

DIPLOMARBEIT Master Thesis

Massive Faltwerkskonstruktionen

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

O. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kolbitsch
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Edmund Spitzenberger

E206

Institut für Hochbau und Technologie

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Christian Sulyok

0425884

Hauptstrasse 6A/14,
A-7350 Oberpullendorf

Wien, am

Unterschrift

Danksagung

An dieser Stelle bedanke ich mich herzlich bei Herrn Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kolbitsch, Leiter des Instituts für Hochbau und Technologie, für sein Engagement und die abschließende Begutachtung meiner Arbeit aufrichtig.

Weiters danke ich meinem Betreuer Univ.Ass. Dipl.-Ing. Edmund Spitzenberger, der durch seine sorgfältige und kritische Korrekturarbeit ganz wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie, insbesondere meiner Frau, meinem Sohn, meinen Eltern und meinem Bruder, welche mir mit viel Geduld, Interesse und Hilfsbereitschaft zur Seite standen.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Kurzfassung | 1 |
| Abstract | 2 |
| 1. Einleitung | 3 |
| 1.1 Anwendungsbeispiele von Falterwerkkonstruktionen | 4 |
| 1.1.1 aus Papier/Karton | 4 |
| 1.1.2 aus Kunststoff | 5 |
| 1.1.3 aus Stahl | 5 |
| 1.1.4 aus Holz | 5 |
| 1.1.5 aus Stahlbeton/Spannbeton | 6 |
| 2. Allgemeines über Falterwerke | 7 |
| 2.1. Definition Falterwerke | 7 |
| 2.2. Unterscheidung nach der äußerlichen Form | 7 |
| 2.3. Unterscheidung nach der Art der Faltung | 8 |
| 2.4. Entwurfskriterien für eine Falterwerksform | 10 |
| 2.5. Leistungsfähigkeit eines Falterwerks | 10 |
| 3. massive Falterwerkkonstruktionen | 11 |
| 3.1 Ausführungsvarianten | 11 |
| 3.1.1 Sargdeckel | 12 |
| 3.1.2 Treppen | 17 |
| 3.2 Bewehrungsführung | 30 |
| 3.3 Schalung | 31 |
| 4. Geschichtliche Entwicklung der Berechnung von massiven Falterwerken | 33 |
| 5. statische Berechnung von massiven Falterwerkskonstruktionen | 37 |
| 5.1 Analytische Lösung mittels Dreischübegleichung | 37 |
| 5.2 Analytische Lösung mittels Balkentheorie | 44 |
| 5.3 Verwendete Software (FEM „Sofistik“) | 46 |
| 5.3.1 Sofistik - Funktionsweise | 46 |

| | |
|---|-----------|
| 6. Berechnungsbeispiel | |
| Tonnendach (Vergleich Analytisch-FEM) | 48 |
| 6.1 Tonnendach unter Veränderung der Spannweite | 49 |
| 6.1.1 Tonnendach mit einer Spannweite von 5m | 50 |
| 6.1.1.1 Berechnung mittels Dreischübegleichung | 50 |
| 6.1.1.2 Berechnung mittels Balkentheorie | 55 |
| 6.1.1.3 Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | 57 |
| 6.1.1.4 Vergleich der Ergebnisse | 63 |
| 7. Gegenüberstellung | |
| Dreischübegleichung-Balkentheorie-„Sofistik“ | 64 |
| 7.1 Tonnendach unter Veränderung der Spannweite | 65 |
| 7.1.1 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} | 66 |
| 7.1.2 Vergleich der Normalkraft N_{xx} | 67 |
| 7.1.3 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) | 68 |
| 7.2 Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung | 69 |
| 7.2.1 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (DSG) | 70 |
| 7.2.2 Vergleich der Normalkraft N_{xx} (DSG) | 71 |
| 7.2.3 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (DSG) | 72 |
| 7.2.4 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (BTH) | 73 |
| 7.2.5 Vergleich der Normalkraft N_{xx} (BTH) | 74 |
| 7.2.6 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (BTH) | 75 |
| 7.3 Tonnendach unter Veränderung der Querschotenhöhe | 76 |
| 7.3.1 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (DSG) | 77 |
| 7.3.2 Vergleich der Normalkraft N_{xx} (DSG) | 78 |
| 7.3.3 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (DSG) | 79 |
| 7.3.4 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (BTH) | 80 |
| 7.3.5 Vergleich der Normalkraft N_{xx} (BTH) | 81 |
| 7.3.6 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (BTH) | 82 |
| 7.4 Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke | 83 |
| 7.4.1 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (DSG) | 84 |
| 7.4.2 Vergleich der Normalkraft N_{xx} (DSG) | 85 |
| 7.4.3 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (DSG) | 86 |
| 7.4.4 Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (BTH) | 87 |
| 7.4.5 Vergleich der Normalkraft N_{xx} (BTH) | 88 |
| 7.4.6 Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (BTH) | 89 |

| | |
|---|------------|
| 7.5 Zusammenfassung der Ergebnisse | 90 |
| 7.5.1 Dreischübegleichung | 90 |
| 7.5.2 Balkentheorie | 94 |
| 7.5.3 Fazit..... | 97 |
| 8. Berechnungsbeispiel | |
| Tonnendach (Vergleich FEM - FEM) | 100 |
| 8.1 Tonnendach mit einer Spannweite von 7m..... | 100 |
| 8.1.1 Vergleich der Ergebnisse | 110 |
| 8.2 Tonnendach mit einer Spannweite von 40m..... | 112 |
| 8.2.1 Vergleich der Ergebnisse | 121 |
| Quellenverzeichnis | 125 |
| Abbildungsverzeichnis | 127 |
| | |
| Anhang | A 1 |
| | |
| 1. Berechnungsbeispiel | |
| Tonnendach (Vergleich Analytisch-FEM) | A 1 |
| 1.1 Tonnendach unter Veränderung der Spannweite | A 1 |
| 1.1.1 Tonnendach mit einer Spannweite von 7m | A 2 |
| 1.1.1.1 Berechnung mittels Dreischübegleichung | A 2 |
| 1.1.1.2 Berechnung mittels Balkentheorie..... | A 4 |
| 1.1.1.3 Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 5 |
| 1.1.1.4 Vergleich der Ergebnisse | A 11 |
| 1.1.2 Tonnendach mit einer Spannweite von 10m | A 12 |
| 1.1.2.1 Berechnung mittels Dreischübegleichung | A 12 |
| 1.1.2.2 Berechnung mittels Balkentheorie..... | A 14 |
| 1.1.2.3 Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 15 |
| 1.1.2.4 Vergleich der Ergebnisse | A 21 |

| | | |
|---------|--|-------|
| 1.1.3 | Tonnendach mit einer Spannweite von 15m | A 22 |
| 1.1.3.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung | A 22 |
| 1.1.3.2 | Berechnung mittels Balkentheorie..... | A 24 |
| 1.1.3.3 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 25 |
| 1.1.3.4 | Vergleich der Ergebnisse | A 32 |
| 1.1.4 | Tonnendach mit einer Spannweite von 20m | A 33 |
| 1.1.4.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung | A 33 |
| 1.1.4.2 | Berechnung mittels Balkentheorie..... | A 35 |
| 1.1.4.3 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 36 |
| 1.1.4.4 | Vergleich der Ergebnisse | A 43 |
| 1.1.5 | Tonnendach mit einer Spannweite von 30m | A 44 |
| 1.1.5.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung | A 44 |
| 1.1.5.2 | Berechnung mittels Balkentheorie..... | A 46 |
| 1.1.5.3 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 47 |
| 1.1.5.4 | Vergleich der Ergebnisse | A 54 |
| 1.1.6 | Tonnendach mit einer Spannweite von 40m | A 55 |
| 1.1.6.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung | A 55 |
| 1.1.6.2 | Berechnung mittels Balkentheorie..... | A 57 |
| 1.1.6.3 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 58 |
| 1.1.6.4 | Vergleich der Ergebnisse | A 65 |
| 1.2 | Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung..... | A 66 |
| 1.2.1 | Tonnendach mit einer Dachneigung von 25°..... | A 67 |
| 1.2.1.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 67 |
| 1.2.1.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 72 |
| 1.2.1.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 78 |
| 1.2.1.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)..... | A 79 |
| 1.2.1.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 82 |
| 1.2.1.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 89 |
| 1.2.2 | Tonnendach mit einer Dachneigung von 35°..... | A 90 |
| 1.2.2.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 90 |
| 1.2.2.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 95 |
| 1.2.2.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 101 |
| 1.2.2.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)..... | A 102 |
| 1.2.2.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 105 |
| 1.2.2.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 112 |
| 1.2.3 | Tonnendach mit einer Dachneigung von 45°..... | A 113 |

| | | |
|---------|--|-------|
| 1.2.4 | Tonnendach mit einer Dachneigung von 55° | A 113 |
| 1.2.4.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 113 |
| 1.2.4.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 118 |
| 1.2.4.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 124 |
| 1.2.4.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m) | A 125 |
| 1.2.4.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 128 |
| 1.2.4.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 135 |
| 1.3 | Tonnendach unter Veränderung der Querschotenhöhe | A 136 |
| 1.3.1 | Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 1,50m | A 137 |
| 1.3.2 | Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 1,00m | A 137 |
| 1.3.2.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 137 |
| 1.3.2.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 142 |
| 1.3.2.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 148 |
| 1.3.2.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m) | A 149 |
| 1.3.2.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 152 |
| 1.3.2.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 159 |
| 1.3.3 | Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 0,50m | A 160 |
| 1.3.3.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 160 |
| 1.3.3.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 165 |
| 1.3.3.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 171 |
| 1.3.3.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m) | A 172 |
| 1.3.3.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 175 |
| 1.3.3.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 182 |
| 1.3.4 | Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 0,00m | A 183 |
| 1.3.4.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 183 |
| 1.3.4.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 187 |
| 1.3.4.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 193 |
| 1.3.4.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m) | A 194 |
| 1.3.4.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 196 |
| 1.3.4.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 203 |
| 1.4 | Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke | A 204 |
| 1.4.1 | Tonnendach mit einer Plattendicke von 15cm | A 205 |
| 1.4.1.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 205 |
| 1.4.1.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 210 |
| 1.4.1.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 216 |
| 1.4.1.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m) | A 217 |
| 1.4.1.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 220 |
| 1.4.1.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 227 |

| | | |
|---------|---|-------|
| 1.4.2 | Tonnendach mit einer Plattendicke von 20cm | A 228 |
| 1.4.3 | Tonnendach mit einer Plattendicke von 15cm | A 228 |
| 1.4.3.1 | Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m) | A 228 |
| 1.4.3.2 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 233 |
| 1.4.3.3 | Vergleich der Ergebnisse | A 239 |
| 1.4.3.4 | Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)..... | A 240 |
| 1.4.3.5 | Berechnung mittels FEM „Sofistik“ | A 243 |
| 1.4.3.6 | Vergleich der Ergebnisse | A 250 |

2. Gegenüberstellung

| | | |
|-------|---|--------------|
| | Dreischübegleichung-Balkentheorie-„Sofistik“ | A 251 |
| 2.1 | Tonnendach unter Veränderung der Spannweite | A 251 |
| 2.1.1 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} | A 251 |
| 2.1.2 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} | A 254 |
| 2.1.3 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung)..... | A 256 |
| 2.2 | Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung..... | A 258 |
| 2.2.1 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (DSG) | A 258 |
| 2.2.2 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} (DSG)..... | A 261 |
| 2.2.3 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (DSG) | A 263 |
| 2.2.4 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (BTH)..... | A 265 |
| 2.2.5 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} (BTH) | A 267 |
| 2.2.6 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (BTH) | A 269 |
| 2.3 | Tonnendach unter Veränderung der Querschotenhöhe | A 271 |
| 2.3.1 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (DSG) | A 271 |
| 2.3.2 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} (DSG)..... | A 274 |
| 2.3.3 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (DSG) | A 276 |
| 2.3.4 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (BTH)..... | A 278 |
| 2.3.5 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} (BTH) | A 280 |
| 2.3.6 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (BTH) | A 282 |
| 2.4 | Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke | A 284 |
| 2.4.1 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (DSG) | A 284 |
| 2.4.2 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} (DSG)..... | A 287 |
| 2.4.3 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (DSG) | A 289 |
| 2.4.4 | Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (BTH)..... | A 291 |
| 2.4.5 | Vergleich der Normalkraft N_{xx} (BTH) | A 293 |
| 2.4.6 | Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (BTH) | A 295 |

Kurzfassung

Die vorliegende Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Gegenüberstellung unterschiedlicher Berechnungen einer massiven Falterkstruktur.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt in zwei Vergleichen, bei welchen einerseits die Ergebnisse zweier analytischer Berechnungsverfahren mit einem Finite-Elemente-Programm und andererseits zwei kommerzielle in der Bauingenieurpraxis häufig verwendete Finite-Elemente-Softwares gegenübergestellt werden.

Vorerst wird allgemein über verschiedenste Falterke und die unterschiedliche Verwendung verschiedener Materialien diskutiert.

Durch den heutigen Stand der Technik sind die Einsatzgebiete der massiven Falterkstrukturen auf die massiven Dachstrukturen und Stiegentragwerke reduziert, welche im Detail beschrieben werden.

Außerdem wird sowohl auf den geschichtlichen Hintergrund dieser Thematik als auch auf die genaue Erläuterung der verwendeten Berechnungsmethoden eingegangen.

Grundlage der ersten Gegenüberstellung liefern die analytischen Lösungen „Dreischübegleichung“ und „Balkentheorie“, welche anhand einer ausgewählten Falterkstruktur mit einer Berechnung des Finite-Elemente-Programms „SOFISTIK“ verglichen werden. Im Anschluss daran wird der Unterschied der zwei Finite-Elemente-Programme „SOFISTIK“ und „RFEM“ untersucht und aufgezeigt.

Abstract

The diploma thesis in hand is dealing with the comparison of different calculation methods of a massive folded plate structure.

The main focus is on two comparison, firstly the solution of two analytical calculation methods with the finite element analysis and secondly two commercial in the practice of constructional engineering often used finite element software.

First of all, the focus is on the several folded plate structure and the various usage of the different material.

According to the state-of-the-art the field of application of massive folded plate structure is reduced on the massive roof constructions and stairs-structures, which are discussed in detail.

Additional it deals with the historical background of the subject matter and with the detailed explanation of the various calculation methods.

The basis for the first confrontation yield in the analytical solution of the "Dreischübe Gleichung" and the "beam theory", which will be compared on the basis of selected folded plate structure with the reckoning of the "finite element software" "SOFISTIK". In the end, the distinction of the two "finite element software" "SOFISTIK" and "RFEM" will be analyzed and demonstrated.

1. Einleitung

Die Struktur von Faltenwerken ist durch das Zusammenwirken von unterschiedlich geneigten flächigen Bauteilen gekennzeichnet. Durch die kraftschlüssige Verbindung an den Kanten der einzelnen Scheiben wird neben der Platten- eine Scheibentragwirkung aktiviert. Das Tragverhalten eines Faltenwerks kann als Platte mit gedachten Auflagerlinien an den Enden gesehen werden. Die hervorgerufenen Auflagerkräfte lösen im angrenzenden Bauteil eine Scheibentragwirkung aus. Neben den Schub- und Normalkräften werden je nach Verbindungsart (gelenkig, biegesteif) auch Momente an den Knicklinien übertragen.¹

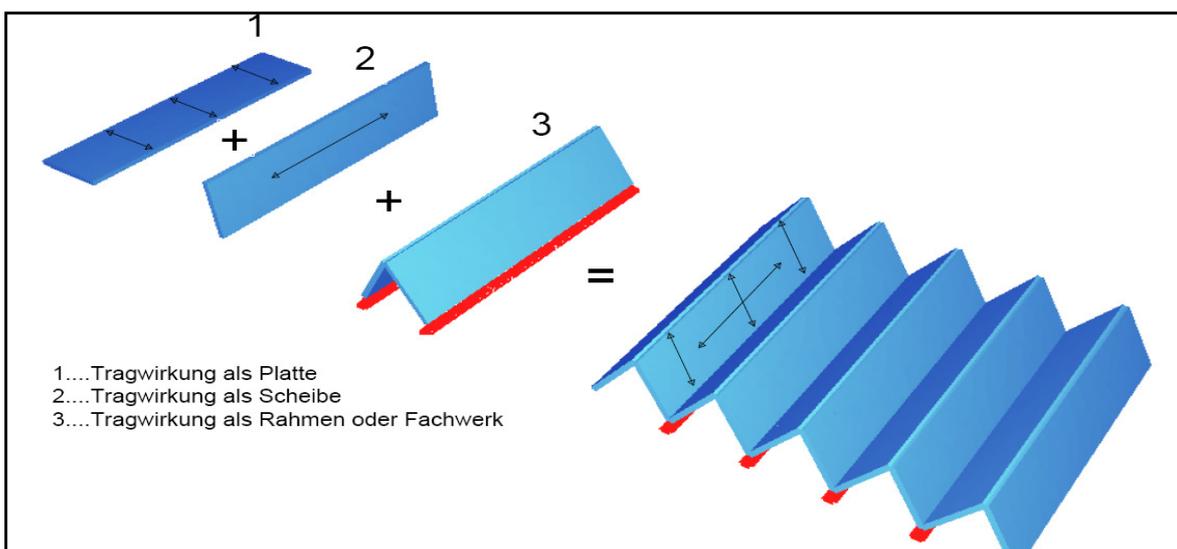


Abb. 1: Kombinierte Tragwirkung gefalteter Platten aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S92] an Diplomarbeit angepasst

Faltenwerkstrukturen erreichen durch die Faltung eine höhere Steifigkeit als Plattentragwerke und können daher größere Spannweiten überbrücken. Werden die Faltenauflager an den Enden festgehalten, kann dort keine Verschiebung auftreten und die Steifigkeit wird abermals erhöht (siehe Abb. 2 rechts)².

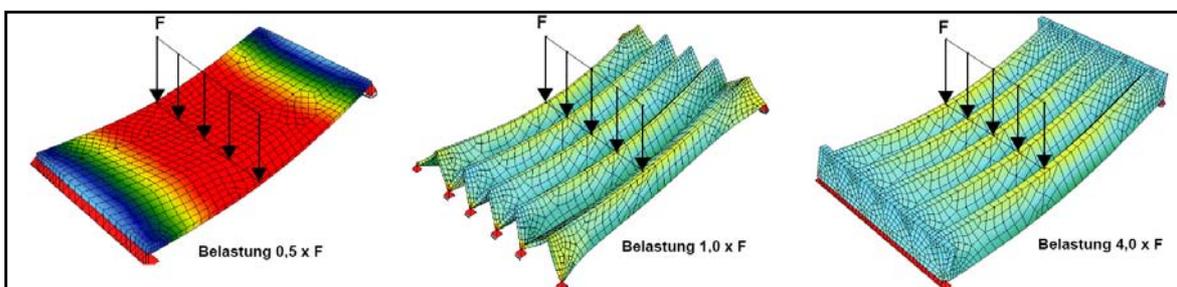


Abb. 2: Vorteile der Faltung gegenüber der Platte aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S83] an Diplomarbeit angepasst

¹ vgl. Peter Marti, 2012, Baustatik Grundlagen - Stabtragwerke – Flächentragwerke S589

² vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S80

Die Entstehung der Faltertragwerke ist durch die Kunst des Papierfaltens, des sogenannten Origami, idealisiert worden. Durch das Falten des Papiers ist an den Kanten die Steifigkeit erhöht worden und verschiedenste Falstrukturen sind, im Laufe der Zeit, entstanden. Das Prinzip wird durch das Wiederholen von Grundstrukturen gekennzeichnet, die komplexe Falmanöver mit sich bringen. Auch in der Natur kann man diese Effekte beobachten. Pflanzenblätter oder Insektenflügel entwickeln bei ihrer Entstehung stabile Teilflächen. Charakterisiert wird Origami durch seine Simpelheit, Materialhomogenität, den minimalen Materialaufwand, die Formenvielfalt und die Wirtschaftlichkeit.³

1.1 Anwendungsbeispiele von Falterkonstruktionen

1.1.1. Anwendungsbeispiele aus Papier/Karton

Im Bereich der Verpackungsindustrie wurde für die Erhöhung der Tragfähigkeit die Wellpappe entwickelt. Sie ist so aufgebaut, dass einzelne Papier- bzw. Kartonschichten aufgefaltet werden. Die so entstandene Falterwirkung erhöht die Steifigkeit und beschreibt ein formstabiles, weitverbreitetes Verpackungsmaterial.⁴

Für die Realisierung von Bauwerken mit Falterwirkung ist eine Modellierung von Vorteil. Die Modelle werden aus Papier hergestellt und man kann sofort die Machbarkeit der Falstruktur beurteilen. Mit der Modellierung können die einzelnen Teilstücke des Faltmusters herausgelöst und geometrisch erfasst werden. Mithilfe dieser Grundlage kann in weiterer Folge die statische Berechnung gestartet werden.⁵

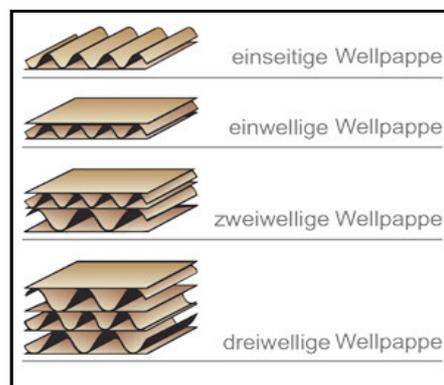


Abb. 3: Wellpappe

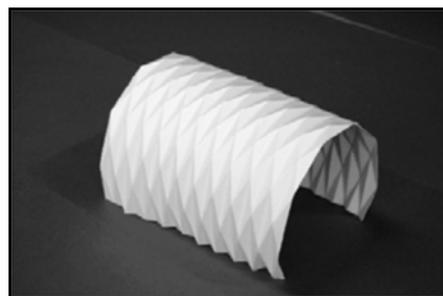


Abb. 4: Rautenfaltung

³ vgl. http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S2

⁴ vgl. http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S13

⁵ vgl. http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S2

1.1.2. Anwendungsbeispiele aus Kunststoff

Der Nutzen der Falterwirkung zeigt sich auch im Bereich der Kunststoffplatten-erzeugung. Das leichte Material erreicht mit dieser Ausführung enorme Zug-, Biege- und Druckfestigkeiten und kann eine Beanspruchung von allen Seiten und Richtungen aufnehmen. Mit diesen positiven Eigenschaften stehen diesen Kunststoffplatten riesige Einsatzmöglichkeiten zu Verfügung.⁶

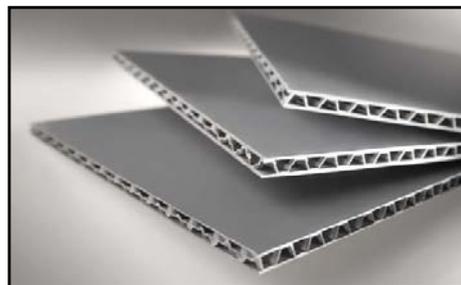


Abb. 5: Triplex Kunststoffmatten

1.1.3. Anwendungsbeispiele aus Stahl

Die Falterwirkung wird u.a. auch im Stahlbau angewendet. Blechtafeln werden beispielsweise durch Kaltverformung zu Trapezprofilen bzw. Stahlprofilen modelliert. Sie wirken als prismatische Falterwerke, wobei die Einwirkung zu den steifen Kanten abgeleitet wird.⁷

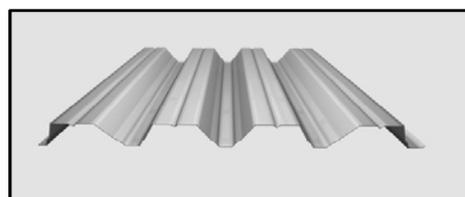


Abb. 6: Hoesch Trapezprofile

1.1.4. Anwendungsbeispiele aus Holz

Die Holzindustrie entdeckte in den letzten fünfzehn Jahren die großformatige Brettsperrholzplatte als neuen Werkstoff. Durch ihr geringes Gewicht und das gute Wärmedämmverhalten bildet der Holzwerkstoff gegenüber der Massivbauweise enorme Vorteile. Die aufgelöste (paneelartige) Konstruktion wird als Wandscheibe oder Deckenplatte eingesetzt. Die Verbindung der einzelnen Platten kann über direkte Verschraubung oder Stahlblechbauteile erfolgen.⁸

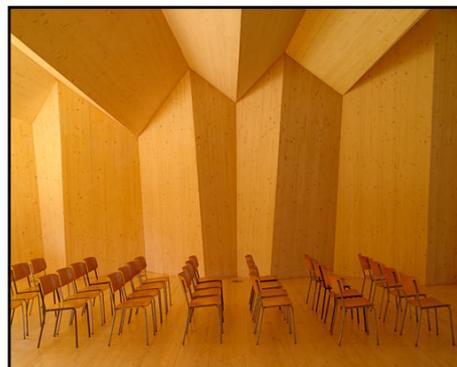


Abb. 7: Falterwerk aus Holz

⁶ vgl. <http://www.triplex-kunststoffplatten.de/deutsch/basis-infos/kunststoffplatten-hohlkammerplatten.htm>,

[Datum des Zugriffs 01.10.2012]

⁷ vgl. TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S69

⁸ vgl. http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S2

Durch die Entwicklung des automatisierten Abbundes und die computerunterstützten Anlagen ist die Herstellung von unterschiedlich geformten Holzplatten in großer Anzahl ausführbar. In Kombination mit großformatigen Holzplatten wird der Bau von faltwerken mit anspruchsvollen Formen ermöglicht.⁹

1.1.5. Anwendungsbeispiele aus Stahl-/Spannbeton

Das Sportausbildungszentrum Mülimatt, ein Spätwerk des verstorbenen Tessiner Architekten Livio Vacchini, ist ein imposantes Gebäude im schweizerischen Windisch, am Ufer der Aare. Der optische Anblick lässt auf eine äußerst aufwändige Planung und Konstruktion schließen.¹⁰

Das stützenfrei entwickelte Sportzentrum überspannt eine Grundfläche von 55 x 80 Meter. Zur Verwirklichung der freitragenden Ausführung wurden die Grenzen des Machbaren ausgereizt. Die Spannbetonbauweise ermöglicht mit der vorgegebenen Spanngliedführung, die vom Momentenverlauf abhängt, hohe Trägerlängen. In Verbindung mit der faltwerk Wirkung können Spannweiten, wie dieses Hallenbauwerk es besitzt, errichtet werden. Die Halle erstreckt sich über 80 m und beinhaltet 27 Achsen. Hergestellt wurden die einzelnen Bauteile in einem Betonfertigteilerwerk, die erst auf der Baustelle zu dem imposanten Hallenbauwerk zusammengesetzt wurden.¹¹



Abb. 8: Sportausbildungszentrum Mülimatt

Der architektonische Aspekt liefert das nach außen hin entstandene Zick-Zack-Muster, welches simpel, leicht und filigran wirkt.¹²

⁹ vgl. http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S2

¹⁰ http://www.baunetzwissen.de/objektartikel/Beton-Sportausbildungszentrum-Muelimatt-in-Aargau-CH_1477999.html, [Datum des Zugriffs 01.10.2012]

¹¹ ebenda

¹² ebenda

2. Allgemeines über Falterwerke

2.1. Definition Falterwerke

„Unter einem Falterwerk verstehen wir ein räumliches Gebilde, welches aus ebenen Scheiben zusammengesetzt ist und hierdurch eine räumliche Tragfähigkeit erhält.“¹³

Unerlässlich ist, dass die einzelnen Scheiben eine ebene Fläche vorweisen. Stellen die Einzelemente gekrümmte Flächen dar, beschreibt dies eine Schale und die Wirkungsweise wäre eine andere.¹⁴

2.2. Unterscheidung nach der äußerlichen Form

Die Unterschiede sind durch die verschiedenen Faltungen gegeben, wodurch im Allgemeinen von drei verschiedenen Falterwerken, wie prismatische, pyramidische und halbprismatische Falterwerke ausgegangen wird.¹⁵

Prismatische Falterwerke:

Die Grundform bildet eine rechteckige Scheibe, die durch verschiedenste parallele Faltungen und deren spezielle Modifikationen variiert. Festgehalten werden diese durch Quer- oder auch Stirnscheiben, welche jedoch gegeneinander unverschieblich angebracht werden. Als Ersatz dafür werden des Öfteren Rahmenkonstruktionen und dergleichen verwendet. Zum Einsatz kommen die prismatischen Falterwerke bei Hallendächern, Brücken und Kühltürmen.¹⁶

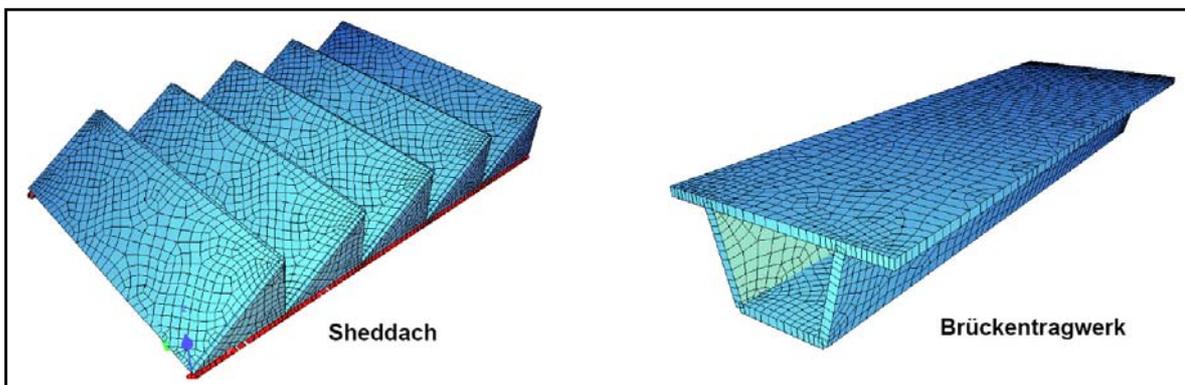


Abb. 9: Beispiele prismatische Falterwerke aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S83] an Diplomarbeit angepasst

¹³ Joachim Born, Falterwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S1

¹⁴ vgl. Joachim Born, Falterwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S1

¹⁵ vgl. ebenda

¹⁶ vgl. ebenda

Pyramidische Faltwerke:

Diese umfassen ein Vieleck als Grundfläche. Die Seitenteile sind dreieckig und stoßen jeweils an einem Punkt aufeinander.¹⁷ In der Praxis wird dieses Faltwerksmodell bei Zelt-dächern, Kühltürmen, Silos und dergleichen angewandt.¹⁸

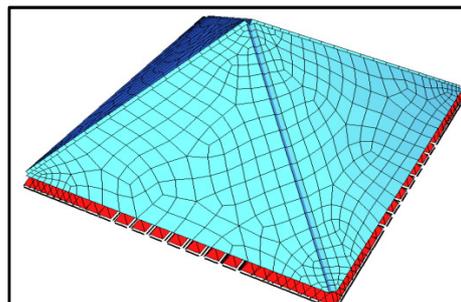


Abb. 10: Beispiel pyramidisches Faltwerk

Halbprismatische Faltwerke:

Hierbei wird eine Kombination aus prismatischen und pyramidenförmigen Faltwerken erzeugt. Visualisieren lässt sich dies durch das Abschneiden der Spitze eines Pyramidenfaltwerkes, wodurch ein Pyramidenstumpf entsteht. Ein weiteres Beispiel eines halbprismatischen Faltwerkes findet sich in der nicht senkrechten, sondern pyramidenförmigen Ausbildung der Stirnscheiben.¹⁹

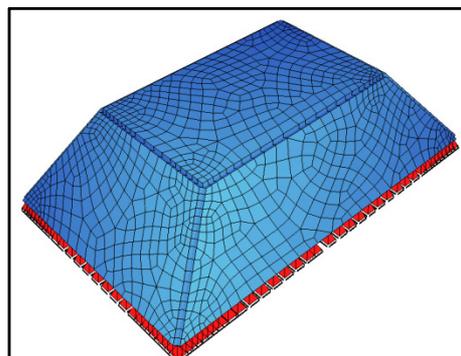


Abb. 11: Beispiel halbprismatisches Faltwerk

2.3. Unterscheidung nach Art der Faltung

Durch die unterschiedlichsten Formen im Riffelungsprofil und auch im Querschnittsprofil, wird die genaue Art der jeweiligen Faltung erkannt. Obwohl zwei Parametergruppen minimal erscheinen, lassen diese ein enorm großes Spektrum an vielfältigsten Faltwerken zu. Verschiedene Aspekte wie Geometrie, die räumlichen, architektonischen, statischen und produktionsbedingten Betrachtungsweisen müssen hierbei genau beachtet werden.

Besonders hervorzuheben ist dabei, dass der architektonische Ausdruck bei Beeinflussung der Tragfähigkeit der Faltwerke, nicht beeinträchtigt wird.²⁰

¹⁷ vgl. https://iam2.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/faltwerke.pdf, [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S12

¹⁸ vgl. Joachim Born, Faltwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S1

¹⁹ vgl. Joachim Born, Faltwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S144

²⁰ vgl. <http://www.detail.de/architektur/themen/origami-faltkunst-fuer-tragwerke-000497.html> [Datum des Zugriffs 03.10.2012]

Im Innenbereich sind Falterwerke relativ starr, da sich benachbarte Falten stützen. Diese Stützung kann den Randfalten fehlen, wodurch es zu einer Biegung kommen kann. Eine genaue Auseinandersetzung mit der Geometrie des Riffelungsprofils kann dieses Problem nichtig machen. Dies kann in diesem Kontext zum Beispiel durch eine Erhöhung der Amplitude der Randfalten, oder durch eine Erhöhung von deren Neigungswinkel geschehen, weil beide Varianten einen enormen Einfluss auf die Tragfähigkeit haben.²¹

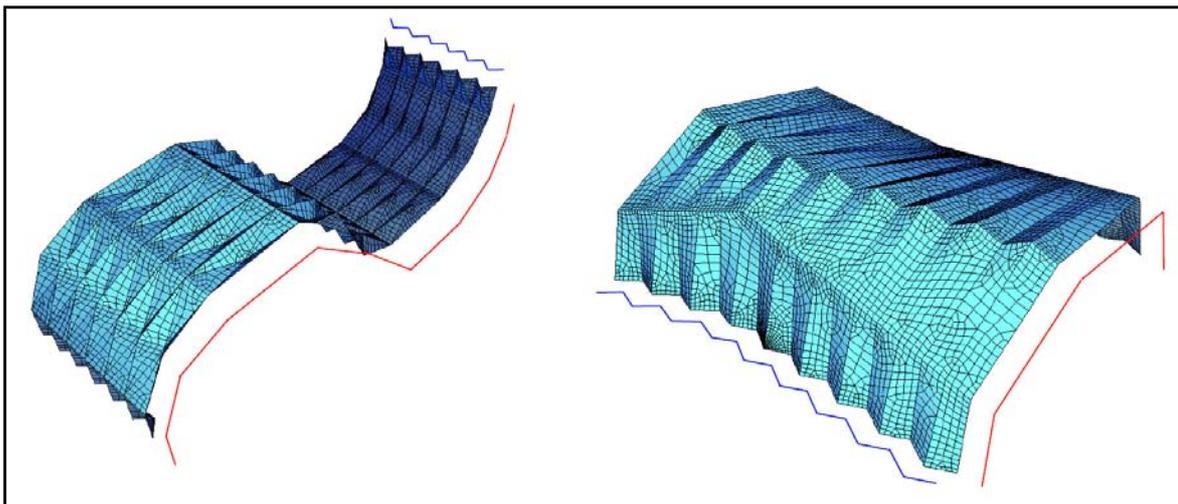


Abb. 12: Best. der Geometrie des Falterwerks durch Querschnitt und Riffelungsprofil aus [http://www.detail.de/architektur/themen/origami-faltkunst-fuer-tragwerke-000497.html, Datum des Zugriffs 03.10.2012] an Diplomarbeit angepasst

Ob es sich um balkenartige-, rahmenartige-, bogenartige- oder scheibenartige Falterwerke handelt, wird durch das äußerlich statische Tragverhalten unterschieden.²²

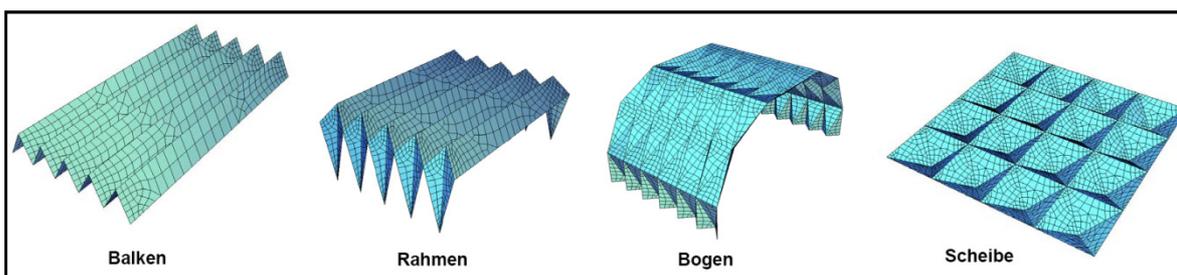


Abb. 13: Äußerlich unterschiedliche dargestellte statische Tragsysteme aus [https://iam.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/falterwerke.pdf, S.13, Datum des Zugriffs 02.08.2012] an Diplomarbeit angepasst

²¹ vgl. <http://www.detail.de/architektur/themen/origami-faltkunst-fuer-tragwerke-000497.html> [Datum des Zugriffs 03.10.2012]

²² vgl. https://iam2.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/falterwerke.pdf, [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S14

2.4. Entwurfskriterien für eine Falterksform

Die Entwurfskriterien für eine Falterksform bedingen folgende Faktoren:

- *Spannweite*
- *Gesamtgeometrie des Falterks (Gesamtquerschnitt)*
- *Konstruktionshöhe des Falterks*
- *Beanspruchungen der Teilflächen*
- *Geometrie und max. Abmessungen der Teilflächen*
- *Fertigungsverfahren bzw. Größe der Elemente*
- *Verringerung der Beulgefahr durch Begrenzung der Größe einzelner Teilflächen*
- *Transportmöglichkeiten und Montagetechnik*
- *Steifigkeit der Teilflächen*
- *Max. Anzahl der an einem Punkt zusammentreffenden Kanten*
- *Optisches Erscheinungsbild: scharfe oder gebrochene Kante²³*

2.5. Leistungsfähigkeit eines Falterks

Das Potenzial eines Falterks, betreffend die maximal aufnehmbare Last, bedingt sich durch:

- *den Querschnitt der Gesamtkonstruktion*
- *die Konstruktionshöhe: Je flacher die Konstruktionshöhe ist, desto eher neigt sie zum Durchbiegen*
- *die Steifigkeit der einzelnen Flächenelemente*
- *die Stabilisierung der Konstruktion durch die Verbindung der Kanten untereinander oder durch andere konstruktive Maßnahmen²⁴*

²³ https://iam2.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/falterke.pdf, [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S16,17

²⁴ https://iam2.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/falterke.pdf, [Datum des Zugriffs 02.08.2012], S15

3. Massive Faltwerkkonstruktionen

Die Entwicklung von massiven Faltwerkkonstruktionen ist mit der Errichtung von Schalen aus Stahlbeton verbunden. Die Schalen werden durch die Krümmung von Platten erzeugt. Der Vorteil besteht darin, dass mittels einer Anpassung der Platten an ihren Momentenverlauf, größere Spannweiten überbrückt werden. Mit der Erkenntnis, dass das Eigengewicht die Tragfähigkeit der Schale begrenzt, wird die Schalendicke verringert. In diesem Zusammenhang tritt aber das Stabilitätsproblem in den Vordergrund und das System droht zu knicken. Wird anstelle einer Krümmung, eine Riffelung geplant, erhöht sich, durch die angebrachten Falten, die statische Höhe um ein Vielfaches und erlaubt eine Reduzierung der Plattenstärke. Die ersten Faltwerkkonstruktionen bildeten sich aus parallel angebrachten Riffelungen. Im Laufe der Zeit wurde die Planung und Entwicklung von Faltwerken immer komplexer, was beispielsweise die Kongresshalle der UNESCO von Breuer und Nervi zeigt, wo drei Faltflächen zu einem Rahmen verbunden wurden.²⁵

3.1. Ausführungsvarianten

Früher galten Faltwerke im Massivbau für den Industriebau, wie zum Beispiel Sheddächer, als klassische Ausführung. In den letzten Jahrzehnten jedoch wurde der Bau von massiven Faltwerken in diesem Bereich deutlich reduziert. Der Grund dafür liegt definitiv in den Vorschriften der einzuhaltenden Mindestbetondeckung, den aktuell zu berücksichtigenden bauphysikalischen Richtlinien und zu guter Letzt in den hohen Kosten für den komplizierten Schalungsaufwand.²⁶

Im Bereich des Wohnbaus, ist die Faltwerkkonstruktion ein nicht wegzudenkender Bestandteil. Die Ausbildung von massiven Dachtragwerken, der sogenannte „Sargdeckel“, liefert den Vorteil, dass der Schutz vor der sommerlichen Überwärmung, mit dem Vorhandensein der großen speicherwirksamen Masse, leicht nachgewiesen werden kann. Auch die Erdbebenaussteifung kann mittels Stahl-betonbauweise am besten nachgewiesen werden.²⁷

²⁵ vgl. <http://www.detail.de/architektur/themen/origami-faltkunst-fuer-tragwerke-000497.html> [Datum des Zugriffs 03.10.2012]

²⁶ vgl. TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S67

²⁷ vgl. ebenda

Ein ebenso wichtiger Anwendungsbereich von Fertigwerken im Hochbau sind Stiegentragwerke. Sie bilden sich aus den schubfest verbundenen Lauf- und Podestplatten.²⁸

3.1.1. Sargdeckel

Das folgende Kapitel 3.1.1. verweist auf die Erkenntnisse, die in <http://www.beton.org/index.php?id=1835> aufgestellt wurden.

Ein festes Dach über dem Kopf zu haben, welches Schutz und Sicherheit bietet, ist für den Menschen ein grundlegendes Bedürfnis. Massivdächer aus Stahlbeton sind diesbezüglich eine optimale Lösung. Deshalb kommt unter anderen das klassische Flachdach in größeren Wohnhäusern häufig zum Einsatz.

Die Massivdachausführung wird auch bei geneigten Dächern angewandt. Durch ihre kompakte Bauweise erschließt sich eine dichte Gebäudehülle. Sie erreicht, im Gegensatz zu den Holzdächern, die Anforderungen an die Winddichtheit ohne jegliche Zusatzmaßnahmen (Anbringung Dachbahn). Auch die bauphysikalischen Anforderungen wie Schallschutz, Brandschutz und Schutz gegen sommerliche Überwärmung stellen kein Hindernis dar. Zusätzlich wird durch den trägen Temperatenausgleich des Baustoffes Stahlbeton ein behagliches Wohnklima erreicht. Aufgrund dieser Eigenschaften werden auch klassische Dachformen wie Satteldächer, Krüppelwalmdächer oder Pult- und Flachdächer als Betonmassivdächer verwirklicht.²⁹

Das geneigte Massivdach findet hauptsächlich in folgenden Ausführungen Anwendung:

- *Das geneigte Massivdach aus Normalbeton*³⁰
- *Das geneigte Massivdach aus Leichtbeton*³⁰

²⁸ vgl. TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S67

²⁹ vgl. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

³⁰ <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

Systeme für geneigte Massivdächer

Die Herstellung einer Sargdeckelkonstruktion wird meist mit einer Hinterlüftungsebene im Bereich der Konterlattung ausgeführt. Der heutige Stand der Technik beschreibt einen Aufbau wie folgt (von außen nach innen):

- | | |
|---|---|
| 1. Dachdeckung | 5. Holzschalung |
| 2. Lattung | 6,7. Holzsparren mit dazw.liegender Wärmedämmung |
| 3. Konterlattung (Hinterlüftungsebene) | 8,9. Holzbalken mit dazw.liegender Wärmedämmung |
| 4. Diffusionsoffene Unterspannbahn | 10. Sargdeckel |

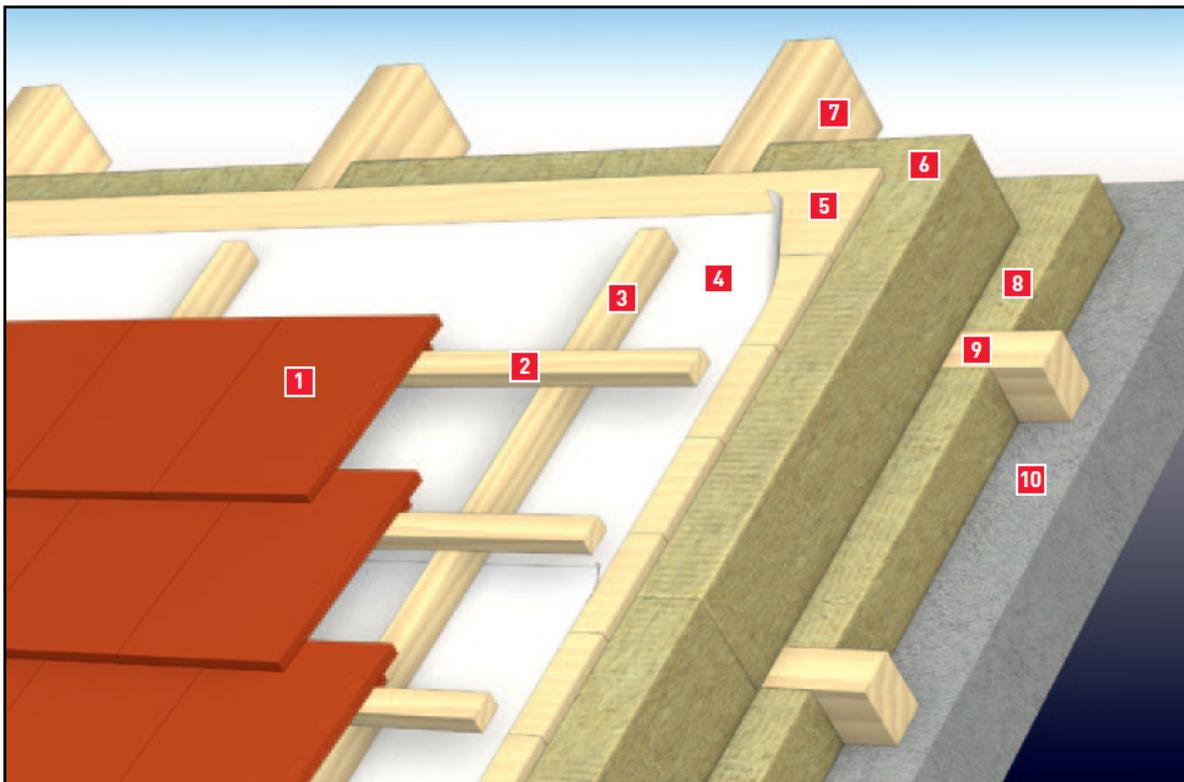


Abb. 14: Sargdeckelaufbau der Fa. Rockwool

Eine besondere Aufgabenstellung ist es, zu verhindern, dass Wasser in ein Gebäude eindringen kann. Ein wesentlicher Vorteil hierfür ist eine möglichst große Neigung, was für die Verwendung eines geneigten Daches sprechen würde.

In diesem Fall wird auf dem Sargdeckel und dem wärmetechnischen Aufbau eine Lattung aus Holz aufgebracht. Danach werden abschließend Dachziegel systematisch eingehängt. Diese gibt es schon in unzähligen variablen Ausführungen und sie weisen ein hohes Maß an Wetterbeständigkeit auf.³¹

³¹ vgl. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

Das geneigte Massivdach aus Transportbeton

Treten in einem Bauwerk mehrere verschiedene Dachneigungen auf, so wird in der Regel die Herstellung eines geneigten Massivdachs aus Transportbeton in Betracht gezogen. Die Ortbetonbauweise ist mit der Aufstellung einer Schalung verbunden. Sie ist notwendig, um den Frischbeton bis zu seiner Aushärtung in Form zu halten. Um die komplizierten Dachausmittlungen herstellen zu können, ist eine genaue Planung der Schalungselemente eine Notwendigkeit. Auch die Betonzusammensetzung, d.h. Betongüte und Betonkonsistenz, muss auf das Bauvorhaben abgestimmt werden.³²

Das geneigte Massivdach aus Betonfertigteilen

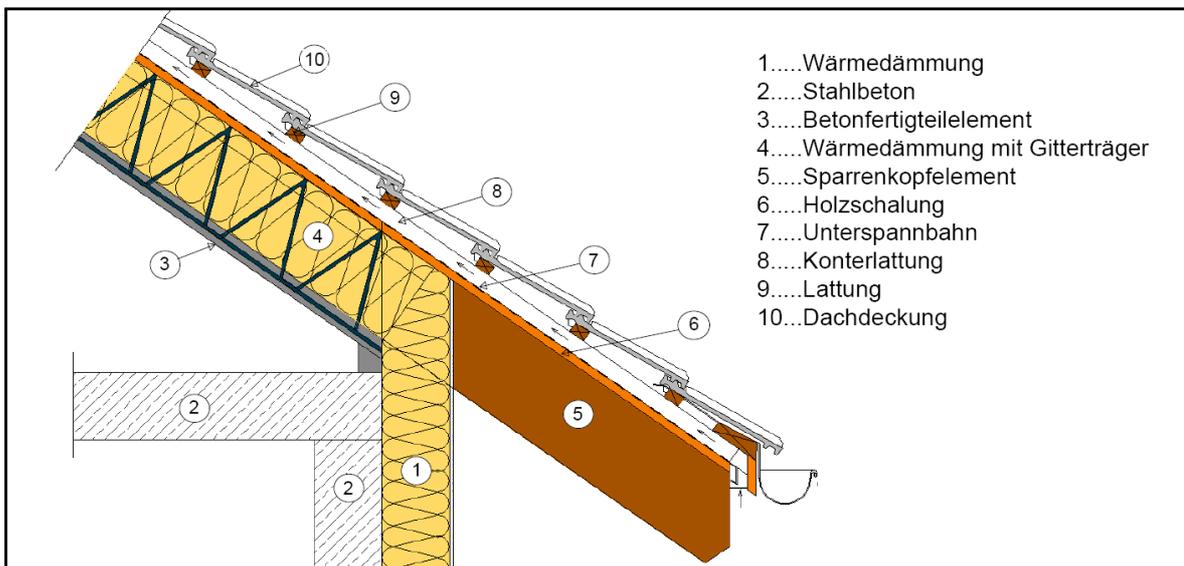


Abb. 15: Geneigtes Massivdach aus Betonfertigteilen aus
 [http://www.beton.org/index.php?id=1835 , Datum des Zugriffs 13.12.2012] an Diplomarbeit angepasst

Grundsätzlich kann man diese Bauweise mit jener der Elementdecke vergleichen. Der Unterschied besteht darin, dass kein Aufbeton die Konstruktion verstärkt. Spezielle Gitterträger sind dafür ausgelegt die Trägerlattung am Obergurt zu integrieren. Außerdem sind die Gitterträger für die Versetzung und Positionierung unverzichtbar. Die Fertigteilfirmen produzieren die Elemente mit der erforderlichen Wärmedämmung, Unterspannbahn, Dachlattung, Traufgang, Ortgang und Firstausbildung und werden dann auf die Baustelle befördert. Außerdem werden auch die vorgesehenen Einbau- und Befestigungselemente wie Dachgauben, Dachflächenfenster und Kehldecken berücksichtigt. Dies erfordert im Vorfeld eine gründliche Planung und statische Berechnung.³³

³² vgl. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

³³ ebenda

Das geneigte Massivdach aus Leichtbeton

Großformatige Dachplatten aus gefügedichtem Leichtbeton stellen die Grundsubstanz dar. Eine Konterlattung wird schon im Werk angebracht. Auf der Baustelle ist es notwendig die Platten durch eine Wärmedämmung zu ergänzen. Diese wird zwischen der Konterlattung angebracht. Die Firstkonstruktion wird durch spezielle Träger ausgeführt. Das hat zur Folge, dass eine notwendige zugfeste Verspannung der verlegten Dachplatten erreicht wird, wodurch die Aufnahme von Horizontallasten am Traufpunkt nicht erforderlich ist. Weiters werden die kopf- und längsseitigen Fugen der Platten mit Zementmörtel vergossen.³⁴

Bauphysikalische Eigenschaften

Schallschutz

Je nach Anforderung, die nach ÖNORM B8115-2, Tab.4 geregelt ist, muss ein Mindestschallschutz gegen Schallimmissionen von außen von bis zu 52 dB eingehalten werden. Sind extreme Schallimmissionen von außen zu erwarten, ist ein Mindestschallschutz von bis zu 63 dB nachzuweisen. Nur massive Dachkonstruktionen können den geforderten Luftschallschutz durch ihre hohe flächenbezogene Masse erfüllen.

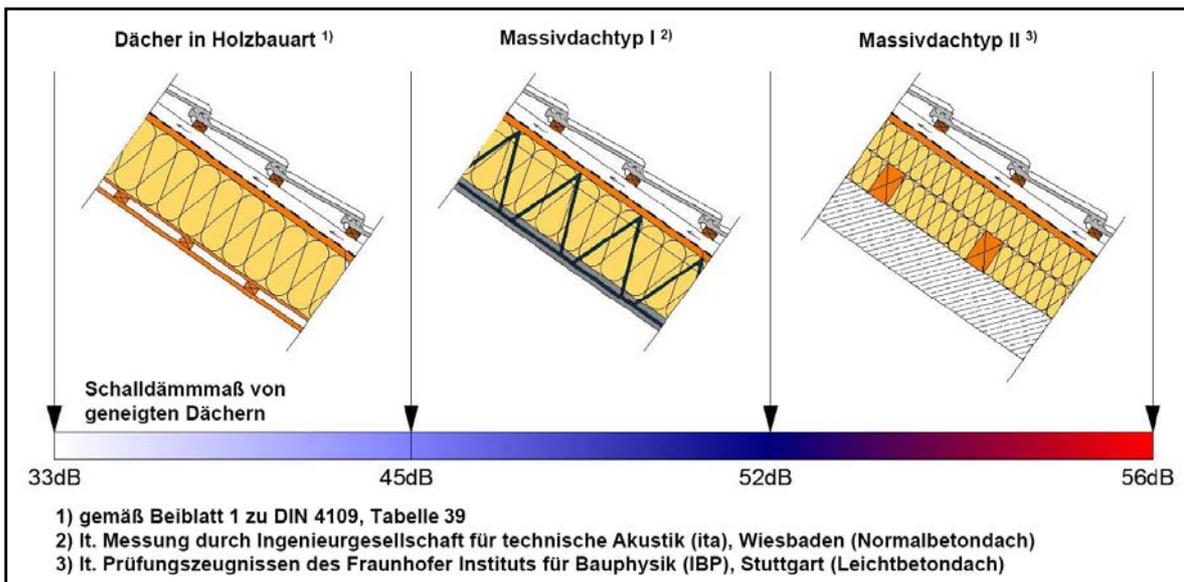


Abb. 16: Schalldämmmaß von geneigten Dächern aus
 [http://www.beton.org/index.php?id=1835 , Datum des Zugriffs 13.12.2012] an Diplomarbeit angepasst

³⁴ vgl. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

Wärmeschutz

Die bauphysikalischen Eigenschaften der Massivdachbauweise, bezüglich des Wärmeschutzes, liefern gegenüber den herkömmlichen bzw. klassischen Holzdachbauten positive Aspekte. Die speicherwirksame Masse, die der Stahlbeton mit sich bringt, wirkt der sommerlichen Überwärmung entgegen und sichert mit der winddichten Herstellung ein behagliches Wohnklima. Durch den trägen Temperaturengleich von Stahlbeton wird im Sommer ein kühles bzw. im Winter ein warmes Raumklima erzeugt.³⁵

Temperaturmessungen eines Massivdachs, die im Frühjahr an einem Apriltag vorgenommen wurden, führten lt. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> zu folgendem Ergebnis:

- *an der Dachoberfläche tagsüber +30 °C und nachts -2 °C (Temperaturschwankung 32 °C)³⁶*
- *an der Dachinnenfläche eine Temperatur von ungefähr 20 °C mit maximalen Temperaturschwankungen von nur 2 °C³⁶*

Die Ausführung durch die Massivbauweise gewährleistet eine luftdichte Gebäudehülle. Dadurch sind die durch Fugen, Risse und nicht ausreichend abgedichtete Dämmstoffanschlüsse auftretenden Heizwärmeverluste dauerhaft auszuschließen.³⁷

Vorteile massiver Bauweise:

- zusätzliche Verkleidungen werden für die Erreichung des Brandschutzes nicht benötigt
- positives Wärmespeichervermögen durch speicherwirksame Masse
- vielversprechende, räumliche Tragwirkung durch eine abgeschlossene Konstruktion, die die oberste Geschoßdecke inkludiert
- einfacher Fensteranschluss und damit gewährleistete winddichte Ausführung³⁸

³⁵ vgl. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

³⁶ <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

³⁷ vgl. <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]

³⁸vgl.http://www.wohnbeton.at/Seiten/wohnbaulemente/03_decken/03_4_ortbeton_und_sargdeckel.asp#sargdeckel , [Datum des Zugriffs 28.11.2012]

Nachteile der Sargdeckelbauweise:

- der komplizierte Schalungsaufwand und die damit verbundenen Kosten
- Bei Dachgeschossausbauten können durch das zusätzliche Gewicht Probleme bei der Lastabtragung entstehen.
- Im Falle eines Erdbebens erzwingt die große Masse in der Dachebene eine hohe Horizontallast.

3.1.2. Treppen

Aufbauend auf das Buch „Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005“ von Anton Pech und Andreas Kolbitsch, die dieses Thema ausführlich behandelt haben, werden im Kapitel 3.1.2. die Erkenntnisse durch Beispiele beziehungsweise Herleitungen erweitert.

Die Podest- und Laufplatten von Stiegentragwerken werden grundsätzlich immer mit dem statischen System als Einfeldträger dimensioniert. Wird jedoch die Faltwerkwirkung berücksichtigt, können wirtschaftlichere Dicken nachgewiesen werden. Die Faltwerkwirkung entsteht durch den geknickten Verlauf der Laufplatte zum Podest. Die beiden Platten stützen sich an der Knicklinie gegenseitig und bilden dadurch eine fiktive Auflagerlinie aus. Die resultierenden Auflagerkräfte spiegeln sich in den Scheibenkräften der Platten wider und müssen mit den Schnittgrößen der Plattenbeanspruchung kombiniert werden. Voraussetzung für die Anwendung der Faltwerkwirkung ist die unverschiebliche Lagerung der Stiege.³⁹

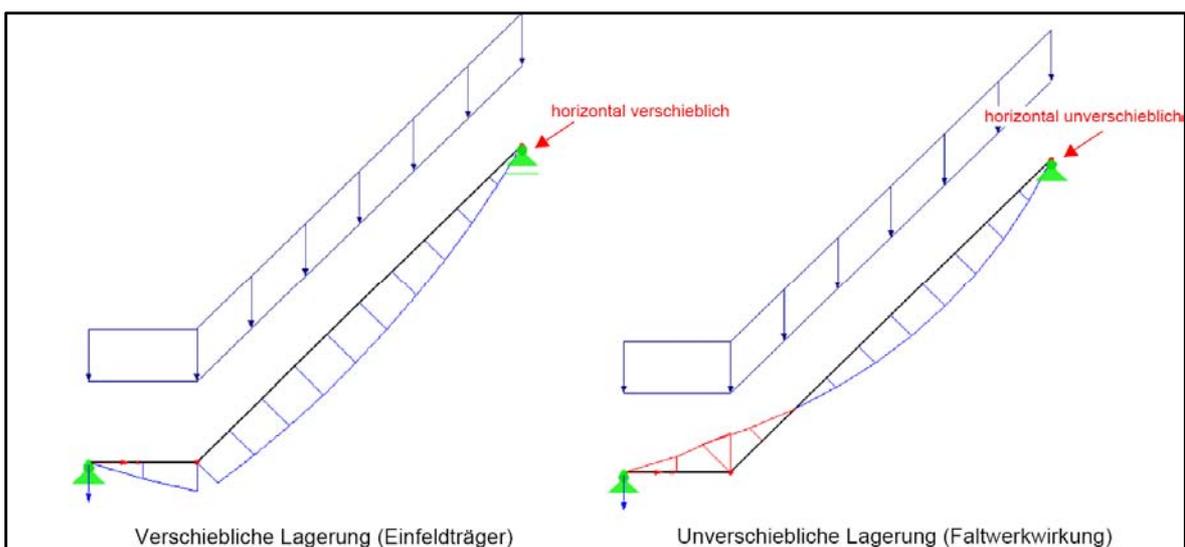


Abb. 17: Statische Systeme für Treppen

³⁹ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.27

Treppen mit einem Lauf und einem Podest

Bei dieser Ausführung wird im Knick eine fiktive Auflagerkraft A erzeugt. Die Kraft teilt sich im Verhältnis des eingeschlossenen Winkels auf die Lauf- und Podestplatte auf. Sie wirkt in der Plattenebene als Normalkraft und muss mit der Biegebeanspruchung der jeweiligen Platte überlagert werden.

Einen maßgeblichen Einfluss hat die Position des Podests. Ist, wie in Abbildung 18, die Podestplatte unten angeordnet, werden in die Tragkonstruktion Zugkräfte indiziert und man bezeichnet dieses statische System als Hängewerk (siehe Abb. 20).⁴⁰

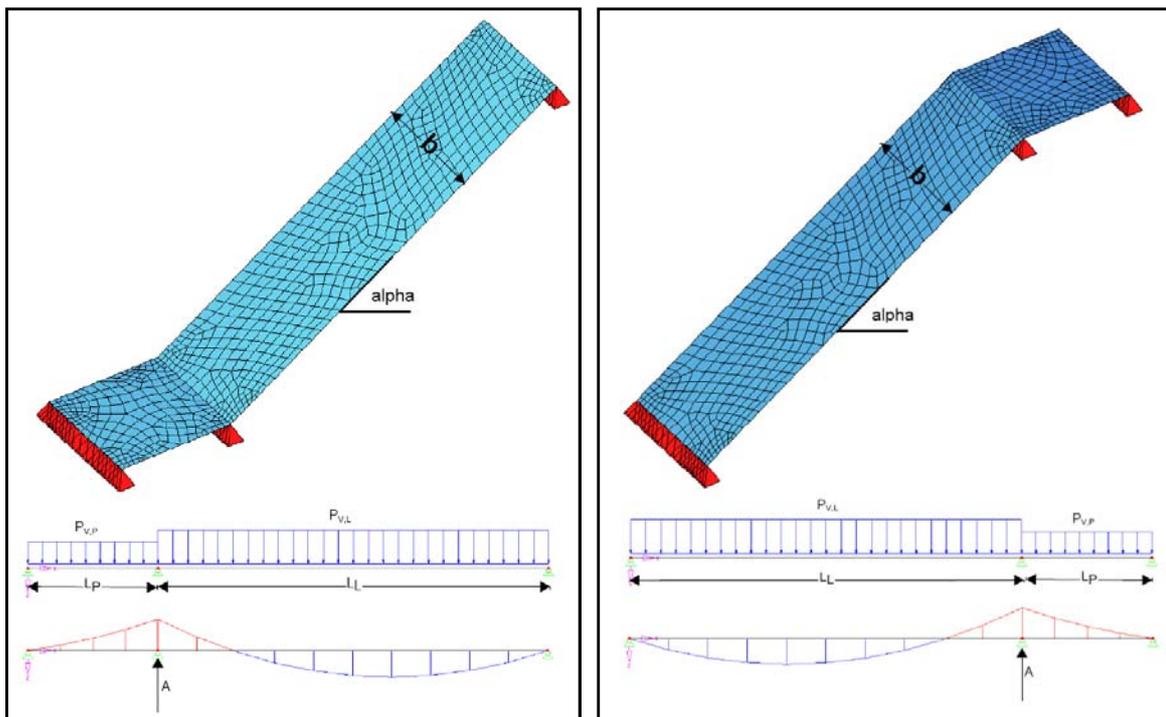


Abb. 18: Faltwerk – Podestplatte unten
aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst

Abb. 19: Faltwerk – Podestplatte oben

Wird die Podestplatte oben situiert (Abb. 19), werden dadurch Druckkräfte in die Bauteile eingeleitet. In diesem Fall wird die Treppe mit einem Sprengwerk verglichen (siehe Abb. 20). Durch den Zustand, dass Druckkräfte im System vorherrschen, sind Nachweise für die Stabilität zu erbringen, um das Ausknicken der einzelnen Bauteile verhindern zu können. Normalerweise wird aber durch das geforderte Steigungsverhältnis und die Mindestanforderung der Stiegenbreite dieser Nachweis nie maßgebend.⁴¹

⁴⁰ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.27

⁴¹ vgl. ebenda

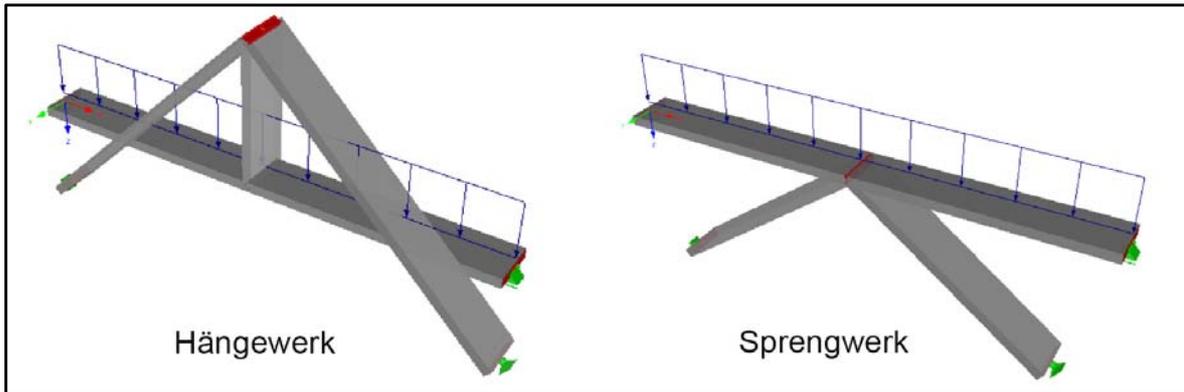


Abb. 20: Vergleichene statische Systeme eines oben bzw. unten liegenden Podestes

In der Plattenebene wirkende Scheibenkräfte resultieren aus der unterschiedlich angeordnete Auflagerung der Treppe (siehe Abb. 21+22):

- 1) Wird die einläufige Treppe an den Enden unverschieblich gelagert, werden die durch die Faltenwirkung resultierenden Scheibenkräfte dort aufgenommen (siehe Abb. 21+22, Links)⁴².
- 2) Werden zusätzlich zu den Endauflagern auf einer Seite Randauflager aktiviert, d.h. die Treppe wird seitlich in die Stiegenhauswände eingebunden, wirken die Scheibenkräfte zum Rand hin. Durch dieses statische System wird ein Versatzmoment, welches durch das Kräftepaar N_L bzw. N_P gebildet wird, in die Stiegenkonstruktion eingeleitet. Das Versatzmoment wird durch die horizontalen Auflagerkräfte in den Endauflagern H_L , H_P und der horizontalen Lagerkraft an der Knicklinie H aufgenommen.

Grundsätzlich muss man wieder unterscheiden, ob die Podestplatte oben oder unten angeordnet wird. Wenn das Podest oben liegt, wirkt die Horizontallast H in der Knicklinie als Zugkraft und die horizontalen Auflagerkräfte in den Enden wirken dadurch in die entgegengesetzte Richtung. Liegt die Podestplatte unten, ist die Wirkungsrichtung der Horizontallasten umgekehrt. Die Scheibenkräfte N_L und N_P werden durch die seitliche Stiegenhauswand aufgenommen (siehe Abb. 21+22, Mitte)⁴³.

⁴² vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.28

⁴³ vgl. ebenda

- 3) Wird anstatt der Randauflagerung eine Punktlagerung an der Knicklinie ausgeführt, entsteht das Versatzmoment aus der fiktiven Auflagerkraft mit dem dazugehörigen Hebelsarm. Die Aufnahme dieses Moments wird wieder über die Endauflagerung und die Lagerung an der Knicklinie bewerkstelligt (siehe Abb. 21+22, Rechts).

Der Tragfähigkeitsnachweis des Querschnitts im Knickbereich wird anhand der Schnittkräfte N_L , N_P und H geführt. Die Lauf- und Podestplatte werden mit dem Moment und der zu überlagernden exzentrischen Normalkraft (Druck oder Zug) bemessen.⁴⁴

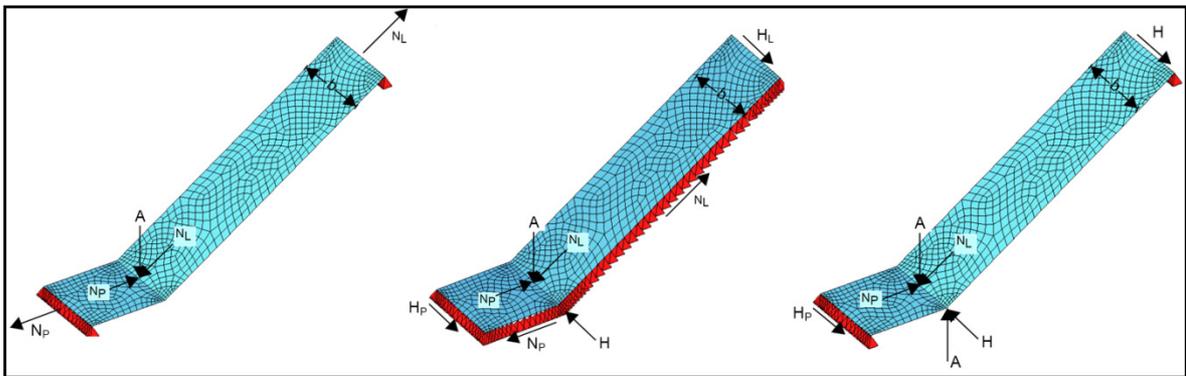


Abb. 21: Scheiben- und Auflagerkräfte einläufiger Treppen (Podestplatte unten) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst

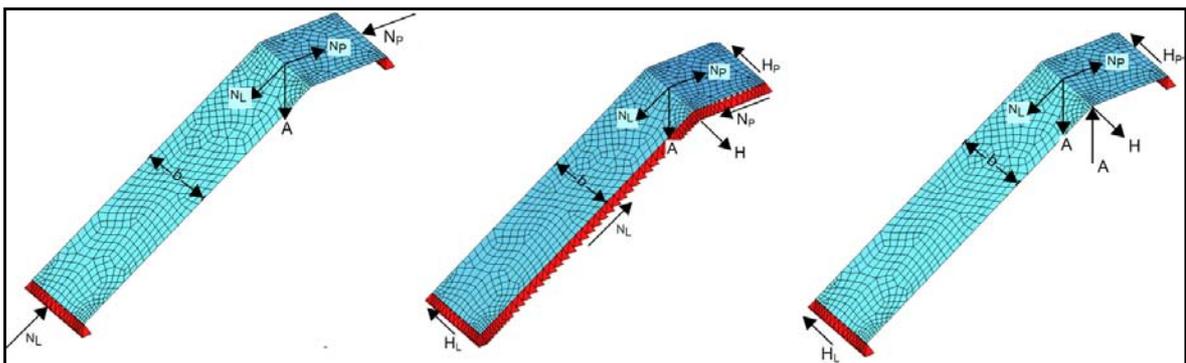


Abb. 22: Scheiben- und Auflagerkräfte einläufiger Treppen (Podestplatte oben) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst

⁴⁴ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.28

Herleitung der einzelnen Scheibenkräfte, der in Abb. 21 und 22 dargestellten Stiegentragwerke:

Aufteilung der fiktiven Auflagerkraft A (siehe Abb. 23)

Die Normalkräfte N_L und N_P werden durch die eingeschlossenen Winkel, die mit der fiktiven Auflagerkraft A vorliegen, über die Winkelfunktionen ermittelt. Die Normalkraft N_L beschreibt die Hypotenuse, die Normalkraft N_P die Ankathete und die Auflagerkraft A die Gegenkathete. Je nach Wahl des eingeschlossenen Winkels, kann die Gegenkathete mit der Ankathete wechseln.⁴⁵

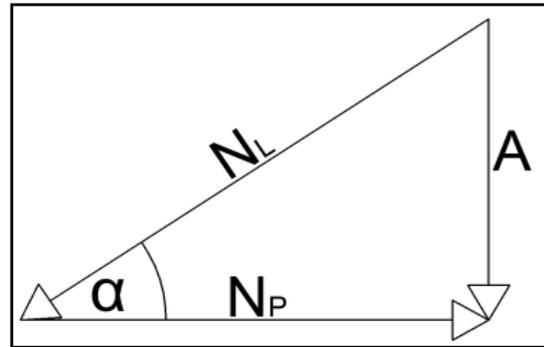


Abb. 23: Aufteilung N_L u. N_P

$$N_L = \frac{A}{\sin \alpha} \quad N_P = \frac{A}{\tan \alpha} \quad \tan \alpha = h / L_L \quad (3.1)$$

Auflagerkräfte zur Abtragung des Versatzmoments (siehe Abb. 24)

Über das Moment, welches durch den Hebelarm ($b/2$) und die Auflagerkraft A entsteht, werden die Horizontalkräfte in den Auflagerpunkten ermittelt. Als erste Horizontalkomponente wird die Kraft H_L bestimmt, indem das vorliegende Moment $(b/2) \cdot A$ durch die Höhe der Laufplatte dividiert wird. Mit diesem Resultat können danach, mittels der Längenverhältnisse, die Horizontalkräfte H und H_P bestimmt werden.⁴⁶

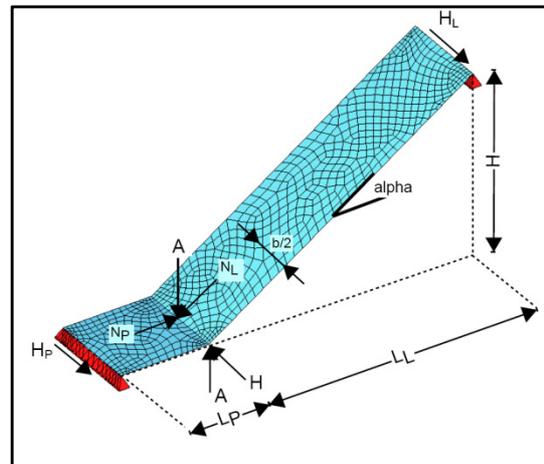


Abb. 24: Wirkende Kräfte und Hebelarme aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst

$$H_L = \frac{b}{2 \cdot L_L \cdot \tan \alpha} \cdot A \quad H_P = \frac{L_L}{L_P} \cdot H_L \quad H = H_L + H_P \quad (3.2)$$

⁴⁵ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.28

⁴⁶ vgl. ebenda

Beispiel:

Treppen mit einem Lauf und einem Podest mit einer Einheitskraft (1kN) für die fiktive Auflagerkraft in der Knicklinie

fiktive Auflagerkraft

$$A = 1\text{kN}$$

Aufteilung der Scheibenkräfte:

$$N_L = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin 32^\circ} = 1,89\text{kN}$$

$$N_P = \frac{A}{\tan \alpha} = \frac{1}{\tan 32^\circ} = 1,60\text{kN}$$

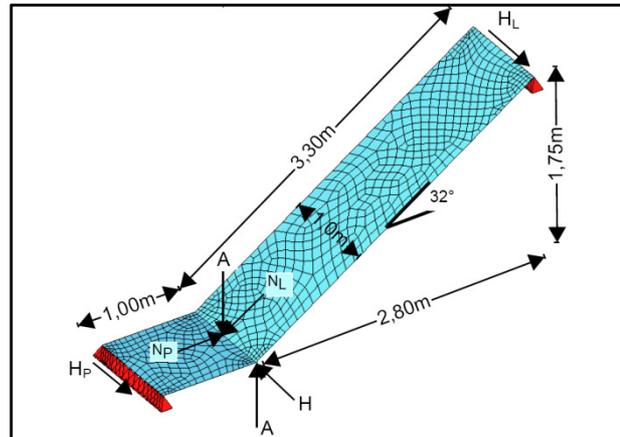


Abb. 25: Beispiel Einläufige Treppe aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst

Auflagerreaktionen zufolge einer Randauflagerung:

$$H_L = \frac{b}{2 \cdot L_L \cdot \tan \alpha} \cdot A = \frac{1}{2 \cdot 2,80 \cdot \tan 32^\circ} \cdot 1 = 0,29\text{kN}$$

$$H_P = \frac{L_L}{L_P} \cdot H_L = \frac{2,80}{1,00} \cdot 0,29 = 0,80\text{kN}$$

$$H = H_L + H_P = 0,29 + 0,80 = 1,09\text{kN}$$

Treppen mit einem Lauf und zwei Podesten

Wie schon bei der einläufigen Treppe mit einem Podest beschrieben, wirkt auch in diesem Fall in den Knicklinien eine fiktive Auflagerkraft. Das statische System entspricht näherungsweise einem Dreifeldträger mit zwei Innenauflagern. Je nach Podestplattenlänge und Steigungsverhältnis kann die Federsteifigkeit der Innenauflager starr oder nachgiebig angesetzt werden. ⁴⁷

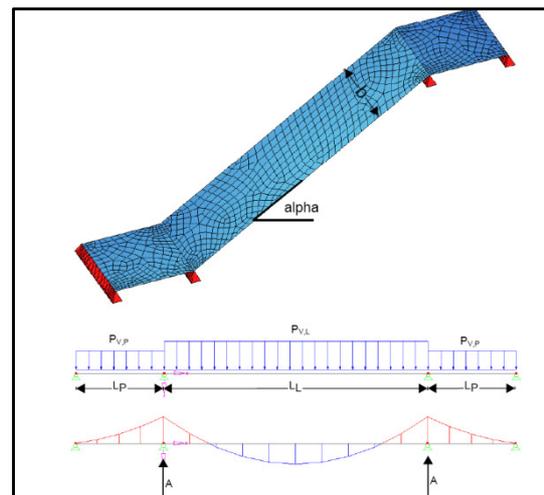


Abb. 26: Falzwerk – Laufplatte mit 2 Podestpl. aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.29] an Diplomarbeit angepasst

⁴⁷ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.29

Die Anordnung der oberliegenden und untenliegenden Podestplatten erzeugen in der Laufplatte Zug- und Druckkräfte. Durch das Zusammenschließen der Laufplatte mit den Podesten wird ein Gleichgewicht im System aufgestellt, sodass bei einer symmetrischen Ausbildung und Belastung der Treppe in den Endauflagern keine Horizontalkräfte hervorgerufen werden. Die scheinbare Auflagerkraft A wird in die Komponenten N_L und N_P in Abhängigkeit der eingeschlossenen Winkel wieder aufgesplittet.⁴⁸

Je nach Art der Konstruktion müssen die horizontalen und vertikalen Kräfte abgeleitet werden:

- 1) Bildet eine Stiegenhauswand einen seitlichen Abschluss, werden die Kräfte N_L und N_P in die Wand abgetragen. Das Versatzmoment, welches durch H , H_P und den dazugehörigen Hebelsarm erzeugt wird, muss ebenfalls mit entsprechender Ausbildung der kräfteabtragenden Bauteile abgeleitet werden.⁴⁹
- 2) Kann die Treppe nicht in die seitlich geführte Wand eingliedert werden, muss durch punktuelle Stützung an den Knicklinien die vertikale und horizontale Kraftkomponente A und H aufgenommen werden. Die horizontalen Kräfte N_P und H_P werden, wie auch im Pkt.1, durch die Treppenendaufleger abgetragen.⁵⁰

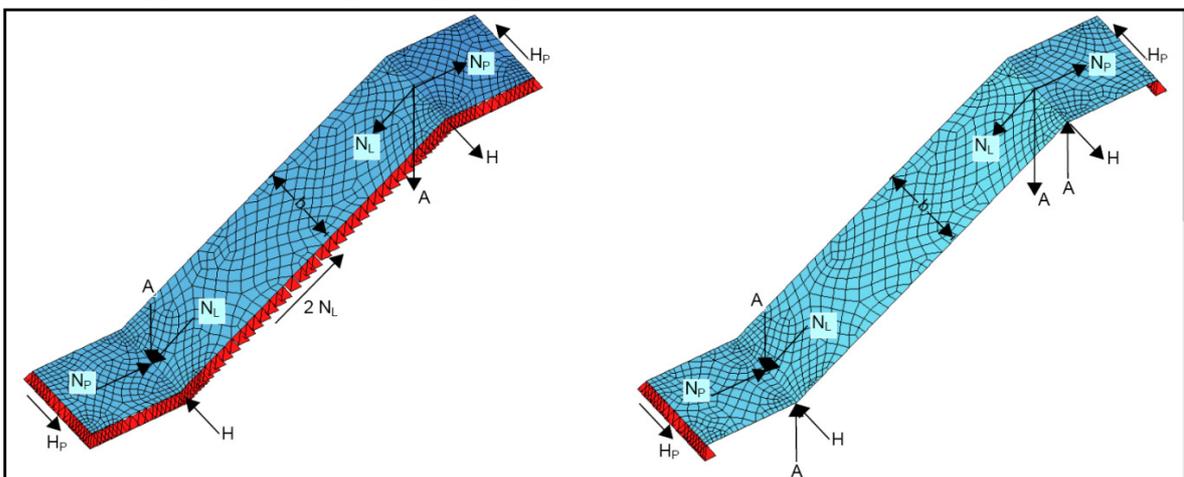


Abb. 27: Scheiben- und Auflagerkräfte einläufiger Treppen mit 2 Podestplatten aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst

$$H_P = \frac{b}{2 \cdot L_P \cdot \tan \alpha} \cdot A \quad H = \left(1 + \frac{2 \cdot L_P}{L_L} \right) \cdot H_P \quad (3.3)$$

⁴⁸ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.29

⁴⁹ vgl. ebenda

⁵⁰ vgl. ebenda

Beispiel:

Treppen mit einem Lauf und zwei Podesten mit einer Einheitskraft (1kN) für die fiktive Auflagerkraft in der Knicklinie

fiktive Auflagerkraft

$$A = 1\text{kN}$$

Aufteilung der Scheibenkräfte:

$$N_L = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin 32^\circ} = 1,89\text{kN}$$

$$N_P = \frac{A}{\tan \alpha} = \frac{1}{\tan 32^\circ} = 1,60\text{kN}$$

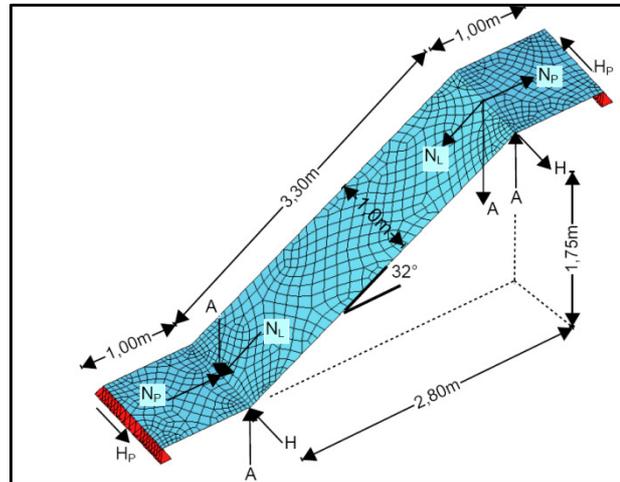


Abb. 28: Beispiel Einläufige Treppe mit 2 Podesten aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst

Auflagerreaktionen zufolge einer Randauflagerung:

$$H_P = \frac{b}{2 \cdot L_P \cdot \tan \alpha} \cdot A = \frac{1,00}{2 \cdot 1,00 \cdot \tan 32^\circ} \cdot 1 = 0,80\text{kN}$$

$$H = \left(1 + \frac{2 \cdot L_P}{L_L}\right) \cdot H_P = \left(1 + \frac{2 \cdot 1,00}{2,80}\right) \cdot 0,80 = 1,37\text{kN}$$

Zweiläufige Treppen

Die Berücksichtigung der Faltenwirkung kann bei einer Ausbildung einer zweiläufigen Treppenkonstruktion den Ausnutzungsgrad erheblich verbessern.

Die Plattenwirkung wird wieder durch die fiktiven Auflager, die aus den geknickten Scheiben resultieren, erzeugt. Die Betrachtungsweise der zweiläufigen Treppe kann wie zwei einläufige Treppen mit zwei Podesten, die eine vierfache Lagerung aufweisen, behandelt werden.⁵¹

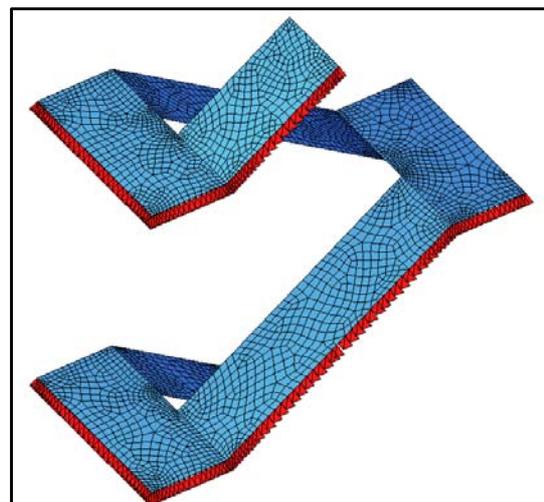


Abb. 29: zweiläufige Treppe

⁵¹ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30

Die Scheibenwirkung wird über die Positionierung der Auflager bestimmt. Demzufolge sind die verschiedenen Bemessungslastfälle der einzelnen Treppenhauswandanordnungen darzustellen.⁵²

Fall 1:

Der erste Fall beschreibt die Kräfteaufteilung der Stiegenkonstruktion stützenden Wände, die normal zu ihren Ebenen Kräfte aufnehmen. Ausgehend von der gedachten Auflagerkraft in der Knicklinie, die auf die Kraftkomponenten N_L und N_P aufgeteilt wird, entstehen abzutragende Kräfte. Einerseits Versatzmomente, die durch die Kräftepaare H_P beziehungsweise H_A abgetragen und andererseits Schubkräfte, die mittels N_L in die Stiegenhauswand weitergegeben werden.⁵³

Fall 2:

Kann die Stiegenhauswand keine normal zu ihrer Ebene entstehenden Kräfte aufnehmen, müssen diese als Längskräfte in die Stirnwand weitergegeben werden. Dadurch wird das Versatzmoment, das aus der Auflagerkraft A gebildet wird, in der Größe von $2 \cdot H_A \cdot L_P$ in die Stirnwand eingeleitet. Die Horizontalkraft H , die durch das Versatzmoment der Scheibenkräfte gebildet wird, ist mit der ermittelten Kraft in der Stirnwand zu überlagern.⁵⁴

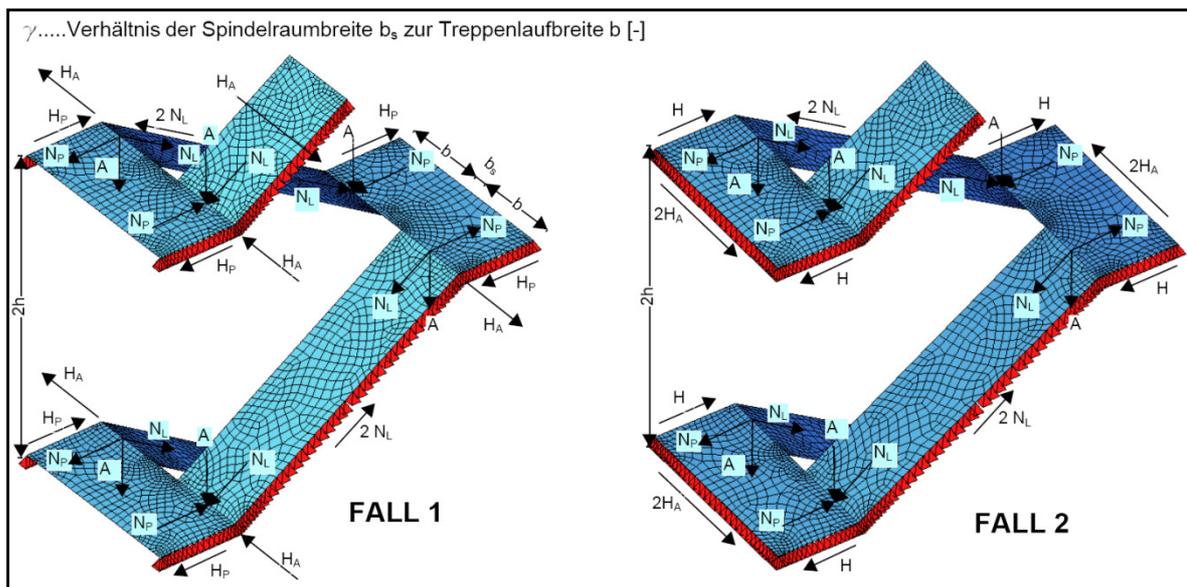


Abb. 30: Scheiben- und Auflagerkräfte zweiläufiger Treppen mit 2 Podestplatten (Fall1+2) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst

⁵² vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30

⁵³ vgl. ebenda

⁵⁴ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.31

$$H_P = \frac{(1+\lambda)}{(2+\lambda)} \cdot \frac{A \cdot L_L}{h} \qquad H = \frac{(1+\lambda) \cdot L_L - 2 \cdot L_P}{(2+\lambda) \cdot h} \cdot A \quad (3.4)$$

$$H_a = \frac{A \cdot b}{h} \qquad \lambda = b_s/b \quad (3.5)$$

Beispiel:

Zweiläufige Treppen ohne Spindelraumbreite und mit einer Einheitskraft (1kN) für die fiktive Auflagerkraft in der Knicklinie (Fall 1 + Fall 2)

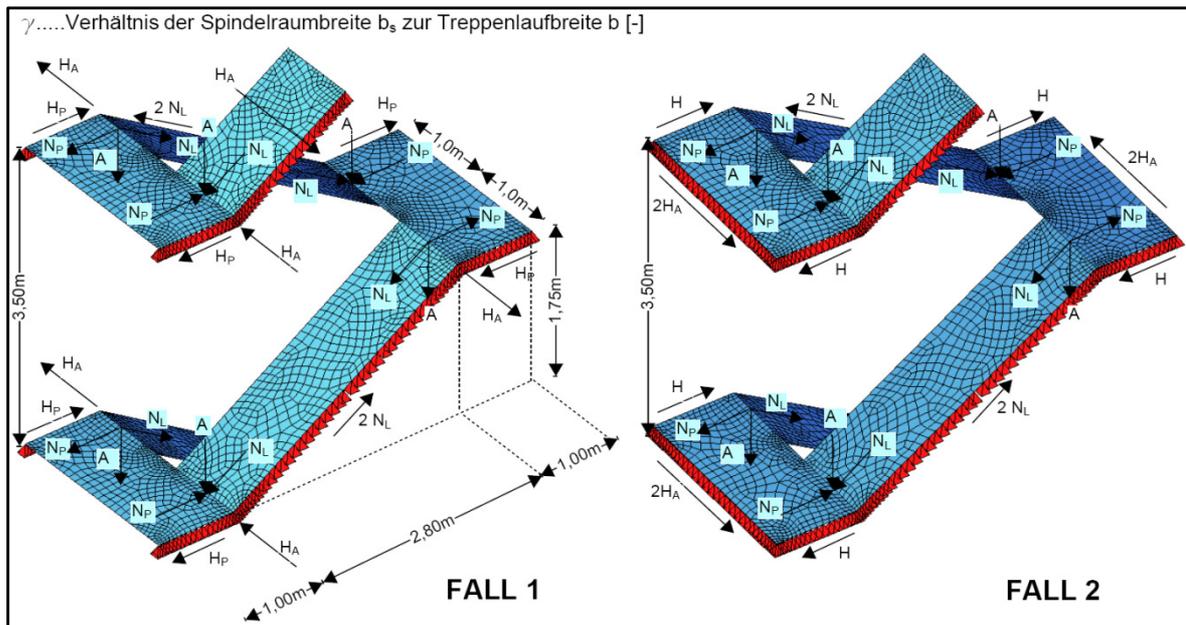


Abb. 31: Beispiel zweiläufige Treppe mit unterschiedlicher Auflagersituation (Fall1+2) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst

fiktive Auflagerkraft $A = 1\text{kN}$

Aufteilung der Scheibenkräfte:

$$N_L = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin 32^\circ} = 1,89\text{kN} \qquad N_P = \frac{A}{\tan \alpha} = \frac{1}{\tan 32^\circ} = 1,60\text{kN}$$

Auflagerreaktionen

$$H_P = \frac{(1+\lambda)}{(2+\lambda)} \cdot \frac{A \cdot L_L}{h} = \frac{(1+0)}{(2+0)} \cdot \frac{1 \cdot 2,80}{1,75} = 0,80\text{kN (Fall 1)}$$

$$H = \frac{(1+\lambda) \cdot L_L - 2 \cdot L_P}{(2+\lambda) \cdot h} \cdot A = \frac{(1+0) \cdot 2,80 - 2 \cdot 1,00}{(2+0) \cdot 1,75} \cdot 1 = 0,23\text{kN (Fall 2)}$$

$$H_a = \frac{A \cdot b}{h} = \frac{1 \cdot 1,0}{1,75} = 0,57\text{kN (Fall1 + 2)}$$

Fall 3:

Sind ausschließlich die Podestplatten an den seitlich angeordneten Treppenhausewänden eingegliedert, stellt das den nächsten Fall der Lastabtragung dar. Um diese Variante ausführen zu können, müssen die Auflager normal zu ihrer Ebene wirkende Kräfte aufnehmen.⁵⁵

Die gedachte Auflagerkraft, die sich in der Falllinie bildet, wird direkt von der am Knick befindlichen Wand aufgenommen. Durch die aufgesplitterte Kraft A , werden die Kraftkomponenten N_L und N_P erzeugt und induzieren in die Podestplatte ein in ihrer Ebene wirkendes Moment, welches mittels des Kräftepaars H_P in die Wand abgetragen wird.⁵⁶

Zufolge der in der Laufplatte wirkenden Kraft N_L , entsteht ein Versatzmoment der Größe $N_L \cdot b$ und muss durch das Kräftepaar H_K längs der Knicklinien aufgenommen werden.⁵⁷

Fall 4:

Die Podestplatten sind außenseitig über die ganze Länge in die Treppenhausewände eingebunden. Kräfte, die normal zu den Treppenhausewänden wirken, können nicht aufgenommen werden, dadurch wird die Lastabtragung auf die Längs- und Vertikalkräfte reduziert.⁵⁸

Im Grunde ist die im Fall 3 beschriebene Kraft H_K nicht aufnehmbar und wird auf die Treppenhausestirnwand weitergeleitet. Diesen Umstand ruft ein Versatzmoment der Größe $2 \cdot H_K \cdot L_P$ hervor, welches durch das Entgegenwirken des Kräftepaars H ein Gleichgewicht erzielt.⁵⁹

⁵⁵ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, 2005, S.31

⁵⁶ vgl. ebenda

⁵⁷ vgl. ebenda

⁵⁸ vgl. ebenda

⁵⁹ vgl. ebenda

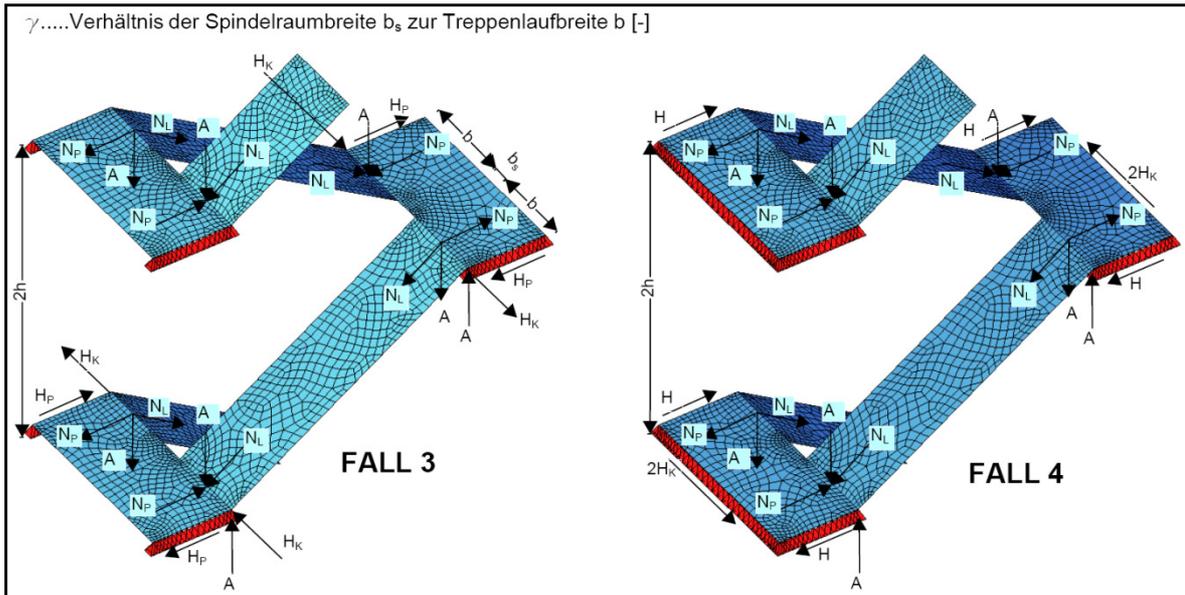


Abb. 32: Scheiben- und Auflagerkräfte zweiläufiger Treppen mit 2 Podestplatten (Fall3+4) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.31] an Diplomarbeit angepasst

$$M_P = b \cdot (1 + \lambda) \cdot \frac{A \cdot L_L}{b} \quad H_P = \frac{1}{(2 + \lambda)} \cdot \frac{A \cdot L_L}{h} \quad (3.6)$$

$$H = \frac{(L_L + 2 \cdot L_P)}{(2 + \lambda)} \cdot A \quad H_K = \frac{A \cdot b}{h} \quad (3.7)$$

Sind die Stiegenhauskonstruktionen anderen Auflagerkonstellationen unterworfen, ist eine Vorgehensweise nach den im Kapitel 3.1.2 dargestellten Beispielen zu empfehlen. Häufig werden jedoch komplizierte Lagersituationen entwickelt. Hierbei ist der Einsatz von räumlichen Finite-Elemente-Programmen unumgänglich.⁶⁰

Ein wichtiger Punkt ist die Erstellung von Treppenhauswänden durch Ziegel-mauerwerk. Die einwirkende Schubkraft, welche durch die Faltwerkbauweise entsteht, wird über Reibung in das Mauerwerk übertragen. Die maximal aufnehmbare Schubkraft ist jedoch von der Auflast abhängig und kann in den oberen Geschossen zu Problemen führen.⁶¹

⁶⁰ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S32

⁶¹ vgl. Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S31

Beispiel:

Zweiläufige Treppen ohne Spindelraumbreite und mit einer Einheitskraft (1kN) für die fiktive Auflagerkraft in der Knicklinie (Fall 3 + Fall 4)

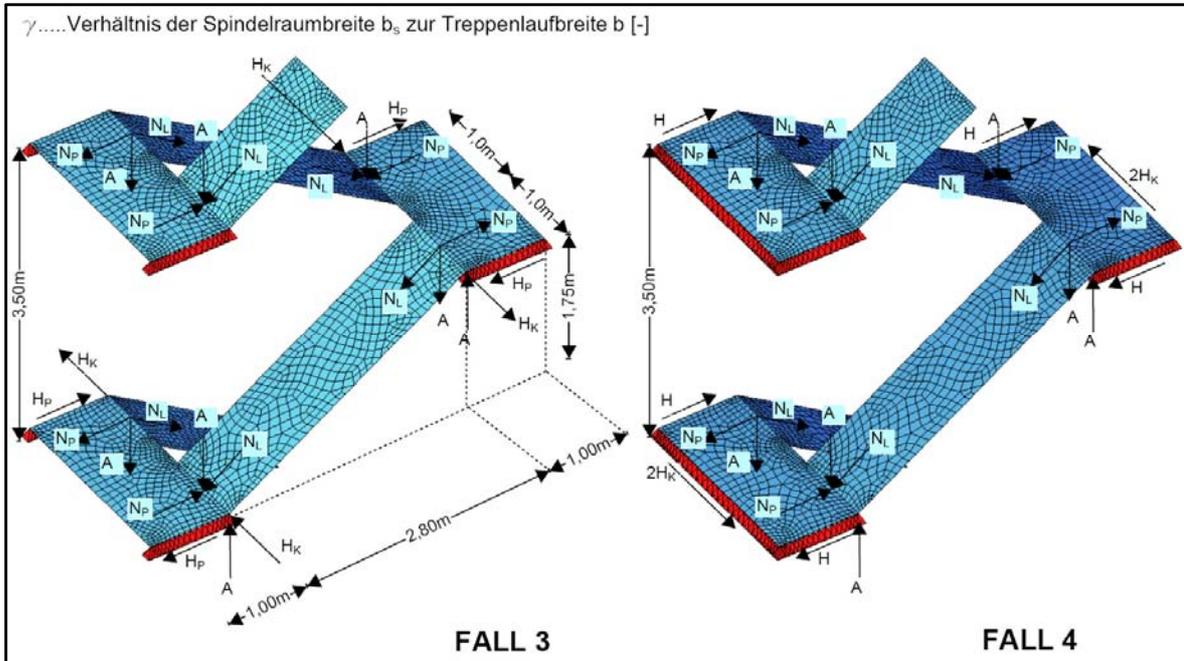


Abb. 33: Beispiel zweiläufige Treppe mit unterschiedlicher Auflagersituation (Fall3+4) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst

fiktive Auflagerkraft $A = 1\text{kN}$

Aufteilung der Scheibenkräfte:

$$N_L = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin 32^\circ} = 1,89\text{kN} \quad N_P = \frac{A}{\tan \alpha} = \frac{1}{\tan 32^\circ} = 1,60\text{kN}$$

Auflagerreaktionen

$$H_P = \frac{1}{(2+\lambda)} \cdot \frac{A \cdot L_L}{h} = \frac{1}{(2+0)} \cdot \frac{1 \cdot 2,80}{1,75} = 0,80\text{kN} \quad (\text{Fall 3})$$

$$H = \frac{(L_L + 2 \cdot L_P)}{(2+\lambda) \cdot h} \cdot A = \frac{(2,80 + 2 \cdot 1,00)}{(2+0) \cdot 1,75} \cdot 1 = 1,37\text{kN} \quad (\text{Fall 4})$$

$$H_k = \frac{A \cdot b}{h} = \frac{1 \cdot 1,0}{1,75} = 0,57\text{kN} \quad (\text{Fall 3 + 4})$$

3.2. Bewehrungsführung

Die Bewehrungsführung im Knickbereich wird so ausgebildet, dass eine biege-
steife Verbindung der einzelnen Scheiben entsteht. Der Knoten hat die Aufgabe
ein positives als auch ein negatives Querbiegemoment zu übertragen. Hierbei
wird für die Abdeckung eines positiven Querbiegemoments die Feldbewehrung
der jeweiligen Scheibe im Knick nach oben geführt (Pos. 2+3). Die Verankerungs-
länge l_{bd} der Feldbewehrung wird ab dem Schnittpunkt mit der Feldbewehrung des
nächsten/vorigen Feldes angeordnet. Die Aufnahme eines negativen Querbiege-
moments wird durch die obere Bewehrungslage (Pos. 1) erreicht. In diesem Fall
muss ein Übergreifungsstoß l_o zwischen der oberen Bewehrung des Knicks
und der oberen Bewehrungslage des Feldes eingehalten werden.

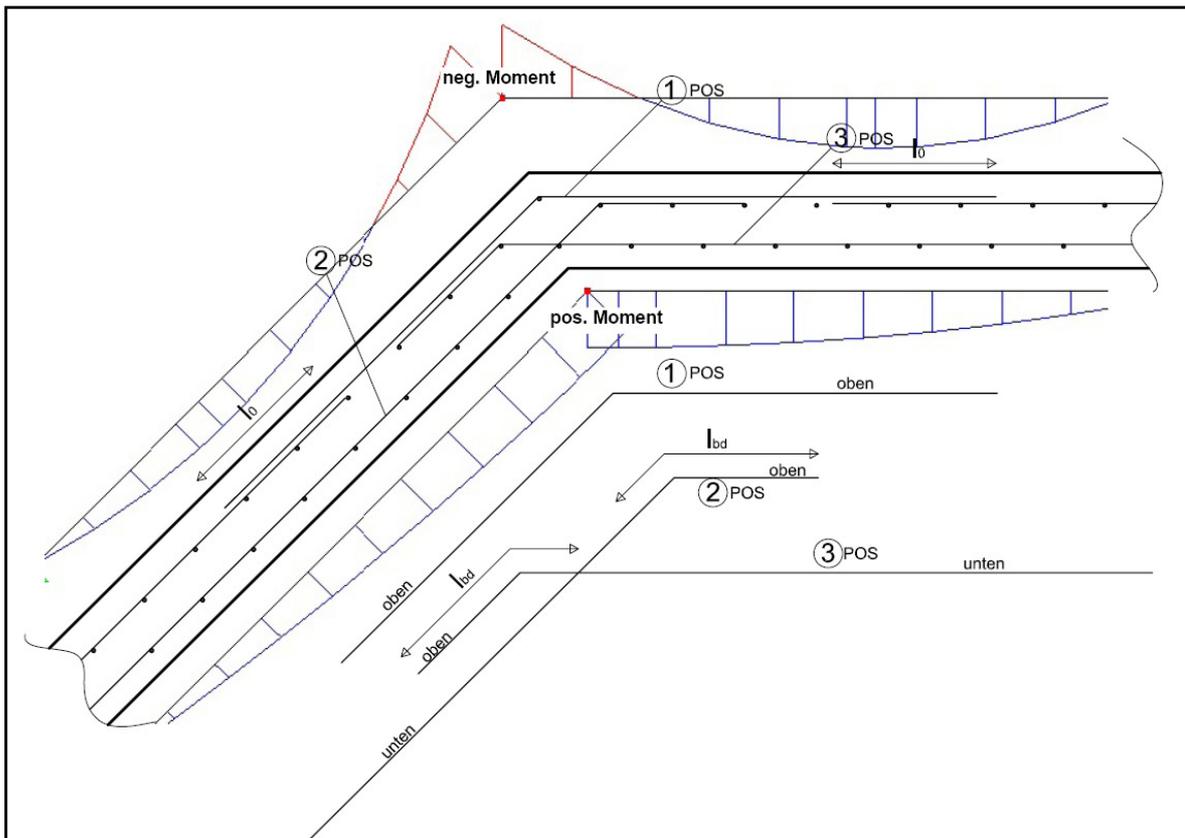


Abb. 34: Bewehrungsführung Knick

3.3. Schalung

Neben der Betonzusammensetzung, wie Betongüte, Expositionsklasse und Betonkonsistenz, die durch die Statik und Planung festgesetzt werden, ist für die in Ortbeton hergestellten massiven Fertigwerkstrukturen, die Betonschalung nicht zu vernachlässigen.

Die Schalung ist für die Formgebung maßgeblich verantwortlich. Um die festgesetzte Form ausbilden zu können, wirkt eine entsprechend dimensionierte Unterkonstruktion dem Frischbetondruck, der beim Betoniervorgang entsteht, entgegen. Die Bestandteile einer Deckenschalung gliedern sich in einen Ober- und Unterbau. Der Oberbau beinhaltet die Schalhaut (z.B. Dreischichtplatte), den Querträger, den Jochträger und die Stützenköpfe. Der Unterbau umfasst die Stützen mit ihren Aussteifungen. Die Bemessung der Schalungselemente mit den jeweiligen Abständen ist, ausgehend von der Deckenstärke, mittels eines Tabellenwerks (von den jeweiligen Schalungsherstellern) zu ermitteln.⁶²

Aussparungen

Die in den Stahlbetonbauteilen befindlichen Aussparungen müssen im Zuge der statischen Berechnung schon bekannt sein, da je nach Größe, Geometrie und Lage, die Bewehrungseisen die Öffnung für den umgelenkten Kraftfluss, umschließen müssen. Werden Aussparungen nachträglich bestimmt, muss abermals eine statische Nachweisführung erbracht werden, um relevante Bewehrungseisen nicht zu kappen. Daher ist es von Vorteil, dass Durchbrüche aller Gewerke frühzeitig geplant werden, damit die Machbarkeit ersichtlich ist und die Kosten nicht ansteigen.⁶³

Schalungsentfernung

Die Schalung kann erst im belastungsfreien Zustand abgebaut werden, das bedeutet, die Schalung muss durch Abspindeln der Stützen bzw. der Absenkköpfe herabgesetzt werden. Die Ausschulfristen werden nach ÖNORM B4710-1 geregelt. Wird eine frühzeitige Abschaltung vorgenommen, bewirkt der noch junge Beton eine große Durchbiegung und könnte die zulässigen Werte für den Durchhang überschreiten.⁶⁴

⁶² vgl. Hans Georg Jodl, Skriptum Bauverfahrenstechnik 2006, Kap. 8.2.4 S.10

⁶³ vgl. <http://www.wohnet.at/betonschalungen.htm> , [Datum des Zugriffs 28.11.2012]

⁶⁴ vgl. Hans Georg Jodl, Skriptum Bauverfahrenstechnik 2006, Kap. 8.2.4 S.10

Ausschalfristen

Mit dem Ausschalen und Entfernen der Rüstung darf erst dann begonnen werden, wenn sich der verantwortliche Bauleiter davon überzeugt hat, dass der Beton eine ausreichende Festigkeit erreicht und durch Frost keinen Schaden genommen hat; es soll ruck- und zwängungsfrei erfolgen. ⁶⁵

| Festigkeitsentwicklung gemäß Tabelle 12 ^a | Betonfestigkeitsklasse | | | |
|---|------------------------|--------|--------|---------------------|
| | C8/10 | C12/15 | C16/20 | C20/25 und höher |
| EL | 3 | 2 | 2 | 1 |
| EM | - | 2 | 1 | 1 |
| ES | - | - | 1 | 1 |

^a wenn am Lieferschein des Betons nicht anders angegeben gilt Klasse EM

Abb. 35: Ausschalfristen in Tagen für seitliche Schalungen bei mittleren Tagestemperaturen von +12 °C bis +20 °C⁶⁶

| Festigkeitsentwicklung gemäß Tabelle 12 ^a | Betonfestigkeitsklasse | | | | | |
|---|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | C16/20 | C20/25 | C25/30 | C30/37 | C35/45 | C40/50 |
| EL | 21 | 20 | 19 | 17 | 15 | - |
| EM | 18 | 17 | 15 | 12 | 10 | 10 |
| ES | 14 | 13 | 12 | 10 | 8 | 6 |

^a wenn am Lieferschein des Betons nicht anders angegeben gilt Klasse EM

Abb. 36: Ausschalfristen in Tagen für tragende Schalungen bei mittleren Tagestemperaturen von +12 °C bis +20 °C⁶⁷

Die in Tabelle NAD 19 angegebenen Fristen dürfen dann unterschritten werden, wenn durch eine Erhärtungsprüfung nachgewiesen wird, dass der Beton schon früher 80 % der für die entsprechende Festigkeitsklasse nach 28 Tagen geforderten Druckfestigkeit erreicht hat. Der Nachweis dieser Druckfestigkeit darf auch durch eine zerstörungsfreie Prüfung gemäß ÖNORM B 3303 geführt werden. Die Fristen dürfen auch dann unterschritten werden, wenn in einer statischen Berechnung nachgewiesen wird, dass mit den in der Erhärtungsprüfung erreichten Festigkeiten die nach dem Ausschalen auftretenden Lasten mit ausreichender Sicherheit getragen werden können und keine anderen Aspekte gemäß (2) maßgebend sind. ⁶⁸

⁶⁵ ÖNORM B4710-1: 2007, Kap. 14.6.1, S. 121

⁶⁶ ÖNORM B4710-1: 2007, Tabelle NAD 18

⁶⁷ ÖNORM B4710-1: 2007, Tabelle NAD 19

⁶⁸ ÖNORM B4710-1: 2007, Kap. 14.6.4 (3), S. 121

4. Geschichtliche Entwicklung der Berechnung von Faltenwerken

EHLERS hat im Jahre 1930 die erste analytische Betrachtung von Faltenwerkstrukturen publiziert. Grundgedanke dieser Anschauung war, das Tragverhalten eines Trägers auf zwei Stützen auf ein langes prismatisches Faltenwerk zu übertragen. Ausgangspunkt dafür bildet die Balkentheorie, welche unter bestimmten Voraussetzungen näherungsweise eine zulässige Lösung für prismatische Faltenwerke liefert.⁶⁹

Einzuhaltende Randbedingungen für die Ermittlung prismatischer Faltenwerke:

- 1) Die Einzelscheiben weisen eine geringe Höhe ($l \gg h$) auf, sodass für den Verlauf der Normalspannung eine lineare Verteilung angenommen wird.
- 2) Die Membranspannungen σ_y werden ignoriert.
- 3) Die Verschiebungen u, v in der Scheibenebene sind von geringer Größe.
- 4) Die Biegemomente m_x in Längsrichtung des Faltenwerks werden nicht beachtet.
- 5) Die Biegemomente m_y in Querrichtung werden ebenso wie bei einem Durchlaufträger mit starrer Lagerung der Kanten bestimmt.⁷⁰

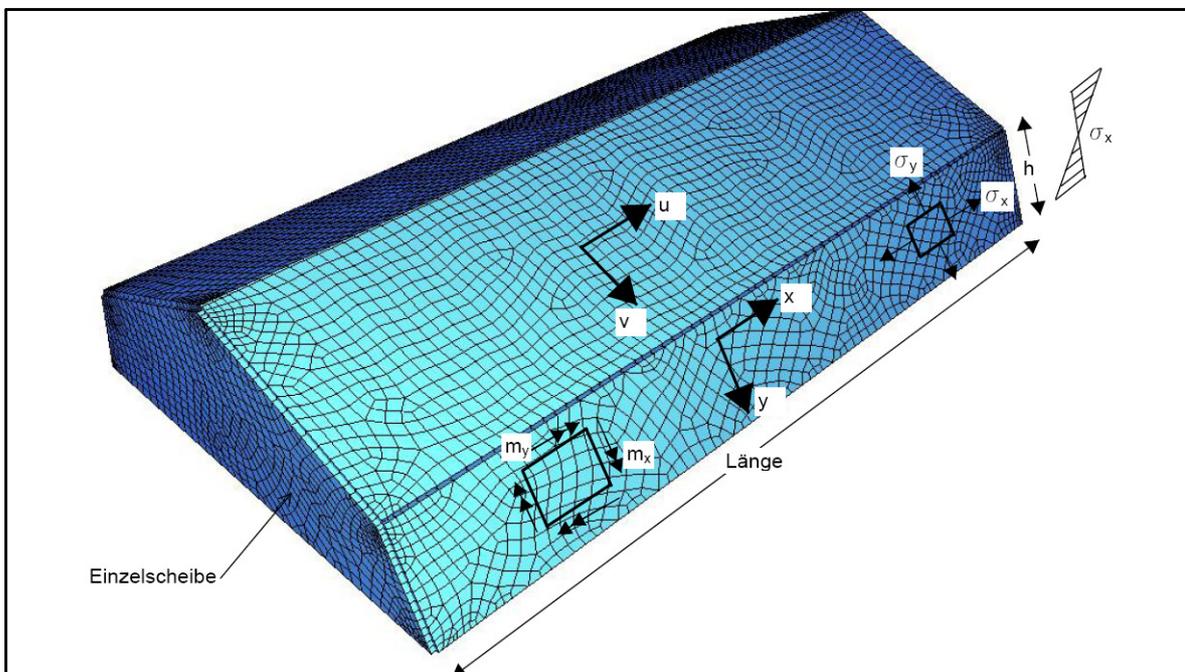


Abb. 37: prismatisches Faltenwerk mit Koordinaten der Schnittgrößen aus [Galal Abdel-Hamid Abdellah, eine FEM zur Berechnung beliebiger Faltenwerke, 1973, S7] an Diplomarbeit angepasst

⁶⁹ vgl. Galal Abdel-Hamid Abdellah, eine FEM zur Berechnung beliebiger Faltenwerke, 1973, S7

⁷⁰ vgl. ebenda

Nachdem WINTER und PEI (1947) auf eine Faltwerktheorie hinweisen, in der die relativen Verschiebungen der Faltwerkskanten übergangen werden, sind daraufhin eine Fülle von Arbeiten ausgelöst worden, die die relativen Verschiebungen zwischen den Kanten einbeziehen.⁷¹

Die Ersten waren GRUBER (1932) und GRÜNING (1932), die die Problematik mittels Differentialgleichung 4.Ordnung verfassten.⁷²

VLASSOW (1936) überarbeitet die Erkenntnisse von GRUBER und GRÜNING und erreicht durch Erfassung der Normalspannungen in Längsrichtung und dem Quermoment in Fourierreihen, dass ein lineares algebraisches Gleichungssystem entsteht. Mittels dieser Umformung wird ein vereinfachtes Berechnungsschema beschrieben.⁷³

GAAFAR (1954) und YITZIKI (1958) erforschten das Faltwerk mit unverschieblichen Kanten unter Berücksichtigung äußerer Beanspruchung. Nachfolgend wird die Kantenbelastung auf das verschiebliche Faltwerk aufgesetzt. Unter Berücksichtigung der Übertragungsmatrizen gelingt es HOLLAND (1961) alle Rand- und Übergangsbedingungen der Balkentheorie in den einzelnen Faltwerksscheiben einzuhalten.⁷⁴

Anhand der Formänderungseigenschaften entlang der Faltwerkskanten beschreibt Hans-Heinrich Osteroth in seinem Buch „Zur Faltwerkwirkung der Stahlbetontreppe“ (1989), den Unterschied durch die Berechnungsverfahren der beschriebenen Faltwerkstypen:

a) Balken

Die Analyse des Faltwerks als Balken mit geradliniger Spannungsverteilung bedingt einen formtreuen Querschnitt und kann allenfalls bei langen Faltwerken mit großer Stützweite und abgeschotteten Querschnitten passende Ergebnisse liefern.⁷⁵

⁷¹ vgl. Galal Abdel-Hamid Abdellah, eine FEM zur Berechnung beliebiger Faltwerke, 1973, S7

⁷² vgl. ebenda

⁷³ vgl. Galal Abdel-Hamid Abdellah, eine FEM zur Berechnung beliebiger Faltwerke, 1973, S8

⁷⁴ vgl. ebenda

⁷⁵ vgl. Hans-Heinrich Osteroth, Zur Faltwerkwirkung der Stahlbetontreppe, 1989, S7

b) **Faltwerke mit unverschieblichen Kanten**

Diese Idealisierung bestätigt sich nur in Sonderfällen. Die Beanspruchung der Platten wird mittels eines in der Ebene projizierten Durchlaufträgers mit starrer Stützung der Kanten ermittelt.⁷⁶

c) **Faltwerke mit vernachlässigbaren Verschiebungen**

Dieses Berechnungsverfahren beschreibt eine starre Stützung senkrecht zu den Kanten. Die Tragwirkung kann nur unter der Randbedingung auftreten, wenn die benachbarten Scheiben einen Neigungswinkel von mindestens 40° aufweisen. Auch die Anordnung von Randscheiben und/oder Querschotten deutet auf eine günstige Wirkungsweise hin.⁷⁷

d) **Faltwerke mit verschieblichen Kanten**

Diese Methodik setzt eine korrekte Berechnung der Beeinflussung der nachgiebigen Kanten, auf die darauf senkrecht wirkenden Plattenbiegemomente und die Scheibenbeanspruchung, voraus.⁷⁸

Die Berechnungsmethodik nach d) wird hauptsächlich für prismatische Faltwerke abgeleitet. Diese werden aus rechteckigen, ebenen Tragwerken mit längs ihrer Spannweite gleichbleibenden Querschnitten gebildet. Folgende Hypothesen werden getroffen:⁷⁹

- *Die einzelne Scheibe (Dicke $d < \text{Höhe } h < \text{Stützweite } l$) wird als Balken mit linearer Spannungsverteilung über die Scheibenhöhe h betrachtet.*
- *Randscheiben und Querschotten sind in ihrer Ebene starr jedoch torsionsweich.*
- *Die Belastung ist für alle Scheiben in Längsrichtung affin.*
- *Die Plattenbiegemomente m_x in Längsrichtung, die Querkraft q_x , die Drillmomente m_{xy} und die Schubverzerrung werden vernachlässigt.⁸⁰*

⁷⁶ vgl. Hans-Heinrich Osteroth, Zur Faltwerkwirkung der Stahlbetontreppe, 1989, S7

⁷⁷ vgl. ebenda

⁷⁸ vgl. ebenda

⁷⁹ vgl. ebenda

⁸⁰ Hans-Heinrich Osteroth, Zur Faltwerkwirkung der Stahlbetontreppe, 1989, S7

Die erste Faltwerksberechnung nach der Platten- und Scheibentheorie entwarf GOLDBERG/LEVE (1957). Diese Berechnung analysiert einfeldrige, prismatische Faltwerke, welche die Schnittgrößen und die Belastung in Fourierreihen darlegt. Die von GOLDBERG/LEVE entwickelte Logik ist aufgrund des immensen rechnerischen Aufwandes nur für Computer-Programme geeignet.⁸¹

Die historische Entwicklung der FEM (Finite-Elemente-Methode) ist im direkten Verhältnis von der Rechenleistung der Computeranlagen abhängig. Dadurch entstand erst im Jahre 1940 durch den Bauingenieur und Erfinder Konrad Zuse eine digitale programmierbare Rechenanlage. Sie wurde mit der Bezeichnung „Z3“ versehen und funktionierte auf elektromagnetischer Basis. Sie beinhaltete 2600 Fernmelderelais und wies damit eine Rechenleistung von 3-5 sek. pro Multiplikation auf. Die theoretische Grundlage für die FEM war das Ritz'sche Verfahren, welches durch Courant 1943 modifiziert worden war. Mit diesen Erkenntnissen war der Grundstein der FEM gelegt. Zu diesem Zeitpunkt war jedoch die Rechenleistung bzw. die theoretische Ausgangslage noch nicht ausgereift, um bedeutende Fortschritte erzielen zu können.⁸²

Erst 1954 kommt es zu einer Weiterentwicklung. Argyris ist es gelungen die Deformationsmethode und damit die FEM auf die Stabtragwerke anzuwenden. Weiterführend wurde von Turner, Clough, Martin und Topp 1956 die Methode auf das gesamte Spektrum der Kontinuumsmechanik ausgeweitet. Trotz der zu dieser Zeit angewendeten FEM ist der Begriff „finite element“ erstmals von Clough auf der 2.ASCE-Konferenz 1960 veröffentlicht bzw. verdeutlicht worden. Im selben Jahr wurde die Finite-Elemente-Methode zum ersten Mal auch im Bauwesen angewendet worden.⁸³

Im Anschluss kam es, vor allem an den Universitäten und Hochschulen, zu einer intensiven Forschung der FEM, da hier der Zugang zu den neuesten Rechen-systemen vorlag. Als Vorreiter für die Verbreiterung der FEM-Technologie galten Zienkiewicz, Argyris und Bathe. Sie überbrachten anhand ihrer Standardstudien die Grundlagen der FEM.⁸⁴

⁸¹ vgl. Galal Abdel-Hamid Abdellah, eine FEM zur Berechnung beliebiger Faltwerke,1973, S8

⁸² vgl. Christian Barth, Walter Rustler, Finite Elemente in der Baustatik-Praxis,2010, S7

⁸³ vgl. ebenda

⁸⁴ vgl. ebenda

Ab den Jahren um 1970 wurde auf die Problematik der Nichtlinearität eingegangen und die Entwicklung von Methoden für die Fehlerabschätzung wurde vorangetrieben.⁸⁵

Durch den heutigen Input der Ingenieurpraxis und die Erfahrungswerte aus den zunehmenden Branchenspezialisierungen kann eine breite wissenschaftliche Entwicklung der FEM weitergeführt und vertieft werden. Dadurch ist auch im Bereich des Bauwesens die FEM nicht wegzudenken, da spezielle Lösungen für Erdbebenanalysen aber auch für alltägliche Aufgaben, wie Bauteilbemessungen und Bodenmodellierungen vorherrschen.⁸⁶

5. Statische Berechnung von massiven Falterkstrukturen

Der Umstand, dass in den letzten Jahren die Thematik der Falterkstrukturen in den Publikationen selten vorzufinden war, hatte vielfach zur Folge, dass die aussteifende Tragwirkung von Falterken vernachlässigt wurde. Dadurch ist das statische Modell meist nur als Platte abgebildet worden, welches zu unwirtschaftlichen Bauteilabmessungen führte.⁸⁷

In den nächsten Unterkapiteln werden zwei relativ einfache analytische Lösungen für die Berechnung von Falterken vorgestellt. Sie werden in weiterer Folge (Kap. 6) mit Finite-Elemente-Softwares (Sofistik, Rfem) verglichen. Ziel dieser Anschauung ist es, festzustellen wie weit die analytischen Berechnungsarten für die Schnittgrößenermittlung herangezogen werden dürfen.

5.1. Analytische Lösung mittels Dreischübegleichung

Vorab werden die Randbedingungen, die lt. Gruber 1934 in seinem Buch „Die Berechnung pyramidenartiger Scheibentragwerke und ihre Anwendung auf Kaminkühler“ formuliert wurden, dargestellt. Sie beschreiben unter welchen Umständen die Kantenverformungen der Falterkstrukturen unberücksichtigt bleiben dürfen.⁸⁸

⁸⁵ vgl. Christian Barth, Walter Rustler, Finite Elemente in der Baustatik-Praxis, S7

⁸⁶ vgl. ebenda

⁸⁷ vgl. TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S68

⁸⁸ vgl. Joachim Born, Falterke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S3

- 1) *Bei offenen Faltwerken werden die Verformungen umso kleiner, je größer die Neigungswinkel der aufeinanderfolgenden Einzelscheiben sind. Bei Winkel über 40° wird der Fehler infolge Vernachlässigung der Kantenverformung in der Regel unbedeutend.*⁸⁹
- 2) *Geschlossene Faltwerke sind in dieser Hinsicht günstiger als offene.*⁹⁰
- 3) *Die Verformungen eines Faltwerks können durch den Einbau von biegesteifen Querrahmen oder Querschotten wesentlich vermindert werden.*⁹¹
- 4) *Die Zusatzspannungen infolge der Kantenverformung sind bei pyramidischen Faltwerken geringer als bei prismatischen.*⁹²

Berechnung

Durch die Dreischübegleichung können prismatische Faltwerke, unter Einhaltung vereinfachter Annahmen, mit relativ wenig Aufwand bemessen werden. Wird für die einzelnen Faltwerkscheibenelemente davon ausgegangen, dass sie alle in Längsrichtung verlaufen und weisen die Scheiben in Höhenrichtung gegenüber der Dickenrichtung eine große Biegesteifigkeit auf, beziehungsweise wird ein Verhältnis der Höhe zur Länge von mindestens 1:4 eingehalten, kann aufgrund des Navier'schen Geradliniengesetzes die Dreischübegleichung zum Einsatz kommen.⁹³

Die Lastabtragung erfolgt über die Kanten, die wie schon im Vorfeld beschrieben, wie fiktive Auflager fungieren. Bei einer biegesteifen Ausbildung der Knickbereiche können die Auflagerkräfte mithilfe eines Durchlaufträgersystems berechnet werden.⁹⁴

Die daraus ermittelten Kräfte werden zufolge der eingeschlossenen Winkel, die sich aus der Laststellung und den Faltwerkscheibenneigungen ergeben, auf die Kantenlasten in Scheibenebene zerlegt.⁹⁵

⁸⁹ Joachim Born, Faltwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S3

⁹⁰ ebenda

⁹¹ ebenda

⁹² ebenda

⁹³ vgl. Joachim Born, Faltwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S3

⁹⁴ vgl. Joachim Born, Faltwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S6-7

⁹⁵ vgl. TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S70

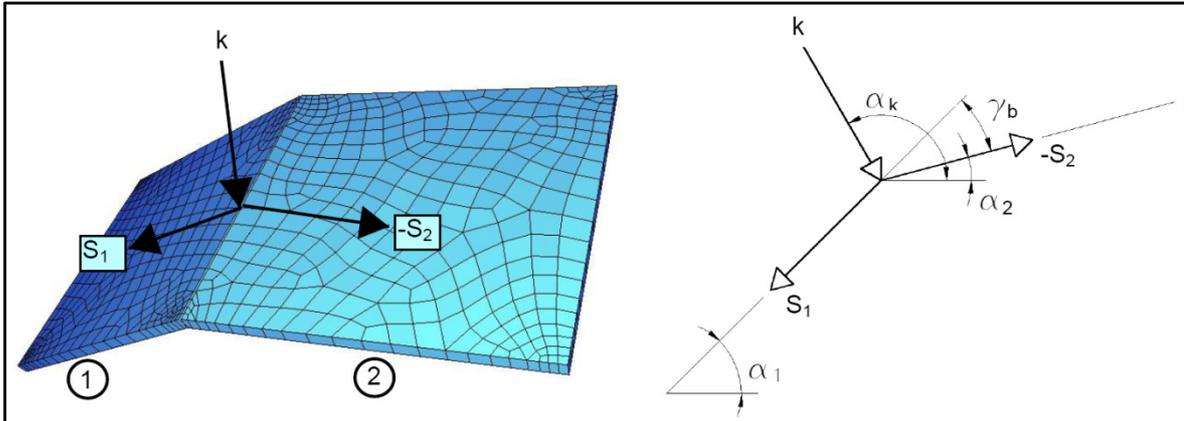


Abb. 38: Zerlegung der Kantenlasten aus [TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S.70] an Diplomarbeit angepasst

Daraus ergeben sich aus $\gamma_b = \alpha_1 - \alpha_2$ die Gleichungen⁹⁶

$$S_1 \cdot \sin \gamma_b = k \cdot \sin [180^\circ - (\alpha_k - \alpha_2)] \quad \text{und} \quad -S_2 \cdot \sin \gamma_b = k \cdot \sin (\alpha_k - \alpha_1) \quad (5.1)$$

und in weiterer Folge

$$S_1 = \frac{\sin [180^\circ - (\alpha_k - \alpha_2)]}{\sin \gamma_b} \cdot k \quad \text{und} \quad S_2 = -\frac{\sin (\alpha_k - \alpha_1)}{\sin \gamma_b} \cdot k \quad (5.2)$$

Für den Sonderfall, dass die Laststellung einen Winkel von $\alpha_k = 90^\circ$ einschließt, kann folgende Vereinfachung aufgestellt werden.⁹⁷

$$S_1 = \frac{\cos \alpha_2}{\sin \gamma_b} \cdot k \quad \text{und} \quad S_2 = -\frac{\cos \alpha_1}{\sin \gamma_b} \cdot k \quad (5.3)$$

Durch die Beanspruchung der Kantenlasten verhalten sich die einzelnen Scheiben wie Einfeldträger. Dabei werden an der Unterseite Zug- und an der Oberseite Druckspannungen bzw. Dehnungen hervorgerufen.

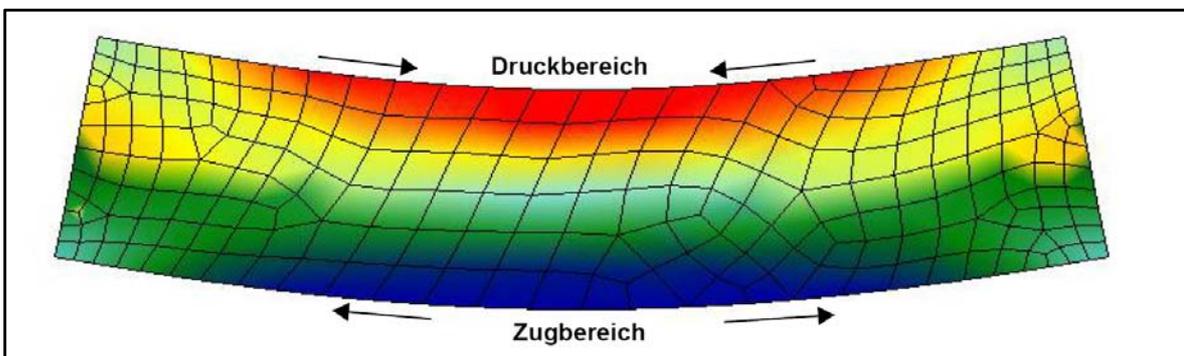


Abb. 39: Druck- bzw. Zugspannungen eines Einfeldträgers

⁹⁶ TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S70

⁹⁷ TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S70

Da die Falterwerke aus mehreren Scheiben bestehen und sie in weiterer Folge auch unterschiedliche Abmessungen bzw. Beanspruchungen aufweisen, lösen sie unterschiedliche Randdehnungen aus. Da aber an den Falterwerkskanten eine kraftschlüssige Verbindung vorherrscht und dadurch die unterschiedlichen Dehnungen unterbunden werden, wirkt an den angrenzenden Scheiben eine Schubkraft T_n .⁹⁸

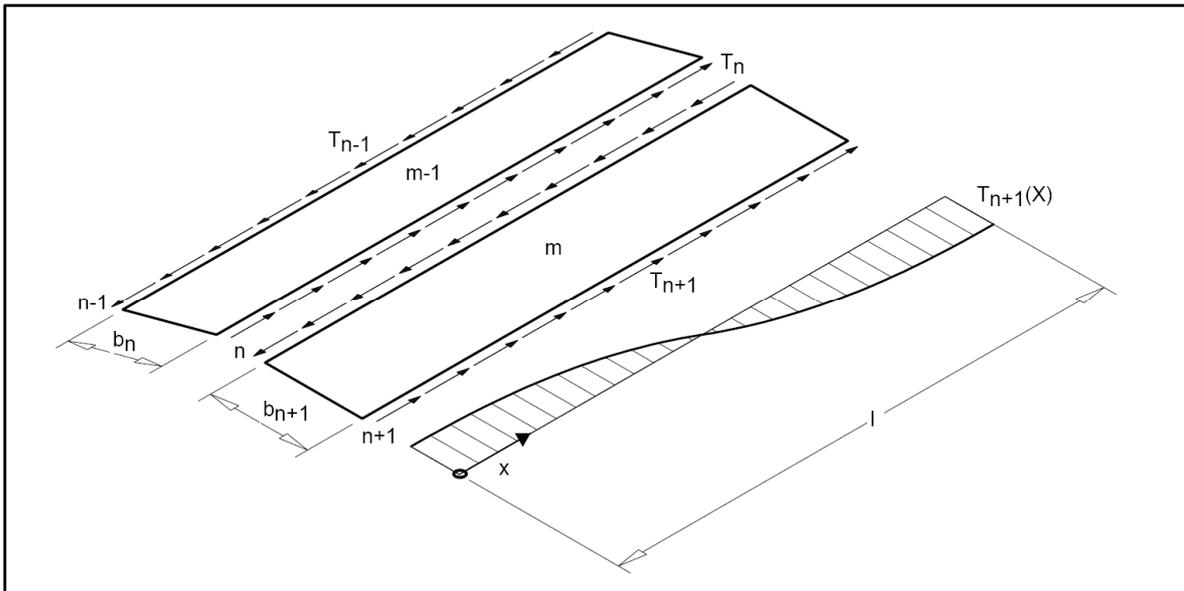


Abb. 40: Schubkräfte an den Kanten der Falterwerkscheiben aus [TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S.70] an Diplomarbeit angepasst

Die Schubkräfte T_n , die auf den Kanten einer Scheibe wirken, müssen mit den Schnittgrößen der äußeren Belastung überlagert werden. Dabei wird das Biegemoment, welches aus den Kräftepaaren der Schubkräfte entsteht, positiv definiert, wenn es entlastend auf das Biegemoment M_0 der äußeren Beanspruchung wirkt.⁹⁹

Durch Gleichsetzen der Spannungen aus den Schubkräften und den Schnittgrößen der äußeren Belastung und die vereinfachten Annahmen, dass die Falterwerkscheiben einen rechteckigen Querschnitt aufweisen, resultiert folgende Form der Dreischübe Gleichung.¹⁰⁰

$$T_{n-1} \cdot \frac{1}{A_{m-1}} + 2 \cdot T_n \cdot \left[\frac{1}{A_{m-1}} + \frac{1}{A_m} \right] + T_{n+1} \cdot \frac{1}{A_m} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{M_{0,m-1}}{W_{y,m-1}} + \frac{M_{0,m}}{W_{y,m}} \right] \quad (5.4)$$

⁹⁸ vgl. Joachim Born, Falterwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S4

⁹⁹ vgl. Joachim Born, Falterwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S4

¹⁰⁰ vgl. Joachim Born, Falterwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S6

- T_nSchubkraft der n-ten Kante [kN]
 A_mQuerschnittsfläche der m-ten Scheibe [m²]
 $M_{0,m}$Biegemoment der m-ten Scheibe [kNm]
 $W_{0,m}$Widerstandsmoment der m-ten Scheibe [m³]

Herleitung

Für die folgende analytische Herleitung gilt die Annahme, dass die Falterkanten als unverschieblich anzusehen sind und die resultierenden Verformungen keine Umlagerung der Kantenquerkräfte mit sich bringen.¹⁰¹

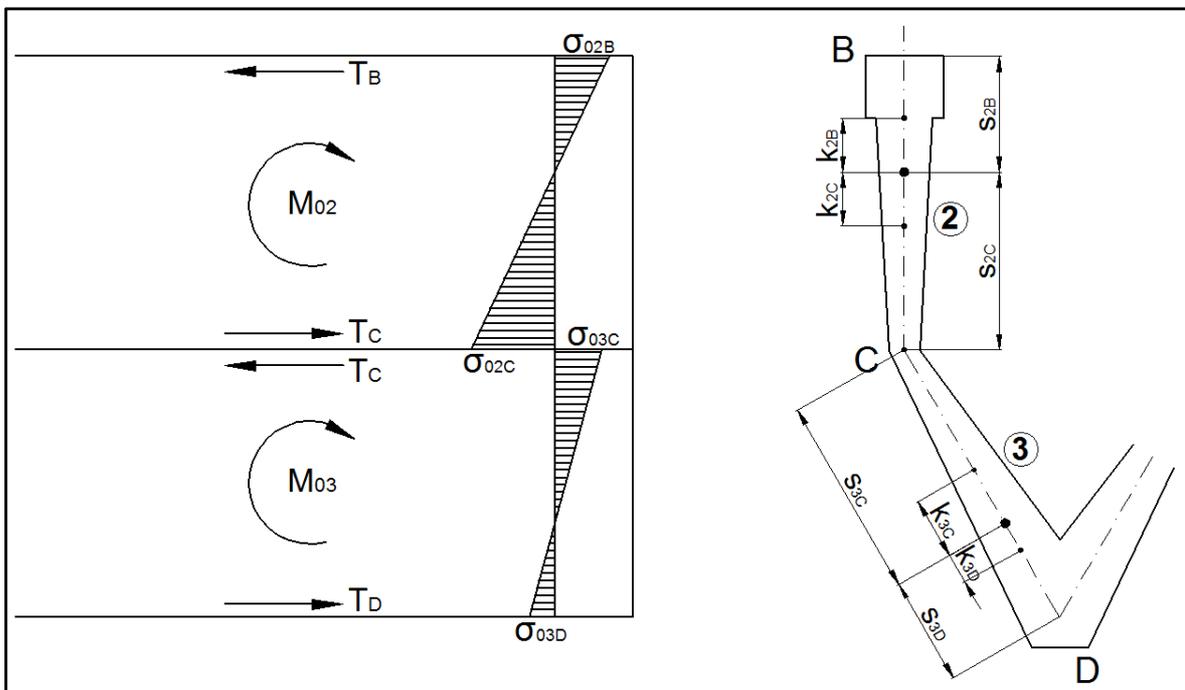


Abb. 41: Falterkscheibe mit Schnittkräften aus [Joachim Born, Falterwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S4] an Diplomarbeit angepasst

Bei der Betrachtung einer einzelnen Falterkscheibe fällt auf, dass an jeder Kante, ausgenommen am freien Rand, eine Schubkraft T wirkt.

Zur Bestimmung der Schubkraft T_c in der Falterkskante C, ist die lt. Born folgende Bedingungsgleichung anzusetzen. Dabei bezeichnet s den Schwerpunktabstand und k den Kernpunktabstand ($k_m = W_{m,..} / A_{m,..}$), ermittelt vom Schwerpunkt S des willkürlich geformten Querschnitts (Abb. 41).¹⁰²

¹⁰¹ vgl. Joachim Born, Falterwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S6

¹⁰² vgl. ebenda

$$\sigma_{2C} = + \frac{M_{k2B} \cdot s_{2C}}{I_2} = \sigma_{3C} = - \frac{M_{k3D} \cdot s_{3C}}{I_3} \quad (5.5)$$

Die beinhalteten Kernpunktmomente M_k werden folgendermaßen ermittelt:¹⁰³

$$\begin{aligned} M_{k2B} &= M_{02} - T_B \cdot (s_{2B} - k_{2B}) - T_C \cdot (s_{2C} + k_{2B}) \\ M_{k3D} &= M_{03} - T_C \cdot (s_{3C} + k_{3D}) - T_D \cdot (s_{3D} - k_{3D}) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Die sogenannte Dreischübegleichung ergibt sich durch Einsetzen der Gl. (5.5) in Gl. (5.6):¹⁰⁴

$$\begin{aligned} T_B \cdot \frac{(s_{2B} - k_{2B}) \cdot s_{2C}}{I_2} + T_C \cdot \left[\frac{(s_{2C} - k_{2B}) \cdot s_{2C}}{I_2} + \frac{(s_{3C} - k_{3D}) \cdot s_{3C}}{I_3} \right] + \\ T_D \cdot \frac{(s_{3D} - k_{3D}) \cdot s_{3C}}{I_3} = + \frac{M_{02} \cdot s_{2C}}{I_2} + \frac{M_{03} \cdot s_{3C}}{I_3} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Für die Lösung des Gleichungssystems können genauso viele Gleichungen angegeben werden, wie unbekannte Kantenschübe vorhanden sind.

Unter Berücksichtigung, dass ¹⁰⁵

$$\frac{I_2}{s_{2C}} = W_{2C} \quad \text{und} \quad \frac{k_{2B}}{W_{2C}} = \frac{1}{A_2} \quad (5.8)$$

eröffnet sich eine weitere Möglichkeit der Darstellungsform der Gl. (5.7):¹⁰⁶

$$\begin{aligned} T_B \cdot \left[\frac{s_{2B} \cdot s_{2C}}{I_2} - \frac{1}{A_2} \right] + T_C \cdot \left[\frac{s_{2C}^2}{I_2} + \frac{1}{A_2} + \frac{s_{3C}^2}{I_3} + \frac{1}{A_3} \right] + \\ T_D \cdot \left[\frac{s_{3D} \cdot s_{3C}}{I_3} - \frac{1}{A_3} \right] = + \frac{M_{02} \cdot s_{2C}}{I_2} + \frac{M_{03} \cdot s_{3C}}{I_3} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Im Falle von rechteckigen Querschnitten der Einzelscheiben, wird eine wesentliche Vereinfachung der Dreischübegleichung Gl. (3) ausgelöst. Für den Rechteckquerschnitt ergibt sich folgende Gültigkeit:¹⁰⁷

¹⁰³ vgl. Joachim Born, *Faltwerke – Ihre Theorie und Berechnung*, 1954, S5

¹⁰⁴ vgl. ebenda

¹⁰⁵ vgl. ebenda

¹⁰⁶ vgl. Joachim Born, *Faltwerke – Ihre Theorie und Berechnung*, 1954, S6

¹⁰⁷ vgl. ebenda

$$s = \frac{h}{2}; \quad \frac{I \cdot 2}{h} = W; \quad k = \frac{h}{6} \quad (5.10)$$

Falls A die Fläche und W das Widerstandsmoment der Einzelscheibe mit Rechteckquerschnitt beschreiben, lautet die Gleichung:¹⁰⁸

$$T_B \cdot \frac{1}{A_2} + 2 \cdot T_C \cdot \left[\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right] + T_D \cdot \frac{1}{A_3} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \right] \quad (5.11)$$

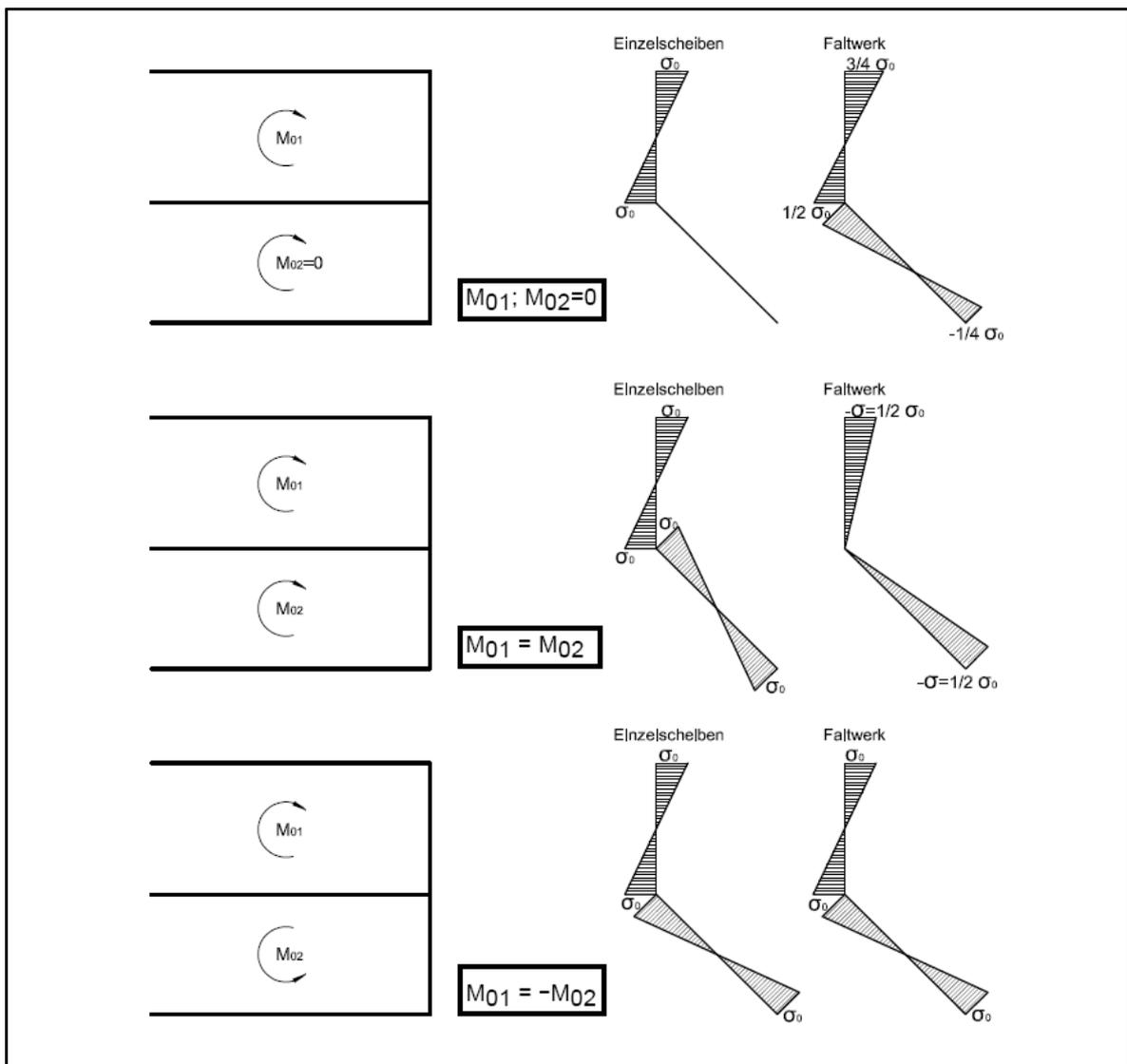


Abb. 42: Faltenwerksscheiben mit verschiedenen Momentenverläufen Schnittkräften aus [Joachim Born, Faltenwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S5] an Diplomarbeit angepasst

¹⁰⁸ vgl. Joachim Born, Faltenwerke – Ihre Theorie und Berechnung, 1954, S6

5.2. Analytische Lösung mittels Balkentheorie

Die zweite relativ einfache Berechnungsvariante beschreibt die Balkentheorie. Hierbei wird die prismatische Faltwerkkonstruktion durch einen Stab abgebildet. Die Visualisierung des Stabes erfolgt durch eine Stabachse, der Querschnitseigenschaften (Steifigkeiten) zugeteilt werden. Um dieses eindimensionale Rechenmodell beschreiben zu können, müssen Grundannahmen der Stabtheorie I. Ordnungen eingehalten werden.

- Die Querschnittsabmessungen müssen klein gegenüber der Stablänge ($l \geq 5b$, $l \geq 5h$) sein.
- Das Verhältnis der Querschnittshöhe darf $b:h = 1:4$ nicht überschreiten.
- Dementsprechend bedingt dies die Annahme, dass bei Deformationen der Stäbe, die Querschnitte eben bleiben (Bernoulli-Hypothese \rightarrow lineare Spannungsverteilung).
- Die Festlegung des Koordinatensystems erfolgt durch die Definitionsfaser.¹⁰⁹

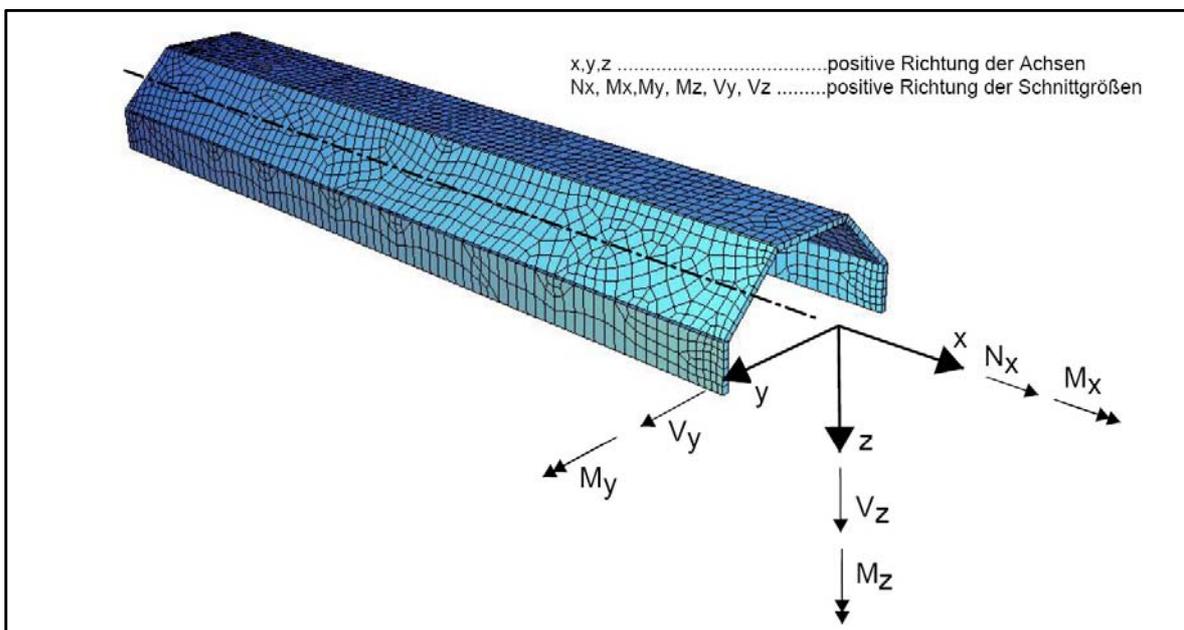


Abb. 43: Faltwerksabbildung durch einen Stab

Daraus resultieren die Anwendungsgrenzen eines isotropen Materials mit den Parametern des Elastizitätsmoduls E , Schubmoduls G und der davon abhängigen Querdehnungszahl ν .¹¹⁰

¹⁰⁹ vgl. BaustatikII Skriptum, TU-Wien, 2010

Differentialbeziehungen der Stabtheorie I.Ordnung

Geometrische Beziehungen:

Queranteile

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = -\kappa(x) \quad \frac{dw(x)}{dx} = \varphi(x) + \eta(x)$$

Längsanteile

$$\frac{du(x)}{dx} = \varepsilon(x)$$

Torsionsanteile

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \vartheta(x)$$

Konstitutive Beziehungen:

Queranteile

$$\kappa(x) = \frac{M(x)}{EI(x)} + \kappa^e(x) \quad \eta(x) = \frac{V(x)}{GA(x)}$$

Längsanteile

$$\varepsilon(x) = \frac{N(x)}{EA(x)} + \varepsilon^e(x)$$

Torsionsanteile

$$\vartheta(x) = \frac{T(x)}{GI_T(x)}$$

Gleichgewichtsbeziehungen:

Queranteile

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \quad \frac{dM(x)}{dx} = V(x) + m(x)$$

Längsanteile

$$\frac{dN(x)}{dx} = n(x)$$

Torsionsanteile

$$\frac{dT(x)}{dx} = t(x)$$

| | | | |
|-----------------|---------------------------------|---------------|----------------------------------|
| V | Querkraft | M | Biegemoment |
| N | Normalkraft | T | Torsion |
| q | Querbelastung je Längeneinheit | m | Biegebelastung je Längeneinheit |
| n | Längsbelastung je Längeneinheit | t | Torsionsbelastung je Längeneinh. |
| κ | Verkrümmung | κ^e | eingeprägte Verkrümmung |
| η | Gleitung | ε | Längsdehnung |
| ε^e | eingeprägte Längsdehnung | ϑ | Verdrillung |
| φ | Querschnittsdrehwinkel | w | Durchbiegung (Biegeordinate) |
| u | Längsverschiebung | θ | Torsionsverdrehung |
| EI | Biegesteifigkeit | GA | Schubsteifigkeit |
| EA | Längssteifigkeit | GI_T | Torsionssteifigkeit |

5.3. **Verwendete Software (Finite-Elemente-Programm „Sofistik“)**

Für die Vergleichsrechnung wurde das finite Elemente Programm Sofistik ausgewählt. Das Aufgabengebiet der SOFISTIK AG erstreckt sich auf den Ingenieurbau, wobei das Hauptaugenmerk auf den konstruktiven Ingenieurbau gerichtet ist.

Die Entwicklung der Software begann im Jahre 1974 an der technischen Universität München im Zuge eines Forschungsprojektes zur nichtlinearen Berechnung von Brückenpfeilern und führte 1987 zur Geburt der SOFISTIK GmbH.¹¹¹

5.3.1. **Sofistik – Funktionsweise**

Das Programm ist so aufgebaut, dass zur Erreichung der gewünschten Lösung mehrere Berechnungsmöglichkeiten zur Verfügung stehen. Einerseits können mittels der textbasierenden Eingabesprache CADINP, Konstruktionen modelliert bzw. berechnet werden. Hierbei besteht keine Bindung an bestimmte Abläufen oder starre Masken, die den User bei der Anwendung einschränken.¹¹²

Eine andere Möglichkeit besteht über die graphische Eingabe, welche auf dem Zeichenprogramm Autocad basiert, den Bauteil darzustellen und in den SSD (Sofistik–Structural–Desktop) einzulesen. Im SSD können über unzählige Module die gewünschten Berechnungen zusammengesetzt werden.¹¹³

Nachstehend beschriebenes Organisations- und Bedienungsschema herrscht vor:¹¹⁴

- Erstellung von Eingabedateien oder Datenbasen in Form manueller Vorgangsweise oder anhand von Generierungsprogrammen
- Berechnungen von Eingabedateien
- Ausgabe von Ergebnislisten und Zeichnungen

Jederzeit entscheidet der User über die Wahl der effektivsten Eingabeform und kann den Ablauf der Berechnungsschritte selbst wählen. Die Möglichkeit des Austausches von Datensätzen zwischen unterschiedlichen Rechnern und Betriebssystemen schafft eine großflächige Anwendung dieser Software.¹¹⁵

¹¹¹ vgl. <http://www.sofistik.de/sofistik/> [Datum des Zugriffs 28.06.2013]

¹¹² vgl. SOFISTIK AG, Sofistik-Handbuch (Sofistik),2012, S2-1

¹¹³ vgl. ebenda

¹¹⁴ vgl. ebenda

¹¹⁵ vgl. ebenda

Die Berechnung der allgemeinen Statik FE-Analyse des Sofistik-Programmes gestattet eine statische und dynamische Ermittlung willkürlich geformter Tragwerke, die eine allgemeine Beanspruchung aufweisen. Dabei sind die zu berechnenden Bauwerke in einzelne Elemente aufzuteilen, die in weiterer Folge untereinander gekoppelt sind. Für die Modellierung stehen gevoutete Stabelemente, Feder-, Seil- und Fachwerkelemente, flache drei- oder viereckige Schalenelemente und räumliche Kontinuums-Elemente zur Verfügung. Die Berechnungsmethode beruht auf dem Weggrößenverfahren, dabei beschreiben die Unbekannten in den Knoten die Verformungsgrößen.¹¹⁶

Auch der nichtlineare Effekt kann in dieser Software berücksichtigt werden. Der Ausfall einzelner Elemente (Seile auf Druck, abheben gebetteter Platten) sowie Riss-, Reib- oder Fließeffekte bei Feder- und Bettungselementen können beschrieben werden.¹¹⁷

Trotz der umfangreichen Berechnungsmodelle, die dieses Programm auch liefert, ist es unumgänglich per Hand eine Plausibilitätskontrolle zu führen.¹¹⁸

¹¹⁶ vgl. SOFISTIK AG, Sofistik-Handbuch (ASE),2012, S1-1

¹¹⁷ vgl. ebenda

¹¹⁸ vgl. ebenda

6. Berechnungsbeispiel – Tonnendach (Vergleich Analytische Berechnung – FEM „Sofistik“)

Ziel dieser Berechnung ist es, herauszufinden inwieweit die analytischen Lösungen ihre Berechtigung für die Schnittgrößenermittlung der Falterke haben.

Für die Berechnung wurde ein einfaches prismatisches Falterke, wie in Abbildung 44 dargestellt, herangezogen, um für die analytischen Auswertungen die Effekte durch geometrische Schwierigkeiten auszuschließen. Beziehungsweise ist eine vertikale Lagerung nur an den Stirnwänden beabsichtigt, damit die Schubkräfte in der Kantenlängsrichtung aktiviert werden und auch die Balkentheorie anwendbar ist.

Um die Streuung der Fehler kennzeichnen zu können, wird das Falterke unter Veränderung der Spannweite, der Dachneigung, der Plattendicke und der Höhe der Querschotten betrachtet und analysiert.

Das Falterke wird an den Stirnwänden gelenkig gelagert. Die Betongüte der einzelnen Falterkescheiben wird mit C25/30 angenommen, die ein Elastizitätsmodul von $E=3100 \text{ kN/cm}^2$ mit sich bringt.

Der Vergleich wird nur anhand des Belastungsfalles „Eigengewicht“, ohne Berücksichtigung etwaiger Teilsicherheitsbeiwerte aufgestellt.

Die verschiedenen Schnittgrößen werden an der in Abbildung 42 schwarz gekennzeichneten Mittellinie abgelesen und gegenübergestellt.

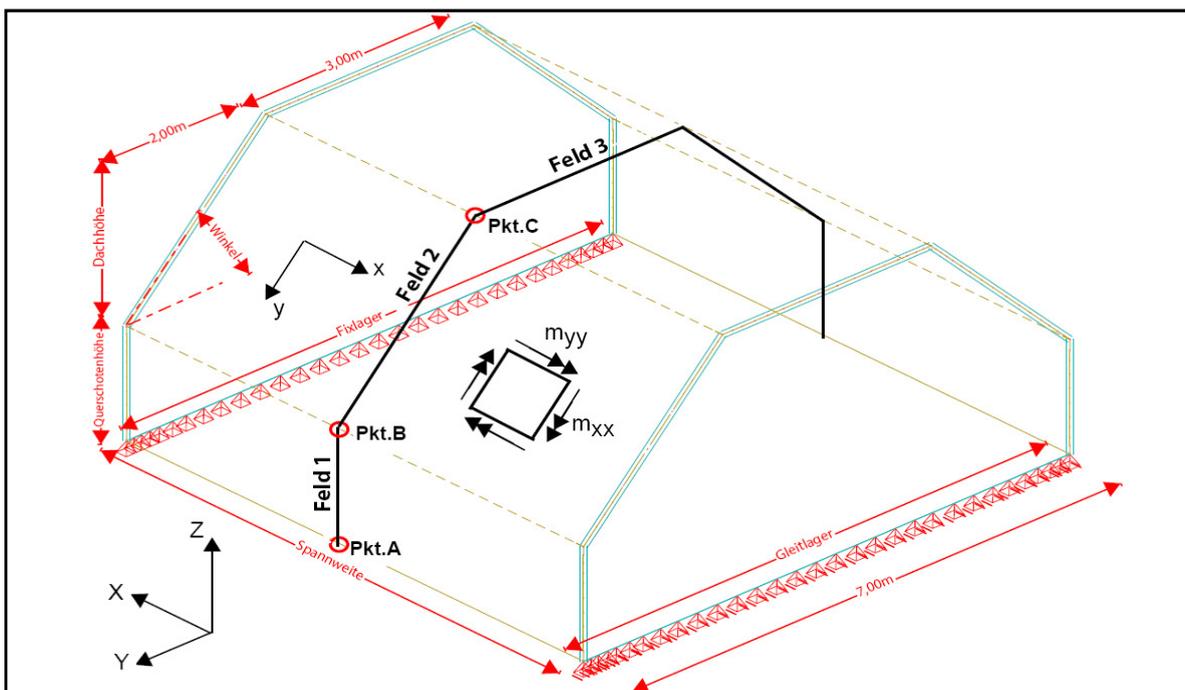


Abb. 44: Sofistik : Übersicht

6.1. Tonnendach unter Veränderung der Spannweite

Kapitel 6.1. beschreibt nur einen Auszug aus den im Anhang dargestellten Berechnungen.

Bei den Berechnungen wird so vorgegangen, dass die besten Übereinstimmungen der ersten Untersuchung der Balkentheorie und Dreischübelegung mit dem Finite-Elemente-Programm für die weiterführenden Berechnungen herangezogen werden.

Für die erste Betrachtung wird die Veränderung der Spannweite (in der Abb. 45 blau gekennzeichnet) untersucht. Dabei wird eine Fixierung der Querschottenhöhe (1,50 m), der Plattendicke (20 cm) und der Dachneigung (45°) vorgenommen. Die Berechnung wird mit den Spannweiten von 5 m, 7 m, 10 m, 15 m, 20 m, 30 m und 40 m erstellt.

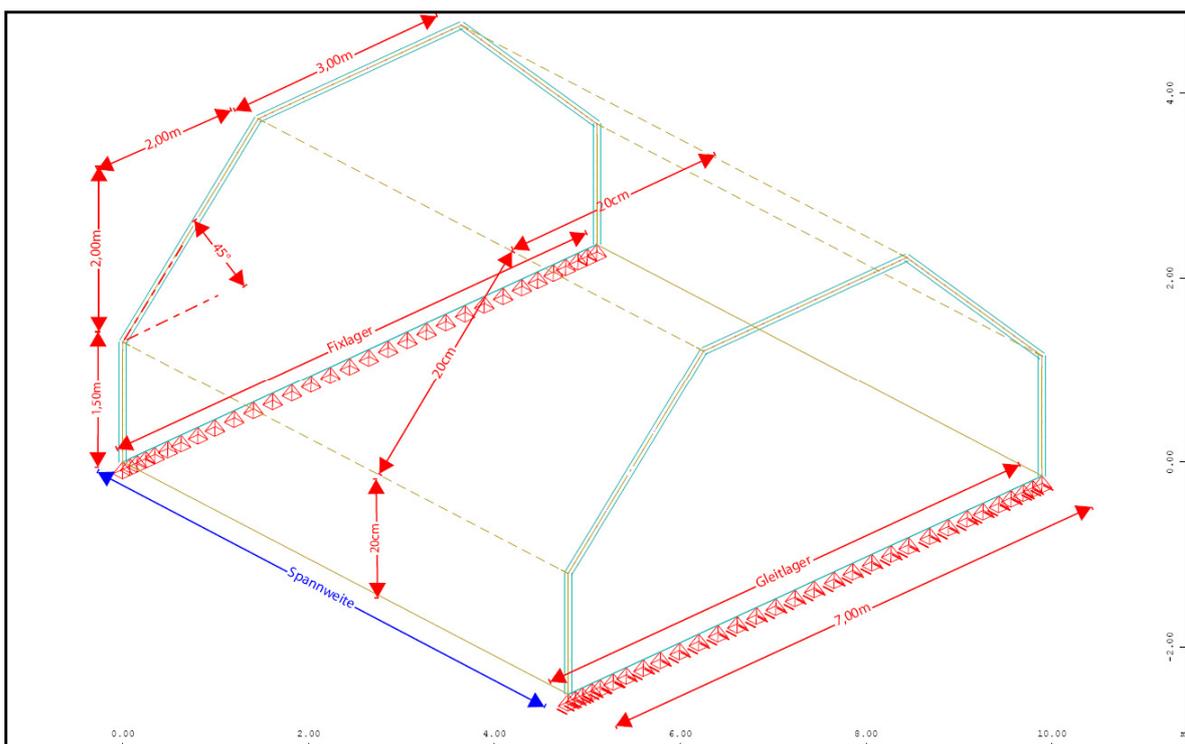


Abb. 45: Sofistik : Abmessungen

6.1.1. Exemplarische Darstellung eines im Anhang dargestellten Tonnendachs mit einer Spannweite von 5 m

6.1.1.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Bei der Berechnung des Faltdachs mittels Dreischübegleichung werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt. (siehe Abb. 46)

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und den $0,20\text{m}$ dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

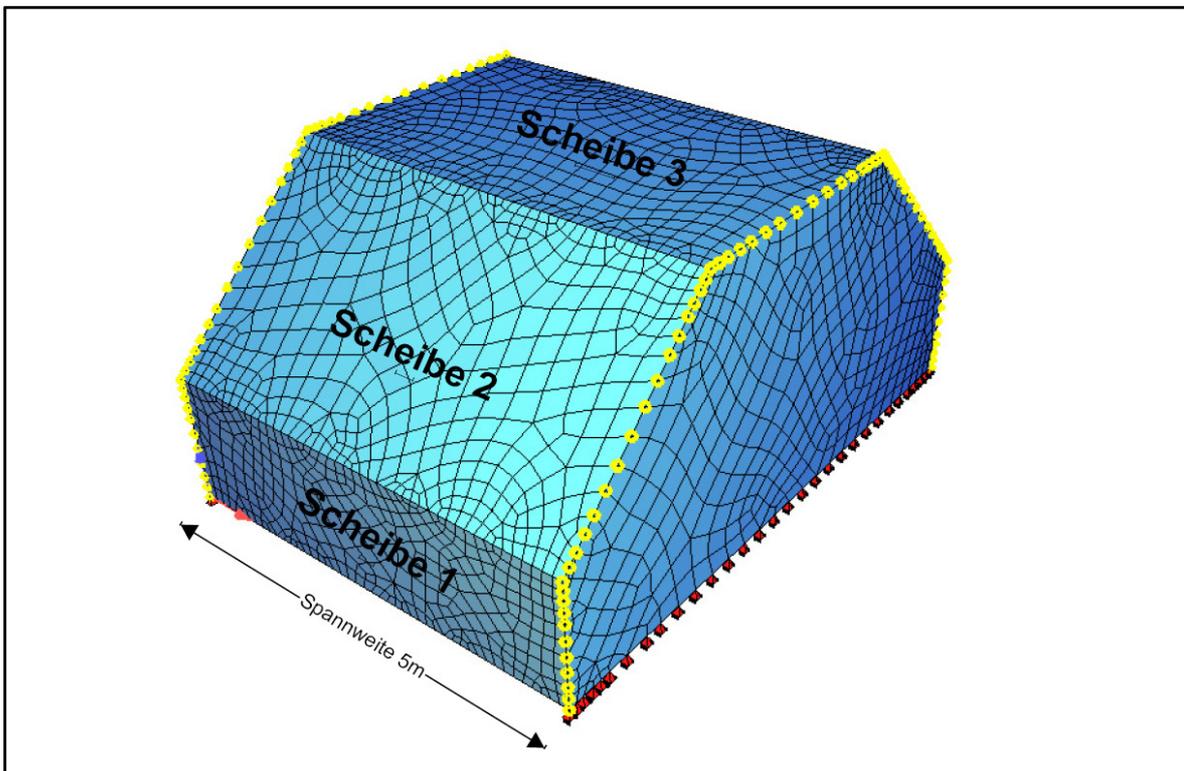


Abb. 46: Tonnendach mit einer Spannweite von 5 m

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltdachs

Scheibe 1 (Querschotte)

$$\text{Fläche } A_1 = 0,20\text{m} \times 1,50\text{m} = 0,30\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_1 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2) / 6 = 0,08\text{m}^3$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

$$\text{Fläche } A_2 = 0,20\text{m} \times (2,0\text{m} / \cos 45^\circ) = 0,57\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_2 = [0,20\text{m} \times (2,0\text{m} / \cos 45^\circ)^2] / 6 = 0,27\text{m}^3$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

$$\text{Fläche } A_3 = 0,20\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,60\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2) / 6 = 0,02\text{m}^3$$

Durch die jeweilige Neigung der Falterkscheiben im Feld 2 verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_2 = 5,0 / \cos (45) = 7,07 \text{ kN/m}$

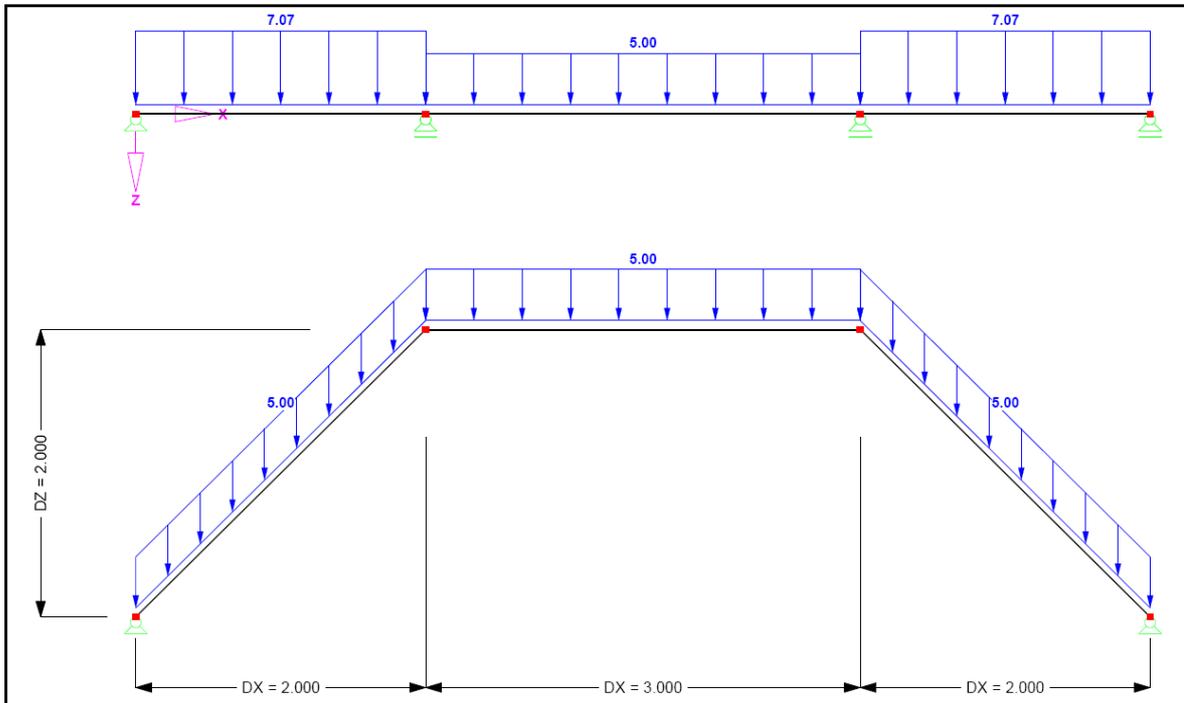


Abb. 47: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt. ¹¹⁹

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten

Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägereausbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld <i>i</i> belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. 48: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

¹¹⁹ Krapfenbauer/Sträussler, Bautabellen, 2006/07, S125

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_2 / l_3 = 1,50$

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_2 = 0,40 : 0,098 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0231 \cdot q_3 \cdot l_3^2 + 0,0066 \cdot q_2 \cdot l_2^2 = 1,92 \text{ kNm/m}$$

$$x_1/l_2 = 1,00 : -0,0549 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0577 \cdot q_3 \cdot l_3^2 + 0,0165 \cdot q_2 \cdot l_2^2 = -3,68 \text{ kNm/m}$$

$$x_2/l_3 = 0,50 : -0,0192 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0673 \cdot q_3 \cdot l_3^2 - 0,0192 \cdot q_2 \cdot l_2^2 = 1,94 \text{ kNm/m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0865 \cdot q_3 \cdot l_3 + 0,0165 \cdot q_2 \cdot l_2 + \boxed{0,20 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3} = 12,73 \text{ kN/m}$$

+Gewicht Querschotte

$$A_C = 0,6026 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,5865 \cdot q_3 \cdot l_3 - 0,0641 \cdot q_2 \cdot l_2 = 16,41 \text{ kN/m}$$

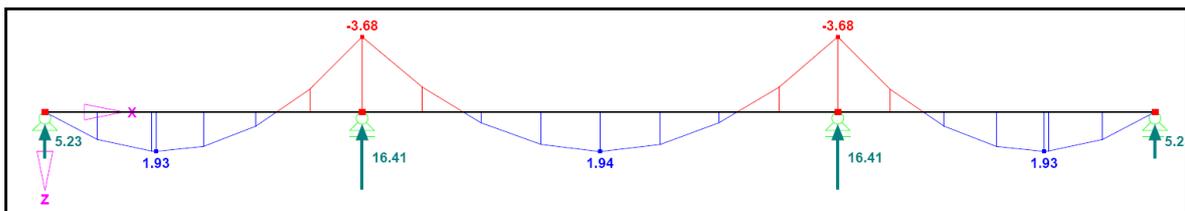


Abb. 49: Querbiegemomente M_{yy}

Scheibenlasten des Faltworks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschotte)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschotte aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 5^2)/8 = 39,78 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 5^2)/8 = 72,54 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

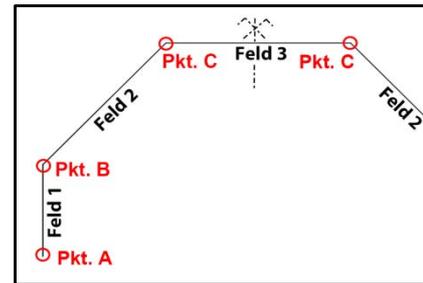
$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

Da die selbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübeleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN} \quad T_B = 36,97 \text{ kN} \quad T_C = 13,58 \text{ kN}$$



Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 283,94 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot d = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 56,79 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -37,45 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot d = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -7,49 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -45,27 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot d = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -9,05 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 7,82 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot (2,0 / \cos 45^\circ)} = 4,46 \cdot 10^{-7} \text{ rad/m.}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch den parabolischen Momentenverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0012 \text{ mm.}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die aus der Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,0016 \text{ mm.}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 321,39\text{kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20\text{m} \cdot E \cdot 1,50\text{m}} = 3,4558 \cdot 10^{-5} \text{rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie, erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch den parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,09\text{mm}$$

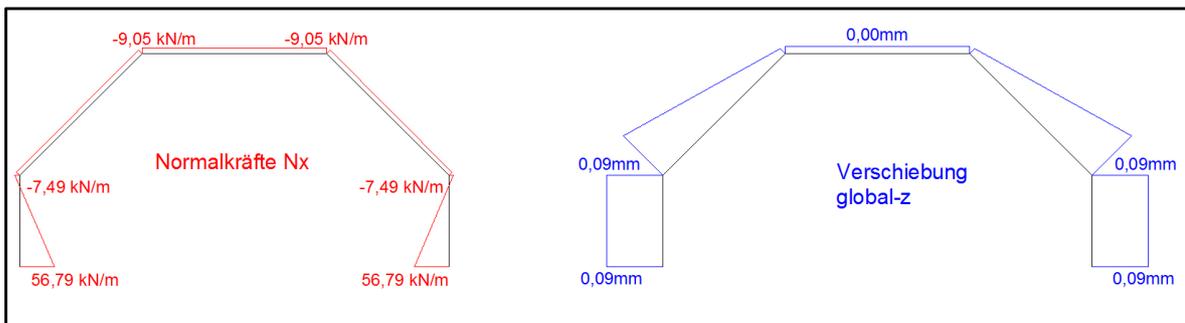


Abb. 50: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

6.1.1.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_B + 2 \times A_C = 58,58 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 3,50 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 2,50 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 2,50 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Summe | | | 2,3314 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 2,1000 | 1,19 | 0,8540 | 0,20 | 0,00200 |
| 1,4142 | 0,19 | 0,0211 | 0,28 | 0,18856 |
| 1,4142 | 0,19 | 0,0211 | 0,28 | 0,18856 |
| 0,2250 | -1,56 | 0,7273 | 1,50 | 0,05625 |
| 0,2250 | -1,56 | 0,7273 | 1,50 | 0,05625 |
| 5,3784 | | 2,3506 | | 0,49162 |

Fläche des Falterwerks = 2,3314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{(G \cdot L^2)}{8} = 182,14\text{kNm}$$

Querbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

Ermittlung wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_2 = 0,40 : 0,098 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0231 \cdot q_3 \cdot l_3^2 + 0,0066 \cdot q_2 \cdot l_2^2 = 1,92 \text{ kNm/m}$$

$$x_1/l_2 = 1,00 : -0,0549 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0577 \cdot q_3 \cdot l_3^2 + 0,0165 \cdot q_2 \cdot l_2^2 = -3,68 \text{ kNm/m}$$

$$x_2/l_3 = 0,50 : -0,0192 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0673 \cdot q_3 \cdot l_3^2 - 0,0192 \cdot q_2 \cdot l_2^2 = 1,94 \text{ kNm/m}$$

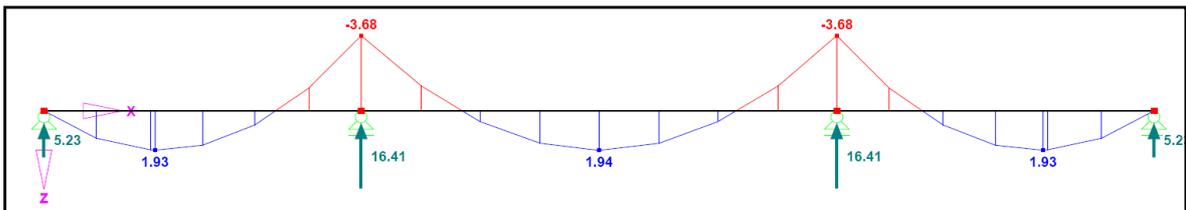


Abb. 51: Querbiegemomente M_{yy}

Durchbiegung des Faltdachwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{(5 \cdot G \cdot L^4)}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 0,0054 \text{ mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -82,86 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -16,57 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 147,84 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20 \text{ m} = 29,57 \text{ kN/m}$$

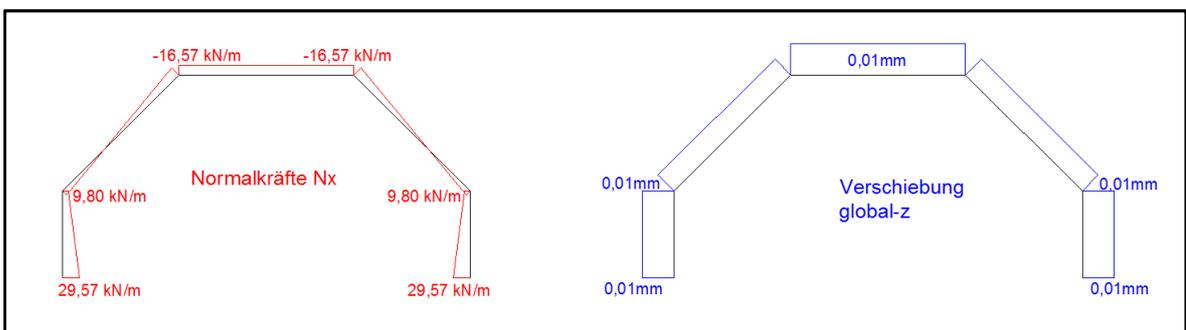


Abb. 52: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

6.1.1.3. Berechnung mittels Finite-Elemente-Programm „Sofistik“

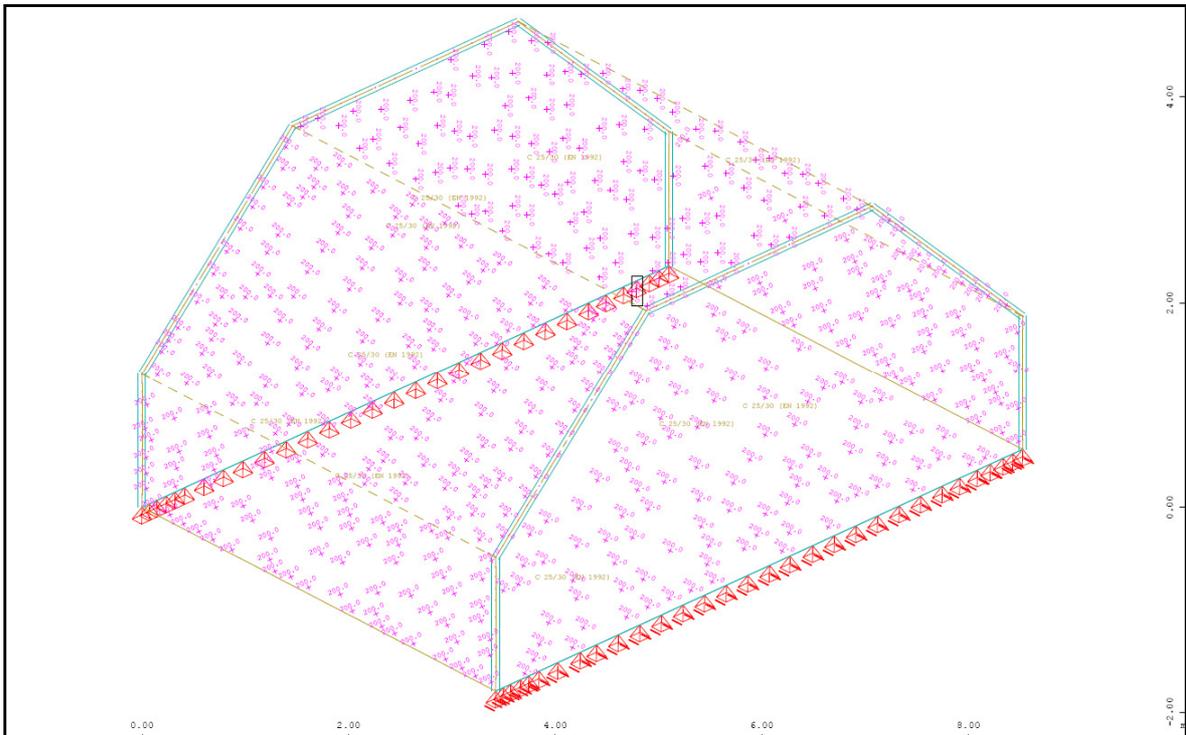


Abb. 53: Sofistik: Struktur

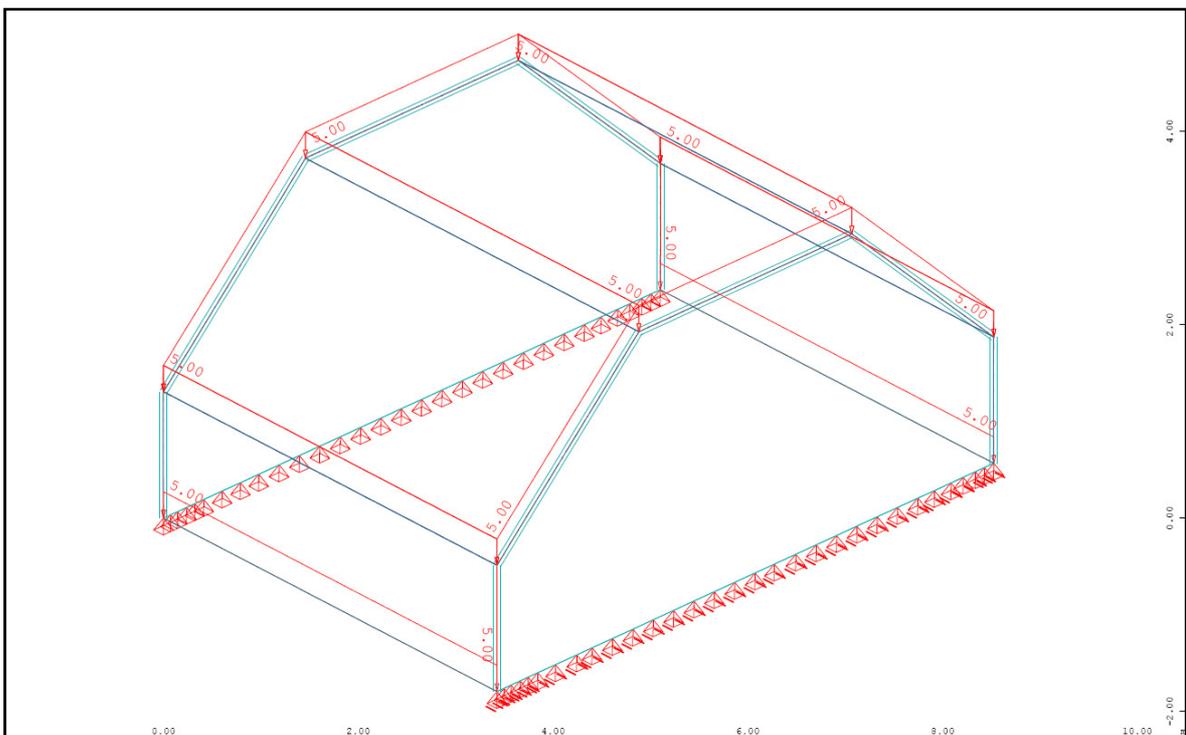


Abb. 54: Sofistik: Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

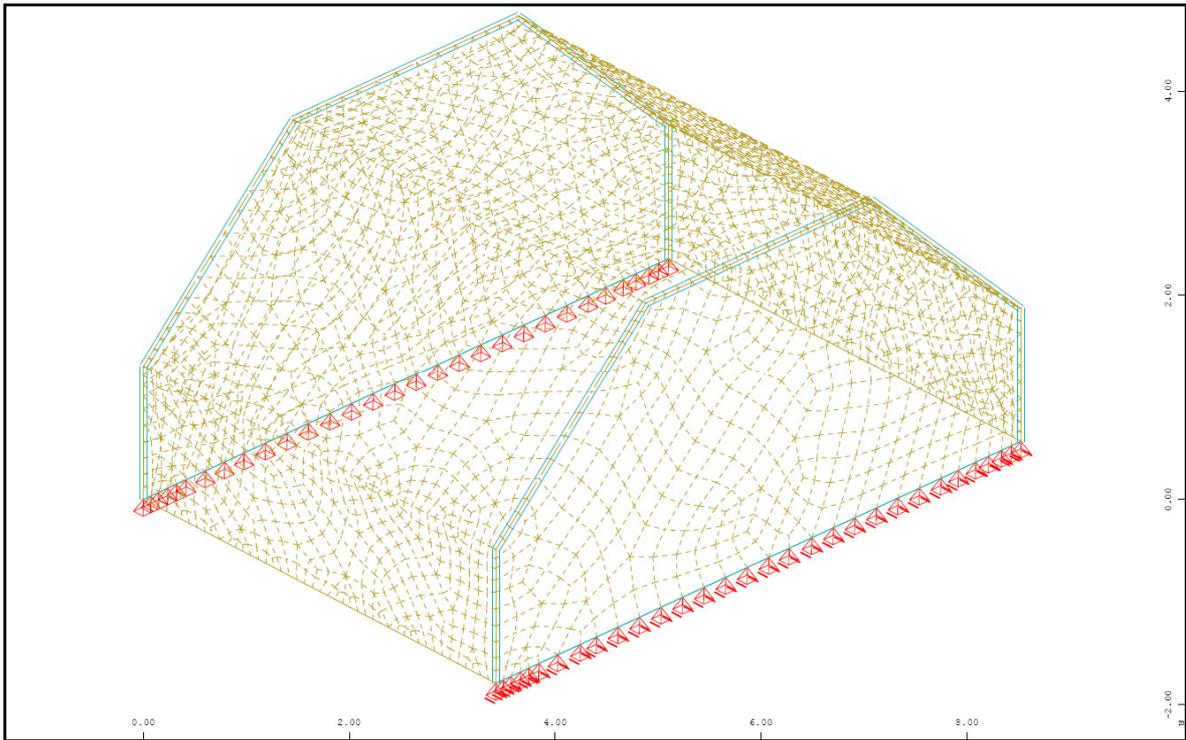


Abb. 55: Sofistik: FE-Netz Generierung (Netzweite 0,30m)

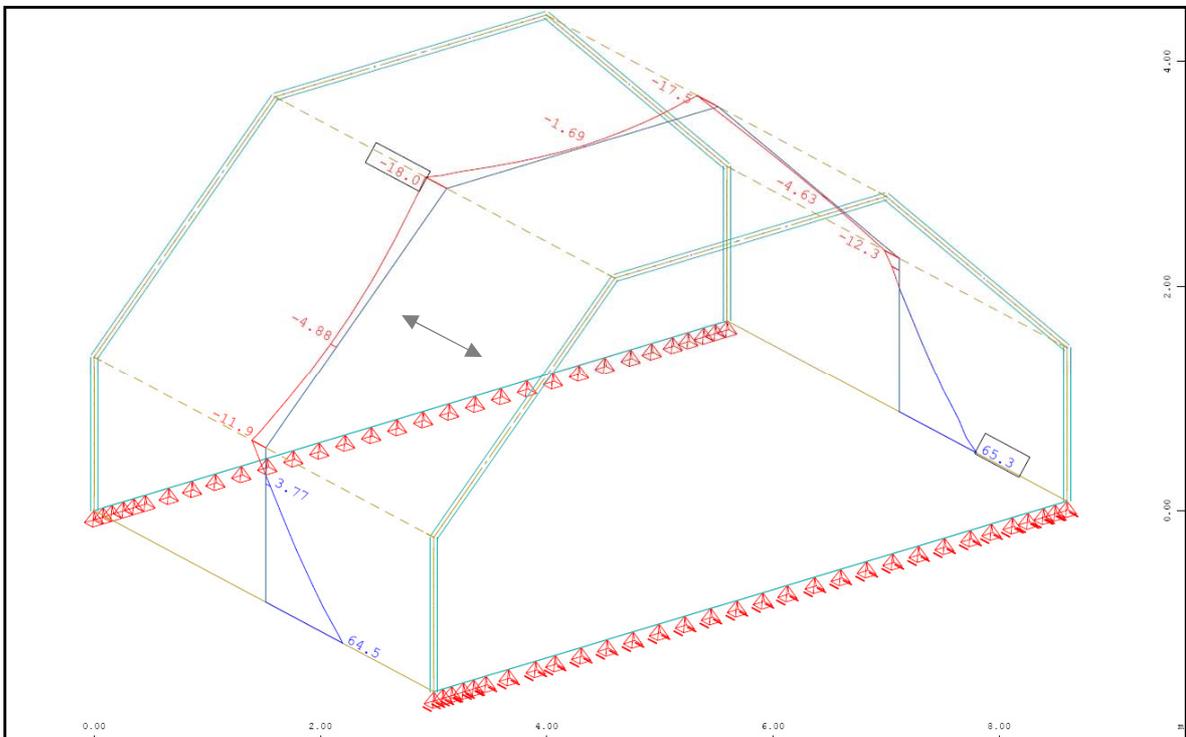


Abb. 56: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

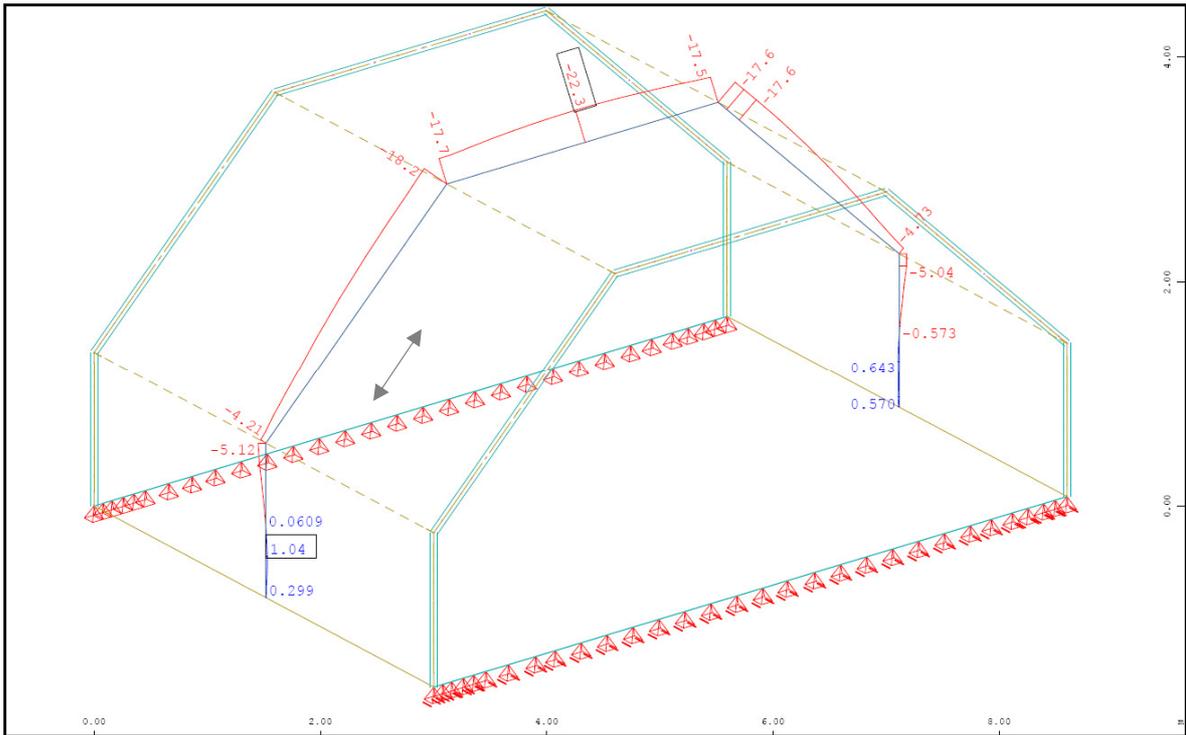


Abb. 57: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

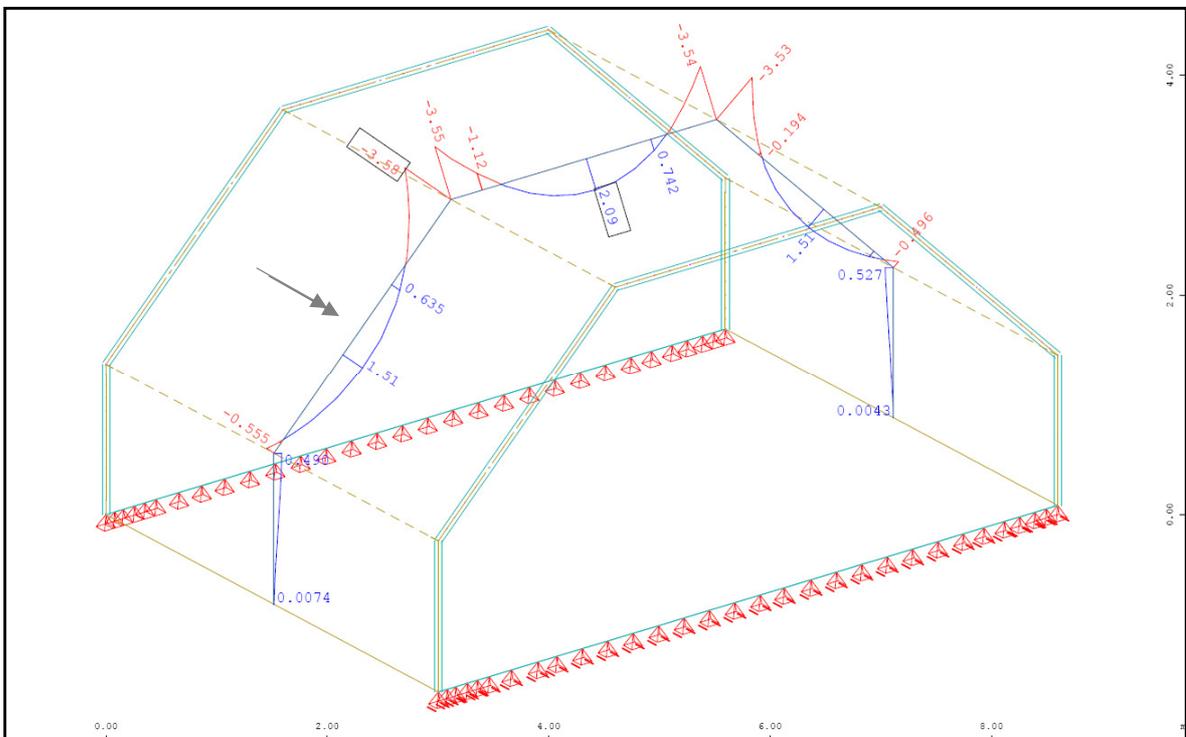


Abb. 58: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

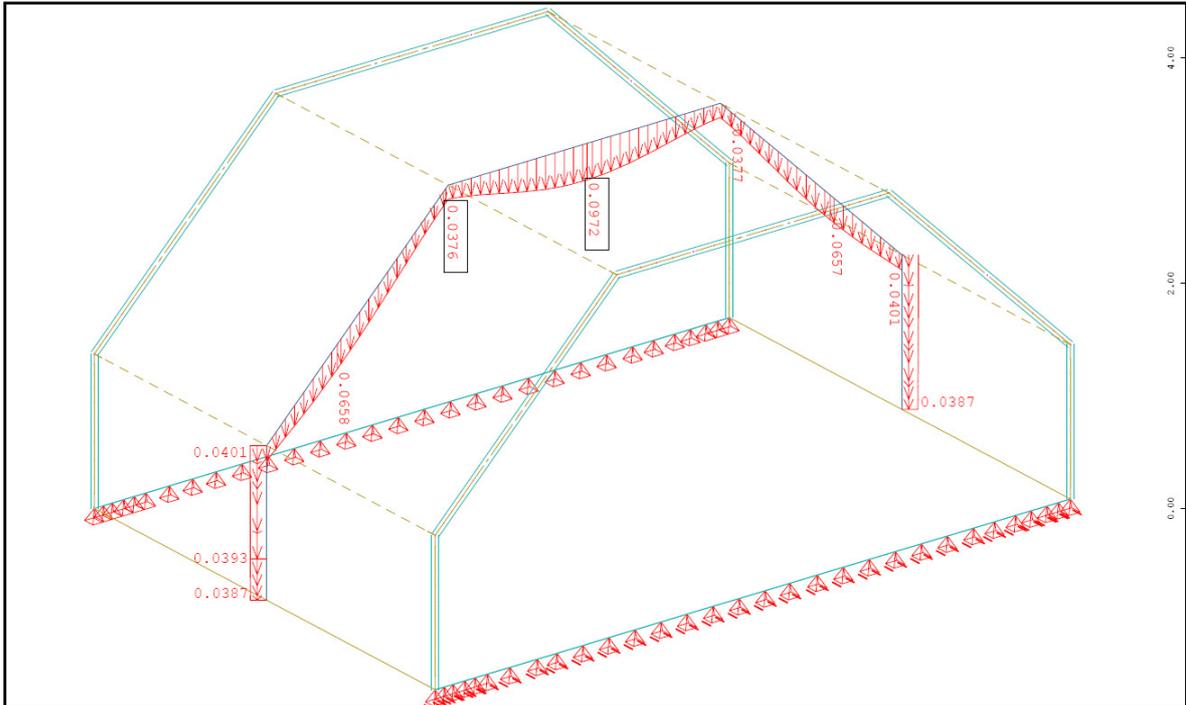


Abb. 59: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

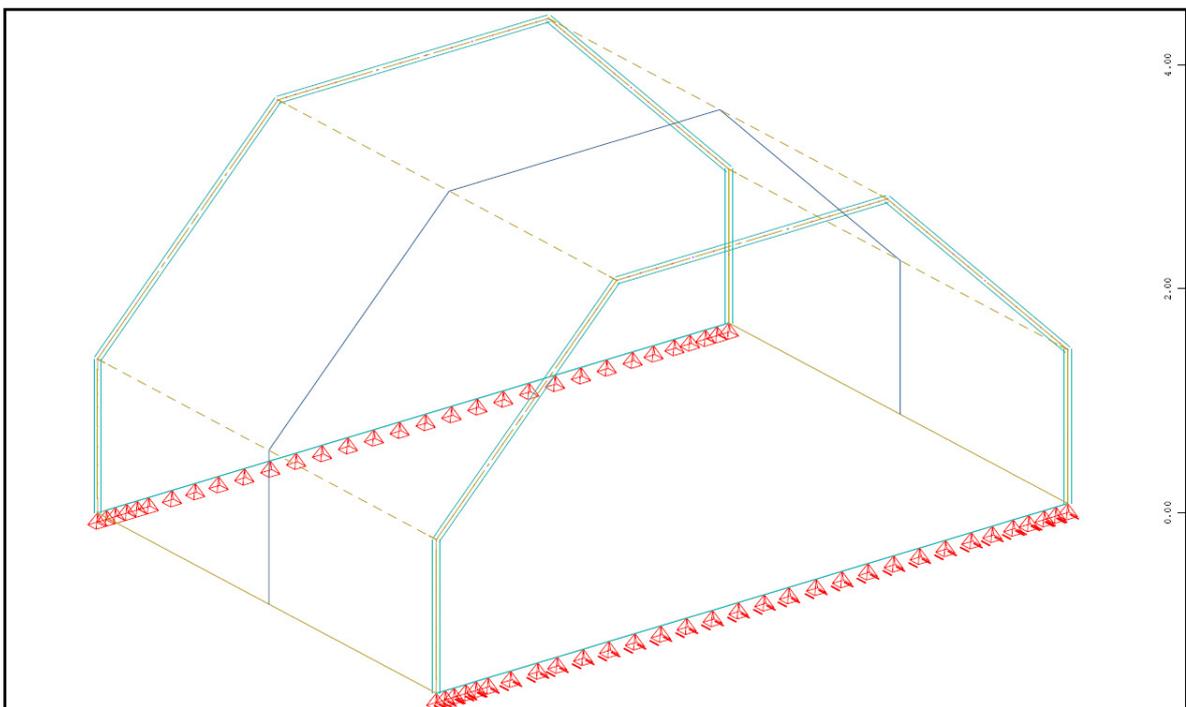


Abb. 60: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

In dieser Abbildung wird die Stahldehnung zufolge der nichtlinearen Berechnung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit in Feldmitte dargestellt. Die hierfür benötigte Bewehrungsfläche ist durch das Programm im Grenzzustand der Tragfähigkeit ermittelt worden (siehe Abbildungen 61-64). Ist wie in dieser Abbildung keine Stahldehnung ersichtlich, ist das Rissmoment des Betons nicht überschritten und das Falwerk befindet sich im ungerissenen Zustand.

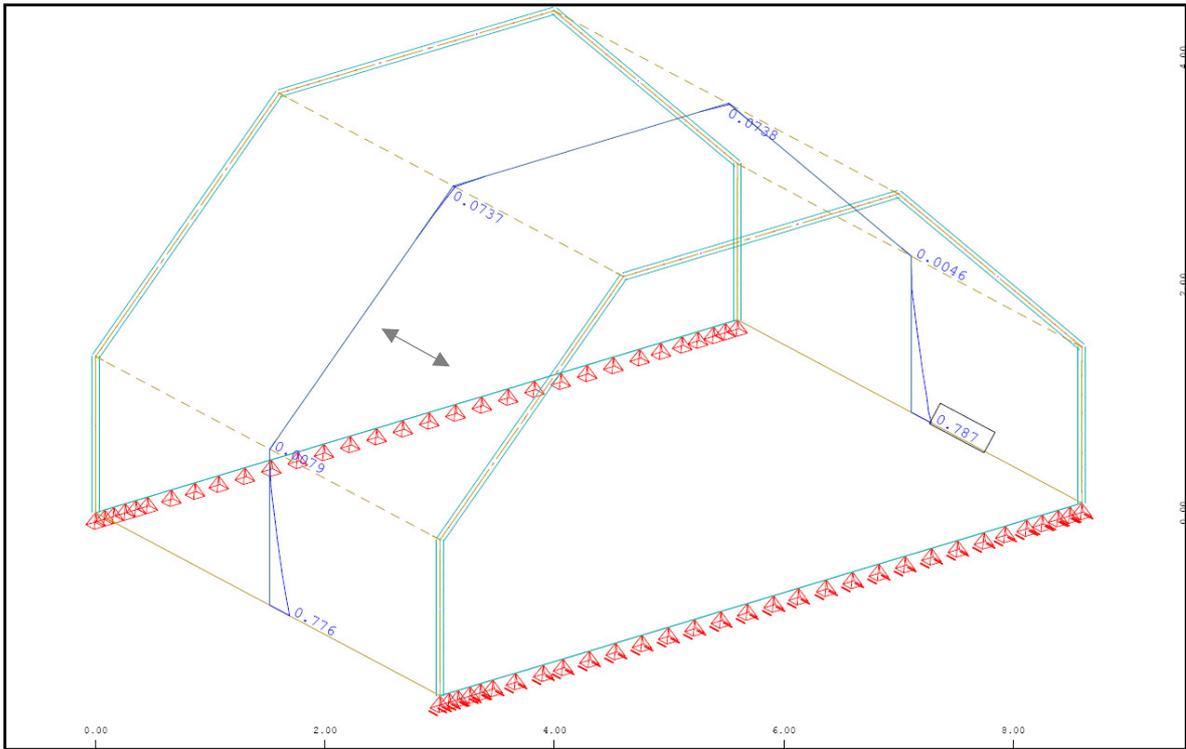


Abb. 61: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

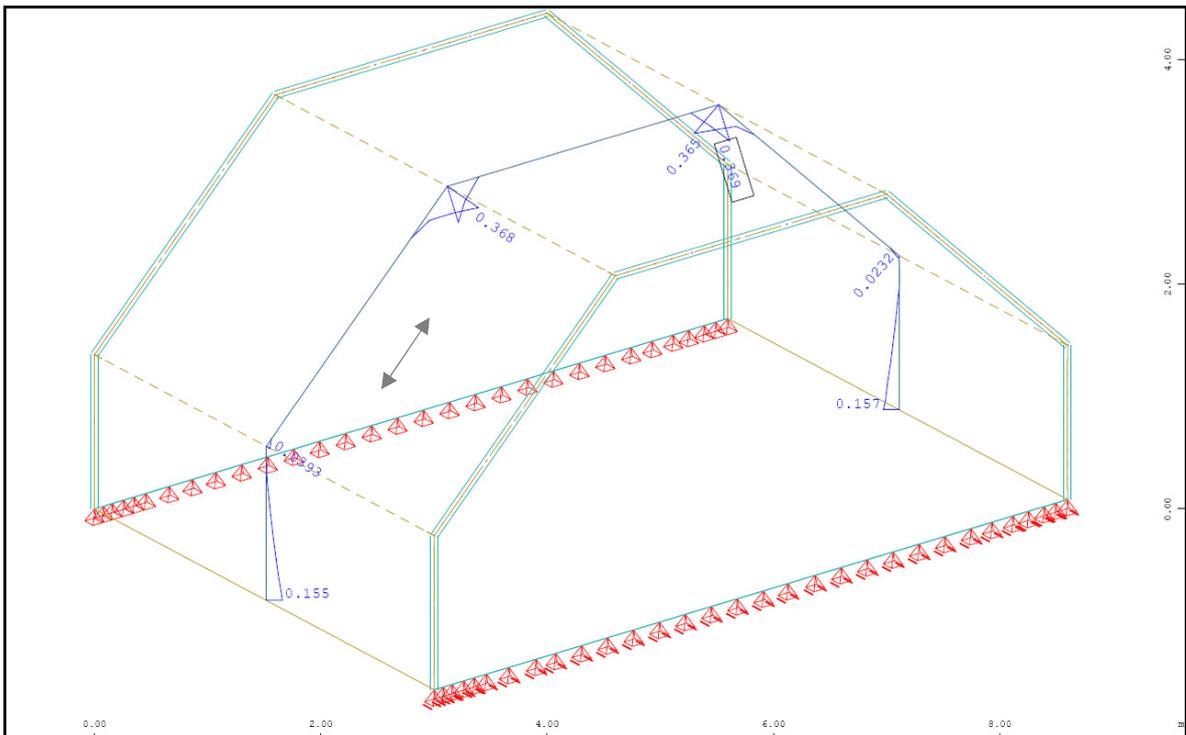


Abb. 62: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

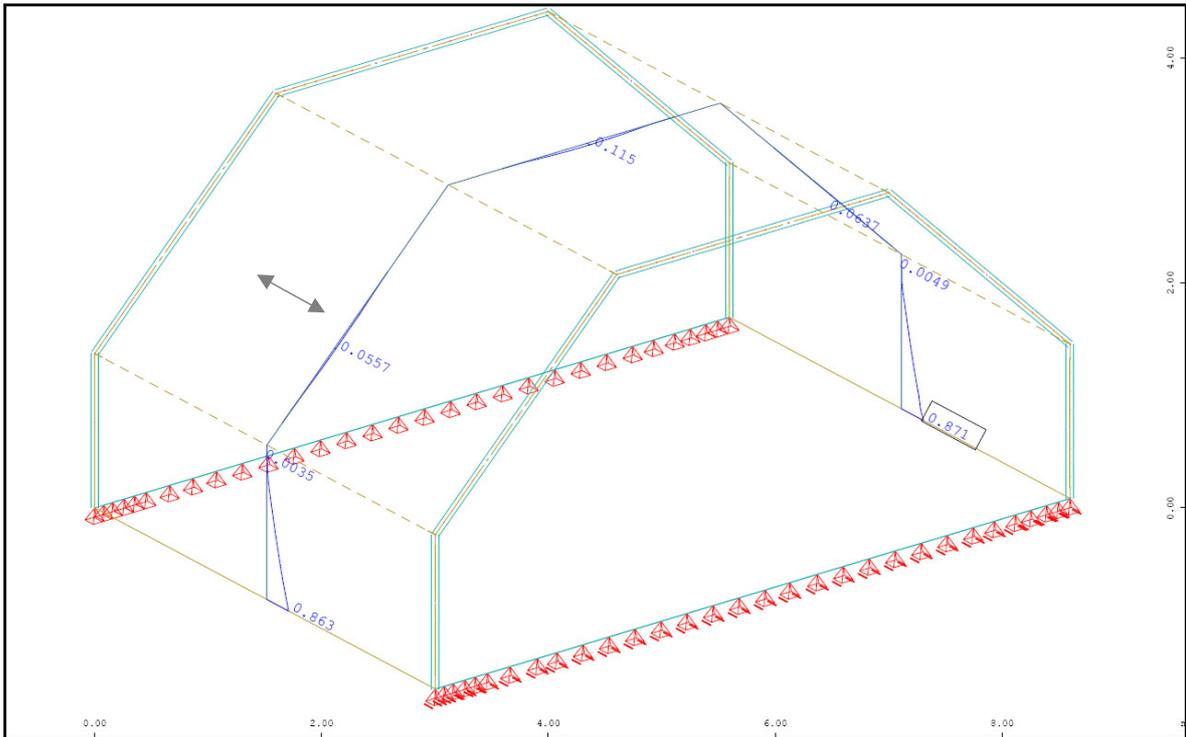


Abb. 63: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

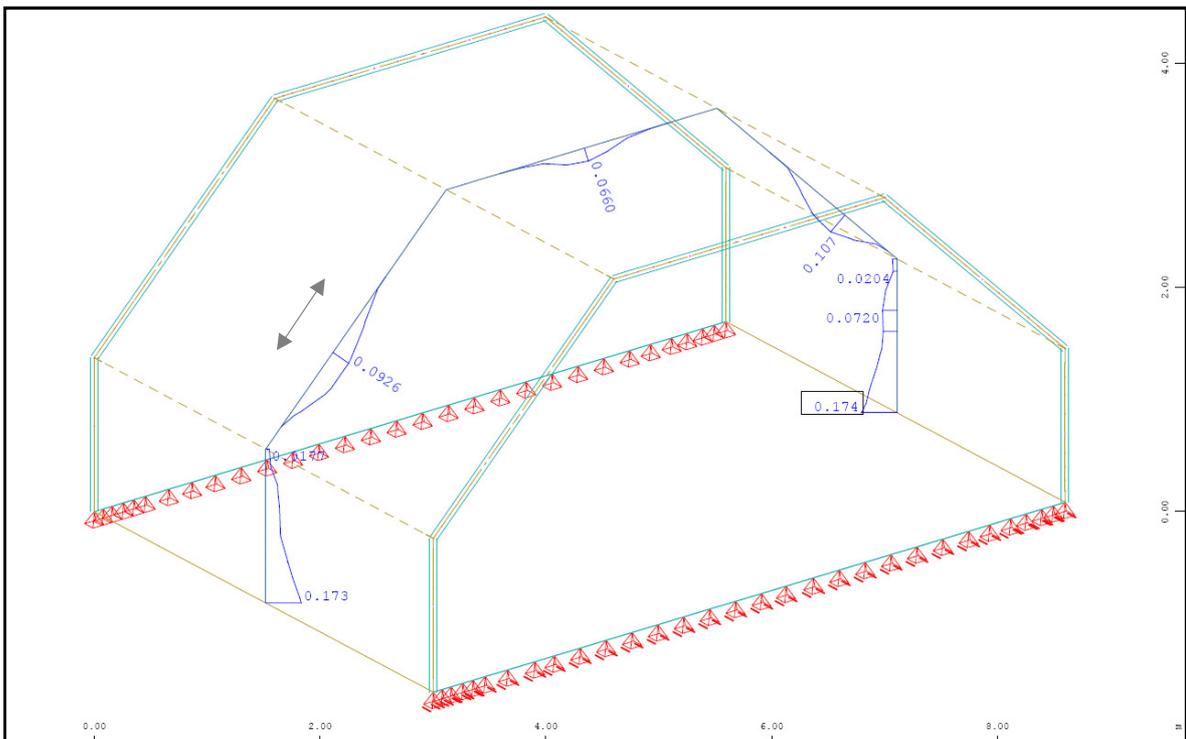


Abb. 64: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

6.1.1.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-----------------------------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 ($x=0,40 \cdot l$) | +1,96* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -3,58 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | +2,09 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | -2,41 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -11,21 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -22,30 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +64,5 | +56,8 | +29,57 |
| Pkt.B | -11,9 | -7,49 | +9,80 |
| Pkt.C | -18,0 | -9,05 | -16,57 |

Verschiebung Global-Z in [mm] / Differenz in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 0,04 | 0,04 | 0,09 | 0,01 |
| Pkt.B | 0,04 | 0,04 | 0,09 | 0,01 |
| Pkt.C | 0,04 | 0,04 | 0,00 | 0,01 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $\text{Pkt.C} \cdot 0,40 + q \cdot l^2 \cdot 0,12$

7. Gegenüberstellung Dreischübegleichung – Balkentheorie – „Sofistik“

Grundlage für den Vergleich bilden die im Anhang angefügten Berechnungen und Diagramme. Sie stellen die Veränderung der Spannweite, der Dachneigung, der Querschottenhöhe und der Plattendicke dar.

Die Lastansätze, welche für die Dreischübegleichung, getroffen werden, werden anhand eines Durchlaufträgers und eines beidseitig auskragenden Trägers untersucht. Sie orientieren sich nach den ermittelten Querbiegemomentenverläufen des Finiten-Elemente-Programms „Sofistik“.

Die Gegenüberstellung ist in Bezug auf die Normalkraft N_{xx} , die Verschiebung global in Z-Richtung und die Querbiegemomente M_{yy} beschrieben. Die restlichen Schnittgrößen sind aufgrund des geringeren Einflusses auf die Bemessung unberücksichtigt geblieben.

Die Werte der jeweiligen Berechnung wurden an den vordefinierten Punkten abgelesen (Feldmitte) und in Diagrammen (ein Diagramm pro definiertem Pkt. und Schnittgröße) dargestellt.

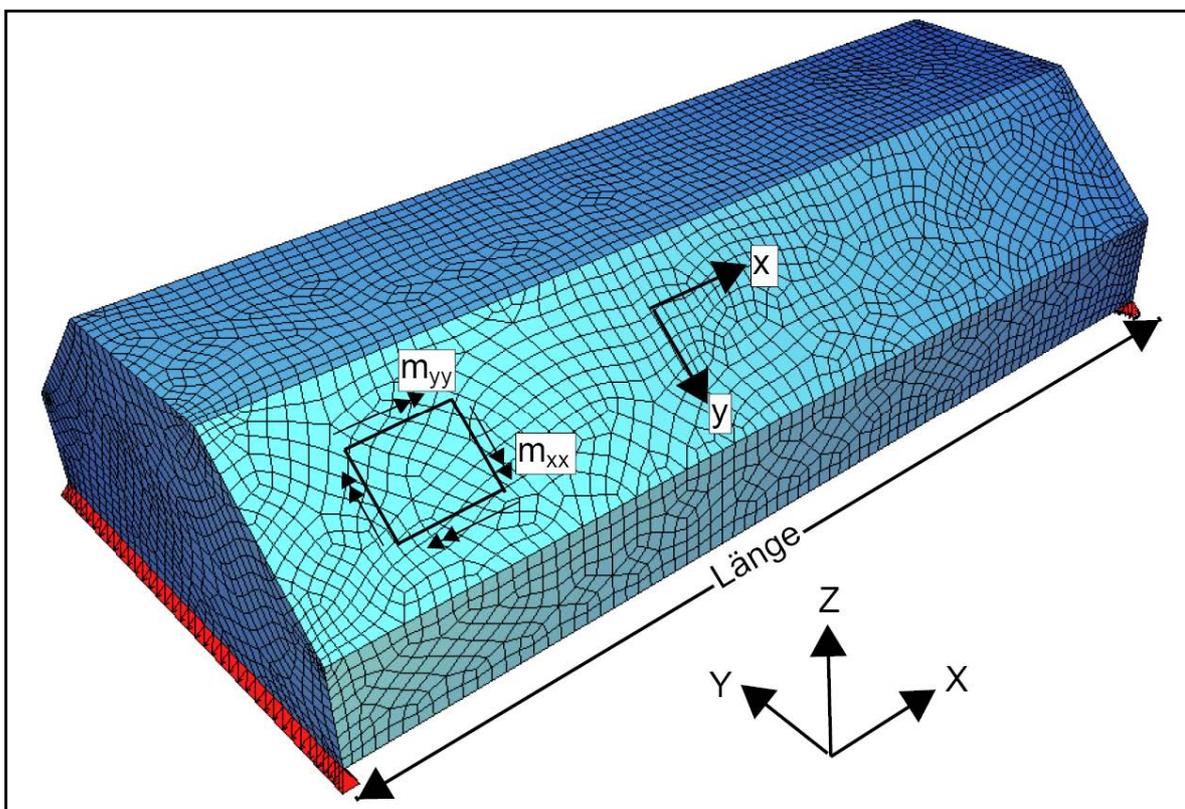


Abb. 65: Tonnendach mit Koordinaten der Schnittgrößen

7.1. Tonnendach unter Veränderung der Spannweite (5 m-40 m)

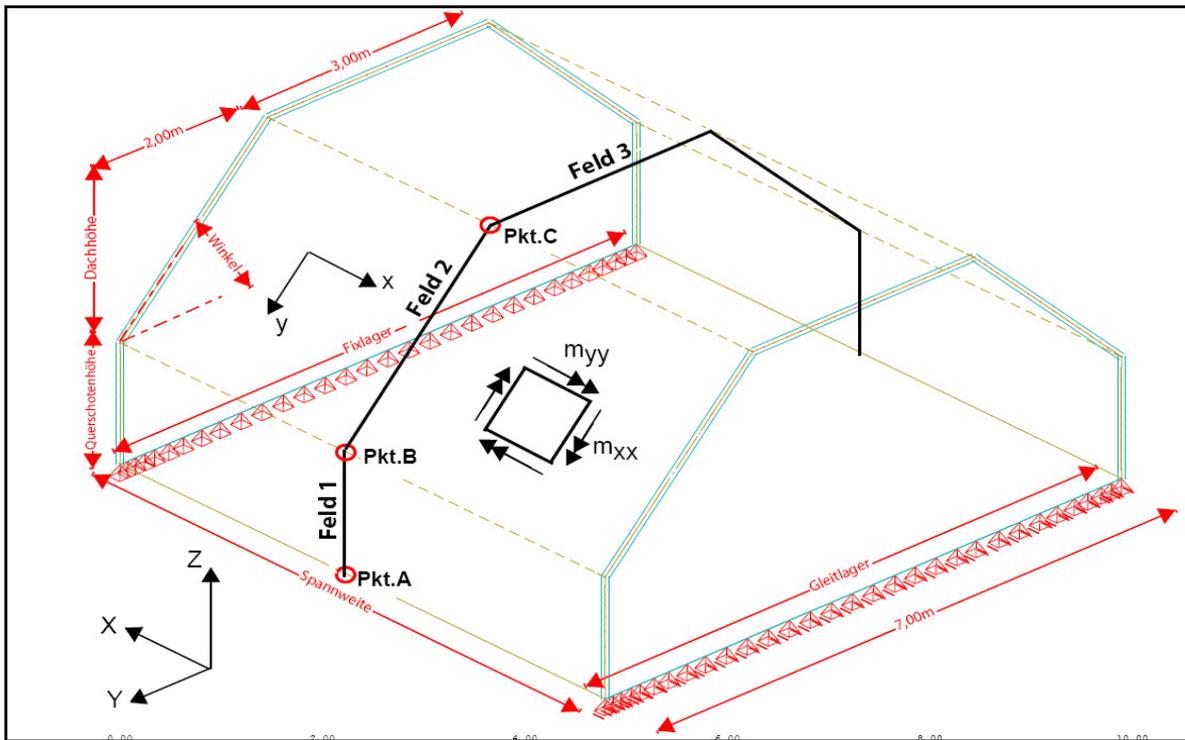


Abb. 66: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse

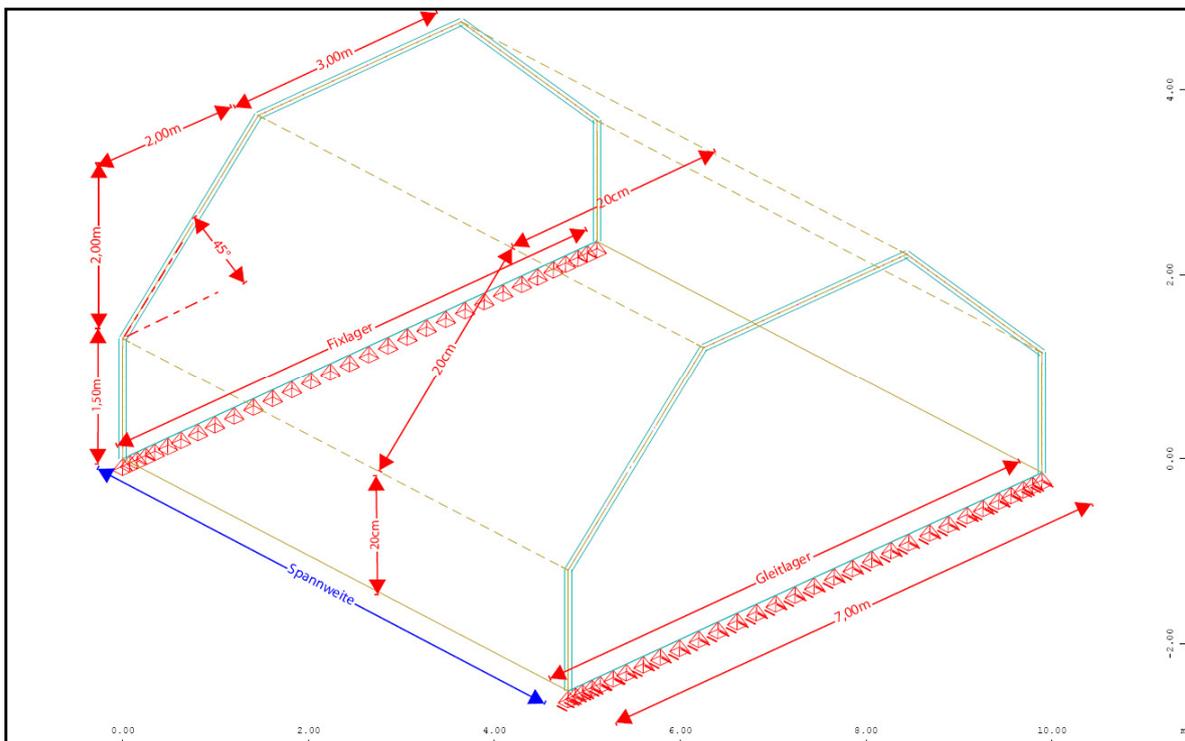


Abb. 67: Tonnendach unter Veränderung der Spannweite (in blau gekennzeichnet)

7.1.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (in Feldmitte)

(x-Achse = Spannweite 5-40 m; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

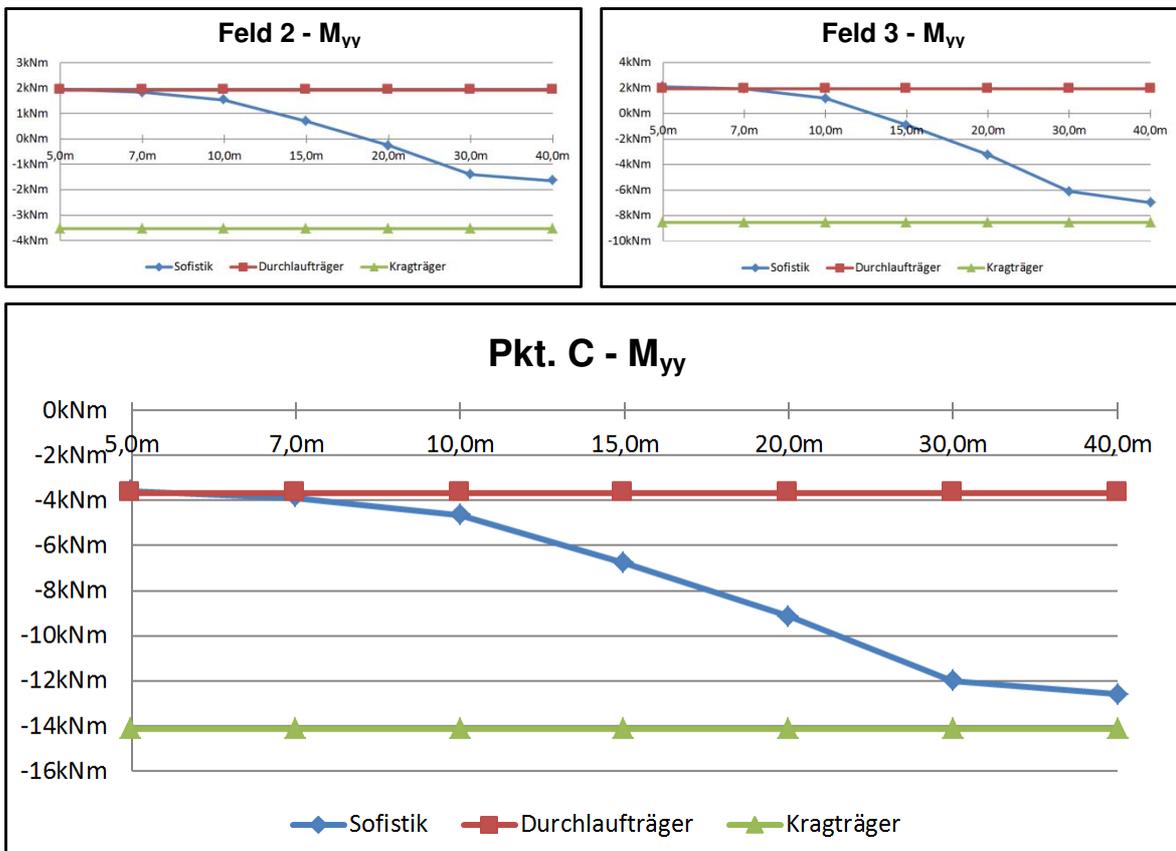


Abb. 68: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3

Um Querbiegemomente bzw. Kantenkräfte zu ermitteln, werden die statischen Systeme „Durchlaufträger“ und „beidseitig auskragender Träger“ mit dem Sofistik-Modell verglichen.

Anhand der Diagramme (siehe Abb. 68) wird ersichtlich, dass es bis zu einer Spannweite von 7 m zu einer guten Übereinstimmung durch das statische System eines „Durchlaufträgers“ kommt. Das bedeutet, die Kanten bilden bei diesen Spannweiten eine fixe Auflagerlinie. Ab einer Spannweite von 7 m werden die Kanten in Feldmitte nachgiebiger. Das statische System verändert sich von einem „Durchlaufträger“ (7 m) in einen „beidseitig auskragenden Träger“ (40 m). Dabei werden die Kanten an den Querschotten so weich, dass sie ausfallen.

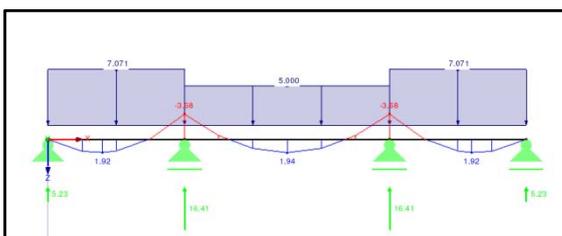


Abb. 69: Durchlaufträger

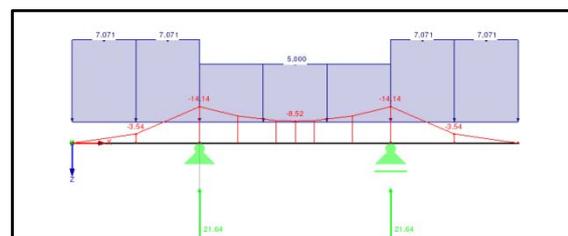


Abb. 70: beids. auskragender Träger

7.1.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (in Feldmitte)

(x-Achse = Spannweite 5-40 m; y-Achse = prozentuelle Abw. zum Sofistikmodell)

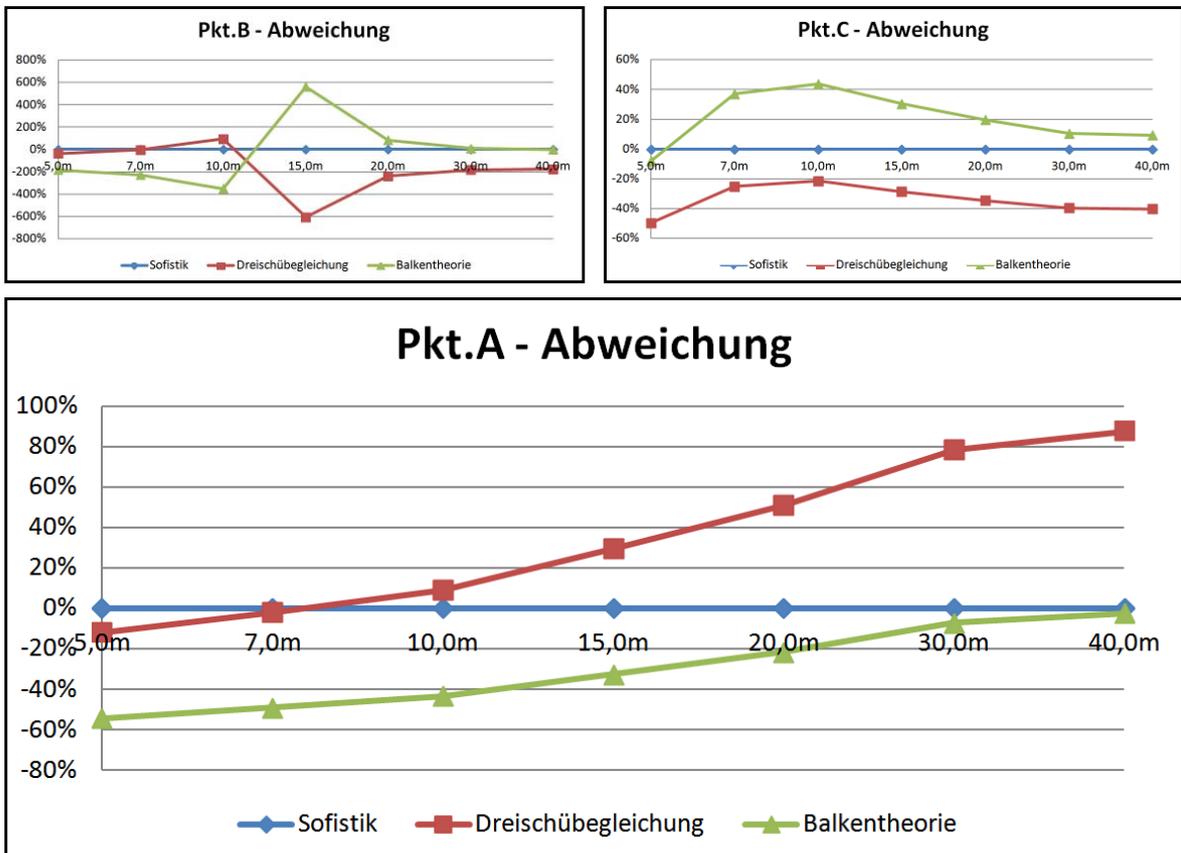


Abb. 71: Diagramm: prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

In Abb. 71 werden die Abweichungen der Normalkraft N_{xx} (in Längsrichtung) dargestellt.

Die Dreischübegleichung erzielt mit den Ergebnissen des Sofistik-Programmes, bei einer Spannweite von 7 m, eine nahezu absolute Übereinstimmung. Ab dieser Länge kommt es zu einer immer größeren Abweichung zum Finite-Elemente-Programm. Dies resultiert aus dem angenommenen Lastansatz. Dieser wurde unabhängig von den unterschiedlichen Federsteifigkeiten der Kanten als statisches System eines Durchlaufträgers ermittelt. Die größere Abweichung der Normalkraft, bei einer Spannweite von 5 m, bedingt sich durch die gedrungene Geometrie des Tonnendachs. Eine Anwendung des Navier'schen Geradliniengesetzes wird dadurch ausgeschlossen.

Bei Anwendung der Balkentheorie werden, wie erwartet, erst bei höheren Spannweiten Übereinstimmungen zum Sofistik-Programm festgestellt. Erst ab einer Spannweite von 35 m kann die Gültigkeit der Balkentheorie durch das Verhältnis Spannweite zu Querschnittsabmessung eingehalten werden. ($l/b \sim 5$).

7.1.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung in Feldmitte)

(x-Achse = Spannweite 5-40 m; y-Achse = Verschiebung in mm)

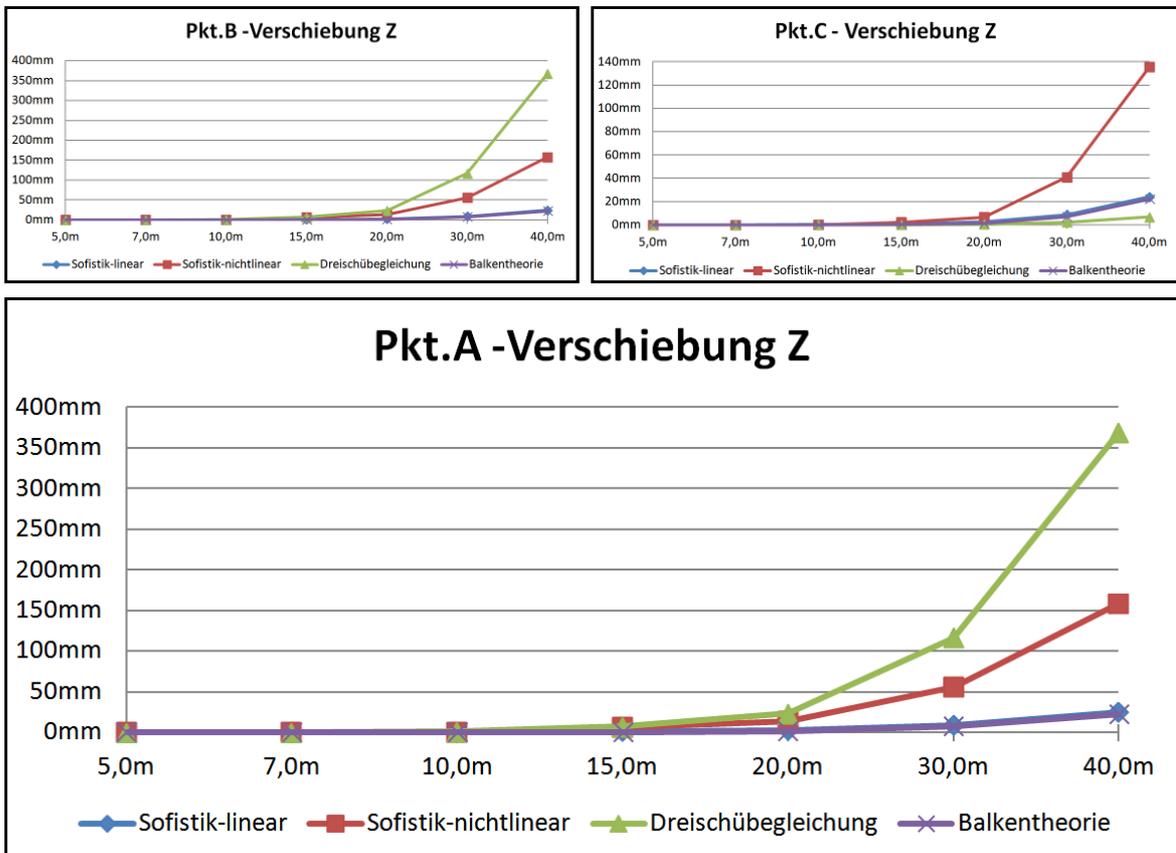


Abb. 72: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z, Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Wie in der Abbildung 72 dargestellt, ist beim Vergleich der Verschiebungen Global in Z-Richtung, erkennbar, dass die Ergebnisse, welche aus der Dreischübegleichung resultieren, ab einer Spannweite von 10 m, von den Werten des Finite-Elemente-Programms abweichen. Die Ursache liegt hauptsächlich - wie schon im vorigen Punkt beschrieben - in der Annahme des Lastansatzes. Die Balkentheorie hingegen liefert, unbeeinflusst von der Spannweite, geringe Abweichungsergebnisse.

Die Verschiebungen im gerissenen Zustand (nichtlineare Berechnung) sind ab einer Spannweite von 15 m maßgeblich. Der Erhöhungsfaktor des ungerissenen auf den gerissenen Zustand beträgt bei einer Spannweite von 40 m $\sim 6,50$.

Die weiterführenden Berechnungen werden bei der Dreischübegleichung mit einer Spannweite von 7 m und bei der Balkentheorie mit einer Spannweite von 40 m durchgeführt. Diese Faktoren lösen bei den Modellen die geringste Fehlerquote gegenüber dem Sofistikmodell aus. Dadurch ist eine optimierte Untersuchung der verbleibenden Parametereinflüsse (Querschotten, Dachneigung, Plattendicke) möglich.

7.2. Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung (25°-55°)

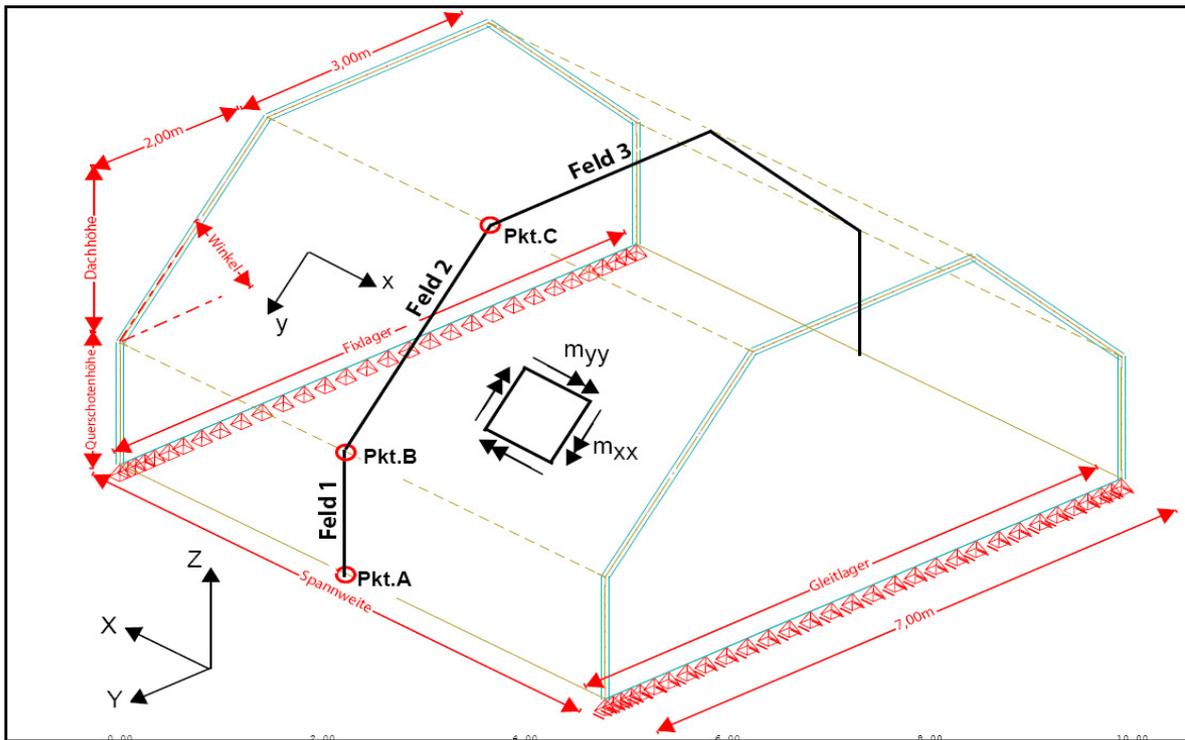


Abb. 73: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse

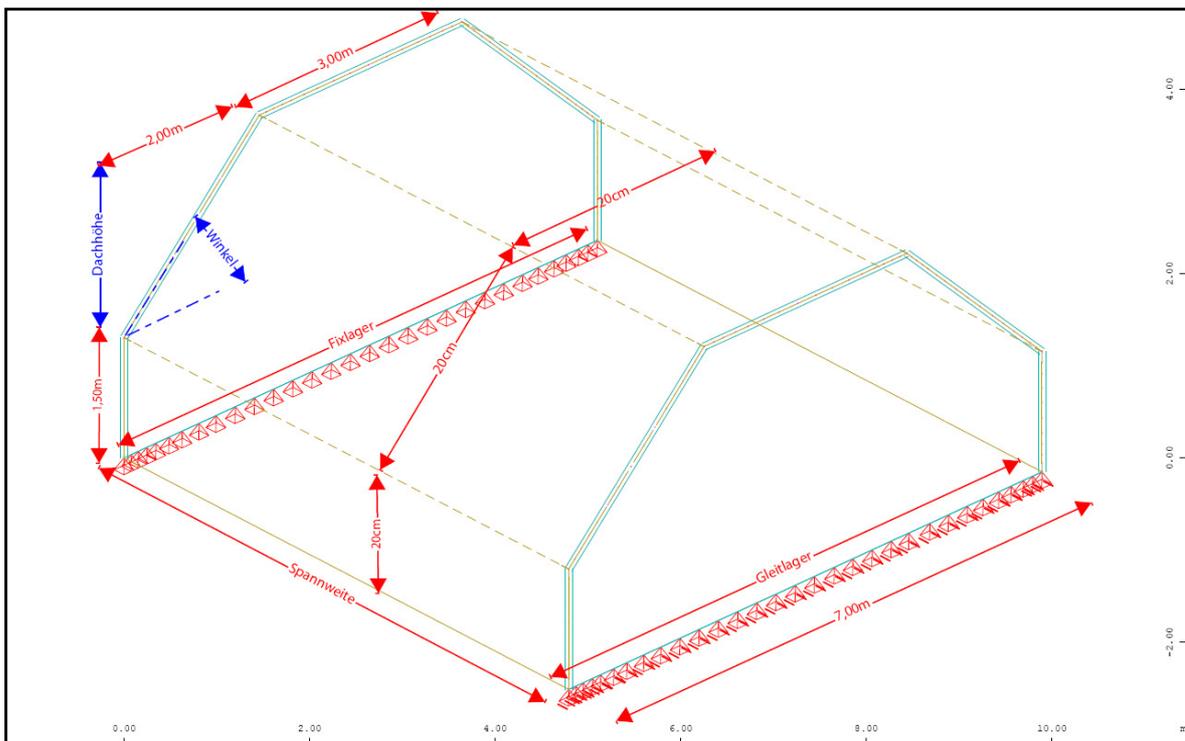


Abb. 74: Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung (in blau gekennzeichnet)

7.2.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Dreischübel.-Spannweite 7 m -in Feldmitte) (x-Achse = Dachneigung 25-55°; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

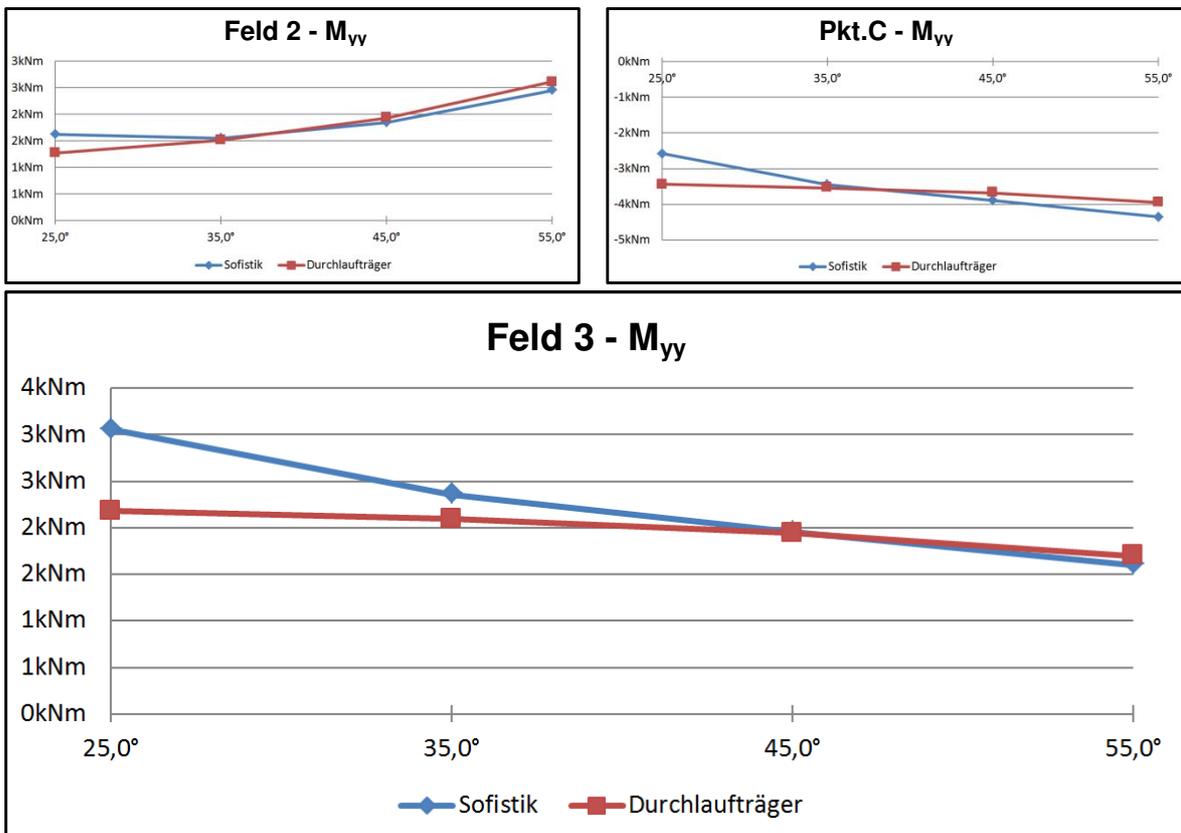


Abb. 75: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3

Eine optimale Übereinstimmung der Querbiegemomente wird durch die Einhaltung der Spannweite von 7 m und einer Dachneigung von 45° erzielt. Sobald es zu einer Veränderung der Dachneigung, ausgehend von 45° kommt, werden die Ergebnisse ungenauer.

Eine Verringerung der Dachneigung hat zur Folge, dass eine „steifere“ Auflagerlinie im Pkt. B und eine „weichere“ im Pkt. C ausgelöst werden. Bei der Ausbildung einer steileren Dachneigung, entsteht die entgegengesetzte Auflagersituation.

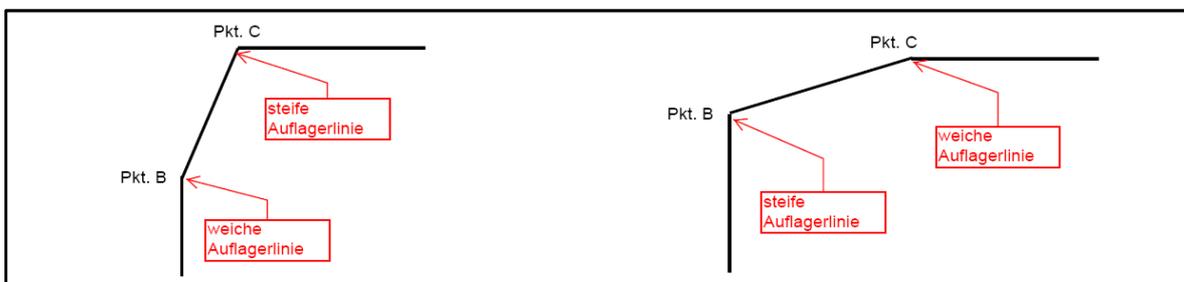


Abb. 76: Auflagersituation durch Veränderung der Dachneigung

Eine Abweichung von 45° löst einen Fehler gegenüber dem Finite-Elemente-Programm aus. Dies resultiert aus der Bestimmung des Lastansatzes durch einen Durchlaufträger.

7.2.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Dreischübegleichung – Spannweite 7 m- in Feldmitte)

(x-Achse = Dachneigung 25-55°; y-Achse = Normalkraft in kN/m)

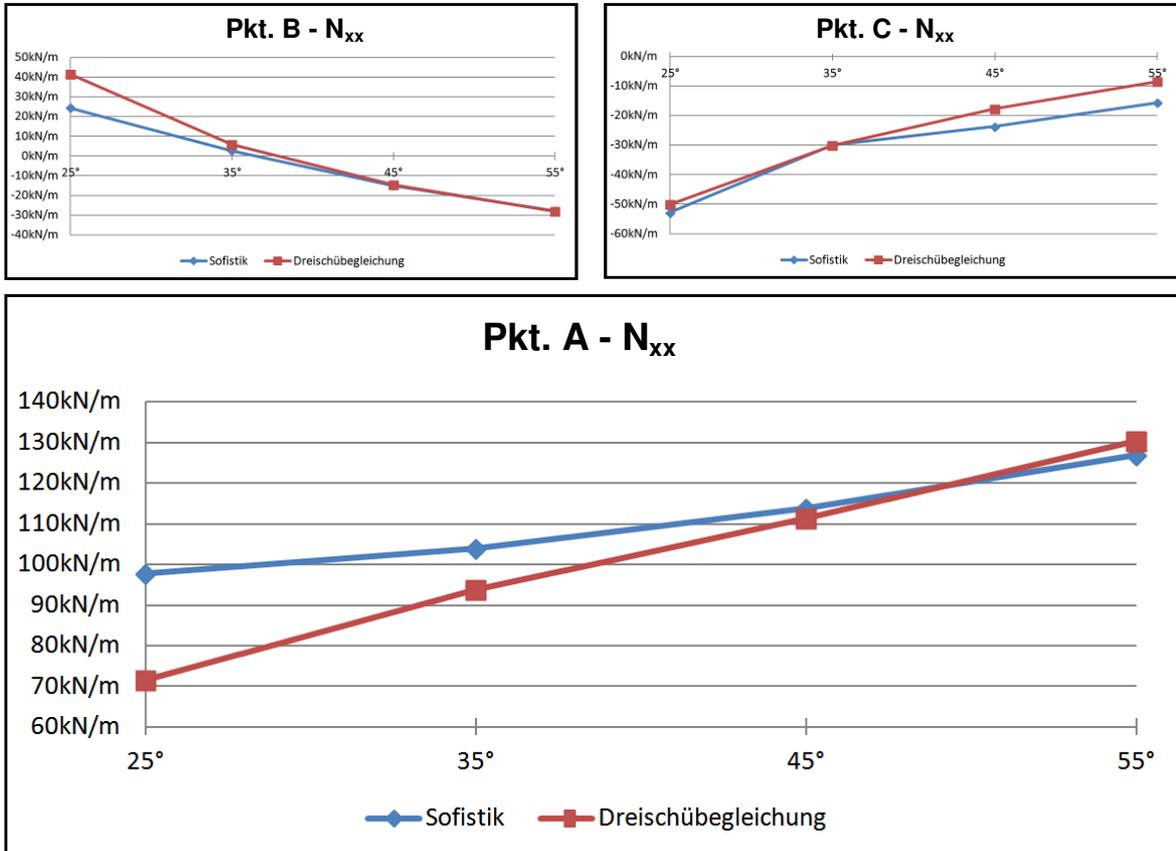


Abb. 77: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Durch die Auswertung der Veränderung der Dachneigung, bezogen auf die Normalkraft in Kombination mit der Spannweite von 7 m, erkennt man, dass die Dachneigung von 45° die kleinsten Differenzen aufweisen. Weicht die Dachneigung von 45° ab, kommt es zu einer erhöhten Fehlerfrequenz.

Der Verlauf der errechneten Werte ergibt sich wie folgt:

Die Kanten, die als fiktive Auflagerlinien fungieren, verändern je nach Dachneigung ihre Steifigkeit und somit auch ihre Auflagerkraft, die in weiterer Folge den Normalkraftverlauf des Falterwerks beeinflussen.

7.2.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Dreischübegleichung – Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Dachneigung 25-55°; y-Achse = Verschiebung in mm)

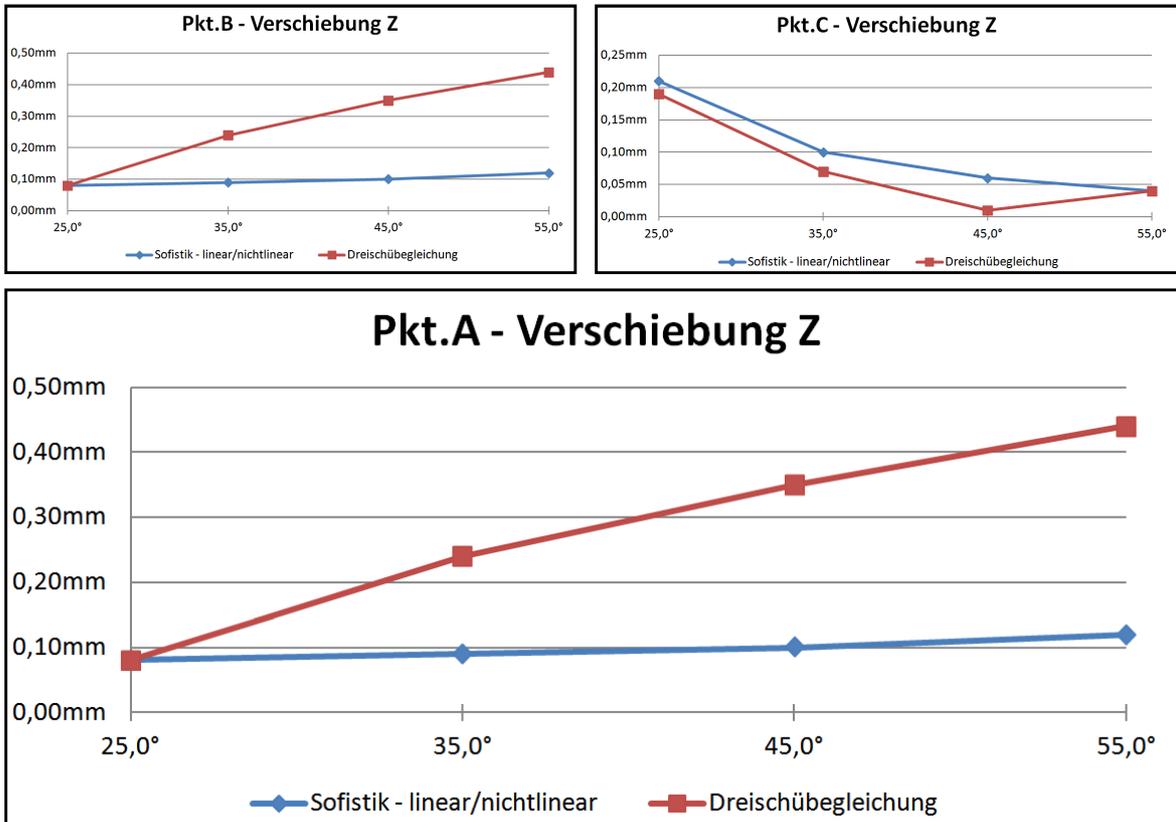


Abb. 78: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Das Diagramm veranschaulicht die Differenzen der Verschiebungswerte bei unterschiedlichen Dachneigungen.

Die „blaue“ Diagrammlinie beschreibt die Verschiebung anhand der Auswertungen des Finite-Elemente-Programms „Sofistik“. Die lineare und nichtlineare Berechnung ist in diesem Fall ident, da bei dieser Spannweite kein Übergang des Betons in den gerissenen Zustand (Zustand II) erfolgt.

Die größte Differenz zwischen der Dreischübegleichung und dem Finite-Elemente-Programm „Sofistik“ ergibt sich durch eine Dachneigung von 55° im Pkt. A. Sie erreicht einen Wert von ca. 0,30 mm, somit kann man in diesem Fall nicht von relevanten Abweichungen sprechen.

Da diese Abweichungen im Zehntelbereich liegen, hat die theoretische Darstellung der Ergebnisse für die Praxis keine Bedeutung.

7.2.4. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Balkenth. – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Dachneigung 25-55 °; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

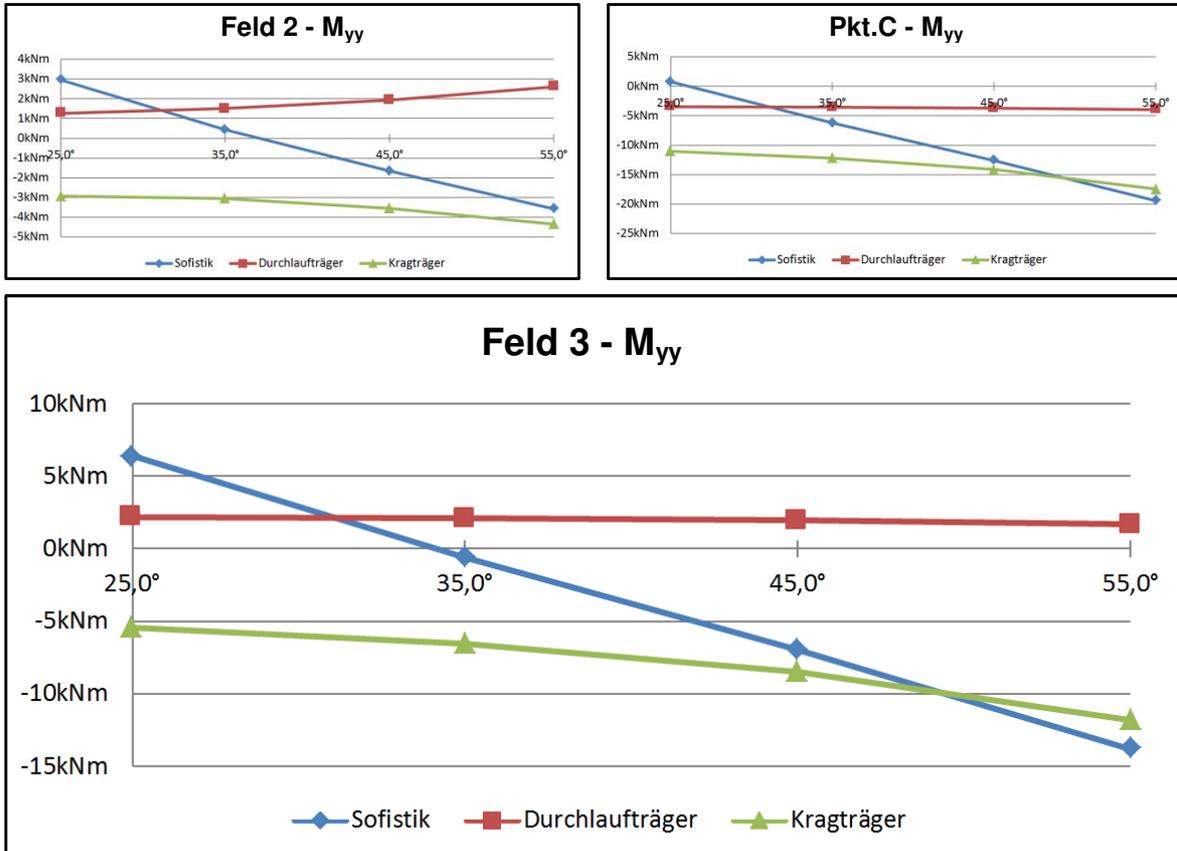


Abb. 79: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C; Feld 3

Beim vorliegenden Vergleich, bedingt durch eine Veränderung der Dachneigung, wird einerseits die Abweichung in Bezug auf den Durchlaufträger und andererseits in Bezug auf einen beidseitig auskragenden Träger dargestellt.

Jeder betrachtete Punkt löst denselben Ergebnisverlauf aus. Bei einer flacheren Neigung des Dachses wird das Ergebnis des Momentenverlaufs eines Durchlaufträgers hervorgehoben. Hingegen zeichnet sich bei steileren Dachneigungen der beidseitig auskragende Träger ab.

Die besten Übereinstimmungen finden sich unter Einhaltung folgender Dachneigungswerte:

- bei einer Ausführung mit Durchlaufträger: ca. 31 °
- bei einem beidseitig auskragenden Träger: ca. 49 °

7.2.5. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Dachneigung 25-55°; y-Achse = Normalkraft in kN/m)

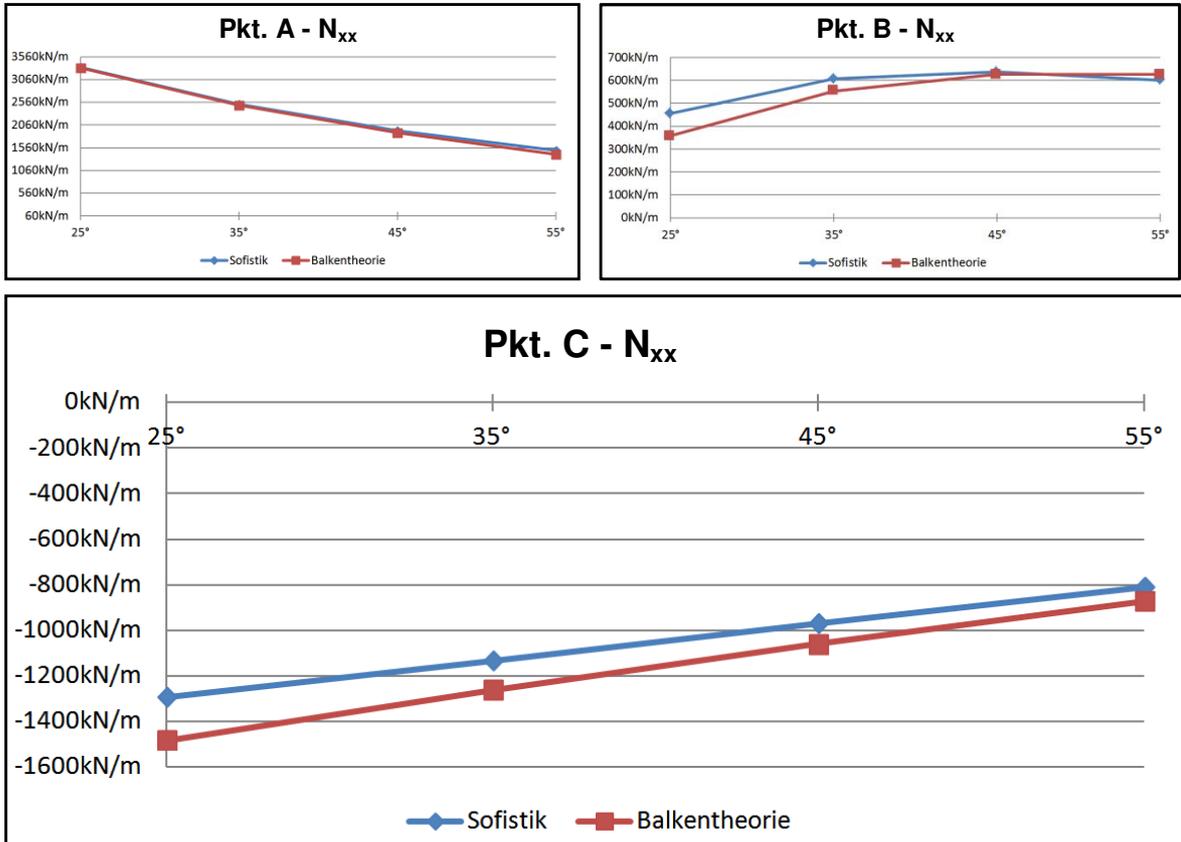


Abb. 80: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die in diesem Unterkapitel dargestellten Diagramme veranschaulichen zufolge der verschiedenen Dachneigungen den Verlauf der Normalkraft N_{xx} in Längsrichtung. Die Balkentheorie beschreibt nahezu dieselben Ergebniswerte wie die des Finite-Elemente-Programms „Sofistik“.

Die geringste Fehlerquote liegt bei einer Dachneigung von 45-55°. Im Zugbereich (Pkt. A) sind die Ergebnisverläufe annähernd ident.

Durch die Abbildung der Kurvenverläufe im Pkt. B und Pkt. C ist nachvollziehbar, dass geringere Dachneigungen, zu größeren Differenzen zwischen den beiden statischen Modellen führen. Bei einer Dachneigung von 25° steigert sich der Fehler auf ca. 190 kN/m.

7.2.6. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Dachneigung 25-55°; y-Achse = Verschiebung in mm)

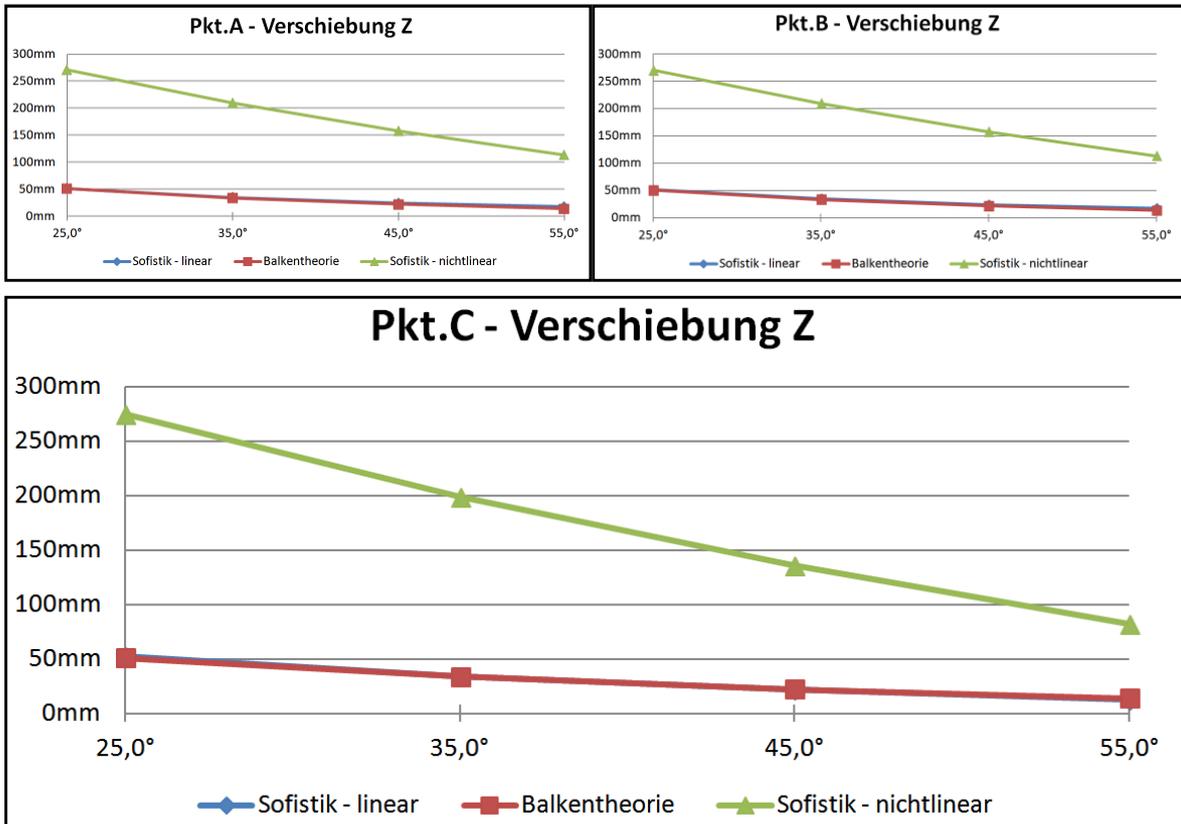


Abb. 81: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die Auswertung ergibt, dass die Verschiebung zufolge der Balkentheorie bis zu dem Dachneigungswinkel von 55° fast identisch mit der Verschiebung der linearen Berechnung von „Sofistik“ ist.

Bei einer Spannweite von 40 m muss der gerissene Zustand (Zustand II) berücksichtigt werden, da er je nach Dachneigung zwischen 5,25 und 6,5 die lineare Berechnung der Verschiebung vergrößert.

Der gerissene Zustand wird durch das Finite-Elemente-Programm „Sofistik“ durch eine nichtlineare Berechnung ermittelt. Hierfür wurden über die linear berechneten Schnittgrößen, Bewehrungsflächen durch die Software vordefiniert.

Weiters wurde für die nichtlineare Berechnung des Zustandes II der Kriechbeiwert auf 2,50 und der Schwindbeiwert auf -0,0003 gesetzt.

7.3. Tonnendach unter Veränderung der Querschottenhöhe (0-1,50 m)

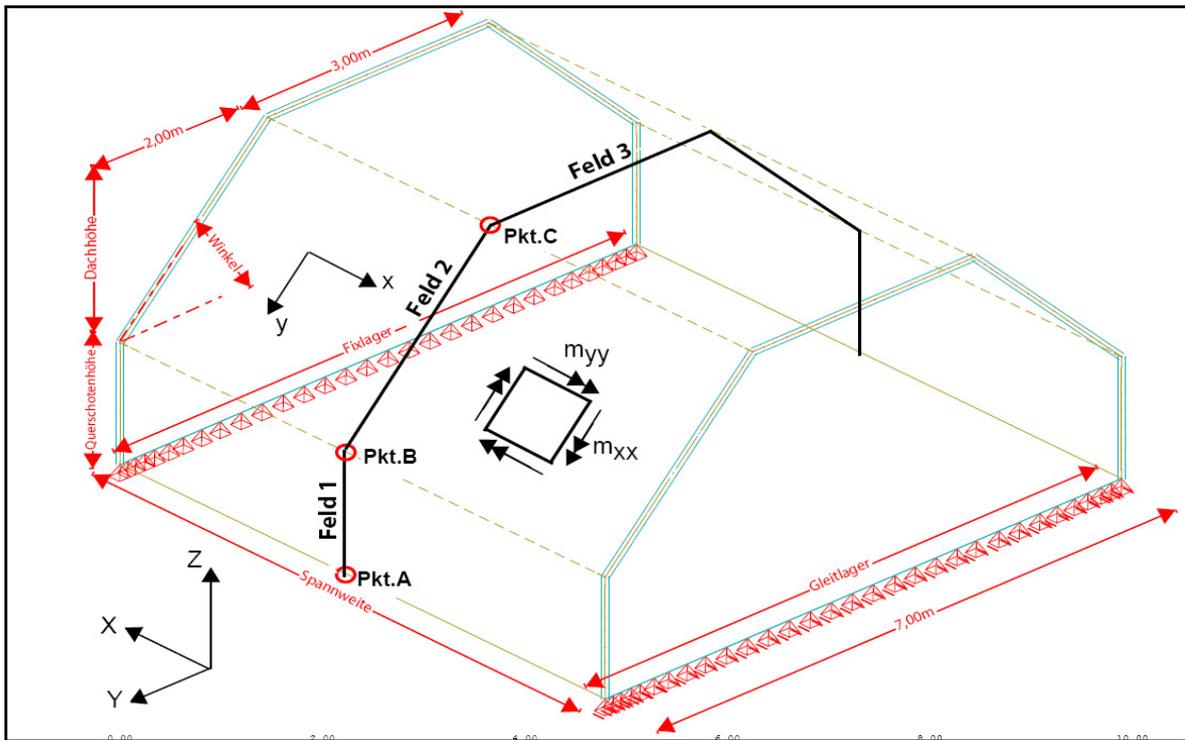


Abb. 82: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse

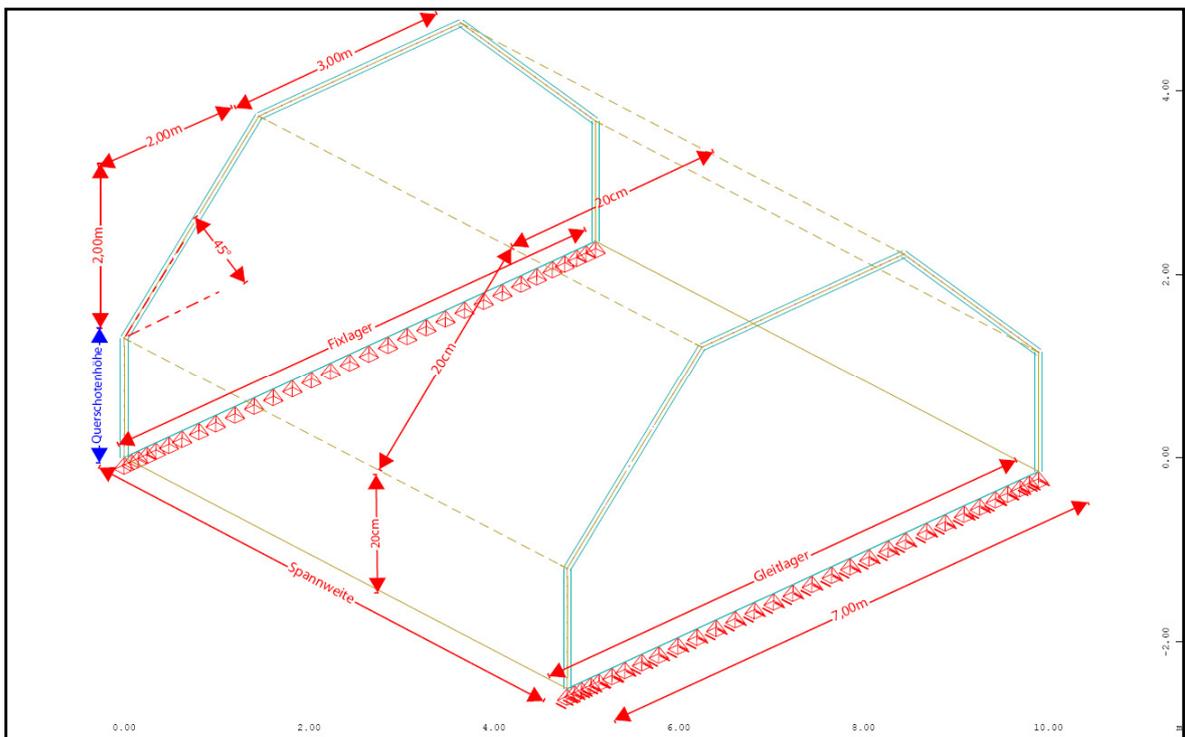


Abb. 83: Tonnendach unter Veränderung der Querschottenhöhe (in blau gekennzeichnet)

7.3.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Dreischübegleichung – Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Querschottenhöhe 1,50-0m; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

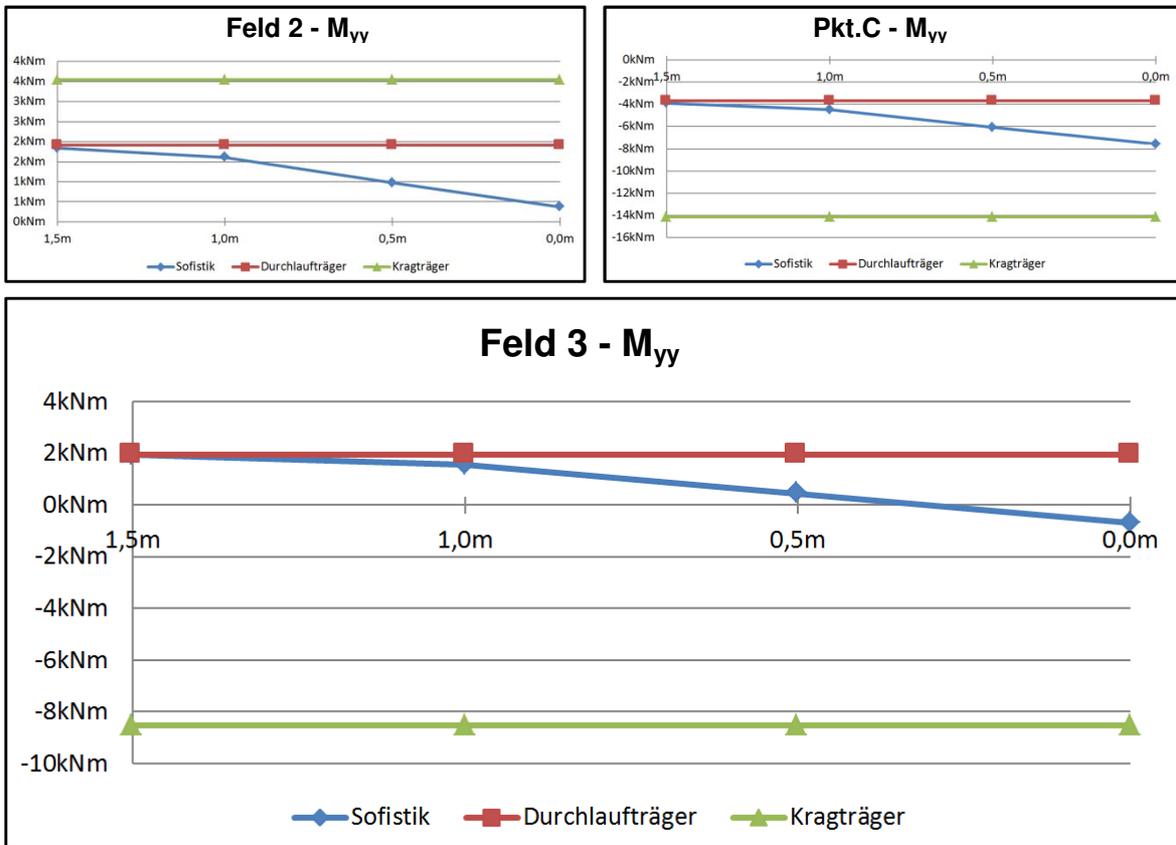


Abb. 84: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3

Die Bestimmung der Querbiegemomente erfolgt bei einer Veränderung der Querschottenhöhe durch einen Durchlaufträger beziehungsweise durch einen beidseitig auskragenden Träger.

Die oben angeführten Ergebnisverläufe zeigen, dass die analytisch berechneten Schnittgrößen M_{yy} , mittels eines Durchlaufträgers, nur bis zu einer Querschottenhöhe von 1,0 m mit dem Finite-Elemente-Programm übereinstimmen.

Der Querbiegemomentenverlauf zufolge des beidseitig auskragenden Trägers kann in diesem Fall für die Schnittgrößenermittlung nicht herangezogen werden.

Wird das Falwerk ohne Querschotte bzw. mit einer Höhe von bis zu 0,5 m hergestellt, müssen für die anzusetzenden Kantenlasten bzw. Querbiegemomente die Federsteifigkeiten der einzelnen fiktiven Auflagerlinien genau bestimmt werden. Die Lastansätze zufolge eines Durchlaufträgers oder eines beidseitig auskragenden Trägers mit einer starren vertikalen Lagerung sind diesbezüglich nicht zulässig.

7.3.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Dreischübegleichung –Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Querschottenhöhe 1,50-0m; y-Achse = Normalkraft in kN/m)

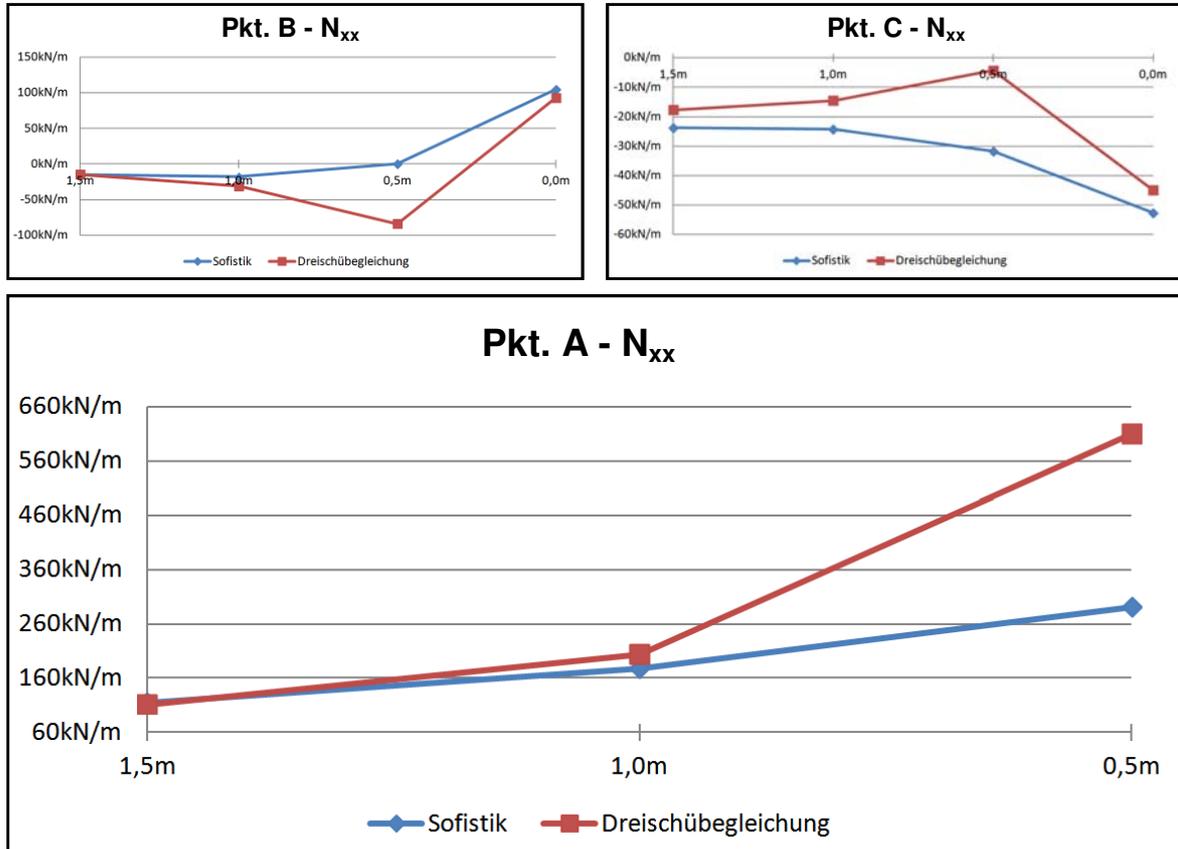


Abb. 85: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die Auswertung der Normalkraft N_{xx} ergibt, dass die Abweichungen zufolge der analytischen und der finiten Elemente Berechnungen nur bei den Querschottenhöhen von 1,50 m und 1,0 m gering ausfallen.

Die Ursache für den abweichenden Ergebnisverlauf liegt in der unterschiedlichen Festsetzung des Lastansatzes, der für die jeweiligen Kanten definiert wurde. Wie schon im Pkt.7.3.1 beschrieben, weichen die Ansätze (Durchlaufträger, beidseitig auskragender Träger) vom tatsächlichen System ab und erzeugen weiterführend Unstimmigkeiten bei der Gegenüberstellung der Schnittgrößen Normalkraft N_{xx} .

7.3.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Dreischübegleichung – Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Querschottenhöhe 1,50-0m; y-Achse = Verschiebung in mm)

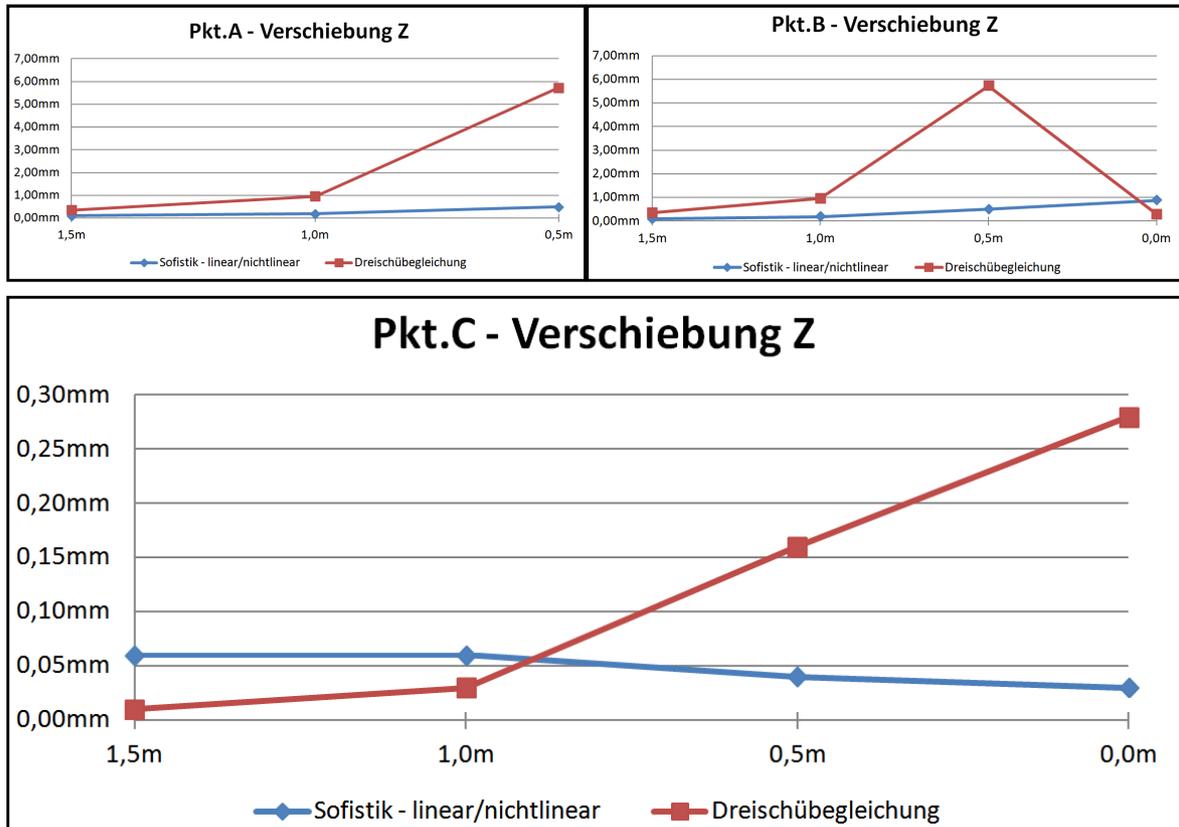


Abb. 86: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Eine Parallele zu den vorangegangenen Kapiteln 7.3.1 und 7.3.2 ist auch bei der Berechnung der Verschiebung feststellbar.

Die Verschiebung mit den Querschottenhöhen 1,50 m und 1,0 m ergibt eine optimale Übereinstimmung zwischen der Dreischübegleichung und dem Sofistik-Programm. Ab einer Querschottenhöhe von 1,0 m ist die Berechnung mit dem gewählten Lastansatz nicht mehr zulässig.

Die lineare und nichtlineare Berechnung der Verschiebung ergeben einen identen Ergebnisverlauf. Dies resultiert aus der Tatsache, dass der Beton im ungerissenen Zustand verblieb.

7.3.4. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Balkenth. – Spannweite 40m – in Feldmitte)

(x-Achse = Querschottenhöhe 1,50-0m; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

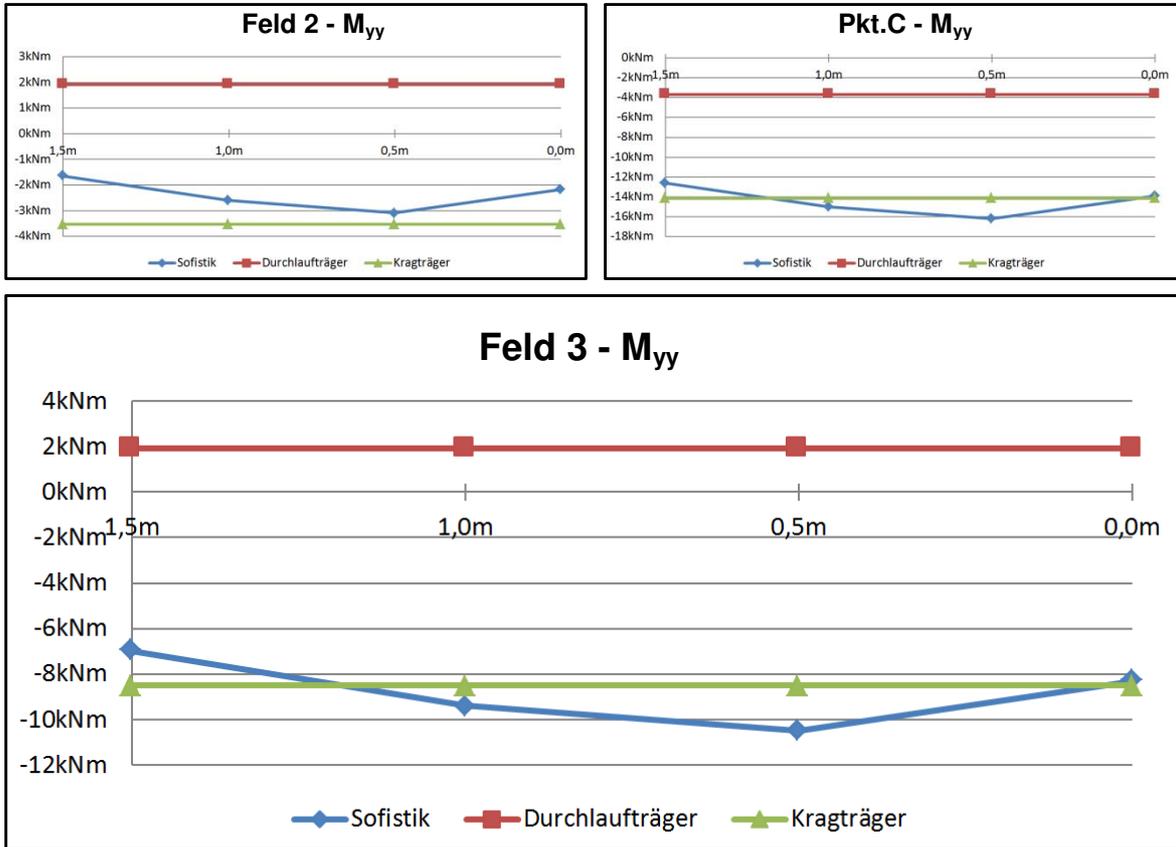


Abb. 87: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld2, Pkt.C, Feld3

Die Ergebniswerte der Querbiegemomente, durch den beidseitig auskragenden Träger, liegen relativ nahe an den Werten des Finite-Elemente-Programms.

Die Bestimmung der Berechnung durch einen Durchlaufträger ist als unzulässig zu bewerten. Bei dieser Variante weichen die errechneten Werte signifikant vom tatsächlichen Querbiegemomenteverlauf ab.

7.3.5. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Querschottenhöhe 1,50-0m; y-Achse = Normalkraft in kN/m)

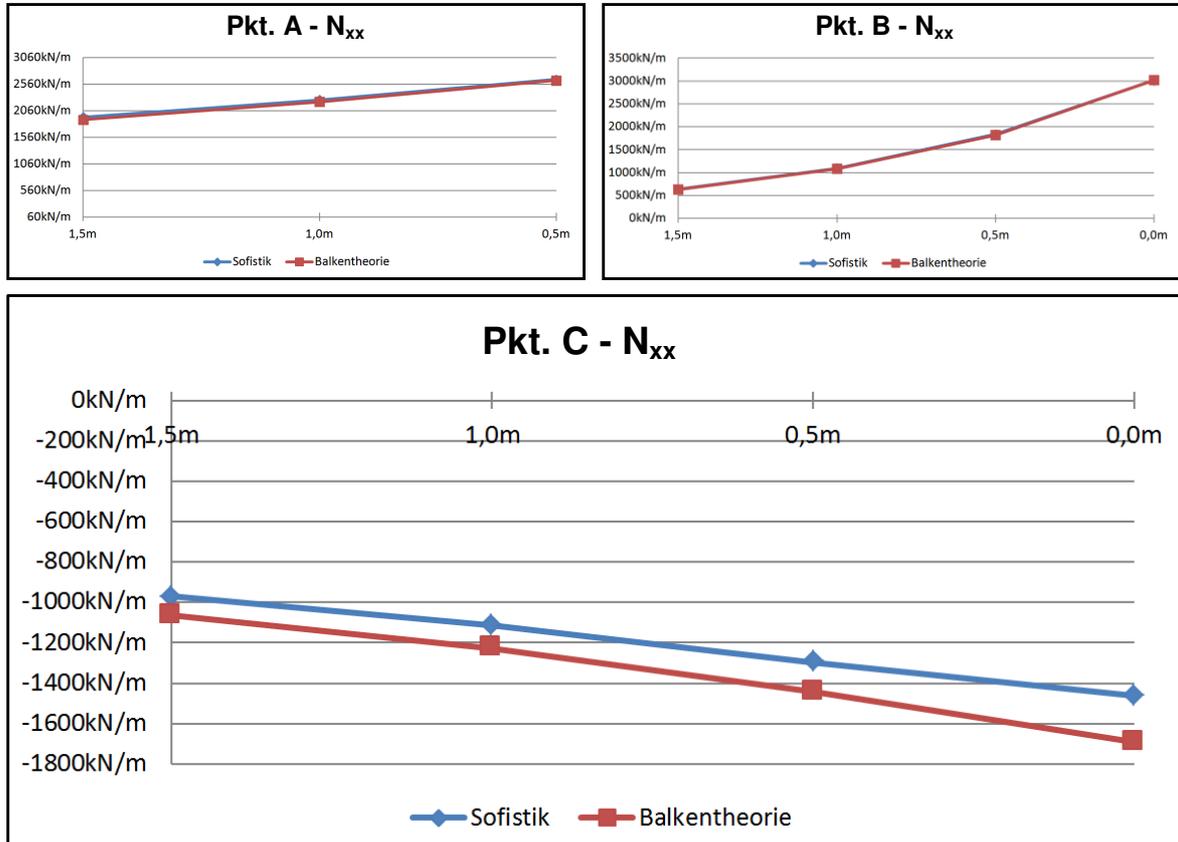


Abb. 88: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Anhand der o.a. Diagramme ist erkennbar, dass die Auswertung der Balkentheorie unabhängig von der Querschottenhöhe eine sehr gute Übereinstimmung in Pkt. A und B mit dem Finite-Elemente-Programm „Sofistik“ aufweist.

Lediglich unter Pkt. C ist eine Abweichung festzustellen. Sie nimmt mit der Reduktion der Querschottenhöhe zu und erreicht bei dem System ohne Randaussteifung Maximumwerte.

Die Abweichungen in Pkt. C belaufen sich auf bis zu 230 kN/m.

7.3.6. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Querschottenhöhe 1,50-0m; y-Achse = Verschiebung in mm)

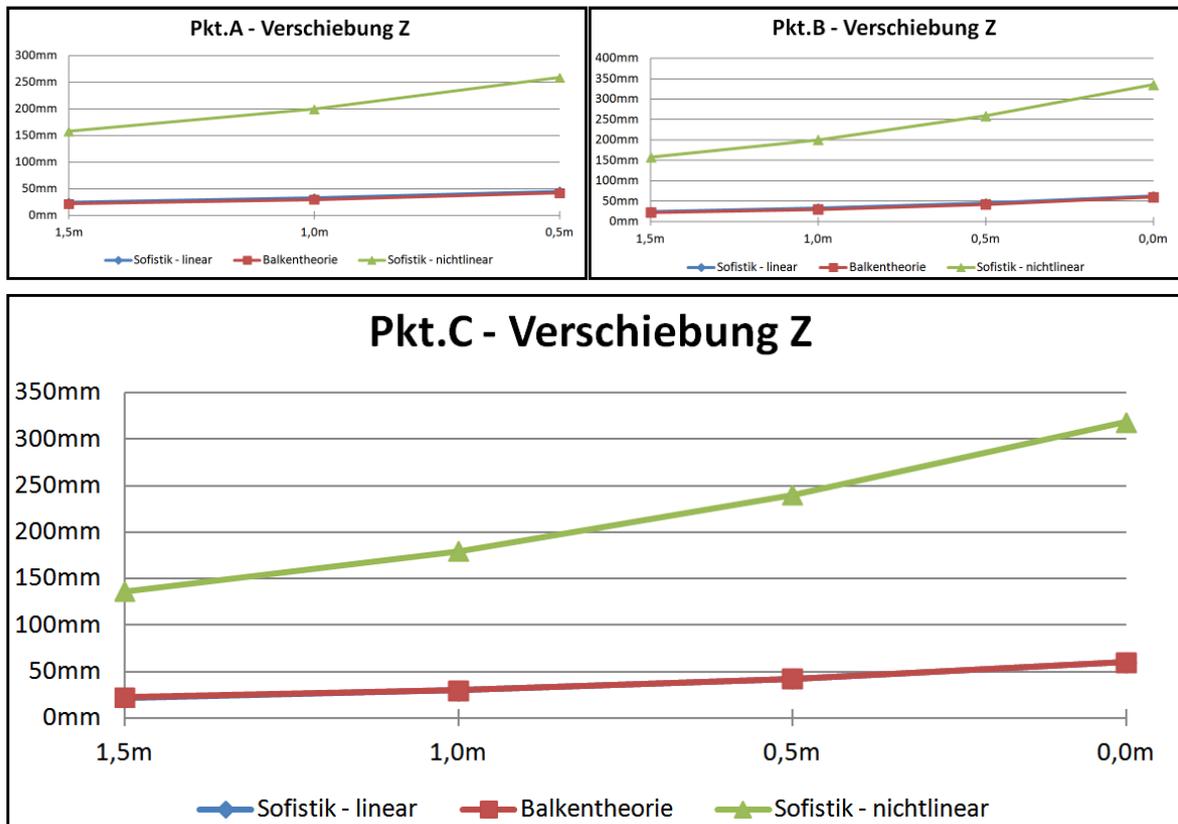


Abb. 89: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die Verschiebungsberechnung nach der Balkentheorie ist mit der linearen Sofistikberechnung durchaus vergleichbar und zwar ungeachtet dessen, ob es zu einer Veränderung der Querschottenhöhe kommt.

Erwähnenswert ist, dass der gerissene Zustand unter Berücksichtigung folgender Kriterien bei dieser Spannweite maßgebend ist:

- Kriechbeiwert von 2,50 und
- Schwindbeiwert von -0,0003

Durch die nichtlineare Berechnung und die vordefinierte Bewehrungsfläche wird ein Erhöhungsfaktor von 5,30 (keine Querschotte) bis 6,50 (Querschottenhöhe 1,50 m) gegenüber der linearen Berechnung erreicht.

7.4. Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke (15 cm-25 cm)

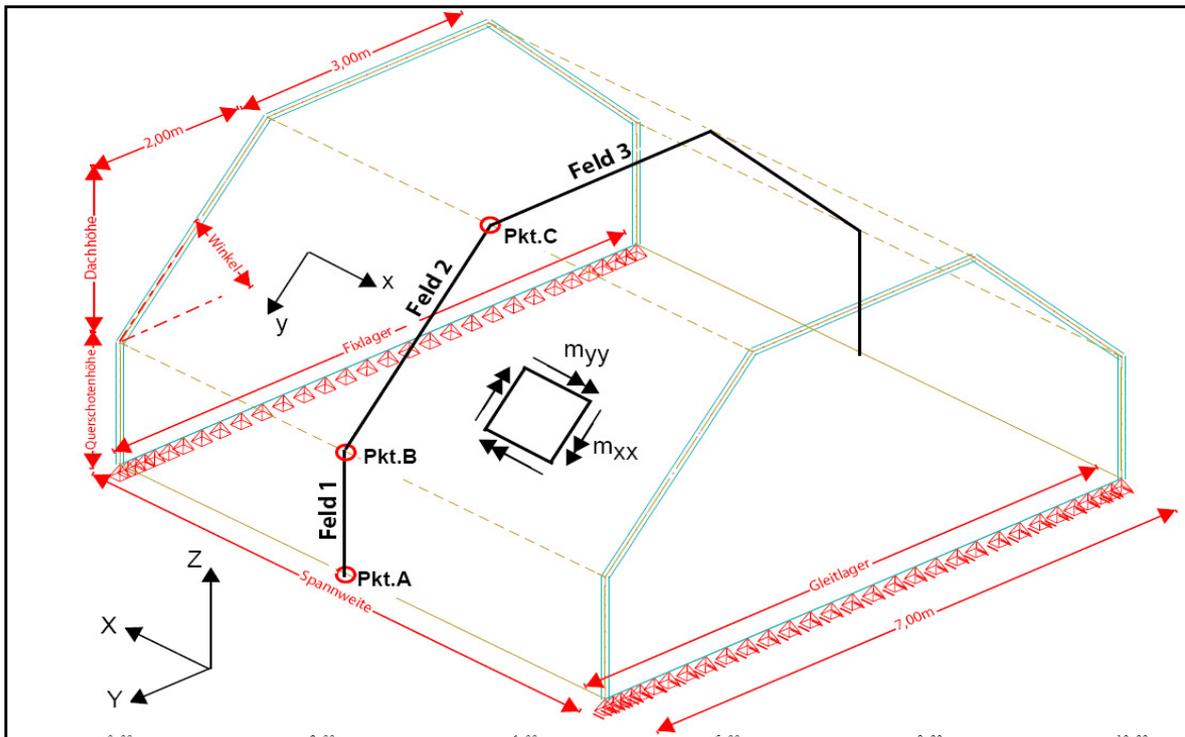


Abb. 90: vordefinierte Punkte zum AbleSEN der Ergebnisse

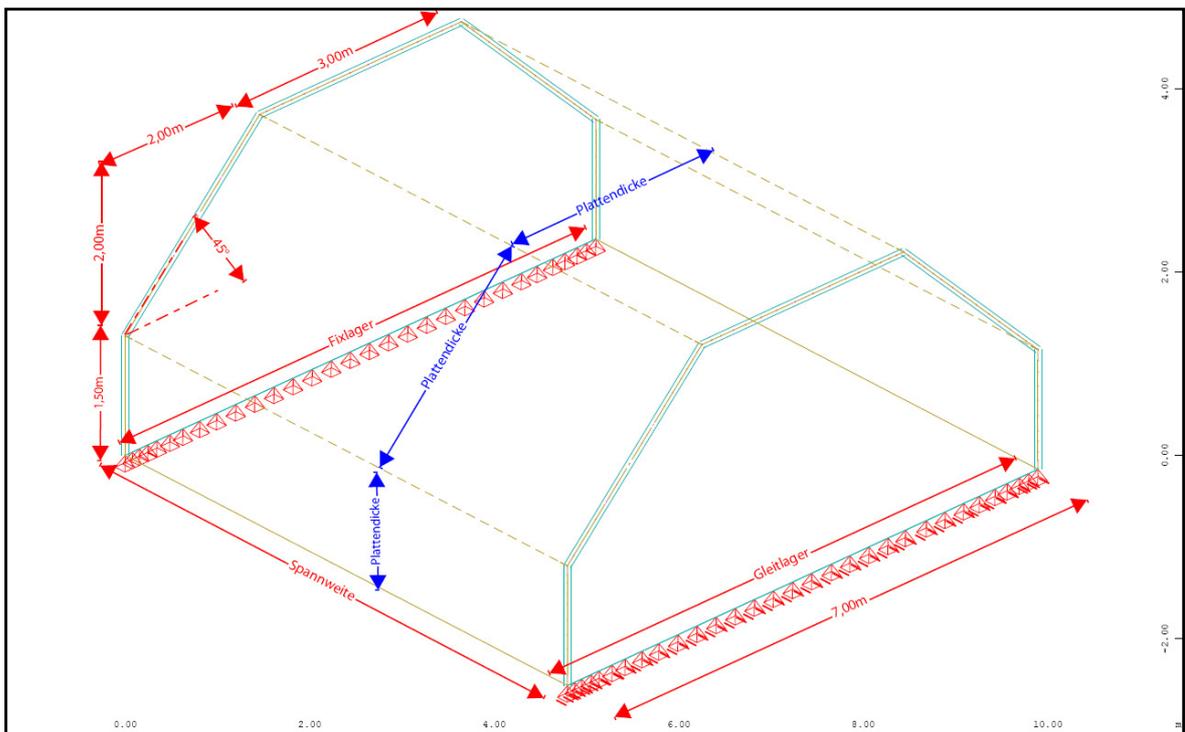


Abb. 91: Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke (in blau gekennzeichnet)

7.4.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Dreischübegleichung –Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Plattendicke 15-25 cm; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

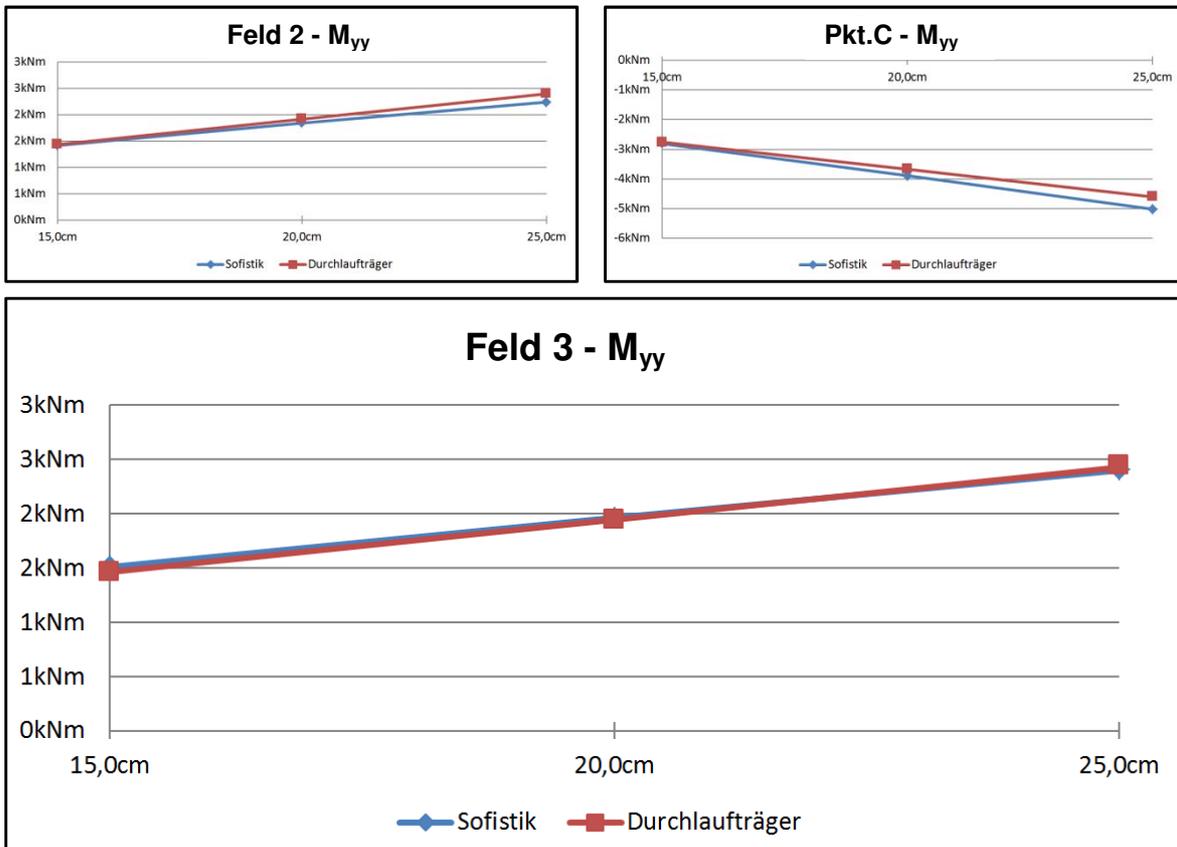


Abb. 92: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3

Bei der Untersuchung der Veränderung der Plattendicke werden abermals die Lasten bzw. die Querbiegemomente über einen Durchlaufträger bestimmt.

In den jeweiligen Punkten, wie Feld 2, Pkt. C und Feld 3, und unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Plattendicken, bestätigen die Diagramme, dass der Berechnungsansatz durch einen Dreifeldträger gute Ergebnisse erzielt.

Eine geringfügige Abweichung ist bei einer Plattendicke von 25 cm zu erkennen. Dies resümiert aus der sich ausdehnenden Plattendicke, welche die Kante im Punkt C steifer werden lässt und in weiterer Folge auch mehr Lasten anzieht. Dadurch würden die Auflagerpunkte des Durchlaufträgersystems verschiedene Steifigkeiten aufweisen.

7.4.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Dreischübegleichung –Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Plattendicke 15-25 cm; y-Achse = Normalkraft in kN/m)

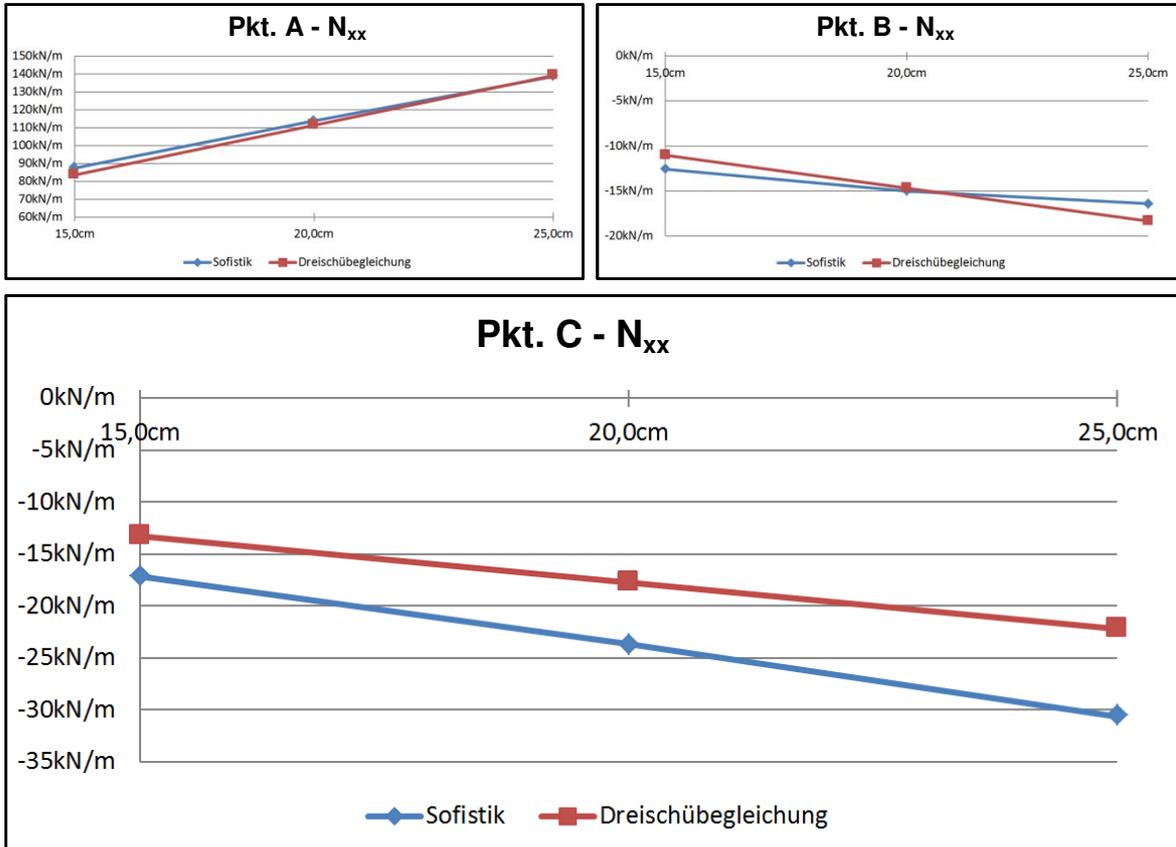


Abb. 93: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Bei der Konfrontation der beiden Berechnungsmöglichkeiten Dreischübegleichung und Sofistik-Programm, betreffend die Normalkraft N_{xx} in Bezug auf die veränderlichen Plattendicken, wird deutlich, dass die durch die Dreischübegleichung berechnete Zugkraft, welche im Pkt. A auftritt, sehr gut mit der Sofistik-Software übereinstimmt. Auch im Pkt. B ist die Fehlerquote gering.

Ausschließlich im Pkt. C bedingt die Dreischübegleichung geringere Druckkräfte als das Finite-Elemente-Programm.

7.4.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Dreischübegleichung – Spannweite 7 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Plattendicke 15-25 cm; y-Achse = Verschiebung in mm)

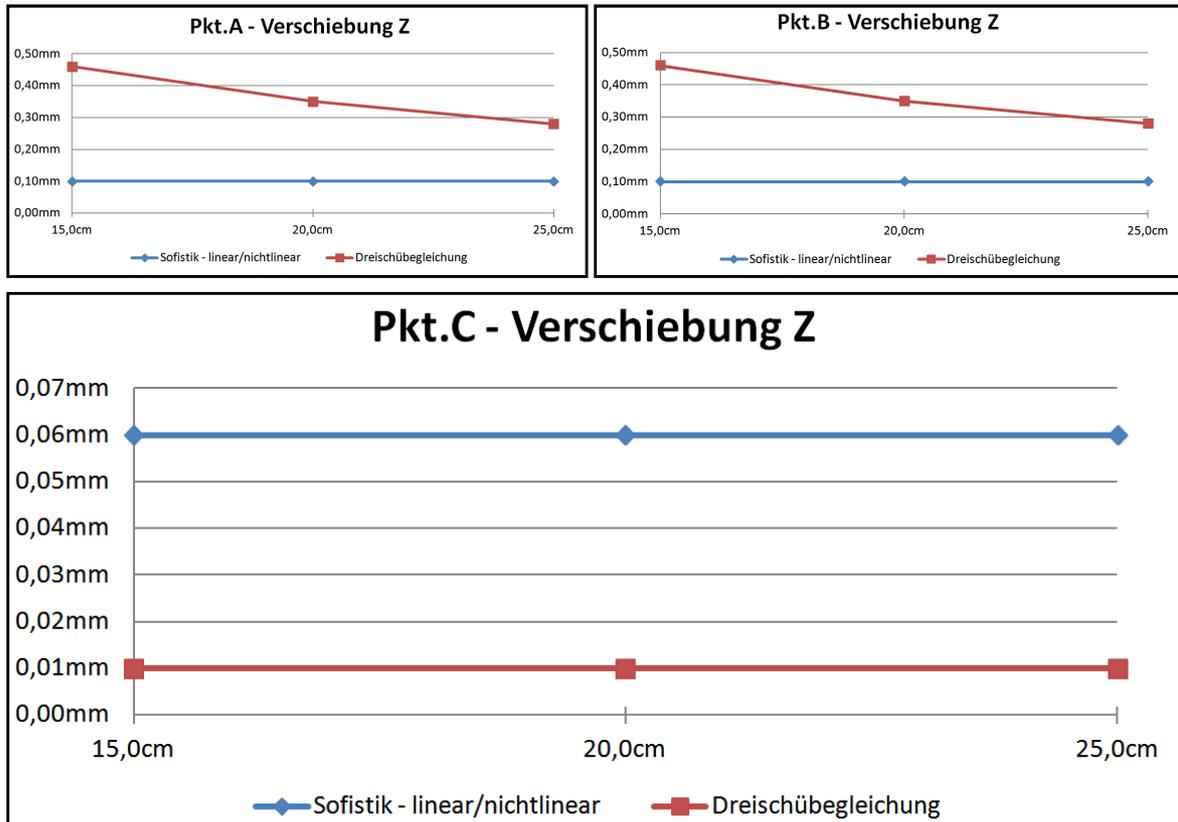


Abb. 94: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die Gegenüberstellung der Dreischübegleichung zum Sofistik-Programm, bezogen auf die Verschiebung global in Z-Richtung, ergibt die Erkenntnis, dass stärkere Plattendicken die Abweichungen geringer werden lassen.

Grundsätzlich ergeben die Abweichungen Werte im Zehntelbereich (von 0,05 bis 0,35 mm) und stellen somit keine relevanten Fehler dar.

Auch in diesem Fall verblieb der Beton im ungerissenen Zustand (Zustand I) und die lineare und nichtlineare Verschiebungskurven lt. Sofistik (blau) sind ident.

7.4.4. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Plattendicke 15-25 cm; y-Achse = Querbiegemomente in kNm)

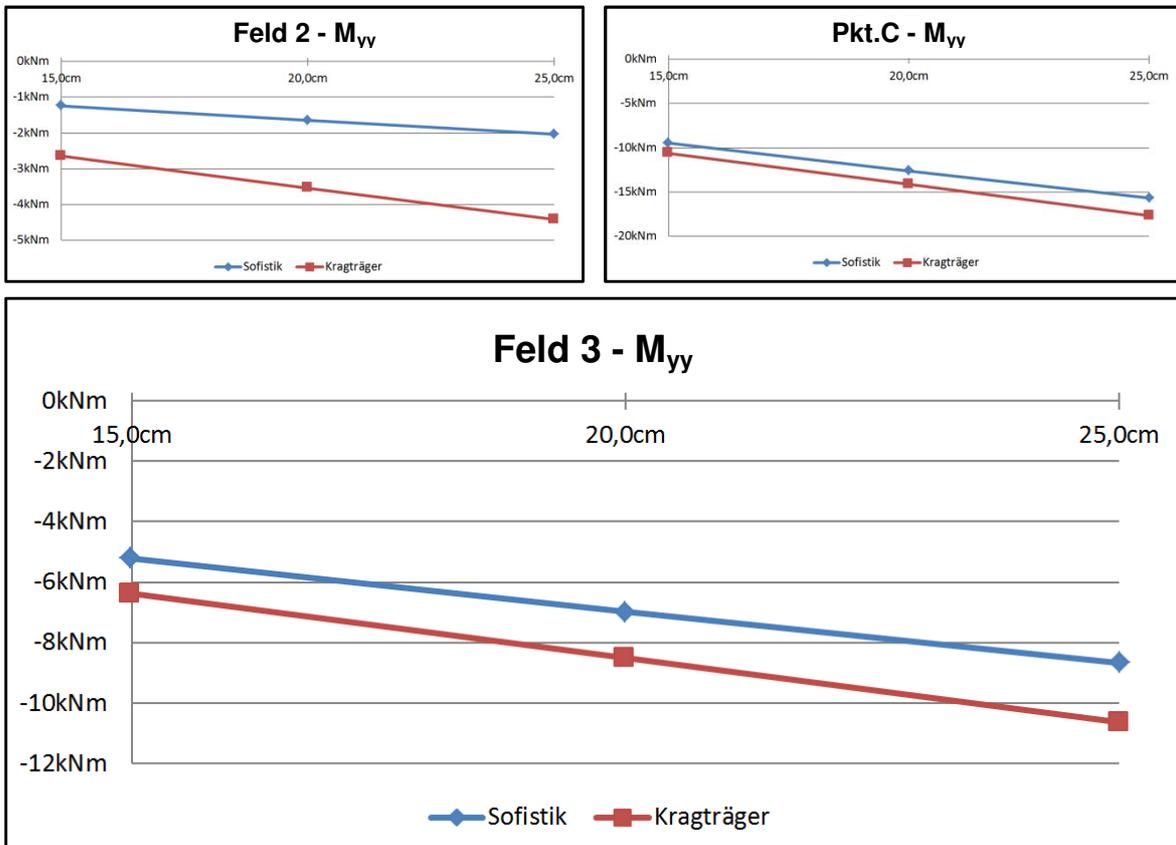


Abb. 95: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3

Die Ermittlung der Querbiegemomente wurde, bedingt durch vorangegangene Erkenntnisse (Pkt. 7.1.1), unter Anwendung eines beidseitig auskragenden Trägers durchgeführt.

Die bildhafte Darstellung visualisiert die Zunahme der Differenzen, die aufgrund größerer Plattendicken ausgelöst werden. Erklärbar wird diese Disharmonie durch die Abweichung der zwei statischen Modelle, welche bei einer höheren Last den Fehler auch vergrößern.

Die Abweichungen betragen in den einzelnen Punkten ca. 1-2 kNm. Damit kann mit dem gewählten statischen Modell, die Linie der Querbiegemomente M_{yy} , unabhängig von den Plattendicken, beschrieben werden.

7.4.5. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Plattendicke 15-25 cm; y-Achse = Normalkraft in kN/m)

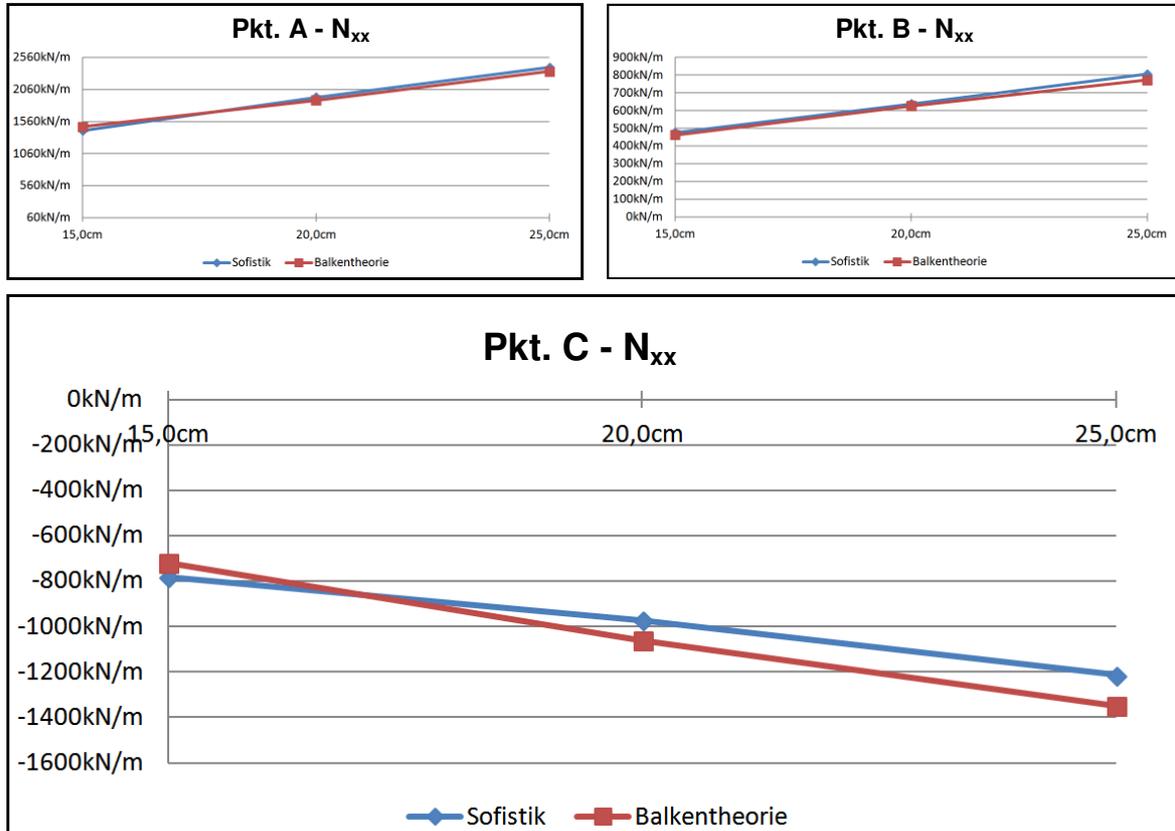


Abb. 96: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die Balkentheorie bildet bei der Veränderung der Plattendicke den Verlauf der Normalkraft N_{xx} in Längsrichtung wieder sehr gut ab.

In den Punkten A und B sind die Kurven nahezu gleich. Nur im Pkt. C stellt man eine größer werdende Abweichung zufolge der ansteigenden Plattendicken fest.

Die Abweichung der Druckkraft im Pkt. C erreicht einen Wert von bis zu 140 kN/m.

Prozentuell gesehen scheint dieser Fehler nicht ausschlaggebend zu sein, jedoch absolut gesehen kann eine Mehrlast von 140 kN/m ein System maßgeblich beeinflussen.

7.4.6. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Balkentheorie – Spannweite 40 m – in Feldmitte)

(x-Achse = Plattendicke 15-25 cm; y-Achse = Verschiebung in mm)

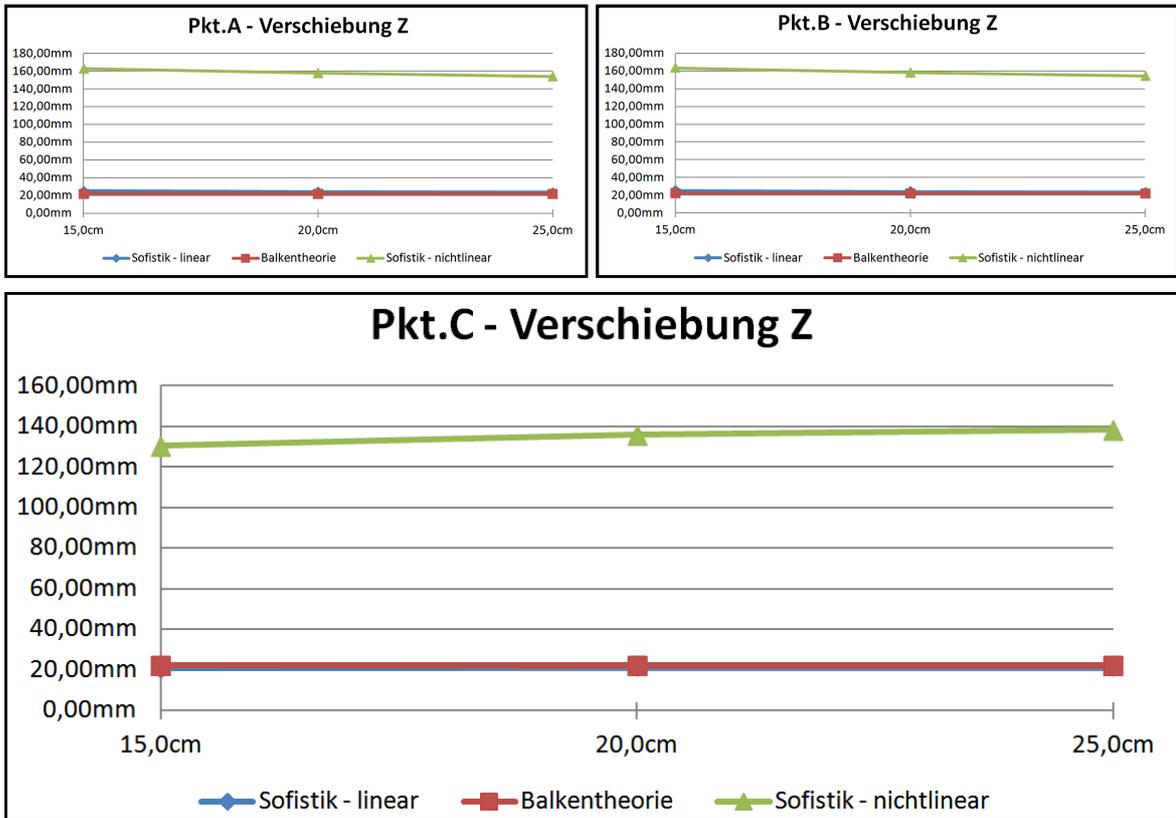


Abb. 97: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C

Die Verschiebung, welche durch die Balkentheorie berechnet wurde, gleicht der linearen Berechnung durch das Finite-Elemente-Programm, unabhängig von den Plattendicken und den abzulesenden Punkten.

Nur die nichtlineare Berechnung wird wieder maßgebend, da sich bei dieser Spannweite der Querschnitt im gerissenen Zustand befindet.

Ausgehend von einem Kriechbeiwert von 2,50, einem Schwindbeiwert von -0,0003 und einer vordefinierten Bewehrungsfläche durch Sofistik ergibt sich eine Verschiebung von 154,2 mm und beschreibt einen Erhöhungsfaktor von ca. 6,50

7.5. Zusammenfassung der Ergebnisse

In diesem Punkt werden die Erkenntnisse der Dreischübegleichung und der Balkentheorie zusammengeführt. Die Beschreibung erfolgt unter Berücksichtigung unterschiedlicher, veränderbarer Parameter, wie

- Spannweite,
- Dachneigung,
- Querschottenhöhe und
- Plattendicke.

7.5.1. Dreischübegleichung

Veränderung der Spannweite (5 m-40 m):

Für die Querbiegemomente Q_{yy} und in weiterer Folge für den Lastansatz wurde das statische System eines Durchlaufträgers gewählt. Die Ergebnisse erreichen bei einer Spannweite bis 7 m sehr gute Übereinstimmungen, ab dieser Spannweite weicht das statische System immer mehr von dem errechneten Querbiegemomentenverlauf des Finite-Elemente-Programms ab.

Die Normalkräfte N_{xx} in Längsrichtung ergeben bei der Untersuchung nur bei einer Spannweite von 7 m eine gute Näherung. Eine kleinere Spannweite bewirkt, dass die Geometrie des Faltwerks zu gedrungen ist. Das heißt, dass das Längen/Höhen-Verhältnis der einzelnen Scheiben zu klein ist und das Navier'sche Geradliniengesetz (Ebenbleiben der Querschnitte) keine Gültigkeit mehr hat. Bei den größeren Spannweiten entsteht die Abweichung durch den Lastansatz, da das statische System des Durchlaufträgers nicht mehr mit den tatsächlichen Federsteifigkeiten der Kanten übereinstimmt.

Die ermittelten Verschiebungen, global in Z-Richtung, erreichen bis zu einer Spannweite von 10 m annähernd gleiche Werte. Ab diesem Maß steigen die Werte der Dreischübegleichung gegenüber der linearen Finite-Elemente-Berechnung stark an. Der Grund liegt in der Annahme des falschen Lastansatzes.

Die Verschiebungen in Z-Richtung müssen aber ab einer Spannweite von 15 m nichtlinear gerechnet werden, da ab dieser Spannweite der Betonquerschnitt in den gerissenen Zustand (Zustand II) übergeht. Bei einer Spannweite von 40 m erreicht das Verhältnis nichtlinear/linear einen Faktor von $\sim 6,50$. Das bedeutet, die Durchbiegung nimmt in Feldmitte um das 6,5-fache gegenüber der linearen Berechnung zu.

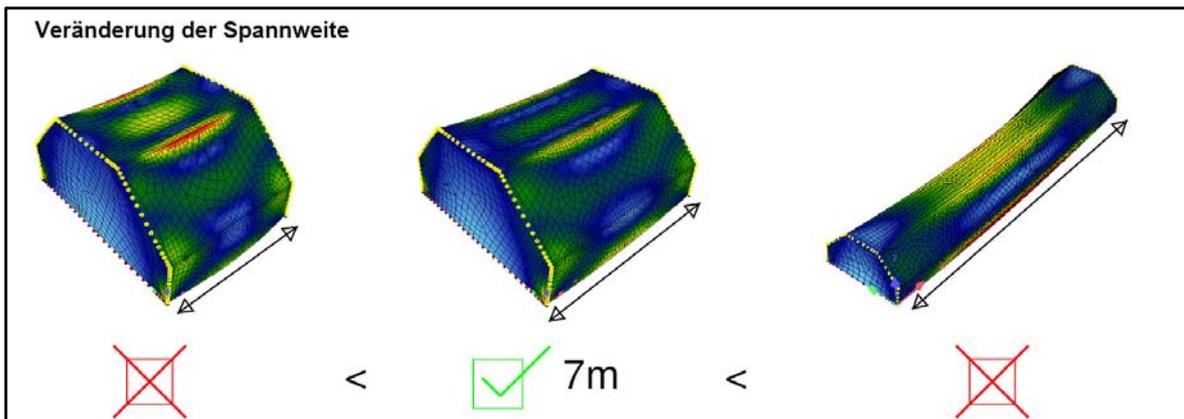


Abb. 98: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Spannweite

Um die Auswirkungen der folgenden verändernden Parameter (Dachneigung, Querschottenhöhe, Plattendicke) besser untersuchen zu können, sind die nachfolgenden Vergleiche anhand eines Faltsystems mit einer Spannweite von 7 m beschrieben, da diese die geringsten Differenzen verursacht haben.

Veränderung der Dachneigung (25°-55°):

Die Querbiegemomente M_{yy} , welche durch einen Dreifeldträger berechnet wurden, erreichen nur bei einer Dachneigung von 45° gute Übereinstimmungen. Weicht die Dachneigung von 45° ab, wird der Fehler größer, da die unterschiedliche Neigung der Dachschräge die Kanten steifer bzw. nachgiebiger werden lassen und demzufolge der Ansatz der starren Lagerung des Durchlaufträgers nicht mehr übereinstimmt.

Die Normalkraft N_{xx} wird in weiterer Folge durch den gewählten Lastansatz berechnet und ergibt dadurch denselben Fehler wie bei den Querbiegemomenten.

Die Verschiebung hingegen, welche auch von denselben Parametern abhängt, beschreibt einen anderen Ergebnisverlauf. Bei dieser Untersuchung steigen die Abweichungen zufolge höherer Dachneigungen an. Die Differenz erreicht aber nur einen Maximalwert von 0,30 mm bei einer Dachneigung von 55°, und ist dadurch nicht ausschlaggebend.

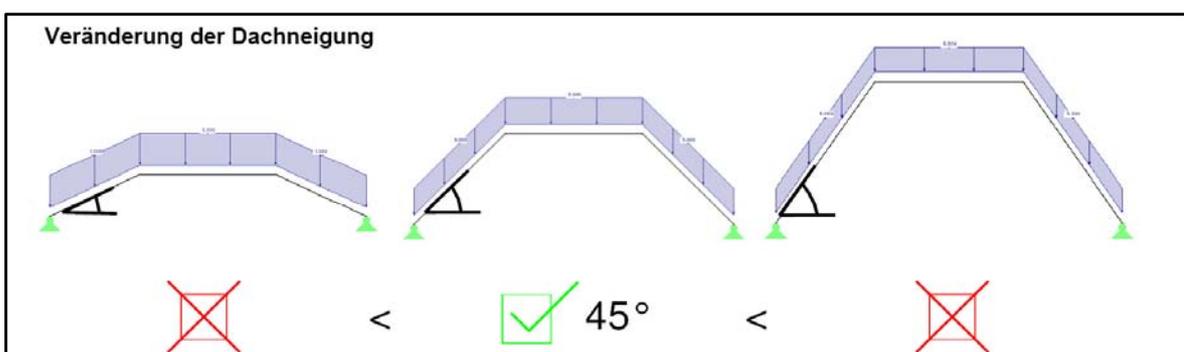


Abb. 99: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Dachneigung

Veränderung der Querschottenhöhe (0-1,50 m):

Bei dieser Untersuchung wurde bei den Querschottenhöhen von 0,50 m-1,50 m die Berechnung der Kantenlasten bzw. der Querbiegemomente wieder mittels eines Durchlaufträgers durchgeführt. Ohne Querschottenhöhe wurde der Querbiegemomentenverlauf durch einen beidseitig auskragenden Träger ermittelt.

Der Querbiegemomentenverlauf stimmt aber nur bei den Querschottenhöhen von 1,0 m und 1,50 m überein. Wird die Höhe der Querschotte niedriger sind große Differenzen zu erkennen. Durch die geringe Höhe werden die Auflager der Kanten immer nachgiebiger und die Abbildung durch das statische System eines Durchlaufträgers kann nicht mehr angewendet werden bzw. ist der statische Zugang durch einen beidseitig auskragenden Träger auch nicht zulässig.

Die Auswertung der Normalkraft N_{xx} , bezogen auf die unterschiedlichen Querschottenhöhen, ergeben dieselben Resultate wie beim Querbiegemomentenverlauf. Bis zu einer Höhe von 1,0 m beschreibt die Gegenüberstellung näherungsweise gute Ergebnisse, ab dieser Höhe weichen die beiden Berechnungsverfahren stark voneinander ab. Begründbar ist dies, mit dem unterschiedlichen Lastansatz, der durch den Durchlaufträger bestimmt wurde. Er stimmt, wie bei den Querbiegemomenten beschrieben, aufgrund der nachgiebigen Kanten nicht mehr mit dem M_{yy} -Verlauf überein.

Auch bei den Verschiebungen in Z-Richtung sind die Differenzen auf den falschen Lastansatz zurückzuführen.

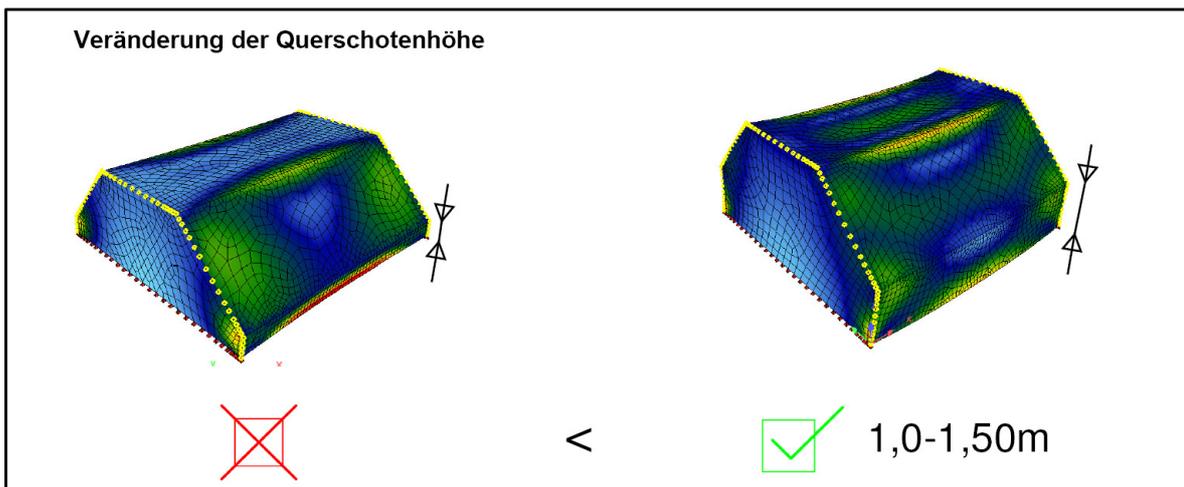


Abb. 100: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Querschottenhöhe

Veränderung der Plattendicke (15-25 cm):

Die Querbiegemomente M_{yy} werden unabhängig von den Plattendicken sehr gut abgebildet. Das heißt die Kanten des Falterwerks bilden eine starre Auflagerung des angenommenen Durchlaufträgers.

Dadurch gleichen sich auch die Normalkräfte N_{xx} in Längsrichtung in den Punkten A und B sehr gut an die Kurve des Finite-Elemente-Programms an. Nur im Pkt. C, wo die Druckkräfte wirken, erkennt man eine Abweichung. In diesem Bereich errechnet die Dreischübegleichung zu geringe Kräfte.

Die Verschiebung in Z-Richtung erreicht Differenzen von nur 0,05 mm-0,35 mm und befindet sich daher sehr nahe am Finite-Elemente Programm „Sofistik“.

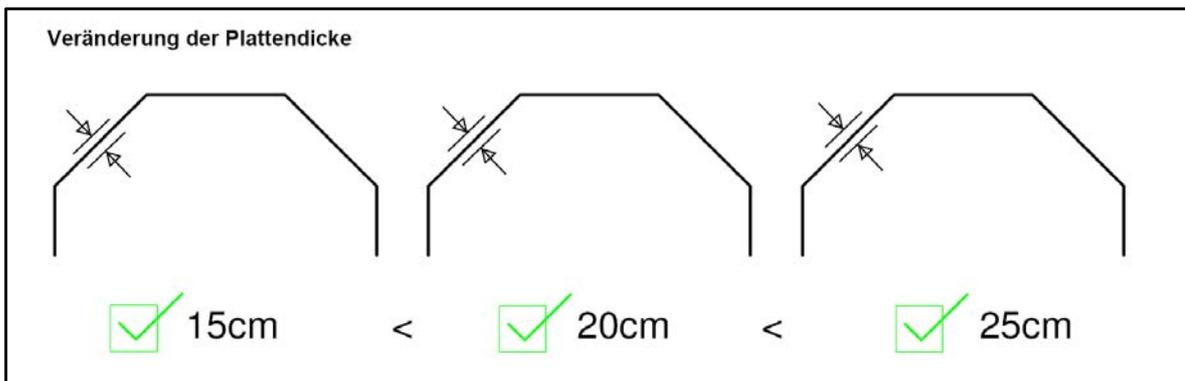


Abb. 101: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Plattendicke

7.5.2. Balkentheorie

Veränderung der Spannweite (5 m-40 m):

Bei den Ermittlungen der Querbiegemomente M_{yy} ist zu erkennen, dass bei kurzen Spannweiten das statische Ersatzsystem eines Durchlaufträgers den M_{yy} -Verlauf sehr gut erfasst. Werden die Spannweiten größer, nähert sich das statische System an einen beidseitig auskragenden Träger an. Bei ca. 40 m sind die Außenkanten dann so nachgiebig, dass der Querbiegemomentenverlauf des Finite-Elemente-Programms wiedergegeben wird.

Die Normalkräfte N_{xx} erreichen bei der Balkentheorie erst ab den Spannweiten von ca. 35 m geringere Abweichungen. Die Ursache resultiert aus den Grundannahmen der Balkentheorie, da diese erst ab einem Verhältnis Querschnitts-abmessung zu Spannweite größer 5 eingehalten werden.

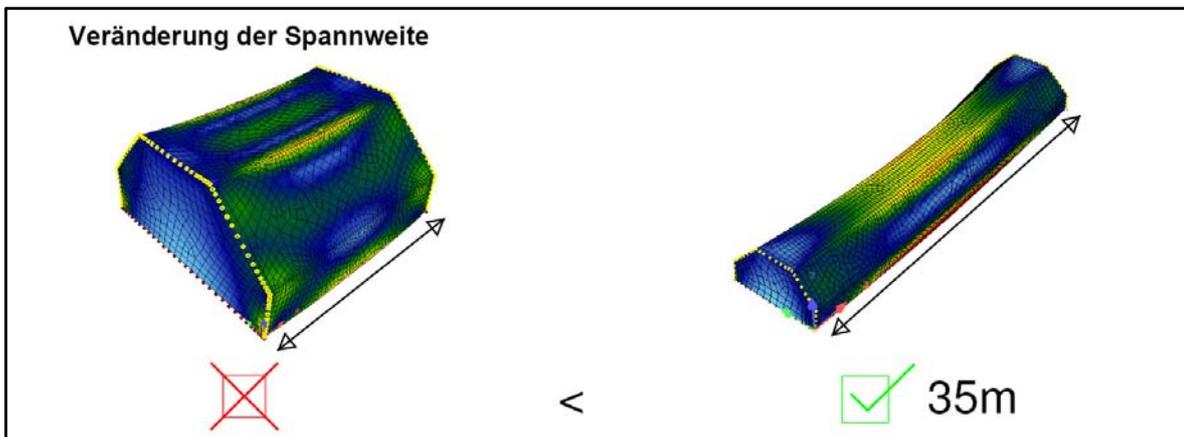


Abb. 102: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Spannweite

Die linear berechneten Verschiebungen global in Z-Richtung durch Sofistik stimmen, unabhängig von den Spannweiten, sehr gut mit den Ergebnissen der Balkentheorie überein. Ab ca. 15 m ist das Faltnetz, wie schon im vorigen Punkt beschrieben, nichtlinear zu berechnen, da der gerissene Zustand (Zustand II) maßgebend wird.

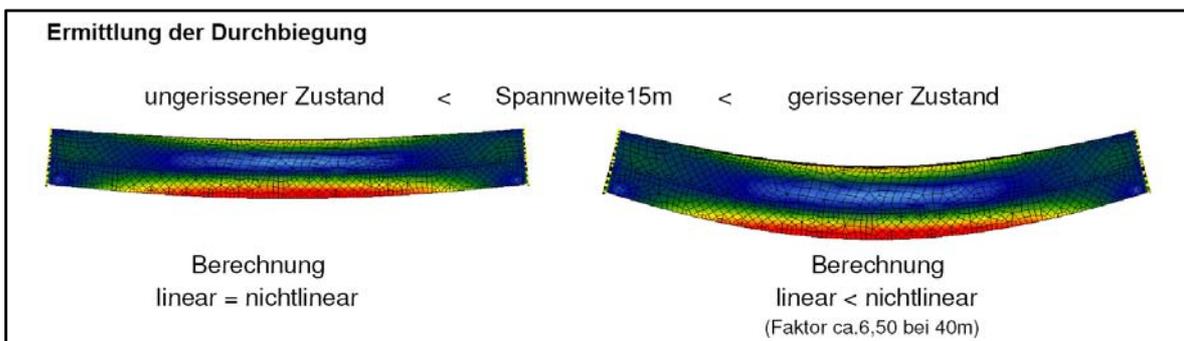


Abb. 103: Gültigkeit Balkentheorie: ungerissener, gerissener Zustand

Ausgehend von der Untersuchung wird das Falwerk mit einer Spannweite von 40 m für die weiteren Betrachtungen herangezogen, da dieses die beste Übereinstimmung mit dem Finite-Elemente-Programm liefert.

Veränderung der Dachneigung (25°-55°):

Die Querbiegemomente zufolge der verschiedenen Dachneigungen können wieder einerseits durch einen Durchlaufträger und andererseits durch einen beidseitig auskragenden Träger berechnet werden. Ist die Dachneigung flach (~31°), kann der M_{yy} -Verlauf sehr gut mit einem Dreifeldträger abgebildet werden, ist das Falwerk sehr steil hergestellt (~49°), ist die Ermittlung durch den beidseitig auskragenden Träger zulässig.

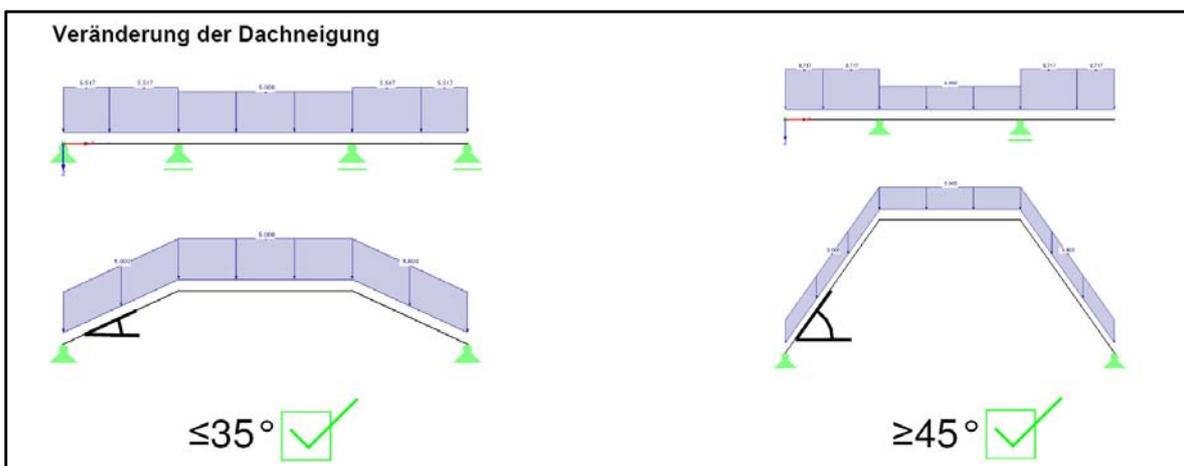


Abb. 104: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Dachneigung

Die Normalkräfte N_{xx} werden durch die Balkentheorie im Zugbereich Pkt. A unabhängig von der Veränderung der Dachneigung sehr gut abgebildet. In den Punkten B und C wird der Fehler immer größer, je flacher die Dachneigung wird. Die Dachneigung von 25° löst eine maximale Differenz von ca. 190 kN/m aus.

Die Diagrammkurve, Verschiebungen global in Z-Richtung, berechnet durch die Balkentheorie, gleicht sehr stark der Kurve des Finite-Elemente-Programms (linear). Maßgeblich ist die nichtlineare Berechnung, wie die Untersuchungen der unterschiedlichen Dachneigungen beweisen. Der Erhöhungsfaktor nimmt mit der flacheren Dachneigung zu und erreicht einen Wert von ~6,50.

Veränderung der Querschottenhöhe (0-1,50 m):

Die Ergebniswerte der Querbiegemomente durch den beidseitig auskragenden Träger liegen durchwegs relativ nahe an den Werten vom Finite-Elemente-Programm. Die Ermittlung durch einen Durchlaufträger ist in diesem Zusammenhang nicht mehr zulässig, da die Abweichungen sehr groß sind und sogar im Feldbereich falsche Vorzeichen angezeigt werden.

Bei der Gegenüberstellung der Normalkräfte N_{xx} erkennt man, dass die Kräfte der beiden Berechnungsvarianten in den Punkten A und B sehr gut übereinstimmen. Nur im Punkt C ist wieder eine Differenz ersichtlich, hier ergeben sich Abweichungen bis maximal 230 kN/m (prozentuelle Abweichung = 15,6 %).

Auch bei den Verschiebungen ist die Kurve der linearen Berechnungsvarianten nahezu ident. Die nichtlineare Berechnung erreicht bei dieser Betrachtung einen maximalen Erhöhungsfaktor von ~6,50 bei einer Querschottenhöhe von 1,50 m.

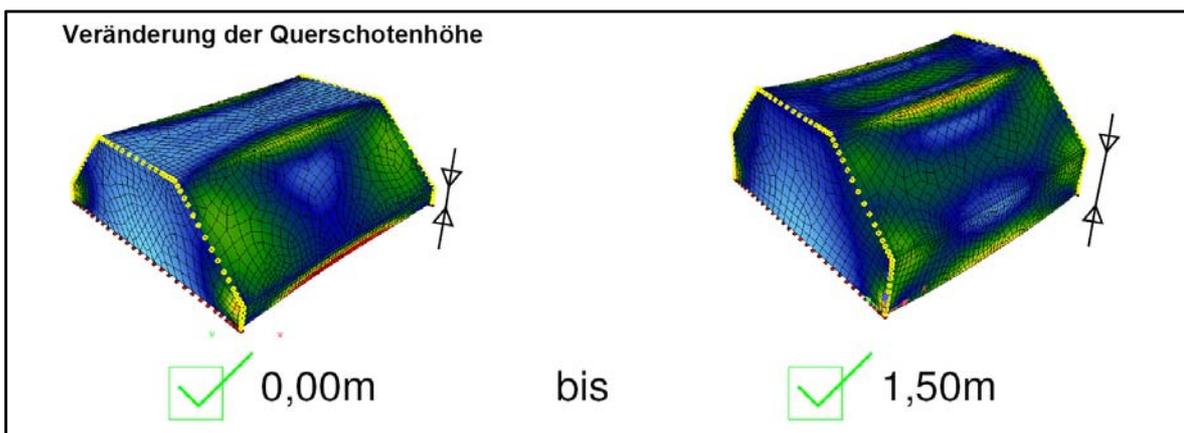


Abb. 105: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Querschottenhöhe

Veränderung der Plattendicke (15-25 cm):

Die Querbiegemomente werden durch einen beidseitig auskragenden Träger ermittelt. Die Differenzen nehmen mit der Erhöhung der Plattendicke linear zu. Die Abweichungen ergeben aber nur Werte von 1-2 kNm und dadurch ist eine statische Berechnung der Querbiegemomente durch das gewählte statische System vertretbar.

Die Balkentheorie bildet bei der Veränderung der Plattendicke den Verlauf der Normalkraft N_{xx} in Längsrichtung sehr gut ab. In den Punkten A und B sind die Kurven nahezu ident. Nur im Punkt C sind bei größeren Plattendicken auch größere Abweichungen zu erkennen. Die Differenz ergibt einen maximalen Wert von 140 kN/m (prozentuelle Abweichung = 11,4 %).

Die Verschiebung global in Z-Richtung ergibt wieder denselben Verlauf wie auch schon bei den vorangegangenen verändernden Parameter beschrieben.

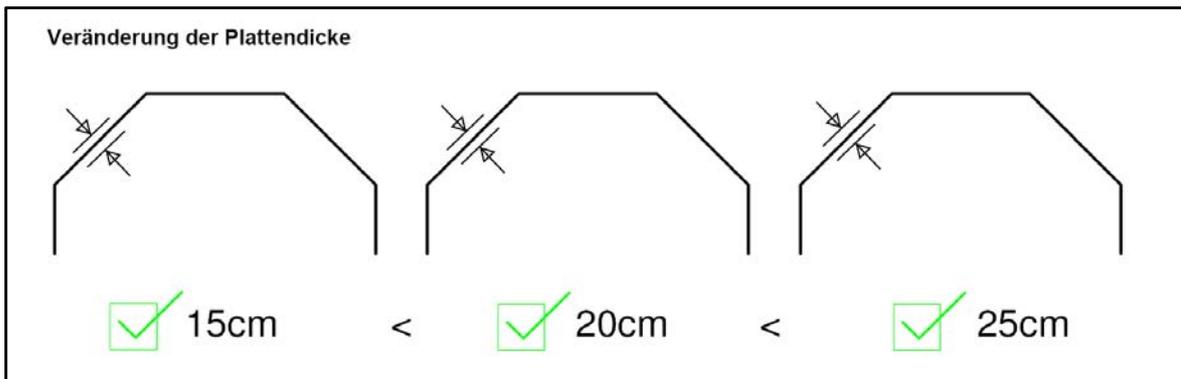


Abb. 106: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Plattendicke

7.5.3. Fazit

Anhand eines Beispiels wurde versucht, die Gültigkeit von Dreischübegleichung und Balkentheorie, unter Berücksichtigung verändernder Parameter, wie

- Spannweite,
- Dachneigung,
- Querschottenhöhe und
- Plattendicke,

zu erfassen.

Dreischübegleichung

Um die Dreischübegleichung in Anwendung zu bringen, müssen einige geometrische Parameter berücksichtigt werden.

Zunächst muss die Einhaltung der Grundannahmen, die für das Navier'sche Geradliniengesetz (Ebenbleiben der Querschnitte) gelten, gewährleistet sein. Da beim Vergleich mit einer Spannweite von 5 m und der gewählten Falterwerksgeometrie, essentielle Differenzen auftreten.

Ein weiterer Punkt, der für die Berechnung ausschlaggebend ist, ist die Wahl des statischen Systems für die Lastgenerierung. Das statische System eines Durchlaufträgers kann nur dann angewendet werden, wenn, wie bei der gewählten Falterwerksgeometrie, folgende Parameter eingehalten werden: Spannweite 7 m,

Dachneigung 45° und Querschottenhöhe 1,50m. Die verändernde Plattenstärke hat keinen großen Einfluss darauf.

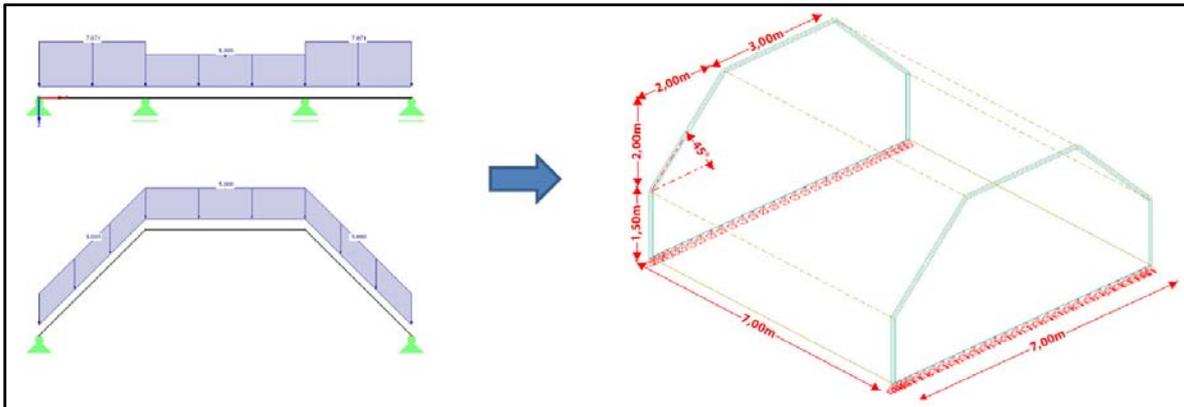


Abb. 107: Gültigkeit Dreischübegleichung

Weichen die verschiedenen Einflussgrößen von den aufgelisteten Abmessungen ab, werden die Federsteifigkeiten der Kanten, die ja wie fiktive Auflagerlinien wirken, immer nachgiebiger bzw. steifer. Das geht soweit, dass bei einer Spannweite von 40 m die äußeren Federsteifigkeiten der Kanten ausfallen und ein statisches System eines beidseitig auskragenden Trägers vorherrscht. Dadurch müssen die Federsteifigkeiten für jede Kante berechnet werden, um dann den richtigen Lastansatz zu treffen.

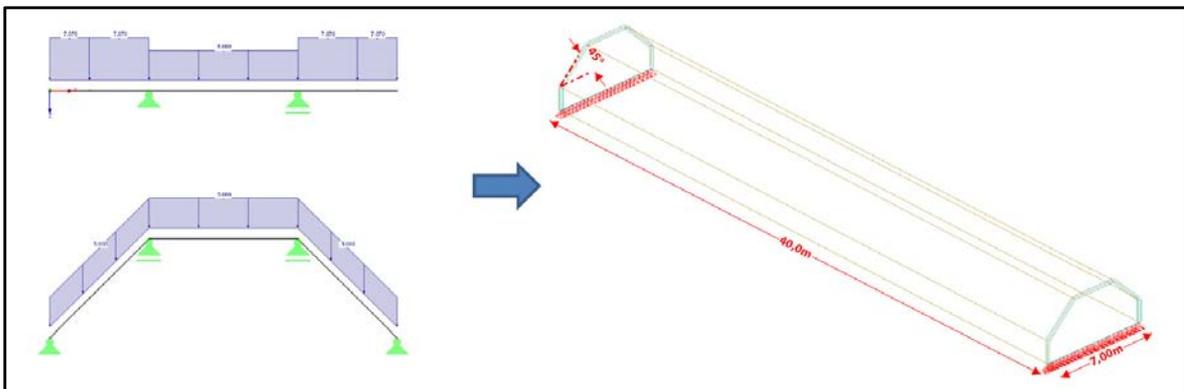


Abb. 108: Gültigkeit Dreischübegleichung

Stimmt der gewählte Lastansatz, erhält man nahezu idente Schnittgrößen, wie die des Finite-Elemente-Programms „Sofistik“.

Balkentheorie

Aus der Balkentheorie können nur die Normalkräfte N_{xx} und die Verschiebungen global in Z-Richtung eruiert werden. Die Querbiegemomente sind daher unabhängig davon zu berechnen.

Da die Balkentheorie in diesem Beispiel erst ab einer Spannweite von ca. 35 m ihre Gültigkeit erreicht (Die Querschnittsabmessungen müssen klein gegenüber der Stablänge ($l \geq 5b$, $l \geq 5h$) sein.), stimmen auch erst die Ergebnisse ab dieser Spannweite mit dem Finite-Elemente-Programm „Sofistik“ überein. Die Schnittgröße N_{xx} und die Verschiebungen erreichen unabhängig von den verschiedenen Parametern sehr kleine Differenzen. Nur im Druckbereich, an der oberen horizontalen Dachebene, werden Abweichungen festgestellt. Prozentuell gesehen scheinen dieser Abweichungen nicht ausschlaggebend zu sein, jedoch absolut gesehen kann eine Mehrlast in diesem Fall von bis zu 230 kN/m ein System maßgeblich beeinflussen.

Die Querbiegemomente sind wie bei der „Dreischübegleichung“ beschrieben, bei diesen Spannweiten großteils mit dem statischen System eines beidseitig auskragenden Trägers zu berechnen. Es ist aber unumgänglich die Federsteifigkeiten der Kanten zu untersuchen, da - wie bei den verändernden Dachneigungen - das statische Ersatzsystem wieder auf einen Durchlaufträger zurückfallen kann.

Die Berechnung durch die Balkentheorie ist unter Einhaltung der Grundannahmen auf jeden Fall anwendbar. Jedoch darf auf eine genaue Berechnung für die Ermittlung der Druckkraft bzw. der Verschiebung im gerissenen Zustand (Zustand II) nicht verzichtet werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde nur ein spezieller Fall eines Faltwerks mit veränderten Parametern untersucht. Die Anwendung der Berechnung durch die Dreischübegleichung bzw. Balkentheorie bedarf einer gewissen Achtsamkeit.

8. Berechnungsbeispiel – Tonnendach (Vergleich FEM „Sofistik“ – FEM „RFEM“)

Der Vergleich wird abermals mit demselben Falwerk aufgestellt, wie in Pkt. 6 beschrieben. Die Stirnwände werden vertikal und auf einer Seite in Längsrichtung horizontal verschieblich gelagert. Die Falwerkselemente werden an den Stirnwänden gelenkig angeschlossen. Die Betongüte der einzelnen Falwerkscheiben wird mit C25/30 angenommen. Das daraus resultierende Elastizitätsmodul ergibt sich mit $E = 3100 \text{ kN/cm}^2$. Die Spannweite wird einmal mit 7 m und einmal mit 40 m gewählt. In weiterer Folge werden die Dachneigung mit 45° , die Querschottenhöhe mit 1,50 m und eine Plattendicke von 20 cm angenommen, da diese Einflussgrößen bei der Dreischübegleichung und bei der Balkentheorie die minimalsten Abweichungen verursachen.

8.1. Tonnendach mit einer Spannweite von 7 m (RFEM)

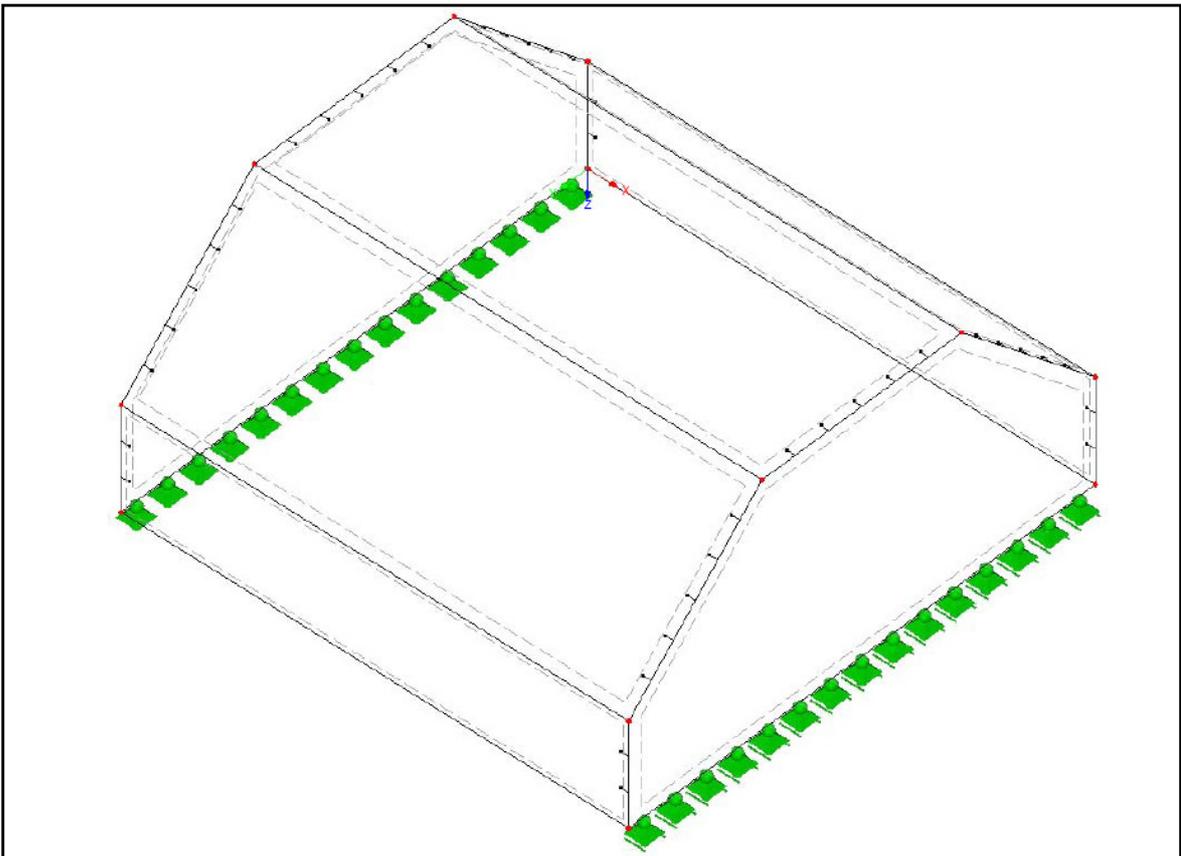


Abb. 109: RFEM : Struktur

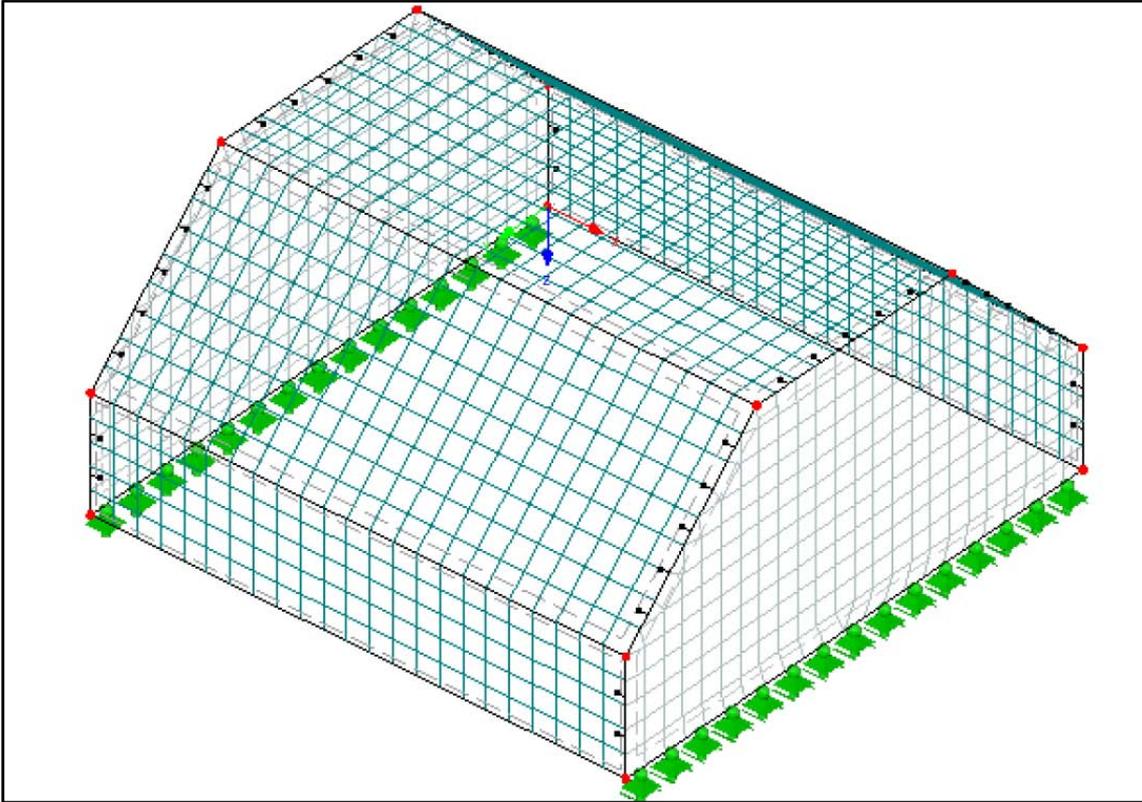


Abb. 110: RFEM : FE-Netz Generierung (Netzweite 0,30 m)

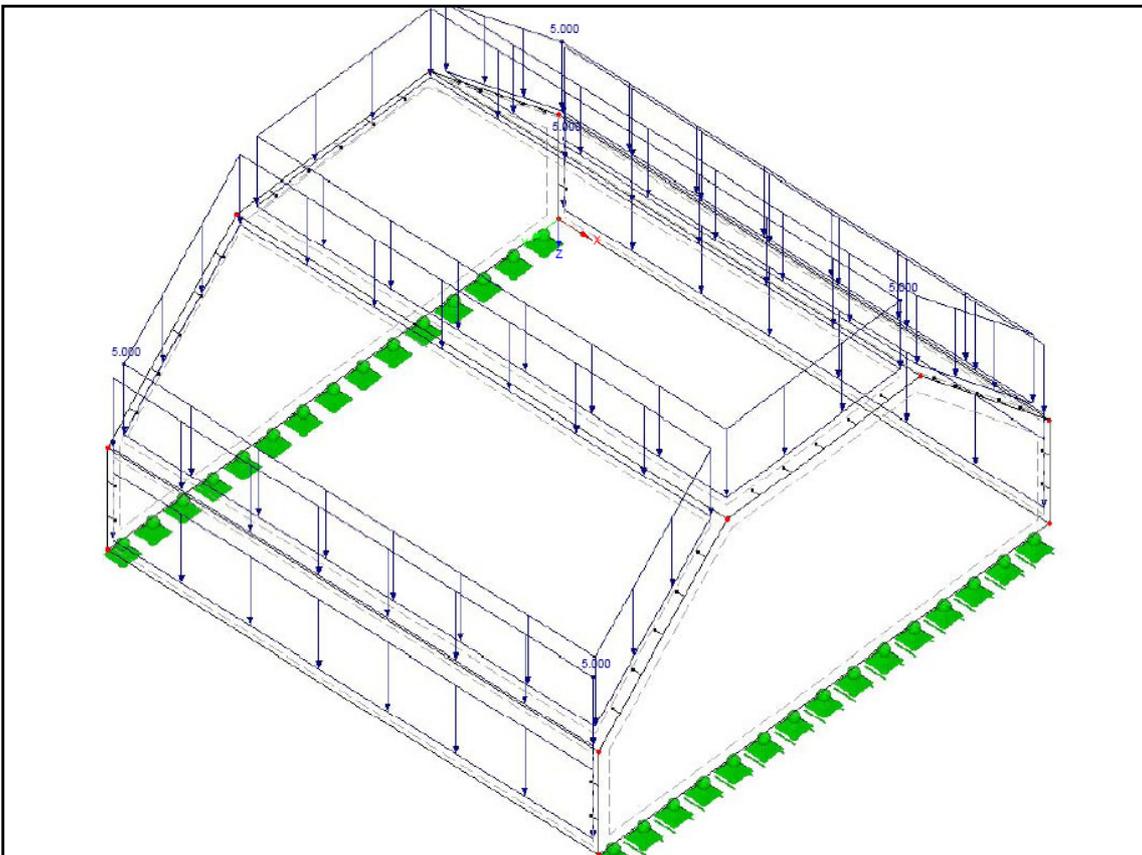


Abb. 111: RFEM: Belastung „Eigengewicht ($g = 5,0 \text{ kN/m}^2$)“

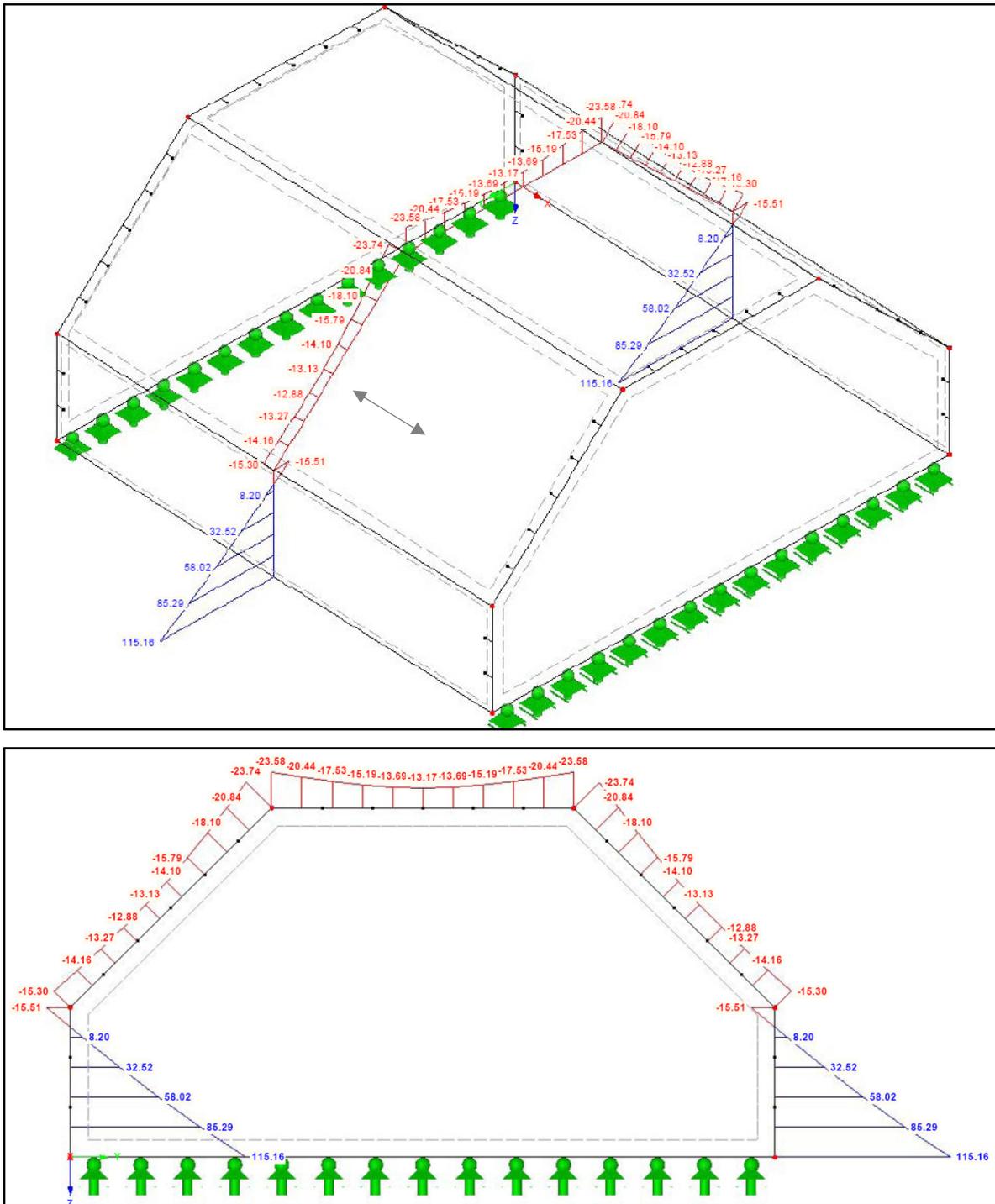


Abb. 112: RFEM: Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

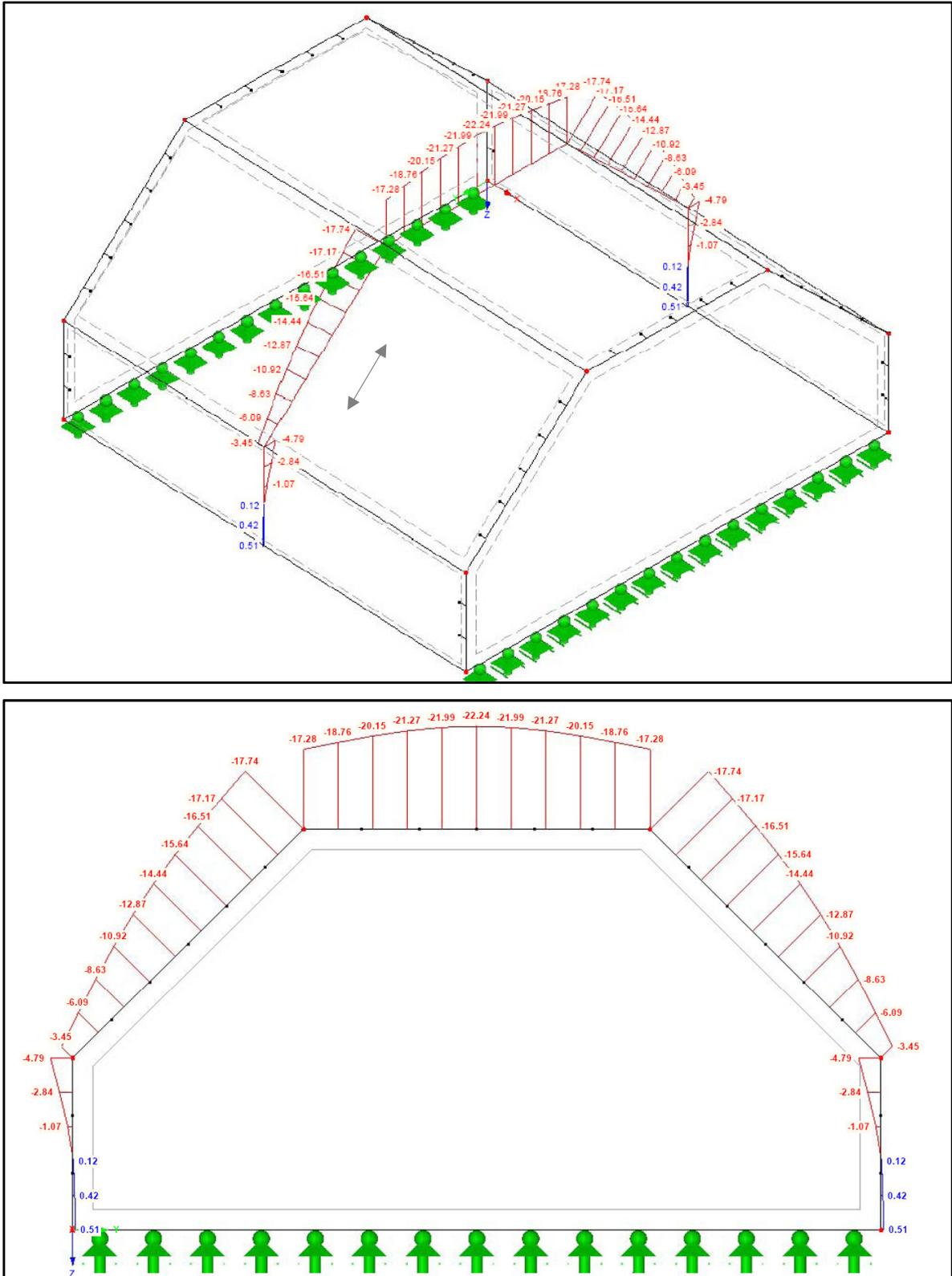


Abb. 113: RFEM : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

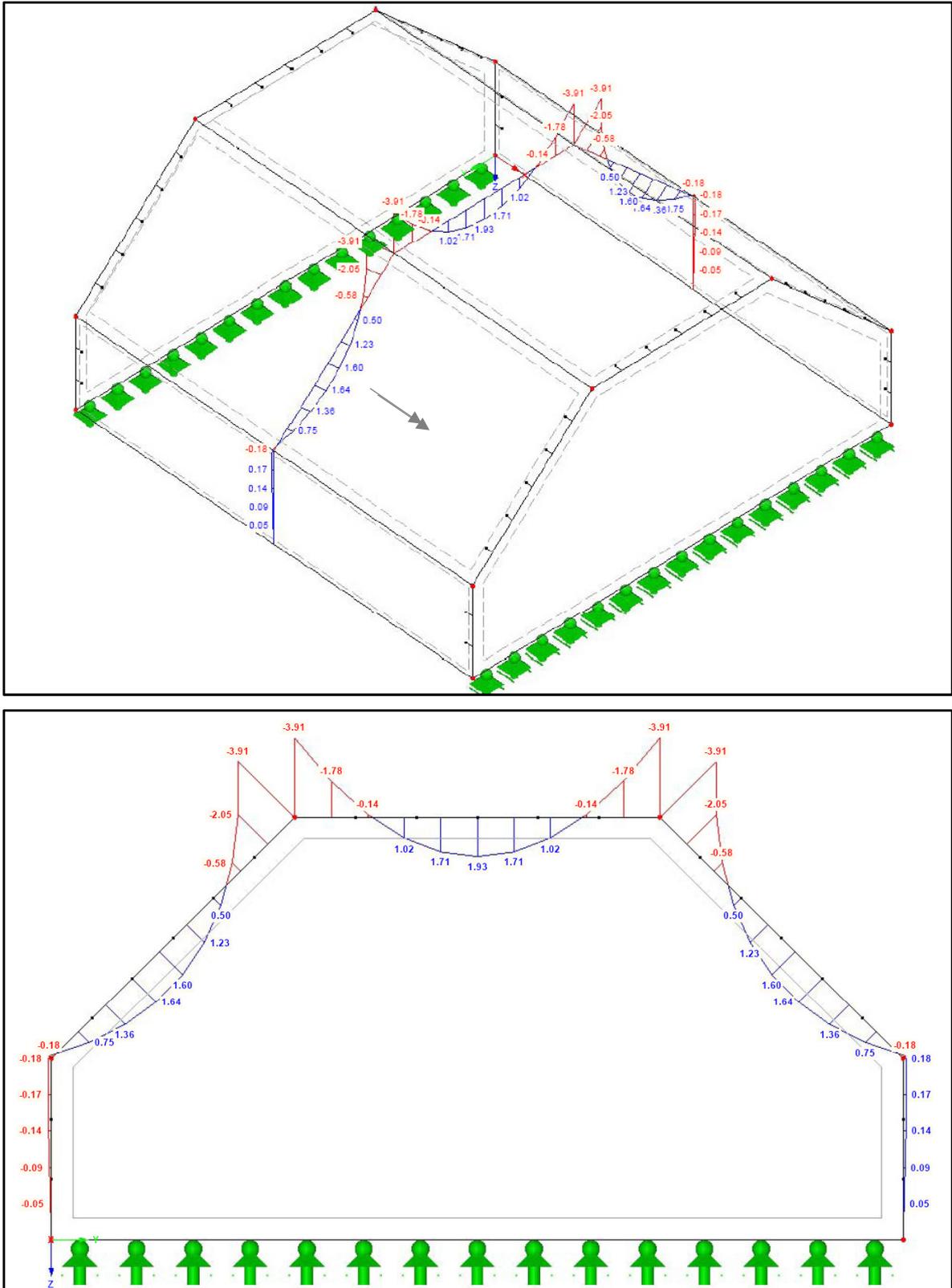


Abb. 114: RFEM : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

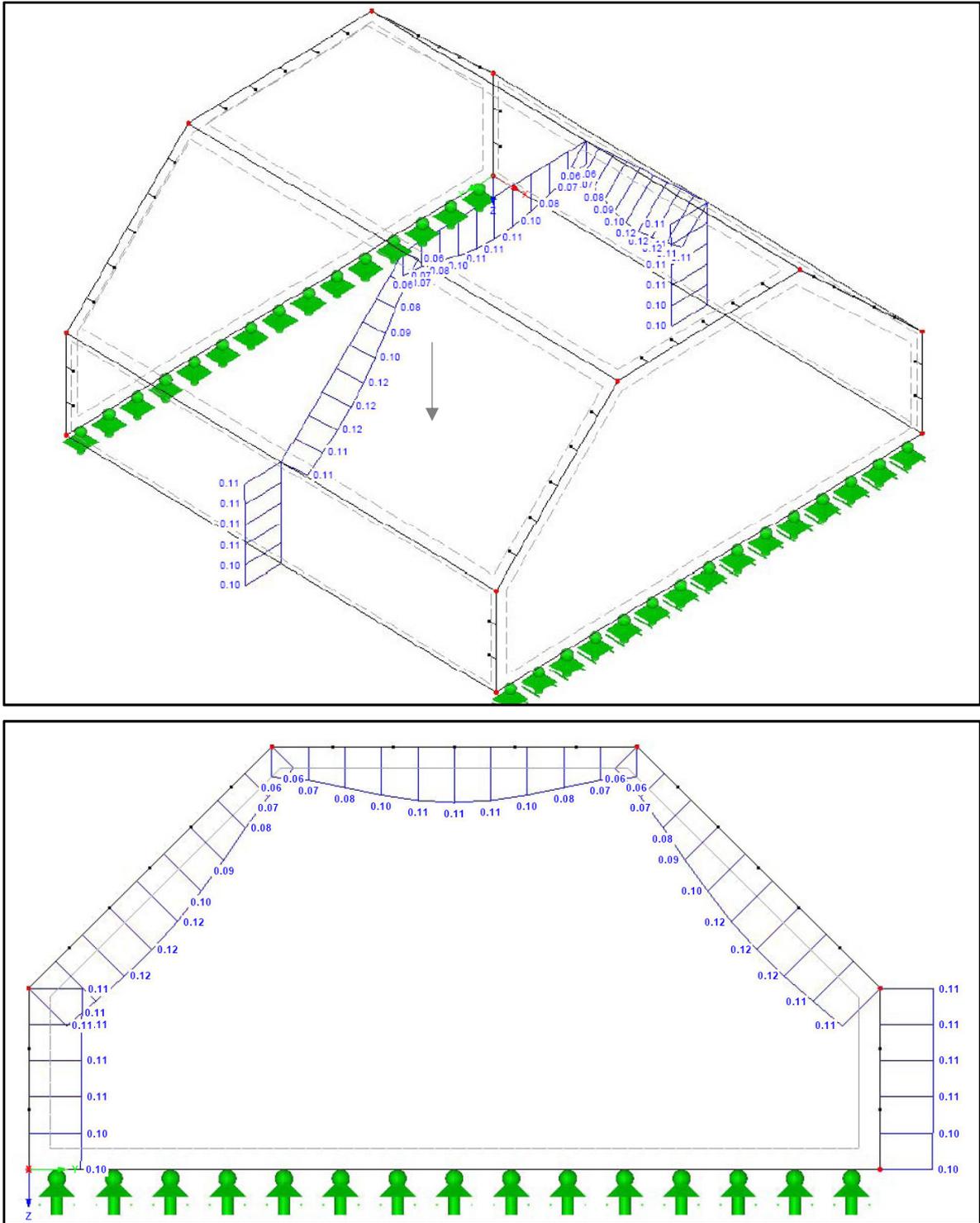


Abb. 115: RFEM: Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

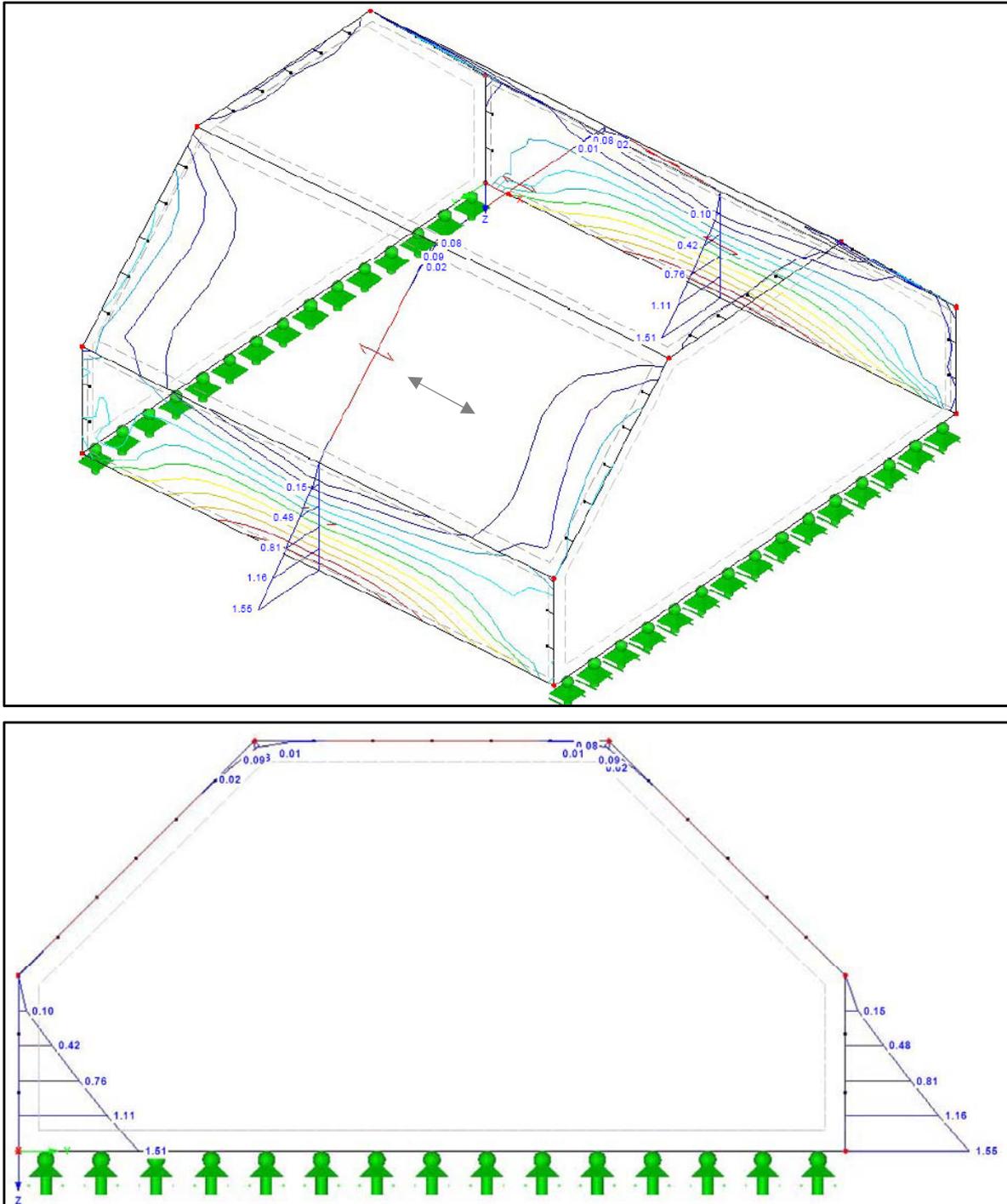


Abb. 116: RFEM : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

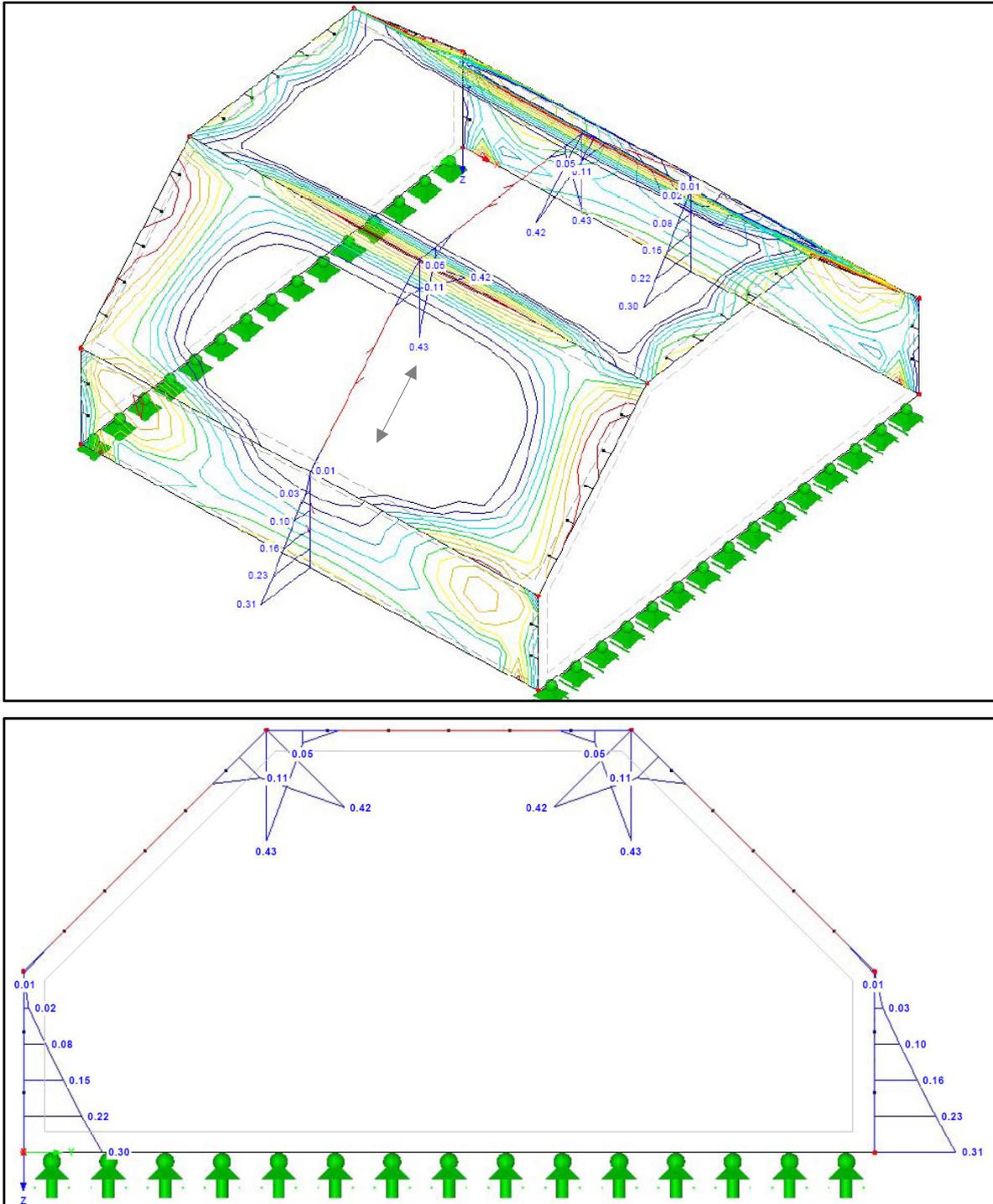


Abb. 117: RFEM: Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

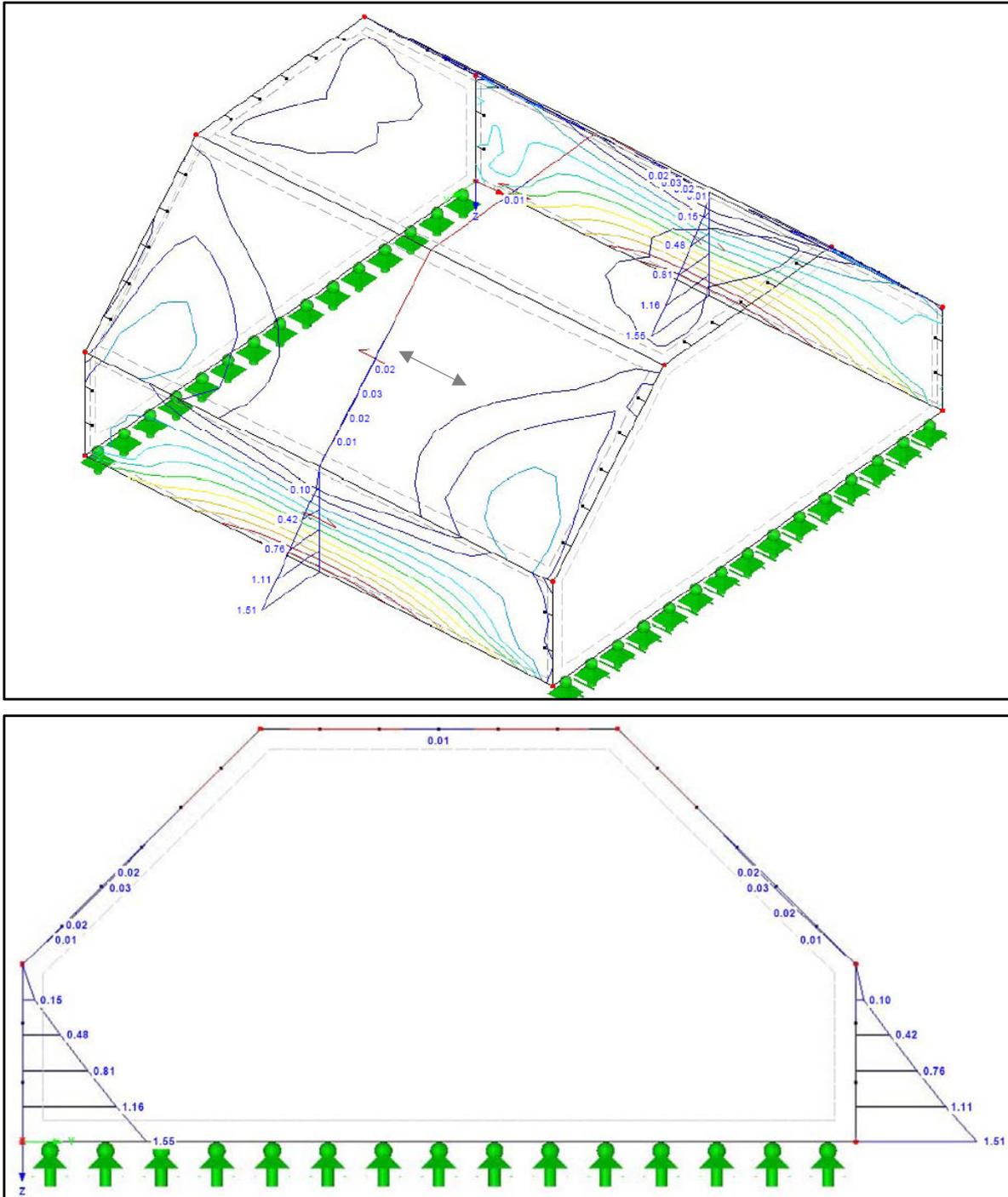


Abb. 118: RFEM : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

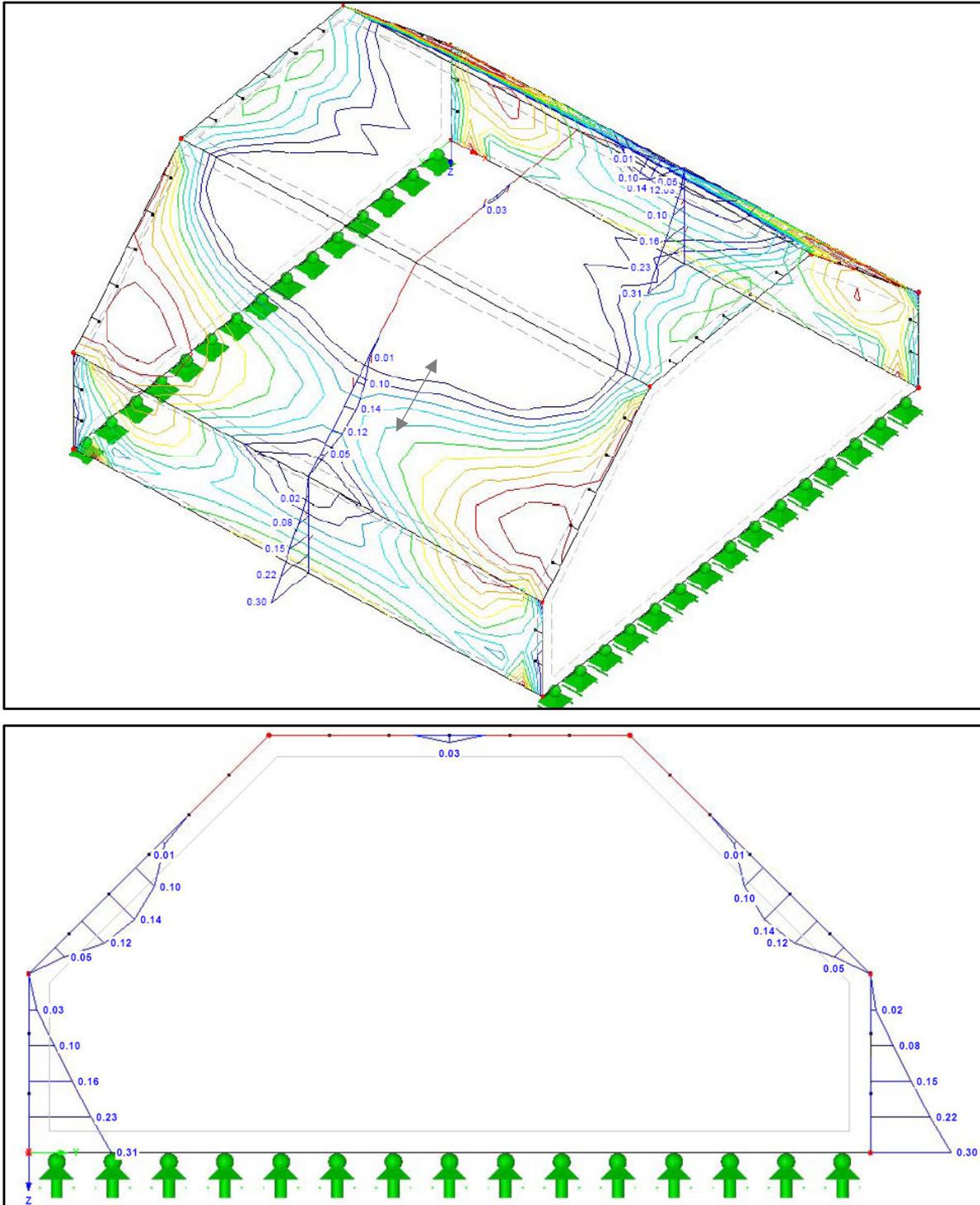


Abb. 119: RFEM: Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

8.1.1. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{vy} in [kNm/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|--------|----------|-------|------------|
| Pkt.B | -0,12 | -0,18 | 0,06/50% |
| Feld 2 | +1,70 | +1,64 | 0,06/3,53% |
| Pkt.C | -3,89 | -3,91 | 0,02/0,51% |
| Feld 3 | +1,96 | +1,93 | 0,03/1,53% |

Normalkraft N_{vy} in [kN/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------------|----------|--------|-------------|
| Pkt.A | +0,70 | +0,51 | 0,19/27,14% |
| Pkt.B/Feld1 | -4,55 | -4,79 | 0,24/5,27% |
| Pkt.B/Feld2 | -4,22 | -3,45 | 0,77/18,25% |
| Pkt.C/Feld2 | -17,70 | -17,74 | 0,04/0,23% |
| Pkt.C/Feld3 | -17,50 | -17,28 | 0,22/1,26% |
| Feld3 | -22,30 | -22,24 | 0,06/0,27% |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|---------|------------|
| Pkt.A | +113,8 | +115,16 | 1,36/1,20% |
| Pkt.B | +15,0 | +15,51 | 0,51/3,40% |
| Pkt.C | -23,7 | -23,74 | 0,04/0,17% |
| Feld3 | -13,8 | -13,17 | 0,63/4,57% |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | RFEM. | Abweichung |
|-------|-----------------|----------------------|-------|------------|
| Pkt.A | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,0/0,0% |
| Pkt.B | 0,10 | 0,10 | 0,11 | 0,01/10% |
| Pkt.C | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,0/0,0% |
| Feld3 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,0/0,0% |

Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|------|------------|
| Pkt.A | 1,47 | 1,51 | 0,04/2,72% |

Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|------|------------|
| Pkt.A | 0,30 | 0,30 | 0,00/0,00% |
| Pkt.C | 0,43 | 0,43 | 0,00/0,00% |

Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|------|------------|
| Pkt.A | 1,42 | 1,55 | 0,13/9,15% |

Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|--------|----------|------|-------------|
| Pkt.A | 0,28 | 0,31 | 0,03/10,71% |
| Feld 2 | 0,15 | 0,14 | 0,01/6,67% |
| Feld 3 | 0,045 | 0,03 | 0,015/33,3% |

Die Gegenüberstellung der beiden Finite-Elemente-Programme „Sofistik“ und „RFEM“ ergeben bei dieser Spannweite sehr gute Übereinstimmungen. Es werden durchwegs nur kleine Abweichungen festgestellt, die Großteils aus der unterschiedlichen Netzgenerierung hervorgehen. Die RFEM-Software generiert das Netz orthogonal, die Sofistik-Software hingegen erzeugt das Netz unregelmäßig. Die Netzgenerierung erfolgt nach Angabe der Netzweite automatisch, welches aber bei beiden Berechnungsprogrammen manuell noch verändert werden kann.

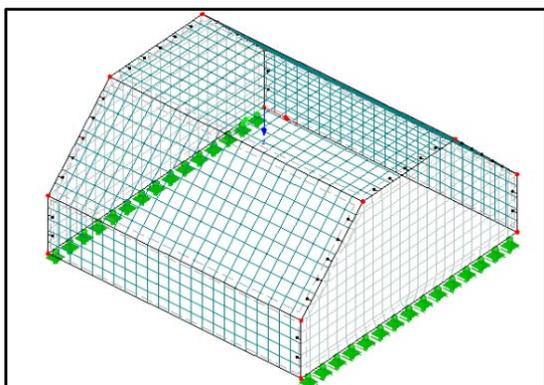


Abb. 120: RFEM : FE-Netz Generierung

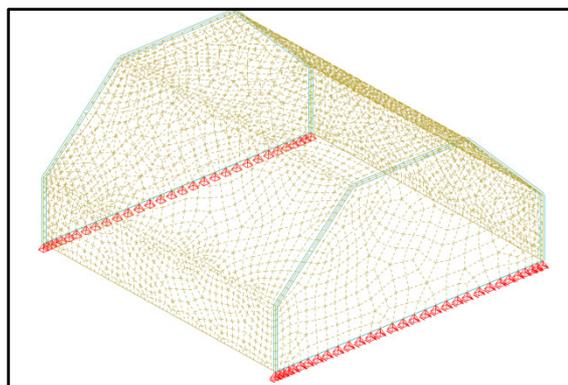


Abb. 121: SOFISTIK : FE-Netz Generierung

8.2. Tonnendach mit einer Spannweite von 40 m (RFEM)

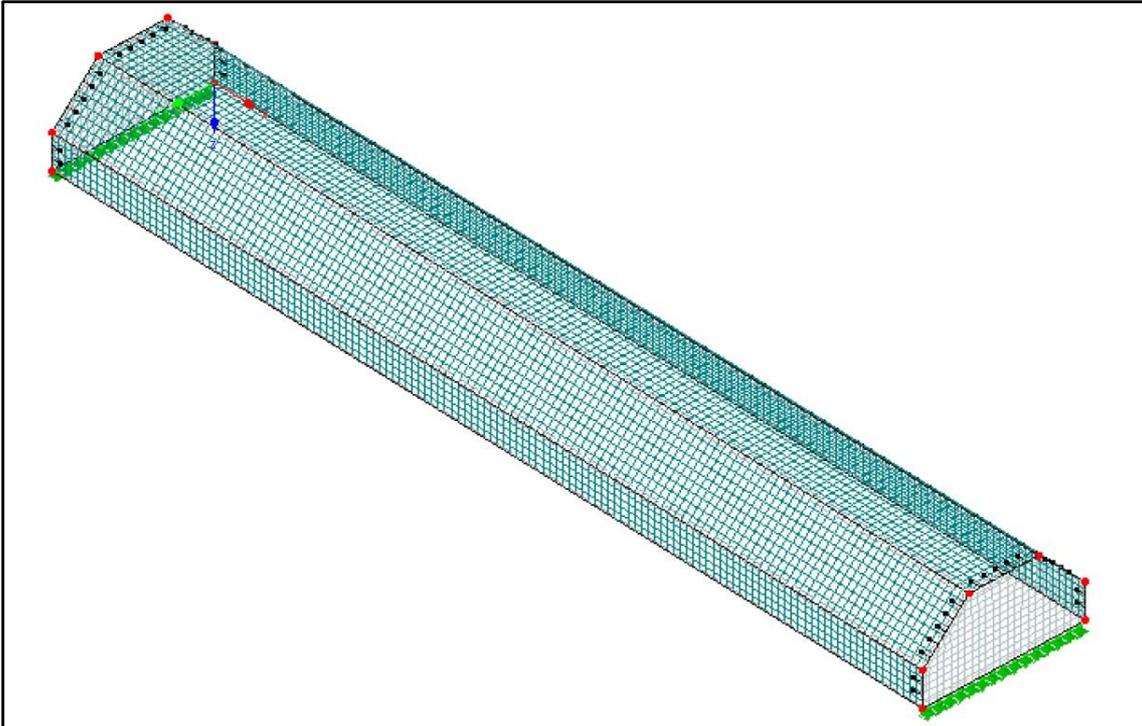


Abb. 122: RFEM : FE-Netz Generierung (Netzweite 0,30 m)

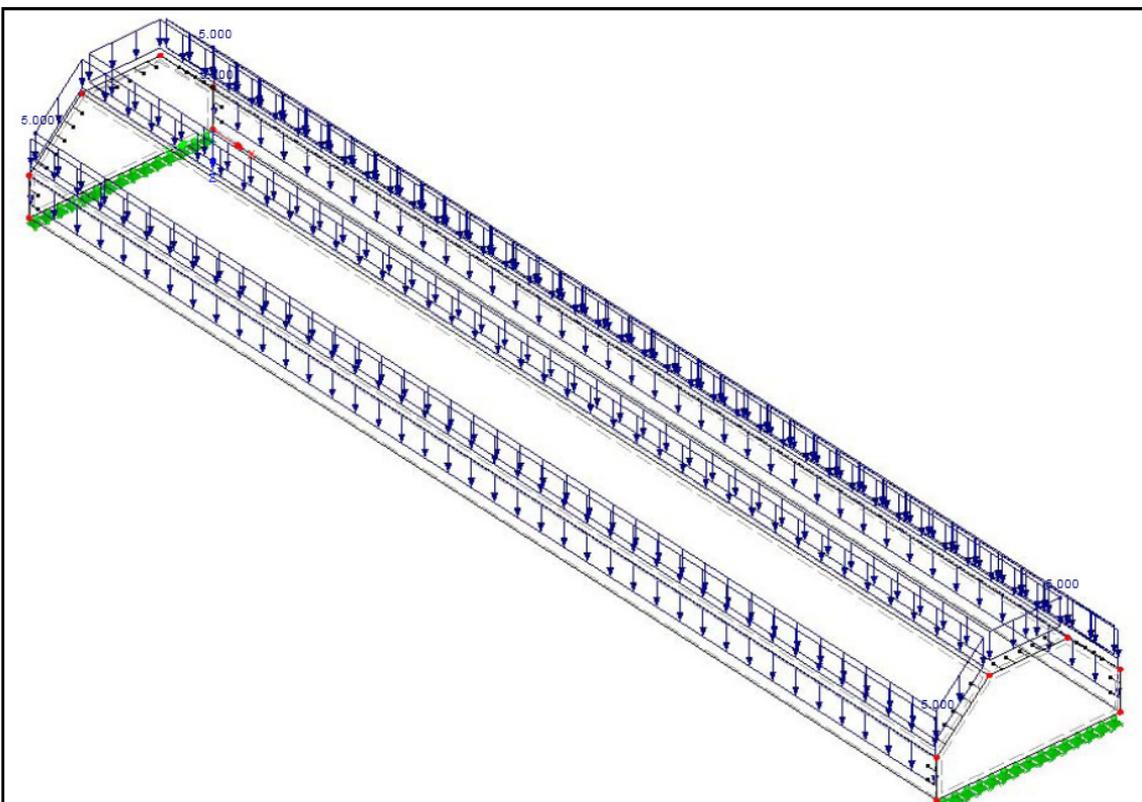


Abb. 123: RFEM : Belastung „Eigengewicht ($g = 5,0 \text{ kN/m}^2$)“

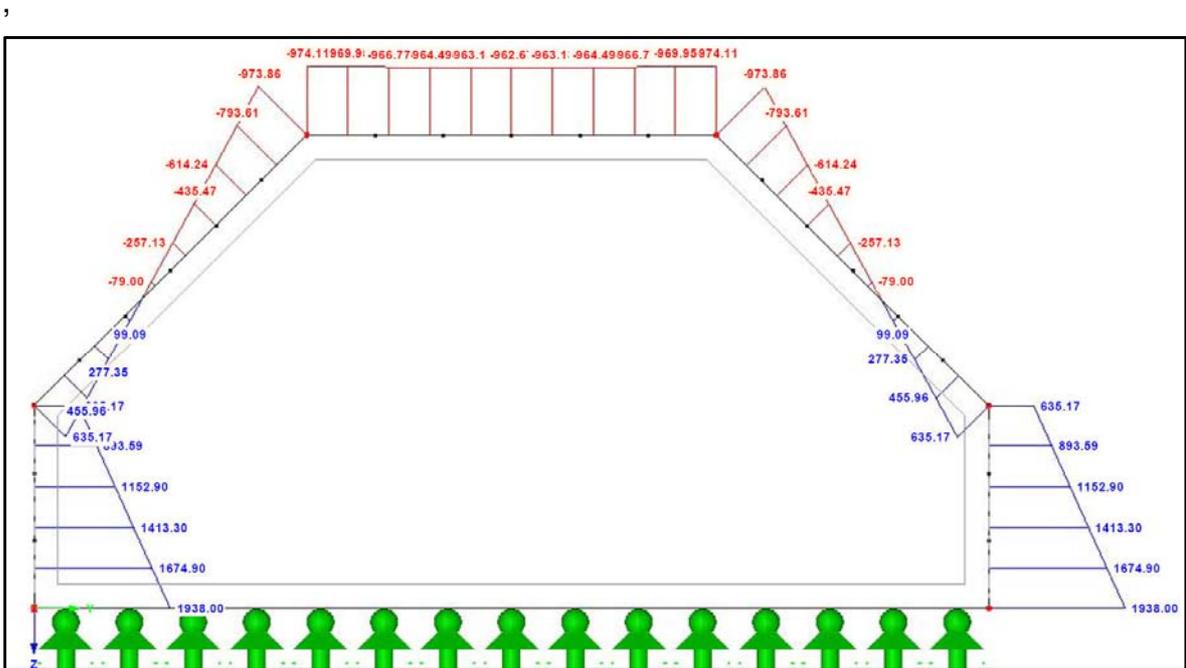
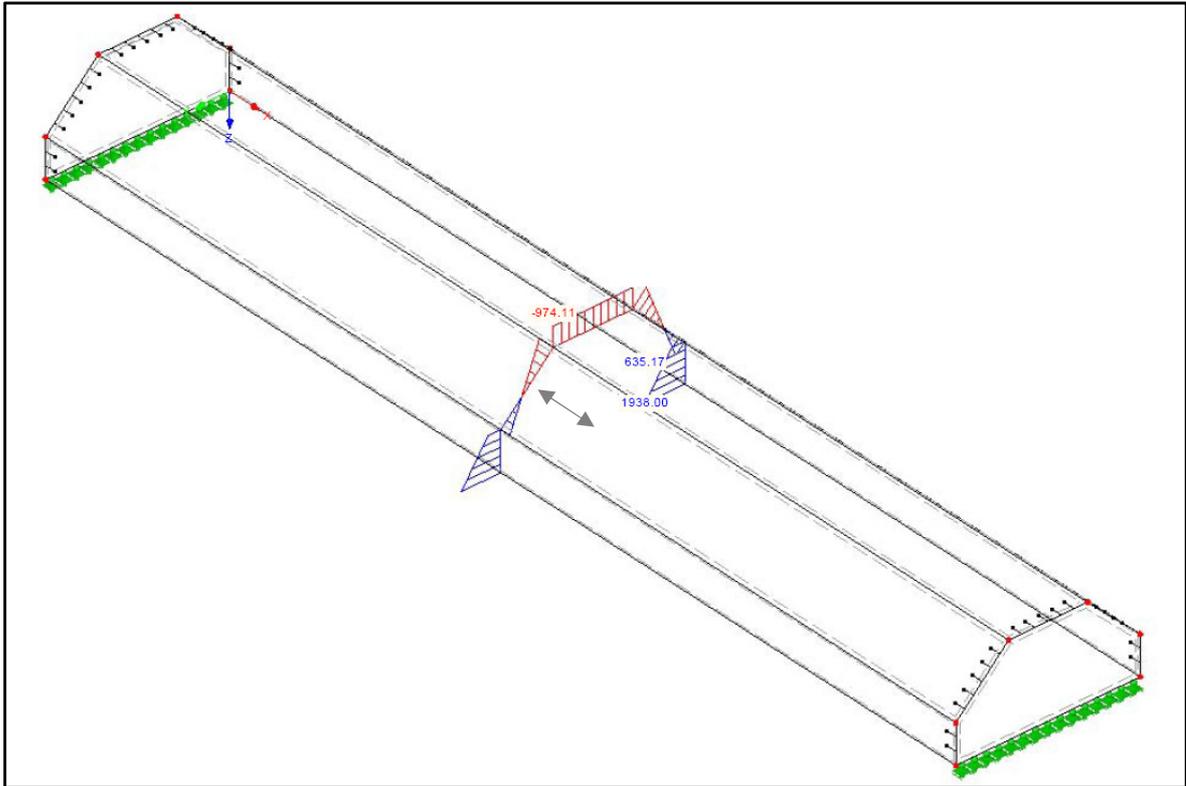


Abb. 124: RFEM : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

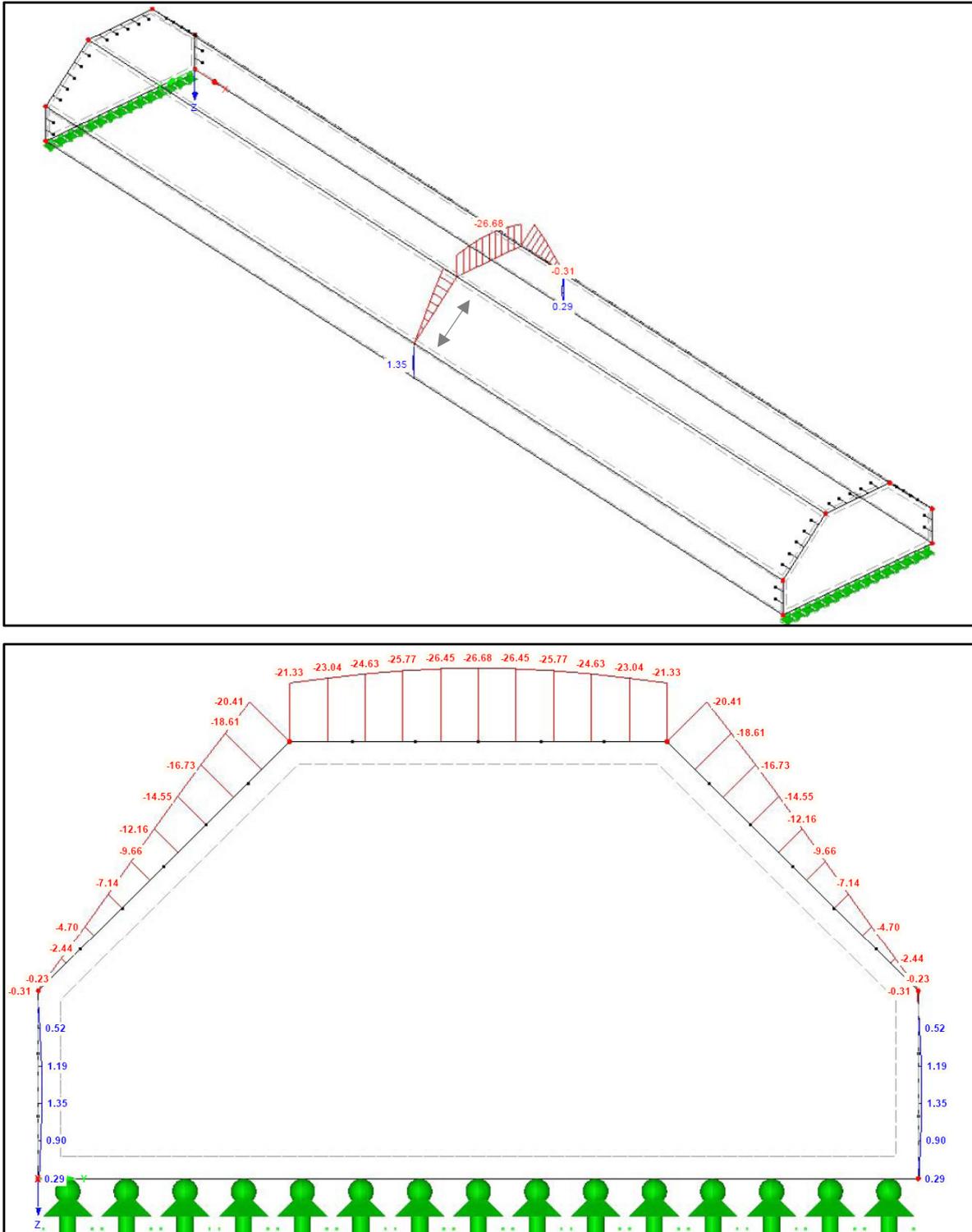


Abb. 125: RFEM: Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

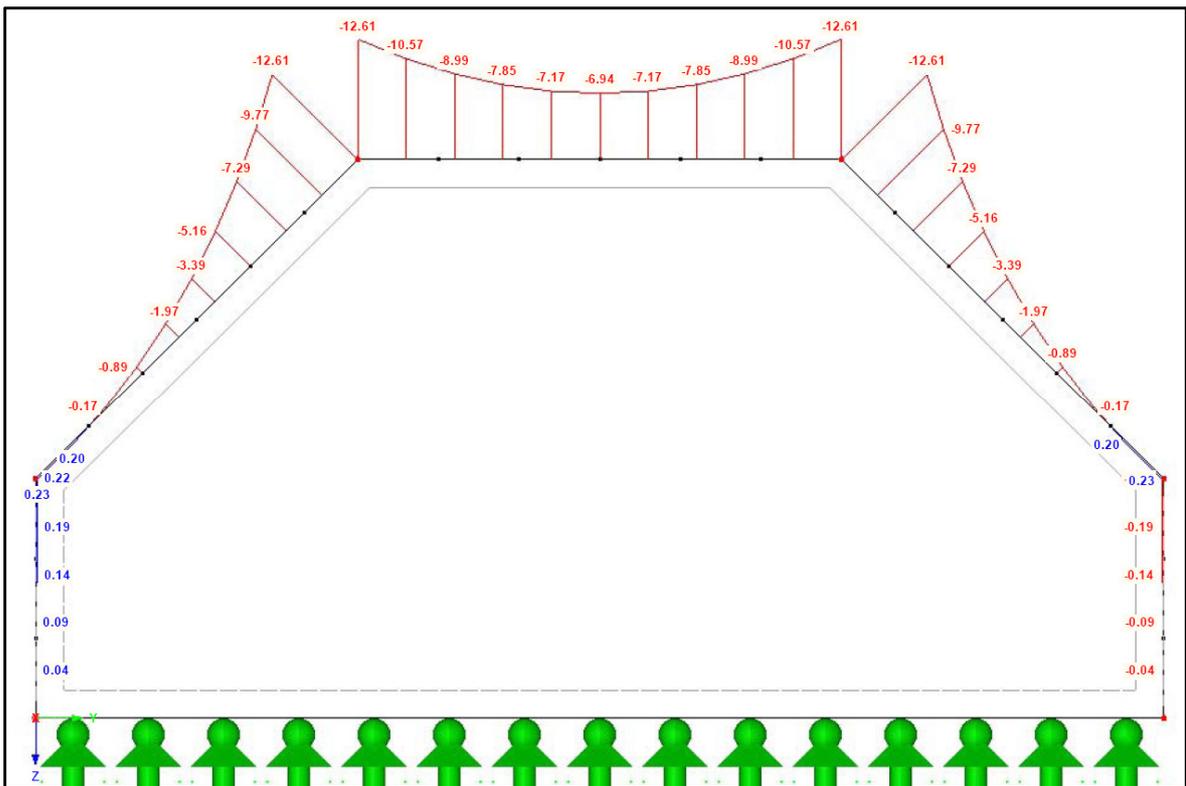
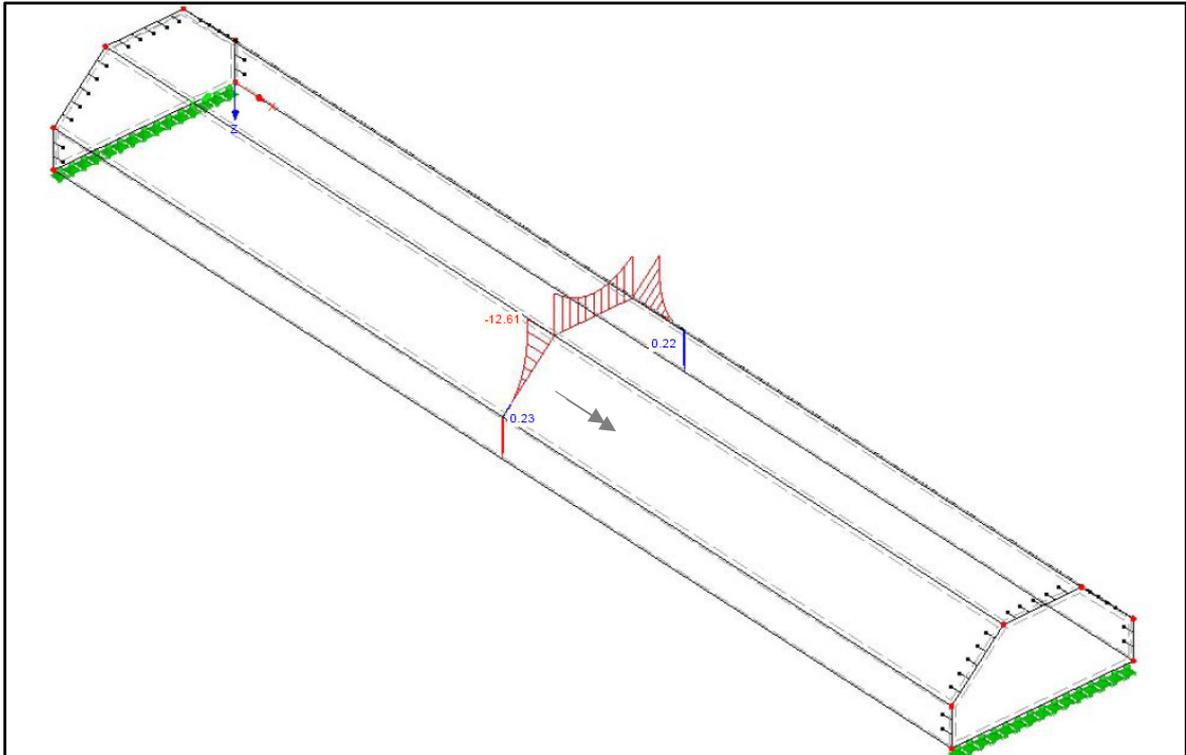


Abb. 126: RFEM : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

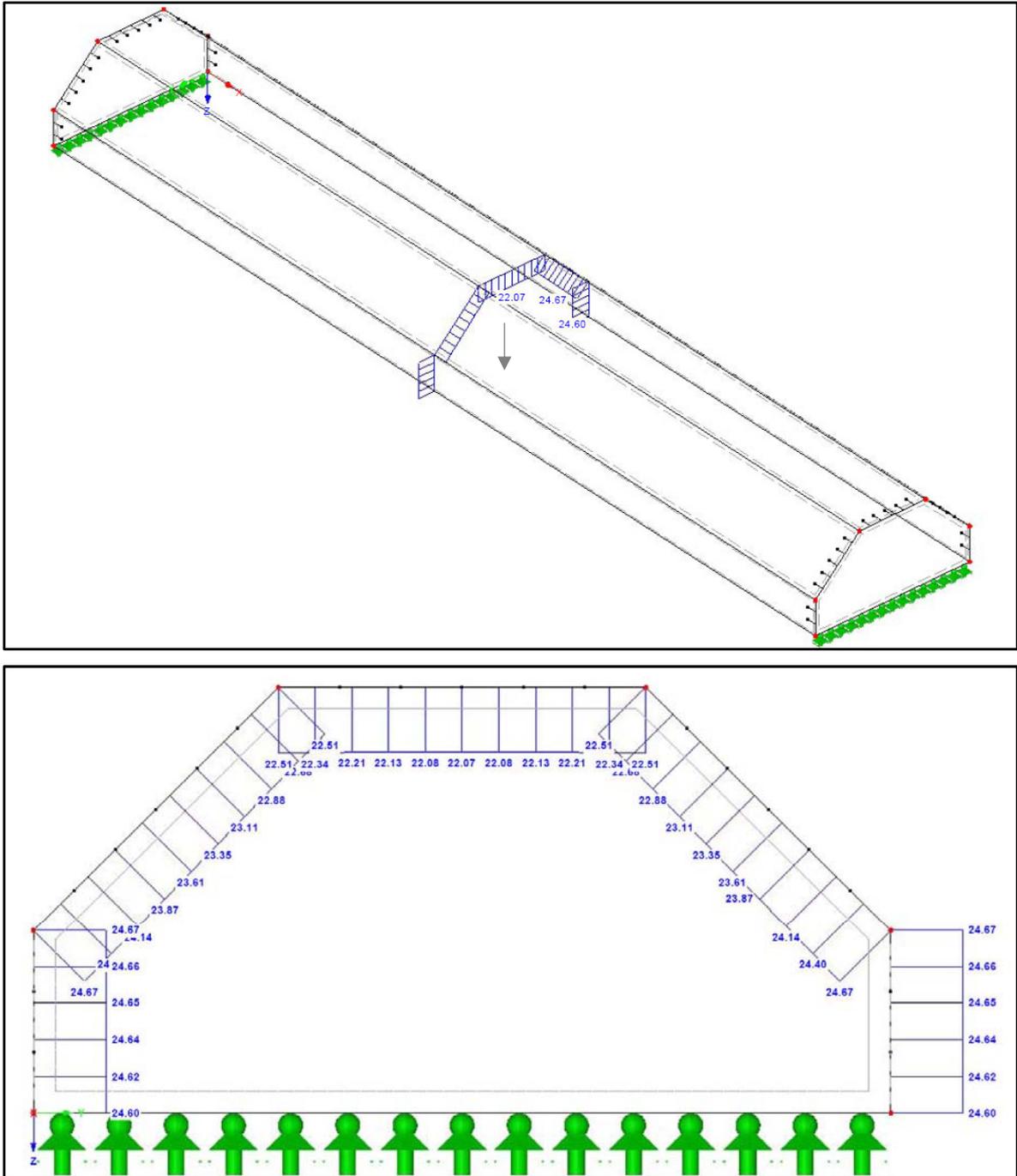


Abb. 127: RFEM : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

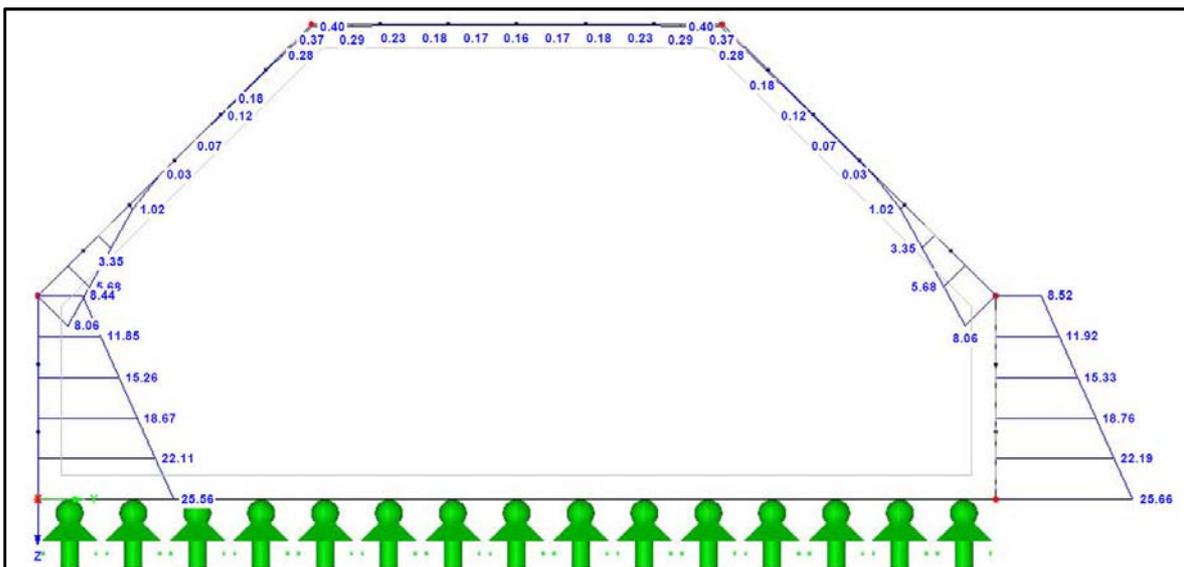
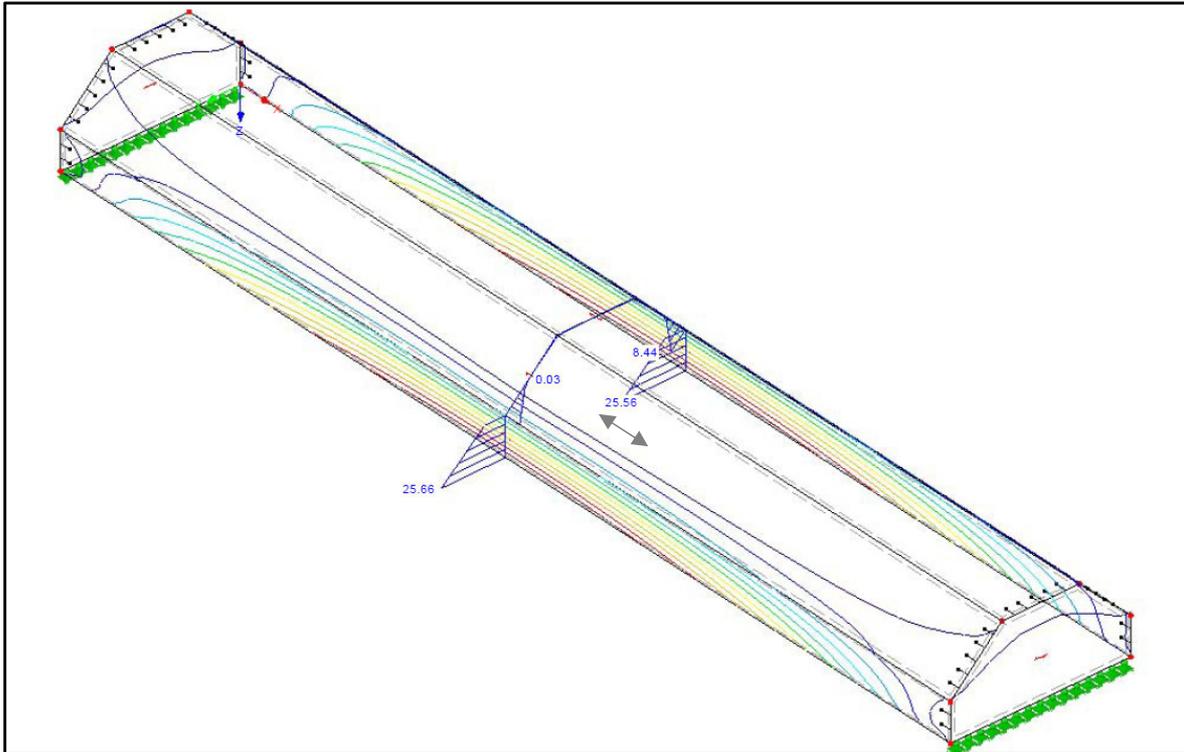


Abb. 128: RFEM : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

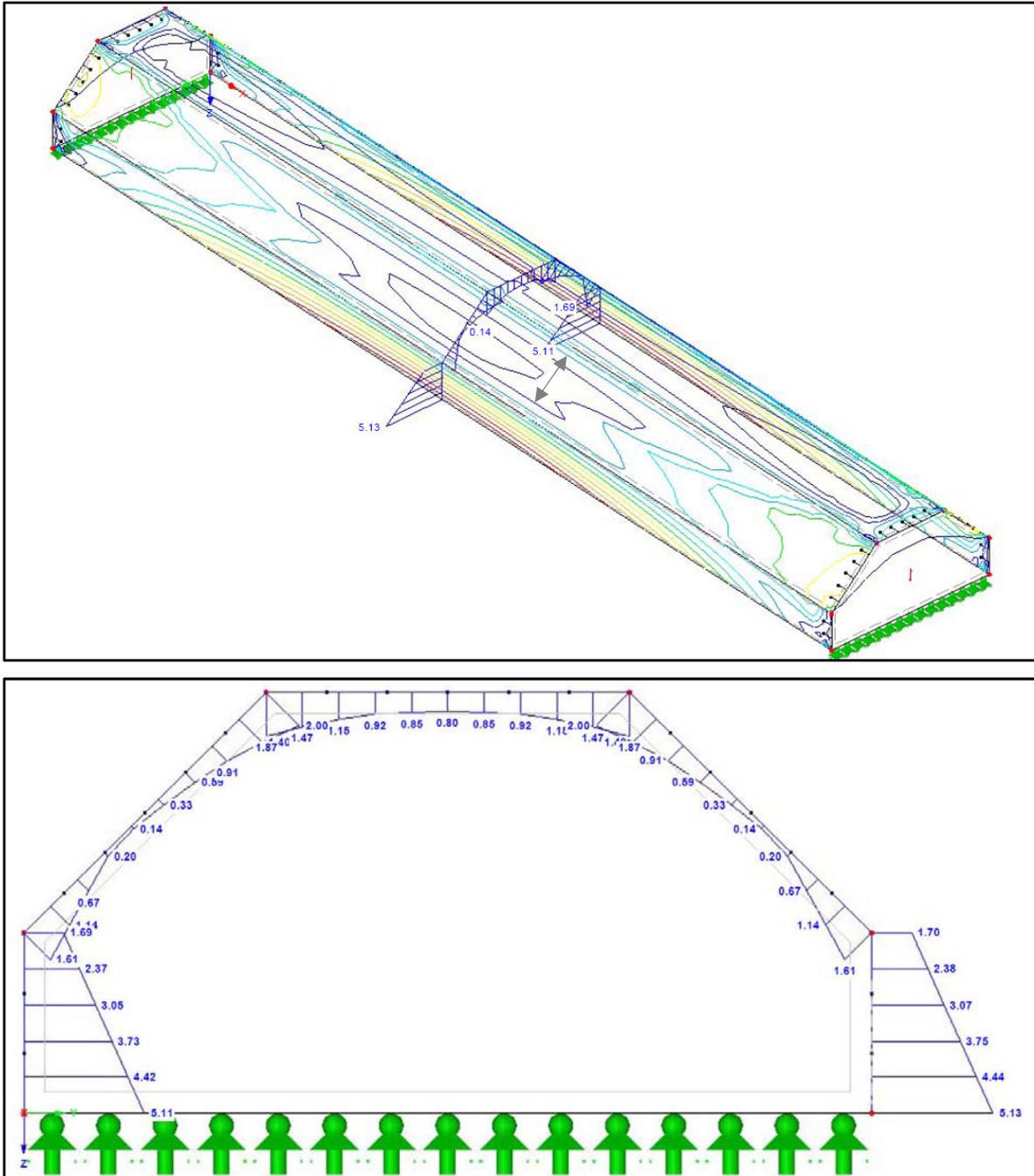


Abb. 129: RFEM : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm²/m

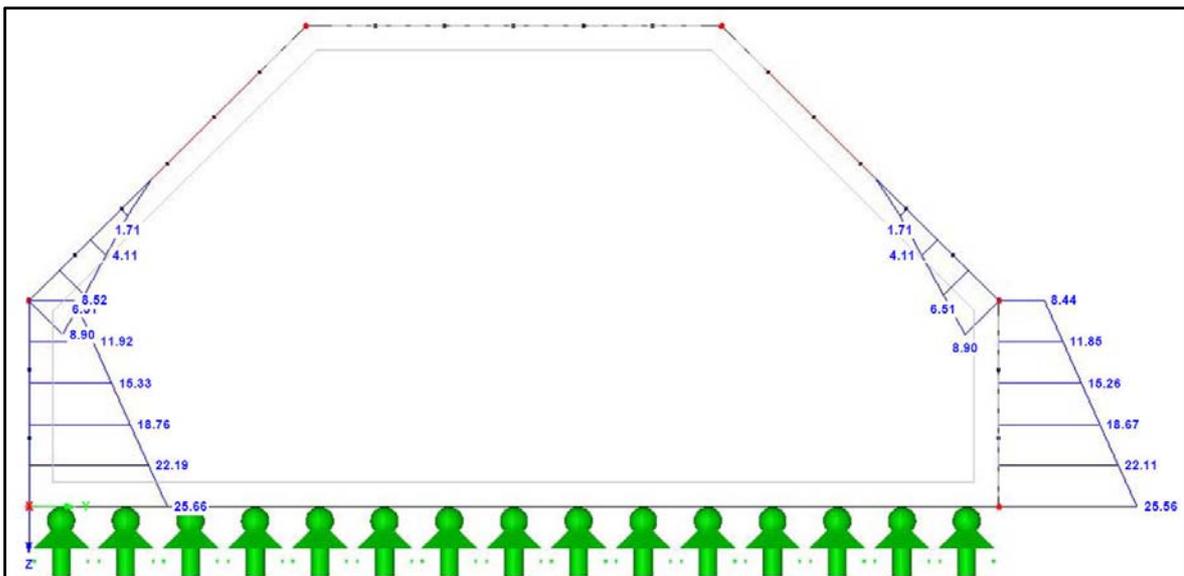
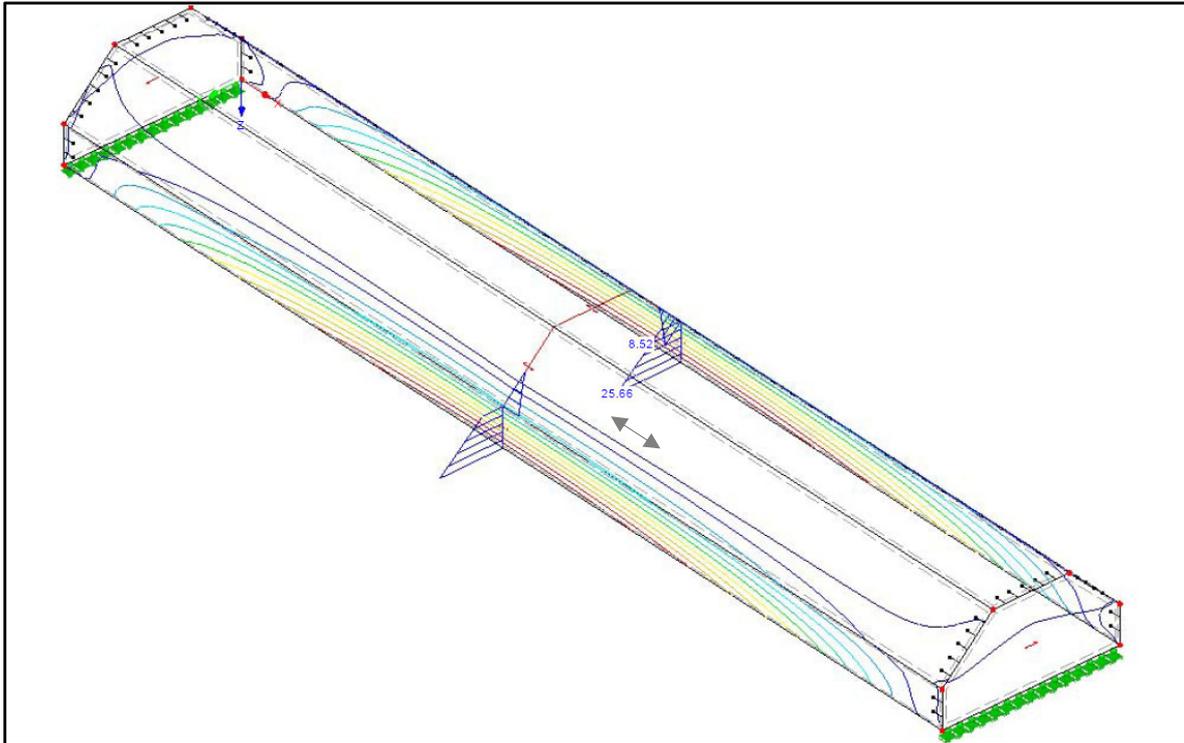


Abb. 130: RFEM : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

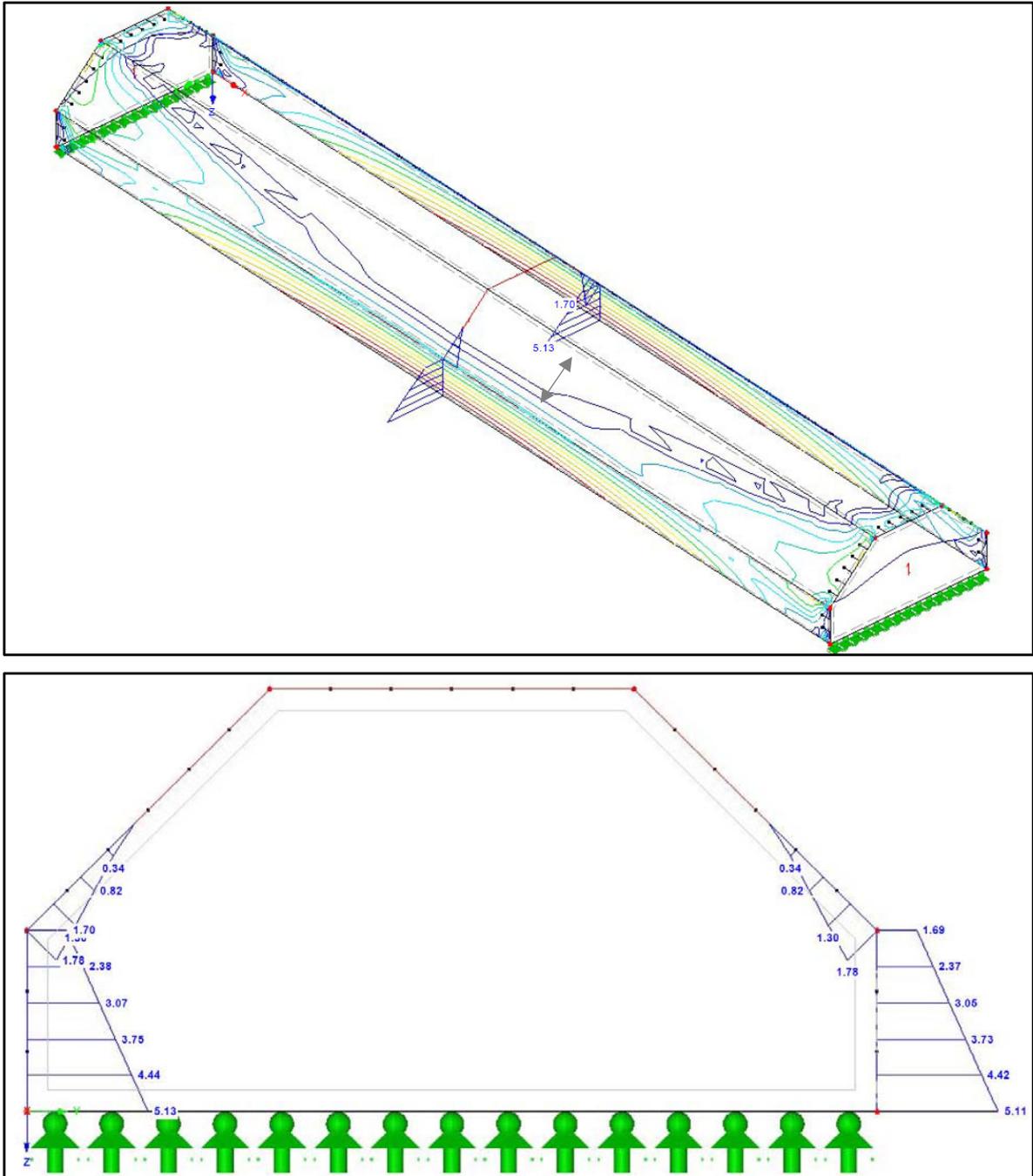


Abb. 131: RFEM : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

8.2.1. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|--------|----------|--------|------------|
| Pkt.B | +0,24 | +0,23 | 0,01/4,17% |
| Pkt.C | -12,60 | -12,61 | 0,01/0,08% |
| Feld 3 | -6,98 | -6,94 | 0,04/0,57% |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------------|----------|--------|--------------|
| Pkt.A | -0,95 | +0,29 | 1,24/130,53% |
| Pkt.B/Feld1 | +1,96 | -0,31 | 2,27/115,82% |
| Pkt.B/Feld2 | -0,26 | -0,23 | 0,03/11,54% |
| Pkt.C/Feld2 | -21,8 | -20,41 | 1,39/6,38% |
| Pkt.C/Feld3 | -21,6 | -21,33 | 0,27/1,25% |
| Feld3 | -26,6 | -26,68 | 0,08/0,30% |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|--------|------------|
| Pkt.A | +1938,0 | +1938 | 0,0/0,0% |
| Pkt.B | +637,2 | +635,2 | 2,0/0,34% |
| Pkt.C | -968,4 | -973,9 | 5,5/0,57% |
| Feld3 | -962,2 | -962,6 | 0,4/0,04% |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | RFEM. | Abweichung |
|-------|-----------------|----------------------|-------|------------|
| Pkt.A | 24,2 | 157,3 | 24,60 | 0,04/0,17% |
| Pkt.B | 24,3 | 157,5 | 24,67 | 0,37/1,52% |
| Pkt.C | 22,1 | 140,4 | 22,51 | 0,41/1,86% |
| Feld3 | 21,7 | 135,9 | 22,07 | 0,37/1,71% |

Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|-------|------------|
| Pkt.A | 24,6 | 25,66 | 1,06/4,31% |
| Pkt.B | 8,09 | 8,06 | 0,03/0,37% |
| Pkt.C | 0,37 | 0,37 | 0,00/0,00% |

Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|------|------------|
| Pkt.A | 4,93 | 5,11 | 0,18/3,65% |
| Pkt.B | 1,62 | 1,61 | 0,01/0,62% |
| Feld2 | 0,15 | 0,14 | 0,01/6,66% |
| Pkt.C | 1,87 | 1,87 | 0,00/0,00% |
| Feld3 | 0,83 | 0,80 | 0,03/3,61% |

Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|-------|------------|
| Pkt.A | 24,5 | 25,66 | 1,16/4,73% |
| Pkt.B | 8,61 | 8,90 | 0,29/3,37% |

Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in [cm²/m]

| | Sofistik | RFEM | Abweichung |
|-------|----------|------|------------|
| Pkt.A | 4,90 | 5,13 | 0,23/4,69% |
| Pkt.B | 1,72 | 1,70 | 0,02/1,16% |

Bei einer Spannweite von 40m sind ähnliche Differenzen zu erkennen wie bei einer Spannweite von 7m. Nur bei der Auswertung der Schnittgröße N_{yy} ist im Bereich von Pkt. A und Pkt. B/Feld1 eine größere Abweichung ersichtlich. Dies kann wieder aus der verdichtenden und unregelmäßigen Netzgenerierung resultieren.

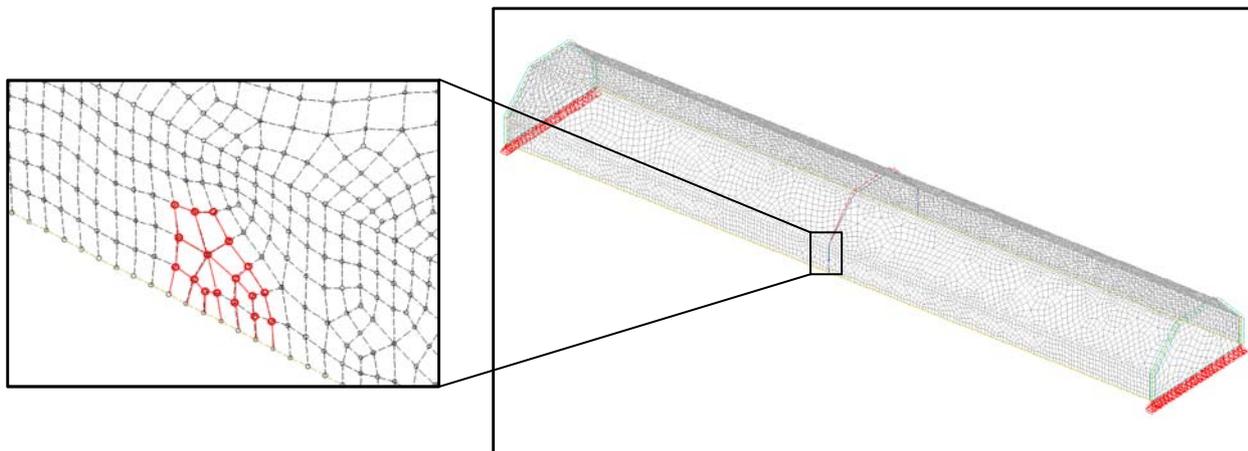


Abb. 132: SOFISTIK : FE-Netz Generierung

Die Verschiebungen der beiden Softwares durch die lineare Berechnungsform zeigen eine gute Übereinstimmung, die nichtlineare Berechnung wurde ausschließlich anhand des Sofistik-Programms berechnet, daher steht kein Vergleich zur Verfügung.

Die Bewehrungsflächen ergeben im Pkt. A (Zugbereich) größere Abweichungen, obwohl die Zugkraft in beiden Berechnungsprogrammen mit 1938 kN/m angegeben wird und die Stahlgüte der Bewehrung dieselbe ist. Die Bemessungsanalyse durch RFEM liegt auf der sicheren Seite.

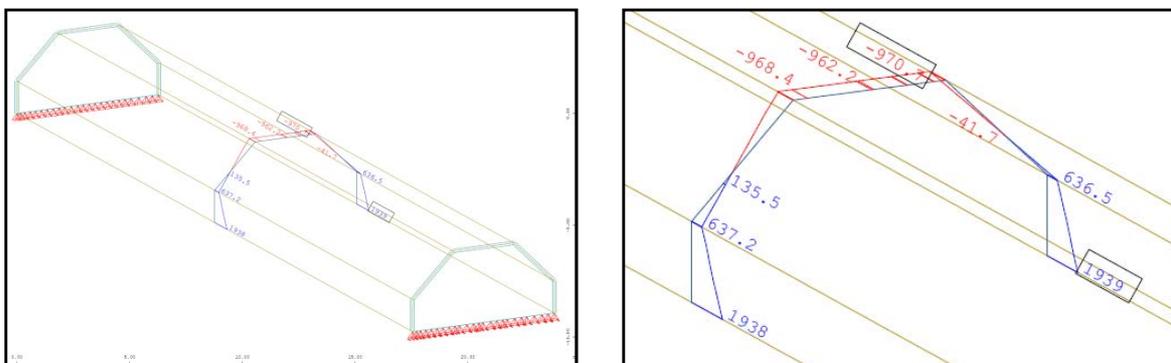


Abb. 133: SOFISTIK : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

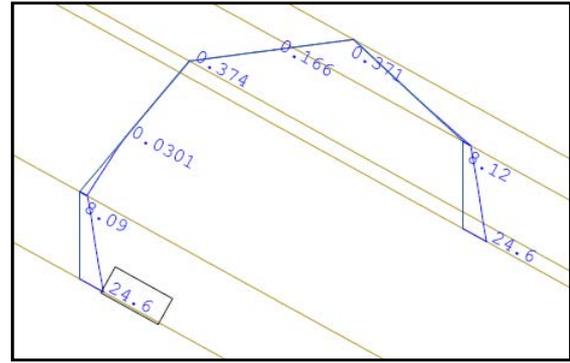
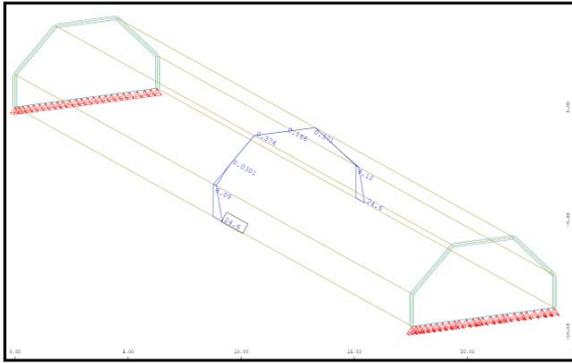


Abb. 134: SOFISTIK : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

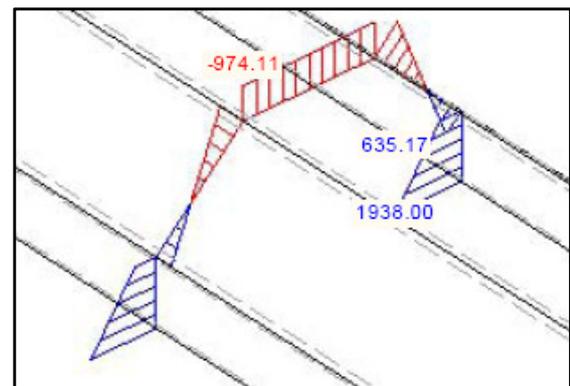
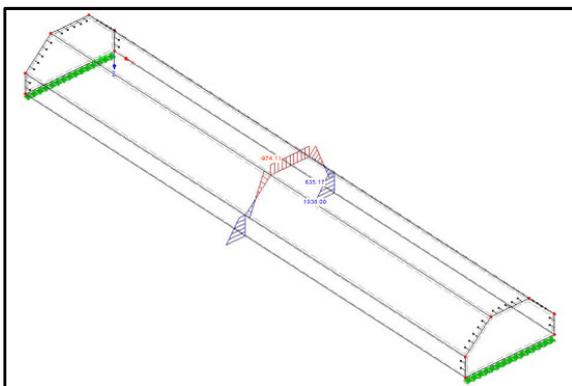


Abb. 135: RFEM : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

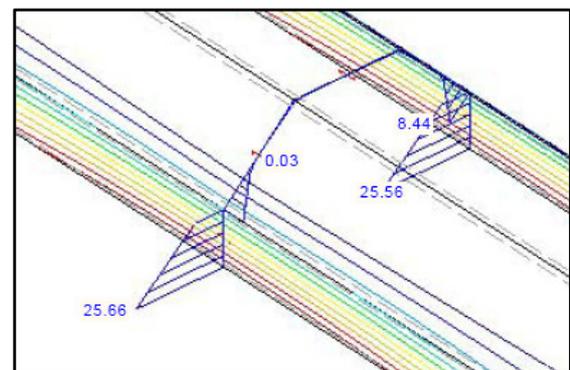
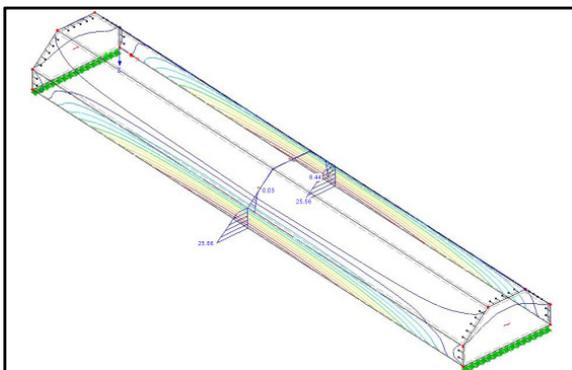


Abb. 136: RFEM : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

Quellenverzeichnis

Bücher

- [1] ABDELLAH Galal Abdel-Hamid, Dissertation - eine Finite-Element-Methode zur Berechnung beliebiger Faltwerke, TU-Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Fakultät für Bauwesen, 1973
- [2] BARTH Christian, RUSTLER Walter, Finite Elemente in der Baustatik-Praxis, Beuth Verlag, 2010
- [3] BORN Joachim, Faltwerke – Ihre Theorie und Berechnung, Verlag Konrad Wittwer in Stuttgart, 1954
- [4] JODL Hans Georg, Skriptum Bauverfahrenstechnik, TU-Wien, Institut für Interdisziplinäres Bauprozessmanagement, 2006
- [5] KOLBITSCH Andreas, Skriptum Hochbaukonstruktion II, TU-Wien, Institut für Hochbau und Technologie, 2010
- [6] MARTI Peter, Baustatik Grundlagen - Stabtragwerke – Flächentragwerke, Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2012
- [7] OSTEROTH Hans-Heinrich, Zur Faltwerkwirkung der Stahlbetontreppe, Berlin Beuth, 1989
- [8] PECH Anton/ KOLBITSCH Andreas/ ZACH Franz, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, SpringerWienNewYork, 2007
- [9] PECH Anton/ KOLBITSCH Andreas, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen, SpringerWienNewYork, 2005
- [10] PICHLER Bernhard, Skriptum BaustatikII, TU-Wien, Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen, 2010
- [11] SOFISTIK AG, Sofistik-Handbuch (Sofistik), 2012
- [12] SOFISTIK AG, Sofistik-Handbuch (ASE), 2012

Internetseiten

- [13] http://www.baunetzwissen.de/objektartikel/Beton-Sportausbildungszentrum-Muelimatt-in-Aargau-CH_1477999.html, [Datum des Zugriffs 01.10.2012]
- [14] <http://www.beton.org/index.php?id=1835> , [Datum des Zugriffs 13.12.2012]
- [15] <http://www.detail.de/architektur/themen/bauen-mit-holz-006638.html> , [Datum des Zugriffs 07.12.2013]
- [16] <http://www.detail.de/architektur/themen/origami-faltkunst-fuer-tragwerke-000497.html> [Datum des Zugriffs 03.10.2012]
- [17] <http://www.duopack.at/corrugated-board/production-program.html> , [Datum des Zugriffs 07.12.2013]
- [18] http://download.rockwool.at/media/272712/btbl_1_2_12.pdf , [Datum des Zugriffs 07.12.2013]
- [19] <http://www.hoesch-bau.com/de/dach/einschalig/hoesch-trapezprofil.html> , [Datum des Zugriffs 07.12.2013]
- [20] https://iam2.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/faltwerke.pdf, [Datum des Zugriffs 02.08.2012]
- [21] http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf [Datum des Zugriffs 02.08.2012]
- [22] <http://www.triplex-gmbh.de/> , [Datum des Zugriffs 07.12.2013]
- [23] <http://www.triplex-kunststoffplatten.de/deutsch/basis-infos/kunststoffplatten-hohlkammerplatten.htm>, [Datum des Zugriffs 01.10.2012]
- [24] http://www.wohnbeton.at/Seiten/wohnbauelemente/03_decken/03_4_ortbeton_und_sargdeckel.asp#sargdeckel , [Datum des Zugriffs 28.11.2012]
- [25] <http://www.wohnnet.at/betonschalungen.htm> , [Datum des Zugriffs 28.11.2012]

Abbildungsverzeichnis

| | |
|---|----|
| Abb. 1: Kombinierte Tragwirkung gefalteter Platten aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S92] an Diplomarbeit angepasst | 3 |
| Abb. 2: Vorteile der Faltung gegenüber der Platte aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S83] an Diplomarbeit angepasst | 3 |
| Abb. 3: Wellpappe [http://www.duopack.at/corrugated-board/production-program.html , Datum des Zugriffs 07.12.2013] | 4 |
| Abb. 4: Rautenfaltung [http://infoscience.epfl.ch/record/164311/files/103c16_schlussbericht01.pdf , S3, Datum des Zugriffs 02.08.2012] | 4 |
| Abb. 5: Triplex Kunststoffmatten [http://www.triplex-gmbh.de/ , Datum des Zugriffs 07.12.2013]..... | 5 |
| Abb. 6: Hoesch Trapezprofile [http://www.hoesch-bau.com/de/dach/einschalig/hoesch-trapezprofil.html , Datum des Zugriffs 07.12.2013]..... | 5 |
| Abb. 7: Faltwerk aus Holz [http://www.detail.de/architektur/themen/bauen-mit-holz-006638.html , Datum des Zugriffs 07.12.2013] | 5 |
| Abb. 8: Sportausbildungszentrum Mülimatt [http://www.baunetzwissen.de/objektartikel/Beton-Sportausbildungszentrum-Muelimatt-in-Aargau-CH_1477999.html] | 6 |
| Abb. 9: Beispiele prismatische Faltwerke aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 2 – Tragwerke, 2007, S83] an Diplomarbeit angepasst | 7 |
| Abb. 10: Beispiel pyramidisches Faltwerk | 8 |
| Abb. 11: Beispiel halbprismatisches Faltwerk | 8 |
| Abb. 12: Best. der Geometrie des Faltwerks durch Querschnitt und Riffelungsprofil aus [http://www.detail.de/architektur/themen/origami-faltkunst-fuer-tragwerke-000497.html , Datum des Zugriffs 03.10.2012] an Diplomarbeit angepasst..... | 9 |
| Abb. 13: Äußerlich unterschiedliche dargestellte statische Tragsysteme aus [https://iam.tugraz.at/studio/w11_blog/wp-content/uploads/2011/11/faltwerke.pdf , S.13, Datum des Zugriffs 02.08.2012] an Diplomarbeit angepasst..... | 9 |
| Abb. 14: Sargdeckelaufbau der Fa. Rockwool [http://download.rockwool.at/media/272712/btbl_1_2_12.pdf , Datum des Zugriffs 07.12.2013]..... | 13 |
| Abb. 15: Geneigtes Massivdach aus Betonfertigteilen aus [http://www.beton.org/index.php?id=1835 , Datum des Zugriffs 13.12.2012] an Diplomarbeit angepasst | 14 |
| Abb. 16: Schalldämmmaß von geneigten Dächern aus [http://www.beton.org/index.php?id=1835 , Datum des Zugriffs 13.12.2012] an Diplomarbeit angepasst..... | 15 |
| Abb. 17: Statische Systeme für Treppen | 17 |
| Abb. 18: Faltwerk – Podestplatte unten Abb. 19: Faltwerk – Podestplatte oben | 18 |
| Abb. 20: Vergleichene statische Systeme eines oben bzw. unten liegenden Podestes..... | 19 |

| | |
|--|----|
| Abb. 21: Scheiben- und Auflagerkräfte einläufiger Treppen (Podestplatte unten) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst..... | 20 |
| Abb. 22: Scheiben- und Auflagerkräfte einläufiger Treppen (Podestplatte oben) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst..... | 20 |
| Abb. 23: Aufteilung N_L u. N_P | 21 |
| Abb. 24: Wirkende Kräfte und Hebelarme aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst..... | 21 |
| Abb. 25: Beispiel Einläufige Treppe aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.28] an Diplomarbeit angepasst | 22 |
| Abb. 26: Faltwerk – Laufplatte mit 2 Podestpl. aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.29] an Diplomarbeit angepasst..... | 22 |
| Abb. 27: Scheiben- und Auflagerkräfte einläufiger Treppen mit 2 Podestplatten aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst..... | 23 |
| Abb. 28: Beispiel Einläufige Treppe mit 2 Podesten aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst..... | 24 |
| Abb. 29: zweiläufige Treppe..... | 24 |
| Abb. 30: Scheiben- und Auflagerkräfte zweiläufiger Treppen mit 2 Podestplatten (Fall1+2) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst..... | 25 |
| Abb. 31: Beispiel zweiläufige Treppe mit unterschiedlicher Auflagersituation (Fall1+2) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst..... | 26 |
| Abb. 32: Scheiben- und Auflagerkräfte zweiläufiger Treppen mit 2 Podestplatten (Fall3+4) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.31] an Diplomarbeit angepasst..... | 28 |
| Abb. 33: Beispiel zweiläufige Treppe mit unterschiedlicher Auflagersituation (Fall3+4) aus [Anton Pech, Andreas Kolbitsch, Baukonstruktionen Band 10 – Treppen/Stiegen,2005, S.30] an Diplomarbeit angepasst..... | 29 |
| Abb. 34: Bewehrungsführung Knick..... | 30 |
| Abb. 35: Ausschalfrieten in Tagen für seitliche Schalungen bei mittleren Tagestemperaturen von +12 °C bis +20 °C | 32 |
| Abb. 36: Ausschalfrieten in Tagen für tragende Schalungen bei mittleren Tagestemperaturen von +12 °C bis +20 °C | 32 |

| | |
|--|----|
| Abb. 37: prismatisches Falwerk mit Koordinaten der Schnittgrößen aus [Galal Abdel-Hamid Abdellah, eine FEM zur Berechnung beliebiger Falwerke,1973, S7] an Diplomarbeit angepasst..... | 33 |
| Abb. 38: Zerlegung der Kantenlasten aus [TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S.70] an Diplomarbeit angepasst..... | 39 |
| Abb. 39: Druck- bzw. Zugspannungen eines Einfeldträgers..... | 39 |
| Abb. 40: Schubkräfte an den Kanten der Falwerksscheiben aus [TU-Wien, Skriptum Hochbaukonstruktion II 2010, S.70] an Diplomarbeit angepasst..... | 40 |
| Abb. 41: Falwerkscheibe mit Schnittkräften aus [Joachim Born, Falwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S4] an Diplomarbeit angepasst | 41 |
| Abb. 42: Falwerksscheiben mit verschiedenen Momentenverläufen Schnittkräften aus [Joachim Born, Falwerke –Ihre Theorie und Berechnung,1954, S5] an Diplomarbeit angepasst..... | 43 |
| Abb. 43: Falwerksabbildung durch einen Stab..... | 44 |
| Abb. 44: Sofistik : Übersicht..... | 48 |
| Abb. 45: Sofistik : Abmessungen | 49 |
| Abb. 46: Tonnendach mit einer Spannweite von 5 m | 50 |
| Abb. 47: Belastung Durchlaufträger..... | 51 |
| Abb. 48: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | 51 |
| Abb. 49: Querbiegemomente M_{yy} | 52 |
| Abb. 50: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | 54 |
| Abb. 51: Querbiegemomente M_{yy} | 56 |
| Abb. 52: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | 56 |
| Abb. 53: Sofistik: Struktur | 57 |
| Abb. 54: Sofistik: Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“..... | 57 |
| Abb. 55: Sofistik: FE-Netz Generierung (Netzweite 0,30m)..... | 58 |
| Abb. 56: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | 58 |
| Abb. 57: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | 59 |
| Abb. 58: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | 59 |
| Abb. 59: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | 60 |
| Abb. 60: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | 60 |
| Abb. 61: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | 61 |
| Abb. 62: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | 61 |
| Abb. 63: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | 62 |
| Abb. 64: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | 62 |
| Abb. 65: Tonnendach mit Koordinaten der Schnittgrößen | 64 |
| Abb. 66: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse..... | 65 |
| Abb. 67: Tonnendach unter Veränderung der Spannweite (in blau gekennzeichnet)..... | 65 |
| Abb. 68: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3 | 66 |

| | | |
|--|-------------------------------------|----|
| Abb. 69: Durchlaufträger | Abb. 70: beids. auskragender Träger | 66 |
| Abb. 71: Diagramm: prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 67 |
| Abb. 72: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z, Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 68 |
| Abb. 73: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse | | 69 |
| Abb. 74: Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung (in blau gekennzeichnet) | | 69 |
| Abb. 75: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3 | | 70 |
| Abb. 76: Auflagersituation durch Veränderung der Dachneigung | | 70 |
| Abb. 77: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 71 |
| Abb. 78: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 72 |
| Abb. 79: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C; Feld 3 | | 73 |
| Abb. 80: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 74 |
| Abb. 81: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 75 |
| Abb. 82: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse | | 76 |
| Abb. 83: Tonnendach unter Veränderung der Querschottenhöhe (in blau gekennzeichnet) | | 76 |
| Abb. 84: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3 | | 77 |
| Abb. 85: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 78 |
| Abb. 86: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 79 |
| Abb. 87: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld2, Pkt.C, Feld3 | | 80 |
| Abb. 88: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 81 |
| Abb. 89: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 82 |
| Abb. 90: vordefinierte Punkte zum Ablesen der Ergebnisse | | 83 |
| Abb. 91: Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke (in blau gekennzeichnet) | | 83 |
| Abb. 92: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3 | | 84 |
| Abb. 93: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 85 |
| Abb. 94: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 86 |
| Abb. 95: Diagramm: Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} ; Feld 2, Pkt. C, Feld 3 | | 87 |
| Abb. 96: Diagramm: Abweichung der Normalkraft N_{xx} ; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 88 |
| Abb. 97: Diagramm: Abweichung der Verschiebung Z; Pkt. A, Pkt. B, Pkt. C | | 89 |
| Abb. 98: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Spannweite | | 91 |
| Abb. 99: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Dachneigung | | 91 |
| Abb. 100: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Querschottenhöhe | | 92 |
| Abb. 101: Gültigkeit Dreischübegleichung: Veränderung der Plattendicke | | 93 |
| Abb. 102: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Spannweite | | 94 |
| Abb. 103: Gültigkeit Balkentheorie: ungerissener, gerissener Zustand | | 94 |
| Abb. 104: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Dachneigung | | 95 |
| Abb. 105: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Querschottenhöhe | | 96 |
| Abb. 106: Gültigkeit Balkentheorie: Veränderung der Plattendicke | | 97 |
| Abb. 107: Gültigkeit Dreischübegleichung | | 98 |

| | |
|---|-----|
| Abb. 108: Gültigkeit Dreischübegleichung | 98 |
| Abb. 109: RFEM : Struktur | 100 |
| Abb. 110: RFEM : FE-Netz Generierung (Netzweite 0,30 m) | 101 |
| Abb. 111: RFEM: Belastung „Eigengewicht ($g = 5,0 \text{ kN/m}^2$)“ | 101 |
| Abb. 112: RFEM: Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | 102 |
| Abb. 113: RFEM : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | 103 |
| Abb. 114: RFEM : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | 104 |
| Abb. 115: RFEM: Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | 105 |
| Abb. 116: RFEM : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m | 106 |
| Abb. 117: RFEM: Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | 107 |
| Abb. 118: RFEM : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m | 108 |
| Abb. 119: RFEM: Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | 109 |
| Abb. 120: RFEM : FE-Netz Generierung Abb. 121: SOFISTIK : FE-Netz Generierung | 111 |
| Abb. 122: RFEM : FE-Netz Generierung (Netzweite 0,30 m) | 112 |
| Abb. 123: RFEM : Belastung „Eigengewicht ($g = 5,0 \text{ kN/m}^2$)“ | 112 |
| Abb. 124: RFEM : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | 113 |
| Abb. 125: RFEM: Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | 114 |
| Abb. 126: RFEM : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | 115 |
| Abb. 127: RFEM : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | 116 |
| Abb. 128: RFEM : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m | 117 |
| Abb. 129: RFEM : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | 118 |
| Abb. 130: RFEM : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m | 119 |
| Abb. 131: RFEM : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | 120 |
| Abb. 132: SOFISTIK : FE-Netz Generierung | 123 |
| Abb. 133: SOFISTIK : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | 123 |
| Abb. 134: SOFISTIK : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | 124 |
| Abb. 135: RFEM : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | 124 |
| Abb. 136: RFEM : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | 124 |

Anhang

| | |
|--|------|
| Abb. A- 1: Sofistik : Abmessungen..... | A 1 |
| Abb. A- 2: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 3 |
| Abb. A- 3: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 4 |
| Abb. A- 4: Sofistik : Struktur | A 5 |
| Abb. A- 5: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 5 |
| Abb. A- 6: Sofistik: Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 6 |
| Abb. A- 7: Sofistik: Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 6 |
| Abb. A- 8: Sofistik: Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 7 |
| Abb. A- 9: Sofistik: Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 7 |
| Abb. A- 10: Sofistik: Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 8 |
| Abb. A- 11: Sofistik: max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte..... | A 8 |
| Abb. A- 12: Sofistik: Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 9 |
| Abb. A- 13: Sofistik: Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 9 |
| Abb. A- 14: Sofistik: Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 10 |
| Abb. A- 15: Sofistik: Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 10 |
| Abb. A- 16: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 13 |
| Abb. A- 17: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 14 |
| Abb. A- 18: Sofistik : Struktur..... | A 15 |
| Abb. A- 19: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 15 |
| Abb. A- 20: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 16 |
| Abb. A- 21: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 16 |
| Abb. A- 22: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 17 |
| Abb. A- 23: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 17 |
| Abb. A- 24: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 18 |
| Abb. A- 25: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 18 |
| Abb. A- 26: Sofistik : Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 19 |
| Abb. A- 27: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 19 |
| Abb. A- 28: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 20 |
| Abb. A- 29: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 20 |
| Abb. A- 30: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 23 |
| Abb. A- 31: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 24 |
| Abb. A- 32: Sofistik : Struktur..... | A 25 |
| Abb. A- 33: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 25 |
| Abb. A- 34: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 26 |
| Abb. A- 35: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 26 |
| Abb. A- 36: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 27 |

| | |
|---|------|
| Abb. A- 37: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 27 |
| Abb. A- 38: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 28 |
| Abb. A- 39: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 28 |
| Abb. A- 40: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 29 |
| Abb. A- 41: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 29 |
| Abb. A- 42: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 30 |
| Abb. A- 43: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 30 |
| Abb. A- 44: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 31 |
| Abb. A- 45: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 34 |
| Abb. A- 46: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 35 |
| Abb. A- 47: Sofistik : Struktur | A 36 |
| Abb. A- 48: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 36 |
| Abb. A- 49: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 37 |
| Abb. A- 50: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 37 |
| Abb. A- 51: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 38 |
| Abb. A- 52: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 38 |
| Abb. A- 53: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 39 |
| Abb. A- 54: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 39 |
| Abb. A- 55: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 40 |
| Abb. A- 56: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 40 |
| Abb. A- 57: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 41 |
| Abb. A- 58: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 41 |
| Abb. A- 59: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 42 |
| Abb. A- 60: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 45 |
| Abb. A- 61: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 46 |
| Abb. A- 62: Sofistik : Struktur | A 47 |
| Abb. A- 63: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 47 |
| Abb. A- 64: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 48 |
| Abb. A- 65: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 48 |
| Abb. A- 66: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 49 |
| Abb. A- 67: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 49 |
| Abb. A- 68: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 50 |
| Abb. A- 69: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 50 |
| Abb. A- 70: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 51 |
| Abb. A- 71: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 51 |
| Abb. A- 72: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 52 |
| Abb. A- 73: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 52 |
| Abb. A- 74: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 53 |

| | |
|--|------|
| Abb. A- 75: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 56 |
| Abb. A- 76: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 57 |
| Abb. A- 77: Sofistik : Struktur | A 58 |
| Abb. A- 78: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 58 |
| Abb. A- 79: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 59 |
| Abb. A- 80: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 59 |
| Abb. A- 81: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 60 |
| Abb. A- 82: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 60 |
| Abb. A- 83: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 61 |
| Abb. A- 84: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 61 |
| Abb. A- 85: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 62 |
| Abb. A- 86: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 62 |
| Abb. A- 87: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 63 |
| Abb. A- 88: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 63 |
| Abb. A- 89: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 64 |
| Abb. A- 90: Sofistik : Abmessungen | A 66 |
| Abb. A- 91: Belastung Durchlaufträger | A 67 |
| Abb. A- 92: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 68 |
| Abb. A- 93: Querbiegemomente M_{yy} | A 69 |
| Abb. A- 94: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 71 |
| Abb. A- 95: Sofistik : Struktur | A 72 |
| Abb. A- 96: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 72 |
| Abb. A- 97: Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 73 |
| Abb. A- 98: Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 73 |
| Abb. A- 99: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 74 |
| Abb. A- 100: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 74 |
| Abb. A- 101: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 75 |
| Abb. A- 102: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 75 |
| Abb. A- 103: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 76 |
| Abb. A- 104: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 76 |
| Abb. A- 105: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 77 |
| Abb. A- 106: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 77 |
| Abb. A- 107: Querbiegemomente M_{yy} | A 80 |
| Abb. A- 108: Belastung beidseits auskragender Träger | A 80 |
| Abb. A- 109: Querbiegemomente M_{yy} | A 81 |
| Abb. A- 110: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_{xx} und Verschiebung Z | A 81 |
| Abb. A- 111: Sofistik : Struktur | A 82 |
| Abb. A- 112: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 82 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 113: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 83 |
| Abb. A- 114: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 83 |
| Abb. A- 115: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m..... | A 84 |
| Abb. A- 116: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 84 |
| Abb. A- 117: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 85 |
| Abb. A- 118: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 85 |
| Abb. A- 119: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 86 |
| Abb. A- 120: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 86 |
| Abb. A- 121: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 87 |
| Abb. A- 122: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 87 |
| Abb. A- 123: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 88 |
| Abb. A- 124: Belastung Durchlaufträger | A 90 |
| Abb. A- 125: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 91 |
| Abb. A- 126: Querbiegemomente M_{yy} | A 92 |
| Abb. A- 127: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 94 |
| Abb. A- 128: Sofistik : Struktur..... | A 95 |
| Abb. A- 129: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 95 |
| Abb. A- 130: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 96 |
| Abb. A- 131: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 96 |
| Abb. A- 132: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m..... | A 97 |
| Abb. A- 133: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 97 |
| Abb. A- 134: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 98 |
| Abb. A- 135: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 98 |
| Abb. A- 136: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 99 |
| Abb. A- 137: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 99 |
| Abb. A- 138: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 100 |
| Abb. A- 139: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 100 |
| Abb. A- 140: Querbiegemomente M_{yy} | A 103 |
| Abb. A- 141: Belastung beidseits auskragender Träger | A 103 |
| Abb. A- 142: Querbiegemomente M_{yy} | A 104 |
| Abb. A- 143: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 104 |
| Abb. A- 144: Sofistik : Struktur..... | A 105 |
| Abb. A- 145: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 105 |
| Abb. A- 146: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 106 |
| Abb. A- 147: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 106 |
| Abb. A- 148: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m..... | A 107 |
| Abb. A- 149: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 107 |
| Abb. A- 150: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 108 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 151: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 108 |
| Abb. A- 152: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 109 |
| Abb. A- 153: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 109 |
| Abb. A- 154: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 110 |
| Abb. A- 155: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 110 |
| Abb. A- 156: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 111 |
| Abb. A- 157: Belastung Durchlaufträger | A 113 |
| Abb. A- 158: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 114 |
| Abb. A- 159: Querbiegemomente M_{yy} | A 115 |
| Abb. A- 160: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 117 |
| Abb. A- 161: Sofistik : Struktur..... | A 118 |
| Abb. A- 162: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 118 |
| Abb. A- 163: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 119 |
| Abb. A- 164: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 119 |
| Abb. A- 165: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 120 |
| Abb. A- 166: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 120 |
| Abb. A- 167: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 121 |
| Abb. A- 168: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 121 |
| Abb. A- 169: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 122 |
| Abb. A- 170: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 122 |
| Abb. A- 171: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 123 |
| Abb. A- 172: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 123 |
| Abb. A- 173: Querbiegemomente M_{yy} | A 126 |
| Abb. A- 174: Belastung beidseits auskragender Träger | A 126 |
| Abb. A- 175: Querbiegemomente M_{yy} | A 127 |
| Abb. A- 176: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 127 |
| Abb. A- 177: Sofistik : Struktur..... | A 128 |
| Abb. A- 178: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 128 |
| Abb. A- 179: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 129 |
| Abb. A- 180: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 129 |
| Abb. A- 181: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 130 |
| Abb. A- 182: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 130 |
| Abb. A- 183: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 131 |
| Abb. A- 184: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 131 |
| Abb. A- 185: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 132 |
| Abb. A- 186: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 132 |
| Abb. A- 187: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 133 |
| Abb. A- 188: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 133 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 189: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 134 |
| Abb. A- 190: Sofistik : Abmessungen | A 136 |
| Abb. A- 191: Belastung Durchlaufträger | A 137 |
| Abb. A- 192: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 138 |
| Abb. A- 193: Querbiegemomente M_{yy} | A 139 |
| Abb. A- 194: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 141 |
| Abb. A- 195: Sofistik : Struktur..... | A 142 |
| Abb. A- 196: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 142 |
| Abb. A- 197: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 143 |
| Abb. A- 198: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 143 |
| Abb. A- 199: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 144 |
| Abb. A- 200: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 144 |
| Abb. A- 201: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 145 |
| Abb. A- 202: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 145 |
| Abb. A- 203: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 146 |
| Abb. A- 204: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 146 |
| Abb. A- 205: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 147 |
| Abb. A- 206: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 147 |
| Abb. A- 207: Querbiegemomente M_{yy} | A 150 |
| Abb. A- 208: Belastung beidseits auskragender Träger | A 150 |
| Abb. A- 209: Querbiegemomente M_{yy} | A 151 |
| Abb. A- 210: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 151 |
| Abb. A- 211: Sofistik : Struktur..... | A 152 |
| Abb. A- 212: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 152 |
| Abb. A- 213: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 153 |
| Abb. A- 214: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 153 |
| Abb. A- 215: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 154 |
| Abb. A- 216: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 154 |
| Abb. A- 217: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 155 |
| Abb. A- 218: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 155 |
| Abb. A- 219: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 156 |
| Abb. A- 220: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 156 |
| Abb. A- 221: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 157 |
| Abb. A- 222: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 157 |
| Abb. A- 223: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 158 |
| Abb. A- 224: Belastung Durchlaufträger | A 160 |
| Abb. A- 225: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 161 |
| Abb. A- 226: Querbiegemomente M_{yy} | A 162 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 227: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 164 |
| Abb. A- 228: Sofistik : Struktur..... | A 165 |
| Abb. A- 229: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 165 |
| Abb. A- 230: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 166 |
| Abb. A- 231: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 166 |
| Abb. A- 232: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 167 |
| Abb. A- 233: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 167 |
| Abb. A- 234: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 168 |
| Abb. A- 235: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 168 |
| Abb. A- 236: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 169 |
| Abb. A- 237: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 169 |
| Abb. A- 238: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 170 |
| Abb. A- 239: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 170 |
| Abb. A- 240: Querbiegemomente M_{yy} | A 173 |
| Abb. A- 241: Belastung beidseits auskragender Träger | A 173 |
| Abb. A- 242: Querbiegemomente M_{yy} | A 174 |
| Abb. A- 243: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z..... | A 174 |
| Abb. A- 244: Sofistik : Struktur..... | A 175 |
| Abb. A- 245: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 175 |
| Abb. A- 246: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 176 |
| Abb. A- 247: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 176 |
| Abb. A- 248: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 177 |
| Abb. A- 249: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 177 |
| Abb. A- 250: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 178 |
| Abb. A- 251: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 178 |
| Abb. A- 252: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 179 |
| Abb. A- 253: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 179 |
| Abb. A- 254: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 180 |
| Abb. A- 255: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 180 |
| Abb. A- 256: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 181 |
| Abb. A- 257: Belastung Durchlaufträger | A 183 |
| Abb. A- 258: Querbiegemomente M_{yy} | A 184 |
| Abb. A- 259: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 186 |
| Abb. A- 260: Sofistik : Struktur..... | A 187 |
| Abb. A- 261: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“ | A 187 |
| Abb. A- 262: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 188 |
| Abb. A- 263: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 188 |
| Abb. A- 264: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 189 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 265: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 189 |
| Abb. A- 266: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 190 |
| Abb. A- 267: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 190 |
| Abb. A- 268: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm ² /m | A 191 |
| Abb. A- 269: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm ² /m | A 191 |
| Abb. A- 270: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm ² /m..... | A 192 |
| Abb. A- 271: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm ² /m | A 192 |
| Abb. A- 272: Querbiegemomente M _{yy} | A 195 |
| Abb. A- 273: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N _x und Verschiebung Z..... | A 195 |
| Abb. A- 274: Sofistik : Struktur..... | A 196 |
| Abb. A- 275: Sofistik : Belastung „Eigengewicht (g=5,0kN/m ²)“ | A 196 |
| Abb. A- 276: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N _{xx} in kN/m | A 197 |
| Abb. A- 277: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N _{yy} in kN/m | A 197 |
| Abb. A- 278: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M _{yy} in kNm/m..... | A 198 |
| Abb. A- 279: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 198 |
| Abb. A- 280: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 199 |
| Abb. A- 281: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 199 |
| Abb. A- 282: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 200 |
| Abb. A- 283: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm ² /m | A 200 |
| Abb. A- 284: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm ² /m | A 201 |
| Abb. A- 285: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm ² /m..... | A 201 |
| Abb. A- 286: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm ² /m | A 202 |
| Abb. A- 287: Sofistik : Abmessungen | A 204 |
| Abb. A- 288: Belastung Durchlaufträger | A 205 |
| Abb. A- 289: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 206 |
| Abb. A- 290: Querbiegemomente M _{yy} | A 207 |
| Abb. A- 291: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N _x und Verschiebung Z | A 209 |
| Abb. A- 292: Sofistik : Struktur..... | A 210 |
| Abb. A- 293: Sofistik : Belastung „Eigengewicht (g=5,0kN/m ²)“ | A 210 |
| Abb. A- 294: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N _{xx} in kN/m | A 211 |
| Abb. A- 295: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N _{yy} in kN/m | A 211 |
| Abb. A- 296: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M _{yy} in kNm/m..... | A 212 |
| Abb. A- 297: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 212 |
| Abb. A- 298: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 213 |
| Abb. A- 299: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 213 |
| Abb. A- 300: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm ² /m | A 214 |
| Abb. A- 301: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm ² /m | A 214 |
| Abb. A- 302: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm ² /m..... | A 215 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 303: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 215 |
| Abb. A- 304: Belastung beidseits auskragender Träger | A 218 |
| Abb. A- 305: Querbiegemomente M_{yy} | A 219 |
| Abb. A- 306: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 219 |
| Abb. A- 307: Sofistik : Struktur..... | A 220 |
| Abb. A- 308: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=3,75\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 220 |
| Abb. A- 309: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 221 |
| Abb. A- 310: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 221 |
| Abb. A- 311: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 222 |
| Abb. A- 312: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 222 |
| Abb. A- 313: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 223 |
| Abb. A- 314: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 223 |
| Abb. A- 315: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 224 |
| Abb. A- 316: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 224 |
| Abb. A- 317: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 225 |
| Abb. A- 318: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 225 |
| Abb. A- 319: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 226 |
| Abb. A- 320: Belastung Durchlaufträger | A 228 |
| Abb. A- 321: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen | A 229 |
| Abb. A- 322: Querbiegemomente M_{yy} | A 230 |
| Abb. A- 323: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 232 |
| Abb. A- 324: Sofistik : Struktur..... | A 233 |
| Abb. A- 325: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=6,25\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 233 |
| Abb. A- 326: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 234 |
| Abb. A- 327: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 234 |
| Abb. A- 328: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m | A 235 |
| Abb. A- 329: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm | A 235 |
| Abb. A- 330: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm | A 236 |
| Abb. A- 331: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 236 |
| Abb. A- 332: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 237 |
| Abb. A- 333: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 237 |
| Abb. A- 334: Sofistik : Bewehrung horizontal „ innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 238 |
| Abb. A- 335: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 238 |
| Abb. A- 336: Belastung beidseits auskragender Träger | A 241 |
| Abb. A- 337: Querbiegemomente M_{yy} | A 242 |
| Abb. A- 338: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z | A 242 |
| Abb. A- 339: Sofistik : Struktur..... | A 243 |
| Abb. A- 340: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=6,25\text{kN}/\text{m}^2$)“ | A 243 |

| | |
|---|-------|
| Abb. A- 341: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m | A 244 |
| Abb. A- 342: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m | A 244 |
| Abb. A- 343: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m..... | A 245 |
| Abb. A- 344: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm..... | A 245 |
| Abb. A- 345: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm..... | A 246 |
| Abb. A- 346: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte | A 246 |
| Abb. A- 347: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm | A 247 |
| Abb. A- 348: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 247 |
| Abb. A- 349: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m | A 248 |
| Abb. A- 350: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m | A 248 |
| Abb. A- 351: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m | A 249 |
| Abb. A- 352: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 251 |
| Abb. A- 353: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 251 |
| Abb. A- 354: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 252 |
| Abb. A- 355: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 252 |
| Abb. A- 356: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 252 |
| Abb. A- 357: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3..... | A 253 |
| Abb. A- 358: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A..... | A 254 |
| Abb. A- 359: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 254 |
| Abb. A- 360: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 254 |
| Abb. A- 361:Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A, | A 255 |
| Abb. A- 362: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 255 |
| Abb. A- 363: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 255 |
| Abb. A- 364: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 256 |
| Abb. A- 365: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B | A 256 |
| Abb. A- 366: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 256 |
| Abb. A- 367: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A | A 257 |
| Abb. A- 368: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B | A 257 |
| Abb. A- 369: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C | A 257 |
| Abb. A- 370: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 258 |
| Abb. A- 371: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 258 |
| Abb. A- 372: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} inFeld3..... | A 259 |
| Abb. A- 373: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 259 |
| Abb. A- 374: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 259 |
| Abb. A- 375: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3..... | A 260 |
| Abb. A- 376: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A..... | A 261 |
| Abb. A- 377: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 261 |
| Abb. A- 378: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 261 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 379: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A, | A 262 |
| Abb. A- 380: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 262 |
| Abb. A- 381: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C | A 262 |
| Abb. A- 382: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A | A 263 |
| Abb. A- 383: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B | A 263 |
| Abb. A- 384: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C | A 263 |
| Abb. A- 385: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A | A 264 |
| Abb. A- 386: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B | A 264 |
| Abb. A- 387: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C | A 264 |
| Abb. A- 388: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 265 |
| Abb. A- 389: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C | A 265 |
| Abb. A- 390: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 265 |
| Abb. A- 391: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 266 |
| Abb. A- 392: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C | A 266 |
| Abb. A- 393: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 266 |
| Abb. A- 394: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A | A 267 |
| Abb. A- 395: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 267 |
| Abb. A- 396: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C | A 267 |
| Abb. A- 397: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A, | A 268 |
| Abb. A- 398: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 268 |
| Abb. A- 399: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C | A 268 |
| Abb. A- 400: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A | A 269 |
| Abb. A- 401: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B | A 269 |
| Abb. A- 402: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C | A 269 |
| Abb. A- 403: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A | A 270 |
| Abb. A- 404: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B | A 270 |
| Abb. A- 405: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C | A 270 |
| Abb. A- 406: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 271 |
| Abb. A- 407: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C | A 271 |
| Abb. A- 408: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 272 |
| Abb. A- 409: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 272 |
| Abb. A- 410: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C | A 272 |
| Abb. A- 411: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 273 |
| Abb. A- 412: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A | A 274 |
| Abb. A- 413: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 274 |
| Abb. A- 414: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C | A 274 |
| Abb. A- 415: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A | A 275 |
| Abb. A- 416: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 275 |

| | |
|---|-------|
| Abb. A- 417: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 275 |
| Abb. A- 418: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 276 |
| Abb. A- 419: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B..... | A 276 |
| Abb. A- 420: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 276 |
| Abb. A- 421: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 277 |
| Abb. A- 422: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B..... | A 277 |
| Abb. A- 423: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 277 |
| Abb. A- 424: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 278 |
| Abb. A- 425: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 278 |
| Abb. A- 426: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3..... | A 278 |
| Abb. A- 427: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 279 |
| Abb. A- 428: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 279 |
| Abb. A- 429: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3..... | A 279 |
| Abb. A- 430: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A..... | A 280 |
| Abb. A- 431: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 280 |
| Abb. A- 432: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 280 |
| Abb. A- 433: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A,..... | A 281 |
| Abb. A- 434: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 281 |
| Abb. A- 435: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 281 |
| Abb. A- 436: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 282 |
| Abb. A- 437: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B..... | A 282 |
| Abb. A- 438: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 282 |
| Abb. A- 439: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 283 |
| Abb. A- 440: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B..... | A 283 |
| Abb. A- 441: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 283 |
| Abb. A- 442: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 284 |
| Abb. A- 443: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 284 |
| Abb. A- 444: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3..... | A 285 |
| Abb. A- 445: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 285 |
| Abb. A- 446: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 285 |
| Abb. A- 447: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3..... | A 286 |
| Abb. A- 448: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A..... | A 287 |
| Abb. A- 449: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 287 |
| Abb. A- 450: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 287 |
| Abb. A- 451: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A..... | A 288 |
| Abb. A- 452: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 288 |
| Abb. A- 453: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 288 |
| Abb. A- 454: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 289 |

| | |
|--|-------|
| Abb. A- 455: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B | A 289 |
| Abb. A- 456: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 289 |
| Abb. A- 457: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A | A 290 |
| Abb. A- 458: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B | A 290 |
| Abb. A- 459: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C | A 290 |
| Abb. A- 460: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2 | A 291 |
| Abb. A- 461: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 291 |
| Abb. A- 462: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 291 |
| Abb. A- 463: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2..... | A 292 |
| Abb. A- 464: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C..... | A 292 |
| Abb. A- 465: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3 | A 292 |
| Abb. A- 466: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A..... | A 293 |
| Abb. A- 467: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B..... | A 293 |
| Abb. A- 468: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 293 |
| Abb. A- 469: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A, | A 294 |
| Abb. A- 470: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B | A 294 |
| Abb. A- 471: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C..... | A 294 |
| Abb. A- 472: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A..... | A 295 |
| Abb. A- 473: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B | A 295 |
| Abb. A- 474: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C..... | A 295 |
| Abb. A- 475: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A | A 296 |
| Abb. A- 476: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B | A 296 |
| Abb. A- 477: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C | A 296 |

ANHANG

1. Berechnungsbeispiel – Tonnendach (Vergleich Analytische Berechnung – FEM „Sofistik“)

1.1. Tonnendach unter Veränderung der Spannweite

Für die Untersuchung, welche die Veränderungen der Spannweite eines Tonnendachs mit Faltwerkwirkung betreffen (in Abb. blau gekennzeichnet), bleiben die Querschotenhöhe mit 1,50m, die Plattendicke mit 20cm und die Dachneigung mit 45° unverändert. Die Berechnung wird mit den Spannweiten von 5m, 7m, 10m, 15m, 20m, 30m und 40m erstellt.

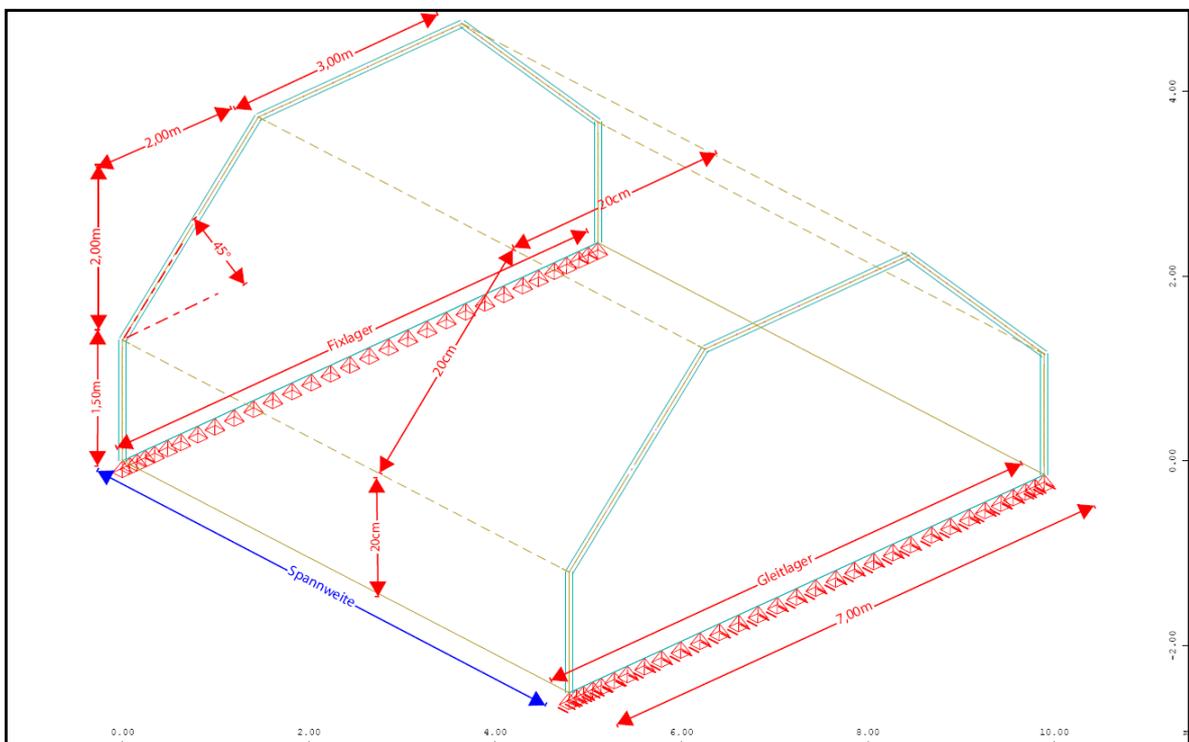


Abb. A- 1: Sofistik : Abmessungen

1.1.1. Tonnendach mit einer Spannweite von 7m

1.1.1.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Durch die Veränderung der Spannweite, ändern sich die Ergebnisse erst ab den Scheibenlasten. Die Querschnittswerte der einzelnen Scheiben und die Querbiegemomente bleiben, wie unter Pkt. 6.1.1.1. im Hauptdokument beschrieben, unverändert.

Scheibenlasten des Faltworks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 7^2)/8 = 77,97 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 7^2)/8 = 142,17 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntene Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 72,47 \text{ kN}$$

$$T_C = 26,62 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 556,53 \text{ kN/m}^2$$

$$N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 111,31 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -73,40 \text{ kN/m}^2$$

$$N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -14,68 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -88,72 \text{ kN/m}^2$$

$$N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -17,74 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 15,32 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 8,74 \cdot 10^{-7} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0045 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,0063 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt. A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 629,93 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 1,50 \text{ m}} = 6,7734 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,346 \text{ mm}$$

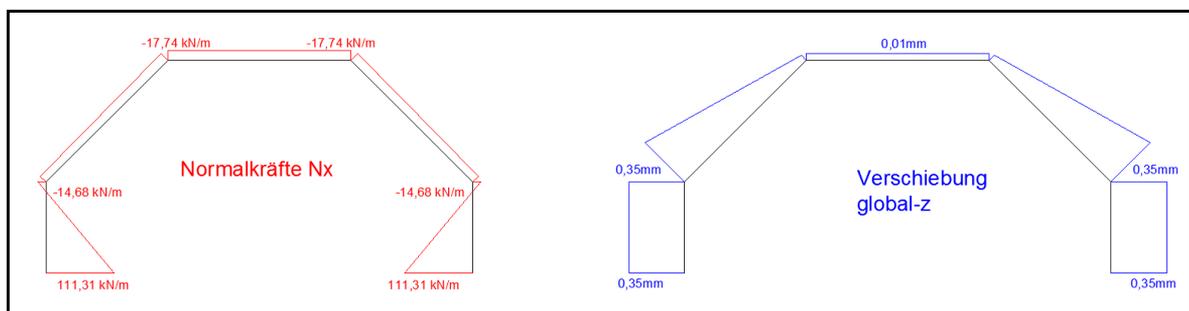


Abb. A- 2: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.1.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Durch Veränderung der Spannweite werden die Querschnittswerte und die Querbiegemomente, wie im Pkt. 6.1.1.2 des Hauptdokumentes dargestellt, bei der Berechnung mittels Balkentheorie nicht beeinflusst, es wird daher nur auf die Längsbiegemomente, Durchbiegung und Normalkräfte eingegangen.

Querschnittswerte des Falterwerks:

Fläche des Falterwerks = 2,3314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{y,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 356,99\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 0,0207\text{mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -162,4\text{kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20\text{m} = -32,48\text{kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 289,76\text{kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20\text{m} = 57,95\text{kN/m}$$

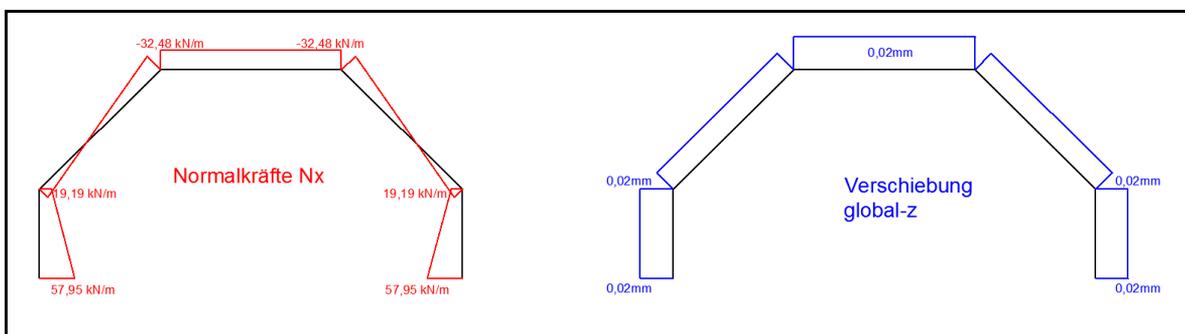


Abb. A- 3: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.1.3. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

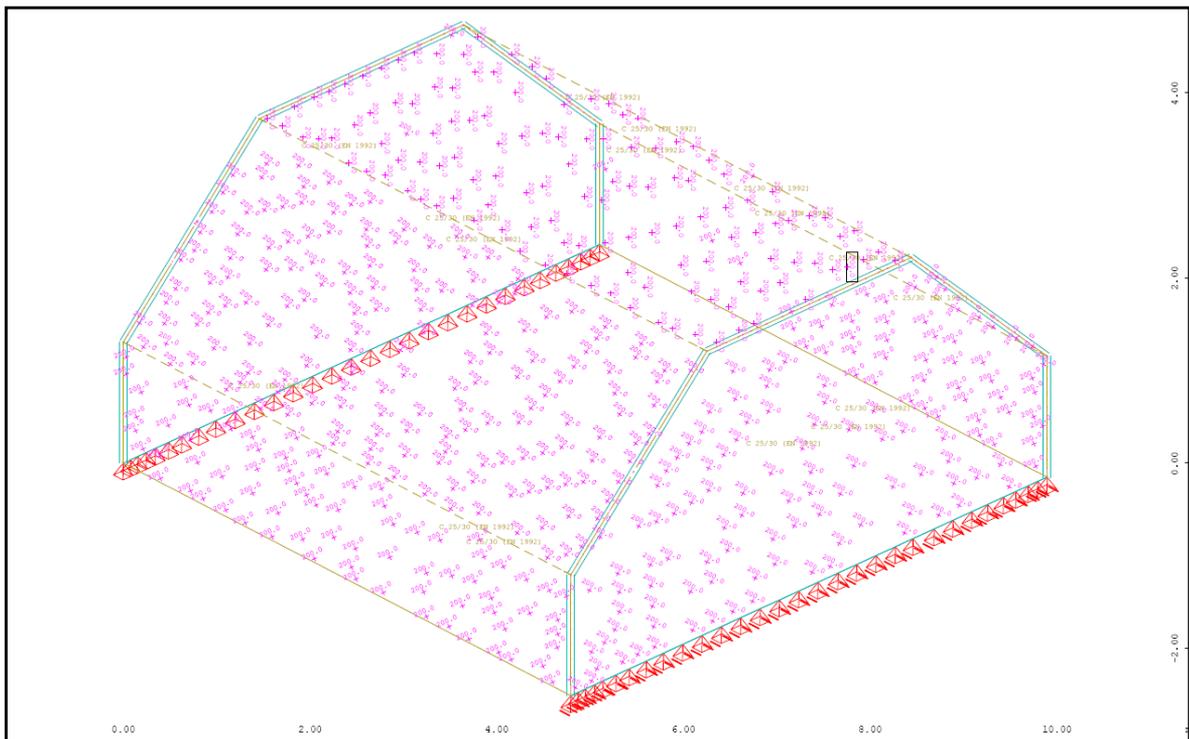


Abb. A- 4: Sofistik : Struktur

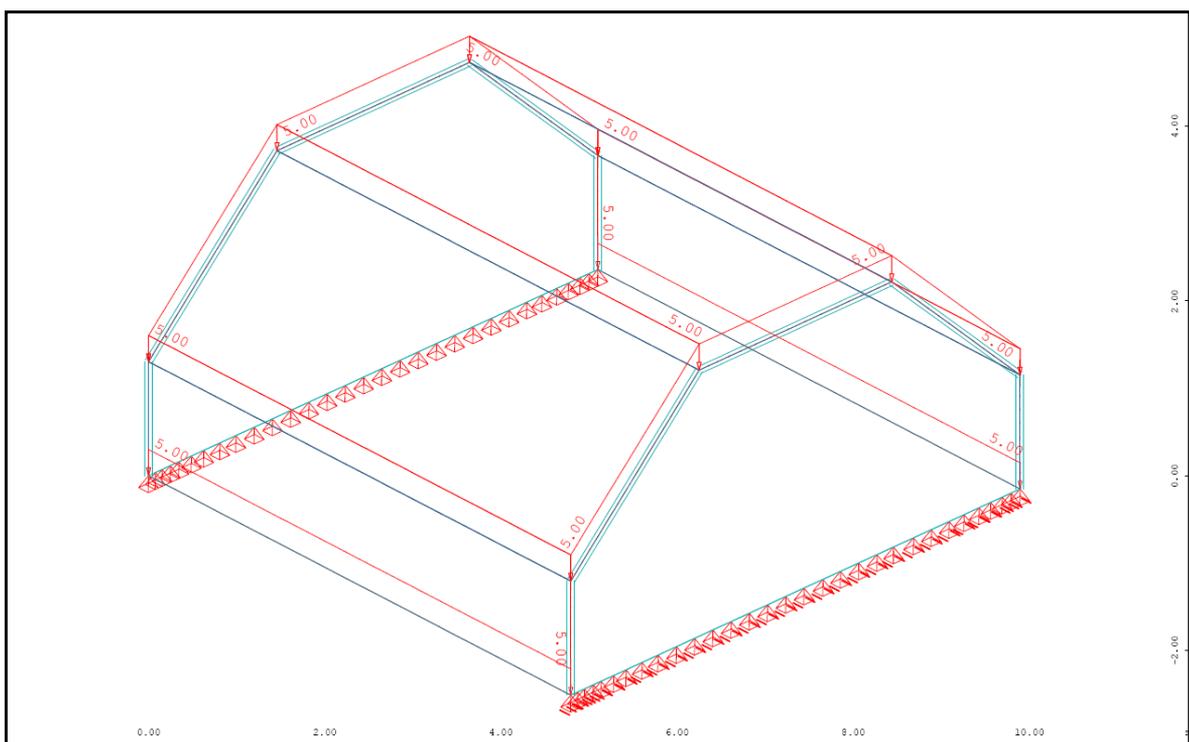


Abb. A- 5: Sofistik : Belastung „Eigengewicht (g=5,0kN/m²)“

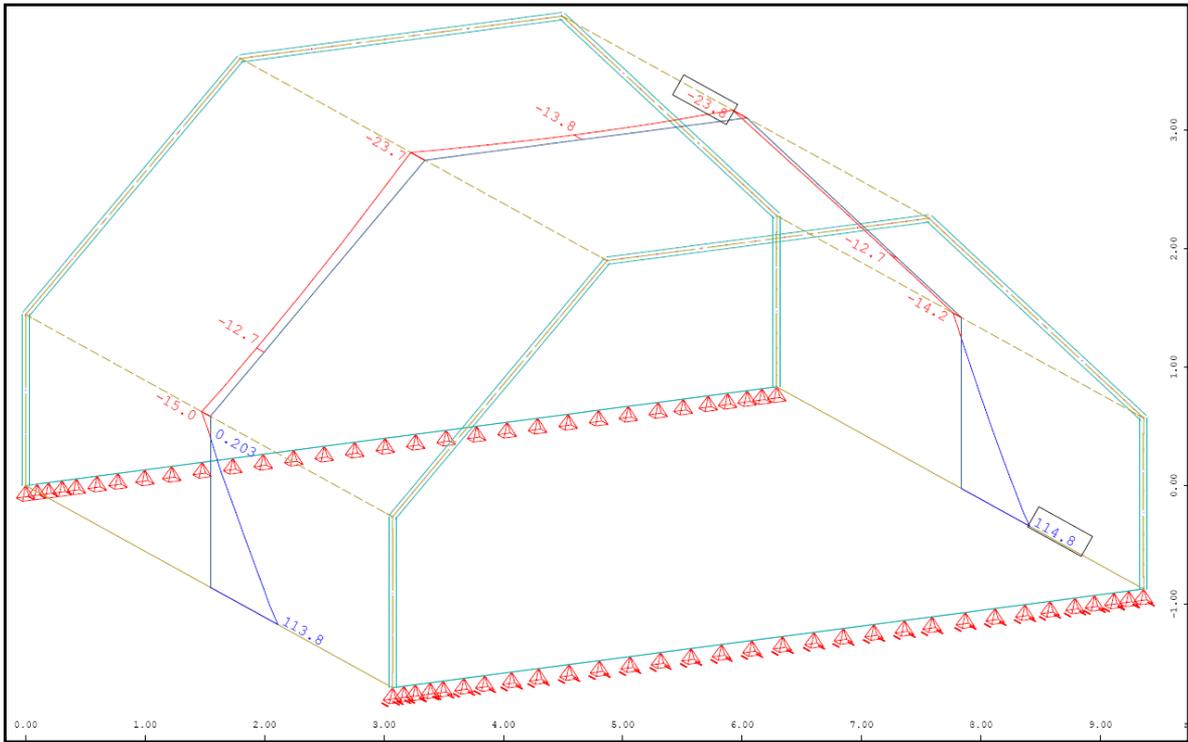


Abb. A- 6: Sofistik: Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

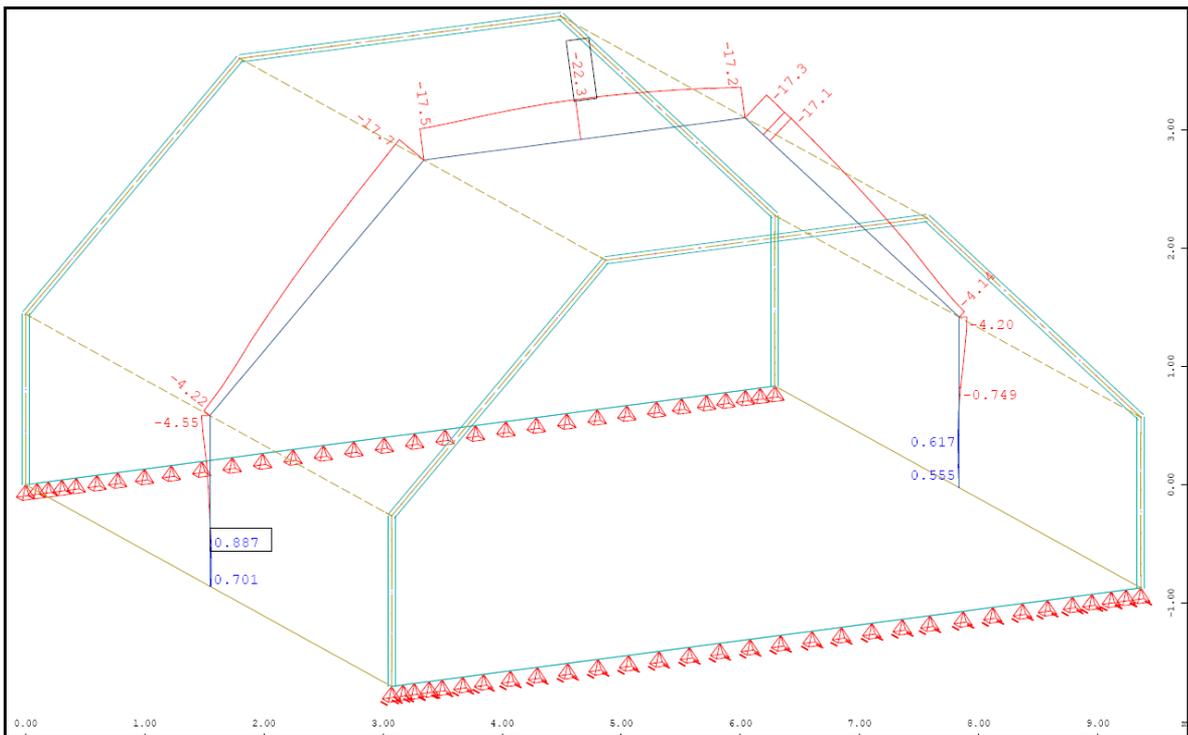


Abb. A- 7: Sofistik: Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

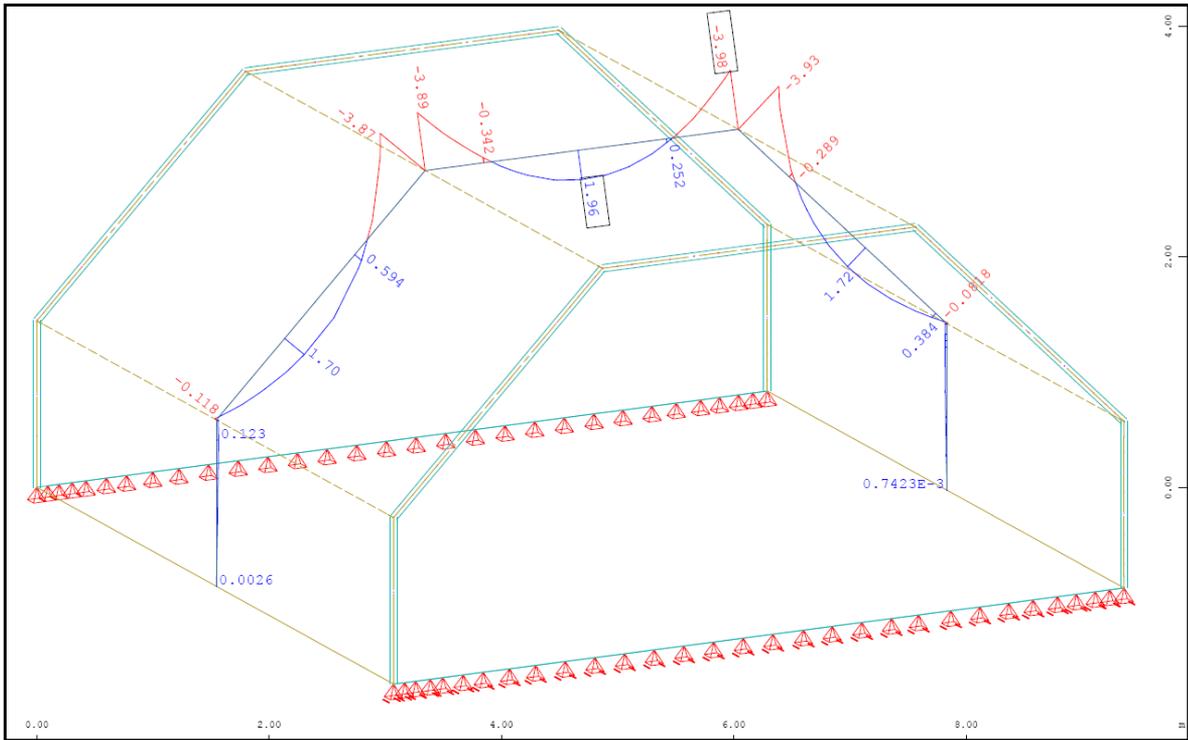


Abb. A- 8: Sofistik: Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

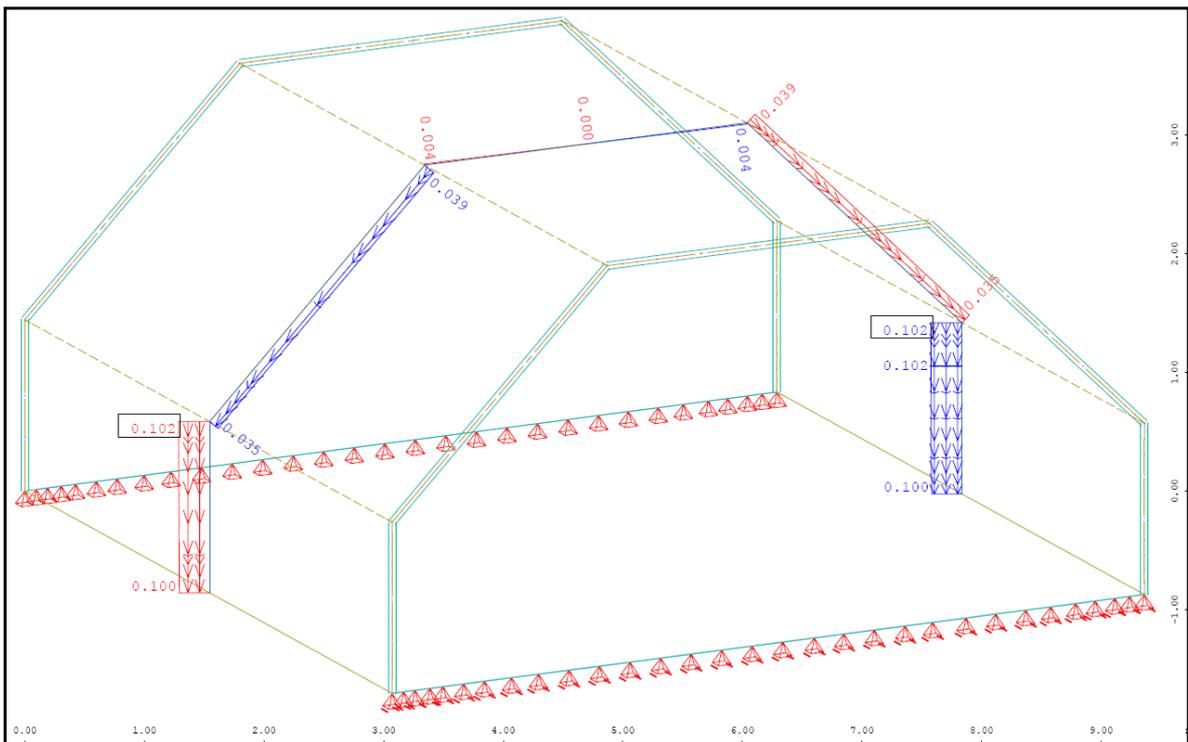


Abb. A- 9: Sofistik: Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

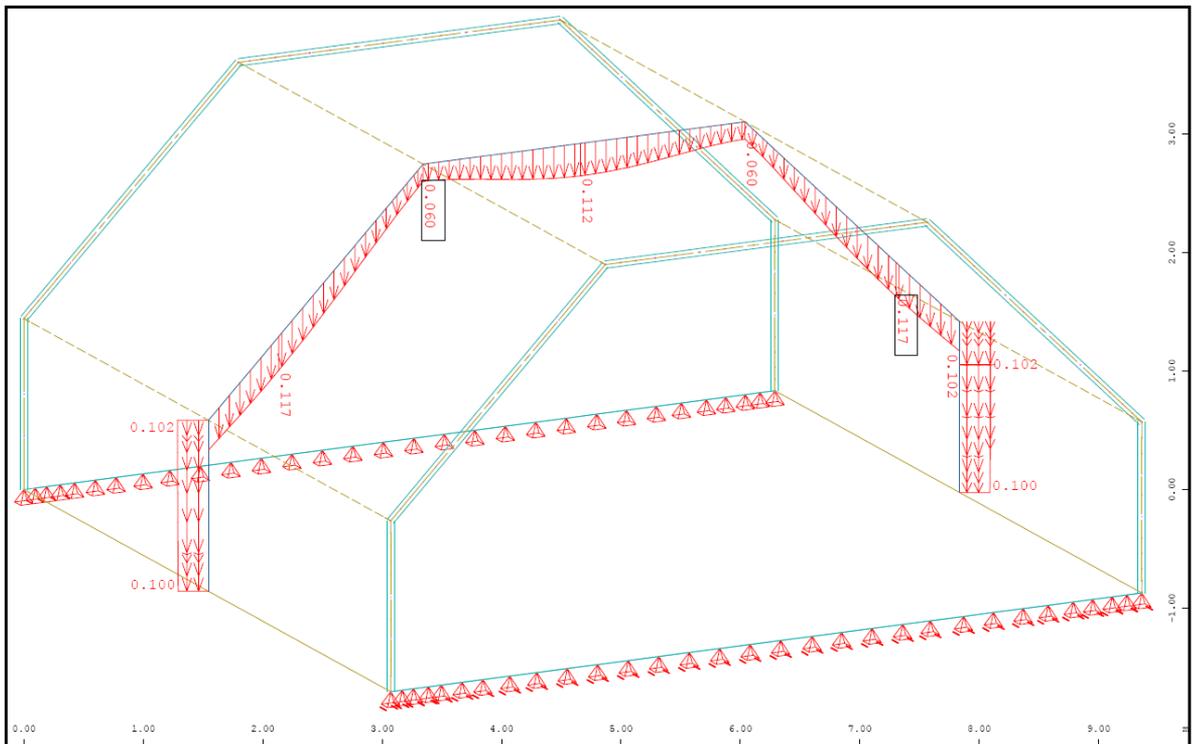


Abb. A- 10: Sofistik: Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

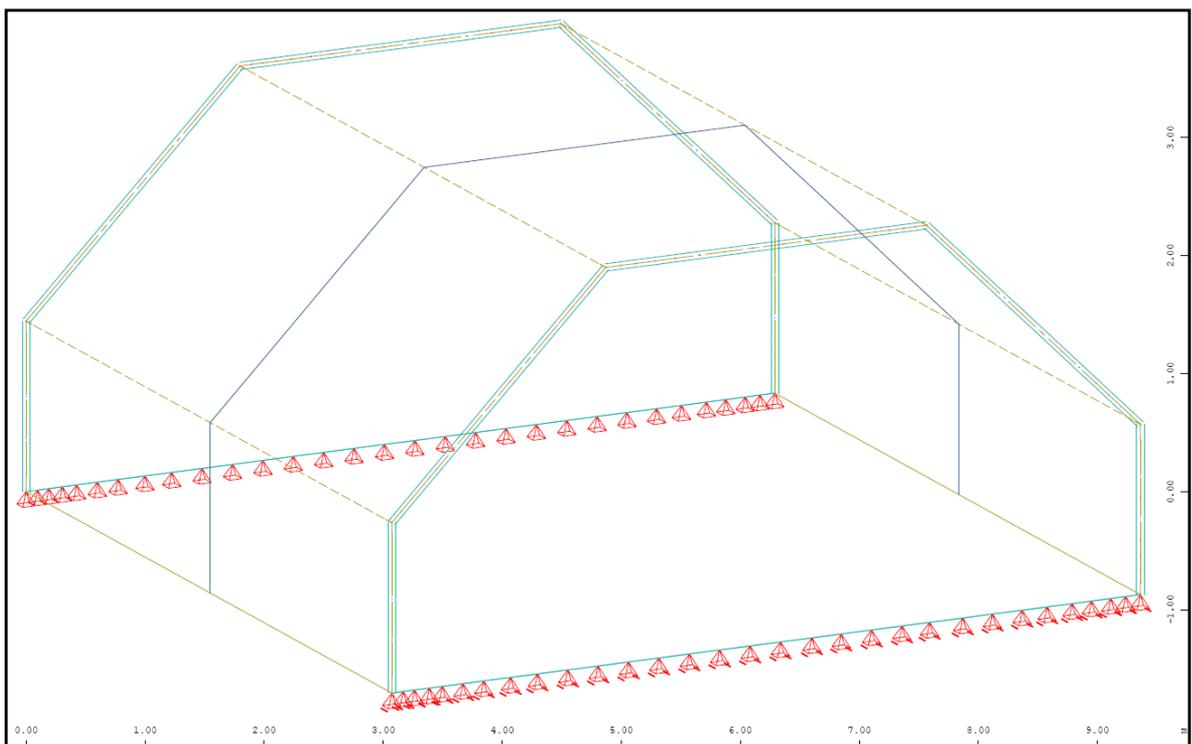


Abb. A- 11: Sofistik: max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

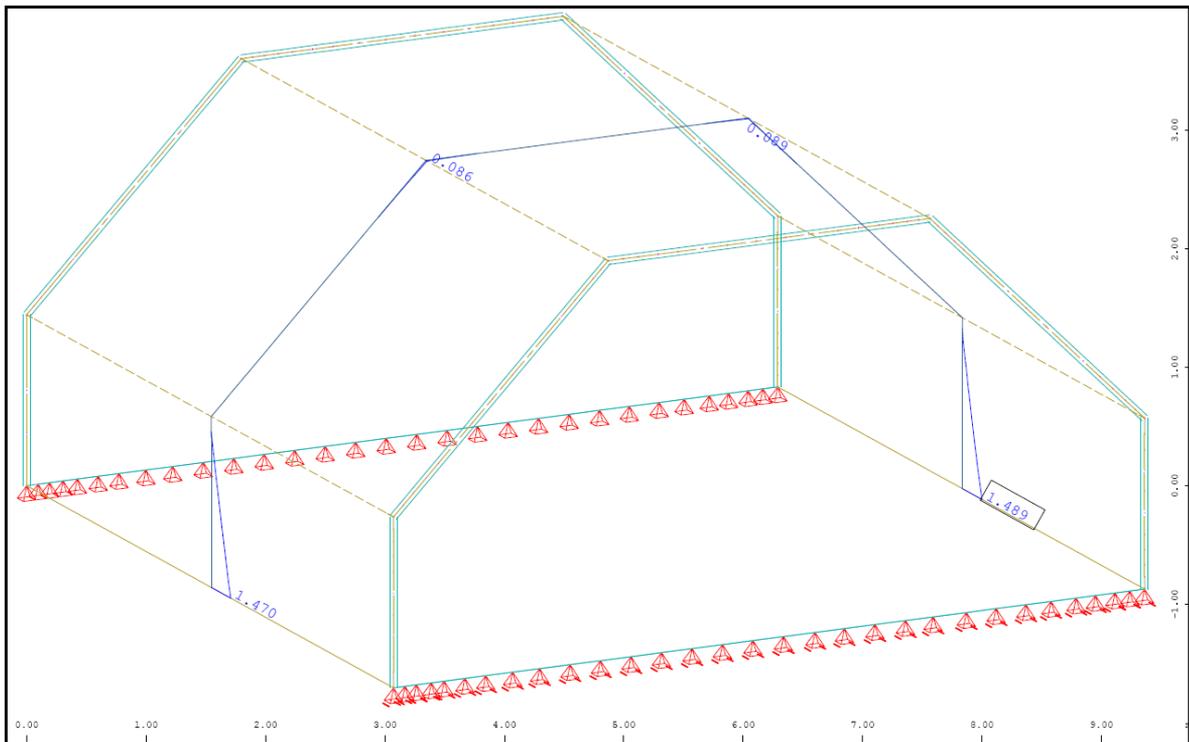


Abb. A- 12: Sofistik: Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

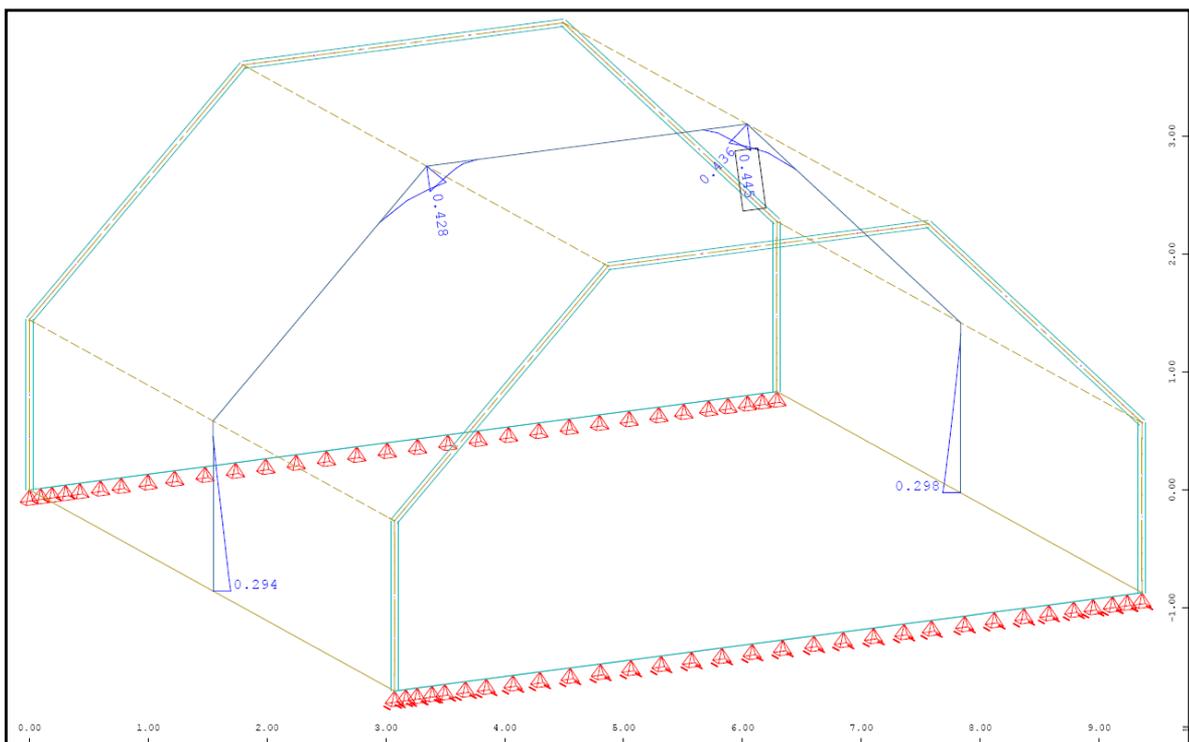


Abb. A- 13: Sofistik: Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

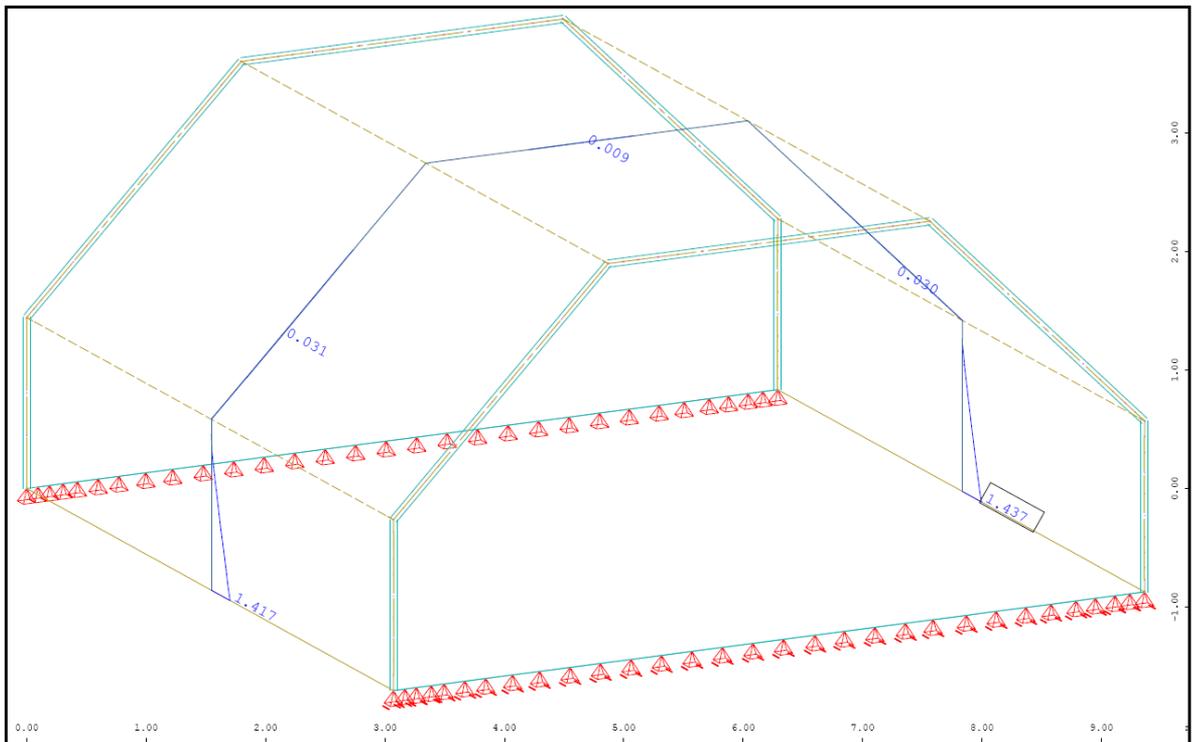


Abb. A- 14: Sofistik: Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

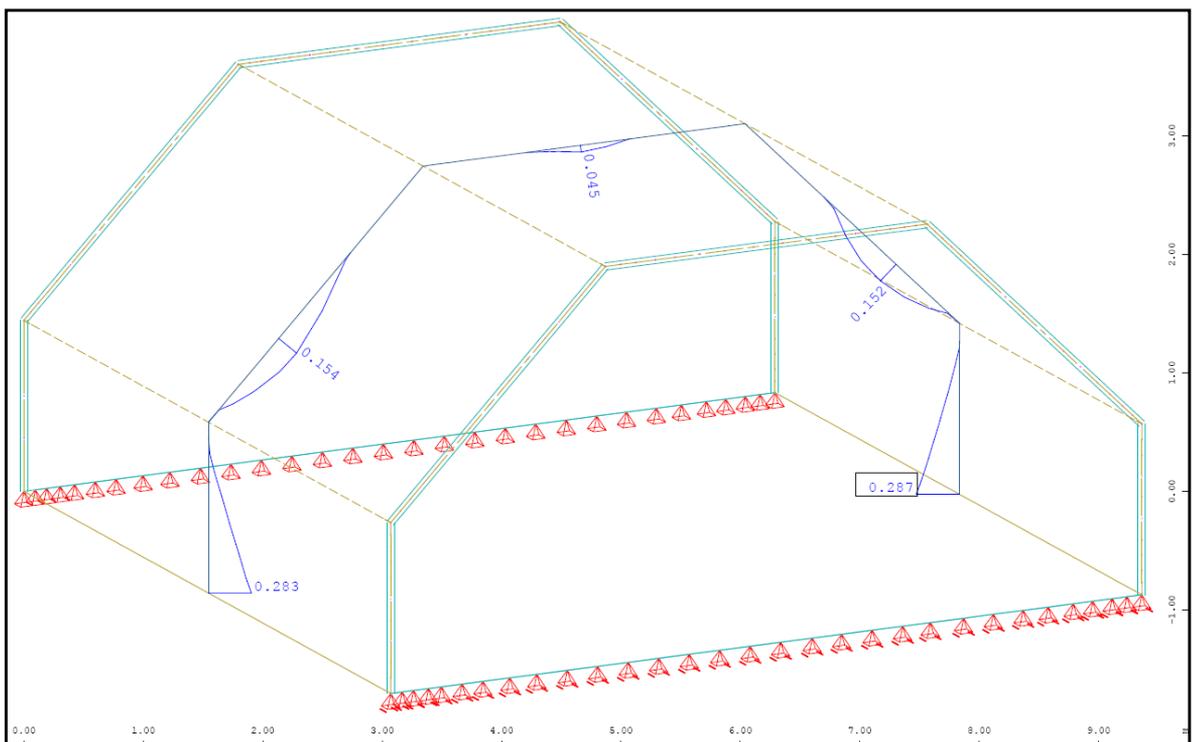


Abb. A- 15: Sofistik: Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.1.1.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|------------------------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 ($x=0,40x_l$) | +1,84* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -3,89 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | +1,96 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | -1,93 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -10,96 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -22,30 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +113,8 | +111,31 | +57,95 |
| Pkt.B | -15,0 | -14,68 | +19,19 |
| Pkt.C | -23,7 | -17,74 | -32,48 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 0,10 | 0,10 | 0,35 | 0,02 |
| Pkt.B | 0,10 | 0,10 | 0,35 | 0,02 |
| Pkt.C | 0,06 | 0,06 | 0,01 | 0,02 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit Pkt.C $0,40+q_x l^2 x_{0,12}$

1.1.2. Tonnendach mit einer Spannweite von 10m

1.1.2.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Durch die Veränderung der Spannweite, ändern sich die Ergebnisse erst ab den Scheibenlasten. Die Querschnittswerte der einzelnen Scheiben und die Querbiegemomente bleiben, wie unter Pkt. 6.1.1.1. im Hauptdokument beschrieben, unverändert.

Scheibenlasten des Faltwerks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 10^2)/8 = 159,13 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 10^2)/8 = 290,14 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntene Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 147,90 \text{ kN}$$

$$T_C = 54,32 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 1135,77 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 227,15 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -149,79 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -29,96 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -181,06 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -36,21 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 31,27 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 1,78 \cdot 10^{-6} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0186 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,0263 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt. A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 1285,56 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 1,50 \text{ m}} = 0,0001 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 1,44 \text{ mm}$$

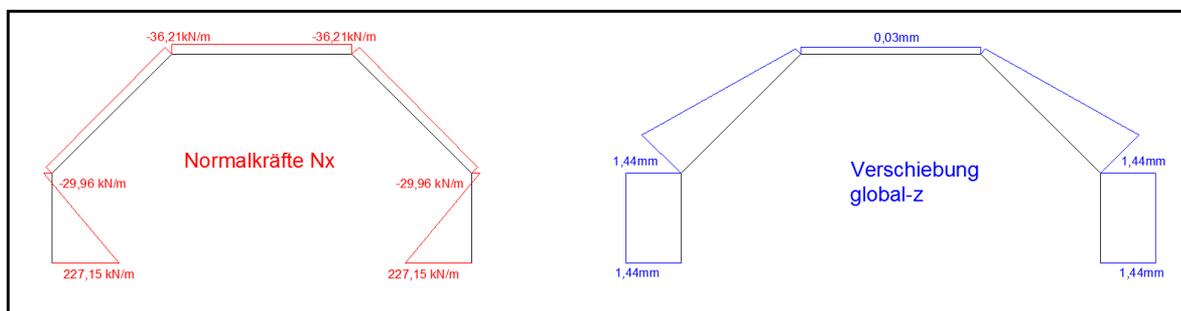


Abb. A- 16: Dreischübelgleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.2.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Durch Veränderung der Spannweite werden die Querschnittswerte und die Querbiegemomente, wie im Pkt. 6.1.1.2 vom Hauptdokument dargestellt, bei der Berechnung mittels Balkentheorie nicht beeinflusst, es wird daher nur auf die Längsbiegemomente, Durchbiegung und Normalkräfte eingegangen.

Querschnittswerte des Faltswerks:

Fläche des Faltswerks = 2,3314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \frac{\sum A_i}{\sum A_i} \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{y,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Faltswerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 728,55\text{kNm}$$

Durchbiegung des Faltswerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 0,0861\text{mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -331,43\text{kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20\text{m} = -66,29\text{kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 591,34\text{kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20\text{m} = 118,27\text{kN/m}$$

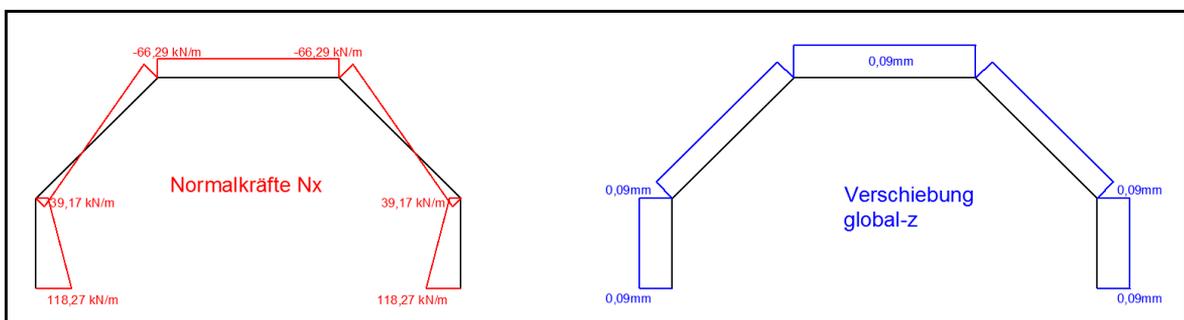


Abb. A- 17: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.2.3. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

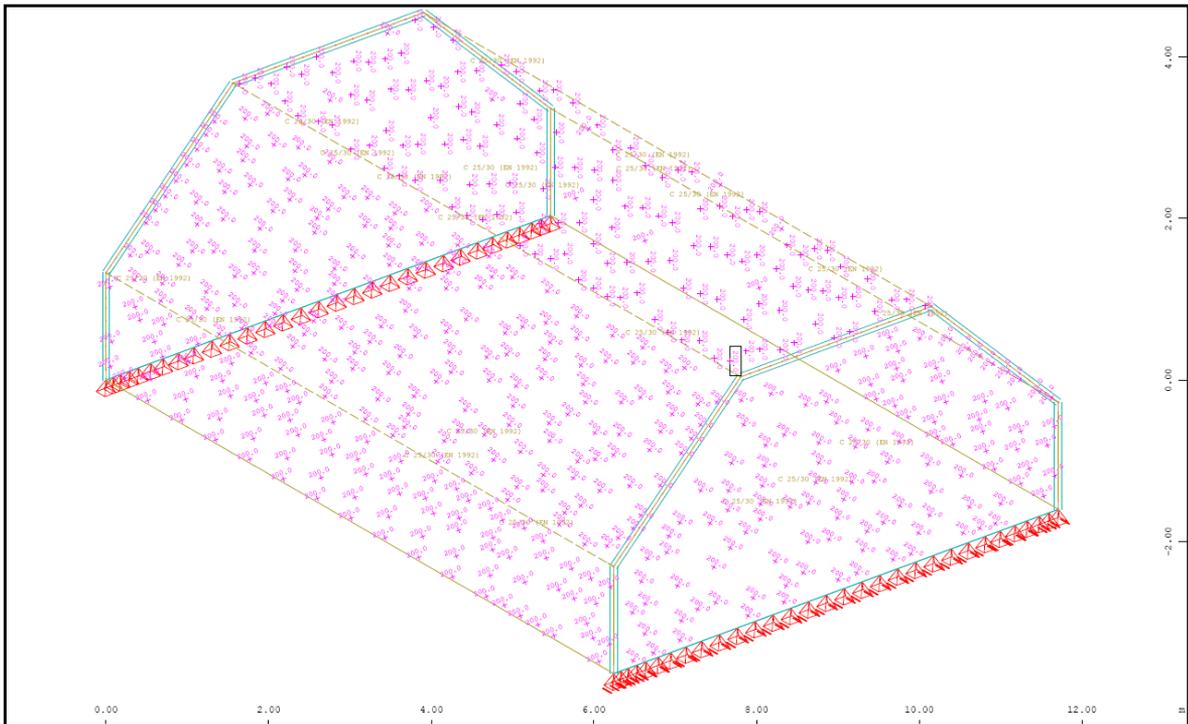


Abb. A- 18: Sofistik : Struktur

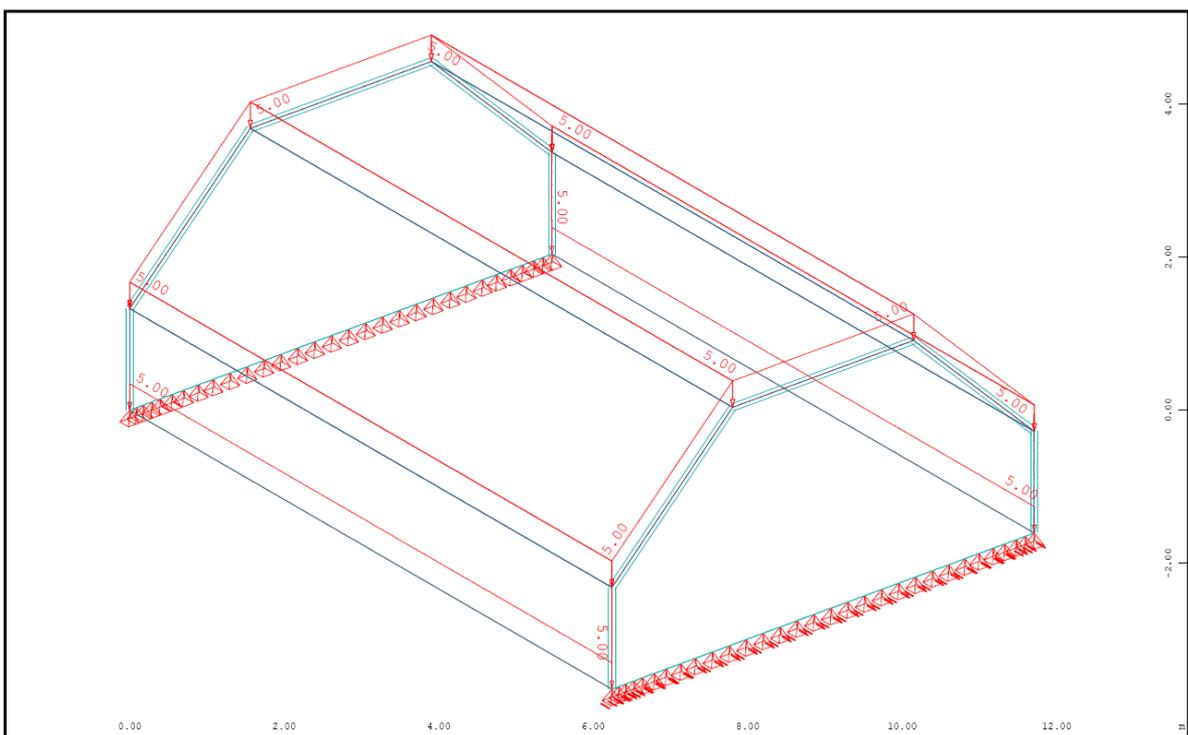


Abb. A- 19: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

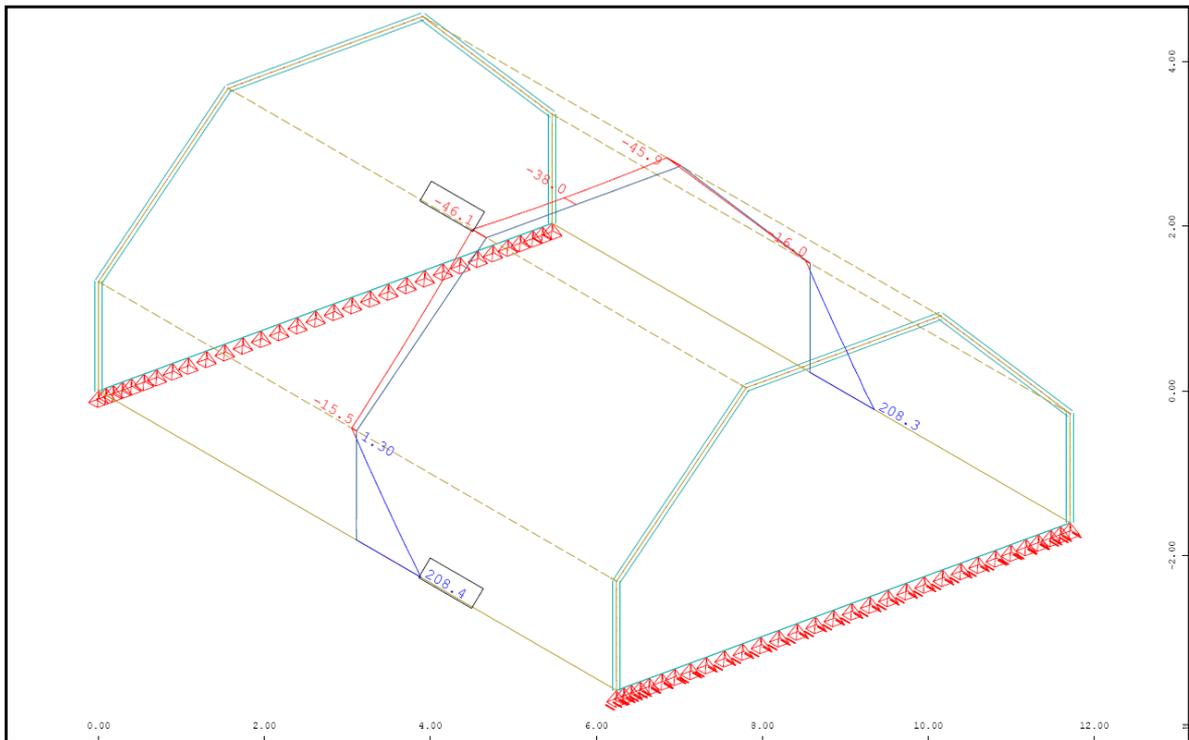


Abb. A- 20: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

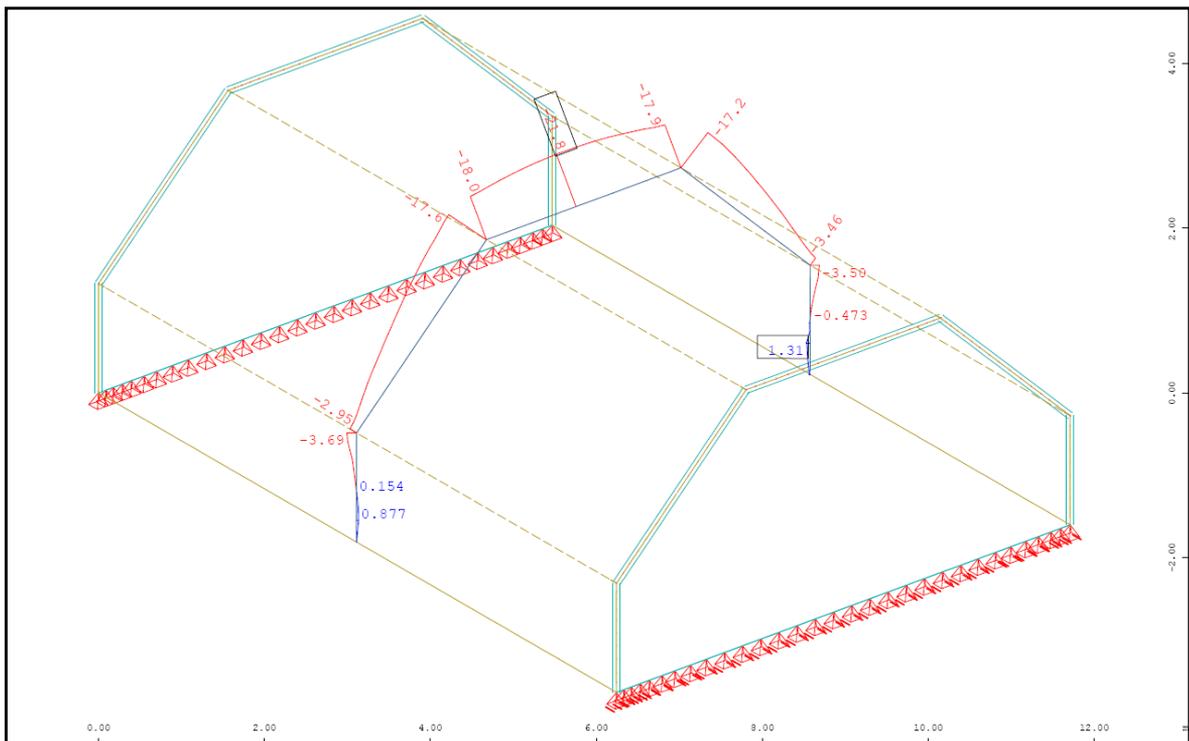


Abb. A- 21: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

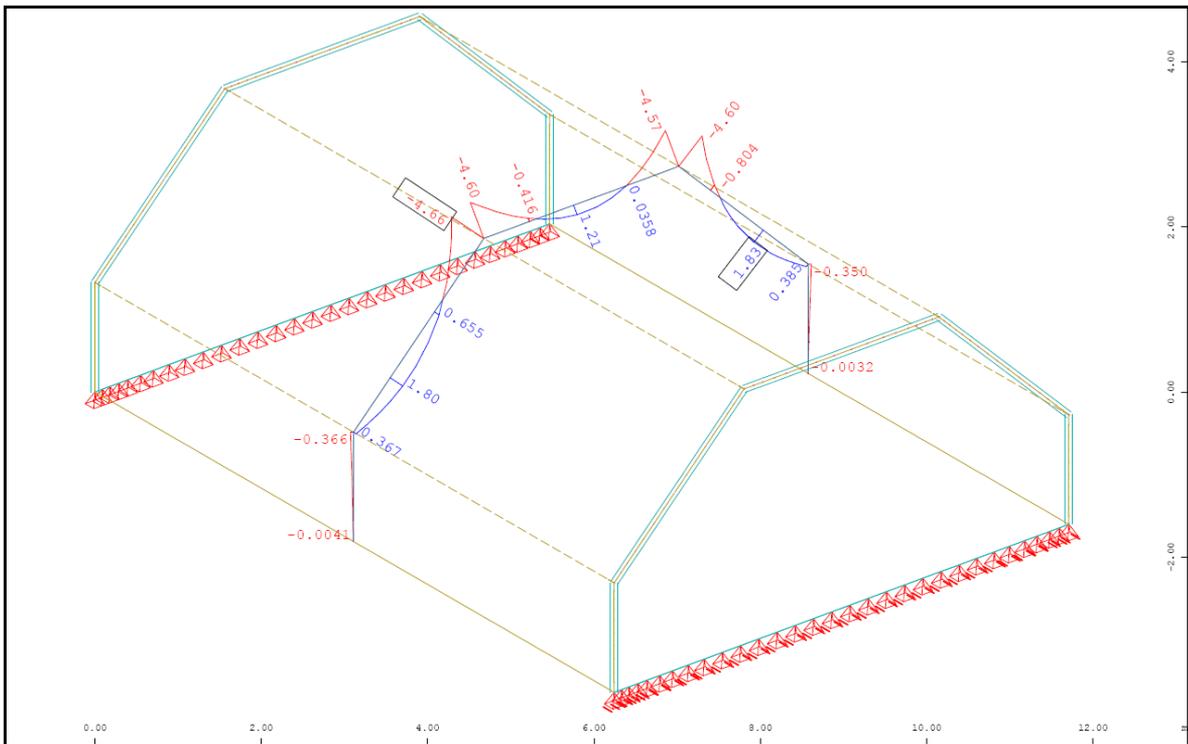


Abb. A- 22: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

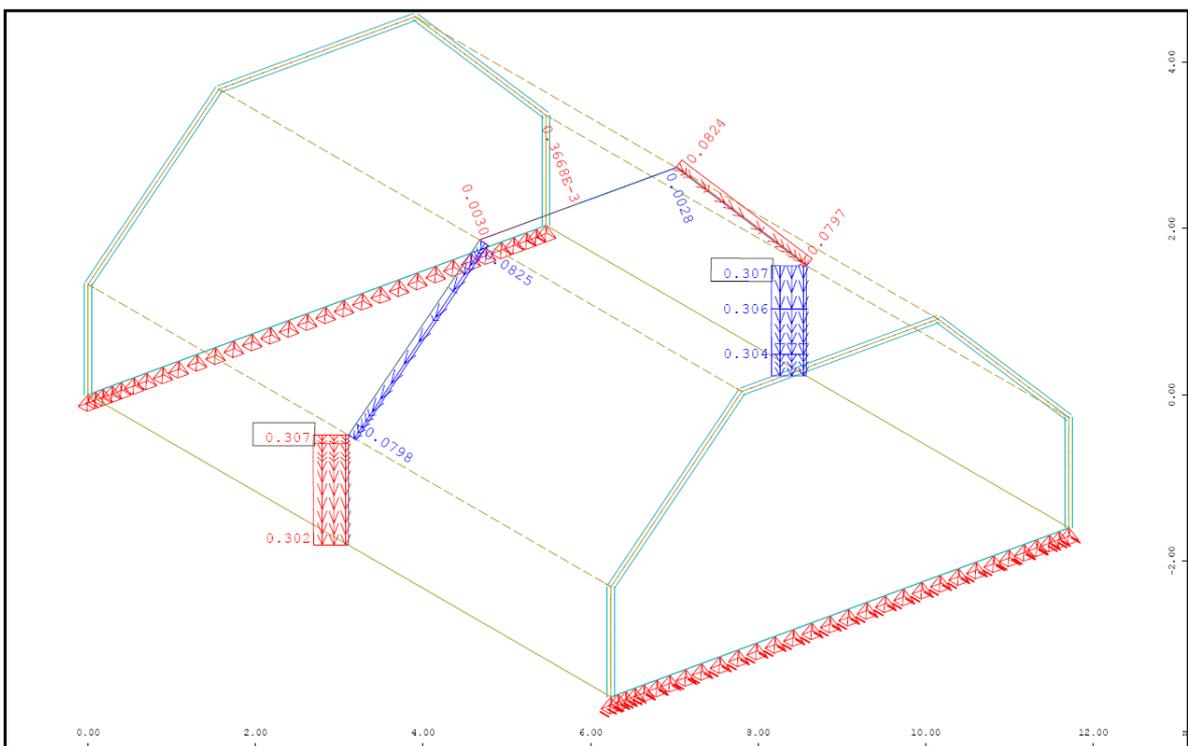


Abb. A- 23: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

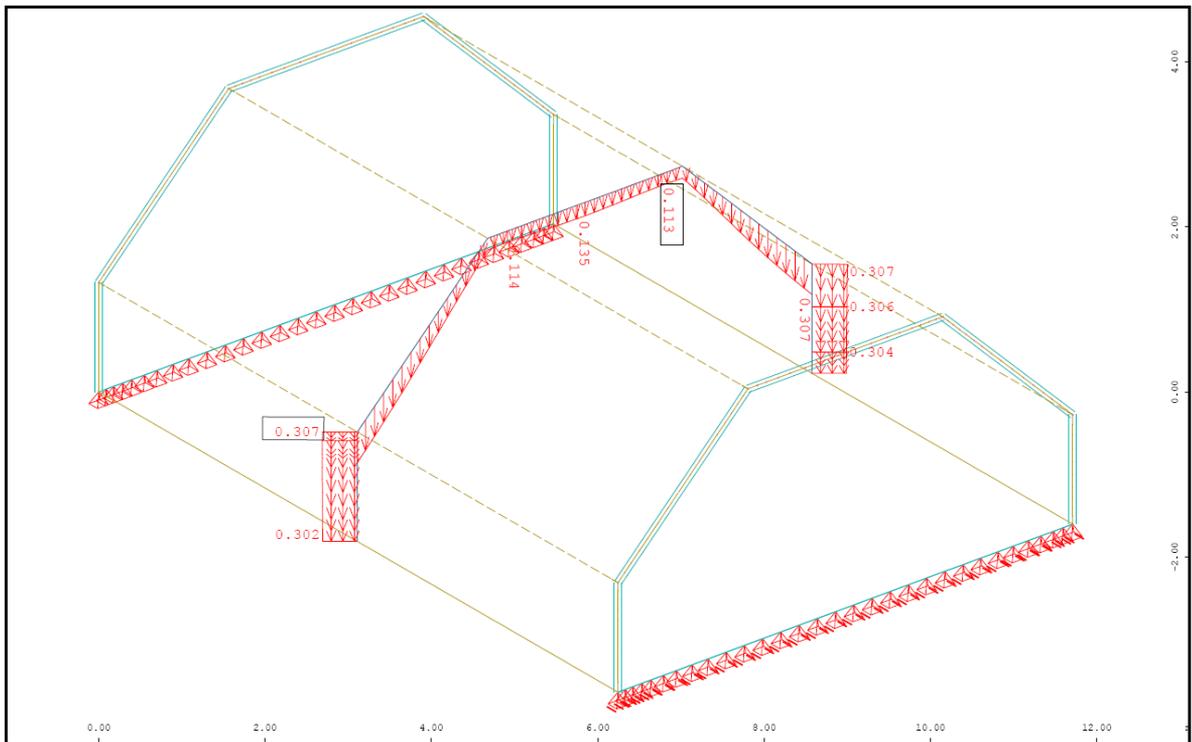


Abb. A- 24: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

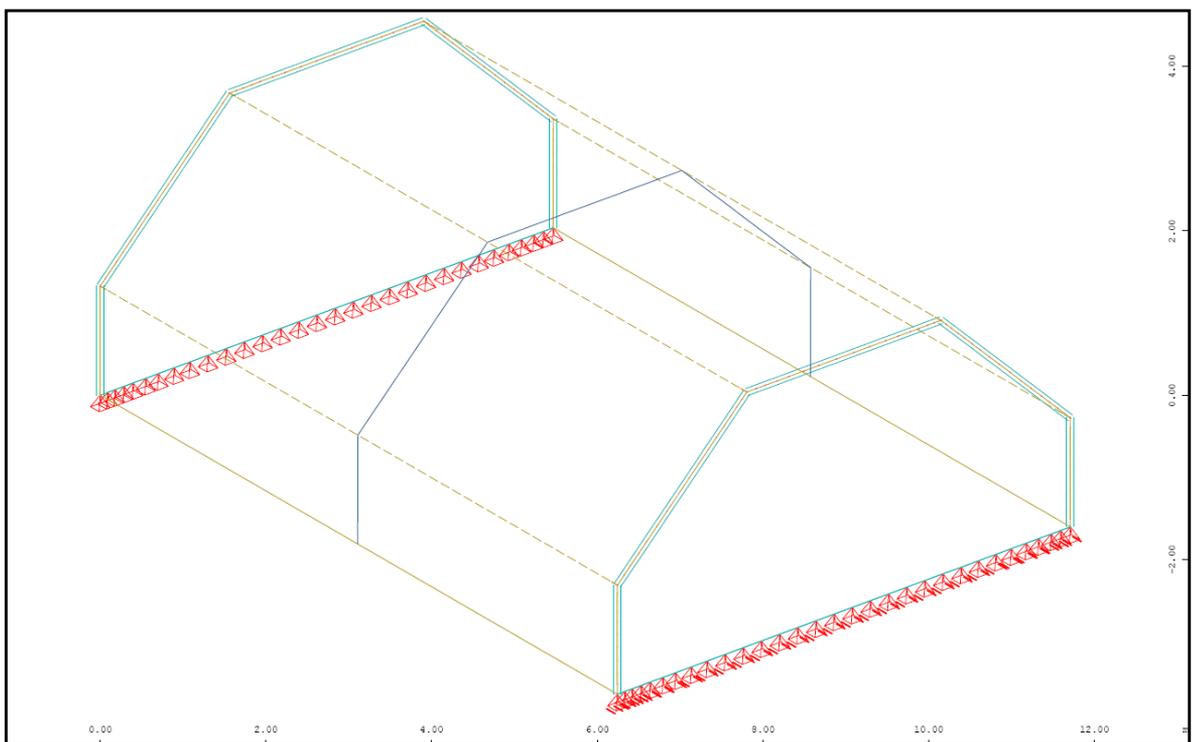


Abb. A- 25: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

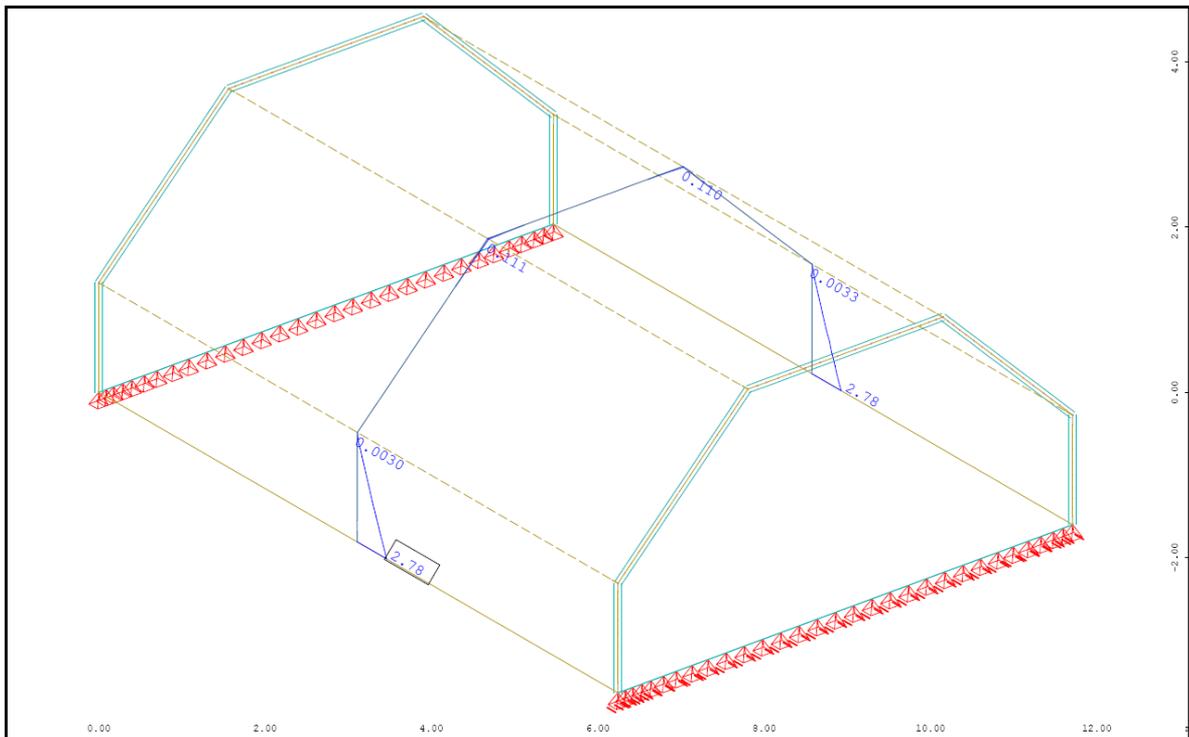


Abb. A- 26: Sofistik : Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

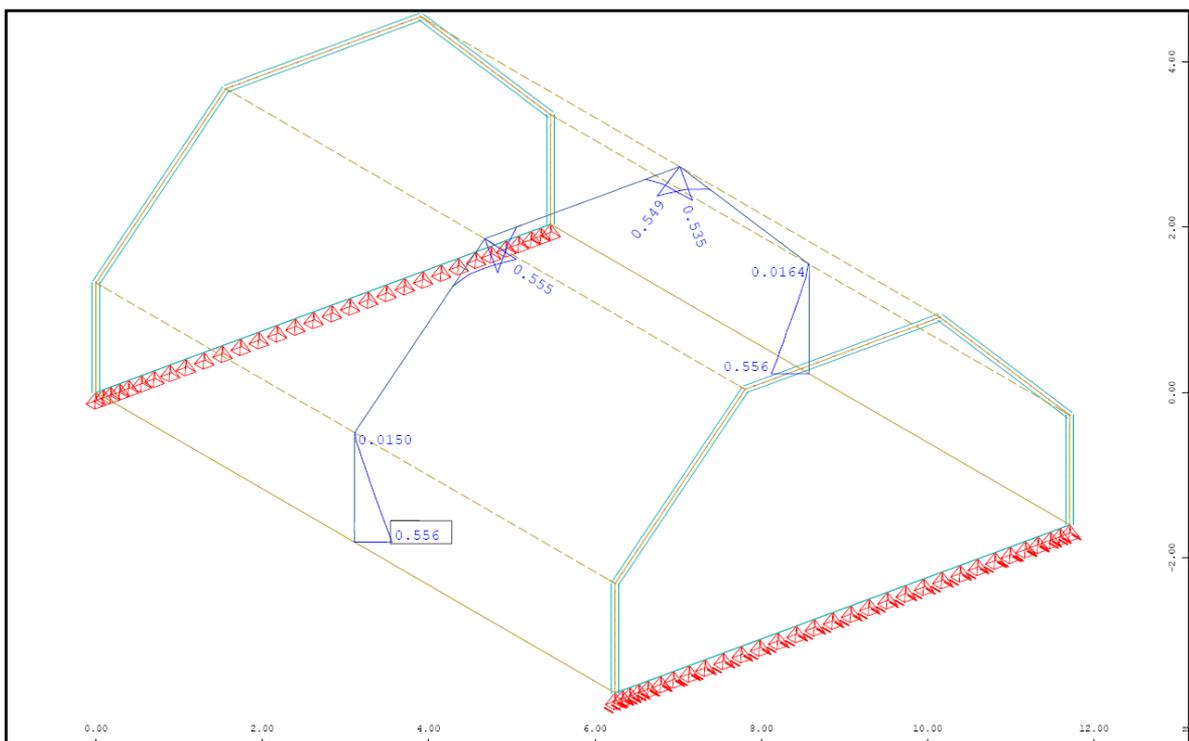


Abb. A- 27: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

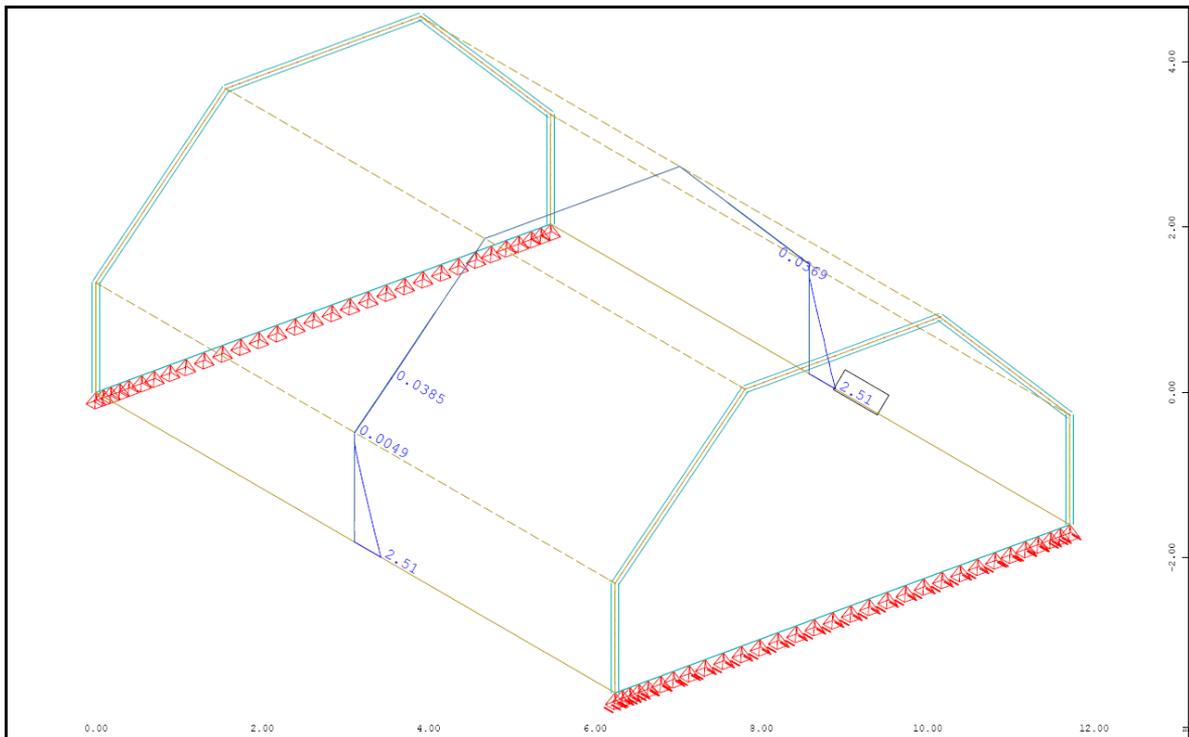


Abb. A- 28: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

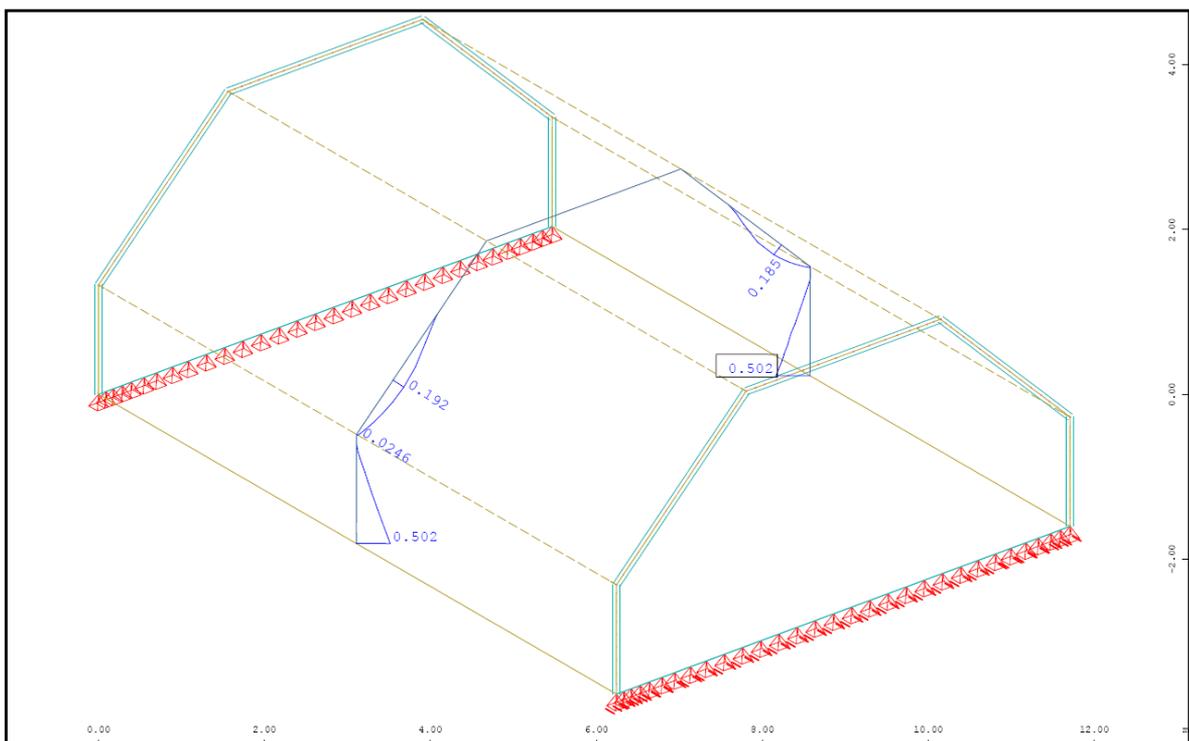


Abb. A- 29: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.1.2.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +1,53* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -4,66 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | +1,21 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | -1,85 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -10,28 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -21,80 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +208,4 | +227,15 | +118,27 |
| Pkt.B | -15,5 | -29,96 | +39,17 |
| Pkt.C | -46,1 | -36,21 | -66,29 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 0,30 | 0,30 | 1,44 | 0,09 |
| Pkt.B | 0,30 | 0,30 | 1,44 | 0,09 |
| Pkt.C | 0,11 | 0,11 | 0,03 | 0,09 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.1.3. Tonnendach mit einer Spannweite von 15m

1.1.3.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Durch die Veränderung der Spannweite, ändern sich die Ergebnisse erst ab den Scheibenlasten. Die Querschnittswerte der einzelnen Scheiben und die Querbiegemomente bleiben, wie unter Pkt. 6.1.1.1. im Hauptdokument beschrieben, unverändert.

Scheibenlasten des Faltworks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 15^2)/8 = 358,05 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 15^2)/8 = 652,82 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntene Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 332,77 \text{ kN}$$

$$T_C = 122,22 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 2555,49 \text{ kN/m}^2$$

$$N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 511,1 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -337,03 \text{ kN/m}^2$$

$$N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -67,41 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -407,39 \text{ kN/m}^2$$

$$N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -81,48 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 70,35 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 4,01 \cdot 10^{-6} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,094 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,133 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt. A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 2892,52 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 1,50 \text{ m}} = 0,0003 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 7,2896 \text{ mm}$$

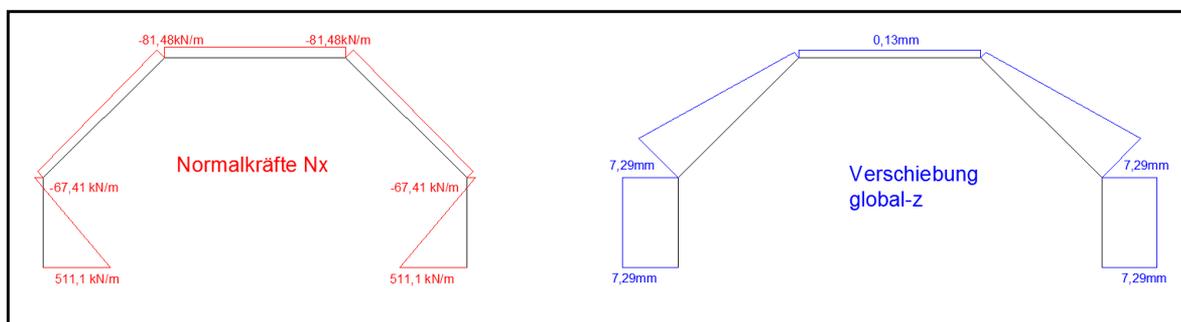


Abb. A- 30: Dreischübelgleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.3.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Durch Veränderung der Spannweite werden die Querschnittswerte und die Querbiegemomente, wie im Pkt. 6.1.1.2 vom Hauptdokument dargestellt, bei der Berechnung mittels Balkentheorie nicht beeinflusst, es wird daher nur auf die Längsbiegemomente, Durchbiegung und Normalkräfte eingegangen.

Querschnittswerte des Faltworks:

Fläche des Faltworks = 2,3314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{y,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Faltworks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 1639,25\text{kNm}$$

Durchbiegung des Faltworks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 0,436\text{mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -745,71\text{kN} / \text{m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20\text{m} = -149,14\text{kN} / \text{m}$$

$$\sigma_U = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 1330,52\text{kN} / \text{m}^2$$

$$N_U = \sigma_U \cdot 0,20\text{m} = 266,1\text{kN} / \text{m}$$

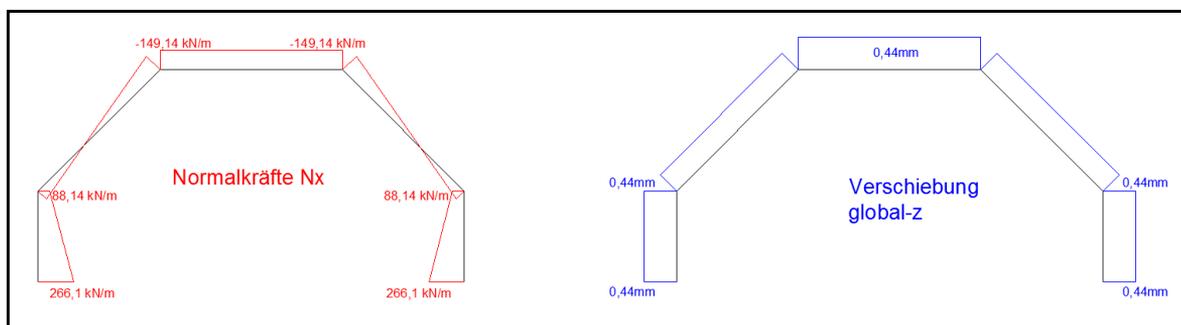


Abb. A- 31: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.3.3. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

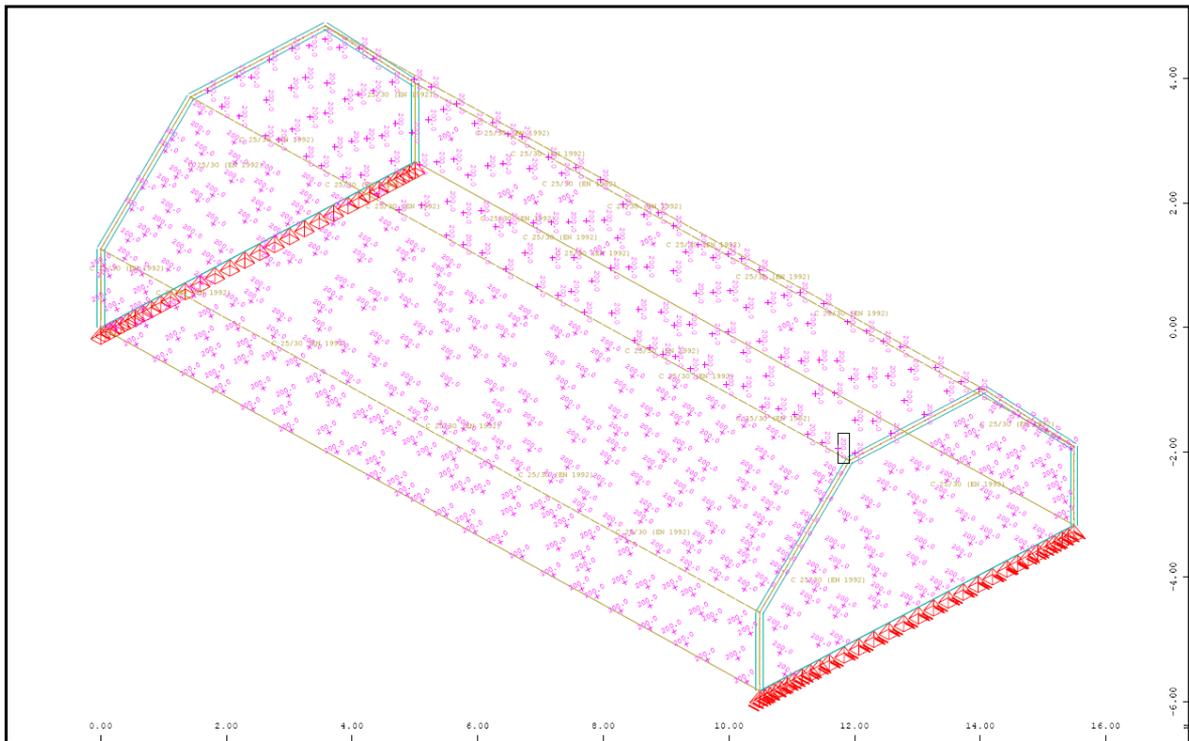


Abb. A- 32: Sofistik : Struktur

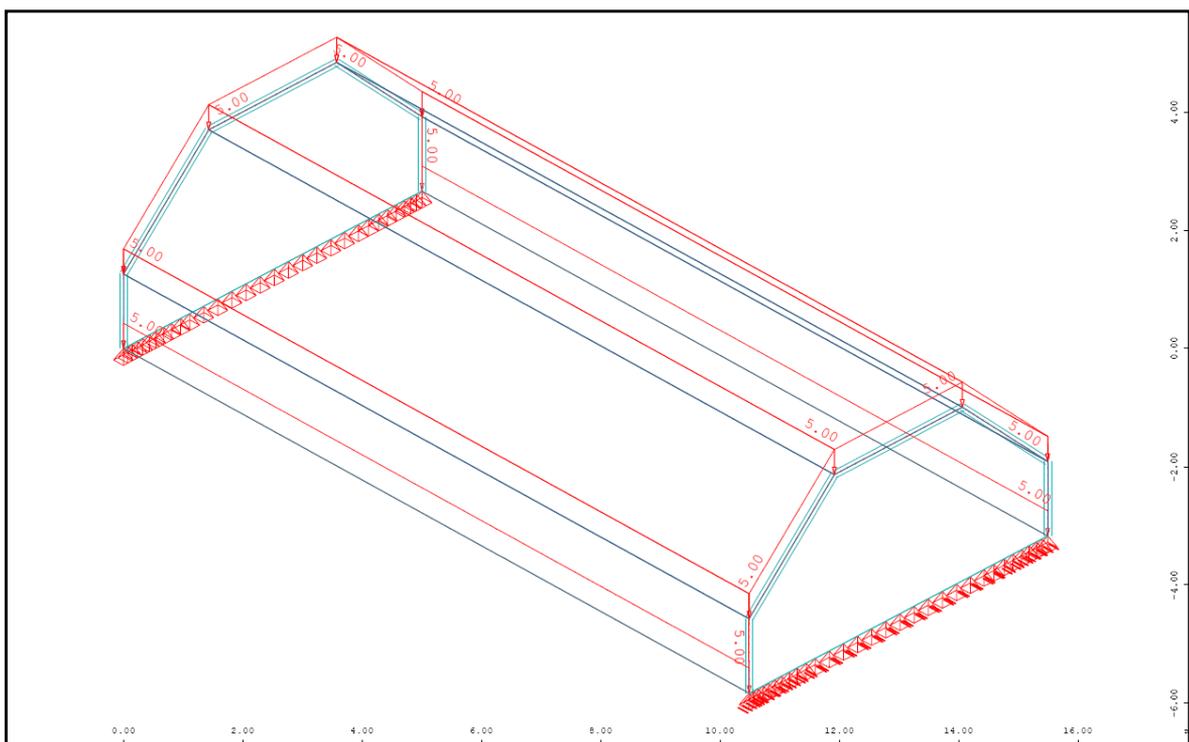


Abb. A- 33: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

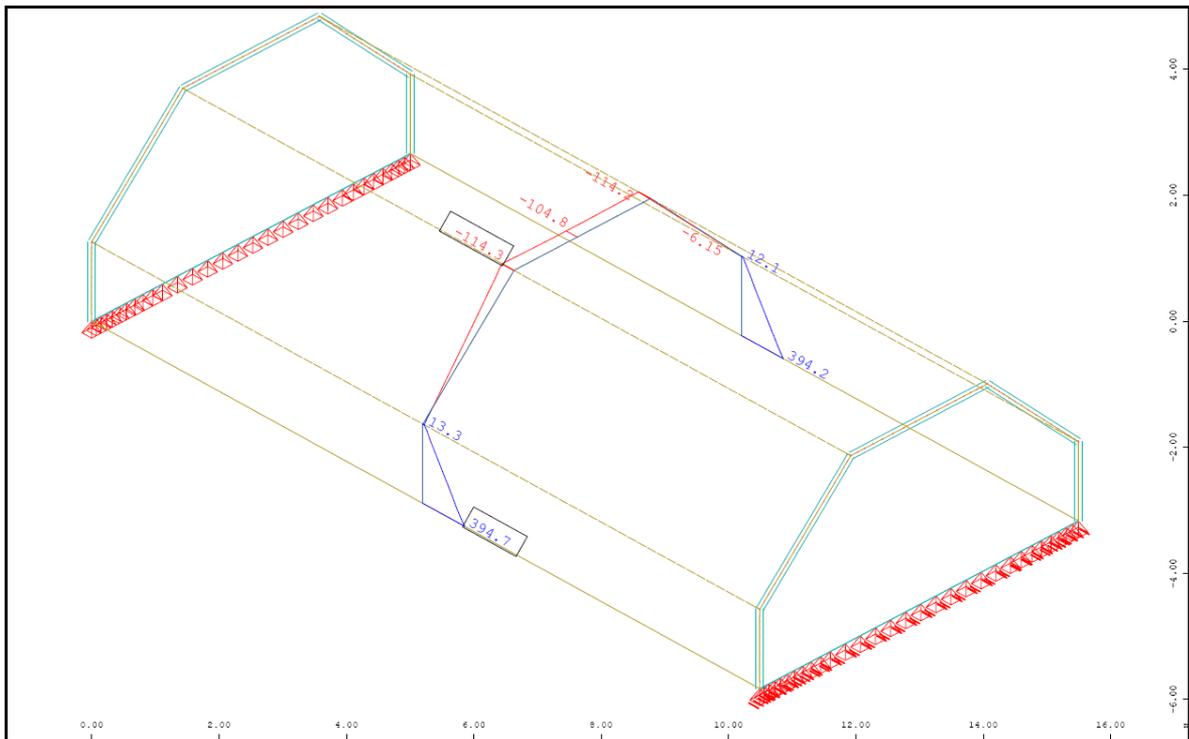


Abb. A- 34: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

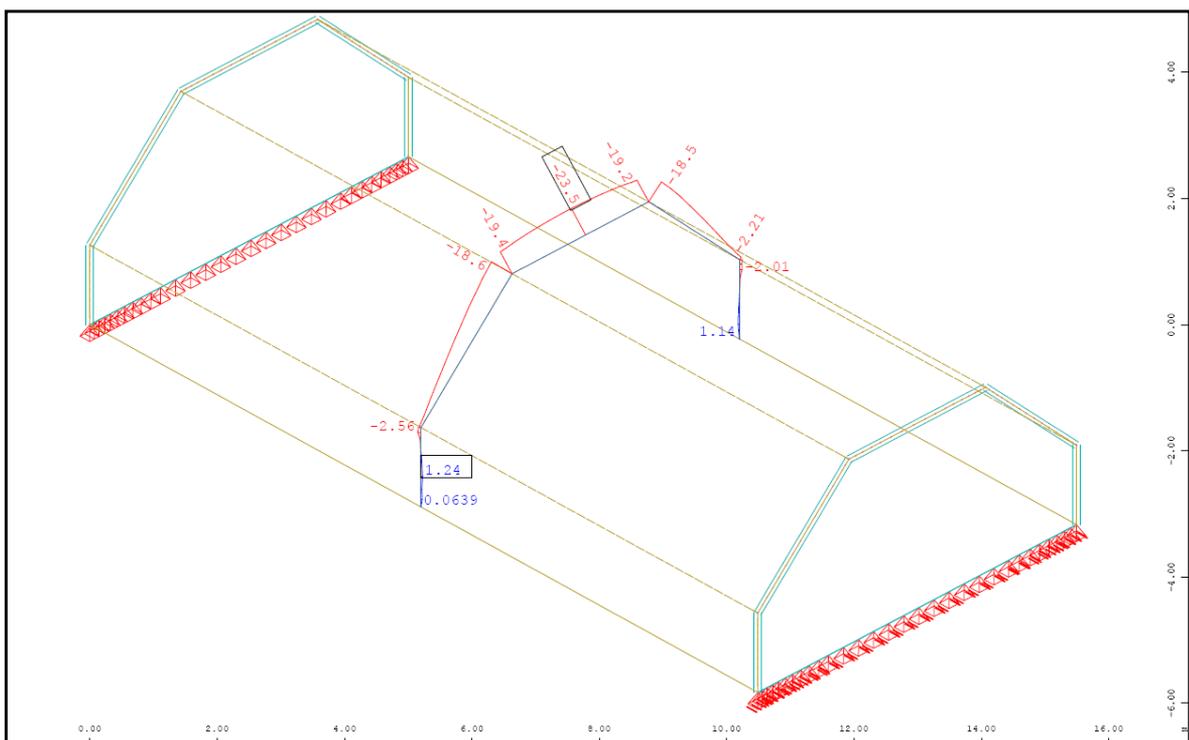


Abb. A- 35: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

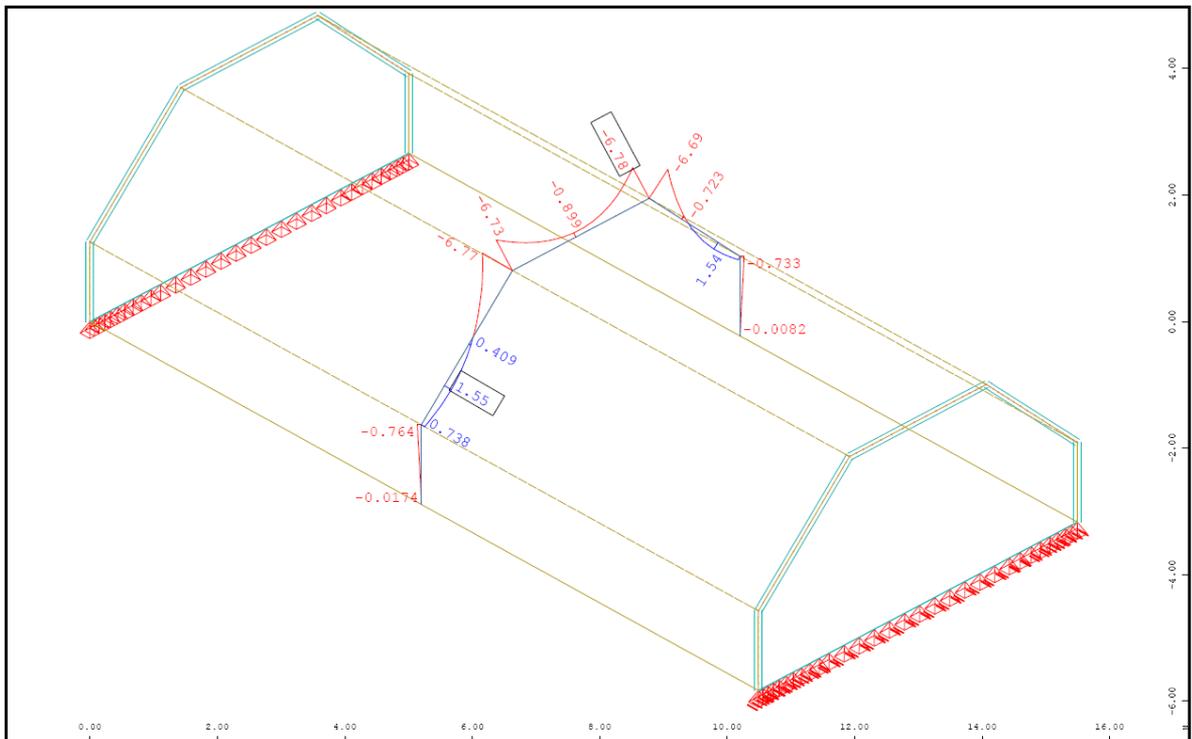


Abb. A- 36: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

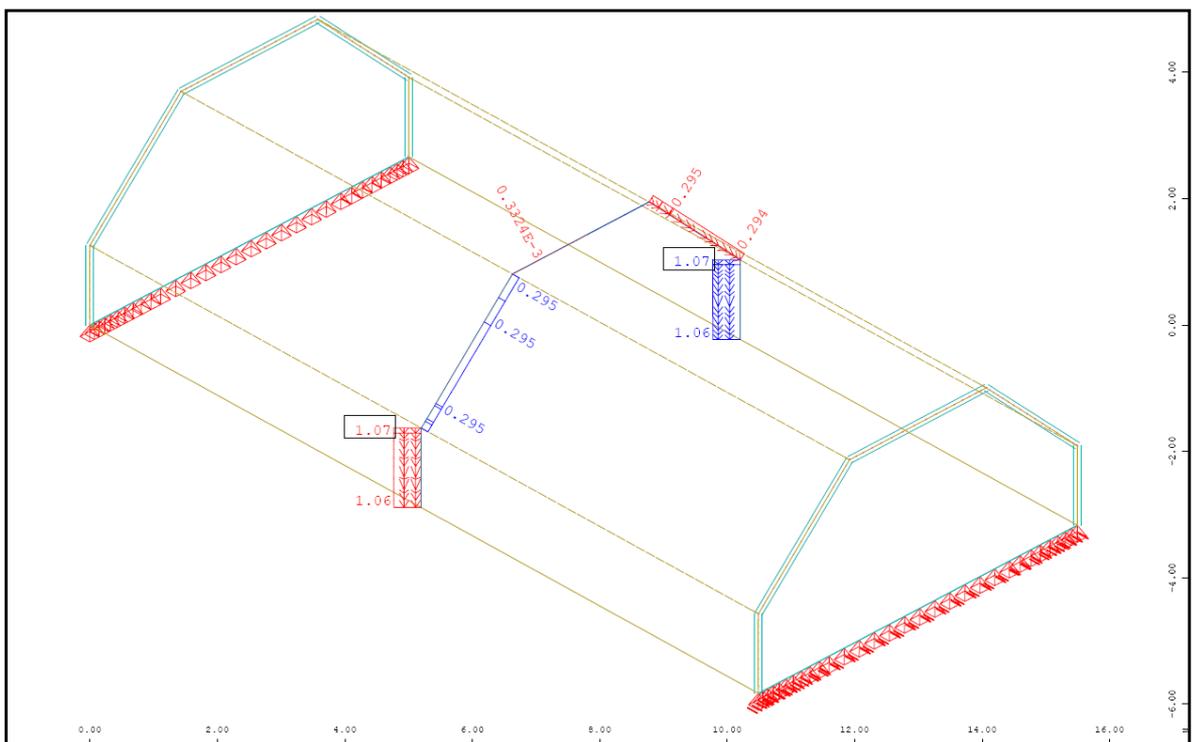


Abb. A- 37: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

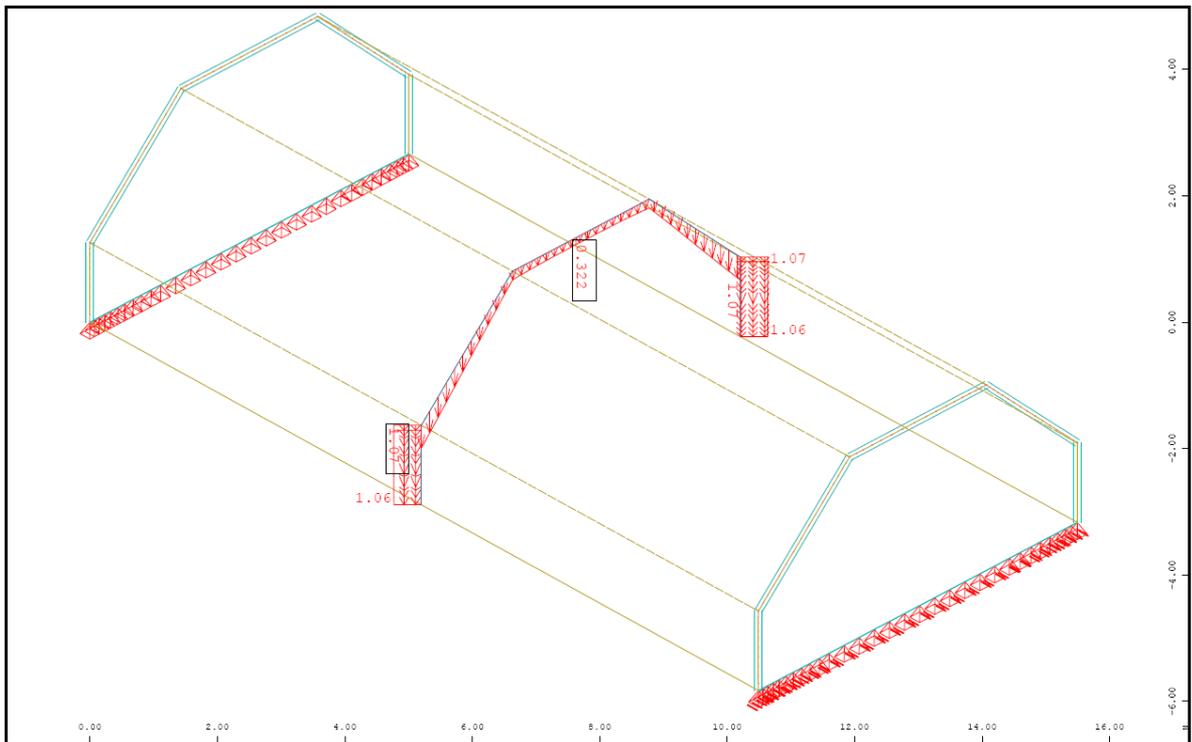


Abb. A- 38: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

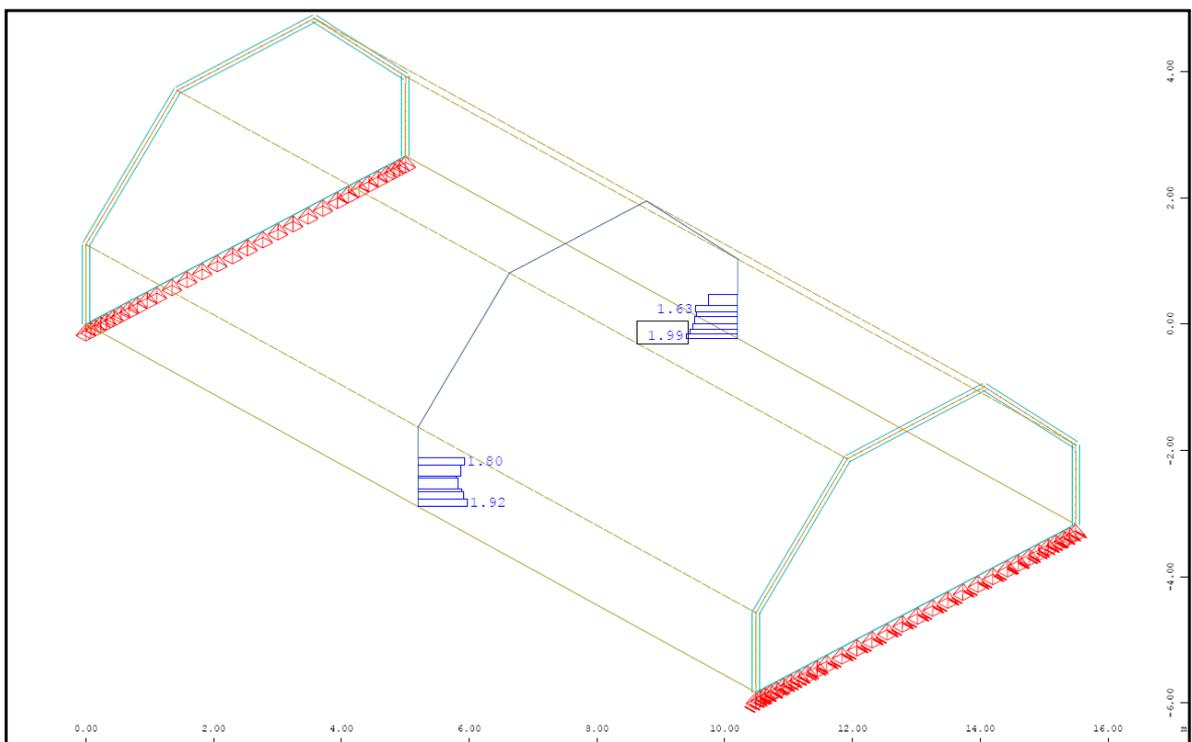


Abb. A- 39: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

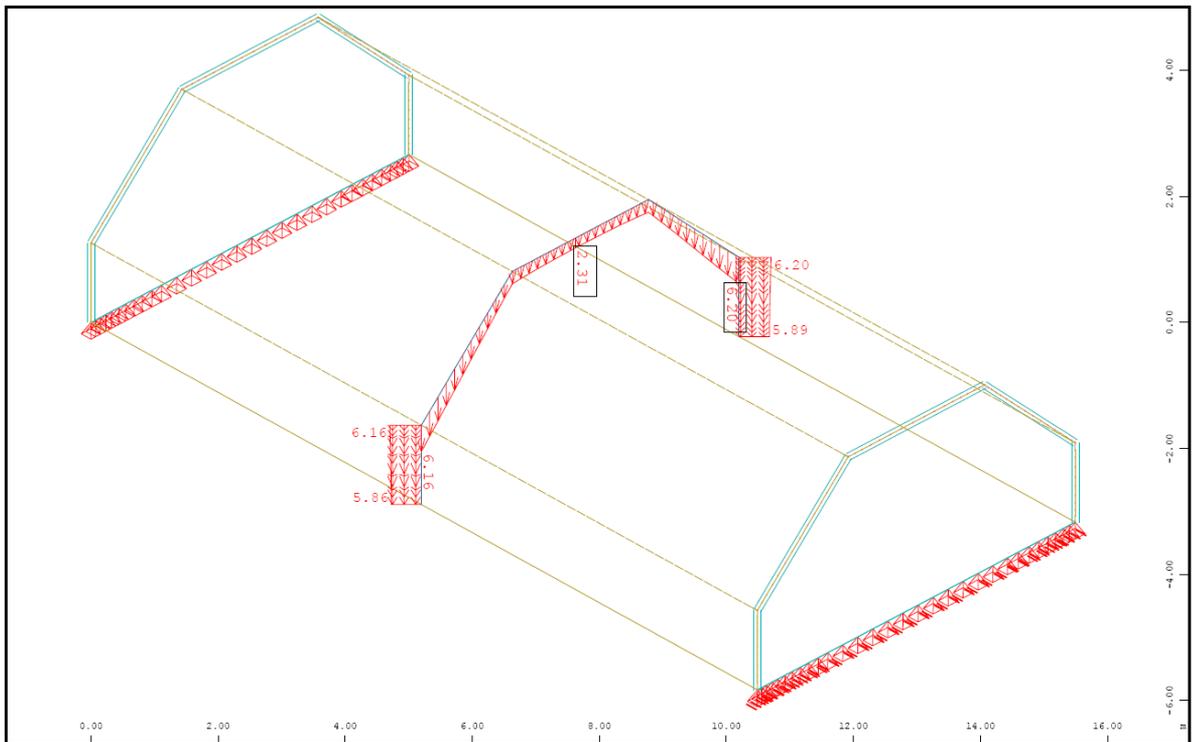


Abb. A- 40: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

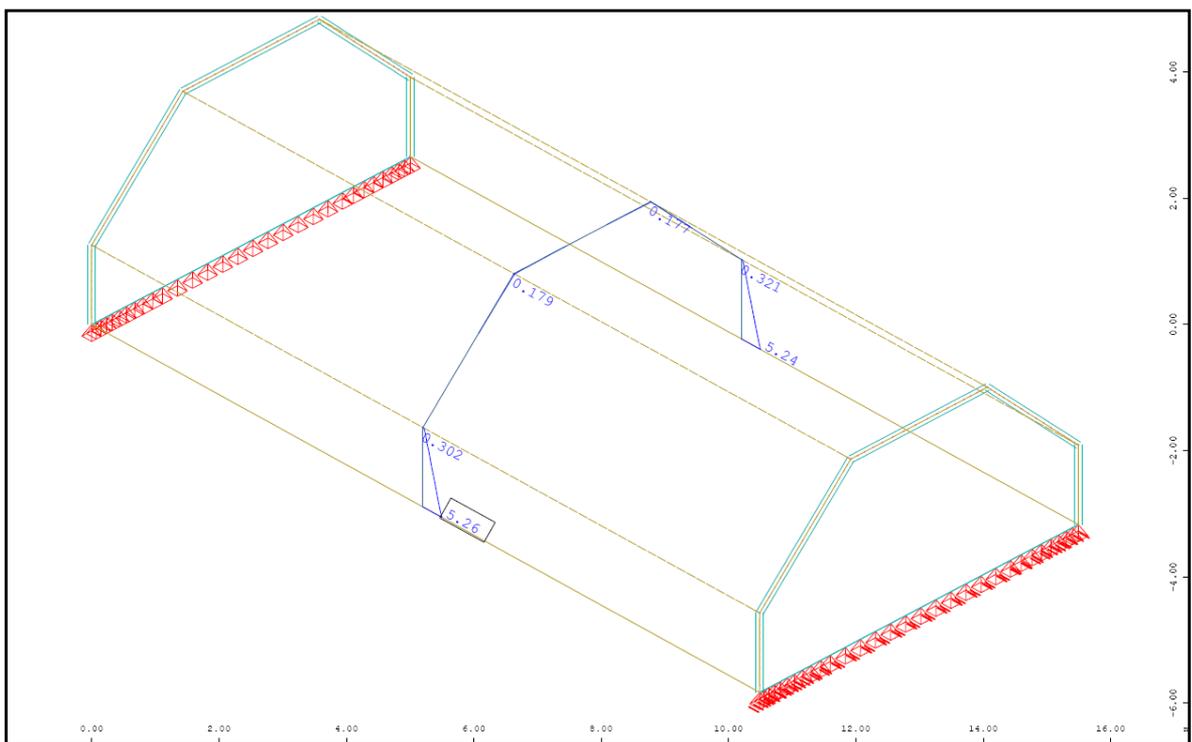


Abb. A- 41: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

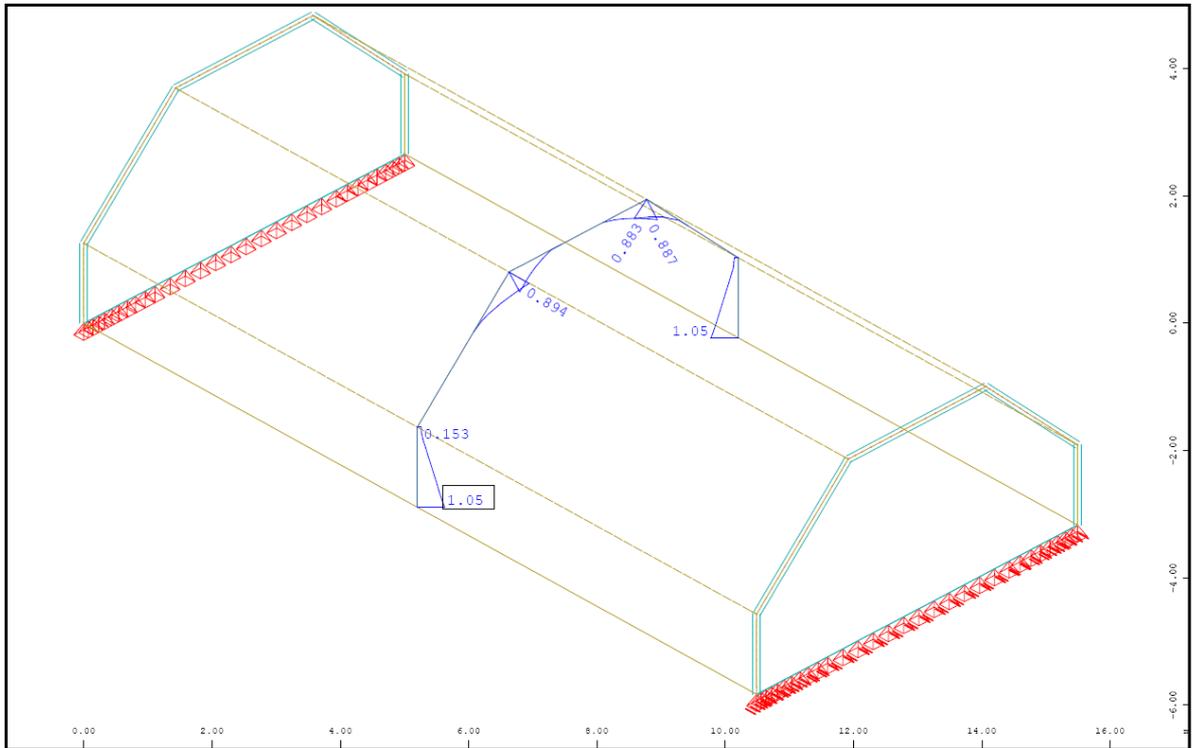


Abb. A- 42: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm²/m

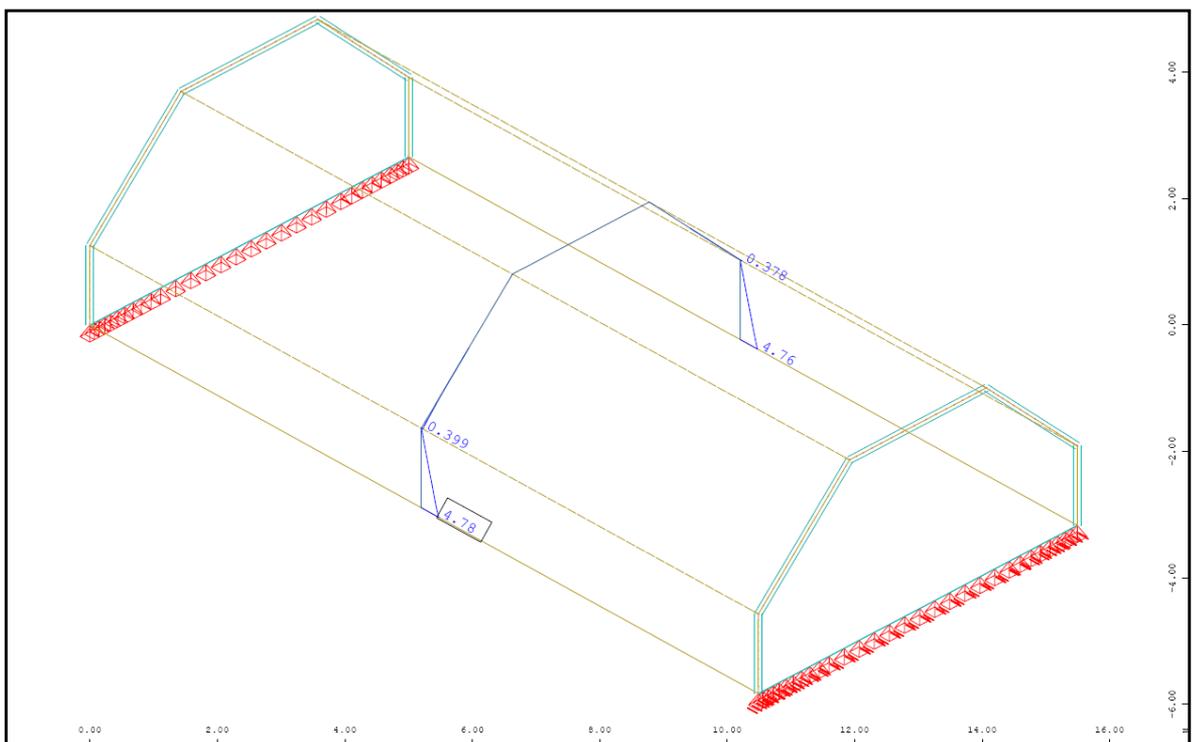


Abb. A- 43: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm²/m

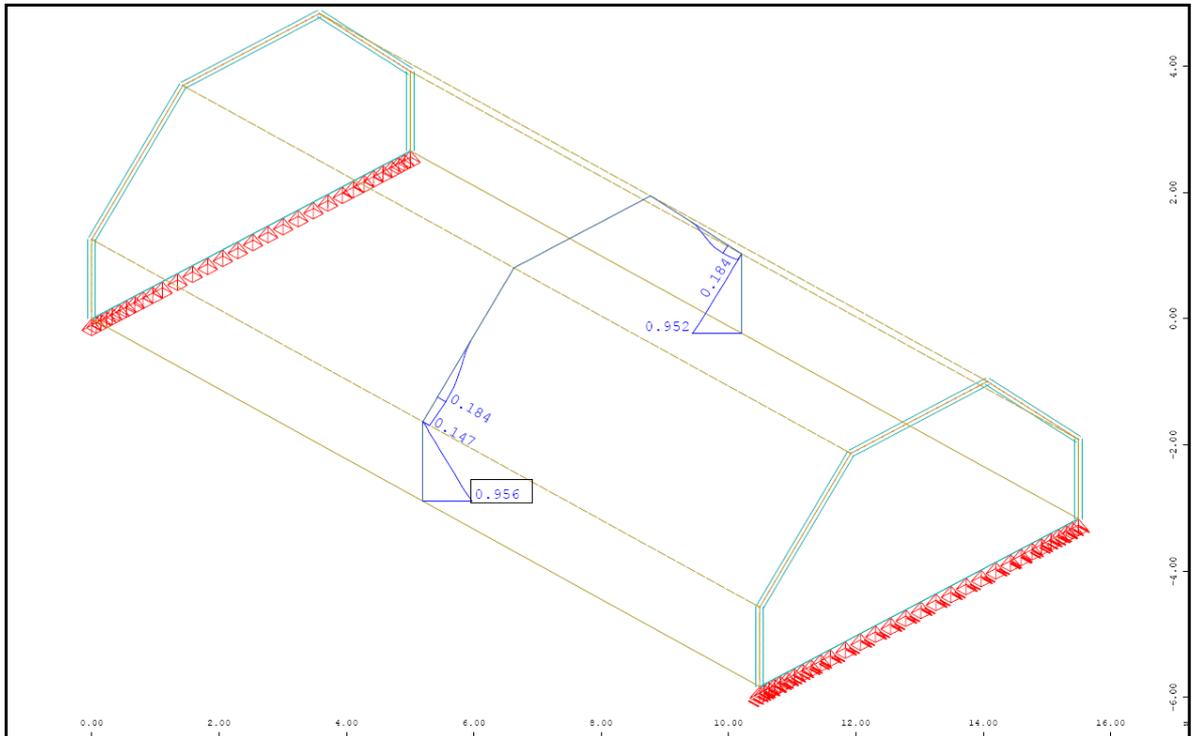


Abb. A- 44: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.1.3.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +0,69* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -6,77 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | -0,90 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | -1,28 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -10,58 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -23,50 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +394,7 | +511,1 | +266,1 |
| Pkt.B | +13,3 | -67,41 | +88,14 |
| Pkt.C | -114,3 | -81,48 | -149,14 |

Verschiebung Global-Z in [mm] / Differenz in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 1,07 | 6,20 | 7,29 | 0,44 |
| Pkt.B | 1,07 | 6,20 | 7,29 | 0,44 |
| Pkt.C | 0,32 | 2,31 | 0,13 | 0,44 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.1.4. Tonnendach mit einer Spannweite von 20m

1.1.4.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Durch die Veränderung der Spannweite, ändern sich die Ergebnisse erst ab den Scheibenlasten. Die Querschnittswerte der einzelnen Scheiben und die Querbiegemomente bleiben, wie unter Pkt. 6.1.1.1. im Hauptdokument beschrieben, unverändert.

Scheibenlasten des Faltwerks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 20^2)/8 = 636,53 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 20^2)/8 = 1160,58 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 591,59 \text{ kN}$$

$$T_C = 217,27 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 4543,09 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 908,62 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -599,17 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -119,83 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -724,24 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -144,85 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 125,07 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 7,13 \cdot 10^{-6} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,2972 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,4203 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt. A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 5142,25 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 1,50 \text{ m}} = 0,0006 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 23,0387 \text{ mm}$$

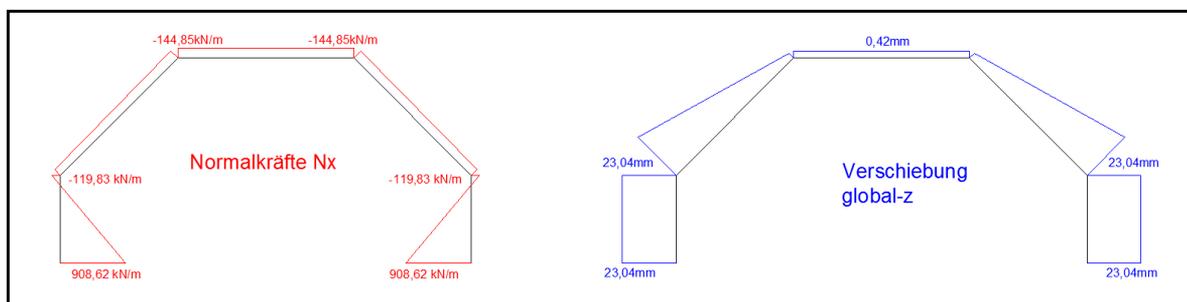


Abb. A- 45: Dreischübelgleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.4.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Durch Veränderung der Spannweite werden die Querschnittswerte und die Querbiegemomente, wie im Pkt. 6.1.1.2 vom Hauptdokument dargestellt, bei der Berechnung mittels Balkentheorie nicht beeinflusst, es wird daher nur auf die Längsbiegemomente, Durchbiegung und Normalkräfte eingegangen.

Querschnittswerte des Falts:

Fläche des Falts = $2,3314\text{m}^2$

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{y,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falts in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 2914,21\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falts in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 1,3781\text{mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -1325,71\text{kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20\text{m} = -265,14\text{kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 2365,37\text{kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20\text{m} = 473,07\text{kN/m}$$

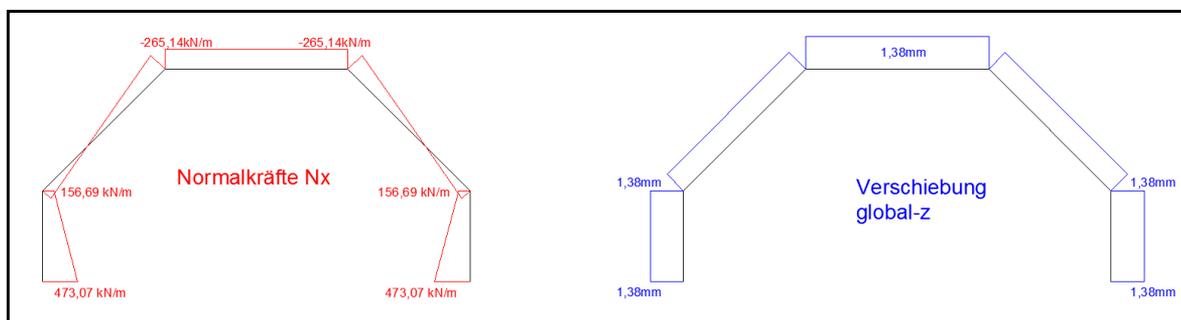


Abb. A- 46: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.4.3. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

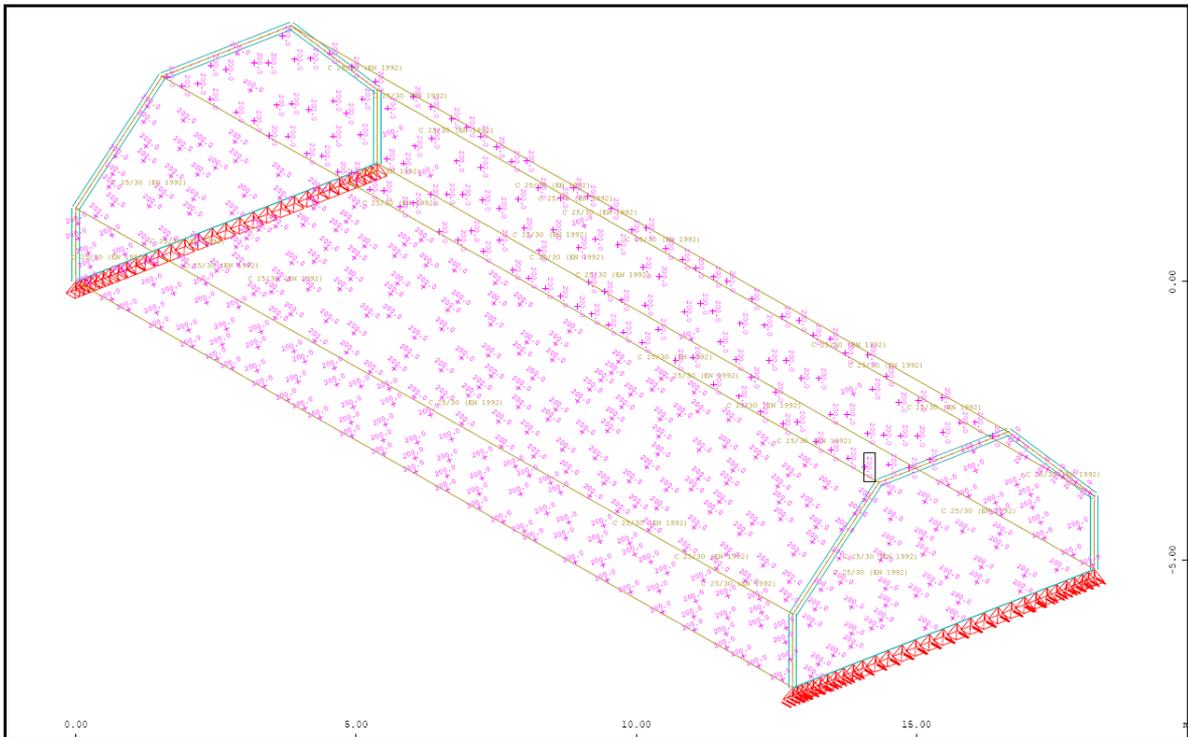


Abb. A- 47: Sofistik : Struktur

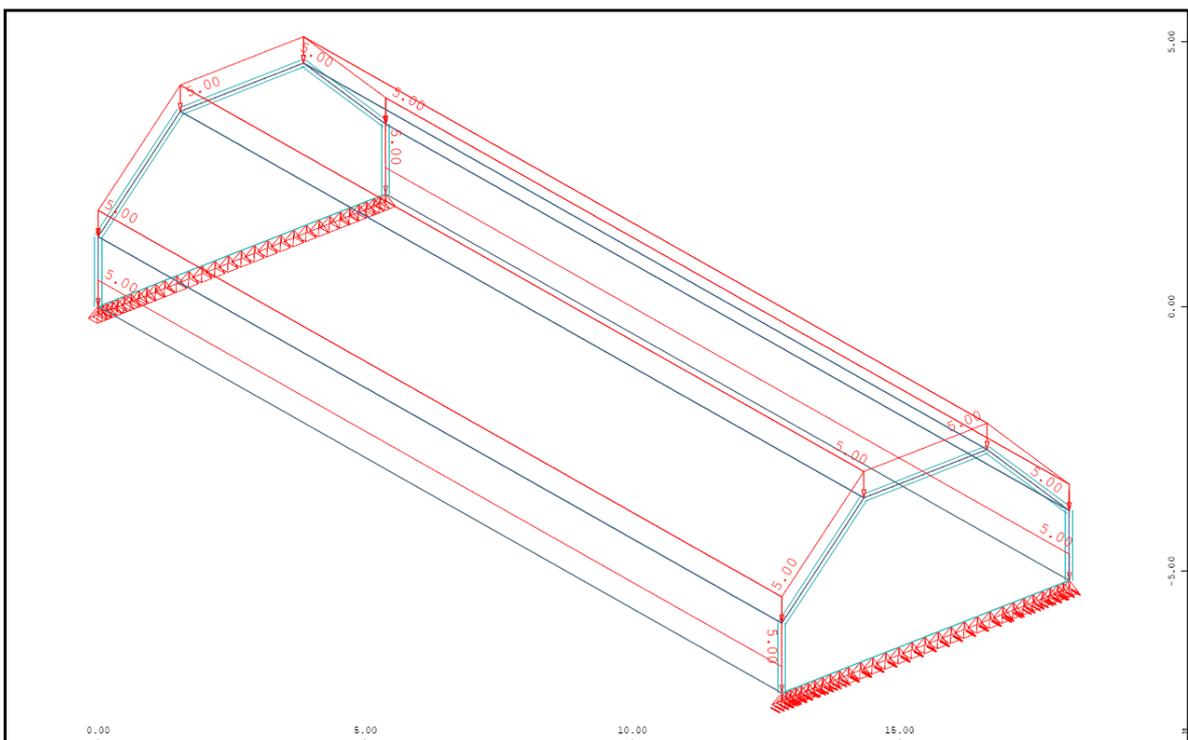


Abb. A- 48: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

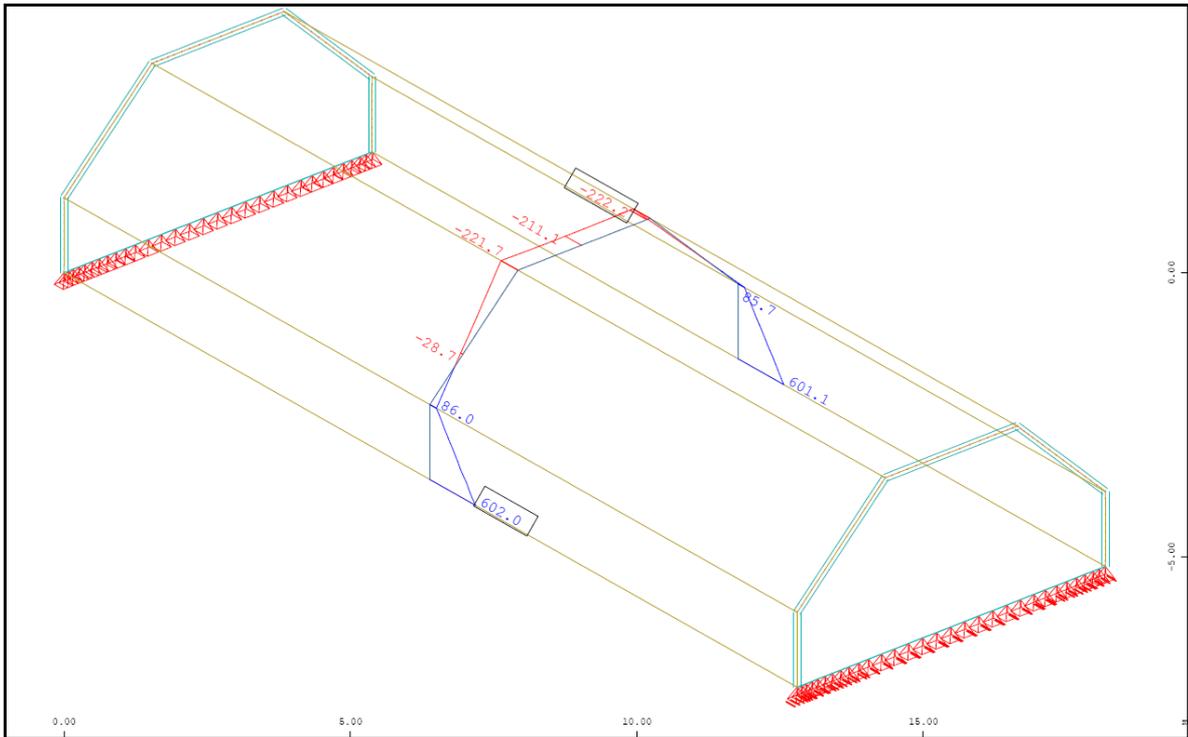


Abb. A- 49: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

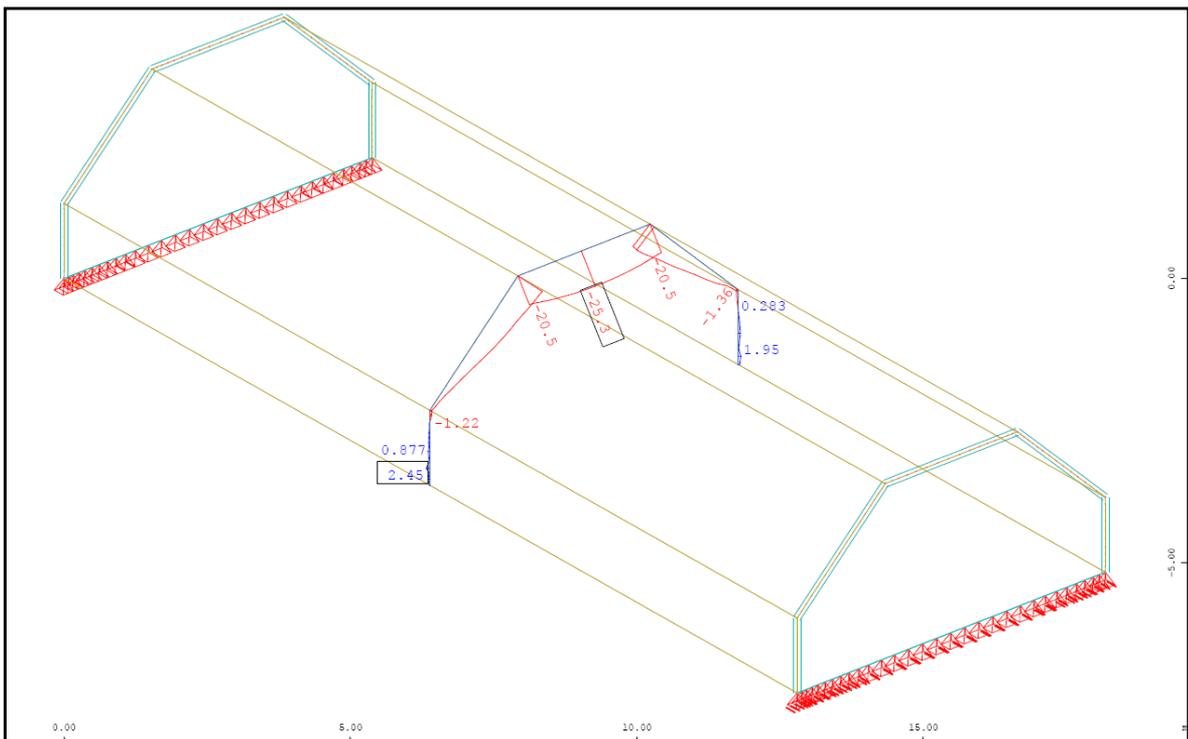


Abb. A- 50: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

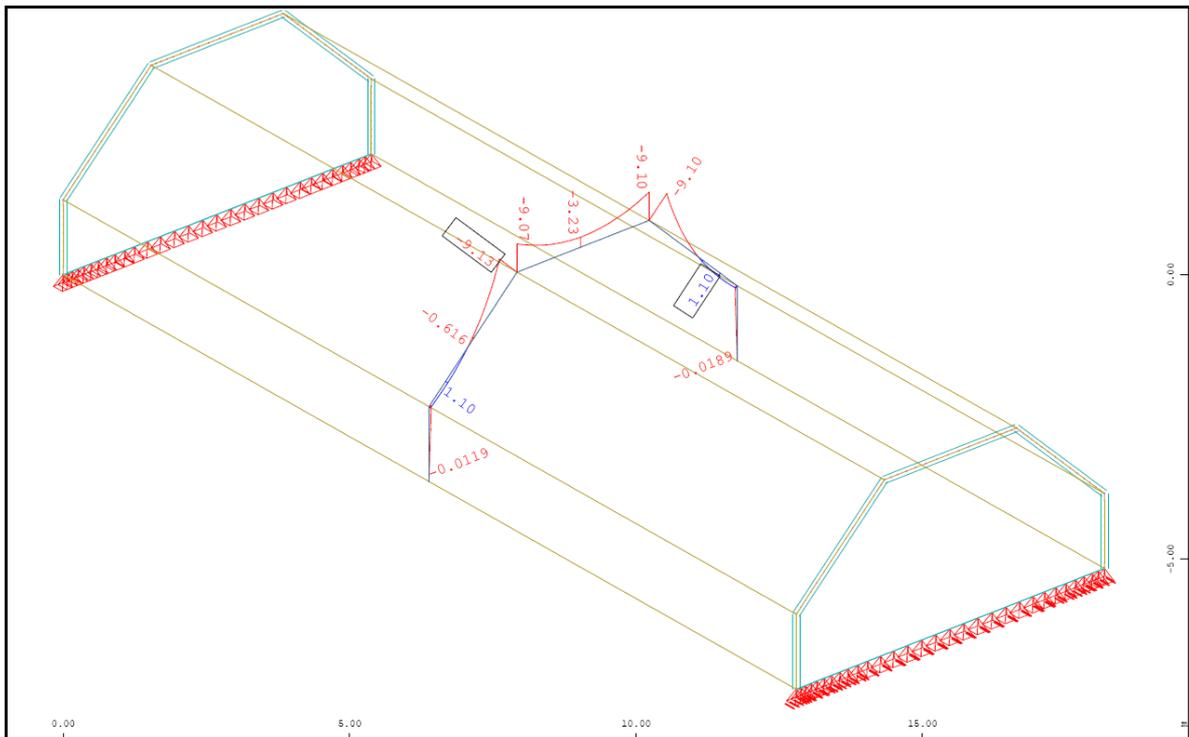


Abb. A- 51: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

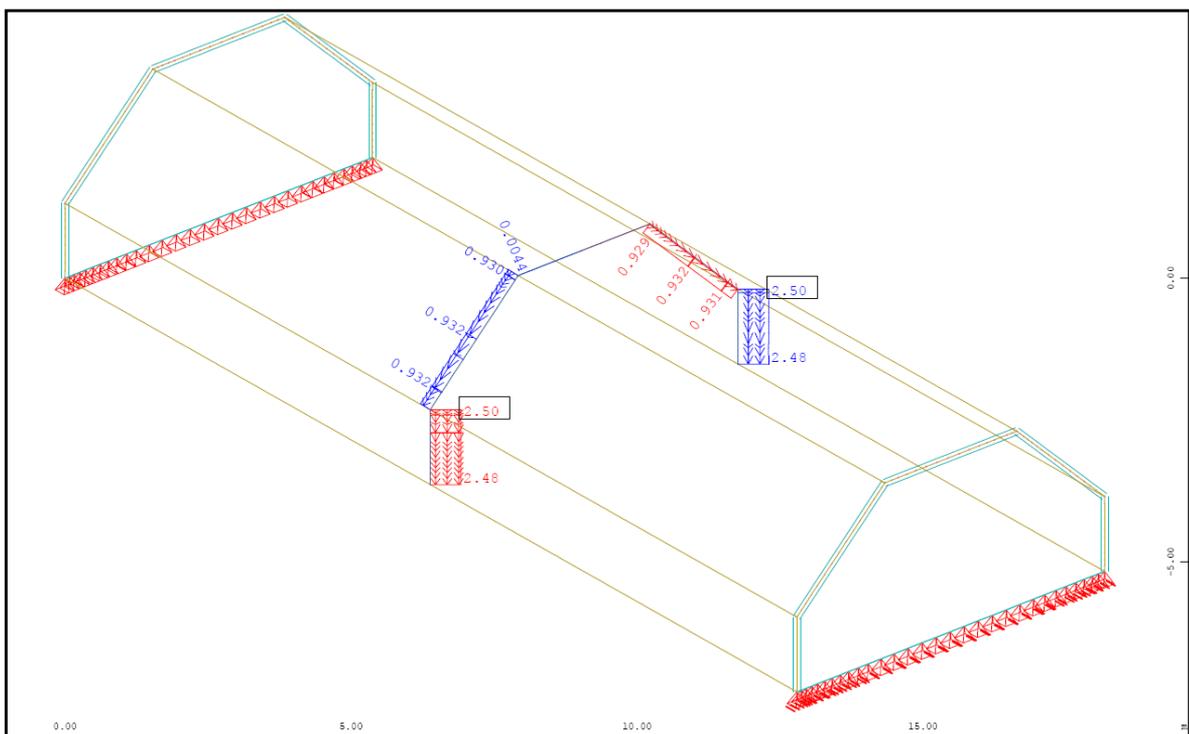


Abb. A- 52: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

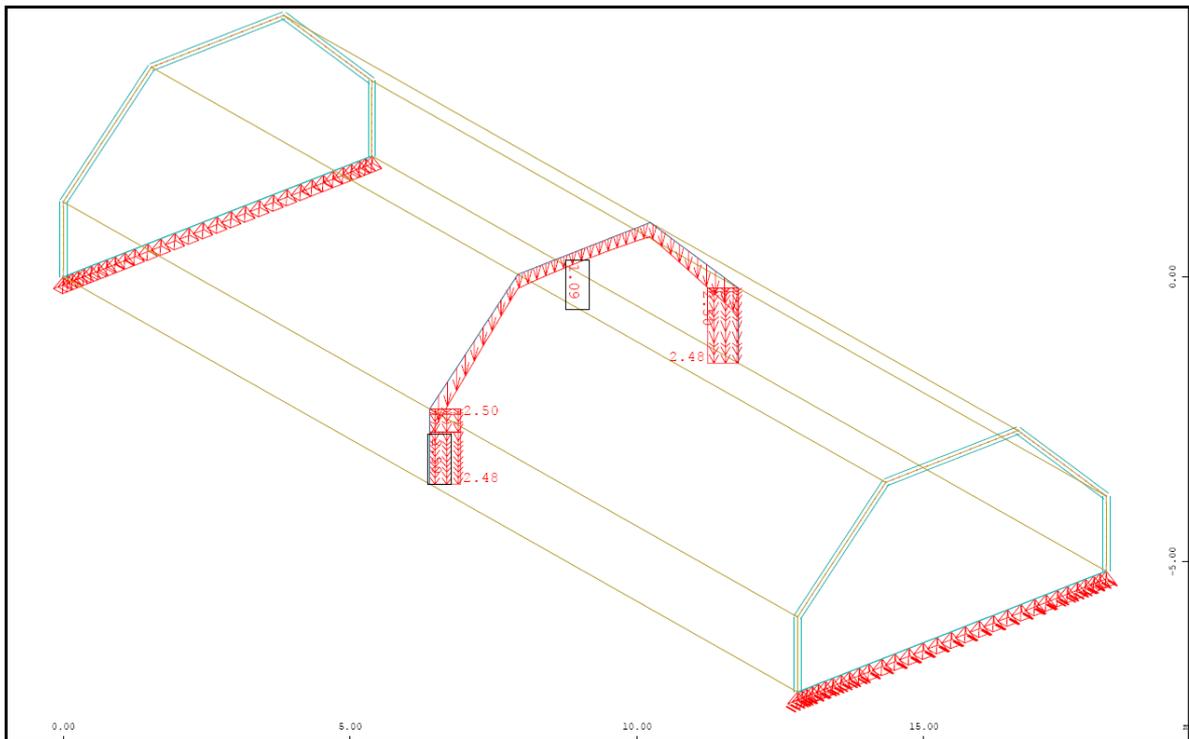


Abb. A- 53: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

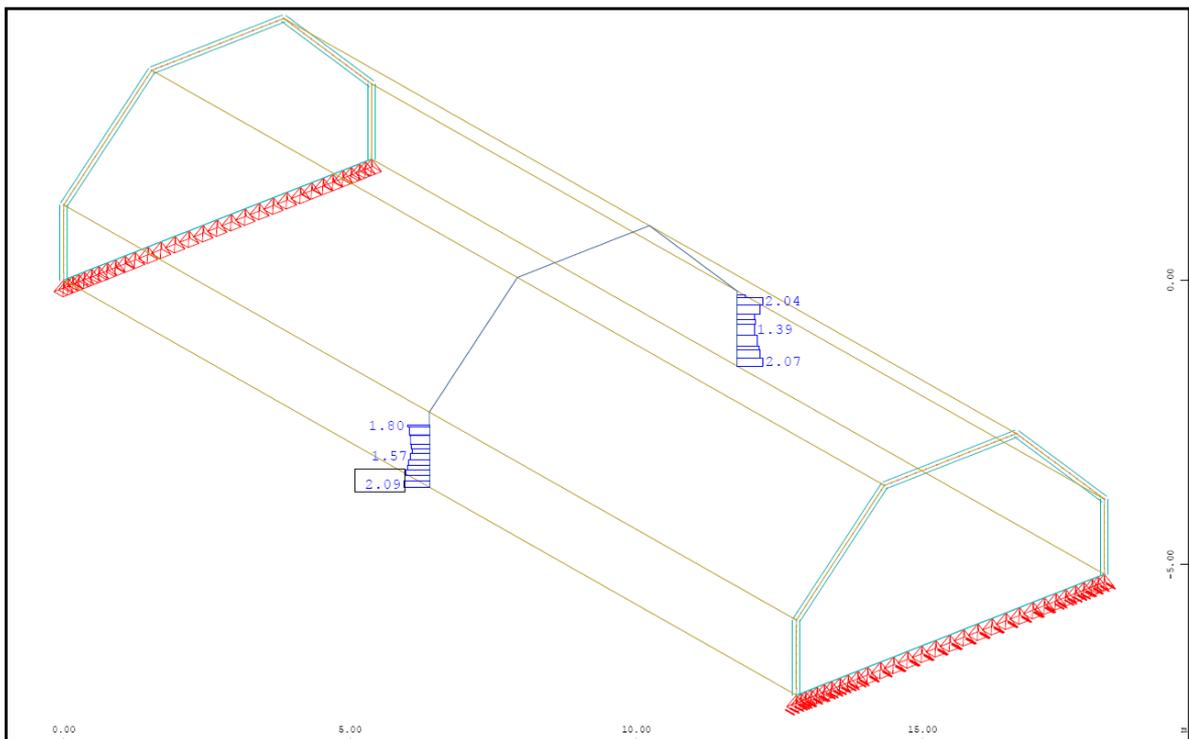


Abb. A- 54: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

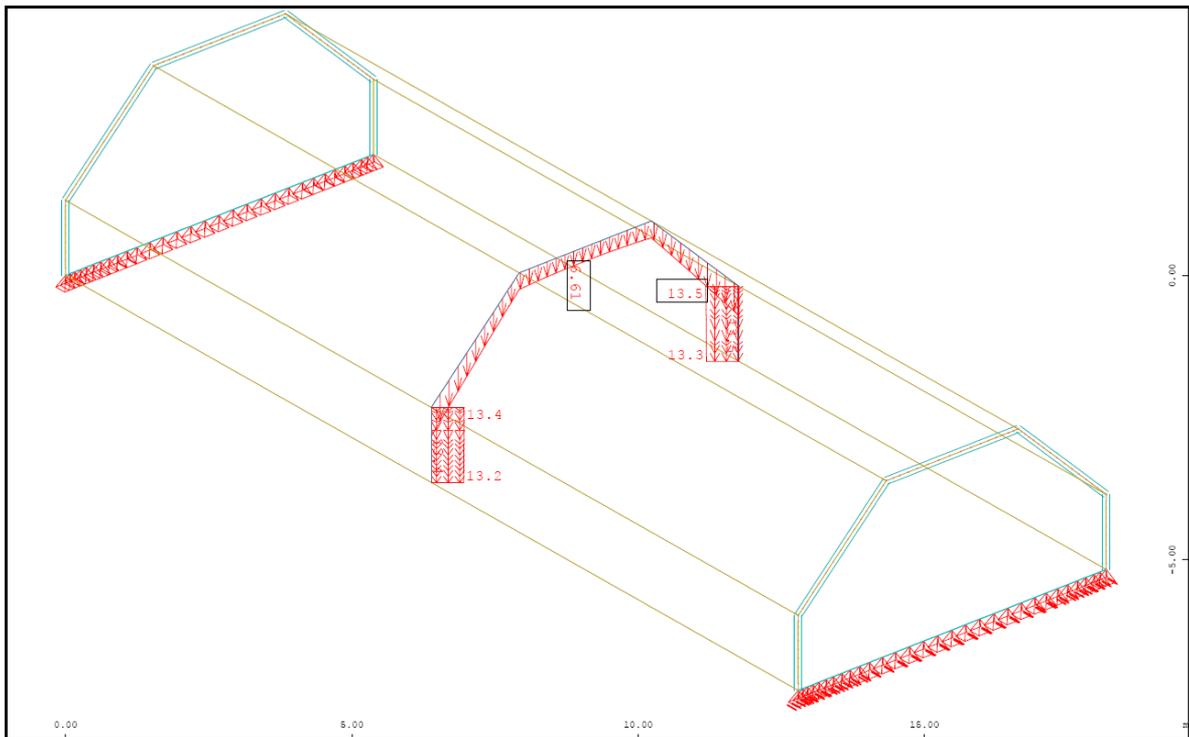


Abb. A- 55: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

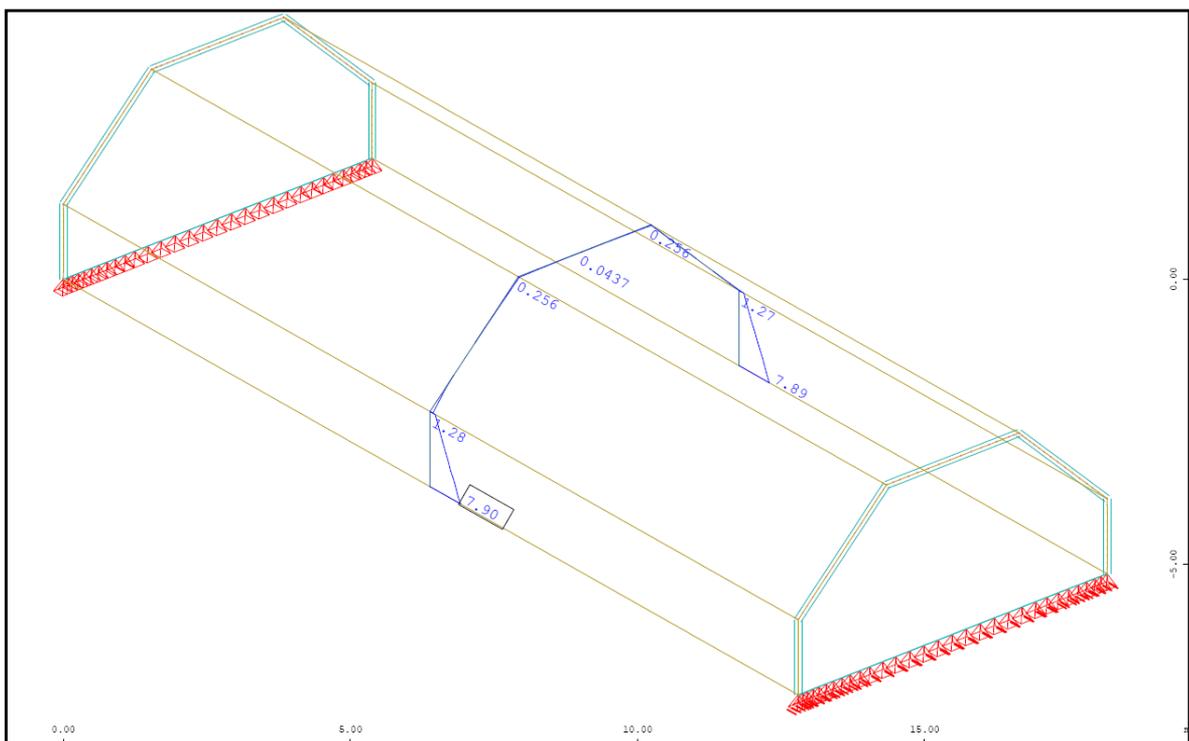


Abb. A- 56: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

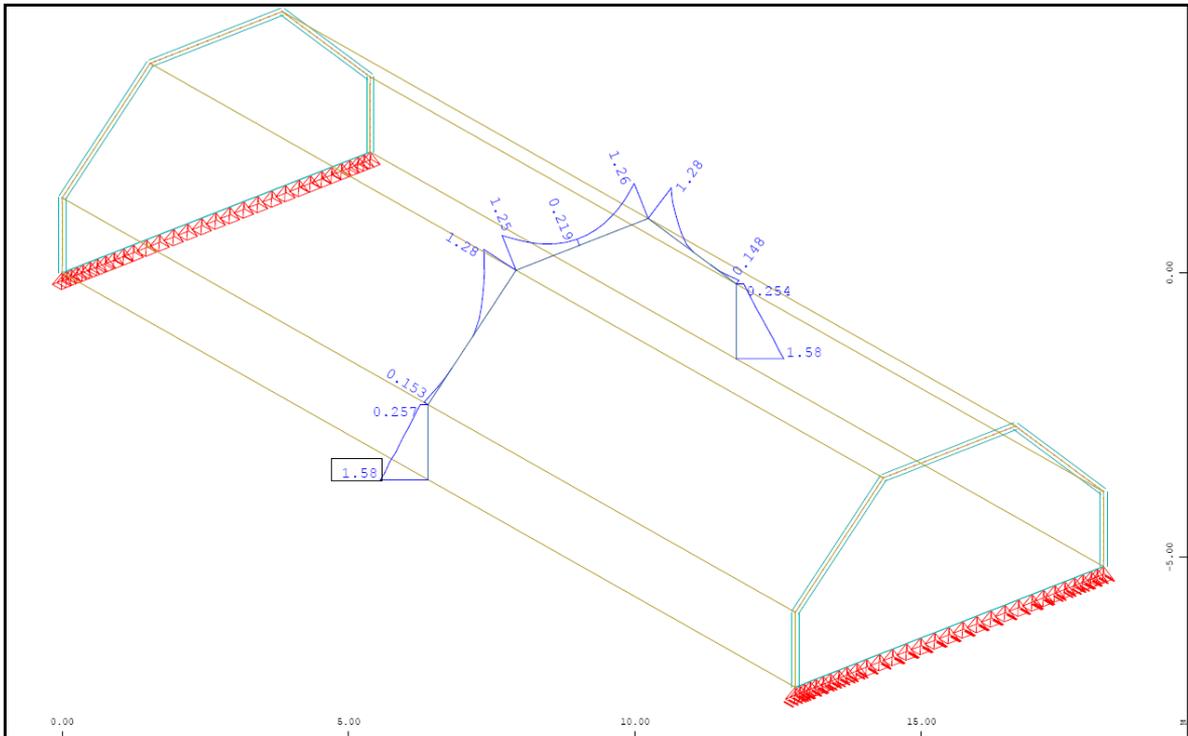


Abb. A- 57: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

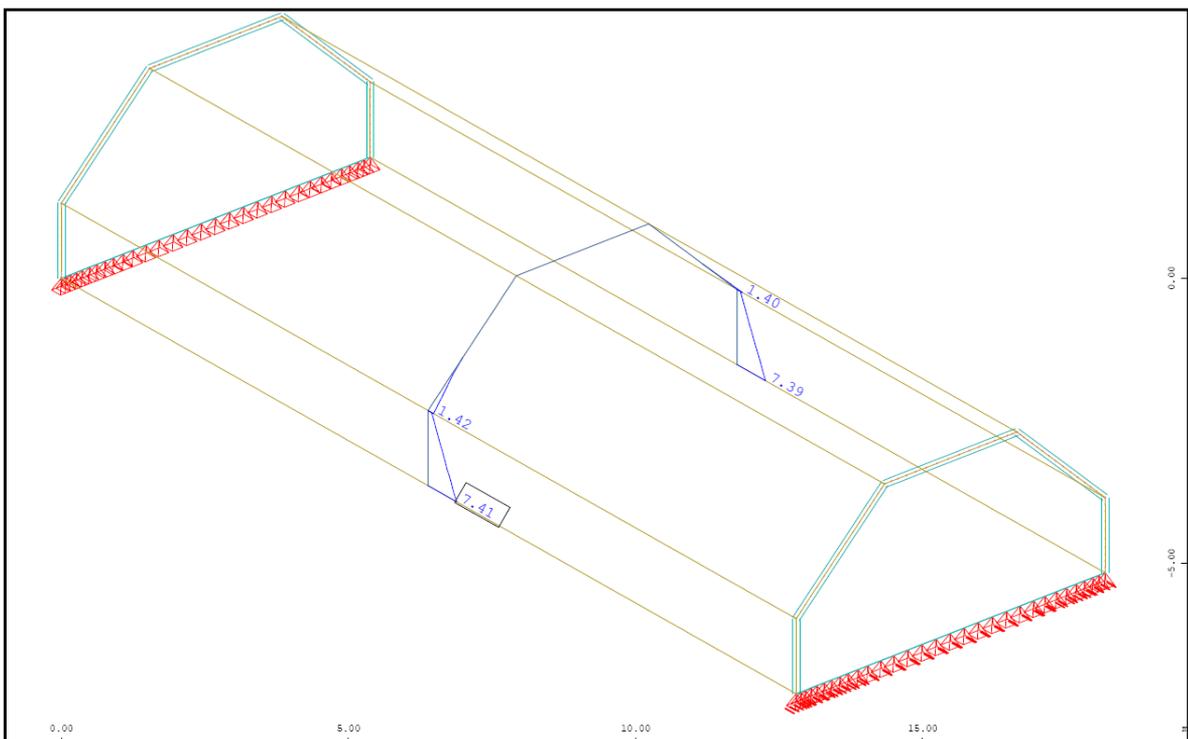


Abb. A- 58: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

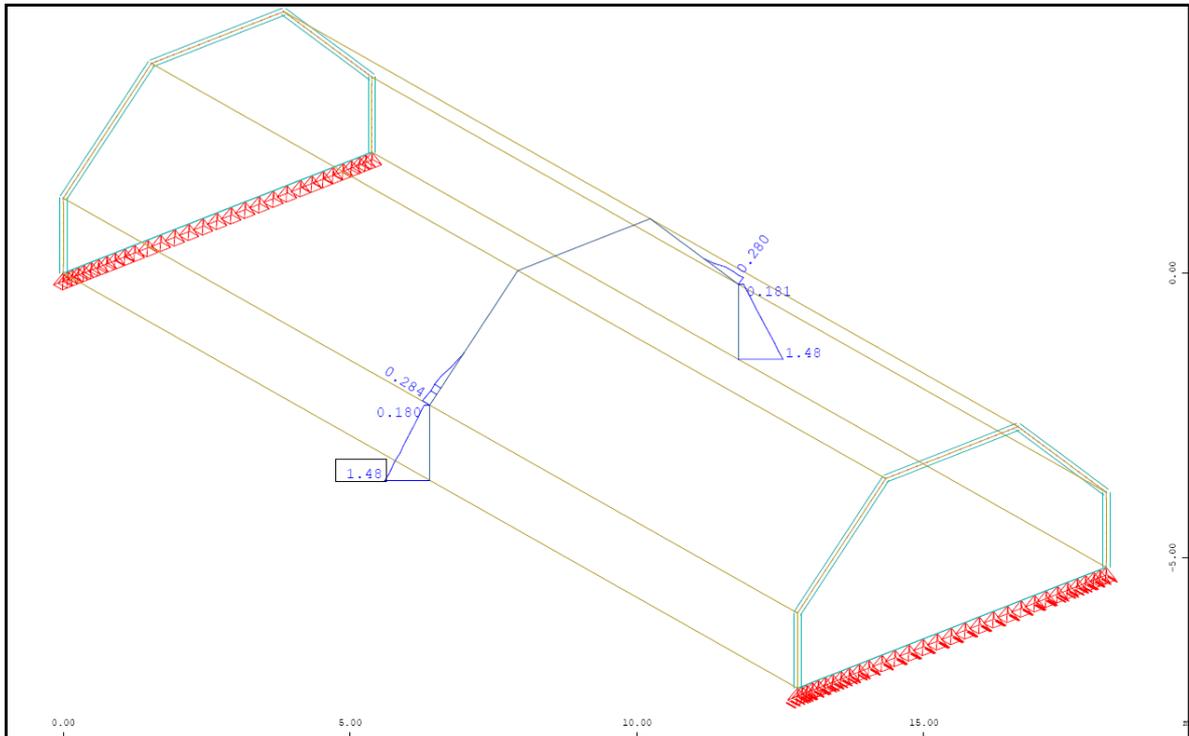


Abb. A- 59: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.1.4.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente in M_{yy} [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -0,26* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -9,13 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | -3,23 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | +0,62 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -10,86 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -25,30 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +602,0 | +908,62 | +473,07 |
| Pkt.B | +86,0 | -119,83 | +156,69 |
| Pkt.C | -221,7 | -144,85 | -265,14 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 2,50 | 13,50 | 23,04 | 1,38 |
| Pkt.B | 2,50 | 13,50 | 23,04 | 1,38 |
| Pkt.C | 1,09 | 6,61 | 0,42 | 1,38 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_x0,40+q_xl^2x0,12$

1.1.5. Tonnendach mit einer Spannweite von 30m

1.1.5.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Durch die Veränderung der Spannweite, ändern sich die Ergebnisse erst ab den Scheibenlasten. Die Querschnittswerte der einzelnen Scheiben und die Querbiegemomente bleiben, wie unter Pkt. 6.1.1.1. im Hauptdokument beschrieben, unverändert.

Scheibenlasten des Faltwerks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 30^2)/8 = 1432,18 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 30^2)/8 = 2611,3 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntene Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 1331,07 \text{ kN}$$

$$T_C = 488,86 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 10221,95 \text{ kN/m}^2$$

$$N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 2044,39 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -1348,13 \text{ kN/m}^2$$

$$N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -269,63 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -1629,54 \text{ kN/m}^2$$

$$N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -325,91 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 281,41 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 1,60 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 1,5045 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 2,1276 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt. A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 11570,07 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 1,50 \text{ m}} = 0,0012 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 116,6338 \text{ mm}$$

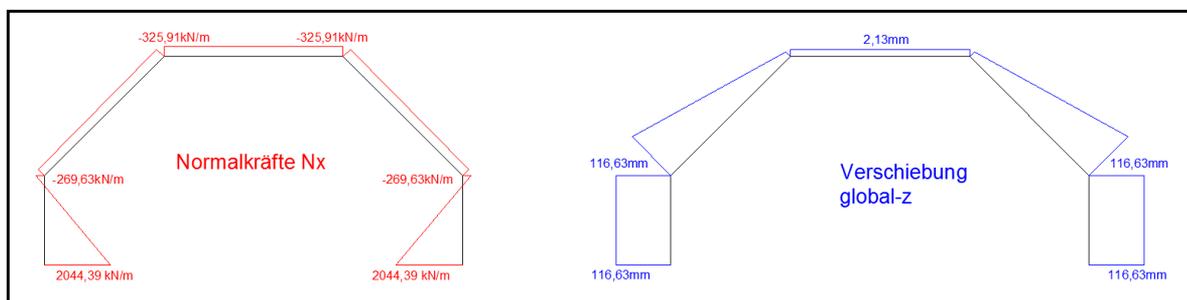


Abb. A- 60: Dreischübelgleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.5.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Durch Veränderung der Spannweite werden die Querschnittswerte und die Querbiegemomente, wie im Pkt. 6.1.1.2 vom Hauptdokument dargestellt, bei der Berechnung mittels Balkentheorie nicht beeinflusst, es wird daher nur auf die Längsbiegemomente, Durchbiegung und Normalkräfte eingegangen.

Querschnittswerte des Faltworks:

Fläche des Faltworks = 2,3314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{y,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Faltworks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 6556,98\text{kNm}$$

Durchbiegung des Faltworks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 6,9766\text{mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -2982,86\text{kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20\text{m} = -596,57\text{kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 5322,08\text{kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20\text{m} = 1064,42\text{kN/m}$$

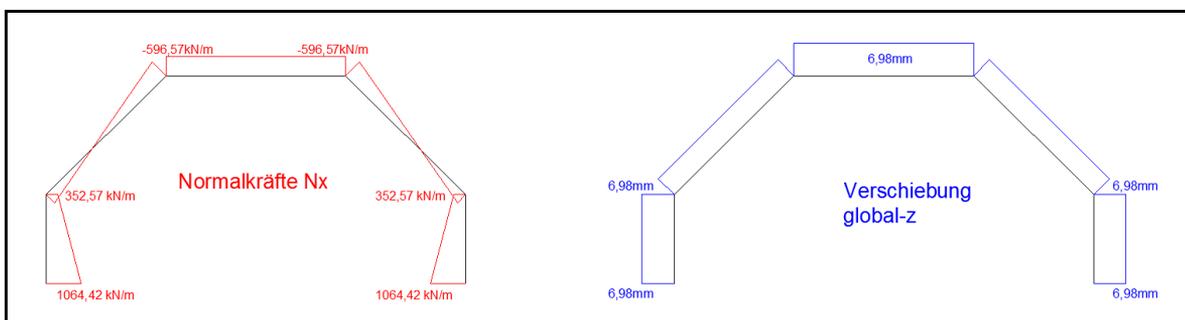


Abb. A- 61: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.5.3. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

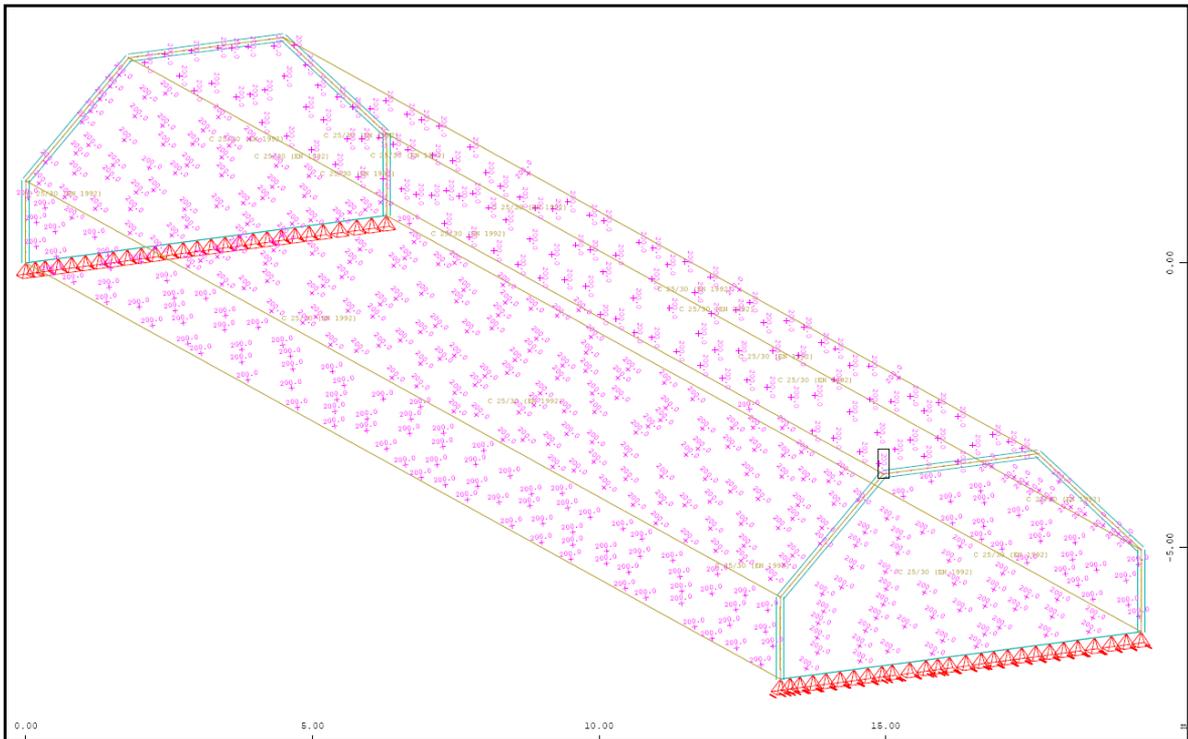


Abb. A- 62: Sofistik : Struktur

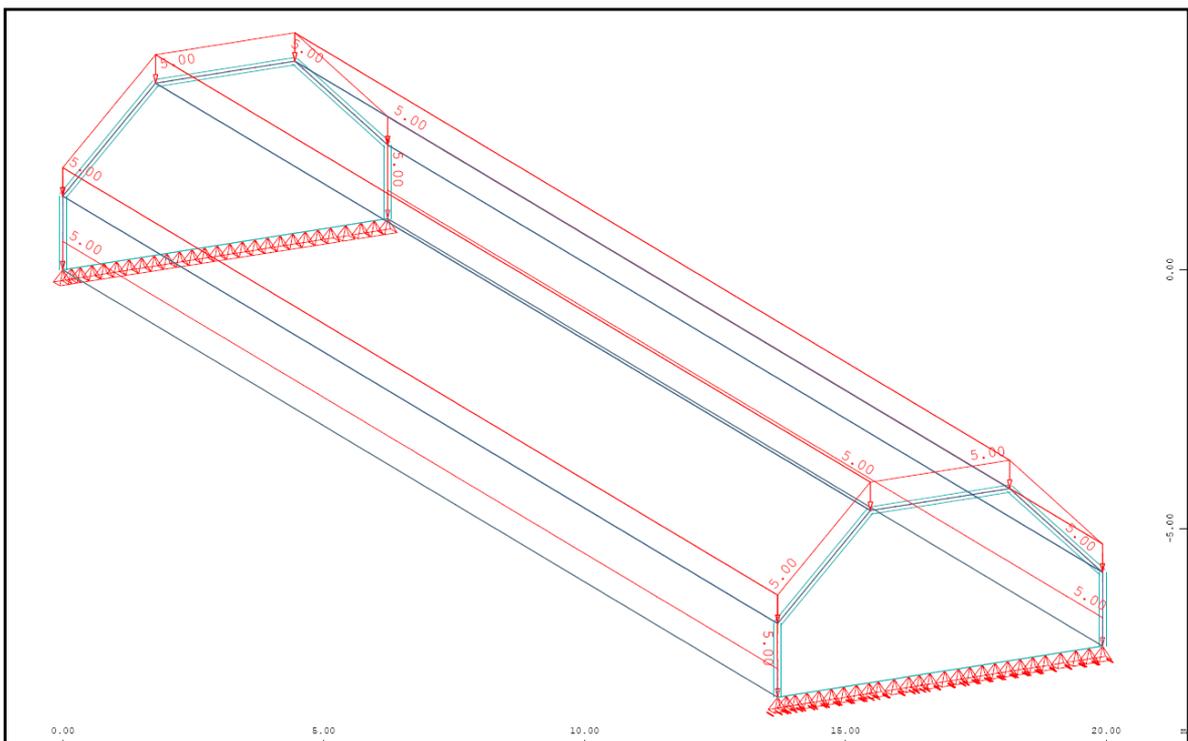


Abb. A- 63: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

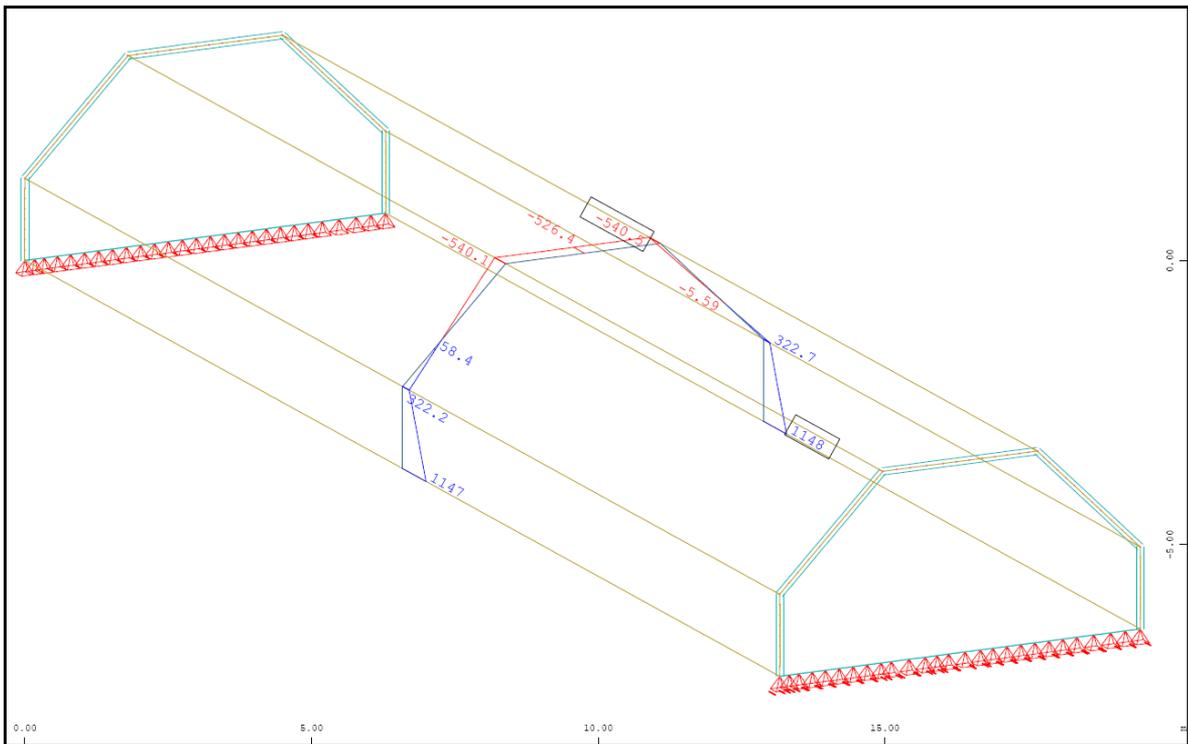


Abb. A- 64: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

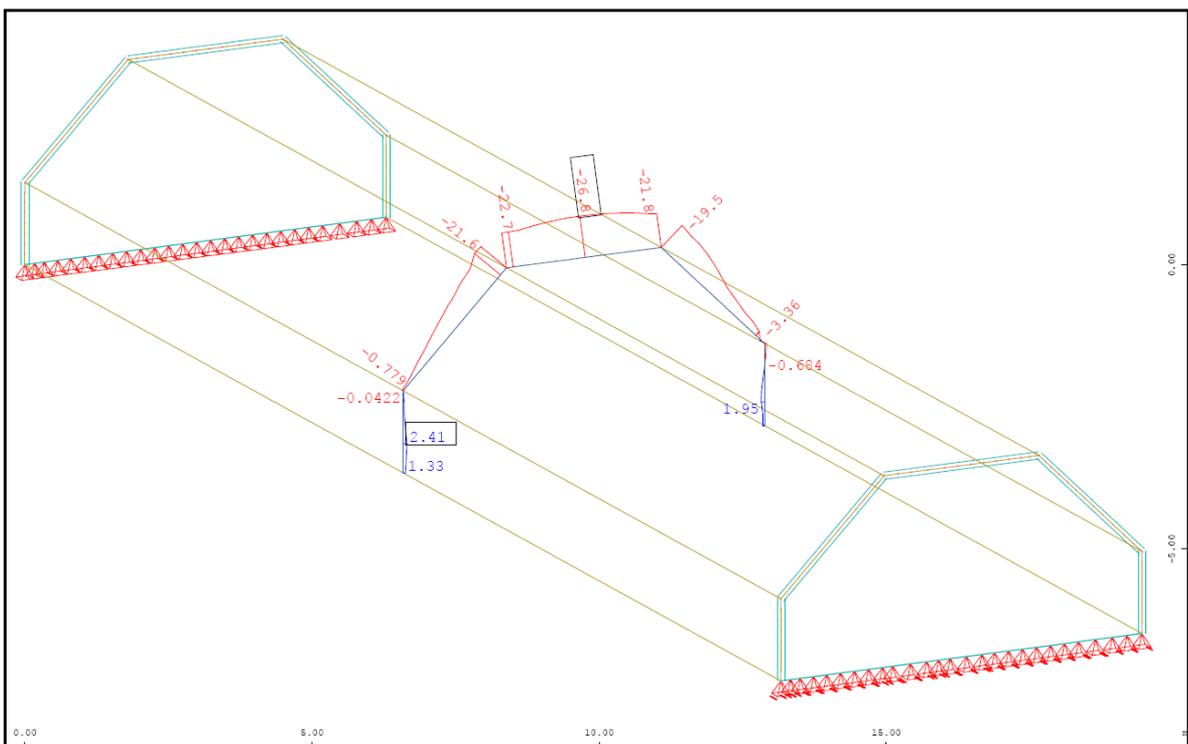


Abb. A- 65: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

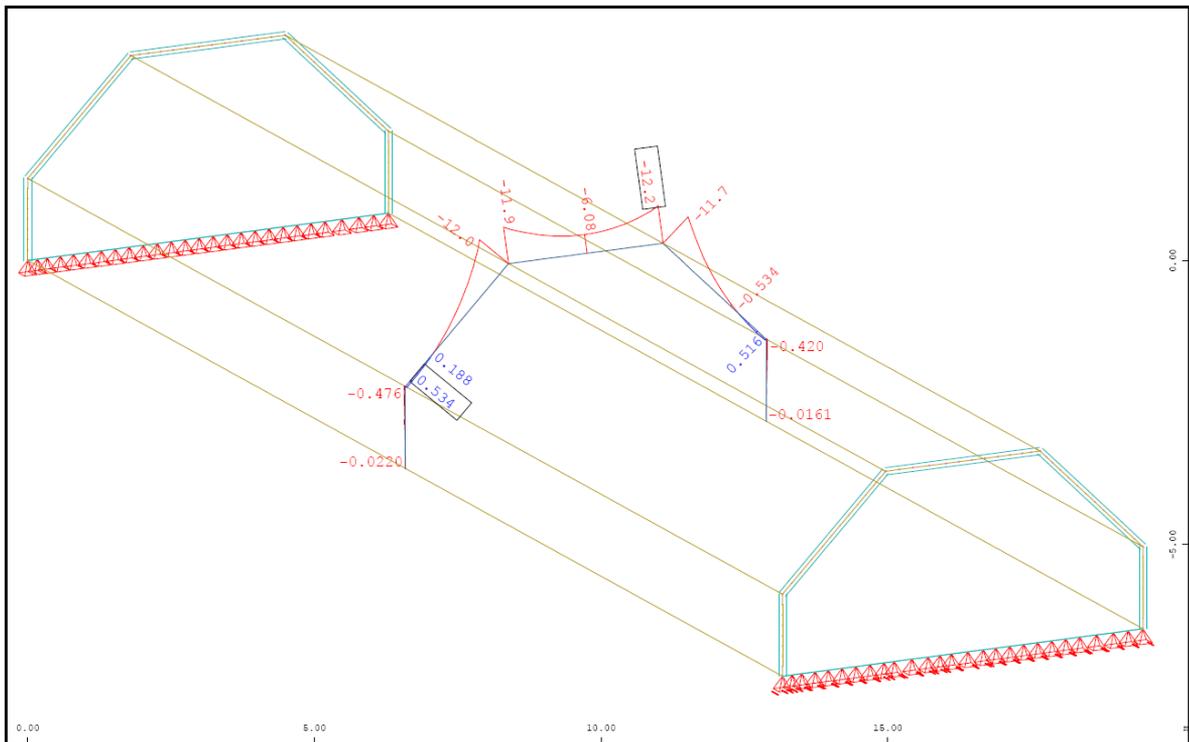


Abb. A- 66: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

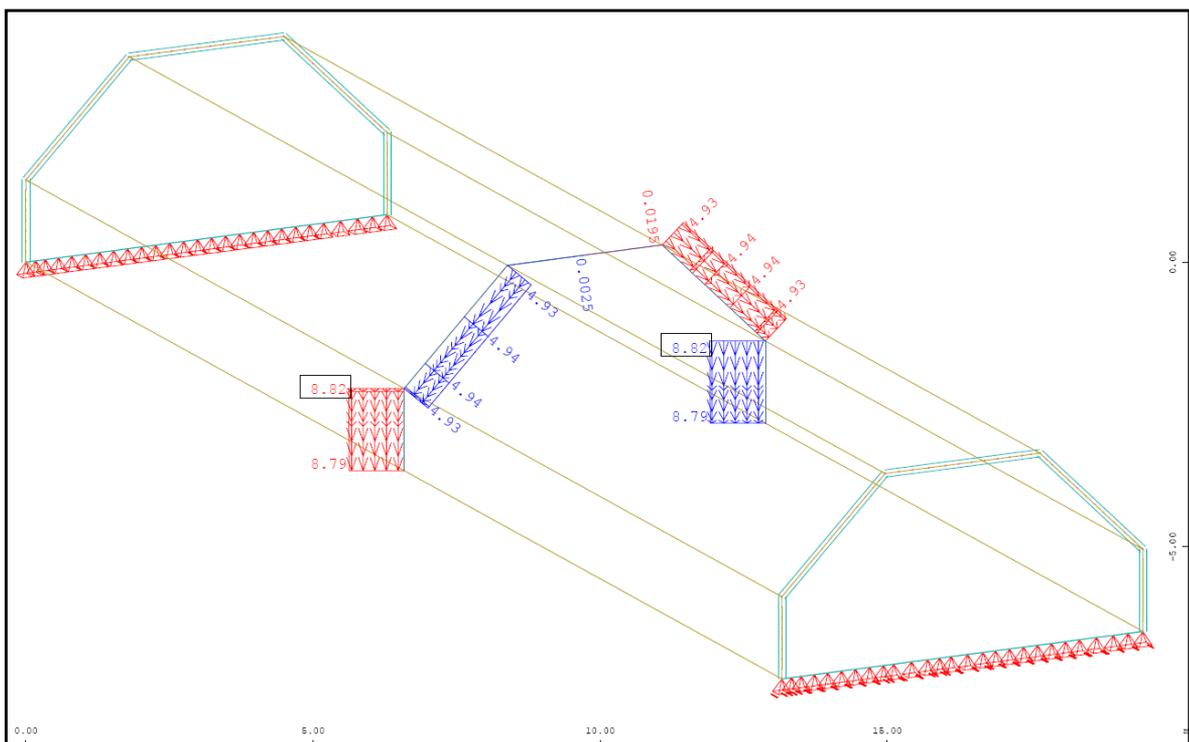


Abb. A- 67: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

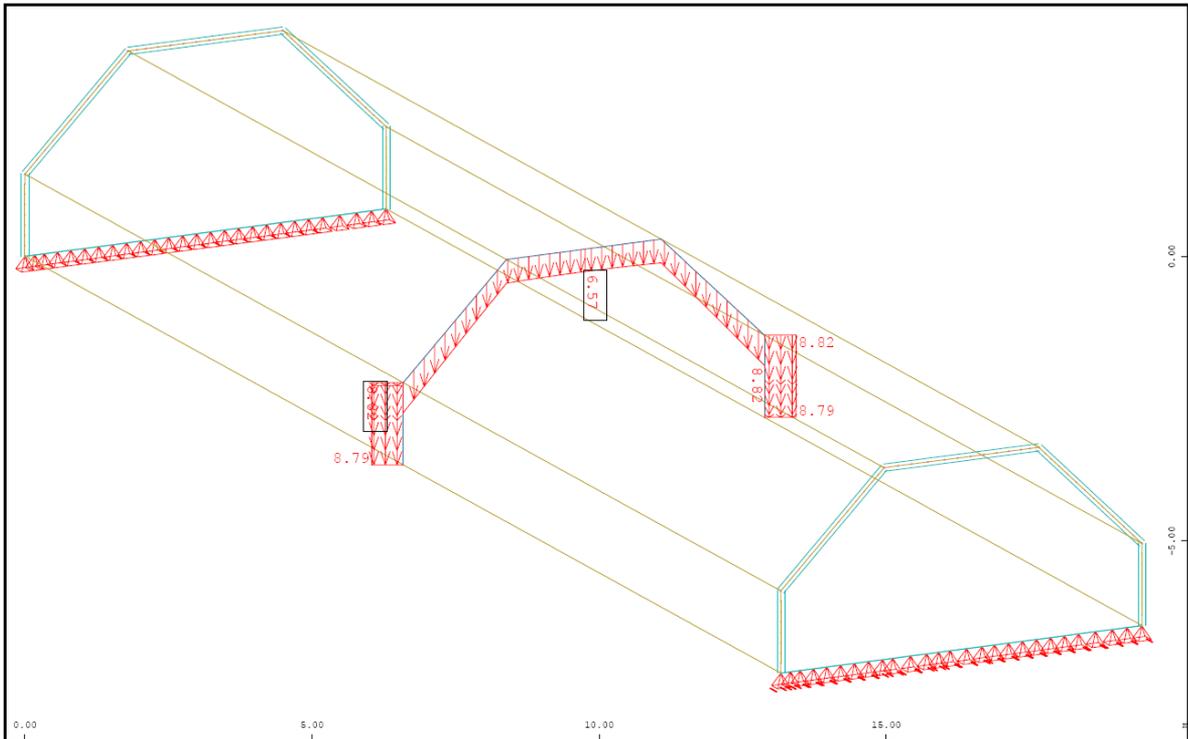


Abb. A- 68: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

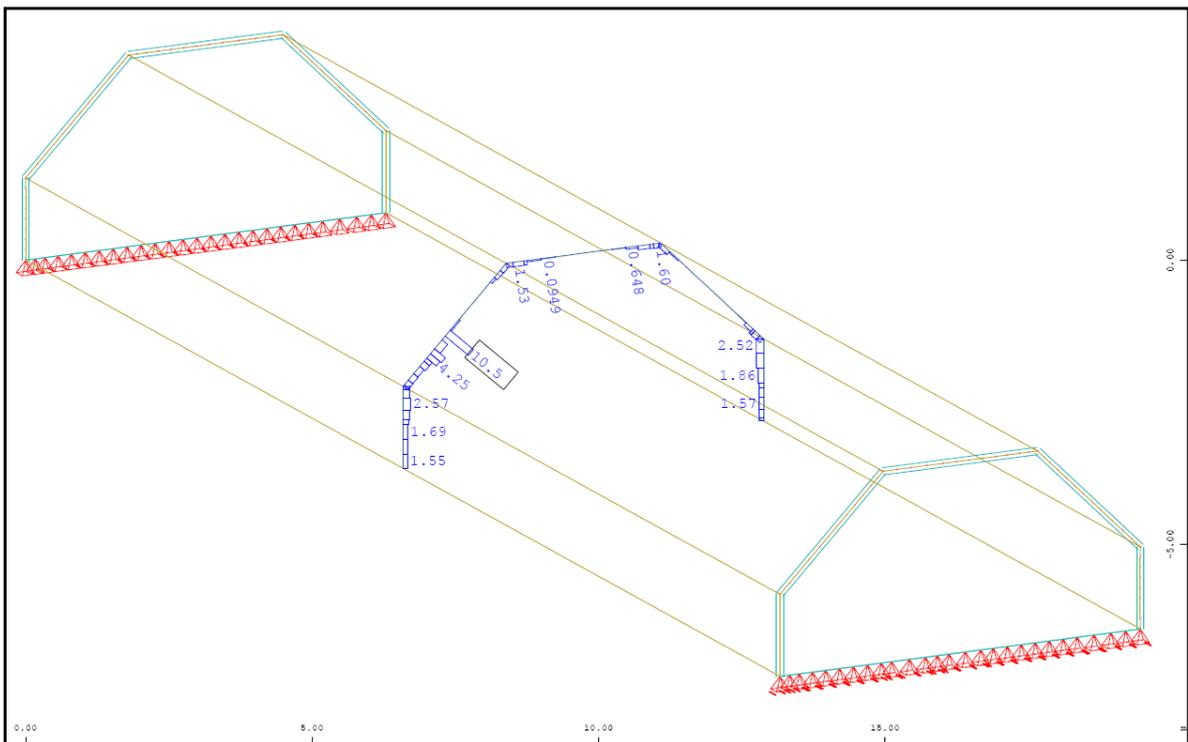


Abb. A- 69: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

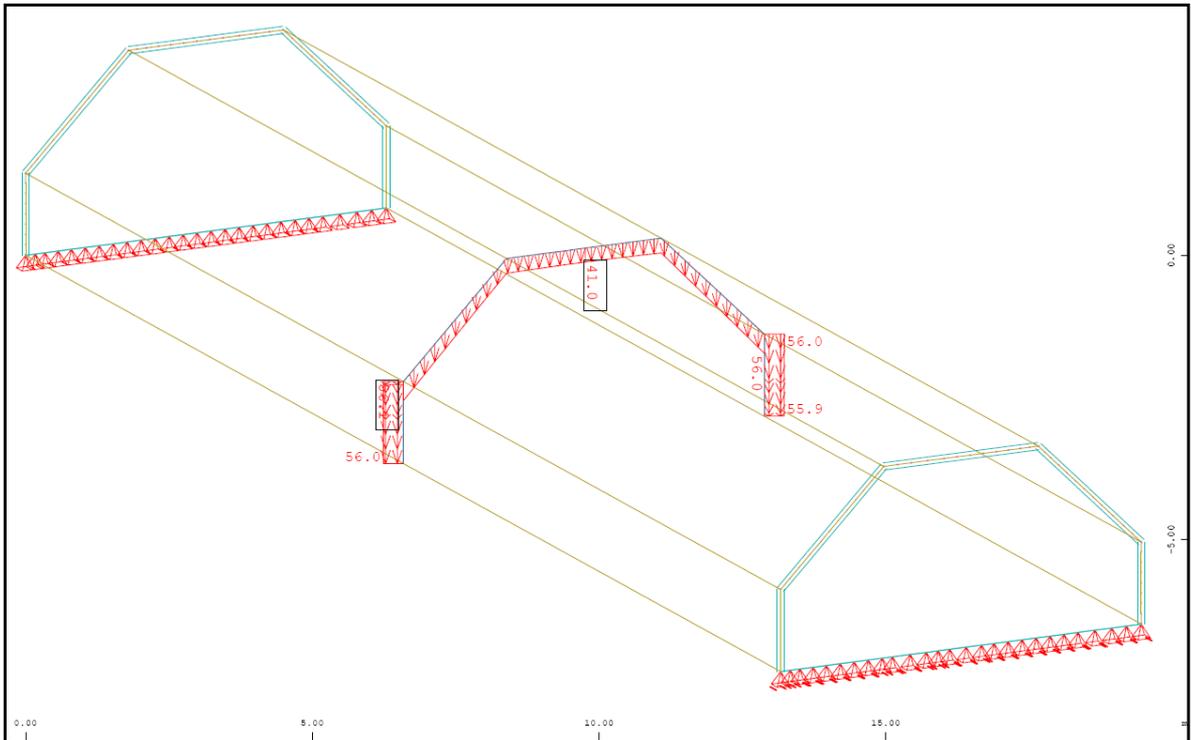


Abb. A- 70: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

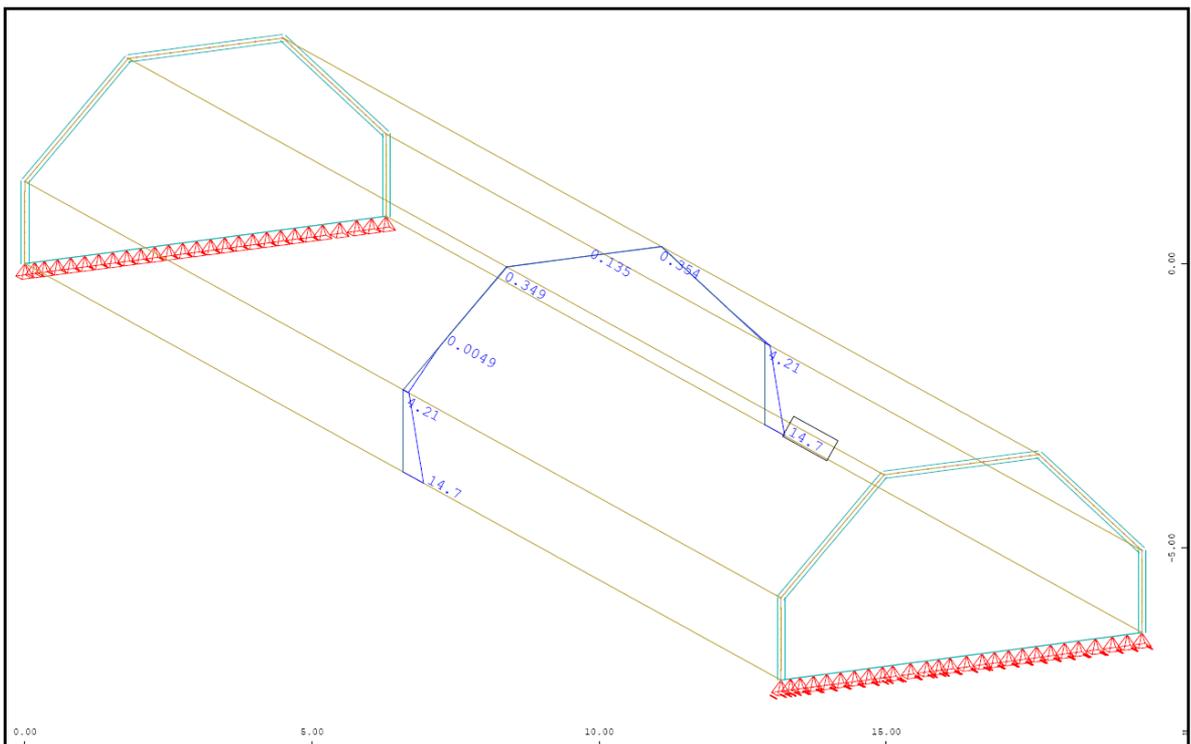


Abb. A- 71: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm²/m

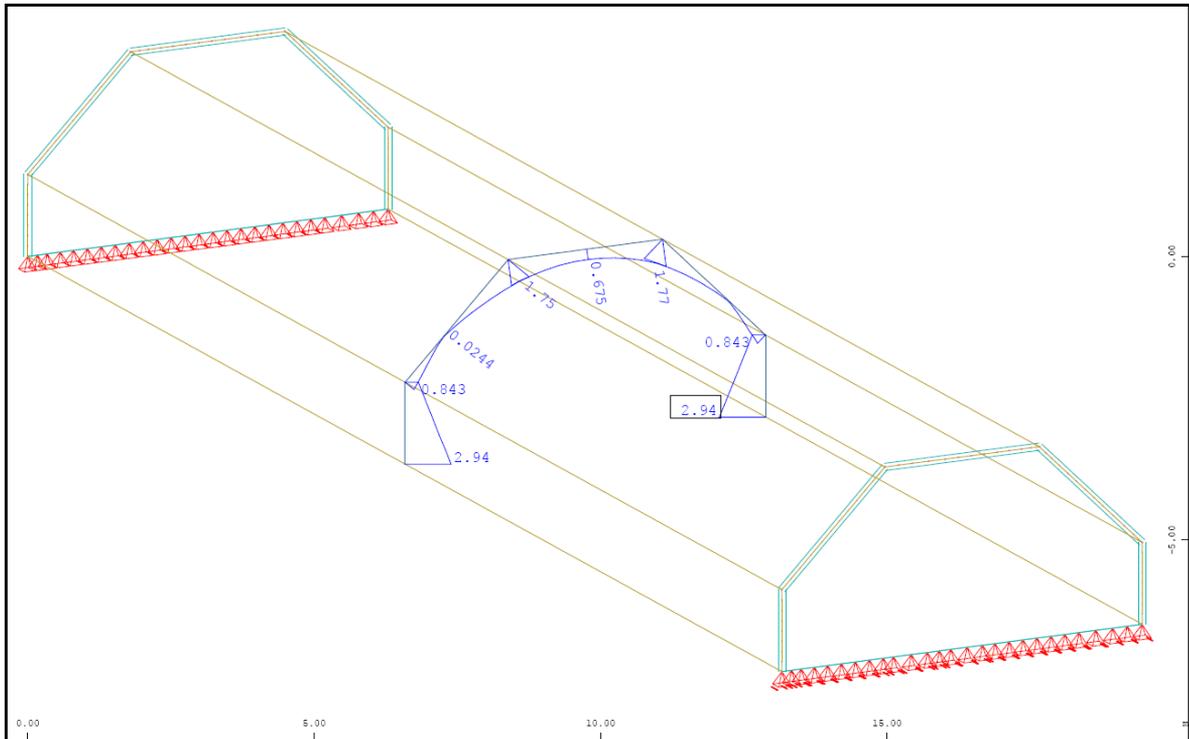


Abb. A- 72: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

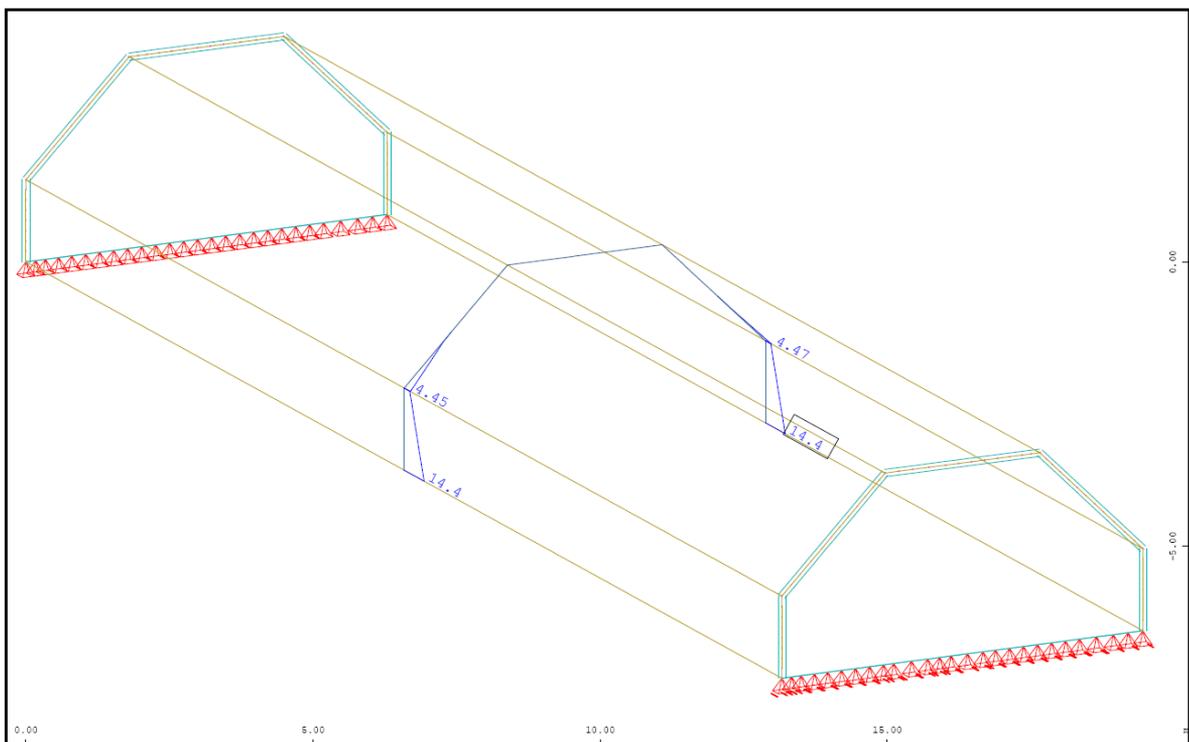


Abb. A- 73: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

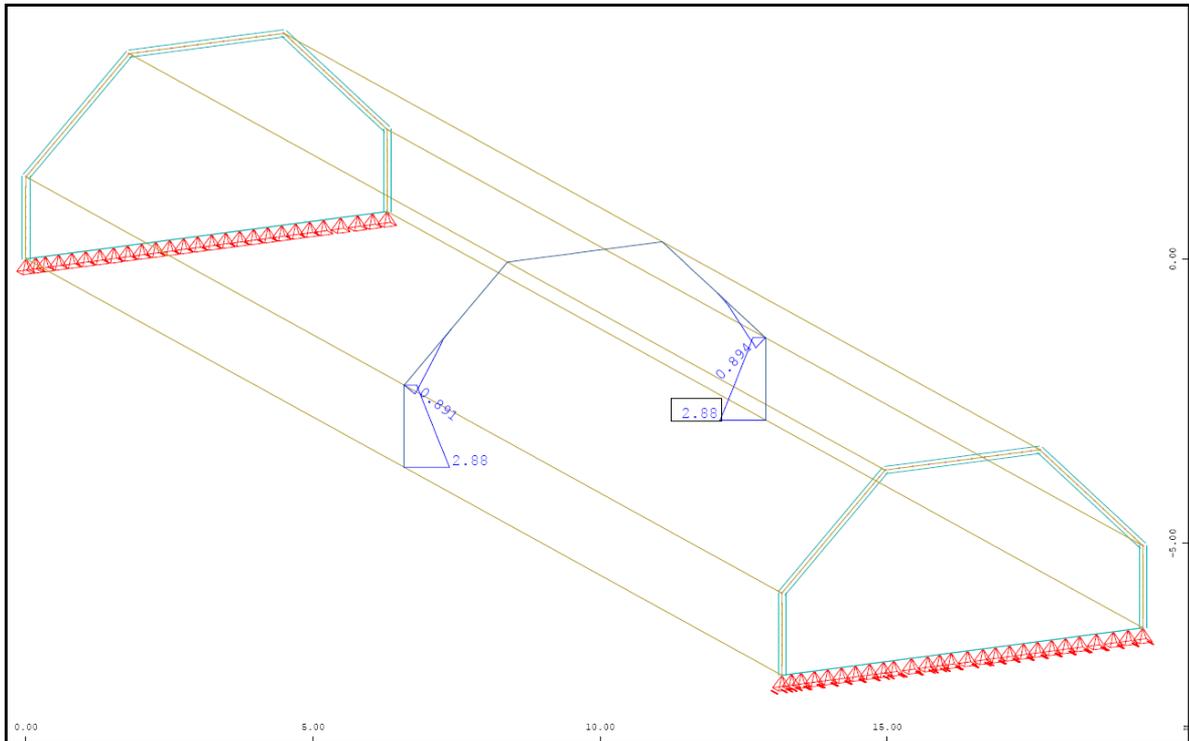


Abb. A- 74: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm²/m

1.1.5.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente in M_{yy} [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -1,40* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -12,00 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | -6,08 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | +0,67 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -11,19 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -26,80 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +1147,0 | +2044,4 | +1064,4 |
| Pkt.B | +322,2 | -269,6 | +352,6 |
| Pkt.C | -540,1 | -325,9 | -596,6 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 8,79 | 56,0 | 116,63 | 6,98 |
| Pkt.B | 8,79 | 56,0 | 116,63 | 6,98 |
| Pkt.C | 6,57 | 41,0 | 2,13 | 6,98 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2_{x0,12}}$

1.1.6. Tonnendach mit einer Spannweite von 40m

1.1.6.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung

Durch die Veränderung der Spannweite, ändern sich die Ergebnisse erst ab den Scheibenlasten. Die Querschnittswerte der einzelnen Scheiben und die Querbiegemomente bleiben, wie unter Pkt. 6.1.1.1. im Hauptdokument beschrieben, unverändert.

Scheibenlasten des Faltworks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 12,73 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (12,73 \times 40^2)/8 = 2546,1 \text{ kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41 / \sin 45^\circ = 23,21 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 40^2)/8 = 4642,31 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntene Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 2366,35 \text{ kN}$$

$$T_C = 869,09 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 18172,35 \text{ kN/m}^2$$

$$N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 3634,47 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -2396,67 \text{ kN/m}^2$$

$$N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -479,33 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -2896,96 \text{ kN/m}^2$$

$$N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -579,39 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 500,29 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 2,85 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 4,7548 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 6,7244 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt. A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 20569,01 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 1,50 \text{ m}} = 0,0022 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 368,6203 \text{ mm}$$

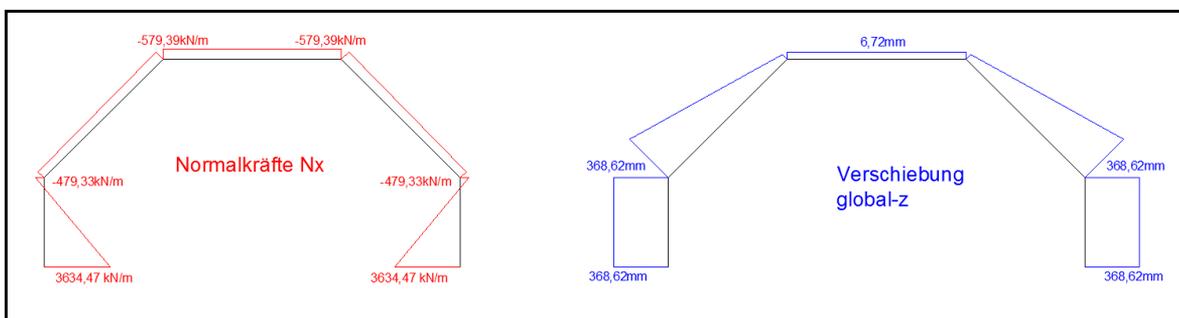


Abb. A- 75: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.6.2. Berechnung mittels Balkentheorie

Durch Veränderung der Spannweite werden die Querschnittswerte und die Querbiegemomente, wie im Pkt. 6.1.1.2 vom Hauptdokument dargestellt, bei der Berechnung mittels Balkentheorie nicht beeinflusst, es wird daher nur auf die Längsbiegemomente, Durchbiegung und Normalkräfte eingegangen.

Querschnittswerte des Faltworks:

Fläche des Faltworks = 2,3314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,60\text{m} - z_{su} = 1,293\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{y,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,8423\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Faltworks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 11656,85\text{kNm}$$

Durchbiegung des Faltworks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 22,0495\text{mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -5302,86\text{kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20\text{m} = -1060,57\text{kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 9461,48\text{kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20\text{m} = 1892,3\text{kN/m}$$

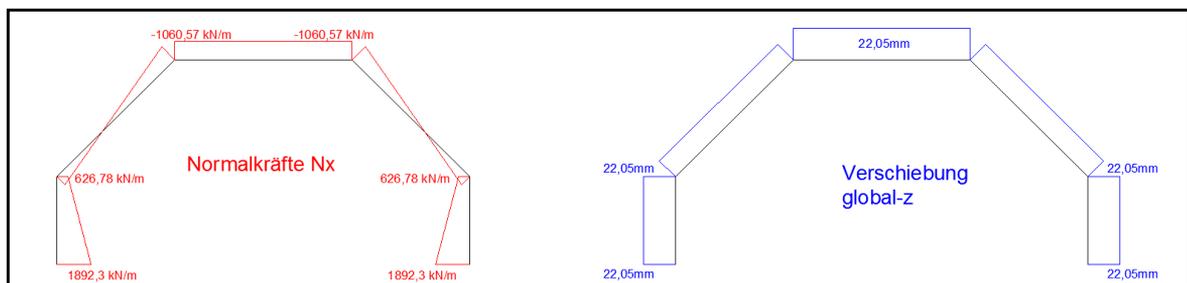


Abb. A- 76: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.1.6.3. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

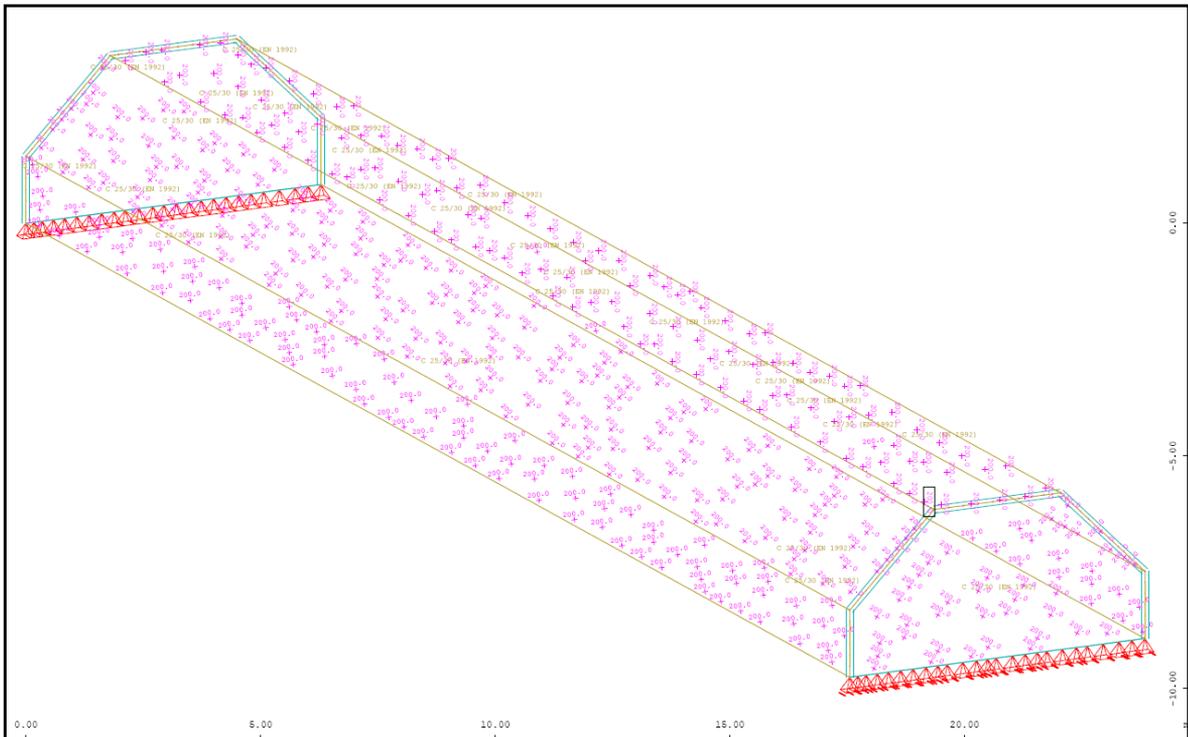


Abb. A- 77: Sofistik : Struktur

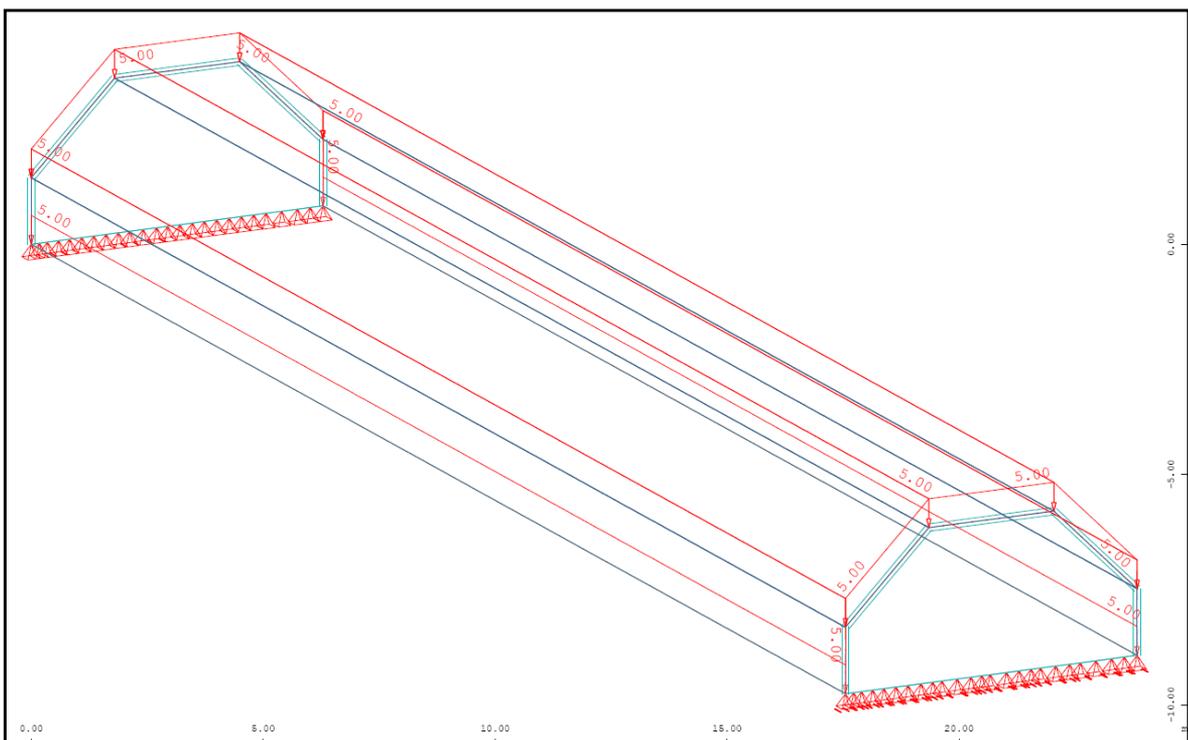


Abb. A- 78: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

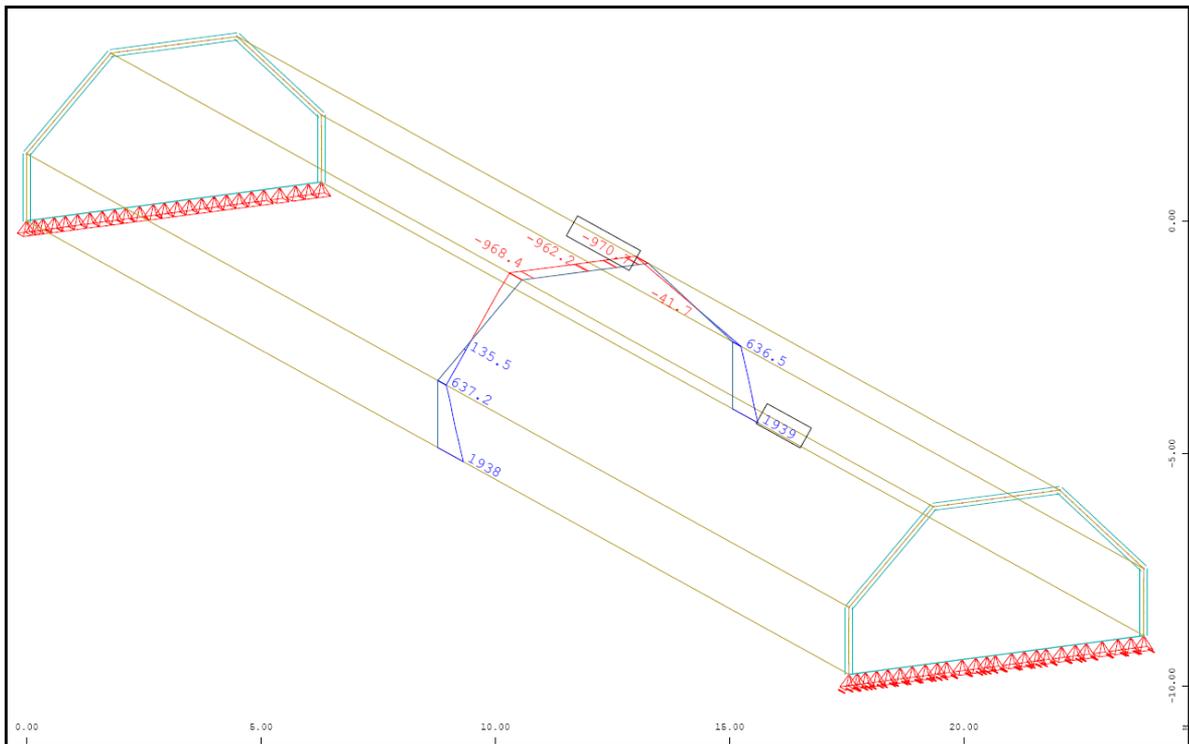


Abb. A- 79: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

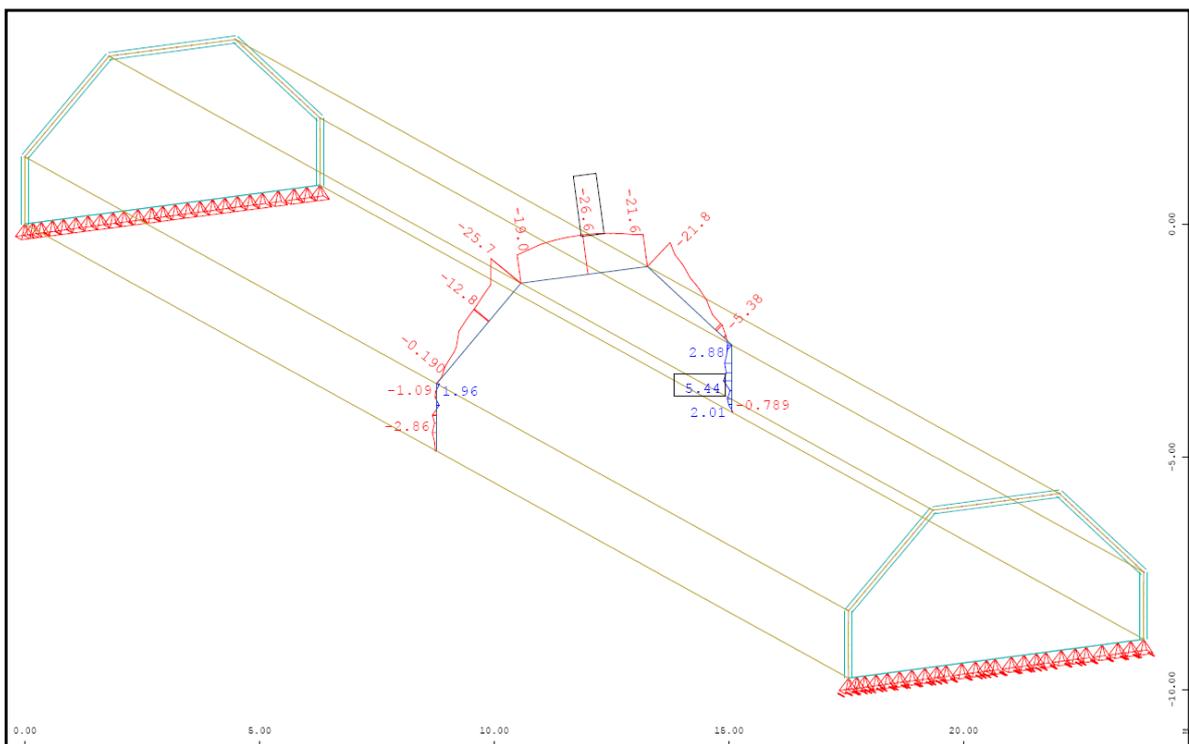


Abb. A- 80: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

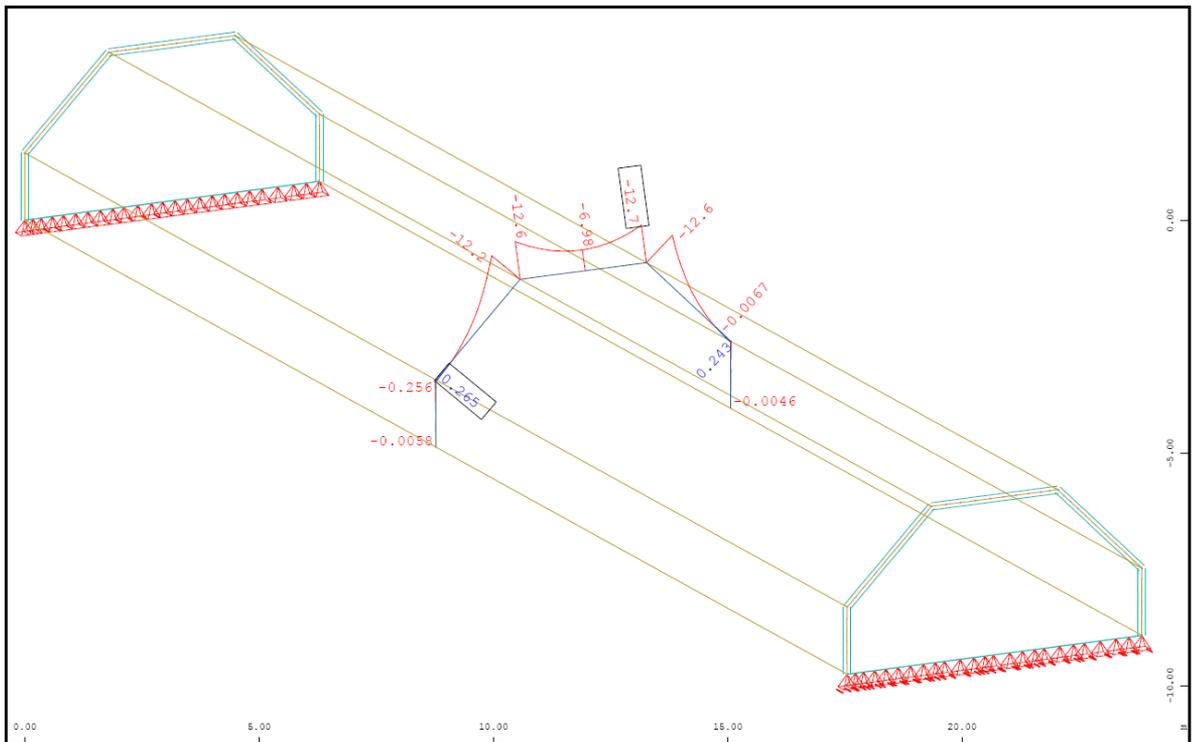


Abb. A- 81: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

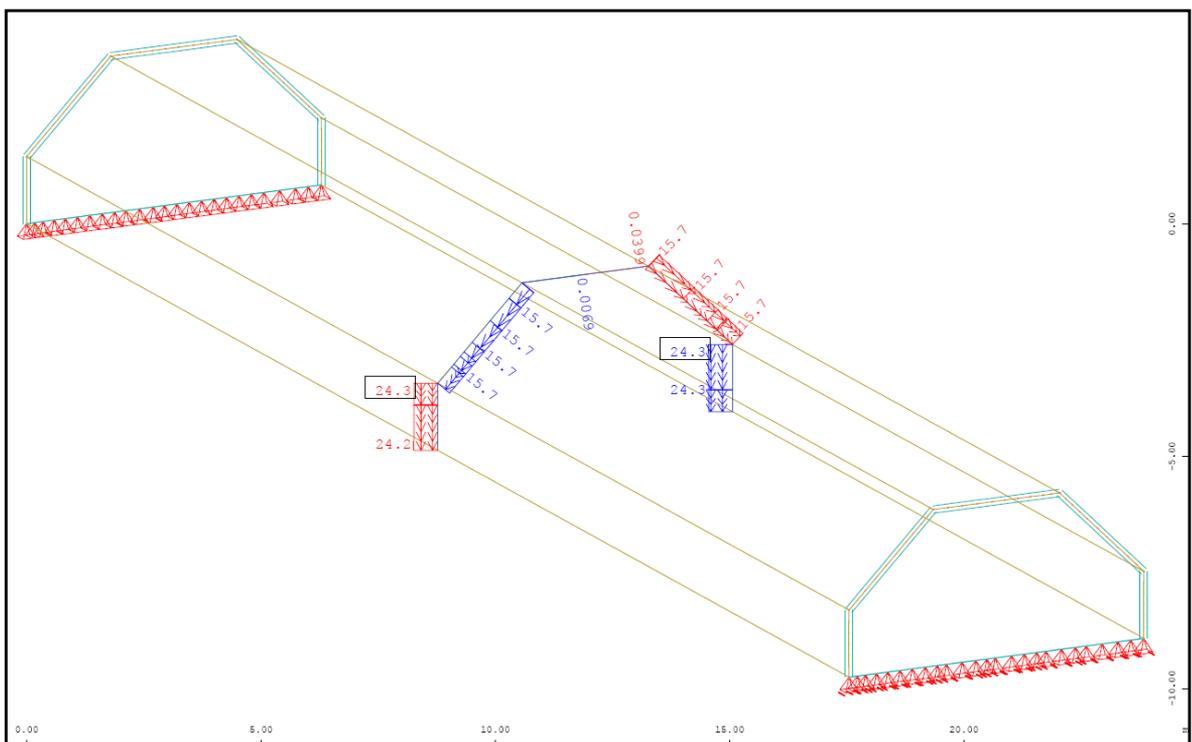


Abb. A- 82: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

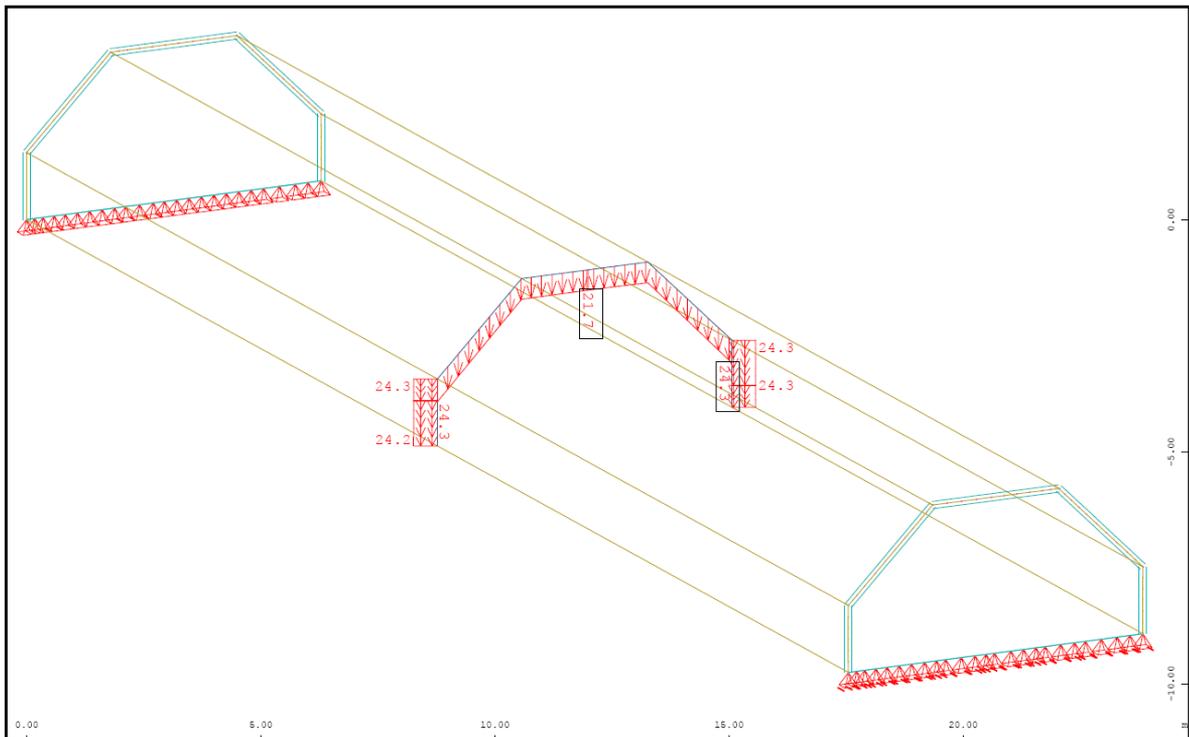


Abb. A- 83: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

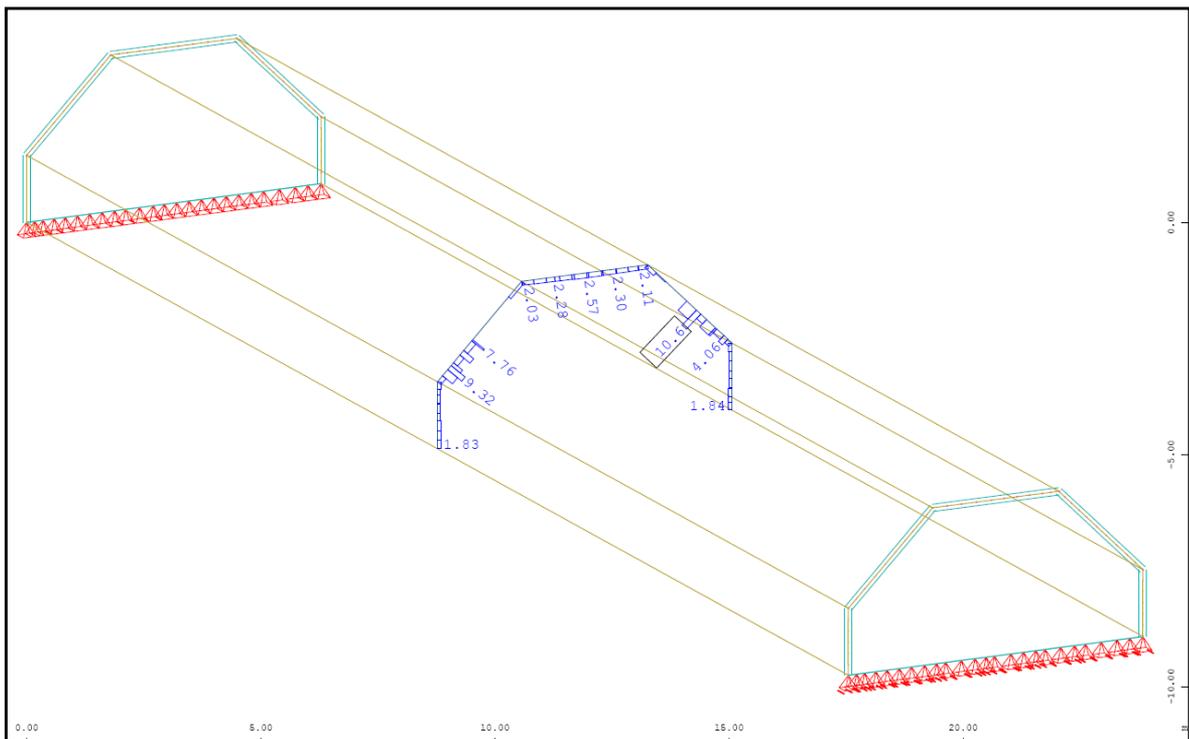


Abb. A- 84: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

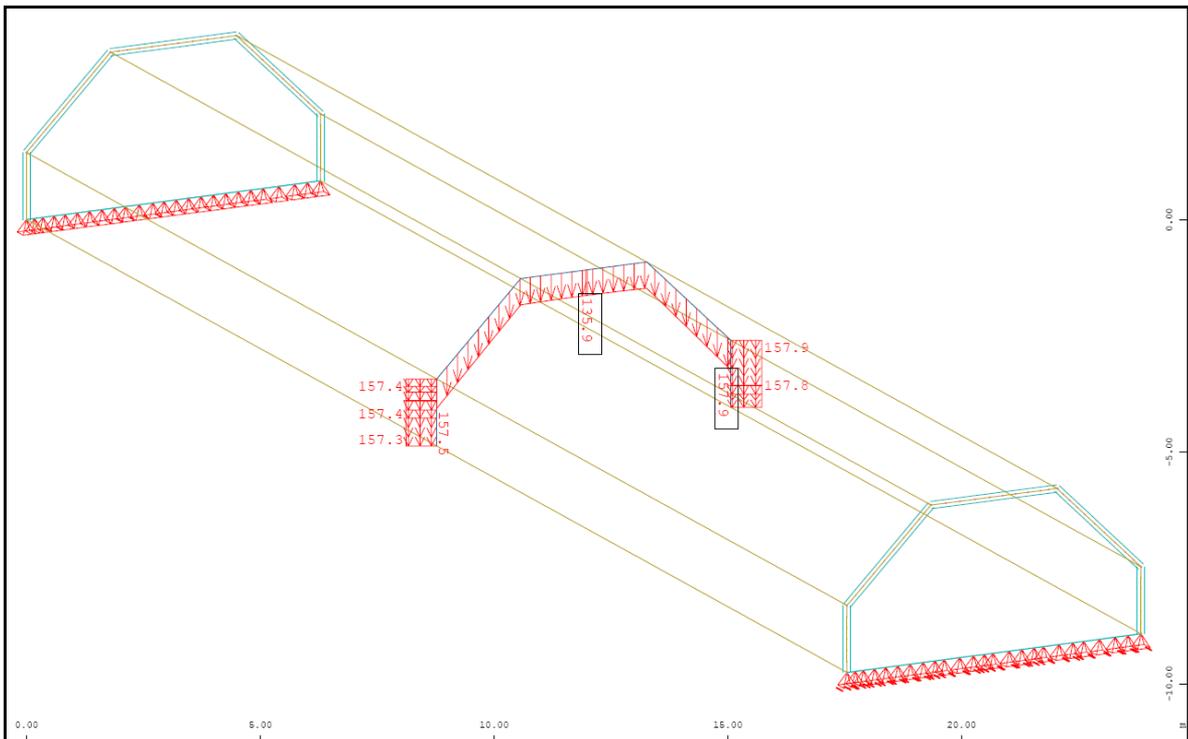


Abb. A- 85: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

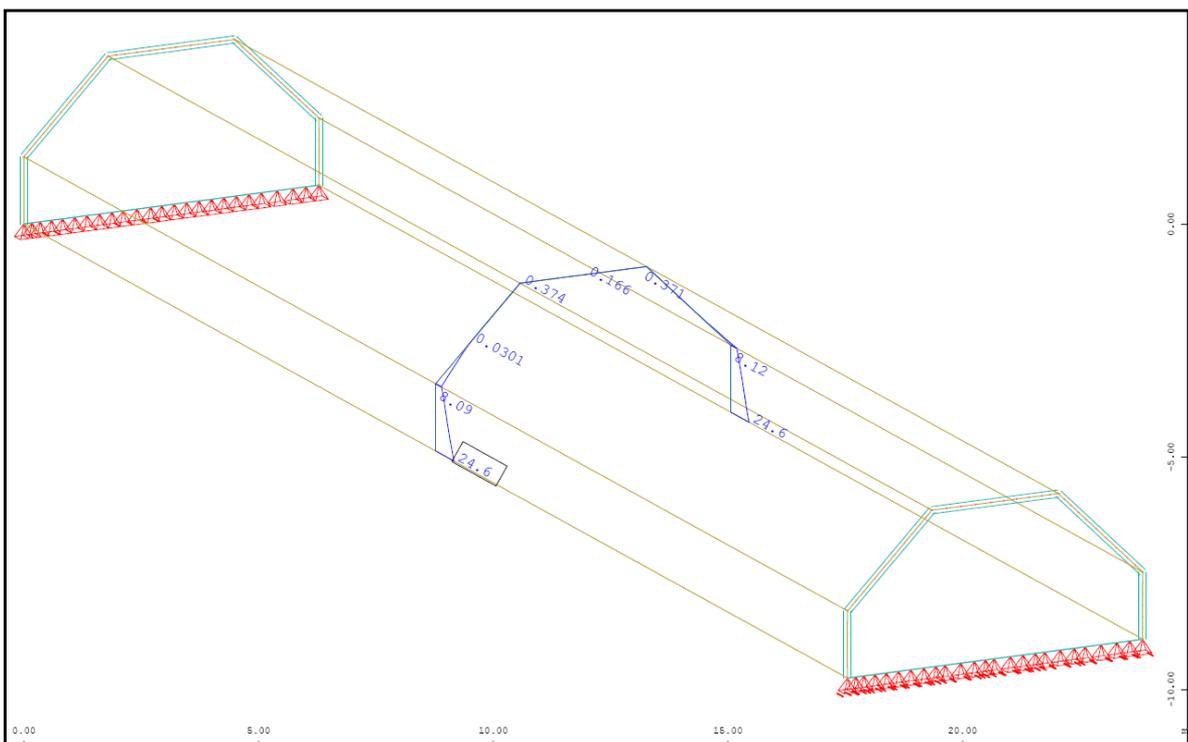


Abb. A- 86: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

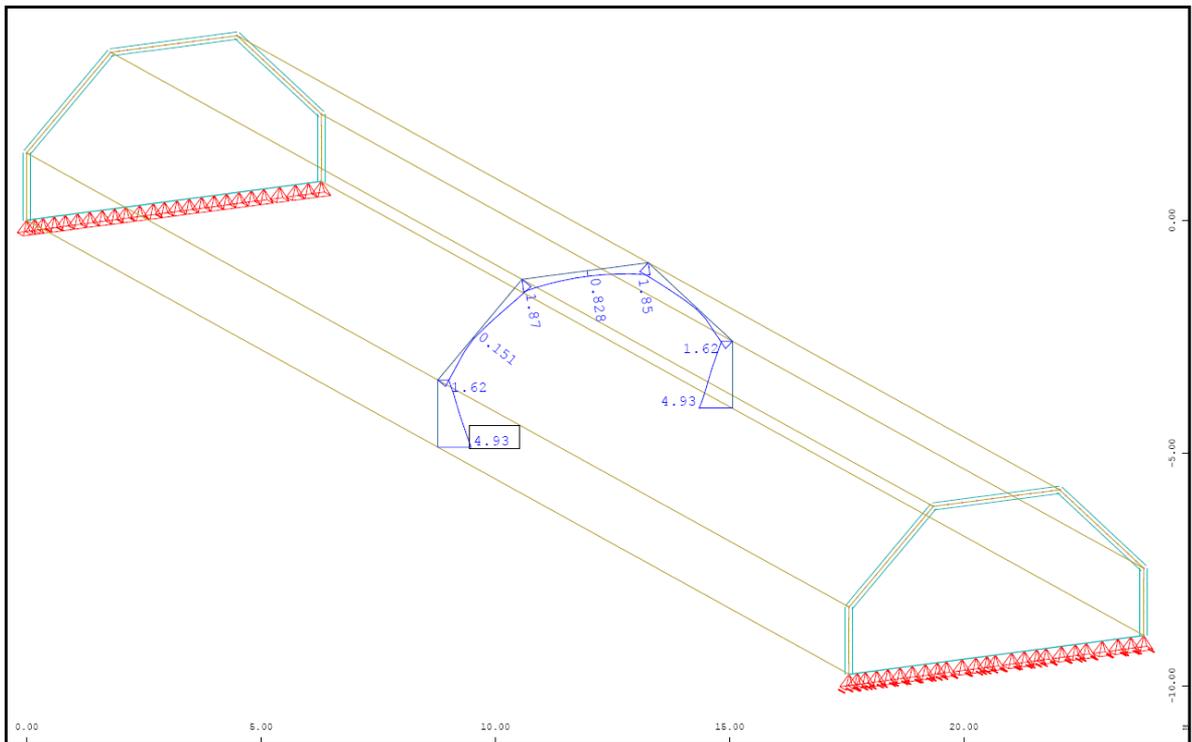


Abb. A- 87: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

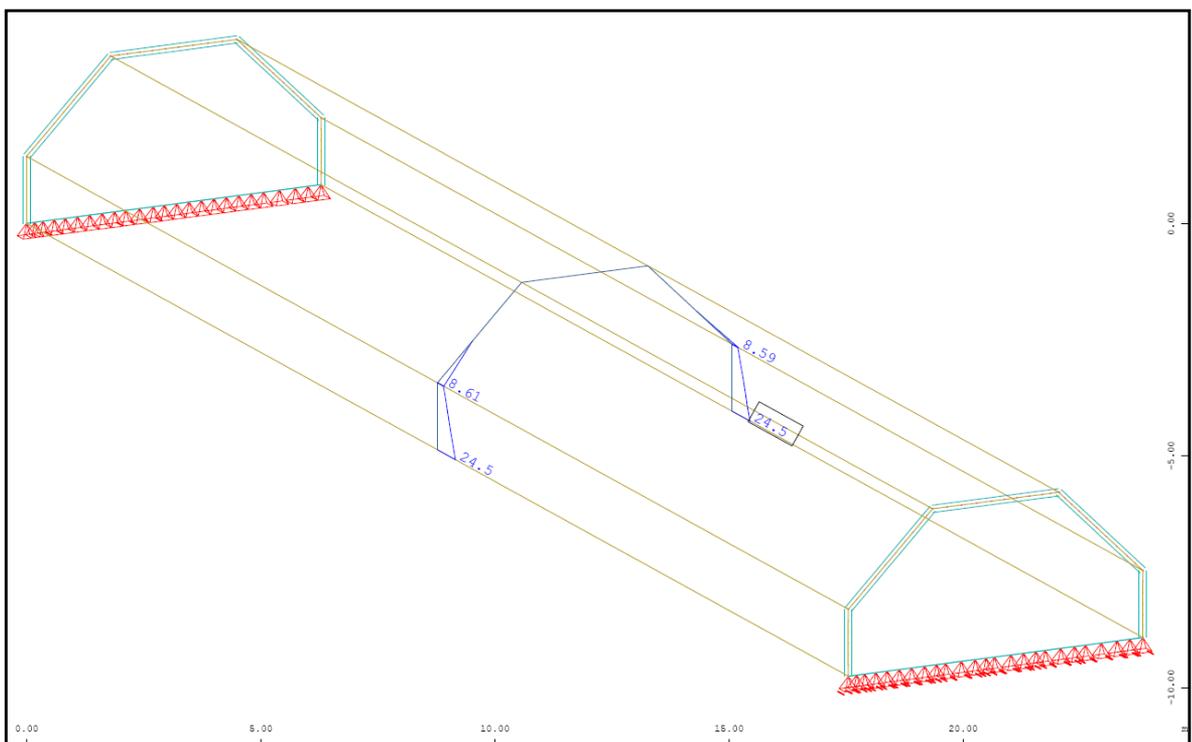


Abb. A- 88: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

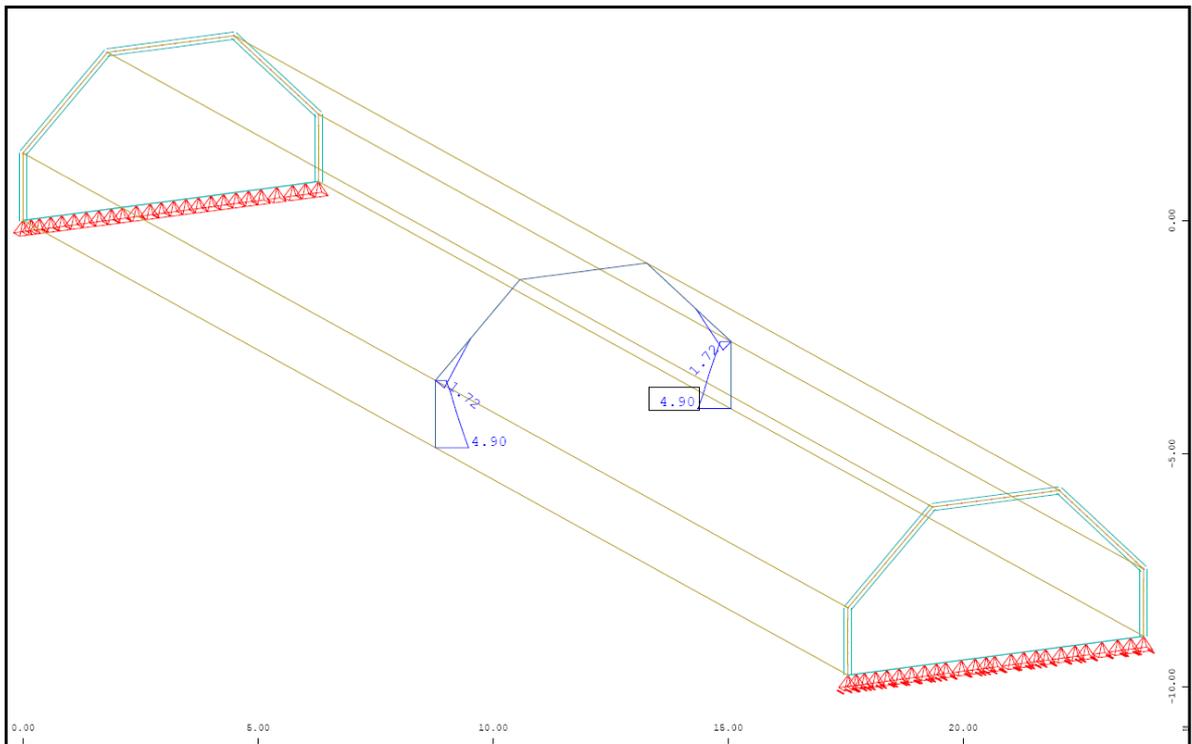


Abb. A- 89: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm²/m

1.1.6.4. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente in M_{yy} [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -1,65* | +1,92 | +1,92 |
| Pkt.C | -12,60 | -3,68 | -3,68 |
| Feld 3 | -6,98 | +1,94 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Feld1 | +3,44 | -12,73 | ---- |
| Feld2 | -10,90 | -23,21 | ---- |
| Feld3 | -26,60 | -16,41 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------------|---------------|
| Pkt.A | +1939,0 | +3634,5 | +1892,3 |
| Pkt.B | +637,2 | -479,3 | +626,8 |
| Pkt.C | -970,7 | -579,4 | -1060,6 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|---------------|
| Pkt.A | 24,3 | 157,9 | 368,62 | 22,05 |
| Pkt.B | 24,3 | 157,9 | 368,62 | 22,05 |
| Pkt.C | 21,7 | 135,9 | 6,72 | 22,05 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2_{x0,12}}$

1.2. Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung

Bei dem Vergleich eines Tonnendachs mit Faltwerkwirkung durch die Veränderung der Dachneigung und dadurch resultierend der Veränderung der Dachhöhe (in Abb. blau gekennzeichnet), werden die Querschotenhöhe mit 1,50m, die Plattendicke mit 20cm und die Spannweite mit 7m bzw. 40m gleich bleibend angenommen. Die Untersuchung wird mit einer Dachneigung von 25°, 35°, 45° und 55° durchgeführt.

Bei der Gegenüberstellung zwischen der Dreischübegleichung, der Balkentheorie und dem finiten Elemente Programm „Sofistik“ wird so vorgegangen, dass wie unter Pkt. 1.1 „Tonnendach unter Veränderung der Spannweite“ aufgezeigt, die Dreischübegleichung mit einer Spannweite von 7m und die Balkentheorie mit einer Spannweite von 40m die besten Ergebnisse liefern und diese dadurch in weiterer Folge behandelt werden.

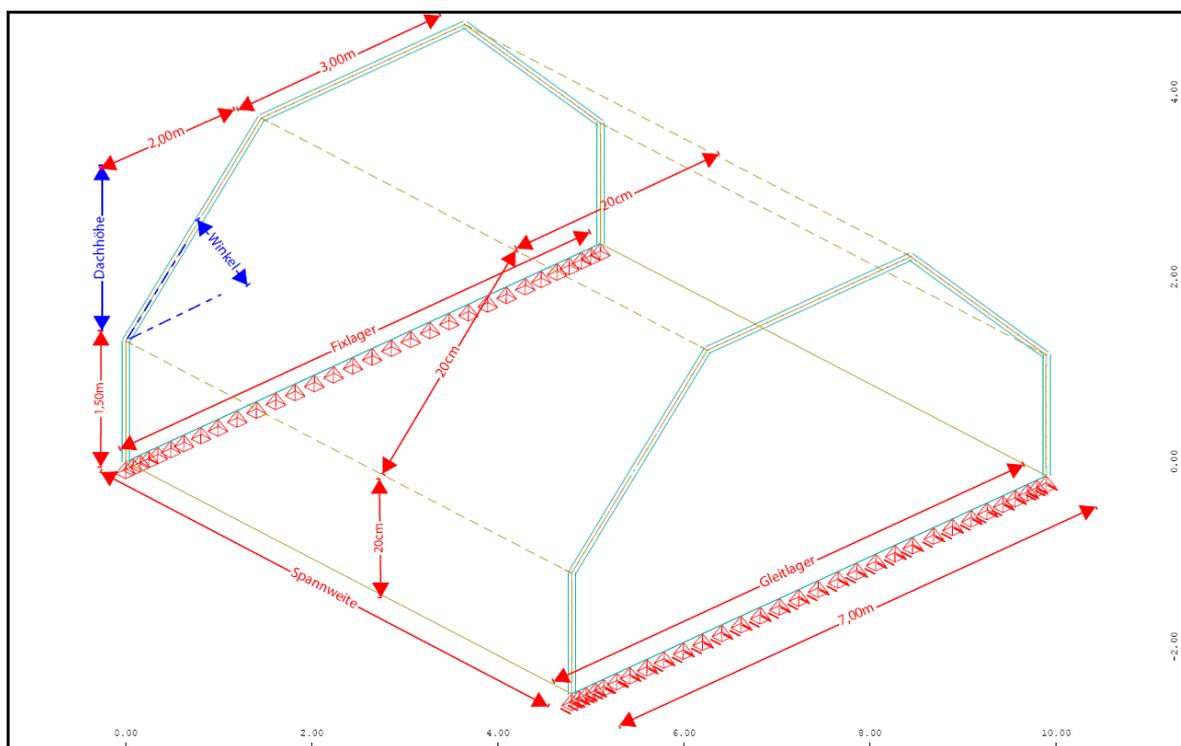


Abb. A- 90: Sofistik : Abmessungen

1.2.1. Tonnendach mit einer Dachneigung von 25°

1.2.1.1. Berechnung mittels Dreischübelegung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachs mittels Dreischübelegung, werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und der $0,20\text{m}$ dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_2 = 5,0 / \cos(25) = 5,52 \text{ kN/m}$

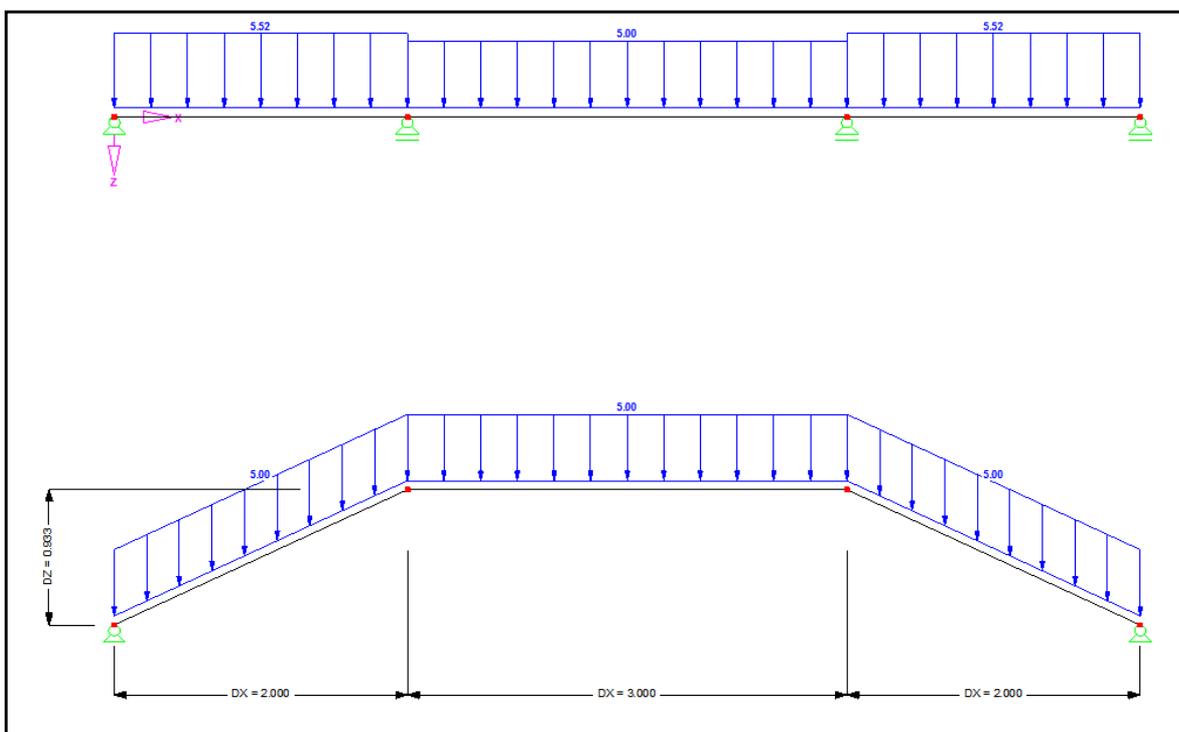
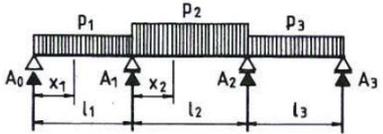


Abb. A- 91: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägersbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 92: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,27 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -3,44 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 2,18 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 3,80 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,20 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^3 (\text{Querschote}) = 11,30 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 14,74 \text{ kN / m}$$

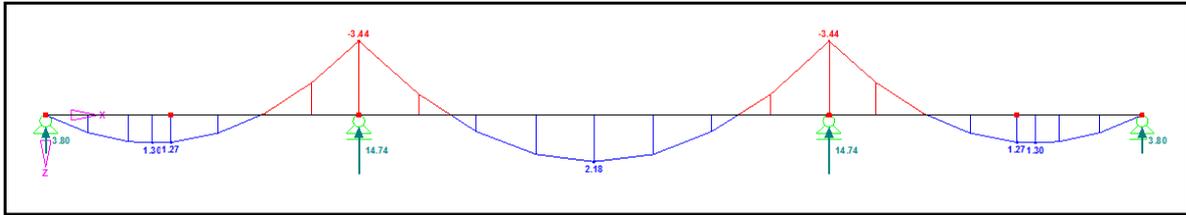


Abb. A- 93: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltenwerks

Scheibe 1 (Querschote)

$$\text{Fläche } A_1 = 0,20\text{m} \times 1,50\text{m} = 0,30\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_1 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,08\text{m}^3$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

$$\text{Fläche } A_2 = 0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 25^\circ) = 0,44\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_2 = [0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 25^\circ)^2]/6 = 0,16\text{m}^3$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

$$\text{Fläche } A_3 = 0,20\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,60\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,02\text{m}^3$$

Scheibenlasten des Faltenwerks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 11,30\text{kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (11,30 \times 7^2)/8 = 69,19\text{kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 14,74/\sin 25^\circ = 34,88\text{kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (34,88 \times 7^2)/8 = 213,61\text{kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 14,74 \times \tan 25^\circ = 6,87\text{kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$T_A = 0 \text{ kN}$

$T_B = 84,73 \text{ kN}$

$T_C = 75,18 \text{ kN}$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 357,58 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 71,52 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 207,32 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = 41,46 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -250,61 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -50,12 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 457,92 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 25^\circ} = 3,35 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,1708 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 25^\circ = 0,1885 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 150,27 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20\text{m} \cdot E \cdot 1,50\text{m}} = 1,6158 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentenverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0825 \text{ mm}$$

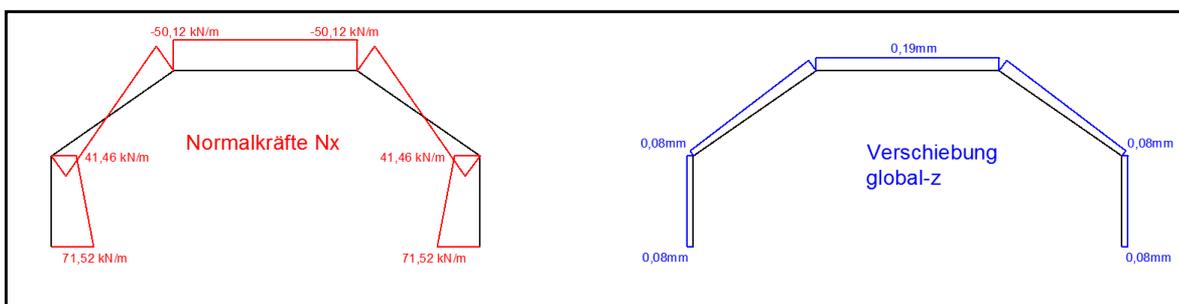


Abb. A- 94: Dreischübelegung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.2.1.2. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

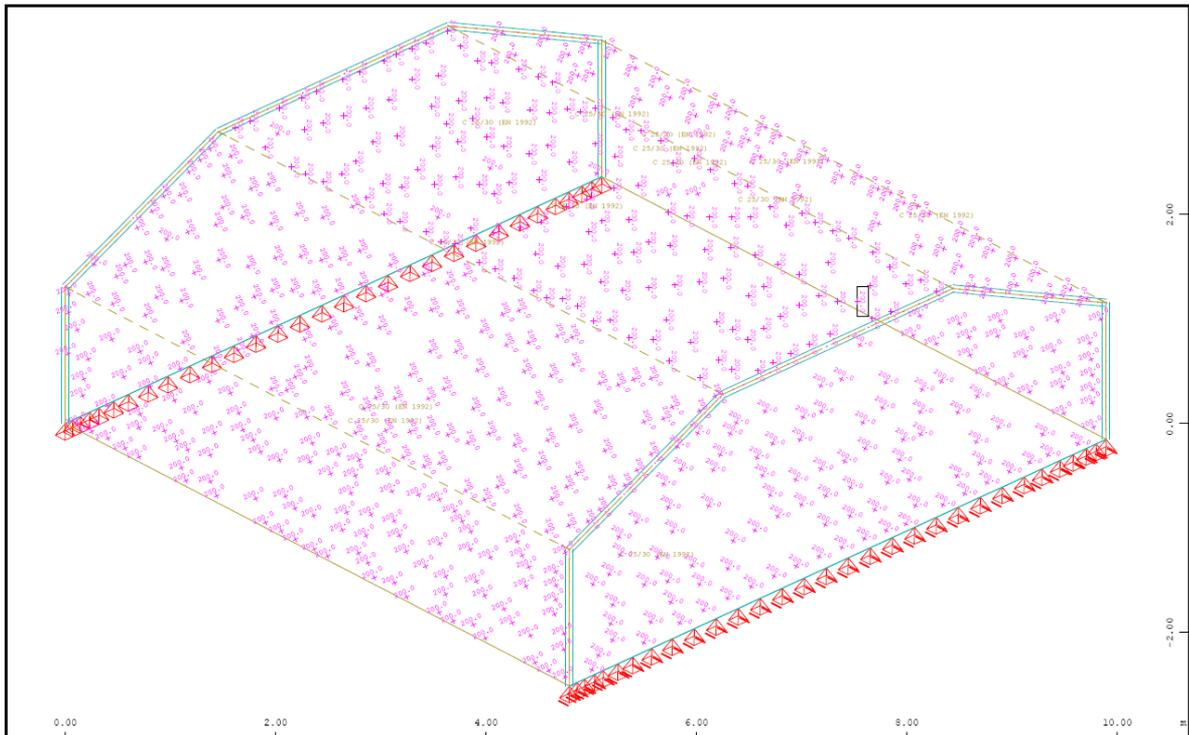


Abb. A- 95: Sofistik : Struktur

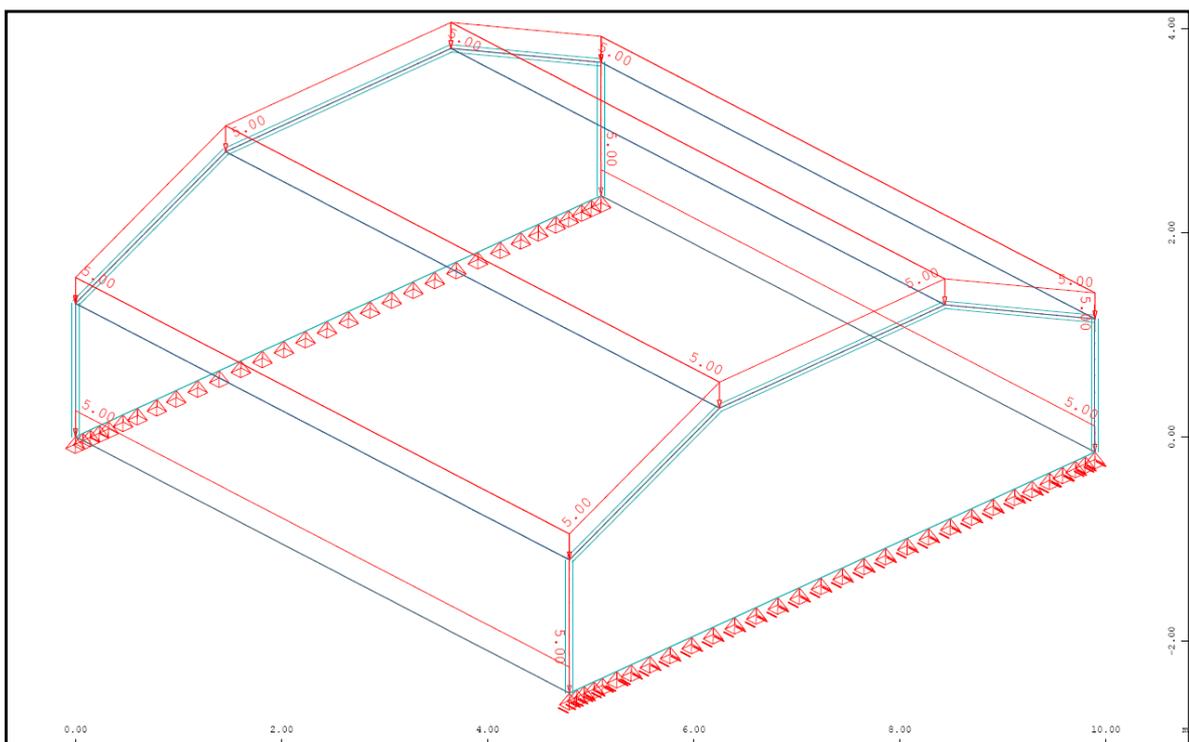


Abb. A- 96: Sofistik : Belastung „Eigengewicht (g=5,0kN/m²)“

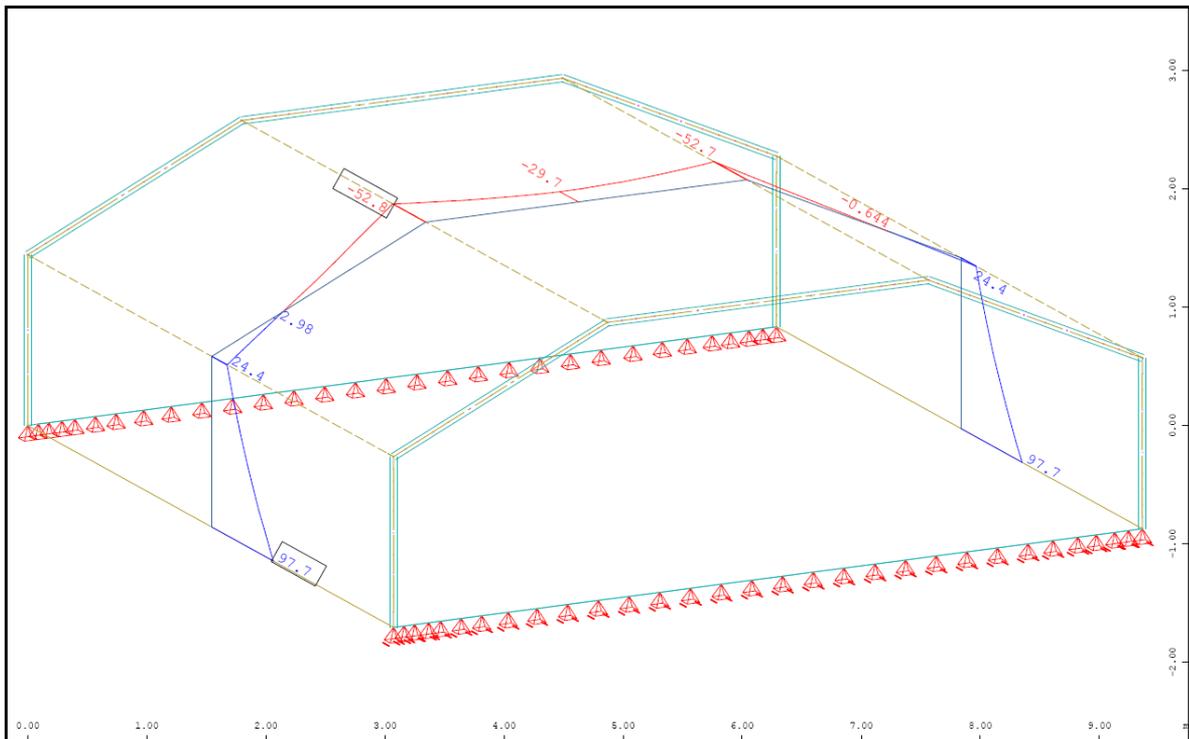


Abb. A- 97: Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

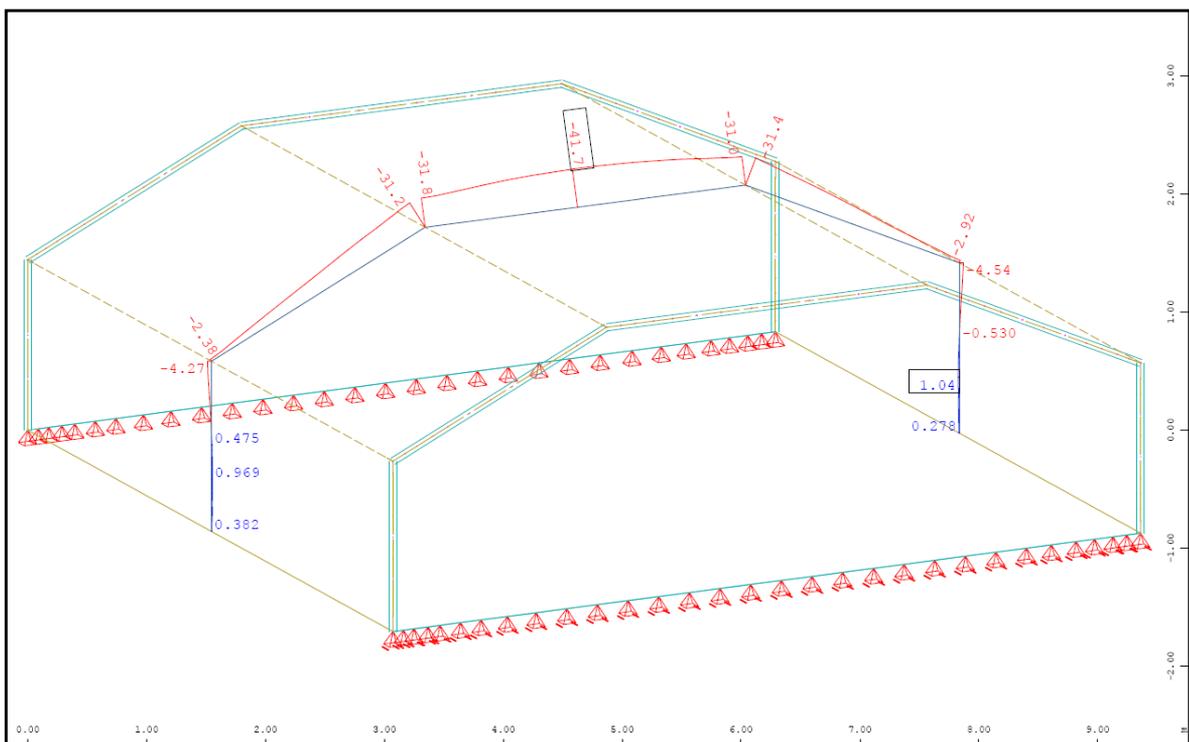


Abb. A- 98: Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

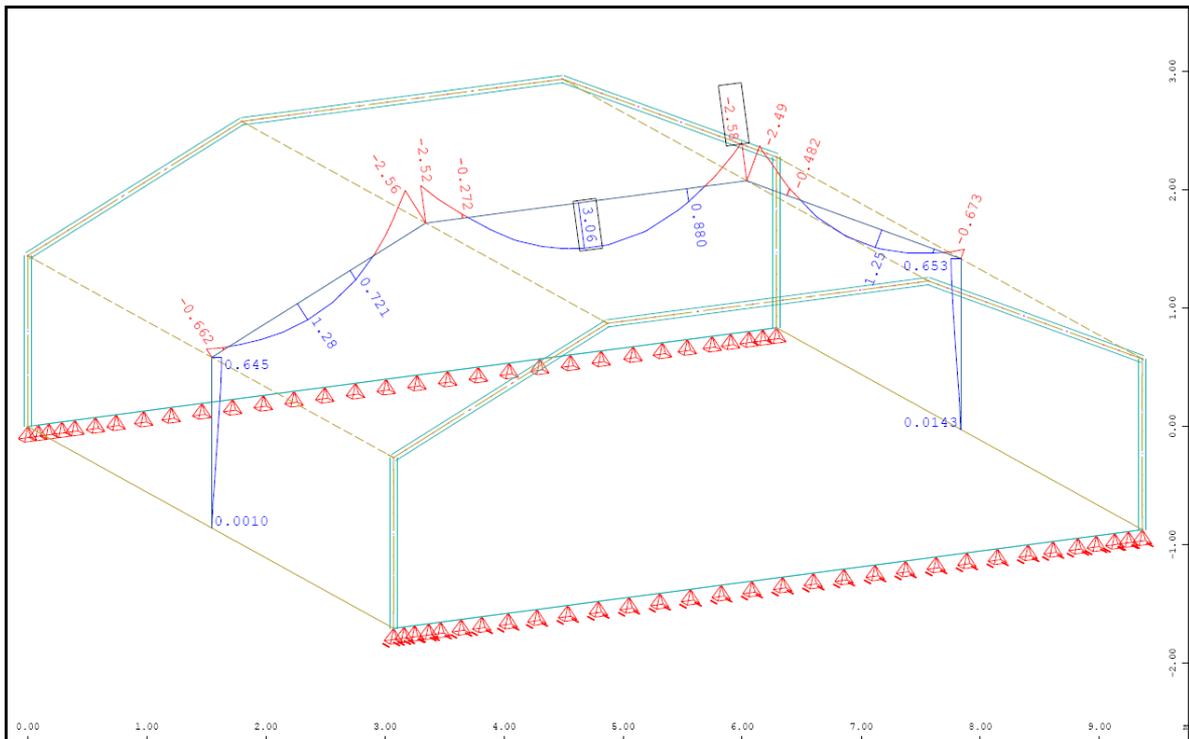


Abb. A- 99: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

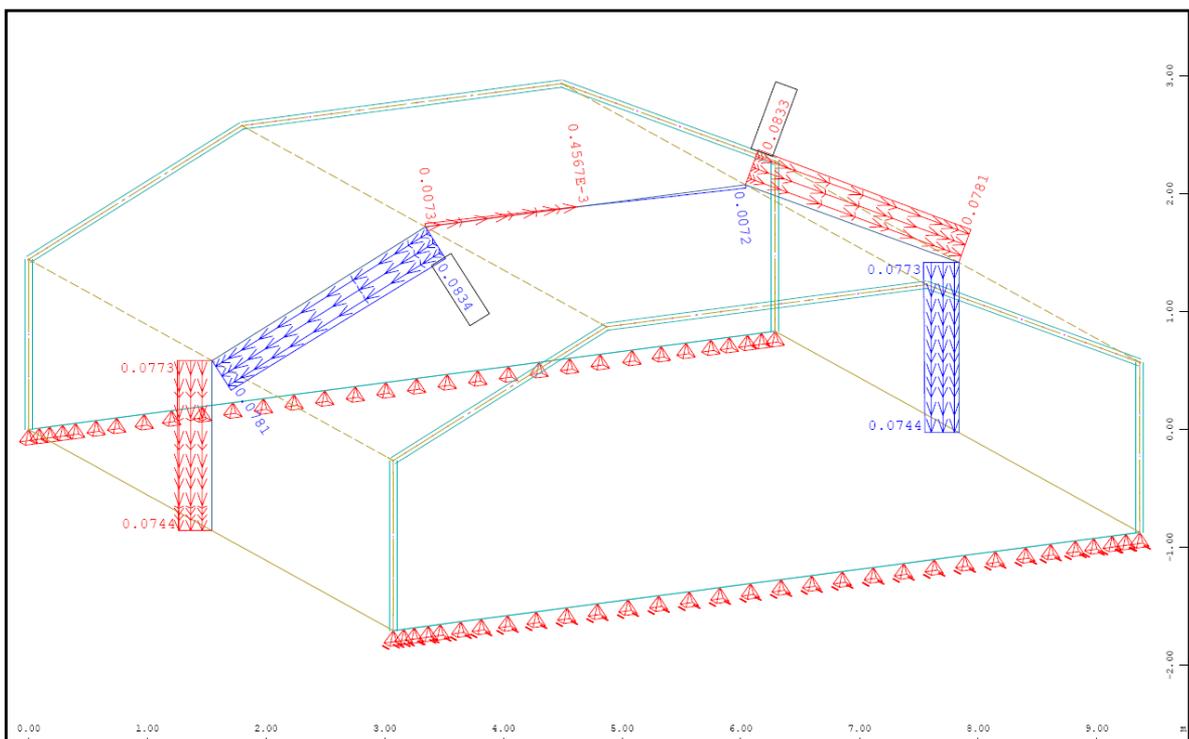


Abb. A- 100: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

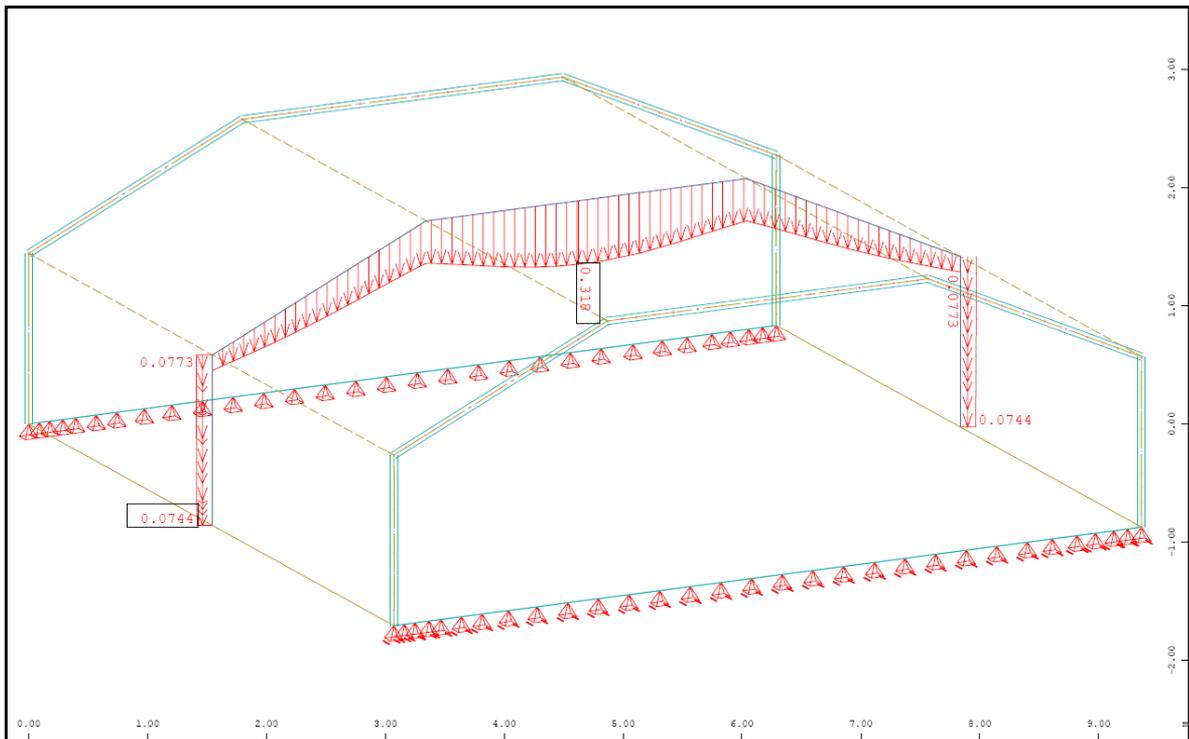


Abb. A- 101: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

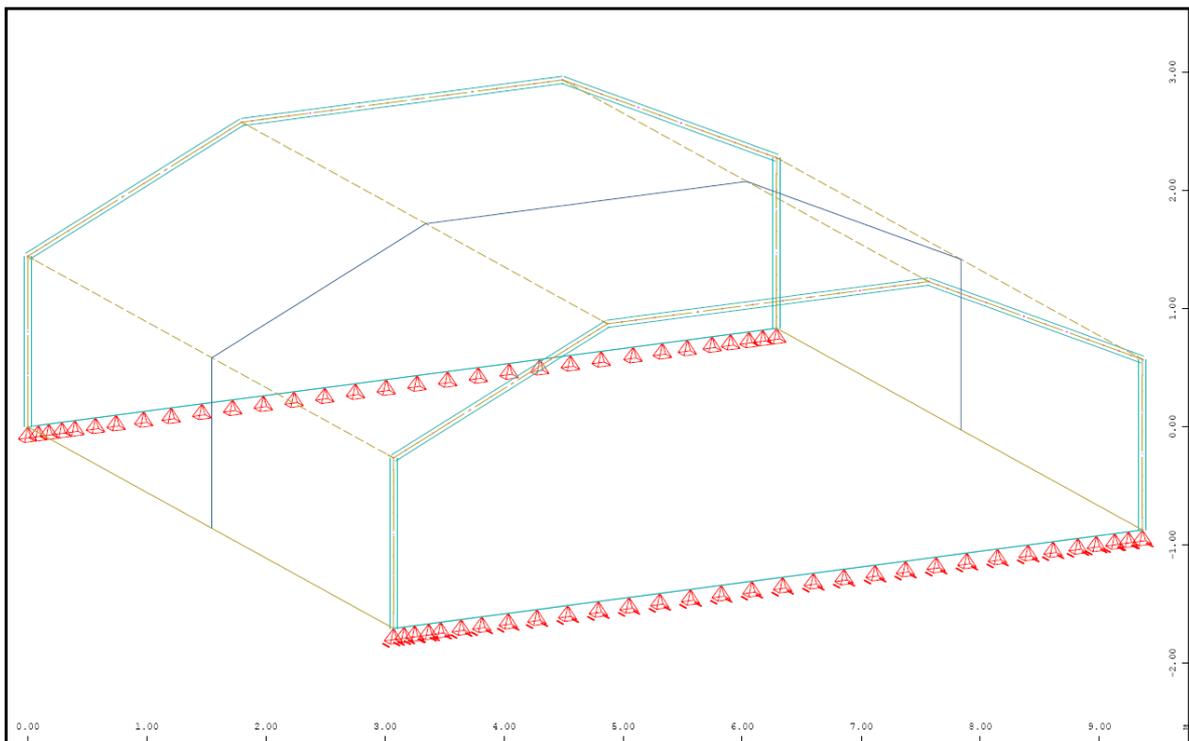


Abb. A- 102: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

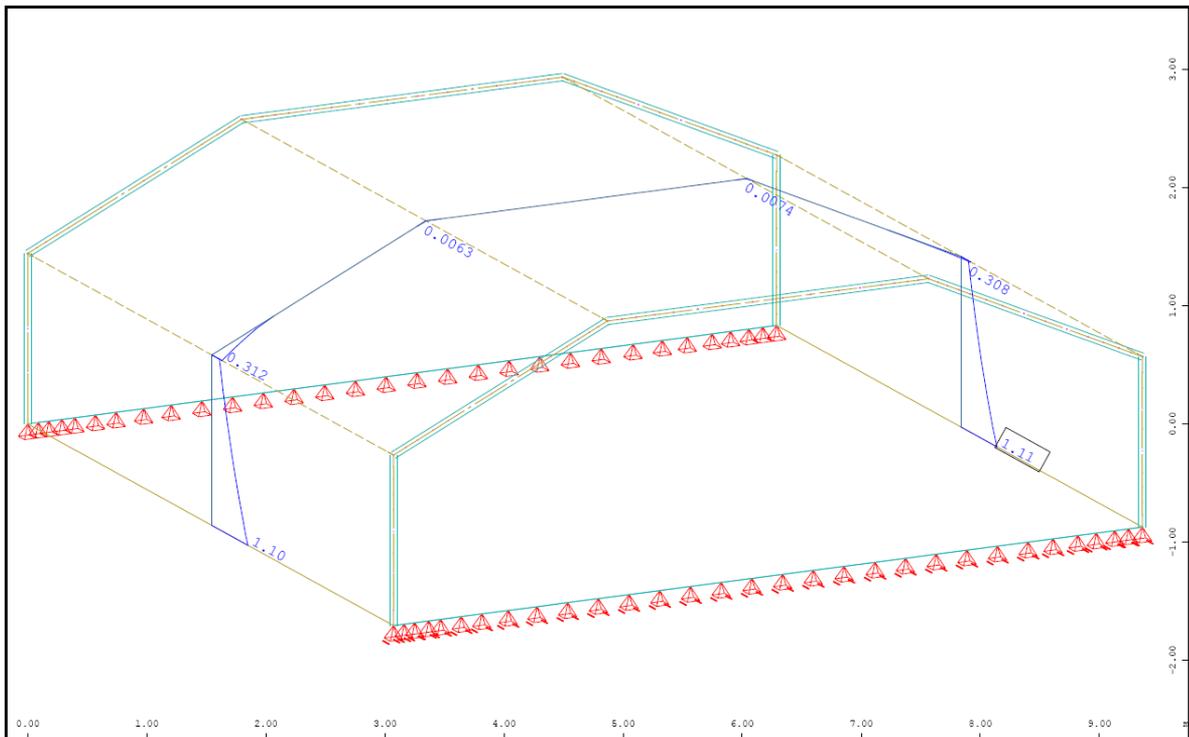


Abb. A- 103: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

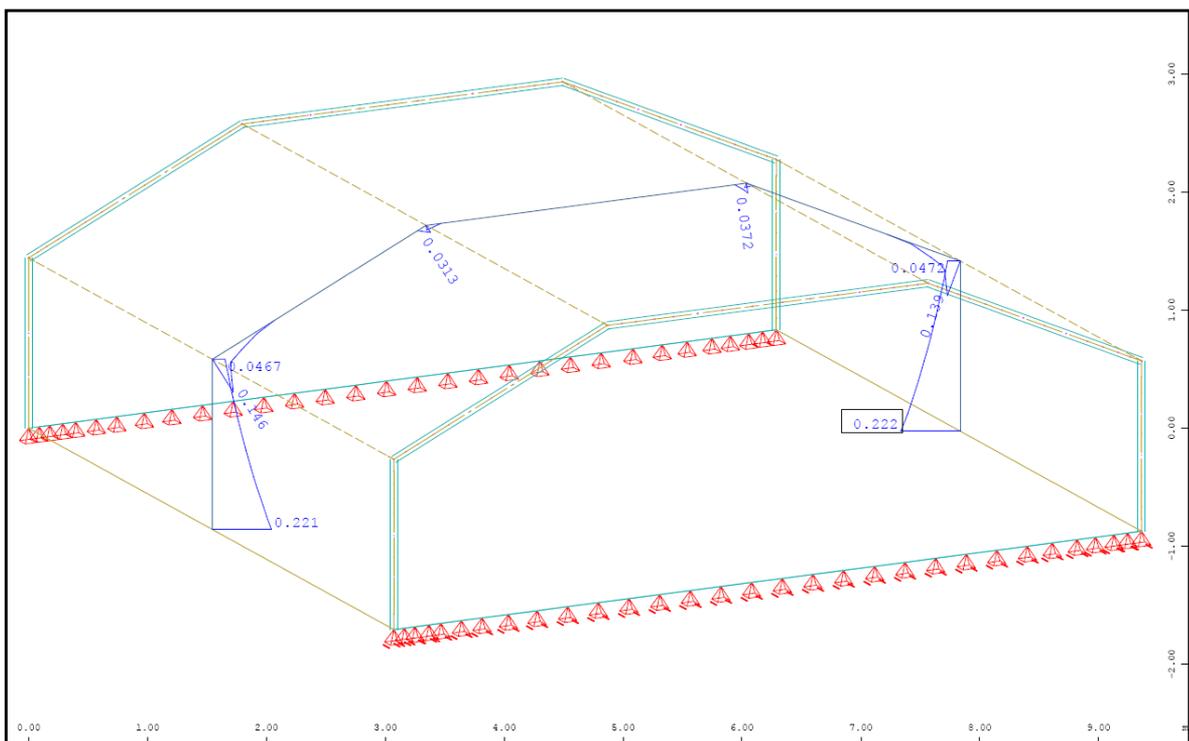


Abb. A- 104: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

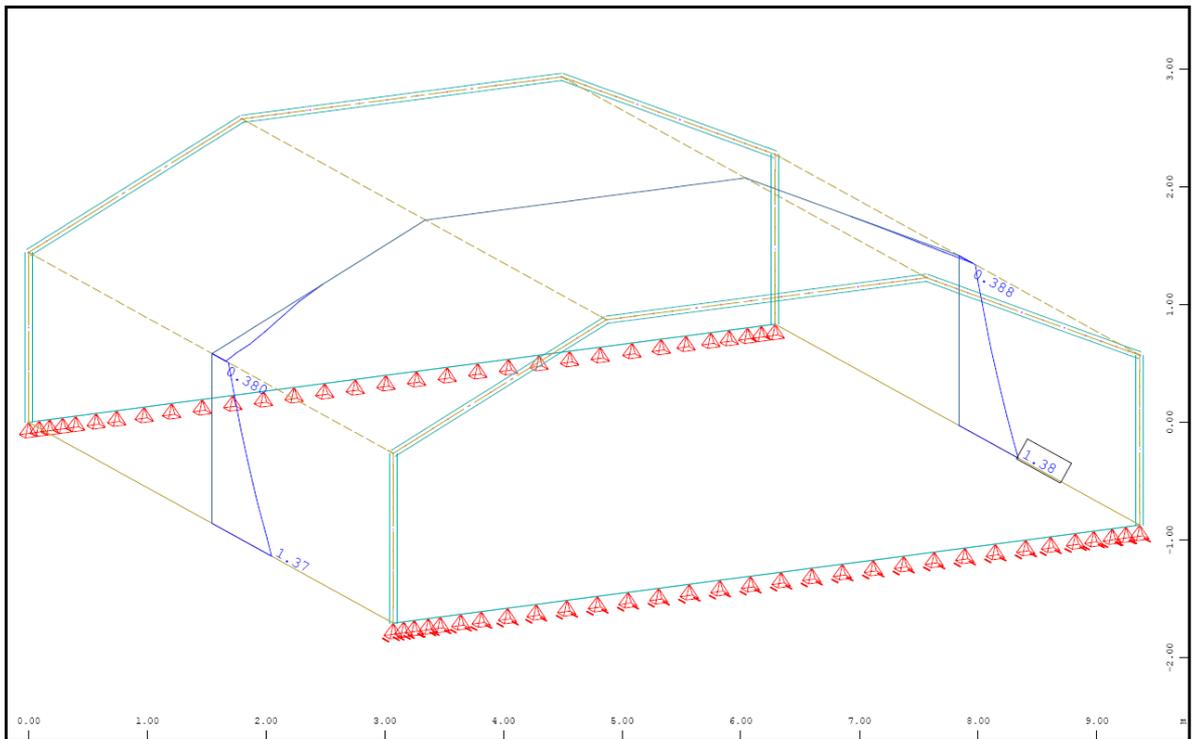


Abb. A- 105: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

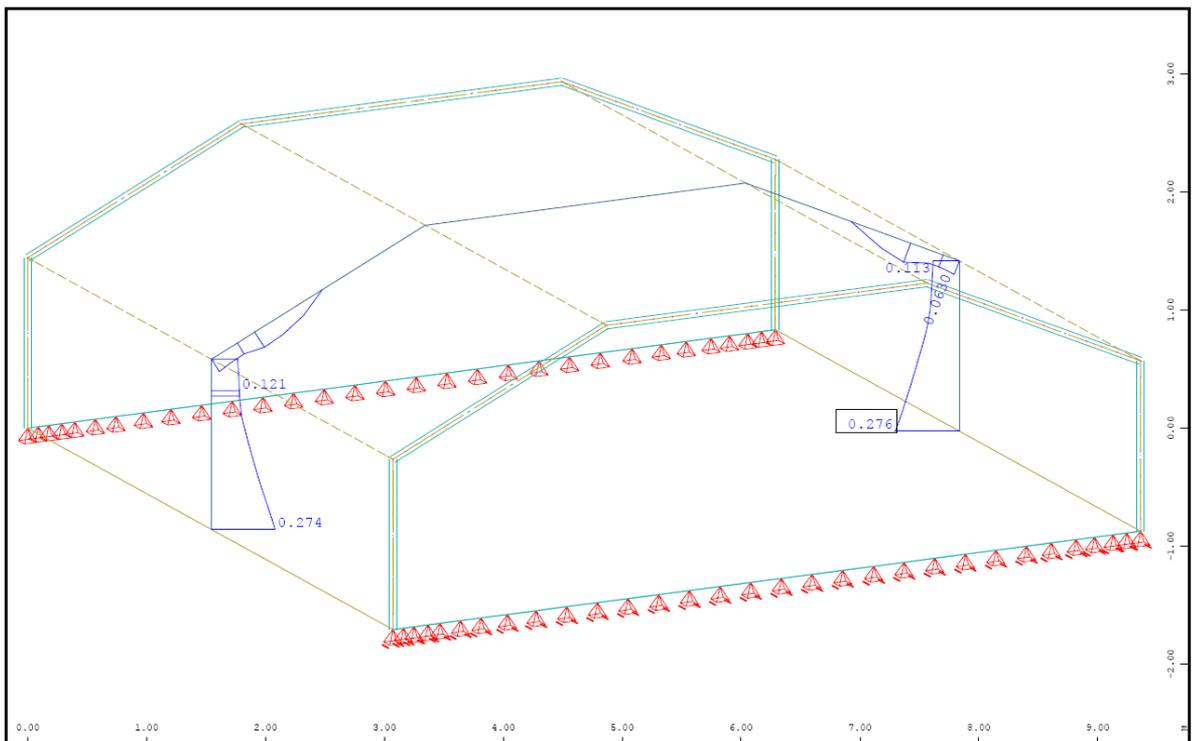


Abb. A- 106: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.2.1.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Durchlaufträger |
|--------|----------|-----------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +1,62* | +1,27 |
| Pkt.C | -2,58 | -3,44 |
| Feld 3 | +3,06 | +2,18 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -1,94 | -11,30 |
| Feld2 | -16,79 | -34,88 |
| Feld3 | -41,70 | -6,87 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +97,70 | +71,52 |
| Pkt.B | +24,40 | +41,46 |
| Pkt.C | -52,80 | -50,12 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,08 | 0,08 | 0,08 |
| Pkt.B | 0,08 | 0,08 | 0,08 |
| Pkt.C | 0,21 | 0,21 | 0,19 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C \cdot 0,40 + q_x \cdot l^2 \cdot 0,12$

1.2.1.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 52,08 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 2,43 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 2,21 | 0,44 | 1,97 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 2,21 | 0,44 | 1,97 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Summe | | | 2,0827 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 1,4596 | 0,68 | 0,2794 | 0,20 | 0,00200 |
| 0,8678 | 0,22 | 0,0206 | 0,47 | 0,03199 |
| 0,8678 | 0,22 | 0,0206 | 0,47 | 0,03199 |
| 0,2250 | -1,00 | 0,3001 | 1,50 | 0,05625 |
| 0,2250 | -1,00 | 0,3001 | 1,50 | 0,05625 |
| 3,6452 | | 0,9209 | | 0,17848 |

Fläche des Falterwerks = 2,0827m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 1,7502\text{m}$ $z_{so} = 2,53\text{m} - z_{su} = -$
0,7824m

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 1,0994\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 10413,51 \text{ kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \right] \cdot 1000 = 50,9267 \text{ mm}$$

Querbiegemoment des Falwerks in Feldmitte:

Ermittlung durch einen **Durchlaufträger** wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

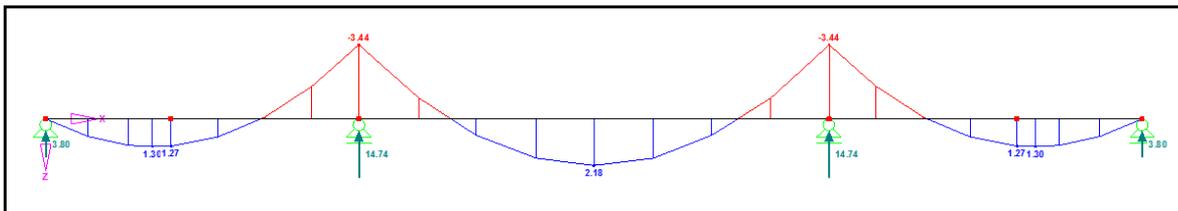


Abb. A- 107: Querbiegemomente M_{yy}

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Trägers**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,20\text{m}$ eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert.

$$q_1 = 5,0 / \cos(25) = 5,52 \text{ kN/m}$$

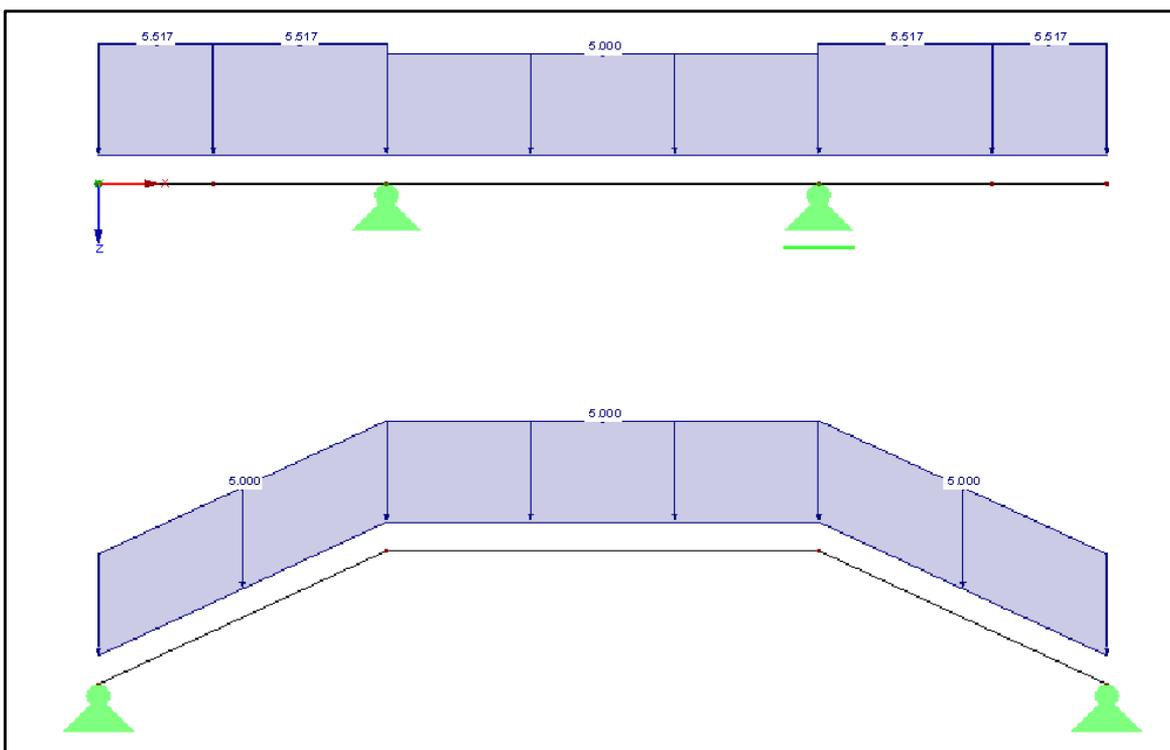


Abb. A- 108: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -2,93 \text{ kNm}$$

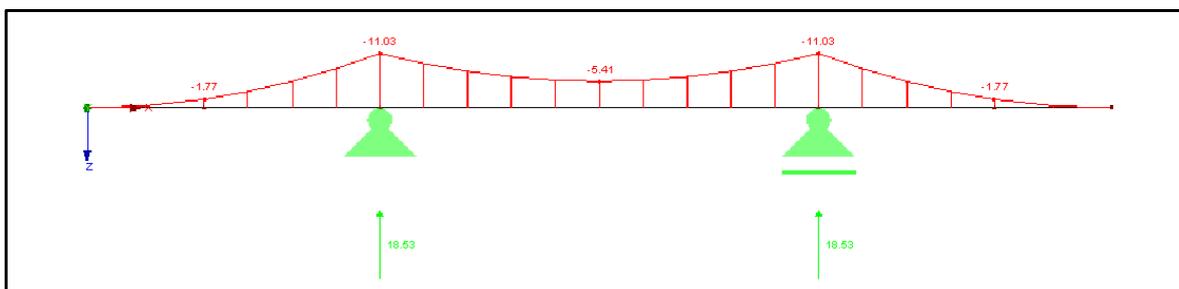
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -11,03 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -5,41 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_C = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 18,53 \text{ kN/m}$$

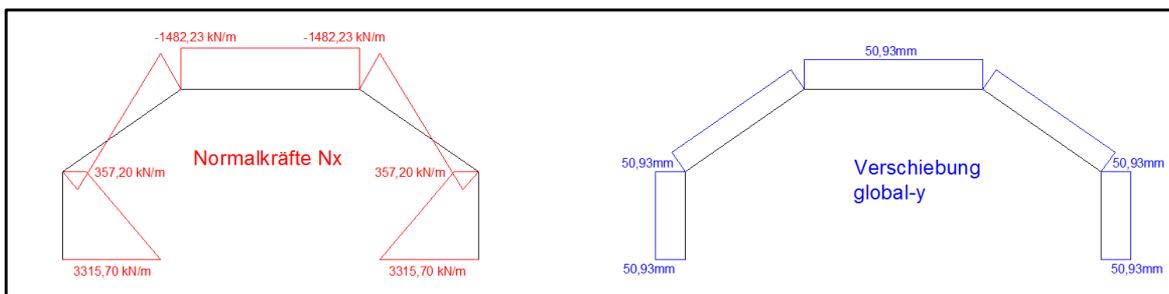
Abb. A- 109: Querbiegemomente M_{yy} **Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte**

$$\sigma_o = \left(\frac{M_y}{I_y} \right) \cdot z_{so} = -7411,17 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -1482,23 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_y}{I_y} \right) \cdot z_{su} = 16578,52 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20 \text{ m} = 3315,7 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 110: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_{xx} und Verschiebung Z

1.2.1.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

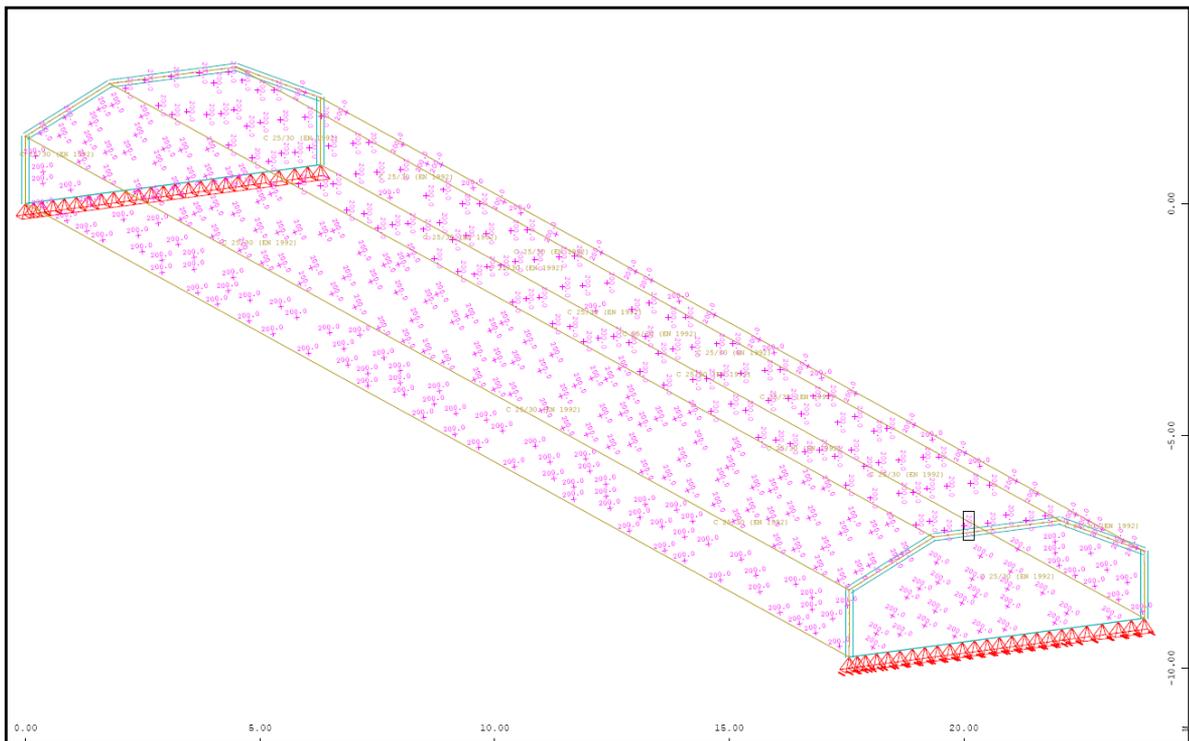


Abb. A- 111: Sofistik : Struktur

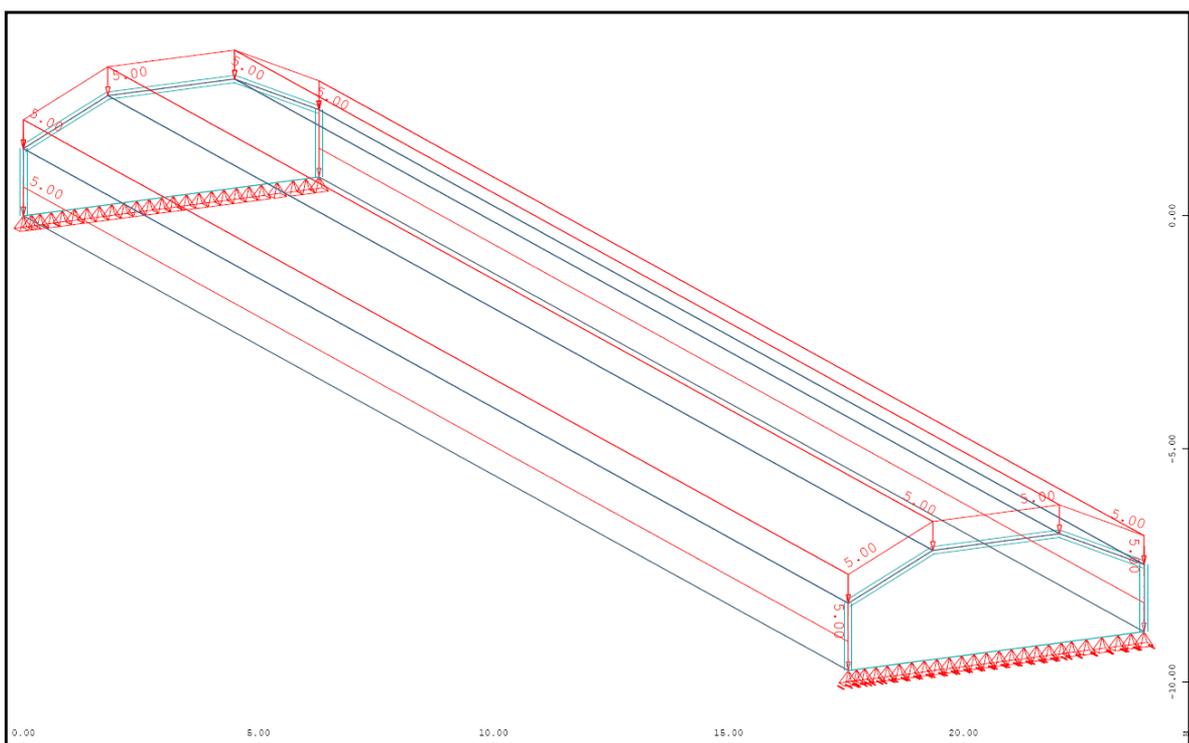


Abb. A- 112: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

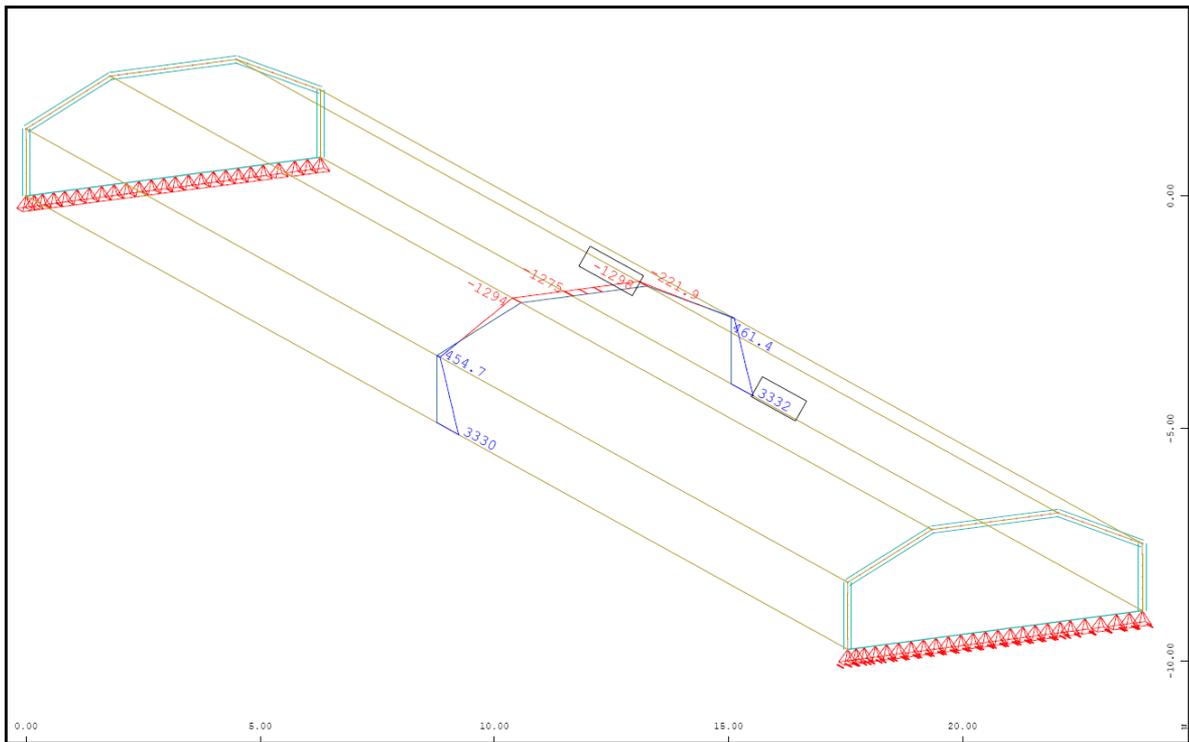


Abb. A- 113: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

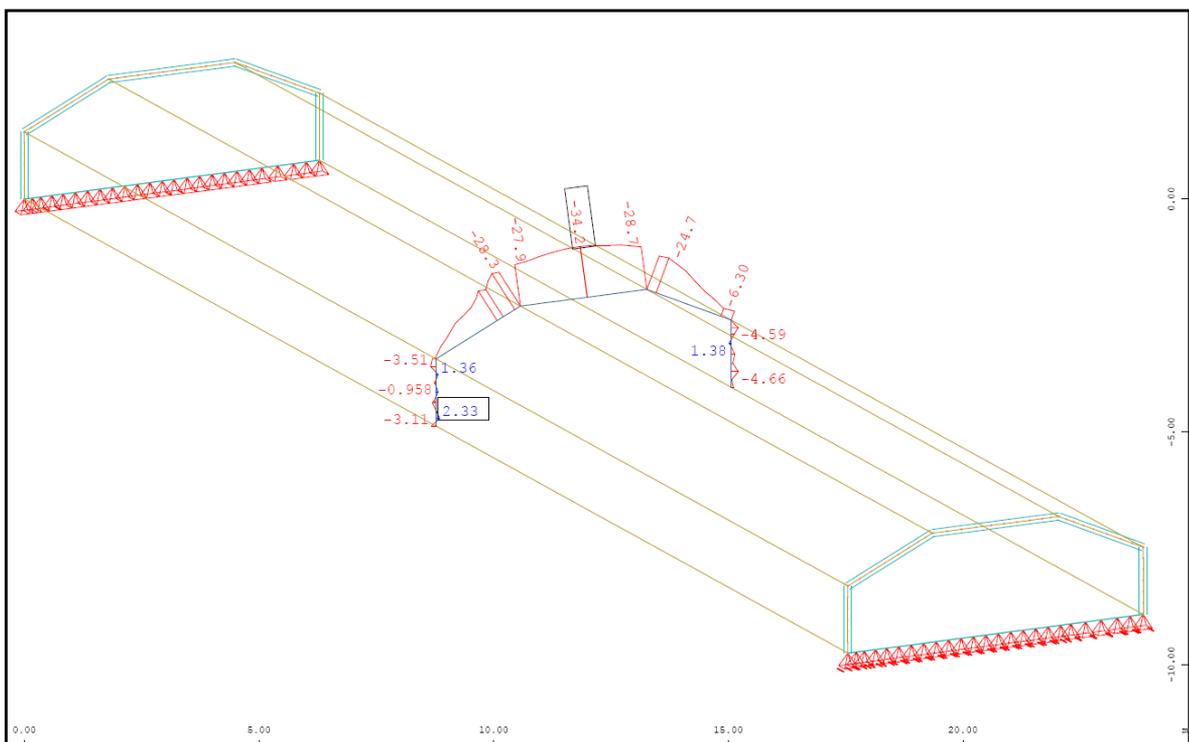


Abb. A- 114: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

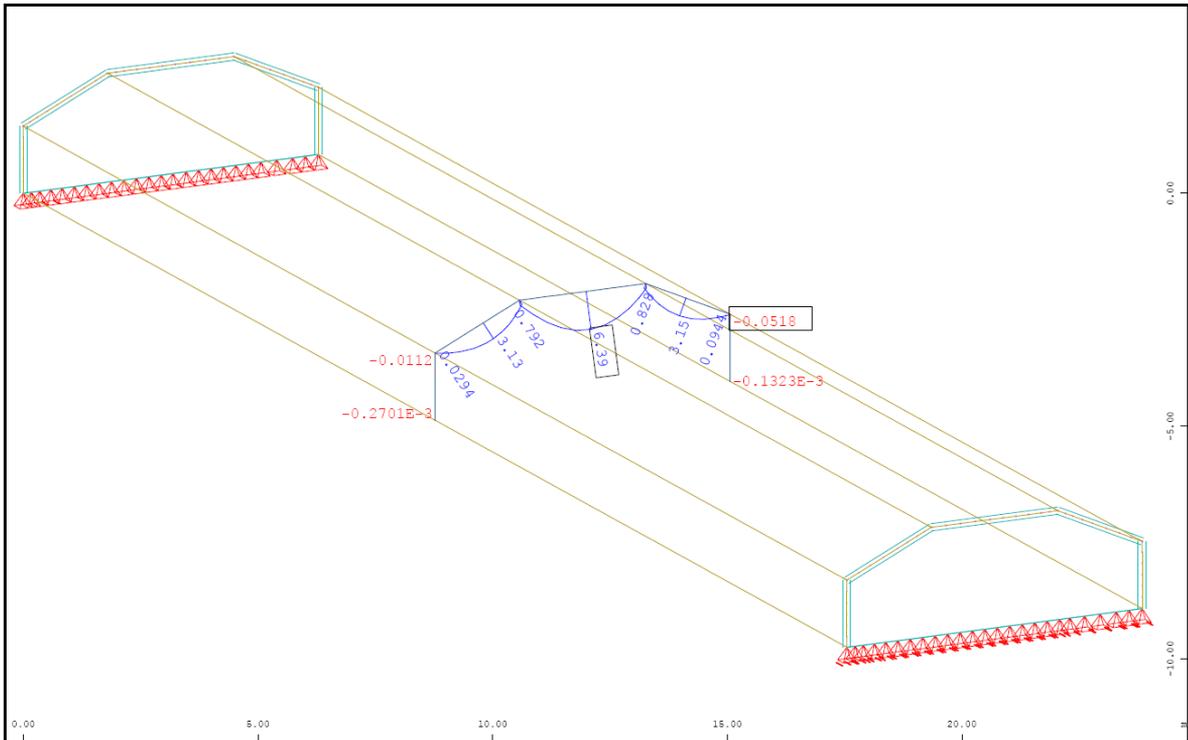


Abb. A- 115: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

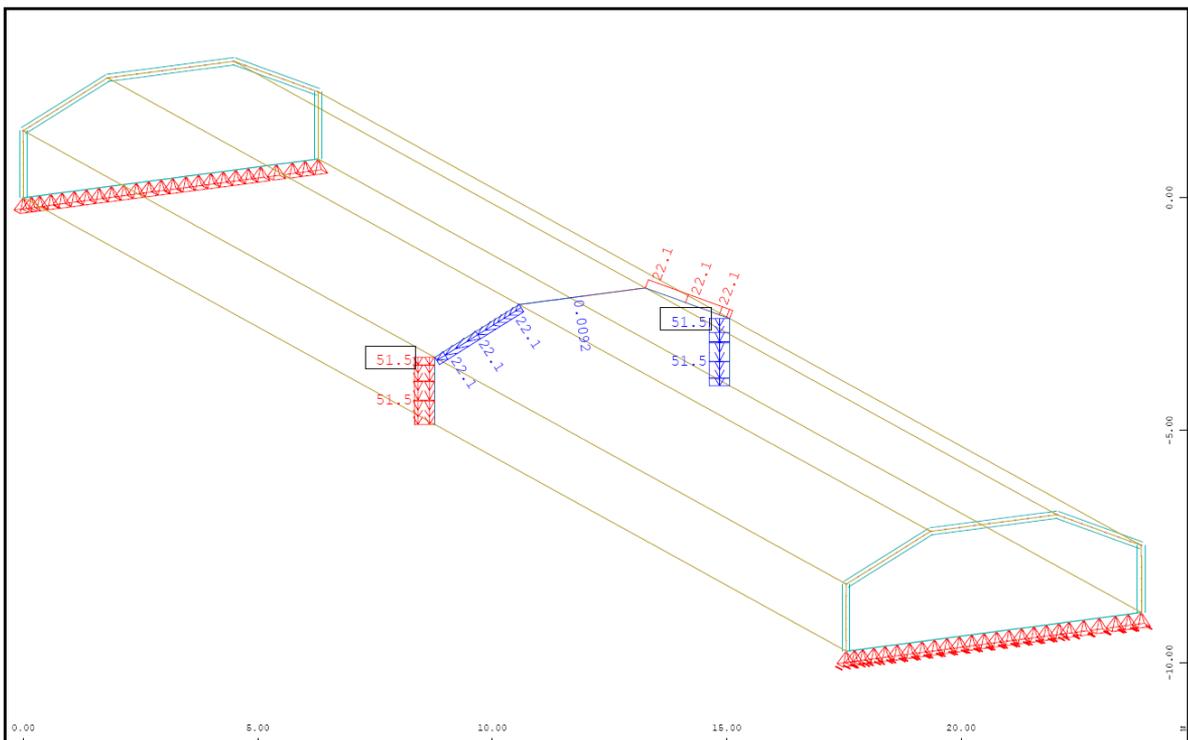


Abb. A- 116: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

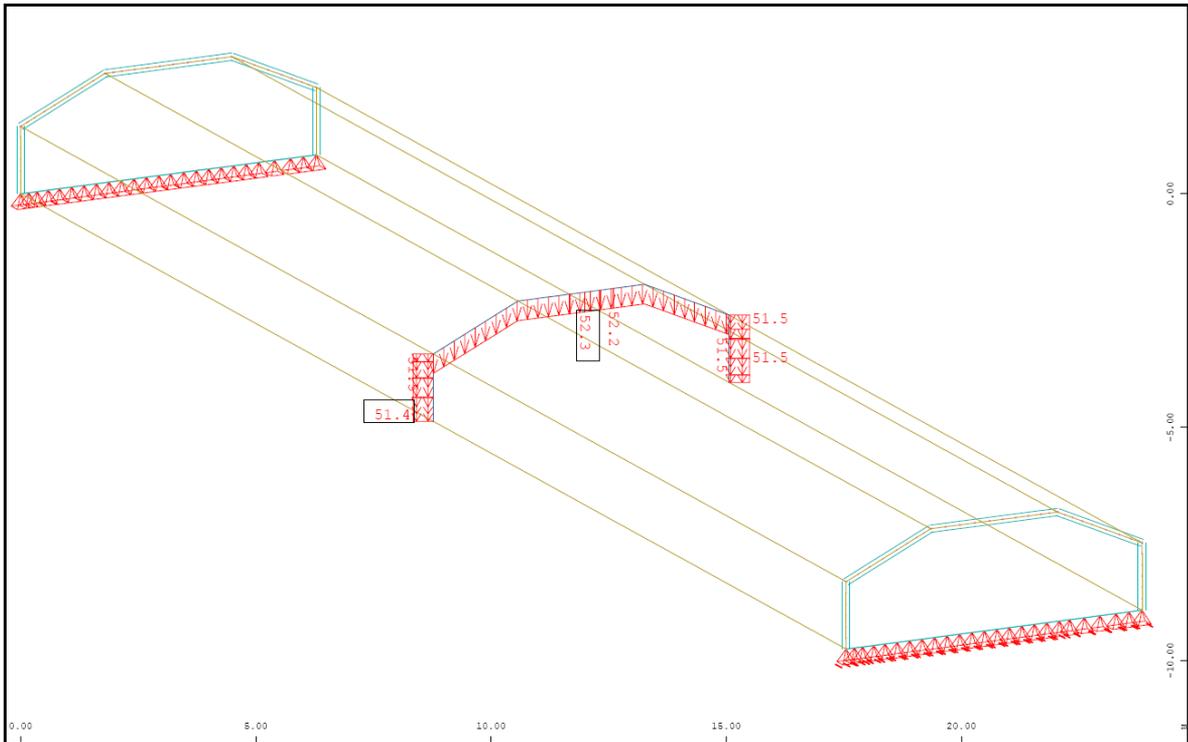


Abb. A- 117: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

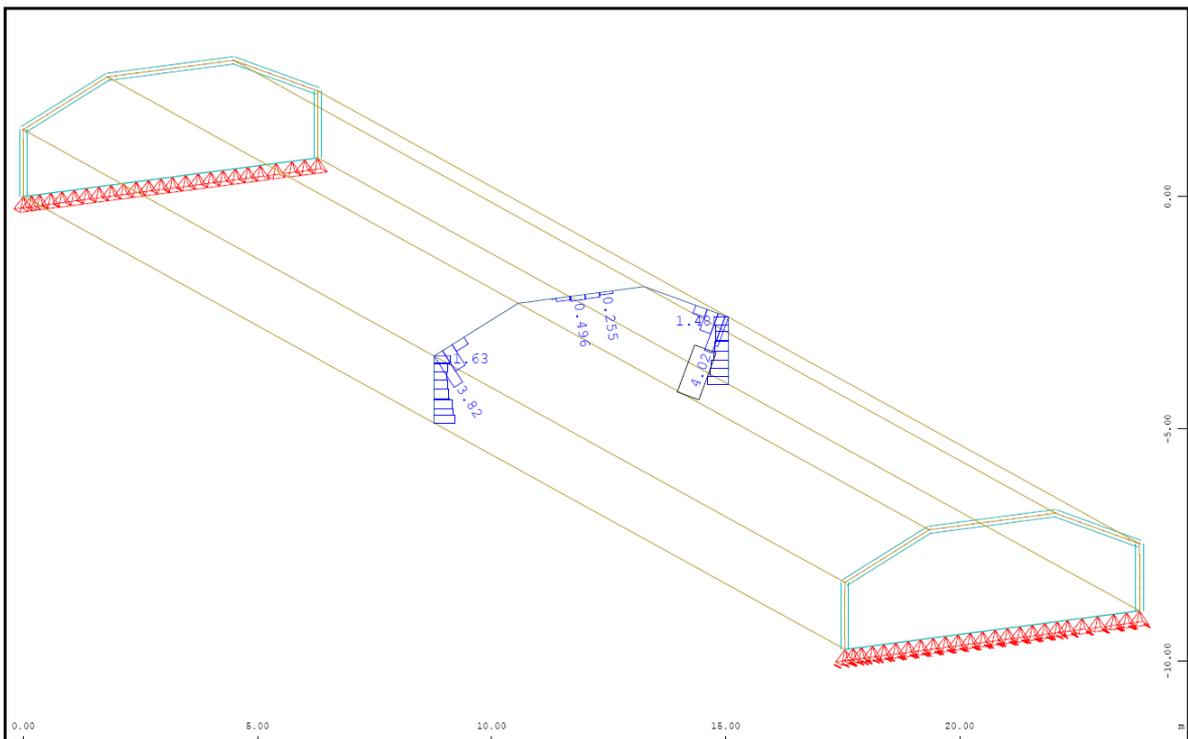


Abb. A- 118: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

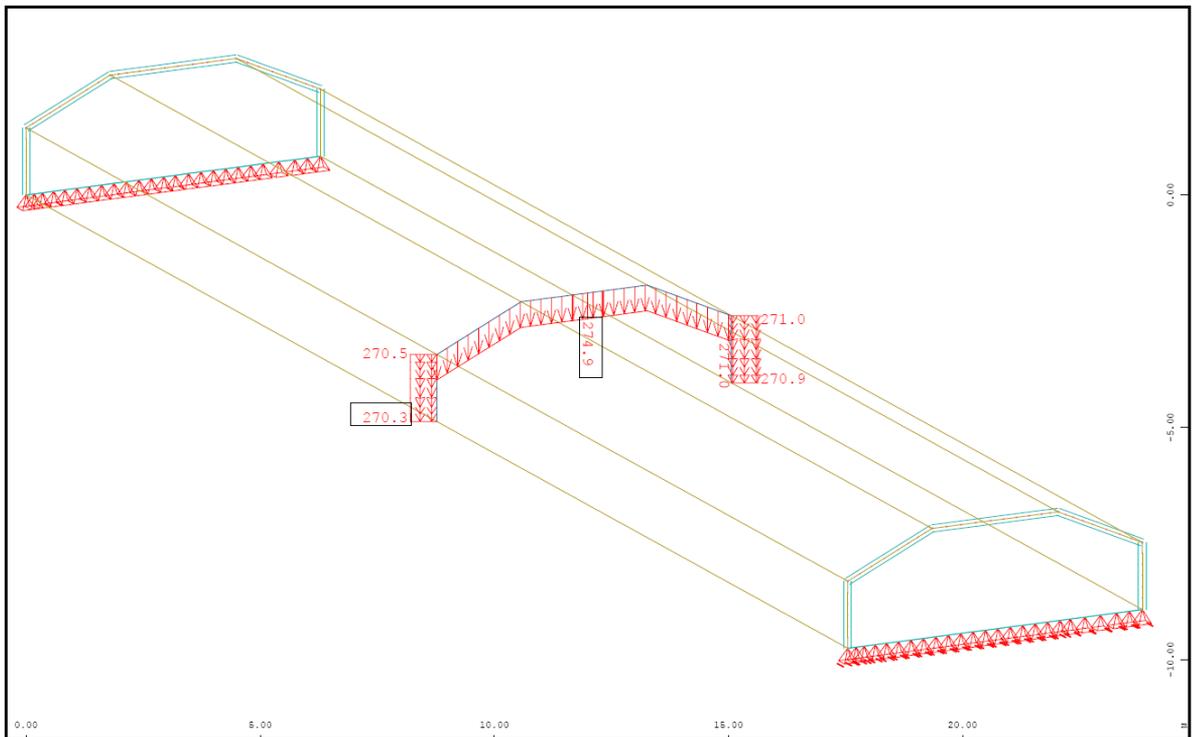


Abb. A- 119: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

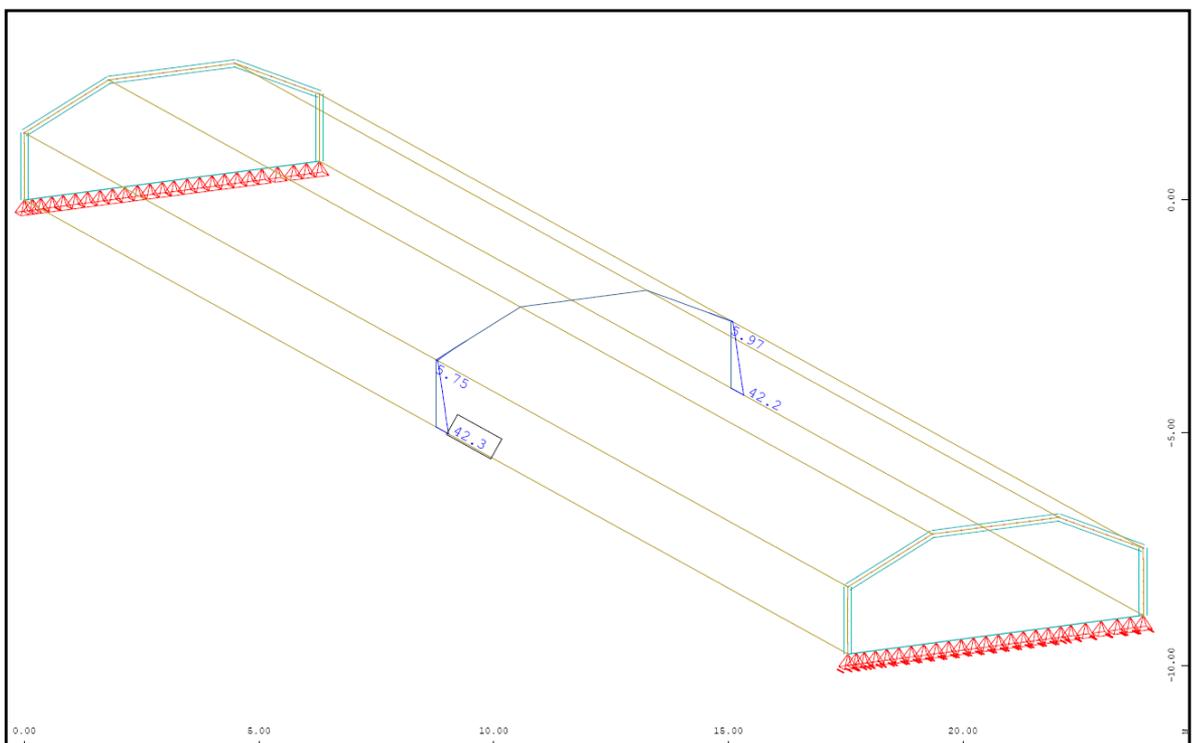


Abb. A- 120: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

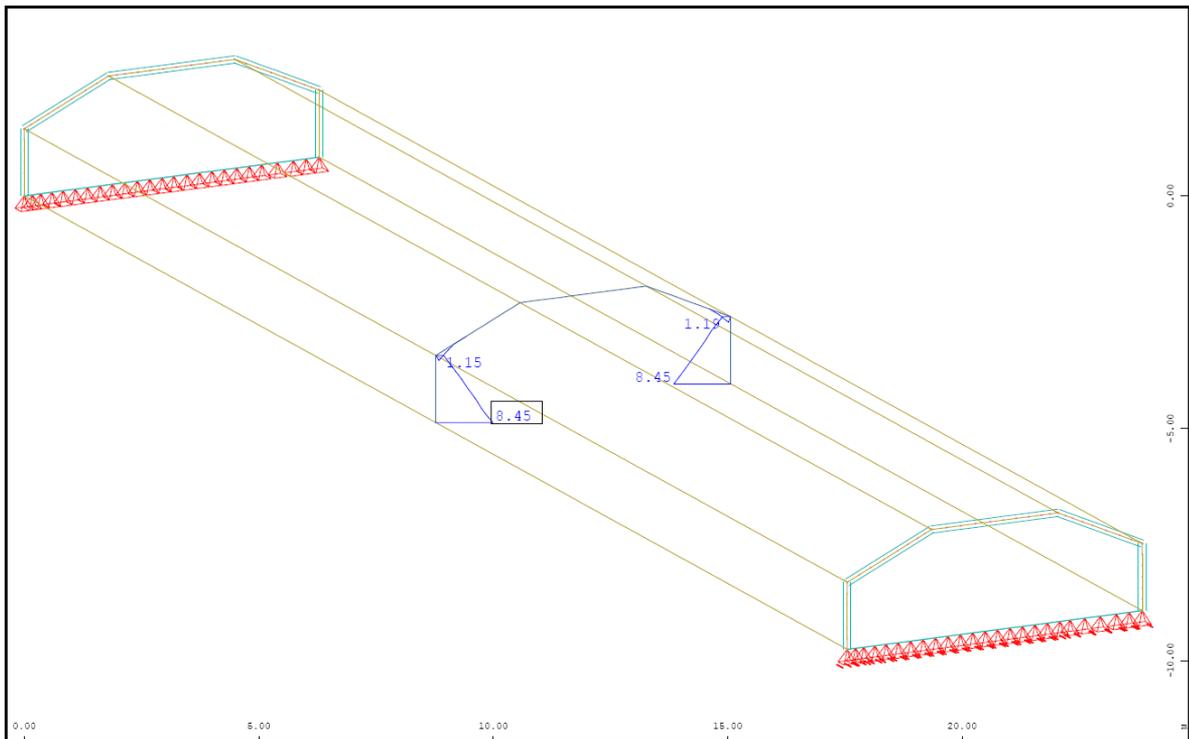


Abb. A- 121: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

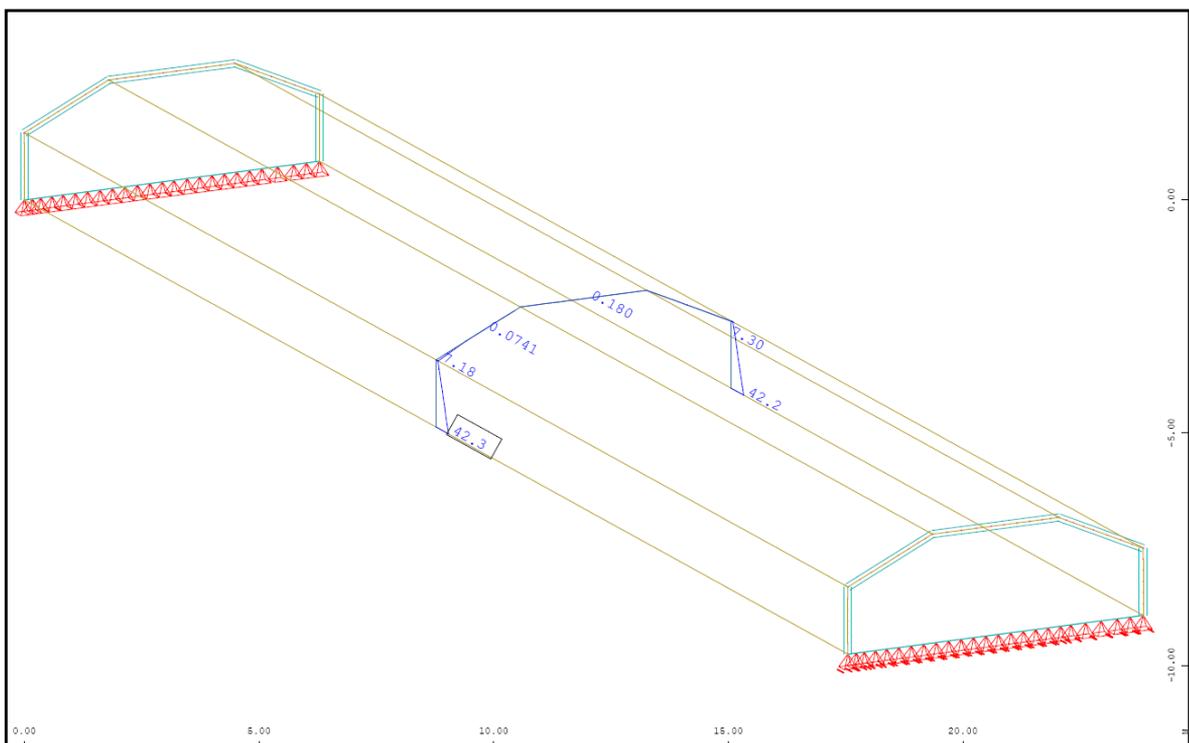


Abb. A- 122: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

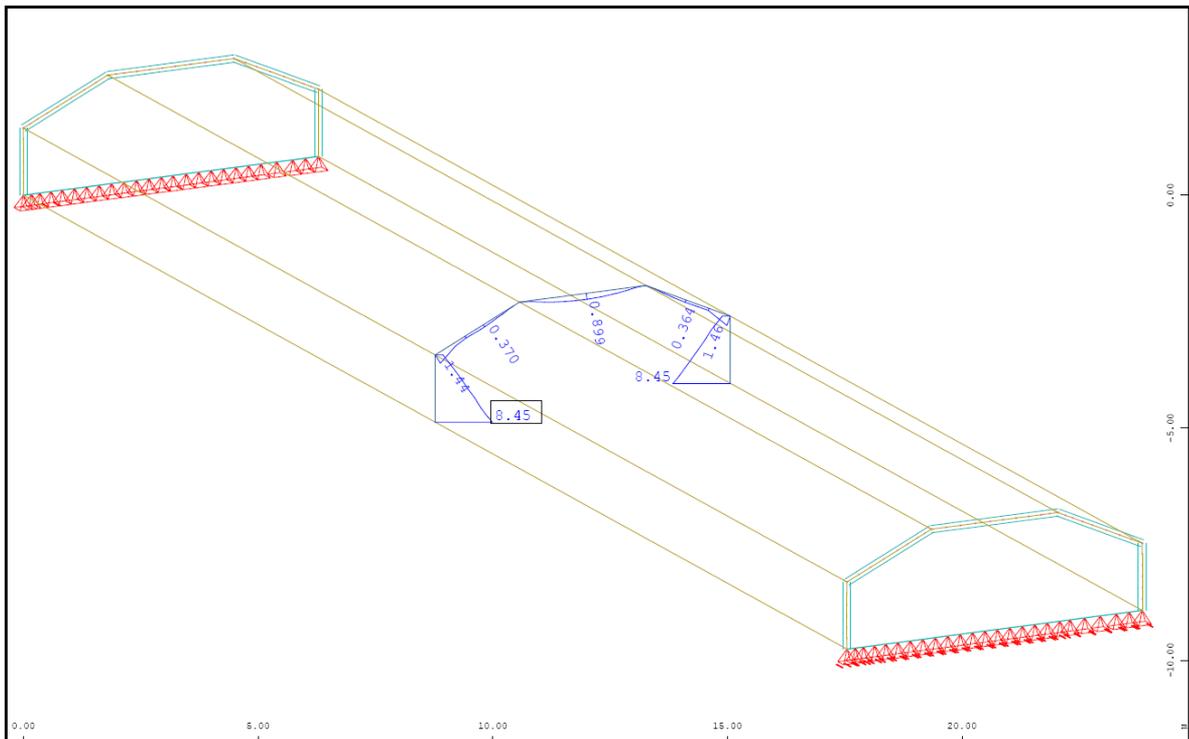


Abb. A- 123: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.2.1.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Durchlaufträger | Kragträger |
|--------|----------|-----------------|------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +2,97* | +1,27 | -2,93 |
| Pkt.C | +0,79 | -3,44 | -11,03 |
| Feld 3 | +6,39 | +2,18 | -5,41 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | -2,63 | ---- |
| Feld2 | -15,91 | ---- |
| Feld3 | -34,20 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +3330,0 | +3315,7 |
| Pkt.B | +454,7 | +357,2 |
| Pkt.C | -1294,0 | -1482,2 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 51,5 | 270,5 | 50,9 |
| Pkt.B | 51,5 | 270,5 | 50,9 |
| Pkt.C | 52,3 | 274,9 | 50,9 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C_{x0,40} + q_x l^2 \cdot 0,12$

1.2.2. Tonnendach mit einer Dachneigung von 35°

1.2.2.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachs über die Dreischübegleichung werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,20\text{m}$ eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_2 = 5,0 / \cos(35) = 6,10 \text{ kN/m}$

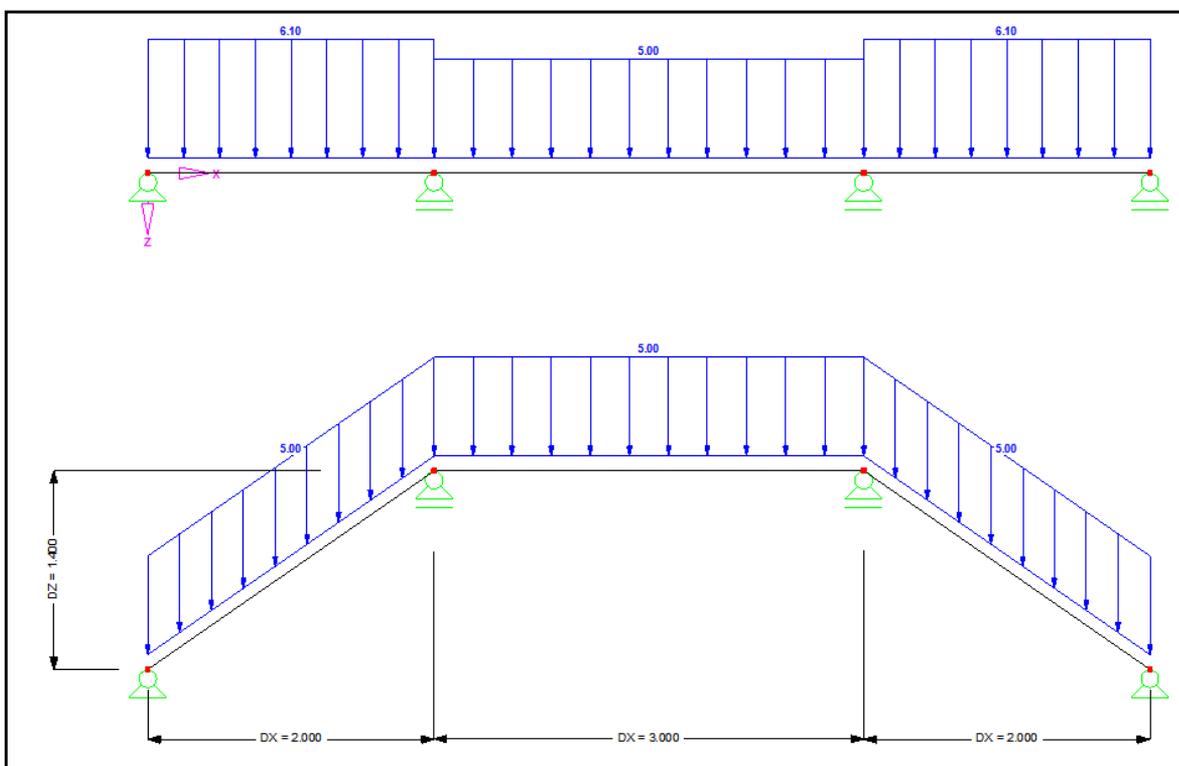
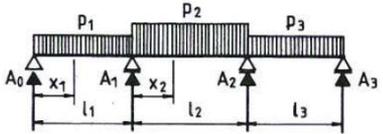


Abb. A- 124: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägerausbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 125: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,51 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -3,53 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 2,09 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 4,34 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,20 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^3 (\text{Querschote}) = 11,84 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 15,37 \text{ kN / m}$$

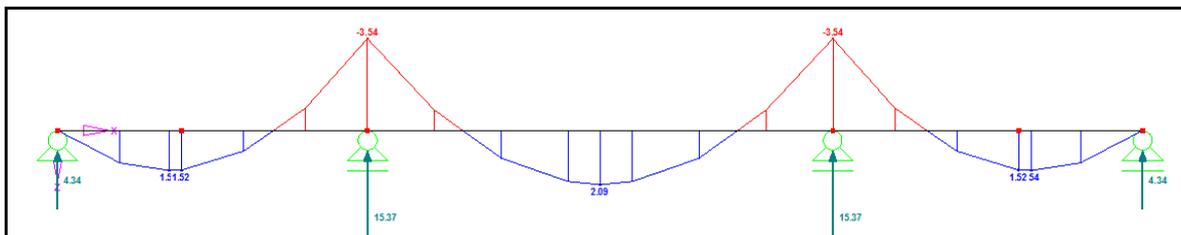


Abb. A- 126: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltwerks

Scheibe 1 (Querschote)

Fläche $A_1 = 0,20\text{m} \times 1,50\text{m} = 0,30\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_1 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,08\text{m}^3$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Fläche $A_2 = 0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 35^\circ) = 0,49\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_2 = [0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 35^\circ)^2]/6 = 0,20\text{m}^3$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Fläche $A_3 = 0,20\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,60\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,02\text{m}^3$

Scheibenlasten des Faltwerks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$p_1 = A_B = 11,84\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (11,84 \times 7^2)/8 = 72,51\text{kNm}$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 15,37/\sin 35^\circ = 26,8\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (26,80 \times 7^2)/8 = 164,14\text{kNm}$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 15,37 \times \tan 35^\circ = 10,76\text{kN}$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{F_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$T_A = 0 \text{ kN}$

$T_B = 74,7 \text{ kN}$

$T_C = 45,13 \text{ kN}$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 468,72 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 93,74 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 29,3 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = 5,86 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -150,43 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -30,09 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 179,73 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 35^\circ} = 1,19 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0606 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 35^\circ = 0,074 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 439,41 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20\text{m}\cdot E \cdot 1,50\text{m}} = 4,7249 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,241 \text{ mm}$$

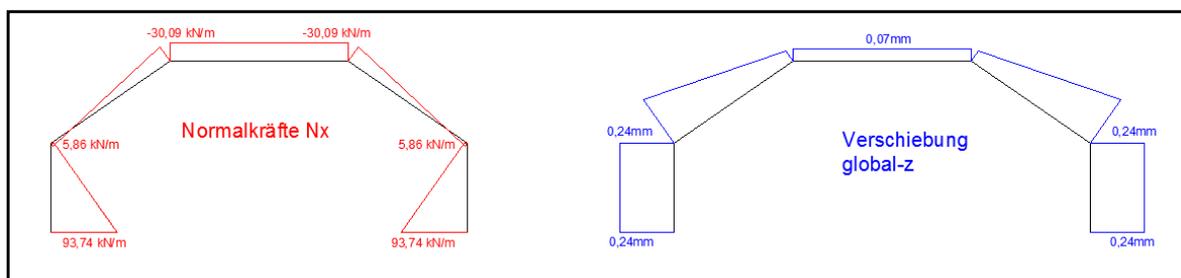


Abb. A- 127: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.2.2.2. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

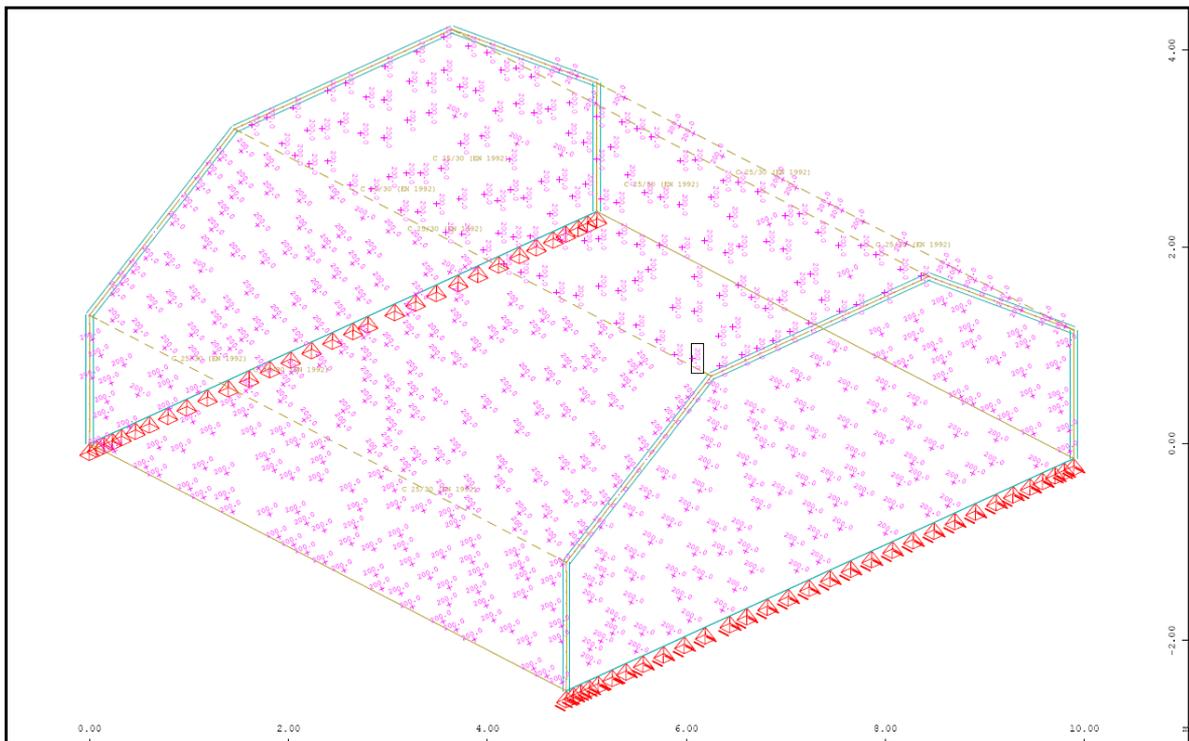


Abb. A- 128: Sofistik : Struktur

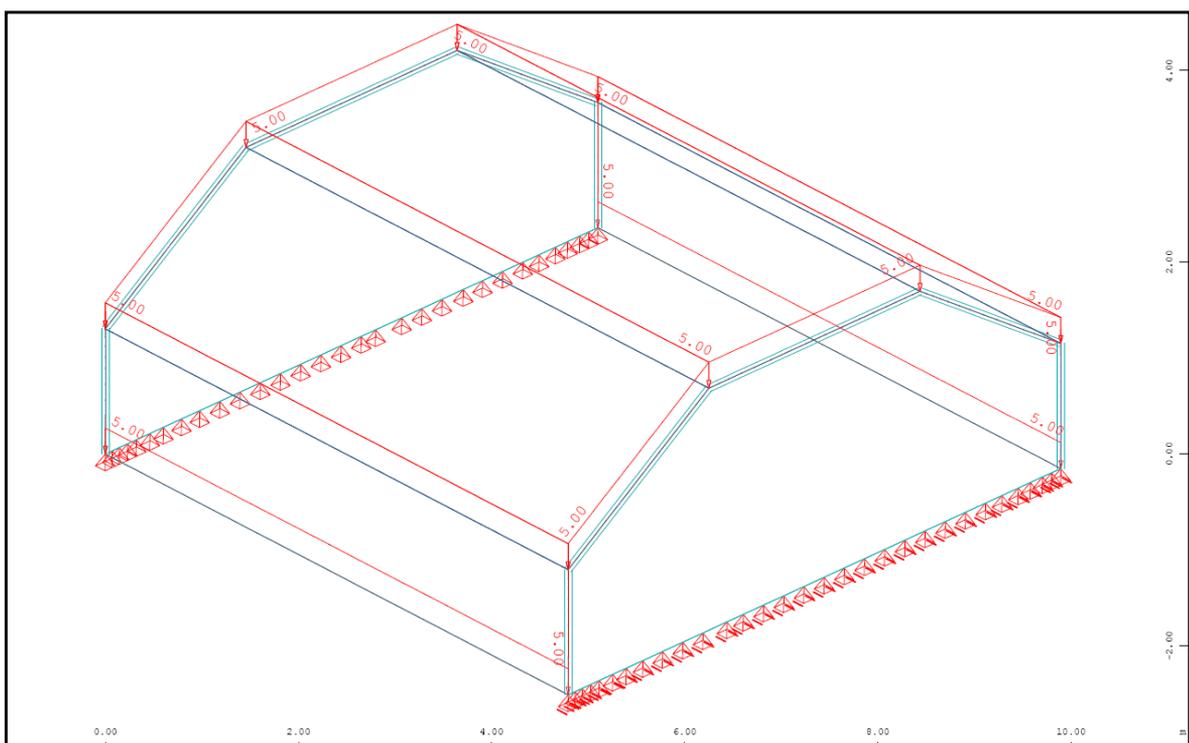


Abb. A- 129: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

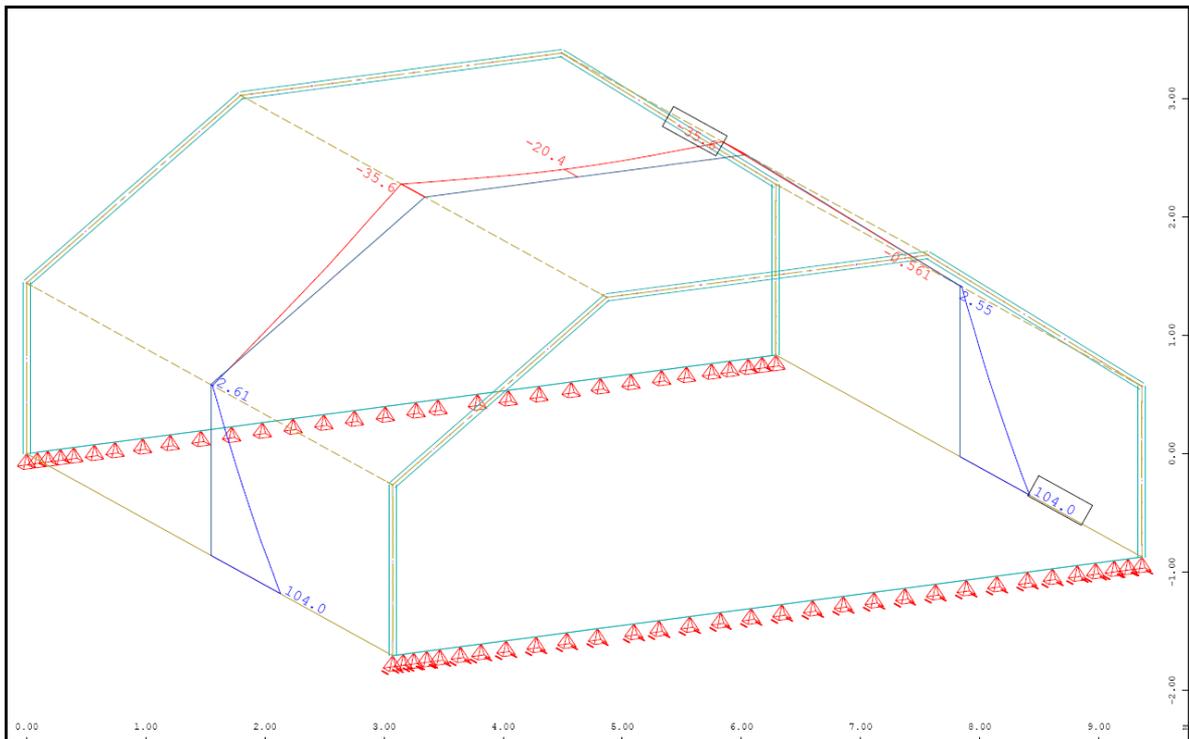


Abb. A- 130: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

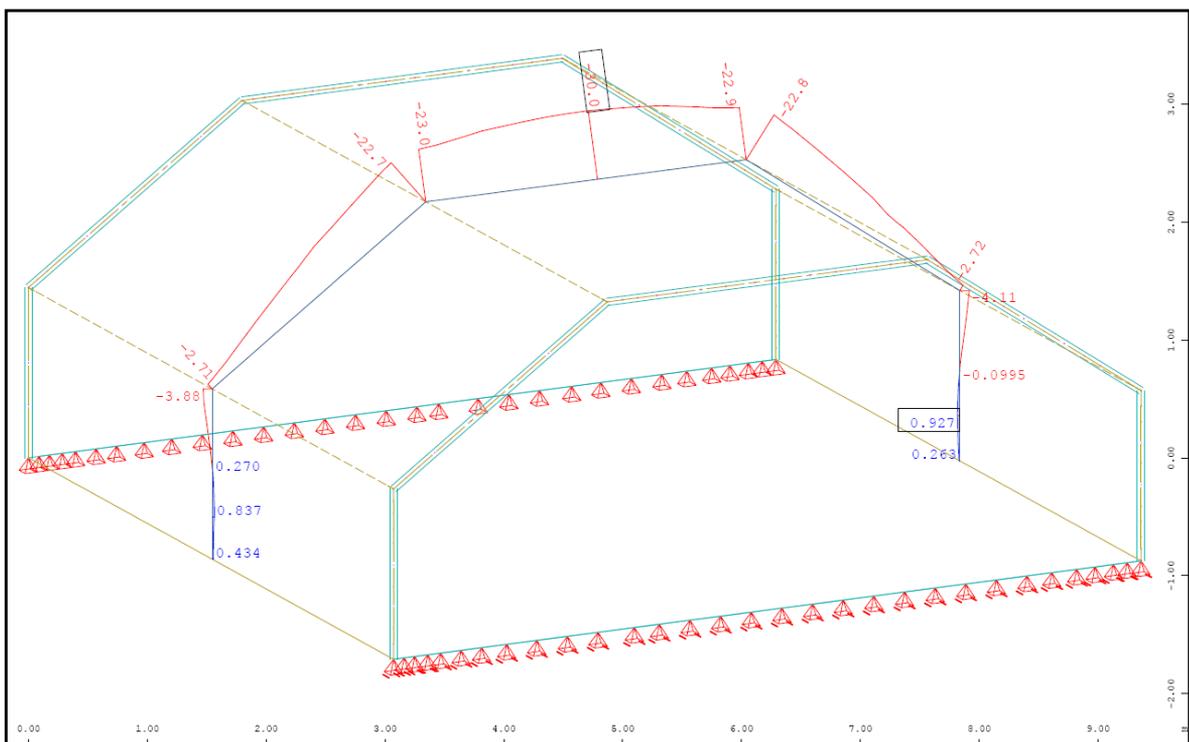


Abb. A- 131: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

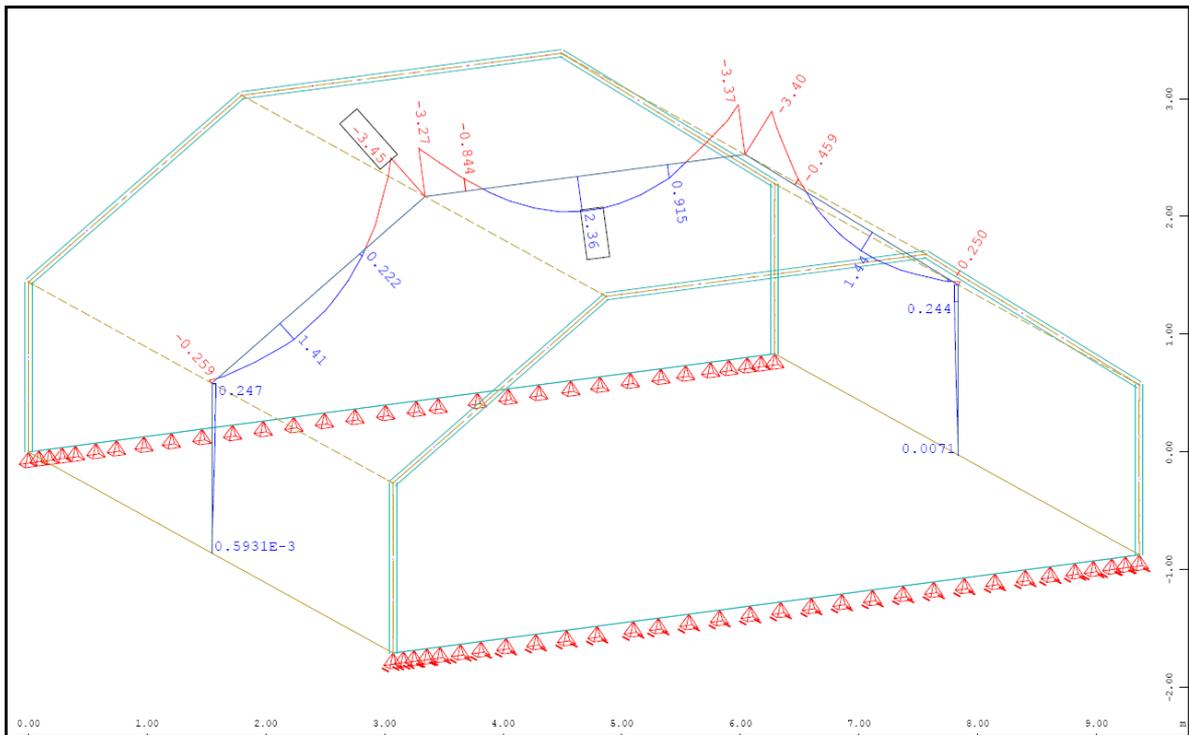


Abb. A- 132: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

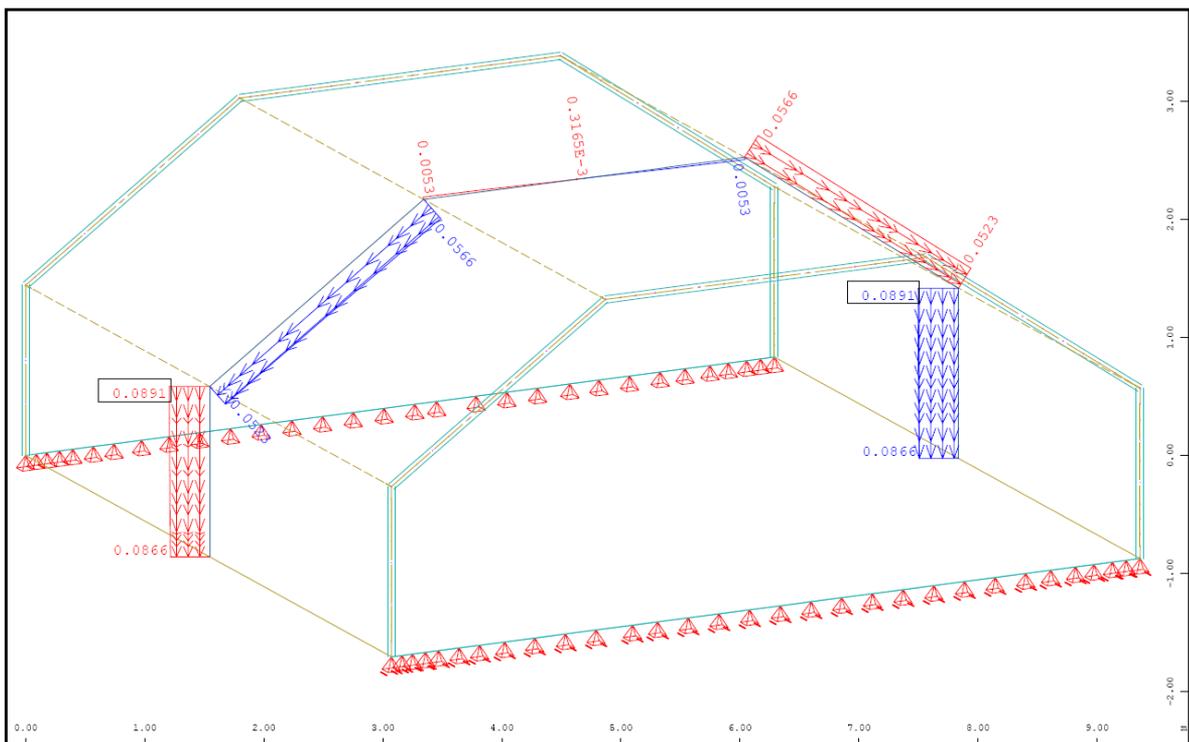


Abb. A- 133: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

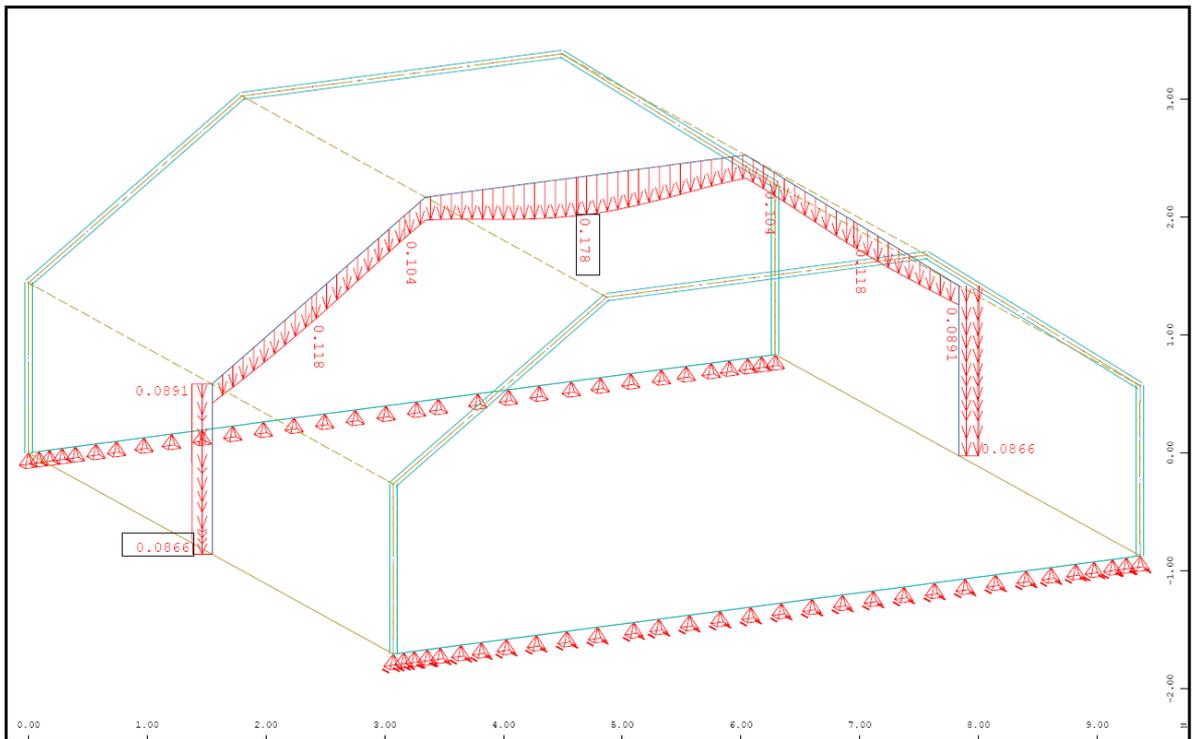


Abb. A- 134: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

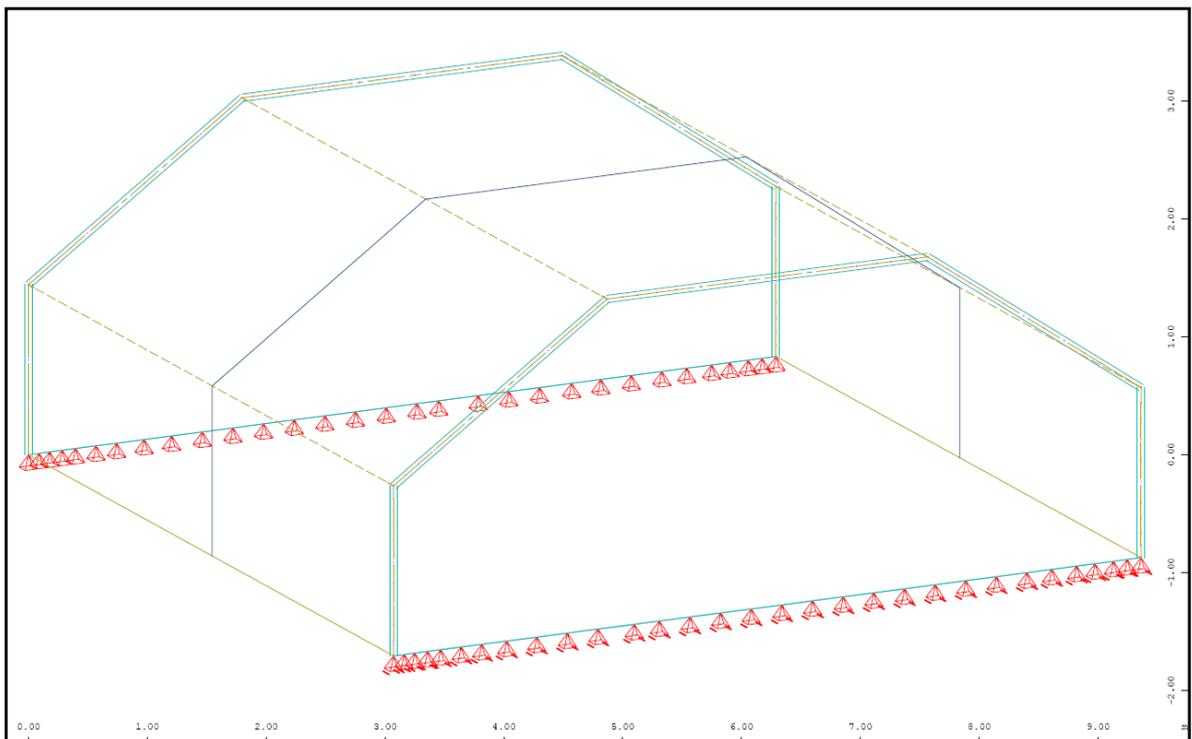


Abb. A- 135: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

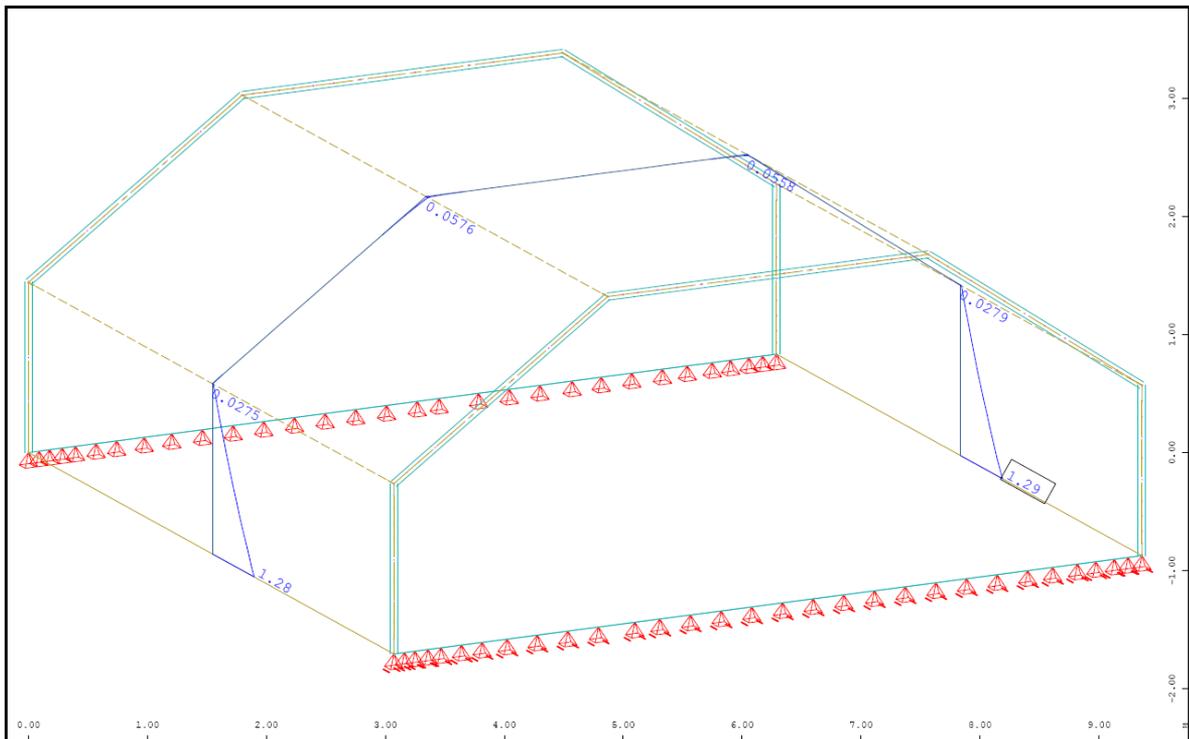


Abb. A- 136: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

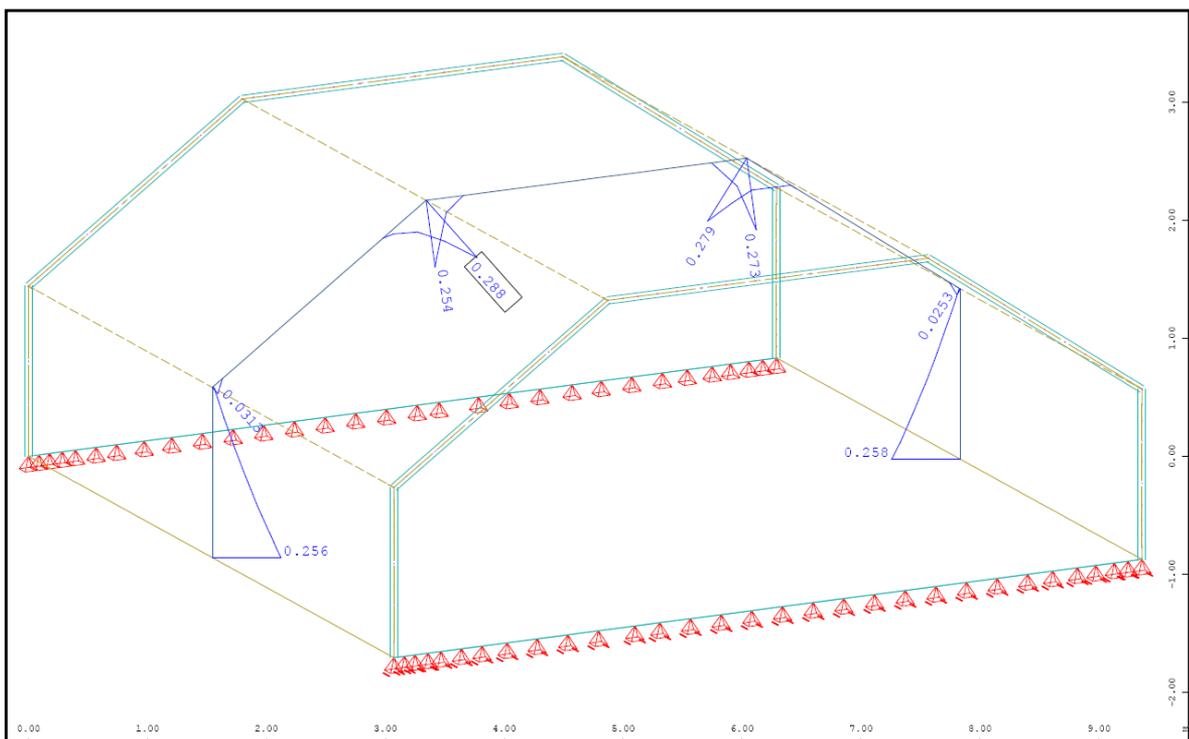


Abb. A- 137: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

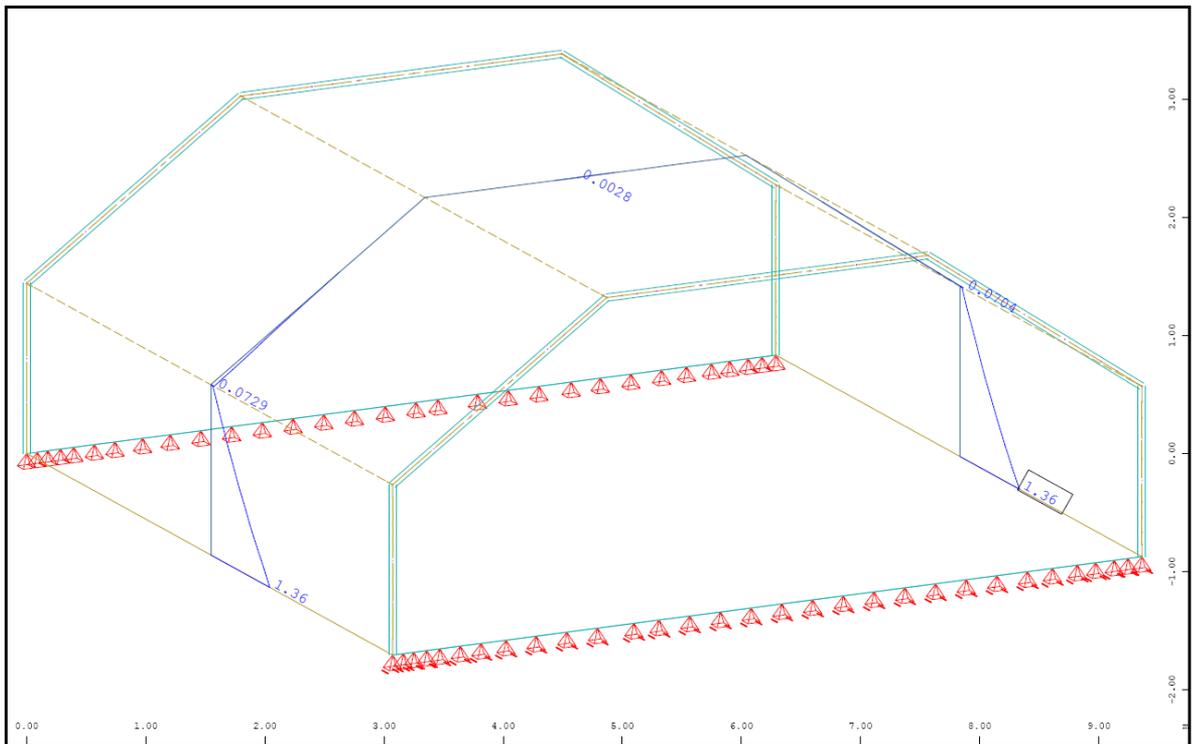


Abb. A- 138: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

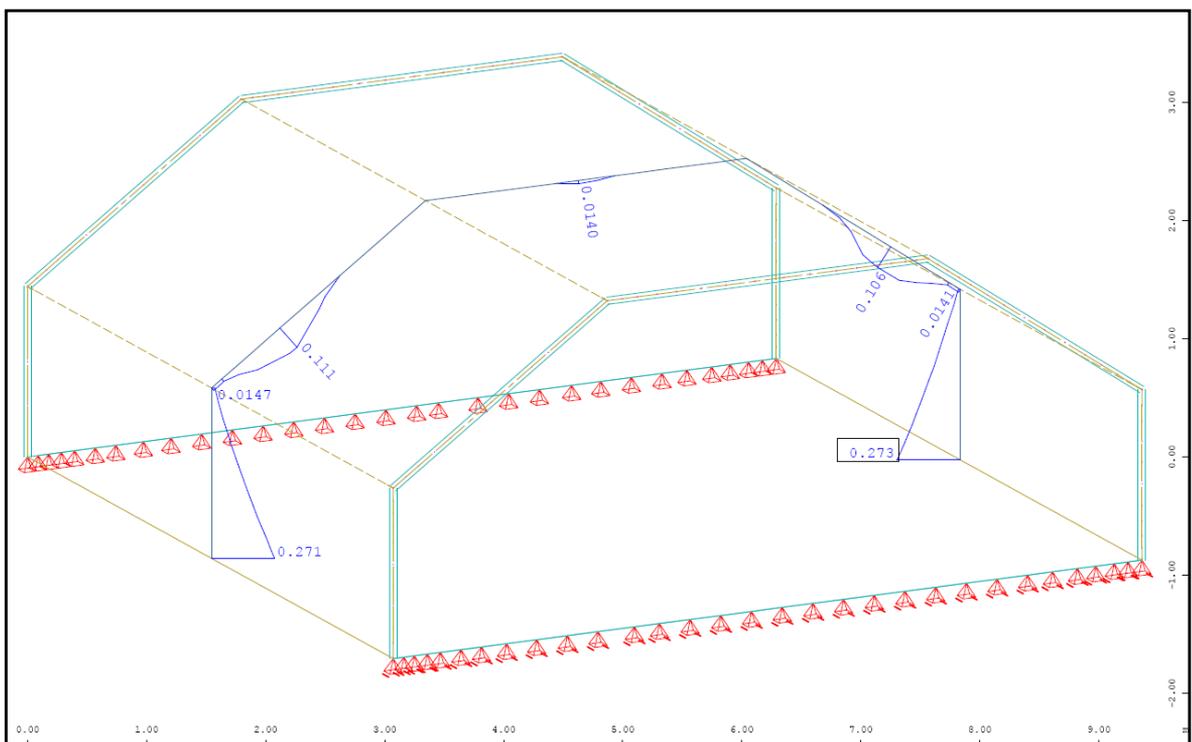


Abb. A- 139: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.2.2.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +1,55* | +1,51 |
| Pkt.C | -3,45 | -3,54 |
| Feld 3 | +2,36 | +2,09 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -1,72 | -11,84 |
| Feld2 | -12,71 | -26,80 |
| Feld3 | -30,0 | -10,76 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +104,0 | +93,74 |
| Pkt.B | +2,61 | +5,86 |
| Pkt.C | -35,60 | -30,09 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,09 | 0,09 | 0,24 |
| Pkt.B | 0,09 | 0,09 | 0,24 |
| Pkt.C | 0,10 | 0,10 | 0,07 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.2.2.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 54,42 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 2,90 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 2,44 | 0,49 | 2,20 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 2,44 | 0,49 | 2,20 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Summe | | | 2,1766 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 1,7402 | 0,91 | 0,4935 | 0,20 | 0,00200 |
| 1,0744 | 0,21 | 0,0209 | 0,35 | 0,07980 |
| 1,0744 | 0,21 | 0,0209 | 0,35 | 0,07980 |
| 0,2250 | -1,24 | 0,4639 | 1,50 | 0,05625 |
| 0,2250 | -1,24 | 0,4639 | 1,50 | 0,05625 |
| 4,3390 | | 1,4630 | | 0,27411 |

Fläche des Falterwerks = 2,1766m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 1,9935\text{m}$ $z_{so} = 3,00\text{m} - z_{su} = -1,007\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 1,73711\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 10883,1 \text{ kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \right] \cdot 1000 = 33,6831 \text{ mm}$$

Querbiegemoment des Falwerks in Feldmitte:

Ermittlung durch einen **Durchlaufträger** wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

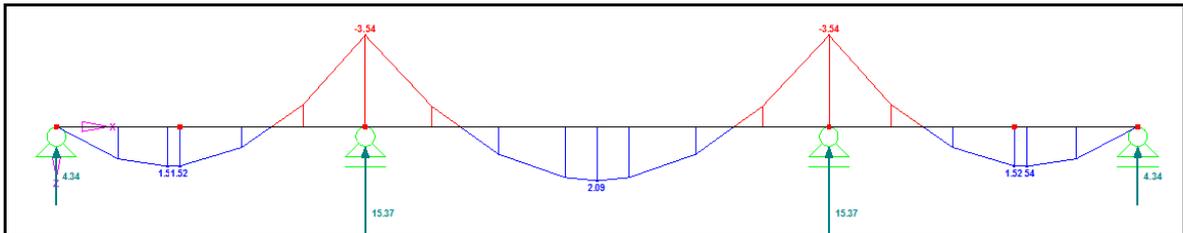


Abb. A- 140: Querbiegemomente M_{yy}

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Trägers**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,20\text{m}$ eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert.

$$q_1 = 5,0 / \cos(35) = 6,10 \text{ kN/m}$$

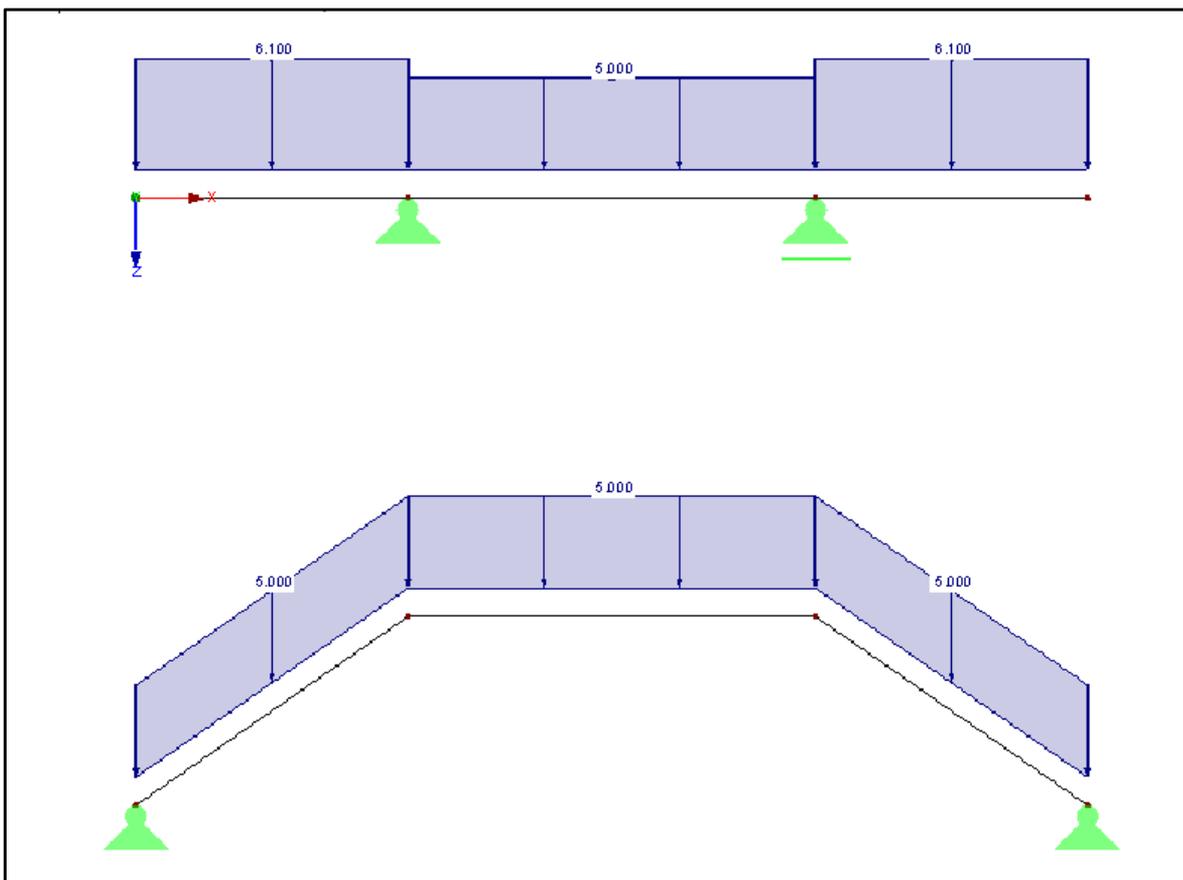


Abb. A- 141: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -3,05 \text{ kNm}$$

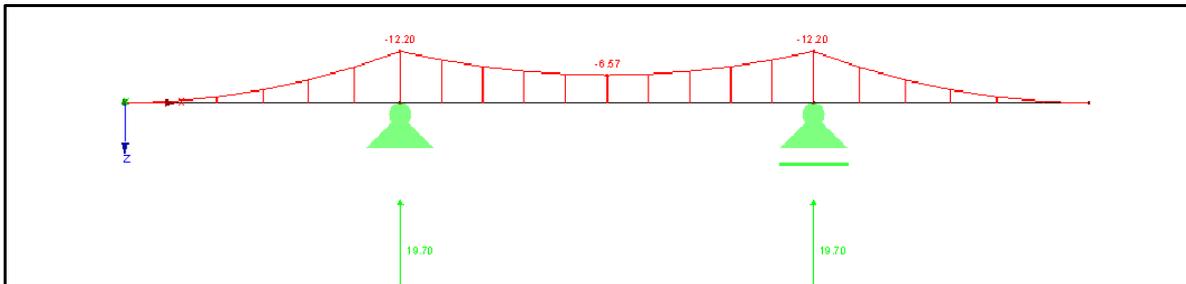
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -12,20 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -6,57 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_C = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 19,70 \text{ kN/m}$$

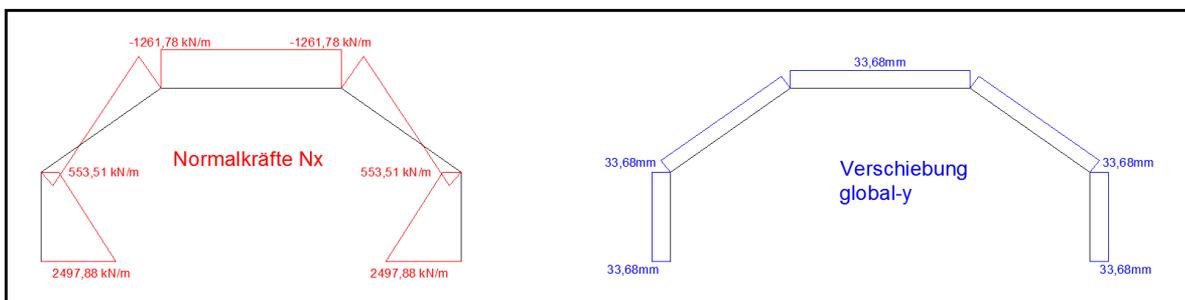
Abb. A- 142: Querbiegemomente M_{yy} **Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte**

$$\sigma_o = \left(\frac{M_y}{I_y} \right) \cdot z_{so} = -6308,92 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -1261,78 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_y}{I_y} \right) \cdot z_{su} = 12489,4 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20 \text{ m} = 2497,88 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 143: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

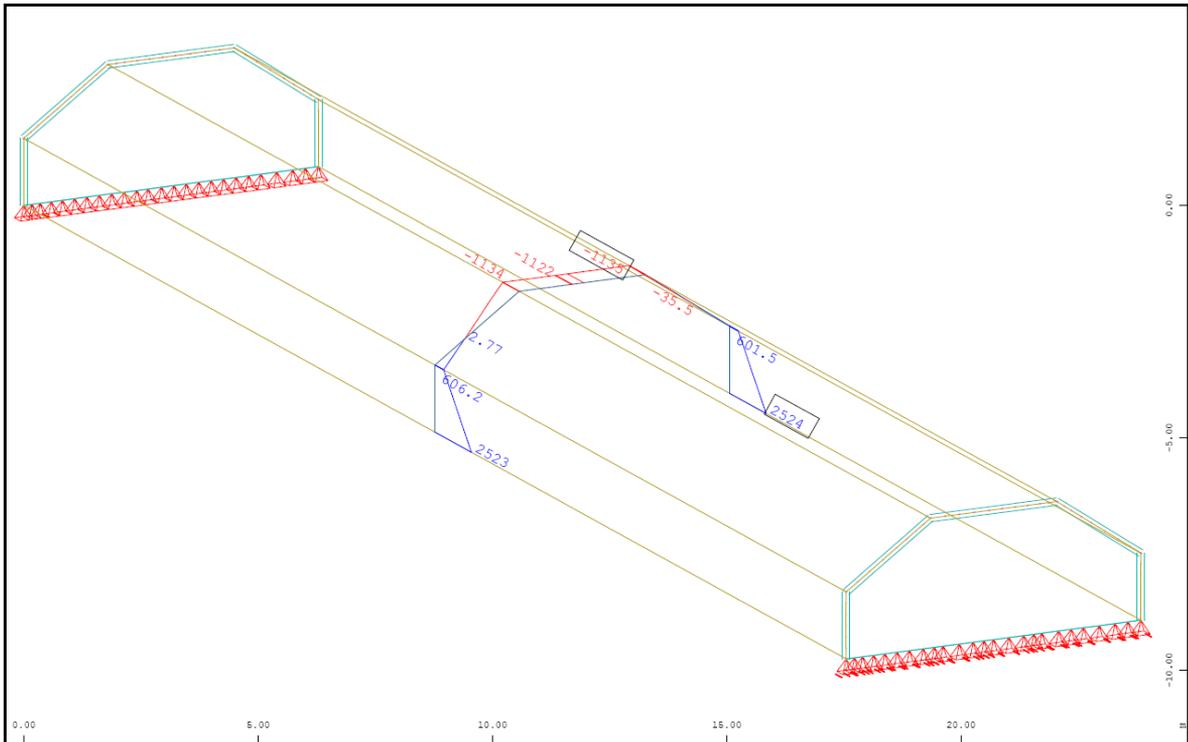


Abb. A- 146: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

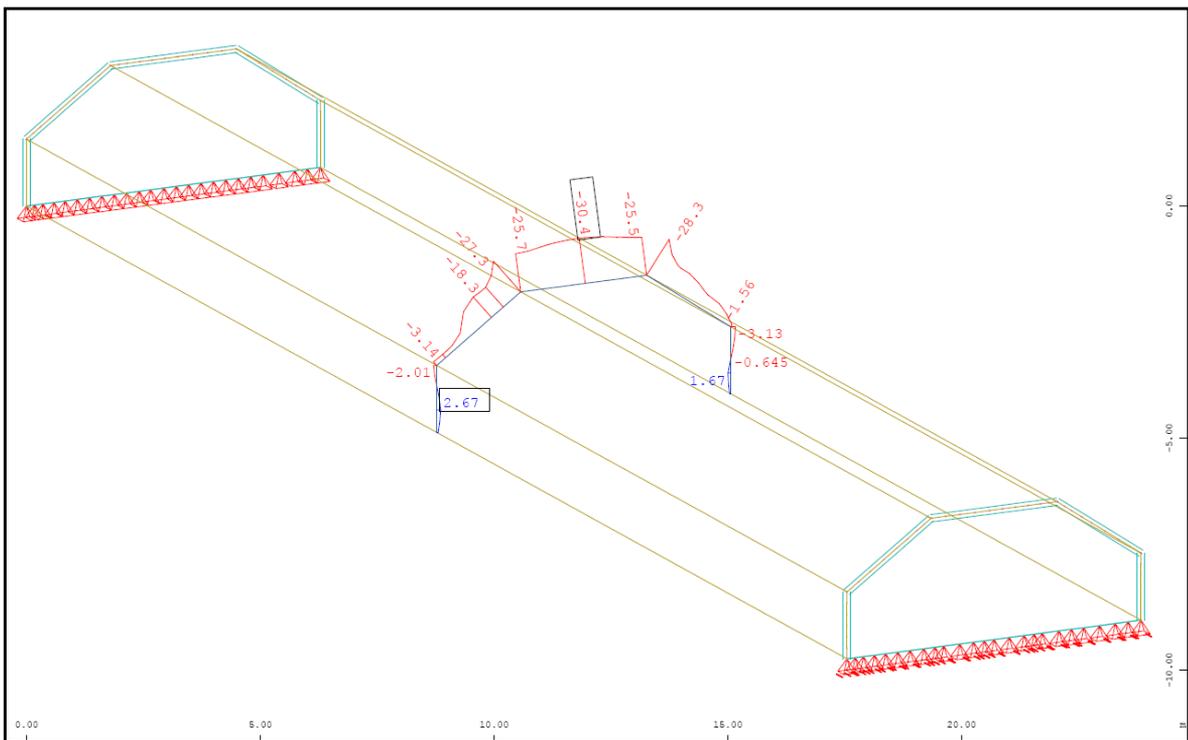


Abb. A- 147: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

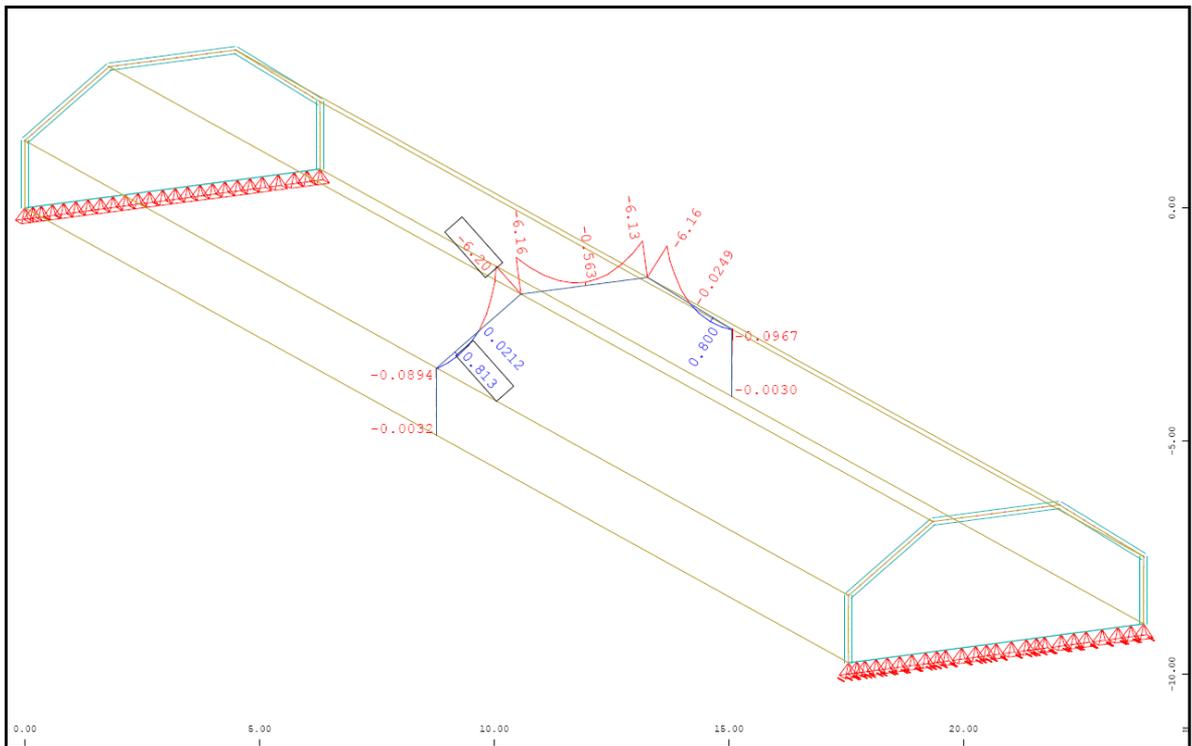


Abb. A- 148: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

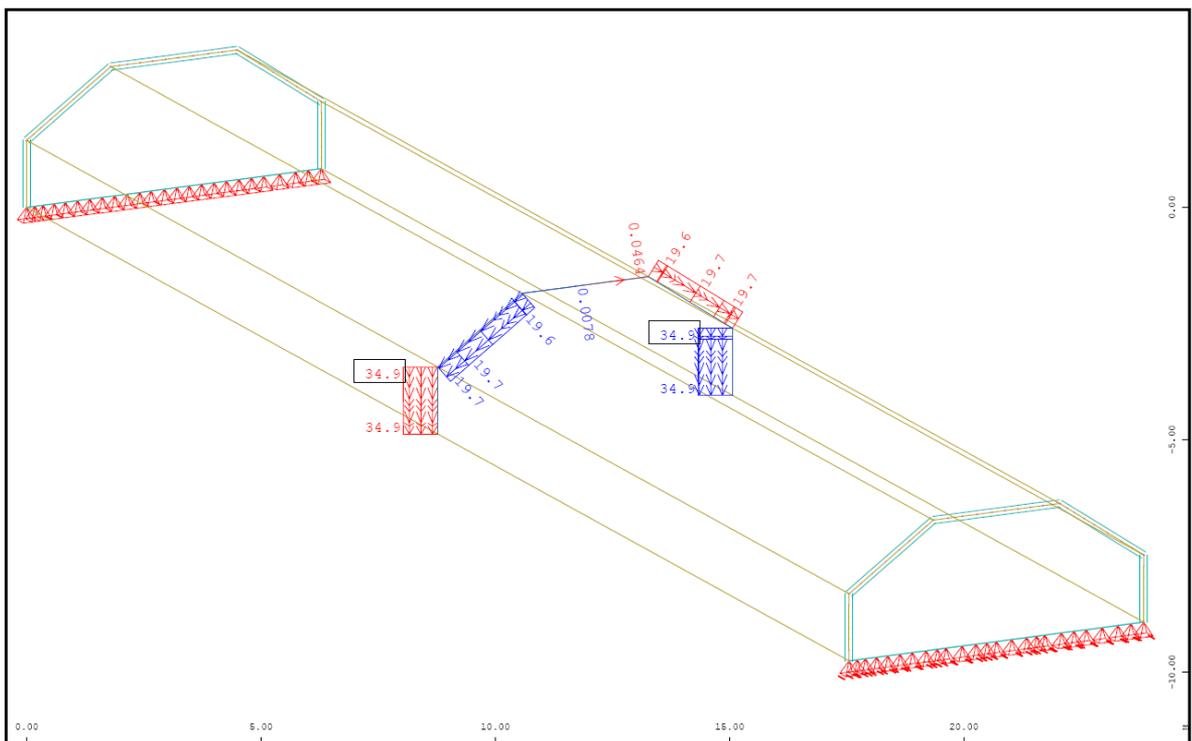


Abb. A- 149: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

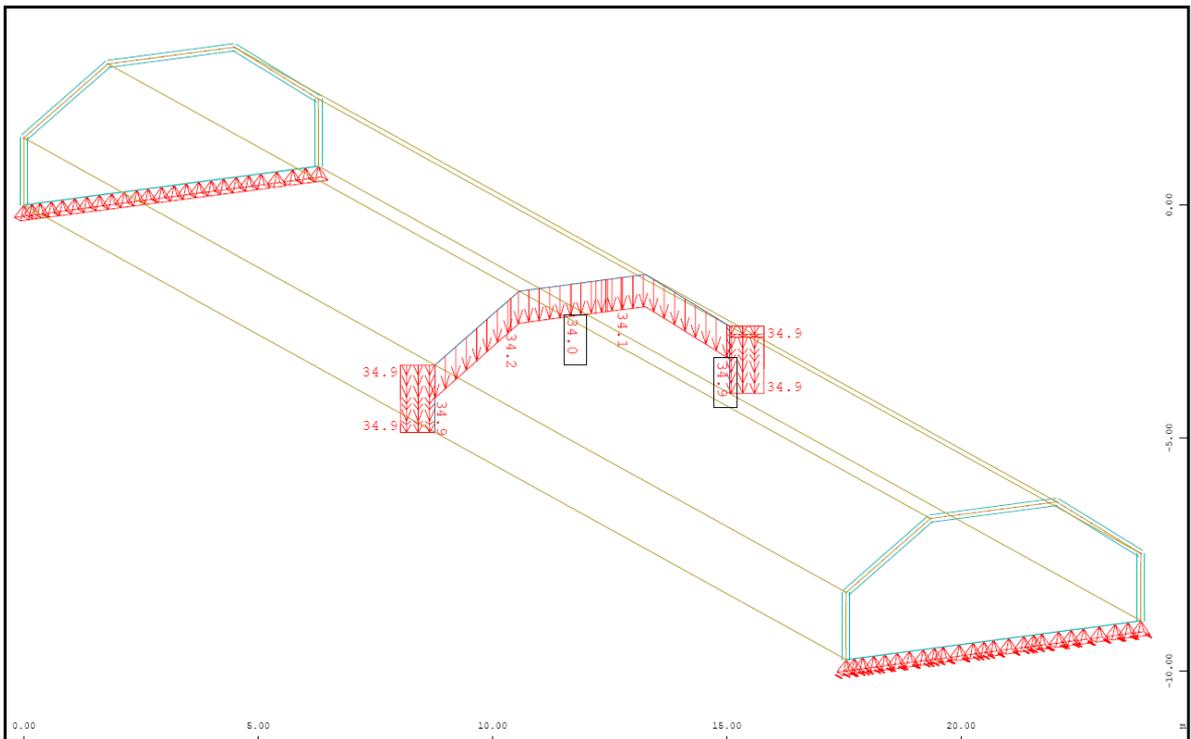


Abb. A- 150: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

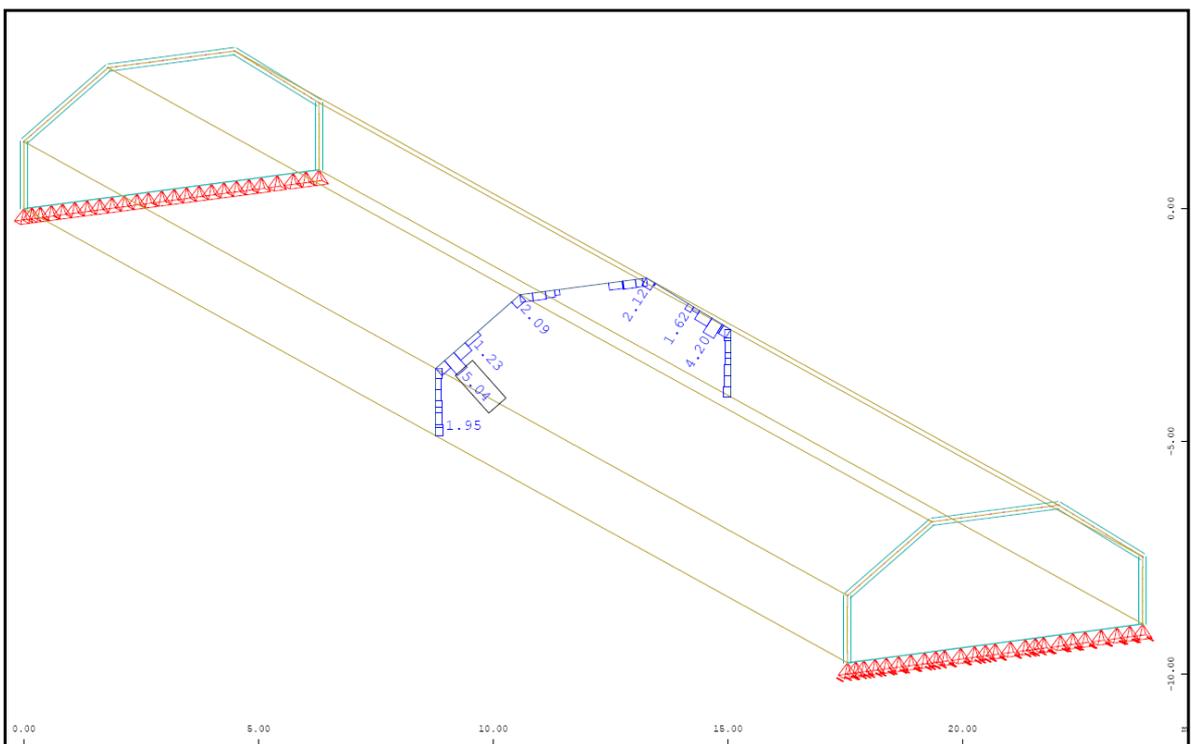


Abb. A- 151: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

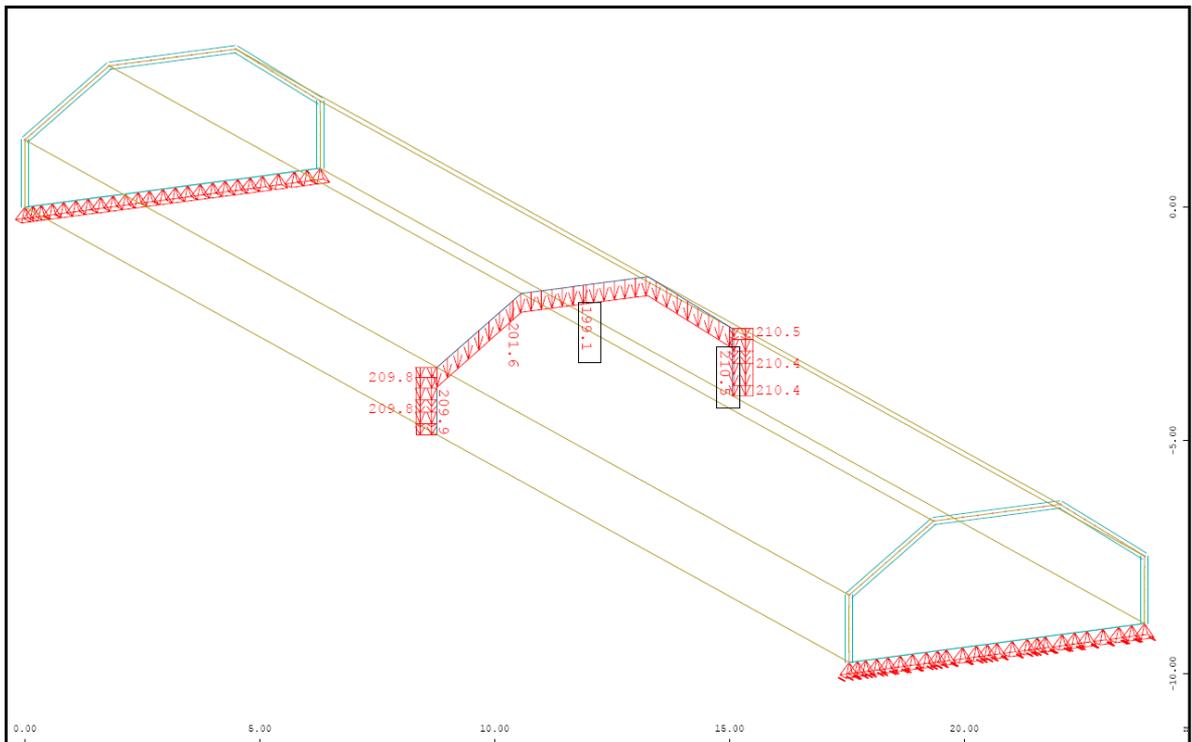


Abb. A- 152: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

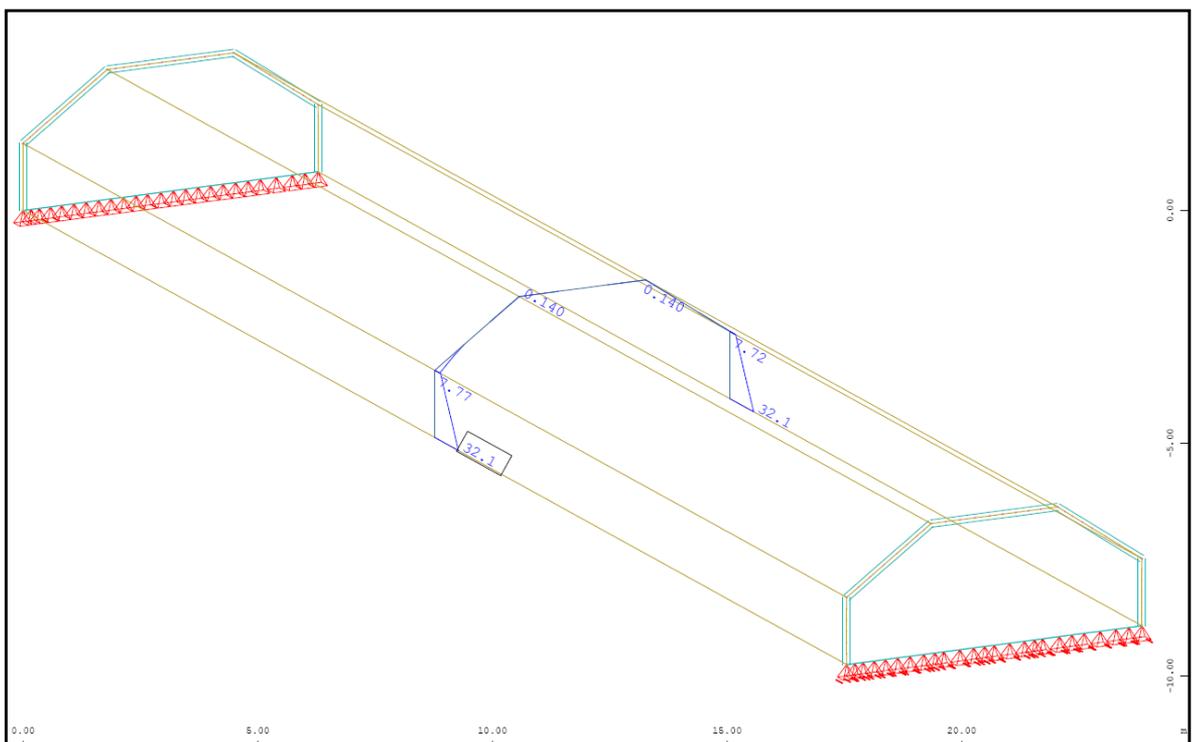


Abb. A- 153: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

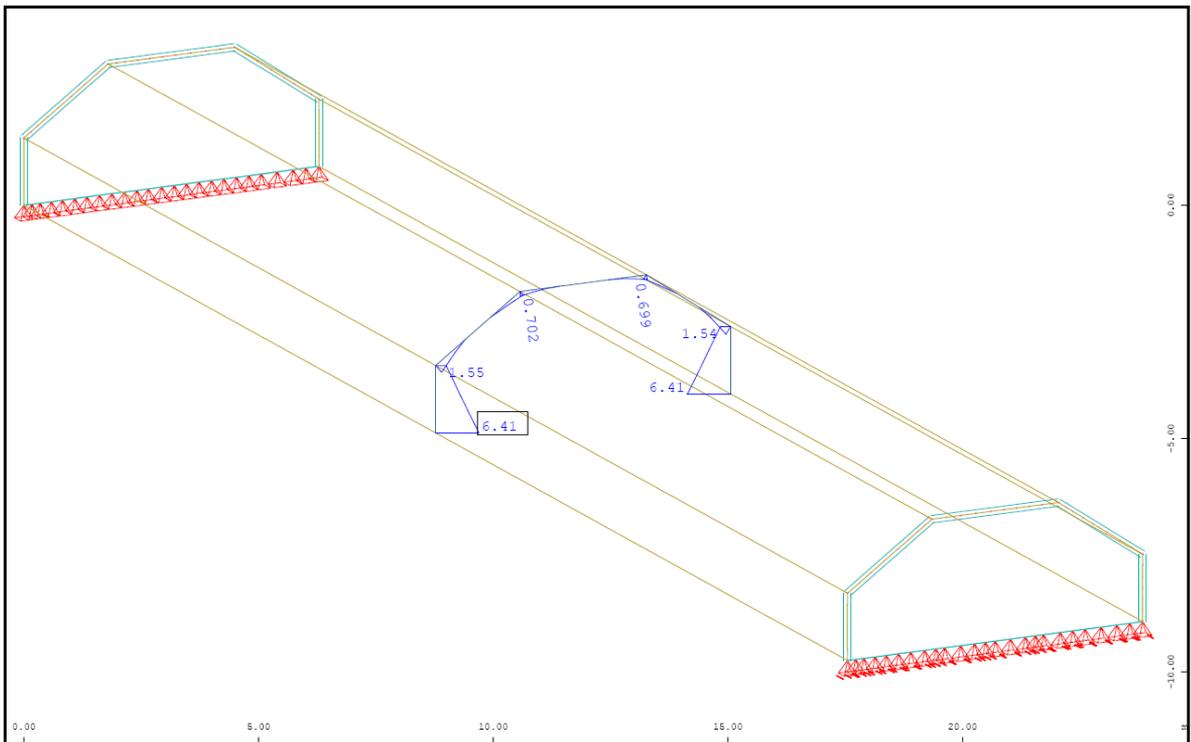


Abb. A- 154: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

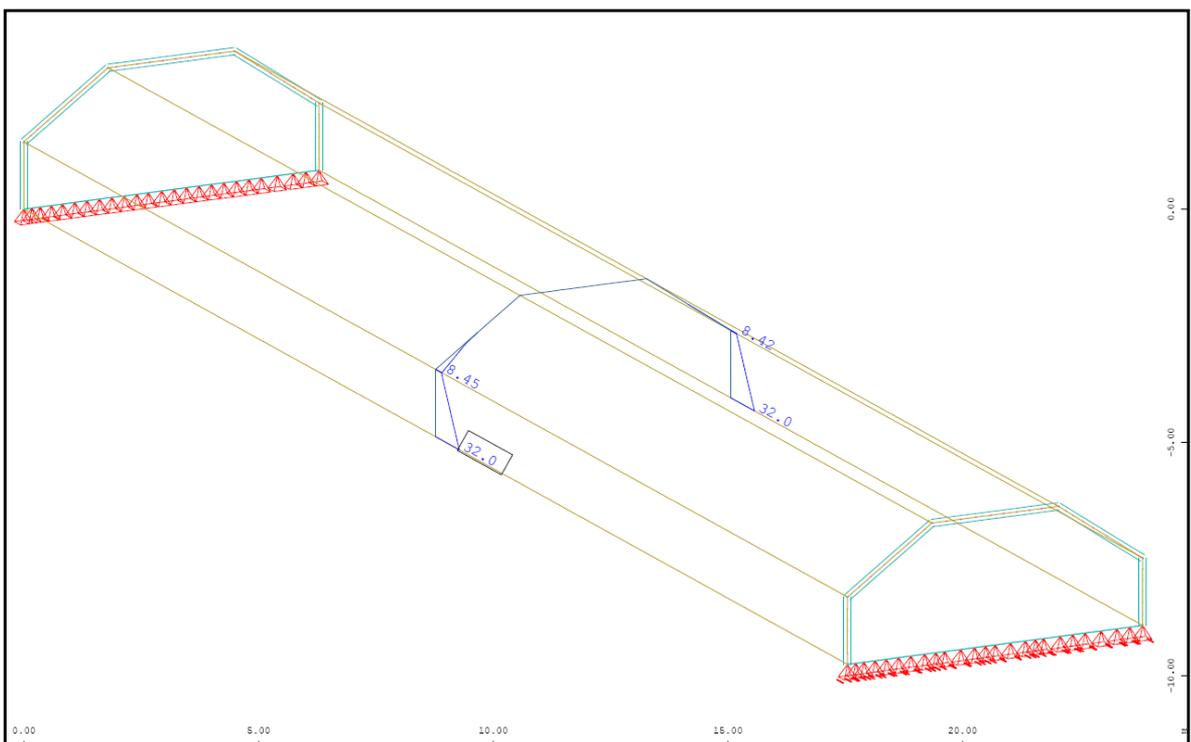


Abb. A- 155: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

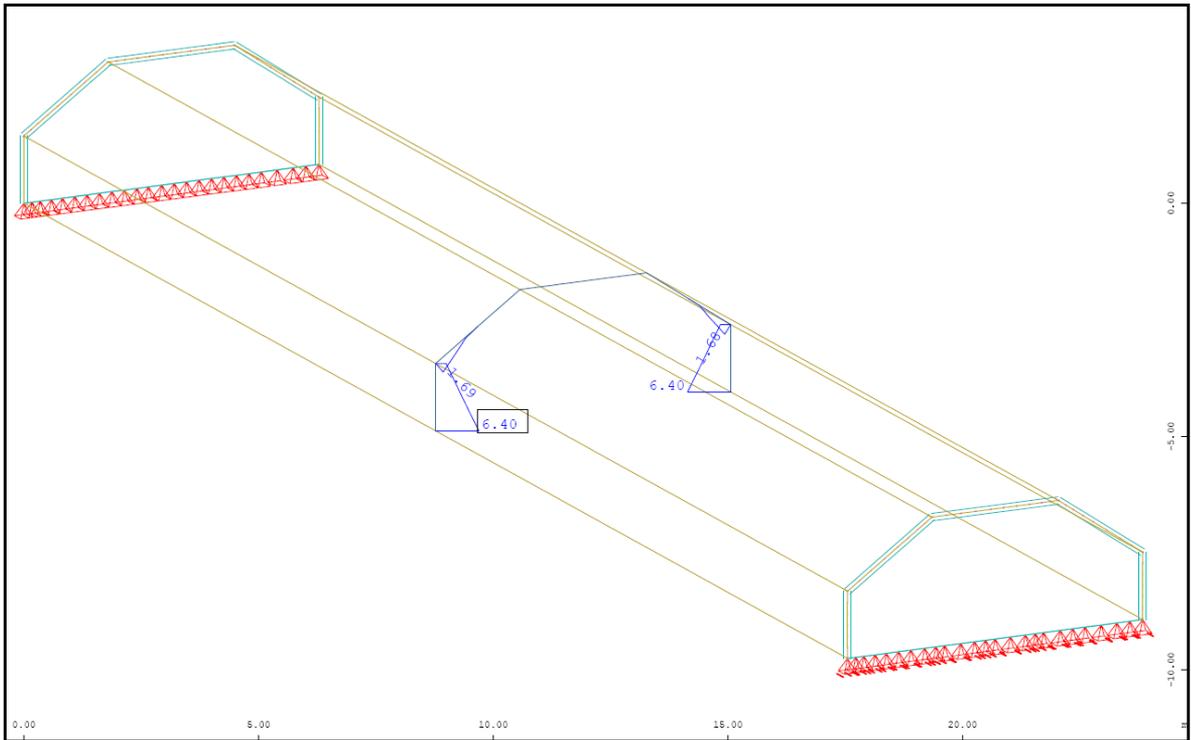


Abb. A- 156: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.2.2.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Durchlaufträger | Kragträger |
|--------|----------|-----------------|------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +0,45* | +1,51 | -3,05 |
| Pkt.C | -6,20 | -3,54 | -12,20 |
| Feld 3 | -0,56 | +2,09 | -6,57 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | -0,73 | ---- |
| Feld2 | -15,22 | ---- |
| Feld3 | -30,40 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +2523,0 | +2497,9 |
| Pkt.B | +606,2 | +553,5 |
| Pkt.C | -1135,0 | -1261,8 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 34,9 | 209,8 | 33,7 |
| Pkt.B | 34,9 | 209,8 | 33,7 |
| Pkt.C | 34,0 | 199,1 | 33,7 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C \cdot x_{0,40} + q \cdot x_{0,12}^2$

1.2.3. Tonnendach mit einer Dachneigung von 45°

Das Tonnendach mit der Dachneigung von 45° wurde im Pkt. 1.1.1 (Dreischübe-
gleichung) und Pkt. 1.1.6 (Balkentheorie) schon behandelt.

1.2.4. Tonnendach mit einer Dachneigung von 55°

1.2.4.1. Berechnung mittels Dreischübe- gleichung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachwerks über die Dreischübe-
gleichung werden die Kan-
tenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m³ und einer
Scheibendicke von 0,20m eine Belastung von $q = 5,0$ kN/m.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachwerkscheiben im Feld 2, verkürzt sich die
Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der
Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_2 = 5,0 / \cos(55) = 8,72$ kN/m

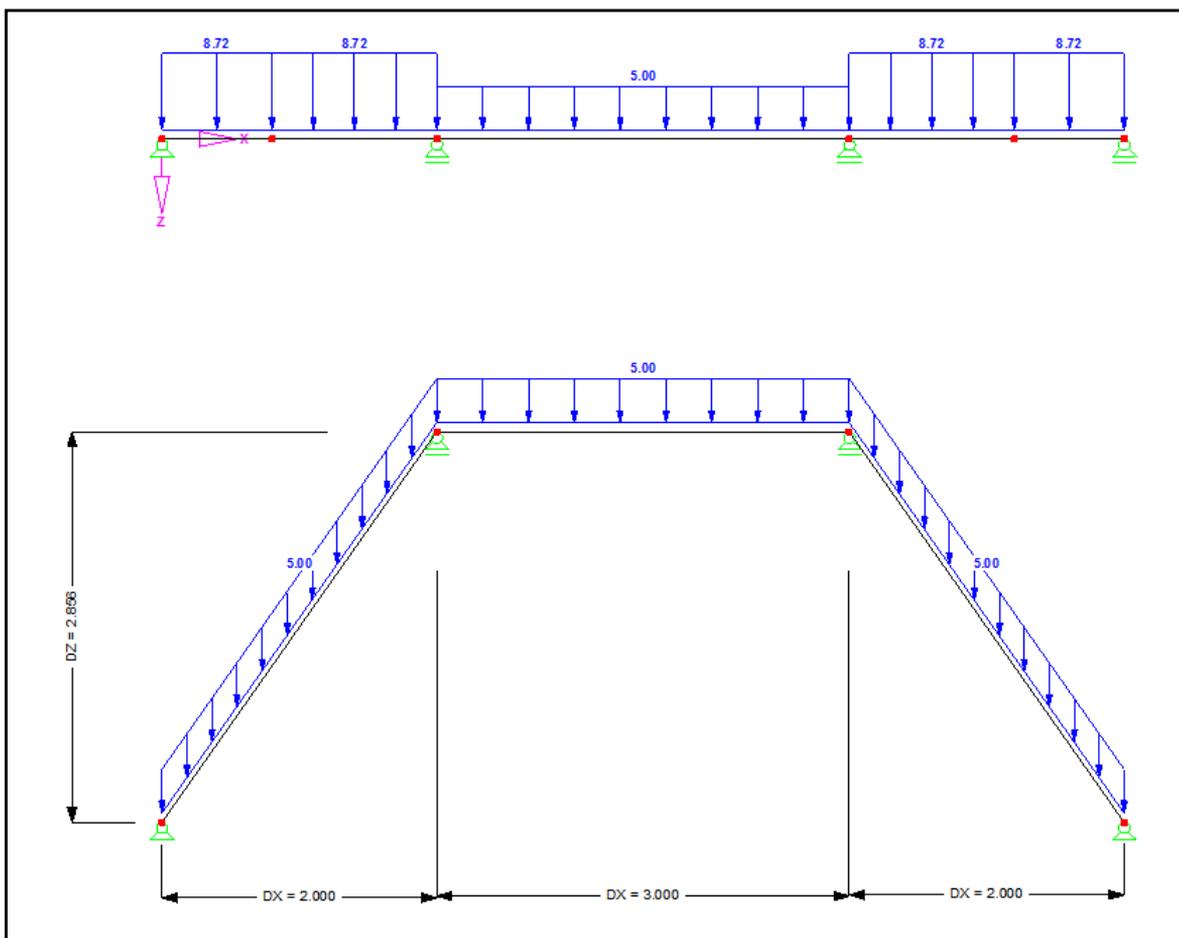
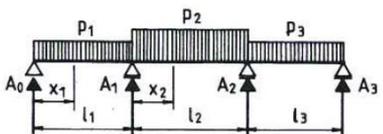


Abb. A- 157: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägerausbildung ($l_1 = l_2$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 158: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 2,61 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -3,94 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

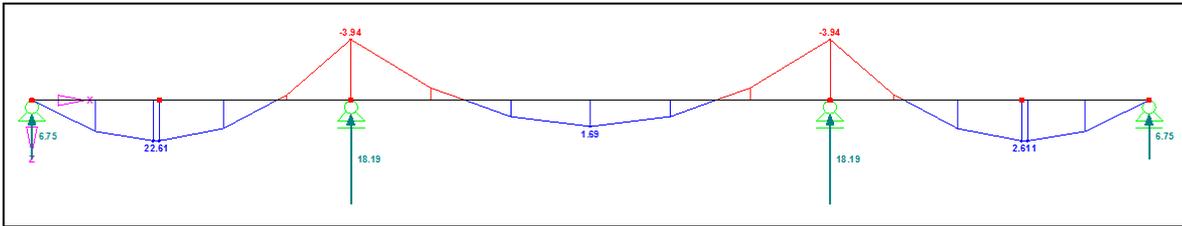
$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,69 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 6,45 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,20 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^2 (\text{Querschote}) = 14,25 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 18,19 \text{ kN / m}$$

Abb. A- 159: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltwerts

Scheibe 1 (Querschote)

Fläche $A_1 = 0,20\text{m} \times 1,50\text{m} = 0,30\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_1 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,08\text{m}^3$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Fläche $A_2 = 0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 55^\circ) = 0,70\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_2 = [0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 55^\circ)^2]/6 = 0,41\text{m}^3$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Fläche $A_3 = 0,20\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,60\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,02\text{m}^3$

Scheibenlasten des Faltwerts (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$p_1 = A_B = 14,25\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (14,25 \times 7^2)/8 = 87,28\text{kNm}$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 18,19/\sin 55^\circ = 22,2\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (22,2 \times 7^2)/8 = 135,98\text{kNm}$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 18,19 \times \tan 55^\circ = 25,97\text{kN}$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 76,71 \text{ kN}$$

$$T_C = 12,74 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 652,38 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 130,48 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -140,99 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -28,2 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -42,46 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -8,49 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Verschiebungen lokal y in Feldmitte nach der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 98,53 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 55^\circ} = 4,56 \cdot 10^{-6} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0233 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 55^\circ = 0,0406 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B = Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 793,37 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20\text{m} \cdot E \cdot 1,50\text{m}} = 8,53 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,4354 \text{ mm}$$

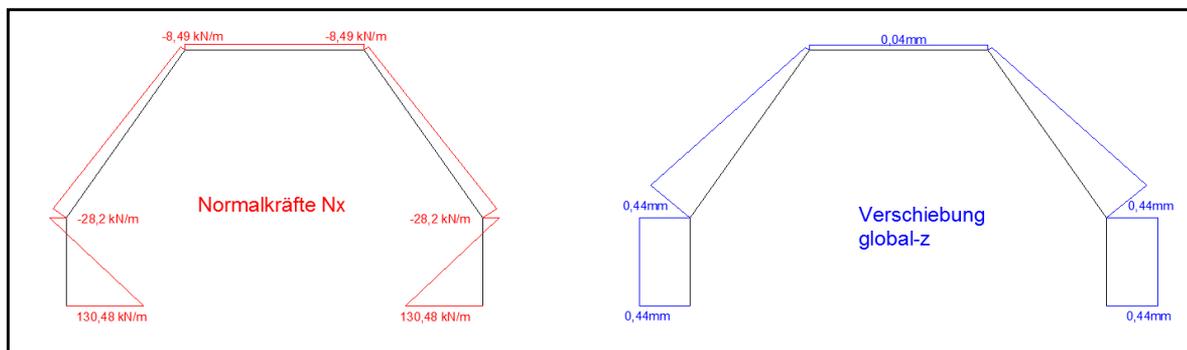


Abb. A- 160: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

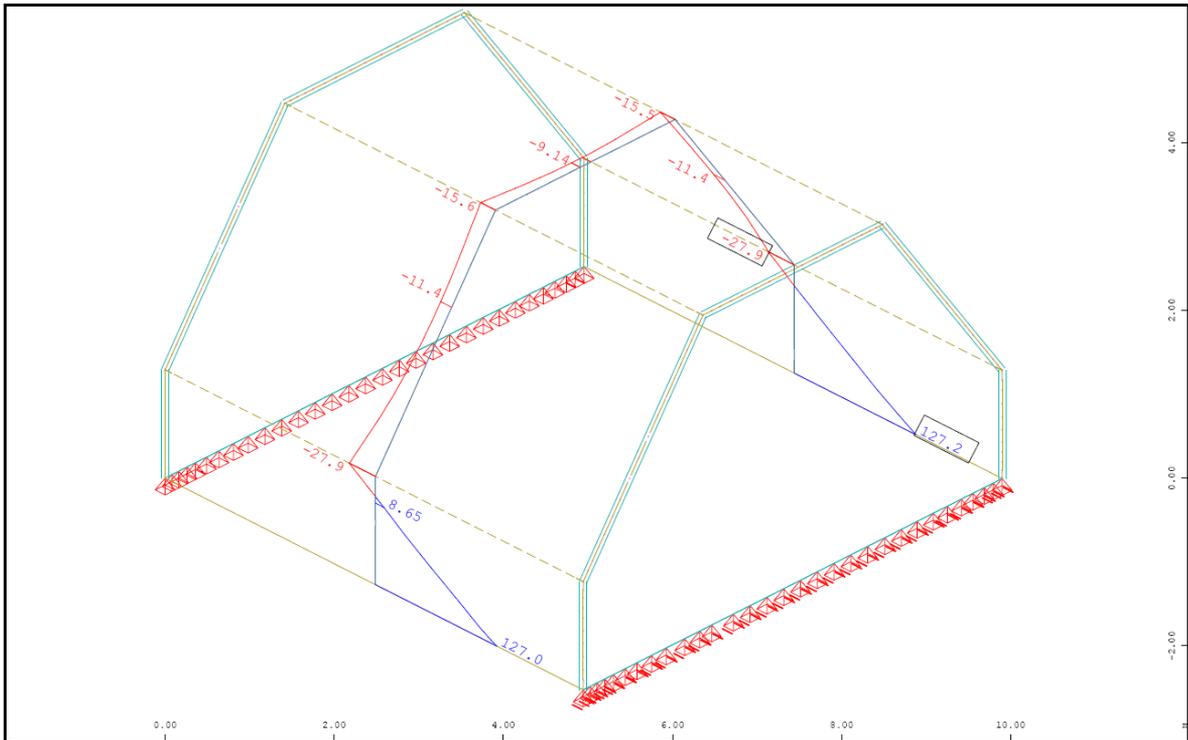


Abb. A- 163: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

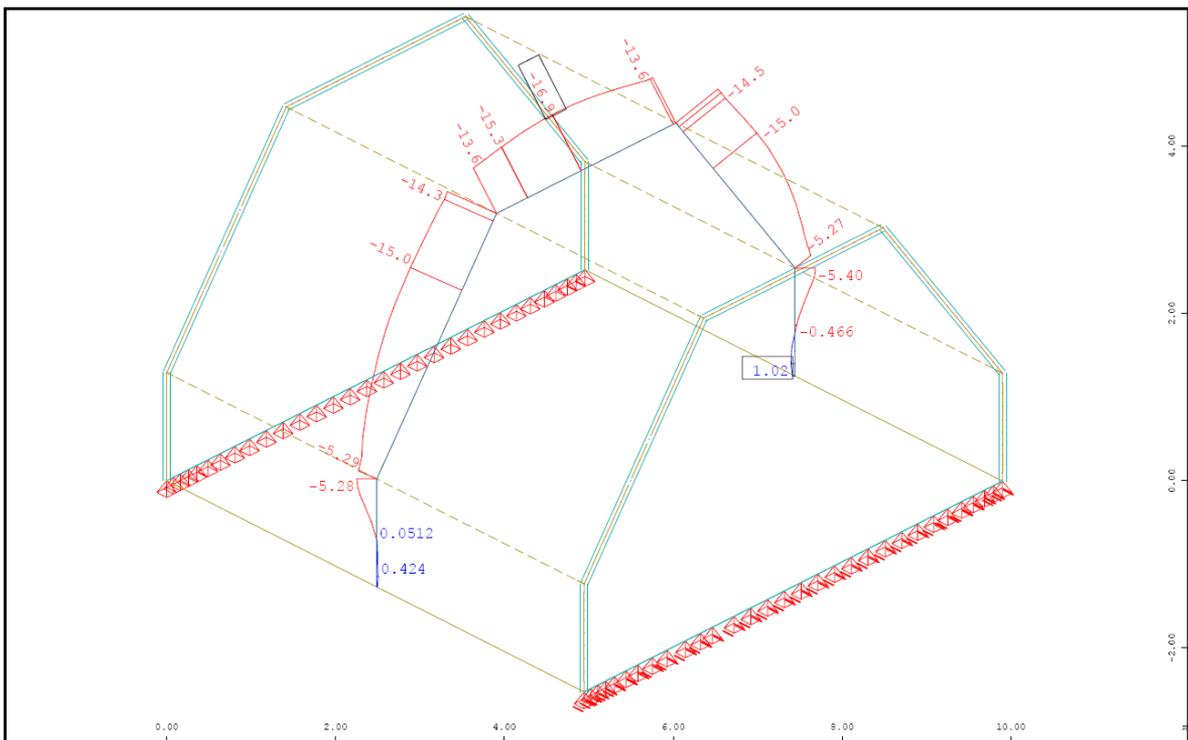


Abb. A- 164: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

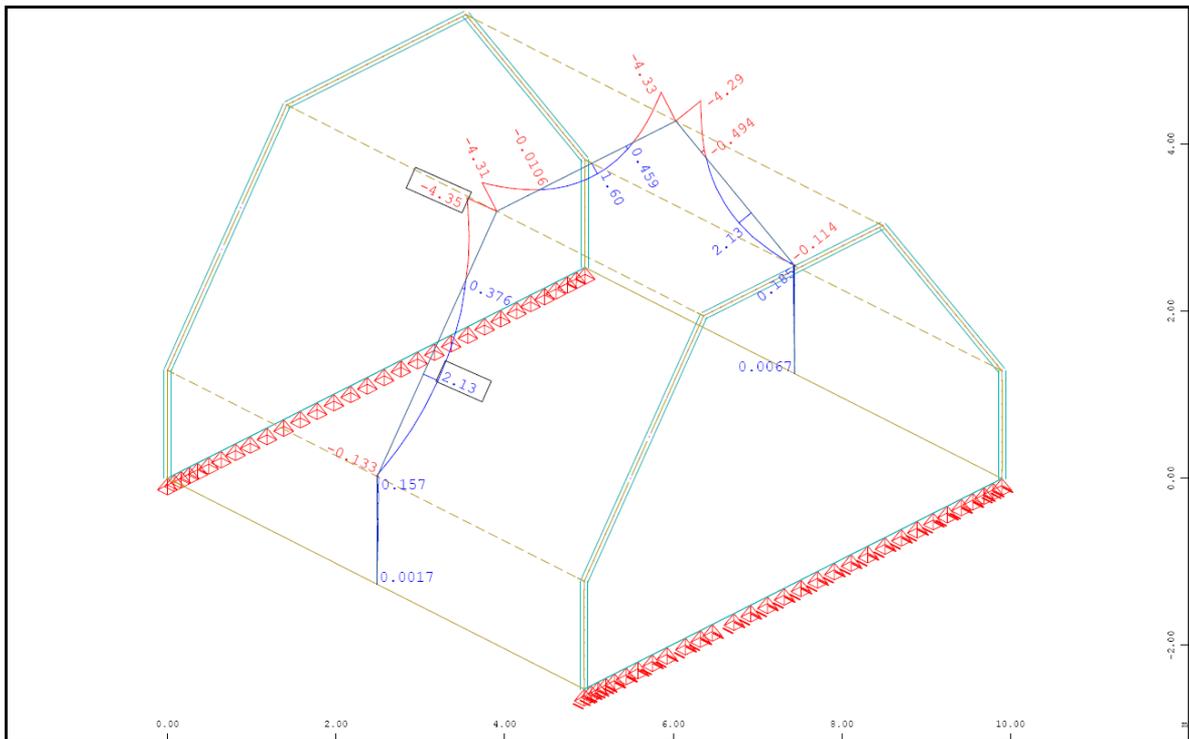


Abb. A- 165: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

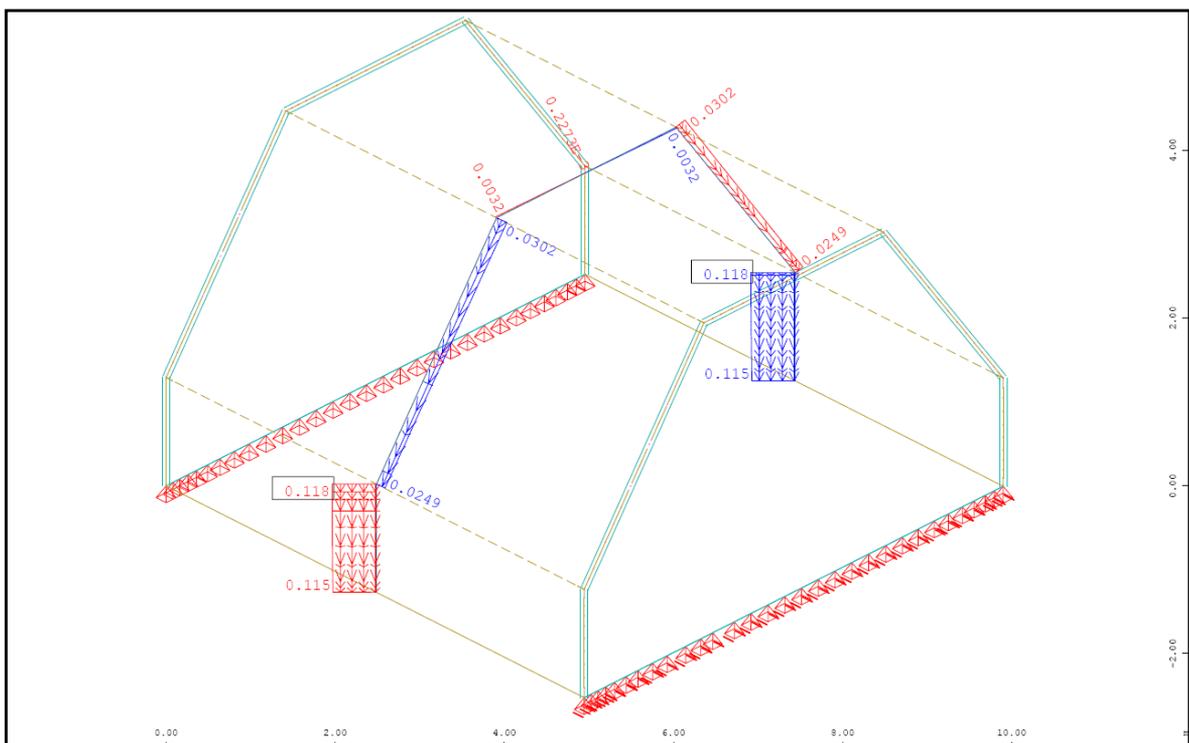


Abb. A- 166: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

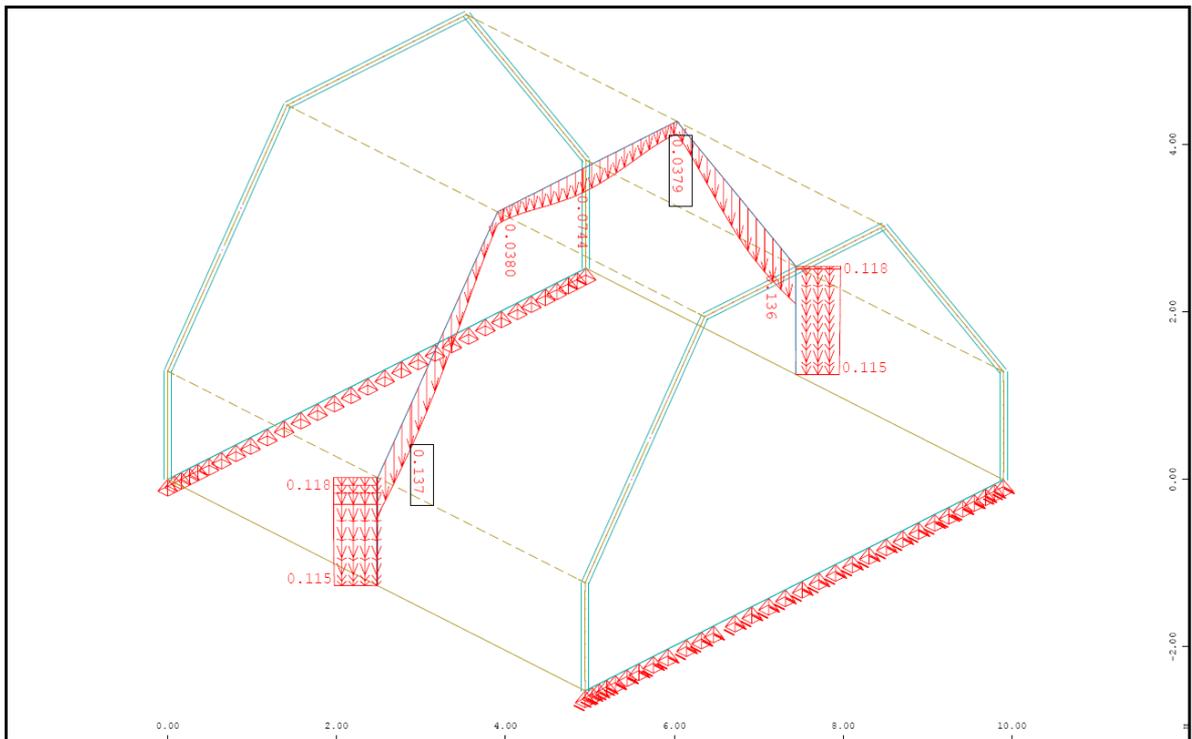


Abb. A- 167: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

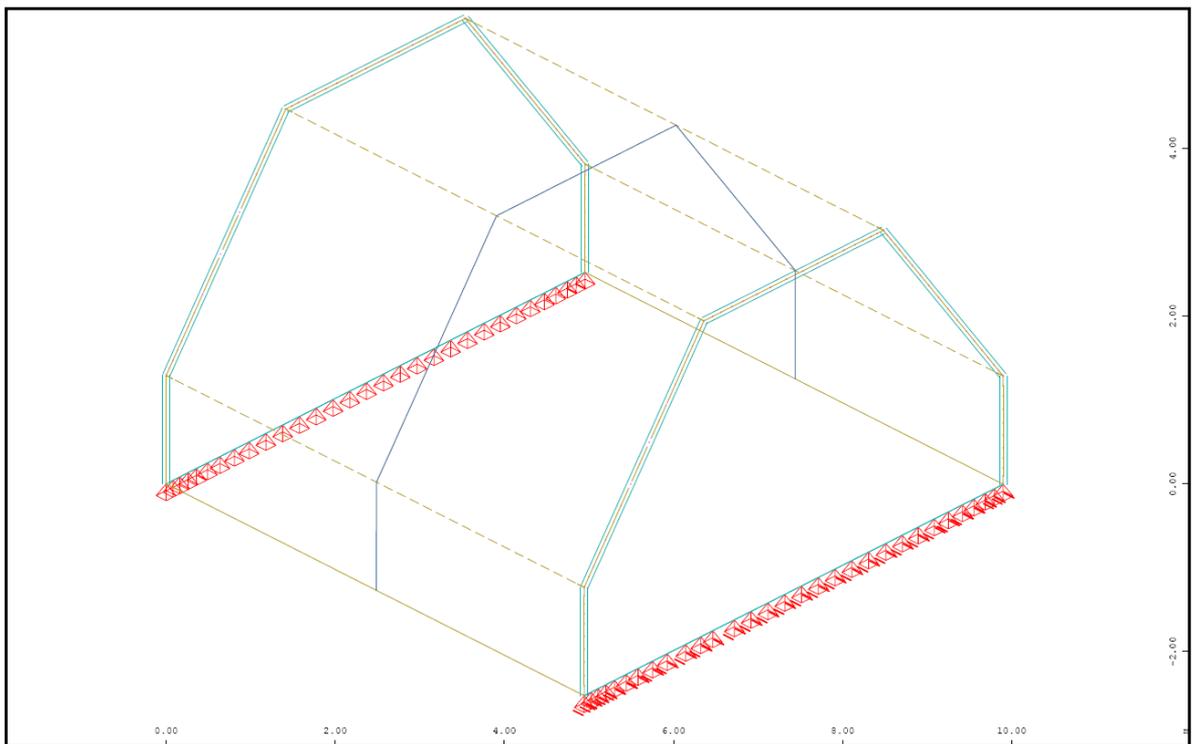


Abb. A- 168: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

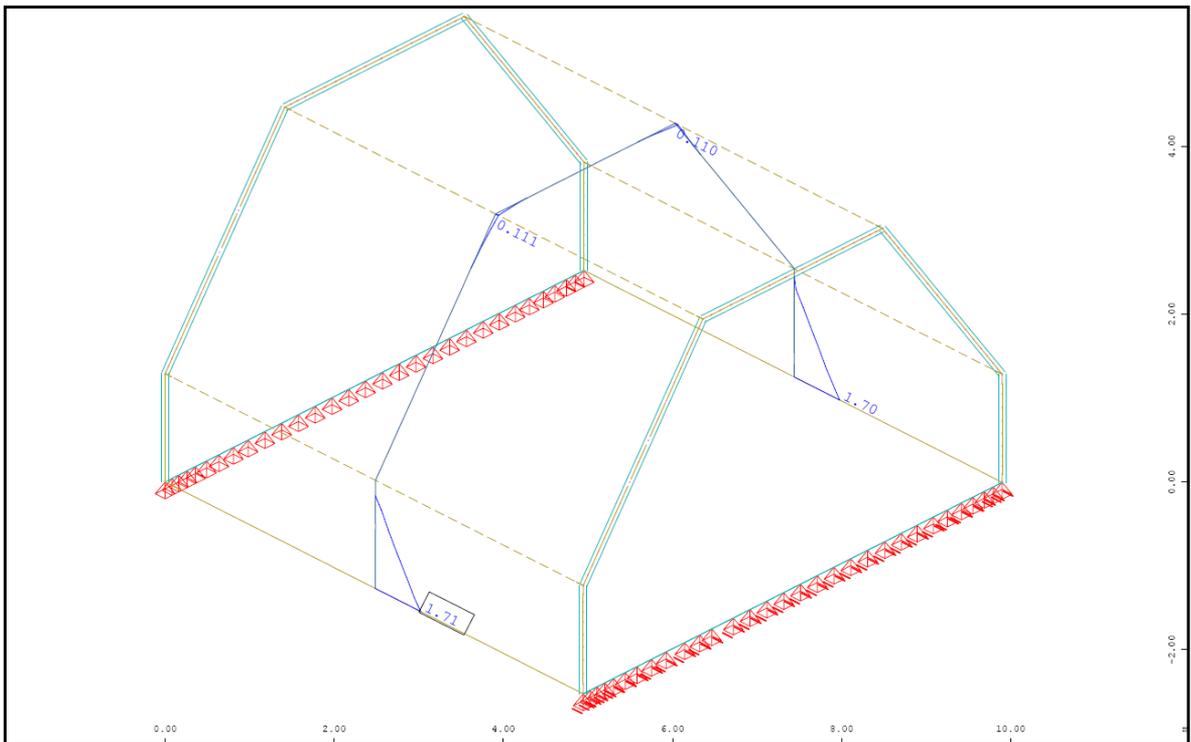


Abb. A- 169: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

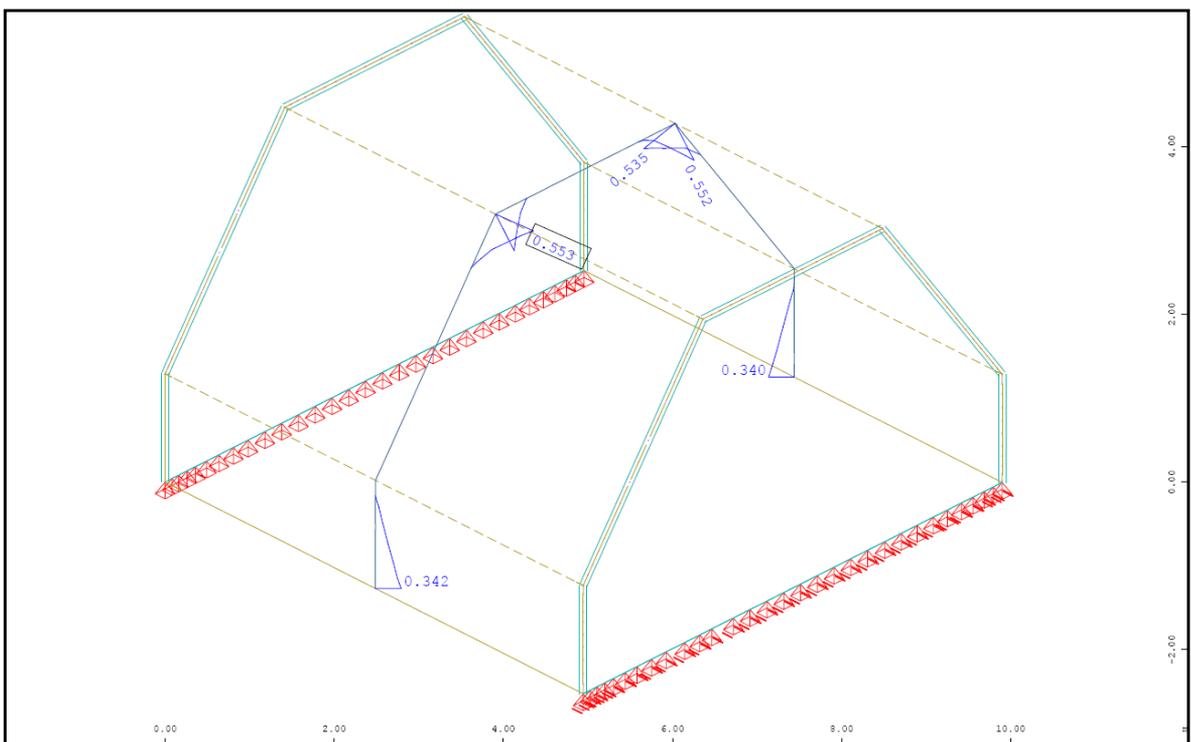


Abb. A- 170: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

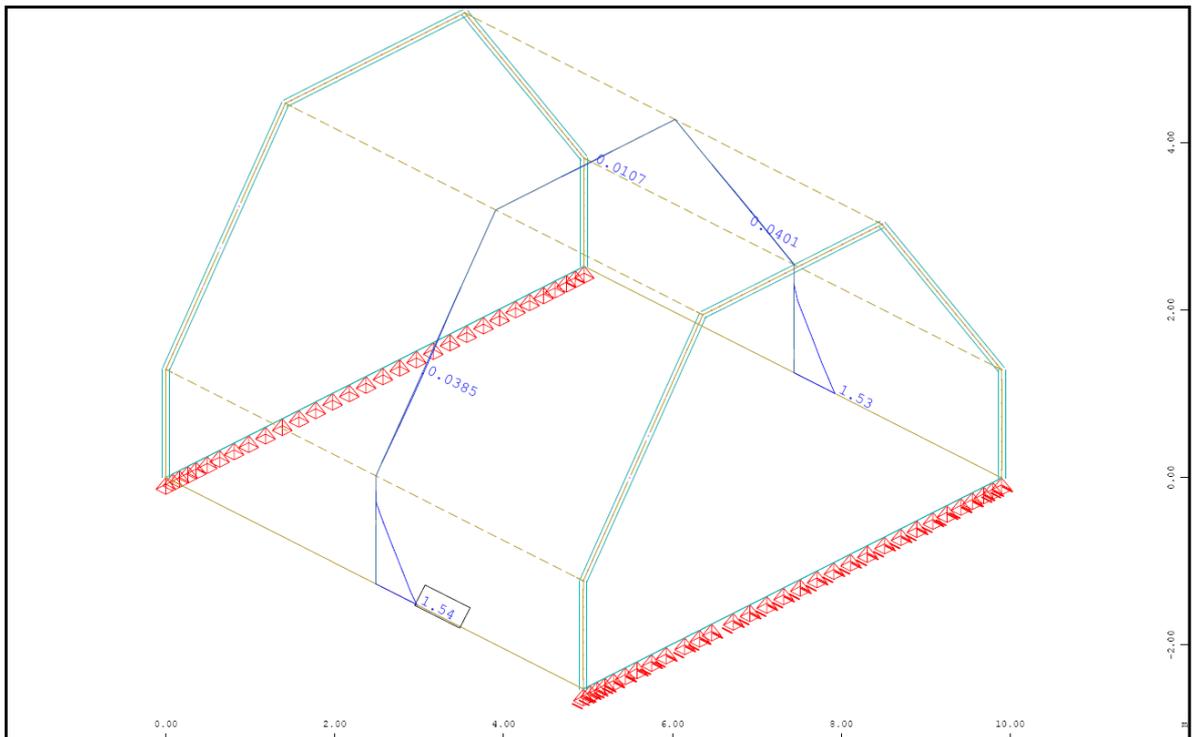


Abb. A- 171: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

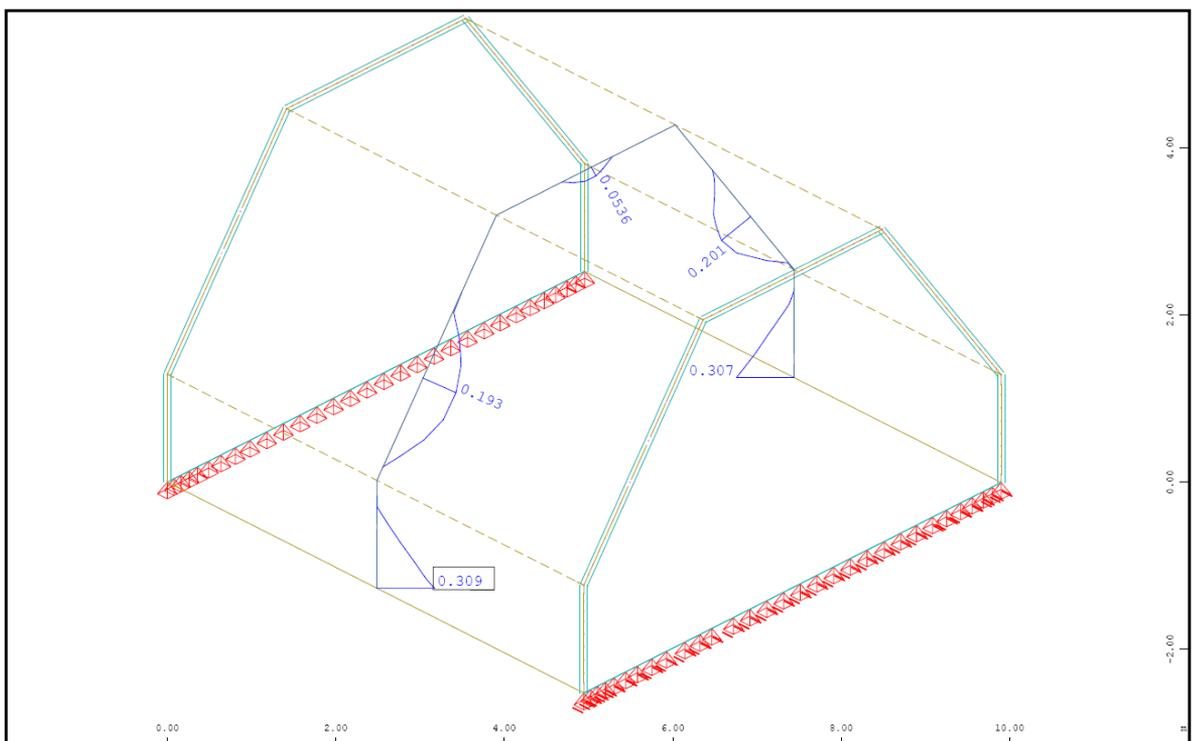


Abb. A- 172: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.2.4.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +2,45* | +2,61 |
| Pkt.C | -4,35 | -3,94 |
| Feld 3 | +1,60 | +1,69 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -2,43 | -14,25 |
| Feld2 | -9,80 | -22,20 |
| Feld3 | -16,90 | -25,97 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +127,0 | +130,48 |
| Pkt.B | -27,90 | -28,20 |
| Pkt.C | -15,60 | -8,49 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,12 | 0,12 | 0,44 |
| Pkt.B | 0,12 | 0,12 | 0,44 |
| Pkt.C | 0,04 | 0,04 | 0,04 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.2.4.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 64,88 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 4,36 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 3,49 | 0,70 | 2,93 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 3,49 | 0,70 | 2,93 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,50 | 0,30 | 0,75 |
| Summe | | | 2,5948 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 2,6138 | 1,60 | 1,5390 | 0,20 | 0,00200 |
| 2,0420 | 0,17 | 0,0210 | 0,24 | 0,47413 |
| 2,0420 | 0,17 | 0,0210 | 0,24 | 0,47413 |
| 0,2250 | -2,00 | 1,2057 | 1,50 | 0,05625 |
| 0,2250 | -2,00 | 1,2057 | 1,50 | 0,05625 |
| 7,1478 | | 3,9923 | | 1,06275 |

Fläche des Falterwerks = 2,5948m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,7547\text{m}$ $z_{so} = 4,456\text{m}$ - $z_{su} = -1,7016\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 5,0550715\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 12973,79\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \right] \cdot 1000 = 13,7983\text{mm}$$

Querbiegemoment des Falwerks in Feldmitte:

Ermittlung durch einen **Durchlaufträger** wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

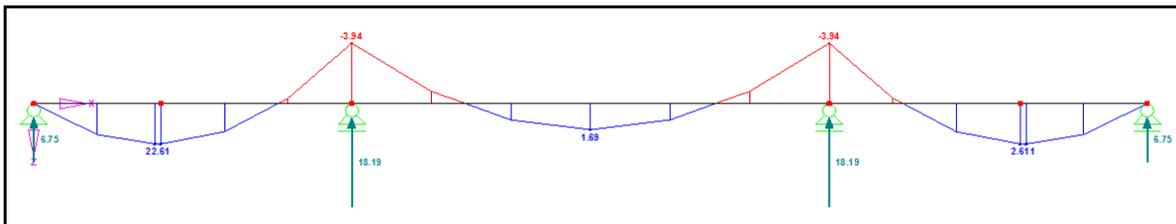


Abb. A- 173: Querbiegemomente M_{yy}

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Trägers**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,20\text{m}$ eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert.

$$q_1 = 5,0 / \cos(55) = 8,717 \text{ kN/m}$$

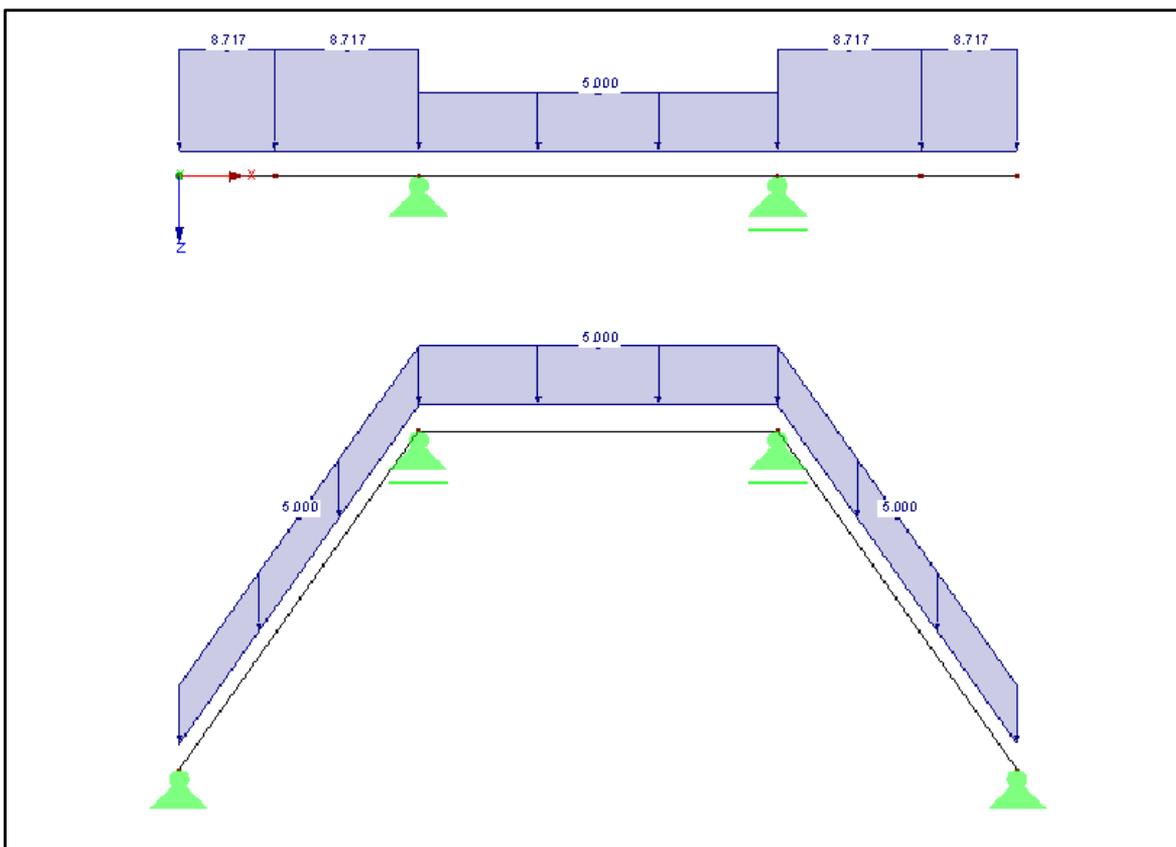


Abb. A- 174: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -4,36 \text{ kNm}$$

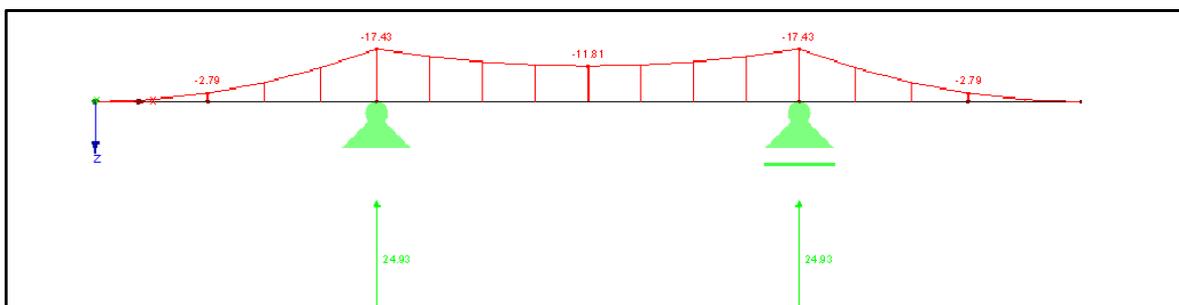
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -17,43 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -11,81 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_C = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 24,93 \text{ kN/m}$$

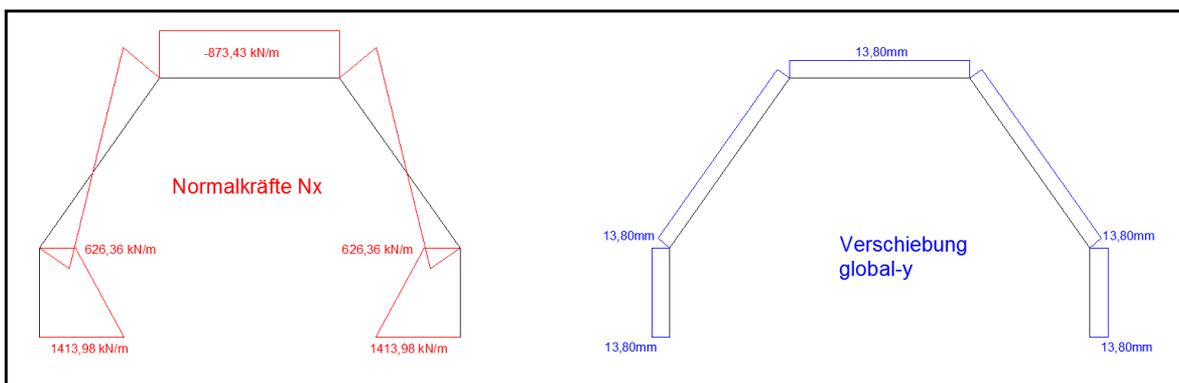
Abb. A- 175: Querbiegemomente M_{yy} **Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte**

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -4367,14 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -873,43 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_U = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 7069,91 \text{ kN/m}^2$$

$$N_U = \sigma_U \cdot 0,20 \text{ m} = 1413,98 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 176: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.2.4.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

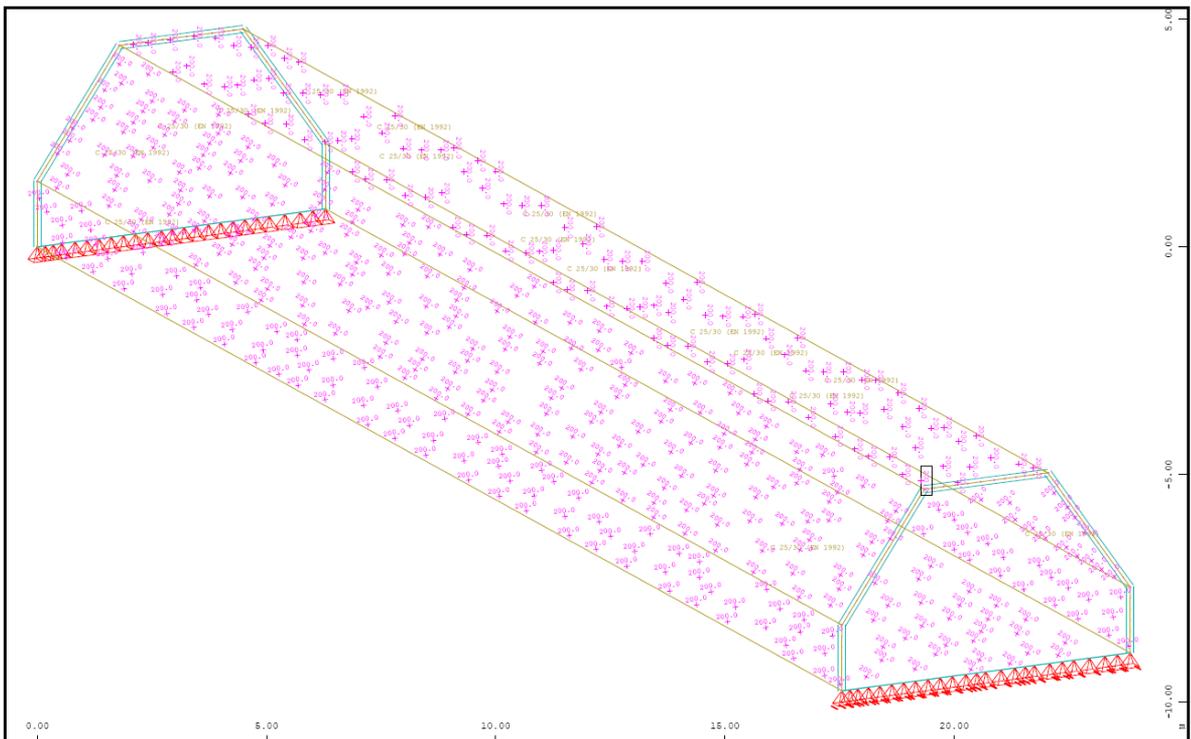


Abb. A- 177: Sofistik : Struktur

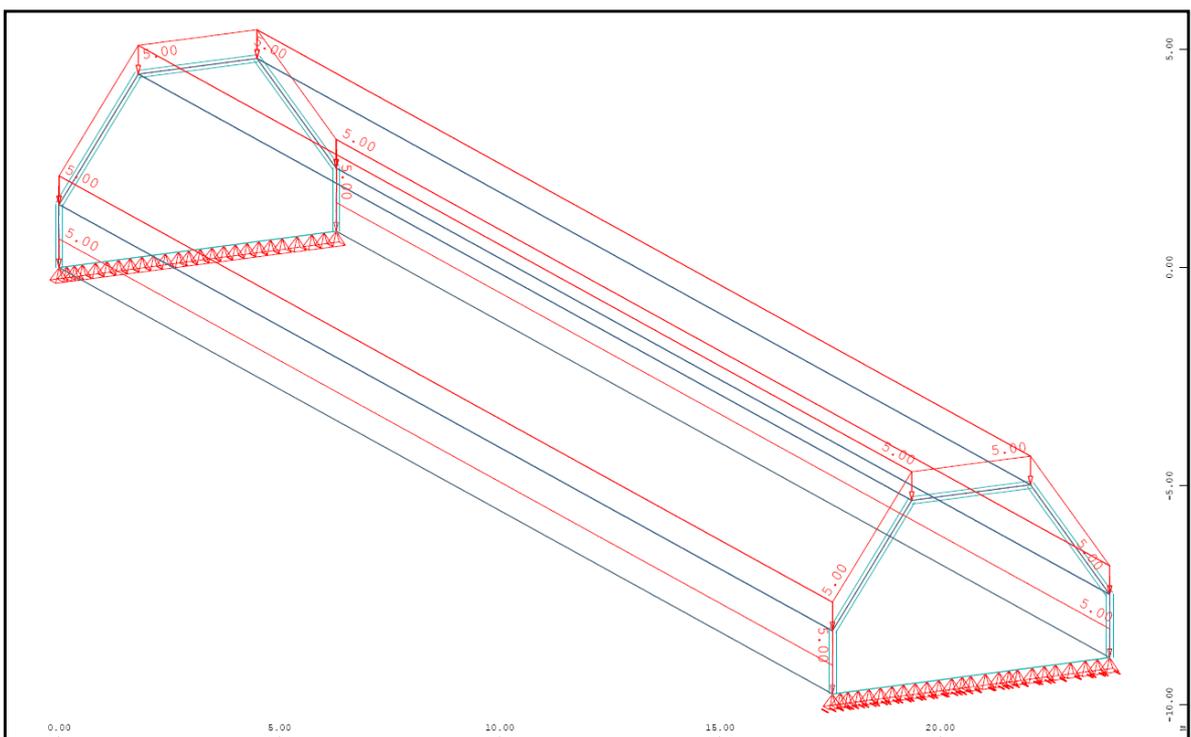


Abb. A- 178: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

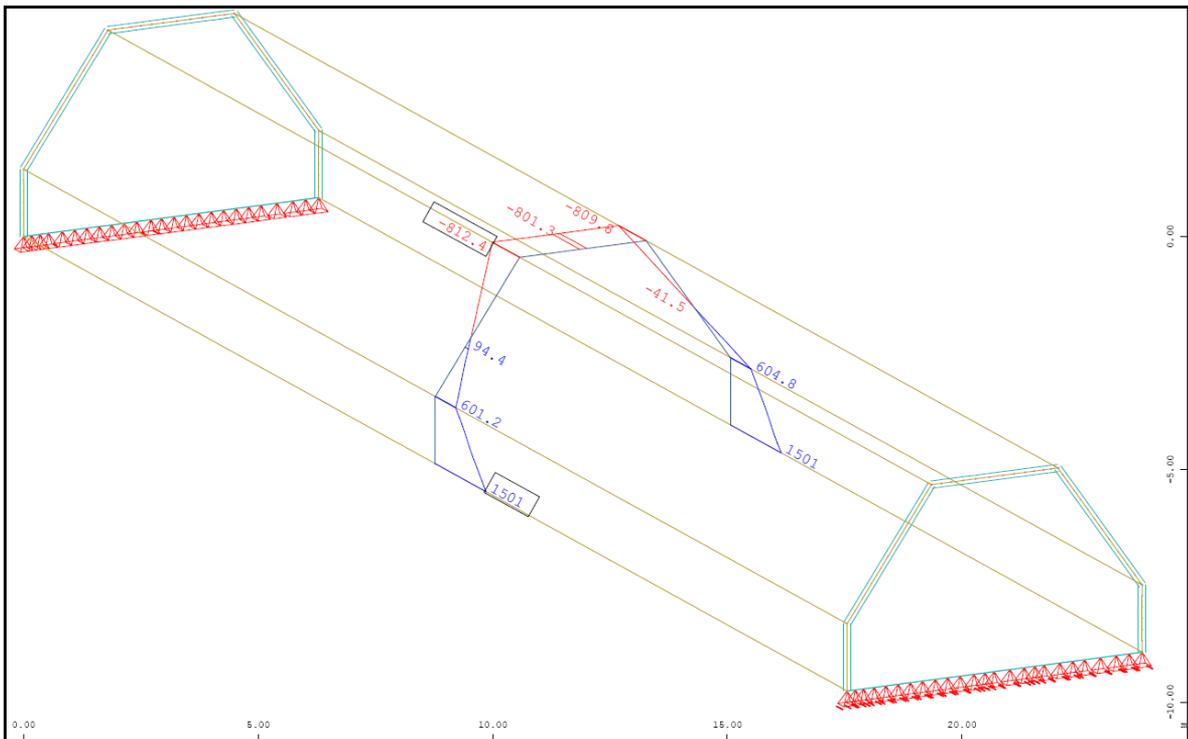


Abb. A- 179: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

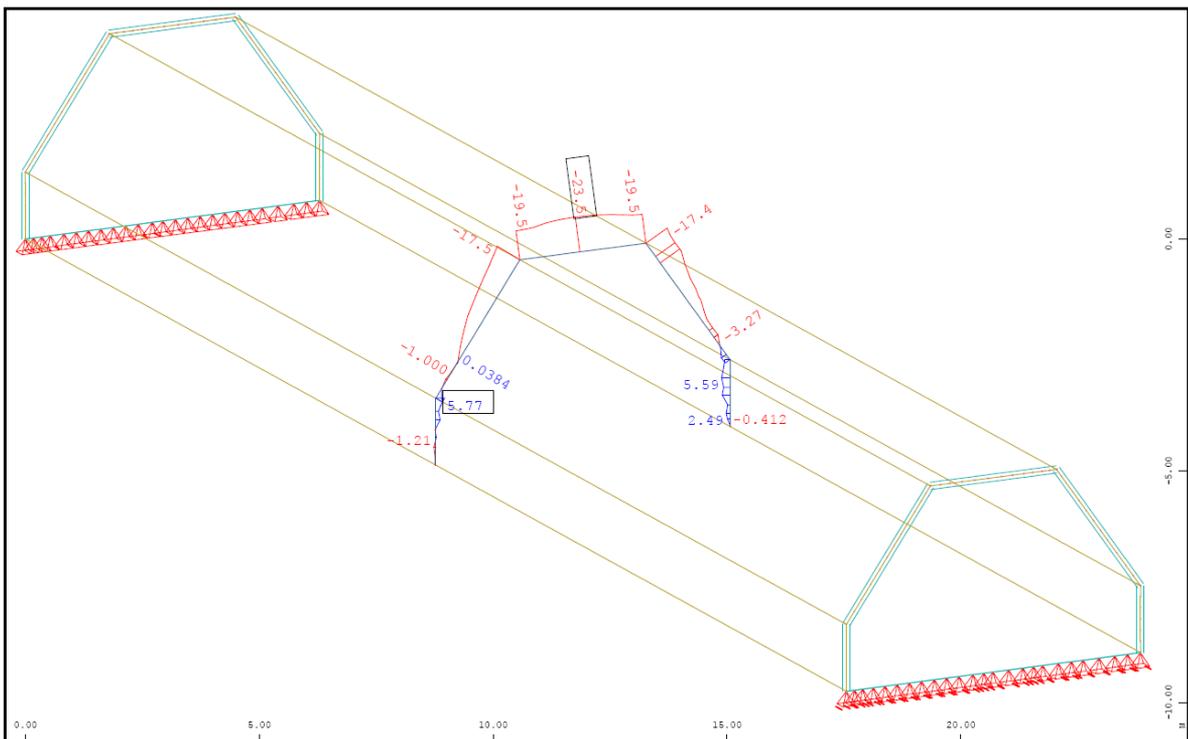


Abb. A- 180: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

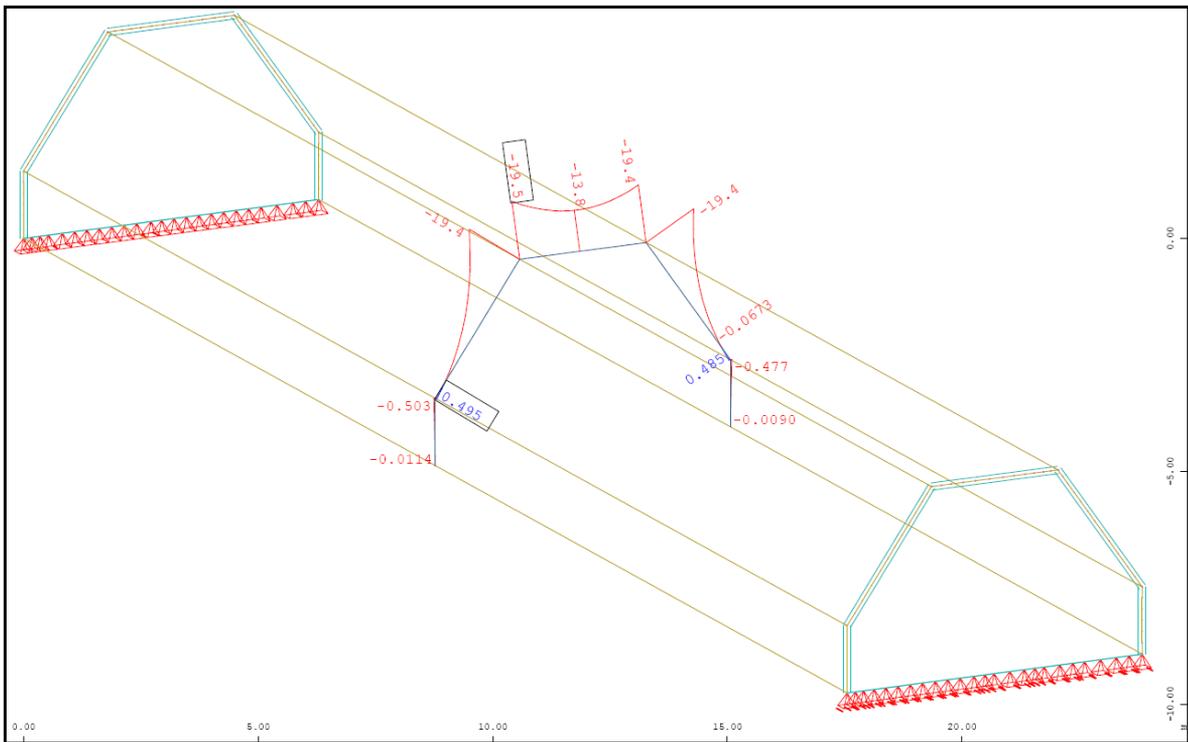


Abb. A- 181: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

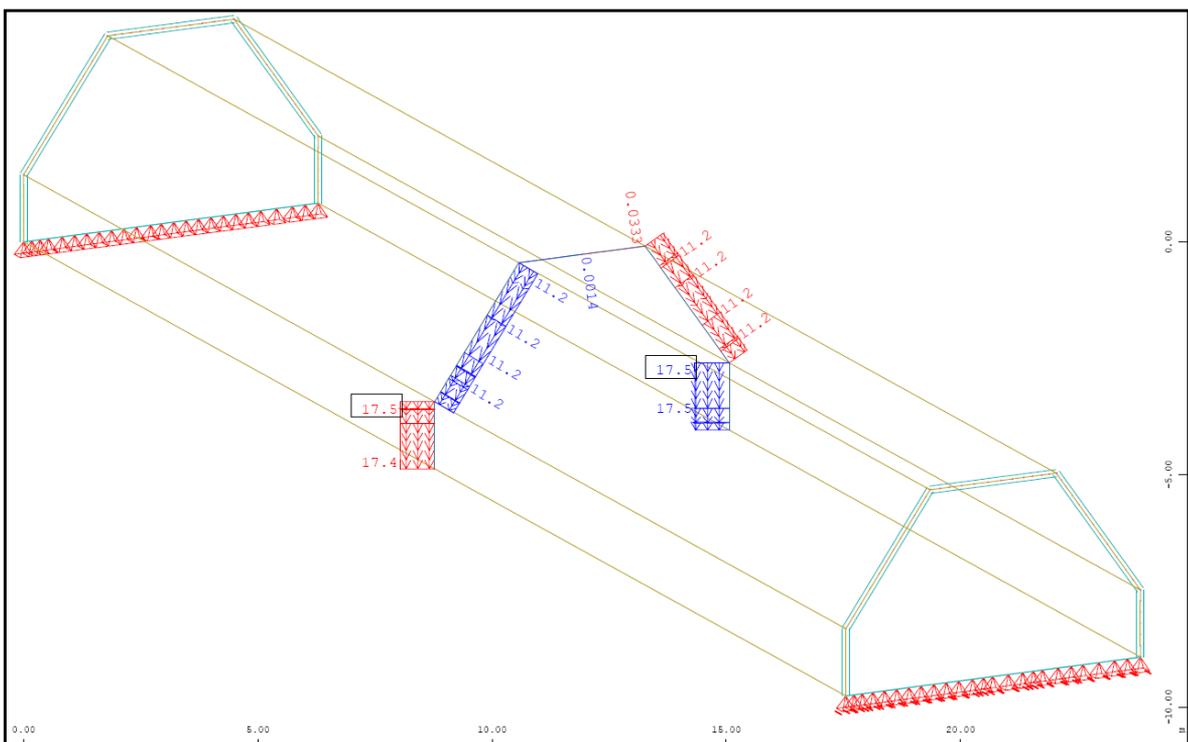


Abb. A- 182: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

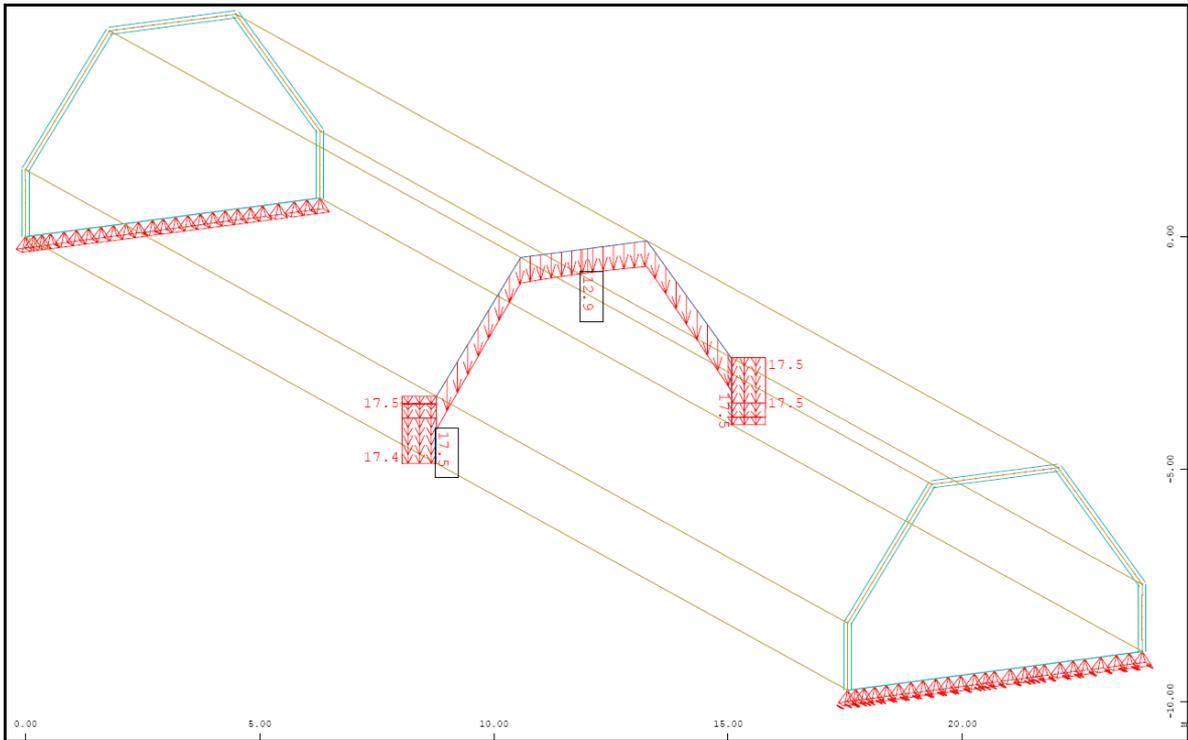


Abb. A- 183: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

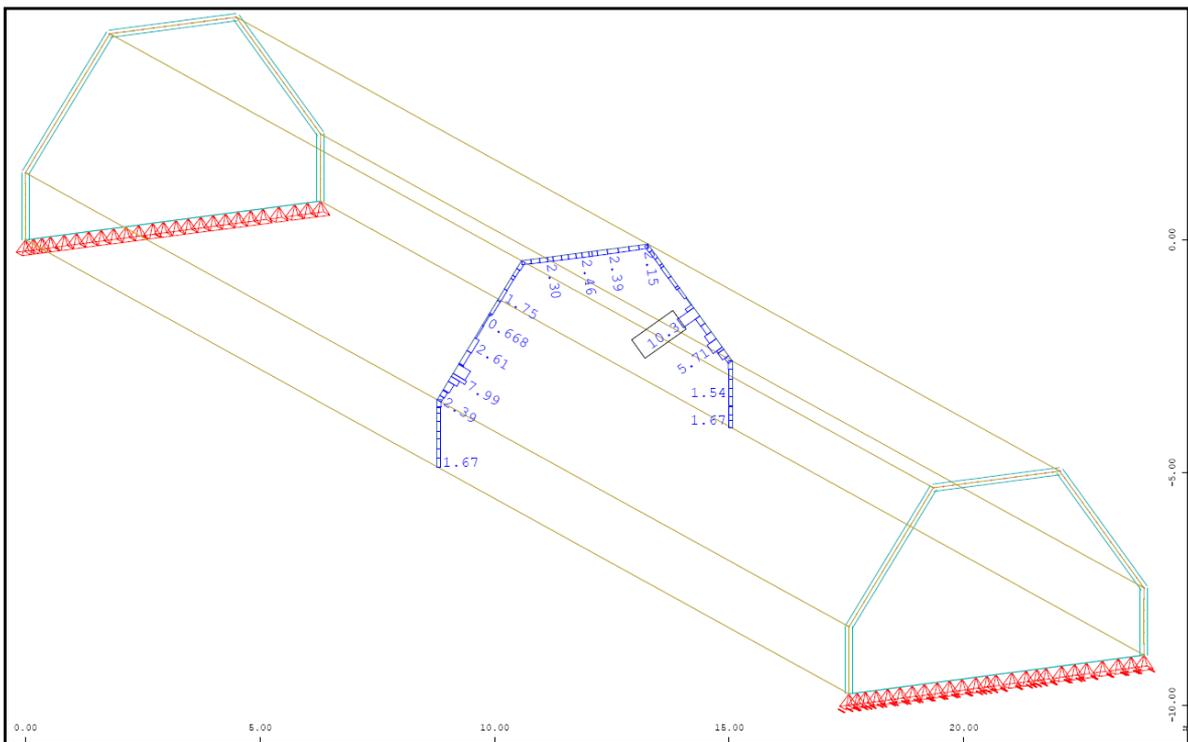


Abb. A- 184: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

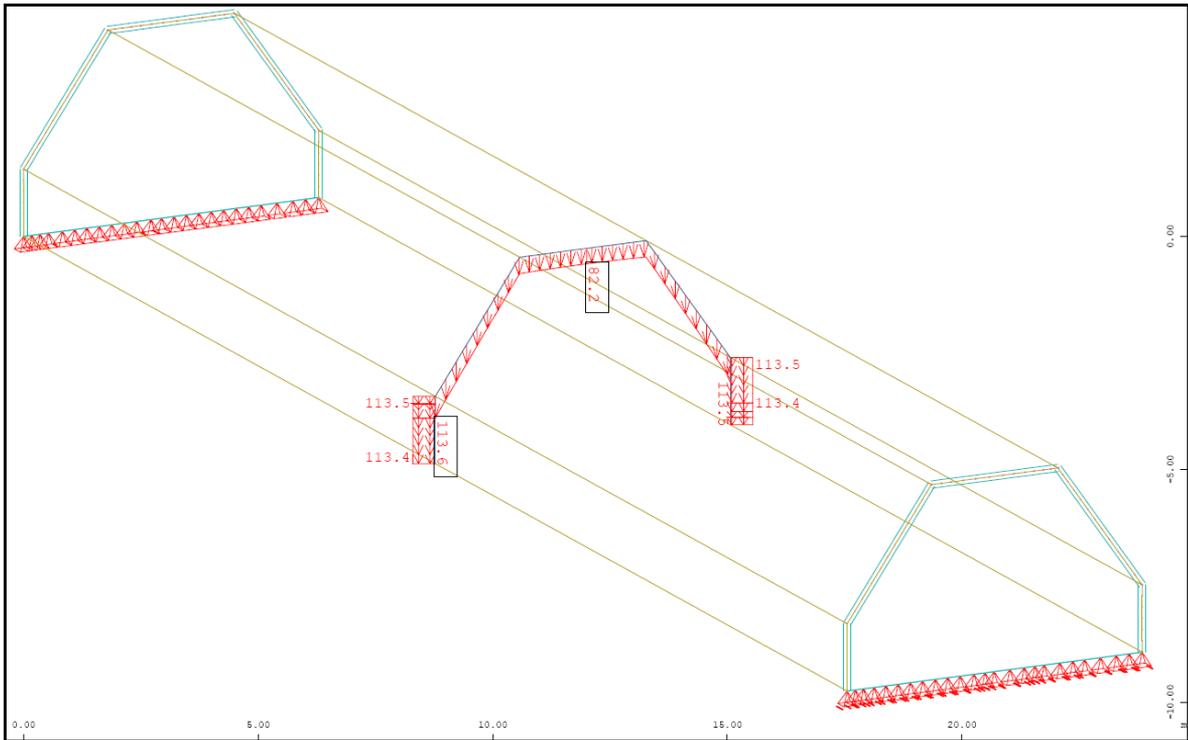


Abb. A- 185: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

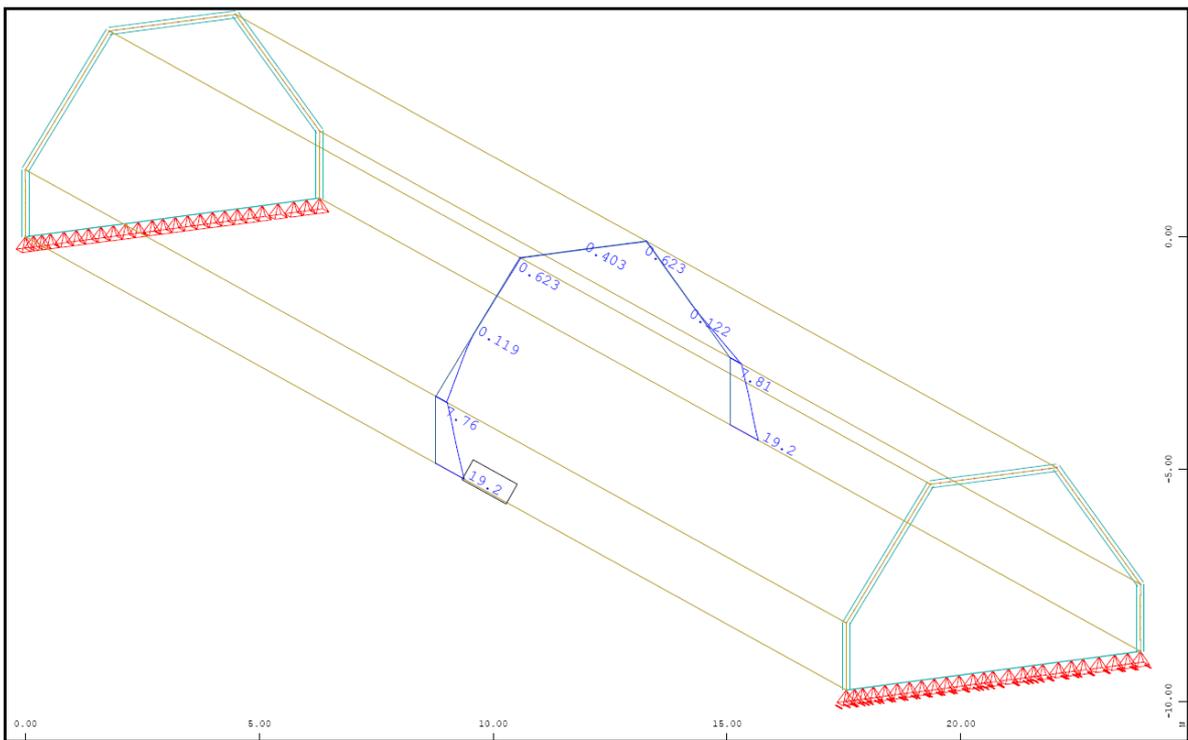


Abb. A- 186: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

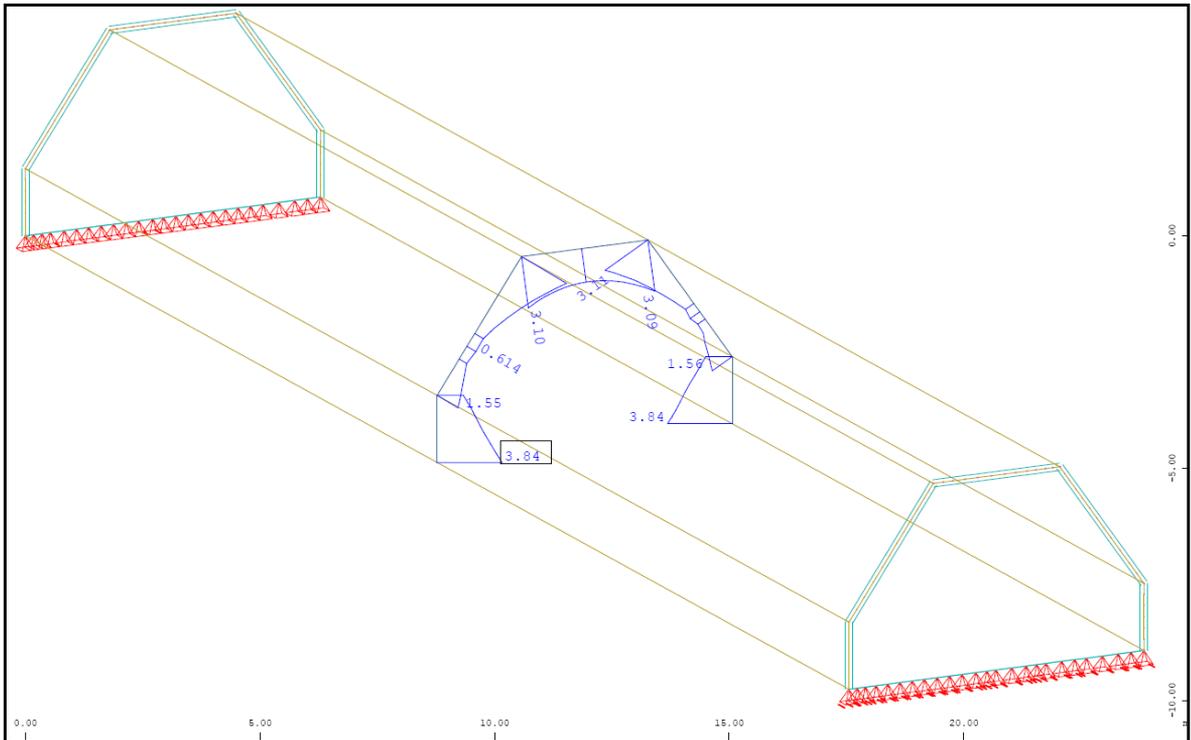


Abb. A- 187: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

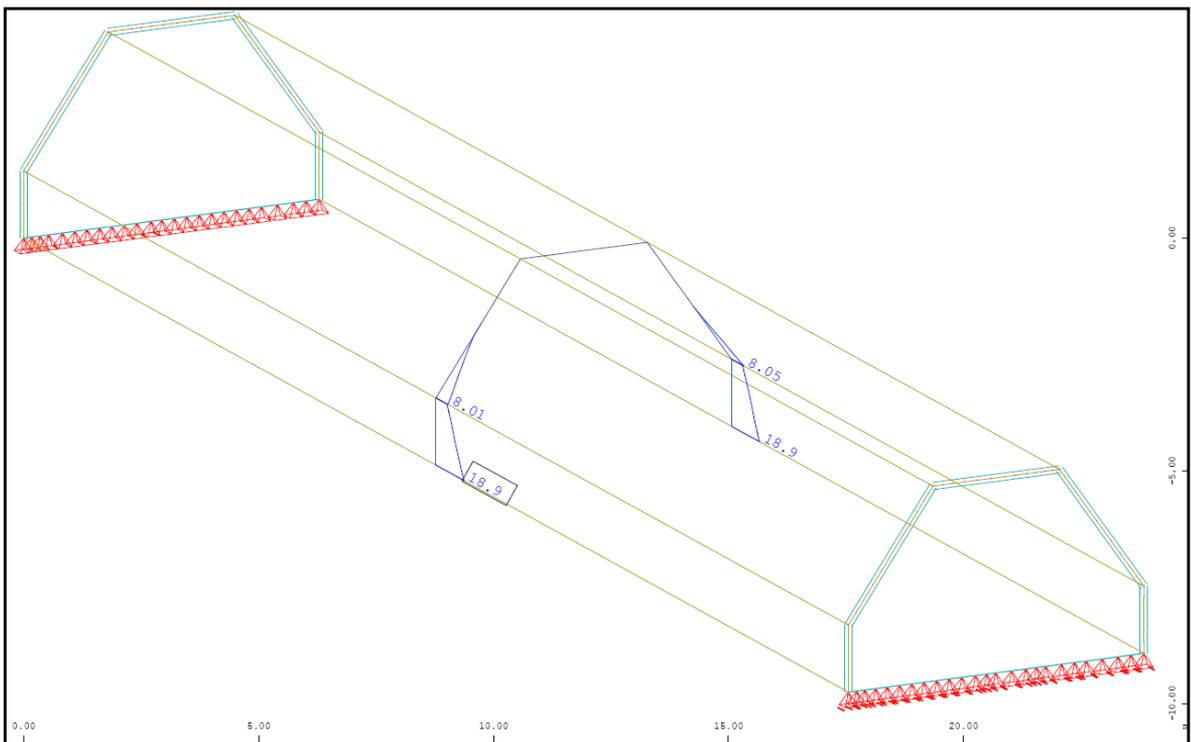


Abb. A- 188: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

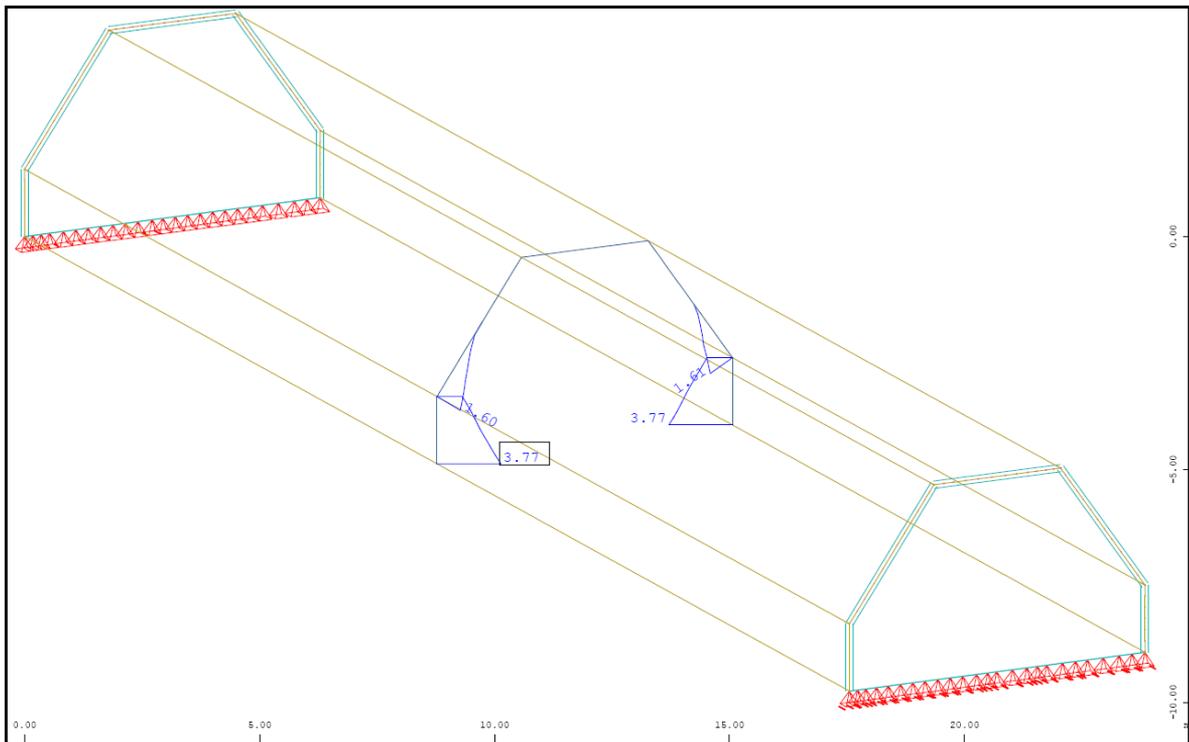


Abb. A- 189: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.2.4.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Durchlaufträger | Kragträger |
|--------|----------|-----------------|------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -3,57* | +2,61 | -4,36 |
| Pkt.C | -19,40 | -3,94 | -17,43 |
| Feld 3 | -13,80 | +1,69 | -11,81 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | -2,28 | ---- |
| Feld2 | -9,25 | ---- |
| Feld3 | -23,50 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +1501,0 | +1414,0 |
| Pkt.B | +601,2 | +626,4 |
| Pkt.C | -812,4 | -873,4 |

Verschiebung Global-Z in [mm] / Differenz in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 17,5 | 113,5 | 13,8 |
| Pkt.B | 17,5 | 113,5 | 13,8 |
| Pkt.C | 12,9 | 82,2 | 13,8 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C_{x=0,4 \cdot l} = q_x \cdot l^2 \cdot 0,12$

1.3. Tonnendach unter Veränderung der Querschotenhöhe

Bei der Berechnung der verändernden Querschotenhöhe (in Abb. blau gekennzeichnet) des Tonnendachs wird so vorgegangen, dass wie auch unter Pkt. 6.2, die Dreischübegleichung mit einer Spannweite von 7m und die Balkentheorie mit einer Spannweite von 40m untersucht wird. Weiters wird noch eine gleichbleibende Dachneigung von 45° und eine Plattendicke von 20cm angenommen.

Der Vergleich berücksichtigt eine verändernde Querschotenhöhe von 1,50m, 1,00m, 0,50m und 0m.

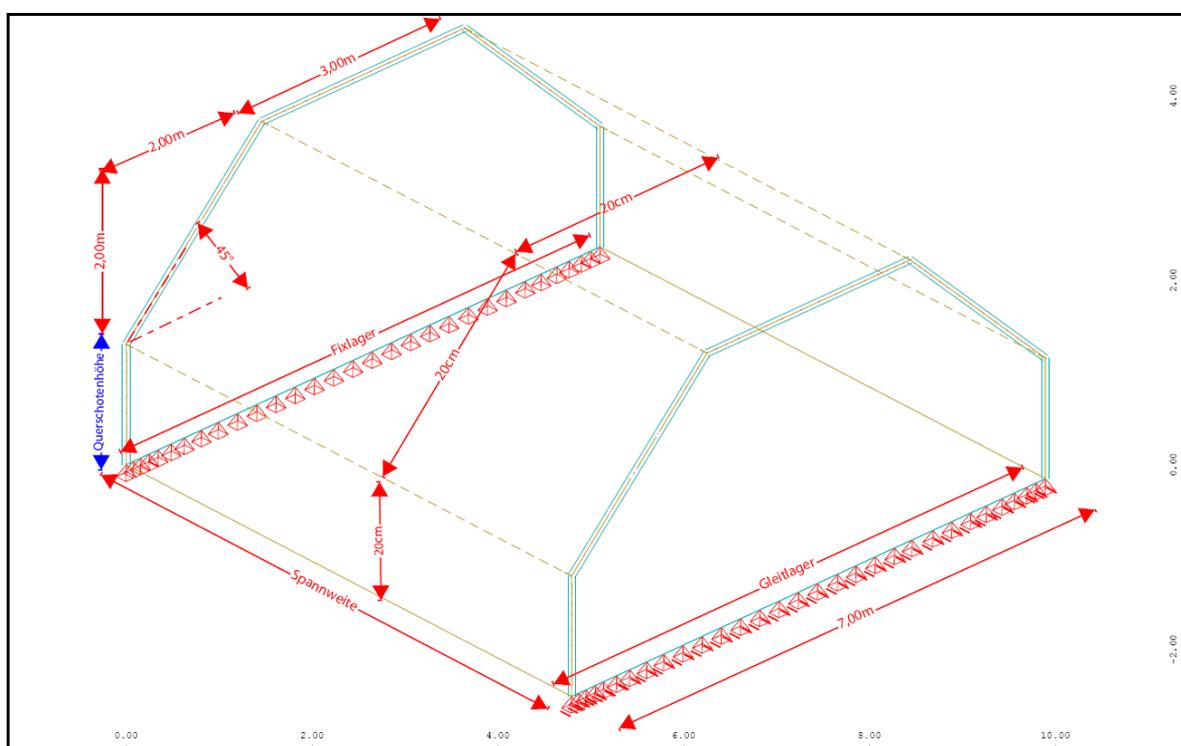


Abb. A- 190: Sofistik : Abmessungen

1.3.1. Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 1,50m

Das Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 1,50m wurde im Pkt. 1.1.1 (Dreischübegleichung) und Pkt. 1.1.6 (Balkentheorie) schon behandelt.

1.3.2. Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 1,00m

1.3.2.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltworks mittels Dreischübegleichung, werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und der $0,20\text{m}$ dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Durch die jeweilige Neigung der Faltwerkscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_1 = 5,0 / \cos (45) = 7,07 \text{ kN/m}$

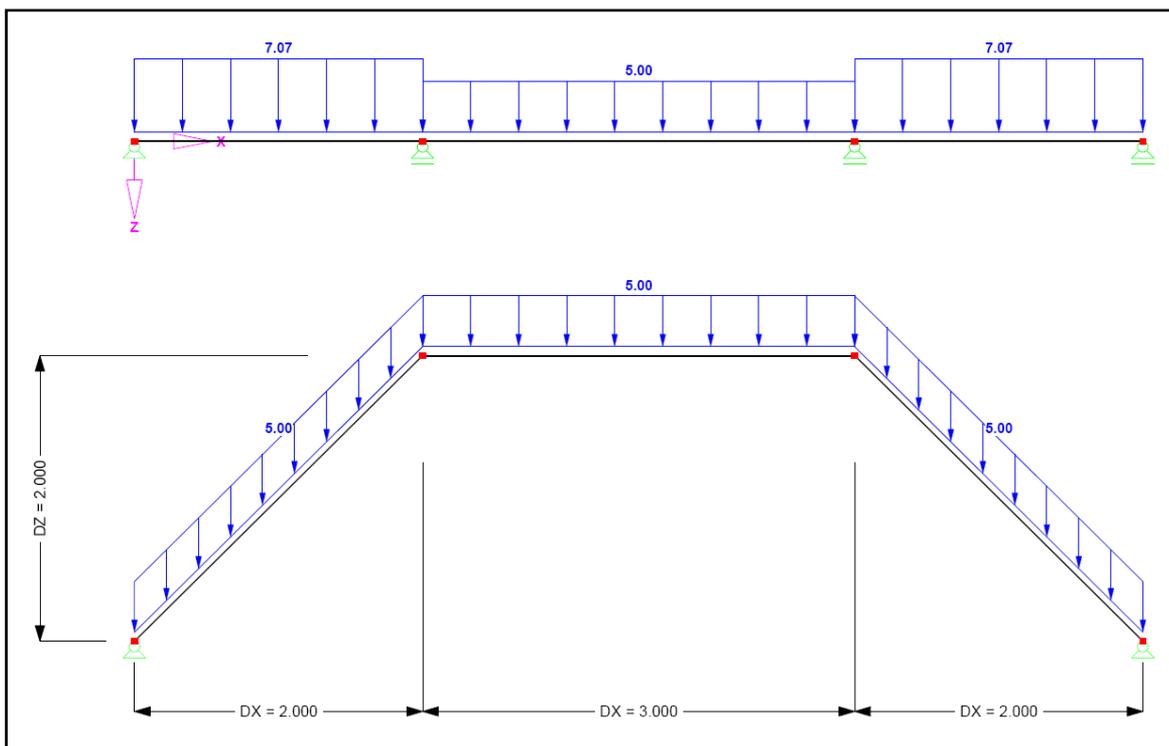
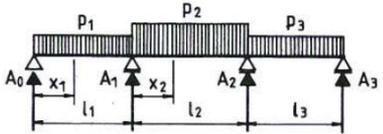


Abb. A- 191: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägersbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 192: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,92 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -3,68 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

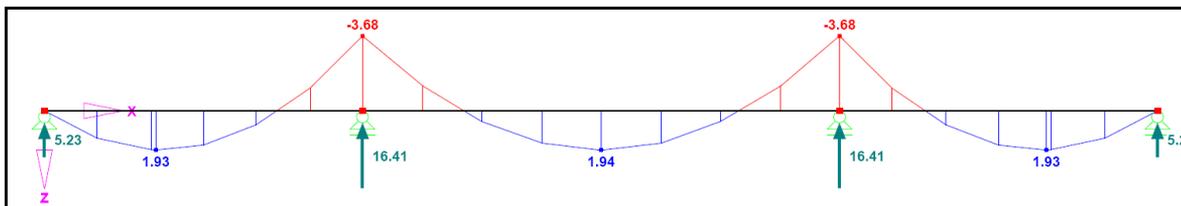
$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,94 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 5,23 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,20 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^3 (\text{Querschote}) = 10,23 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 16,41 \text{ kN / m}$$

Abb. A- 193: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltworks

Scheibe 1 (Querschote)

Fläche $A_1 = 0,20\text{m} \times 1,00\text{m} = 0,20\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_1 = (0,20\text{m} \times 1,00\text{m}^2)/6 = 0,03\text{m}^3$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Fläche $A_2 = 0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ) = 0,57\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_2 = [0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ)^2]/6 = 0,27\text{m}^3$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Fläche $A_3 = 0,20\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,60\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,02\text{m}^3$

Scheibenlasten des Faltworks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$p_1 = A_B = 10,23\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (10,23 \times 7^2)/8 = 62,66\text{kNm}$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41/\sin 45^\circ = 23,21\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 7^2)/8 = 142,17\text{kNm}$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41\text{kN}$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 86,27 \text{ kN}$$

$$T_C = 21,93 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 1017,14 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 203,43 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -154,41 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -30,88 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -73,09 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -14,62 \text{ kN/m}$$

Verschiebungen lokal y in Feldmitte mithilfe der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 81,33 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 4,64 \cdot 10^{-6} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0237 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,0335 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 1171,55 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20\text{m} \cdot E \cdot 1,00\text{m}} = 0,0002 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,9645 \text{ mm}$$

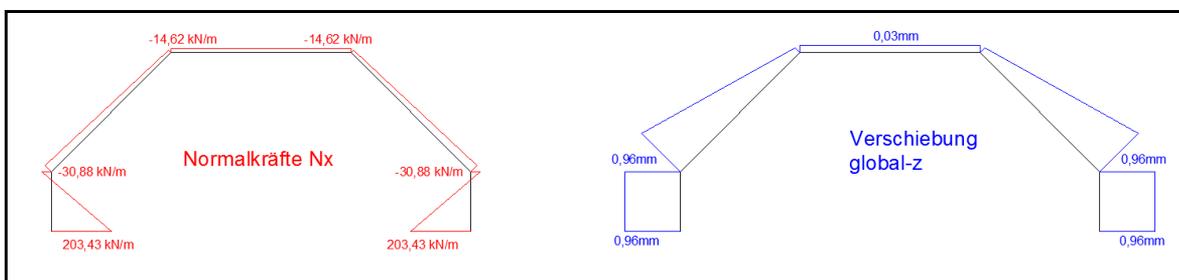


Abb. A- 194: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.3.2.2. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

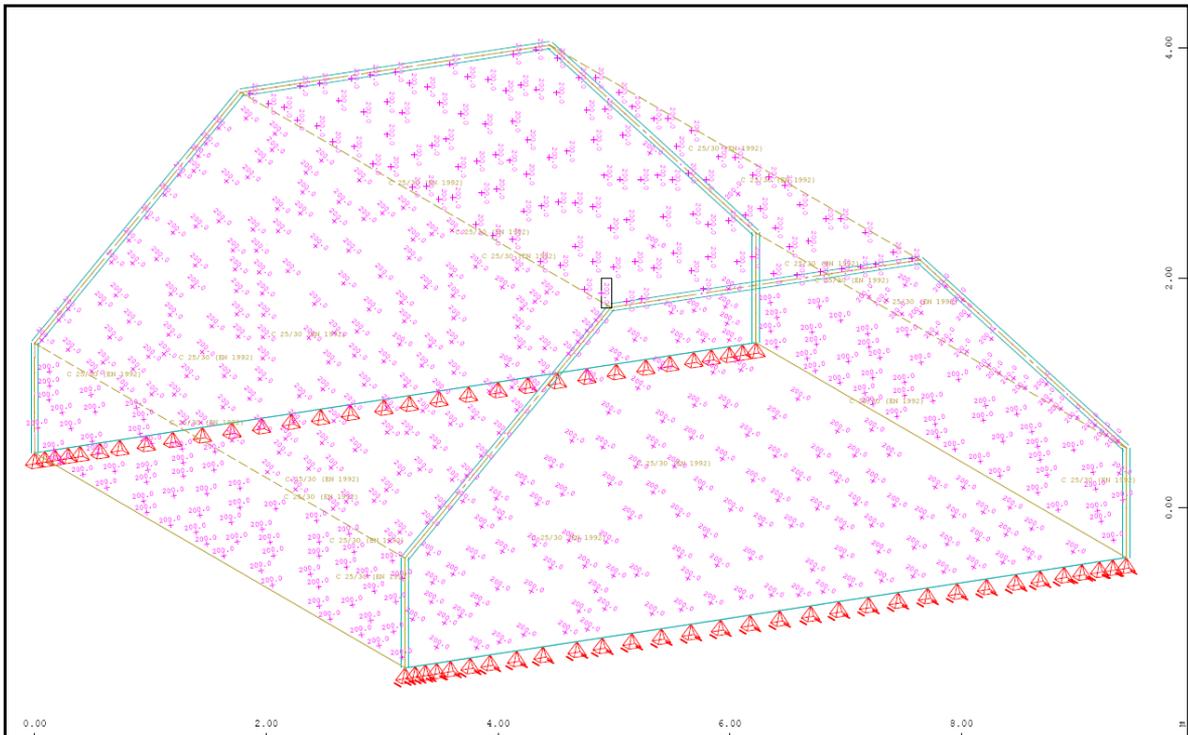


Abb. A- 195: Sofistik : Struktur

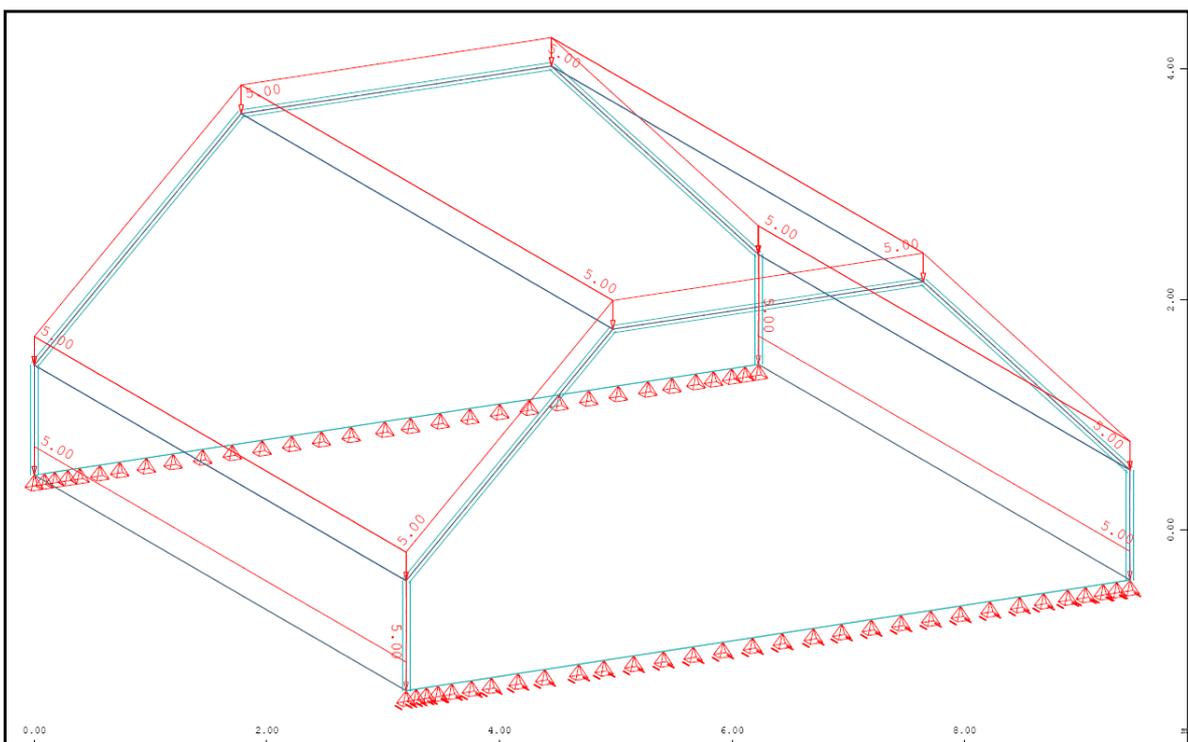


Abb. A- 196: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

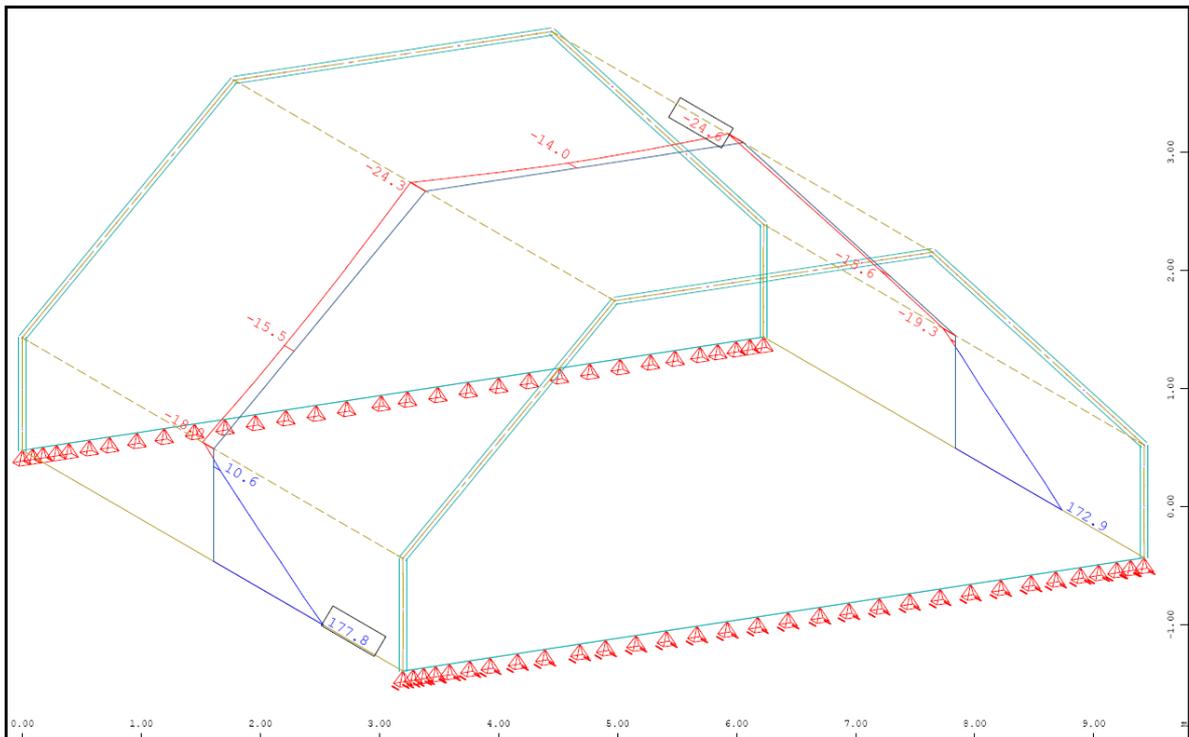


Abb. A- 197: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

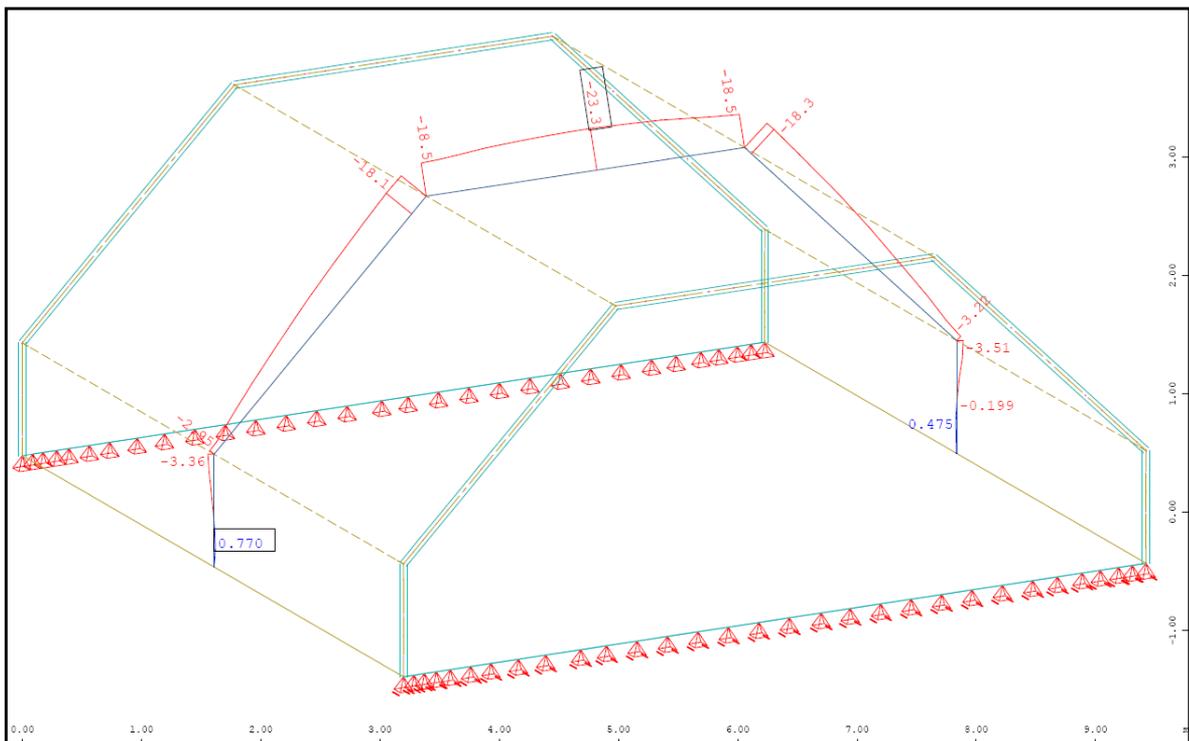


Abb. A- 198: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

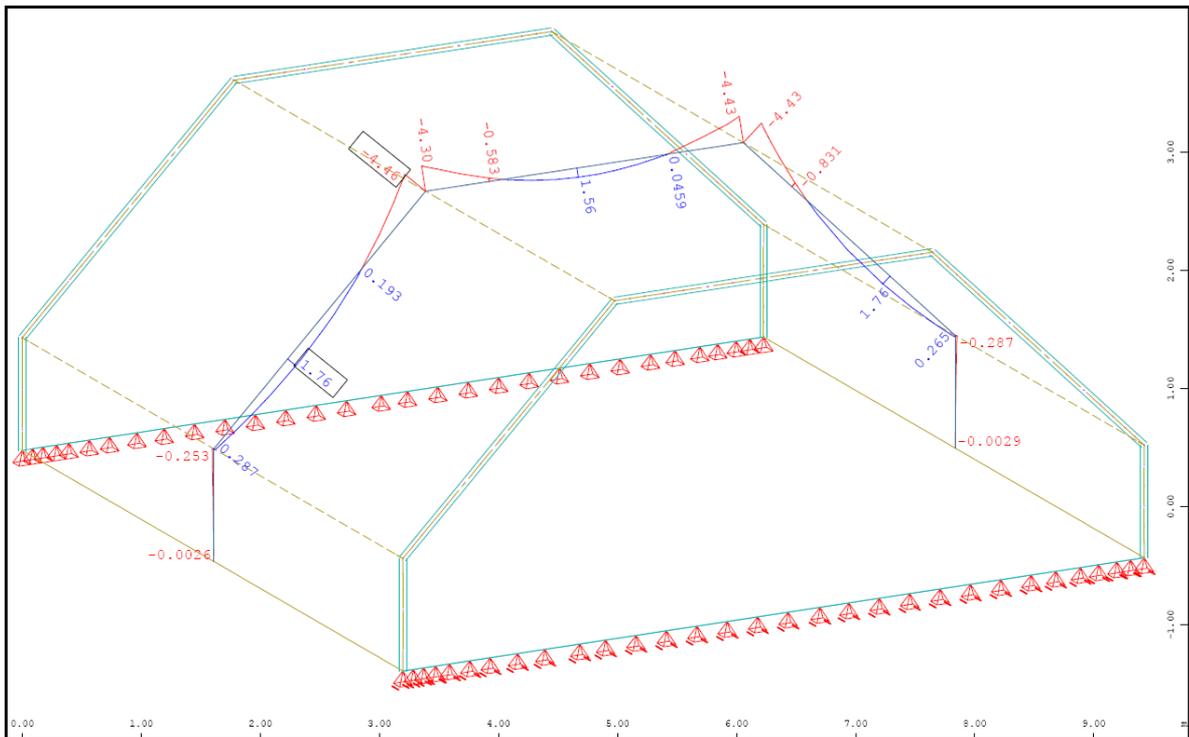


Abb. A- 199: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

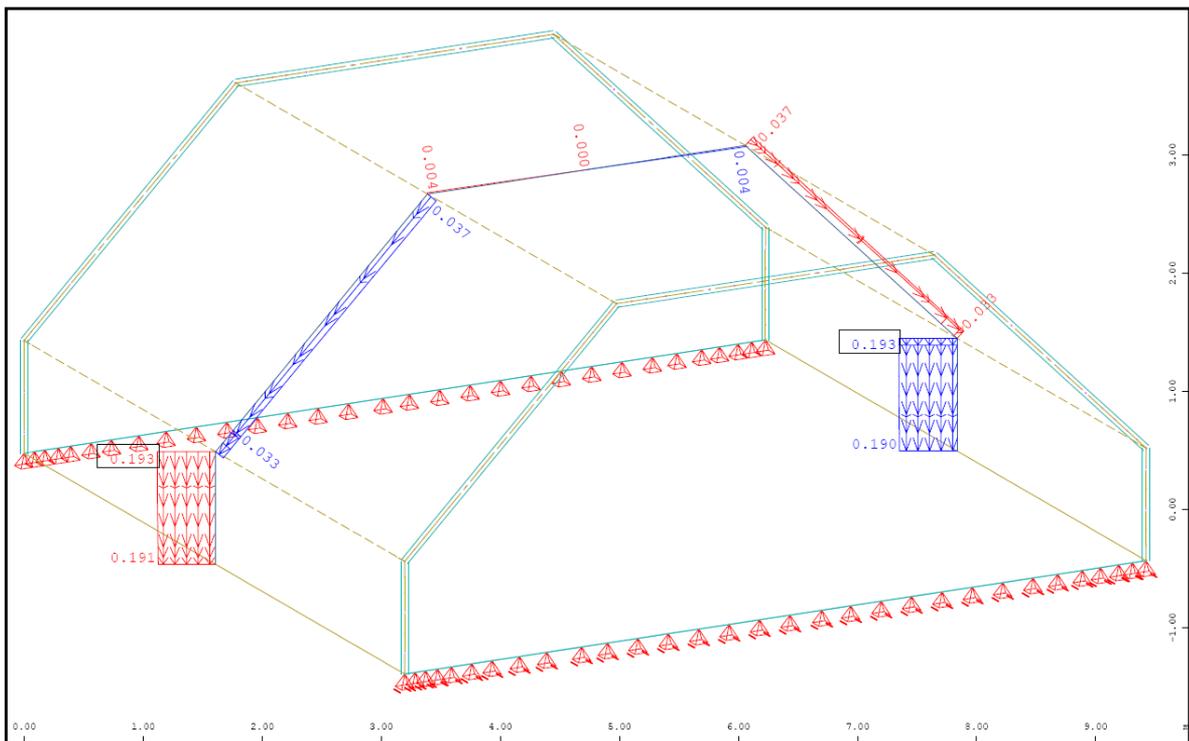


Abb. A- 200: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

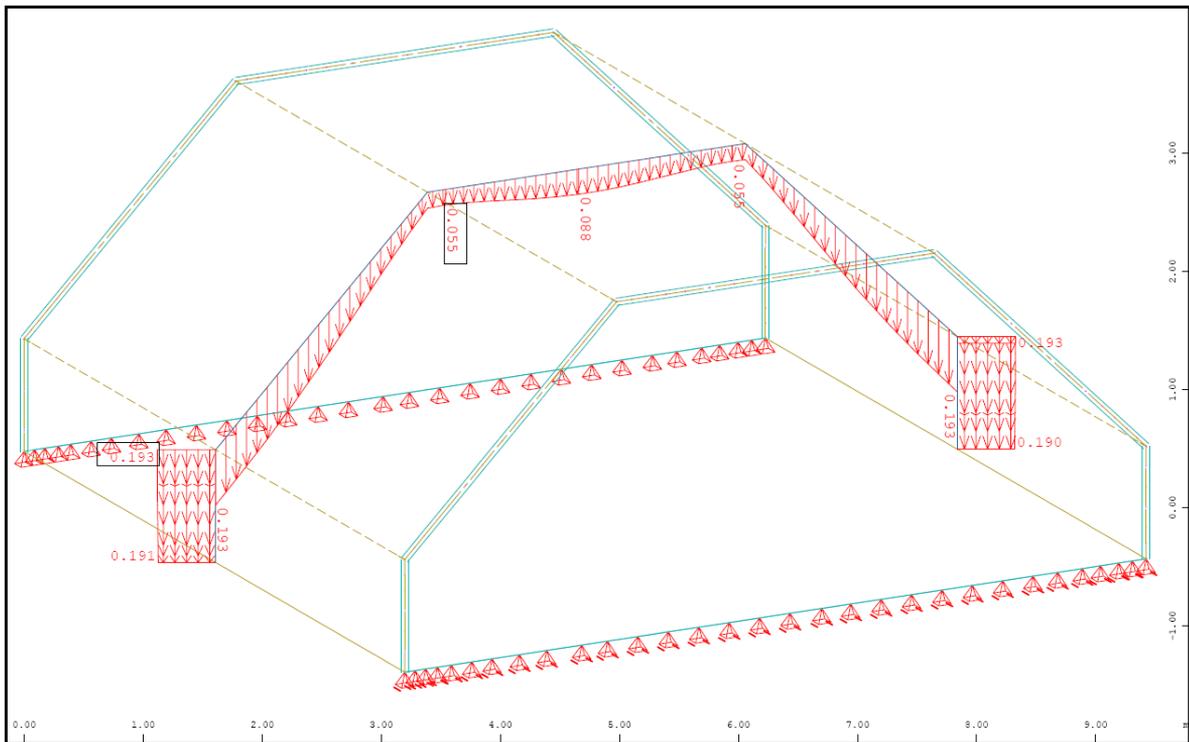


Abb. A- 201: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

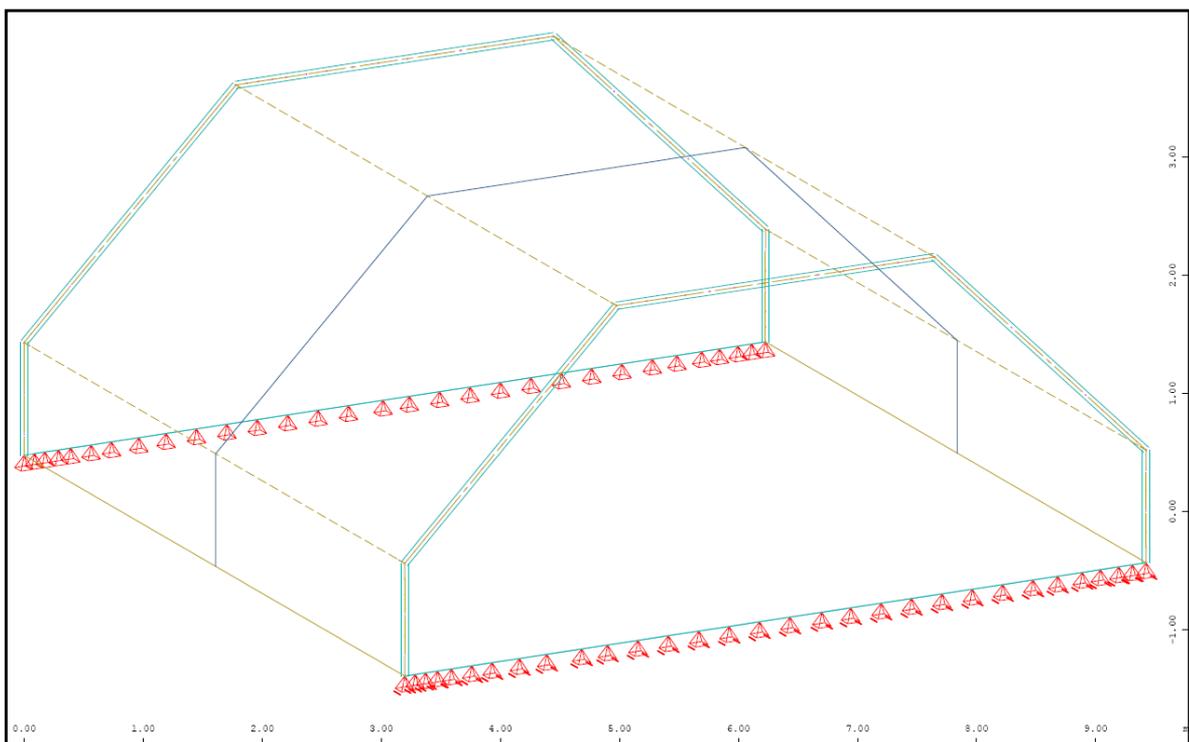


Abb. A- 202: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

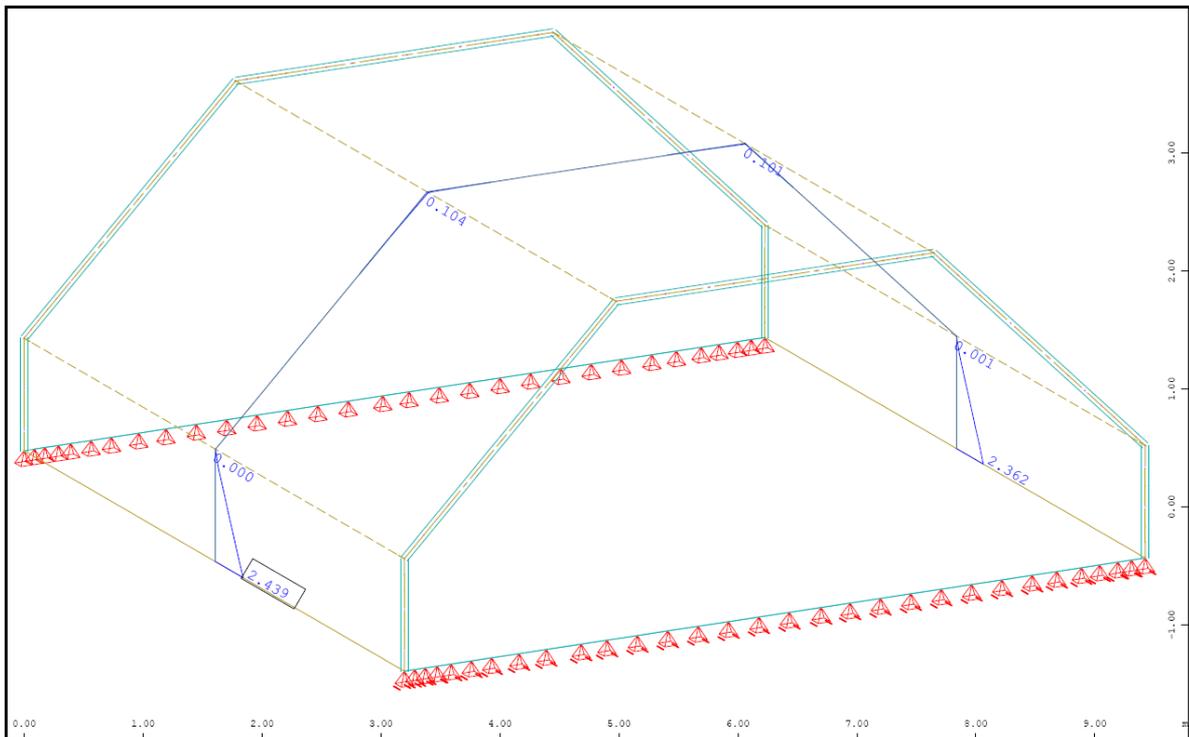


Abb. A- 203: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

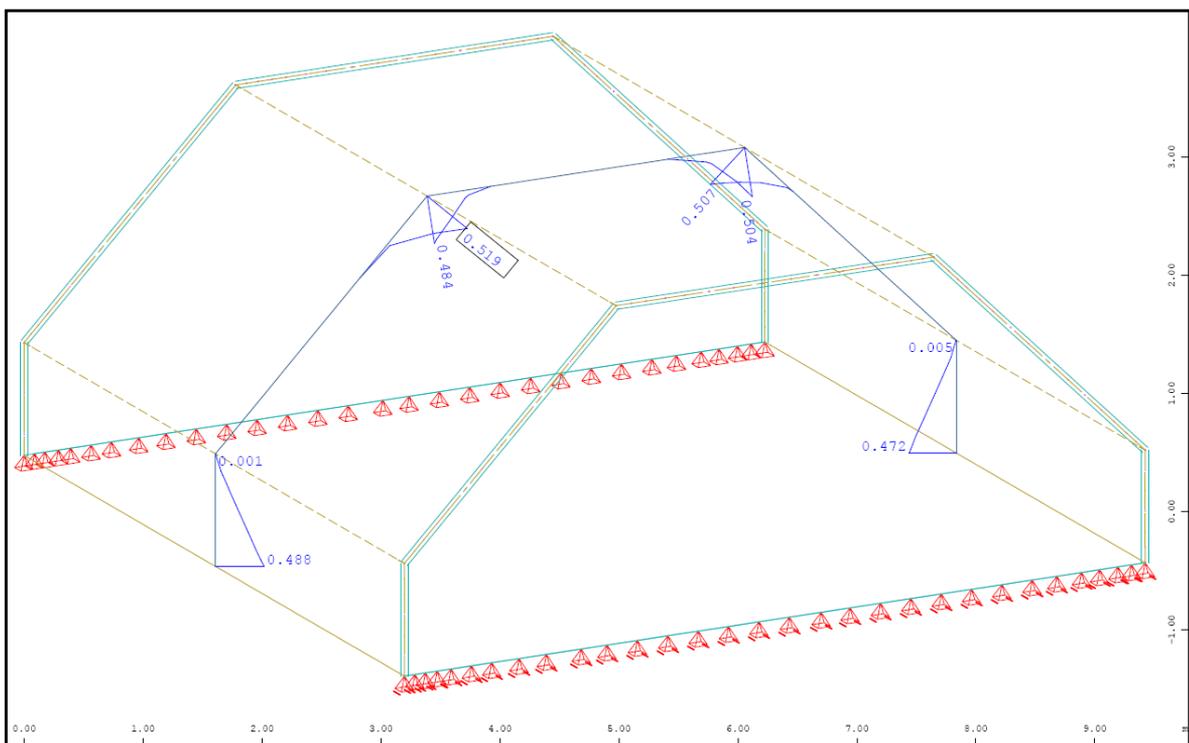


Abb. A- 204: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

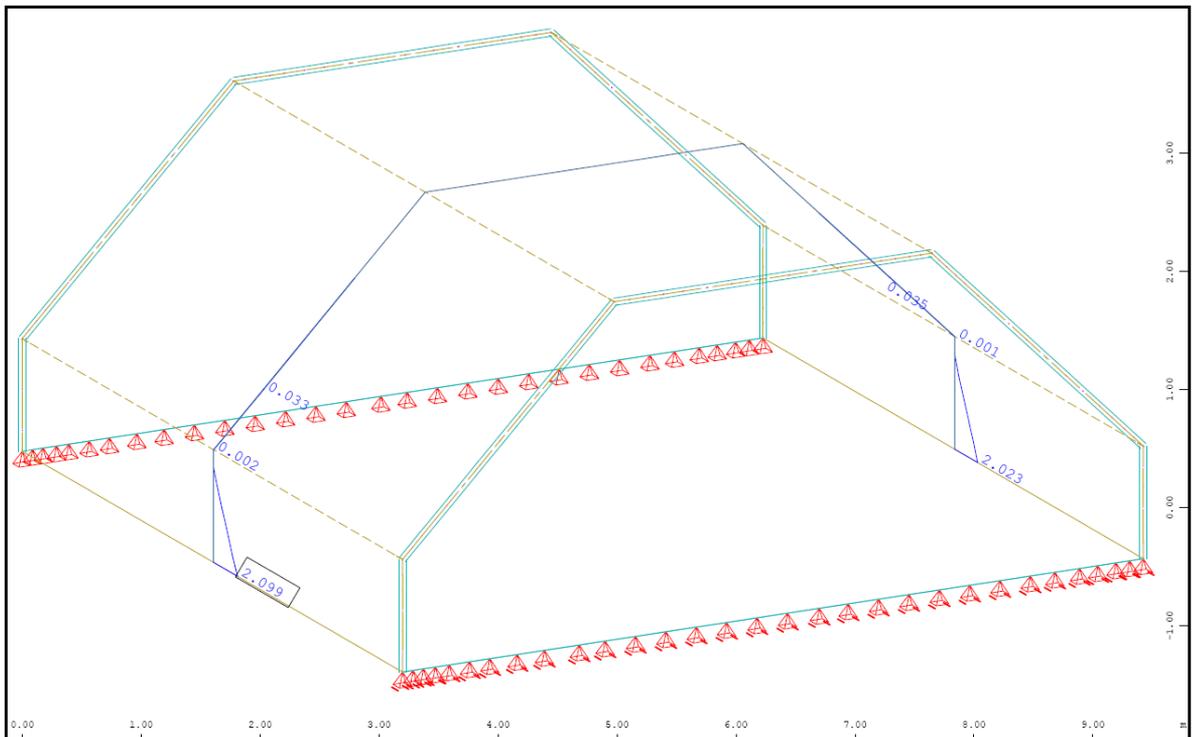


Abb. A- 205: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

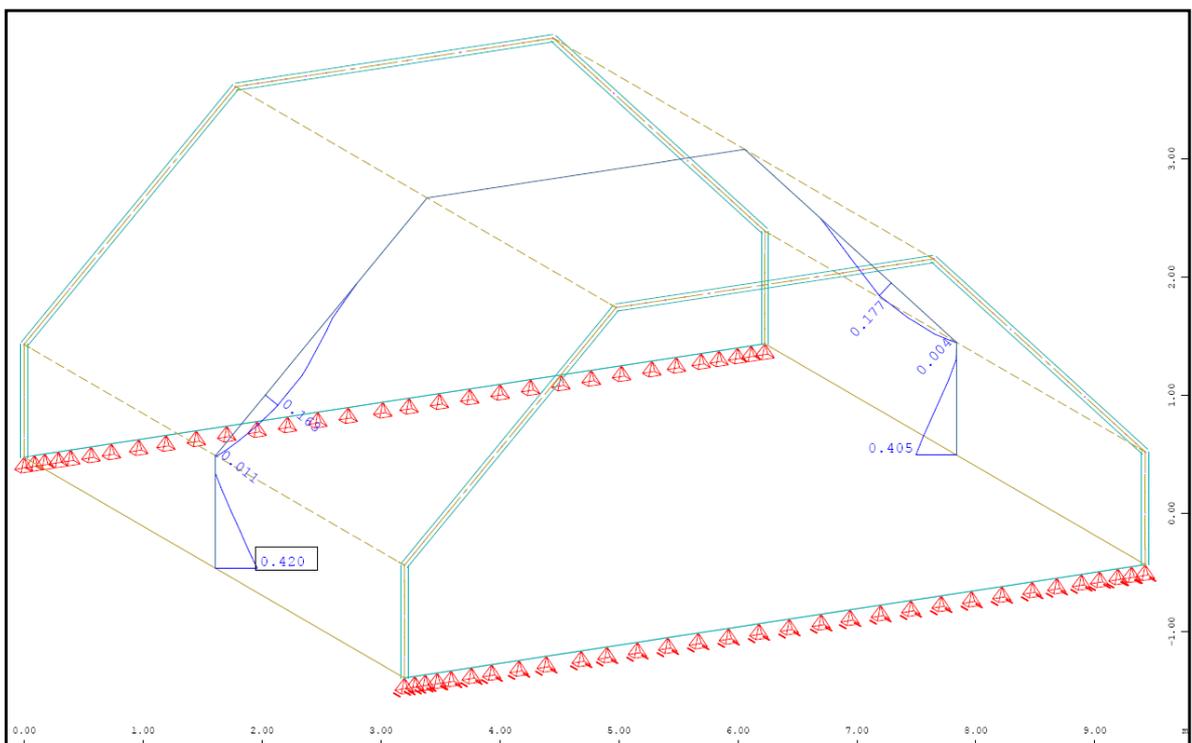


Abb. A- 206: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.3.2.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +1,61* | +1,92 |
| Pkt.C | -4,46 | -3,68 |
| Feld 3 | +1,56 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -1,68 | -10,23 |
| Feld2 | -10,53 | -23,21 |
| Feld3 | -23,3 | -16,41 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +177,8 | +203,43 |
| Pkt.B | -18,0 | -30,88 |
| Pkt.C | -24,3 | -14,62 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,19 | 0,19 | 0,96 |
| Pkt.B | 0,19 | 0,19 | 0,96 |
| Pkt.C | 0,06 | 0,06 | 0,03 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C \cdot 0,40 + q_x \cdot l^2 \cdot 0,12$

1.3.2.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 53,28 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 3,00 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 2,00 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 2,00 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,00 | 0,20 | 0,50 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 1,00 | 0,20 | 0,50 |
| Summe | | | 2,1314 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 1,8000 | 1,00 | 0,6000 | 0,20 | 0,00200 |
| 1,1314 | 0,00 | 0,0000 | 0,28 | 0,18856 |
| 1,1314 | 0,00 | 0,0000 | 0,28 | 0,18856 |
| 0,1000 | -1,50 | 0,4500 | 1,00 | 0,01667 |
| 0,1000 | -1,50 | 0,4500 | 1,00 | 0,01667 |
| 4,2627 | | 1,5000 | | 0,41246 |

Fläche des Falterwerks = 2,1314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,00\text{m}$ $z_{so} = 3,10\text{m} - z_{su} = 1,10\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 1,91246\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 10656,85\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 29,9588\text{mm}$$

Querbiegemoment des **Faltwerks** in **Feldmitte**:

Ermittlung durch einen **Durchlaufträger** wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

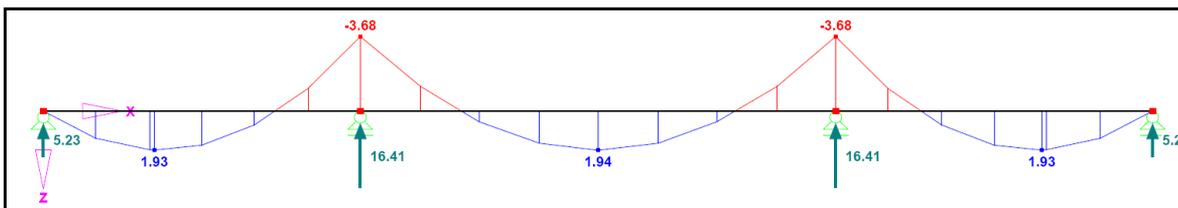


Abb. A- 207: Querbiegemomente M_{yy}

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Träger**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,20\text{m}$ eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert.

$$q_1 = 5,0 / \cos(45) = 7,07 \text{ kN/m}$$

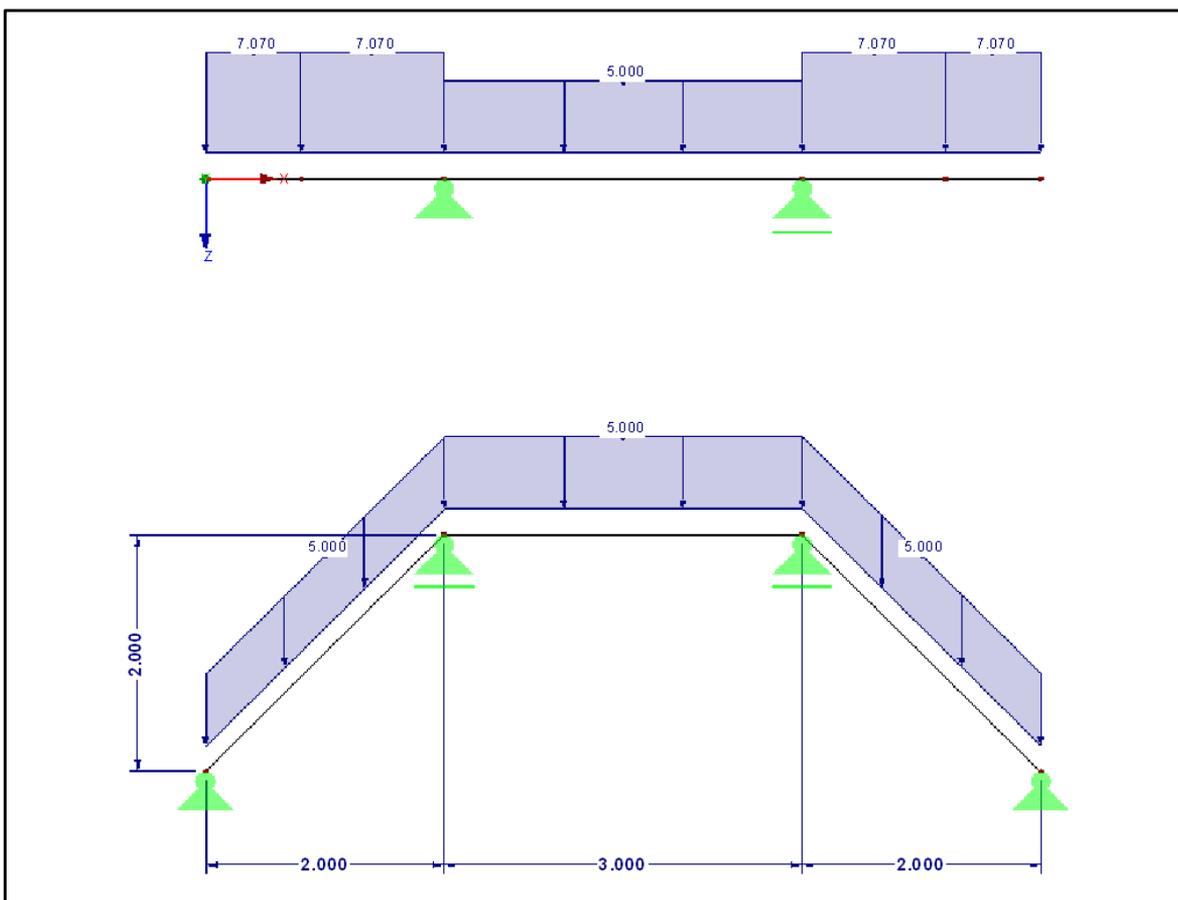


Abb. A- 208: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -3,54 \text{ kNm}$$

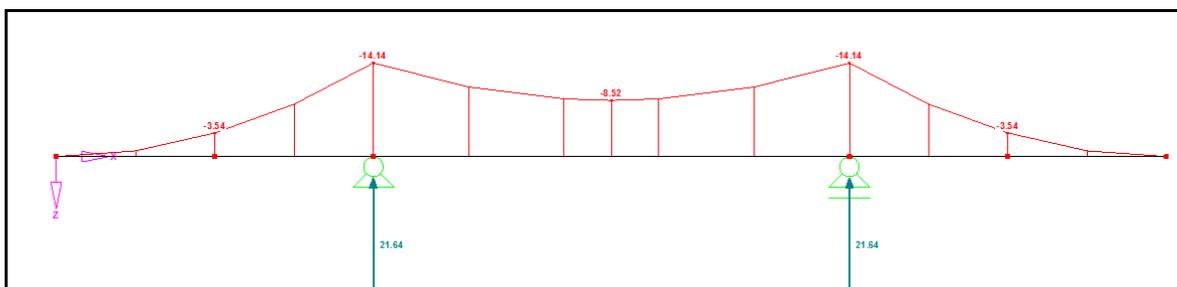
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -14,14 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -8,52 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_C = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 21,64 \text{ kN/m}$$

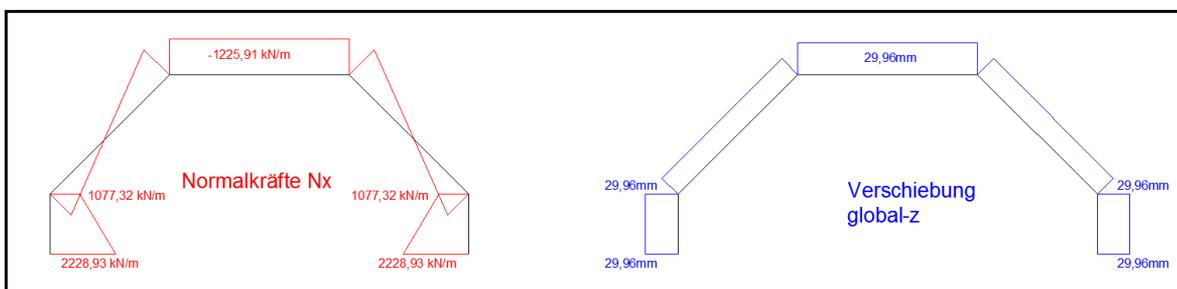
Abb. A- 209: Querbiegemomente M_{yy} **Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte**

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -6129,56 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -1225,91 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 11144,66 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20 \text{ m} = 2228,93 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 210: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.3.2.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

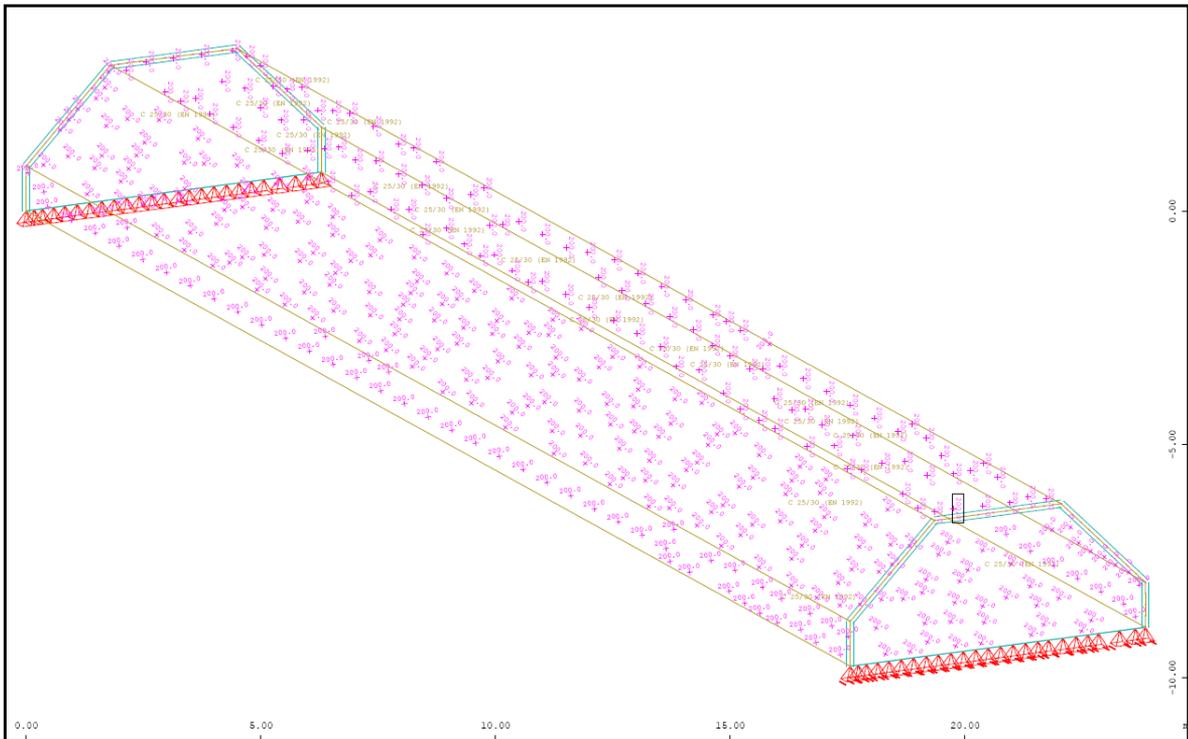


Abb. A- 211: Sofistik : Struktur

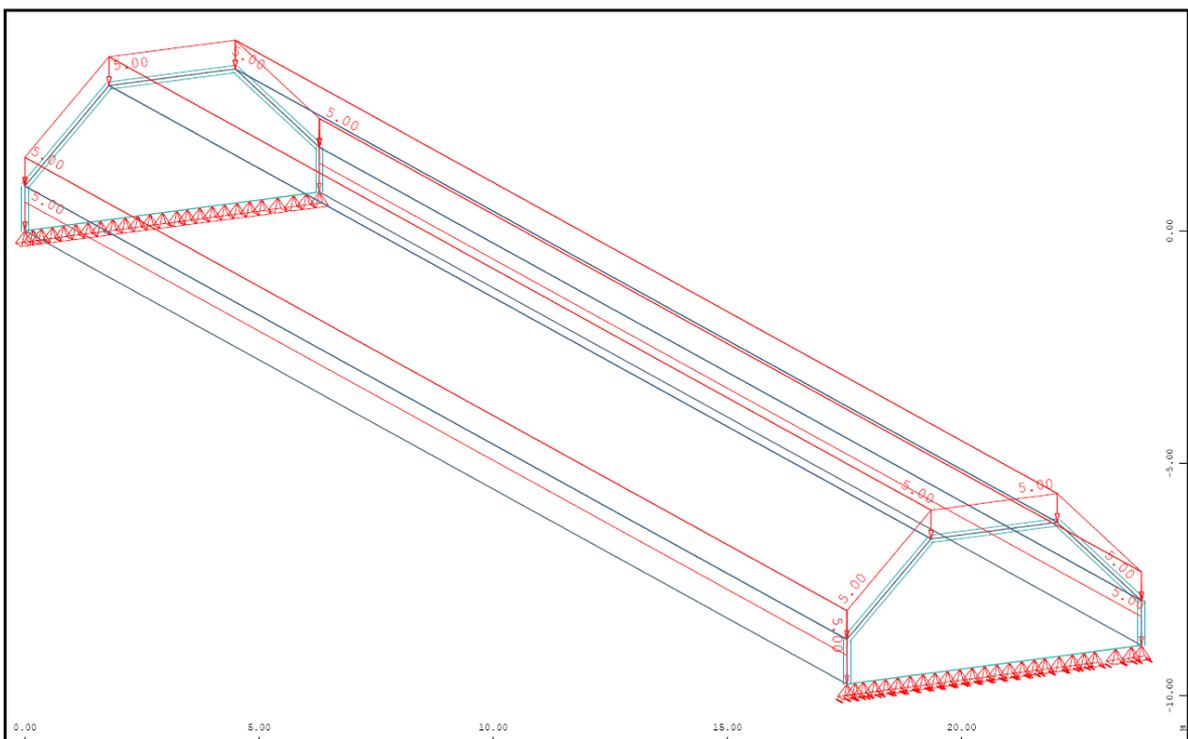


Abb. A- 212: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

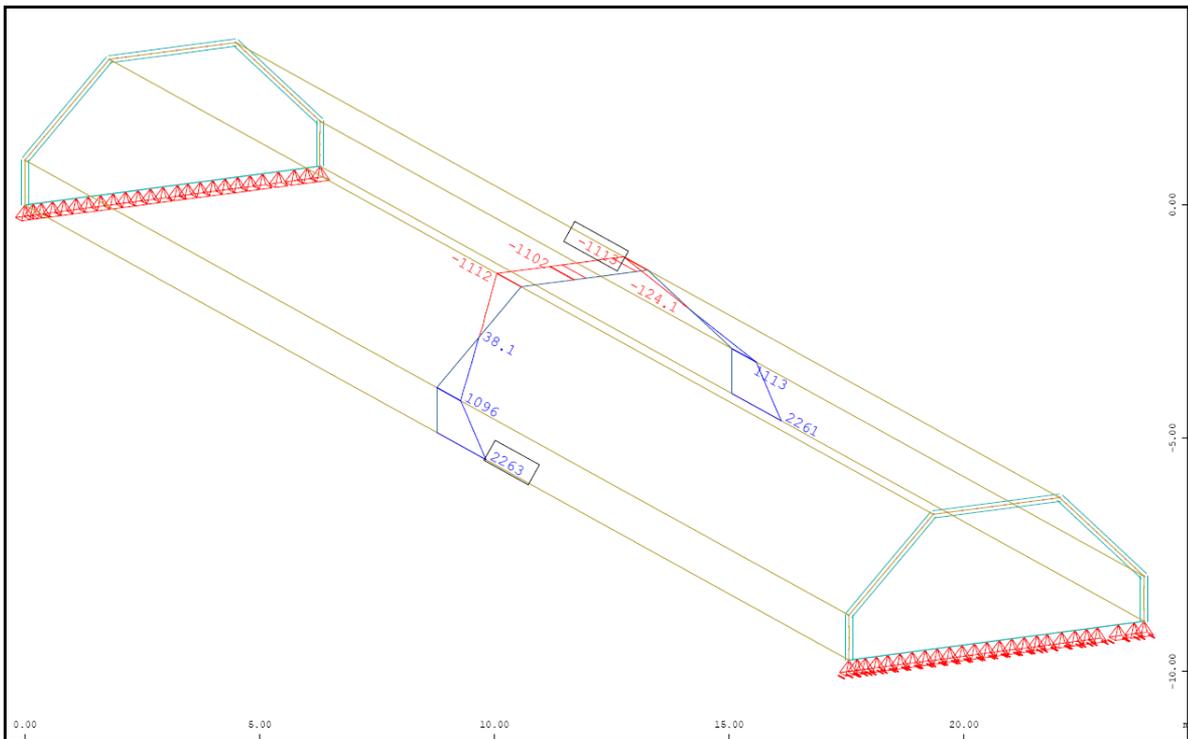


Abb. A- 213: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

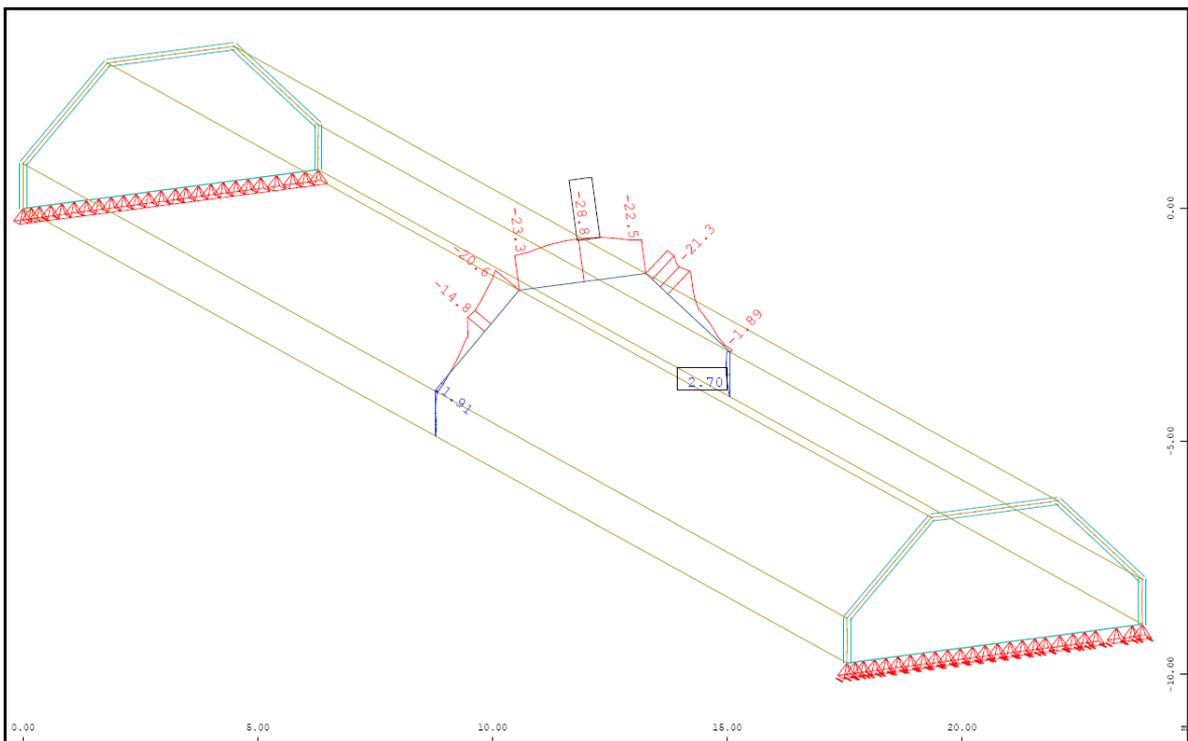


Abb. A- 214: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

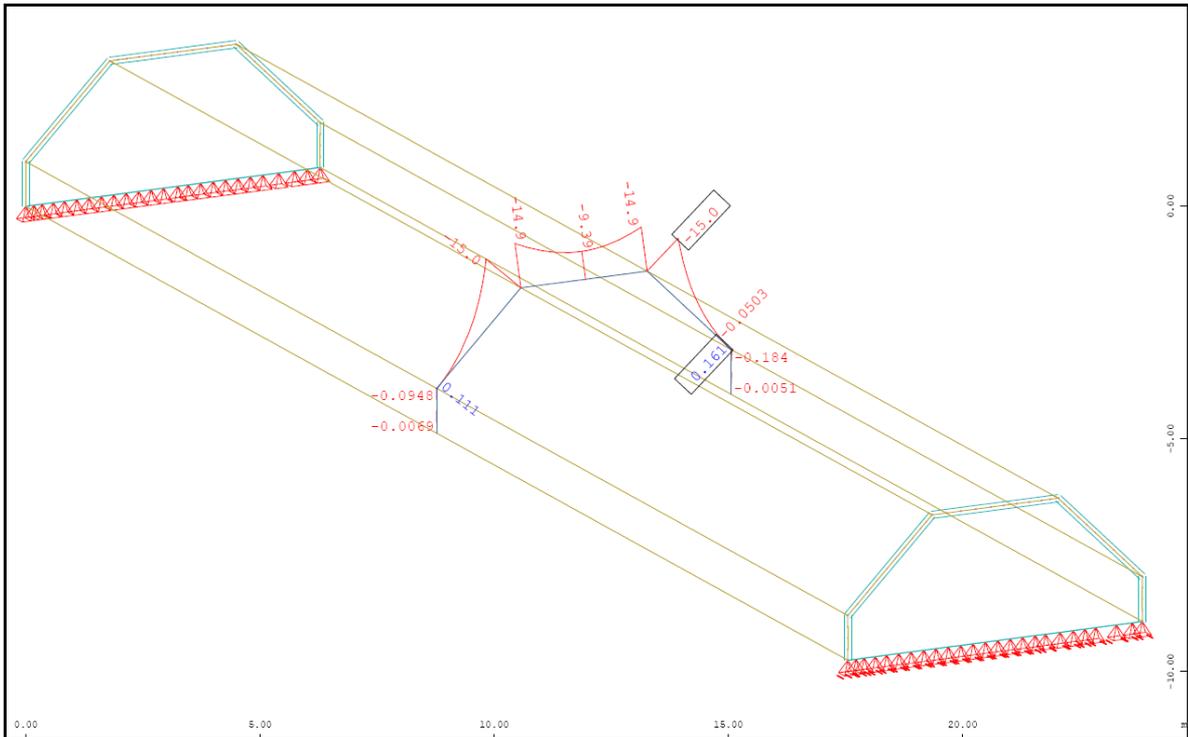


Abb. A- 215: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

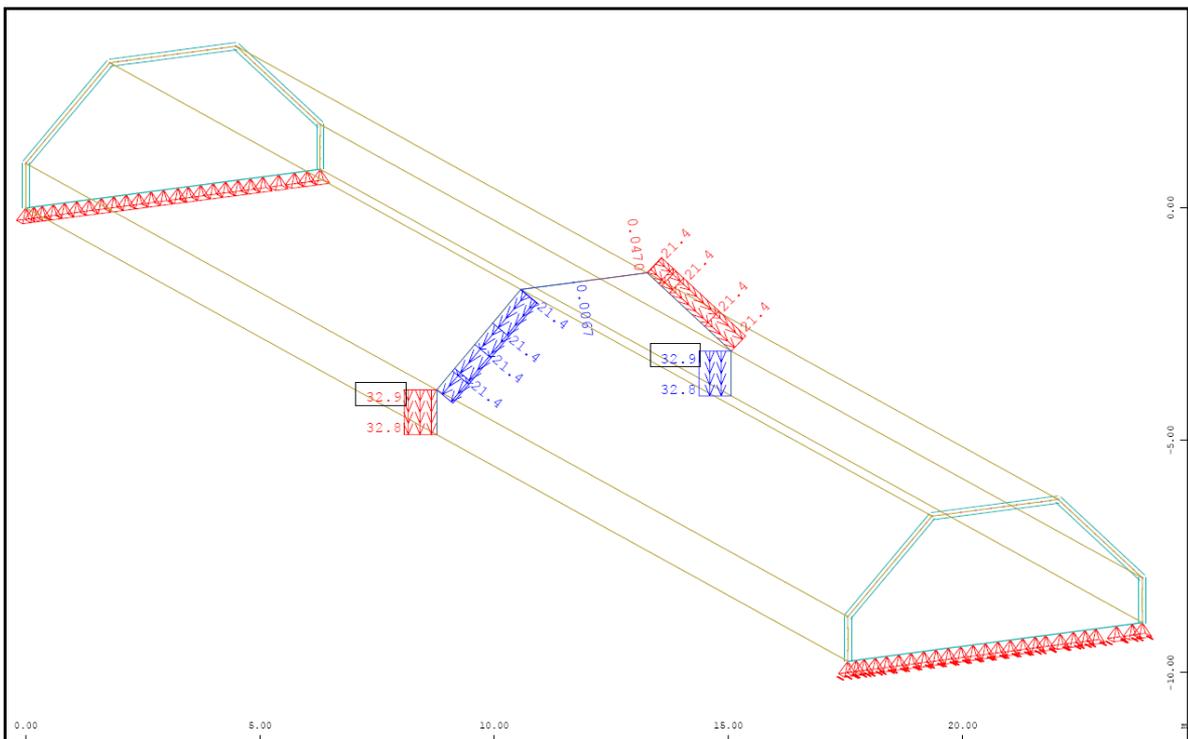


Abb. A- 216: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

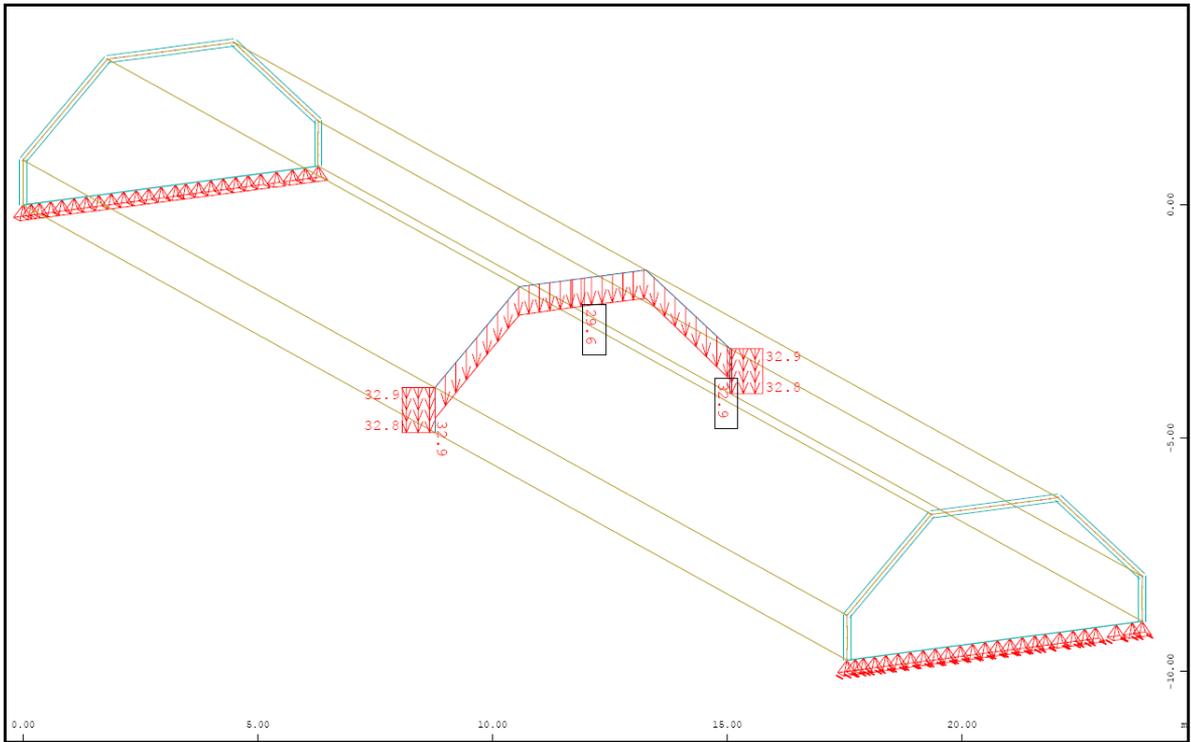


Abb. A- 217: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

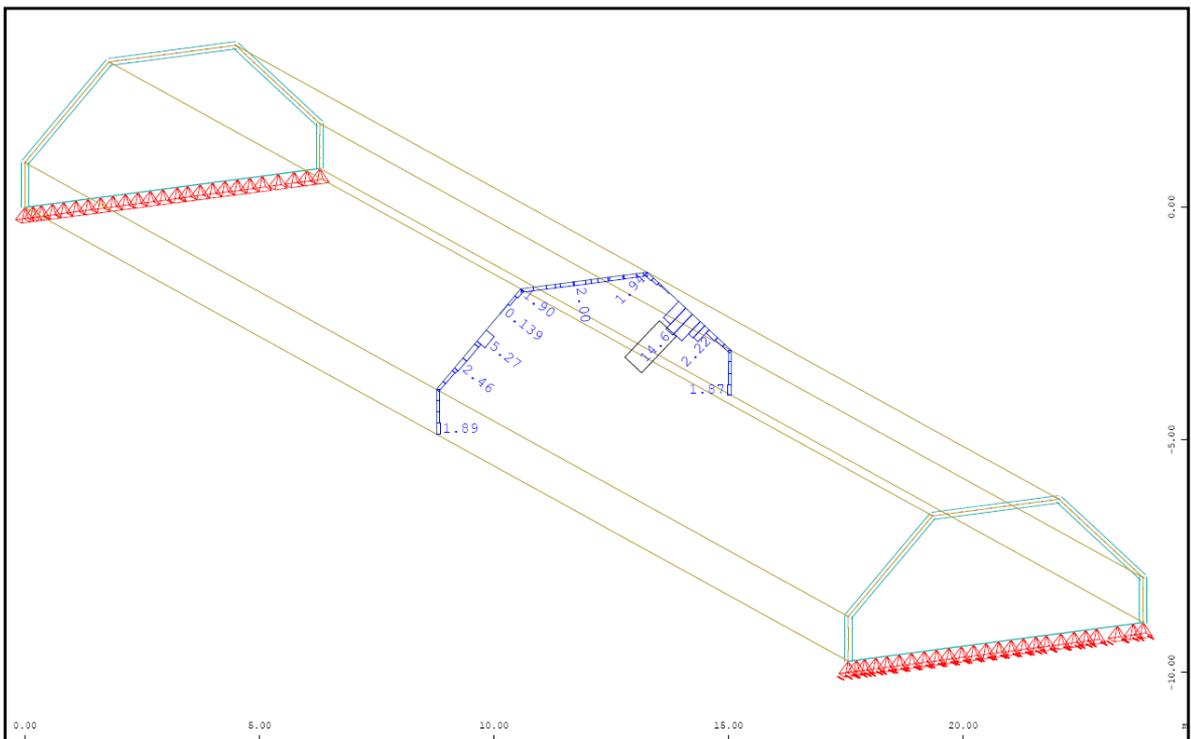


Abb. A- 218: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

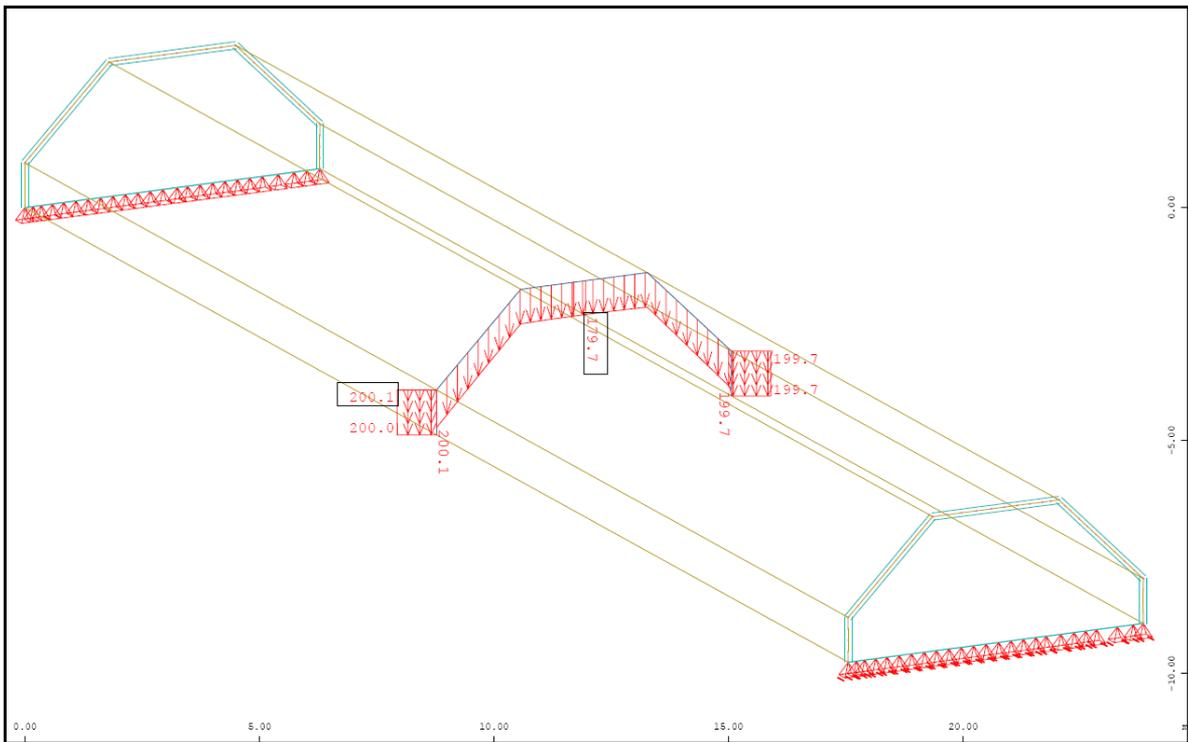


Abb. A- 219: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

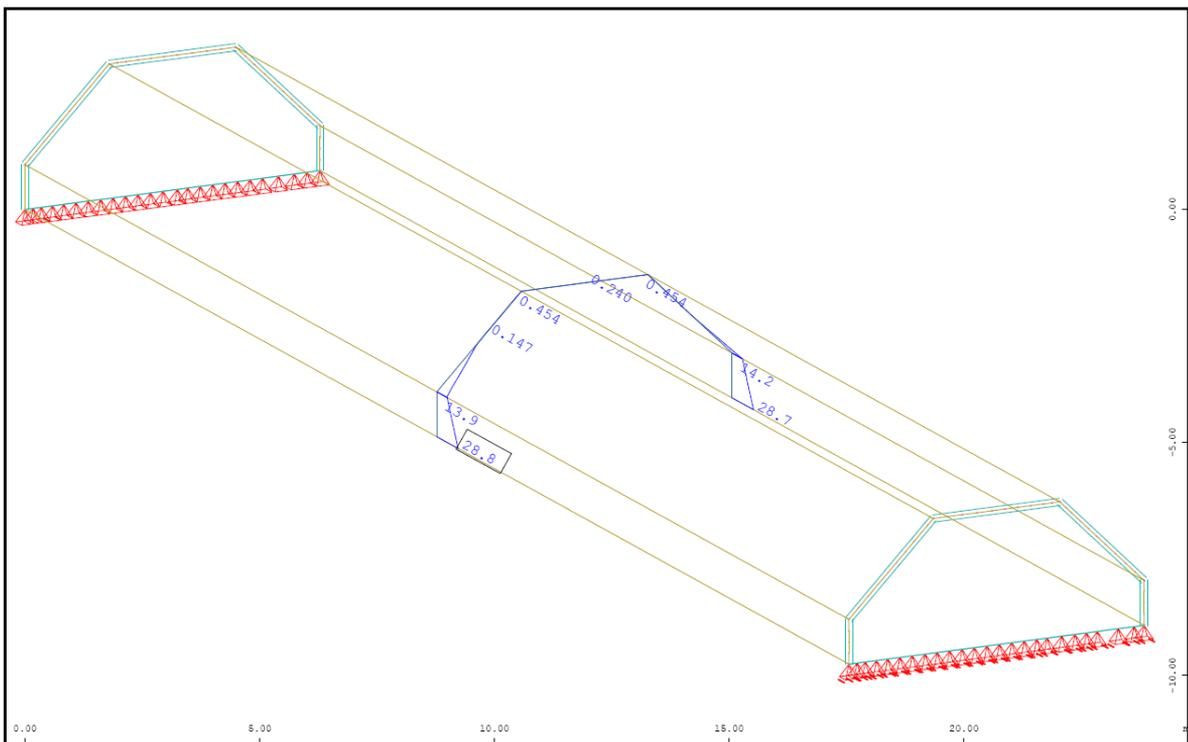


Abb. A- 220: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm²/m

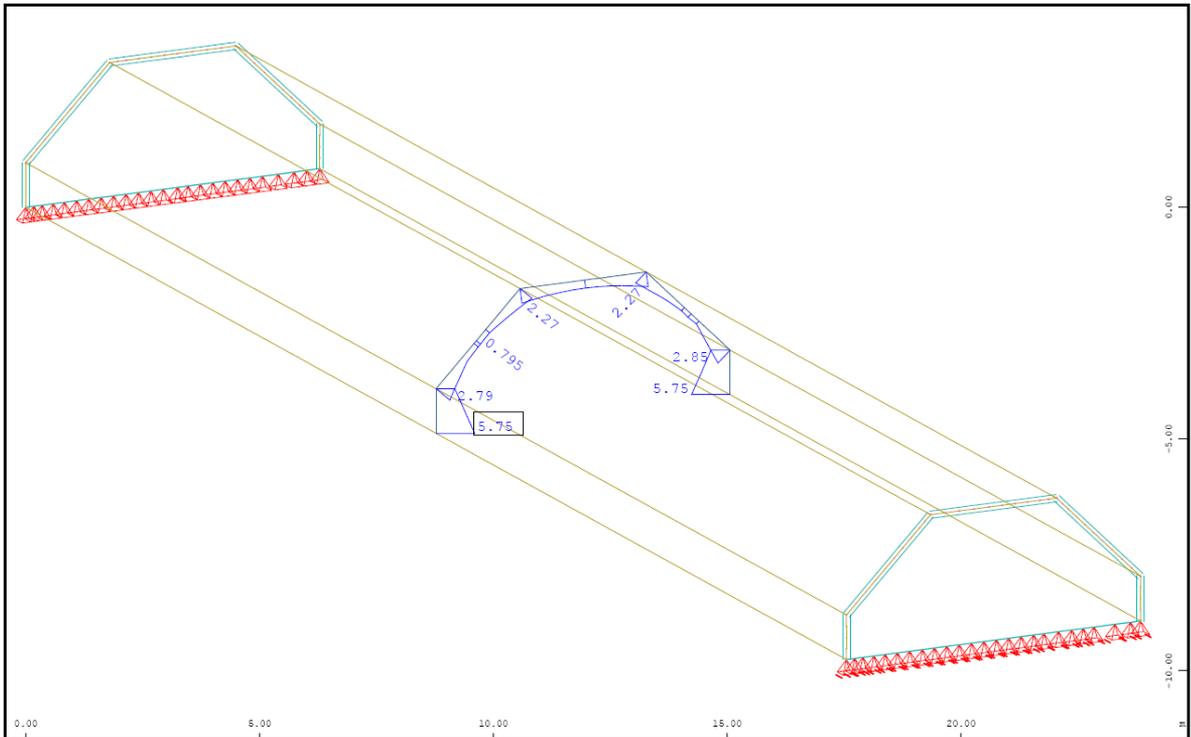


Abb. A- 221: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

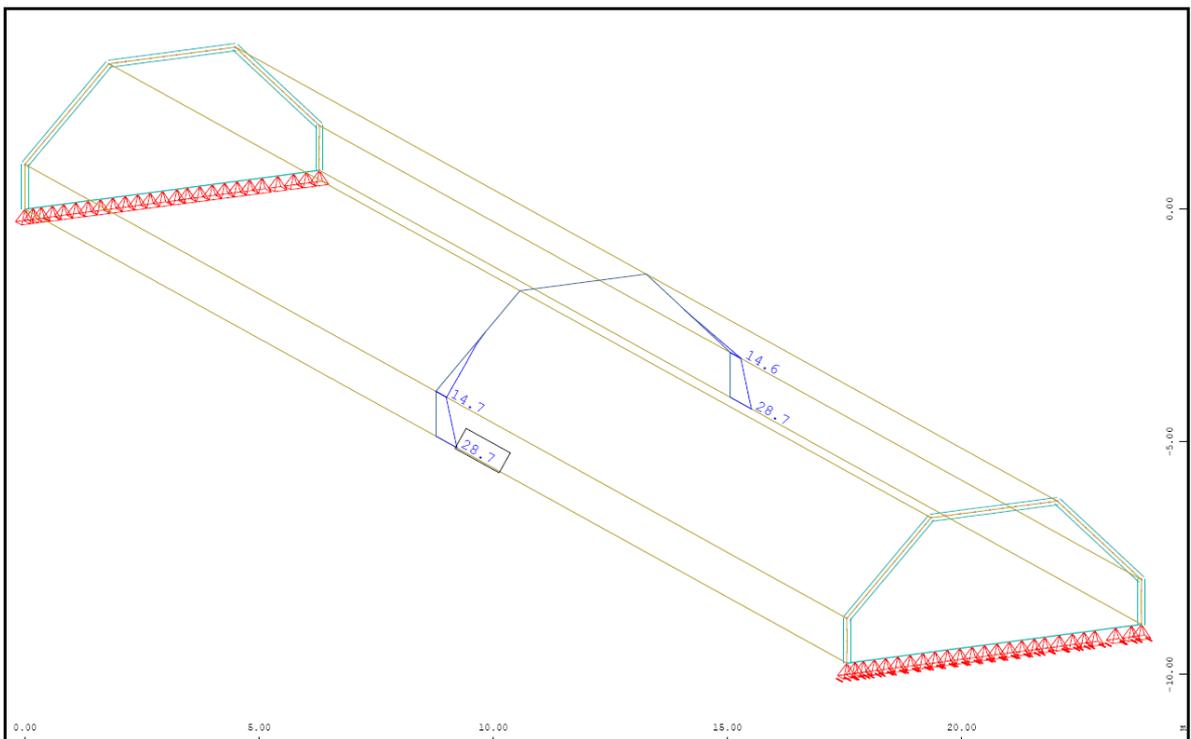


Abb. A- 222: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

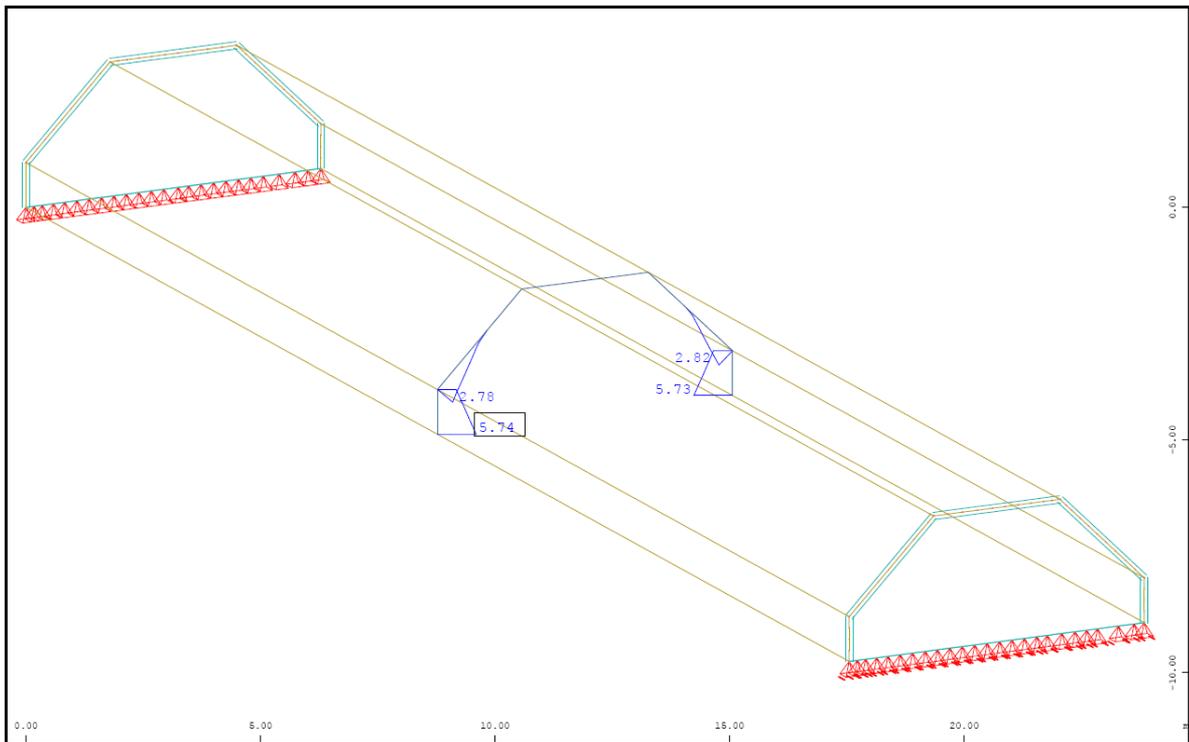


Abb. A- 223: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.3.2.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -2,61* | +1,92 |
| Pkt.C | -15,0 | -3,68 |
| Feld 3 | -9,39 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | +1,91 | ---- |
| Feld2 | -10,30 | ---- |
| Feld3 | -28,80 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +2263,0 | +2228,9 |
| Pkt.B | +1096,0 | +1077,3 |
| Pkt.C | -1112,0 | -1225,9 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 32,9 | 200,1 | 29,6 |
| Pkt.B | 32,9 | 200,1 | 29,6 |
| Pkt.C | 29,6 | 179,7 | 29,6 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C \cdot x + q \cdot x^2 \cdot 0,12$

1.3.3. Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 0,50m

1.3.3.1. Berechnung mittels Dreischübelegung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachs mittels Dreischübelegung, werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und der $0,20\text{m}$ dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_1 = 5,0 / \cos(45) = 7,07 \text{ kN/m}$

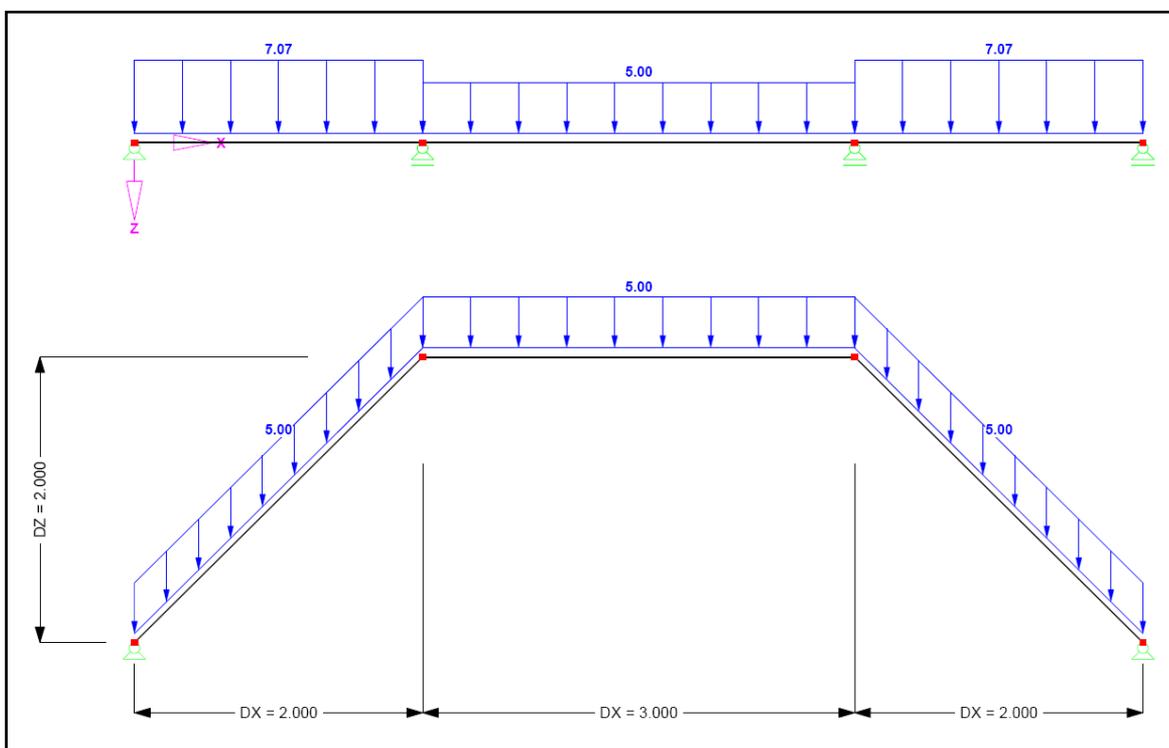
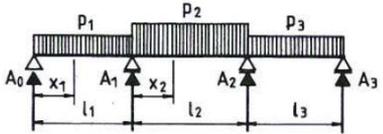


Abb. A- 224: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägerausbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 225: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,92 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -3,68 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

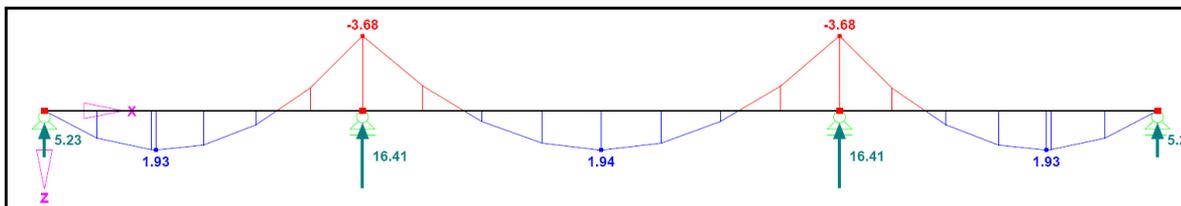
$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,94 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 5,23 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^2 (\text{Querschote}) = 7,73 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 16,41 \text{ kN / m}$$

Abb. A- 226: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltdachs

Scheibe 1 (Querschote)

Fläche $A_1 = 0,20\text{m} \times 0,50\text{m} = 0,10\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_1 = (0,20\text{m} \times 0,50\text{m}^2)/6 = 0,0083\text{m}^3$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Fläche $A_2 = 0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ) = 0,57\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_2 = [0,20\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ)^2]/6 = 0,27\text{m}^3$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Fläche $A_3 = 0,20\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,60\text{m}^2$

Widerstandsmoment $W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,02\text{m}^3$

Scheibenlasten des Faltdachs (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$p_1 = A_B = 7,73\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (7,73 \times 7^2)/8 = 47,35\text{kNm}$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 16,41/\sin 45^\circ = 23,21\text{kN}$

zugehöriges Moment $M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (23,21 \times 7^2)/8 = 142,17\text{kNm}$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 16,41 \times \tan 45^\circ = 16,41\text{kN}$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübeleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$$T_A = 0 \text{ kN} \quad T_B = 131,54 \text{ kN} \quad T_C = 6,54 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 3051,04 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,20 \text{ m} = 610,21 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -420,15 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = -84,03 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -21,80 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -4,36 \text{ kN/m}$$

Verschiebungen lokal y in Feldmitte mithilfe der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 398,34 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 2,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,1159 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,164 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 3471,18 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,20\text{m} \cdot E \cdot 0,50\text{m}} = 0,0011 \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 5,7153 \text{ mm}$$

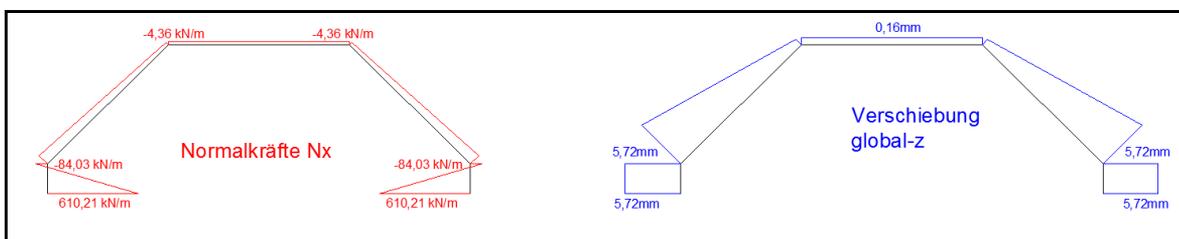


Abb. A- 227: Dreischübelegung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.3.3.2. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

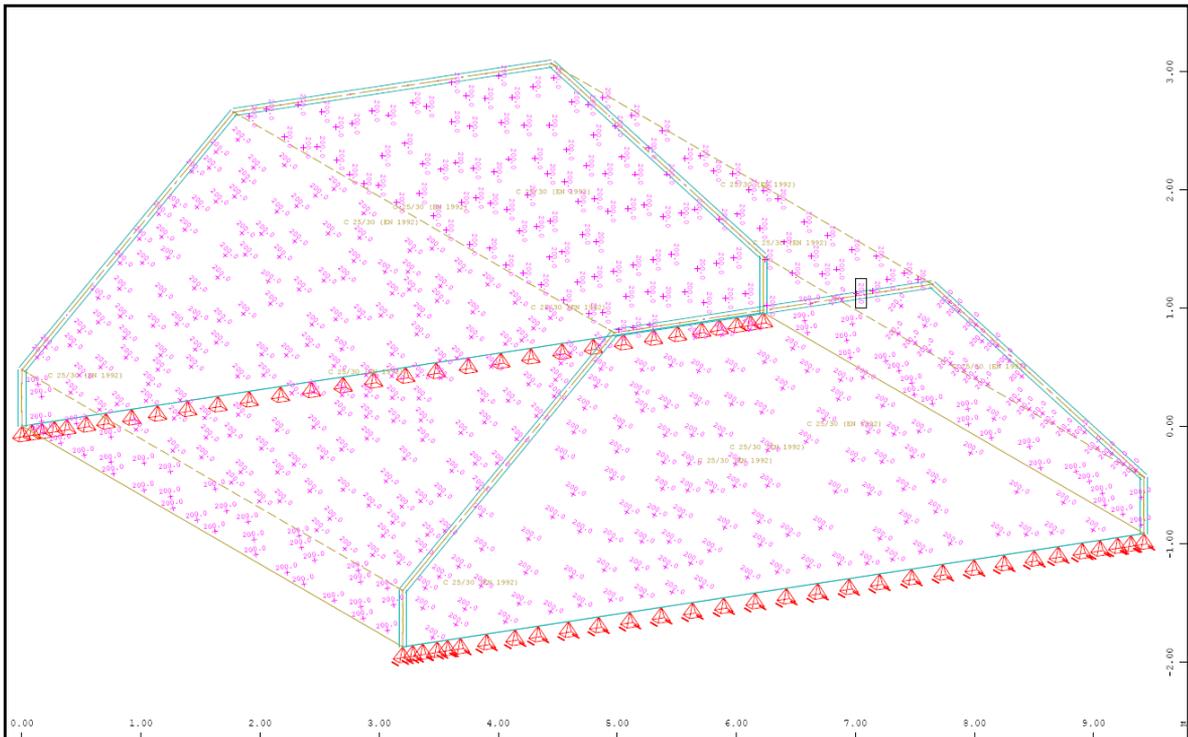


Abb. A- 228: Sofistik : Struktur

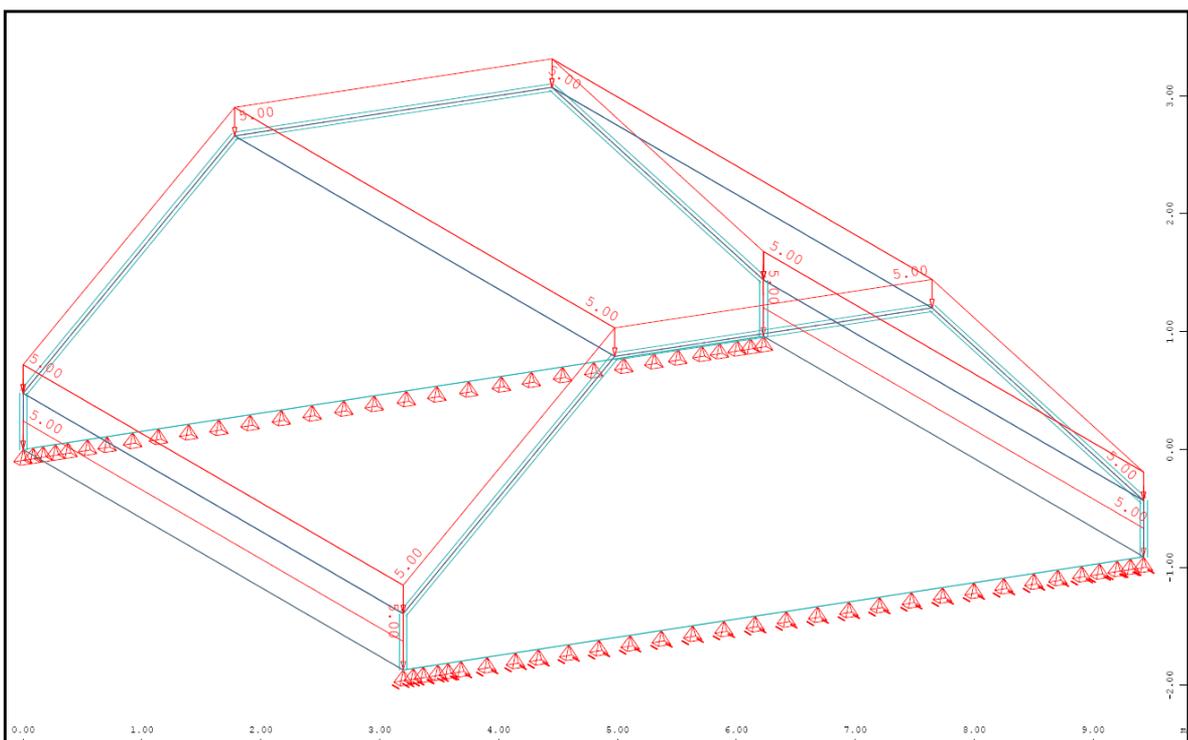


Abb. A- 229: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

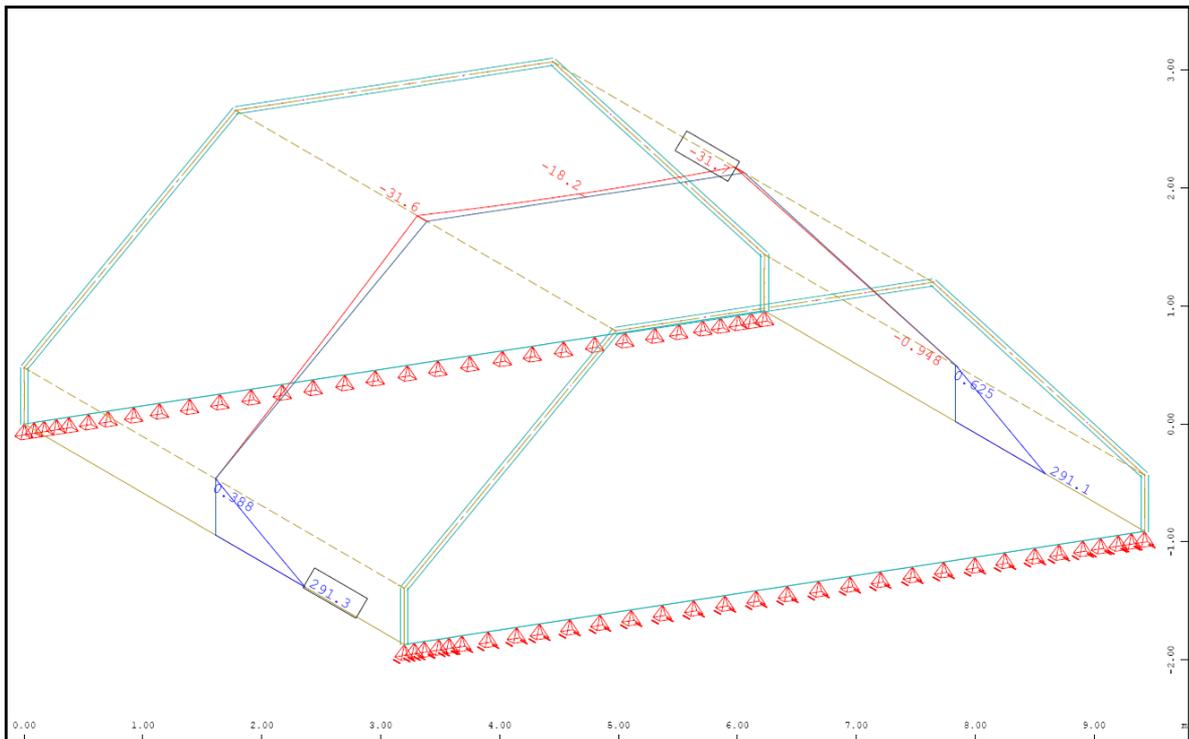


Abb. A- 230: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

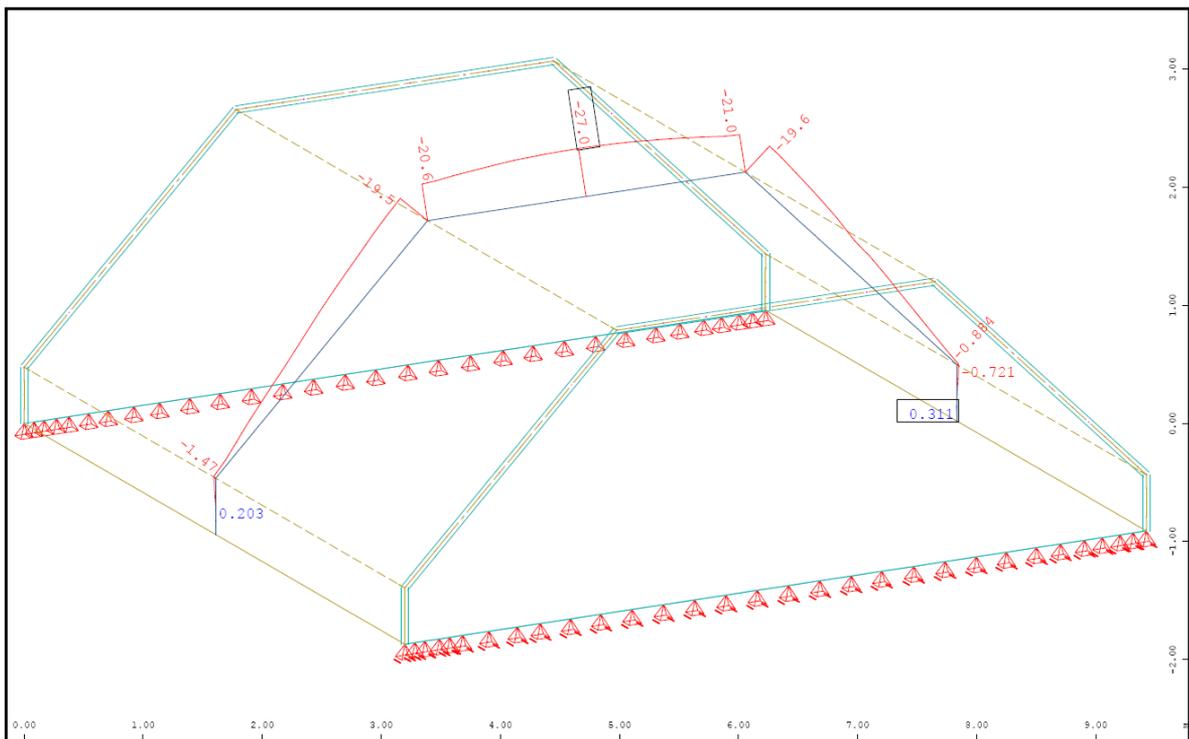


Abb. A- 231: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

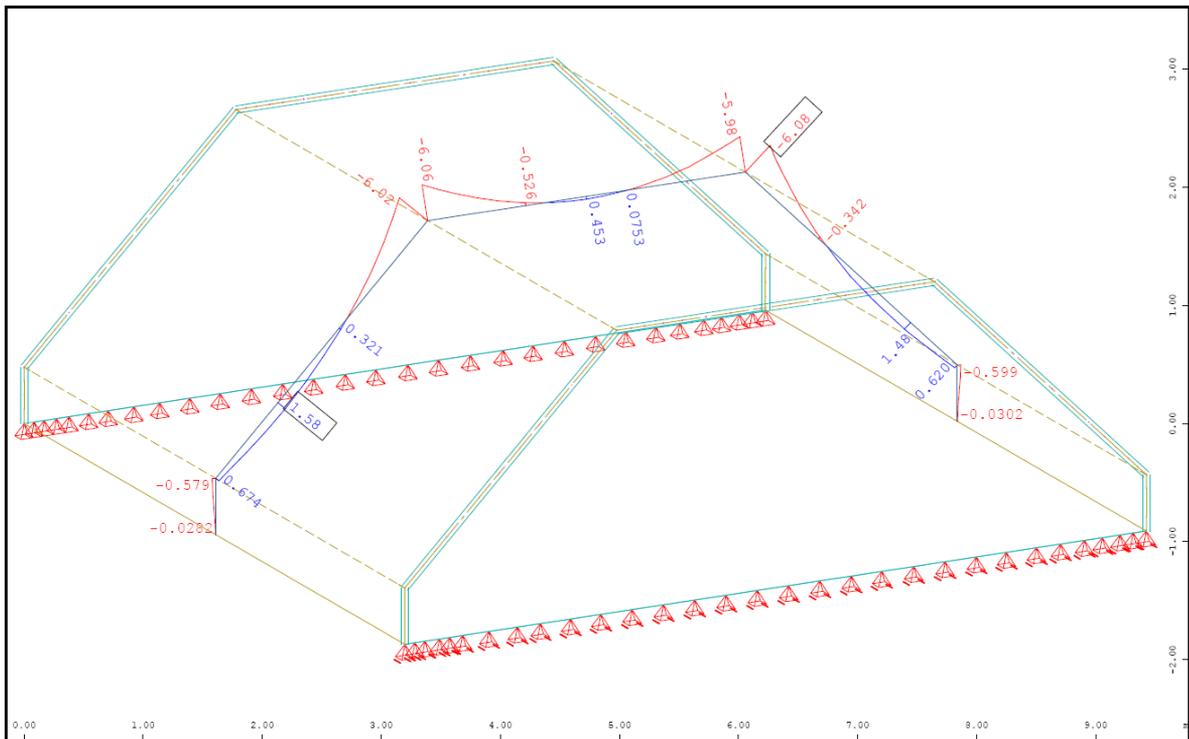


Abb. A- 232: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

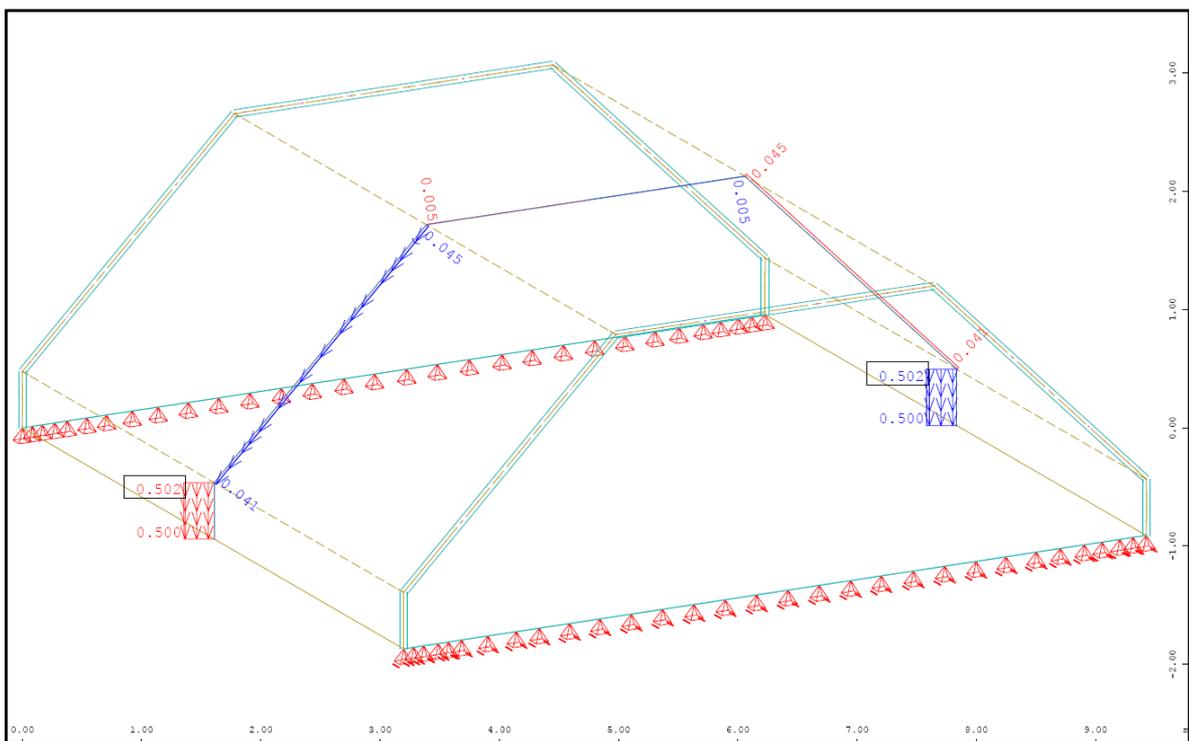


Abb. A- 233: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

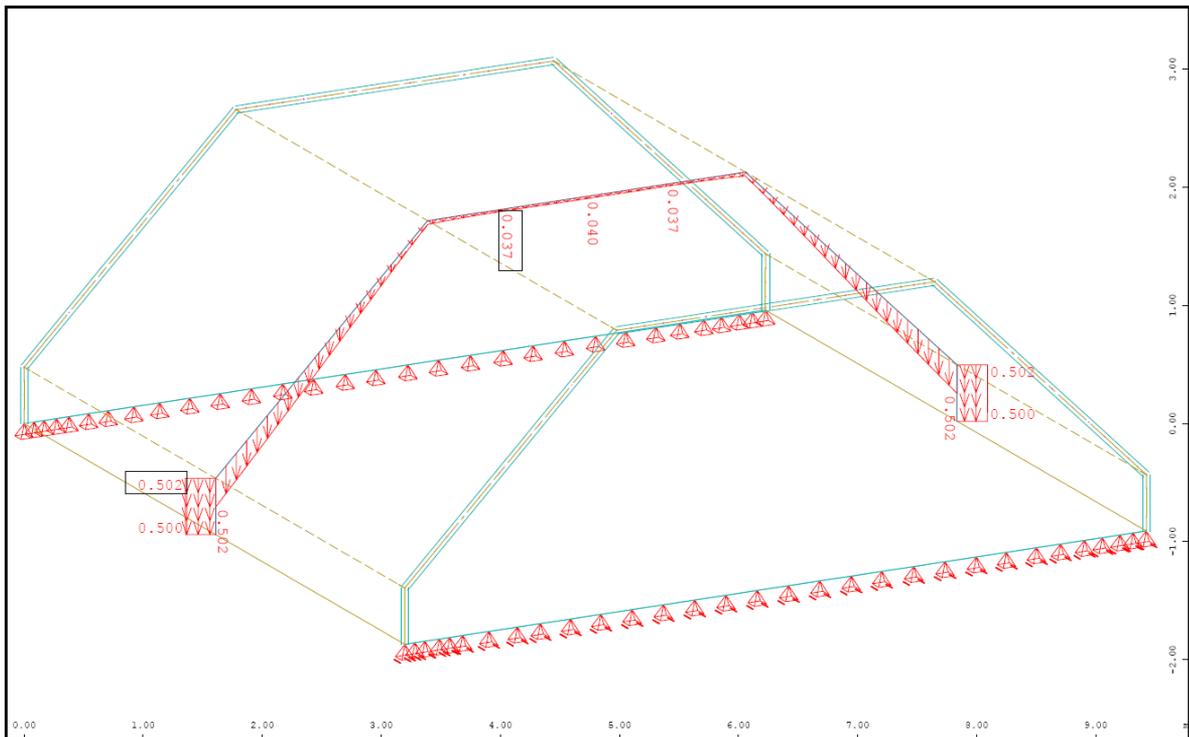


Abb. A- 234: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

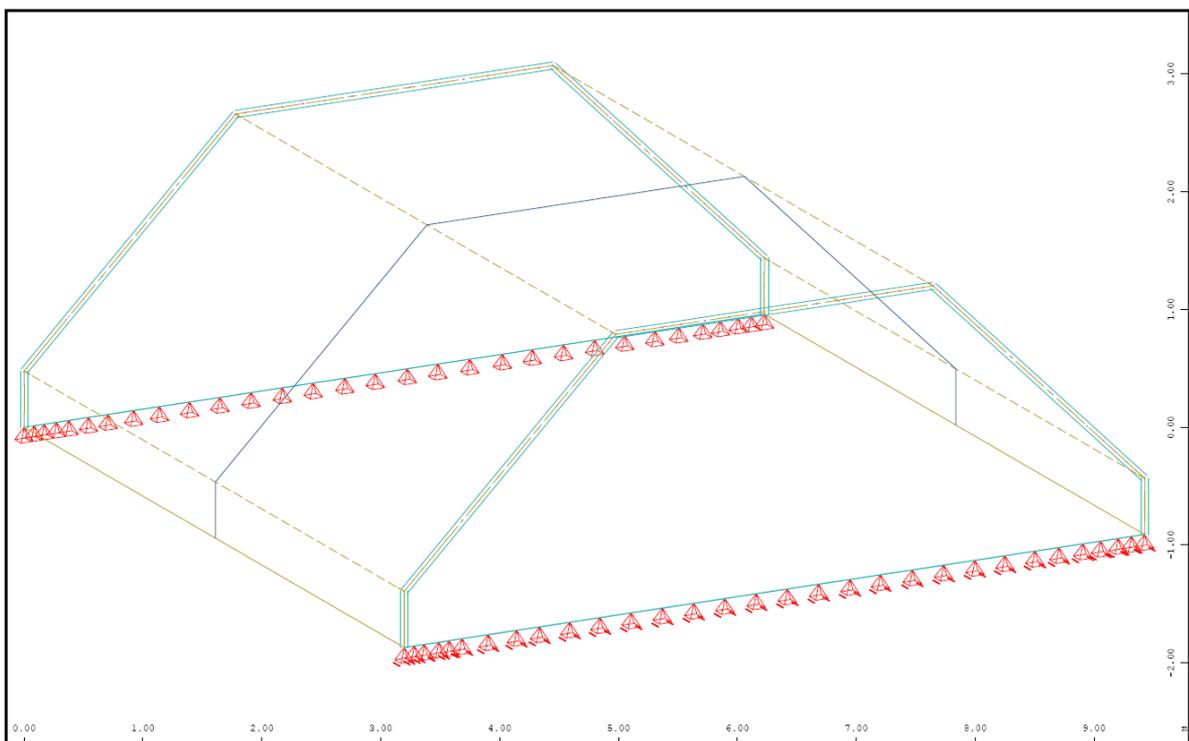


Abb. A- 235: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

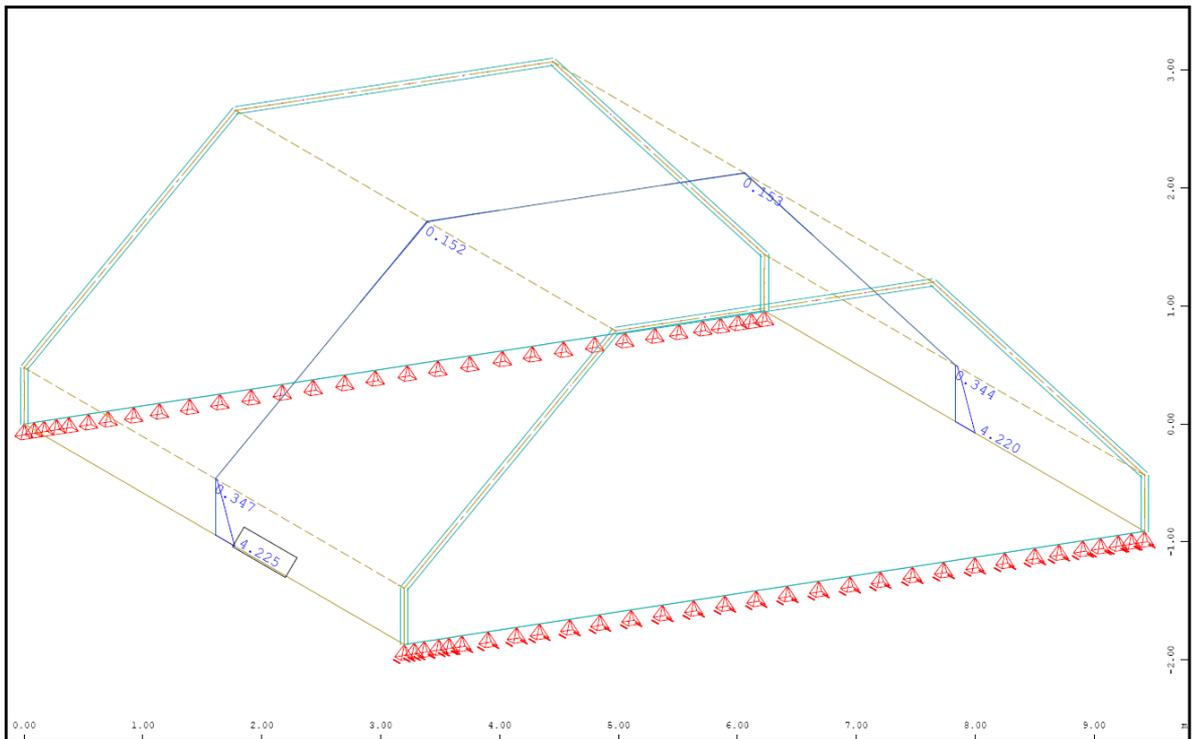


Abb. A- 236: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

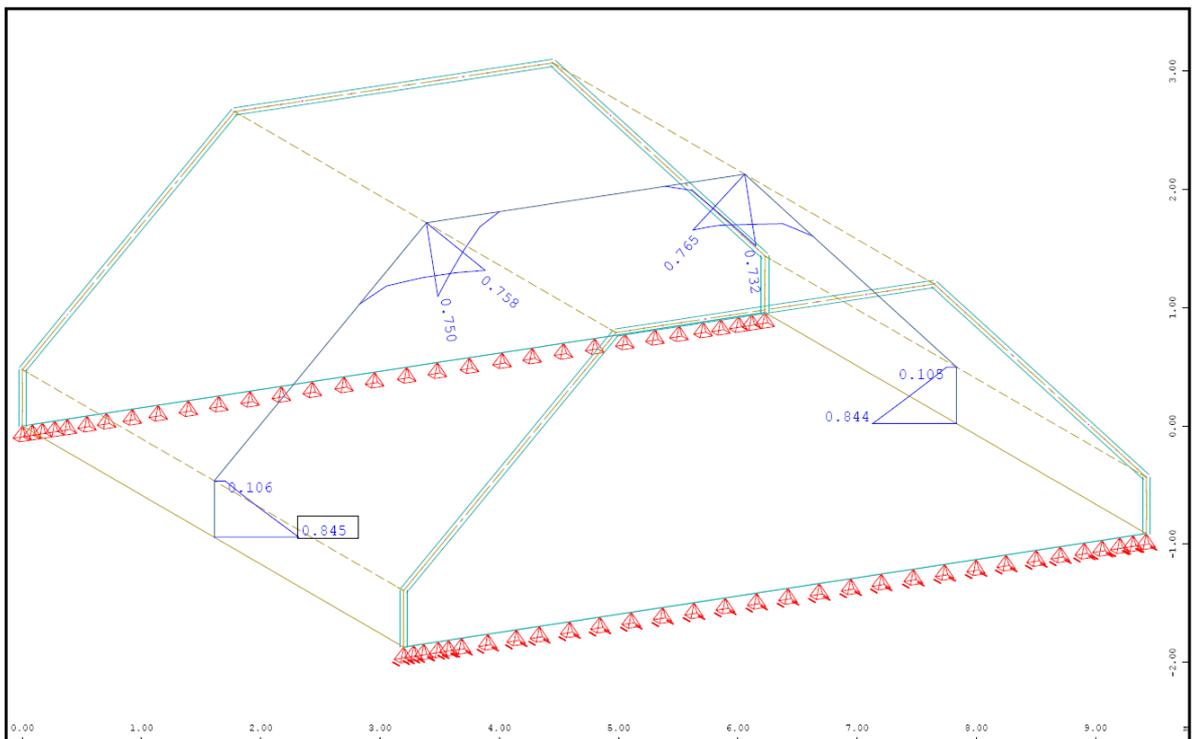


Abb. A- 237: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

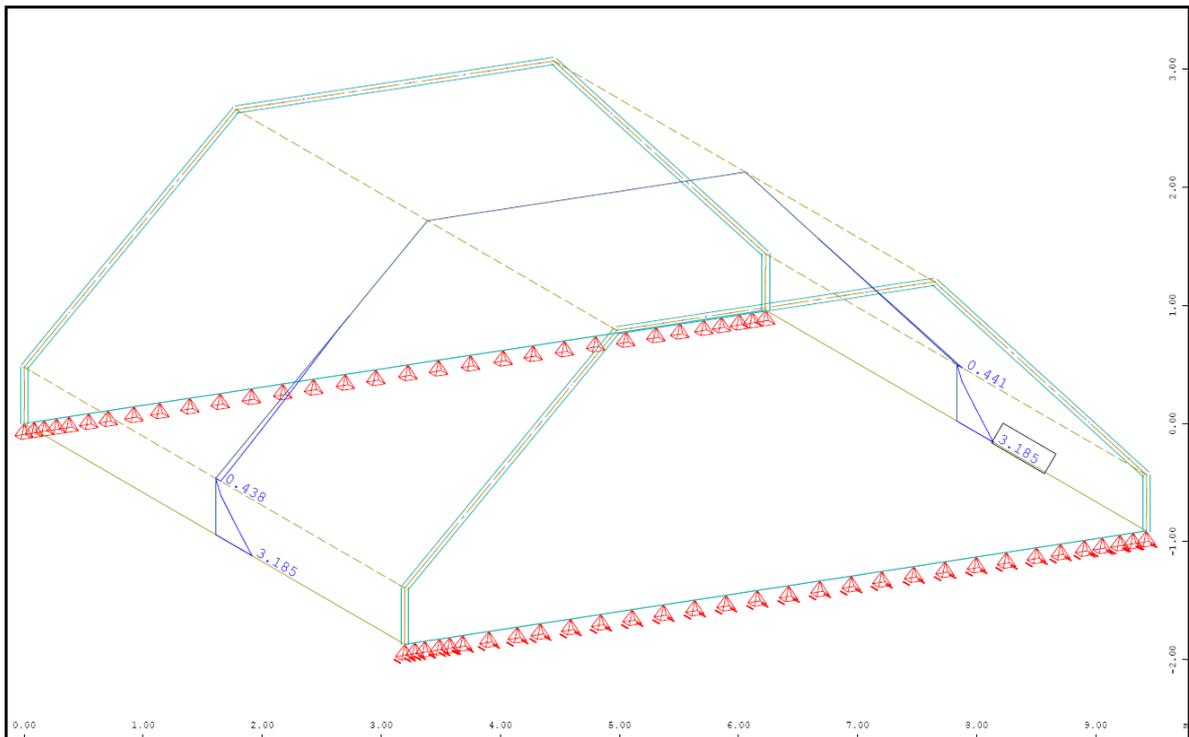


Abb. A- 238: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

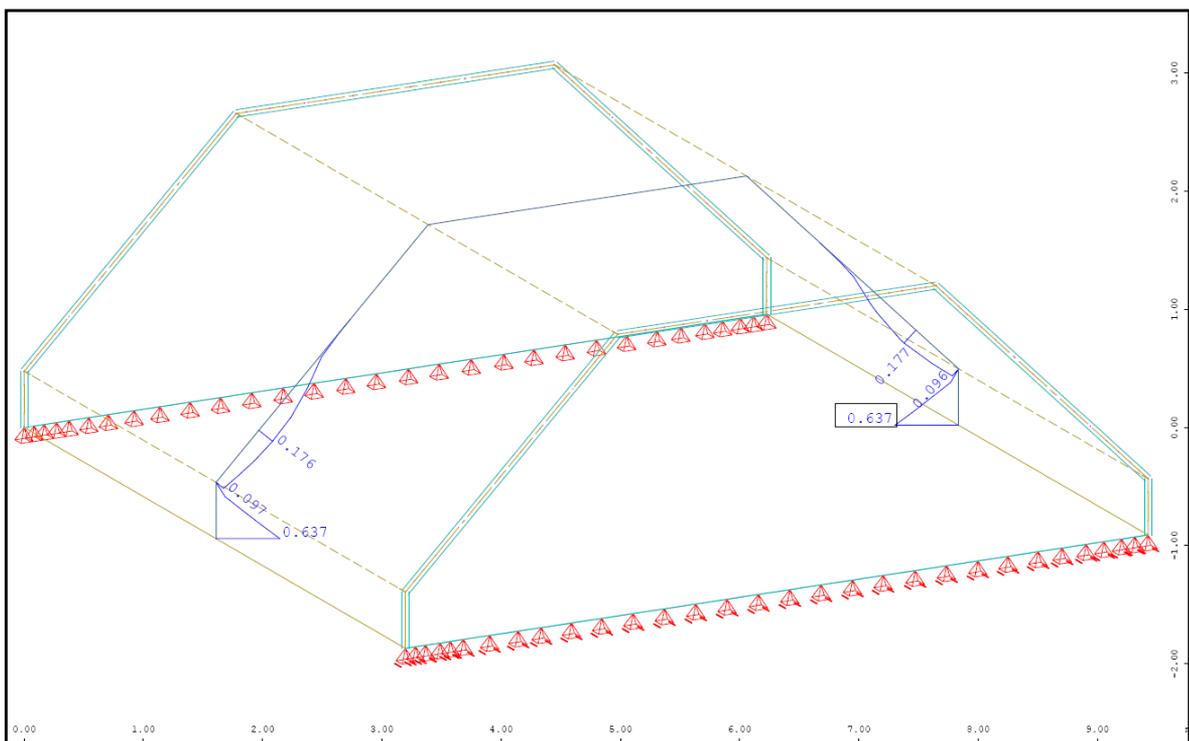


Abb. A- 239: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.3.3.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +0,97* | +1,92 |
| Pkt.C | -6,06 | -3,68 |
| Feld 3 | +0,45 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -0,64 | -7,73 |
| Feld2 | -10,49 | -23,21 |
| Feld3 | -27,0 | -16,41 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +291,3 | +610,21 |
| Pkt.B | +0,39 | -84,03 |
| Pkt.C | -31,70 | -4,36 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,50 | 0,50 | 5,72 |
| Pkt.B | 0,50 | 0,50 | 5,72 |
| Pkt.C | 0,04 | 0,04 | 0,16 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C \cdot 0,40 + q_x \cdot l^2 \cdot 0,12$

1.3.3.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 48,28 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 2,50 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 1,50 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 1,50 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 0,50 | 0,10 | 0,25 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 0,50 | 0,10 | 0,25 |
| Summe | | | 1,9314 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 1,5000 | 0,82 | 0,4022 | 0,20 | 0,00200 |
| 0,8485 | -0,18 | 0,0186 | 0,28 | 0,18856 |
| 0,8485 | -0,18 | 0,0186 | 0,28 | 0,18856 |
| 0,0250 | -1,43 | 0,2048 | 0,50 | 0,00208 |
| 0,0250 | -1,43 | 0,2048 | 0,50 | 0,00208 |
| 3,2471 | | 0,8491 | | 0,38329 |

Fläche des Falterwerks = 1,9314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 1,6812\text{m}$ $z_{so} = 2,60\text{m}$ - $z_{su} = 0,9188\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 1,23236\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 9656,85\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \right] \cdot 1000 = 42,1294\text{mm}$$

Querbiegemoment des **Faltwerks** in **Feldmitte**:

Ermittlung durch einen **Durchlaufträger** wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

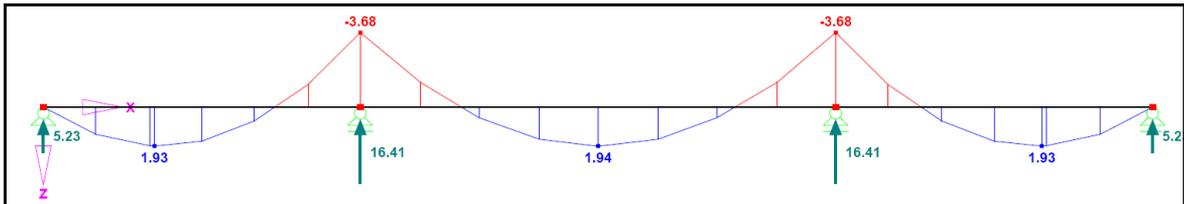


Abb. A- 240: Querbiegemomente M_{yy}

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Träger**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,20\text{m}$ eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert.

$$q_1 = 5,0 / \cos(45) = 7,07 \text{ kN/m}$$

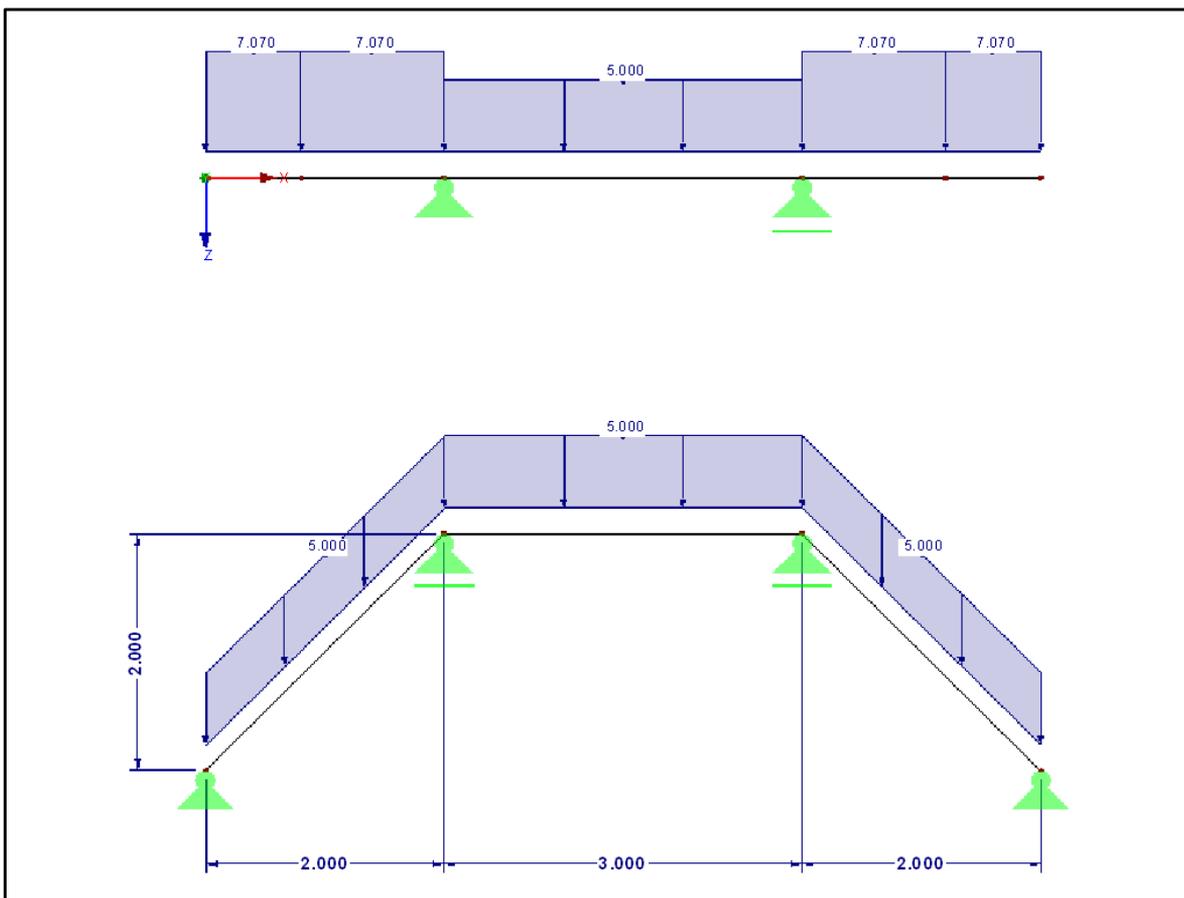


Abb. A- 241: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -3,54 \text{ kNm}$$

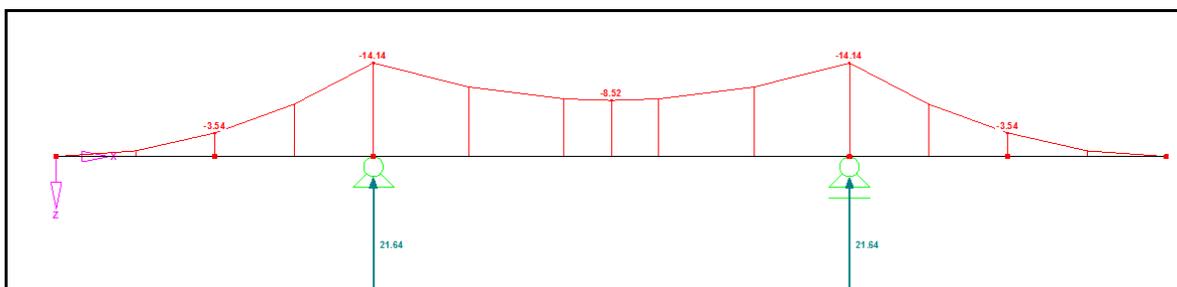
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -14,14 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -8,52 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_C = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 21,64 \text{ kN/m}$$

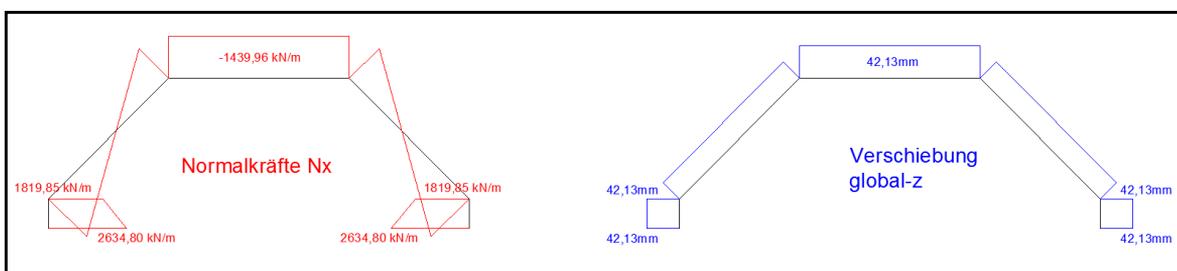
Abb. A- 242: Querbiegemomente M_{yy} **Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte**

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -7199,78 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -1439,96 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_U = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 13173,99 \text{ kN/m}^2$$

$$N_U = \sigma_U \cdot 0,20 \text{ m} = 2634,8 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 243: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.3.3.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

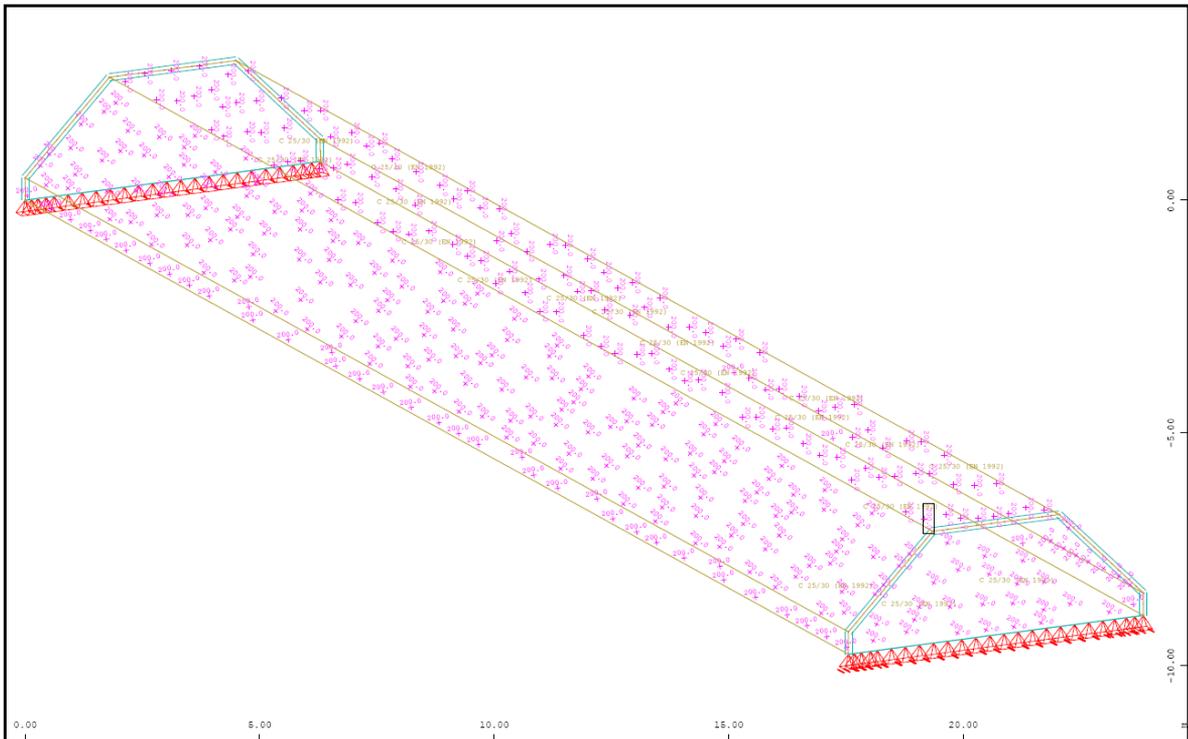


Abb. A- 244: Sofistik : Struktur

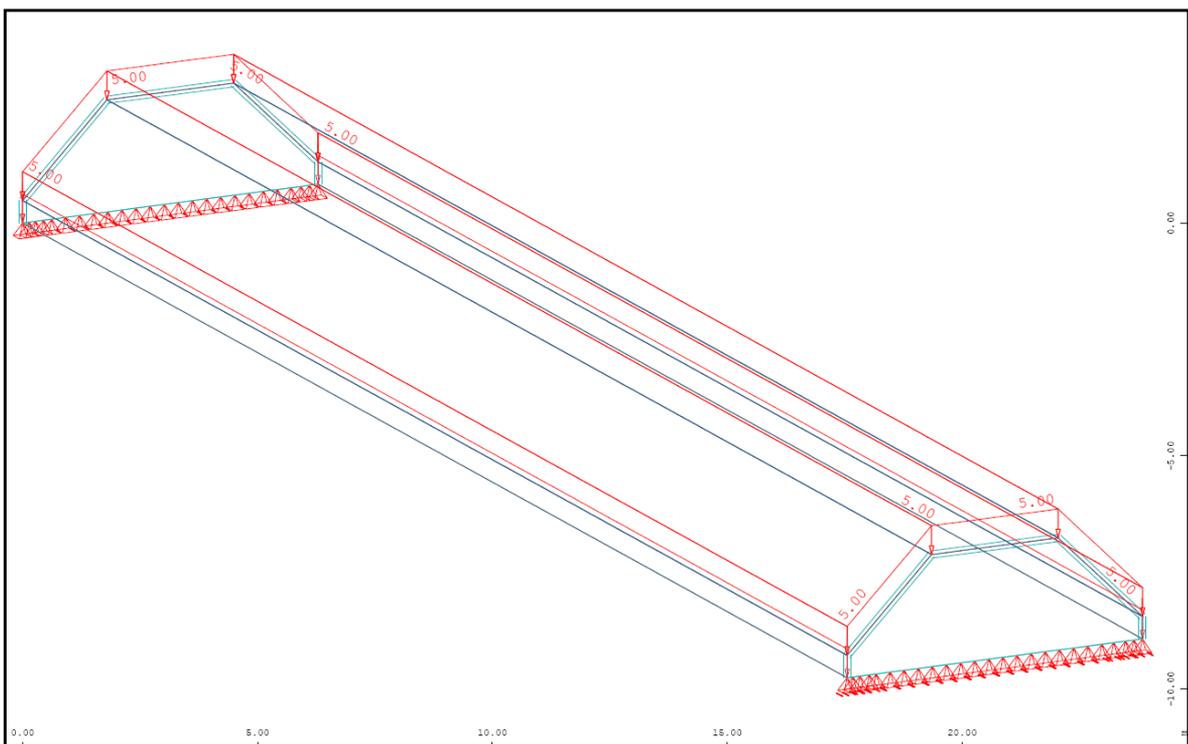


Abb. A- 245: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

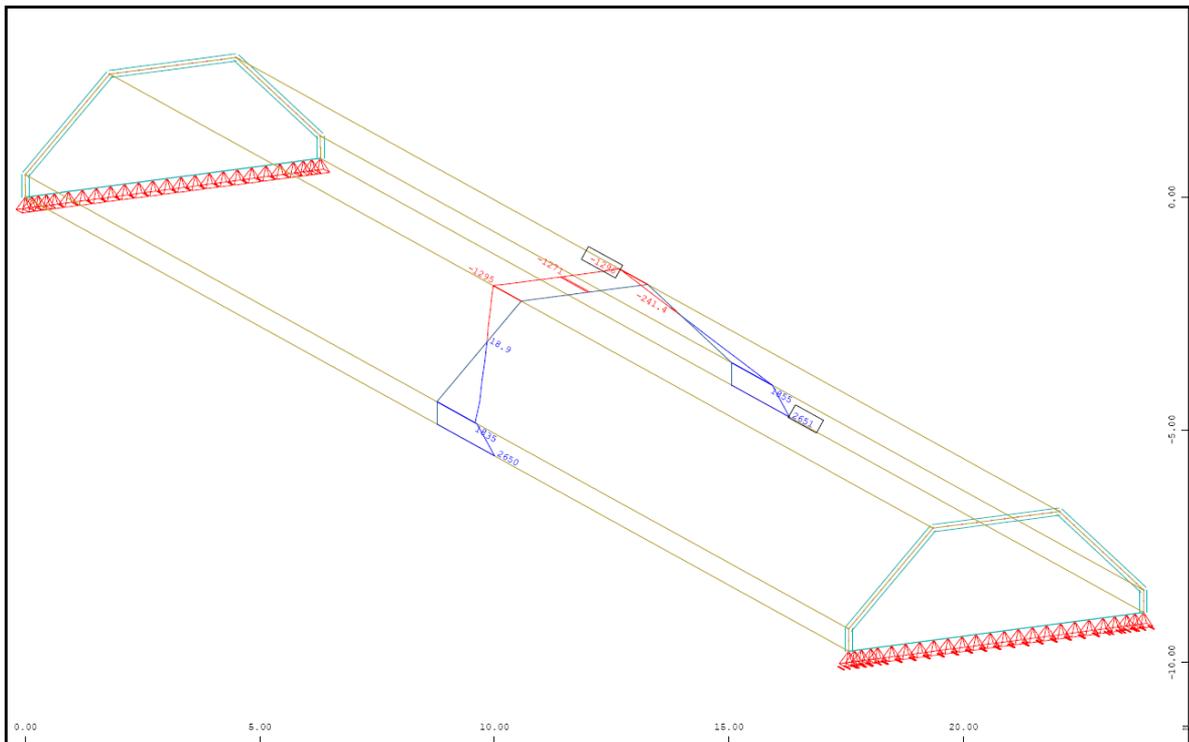


Abb. A- 246: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

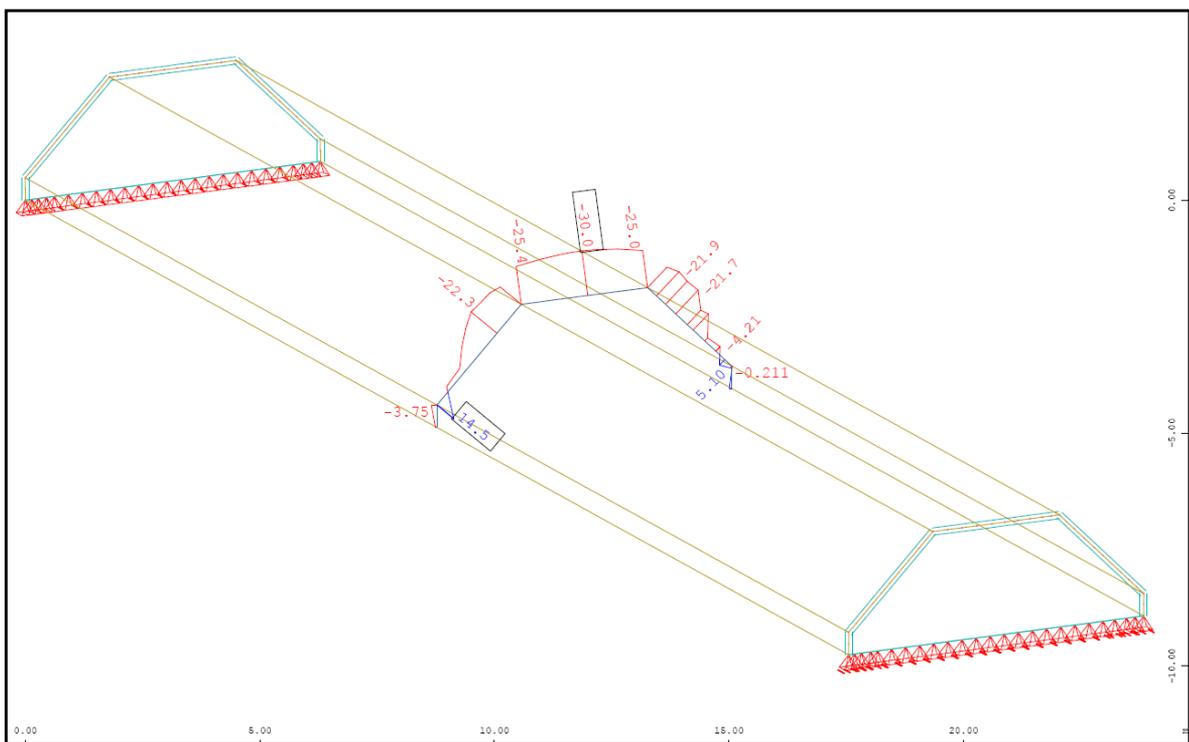


Abb. A- 247: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

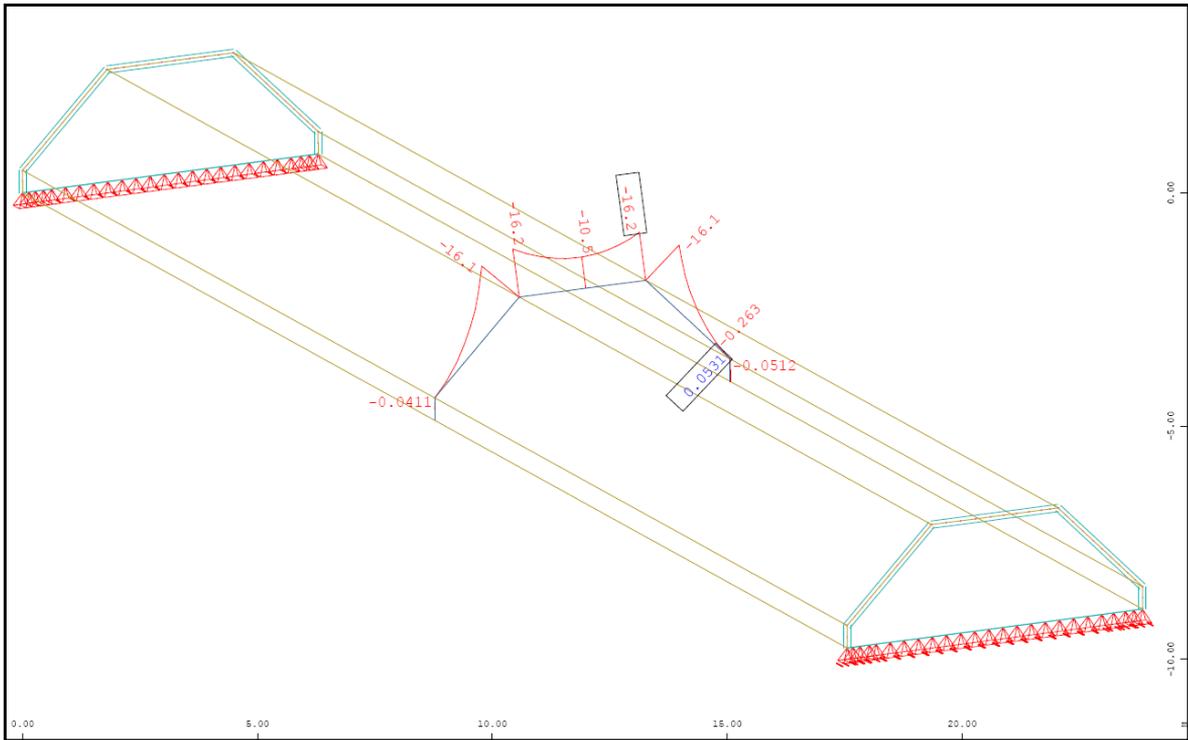


Abb. A- 248: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

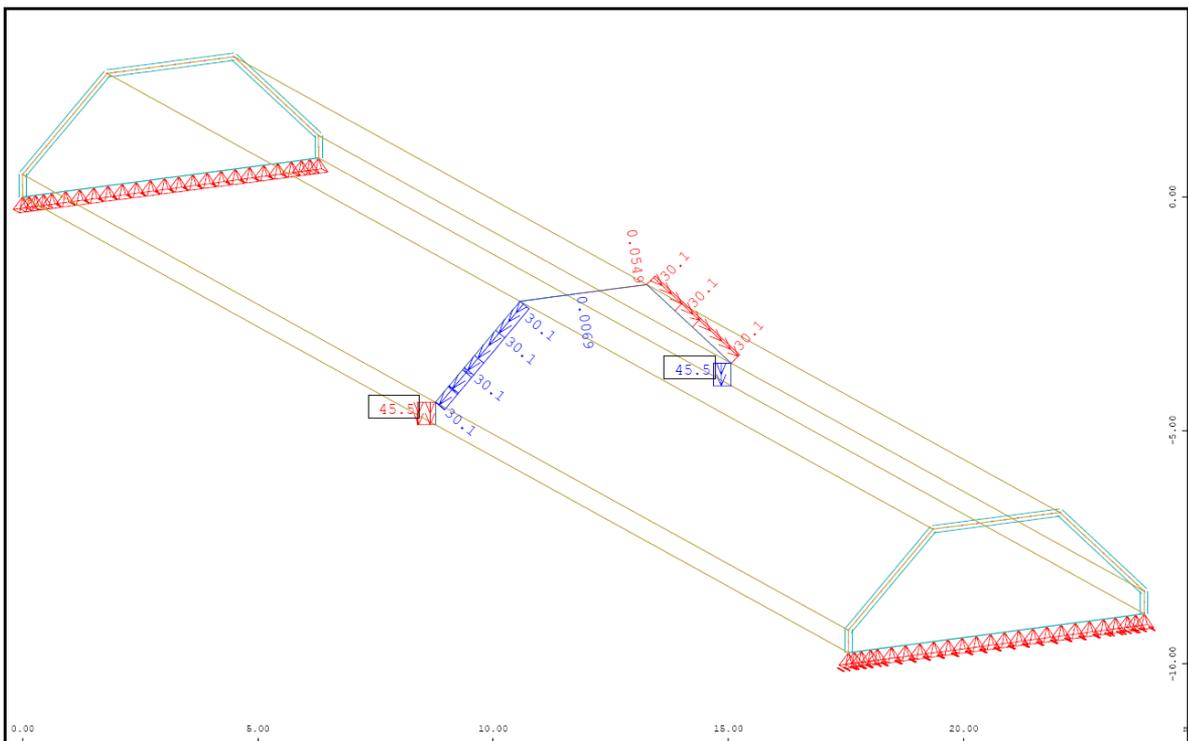


Abb. A- 249: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

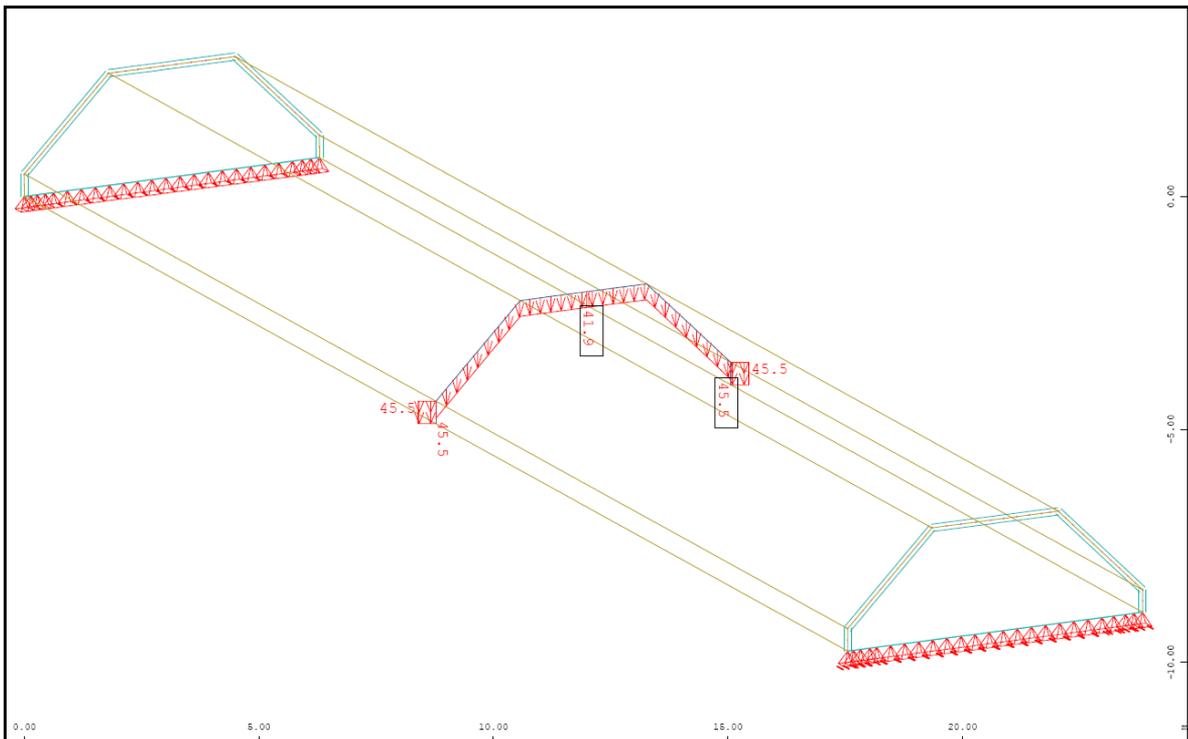


Abb. A- 250: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

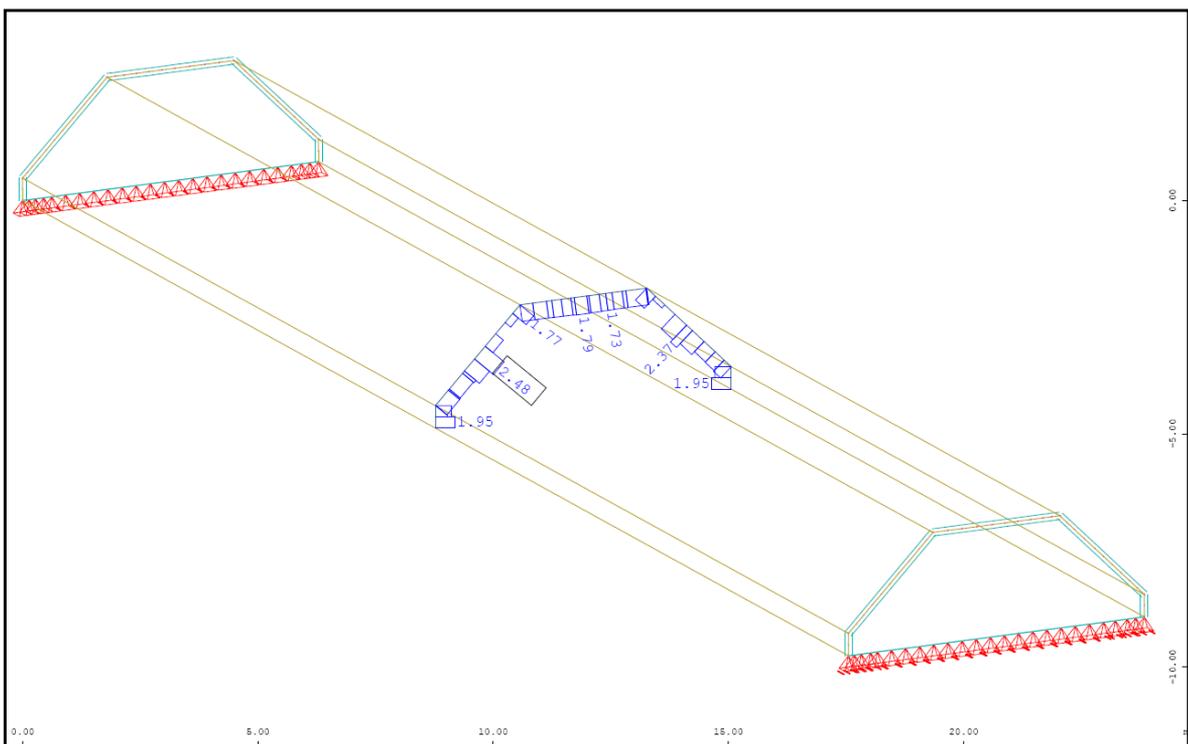


Abb. A- 251: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

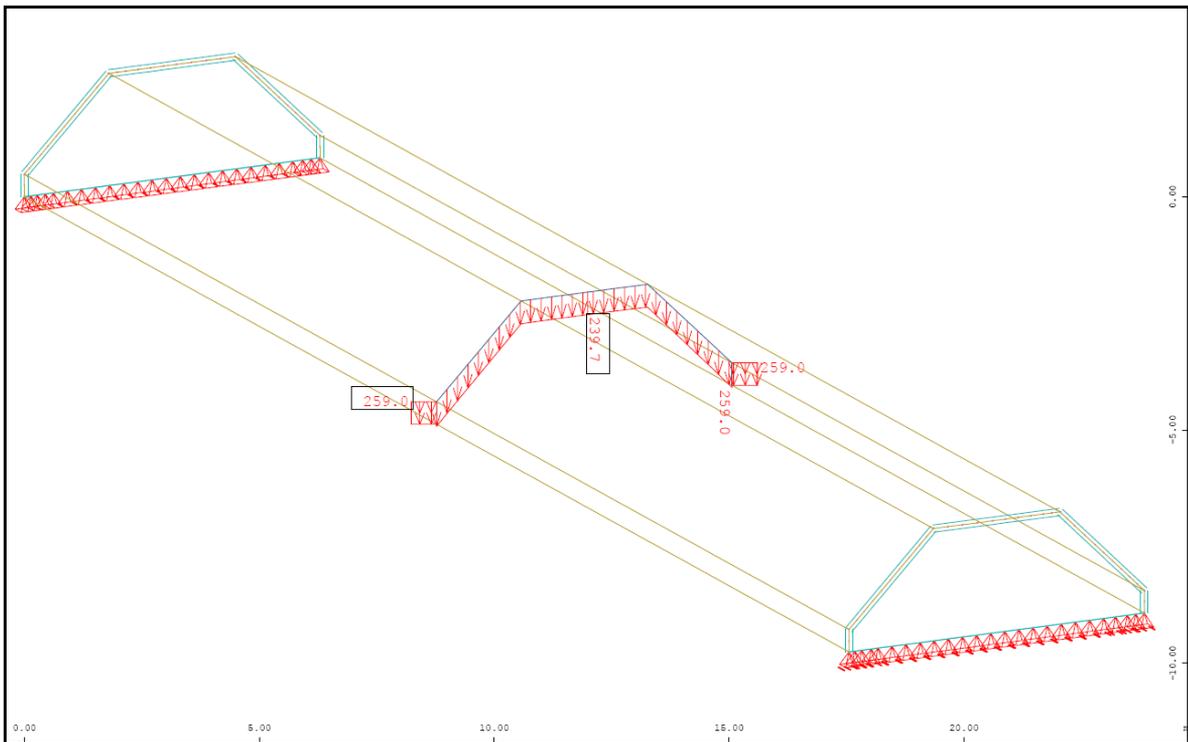


Abb. A- 252: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

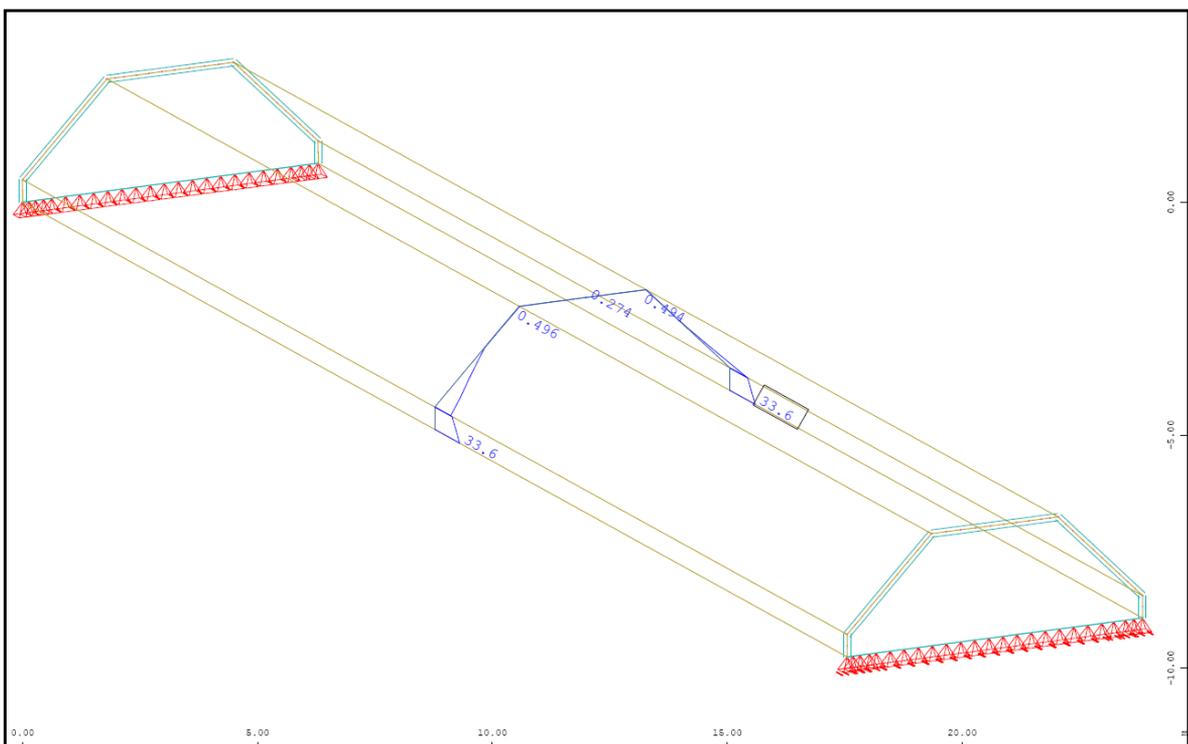


Abb. A- 253: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

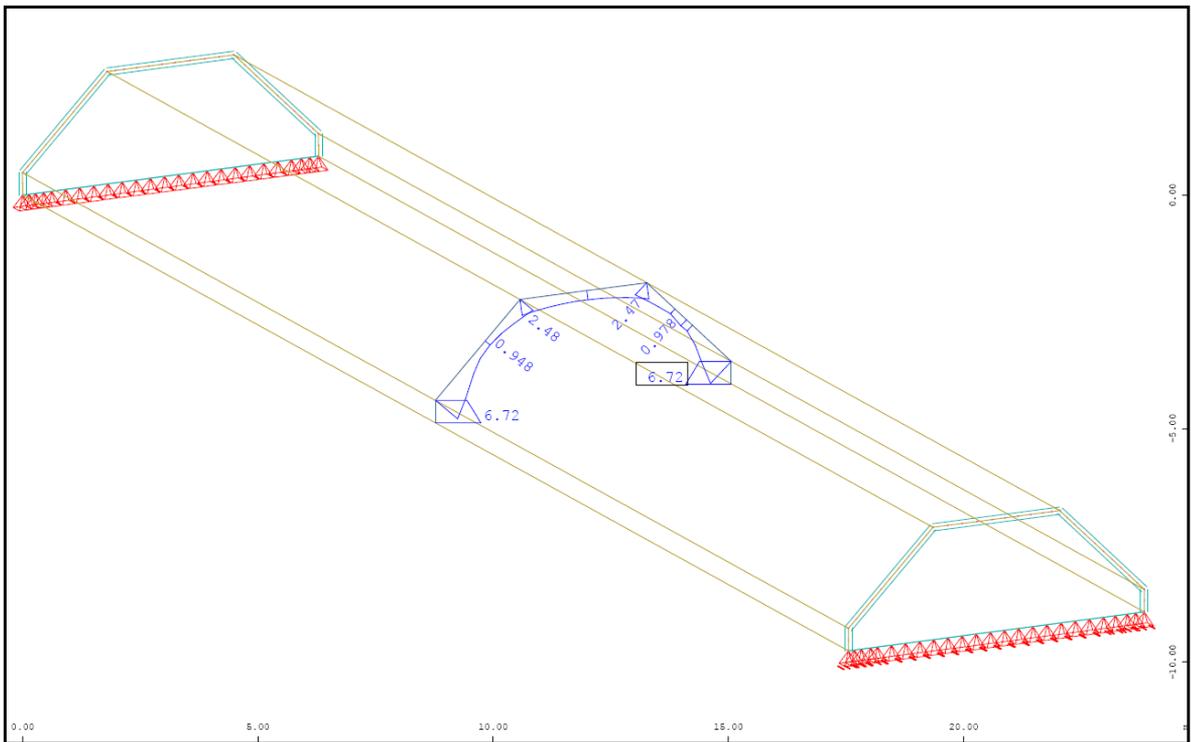


Abb. A- 254: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

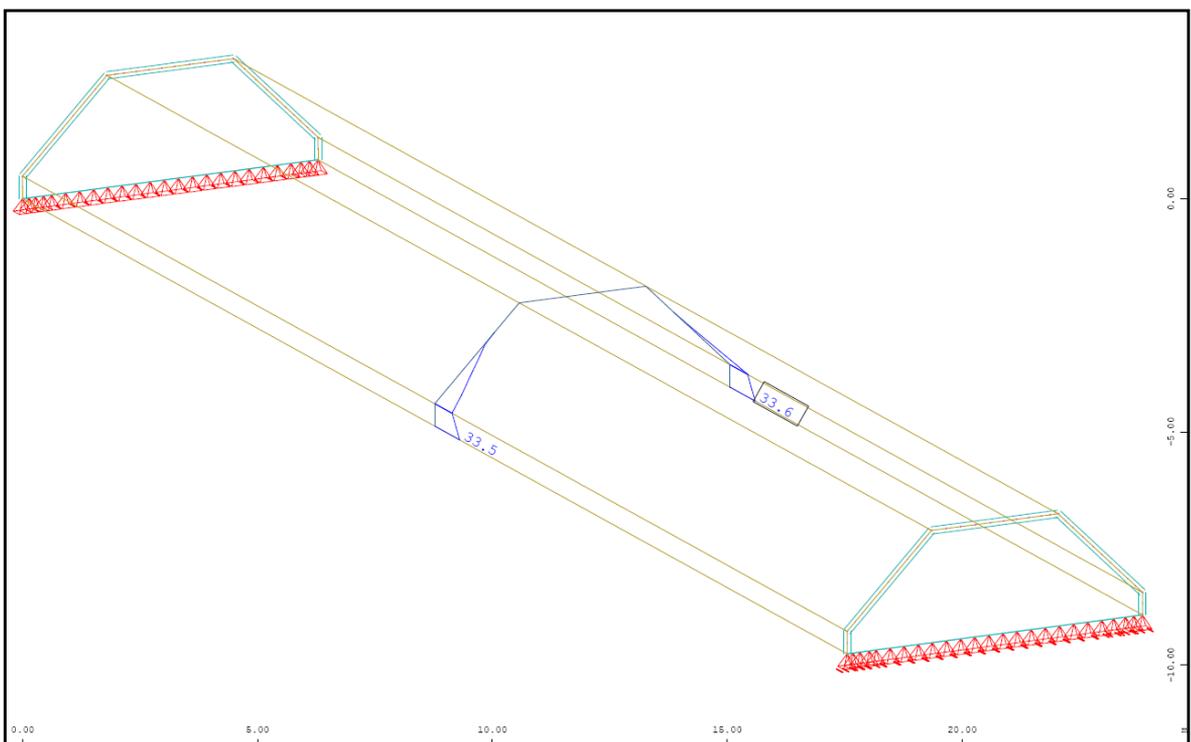


Abb. A- 255: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

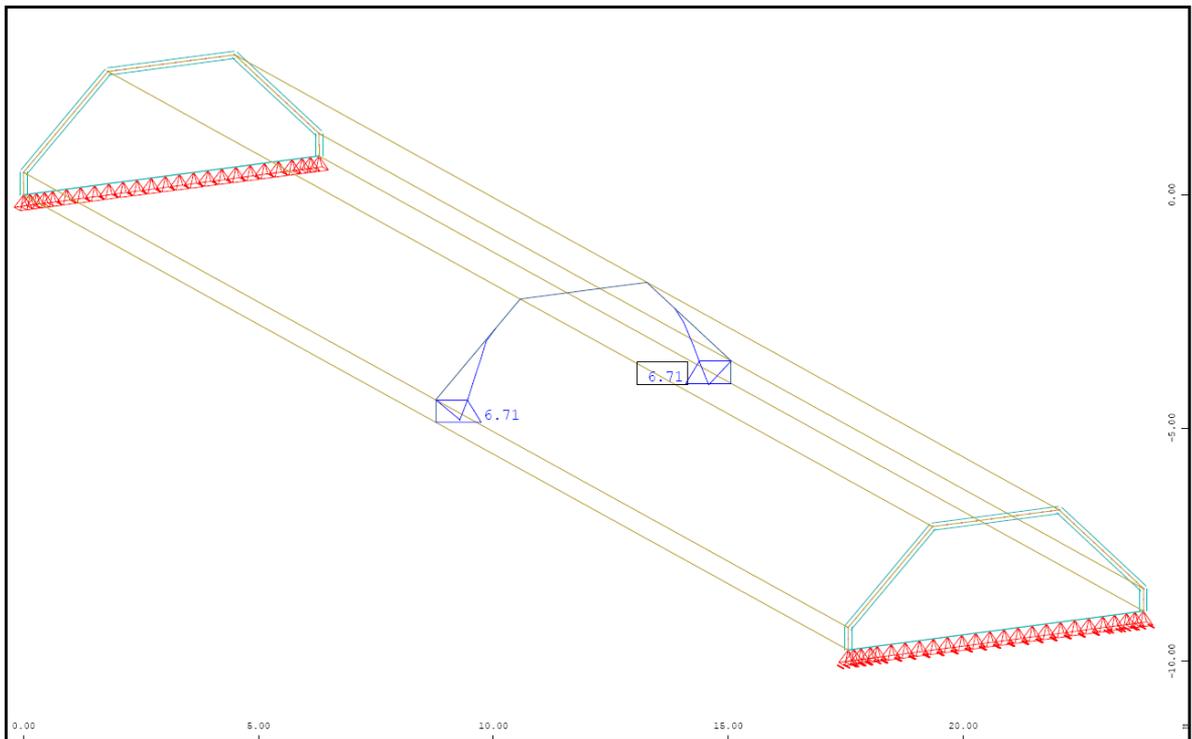


Abb. A- 256: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.3.3.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -3,09* | +1,92 |
| Pkt.C | -16,20 | -3,68 |
| Feld 3 | -10,50 | +1,94 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | -1,88 | ---- |
| Feld2 | -13,03 | ---- |
| Feld3 | -30,0 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +2650,0 | +2634,8 |
| Pkt.B | +1835,0 | +1819,9 |
| Pkt.C | -1295,0 | -1440,0 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 45,5 | 259,0 | 42,1 |
| Pkt.B | 45,5 | 259,0 | 42,1 |
| Pkt.C | 41,9 | 239,7 | 42,1 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.3.4. Tonnendach mit einer Querschotenhöhe von 0,00m

1.3.4.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachs mittels Dreischübegleichung, werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und der $0,20\text{m}$ dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_1 = 5,0 / \cos(45) = 7,07 \text{ kN/m}$

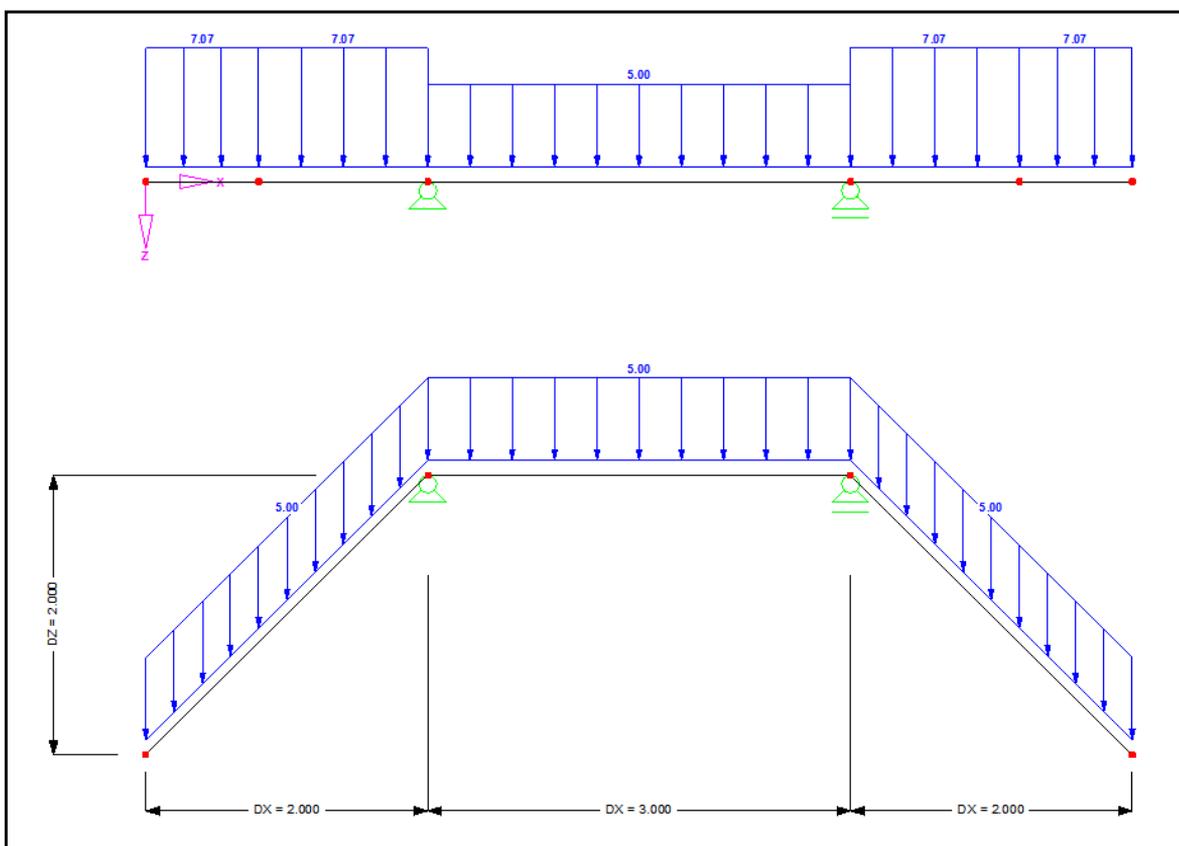


Abb. A- 257: Belastung Durchlaufträger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -3,54 \text{ kNm}$$

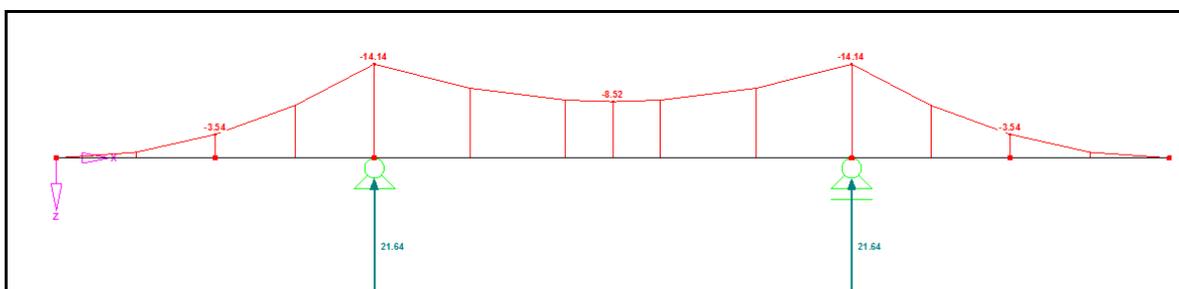
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -14,14 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -8,52 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_C = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 21,64 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 258: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltdachs

Scheibe 1 (Querschote)

$$\text{Fläche } A_1 = 0,20 \text{ m} \times 0,00 \text{ m} = 0,00 \text{ m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_1 = (0,20 \text{ m} \times 0,00 \text{ m}^2) / 6 = 0,00 \text{ m}^3$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

$$\text{Fläche } A_2 = 0,20 \text{ m} \times (2,0 \text{ m} / \cos 45^\circ) = 0,57 \text{ m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_2 = [0,20 \text{ m} \times (2,0 \text{ m} / \cos 45^\circ)^2] / 6 = 0,27 \text{ m}^3$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

$$\text{Fläche } A_3 = 0,20 \text{ m} \times 3,0 \text{ m} = 0,60 \text{ m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_3 = (0,20 \text{ m} \times 1,50 \text{ m}^2) / 6 = 0,02 \text{ m}^3$$

Scheibenlasten des Falterwerks (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 21,64 / \sin 45^\circ = 30,61 \text{ kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2) / 8 = (30,61 \times 7^2) / 8 = 187,47 \text{ kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 21,64 \times \tan 45^\circ = 21,64 \text{ kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0 \text{ kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$T_C = \left(\frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \right) / 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} = 67,57 \text{ kN}$$

$$T_A = 0 \text{ kN}$$

$$T_B = 0,00 \text{ kN}$$

$$T_C = 67,57 \text{ kN}$$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_B = \frac{M_{02}}{W_2} - 4 \cdot \frac{T_B}{A_2} - 2 \cdot \frac{T_C}{A_2} = 464,11 \text{ kN/m}^2$$

$$N_B = \sigma_B \cdot 0,20 \text{ m} = 92,82 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -225,22 \text{ kN/m}^2$$

$$N_C = \sigma_C \cdot 0,20 \text{ m} = -45,04 \text{ kN/m}$$

Verschiebungen lokal y in Feldmitte mithilfe der Mohr'schen Analogie

Verschiebung Pkt. C

$$\Delta \sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 689,33 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta \sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta \sigma_{BC}}{0,20 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 3,93 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,2006 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{Cz} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,2837 \text{ mm}$$

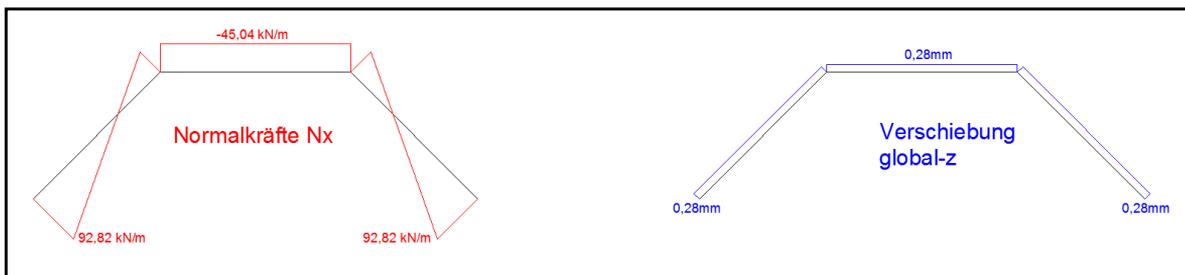


Abb. A- 259: Dreischübegleichung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.3.4.2. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

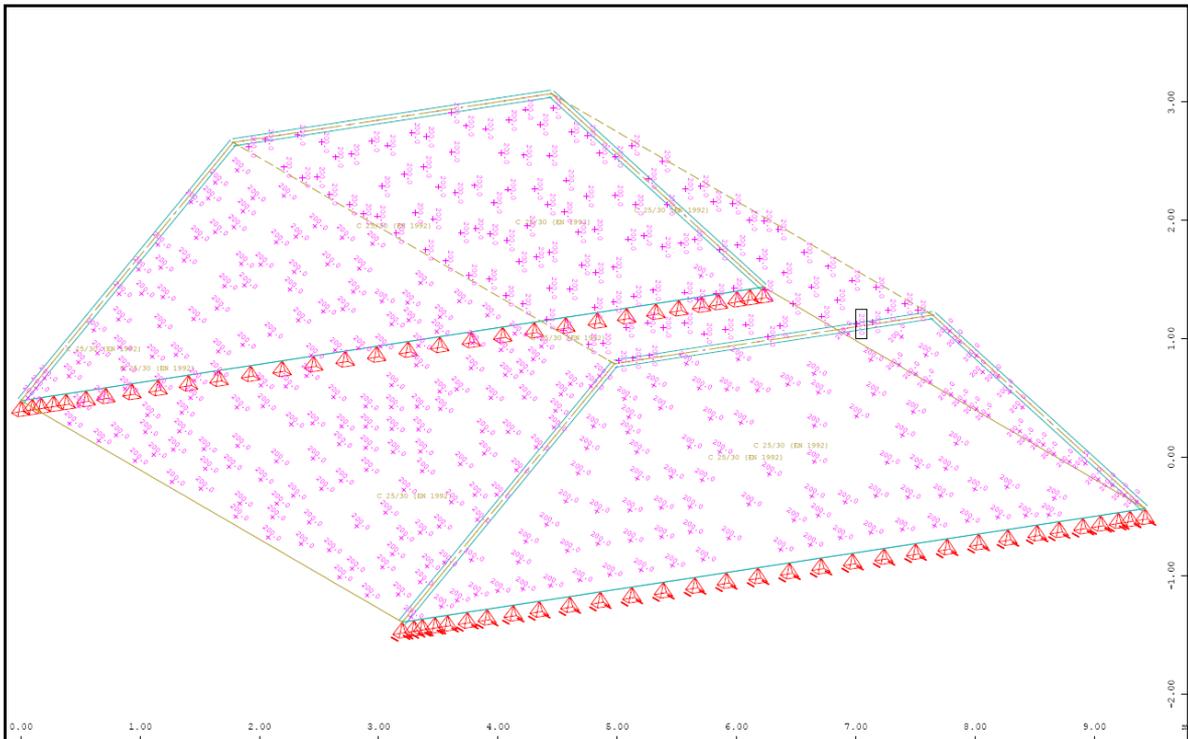


Abb. A- 260: Sofistik : Struktur

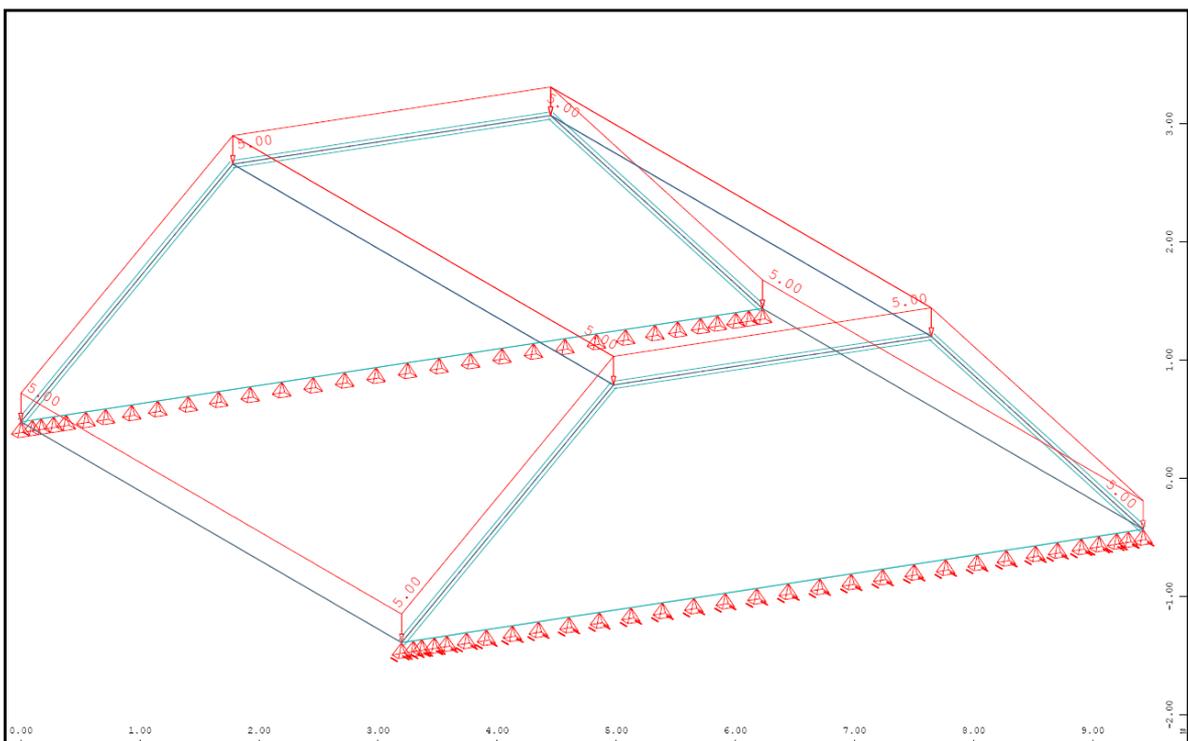


Abb. A- 261: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

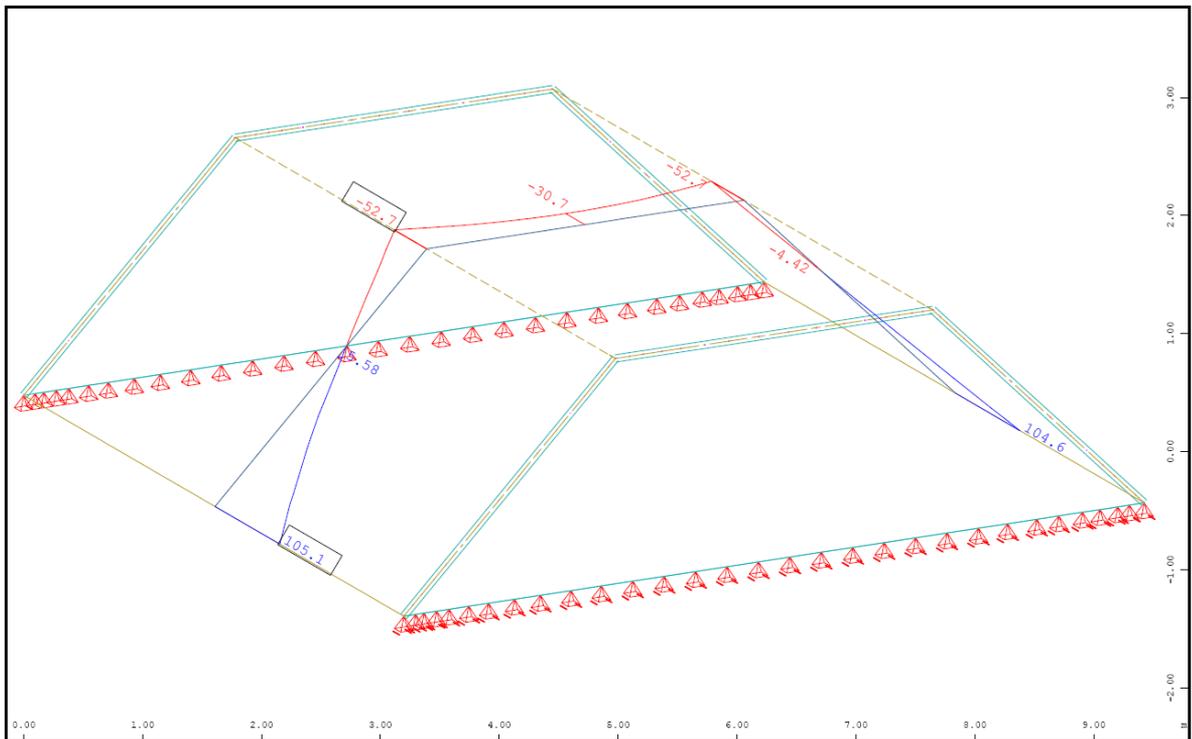


Abb. A- 262: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

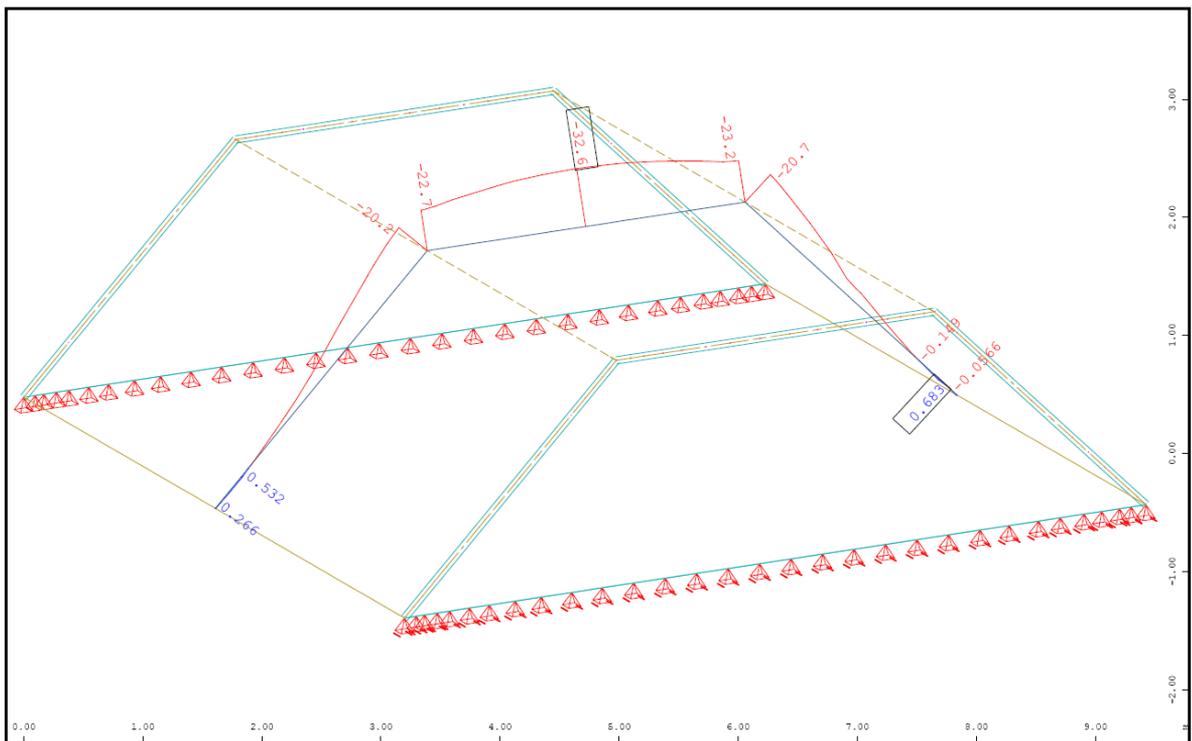


Abb. A- 263: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

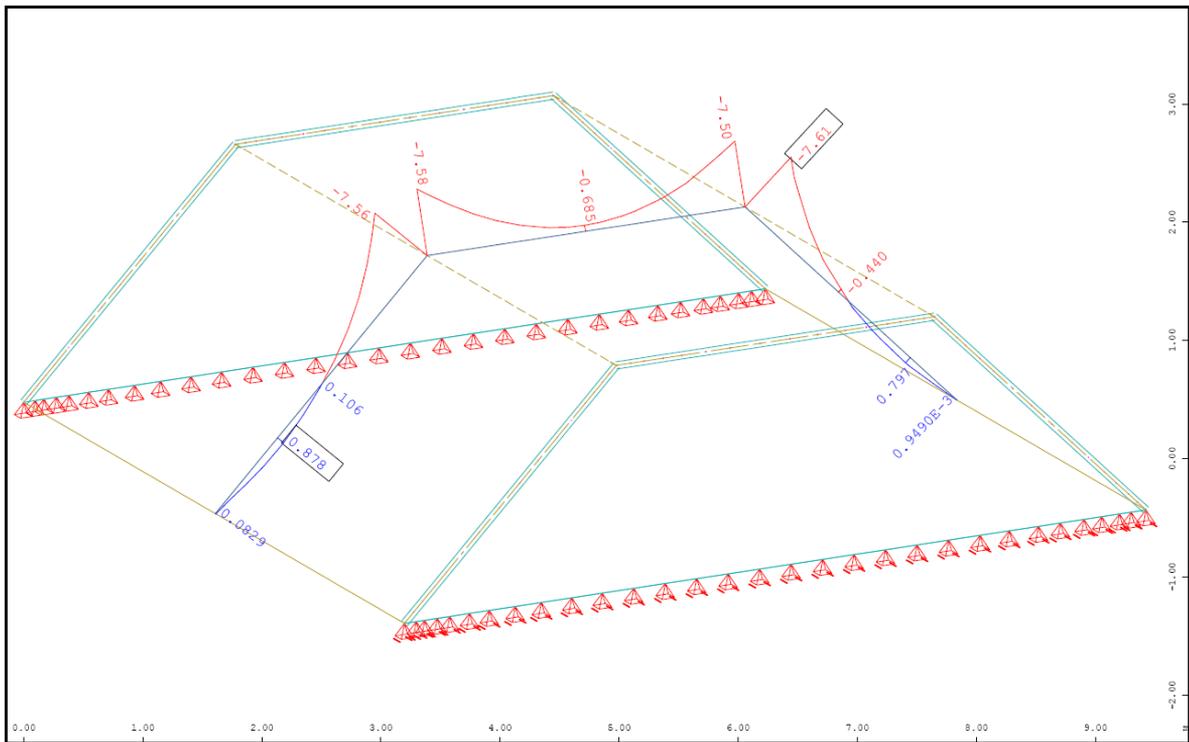


Abb. A- 264: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

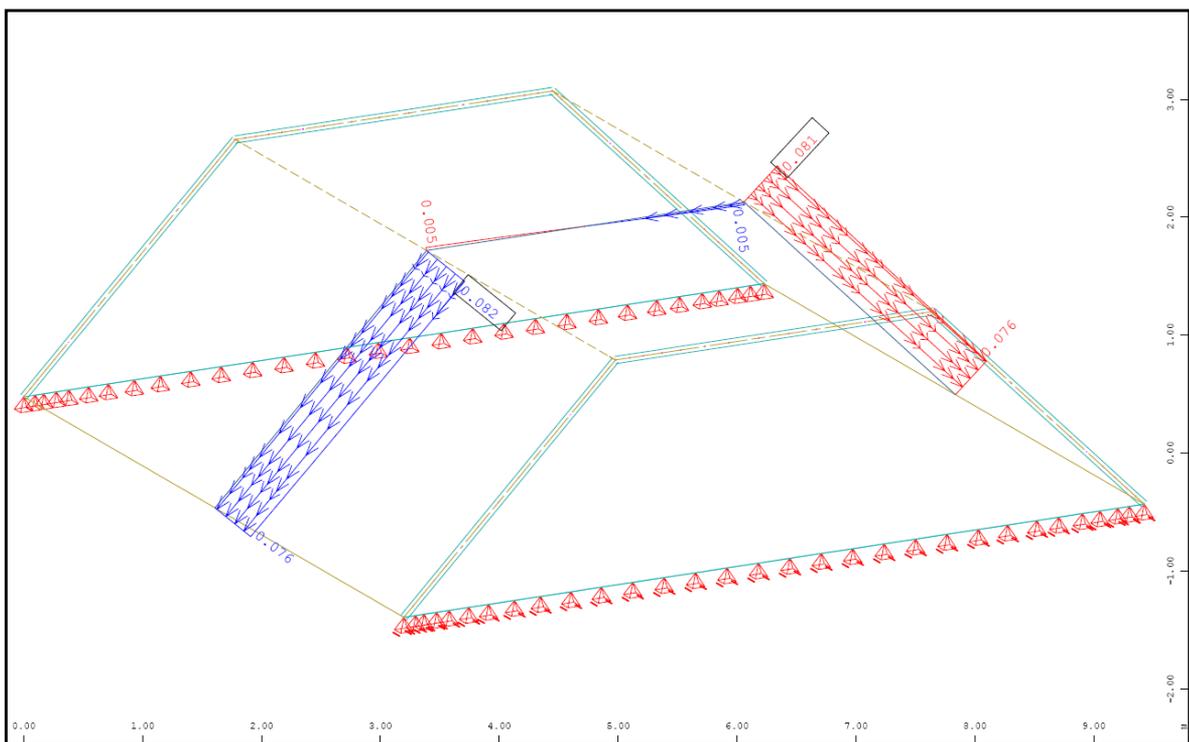


Abb. A- 265: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

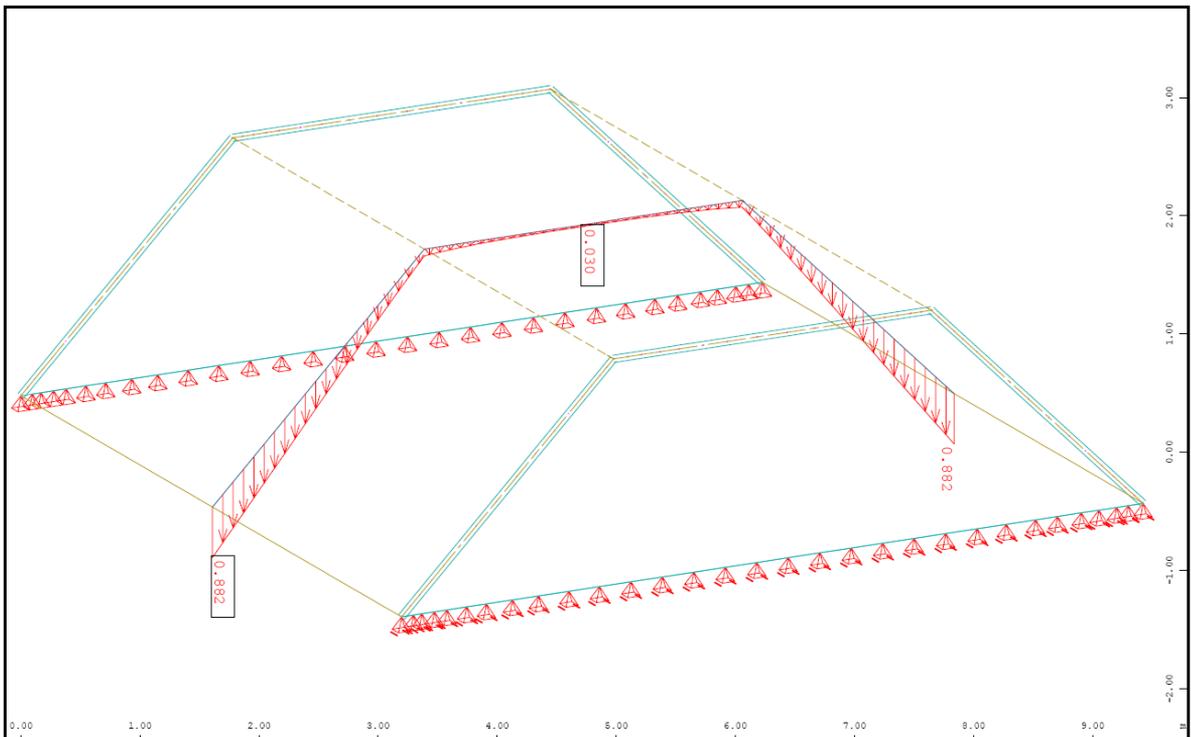


Abb. A- 266: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

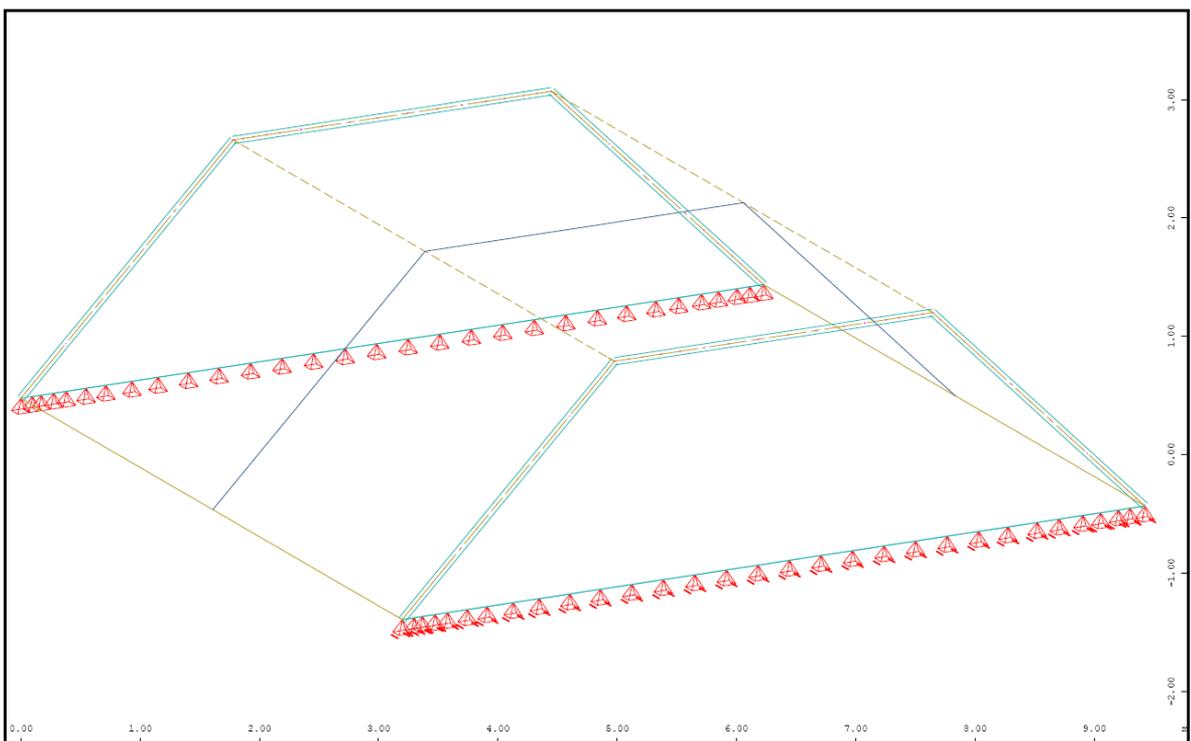


Abb. A- 267: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

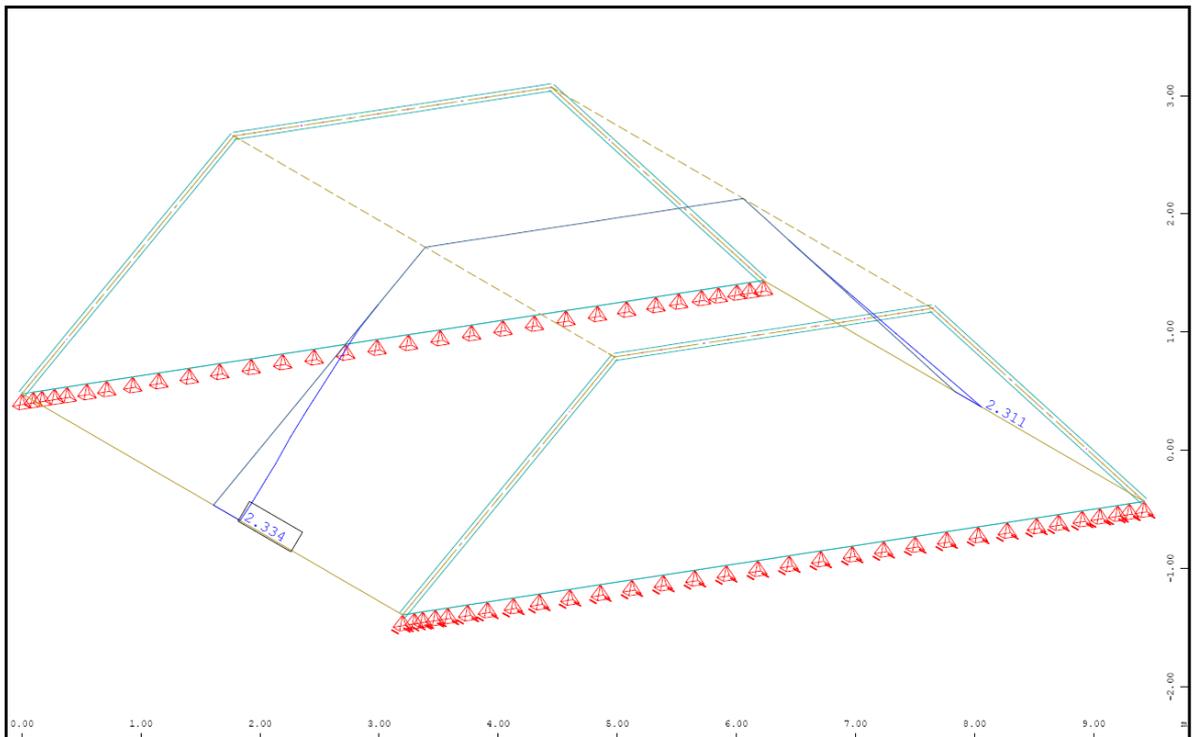


Abb. A- 270: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

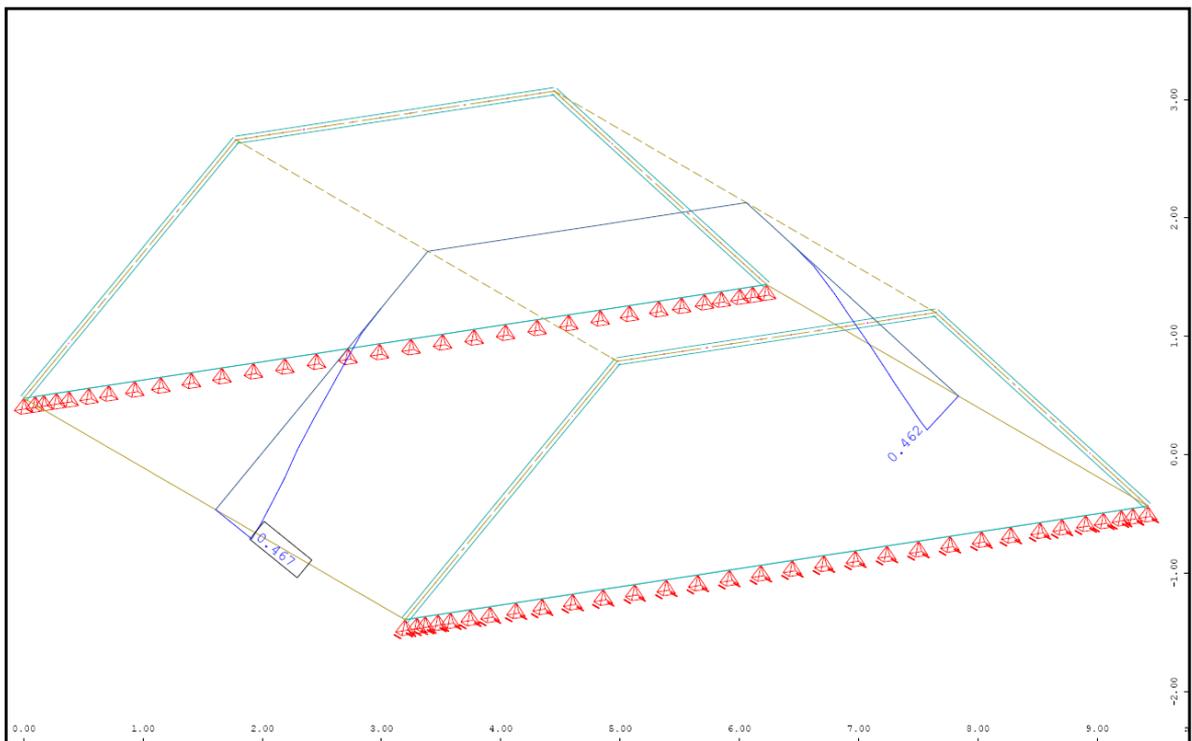


Abb. A- 271: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.3.4.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +0,37* | +3,54 |
| Pkt.C | -7,56 | -14,14 |
| Feld 3 | -0,69 | -8,52 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld2 | -10,1 | -30,61 |
| Feld3 | -32,6 | -21,64 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.B | +105,1 | +92,82 |
| Pkt.C | -52,7 | -45,04 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.B | 0,88 | 0,88 | 0,28 |
| Pkt.C | 0,03 | 0,02 | 0,28 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C \cdot 0,40 + q_x \cdot l^2 \cdot 0,12$

1.3.4.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_1 = 43,28 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,20 | 0,60 | 2,00 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 1,00 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,20 | 2,83 | 0,57 | 1,00 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Querschoten 1 | 0,20 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Summe | | | 1,7314 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 1,2000 | 0,65 | 0,2562 | 0,20 | 0,00200 |
| 0,5657 | -0,35 | 0,0679 | 0,28 | 0,18856 |
| 0,5657 | -0,35 | 0,0679 | 0,28 | 0,18856 |
| 0,0000 | -1,35 | 0,0000 | 0,00 | 0,00000 |
| 0,0000 | -1,35 | 0,0000 | 0,00 | 0,00000 |
| 2,3314 | | 0,3921 | | 0,37912 |

Fläche des Falterks = 1,7314m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 1,3465\text{m}$ $z_{so} = 2,10\text{m}$ - $z_{su} = 0,7535\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 0,771196\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 8656,0\text{kNm}$$

Querbiegemoment des Falwerks in Feldmitte:

Ermittlung durch einen **Durchlaufträger** wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“

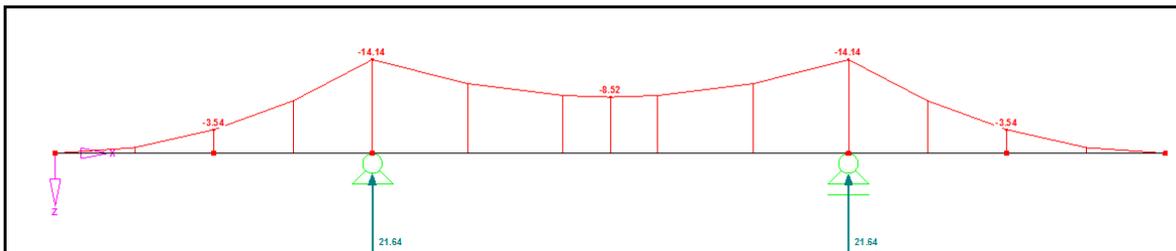


Abb. A- 272: Querbiegemomente M_{yy}

Durchbiegung des Falwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 60,3448 \text{ mm}$$

Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -8457,38 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,20 \text{ m} = -1691,48 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 15113,28 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,20 \text{ m} = 3022,66 \text{ kN/m}$$

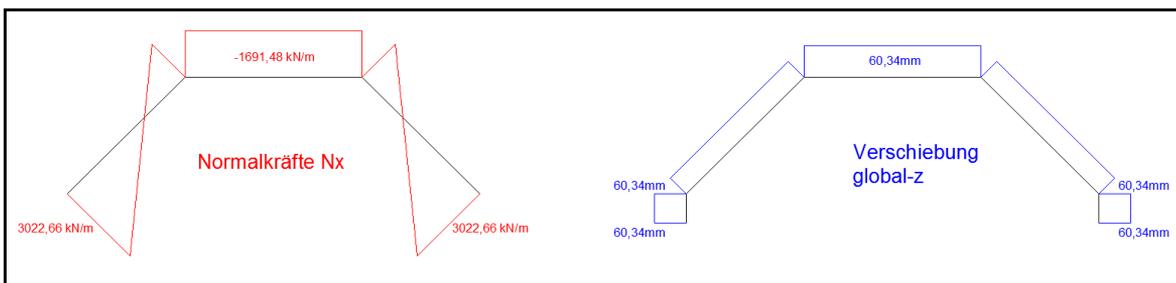


Abb. A- 273: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.3.4.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

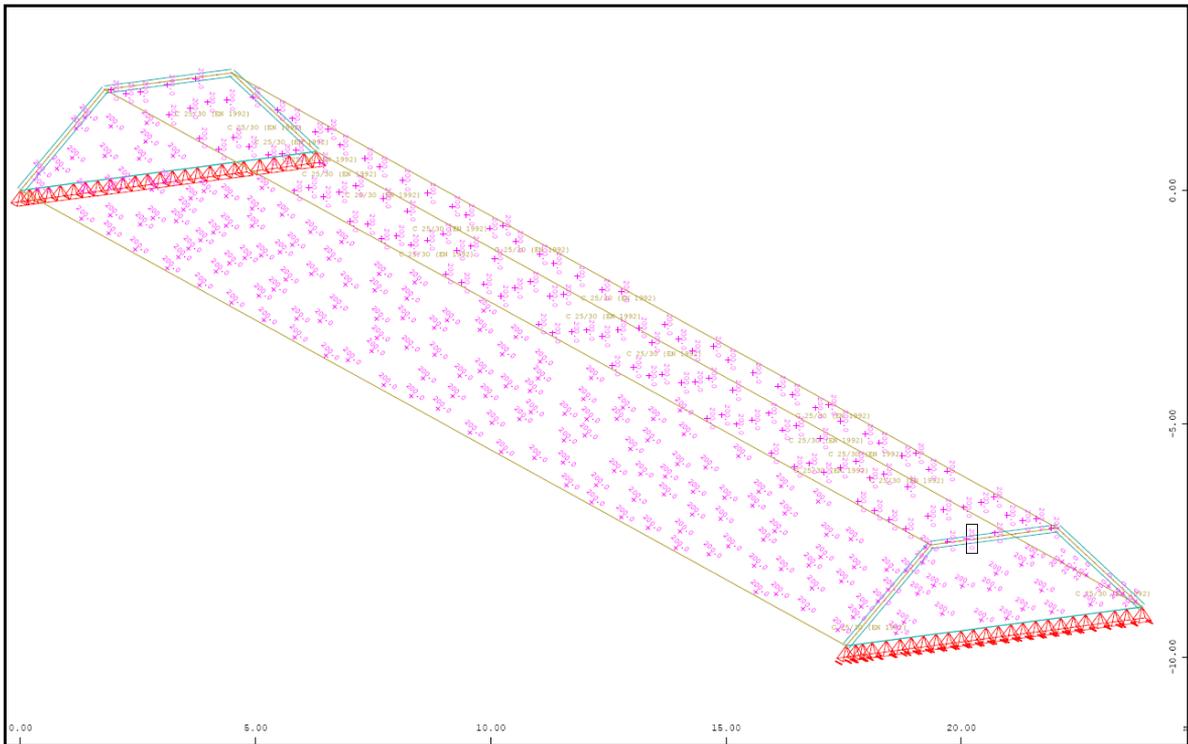


Abb. A- 274: Sofistik : Struktur

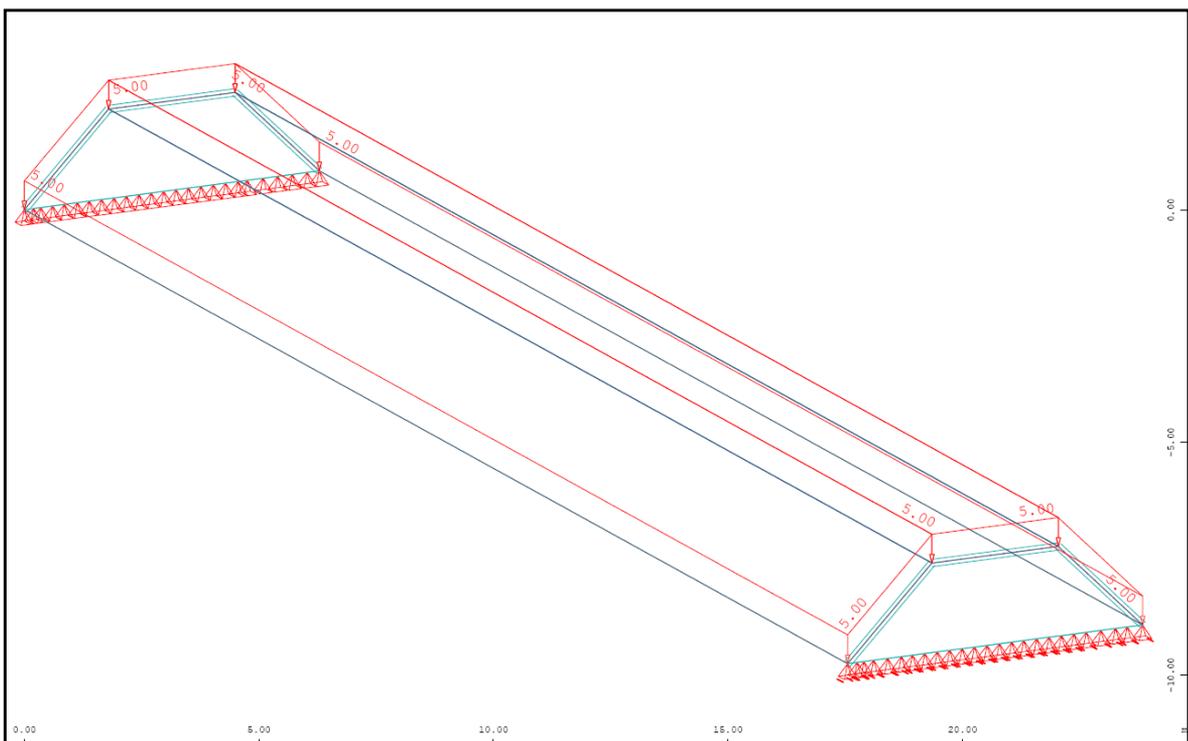


Abb. A- 275: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=5,0\text{kN/m}^2$)“

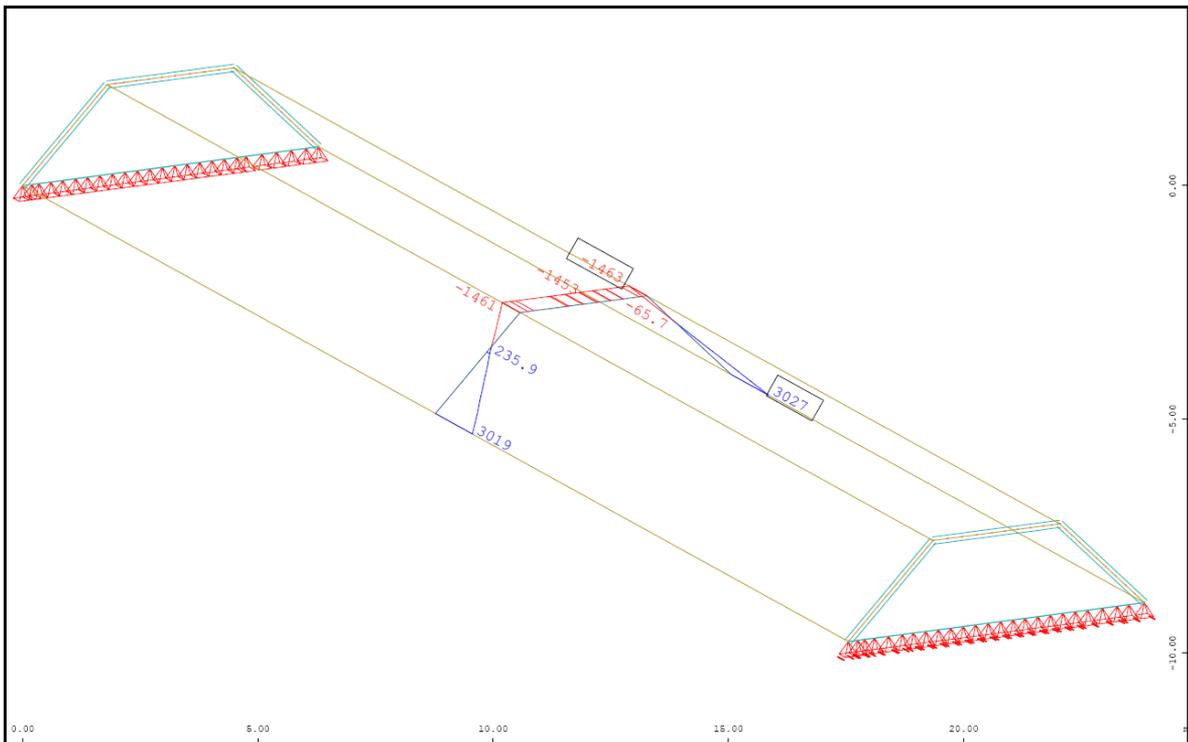


Abb. A- 276: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

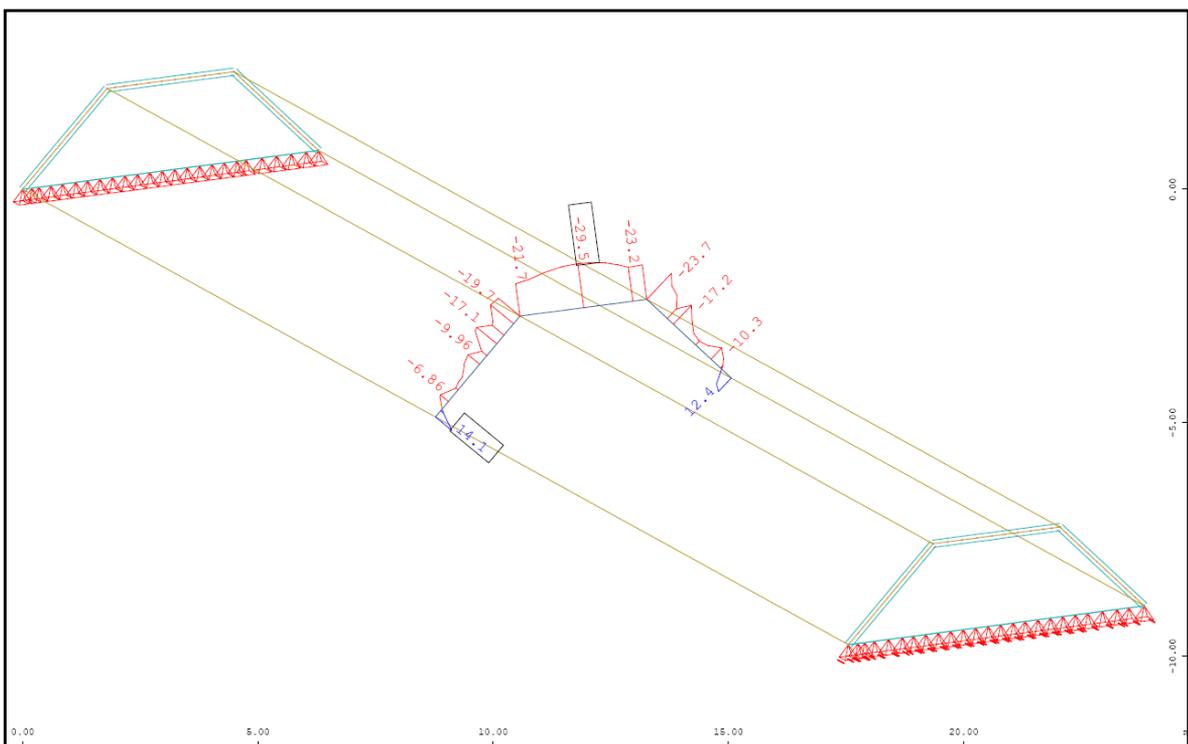


Abb. A- 277: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

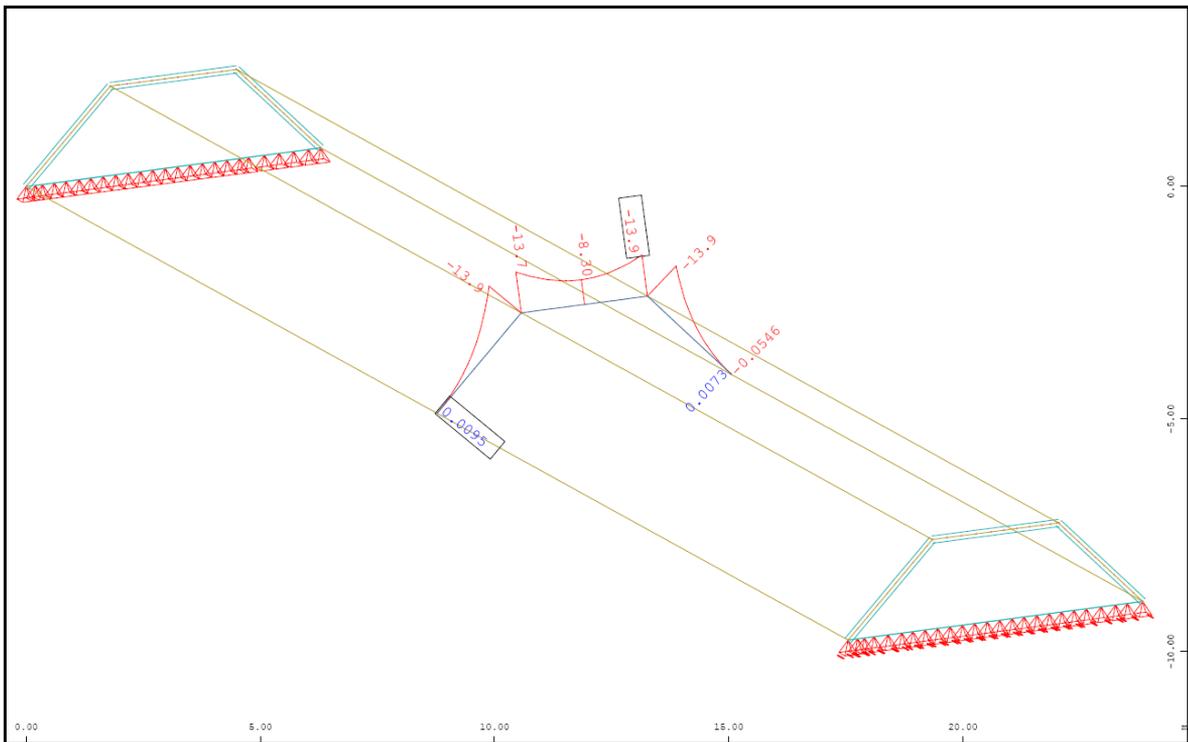


Abb. A- 278: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

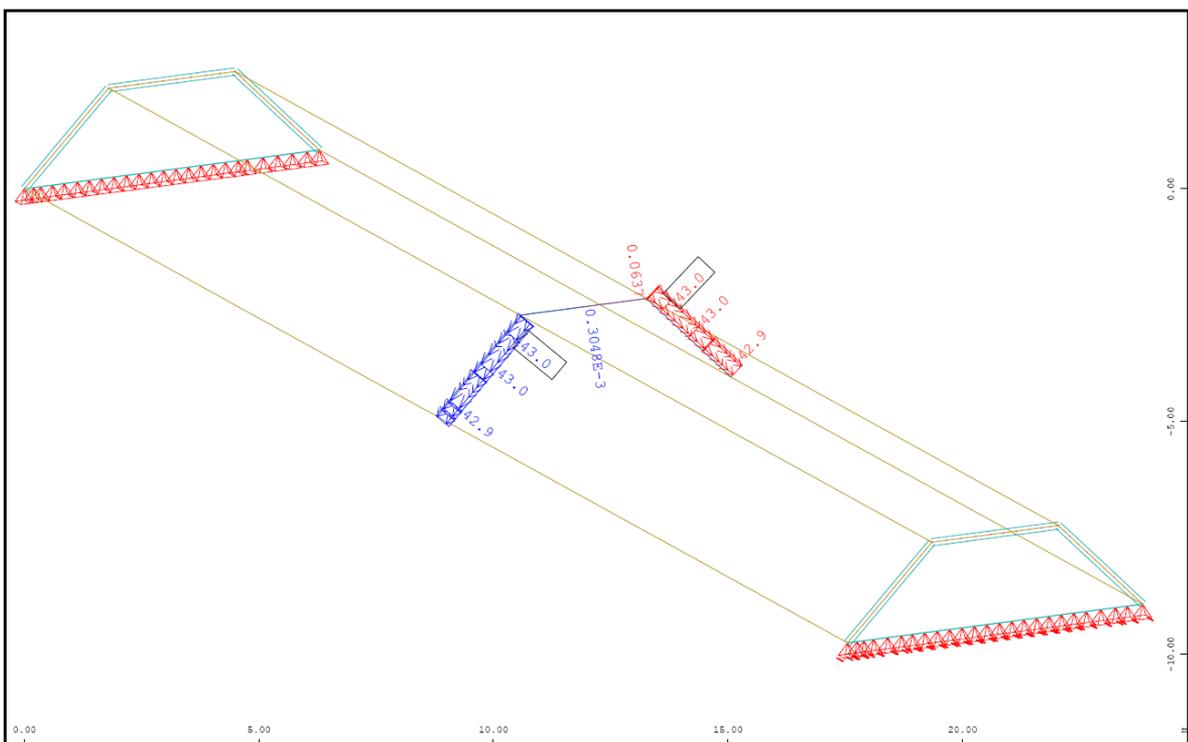


Abb. A- 279: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

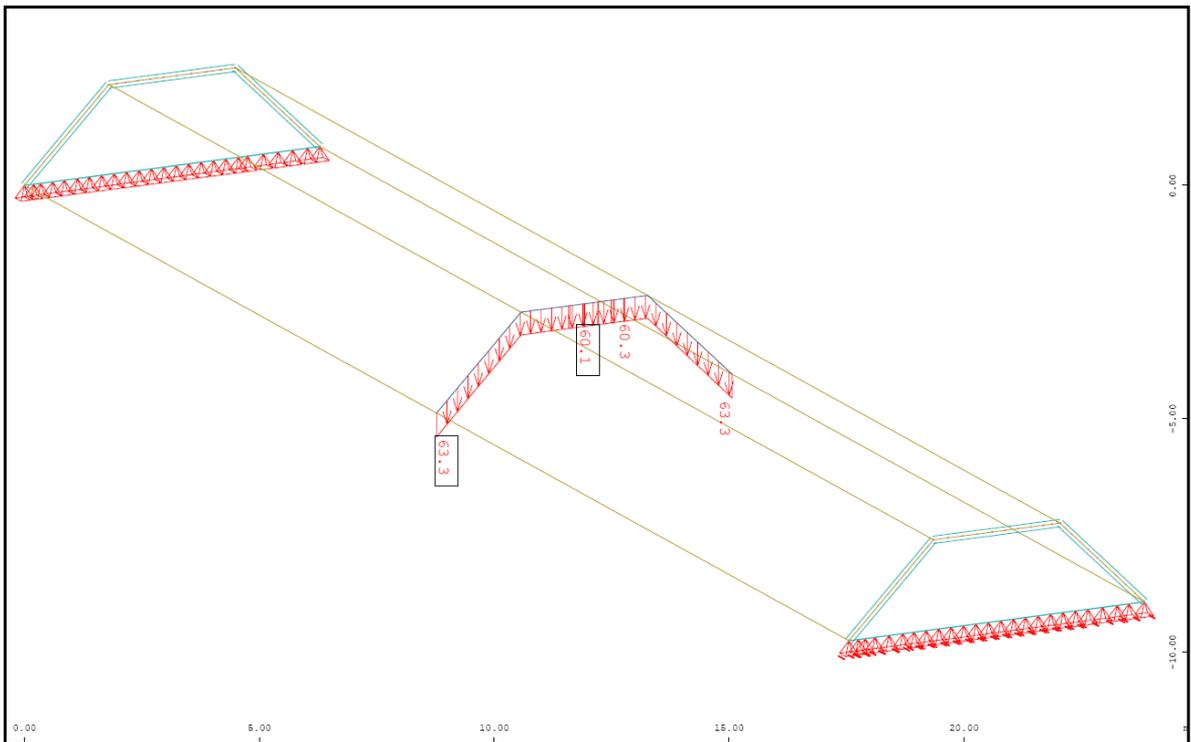


Abb. A- 280: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

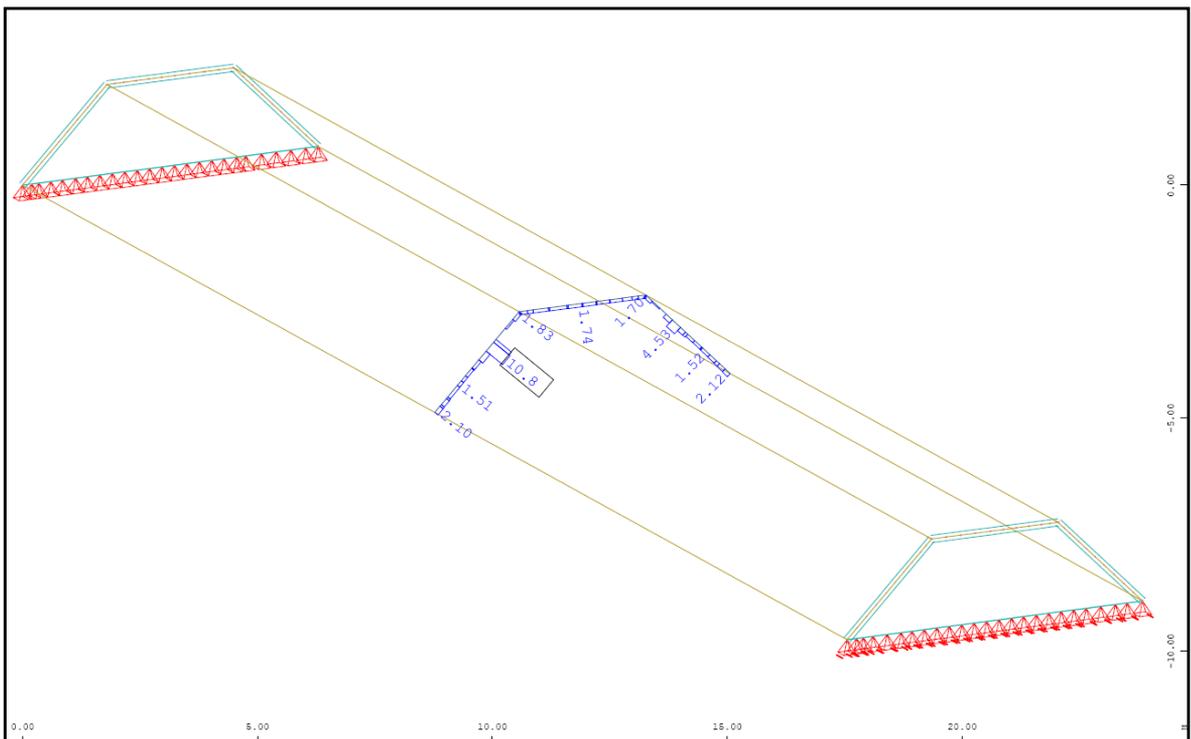


Abb. A- 281: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

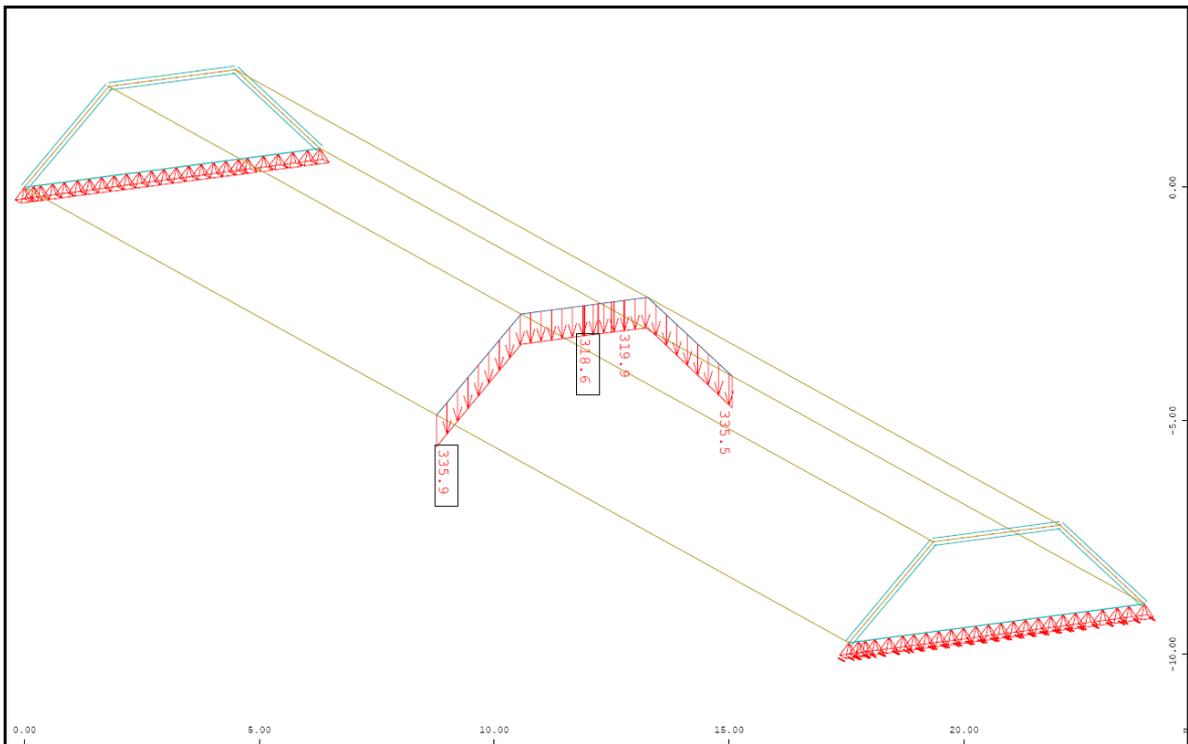


Abb. A- 282: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

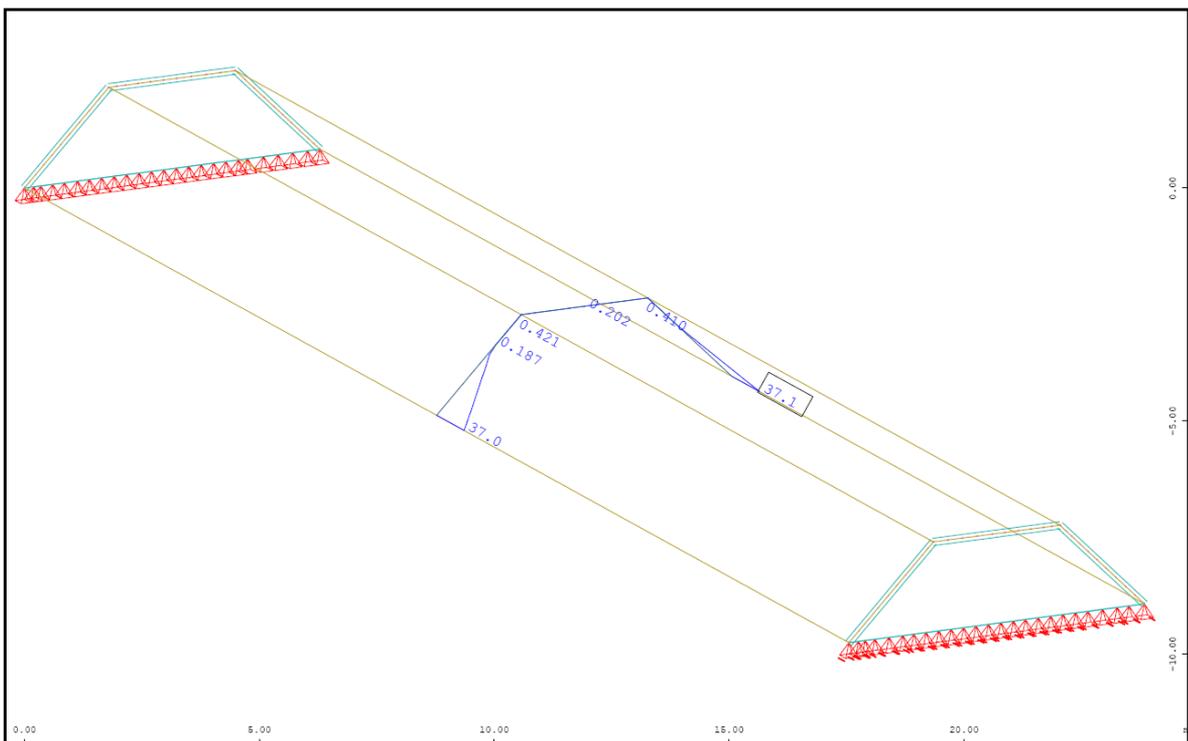


Abb. A- 283: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm²/m

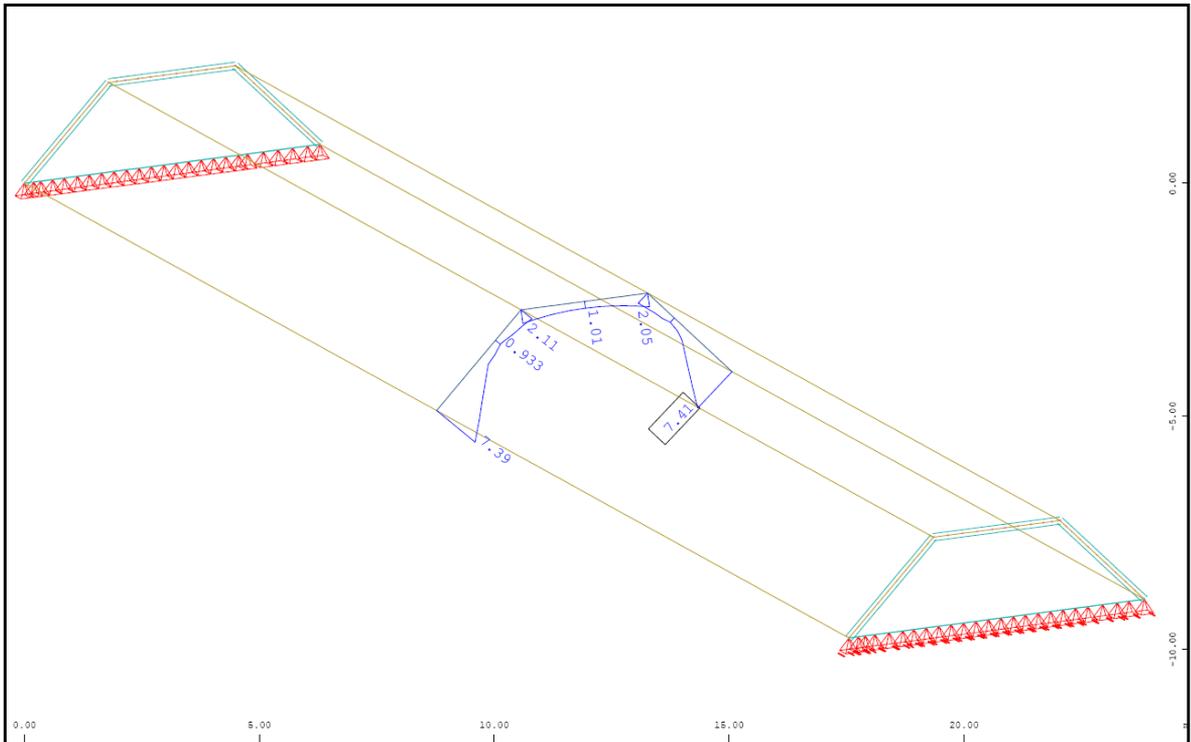


Abb. A- 284: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

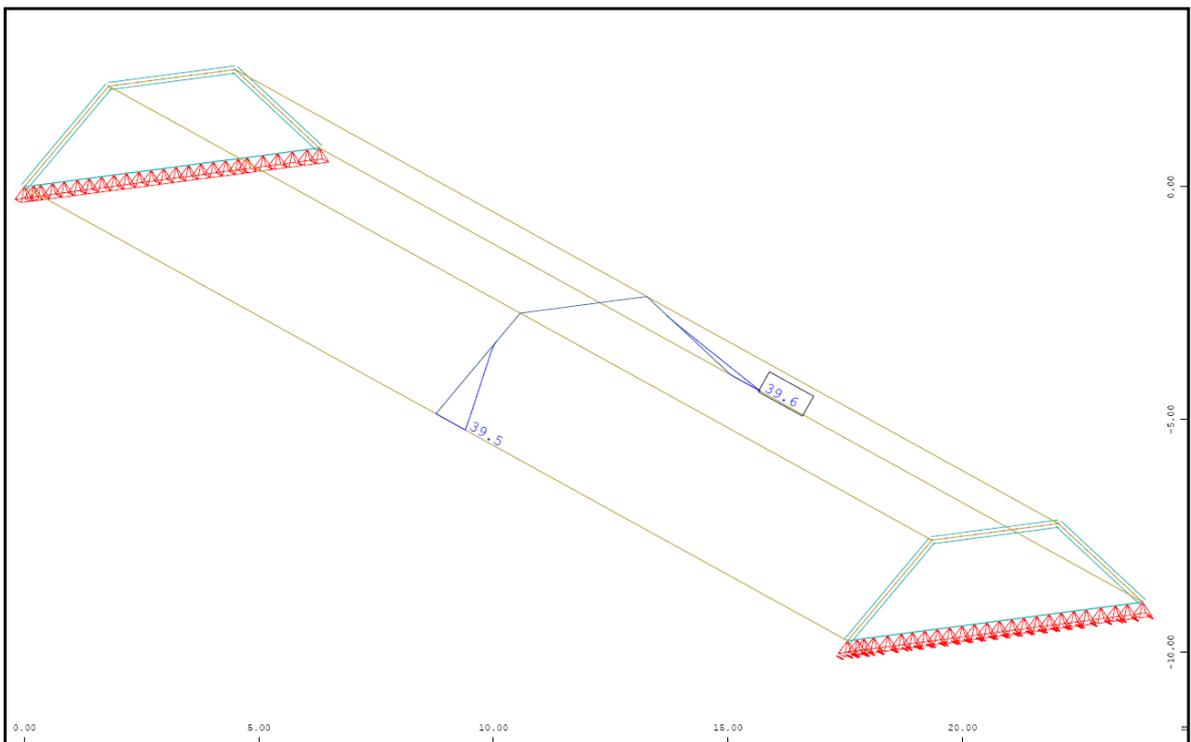


Abb. A- 285: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

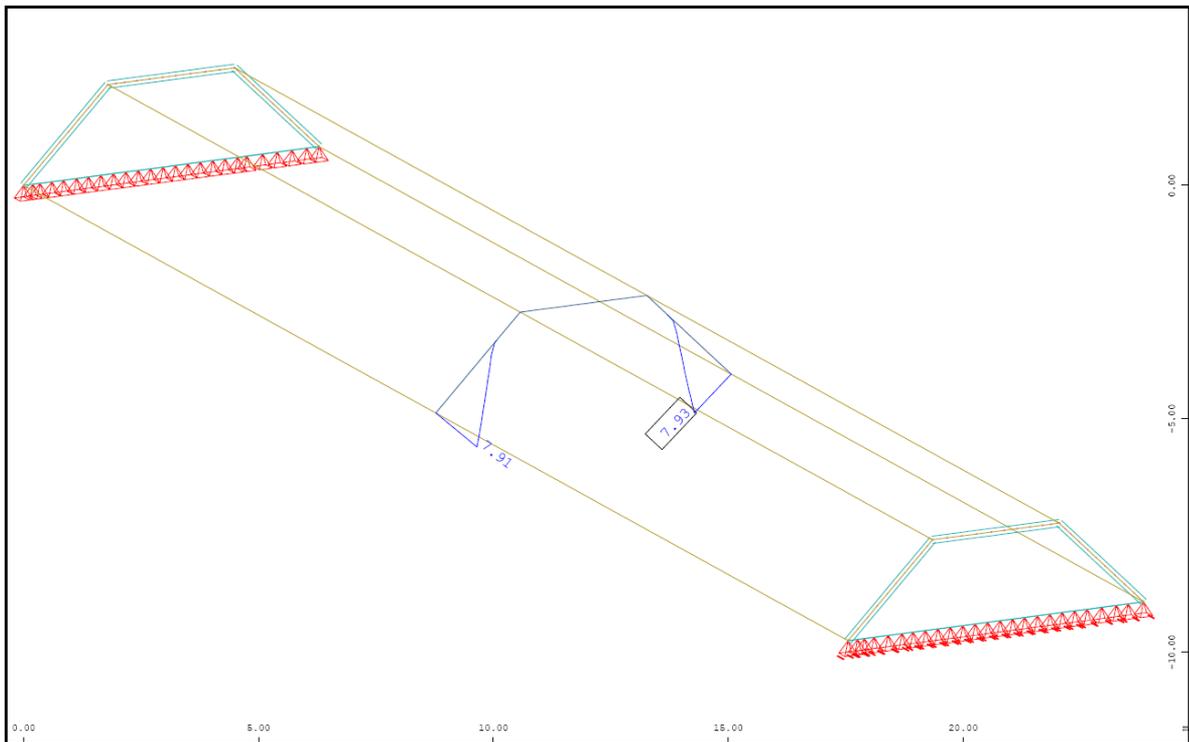


Abb. A- 286: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.3.4.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -2,17* | -3,54 |
| Pkt.C | -13,90 | -14,14 |
| Feld 3 | -8,30 | -8,52 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld2 | -9,85 | ---- |
| Feld3 | -29,50 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.B | +3019,0 | +3022,7 |
| Pkt.C | -1463,0 | -1691,5 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.B | 63,3 | 335,9 | 60,3 |
| Pkt.C | 60,1 | 318,6 | 60,3 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.4. Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke

Abschließend wird noch die Auswirkung der Veränderung der Plattendicke untersucht. (in Abb. blau gekennzeichnet). Hierbei wird die Dachneigung mit 45° , die Querschotenhöhe mit 1,50m und die Spannweite mit 7m bzw. 40m unverändert bleiben.

Es werden die Plattendicken von 15cm, 20cm und 25cm geprüft.

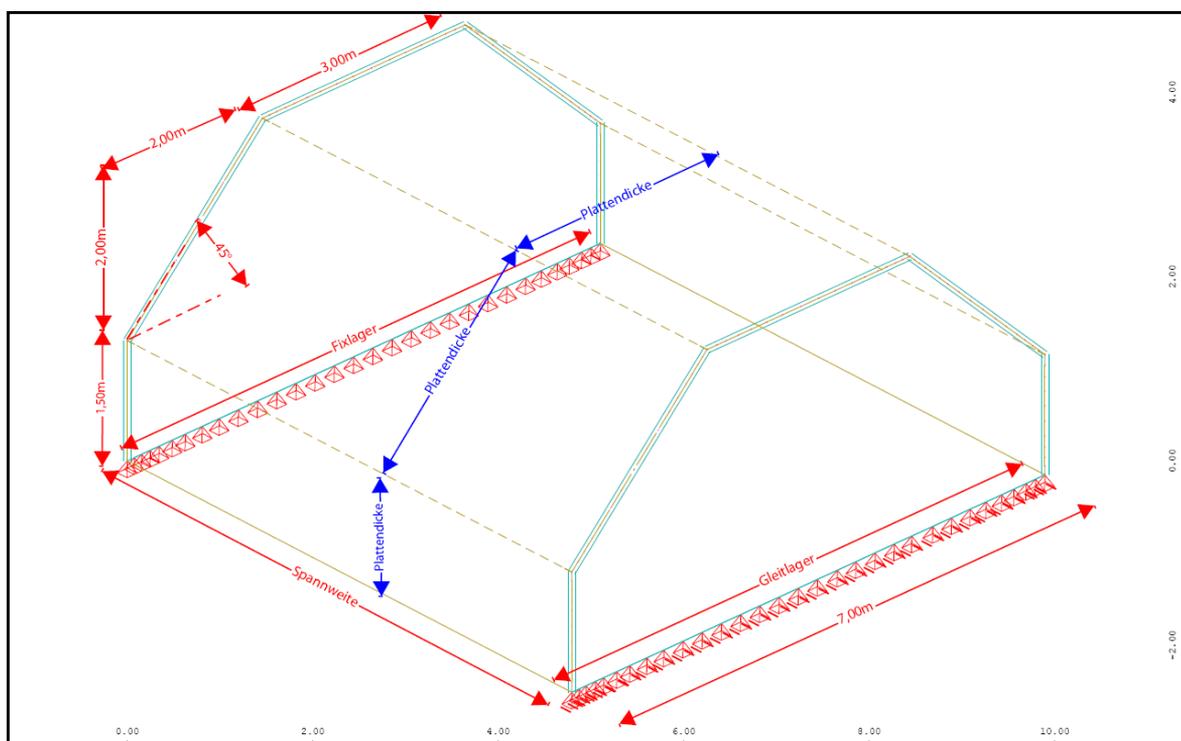


Abb. A- 287: Sofistik : Abmessungen

1.4.1. Tonnendach mit einer Plattendicke von 15cm

1.4.1.1. Berechnung mittels Dreischübelegung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachs mittels Dreischübelegung, werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und der $0,20\text{m}$ dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0 \text{ kN/m}$.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_1 = 3,75 / \cos(45) = 5,30 \text{ kN/m}$

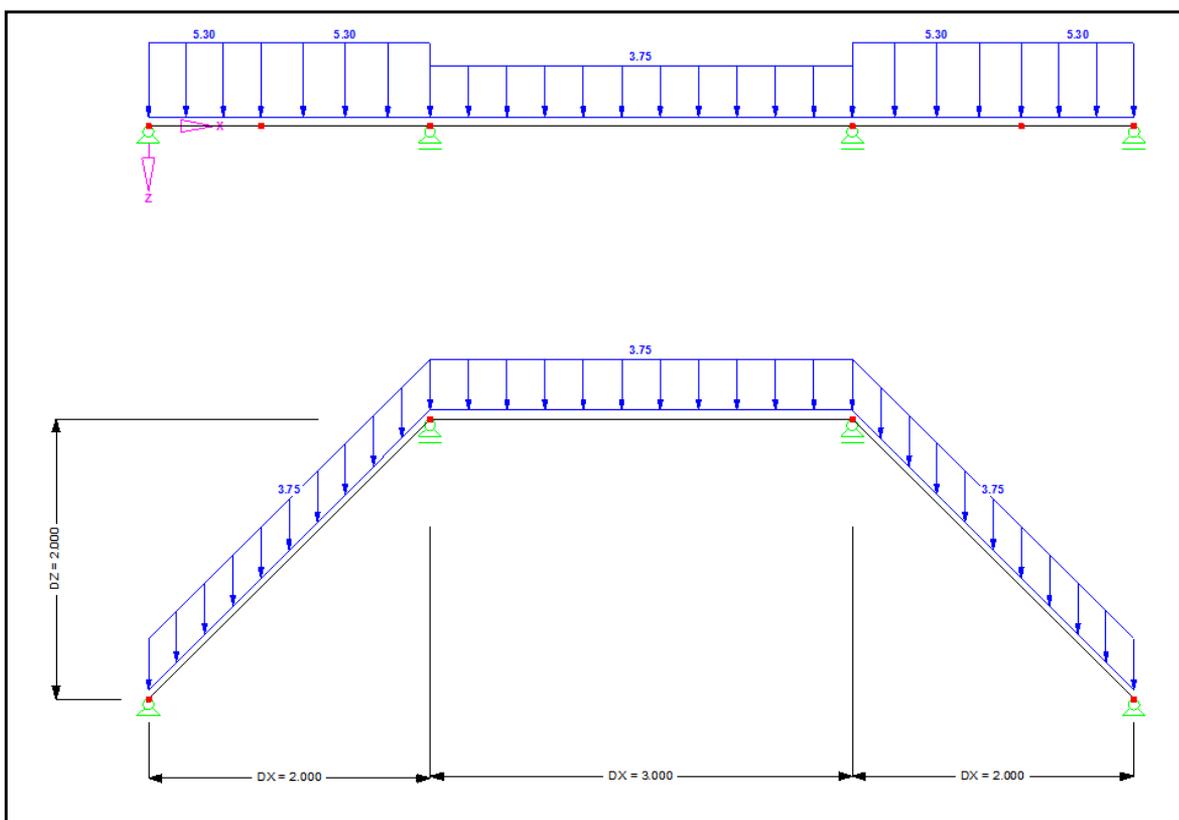
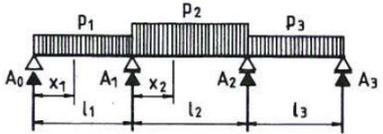


Abb. A- 288: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägerausbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 289: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,44 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -2,76 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 1,46 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 3,92 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,15 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^3 (\text{Querschote}) = 9,55 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 12,31 \text{ kN / m}$$

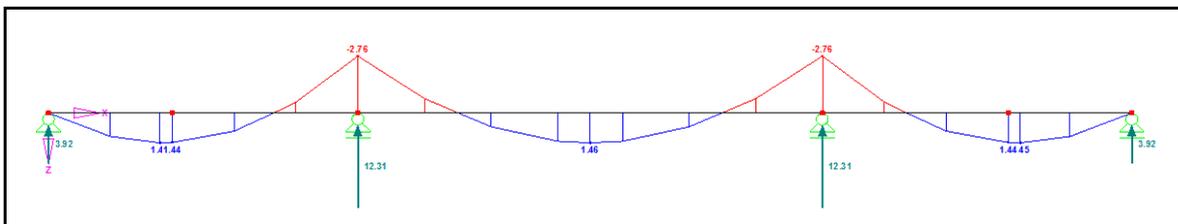


Abb. A- 290: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltdachs

Scheibe 1 (Querschote)

$$\text{Fläche } A_1 = 0,15\text{m} \times 1,50\text{m} = 0,23\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_1 = (0,15\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,06\text{m}^3$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

$$\text{Fläche } A_2 = 0,15\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ) = 0,42\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_2 = [0,15\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ)^2]/6 = 0,2\text{m}^3$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

$$\text{Fläche } A_3 = 0,15\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,45\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,01\text{m}^3$$

Scheibenlasten des Faltdachs (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 9,55\text{kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (9,55 \times 7^2)/8 = 58,48\text{kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 12,31 / \sin 45^\circ = 17,41\text{kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (17,41 \times 7^2)/8 = 106,63\text{kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 12,31 \times \tan 45^\circ = 12,31\text{kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübeleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$T_A = 0 \text{ kN}$

$T_B = 54,35 \text{ kN}$

$T_C = 19,96 \text{ kN}$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 556,53 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,15 \text{ m} = 83,48 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -73,4 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,15 \text{ m} = -11,01 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -88,72 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,15 \text{ m} = -13,31 \text{ kN/m}$$

Verschiebungen lokal y in Feldmitte mithilfe der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 15,32 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,15 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0059 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,0084 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 629,93\text{kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,15\text{m} \cdot E \cdot 1,50\text{m}} = 9,0312 \cdot 10^{-5} \text{rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,461\text{mm}$$

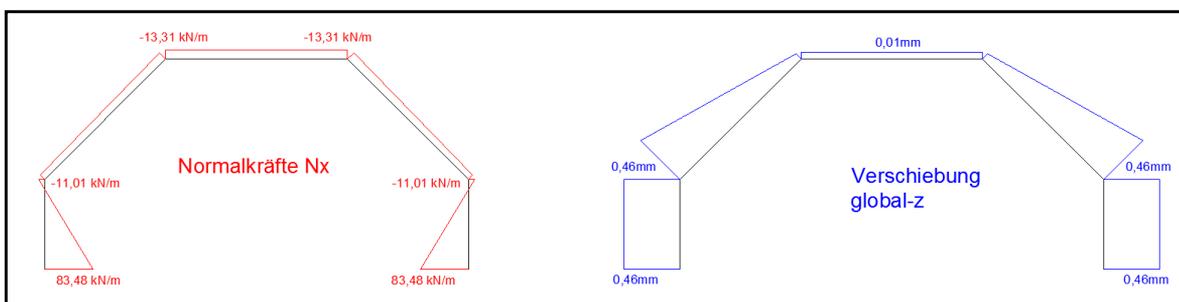


Abb. A- 291: Dreischübelegung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

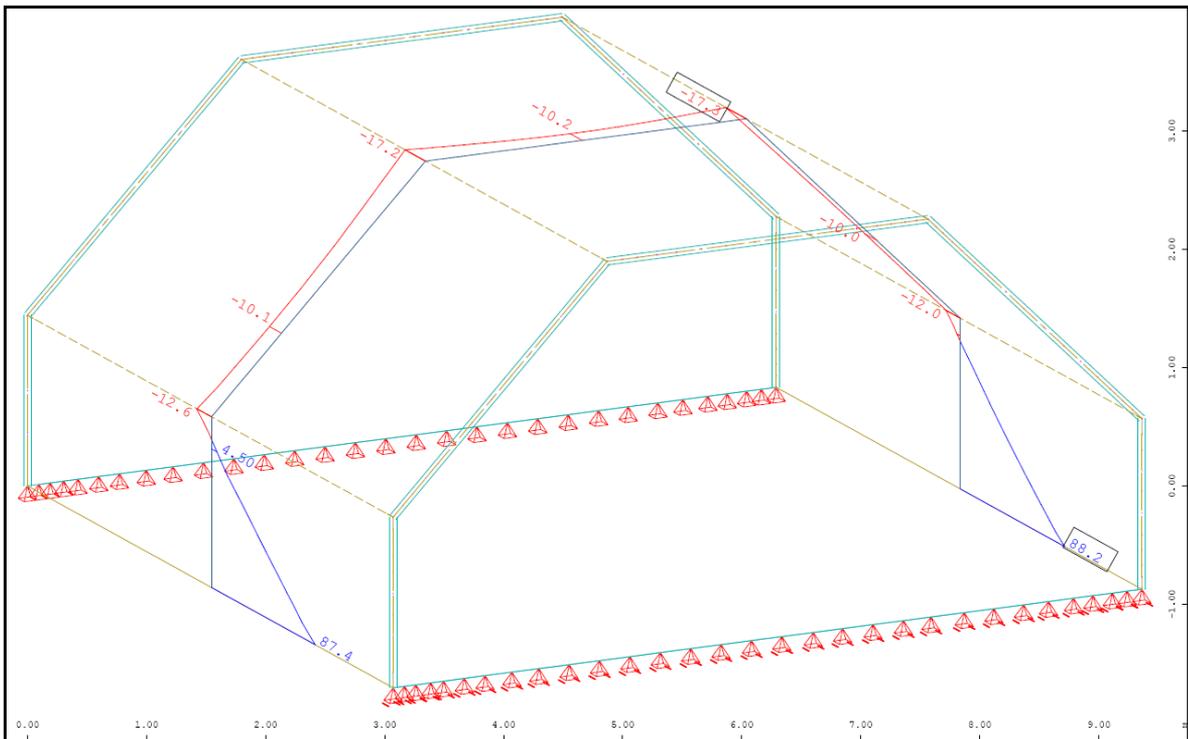


Abb. A- 294: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

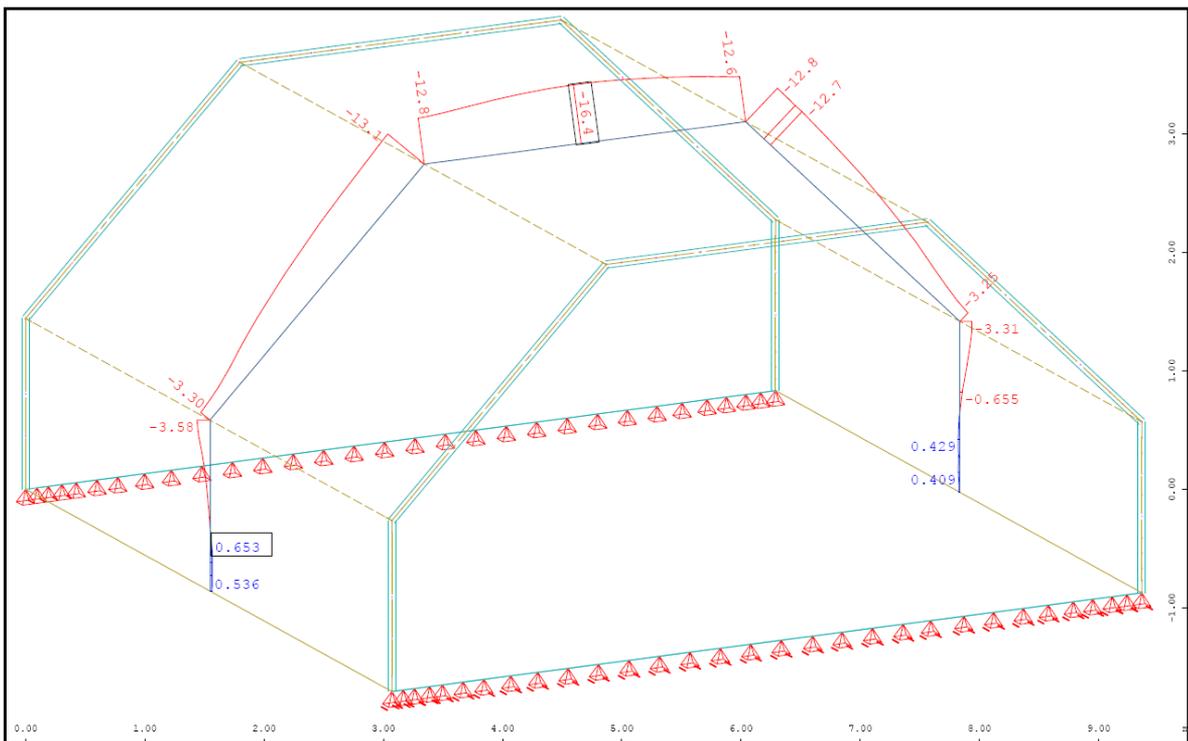


Abb. A- 295: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

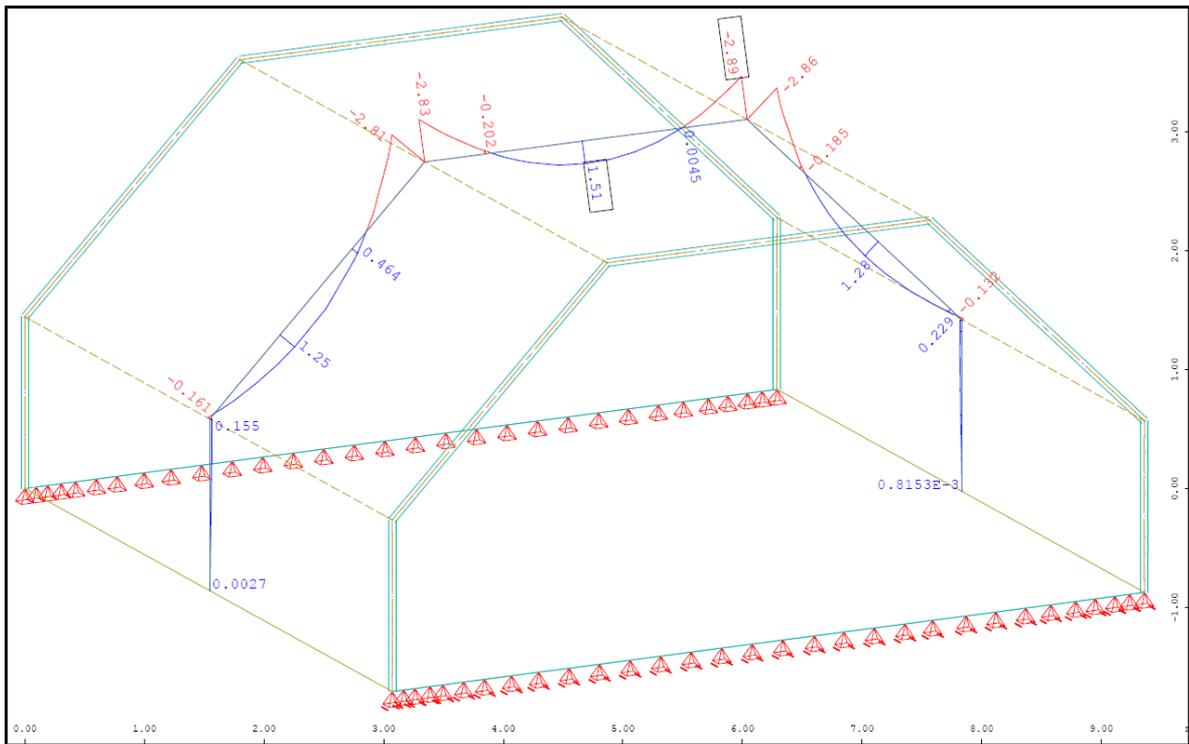


Abb. A- 296: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

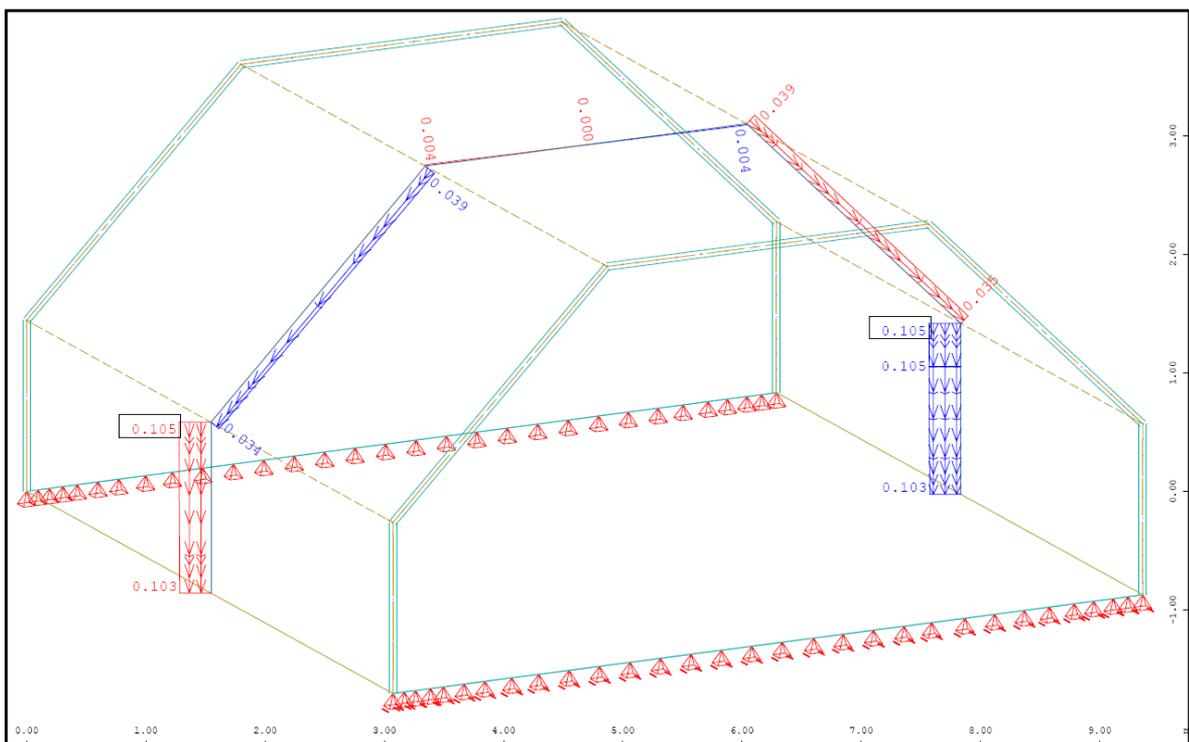


Abb. A- 297: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

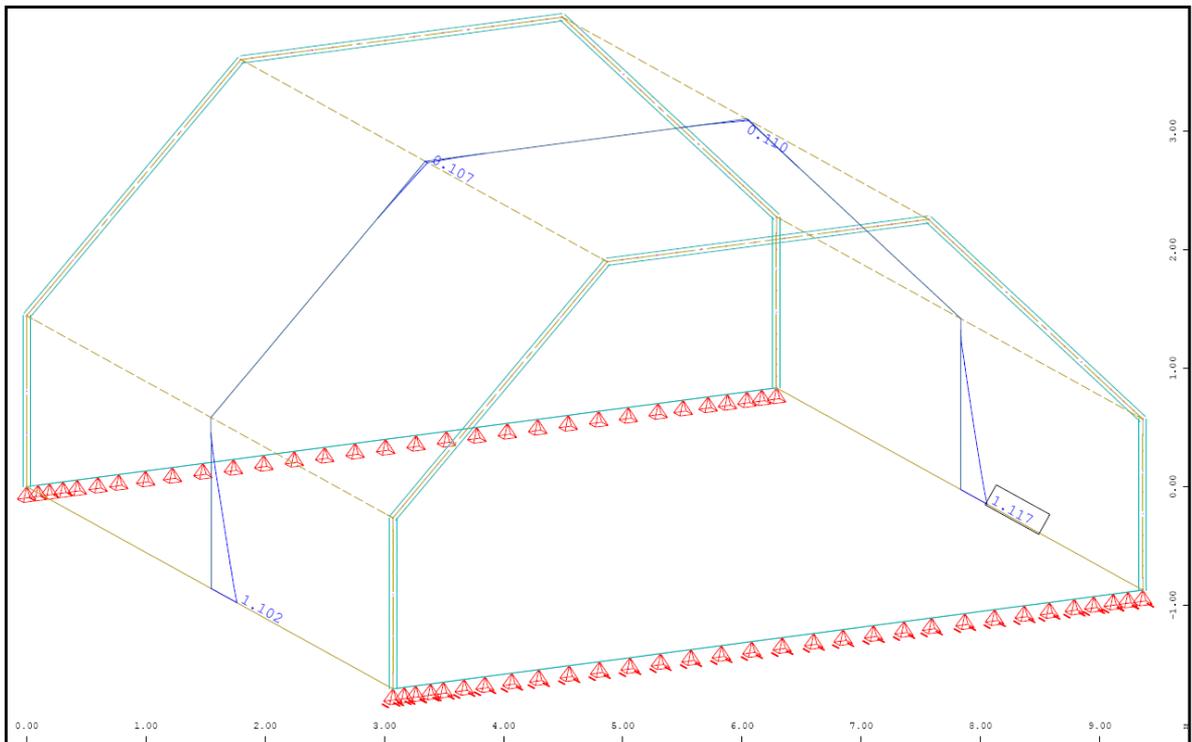


Abb. A- 300: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

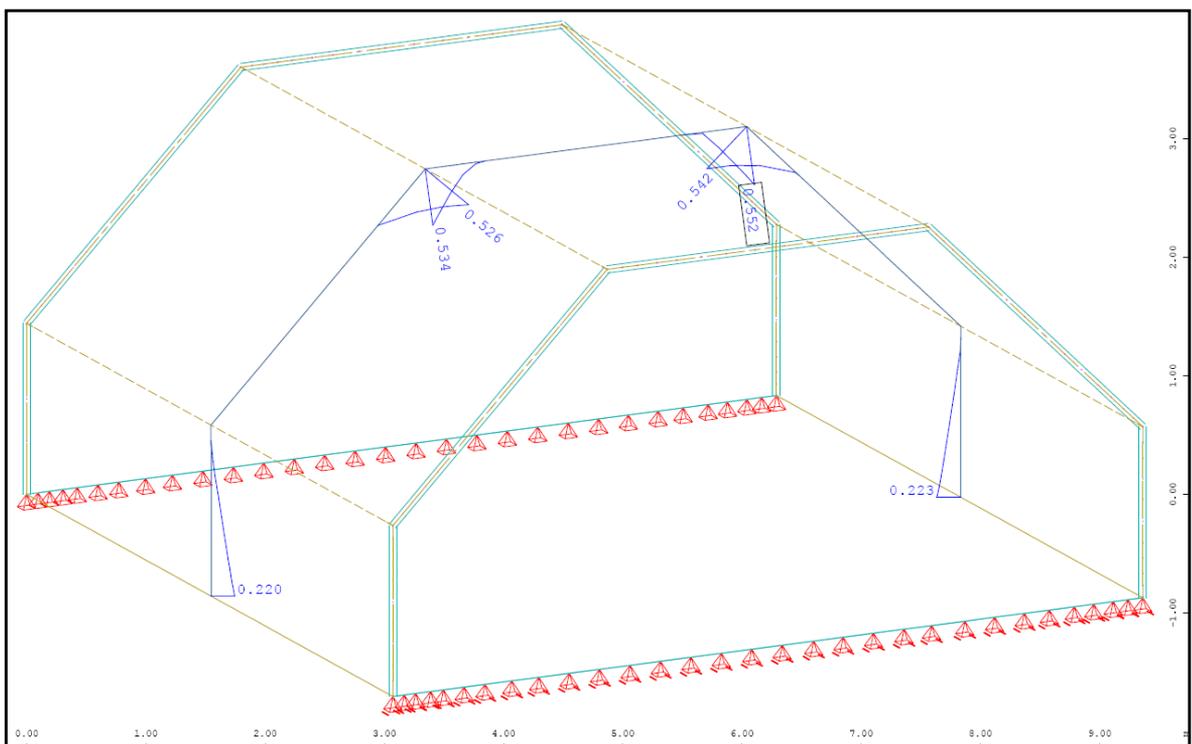


Abb. A- 301: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

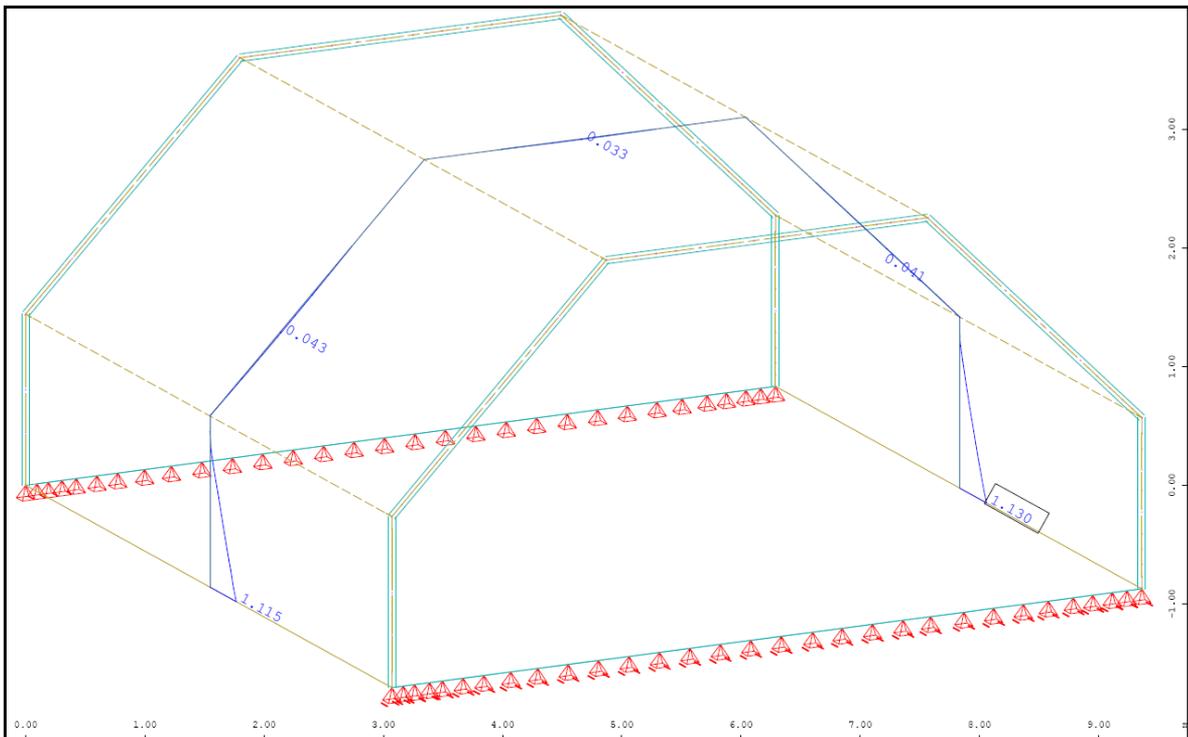


Abb. A- 302: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

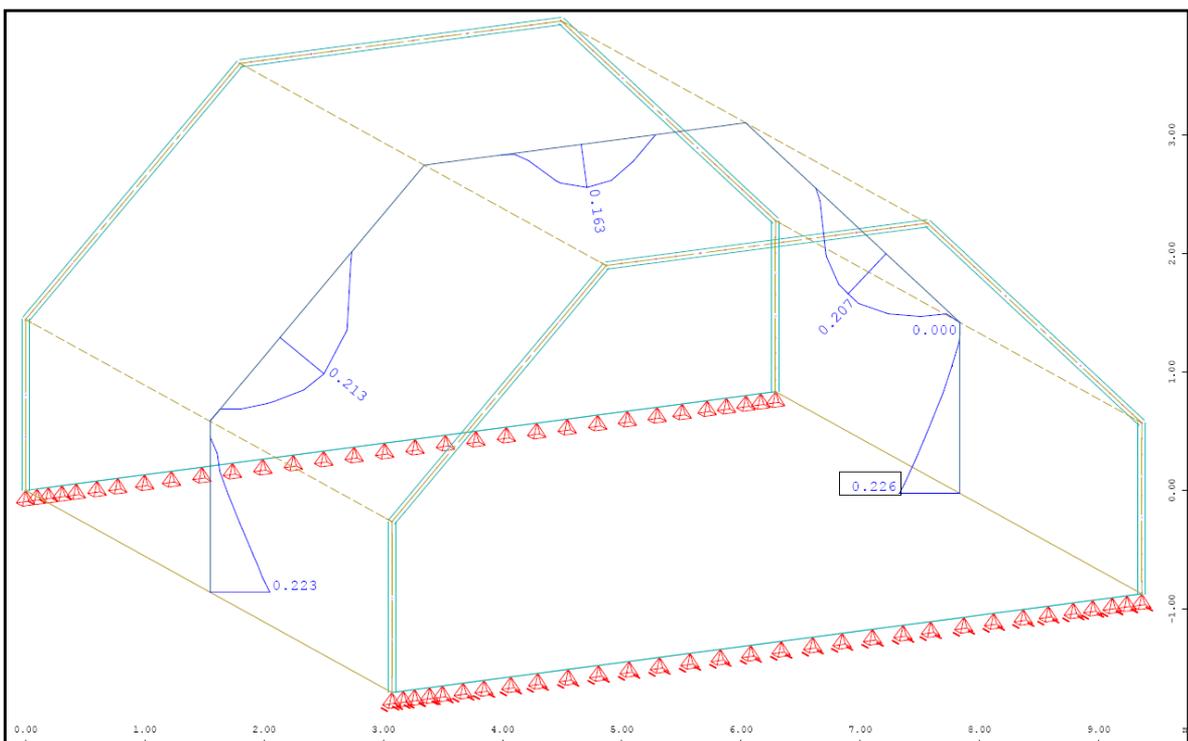


Abb. A- 303: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.4.1.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +1,42* | +1,44 |
| Pkt.C | -2,81 | -2,76 |
| Feld 3 | +1,51 | +1,46 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -1,53 | -9,55 |
| Feld2 | -8,20 | -17,41 |
| Feld3 | -16,40 | -12,31 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +87,4 | +83,48 |
| Pkt.B | -12,6 | -11,01 |
| Pkt.C | -17,2 | -13,31 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,10 | 0,10 | 0,46 |
| Pkt.B | 0,10 | 0,10 | 0,46 |
| Pkt.C | 0,06 | 0,06 | 0,01 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4x_l$ mit $Pkt.C \cdot 0,40 + q_x l^2 \cdot 0,12$

1.4.1.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 43,72 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,15 | 0,45 | 3,50 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,15 | 2,83 | 0,42 | 2,50 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,15 | 2,83 | 0,42 | 2,50 |
| Querschoten 1 | 0,15 | 1,50 | 0,23 | 0,75 |
| Querschoten 1 | 0,15 | 1,50 | 0,23 | 0,75 |
| Summe | | | 1,7485 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 1,3500 | 1,00 | 0,4500 | 0,15 | 0,00084 |
| 0,8485 | 0,00 | 0,0000 | 0,21 | 0,14142 |
| 0,8485 | 0,00 | 0,0000 | 0,21 | 0,14142 |
| 0,0750 | -1,50 | 0,3375 | 1,00 | 0,01250 |
| 0,0750 | -1,50 | 0,3375 | 1,00 | 0,01250 |
| 3,1971 | | 1,1250 | | 0,30869 |

Fläche des Falterwerks = 1,7485m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,575\text{m}$ - $z_{su} = 1,268\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_Y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 2,13104\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 8742,64\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_Y} \right] \cdot 1000 = 22,0566\text{mm}$$

Querbiegemoment des Falwerks in Feldmitte:

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Trägers**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,15\text{m}$ eine Belastung von $q = 3,75 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert. $q_1 = 3,75 / \cos(45) = 5,30 \text{ kN/m}$

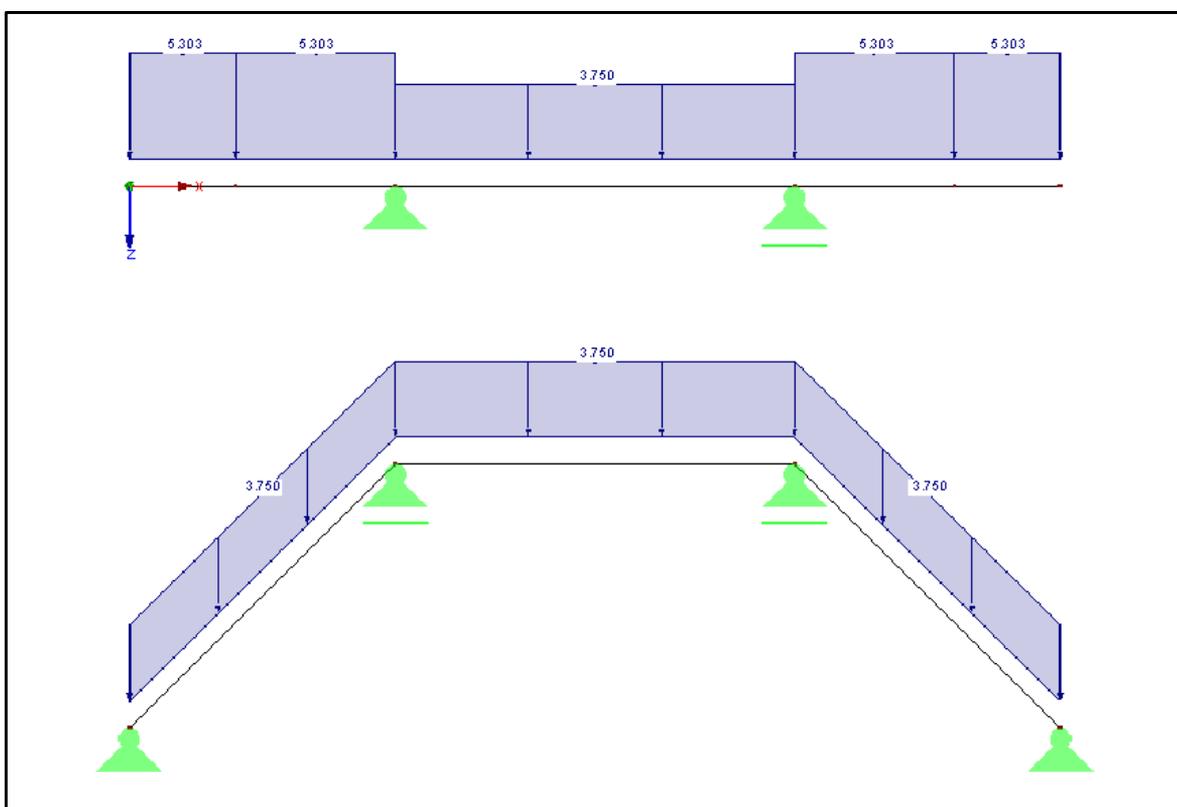


Abb. A- 304: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -2,65 \text{ kNm}$$

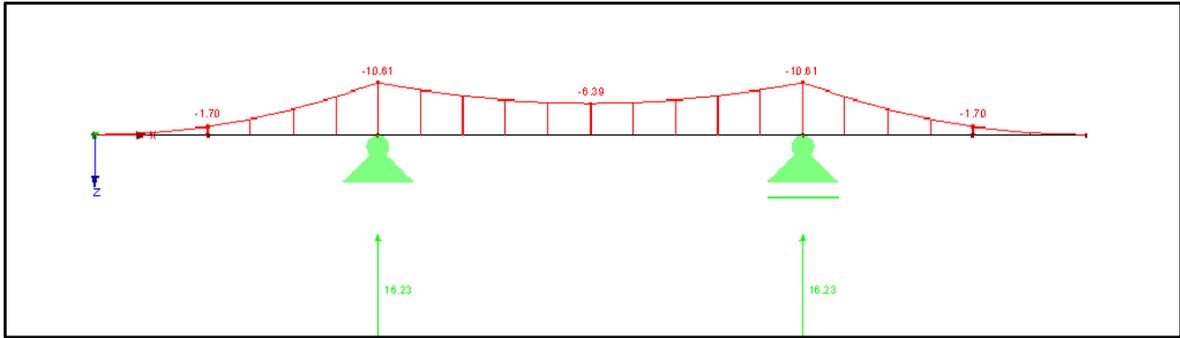
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -10,61 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -6,39 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_0 = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_1 = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 16,23 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 305: Querbiegemomente M_{yy}

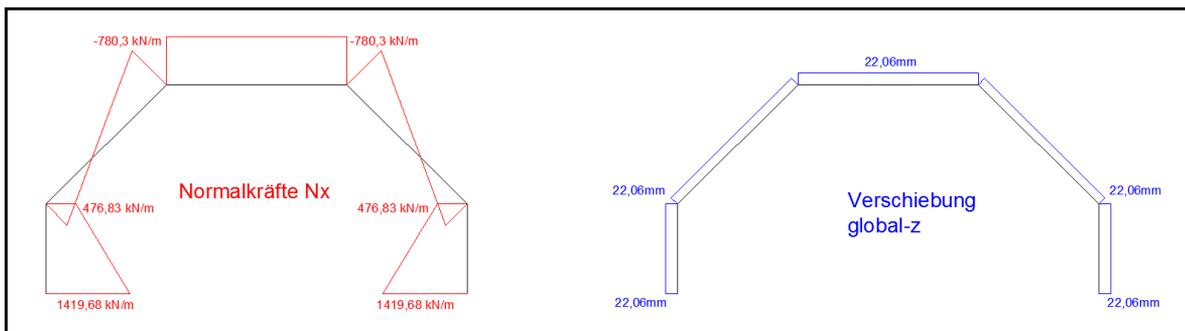
Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -5202,0 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,15 \text{ m} = -780,3 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 9464,52 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,15 \text{ m} = 1419,68 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 306: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.4.1.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

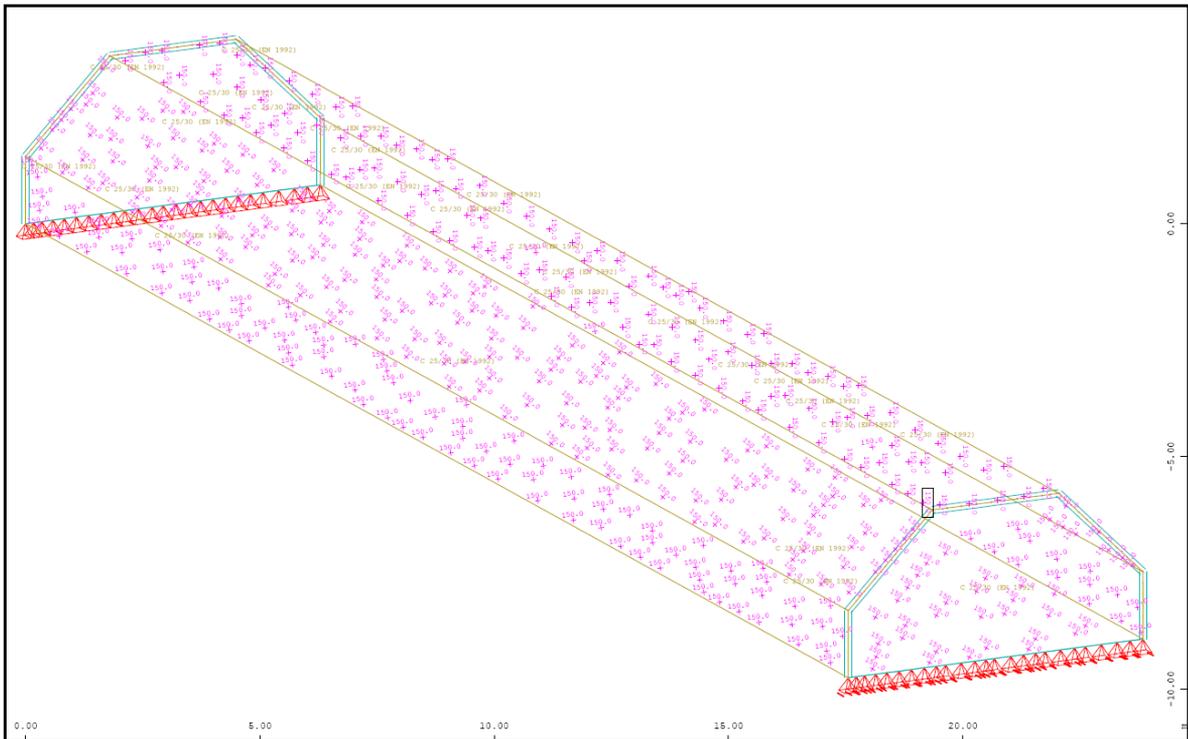


Abb. A- 307: Sofistik : Struktur

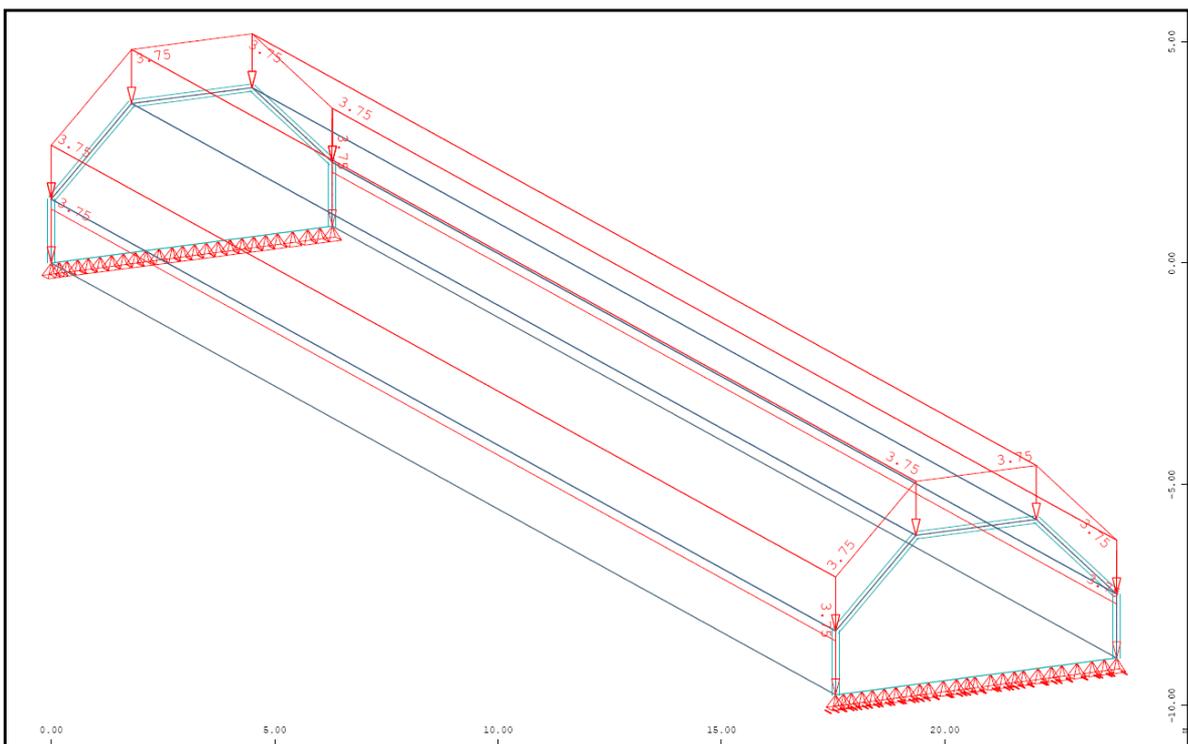


Abb. A- 308: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=3,75\text{kN/m}^2$)“

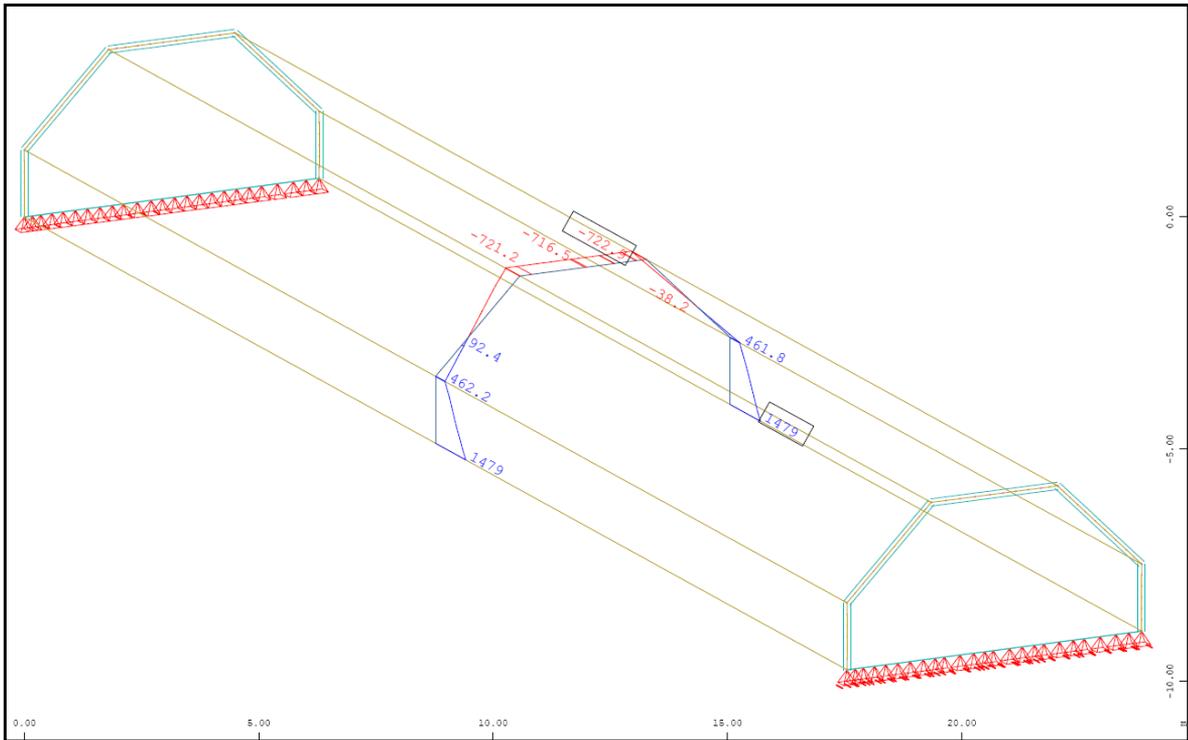


Abb. A- 309: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

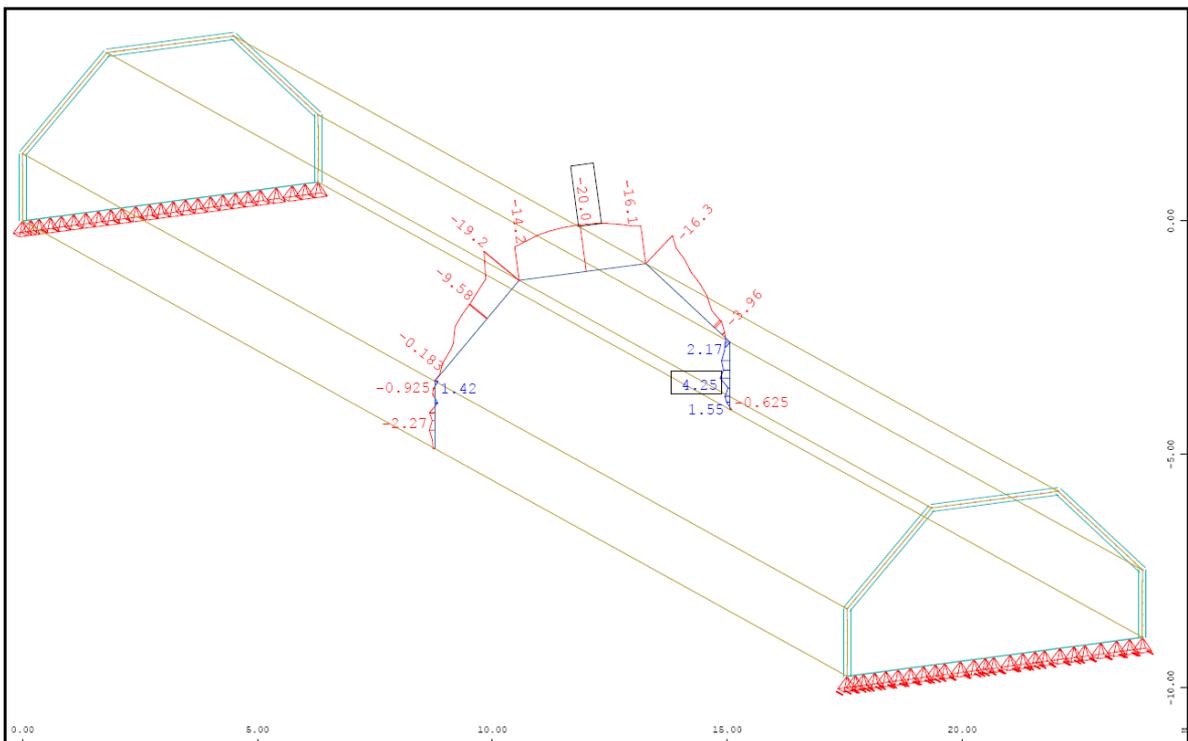


Abb. A- 310: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

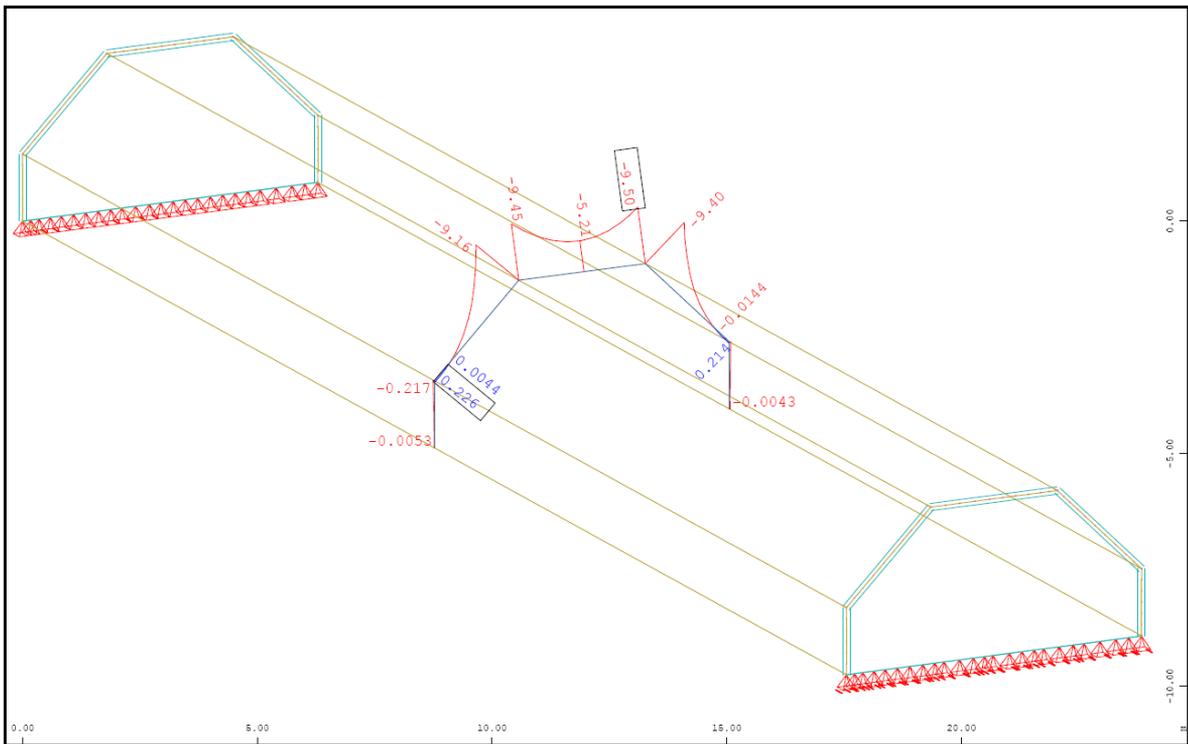


Abb. A- 311: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

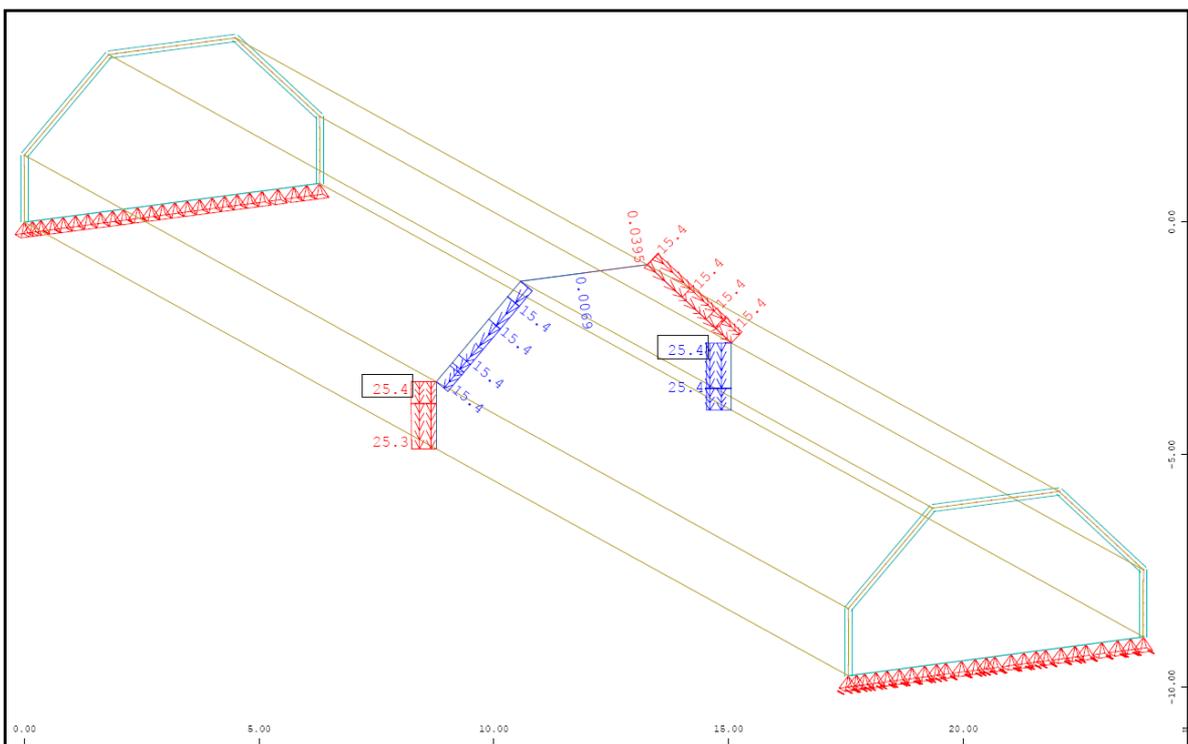


Abb. A- 312: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

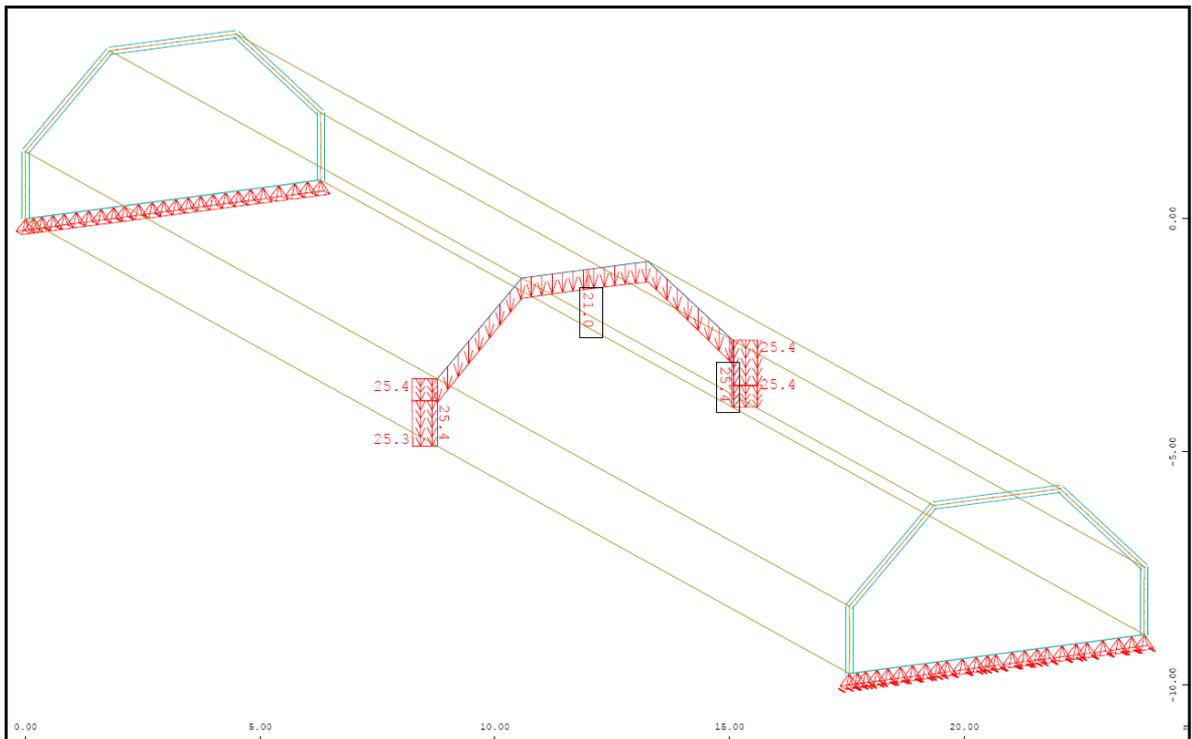


Abb. A- 313: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

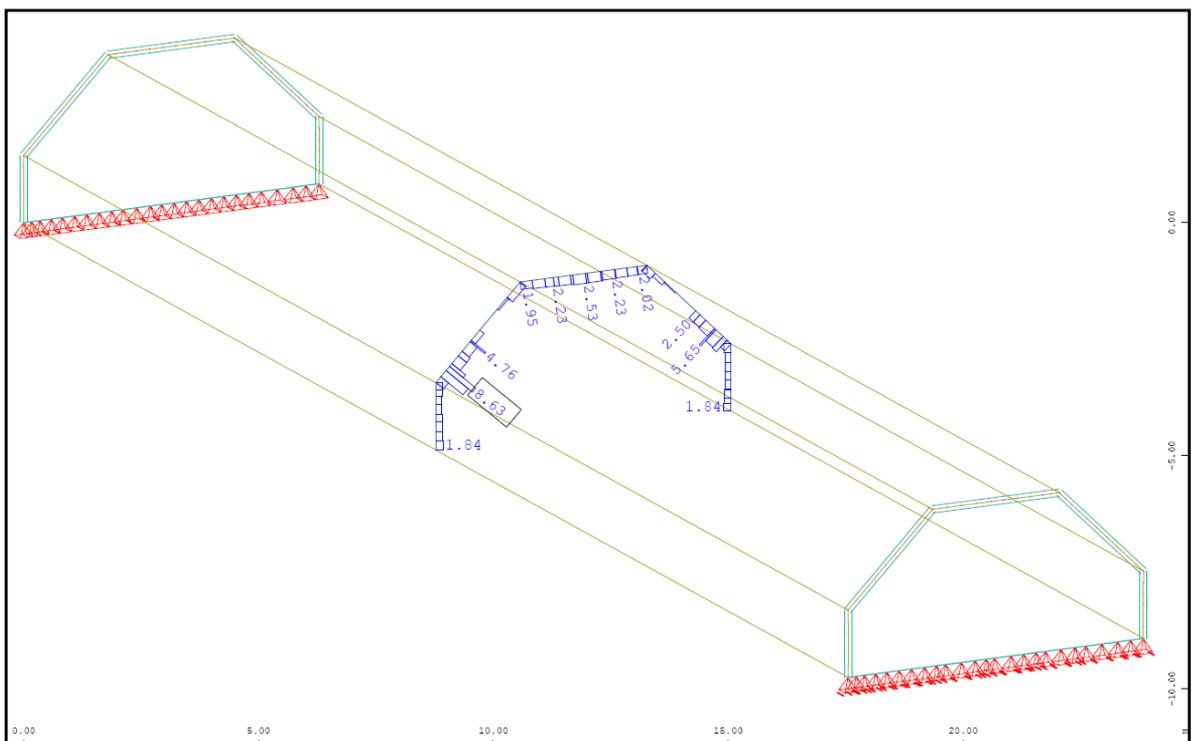


Abb. A- 314: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

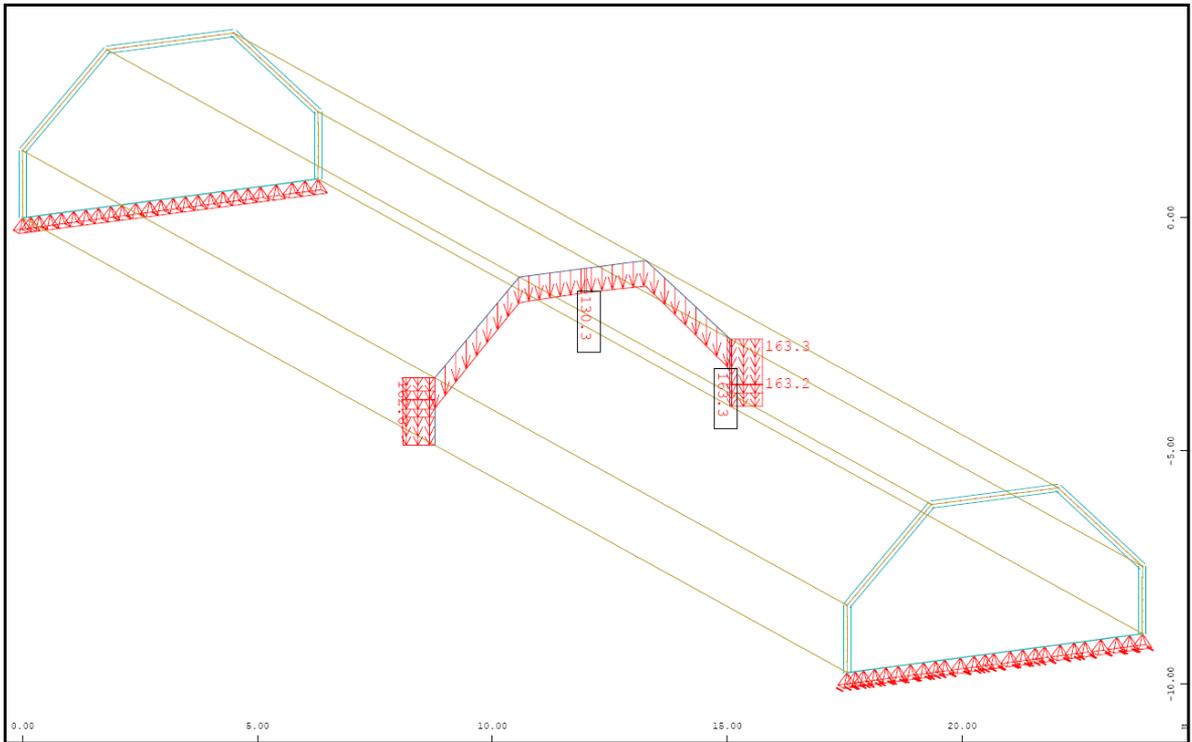


Abb. A- 315: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

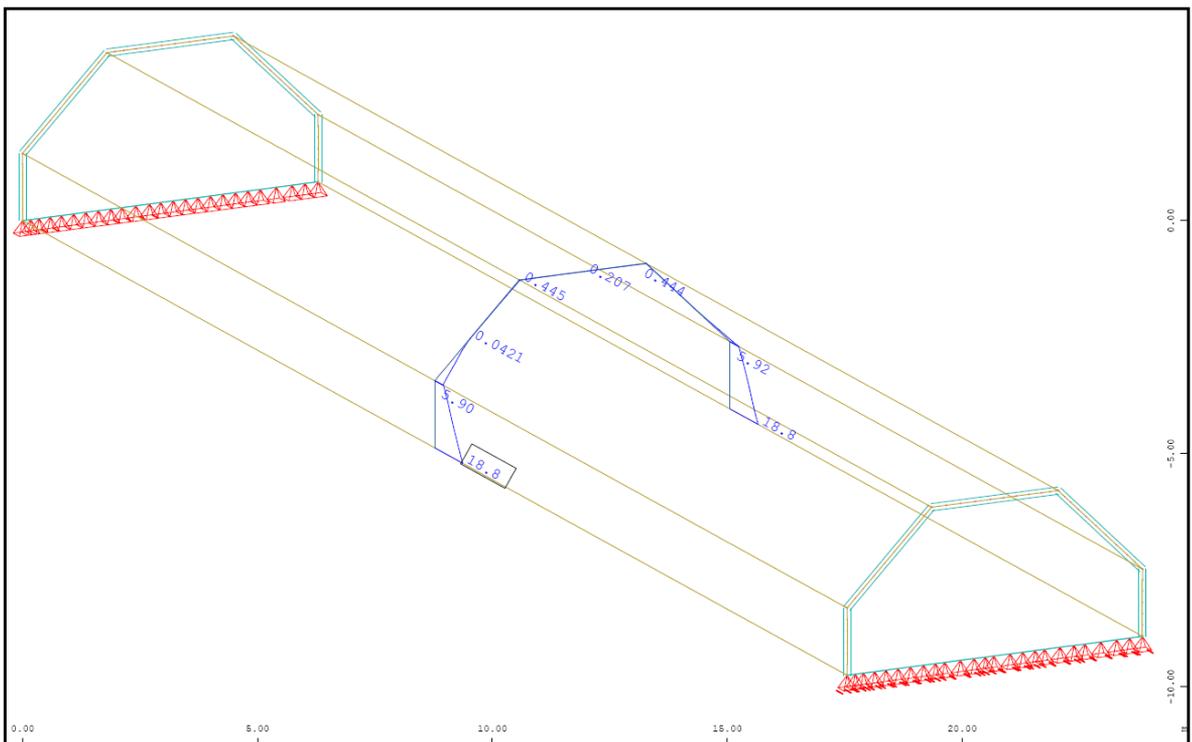


Abb. A- 316: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm²/m

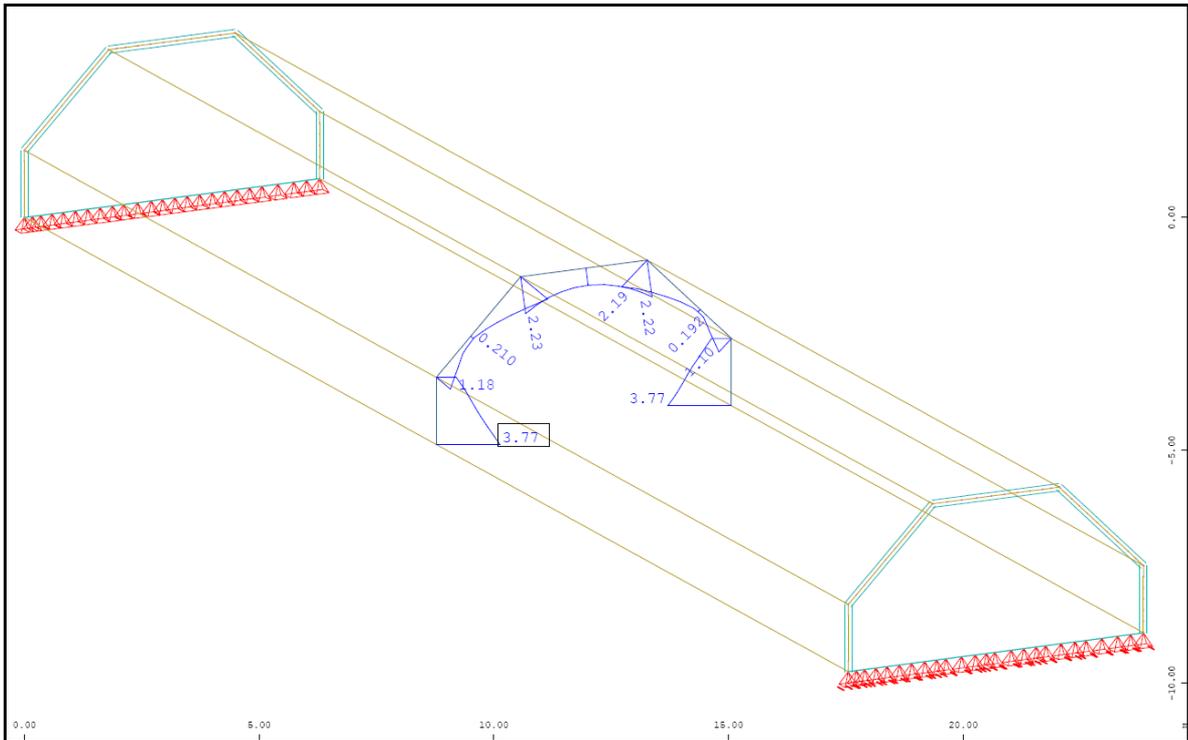


Abb. A- 317: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm²/m

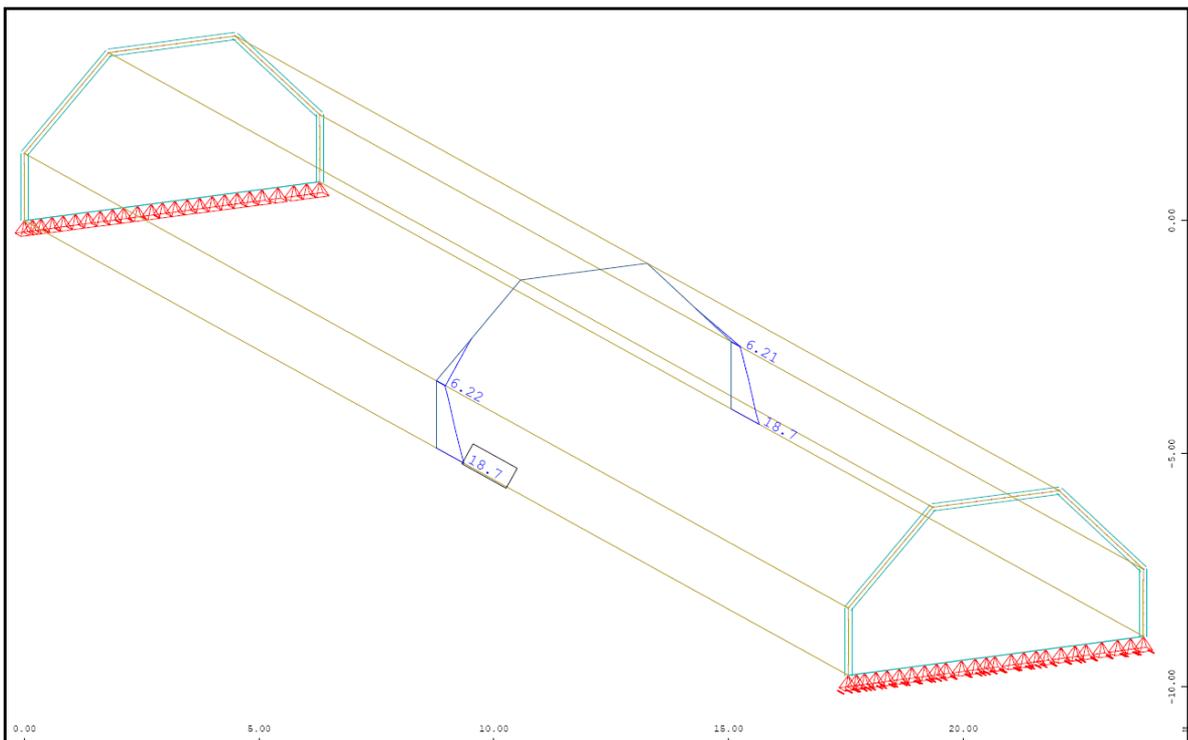


Abb. A- 318: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm²/m

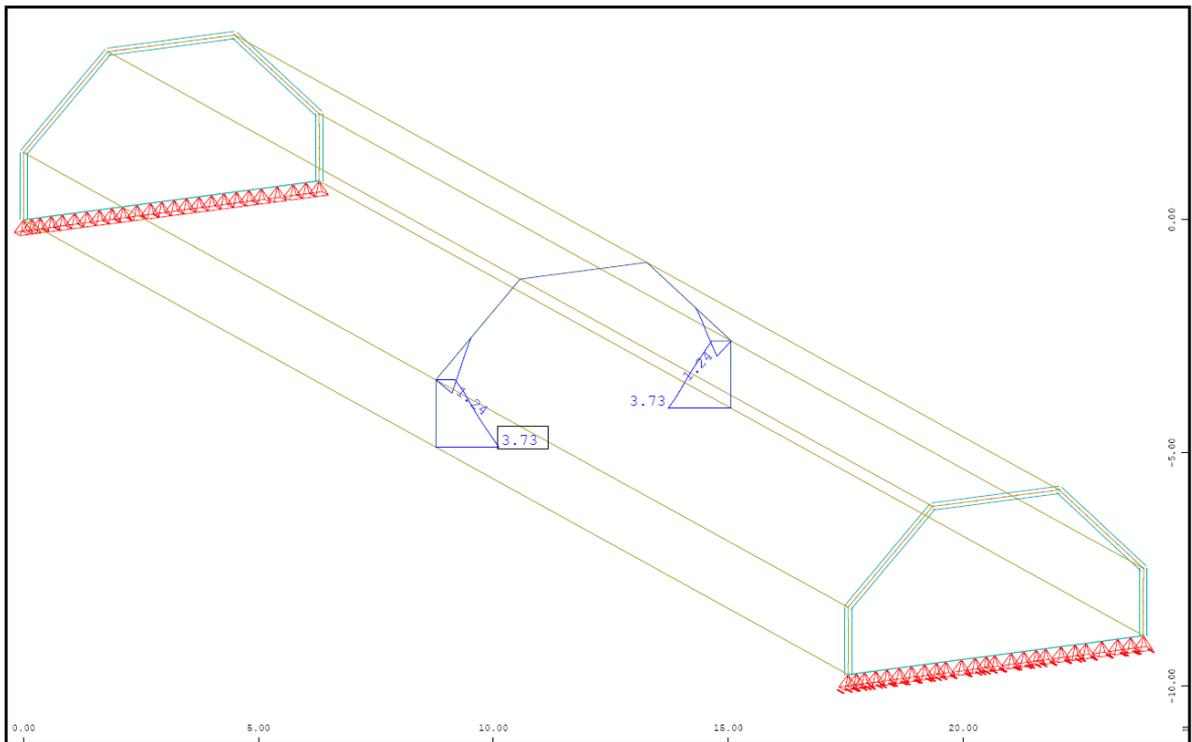


Abb. A- 319: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.4.1.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|--------|----------|---------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -1,24* | -2,65 |
| Pkt.C | -9,45 | -10,61 |
| Feld 3 | -5,21 | -6,39 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | -2,27 | ---- |
| Feld2 | -9,58 | ---- |
| Feld3 | -20,0 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +1419,68 | +1479,0 |
| Pkt.B | +476,83 | +462,2 |
| Pkt.C | -780,3 | -721,2 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 25,4 | 163,2 | 22,06 |
| Pkt.B | 25,4 | 163,2 | 22,06 |
| Pkt.C | 21,0 | 130,3 | 22,06 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x0,12}$

1.4.2. Tonnendach mit einer Plattendicke von 20cm

Das Tonnendach mit einer Plattendicke von 20cm wurde im Pkt. 1.1.1 (Dreischübegleichung) und Pkt. 1.1.6 (Balkentheorie) schon behandelt.

1.4.3. Tonnendach mit einer Plattendicke von 25cm

1.4.3.1. Berechnung mittels Dreischübegleichung (Spannweite 7m)

Bei der Berechnung des Faltdachs mittels Dreischübegleichung, werden die Kantenlasten anhand eines projizierten Durchlaufträgers ermittelt.

Das Eigengewicht der Stahlbetonkonstruktion ergibt, mit einer Wichte von 25 kN/m³ und der 0,20m dicken Scheiben, eine Belastung von $q = 5,0$ kN/m.

Durch die jeweilige Neigung der Faltdachscheiben im Feld 2, verkürzt sich die Länge des projizierten Durchlaufträgers. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung korrigiert. $q_1 = 6,25 / \cos(45) = 8,84$ kN/m

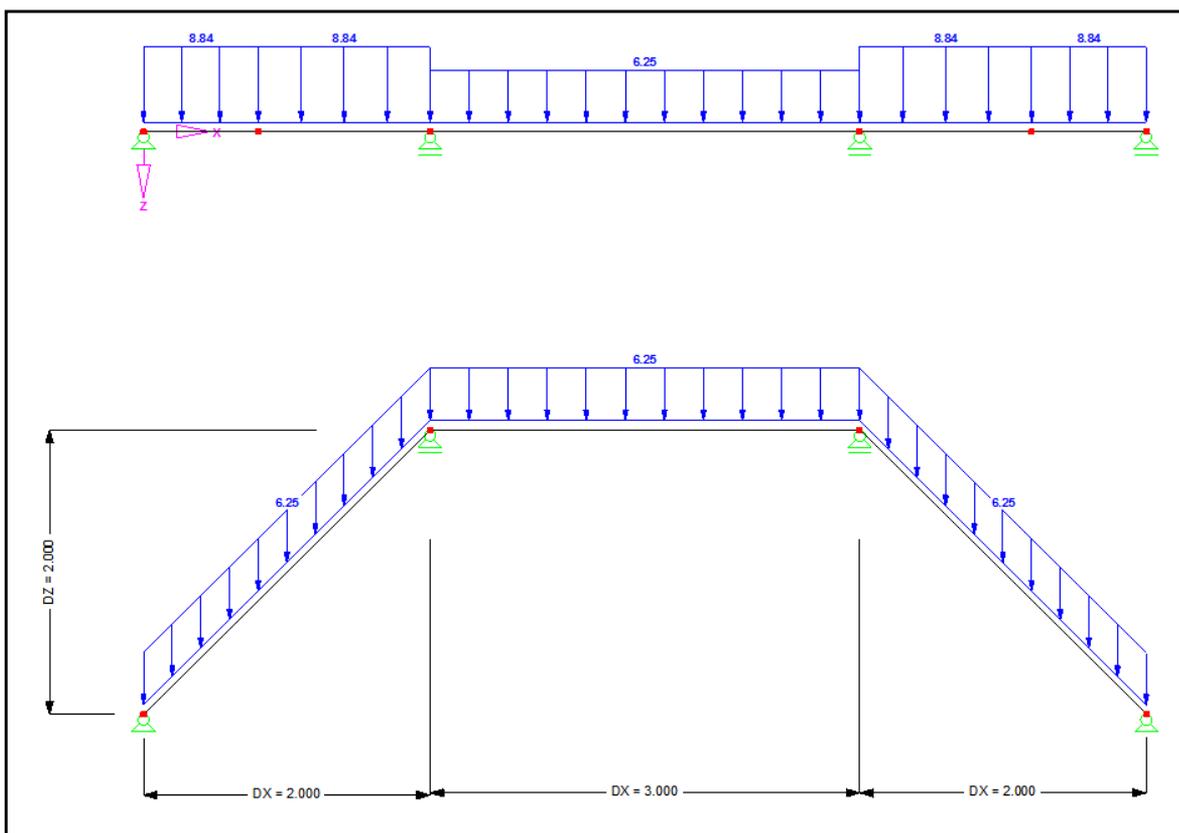
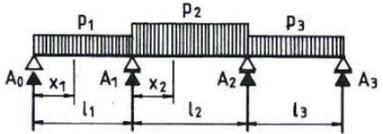


Abb. A- 320: Belastung Durchlaufträger

Die Kantenlasten und Querbiegemomente des Durchlaufträgers werden mithilfe der Bautabellen „Krapfenbauer/Sträussler“ ermittelt.

Dafür wird das Verhältnis der einzelnen Längen benötigt $n = l_1 / l_2 = 1,50$

Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen mit feldweisen Gleichlasten



Konstantes Trägheitsmoment im ganzen Träger ($J_1 = J_2 = J_3 = \text{konst.}$) und symmetrische Trägersbildung ($l_1 = l_3$)

| $n = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{l_3}$ | Feld i belastet mit p_i | Moment an der Stelle | | | Auflagerkraft | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| | | $\frac{x_1}{l_1} = 0,4$ | $\frac{x_1}{l_1} = 1,0$ | $\frac{x_2}{l_2} = 0,5$ | A_0 | A_1 | | |
| 0,5 | 1 mit p_1 | + 0,0857 | - 0,0857 | - 0,0357 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4143 | + 0,7858 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0144 | - 0,0356 | + 0,0892 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0178 | + 0,5178 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0057 | + 0,0143 | - 0,0357 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0143 | - 0,2143 | $p_3 l_3$ |
| 0,8 | 1 mit p_1 | + 0,0908 | - 0,0731 | - 0,0284 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4270 | + 0,6846 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0181 | - 0,0455 | + 0,0795 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0364 | + 0,5364 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0065 | + 0,0162 | - 0,0284 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0162 | - 0,1278 | $p_3 l_3$ |
| 1,0 | 1 mit p_1 | + 0,0933 | - 0,0667 | - 0,0250 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4333 | + 0,6500 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0200 | - 0,0500 | + 0,0750 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0500 | + 0,5500 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0250 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,1000 | $p_3 l_3$ |
| 1,2 | 1 mit p_1 | + 0,0954 | - 0,0614 | - 0,0223 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4386 | + 0,6265 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0215 | - 0,0535 | + 0,0715 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0643 | + 0,5643 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0067 | + 0,0167 | - 0,0223 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0167 | - 0,0818 | $p_3 l_3$ |
| 1,5 | 1 mit p_1 | + 0,0980 | - 0,0549 | - 0,0192 | $p_1 l_1^2$ | + 0,4451 | + 0,6026 | $p_1 l_1$ |
| | 2 mit p_2 | - 0,0231 | - 0,0577 | + 0,0673 | $p_2 l_2^2$ | - 0,0865 | + 0,5865 | $p_2 l_2$ |
| | 3 mit p_3 | + 0,0066 | + 0,0165 | - 0,0192 | $p_3 l_3^2$ | + 0,0165 | - 0,0641 | $p_3 l_3$ |

Abb. A- 321: Momente und Auflagerkräfte von Durchlaufträgern über drei Öffnungen

Querbiegemomente an der Stelle:

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 0,40 :$$

$$0,098 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0231 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0066 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 2,40 \text{ kNm / m}$$

$$x_1/l_{\text{Rand}} = 1,00 :$$

$$-0,0549 \cdot q_1 \cdot l_1^2 - 0,0577 \cdot q_2 \cdot l_2^2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = -4,61 \text{ kNm / m}$$

$$x_2/l_{\text{Mitte}} = 0,50 :$$

$$-0,0192 \cdot q_1 \cdot l_1^2 + 0,0673 \cdot q_2 \cdot l_2^2 - 0,0192 \cdot q_3 \cdot l_3^2 = 2,43 \text{ kNm / m}$$

Kantenlasten:

$$A_B = 0,4451 \cdot q_1 \cdot l_1 - 0,0865 \cdot q_2 \cdot l_2 + 0,0165 \cdot q_3 \cdot l_3 = 6,54 \text{ kN / m} +$$

$$+ 0,25 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN / m}^2 (\text{Querschote}) = 15,91 \text{ kN / m}$$

$$A_C = 0,6026 \cdot q_1 \cdot l_1 + 0,5865 \cdot q_2 \cdot l_2 - 0,0641 \cdot q_3 \cdot l_3 = 20,52 \text{ kN / m}$$

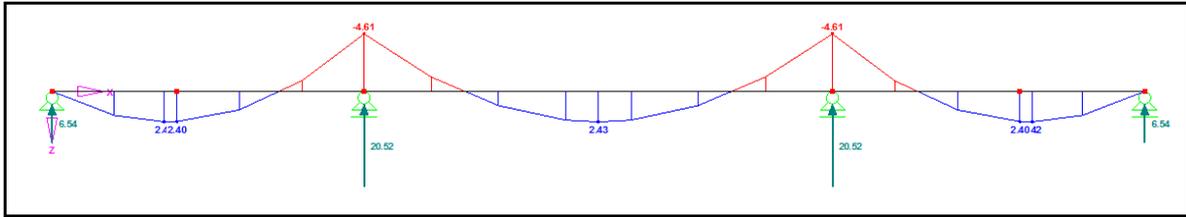


Abb. A- 322: Querbiegemomente M_{yy}

Querschnittswerte der einzelnen Scheiben des Faltdachs

Scheibe 1 (Querschote)

$$\text{Fläche } A_1 = 0,25\text{m} \times 1,50\text{m} = 0,38\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_1 = (0,25\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,09\text{m}^3$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

$$\text{Fläche } A_2 = 0,25\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ) = 0,71\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_2 = [0,25\text{m} \times (2,0\text{m}/\cos 45^\circ)^2]/6 = 0,33\text{m}^3$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

$$\text{Fläche } A_3 = 0,25\text{m} \times 3,0\text{m} = 0,75\text{m}^2$$

$$\text{Widerstandsmoment } W_3 = (0,20\text{m} \times 1,50\text{m}^2)/6 = 0,03\text{m}^3$$

Scheibenlasten des Faltdachs (auf 1m Breite bezogen)

Scheibe 1 (Querschote)

Die Kantenlast p_1 wird allein von der Querschote aufgenommen

$$p_1 = A_B = 15,91\text{kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{01} = (p_1 \times L^2)/8 = (15,91 \times 7^2)/8 = 97,47\text{kNm}$$

Scheibe 2 (Dachschräge)

Die Kantenlast p_2 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_2 = A_C / \sin 45^\circ = 20,52/\sin 45^\circ = 29,01\text{kN}$$

$$\text{zugehöriges Moment } M_{02} = (p_2 \times L^2)/8 = (29,01 \times 7^2)/8 = 177,71\text{kNm}$$

Scheibe 3 (Dachscheibe)

Die Kantenlast p_3 erzeugt durch die Neigung eine Scheibenbelastung von

$$p_3 = A_C \times \tan 45^\circ = 20,52 \times \tan 45^\circ = 20,52\text{kN}$$

da dieselbe Kraft auch am anderen Ende angreift, ergibt sich für $M_{03} = 0\text{kNm}$

Dreischübegleichung (für die unbekanntenen Kantenschübe T_B und T_C)

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) & \frac{2}{A_2} \\ \frac{2}{A_2} & 4 \cdot \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) - \frac{2}{A_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_B \\ T_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{01}}{W_1} + \frac{M_{02}}{W_2} \\ \frac{M_{02}}{W_2} + \frac{M_{03}}{W_3} \end{bmatrix}$$

$T_A = 0 \text{ kN}$

$T_B = 90,59 \text{ kN}$

$T_C = 33,27 \text{ kN}$

Daraus resultieren die Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_A = \frac{M_{01}}{W_1} - 4 \cdot \frac{T_A}{A_1} - 2 \cdot \frac{T_B}{A_1} = 556,53 \text{ kN/m}^2 \quad N_A = \sigma_A \cdot 0,25 \text{ m} = 139,13 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_{01}}{W_1} + 2 \cdot \frac{T_A}{A_1} + 4 \cdot \frac{T_B}{A_1} = -73,4 \text{ kN/m}^2 \quad N_B = \sigma_B \cdot 0,25 \text{ m} = -18,35 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_{02}}{W_2} + 2 \cdot \frac{T_B}{A_2} + 4 \cdot \frac{T_C}{A_2} = -88,72 \text{ kN/m}^2 \quad N_C = \sigma_C \cdot 0,25 \text{ m} = -22,18 \text{ kN/m}$$

Verschiebungen lokal y in Feldmitte mithilfe der Mohr'schen AnalogieVerschiebung Pkt. C

$$\Delta\sigma_{BC} = |\sigma_B - \sigma_C| = 15,32 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{BC}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 2 von

$$\kappa_2 = \frac{\Delta\sigma_{BC}}{0,25 \text{ m} \cdot E \cdot 2,0 / \cos 45^\circ} = 6,99 \cdot 10^{-7} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{Cy} = \left(\frac{\kappa_2 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,0036 \text{ mm}$$

Die Verschiebung Global in Z-Richtung erhält man durch die Dachneigung resultierenden Winkelfunktionen

$$w_{CZ} = w_{Cy} / \cos 45^\circ = 0,005 \text{ mm}$$

Verschiebung Pkt. B =Pkt.A

$$\Delta\sigma_{AB} = |\sigma_A - \sigma_B| = 629,93 \text{ kN/m}^2$$

Durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_{AB}$ ergibt sich eine Krümmung der Scheibe 1 von

$$\kappa_1 = \frac{\Delta\sigma_{AB}}{0,25\text{m} \cdot E \cdot 1,50\text{m}} = 5,4157 \cdot 10^{-5} \text{ rad/m}$$

Mittels der Mohr'schen Analogie erhält man in der Scheibenebene (lokal y) durch dem parabolischen Momentverlauf eine Durchbiegung in Feldmitte von

$$w_{By} = \left(\frac{\kappa_1 \cdot L^2}{9,6} \right) \cdot 1000 = 0,2766 \text{ mm}$$

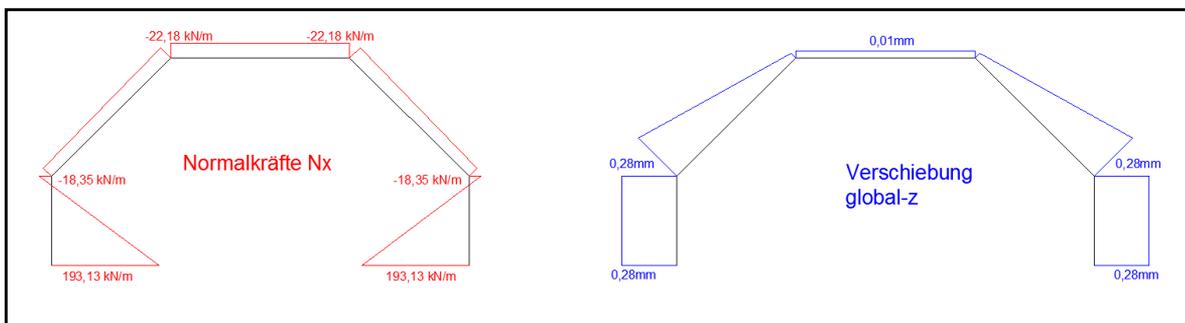


Abb. A- 323: Dreischübelegung: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.4.3.2. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

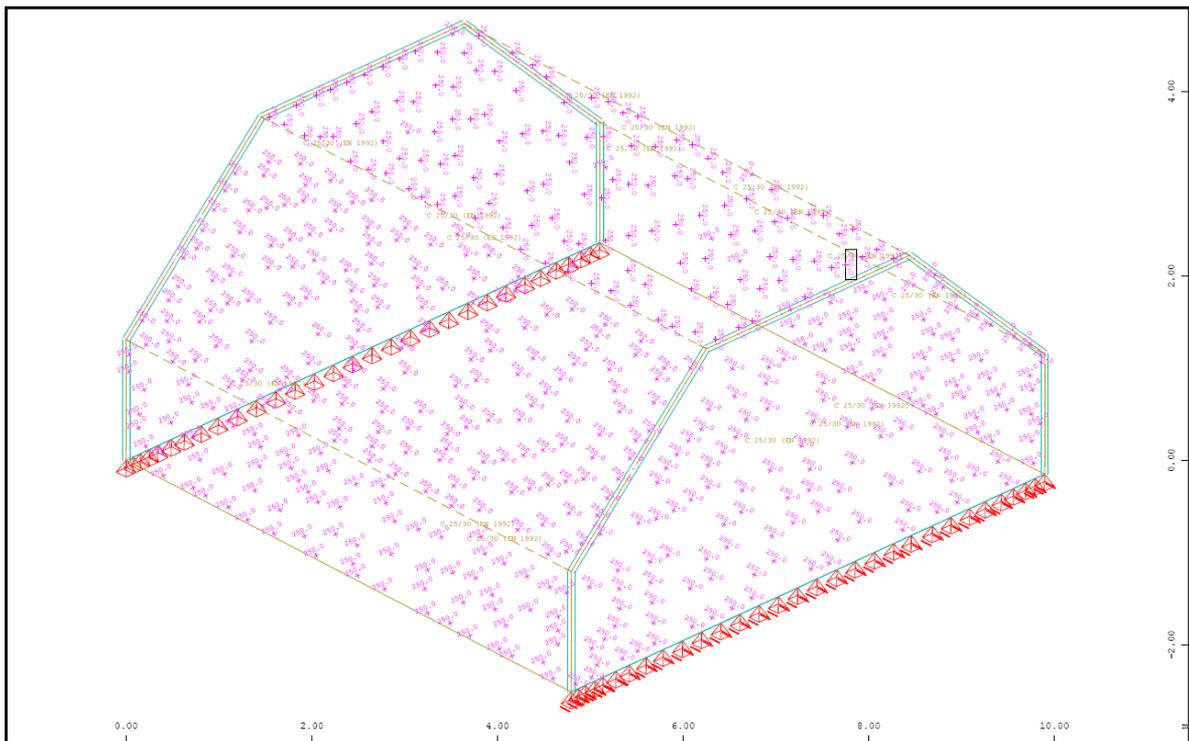


Abb. A- 324: Sofistik : Struktur

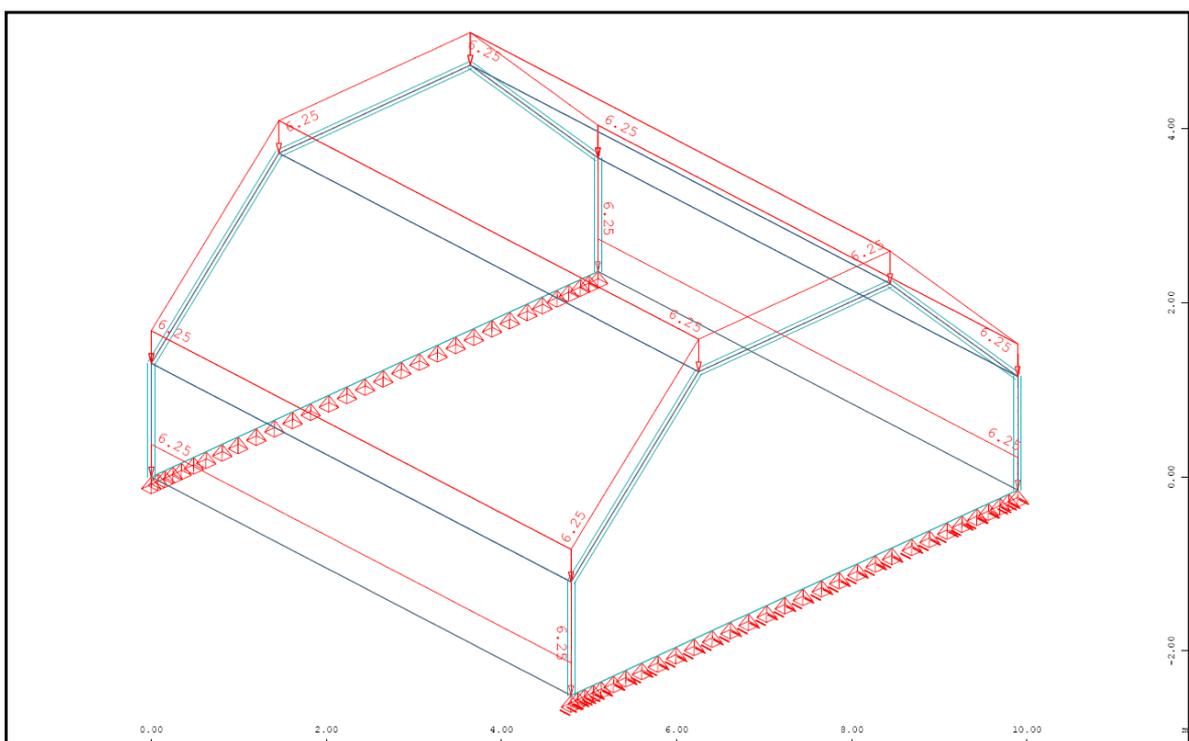


Abb. A- 325: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=6,25\text{kN/m}^2$)“

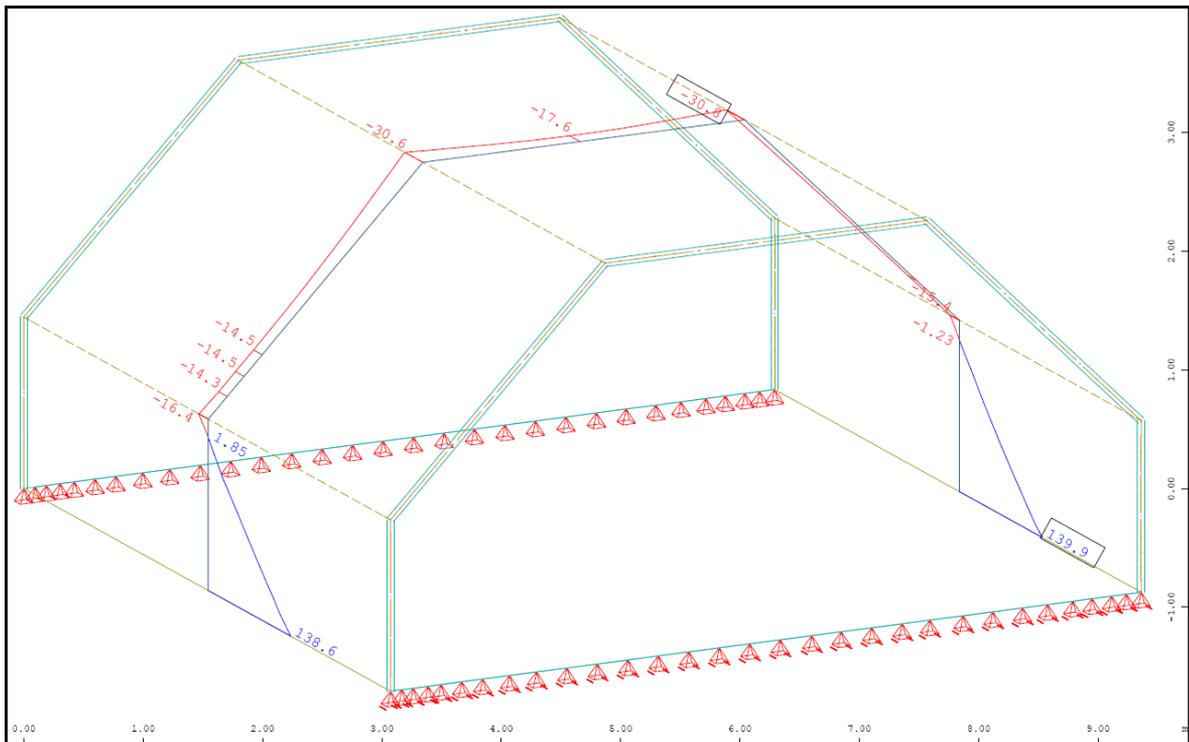


Abb. A- 326: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

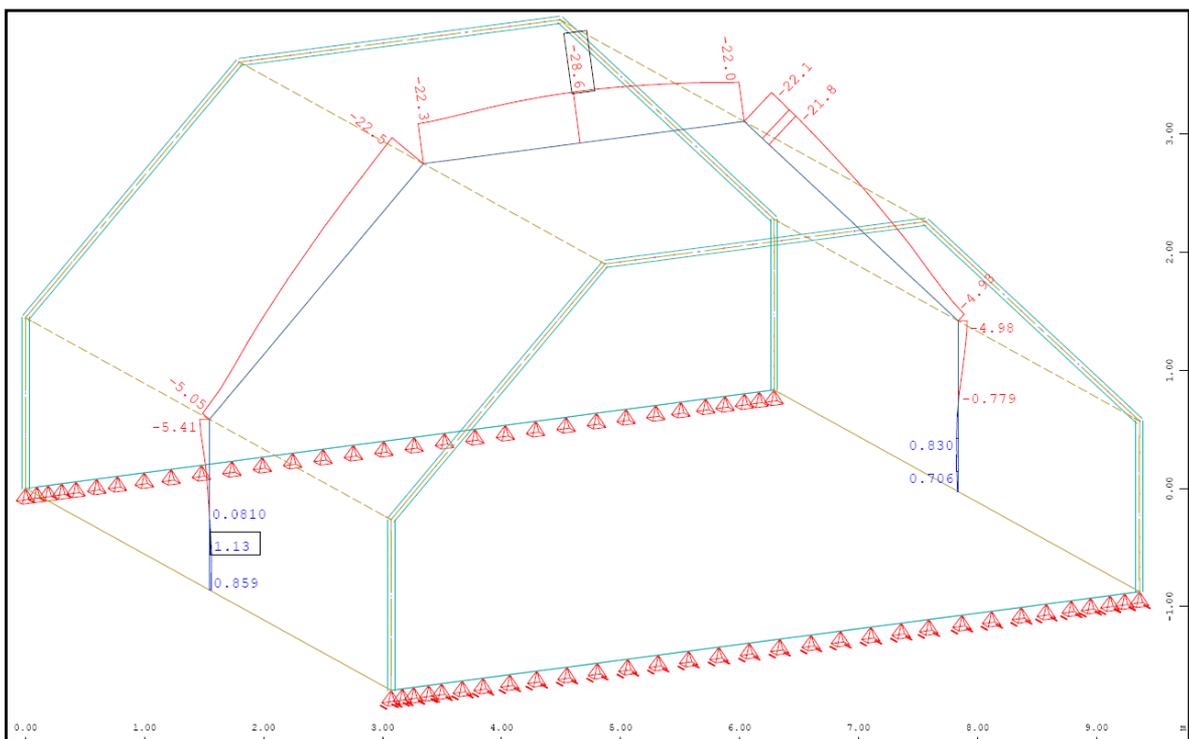


Abb. A- 327: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

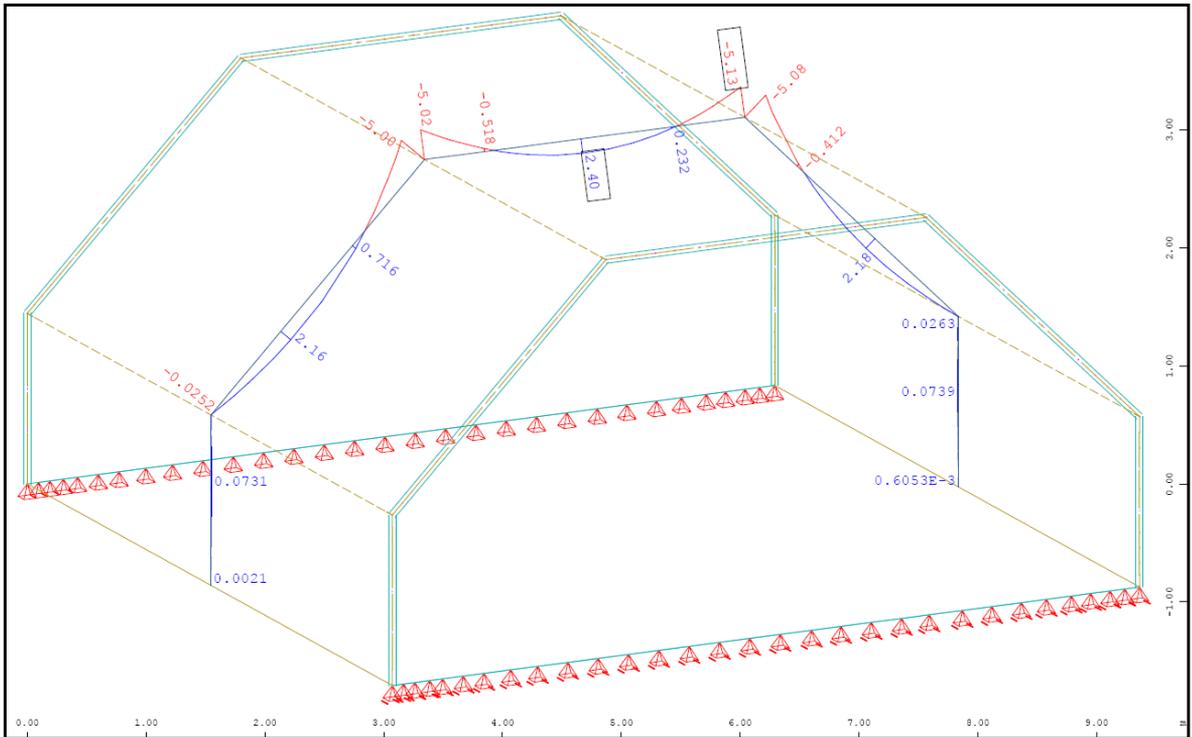


Abb. A- 328: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

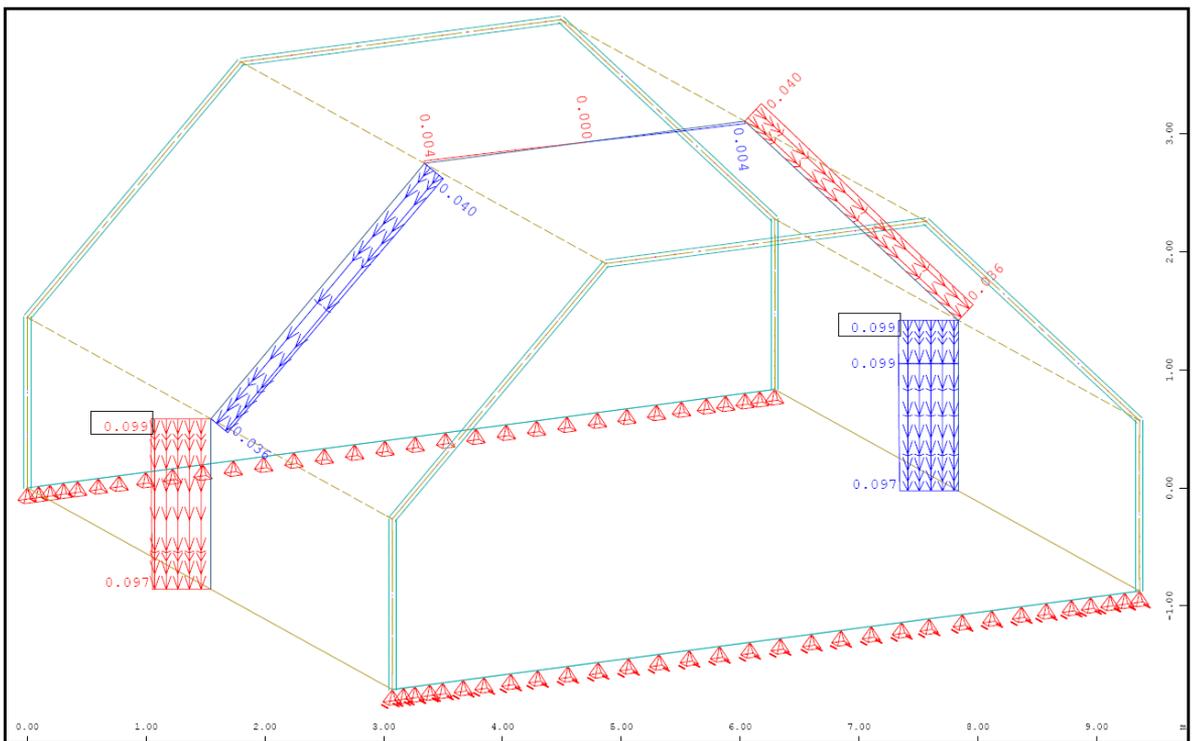


Abb. A- 329: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

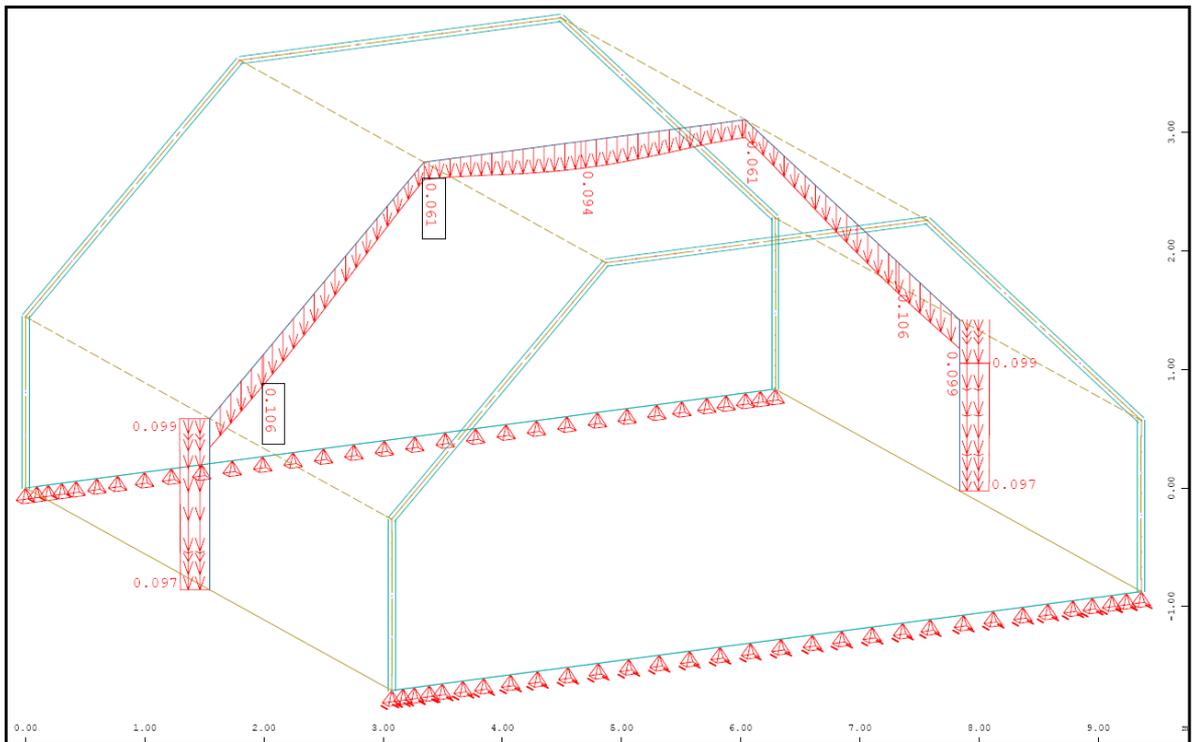


Abb. A- 330: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

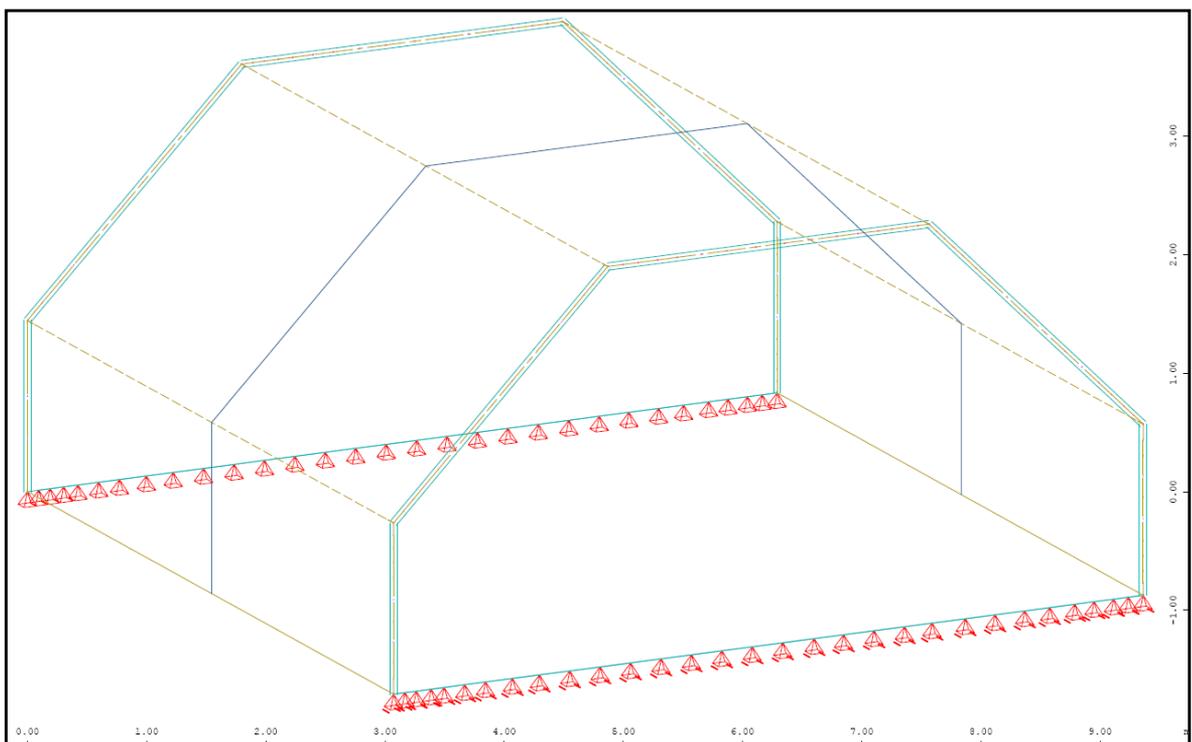


Abb. A- 331: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

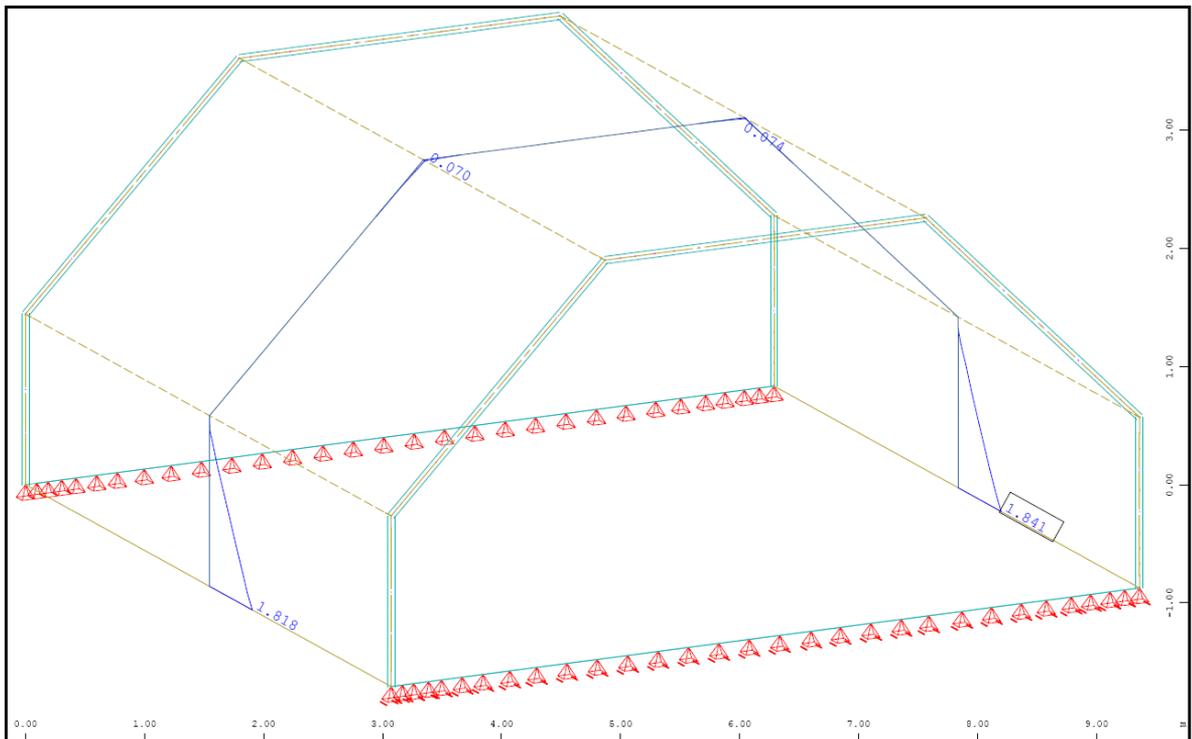


Abb. A- 332: Sofistik : Bewehrung horizontal „außen“ in Feldmitte in cm^2/m

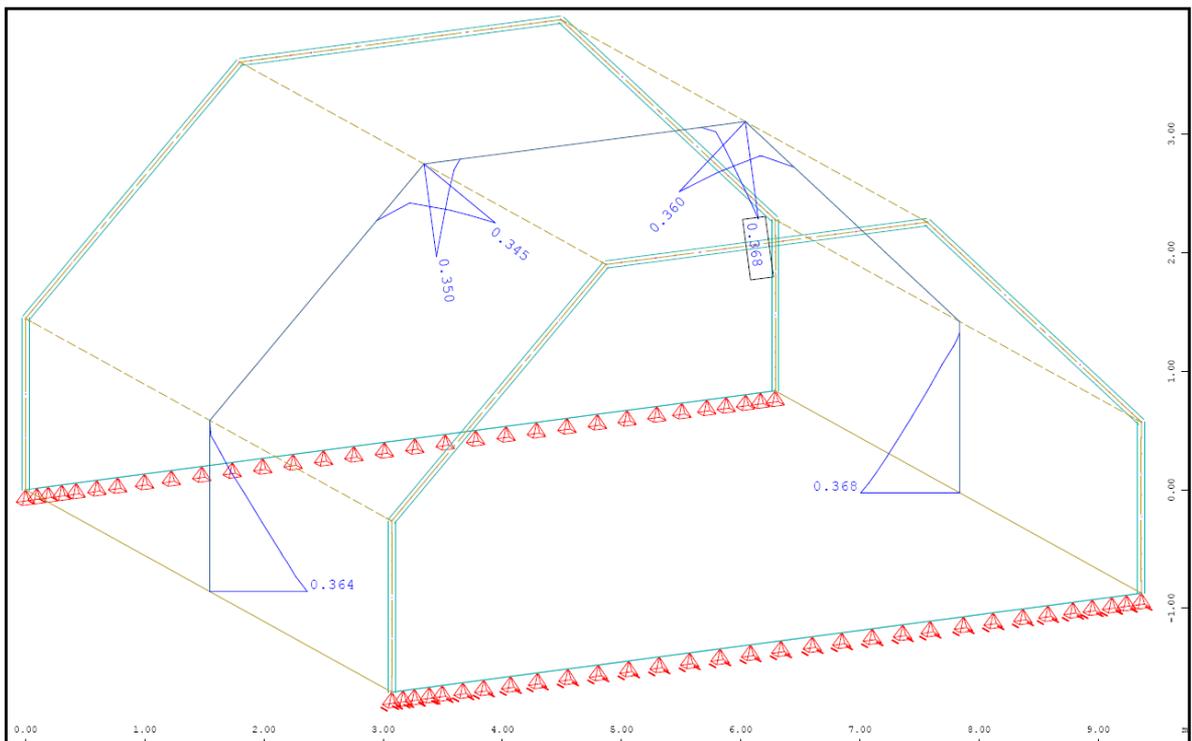


Abb. A- 333: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

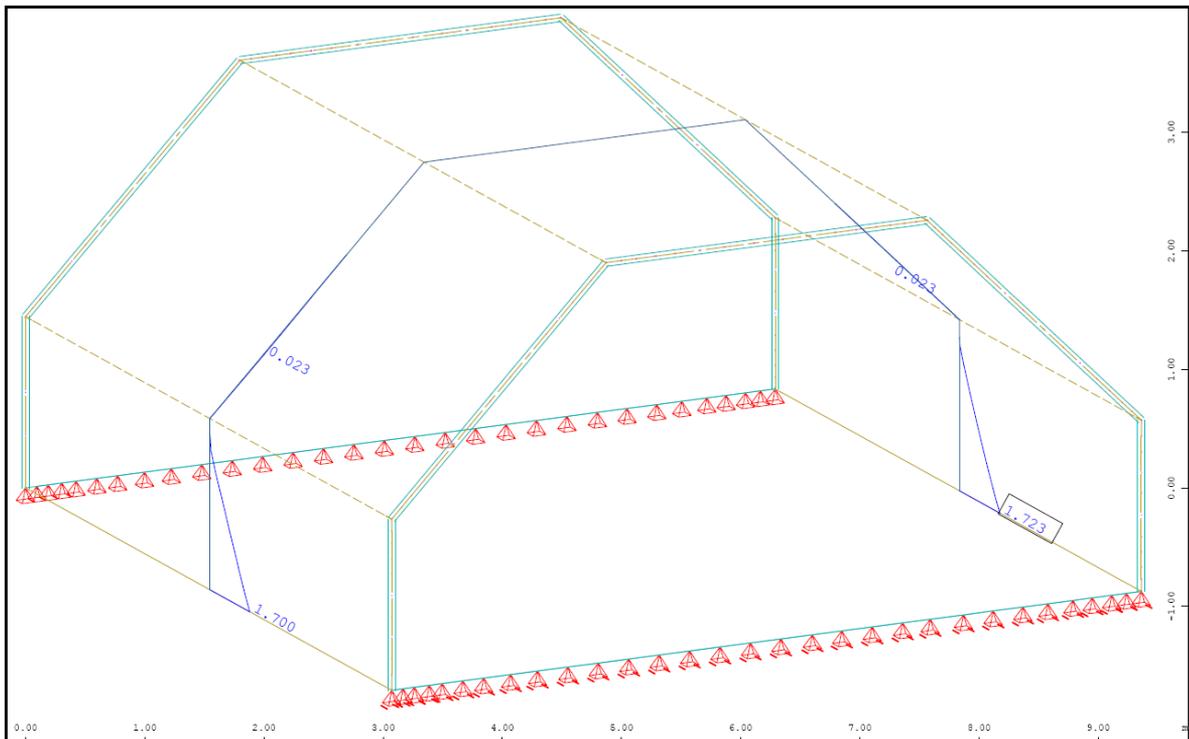


Abb. A- 334: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

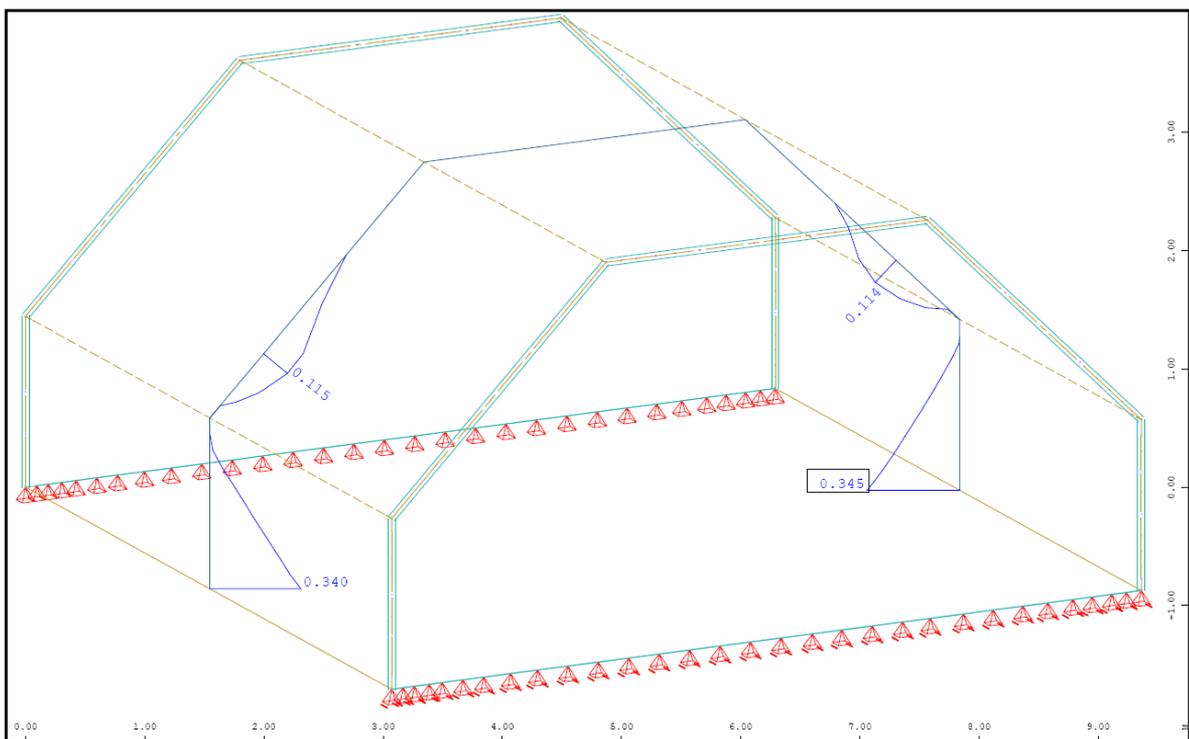


Abb. A- 335: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.4.3.3. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|--------|----------|---------------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | +2,24* | +2,40 |
| Pkt.C | -5,02 | -4,61 |
| Feld 3 | +2,40 | +2,43 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Feld1 | -2,28 | -15,91 |
| Feld2 | -13,78 | -29,01 |
| Feld3 | -28,60 | -20,52 |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Dreischübegleichung |
|-------|----------|---------------------|
| Pkt.A | +138,6 | +139,13 |
| Pkt.B | -16,4 | -18,35 |
| Pkt.C | -30,6 | -22,18 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Dreischübegl. |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 0,10 | 0,10 | 0,28 |
| Pkt.B | 0,10 | 0,10 | 0,28 |
| Pkt.C | 0,06 | 0,06 | 0,01 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C \cdot 0,40 + q_x \cdot l^2 \cdot 0,12$

1.4.3.4. Berechnung mittels Balkentheorie (Spannweite 40m)

Die Gesamtlast des Falterwerks ergibt sich, wie in der „Berechnung mittels Dreischübegleichung“ ermittelt, mit $G = 2 \times A_0 + 2 \times A_1 = 72,86 \text{ kN}$

Querschnittswerte des Falterwerks

| Bezeichnung | Breite b_i | Höhe h_i | Fläche A_i | Schwerpunktsabstand z_i |
|-----------------------|--------------|------------|-------------------|---------------------------|
| | [m] | [m] | [m ²] | [m] |
| Dachfläche | 3,00 | 0,25 | 0,75 | 3,50 |
| geneigte Dachfläche 1 | 0,25 | 2,83 | 0,71 | 2,50 |
| geneigte Dachfläche 2 | 0,25 | 2,83 | 0,71 | 2,50 |
| Querschoten 1 | 0,25 | 1,50 | 0,38 | 0,75 |
| Querschoten 1 | 0,25 | 1,50 | 0,38 | 0,75 |
| Summe | | | 2,9142 | |

| $A_i \times z_i$ | $z_{s,i}$ | $A_i \times z_{s,i}^2$ | t' | $I_{ys,i}$ |
|-------------------|-----------|------------------------|------|-------------------|
| [m ³] | [m] | [m ⁴] | [m] | [m ⁴] |
| 2,2500 | 1,00 | 0,7500 | 0,25 | 0,00391 |
| 1,4142 | 0,00 | 0,0000 | 0,35 | 0,23570 |
| 1,4142 | 0,00 | 0,0000 | 0,35 | 0,23570 |
| 0,1250 | -1,50 | 0,5625 | 1,00 | 0,02083 |
| 0,1250 | -1,50 | 0,5625 | 1,00 | 0,02083 |
| 5,3284 | | 1,8750 | | 0,51698 |

Fläche des Falterwerks = 2,9142m²

Schwerpunktsabstand $z_{su} = \sum A_i / \sum A_i \times z_{s,i} = 2,307\text{m}$ $z_{so} = 3,625\text{m}$ - $z_{su} = 1,318\text{m}$

Flächenträgheitsmoment $I_y = \sum I_{ys,i} + \sum A_i \times z_{s,i}^2 = 3,554237\text{m}^4$

Längsbiegemoment des Falterwerks in Feldmitte:

$$M_y = \frac{G \cdot L^2}{8} = 14571,07\text{kNm}$$

Durchbiegung des Falterwerks in Feldmitte:

$$f = \left[\frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \right] \cdot 1000 = 22,041\text{mm}$$

Querbiegemoment des Falwerks in Feldmitte:

Ermittlung durch einen **beidseits auskragenden Trägers**

Das Eigengewicht von Stahlbeton, ergibt mit einer Wichte von 25 kN/m^3 und einer Scheibendicke von $0,25\text{m}$ eine Belastung von $q = 6,25 \text{ kN/m}$.

Da das Randfeld $l_1 = l_3$ geneigt ist, verkürzt sich die Länge des Randfeldes vom projizierten Träger. Mithilfe einer Erhöhung, im Verhältnis der Dachneigung, wird die Belastung im Randfeld korrigiert. $q_1 = 6,25 / \cos(45) = 8,839 \text{ kN/m}$

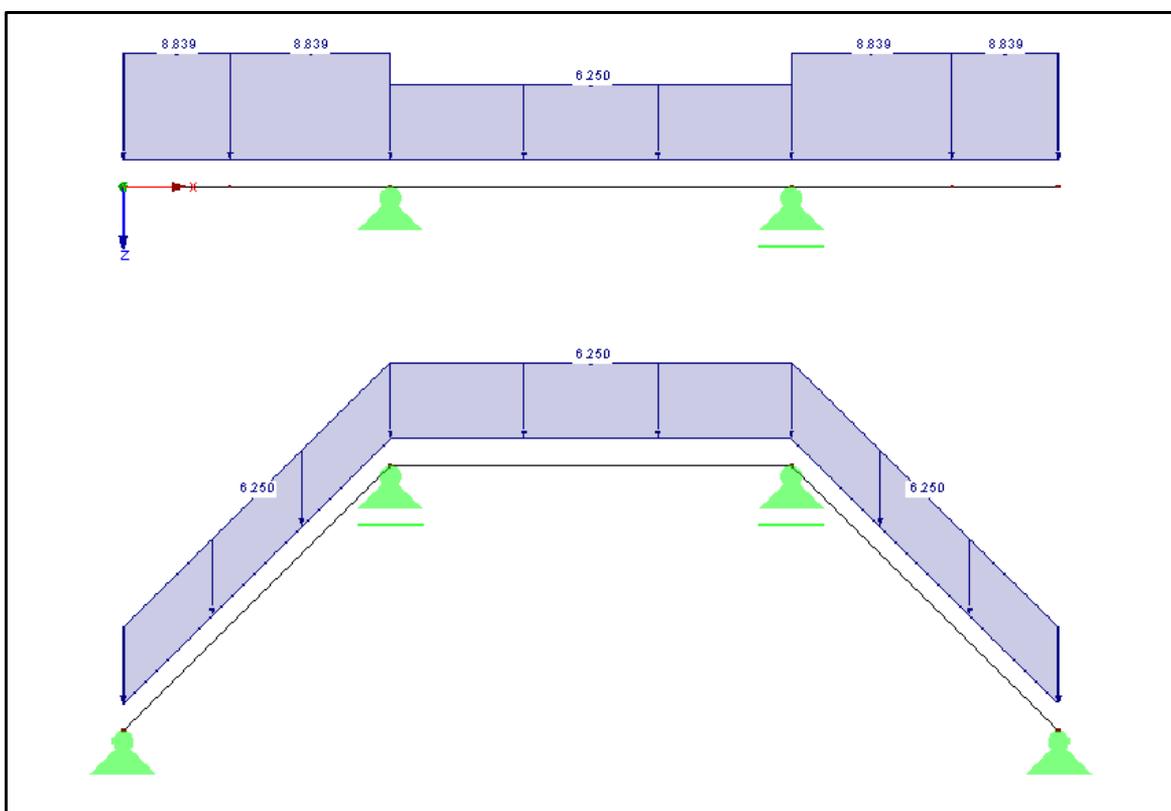


Abb. A- 336: Belastung beidseits auskragender Träger

Querbiegemomente an der Stelle:

$$M_B = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \frac{M_C}{2} - \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -4,42 \text{ kNm}$$

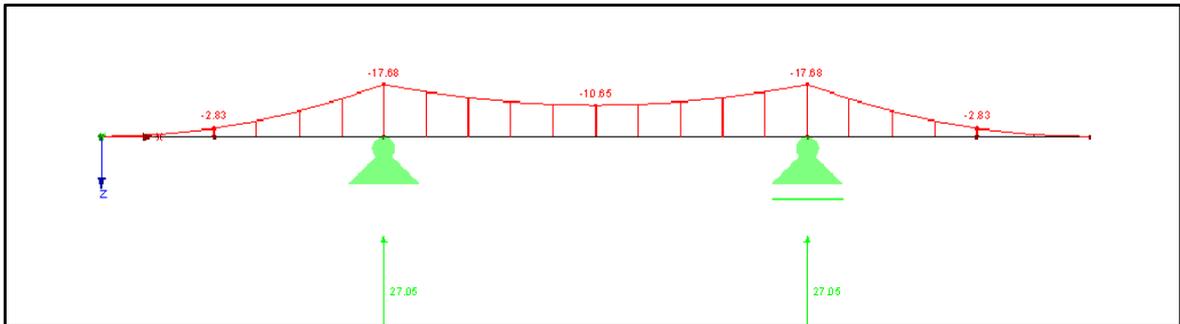
$$M_C = q_1 \cdot \frac{l_1^2}{2} = -17,68 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_C - \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -10,65 \text{ kNm}$$

Kantenlasten:

$$A_0 = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$A_1 = q_1 \cdot l_1 + \frac{q_2 \cdot l_2}{2} = 27,05 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 337: Querbiegemomente M_{yy}

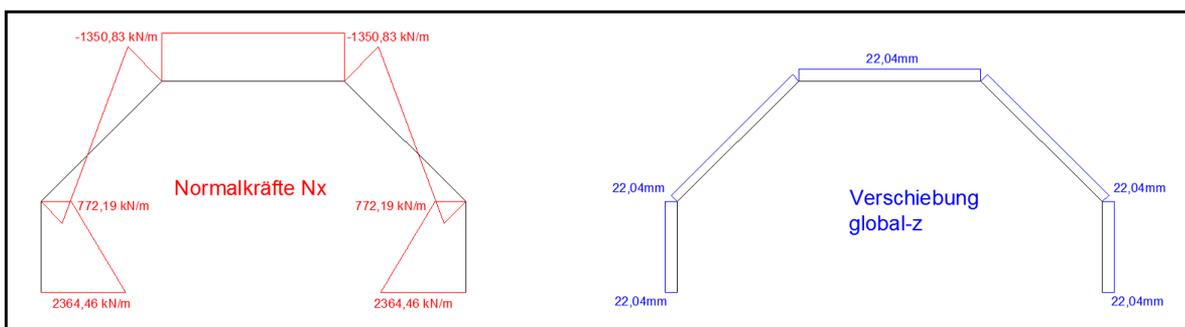
Normalkräfte [kN/m] in Feldmitte

$$\sigma_o = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{so} = -5403,32 \text{ kN/m}^2$$

$$N_o = \sigma_o \cdot 0,25 \text{ m} = -1350,83 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_u = \left(\frac{M_Y}{I_Y} \right) \cdot z_{su} = 9457,85 \text{ kN/m}^2$$

$$N_u = \sigma_u \cdot 0,15 \text{ m} = 2364,46 \text{ kN/m}$$

Abb. A- 338: Balkentheorie: Ergebnisverläufe Normalkraft N_x und Verschiebung Z

1.4.3.5. Berechnung mittels Finte-Elemente-Programm „Sofistik“

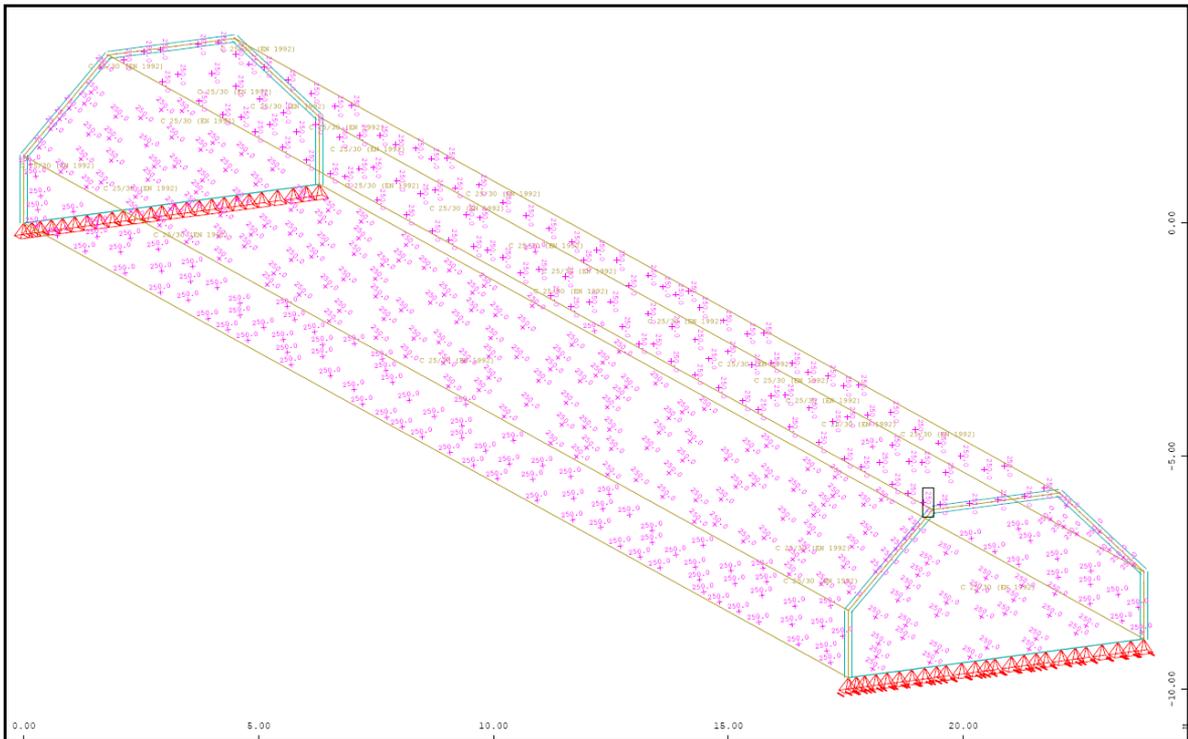


Abb. A- 339: Sofistik : Struktur

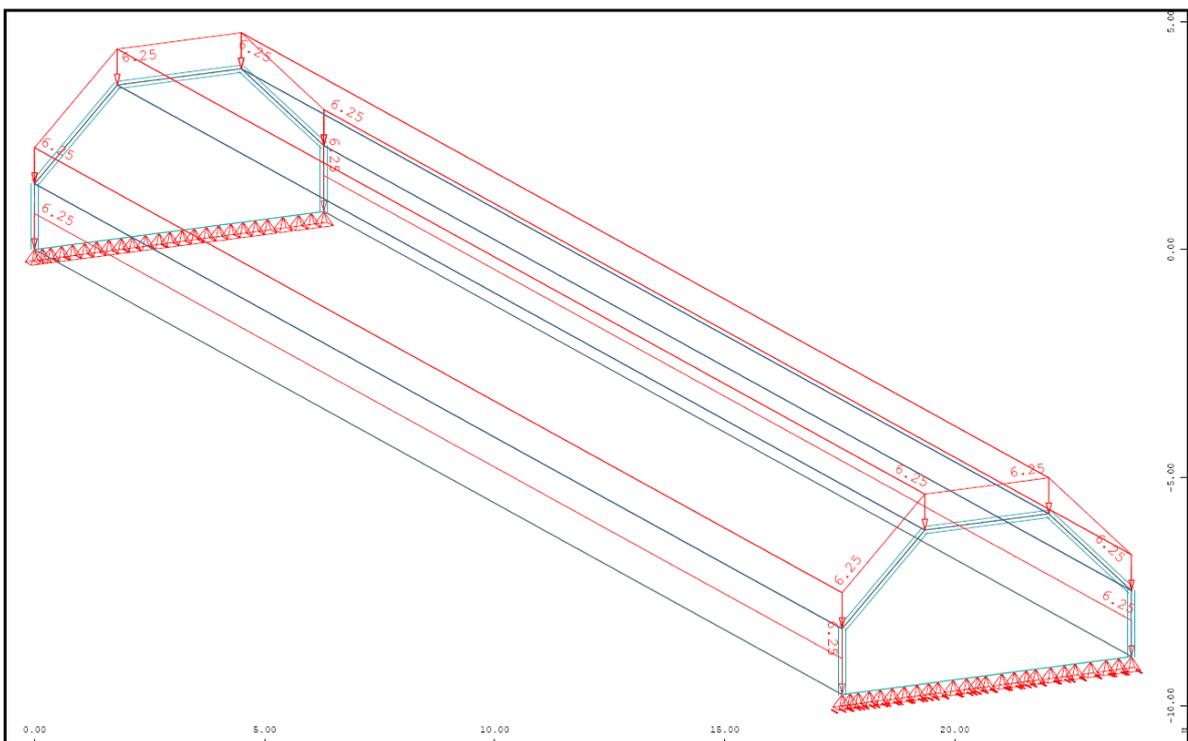


Abb. A- 340: Sofistik : Belastung „Eigengewicht ($g=6,25\text{kN/m}^2$)“

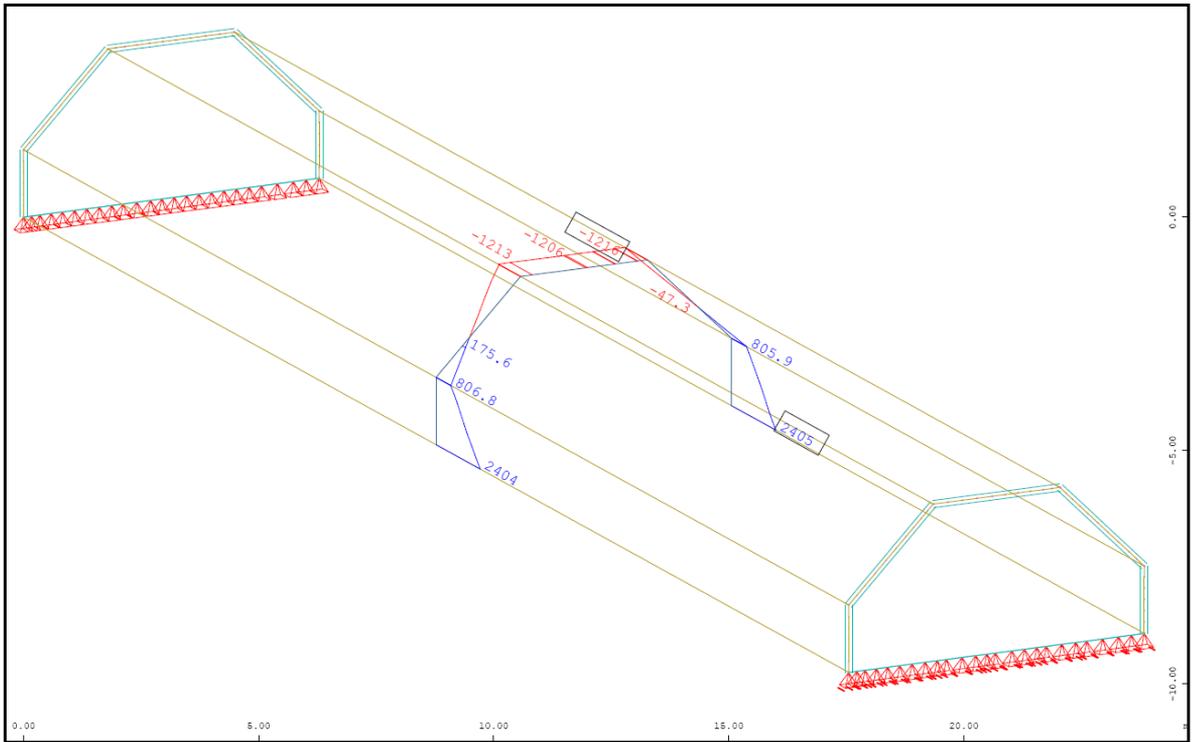


Abb. A- 341: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{xx} in kN/m

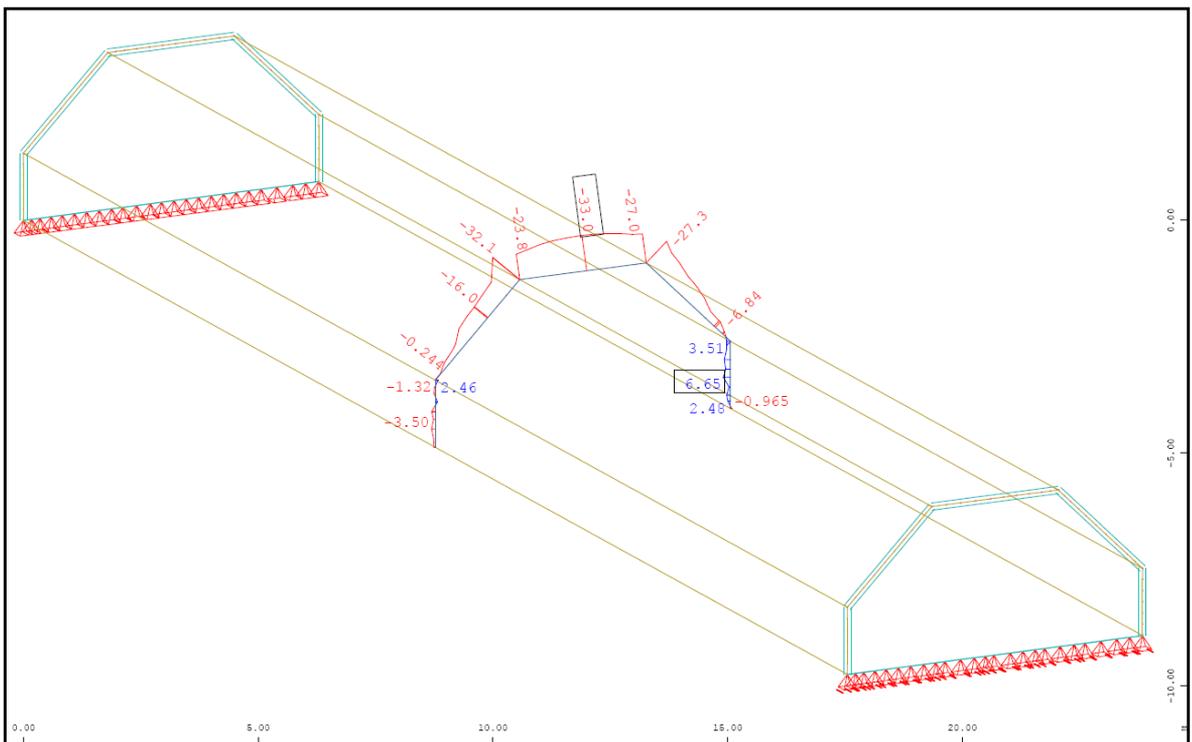


Abb. A- 342: Sofistik : Normalkraft in Feldmitte N_{yy} in kN/m

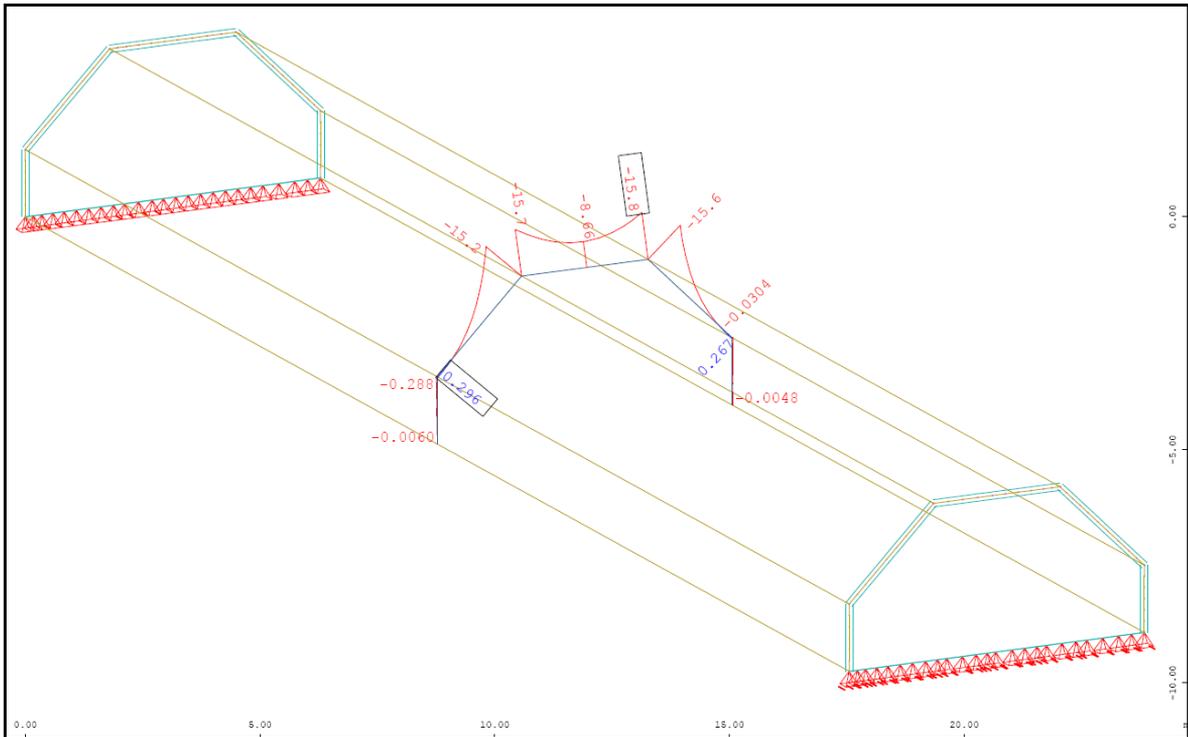


Abb. A- 343: Sofistik : Biegemoment in Feldmitte M_{yy} in kNm/m

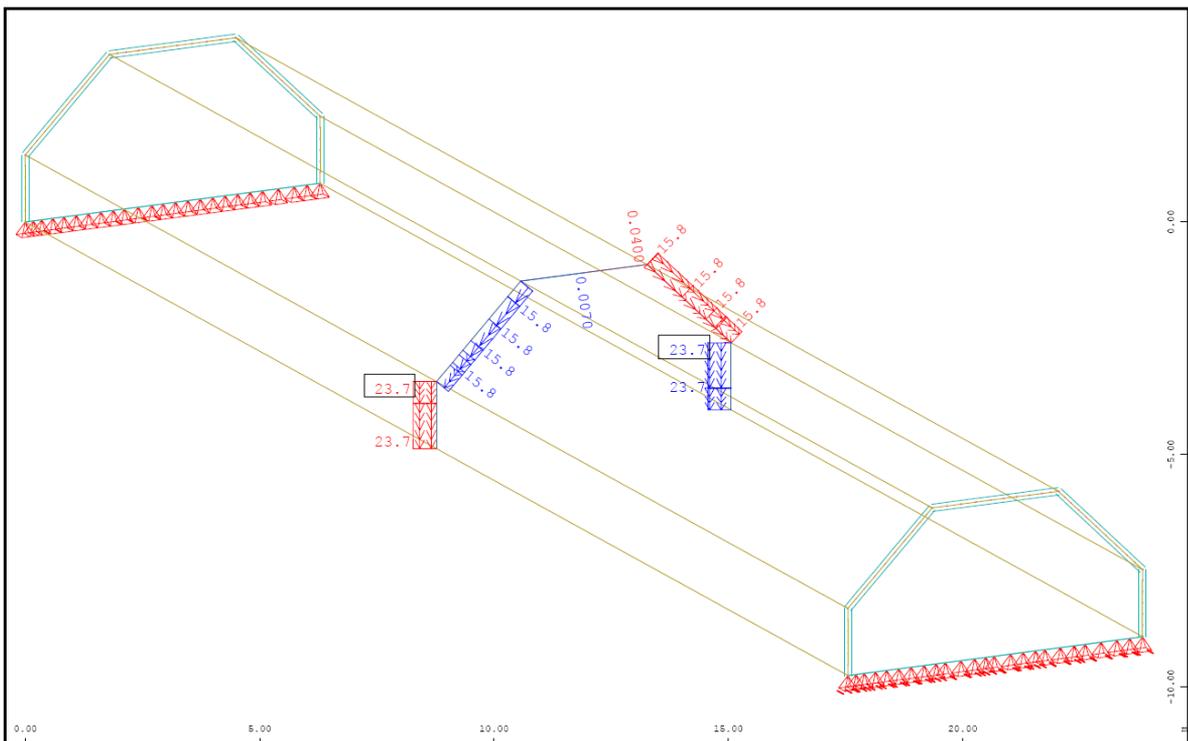


Abb. A- 344: Sofistik : Verschiebung lokal Y-Richtung in Feldmitte in mm

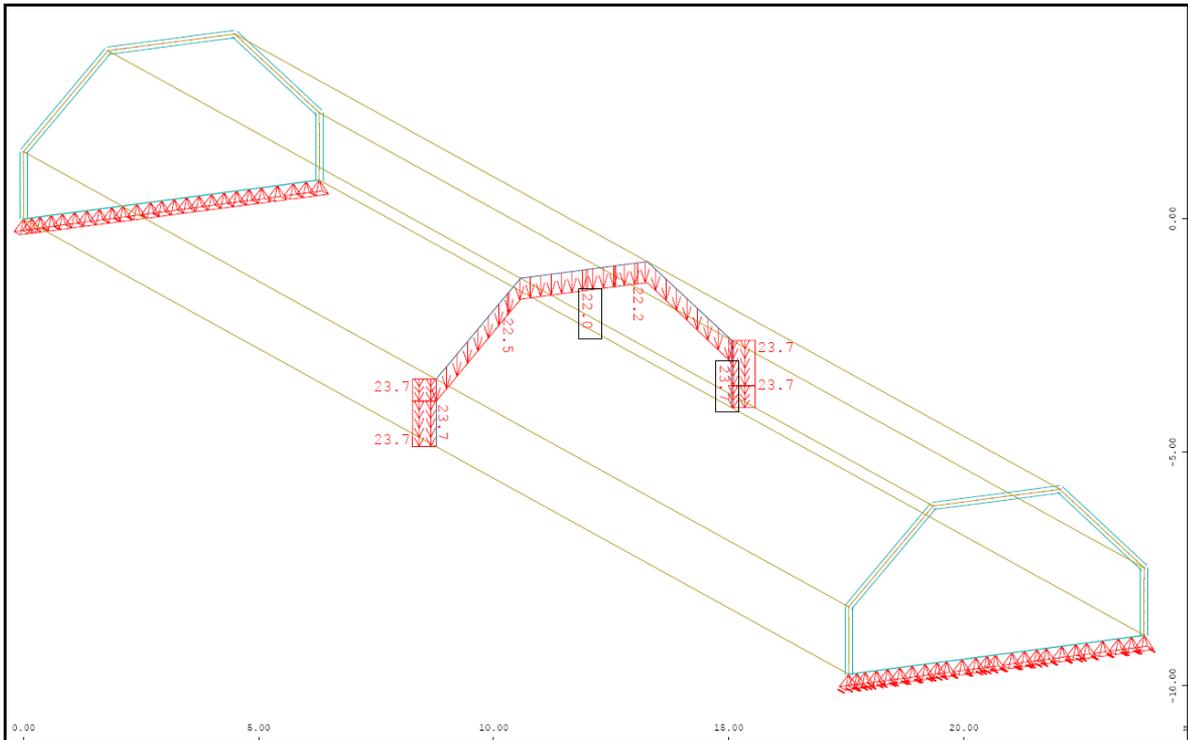


Abb. A- 345: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [linear] in Feldmitte in mm

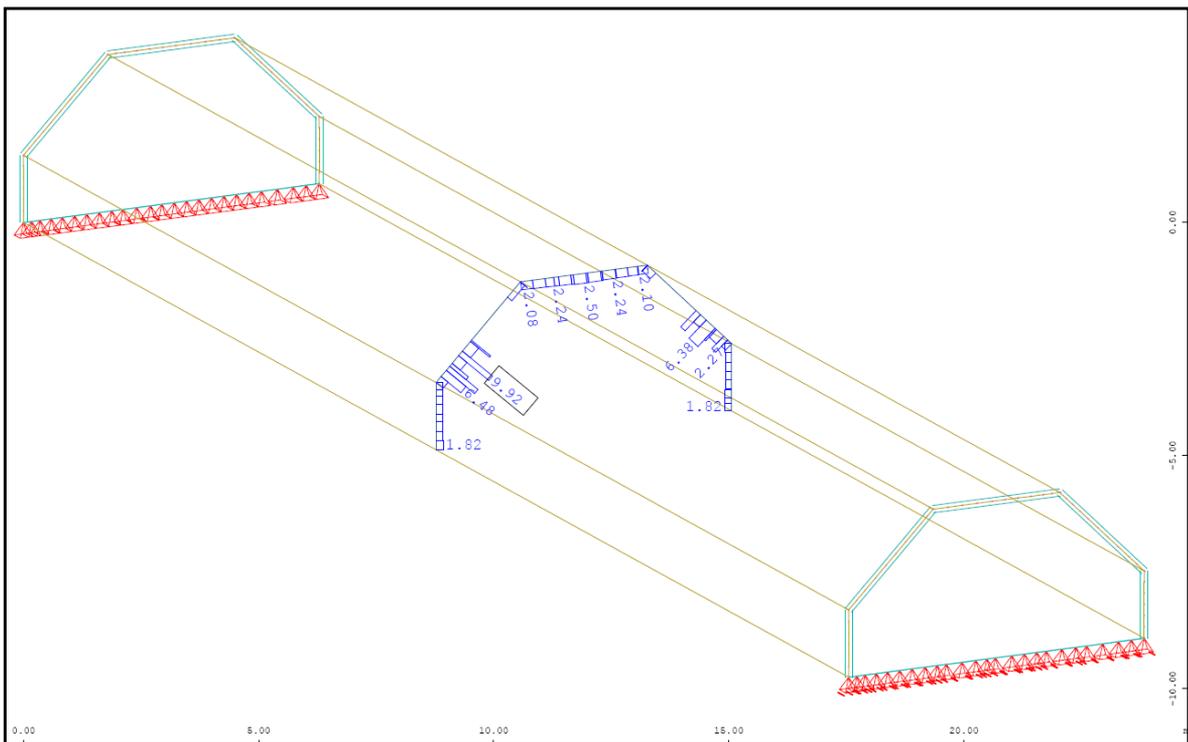


Abb. A- 346: Sofistik : max. Stahldehnung im Riss [nichtlinear] in Feldmitte

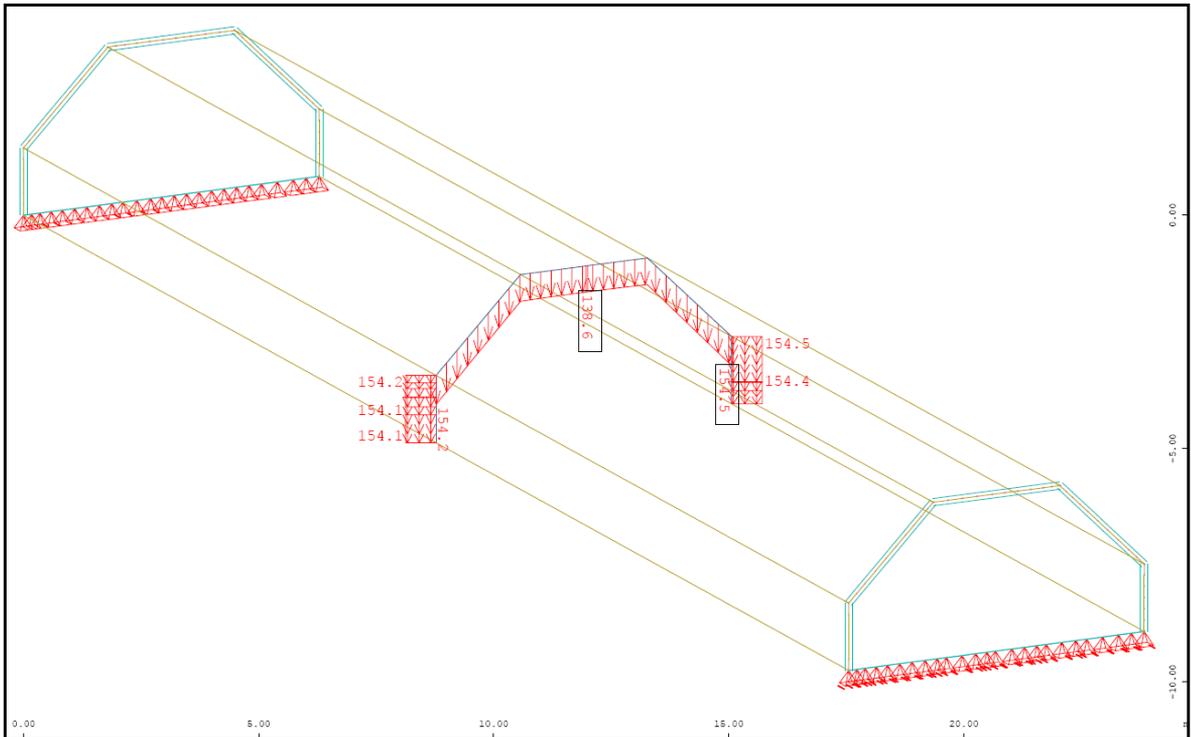


Abb. A- 347: Sofistik : Verschiebung Global Z-Richtung [nichtlinear] in Feldmitte in mm

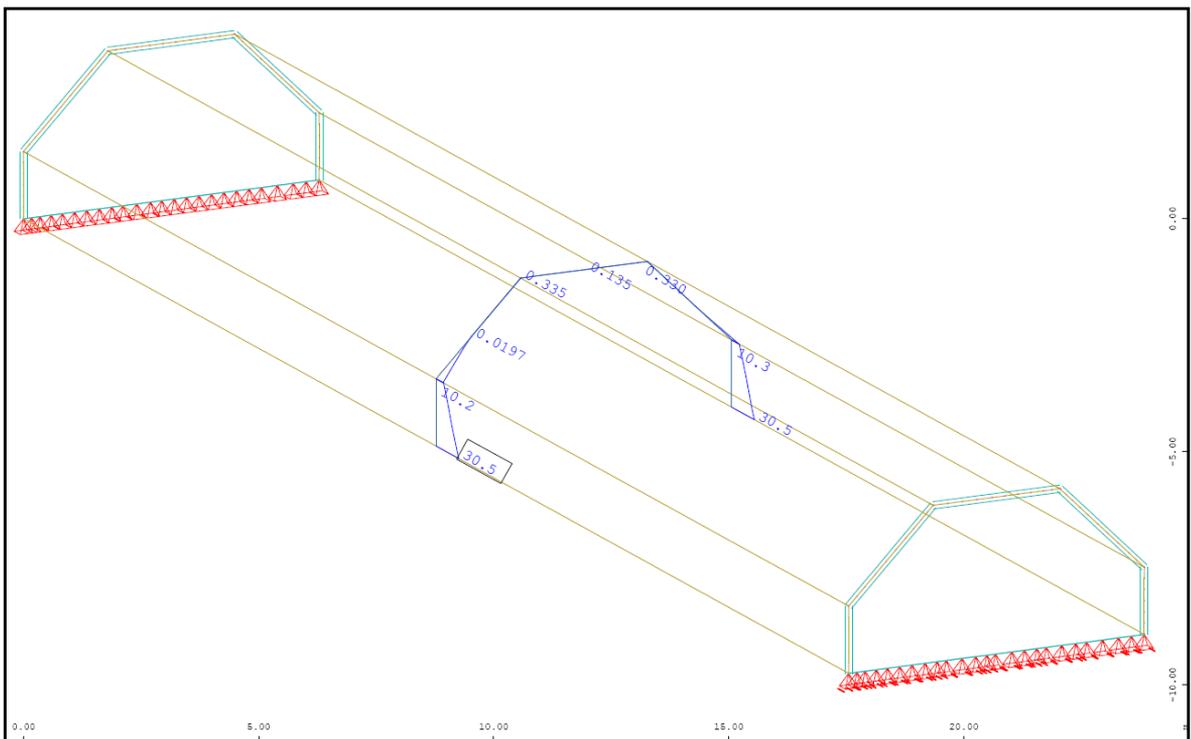


Abb. A- 348: Sofistik : Bewehrung horizontal „ außen“ in Feldmitte in cm^2/m

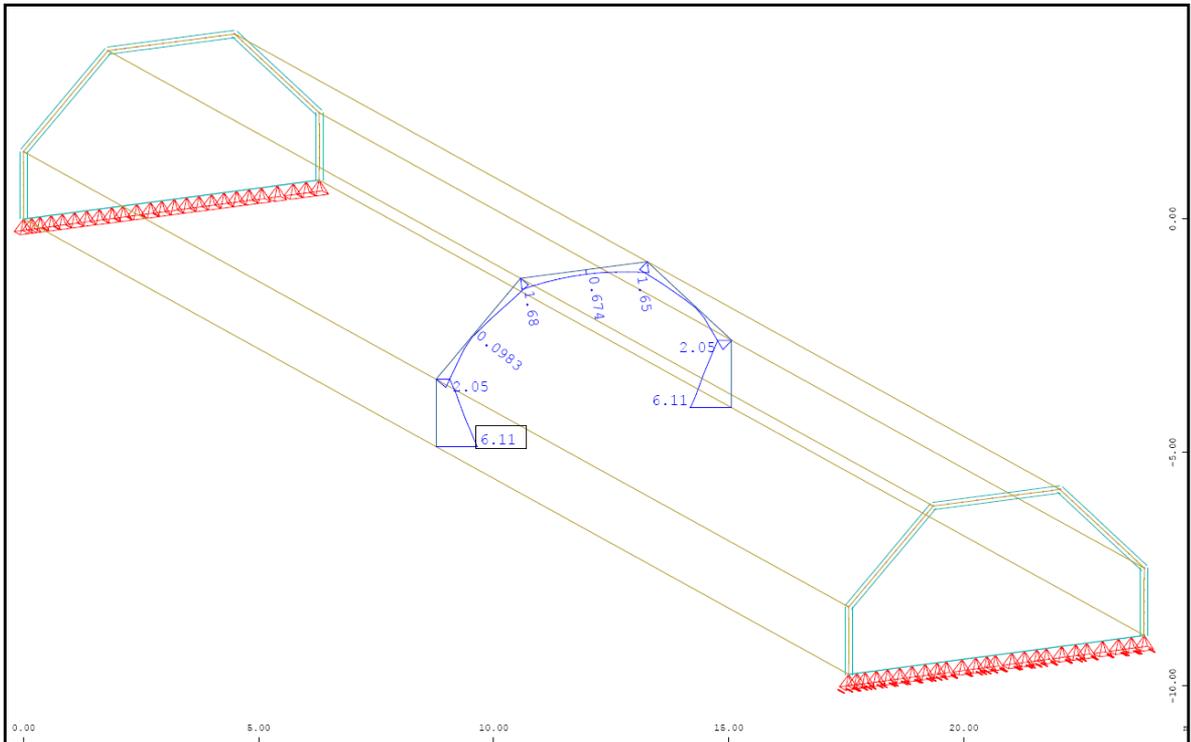


Abb. A- 349: Sofistik : Bewehrung vertikal „oben“ in Feldmitte in cm^2/m

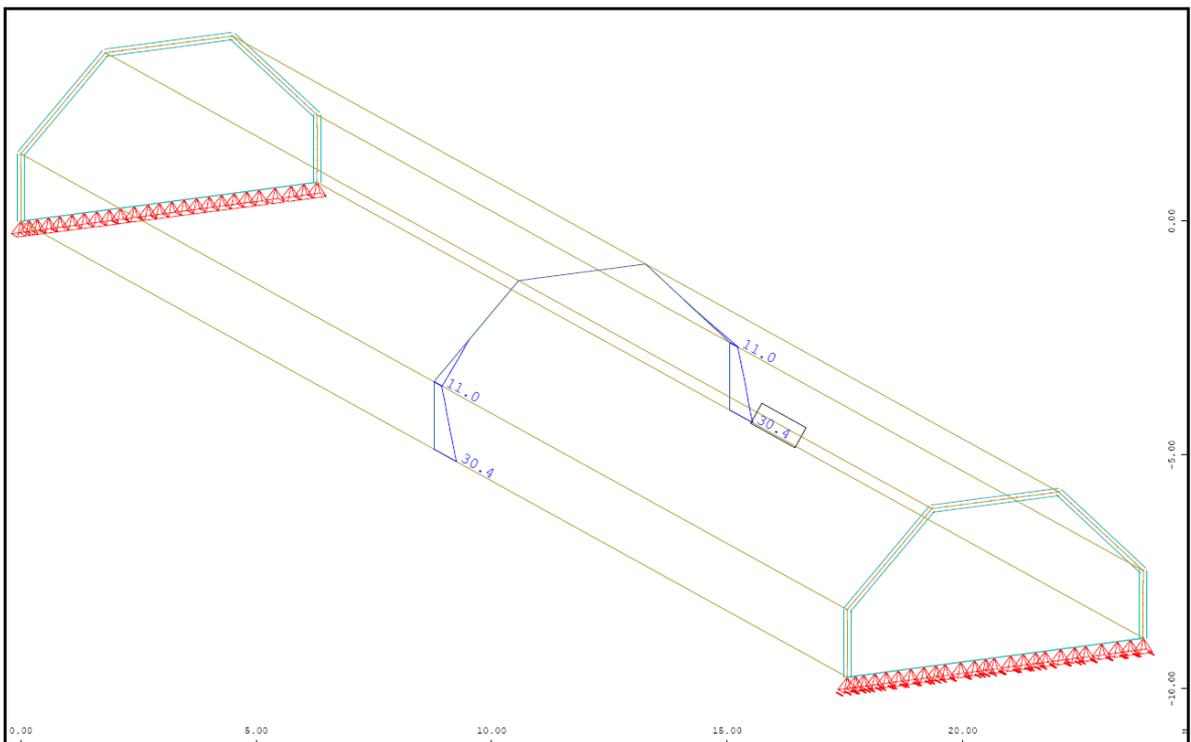


Abb. A- 350: Sofistik : Bewehrung horizontal „innen“ in Feldmitte in cm^2/m

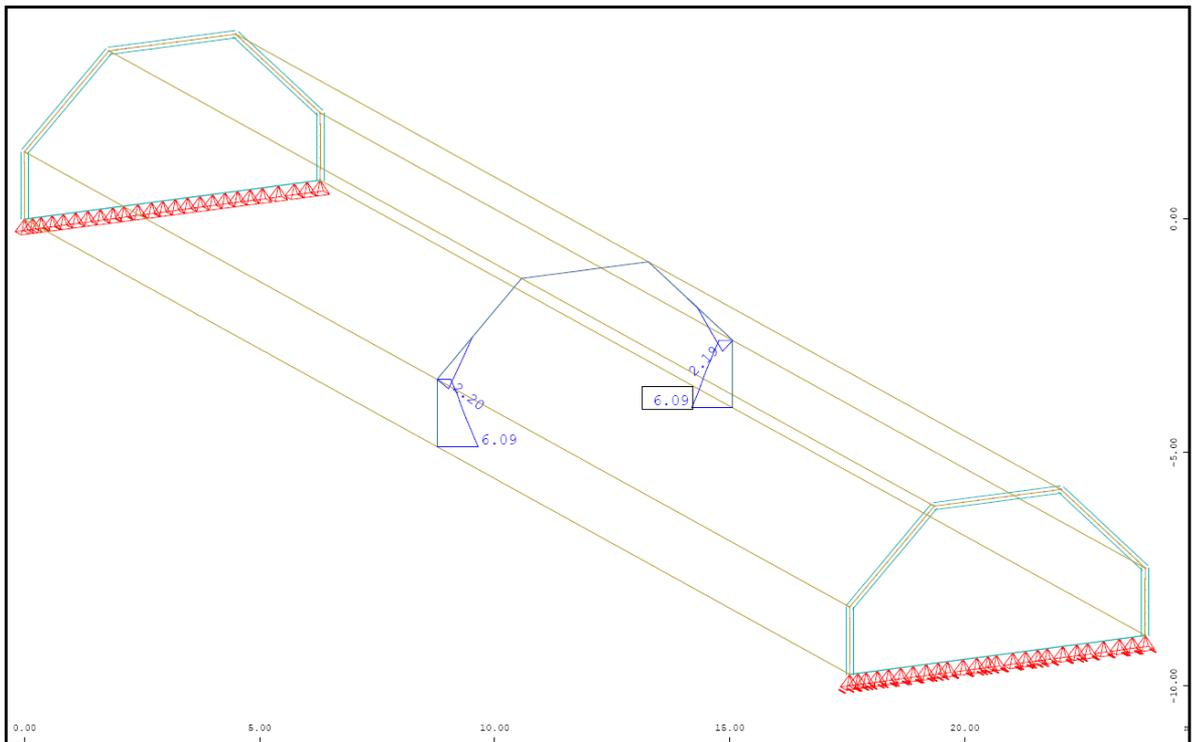


Abb. A- 351: Sofistik : Bewehrung vertikal „unten“ in Feldmitte in cm^2/m

1.4.3.6. Vergleich der Ergebnisse

Querbiegemomente M_{yy} in [kNm/m]

| | Sofistik | Kragträger |
|--------|----------|------------|
| Pkt.B | 0,00 | 0,00 |
| Feld 2 | -2,04* | -4,42 |
| Pkt.C | -15,7 | -17,68 |
| Feld 3 | -8,66 | -10,65 |

Normalkraft N_{yy} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Feld1 | -3,50 | ---- |
| Feld2 | -16,0 | ---- |
| Feld3 | -33,0 | ---- |

Normalkraft N_{xx} in [kN/m]

| | Sofistik | Balkentheorie |
|-------|----------|---------------|
| Pkt.A | +2404,0 | +2346,5 |
| Pkt.B | +806,8 | +772,2 |
| Pkt.C | -1213,0 | -1350,8 |

Verschiebung Global-Z in [mm]

| | Sofistik/linear | Sofistik/nichtlinear | Balkentheorie |
|-------|-----------------|----------------------|---------------|
| Pkt.A | 23,7 | 154,2 | 22,04 |
| Pkt.B | 23,7 | 154,2 | 22,04 |
| Pkt.C | 22,0 | 138,6 | 22,04 |

*analytisch ermitteltes Biegemoment an der Stelle $x=0,4 \cdot l$ mit $Pkt.C_{x0,40+q_x l^2 x 0,12}$

2. Gegenüberstellung Dreischübegleichung - Balkentheorie – „Sofistik“

2.1. Tonnendach unter Veränderung der Spannweite

2.1.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy}

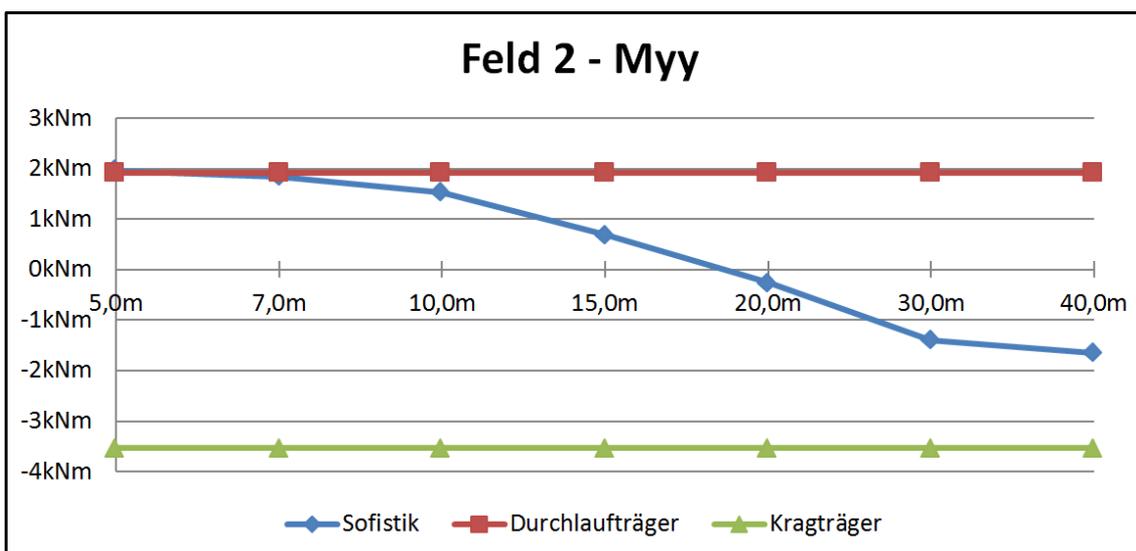


Abb. A- 352: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

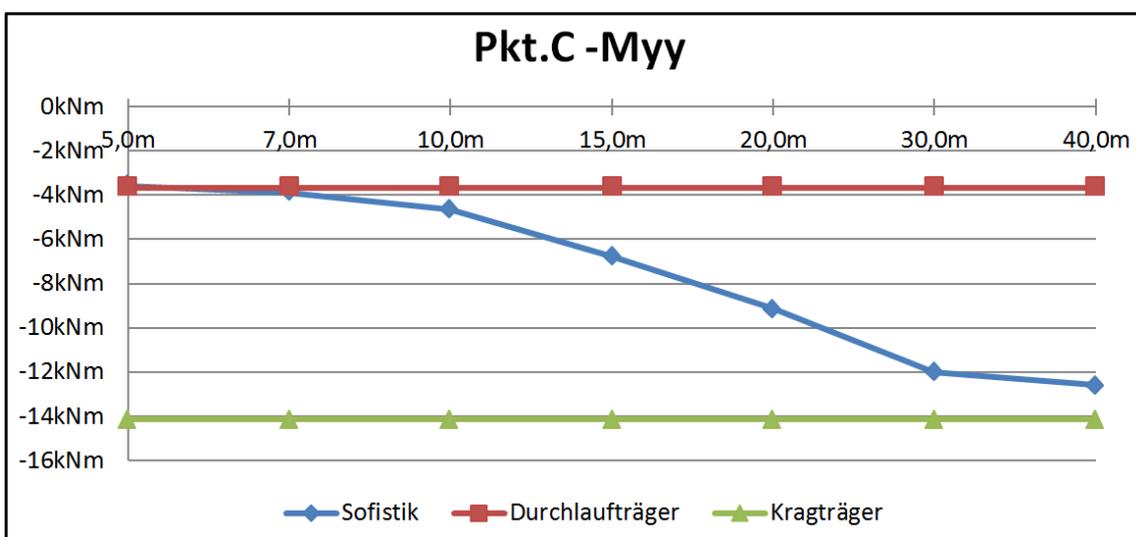
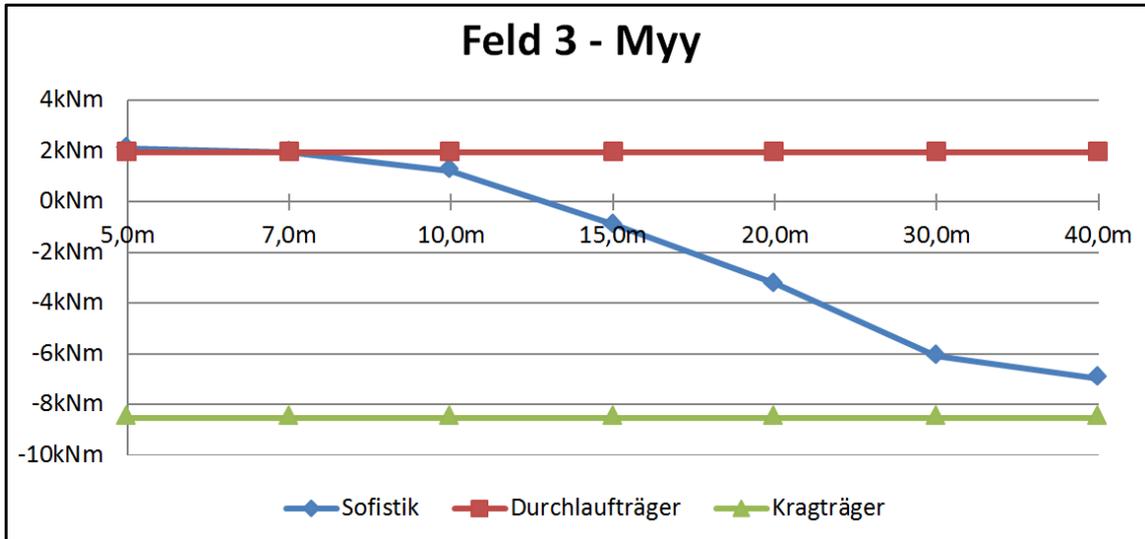
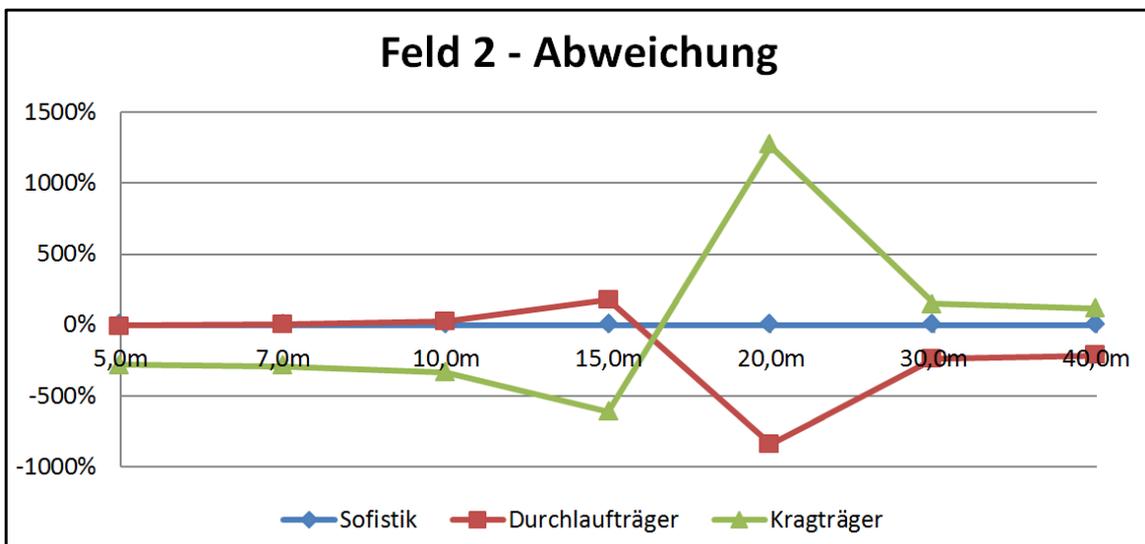
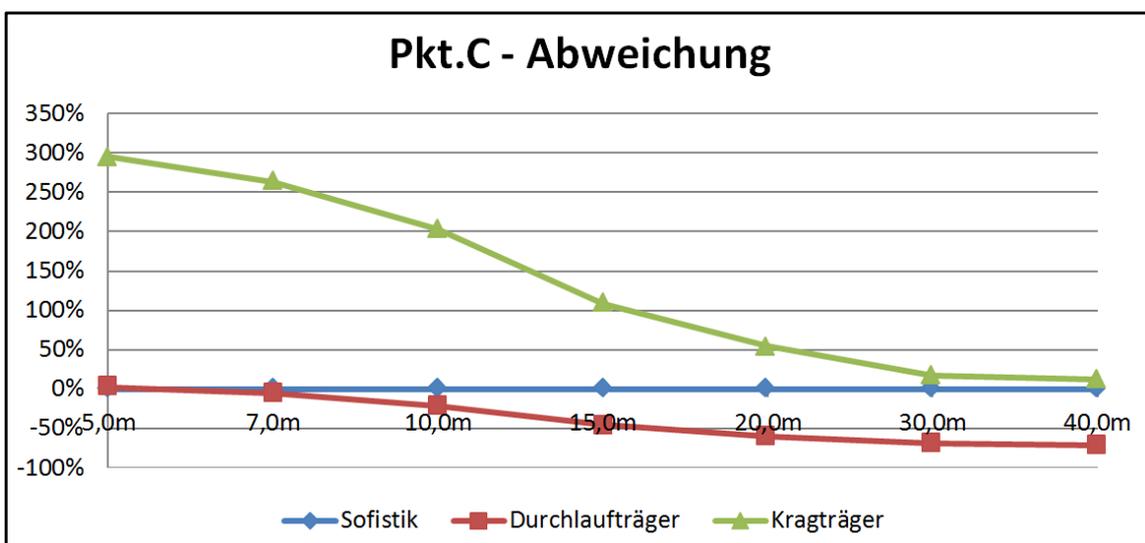


Abb. A- 353: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

Abb. A- 354: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3Abb. A- 355: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2Abb. A- 356: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

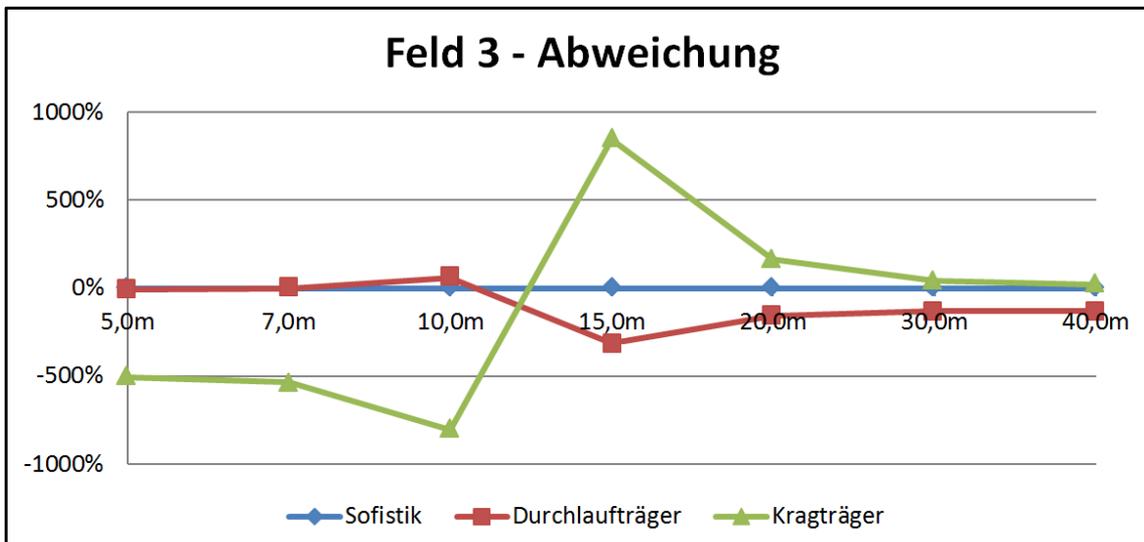


Abb. A- 357: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.1.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx}

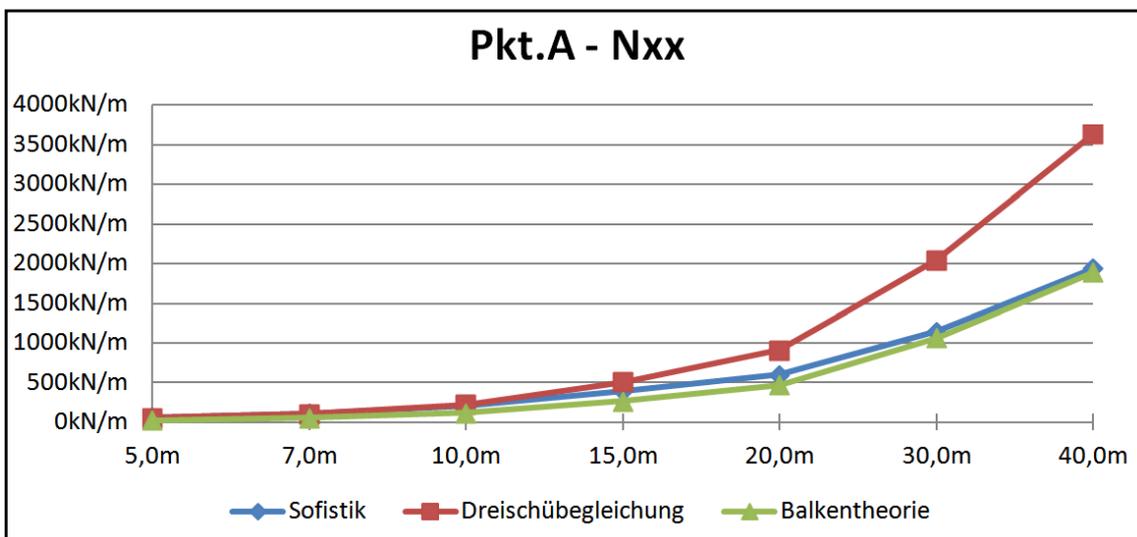


Abb. A- 358: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

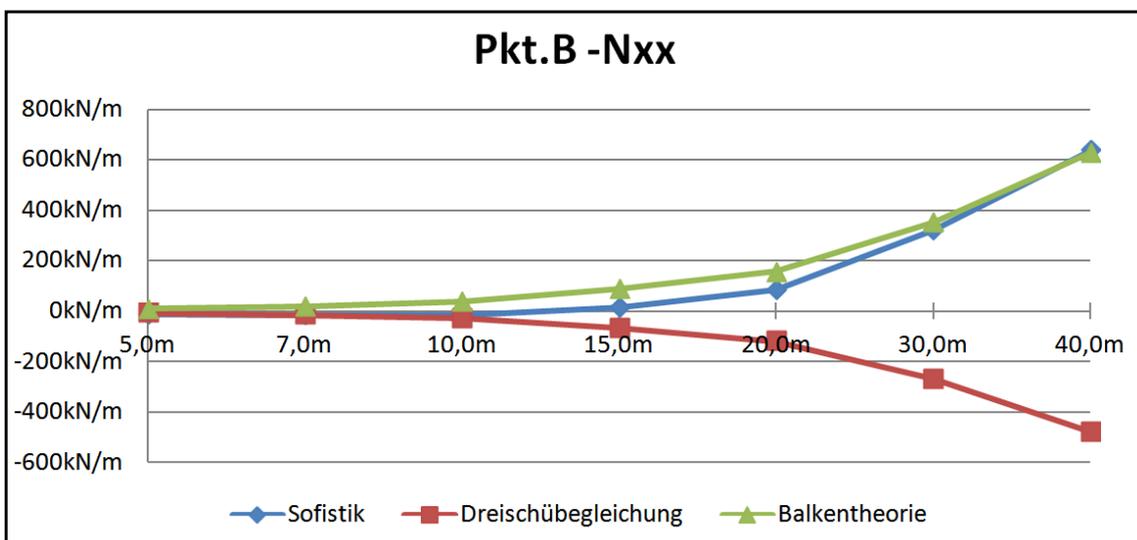


Abb. A- 359: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

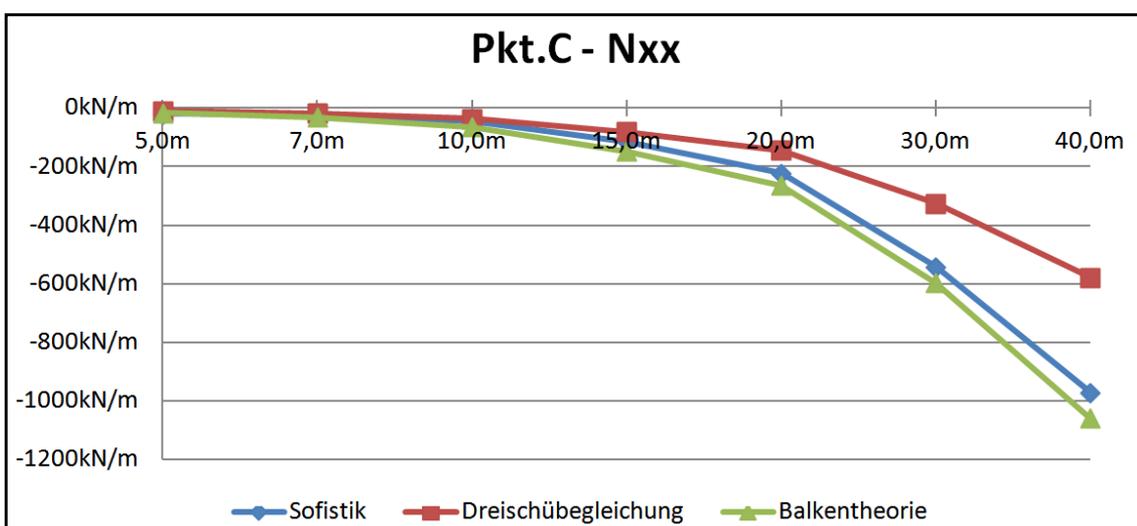
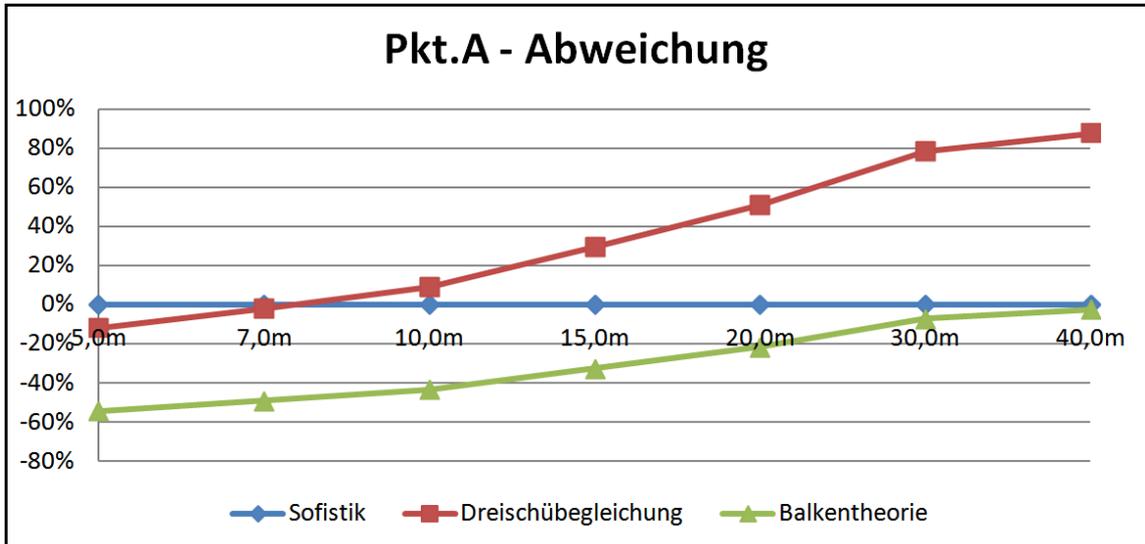
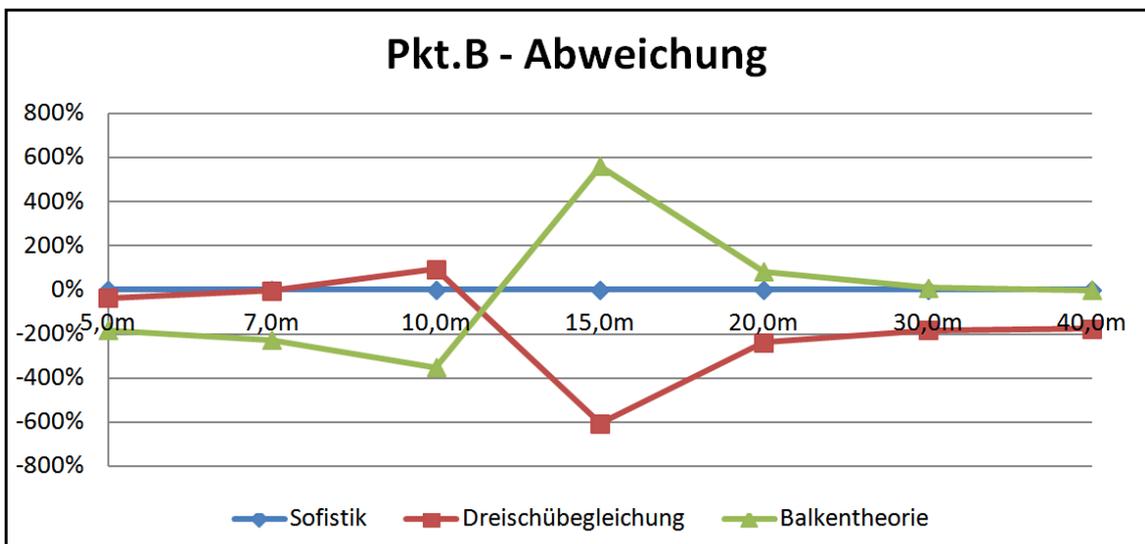
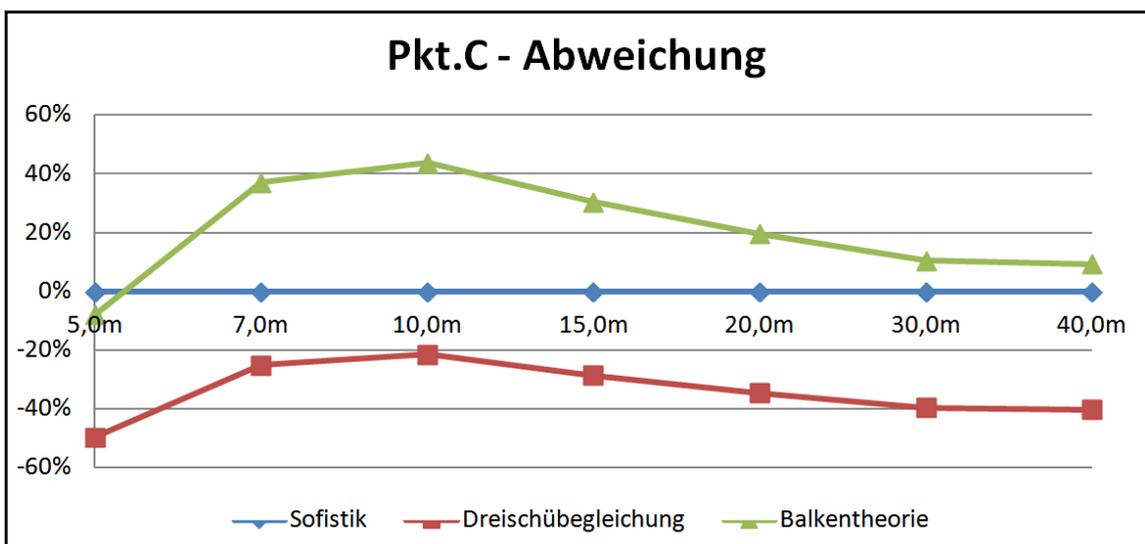


Abb. A- 360: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

Abb. A- 361: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A,Abb. A- 362: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.BAbb. A- 363: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.1.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung)

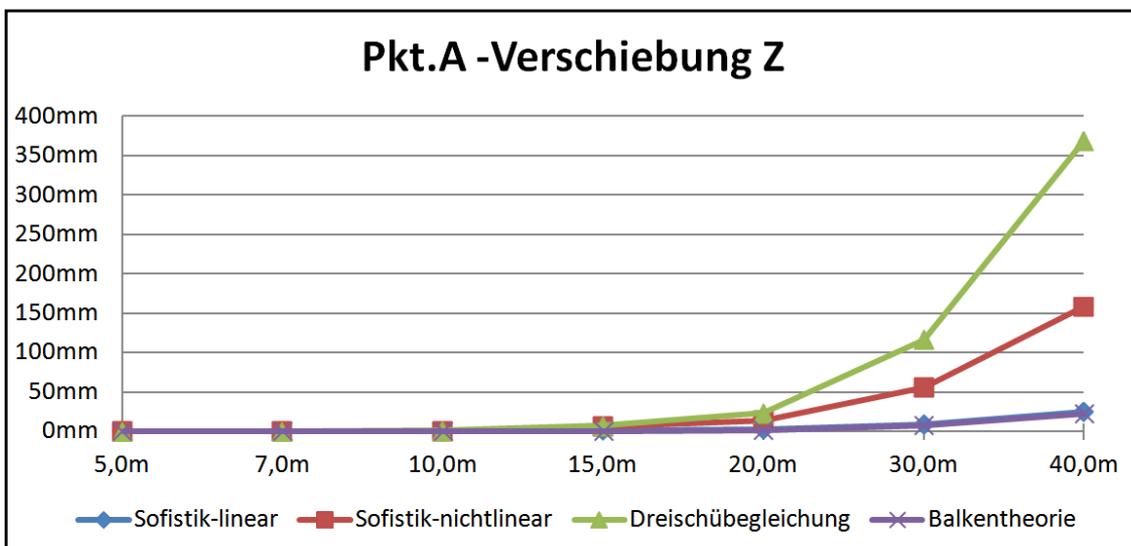


Abb. A- 364: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

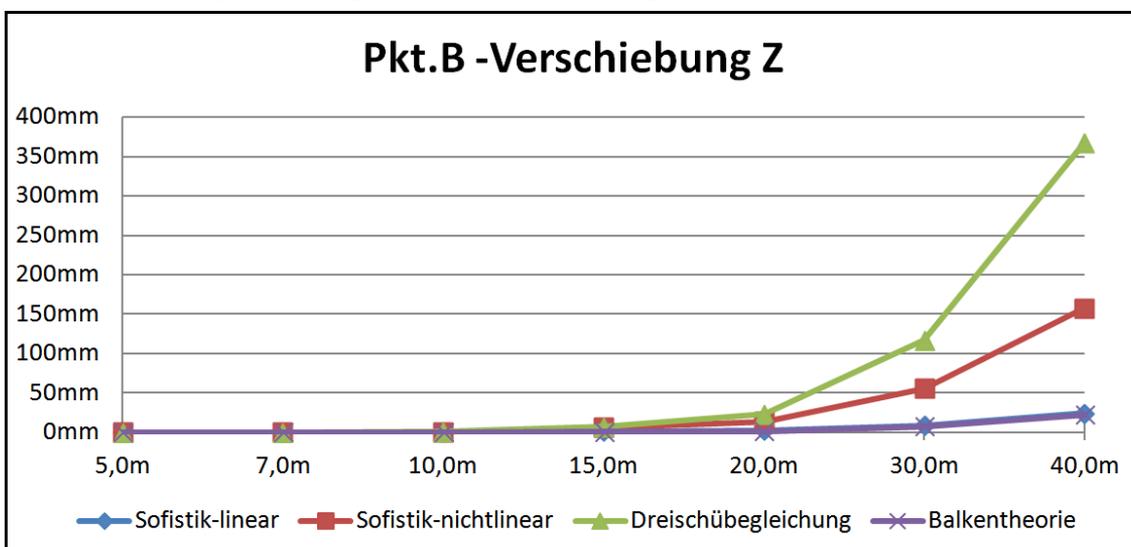


Abb. A- 365: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

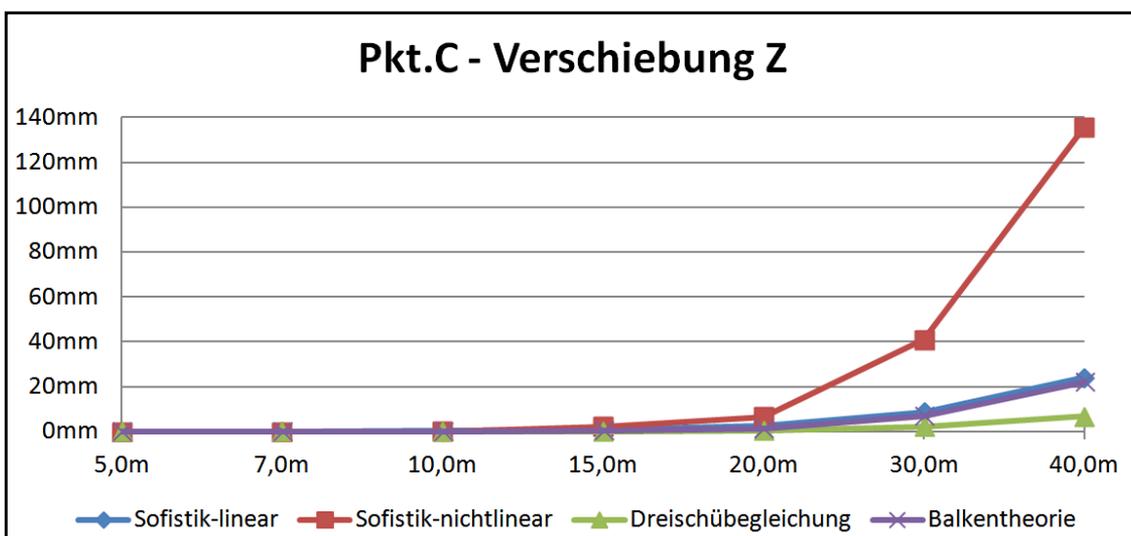


Abb. A- 366: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

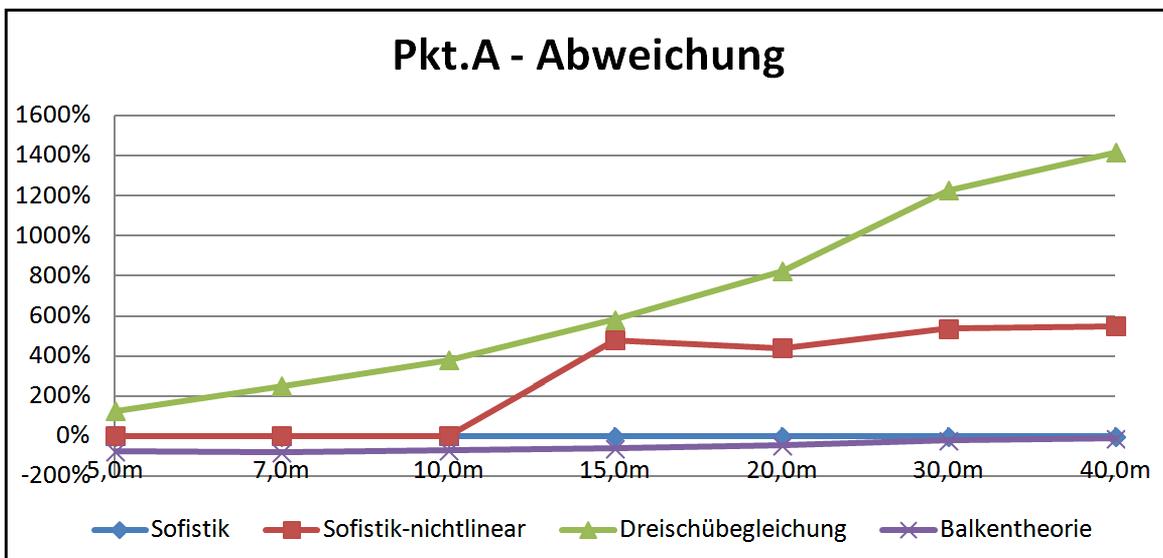


Abb. A- 367: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

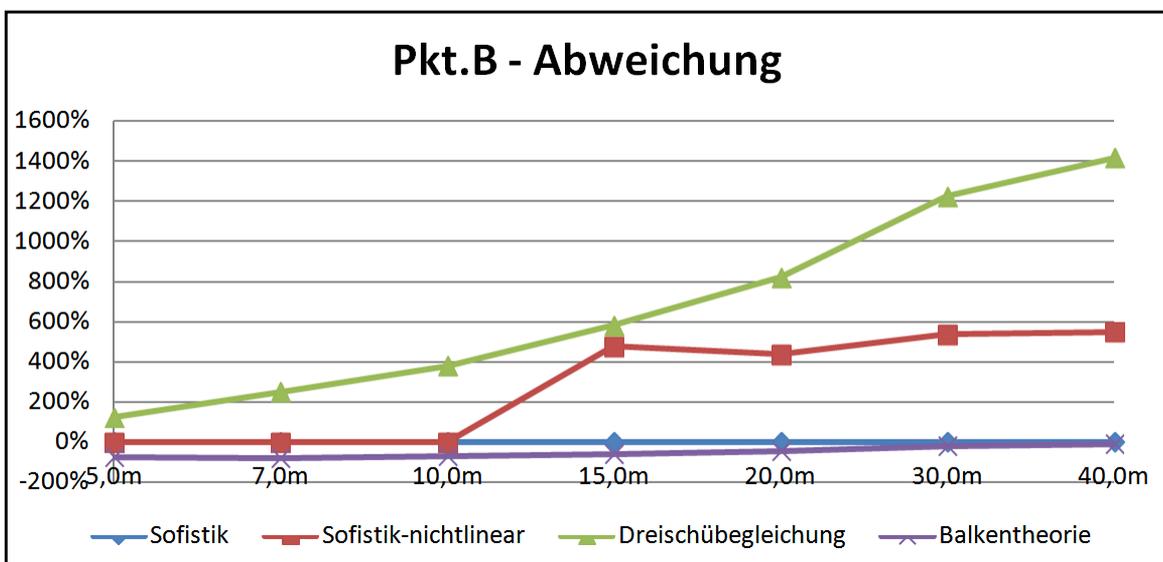


Abb. A- 368: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

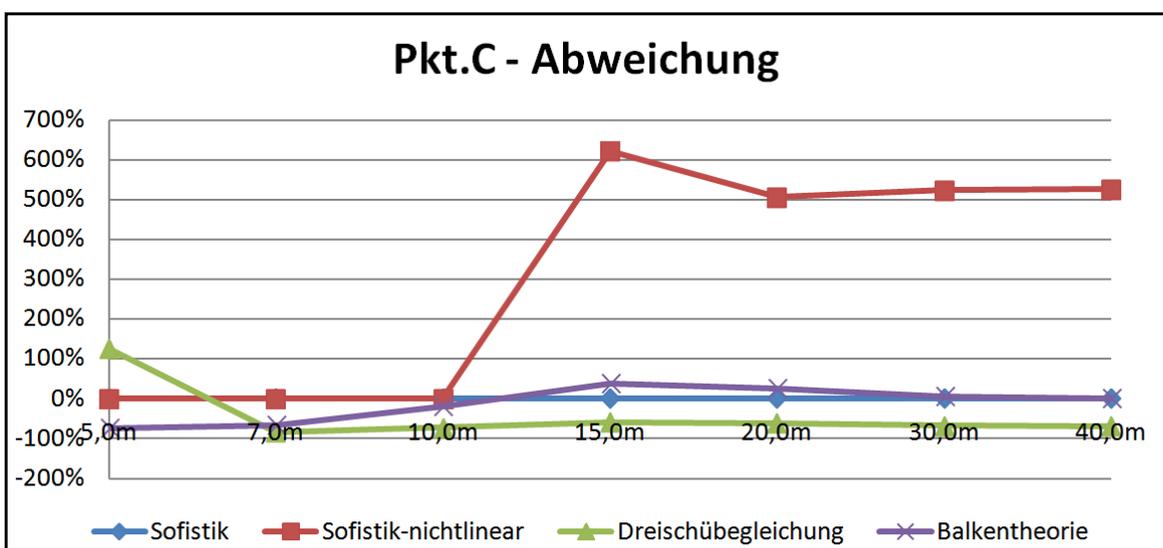


Abb. A- 369: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C

2.2. Tonnendach unter Veränderung der Dachneigung

2.2.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Dreischübegleichung –Spannweite 7m)

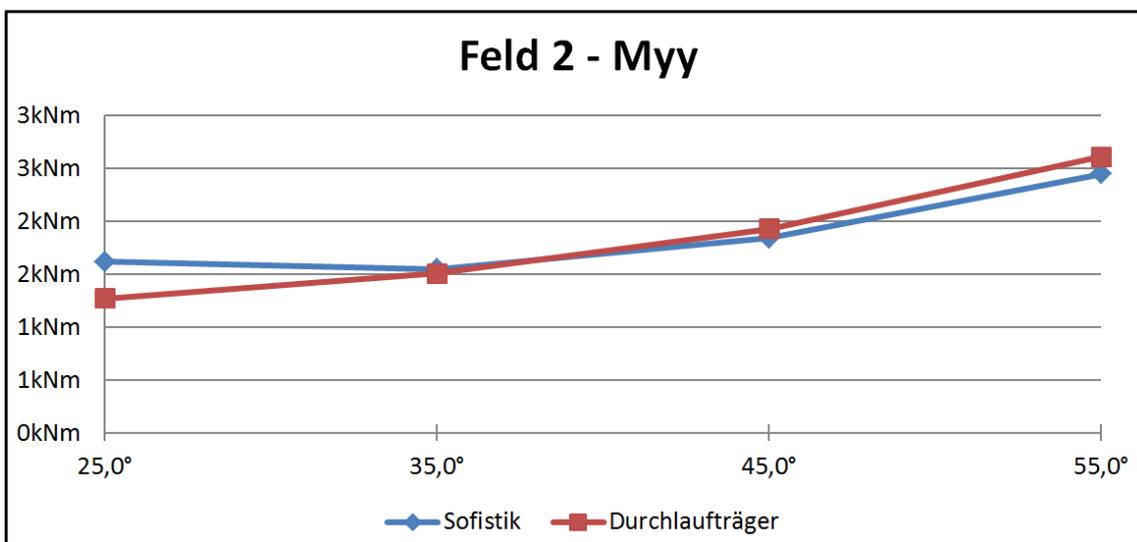


Abb. A- 370: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

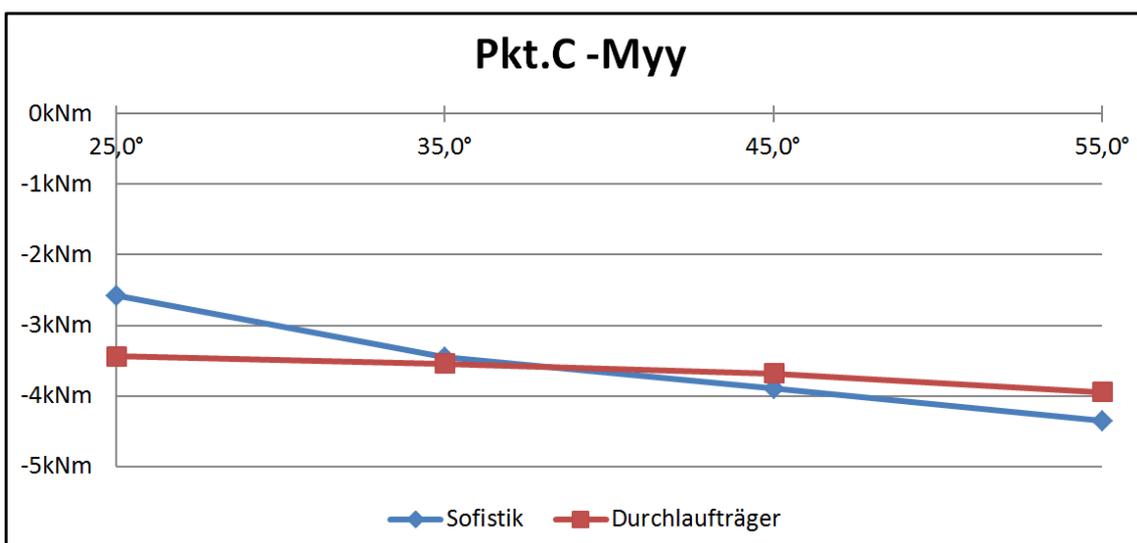
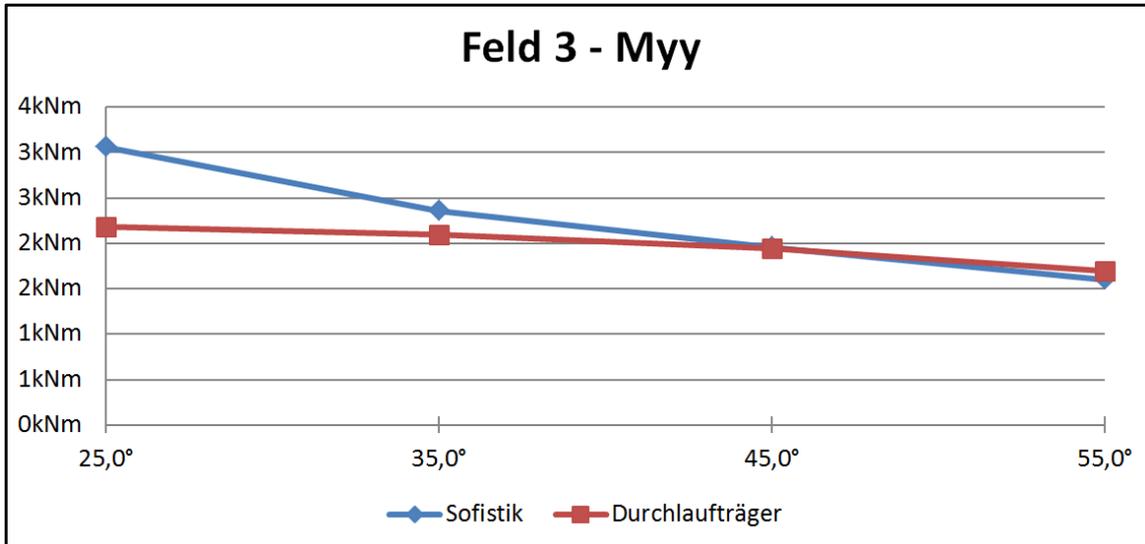
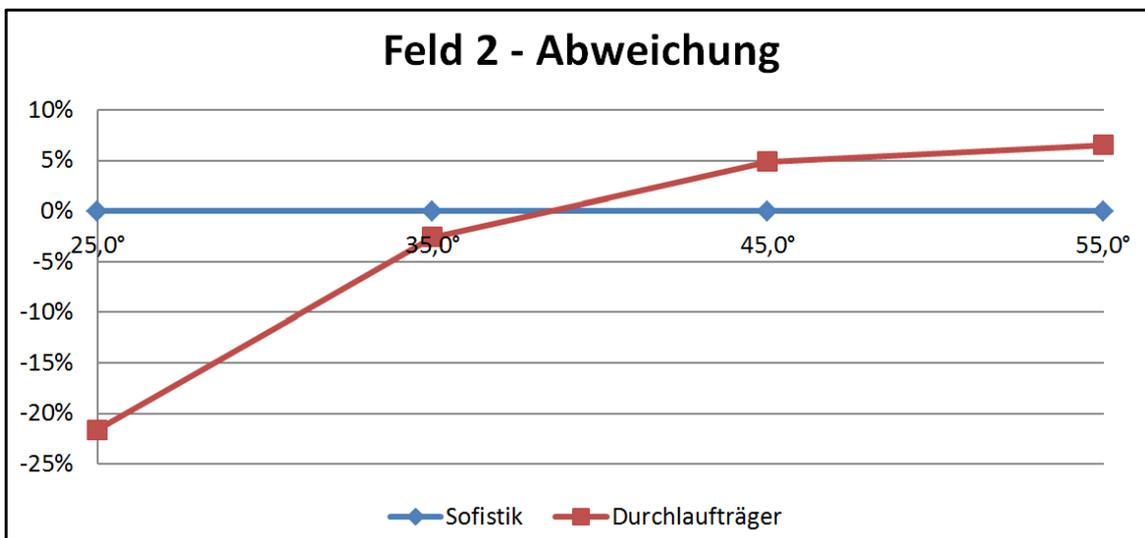
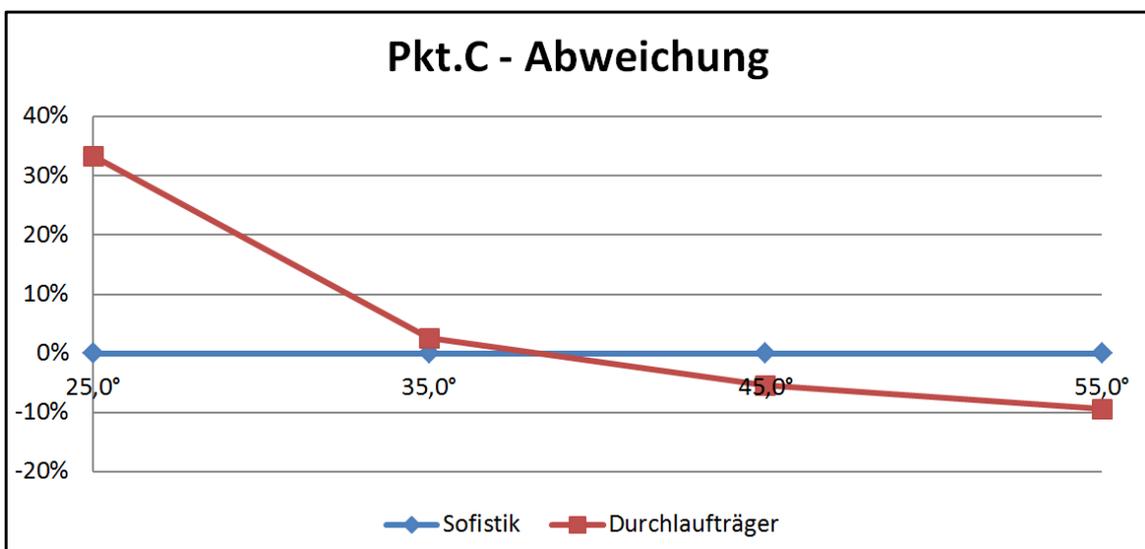


Abb. A- 371: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

Abb. A- 372: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3Abb. A- 373: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2Abb. A- 374: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

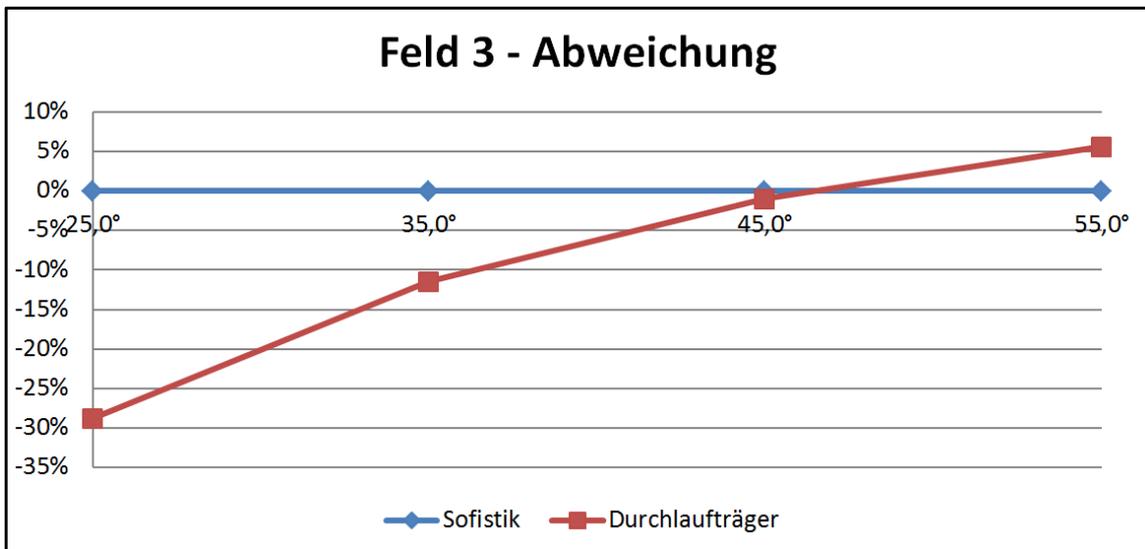


Abb. A- 375: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.2.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Dreischübegleichung – Spannweite 7m)

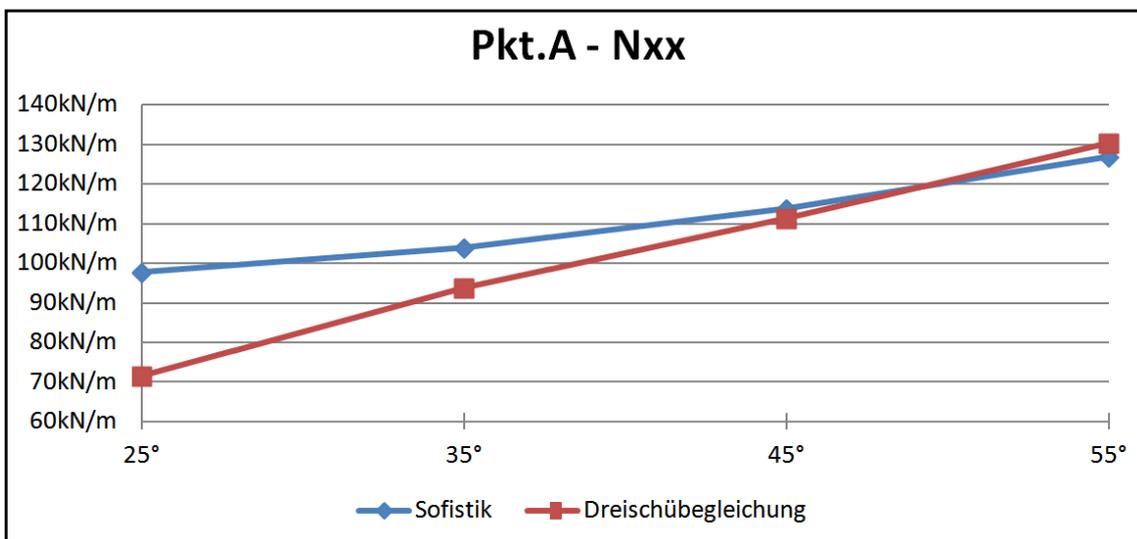


Abb. A- 376: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

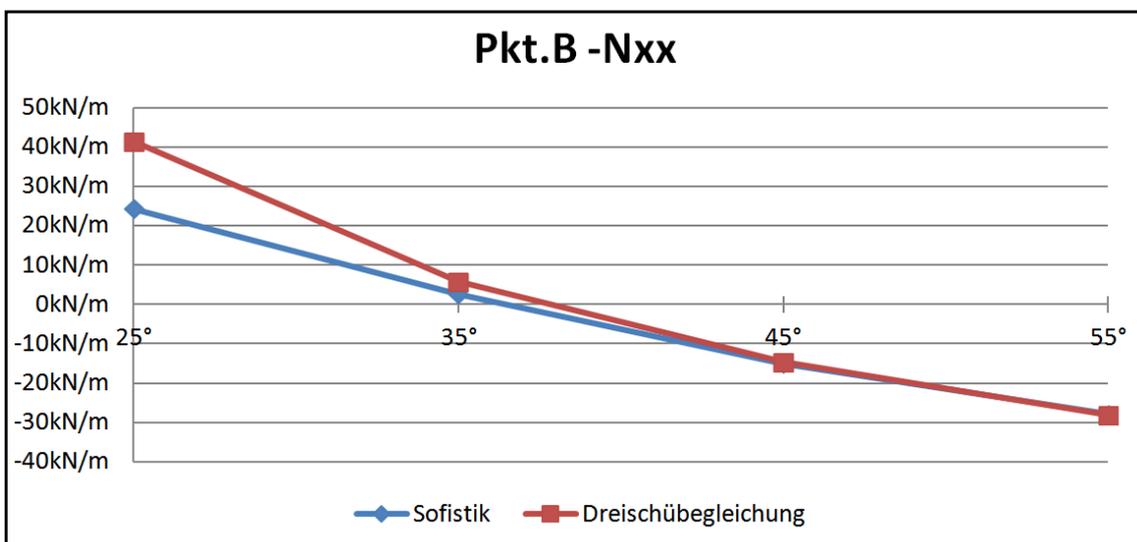


Abb. A- 377: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

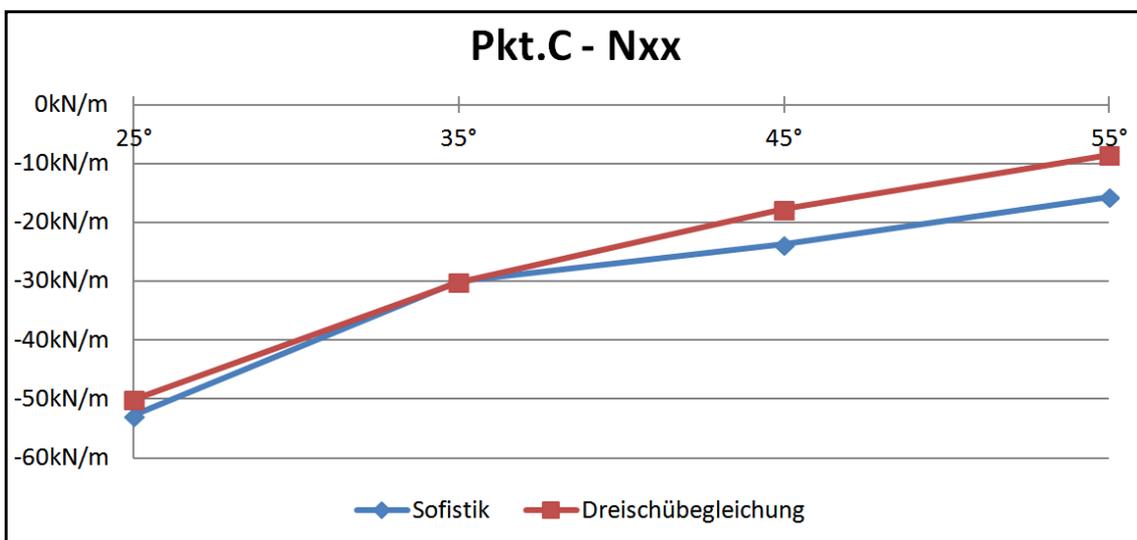


Abb. A- 378: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

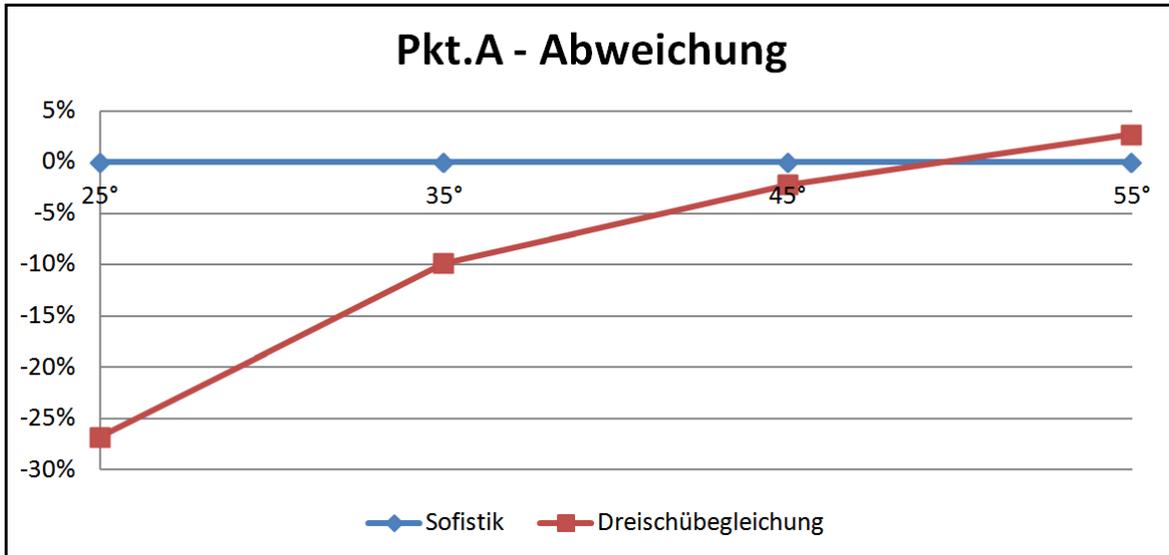


Abb. A- 379: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A,

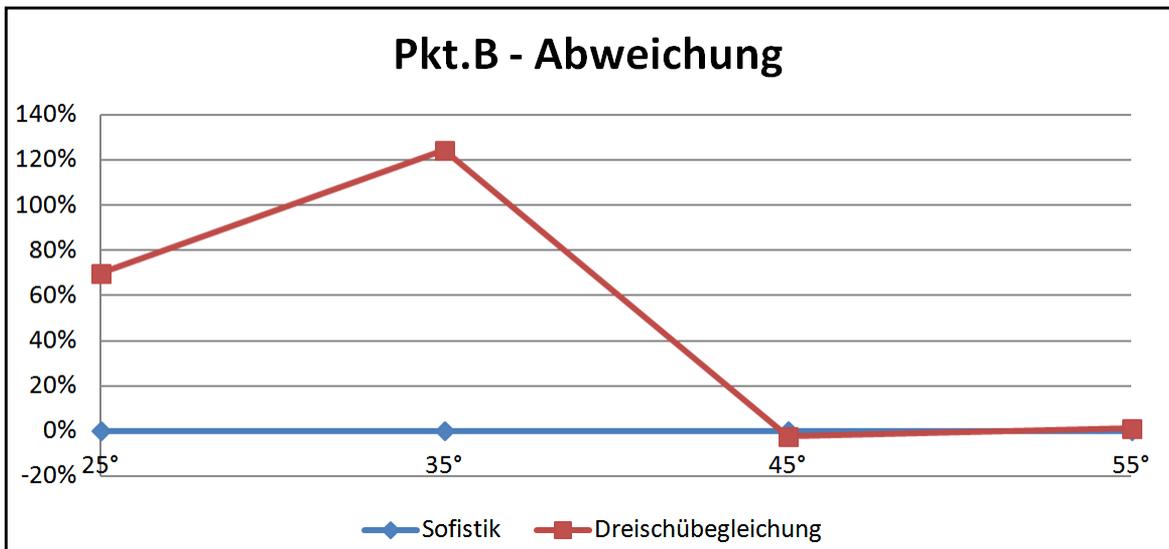


Abb. A- 380: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

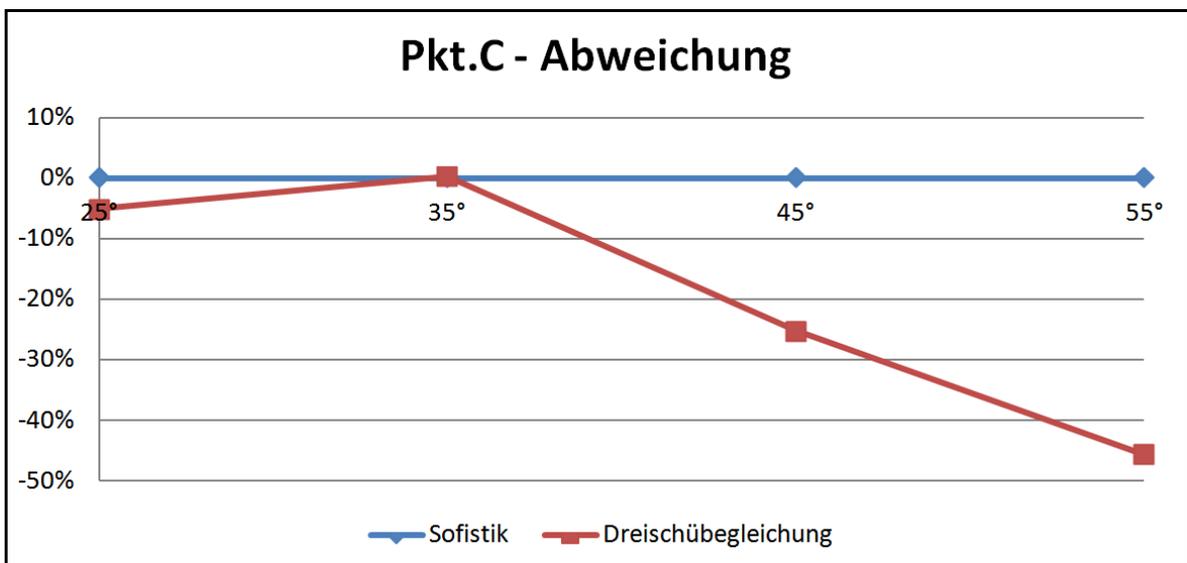


Abb. A- 381: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.2.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Dreischübegleichung – Spannweite 7m)

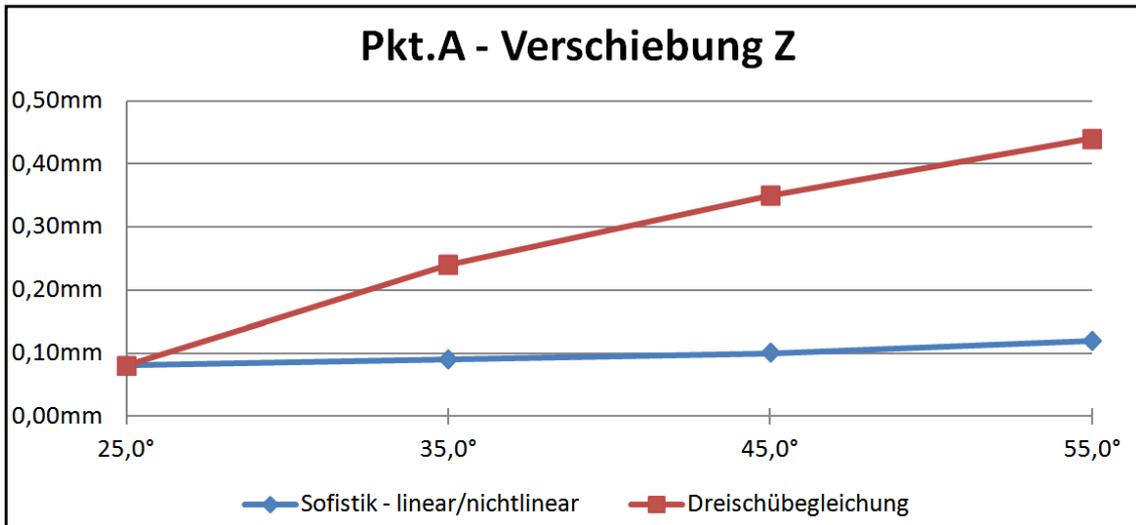


Abb. A- 382: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

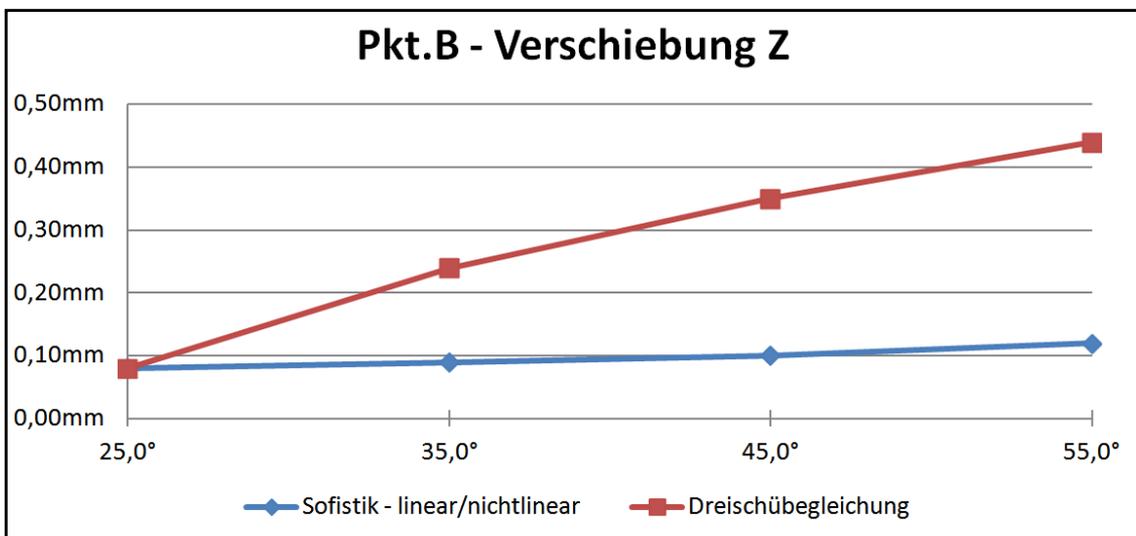


Abb. A- 383: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

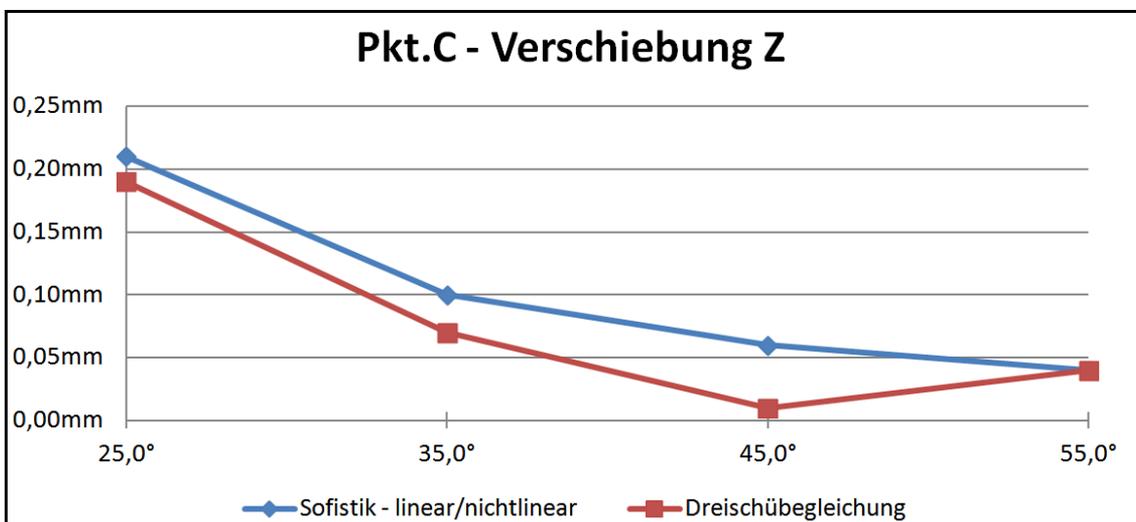


Abb. A- 384: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

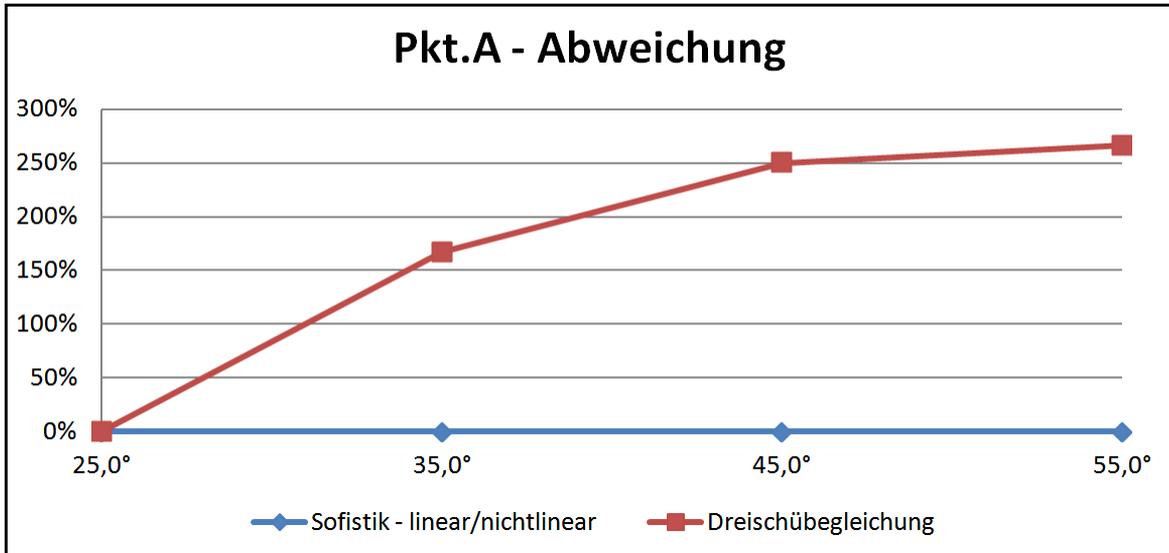


Abb. A- 385: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

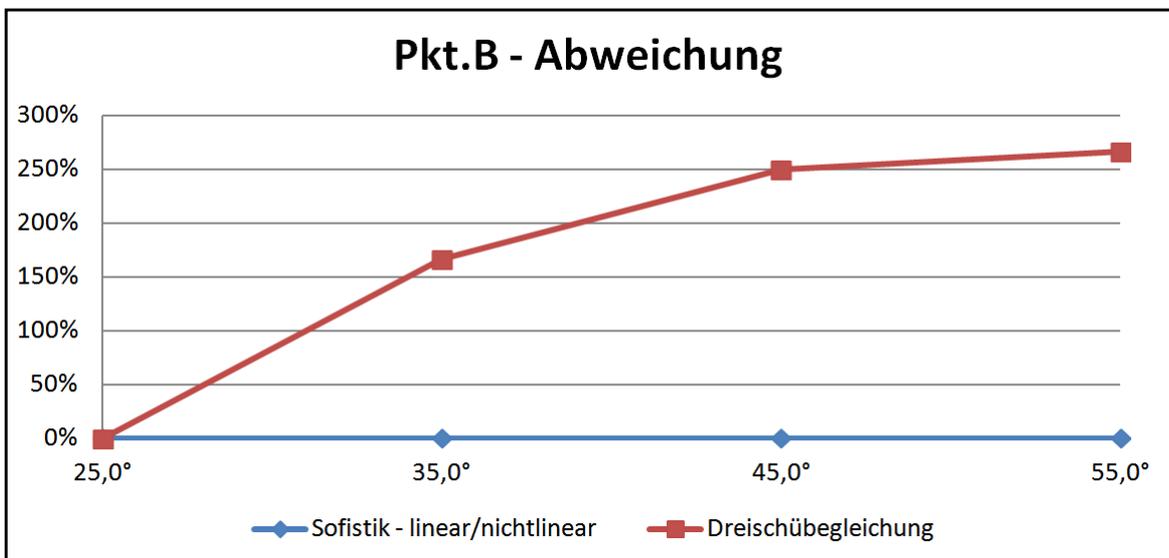


Abb. A- 386: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

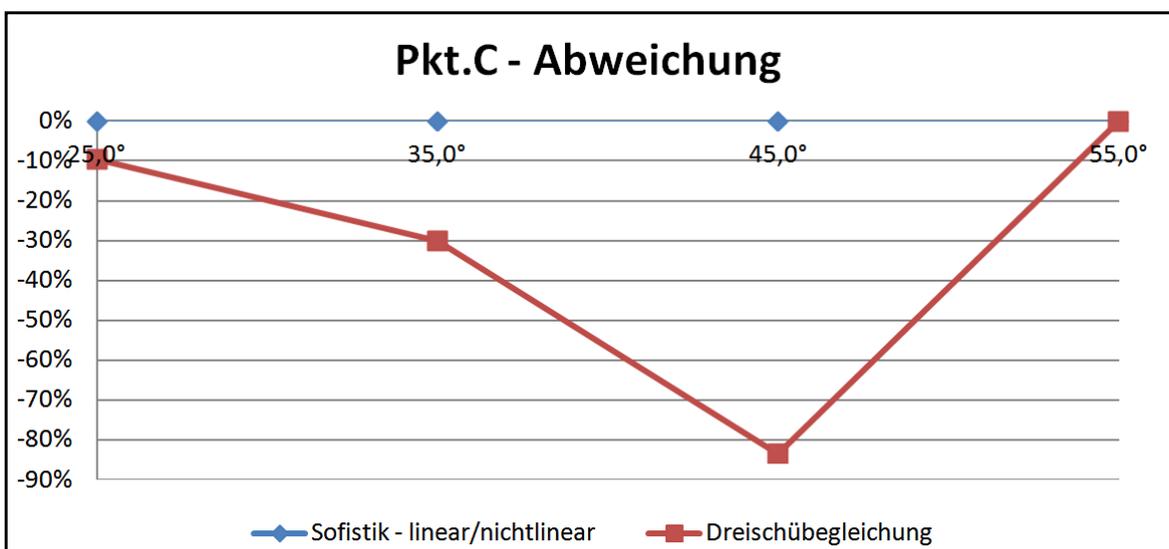


Abb. A- 387: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C

2.2.4. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Balkentheorie – Spannweite 40m)

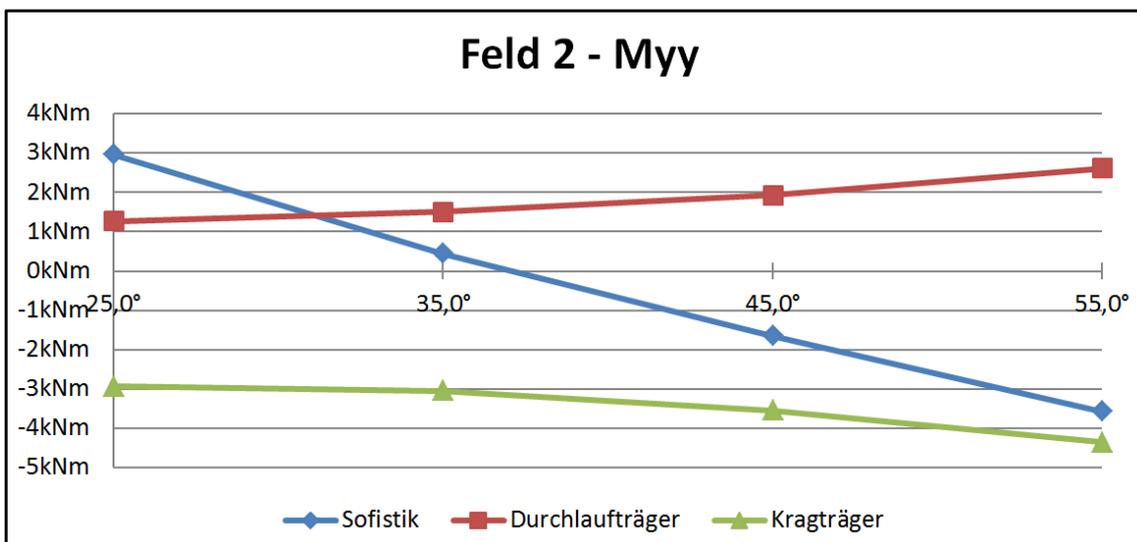


Abb. A- 388: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

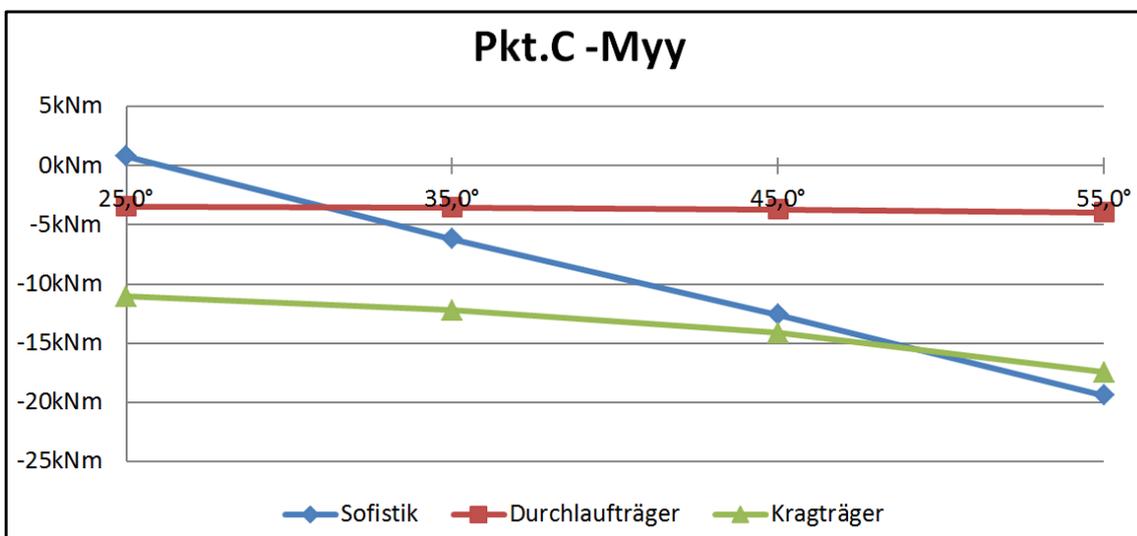


Abb. A- 389: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

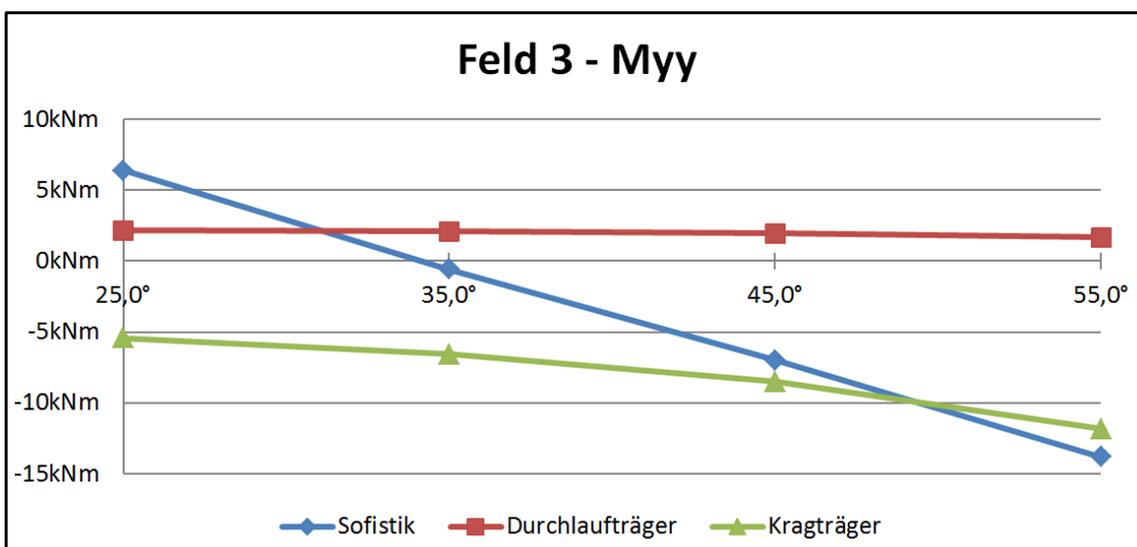
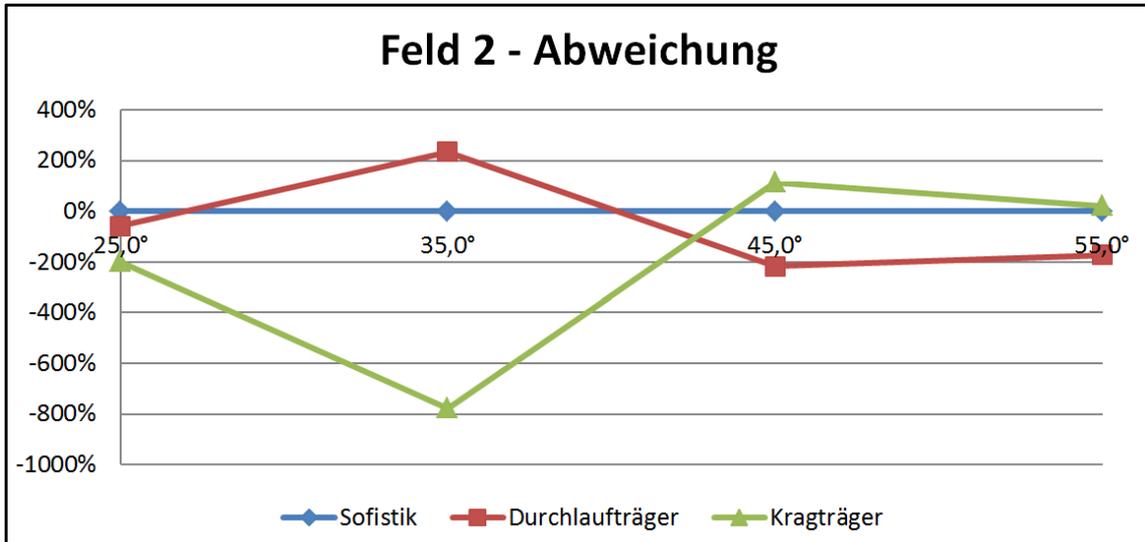
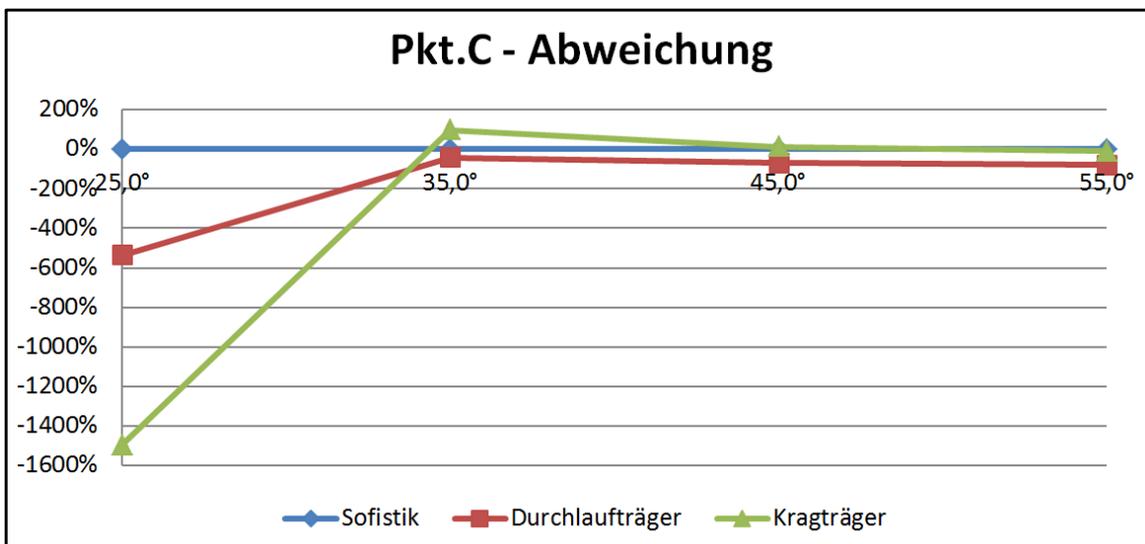
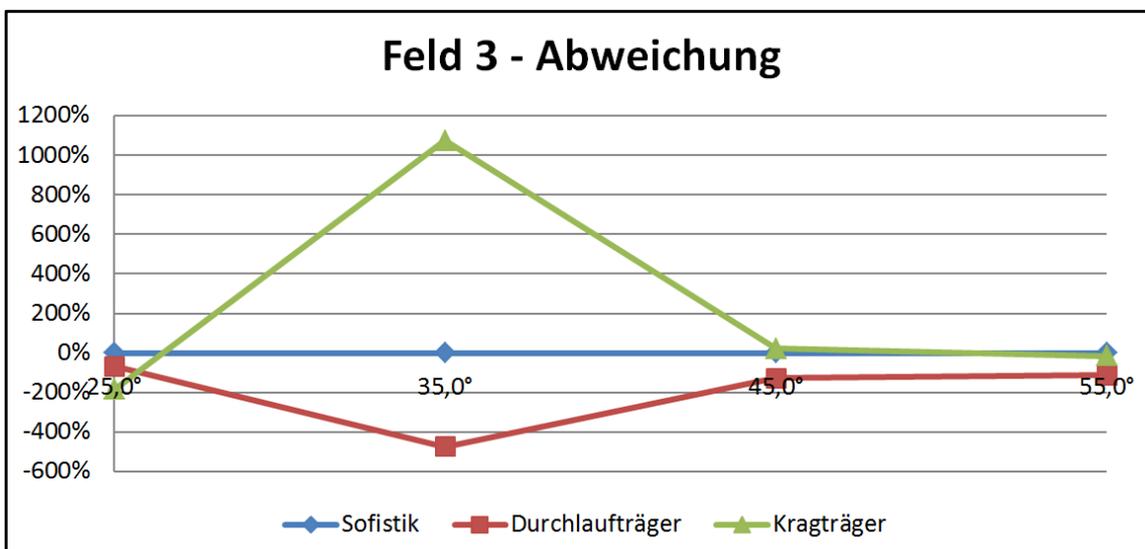


Abb. A- 390: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

Abb. A- 391: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2Abb. A- 392: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.CAbb. A- 393: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.2.5. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Balkentheorie – Spannweite 40m)

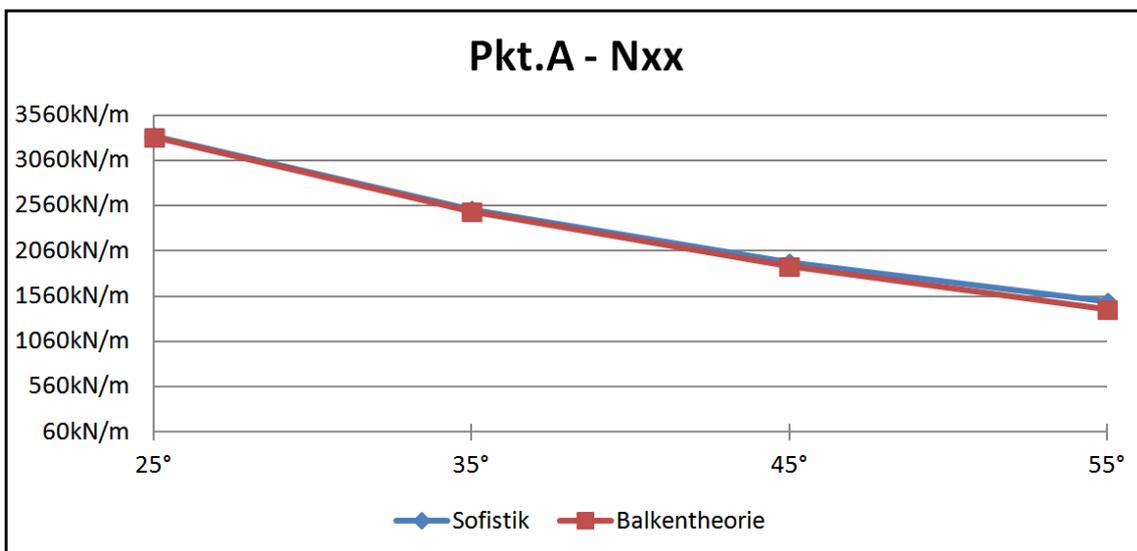


Abb. A- 394: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

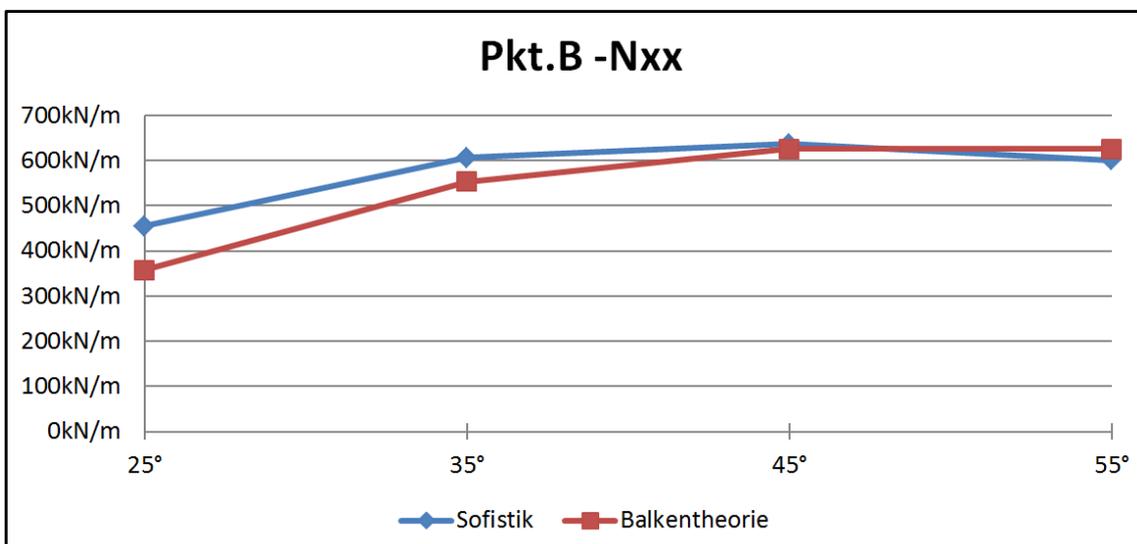


Abb. A- 395: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

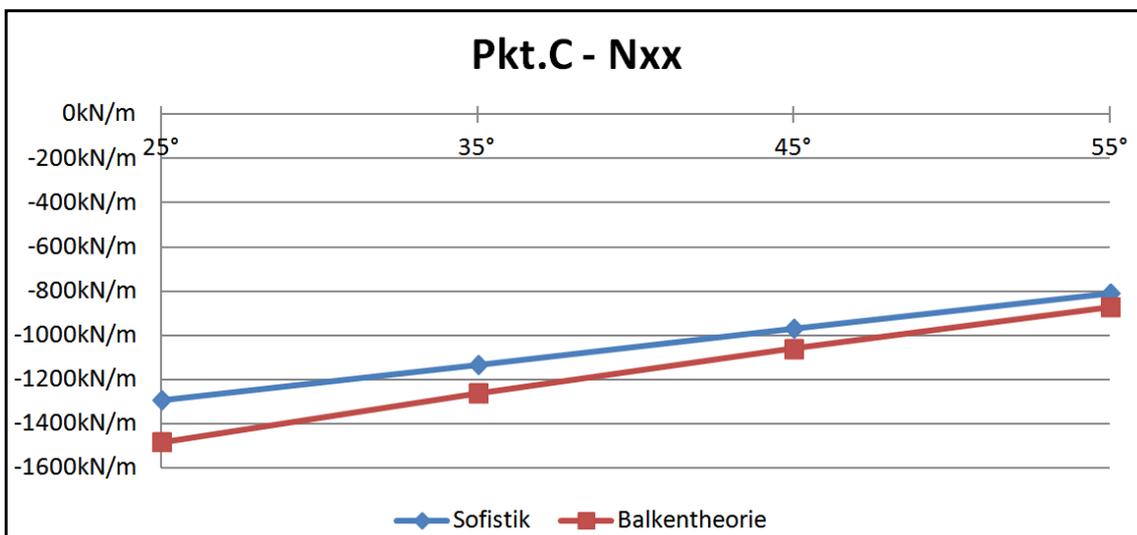


Abb. A- 396: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

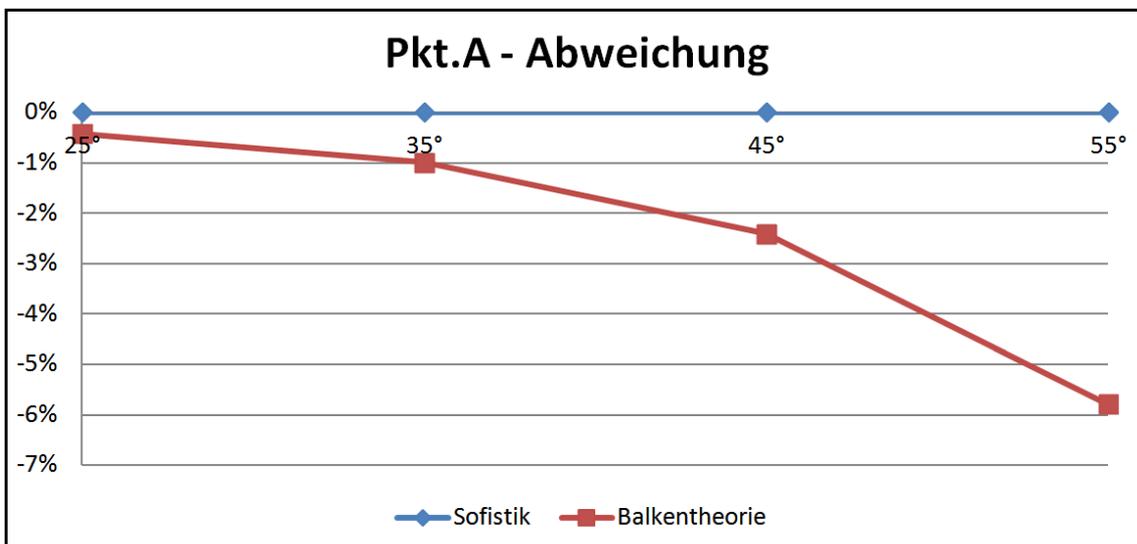


Abb. A- 397: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A,

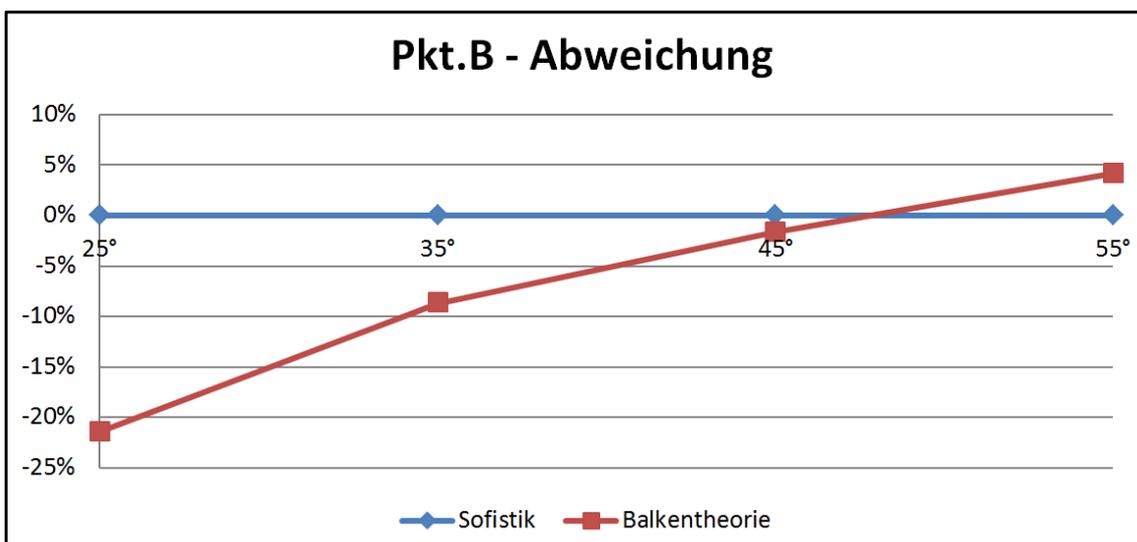


Abb. A- 398: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

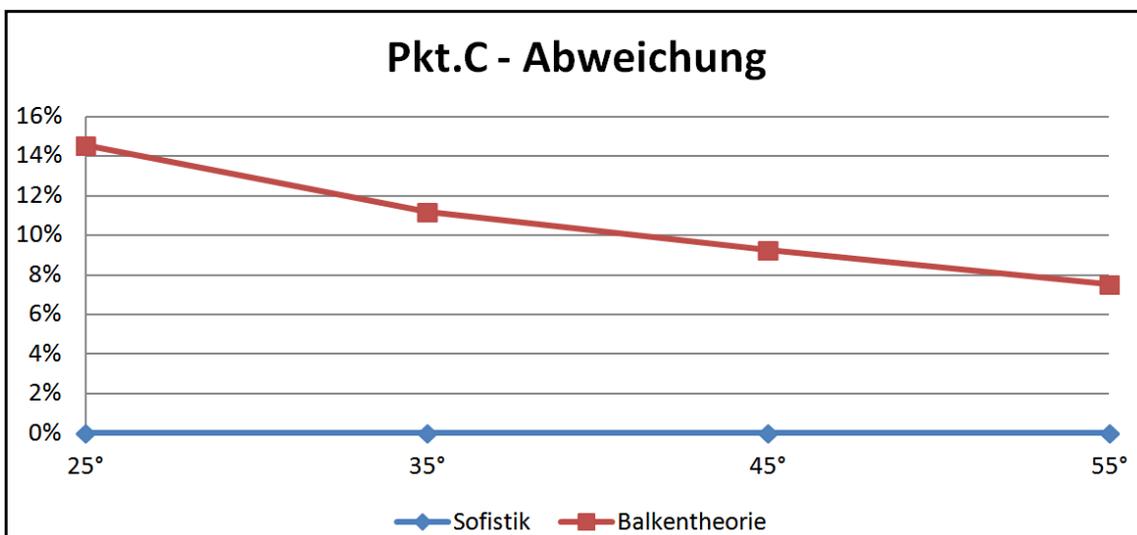


Abb. A- 399: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.2.6. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Balkentheorie – Spannweite 40m)

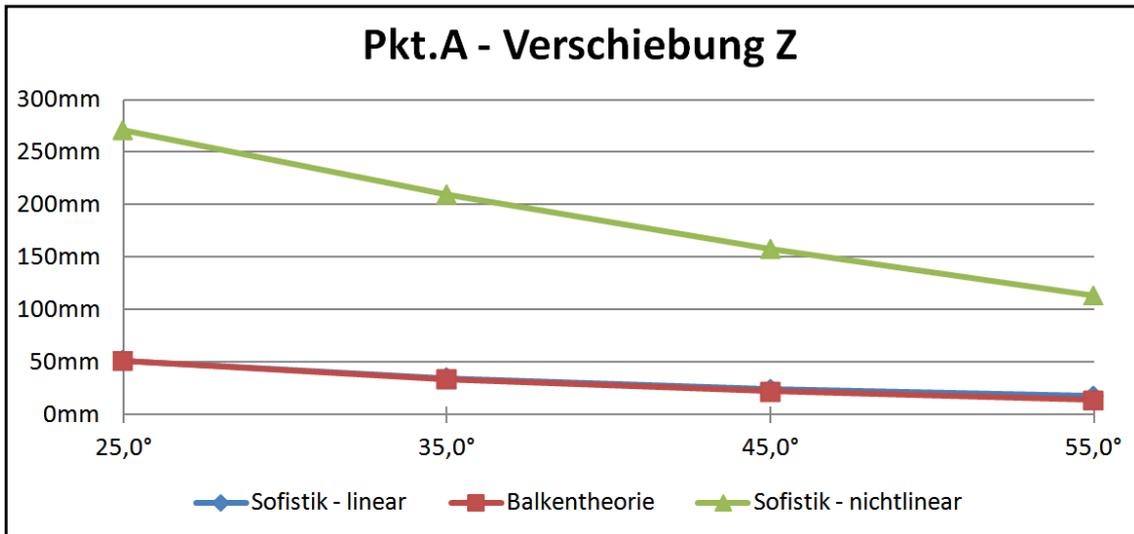


Abb. A- 400: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

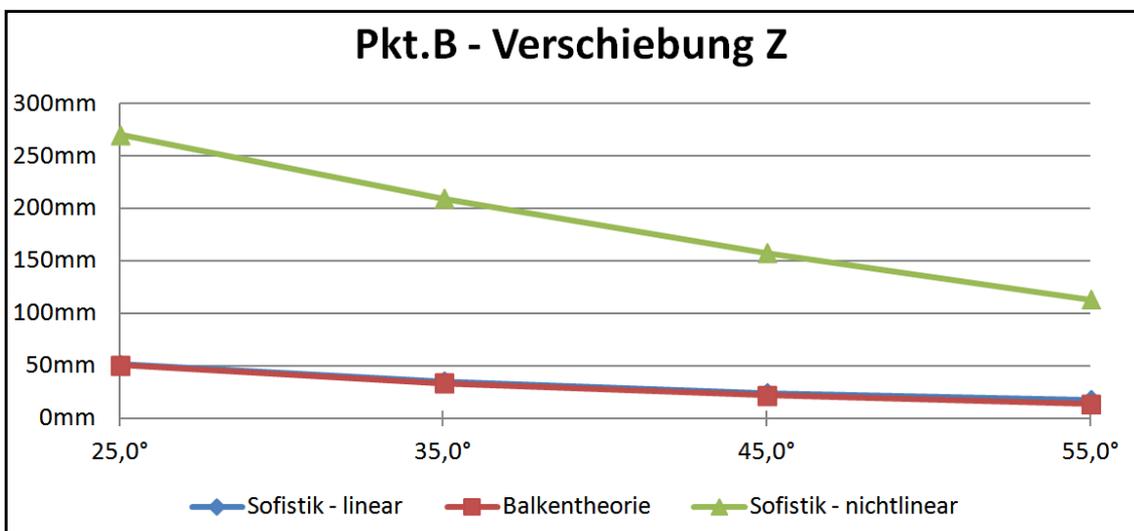


Abb. A- 401: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

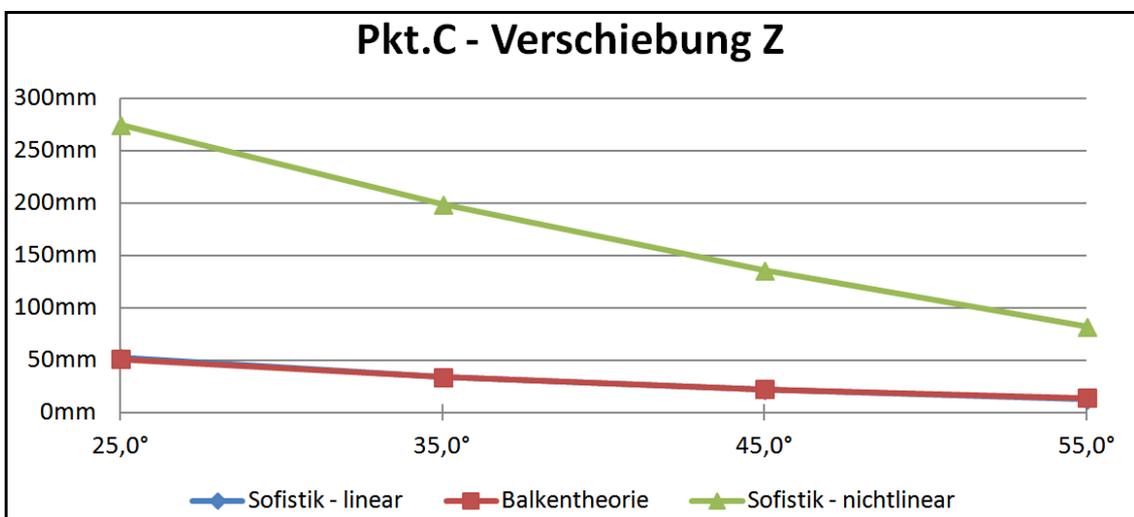


Abb. A- 402: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

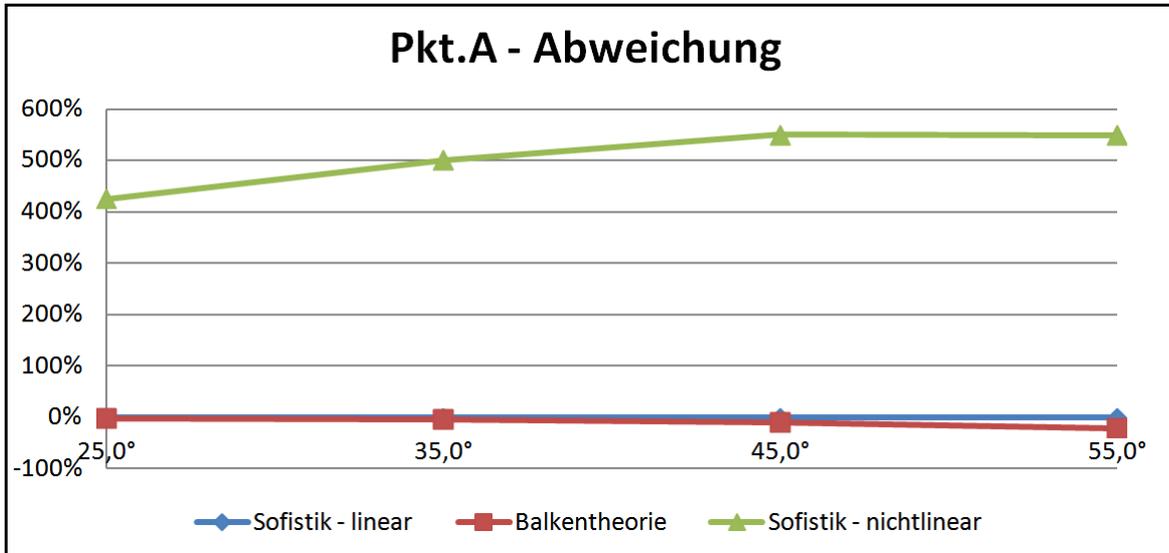


Abb. A- 403: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

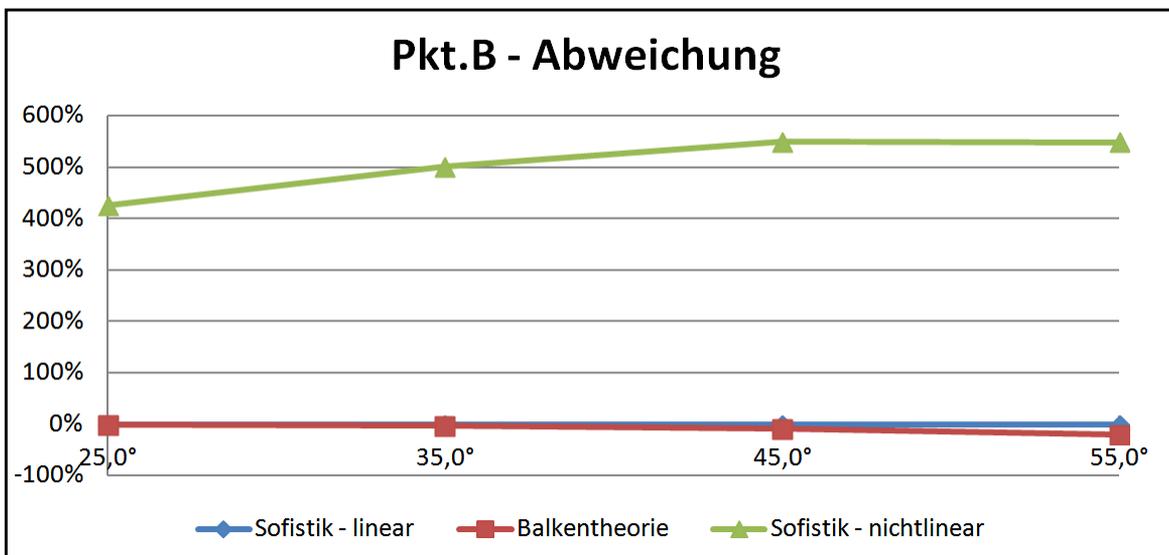


Abb. A- 404: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

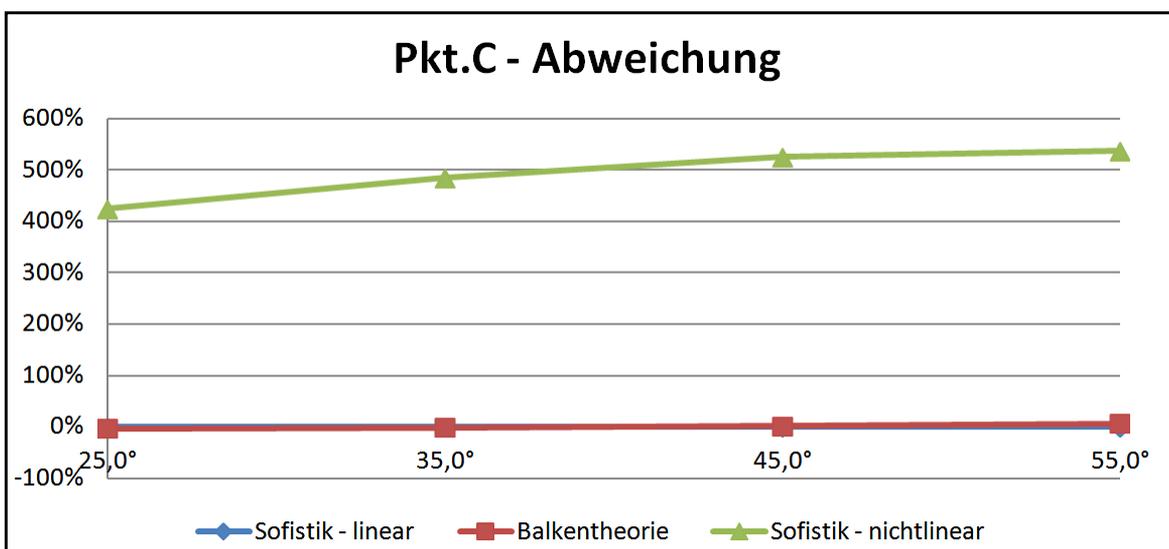


Abb. A- 405: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C

2.3. Tonnendach unter Veränderung der Querschotenhöhe

2.3.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Dreischübegleichung –Spannweite 7m)

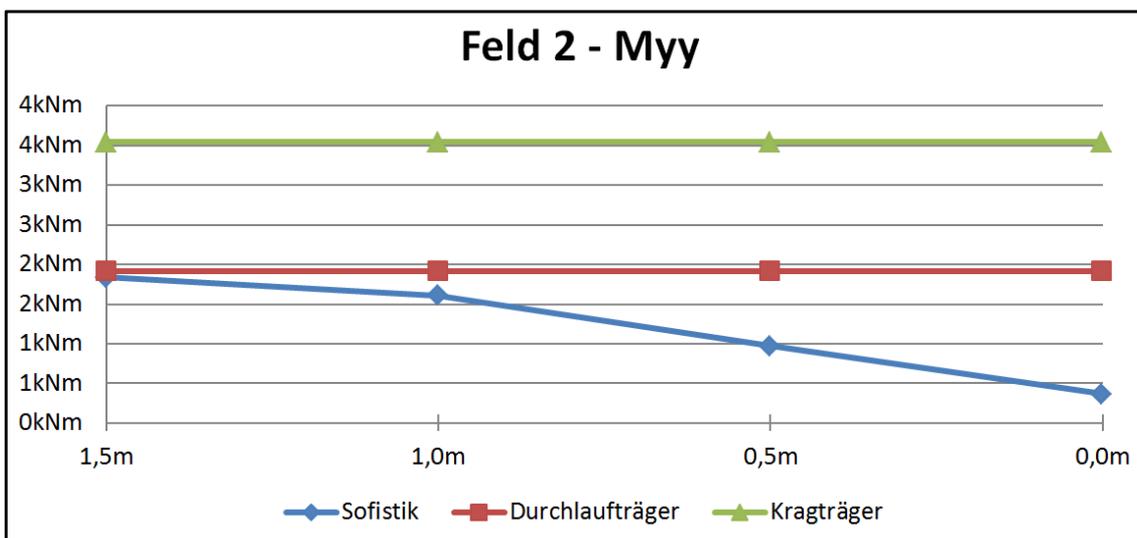


Abb. A- 406: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

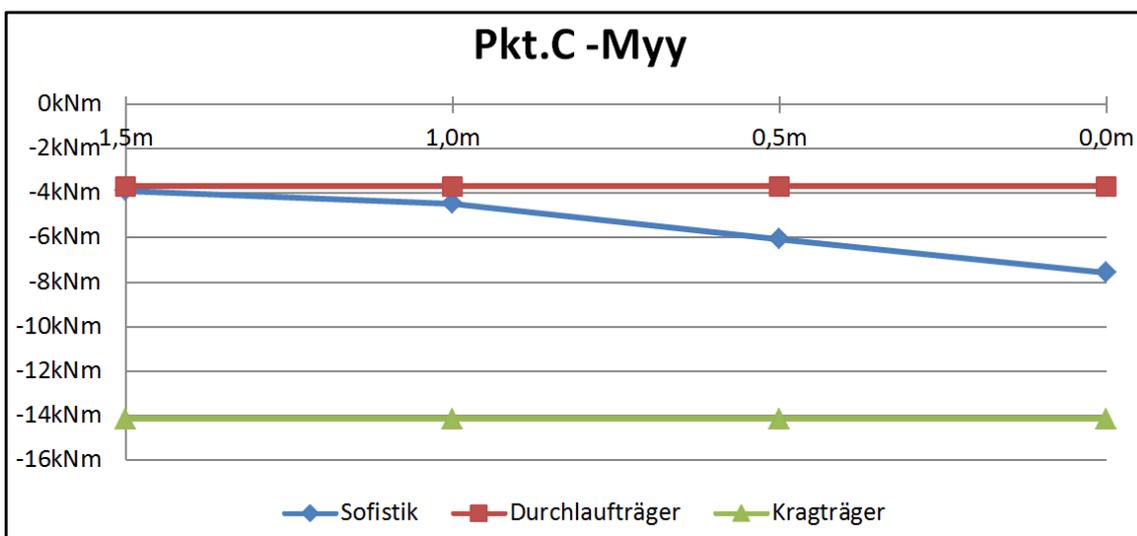
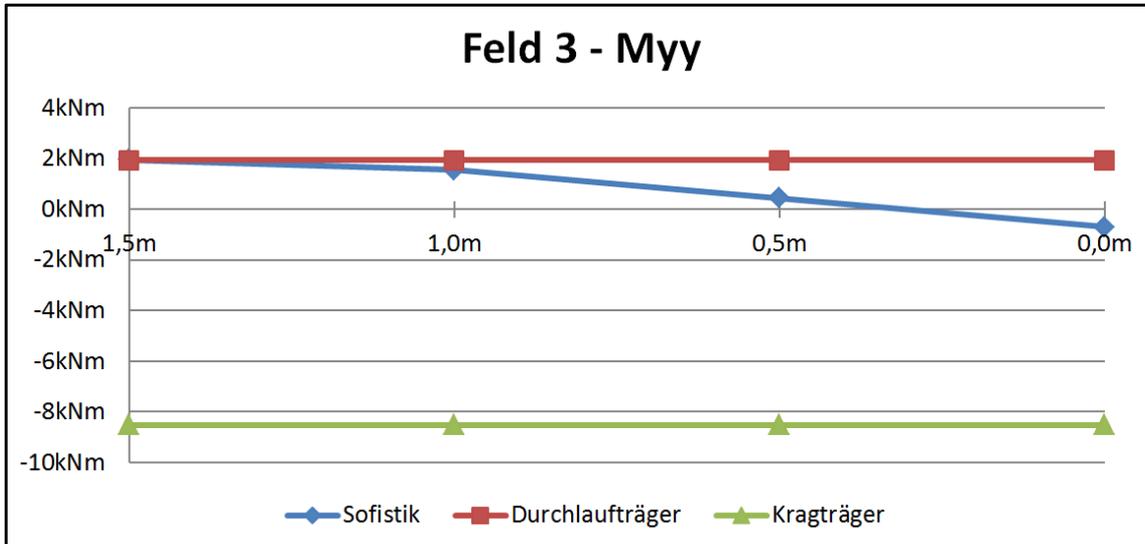
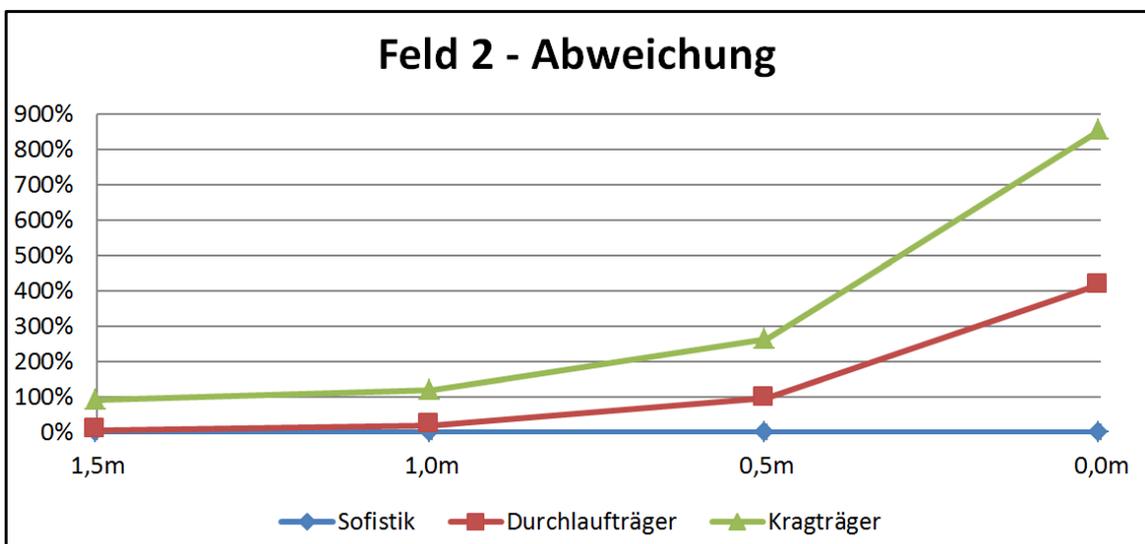
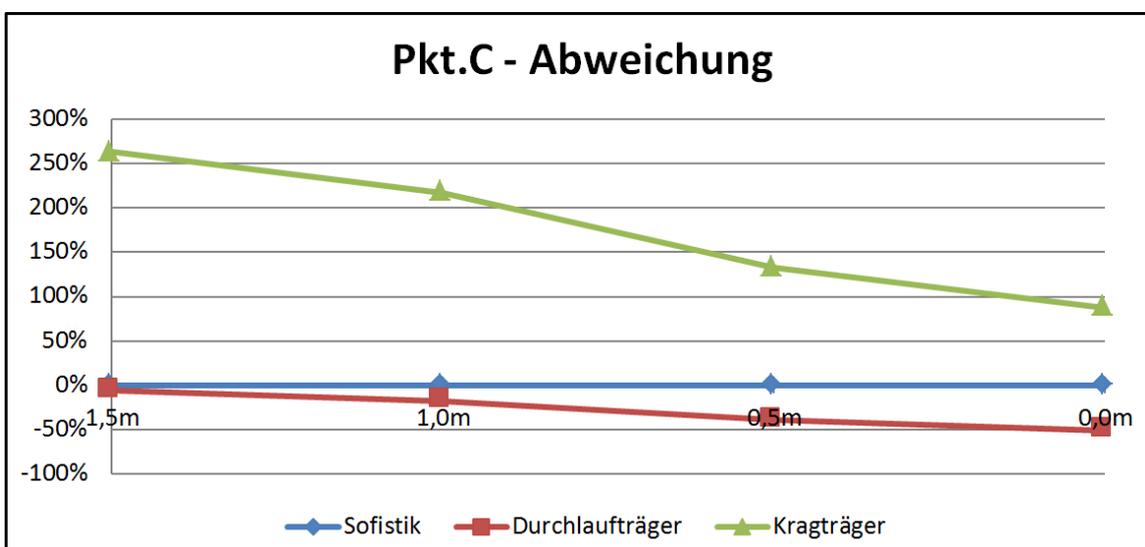


Abb. A- 407: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

Abb. A- 408: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3Abb. A- 409: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2Abb. A- 410: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

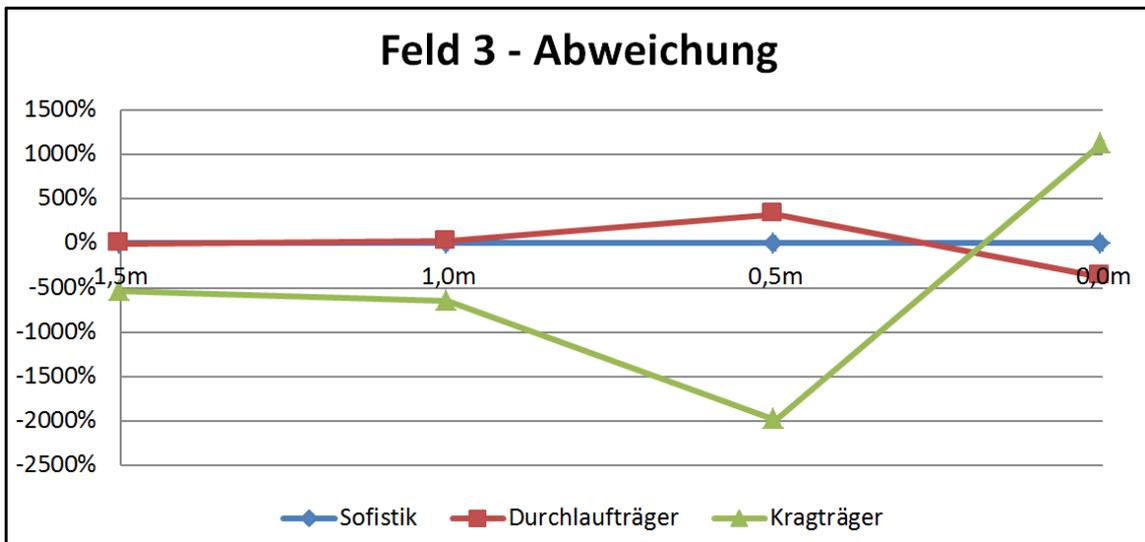


Abb. A- 411: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.3.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Dreischübegleichung – Spannweite 7m)

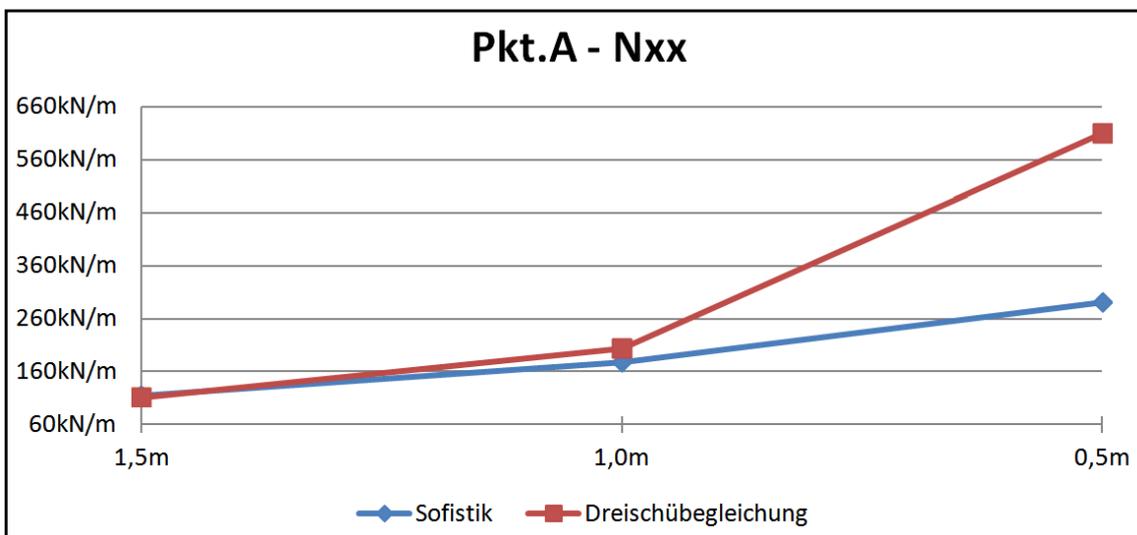


Abb. A- 412: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

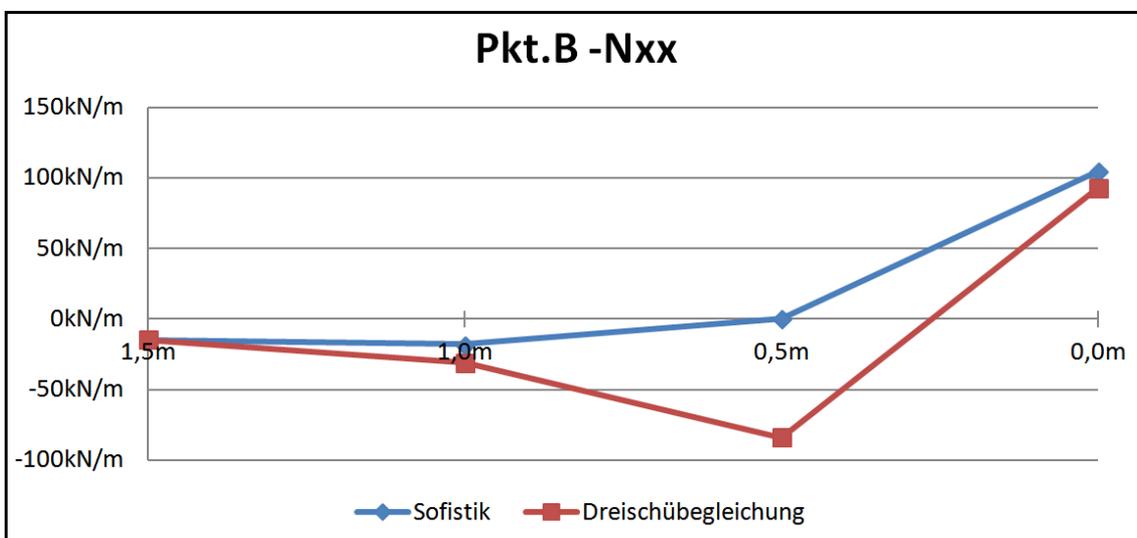


Abb. A- 413: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

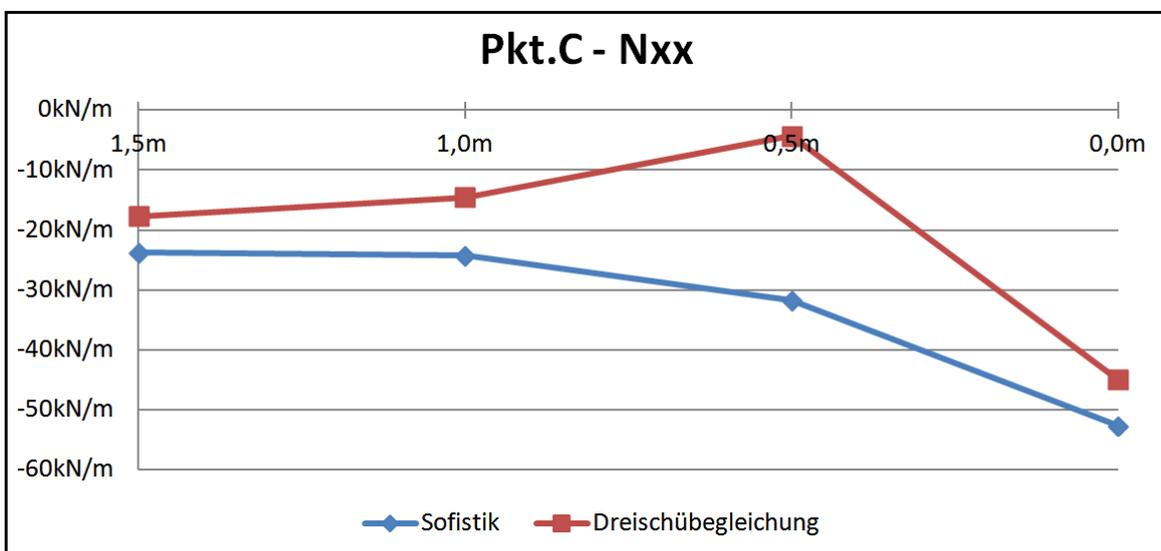
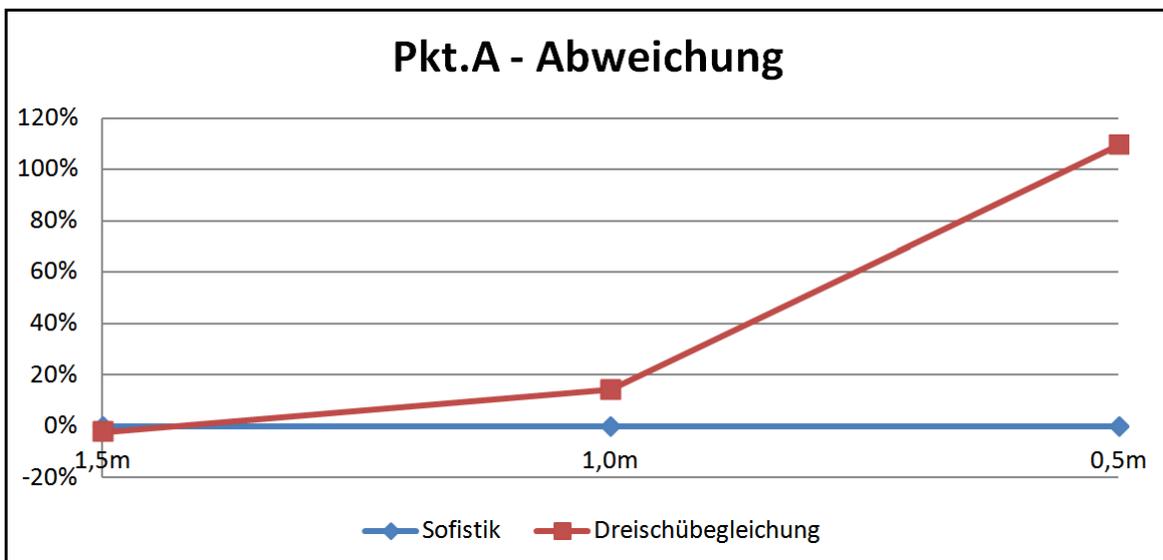
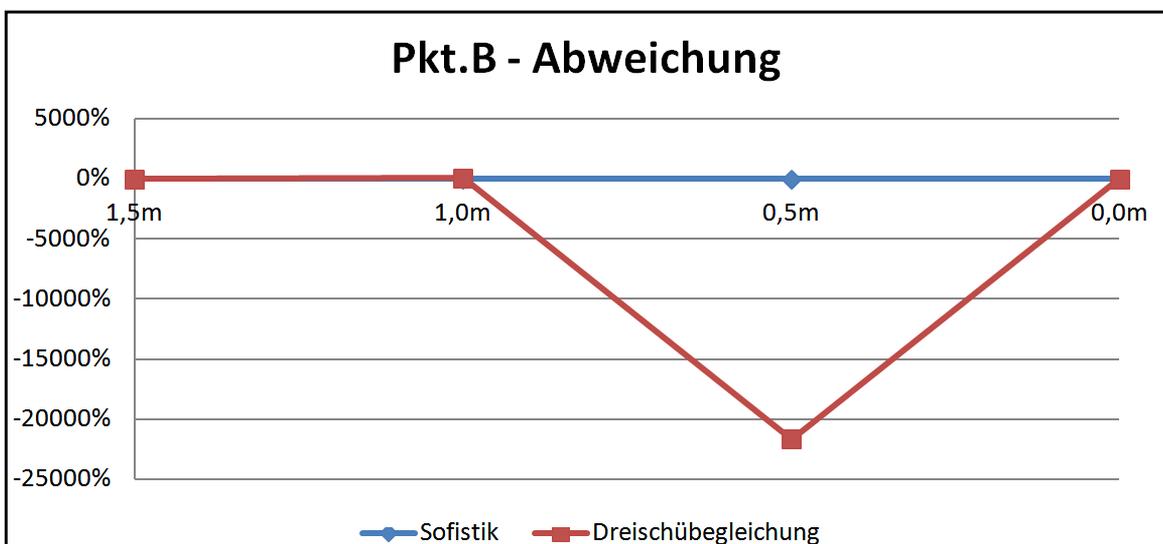
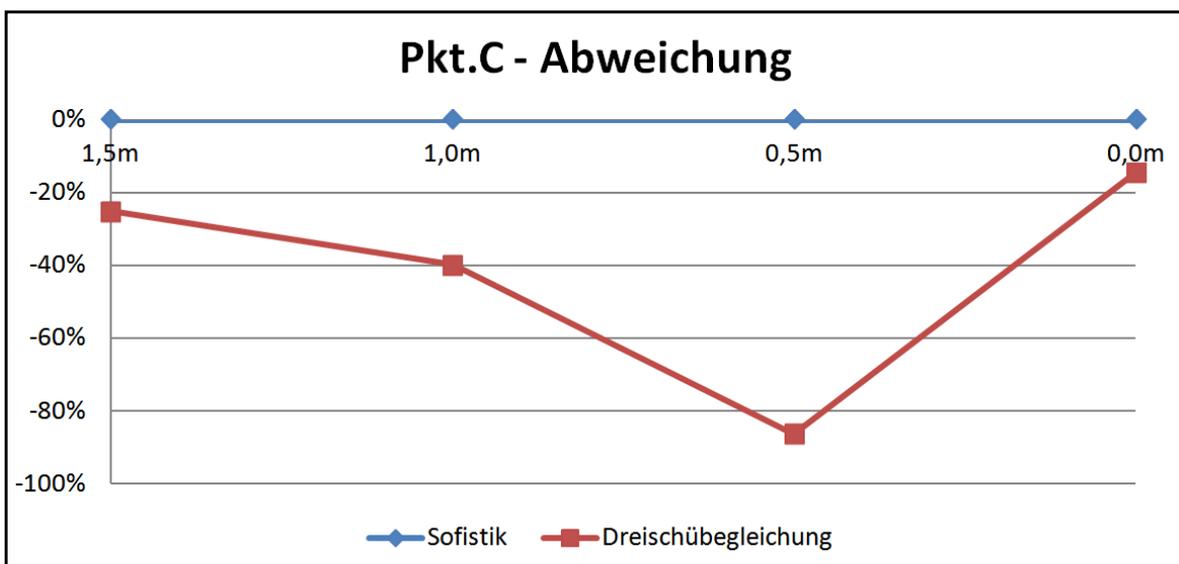


Abb. A- 414: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

Abb. A- 415: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.AAbb. A- 416: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.BAbb. A- 417: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.3.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Dreischübegleichung – Spannweite 7m)

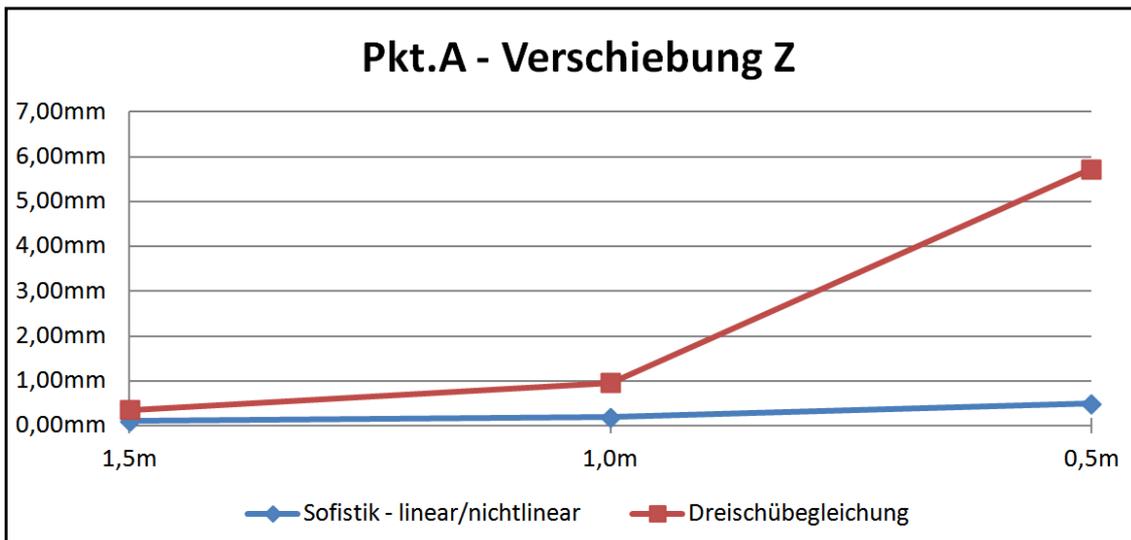


Abb. A- 418: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

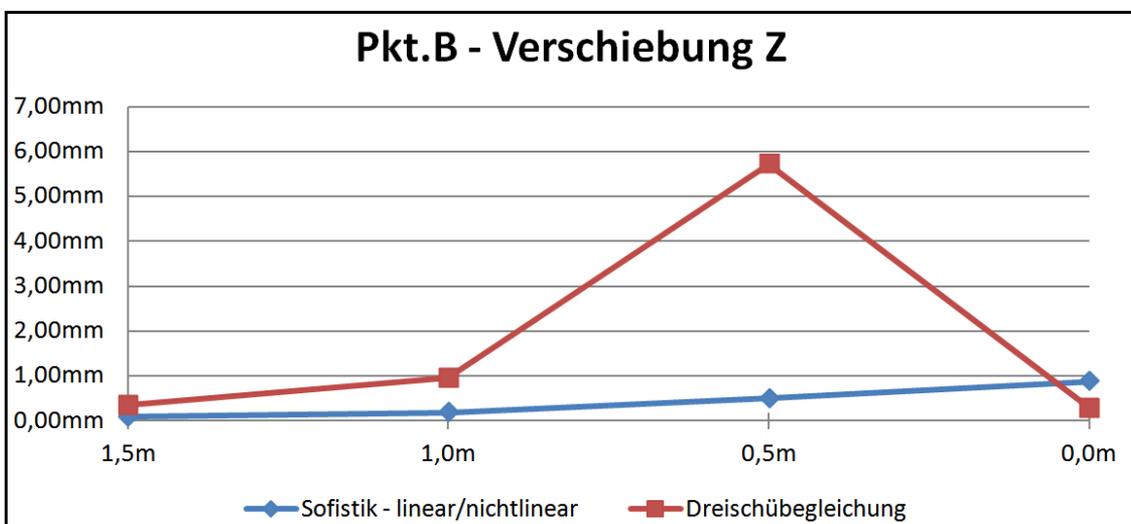


Abb. A- 419: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

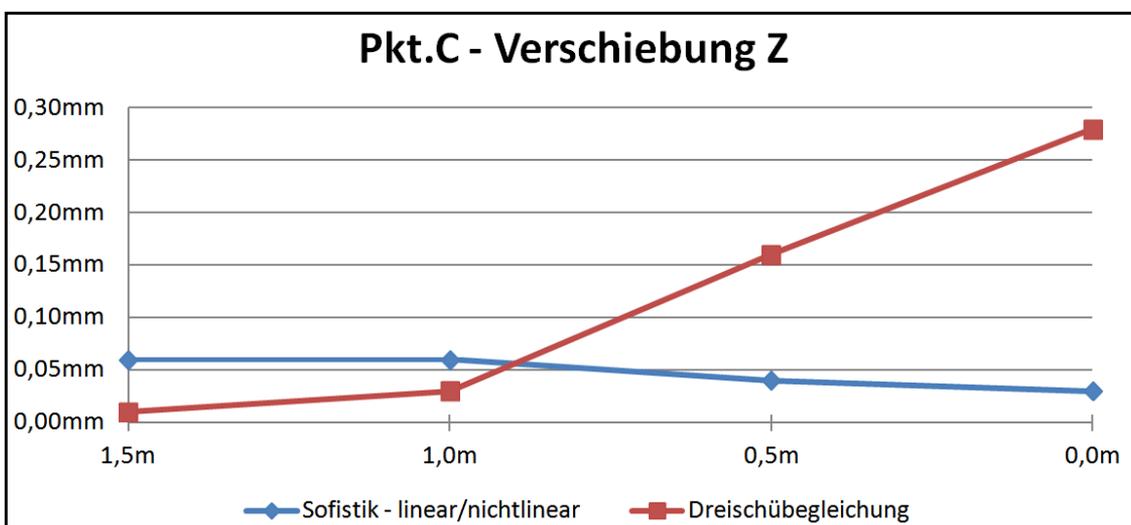


Abb. A- 420: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

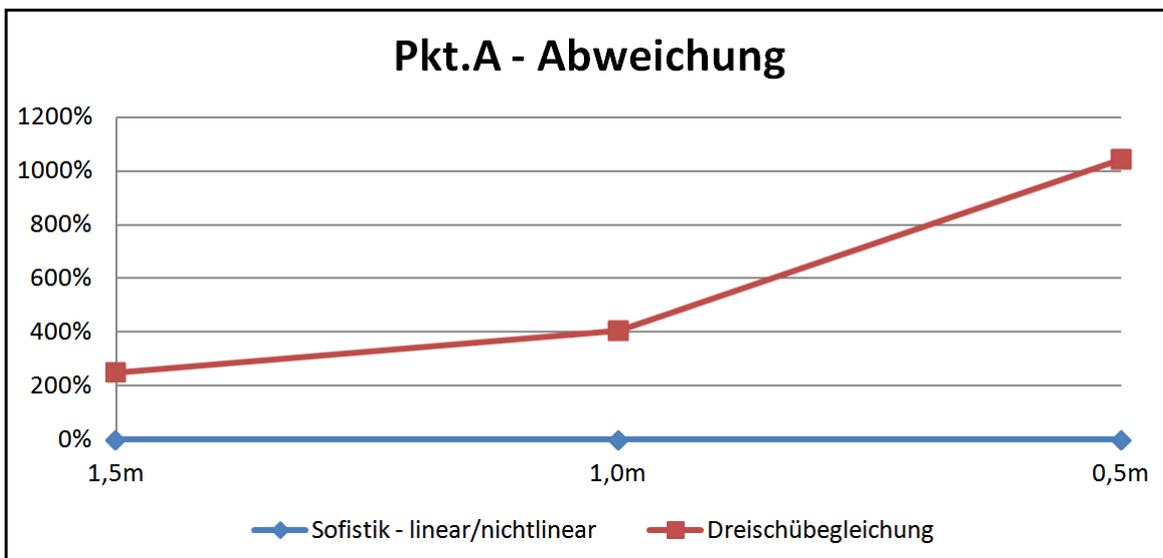


Abb. A- 421: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

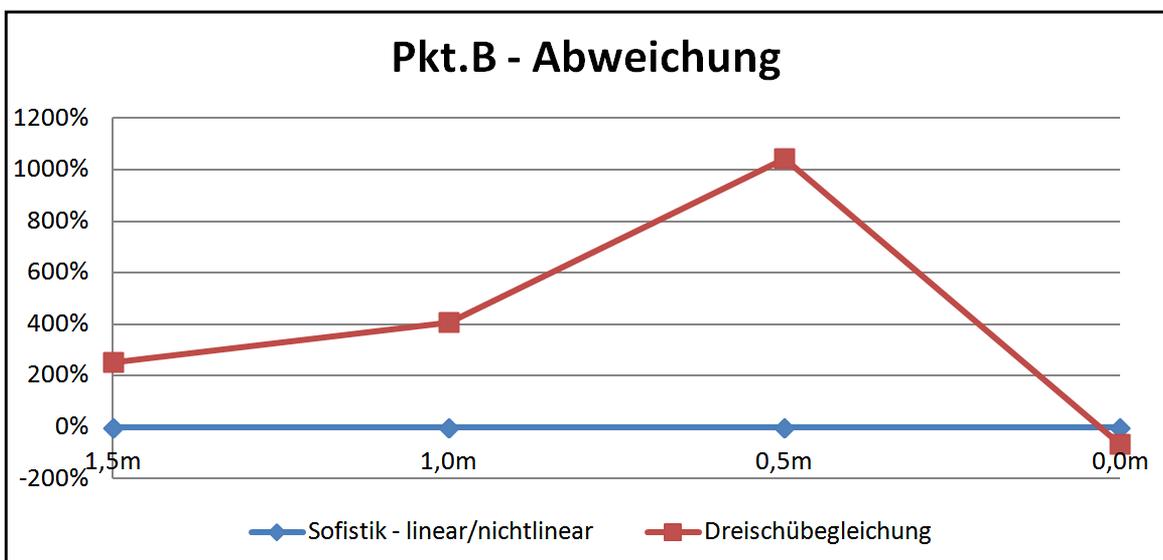


Abb. A- 422: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

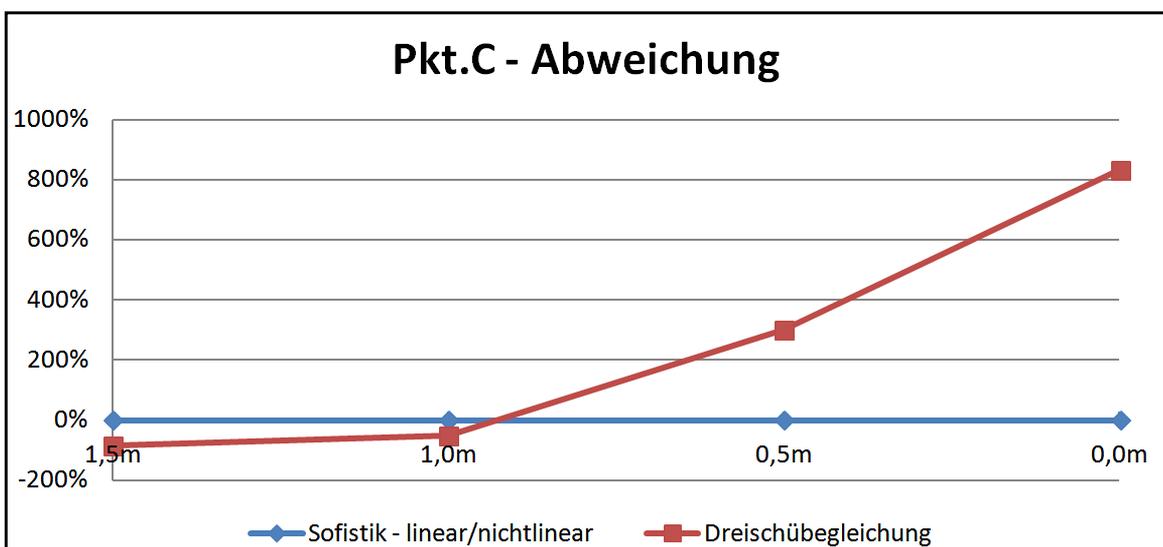


Abb. A- 423: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C

2.3.4. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Balkentheorie – Spannweite 40m)

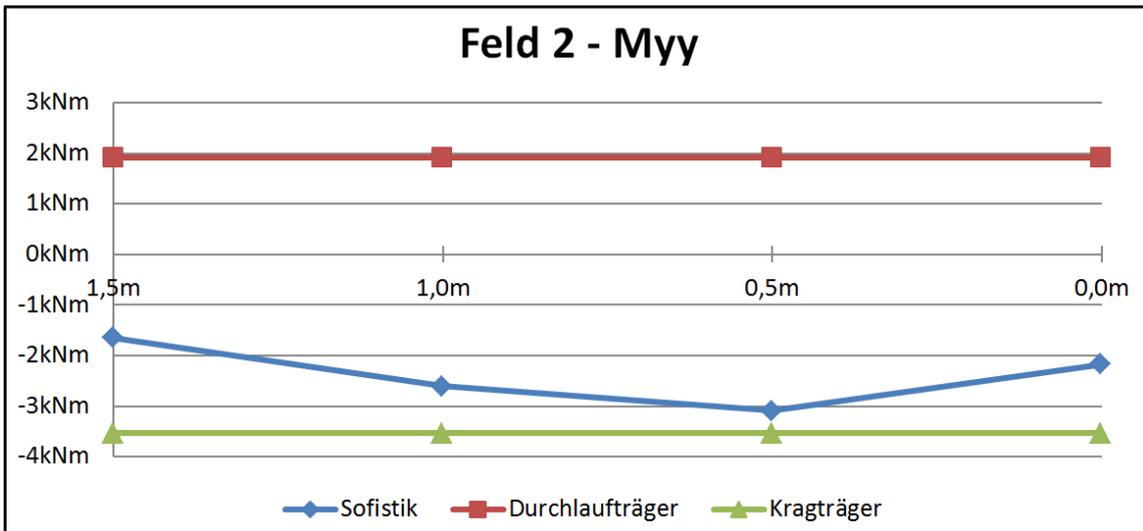


Abb. A- 424: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

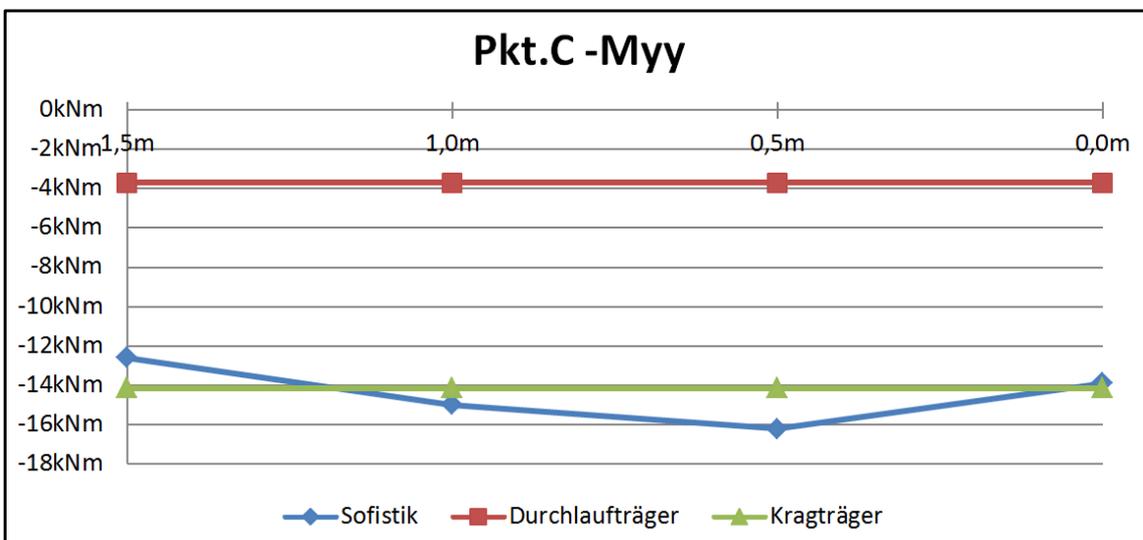


Abb. A- 425: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

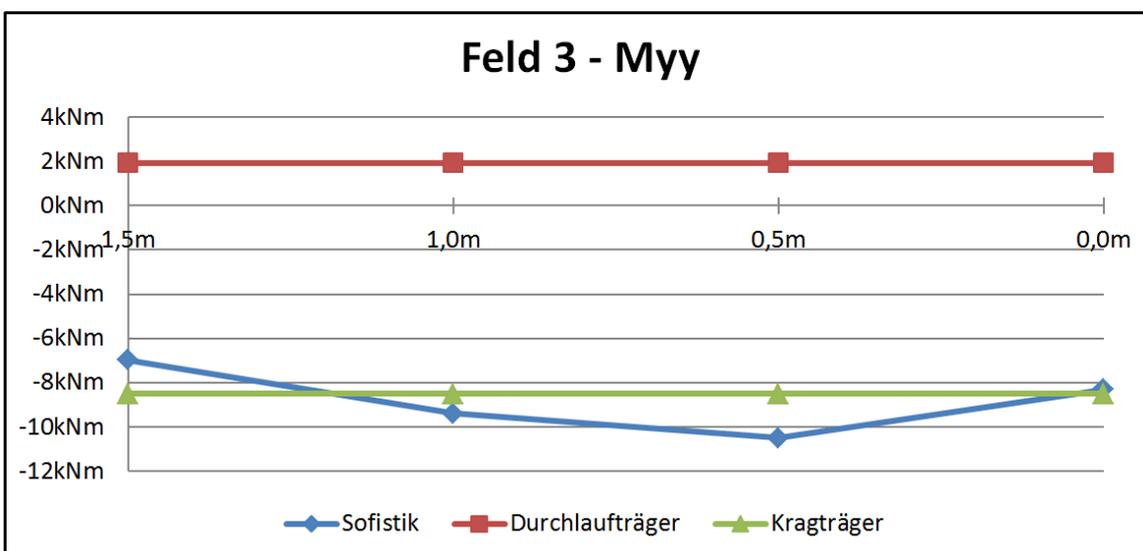
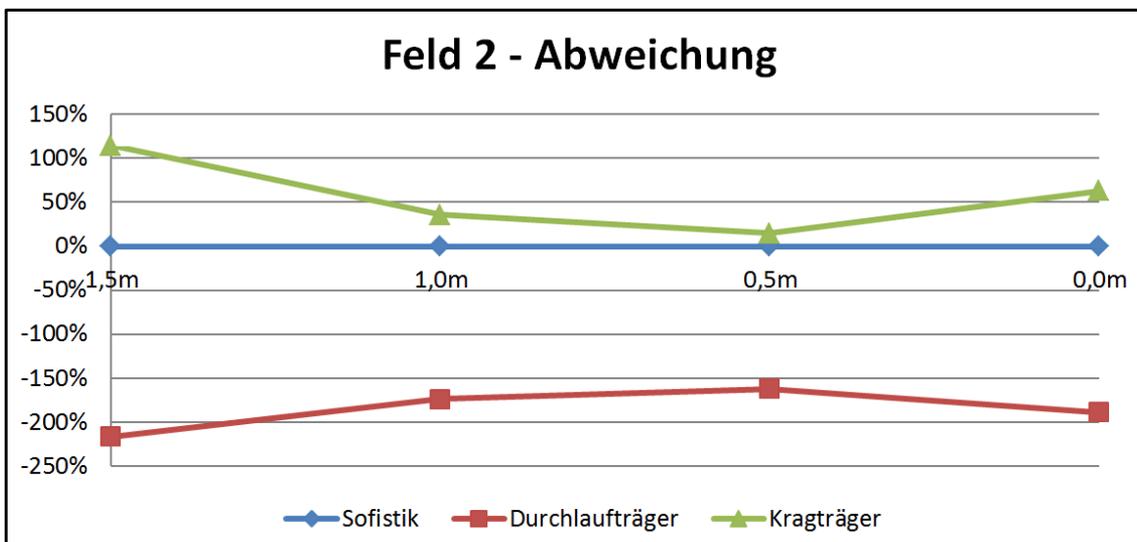
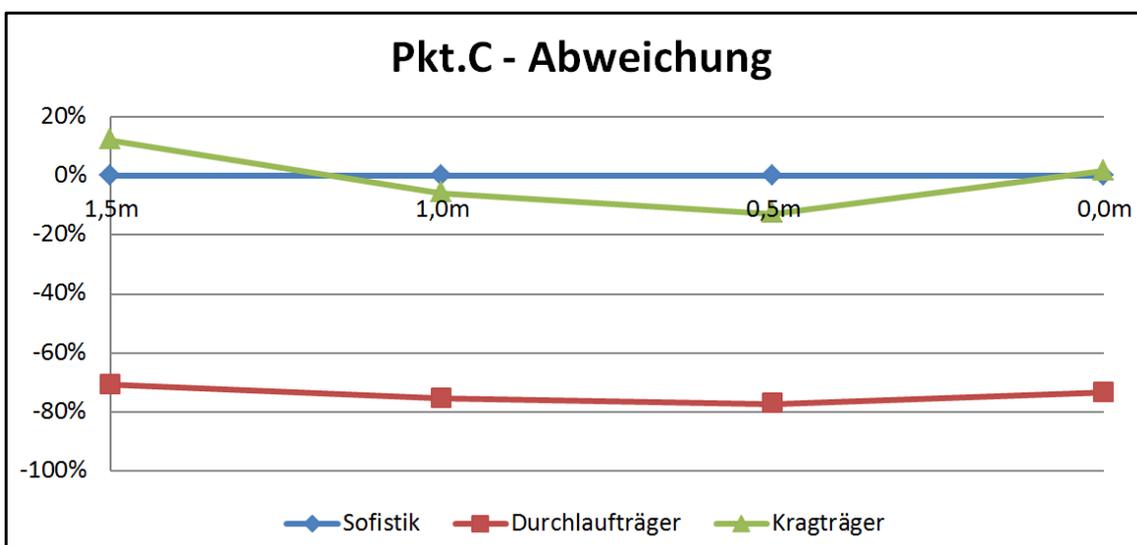
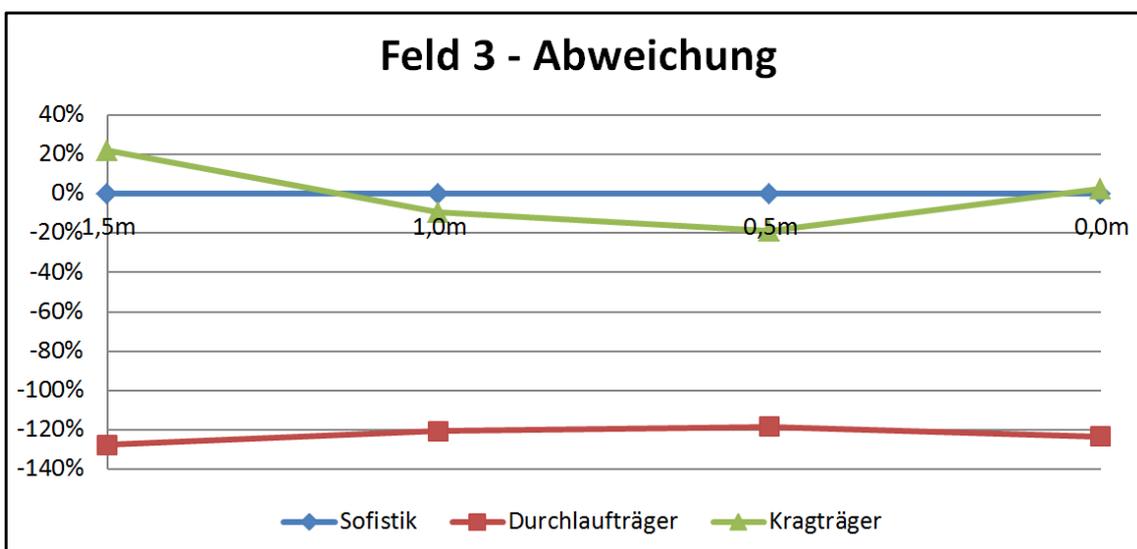


Abb. A- 426: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

Abb. A- 427: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2Abb. A- 428: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.CAbb. A- 429: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.3.5. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Balkentheorie – Spannweite 40m)

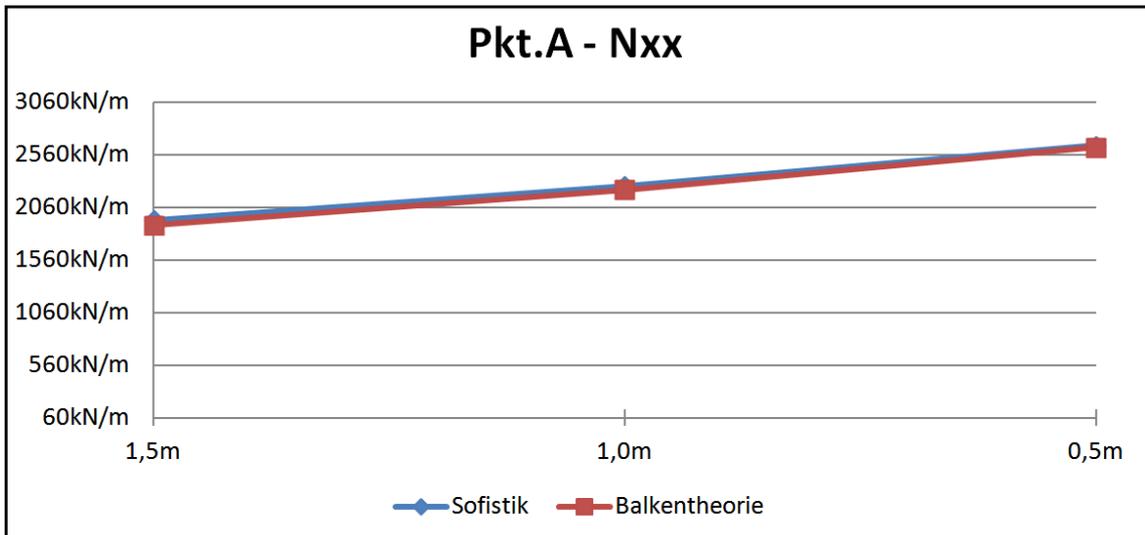


Abb. A- 430: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

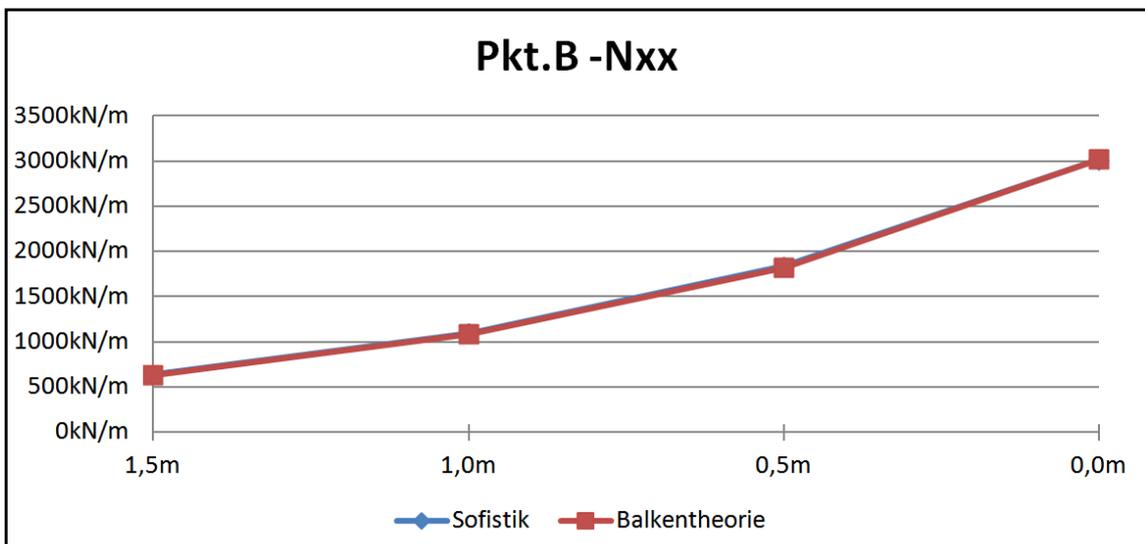


Abb. A- 431: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

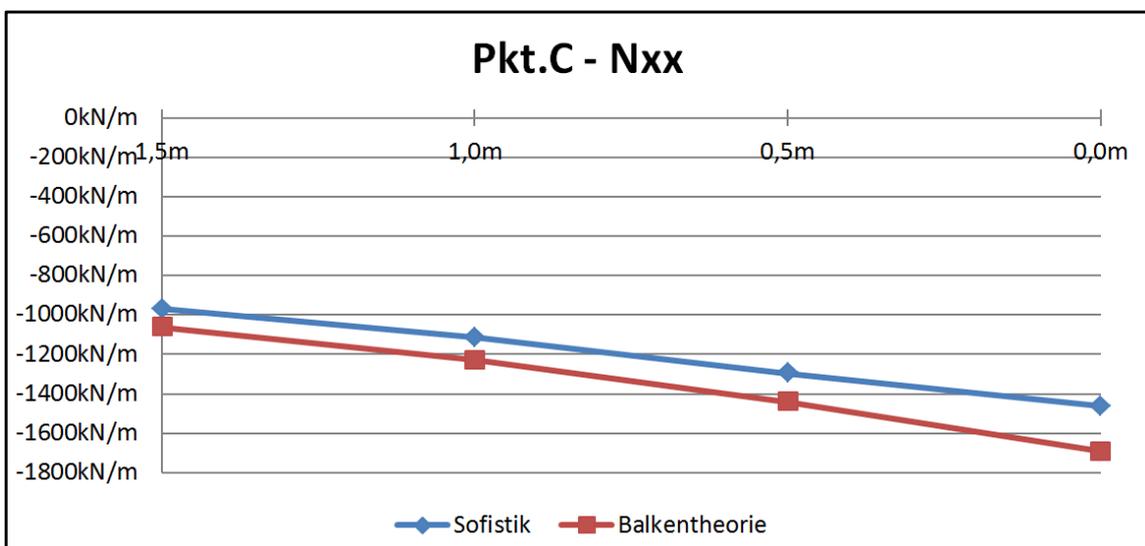


Abb. A- 432: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

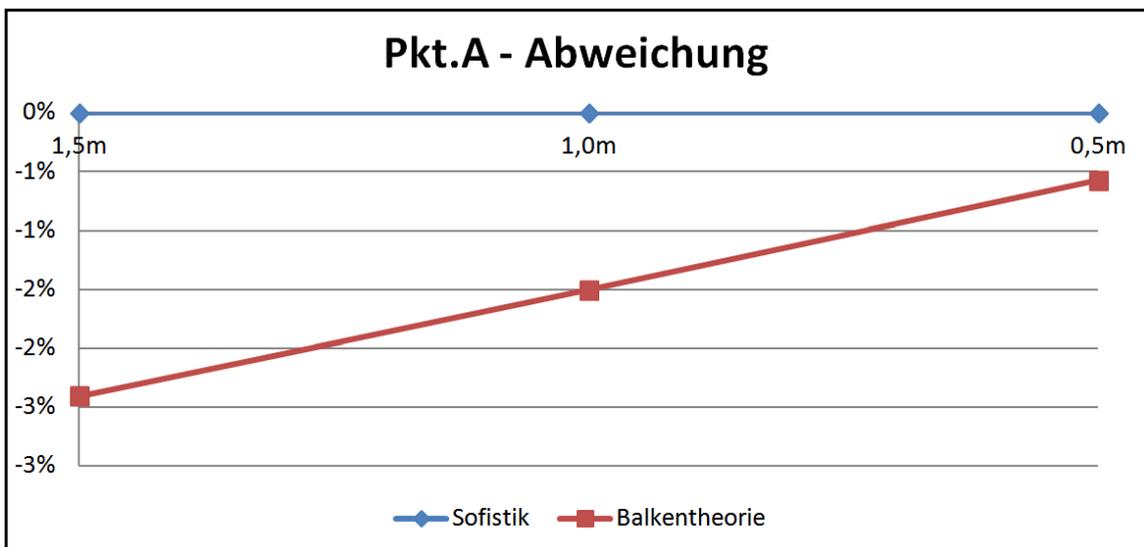


Abb. A- 433: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A,

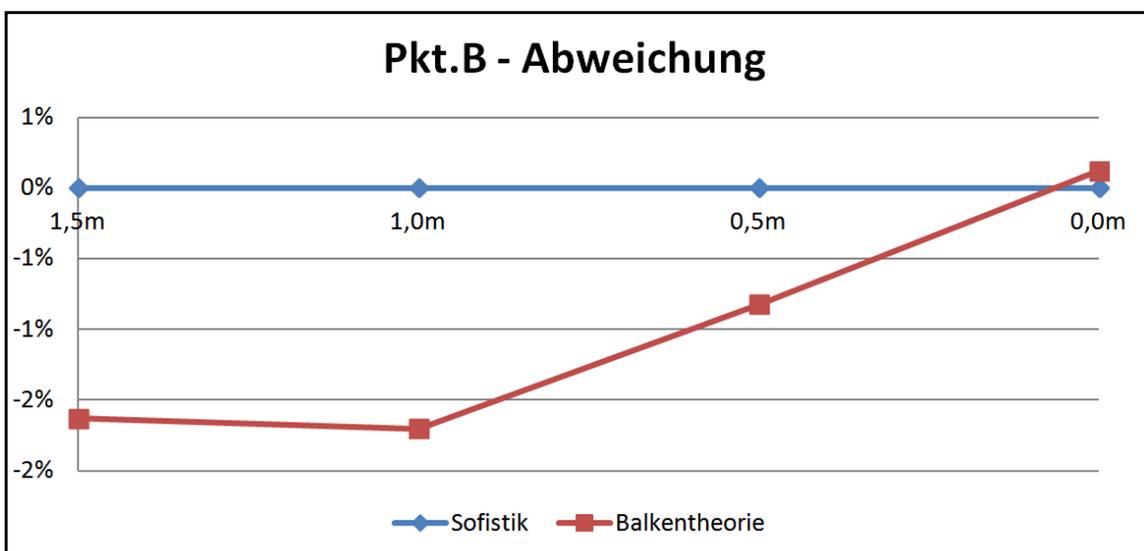


Abb. A- 434: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

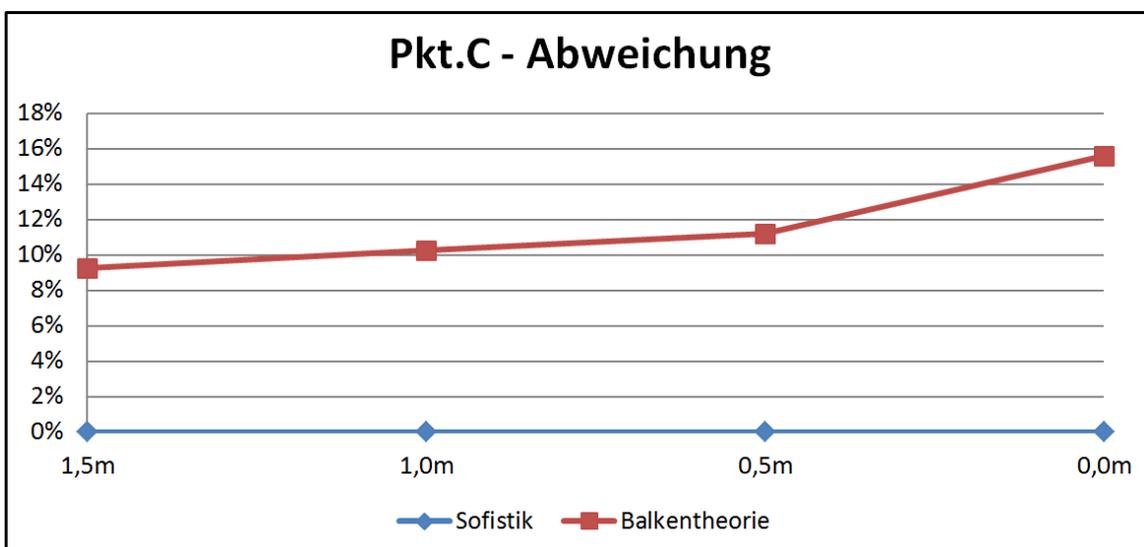


Abb. A- 435: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.3.6. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Balkentheorie – Spannweite 40m)

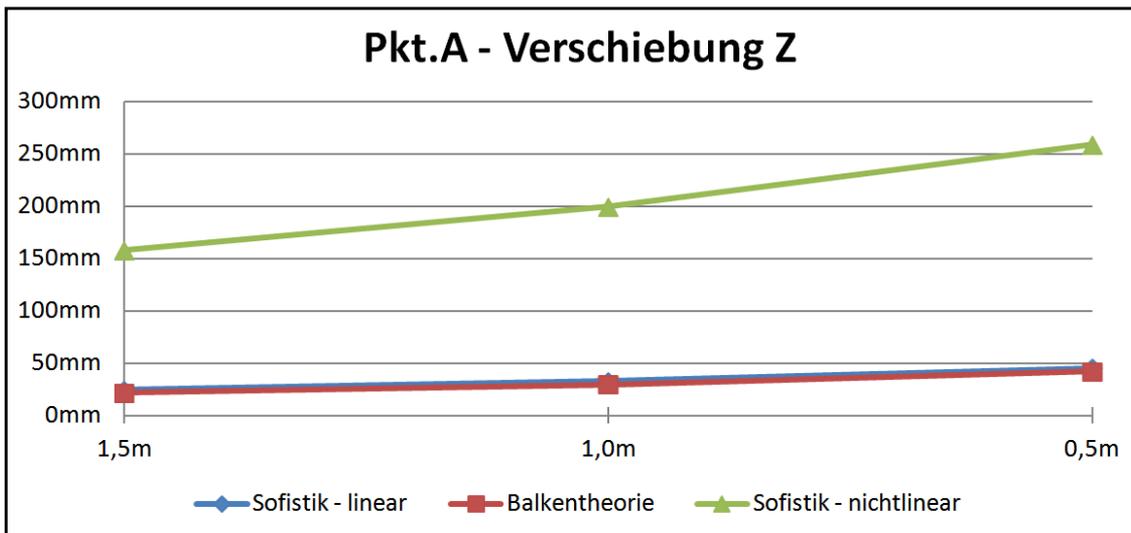


Abb. A- 436: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

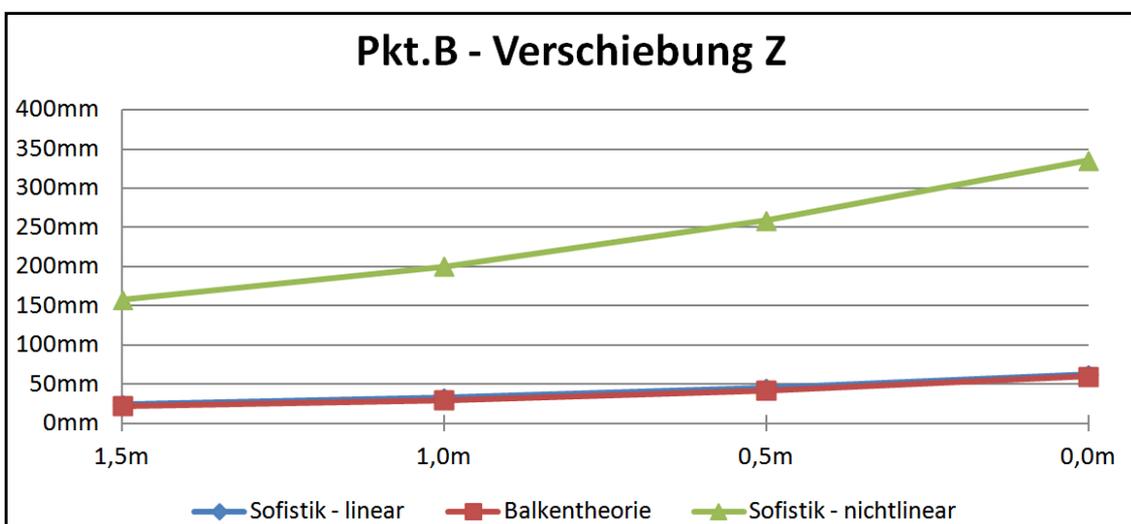


Abb. A- 437: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

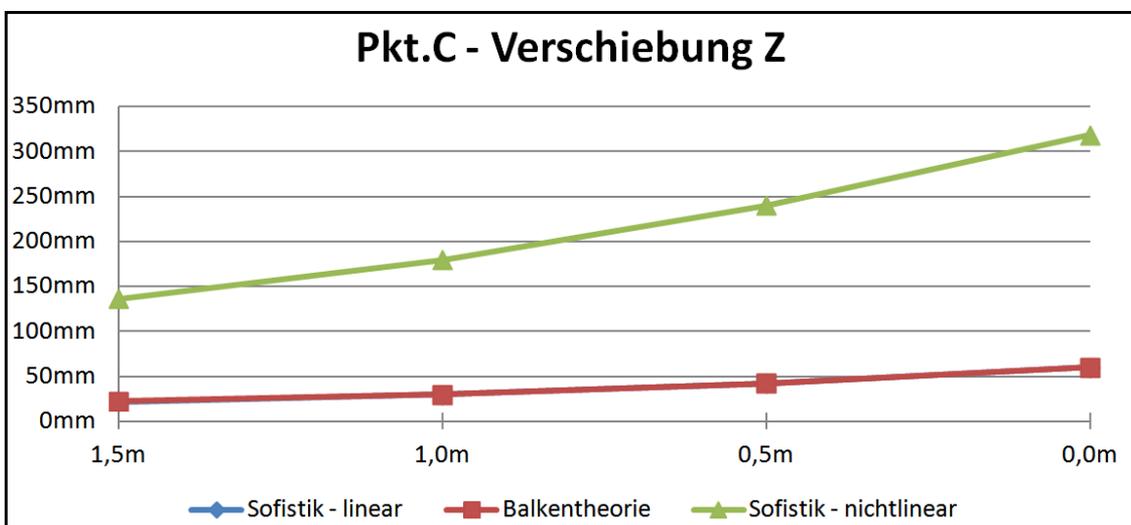


Abb. A- 438: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

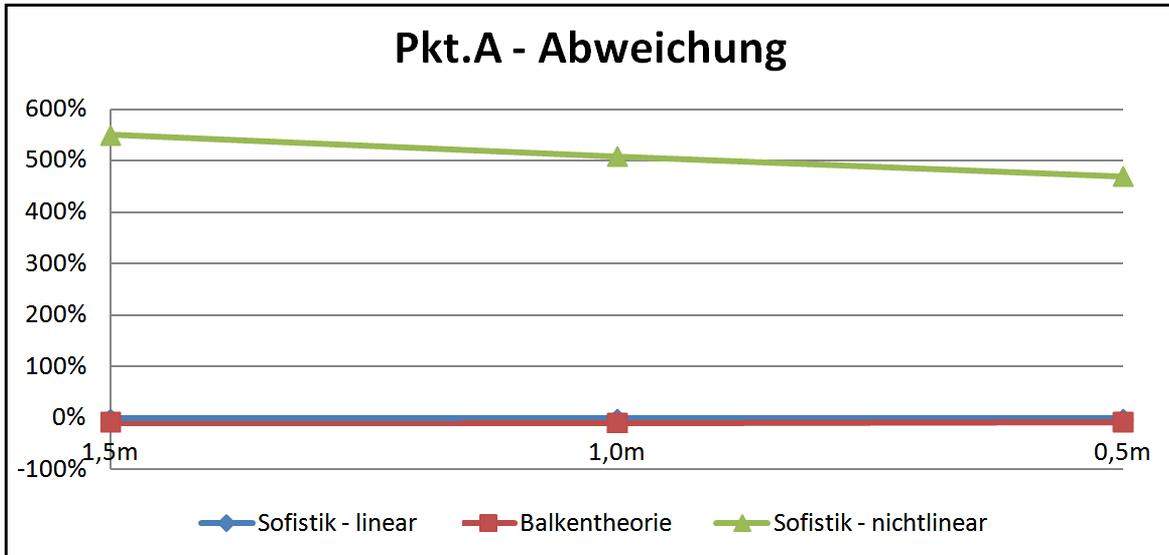


Abb. A- 439: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

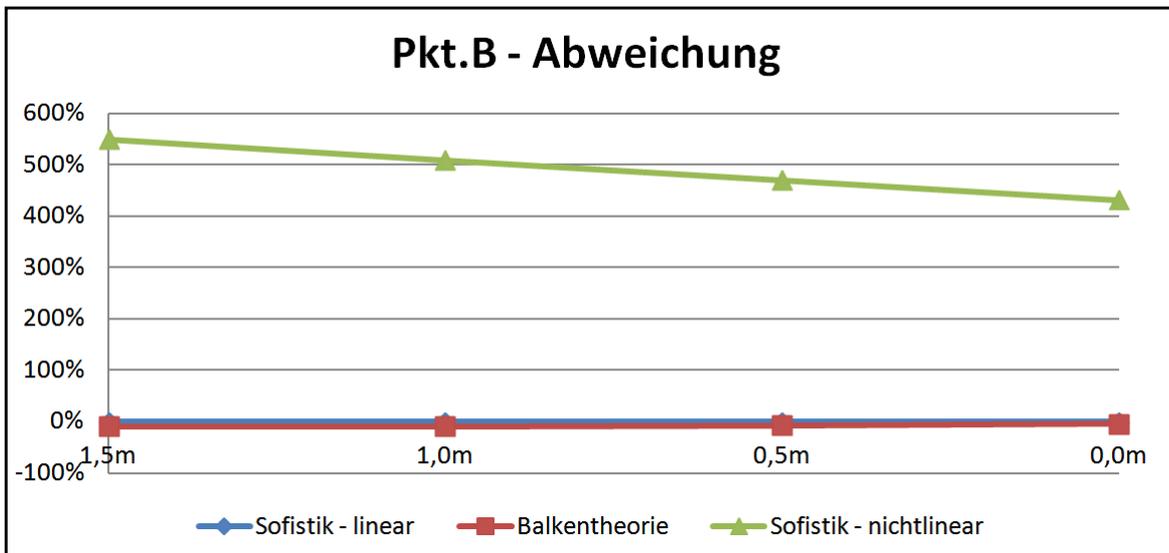


Abb. A- 440: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

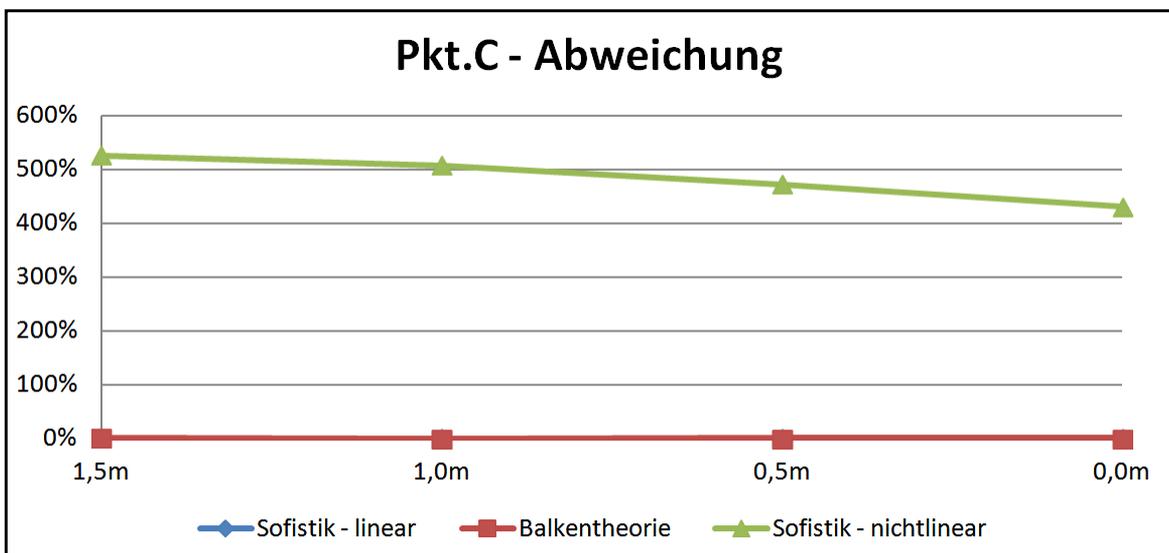


Abb. A- 441: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C

2.4. Tonnendach unter Veränderung der Plattendicke

2.4.1. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Dreischübegleichung –Spannweite 7m)

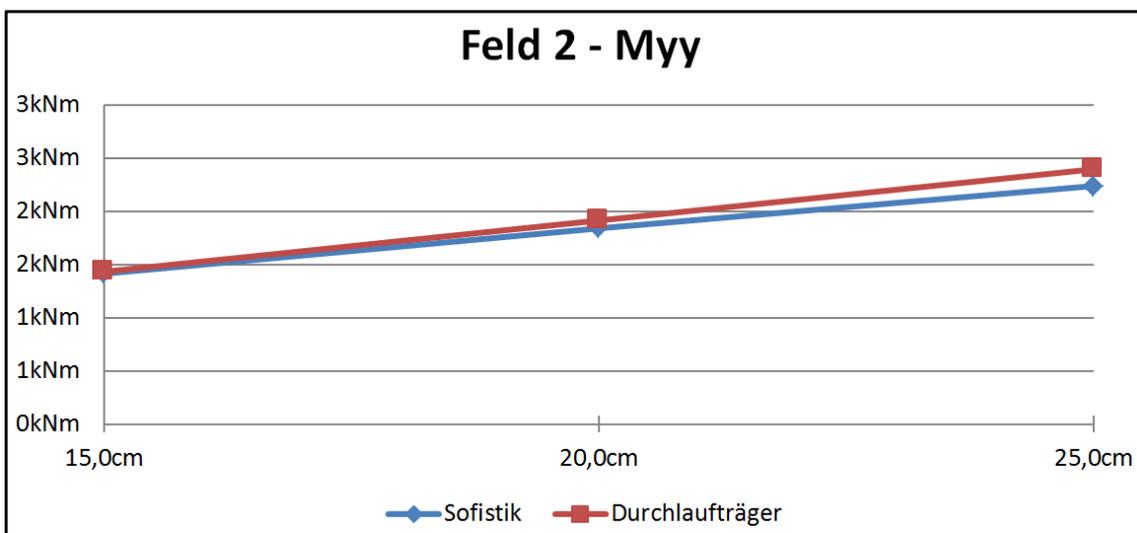


Abb. A- 442: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

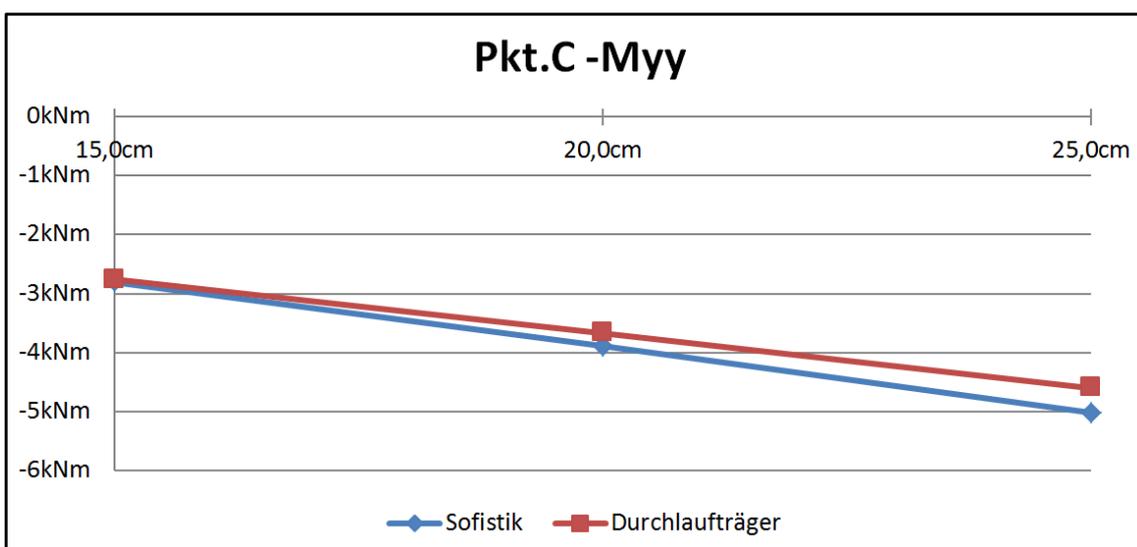


Abb. A- 443: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

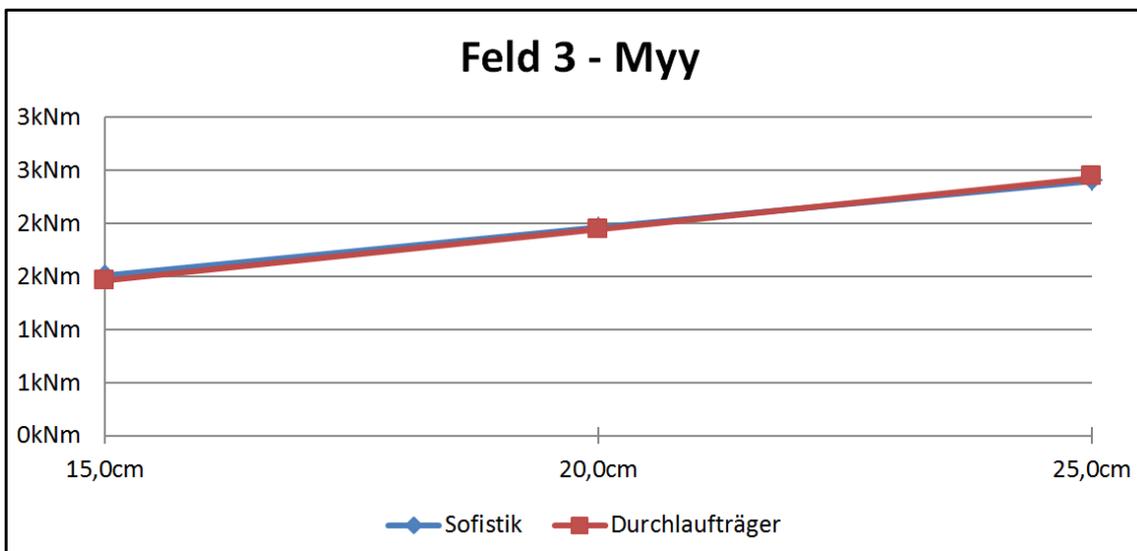


Abb. A- 444: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

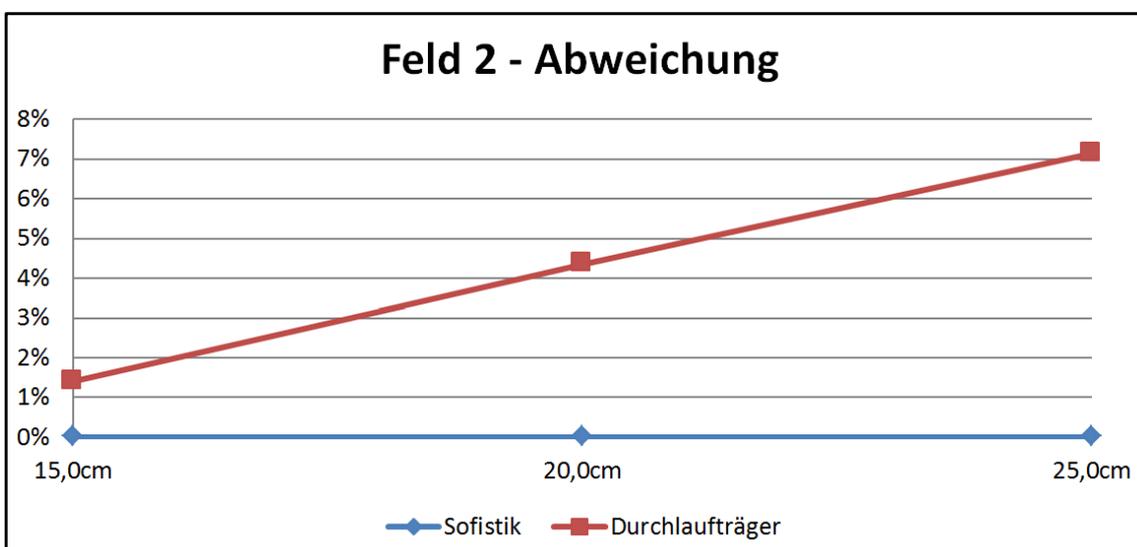


Abb. A- 445: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

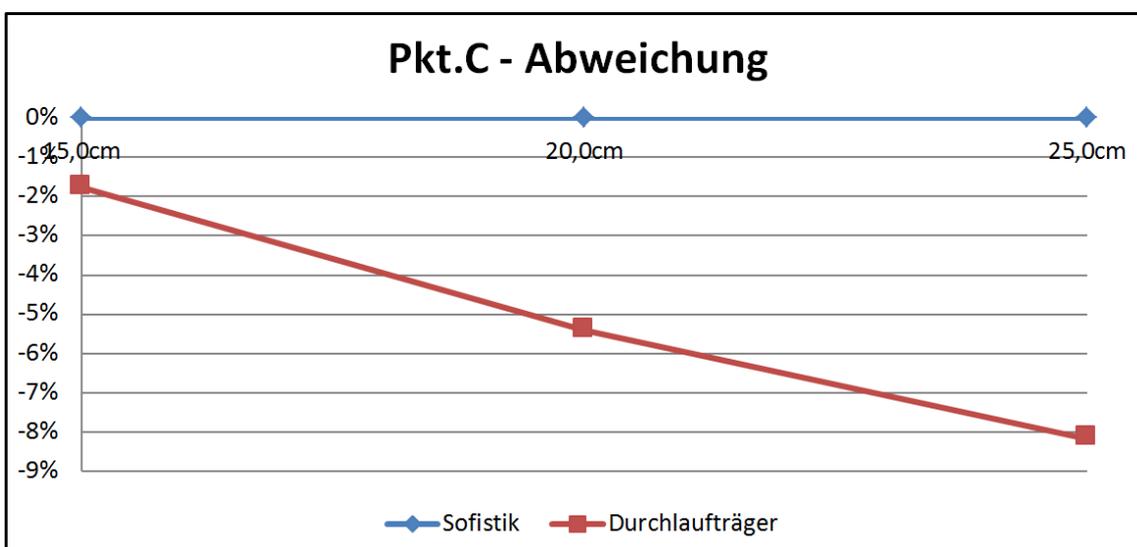


Abb. A- 446: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

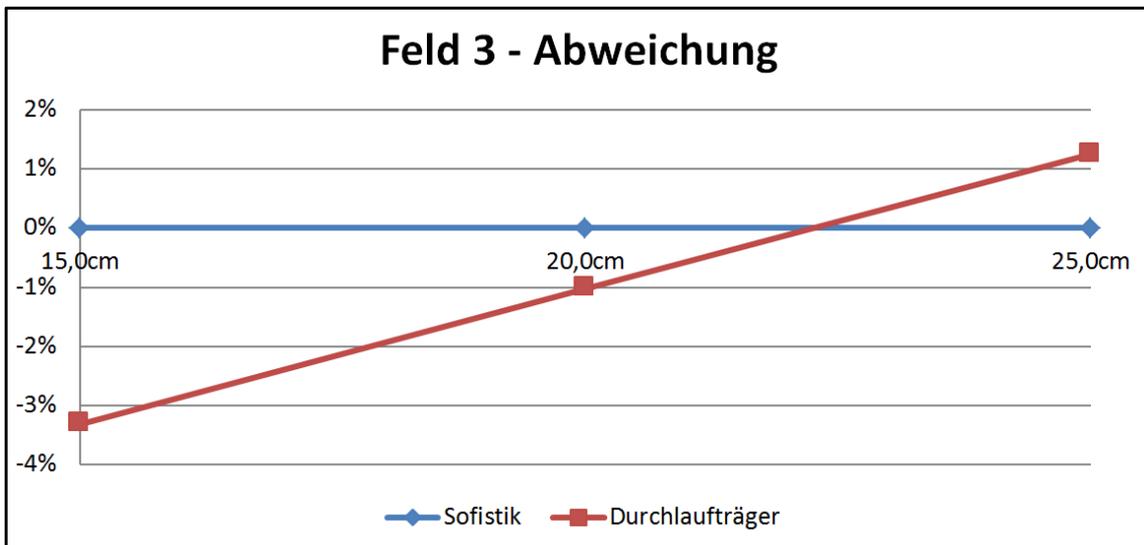


Abb. A- 447: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.4.2. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Dreischübegleichung – Spannweite 7m)

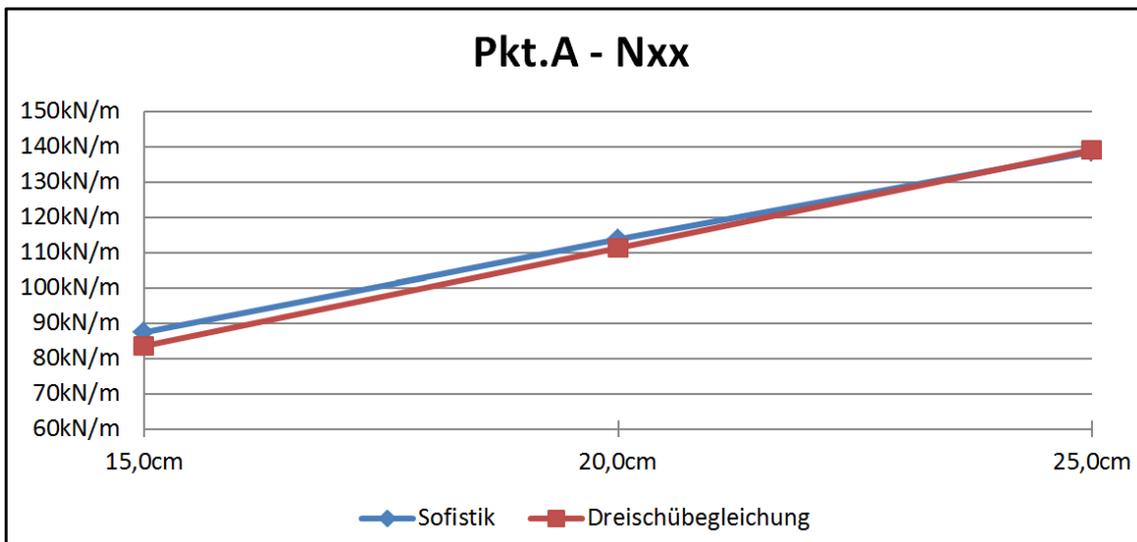


Abb. A- 448: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

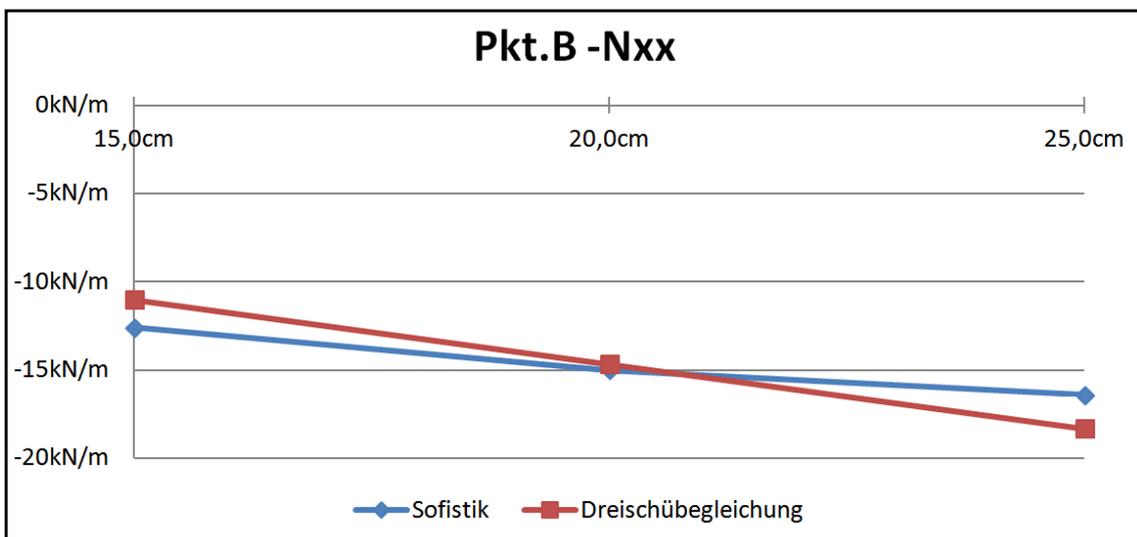


Abb. A- 449: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

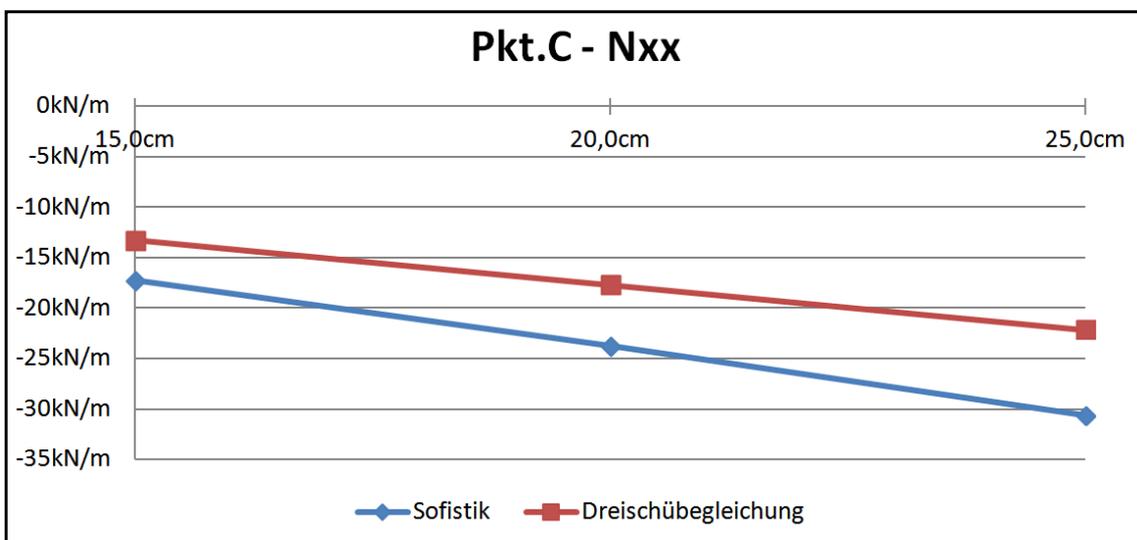


Abb. A- 450: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

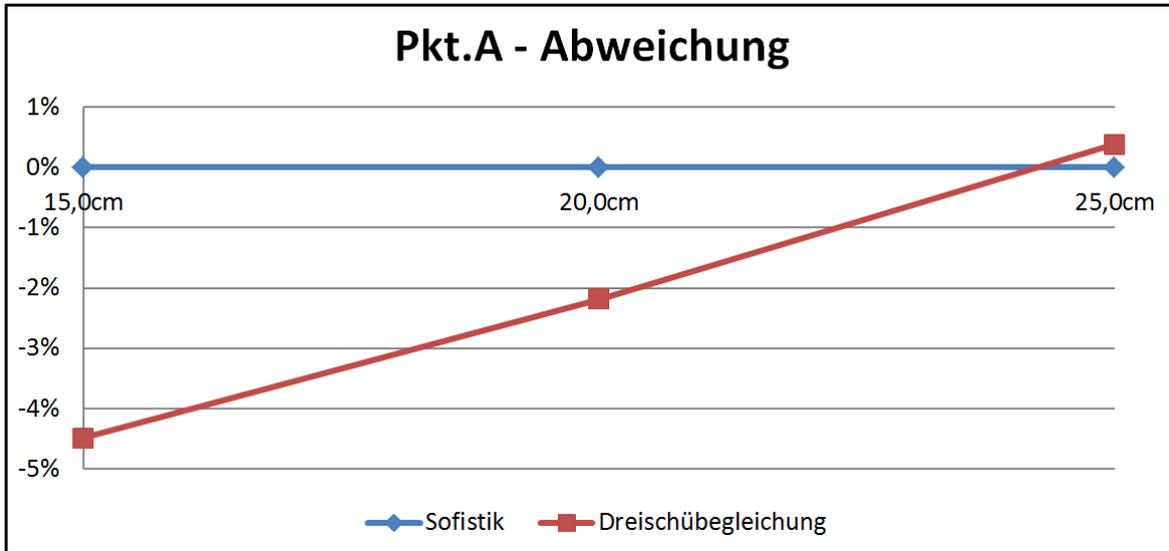


Abb. A- 451: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

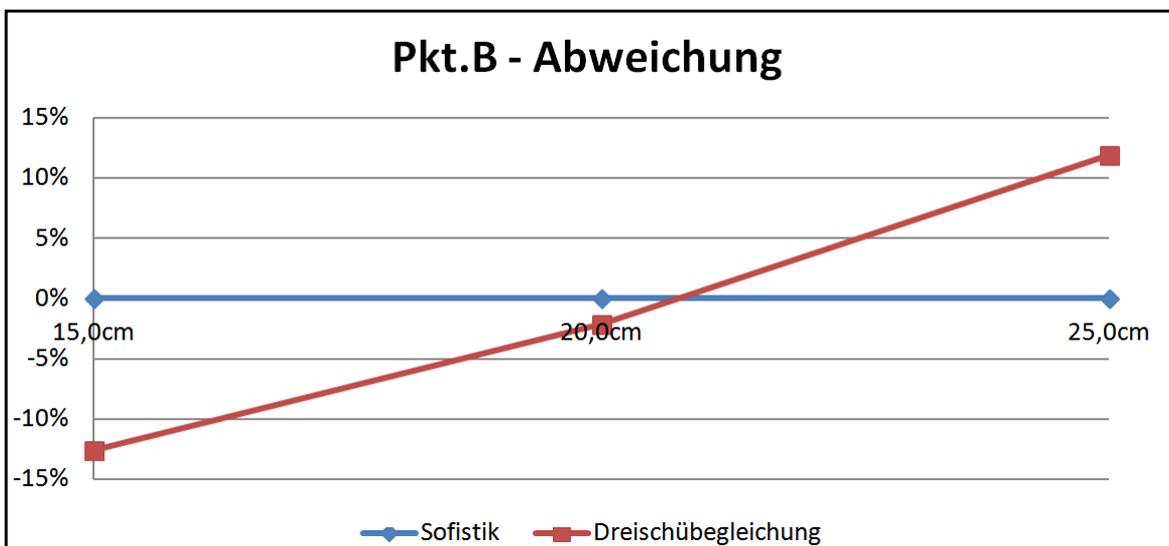


Abb. A- 452: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

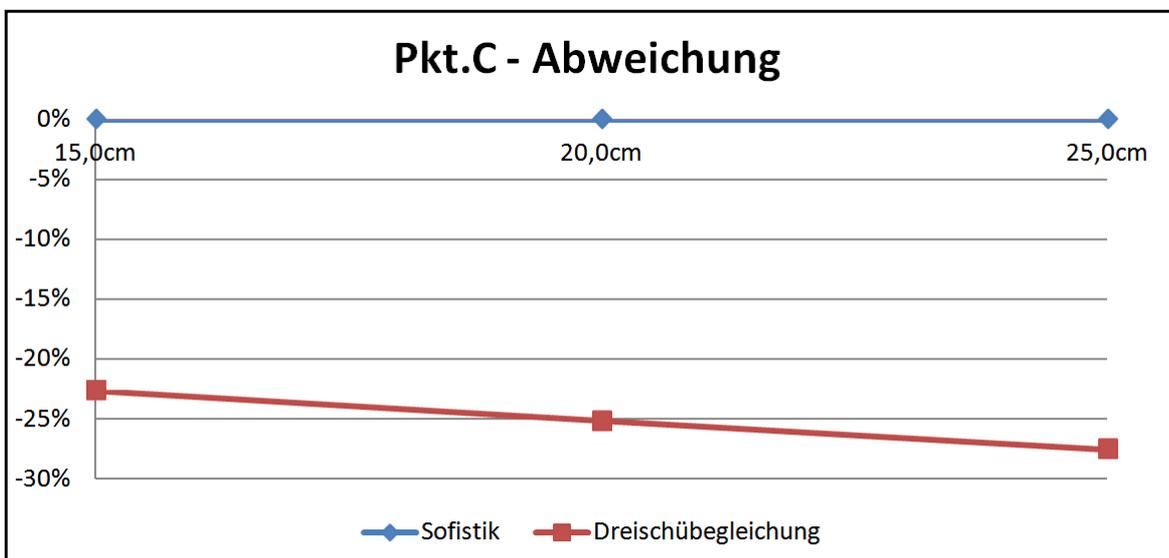


Abb. A- 453: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.4.3. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Dreischübegleichung – Spannweite 7m)

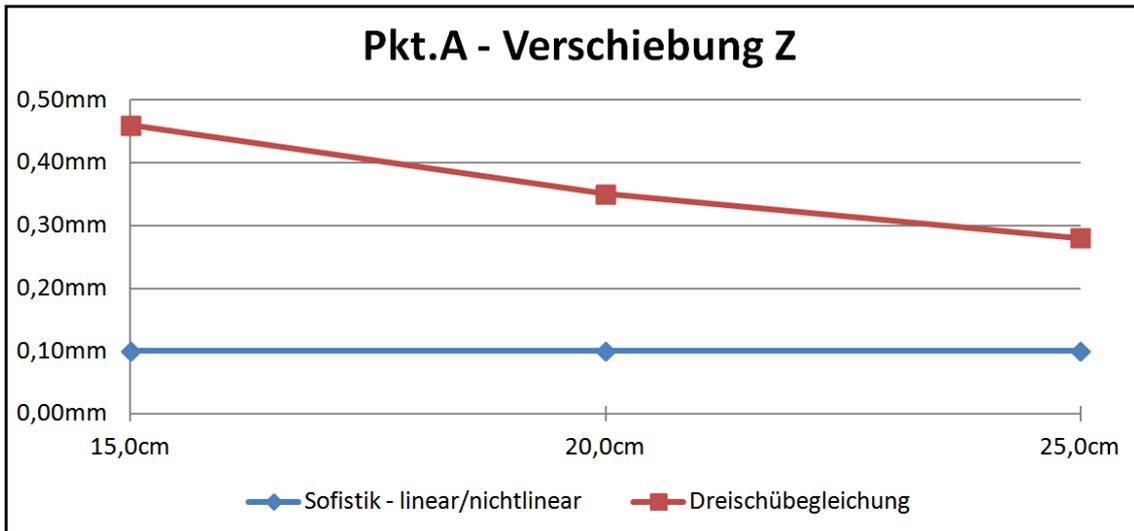


Abb. A- 454: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

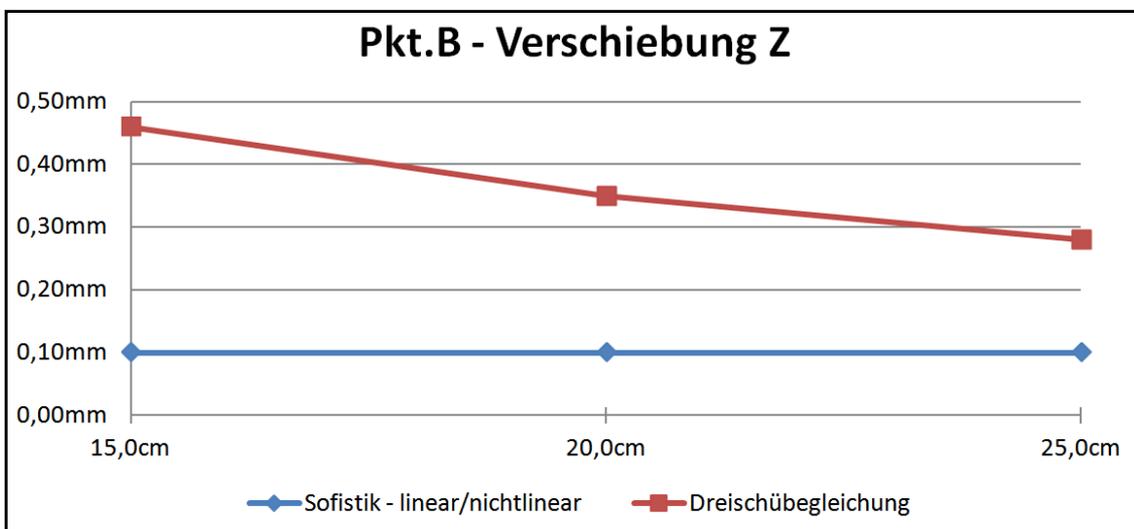


Abb. A- 455: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

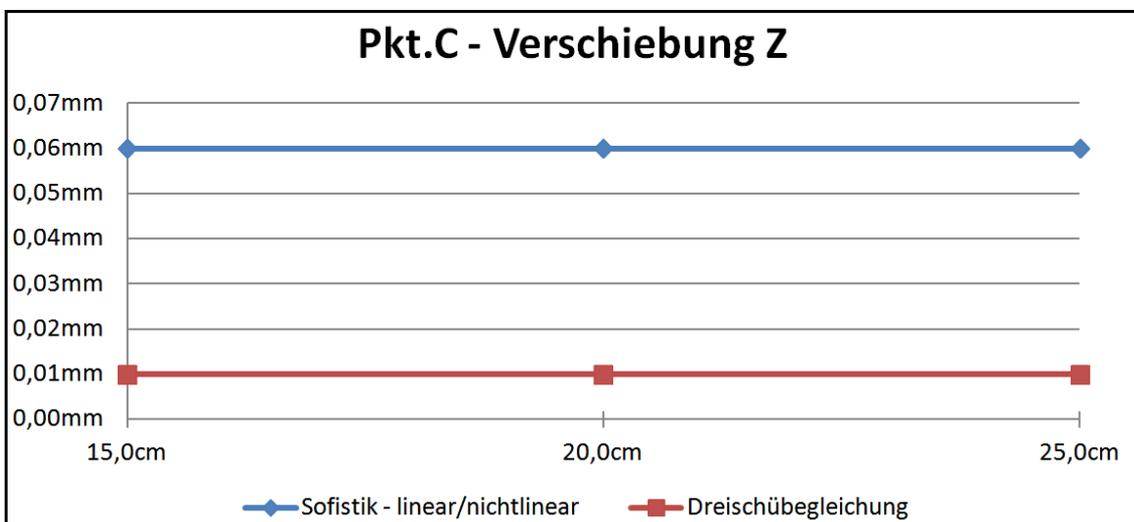


Abb. A- 456: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

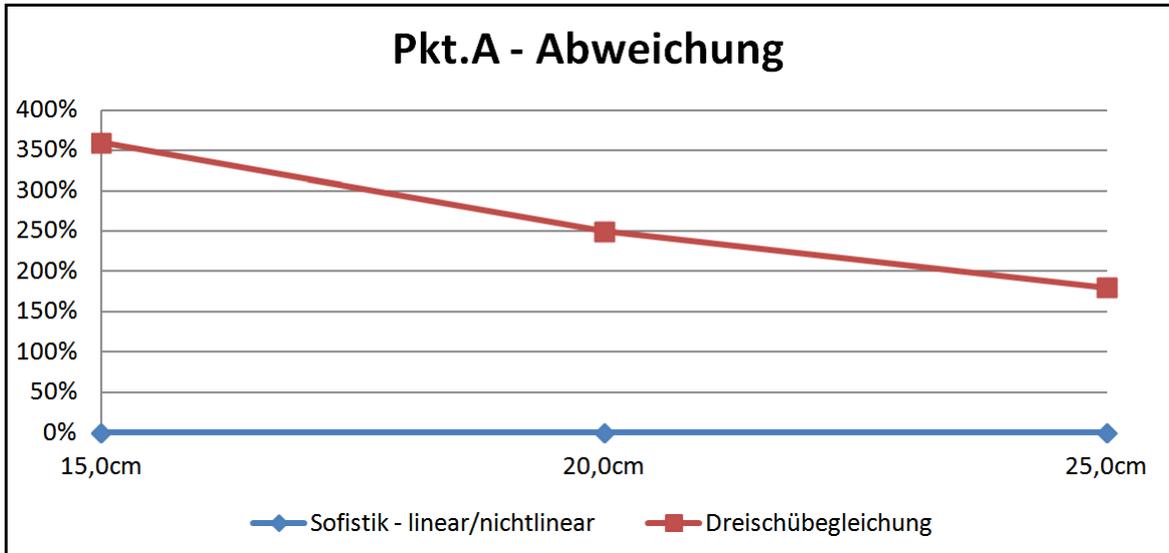


Abb. A- 457: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

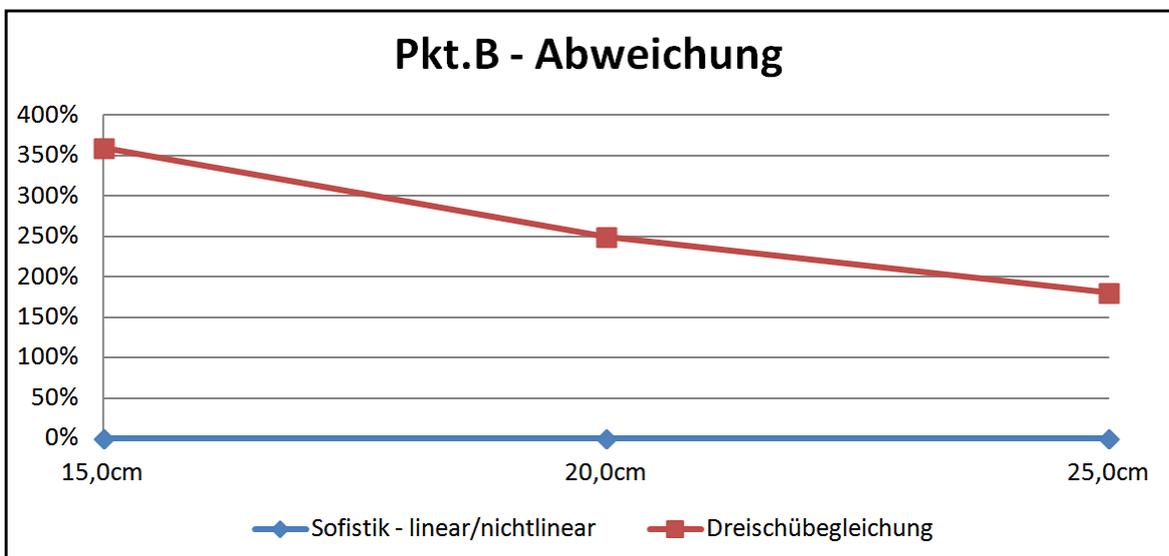


Abb. A- 458: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

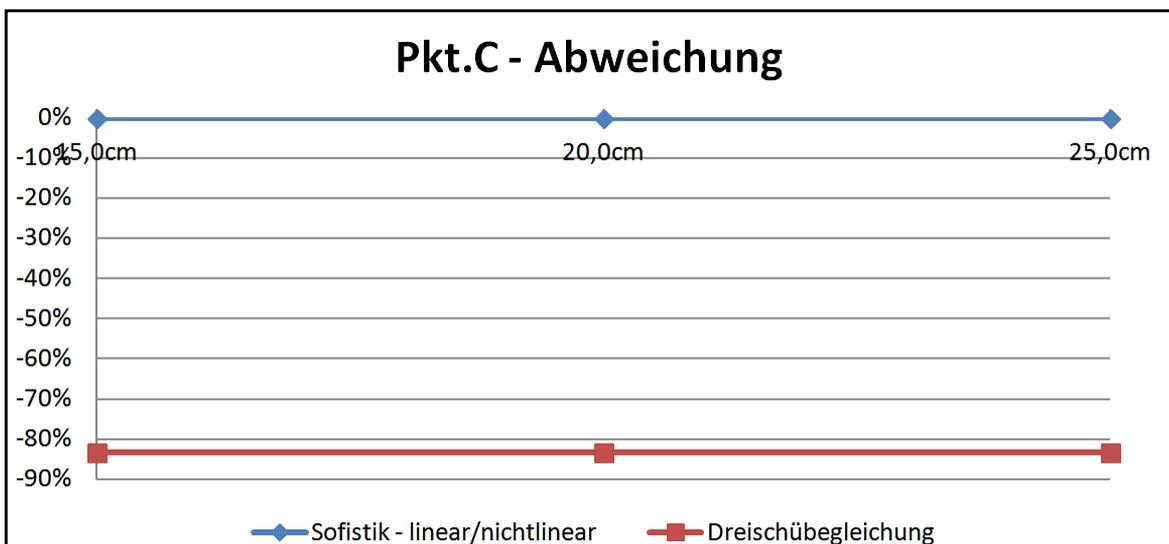


Abb. A- 459: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C

2.4.4. Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} (Balkentheorie – Spannweite 40m)

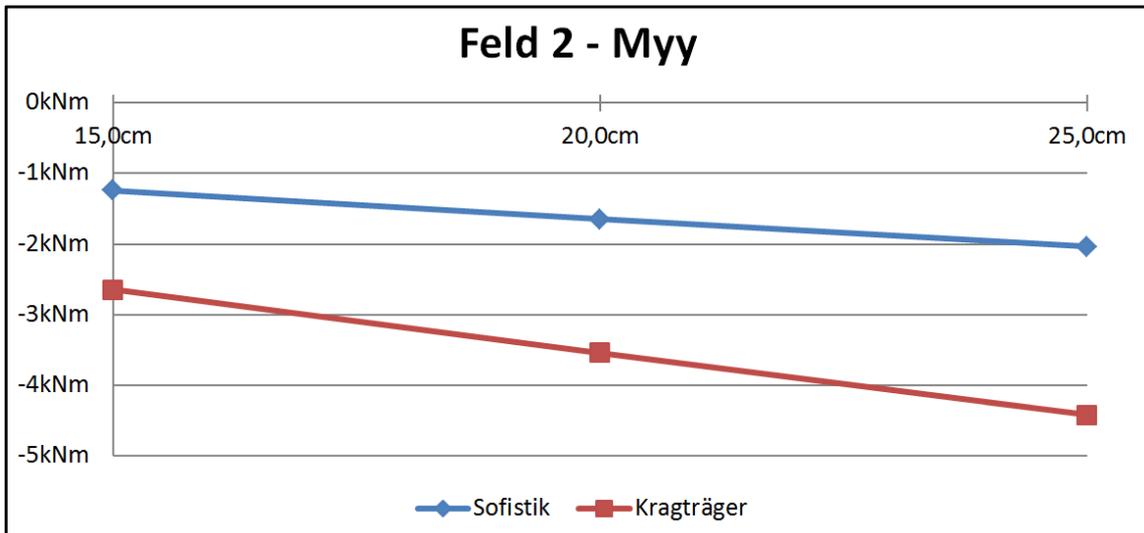


Abb. A- 460: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2

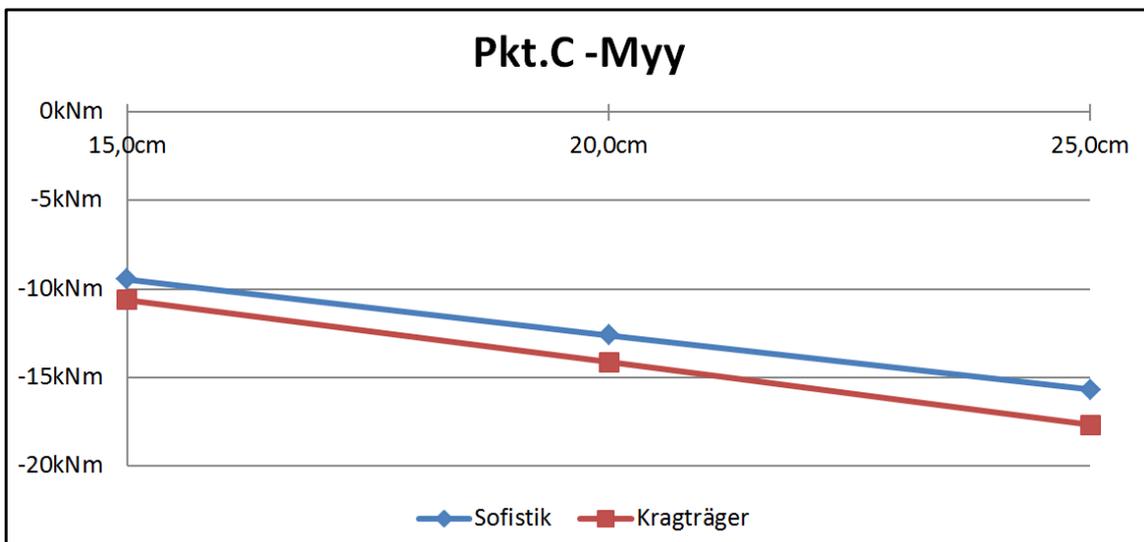


Abb. A- 461: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.C

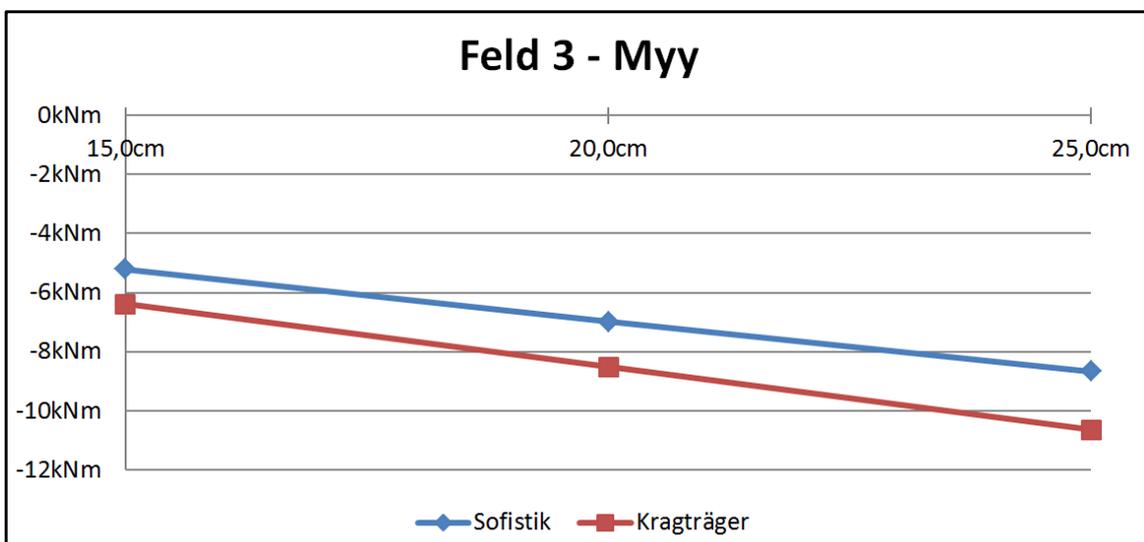
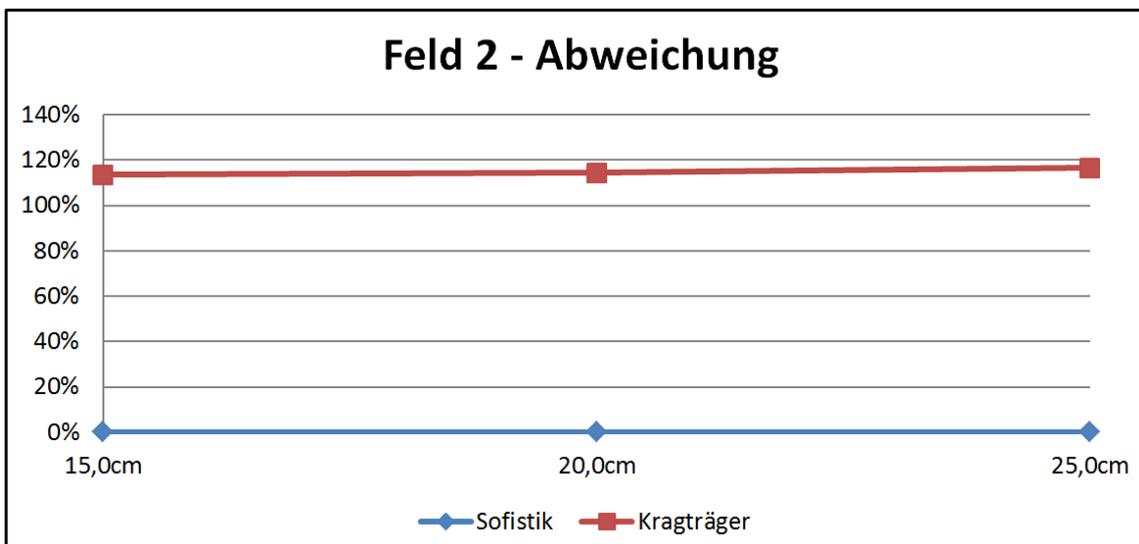
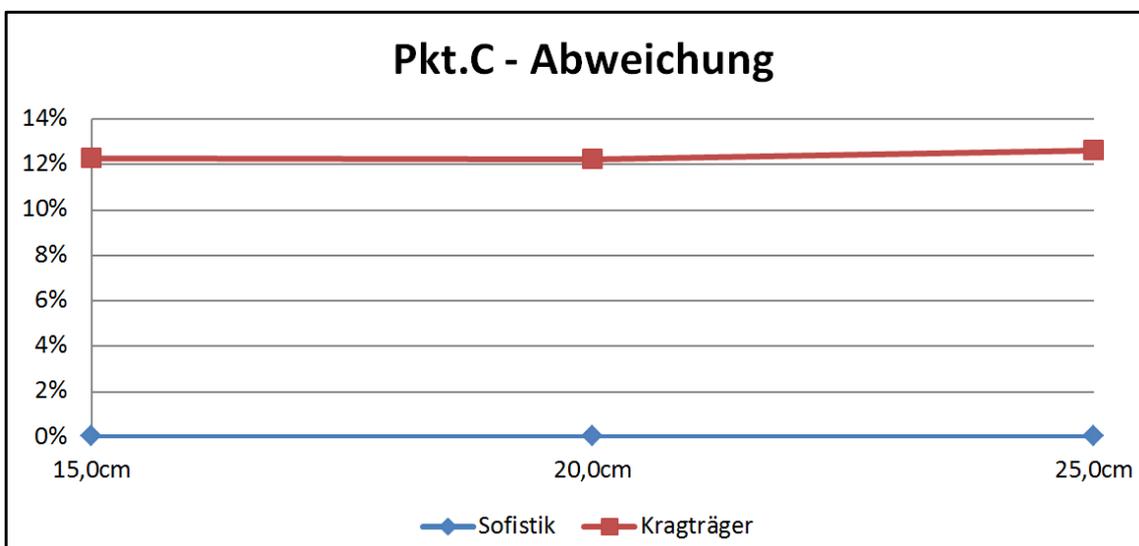
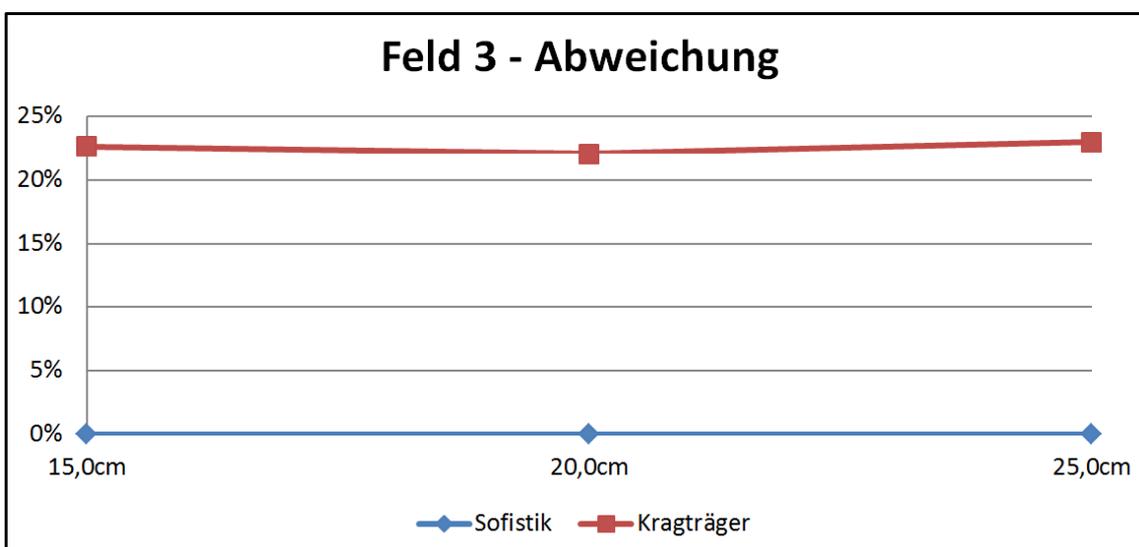


Abb. A- 462: Diagramm Vergleich der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

Abb. A- 463: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld2Abb. A- 464: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Pkt.CAbb. A- 465: Diagramm prozentuelle Abweichung der Querbiegemomente M_{yy} in Feld3

2.4.5. Vergleich der Normalkraft N_{xx} (Balkentheorie – Spannweite 40m)

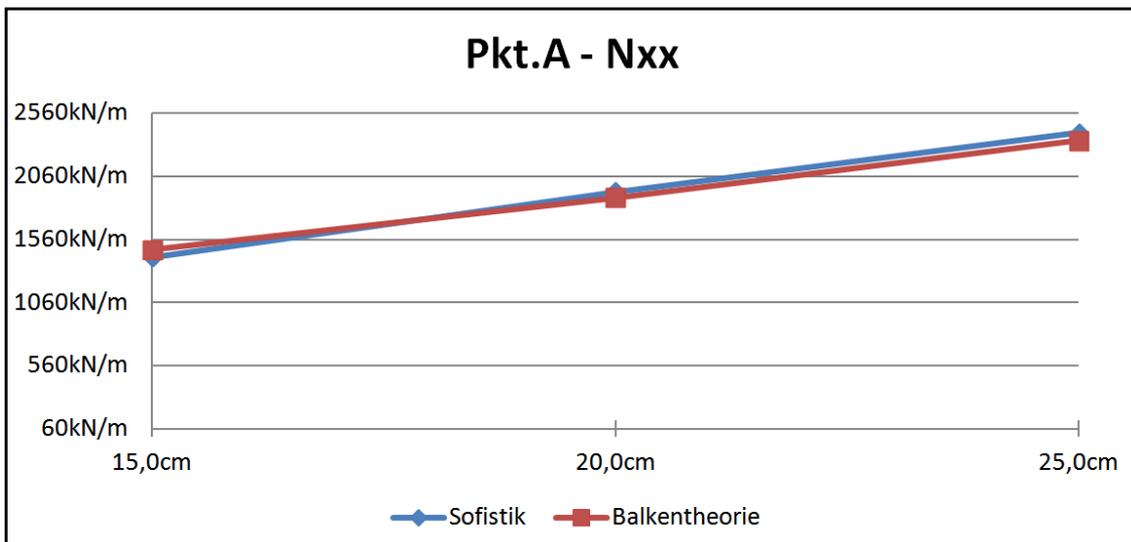


Abb. A- 466: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A

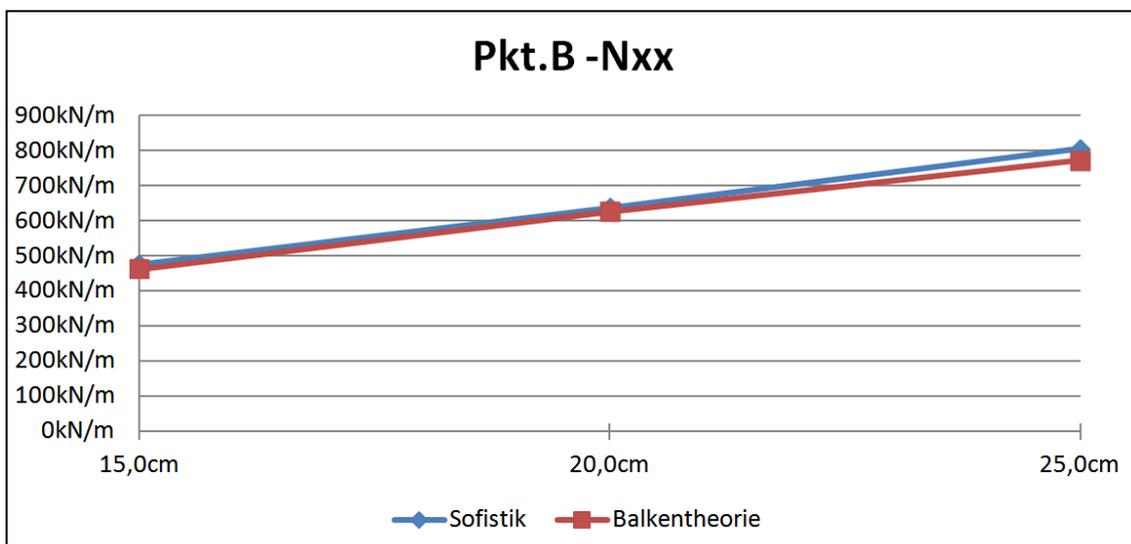


Abb. A- 467: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

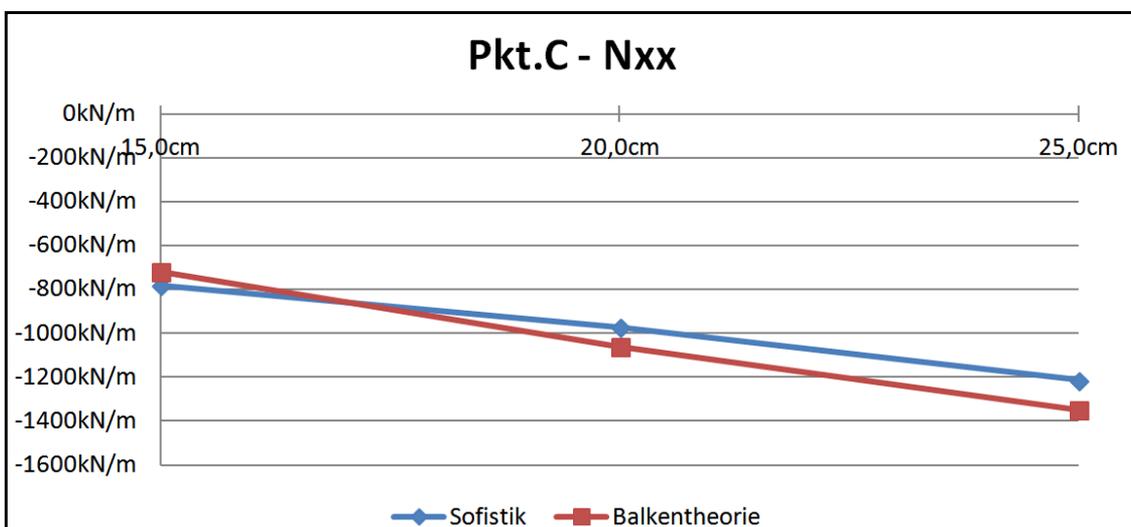


Abb. A- 468: Diagramm Vergleich der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

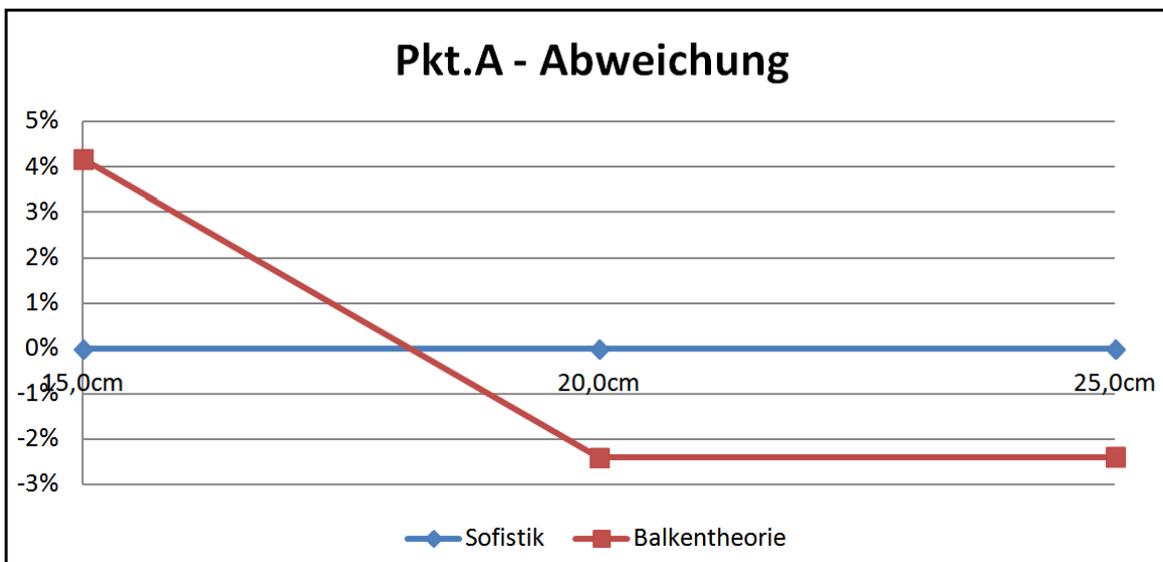


Abb. A- 469: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.A,

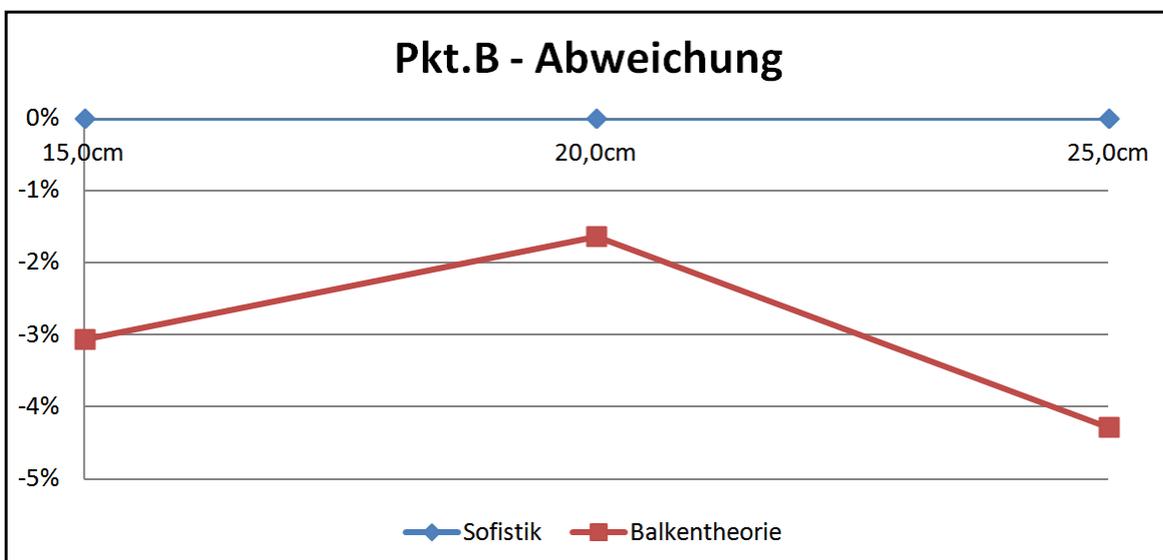


Abb. A- 470: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.B

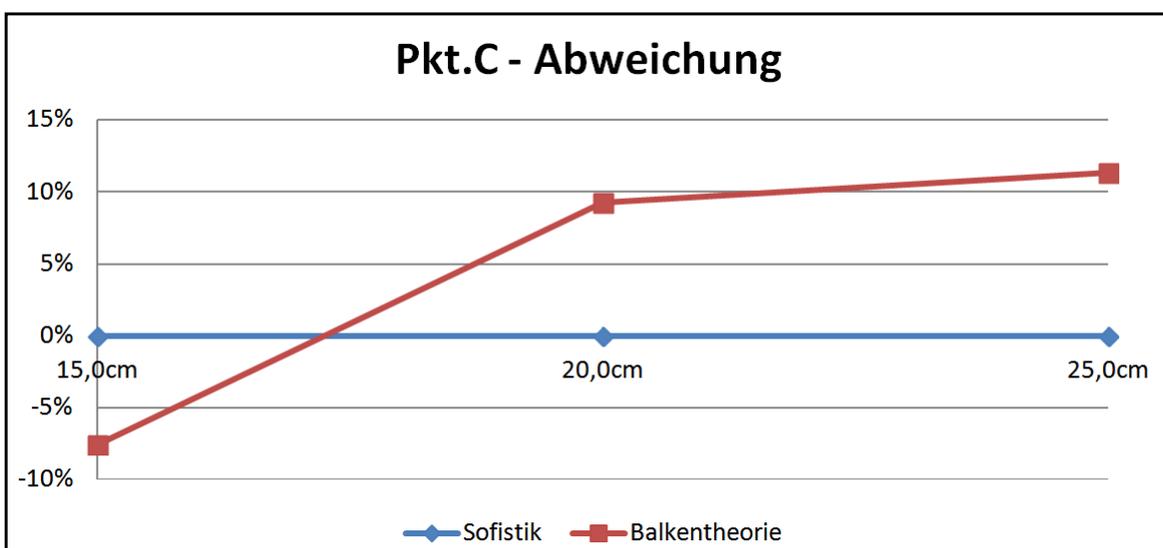


Abb. A- 471: Diagramm prozentuelle Abweichung der Normalkraft N_{xx} in Pkt.C

2.4.6. Vergleich der Verschiebungen (Global in Z-Richtung) (Balkentheorie – Spannweite 40m)

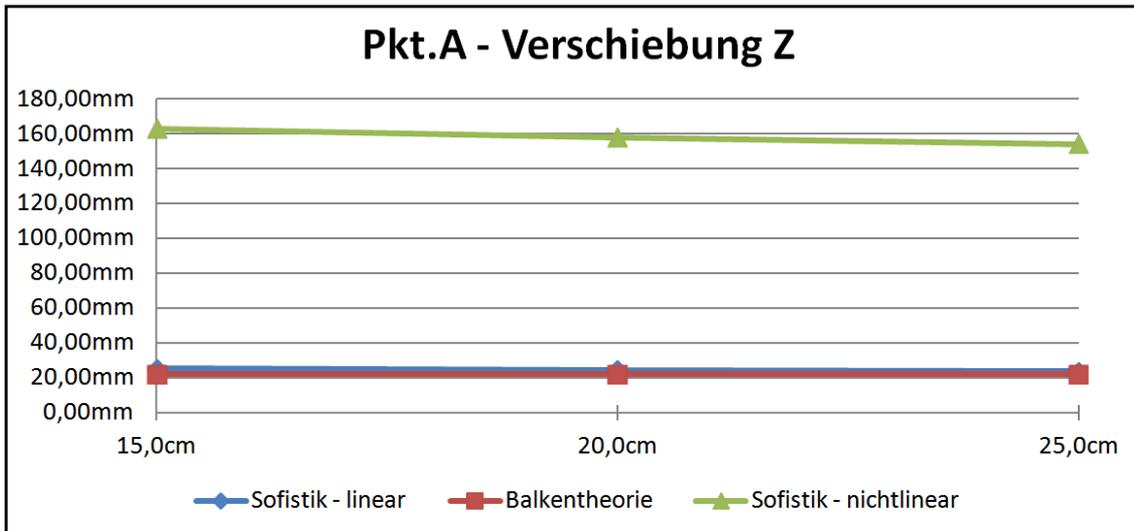


Abb. A- 472: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.A

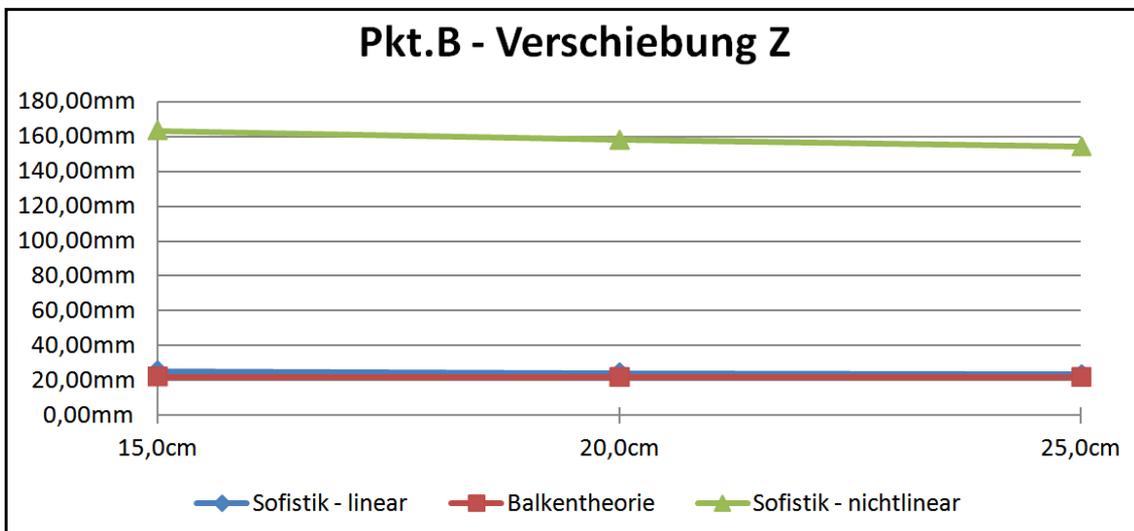


Abb. A- 473: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.B

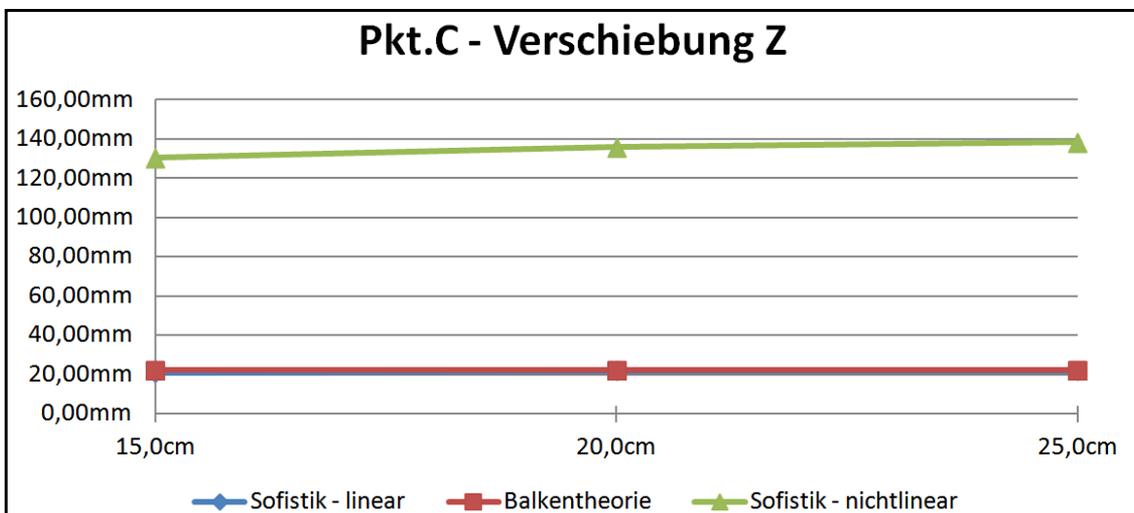


Abb. A- 474: Diagramm Vergleich der Verschiebung Z in Pkt.C

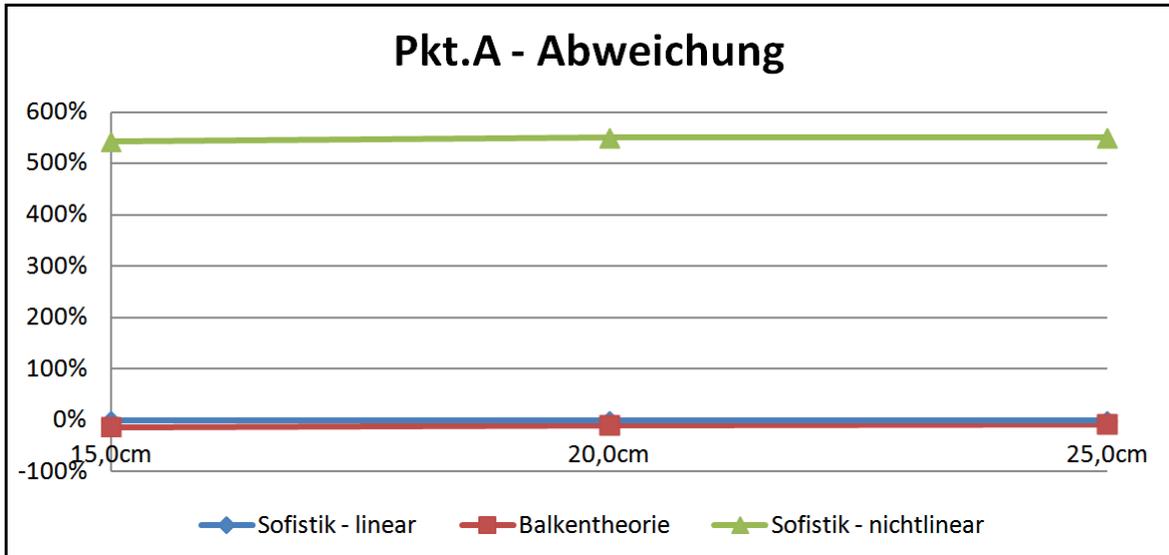


Abb. A- 475: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.A

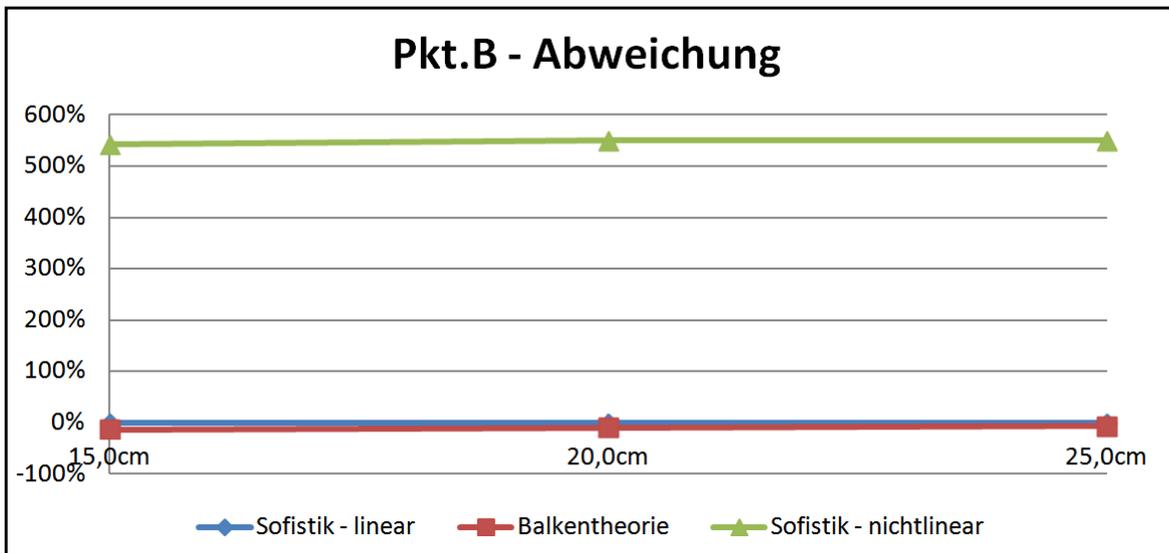


Abb. A- 476: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.B

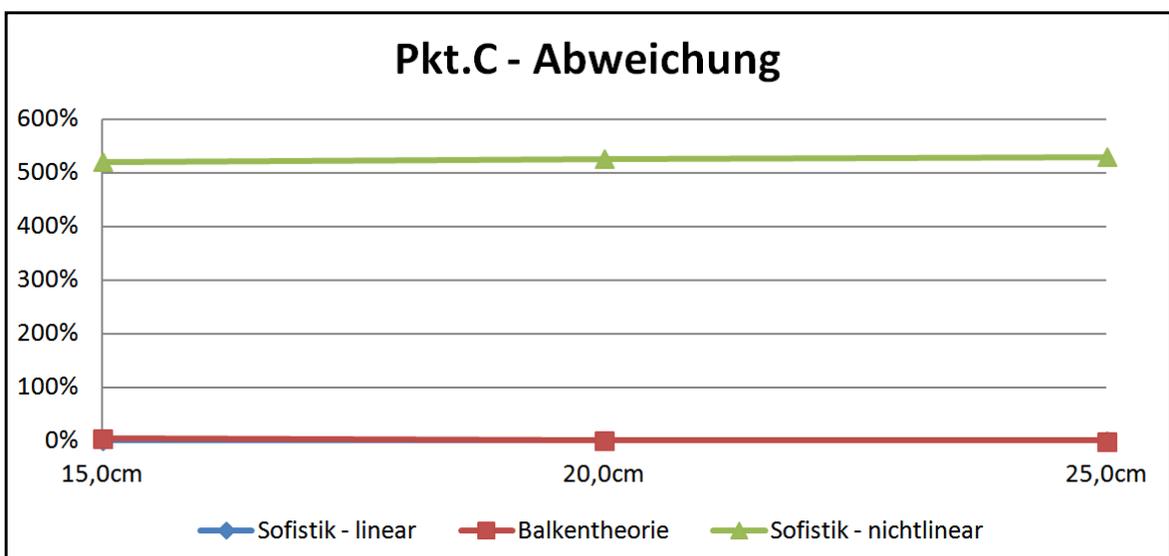


Abb. A- 477: Diagramm prozentuelle Abweichung der Verschiebung Z in Pkt.C