter mehr als verdoppeln. In Tabelle 5.1 wird exemplarisch dargestellt, wie viele Elemente des Zustandsvektors auf die einzelnen Parametergruppen entfallen. Im Unterschied zu LSM werden beim Kalman-Filter sowohl stark als auch schwach variierende Variablen für jede einzelne Epoche geschätzt.

Tabelle 5.1: Elemente des Zustandsvektors einer typischen 24-Stunden VLBI-Session mit acht teilnehmenden Radioteleskopen und 50 beobachteten Radioquellen.

Zu schätzende Parameter	Anzahl an Parametern im Zustandsvektor
Stationskoordinaten ( $Z, Y, X$ )	24
Radioquellenkoordinaten ( $\alpha, \delta$ )	100
EOP ( $x_p, y_p, dUT1, dX, dY$ )	5
Uhrenabweichungen	7
ZWDs	8
Gradienten ( $G_n, G_e$ )	16

Auch für die EOP-Zuschläge wird standardmäßig ein RW verwendet. Einzelne Studien haben

zwar gezeigt, dass die Polkoordinaten und  $dUT1$  in erster Näherung vorzugsweise mit einem IRW zu modellieren sind (Ray, 2009; Chin *et al.*, 2009). Da jedoch in VieVS@GFZ nur die Zuschläge zu einem a priori Modell (wie z.B. die "IERS 08 C04"-Zeitreihe) geschätzt werden, fällt die Langzeit-Komponente weg und die Verwendung eines RW, der kurzfristige Variationen besser realisieren kann, erscheint als sinnvoller und leicht zu implementierender Kompromiss. Für die Polkoordinaten hat sich  $\Phi_{RW} = 0.1 \text{ mas}^2/\text{d}$  bewährt, sowie entsprechend  $\Phi_{RW} = 0.1/15^2 = 4.4 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^2/\text{d}$  für die axiale Rotationskomponente  $dUT1$ . Die Nutationsparameter, d.h. die zälestischen Polzuschläge  $dX$  und  $dY$ , werden vorzugsweise deterministisch als Konstante für jeden Tag geschätzt oder mit einem sehr geringen Rauschen von  $0.01 \text{ mas}^2/\text{d}$ . Abbildung 5.4 zeigt beispielsweise mit VIE\_KAL geschätzte EOP für CONT14. Für detailliertere Untersuchungen und Vergleiche mit GPS-Daten sei auf Karbon *et al.* (eingereicht) verwiesen.

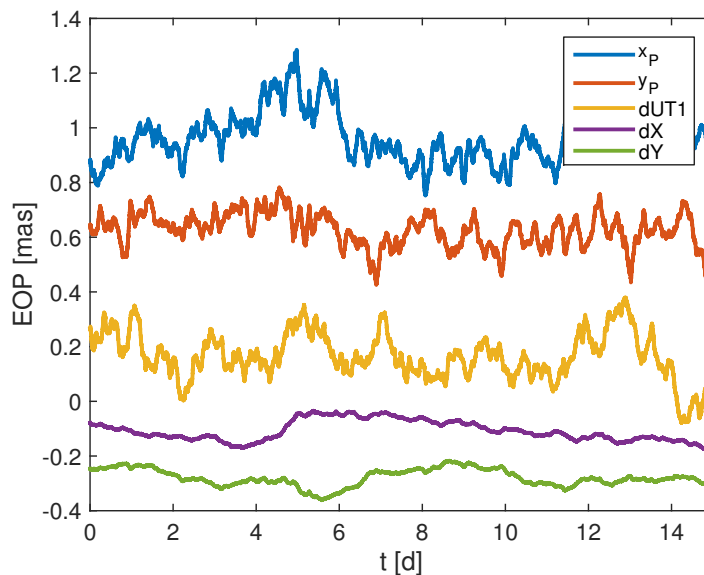


Abbildung 5.4: Für die Bestimmung der EOP-Zeitreihen wurde CONT14 kontinuierlich prozessiert. Für die Polbewegung und  $dUT1$  wurde  $\Phi_{RW} = 0.1 \text{ mas}^2/\text{d}$  verwendet, für die zälestischen Polzuschläge  $0.01 \text{ mas}^2/\text{d}$ . Zur besseren Unterscheidbarkeit wurden die Zeitreihen vertikal verschoben, weshalb die absoluten Werte in dieser Abbildung nicht den tatsächlichen entsprechen.

Die Uhrenparameter können nicht absolut, sondern nur differenziell bestimmt werden, weshalb jene für die sogenannte Referenzuhr Null gesetzt werden. Wie bei VIE\_LSM ist es numerisch ungünstig, die gesamten Werte für die Uhrenparameter auf einmal im Kalman-Filter zu schätzen, weshalb auch bei VIE\_KAL eine erste Lösung berechnet wird, deren Uhrenwerte vor der Hauptlösung von den Beobachtungsdaten abgezogen werden. Zum einen ist es möglich, die erste Lösung analog zu VIE\_LSM mittels einer Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung zu berechnen, zum anderen kann sie mit einem Kalman-Filter bestimmt werden. Nach Herring *et al.* (1990) kann das stochastische Verhalten von Wasserstoff-Masern, die in der VLBI standardmäßig eingesetzt werden, näherungsweise als Summe eines RW und eines IRW beschrieben werden. Da aufgrund ihrer Charakteristiken ein RW eher kurzfristige und ein IRW eher langfristige Variationen ab-



bilden kann (vgl. Abschnitt 3.3.2), wird in der ersten Lösung ein IRW und in der Hauptlösung ein RW zur Modellierung der Uhrenparameter eingesetzt. Falls die erste Lösung mit LSM berechnet wird, werden aufgrund der Verwendung eines quadratischen Polynoms vorerst auch nur die längerfristigen Effekte modelliert. In der Hauptlösung werden dann die kurzfristigen Änderungen durch RW-Prozesse dargestellt. Tests haben gezeigt, dass es numerisch günstiger ist, bei Berechnung der ersten Uhrlösung mithilfe von IRW-Prozesse in einem Kalman-Filter die entsprechenden  $\Phi$ -Werte sehr klein zu wählen. Andererseits weisen die geschätzten Parameter der ersten Lösung zu große Variationen auf, die in der Hauptlösung nicht mehr kompensiert werden können. Da ein IRW-Prozess mit schwachem Rauschverhalten näherungsweise eine lineare Funktion ist, unterscheidet sich der Kalman-Filter geringfügig vom LSM-Ansatz, bei dem eine quadratische Funktion verwendet wird. Beide führen aber zu gleichwertigen Ergebnissen in der Hauptlösung von VIE\_KAL, wie Tests gezeigt haben (Nilsson *et al.*, 2015b).

Um Uhrensprünge zu berücksichtigen, müssen – anders als bei LSM – keine neuen Parameter eingeführt werden. Zur Epoche eines solchen Bruchs in der Zeitreihe einer Uhr werden die entsprechenden Spalten und Zeilen der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_k$  mit einem Faktor von  $10^6$  multipliziert. Damit hat die Prädiktion praktisch keinen Einfluss auf den Schätzwert für die nächste Epoche, welcher sich ganz nach den darauffolgenden Beobachtungen richtet. Abbildung 5.5 zeigt beispielsweise die Uhrenabweichungen der ersten Lösung sowie der Hauptlösung für die Station Zelenchukskaya, Russland, während Session 14MAY20XA, in der ein Uhrensprung von etwa 15 m auftritt.

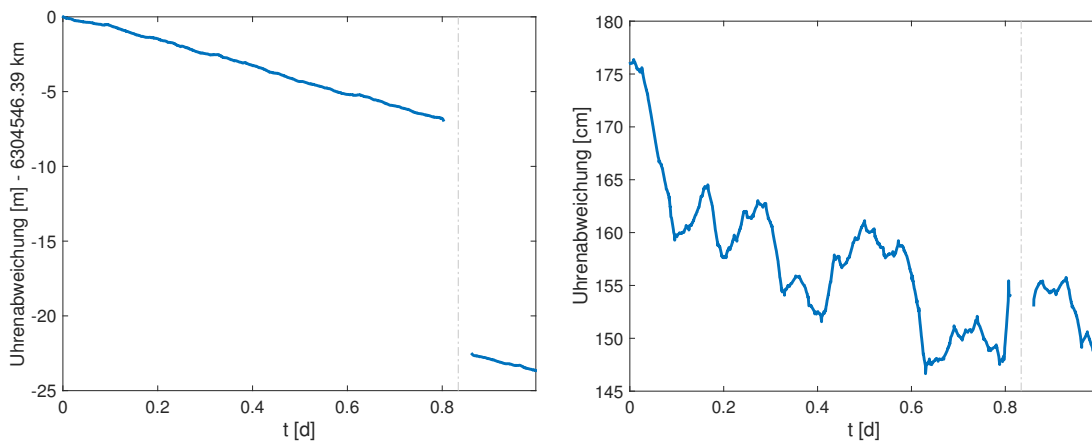


Abbildung 5.5: In beiden Plots werden Uhrenabweichungen von Zelenchukskaya in Bezug auf die Referenzuhr in Tsukuba während der Session 14MAY20XA, dem letzten Tag von CONT14, gezeigt. Links ist die erste Lösung dargestellt, für die ein IRW-Prozess mit einem geringen Rauschen (ASD von  $10^{-18}$ @50 min) angenommen wurde. Klar zu erkennen ist der Uhrensprung von etwa 15 m, um den herum einige Ausreißer entfernt werden mussten. Rechts sind die Uhrenparameter der Hauptlösung, d.h. nach Abzug der ersten Lösung, dargestellt. Hier wurde ein RW-Prozess mit einer ASD von  $1.5 \cdot 10^{-18}$ @50 min eingesetzt.

Die Einflüsse der Troposphäre und der Uhren weisen von allen in der VLBI üblicherweise

geschätzten Parametern die größten kurzfristigen Variationen auf, weshalb deren sorgfältige stochastische Modellierung sehr wichtig ist. Für beide Parametertypen wurden daher empirische PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  unter Annahme eines RW-Prozesses mithilfe der ASD der entsprechenden Zeitreihen bestimmt (Gleichung (3.62)).

Zur Bestimmung von mittleren PSD-Werten für die Uhrenparameter wurden die Daten der CONT-Kampagnen verwendet (siehe Abschnitt 4.1.1). Sowohl mit VIE\_LSM als auch mit VIE\_KAL wurden Zeitreihen der Uhrenparameter bestimmt. Die zeitliche Auflösung der CPWLFs in VIE\_LSM wurde mit 1 h angesetzt und die Nebenbedingungen mit 1.3 cm gewichtet. Bei der VIE\_KAL-Lösung wurden RW-Prozesse mit  $\Phi_{RW} = 23 \text{ cm}^2/\text{d}$ , entsprechend einer ASD von  $10^{-14}$  für  $\tau = 50 \text{ min}$  verwendet. Für jede CONT-Kampagne, jede Uhr (bis auf die Referenzuhren) und jeden Tag wurde die ASD der Uhrenparameter aus der Hauptlösung berechnet. Die Trennung in einzelne Tage war notwendig, da die Uhrenparameter aufgrund der Vorgehensweise bei der Korrelation große Sprünge an den Tagesgrenzen aufweisen. Die Zeitdifferenz  $\tau$  wurde zwischen der zeitlichen Auflösung von 1 h bei LSM beziehungsweise wenigen Minuten beim Kalman-Filter sowie 6 h als Obergrenze gewählt. Abbildung 5.6 zeigt die ASD-Werte für die Kalman-Filter- und LSM-Lösungen für CONT14. Mithilfe der mittleren ASD-Werte wurden zwei exponentielle Funktionen geschätzt (die in doppeltlogarithmischer Darstellung als Geraden erscheinen), wobei einmal der Exponent  $k$  mitgeschätzt und einmal zu  $k = -1/2$  fixiert wurde. Letzterer Fall beschreibt einen perfekten RW-Prozess (vgl. Abschnitt 3.3.2.2). Da bei den Hauptlösungen von VIE\_KAL und VIE\_LSM jeweils die langfristigen Variationen nicht mehr enthalten sind, weisen die empirischen ASD-Werte eine gewisse RW-Ähnlichkeit auf. Dies trifft besonders bei LSM zu, wobei der geschätzte Exponent  $k$ , gemittelt über alle CONT-Kampagnen,  $-0.48$  beträgt. Die ASD-Kurven bei VIE\_KAL sind etwas flacher, jedoch ist das mittlere Rauschniveau für  $\tau \approx 50 \text{ min}$  sehr ähnlich wie bei VIE\_LSM. Die ASD-Werte für beide VieVS@GFZ-Module und die verschiedenen CONT-Kampagnen reichen für diese Zeitdifferenz  $\tau$  von  $0.7 \cdot 10^{-14}$  bis  $3.4 \cdot 10^{-14}$ . Im Mittel ergibt sich ein Wert von ungefähr  $1.5 \cdot 10^{-14}$ @50 min, welcher daher standardmäßig in VIE\_KAL verwendet wird. Umgerechnet in die PSD des anregenden WN-Prozesses ergibt sich  $\Phi_{RW} = 52 \text{ cm}^2/\text{d}$ .

Da in der VLBI keine absoluten Uhrenabweichungen bestimmt werden können, gelten die in diesem Abschnitt beschriebenen Rauschparameter für die Uhrendifferenz bezüglich der jeweiligen Referenzuhr. Angenommen, dass die verschiedenen Uhren ähnliches Rauschverhalten aufweisen, ergibt sich für die ASD einer einzelnen Uhr für  $\tau = 50 \text{ min}$  daher  $1.5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{2} \approx 10^{-14}$ , ein oft verwendeter Wert für Wasserstoff-Maser. In Labors gemessene Rauschparameter von Masern sind etwas geringer, weshalb dieser Wert als konservativ einzustufen ist Herring *et al.* (1990). Es besteht zudem die Möglichkeit, dass andere Fehlerquellen zu einer zusätzlichen Streuung in den Uhrenparameterzeitreihen führen, die sich in den hier bestimmten ASD-Werten der Uhren widerspiegeln.

Die Modellierung der ZWDs im Kalman-Filter wird in Abschnitt 6.1 hergeleitet und diskutiert. Es werden RW-Prozesse verwendet, wobei für die einzelnen Stationen und CONT-Kampagnen unterschiedliche PSD-Werte angenommen werden. Das stochastische Modell für ZWDs berücksichtigt somit räumliche und zeitliche Unterschiede. Gemittelt ergibt sich ein PSD-Wert von

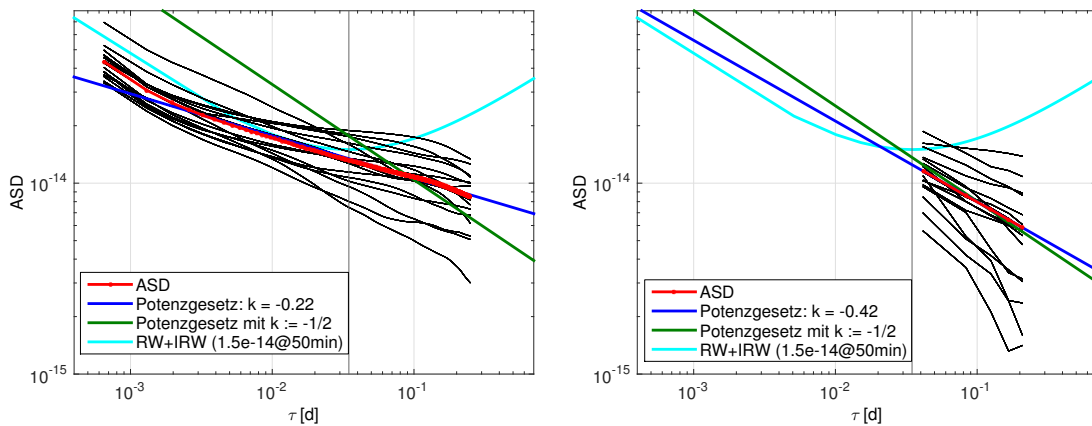


Abbildung 5.6: Aus den Uhrenabweichungen der Hauptlösungen von VIE\_KAL (links) und VIE\_LSM (rechts) bestimmte ASD-Werte werden in doppeltlogarithmischer Darstellung gezeigt. Die Zeitdifferenzen  $\tau$  reichen von wenigen Minuten (Kalman-Filter) beziehungsweise 1 h (LSM) bis maximal 6 h. Die individuellen Werte (siehe Text) werden als schwarze Linien gezeigt, das Mittel davon in rot. Zusätzlich beinhaltet der Plot geschätzte Potenzgesetz-Modelle (hier als Geraden) ohne Bedingungen (blau) sowie entsprechend eines RW-Prozesses (grün). Die türkise Kurve entspricht einem theoretischen Uhrenmodell, welches sich aus RW- und IRW-Prozessen zusammensetzt. Hierbei wurde eine ASD von  $1.5 \cdot 10^{-14}$  für eine Zeitdifferenz von 50 min (vertikale dunkelgraue Linie) gewählt.

$\Phi_{RW} = 19 \text{ cm}^2/\text{d}$ , welcher als Standardeinstellung in VIE\_KAL verwendet wird. Das empirisch bestimmte Rauschniveau der ZWDs ist also deutlich geringer als jenes der Uhrenparameter. Anders als bei allen anderen geschätzten Parametern werden für die ZWDs Startwerte  $\mathbf{x}_{k=0}$  (vgl. Abschnitt 3.2.1) ungleich Null gewählt. Da ZWDs theoretisch immer positiv sind und mehrere Dezimeter ausmachen können, wird das Filter mit Startwerten von 15 cm initialisiert.

Die troposphärischen Gradienten können in VIE\_KAL entweder als RW- oder FOGM-Prozesse modelliert werden. Im ersten Fall wird standardmäßig eine PSD von  $0.02 \text{ cm}^2/\text{d}$  verwendet, um zu erreichen, dass die Gradienten einer VLBI-Session unter etwa 1 mm bleiben. Werte darüber wären in den meisten Fällen nicht auf troposphärische Einflüsse, sondern auf Korrelationen mit anderen Parametern zurückzuführen. Im Falle von FOGM-Prozessen wurde mit Werten aus der Literatur experimentiert, wie z.B.  $\Phi = 0.05 \text{ cm}^2/\text{d}$  und  $1/\beta = 1000 \text{ s}$  (Jarlemark *et al.*, 1998). Diese Werte, aus WVR-Daten bestimmt, gelten jedoch nur für den feuchten Anteil der Gradienten, der üblicherweise kurzfristig stärker variiert. Für die Modellierung von Gesamtgradienten erscheinen geringere  $\beta$ -Werte, z.B.  $1/\beta = 3 \text{ h}$ , sinnvoll. Abbildung 5.7 zeigt Gradientenzeitreihen mit verschiedenen FOGM- und RW-basierten Lösungen für Wettzell während CONT14. Eine weitere Möglichkeit zur Modellierung der Gradienten in VIE\_KAL besteht darin, das stationsbasierte Modell der ZWDs insofern anzuwenden, als dass die relativen Unterschiede der einzelnen Stationen auch für die Gradienten berücksichtigt werden. Dabei werden die ZWD-Rauschwerte der einzelnen Stationen mithilfe des Faktor  $0.02/19 \approx 10^{-3}$  auf das Niveau der Gradienten skaliert.

In Heinkelmann *et al.* (eingereicht) wurden mithilfe von VIE\_KAL geschätzte Gradienten ei-

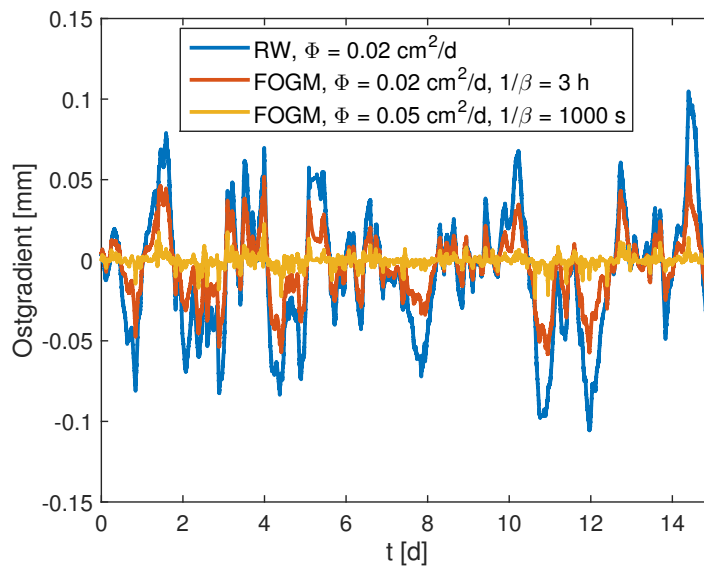


Abbildung 5.7: Gezeigt werden verschiedene Kalman-Filter-Lösungen der troposphärischen Ostgradienten Wetzells während CONT14. Neben der RW-Lösung ist eine mit dem gleichen Prozessrauschen, jedoch basierend auf FOGM-Prozessen mit einem Dämpfungsfaktor von  $1/(3 \text{ h})$ , sowie eine FOGM-Lösung mit  $\Phi$  und  $\beta$ -Werten aus der Literatur (Jarlemark *et al.*, 1998) inkludiert. Letztere Werte gelten jedoch nur für den feuchten Anteil, weshalb sie für Gesamtgradienten zu unzureichenden Ergebnissen führen.

nem umfassenden Vergleich mit jenen aus VIE\_LSM, aus anderen geodätischen Weltraumverfahren (GNSS und DORIS) sowie aus numerischen Wettermodellen während CONT14 unterzogen. Die Kalman-Filter-Lösung zeigte eine signifikant bessere Übereinstimmung mit den anderen Techniken als die LSM-Lösung. Am Beispiel der Station Tsukuba, Japan, war zu erkennen, dass starke Variationen aufgrund von Wetterextremen zwar in den NWM-Gradienten deutlich erkennbar sind, sich jedoch aufgrund der eingesetzten Nebenbedingungen beziehungsweise stochastischen Modelle nur abgeschwächt in den Gradienten der geodätischen Verfahren niederschlagen. Aus diesem Grund könnte eine dynamische Anpassung des Gradienten-Rauschmodells im Kalman-Filter, z.B. basierend auf Wetterinformationen, zu einer weiteren Verbesserung der Ergebnisse führen.

Eine Zusammenfassung der Standard-PSD-Werte aller in VIE\_KAL geschätzten Parametergruppen für den Fall, dass sie mithilfe von RW-Prozessen und nicht deterministisch modelliert werden, ist in Tabelle 5.2 zu finden. Ferner sind dort auch die Intervalllängen und Gewichte der Nebenbedingungen, die im Rahmen dieser Arbeit bei VIE\_LSM zum Einsatz gekommen sind, angegeben.

In VIE\_KAL wurde zusätzlich zum normalen Kalman-Filter auch ein AKF (Abschnitt 3.2.3.2) implementiert. Der adaptive Faktor kann auf verschiedene Varianten festgelegt werden, die in Yang & Gao (2006) beschrieben sind. In der VLBI-Auswertung nahm der adaptive Faktor jedoch für den Großteil der getesteten Beobachtungsdaten den Wert 1 an, oder wich zumindest

Tabelle 5.2: Für alle geschätzten Koordinaten werden im Falle des Kalman-Filters die  $\Phi_{RW}$ -Werte der verwendeten RW-Prozesse, bei LSM die Intervalle der CPWLFs sowie die Gewichte der relativen Nebenbedingungen gezeigt. <sup>†</sup>Der Wert für die Uhrenparameter entspricht einer ASD von  $1.5 \cdot 10^{-14}$ @50min. <sup>‡</sup>Für ZWDs ist hier nur ein Mittelwert der Rauschparameter angegeben. Im Rahmen der Untersuchungen wurden jedoch stations- und zeitabhängige PSD-Werte getestet.

Parameter	$\Phi_{RW}$ (KF)	Intervall (LSM)	Nebenbedingungen (LSM)
Stationskoordinaten	0.1 cm <sup>2</sup> /d	1 d	–
Radioquellenkoordinaten	0.01 mas <sup>2</sup> /d	1 d	–
Polkoordinaten & $dUT1$	0.1 mas <sup>2</sup> /d	1 d	0.0001 mas
Zälestische Polzuschläge	0.01 mas <sup>2</sup> /d	1 d	0.0001 mas
Uhrenabweichungen	52 cm <sup>2</sup> /d <sup>†</sup>	1 h	1.3 cm
ZWDs	19 cm <sup>2</sup> /d <sup>‡</sup>	20 min	1.5 cm
Gradienten	0.02 cm <sup>2</sup> /d	6 h	0.05 cm

nicht stark von diesem ab. Dadurch unterschieden sich die AKF-Lösungen kaum von den normalen Kalman-Filter-Ergebnissen. Dies bedeutet, dass die im Kalman-Filter gewählte stochastische Modellierung weitgehend ihren Zweck erfüllt. Andere alternative Filtertechniken (Abschnitt 3.2.3) wurden nicht implementiert, da die VLBI-Auswertung auf linearen Gleichungen beruht, die Stochastik von Beobachtungen und Prozessen gut modellierbar ist und bisher keine größeren numerischen Schwierigkeiten auftraten. In Zukunft könnte zusätzlich ein Informationsfilter implementiert werden, um die Erstellung von datumsfreien Normalgleichungen zu erleichtern.

### 5.3 Datumsdefinition im Kalman-Filter

Das terrestrische Datum wird über NNT- und NNR-Bedingungen für Stationen mit gültigen ITRF2008-Koordinaten (Altamimi *et al.*, 2011) festgelegt. Radioquellen, die im ICRF2 (Fey *et al.*, 2015) als definierend gekennzeichnet sind, werden für die NNR-Bedingungen herangezogen, welche das zälestische Datum realisieren. Die Datumsbedingungen werden als zusätzliche Beobachtungen zu jeder Epoche mit Unsicherheiten von 1 cm für die Stationskoordinaten beziehungsweise 1 mas für die Quellenkoordinaten eingeführt. Abbildung 5.8 zeigt die terrestrischen Datumsparameter, die aus den resultierenden Zeitreihen für CONT14 bestimmt wurden. Die Datumsbedingungen werden hierbei für jede Epoche bis auf etwa 0.03 mm für Translationen und etwa 1  $\mu$ as für Rotationen erfüllt, was deutlich unter den Genauigkeitsanforderungen liegt. Auch die NNR-Bedingungen für Radioquellen werden mit ausreichender Genauigkeit eingehalten. Die Verschiebung  $dz$  in den Deklinationen der Radioquellen (Gleichung (2.19)) weicht wie erwartet ab, da sie nicht Teil der Datumsdefinition ist, und kann mehrere 100  $\mu$ as ausmachen. Alternativ könnte das Datum realisiert werden, indem die Pseudobeobachtungen nur zur ersten Epoche und dafür mit sehr geringen Unsicherheiten (z.B.  $10^{-4}$  cm und  $10^{-4}$  mas) eingeführt werden.

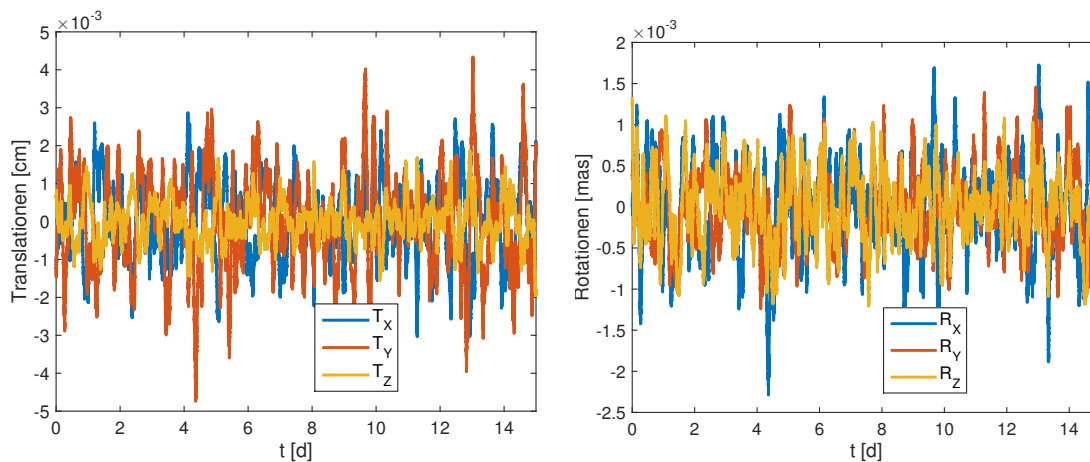


Abbildung 5.8: Für jede einzelne Epoche wurden die Transformationsparameter in Bezug auf ITRF2008-Koordinaten mithilfe der Stationskoordinatenzeitreihen der Datumsstationen berechnet. Die NNT- und NNR-Bedingungen werden ausreichend genau erfüllt.

## 5.4 Echtzeitanwendungen

Ein großer Vorteil des Kalman-Filters ist die Möglichkeit, Daten in Echtzeit auszuwerten. Dies ist prinzipiell auch mit VIE\_KAL möglich. In diesem Fall läuft das Filter nur vorwärts (FRF) und es kann keine Smoother-Lösung berechnet werden. Die Ergebnisse sind daher von minderer Qualität im Vergleich zu einer postprozessierten Auswertung. Problematisch sind vor allem die Uhrenparameter, da es hier zum einen nicht möglich ist, eine erste Lösung zu berechnen und zum anderen Uhrensprünge automatisch detektiert werden sollten. Da für die Uhrenparameter keine Startwerte vorhergesagt werden können, sind die Ergebnisse für die ersten Epochen sehr stark beeinträchtigt. Nach kurzer Zeit konvergiert das Filter jedoch üblicherweise und die formalen Fehler der geschätzten Parameter werden Epoche für Epoche kleiner.

Die automatische Detektion von Uhrensprüngen ist nicht trivial, da diese in verschiedensten Größenordnung (wenige Zentimeter bis Kilometer) auftreten können. Üblicherweise werden Uhrensprünge über sich plötzlich ändernde Residuen  $v_k$  (Gleichung (3.37)) bestimmt. Bei Echtzeitanwendungen kann jedoch bei einer einzelnen Beobachtung nicht unterschieden werden, ob es sich um einen Ausreißer oder einen Uhrensprung handelt. Die Ausreißer-Erkennung erfolgt meist über das Kriterium  $|v_k|/\sigma_{v_k} > \epsilon$ , wobei in der VLBI-Auswertung oft  $\epsilon = 5$  verwendet wird. Bei Echtzeitanwendungen ist eine Ausreißer-Detektion erst sinnvoll, nachdem das Kalman-Filter konvergiert. Ist ein Ausreißer gefunden, werden die geschätzten Parameter dieser Epoche mit der entsprechenden Prädiktion ersetzt und somit die fehlerhafte Beobachtung eliminiert. Werden für eine Station mehrere Beobachtungen hintereinander als Ausreißer detektiert, wird ein Uhrensprung angenommen und die entsprechenden Rauschparameter in der Matrix  $\mathbf{Q}_k$  schrittweise erhöht, bis die Beobachtungen dieser Station nicht mehr als Ausreißer erkannt werden. In der geodätischen VLBI sind im Gegensatz zu GNSS Echtzeitanwendungen noch nicht aktu-

ell, was sich jedoch mit VGOS ändern sollte. Bis dahin sollte die automatisierte Prozessierung mit VIE\_KAL weiter getestet und verfeinert werden. Derzeit ist es z.B. noch sehr problematisch, wenn die Referenzuhr einen Uhrensprung aufweist.

## 5.5 Postprozessierungsanwendungen

Heutzutage sind in der geodätischen VLBI Postprozessierungsanwendungen am wichtigsten, da zwischen der Durchführung der Beobachtungen und der Erzeugung von Gruppenlaufzeitverzögerungen, die im weiteren in Auswerteprogrammen wie VieVS@GFZ prozessiert werden können, mehr als zwei Wochen vergehen (mit Ausnahme der Intensive-Sessions). Aus diesem Grund liegt der Fokus der Untersuchungen innerhalb dieser Arbeit auf diesem Bereich.

Im Postprozessierungsmodus werden in VIE\_KAL mindestens zwei Kalman-Filter-Durchläufe (FRF, BRF) ausgeführt, gefolgt vom Smoothing-Algorithmus, der in Gleichungen (3.32) und (3.33) gezeigt wurde. Gegenüber einem RTS-Smoother hat dies den Vorteil, dass die Anzahl der Läufe flexibel ist. Zum Beispiel können drei Läufe nach dem Muster FRF–BRF–FRF durchgeführt werden, und die Smoother-Lösung mithilfe der letzten beiden Läufe berechnet werden. Bei jedem Richtungswechsel werden die Schätzwerte der letzten Epoche und deren Kovarianzen als Startwerte für den nächsten Filter-Durchlauf verwendet. Zusätzliche Durchläufe vermindern somit den Einfluss der ursprünglichen Startwerte. Beispielsweise zeigt Abbildung 5.9 die FRF-, BRF- sowie Smoother-Lösungen für Session 14MAY15XA und Station Westford.

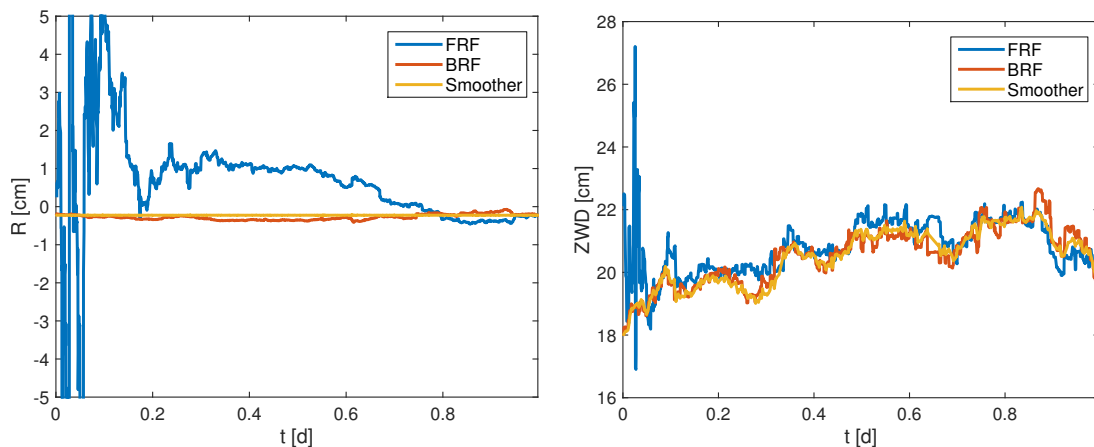


Abbildung 5.9: Für Stationskoordinaten (links) und ZWDs (rechts) der Station Westford während der Session 14MAY15XA (Teil von CONT14) werden FRF-, BRF- und Smoother-Lösungen aus VIE\_KAL gezeigt. Die Stationskoordinaten wurden deterministisch modelliert, weshalb der letzte Schätzwert der FRF-Lösung mit der konstanten Smoother-Lösung übereinstimmt.

Anders als bei Echtzeitlösungen sind Iterationsschritte möglich, was sich insbesondere auf die Behandlung von Uhrensprüngen und Ausreißern auswirkt. Die dafür notwendigen Residuen (siehe Abb. 5.10) und deren formale Fehler werden in Bezug auf die Smoother-Lösung berechnet.

Die über die normalisierten Residuen (siehe letztes Unterkapitel) als Ausreißer identifizierten Beobachtungen werden markiert und bei der nächsten Iteration nicht mehr berücksichtigt. In Bezug auf Uhrensprünge ist es nur notwendig, zu definieren, welche Stationen zu welcher Epoche betroffen sind. Um höchstmögliche Konsistenz in den Vergleichen von VIE\_KAL und VIE\_LSM zu erreichen, werden in den in dieser Arbeit behandelten Kalman-Filter-Lösungen jedoch die Ausreißer und Uhrensprünge, die mit VIE\_LSM bestimmt wurden, berücksichtigt. Somit werden exakt die gleichen Beobachtungsdaten verwendet, und Unterschiede zwischen den LSM- und Kalman-Filter-Lösungen sind auf die unterschiedlichen Algorithmen zurückzuführen.

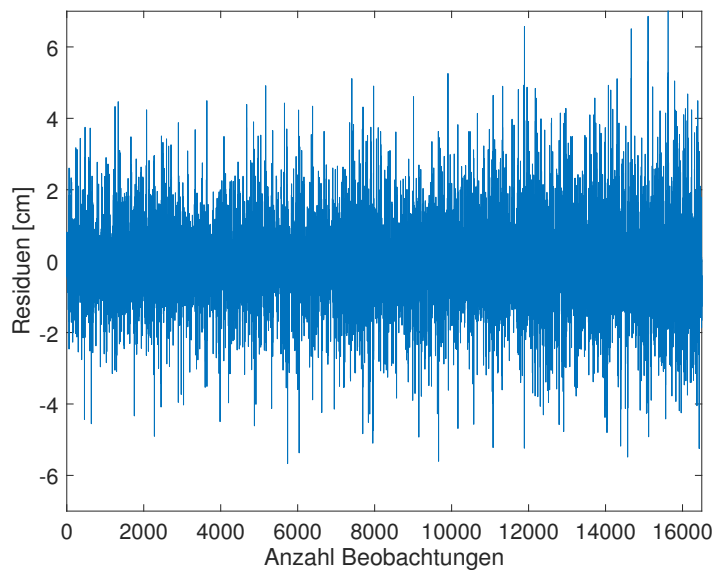


Abbildung 5.10: Nach der Prozessierung der Smoother-Lösung für Session 14MAY15XA (Dauer 24 h) wurden Residuen für jede einzelne Beobachtung bestimmt. In bisherigen Iterationen der Lösung wurden so Ausreißer detektiert und eliminiert. Der gezeigte Fall entspricht der Lösung, bei der keine weiteren Ausreißer mehr erkannt wurden.

Für einen Beitrag zu Kombinationslösungen des IVS oder IERS ist es notwendig, datumsfreie Normalgleichungssysteme für EOP, Stations- und Radioquellenkoordinaten zu erzeugen. Hierfür müssen diese Parameter deterministisch bestimmt werden. Da die Ergebnisse des Kalman-Filters auf Parameterebene vorliegen, müssen diese erst konvertiert werden. Dazu wird in VIE\_KAL die Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_{k,S}$  zur mittleren Epoche invertiert, was in einer datumsbehafteten Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}$  resultiert. Gleichwertig ist die Verwendung der letzten Epoche der FRF-Lösung. Durch Multiplikation mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}_{k,S}$  zur gleichen Epoche ergibt sich die rechte Seite  $\mathbf{n}$ . Üblicherweise sind Parameter wie jene der Troposphäre und der Stationsuhren für die Kombination uninteressant, weshalb sie wie in Abschnitt 3.1.4 beschrieben reduziert werden ( $\mathbf{N}^{\text{red}}$ ,  $\mathbf{n}^{\text{red}}$ ).

Im nächsten Schritt werden die Datumsbedingungen entfernt. Dazu wird aus dem Teil der Design-Matrizen, der für die Datumsfestlegung zuständig ist, eine entsprechende Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}_c$  berechnet (Abschnitt 3.1.3). Die datumsfreie Normalgleichungsmatrix ergibt



sich damit zu  $\mathbf{N}^{\text{red}} - \mathbf{N}_c$ , die rechte Seite  $\mathbf{n}^{\text{red}}$  ist nicht weiter zu modifizieren, da die Pseudobeobachtungen für die Datumsbedingungen ein Nullvektor sind.

Die Bestimmung von datumsfreien Normalgleichungen aus den Kalman-Filter-Ergebnissen ist nicht rigoros, da sie noch immer Informationen der gewählten Startwerte enthalten, auch wenn diese mit sehr großen Unsicherheiten versehen wurden. Aus diesem Grund sind die so erstellten Normalgleichungen auch nicht singulär. Erste Tests haben jedoch gezeigt, dass sich dies kaum auf die Ergebnisse auswirkt, wenn die Kalman-Filter-Normalgleichungen mit einem Datum versehen und invertiert werden. Um mit LSM vergleichbare Normalgleichungen rigoros zu erstellen, würde sich die Verwendung eines Informations-Filters oder SRIF anstelle eines Kalman-Filters anbieten.



## Kapitel 6

# Untersuchung troposphärischer Laufzeitverzögerungen

Einer der Hauptvorteile des Kalman-Filters ist die Möglichkeit, turbulent variierende Parameter, wie jene der Troposphäre, stochastisch zu modellieren. In diesem Kapitel werden daher die mit VIE\_KAL bestimmten troposphärischen ZWDs untersucht. In Abschnitt 6.1 wird auf die Bestimmung des stochastischen Modells für ZWDs eingegangen, wobei stations- und zeitabhängige Unterschiede berücksichtigt werden. Die mit dem Kalman-Filter geschätzten ZWDs werden in 6.2 mit jenen aus VIE\_LSM sowie aus externen Datenquellen verglichen. Als Referenz werden zum einen WVR-Daten und zum anderen GNSS-Daten herangezogen (Soja *et al.*, 2015c,d).

### 6.1 Bestimmung des stochastischen Modells

In Herring *et al.* (1990) wurde die PSD von ZWDs direkt über die Streuung der Laufzeitverzögerungsraten berechnet. Hierfür wurde angenommen, dass ZWDs als RW zu modellieren sind und dass alle anderen Parameter ein signifikant geringeres Rauschverhalten aufweisen. Insbesondere gingen Herring *et al.* (1990) davon aus, dass der Beitrag der Uhren signifikant geringer ist als jener der ZWDs und durch Ignorieren des Uhrenanteils die ZWD-PSD um weniger als 20% erhöht wird. In den Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit zeigte sich jedoch, dass das ZWD-Rauschen im Mittel ungefähr dreimal niedriger als bei Herring *et al.* (1990) ist (siehe Abschnitt 6.1.1) und damit deutlich unter jenem der Uhrenparameter liegt (vgl. Tabelle 5.2). Andere Studien legten nahe, dass die ZWD-PSDs im Vergleich zu Herring *et al.* (1990) im Mittel fast um einen Faktor zehn geringer seien (Schüler, 2001). Die Vernachlässigung des Uhrenbeitrags bei der Bestimmung der ZWD-PSD aus Laufzeitverzögerungsraten würde daher zu stark überschätzten Werten führen, weshalb dieser Ansatz in der vorliegenden Arbeit nicht verfolgt wurde.

Stattdessen wurde die gleiche Strategie wie für die Bestimmung der Uhrenrauschparameter angewendet. Aus ZWD-Zeitreihen wurden jeweils ASD-Werte abgeleitet, mit denen die Art des stochastischen Prozesses und im Weiteren das Rauschniveau bestimmt werden konnte. Hierfür

wurden sowohl mit VIE\_KAL als auch mit VIE\_LSM für alle CONT-Kampagnen und alle teilnehmenden Stationen ZWD-Zeitreihen berechnet. Für die anfängliche Kalman-Filter-Lösung wurde für ZWDs ein RW mit  $\Phi_{RW} = 56 \text{ cm}^2/\text{d}$  (Herring *et al.*, 1990) angenommen. Wie bereits erwähnt, handelt es sich hierbei um ein hohes Rauschniveau, welches die Beobachtungen stärker gewichtet als die Prädiktionen. Tests mit verschiedenen initialen PSD-Werten haben gezeigt, dass sich höhere Werte weniger stark auf die geschätzten Rauschparameter auswirken als niedrigere.

Für die Bestimmung der ASD der ZWD-Zeitreihen wurde  $\tau$  zwischen der minimalen Zeitdifferenz (wenige Minuten bei der Kalman-Filter- und 20 min bei der LSM-Lösung) und einem Tag gewählt. Im Vergleich zur Untersuchung der Stochastik der Uhrenparameter kann die  $\tau$ -Obergrenze höher angesetzt werden, da sich die ZWD-Zeitreihen kontinuierlich verhalten und keine Sprünge an Tagesgrenzen aufweisen. Wie bei den Uhrenparametern wurden aus den ASD-Werten jeweils zuerst beide Parameter eines exponentiellen Modells (bzw. einer Gerade in der doppeltlogarithmischer Darstellung) geschätzt und in einem zweiten Schritt, unter Annahme eines RW-Prozesses, dessen  $\Phi_{RW}$ .

Theoretisch wäre das Turbulenzmodell von Treuhaft & Lanyi (1987) für die Beschreibung von troposphärischen Variationen besser geeignet als ein RW-Prozess. Jarlemark & Elgered (1998) zeigten jedoch empirisch anhand von WVR-Daten, dass das Verhalten von ZWDs am besten mit RW-Prozessen modelliert werden kann. In der vorliegenden Arbeit konnten diese Ergebnisse bestätigt werden (siehe nächster Abschnitt), weshalb in VIE\_KAL uneingeschränkt RW-Prozesse zur ZWD-Modellierung eingesetzt werden.

### 6.1.1 Vergleich der VLBI-Lösungen

Abbildung 6.1 zeigt beispielsweise die ASD für ZWDs der Station Wettzell während CONT14. Die Steigung  $k$  der geschätzten Gerade ist bei dieser Station, sowie bei den meisten anderen, sehr nahe bei  $-1/2$ , entsprechend einem RW-Prozess. Der Unterschied zwischen dem tatsächlichen Wert für  $k$  und dem theoretischen für einen RW kann als eine Art Indikator für die Qualität der geschätzten  $\Phi_{RW}$ -Werte interpretiert werden.

Alle folgenden PSD-Werte wurden unter Annahme eines RW ( $k := -1/2$ ) bestimmt. Anstelle eines Hinweises auf einen RW werden die PSD-Werte daher mit dem Kürzel der jeweiligen Lösungen versehen. In Tabelle 6.1 werden diese, zusammen mit den tatsächlichen Werten für  $k$ , für alle CONT-Kampagnen und beide VLBI-Lösungen (VIE\_KAL und VIE\_LSM) aufgelistet, wobei jeweils über alle teilnehmenden Stationen gemittelt wurde. Wie zu erwarten, stimmen die  $k$ -Werte aus der Kalman-Filter-Lösung gut mit denen eines RW überein, da im stochastischen ZWD-Modell bereits ein RW angenommen wurde. Jedoch deuten auch die LSM-Ergebnisse eher auf einen RW als zur Turbulenztheorie ( $k = -2/3$ ). Im Mittel sind die geschätzten Geraden bei LSM leicht steiler, weshalb sich durch die Fixierung von  $k = -1/2$  geringfügig größere  $\Phi$ -Werte ergeben. Die PSD-Differenzen zwischen der Kalman-Filter- und LSM-Lösung betragen im Mittel 12%. Alle hier aufgeführten PSD-Werte liegen innerhalb der Bandbreite der Werte aus Literaturangaben ( $6 \text{ cm}^2/\text{d}$  bei Schüler (2001) und  $56 \text{ cm}^2/\text{d}$  bei Herring *et al.* (1990)).

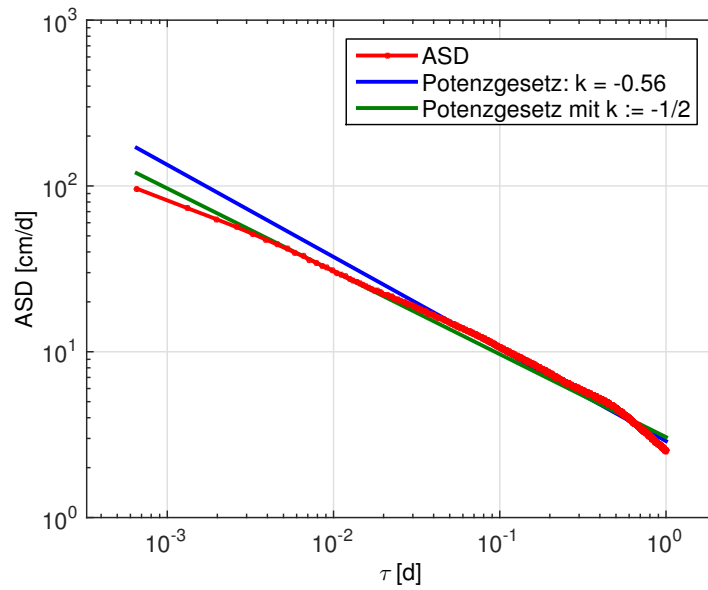


Abbildung 6.1: Für die Station Wettzell wird die ZWD-ASD aus CONT14 für Zeitdifferenzen zwischen wenigen Minuten und einem Tag doppeltlogarithmisch dargestellt. Die zugrunde liegende ZWD-Zeitreihe entstammt einer Kalman-Filter-Lösung. Zusätzlich enthält das Diagramm geschätzte Potenzgesetze ohne Bedingungen (blau) sowie unter Annahme eines RW-Prozesses (grün).

Tabelle 6.1: Für die ZWD-Zeitreihen aus den Kalman-Filter- und LSM-Lösungen finden sich  $\Phi_{RW}$ -Werte in  $\text{cm}^2/\text{d}$ , berechnet aus den entsprechenden ASD-Werten unter Annahme von RW-Prozessen und gemittelt über alle teilnehmenden Stationen. Zusätzlich wird der geschätzte Potenzgesetzparameter  $k$  gezeigt, welcher Aufschlüsse über die Art der stochastischen Prozesse ermöglicht.

Datensatz	$\Phi_{KF}$	$k_{KF}$	$\Phi_{LSM}$	$k_{LSM}$
CONT02	12.7	-0.44	14.8	-0.53
CONT05	23.9	-0.45	27.7	-0.54
CONT08	22.8	-0.48	25.3	-0.55
CONT11	19.8	-0.48	23.7	-0.58
CONT14	15.6	-0.49	17.2	-0.56
Mittelwert	19.0	-0.47	21.7	-0.55

### 6.1.2 Vergleich mit externen Daten

Zur Validierung der VLBI-Ergebnisse in Bezug auf das stochastische Modell für ZWDs wurde die gleiche Prozedur auf ZWD-Zeitreihen von WVR, GPS und RT angewendet. Die Vergleiche wurden nur für Stationen, für die Daten aller genannten Techniken vorhanden waren, durchgeführt, d.h. Onsala und Tsukuba für CONT11 und Onsala für CONT14. Aus diesem Grund wurden nur die GPS-Daten aus den EPOS-Lösungen verwendet, da diese für die entsprechenden Statio-

nen vorliegen. Die RT-Daten wiederum beschränken sich auf die NCEP-Lösung (hauptsächlich wegen der höheren zeitlichen Auflösung). Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 6.2.

Die einzelnen Techniken stimmen dabei weitgehend überein, wobei sie während CONT11 alle geringere  $\Phi$ -Werte für Onsala im Gegensatz zu Tsukuba aufweisen. Ebenso zeigen alle Techniken deutlich unterschiedliche Werte für Onsala während CONT11 und CONT14 (im Mittel 28.1 beziehungsweise 6.5 cm<sup>2</sup>/d). Ein Grund für diese Differenzen ist wahrscheinlich das unterschiedliche Wetter während der zwei Beobachtungszeiträume, was auch damit zusammenhängt, dass CONT11 im September und CONT14 im Mai stattfand. Die PSD-Werte für Onsala während CONT11 stimmen gut mit dem Wert überein, der in Jarlemark (1997) verwendet wurde ( $\Phi = 25.1$  cm<sup>2</sup>/d). In Jarlemark *et al.* (1998) wurden hingegen Werte von 15.6 und 18.1 cm<sup>2</sup>/d für Onsala bestimmt, was ungefähr dem Mittelwert für CONT11 und CONT14 entspricht. Die RT-Ergebnisse basieren aufgrund der deutlich niedrigeren zeitlichen Auflösung im Vergleich zu den anderen Techniken nur auf wenigen ASD-Werten. Da die Schätzung von  $\Phi$  und  $k$  daher nicht sonderlich stark überbestimmt war, sollten diese Ergebnisse mit Vorsicht interpretiert werden.

In Bezug auf das Prozessrauschen  $\Phi$  stimmt die Kalman-Filter-Lösung für Onsala während CONT11 besser mit den anderen Techniken überein als LSM. Bei Tsukuba (CONT11) sind die Differenzen der Kalman-Filter- und LSM-Lösungen vom Mittelwert der anderen Techniken von ähnlichem Ausmaß, jedoch mit unterschiedlichem Vorzeichen. Während die Kalman-Filter-Werte für CONT14 besser zu denen von GPS und RT passen, steht die LSM-Lösung hier verstärkt mit den WVR-Daten im Einklang.

Die Werte für die Steigung  $k$  variiert zwischen  $-0.38$  (Kalman-Filter und GPS für Tsukuba, CONT11) und  $-0.73$  (RT, Onsala, CONT14). Generell ist die geschätzte Gerade bei Onsala steiler als bei Tsukuba, d.h. näher an einem WN-Prozess. In Bezug auf  $k$  stimmt die Kalman-Filter-Lösung besser mit GPS überein, während die LSM-Lösung besser zu den WVR-Werten passt.

Tabelle 6.2: Zum Vergleich des ZWD-Rauschverhaltens bei verschiedenen geodätischen Techniken werden die PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  und Potenzgesetzparameter  $k$  analog zu Tabelle 6.1 gezeigt. Alle  $\Phi$ -Werte sind in cm<sup>2</sup>/d. ONSA steht für Onsala, TSUK für Tsukuba, 11 für CONT11, und 14 für CONT14.

Datensatz	$\Phi_{KF}$	$k_{KF}$	$\Phi_{LSM}$	$k_{LSM}$	$\Phi_{WVR}$	$k_{WVR}$	$\Phi_{GPS}$	$k_{GPS}$	$\Phi_{RT}$	$k_{RT}$
ONSA11	28.0	-0.46	30.1	-0.54	24.0	-0.55	27.5	-0.46	30.9	-0.57
TSUK11	39.8	-0.38	53.8	-0.52	47.1	-0.51	44.2	-0.38	49.9	-0.44
ONSA14	6.0	-0.55	6.5	-0.63	8.1	-0.69	6.0	-0.54	5.7	-0.73

Da die stochastischen Modelle aus den ZWD-Zeitreihen der Kalman-Filter- und LSM-Lösungen ähnlich sind, wird für alle weiteren Untersuchungen nur das Kalman-Filter-PSD-Modell verwendet. Die Steigung  $k$  der Kalman-Filter-Lösung liegt näher am theoretischen Wert von  $-1/2$ , daher sollten die Fehler aufgrund der Annahme eines RW-Prozesses geringer als bei LSM sein. Im Vergleich mit den Schätzwerten der anderen Techniken gab es keine eindeutige Entscheidung, welche der VLBI-Lösungen zu bevorzugen wäre.

Abbildung 6.2 zeigt für alle beteiligten Stationen die über alle CONT-Kampagnen gemittelten PSDs  $\Phi_{KF}$ . Die entsprechenden numerischen Werte sind in Tabelle 6.3 zu finden. Für die entsprechenden Werte der einzelnen Kampagnen sei auf Anhang A verwiesen.

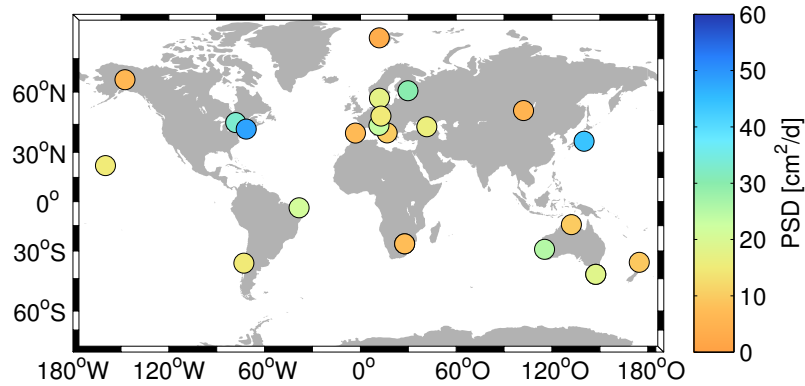


Abbildung 6.2: Die über alle CONT-Kampagnen gemittelten, auf Kalman-Filter-Lösungen basierenden ZWD-PSD-Werte werden für jede Station gezeigt. Die exakten Werte finden sich in Tabelle 6.3.

Tabelle 6.3: Für alle Stationen, die an mindestens einer CONT-Kampagne teilgenommen haben, werden die PSD und der Potenzgesetzparameter  $k$  aus Kalman-Filter-basierten ZWD-Lösungen, gemittelt über alle CONT-Kampagnen, aufgelistet. Abbildung 6.2 ist eine graphische Darstellung dieser Werte.

IVS-Stationsname	$\Phi_{KF}$	$k_{KF}$	IVS-Stationsname	$\Phi_{KF}$	$k_{KF}$
ALGOPARK	33.1	-0.34	NYALES20	3.1	-0.52
BADARY	5.0	-0.49	ONSALA60	17.5	-0.46
FORTLEZA	21.2	-0.56	SVETLOE	30.1	-0.40
GILCREEK	5.9	-0.48	TIGOCONC	14.6	-0.43
HARTRAO	8.9	-0.48	TSUKUB32	44.0	-0.38
HOBART12	18.0	-0.46	WESTFORD	48.2	-0.35
HOBART26	18.4	-0.45	WARK12M	9.3	-0.52
HART15M	7.4	-0.48	WETTZELL	14.7	-0.45
KATH12M	9.8	-0.54	YARRA12M	25.3	-0.41
KOKEE	14.8	-0.53	YEBES40M	6.8	-0.55
MATERA	9.9	-0.52	ZELENCHK	15.9	-0.65
MEDICINA	23.4	-0.56			

Alle diese stochastischen Modelle wurden in VIE\_KAL implementiert und stehen den Nutzern zur Verfügung. Klar ersichtlich ist, dass Standorte wie Westford oder Tsukuba, die für ausgeprägte Wetterphänomene bekannt sind, sehr große Rauschparameter aufweisen. Dieser Zusammenhang wird auch in Nilsson & Haas (2010) bestätigt. Stationen, die sich nahe beim Meer befinden, zei-

gen tendenziell größere  $\Phi$ -Werte als kontinentale Stationen, was sich durch die üblicherweise erhöhte Luftfeuchtigkeit erklären lässt. Außerdem fallen die Rauschwerte für äquatornahe Stationen eher größer aus als für jene in Polnähe. Ein exzellentes Beispiel hierfür ist die Station Ny-Ålesund, Norwegen, die sich in einer Breite von  $79^\circ$  befindet und den insgesamt niedrigsten Wert von  $\Phi = 3.1 \text{ cm}^2/\text{d}$  aufweist.

### 6.1.3 Zeitliche Änderung der stochastischen Parameter

Einige Stationen nahmen an mehreren CONT-Kampagnen teil, wodurch sich die zeitliche Entwicklung der stochastischen Parameter untersuchen lässt. Abbildung 6.3 zeigt für alle Stationen, die während drei oder mehr CONT-Kampagnen beobachtet haben, die entsprechenden PSD-Werte. Außerdem ist für jede CONT-Kampagne der Mittelwert über alle Stationen hinweg abgebildet. Die größten Variationen sind bei Westford und Tsukuba anzutreffen, die auch die größten mittleren Werte für  $\Phi$  aufweisen (siehe Tabelle 6.3). Zwischen CONT11 und CONT14 ist auch für Onsala eine ausgeprägte Änderung im stochastischen Modell zu erkennen (vgl. Abschnitt 6.1.2). Ein Teil der Variationen bei bestimmten Stationen könnte durch unterschiedliche Wetterbedingungen und Jahreszeiten während der verschiedenen CONT-Kampagnen erklärt werden. Dennoch scheinen die mittleren Rauschparameter und damit die ZWD-Variationen kontinuierlich zu sinken (mit der Ausnahme von CONT02, welche vom ausgesprochen geringen Wert für Westford stark beeinflusst wird). Die mittleren PSD-Werte sind zwar stark von Änderungen der VLBI-Netzwerke betroffen (vgl. Abschnitt 4.1.1), jedoch könnte dies ein Hinweis darauf sein, dass sich die Qualität der VLBI-Messungen in den letzten Jahren allmählich verbessert hat. Die Beobachtungsdaten enthalten möglicherweise immer weniger künstliches Rauschen, das sich in den ZWD-Zeitreihen bemerkbar machen kann. Für klimatische Interpretationen in Bezug auf die Luftfeuchtigkeit oder die atmosphärische Turbulenz ist der Zeitrahmen von zwölf Jahren (beziehungsweise neun ohne CONT02) jedoch zu kurz.

## 6.2 Vergleich troposphärischer Laufzeitverzögerungen

In diesem Unterkapitel werden die VLBI-ZWD-Zeitreihen aus VIE\_KAL und VIE\_LSM mit jenen anderer Techniken, die in Abschnitt 4.2 beschrieben wurden, verglichen. Zuerst werden in 6.2.1 Vergleiche für die Stationen, für die WVR-Daten vorliegen, durchgeführt (Onsala und Tsukuba während CONT11 und Onsala während CONT14), wobei nur die stündlichen GPS-Daten zum Einsatz kommen. In 6.2.2 werden schließlich die VLBI-Daten mit den zwei GPS-Lösungen während CONT14 verglichen. Die Kalman-Filter-Lösungen für die CONT-Kampagnen wurden hierfür kontinuierlich prozessiert, wodurch vermieden wurde, dass die Schätzwerte an den Tagesgrenzen künstlichen Sprünge aufweisen.



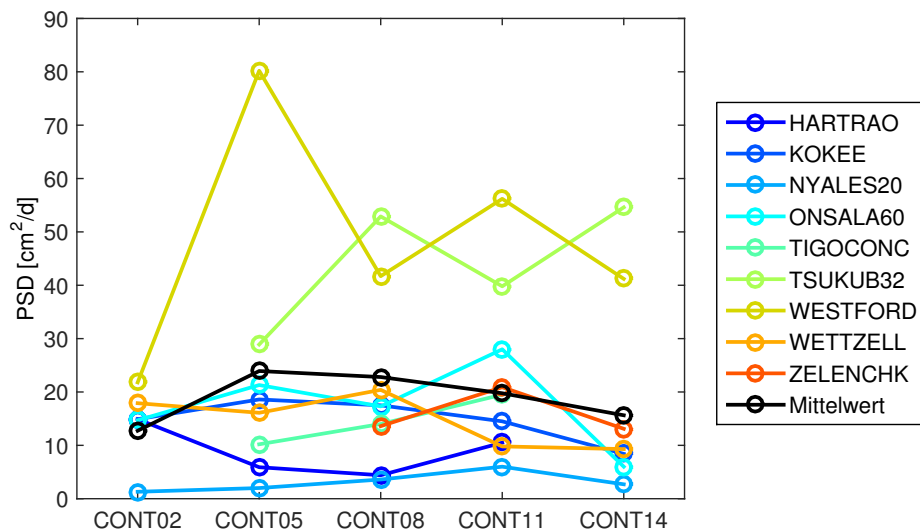


Abbildung 6.3: Für jede Station, die an drei oder mehr CONT-Kampagnen teilgenommen hat, werden die PSD-Werte der ZWD-Zeitreihen aus Kalman-Filter-Lösungen gezeigt. Zusätzlich ist jeweils die über alle Stationen gemittelte PSD in schwarz abgebildet.

### 6.2.1 Vergleiche in Bezug auf WVR-Daten

In Abb. 6.4 sind die ZWD-Zeitreihen der verschiedenen Techniken für Onsala zu sehen. Die Defizite der Strahlverfolgungs-Laufzeitverzögerungen aufgrund ihrer limitierten zeitlichen Auflösung machen sich besonders bei Spitzen und raschen Veränderungen in der Zeitreihe bemerkbar. Die NCEP-Daten mit ihrer zeitlichen Auflösung von drei Stunden schaffen es, zumindest etwas mehr Details als die ECMWF-Daten einzufangen, jedoch noch immer signifikant weniger als die anderen Techniken. Die WVR-Zeitreihen weisen Lücken auf, da aufgrund von Regenfällen die entsprechenden Beobachtungen eliminiert werden mussten. Im Unterschied zu CONT11 sind bei CONT14 die WVR-Daten stärker verrauscht.

In Abb. 6.5 werden die verschiedenen Zeitreihen für Tsukuba dargestellt, anstelle der gesamten Dauer von CONT11 werden jedoch nur die letzten zwei Tage gezeigt. Somit ist eine bessere Unterscheidbarkeit der individuellen Zeitreihen gegeben, besonders in Bezug auf die feinen Differenzen zwischen den beiden VLBI-Lösungen (beispielsweise bei  $t \approx 14.2$  d). Deutlich zu erkennen ist die gute Übereinstimmung der VLBI- und GPS-Daten, die wiederum durchwegs eine Abweichung von mehr als 2 cm zu den WVR-Daten aufweisen.

Wasserdampfadiometrie kann die feuchten Laufzeitverzögerungen der Atmosphäre direkter als die anderen in dieser Arbeit verwendeten Techniken messen, und hat deshalb geringere Probleme mit Korrelationen mit anderen Parametern als VLBI und GPS. Außerdem können WVRs die ZWDs mit der höchsten zeitlichen Auflösung (im Sekunden-Bereich) ableiten. Aus diesen Gründen werden die WVR-ZWDs in diesem Abschnitt als Referenz-Lösung verwendet. Um Differenzen zu berechnen, wurden die Zeitreihen der anderen Techniken linear interpoliert, damit sie die gleiche zeitliche Auflösung wie die WVR-Daten aufweisen. Alternativ würde sich eine Interpolation

## 6.2 Vergleich troposphärischer Laufzeitverzögerungen

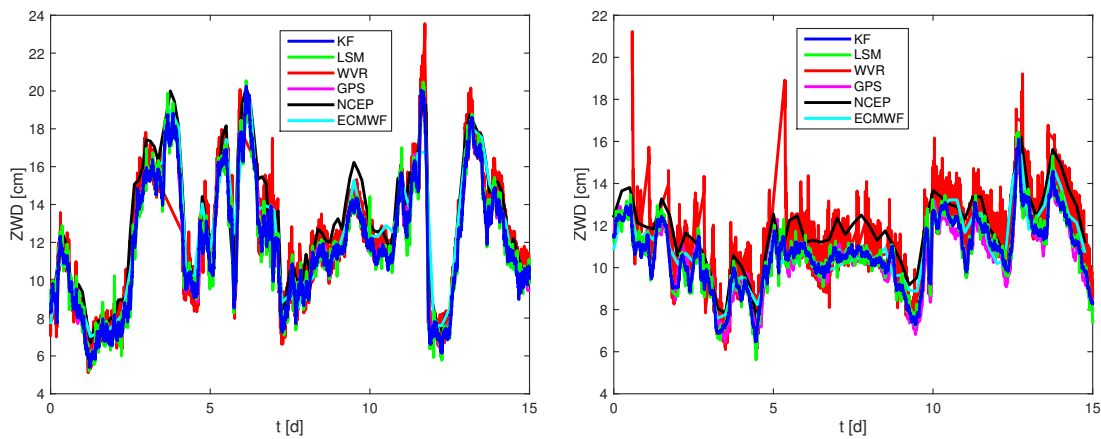


Abbildung 6.4: Gezeigt werden die ZWD-Zeitreihen basierend auf den verschiedenen Datensätzen aus Abschnitt 4.2 für die Station Onsala während CONT11 (links) und CONT14 (rechts).

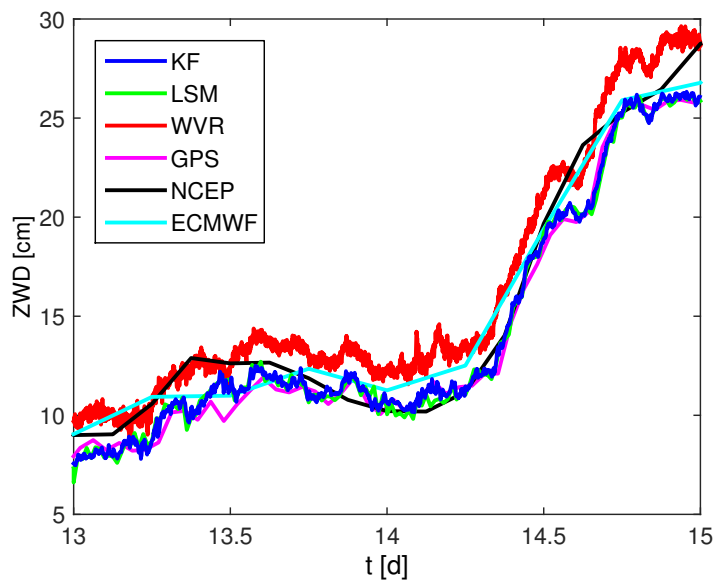


Abbildung 6.5: Die ZWDs der gleichen Techniken wie in Abb. 6.4 werden hier für die Station Tsukuba während CONT11 verglichen. Für eine bessere Übersichtlichkeit werden nur die letzten beiden Tage gezeigt.

mit Gauß-Filtern anbieten (Ning *et al.*, 2011), wobei jedoch ein Teil der kurzfristigen Variationen verloren ginge. Für die Perioden, in denen die WVR-Daten Lücken besitzen, wurden auch die Daten der anderen Techniken eliminiert. Schließlich wurden die WVR-Werte von allen anderen Datensätzen subtrahiert und Bias, quadratischer Mittelwert (*root mean square*, RMS) sowie Standardabweichung (*standard deviation*, STD) berechnet. Letztere entspricht dem RMS, nachdem der Bias von den Differenzen abgezogen wurde. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 6.4.

Beispielsweise zeigt Abb. 6.6 die Differenzen in Bezug auf WVR-ZWDs für Onsala. Für eine weniger verrauschte Darstellung (die WVR-Daten liegen immerhin alle neun beziehungsweise

Tabelle 6.4: Für die Differenzen der ZWDs der verschiedenen Beobachtungstechniken in Bezug auf WVR-Daten werden jeweils Bias, RMS (ohne Abzug der Bias) und Standardabweichung (STD, Bias abgezogen) ausgewiesen. Die Werte in Bezug auf die Kalman-Filter-Lösung gelten sowohl für die stationsbasierten also auch für die gemittelten PSD-Modelle.

Onsala, CONT11	Bias [cm]	RMS [cm]	STD [cm]
KF	-0.47	0.72	0.55
LSM	-0.46	0.80	0.65
GPS	-0.43	0.69	0.54
NCEP	0.71	1.15	0.90
ECMWF	0.16	1.07	1.06
Tsukuba, CONT11	Bias [cm]	RMS [cm]	STD [cm]
KF	-2.15	2.27	0.71
LSM	-2.22	2.37	0.83
GPS	-2.30	2.40	0.68
NCEP	-1.34	1.98	1.46
ECMWF	-1.59	2.17	1.48
Onsala, CONT14	Bias [cm]	RMS [cm]	STD [cm]
KF	-0.71	0.96	0.65
LSM	-0.71	0.99	0.69
GPS	-0.89	1.11	0.66
NCEP	0.56	1.03	0.87
ECMWF	-0.25	0.96	0.93

sechs Sekunden vor) wurden die Differenzen mithilfe gleitender Mittelwerte geglättet, wobei Fenster von 50 min verwendet wurden. Bei der Berechnung der Werte aus Tabelle 6.4 wurde keine Glättung benutzt.

Für Onsala sind die Bias in Bezug auf WVR-Daten für alle Techniken geringer als 1 cm. Das WVR in Tsukuba scheint jedoch nicht gut kalibriert gewesen zu sein, wodurch Abweichungen von mehr als 2 cm entstanden. In den drei Fallbeispielen sind verschiedene VLBI- oder GPS-Lösungen im Mittel näher an den WVR-Ergebnissen. Die RT-ZWDs weisen jedoch, mit Ausnahme der NCEP-Daten für Onsala/CONT11, durchwegs kleinere Bias auf. Für die Untersuchung der mittleren ZWDs ist jedoch WVR wegen potenzieller Kalibrierungsprobleme keine ideale Referenz, weshalb entsprechende Überlegungen mit Vorsicht getätigt werden sollten. In einem Vergleich der NCEP- und ECMWF-Bias sind letztere immer näher an den GPS- und VLBI-Lösungen. Die Strahlverfolgung mit NCEP-Daten scheint die ZWDs im Vergleich zu ECMWF jeweils um einige Millimeter zu überschätzen. Die mittleren ZWDs von GPS und VLBI weichen nur geringfügig voneinander ab, für Onsala/CONT11 um maximal 0.4 mm und bei den anderen Datensätzen um weniger als 2 mm. Der Unterschied in den Bias der beiden VLBI-Lösungen beträgt 0.1 mm für Onsala und weniger als 1 mm für Tsukuba. Diese sehr gute Übereinstimmung ist nicht überraschend, da die Erwartungswerte der Parameter einer Kalman-Filter-Lösung theoretisch identisch zu jenen einer

## 6.2 Vergleich troposphärischer Laufzeitverzögerungen

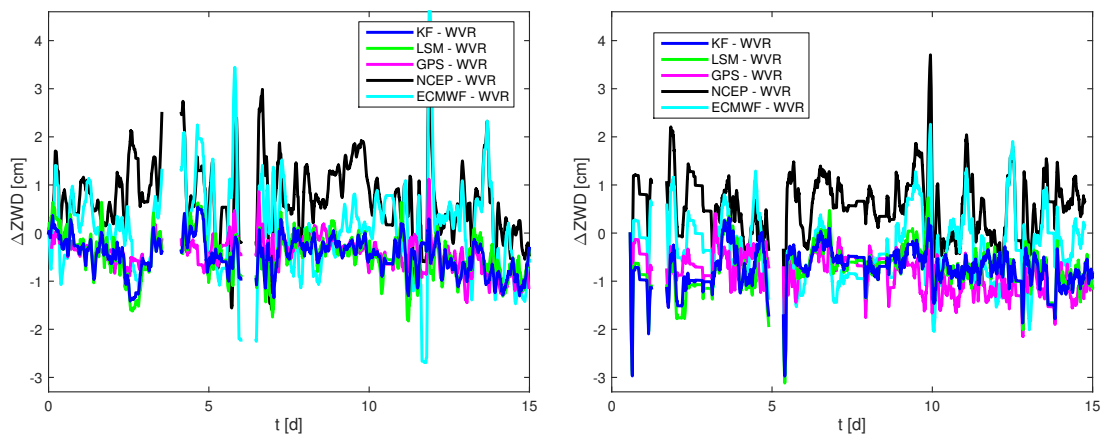


Abbildung 6.6: Die ZWD-Differenzen der verschiedenen Techniken in Bezug auf die WVR-Daten werden für die Station Onsala während CONT11 (links) und CONT14 (rechts) gezeigt. Zur besseren Unterscheidbarkeit wurden die Differenzen geglättet (siehe Text).

LSM-Lösung sein sollten (beide sind optimal im Sinne kleinster Quadrate).

Da die RMS-Werte stark von den im vorigen Absatz diskutierten Bias beeinflusst sind, sind für eine genauere Analyse der Streuung der Differenzen die Standardabweichungen hilfreicher. Hierbei lieferten die RT-Daten in Bezug auf WVR in allen Fallbeispielen die schlechtesten Ergebnisse, teilweise mit doppelt so großen STD-Werten als bei anderen Lösungen. Dies dürfte zu einem Großteil auf die niedrige zeitliche Auflösung zurückzuführen sein, die es nicht ermöglicht, den raschen Änderungen der atmosphärischen Bedingungen zu folgen. Während CONT11 ist die Standardabweichung der GPS-Lösung bis zu 0.3 mm geringer als bei der besten VLBI-Lösung, obwohl die zeitliche Auflösung mit 1 h sowohl schlechter als bei VIE\_KAL als auch bei VIE\_LSM ist. Nur bei CONT14 schlägt sich die Kalman-Filter-VLBI-Lösung geringfügig besser als die GPS-Lösung. Im Vergleich der beiden VLBI-Lösungen zeigt VIE\_KAL in allen drei Fällen die besten Ergebnisse. Die Verbesserung in Bezug auf LSM beträgt 15% für CONT11 und 6% für CONT14<sup>1</sup>. Der Grund für die sehr guten Ergebnisse des Kalman-Filters in Bezug auf die WVR-Werte könnte in der signifikant höheren zeitlichen Auflösung, die dieses ermöglicht, liegen. Der Einfluss der stationsabhängigen Modellierung des Rauschverhaltens wurde auch untersucht und lieferte geringfügige STD-Verbesserungen zwischen 0.3 und 0.8% im Vergleich zu einer Lösung mit global gültigen PSD-Werten. In Heinkelmann *et al.* (eingereicht) konnte gezeigt werden, dass das Kalman-Filter in VieVS@GFZ auch bessere Ergebnisse für troposphärische Parameter als LSM liefert, wenn die zeitliche Auflösung auf eine oder mehrere Stunden heruntergerechnet wird.

<sup>1</sup>In dieser Arbeit werden alle Prozentangaben in Bezug auf Verbesserungen von STD- oder RMS-Werten durch Division der Differenz der Größen durch eine der Größen berechnet.

### 6.2.2 Vergleiche in Bezug auf GNSS-Daten

Im Folgenden werden die verschiedenen VLBI-Lösungen mit den beiden GPS-Lösungen (zeitliche Auflösungen 5 min und 1 h) für CONT14 verglichen, mangels anderer Verfügbarkeit jedoch nur für die Stationen Onsala und Wettzell. Die ZWD-Zeitreihen aus VIE\_KAL und VIE\_LSM sind zusammen mit den fünfminütlichen GPS-Daten für Wettzell in Abb. 6.7 zu sehen. Für die darin auch ersichtlichen Differenzen wurden alle Zeitreihen auf eine zeitliche Auflösung von fünf Minuten linear interpoliert. Da sich die VLBI-Kalman-Filter-Lösungen mit stationsabhängigem und globalem stochastischen Modell visuell praktisch nicht unterscheiden, wurde nur letztere in den Graphiken inkludiert. Die entsprechenden ZWD-Zeitreihen für Onsala und deren Differenzen finden sich in Abb. 6.8. Außerdem wurden die Differenzen in Bezug auf die stündlichen GPS-Daten berechnet, wofür die VLBI-Daten wie bisher auf die zeitliche Auflösung der GPS-Daten gerechnet wurden. Die entsprechende Darstellung für sowohl Onsala als auch Wettzell findet sich in Abb. 6.9.

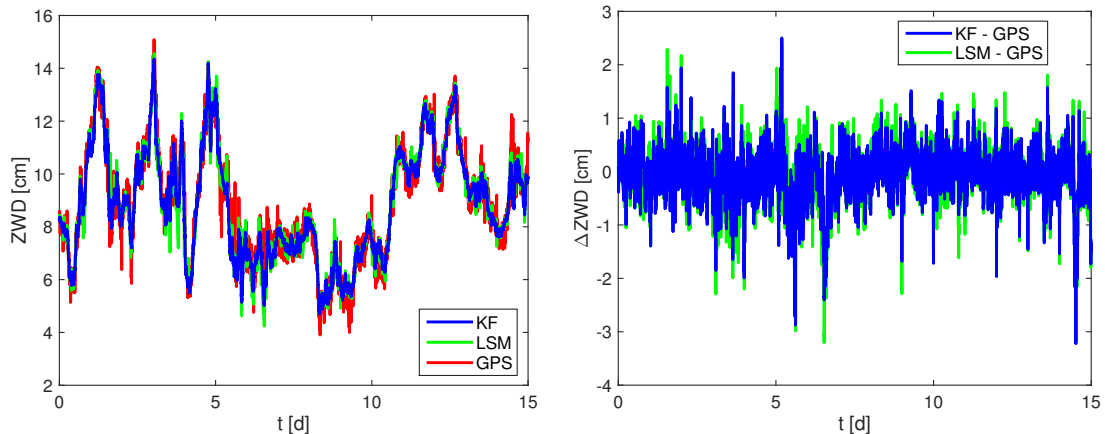


Abbildung 6.7: Für Wettzell werden die ZWDs aus VLBI-Daten (Kalman-Filter- und LSM-Lösungen) und fünfminütlichen GPS-Daten während CONT14 gezeigt (links). Die Differenzen in Bezug auf GPS finden sich im rechten Diagramm.

Analog zu Abschnitt 6.2.1 wurden statistische Größen für die Differenzen berechnet, wobei hier auch explizit zwischen den beiden Kalman-Filter-VLBI-Lösungen unterschieden wird (Tabelle 6.5). Die Bias in Bezug auf GPS erreichen 1.6 mm und unterscheiden sich zwischen den VLBI-Lösungen um 0.2 mm. Für Wettzell sind sie bei der LSM-Lösung geringfügig kleiner. Während die mittleren ZWDs aus VIE\_LSM am ähnlichsten zu jenen der fünfminütlichen GPS-Lösung sind, stimmen die stationsabhängigen Kalman-Filter-Lösungen besser mit den stündlichen GPS-Daten überein. Insgesamt sind die Bias zwischen den VLBI-Lösungen viel geringer als zwischen den GPS-Lösungen, die bis zu 2 mm erreichen. Der Grund hierfür ist wahrscheinlich, dass, auch wenn die Beobachtungsdaten identisch sind, die GPS-Lösungen auf unterschiedlichen Software-Paketen basieren, wohingegen alle VLBI-Lösungen mit VieVS@GFZ berechnet wurden, abgesehen von unterschiedlichen Parameterschätzalgorithmen. Der leicht abweichenden Bias für

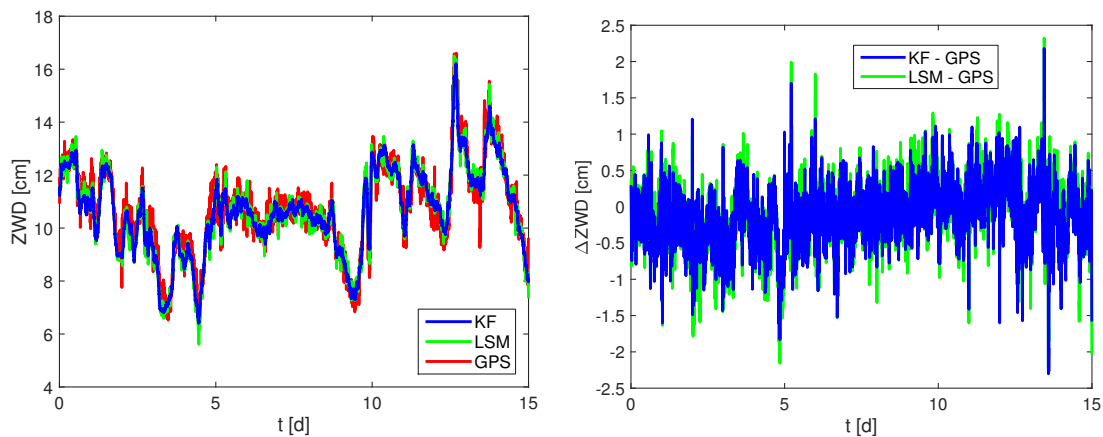


Abbildung 6.8: Für Station Onsala werden die gleichen ZWD-Lösungen während CONT14 wie in Abb. 6.7 gezeigt (links) und verglichen (rechts). Die hier inkludierten GPS-Daten unterscheiden sich von jenen in Abb. 6.4, in der sie eine zeitliche Auflösung von 1 h besitzen.

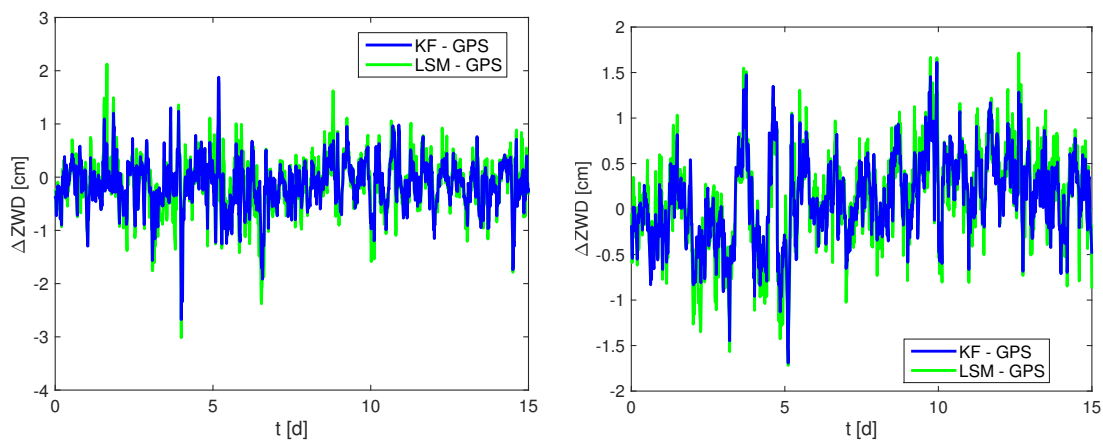


Abbildung 6.9: Die ZWD-Differenzen zwischen VLBI und der stündlichen GPS-Lösung werden für Wettzell (links) und Onsala (rechts) während CONT14 dargestellt.

Onsala zwischen VLBI und der stündlichen GPS-Lösung (1.8 mm in Tabelle 6.4 und 1.2 mm in Tabelle 6.5) könnte dadurch erklärt werden, dass beim Vergleich mit der WVR-Lösung Daten während Regenfällen weggelassen wurden, was bei den GPS-Vergleichen nicht passierte.

In Bezug auf die Standardabweichung liefert die stationsbasierte Kalman-Filter-Lösung in allen Vergleichen die besten Ergebnisse, gefolgt von jener mit gemitteltem Prozessrauschen. Dies gilt sogar für die RMS-Werte, wobei die LSM-Lösung hier aufgrund der im Mittel leicht geringeren Bias im Vorteil wäre. Gemittelt über beide Stationen und beide GPS-Lösungen beträgt die Verbesserung der Standardabweichung durch die Anwendung eines stationsbasierten stochastischen Modells im Vergleich zur simpleren Kalman-Filter-Lösung 7.3%. Anders als beim Vergleich mit WVR-Daten ist hier ein deutlicher Unterschied erkennbar, der sich zum Teil mit den verwendeten PSD-Werten erklären ließe. Beim stationsbasierten Ansatz (Wettzell:  $9.3 \text{ cm}^2/\text{day}$ , Onsala:

Tabelle 6.5: Die gleichen statistischen Größen wie in Tabelle 6.4 werden für die ZWD-Differenzen zwischen VLBI und GPS während CONT14 aufgelistet. Alle Werte sind in Millimeter angegeben. Bei den Kalman-Filter-Lösungen wird zwischen der Anwendung eines stationsabhängigen und gemittelten Rauschmodells unterschieden.

Lösung	Bias	RMS	STD	Bias	RMS	STD
GPS 5 min	Wetzell			Onsala		
LSM	-0.77	5.42	5.36	-1.06	4.97	4.86
KF <sub>gemittelt</sub>	-0.82	5.10	5.03	-1.11	4.64	4.51
KF <sub>stat.abh.</sub>	-0.91	4.97	4.88	-1.15	4.41	4.26
GPS 1 h	Wetzell			Onsala		
LSM	-1.43	5.29	5.10	1.27	5.36	5.21
KF <sub>gemittelt</sub>	-1.47	4.98	4.77	1.23	4.98	4.83
KF <sub>stat.abh.</sub>	-1.58	4.78	4.51	1.17	4.66	4.51

6.0 cm<sup>2</sup>/day) kommen um einen Faktor 2-3 kleinere Rauschparameter zum Einsatz als beim globalen (19 cm<sup>2</sup>/day). Da diese Werte speziell auf die beiden Stationen zugeschnitten sind, sollten sie zu besseren Ergebnissen führen. Warum die Verbesserung beim WVR-Vergleich nur so gering ausfällt, könnte daran liegen, dass die WVR-Daten mit ihrer hohen zeitlichen Auflösung stärker verrauscht sind, weshalb der größere PSD-Wert beim globalen Ansatz auch zu sinnvollen Ergebnissen führt.

Beim Vergleich der STD für die Kalman-Filter-Lösung mit gemittelten Rauschparametern und die LSM-Lösung beträgt die Verbesserung 5.5 % zu Gunsten des Kalman-Filters, wobei LSM in keiner Konstellation bessere Ergebnisse liefert. Dies könnte daran liegen, dass die Standardparametrisierung und Gewichtung der Nebenbedingungen, die in VIE\_LSM zur Anwendung kommen nicht flexibel genug sind und optimiert werden könnten. Für Untersuchungen in diese Richtung sei auf Tanir Kayikci *et al.* (2015) verwiesen.

### 6.2.3 Formale Fehler der ZWD-Zeitreihen

In diesem Abschnitt werden die formalen Fehler der mithilfe der verschiedenen Techniken bestimmten troposphärischen Laufzeitverzögerungen untersucht. Für die VLBI- und WVR-Daten stehen formale Fehler der ZWDs direkt zur Verfügung, bei GPS jedoch nur jene der ZTDs. Der Unterschied in den formalen Fehlern der ZTDs und ZWDs hängt von der Präzision der Druckdaten ab, die zur Bestimmung der ZHDs verwendet wurden. In der VLBI-Auswertung wurde angenommen, dass die Druckmessungen perfekt bekannt sind (wie alle Korrekturmodelle auf Beobachtungsebene), weshalb die a priori Standardabweichung der Gruppenlaufzeitverzögerungen nicht angepasst wurde, als letztere um den Einfluss der ZHDs reduziert wurden. Für eine konsistente Behandlung müssen diese Annahmen daher auch für die GPS-Daten getroffen werden, da die gleichen Druckdaten verwendet wurden, um ZTDs in ZWDs zu konvertieren. Aus

diesem Grund werden hier die formalen ZTD-Fehler von GPS mit den ZWD-Fehlern der anderen Techniken verglichen. Für die RT-Lösungen wurden keine Fehlermaße abgeleitet.

Tabelle 6.6 zeigt die mittleren formalen Fehler der ZWDs für Onsala und Tsukuba während CONT11 und CONT14. Auch wenn geringfügige Unterschiede zwischen den Stationen und Kampagnen existieren, sind die formalen Fehler der WVRs mit gemittelt 1 mm deutlich kleiner als die der anderen Techniken. VLBI und GPS weisen, gemittelt über die betrachteten Stationen, ähnliche formale Fehler von rund 3 mm auf, wobei jene von GPS etwas geringer als jene der VLBI-LSM-Lösung sind, gefolgt von der Kalman-Filter-Lösung mit globalem Rauschmodell. Andere stochastische Modellierungsansätze im Kalman-Filter führen zu leicht abweichenden, tendenziell jedoch größeren formalen Fehlern (zwischen 2 und 5 mm). Im Vergleich zu den empirisch bestimmten STD-Werten der ZWD-Differenzen (Tabelle 6.4), die in allen Fällen mindestens 5 mm ausmachen, erscheinen die formalen Fehler der verschiedenen Techniken stark optimistisch. Die in VIE\_KAL produzierten formalen Fehler sind im Mittel am größten und daher wahrscheinlich am realistischsten.

Tabelle 6.6: Die mittleren formalen Fehler ( $1\text{-}\sigma$  Standardabweichungen) der ZWDs der verschiedenen Techniken mit Ausnahme der RT-Lösungen werden in der Einheit Millimeter angegeben. Die Kalman-Filter-Werte stammen aus einer Lösung mit globalem Rauschmodell; die formalen Fehler für GPS basieren auf den stündlichen ZTD-Lösungen.

Datensatz	KF	LSM	WVR	GPS
Onsala, CONT11	3.5	3.0	0.7	2.9
Tsukuba, CONT11	3.7	2.5	1.4	3.3
Onsala, CONT14	2.2	2.8	0.8	1.5

#### 6.2.4 Spektren der ZWD-Differenzen

Schließlich wurden auch die spektralen Eigenschaften der ZWD-Differenzen mithilfe von Lomb-Scargle-Periodogrammen untersucht. Große Amplituden zeigten sich jedoch nur für künstliche Signale mit Perioden, die sich durch die Division von 15 Tagen, der Dauer der CONT-Kampagnen, durch niedrige natürliche Zahlen ergeben (d.h. 7.5 d, 5 d, 3.75 d, etc.). Zusätzlich konnten schwache tägliche Signale entdeckt werden, die auf Korrelationen mit anderen geschätzten Parametern zurückzuführen sein könnten.



## Kapitel 7

# Untersuchung von Stationskoordinatenvariationen

Die Bestimmung von Stationskoordinaten gehört zu den fundamentalen Aufgaben der Geodäsie. Aufgrund der Korrelationen zwischen den geschätzten Parametern, insbesondere zwischen denen der Troposphäre und Stationskoordinaten, wurde die Auswirkung von verschiedenen stochastischen Modellierungsansätzen für ZWDs, wie in Kapitel 6 beschrieben, auf die Variationen von Basislinienlängen und Stationskoordinaten erforscht (Abschnitt 7.1, siehe auch Soja *et al.*, 2015d). Ebenso wurde hier der Effekt von externen troposphärischen Parametern, die in das Kalman-Filter inkludiert wurden, auf Stationskoordinaten bemessen (Soja *et al.*, 2015c). Schließlich findet sich in Abschnitt 7.2 eine Untersuchung zu kurzfristigen Stationskoordinatenvariationen, u.a. auf subtäglicher Basis, erzeugt durch Nichtmodellierung bestimmter Gezeiten- und Auflasteffekte und quantifiziert mithilfe von VIE\_KAL (Soja *et al.*, 2015b).

### 7.1 Wiederholbarkeiten von Stationskoordinaten und Basislinienlängen

Es ist allgemein bekannt, dass sich Fehler in troposphärischen Parametern auf die Schätzwerte von Stationskoordinaten auswirken (Nilsson *et al.*, 2013). Durch eine bessere Handhabung der troposphärischen Laufzeitverzögerungen, z.B. innerhalb eines Kalman-Filters, können Verbesserungen in der Qualität der bestimmten Stationskoordinaten erwartet werden. Weit verbreitete Maße um diese Qualität zu bemessen sind Stationskoordinaten- und Basislinienlängenwiederholbarkeiten (Davis *et al.*, 1985). Dabei werden die Variationen der täglichen Schätzwerte in Bezug auf ein lineares Modell mithilfe des gewichteten RMS (*Weighted RMS*, WRMS) quantifiziert. Angenommen, dass alle Störeffekte bezogen auf Stationskoordinaten modelliert wurden, sollten diese Variationen so gering wie möglich sein. Diese Annahme ist aufgrund der nicht beachteten Deformationen durch NTOL und CWSL sowie potenzieller Defizite anderer Modelle nur näherungsweise gegeben. Dennoch deuten bessere Wiederholbarkeiten tendenziell eine verbesserte

Prozessierung der VLBI-Daten an.

Nilsson *et al.* (2015b) zeigten, dass mithilfe des Kalman-Filters in VieVS@GFZ eine Verbesserung der Basislinienwiederholbarkeiten für die R1- und R4-Sessions von ungefähr 10% im Vergleich zu einer LSM-Lösung erreicht werden kann. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus auf der Untersuchung der Wiederholbarkeiten für die CONT-Kampagnen, wobei im Speziellen auf den Einfluss des stationsabhängigen Rauschmodells für ZWDs (Abschnitt 7.1.1) und der Integration externer GPS-Daten (7.1.2) eingegangen wird.

### 7.1.1 Vergleiche der VLBI-Lösungen

Zur Bestimmung von Wiederholbarkeiten wurden für jeden einzelnen Tag der CONT-Kampagnen unabhängige Kalman-Filter-Lösungen berechnet. Die Stationskoordinaten wurden dabei deterministisch modelliert. Für die verschiedenen Optionen in Bezug auf das stochastische Modell von ZWDs (Tabellen 6.1 und A.1) wurden eigene Lösungen berechnet.

Abbildung 7.1 zeigt die Wiederholbarkeiten aller Basislinien von CONT14 als Funktion der Länge der Basislinien für zwei Kalman-Filter-Lösungen (globales und stationsabhängiges ZWD-Prozessrauschen der jeweiligen CONT-Kampagne) sowie für VIE\_LSM. Zusätzlich wurden für die Wiederholbarkeiten Funktionen mit jeweils einem quadratischen und einem konstanten Term geschätzt, mithilfe derer die Wiederholbarkeiten für eine theoretische Basislinie von 10000 km Länge berechnet wurden. Die Ergebnisse aller CONT-Kampagnen für die beiden Kalman-Filter-Lösungen finden sich in Tabelle 7.1. Für jede einzelne Kampagne weist die stationsbasierte Kalman-Filter-Lösung die besten Wiederholbarkeiten auf. Im Mittel werden die WRMS-Werte in Bezug auf die Lösung mit gemittelten Rauschparametern um 2.3% reduziert, wobei 75% der Basislinien eine Verbesserung erfahren.

Tabelle 7.1: Auflistung von Basislinienlängenwiederholbarkeiten für Kalman-Filter-Lösungen mit stationsabhängigem und gemitteltem stochastischen Modell für alle CONT-Kampagnen. Die  $\Phi$ -Werte entstammen hierbei jeweils den ZWD-Zeitreihen der einzelnen CONT-Kampagnen. Die Wiederholbarkeiten wurden mithilfe der geschätzten quadratischen Funktionen aus den Werten der einzelnen Basislinien für eine theoretische Basislinie von 10000 km berechnet.

Kampagne	Wiederholbarkeiten [mm]		Verbesserung [%]	Anteil der verbesserten Basislinien [%]
	stationsbasiert	global		
CONT02	14.25	15.04	5.2	95
CONT05	12.30	12.53	1.8	73
CONT08	9.33	9.56	2.4	78
CONT11	12.24	12.28	0.3	60
CONT14	8.50	8.64	1.6	68

Außerdem wurde untersucht, inwiefern die CONT-spezifischen stationsabhängigen Rauschmodelle (siehe Tabelle A.1) mit stationsbasierten, aber über alle CONT-Kampagnen gemittelten Rauschparametern (siehe Tabelle 6.3) zu einer Verbesserung führen. Die Unterschiede

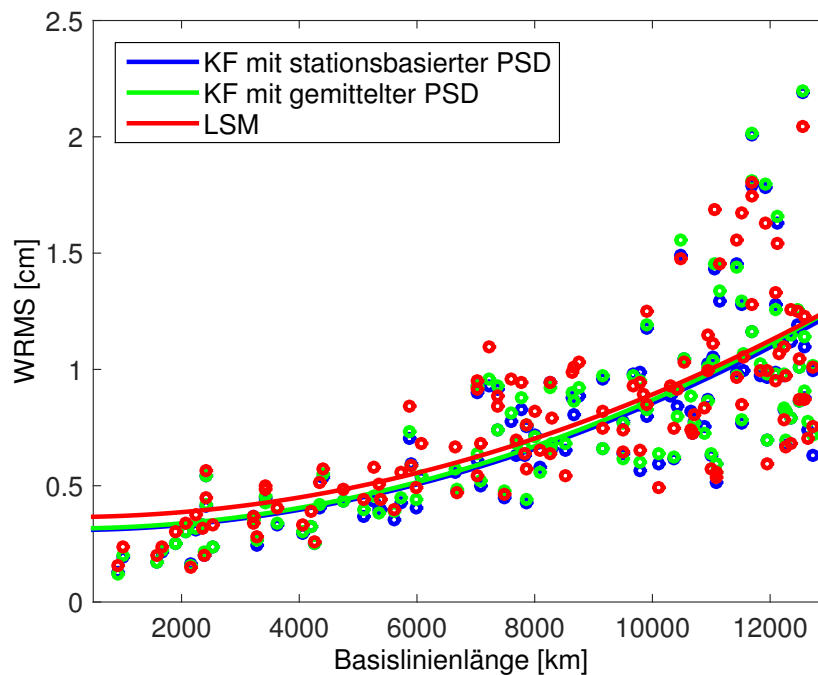


Abbildung 7.1: Gezeigt werden Basislinienlängenwiederholbarkeiten (WRMS) für CONT14, basierend auf einer Kalman-Filter-Lösung mit stationsabhängigen Rauschparametern (blau) und einer mit global gültigen PSD-Werten (grün), sowie einer LSM-Lösung (rot), als Funktion der Basislinienlänge. Jedes Punkttupel repräsentiert eine Basislinie. Die quadratischen Funktionen wurden aus den WRMS-Werten der einzelnen Lösungen geschätzt.

in den Basislinienlängenwiederholbarkeiten sind hierbei weniger deutlich. Für CONT02, CONT08 und CONT11 erzielen die Lösungen mit spezifischen Rauschmodellen bessere Wiederholbarkeiten (Verbesserung von im Mittel 0.9%). CONT14 ist mit einer Differenz von nur 0.1% praktisch nicht betroffen. Dies ist nachvollziehbar, da das Modell für CONT14 sehr ähnlich zum mittleren stationsbasierten Modell ist, welches Daten aus allen CONT-Kampagnen inkorporiert. Für CONT05 schnitt letzteres Modell um 0.2% besser ab, was eventuell mit den stark abweichenden PSD-Werten für Westford und Tsukuba zusammenhängen könnte:  $28.9 \text{ cm}^2/\text{d}$  (CONT05) im Vergleich zu  $48.2 \text{ cm}^2/\text{d}$  (alle CONTs) für Tsukuba sowie  $80.2 \text{ cm}^2/\text{d}$  beziehungsweise  $44.0 \text{ cm}^2/\text{d}$  für Westford. Gemittelt über alle CONT-Kampagnen ist die Verbesserung durch die Verwendung der CONT-spezifischen stationsabhängigen Modelle gegenüber den stationsabhängigen Modellen, die über alle CONT-Kampagnen gemittelt wurden, mit 0.5% schwächer ausgeprägt als beim Vergleich stationsbasierter und über alle Stationen gemittelter Modelle (2.3%).

Bei der Untersuchung von Stationskoordinatenwiederholbarkeiten sind die Ergebnisse sehr ähnlich zu jenen in Bezug auf die Basislinienlängen. Beispielsweise zeigt Abb. 7.2 die 3D-Koordinatenwiederholbarkeiten während CONT14 für Kalman-Filter-Lösungen mit stationsbasiertem und globalem Prozessrauschen, sowie für die Lösung mit VIE\_LSM. Wie bei den Basislinienuntersuchungen weist die stationsabhängige Kalman-Filter-Lösung für alle CONT-

Kampagnen die niedrigsten WRMS-Werte auf (Tabelle 7.2). Für die darin aufgelisteten 3D-Wiederholbarkeiten ist die Verbesserung mit 2.3% im Mittel identisch. Außerdem wurden die Wiederholbarkeiten der einzelnen Komponenten untersucht, wie in Abb. 7.3 zu sehen ist. In dieser Grafik werden die WRMS-Differenzen zwischen den beiden Kalman-Filter-Lösungen für alle CONT-Kampagnen und gemittelt über alle Stationen gezeigt. Klar ersichtlich ist, dass die größte Verbesserung erwartungsgemäß in der Höhenkomponente auftritt, da diese die stärkste Korrelation mit ZWDs aufweist. Die schlechteren Wiederholbarkeiten in den horizontalen Komponenten während CONT11 hängen mit zwei individuellen Stationen zusammen: Zelenchukskaya für die Ostkomponente und Yebes, Spanien, für die Nordkomponente. In beiden Fällen sind die Wiederholbarkeiten beim stationsabhängigen Modell doppelt so schlecht wie beim global-gültigen Modell. Dies könnte damit zusammenhängen, dass die Annahme eines RW-Prozesses (d.h. ASD proportional zu  $\tau^{-0.5}$ ) bei der Berechnung der PSD-Werte für Zelenchukskaya und Yebes nicht ideal ist. Die Exponenten für diese Stationen betragen  $-0.68$  beziehungsweise  $-0.59$ . Durch Verwendung des Medians der Wiederholbarkeiten anstelle des Mittelwerts ist das stationsbasierte Rauschmodell auch für die horizontalen Komponenten während CONT11 bevorzugt. Dies verdeutlicht, dass das Problem nur für die zwei genannten Stationen relevant ist.

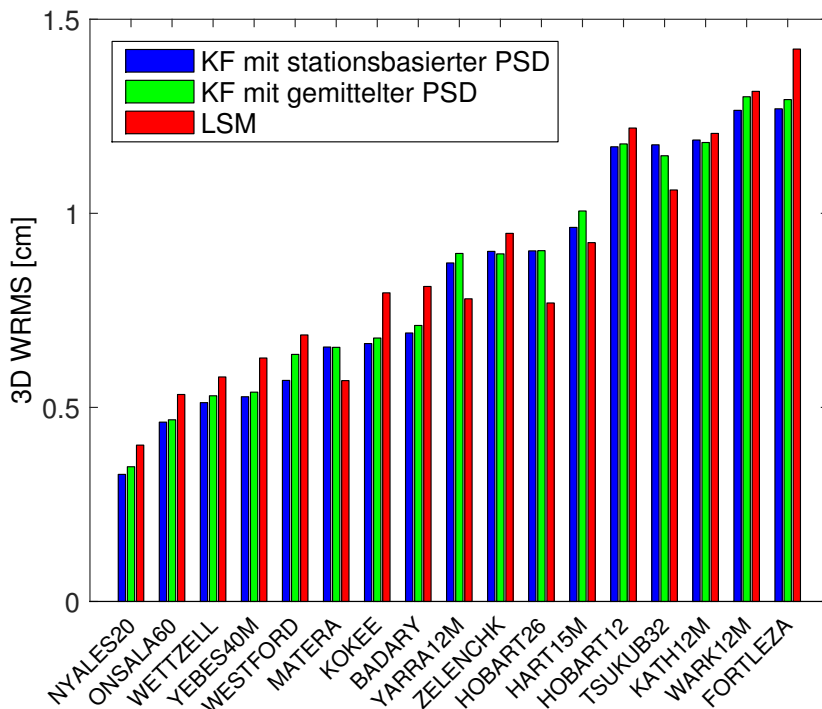


Abbildung 7.2: Gezeigt werden 3D-Stationskoordinatenwiederholbarkeiten für alle Stationen aus CONT14, basierend auf einer Kalman-Filter-Lösung mit stationsabhängigem (blau) und global gültigem ZWD-Rauschen (grün), sowie einer LSM-Lösung (rot). Die Stationen sind nach den WRMS-Werten der ersten Lösung sortiert.

Tabelle 7.2: Die Stationskoordinatenwiederholbarkeiten für Kalman-Filter-Lösungen mit stationsbasiertem und globalem PSD-Modell der jeweiligen CONT-Kampagnen werden miteinander verglichen. Die Wiederholbarkeiten sind hier als WRMS der 3D-Positionsvariationen definiert.

Kampagne	Wiederholbarkeiten [mm]		Verbesserung [%]	Anteil der verbesserten Basislinien [%]
	stationsbasiert	global		
CONT02	8.81	9.27	5.0	100
CONT05	8.42	8.59	2.0	55
CONT08	6.68	6.92	3.4	73
CONT11	10.65	10.80	1.4	77
CONT14	8.35	8.52	1.9	76

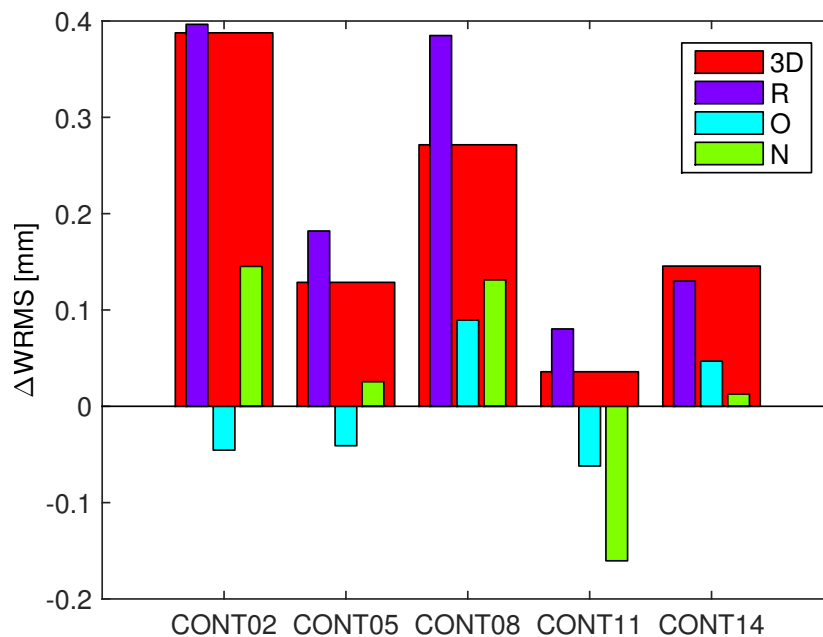


Abbildung 7.3: Für jede CONT-Kampagne werden die Differenzen der Stationskoordinatenwiederholbarkeiten zwischen den Kalman-Filter-Lösungen mit stationsbasiertem und mittlerem Rauschmodell dargestellt. Positive Werte zeigen, dass das stationsabhängige Modell bessere Wiederholbarkeiten aufweist. Die Differenzen sind für die Radial- (R), Ost- (O) und Nordkomponente (N), sowie für 3D-Stationskoordinaten gegeben.

### 7.1.2 Integration externer Daten

In der Kalman-Filter-Implementierung in VieVS@GFZ ist es möglich, externe Daten in die Parameterschätzung zu inkludieren. Um den Einfluss auf Stationskoordinaten zu untersuchen, wurde eine Lösung für CONT14 berechnet, in der die ZWDs der Stationen Wettzell und Onsala auf die Werte der fünfminütlichen GPS-Zeitreihe fixiert wurden. Dafür wurde die GPS-Zeitreihe linear auf die Epochen der VLBI-Beobachtungen interpoliert. Da die ZWD-Bias zwischen GPS und VLBI im Vergleich zu den anderen Techniken geringer sind, wurden sie für diese Lösung ignoriert.

## 7.1 Wiederholbarkeiten von Stationskoordinaten und Basislinienlängen

Die Möglichkeit, für jede Station einen Bias mitzuschätzen würde sich für zukünftige Untersuchungen anbieten. Abgesehen von der Integration der GPS-Daten ist die Parametrisierung gleich wie bei den obig erwähnten Kalman-Filter-Lösungen, wobei das global gültige stochastische Modell für CONT14 zum Einsatz kam.

Um den Effekt der externen ZWDs auf Stationskoordinaten zu bestimmen, wurden für alle Stationen Koordinatenwiederholbarkeiten bestimmt und mit jenen der gewöhnlichen Kalman-Filter- und LSM-Lösungen verglichen. Abbildung 7.4 zeigt die Stationskoordinatenwiederholbarkeiten für Wettzell, Onsala und Ny-Ålesund, wobei letztere ein Beispiel für eine Station ist, deren ZWDs nicht mithilfe von GPS kalibriert wurden. Die numerischen Werte für diese Stationen sowie Mittelwerte über alle in CONT14 teilnehmenden Stationen finden sich in Tabelle 7.3.

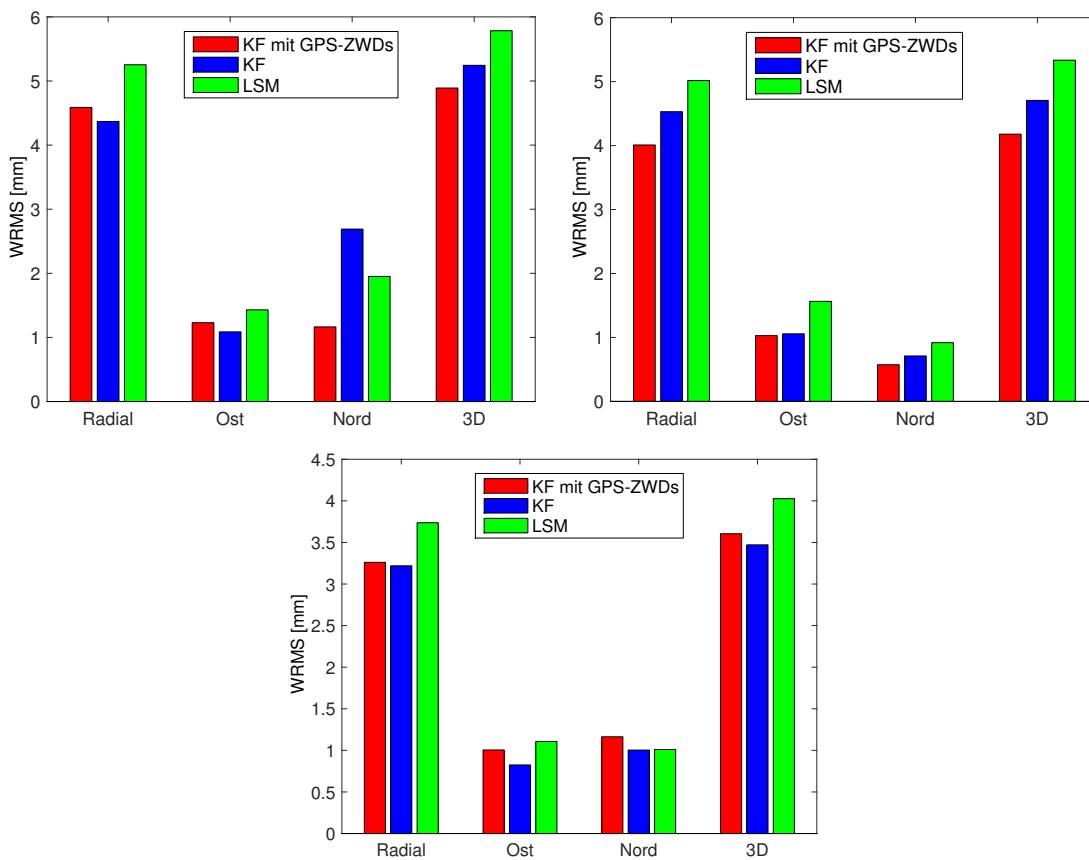


Abbildung 7.4: Die Stationskoordinatenwiederholbarkeiten während CONT14 werden für die Stationen Wettzell (links), Onsala (rechts) sowie Ny-Ålesund (unten) dargestellt. Bei der mit Rot gekennzeichneten Lösung wurden die ZWDs von Wettzell und Onsala mit GPS-Daten kalibriert.

Sowohl für Wettzell also auch für Onsala ist eine Reduzierung der 3D-WRMS-Werte zu erkennen, wenn GPS-Daten integriert werden. Während bei Onsala alle drei Komponenten positiv beeinflusst werden, gilt dies bei Wettzell nur für die Nordkomponente. Da für diese eine Verbesserung um mehr als den Faktor zwei vorliegt, werden die geringfügig schlechteren Werte der anderen Komponenten mehr als kompensiert. Dieses Verhalten ist interessant, da zu erwarten

Tabelle 7.3: Stationskoordinatenwiederholbarkeiten für CONT14 werden für zwei Kalman-Filter- und eine LSM-Lösungen in Millimeter angegeben. Bei einer Kalman-Filter-Lösung wurden die ZWDs von Wettzell und Onsala mit GPS-Daten kalibriert.

Station	Lösung	Radial	Ost	Nord	3D
Wettzell	LSM	5.25	1.43	1.95	5.78
	KF <sub>normal</sub>	4.37	1.09	2.69	5.24
	KF <sub>GPS-ZWDs</sub>	4.59	1.23	1.16	4.89
Onsala	LSM	5.01	1.56	0.92	5.34
	KF <sub>normal</sub>	4.53	1.06	0.71	4.71
	KF <sub>GPS-ZWDs</sub>	4.01	4.01	0.57	4.18
Ny-Ålesund	LSM	3.74	1.11	1.01	4.03
	KF <sub>normal</sub>	3.22	0.82	1.00	3.47
	KF <sub>GPS-ZWDs</sub>	3.26	1.00	1.16	3.61
Mittel über alle Stationen	LSM	7.50	2.26	3.31	8.62
	KF <sub>normal</sub>	7.31	2.35	3.18	8.44
	KF <sub>GPS-ZWDs</sub>	7.14	2.55	2.78	8.19

wäre, dass die vertikale Komponente am stärksten durch externe ZWDs beeinflusst wird. Andere Stationen, für die ZWDs wie üblich geschätzt wurden, weisen geringere Differenzen in den WRMS-Werten auf, wobei es bei manchen, wie z.B. Ny-Ålesund, zu einer Verschlechterung der Wiederholbarkeiten durch die GPS-Daten bei Wettzell und Onsala kommt. Im Mittel ist der 3D-WRMS der Kalman-Filter-Lösung, bei der GPS-Daten zum Einsatz kamen, jedoch um 3% geringer als bei der gewöhnlichen Kalman-Filter-Lösung. Es scheint daher, dass eventuelle systematische Fehler, die durch die Integration von GPS-Daten entstehen, weniger schwer wiegen als die stabilisierende Wirkung dieser externen Kalibration. Als Referenz werden in Abbildung 7.4 und in Tabelle 7.3 jeweils auch die Wiederholbarkeiten der LSM-Lösung gezeigt. Die gewöhnliche Kalman-Filter-Lösung weist im Mittel für alle Komponenten um 2% geringere WRMS-Werte auf.

In Nilsson *et al.* (eingereicht) wurde die Integration von WVR-Daten in VIE\_KAL untersucht, wobei auch verschiedene Optionen in Bezug auf die Berücksichtigung von Kalibrierungsfehlern getestet wurden. Es zeigte sich, dass letztere im Falle von WVR mitgeschätzt werden sollten. In Bezug auf Stationskoordinaten konnte jedoch in keiner Parametrisierung ein durchwegs positiver Effekt durch die Integration der WVR-Daten erzielt werden: während es bei CONT05 zu Verbesserungen kam, führten die WVR-Daten während der anderen Kampagnen zu schlechteren Wiederholbarkeiten.

## 7.2 Bestimmung von unmodellierten kurzfristigen Verschiebungen

Neben der Untersuchung von geschätzten Stationskoordinaten, die über 24 h hinweg als konstant angenommen wurden, beschäftigt sich die vorliegende Arbeit auch mit kurzfristige-

ren Koordinatenvariationen. Diese sind großteils auf die in Abschnitt 2.4 diskutierten Gezeiten- und Auflasteffekte zurückzuführen. Da es mit VIE\_KAL möglich ist, Stationskoordinaten als stochastische Prozesse mit beliebigen Rauschparametern zu modellieren, können sich die angesprochenen kurzfristigen Koordinatenvariationen in den geschätzten Zeitreihen manifestieren. In diesem Unterkapitel wird im Speziellen untersucht, inwiefern das Kalman-Filter modellseitig unberücksichtigte Variationen erfassen kann. In Nilsson *et al.* (2015b) wurden entsprechende Nachforschungen zu SETs durchgeführt, welche in Soja *et al.* (2015b) um verschiedene Aspekte erweitert wurden und zusätzlich Untersuchungen zu Deformationen aufgrund von TOL, NTAL und TAL vorgenommen wurden.

Als VLBI-Datengrundlage wurde hierfür CONT14 herangezogen. Zuerst wurde eine Referenzlösung entsprechend der IERS Conventions (2010) berechnet, wobei zusätzlich das NTAL-Modell des GSFC angebracht wurde. Die Rauschparameter für Stationskoordinaten wurden auf  $\Phi = 0.1 \text{ cm}^2/\text{d}$  gesetzt, sodass das Kalman-Filter geringe Variationen aufgrund von unmodellierten Effekten (wie NTOL oder CWSL) beziehungsweise potenzielle Fehler in den angewendeten Modellen erfassen kann.

Zusätzliche Lösungen wurden berechnet, wobei jeweils ein bestimmter Effekt, z.B. SETs, für gewisse Stationen nicht berücksichtigt wurde. Um eine stabile Datumsdefinition zu gewährleisten, wurden die zehn Stationen, die gültige ITRF2008-Koordinaten besitzen und damit das Datum realisieren, gleich wie in der Referenzlösung behandelt. Nur für die anderen sieben Stationen wurden jeweils gewisse Modelle ausgeschaltet. Für die Untersuchung einer Datumstation, z.B. Fortaleza, Brasilien, oder Badary, Russland, wurde die jeweilige Station vom Datum exkludiert. Für jede Lösung wurde jedoch maximal eine Station zusätzlich vom Datum ausgeschlossen. Das Prozessrauschen für Stationen, für die gewisse Effekte nicht modelliert wurden, wurde im Vergleich zu den Datumstationen deutlich erhöht, sodass es je nach Lösung zwischen 10 und  $1000 \text{ cm}^2/\text{d}$  betrug.

Um zu überprüfen, in welchem Ausmaß die Stationskoordinatenzeitreihen aus VIE\_KAL den unmodellierten Effekten folgen beziehungsweise diese rekonstruieren können, wurden die Koordinatendifferenzen zwischen der Lösung  $X_{\text{unmod}}$ , bei der ein bestimmter Effekt nicht modelliert wurde, und der Referenzlösung  $X_{\text{ref}}$  dem Modell  $X_{\text{mod}}$  gegenübergestellt:

$$X_{\text{unmod}} - X_{\text{ref}} = X_{\text{mod}} + \Delta . \quad (7.1)$$

Für den Fall, dass das Kalman-Filter das exkludierte Modell perfekt wiederherstellen kann, würde die Differenz  $\Delta$  Null betragen. Die Präzision von  $\Delta$  wurde durch Fehlerfortpflanzung der Unsicherheiten der Kalman-Filter-Lösungen berechnet, während die geophysikalischen Modelle als perfekt bekannt angenommen wurden. Dies entspricht zwar nicht der Realität, jedoch ist die Beurteilung der Unsicherheiten von diesen Modellen eine nichttriviale Aufgabe, die über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen würde. Durch die Subtraktion der Referenzlösung wurden die Abweichungen in Bezug auf die a priori Stationskoordinaten, welche für die Stationen außerhalb



des Datums mehrere Dezimeter ausmachen können, eliminiert. Aufgrund von Korrelationen mit anderen Parametern sollte es jedoch nicht als gegeben angenommen werden, dass dadurch auch alle nicht untersuchten kurzfristigen Variationen entfernt wurden.

### 7.2.1 Gezeiten der festen Erde

Im Falle der SETs machen die Signale bei den untersuchten Stationen mehrere Dezimeter aus. Um diese ausgeprägten Stationskoordinatenvariationen im Kalman-Filter zu realisieren, wurden die Rauschparameter überdurchschnittlich hoch angesetzt. Es wurden drei Lösungen berechnet, mit PSD-Werten von 100, 300 und 1000  $\text{cm}^2/\text{d}$  für die Stationskoordinaten.

Abbildung 7.5 stellt die Zeitreihen der Größen aus Gleichung 7.1 für Fortaleza dar. Die Kalman-Filter-Lösung stimmt mit dem Modell relativ gut überein und die Differenzen  $\Delta$  sind in allen drei Komponenten geringer als die Signale. Tabelle 7.4 liefert die numerischen Werte für die Stationen Yebes (beste Übereinstimmung), Hartebeesthoek, Südafrika, (schlechteste), sowie für das Mittel über alle Stationen außerhalb des Datums (einschließlich Fortaleza). Das gewichtete Mittel (*weighted mean*, WM) der Differenz  $\Delta$  liegt meist im Bereich von 0.1 mm bis

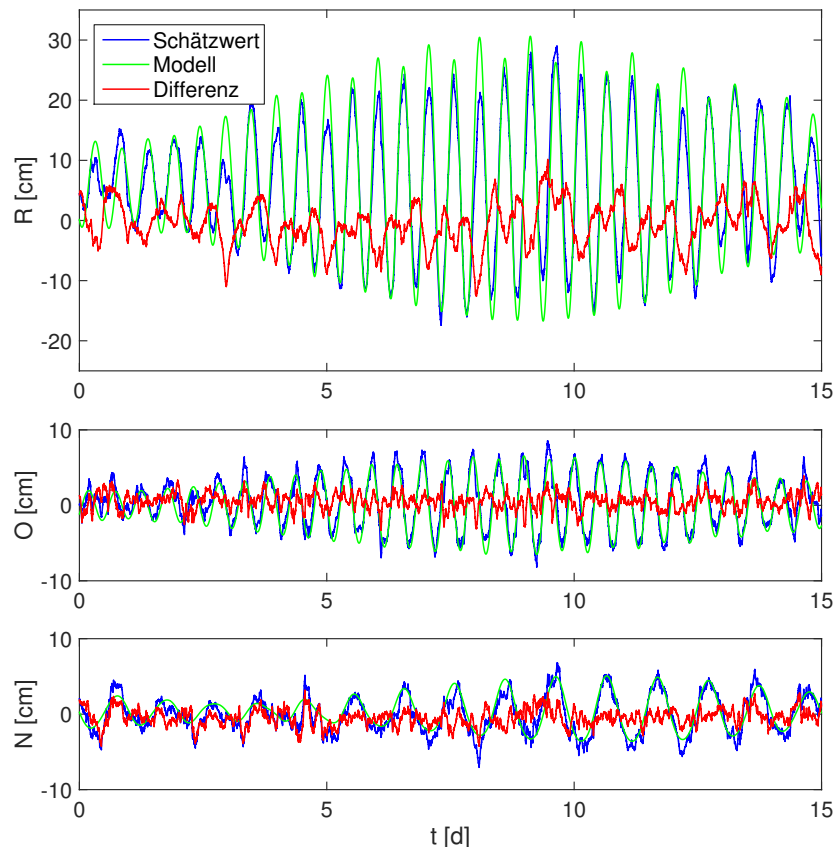


Abbildung 7.5: Für Fortaleza werden die Terme  $X_{unmod} - X_{ref}$  (Schätzwert),  $X_{mod}$  (Modell) und  $\Delta$  (Differenz) in Bezug auf die Gezeiten der festen Erde dargestellt. Im Kalman-Filter wurde für die Stationskoordinaten ein Prozessrauschen von  $100 \text{ cm}^2/\text{d}$  verwendet.

Tabelle 7.4: Für die Untersuchung von nichtmodellierten SET-Effekten werden die gewichteten Mittelwerte und RMS der Differenz  $\Delta$  für Yebes und das 15-m-Teleskop in Hartebeesthoek, sowie gemittelt über alle Stationen außerhalb des Datums aufgelistet. Die unterschiedlichen Rauschparameter  $\Phi$  beziehen sich jeweils auf die verschiedenen Kalman-Filter-Lösungen für  $X_{unmod}$ . Zusätzlich finden sich die RMS-Werte der SET-Modellzeitreihen in der rechten Spalte. Alle Werte sind in Zentimeter angegeben.

Station/Lösung	Radial	Ost	Nord	Radial	Ost	Nord	Radial	Ost	Nord
Yebes	WM( $\Delta$ )			WRMS( $\Delta$ )			RMS( $X_{mod}$ )		
$\Phi = 100 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.01	-0.01	0.09	1.79	0.47	0.41			
$\Phi = 300 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.06	-0.02	-0.18	1.81	0.59	0.70	9.87	2.92	3.16
$\Phi = 1000 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.13	-0.03	-0.35	2.36	0.74	0.54			
Hartebeesthoek	WM( $\Delta$ )			WRMS( $\Delta$ )			RMS( $X_{mod}$ )		
$\Phi = 100 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.10	0.03	-0.07	3.29	1.02	1.17			
$\Phi = 300 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.13	-0.83	-0.06	3.06	1.47	1.26	11.36	3.12	2.82
$\Phi = 1000 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.14	1.33	-0.03	3.59	1.89	1.45			
Mittelwert	WM( $\Delta$ )			WRMS( $\Delta$ )			RMS( $X_{mod}$ )		
$\Phi = 100 \text{ cm}^2/\text{d}$	0.08	0.03	0.01	2.46	0.83	0.89			
$\Phi = 300 \text{ cm}^2/\text{d}$	-0.09	-0.06	-0.05	2.19	0.97	1.02	11.13	3.07	2.87
$\Phi = 1000 \text{ cm}^2/\text{d}$	0.51	0.19	-0.07	3.05	1.20	1.13			

wenigen Millimetern, kann jedoch für einige Stationen 1 cm erreichen. Die WRMS-Werte für  $\Delta$  sind für die Höhenkomponente am größten, welche auch das größte Gezeitensignal aufweist. Durch Gegenüberstellung der WRMS-Werte von  $\Delta$  und den quadratischen Mittelwerten (RMS) der Modell-Zeitreihen ( $X_{mod}$ ), zeigt sich, dass ein großer Anteil des Signals rekonstruiert werden kann. Für die Lösung mit einem Prozessrauschen von  $\Phi = 100 \text{ cm}^2/\text{d}$  beläuft sich dies auf etwa 80% für die vertikalen und 70% für die horizontalen Komponenten. Die Lösung mit  $300 \text{ cm}^2/\text{d}$  liefert die besten Ergebnisse für die radiale Komponente, jedoch verschlechtern sich die Werte für die horizontalen leicht. Insgesamt schneidet die Lösung mit  $1000 \text{ cm}^2/\text{d}$  am schlechtesten ab, wobei die Signale in den horizontalen Komponenten nur zu rund 60% wiederhergestellt werden können. Die Höhenkomponente ist mit einem Unterschied von etwa 5% zu den anderen Lösungen nicht so stark betroffen. Es zeigt sich daher, dass die Rauschwerte für die radiale Komponente am besten deutlich höher gewählt werden sollten, als für die horizontalen Koordinaten. Dies wird bei der Bestimmung des stochastischen Modells im Rahmen der Kalman-Filter-TRF-Untersuchung in Abschnitt 8.1.2 berücksichtigt.

### 7.2.2 Ozeangezeiten und atmosphärische Auflasteffekte

Im Falle von TOL wurde nur eine Lösung mit einem Stationskoordinatenprozessrauschen von  $30 \text{ cm}^2/\text{d}$  berechnet, welche mit dem FES2004-Modell (Abschnitt 4.2.4) verglichen wurde. Auch

hier wurden datumsferne Station sowie Fortaleza (siehe Abb. 7.6) für die Untersuchungen herangezogen. Die numerischen Ergebnisse hierzu finden sich in Tabelle 7.5. Die Amplitude bei TOL ist deutlich kleiner als bei den SETs, weshalb im Kalman-Filter für die horizontalen Komponenten keine Auflastsignale extrahiert werden können. Auch für die vertikale Komponente ist der WRMS der Größe  $\Delta$  nur für zwei Stationen (Warkworth und Fortaleza) geringer als der RMS der Modellzeitreihe (28% beziehungsweise 17% der Signale rekonstruiert). Immerhin kann das Kalman-Filter, wie in Abb. 7.6 ersichtlich, die Phase des Signals relativ gut erfassen, wobei jedoch die Amplituden mehrfach deutlich abweichen. Dies gilt auch für die anderen Stationen und führt insgesamt zu einer eher schwächeren Performance.

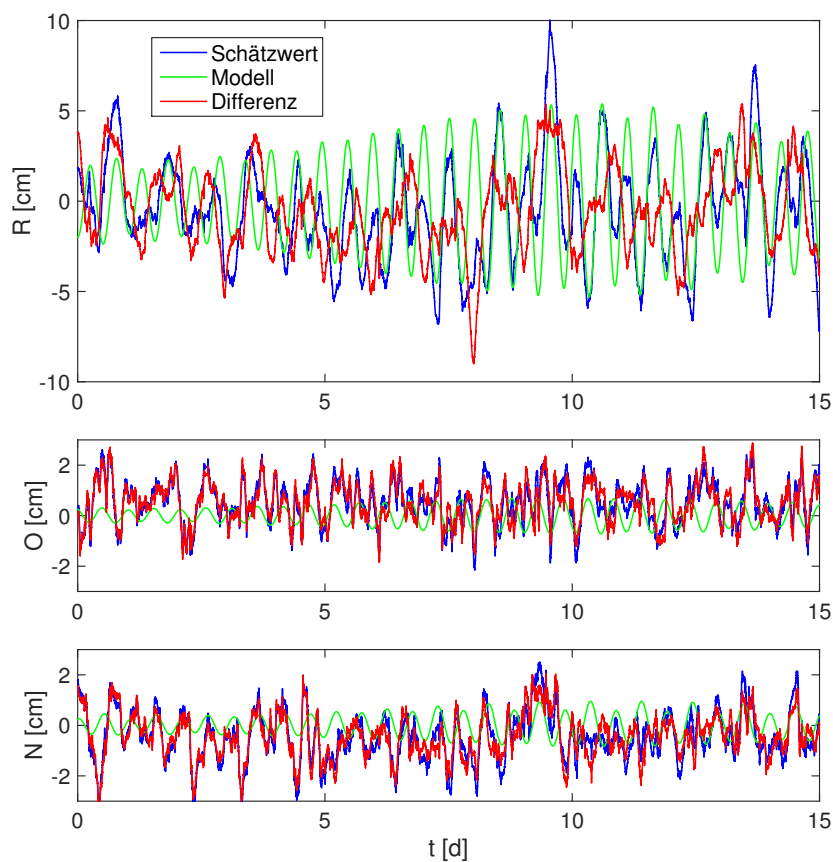


Abbildung 7.6: Für Fortaleza werden die gleichen Größen wie in Abb. 7.5 gezeigt, wobei hier TOL-Deformationen nicht modelliert wurden. Die Rauschparameter für Stationskoordinaten wurden mit  $30 \text{ cm}^2/\text{d}$  angesetzt.

Bei TAL- und NTAL-Deformationen sind die Effekte nochmals deutlich geringer, üblicherweise auf Millimeterniveau für die vertikale und im Submillimeterbereich für die horizontalen Komponenten. In beiden Fällen wurde eine PSD von  $10 \text{ cm}^2/\text{d}$  für Stationskoordinaten verwendet und die Zeitreihen aus dem Kalman-Filter mit jenen der APL-Modelle des NASA GSFC verglichen. Abbildungen B.1 und B.2 im Anhang zeigen die entsprechenden TAL- und NTAL-Zeitreihen für Fortaleza beziehungsweise Badary. Die Wahl fiel auf Badary aufgrund der relativ ausgeprägten

Tabelle 7.5: Die gleiche Information wie in Tabelle 7.4 wird hier für verschiedene Auflasteffekte (TOL, TAL und NTAL) gezeigt. Die verwendete Einheit ist durchgehend Zentimeter. Die Mittelwert-Zeilen beziehen sich jeweils auf die Stationen außerhalb des Datums.

Effekt/Station	Radial	Ost	Nord	Radial	Ost	Nord	Radial	Ost	Nord
TOL	WM( $\Delta$ )			WRMS( $\Delta$ )			RMS( $X_{\text{mod}}$ )		
Warkworth	-0.04	-0.04	0.18	1.32	0.55	0.63	1.83	0.62	0.44
Fortaleza	-0.39	0.54	-0.39	2.28	0.96	0.94	2.75	0.37	0.43
Mittelwert	-0.16	0.07	-0.08	1.52	0.61	0.65	1.29	0.31	0.24
TAL	WM( $\Delta$ )			WRMS( $\Delta$ )			RMS( $X_{\text{mod}}$ )		
Fortaleza	-0.36	0.54	-0.41	1.47	0.78	0.75	0.11	0.03	0.01
Mittelwert	0.01	0.08	-0.07	1.01	0.48	0.51	0.08	0.03	0.01
NTAL	WM( $\Delta$ )			WRMS( $\Delta$ )			RMS( $X_{\text{mod}}$ )		
BADARY	0.31	-0.46	0.19	1.15	0.61	0.50	0.31	0.06	0.07
Mittelwert	0.10	-0.05	0.00	0.97	0.46	0.48	0.16	0.06	0.08

NTAL-Signale, die auf die hohe saisonale Variabilität des Drucks sowie auf die große Entfernung zu Ozeanen zurückzuführen sind. Badary wurde, wie Fortaleza für die anderen Modelle, aus der Datumsdefinition entfernt. Wie aus Tabelle 7.5 entnommen werden kann, sind die Amplituden der Modellzeitreihen für jegliche Signalrekonstruktion zu gering. Für TAL ist der WRMS der Differenz  $\Delta$  in radialer Richtung im Mittel etwa zehnmal so groß wie der RMS des Modells. Bei NTAL beträgt dieser Faktor etwa fünf, wobei er für die horizontalen Komponenten sowohl bei TAL als auch bei NTAL deutlich größer ist.

## Kapitel 8

# Erzeugung Terrestrischer Referenzrahmen

In der vorliegenden Arbeit sowie in Soja *et al.* (eingereicht) wurde ein Kalman-Filter-basierter Ansatz zur Bestimmung von TRFs mithilfe von VLBI-Daten verfolgt. Der Großteil der gewonnenen Erkenntnisse sollte auch auf TRFs anderer Beobachtungsverfahren oder Kombinationen dieser anwendbar sein. Als Datengrundlage wurden die 4239 VLBI-Session und 104 Stationen, welche in Abschnitt 4.1.2 beschrieben wurden, verwendet. In Abschnitt 8.1 werden das TRF-Kalman-Filter und insbesondere dessen stochastisches Modell vorgestellt, sowie Unterschiede zur Software KALREF (Wu *et al.*, 2015) besprochen. Die Ergebnisse werden schließlich in 8.2 vorgestellt, wobei verschiedenste Prozessierungsoptionen zum Einsatz kommen. Auch werden hier Resultate von Vergleichen mit klassischen TRFs vorgestellt und diskutiert.

### 8.1 Kalman-Filter zur Erstellung von TRFs

#### 8.1.1 Grundsätzlicher Aufbau

Als Eingangsdaten für das Kalman-Filter und Smoother dienen die Stationskoordinaten der einzelnen VLBI-Sessions sowie deren formale Fehler. Die Epochen des Filters sind dementsprechend jene der VLBI-Session. Der Zustandsvektor enthält die Stationskoordinaten, Geschwindigkeiten und optional Parameter für saisonale Signale, welche vorerst als jährliche harmonische Oszillationen angenommen wurden. Für eine einzelne Koordinatenkomponente einer Station gilt für den Zustandsvektor, die Beobachtungsmatrix und die Übergangsmatrix

$$\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} X_k \\ V_k \\ S_k^+ \\ S_k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \quad \text{beziehungsweise} \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cos\left(2\pi \frac{\Delta t}{T_{\text{osc}}}\right) & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8.1)$$

wobei die Parameter  $S_k^+$  und  $S_k$  einen in diesem Fall ungedämpften Oszillator-Prozess (Chin *et al.*, 2009) mit Periode  $T_{\text{osc}} = 1$  a repräsentieren (es gilt  $S_{k-1}^+ = S_k$ ). Die gesamten Koordinaten setzen sich aus  $X_k + S_k$  zusammen. Für jede Station enthält der Zustandsvektor  $\mathbf{x}_k$  sechs oder zwölf Parameter, je nachdem, ob jährliche Signale mitgeschätzt werden oder nicht. Im Falle der hier prozessierten Daten hat  $\mathbf{x}_k$  für die 104 Stationen daher bis zu 1248 Einträge für 4239 Epochen. Da nur VLBI-Daten verwendet werden, sind die Berechnungszeiten im Vergleich zu Multitechnik-TRF-Lösungen relativ gering, was Experimenten mit verschiedenen Prozessierungsoptionen förderlich ist.

Für die Festlegung der Prozessstochastik existieren mehrere Optionen. Im einfachsten Fall werden alle Elemente der Matrix  $\mathbf{Q}_k$  Null gesetzt. Dadurch entsteht ein TRF, der bis auf optionale jährliche Signale strikt linear ist. Indem die Koordinaten  $X_k$ , jedoch nicht die Geschwindigkeiten  $V_k$  mit einem weißen Rauschen  $w_k \neq 0$  versehen werden, werden die Koordinatenvariationen als Summe eines RW-Prozesses und dem deterministischen Beitrag der Geschwindigkeiten dargestellt. Die entsprechende PSD-Werte  $\Phi_{\text{RW}}$  für das Rauschen  $w_k$ , welches den RW anregt, werden in den Abschnitten 8.1.2 und 8.1.3 behandelt. Schließlich besteht die Option, Rauschen zu den Geschwindigkeiten hinzuzufügen. In diesem Fall werden die Koordinatenvariationen rein stochastisch modelliert und repräsentieren einen IRW-Prozess. Die Matrix  $\mathbf{Q}_k$  wird hierbei entsprechend der Gleichung (3.70) angesetzt.

Die Parameter der optional mitgeschätzten jährlichen Signale werden in allen Fällen deterministisch ( $w_k = 0$ ) bestimmt. Es wird angenommen, dass alle Positionsvariationen, die über jährliche und lineare hinausgehen, von den Rauschparametern der Stationskoordinaten  $X_k$  absorbiert werden.

Die Berücksichtigung von Brüchen in den Koordinatenzeitreihen geschieht mithilfe einer Erhöhung des Prozessrauschens um mehrere Größenordnungen für die jeweilige Epoche. Dadurch sind die Schätzwerte nach dem Bruch von jeglicher früherer Information unabhängig. Im Falle von Antennenreparaturen (z.B. Zelenchukskaya im Juli 2007) bleibt das Rauschen für die Geschwindigkeiten unverändert, bei Erdbeben wird jedoch das Prozessrauschen sowohl für Stationskoordinaten als auch für Geschwindigkeiten erhöht. Für die Oszillatorparameter werden die PSD-Werte nie geändert und bleiben durchwegs Null, da die dahinterstehenden physikalischen Prozesse (z.B. Auflasteffekte) weitgehend unabhängig von den Brüchen sind.

Die Liste der Brüchen orientierte sich ursprünglich an jener, die für den ITRF2008 zum Einsatz kam. Nach einer Überprüfung der Koordinatenzeitreihen aller Stationen wurde sie entsprechend angepasst und um aktuelle Ereignisse erweitert, wie z.B. für die Erdbeben in Chile (2010) und Japan (2011). Die Anzahl an Brüchen wurde für gewisse Stationen in Abhängigkeit des stochastischen Modells adaptiert. Beispielsweise sind für die Beschreibung der komplizierten seismischen Deformationen bei Gilmore Creek, Alaska, insgesamt sechs Brüche notwendig, wenn die Koordinaten dazwischen strikt linear geschätzt werden (wie beim ITRF2008), jedoch nur ein einziger, wenn die Koordinatenvariationen stochastisch modelliert werden.

Die Kovarianzmatrix der Beobachtungen wird aus der Summe der quadrierten formalen Fehler der eingehenden Stationskoordinaten und einem Grundrauschen von  $1 \text{ cm}^2$  berechnet, da

die formalen Fehler meist zu optimistisch sind. Tests haben gezeigt, dass die Wahl des Grundrauschens einen geringeren Einfluss auf die Ergebnisse als die Anpassung des Prozessrauschens darstellt. Da VIE\_LSM keine vollen Kovarianzmatrizen abspeichert, wurden vorerst nur die formalen Fehler der Stationskoordinaten für die Stochastik der Beobachtungen verwendet. Außerdem wurde davon abgesehen, Bedingungen bezüglich der relativen Positionsänderungen zwischen kollokierten Stationen (*co-motion constraints*) einzuführen. Im Vergleich zu Multitechnik-TRF-Lösungen gibt es bei VLBI deutlich weniger Kollokationen, weshalb der erwartete Einfluss dieser Bedingungen gering erscheint. Da die Kalman-Filter-Ergebnisse im Vergleich zu anderen TRF-Lösungen relativ gut abschneiden (siehe Abschnitt 8.2.4), sollte die derzeitige Kalman-Filter-Konfiguration insbesondere für die Untersuchungen innerhalb dieser Arbeit ausreichen. In Zukunft ist jedoch geplant, das Filter um die angesprochenen Optionen zu erweitern.

Zur Initialisierung des Filters werden ITRF2008-Koordinaten oder, falls nicht vorhanden, welche aus einer globalen VLBI-Lösung mit VieVS@GFZ (siehe Abschnitt 8.2.4) für die a priori Koordinaten verwendet. Die a priori Werte für Geschwindigkeiten und jährliche Signale werden Null gesetzt. Das Kalman-Filter wird üblicherweise dreimal durchlaufen (FRF, BRF, FRF) und die a priori Werte werden bei Richtungswechsel mithilfe der letzten Schätzwerte aktualisiert. Indem drei Durchläufe prozessiert werden, ist der Einfluss der initialen a priori Werte vernachlässigbar. Da das TRF-Kalman-Filter ebenso flexibel wie jenes in VIE\_KAL aufgebaut ist, kann man eine beliebige Anzahl an Durchläufen ausführen.

Nachdem alle Filter-Durchläufe vollendet sind, wird die Smoother-Lösung mithilfe der Lösungen der letzten beiden Durchläufe berechnet (vgl. Abschnitt 3.2.2). Das Ergebnis sind die gefilterten und geglätteten Zeitreihen aller Zustandsparameter, insbesondere der Stationskoordinaten und der jährlichen Signale.

Zusätzlich werden für alle Parameter Mittelwerte mithilfe einer Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung der Smoother-Zeitreihen ermittelt. Für Stationen mit Brüchen werden für jedes Segment mittlere Koordinaten und Geschwindigkeiten berechnet. Die Sinus- und Kosinusamplituden der jährlichen Signale werden unabhängig von potenziellen Brüchen basierend auf den kompletten Zeitreihen geschätzt. Die Differenzen der Geschwindigkeits- und Oszillatorzeitreihen in Bezug auf die entsprechenden geschätzten Funktionen verbleiben für jede Epoche deutlich unter  $10^{-3}$  mm oder  $10^{-3}$  mm/a, was auch für deterministisch bestimmte Stationskoordinatenzeitreihen gilt.

Mithilfe dieser Mittelwerte wird das Datum mithilfe einer Zwölf-Parameter-Helmert-Transformation (siehe Abschnitt 2.4.2 beziehungsweise 2.5.2.2) in Bezug auf den ITRF2008 realisiert, wobei Translationen und Rotationen für Koordinaten und Geschwindigkeiten geschätzt werden. Für die in dieser Arbeit präsentierten Lösungen wurden zehn Stationen mit hochqualitativen und langfristigen Beobachtungszeitreihen für die Datumsdefinition ausgewählt. Bei der Bestimmung der Transformationsparameter wurden die Koordinaten und Geschwindigkeiten der Datumsstationen als unkorreliert angenommen und gleich gewichtet (Altamimi *et al.*, 2002). Mithilfe der Transformationsparameter wurden schließlich die Koordinaten und Geschwindigkeiten aller Stationen jenen des ITRF2008 angeglichen. Dadurch wurde eine langfristig stabile Datums-

definition sichergestellt, anders als wenn das Datum nur in jeder VLBI-Session separat festgelegt wird.

Um Ausreißer zu eliminieren, wurde zuerst eine Testlösung sowie Koordinatendifferenzen zwischen den Eingangsdaten und dieser Lösung berechnet. Falls die  $\ell^2$ -Norm der 3D-Koordinatendifferenzen größer als 10 cm war, wurde die entsprechende Station für die jeweilige Session als Ausreißer gekennzeichnet und für die nächsten Testlösungen eliminiert. Dieser Prozess wurde solange wiederholt, bis keine Ausreißer mehr entdeckt wurden. Für die in dieser Arbeit vorgestellten Lösungen wurden insgesamt rund 200 Ausreißer entfernt, entsprechend weniger als 1% der Eingangsdaten.

### 8.1.2 Stochastisches Modell aus geophysikalischen Deformationen

In der Standardeinstellung werden Stationskoordinaten als RW-Prozess modelliert. Für die Bestimmung der PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  wurde ein Ansatz basierend auf unmodellierten Auflastdeformationen (siehe Abschnitt 4.2.4) verfolgt. Mithilfe dieser Zeitreihen (Summe aus NTAL, NTOL und CWSL nach Abzug von Trend und jährlichem Signal) wurde wie für die troposphärischen Laufzeitverzögerungen (vgl. Abschnitt 6.1) die ASD berechnet, hier für  $\tau$  zwischen 6 h (zeitliche Auflösung) und 8.75 a (etwa ein Viertel der abgedeckten Zeitspanne). Beispielhaft werden in Abb. 8.1 die ASD-Werte für die Zeitreihe von Algonquin Park (vgl. Abb. 4.3) gezeigt. Die ASD-Werte anderer Stationen zeigen ein ähnliches Verhalten in Abhängigkeit von  $\tau$ , unterscheiden sich jedoch leicht in der insgesamten ASD-Magnitude. Falls die jährlichen Signale nicht von den Auflastdeformationszeitreihen abgezogen werden, wirkt sich dies deutlich auf die ASD für Zeitdifferenzen größer 100 d aus (vgl. Abb. C.1 im Anhang.)

Die Schätzung der Parameter einer Gerade in der doppeltlogarithmischen Darstellung ermöglicht die Bestimmung der stochastischen Prozesse der Zeitreihen. Für Algonquin Park war die Steigung  $k$  der Gerade über alle ASD-Werte hinweg  $-0.96$ , wobei sich auch für andere Stationen Werte zwischen  $-0.95$  und  $-1$  ergaben. Letzterer Wert würde einem perfekten WN-Prozess entsprechen. Allerdings ist die Modellierung von Stationskoordinaten als WN-Prozesse für TRF-Anwendungen weitgehend ungeeignet, da keine Kontinuität und Kurzzeitstabilität gewährleistet werden könnte. Durch die Wahl eines WN-Prozesses wären die Ergebnisse ähnlich wie bei einem Epochenreferenzrahmen. Aus diesem Grund sind z.B. RW-Prozesse, welche bereits erfolgreich in Wu *et al.* (2015) zum Einsatz kamen, eine deutlich bessere Wahl.

Die eigentliche Begründung für die Wahl eines RW-Prozesses beruht jedoch darauf, dass die ASD für  $\tau$  zwischen 1-4 d tatsächlich sehr einem RW ähnelt (gelbe Linie in Abb. 8.1). Da die Zeitintervalle zwischen den meisten aufeinanderfolgenden VLBI-Sessions genau auf diesen Zeitbereich fallen, legt dies nahe, nur diese ASD-Werte für die Bestimmung der PSD  $\Phi_{RW}$  heranzuziehen.

In Abb. 8.2 werden die auf diese Weise bestimmten PSD-Werte für alle 104 Stationen gezeigt. Über alle Stationen gemittelte Werte finden sich in Tabelle 8.1, wobei auch die Beiträge der einzelnen Auflastmodelle aufgelistet sind. Das größte Prozessrauschen findet sich, wie erwartet,



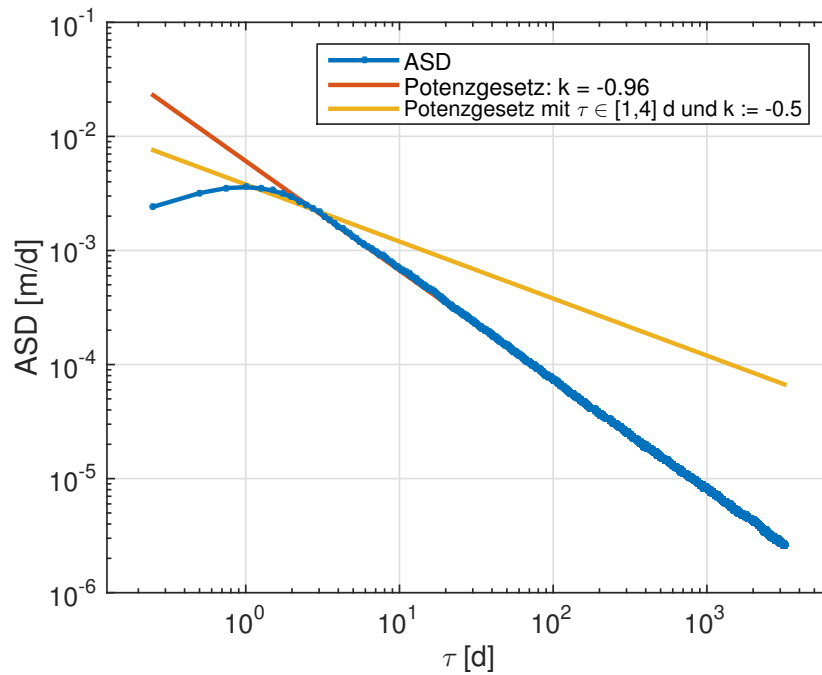


Abbildung 8.1: Für die Höhenkomponente der Station Algonquin Park wird die ASD aus Auflastdeformationszeitreihen (vgl. Abb. 4.3) in Abhängigkeit der Zeitdifferenzen  $\tau$  gezeigt. Ein auf diesen Werten basierendes Potenzgesetz ist in rot dargestellt und ein weiteres, bestimmt aus den ASD-Werten zwischen 1-4 d, wobei der Exponent  $k$  auf  $-0.5$  fixiert wurde, in gelb.

in der Höhenkomponente und ist hauptsächlich auf NTAL-Effekte zurückzuführen. Stationen in Meeresnähe werden aufgrund des inversen Barometereffekts weniger stark beeinflusst, was auch für Stationen in niedrigeren Breiten aufgrund der geringeren Druckfluktuationen in Äquatornähe gilt (Wijaya *et al.*, 2013). Die PSD-Werte der horizontalen Komponenten sind von deutlich geringerer Magnitude und hauptsächlich durch NTOL verursacht. CWSL-Deformationen sind auf Zeitskalen von wenigen Tagen nahezu vernachlässigbar und beeinflussen das Prozessrauschen nur geringfügig. In Anhang C findet sich die graphische Darstellung der PSD-Werte aller Stationen für alle Koordinatenkomponenten und geophysikalischen Modelle.

Tabelle 8.1: Mittlere Rauschparameter  $\Phi_{rw}$  aufgrund von NTAL, NTOL und CWSL werden jeweils für die Radial-, Ost- und Nordkomponenten in  $\text{mm}^2/\text{d}$  aufgelistet. Zusätzlich sind die PSD-Werte für die Summe dieser Auflastmodelle inkludiert.

$\Phi_{rw}$ [ $\text{mm}^2/\text{d}$ ]	Radial	Ost	Nord
Summe	6.58	1.85	1.33
NTAL	4.24	0.25	0.38
NTOL	1.77	1.32	0.87
CWSL	0.008	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$

Die stationsabhängigen PSD-Werte wurden in einem lokalen RON-Koordinatensystem be-

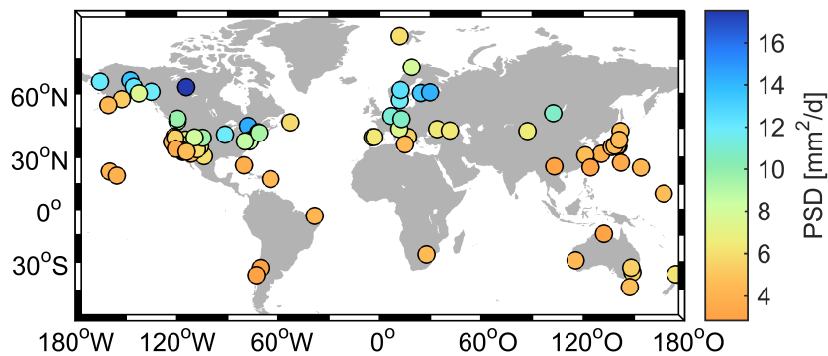


Abbildung 8.2: Stationsabhängige PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  aus Auflastdeformationszeitreihen werden für die radiale Komponente der Stationskoordinaten der 104 VLBI-Stationen visualisiert.

stimmt. Für die Anwendung im Kalman-Filter zur Bestimmung der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_k$  wurden sie daher in ein geozentrisches XYZ-System transformiert.

Da das stochastische Modell auf geophysikalischen Auflastdeformationen basiert, sind die gefilterten Stationskoordinaten im Allgemeinen weniger verrauscht als die Eingangsdaten, die auch von Datenfehlern oder Korrelationen betroffen sind. Dennoch sind die Variationen der gefilterten Koordinatenzeitreihen größer als bei gewöhnlichen TRF-Lösungen. Das durchschnittliche Rauschniveau ist daher eher eine subjektive Entscheidung. Die Optionen reichen von gar keinem Rauschen (klassische lineare Rahmen), über Rauschparameter aus geophysikalischen Modellen, bis hin zu Lösungen nahe an den Eingangsdaten (Epochenreferenzrahmen). Da sowohl Genauigkeit und Stabilität bei der TRF-Erzeugung von großer Bedeutung sind, erscheint ein konservativer Kompromiss in Bezug auf das Prozessrauschen als vernünftig. Es wurden daher TRF-Lösungen berechnet, bei denen die PSD-Werte aus den geophysikalischen Modellen mit den Faktoren 1, 0.1 und 0.01 skaliert wurden. Das Rauschen wurde nicht vergrößert, weil durch die Wahl des  $\tau$ -Bereichs von 1-4 d bereits in etwa die maximalen Rauschwerte extrahiert wurden. Wie in Abb. 8.1 ersichtlich, würde ein anderer Zeitbereich eine Parallelverschiebung der gelben Linie nach unten bewirken und damit zu einer Verringerung der Rauschparameter führen.

### 8.1.3 Stochastische Modellierung postseismischer Deformationen

Nach starken Erdbeben können bei Stationen, die sich nahe dem Epizentrum befinden, nicht-lineare Deformationen mit Koordinatenänderungen von mehreren Dezimetern auftreten, wie z.B. bei der Station TIGO Concepción in 2010. Für hochgenaue TRF-Lösungen ist es erforderlich, diese Deformationen entweder deterministisch (z.B. über exponentielle und/oder logarithmische Funktionen) oder stochastisch (durch Anpassung des Prozessrauschens) zu berücksichtigen. Im Kalman-Filter lässt sich letzteres leicht umsetzen, was den Vorteil hat, dass nicht zusätzliche Parameter eingeführt werden müssen. Die PSD-Werte aus dem letzten Abschnitt werden daher mithilfe eines Faktors  $\alpha$  skaliert. Es wurde angenommen, dass  $\alpha$  eine Funktion der Zeitdifferenz  $\Delta t_{eq}$  in Bezug auf die Epoche des Erdbebens ist, da kurz nach dem Erdbeben stärkere postseis-

mische Deformationen zu erwarten sind als danach. Der Einfachheit halber wurde angenommen, dass eine Skalierung nur in einer gewissen Periode  $T_{\text{eq}}$  nach dem Erdbeben notwendig ist:

$$\alpha(\Delta t_{\text{eq}}) = \begin{cases} f(\Delta t_{\text{eq}}) & 0 < \Delta t_{\text{eq}} < T_{\text{eq}} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (8.2)$$

Es wurden drei verschiedene Funktionen  $f$  zur Skalierung des Prozessrauschens implementiert, die jeweils durch zwei Parameter festgelegt sind: den initialen Skalierungsfaktor  $\alpha_0$ , der direkt nach dem Erdbeben gilt ( $\alpha = \alpha_0$  für  $\Delta t_{\text{eq}} = 0$ ) und die Periode  $T_{\text{eq}}$  ( $\alpha = 1$  für  $\Delta t_{\text{eq}} = T_{\text{eq}}$ ). Die Funktionen, die hinter  $f$  stehen, wurden linear, quadratisch und exponentiell angesetzt:

$$f_{\text{lin}}(\Delta t_{\text{eq}}) = \alpha_0 - \frac{\Delta t_{\text{eq}}}{T_{\text{eq}}}(\alpha_0 - 1) \quad (8.3)$$

$$f_{\text{quad}}(\Delta t_{\text{eq}}) = \alpha_0 - 2\frac{\Delta t_{\text{eq}}}{T_{\text{eq}}}(\alpha_0 - 1) + \left(\frac{\Delta t_{\text{eq}}}{T_{\text{eq}}}\right)^2 (\alpha_0 - 1) \quad (8.4)$$

$$f_{\text{exp}}(\Delta t_{\text{eq}}) = \alpha_0^{1 - \Delta t_{\text{eq}}/T_{\text{eq}}} \quad (8.5)$$

Eine Veranschaulichung des Skalierungsfaktors  $\alpha$  für diese drei Optionen ist in Abb. 8.3 zu finden.

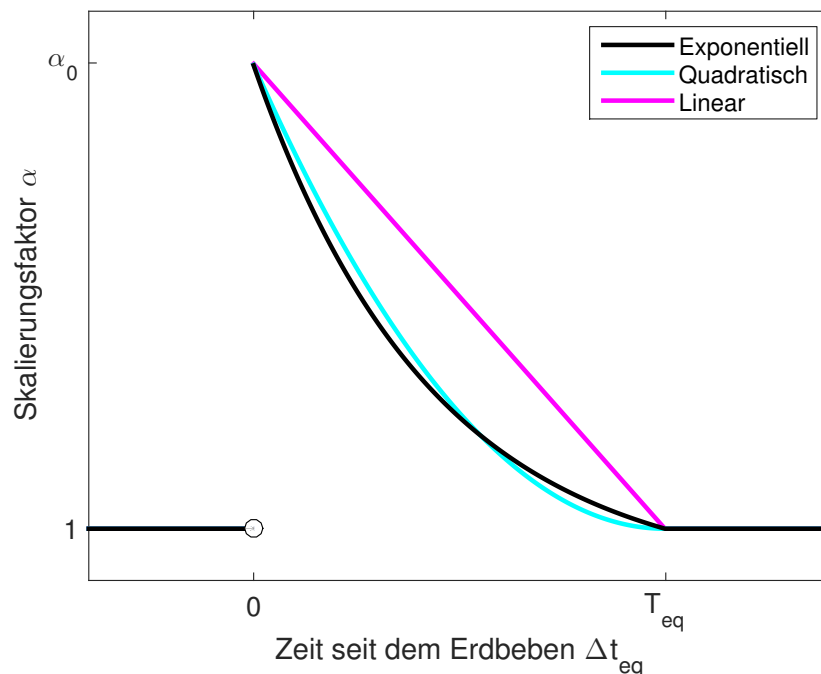


Abbildung 8.3: Verschiedene Funktionen für den seismischen Skalierungsfaktor  $\alpha$  werden in Abhängigkeit von der Zeit seit dem Erdbeben dargestellt.

Der initiale Skalierungsfaktor  $\alpha_0$  wurde abhängig von der sprunghaften Koordinatenänderung während des Erdbebens festgelegt. Vor dem ersten Kalman-Filter-Lauf wird für die Koordinaten der zehn VLBI-Sessions direkt vor und nach dem Erdbeben jeweils der Median berechnet. Anschließend wird die Differenz der so bestimmten Positionen vor und nach dem Erdbeben für jede Koordinatenkomponente ermittelt. Als Standard wurde festgelegt, dass  $\alpha_0 = 10$  für einen Koordinatensprung von 3 m und  $\alpha_0 = 1$  für 0 m gelte, wobei dazwischen linear zu interpolieren sei. Die Skalierungsfaktoren sind daher für jedes Erdbeben und für jede der drei Koordinatenkomponenten verschieden. Tabelle 8.2 beinhaltet die Werte für  $\alpha_0$  für die stärksten und für VLBI relevanten Erdbeben. Ergebnisse mit verschiedenen Funktionen  $f$  und Faktoren  $\alpha_0$  werden in Abschnitt 8.2.2 untersucht.

Tabelle 8.2: Werte für den initialen Skalierungsfaktor  $\alpha_0$  für das Prozessrauschen direkt nach Erdbeben sind für ausgewählte Stationen tabuliert. Die Werte für TIGO wurden in Zusammenhang mit dem Chile-Erdbeben 2010 bestimmt, jene der anderen Stationen für das Tōhoku-Erdbeben 2011.

Station	X	Y	Z
TIGO Concepción	10.2	2.5	2.5
Tsukuba	2.2	2.7	1.1
Kashima	3.3	3.5	1.8
Mizusawa	8.5	6.1	4.6

Die Periode  $T_{eq}$  wurde für jedes Erdbeben mit 1 a festgelegt. Manche postseismischen Deformationen bestehen zwar für längere Zeiträume, aber nach einem Jahr sind die Koordinatenvariationen in der Regel klein genug, sodass sie mit dem gewöhnlichen Prozessrauschen (siehe letzter Abschnitt) berücksichtigt werden können.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass nur die Epoche des Hauptereignisses als externe Information für die Modellierung der postseismischen Effekte notwendig ist, diese Information aber ohnehin verfügbar ist, um den Koordinatensprung zu berücksichtigen. Die Skalierungsfaktoren werden automatisch berechnet und angebracht. Alternativ könnten geophysikalische Informationen wie die Magnitude des Erdbebens und die Distanz der Station zum Epizentrum in die Skalierung mit einfließen. Der Nachteil dieses Ansatzes sowie des derzeitig verwendeten ist, dass die entsprechenden Parameter nicht unbedingt mit dem Ausmaß der postseismischen Deformation korreliert sein müssen. Immerhin hat sich gezeigt, dass die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Strategie im Wesentlichen zu sinnvollen Ergebnissen führt (siehe Abschnitt 8.2.2).

### 8.1.4 Unterschiede zu KALREF

Bei KALREF handelt es sich um eine Software zur Erstellung von TRFs, die am IERS CC am JPL eingesetzt wird und auf einem Kalman-Filter und RTS-Smoother basiert (Wu *et al.*, 2015). Im Weiteren wird auf einige Unterschiede in Bezug auf die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte TRF-Software eingegangen.

Grundsätzlich ist KALREF zur Berechnung offizieller IERS-Produkte ausgelegt und kann die Daten aller vier geometrischen Weltraumverfahren in die TRF-Lösungen inkorporieren. Aufgrund der großen Datenmengen wurde die Effizienz der Prozessierung in den Vordergrund gestellt, weshalb KALREF in Fortran programmiert wurde und auf Flexibilität, wie z.B. bei der Berechnung mehrerer Filter-Durchläufe, vermehrt verzichtet wurde. Beim hier vorgestellten Kalman-Filter sind im Gegensatz dazu Experimentiermöglichkeiten essentiell. Aufgrund der vergleichsweise geringen Datenmengen konnte die Software in Matlab realisiert werden, was zudem die Schnittstelle zu VieVS@GFZ (für die Eingangskordinaten) erleichterte. Durch die Beschränkung auf ein einziges geodätisches Verfahren mussten im Gegensatz zu KALREF auch nicht lokale Differenzvektoren oder EOP im Rahmen der TRF-Erstellung berücksichtigt werden.

Ein großer Unterschied besteht in der zeitlichen Auflösung der Ergebnisse. Während bei KALREF strikt wöchentliche Zeitschritte gewählt wurden, basieren die Epochen in dieser Arbeit auf denen der VLBI-Sessions. Dadurch sind die Zeitdifferenz  $\Delta t$  und somit auch Matrizen wie  $\mathbf{F}_k$  und  $\mathbf{Q}_k$  zeitabhängig. Dies hat den Vorteil, dass die Koordinaten nicht auf bestimmte Epochen interpoliert werden müssen, was eine potenzielle Fehlerquelle darstellt. Aufgrund der variablen zeitlichen Auflösung wurde bei der Ableitung des stochastischen Modells auch eine größere Spannweite an Zeitdifferenzen herangezogen. Bei KALREF basiert das stochastische Modell auch auf Auflastdeformationszeitreihen, jedoch wurde das Prozessrauschen nur aus wöchentlichen Differenzen extrahiert. Wie in Abschnitt 8.1.2 erläutert, führt dies zu niedrigeren Rauschwerten. Auch ist zeitabhängiges Prozessrauschen, wie es hier für die Modellierung von postseismischen Deformationen eingesetzt wird, bei KALREF vorerst nicht möglich, ebenso die Modellierung der Stationskoordinatenvariationen per IRW-Prozess.

Schließlich findet bei KALREF, anders als in dieser Arbeit, eine Segmentierung der Zeitreihen zur Berücksichtigung von Stationskoordinatenbrüchen statt. Für jeden Bruch sind daher zusätzliche Parameter im Zustandsvektor notwendig. Dies ist darauf zurückzuführen, dass KALREF auf Basis von CATREF, der TRF-Software des IERS CC am IGN, entwickelt wurde. Da letztere auf einer Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung beruht, sind die Segmente zur Modellierung von Brüchen zwingend notwendig.

## 8.2 Kalman-Filter-basierte TRF-Lösungen

Im Folgenden werden verschiedene TRF-Lösungen, die sich in der Parametrisierung und der stochastischen Modellierung unterscheiden, präsentiert und verglichen.

### 8.2.1 Random walk-Prozesse und jährliche Signale

Abbildung 8.4 zeigt beispielsweise verschiedene Kalman-Filter-TRF-Lösungen für Wettzell. Hier und in allen anderen zeitreihenbasierten Abbildungen von TRF-Lösungen in diesem Kapitel sind die individuellen Koordinatenvariationen in einem lokalen Koordinatensystem angegeben, wobei keine Referenzlösungen oder Trends abgezogen wurden. Die Abbildungen geben daher

die unveränderten Koordinatenvariationen der jeweiligen Lösung wieder. Neben der linearen TRF-Lösung (d.h. ohne Prozessrauschen) finden sich in Abb. 8.4 drei RW-basierte Lösungen mit unterschiedlich skalierten Rauschparametern, welche aus dem stationsabhängigen Modell aus Abschnitt 8.1.2 stammen. Vorerst wurden keine saisonalen Signale geschätzt. Obwohl die gefilterten Koordinaten weniger verrauscht als die Eingangsdaten sind, kann man dennoch nicht-lineare Signale auf Zentimeterniveau deutlich erkennen. Diese Signale sind nicht leicht durch harmonische Funktionen approximierbar, da sich die Amplitude zeitlich stark verändert. Deutlich ersichtlich ist jedenfalls das unterschiedliche Ausmaß der Streuung für die drei RW-Lösungen mit unterschiedlichen Skalierungsfaktoren.

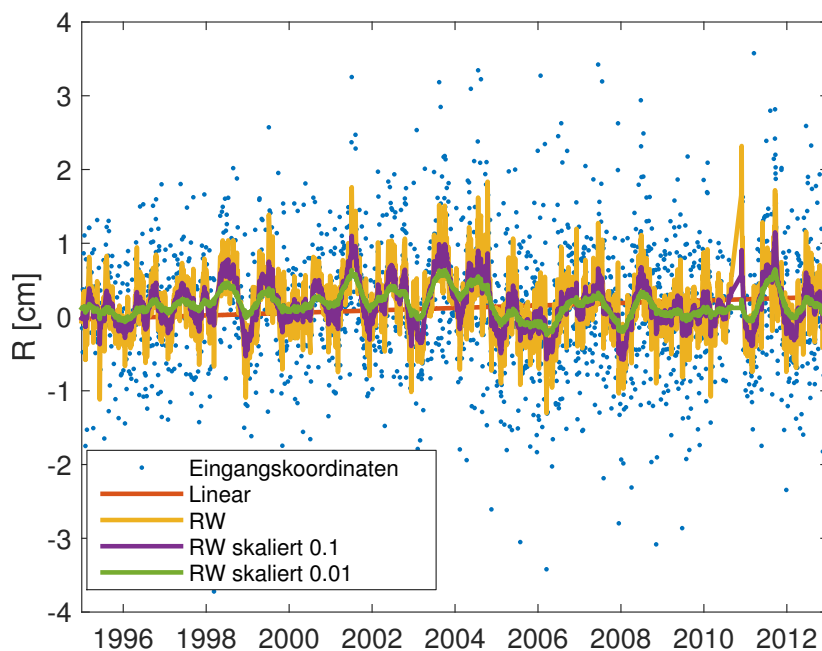


Abbildung 8.4: Für die Höhenkomponente von Wettzell werden die Eingangskordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot) und drei auf RW-Prozessen basierte Kalman-Filter-Lösungen gezeigt, wobei das Prozessrauschen mit dem Faktor 1 (gelb), 0.1 (violett) und 0.01 (grün) skaliert wurde.

In Abb. 8.5 finden sich Lösungen mit zusätzlich geschätzten jährlichen Signalen für Algonquin Park, sowohl für lineare und RW-basierte Kalman-Filter-Lösungen. In letzterem Fall wurde das Prozessrauschen aus den Auflastmodellen mit einem Faktor 0.1 skaliert. Die Amplitude des jährlichen Signals ist etwa 3 mm. Wie in dieser Abbildung ersichtlich, macht es bei den RW-Lösungen jedoch keinen Unterschied, ob jährliche Signale geschätzt werden oder nicht. Die Unterschiede der beiden Lösungen mit Prozessrauschen sind vernachlässigbar, welche jedoch von den beiden deterministischen Lösungen um teilweise mehr als 1 cm abweichen.

Auch wenn demnach für die Zeiträume, in denen Beobachtungsdaten vorliegen, die Schätzung von saisonalen Signalen bei gleichzeitiger Verwendung von Prozessrauschen nicht wichtig erscheint, ist dies dennoch für Koordinatenprädiktionen durch Extrapolation des deterministi-

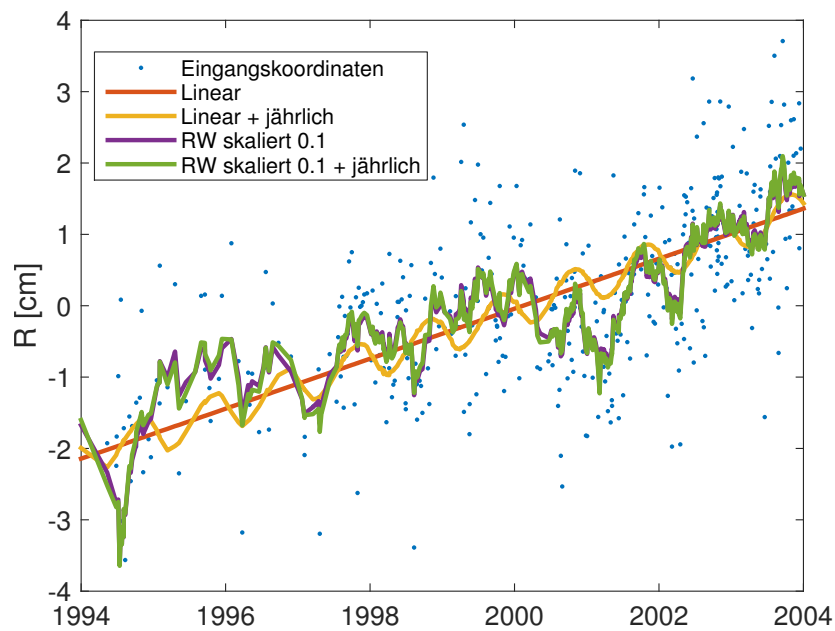


Abbildung 8.5: Für die Höhenkomponente von Algonquin Park werden die Eingangskordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot), eine deterministische Lösung mit linearen und jährlichen Signalen (gelb), eine RW-basierte Lösung (Rauschparameter skaliert mit 0.1, violett) und eine Lösung, bei der sowohl Prozessrauschen angewendet und jährliche Signale geschätzt wurden (grün), dargestellt.

schen Modells vorteilhaft. Nicht nur für zukünftige Koordinaten, auch für Datenlücken können die Koordinatenvariationen besser als Summe eines linearen und jährlichen Signals als mit einer rein linearen Funktion dargestellt werden. Die Pläne aller IERS CCs, die an der ITRF2014-Erstellung arbeiten, gehen in die Richtung, zusätzlich auch noch halbjährliche Signale zu schätzen. Die zusätzliche Prozessierungszeit, die durch eine Verdopplung der geschätzten Parameter (bei jährlichen Signalen) beziehungsweise potenziell durch eine Verdreifachung dieser (bei jährlichen und halbjährlichen) erforderlich wird, ist bei den reinen VLBI-Lösungen im Rahmen dieser Arbeit jedenfalls nicht so schwerwiegend wie bei Multitechnik-TRFs. Idealerweise würde die Auswahl an harmonischen Signalen zur Repräsentation der Koordinatenzeitreihen jeder einzelnen Station jedoch auf einer Spektralanalyse beruhen. So könnten Unterschiede im spektralen Verhalten der Koordinaten zwischen den Stationen berücksichtigt werden und z.B. auch Signale mit längeren Perioden (siehe Abb. 4.3) inkludiert werden.

### 8.2.2 Postseismische Deformationen

Abbildung 8.6 veranschaulicht den Koordinatensprung und die postseismische Deformation bei der Station Tsukuba aufgrund des Tōhoku-Erdbebens ( $9.0 M_w$ ) am 11.3.2011. Für die Epoche des Erdbebens wurde in den Kalman-Filter-Lösungen das Prozessrauschen drastisch erhöht, sodass der Sprung überbrückt werden kann. Im Falle des linearen Modells zeigt sich, dass die

postseismischen Deformationen nur ungenügend erfasst werden können, wobei Differenzen von bis zu 8 cm entstehen. Durch das Prozessrauschen bei der RW-Lösung kann die gefilterte Zeitreihe besser den Eingangsdaten folgen. Für das Beispiel in Abb. 8.6 wurde das Rauschen nach dem Erdbeben exponentiell skaliert (Gleichungen (8.2) und (8.5)).

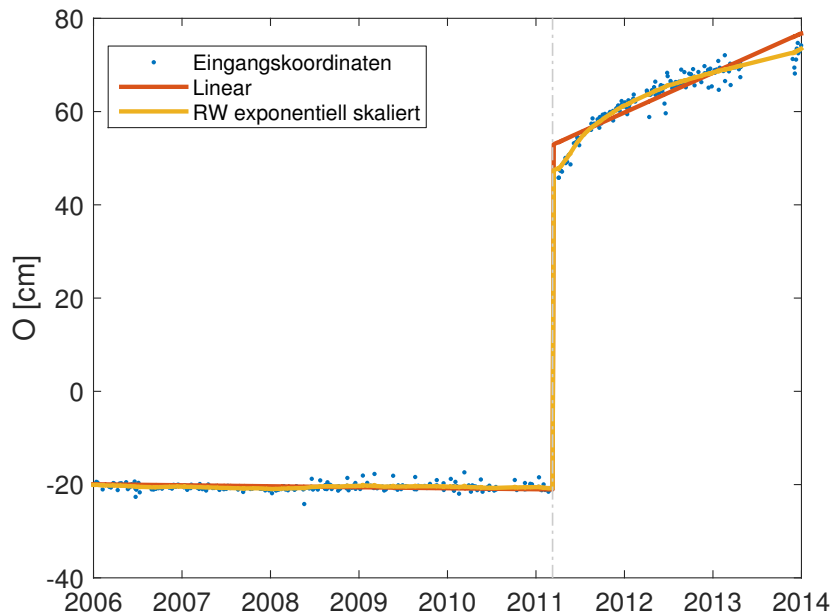


Abbildung 8.6: Für die Ostkomponente von Tsukuba werden die Eingangskordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot) sowie eine Lösung, bei der die 0.1-fachen Rauschparameter nach dem Erdbeben exponentiell skaliert wurden (gelb), visualisiert.

Ein weiteres außerordentlich starkes Erdbeben in der Nähe eines VLBI-Radioteleskops fand am 27.2.2010 in Chile statt ( $8.8 M_w$ ). In Abb. 8.7 werden Kalman-Filter-Lösungen mit verschiedenen Rauschniveaus für TIGO Concepción während des ersten Jahres nach dem Erdbeben gezeigt. Falls das Prozessrauschen mit einem Faktor von 0.01 skaliert wird, ergeben sich Koordinatendifferenzen in Bezug auf die Eingangsdaten von etwa 5 cm direkt nach dem Erdbeben. Ein Skalierungsfaktor von 0.1 erzeugt Differenzen von 2 cm. Ohne Herunterskalierung des Prozessrauschens kann die Kalman-Filter-Lösung die postseismischen Deformationen gut erfassen, ist aber in anderen Situationen eventuell zu verrauscht (vgl. Abb. 8.4). Weiters ist in Abb. 8.7 eine RW-Lösung inkludiert, für die das stochastische Modell (PSD aus den Auflastmodellen multipliziert mit 0.1) zusätzlich exponentiell skaliert wurde ( $\alpha_0$  etwa 10, siehe Tabelle 8.2). Die entsprechende Zeitreihe passt kurz nach dem Erdbeben gut mit den Eingangsdaten (beziehungsweise mit der unskalierten Lösung) überein und weist nach ein paar Monaten ein ruhigeres Verhalten auf (entsprechend der Lösung mit Skalierungsfaktor 0.1).

In Abb. 8.8 wird der Einfluss verschiedener Funktionen  $f$  zur Skalierung der Rauschparameter während postseismischer Deformation untersucht. Die drei Lösungen für TIGO nach Gleichungen (8.3)-(8.5), entsprechend einer linearen, quadratischen und exponentiellen Skalierung,



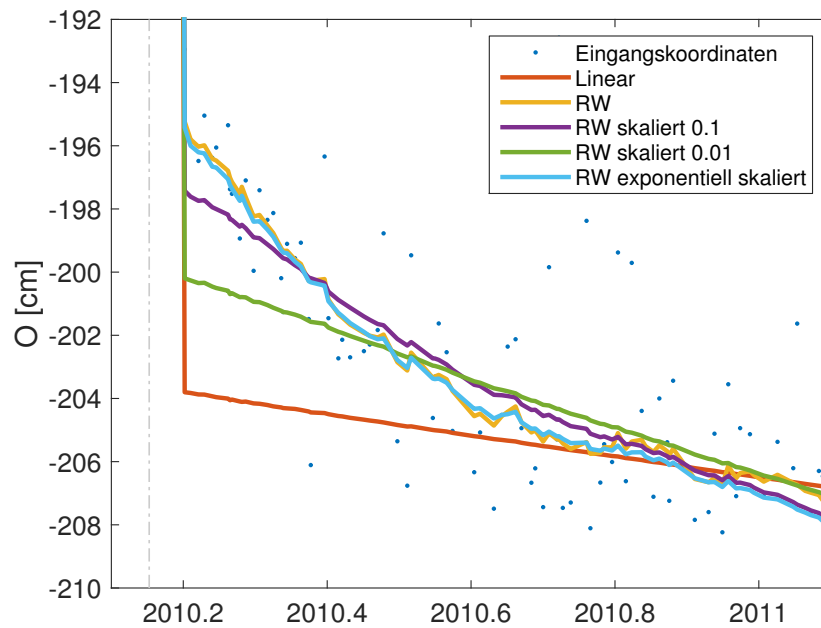


Abbildung 8.7: Für die Ostkomponente von TIGO Concepción werden die Eingangskordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot), drei auf RW-Prozessen basierte Kalman-Filter-Lösungen, wobei das Prozessrauschen mit dem Faktor 1 (gelb), 0.1 (violett) und 0.01 (grün) skaliert wurde, sowie eine Lösung, bei der die 0.1-fachen Rauschparameter nach dem Erdbeben exponentiell skaliert wurden (hellblau), gezeigt.

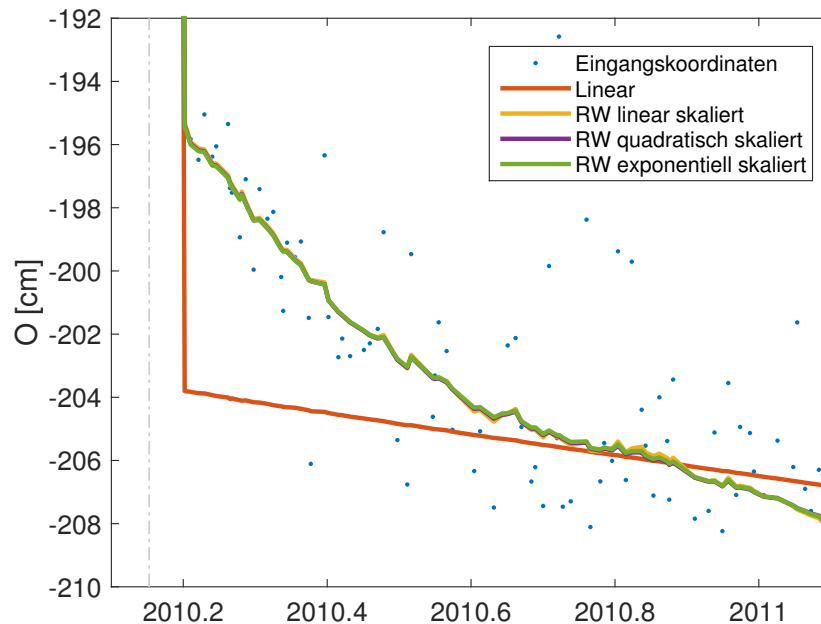


Abbildung 8.8: Für die Ostkomponente von TIGO Concepción werden die Eingangskordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot) und drei auf RW-Prozessen basierte Kalman-Filter-Lösungen, bei denen die 0.1-fachen Rauschparameter nach dem Erdbeben mit verschiedenen Funktionen skaliert wurden, dargestellt: linear (gelb), quadratisch (violett) und exponentiell (grün).

sind nahezu identisch. Für andere Stationen mit geringeren postseismischen Deformationen sind die Unterschiede noch geringer. Es ist daher ausreichend, die einfachste Funktion (lineare Skalierung) zu verwenden.

Einen deutlicheren Unterschied bewirkt die Wahl verschiedener initialer Skalierungsfaktoren  $\alpha_0$ . Die Lösung mit dem Standardwert von  $\alpha_0 = 10$  für einen Koordinatensprung von 3 m wurde um weitere mit den Werten 5 und 20 ergänzt, wie in Abb. 8.9 ersichtlich. Die Unterschiede in den Koordinaten von TIGO direkt nach dem Erdbeben betragen etwa 5 mm, wenn  $\alpha_0$  um einen Faktor zwei geändert wird. Größere Skalierungsfaktoren ermöglichen eine bessere Übereinstimmung zwischen den gefilterten und den Eingangskordinaten. Für andere Stationen und Erdbeben sind die Unterschiede geringer.

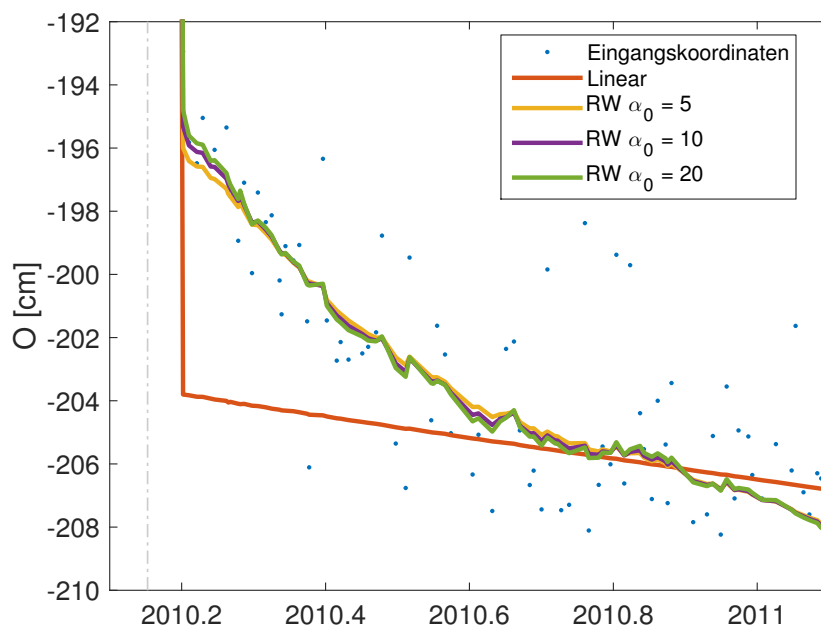


Abbildung 8.9: Für die Ostkomponente von TIGO Concepción werden die Eingangskordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot) und drei auf RW-Prozessen basierte Kalman-Filter-Lösungen, bei denen die 0.1-fachen Rauschparameter nach dem Erdbeben mit unterschiedlichen initialen Faktoren  $\alpha_0$  skaliert wurden, visualisiert: 5 (gelb), 10 (violett) und 20 (grün).

### 8.2.3 Integrated random walk-Prozesse und Stationsgeschwindigkeiten

Als weitere Option wurde die Anwendung von IRW-Prozessen zur Modellierung der Stationskoordinatenvariationen getestet. Für das stochastische Modell wurden, anders als für die RW-Lösungen, keine stationsbasierten PSD-Werte  $\Phi_{\text{IRW}}$  abgeleitet, sondern ein empirisch bestimmter Wert von  $10^{-4} \text{ mm}^2/\text{d}^3$  für alle Stationen verwendet. In Abb. 8.10 findet sich diese IRW-Lösung im Vergleich mit einigen der bisher vorgestellten Lösungen für die Station Fortaleza. Die Koordinaten aller Lösungen mit einem Prozessrauschen größer als Null stimmen sehr gut überein. Die Geschwindigkeitszeitreihen unterscheiden sich jedoch deutlich, da der IRW-Ansatz instanta-

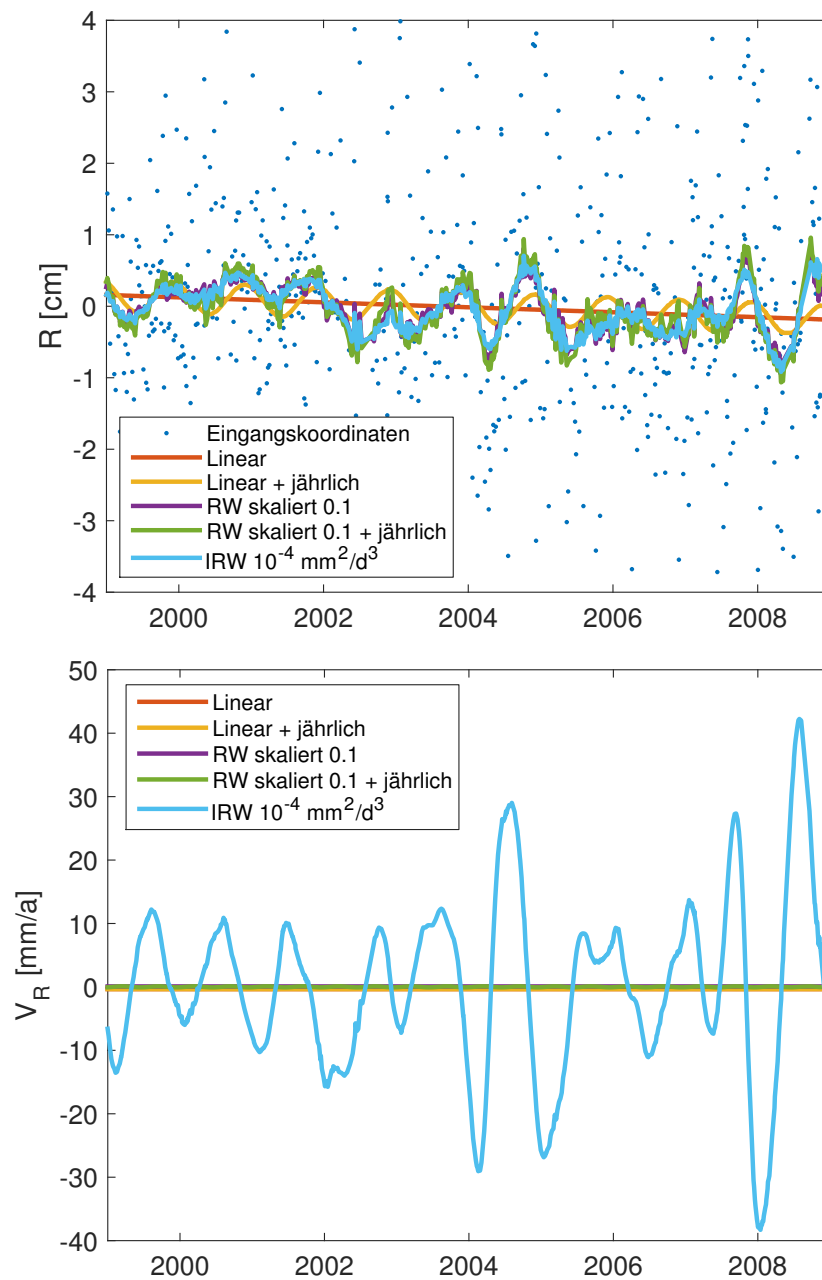


Abbildung 8.10: Für die Höhenkomponente der Stationskoordinaten (oben) und Geschwindigkeiten (unten) von Fortaleza werden die Eingangskoordinaten (blau), eine lineare Kalman-Filter-Lösung (rot), eine deterministische Lösung mit linearen und jährlichen Signalen (gelb), eine RW-basierte Lösung (Rauschparameter skaliert mit 0.1, violett), eine Lösung, bei der sowohl Prozessrauschen angewendet und jährliche Signale geschätzt wurden (grün) und eine IRW-basierte Lösung mit einem ähnlichen Rauschniveau wie bei den RW-Lösungen (hellblau), gezeigt.

ne Geschwindigkeiten liefert, die kurzfristige Variationen enthalten, z.B. durch saisonale Signale. Für gewisse Anwendungen, wie in der Hydrologie oder Vulkanologie, könnten solche Informationen wertvoll sein. Da sich eine konstante Geschwindigkeit jedoch viel besser für Koordinaten-

prädiktionen eignet, sind für geodätische TRF-Anwendungen die RW-Lösungen zu bevorzugen. Außerdem unterstützen die Untersuchungen bezüglich der Art des Prozessrauschens (vgl. Abschnitt 8.1.2) eher die Modellierung mittels RW-Prozessen. Jedenfalls zeigt die Ähnlichkeit der Koordinatenzeitreihen in Abb. 8.10 (oben), dass die Auswahl des stochastischen Prozesses im Vergleich zur Wahl des durchschnittlichen Rauschniveaus sekundär ist (vgl. Abb. 8.4).

Anhand der Lösungen aus Abb. 8.10 wurde der Einfluss verschiedener Optionen in der Festlegung des stochastischen Modells und der Parametrisierung auf mittlere Stationsgeschwindigkeiten untersucht. Langfristig gültige Geschwindigkeiten sind für viele geophysikalische und klimatische Forschungsgebiete, z.B. betreffend tektonische Effekte, postglaziale Landhebung, oder Meeresspiegeländerungen, von großem Interesse und sollten daher so genau wie möglich sein. Um die Anzahl an für Geschwindigkeitsuntersuchungen ungeeigneten Stationen zu reduzieren, wurden nur 74 Stationen ausgewählt, für die während mindestens drei Jahren Beobachtungsdaten vorlagen und die keine Koordinatenbrüche aufwiesen. Die mittleren Geschwindigkeiten wurden aus den Kalman-Filter-Zeitreihen, wie in Abschnitt 8.1.1 beschrieben, berechnet. Die lineare TRF-Lösung diente als Referenz zur Bestimmung von Geschwindigkeitsdifferenzen für alle Komponenten, wobei zusätzlich 3D-Geschwindigkeitsdifferenzen berechnet wurden:

$$\Delta V_{3D} = (\Delta V_X^2 + \Delta V_Y^2 + \Delta V_Z^2)^{-1/2}. \quad (8.6)$$

Abbildung 8.11 stellt die 3D-Geschwindigkeitsdifferenzen für die 74 Stationen in Abhängigkeit von der Anzahl an VLBI-Sessions, an denen eine Station beteiligt war, dar. Deutlich zu sehen ist, dass Stationen mit einer größeren Anzahl an Sessions kleinere Geschwindigkeitsdifferenzen aufwiesen. Zum Beispiel zeigten die meisten Stationen, die während mindestens 500 VLBI-Sessions beobachteten, 3D-Geschwindigkeitsdifferenzen auf dem Niveau von nur 0.1 mm/a. Einige Stationen, die nur an sehr wenigen Sessions teilnahmen, wiesen Geschwindigkeitsdifferenzen von bis zu einigen Zentimetern pro Jahr auf – 14 der 74 Stationen beobachteten nur in zehn oder weniger Sessions.

Die Untersuchung der Geschwindigkeitsdifferenzen in Abhängigkeit von der Anzahl der Sessions anstelle von der Länge der Beobachtungszeitspanne hatte den Grund, dass in ersterem Fall eine deutlich höhere Antikorrelation mit den Geschwindigkeitsdifferenzen zu beobachten war. Dies liegt daran, dass manche der Radioteleskope hauptsächlich der Astronomie dienen und auch über längere Zeiträume nur an sehr wenigen geodätischen Experimenten beteiligt waren. Dazu zählt z.B. das Radioteleskop des Parkes Observatory in Australien, welches während 18 Jahren nur an 32 geodätischen Sessions teilgenommen hatte. Mit nur ein bis zwei Sessions pro Jahr wird die Geschwindigkeit stärker von verschiedenen Parametrisierungen im Kalman-Filter (wie der Schätzung von jährlichen Signalen) beeinflusst, als z.B. bei der Station Badary, welche in 684 Sessions während einer vergleichsmäßig kurzen Zeitspanne von sechs Jahren beobachtete.

In Tabelle 8.3 finden sich die RMS-Werte der Geschwindigkeitsdifferenzen in Bezug auf die lineare Kalman-Filter-Lösung. Die größten Differenzen finden sich erwartungsgemäß in der Hö-

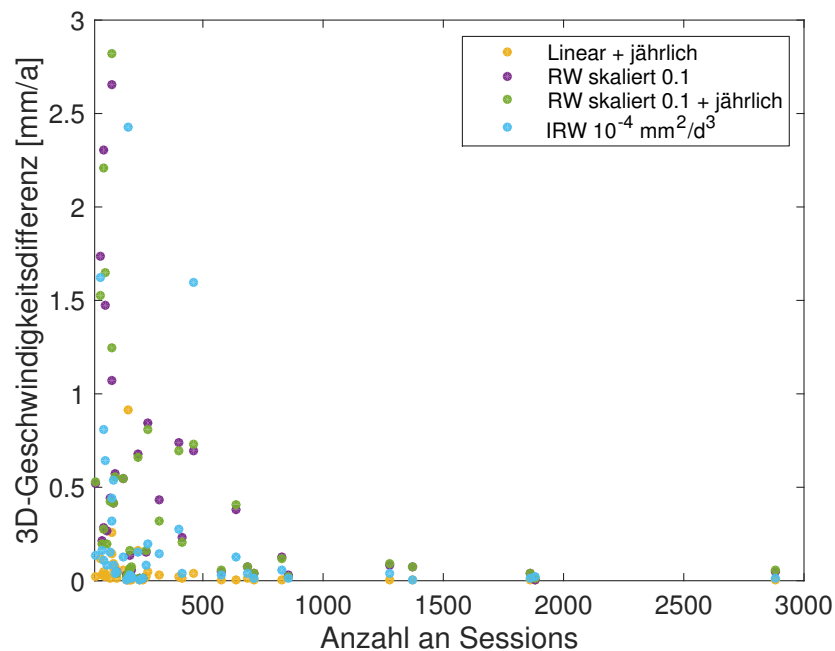


Abbildung 8.11: Es werden 3D-Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen den Kalman-Filter-Lösungen aus Abb. 8.10 und der linearen Kalman-Filter-Lösung in Abhängigkeit von der Anzahl an VLBI-Sessions, an denen die einzelnen Stationen beteiligt waren, gezeigt. Zur besseren Sichtbarkeit beginnt die X-Achse bei 50 und endet die Y-Achse bei 3 mm/a.

henkomponente, da diese bei den RW-Lösungen auch die größten Rauschwerte aufweist (vgl. Abschnitt 8.1.2). Die Ergebnisse für alle 74 Stationen sind erheblich von einzelnen Stationen beeinträchtigt, die nicht ausreichend Beobachtungen aufweisen, um sinnvolle Geschwindigkeiten zu schätzen. Hierbei ist die IRW-Lösung sogar näher an der linearen Lösung als die deterministische Lösung, in der lineare und jährliche Signale geschätzt wurden. Die Übereinstimmung verbessert sich deutlich, wenn nur die 22 Stationen, die an mehr als 200 Sessions teilnahmen, berücksichtigt werden. In diesem Fall hat die Bestimmung von jährlichen Signalen nur eine minimale Auswirkung auf die Stationsgeschwindigkeiten. Die RMS-Werte für die Lösungen, in denen ein Prozessrauschen größer Null zum Einsatz kam, sind fast identisch. Für die Standardlösung (RW mit 0.1-fachem stationsbasierten Prozessrauschen) beträgt der RMS für die vertikale Komponente rund 0.3 mm/a und für die horizontalen Anteile 0.1 mm/a in Bezug auf die lineare Lösung.

#### 8.2.4 Vergleiche linearer TRF-Lösungen

Während im letzten Abschnitt verschiedene Kalman-Filter-Lösungen verglichen wurden, soll die lineare Lösung, die als Referenz diente, im Folgenden anderen TRF-Lösungen, die nicht mithilfe eines Kalman-Filters berechnet wurden, gegenübergestellt werden. Zum einen wird hierfür ein VLBI-TRF, der auf den exakt gleichen Stationen und Sessions beruht, jedoch in einer Kleinsten-

Tabelle 8.3: RMS-Werte der Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen den Kalman-Filter-Lösungen aus Abb. 8.10 und der linearen Kalman-Filter-Lösung werden für die einzelnen Komponenten in mm/a angegeben. In den rechten Spalten werden nur Stationen berücksichtigt, die in mehr als 200 VLBI-Sessions beobachteten.

RMS [mm/a]	74 Stationen				22 Stationen (> 200 Sessions)			
	R	O	N	3D	R	O	N	3D
Linear + jährlich	1.65	0.64	0.52	1.85	0.03	0.01	0.01	0.04
RW skaliert 0.1	1.26	0.56	1.48	2.02	0.31	0.13	0.10	0.35
RW skaliert 0.1 + jährlich	3.52	0.88	2.61	4.47	0.30	0.12	0.09	0.34
IRW $10^{-4}$ mm <sup>2</sup> /d <sup>3</sup>	1.26	0.39	0.61	1.45	0.28	0.09	0.19	0.35

Quadrat-Ausgleichung mit VIE\_GLOB bestimmt wurde, herangezogen. Diese Lösung unterscheidet sich von der Kalman-Filter-Lösung insofern konzeptionell, als dass datumsfreie Normalgleichungen als Eingangsdaten dienten. Das Datum wurde über NNT- und NNR-Bedingungen in Bezug auf die gleichen zehn Stationen, die beim Kalman-Filter in die Helmert-Transformation eingehen, realisiert. Ein Vergleich erlaubt Einsichten in Bezug auf den Einfluss der unterschiedlichen Schätzalgorithmen und Datumrealisierungen. Zum anderen wird der ITRF2008 verwendet, um quantitative Aussagen über die Qualität der beiden VLBI-Lösungen zu treffen.

In Tabelle 8.4 werden jeweils die 14 Helmert-Transformationsparameter zwischen den Referenzrahmen aufgelistet. Die Parameter wurden basierend auf den zehn Datumsstationen der VLBI-Lösungen in einer ungewichteten Kleinste-Quadrate-Ausgleichung bestimmt. Im Falle der LSM-Lösung wurde die Transformation mittels der endgültigen Koordinaten und Geschwindigkeit bestimmt. Bei der Kalman-Filter-Lösung basiert sie jedoch auf dem Zustand der Lösung, bevor die Koordinaten und Geschwindigkeiten mittels der Zwölf-Parameter-Transformation an den ITRF2008 angeglichen wurden. Die Transformationsparameter der endgültigen Kalman-Filter-Lösung in Bezug auf den ITRF2008 werden nicht gezeigt, da sie deutlich unter  $10^{-7}$  mm beziehungsweise  $10^{-7}$  mm/a liegen. Ausgenommen davon ist natürlich der Maßstab, der nicht Teil der Datumsdefinition ist und der den Werten aus Tabelle 8.4 entspricht.

Die Transformationsparameter der nicht-transformierten Kalman-Filter-Lösung sind im Mittel geringfügig größer im Vergleich zur LSM-Lösung. Da das initiale Datum der Kalman-Filter-Lösung nur auf den NNT/NNR-Bedingungen der einzelnen VLBI-Sessions basiert und damit stark von der Netzwerk-Geometrie abhängig ist, überrascht dies kaum. Nichtsdestotrotz sind die Differenzen der Transformationsparameter der beiden VLBI-Lösungen in Bezug auf den ITRF2008 innerhalb von  $1\sigma$  und deshalb nicht signifikant. Dies zeigt, dass die inhärent schwächere Datumsdefinition der nicht-transformierten Kalman-Filter-Lösung dennoch akzeptable Ergebnisse liefert.

Die größten Unterschiede in Bezug auf den ITRF2008 sind im Maßstab und der Z-Translation auszumachen. Da der Maßstab bei VLBI nicht Teil der minimalen Datumsbedingungen ist, beim ITRF2008 aber als gewichtetes Mittel aus VLBI und SLR definiert wurde, sind die Differenzen von 2-3 mm nicht überraschend. Diese Werte stimmen mit jenen aus Seitz *et al.* (2012) (Tabelle 18)

Tabelle 8.4: Helmert-Transformationsparameter (Translationen  $T$ , Maßstab  $D$  und Rotationen  $R$ ) und ihre formalen Fehler werden für die lineare Kalman-Filter-Lösung (vor der finalen Ausrichtung auf den ITRF2008) und eine konsistente LSM-Lösung, jeweils in Bezug zum ITRF2008, aufgelistet. Die Transformationsparameter für die Positionen sind für die Epoche 2005.0 gültig.

KF TRF → ITRF2008	$T_X$	$T_Y$	$T_Z$	$D$	$R_X$	$R_Y$	$R_Z$
Position [mm]	0.39 ±0.83	-0.29 ±0.85	1.86 ±0.81	-2.18 ±0.80	0.15 ±1.12	-0.53 ±0.89	0.44 ±1.02
Geschwindigkeit [mm/a]	0.08 ±0.09	-0.07 ±0.09	0.01 ±0.09	-0.05 ±0.09	0.06 ±0.12	-0.03 ±0.10	0.16 ±0.11
LSM TRF → ITRF2008	$T_X$	$T_Y$	$T_Z$	$D$	$R_X$	$R_Y$	$R_Z$
Position [mm]	0.66 ±0.87	0.33 ±0.90	1.25 ±0.85	-2.73 ±0.84	0.00 ±1.17	-0.01 ±0.93	0.02 ±1.08
Geschwindigkeit [mm/a]	-0.02 ±0.15	-0.01 ±0.16	-0.05 ±0.15	0.09 ±0.15	0.00 ±0.20	0.01 ±0.16	0.02 ±0.19

und Böckmann *et al.* (2010) (Tabelle 6) überein. Auch in diesen Studien treten Verschiebungen in  $Z$ -Richtung auf Millimeterniveau auf. Obwohl Radioteleskope in relativ hohen Breiten wie Ny-Ålesund, Hobart oder Hartebeesthoek Teil der Datumsdefinition sind, könnte die Geometrie des VLBI-Netzes nicht ausreichen, um die NNT-Bedingung in  $Z$ -Richtung auf Submillimeterniveau zu erfüllen.

Die horizontalen Geschwindigkeiten der hier untersuchten Lösungen werden in Abb. 8.12 visualisiert. Im Falle der Kalman-Filter-Lösung handelt es sich um die endgültigen Geschwindigkeiten nach der Helmert-Transformation. Es werden nur Geschwindigkeiten für Segmente, die in allen Lösungen vorhanden sind und länger als drei Jahre dauern, gezeigt. Für Tsukuba ist beispielsweise nur die Geschwindigkeit für das Segment vor 2011 inkludiert. Größtenteils stimmen die Geschwindigkeiten gut überein, wobei größere Differenzen in Regionen, die durch seismische Aktivität beeinträchtigt sind, auftreten. Ein Grund für manche Differenzen könnte sein, dass Daten bis Ende 2013 in die VLBI-Lösungen einfließen, fünf Jahre mehr als beim ITRF2008.

In Abb. 8.13 finden sich die 3D-Geschwindigkeitsdifferenzen der VLBI-Lösungen in Bezug auf den ITRF2008. Wie in Abschnitt 8.2.3 wurden nur Stationen ohne Brüche in den Zeitreihen und mit einer Beobachtungszeitspanne von über drei Jahren berücksichtigt. In diesem Fall mussten jedoch auch Stationen, die nicht Teil des ITRF2008 sind, exkludiert werden, woraus sich eine Einschränkung auf 64 Stationen ergab. Tabelle 8.5 liefert die entsprechenden RMS-Werte für die Geschwindigkeitsdifferenzen. Zusätzlich finden sich auch RMS-Werte für die 21 Stationen, die an mehr als 200 VLBI-Experimenten teilnahmen.

Die Unterschiede sind im Allgemeinen, und besonders wenn nur die 21 Stationen mit guter Datengrundlage betrachtet werden, größer als jene in Abschnitt 8.2.3. Dies deutet darauf hin, dass die Wahl des Schätzalgorithmus und der Datumsdefinition schwerer wiegen als die verschiedenen Optionen, wie die Kalman-Filter-Lösung berechnet werden kann. Auch können

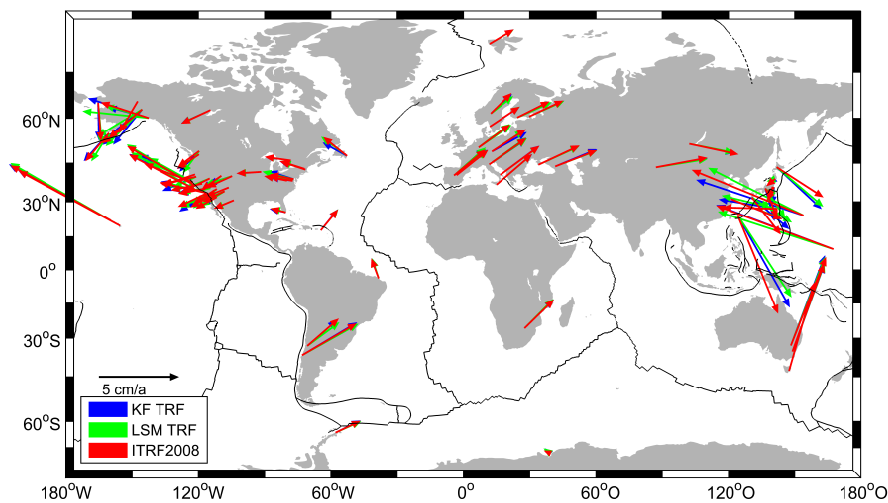


Abbildung 8.12: Horizontale Geschwindigkeitsvektoren der konsistenten Kalman-Filter- (blau) und LSM-Lösungen (grün), ergänzt durch jene des ITRF2008 (rot), werden für alle Stationen, die in diesen drei Referenzrahmen enthalten sind, visualisiert.

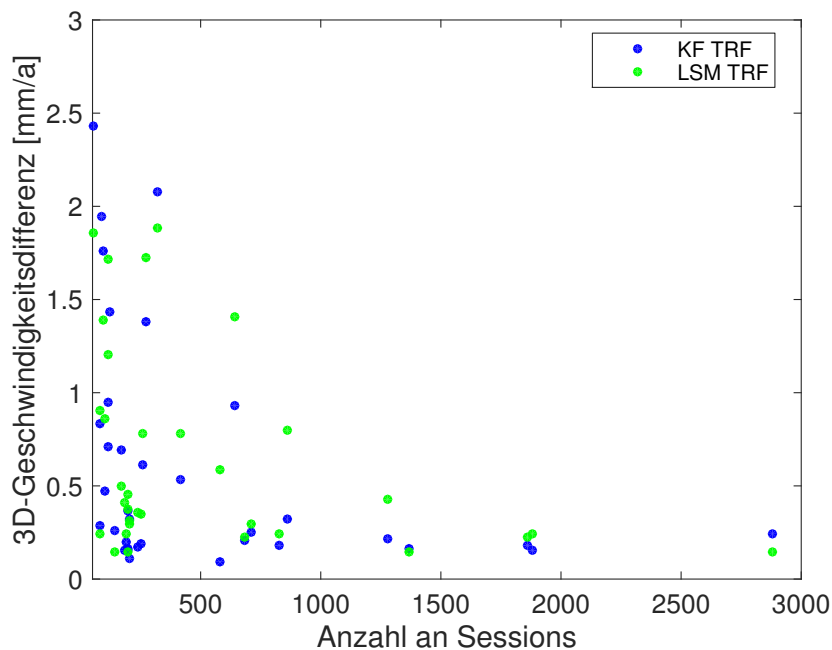


Abbildung 8.13: Es werden 3D-Geschwindigkeitsdifferenzen der linearen Kalman-Filter-Lösung (blau) und der LSM-Lösung (grün) in Bezug zum ITRF2008 abhängig von der Anzahl an VLBI-Sessions, an denen die einzelnen Stationen beteiligt waren, gezeigt. Die gewählten Achsen entsprechen Abb. 8.11.

in Tabelle 8.5 größere Unterschiede für Stationen mit weniger Sessions und in der vertikalen Komponente ausgemacht werden. Die RMS-Werte zeigen, dass die Geschwindigkeiten aus der linearen Kalman-Filter-Lösung besser zum ITRF2008 passen als die der LSM-Lösung. Dies könnte



Tabelle 8.5: RMS-Werte der Geschwindigkeitsdifferenzen der linearen Kalman-Filter-Lösung (blau) und der LSM-Lösung (grün) in Bezug zum ITRF2008 werden für die einzelnen Komponenten in mm/a angegeben. In den rechten Spalten werden nur Stationen berücksichtigt, die in mehr als 200 VLBI-Sessions beobachteten.

RMS [mm/a]	64 Stationen				21 Stationen (> 200 Sessions)			
	R	O	N	3D	R	O	N	3D
KF	3.91	1.43	1.53	4.44	1.42	0.67	0.32	1.60
LSM	6.59	2.23	2.35	7.34	1.87	0.70	0.44	2.05

darauf zurückzuführen sein, dass sowohl ITRF2008 als auch die Kalman-Filter-Lösung auf Eingangsdaten, die auf Parameterebene vorliegen, basieren – im Gegensatz zur VIE\_GLOB-Lösung, für welche Daten auf Normalgleichungsebene zum Einsatz kamen.



## Kapitel 9

# Schlussfolgerungen und Ausblick

### 9.1 Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurden verschiedene Aspekte der Prozessierung von VLBI-Daten mithilfe von Kalman-Filtern behandelt. Es wurde das Kalman-Filter-basierte Modul VIE\_KAL in VieVS@GFZ implementiert, welches die Schätzung aller gängigen Parameter in der VLBI-Auswertung ermöglicht. Gleichzeitig ist es sehr flexibel aufgebaut und erlaubt beispielsweise die Anpassung des stochastischen Modells oder die Integration externer Daten. Außerdem ermöglicht die Fähigkeit, datumsfreie Normalgleichungen zu produzieren, prinzipiell die Anwendung von VIE\_KAL für operationelle Zwecke. Während VIE\_KAL auch für Echtzeitanwendungen eingesetzt werden kann, liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Postprozessierung, welcher heutzutage noch größere Bedeutung zukommt. In diesem Zusammenhang wurden insbesondere mit dem Kalman-Filter geschätzte Troposphärenparameter und Stationskoordinaten untersucht. Schließlich wurde ein Programm zur Bestimmung von TRFs durch Kalman-Filterung von VLBI-Stationskoordinaten entwickelt. Dies führte zu Erkenntnissen, wie zukünftige ITRS-Realisierungen verbessert werden könnten.

Für die Untersuchung der troposphärischen Laufzeitverzögerungen wurde in einem ersten Schritt das stochastische Modell abgeleitet, welches stations- und zeitabhängige Unterschiede berücksichtigt. Als Datenquelle dienten die VLBI-CONT-Kampagnen zwischen 2002 und 2014. Es zeigte sich eine gute Übereinstimmung der Modelle aus ZWD-Zeitreihen des Kalman-Filters mit einer konsistenten LSM-Lösung sowie mit externen Daten. Das Rauschverhalten der ZWDs zeigte größere Ähnlichkeit mit RW-Prozessen als mit Turbulenz-basierten Modellen, womit frühere empirische Resultate von Jarlemark & Elgered (1998) bestätigt wurden. Es zeigte sich, dass in den letzten Jahren das Rauschniveau der ZWDs im Mittel leicht abgenommen hatte, was mit einer Steigerung der Qualität der VLBI-Daten zusammenhängen könnte.

Ein Vergleich der VLBI-ZWDs mit jenen anderer Techniken, insbesondere WVR, zeigte, dass die Kalman-Filter- und LSM-Lösungen ähnliche Bias aufweisen. Nach Abzug der Bias wies die Zeitreihe aus VIE\_KAL eine bessere Übereinstimmung mit den WVR-Daten als die LSM-Lösung auf, wobei die Standardabweichung der ZWD-Differenzen um 6-15% geringer war (Soja *et al.*,

2015d). Vergleiche der VLBI-Lösungen mit zwei verschiedenen GPS-Datensätzen mit unterschiedlichen zeitlichen Auflösungen resultierten ebenso in besseren Ergebnissen für die Kalman-Filter-ZWDs. In Bezug auf die Standardabweichungen der Differenzen zeigte die Kalman-Filter-Lösung im Mittel um 5% geringere Werte im Vergleich zu VIE\_LSM, wobei die Anwendung des stationsabhängigen stochastischen Modell eine weitere Verbesserung um 7% brachte (Soja *et al.*, 2015b). Diese Ergebnisse zeigten deutlich, welche Vorteile eine Filter-basierte Auswertung mit sorgfältiger stochastischer Modellierung in Bezug auf stark variierende und turbulente Parameter wie die troposphärischen Laufzeitverzögerungen bewirken kann.

Dass eine Verbesserung der Schätzung troposphärischer Parameter auch von positiven Auswirkungen auf die Qualität der Stationskoordinaten begleitet wird, zeigte sich in der Untersuchung der Basislinienlängen- und Stationskoordinatenwiederholbarkeiten. Diesbezüglich wurden durchwegs bessere WRMS-Werte für die Kalman-Filter-Lösung als für eine konsistente LSM-Lösung festgestellt. Die Anwendung von stationsabhängigen Rauschparametern im Kalman-Filter führte zu einer zusätzlichen Verbesserung von rund 2-3% (Soja *et al.*, 2015d). Eine Integration von GPS-ZWDs im Kalman-Filter brachte sowohl für die kalibrierten VLBI-Stationen als auch gemittelt über alle Stationen leichte Verbesserungen mit sich (Soja *et al.*, 2015b).

Durch Schätzung subtäglicher Stationskoordinatenvariationen konnte untersucht werden, inwiefern kurzzeitige nichtmodellerte Effekte, hauptsächlich verursacht durch Gezeitenkräfte und Auflastdeformationen, in den Zeitreihen zu erkennen sind. Durch eine Anpassung der Rauschparameter im Kalman-Filter konnte der Einfluss der Gezeiten der festen Erde zu 80% in der vertikalen Komponente und zu 70% in den beiden horizontalen rekonstruiert werden. Im Falle von Gezeiten-bedingten Ozeanauflasteffekten wurden nur bei zwei Stationen Signale, die dem Modell entsprechen, entdeckt. Die Kalman-Filter-Zeitreihen stimmten in Bezug auf die Phase zwar sehr gut mit dem Modell überein, die Amplituden wiesen aber größere Abweichungen auf. Atmosphärische Auflasteffekte waren generell zu klein, um einen sichtbaren Effekt in den Koordinatenzeitreihen zu produzieren. Die Möglichkeiten des Kalman-Filters in Bezug auf die Untersuchungen der kurzfristigen Stationskoordinatenvariation sind, wie sich zeigte, durch die Korrelationen mit Troposphären- und Uhrenparametern beschränkt. Selbst für CONT14 mit einem für VLBI-Verhältnissen exzellenten Netzwerk und einer überdurchschnittlichen Anzahl an Beobachtungen wurden die Schätzwerte für Stationspositionsvariationen durch die Korrelationen beeinträchtigt (Soja *et al.*, 2015c).

Im letzten Teil der Arbeit wurden verschiedene VLBI-TRF-Lösungen, die mittels eines eigens dafür entwickelten Kalman-Filters berechnet wurden, präsentiert. Für die Lösungen wurden VLBI-Daten, die 34 Jahre und mehr als 100 Stationen umfassten, herangezogen. Die geschätzten Zustandsparameter (Stationskoordinaten, Geschwindigkeiten und jährliche Signale) wurden für jede der über 4000 VLBI-Sessions aktualisiert. Durch die Einführung von Prozessrauschen konnte ein nichtlineares Verhalten der Koordinaten, u.a. im Zusammenhang mit postseismischen Deformationen und saisonalen Signalen, berücksichtigt werden.

Das stochastische Modell der Stationskoordinaten wurde stationsabhängig aus Auflastdeformationszeitreihen abgeleitet. Der größte Beitrag zum Prozessrauschen in der vertikalen Kompo-

nente ergab sich durch nichtzeitliche Auflasteffekte von atmosphärischen Druckvariationen, während für die horizontalen Komponenten der Einfluss der nichtzeitlichen Ozeanauflasteffekte am wichtigsten war. Die Rauschparameter konnten flexibel angepasst werden, um Brüche in den Stationskoordinatenzeitreihen oder postseismische Deformationen zu berücksichtigen. In letzterem Fall war die Art der Funktion, die der Skalierung dient, von deutlich geringerer Bedeutung als der Skalierungsfaktor direkt nach dem Erdbeben. Die Anpassung des Rauschens in Abhängigkeit von der Größe des entsprechenden Koordinatensprungs führte in allen untersuchten Fällen zu sinnvollen Ergebnissen.

In Tests verschiedener Kalman-Filter-Konfigurationen zeigte sich, dass eine zusätzliche Schätzung von jährlichen Signalen keinen Einfluss auf die Koordinatenzeitreihe hat, falls ein Prozessrauschen größer Null verwendet wird. Der Vorteil, saisonale Signale zu schätzen, liegt daher rein in verbesserten Koordinatenprädiktionen. Die Modellierung der Koordinatenvariationen mittels eines IRW-Prozesses führte zu fast identen Koordinatenzeitreihen im Vergleich mit der standardmäßigen Anwendung eines RW-Prozesses. Die Wahl des Rauschniveaus hatte einen signifikant größeren Einfluss auf die Kalman-Filter-Ergebnisse als jene des stochastischen Prozesses.

Die Qualität der mit dem Kalman-Filter geschätzten Stationsgeschwindigkeiten hing sehr stark von der Anzahl der zugrunde liegenden VLBI-Sessions ab. Stationen, die an mehr als 200 VLBI-Sessions teilnahmen, wiesen RMS-Werte der Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen Lösungen mit und ohne Prozessrauschen von rund 0.3 mm/a auf. Für diese Stationen hatte die Schätzung von jährlichen Signalen keinen Einfluss auf die Geschwindigkeiten.

Eine rein lineare Kalman-Filter-TRF-Lösung wurde mit einer auf den gleichen Eingangsdaten beruhenden Kleinste-Quadrate-Lösung und dem ITRF2008 verglichen. Die Transformationsparameter der VLBI-Lösungen zeigten eine gute Übereinstimmung – beide wiesen Maßstabsabweichungen von 2-3 mm und Translationen in Z-Richtung von 1-2 mm in Relation zum ITRF2008 auf. Die Stationsgeschwindigkeiten der Kalman-Filter-Lösung stimmten besser als jene der LSM-Lösung mit dem ITRF2008 ein.

Auch in Bezug auf die in der Geodäsie zentrale Aufgabe der TRF-Bestimmung lieferte daher die Anwendung eines Kalman-Filters deutlich verbesserte Ergebnisse. Stationskoordinaten weisen schließlich nichtdeterministische Signale auf, die nur durch stochastische Modellierung berücksichtigt werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Beitrag zur Etablierung von Filter-Algorithmen zur TRF-Erstellung geleistet und Verbesserungsmöglichkeiten, insbesondere in Bezug auf das stochastische Modell, vorgestellt (Soja *et al.*, eingereicht).

## 9.2 Ausblick

Die exzellenten Ergebnisse des neu implementierten Kalman-Filters in VieVS@GFZ ermöglichen einen vielversprechenden Ausblick in die Zukunft. Sobald VGOS operationell wird und mit kontinuierlichen VLBI-Beobachtungen, die in Nahe-Echtzeit verfügbar sind, eine neue VLBI-Ära einläutet, wird die Wichtigkeit von Algorithmen wie dem Kalman-Filter weiter zunehmen. Die

damit zusammenhängenden Forschungsaufgaben werden sich intensiv mit der Automatisierung der VLBI-Auswertung beschäftigen, um z.B. noch verlässlichere Detektion von Ausreißern oder Uhrensprüngen zu ermöglichen. Vorteilhaft an der Echtzeitauswertung ist, dass bei der automatischen Detektion von Problemen sofort die entsprechenden Stationen benachrichtigt werden könnten, um daraufhin Schritte zur Behebung dieser Schwierigkeiten einzuleiten. Dieses Szenario würde zu einer deutlich höheren Erfolgsquote der VLBI-Beobachtungen als heutzutage führen. Im Idealfall würde auch die Software zur Planung der VLBI-Beobachtungen in Echtzeit mit den Auswertungsergebnissen abgestimmt werden, sodass z.B. bei plötzlichem Auftreten von Problemen bei einer bestimmten Station die Planung weiterer Beobachtungen nur noch in Bezug auf die restlichen Stationen optimiert werden würde. Es würde daher nicht überraschen, wenn sich GeodätInnen in fünf Jahren mit künstlicher Intelligenz und *Machine learning* beschäftigen, anstatt manuell nach Uhrensprüngen zu suchen. In Zukunft könnten die VLBI-Echtzeitergebnisse zu neuen Anwendungsbereichen führen wie z.B. der Verbesserung von Wettervorhersagen mit aktuellen troposphärischen Parametern, zu präziserer Navigation auf der Erde sowie im Weltraum mithilfe von zeitnahen EOP oder zum Monitoring von seismisch aktiven Regionen.

Dennoch wird auch in Zukunft die Postprozessierung noch eine wichtige Rolle spielen, insbesondere, wenn es darum geht, bestimmte Parameter mit höchstmöglicher Genauigkeit zu bestimmen. Auch hier bringt das Kalman-Filter Vorteile, wie diese Arbeit gezeigt hat. Dies möge Entwickler anderer Software-Pakete dazu ermutigen, einen zusätzlichen Filter-Algorithmus zu implementieren oder bereits existierende auf den neuesten Stand zu bringen.

In Bezug auf die Untersuchungen der troposphärischen Laufzeitverzögerungen in dieser Arbeit könnte es sinnvoll sein, die bisher verwendeten CONT-Kampagnen um andere Arten an VLBI-Sessions zu ergänzen und somit eine längere Zeitspanne abzudecken. Damit wäre eine noch umfassendere Erfassung des Rauschverhaltens von ZWDs und der Leistung des Kalman-Filters in der ZWD-Bestimmung möglich. Falls ZWD-Rauschparameter für mehr als 30 Jahre bestimmt und andere Einflüsse wie unterschiedliche Qualitäten der VLBI-Beobachtungen eliminiert werden könnten, sollten klimatische Interpretationen möglich sein.

Die ZWD-Vergleiche mit GNSS könnten auf zusätzliche kollokierte Stationen ausgeweitet werden, wobei sich auch der Einfluss anderer GNSS wie GLONASS, Beidou oder Galileo studieren ließe. Außerdem könnte eine Integration verschiedener Techniken wie WVR, GNSS oder Messdaten von Radiosonden zu einer kombinierten Kalman-Filter-Lösung führen, die ZWDs von höherer Qualität als die der Einzellösungen erwarten ließe. Dies setzt jedoch voraus, dass die Bias, die sich im Rahmen dieser Arbeit als signifikant erwiesen haben, z.B. durch Schätzung oder Kalibrierung berücksichtigt werden.

Eine weitere Verbesserung der geschätzten ZWDs hätte aufgrund der Korrelationen auch positive Effekte auf Stationskoordinaten, sowohl in Bezug auf Wiederholbarkeiten als auch bei der Bestimmung kurzfristiger (bis zu subtäglicher) Variationen. Wenn die Korrelationen z.B. durch externe Kalibration reduziert werden könnten, würde es sich anbieten, aus den subtäglichen Kalman-Filter-Zeitreihen empirische Korrekturmodelle der Stationskoordinaten zu bestimmen. Zu diesem Zwecke könnten zusätzlich zu oder anstelle der RW-Prozesse stochastische Oszillato-

ren mit Perioden, die sich aus einer spektralen Analyse ergeben, geschätzt werden.

Auch wenn das Kalman-Filter unmodellerte Verschiebungen zu einem gewissen Teil kompensieren beziehungsweise quantifizieren kann, ist eine Korrektur auf Beobachtungsebene jedoch eindeutig vorzuziehen. Geophysikalische Modelle eignen sich hierfür besser als empirische VLBI-Modelle, um negative Effekte der Selbstkalibrierung zu vermeiden. Wünschenswert wären konsistent bestimmte Auflastmodelle, die z.B. die Massenerhaltung zwischen den verschiedenen Domänen berücksichtigen und eine Genauigkeit erreichen, die zu einer Empfehlung in zukünftigen IERS Conventions führt.

In dieser Arbeit wurde ein Fokus auf eine ausgeklügelte Modellierung des stochastischen Verhaltens der auftretenden Prozesse gelegt. Diese für das Kalman-Filter entwickelten Konzepte ließen sich teilweise auch für die Auswertung mit LSM anwenden, z.B. durch adaptive Intervalllängen der CPWLFs und eine zeit- und stationsabhängige Gewichtung der Nebenbedingungen (siehe auch Tanir Kayikci *et al.*, 2015). Für eine weitere, vom Schätzalgorithmus unabhängige Verbesserung der VLBI-Auswertung wäre es notwendig, das stochastische Modell der Beobachtungen mit ähnlicher Sorgfalt festzulegen wie jenes der Prozesse. So sollten zumindest Korrelationen zwischen den Beobachtungen sowie Fehler in den a priori Korrekturmodellen berücksichtigt werden.

Schließlich wäre es in Zukunft vorteilhaft, mit VIE\_KAL berechnete Lösungen im Rahmen der operationellen VLBI-Auswertung an das IVS-Kombinationszentrum zu übermitteln. Durch solch eine externe Begutachtung der Lösungen könnten weitere Fehlerquellen eliminiert und Verbesserungen erreicht werden. Zur rigorosen Erstellung von datumsfreien Normalgleichungen, die für die operationellen Beiträge essentiell sind, könnte neben VIE\_KAL eventuell ein neues Modul VIE\_SRIF in VieVS@GFZ implementiert werden, das auf einem Informationsfilter in Wurzel-darstellung basiert.

In Bezug auf die Bestimmung von TRFs mithilfe von Kalman-Filterung wäre es wünschenswert, die Software zu erweitern, um neben TRFs gleichzeitig EOP und CRFs zu schätzen. Dies hätte den Vorteil, dass konsistent bestimmte Produkte vorliegen. Während für EOP bereits viele Untersuchungen zur stochastischen Modellierung vorliegen (z.B. in Chin *et al.*, 2009), ist die Bestimmung von CRFs mit Filter-Techniken weitgehend Neuland. Es sollten sich damit jedoch insbesondere für die Handhabung der *special handling sources*, die deutliche Koordinatenvariationen aufweisen, neue Möglichkeiten ergeben. Eine Erweiterung der Software in Bezug auf Daten anderer geodätischer Weltraumtechniken wäre ebenfalls sinnvoll, jedoch mit einer erheblichen Restrukturierung und effizienzbezogenen Optimierungen verbunden.

In Zusammenhang mit den derzeitigen Fähigkeiten des Programms ließen sich noch einzelne Detailverbesserungen anbringen, wie z.B. die Schätzung der Transformationsparameter innerhalb des Kalman-Filters und nicht a posteriori. Diesbezüglich könnte auch mit dem Prozessrauschen der Datumparameter experimentiert werden, welche z.B. instantan, geglättet oder über die ganze Zeitspanne gemittelt angesetzt werden könnten. Wie beim Kalman-Filter in VieVS@GFZ könnte über eine Informationsfilter-Implementierung nachgedacht werden, um nicht mehr auf Transformationsparameter wie beim ITRF2008 angewiesen zu sein, sondern TRF-

Lösungen auf Normalgleichungsebene wie beim DTRF2008 zu realisieren.

Schlussendlich bietet es sich auch bei Anwendungen in Bezug auf Referenzrahmen an, die wahrscheinlich größte Stärke des Kalman-Filters auszuspielen: Echtzeitreferenzrahmen könnten zu einer deutlichen Genauigkeitssteigerung führen, da Extrapolationsfehler gänzlich vermieden würden. Vor allem in Gebieten starker seismischer Aktivität wären Verbesserungen zu erwarten. Auch könnte verhindert werden, dass praktisch ein ganzer Kontinent (Südamerika nach dem Chilebeben 2010) für einige Jahre keine gültigen ITRF-Koordinaten besitzt. Ein solcher Echtzeitreferenzrahmen wäre heute, basierend auf den *Rapid*-Produkten der IAG-Dienste, mit einer Verzögerung von etwa zwei Wochen möglich. In Zukunft und mit einer entsprechenden Anpassung der Produktpalette (bei VLBI im Rahmen von VGOS) könnten dann die Koordinaten der Referenzrahmen das Attribut "Echtzeit" tatsächlich verdienen.



## Anhang A

# Troposphärische Rauschparameter

Tabelle A.1: Analog zu Tabelle 6.3 werden die PSD  $\Phi$  und der Potenzgesetzparameter  $k$  aus Kalman-Filter-basierten ZWD-Lösungen aufgelistet, hier jedoch für jede einzelne CONT-Kampagne. Die PSD wird in  $\text{cm}^2/\text{d}$  angegeben.

IVS-Name	$\Phi_{02}$	$k_{02}$	$\Phi_{05}$	$k_{05}$	$\Phi_{08}$	$k_{08}$	$\Phi_{11}$	$k_{11}$	$\Phi_{14}$	$k_{14}$
ALGOPARK	9.1	-0.40	57.2	-0.29						
BADARY							3.9	-0.58	6.2	-0.41
FORTLEZA							21.4	-0.59	21.1	-0.53
GILCREEK	7.3	-0.39	4.5	-0.56						
HART15M									7.4	-0.48
HARTRAO	14.9	-0.43	5.9	-0.52	4.4	-0.50	10.5	-0.49		
HOBART12							18.5	-0.46	17.5	-0.47
HOBART26									18.4	-0.45
KATH12M									9.8	-0.54
KOKEE	14.9	-0.53	18.6	-0.53	17.5	-0.60	14.5	-0.50	8.4	-0.51
MATERA									9.9	-0.52
MEDICINA					23.4	-0.56				
NYALES20	1.3	-0.62	2.0	-0.49	3.6	-0.55	6.0	-0.43	2.7	-0.50
ONSALA60	14.7	-0.39	21.3	-0.43	17.3	-0.49	28.0	-0.46	6.0	-0.55
SVETLOE			18.3	-0.41	42.0	-0.38				
TIGOCONC			10.2	-0.55	14.0	-0.38	19.5	-0.37		
TSUKUB32			28.9	-0.37	52.9	-0.39	39.8	-0.38	54.6	-0.36
WARK12M									9.3	-0.52
WESTFORD	21.8	-0.34	80.2	-0.35	41.7	-0.37	56.2	-0.32	41.2	-0.38
WETTZELL	17.9	-0.42	16.1	-0.45	20.4	-0.39	9.8	-0.45	9.3	-0.56
YARRA12M									25.3	-0.41
YEBES40M							7.9	-0.54	5.6	-0.56
ZELENCHK					13.6	-0.63	20.9	-0.68	13.1	-0.65



## Anhang B

# Verschiebungen aufgrund atmosphärischer Auflasteffekte

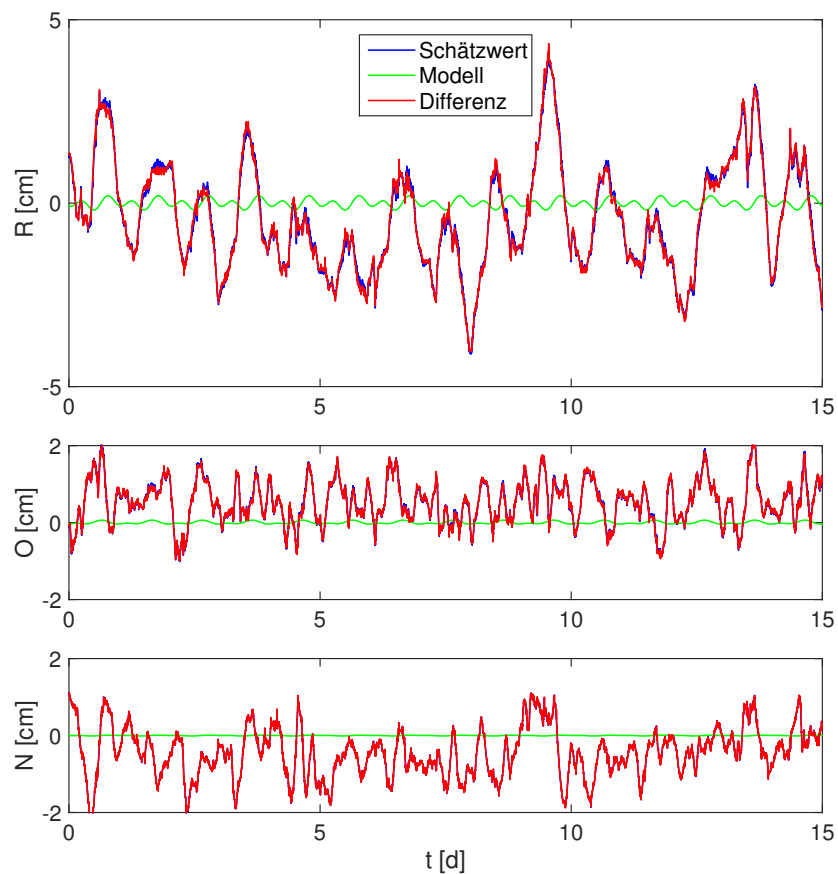


Abbildung B.1: Als Ergänzung zu Abschnitt 7.2 werden hier für Fortaleza die gleichen Größen wie in Abb. 7.5 gezeigt. Der nichtmodellierter Effekt ist hier die Deformation aufgrund TAL. Im Kalman-Filter wurde für die Stationskoordinaten eine PSD von  $10 \text{ cm}^2/\text{d}$  verwendet.

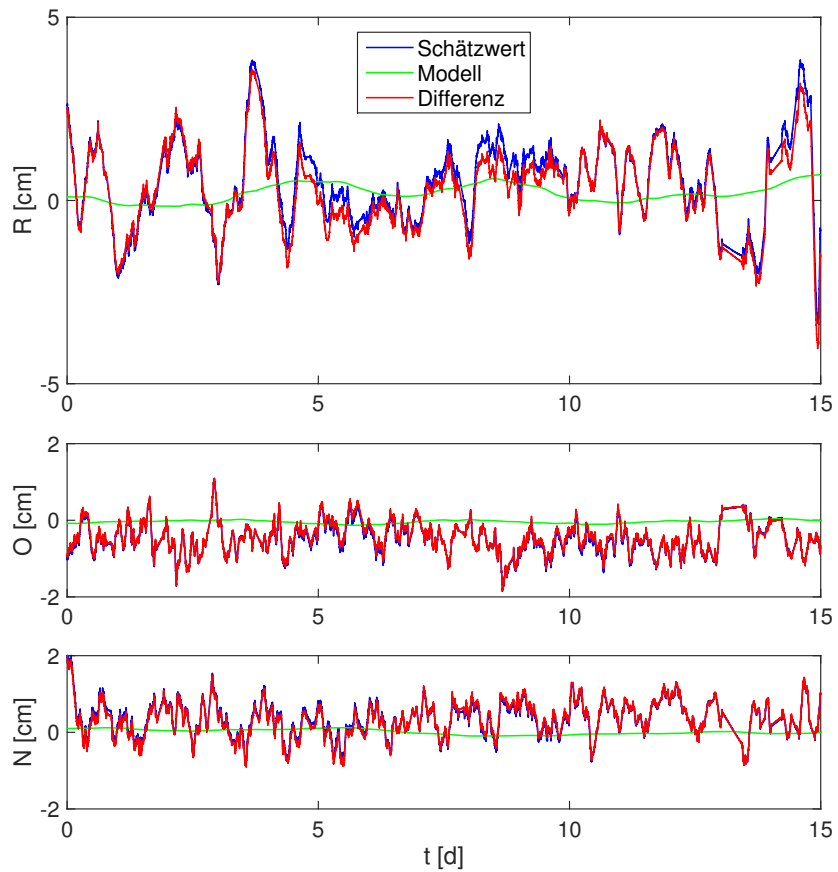


Abbildung B.2: Entsprechend den Abbildungen in Abschnitt 7.2 werden hier die nichtmodellierten NTAL-Effekte der Station Badary untersucht. Wie in der Lösung aus Abb. B.1 wurde ein Prozessrauschen von  $10 \text{ cm}^2/\text{d}$  verwendet.

## Anhang C

# Rauschparameter aus geophysikalischen Auflasteffekten

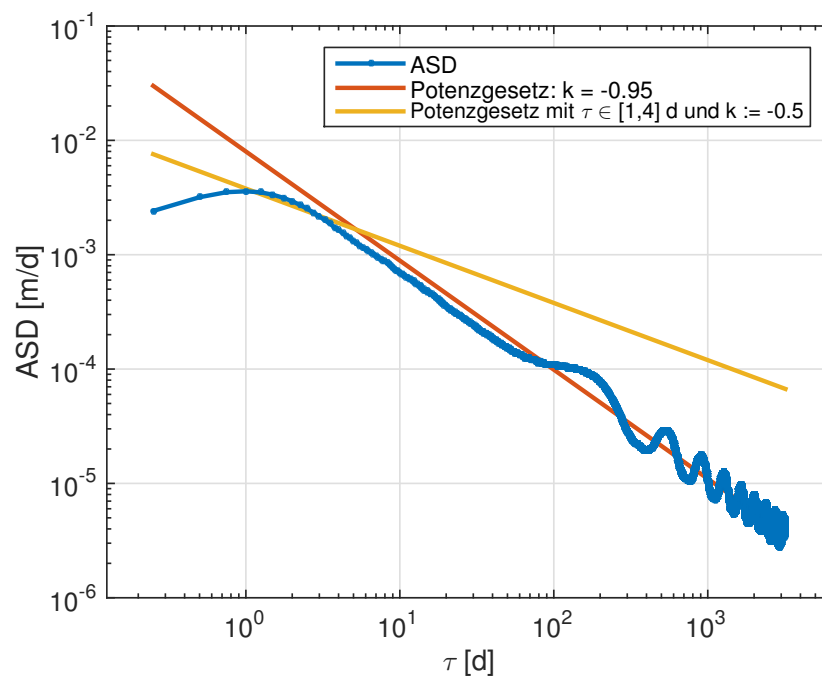


Abbildung C.1: Für die Höhenkomponente der Station Algonquin Park wird die ASD aus Auflastdeformationszeitreihen in Abhängigkeit der Zeitdifferenzen  $\tau$  gezeigt, wobei im Unterschied zu Abb. 8.1 keine jährlichen Signale entfernt wurden. Ein auf allen ASD-Werten basierendes Potenzgesetz ist in rot dargestellt und ein weiteres, bestimmt aus den Werten zwischen 1-4 d, wobei der Exponent  $k$  auf  $-0.5$  fixiert wurde, in gelb.

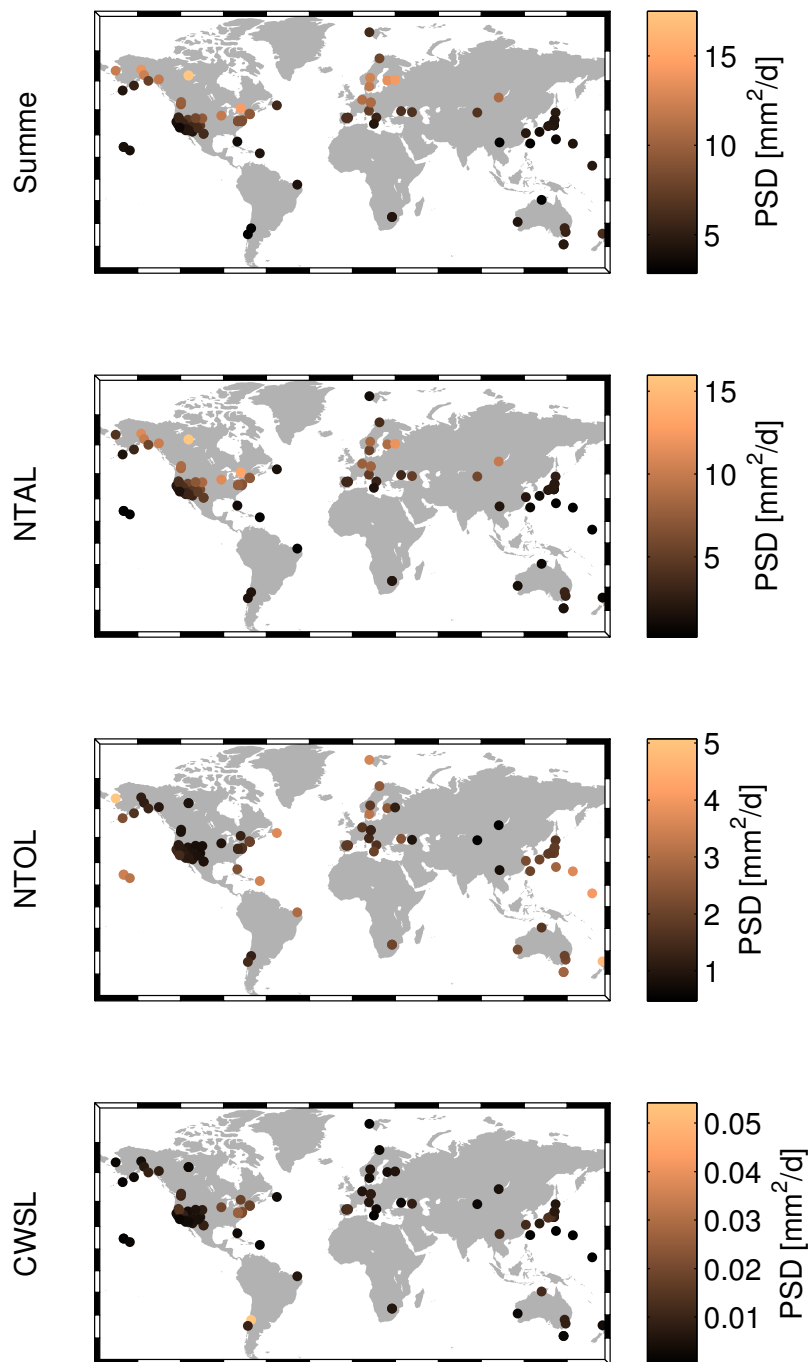


Abbildung C.2: Stationsabhängige PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  aus drei verschiedenen Auflastdeformationszeitreihen sowie deren Summe werden für die radiale Komponente der Stationskoordinaten der 104 VLBI-Stationen visualisiert (vgl. Abb. 8.2).

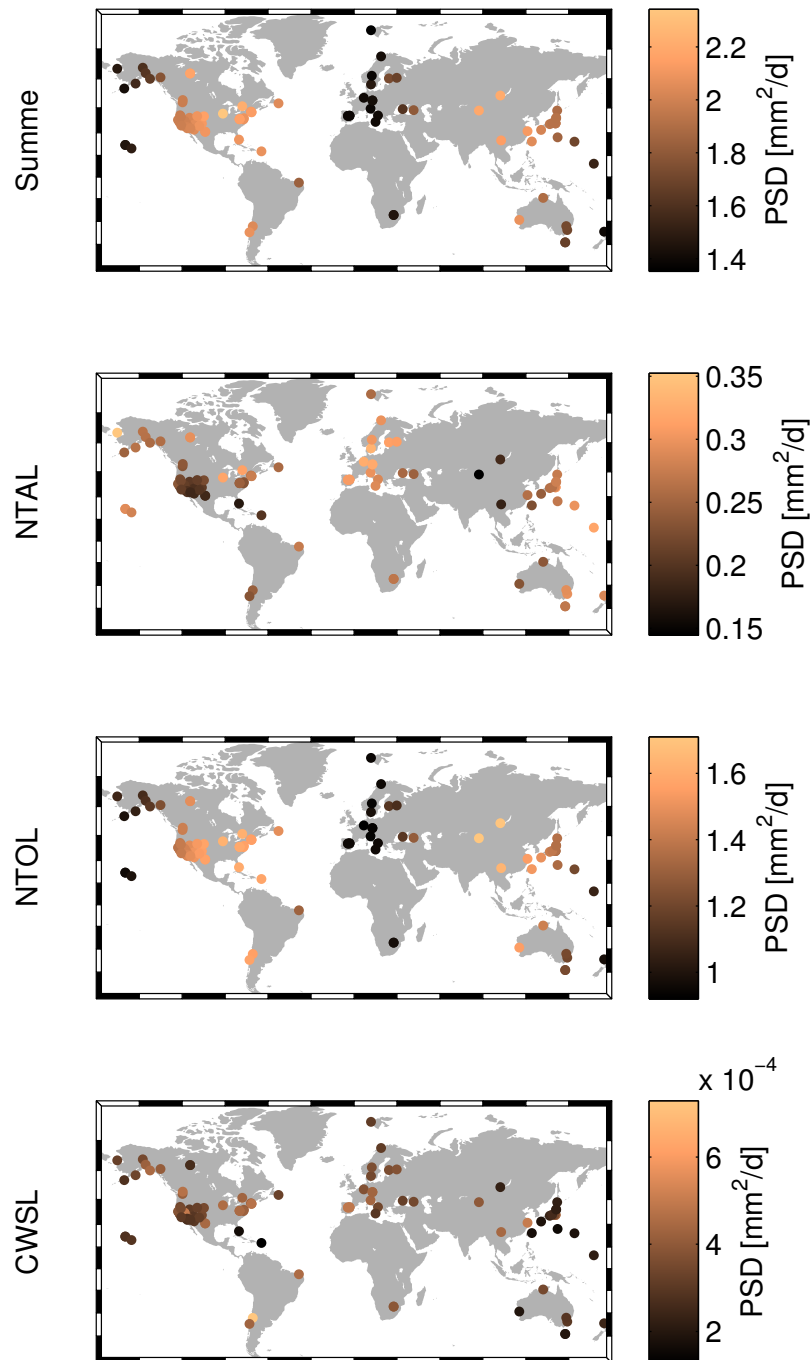


Abbildung C.3: Stationsabhängige PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  aus drei verschiedenen Auflastdeformationszeitreihen sowie deren Summe werden für die Ostkomponente der Stationskoordinaten der 104 VLBI-Stationen dargestellt.

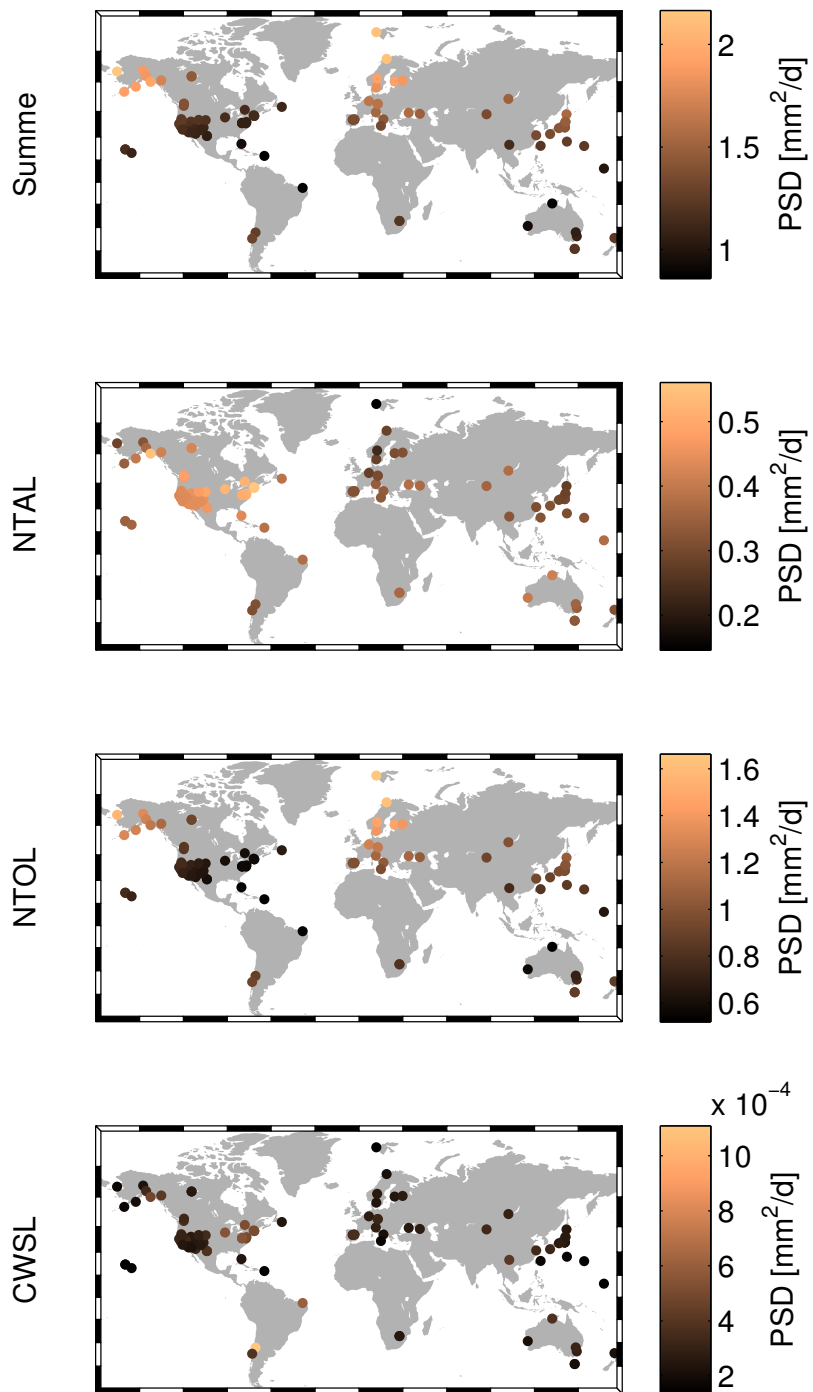


Abbildung C.4: Stationsabhängige PSD-Werte  $\Phi_{RW}$  aus drei verschiedenen Auflastdeformationszeitreihen sowie deren Summe werden für die Nordkomponente der Stationskoordinaten der 104 VLBI-Stationen gezeigt.



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Grundlegendes Messprinzip der geodätischen VLBI . . . . .	9
3.1	Übersichtsdiagramm zur Funktionsweise eines Kalman-Filters . . . . .	32
3.2	Kovarianzfunktion und PSD für einen simulierten WN-Prozess . . . . .	38
3.3	Doppeltlogarithmische Darstellung theoretischer WN-, RW- und IRW-Prozesse . . . . .	40
4.1	Positionen der teilnehmenden VLBI-Stationen für die jeweilige CONT-Kampagne . . . . .	44
4.2	Geographische Verteilung und Beobachtungshistorie der VLBI-Stationen für TRF-Untersuchungen . . . . .	47
4.3	Auflastdeformationszeitreihen für Algonquin Park . . . . .	52
5.1	Aufbau von VieVS@GFZ . . . . .	54
5.2	Graphische Benutzeroberfläche des VIE_KAL-Moduls von VieVS@GFZ . . . . .	55
5.3	Stations- und Radioquellenkoordinaten aus VIE_KAL . . . . .	57
5.4	Erdorientierungsparameter aus VIE_KAL . . . . .	58
5.5	Uhrenparameter aus VIE_KAL . . . . .	59
5.6	ASD der Uhrenparameter während CONT14 . . . . .	61
5.7	Troposphärische Gradienten aus VIE_KAL . . . . .	62
5.8	Datumsqualität in VIE_KAL . . . . .	64
5.9	Smoother-Lösung in VIE_KAL . . . . .	65
5.10	Residuen aus VIE_KAL . . . . .	66
6.1	ZWD-ASD für Wettzell während CONT14 . . . . .	71
6.2	Karte mit über alle CONT-Kampagnen gemittelten ZWD-PSD-Werten . . . . .	73
6.3	ZWD-PSD-Zeitreihen auf Basis der CONT-Kampagnen . . . . .	75
6.4	ZWD-Vergleiche verschiedener Techniken für die Station Onsala . . . . .	76
6.5	ZWD-Vergleiche verschiedener Techniken für die Station Tsukuba . . . . .	76
6.6	ZWD-Differenzen für die Station Onsala . . . . .	78
6.7	ZWDs aus VLBI und GPS für Wettzell . . . . .	79
6.8	ZWDs aus VLBI und GPS für Onsala . . . . .	80
6.9	ZWD-Differenzen zwischen VLBI und GPS . . . . .	80

7.1	Basislinienlängenwiederholbarkeiten für CONT14 . . . . .	85
7.2	3D-Stationskoordinatenwiederholbarkeiten für CONT14 . . . . .	86
7.3	Differenzen der Stationskoordinatenwiederholbarkeiten . . . . .	87
7.4	Stationskoordinatenwiederholbarkeiten bei Integration von GPS-Daten . . . . .	88
7.5	Feste Erdgezeiten für Fortaleza . . . . .	91
7.6	Gezeitliche Ozeanauflasten für Fortaleza . . . . .	93
8.1	ASD aus Auflastdeformationszeitreihen für Algonquin Park . . . . .	99
8.2	Stationsabhängige PSD-Werte aus Auflastdeformationszeitreihen . . . . .	100
8.3	Seismischer Skalierungsfaktor . . . . .	101
8.4	Stationskoordinatenzeitreihen für Wettzell . . . . .	104
8.5	Stationskoordinatenzeitreihen für Algonquin Park . . . . .	105
8.6	Stationskoordinatenzeitreihen für Tsukuba . . . . .	106
8.7	Stationskoordinatenzeitreihen für TIGO Concepción . . . . .	107
8.8	Stationskoordinatenzeitreihen für TIGO mit verschiedenen Skalierungsfunktionen . . . . .	107
8.9	Stationskoordinatenzeitreihen für TIGO mit verschiedenen Skalierungsfaktoren . . . . .	108
8.10	Stationskoordinaten- und Geschwindigkeitszeitreihen für Fortaleza . . . . .	109
8.11	Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen verschiedenen Kalman-Filter-Lösungen . . . . .	111
8.12	Horizontale Geschwindigkeitsvektoren verschiedener TRF-Lösungen . . . . .	114
8.13	Geschwindigkeitsdifferenzen von Kalman-Filter- und LSM-Lösungen . . . . .	114
B.1	Gezeitliche Atmosphärendruckauflasteffekte für Fortaleza . . . . .	125
B.2	Nichtgezeitliche Atmosphärendruckauflasteffekte für Badary . . . . .	126
C.1	ASD-Werte aus Auflastdeformationszeitreihen inklusive jährlicher Signale . . . . .	127
C.2	PSD-Werte aus Auflastdeformationszeitreihen für die Radialkomponente . . . . .	128
C.3	PSD-Werte aus Auflastdeformationszeitreihen für die Ostkomponente . . . . .	129
C.4	PSD-Werte aus Auflastdeformationszeitreihen für die Nordkomponente . . . . .	130

# Tabellenverzeichnis

2.1	Größenordnung stationsbezogener Effekte . . . . .	19
4.1	Vergleich der VLBI-CONT-Kampagnen . . . . .	45
5.1	Elemente des Zustandsvektors in VIE_KAL . . . . .	57
5.2	Parametrisierung und stochastische Modellierung der Kalman-Filter und LSM-Lösungen . . . . .	63
6.1	ZWD-Rauschcharakterisierung für CONT-Kampagnen . . . . .	71
6.2	Charakterisierung des ZWD-Rauschens mit verschiedenen Techniken . . . . .	72
6.3	Stationsbasiertes ZWD-PSD-Modell . . . . .	73
6.4	Statistiken der ZWD-Differenzen in Bezug auf WVR . . . . .	77
6.5	Statistiken der ZWD-Differenzen in Bezug auf GNSS . . . . .	81
6.6	Formale Fehler der ZWDs verschiedener Techniken . . . . .	82
7.1	Basislinienlängenwiederholbarkeiten . . . . .	84
7.2	Stationskoordinatenwiederholbarkeiten . . . . .	87
7.3	Stationskoordinatenwiederholbarkeiten bei Integration von GPS-Daten . . . . .	89
7.4	Bestimmung von Signalen durch feste Erdzeiten . . . . .	92
7.5	Bestimmung von Auflasteffekten . . . . .	94
8.1	Mittlere PSD-Werte aus Auflastdeformationszeitreihen . . . . .	99
8.2	Seismischer Skalierungsfaktor für wichtige Erdbeben . . . . .	102
8.3	Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen verschiedenen Kalman-Filter-Lösungen . . . . .	112
8.4	Helmert-Transformationsparameter zwischen TRF-Lösungen . . . . .	113
8.5	Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen verschiedenen TRF-Lösungen . . . . .	115
A.1	Stationsbasierte ZWD-PSD-Modelle aller CONT-Kampagnen . . . . .	123



# Akronyme

<b>AC</b>	Analysis center
<b>AKF</b>	Adaptiver Kalman-Filter
<b>APL</b>	Atmospheric pressure loading
<b>ASD</b>	Allan standard deviation
<b>BIH</b>	Bureau International de l'Heure
<b>BRF</b>	Backward running filter
<b>CC</b>	Combination center
<b>CNES</b>	Centre national d'études spatiales
<b>CoM</b>	Center of Mass
<b>CPWLF</b>	Continuous piecewise linear function
<b>CRF</b>	Celestial reference frame
<b>CWSL</b>	Continental water storage loading
<b>DGFI</b>	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut
<b>DORIS</b>	Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite
<b>ECMWF</b>	European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
<b>EKF</b>	Extended Kalman filter
<b>EnKF</b>	Ensemble Kalman filter
<b>EOP</b>	Erdorientierungsparameter
<b>EPOS</b>	Earth Parameter and Orbit determination System
<b>FES</b>	Finite Element Solution
<b>FOGM</b>	First-order Gauss-Markov
<b>FRF</b>	Forward running filter
<b>GFS</b>	Global Forecast System
<b>GFZ</b>	GeoForschungsZentrum
<b>GGOS</b>	Global Geodetic Observing System
<b>GMF</b>	Global Mapping Function
<b>GM</b>	Gauß-Markov
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>GRACE</b>	Gravity Recovery and Climate Experiment
<b>GSFC</b>	Goddard Space Flight Center

<b>IAG</b>	International Association of Geodesy
<b>IAU</b>	International Astronomical Union
<b>IERS</b>	International Earth Rotation and Reference Systems Service
<b>IFS</b>	Integrated Forecast System
<b>IGN</b>	Institut Géographique National
<b>IGS</b>	International GNSS Service
<b>IMLS</b>	International Mass Loading Service
<b>IRW</b>	Integrated random walk
<b>ITRF</b>	International Terrestrial Reference Frame
<b>ITRS</b>	International Terrestrial Reference System
<b>IVS</b>	International VLBI Service for Geodesy and Astrometry
<b>JPL</b>	Jet Propulsion Laboratory
<b>KF</b>	Kalman-Filter
<b>LLR</b>	Lunar Laser Ranging
<b>LSA</b>	Least squares adjustment
<b>LSM</b>	Least squares method
<b>MERRA</b>	Modern Era Retrospective-Analysis for Research and Applications
<b>NASA</b>	National Aeronautics and Space Administration
<b>NCEP</b>	National Centers for Environmental Prediction
<b>NNR</b>	No-net-rotation
<b>NNT</b>	No-net-translation
<b>NRAO</b>	National Radio Astronomy Observatory
<b>NTAL</b>	Non-tidal atmospheric pressure loading
<b>NTOL</b>	Non-tidal ocean loading
<b>NWM</b>	Numerical weather model
<b>OBP</b>	Ocean bottom pressure
<b>OMCT</b>	Ocean Model for Circulation and Tides
<b>PPP</b>	Precise point positioning
<b>PSD</b>	Power spectral density
<b>PWLF</b>	Piecewise linear function
<b>R&amp;D</b>	Research & development
<b>RMS</b>	Root mean square
<b>RTS</b>	Rauch-Tung-Striebel
<b>RT</b>	Ray-Tracing
<b>RW</b>	Random walk
<b>SET</b>	Solid earth tide
<b>SLR</b>	Satellite Laser Ranging
<b>SRIF</b>	Square-root information filter
<b>STD</b>	Standard deviation
<b>TAL</b>	Tidal atmospheric pressure loading

<b>TCG</b>	Temps coordonnée géocentrique
<b>TIGA</b>	Tide Gauge Benchmark Monitoring
<b>TOL</b>	Tidal ocean loading
<b>TRF</b>	Terrestrial reference frame
<b>TRS</b>	Terrestrial reference system
<b>UKF</b>	Unscented Kalman filter
<b>VGOS</b>	VLBI Global Observing System
<b>VieVS</b>	Vienna VLBI Software
<b>VLBA</b>	Very Long Baseline Array
<b>VLBI-ART</b>	VLBI Analysis in Real-Time
<b>VLBI</b>	Very Long Baseline Interferometry
<b>VMF</b>	Vienna Mapping Function
<b>WM</b>	Weighted mean
<b>WN</b>	White noise
<b>WRMS</b>	Weighted root mean square
<b>WVR</b>	Water vapor radiometer
<b>ZHD</b>	Zenith hydrostatic delay
<b>ZTD</b>	Zenith total delay
<b>ZWD</b>	Zenith wet delay





# Literaturverzeichnis

- ABBONDANZA, C., ALTAMIMI, Z., CHIN, T., GROSS, R., HEFLIN, M., PARKER, J. UND WU, X. (2015). Three-Corner Hat for the assessment of the uncertainty of non-linear residuals of space-geodetic time series in the context of terrestrial reference frame analysis. *Journal of Geodesy*, 89(4), S. 313–329.
- ALLAN, D.W. (1966). Statistics of atomic frequency standards. *Proc. IEEE*, S. 221–230.
- ALTAMIMI, Z., SILLARD, P. UND BOUCHER, C. (2002). ITRF2000: A new release of the International Terrestrial Reference Frame for earth science applications. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 107(B10).
- ALTAMIMI, Z., COLLILIEUX, X., LEGRAND, J., GARAYT, B. UND BOUCHER, C. (2007). ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B9).
- ALTAMIMI, Z., COLLILIEUX, X. UND MÉTIVIER, L. (2011). ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame. *Journal of Geodesy*, 85(8), S. 457–473.
- ANDERSEN, P.H. (2000). Multi-level arc combination with stochastic parameters. *Journal of Geodesy*, 74(7-8), S. 531–551.
- ANGERMANN, D., DREWES, H., KRÜGEL, M., MEISEL, B., GERSTL, M., KELM, R., MÜLLER, H., SEEMÜLLER, W. UND TESMER, V. (2004). ITRS Combination Center at DGFI: a terrestrial reference frame realization 2003. DGK, Reihe B, Heft-Nr. 313, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- ARNOLD, D., MEINDL, M., BEUTLER, G., DACH, R., SCHAEER, S., LUTZ, S., PRANGE, L., SOŚNICA, K., MERVART, L. UND JÄGGI, A. (2015). CODE's new solar radiation pressure model for GNSS orbit determination. *Journal of Geodesy*, 89(8), S. 775–791.
- BEZRUČKA, J. (2011). The use of a Kalman filter in geodesy and navigation. *Slovak Journal of Civil Engineering*, 19, S. 8–15.
- BIERMAN, G.J. (1977). *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation*. Academic Press, New York.

- BLEWITT, G. (2003). Self-consistency in reference frames, geocenter definition, and surface loading of the solid Earth. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 108(B2).
- BLEWITT, G. UND LAVALLÉE, D. (2002). Effect of annual signals on geodetic velocity. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 107(B7).
- BLOSSFELD, M., SEITZ, M. UND ANGERMANN, D. (2014). Non-linear station motions in epoch and multi-year reference frames. *Journal of Geodesy*, 88(1), S. 45–63.
- BÖCKMANN, S., ARTZ, T. UND NOTHNAGEL, A. (2010). VLBI terrestrial reference frame contributions to ITRF2008. *Journal of Geodesy*, 84(3), S. 201–219.
- BÖHM, J. UND SCHUH, H. (2004). Vienna mapping functions in VLBI analyses. *Geophysical Research Letters*, 31(L01603).
- BÖHM, J., NIELL, A., TREGONING, P. UND SCHUH, H. (2006a). Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data. *Geophysical Research Letters*, 33(L07304).
- BÖHM, J., WERL, B. UND SCHUH, H. (2006b). Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data. *Journal of Geophysical Research*, 111(B02406).
- BÖHM, J., SPICAKOVA, H., PLANK, L., TEKE, K., PANY, A., WRESNIK, J., ENGLISH, S., NILSSON, T., SCHUH, H., HOBIGER, T., ICHIKAWA, R., KOYAMA, Y., GOTOH, T., KUBOOKA, T. UND OTSUBO, T. (2009). Plans for the Vienna VLBI Software VieVS. In G. Bourda, P. Charlot und A. Collioud, Hrsg., *Proceedings of the 19th European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 161–164.
- BÖHM, J., BÖHM, S., NILSSON, T., PANY, A., PLANK, L., SPICAKOVA, H., TEKE, K. UND SCHUH, H. (2012). The new Vienna VLBI Software VieVS. In S. Kenyon, M.C. Pacino und U. Marti, Hrsg., *Proceedings of IAG Scientific Assembly 2009*, Band 136 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 1007–1011, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- BÖHM, J., URQUHART, L., STEIGENBERGER, P., HEINKELMANN, R., NAFISI, V. UND SCHUH, H. (2013). A Priori Gradients in the Analysis of Space Geodetic Observations. In Z. Altamimi und X. Collilieux, Hrsg., *Reference Frames for Applications in Geosciences*, Band 138 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 105–109, Springer Berlin Heidelberg.
- BOLOTIN, S. (2000). VLBI data analysis center at main astronomical observatory of national academy of science of Ukraine. In N. Capitaine, Hrsg., *Proceedings of the Journées 2000: Systèmes de référence spatio-temporels*, S. 102–106.
- BOUCHER, C. (2013). Geodetic Reference Frames: 40 Years of Technological Progress and of International Cooperation: 1970–2010. In Z. Altamimi und X. Collilieux, Hrsg., *Reference Frames for Applications in Geosciences*, Band 138 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 1–4, Springer Berlin Heidelberg.

- BROWN, R.G. UND HWANG, P.Y.C. (1997). *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*. John Wiley, New York, 3. Auflage.
- CAMPBELL, J. (2000). From Quasars to Benchmarks: VLBI Links Heaven and Earth. In N.R. Vandenberg und K.D. Baver, Hrsg., *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2000 General Meeting Proceedings*, S. 19–34.
- CHIN, T. (2001). On Kalman filter solution of space-time interpolation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(4), S. 663–666.
- CHIN, T.M., GROSS, R.S., BOGGS, D.H. UND RATCLIFFE, J.T. (2009). Dynamical and Observation Models in the Kalman Earth Orientation Filter. *IPN Progress Report*, 42(176).
- DAVIS, J.L., HERRING, T.A., SHAPIRO, I.I., ROGERS, A.E.E. UND ELGERED, G. (1985). Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length. *Radio Science*, 20(6), S. 1593–1607.
- DEL MORAL, P., PETERS, G.W. UND VERGÉ, C. (2013). An Introduction to Stochastic Particle Integration Methods: With Applications to Risk and Insurance. In J. Dick, F.Y. Kuo, G.W. Peters und I.H. Sloan, Hrsg., *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods 2012*, Band 65 aus: *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*, S. 39–81, Springer Berlin Heidelberg.
- DENG, Z. (2012). *GPS Meteorology with Single Frequency Receivers*. Doktorarbeit, Leibniz University Hannover.
- DENG, Z., GENDT, G. UND SCHÖNE, T. (2015). Status of the Tide Gauge data reprocessing at GFZ. In P. Willis, Hrsg., *Proceedings of IAG Scientific Assembly 2013*, Band 136 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, in press.
- DETTMERING, D., HEINKELMANN, R. UND SCHMIDT, M. (2011a). Systematic differences between VTEC obtained by different space-geodetic techniques during CONT08. *Journal of Geodesy*, 85, S. 443–451.
- DETTMERING, D., SCHMIDT, M., HEINKELMANN, R. UND SEITZ, M. (2011b). Combination of different space-geodetic observations for regional ionosphere modeling. *Journal of Geodesy*, 85, S. 989–998.
- DICK, G., GENDT, G. UND REIGBER, C. (2000). Operational water vapor estimation in a dense German network. In K. Gowey, R. Neilan und A. Moore, Hrsg., *Proceedings IGS Analysis Center Workshop*, IGS 1999 Technical Reports, S. 375–384, Jet Propul. Lab., Pasadena, Calif.
- DICK, G., GENDT, G. UND REIGBER, C. (2001). First experience with near real-time water vapor estimation in a German GPS network. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 63(12), S. 1295–1304.

- DOBSLAW, H. UND THOMAS, M. (2007). Simulation and observation of global ocean mass anomalies. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 112(C5).
- ELGERED, G. (1993). Tropospheric radio-path delay from ground-based microwave radiometry. In M. Janssen, Hrsg., *Atmospheric Remote Sensing by Microwave Radiometry*, S. 215–258, John Wiley, New York.
- ELGERED, G. UND JARLEMARK, P.O.J. (1998). Ground-based microwave radiometry and long-term observations of atmospheric water vapor. *Radio Science*, 33(3), S. 707–717.
- EMARDSON, T.R. UND JARLEMARK, P.O.J. (1999). Atmospheric modelling in GPS analysis and its effect on the estimated geodetic parameters. *Journal of Geodesy*, 73(6), S. 322–331.
- ERIKSSON, D. UND MACMILLAN, D. (2014). Continental hydrology loading observed by VLBI measurements. *Journal of Geodesy*, 88(7), S. 675–690.
- EVENSEN, G. (2007). *Data assimilation: the ensemble Kalman filter*. Springer, Berlin.
- FEISSEL-VERNIER, M., DE VIRON, O. UND LE BAIL, K. (2007). Stability of VLBI, SLR, DORIS, and GPS positioning. *Earth, Planets and Space*, 59(6), S. 475–497.
- FEY, A.L., GORDON, D., JACOBS, C.S., MA, C., GAUME, R.A., ARIAS, E.F., BIANCO, G., BOBOLTZ, D.A., BÖCKMANN, S., BOLOTIN, S., CHARLOT, P., COLLILOUD, A., ENGELHARDT, G., GIPSON, J., GONTIER, A.M., HEINKELMANN, R., KURDUBOV, S., LAMBERT, S., LYTVYN, S., MACMILLAN, D.S., MALKIN, Z., NOTHNAGEL, A., OJHA, R., SKURIKHINA, E., SOKOLOVA, J., SOUCHAY, J., SOVERS, O.J., TESMER, V., TITOV, O., WANG, G. UND ZHAROV, V. (2015). The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry. *The Astronomical Journal*, 150(2), S. 58.
- FRIEDERICHS, T. (2010). *Analysis of Geodetic Time Series Using Allan Variances*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart.
- GELB, A. (1974). *Applied Optimal Estimation*. The MIT Press, Cambridge.
- GENDT, G., DICK, G. UND SÖHNE, W. (1999). GFZ analysis center of IGS – Annual report 1998. In K. Gowey, R. Neilan und A. Moore, Hrsg., *Analysis Center Reports*, IGS 1998 Technical Reports, S. 79–87, Jet Propul. Lab., Pasadena, Calif.
- GENDT, G., DICK, G., REIGBER, C., TOMASSINI, M., LIU, Y. UND RAMATSCHI, M. (2004). Near Real Time GPS Water Vapor Monitoring for Numerical Weather Prediction in Germany. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 82(1B), S. 361–370.
- GIPSON, J. (2014). IVS working group IV and the new open format database. In D. Behrend, K. Baver und K. Armstrong, Hrsg., *Proceedings of the Eighth IVS General Meeting*, S. 248–252.

- GLASER, S. (2014). *Zur Optimierung der Kombinationsstrategie verschiedener Satellitenbeobachtungsverfahren bei der Realisierung eines globalen terrestrischen Referenzsystems*. Doktorarbeit, Fakultät Umweltwissenschaften der Technischen Universität Dresden.
- GROSS, R.S. (2000). Combinations of Earth-orientation measurements: SPACE97, COMB97, and POLE97. *Journal of Geodesy*, 73(12), S. 627–637.
- GROSS, R.S., EUBANKS, T.M., STEPPE, J.A., FREEDMAN, A.P., DICKEY, J.O. UND RUNGE, T.F. (1998). A Kalman-filter-based approach to combining independent Earth-orientation series. *Journal of Geodesy*, 72(4), S. 215–235.
- HALSIG, S., ARTZ, T., LEEK, J. UND NOTHNAGEL, A. (2014). VLBI analyses using covariance information from turbulence models. In D. Behrend, K. Baver und K. Armstrong, Hrsg., *Proceedings of the Eighth IVS General Meeting*, S. 272–276.
- HASE, H., BEHREND, D., MA, C., PETRACHENKO, B., SCHUH, H. UND WHITNEY, A. (2012). The emerging VGOS network of the IVS. In D. Behrend und K.D. Baver, Hrsg., *IVS 2012 General Meeting Proceedings, NASA/CP-2012-217504*, S. 8–12.
- HASE, H., BEHREND, D., NOTHNAGEL, A. UND SCHUH, H. (2015). A Vision for VGOS Observations and Analysis in 2020. In R. Haas und F. Colomer, Hrsg., *Proceedings of the 22nd European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 95–96.
- HAURWITZ, B. (1941). *Dynamic Meteorology*. McGraw-Hill Book Company, Incorporated.
- HAYKIN, S. (2001). *Kalman Filtering and Neural Networks*. John Wiley, New York.
- HEINKELMANN, R. (2013). VLBI Geodesy: Observations, Analysis and Results. In S. Jin, Hrsg., *Geodetic Sciences - Observations, Modeling and Applications*, InTech.
- HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2009). Very Long Baseline Interferometry: Accuracy limits and relativistic tests. In S. Klioner, P.K. Seidelmann und M. Soffel, Hrsg., *Proceedings IAU Symposium No. 261: Relativity in Fundamental Astronomy: Dynamics, Reference Frames and Data Analysis*, S. 286–290.
- HEINKELMANN, R. UND TESMER, V. (2013). Systematic Inconsistencies Between VLBI CRF and TRF Solutions Caused by Different Analysis Options. In Z. Altamimi und X. Collilieux, Hrsg., *Reference Frames for Applications in Geosciences*, Band 138 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 181–189, Springer Berlin Heidelberg.
- HEINKELMANN, R., BÖHM, J., SCHUH, H., BOLOTIN, S., ENGELHARDT, G., MACMILLAN, D., NEGUSINI, M., SKURIKHINA, E., TESMER, V. UND TITOV, O. (2007). Combination of long time-series of troposphere zenith delays observed by VLBI. *Journal of Geodesy*, 81(6-8), S. 483–501.

- HEINKELMANN, R., BÖHM, J., BOLOTIN, S., ENGELHARDT, G., HAAS, R., LANOTTE, R., MACMILLAN, D., NEGUSINI, M., SKURIKHINA, E., TITOV, O. UND SCHUH, H. (2011). VLBI-derived troposphere parameters during CONT08. *Journal of Geodesy*, 85(7), S. 377–393.
- HEINKELMANN, R., NILSSON, T., KARBON, M., LIU, L., LU, C., MORA-DIAZ, J., PARSELIA, E., RAPOSO-PULIDO, V., SOJA, B., XU, M. UND SCHUH, H. (2014). The GFZ VLBI Solution: Characteristics and First Results. In D. Behrend, K. Baver und K. Armstrong, Hrsg., *Proceedings of the Eighth IVS General Meeting*, S. 230–334.
- HEINKELMANN, R., SOJA, B., NILSSON, T., DICK, G., ZUS, F., WILLIS, P., WICKERT, J. UND SCHUH, H. (eingereicht). Comparison of atmospheric gradients from space geodetic techniques, numerical weather models, and water vapor radiometer during CONT14. *Advances in Space Research*.
- HERRING, T.A., DAVIS, J.L. UND SHAPIRO, I.I. (1990). Geodesy by radio interferometry: The application of Kalman Filtering to the analysis of very long baseline interferometry data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 95(B8), S. 12561–12581.
- HOBIGER, T. (2006). *VLBI as a tool to probe the ionosphere*. Doktorarbeit, Faculty of Mathematics and Geoinformation, Vienna University of Technology.
- HOBIGER, T. UND OTSUBO, T. (2014). Combination of GPS and VLBI on the observation level during CONT11—common parameters, ties and inter-technique biases. *Journal of Geodesy*, 88(11), S. 1017–1028.
- HOBIGER, T., KONDO, T. UND SCHUH, H. (2006). Very long baseline interferometry as a tool to probe the ionosphere. *Radio Sci.*, 41, S. RS1006.
- IERS CONVENTIONS (2010). G. Petit and B. Luzum (eds.). IERS Technical Note 36, Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie.
- JARLEMARK, P. UND ELGERED, G. (1998). Characterizations of temporal variations in atmospheric water vapor. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 36(1), S. 319–321.
- JARLEMARK, P.O.J. (1997). *Analysis of Temporal and Spatial Variations in Atmospheric Water Vapor Using Microwave Radiometry*. Doktorarbeit, Chalmers University Of Technology.
- JARLEMARK, P.O.J., EMARDSON, T.R. UND JOHANSSON, J.M. (1998). Wet delay variability calculated from radiometric measurements and its role in space geodetic parameter estimation. *Radio Science*, 33(3), S. 719–730.
- KÁLMÁN, R.E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, 82, S. 35–45.
- KÁLMÁN, R.E. UND BUCY, R. (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Journal of Basic Engineering*, 83, S. 95–108.

- KAMINSKI, P., BRYSON, A.E. UND SCHMIDT, S. (1971). Discrete square root filtering: A survey of current techniques. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 16(6), S. 727–736.
- KARBON, M., SOJA, B., NILSSON, T., DENG, Z., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (eingereicht). Earth Orientation Parameters estimated from VLBI using a Kalman filter. *Journal of Geodesy*.
- KAREINEN, N., HOBIGER, T. UND HAAS, R. (2015). Automated analysis of Kokee–Wettzell Intensive VLBI sessions – algorithms, results, and recommendations. *Earth, Planets and Space*, 67(1).
- KELLY, A. (1994). A 3D state space formulation of a navigation Kalman filter for autonomous vehicles. Techn. Bericht., Robotics Institute, Carnegie Mellon University.
- KRÁSNÁ, H. (2013). *Estimation of solid Earth tidal parameters and FCN with VLBI*. Doktorarbeit, Faculty of Mathematics and Geoinformation, Vienna University of Technology.
- KRÁSNÁ, H., BÖHM, J. UND SCHUH, H. (2013). Tidal Love and Shida numbers estimated by geodetic VLBI. *Journal of Geodynamics*, 70, S. 21 – 27.
- KRÁSNÁ, H., BÖHM, J., PLANK, L., NILSSON, T. UND SCHUH, H. (2014). Atmospheric Effects on VLBI-Derived Terrestrial and Celestial Reference Frames. In C. Rizos und P. Willis, Hrsg., *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet*, Band 139 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 203–208, Springer Berlin Heidelberg.
- KRÁSNÁ, H., MALKIN, Z. UND BÖHM, J. (2015). Non-linear VLBI station motions and their impact on the celestial reference frame and Earth orientation parameters. *Journal of Geodesy*, 89(10), S. 1019–1033.
- KURDUBOV, S. (2007). QUASAR software in IAA EOP service: Global Solution and Daily SINEX. In J. Böhm, A. Pany und H. Schuh, Hrsg., *Proceedings of the 18th European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 79–81.
- KURTENBACH, E., MAYER-GÜRR, T. UND EICKER, A. (2009). Deriving daily snapshots of the Earth's gravity field from GRACE L1B data using Kalman filtering. *Geophysical Research Letters*, 36(17).
- LAGLER, K., SCHINDELEGGGER, M., BÖHM, J., KRÁSNÁ, H. UND NILSSON, T. (2013). GPT2: Empirical slant delay model for radio space geodetic techniques. *Geophysical Research Letters*, 40(6), S. 1069–1073.
- LAMBERT, S.B. UND PONCIN-LAFITTE, C.L. (2011). Improved determination of  $\gamma$  by VLBI. *Astronomy & Astrophysics*, 529(A70).
- LI, X., GE, M., ZHANG, H. UND WICKERT, J. (2013). A method for improving uncalibrated phase delay estimation and ambiguity-fixing in real-time precise point positioning. *Journal of Geodesy*, 87(5), S. 405–416.

- LI, X., DICK, G., GE, M., HEISE, S., WICKERT, J. UND BENDER, M. (2014). Real-time GPS sensing of atmospheric water vapor: Precise point positioning with orbit, clock, and phase delay corrections. *Geophysical Research Letters*, 41(10), S. 3615–3621.
- LI, X., ZUS, F., LU, C., DICK, G., NING, T., GE, M., WICKERT, J. UND SCHUH, H. (2015). Retrieving of atmospheric parameters from multi-GNSS in real time: Validation with water vapor radiometer and numerical weather model. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 120(14), S. 7189–7204.
- LU, C., LI, X., GE, M., HEINKELMANN, R., NILSSON, T., SOJA, B., DICK, G. UND SCHUH, H. (2015). Estimation and evaluation of real-time precipitable water vapor from GLONASS and GPS. *GPS Solutions*, S. 1–11.
- LYARD, F., LEFEVRE, F., LETELLIER, T. UND FRANCIS, O. (2006). Modelling the global ocean tides: modern insights from FES2004. *Ocean Dynamics*, 56(5-6), S. 394–415.
- MA, C. (1978). *Very long baseline interferometry applied to polar motion, relativity and geodesy*. Doktorarbeit, University of Maryland.
- MA, C., SAUBER, J.M., BELL, L.J., CLARK, T.A., GORDON, D., HIMWICH, W.E. UND RYAN, J.W. (1990). Measurement of horizontal motions in Alaska using very long baseline interferometry. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 95(B13), S. 21991–22011.
- MALKIN, Z.M. (2011). Study of astronomical and geodetic series using the Allan variance. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*, 27(1), S. 42–49.
- MARINI, J.W. (1972). Correction of Satellite Tracking Data for an Arbitrary Tropospheric Profile. *Radio Science*, 7(2), S. 223–231.
- MESSERSCHMITT, L., BACHMANN, S. UND THALLER, D. (2015). Combination products and the IVS contribution to ITRF2014. In R. Haas und F. Colomer, Hrsg., *Proceedings of the 22nd European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 259–262.
- NIELL, A., WHITNEY, A., PETRACHENKO, B., SCHLÜTER, W., VANDENBERG, N., HASE, H., KOYAMA, Y., MA, C., SCHUH, H. UND TUCCARI, G. (2006). VLBI2010: Current and future requirements for geodetic VLBI systems. In D. Behrend und K.D. Baver, Hrsg., *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry Annual Report, 2005*, S. 13–40.
- NILSSON, T. UND HAAS, R. (2010). Impact of atmospheric turbulence on geodetic very long baseline interferometry. *Journal of Geophysical Research*, 115(B3407).
- NILSSON, T., BÖHM, J., BÖHM, S., MADZAK, M., NAFISI, V., PLANK, L., SPICAKOVA, H., SUN, J., TIERNORO ROS, C. UND SCHUH, H. (2011). Status and future plans for the Vienna VLBI Software VieVS. In W. Alef, S. Bernhart und A. Nothnagel, Hrsg., *Proceedings of the 20th Meeting of the European VLBI Group for Geodesy and Astrometry*, S. 93–96.



- NILSSON, T., BÖHM, J., WIJAYA, D.D., TRESCH, A., NAFISI, V. UND SCHUH, H. (2013). Path Delays in the Neutral Atmosphere. In J. Böhm und H. Schuh, Hrsg., *Atmospheric Effects in Space Geodesy*, Springer Atmospheric Sciences, S. 73–136, Springer, Berlin Heidelberg.
- NILSSON, T., HEINKELMANN, R., KARBON, M., RAPOSO-PULIDO, V., SOJA, B. UND SCHUH, H. (2014). Earth orientation parameters estimated from VLBI during the CONT11 campaign. *Journal of Geodesy*, 88(5), S. 491–502.
- NILSSON, T., KARBON, M., SOJA, B., HEINKELMANN, R., LU, C. UND SCHUH, H. (2015a). Atmospheric modeling for co-located VLBI antennas and twin telescopes. *Journal of Geodesy*, S. 1–11.
- NILSSON, T., SOJA, B., KARBON, M., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2015b). Application of Kalman filtering in VLBI data analysis. *Earth, Planets and Space*, 67(1), S. 136.
- NILSSON, T., SOJA, B., KARBON, M., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (eingereicht). Water vapor radiometer data in very long baseline interferometry data analysis. In J. Freymueller, Hrsg., *Proceedings of the IUGG General Assembly 2015*.
- NING, T., HAAS, R., ELGERED, G. UND WILLÉN, U. (2011). Multi-technique comparisons of 10 years of wet delay estimates on the west coast of Sweden. *Journal of Geodesy*, 86(7), S. 565–575.
- NOTHNAGEL, A. (2009). Conventions on thermal expansion modelling of radio telescopes for geodetic and astrometric VLBI. *Journal of Geodesy*, 83(8), S. 787–792.
- OUSSALAH, M. UND DE SCHUTTER, J. (2000). Adaptive Kalman filter for noise identification. In *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering*, S. 1225–1232.
- PANY, A., WRESNIK, J., BÖHM, J. UND SCHUH, H. (2007). Optimum modeling of troposphere and clock parameters in VLBI. In J. Böhm, A. Pany und H. Schuh, Hrsg., *Proceedings of the 18th European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 135–140.
- PANY, A., BÖHM, J., MACMILLAN, D., SCHUH, H., NILSSON, T. UND WRESNIK, J. (2011). Monte Carlo simulations of the impact of troposphere, clock and measurement errors on the repeatability of VLBI positions. *Journal of Geodesy*, 85(1), S. 39–50.
- PETRACHENKO, B. (2010). VLBI2010: An Overview. In D. Behrend und K. Baver, Hrsg., *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2010 General Meeting Proceedings*, S. 3–7.
- PETRACHENKO, B., NIELL, A., BEHREND, D., COREY, B., BOEHM, J., CHARLOT, P., COLLILOUD, A., GIPSON, J., HAAS, R., HOBIGER, T., KOYAMA, Y., MACMILLAN, D., MALKIN, Z., NILSSON, T., PANY, A., TUC-CARI, G., WHITNEY, A. UND WRESNIK, J. (2009). Design Aspects of the VLBI2010 System. Techn. Bericht.
- PETROV, L. (2015). The International Mass Loading Service. *ArXiv e-prints*.

- PETROV, L. UND BOY, J.P. (2004). Study of the atmospheric pressure loading signal in very long baseline interferometry observations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B3).
- PLAG, H.P. UND PEARLMAN, M., Hrsg. (2009). *Global Geodetic Observing System: Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- PLANK, L., SPICAKOVA, H., BÖHM, J., NILSSON, T., PANY, A. UND SCHUH, H. (2013). Systematic Errors of a VLBI Determined TRF Investigated by Simulations. In Z. Altamimi und X. Collilieux, Hrsg., *Reference Frames for Applications in Geosciences*, Band 138 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 197–202, Springer Berlin Heidelberg.
- PLANK, L., LOVELL, J.E., MCCALLUM, J., RASTORGUEVA-FOI, E., SHABALA, S.S., BÖHM, J., MAYER, D., SUN, J., TITOV, O., WESTON, S., GULYAEV, S., NATUSCH, T. UND QUICK, J. (2015). Results from the Regional AUSTRAL VLBI Sessions for Southern Hemisphere Reference Frames. *International Association of Geodesy Symposia*, S. 1–6, Springer Berlin Heidelberg.
- PSIAKI, M.L. (1999). Square-root information filtering and fixed-interval smoothing with singularities. *Automatica*, 35(7), S. 1323–1331.
- RAY, J. (2009). *Geodetic Reference Frames: IAG Symposium Munich, Germany, 9-14 October 2006*, Kap. A Quasi-Optimal, Consistent Approach for Combination of UT1 and LOD, S. 239–243. Springer Berlin Heidelberg.
- REBISCHUNG, P., GRIFFITHS, J., RAY, J., SCHMID, R., COLLILIEUX, X. UND GARAYT, B. (2012). IGS08: the IGS realization of ITRF2008. *GPS Solutions*, 16(4), S. 483–494.
- RIENECKER, M.M., SUAREZ, M.J., GELARO, R., TODLING, R., BACMEISTER, J., LIU, E., BOSILOVICH, M.G., SCHUBERT, S.D., TAKACS, L., KIM, G.K., BLOOM, S., CHEN, J., COLLINS, D., CONATY, A., DA SILVA, A., GU, W., JOINER, J., KOSTER, R.D., LUCCHESI, R., MOLOD, A., OWENS, T., PAWSON, S., PEGION, P., REDDER, C.R., REICHLER, R., ROBERTSON, F.R., RUDDICK, A.G., SIENKIEWICZ, M. UND WOOLLEN, J. (2011). MERRA: NASA's Modern-Era Retrospective Analysis for Research and Applications. *Journal of Climate*, 24, S. 3624–3648.
- SAASTAMOINEN, J. (1972). *Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging of Satellites*, Band 15, S. 247–251. American Geophysical Union, Washington, D.C.
- SANTAMARÍA-GÓMEZ, A. UND MÉMIN, A. (2015). Geodetic secular velocity errors due to interannual surface loading deformation. *Geophysical Journal International*, 202(2), S. 763–767.
- SCHIEDER, R. UND KRAMER, C. (2001). Optimization of heterodyne observations using Allan variance measurements. *Astronomy and Astrophysics*, 373(2), S. 746–756.
- SCHÖNE, T., SCHÖN, N. UND THALLER, D. (2009). IGS Tide Gauge Benchmark Monitoring Pilot Project (TIGA): scientific benefits. *Journal of Geodesy*, 83(3-4), S. 249–261.

- SCHUH, H. (1987). Die Radiointerferometrie auf langen Basen zur Bestimmung von Punktverschiebungen und Erdrotationsparametern. DGK, Reihe C 328, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- SCHUH, H. (2000). Geodetic Analysis Overview. In N.R. Vandenberg und K.D. Baver, Hrsg., *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2000 General Meeting Proceedings*, S. 219–229.
- SCHUH, H. UND BEHREND, D. (2012). VLBI: A fascinating technique for geodesy and astrometry. *J. Geodyn.*, 61, S. 68–80.
- SCHUH, H. UND BÖHM, J. (2013). Very Long Baseline Interferometry for Geodesy and Astrometry. In G. Xu, Hrsg., *Sciences of Geodesy II: Innovations and Future Developments*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- SCHÜLER, T. (2001). *On Ground-Based GPS Tropospheric Delay Estimation*. Doktorarbeit, Studiengang Geodäsie und Geoinformation, Universität der Bundeswehr München.
- SEITZ, M. (2015). Comparison of Different Combination Strategies Applied for the Computation of Terrestrial Reference Frames and Geodetic Parameter Series. In H. Kutterer, F. Seitz, H. Alkhatib und M. Schmidt, Hrsg., *The 1st International Workshop on the Quality of Geodetic Observation and Monitoring Systems (QuGOMS'11)*, Band 140 aus: *International Association of Geodesy Symposia*, S. 57–64, Springer International Publishing.
- SEITZ, M., ANGERMANN, D., BLOSSFELD, M., DREWES, H. UND GERSTL, M. (2012). The 2008 DGFI realization of the ITRS: DTRF2008. *Journal of Geodesy*, 86(12), S. 1097–1123.
- SOJA, B. (2013). *Untersuchung der Sonnenkorona mit VLBI*. Masterarbeit, Technische Universität Wien, Fakultät für Mathematik und Geoinformation.
- SOJA, B., SUN, J., HEINKELMANN, R., SCHUH, H. UND BÖHM, J. (2013). Sun Corona Electron Densities Derived from VLBI Sessions in 2011/2012. In N. Zubko und M. Poutanen, Hrsg., *Proceedings of the 21st Meeting of the European VLBI Group for Geodesy and Astrometry*, S. 159–163.
- SOJA, B., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2014a). Investigations of the solar corona by VLBI. In D. Behrend, K. Baver und K. Armstrong, Hrsg., *Proceedings of the Eighth IVS General Meeting*, S. 368–372.
- SOJA, B., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2014b). Probing the solar corona with very long baseline interferometry. *Nature Communications*, 5(4166).
- SOJA, B., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2015a). Solar corona electron densities from VLBI and GIM data. In P. Willis und C. Rizos, Hrsg., *Proceedings of the IAG Scientific Assembly 2013*, Springer Berlin Heidelberg.

- SOJA, B., KARBON, M., NILSSON, T., BALIDAKIS, K., GLASER, S., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2015b). Short-term station coordinate variations from Kalman filtering VLBI data. In R. Haas und F. Colomer, Hrsg., *Proceedings of the 22nd European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 172–176.
- SOJA, B., NILSSON, T., KARBON, M., LU, C., LI, X., BALIDAKIS, K., ANDERSON, J., GLASER, S., LIU, L., MORA-DIAZ, J., XU, M., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2015c). Comparison of tropospheric delays from GPS and Kalman filtered VLBI data. In R. Haas und F. Colomer, Hrsg., *Proceedings of the 22nd European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 240–244.
- SOJA, B., NILSSON, T., KARBON, M., ZUS, F., DICK, G., DENG, Z., WICKERT, J., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (2015d). Tropospheric delay determination by Kalman filtering VLBI data. *Earth, Planets and Space*, 67(1), S. 144.
- SOJA, B., NILSSON, T., BALIDAKIS, K., GLASER, S., HEINKELMANN, R. UND SCHUH, H. (eingereicht). Determination of a Terrestrial Reference Frame via Kalman Filtering of Very Long Baseline Interferometry Data. *Journal of Geodesy*.
- SOŚNICA, K., THALLER, D., DACH, R., JÄGGI, A. UND BEUTLER, G. (2013). Impact of loading displacements on SLR-derived parameters and on the consistency between GNSS and SLR results. *Journal of Geodesy*, 87(8), S. 751–769.
- SOVERS, O.J. (1991). Observation Model and Parameter Partial for the JPL VLBI Parameter Estimation Software "MODEST-1991. JPL Publications, 83(31), Rev. 4.
- SOVERS, O.J., FANSELOW, J.L. UND JACOBS, C.S. (1998). Astrometry and geodesy with radio interferometry: experiments, models, results. *Reviews of Modern Physics*, 70, S. 1393–1454.
- SPICAKOVA, H., PLANK, L., NILSSON, T., BÖHM, J. UND SCHUH, H. (2011). Terrestrial reference frame solution with the Vienna VLBI Software VieVS and implication of tropospheric gradient estimation. In W. Alef, S. Bernhart und A. Nothnagel, Hrsg., *Proceedings of the 20th Meeting of the European VLBI Group for Geodesy and Astrometry*, S. 118–122.
- STOEWE, B. UND RIECK, C. (1999). Dual channel water vapour radiometer development. In W. Schlüter und H. Hase, Hrsg., *Proceedings of the 13th Working Meeting on European VLBI Group for Geodesy and Astrometry*, S. 261–264.
- STRATONOVICH, R.L. (1959). On the theory of optimal non-linear filtering of random functions. *Theory of Probability and its Applications*, 4, S. 223–225.
- SUN, J., BÖHM, J., NILSSON, T., KRÁSNÁ, H., BÖHM, S. UND SCHUH, H. (2014). New VLBI2010 scheduling strategies and implications on the terrestrial reference frames. *Journal of Geodesy*, 88(5), S. 449–461.

- TANIR KAYIKCI, E., HEINKELMANN, R., KARBON, M., NILSSON, T., RAPOSO-PULIDO, V., SOJA, B. UND SCHUH, H. (2015). Optimized parameterization of VLBI auxiliary parameters in least-squares adjustment: preliminary results. In P. Willis und C. Rizos, Hrsg., *Proceedings of the IAG Scientific Assembly 2013*, Springer Berlin Heidelberg.
- TEKE, K., BÖHM, J., SPICAKOVA, H., PANY, A., PLANK, L., SCHUH, H. UND TANIR, E. (2009). Piecewise linear offsets for VLBI parameter estimation. In G. Bourda, P. Charlot und A. Collioud, Hrsg., *Proceedings of the 19th European VLBI Group for Geodesy and Astrometry Working Meeting*, S. 63–67.
- THOMPSON, A., MORAN, J. UND SWENSON, G. (2001). *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*. New York: Wiley, 2. Auflage.
- TITOV, O., TESMER, V. UND BÖHM, J. (2004). OCGAM v.6.0 Software for VLBI Data Analysis. In N.R. Vandenberg und K.D. Baver, Hrsg., *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2004 General Meeting Proceedings*, S. 267–271.
- TRALLI, D.M., LICHTEN, S.M. UND HERRING, T.A. (1992). Comparison of Kalman Filter estimates of zenith atmospheric path delays using the global positioning system and very long baseline interferometry. *Radio Science*, 27, S. 999–1007.
- TREUHAF, R.N. UND LANYI, G.E. (1987). The effect of the dynamic wet troposphere on radio interferometric measurements. *Radio Science*, 22(2), S. 251–265.
- VAN DAM, T., WAHR, J., MILLY, P.C.D., SHMAKIN, A.B., BLEWITT, G., LAVALLÉE, D. UND LARSON, K.M. (2001). Crustal displacements due to continental water loading. *Geophysical Research Letters*, 28(4), S. 651–654.
- VAN DAM, T., COLLILIEUX, X., WUITE, J., ALTAMIMI, Z. UND RAY, J. (2012). Nontidal ocean loading: amplitudes and potential effects in GPS height time series. *Journal of Geodesy*, 86(11), S. 1043–1057.
- VENNEBUSCH, M., BÖCKMANN, S. UND NOTHNAGEL, A. (2007). The contribution of Very Long Baseline Interferometry to ITRF2005. *Journal of Geodesy*, 81(6-8), S. 553–564.
- WANG, J.G. (2008). Test Statistics in Kalman Filtering. *Journal of Global Positioning Systems*, 7(1), S. 81–90.
- WEBB, F.H. UND ZUMBERGE, J.F. (1993). An introduction to GIPSY/OASIS-II. *JPL Publ.*, D-11088.
- WHITNEY, A. (1974). *Precision Geodesy and Astrometry Via Very-long-baseline Interferometry*. Doktorarbeit, Massachusetts Institute of Technology.
- WIENER, N. (1949). *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*. MIT Press, Cambridge.

- WIJAYA, D., BÖHM, J., KARBON, M., KRÀSNÀ, H. UND SCHUH, H. (2013). Atmospheric Pressure Loading. In J. Böhm und H. Schuh, Hrsg., *Atmospheric Effects in Space Geodesy*, Springer Atmospheric Sciences, S. 137–157, Springer Berlin Heidelberg.
- WILLIAMS, P.S.D. (2003). The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *Journal of Geodesy*, 76(9), S. 483–494.
- WRESNIK, J. (2009). *Simulationen für die neue Generation von VLBI-Systemen*. Doktorarbeit, Faculty of Mathematics and Geoinformation, Vienna University of Technology.
- WU, X., COLLILIEUX, X., ALTAMIMI, Z., VERMEERSEN, B.L.A., GROSS, R.S. UND FUKUMORI, I. (2011). Accuracy of the International Terrestrial Reference Frame origin and Earth expansion. *Geophysical Research Letters*, 38(13).
- WU, X., ABBONDANZA, C., ALTAMIMI, Z., CHIN, T.M., COLLILIEUX, X., GROSS, R.S., HEFLIN, M.B., JIANG, Y. UND PARKER, J.W. (2015). KALREF – A Kalman filter and time series approach to the International Terrestrial Reference Frame realization. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, S. 3775–3802.
- YANG, Y. UND GAO, W. (2006). An Optimal Adaptive Kalman Filter. *Journal of Geodesy*, 80, S. 177–183.
- ZUMBERGE, J.F., HEFLIN, M.B., JEFFERSON, D.C., WATKINS, M.M. UND WEBB, F.H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 102(B3), S. 5005–5017.
- ZUS, F., BENDER, M., DENG, Z., DICK, G., HEISE, S., SHANG-GUAN, M. UND WICKERT, J. (2012). A methodology to compute GPS slant total delays in a numerical weather model. *Radio Science*, 47(2).
- ZUS, F., DICK, G., DOUŠA, J., HEISE, S. UND WICKERT, J. (2014). The rapid and precise computation of GPS slant total delays and mapping factors utilizing a numerical weather model. *Radio Science*, 49(3), S. 207–216.

# Curriculum Vitae

Dipl.-Ing. Benedikt Soja

Geburtsdatum und -ort: 10. Oktober 1988, Wien

Staatsbürgerschaft: Österreich

## Universitätsstudium

seit 04/2015 Promotionsstudium "Vermessung und Geoinformation", TU Wien  
seit 05/2013 Promotionsstudium "Geodäsie und Geoinformationstechnik", TU Berlin  
07/2011 – 04/2013 Masterstudium "Geodäsie und Geophysik", TU Wien, Titel "Diplom-Ingenieur" mit ausgezeichnetem Erfolg  
02–08/2012 Auslandssemester ETH Zürich, Schweiz  
10/2008 – 07/2011 Bachelorstudium "Vermessung und Geoinformation", TU Wien, Titel "Bachelor of Science" mit ausgezeichnetem Erfolg

## Berufserfahrung

seit 05/2013 Projektmitarbeiter am Deutschen Geoforschungszentrum Potsdam, Department 1: Geodäsie, Sektion 1.1: Geodätische Welt- raumverfahren

## Mitarbeit in Lehre und Forschung

08–09/2015 Forschungsaufenthalt am NASA Jet Propulsion Laboratory in Pasadena, Kalifornien, USA  
10/2009 – 01/2013 Tutor an der TU Wien für sechs verschiedene Fächer aus den Bereichen Mathematik, Geometrie, Programmieren und Geodäsie  
07–08/2012 Hilfsassistent im Geodesy and Geodynamics Lab, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich, Schweiz  
08–09/2011 Forschungspraktikum am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut DGFI, München, Deutschland  
12/2009 – 07/2011 Mitarbeit an den Projekten OPALS und C4Austria am Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung der TU Wien

## Publikationen

Autor oder Koautor von 12 begutachteten und 25 weiteren Publikationen sowie 60 Konferenzbeiträgen. Wichtigste Publikation:

Soja, B., R. Heinkelmann, H. Schuh: Probing the solar corona with very long baseline interferometry. *Nature Communications* 5:4166, doi: 10.1038/ncomms5166, 2014.

## **Auszeichnungen und Stipendien**

10/2015	Bernd Rendel-Preis für Geowissenschaften der DFG
10/2014	Science Slam bei der Geodätischen Woche Berlin: 2. Platz
03/2014	Bester EGU Vortrag beim GFZ Potsdam PhD Day 2014: 2. Platz
11/2013	Würdigungspreis des österreichischen Bundesministeriums für Wissenschaft und Forschung 2013
09/2013	Bestes Studentenposter beim IAG Scientific Assembly 2013: 2. Platz
02–08/2012	Erasmus-Stipendiat
2008 – 2012	Mehrmaliger Träger von Leistungs- und Stiftungstipendien der TU Wien

## **Mitgliedschaft in wissenschaftlichen Gremien**

seit 2016	Helmholtz Juniors (Repräsentant des GFZ Potsdam)
seit 2015	DFG Geokommission AG "Geowissenschaftlicher Nachwuchs"
2011 – 2015	IAG Study Group 4.3.1 "Ionosphere modeling and analysis"

## **Sonstiges**

2015	Vizeeuropameister in den "Mountain Unicycling" Disziplinen "Uphill" und "Cross Country"
2013 – 2015	Mehrere deutsche und österreichische Meistertitel in den "Mountain Unicycling" Disziplinen "Downhill" und "Cross Country"
2014	Vizeweltmeister im "Mountain Unicycling Uphill"
seit 2013	Stimmberechtigtes Mitglied des "Rulebook committee" der "International Unicycling Federation"