



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

DIPLOMARBEIT

Bündelblockausgleich mit Geraden - ein Vergleich verschiedener Ansätze

Ausgeführt am

Department für Geodäsie und Geoinformation

Forschungsgruppe Photogrammetrie

der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von

Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Norbert Pfeifer

Betreuer:

Projektass. Dipl.-Ing. Wilfried Karel

durch

Romina Messner

Vogelsanggasse 2

A-2230 Gänserndorf

20. Oktober 2016

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die durch ihre fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt Prof. Norbert Pfeifer und meinem Betreuer Wilfried Karel die mir mit Hilfe und Ratschlägen beim Erstellen dieser Arbeit weitergeholfen haben.

Ich möchte mich auch bei meinen Freunden, Studienkollegen und Arbeitskollegen bedanken, die mich nicht nur während des Schreibens der Diplomarbeit, sondern während des gesamten Studiums begleitet und unterstützt haben.

Der größte Dank gilt meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, die mir mein Studium ermöglicht und mich in all meinen Entscheidungen unterstützt haben.

DANKSAGUNG

Kurzfassung

In der Photogrammetrie werden für den Bündelblockausgleich üblicherweise in mehreren Bildern beobachtete Punkte verwendet. Alternativ besteht die Möglichkeit anstatt auf Punkten auf andere geometrische Formen, wie zum Beispiel Geraden, zurückzugreifen. Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit verschiedenen Varianten von Bündelblockausgleichungen mittels solcher Geraden. Dazu wurden zur Parametrisierung der Geraden im Objektraum zwei verschiedene Definitionen verglichen, einerseits eine Parametrisierung mit Punkt und Richtungsvektor und andererseits eine minimale Parametrisierung mit zwei Lagekoordinaten und zwei Winkeln. Es zeigt sich, dass die Art der Parametrisierung der Geraden keinen Einfluss auf das Ergebnis des Ausgleiches macht. Die Definition der Beobachtungsgleichungen, die die Beziehung zwischen den beobachteten Geradenpunkten und den Geraden beschreibt, erfolgt ebenfalls auf zwei verschiedene Arten. Zum einen wurden diese im Koordinatensystem des Objektes und zum anderen im Bildkoordinatensystem definiert. Der Unterschied zwischen den ausgeglichenen Parameter und deren Genauigkeiten der beiden Varianten der Definition der Beobachtungsgleichungen ist gering. Bei der Variante in der die Beobachtungsgleichungen im Bildkoordinatensystem definiert sind, ist der Konvergenzradius größer und kann daher mit schlechteren Näherungswerten besser umgehen, während die zweite Variante leichter auch auf andere geometrische Formen, wie Kurven, adaptierbar ist.

Beim Vergleich der Ergebnisse eines Bündelblockausgleiches nur mit Geraden mit einem Ausgleich nur mit Punkten zeigt der Ausgleich nur mit Geraden schlechtere Genauigkeiten der ausgeglichenen Parameter. Eine Kombination von Geraden und Punkten in einem gemeinsamen Bündelblockausgleich verbessert die Genauigkeit gegenüber einem Ausgleich nur mit Punkten. Daher ist es, trotz des Mehraufwandes, sinnvoll auch eine Berücksichtigung von Geraden in Betracht zu ziehen.

KURZFASSUNG

Abstract

In Photogrammetry, bundle adjustment is usually performed with points measured in multiple images. As an alternative other geometric shapes such as lines could be used instead. In this thesis different versions for the consideration of lines in a bundle adjustment are developed. The parameterization of the lines in the object space is done according to two different definitions, on the one hand with a point and a direction vector and on the other hand with a minimal parameterization with two position coordinates and two angles. It can be seen that the parameterization of the lines has no influence on the results of the adjustment. The definition of the observation equation, which describes the relationship between the line point and the line, is also done in two different ways, in the coordinate system of the object and in the coordinate system of the image. Both definitions are similar in the adjustment parameters and in their accuracy. But the definition in which the observation equations are described in the image has a larger convergence radius and therefore can handle poor approximate coordinates better and the second definition is easier to extend to other geometric features like curves.

When the bundle adjustment with only lines is compared with a bundle adjustment with only points, it is seen that the adjustment with only lines shows worse results in the approximate coordinates and their precision. A bundle adjustment with a combination of lines and points shows a better accuracy than a bundle adjustment with only points. Therefore, it makes sense to consider lines in the bundle adjustment, despite of the additional effort.

ABSTRACT

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Photogrammetrie	3
2.2	Ausgleichsrechnung	5
2.3	Bündelblockausgleich	7
2.4	Parametrisierung von Geraden	8
2.4.1	Parametrisierung mit zwei Punkten	8
2.4.2	Aufpunkt und Richtungsvektor	8
2.4.3	Minimale Parametrisierung	9
2.4.4	Weitere Parametrisierungen	10
2.5	Verzeichnung	11
2.6	Statistischer Test	12
3	Umsetzung	15
3.1	Geradenparametrisierung	15
3.1.1	Geradendefinition - Referenzpunkt	15
3.1.2	Geradendefinition - Zusätzliche Verdrehung	16
3.1.3	Transformation zwischen den beiden Parametrisierungen	16
3.2	Beobachtungsgleichungen	17
3.2.1	Homologe Punkte - Identpunkte	17
3.2.2	Geraden	18
3.3	Datumsdefinition mit Geraden	22
3.4	Software	23
3.4.1	OrientAL	23

INHALTSVERZEICHNIS

3.4.2	Ceres Solver	23
3.4.3	Monoscope	23
3.5	Umsetzung in OrientAL	23
3.5.1	Bildkoordinatensystem	23
3.5.2	Ausgleich	24
3.5.3	Die vier Varianten	24
3.6	Daten	26
3.6.1	Messobjekt	26
3.6.2	Messaufnahmen	26
3.6.3	Eingangsparameter	27
3.6.4	Objektkoordinatensystem	27
3.6.5	Datumsfestlegung	30
3.6.6	Gewichtung der einzelnen Beobachtungen	31
3.7	Bestimmung der Näherungswerte	31
3.7.1	Innere und Äußere Orientierung	32
3.7.2	Homologe Punkte	32
3.7.3	Geraden	33
3.7.4	Nicht homologe Punkte	34
4	Ergebnisse	35
4.1	Vergleich der Varianten	35
4.1.1	Vergleich mit allen Geraden und Punkten	35
4.1.2	Vergleich ohne homologe Punkte	41
4.1.3	Vergleich mit einer Variante ohne Geraden	45
4.2	Näherungswerte	48
4.2.1	Verschlechterung der einzelnen Parametern	48
4.2.2	Gemeinsame Verschlechterung	53
5	Zusammenfassung und Résumé	55
	Quellenverzeichnis	57
	Literatur	57
	Online-Quellen	57

Symbolverzeichnis

a : Skalar

$\vec{a}$: Vektor

$\mathbf{a}$: Matrix

$\vec{a} \bullet \vec{b}$: Skalarprodukt

$\vec{a} \times \vec{b}$: Kreuzprodukt

$\|\vec{a}\|$: Betrag des Vektors

$\mathbf{AB}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$: Matrixprodukt

SYMBOLVERZEICHNIS

Kapitel 1

Einleitung

Die Rekonstruktion von Objekten in der Photogrammetrie wird in den meisten Fällen Mithilfe von sogenannten Verknüpfungspunkten, auch Identpunkte genannt, durchgeführt. Ein Verknüpfungspunkt ist ein Punkt am Objekt der in mehreren Bildern beobachtet wird. Sie werden benötigt um die Lage und Orientierung von Bildern zueinander zu bestimmen. Zusätzlich kann die Lage dieser Verknüpfungspunkte mit Hilfe von Passpunkten beziehungsweise Passinformationen in einem übergeordneten drei dimensional Koordinatensystem bestimmt werden. Durch die Wahl von am Objekt liegenden Verknüpfungspunkten ist die Rekonstruktion des Objektes möglich. Solche Verknüpfungspunkte werden zur Rekonstruktion des Objektes gewählt, da sie relativ leicht im Bild bestimmbar sind und mit Hilfe der Kollinearität eine einfache Beziehung zwischen den Koordinaten der Punkte im Bild und denen am Objekt herstellbar ist. Bei der Weiterverwendung des rekonstruierten Objektes, zum Beispiel in CAD, ist man aber normalerweise weniger an diesen Punkten interessiert, sondern eher an den Umrissen des Objektes, zum Beispiel an Hauskanten, Fensteröffnungen im Mauerwerk oder Straßenrändern. Diese Umrisse sind leichter mit Geraden und Kurven als mit Punkten beschreibbar. Dazu kommt, dass heutzutage in der modernen Photogrammetrie, diese Verknüpfungspunkte im allgemeinen nicht mehr per Hand gefunden werden, sondern vollautomatisch mit geeigneten Algorithmen. Dabei sind Features, wie Geraden und Kurven, nach Habib u. a. (2000), dank höherer Segmentierungsinformation, bei automatischen Detektierungsverfahren leichter zu detektieren als Punkte. Es kam daher schon Mulawa und Mikhail (1988) zu der Erkenntnis, dass in der digitalen Photographie und Bildprozessierung Punkte von weniger Interesse als andere Features, wie Linien oder Flächen, sind. Wesentlich ist auch, dass, wie in Habib u. a. (2000) angeführt, durch Hinzunahme von zusätzlichen Features die Systemredundanz erhöht wird und konsequenterweise auch die geometrische Stärke und Robustheit im Sinne der Möglichkeit zur Detektierung von Ausreißern verbessert wird.

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Implementierung und Analyse von Varianten wie Geraden in der Ausgleichsberechnung mit der Software OrientAL berücksichtigt werden können. Dazu wurden zwei verschiedene Arten der Geradenparametrisierung verwendet, die Beide ihre Vor- und Nachteile aufweisen. Beide Parametrisierungen parametrisieren die Gerade im Objektraum. In den Bildern wurden nicht die Geraden selber beobachtet, sondern auf den Geraden liegende Geradenpunkte. Diese können homologe oder nicht homologe Punkte sein. Homologe Geradenpunkte sind Verknüpfungspunkte

1. EINLEITUNG

und können in mehreren Bildern beobachtet werden. Es sind oft Schnittpunkte zwischen zwei oder mehreren Geraden, zum Beispiel bei einer Hausecke, und werden daher für die Beschreibung von mehreren Geraden verwendet. Nicht homologe Punkte andererseits, sind Punkte die nur in einem Bild beobachtet werden können. In dieser Diplomarbeit sind es Punkte die nur die Bedingung besitzen, dass sie auf der Gerade liegen. Diese Punkte liegen zum Beispiel entlang einer Hauskante eines Hauses und es ist optisch nicht möglich die Position des Punktes entlang der Gerade in einem anderen Bild zu bestimmen. Diese Geradenpunktbeobachtungen werden für den Ausgleich benötigt. Je nach Art der Punkte wird eine unterschiedliche Anzahl zur Parametrisierung einer Gerade benötigt. Während mit zwei homologen Punkten eine Gerade eindeutig bestimmt werden kann, werden in mindestens zwei Bildern jeweils mindestens zwei nicht homologe Punkte benötigt. Die Anzahl der notwendigen Beobachtungen bleibt aber gleich. Eine Gerade kann im Raum durch vier Parameter eindeutig parametrisiert werden und es werden daher mindestens vier Beobachtungen zur Bestimmung der Geradenparameter benötigt. Mit den Beobachtungen werden Beobachtungsgleichungen aufgestellt, die die Beziehung dieser Beobachtungen zu der entsprechenden Gerade mathematisch beschreiben. Die Beschreibung erfolgt auf zwei Arten, bei der ersten wird sie im Bild definiert und bei der anderen im Objektraum. Ziel dieser Diplomarbeit ist es, Vor- und Nachteile dieser beiden Varianten aufzuzeigen.

Die Arbeit ist so aufgebaut, dass im ersten Teil kurz auf die für den Bündelblockausgleich notwendige Theorie eingegangen wird und verschiedene Geradenparametrisierungen im dreidimensionalen Raum aufgezeigt werden. Im zweiten Teil werden die Beobachtungsgleichungen aufgestellt und auf die praktische Umsetzung der Varianten in OrientAL eingegangen. Zusätzlich wird das Messobjekt und die Definition der Koordinatensysteme besprochen. Im dritten Teil werden die verschiedenen Ergebnisse präsentiert. Dabei werden zuerst die verschiedenen Varianten gegenübergestellt, in einem weiteren Schritt die Robustheit der Varianten bei einer geringeren Geraden und Punkteanzahl verglichen und die Ergebnisse im Vergleich mit einem Ausgleich ohne Geraden betrachtet. In einem letzten Schritt die notwendige Genauigkeit der Näherungswerte untersucht.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Photogrammetrie¹

Das Ziel der Photogrammetrie ist aus Bildern die Lage, Form und Größe von Objekten zu rekonstruieren. Im klassischen Sinn sind diese Bilder Photographien die auf konventionelle oder digitale Weise aufgenommen wurden.

Um das zu ermöglichen wird unter anderem mittels der sogenannten Kollinearitätsgleichungen ein Zusammenhang zwischen Punkten am Objekt und dessen Abbildungen im Bild hergestellt. Als kollinear werden Punkte beschrieben die auf derselben Gerade liegen, während Punkte und Geraden die auf einer Ebene liegen komplanar zueinander sind. Bei den Kollinearitätsgleichungen in der Photogrammetrie liegen der Punkt am Objekt, dessen aufgenommener Bildpunkt und das Projektionszentrum der Kamera auf einer Gerade, dem Bildstrahl. Figur 2.1 zeigt diesen Zusammenhang, O ist das Projektionszentrum, P der Punkt am Objekt und P' dessen Abbildung im Bild. Punkte im Bild werden üblicherweise in einem Bildkoordinatensystem (xyz) beschrieben, wobei alle Bildpunkte in der xy Ebene liegen. Die Koordinaten der Punkte am Objekt werde in einem Objektkoordinatensystem (XYZ) beschrieben. Die Einheit des Bildkoordinatensystems wird bei digitalen Bildern meistens in Pixel angegeben, wobei ein Pixel der Größe eines Bildelementes entspricht. Den Zusammenhang zwischen diesem Bildkoordinatensystem und dem Koordinatensystem des Objektes beschreibt eine räumliche Ähnlichkeitstransformation, dessen Rotation um das Projektionszentrum erfolgt.

Mathematisch können die Kollinearitätsgleichungen folgendermaßen beschrieben werden:

$$x = x_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (2.1)$$

$$y = y_0 - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}, \quad (2.2)$$

wobei x und y die Koordinaten der Abbildung des Punktes im Bildkoordinatensystem und X , Y und Z die Koordinaten des Punktes im Objektkoordinatensystem sind. x_0 ,

¹Dieser Abschnitt ist eine Zusammenfassung aus dem Kapitel „Zentralprojektion des Raumes“ von Kraus (2004).

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

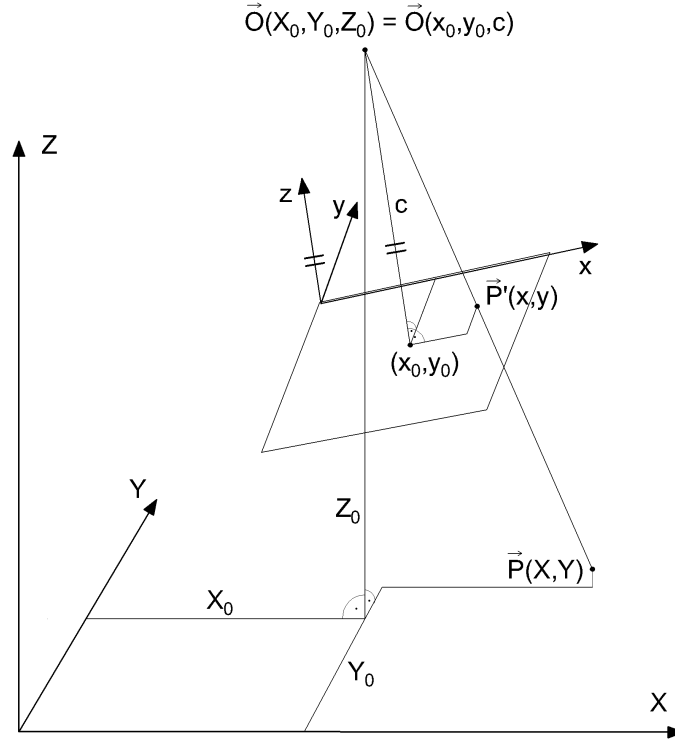


Abbildung 2.1: Zusammenhang zwischen Bild und Objektkoordinaten. Diese Grafik stammt von Kraus, 2004 und wurde von der Verfasserin adaptiert.

y_0 und c werden auch als Innere Orientierung bezeichnet und beschreiben die Lage des Projektionszentrums im Bildkoordinatensystem, X_0 , Y_0 und Z_0 die Koordinaten des Projektionszentrums im Objektkoordinatensystem und die neun Parameter r_{ij} beschreiben die Drehung des Objektkoordinatensystems in das Bildkoordinatensystems, dessen Drehmatrix zusammengesetzt folgende Form aufweist:

$$\mathbf{R}^T = r_{ik} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Die Drehmatrix $\mathbf{R}$ und X_0 , Y_0 und Z_0 werden auch Äußere Orientierung genannt. Es ist möglich die neun Parameter der Drehmatrix auf drei Drehungen um die Koordinatenachsen zu reduzieren. Hierfür macht es Sinn das Objektkoordinatensystem und das Bildkoordinatensystem als kartesisches Koordinatensystem zu definieren.

Mit Hilfe der Kollinearitätsgleichungen ist es möglich einen Punkt vom Objektkoordinatensystem ins Bildkoordinatensystem zu transformieren. Mit nur einem Bild ist es nicht möglich von den Koordinaten im Bildkoordinatensystem auf die Koordinaten im Objektkoordinatensystem zu schließen, da die genaue Lage des Objektpunktes auf dem von Bildpunkt und Projektionszentrum definierten Bildstrahl unbekannt ist. Um dennoch die Objektkoordinaten eines Punktes zu erhalten, kann der Punkt in noch mindestens einem weiteren Bild gemessen werden und kann dann Mithilfe des Verschneidens der einzelnen Bildstrahlen berechnet werden.

Auf ähnliche Weise ist es möglich mit nicht homologen Geradenpunkten im Bild eine Gerade im Objektkoordinatensystem zu rekonstruieren. Jeder nicht homologe Geradenpunkt definiert mit dem jeweiligen Projektionszentrum einen Bildstrahl. Da die Gerade den Bildstrahl jedes Geradenpunktes schneidet, kann mit Hilfe mehrere Geradenpunkte die Gerade rekonstruiert werden. Dazu müssen in mindestens zwei Bildern jeweils zwei Geradenpunkte gemessen werden.

Es muss erwähnt werden, dass sich, bedingt durch Modellfehler und Messungenauigkeiten, diese Bildstrahlen normalerweise nicht schneiden werden und daher geeignete Verfahren der Ausgleichsrechnung zur Lösung verwendet werden.

2.2 Ausgleichsrechnung²

Verfahren der Ausgleichsrechnung werden benötigt, wenn ein Gleichungssystem nicht eindeutig lösbar ist. Das ist unter anderem dann der Fall, wenn es mehr Beobachtungen, also Messungen, gibt als Unbekannte bestimmt werden müssen und diese Messungen keine Widersprüche beinhalten. Wenn die Beobachtungen keine Messunsicherheiten beinhalten und auch keine Modellfehler auftreten, ist das Gleichungssystem auch mit mehr Beobachtungen als Unbekannten eindeutig lösbar. Wenn gleich viele Unbekannte wie Beobachtungen verwendet werden ist das Gleichungssystem zwar in den meisten Fällen lösbar, es kann aber keine Aussage über die Genauigkeiten der bestimmten Unbekannten getroffen werden. Bei weniger Unbekannten als Beobachtungen ist das Gleichungssystem per se nicht lösbar. Es können aber zusätzliche Bedingungen eingeführt werden um es dennoch lösen zu können.

Wenn aus Bildern ein Objekt rekonstruiert werden soll, wird das klassisch, wie in Kapitel 2.1 besprochen, durch Messen der Lage von Punkten in mehreren Bildern mittels der Kollinearitätsgleichungen gelöst. Diese Messungen, auch Beobachtungen genannt, können in einem sogenannten Beobachtungsvektor $\vec{L}$ zusammengefasst werden und die gesuchten Unbekannten, die Objektkoordinaten im Objektkoordinatensystem und gegebenenfalls andere Parameter wie zum Beispiel die Orientierungen, in einem Unbekanntenvektor $\vec{X}$.

Der Zusammenhang zwischen dem Beobachtungsvektor $\vec{L}$ und dem Unbekanntenvektor $\vec{X}$ wird durch ein funktionales Modell beschrieben. Dieses besteht aus den Beobachtungsgleichungen f_i :

$$\vec{L} + \vec{\epsilon} = f_i(\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_u). \quad (2.4)$$

Da die Beobachtungen Zufallsgrößen sind, und immer auch eine gewisse Messunsicherheit beinhalten, müssen auch Verbesserungen $\vec{\epsilon}$ angebracht werden.

Um diesen Zusammenhang in einem linearen mathematischen Zusammenhang darstellen zu können, wird das funktionale Modell linearisiert. Hierzu wird eine Taylorreihenentwicklung verwendet, diese aber nach dem ersten Term abgebrochen. Dadurch kann eine Matrix

²Dieser Abschnitt ist eine Zusammenfassung von Niemeier (2002) und Perović (2005)

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

$\mathbf{A}$ mit der Form

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & \frac{\partial f_1}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial X_u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial X_1} & \frac{\partial f_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial X_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial X_1} & \frac{\partial f_n}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial X_u} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

gebildet werden.

Um den Linearisierungsfehler möglichst klein zu halten wird das Modell an der Stelle von Näherungswerten $\vec{X}^0$ des Unbekanntenvektors linearisiert. Die ausgeglichen Parameter $\vec{X}$ setzen sich dann aus diesen Näherungswerten $\vec{X}^0$ und einem Koordinatenzuschlag $\vec{x}$ zusammen:

$$\vec{X} = \vec{X}^0 + \vec{x}. \quad (2.6)$$

Zusätzlich müssen die Zuschläge der Beobachtungen berechnet werden. Um diese zu berechnen wird der genäherte Beobachtungsvektor $\vec{L}^0$ benötigt. Dieser wird mit Hilfe des ursprünglichen funktionalen Modells f_i und dem Näherungswerten $\vec{X}^0$ berechnet.

$$\vec{L}_i^0 = f_i(\hat{X}_1^0, \hat{X}_2^0, \dots, \hat{X}_u^0). \quad (2.7)$$

Damit kann der verkürzte Beobachtungsvektor $\vec{l}$ bestimmt werden.

$$\vec{l} = \vec{L} - \vec{L}^0 \quad (2.8)$$

Am Ende soll eine lineare Beziehung in der Form

$$\vec{l} + \vec{v} = \mathbf{A}\vec{x}, \quad (2.9)$$

gefunden werden.

Zur Bestimmung der Unbekannten $\vec{x}$ wird die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Die Methode der kleinsten Quadrate hat das Ziel die Unbekannten so zu bestimmen, dass die quadratischen Verbesserungen minimal werden. Es kann daher folgende Bedingung definiert werden:

$$\vec{v}^T \vec{v} \rightarrow \min \quad (2.10)$$

Mit dieser Bedingung kann das System so umgeformt werden, dass der Lösungsvektor auf folgende Weise berechnet werden kann:

$$\vec{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \vec{l}. \quad (2.11)$$

Die Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ entspricht der Inversen der Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\text{II}}$.

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{\text{II}}^{-1} \quad (2.12)$$

Die Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\text{II}}$ setzt sich aus der Varianz der Gewichtseinheit σ_0^2 und der Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma}_{\text{II}}$ der Beobachtungen a priori zusammen.

$$\mathbf{Q}_{\text{II}} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \mathbf{\Sigma}_{\text{II}}, \quad (2.13)$$

wobei die Kovarianzmatrix Σ_{Π} aus den Varianzen und Kovarianzen der einzelnen Beobachtungen besteht.

$$\Sigma_{\Pi} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1}\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Die Kofaktormatrix der Unbekannten $\mathbf{Q}_{XX}$ kann mithilfe der Matrix $\mathbf{A}$ und der Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ bestimmt werden.

$$\mathbf{Q}_{XX} = \left(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \right)^{-1}. \quad (2.15)$$

Wegen der Linearisierung des funktionalen Modells muss das Ergebnis darauf hin überprüft werden, ob die Lösung auch im ursprünglichen Gleichungssystem den Genauigkeitsanforderungen entspricht. Im Fall dass die Anforderungen nicht erfüllt ist, kann eine weitere Iteration des Ausgleiches durchgeführt werden. Das kann solange durchgeführt werden bis die Anforderungen erfüllt sind.

2.3 Bündelblockausgleich³

Im Kapitel 2.1 wurde die Äußere und Innere Orientierung der Bilder als bekannt angenommen. Oftmals sind diese aber nicht oder nur unzureichend genau bekannt. Der Bündelblockausgleich hat als Ziel die Äußere und Innere Orientierung von mehreren Bildern und die Objektpunkte in einem gemeinsamen Ausgleich gleichzeitig zu bestimmen. Dazu werden die Objektpunkte in möglichst vielen Bildern beobachtet. Diese Punkte werden auch Verknüpfungspunkte genannt. Wenn eine Ähnlichkeitstransformation zwischen Bildkoordinatensystem und Objektkoordinatensystem definiert wird, kann die Äußere Orientierung pro Bild mit sechs zusätzlichen Parametern bestimmt werden. Je nach verwendeter Kamera bzw. mehreren Kameras kann die Innere Orientierung als bekannt angesehen werden, für alle Bilder als gleich angenommen werden oder muss für jedes Bild einzeln als Unbekannte in den Ausgleich eingeführt werden.

Mit Verknüpfungspunkten alleine ist es nicht möglich die Koordinaten der Objektpunkte im Objektkoordinatensystem zu bestimmen. Es ist zwar möglich die Bilder relativ zueinander zu orientieren und dadurch ein lokales Koordinatensystem mit den dreidimensionalen Objektpunkten zu definieren, dieses Modellkoordinatensystem wird sich aber im Allgemeinen zum Objektkoordinatensystem in Lage, Orientierung und Maßstab unterscheiden. Um einen Zusammenhang mit dem Objektkoordinatensystem zu erhalten, müssen entweder die Position und Rotation der Kameras direkt gemessen werden oder neben reinen Verknüpfungspunkten auch Passpunkte gemessen werden. Passpunkte sind Punkte dessen Koordinaten im Objektkoordinatensystem bekannt sind. Die Herstellung dieses Zusammenhangs wird auch Datumsdefinition genannt. Bei einem Bündelblockausgleich im dreidimensionalen Raum müssen mindestens sieben Parameter fixiert werden. Diese Parameter gehen nicht als Unbekannte in den Ausgleich ein und müssen so gewählt werden, dass

³Dieser Abschnitt ist eine Zusammenfassung aus Kraus (2004)

mit ihnen die Transformationsparameter (Translation, Rotation und Maßstab) eindeutig bestimmbar sind. Alternativ dazu kann ein weiches Datum verwendet werden. Bei einem weichen Datum werden zwar mindestens sieben Parameter im Objektkoordinatensystem beobachtet, diese Parameter werden aber auch als Unbekannte im Ausgleich eingeführt.

2.4 Parametrisierung von Geraden⁴

Geraden können im dreidimensionalen Raum auf unterschiedlichste Weise parametrisiert werden. Die einzelnen Parametrisierungen haben je nach Anwendungsfall Vor- und Nachteile. Für einen Ausgleich ist eine eindeutige und minimale Parametrisierung sinnvoll. Minimal, weil dann keine Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Parametern herrschen und weniger Unbekannte bestimmt werden müssen. Eindeutig, damit ein und dieselbe Gerade nicht auf mehrere Arten beschrieben werden kann und diese auch sofort als dieselbe erkannt werden kann. Eine eindeutige Parametrisierung kann auch durch zusätzliche Bedingungen erreicht werden. Eine minimale Parametrisierung einer Gerade im dreidimensionalen Raum ist mit vier Parametern gegeben. Durch die Definition von zusätzlichen Bedingungen kann die Anzahl an Beobachtungen die zur Berechnung der Gerade mindestens benötigt wird auf die gleiche Anzahl wie bei einer minimalen Parametrisierung reduziert werden. Im folgenden Abschnitt wird auf einige der möglichen Parametrisierungen näher eingegangen.

2.4.1 Parametrisierung mit zwei Punkten

Eine Gerade kann durch zwei auf ihr liegende Punkte, sofern sie nicht identisch sind, definiert werden. Diese Punkte können irgendwo auf dieser Gerade liegen, wodurch ein und dieselbe Gerade durch unendlich viele verschiedene Punktpaare beschrieben werden kann. Weiteres, werden sechs Parameter benötigt, nämlich jeweils die drei Koordinaten der Punkte, und ist daher auch keine minimale Parametrisierung. Durch zusätzliche Bedingungen, zum Beispiel, dass die Punkte in Ebenen, die die Koordinatensystemachsen aufspannen, liegen, kann die Gerade eindeutig beschrieben werden. Diese Bedingungen reduzieren auch die Anzahl der benötigten Beobachtungen zur Bestimmung der Gerade, hätten aber den Nachteil, dass dadurch nicht mehr jede Gerade beschrieben werden kann. So können zum Beispiel Geraden die parallel zu einer dieser Ebenen liegen nicht mehr beschrieben werden. Um weitere auf der Gerade liegende Punkte zu finden, muss eine Geradengleichung aufgestellt werden. Zur Bildung der Geradengleichung, kann mit Hilfe der beiden Punkte ein Richtungsvektor definiert werden.

2.4.2 Aufpunkt und Richtungsvektor

Eine sehr anschauliche Variante zur Parametrisierung einer Gerade ist mit Hilfe eines Punktes $\vec{A}$ und einem Richtungsvektor $\vec{V}$. Mit ihnen kann eine Geradengleichung aufgestellt werden:

$$g : \vec{P} = \vec{A} + \lambda \cdot \vec{V}. \quad (2.16)$$

⁴Teile des folgenden Abschnittes sind aus Heuel (2004) entnommen

Mit dem Parameter λ , der die Werte $(-\infty, \infty)$ annehmen kann, kann die Lage eines beliebigen Geradenpunktes $\vec{P}$ auf der Gerade beschrieben werden.

Bei dieser Definition, mit Aufpunkt und Richtungsvektor, werden sechs Parameter benötigt. Sie ist ebenfalls nicht eindeutig definiert, da ein und dieselbe Gerade mit unendlich vielen verschiedenen Aufpunkt und Richtungsvektor Paaren gebildet werden kann. Um eine eindeutige Parametrisierung zu erhalten, die auch eine minimale Anzahl an Beobachtungen benötigt, müssen zwei zusätzliche Bedingungen festgelegt werden. Diese können zum Beispiel sein, dass der Richtungsvektor $\vec{V}$ auf die Länge 1 normiert wird und dass der Aufpunkt $\vec{A}$ den kürzesten möglichen Abstand zum Ursprung aufweist. Die zweite Bedingung ist dann erfüllt, wenn der Vektor des Aufpunktes $\vec{A}$ normal zu der Gerade liegt. Das ist dann der Fall, wenn das Skalarprodukt zwischen dem Aufpunkt $\vec{A}$ und dem Richtungsvektor $\vec{V}$ verschwindet. Die zwei Bedingungen können daher folgendermaßen mathematisch beschrieben werden:

$$\|\vec{V}\| = 1 \quad (2.17)$$

$$\vec{A} \bullet \vec{V} = 0 \quad (2.18)$$

Vorteile dieser Definition sind, dass sie sehr anschaulich ist und in den Unbekannten der Gerade $\vec{A}$ und $\vec{V}$ linear ist, während die notwendigen Zusatzbedingungen definitiv als Nachteil anzusehen sind.

2.4.3 Minimale Parametrisierung

Um eine minimale Parametrisierung, also eine Beschreibung mit vier Parametern, zu erhalten gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Drei Winkel und Normalabstand

In Zielinski (1992) wird die Gerade mit drei Winkeln und dem Normalabstand beschrieben. Hierbei werden zwei der Winkel und der Normalabstand zur Gerade aus den Polarkoordinaten des Punktes P auf der Gerade erhalten, der den kürzesten Abstand zum Ursprung hat. Dadurch, dass durch diese Definition der Vektor des Punktes $\vec{P}$ normal auf die Gerade steht, liegt die Gerade in der von $\vec{P}$ aufgespannten Tangentialebene und der dritte Winkel beschreibt nur mehr die Lage der Gerade innerhalb dieser Tangentialebene. Nachteile dieser Variante sind, dass bei Geraden die durch den Ursprung gehen diese Definition nicht mehr eindeutig ist und dass diese Beschreibung in den Parametern nicht linear ist.

Zwei Winkel und zwei Koordinaten

Eine andere Beschreibung wird in Schenk (2004) gewählt. Hier beschreiben die Winkel ϕ und θ die Richtung der Gerade. Dazu wird die Gerade so verschoben, dass sie durch den Ursprung des Koordinatensystems geht. Der Winkel θ beschreibt den Winkel zwischen dieser verschobenen Gerade und der Z -Achse (den Zenitwinkel) und ϕ den Winkel zwischen der in die XY -Achsenebene projizierten Gerade und der X -Achse (Azimuth). Die zwei weiteren Parameter X_G und Y_G sind in einem Geradenkoordinatensystem $(X'Y'Z')$ definiert.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Dieses Geradenkoordinatensystem unterscheidet sich vom ursprünglichen Koordinatensystem in zwei Drehungen um die Y -Achse mit Winkel θ und Z -Achse mit dem Winkel ϕ . Dazu wird zuerst das Koordinatensystem um die Z -Achse mit der Drehmatrix $\mathbf{S}_\phi$ und dem Winkel ϕ so gedreht, dass dessen X -Achse parallel zu der in die XY -Achsebene projizierten Gerade liegt.

$$\mathbf{S}_\phi = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Mit der Drehmatrix $\mathbf{S}_\theta$ wurde in einer weiteren Drehung danach das Koordinatensystem um die Y -Achse mit dem Winkel θ so gedreht, dass die Z -Achse des Koordinatensystem parallel zu der Gerade liegt.

$$\mathbf{S}_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Die Drehmatrix $\mathbf{S}$ beschreibt die zusammengesetzte Drehung vom ursprünglichen Koordinatensystem ins Geradenkoordinatensystem.

$$\mathbf{S}(\theta, \phi) = \mathbf{S}_\theta \mathbf{S}_\phi = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Diese Definition des Geradenkoordinatensystem erlaubt, dass alle Punkte entlang der Gerade die gleichen Koordinaten X' und Y' besitzen. Die zwei weiteren Parameter X_G und Y_G beschreiben die Koordinatenwerte in X' und Y' -Richtung der Gerade. Zur Berechnung der beiden Parameter wird ein Geradenpunkt $\vec{P}$ mit der Drehmatrix $\mathbf{S}$ in das Geradenkoordinatensystem transformiert.

$$\vec{P}' = \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{S} \cdot \vec{P} \quad (2.22)$$

Z kann, ähnlich wie λ in Gleichung 2.16, als der laufende Parameter des Geradenpunktes angesehen werden. X_G und Y_G haben für alle auf der Gerade liegende Punkte den gleichen Wert.

Ein Nachteil bei dieser Parametrisierung ist, dass bei Zenitdistanz $= 0$ der Azimutwinkel undefiniert wird. Ein Weiterer, dass die Parametrisierung in den Parametern nicht linear ist.

2.4.4 Weitere Parametrisierungen

Neben den erwähnten Parametrisierungen kann eine Gerade im dreidimensionalen Raum auch auf andere Weise beschrieben werden. Hierbei darf zuallererst die Möglichkeit der Parametrisierung durch zwei Ebenen genannt werden. Eine Gerade wird dabei durch die Schnittgerade zwischen zwei Ebenen beschrieben. Das ist nur möglich, wenn die Ebenen

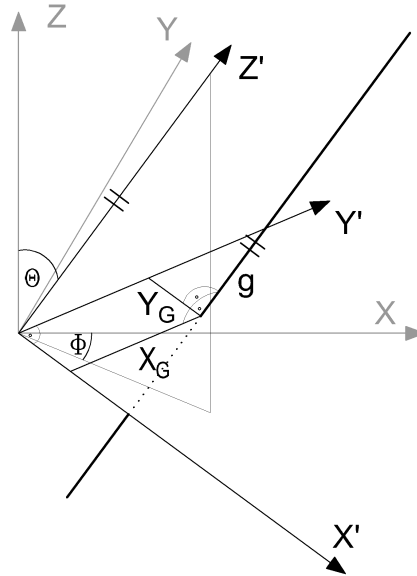


Abbildung 2.2: Alle Punkte auf einer Gerade haben die gleichen Koordinaten im $X'Y'Z'$ -Koordinatensystem

nicht parallel zueinander liegen. Bei dieser Beschreibung kann mit Hilfe von zusätzlichen Bedingungen eine eindeutige Parametrisierung erreicht werden, die auch die Anzahl der benötigten Beobachtungen auf die minimale Zahl reduziert. Bei einer Parametrisierung der Ebenen mit der Hesseschen Normalform, können zum Beispiel die Normalvektoren wieder auf eine Länge von 1 normiert werden und es können zusätzliche Lagebedingungen, wie dass die Ebenen in einer Hauptlage liegen müssen, gesetzt werden. Mit diesen Lagebedingungen ist es aber wieder nicht möglich alle Lagen einer Geraden zu beschreiben.

Es kann zusammengefasst werden, dass eine Parametrisierung der Gerade, die das Kriterium der Linearität in den Parametern erfüllt und zur Berechnung der Parametern nur eine minimale Anzahl an Beobachtungen benötigt, nur mit zusätzlichen Bedingungen möglich ist. Eine minimale Parametrisierung ist nur durch die Parametrisierung mit Winkeln und der daraus folgenden Nicht-Linearität in den Parametern möglich.

2.5 Verzeichnung⁵

Nach Mansurov, 2016 ist die Verzeichnung ein optischer Abbildungsfehler, der physikalisch gerade Linien deformiert. Sie ist durch das optische Design der Kameralinsen verursacht und wirkt im Bündelblockausgleich wie ein systematischer Fehler. Systematische Fehler können in einem Ausgleich nicht eliminiert werden und müssen im Abbildungsmodell mathematisch berücksichtigt werden. Sie können dabei als Konstanten oder zusätzliche Unbekannten im Modell berücksichtigt werden. Die Verzeichnung kann in Form von verschiedenen optischen Effekten auftreten, zum Beispiel in Tonnen- oder Kissenform oder auch Wellenförmig. Zur Beschreibung der Verzeichnung kann sie in einfachen Fällen in

⁵Teile des folgenden Abschnittes sind aus Kraus (1996) entnommen

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Form eines radialen und tangentialen Anteils mathematisch beschrieben werden. Welche Anteile berücksichtigt werden müssen, hängt von der verwendeten Kamera und dessen Optik und der erforderlichen Genauigkeit des Ausgleichsergebnisses ab. Welche und wie viele Verzeichnungsparameter überhaupt geschätzt werden können, hängt im Gegensatz dazu von der Netzgeometrie ab. Die mathematische Beschreibung mit Berücksichtigung eines radialen und tangentialen Anteils kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$x_d = x_i - x_0 \quad (2.23)$$

$$y_d = y_i - y_0 \quad (2.24)$$

$$r = \sqrt{x_d^2 + y_d^2} \quad (2.25)$$

$$dx = x_d(\rho_1 r^2 + \rho_2 r^4) + 2\rho_3 x_d y_d + \rho_4 (r^2 + 2x_d^2) \quad (2.26)$$

$$dy = y_d(\rho_1 r^2 + \rho_2 r^4) + 2\rho_3 x_d y_d + \rho_4 (r^2 + 2y_d^2). \quad (2.27)$$

Jeweils der erste Term ($x_d(\rho_1 r + \rho_2 r^2)$ und $y_d(\rho_1 r + \rho_2 r^2)$) beschreibt die radiale Verzeichnung und die beiden anderen Terme die tangentiale Verzeichnung. Die Anteile dx und dy sind die Werte die an die Bildbeobachtung x_i, y_i angebracht werden müssen um die nicht verzerrten Bildkoordinaten $\hat{x}_i, \hat{y}_i$ zu erhalten.

$$\hat{x}_i = x_i + dx \quad (2.28)$$

$$\hat{y}_i = y_i + dy \quad (2.29)$$

Es wird angenommen, dass die radiale Verzeichnung vom Hauptpunkt (x_0, y_0) weg radial nach außen gerichtet ist.

Bei einem Bündelblockausgleich können die Verzeichnungsparameter ρ_i als Unbekannte in dem Ausgleich mit einbezogen werden. Die beiden Anteile dx und dy werden in dieser Arbeit in dem Vektor $\vec{dx}$ zusammengefasst.

2.6 Statistischer Test⁶

Um eine statistische Qualitätsaussage der Unterschiede der Ausgleichsergebnisse aus Kapitel 4 zu erhalten, wird ein statistischer Test durchgeführt. Dazu wurden jeweils die zwei Messwerte l_1 und l_2 zweier Ausgleichs des selben Parameters miteinander verglichen. Beide Messwerte werden als normalverteilte Zufallsvariable angenommen, dessen Standardabweichungen aus dem Ausgleich bekannt sind.

Da der Erwartungswert der beiden Messwerte gleich ist, kann die Nullhypothese H_0 so angeschrieben werden, dass der Erwartungswert der Differenz der beiden Messwerte 0 ist.

$$H_0 : E(d) = E(l_2 - l_1) = 0 \quad (2.30)$$

⁶Dieser Abschnitt ist eine Zusammenfassung aus Niemeier (2008)

Die Alternativhypothese beschreibt daraus folgend, dass der Erwartungswert der Differenz nicht 0 ist.

$$H_1 : E(d) \neq 0 \quad (2.31)$$

Für die abgeleitete Zufallsvariable d , die die Differenz der beiden Messwerte beschreibt, gilt bei Gültigkeit von H_0 die Verteilungsaussage:

$$H_0 : d \sim N(0, \sigma_d^2). \quad (2.32)$$

Damit kann die Variable y_d gebildet werden, die bei Gültigkeit von H_0 der Standardnormalverteilung folgt:

$$y_d = \frac{d}{\sigma_d} = \frac{l_2 - l_1}{\sigma_d} \quad (2.33)$$

$$H_0 : y_d \sim (0, 1). \quad (2.34)$$

Die Standardabweichung σ_d der Zufallsvariable kann als der gemeinsame Schätzer der beiden Standardabweichungen der Messwerte berechnet werden.

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{r_1 \cdot \sigma_{l1}^2 + r_2 \cdot \sigma_{l2}^2}{r_1 + r_2}}, \quad (2.35)$$

wobei r_1 und r_2 die Redundanz der beiden Ausgleiche beschreiben.

Zum Test der Differenz zweier normalverteilter Zufallsvariablen bei zweiseitiger Fragestellung, wird in dieser Arbeit ein Signifikanzniveau von 5% gewählt. Zur Berechnung der Sicherheitsgrenze $y_{a/2}$ wird zusätzlich die Redundanz der beiden Ausgleiche benötigt. Die Bestimmung erfolgte mit dem in Andreß (2016) angegebene Tool zur Berechnung der zweiseitigen T-Verteilung. Der benötigte Freiheitsgrad ist die Summe der Redundanz r_1 und r_2 der beiden Ausgleiche.

Die Hypothese wird angenommen wenn der Betrag von y_d kleiner als die Sicherheitsgrenze $y_{a/2}$ ist. Eine angenommene Hypothese bedeutet, dass die Abweichungen zwischen den beiden Zufallsvariablen nicht signifikant ist und daher keine echte Verschiebung erkannt werden kann.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Kapitel 3

Umsetzung

In diesem Kapitel wird die Umsetzung der in Kapitel 1 beschriebenen Aufgabenstellung näher betrachtet.

3.1 Geradenparametrisierung

Im Kapitel 2.4 wurden verschiedene Geradenparametrisierungen besprochen. In dieser Arbeit wird die Gerade auf zwei verschiedene Arten beschrieben, einmal mit der Variante mit Aufpunkt und Richtungsvektor und dessen zwei Bedingungen (Unterkapitel 2.4.2) und einmal mit der minimalen Beschreibung mit zwei Winkeln und zwei Koordinatenwerten (Unterkapitel 2.4.3). Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird die Variante mit Aufpunkt und Richtungsvektor als „Parametrisierung mit sechs Parameter“ (6P.) und die minimale Parametrisierung als „Parametrisierung mit vier Parametern“ (4P.) bezeichnet.

3.1.1 Geradendefinition - Referenzpunkt

Für den Fall, dass der Ursprung des Koordinatensystems sehr weit entfernt von dem zu rekonstruierenden Objekt liegt, zum Beispiel bei der Verwendung eines Landeskoordinatensystems, wurde zur Beschreibung der Geraden der Punkt $\vec{U}$ definiert, auf den sich die beiden Parametrisierungen, statt auf den Koordinatensystemursprung, beziehen. Für die Parametrisierung mit vier Parametern wird Gleichung 2.22 auf folgende Weise ergänzt:

$$\vec{A}_g = \begin{pmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{S} \left(\vec{P} - \vec{U} \right), \quad (3.1)$$

und die Bedingungen für die Parametrisierung mit sechs Parametern aus Gleichungen 2.17-2.18 folgendermaßen:

$$\left| \vec{V} \right| = 1 \quad (3.2)$$

3. UMSETZUNG

$$(\vec{A} - \vec{U}) \bullet \vec{V} = 0. \quad (3.3)$$

Bei der Parametrisierung mit vier Parametern erfolgt die Drehung in das Geradenkoordinatensystem nicht mehr um den Ursprung, sondern um den Punkt $\vec{U}$. Der Aufpunkt der Parametrisierung mit sechs Parametern liegt nicht mehr an der nächsten Stelle zum Ursprung, sondern zum Punkt $\vec{U}$. Eine gute Lage des Punktes $\vec{U}$, zum Beispiel im erwarteten Schwerpunkt des zu rekonstruierenden Objektes, verringert die Gefahr von numerischen Problemen. So würde bei Verwendung eines Landeskoordinatensystems zum Beispiel, der Aufpunkt $\vec{A}$ der Geraden, dessen Richtungsvektor zum Ursprung ausgerichtet ist, sehr weit entfernt von den Geradenpunkten liegen. Kleine Lageänderungen der Geradenpunkte hätten auf solche Aufpunkte, bedingt durch die zusätzliche Bedingung, eine große Auswirkung auf dessen Position und in weiterer Folge auch auf den Ausgleich.

3.1.2 Geradendefinition - Zusätzliche Verdrehung

Die Parametrisierung mit vier Parametern hat den Nachteil, dass bei einem Zenitwinkel von 0 Gon der Azimutwinkel unbestimmbar wird (siehe Kapitel 2.4.3). Um Singularitäten im Ausgleich, verursacht von vertikalen Geraden (Zenitwinkel = 0), zu vermeiden, wird eine zusätzliche Drehmatrix eingeführt die diese Richtung, in der das Azimuth unbestimmbar wird, an eine andere Stelle dreht. Diese Drehmatrix kann beliebiges Aussehen haben, muss aber eine orthogonale Matrix sein, dessen Determinante den Wert +1 hat. Sie sollte so gewählt werden, dass nach der Drehung keine der im Ausgleich verwendeten Geraden einen Zenitwinkel nahe 0 erhält, wobei für verschiedene Geraden unterschiedliche Drehungen definiert werden können. In dieser Arbeit wird die in Gleichung 2.21 eingeführte Drehmatrix $\mathbf{S}_U$ mit zwei Referenzwinkeln θ_U und ϕ_U verwendet.

$$\mathbf{S}_U = \mathbf{S}(\theta_U, \phi_U) \quad (3.4)$$

3.1.3 Transformation zwischen den beiden Parametrisierungen

Um von der Parametrisierung mit sechs Parametern auf die Parametrisierung mit vier Parametern und umgekehrt zu transformieren, sind die im Anschluss beschriebenen Schritte notwendig. Mit Hilfe des Richtungsvektors der Parametrisierung mit sechs Parametern ist es mit folgenden Formeln möglich die beiden Winkel ϕ und θ zu berechnen:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\theta = \arccos V_z \quad (3.6)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right). \quad (3.7)$$

Bei der Berechnung von ϕ musste mithilfe von Arkustangens der Quadrant berücksichtigt werden. Um die beiden Koordinaten X_G und Y_G zu erhalten, wird der Aufpunkt $\vec{A}$ mit der

in Gleichung 2.21 definierten Drehmatrix $\mathbf{S}$ ins Geradenkoordinatensystem transformiert.

$$\vec{A}_g = \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{S}_U \cdot \mathbf{S} \cdot (\vec{A} - \vec{U}) \quad (3.8)$$

Um von der Parametrisierung mit vier Parametern in die Parametrisierung mit sechs Parametern zu transformieren, kann der Richtungsvektor mit Hilfe der Winkel θ und ϕ berechnet werden.

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Der Richtungsvektor $\vec{V}$ ist durch die Gleichung schon normiert.

Um einen Punkt $\vec{P}$ auf der Gerade zu erhalten, muss ein mit X_G und Y_G gebildeter Vektor mit der transponierten Rotationsmatrix $\mathbf{S}^T$ wieder ins Objektkoordinatensystem gedreht werden. Als Z -Koordinatenwert kann jeder beliebige Wert gewählt werden.

$$\vec{P} = \vec{U} + \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{S}_U^T \cdot \begin{pmatrix} X_g \\ Y_g \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Damit der Aufpunkt der Gerade gefunden wird, also der Punkt auf der Gerade dessen Vektor normal auf die Gerade steht, sind folgende Schritte notwendig:

$$\lambda = (\vec{P} - \vec{U}) \bullet \vec{V} \quad (3.11)$$

$$\vec{A} = (\vec{P} - \vec{U}) - \lambda \vec{V}. \quad (3.12)$$

3.2 Beobachtungsgleichungen

Für den Ausgleich müssen die Beobachtungsgleichungen des funktionalen Modells f definiert werden. Die Beobachtungsgleichungen beschreiben die Beziehung zwischen den Beobachtungen und Unbekannten. Es wurden verschiedene Arten von Beobachtungsgleichungen verwendet, die im nächsten Abschnitt kurz beschrieben werden.

3.2.1 Homologe Punkte - Identpunkte

Für die homologen Punkte, also die Punkte die in mehreren Bildern gemessen wurden, werden die in Kapitel 2.1 besprochenen Kollinearitätsgleichungen (Gleichung 2.1 und 2.2) umgeformt:

$$x + \epsilon_x = x_0 + dx - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (3.13)$$

3. UMSETZUNG

$$y + \epsilon_y = y_0 + dy - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}, \quad (3.14)$$

wobei hier dx und dy die Verzeichnungsterme (siehe Kapitel 2.5) und ϵ_x und ϵ_y die Fehler, beziehungsweise Abweichungen der Beobachtungen x und y von den ausgeglichenen Beobachtungen, beschreiben. Diese Abweichungen werden auch Residuen genannt und entsprechen in diesem Fall der Differenz zwischen dem ins Bild projizierten Objektpunkt und der wirklichen Bildbeobachtung in x und y Richtung.

3.2.2 Geraden

Die Beobachtungsgleichungen, die die Beziehung eines Geradenpunktes zu dessen Gerade beschreiben, können auf zwei verschiedene Arten beschrieben werden, einmal im Objektraum und einmal im Bild. In dieser Arbeit wurden beide Varianten verwendet und in Kapitel 4 miteinander verglichen.

Beobachtungsgleichung im Bild

Um die Beziehung der Beobachtung eines Geradenpunktes mit der Gerade im Bildraum zu definieren, muss in einem ersten Schritt die Gerade in die Bildebene projiziert werden. Um das zu bewerkstelligen, wird die Komplanaritätsbeziehung verwendet. Die Gerade im Objektraum, das Projektionszentrum und die Gerade in der Bildebene liegen auf einer Ebene. Es wird daher zuerst der Normalvektor dieser Ebene im Objektkoordinatensystem mit Hilfe der Gerade und dem Projektionszentrum gebildet und dieser im Anschluss in das Bildkoordinatensystem transformiert. Die Schnittgerade zwischen dieser Ebene und der Bildebene ist die gesuchte Gerade im Bildkoordinatensystem. Um den Normalvektor im Bildkoordinatensystem zu erhalten, muss der Normalvektor der Ebene im Objektkoordinatensystem mit Hilfe der Transformationsmatrix $\mathbf{R}$ in das Bildkoordinatensystem transformiert werden. Der Normalvektor der Ebene im Objektkoordinatensystem kann mit dem Kreuzprodukt zwischen Geradenrichtung $\vec{V}$ und dem Vektor zwischen Aufpunkt $\vec{A}$ und Projektionszentrum $\vec{X}_0$ berechnet werden.

$$\vec{n}_e(x, y, z) = \frac{\mathbf{R}^T \left((\vec{A} - \vec{X}_0) \times \vec{V} \right)}{\left\| \mathbf{R}^T \left((\vec{A} - \vec{X}_0) \times \vec{V} \right) \right\|} \quad (3.15)$$

Um die Gerade im Bild zu erhalten, muss die Ebene mit der Bildebene geschnitten werden. Für die Beobachtungsgleichung wird die Gerade in Form der Hesseschen Normalform dargestellt. Die Gerade wird daher mit einem Normalvektor $\vec{n}_g$ zur Geradenrichtung und der Distanz d_g definiert, die als der Abstand zwischen der Gerade und dem Ursprung in Richtung des Normalvektors angegeben ist. Da die Bildebene in der xy -Ebene des Bildkoordinatensystems liegt, ist der Wert der z -Koordinate 0 und der Normalvektor der Gerade $\vec{n}_g$ wird durch das Nullsetzen der z -Koordinate des Normalvektors der Ebene $\vec{n}_e$ und anschließender Normierung erhalten:

$$\vec{n}_g(x, y, 0) = \frac{\vec{n}_e(x, y, 0)}{\left\| \vec{n}_e(x, y, 0) \right\|}. \quad (3.16)$$

Um den Abstand d_g der Gerade vom Ursprung im Bild zu erhalten, muss der Abstand der Geradenebene zum Ursprung berechnet werden und danach mit Hilfe des Strahlensatzes in die Bildebene projiziert werden.

$$d_g = \frac{\vec{n}_e \bullet \vec{x}_0}{\vec{n}_e \bullet \vec{n}_g(x, y, 0)} \quad (3.17)$$

Im nächsten Schritt wird der Abstand d_b des Bildpunktes $\vec{x}$ bestimmt. Der Abstand d_b ist der Abstand der Gerade, die den gleichen Normalvektor $\vec{n}_g$ wie die transformierte Gerade hat, aber durch den von der Verzeichnung $\vec{d}\vec{x}$ bereinigten Bildpunkt $\vec{x}$ geht.

$$d_b = (\vec{x} - \vec{d}\vec{x}) \bullet \vec{n}_g(x, y) \quad (3.18)$$

Dieser Abstand d_b sollte, wenn der Bildpunkt auf der Gerade liegt, den gleichen Wert wie der Abstand d_g haben. Die Beobachtungsgleichung kann daher angeschrieben werden als:

$$0 + \epsilon_d = \frac{\vec{n}_e \bullet \vec{x}_0}{\vec{n}_e \bullet \vec{n}_g(x, y, 0)} - ((\vec{x} - \vec{d}\vec{x}) \bullet \vec{n}_g(x, y)). \quad (3.19)$$

Der Absolutwert der Residue ϵ_d entspricht dem Normalabstand des Bildpunktes zur Gerade (Abbildung 3.1).

Diese Residue ϵ_d kann positive oder negative Werte annehmen, je nachdem auf welcher Seite der Gerade der Punkt liegt. Die Verzeichnung $\vec{d}\vec{x}$ kann hier in dieser Form berücksichtigt werden, weil in dieser Arbeit die Verzeichnung als Funktion der beobachteten Bildpunkte definiert ist und nicht der unbekannten streng perspektivischen Bildpunkte. Wenn die Verzeichnung als Funktion der unbekannten streng perspektivischen Bildpunkte definiert wäre, müsste die Verzeichnung auf die ins Bildkoordinatensystem projizierte Gerade angebracht werden.

Bei den Beobachtungsgleichungen im Bildraum gibt es pro Bild und pro beobachteten Bildpunkt zwei Beobachtungen, nämlich die gemessenen x und y -Koordinaten des Punktes im Bild. In den Ausgleich geht aber nur eine Beobachtung ein, nämlich der Abstand des beobachteten Bildpunkt von der Gerade. Es wird daher pro beobachteten nicht homologen Geradenpunkt eine Überbestimmung von 1 erreicht die zur Berechnung der Geradenparameter beiträgt beziehungsweise als zusätzliche Redundanz im Ausgleich berücksichtigt wird.

Die Beobachtungsgleichungen der Geradenbeschreibung im Bild zu definieren hat den Vorteil, dass für die nicht homologen Punkte keine Objektpunktskoordinaten berechnet werden müssen. Ein Nachteil ist aber, dass sie schwieriger für andere geometrische Formen (Features) verwendbar sind, da die Transformation in das Bildkoordinatensystem nur bei der Gerade so einfach mit Hilfe der Komplanaritätsbeziehung möglich ist.

Beobachtungsgleichung im Objektraum

Eine andere Möglichkeit ist die Beobachtungsgleichung für die Geradenbeobachtungen im Objektraum zu bilden. Die Beobachtungsgleichungen im Objektraum zu bilden hat den Vorteil, dass die Gerade nicht in das Bildkoordinatensystem transformiert werden muss.

3. UMSETZUNG

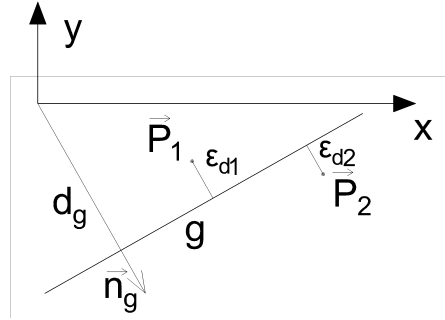


Abbildung 3.1: Abstand ϵ_d zu der Gerade im Bild

Es müssen aber für jeden nicht homologen Geradenpunkt im Bild Koordinaten im Objektraum bestimmt werden und diese Koordinaten als zusätzliche Unbekannte im Ausgleich eingeführt werden. Durch die drei zusätzlichen Unbekannten pro Bildpunkt müssen mindestens vier Beobachtungsgleichungen definiert werden, um neben den drei zusätzlichen Unbekannten auch eine zusätzliche Redundanz zur Bestimmung der gesuchten Geradenparameter zu erhalten. Da auch die Koordinaten im Objektraum bestimmt werden, werden zwei Gleichungen durch die Kollinearitätsgleichungen aus Kapitel 3.2.1 gebildet. Die weiteren Gleichungen werden durch den Vektor zwischen dem Punkt $\vec{P}$ und dem Lotfußpunkt des Punktes auf der Gerade beschrieben, dessen Länge der Normalabstand zwischen Punkt und Gerade darstellt. Um auf die gesuchten vier Beobachtungsgleichungen zu gelangen, wird nicht die Länge dieses Vektors verwendet, sondern der Vektor in zwei Teile aufgespalten. Dazu bietet sich die Transformation in das Geradenkoordinatensystem der Parametrisierung mit vier Parametern an, da das Koordinatensystem so definiert ist, dass die von X' -Achse und Y' -Achse aufgespannte Ebene normal zu der Gerade liegt und dadurch der Vektor parallel zu dieser Ebene ist. Der Z'_G Koordinatenwert des Vektors zwischen Lotfußpunkt und Gerade im Geradenkoordinatensystem ist daraus schließend 0 und der Abstand beziehungsweise die Länge des Vektors kann sehr einfach in einen Anteil in X' und Y' -Richtung aufgeteilt werden.

Die Beobachtungsgleichung kann folgendermaßen angeschrieben werden:

$$0 + \left(\epsilon_{x'}, \epsilon_{y'}, \epsilon_{z'} \right)^T = \mathbf{S}^T \vec{P} - \mathbf{S}^T \vec{A} \quad (3.20)$$

$\epsilon_{x'}$ und $\epsilon_{y'}$ sind die Residuen in X' und Y' Richtung des Geradenkoordinatensystems. Der Wert $\epsilon_{z'}$ kann jeden beliebigen Wert annehmen und beschreibt den Abstand zwischen dem Aufpunkt $\vec{A}'$ und dem Punkt $\vec{O}$ entlang der Gerade, beziehungsweise entlang der Z' Richtung des Geradenkoordinatensystems. Abbildung 3.2 zeigt eine schematische Darstellung dieser beiden Residuen im Zusammenhang mit dem Objektraumkoordinatensystem (XYZ) und dem Geradenkoordinatensystem ($X'Y'Z'$).

Bei den Beobachtungsgleichungen im Objektraum sind pro Bild und pro beobachteten Bildpunkt ebenfalls die zwei Beobachtungen der Koordinaten im Bild gemessen worden. Zusätzlich sind pro Punkt im Objektraum zwei fiktive Beobachtungen eingeführt worden. Im Gegensatz dazu, gibt es aber auch pro Punkt drei Unbekannte, nämlich die drei Unbekannten Koordinaten des Punktes im Objektraum. Dadurch wird pro nicht homologen

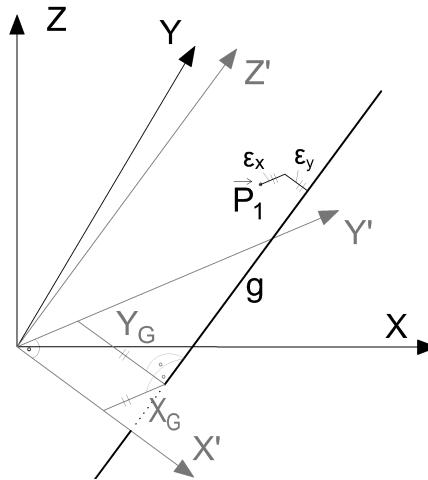


Abbildung 3.2: Abstand $\epsilon_{x'}$ und $\epsilon_{y'}$ zu der Gerade im Objektraum

Punkt wieder eine Überbestimmung von 1 erreicht, die zur Berechnung der Geradenparameter beiträgt. Bei homologen Punkten, also Punkten die in mehreren Bildern beobachtet werden, bleibt die Anzahl der Unbekannten und die Anzahl der scheinbaren Beobachtungen gleich. Pro Bild in dem der Punkt gemessen wurde, werden aber zwei Beobachtungen gemacht. Dadurch ergibt sich eine Überbestimmung von 3 wenn der Punkt in zwei Bildern gemessen wurde, bei drei Bildern eine Überbestimmung von 5 und so weiter.

Da die Residuen ϵ_x , ϵ_y und $\epsilon_{x'}$ und $\epsilon_{y'}$ in zwei verschiedenen Koordinatensystemen definiert sind, müssen die Beobachtungsgleichungen im Ausgleich verschieden gewichtet werden. Durch diese unterschiedliche Gewichtung kann die Definitionsgenauigkeit der Gerade am Objekt recht unmittelbar und einfach in den Ausgleich mit einfließen.

Neben der unterschiedlichen Anzahl an Unbekannten, ist der wesentlichste Unterschied zwischen den Beobachtungsgleichungen im Bild und im Objektraum wie die Residuen zwischen Geraden und Geradenpunkt definiert sind. Während im Bildraum das Residuum die Normaldistanz zwischen Gerade und Punkt in der Bildebene beschreibt, beschreiben im Objektraum die Residuen die Normaldistanz zwischen Objektpunkt und Lotfußpunkt. Die Residuen im Objektraum beschreiben also die Normaldistanz entlang der Gerade die sowohl normal auf die Objektgerade als auch auf den Bildstrahl steht.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird die Variante in der die Beobachtungsgleichungen im Bildraum definiert sind, kurz als nur „im Bildraum“ (B.) beschrieben und als „im Objektraum“ (O.) wenn die im Objektraum beschriebenen Beobachtungsgleichungen gemeint sind.

Geradenbedingungen

Die zwei Bedingungen bei der Geradenparametrisierung mit sechs Parametern können ebenfalls in einem vermittelnden Ausgleich berücksichtigt werden. Dafür werden zu den zwei Bedingungen scheinbare Beobachtungen mit dem Wert 0 hinzugefügt. Die daraus resultierenden Beobachtungsgleichungen müssen aber im Vergleich zu den anderen Beobachtungsgleichungen höher gewichtet werden, damit die Bedingungen mit einer ausreichenden

3. UMSETZUNG

Genauigkeit eingehalten werden. Die Beobachtungsgleichungen der beiden Bedingungen lauten:

$$\left\| \vec{V} \right\| - 1 = 0 + \epsilon_{G1}, \quad (3.21)$$

$$\vec{A} \bullet \vec{V} = 0 + \epsilon_{G2}. \quad (3.22)$$

Hier entsprechen die Residuen ϵ_{G1} und ϵ_{G2} , wieder den Abweichungen von diesen Bedingungen.

In dieser Arbeit werden die Bedingungen jedoch anders berücksichtigt. Es wird schon beim Erstellen der A-Matrix von einer Parametrisierung mit sechs Parametern auf eine Parametrisierung mit vier Parametern reduziert und nach dem Anbringen der Parameterzuschläge wird wieder die Parametrisierung mit sechs Parametern berechnet, wobei dabei auch die Bedingungen berücksichtigt werden.

3.3 Datumsdefinition mit Geraden

Im Kapitel 2.3 wurde erwähnt, dass eine Datumsdefinition definiert werden muss, um einen Zusammenhang mit dem Objektkoordinatensystem herzustellen. In diesem Kapitel wird kurz darauf eingegangen, wie eine Datumsdefinition mit Geraden möglich ist.

Zur Datumsdefinition werden mindestens sieben Koordinaten benötigt, die zusätzlich im übergeordneten Koordinatensystem bestimmt sind. Wenn genau sieben Parameter verwendet werden spricht man von einem zwangsfreien Ausgleich, bei mehr als sieben Parametern von einem gezwängten Ausgleich.

In diesem Kapitel wird nur die zwangsfreie Lagerung mit Geraden besprochen, da bei einer gezwängten Lagerung auf weniger Besonderheiten geachtet werden muss. Die Beispiele werden an der Parametrisierung mit vier Parametern besprochen, da diese eine minimale Parametrisierung ist. Die Anzahl sieben ist die Gleiche wie bei einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation, da die Datumsdefinition im Prinzip auch einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation entspricht. Es wird von einem Modellkoordinatensystem in das Objektkoordinatensystem transformiert. Die Parameter können in drei Translationen, drei Rotationen und einen Maßstab aufgeteilt werden. Die Parameter zur Datumsdefinition müssen so gewählt werden, dass sich die Parameter der Transformation eindeutig bestimmen lassen. Es können daher keine beliebigen Parameter verwendet werden.

Eine Datumsdefinition ist mit zwei Geraden möglich, diese müssen aber windschief zueinander liegen. Zwei Geraden die auf einer Ebenen liegen, würde das Koordinatensystem nicht vollständig definieren, da der Maßstab des Koordinatensystems unbekannt ist. Um einen zwangsfreien Ausgleich mit zwei Geraden zu erhalten, darf einer der acht Parameter im Ausgleich nicht fixiert werden. Das ist aber bei nur zwei Geraden nicht möglich. Wenn bei der zweiten Gerade nur einer der Koordinatenwerte X_G oder Y_G festgehalten wird, kann die zweite Gerade in diese Koordinatenrichtung verschoben werden, was zu einer Maßstabsänderung und einer Drehung führen kann. Wenn stattdessen einer der beiden Winkel nicht festgehalten werden würde, kann die Gerade um sich selbst auf einer Kugeloberfläche rotieren beziehungsweise einer Ebene verschoben werden.

Eine zwangsfreie Datumsdefinition ist aber mit Hilfe von drei windschiefen Geraden möglich. Wenn bei allen drei Geraden dessen beide Koordinatenwerte X_G oder Y_G fixiert werden und zusätzlich der Azimuthwinkel ϕ von einer Gerade festgehalten wird, ist ein zwangsfreier Ausgleich möglich. Durch den festgehaltenen Azimutwinkel wird eine Ebene definiert. Die Aufpunkte der zwei weiteren Geraden fixieren danach das Koordinatensystem. Das Festhalten des Zenitwinkels θ reicht nicht aus, da dadurch eine Kegelfläche gebildet wird, also keinen linearen Unterraum, und daher noch Drehungen und Maßstabsänderungen möglich sind.

3.4 Software

Der Ausgleich wurde mit Hilfe des Softwarepakets „OrientAL“ in Python gelöst. Die Messung der Bildpunkte erfolgte in Monoscope.

3.4.1 OrientAL

In OrientAL ist unter anderem ein für die Programmiersprache Python geschriebenes Zusatzpaket „oriental“ enthalten. Das Python Paket „oriental“ dient als Schnittstelle zwischen der Python Oberfläche und der für die Programmiersprache C++ geschriebenen Bibliothek „Ceres Solver“. Dadurch können die meisten der Ceres Funktionen auch in Python verwendet werden. OrientAL ist im Gegensatz zu „Ceres Solver“ speziell für die Verwendung in der Photogrammetrie entwickelt worden. OrientAL kann nur einen Ausgleich nach vermittelten Beobachtungen lösen, aber keine bedingten oder allgemeinen Ausgleiche.

3.4.2 Ceres Solver

Der Ceres Solver ist eine in C++ geschriebene Open-Source Bibliothek zum Lösen von nicht linearen Ausgleichsproblemen. Nach Agarwal und Mierle (2016) wurde es entwickelt um große und komplizierte Optimierungsprobleme zu modellieren und zu lösen.

3.4.3 Monoscope

Im Handbuch von OrientAL (Karel, 2016) wird MonoScope als ein Bildbetrachter zum Betrachten mehrerer Bilder beschrieben der interaktives definieren und bearbeiten von Bildpunktmessungen erlaubt. Diese Messungen werden in eine SQLite Datenbank gespeichert und können danach in Python geladen werden. Mit Monoscope sind die Bildbeobachtungen durchgeführt worden.

3.5 Umsetzung in OrientAL

3.5.1 Bildkoordinatensystem

Das Bildkoordinatensystem ist in OrientAL als dreidimensionales, kartesisches Rechtssystem definiert. Das Bild liegt in der xy -Koordinatenebene dieses Bildkoordinatensystems. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt in der Mitte des oberen linken

3. UMSETZUNG

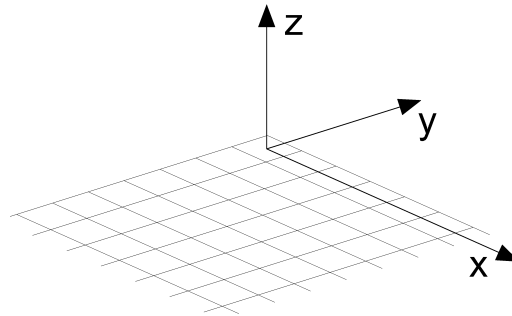


Abbildung 3.3: Definition des Bildkoordinatensystems

Pixels des Bildes, die x -Achse zeigt entlang der ersten Zeile des Bildes und die y -Achse entlang der ersten Spalte aber nach oben vom Bild weg. Im Bild gemessene Bildkoordinaten haben daher immer negativ y -Werte (oder 0). Die Definition des Koordinatensystem ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Das Bildkoordinatensystem ist in der Einheit Pixel definiert. Es wird die Positivstellung der Kamera verwendet und das Projektionszentrum der Kamera liegt daher in Richtung der positiven z -Achse.

3.5.2 Ausgleich

Der Ausgleich wurde mit Hilfe von OrientAL gelöst. Drei für OrientAL wichtige Begriffe sind die Beobachtungsklasse, der Parameterblock und der Residuenblock. In den Beobachtungsklassen werden die in Kapitel 3.2 definierten Beobachtungsgleichungen beschrieben. Zur Definition der eigenen Beobachtungsklasse stellt OrientAL die Beobachtungsklasse „oriental.adjust.cost.AutoDiff“ bereit, die die Definition eigener Beobachtungsklassen insofern vereinfacht, als das nur mehr die Berechnung der Residuen definiert werden muss. Die entsprechenden Zeilen der A-Matrix werden danach durch automatische Differentiation berechnet. Die Definition der Unbekannten wird durch das Setzen von Parameterblöcken definiert. Jeder Parameter wird einem Parameterblock zugewiesen. So werden die drei Koordinaten eines Projektionszentrums einem gemeinsamen Parameterblock zugewiesen. Jedes Element eines Parameterblocks geht dabei als Unbekannte in den Ausgleich mit ein. Datumspunkte können aber vollständig oder teilweise festgehalten werden. Im Residuenblock werden neben einer Beobachtung die entsprechende Beobachtungsklasse und die beteiligten Unbekannten zugewiesen. Nach der Zuweisung kann die A-Matrix durch OrientAL bestimmt werden.

Der Ausgleich kann im Anschluss selber durchgeführt werden. Als letzten Schritt können mit Hilfe von OrientAL auch die Genauigkeiten der einzelnen Unbekannten bestimmt werden.

3.5.3 Die vier Varianten

Wie in der Einführung erwähnt sind vier verschiedene Varianten der Ausgleichung mit Hilfe von Geraden miteinander verglichen worden. Die Varianten unterscheiden sich einerseits in Form der Parameterbeschreibung (Parametrisierung mit vier und sechs Parametern) und

andererseits in Form der Beobachtungsgleichungen (im Objektraum und im Bildraum). In diesem Kapitel wird auf die Umsetzung der vier Varianten etwas eingegangen.

Geradenbeschreibung im Objektraum

Wie im Kapitel 3.2.2 angeführt werden die zwei Arten von Residuen einerseits mit Hilfe der Kollinearitätsgleichungen für die Objektpunktskoordinaten definiert und andererseits als die Abweichung der Objektpunktskoordinaten zur Gerade. Da diese Residuen in zwei verschiedenen Koordinatensystemen definiert sind, nämlich im Bildkoordinatensystem mit der Einheit Pixel und dem Objektkoordinatensystem mit der Einheit Meter, müssen die Beobachtungsgleichungen unterschiedlich gewichtet werden. Bei der Beschreibung des Zusammenhangs von Gerade zu Geradenpunkt wurde keine wirkliche Beobachtung verwendet. Es wird aber eine scheinbare Beobachtung mit der Länge 0 eingeführt.

Geradenbeschreibung im Bild

Bei dieser Variante wird, wie im Kapitel 3.2.2 angegeben, die Gerade in das Bildkoordinatensystem transformiert und dort die Lage zwischen Gerade und Bildbeobachtung beschrieben. Bei homologen Punkten würde es aber bedeuten, dass die Objektpunktskoordinaten unabhängig von der zusätzlichen Information, dass der Punkt auf einer oder mehreren Geraden liegt, bestimmt wurden. Da das eine Auswirkung auf die Genauigkeit hat, wurde bei homologen Punkten auf die Geradenbeschreibung im Objektraum gewechselt. Dadurch, dass in diesem Fall wieder Residuen in beiden Koordinatensystemen bestimmt wurden, konnten alle Beobachtungen nicht gleich gewichtet werden und es musste auch in diesem Fall eine zusätzliche Gewichtung eingeführt werden.

Parametrisierung mit sechs Parametern

Bei der Geradeparametrisierung mit sechs Parametern müssen, wie im Kapitel 3.2.2 erwähnt, die zwei zusätzlichen Bedingungen ebenfalls eingeführt werden. Das erfolgt mit einer zusätzlichen Parametrisierungsklasse, die den Zusammenhang zwischen den vier Unbekanntenzuschlägen und den sechs Parametern des Parameterblocks herstellt. Dabei werden die im Kapitel 3.1.3 angeführten Transformation zwischen der Parametrisierung mit vier und sechs Parametern verwendet. Das heißt, dass in der Parametrisierungsklasse zuerst von der Parametrisierung mit sechs Parametern in die mit vier Parametern transformiert wird, danach der Unbekanntenzuschlag zu den vier Parametern addiert wird und dann wieder in die Parametrisierung mit sechs Parametern zurücktransformiert wird. Bei dem letzten Schritt werden die beiden Bedingungen berücksichtigt. Durch diese Vorgehensweise werden auch bei der Geradenparametrisierung mit sechs Parameter nur vier Parameter im Ausgleich bestimmt. Diese vier Parameter sind im Prinzip die Parameter der Parametrisierung mit vier Parametern. Dadurch werden bei der Konvergenzgeschwindigkeit des Ausgleiches zwischen den beiden Geradenparametrisierungen keine signifikanten Unterschiede erwartet. Es muss außerdem auf die Singularitäten bei Geraden, die parallel zur Z-Achse liegen, Rücksicht genommen werden und daher die zusätzliche Verdrehung aus Kapitel 3.1.2 ebenfalls angewandt werden. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass durch eine andere Definition dieser Beobachtungsklasse es möglich ist, eine Variante ohne

3. UMSETZUNG



Abbildung 3.4: Aufnahme des Gebäude „Library & Learning Center (LC)“, Wirtschaftsuniversität Wien, (Welthandelsplatz 1, 1020 Wien)

Singularitäten zu erhalten. Dabei müssen die Beobachtungsgleichungen der Geradenbeschreibung im Objektraum anders definiert werden, als es in dieser Arbeit getan wurde.

3.6 Daten

3.6.1 Messobjekt

Als Testobjekt wurde die Vorderseite des von dem Architekturbüro Zaha Hadid Architects, Hamburg, entworfenen und im Jahr 2013 eröffneten Library & Learning Center (LC) der Wirtschaftsuniversität Wien ausgewählt (Abbildung 3.4).

Dieses ist, durch seine moderne Architektur, seine verschieden orientierten Außenwände und seinem eher trapezförmigen Baukörper ein sehr gutes Testobjekt, da sich dadurch Geraden mit unterschiedlichsten Richtungen finden lassen. Zusätzlich ist die Fassade des Gebäudes mit Platten verkleidet, die ebenfalls zusätzliche Geraden auf der Fassadenfläche erlauben.

3.6.2 Messaufnahmen

Es wurden mit einer SONY DSC-RX100M3 sechs Bilder des Objektes am 25. April 2016 zwischen 15:20 und 15:25 aufgenommen. Hauptaugenmerk war die Vorderseite des Objektes, also die Seite auf der der Haupteingang liegt, gut abzubilden. Es wurde der größtmögliche Weitwinkel gewählt und die Kameraeinstellungen sind zwischen den Aufnahmen nicht verändert worden. Einzig die Belichtungszeit wurde von der Kamera automatisch gewählt. Zusammenfassend können folgende Kameraeinstellungen genannt werden:

- **Bildgröße:** 5472x3648px
- **Sensorgöße:** 13.2x8.8mm
- **Brennweite:** 8.8mm

- **Blendenzahl:** F/8
- **Max. Blende:** 1.6953125
- **Belichtungszeit:** 1/100 und 1/125

3.6.3 Eingangsparameter

Die im Kapitel 4 dargestellten Ergebnisse wurden alle, außer es wird anders angegeben, mit den gleichen Eingangsparametern erzeugt. Diese sind:

- **Referenzwinkel:** $\theta = 20$; $\phi = -40$
- **Referenzpunkt:** $[0,0,0]$
- **Anzahl Bilder:** 6
- **Anzahl Geraden:** 40
- **Anzahl homologer Punkte:** 71
- **Anzahl nicht homologer Punkte:** 907

In Abbildung 3.6 (a)-(f) sind die sechs Bilder mit den eingezeichneten Geraden und homologen und nicht homologen Punkten dargestellt. Wie erkennbar ist, sind die Punkte und Geraden nur auf der Vorderseite und einer der Seitenflächen des Gebäudes verteilt. In Abbildung 3.5 sind zusätzlich zu den Geraden auch ihre Bezeichnungen eingezeichnet. Die Aufnahmen wurden alle vom Boden aus gemacht und sind daher alle auf ähnlicher Höhe. Dadurch ergibt sich für die höher liegenden Punkte am Objekt eine schlechtere Schnittgeometrie. Weiteres ist zu erwähnen, dass bei einer Bestimmung der Unbekannten in nur zwei Bildern, Geraden in der Epipolarebene nicht bestimmbar sind. Dadurch dass die Bilder alle mit sehr ähnlicher Geometrie und ähnlicher Höhe gemacht wurden, hätte diese Problematik auch hier auftreten können.

3.6.4 Objektkoordinatensystem

Das Objektkoordinatensystem ist so definiert, dass es, wie auch das Bildkoordinatensystem, ein dreidimensionales, kartesisches Rechtskoordinatensystem ist. Die Koordinaten der zur Definition des Koordinatensystems verwendeten Punkte sind in Meter angegeben, wurden aber nicht am wirklich Objekt gemessen, sondern sind aus maßstäblichen Ansichten des Gebäudes entnommen, die auf der Homepage des Architekturbüro zu Verfügung stehen (*Zaha Hadid Architects - Library & Learning Centre* 2016). Da es in dieser Arbeit hauptsächlich um den Vergleich der vier Varianten geht, die Ergebnisse nicht weiterverwendet werden und zur Datumsdefinition eine zwangsfreie Lagerung gewählt wurde, hat dies keine relevanten Auswirkung auf das Ergebnis. Von den ausgeglichenen Parametern der Objektpunkte im Kapitel 4 kann daher nur eingeschränkt auf das wirklich Objekt geschlossen werden. Das Koordinatensystem wurde so definiert, dass die Y-Achse parallel zur Vorderseite des Gebäudes verläuft. In Abbildung 3.7 wird die Definition des Koordinatensystems dargestellt.

3. UMSETZUNG

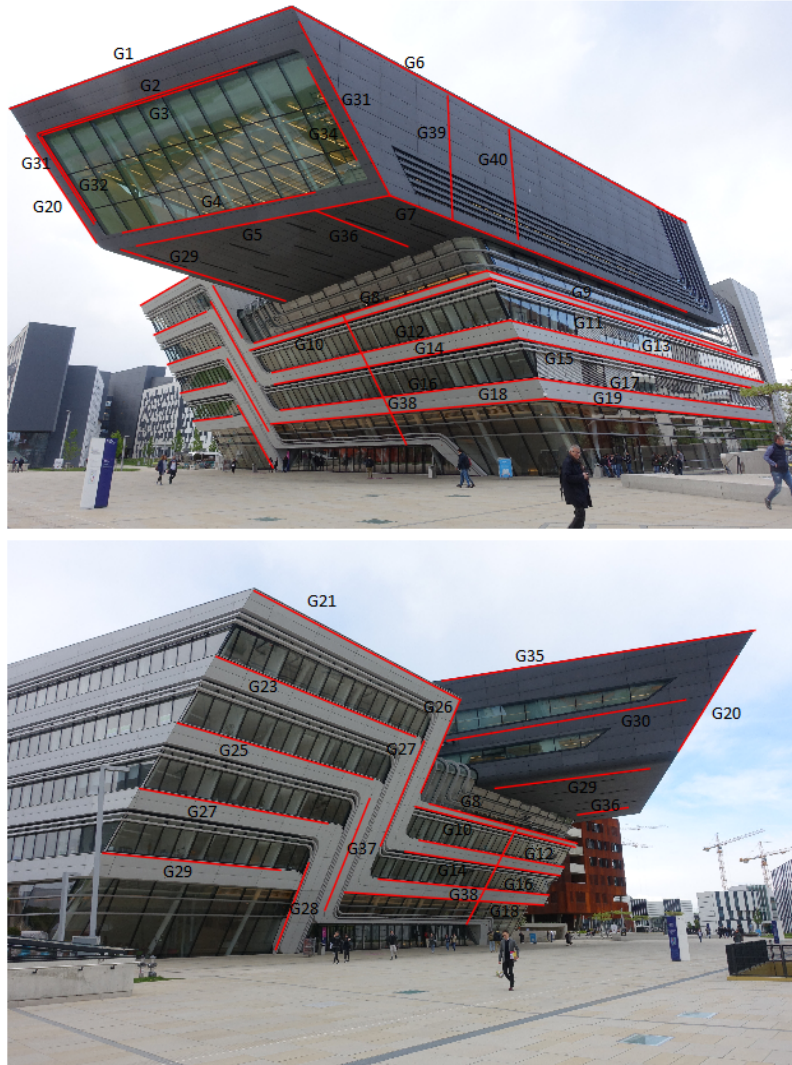


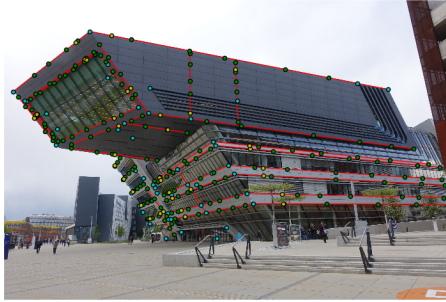
Abbildung 3.5: Geraden und ihre Bezeichnungen

Transformationmatrix

Um vom Bildkoordinatensystem ins Objektkoordinatensystem zu transformieren, wird eine räumliche Ähnlichkeitstransformation verwendet. Die Drehmatrix $\mathbf{R}$ setzt sich aus drei Drehmatrizen zusammen, die jeweils um eine Koordinatenachse um die Winkel α , ζ bzw. κ drehen. Die Drehmatrizen sind folgendermaßen aufgebaut:

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

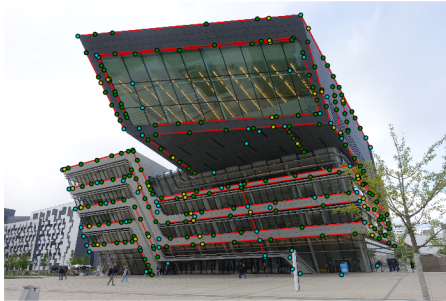
$$\mathbf{R}_\zeta = \begin{pmatrix} \cos \zeta & 0 & \sin \zeta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \zeta & 0 & \cos \zeta \end{pmatrix} \quad (3.24)$$



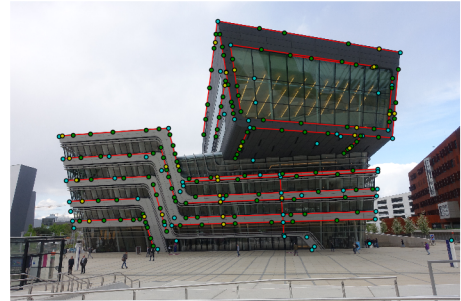
(a)



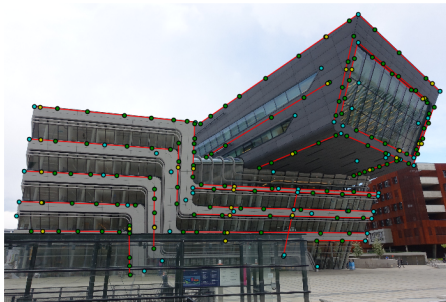
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Abbildung 3.6: homologe Punkte (cyan), nicht homologe Punkte (grün) und Geraden (rot) in Bild 1 (a), Bild 2 (b), Bild 3 (c), Bild 4 (d), Bild 5 (e) und Bild (6) - in Gelb sind die Ebenenschnittpunkte eingezeichnet (Erklärung dazu im Kapitel 4.1.1)

$$\mathbf{R}_\kappa = \begin{pmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

wobei die Drehmatrizen $\mathbf{R}_\alpha$ und $\mathbf{R}_\kappa$ um die Z Koordinatenachse und die Matrix $\mathbf{R}_\zeta$ um die Y -Achse drehen. Die Drehmatrix $\mathbf{R}$, ist definiert, als die Drehung um vom Bildkoor-

3. UMSETZUNG



Abbildung 3.7: Definition des Objektkoordinatensystem

dinatensystem in das Objektkoordinatensystem zu drehen und ist gebildet durch:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{R}_\kappa \mathbf{R}_\zeta \mathbf{R}_\alpha)^T \quad (3.26)$$

3.6.5 Datumsfestlegung

Bei einem Ausgleich im drei dimensionalen Raum müssen zur zwangsfreien Datumsfestlegung sieben Parameter festgehalten werden. Wie im Kapitel 3.3 erwähnt, ist es möglich auch mit den Geraden eine zwangsfreie Datumsfestlegung zu bewerkstelligen. Um die Ergebnisse der vier Varianten auch mit einem klassischen Bündelblockausgleich ohne Geraden vergleichen zu können, wurden aber trotzdem keine Geraden sondern drei Passpunkte zur Datumsdefinition verwendet.

Diese drei Passpunkte sind in Abbildung 3.8 dargestellt. Es wurden zwei Identpunkte (=Vollpasspunkte) und die X -Komponente eines dritten Punktes (=Teilpasspunkt) verwendet. Beim Teilpasspunkt soll die Koordinate festgehalten werden, bei der eine kleine Verschiebung den größten Einfluss auf die Lagerung des Objektes hat und noch nicht durch die beiden Vollpasspunkte eindeutig bestimmt wurde. Wenn zum Beispiel die beiden Vollpasspunkte die selbe Y und Z -Koordinatenwerte besitzen und sich nur in der X -Koordinate unterscheiden, ist die X -Koordinatenachse durch diese schon bestimmt und der für die Datumsdefinition verwendete Parameter des Teilpasspunktes muss entweder die Y oder Z -Koordinate des Punktes sein. In dieser Arbeit liegen die beiden Vollpasspunkte auf einer Gerade die parallel zu der Y -Koordinatenachse liegen und der Teilpasspunkt hat zu diesen beiden Punkten eine Höhendifferenz von etwa 8.5m und eine Differenz in X -Richtung von etwa 5m. Optimal wäre ein Punkt der eine sehr kleine Differenz in X -Richtung und eine sehr große Differenz in Z -Richtung hat. Durch die schräge Frontseite ist so ein Fall nicht möglich und es wurde stattdessen ein nicht ganz optimaler Punkt gewählt. Dieser hat leider einen relativ kurzen Abstand zu den anderen Punkten. Ein Punkt auf der Auskragung (dunkelgrauer Gebäudeteil) hätte aber ein deutlich ungünstigeres Verhältnis in X und Z -Richtung zu den anderen beiden Punkten ergeben. Es ist zu erwarten,



Abbildung 3.8: Definition des Datums, in Rot die Vollpasspunkte und in Cyan der Teilpasspunkt

dass besonders die Geraden und Punkte auf der Auskragung beim Ausgleich mit einer schlechteren Genauigkeit bestimmt werden können.

Punkte auf der in Abbildung 3.8 gesehenen linken Seite der Gebäudefront waren nicht möglich auszuwählen, da für diesen Gebäudeteil aus den maßstäblichen Ansichten die X -Koordinate nicht ausgewertet werden konnte.

3.6.6 Gewichtung der einzelnen Beobachtungen

Da die Beobachtungsgleichungen in verschiedenen Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Einheiten definiert sind, müssen diese Beobachtungsgleichungen verschieden gewichtet werden. Dazu wurden die Standardabweichungen der einzelnen Beobachtungen unterschiedlich definiert. Die Beobachtungen im Bildraum wurden mit einer Standardabweichung von 0.3px und die Beobachtungen im Objektraum mit einer Standardabweichung von 1cm definiert. Ein Grund für diesen Wert der Standardabweichung in den Bildern sind die sehr scharfen Bilder die auch eine Kantendetektion in dieser Genauigkeit erlauben. Da das Aufnahmeobjekt ein sehr neues Gebäude ist, mit dementsprechend vielen Fertigbauteilen, ist zu erwarten, dass dessen Kanten nur wenig von einer Gerade abweichen. Da die Genauigkeit der Geradenpunkte im Objektraum genau diese Abweichung beschreibt, wurde sie mit dem angegebenen einen Zentimeter definiert.

3.7 Bestimmung der Näherungswerte

Für den Ausgleich werden Näherungswerte für die Unbekannten benötigt. Dieses Kapitel geht darauf ein, wie diese gefunden beziehungsweise berechnet wurden.

3. UMSETZUNG

3.7.1 Innere und Äußere Orientierung

Die Näherungswerte für die Äußere Orientierung sind mit Hilfe der Information über Aufnahmeort und Aufnahmerichtung bestimmt worden.

Da die verwendeten Bilder mit der gleichen Kamera, den gleichen Einstellungen und in einem relativ kurzen Zeitraum aufgenommen wurden, wird die Innere Orientierung für alle Bilder als gleich angesetzt. Für den Hauptpunkt (x_0 und y_0) wird als Näherung die Bildmitte gewählt. Da die Brennweite nur in der Einheit Millimeter bekannt ist, das Kamerakoordinatensystem aber in der Einheit Pixel definiert ist, muss diese umgerechnet werden. Das wird mit Hilfe des Verhältnisses zwischen Bildgröße und Sensorgröße erreicht, da die Sensorgröße in Millimeter und die Bildgröße in Pixel angegeben sind und die Sensorgröße unmittelbar mit der Bildgröße zusammenhängt. Die Näherungswerte für die Innere Orientierung ergeben sich zu folgenden Werten:

x_0	y_0	c
2735,5	-1823,5	3648

Die Verzeichnung wurde Kameraintern mit einem Modell bereits korrigiert und es wird daher nur noch eine minimale Verzeichnung in den Bildern erwartet. Als Verzeichnungsmodell wurde daher das in Kapitel 2.5 beschriebene Verzeichnungsmodell mit den vier Parametern ρ_1 - ρ_4 als ausreichend genau angenommen und verwendet. Die Näherungswerte der vier Parameter wurden mit 0 definiert.

Die Näherungswerte für die homologen und nicht homologen Punkte und die Geraden wurden mit Hilfe der Näherungswerte für Innere und Äußere Orientierung bestimmt.

3.7.2 Homologe Punkte

Zur Bestimmung der Näherungswerte der homologen Punkte im Objektraum wird ein räumlicher Vorwärtsschnitt gelöst:

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \lambda \mathbf{R}^T \cdot (\vec{X} - \vec{Z}) \quad (3.27)$$

Gleichung 3.27 kann mit Hilfe der Projektiven Geometrie und homogenen Koordinaten als ein lineares Gleichungssystem formuliert werden:

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \mathbf{C}\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\vec{X} - \vec{Z} = [I \quad -Z] \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_0 \\ 0 & 1 & 0 & -Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Damit kann Gleichung 3.27 folgenderweise angeschrieben werden:

$$\mathbf{C} \cdot \vec{x} = \lambda \cdot \mathbf{R}^T \cdot [I \quad -Z] \cdot \vec{X}. \quad (3.30)$$

Und daraus kann eine Matrix $\mathbf{P}$ gebildet werden:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}^T \cdot [I \quad -Z] = [\mathbf{R}^T \quad -\mathbf{R}^T \cdot Z]. \quad (3.31)$$

Dieses Gleichungssystem wurde mit den im Kapitel 12 von Hartley und Zisserman, 2004 vorgestellten Methoden gelöst.

3.7.3 Geraden

Die Näherungswerte der Geraden wurden mit den Bildbeobachtungen der Geradenpunkte und der Äußeren und Inneren Orientierung bestimmt. Dafür wurde für jede Gerade, für jedes Bild in dem die Gerade beobachtet wurde, mit dem jeweiligen Projektionszentrum eine Ebene gebildet und von diesen Ebenen, nach Transformation ins Objektkoordinatensystem, die gemeinsame Schnittgerade gesucht. Dazu werden mit jeweils zwei Bildbeobachtungen im selben Bild und dem dazugehörigen Projektionszentrum im Bildkoordinatensystem (= Innere Orientierung) eine Ebene gebildet und dessen Normalvektor $\vec{n}$ bestimmt. Dieser wird mit der Rotationsmatrix $\mathbf{R}$ ins Objektkoordinatensystem transformiert:

$$\vec{N} = \mathbf{R}\vec{n} \quad (3.32)$$

Der Normalvektor im Objektkoordinatensystem $\vec{N}$ wird für jeden möglichen Normalvektor $\vec{n}$ in allen Bildern berechnet. Jede dieser Ebenen geht durch die zu bestimmende Gerade und die Normalvektoren der Ebenen stehen daher alle normal zu dem gesuchten Richtungsvektor der Gerade. Die Normalvektoren der Ebenen liegen daraus folgend auch alle auf einer gemeinsamen Ebene. Der Normalvektor dieser Ebene ist der Richtungsvektor der Gerade und kann mit Hilfe eines Ausgleichs bestimmt werden. Die Beobachtungsgleichung des Ausgleiches kann folgendermaßen angegeben werden:

$$\vec{N} \bullet \vec{V} = 0 \quad (3.33)$$

Da die Gerade auf allen Ebenen liegt, muss auch ein Punkt auf der Gerade auf allen Ebenen liegen. Zusätzlich muss die Ebene, bei der dessen Normalvektor der Richtungsvektor der Gerade ist und durch den Punkt geht, zu allen Ebenen normal stehen. Diese beiden Bedingungen sind dann erfüllt, wenn das Skalarprodukt zwischen dem Punkt $\vec{P}$ und dem Normalvektor $\vec{N}$ der Gerade den gleichen Wert hat wie zwischen Normalvektor $\vec{N}$ und dem Projektionszentrum $\vec{X}_0$. Daher kann die Beobachtungsgleichung wie folgt definiert werden:

$$\vec{N} \bullet \vec{P} = \vec{N} \bullet \vec{X}_0 \quad (3.34)$$

Der Punkt $\vec{P}$ wird mithilfe eines Ausgleiches bestimmt. Durch diese Definition wird definiert, dass der gesuchte Punkt auf der Gerade liegen soll, aber nicht wo auf der Gerade genau. Das ist auch unerheblich, da am Schluss der Aufpunkt mit den Gleichungen 3.11 und 3.12 bestimmt wird.

Für diese Methode der Bestimmung der Näherungswerte der Gerade benötigt es genügend Geradenpunktbeobachtungen in jedem Bild.

3. UMSETZUNG

3.7.4 Nicht homologe Punkte

Für den Ausgleich bei dem die Beobachtungsgleichungen für die Geraden im Objektkoordinatensystem gelöst werden, müssen für die nicht homologen Geradenpunkte Näherungswerte für die Punktkoordinaten im Objektkoordinatensystem gefunden werden. Die Objektpunktskoordinaten können Mithilfe des Verschneidens zweier Geraden, der Gerade und den von Bildpunktbeobachtung und Projektionszentrum gebildeten Strahl, berechnet werden. Diese beiden Geraden werden sich normalerweise aber nicht schneiden. Es wird daher der Punkt auf der Gerade gesucht, der an der Stelle liegt, bei dem die Gerade den kürzesten Abstand zum Strahl aufweist. Dazu wird, nach Wikipedia, 2016, der Normalvektor $\vec{N}_E$ der Ebene gebildet die parallel zu beiden Geraden liegt und mit diesem dann der Abstand d der beiden Geraden berechnet.

$$\vec{N}_E = \frac{\vec{V} \times (\mathbf{R}(\vec{x} - \vec{x}_0))}{\left\| \vec{V} \times (\mathbf{R}(\vec{x} - \vec{x}_0)) \right\|} \quad (3.35)$$

$$d = \left(\vec{A} - \vec{X}_0 \right) \bullet \vec{N}_E \quad (3.36)$$

Danach kann ein einfaches Gleichungssystem gebildet werden:

$$\lambda_1 \cdot \vec{V} - \lambda_2 \cdot \mathbf{R}(\vec{x} - \vec{x}_0) = d \cdot \vec{N}_E + \left(\vec{A} - \vec{X}_0 \right) \quad (3.37)$$

Nach Lösen des Gleichungssystems nach λ_1 und λ_2 können die beiden Lotfußpunkte berechnet werden. Der gesuchte homologe Punkt wird folgendermaßen berechnet:

$$\vec{P} = \vec{A} - \lambda_1 \cdot \vec{V}. \quad (3.38)$$

Es wird der Punkt gewählt, der auf der Gerade liegt und nicht der, der auf dem Bildstrahl liegt.

Kapitel 4

Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Ergebnisse dargestellt. Im ersten Teil werden die vier verschiedenen Varianten, also die beiden verschiedenen Geradenparametrisierungen und die beiden Varianten mit den Geradenbeobachtungsgleichungen im Objektraum und Bildraum, gegenübergestellt und die Ergebnisse auch mit den Ergebnissen eines klassischen Bündelblockausgleiches ohne Geradenbeobachtungen verglichen. Anschließend werden die vier Varianten auf ihre Robustheit bei ungenauen Näherungswerten untersucht. Dazu werden als Näherungswerte für den Ausgleich die schon ausgeglichenen Parameter eines Ausgleiches gewählt und danach einzelne Parametergruppen dieser Näherungswerte systematisch verschlechtert. In einem weiteren Schritt wurden nur die Näherungswerte der Äußeren Orientierung systematisch verschlechtert und die anderen Näherungswerte mit denen in Kapitel 3.7.2 bis 3.7.4 beschriebenen Verfahren aus diesen Äußeren Orientierungen berechnet.

4.1 Vergleich der Varianten

4.1.1 Vergleich mit allen Geraden und Punkten

In einem ersten Schritt wurden alle vier Varianten miteinander verglichen. Die vier Varianten sind die Geradenparametrisierung mit vier Parametern mit den Geradenbeobachtungsgleichungen im Bildraum (4P.+B.), die Geradenparametrisierung mit sechs Parametern mit den Beobachtungsgleichungen im Bildraum (6P.+B.), die Geradenparametrisierung mit vier Parametern mit den Geradenbeobachtungsgleichungen im Objektraum (4P.+O.) und die Geradenparametrisierung mit sechs Parametern mit den Beobachtungsgleichungen im Objektraum (6P.+O.).

Es wurden alle Geraden und alle homologen und nicht homologen Punkte verwendet. Zuerst wurden jeweils die beiden Geradenparametrisierungen mit gleicher Art der Beobachtungsgleichungen miteinander verglichen. Dabei sind sowohl bei der Anzahl der Beobachtungen, Unbekannten und der Redundanz als auch bei der Lage der ausgeglichenen Geraden und bei den Genauigkeiten bis in hohe Nachkommastellen (etwa 10^{-8} Meter bzw. Gon) keine Unterschiede in den Ergebnissen festgestellt worden. Es werden aus diesem Grund nur die Ergebnisse der zwei verschiedenen Varianten der Beobachtungsgleichungen

4. ERGEBNISSE

für die Geraden hier gegenübergestellt. Die Variante, die die Beobachtungsgleichungen im Objektkoordinatensystem definiert, wird in weiterer Folge als „Variante im Objektraum“ oder nur kurz „Objektraum“ abgekürzt und die Variante, bei der die Beobachtungsgleichungen im Bildraum definiert sind als „Variante im Bildraum“ oder nur „Bildraum“.

Für den Ausgleich mit allen Geraden und Punkten sind folgende Anzahl an Beobachtungen, Unbekannten und der daraus resultierenden Redundanz festgestellt worden:

Objektraum:

- **Beobachtungen:** 4452
- **Unbekannte:** 3130
- **Redundanz:** 1322

Bildraum:

- **Beobachtungen:** 1731
- **Unbekannte:** 409
- **Redundanz:** 1322

Beide Varianten haben die gleiche Redundanz, da bei der Variante im Bildraum bei homologen Punkten auf die Beobachtungsgleichungen von der Variante im Objektraum zurückgegriffen wurde (siehe Kapitel 3.5.3). Ein weiterer Grund ist, dass beide Varianten die Beobachtungsgleichungen der Gerade so beschreiben, dass für jeden nicht homologen Geradenpunkten eine Überbestimmung von 1 gegeben ist und daher die Redundanz um 1 steigt.

Die ausgeglichen Parameter der beiden Varianten können aus Tabelle 4.1 entnommen werden und die Standardabweichungen aus Tabelle 4.2. Bei den Standardabweichungen werden die minimale und maximale Standardabweichung und der Mittelwert für jeden Parameter getrennt dargestellt. In Klammer ist das Bild angegeben bei dem diese Standardabweichung jeweils aufgetreten ist. Wie erkennbar ist, passen die ausgeglichenen Parameter der Äußeren Orientierung beider Varianten bis auf einige Millimeter bzw. Milligon gut zueinander. Es fällt auf, dass bei der Lage der Projektionszentren die Höhenkoordinaten die größten Abweichungen besitzen. Die Winkel weichen etwas stärker voneinander ab. Das lässt sich aber durch Abweichungen bei der Inneren Orientierung nicht erklären. Der Hauptpunkt der Inneren Orientierung passt zwischen beiden Varianten auf unter einem Pixel zusammen. Auch die Standardabweichungen ergeben ähnliche Ergebnisse. Die größten Abweichungen sind in der Standardabweichung der Höhenkoordinate erkennbar. Es zeigt sich, dass der Ausgleich mit den Geradenbeobachtungsgleichungen im Bildraum bei den Standardabweichungen der Äußeren Orientierung etwas bessere Ergebnisse liefert.

Um zu überprüfen, ob die Abweichungen zwischen den beiden Varianten wirklich nur zufälliger Natur sind, wurde für alle Parameter der Äußeren Orientierung der statistische Test aus Kapitel 2.6 durchgeführt. Die Sicherheitsgrenze liegt bei 1,961. Die Testgrößen haben einen Wert zwischen 0 und 0,13 und liegen daher deutlich unter der Sicherheitsgrenze. Es kann aus diesem Grund mit sehr hohen Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass die Abweichungen nicht signifikant sind.

In Tabelle 4.3 sind die Innere Orientierung und die Verzeichnungsparameter und deren Standardabweichungen dargestellt. Auch hier ist erkennbar, dass die ausgeglichenen Parameter und deren Standardabweichungen wieder sehr gut übereinstimmen. Beim Vergleich

4.1. VERGLEICH DER VARIANTEN

Tabelle 4.1: Ausgegliche Parameter der Äußeren Orientierungen der beiden Varianten mit allen Geraden, homologen und nicht homologen Punkten

	Objektraum			Bildraum		
	X_0 [m]	Y_0 [m]	Z_0 [m]	X_0 [m]	Y_0 [m]	Z_0 [m]
B1	-16,878	-36,207	1,055	-16,878	-36,206	1,058
B2	-28,147	-22,221	1,362	-28,150	-22,219	1,368
B3	-42,225	-6,008	1,553	-42,227	-6,004	1,560
B4	-55,046	16,287	3,762	-55,044	16,290	3,773
B5	-47,511	41,974	2,607	-47,509	41,976	2,614
B6	-31,261	72,592	1,397	-31,259	72,590	1,400
	α [gon]	ζ [gon]	κ [gon]	α [gon]	ζ [gon]	κ [gon]
B1	-69,365	116,204	103,707	-69,351	116,213	103,712
B2	-52,979	120,707	101,495	-52,961	120,712	101,506
B3	-33,800	121,510	102,280	-33,783	121,515	102,288
B4	-9,738	115,303	101,639	-9,723	115,305	101,642
B5	16,863	119,668	100,536	16,876	119,672	100,536
B6	54,036	114,025	99,751	54,045	114,034	99,748

Tabelle 4.2: minimale, maximale und durchschnittliche Standardabweichung für jeden der Parameter der Äußeren Orientierung für beide Varianten

	Objektraum			Bildraum		
	Min	Max	Mean	Min	Max	Mean
X_0 [mm]	14,2 (B1)	21,3 (B4)	16,7	14,0 (B1)	21,1 (B4)	16,6
Y_0 [mm]	14,0 (B4)	21,3 (B1)	16,1	13,9 (B5)	21,1 (B1)	16,0
Z_0 [mm]	18,9 (B2)	49,1 (B4)	34,8	18,7 (B1)	48,5 (B4)	34,4
α [mgon]	48,5 (B6)	56,3 (B2)	52,7	47,8 (B6)	55,9 (B2)	52,3
ζ [mgon]	78,7 (B2)	83,9 (B4)	80,6	78,5 (B2)	83,5 (B4)	80,3
κ [mgon]	13,1 (B4)	48,4 (B1)	32,4	12,9 (B4)	47,8 (B1)	32,0

der Standardabweichungen der Inneren Orientierung sind keine Unterschiede zwischen den beiden Verfahren festgestellt worden.

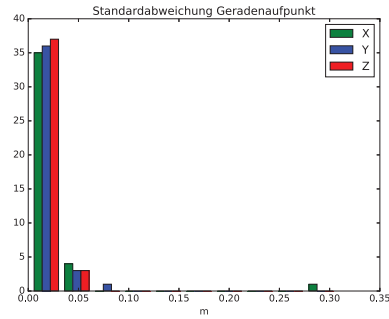
Die Standardabweichungen der Geraden und homologen Punkte sind in Form von Histogrammen in Abbildung 4.1 dargestellt. Beim Vergleich der Standardabweichungen des Aufpunktes zeigt sich, dass bei der Variante im Objektraum (a) in Z-Richtung leicht bessere Standardabweichungen erzielt wurden, während bei der Variante im Bildraum (b) dies in Y-Richtung der Fall ist. Insgesamt erreichte die Variante im Bildraum leicht bessere Standardabweichungen. Beim Vergleich der Standardabweichungen der Geradenrichtung ((c) und (d)) sind solche auffälligen Unterschiede nicht erkennbar. Es erbringt zwar die Variante im Bildraum wieder leicht bessere Ergebnisse, ein solcher Trend wie beim Aufpunkt ist aber nicht feststellbar. Bei den homologen Punkten hat die Variante im Bildraum leicht bessere Standardabweichungen.

Um anschließend verschiedene Ausgleichsergebnisse besser miteinander vergleichen zu können, werden Referenzwerte definiert. Als Referenzwerte sind die ausgeglichenen Parameter

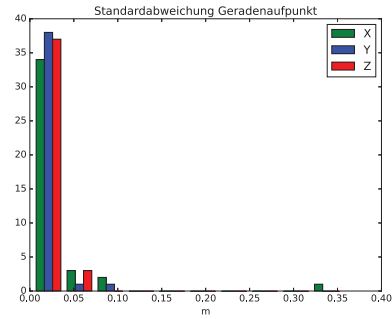
4. ERGEBNISSE

Tabelle 4.3: Ausgeglichene Parameter der Inneren Orientierung und die vier Verzeichnungsparameter und deren Standardabweichungen.

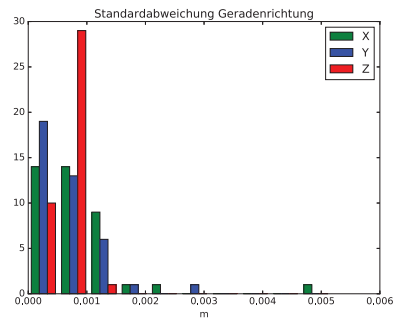
	Objektraum	Bildraum		Objektraum	Bildraum
x_0 [px]	2722,1	2722,8	σ_{x_0} [px]	2,7	2,7
y_0 [px]	-1817,6	-1816,9	σ_{y_0} [px]	4,8	4,8
c [px]	3767,0	3766,3	σ_{c_0} [px]	1,9	1,9
ρ_1 [px]	2,2e-10	2,5e-10	σ_{ρ_1} [px]	6,1e-11	6,0e-11
ρ_2 [px]	-3,5e-17	-3,7e-17	σ_{ρ_2} [px]	6,3e-18	6,1e-18
ρ_3 [px]	5,1e-07	5,0e-07	σ_{ρ_3} [px]	3,2e-08	3,2e-08
ρ_4 [px]	-6,1e-07	-6,0e-07	σ_{ρ_4} [px]	6,2e-08	6,1e-08



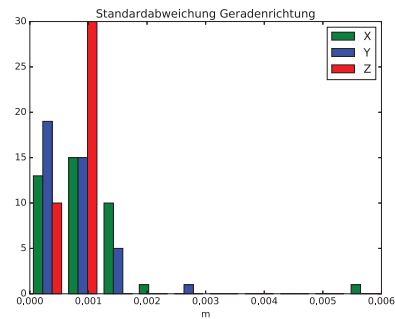
(a)



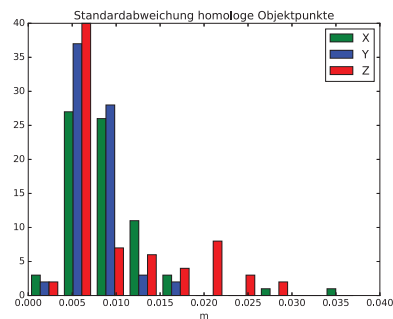
(b)



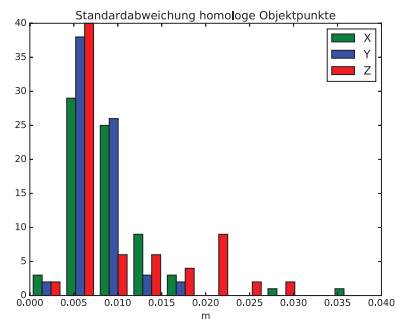
(c)



(d)



(e)



(f)

Abbildung 4.1: Histogramme der Standardabweichungen der Geraden und homologen Punkte - links im Objektraum, rechts im Bildraum

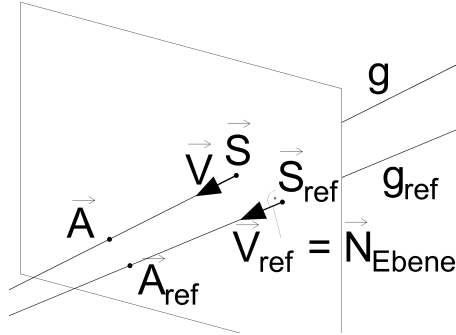


Abbildung 4.2: schematische Darstellung der Referenzgerade, der Gerade und der Ebene

des Ausgleiches mit Hilfe der Beobachtungsgleichungen im Bildraum gewählt worden, da dort die Standardabweichungen der Äußeren Orientierung, der Geraden und der nicht homologen Punkte leicht bessere Ergebnisse erzielt haben. Um eine anschauliche Vergleichbarkeit zwischen den Ergebnissen zu erhalten, wurde für jede Gerade mit Hilfe der Referenzwerte eine Ebene definiert. Der Normalenvektor dieser Ebene N_{Ebene} entspricht dem Richtungsvektor V_{Ref} der jeweiligen Referenzgerade. Die Lage der Ebene wurde so gewählt, dass der Schnittpunkt der Ebene und der Gerade innerhalb des durch die Geradenpunkte definierten Bereiches am Objekt liegt. Die Lage der Schnittpunkte kann aus Grafik 3.6 entnommen werden. Mithilfe dieser Ebenenschnittpunkte kann die Abweichung des Schnittpunktes S_{Ref} der Referenzgerade mit dem Schnittpunkt S , der aus dem betrachteten Ausgleich stammenden Gerade, verglichen werden und damit ein Maß für die Genauigkeit der bestimmten ausgeglichenen Parameter der Geraden angegeben werden. Abbildung 4.2 zeigt eine schematische Darstellung dieses Aufbaues.

Im Anschluss werden die Abweichungen der Schnittpunkte der Referenzgeraden mit den Schnittpunkten aus dem jeweiligen Ausgleich betrachtet. Für die vier Varianten (4P.+B., 4P.+O., 6P.+B. und 6P.+O.) sind die Abweichungen in Tabelle 4.4 dargestellt. Die Unterschiede zwischen den beiden Varianten mit der Geradenparametrisierung im Bildraum sind voraussichtlich durch numerische Ungenauigkeiten verursacht.

Die Varianten mit den Beobachtungsgleichungen im Objektraum ergeben gleiche Ergebnisse. Die Abweichungen betragen einige Millimeter, wobei jedoch die Geraden G1, G33, G34 und G36 Abweichungen von etwa einem Zentimeter besitzen. Alle vier Geraden liegen auf der Auskragung. Es lässt sich aber sonst kein gemeinsames Muster erkennen. Während die Hauptorientierung von der Gerade G1 entlang der Y-Achse liegt, liegt diese bei Gerade G36 in X-Richtung und bei G33 und G34 in Z-Richtung. In unmittelbarer Nachbarschaft aller genannten Geraden liegen Geraden mit ähnlichen Richtungsvektoren die eine deutlich geringere Abweichung aufweisen (3, 5 und 7mm). Auch dessen Schnittpunkte liegen sehr nah bei den Schnittpunkten der betreffenden Geraden. Dass die Geraden alle auf der Auskragung liegen, war schon durch die Datumsdefinition zu vermuten. Gründe für die im Vergleich hohen Abweichungen können sein, dass die Geradenpunktbeobachtungen teilweise fehlerbehaftet sind und diese bei beiden Varianten einen anderen Einfluss auf die Lage der Gerade haben.

Auch für die Abweichungen zwischen den Schnittpunkten und den Referenzschnittpunkten wurde der statistische Test angewandt. Da sowohl beim Referenzausgleich als auch bei den

4. ERGEBNISSE

Tabelle 4.4: Abweichungen der Schnittpunkte von den Referenzschnittpunkten

	6P.+O. [mm]	6P.+B. [mm]	4P.+O. [mm]	4P.+B. [mm]
G1	14,1	7,3E-12	14,1	2,1E-11
G2	4,2	3,3E-11	4,2	1,4E-11
G3	7,1	1,2E-11	7,1	6,3E-11
G4	3,9	8,1E-12	3,9	1,6E-11
G5	3,9	9,3E-12	3,9	7,6E-12
G6	4,6	3,9E-12	4,6	1,4E-11
G7	1,7	4,5E-11	1,7	5,4E-11
G8	1,0	1,6E-11	1,0	1,7E-11
G9	1,4	1,9E-11	1,4	3,8E-11
G10	1,4	1,1E-11	1,4	2,7E-12
G11	1,9	2,2E-11	1,9	4,1E-11
G12	7,3	2,0E-11	7,3	4,1E-11
G13	0,8	1,9E-11	0,8	4,3E-11
G14	2,1	7,4E-11	2,1	2,6E-11
G15	2,5	1,3E-11	2,5	1,6E-11
G16	0,2	5,8E-12	0,2	4,6E-11
G17	2,3	1,9E-11	2,3	2,8E-11
G18	1,8	5,8E-12	1,8	1,3E-11
G19	2,5	2,3E-11	2,5	2,8E-11
G20	0,7	6,6E-12	0,7	2,2E-11
G21	3,6	1,9E-11	3,6	2,0E-11
G22	1,8	1,9E-11	1,8	1,4E-11
G23	2,4	1,5E-11	2,4	1,5E-11
G24	1,1	2,9E-11	1,1	2,2E-11
G25	5,9	3,6E-11	5,9	3,8E-11
G26	3,6	2,7E-11	3,6	1,5E-11
G27	1,8	8,9E-13	1,8	1,5E-11
G28	1,7	1,5E-11	1,7	3,1E-11
G29	3,0	1,3E-11	3,0	1,1E-11
G30	2,7	1,1E-11	2,7	1,6E-11
G31	3,0	3,4E-12	3,0	5,0E-12
G32	5,5	1,4E-11	5,5	1,1E-11
G33	10,0	2,2E-11	10,0	2,5E-11
G34	9,8	1,4E-11	9,8	1,0E-11
G35	3,1	2,6E-11	3,1	2,0E-11
G36	11,3	1,2E-11	11,3	2,0E-11
G37	2,4	1,6E-11	2,4	8,4E-12
G38	1,4	1,8E-12	1,4	6,2E-12
G39	2,0	1,7E-11	2,0	2,6E-11
G40	2,5	2,1E-11	2,5	2,7E-11

Tabelle 4.5: Abweichungen der Äußeren Orientierung zu der Referenz (in Meter bzw. Gon)

	Objektraum		Bildraum			Objektraum		Bildraum	
ΔX_{0Min}	0,031	B4	0,030	B4	$\Delta \alpha_{Min}$	0,323	B5	0,293	B5
ΔX_{0Max}	0,081	B6	0,078	B6	$\Delta \alpha_{Max}$	0,434	B2	0,398	B2
ΔX_{0Mean}	0,0553		0,0518		$\Delta \alpha_{Mean}$	0,3862		0,3558	
ΔY_{0Min}	0,009	B5	0,016	B5	$\Delta \zeta_{Min}$	0,016	B1	0,006	B6
ΔY_{0Max}	0,073	B1	0,070	B1	$\Delta \zeta_{Max}$	0,076	B3	0,140	B3
ΔY_{0Mean}	0,0375		0,0367		$\Delta \zeta_{Mean}$	0,0457		0,0872	
ΔZ_{0Min}	0,020	B6	0,012	B6	$\Delta \kappa_{Min}$	0,024	B6	0,030	B5
ΔZ_{0Max}	0,110	B3	0,098	B3	$\Delta \kappa_{Max}$	0,204	B2	0,175	B2
ΔZ_{0Mean}	0,0732		0,0598		$\Delta \kappa_{Mean}$	0,1122		0,1008	

anderen Ausgleichen die Redundanz 1322 ist, kann die Sicherheitsgrenze wieder mit 1,961 angegeben werde. Es zeigte sich bei der Variante im Objektraum, dass y_d für alle drei Koordinatenrichtungen im Bereich zwischen 0,002 und 0,33 liegt und daher alle deutlich unter der Sicherheitsgrenze liegen. Auch diese Abweichungen sind daher nicht signifikant.

4.1.2 Vergleich ohne homologe Punkte

In den folgenden Tests haben die Parametrisierung mit sechs Parametern und die Parametrisierung mit vier Parametern wieder gleiche Ergebnisse geliefert und es wird daher wieder, immer nur zwischen den beiden Varianten mit unterschiedlichen Beobachtungsgleichungen, verglichen.

In einem ersten Schritt wurde ein Ausgleich ohne homologe Punkte, aber mit allen Geraden durchgeführt. Einzig, um die gleiche Datumsdefinition wie bei der Referenz zu gewährleisten, wurden die drei Datumpunkte trotzdem im Ausgleich verwendet. Die Anzahl der Parameter verändert sich daher zu:

- **Anzahl Geraden:** 39
- **Anzahl homologer Punkte:** 3
- **Anzahl nicht homologer Punkte:** 907

Die reduzierte Anzahl der verwendeten Geraden ist dadurch zu erklären, dass die Geradenpunkte einer der Geraden nur aus homologen Punkten besteht.

In Tabelle 4.5 sind die minimalen, maximalen und mittleren Abweichungen der Äußeren Orientierung zu der Referenz angeführt. Beide Varianten zeigen bei manchen Parametern bessere und bei anderen schlechtere Ergebnisse. Es ist ersichtlich, dass der ζ Winkel generell bei beiden Varianten geringere Abweichungen hat, als α oder κ .

Auch hier wurde der statistische Test durchgeführt. Es wurden die ausgeglichenen Parameter der beiden Varianten ohne homologe Punkte mit den Referenzwerten verglichen. Die Sicherheitsgrenze liegt bei beiden Varianten bei 1,961. Dieser Wert wurde bei der Variante im Objektraum bei den Parametern des Projektionszentrums bei zwei der sechs Bilder übertroffen, bei Bild 2 und Bild 5 bei der X_0 -Koordinate. Bei den Drehwinkel wurde der Wert bei allen sechs α -Winkeln übertroffen und auch bei drei κ -Winkeln. Ein Grund kann

4. ERGEBNISSE

Tabelle 4.6: Abweichungen der Schnittpunkte der Geraden zu den Referenzschnittpunkten (in Zentimeter)

	Objektraum	Bildraum		Objektraum	Bildraum
G1	8,6	7,2	G21	5,9	6,1
G2	6,7	5,4	G22	4,4	4,9
G3	8,0	6,3	G23	3,7	3,1
G4	7,9	7,0	G24	5,1	5,9
G5	7,7	6,7	G25	3,8	3,9
G6	4,5	4,1	G26	0,3	0,3
G7	1,3	1,6	G27	0,6	0,5
G8	3,0	3,2	G28	1,7	1,7
G9	2,5	2,8	G29	2,5	2,4
G10	2,3	2,6	G30	0,9	0,5
G11	1,8	2,1	G31	2,2	1,6
G12	2,3	2,7	G32	2,2	1,9
G13	3,0	3,1	G33	2,5	2,4
G14	4,1	5,0	G34	1,6	1,2
G15	3,4	3,3	G35	2,3	1,5
G16	6,2	7,4	G36	2,2	2,1
G17	4,6	4,3	G37	1,6	1,5
G18	0,7	1,1	G39	2,5	1,5
G19	5,3	5,4	G40	2,8	1,9
G20	2,4	2,1			

die starke Korrelation zwischen den beiden Drehungen mit diesen Winkeln sein. Beide beschreiben eine Drehung um die Z-Koordinatenachse.

Bei der Variante im Bildraum zeigte sich ein ähnliches Ergebnis. Hier wurde bei Bild 5 bei der X_0 -Koordinate eine signifikante Verschiebung festgestellt und signifikante Verdrehungen sind bei allen α Winkeln und bei zwei der κ Winkeln festgestellt worden.

In Tabelle 4.6 sind die Abweichungen der Ebenenschnittpunkte zu denen der Referenz angegeben. Die Abweichungen liegen bei beiden Varianten zwischen einem und neun Zentimetern. Die größten Unterschiede in den Abweichungen sind bei den Geraden G1-G5 ersichtlich. Diese Geraden liegen alle auf der Auskragung und dessen Geradenrichtung ist bei allen der fünf Geraden in Richtung der Y-Koordinatenrichtung ausgerichtet. Es lässt sich dort eine Systematik erkennen, die voraussichtlich wieder durch die Datumsdefinition ausgelöst wird. Ansonsten ergeben beide Varianten ähnliche Ergebnisse.

In Abbildung 4.3 sind nochmal Histogramme dieser Abweichungen dargestellt, hier auch zusätzlich getrennt in die X, Y und Z-Komponenten. Bei den Abweichungen des Aufpunktes sind keine wesentlichen Unterschiede feststellbar. Es ist erkennbar, dass die Abweichungen nach den einzelnen Komponenten getrennt bei der Variante im Bildraum kleiner sind. Das ist nicht verwunderlich, da der Referenzausgleich ebenfalls mit der gleichen Variante berechnet wurde. Wirklich signifikante Unterschiede sind nicht erkennbar.

Der statistische Test zeigte auch bei den Schnittpunkten, dass bei einigen Geraden eine statistisch signifikante Verschiebung erfolgt ist. In Tabelle 4.7 sind die Ergebnisse der

4.1. VERGLEICH DER VARIANTEN

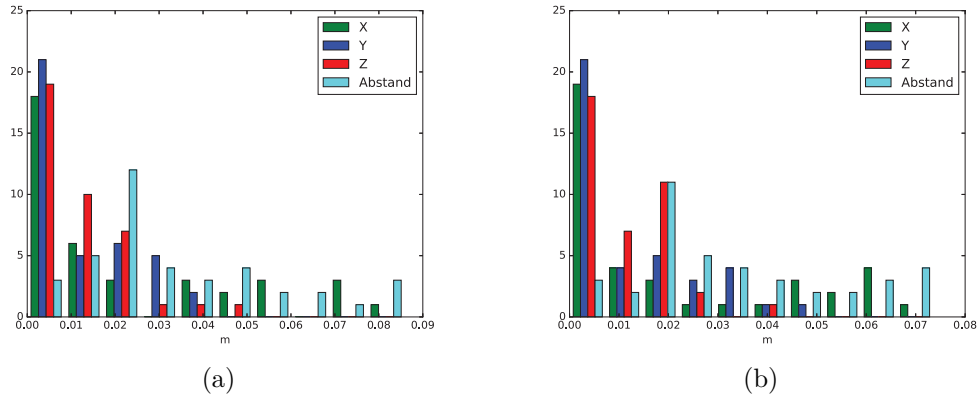


Abbildung 4.3: Histogramm der Abstände der Schnittpunkte zu den Referenzschnittpunkten - (a) bei der Variante im Objektraum und (b) bei der Variante im Bildraum

Tabelle 4.7: Ergebnis des statistischen Tests der Schnittpunkte der beiden Varianten ohne homologe Punkte mit den Referenzwerten - Sicherheitsgrenze = 1,646

Objektraum				Bildraum			
	X	Y	Z		X	Y	Z
G1	2,218	2,238	0,064	G1	1,991	1,995	0,093
G3	1,990	2,020	0,070				
G4	1,958	1,972	0,010				
G5	2,081	2,100	0,029				

Geraden aufgetragen, bei denen der statistische Test eine signifikante Verschiebung festgestellt hat. Es fällt auf, dass bei der Variante im Bildraum nur ein Schnittpunkt signifikant verschoben ist, während bei der Variante im Objektraum bei vier Schnittpunkten eine Verschiebung angezeigt wird. Das ist vermutlich dadurch begründet, dass schon in Tabelle 4.6 die Abweichungen bei der Variante im Bildraum geringer waren, als bei der Variante im Objektraum.

Die Schnittpunkte bei denen der statistische Test eine Verschiebung ergeben hat, gehören alle zu den vorher besprochenen Schnittpunkten mit der größten Abweichung zu den Referenzwerten. Bei ihnen fällt auf, dass bei allen in der X und Y -Koordinate des Schnittpunktes eine signifikante Verschiebung festgestellt worden ist.

Um zu testen, wie die verschiedenen Varianten bei einem Ausgleich mit weniger Geraden reagieren, wurden die Geraden per Zufall in Gruppen zu je zehn Geraden aufgeteilt. Die einzelnen Gruppen sind:

- G2, G12, G23, G27, G10, G25, G14, G33, G34, G38
- G20, G36, G11, G4, G16, G3, G18, G6, G31, G7
- G17, G35, G29, G26, G13, G32, G21, G8, G37, G30
- G22, G1, G15, G28, G24, G39, G5, G19, G9, G40

Für die einzelnen Ausgleichungen wurden immer nur die zehn Geraden der einzelnen Grup-

4. ERGEBNISSE

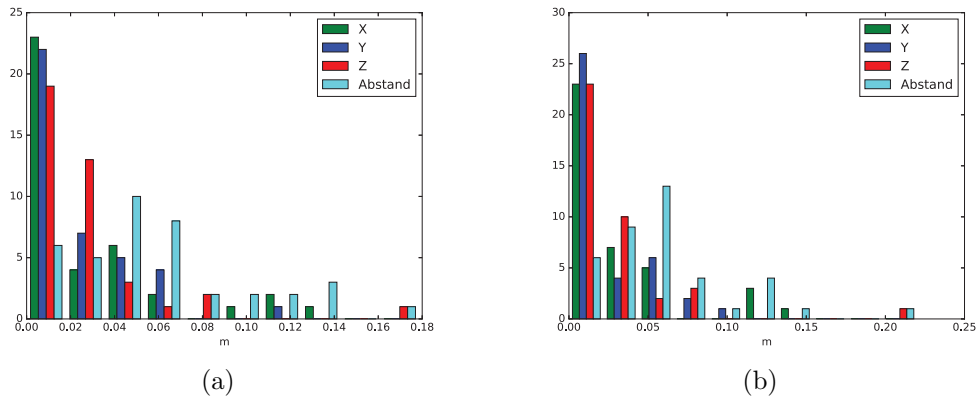


Abbildung 4.4: Histogramm der Abstände von Schnittpunkt zu Referenzschnittpunkt - es wurden immer nur **zehn Geraden** gemeinsam ausgeglichen - (a) im Objektraum, (b) im Bildraum

pen verwendet. In Abbildung 4.4 werden die Abweichungen der Geradenschnittpunkte von der Referenz für alle vier Ausgleiche gemeinsam dargestellt. Es ist ersichtlich, dass hier die Version im Bildraum in Summe besser abschneidet, es aber bei dieser Version größere Ausreißer gibt.

Für den statistischen Test wurde eine Sicherheitsgrenze von 1,962 ermittelt. Es wurde bei den vier Ausgleichungen der Variante im Objektraum nur beim vierten Ausgleich bei der Gerade G5 eine signifikante Verschiebung des Schnittpunktes festgestellt. Hier ergab der Test in X -Koordinatenrichtung den Wert 2,282 und in Y -Koordinatenrichtung den Wert 2,174, während die Z -Koordinate wieder einen deutlich niedrigeren Wert von 0,366 erhielt. Auch bei der Variante im Bildraum wurden nur bei der Geraden G5 signifikante Verschiebungen detektiert. Die Werte sind in X -Koordinatenrichtung 2,140 in Y -Koordinatenrichtung 2,133 und in Z -Koordinatenrichtung 0,328 und sind daher etwas niedriger als bei der Variante im Objektraum.

In einem nächsten Schritt wurden diese Gruppen zu zehn Geraden nochmal auf jeweils fünf Geraden halbiert und wieder jeweils einzeln ausgeglichen. Die einzelnen Geradengruppen sind:

- G2, G12, G23, G27, G10
- G25, G14, G38, G33, G34
- G20, G36, G11, G4, G16
- G3, G18, G6, G31, G7
- G17, G35, G29, G26, G13
- G32, G21, G8, G37, G30
- G22, G1, G15, G28, G24
- (G39, G5, G19, G9, G40)

Beim Ausgleich zeigte sich, dass die letzte Gruppe bei beiden Varianten nicht ausgeglichen werden konnte. Abbildung 4.5 zeigt wieder das Histogramm mit allen Abständen der Schnittpunkte zu den Referenzschnittpunkten. In diesem Fall erzielt die Variante im

4.1. VERGLEICH DER VARIANTEN

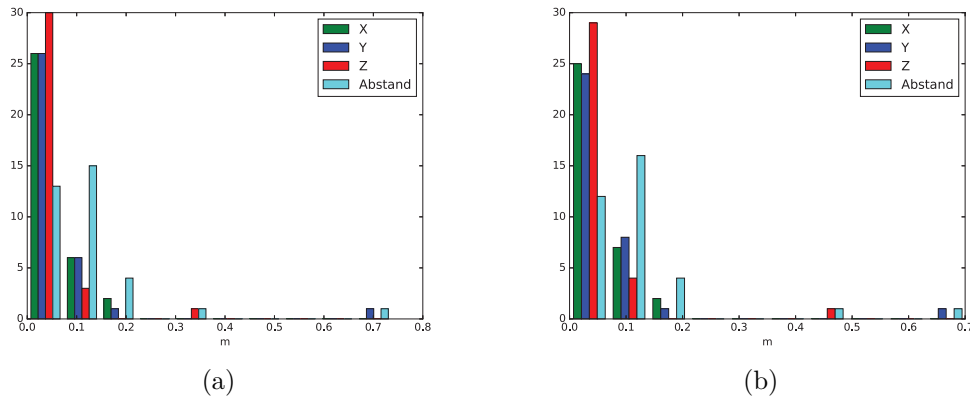


Abbildung 4.5: Histogramm der Abstände von Schnittpunkt zu Referenzschnittpunkt - es wurden immer nur **fünf Geraden** gemeinsam ausgeglichen; (a) im Objektraum, (b) im Bildraum

Objektraum leicht bessere Ergebnisse. Es ist deutlich ersichtlich, dass bei nur fünf Geraden die Genauigkeit der ausgeglichenen Parameter schon deutlich schlechter ist, als beim Ausgleich mit zehn oder mehr Geraden.

Für den statistischen Test wurde eine Sicherheitsgrenze von 1,962 ermittelt. Bei beiden Varianten wurde eine statistisch signifikante Verschiebung der Schnittpunkte der Geraden G4 und G39 festgestellt. Bei Gerade G4 in X und Y -Koordinatenrichtung und bei Gerade G36 in Z -Koordinatenrichtung. Beide Geraden liegen auf der Auskragung.

4.1.3 Vergleich mit einer Variante ohne Geraden

Im nächsten Schritt wurden die Ergebnisse eines klassischen Ausgleiches nur mit homologen Punkten mit den beiden Ausgleichsvarianten des vorigen Unterkapitels nur mit Geraden und ohne homologen Punkten verglichen. Die Lage der homologen Punkte im Bild kann aus Abbildung 3.6 entnommen werden. Die Anzahl der Parameter des klassischen Ausgleiches sind:

- **Anzahl Geraden:** 0
- **Anzahl homologer Punkte:** 71
- **Anzahl nicht homologer Punkte:** 0

In Tabelle 4.8 sind die ausgeglichenen Parameter der Äußeren Orientierung dargestellt und in Tabelle 4.9 dessen Abweichungen zu den Referenzwerten. Bei einem Vergleich dieser Abweichungen mit den Abweichungen der Varianten mit allen Geraden und ohne homologe Punkte fällt auf, dass die Abweichungen der Projektionszentren sowie der Drehungen beim Ausgleich nur mit Identpunkten deutlich geringer sind. Die Standardabweichungen der Äußeren Orientierungen sind im Vergleich zu der Varianten mit allen Geraden und Punkten schlechter, aber im Vergleich zu den Varianten nur mit Geraden bei den Projektionszentren leicht besser (einige wenige Millimeter) und bei den Drehungen bei Winkel ζ und κ leicht (ζ : etwa 120mGon statt 125mGon; κ : etwa 43mGon statt 48mGon) und bei dem Winkel α deutlich besser (α : etwa 75mGon statt 130mGon).

4. ERGEBNISSE

Tabelle 4.8: Ausgeglichen Parameter bei Ausgleich nur mit Identpunkten

	X_0 [m]	Y_0 [m]	Z_0 [m]	α [gon]	ζ [gon]	κ [gon]
B1	-16,889	-36,228	1,069	-69,302	116,227	103,730
B2	-28,171	-22,232	1,384	-52,905	120,711	101,544
B3	-42,249	-6,008	1,579	-33,728	121,516	102,311
B4	-55,066	16,297	3,801	-9,672	115,299	101,651
B5	-47,523	41,984	2,63	16,916	119,679	100,530
B6	-31,245	72,603	1,415	54,107	114,047	99,734

Tabelle 4.9: Abweichung der Äußeren Orientierung beim Ausgleich nur mit Identpunkten zu den Referenzwerten

X_{0Min} [m]	0,011	B1	α_{Min} [gon]	0,040	B5
X_{0Max} [m]	0,022	B6	α_{Max} [gon]	0,062	B6
X_{0Mean} [m]	0,0173		α_{Mean} [gon]	0,0522	
Y_{0Min} [m]	0,004	B3	ζ_{Min} [gon]	0,001	B2
Y_{0Max} [m]	0,022	B1	ζ_{Max} [gon]	0,014	B1
Y_{0Mean} [m]	0,0112		ζ_{Mean} [gon]	0,0070	
Z_{0Min} [m]	0,011	B1	κ_{Min} [gon]	0,006	B5
Z_{0Max} [m]	0,028	B4	κ_{Max} [gon]	0,038	B2
Z_{0Mean} [m]	0,0175		κ_{Mean} [gon]	0,0180	

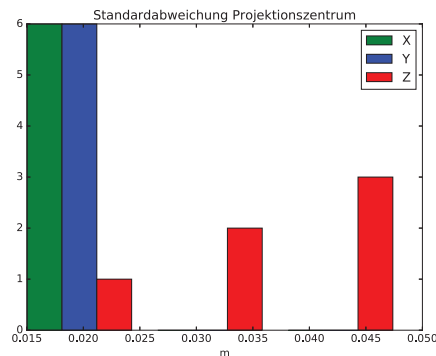


Abbildung 4.6: Standardabweichungen der homologen Punkte im Bündelblock

In Abbildung 4.6 ist ein Histogramm mit den Standardabweichungen der homologen Punkte dargestellt. Beim Vergleich dieses mit den beiden Histogrammen der Varianten mit allen Geraden und Punkten ist erkennbar, dass die Genauigkeiten deutlich besser sind.

Auch hier wurde für die Äußere Orientierung ein statistischer Test durchgeführt. Die Sicherheitsgrenze liegt in diesem Fall wieder bei 1,961. Weder beim Projektionszentrum, noch bei der Rotation wurde nur annähernd dieser Wert für y_d erreicht. Bei den Projektionszentren wurden Werte im Bereich von 0,049 und 0,476 und bei den Winkeln im Bereich zwischen 0,003 und 0,232 erreicht.

Tabelle 4.10: Abweichungen der Schnittpunkte der berechneten Geraden zu den Referenzschnittpunkten

	Objektraum [cm]	Bildraum [cm]	Klassisch [cm]
G1	8,6	7,2	0,8
G5	7,7	6,7	2,7
G6	4,5	4,1	1,1
G7	1,3	1,6	3,6
G8	3,0	3,2	2,1
G10	2,3	2,6	0,4
G12	2,3	2,7	2,3
G16	6,2	7,4	2,7
G18	0,7	1,1	3,2
G21	5,9	6,1	1,7
G22	4,4	4,9	0,9
G23	3,7	3,1	0,6
G24	5,1	5,9	1,0

Um den Ausgleich nur mit homologen Punkten mit den beiden Varianten des Ausgleiches nur mit Geraden auch abseits der Äußeren Orientierung vergleichen zu können, wurden noch weitere Vergleiche durchgeführt.

Für den ersten zusätzlichen Vergleich wurde die Tatsache verwendet, dass einige der homologen Punkte auf Geraden liegen. Die ausgeglichenen homologen Punkte des Ausgleiches ohne Geraden nur mit Punkten wurden verwendet um, wo möglich, die Geradenparameter zu berechnen. Aus diesen Geradenparametern wurden im Anschluss die Schnittpunkte der jeweiligen Ebenen berechnet und diese Schnittpunkte mit den Referenzschnittpunkten verglichen. Tabelle 4.10 zeigt nochmal die Ergebnisse aus Tabelle 4.6 nur dass in der letzten Spalte die Abweichungen der Schnittpunkte der berechneten Geraden aus dem Ausgleich nur mit homologen Punkten hinzugefügt worden sind. Es werden nur die Geraden dargestellt, bei denen aus den Ergebnissen des Ausgleiches ohne Geraden, mithilfe der homologen Punkte, die Geraden berechnet werden konnte.

Für den zweiten zusätzlichen Vergleich wurden die Ergebnisse der beiden Varianten ohne homologe Punkte verwendet, um mit Hilfe der Geraden deren Schnittpunkte zu berechnen, also die homologen Punkte zu berechnen die auf mehr als einer Gerade liegen. Tabelle 4.11 zeigt in den ersten zwei Spalten die Abweichungen der berechneten homologen Punkte der beiden Varianten des Ausgleichs nur mit Geraden zu den Referenzpunkten und in der dritten Spalte die Abweichung der homologen Punkte des Ausgleiches nur mit den Identpunkten (homologen Punkten).

Es ist deutlich aus beiden Tabellen erkennbar, dass der Ausgleich nur mit Identpunkten bessere Ergebnisse liefert.

Zusammenfassend kann gefolgert werden, dass der Ausgleich ohne Geraden nur mit homologen Punkten im Vergleich zu einem Ausgleich nur mit Geraden deutlich bessere Ergebnisse liefert. Bei einem Ausgleich mit Punkten kann aber das zusätzliche Einbringen von Geraden die Genauigkeit der ausgeglichenen Parameter verbessern.

4. ERGEBNISSE

Tabelle 4.11: Abweichungen der Identpunkte

	Objektraum [cm]	Bildraum [cm]	Klassisch [cm]
G1_G35_1	9,7	7,9	2,2
G1_G6_1	8,2	7,1	2,3
G10_G11_1	3,9	3,8	1,0
G12_G13_1	7,0	7,1	0,1
G14_G15_1	3,3	3,1	0,3
G16_G17_1	5,8	6,0	0,1
G18_G19_1	18,3	19,3	0,0
G2_G32_1	5,6	4,6	1,8
G21_G26_40	2,5	2,5	1,1
G3_G33_1	6,7	5,5	1,7
G4_G34_1	7,5	6,8	1,1
G5_G36_1	6,7	5,7	1,0
G5_G7_G31_1	6,9	6,1	1,1
G7_G39_1	4,1	3,4	0,2
G8_G9_1	6,1	6,1	0,4

4.2 Näherungswerte

Im Laufe der Tests wurden Unterschiede in der benötigten Genauigkeit der Näherungswerte beider Verfahren festgestellt. Daher werden in diesem Kapitel die benötigten Genauigkeiten der Näherungswerte näher betrachtet. Dazu werden in einem ersten Schritt die Referenzwerte als Näherungswerte verwendet und einzeln die verschiedenen Parameterklassen, wie zum Beispiel die Projektionszentren, systematisch verschlechtert. Dabei wird getestet bis zu welchen Verschiebungen beziehungsweise Verdrehungen der Ausgleich noch konvergiert. Um die notwendige Genauigkeit der Näherungswerte auch bei einem praxisnäheren Test zu testen, wurden in einem weiteren Test wieder alle homologen und nicht homologen Punkte und alle Geraden aus den Näherungswerten der Äußeren und Inneren Orientierung berechnet und dabei vorher nur die Äußere Orientierung systematisch verschlechtert.

4.2.1 Verschlechterung der einzelnen Parametern

Projektionszentrum

Um das Verhalten der beiden Varianten bei schlechteren Näherungswerten der Projektionszentren zu betrachten wurden zu den Referenzwerten, Vektoren gleicher Länge aber zufälliger Richtung addiert:

$$\vec{X}_0 = X_0^{\vec{ref}} + m \cdot d\vec{X}, \quad (4.1)$$

hier entspricht der Parameter $X_0^{\vec{ref}}$ dem Referenzwert zu dem der Einheitsvektor $d\vec{X}$ hinzuaddiert wurde. Für den Skalar m wurden verschiedene Werte eingesetzt, wobei bei jedem

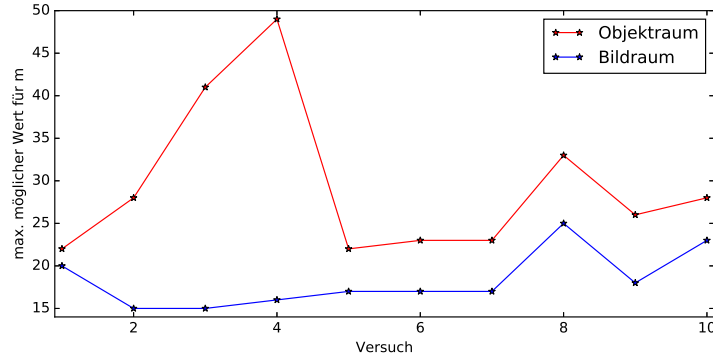


Abbildung 4.7: Versuchsergebnisse der notwendigen Genauigkeit der Näherungswerte der Projektionszentren

Ausgleich für alle sechs Näherungswerte der einzelnen Bilder der gleiche Wert für m gewählt wurde. Im Gegensatz dazu, unterscheiden sich die Richtungen der Einheitsvektoren der sechs Projektionszentren voneinander und sind zufällig gewählt. Es wurden mehrere Versuche mit verschiedenen Richtungen der Einheitsvektoren durchgeführt, dabei wurde der Skalar m solange verändert bis der Ausgleich nicht mehr konvergierte. Bei jedem Versuch sind die Richtungen der Verschiebungsvektoren ident zwischen beiden Varianten. In Abbildung 4.7 sind die Werte für m für beide Varianten aufgetragen. Die Werte für m sind die größten ganzzahligen Werte bei denen jeweils der Ausgleich noch konvergierte. Es zeigte sich, dass die Beschreibung im Objektraum mit schlechteren Näherungswerten für die Projektionszentren besser umgehen kann. Je nach Richtung der Verschiebung waren bei den zehn Versuchen Verschiebungen zwischen 22 und 49m für die Beschreibung im Objektraum und zwischen 15 und 25m für die Variante im Bildraum möglich. Bei keinem der Versuche konnte die Variante im Bildraum mit höheren Verschiebungen umgehen, als die Variante im Objektraum. Auch bei Tests bei denen nicht alle der sechs Projektionszentren verschoben wurden, zeigt die Variante im Objektraum bei jedem der Testversuche ein robusteres Ergebnis.

Rotationswinkel

Die Rotationswinkel wurden ebenfalls in zufälliger Richtung immer um den gleichen Wert verändert:

$$\alpha = \alpha + m \cdot d\alpha \quad (4.2)$$

$$\kappa = \kappa + m \cdot d\kappa \quad (4.3)$$

$$\zeta = \zeta + m \cdot d\zeta, \quad (4.4)$$

$d\alpha$, $d\kappa$ und $d\zeta$ beschreiben die Richtung in der die Referenzwerte verdreht werden und nehmen die Werte +1 oder -1 an. Für den Skalar m wurden wieder verschiedene Werte eingesetzt.

4. ERGEBNISSE

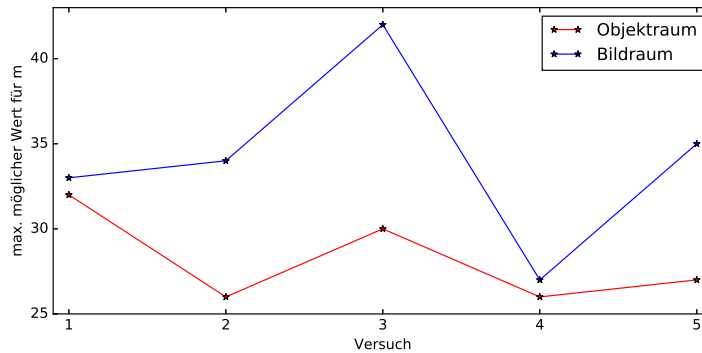


Abbildung 4.8: Versuchsergebnisse der notwendigen Genauigkeit der Näherungswerte des Winkels α

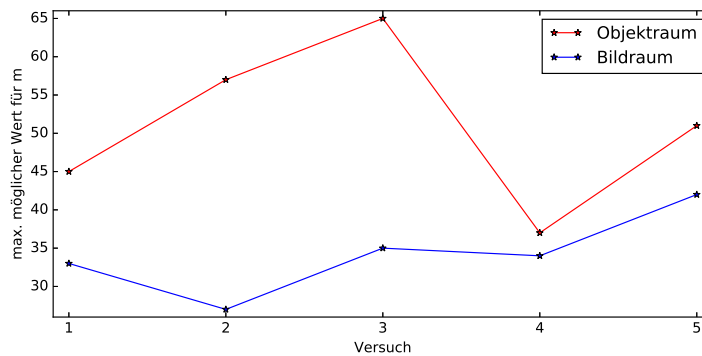


Abbildung 4.9: Versuchsergebnisse der notwendigen Genauigkeit der Näherungswerte des Winkels ζ

In einem ersten Test wurden nur der Rotationswinkel α der sechs Bilder verändert. In Abbildung 4.8 sind die Ergebnisse der fünf Versuche beider Varianten dargestellt. Es wurden bei jedem Versuch wieder die gleichen Näherungswerte für beide Varianten verwendet und der Wert für den Skalar in die Grafik aufgetragen, bei dem der Ausgleich noch möglich war. Hier zeigte sich, dass die Variante im Bildraum bessere Ergebnisse liefert. Bei jedem der durchgeführten Versuche konvergierte der Ausgleich der Variante im Bildraum bei schlechteren Näherungswerten, als bei der Variante im Objektraum.

In Abbildung 4.9 ist das Ergebnis der Tests, in denen nur der Rotationswinkel ζ verändert wurde, aufgetragen. Es ist erkennbar, dass die Variante im Objektraum einen größeren Konvergenzbereich für den Winkel ζ hat.

Im Vergleich zu den möglichen Verdrehungen des Winkels α fällt auf, dass ζ deutlich weiter verdreht werden kann, bevor der Ausgleich nicht mehr konvergierte. Es ist daraus zu schließen, dass der Konvergenzbereich für den Winkel ζ größer ist.

In Abbildung 4.10 ist das Ergebnis der Tests, in denen nur der Rotationswinkel κ verändert wurde, aufgetragen. Es ist erkennbar, dass die Variante im Objektraum robuster auf Verdrehungen der Näherungswerte des Winkel κ reagiert.

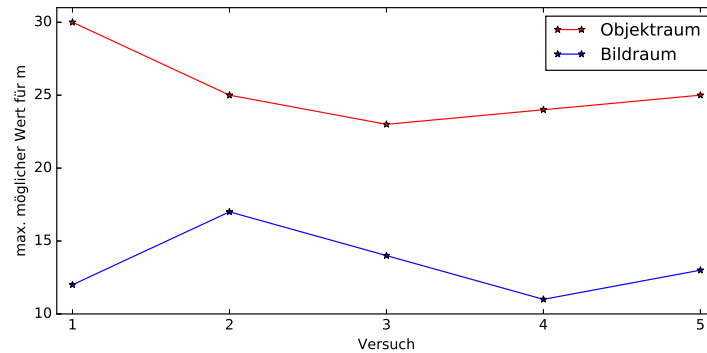


Abbildung 4.10: Versuchsergebnisse der notwendigen Genauigkeit der Näherungswerte des Winkels κ

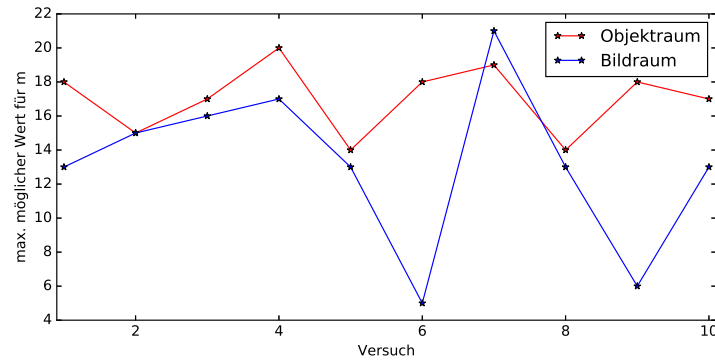


Abbildung 4.11: Resultate der Tests der notwendigen Genauigkeit der Näherungswerte der drei Winkel α , ζ und κ

Um zu testen wie die beiden Varianten auf die Verdrehungen aller drei Winkel reagieren, wurden für die nächste Versuchsreihe die Näherungswerte aller Winkel um den gleichen Wert, aber in zufällige Richtung verdreht. In Abbildung 4.11 ist erkennbar, dass in diesem Fall die Variante im Objektraum bei den meisten Versuchen etwas robuster ist. Beide Varianten bewegen sich im Bereich von etwa 12 bis 21 Gon Verdrehung für jeden der drei Winkel, wobei bei der Variante im Bildraum bei zwei der Versuchen deutliche Ausreißer nach unten, mit Werten für den Skalar bei nur 6 Gon, erreicht wurden.

Innere Orientierung

Bei der Inneren Orientierung wurde zu allen drei Parameter ein fixer Wert hinzuaddiert. Es hat sich herausgestellt, dass bis zu einer Verschiebung in etwa der Länge des Bildes der Ausgleich noch konvergierte. Die Näherungswerte für die Innere Orientierung sind aber im Allgemeinen deutlich besser bekannt.

4. ERGEBNISSE

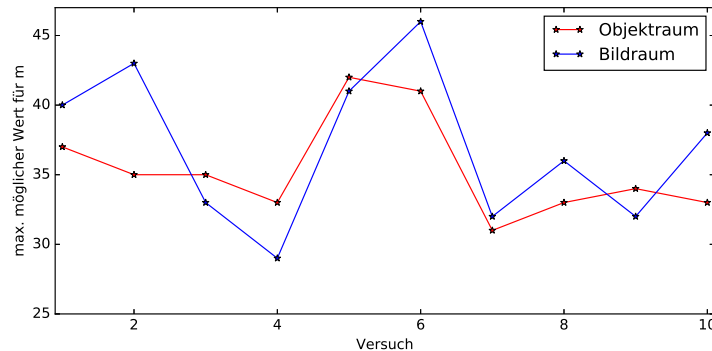


Abbildung 4.12: Resultate der Tests der notwendigen Genauigkeit der Näherungswerte der homologen Punkte

Homologe Punkte

Da im Unterschied zur Variante im Bildraum, bei der Variante im Objektraum zusätzlich für alle nicht homologen Punkte ebenfalls Näherungswerte der Objektpunkte benötigt werden, wurden nur die homologen Punkte verändert. Für die nicht homologen Punkte wurden nicht die Referenzwerte als Näherungswerte verwendet, sondern sie wurden, wie in Kapitel 3.7.4 angeführt, mit Hilfe der anderen Parameter berechnet. Da aber zur Berechnung der nicht homologen Punkte die Referenzwerte der Geraden, der Äußeren Orientierung und der Inneren Orientierung verwendet werden, ist zu erwarten, dass der Einfluss der nicht homologen Punkte auf das Ergebnis gering ist. Die Näherungswerte der homologen Punkte wurden, wie die Projektionszentren im vorletzten Abschnitt, von deren Referenzwert in zufälliger Richtung um den Wert m verschoben. In Abbildung 4.12 sind die Ergebnisse der Versuchsreihe dargestellt. Es zeigt sich, dass beide Varianten ähnlich robust auf eine Verschiebung der Näherungswerte der homologen Punkte reagieren. Bei beiden Varianten ist der Ausgleich bis zu einer Verschiebung von 40 bis 46m noch konvergiert.

Geraden

Um die notwendige Genauigkeit der Näherungswerte der Gerade zu bestimmen, wurde zwischen Aufpunkt und Richtungsvektor unterschieden.

Bei der Versuchsreihe die sich mit der Genauigkeit der Näherungswerte für den Aufpunkt beschäftigt hat, muss nach Addition eines Vektors mit zufälliger Richtung zum Referenzwert, die Geradenbedingung wieder hergestellt werden. Dadurch hängt die tatsächlich durchgeführte Verschiebung von der Ausrichtung der Geraden ab. Da aber die beiden Ausgleichs der beiden Varianten mit den gleichen Näherungswerten gestartet werden, ist diese Tatsache von untergeordneter Bedeutung. In dieser Versuchsreihe zeigen sich deutliche Unterschiede zwischen den beiden Varianten. Während die Variante im Objektraum bei jedem der Versuche bei Verschiebungen über 80m noch immer konvergierten, war das bei der Variante im Bildraum nur bis zu einer Verschiebung von etwa 18m möglich. Ein Grund dafür kann sein, dass bei der Variante im Objektraum die Koordinaten der Geradenpunkte im Objektraum benötigt werden und daher diese auch Näherungswerte haben.

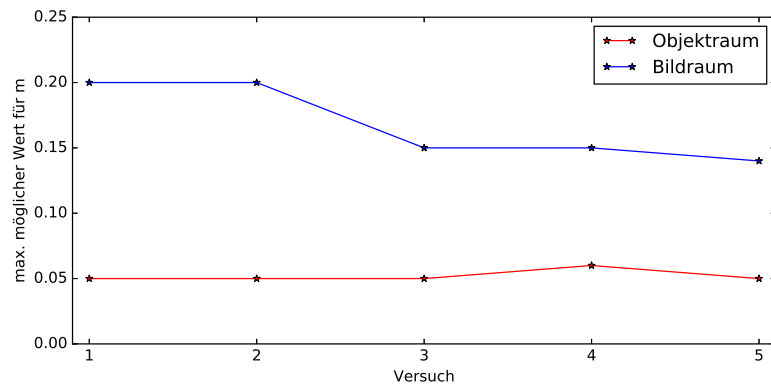


Abbildung 4.13: Resultate der Tests der Verdrehung der Richtungsvektoren der Geraden

Da für diese Punkte die Referenzwerte verwendet wurden, sind diese sehr genau bestimmt und stützen die Geraden im Ausgleich.

Bei einer Verdrehung des Richtungsvektors zeigt sich ein anderes Bild. Auch der Richtungsvektor wurde in zufälliger Richtung um den Wert m verschoben und danach wieder normalisiert. Dadurch wirkt der Verschiebungsvektor wie eine Verdrehung des Richtungsvektors. In Abbildung 4.13 sind die Ergebnisse der Versuchsreihe aufgetragen. Es ist erkennbar, dass die Variante im Bildraum bessere Ergebnisse liefert. Die sehr kleinen Werte für den Skalar m sind dadurch erklärbar, dass der Richtungsvektor nur eine Länge 1 hat und daher auch schon ein sehr kleiner Verschiebungsvektors eine große Verdrehung des Richtungsvektors verursacht.

4.2.2 Gemeinsame Verschlechterung

Da normalerweise nicht von allen Werten Näherungswerte bestimmt werden, sondern aus schon bekannten Näherungswerten die Näherungswerte anderer Parameter berechnet werden, wurden in einem nächsten Schritt, die Näherungswerte für Objektpunkte und Geraden, wie in Kapitel 3.7 beschrieben, über die Näherungswerte der Äußeren und Inneren Orientierung berechnet. Die Innere Orientierung und die Verzeichnungsparameter werden bei den Werten aus dem Referenzausgleich belassen, da die Genauigkeit der Näherungswerte der Innere Orientierung im vorigen Test kaum Einfluss hatte.

Bei der Verschiebung des Projektionszentrums wurde wie vorher vorgegangen. Es wurden alle Projektionszentren um Vektoren mit zufälliger Richtung aber fester Länge verschoben. Weiteres wurden alle drei Rotationswinkel, wieder in zufällige Richtung um 0,5Gon verdreht.

In Abbildung 4.14 sind die Ergebnisse der Versuchsreihe aufgetragen. Wie erkennbar ist, erreicht die Variante im Bildraum bei jedem Versuch bessere Ergebnisse als die Variante im Objektraum. Bei der Variante im Objektraum sind bei einzelnen Versuchen nur Verschiebungen von unter einen Dezimeter möglich, während bei der Variante im Bildraum die minimale mögliche Verschiebung 2m ergeben hat. Dieser Unterschied ist wesentlich, da eine Genauigkeit der Näherungswerte der Projektionszentren im Dezimeterbereich in

4. ERGEBNISSE

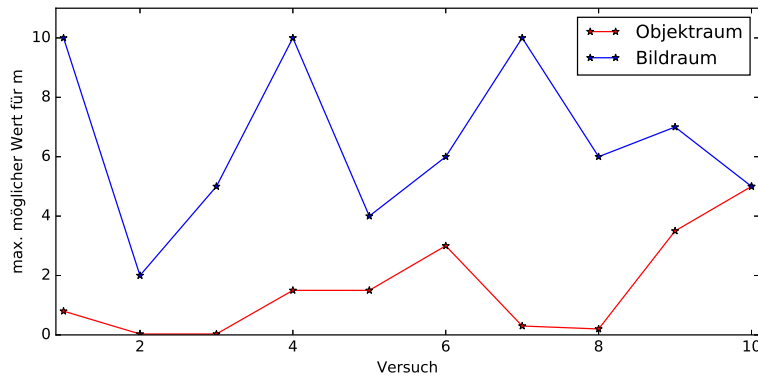


Abbildung 4.14: Resultate der Tests bei dem die Projektionszentren in zufälliger Richtung um den Wert m verschoben wurden, die Rotationswinkel um $0,5^\circ$ verdreht wurden und die anderen Näherungswerte aus diesen berechnet wurden

den meisten Fällen nicht gewährleistet werden kann, während eine Bestimmung mit einer Genauigkeit unter 2m gut möglich sein sollte. Auch bei einer größeren Verdrehung der Rotationswinkel zeigte die Variante im Objektraum ein deutlich weniger robustes Ergebnis. Bei den Versuchen waren Verschiebung nur mehr im Zentimeterbereich möglich, während die Variante im Bildraum teilweise noch Verschiebung der Näherungswerte der Projektionszentren bis zu 10m erlaubte.

Es zeigte sich daher, dass die Variante im Bildraum robuster auf schlechtere Näherungswerte reagiert. Ein Grund weshalb die Variante im Objektraum weniger robust reagiert, können die zusätzlichen Unbekannten der nicht homologen Punkte sein. Die Näherungswerte dieser Punkte werden aus den Näherungswerten der Geraden und der Äußeren und Inneren Orientierung berechnet und sind daher vermutlich schon relativ ungenau bestimmt. Beide Varianten reagieren sehr empfindlich auf Verdrehungen. Daraus kann geschlossen werden, dass während die Genauigkeit der Näherungswerte der Projektionszentren eine nicht zu große Rolle spielen, die Rotationswinkel im Gegensatz dazu relativ genau bestimmt sein müssen. Eine Genauigkeit der Winkel in diesem Genauigkeitsbereich kann aber oftmals nicht garantiert werden. Es ist daher überlegenswert, um genauere Näherungswerte zu erhalten, in einem ersten Schritt einen Ausgleich nur mit Punkten durchzuführen, da dieser, zumindest im Laufe dieser Arbeit, ein wesentlich robusteres Verhalten gegenüber schlechteren Näherungswerten gezeigt hat.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Résumé

In dieser Diplomarbeit wurde verschiedene Varianten aufgezeigt, wie Geraden in einem Bündelblockausgleich eingeführt werden können. Bei der Parametrisierung der Gerade wurden zwei verschiedene Varianten näher betrachtet. Das war einerseits die Beschreibung mit einem Punkt und einem Richtungsvektors und andererseits mit Hilfe zweier Koordinaten und zwei Winkeln. Da die Parametrisierung mit Punkt und Richtungsvektor aus sechs Parametern besteht, eine Gerade aber auch mit vier Parametern eindeutig parametrisiert werden kann, wurden zwei zusätzliche Bedingungen definiert. Diese Bedingungen mussten auch im Ausgleich berücksichtigt werden. Das geschah indem in OrientAL eine eigene Parametrisierungsklasse eingeführt worden ist, die so definiert wurde, dass in der A -Matrix des Ausgleiches nur vier Parameter pro Gerade als Unbekannte eingeführt werden. Die Bedingungen selber wurden aber nicht im Ausgleich selber, sondern nach der Addition der Zuschläge, berücksichtigt. Dadurch können mehr Iterationen, als eigentlich notwendig, nötig sein, wobei das in den verschiedenen Ausgleichen die für diese Arbeit erstellt wurden nicht aufgetreten ist. Bei der Variante mit zwei Koordinaten und zwei Winkeln, wurde die Gerade Mithilfe der zwei Winkeln in ein „Geradenkoordinatensystem“ transformiert und dort die zwei Koordinaten bestimmt. Der Vorteil dieser Variante ist, dass die Gerade nur vier Parameter benötigt. Nachteil ist aber, dass sie nicht linear in den Unbekannten ist, die Parameter nicht sehr anschaulich sind und das durch die Winkeldefinition Singularitäten auftreten können. Der letzte Nachteil wurde mit einer zusätzlichen Drehung behoben, dessen Drehwinkel vorher je nach Orientierung der Geraden definiert werden muss. Dadurch werden vor dem Ausgleich Informationen über die Lage des Objektes und der beobachteten Geraden im Objektkoordinatensystem benötigt. Zwischen den beiden Varianten wurden in den ausgeglichenen Parametern und in dessen Genauigkeit keine Unterschiede festgestellt und es empfiehlt sich daher je nach Anwendungsfall die entsprechende Variante zu wählen.

Als nächstes wurden Beobachtungsgleichungen für die Geraden einerseits im Bildraum und andererseits im Objektraum definiert. Dazu musste bei der Variante im Bildraum die Gerade in das Bild transformiert werden. Das geschah mittels der Komplanaritätsbedingung zwischen der Gerade und dem Projektionszentrum. Im Bild wurde danach der Abstand eines Geradenpunktes zur Gerade bestimmt. Bei der Variante im Objektraum mussten für alle Geradenpunkte, auch für die nicht homologen Punkte, Koordinaten im Objektkoordinatensystem bestimmt werden. Der Abstand zur Gerade selber wurde aber im „Geradenkoordinatensystem“ definiert, da der Abstand dort sehr einfach berechenbar

5. ZUSAMMENFASSUNG UND RÉSUMÉ

ist. Beim Vergleich der beiden Varianten zeigte sich, dass beide recht ähnliche Ergebnisse im Hinblick auf die ausgeglichenen Parameter und deren Standardabweichungen erbringen. Durch die vielen zusätzlichen Unbekannten bei der Variante im Objektraum, hat die Variante im Bildraum deutlich robuster bei schlechteren Näherungswerten reagiert. Des Weiteren zeigte sich, dass die Variante im Objektraum, bedingt durch die zusätzlichen Unbekannten, deutlich längere Laufzeiten hat. Nachteile bei der Variante im Bildraum ist aber, dass diese schwieriger auf andere geometrische Figuren, wie Kurven, anwendbar ist. Ein weiterer Nachteil ist, dass bei homologen Punkten die auch auf Gerade liegen, die Bedingung, dass der Punkt auf der Gerade liegt, bei der Bestimmung der Koordinaten im Objektkoordinatensystem nicht berücksichtigt wird. Es wurde daher bei solchen Punkten trotzdem auf die Beobachtungsgleichungen, die die Geradenbedingungen im Objektraum definiert, zurückgegriffen.

In dieser Arbeit wurden 40 Geraden und 71 homologe Punkte verwendet. In diesem Fall ergab sich, dass ein Ausgleich nur mit Geraden schlechtere Ergebnisse erzielt, als ein Ausgleich nur mit homologen Punkten. Wenn aber bei einem Ausgleich mit homologen Punkten zusätzlich Geraden eingeführt werden, steigert das die Genauigkeit. Ein Ausgleich nur mit Geraden ohne zusätzliche homologe Punkte sollte, bedingt durch die schlechtere Genauigkeit, eher nicht angewendet werden. In dieser Arbeit wurden die Geraden mit relativ vielen nicht homologen Punkten definiert aber nicht analysiert, ob eine geringere Anzahl Einfluss auf die Genauigkeit haben. In Abeyratne und Hahn (2007) wurde dieser Umstand untersucht und die Autoren kamen zu dem Schluss, dass das keinen relevanten Einfluss auf die Genauigkeit hat.

Interessant für weitere Studien, wäre eine detailliertere Analyse, wie sich die Genauigkeiten beim Hinzunehmen von Geraden verändern und wie die Lage und Orientierung der Geraden die Ergebnisse beeinflussen. Des Weiteren wäre die Implementierung von weiteren Features, wie Kreise und Kurven, in OrientAL interessant und die Analyse, ob es noch andere Möglichkeiten gibt, wie Geradenbeobachtungen in OrientAL in den Ausgleich mit eingeführt werden können.

Quellenverzeichnis

Literatur

- Abeyratne, P. G. Vipula und Michael Hahn (2007). „An Investigation into Image Orientation using Linear Features“. In: *ISPRS – Joint Workshop "Visualization and Exploration of Geospatial Data"*. Bd. XXXVI-4/W45 (siehe S. 56).
- Habib, Ayman u. a. (2000). „Linear features in photogrammetry“. *Geodetic science and surveying* (siehe S. 1).
- Hartley, Richard und Andrew Zisserman (2004). *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press (siehe S. 33).
- Heuel, Stephan (2004). *Uncertain Projective Geometry*. 1. Aufl. Springer (siehe S. 8).
- Kraus, Karl (1996). *Photogrammetrie Band2: Verfeinerte Methoden und Anwendungen*. 3. Aufl. Ferd.Dümmler Verlag Bonn (siehe S. 11).
- Kraus, Karl (2004). *Photogrammetrie Band1: Geometrische Informationen aus Photographien und Laserscanningaufnahmen*. 7. Aufl. Walter de Gruyter (siehe S. 3, 4, 7).
- Mulawa, David C. und Edward M. Mikhail (1988). *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing* 27.B3, S. 383–393 (siehe S. 1).
- Niemeier, Wolfgang (2002). *Ausgleichsrechnung*. 1. Aufl. Walter de Gruyter (siehe S. 5).
- Niemeier, Wolfgang (2008). *Ausgleichsrechnung; Statistische Auswertemethoden*. 2. überarb. u. erw. Aufl. 2008. Walter de Gruyter (siehe S. 12).
- Perović, Gligorije (2005). *Least Squares*. 1. Aufl. G. Perović (siehe S. 5).
- Schenk, Toni (2004). „From point-based to feature-based aerial triangulation“. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 58, S. 315–329 (siehe S. 9).
- Zielinski, Holger (1992). „Line Photogrammetry with Multiple Images“. In: *Technical Commission III: Mathematical Analysis of Data*. (Washington, D.C., USA). Hrsg. von Lawrence W. Fritz und James R. Lucas, S. 669–676 (siehe S. 9).

Online-Quellen

- Agarwal, Sameer, Keir Mierle u. a. (2016). *Ceres Solver*. URL: <http://ceres-solver.org> (siehe S. 23).
- Andreß, Hans-Jürgen (2016). *Students T-Verteilung*. URL: <http://eswf.uni-koeln.de/glossar/surfstat/t.htm> (siehe S. 13).
- Karel, Wilfried (2016). *OrientAL manual 0.1*. Forschungsgruppe Photogrammetrie, Dept. f. Geodäsie und Geoinformation, TU Wien (siehe S. 23).

QUELLENVERZEICHNIS

- Mansurov, Nasim (2016). *What is Distortion?* URL: <https://photographylife.com/what-is-distortion> (siehe S. 11).
- Wikipedia (2016). *Windschiefe* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. URL: de.wikipedia.org/wiki/Windschiefe (siehe S. 34).
- Zaha Hadid Architects - Library & Learning Centre* (2016). URL: <http://www.zaha-hadid.com/architecture/library-and-learning-centre-university-of-economics-vienna/> (siehe S. 27).