



# DIPLOMARBEIT

## **GNSS-RTK basierte Methoden zur Ableitung physikalisch definierter Höhen**

ausgeführt am

Department für Geodäsie und Geoinformation

Forschungsgruppe Höhere Geodäsie

der Technischen Universität Wien

unter Anleitung von

Ao. Prof. Dr. Robert Weber

und

Dipl. Ing. Fabian Hinterberger

als verantwortlich mitwirkenden Universitätsassistenten

durch

Martin Emil Kropf, BSc

Artteilweg 21

7000 Eisenstadt

---

Datum

---

Unterschrift (Student)

## Zusammenfassung

Die hier vorliegende Arbeit untersucht Methoden zur Ableitung von physikalisch definierten Höhen aus GNSS-RTK-Messungen.

Als Grundlage für die GNSS-Messungen dient ein Höhennetz bestehend aus homogen verteilten Bolzen, die über das gesamte Gebiet der Gemeinde Forchtenstein verteilt sind. Jeder dieser Bolzen verfügt über eine Höhenangabe im Landessystem (normal-sphäroidische Höhe über Adria).

Zunächst wurde das bestehende Höhennetz mittels GNSS nachgemessen. Dies geschah in zwei voneinander unabhängigen Messepochen. Für die Einmessung wurden die Korrekturdatendienste APOS und EPOSA verwendet.

Nach der Einmessung wurden die mit GNSS ermittelten Landeshöhen mit der Referenzhöhe (Höhennetz) verglichen, um die Unterschiede der jeweiligen Anbieter aufzuzeigen.

Dabei konnten teilweise erhebliche Abweichungen in der Höhenkomponente aufgezeigt werden, da die Anbieter zwar dieselbe Methode für die Koordinatentransformation ins Landessystem verwenden, jedoch unterschiedliche Rasterresiduen anbringen.

In weiterer Folge werden der Übergang und der Zusammenhang zu physikalisch definierten Höhen aufgezeigt. Ausgehend von der ellipsoidischen Höhe, die durch GNSS-Messungen ermittelt wurde, wird der Übergang auf die orthometrische Höhe, sowie die Normalhöhe dargestellt. Im Falle der orthometrischen Höhe muss die Geoidundulation (Abstand Geoid – Ellipsoid) im Messgebiet bekannt sein.

Für den Übergang zur Normalhöhe wird vorab die Höhenanomalie aus der Geoidundulation und der Bougueranomalie berechnet. Die orthometrische Höhe und die Normalhöhe weichen voneinander im Subzentimeterbereich ab.

Abschließend wurde auch die Dynamische Höhe für die jeweiligen Höhennetzpunkte ermittelt. Die Dynamische Höhe findet vor allem in der Hydrologie Anwendung und ist für Wasserbauer unverzichtbar. Das Feld der Dynamischen Höhen wird aus den geopotentiellen Koten abgeleitet. Für die Berechnung der Koten wurden die bereits bekannte Normalhöhen und der theoretische Schwerewert verwendet.

Abschließend wurden die unterschiedlichen Höhen gegenübergestellt.

## Abstract

This diploma thesis deals with the problem to derive physically defined heights from GNSS-RTK measurements. As test area an already existing height network in the vicinity of Forchtenstein (Burgenland) was chosen. In this area exists a number of leveling markers of the Austrian national height system (normal-spherical heights over Adria).

Coordinates of all points were determined by GNSS-RTK in two independent epochs by means of two different GNSS reference service providers (APOS and EPOSA). Special focus was laid on the height component. To derive coordinates in the national system the datum transformation parameters forwarded via RTCM by the reference service were applied. In a first step differences of the determined heights with respect to national reference heights are investigated. A significant systematic difference of about 13cm could be demonstrated, due to the different distortion grids used by the two providers. The plane coordinates, on the other hand, coincide at the expected level of a few cm.

Afterwards, the relations of ellipsoidal heights to physically defined heights are shown. Orthometric heights are derived by applying the geoid undulation interpolated from a model issued by the Austrian BEV (Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen). The transition to normal heights was carried out by means of the relation between geoid undulation and height anomaly by introducing a local bouguer anomaly. The difference between the orthometric heights and the normal heights are just a few millimeters in almost plane areas.

Finally dynamical heights are obtained by calculating geopotential numbers for all test points and afterwards scaling them by an virtual gravity acceleration  $[\gamma_{45}]$ . The dynamical heights are used especially in hydrology. They have to be interpreted very carefully as they do not belong to a reference surface and they can be scaled arbitrarily. At last, all the calculated heights are compared and a rule-of-thumb is provided to estimate the expected standard deviation of the derived physical heights.

## Danksagung

Ich möchte mich bedanken bei

- meinen Betreuern Ao Univ.Prof Dr. Robert Weber und DI Fabian Hinterberger für die Unterstützung bei der Verfassung meiner Diplomarbeit.
- bei DI Johannes Berthold, von der Firma LEICA, für die Leihgabe des GNSS-Messgerätes LEICA GS 15.
- beim Abwasserverband Wulkatal für die Verwendung des Höhennetzes in der Gemeinde Forchtenstein.
- DI Diethard Ruess vom Bundesamt für Eich und Vermessungswesen.
- allen Mitarbeitern der Firma PunktGenau ZT KG.
- meinem Freund und Lektor der hier vorliegenden Diplomarbeit Mag. Matthias Szabó.
- meiner Familie für sämtliche Hilfestellungen während meiner Karriere als Student.

# Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	7
1.2 Gliederung	8
2. Grundlagen	9
2.1 Das Koordinatensystem	9
2.2 ITRS	10
2.3 ETRF – European Terrestrial Reference Frame	11
2.4 Das geodätische Datum	12
2.4 Die österreichischen Landeskoordinaten	12
2.5 Die Höhe	15
2.5.1 Höhenarten	16
2.6 Das österreichische Höhensystem	20
2.6.1 Europas Höhensystem	21
2.7 GNSS	23
2.7.1 GPS Global Positioning System	23
2.7.2 GLONASS	26
2.7.3 Galileo und Compass/Beidou	28
2.7.4 Fehlereinflüsse bei GNSS – Systemen	28
2.8 Positionierung mittels GNSS	31
2.8.1 Absolute Positionierung	31
2.8.2 Relative Positionierung	32
2.9 Die österreichischen GNSS-Referenzdatenanbieter	34
2.9.1 EPOSA	34
2.9.2 APOS	35
2.9.3 Rasterinterpolation	36
3. Der Test	39
3.1 Das Testgebiet	39
3.2 Das Messszenario	40
3.2.1 Trigonometrische Höhenableitung	41
3.3 Messepochen	44
3.3.1 Leica GS 15 APOS Messepoche 1	44
3.3.2 Leica GPS 1200 EPOSA Messepoche 1	44
3.3.3 Leica GS 15 APOS Messepoche 2	45
3.3.4 Leica GPS 1200 EPOSA Messepoche 2	45

3.4 Vergleich der Koordinatentripel	46
3.4.1 Leica GS 15	46
3.4.2 Leica GPS 1200	47
3.5 Ergebnisinterpretation	50
3.5.1 Leica GS 15	50
3.5.2 Leica GPS 1200	53
3.6 Resümee	57
4. Ableitung weiterer Höhenarten	60
4.1 Ellipsoidische Höhe	61
4.2 Orthometrische Höhe	62
4.3 Normalhöhen	65
4.4 Dynamische Höhen	67
4.5 Zusammenfassung	70
5. Zusammenfassung	73
6. Literaturverzeichnis	76
7. Abbildungsverzeichnis und Quellenangaben	78
8. Diagrammverzeichnis	80
9. Tabellenverzeichnis	81

## 1. Einleitung

Jede/r Vermessungstechniker/in, jede/r Brancheninsider/in ist in der Praxis immer wieder mit der Höhenproblematik konfrontiert. Bei der Erstellung einer Lage und Höhenaufnahme wird im Vermessungsbereich der Naturbestand, wie Häuser, Zäune, Einbauten oder ähnliches lagemäßig koordinativ erfasst und mit einer Höhe versehen. Die Auftraggeber fordern meist den Höhenbezug absolut über Adria, somit werden sehr selten lokale Höhen gefordert.

Bei der kombinierten Lage- und Höhenaufnahme ist es Usus, zur Wahrung der Nachbarschaftsgenauigkeit, die Höhe über Adria von dem nächstgelegenen Höhenfixpunkt abzuleiten und an das amtliche Festpunktfeld anzuschließen.

Neben dem Tachymeter sind GNSS-Geräte als Vermessungsinstrumentarium nicht mehr wegzudenken. In Kombination mit einem RTK-Anbieter ermöglichen GNSS-Geräte dem Nutzer die Transformation der ermittelten ITRF/ETRF Koordinaten direkt ins landesspezifische Koordinatensystem durchzuführen.

In der Lage sind die transformierten Koordinaten üblicherweise im wenigen cm-Bereich an das amtliche, österreichische Festpunktfeld angepasst. Doch trifft dies auch im Fall der Höhe zu?

Für die Beantwortung dieser Frage wurde ein homogenes Höhennetz in der burgenländischen Gemeinde Forchtenstein mittels GNSS nachgemessen. Dafür wurden die österreichischen RTK-Dienstleister APOS und EPOSA herangezogen. Diese Anbieter verwenden für die Transformation in das österreichische Landessystem die sogenannte Rastertransformation.

Außerdem sollte untersucht werden, ob die Möglichkeit besteht, physikalisch definierte Höhen aus den getätigten GNSS-Messungen abzuleiten. Ausgehend von der ellipsoidischen Höhe soll zunächst versucht werden auf die orthometrische Höhe und von dieser wiederum auf die Normalhöhe zu schließen. Beide Vorgänge sind von Nöten um im Endeffekt Dynamische Höhen aus den GNSS-Messungen ableiten zu können. Dynamische Höhen sind in der Hydrologie beheimatet und für den Wasserbauer unverzichtbar, da zwischen Punkten gleicher dynamischer Höhe kein Wasser fließen kann.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> BRETTERBAUER, Das Höhenproblem in der Geodäsie 1986

## 1.2 Gliederung

Die hier vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Abschnitte:

- Im ersten Teil werden die technischen Grundlagen vermittelt, welche für das weitere Verständnis des praktischen Arbeitsteiles essentiell sind. Hier werden die Definitionen von Höhen, Koordinaten, Koordinatensystem, GNSS-Systemen und der Aufbau von RTK-Systemen wiedergegeben.
- Im zweiten Teil wird näher auf die Planung und die Durchführung des Tests und des Versuchsgebietes eingegangen. Ebenso werden die Ergebnisse, die im Zuge der Messungen ermittelt wurden, präsentiert.
- Im dritten Abschnitt werden die erzielten Ergebnisse einander gegenübergestellt und bewertet.
- Der vierte und letzte Teil steht im Zeichen von physikalisch definierten Höhen, welche unter anderem aus RTK-Messungen abgeleitet werden.



## 2. Grundlagen

### 2.1 Das Koordinatensystem<sup>2</sup>

Ein Koordinatensystem wird durch folgende Kriterien festgelegt:

- Ursprung
- Basisvektoren in Richtung der Koordinatenachsen
- Längeneinheit entlang der Koordinatenachsen

Durch ein Koordinatensystem lässt sich ein Punkt in der Ebene oder im Raum diskretisieren. Seine Lage relativ zu den Koordinatenachsen wird durch Zahlen, den sogenannten Koordinaten, wiedergegeben. Die häufigste Wiedergabeform der Koordinaten, auch geordnete  $n$  – Tupel genannt, sieht im 3D-Raum folgendermaßen aus:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Die Koordinaten lassen sich in folgende Kategorien unterteilen:

- Geradlinige Koordinaten
  - räumliche, kartesische Koordinaten
  - ebene, kartesische Koordinaten
  - schiefwinklige Koordinaten
- Krummlinige Koordinaten
  - ebene Polarkoordinaten
  - Kugelkoordinaten
  - Zylinderkoordinaten
  - Ellipsoidkoordinaten
- Natürliche Koordinaten

---

<sup>2</sup> WEBER Geokoordinatensysteme 2012

## 2.2 ITRS<sup>3</sup>

Das *International Terrestrial Reference System*, kurz ITRS, ist ein globales, erdfestes Referenzsystem. Sein Mittelpunkt wird in den Erdschwerpunkt gelegt, die z-Achse entspricht der mittleren Polachse der Jahre 1900 -1905. In der xz – Ebene befindet sich der Meridian von Greenwich.

Realisiert wird das ITRS durch das jeweils aktuelle International Reference Frame, kurz ITRF. Moderne geodätische Weltraumverfahren wie SLR (Satellite Laser Ranging), GPS (Global Positioning System), VLBI (Very Long Baseline Interferometrie) und Doris (Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite) führen stetige Messungen zu Satelliten und Radioquellen durch und liefern somit die Koordinaten der Fundamentalstationen.

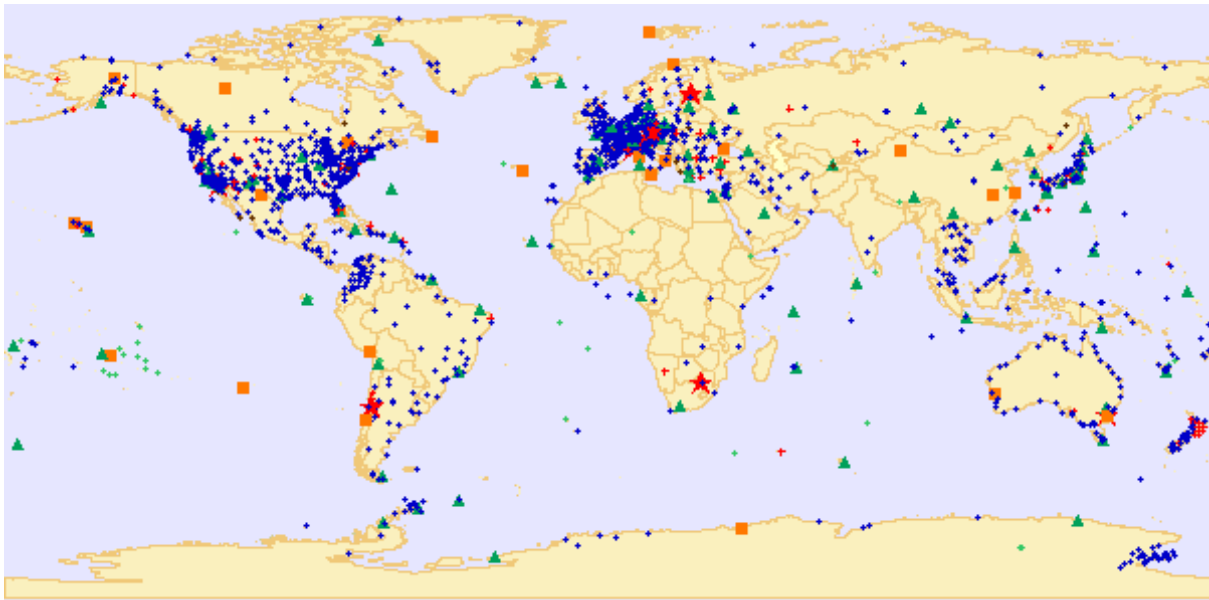


Abb. 1: Fundamentalstationen ITRF 2008

<sup>3</sup> WEBER, Geokoordinatensysteme 2012

Diese Punkte sind aufgrund des Kontinentaldrifts zeitlich veränderlich. Der durchschnittliche Wert dieser Verschiebung in Europa liegt bei etwa 2,5 cm pro Jahr. Deshalb werden die Koordinaten der Fundamentalstationen in bestimmten Zeitintervallen neu ermittelt und jeder ITRF auf eine Referenzepoche bezogen (z.B. ITRF 2008 – Epoche 2005.0).

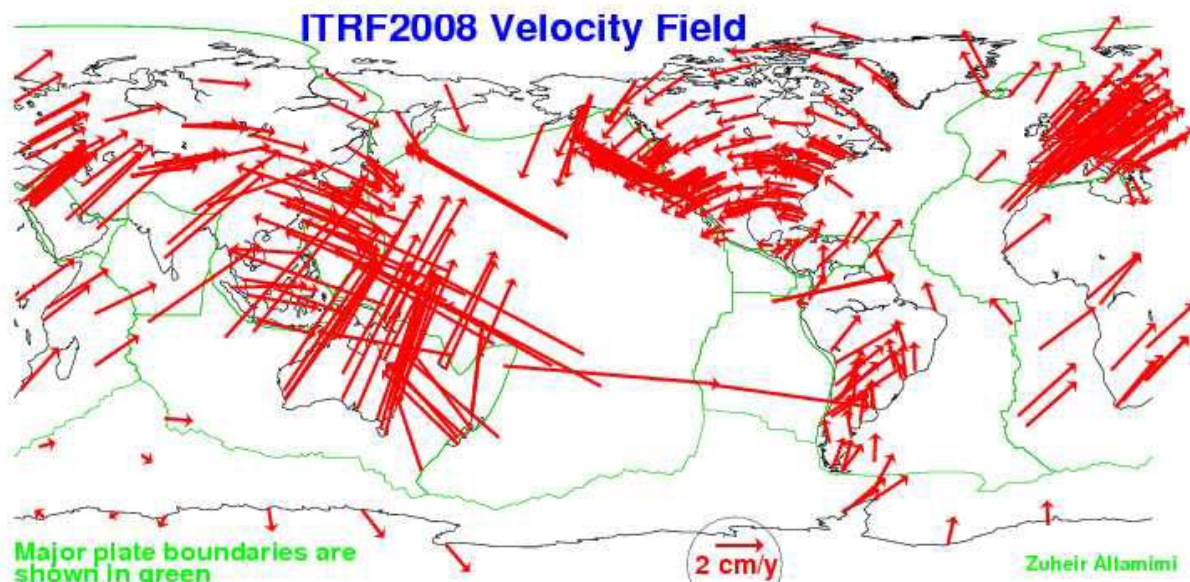


Abb. 2: Verschiebung der Kontinentalplatten

Mit der Beifügung der Jahreszahl ITRFxxxx wird dem Nutzer das Jahr der letzten in die Aktualisierung eingehenden Messdaten erkenntlich gemacht.

### 2.3 ETRF – European Terrestrial Reference Frame<sup>4</sup>

Beim European Terrestrial Frame handelt es sich um die Realisierung des europäischen Referenzsystems ETRS (European Terrestrial Reference System), welches im Jahr 1987 von der EUREF-Kommission geschaffen wurde. Für das ETRF werden nur die europäischen Fundamentalstationen herangezogen.

Da es, wie bereits erwähnt, zu Verschiebungen der Kontinentalplatten kommt, wurde das ETRF fix mit der eurasischen Platte verbunden und ist den ITRF - Koordinaten

<sup>4</sup> HÖGGERL, Realisierung des Europäischen Bezugssystems ETRS89 durch APOS -Austrian Positioning Service

zur Epoche 1989.0 gleich gesetzt. Somit driften die ITRF und ETRS89 Koordinaten immer weiter auseinander.

Wie beim ITRF, gibt es auch beim ETRS neue Realisierungen. Diese verbessern das Geschwindigkeitsmodell relativ zur eurasischen Platte und bringen Koordinatenänderungen in der Größenordnung von wenigen mm mit sich.

## **2.4 Das geodätische Datum<sup>5</sup>**

Viele Länder haben ihr eigenes Landeskoordinatensystem in Verwendung. Das geodätische Datum legt die Relation des Landessystems zum International Terrestrial Reference Frame fest. Dazu zählen Ursprung, Richtung der Achsen und Maßstabfaktor der Koordinatenachsen relativ zum ITRF, sowie die große Halbachse und Abplattung des Referenzellipsoids und der Höhenbezug. Für die Umrechnung der ITRF-Koordinaten in das MGI System bedarf es einer 7 – Parametertransformation.

Das österreichische Landessystem wird mit MGI (Militär Geographisches Institut) bezeichnet.

MGI hat das regionale, geodätische Datum Ende des 19. Jahrhunderts ins Leben gerufen. Es nutzt das Bessel-ellipsoid, das im Fundamentalpunkt am Hermannskogel bei Wien gelagert wurde. In diesem Punkt beträgt sowohl die relative Lotabweichung, als auch der Abstand vom Geoid zum Ellipsoid (Geoidundulation) null.

## **2.4 Die österreichischen Landeskoordinaten<sup>6</sup>**

Die österreichischen Landeskoordinaten sind mit Hilfe der Gauß-Krüger Projektion verebnete Ellipsoidkoordinaten. Wie der Name schon sagt, wurde diese Projektion von Carl Friedrich Gauß ersonnen und von Johann Friedrich Louis Krüger weiterentwickelt.

Österreich wird dabei in drei Streifen aufgeteilt, deren Breite je drei Grad betragen. Daher wird diese Abbildungsform Meridianstreifenabbildung genannt. Die für Österreich relevanten Streifen sind 28, 31 und 34 Grad östlich von Ferro. Die Insel

---

<sup>5</sup> WEBER, Geokoordinatensysteme 2012

<sup>6</sup> WEBER, Geokoordinatensysteme 2012

Ferro (Hierro) war zu der damaligen Zeit der westlichst gelegene, bekannte Punkt Europas.

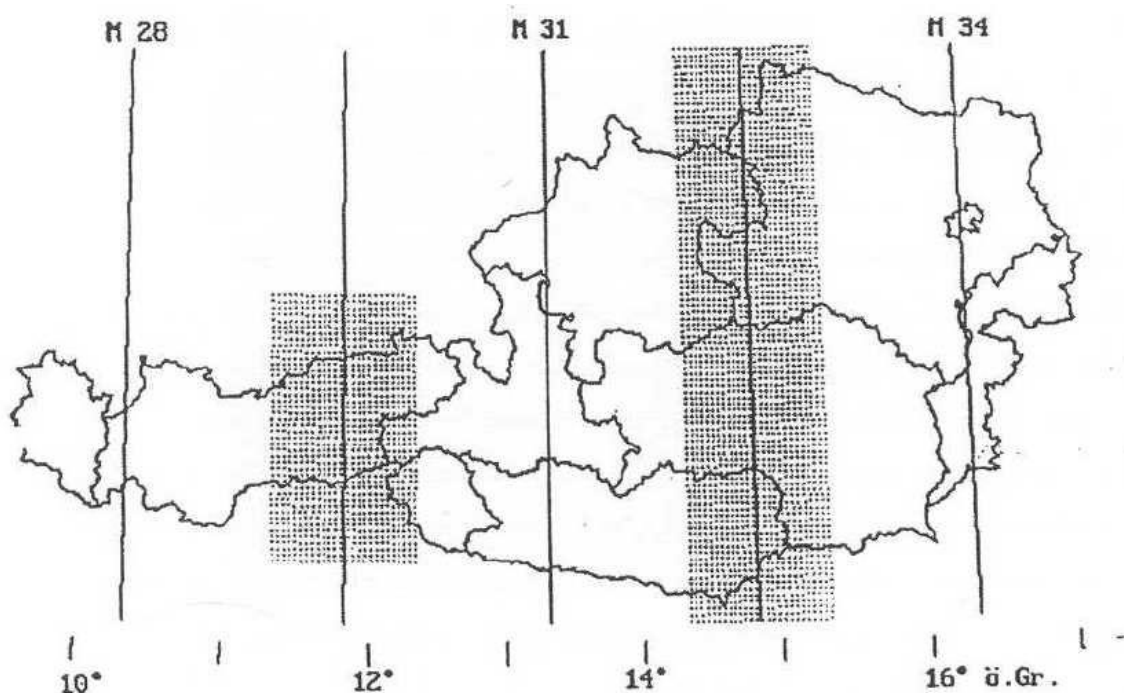


Abb. 3: Meridianstreifenabbildung Österreich

Die Eigenschaften der Gauß – Krüger Koordinaten sind wie folgt:<sup>7</sup>

- Der vom Zylinder berührte Meridian wird streckentreu wiedergegeben.
- Je weiter man sich vom Zentralmeridian entfernt, umso mehr nimmt die Verzerrung zu. Aus diesem Grund werden üblicherweise nur schmale Bereiche auf beiden Seiten des zentralen Meridians wiedergegeben.
- Die Achse X des Koordinatensystems fällt mit dem Zentralmeridian zusammen und die Y Achse mit dem Äquator. Der Schnitt beider Achsen bildet den Ursprung des Koordinatensystems.

Im Rahmen der Umsetzung dieses Koordinatensystems in Österreich wurde ein Festpunktfeld realisiert, das sich in 1-6 Ordnung unterteilt, welche durch Ausgleichung und Triangulierung ermittelt wurden. Für den Aufbau und Instandhaltung ist das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen verantwortlich. Die Anzahl der Festpunkte im österreichischen Festpunktfeld nimmt ab, da verloren gegangene Punkte vom Bundesamt aufgrund von Einsparungsmaßnahmen nicht mehr wiederhergestellt werden.<sup>8</sup>

<sup>7</sup> LECHNER, Erstellung eines Koordinatentransformations- und Abbildungsmoduls

<sup>8</sup> LECHNER, Erstellung eines Koordinatentransformations- und Abbildungsmoduls

Aufgrund der immer genaueren Messverfahren, kamen im Laufe der Zeit die Inhomogenitäten und Spannungen des österreichischen Festpunktfeldes zum Vorschein. Hauptursachen sind laut dem Bundesamt wie folgt:<sup>9</sup>

- 40 unverändert übernommene Punkte aus dem Gradmessungsnetz, welches das Militär Geographische Institut durchgeführt hat.
- Zur damaligen Zeit konnte kein ganzheitlicher Ausgleich des Netzes durchgeführt werden, somit wurden die Punkte einzeln berechnet.
- Festpunkte, die der Ordnung 2-5 entsprechen, wurden in das übergeordnete System mittels Richtungsmessung integriert. Dies hatte zur Folge, dass der Fehler des übergeordneten Netzes entweder übertragen oder aufgeteilt worden ist.
- Bei den Festpunkten, die der Ordnung 4 und 5 angehören, wurden beim Verdichten des Netzes die Schwerefeldinflüsse nicht berücksichtigt.
- Die Einschaltpunkte, welche der 6. Ordnung zuzurechnen sind, wurden zur damaligen Zeit entweder durch terrestrische Messverfahren, oder auch mittels Aerotriangulation bestimmt. Da die photogrammetrisch bestimmten Festpunktkoordinaten nach Aussage des BEV große Fehler beinhalteten, wurden die Einschaltpunkte erneut durch terrestrische Messverfahren bestimmt.

Ausgehend von der Fehlerbeschreibung des österreichischen Festpunktfeldes ist es nicht möglich homogene Koordinaten aus einem übergeordneten System in das Landessystem mit einem einheitlichen Transformationsparametersatz zu transformieren und dabei die Nachbarschaftsgenauigkeit zu wahren. Bei der Verwendung eines einheitlichen oder gemittelten Satz für ganz Österreich würde es zu Koordinatendifferenzen im Bereich von bis zu zwei Metern kommen. Aufgrund dieser Tatsache behilft man sich entweder mit lokalen Parametertransformationssätzen oder verwendet eine sogenannte Rastertransformation (Spannungsvektoren pro Rasterpunkt).

---

<sup>9</sup> BEV, 3-D Referenzsysteme in Österreich

## 2.5 Die Höhe<sup>10 11 12 13</sup>

Laut Duden wird „Höhe“ als „*Ausdehnung in vertikale Richtung*“<sup>14</sup> definiert.

Damit ist der Höhenunterschied eines Punktes zu einer Referenzfläche gemeint.

Folgende Referenzflächen sind in Gebrauch:

- Das **Geoid** ist eine Äquipotentialfläche. Das bedeutet, dass die Schwerkraft senkrecht auf die Geoidoberfläche steht und das Schwerepotential konstant ist. Das Geoid ist genähert jene ausgezeichnete Äquipotentialfläche in der Höhe des mittleren Meeresspiegels. Für **orthometrische Höhen** ist das Geoid die Referenzfläche. Das Geoid lässt aufgrund seiner Vielzahl von „Beulen“ und „Dellen“ keine geschlossene mathematische Beschreibung zu.
- Das **Referenzellipsoid** ist ein Rotationsellipsoid, welches an den Polen abgeplattet ist. Das Referenzellipsoid ist mathematisch einfach darstellbar. Der Abstand zwischen dem Referenzellipsoid und dem Geoid kann bis zu 100m ausmachen. Dieser Wert wird auch Geoidundulation genannt. Der Nutzer muss zwischen weltumspannenden und lokalen Referenzellipsoiden unterscheiden. Es ist die Referenzfläche der rein geometrisch definierten **ellipsoidischen Höhen**.
- Das **Quasi-Geoid** ist keine Äquipotentialfläche. Es wird durch Abtragen der Höhenanomalie vom mittleren Erdellipsoid gewonnen. Der Unterschied zwischen Geoid und Quasi-Geoid liegt bei einigen cm bis wenigen dm. An der Meeresoberfläche fallen beide zusammen. Das Quasi-Geoid dient als Referenzfläche für **Normalhöhen**.

---

<sup>10</sup> WEBER, Skriptum Erdschwerefeld 2014

<sup>11</sup> SCHÄFER, Höhensysteme

<sup>12</sup> SCHNEID, MEICHLE, Normalhöhen in Baden-Württemberg, Arbeiten zur Einführung von Höhen im System des Deutschen Haupthöhennetzes 1992

<sup>13</sup> <http://giswiki.org/wiki/Geoid>

<sup>14</sup> <http://www.duden.de/rechtschreibung/Hoehe#Bedeutung1a>

## 2.5.1 Höhenarten<sup>15 16 17</sup>

Die Höhen lassen sich grundsätzlich in zwei Typen teilen:

- geometrisch definierte Höhe
  - ellipsoidische Höhe  $h$
- physikalisch definierte Höhe
  - Geopotentielle Koten  $C_P$
  - Dynamische Höhe  $H_{Dyn}$
  - Orthometrische Höhe  $H$
  - Normalhöhe  $H_N$
  - Sphäroidische Höhen  $H_{Sph}$

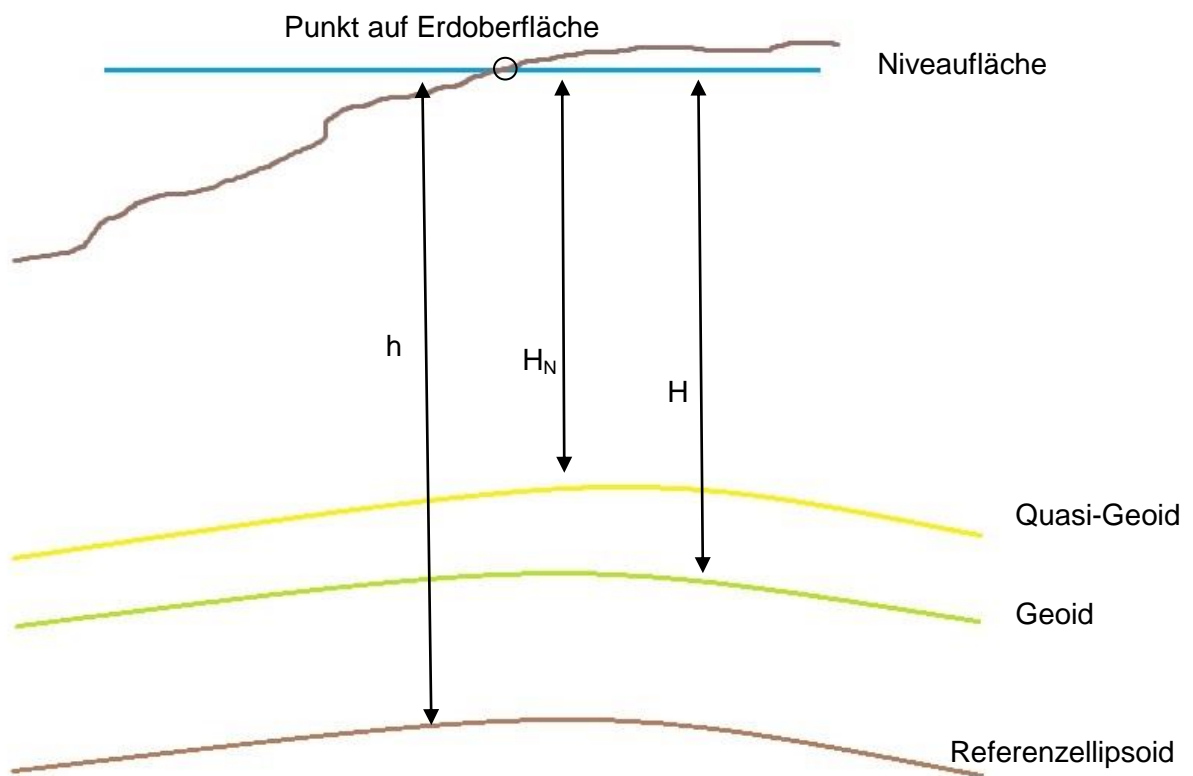


Abb. 4: Höhenarten

<sup>15</sup> WEBER, Skriptum Physikalische Geodäsie 2015

<sup>16</sup> WEBER, Skriptum Erdschwerefeld 2014

<sup>17</sup> SCHNEID, MEICHEL, Normalhöhen in Baden-Württemberg, Arbeiten zur Einführung von Höhen im System des Deutschen Haupthöhennetzes 1992



### 2.5.1.1 Ellipsoidische Höhe

Ein auf der Erdoberfläche mittels GNSS gemessener Punkt wird durch ein Koordinatentripel wiedergegeben. Dieses Tripel beinhaltet die geodätische Länge, die geodätische Breite und die Höhe des Punktes, wobei sich diese Werte auf ein Rotationsellipsoid beziehen. Im Falle von GNSS-Messungen beziehen sich die Koordinatentripel auf das World Global System 84 (WGS 84) Ellipsoid bzw. auf das GRS80-Ellipsoid. Nach einer Datumstransformation kann die ellipsoidische Höhe auch auf ein regionales Referenzellipsoid bezogen werden. Die ellipsoidische Höhe ist rein geometrisch definiert.

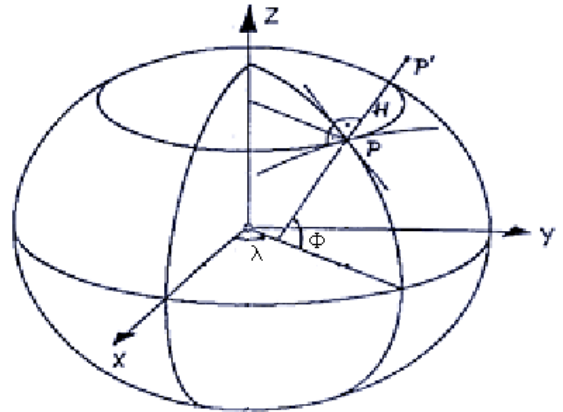


Abb. 5: Ellipsoidische Koordinaten

### 2.5.1.2 Geopotentielle Kote

Die Geopotentielle Kote ist die Differenz des wahren Potentials eines Punktes an der Erdoberfläche und des Geoids.

$$C_p = W_0 - W_p = \int_0^p g \, dh \approx \sum_0^p g \, dh \quad (2.1)$$

Punkte, welche die idente Geopotentielle Kote aufweisen, befinden sich auf derselben Äquipotentialfläche. Der Wert der Kote wird in der Einheit  $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$  angegeben.

Um den Wert der Geopotentiellen Kote metrisch greifbar zu machen, wird dieser durch einen Schwerewert dividiert. Somit lassen sich aus der geopotentiellen Kote folgende Höhenarten berechnen:

- Dynamische Höhe
- Orthometrische Höhe
- Normalhöhe
- Sphäroidische Höhe

### 2.5.1.3 Die dynamische Höhe

Zur Gewinnung der dynamischen Höhe wird die geopotentielle Kote durch einen konstanten Schwerewert dividiert.

$$H_{Dym} = C_P / \gamma_{45} \quad (2.2)$$

Dabei handelt es sich bei um den Schwerewert,  $\gamma = 980,620$  gal. Dieser Wert gibt den theoretischen Schwerewert in der mittleren Breite ( $45^\circ$ ) des Niveauellipsoids wieder.

Obwohl die dynamische Höhe im metrischen System wiedergegeben wird, hat diese Angabe keinen Bezug zu einer einheitlichen Referenzfläche. Dynamische Höhen werden vorallem im Wasserbau verwendet, da zwischen den Punkten gleicher dynamischer Höhe kein Wasser fließt.<sup>18</sup>

### 2.5.1.4 Orthometrische Höhe<sup>19 20</sup>

Unter orthometrischer Höhe versteht man den Abstand eines Punktes entlang der gekrümmten Lotlinie zwischen dem Geoid und der Erdoberfläche. Für die Berechnung des integralen Mittelwerts der Schwere  $\bar{g}$  werden Annahmen über die Verteilung der Dichte im Untergrund getroffen.

$$H = C_P / \bar{g} \quad (2.3)$$

Es lässt sich auch ein geometrischer Zusammenhang zwischen ellipsoidischer Höhe  $h$ , Geoidhöhe und orthometrischer Höhe  $H$  herstellen.

$$h = H + \textit{Geoidundulation} \quad (2.4)$$

---

<sup>18</sup> BRETTERBAUER, Das Höhenproblem in der Geodäsie 1986

<sup>19</sup> WEBER, Skriptum Potentialtheorie 2013

<sup>20</sup> KAHMEN, Angewandte Geodäsie Vermessungskunde

### 2.5.1.5 Normalhöhe

Die Normalhöhe wurde von Molodensky definiert und bezieht sich auf die Referenzfläche Quasi-Geoid.

Für die Bestimmung der Normalhöhe wird auf einer Ellipsoidnormale (Ellipsoid – Oberflächenpunkt) ein Punkt gesucht, dessen Potentialdifferenz zum Niveauellipsoid gleich der geopotentiellen Kote des Oberflächenpunktes ist.

Der Punkt, der auf diese Weise gefunden wurde, liegt auf dem sogenannten Telluroid. Der Abstand vom Telluroid zum Ellipsoid wird als Normalhöhe und die Differenz zwischen der Oberfläche und dem gefundenen Punkt am Telluroid als Höhenanomalie bezeichnet. Wird die Höhenanomalie vom Niveauellipsoid aus aufgetragen, so erhält man das Quasi-Geoid.

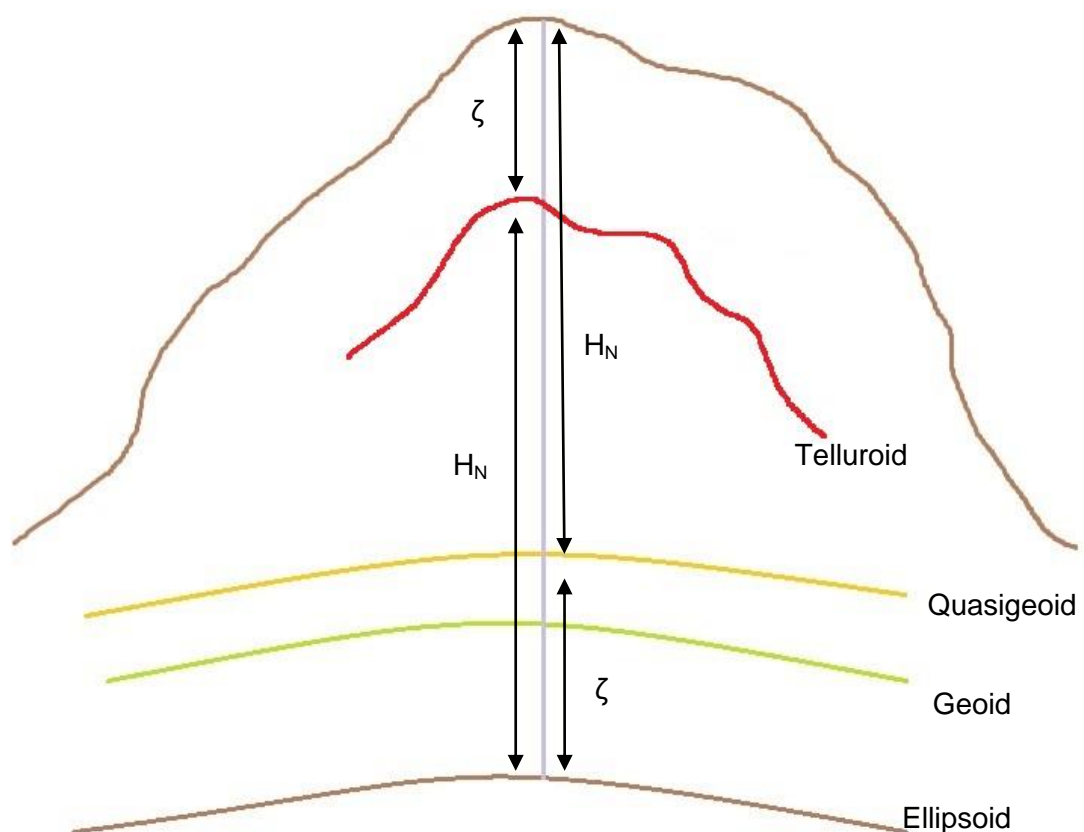


Abb. 6: Erklärung Normalhöhe

Die Normalhöhe lässt sich aus der geopotentiellen Kote durch Division mit der theoretischen Schwere zwischen Niveauellipsoid und dem gesuchten Punkt am Telluroid bestimmen.

$$H_N = C_P / \bar{\gamma}_Q \quad (2.5)$$

## 2.6 Das österreichische Höhensystem<sup>21</sup>

Das in Verwendung stehende Landeshöhensystem ist bereits über 100 Jahre alt. Das Höhensystem basiert auf dem mittleren Meeresspiegel des adriatischen Meeres aus dem Jahre 1875.

Der mittlere Meeresspiegel wurde durch eine einjährige Beobachtung am Molo Sartorio in Triest bestimmt. Eine Höhenmarke, welche auf dem alten Finanzgebäude angebracht ist, ist der bis heute gültige Höhenbezugspunkt.

Das Höhennetz in Österreich wurde nie einheitlich in geopotentiellen Koten ausgeglichen, da es zur damaligen Zeit einen hohen Aufwand darstellte, Schweremessungen durchzuführen. Deshalb sind aus einer sphäroidischen Schwereformel theoretische Schwerewerte bestimmt worden. Aus diesem Grund spricht man beim österreichischen Höhensystem von sphäroidisch korrigierten Höhen oder normal-sphäroidischen Höhen.

$$H_{Sph} = C_P^* / \bar{\gamma} \quad (2.6)$$

Da die Gebrauchshöhensysteme einiger Nachbarstaaten Österreichs auf unterschiedlichen Bezugssystemen basieren, kommt es zu Unterschieden der Gebrauchshöhen an den Grenzen von bis zu 60 cm. Dies ist in Abbildung 7 veranschaulicht. Darüber hinaus muss erwähnt werden, dass sich die in der Abbildung gezeigten Unterschiede der Höhen auf den Pegel von Triest beziehen. Europaweit kann der Höhenunterschied bis zu zwei Meter betragen.

---

<sup>21</sup> WEBER, Skriptum Physikalische Geodäsie 2015

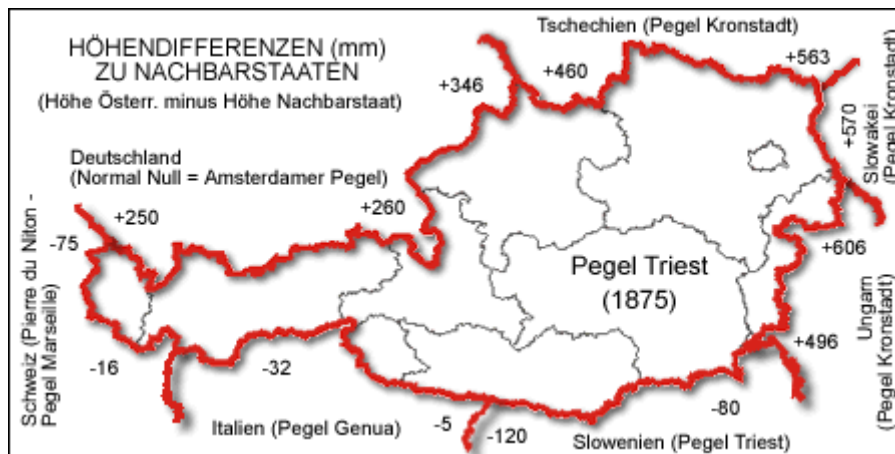


Abb. 7: Gebrauchshöhenunterschiede Österreich und dessen Nachbarstaaten ausgehend vom Pegel Triest

Aufgrund dieser Tatsache ist man bestrebt ein für Europa gültiges Gebrauchshöhennetz zu realisieren.

### 2.6.1 Europas Höhensystem<sup>22 23</sup>

Das europäische Höhensystem fußt auf dem mittleren Wasserstand der Nordsee. Dieser wurde über einen Zeitraum von 18 Jahren (1940 – 1958) am Amsterdamer Pegel registriert. Dieser lange Beobachtungszeitraum war notwendig, um den Gezeiteneffekt zu eliminieren.

Für die Umsetzung eines europaweit gültigen Höhensystems wurde das United European Levelling Network (UELN) gegründet. Das UELN beinhaltet Präzissionivellements von 26 europäischen Ländern. Die letzte Ausgleichung dieses europaweiten Präzissionivellementnetzes wurde im Jahre 1998 (UELN95/98) durchgeführt. Bei der vermittelnden Ausgleichung wurden nicht die Höhenwerte selbst, sondern die geopotentiellen Knoten ausgeglichen.

Im Jahr 2000 wurde das European Vertical Reference System präzisiert. Neben dem Nivellement flossen nun auch GNSS Höhenmessungen und Beobachtungen von Pegeln ein. Genannt wurde diese Realisierung EVRF2000 und sie basiert auf der bereits bekannten UELN95/98. Durch Kombination konnten die Höhenunterschiede der beteiligten Landeshöhensysteme und des Amsterdamer Pegels festgestellt werden.

<sup>22</sup> WEBER, Skriptum Physikalische Geodäsie 2015

<sup>23</sup>[http://www.bkg.bund.de/nn\\_175414/DE/Bundesamt/Geodaesie/RefSys/RefHoehe/Hoehe03\\_\\_node.html\\_\\_nnn=true](http://www.bkg.bund.de/nn_175414/DE/Bundesamt/Geodaesie/RefSys/RefHoehe/Hoehe03__node.html__nnn=true)

Aufgrund von immer besser werdenden Nivellements der Mitgliedsstaaten wurde unter dem Namen EVRF2007 eine weitere Realisierung publiziert.

Sollten die an dem Projekt teilnehmenden europäischen Staaten auf das europaweite System umsteigen, würde das eine Änderung der bestehenden Gebrauchshöhen nach sich ziehen. Konkret würde dies für Österreich bedeuten, dass sich die Höhen um bis zu 40 cm gegenüber den MGI Höhen ändern. In Abbildung 8 ist ersichtlich, wie sich die momentan genutzten Landeshöhen Europas ändern, wenn es zur Überführung in das Europasystem kommt. Die hier gezeigten Höhenunterschiede beziehen sich auf den Amsterdamer Pegel.



Reference tide gauges

<span style="color: red;">■</span> Alicante	<span style="color: blue;">■</span> Cascais	<span style="color: brown;">■</span> Kronstadt	<span style="color: pink;">■</span> Ostend
<span style="color: cyan;">■</span> Amsterdam	<span style="color: teal;">■</span> Constanta	<span style="color: orange;">■</span> Malin Head	<span style="color: lightgreen;">■</span> Trieste
<span style="color: purple;">■</span> Antalya	<span style="color: tan;">■</span> Dures	<span style="color: yellow;">■</span> Marseilles	<span style="color: darkpurple;">■</span> other
<span style="color: lightyellow;">■</span> Belfast	<span style="color: darkgreen;">■</span> Genoa	<span style="color: green;">■</span> Newlyn	<span style="color: white;">■</span> no information

**Abb. 8: Bezugshöhen der österreichischen Nachbarländer**

## 2.7 GNSS<sup>24</sup>

GNSS, Global Navigation Satellite System, ist der Überbegriff für globale Satellitennavigationsdienste. Diese Systeme ermöglichen dem Nutzer weltweit seine Position zu bestimmen, sowie diese für die Navigation zu nutzen.

### 2.7.1 GPS Global Positioning System<sup>25 26</sup>

Das Navigation Satellite Time and Ranging Global Positioning System, besser bekannt als GPS, ist ein weltweites, satellitenbasierendes Navigationssystem. 1973 wurde mit der Entwicklung und Realisierung des GPS-Systems durch das amerikanische Verteidigungsministerium (DOD – Department of Defense) begonnen, welches noch bis heute als Betreiber des Global Positioning Systems fungiert. Das Navigationssystem wurde dementsprechend vorrangig für militärische Zwecke entwickelt. Im Jahr 2000 wurde die Degradierung „Selective Availability“ abgeschaltet, was dem zivilen Nutzer eine Genauigkeitsteigerung von 100m auf 10m brachte. Dies führte zu einem regelrechten GPS – Boom, denn heutzutage findet sich in fast jedem Handy, Tablet, Auto und sogar Traktoren ein GPS – Empfänger. Für die Standortbestimmung mittels GPS ist die Beobachtung von mindestens vier Satelliten gleichzeitig erforderlich.

Das GPS-System gliedert sich vorrangig in ein Raum- und Kontrollsegment.

#### 2.7.1.1 Das Raumsegment

Nominell waren 24 Satelliten (21 für den Betrieb und 3 Reserve) vorgesehen. Heute befinden sich aber 28 – 32 Global Positioning Satelliten im Weltraum, welche sich in sechs Bahnebenen bewegen. Die Bahnebenen weisen eine Neigung von 55° gegenüber dem Äquator auf.

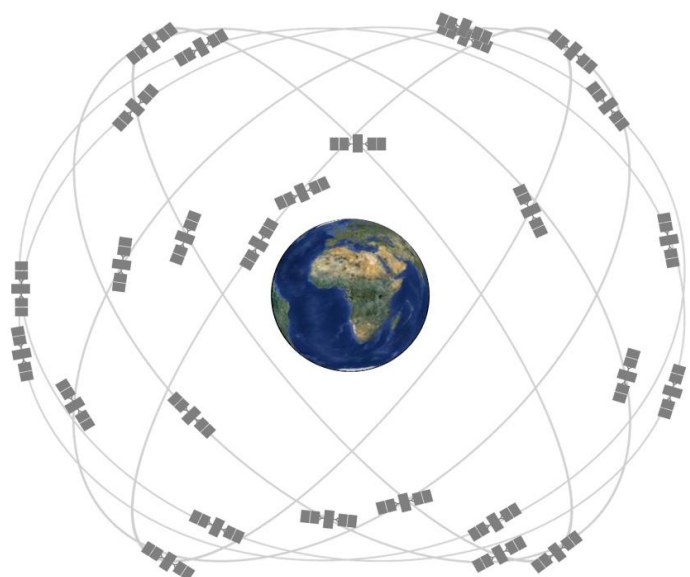


Abb. 9: Bahnen GPS-Satelliten

<sup>24</sup> WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste

<sup>25</sup> WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste

<sup>26</sup> <http://www.kowoma.de/gps/Geschichte.htm>

In einer Höhe von ca. 20.200 km umkreisen die Satelliten die Erde. Für eine Umrundung der Erde benötigen sie exakt 12 Stunden Sternzeit. Sie befinden sich somit alle 23 Stunden und 56 Minuten Weltzeit über dem gleichen Ort der Erde.

### 2.7.1.2 Das Kontrollsegment

Das Kontrollsegment der Navstar GPS Satelliten besteht aus:

- einer Master Control Station in Colorado Springs
- vier Hauptmonitorstationen der Air Force
- sechs Monitorstationen der NGA (National Geospatial – Intelligence Agency)

Das Netz ist so aufgebaut, dass das Signal jedes Satelliten von jederzeit mindestens zwei Stationen empfangen wird. Aufgrund dieser Tatsache können die Umlaufbahnen besser kontrolliert werden.

In der Master Control Station werden die Messdaten der Monitorstationen ausgewertet. Aus diesen Informationen werden Broadcast-Satellitenbahnen, als auch Korrekturen für die Satellitenuhren bestimmt. Diese Daten und Korrekturen werden mindestens einmal pro Tag mittels Uploadstationen an die Satelliten übermittelt.

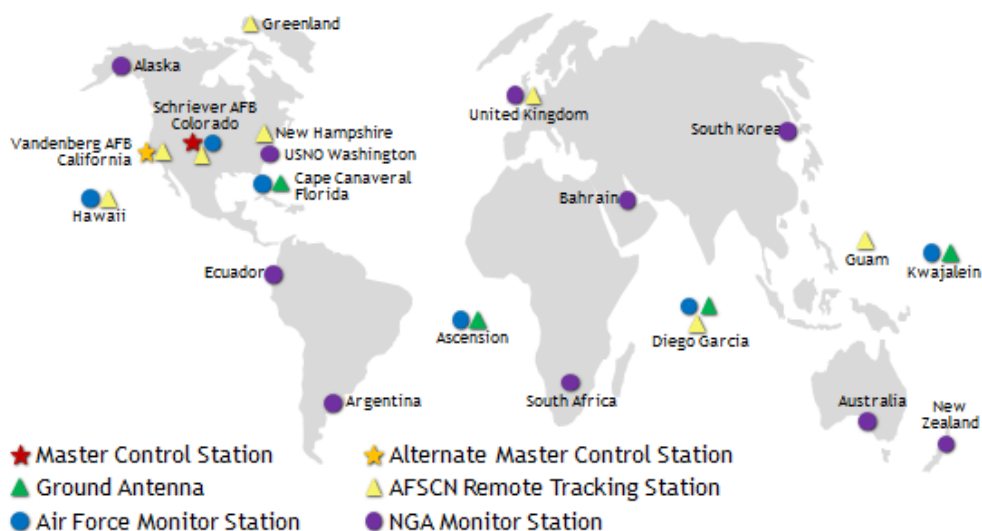


Abb. 10: Kontrollsegment von GPS



### 2.7.1.3 Die Signalstruktur

Die GPS Satelliten senden stetig drei Trägerwellen aus. Abgeleitet werden die Trägerfrequenzen aus der Grundfrequenz  $f_0 = 10,23 \text{ MHz}$ . Die untenstehenden Codes sind den jeweiligen Trägerwellen aufmoduliert:

- L1 = 1575,42 MHz, Wellenlänge 19,05 cm
  - C/A – Code (frei)
  - P/Y – Code
  - L1 M – Code
  - L1C – Code (ab GPS III)
  
- L2 = 1227,60 MHz, Wellenlänge 24,45 cm
  - L2C – Code (frei)
  - P/Y – Code
  - L2M – Code
  
- L5 = 1176,45 MHz (ab GPS II F), Wellenlänge 25,50 cm
  - L5 – Code (frei)

Die Navigationsnachricht enthält folgende Informationen zum Satelliten:

- Datum
- Identifikationsnummer
- Korrekturen
- Bahnen
- Zustand

Die Übertragung der Satellitenephemeriden dauert in der Regel 30 Sekunden. Diese Informationen werden am GPS – Empfänger zwischengespeichert.

Außerdem werden die vollständigen Almanachdaten aller Satelliten übermittelt. Diese Übertragung dauert 12 Minuten und hilft dem Empfänger beim Einschalten des Gerätes bei der Suche der Satellitensignale.

Beim P/Y Code handelt es sich um einen verschlüsselten, militärisch genutzten Code.

Er kann aber üblicherweise mittels Korrelationstechniken eliminiert werden und dies erlaubt auch die Nutzung der P/Y-Phaseninformation.

L1M und L2M sind neue, modernisierte militärisch genutzte Codes.

L1C und L2C sind moderne, zivil nutzbare Codes. (L1C erst ab GPS III ca.2018)

Beim L5 Code handelt es sich ebenfalls um einen zivilen Code, welcher in naher Zukunft auch in der Luftfahrt Verwendung finden wird und deshalb neben L1 auch von den SBAS Diensten unterstützt wird.

## 2.7.2 GLONASS<sup>27 28 29</sup>

Das russische Navigationssystem, genannt Globalnaja nawigazionnaja sputnikowaja systema (GLONASS), wird ebenso wie das amerikanische Äquivalent vom Verteidigungsministerium betrieben und finanziert.

Das russische Navigationssystem GLONASS ist in den Bereichen Aufbau und Funktionsweise vergleichbar mit dem amerikanischen Pendant.

### 2.7.2.1 Das Raumsegment

GLONASS benötigt nominell ebenfalls mindestens 24 Satelliten. Die Satelliten umkreisen die Erde in ca. 11 Stunden und 15 Minuten und sind gleichmäßig in drei Bahnebenen aufgeteilt, welche eine Inklination von  $64,8^\circ$  gegenüber der Äquatorebene aufweisen. Die Flughöhe beträgt ca. 19.100 km. Aufgrund dieser



Abb. 11: Bahnen der GLONASS-Satelliten

<sup>27</sup> <http://lasaludfamiliar.com/wissensbasis/enzyklopadie/ghonass.php>

<sup>28</sup> SAARLAND LANDESAMT FÜR VERMESSUNG GEOINFORMATION UND LANDENTWICKLUNG, GLONASS

<sup>29</sup> WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste

Eigenschaften verfügt GLONASS über eine bessere Abdeckung in den Polarregionen.

### 2.7.2.2 Das Kontrollsegment

Das Kontrollsegment ist für die fehlerfreie Funktionsweise des GLONASS Navigationsdienstes verantwortlich. Es besteht aus

- einem System- Control Center und
- einem Netzwerk von Monitoringstationen, welche über ganz Russland verteilt sind.

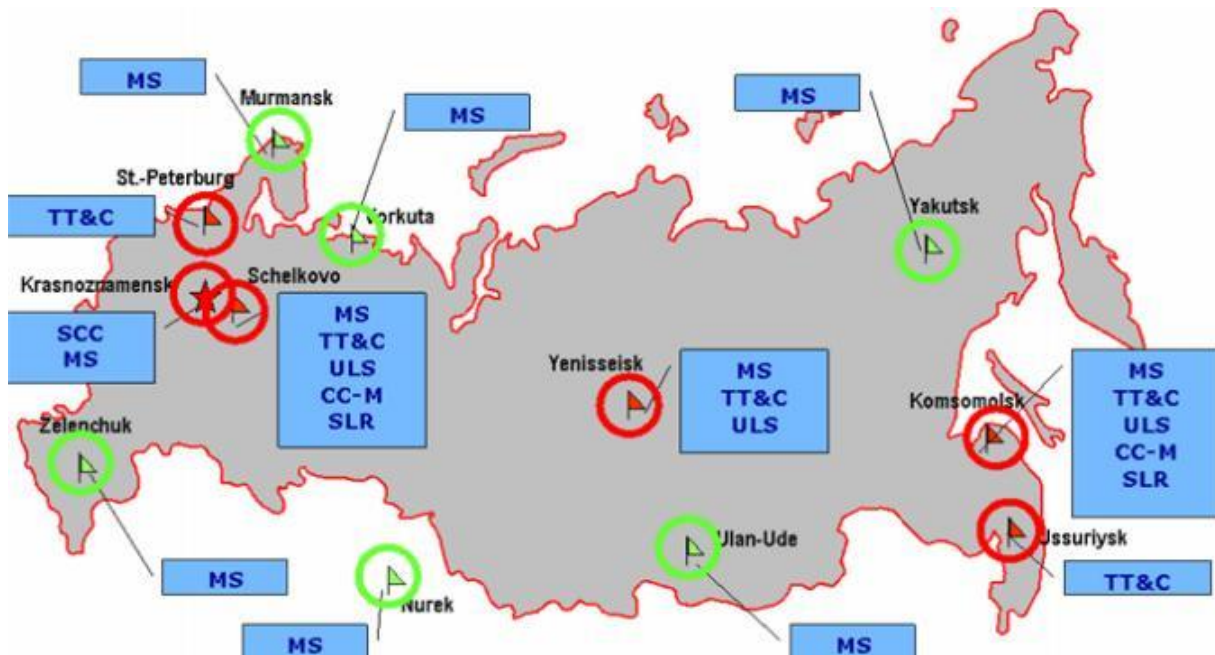


Abb. 12: Kontrollstationen von GLONASS

### 2.7.2.3 Die Signalstruktur

Die GLONASS Satelliten senden derzeit Trägerwellen L1 und L2 aus, welche aus der Grundfrequenz  $f_0 = 5,11$  MHz abgeleitet werden.

In Planung sind noch weitere Trägerfrequenzen L3 und L5.

- $L1 = 1602 + k \cdot 562,5$  Khz, FDMA
- $L2 = 1246 + k \cdot 437,5$  Khz, FDMA
- $L3 = 1202,025$  MHz, CDMA

Bei  $k$  handelt es sich um eine Kanalnummer, welche den Frequenzunterschied des Satelliten zur Mittelfrequenz berechnen lässt. GLONASS Satelliten unterscheiden sich demgemäß durch ihre individuelle Frequenz (FDMA). Ab der Ausstrahlung des L3-Signals wird auch die CDMA (Code Division, Multiple Access) unterstützt.

### 2.7.3 Galileo und Compass/Beidou

Ebenso sei erwähnt, dass sich weitere Navigationsdienste im Aufbau befinden. In Europa handelt es sich um das System Galileo und in China um Compass/Beidou. Der Vollausbau beider Systeme ist bis spätestens zum Jahr 2020 geplant.

### 2.7.4 Fehlereinflüsse bei GNSS – Systemen<sup>30 31 32</sup>

#### 2.7.4.1 Atmosphärische Einflüsse

Die von den GNSS-Satelliten registrierten Signallaufzeiten sind durch Fehlereinflüsse überlagert. Zunächst bewegen sich die Signale mit Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, doch sobald sie in die Erdatmosphäre eindringen, werden sie abgebremst und abgelenkt. Die atmosphärischen Einflüsse splitten sich in ionosphärische und troposphärische Refraktion auf.

In der Ionosphäre stören die vorhandenen Elektronen die Ausbreitung und die GNSS Code-Signale werden abgebremst. Die Auswirkung der Ionosphäre ist sowohl von ihrem Elektronengehalt, welcher variiert, abhängig, als auch von der Frequenz der eintretenden Welle. Signale mit tiefer Frequenz werden stärker verzögert als Signale mit höherer Frequenz.

$$\Delta_{ion} = 40,3 \frac{VTEC}{f^2} \cos z \quad (2.7)$$

In der Troposphäre, welche für Mikrowellen neutral ist, wird das GNSS-Signal ebenfalls abgebremst. Die troposphärische Verzögerung ist abhängig von Luftdruck, Temperatur und in geringem Maße auch vom ungleichverteilten Wasserdampfgehalt.

---

<sup>30</sup> ZASTROW, GPS-Grundlagen

<sup>31</sup> WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste

<sup>32</sup> ROTHACHER, ZEBHAUSER, Einführung in GPS

#### 2.7.4.2 Multipath Effekte

Ein weiterer Störeinfluss bei GNSS – Messungen sind die sogenannten Multi - Path Effekte. Das GNSS – Signal wird, bevor es am Empfänger ankommt, von einer glatten Oberfläche abgelenkt. Aufgrund dieser Ablenkung kommt das Signal über einen Umweg beim Empfänger an. Bei längeren Beobachtungen beziehungsweise beim Empfang von mehreren Satelliten kann dieser Fehler eliminiert werden (wird ausgemittelt).

#### 2.7.4.3 Satellitenuhrfehler

In den GNSS Satelliten sind Atomuhren mit einer hohen Genauigkeitsklasse verbaut. Aufgrund der Bewegung der Satelliten, des Einflusses der Schwerkraft, thermischen Effekten und generell dem Fehlergesetz eines Frequenzgenerators kommt es zu einer Abweichung der Satellitenuhren von der Systemzeit. Diese Abweichung wirkt sich negativ auf die Genauigkeit der Positionierung aus. Deshalb wird der Satellitenuhrfehler im Kontrollsegment überwacht und korrigiert.

#### 2.7.4.4 Empfängeruhrfehler<sup>33</sup>

In den GNSS – Satelliten sind hochgenaue Atomuhren verbaut, während sich im Empfänger aufgrund von Kosten- und Größenersparnis nur eine Quarzuhr befindet. Dadurch ergibt sich, dass die Uhren nicht synchron laufen. Eine Synchronität ist aber eine Voraussetzung für eine Standortbestimmung, da im ausgesendeten Signal der Ausstrahlungszeitpunkt vermerkt wird und solange diese Synchronität nicht herrscht, werden fehlerbehaftete Laufzeitdistanzen - sogenannte Pseudorange - zu den Satelliten ermittelt.

$$\Delta t = (t_{Rover} + \delta_{DelayRover}) - (t_{Satellit} + \delta_{DelaySatellit}) \quad (2.8)$$

$$Pseudorange = c * \Delta t \quad (2.9)$$

---

<sup>33</sup> HOFMANN-WELLENHOF, LICHTENEGGER, COLLINS, GPS Theory and Practice

#### **2.7.4.5 Bahnfehler <sup>34</sup>**

Vom Bahnfehler spricht man, wenn der GNSS Satellit von seiner in der Broadcast-Message ausgesendeten Satellitenbahn abdriftet. Gründe hierfür sind unter anderem der Sonnenstrahlungsdruck aber auch die Anziehung von Sonne und Mond und das inhomogene Erdschwerefeld.

---

<sup>34</sup> KAHMEN, Angewandte Geodäsie Vermessungskunde

## 2.8 Positionierung mittels GNSS<sup>35 36 37 38 39 40</sup>

Man unterscheidet in der GNSS-Positionierung zwischen

- Absoluter Positionierung
- und
- Relativer Positionierung

### 2.8.1 Absolute Positionierung

Bei der absoluten Positionierung wird die Position eines GNSS-Empfängers direkt mittels Laufzeitverfahren von einem Empfänger zu einer Zahl ( $\geq 4$ ) gleichzeitig beobachteter Satelliten bestimmt. Für die Laufzeitmessung wird zB. die Trägerwelle L1 mit dem aufmodulierten C/A – Code verwendet.

Das Prinzip dahinter lässt sich mit einem räumlichen Bogenschlag vergleichen. Mit den ausgestrahlten Navigationsinformationen kann der Empfänger die Position der Satelliten für eine bestimmte Zeit eruieren. Durch die ermittelten Entfernungen zu den einzelnen Satelliten lässt sich eine Kugel um jeden Satelliten aufspannen. Der Schnitt aller Kugeln liefert die genäherte Empfängerposition. In weiterer Folge wird die Empfängeruhr mit den Satellitenuhren synchronisiert und somit ist die Positionierung abgeschlossen.

Für die absolute Positionierung müssen die Signale von vier Satelliten gemessen werden, wobei drei Satelliten für die Standortbestimmung und der vierte Satellit für die Korrektur des Uhrenfehlers zuständig sind.

Bei der absoluten Positionierung erreicht man heute eine Positionsgenauigkeit von ca.  $\pm 5\text{m}$ .

Als Beispiele für diese Art der Standortbestimmung kann man Autonavigationssysteme und GPS – Handhelds nennen.

---

<sup>35</sup> LÄNDERÜBERGREIFENDES LEHRERFORUM FÜR VERMESSUNGSWESEN, GNSS - Grundlagen

<sup>36</sup> ROTHACHER, ZEBHAUSER, Einführung in GPS

<sup>37</sup> [http://www.wewelsburg.de/kreis\\_paderborn/buergerservice/downloads/entries/Satellitennavigation.pdf](http://www.wewelsburg.de/kreis_paderborn/buergerservice/downloads/entries/Satellitennavigation.pdf)

<sup>38</sup> HOFMANN-WELLENHOF, LICHTENEGGER, COLLINS, GPS Theory and Practice

<sup>39</sup> <http://www.sapos-bw.de/messverfahren.php>

<sup>40</sup> WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste

## 2.8.2 Relative Positionierung

Die relative Positionierung, auch differenzielles GNSS genannt, verwendet zur Standortbestimmung zwei GNSS-Empfänger. Im Gegensatz dazu wird bei der absoluten Positionierung die Standortbestimmung mit nur einem GNSS-Empfänger durchgeführt.

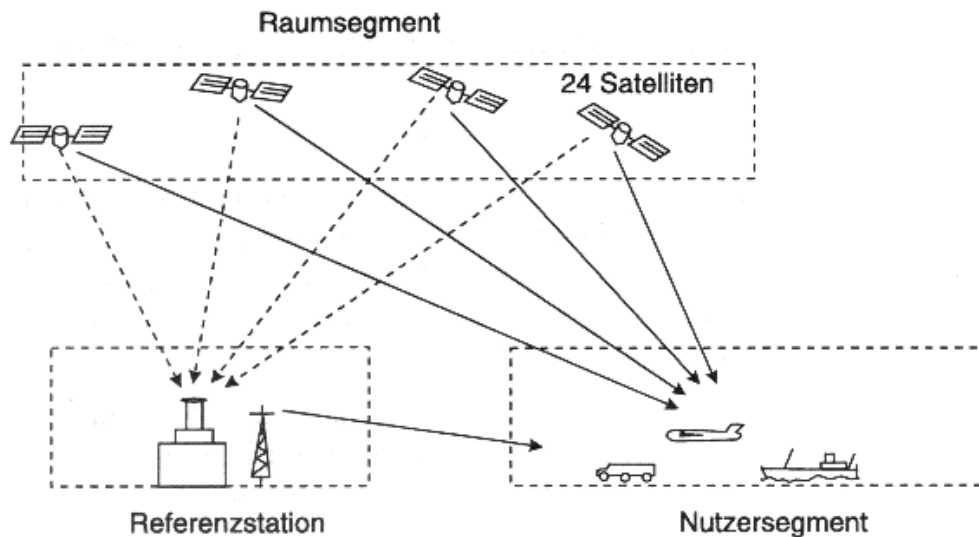


Abb. 13: Funktionsweise der relativen Positionierung

Bei der relativen Positionierung befindet sich ein Empfänger auf einem Referenzpunkt, welcher koordinativ bekannt ist. Der zweite Empfänger befindet sich auf einer koordinativ unbekanntem Position. Da die Empfänger sich in unmittelbarer Nachbarschaft befinden, ist es nahe liegend, dass diese die gleichen Satelliten empfangen. Aufgrund der Tatsache, dass der Referenzpunkt bekannt ist, kann man somit die Pseudorangeabweichung bestimmen und diese als Korrektur an den Messungen des anderen Empfängers anbringen. Die Korrekturdaten können in Echtzeit via Funk oder Internet an den anderen Empfänger (Rover) übermittelt werden. Erfolgt die Datenauswertung erst im Nachhinein, spricht man vom sogenannten Post-Processing. Das einfache Differential-GNSS liefert eine Genauigkeit im Meter bis Submeterbereich.

Für den Bereich des Vermessungswesens ist diese Genauigkeit allerdings nicht ausreichend. Um ein präziseres Ergebnis zu erzielen und somit die Genauigkeit zu steigern, werden auch die empfangenen Trägerphasen ausgewertet. Dadurch lässt sich eine Genauigkeit im cm bzw. sub-cm Bereich erlangen.



### **2.8.2.1 Echtzeitreferenznetzwerk**

Zur rationellen Nutzung der relativen Positionierung wurden stationäre Referenzstationen flächendeckend in ganz Österreich geschaffen. Dies hat für den Nutzer den Vorteil, dass er lediglich einen GNSS-Empfänger benötigt, um auf die Korrekturdaten der vorhandenen Stationen zugreifen zu können. Je weiter sich der Empfänger von der Referenzstation entfernt, desto weniger sind die Messungen korreliert. Werden die Stationen vernetzt, so können die Distanzen zwischen ihnen bis zu 100 km betragen. Gelingt es die Mehrdeutigkeiten im Stationsnetz zu lösen, so können Modelle der Restfehler bestimmt werden und diese an die Nutzer weitergeleitet werden. Bei den österreichischen Referenzdatenanbietern beträgt der Abstand der permanenten Stationen 60-70 km. Die empfangenen Daten aller Stationen laufen in der Servicezentrale zusammen. Der Nutzer kann sich mittels GSM oder mobilem Internet mit dieser Zentrale verbinden um Korrekturdaten für seine Position abzurufen. Die Korrekturdaten werden mittels des internationalen, standardisierten Radios Technical Communication Maritime Services Format, kurz RTCM, an den Nutzer übermittelt.

### **2.8.2.2 Virtuelle Referenzstationen**

Ein heute vorwiegend genutztes Konzept zur Modellierung der Fehlereinflüsse im Bereich Empfänger ist das Konzept der virtuellen Referenzstation.

Der Empfänger verbindet sich zunächst mit der Datenzentrale des Referenznetzwerkes und übermittelt diesem seine genäherte Position. In weiterer Folge werden auf Basis der Daten der realen, permanenten Stationen virtuelle Stationsdaten für eine scheinbare Station errechnet, welche sich in unmittelbarer Entfernung zum Empfänger befindet. Diese errechneten Messdaten beinhalten alle Fehlerkorrekturen. Der Empfänger bezieht somit von der Zentrale die Korrekturdaten der virtuellen Referenzstation.

## Datenfluss bei einem DGPS-Service nach dem Modell „Virtuelle Referenzstation“

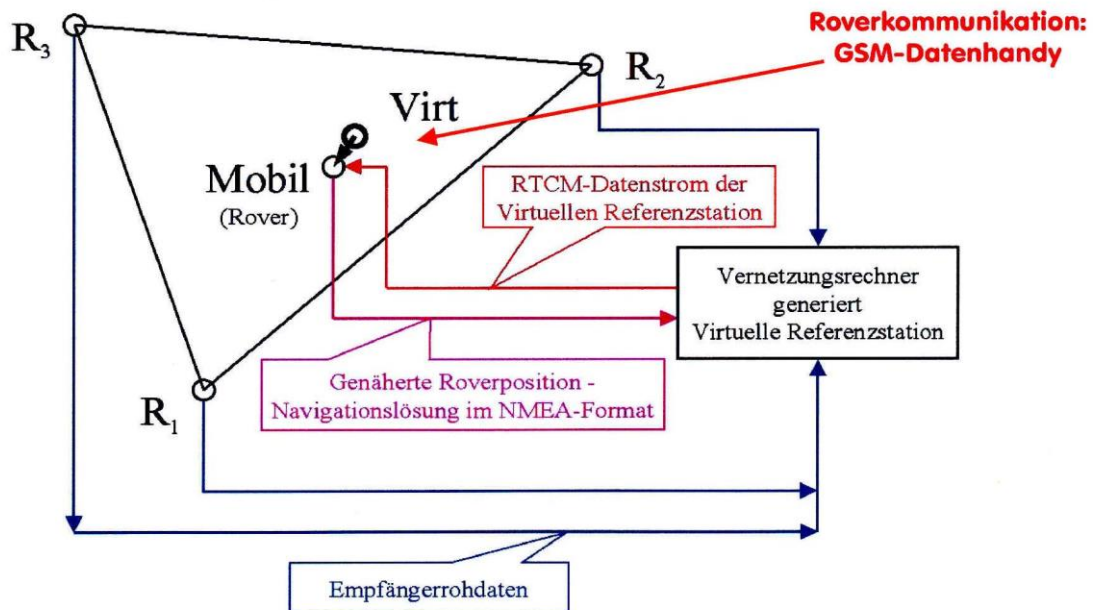


Abb. 14: Funktionsweise der virtuellen Referenzstation

## 2.9 Die österreichischen GNSS-Referenzdatenanbieter

In Österreich gibt es zwei flächendeckende Referenznetzanbieter, welche dem Nutzer kostenpflichtige Korrekturdaten zur Verfügung stellen.

### 2.9.1 EPOSA<sup>41 42 43</sup>

EPOSA, Echtzeit Positioning Austria, besteht aus einem Zusammenschluss von:

- **Energie Burgenland**, vormals BEWAG, ist der Energielieferant des Burgenlandes und Vorreiter im Aufbau eines Referenzstationsnetzes. Energie Burgenland war der erste Betreiber eines solchen Netzes in Österreich.
- **ÖBB – IKT** liefert den Grundstock der Infrastruktur, da die ÖBB österreichweit Datenleitungen in ihrem Besitz hat und über 30 Referenzstationen betreibt.

<sup>41</sup> [www.eposa.at](http://www.eposa.at)

<sup>42</sup> KARAS, THALER, EPOSA Vortrag 2012

<sup>43</sup> WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste- 2014

- **Wien Energie Stromnetz** ist Österreichs größter Energieversorger und hat die Leitung der Marke EPOSA über.



Abb. 15: Referenzstationen EPOSA

EPOSA verwendet 38 eigene und ca. 10 ausländische Referenzstationen. (Stand 2015)

### 2.9.2 APOS<sup>44</sup>

Die Alternative zum vorher genannten Anbieter ist APOS. Der Betreiber ist das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen. Das APOS Referenzstationsnetzwerk setzt sich aus 35 permanenten Referenzstationen (Betreiber Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen), sowie 8 weiteren Stationen der KELAG zusammen. 2009 wurde das österreichweite Stationsnetz mit den benachbarten Vermessungsbehörden vernetzt.

<sup>44</sup> [http://www.bev.gv.at/portal/page?\\_pageid=713,1571538&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://www.bev.gv.at/portal/page?_pageid=713,1571538&_dad=portal&_schema=PORTAL)

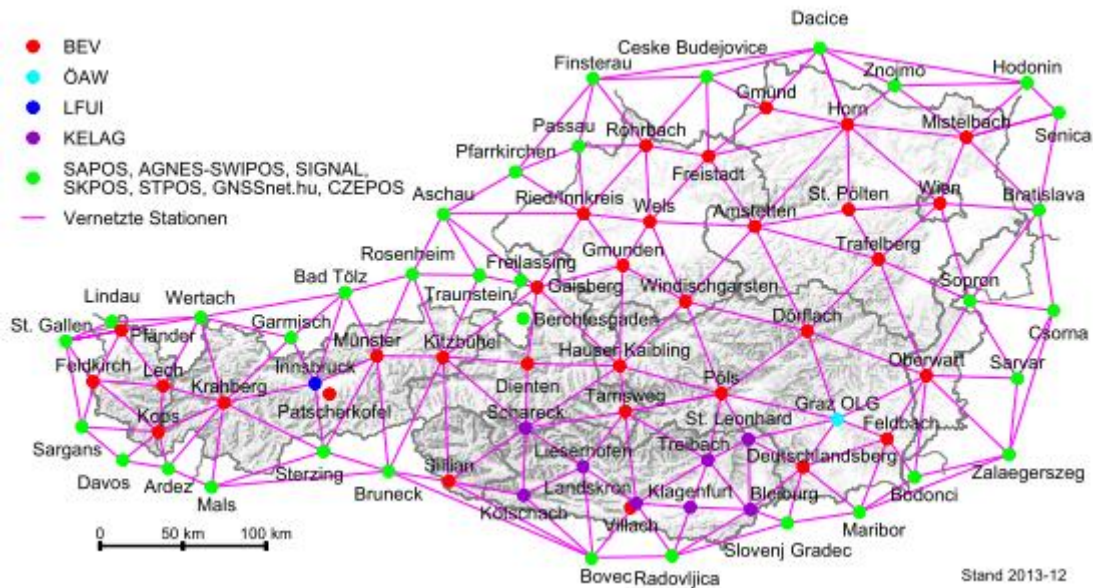


Abb. 16: Referenzstationen APOS

### 2.9.3 Rasterinterpolation<sup>45</sup>

Beide Anbieter setzen bei ihrem System sowohl auf die Methode der virtuellen Referenzstation als auch auf die sogenannte Rastertransformation. Das bedeutet, dass die bestimmten ITRF2008 bzw. ETRS89 - Koordinaten zunächst mit einem mittleren Transformationssatz in das Landessystem transferiert werden und in weiterer Folge Korrekturvektoren anbringen, welche die Spannungen des österreichischen Landesnetzes darstellen. Diese Korrekturvektoren sind auf einen gleichabständigen Raster vorgegeben und werden für den Standpunkt am Rover interpoliert. Die österreichischen Anbieter verwenden zwar die gleiche Transformationsart und Methode zur Erstellung des Transformationsrasters, jedoch wurden für die Ableitung des jeweiligen Rasters unterschiedlich viele amtliche Festpunkte verwendet. Während das Bundesamt für Eich und Vermessungswesen (BEV) für die Erstellung ihres Rasters über 28000 amtliche Festpunkte (KTs und EPs) einbezieht, verwendet EPOSA lediglich 2400 KTs.

Die nachfolgenden Grafiken zeigen die Arbeitsschritte zur Erstellung des Rasters vom Anbieter EPOSA.

<sup>45</sup> KARAS, THALER, EPOSA Vortrag 2012

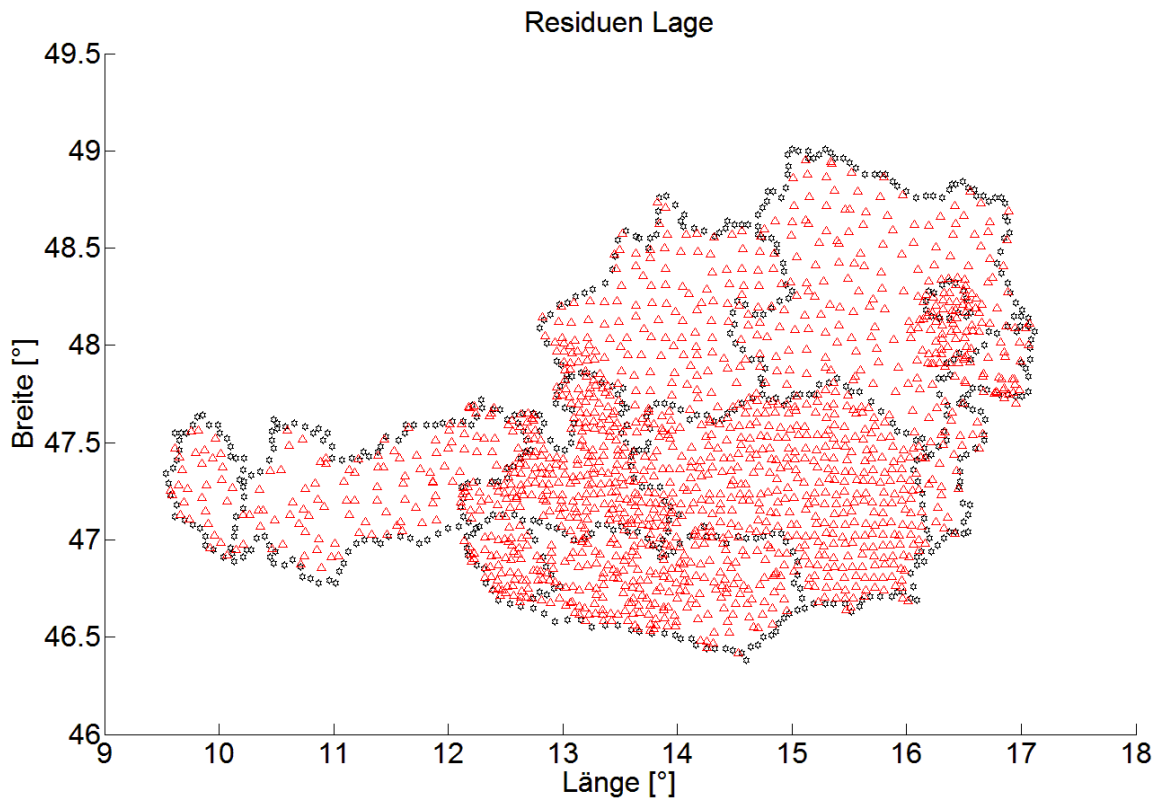


Abb. 17: eingemessenes Festpunktfeld für die Erstellung der Rasterresiduen

Zur Rasterberechnung wurden die ITRF-Koordinaten, die in mehreren GNSS-Messkampagnen ermittelt wurden, den bereits bekannten Koordinaten im Landessystem gegenübergestellt. Aufgrund dieser Gegenüberstellung wurden die Residuentripel für die gemessenen KT's ermittelt (Abbildung 18).

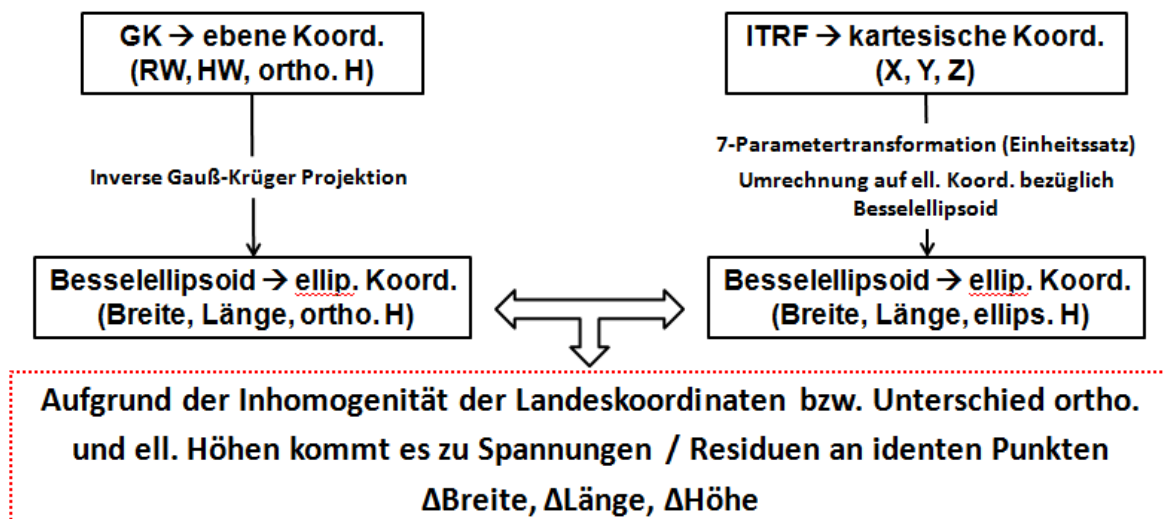
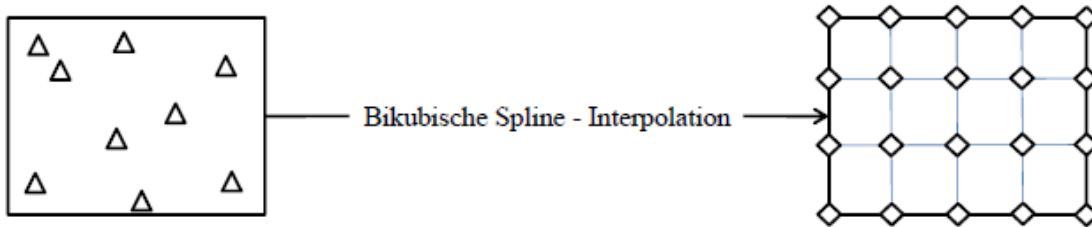


Abb. 18: Ablauf für den Erhalt der Rasterresiduen

Da die KT's ungleichförmig über das Bundesgebiet Österreich verteilt sind, wurde anschließend mittels einer Bikubischen Spline Interpolation ein regelmäßiger Raster erzeugt.



**Abb. 19 Rastererzeugung mittels Bikubischer Spline Interpolation**

Die durch den erläuterten Ablauf erzeugten Rasterresiduen werden mittels RTCM 3.1 an die Nutzer des Referenzdienstanbieters übermittelt.

### 3. Der Test

#### 3.1 Das Testgebiet<sup>46</sup>

Im östlichsten Bundesland Österreichs, dem Burgenland, im politischen Bezirk Mattersburg, befindet sich die Gemeinde Forchtenstein. Forchtenstein, eingebettet in das Rosaliengebirge, ist, vor allem wegen seiner Burg, vielen ein Begriff. Die Gemeinde erstreckt sich auf 16,59 km<sup>2</sup> und beherbergt rund 2800 Einwohner. Die Topographie der Gemeinde Forchtenstein (von Mattersburg kommend) lässt sich wie folgt beschreiben: Die Geländeform ist zunächst leicht steigend und wird am Fuß des Rosaliengebirges steil ansteigend.

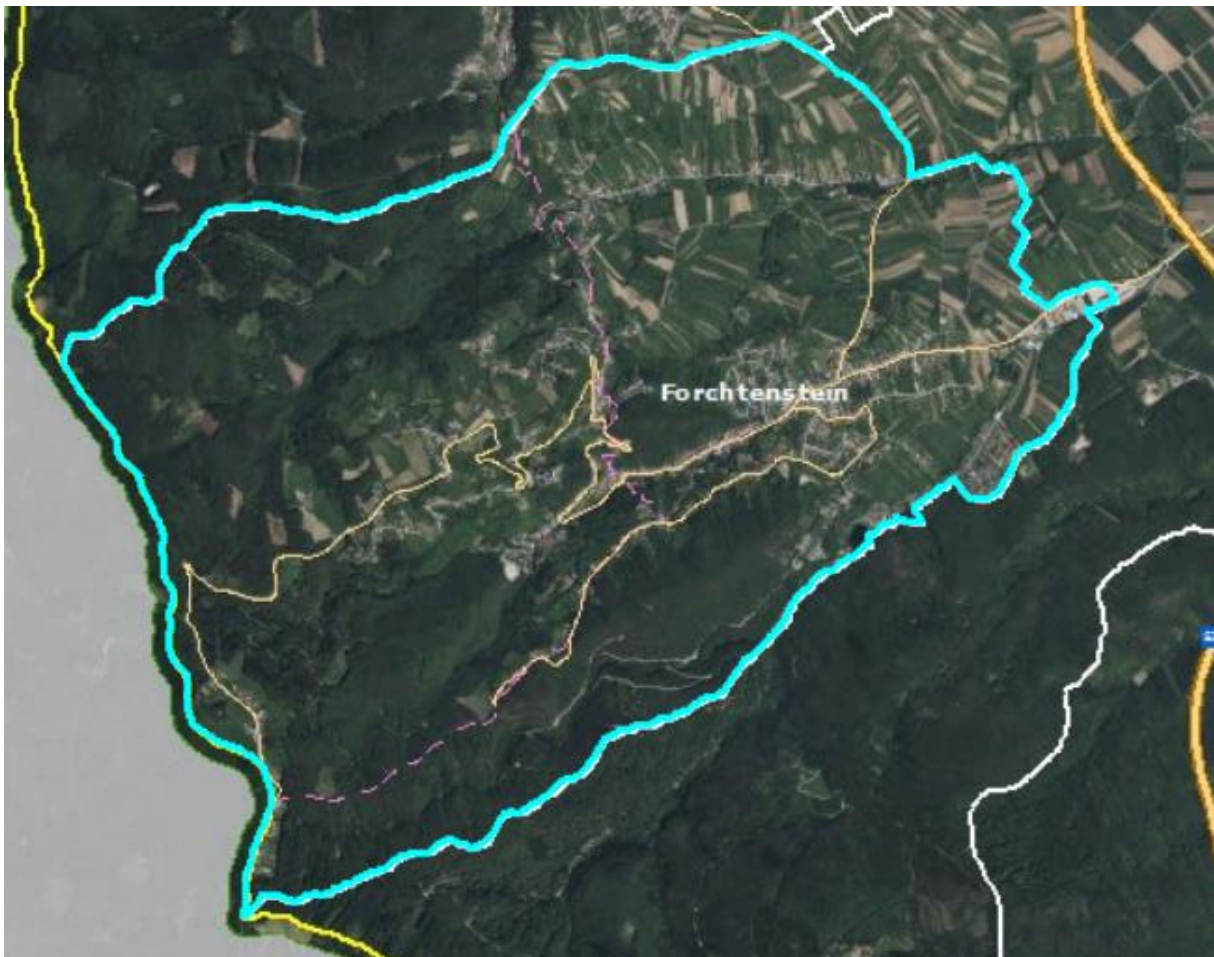


Abb. 20: Politische Gemeinde Forchtenstein

<sup>46</sup> <http://forchtenstein.riskommunal.net/system/web/fakten.aspx?menuonr=220934706>

Die Gemeinde Forchtenstein verfügt über ein flächendeckendes Höhennetz. Der Grund dafür ist, dass sich der Abwasserverband "Wulkatal", in dem der Ort Mitglied ist, dazu entschlossen hat, die vorhandene Kanalisation ihrer Mitgliedsgemeinden zu vermessen. Der Aufbau dieses Katasters ist wie folgt strukturiert:

- Stufe 1:

Im ersten Schritt wurde das flächendeckende Höhennetz für die jeweiligen Gemeinden geschaffen.

Ausgehend von den amtlichen Höhenfestpunktbolzen des Bundesamts für Eich- und Vermessungswesen wurde mittels eines Präzessionsnivelementes das Höhennetz eingemessen.

- Stufe 2:

Im nächsten Schritt wurden die Kanaldeckel des vorhandenen Kanalisationsnetzes vermessen und digital weiterverarbeitet.

Aus oben genannter Beschreibung der Gemeinde Forchtenstein lassen sich nun folgende zwei Auswahlkriterien für das Testgebiet ableiten:

- Topographie
- flächendeckendes Höhennetz

### **3.2 Das Messszenario**

Das bereits vermessene Höhennetz der Gemeinde Forchtenstein wurde mittels GNSS erneut vermessen. Bei den mittels GNSS ermittelten Höhenwerten handelt es um ellipsoidische Höhen welche am Rover bestmöglich in das Landessystem transformiert wurden, um sogenannte normal-sphäroidische Höhen. In weiterer Folge werden diese durch GNSS gemessenen Höhen, den bereits vorab bekannten Höhenwerten absolut über Adria gegenübergestellt um etwaige Differenzen zu erkennen.

Für die erneute Einmessung des Netzes wurden zwei Leica GNSS-Geräte mit unterschiedlichen Referenzdatenanbietern verwendet.



- Leica 1200 GPS mit dem Referenzanbieter EPOSA
- Leica GS 15 mit dem Referenzanbieter APOS

Am Beginn der Messungen stand die Frage, wie es möglich ist, die Höhenbolzen mit den GNSS Messgeräten zu erfassen. Da die Bolzen teilweise an Hausmauern angebracht sind, ist es unmöglich die Höhenfixpunkte mittels GNSS direkt zu erfassen, beziehungsweise eine zufriedenstellende Genauigkeit zu erzielen. Diesem Problem wurde mit Hilfe einer trigonometrischen Höhenableitung entgegengewirkt.

### 3.2.1 Trigonometrische Höhenableitung

Für die trigonometrische Höhenableitung wurden zunächst Standpunkte in der näheren Umgebung der Höhenbolzen vermarktet. Die gewählten Standpunkte wurden unter den Kriterien gesetzt, dass diese in unmittelbarem Blickkontakt zu den Höhenbolzen stehen und ebenso eine GNSS-Messung ermöglichen. Im hier vorliegenden Szenario beträgt der Abstand zu den Höhenbolzen im Durchschnitt 10m, aufgrund dessen ist der Refraktionsfehlereinfluss vernachlässigbar.

Im zweiten Schritt wurden auf den Standpunkten mittels eines Tachymeters, der Marke Leica TCRP 1202, die Höhe abgeleitet.

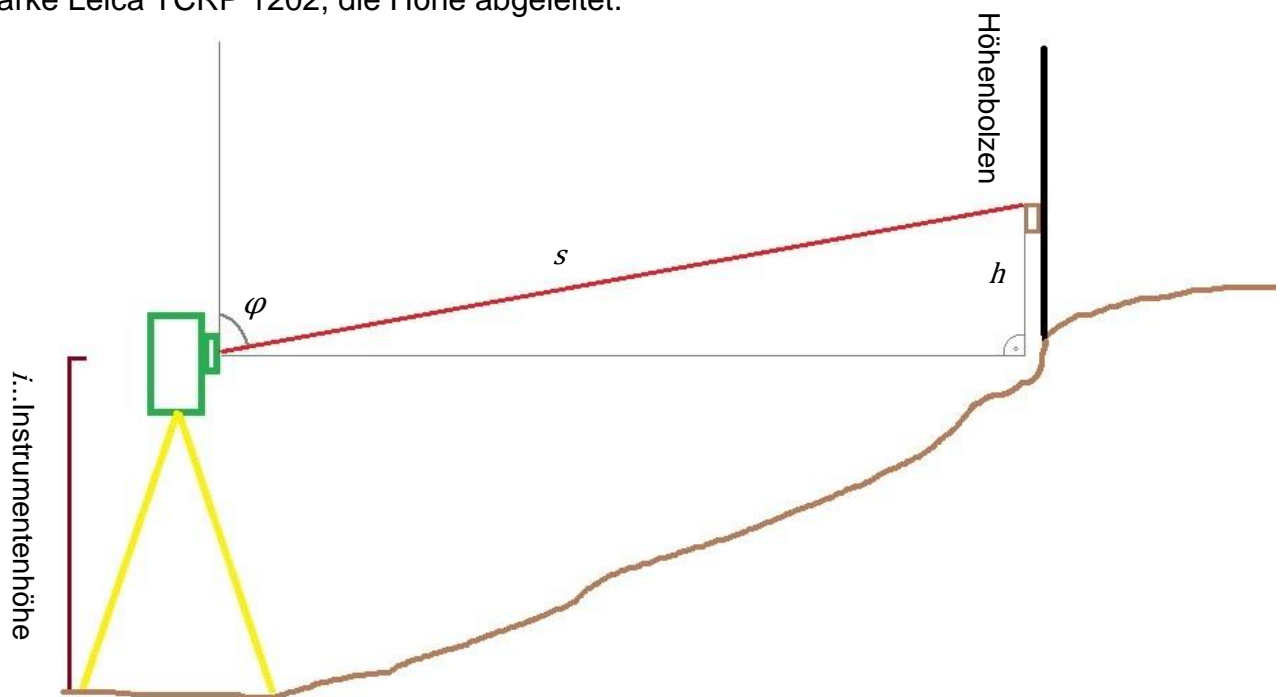


Abb. 21: Aufbau trigonometrische Höhenableitung

$$h = s * \cos \varphi \quad (3.1)$$

$$Höhe_{Standpunkt} = Höhe_{Höhenbolzen} - h - i \quad (3.2)$$

Nachdem die trigonometrische Höhenableitung an allen Punkten angewandt wurde, wurden diese Standpunkte jeweils mit den unterschiedlichen GNSS-Geräten eingemessen.

Um das Ergebnis zu überprüfen, wurden die Punkte in zwei Messepochen an unterschiedlichen Tagen erfasst. Ebenso wurde darauf geachtet, dass die interne Genauigkeitsangabe bei den GNSS-Geräten die Marke von drei cm bei der 3D-Qualität unterschreitet.

In Tabelle 1 sind die Höhen der vom Höhennetz abgeleiteten Testpunkte ersichtlich.

Punktnummer	Höhe über Adria [m]
58463	287,849
8009	291,280
8001	293,828
8002	281,808
8003	302,847
8004	349,387
58465	318,951
8007	374,591
8008	493,758
58473	460,336
58474	494,042
8005	599,447
8006	715,957

**Tabelle 1: abgeleitete Referenzhöhe der Testpunkte**

Die Höhenfixpunkte 8001 – 8009 wurden im Zuge der Erstellung des Höhennetzes einnivelliert, während die Punkte 58463, 58465, 58473 und 58474 Höhenfixpunkte aus dem Portfolio des Bundesamtes für Eich und Vermessungswesen sind. Außerdem muss für das weitere Verständnis erwähnt werden, dass sich die Zahl 1 oder 2 nach der Punktnummer in den Tabellen 2-5 auf die jeweilige Messepoche bezieht.

Darüber hinaus ist festzuhalten, dass es nicht möglich war, den Punkt 8006 mit dem Leica 1200 GPS einzumessen. An diesem Standort konnte dieses Gerät keine

Korrekturdaten beziehen, da keine Verbindung zum Mobilfunknetz hergestellt werden konnte. Bei den übrigen Punkten konnte problemlos die GNSS-Messung durchgeführt werden. Bei beiden Systemen dauerte es in der Regel knapp 90 Sekunden (GNSS-Empfang, Aufbau der mobilen Datenverbindung, Einwahl am Server für die Korrekturdaten) bis die Geräte die Korrekturdaten empfangen haben und somit die Messung durchgeführt werden konnte.

### 3.3 Messepochen

Die GNSS-Messungen wurden an unterschiedlichen Tagen durchgeführt. Die Messungen für die erste Messepoche haben am Montag, 22.12.2014, stattgefunden, während die zweite Messepoche am Samstag, 27.12.2014, durchgeführt wurde.

Die hier dargestellten Höhen sind bereits durch den Rover in Landeshöhen transformierte Werte.

#### 3.3.1 Leica GS 15 APOS Messepoche 1

	Y	X	H[m]
58463-1	2530,805	286365,672	287,876
8009-1	2415,186	286371,106	291,294
8001-1	1783,685	286852,610	293,851
8002-1	1952,261	287291,665	281,867
8003-1	1066,445	287370,082	302,886
8004-1	159,099	287029,536	349,423
58465-1	1413,024	286118,566	318,987
8007-1	1285,947	285778,016	374,592
8008-1	154,144	284997,142	493,707
58473-1	218,332	286302,344	460,315
58474-1	-111,323	285823,837	494,056
8005-1	-1023,476	285442,323	599,421
8006-1	-1698,181	284196,168	715,925

Tabelle 2: Messepoche 1 Leica GS 15

#### 3.3.2 Leica GPS 1200 EPOSA Messepoche 1

	X	Y	H[m]
58463-1	2530,796	286365,655	287,698
8009-1	2415,165	286371,133	291,122
8001-1	1783,645	286852,600	293,660
8002-1	1952,251	287291,684	281,662
8003-1	1066,441	287370,085	302,724
8004-1	159,064	287029,523	349,269
58465-1	1413,005	286118,567	318,833
8007-1	1285,918	285778,026	374,471
8008-1	154,103	284997,116	493,603
58473-1	218,305	286302,343	460,208
58474-1	-111,361	285823,813	493,943
8005-1	-1023,496	285442,298	599,336

Tabelle 3: Messepoche 1 Leica GPS 1200

### 3.3.3 Leica GS 15 APOS Messepoche 2

	Y	X	H[m]
<b>58463-2</b>	2530,812	286365,655	287,830
<b>8009-2</b>	2415,188	286371,113	291,266
<b>8001-2</b>	1783,671	286852,598	293,808
<b>8002-2</b>	1952,264	287291,661	281,816
<b>8003-2</b>	1066,453	287370,092	302,850
<b>8004-2</b>	159,077	287029,528	349,362
<b>58465-2</b>	1413,004	286118,547	318,946
<b>8007-2</b>	1285,937	285778,016	374,568
<b>8008-2</b>	154,150	284997,128	493,683
<b>58473-2</b>	218,331	286302,350	460,325
<b>58474-2</b>	-111,326	285823,832	494,040
<b>8005-2</b>	-1023,489	285442,340	599,418
<b>8006-2</b>	-1698,189	284196,192	715,904

Tabelle 4: Messepoche 2 Leica GS 15

### 3.3.4 Leica GPS 1200 EPOSA Messepoche 2

	Y	X	H[m]
<b>58463-2</b>	2530,794	286365,675	287,673
<b>8009-2</b>	2415,166	286371,134	291,109
<b>8001-2</b>	1783,641	286852,608	293,681
<b>8002-2</b>	1952,257	287291,677	281,651
<b>8003-2</b>	1066,426	287370,095	302,705
<b>8004-2</b>	159,065	287029,516	349,266
<b>58465-2</b>	1412,989	286118,557	318,816
<b>8007-2</b>	1285,911	285778,021	374,447
<b>8008-2</b>	154,094	284997,116	493,611
<b>58473-2</b>	218,276	286302,341	460,216
<b>58474-2</b>	-111,353	285823,818	493,941
<b>8005-2</b>	-1023,521	285442,308	599,341

Tabelle 5: Messepoche 2 Leica GPS 1200

### 3.4 Vergleich der Koordinatentripel

Obwohl sich die hier vorliegende Arbeit vorrangig mit der Höhenkomponente des erfassten Koordinatentripels befasst, zeigen die nachfolgenden Diagramme sowohl Lage und Höhenabweichungen für alle Messepochen.

#### 3.4.1 Leica GS 15

Diagramm 1 zeigt die Abweichungen der Koordinatentripel (Messepoche 1 - Messepoche 2), welche mit dem Leica GPS GS 15 aufgenommen wurden. Hierbei ist ersichtlich, dass es zu den größten Abweichungen in den Höhen kommt.

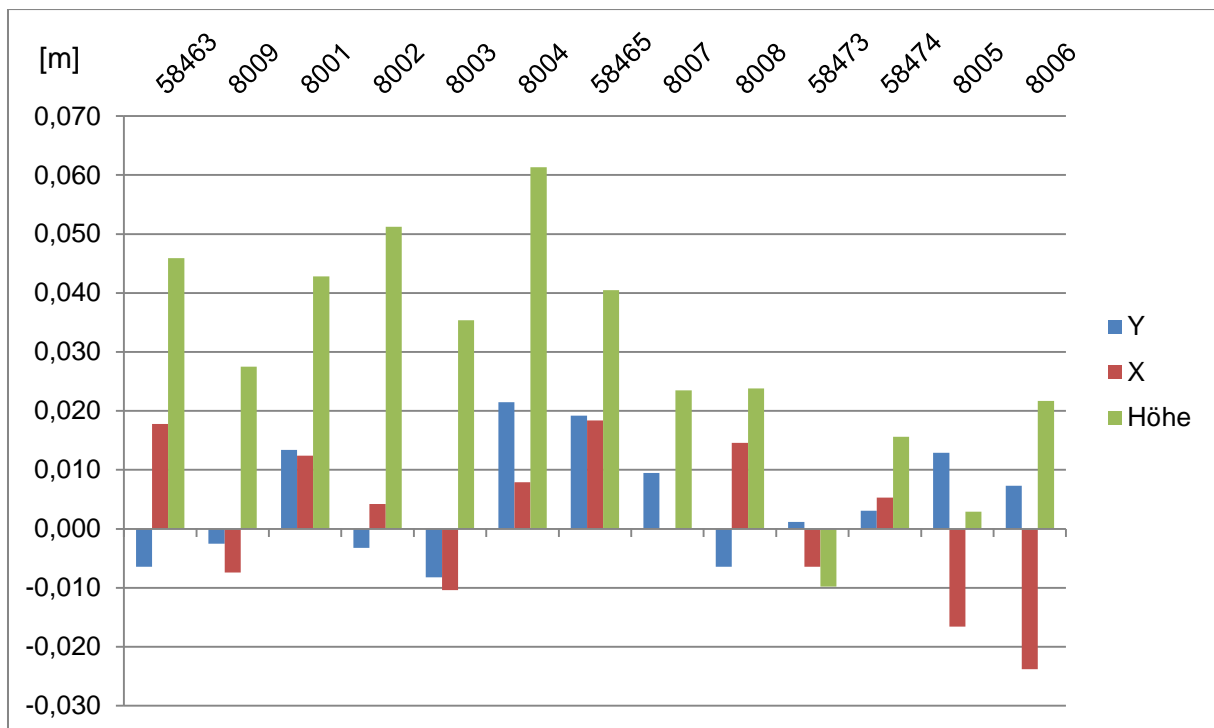


Diagramm 1: Gegenüberstellung Koordinatentripel beider Messepochen Leica GS 15

Bei genauerer Analyse der Tripel von Messepoche 1 und 2 lässt sich sagen, dass die Abweichung in der Höhe ca. doppelt so hoch ausfällt als der Unterschied in der Lage. In Zahlen ausgedrückt weicht die Lage im Durchschnitt um 1,5 cm mit einer Standardabweichung von 0,7 cm und die Höhe durchschnittlich um 2,9 cm mit einer Standardabweichung von 1,9 cm ab.

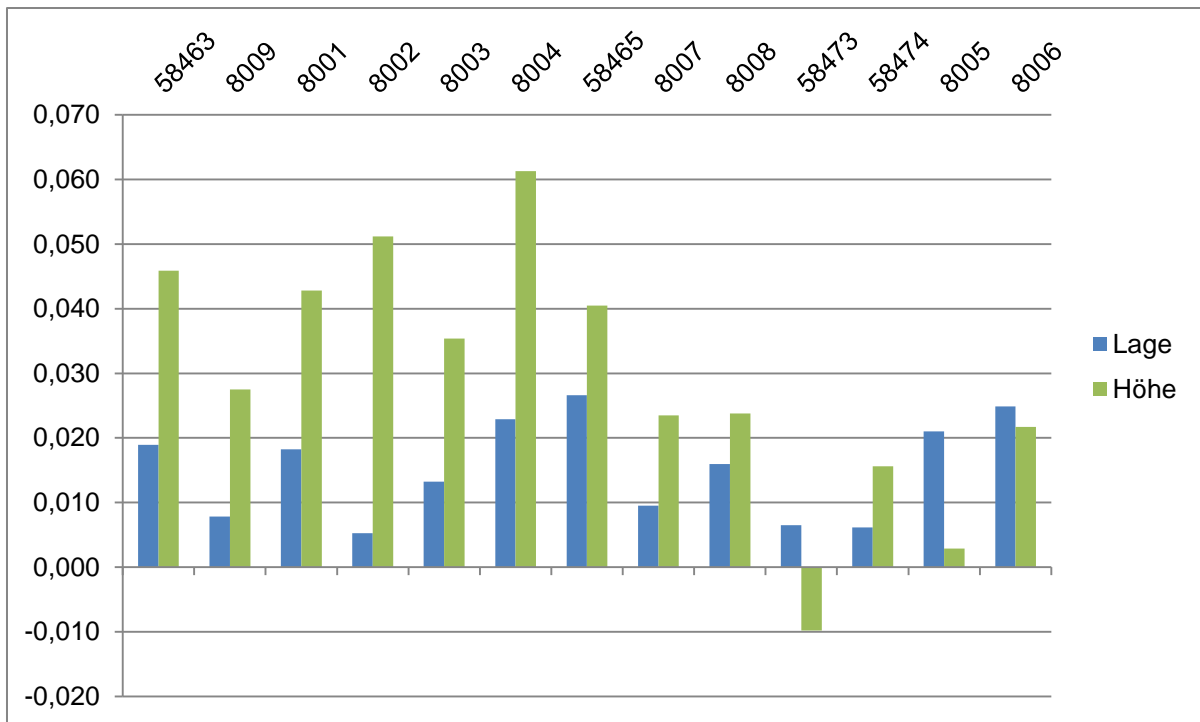
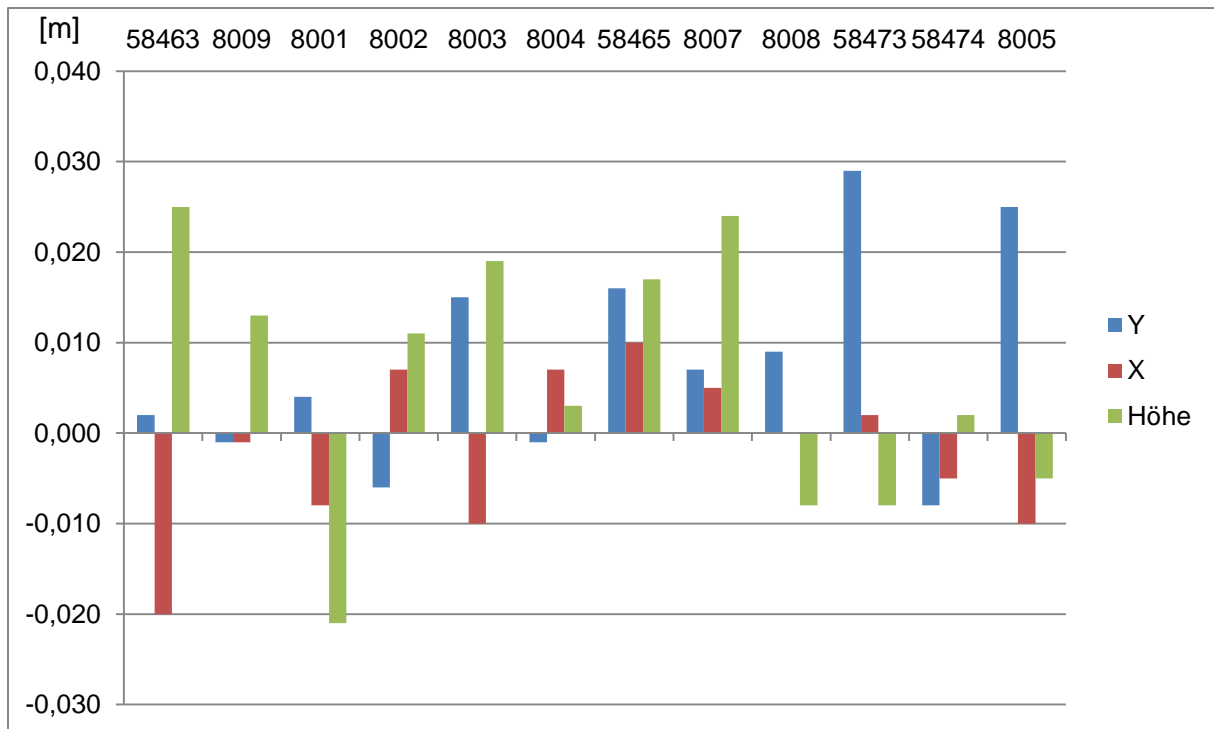


Diagramm 2: Lage- und Höhenabweichung der Messepochen GS 15

### 3.4.2 Leica GPS 1200

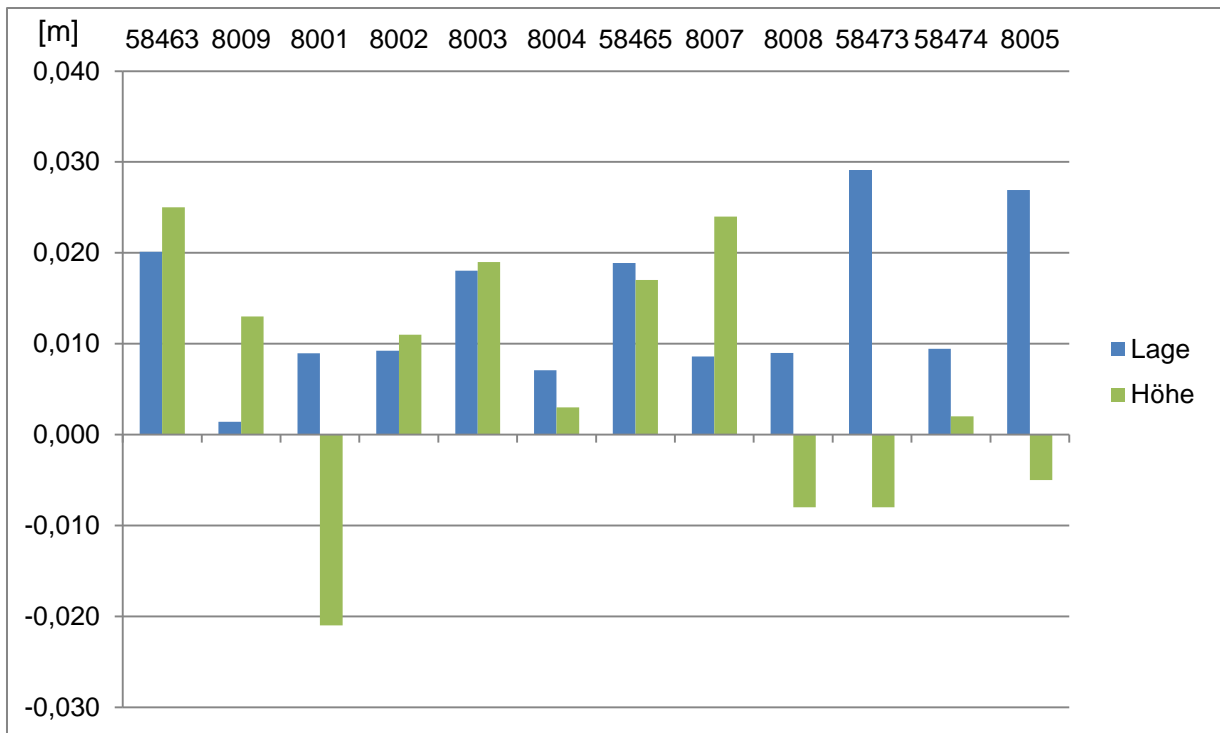
Im Diagramm 3 sind die Koordinatentripel der mit dem Leica GPS 1200 und dem Anbieter EPOSA erfassten Messepochen gegenübergestellt. Erkennbar ist, dass die jeweiligen Tripel aus Messepoche 1 und 2 sehr ähnlich sind und dass es zu keiner großen Abweichung in der Höhenkomponenten gekommen ist.



**Diagramm 3: Gegenüberstellung Koordinatentripel beider Messepochen Leica GPS 1200**

Bei der genaueren Betrachtung der Lage und Höhenabweichung (siehe Diagramm 4) spiegelt sich der Trend der APOS Messungen (Höhenabweichung doppelt so hoch wie die Lageabweichung) nicht wider. Im Durchschnitt ist es beim Vergleich der beiden Messepochen zu einem Lageunterschied von 1,4 cm gekommen, während bei der Höhe eine durchschnittliche Abweichung von 0,6 cm vorliegt. Für die Lage beträgt die Standardabweichung 0,8 cm und für die Höhe 1,4 cm.





**Diagramm 4: Lage- und Höhenabweichung der Messepochen GPS 1200**

Bei der Analyse der Lage- und Höhenabweichung zwischen den Messepochen beider Anbieter, kann festgehalten werden, dass die Variation der Messungen mit jeweils einem Anbieter der erwartenden RTK-Genauigkeit entspricht.

### 3.5 Ergebnisinterpretation

Zunächst werden die jeweiligen Werte der Messepochen den Referenzwerten (Tabelle 1) gegenübergestellt um etwaige Differenzen sichtbar zu machen. In weiterer Folge werden die Werte der ersten und zweiten Epoche desselben GNSS-Geräts und Korrekturdienstes miteinander verglichen und im letzten Schritt werden die Höhenwerte der unterschiedlichen GNSS-Geräte (GS 15 - GPS 1200) gegenübergestellt.

#### 3.5.1 Leica GS 15

##### 3.5.1.1 Messepoche 1

In Diagramm 5 sind die Abweichungen in Höhe, welche in der Messepoche 1 mit dem Leica GS 15 und dem Referenzdatenanbieter APOS gewonnen wurden, von der Referenzhöhe (siehe Tabelle 1 abgeleitet von dem Höhennetz) zu sehen.

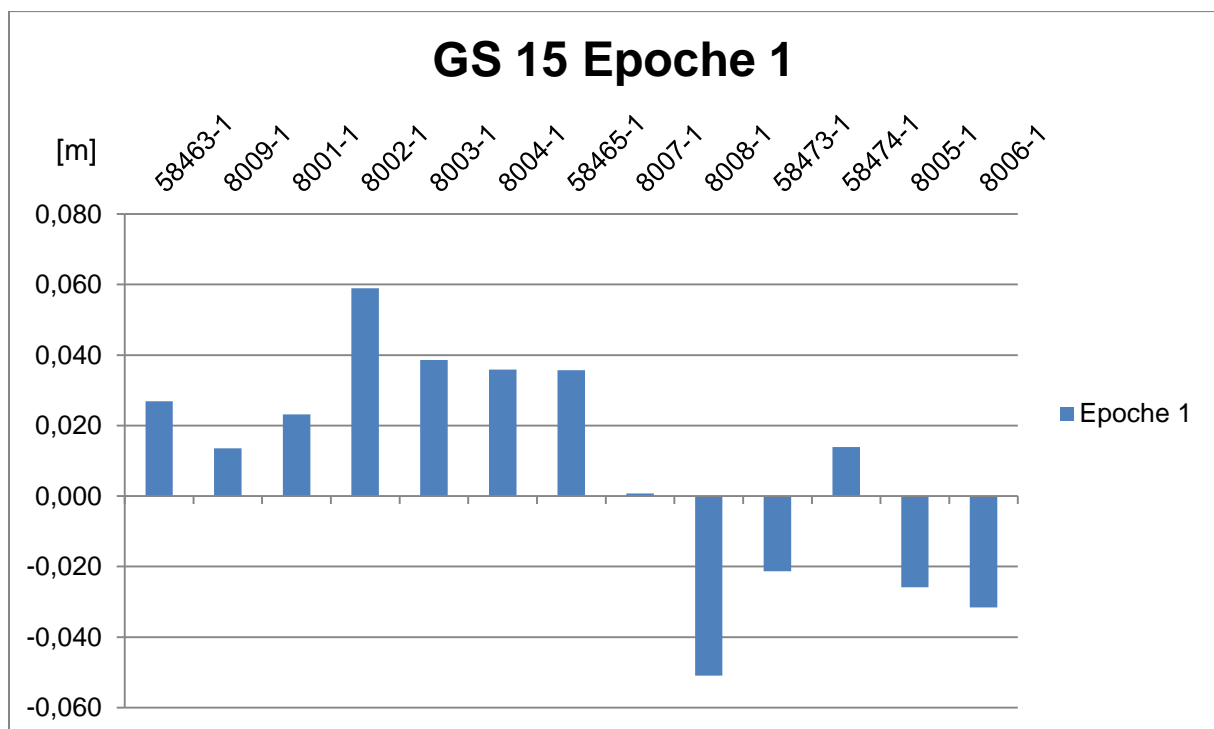


Diagramm 5: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 1 Leica GS 15

Anhand der Abweichungen lässt sich erkennen, dass kein systematisches Verhalten der Abweichungen ersichtlich ist. Die Höhenabweichungen sind ungefähr gleich verteilt. Die größte Abweichung liegt bei rund 6 cm und die kleinste im Millimeterbereich.

### 3.5.1.2 Messepoche 2

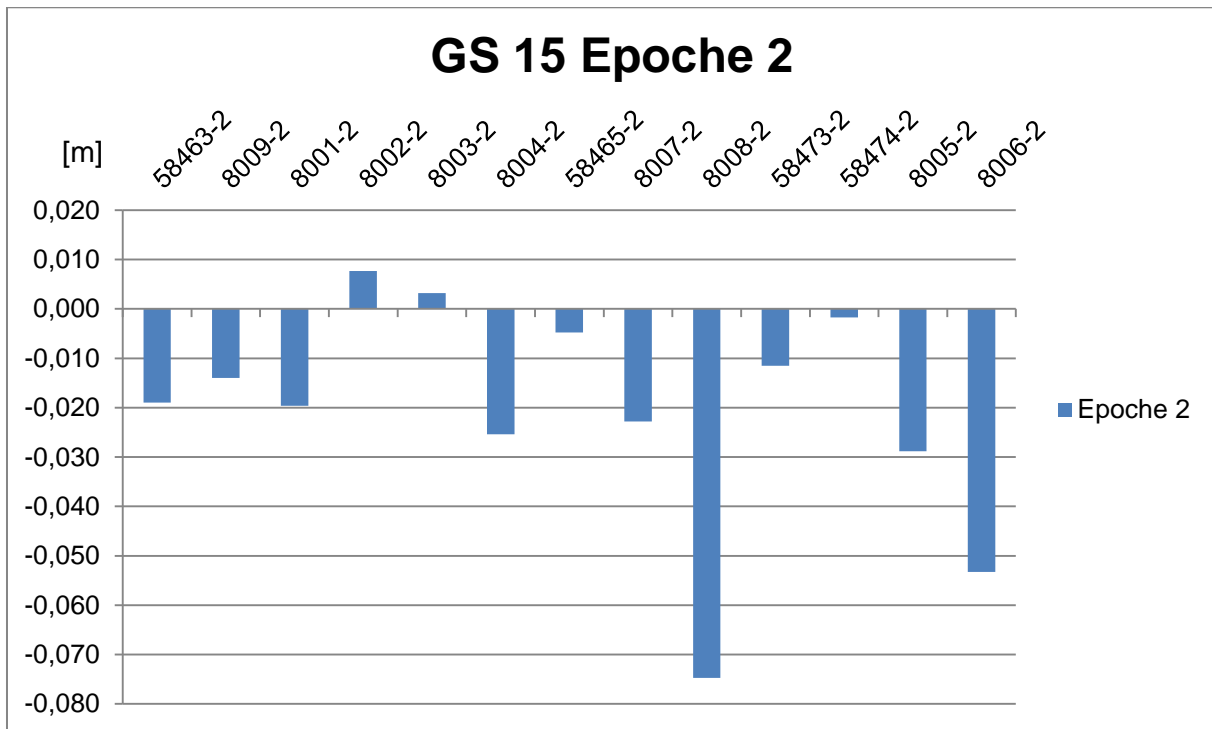


Diagramm 6: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GS 15

Bei der Auswertung der zweiten Messepoche mit dem identen Gerät liegt im Gegensatz zu der ersten Messepoche ein systematisches Verhalten vor. Die Höhenabweichungen weisen einen klaren negativen Trend auf. Das bedeutet, dass die gemessenen Höhenwerte niedriger sind als die abgeleiteten Referenzhöhen. Die maximale Abweichung beim zweiten Messdurchgang liegt bei knapp über 7 cm, wobei die geringste wieder im Millimeterbereich angesiedelt ist.

### 3.5.1.3 Vergleich der beiden Messepochen

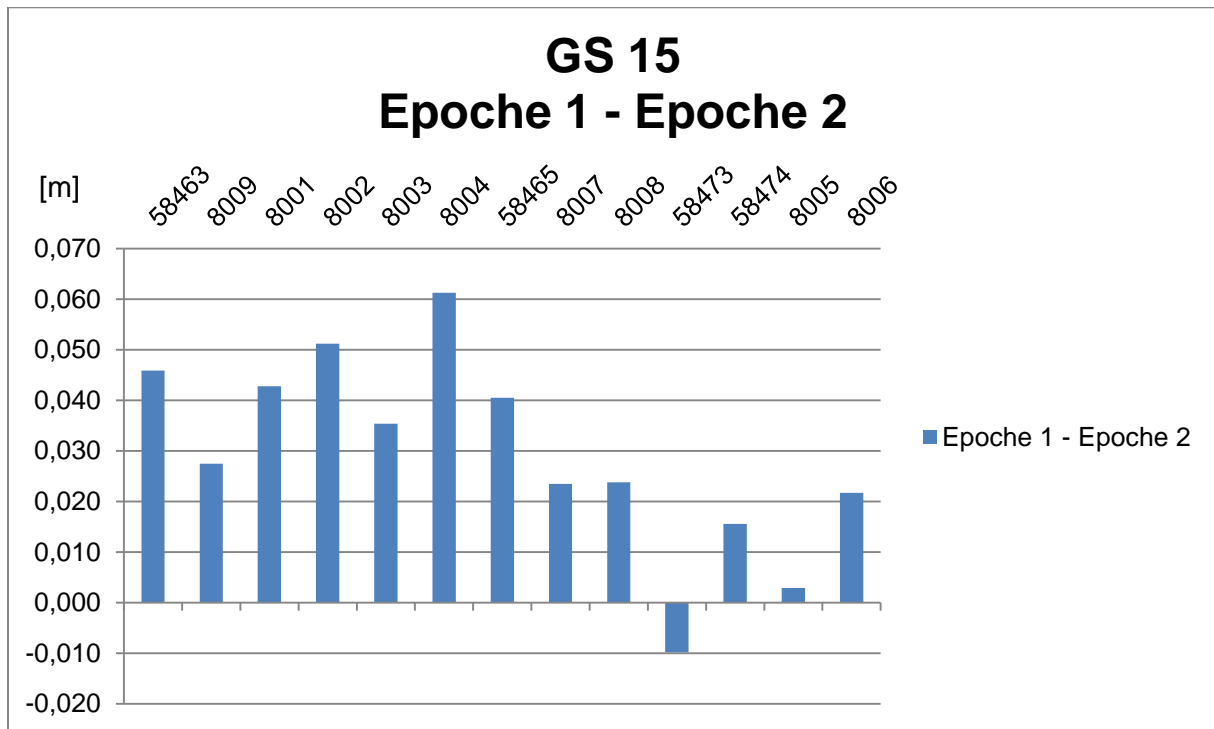


Diagramm 7: Messepoche 1 gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GS 15

Im oben gezeigten Diagramm werden die Höhenunterschiede aus der ersten und zweiten Messepoche gegenübergestellt. Auffallend bei der Gegenüberstellung ist ein nicht nachvollziehbarer Bias in der Größenordnung von rund 3 cm, welcher die gemessenen Höhenwerte auseinanderklaffen lässt. Bei den gemessenen Punkten kommt es zu einer maximalen Abweichung von 6,1 cm.

### 3.5.1.4 Mittelwert und Standardabweichung

In der nachfolgenden Tabelle sind die jeweiligen Mittelwerte und Standardabweichungen der Koordinatendifferenzen in der Höhe zwischen den eingemessenen Höhen und der Referenzhöhen zu sehen.

[m]	Mittelwert	Standardabweichung
Ep.1	0,009	0,031
Ep.2	-0,020	0,022

Tabelle 6: Mittelwert und Standardabweichung APOS

### 3.5.2 Leica GPS 1200

#### 3.5.2.1 Messepoche 1

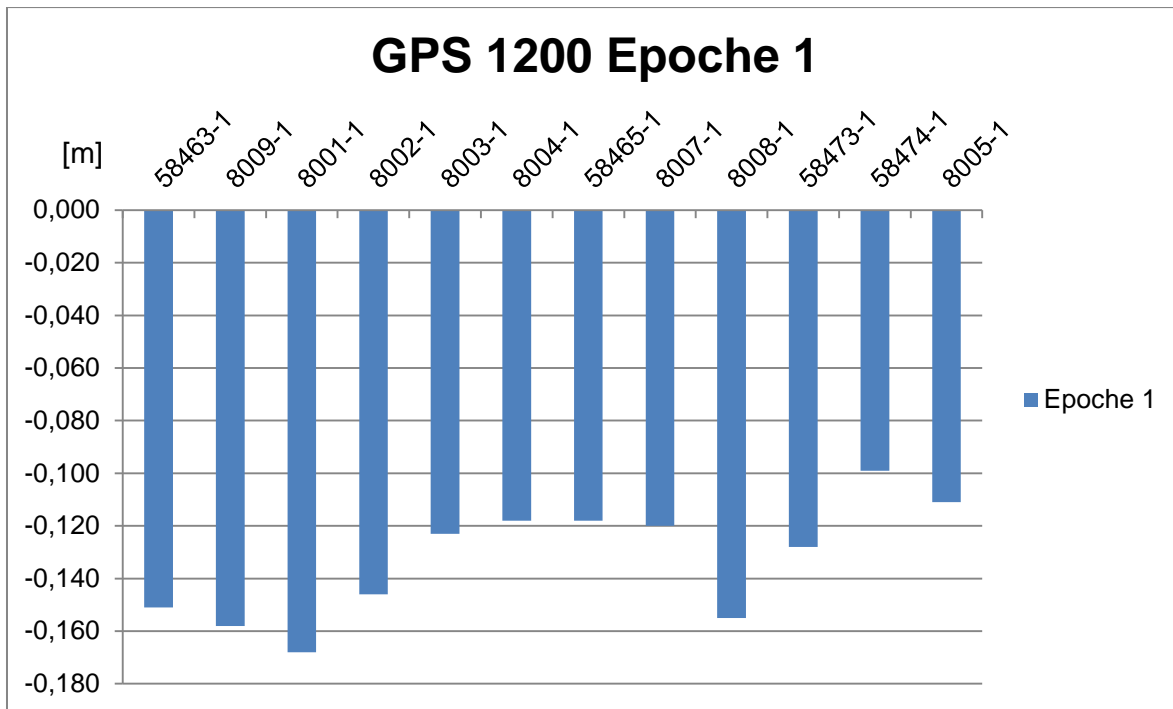


Diagramm 8: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 1 Leica GPS 1200

Die mit dem Leica GPS 1200 und dem Echtzeitreferenzanbieter EPOSA durchgeführten Messungen zeigen klare systematische Abweichungen in der Höhenkoordinate. Die erfassten Höhenwerte geben grundsätzlich eine zu niedrige Höhenangabe im Vergleich zu der Referenzhöhe wieder. Dieser systematische Höhenunterschied liegt im Bereich von ca. 13 cm (siehe Diagramm 8).

Angesichts dieser Tatsache wurde zuerst in Betracht gezogen, dass eine inkorrekte Antennenhöhe im GNSS-Rover eingegeben wurde. Dieser Aspekt wurde überprüft, konnte aber ausgeschlossen werden.

### 3.5.2.2 Messepoche 2

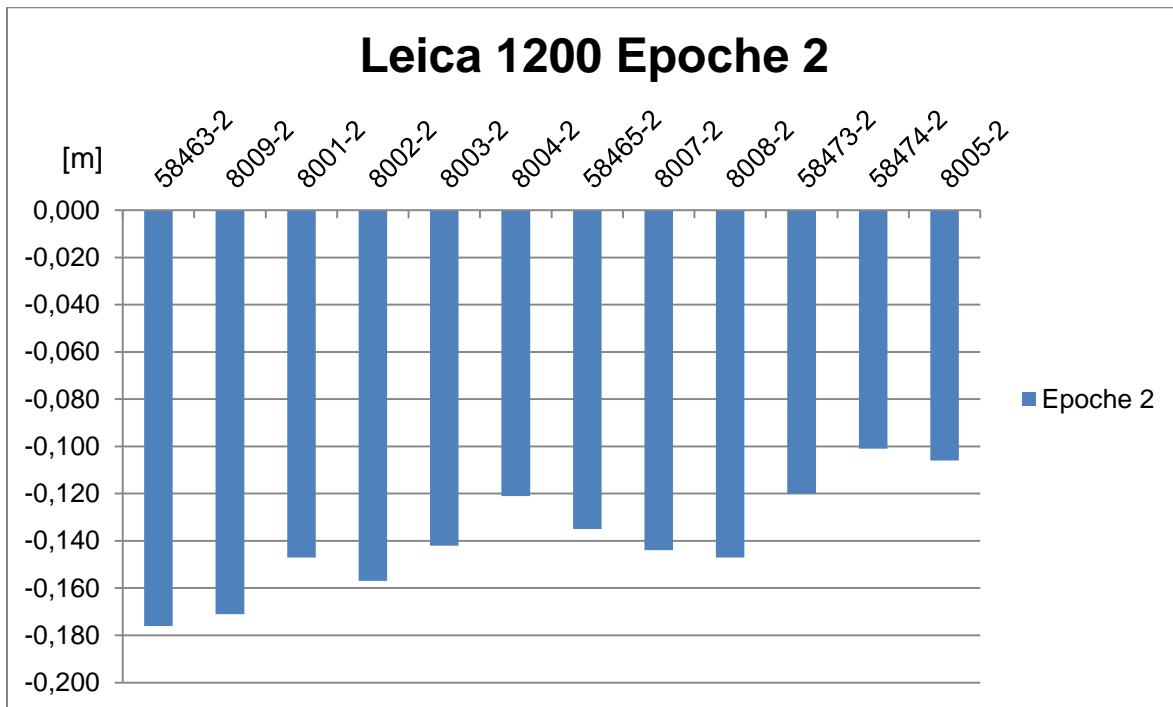


Diagramm 9: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GPS 1200

Auch die Höhenmesswerte der zweiten Epoche weisen einen ähnlichen Trend auf, die Abweichungen sind abermals nur im negativen dm-Bereich zu finden.

### 3.5.2.3 Vergleich der beiden Messepochen

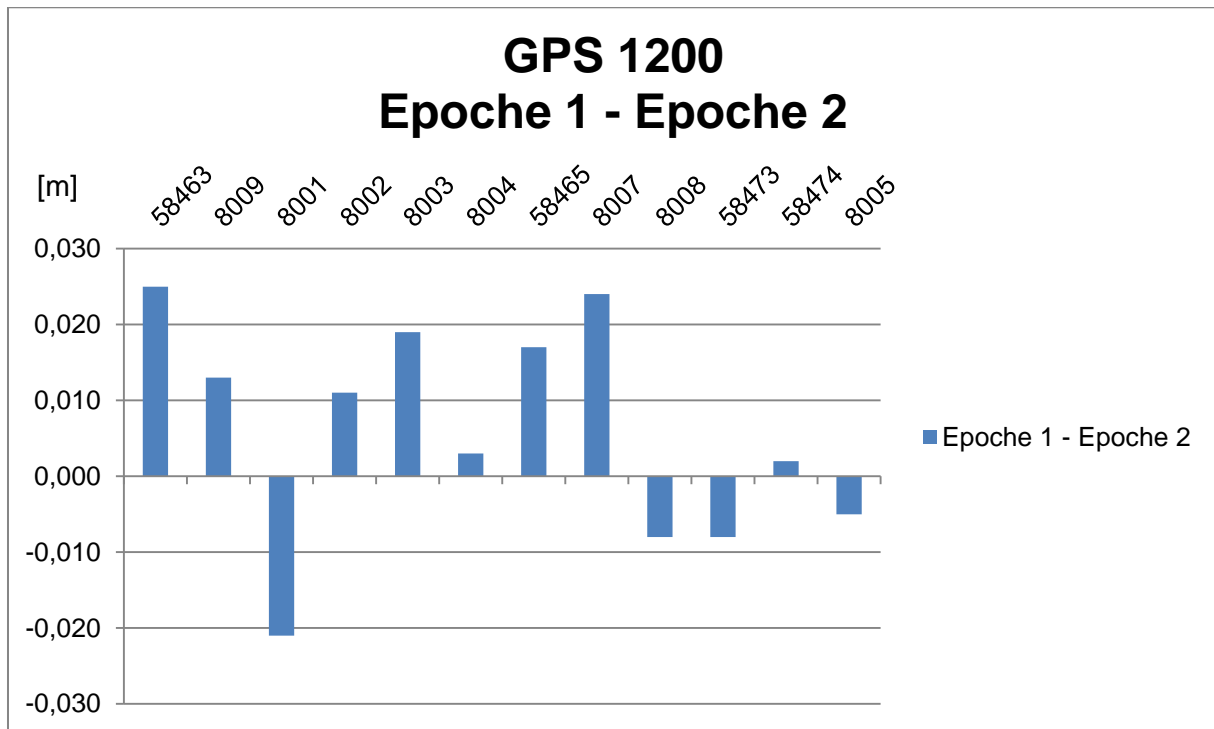


Diagramm 10: Messepoche 1 gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GPS 1200

Der Vergleich der Messepochen 1 und 2 zeigt aber eine hohe Konsistenz (siehe Diagramm 10). Die maximale Abweichung bei der Gegenüberstellung der Messepochen liegt bei höchstens 2,5 cm.

### 3.5.2.4 Mittelwert und Standardabweichung

In der nachfolgenden Tabelle sind die jeweiligen Mittelwerte und Standardabweichungen der Koordinatendifferenzen in der Höhe zwischen den eingemessenen Höhen und der Referenzhöhen zu sehen.

[m]	Mittelwert	Standardabweichung
Ep.1	-0,133	0,020
Ep.2	-0,139	0,023

Tabelle 7: Mittelwert und Standardabweichung EPOSA

### 3.5.2.5 Gegenüberstellung

In den Diagrammen 11 und 12 werden die Höhenwerte epochenweise gegenübergestellt. Hierbei wird nochmals der systematische Unterschied der mittels unterschiedlichen Anbietern bestimmten Höhen deutlich.

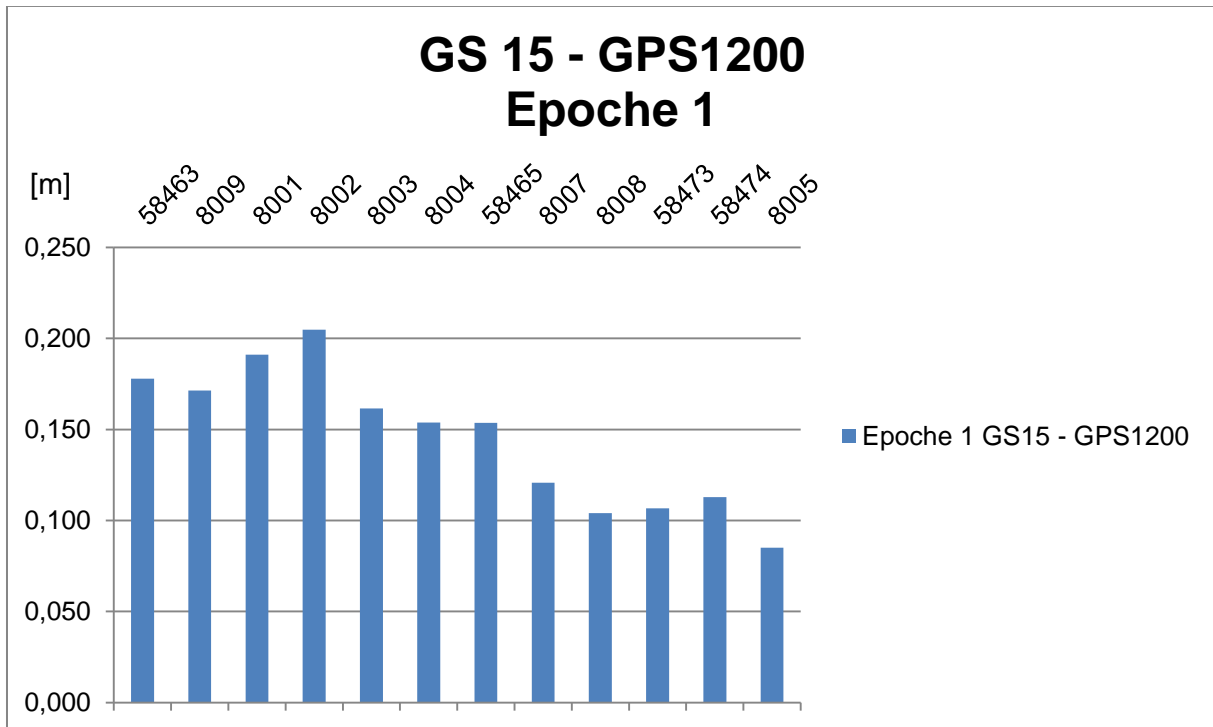


Diagramm 11: Gegenüberstellung Messepoche 1 Leica GS 15 und Leica GPS 1200

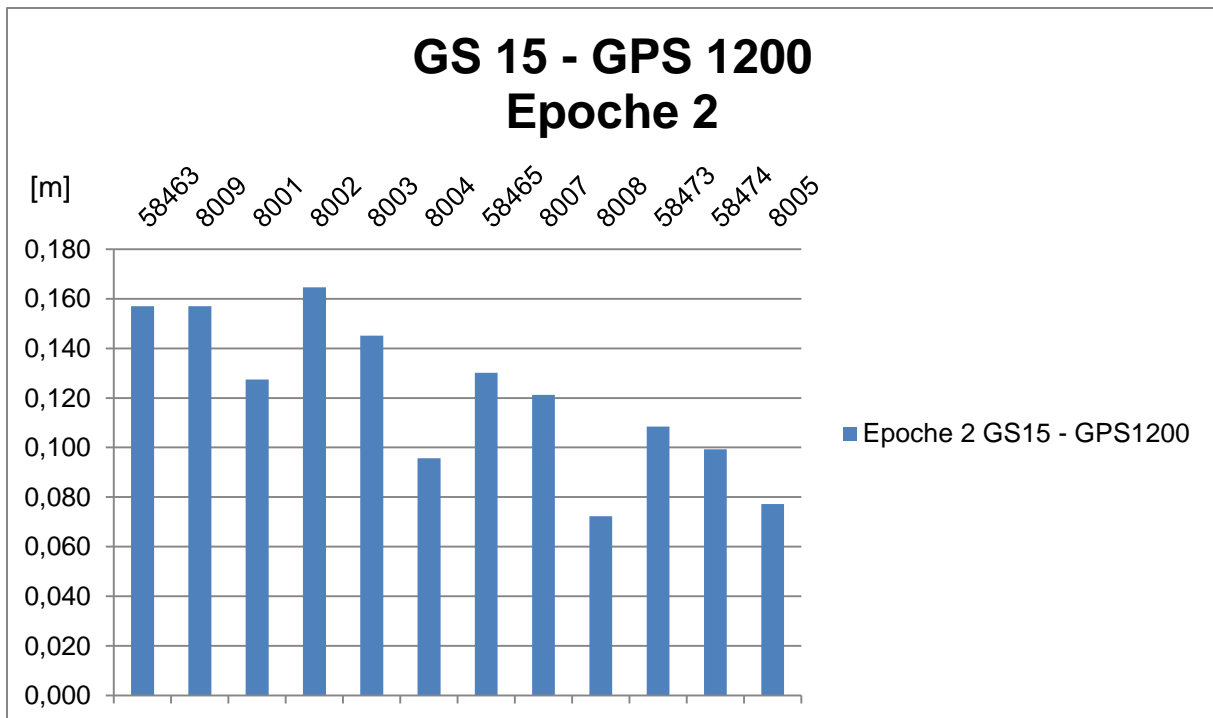


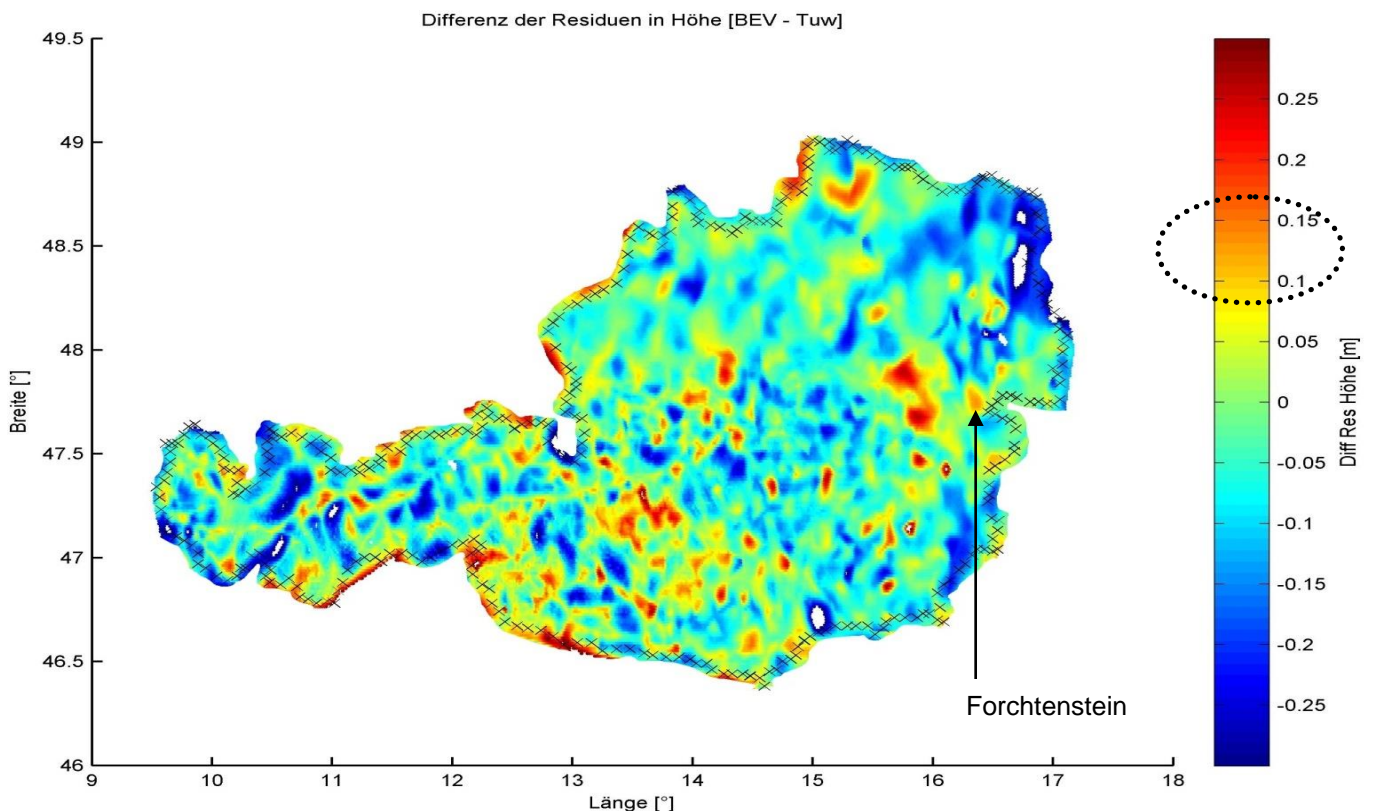
Diagramm 12: Gegenüberstellung Messepoche 2 Leica GS 15 und Leica GPS 1200



### 3.6 Resümee

Bei der genaueren Betrachtung der eingemessenen GNSS Höhen lässt sich sagen, dass die Werte, die mit dem Referenzdatenanbieter APOS bestimmt wurden, nur geringe Abweichungen zu der abgeleiteten Landeshöhe aufweisen.

Die Messwerte, welche mit dem Anbieter EPOSA erfasst wurden, weichen um rund 13 cm ab. Grund dafür ist die Verwendung von unterschiedlichen Rasterresiduen. Wie bereits in Kapitel 2.9 erwähnt, differieren die beiden Anbieter in der Ableitung der Rasterresiduen. An der Forschungsgruppe Höhere Geodäsie des Departments für Geodäsie und Geoinformation an der Technischen Universität Wien wurden die Raster der jeweiligen Anbieter gegenübergestellt. Das Ergebnis spiegelt sich in nachfolgender Grafik (Abbildung 22) wider.



**Abb. 22: Rasterdifferenz in Höhe APOS - EPOSA**

Bei der Gegenüberstellung der Raster fällt auf, dass im Bereich der Gemeinde Forchtenstein Klaffungen im Bereich von 10 bis 15 cm (siehe Abbildung 22) vorliegen. Um diesen Bias zu eliminieren wurde zu den Messwerten der jeweiligen Messepochen 13,6 cm (gemittelter Mittelwert der Epoche 1 + 2) addiert. Nach der Elimination ergeben sich jetzt folgende Abweichungen der Messepochen, welche in den Diagrammen 13 und 14 zu sehen sind.

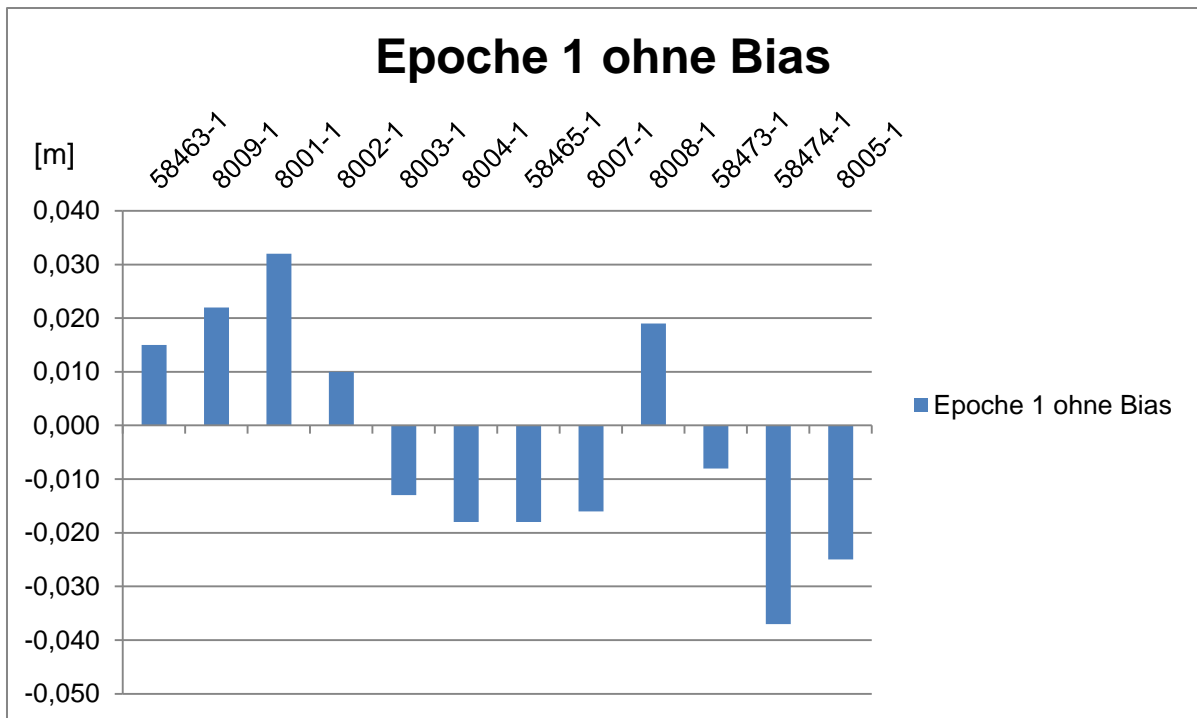


Diagramm 13: Abweichungen der Messepoche 1 nach Bias-Korrektur

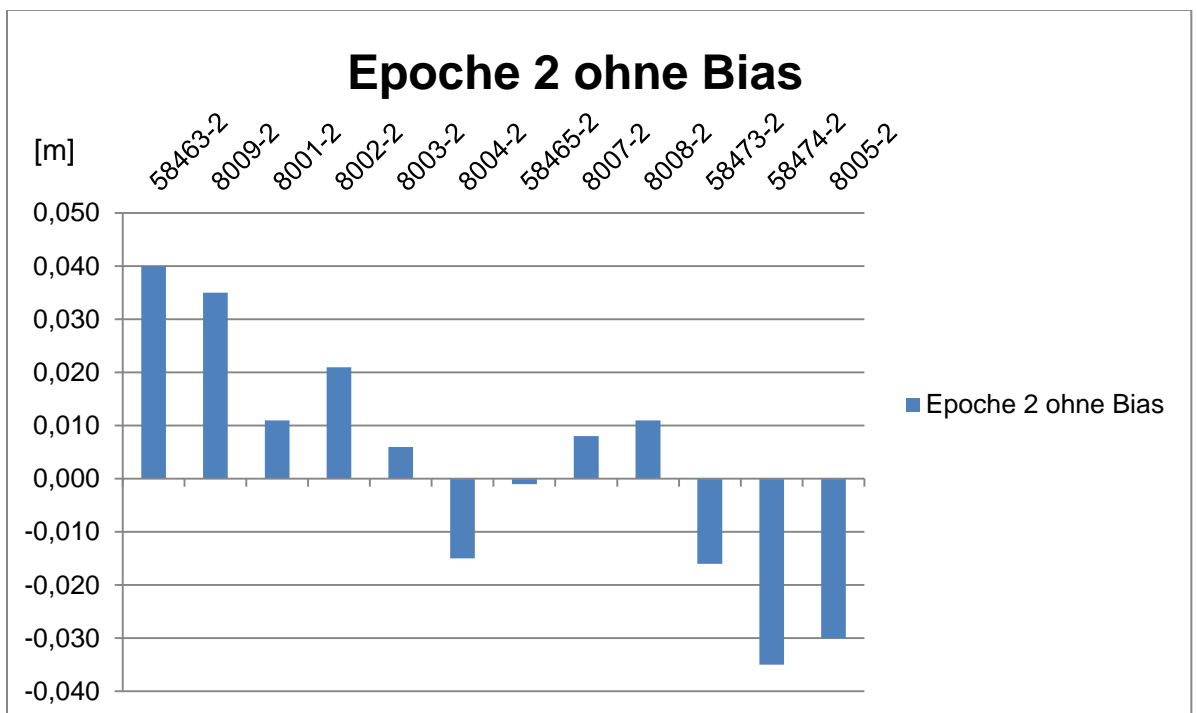


Diagramm 14: Abweichungen der Messepoche 2 nach Bias-Korrektur

Durch die Eliminierung des Bias konnten die Abweichungen zu der abgeleiteten Referenzhöhe drastisch vermindert werden und sogar kleinere Abweichungen als bei APOS erzielt werden. Die höchste Differenz nach der Eliminierung des Bias beträgt genau 4 cm. Die gemittelte Standardabweichung der vorhergehenden Messepochen

liegt bei 2,2 cm, die Standardabweichung der APOS-Höhenkomponente hingegen bei rund 2,65 cm.

Eine idente oder annähernd gleiche Punkthöhe (Anm. 1 cm Bereich) konnte beim Vergleich der jeweiligen Messepochen miteinander nur vereinzelt festgestellt werden. In diesem Zusammenhang soll nochmals erwähnt werden, dass die Messwerte, welche mit den Korrekturdaten von EPOSA gemessen wurden, weniger streuen als die Höhen, welche mit APOS gemessen wurden. Zudem wurde bei der zweiten Messepoche von APOS ein erkennbarer aber nicht nachvollziehbarer Bias in der Größenordnung von rund 3 cm festgestellt.

Wie dem Diagramm 10 zu entnehmen ist, weichen die EPOSA Höhen im Maximalfall knapp über zwei cm voneinander ab, während, wie in Diagramm 7 ersichtlich, die Höhenwerte von APOS um maximal 6.1 cm auseinanderklaffen. Dies spiegelt sich auch in der Standardabweichung der Höhen wider, die bei der Gegenüberstellung von APOS 1,9 cm und bei EPOSA 1,4 cm beträgt.

## 4. Ableitung weiterer Höhenarten

Im vorangegangenen Kapitel wurden die Gebrauchshöhen näher untersucht. Der kommende Abschnitt widmet sich weiteren Höhenarten und deren Ableitung aus GNSS-Messungen. In weiterer Folge wird aufgezeigt, wie sich diese unterschiedlichen Arten von der Referenzhöhe ableiten lassen bzw. von dieser abweichen.

*Die für die weitere Berechnung notwendigen Datensätze stammen vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen bzw. wurden von der FG Höhere Geodäsie zur Verfügung gestellt.*

1. Die **Geoidundulation** beschreibt den Abstand zwischen dem Referenzellipsoid und dem Geoid. In dieser Arbeit wurde ein Undulationsraster bezogen auf das GRS80 Ellipsoid verwendet.
2. Die **Schwerewerte** setzen sich aus der Gravitation und der Zentrifugalkraft zusammen. Schwerewerte werden auch als Fallbeschleunigung oder Erdbeschleunigung bezeichnet. An der Erdoberfläche werden die Schwerebeschleunigungen mittels eines Gravimeters gemessen. Diese werden in der SI-Einheit  $m/s^2$  wiedergegeben.
3. Die **Bougueranomalie**<sup>47</sup> spiegelt Dichteinhomogenitäten in der Erdoberfläche wider. Sie lässt sich aus der Subtraktion des Schwerewertes reduziert auf das Geoid und der Normalschwere ableiten.

$$\Delta g_B = g_B - \gamma \quad (4.1)$$

---

<sup>47</sup> <http://www.spektrum.de/lexikon/geowissenschaften/bouguer-anomalie/2261>

## 4.1 Ellipsoidische Höhe

Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, handelt es sich bei der ellipsoidischen Höhe um den Abstand vom Referenzellipsoid (GRS80) zur Erdoberfläche. Im Rahmen der GNSS-Messungen wurden die ellipsoidischen Höhen der jeweiligen Punkte bezogen auf das ETRS89 gemessen. Konkret handelt es bei den ellipsoidischen Höhen um die Werte, welche in der Messepoche 1 mit dem Anbieter APOS ermittelt wurden. In der nachfolgenden Tabelle sind die ellipsoidischen Höhenwerte der eingemessenen Punkte aufgelistet (Tabelle 8).

Punktnummer	ellipsoidische Höhe [m]
58463	333,051
8009	336,536
8001	339,086
8002	327,057
8003	348,104
8004	394,744
58465	364,268
8007	419,910
8008	539,115
58473	505,705
58474	539,429
8005	644,872
8006	761,430

**Tabelle 8: Ellipsoidische Höhe bezogen auf das mittlere Erdellipsoid GRS80**

## 4.2 Orthometrische Höhe

Die orthometrische Höhe  $H$  lässt sich durch Umformung der Formel (2.4) herleiten.

$$H = h - \text{Geoidundulation} \quad (4.2)$$

Hierfür wird neben der ellipsoidischen Höhe auch die Geoidundulation benötigt. Da das BEV die Geoidundulation in einem Raster von 1,5' x 2,5' an den Endverbraucher weitergibt, wurden für die jeweiligen Punkte die Undulationen interpoliert. (Tabelle 9)

Punktnummer	Geoidundulation [m]
58463	45,689
8009	45,694
8001	45,705
8002	45,677
8003	45,718
8004	45,777
58465	45,754
8007	45,775
8008	45,862
58473	45,804
58474	45,839
8005	45,891
8006	45,963

Tabelle 9: Geoidundulationen

Nach Subtraktion der Undulation (Tabelle 9) von den ellipsoidischen Höhen (Tabelle 8) lassen sich folgende orthometrische Höhen der Punkte bestimmen (Tabelle 10).

Punktnummer	orthometrische Höhe [m]
58463	287,362
8009	290,842
8001	293,381
8002	281,380
8003	302,386
8004	348,967
58465	318,514
8007	374,135
8008	493,253
58473	459,901
58474	493,590
8005	598,981
8006	715,467

**Tabelle 10: orthometrische Höhen**

Die aus der ellipsoidischen Höhe und der Geoidundulation berechnete orthometrische Höhe steht im Bezug zum Amsterdamer Pegel. Grund dafür sind die Undulationswerte, welche sich auf den Amsterdamer Pegel beziehen.

Aufgrund dieser Tatsache setzt sich die Differenz der Gebrauchshöhe MGI (Bezugspegel Adria 1875, Tabelle 1) und der orthometrischen Höhe (Amsterdamer Pegel, Tabelle 10) aus dem zu erwartenden Höhenunterschied von ein paar cm und der Differenz der unterschiedlichen Bezugspegel zusammen. Die Abweichungen der Referenzhöhe (Gebrauchshöhe MGI) und der orthometrischen Höhe sind in Tabelle 11 ersichtlich.

Punktnummer	Höhenunterschied [m]
58463	0,487
8009	0,438
8001	0,447
8002	0,428
8003	0,461
8004	0,421
58465	0,437
8007	0,456
8008	0,505
58473	0,435
58474	0,452
8005	0,466
8006	0,490

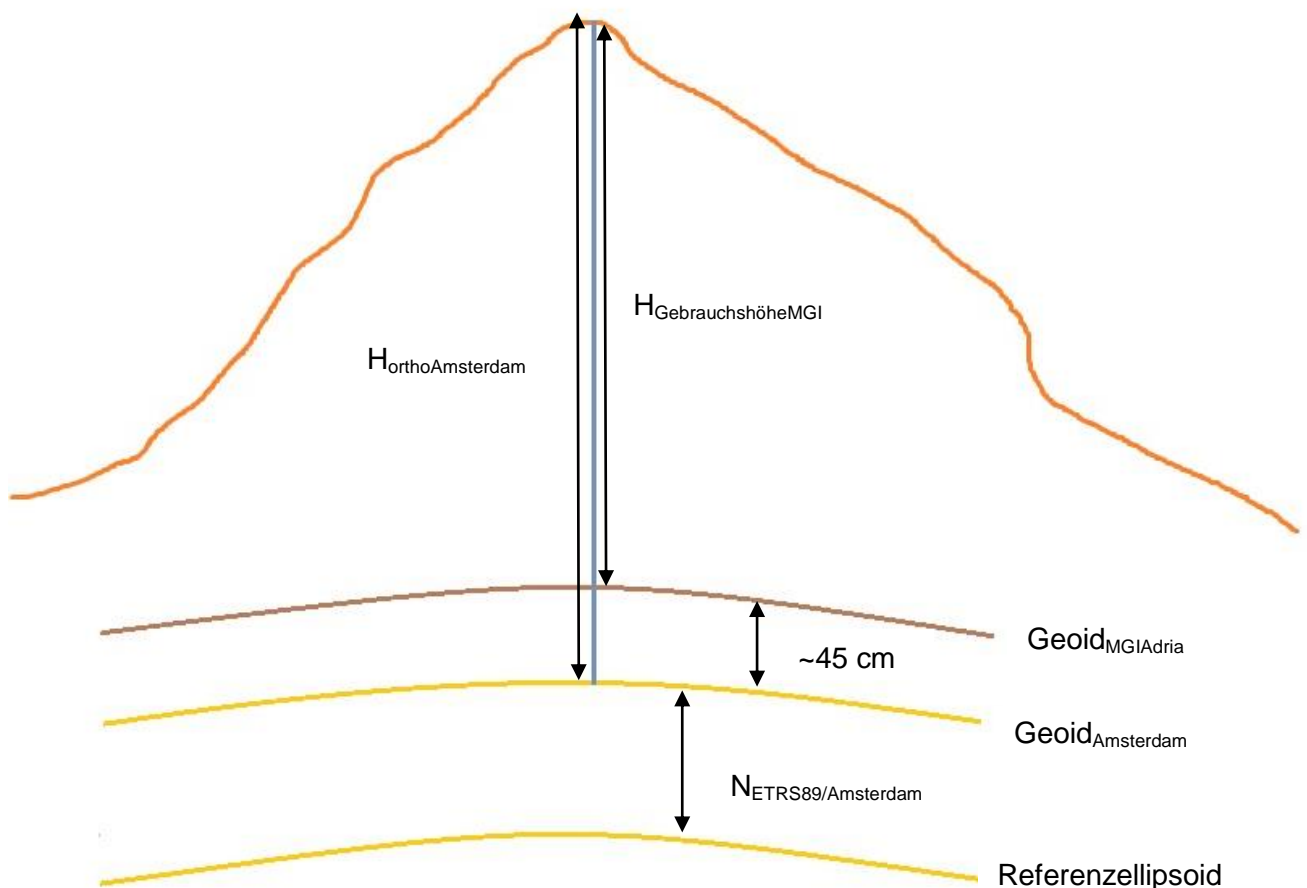
**Tabelle 11: Höhenunterschied Gebrauchshöhen MGI und orthometrischen Höhen**

Das Bundesamt für Eich und Vermessungswesen hat zur Umrechnung von ellipsoidischen GNSS-Höhen in Landeshöhen ein Höhengrid für ganz Österreich in ihrem Produktportfolio. In diesem Höhengrid sind die oben erwähnten Unterschiede ausgewiesen. Berechnet wird dieser wie folgt:

$$H_{Grid} = H_{orthoAmsterdam} - H_{GebrauchshöheMGI} \quad (4.3)$$

$$H_{Grid} + N_{ETRS89Amsterdam} = H_{ellipsoidisch} - H_{GebrauchshöheMGI} \quad (4.4)$$

In Abbildung 22 ist die oben näher ausgeführte Problematik graphisch veranschaulicht.



**Abb. 23: Definition Höhengrid**

Die Höhengridwerte kommen bei der Transformation ins Landessystem zur Anwendung. Konkret werden diese Werte im Rover für die jeweiligen Messpunkte interpoliert um nach Anwendung der Formel (4.4) auf die Gebrauchshöhe MGI (Pegel Adria 1875) schließen zu können.



### 4.3 Normalhöhen

Normalhöhen lassen sich nicht nur aus geopotentiellen Koten ableiten, sondern können auch durch die Differenz der ellipsoidischen Höhe und der Höhenanomalie gebildet werden.

$$H_N = h - \zeta \quad (4.5)$$

Für die Berechnung der Höhenanomalie wird nachfolgende Formel herangezogen.

$$\zeta = N - \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} * H \quad (4.6)$$

$N$ ... Geoidundulation (Tabelle 9)

$\Delta g_B$ ...Bougueranomalie

$\bar{\gamma}$ ...mittlere Normalschwere = 9,8 m/s<sup>2</sup>

$H$ ...orthometrische Höhe (Tabelle 10) der Referenzpunkte

Da für die Berechnung der Höhenanomalie die gleichen Geoidundulationen (Tabelle 9) verwendet werden wie bei der Ermittlung der orthometrischen Höhen, bezieht sich die in weiterer Folge berechnete Normalhöhe auf einen Potentialwert ausgehend vom Pegel von Amsterdam.

Für die in Formel (4.6) benötigten Bougueranomalien wurden nachfolgende Werte verwendet (Tabelle 12).

Punktnummer	Bougueranomalie [μgal]
58463	-25749
8009	-25561
8001	-25001
8002	-25831
8003	-24705
8004	-18151
58465	-21554
8007	-18632
8008	-13542
58473	-16254
58474	-14446
8005	-14778
8006	-14496

Tabelle 12: Bougueranomalien der Referenzpunkte

Nach Anwendung der Formel (4.6) wurden für die Punkte folgenden Höhenanomalien ermittelt (Tabelle 13).

Punktnummer	Höhenanomalie $\zeta$ [m]
58463	45,697
8009	45,702
8001	45,712
8002	45,684
8003	45,726
8004	45,783
58465	45,761
8007	45,782
8008	45,869
58473	45,812
58474	45,846
8005	45,900
8006	45,974

**Tabelle 13: Höhenanomalien**

Durch Anwendung der Formel (4.5) wurden die Normalhöhen mit dem Bezugspegel Amsterdam gewonnen. (Tabelle 14)

Punktnummer	Normalhöhe [m]
58463	287,354
8009	290,834
8001	293,374
8002	281,373
8003	302,378
8004	348,961
58465	318,507
8007	374,128
8008	493,246
58473	459,893
58474	493,583
8005	598,972
8006	715,456

**Tabelle 14: Normalhöhen**

## 4.4 Dynamische Höhen

Für die Berechnung der dynamischen Höhen müssen vorab die geopotentiellen Koten für die jeweiligen Punkte bestimmt werden. Dies geschieht üblicherweise indem ausgehend von einem Punkt (BEV-Bolzen) mit bekannter geopotentieller Kote eine Kombination aus Nivellement und Gravimetermessungen zu den Zielpunkten durchgeführt wird. Aus den Produkten  $g * \Delta h$  können dann alle gesuchten geopotentiellen Koten bestimmt werden. In dieser Arbeit wurde eine andere Vorgangsweise gewählt, da ja die dynamischen Höhen ausschließlich aus GNSS-Messungen bestimmt werden sollten. Somit werden die geopotentiellen Koten durch Umformung der Formel (2.5) hergeleitet.

$$C_P = H_N * \bar{\gamma} \quad (4.7)$$

Die Normalhöhe  $H_N$  wurde bereits berechnet (siehe Abschnitt 4.3).

Zur Berechnung von  $\bar{\gamma}$  wird zunächst der theoretische Schwerwert  $\gamma$  am Niveauellipsoid bestimmt. Hierfür wird die Formel von C. Somogiana verwendet.

$$\gamma = \frac{\gamma_A * a * \cos^2(\varphi) + \gamma_P * b * \sin^2(\varphi)}{\sqrt{a^2 * \cos^2(\varphi) + b^2 * \sin^2(\varphi)}} \quad (4.8)$$

Äquatorradius (große Halbachse)	$a$	6378136,60 m
Polradius (kleine Halbachse)	$b$	6356752,31 m
Normalschwere am Äquator	$\gamma_A$	9.7803267715 m/s <sup>2</sup>
Normalschwere am Pol	$\gamma_P$	9.8321863685 m/s <sup>2</sup>
Geographische Breite	$\varphi$	47,7125° - Da sich die Referenzpunkte im näheren Umfeld befinden wurde eine gemittelte geographische Breite verwendet.

Das Ergebnis aus Formel 4.8 ergibt  $\gamma = 9,79626279 \text{ m/s}^2$ .

Im nächsten Schritt muss an das zuvor berechnete Ergebnis der Freiluftgradient für die einzelnen Punkte angebracht werden. Dies geschieht mit nachfolgender Formel (4.9).

$$\bar{\gamma} = \gamma - 0,000003086 * \frac{H_N}{2} \quad (4.9)$$

In Tabelle 15 sind die theoretischen Schwerewerte in halber Normalhöhe ersichtlich.

Punktnummer	$\bar{\gamma}(H_N/2)$ [m/s <sup>2</sup> ]
58463	9,79582040
8009	9,79581503
8001	9,79581111
8002	9,79582963
8003	9,79579722
8004	9,79572534
58465	9,79577233
8007	9,79568651
8008	9,79550271
58473	9,79555417
58474	9,79550219
8005	9,79533957
8006	9,79515984

**Tabelle 15: theoretischer Schwerewert in halber Normalhöhe**

Durch Anwendung der Formel (4.7) können nun die geopotentiellen Koten der jeweiligen Punkte berechnet werden.

Punktnummer	Geopotentielle Kote [kgal]
58463	281,487
8009	284,896
8001	287,383
8002	275,628
8003	296,204
8004	341,832
58465	312,002
8007	366,484
8008	483,159
58473	450,491
58474	483,489
8005	586,713
8006	700,801

**Tabelle 16: geopotentielle Koten der Punkte**

Durch Division der geopotentiellen Kote (Formel (2.2)) mit dem Schwerewert bei 45° Breite werden die Koten ins metrische System gewandelt, jedoch ohne Bezug zu einer Referenzfläche. Die nachfolgende Tabelle gibt die dynamischen Höhen der jeweiligen Punkte wieder.

Punktnummer	Dynamische Höhe [m]
58463	287,050
8009	290,526
8001	293,063
8002	281,075
8003	302,058
8004	348,588
58465	318,168
8007	373,727
8008	492,708
58473	459,394
58474	493,044
8005	598,309
8006	714,651

**Tabelle 17: Dynamische Höhe**

## 4.5 Zusammenfassung

In der nachfolgenden Tabelle sind die jeweiligen Höhenarten der Punkte gegenübergestellt.

Bei der Spalte Höhe (MGI) handelt es sich um die österreichische Gebrauchshöhe mit dem Bezugspegel Adria 1875. Die ellipsoidische Höhe wurde im System ETRS89 gemessen und steht im Bezug zum GRS80 Ellipsoid. Sowohl die orthometrische Höhe als auch die Normalhöhe beziehen sich auf den Amsterdamer Pegel und damit implizit auch die dynamische Höhe.

Punktnummer	Höhe (MGI) [m]	ellipsoidische Höhe ETRS89 [m]	orthometrische Höhe [m]	Normalhöhe [m]	Dynamische Höhe [m]
58463	287,849	333,051	287,362	287,354	287,050
8009	291,280	336,536	290,842	290,834	290,526
8001	293,828	339,086	293,381	293,374	293,063
8002	281,808	327,057	281,380	281,373	281,075
8003	302,847	348,104	302,386	302,378	302,058
8004	349,387	394,744	348,967	348,961	348,588
58465	318,951	364,268	318,514	318,507	318,168
8007	374,591	419,910	374,135	374,128	373,727
8008	493,758	539,115	493,253	493,246	492,708
58473	460,336	505,705	459,901	459,893	459,394
58474	494,042	539,429	493,590	493,582	493,044
8005	599,447	644,872	598,981	598,972	598,309
8006	715,957	761,430	715,467	715,456	714,651

Tabelle 18: Gegenüberstellung der Höhenarten

Entsprechend dem Fehlerfortpflanzungsgesetz konnten folgende konservative Abschätzung getroffen werden.

Die ellipsoidische Höhe konnte mit einer Genauigkeit von  $\pm 3$  cm (RTK-Genauigkeit) bestimmt werden.

Die orthometrische Höhe, die neben der ellipsoidischen Höhe auch die Geoidundulation ( $\pm 2,2$  cm<sup>48</sup>) beinhaltet, konnte auf  $\pm 3,7$  cm bestimmt werden.

Die Normalhöhe welche zusätzlich zu den vorhergenannten auch die Bougeranomalie ( $\pm 1,5$  mgal<sup>49</sup>) beinhaltet wurde auch auf  $\pm 3,7$  cm berechnet.

<sup>48</sup> [http://www.bev.gv.at/portal/page?\\_pageid=713,1882218&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://www.bev.gv.at/portal/page?_pageid=713,1882218&_dad=portal&_schema=PORTAL)

<sup>49</sup> [http://www.bev.gv.at/portal/page?\\_dad=portal&\\_pageid=713,1572718&\\_schema=PORTAL](http://www.bev.gv.at/portal/page?_dad=portal&_pageid=713,1572718&_schema=PORTAL)

Da in die Berechnung der dynamischen Höhe die Normalhöhe einfließt, konnte auch diese auf  $\pm 3,7$  cm bestimmt werden.

In nachfolgender Tabelle 19 sind die Höhenunterschiede der jeweiligen Punkte zueinander dargestellt (8009-58463, 8001-8009, 8002-8001,...). Hierfür wurden zunächst die Höhenunterschiede zwischen den ellipsoidischen, orthometrischen Höhen, den Normalhöhen und den dynamischen Höhen berechnet. In weiterer Folge wurde von diesen Werten der Höhenunterschied der Gebrauchshöhe MGI subtrahiert.

[m]	ell.Höhe- MGI	ortho.Höhe- MGI	Normalhöhe- MGI	Dynamischer Höhe- MGI
8009-58463-	0,054	0,049	0,049	0,045
8001-8009	0,002	-0,009	-0,009	-0,012
8002-8001	-0,009	0,019	0,019	0,032
8003-8002	0,008	-0,033	-0,033	-0,056
8004-8003	0,100	0,041	0,042	-0,010
58465-8004	-0,040	-0,017	-0,018	0,017
8007-58465	0,002	-0,019	-0,019	-0,082
8008-8007	0,038	-0,049	-0,049	-0,186
58473-8008	0,011	0,069	0,069	0,108
58474-58473	0,018	-0,017	-0,017	-0,056
8005-58474	0,038	-0,014	-0,016	-0,141
8006-8005	0,048	-0,024	-0,026	-0,168

Tabelle 19: Höhenunterschiede in der Einheit m

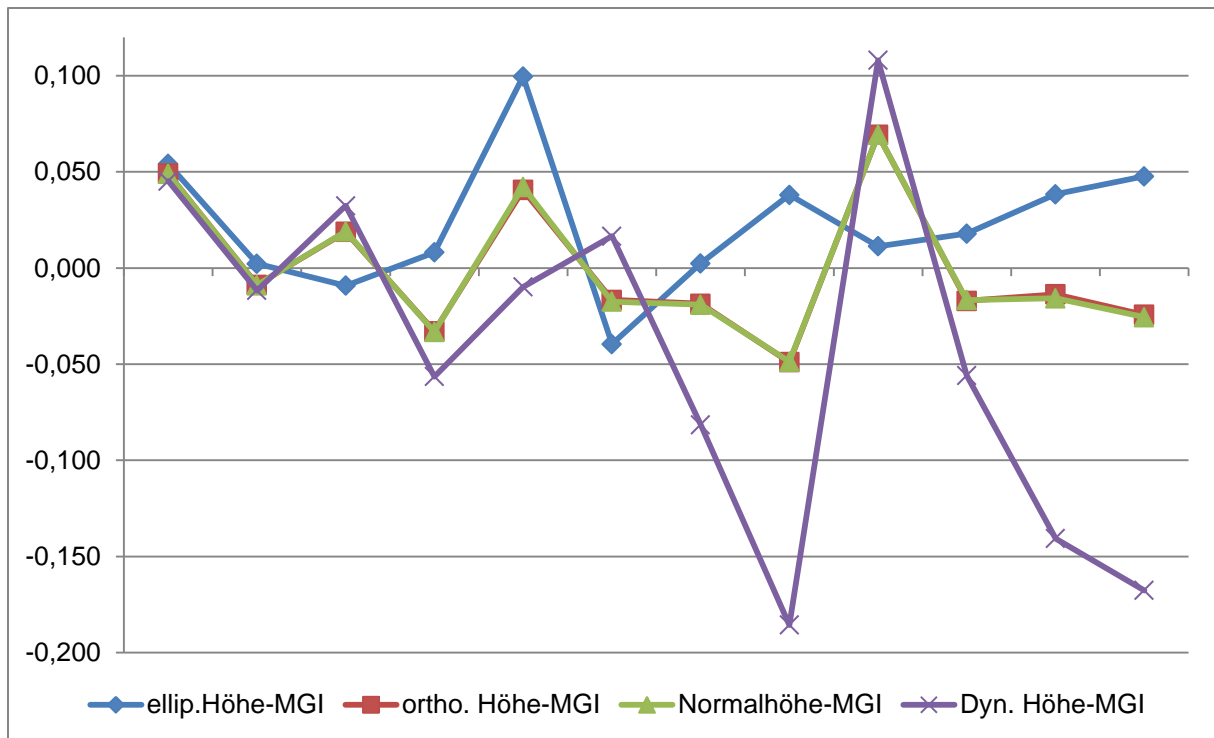


Diagramm 15: Höhenunterschiede der in Tabelle 18 dargestellten Werte

Aus Diagramm 15 ist abzulesen, dass mit zunehmenden Höhenunterschied die Abweichung der dynamischen Höhenunterschiede in Relation zu den Unterschieden der anderen Höhensysteme immer größer werden.

Die Interpretation der hier angeführten dynamischen Höhenunterschiede hat mit äußerster Vorsicht zu erfolgen. Die dynamische Korrektur zur Überführung nivellierter Höhen in dynamische Höhen ist ja bekanntlich sehr groß.

Während die dynamischen Höhen in sich konsistent sind, ist die Relation zu den anderen Höhenarten durch den willkürlich gewählten Schwerewert  $\gamma_{45}$  mit einem Maßstabsfaktor versehen. Dynamische Höhenunterschiede können also durch Wahl eines anderen mittleren Schwerewertes als Divisor an das Arbeitsgebiet bestens angepasst werden und sie können somit in Relation zu den Höhendifferenzen z.B. der orthometrischen Höhe minimiert werden.



## 5. Zusammenfassung

Als Grundlage für die GNSS-Messungen diene ein homogen verteiltes Höhennetz in der Gemeinde Forchtenstein. Ziel dieser Arbeit war unter anderem auch Methoden für die Ableitung physikalischer Höhen aus GNSS-Messungen zu untersuchen und vorzustellen. Zunächst wurden die ellipsoidischen Höhen (ETRS89) des Höhennetzes mittels GNSS ermittelt. Die ellipsoidischen Höhen (ETRS89) waren auch der Ausgangspunkt für die Berechnung der orthometrischen Höhen sowie der Normalhöhen.

Für die Ermittlung der orthometrischen Höhe wurde die Geoidundulation von der ellipsoidischen Höhe subtrahiert. Die gewonnenen orthometrischen Höhen beziehen sich auf den Amsterdamer Pegel, da die verwendeten Undulationswerte auf diesem basieren. Die Abweichung der orthometrischen Höhe bezogen auf den Amsterdamer Pegel zur Referenzhöhe (Adria 1875) beträgt rund 45 cm. Diese Abweichung setzt sich aus der zu erwartenden Höhendifferenz von einigen Zentimetern als auch aus der Differenz der unterschiedlichen Bezugspegel zusammen.

Für die Berechnung der Normalhöhe wird zunächst die Höhenanomalie für die jeweiligen Referenzpunkte ermittelt. Für die Ermittlung der Höhenanomalie benötigt man die Geoidundulation, Bougueranomalie, die orthometrische Höhe, sowie die Normalschwere. Im nächsten Schritt wird diese von der ellipsoidischen Höhe subtrahiert. Da sich die Undulationswerte auf den Amsterdamer Pegel beziehen, bezieht sich auch die Normalhöhe auf diesen Bezugspegel.

Sowohl Normalhöhe als auch die orthometrische Höhe weichen im flachen Gebiet nur knapp einen Zentimeter voneinander ab.

Für die Ermittlung der dynamischen Höhen mussten zunächst die geopotentiellen Koten der jeweiligen Punkte bestimmt werden. Dafür wurde zuerst ein theoretischer Schwerewert am Niveauellipsoid mittels des Verfahrens von C. Somogiana bestimmt. In weiterer Folge wurden an den ermittelten theoretischen Schwerewert die Freiluftgradienten auf halber Normalhöhe für die jeweiligen Punkte angebracht. Abschließend wurde die geopotentielle Kote aus dem Produkt des korrigierten theoretischen Schwerewertes und der Normalhöhe berechnet. Zur Gewinnung der dynamischen Höhe wurde im letzten Schritt die geopotentielle Kote durch den Schwerewert bei 45° Breite dividiert. Bei zunehmender Höhe wird die Abweichung der dynamischen Höhe zur Referenzhöhe immer größer. Die Abweichungen könnten

minimiert werden, wenn ein für das Messgebiet angepasster mittlerer Schwerewert verwendet werden würde.

Neben der Ableitung physikalischer Höhen aus GNSS-Messungen war der Vergleich und Unterschied der österreichischen Referenznetzanbieter ein Thema. Hierfür wurde das homogene Höhennetz mit APOS und EPOSA nachgemessen und mit der Referenzhöhe (Landeshöhe des Höhennetzes) gegenübergestellt.

APOS und EPOSA ähneln sich sowohl im Aufbau als auch in der Funktionsweise. Beide Anbieter verwenden nicht nur dasselbe Konzept, nämlich die virtuellen Referenzstationen für die Verteilung der Korrekturwerte, sondern auch die gleiche Methode für die Transformation ins Landessystem, die sogenannte Rastertransformation. Ein Unterschied zwischen beiden Systemen sind die Rasterresiduen. Für die Ableitung des APOS-Raster wurden über 28.000 amtliche Festpunkte herangezogen, während die Rasterresiduen von EPOSA auf 2.400 Festpunkten basieren.

Während die Lagekoordinaten beider Systeme nahezu identisch sind, kann es in der Höhenkomponente zu großen Abweichungen von der ermittelten Referenzhöhe kommen.

Die mit dem Anbieter APOS ermittelten Höhenwerte beider Messepochen kommen sehr nah an die Referenzhöhe heran. Die ermittelten Höhenwerte beider Messepochen weichen in der Regel um etwa zwei Zentimeter von der abgeleiteten Referenzhöhe ab. Die größte Abweichung liegt hier bei knapp über 7 cm.

Die Höhenwerte, welche mit dem Anbieter EPOSA gemessen wurden, wiesen einen stark negativen Bias auf. Das bedeutet, dass die ermittelten Höhenwerte stets niedriger waren als die Referenzhöhe. Aufgrund dieser Tatsache wurden die Raster beider Systeme gegenübergestellt, wodurch eine systematische Differenz ersichtlich wurde. Konkret bedeutet dies, dass sich die Rasterresiduen im Testgebiet von Forchtenstein im Bereich von 10 – 15 cm unterscheiden. Nach der Eliminierung des Bias und erneuter Gegenüberstellung der Werte wurden die Abweichungen erneut ermittelt. Im Durchschnitt sind die Werte nach der Elimination von der Referenzhöhe in etwa um knapp zwei cm abgewichen und die höchste Abweichung liegt bei 4 cm. Die durch die Eliminierung des Bias verbesserten Messwerte lieferten nun eine geringere Abweichung als der Dienst APOS.

Abschließend kann festgehalten werden, dass es möglich ist, physikalisch definierte Höhen aus GNSS-Messungen abzuleiten, jedoch werden für die Berechnung dieser einige „Zutaten“ benötigt.

Für die Höhen wurden folgende konservative Genauigkeitsabschätzungen getroffen.

Die ellipsoidische Höhe wurde  $\pm 3$  cm (RTK) durch GNSS bestimmt.

Die orthometrische Höhe basiert auf der ellipsoidischen Höhe und der Geoidundulation (Genauigkeit  $\pm 2,2$  cm<sup>50</sup>) und konnte auf  $\pm 3,7$  cm bestimmt werden.

Die Normalhöhe wurde mit einer Genauigkeit von  $\pm 3,7$  cm berechnet und beinhaltet neben den vorhergenannten auch die Bougueranomalie (Genauigkeit  $\pm 1,5$  mgal<sup>51</sup>).

Auch die dynamische Höhe wurde mit einer Genauigkeit von  $\pm 3,7$  cm berechnet, da für die Berechnung dieser die Normalhöhe verwendet wurde.

---

<sup>50</sup> [http://www.bev.gv.at/portal/page?\\_pageid=713,1882218&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://www.bev.gv.at/portal/page?_pageid=713,1882218&_dad=portal&_schema=PORTAL)

<sup>51</sup> [http://www.bev.gv.at/portal/page?\\_dad=portal&\\_pageid=713,1572718&\\_schema=PORTAL](http://www.bev.gv.at/portal/page?_dad=portal&_pageid=713,1572718&_schema=PORTAL)

## 6. Literaturverzeichnis

Kurt BRETTERBAUER, Das Höhenproblem in der Geodäsie 1986

BEV, 3-D Referenzsysteme in Österreich,  
[http://www.bev.gv.at/pls/portal/docs/PAGE/BEV\\_PORTAL\\_CONTENT\\_ALLGEMEIN/0200\\_PRODUKTE/SCHNITTSTELLENBESCHREIBUNGEN/SYSTEME\\_LANDESVERMESSUNG\\_2015.PDF](http://www.bev.gv.at/pls/portal/docs/PAGE/BEV_PORTAL_CONTENT_ALLGEMEIN/0200_PRODUKTE/SCHNITTSTELLENBESCHREIBUNGEN/SYSTEME_LANDESVERMESSUNG_2015.PDF)

Michael LECHNER, Erstellung eines modernen Koordinatentransformations- und Abbildungsmodul, Diplomarbeit TU Wien

KARAS THALER, EPOSA Vortrag, 2012

Norbert HÖGGERL, Realisierung des Europäischen Bezugssystems ETRS89 durch APOS -Austrian Positioning Service, <http://mplusm.at/ifg/download/Hoeggerl-05.pdf>

Heribert KAHMEN, Angewandte Geodäsie Vermessungskunde

Christof SCHÄFER, Höhensysteme – Definition und Rechenformeln, Geodätisches Institut Universität Stuttgart

LÄNDERÜBERGREIFENDES LEHRERFORUM FÜR VERMESSUNGSTECHNIK, GNSS-Grundlagen  
[http://netzwerk.lo-net2.de/lfvt/Unterricht/7\\_Aufnahmeverfahren\\_2/GPS/GNSS-Grundlagen.pdf](http://netzwerk.lo-net2.de/lfvt/Unterricht/7_Aufnahmeverfahren_2/GPS/GNSS-Grundlagen.pdf)

B. HOFMANN-WELLENHOF, H. LICHTENEGGER, J. COLLINS, GPS Theory and Practice

S.SCHNEID, H. MEICHLE, Normalhöhen in Baden-Württemberg, Arbeiten zur Einführung von Höhen im System des Deutschen Haupthöhennetzes 1992,  
[http://www.lv-bw.de/lvshop2/Produktinfo/wir-ueberuns/links/vortraege/DVW\\_Artikel\\_Normalhoehen\\_in\\_BW.pdf](http://www.lv-bw.de/lvshop2/Produktinfo/wir-ueberuns/links/vortraege/DVW_Artikel_Normalhoehen_in_BW.pdf)

SAARLAND LANDESAMT FÜR VERMESSUNG GEOINFORMATION UND LANDENTWICKLUNG, GLONASS, [http://www.saarland.de/dokumente/thema\\_lkvk2/GLONASS.pdf](http://www.saarland.de/dokumente/thema_lkvk2/GLONASS.pdf)

Robert WEBER, Skriptum Geokoordinatensysteme, 2012 TU Wien

Robert WEBER, Skriptum Potentialtheorie, 2014 TU Wien

Robert WEBER, Skriptum Erdschwerefeld, 2014 TU Wien

Robert WEBER, Skriptum Physikalische Geodäsie, 2015 TU Wien

Robert WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste, 2014 TU Wien

M. ROTHACHER, B. ZEBHAUSER, Einführung in GPS, 2000 TU München,  
[http://www.iapg.bgu.tum.de/mediadb/9785/9786/iapg\\_fesg\\_rpt\\_08.pdf](http://www.iapg.bgu.tum.de/mediadb/9785/9786/iapg_fesg_rpt_08.pdf)

Arne ZASTROV, GPS Grundlagen, 2009 FH Wiesbaden, <http://www.cs.hs-rm.de/~linn/fachsem0809/gps1/GPS-Grundlagen.pdf>

## 7. Abbildungsverzeichnis und Quellenangaben

Abb. 1: Fundamentalstationen ITRF 2008	10
<a href="http://itrf.ensg.ign.fr/GIS/">http://itrf.ensg.ign.fr/GIS/</a>	
Abb. 2: Verschiebung der Kontinentalplatten	11
<a href="http://itrf.ensg.ign.fr/GIS/">http://itrf.ensg.ign.fr/GIS/</a>	
Abb. 3: Meridianstreifenabbildung Österreich	13
WEBER, Geokoordinatensysteme 2012	
Abb. 4: Höhenarten	16
Abb. 5: Ellipsoidische Koordinaten	17
WEBER, Geokoordinatensysteme 2012	
Abb. 6: Erklärung Normalhöhe	19
Abb. 7: Gebrauchshöhenunterschiede Österreich und dessen Nachbarstaaten ausgehend vom Pegel Triest	21
<a href="http://www.bev.gv.at/pls/portal/docs/1/491932.GIF">http://www.bev.gv.at/pls/portal/docs/1/491932.GIF</a>	
Abb. 8: Bezugshöhen der österreichischen Nachbarländer	22
<a href="http://www.bkg.bund.de/nn_175414/DE/Bundesamt/Geodaesie/RefSys/RefHoehe/Hoehe03__node.html__nnn=true">http://www.bkg.bund.de/nn_175414/DE/Bundesamt/Geodaesie/RefSys/RefHoehe/Hoehe03__node.html__nnn=true</a>	
Abb. 9: Bahnen GPS-Satelliten	23
<a href="http://www.gps.gov/multimedia/images/constellation.jpg">http://www.gps.gov/multimedia/images/constellation.jpg</a>	
Abb. 10: Kontrollsegment von GPS	24
<a href="http://www.gps.gov/multimedia/images/GPS-control-segment-map.pdf">http://www.gps.gov/multimedia/images/GPS-control-segment-map.pdf</a>	
Abb. 11: Bahnen der GLONASS-Satelliten	26
<a href="http://www.spacecorp.ru/en/directions/glonass/orbital/">http://www.spacecorp.ru/en/directions/glonass/orbital/</a>	
Abb. 12: Kontrollstationen von GLONASS	27
<a href="http://www.navcen.uscg.gov/pdf/cgsicMeetings/48/Reports/International%20Subcommittee/%5B24%5D%20GLONASS%20CGSIC%2016.09.2008.pdf">http://www.navcen.uscg.gov/pdf/cgsicMeetings/48/Reports/International%20Subcommittee/%5B24%5D%20GLONASS%20CGSIC%2016.09.2008.pdf</a>	
Abb. 13: Funktionsweise der relativen Positionierung	32
KARAS THALER, EPOSA Vortrag, 2012	
Abb. 14: Funktionsweise der virtuellen Referenzstation	34
Robert WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste, 2014 TU Wien	
Abb. 15: Referenzstationen EPOSA	35
KARAS THALER, EPOSA Vortrag, 2012	
Abb. 16: Referenzstationen APOS	36
<a href="http://www.bev.gv.at/portal/page?_pageid=713,1571538&amp;_dad=portal&amp;_schema=PORTAL">http://www.bev.gv.at/portal/page?_pageid=713,1571538&amp;_dad=portal&amp;_schema=PORTAL</a>	

Abb. 17: eingemessenes Festpunktfeld für die Erstellung der Rasterresiduen	37
KARAS THALER, EPOSA Vortrag, 2012	
Abb. 18: Ablauf für den Erhalt der Rasterresiduen	37
KARAS THALER, EPOSA Vortrag, 2012	
Abb. 19 Rastererzeugung mittels Bikubischer Spline Interpolation	38
Robert WEBER, Skriptum Satellitennavigationsdienste, 2014 TU Wien	
Abb. 20: Politische Gemeinde Forchtenstein	39
<a href="http://geodaten.bgld.gv.at/de/kartendienste-fachdaten/kartendienste.html">http://geodaten.bgld.gv.at/de/kartendienste-fachdaten/kartendienste.html</a>	
Abb. 21: Aufbau trigonometrische Höhenableitung	41
Abb. 22: Rasterdifferenz in Höhe APOS - EPOSA	57
Abb. 23: Definition Höhengrid	64

## 8. Diagrammverzeichnis

Diagramm 1: Gegenüberstellung Koordinatentripel beider Messepochen Leica GS 15	46
Diagramm 2: Lage- und Höhenabweichung der Messepochen GS 15	47
Diagramm 3: Gegenüberstellung Koordinatentripel beider Messepochen Leica GPS 1200	48
Diagramm 4: Lage- und Höhenabweichung der Messepochen GPS 1200	49
Diagramm 5: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 1 Leica GS 15	50
Diagramm 6: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GS 15	51
Diagramm 7: Messepoche 1 gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GS 15	52
Diagramm 8: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 1 Leica GPS 1200	53
Diagramm 9: Referenzhöhe gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GPS 1200	54
Diagramm 10: Messepoche 1 gegenübergestellt Messepoche 2 Leica GPS 1200	55
Diagramm 11: Gegenüberstellung Messepoche 1 Leica GS 15 und Leica GPS 1200	56
Diagramm 12: Gegenüberstellung Messepoche 2 Leica GS 15 und Leica GPS 1200	56
Diagramm 13: Abweichungen der Messepoche 1 nach Bias-Korrektur	58
Diagramm 14: Abweichungen der Messepoche 2 nach Bias-Korrektur	58
Diagramm 15: Höhenunterschiede der in Tabelle 18 dargestellten Werte	72



## 9. Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: abgeleitete Referenzhöhe der Testpunkte	42
Tabelle 2: Messepoche 1 Leica GS 15	44
Tabelle 3: Messepoche 1 Leica GPS 1200	44
Tabelle 4: Messepoche 2 Leica GS 15	45
Tabelle 5: Messepoche 2 Leica GPS 1200	45
Tabelle 6: Mittelwert und Standardabweichung APOS	52
Tabelle 7: Mittelwert und Standardabweichung EPOSA	55
Tabelle 8: Ellipsoidische Höhe bezogen auf das mittlere Erdellipsoid GRS80	61
Tabelle 9: Geoidundulationen	62
Tabelle 10: orthometrische Höhen	63
Tabelle 11: Höhenunterschied Gebrauchshöhen MGI und orthometrischen Höhen	63
Tabelle 12: Bougueranomalien der Referenzpunkte	65
Tabelle 13: Höhenanomalien	66
Tabelle 14: Normalhöhen	66
Tabelle 15: theoretischer Schwerewert in halber Normalhöhe	68
Tabelle 16: geopotentielle Knoten der Punkte	69
Tabelle 17: Dynamische Höhe	69
Tabelle 18: Gegenüberstellung der Höhenarten	70
Tabelle 19: Höhenunterschiede in der Einheit m	71