



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN**
Vienna University of Technology

Master-Thesis
zum Thema

Risikofaktoren
in der
Lebensversicherung
aus aktuarieller Sicht

Verfasser
Lukas Ludwig

angestrebter Studienabschluss
Master of Science (MSc)

Wien, 10.04.2014

Institut: **Wirtschaftsmathematik**
Forschungsgruppe: **Finanz- und
Versicherungsmathematik**

Matrikelnummer: **0625067**

Betreuer (TU Wien): **Dr. Stefan Gerhold**

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all den großartigen Menschen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Master-Arbeit unterstützt und motiviert haben.

Meinem Betreuer, Herrn Professor Dr. Stefan Gerhold, möchte ich für die äußerst gute Atmosphäre und Hilfsbereitschaft während der Erstellung meiner Arbeit danken. Weiters gilt mein ganz besonderer Dank meinem Chef, Herrn Josef Hiller, und meinen Kollegen Christian und Lukas der Wiener Städtischen Verischerung, für die allzeitige Bereitschaft mir mit Ideen und Rat zur Seite zu stehen.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, Monika und Robert Ludwig, die mir durch ihre jahrelange Unterstützung das Studium ermöglicht haben und mir den nötigen Antrieb gaben. Aus diesem Grund möchte ich ihnen diese Arbeit widmen.

Es gebührt ein großer Dank Jacqueline Nessler, die mich während dieser Master-Arbeit nicht nur durch gewissenhaftes Korrekturlesen unterschützt hat, sondern auch in vielen anderen Aspekten eine großartige Unterstützung für mich war.

Zu guter letzt möchte ich mich bei all denjenigen Personen bedanken, die meine Studienzeit zu einem unvergesslichen Abschnitt meines Lebens gemacht haben.

Danke!

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	7
1	Motivation	8
2	Aufbau der Arbeit	13
3	Vorbemerkung	14
II	Analyse der Risikofaktoren	15
4	Biometrische Risiken	16
4.1	Dynamische Sterbewahrscheinlichkeiten	16
4.2	Die österreichischen Rententafel AVÖ 2005R	17
4.2.1	Selektionseffekt der AVÖ 2005R	17
4.2.2	Basisrententafel 2001	19
4.2.3	Trendermittlung der AVÖ 2005R	20
4.2.4	Trendreduktion der AVÖ 2005R	31
4.2.5	Die allgemeine Form der AVÖ 2005R Tafel	32
4.2.6	Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung	33
4.2.7	Risiken und Sicherheitsmargen	33
4.3	Angemessenheit der AVÖ 2005R Rententafel	40
4.3.1	Neue Volkssterbetafel 2010/12	40
4.3.2	Vergleich des Sterblichkeitsverbesserungs-Trends	43
4.3.3	Analyse der Rentensterblichkeiten	49
4.3.4	Fazit	53
4.4	Erstellung der Unisex-Mischung	54
4.4.1	Der rechtliche Rahmen	54
4.4.2	Geschlechterdifferenzierung in der Lebensversicherung	55

Inhaltsverzeichnis

4.4.3	Erstellung der Mischverhältnisse	61
4.5	Angemessenheit der Unisex-Geschlechtermischung	67
4.5.1	Kontrolle des Geschlechterverhältnisses im Zuge des Aktuarsberichts	67
4.5.2	Unisex-Analyse eines Unisex-Versicherungsbestands	67
4.5.3	Fazit	69
5	Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung	70
5.1	Das versicherungstechnische Risiko der LV unter Solvency II	70
5.1.1	Bewertung versicherungstechnischer Verpflichtungen	72
5.1.2	Bewertung zukünftiger Überschussbeteiligung	74
5.1.3	Bewertung von Optionen und Garantien	76
III	Angewandte Risikobewertung eines Versicherungsbestands	
	78	
5.2	Verwendete Software und der Prozess der Kalkulation	79
5.3	Profittesting und Analyse der Gewinnquellen	80
5.4	Risikobewertung nach Solvency II	83
IV	Anhang	89
A	Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel	90

Abkürzungsverzeichnis

AVÖ	Aktuarvereinigung Österreichs
BE	Best Estimate
BSCR	Basissolvenzkapital
CEIOPS	Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors
EIOPA	European Insurance and Occupational Pensions Authority
FMA	Finanzmarktaufsichtsbehörde
LV	Lebensversicherung
RFB	Rückstellung für Beitragsrückerstattung
SCR	Solvency Capital Requirement bzw. Solvenzkapitalanforderung
SMR	Sekundärmarktrendite
VAG	Versicherungsaufsichtsgesetz
VN	VersicherungsnehmerIn(nen) ¹
VU	Versicherungsunternehmen
WSTV	Wiener Städtische Versicherung

Abbildungsverzeichnis

1.1	Marktzinssätze von 1980 bis 2013	11
4.1	Selektionsfaktoren AVÖ 2005R - Individuell und Gruppe	19
4.2	Logarithmische Darstellung der jährlichen Sterbewahrscheinlichkeiten österreichischer Rentenversicherter 2001	20
4.3	Logarithmus der geglätteten, statischen Sterbetafeln der Männer seit 1947	24
4.4	Logarithmus der geglätteten, statischen Sterbetafeln der Frauen seit 1947	24
4.5	Parameter der Lee-Carter Zerlegung: $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$ und $\hat{\kappa}_t$	28
4.6	Parameter der Lee-Carter Zerlegung: λ_x	29
4.7	Vergleich der Sterbewahrscheinlichkeiten der österreichischen, männlichen Bevölkerung von 1968/71 und 2010/12.	30
4.8	Vergleich der Sterbewahrscheinlichkeiten der österreichischen, weiblichen Bevölkerung von 1968/71 und 2010/12.	30
4.9	Die Trendreduktionsfunktion	32
4.10	Jährliche Darstellung von 20-Jahres-Trends der österreichischen männlichen und weiblichen Bevölkerung.	36
4.11	Nicht-Monotonie bei Extrapolation der Frauen-Sterbewahrscheinlichkeit	37
4.12	Lineare Interpolation für monotone Sterbewahrscheinlichkeiten	38
4.13	Trends der AVÖ 2005R nach allen Modifikationen, verglichen mit dem Langzeit- und Kurzeittrend der AVÖ 1996R	39
4.14	Vergleich der österreichischen Frauen-Volkssterbetafeln von 1870 bis 2011	41
4.15	Vergleich der österreichischen Männer-Volkssterbetafeln von 1870 bis 2011	41
4.16	Vergleich des jährlichen Sterblichkeitsverbesserungs-Trends der Frauen-Volkssterbetafeln	46
4.17	Vergleich des jährlichen Sterblichkeitsverbesserungs-Trends der Männer-Volkssterbetafeln	47
4.18	Analyse der individuellen Rentensterblichkeiten von Frauen	51
4.19	Analyse der individuellen Rentensterblichkeiten von Männern	52
4.20	Leistungsbarwerts in der gesamten Bandbreite der Geschlechter-Mischverhältnisse	57
4.21	Beispiele der Bruttoprämie vor und nach Unisex-Tarifeinführung	60
4.22	Anzahl nach Alter bei Beginn sowie nach derzeitigem Alter.	62
4.23	Auswertung des Geschlechterverhältnisses sowie die Gewichte der Risikoversicherung	63
4.24	Ergebnis der Geschlechterverteilung im Bestand der Risikoversicherung.	64

Abbildungsverzeichnis

4.25	Ermittlung eines dynamischen Geschlechtermischverhältnisses aus dem Versicherungsbestand einer Bestattungskostenvorsorge-Versicherung.	66
5.1	Der modulare Aufbau in der Solvency II Hierarchie.	71
5.2	Höchstzinssatzverordnung bei Versicherungsunternehmen	74
5.3	Prozess der Kalkulation mit Prophet	80
5.4	Profittesting Erlebensversicherung (Unisex) für zwei Testpolizzen	81
5.5	Profittesting Rentenversicherung Unisex für zwei Testpolizzen	82
A.1	Analyse der Gruppen-Rentensterblichkeiten von Frauen	96
A.2	Analyse der Gruppen-Rentensterblichkeiten von Männern	97

Tabellenverzeichnis

1.1	Gewinnbeteiligungs-Bemessungsgrundlage	9
1.2	Entwicklung der Markt-Indizes von 1990 bis 2000	10
4.1	Koeffizienten des Selektionsfaktors	18
4.2	Vergleich der Variationskoeffizienten des Trends der Bevölkerungssterbetafeln	48
4.3	Kalkulatorisches Unisex-Mischverhältnis am Beispiel der WSTV	67
4.4	Auswertung der Geschlechtermischung aus einem repräsentativen Unisex-Bestand der WSTV	68
4.5	Vergleich der Unisex-Rentenbarwerte mit PA 60	69
5.1	Komponenten und Berechnung der deterministischen Best Estimate Rückstellung	73
5.2	Zwei Testpolizzen der Erlebensfallversicherung mit Rückgewähr - Unisex	80
5.3	Relative Auswirkung von Solvency II Schocks auf die Best Estimate Reserve.	83
A.1	Vergleich von individuellen Renten-Sterbewahrscheinlichkeiten	90
A.2	Vergleich von Gruppen Renten-Sterbewahrscheinlichkeiten	93

Teil I.

Einleitung

1. Motivation

Die Grundlage des folgenden Kapitel basiert auf den Referenzen [1], [2], [3] und [4].

Definition 1.1 *Versicherungsunternehmen*

Ein Versicherungsunternehmen (VU) definiert sich durch die Übernahme von einem versicherten Risiko eines Versicherungsnehmers (VN) gegen Bezahlung einer kalkulierten Prämie. Tritt der Versicherungsfall ein, so ist das VU verpflichtet, die vereinbarte Versicherungsleistung zu erbringen.¹

Im Bereich der Lebensversicherung müssen die versicherungsmathematisch kalkulierten Prämien ausreichen, um dauerhaft die Erfüllbarkeit der Verpflichtungen aus den Versicherungsverträgen zu garantieren². Insbesondere muss das VU in der Lage sein, einen Deckungsstock in der Höhe des versicherungsmathematischen Deckungserfordernisses, abzüglich des an Rückversicherungen abgegebenen Geschäfts, bilden³, um im Falle einer Auszahlung der Versicherungsleistung die Liquidität des VUs zu gewährleisten. Da die meisten Lebensversicherungen in der Regel Verträge mit langer Laufzeit sind und eine nachträgliche Anpassung der Prämie, insbesondere eine Veränderung der Berechnungsparameter, nicht erlaubt ist, müssen die Rechnungsgrundlagen der Prämienkalkulation mit entsprechenden Sicherheitsmargen versehen sein. Aus diesen vorsichtig angesetzten Annahmen entwickelt sich aus den Versicherungsverträgen ein Überschuss. Eine weitere Gewinnquelle resultiert aus den angesammelten Deckungsrückstellungen. Dieses angesammelte Vermögen wird vom VU am Kapitalmarkt veranlagen, um Renditen zu erwirtschaften. Übersteigt dieser Ertrag die im Versicherungsvertrag garantierte Verzinsung, so entsteht ebenfalls ein Überschuss aus der Veranlagung. Wie dieser Gewinn zugewiesen wird, hängt von der zugrunde liegenden Art der Lebensversicherung ab.

Lebensversicherung mit Gewinnbeteiligung

Eine Lebensversicherung unterliegt der Gewinnbeteiligungsverordnung, wenn "[...] eine gesonderte Abteilung des Deckungsstocks gemäß § 20 Abs. 2 Z 1 (klassische Lebensversicherung), Z 2 (betriebliche Kollektivversicherung) oder Z 4a (kapitalanlageorientierte Lebensversicherung) VAG, [...] eingerichtet ist"⁴ und das VU muss somit dem VN einen

¹Nach [1]

²vgl. § 18 Abs. 3 VAG

³vgl. § 20 Abs. 1 VAG

⁴[3]

1. Motivation

von der Finanzmarktaufsichtsbehörde (FMA) vorgeschriebenen Teil des Überschusses abgeben. Der Verordnung der FMA über die Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung zufolge, müssen in jedem Geschäftsjahr mindestens 85% der Gewinnbemessungsgrundlage in Form einer erfolgsabhängige Prämienrückerstattung oder Gewinnbeteiligung dem Versicherungsnehmer abgegeben werden⁵. Die Bemessungsgrundlage setzt sich wie folgt zusammen:

Tabelle 1.1.: Gewinnbeteiligungs-Bemessungsgrundlage⁶

+	Abgegrenzte Prämien
+	Erträge aus Kapitalanlagen und Zinsenerträge
-	Aufwendungen für Kapitalanlagen und Zinsenaufwendungen
+	Sonstige versicherungstechnische Erträge
-	Aufwendungen für Versicherungsfälle
-	Erhöhung von versicherungstechnischen Rückstellungen
+	Verminderung von versicherungstechnischen Rückstellungen
-	Aufwendungen für den Versicherungsbetrieb
-	Sonstige versicherungstechnische Aufwendungen
+	Sonstige nichtversicherungstechnische Erträge
-	Sonstige nichtversicherungstechnische Aufwendungen
-	Steuern vom Einkommen und vom Ertrag
+	Auflösung der Risikorücklage gemäß § 73a VAG
-	Zuweisung an die Risikorücklage gemäß § 73a VAG
=	Bemessungsgrundlage im Sinne des § 18 Abs. 4 VAG

Die so entstehenden Überschüsse, die aufgrund der Gewinnbeteiligung dem VN zuzusprechen sind, werden zu einem Teil direkt zugeteilt. Dieser Anteil wird als Direktgut-schrift bezeichnet. Mit dem verbleibenden Teil bildet das VU eine Art Gewinnrückstel-lung, welche als Rückstellung für Beitragsrückerstattung (RfB) bezeichnet wird. Diese Rückstellung dient dazu, in ertragsschwächeren Jahren die Höhe der Gewinnbeteiligung gleichmäßig auszahlen zu können und erlauben so genauere Prognosen über künftige Gewinnzuteilungen.

Lebensversicherung ohne Gewinnbeteiligung

Ist die Deckungsrückstellung der Lebensversicherung teilweise oder komplett fonds- bzw. indexgebundenen, so fällt dieser Anteil nicht unter die Gewinnbeteiligungsverordnung. Der nicht gewinnberechtigte Part des Deckungsstocks ist in ausgewählten Fonds inves-tiert und der VN trägt gleichermaßen das Risiko über daraus resultierende Gewinne und

⁵Fassung vom 17.04.2014

⁶laut [3] sowie § 81e Abs. 4 und 5

1. Motivation

Verluste. Im Gegensatz zur gewinnbeteiligten Lebensversicherung werden keine Gewinnreserven aufgebaut und die Entwicklung der zugrunde liegenden Fonds schlägt sich direkt auf die Deckungsrückstellung nieder. Abhängig von dem VU, können verschiedenste Kapitalgarantien, die den VN vor größeren Verlusten oder gar Totalausfälle absichern, einbezogen werden. Für die Abdeckung von anfallenden Verwaltungskosten ist es üblich, dass ein geringer Prozentsatz des erwirtschafteten Gewinnsatzes vom VU als "Management Fees" veranschlagt wird.

Neue Risikofaktoren für Lebensversicherungen

In den so genannten "Goldenen 90ern" konnten am Kapitalmarkt derart hohe Renditen erzielt werden, dass die Position der "Erträge aus Kapitalanlagen und Zinserträge" bei gewinnbeteiligten Lebensversicherungen einen enormen Überschuss produzierte. Auch in der fonds- und indexgebundenen Versicherung profitierten die VU von der guten Entwicklung. Zur besseren Verdeutlichung der Ertragskraft des damaligen Börsenmarktes ist in der Tabelle 1.2 die Entwicklung der einflussreichsten österreichischen, deutschen, schweizer und US Indizes, im Zeitraum von 1990 bis 2000, dargestellt⁷.

Bemerkung 1.1 Aktienindex

Der Aktienindex ist eine Kennziffer zur Darstellung der Kursentwicklung (Kursindex) von Aktien. Das Verhalten eines Aktienkursindex wird neben einer eventuellen Gewichtung besonders durch die Kurse der im Index enthaltenen Aktien beeinflusst.

An den internationalen Aktienmärkten gibt es Aktienindizes, die nur aus wenigen Papieren bestehen. Diese repräsentieren jeweils die wichtigsten Werte eines Landes oder Bezugsbereiches. Beispiele für einen solchen Index sind der Dow Jones Index der US Börse, der Deutscher Aktienindex (DAX) der deutschen Börse oder der ATX an der österreichischen Börse.

Tabelle 1.2.: Entwicklung der Markt-Indizes von 1990 bis 2000

Jahr	1990	2000	Entwicklung
ATX	757,87	1.104,88	+59,0%
DAX	1.869,66	6.961,72	+272,4%
SMI	1.824,00	7.268,10	+298,5%
DOW JONES	2.810,15	11.357,51	+304,2%

⁷Die Grunddaten dieser Tabelle stammen aus einem Finanz-Internetportal namens Finanzen.net, siehe [2]

1. Motivation

Zur weiteren Ausführung der Entwicklung des Kapitalmarktes, betrachtet man die Sekundärmarktrendite (SMR) als Referenzwert des österreichischen Rentenmarktes⁸.

Definition 1.2 Sekundärmarktrendite

Als SMR bezeichnet man die durchschnittliche Rendite (effektive Verzinsung), die sich aus den verschiedenen Renditen börsengehandelter festverzinslicher Wertpapiere (zum Beispiel Anleihen, Obligationen), welche mindestens eine Restlaufzeit von einem Jahr aufweisen, errechnet.

Abbildung 1.1.: Marktzinssätze⁹ von 1980 bis 2013



In der Abbildung 1.1 wird die Entwicklung der österreichische SMR dargestellt. Betrachtet man den Zeitraum von 1990 bis 2000 so ergibt sich eine mittlere SMR von 6,35%. Eine derart hohe fixe Verzinsung und steigende Kurse am Aktienmarkt überdeckten deutlich die biometrischen und tarifierungstechnischen Risiken der VU. Seit der Wirtschaftskrise 2007 ist die SMR von 4,26% auf 1,07% (2013) geschrumpft. Damit vermindern sich auch die erwirtschafteten Gewinne und VU müssen sich genauer mit den Risikopositionen,

⁸Börsenmarkt der festverzinslichen Wertpapiere

⁹siehe [4]

1. Motivation

wie die der verschiedenen Sicherheitszuschläge in der Prämienkalkulation, auseinanderzusetzen, um weiterhin das Risiko eines Verlustes zu minimieren. Dadurch steigt auch die Bedeutung eines ausreichenden aktuariellen Know-Hows des VUs, da die diversen Sicherheitsmargen einerseits immer mit Bedacht auf wettbewerbsfähige Tarifierung der Versicherungsverträge zu kalkulieren sind, aber andererseits dennoch das finanzielle Risiko für das Unternehmen minimieren sollen. Dieses Gleichgewicht zu finden obliegt der Funktion des verantwortlichen Aktuars. Laut § 24a Abs. 1 VAG werden die Aufgaben des Aktuars wie folgt definiert: "Der verantwortliche Aktuar hat darauf zu achten, dass die Erstellung der Tarife [sowie der Prämien] und die Berechnung der versicherungstechnischen Rückstellungen in der Lebensversicherung [...] nach den dafür geltenden Vorschriften und versicherungsmathematischen Grundlagen erfolgt, und dass die Gewinnbeteiligung der 'Versicherungsnehmer' in der Lebensversicherung (§ 18 Abs. 4 [VAG]) dem Gewinnplan entspricht. Der verantwortliche Aktuar hat unter Bedachtnahme auf die Erträge aus den Kapitalanlagen auch zu beurteilen, ob nach diesen versicherungsmathematischen Grundlagen mit der dauernden Erfüllbarkeit der Verpflichtungen aus den Versicherungsverträgen gerechnet werden kann." Das heißt, der verantwortliche Aktuar hat die Risiken in der Lebensversicherung zu erfassen und eine entsprechende Abschätzung der Sicherheitszuschläge vorzunehmen, um die dauernde Erfüllbarkeit der vertraglich zugesicherten Verpflichtungen abzusichern. In der folgenden Arbeit werden, unter Zuhilfenahme einer Modellierungssoftware namens Prophet der Firma Sungard, die einflussreichsten Risikofaktoren in der Lebensversicherung untersucht.

2. Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit unterteilt sich in drei Kapitel: I. Einleitung, II. Analyse der Risikofaktoren und III. Angewandte Risikobewertung eines Versicherungsbestands.

Das erste Kapitel behandelt die Unerlässlichkeit der genauen Analyse und Abschätzung der Risikofaktoren in der heutigen Lebensversicherung.

Das zweite Kapitel widmet sich der Analyse von Risikofaktoren und stellt den Hauptteil dar. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird die Erstellung der Rentensterbetafel AVÖ 2005R ausführlich beschrieben. Darauf folgt eine Überprüfung der Angemessenheit der Sterbewahrscheinlichkeiten und des Trends der AVÖ 2005R, bezüglich der aktuellsten Bevölkerungsterbetafel 2010/12. Im zweiten Teil des Kapitels der biometrischen Risiken wird die Erstellung und Überprüfung von Unisexstarifen beschrieben. Des Weiteren soll das Verhalten der Leistungsbarwerte bezüglich der Geschlechtermischung mit einem besonderen Fokus auf die Renten-Geschlechtermischung der AVÖ untersucht werden. Im nachfolgenden Abschnitt erfolgt eine Testung auf Angemessenheit der kalkulierten Geschlechtermischungen anhand eines Unisex-Versicherungsbestands.

Im letzten Abschnitt der Analyse der Risikofaktoren wird auf die weiteren versicherungstechnischen Risiken Bezug genommen. Spezielles Augenmerk soll auf die in Solvency II definierten Risiken und deren Bewertung gelegt werden.

Im dritten Kapitel beschäftigt sich diese Arbeit mit der komplexen Modellierungssoftware Prophet in groben Zügen und mit Hilfe dieser werden einige Beispiele einer Gewinnzerlegung, speziell in Bezug auf Sterbesensitivitäten, untersucht. Weiters werden Auswirkungen von Solvency II SCR Schocks auf einen österreichischen Versicherungsbestand dargestellt und untersucht.

3. Vorbemerkung

Sollte eine Textpassage bzw. ein Kapitel in dieser Arbeit nicht mit einer Literaturangabe versehen sein, so wurde dieser Abschnitt selbst vom Autor verfasst. Jegliche Tabellen und Grafiken entstammen der eigenständigen Erstellung des Autors und deren Quelldaten zum Inhalt werden in der entsprechenden Literaturangabe gekennzeichnet.

Teil II.

Analyse der Risikofaktoren

4. Biometrische Risiken

4.1. Dynamische Sterbewahrscheinlichkeiten

Für die Einleitung dieses Kapitels wurden die Referenzen [5] und [6] herangezogen.

Aufgrund des stetigen Fortschritts der medizinischen Versorgung und Entwicklung, sowie der Verbesserung der generellen Lebensqualität, kann man in der Lebenserwartung einen steigenden Trend erkennen. Zum Beispiel hat eine männliche Person im Jahre 1960 zum Zeitpunkt seiner Geburt eine durchschnittliche Lebenserwartung von 65,4 Jahren, wogegen ein im Jahre 2010 neugeborener Mann erwartete 77,7 Jahre lebt. In diesem Beispiel hat sich die Lebenserwartung innerhalb von 50 Jahren um 18,7% verbessert. Betrachtet man mit selben Parametern eine weibliche Person, so liegt die Verbesserung bei 15,6%. Niemand kann mit Sicherheit sagen, wie sich die Sterblichkeit bzw. die daraus resultierende Lebenserwartung einer Person im Alter von x Jahren, zu einem Zeitpunkt t in der Zukunft entwickeln wird. Mit Hilfe historischer Daten und dem Einfließen von Experten-erfahrung kann ein Trend für die zukünftige Entwicklung der Sterbewahrscheinlichkeit abgeschätzt werden. Dieser Ansatz beinhaltet jedoch immer einen gewissen Grad an Unsicherheit. Speziell in der Rentenversicherung kann eine falsche Einschätzung des Trends, wegen der überwiegenden Langfristigkeit der Verträge, ein erhebliches Risiko bedeuten. Eine statische Sterbetafel gibt die Sterbewahrscheinlichkeit für eine fixe Generation bzw. Periode an und beinhaltet daher keinen Sterblichkeitstrend. Aus diesem Grund werden eigens dynamische Rententafeln verwendet, welche zum Unterschied zu den statischen Sterbetafeln nicht nur vom Alter, sondern zusätzlich auch vom Geburtsjahrgang abhängen. Für jede Generation existiert eine separaten Sterbetafel, welche Trends und zukünftige Änderungen berücksichtigt. Die Aktuarvereinigung Österreichs (AVÖ) übernimmt die Funktion der Erstellung solcher Rententafeln für Österreich, sowie die laufende Untersuchungen der Angemessenheit der zugrundeliegenden Daten und Annahmen. Die aktuelle Rententafel der AVÖ wird als AVÖ 2005R unisex¹ bezeichnet. Die Ursachen einer fehlerhaften dynamischen Sterbetafel liegt entweder in einem falsch geschätzten Trend oder in einem unpassenden Extrapolationsmodell. Um die Risiken bzw. die einberechneten Sicherheitsfaktoren der Erstellung einer solchen dynamischen Tafel hervorzuheben, wird im folgenden Kapitel die Generierung einer solchen Tafel beschrieben.

¹Wegen der Umstellung auf Unisex-Tarifierung wurde die Rententafel AVÖ 2005R adaptiert. Bezüglich Unisex-Adaption siehe Kapitel 4.4 *Erstellung der Unisex-Mischung*

4.2. Die österreichischen Rententafel AVÖ 2005R

Dieser Abschnitt folgt den Referenzen [5], [11], [8] und [9].

Um Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten in die Zukunft zu extrapolieren, wird zuerst eine Basis- bzw. Ausgangstafel eines Jahres oder einer Generation festgelegt. Diese Tafel dient nun als Startpunkt der Extrapolation und wird typischerweise aus Rentenbeständen ermittelt. Sind diese Daten nicht vorhanden, so werden allgemeine Sterbetafeln mit einfließenden Selektionseffekten herangezogen. Da dies in Österreich zutrifft, wird die Sterbetafel 2000/2002 der Statistik Austria herangezogen und mit Selektionsfaktoren versehen.

4.2.1. Selektionseffekt der AVÖ 2005R

Es ist eine unbestrittene Tatsache, dass eine Subpopulation, in der sich die Personen entweder in der Aufschubphase bzw. Ansparphase einer Rente oder sich bereits in der Rentenauszahlungsphase befinden, eine andere Sterblichkeitsstruktur besitzt, als die Gesamtpopulation. Betrachtet man eine Person, welche zusätzlich zur staatlichen Vorsorge eine private Rentenversicherung abschließt, so wird diese Person versuchen, möglichst lange von der lebenslangen Pension zu profitieren und vielleicht sogar entsprechende Maßnahmen dafür treffen. Dies könnte sich zum Beispiel dahin gehend bemerkbar machen, dass zusätzliche Krankenversicherungen zur besseren Wahrung der medizinischen Versorgung von diesen Personen abgeschlossen werden. Generell kann man annehmen, dass lebenslange Rentenversicherung eher von Versicherungsnehmer mit guter gesundheitlicher Konstitution abgeschlossen werden. Ein zweiter Selektionseffekt macht sich im Zeitpunkt des Rentenanstritts bemerkbar. Eine versicherte Person hat die Option, anstelle einer lebenslangen Rente, sich ein Ablösekapital auszahlen zu lassen. Nun kann man davon ausgehen, dass Versicherungsnehmer mit einer schlechteren gesundheitlichen Konstitution eher die Kapitalablöseoption wählen, womit für den Versicherer das Langlebigkeitsrisiko wegfällt. Der Selektionseffekt bei Antritt der Rentenzahlung ist am größten.

Da es in Österreich keine Aufzeichnungen des allgemeinen Rentenbestandes gibt, werden für die Erstellung der Rententafel die Selektionsfaktoren aus Deutschland als Referenzwert herangezogen. Die Kalkulation basiert auf dem Datenpool der Gen Re und der Münchner-Rück Gruppe, welche mehr als 20 deutsche VU umfasst.

Der altersabhängige Selektionsfaktor f_x^{Sel} wird multiplikativ auf die Bevölkerungssterbetafel angewendet und lautet wie folgt:

4. Biometrische Risiken

$$f_x^{Sel} = \begin{cases} f_1 & \text{wenn } x \leq c_1 \text{ (konstant),} \\ f_1 - [sic] (f_2 - f_1) \frac{x-c_1}{c_2-c_1} & \text{wenn } c_1 \leq x \leq c_2 \text{ (linear fallend),} \\ f_2 + (1 - f_2) \frac{(x-c_2)^2}{(c_3-c_2)^2} & \text{wenn } c_2 \leq x \leq c_3 \text{ (quadr. steigend),} \\ 1 & \text{wenn } x \leq c_3 \text{ (keine Selektion).} \end{cases} \quad (4.1)$$

Tabelle 4.1.: Koeffizienten des Selektionsfaktors aus der Gleichung 4.1.

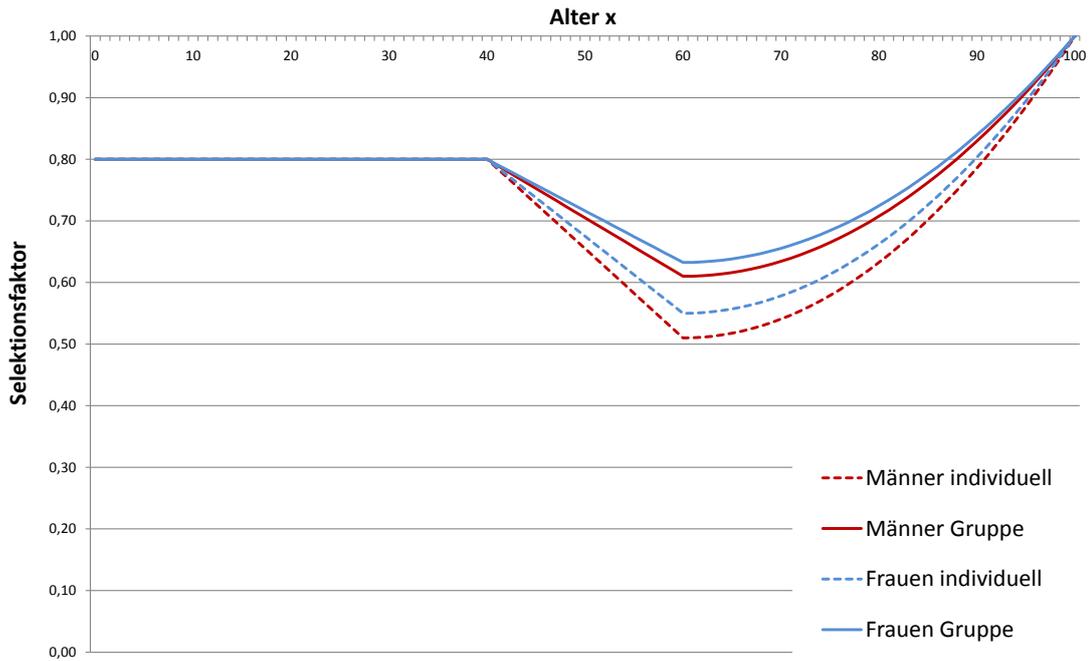
	f_1	c_1	f_2	c_2	c_3
Männer individuell	0,8	40 Jahre	0,51	60 Jahre	100 Jahre
Männer Gruppe	0,8	40 Jahre	0,61	60 Jahre	100 Jahre
Frauen individuell	0,8	40 Jahre	0,55	60 Jahre	100 Jahre
Frauen Gruppe	0,8	40 Jahre	0,6325	60 Jahre	100 Jahre

Die Koeffizienten f_1 , c_1 , f_2 , c_2 und c_3 sind in der Tabelle 4.1 gegeben. In der Abbildung 4.1 ist erkennbar, dass der Selektionsfaktor unter einem Alter von 40 Jahren konstant den Wert 0,8 annimmt. Der Effekt nimmt danach, bis zu seinem Maximum im Alter von 60 Jahren, linear zu. Dieser Zeitpunkt wurde aufgrund des durchschnittlichen Pensionierungsalters gewählt. Da im höheren Alter eher die gesünder lebende Bevölkerung den Großteil der Population ausmacht und der Anteil, der eine Selektion notwendig gemacht hat, weggefallen ist, schwächt sich der Effekt ab, bis dieser komplett verschwindet. Des weiteren ist zu beobachten, dass Frauen einen kleineren Selektionseffekt haben als Männer. Als Gründe dafür wurden genannt, dass die Sterblichkeit der Frauen ohnehin schon niedriger ist als die der Männer. Somit nimmt der Effekt weniger Einfluss auf die Sterblichkeit. Ein weiterer Grund ist, dass in Partnerschaften oft Rentenversicherungen gemeinsam abgeschlossen werden. Da in der durchschnittlichen österreichischen Partnerschaft die Frau jünger als der Mann ist, und der Selektionseffekt stark von der vergangenen Zeit seit dem Rentenabschluss abhängig ist, sollte der Einfluss auf die Sterblichkeit der Frau geringer sein. Als dritter Punkt wird genannt, dass im typischen Partnerschaftsmodell, welches in der Vergangenheit beobachtet wurde, die Entscheidung zum Abschluss einer Rente mehr vom Mann abhängig ist. Da jedoch angenommen wird, dass Frauen in dem zuletzt genannten Punkt immer unabhängiger entscheiden werden und der Abschluss einer Rente der Frau nicht unbedingt mit dem Gesundheitszustand des Mannes korreliert, wurde das Minimum des Selektionsfaktors der Frauen um 0,05 herabgesetzt.

4. Biometrische Risiken

Bei Gruppenversicherung sind typischerweise kollektive Firmenrenten gemeint. Der Aspekt des individuellen gesundheitlichen Zustands wird hier vernachlässigt, da die Personen nicht wählen können, ob sie versichert werden oder nicht. Daher beeinflusst nur der soziale Status die Sterblichkeit und der Selektionseffekt fällt geringer aus.

Abbildung 4.1.: Selektionsfaktoren AVÖ 2005R - Individuell und Gruppe



4.2.2. Basisrententafel 2001

In der Einleitung des Abschnittes 4.2 wurde erwähnt, dass die Rententafel aus einer Kombination der österreichischen Bevölkerungssterbetafel und des Selektionseffekts aus Unterabschnitt 4.2.1 hergeleitet wird. Die von der Statistik Austria erstellte Sterbetafel unterscheidet nach Geschlecht und beinhaltet eine Altersspanne bis 112 Jahre. Um auch Alter $x \leq 113$ in die AVÖ 2005R mit einzubeziehen, wird eine Weibull-ähnliche Funktion herangezogen:

$$q_x^{\text{base}}(2001) = 1 - \exp(-a(x + 0,5)^b) \quad \text{für } x \leq 113 \quad (4.2)$$

mit den Parametern

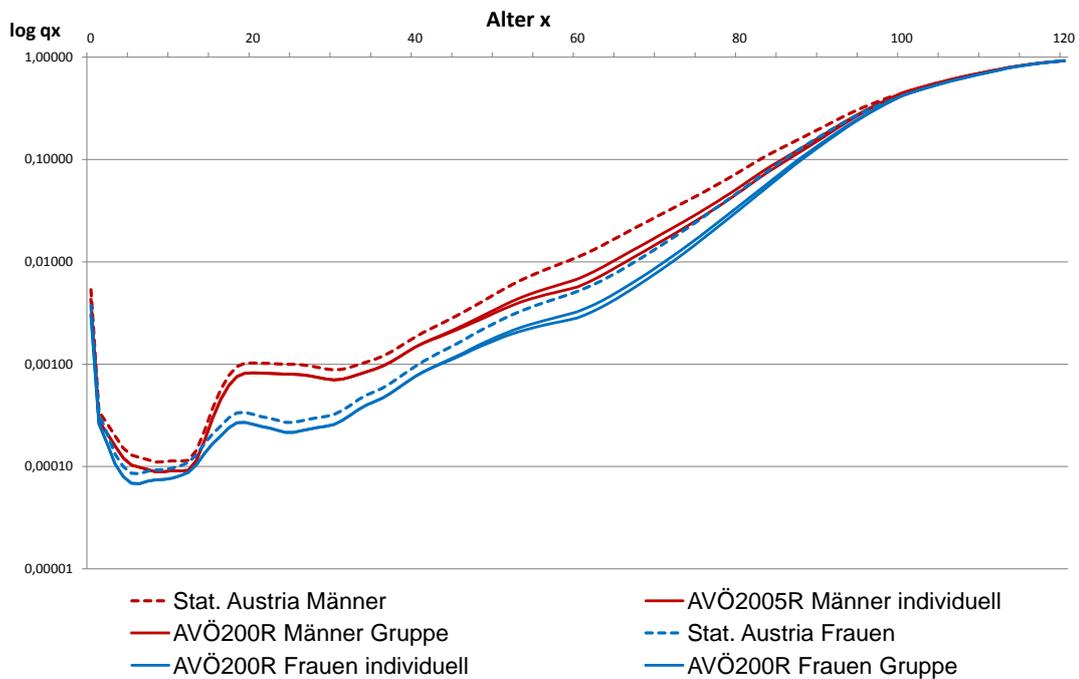
$$(a, b) = \begin{cases} (2,8 \times 10^{-17}) & \text{für Männer,} \\ (1,3 \times 10^{-18}) & \text{für Frauen.} \end{cases} \quad (4.3)$$

4. Biometrische Risiken

Natürlich haben die Sterblichkeiten in den sehr hohen Altern, von 113 bis 120 Jahren, wenig bis praktisch keinen Einfluss auf die Prämie einer Rentenversicherung.

Die nun resultierende Basisrententafel 2001 wird als Ausgangspunkt der Extrapolation genutzt. Abbildung 4.2 zeigt die Basistafel der Renten für individuelle und Gruppenverträge, verglichen mit der Bevölkerungssterbetafel. Wie man auch aus der Tabelle 4.1 erkennen kann, unterscheiden sich die Sterberaten für Gruppenverträge nicht wesentlich von individuellen Sterbewahrscheinlichkeiten. Einzig in dem Alterbereich der maximalen Selektion ist eine Differenz zu erkennen.

Abbildung 4.2.: Logarithmische Darstellung der jährlichen Sterbewahrscheinlichkeiten österreichischer Rentenversicherter 2001, abgeleitet aus der Bevölkerungssterbetafel mit Selektionsfaktoren



4.2.3. Trendermittlung der AVÖ 2005R

Wie in der Einleitung 4.1 beschrieben, ist die Sterbewahrscheinlichkeit sowohl vom Alter einer Person, als auch vom Geburtsjahrgang abhängig. Daher muss für eine langfristige Angemessenheit der Rententafel ein adäquater Langlebigkeitstrend geschätzt werden. Der Trend der vorhergehenden österreichischen Rententafel AVÖ 1996R beinhaltet zu

4. Biometrische Risiken

optimistische Trends, sodass Nettoprämien² von österreichischen Rentenversicherungen, verglichen mit anderen Ländern, die Vermutung wecken, nicht ausreichend kalkuliert worden zu sein. In der AVÖ 2005R wird nun ein sensibler, nicht zu optimistischer Trend angesetzt, der auch ein gewisses Maß an Sicherheit für das VU beinhaltet. Untersuchungen der österreichischen und schweizer Bevölkerung haben ergeben, dass sich der Langzeit-Sterblichkeitstrend nicht konstant entwickelt, sondern sich in den letzten Jahrzehnten ein wesentlicher Anstieg der Verbesserung eingestellt hat. Aus diesem Grund wird ein Trend angenommen, der vom Alter und der Zeit abhängig ist. Einerseits kann so eine zunehmende bzw. in weiterer Folge abflachende Verbesserung der Sterblichkeit modelliert werden und andererseits würde ein konstanter Trend in weiter Zukunft zu einer Auslöschung der Sterbewahrscheinlichkeit führen. Um den Trend besser abschätzen zu können, ist es von Vorteil die Sterblichkeitsdaten $q_x(t)$ in einer Matrix darzustellen. Hier sollen die Zeilen vom Alter x abhängig sein und die Spalten vom Jahr t . Um solch eine Matrix der Bevölkerungssterbetafeln zu erzeugen, ist es lediglich notwendig, die Sterbewahrscheinlichkeitsvektoren der verschiedenen Auswertungsjahre geordnet aneinander zu reihen.

Im nächsten Schritt wird auf den Logarithmus $\log q_x(t)$ der statischen Sterbewahrscheinlichkeiten jeder Beobachtungsreihe eines Jahres das mechanische Ausgleichsverfahren von Whittaker-Henderson angewendet.

Definition 4.1 *Mechanische Ausgleichsverfahren*

Eine Ausgleichsfunktion

$$q'_x = F(Q, x, a_k(x, Q)) \quad (4.4)$$

mit

- $Q = \{q_x \mid x \in X\}$ die Menge der q_x
- X ist der Altersbereich
- a_k sind die unbekannt Parameter (Gewichte), die zu jeder Folge beobachteter Werte zu bestimmen sind

heißt mechanisch, wenn folgendes gilt:

- (a) F hängt nicht explizit von x ab
- (b) $a_k \in \mathbb{R}$ sind unabhängig von x und Q
- (c) F ist linear in q_x und a_k

²Die Nettoprämie in der Lebensversicherung ist der Teil des vertraglichen Beitrags, der abzüglich aller kalkulatorischer Kosten ausschließlich für die Deckung der Versicherungsleistung vorgesehen ist. Siehe [7]

4. Biometrische Risiken

(d) F lässt sich in der Form schreiben:

$$q'_x = \sum_{k=-r}^{+s} a_k \cdot q_{x+k}, r + s \leq n \quad (4.5)$$

(e)

$$\sum_{k=-r}^{+s} a_k = 1. \quad (4.6)$$

Beispiele für mechanische Ausgleichsverfahren sind die 9-Punkte Punkte Formel von Schärtlin

$$q'_x = \frac{1}{27} (9 q_x + 8 q_{x\pm 1} + 2 q_{x\pm 2} - q_{x\pm 4}), \quad (4.7)$$

die 15-Punkte Formel von Spencer

$$q'_x = \frac{1}{320} (74 q_x + 67 q_{x\pm 1} + 46 q_{x\pm 2} + 21 q_{x\pm 3} + 3 q_{x\pm 4} - 5 q_{x\pm 5} - 6 q_{x\pm 6} - 3 q_{x\pm 7}) \quad (4.8)$$

oder das Whittaker-Henderson Verfahren, welches in der Erstellung der Rententafel AVÖ 2005R angewendet wird.³

Das Whittaker-Henderson Verfahren

Die Idee dieser Methode besteht darin, die Gewichte a_k aus einer Optimierungsaufgabe herzuleiten. Es basiert auf der Minimierung des Anpassungsmaßes der ausgeglichenen an die beobachteten Werte, sowie des Maßes der Glättungsgüte der ausgeglichenen Werte. Daher können im Gegensatz zum Verfahren von Schärtlin und Spencer, auch die Randwerte angepasst werden.

Das Anpassungsmaß stellt sich als Summe der quadratischen Abweichungen dar und lautet

$$\sum_{k=0}^n (q'_{x_0+k} - q_{x_0+k})^2. \quad (4.9)$$

Das Glättmaß entspricht

$$\sum_{k=0}^{n-s} (\Delta^s q'_{x_0+k})^2, \quad s \in \mathbb{N} \quad (4.10)$$

mit

$$\Delta^s q'_{x_0+k} = \sum_{v=0}^s (-1)^v \binom{s}{v} q'_{x_0+k} \quad (4.11)$$

als s -te Differenz von q'_{x_0+k} . Die Optimierungsaufgabe formuliert sich als

$$\sum_{k=0}^n w_k (q'_{x_0+k} - q_{x_0+k})^2 + g \cdot \sum_{k=0}^{n-s} (\Delta^s q'_{x_0+k})^2 = \text{Min.} \quad (4.12)$$

³Nach [8]

4. Biometrische Risiken

Dabei sind die w_k 's zusätzliche positive Gewichte für die gilt

$$\sum_{k=0}^n w_k = 1. \quad (4.13)$$

Weiters ist g eine positive Konstante, mit welcher der Anwender die Glättungsgüte bestimmen kann.

Zur Vereinfachung wird in der Lösung dieser Optimierungsaufgabe auf die Matrixschreibweise zurückgegriffen:

- W sei die $(n+1) \times (n+1)$ Diagonalmatrix der w_k ,
- I sei die $(n+1) \times (n+1)$ Einheitsmatrix,
- Q und Q' seien die Vektoren der $n+1$ beobachteten bzw. ausgeglichenen Werte,
- K sei die $(n-s+1) \times (n+1)$ Matrix der s -ten Differenzen, welche Binomialkoeffizienten der Ordnung s mit alternierendem Vorzeichen entsprechen.

Nun lässt sich die Optimierungsaufgabe aus Formel (4.12) darstellen als

$$(Q' - Q)^T W (Q' - Q) + g (KQ')^T KQ' = \text{Min.} \quad (4.14)$$

Dieser Ausdruck wird minimal, wenn gilt

$$(W + g K^T K) Q' = WQ. \quad (4.15)$$

Wegen der Nicht-Singularität und Positiv-Definitheit der Matrix $W + g K^T K$ kann die Formel (4.15) geschrieben werden als

$$Q' = (W + g K^T K)^{-1} WQ. \quad (4.16)$$

Die so gewonnene Ausgleichsmatrix $D = (W + g K^T K)^{-1} W$ hängt vom vorgegebenen Exaktheitsgrad s , von der Anzahl der auszugleichenden Werte $n+1$, von der gegebenen Glätte g und den zusätzlichen Gewichtung der beobachteten Werte w_k ab. Damit ist D nicht von den Rohdaten q_x abhängig.

Die Anwendung des in Definition 4.2.3 beschriebenen Verfahrens, liefert nun ausgeglichene statische Sterbewahrscheinlichkeiten. In Abbildung 4.3 und 4.4 ist der Logarithmus von den so erhaltenen Sterbedaten in Abhängigkeit des Alters und des Geburtsjahres dargestellt. Im nächsten Schritt der Erstellung der Rententafel AVÖ 2005R werden nun die ermittelten Sterbewahrscheinlichkeiten mit Hilfe einer passenden Extrapolationsmethode in die Zukunft projiziert. Die Aktuarsvereinigung hat dafür das Lee-Carter Modell gewählt.

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.3.: Logarithmus der geglätteten, statischen Sterbetafeln der Männer seit 1947.

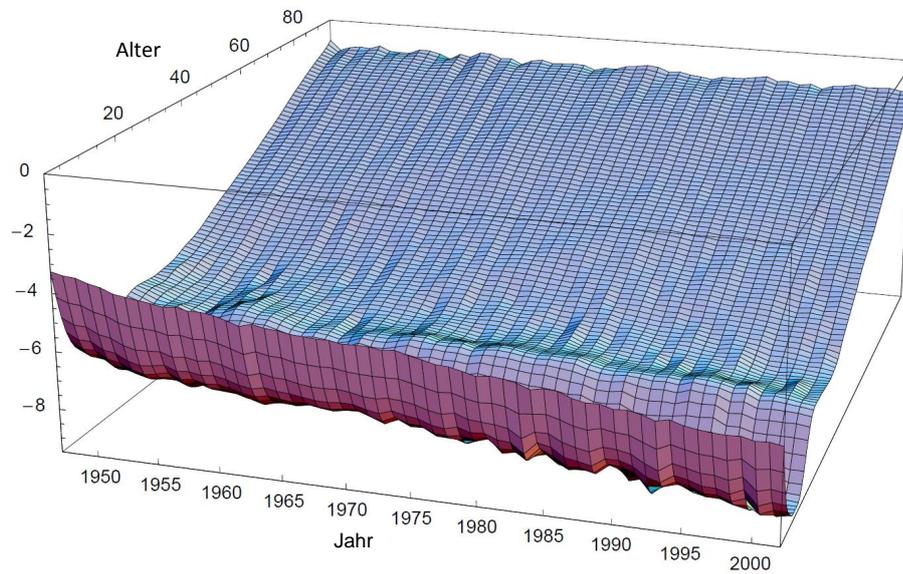
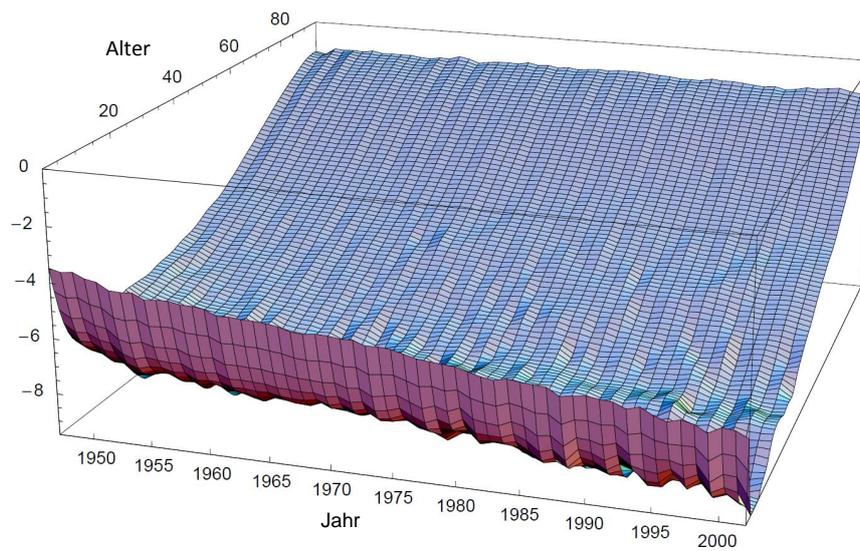


Abbildung 4.4.: Logarithmus der geglätteten, statischen Sterbetafeln der Frauen seit 1947.



4. Biometrische Risiken

Das Lee-Carter Modell

Die Grundidee des Lee-Carter Modells ist, dass ein zeitabhängiger Trend aus den Daten ermittelt und anschließend in die Zukunft extrapoliert wird. Dadurch unterscheidet sich diese Modell von dem parametrischen Ansatz, bei dem versucht wird, die Daten in wenigen Komponenten zusammenzufassen. Beim Lee-Carter Modell werden die logarithmischen mittleren Sterblichkeiten $m_x(t)$ mit $x = 0, \dots, x_{max}$ und $t = t_{min}, t_{min}+1, \dots, t_{min}+d = t_{max}$ in zeit- und altersabhängige Komponenten zerlegt. Mit der Einbindung des Logarithmus in das Modell werden negative Sterbewahrscheinlichkeiten in der Extrapolation vermieden. Unter der Annahme einer konstanten Sterbeintensität $\mu_x(t)$ während des Jahres, ist $m_x(t) = \mu_x(t) = -\log p_x(t)$. Wegen $z \approx -\log(1-z)$ für kleines $|z|$ sind die Differenzen zwischen $\log q_x(t)$ und $\log(-\log p_x(t))$ für Alter unter 90 Jahre praktisch vernachlässigbar. Daher kann auf die bi-lineare Zerlegung der logarithmischen Sterbewahrscheinlichkeiten übergegangen werden. Unter dieser Annahme lautet die Lee-Carter Zerlegung

$$\log q_x(t) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \epsilon_{x,t}, \quad (4.17)$$

mit den Bedingungen

$$\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \kappa_t = 0 \quad , \quad \sum_{x=0}^{x_{max}} \beta_x^2 = \|\beta\|_2^2 = 1$$

und

$$\epsilon_{x,t} \text{ iid } \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (4.18)$$

Die einzelnen Komponenten aus der Zerlegung 4.17 können wie folgt interpretiert werden:

- α_x beschreibt die über das gesamte Zeitintervall gemittelten $\log q_x(t)$,
- κ_t stellt den Zeittrend dar,
- β_x gibt die Intensität des Zeittrends in Abhängigkeit vom Alter an. Damit wird vorgegeben, auf welches Alter x der Zeittrend einen höheren bzw. geringeren Einfluss hat.
- $\epsilon_{x,t}$ fungiert als Fehlerterm, welcher zufällige Einflüsse auf die Sterblichkeit im Modell abbildet.

In weitere Folge werden nun Schätzer für die einzelnen Parameter bestimmt. Summiert man in der Zerlegung 4.17 über alle $t \in [t_{min}, t_{max}]$ auf, so folgt

$$\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \log q_x(t) = (t_{max} - t_{min} + 1)\alpha_x + \beta_x \underbrace{\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \kappa_t}_{=0}$$

4. Biometrische Risiken

Damit erhält man eine Abschätzung für α_x

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_{max} - t_{min} + 1} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \log q_x(t). \quad (4.19)$$

Im nächsten Schritt wird eine $(x_{max} - x_{min} + 1) \times (t_{max} - t_{min} + 1)$ Matrix Z erstellt, deren Elemente einen Schätzer für β_x und κ_t ergeben sollen. Die Elemente von Z sind definiert als

$$z_{x,t} = \log q_x(t) - \alpha_x \approx \beta_x \kappa_t. \quad (4.20)$$

Mathematisch kann diese Zerlegung durch eine Singulärwertzerlegung (Singular Value Decomposition, SVD) der reellen Matrix Z in $Z = U \cdot D \cdot V^T$ erzielt werden, welche jedenfalls existiert⁴. Dabei enthält die $m \times n$ Diagonalmatrix die Singulärwerte von Z in absteigender Reihenfolge. Diese wiederum sind die nicht-negativen Quadratwurzeln von den Eigenwerten der Matrix ZZ^T . Die orthogonalen $m \times m$ bzw. $n \times n$ Matrizen U und V enthalten jeweils die entsprechend zugehörigen Eigenvektoren von ZZ^T bzw. $Z^T Z$. Unter Annahme des Ausdrucks 4.20, dass der zufällige Fehlerterm $\epsilon_{x,t}$ unabhängig identisch normalverteilt sei, stimmt der Maximum-Likelihood Schätzer für β_x und κ_t mit der Methode der kleinsten Quadrate (Ordinary Least Squares, OLS) überein. Der ersten Spaltenvektoren \mathbf{v}_1 von U und \mathbf{v}_1 von V , zusammen mit λ_1 , dem größten Singulärwert aus der Matrix D , liefern die nicht normierten Maximum-Likelihood Schätzer $\hat{\beta}'_x$ und $\hat{\kappa}'_t$.

$$Z \approx \lambda_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^T \quad (4.21)$$

Daraus kann bereits mehr als 90 % der Schwankung von Z beschrieben werden. Für $\mathbf{v}_1 = (u_0, u_1, \dots, u_{x_{max}})^T$ und $\mathbf{v}_1 = (v_{t_{min}}, v_{t_{min}+1}, \dots, v_{t_{max}})^T$ gilt also

$$\hat{\beta}'_x = u_x \quad \text{und} \quad \hat{\kappa}'_t = \lambda_1 v_t.$$

Die Normierung der Schätzer wie folgt

$$\hat{\beta}_x = \frac{\mathbf{v}_1}{\sum_j v_{1,j}} \quad \text{und} \quad \hat{\kappa}_t = \lambda_1 \left(\sum_j v_{1,j} \right) \mathbf{v}_1, \quad (4.22)$$

liefert die zu schätzenden Parameter $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$ und $\hat{\kappa}_t$ der Lee-Carter Zerlegung.

Damit die Singulärwertzerlegung mit der Approximationsmethode der kleinsten Quadrate für die Matrix Z übereinstimmt, wurde angenommen, dass $\epsilon_{x,t}$ eine unabhängig und identisch normalverteilte Zufallsvariable ist. Jedoch erscheint diese Annahme nicht realitätsnah, da in hohen Altern die beobachtete Population relativ klein wird und es daher auch wenig Todesfälle gibt. Somit haben zufällige Fluktuation in diesem Alterssegment einen größeren Einfluss auf die Sterbetafel und es resultiert eine größere Varianz in höheren Altern. Eine Möglichkeit dies abzubilden ist die Poisson-Modellierung der wirklich

⁴siehe [5] Seite 22

4. Biometrische Risiken

eingetretenen Todesfälle. Wenn jedoch keine genauen Sterbe- und Lebendenanzahlen für alle Alter und Jahre zur Verfügung stehen, wie es bei der Erstellung der Rententafel AVÖ 2005R der Fall ist, so muss auf eine andere Modellierung zurückgegriffen werden. Laut [5], Seite 22 hat sich die Aktuarsvereinigung für eine Methode entschieden, bei der die Matrix Z so normiert wird, dass jedes Alter annähernd die gleiche Varianz $\tilde{\sigma}_x^2 = 1$ hat. Die Normierung erfolgt mit

$$\tilde{Z}_{x,t} = \frac{\log q_x(t) - \alpha_x}{\sigma_x}, \quad (4.23)$$

wobei σ_x^2 als die Varianz der Sterblichkeit, abhängig vom Alter x über den gesamten Zeithorizont t , angenommen wird. Nachdem die σ_x^2 nicht bekannt sind, werden aus den Resttermen, der in Gleichung 4.21 beschriebenen Zerlegung der Methode der kleinsten Quadrate, Schätzer $\hat{\sigma}_x^2$ ermittelt. Die Approximation der logarithmischen Sterblichkeit aus Gleichung 4.17 lautet nun

$$\log q_x(t) = \alpha_x + \underbrace{\hat{\sigma}_x^2 \beta_x}_{=\beta_x} \kappa_t + \hat{\sigma}_x^2 \epsilon_{x,t}$$

Aus dieser Lee-Carter Zerlegung kann nun die Sterblichkeit in die Zukunft extrapoliert werden. Da nur κ_t zeitabhängig und die anderen Komponenten α_x und β_x altersabhängig sind, vereinfacht sich die Extrapolation auf den Zeittrend κ_t . Unter Anwendung der Box-Jenkins-Methode wird ein ARIMA(0, 1, 0) Zeittrend herangezogen, welcher die κ_t als Random Walk mit Drift modelliert:

$$\kappa_{x+1} = \kappa_t + \Delta\kappa + \delta_t. \quad (4.24)$$

Dabei stellt $\Delta\kappa$ den Drift dar und δ_t sind unabhängige, identische und homoskedastische⁵ Zufallsvariablen mit $E[\delta_t] = 0$. Die Hochrechnung prognostiziert den Erwartungswert als

$$\hat{\kappa}_{x+1} = \hat{\kappa}_t + \hat{\Delta}\kappa.$$

Die so von der Aktuarsvereinigung für die AVÖ 2005R Rententafel geschätzten Parameter der Lee-Carter Zerlegung $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$ und $\hat{\kappa}_t$, sowie der jährliche Trend einer x -jährigen Person

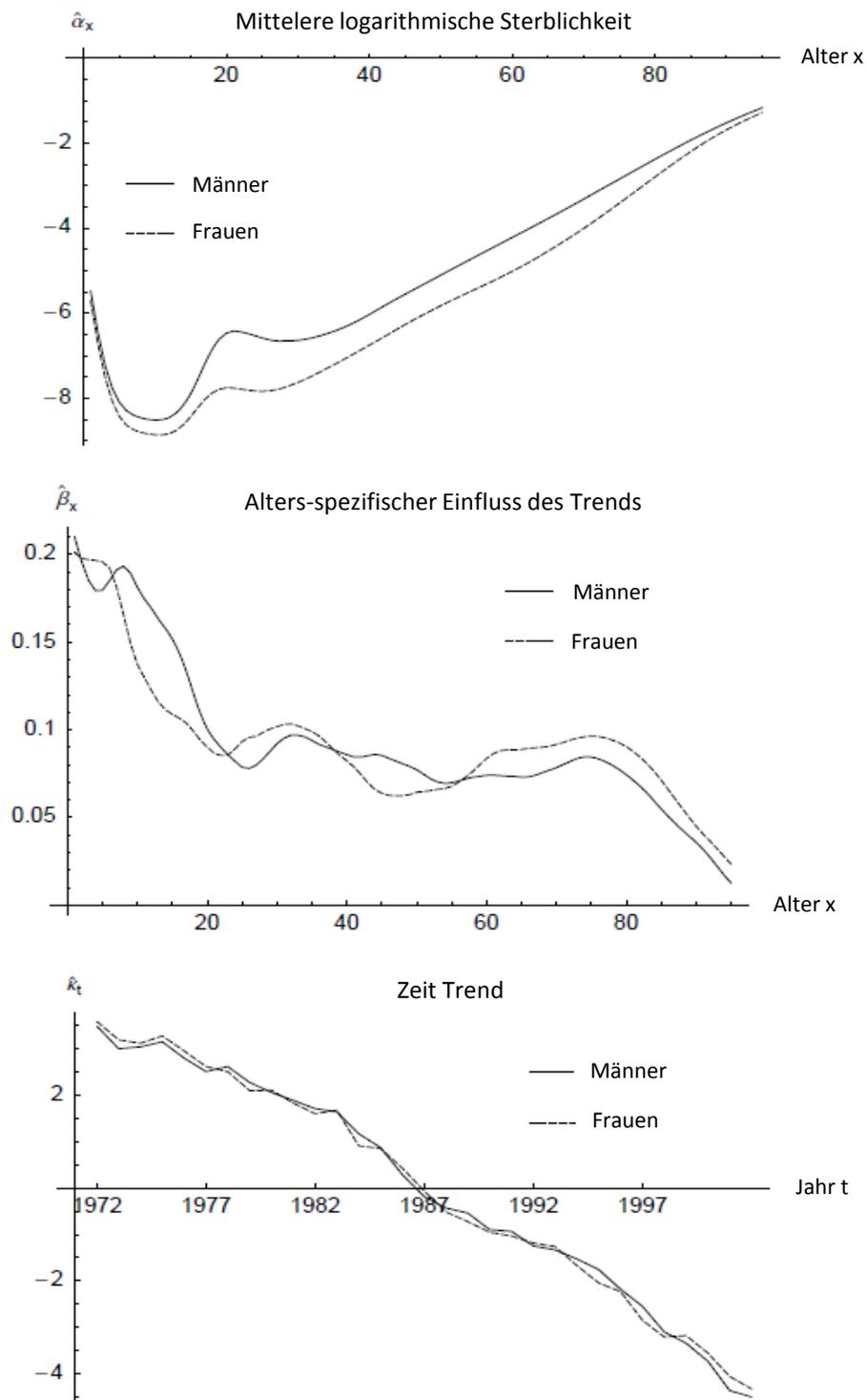
$$\lambda_x = \hat{\beta}_x \hat{\Delta}\kappa, \quad (4.25)$$

sind in Abbildung 4.5 bzw. 4.6 dargestellt.

⁵Varianzhomogenität

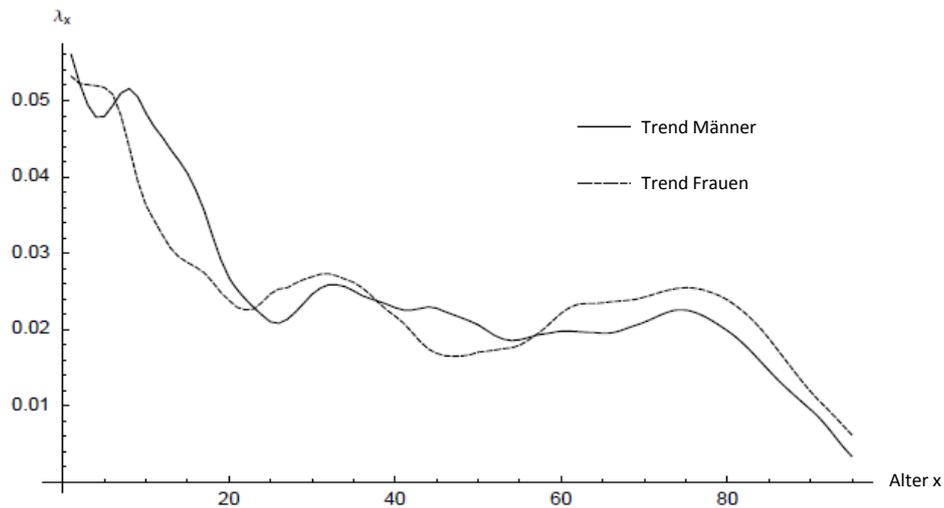
4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.5.: Geschätzte Parameter $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$ und $\hat{\kappa}_t$ der Lee-Carter Zerlegung aus den Sterbedaten der österreichischen Bevölkerung von 1972 bis 2002.



4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.6.: Aus der Lee-Carter Zerlegung erhaltener Sterblichkeitstrend der österreichischen Bevölkerung von 1972 bis 2002



Bemerkung 4.1 Um die Notwendigkeit einer Zerlegung des Trends λ_x in einen altersabhängigen Parameter β_x und einem zeitabhängigen Parameter κ_t zu demonstrieren, sind in den Abbildungen 4.7 und 4.8 die logarithmischen rohen⁶ Sterbewahrscheinlichkeiten der Männer bzw. Frauen bezüglich der Geburtsjahrgänge 1968/71 und 2010/12 im Vergleich dargestellt⁷. Hier wird deutlich klar, dass die Sterblichkeitsverbesserung nicht über alle Alter gleichmäßig einwirkt, sondern sich in den verschiedenen Altern unterschiedlich stark entwickelt. Im Altersintervall 0 bis 40 Jahren ist sowohl bei Männern als auch bei Frauen die Verbesserung der Sterblichkeit fortgeschrittener als in höheren Altern, wie zum Beispiel 50 bis 90 Jahre. Um diese altersspezifischen Verteilung in der Extrapolation des Sterblichkeitstrends abzubilden, dient in der Lee-Carter Zerlegung der Parameter β_x . Hingegen bildet κ_t den generellen Trend der Sterblichkeitsreduktion über die Zeit ab.

⁶Roh heißt in diesem Kontext, dass die Sterbewahrscheinlichkeiten nicht geglättet wurden.

⁷Sterbedaten von Statistik Austria, siehe [10]

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.7.: Vergleich der Sterbewahrscheinlichkeiten der österreichischen, männlichen Bevölkerung von 1968/71 und 2010/12.

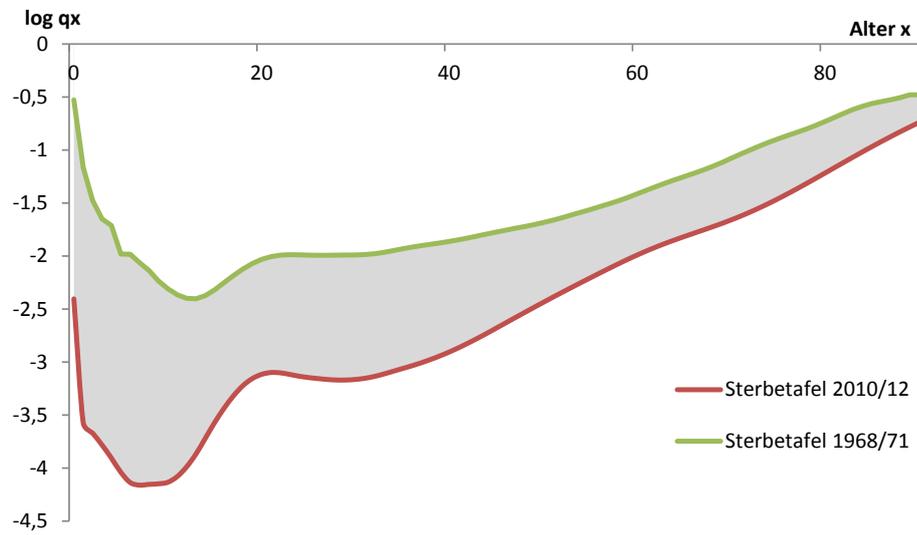
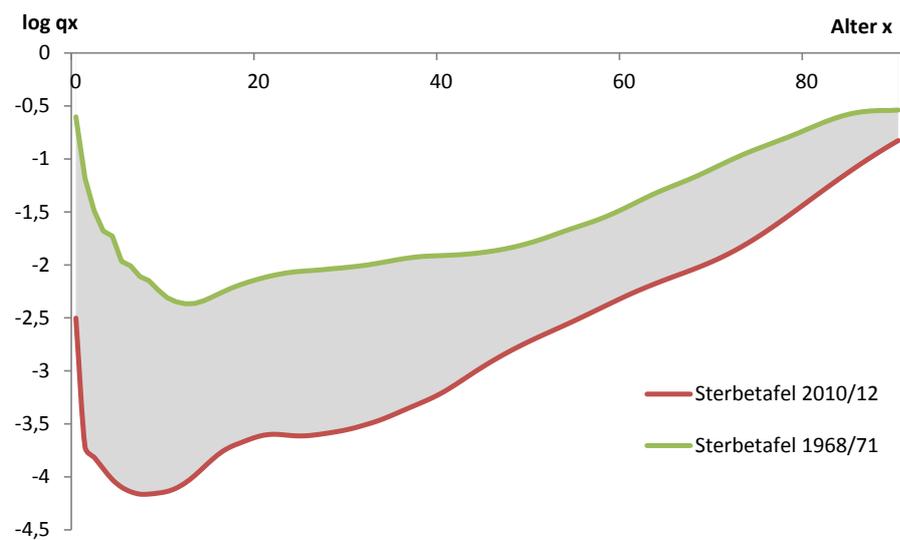


Abbildung 4.8.: Vergleich der Sterbewahrscheinlichkeiten der österreichischen, weiblichen Bevölkerung von 1968/71 und 2010/12.



4.2.4. Trendreduktion der AVÖ 2005R

Die Trendreduktion dient einer sinnvollen Begrenzung der Sterbewahrscheinlichkeiten über die Zeit $t \rightarrow \infty$ ab 2001, anstatt lediglich den Faktor $t - 2001$ einfließen zu lassen. In dem von der AVÖ zur Verfügung gestelltem Berechnungstool⁸ wird die Modifikation $G(t)$ wie folgt umgesetzt

$$G(t) = \varphi \arctan\left(\frac{t-2001}{\varphi}\right),$$

wobei $\varphi \in (0, \infty)$, der sogenannte Parameter zur Trend-Halbierung ist, und als $\varphi = 100$ festgesetzt wird. Betrachtet man mit diesem Parameter nun den Grenzwert für $t \rightarrow \infty$ von $G(t)$ so folgt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = \varphi \frac{\pi}{2} = 50\pi \approx 157,08$$

und weiters, dass die kleinen, jedoch endlichen, Grenz-Sterbewahrscheinlichkeiten lauten

$$q_x^{\lim} = q_x^{\text{base}}(2001) \exp(\underbrace{-50\pi}_{\approx 157,08} \lambda_x).$$

Wie man daraus erkennen kann, entspricht der Sterbewahrscheinlichkeits-Grenzwert bezüglich des angewandten Trendrückgangs $G(t) = \arctan\left(\frac{t-2001}{\varphi}\right)$, etwa der einer prognostizierten Sterbewahrscheinlichkeit des Jahres 2158, mit der linearen Trendreduktion $G(t) = (t - 2001)$.

Betrachtet man rein nur den Reduktionsfaktor $R(t)$, der auf den Trend einwirkt, so berechnet sich dieser aus

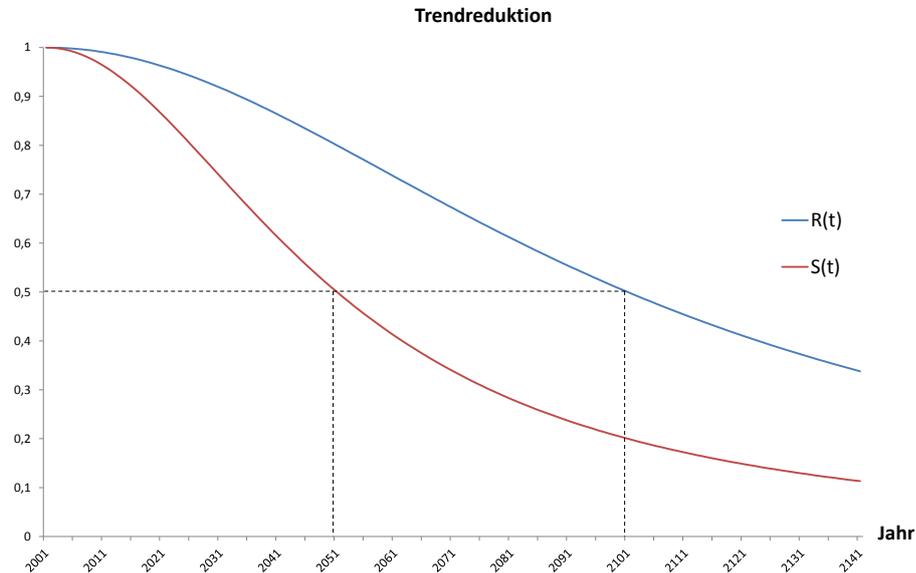
$$R(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{t-2001}{\varphi}\right)^2}.$$

In Abbildung 4.9 sind zwei Trendreduktionsfunktionen dargestellt. Dabei stellt $R(t)$ die Reduktion mit der Trend-Halbierung $\varphi = 100$ dar und $S(t)$ mit $\varphi = 50$. Es ist hier klar zu erkennen, dass der Trend, abhängig von φ , durch diese Funktion halbiert wird. Das heißt für $S(t)$ tritt bereits 2051 eine Halbierung ein, für die in der AVÖ 2005R verwendete Funktion $R(t)$ erst nach 100 Jahren.

⁸siehe [11]

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.9.: Die Trend-Reduktionsfunktion $R(t)$ mit $\varphi = 100$ und $S(t)$ mit $\varphi = 50$.



Nun definiert sich der alters- und zeitabhängige Trend wie folgt

$$\lambda_x(t) = \frac{\lambda_x}{1 + \left(\frac{t-2001}{\varphi}\right)^2} =: R(t)\lambda_x \quad (4.26)$$

Durch einfache Integration des Ausdrucks aus 4.26 erhält man den kumulierten Trend einer Periode, ausgehend von der Basistafel 2001 bis zu einem Jahr t :

$$G(t)\lambda_x = \int_{2001}^t \lambda_x(t) dt = \lambda_x \varphi \arctan\left(\frac{t-2001}{\varphi}\right) \quad \text{mit } \varphi = 100.$$

Die Funktion $G(t)$ soll als eine sehr langfristige Verlangsamung des Trends fungieren. Dies wurde bei der AVÖ 2005R derart gewählt, dass der Effekt in den ersten Jahren nicht auszumachen ist. Erst zirka 40-50 Jahre nach dem Referenzzeitpunkt der Basistafel wird ein kleiner Effekt der Sterblichkeitsverlangsamung erkennbar.

4.2.5. Die allgemeine Form der AVÖ 2005R Tafel

Um nun eine dynamische Rententafel aus den Bevölkerungssterbetafeln der Statistik Austria zu erzeugen, die allen Vorgaben genügen soll, wird der in Abschnitt 4.2.1 ermittelte Selektionseffekt f_x^{Sel} mit dem Trendparameter λ_x aus Abschnitt 4.2.3, unter Zuhilfenah-

4. Biometrische Risiken

me von einer geringen Modifikation $G(t)$ aus Abschnitt 4.2.4, kombiniert. Mathematisch lässt sich dies ausdrücken als

$$q_x(t) = \underbrace{f_x^{Sel} \cdot \tilde{q}_x(2001)}_{q_x^{base}(2001)} e^{-G(t)\lambda_x}, \quad t \geq 2001. \quad (4.27)$$

Formal wurde kein maximales Höchstalter ω eingeführt. Durch die gegebene Funktion 4.27 kann die Sterbewahrscheinlichkeit jedes beliebige Alter ermittelt werden. Jedoch konvergieren die $q_x(t)$ für hohe Alter sehr schnell gegen 0. Somit wird von der AVÖ in praktischen Anwendungen ein Höchstalter von $\omega = 120$ empfohlen. Wie man aus der Gleichung 4.27 erkennen kann, wird die Sterbetafel aus 2001 als Ausgangspunkt der Extrapolation herangezogen. Um nun die geeignete Rententafel zu erhalten, müssen lediglich die Werte der Basissterblichkeiten $q_x^{base}(2001)$ tabellarisch nach individuellen und Gruppen-Verträgen, sowie nach den beiden Geschlechtern, Mann und Frau, erfasst werden. Danach kann mit Hilfe von λ_x , für alle $x = 0, 1, \dots$ die Rententafel für jeden beliebigen Rentenversicherungsvertrag erstellt werden.

4.2.6. Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung

In diesem Unterabschnitt wird, neben den am Beginn des Kapitels genannten Referenzen, noch zusätzlich [12] hinzugezogen.

Parameter, welche in den Berechnungen der versicherungstechnischen Prämie und Deckungsrückstellung verwendet werden, bezeichnet man in der traditionellen Versicherungsmathematik als Rechnungsgrundlagen. Dabei ist zwischen Rechnungsgrundlagen erster, zweiter und dritter Ordnung zu unterscheiden. Handelt es sich um vorsichtig gewählte Rechnungsgrundlagen, also gewissermaßen mit Sicherheitsmargen versehene Parameter, so bezeichnet man diese als erste Ordnung. Im Gegensatz dazu nennt man "realistisch" gewählte Parameter Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung. Werden hingegen den tatsächlich eingetretenen Umständen entsprechende Parameter eingesetzt, so handelt es sich um Rechnungsgrundlagen dritter Ordnung.

Zu den Rechnungsgrundlagen zählen biometrische Parameter, wie zum Beispiel die Sterbe- und Rententafeln, der Rechenzins und jegliche Kostensätze. Im folgenden Abschnitt wird auf die biometrischen Rechnungsgrundlagen Bezug genommen.

4.2.7. Risiken und Sicherheitsmargen

Betrachtet man die vorhergehenden österreichischen Rententafeln, inklusive der AVÖ 1996R, so werden diese als tatsächliche Sterblichkeiten von Rentenempfängern in Form von Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung erstellt. Aus aktuarieller Sicht ist die Verwendung von Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung problematisch, da jede Projektion in

4. Biometrische Risiken

die Zukunft auf geschätzten Annahmen basiert. Diese bergen jedoch immer einen markanten Grad an Ungewissheit in sich. Man kann hier von 3 verschiedenen Formen des Risikos in den Rententafeln sprechen:

- **Modellrisiko**

Die Sterblichkeit einer rentenversicherten Person könnte eine andere Struktur und Entwicklung besitzen, als im Modell angenommen wurde. Dies inkludiert auch den Fall, dass sich die Sterblichkeitsentwicklung zu einem Zeitpunkt in der Zukunft nicht mehr log-linear entwickelt, oder ausgeprägte Kohorteneffekte den Sterblichkeitstrend beeinflussen.

- **Parameterrisiko**

Selbst wenn man das Modell korrekt wählt, werden die Parameter aus den zur Verfügung stehenden Daten hergeleitet. Ist die Qualität sowie Quantität nicht ausreichend, so können Ungenauigkeiten bei der Anpassung der Parameter entstehen. Oft werden, bei nicht sachgemäßer Verfügbarkeit der Daten, Parameter von ähnlichen Datenerhebungen adaptiert und übernommen.

- **Risiko zufälliger Schwankungen**

Die erstellten Tabellen enthalten nur Prognosen über Durchschnittswerte einer großen Gesamtheit von Rentenversicherten. Da die Größenordnung typischer Rentenbestände österreichischer Versicherungen eher klein ist, können die zufälligen Abweichungen von den Durchschnittswerten erheblich sein.

Ein konkreter Fall bezüglich des Modellrisikos, wird in [5] Seite 8 genannt. Hier handelt es sich um den Rückgang des langfristigen Sterblichkeitstrends seit 1870, welcher in der AVÖ 1996R angenommen wurde. Die Abnahme des Trends der Sterblichkeitverbesserung ist nicht in dem Ausmaß eingetreten, wie diese prognostiziert wurde. Daraus folgt nun, dass bei Prämien und Reserven, welche mit diesen Annahmen berechnet wurden, eine durchwegs grobe Unterschätzung stattfindet. Da in der Erstellung dieser Rententafeln zweiter Ordnung keine Integration von Sicherheitsmargen stattfand, wird auch kein zusätzlicher Risikopolster für derartige Szenarien aufgebaut.

Ein Beispiel bezüglich des Parameterrisikos wird im Kapitel 4.2.1 beschrieben. Da in Österreich keine Aufzeichnungen über Selektionseffekte eines Rentenbestands vorhanden sind, wird teilweise auf Daten und Ergebnisse aus Deutschland zurückgegriffen. Dies birgt nun das Risiko, dass diese übernommenen Parameter für die österreichische Bevölkerung unter Umständen nicht angemessen sind.

Folglich wird die AVÖ 2005R sowohl eine Tafel zweiter Ordnung für Best Estimate⁹ Berechnungen der tatsächlich Sterblichkeit enthalten, als auch eine Tafel erster Ordnung mit integrierten Sicherheitszuschlägen bezüglich diversen Modell- und Parameterrisiken, welche im oberen Abschnitt genannt werden. Die Größenordnung dieser Margen basiert

⁹Best Estimate siehe Kapitel 5.1, Definition 5.1

4. Biometrische Risiken

auf Überlegungen der AVÖ, sodass die wichtigsten Risikofaktoren abgedeckt werden. Zusammengefasst setzen sich diese aus folgenden Komponenten zusammen:

Parameterrisiken der AVÖ 2005R

- Die Basistafel und der angewendete Selektionsfaktor könnten ungenau sein. Wie weiter oben in diesem Kapitel erwähnt, ist der Selektionsfaktor aus Deutschland leicht modifiziert für Österreich übernommen worden. Dieser könnte für die österreichische Rentenbevölkerung nicht adäquat sein, und so wäre der Selektionsfaktor unzureichend.
- Der Trend beinhaltet einen Selektionseffekt, welcher lediglich die soziale Selektion berücksichtigt. Somit besteht die Möglichkeit, dass der verwendete Selektionsfaktor im Trend die wirkliche Selektion unterschätzt.
- Die Basisdaten, welche die Grundlage der Berechnungen darstellen, können statistische Fluktuationen beinhalten. Dies führt möglicherweise dazu, dass die ermittelten empirischen Parameter nicht genau sind.

Modellrisiken der AVÖ 2005R

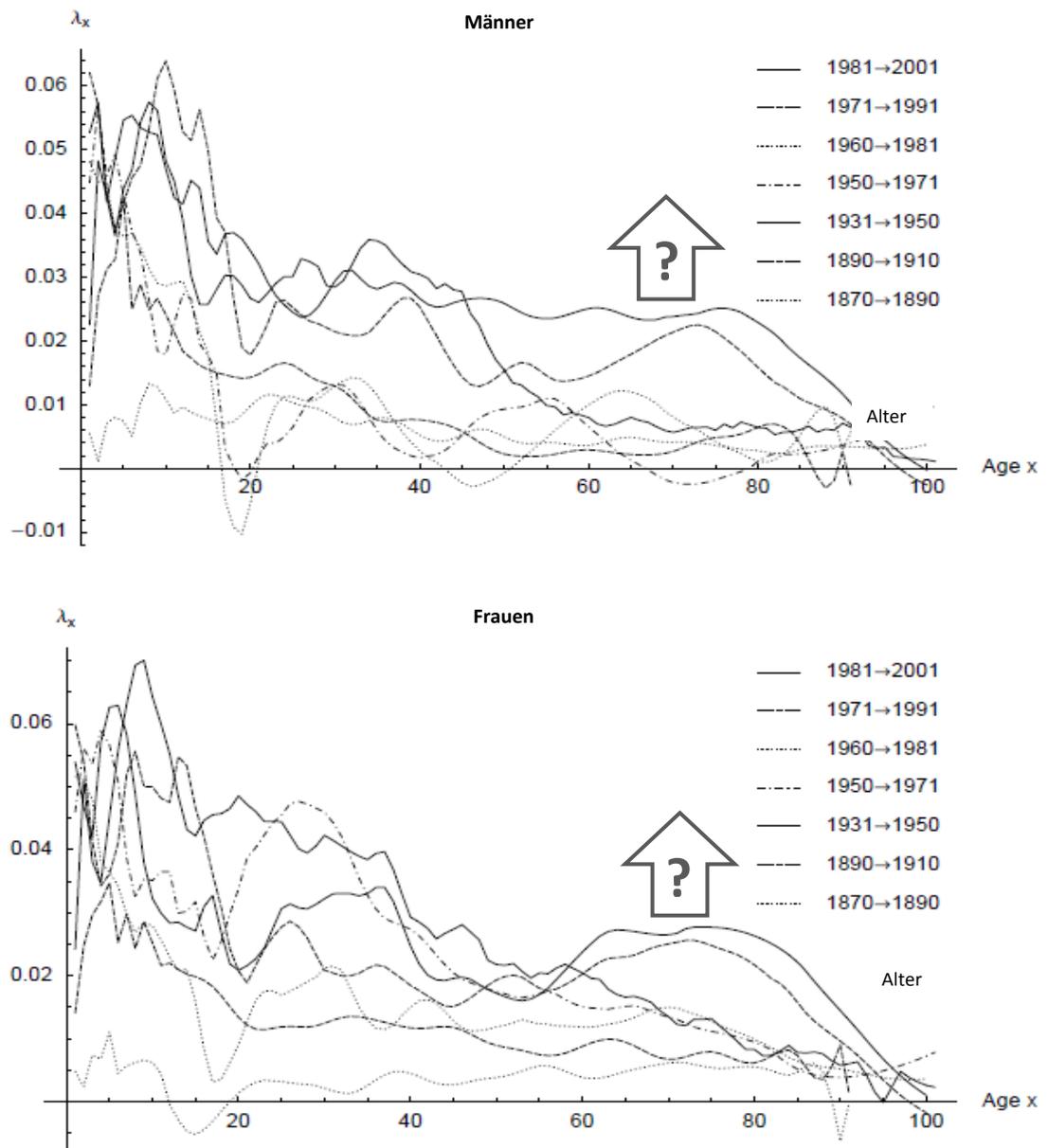
- Die Bevölkerungsgruppe, welche für die Erstellung der Tabellen herangezogen wurde, könnte mit rentenversicherten Populationen in der Zukunft nicht übereinstimmen. Zum Beispiel könnte sich die durchschnittliche Population der Rentenversicherten, auf welche das Modell und die Tabellen abgestimmt sind, sich anders entwickeln als der Rentenbestand eines bestimmten Versicherungsunternehmens.
- Der Trend wurde mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate in Bezug auf die Jahre 1972 bis 2002 erstellt. Da der Verbesserungstrend in den früheren Jahren niedriger war als in den Jahren am Ende der Periode, ist die Wahrscheinlichkeit gegeben, dass der gegenwärtige und zukünftige Trend unterschätzt wird. Wie in Abbildung 4.10 beschrieben und grafisch dargestellt, zeigt die Entwicklung der für die AVÖ 2005R Erstellung relevanten Jahreshänder 1971 → 1991 und 1981 → 2001 in den Altern ab 60 Jahren eine deutliche Zunahme des Sterblichkeits-Verbesserungstrends. Es besteht das Risiko, dass diese Tendenz in der Zukunft weiter anhält und somit eine Unterschätzung vorliegen würde.
- Der Trend, obwohl schon sehr hoch, könnte auf Grund von medizinischen Fortschritten sogar noch weiter ansteigen. Dies würde vor allem auf den fortgeschrittenen Altersbereich einwirken.

Fragestellung 4.1 *Erhärtet sich der Verdacht einer Unterschätzung des Trends und in weiterer Folge der Rentensterblichkeiten aus den Modellrisiken der AVÖ 2005R, unter Einbezug der aktuellen Volkssterbetafel 2010/12 von der Statistik Austria?¹⁰*

¹⁰Diese Fragestellung wird in Abschnitt 4.3 behandelt.

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.10.: Jährliche Darstellung von 20-Jahres-Trends der österreichischen männlichen und weiblichen Bevölkerung. In den Jahresintervallen 1971 → 1991, sowie noch ausgeprägter in 1981 → 2001, ist eine deutliche Steigerung des Trend der Sterblichkeitsverbesserung in höheren Altern festzustellen.

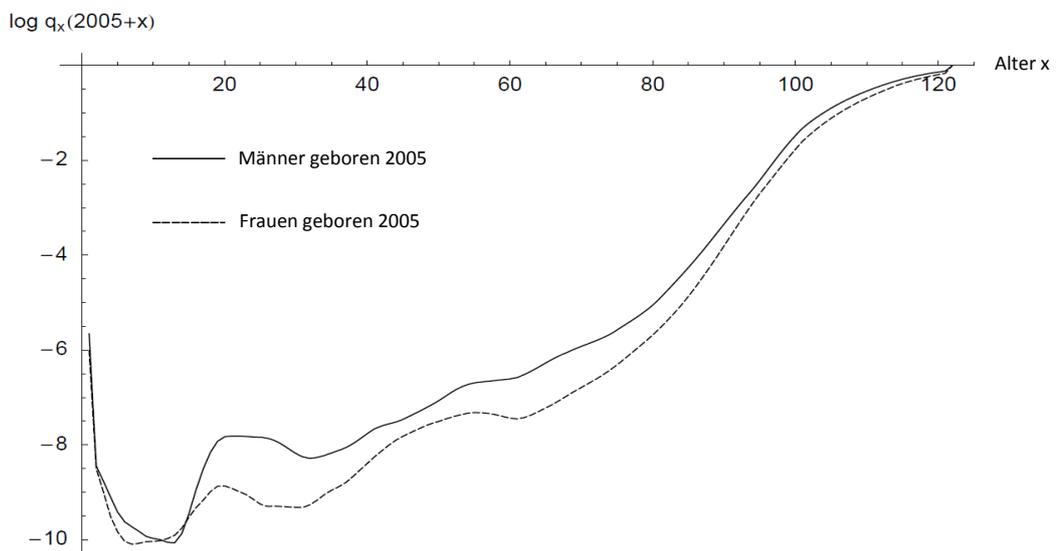


4. Biometrische Risiken

Um eine gewisse Sicherheit zu gewährleisten und das Risiko all der voran gegangenen Punkte zu minimieren, werden zusätzliche Aufschläge entweder auf die Basistafel oder auf den Trend eingerechnet. Konkret erhöht die AVÖ den Trend der Frauen und Männer um die additive Konstante von 0,003. Dieser Satz entspricht einem 10%igem Sicherheitszuschlag auf die Basissterbetafel für Renten mit Beginn 2005. Die Erhöhung des Trends gegenüber einer Adjustierung der Basistafel hat den Vorteil, dass sich der Sicherheitsfaktor über die Zeit erhöht, anstatt an Einfluss abzunehmen, wie es bei einer Anpassung der Basistafel der Fall wäre. Sicherheitsmargen bezüglich des Risikos zufälliger Schwankungen wurden in die Erstellung der AVÖ 2005R nicht miteinbezogen.

Im Vergleich mit der deutschen Rententafel DAV 2004-R beinhaltet die österreichische AVÖ 2005R jedoch weniger Sicherheitsmargen. Der Trend der deutschen Rententafel wird zwar nur um 0,0025 additiv erhöht, jedoch wird zusätzlich auf die Basistafel ein Sicherheitszuschlag von 10% angewendet. Das heißt, die Sterbewahrscheinlichkeiten der Basistafel werden mit dem Faktor 0,9 multipliziert. In der deutschen Rententafel zweiter Ordnung wird auch ein kurzzeitiger rückläufiger Trend angenommen, welcher jedoch als zusätzlicher Sicherheitsaspekt in der Tafel erster Ordnung weggelassen wurde.

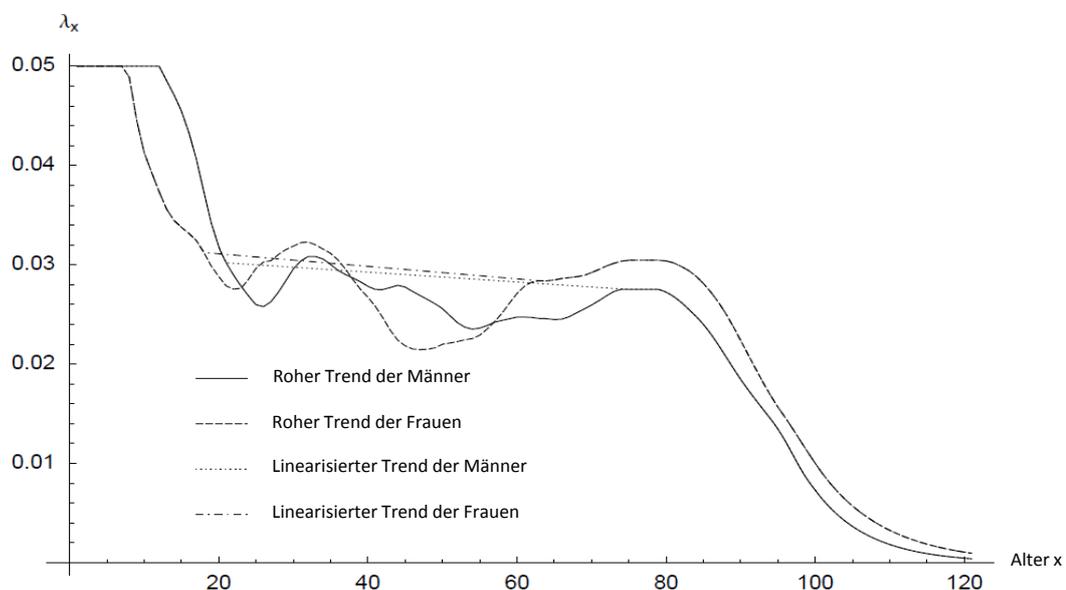
Abbildung 4.11.: Extrapolation von Sterbewahrscheinlichkeiten mit dem rohen Trend führt zu nicht-monotonen weiblichen Sterbewahrscheinlichkeiten im Alter von 40 und darüber. Hier wurde die Generation 2005 dargestellt.



4. Biometrische Risiken

Ein weiterer Sicherheitszuschlag entsteht durch die Monotonisierung des Altersbereichs 40 bis 60 Jahre. Wie man in Abbildung 4.6 erkennen kann, ist der Sterblichkeitsverbesserungs-Trend λ_x in diesem Intervall niedriger als für den Altersbereich 60 und darüber. Unter diesen Umständen würden die weiblichen Sterbewahrscheinlichkeiten, unter Verwendung der Extrapolation bezüglich dieses Trends, keine Monotonie in dem erwähnten Altersintervall mehr aufweisen. Dieser Effekt ist in Abbildung 4.11 dargestellt. In weiterer Folge kann dies zu nicht-monotonen Prämien einer Rentenversicherung führen. Daher wird der Trend für Männer innerhalb des Intervalls 21 bis 75 Jahren und für Frauen im Intervall 18 bis 63 Jahren linear interpoliert. In der Abbildung 4.12 ist diese Interpolation grafisch dargestellt. Für Männer wurde als Ende der linearen Interpolation das Maximum des betreffenden Altersintervalls gewählt. Im Falle der Frauen würde der gleiche Ansatz zu einer unangemessenen Erhöhung des Trend führen. Somit wurde nur ein Großteil des nicht-monotonen Intervalls eingebunden. Obwohl der Trend dadurch keine Monotonität aufweist, ist die Sterbetafel bezüglich des Grenzwerte über die Zeit monoton.

Abbildung 4.12.: Anwendung einer linearer Interpolation des Trends um monotone Sterbewahrscheinlichkeiten über die nächsten Jahrzehnte zu gewährleisten.



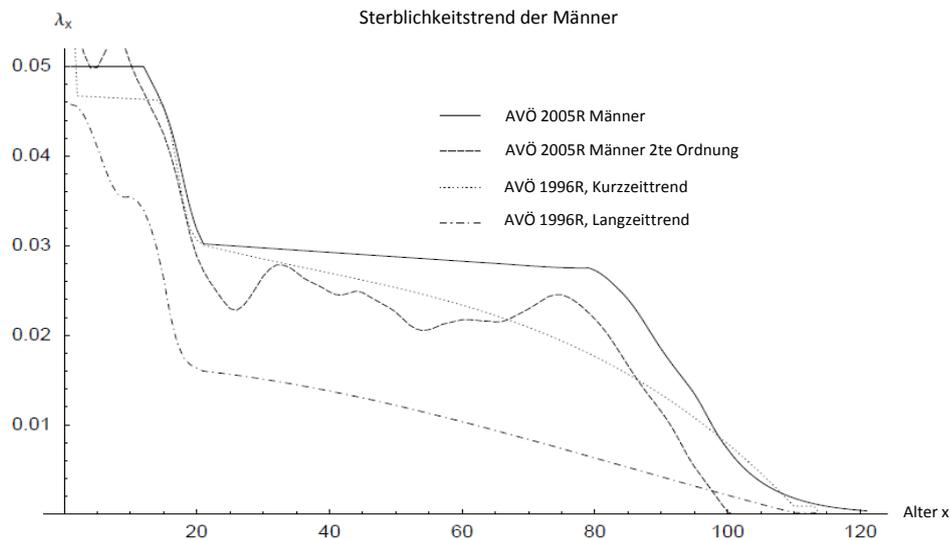
Jedoch sei noch festgestellt, dass der typische österreichische Rentenvertrag eine Prämienrückgewähr im Falle des Todes zum Zeitpunkt innerhalb der Aufschubzeit beinhaltet. Daher haben die Sterbewahrscheinlichkeiten vor dem Eintreten des Rentenauszahlungs-

4. Biometrische Risiken

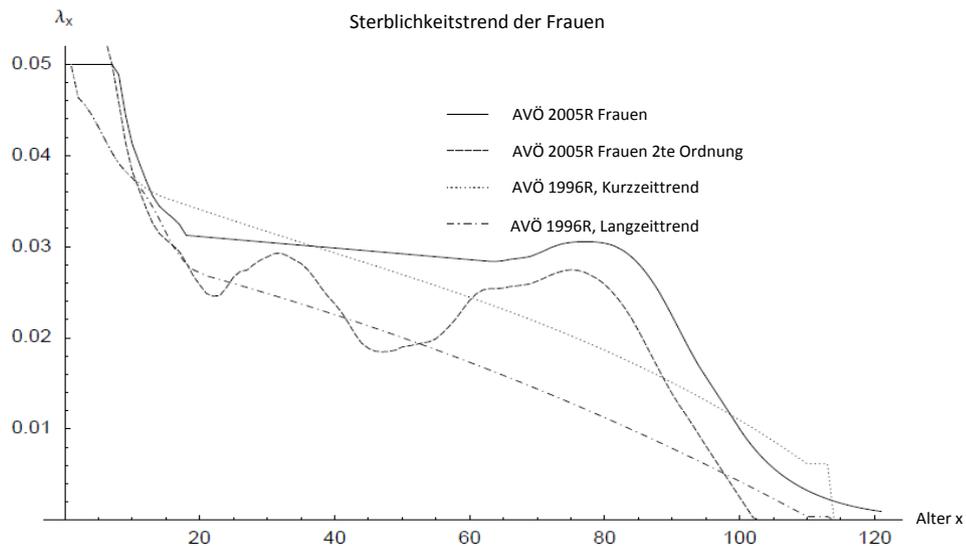
zeitpunktes einen sehr begrenzten Einfluss auf die Netto-Prämie bzw. Netto-Barwert von diesen Rentenverträgen. Nachdem die Linearisation hauptsächlich den Altersbereich der Aufschubphase beeinflusst, hat die oben genannte Monotonisierung keinen erheblichen Effekt auf die Rentenversicherungen selbst. Weiters sind die Sterbewahrscheinlichkeiten in dem Alterbereich unter 60 Jahren ohnehin sehr niedrig, sodass auch sofort beginnende Renten für dieses Alterssegment keinen signifikante Einfluss durch die Linearisierung erfahren werden.

In den folgenden Abbildungen 4.2.7 wird der Trend der Sterblichkeitsverbesserung von Männern und Frauen nach allen Modifikationen, wie der Linearisierung und des Sicherheitszuschlags, mit dem Kurzzeit- sowie Langzeittrend der vorhergehenden AVÖ 1996R Rententafel verglichen. Hier wird deutlich sichtbar, dass der angenommene Langzeittrend der AVÖ 1996R, verglichen mit dem Trend der AVÖ 2005R, deutlich unterschätzt wurde. Der Kurzzeittrend stellt sich langfristiger als angenommen heraus und scheint mit dem AVÖ 2005R Ähnlichkeiten zu besitzen. Jedoch wird, speziell bei den Frauen, die erhöhte Sterblichkeitsverbesserung im Altersintervall von 60 bis 80 Jahren in der AVÖ 1996R kaum nachvollzogen. Da die meisten Renten im Alter von 60 bis 65 Jahren starten, würde eine Unterschätzung in dem vorherig genannten Altersintervall auf Dauer eine deutliche Auswirkung auf die Renten haben.

Abbildung 4.13.: Trends der AVÖ 2005R nach allen Modifikationen, verglichen mit dem Langzeit- und Kurzzeittrend der AVÖ 1996R



4. Biometrische Risiken



4.3. Angemessenheit der AVÖ 2005R Rententafel

Der Autor dieser Arbeit ist im Jahre 2014 in den AVÖ Arbeitskreis der Rechnungsgrundlagen, unter Federführung von Dr. Reinhold Kainhofer¹¹, integriert gewesen. Die Ausarbeitungen des folgenden Unterkapitels spiegeln jedoch ausschließlich die Interpretationen und Aussagen des Autors wieder, da der Arbeitskreis für Rechnungsgrundlagen zu diesem Zeitpunkt noch keine offiziellen Aussagen und Ergebnisse veröffentlicht hat.

4.3.1. Neue Volkssterbetafel 2010/12

Als Basisdaten dieser Auswertungen dienen die österreichischen Volkssterbetafeln der Statistik Austria von 1870 bis 2011, welche auf der Homepage der genannten Institution zugänglich sind. Anhand der Wahrscheinlichkeiten lässt sich die Sterblichkeitsverbesserung ab 1870 darstellen. Dies ist in Abbildung 4.14 für Frauen und in Abbildung 4.15 für Männer umgesetzt.

¹¹Dr. Reinhold Kainhofer, anerkannter Aktuar der AVÖ, Leitung des Arbeitskreises AVÖ Rechnungsgrundlagen, derzeit bei der österreichischen Finanzmarktaufsicht (FMA) angestellt.

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.14.: Vergleich der österreichischen Frauen-Volkssterbetafeln von 1870 bis 2011

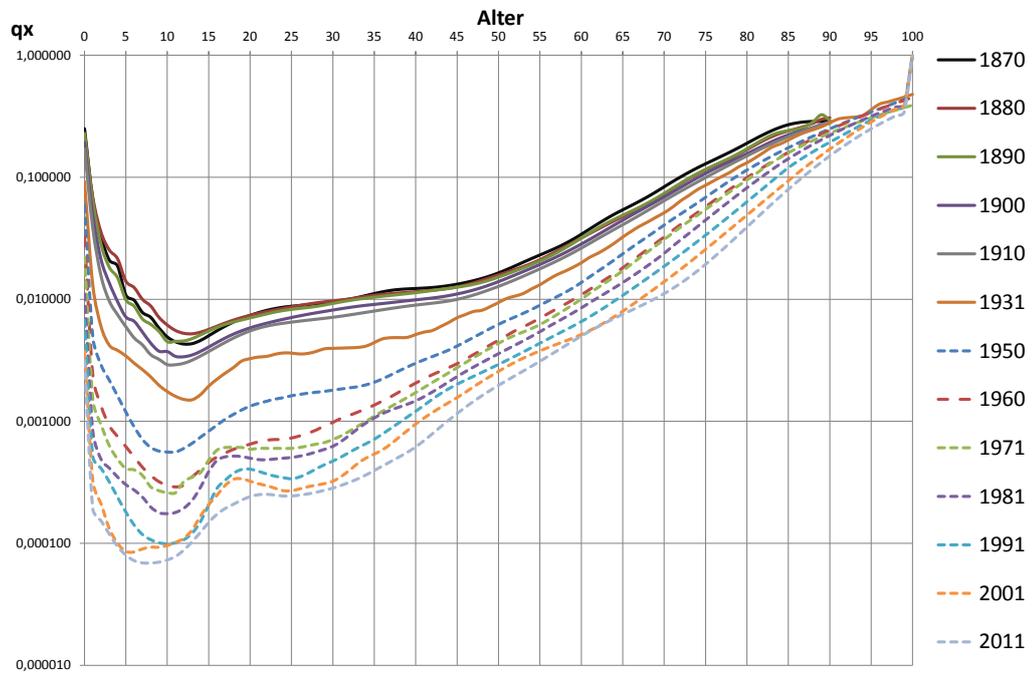
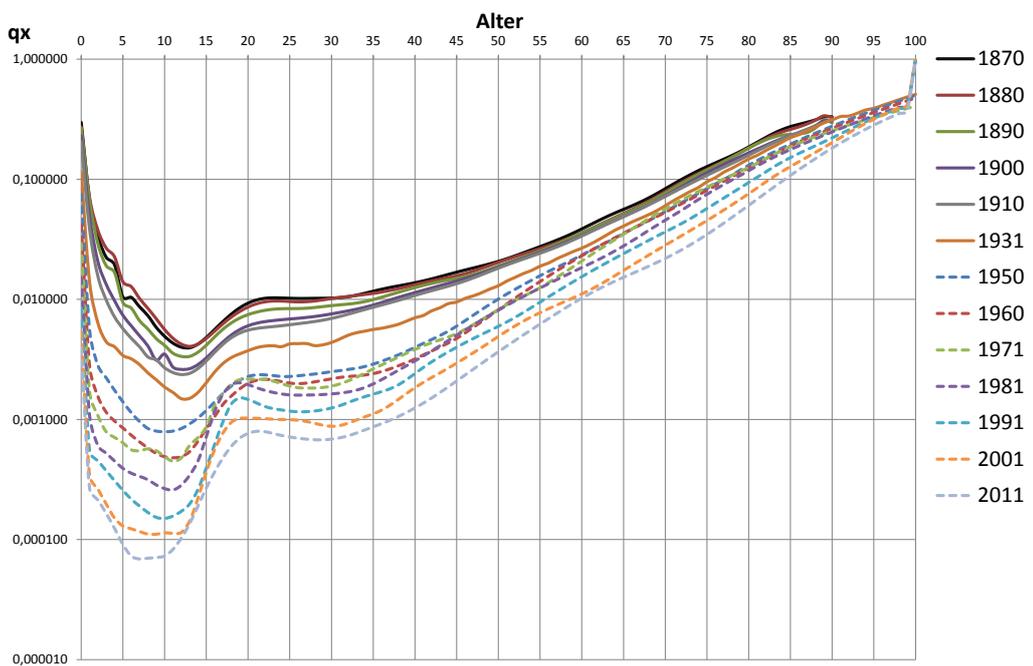


Abbildung 4.15.: Vergleich der österreichischen Männer-Volkssterbetafeln von 1870 bis 2011



4. Biometrische Risiken

Zu den Daten der Bevölkerungssterbetafeln seien folgende Anmerkungen zu machen: “Sterbetafeln werden jeweils für Jahre rund um eine Volkszählung durch den Bezug der nach Alter und Geschlecht differenzierten Sterbefälle auf die entsprechend gegliederten Bevölkerungsstände berechnet. [...] Die Sterbetafeln 1868/71 bis 1909/12 beziehen sich auf die in der Monarchie als österreichische Alpenländer bezeichneten Gebiete. Gegenüber den heutigen Grenzen fehlt hier das bis 1921 ungarische Burgenland, während andererseits die nach dem 1. Weltkrieg abgetrennten Gebiete (vor allem Südtirol und das Trentino sowie die Untersteiermark) inkludiert sind. Ab 1930/33 beziehen sich die Tafeln auf das heutige Staatsgebiet.“¹² In den Jahren 1870, 1880, 1890, 1900 und 1910 wurden die Sterbedaten nur bis zum Alter von 90 Jahren ermittelt. Ab dem Jahr 1981 wurde das Endalter 100 der Tafel mit der Sterbewahrscheinlichkeit gleich 100% statuiert. In den Jahren davor ist das Endalter “offen“ gelassen worden.

Ebenfalls zu bemerken ist, dass keine Ermittlung der Bevölkerungssterbetafeln 1920/21 und 1940/41 stattgefunden hat. In [14], Seite 274, wird eine zweimalige Verschiebung der Volkszählung von 1920 auf 1921 und schlussendlich auf 1923 beschrieben. “Das [damals] ambitionierte Programm konnte jedoch wegen Geldmangels nur teilweise und hier wieder nur für einzelne Bundesländer (Wien, Niederösterreich, Kärnten, Tirol und Burgenland)“¹³ durchgeführt werden. Dadurch war es nicht möglich für ganz Österreich gültige Sterbedaten zu ermitteln. Bezüglich der Volkszählung 1939 wird in [15], Seite 252 bis 253, erläutert, dass das österreichische Bundesamt für Statistik mit dem Anschluss im März 1938 seine Selbstständigkeit verloren hat und dem Statistischen Reichsamt unterstellt wurde. Durch die folgende Deportation in Wien (“90 Prozent der österreichischen Juden befanden sich zur Zeit des Anschlusses in Wien“¹⁴) konnte die Volkszählung in Österreich keine brauchbaren Sterbedaten der österreichischen Bevölkerung liefern. Daher ergeben sich in den Abbildungen 4.14 und 4.15 um das Jahr 1931 größere Abstände zu den benachbarten Kurven, welche auf den ersten Blick nicht notwendigerweise als außergewöhnliche Sterblichkeitsverbesserung interpretiert werden sollten.

Laut [16] werden als Datenquellen für die Erstellung der Volkssterbetafel der Statistik Austria eine Synthese aus der Volkszählung, Bevölkerungsfortschreibung, Bevölkerungsregister, Mikrozensus und Statistik der natürlichen Bevölkerungsbewegung des entsprechenden Jahrs herangezogen. Weiters wird erwähnt, dass “im Regelfall [...] demographische Tafeln aus den Daten von Vollerhebungen erstellt“ werden. “Die bevölkerungsstatistischen Daten weisen im Allgemeinen eine hohe statistische Qualität auf.“¹⁵

¹²nach [13]

¹³siehe [14]

¹⁴siehe [15]

¹⁵nach [16]

4.3.2. Vergleich des Sterblichkeitsverbesserungs-Trends

Zum besseren Vergleich der Trenddaten untereinander und mit dem Trend der AVÖ 2005R betrachtet man in Folge den Sterblichkeitsverbesserungs-Trend pro Jahr. Um aus den Bevölkerungssterbetafeln den jährlichen Trend zu ermitteln, welcher mit dem AVÖ 2005R Trend vergleichbar ist, wird auf die allgemeine Form der AVÖ 2005R Tafel aus der Gleichung 4.27 zurückgegriffen.

$$\tilde{q}_x(t) = \tilde{q}_x(t_{Basis}) e^{-G(t)\lambda_x}, \quad t \geq t_{Basis}.$$

Es handelt sich hier bei $\tilde{q}_x(t)$ als auch $\tilde{q}_x(t_{Basis})$ um Bevölkerungssterblichkeiten. Deswegen kann auf den Selektionsfaktor f_x^{Sel} verzichtet werden, da sich dieser ohnehin aufheben bzw. kürzen lässt. Mit weiterer elementarer Umformung folgt

$$\tau_{t_{Basis}}(t) := \underbrace{G(t)\lambda_x}_{\substack{\text{Trend von} \\ t \text{ bis } t_{Basis}}} = -\ln\left(\frac{\tilde{q}_x(t)}{\tilde{q}_x(t_{Basis})}\right) \quad (4.28)$$

Da $G(t)$ die Reduktionsfunktion des Trends aus Unterkapitel 4.2.4 ist und λ_x den altersabhängigen Trendfaktor der Lee-Carter Zerlegung aus Gleichung 4.25 darstellt, ergibt die Kombination der beiden den tatsächlich eintretenden Sterblichkeitstrend $\tau_{t_{Basis}}(t)$, welcher zwischen t_{Basis} und t wirkt. Um Trends unterschiedlicher Intervalllänge miteinander vergleichen zu können, wird auf einen jährlichen Trend linear interpoliert:

$$\underbrace{\frac{\tau_{t_{Basis}}(t)}{t - t_{Basis}}}_{\substack{\text{jährlicher Trend} \\ \text{von } t \text{ bis } t_{Basis}}} = -\frac{\ln\left(\frac{\tilde{q}_x(t)}{\tilde{q}_x(t_{Basis})}\right)}{t - t_{Basis}}. \quad (4.29)$$

In den Abbildungen 4.16 und 4.17 werden die nach Formel 4.29 berechneten jährlichen Sterblichkeitsverbesserungs-Trends mit dem in der AVÖ 2005R angenommenen Trend verglichen. Unterteilt werden die Auswertungen in Männer und Frauen, sowie in 10-, 20- und 30-jährige Zeitintervalle¹⁶. Die gewonnenen Ergebnisse können nun auf die Fragestellung 4.1 aus Abschnitt 4.2.7 *Risiken und Sicherheitsmargen*, Paragraph *Modellrisiken der AVÖ 2005R*, welche auch in Abbildung 4.10 dargestellt ist, angewendet werden. Die relevanten Jahresintervalle zur Herleitung des Trends der AVÖ 2005R Rententafel sind 1971 → 1991 und 1981 → 2001. Diese zeigen, wie in den vorigen Kapiteln erwähnt, im

¹⁶Wie in den Legenden der Abbildungen 4.14, 4.15, 4.16 und 4.17 erkennbar, wurden die Volkssterbetafeln nicht immer genau im zeitlichen Intervall von 10 Jahren erstellt. Da jedoch in Formel 4.29 auf den jährlichen Trend der Sterblichkeitsverbesserung umgerechnet wird, können diese Intervalle unterschiedlicher Länge miteinander verglichen werden. Aus Gründen der Lesbarkeit wird in Folge dieser Auswertung von 10-, 20- oder 30-jährigen Trends die Rede sein. In den Berechnungen wird jedoch immer das Zeitintervall zwischen den entsprechenden Volkssterbetafeln verwendet und in einen jährlichen Trend interpoliert.

4. Biometrische Risiken

Vergleich zu den früheren Intervallen einen deutlichen Anstieg der Sterblichkeitsverbesserung im Alter ab 60 Jahren auf. Integriert man die Daten der Volkssterbetafel 2011 der Statistik Austria, so können die verschiedenen Zeitintervalle bis zum Jahr 2011 erweitert werden. Im nächsten Schritt kann das neu berechnete 20-jährige Zeitintervall 1991 → 2011 mit den weiter oben in diesem Absatz erwähnten AVÖ 2005R relevanten Basistrends verglichen werden.

Im Falle der Frauen ist eine weitere Erhöhung des Sterblichkeitsverbesserungs-Trends für das Alter über 60 unter Einbindung der Volkssterbetafel 2011 nicht eingetreten. Es ist nicht nur keine Erhöhung festzustellen, sondern im Gegenteil sogar eine deutliche Senkung im Altersbereich zwischen 60 und 65 Jahren. Betrachtet man das 10-jährige Zeitintervall 2001 → 2011, so ist zu sehen, dass im Alter von 62 sich der jährliche Trendfaktor bis auf 0,0008 reduziert. Das entspricht einer relativen Reduktion der Trends von $-97,11\%$ zum vorhergehenden Trend aus 1991 → 2001. Um die Auswirkung zu analysieren, werden die Bevölkerungs-Sterbewahrscheinlichkeiten der Frauen aus 2001 konstant mit dem Sterblichkeitstrend 1991 → 2001, ohne Trendhalbierung bis zum Jahr 2051 hochgerechnet. Als Vergleich dient die Bevölkerungs-Sterbewahrscheinlichkeit aus dem Jahr 2011 der Frauen, welche mit dem neu berechneten Sterblichkeitstrend aus dem Zeitraum 2001 → 2011, ebenso ohne Trendhalbierung bis zum Jahr 2051 extrapoliert wird. Durch den deutlich niedrigeren Sterblichkeitsverbesserungs-Trend aus der Zeitspanne 2001 → 2011, verringert sich der Leibrentenbarwert einer im Jahre 2051 60-jährigen Frau um $2,4\%$ ¹⁷. Die Sterbewahrscheinlichkeiten in diesem Alterssegment sind generell noch relativ gering und wie in Abbildung 4.16 zu sehen, schließt der Trend aus dem Jahresbereich 2001 → 2011 rasch wieder zum Trend aus 1991 → 2001 auf. Daher ist die Auswirkung dieser Schwankung nicht grundlegend erheblich und bildet einen weiteren Sicherheitspolster für spätere Jahre. Um diese beiden Leibrentenbarwerte mit den AVÖ 2005R Leibrentenbarwerten zu vergleichen, wird auf die Bevölkerungssterblichkeitstabellen 2001 und 2011 die allgemeine Form aus Gleichung 4.27 angewendet, um Rentensterblichkeiten mit einer Trendhalbierung zu erhalten. Da der angewendete individuelle Selektionsfaktor der Frauen im Altersbereich 60 bis 65 Jahre einen durchschnittlichen Wert von 0,5526 aufweist, werden die berechneten Rentensterblichkeiten der Tabellen 2001 und 2011 sehr klein. Dadurch wirkt der Sterblichkeitsverbesserungstrend in diesem Altersbereich nicht mehr im gleichen Ausmaß wie in der Berechnung zuvor. Werden nun die Leibrentenbarwerte mit den errechneten Rentensterblichkeiten ermittelt, so lautet der Barwert bezüglich des Trends aus 2001 → 2011 21,3111 und bezüglich des Trends aus 1991 → 2001 21,4479. Das heißt die Differenz der Leibrentenbarwerte beträgt nur noch $-0,64\%$. Der angepasste Rentenbarwert¹⁸ der AVÖ 2005R erster Ordnung entspricht 22,1690. Das bedeutet, dass

¹⁷Genauer, entspricht der mit dem konstanten Trend 1991 → 2001 hochgerechnete Leibrentenbarwert einer im Jahre 2051 60-jährigen Frau 21,1667, wobei der Leibrentenbarwert einer Frau, analog mit dem konstanten Trend 2001 → 2011 hochgerechnet, 20,6591 beträgt. Als Zinssatz für die Berechnung des Leibrentenbarwerts wurde 3,0% gewählt.

¹⁸Angepasst heißt hier, dass die Rente im Alter von 100 Jahren endet um mit den Bevölkerungssterblichkeiten

4. Biometrische Risiken

die AVÖ 2005R Rententafel, wie schon aus den vorangegangenen Abbildungen der Trends erwartet, bezüglich der beiden Sterblichkeitsentwicklungstrends 1991 → 2001 und 2001 → 2011 weiterhin ausreichend ist.

Eine weitere Auffälligkeit bei der Analyse der neuen Volkssterbetafel 2011 ist, dass der Trend 2001 → 2011 im 10-jährigen Zeitintervall ab dem Alter von 90 Jahren nahezu konstant bleibt, wogegen annähernd alle früheren Trends schnell gegen 0 streben. Dies führt sogar zu einem Überschreiten des AVÖ 2005R Trends erster Ordnung im Alter von 95. Jedoch ist anzunehmen, dass die Anzahl der über 95 jährigen Frauen einen unwesentlichen Anteil des liquiden Rentenbestands¹⁹ ausmachen. Die Analyse des aktuellen Rentenbestands von einem der größten Lebensversicherer Österreichs hat ergeben, dass lediglich 0,34% des weiblichen liquiden Rentenbestands über 95 Jahre alt sind. Jedoch sollte hier auf die zukünftige Entwicklung ein besonderes Augenmerk gelegt werden. Würde die Sterblichkeitsverbesserung ab 90 weiterhin steigen, so werden auch die über 95 jährigen Frauen im Bestand weiter zunehmen.

Betrachtet man die Daten der Männer, so ist ebenfalls keine Erhöhung des neuen Trends, ermittelt aus einem 20-jährigen Zeitintervall, festzustellen. Interessanterweise ist bei den Männern ebenfalls ein starkes Absinken des Trends 2001 → 2011 festzustellen, wobei dieser nicht derart stark wie bei den Frauen ausfällt. Eine ähnliche Absenkung gab es ebenfalls beim Trend 1981 → 1991, worauf jedoch der Trend 1991 → 2001 fast gegengleich dazu ausfällt. Würde man diesen Trendkurven ein periodisches Verhalten unterstellen, so könnte man davon ausgehen, dass der zukünftige Trend 2011 → 2021 ebenfalls wieder einen gegengleichen Verlauf zur vorherigen Trendkurve 2001 → 2011 annimmt. Ebenfalls analog dem Frauentrend ist eine nahezu konstant bleibende Sterblichkeitsverbesserung ab dem 90sten Lebensjahr eines Mannes, welche zirka im Alters 96 die AVÖ 2005R Trendkurve erster Ordnung schneidet. Jedoch gilt ebenfalls, dass der Anteil an über 95 jährigen Männern in einem österreichischen Rentenempfängerbestand nur 0,05% ausmacht und vergleichsweise verschwindend gering ist.

Bemerkung 4.2 *In der oben angeführten Analyse des liquiden Rentenbestands zum Zeitpunkt 31.12.2013 wurden 19.416 VN gezählt. Der Rentenbestand unterteilt sich in 9.816 Männer, davon 5 über 95-jährige männliche VN, und in 9.600 Frauen, davon 33 Rentenempfängerinnen im Alter von über 95 Jahren.*

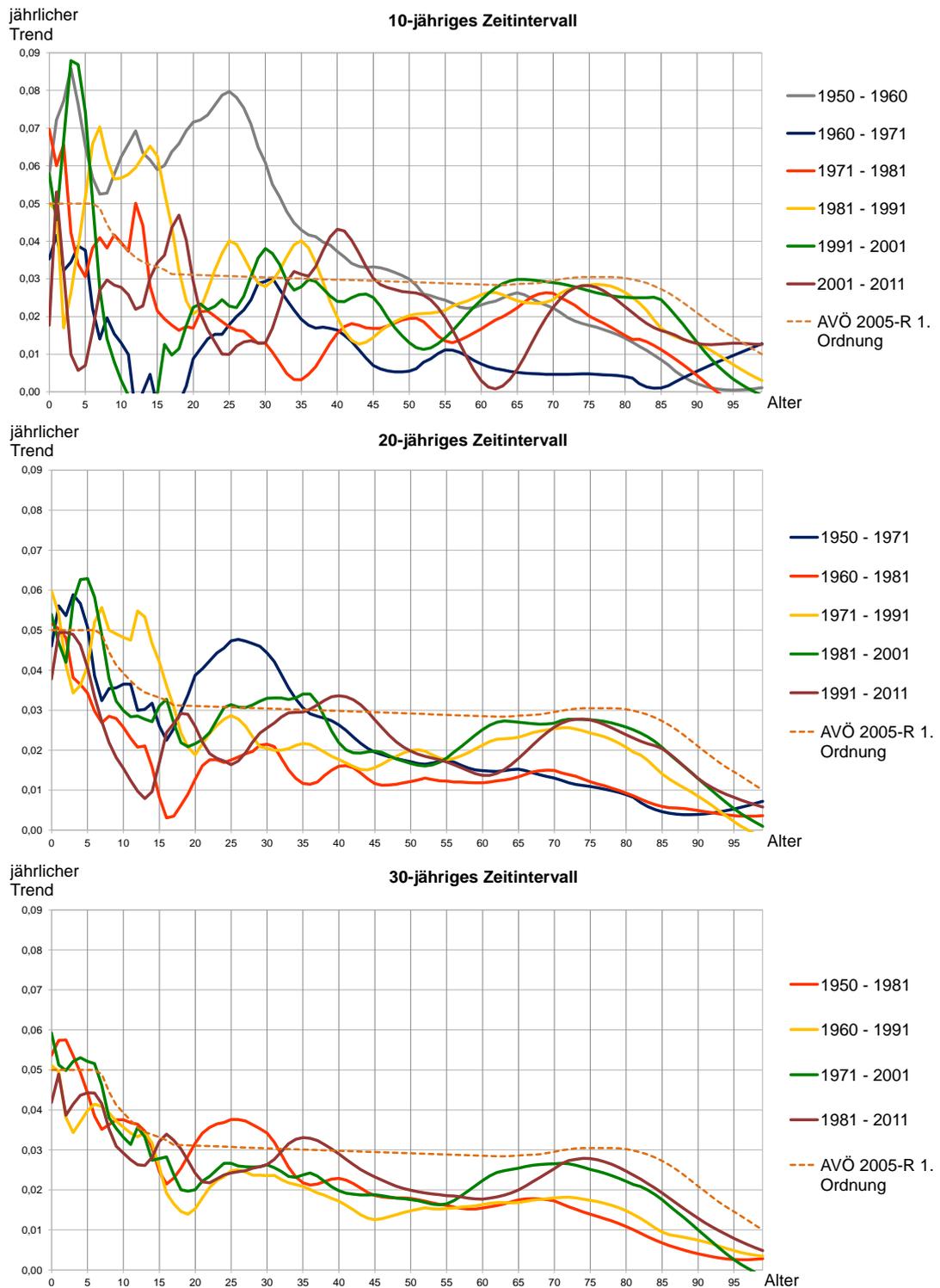
Die Trendkurven, welche aus einem 10-jährigen Zeitintervall errechnet wurden, weisen eine sehr volatile Form auf. Breitet man jedoch den Beobachtungszeitraum des Trends auf ein 20 bzw. 30-jähriges Intervall aus, so stellen sich deutlich glattere Kurven dar. Es ist jedoch anhand des Variationskoeffizienten zu erkennen, dass der Verbesserungstrend mit fortschreitendem Jahr an Volatilität abnimmt. In Definition 4.2 und 4.3 werden die verwendeten statistischen Größen beschrieben und in Tabelle 4.2 sind die zugehörigen Ergebnisse bezüglich Variationskoeffizienten angeführt.

konform zu sein.

¹⁹Eine Rente wird als liquide bezeichnet, wenn sie sich in der Rentenauszahlungsphase befindet.

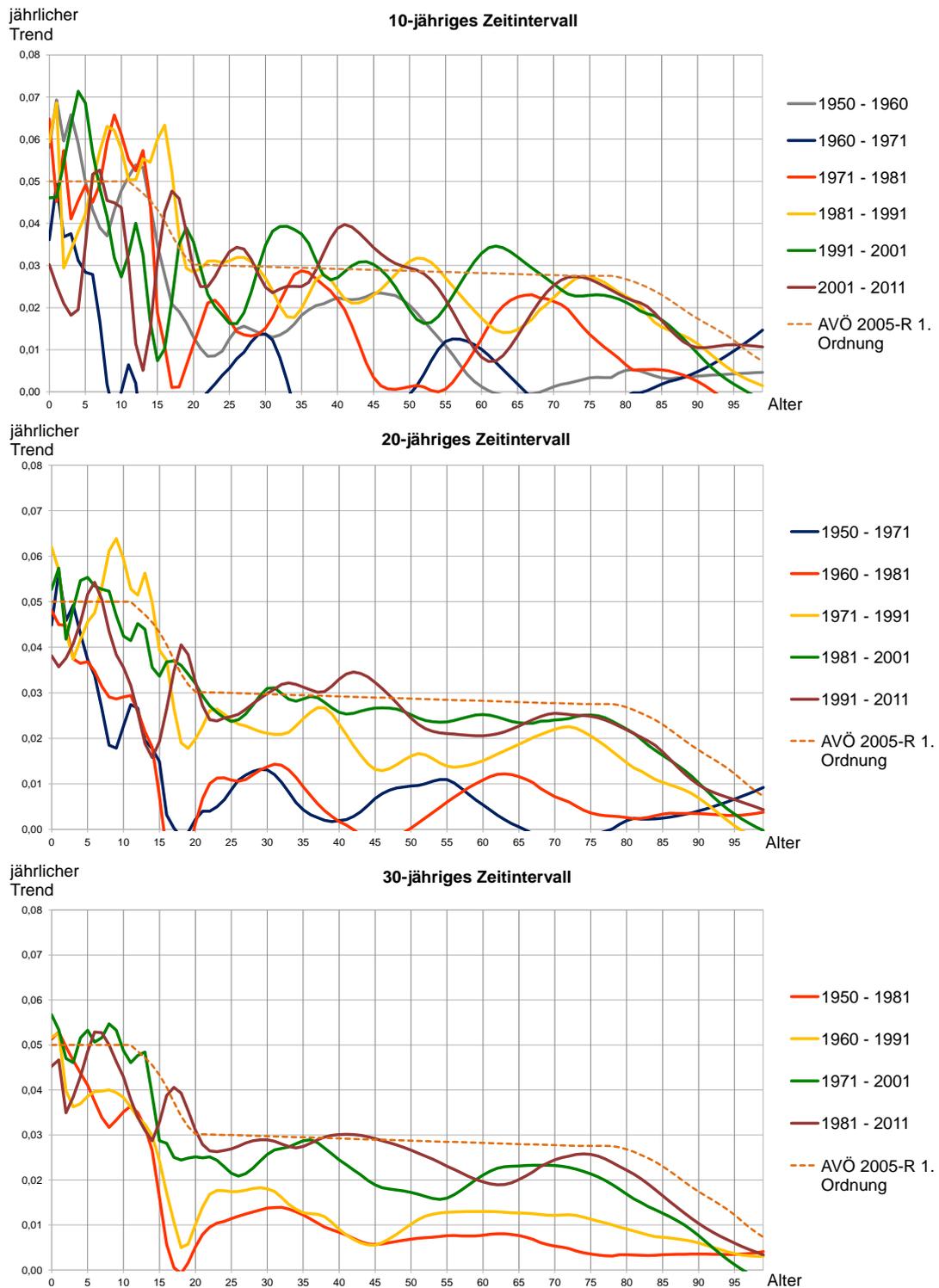
4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.16.: Vergleich des jährlichen Sterblichkeitsverbesserungs-Trends der Frauen-Volkssterbetafeln von 1950 bis 2011 in 10, 20 und 30-Jahresintervallen, sowie des Trends der AVÖ 2005R Rententafel



4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.17.: Vergleich des jährlichen Sterblichkeitsverbesserungs-Trends der Männer-Volkssterbetafeln von 1950 bis 2011 in 10, 20 und 30-Jahresintervallen, sowie des Trends der AVÖ 2005R Rententafel



4. Biometrische Risiken

Definition 4.2 Empirische Varianz und Standardabweichung

Gegeben seien n Beobachtungswerte x_i ($i = 1, \dots, n$) eines quantitativen Merkmals X . Das arithmetische Mittel der quadrierten Abweichungen der Beobachtungswerte x_i von ihrem arithmetischen Mittel \bar{x} heißt Varianz. Handelt es sich bei den x_i ($i = 1, \dots, n$) um eine Vollerhebung der Beobachtungswerte, so gilt

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Sind die x_i ($i = 1, \dots, n$) jedoch einfache Zufallsstichprobe aus einer übergeordneten Grundgesamtheit, so gilt

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Dabei bezeichnet σ^2 die empirische Varianz und σ die Standardabweichung.²⁰

Definition 4.3 Variationskoeffizient

Gegeben sei ein quantitatives Merkmal X mit dem arithmetischen Mittel $\bar{x} \neq 0$ und der Standardabweichung σ . Das relative Streuungsmaß

$$|v| = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

heißt Variationskoeffizient.²⁰

Tabelle 4.2.: Variationskoeffizienten des Trends, ausgewertet aus den Volkssterbetafeln der Statistik Austria. Die Jahreszahlen stellen die Zeitspanne dar, welche einbezogen wurde, um den Trend abzuleiten. Mit fortschreitendem Jahr verringert sich die Streuung der Trendkurven.

Jahr	1950	1960	1971	1981	1991	2001	2011
1950		105%	132%	107%			
1960	105%		574%	125%	74%		
1971	132%	574%		102%	67%	56%	
1981	107%	125%	102%		54%	45%	40%
1991		74%	67%	54%		52%	39%
2001			56%	45%	52%		44%
2011				40%	39%	44%	

²⁰Nach [17]

4.3.3. Analyse der Rentensterblichkeiten

Nachdem nun die abgeleiteten Trendkurven der verschiedenen Jahre mit dem AVÖ 2005R Trend verglichen wurden, werden in folgender Analyse die Sterbewahrscheinlichkeiten verglichen. Als Basistafel der AVÖ 2005R Rententafel wurde die Bevölkerungssterbetafel von 2001 herangezogen und mit dem individuellen und Gruppen Selektionsfaktor aus Abschnitt 4.2.1 versehen. Um die Daten der Bevölkerungssterbetafel 2010/12 der Statistik Austria nun mit den Sterbewahrscheinlichkeiten der AVÖ Rententafel vergleichen zu können, muss der Selektionsfaktor auch auf die Volkssterbetafel multiplikativ angewendet werden. Die so erhaltenen Daten werden Rentensterblichkeiten genannt. Im nächsten Schritt wird die AVÖ Rententafel mit dem vorgegebenen Trend, bis in das Jahr 2011 extrapoliert. Die Ausgangsdaten der Volkssterbetafel 2010/2012, der Selektionsfaktor für Gruppen- und Individualpolizzen, sowie die Ergebnisse dieser Kalkulationen, sind im Anhang A tabellarisch aufgelistet. Weiters ist das Resultat der relativen Abweichung zwischen den AVÖ 2005R Renten Sterbewahrscheinlichkeiten erster bzw. zweiter Ordnung und den Rentensterblichkeiten, hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12, angeführt. Ist diese relative Abweichung negativ, so bedeutet das, dass die extrapolierte Renten-Sterbewahrscheinlichkeit der AVÖ 2005R Tafel geringer ist, als die aus der Volkssterbetafel hergeleitete Rentensterblichkeit. In der Praxis ist dies folgendermaßen zu interpretieren: Nimmt ein VU in der Kalkulation einer Rente die Sterbewahrscheinlichkeiten erster Ordnung niedriger an, als diese zukünftig in der Realität eintreffen, entsteht ein zusätzliches Risiko- bzw. Sicherheitspolster. Wird diese aufgebaute Sterblichkeits-Risikoreserve im Laufe der Rentenversicherung nicht aufgebraucht, so fließt der sogenannte Sterblichkeitsgewinn, nach Maßgabe der in Kapitel I, Abschnitt *Lebensversicherung mit Gewinnbeteiligung* erläuterten Gewinnbeteiligungsverordnung, wieder zurück an den VN.

In den Ergebnissen der Tabelle A.1 und A.2 aus Anhang A ist ersichtlich, dass sowohl beim individuellen-, als auch beim Gruppen-Selektionsfaktor, die relative Abweichung der AVÖ 2005R erster Ordnung zur Rentensterblichkeit aus der Volkssterbetafel 2010/12 in den Rentenbezug relevanten Altern ab 60 Jahren, fast gänzlich negativ ist. Erst ab dem Lebensalter von 96 Jahren bei Männern und 97 Jahren bei Frauen, entwickelt sich bei den individuellen Rentensterblichkeiten eine positive Darstellung der Abweichungen. Analog stellt es sich bei den Gruppen-Rentensterblichkeiten dar, jedoch mit einer marginalen Verschiebung des Alters um ein Jahr, auf 97 Jahre bei Männern und 98 Jahre bei Frauen. Betrachtet man die relativen Abweichungen der AVÖ 2005R zweiter Ordnung, das heißt ohne Sicherheitszuschläge, zur Rentensterblichkeit aus der Volkssterbetafel 2010/12 bezüglich individueller Selektionsfaktoren, stellt sich bereits ab dem Alter von 69 Jahren bei Männern und Frauen eine positive Abweichung dar. Das Maximum bei den Frauen wird im Alter von 74 Jahren erreicht und beläuft sich auf +8,1%. Wären also in der Erstellung der AVÖ 2005R Rententafel keine zusätzlichen Sicherheitsmargen, wie in Abschnitt 4.2.7 beschrieben, integriert worden, so würde der Trend bereits einige Jahre nach der Publizie-

4. Biometrische Risiken

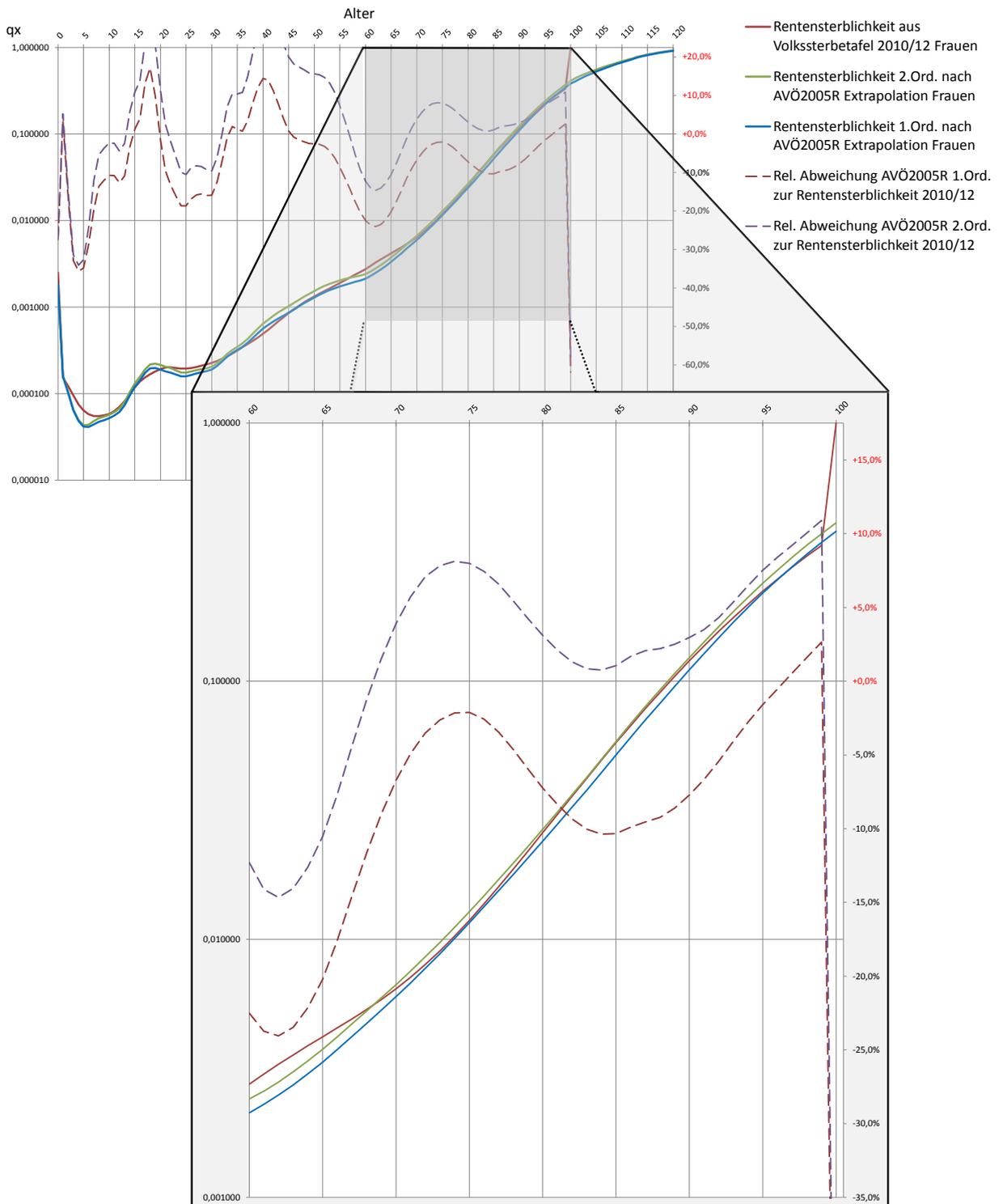
rung nicht mehr adäquat sein und es würde die Gefahr einer Unterreservierung bestehen.

In Abbildung 4.18 und 4.19 werden die beschriebenen Ergebnisse der Frauen bzw. Männer grafisch dargestellt und tiefergehend analysiert. Zu sehen sind die individuellen Rentensterblichkeiten der AVÖ 2005R erster und zweiter Ordnung sowie die aus der Volkssterbetafel 2010/12 ermittelten Rentensterblichkeiten, bezüglich individueller Selektionsfaktoren. Da der für die Renten relevante Altersbereich mit dem Alter von 60 Jahren beginnt, wird dieser Bereich in einer vergrößerten Darstellung hervorgehoben. Weiters werden mit Hilfe der rechten Sekundärachse die relativen Abweichungen der AVÖ Rententafeln zu der Vergleichstafel dargestellt. Dies entspricht den beiden gestrichelten Kurven. Wie schon im Absatz zuvor erwähnt, weisen die AVÖ Rententafeln höhere Sterbewahrscheinlichkeiten auf, wenn die Relation negativ ist. Dadurch wird eine ausreichende Reservierung eines Rentenvertrags abgesichert. In den Abbildungen wird deutlich sichtbar, dass die Rententafeln zweiter Ordnung, verglichen mit den Rentensterblichkeiten aus der Volkssterbetafel 2010/12, nicht ausreichend kalkuliert wäre. Die Sterblichkeiten erster Ordnung der AVÖ Tafel nähern sich für Frauen und Männer im Alter 72-73 dem positiven Bereich sehr an. Im Falle der Männer beträgt die relative Differenz der beiden Kurven nur noch $-0,1\%$ im Alter von 73 Jahren. Jedoch entfernt sie sich in beiden Fällen wieder deutlich und überschreitet erst im sehr hohen Alter die Schwelle zum positiven Bereich. Diese späte Überschreitung ist auf eine außergewöhnlich bessere Sterblichkeitsverbesserung in hohen Altern zurückzuführen. Es wäre hier abzuwarten, ob es sich um einen einmaligen Trend handelt, oder sich die Sterblichkeitsverbesserung in sehr hohe Alter weiter entwickelt.

Werden sowohl in den Berechnungen der AVÖ 2005R Rententafel, als auch bei der Ermittlung der Rentensterblichkeiten aus der Volkssterbetafel 2010/12 Gruppen Selektionsfaktoren verwendet, stellt sich ein anderes Resultat dar. Dargestellt sind diese Resultate im Anhang A, Abbildung A.1 für Frauen und Abbildung A.2 für Männer. Hier ist sogar die AVÖ 2005R Rententafel zweiter Ordnung, im Alter ab 60 Jahren ausreichend kalkuliert gegenüber den Vergleichsdaten, ermittelt aus der Volkssterbetafel 2010/12. Daraus ist zu schließen, dass auch die AVÖ 2005R Rententafeln erster Ordnung, welche mit Sicherheitsmargen gegenüber der Tafel zweiter Ordnung versehen ist, ebenfalls absolut ausreichend ist.

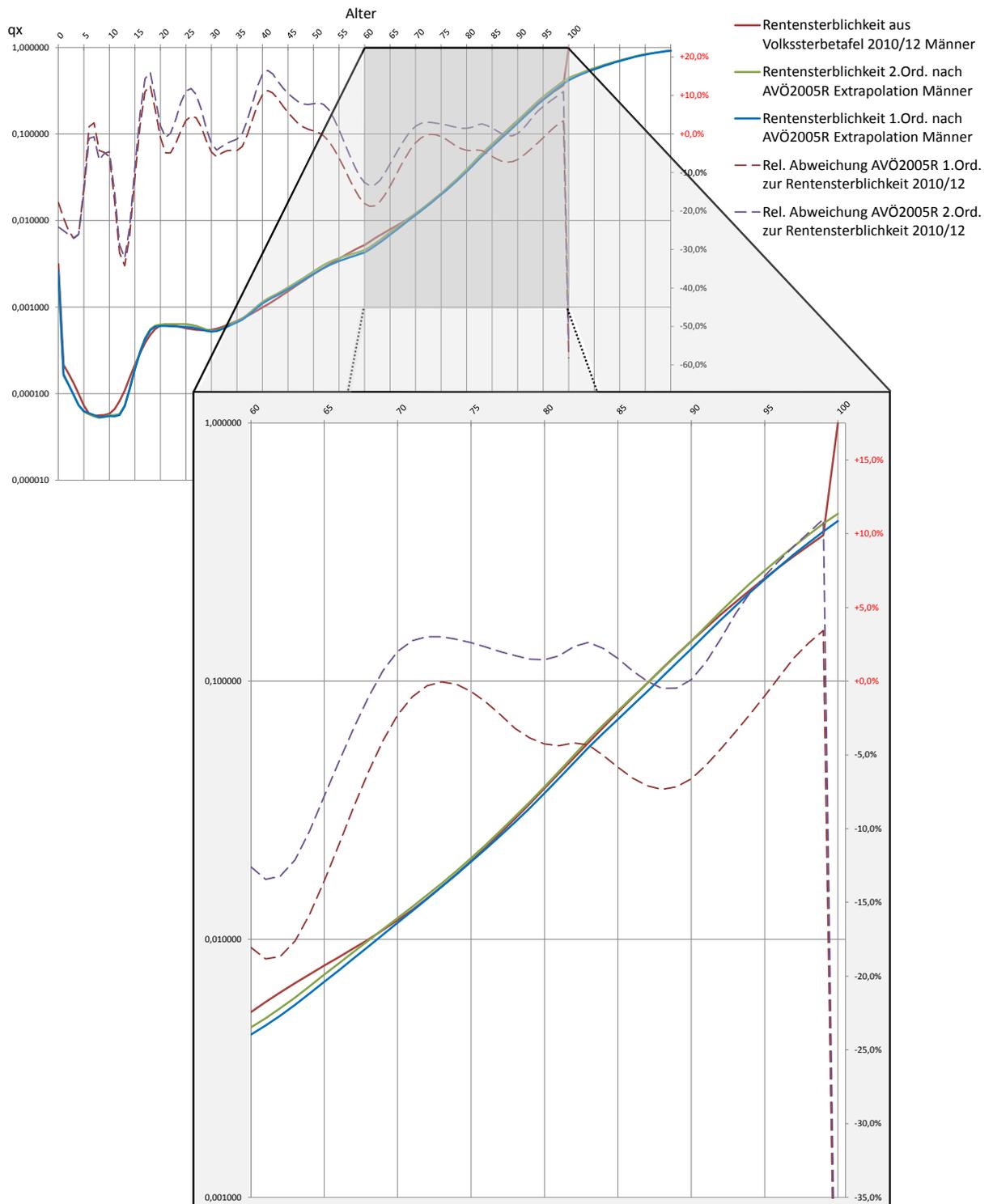
4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.18.: Analyse der individuellen Rentensterblichkeiten von Frauen: AVÖ 2005R
Rententafel extrapoliert bis 2011 und aus der Volkssterbetafel 2010/12
gewonnene Rentensterblichkeiten.



4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.19.: Analyse der individuellen Rentensterblichkeiten von Männern: AVÖ 2005R Rententafel extrapoliert bis 2011 und aus der Volkssterbetafel 2010/12 gewonnene Rentensterblichkeiten.



4.3.4. Fazit

Betrachtet man nur die Rentensterblichkeiten der in den VU angewendeten AVÖ 2005R erster Ordnung und der Volkssterbetafel 2010/12, so ist bei den Männern trotz Sicherheitsmargen wenig Spielraum für eventuell stärker eintretende Sterblichkeitsverbesserungen. Der hohe Selektionseffekt der individuellen Verträge im Altersbereich um 60 Jahre kürzt die ohnehin niedrigen Sterbewahrscheinlichkeiten der Männer um nahezu die Hälfte und hat somit den Effekt, dass die geringe Sterblichkeitsverbesserung der Volkssterbetafel 2010/12 kaum ins Gewicht fällt.

Weiters ist die Anzahl der über 95-jährigen Rentenempfänger/-innen so schwindend gering, dass die derzeitige Unterschätzung des Sterblichkeitsverbesserungstrends in sehr hohen Altern, welche bei der reinen Betrachtung des 2001 bis 2011 Bevölkerungssterblichkeitstrends ersichtlich ist, kaum eine Auswirkung hat.

Da sich der Trend sowie die extrapolierte Rententafel erster Ordnung der AVÖ 2005R in den Analysen als ausreichend bezüglich der Volkssterbetafel 2010/12 in den relevanten Altersbereichen darstellt, ist aus dem derzeitigen Standpunkt keine Unterschätzung der Sterblichkeit gegeben. Eine Aktualisierung der Rententafel unter Verwendung der Bevölkerungssterbetafeln 1981 bis 2011, anstatt 1971 bis 2001, würde wieder eine größere Absicherung bezüglich zukünftiger Anstiege der Sterblichkeitsverbesserung gewährleisten. Wie aus den Abbildungen 4.16 und 4.17 ersichtlich, ist der Trend 1971 → 1981 deutlich geringer als die darauffolgend Trendbeobachtungen. Jedoch bot sich 2011/12 eine andere Möglichkeit weitere Sicherheitsmargen in die Tafeln einzubauen: Die Unisexrichtlinie. Durch eine geeignete Geschlechtermischung der Rententafel lässt sich so die Tafel adjustieren. Für weitere Ausführungen bezüglich der Unisexmischung der Rententafel, siehe Kapitel 4.4.3 *Erstellung der Mischverhältnisse*.

4.4. Erstellung der Unisex-Mischung

Als Grundlage des folgenden Kapitels beruft sich der Autor auf [18], [19], [20] und [21]. Weiter wurden für Berechnungen und Beispiele aus der Praxis Arbeitsmaterialien der Wiener Städtischen Versicherung verwendet.²¹

4.4.1. Der rechtliche Rahmen

Die Richtlinie 2004/113/EG des Rats der Europäischen Union vom 13. Dezember 2004 beinhaltet die Verwirklichung des Grundsatzes der Gleichbehandlung von Männern und Frauen beim Zugang zu und bei der Versorgung mit Gütern und Dienstleistungen. In den Erwägungsgründen (12) der Richtlinie heißt es: “Um Diskriminierungen aus Gründen des Geschlechts zu verhindern, sollte diese Richtlinie sowohl für unmittelbare als auch für mittelbare Diskriminierungen gelten. Eine unmittelbare Diskriminierung liegt nur dann vor, wenn eine Person aufgrund ihres Geschlechts in einer vergleichbaren Situation eine weniger günstige Behandlung erfährt. Somit liegt beispielsweise bei auf körperliche Unterschiede bei Mann und Frau zurückzuführenden unterschiedlichen Gesundheitsdienstleistungen für Männer und Frauen keine Diskriminierung vor, weil es sich nicht um vergleichbare Situationen handelt.”²²

In Artikel 5 der Richtlinie 2004/113/EG wird speziell auf die versicherungsmathematischen Faktoren Stellung genommen. Absatz (1) dieses Artikels besagt, “die Mitgliedstaaten tragen dafür Sorge, dass spätestens bei den nach dem 21. Dezember 2007 neu abgeschlossenen Verträgen die Berücksichtigung des Faktors Geschlecht bei der Berechnung von Prämien und Leistungen im Bereich des Versicherungswesens und verwandter Finanzdienstleistungen nicht zu unterschiedlichen Prämien und Leistungen führt.” Jedoch steht im nachfolgenden Absatz (2) geschrieben, dass unbeschadet des ersten Absatzes die Mitgliedsstaaten vor dem 21. Dezember 2007 beschließen können, “proportionale Unterschiede bei den Prämien und Leistungen dann zuzulassen, wenn die Berücksichtigung des Geschlechts bei einer auf relevanten und genauen versicherungsmathematischen und statistischen Daten beruhenden Risikobewertung ein bestimmender Faktor ist. Die betreffenden Mitgliedstaaten informieren die Kommission und stellen sicher, dass genaue Daten in Bezug auf die Berücksichtigung des Geschlechts als bestimmender versicherungsmathematischer Faktor erhoben, veröffentlicht und regelmäßig aktualisiert werden. Diese Mitgliedsstaaten überprüfen ihre Entscheidung fünf Jahre nach dem 21. Dezember 2007, wobei sie dem in Artikel 16 genannten Bericht der Kommission Rechnung tragen, und übermitteln der Kommission die Ergebnisse dieser Überprüfung.” Das heißt, anhand des Artikel 5 Abs. 2 ist es den Mitgliedsstaaten, deren nationales Recht die oben beschriebene Regelung bei Erlass der Richtlinie 2004/113 noch nicht beinhaltete,

²¹Die originalen Daten und Tools liegen dem Autor vor. Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass oftmals aus Gründen des Datenschutzes auf repräsentative Daten zurückgegriffen werden muss, welche aber die Ergebnisse und Aussagen nicht verfälschen.

²²Vgl. [20]

4. Biometrische Risiken

erlaubt gewesen, vor dem 21. Dezember 2007 einen Beschluss zu verabschieden, welcher proportionale Unterschiede bei der Berechnung von Prämien und Leistungen dann zulassen würde, wenn die Berücksichtigung des Geschlechts bei einer auf relevanten und genauen versicherungsmathematischen und statistischen Daten beruhenden Risikobewertung ein bestimmender Faktor ist.

Der Europäische Gerichtshof erkannte damit die Gefahr, dass diese Regelung in Artikel 5 Absatz 2, welche als "Ausnahme" im 10. Erwägungsgrund der Richtlinie bezeichnet wird, unbefristet zulässig wäre. Eine solche dauerhafte Ausnahme von der Regel geschlechterneutraler Prämien und Leistungen läuft der Verwirklichung der Gleichbehandlung von Frauen und Männern nach der Richtlinie 2004/113 zuwider und ist mit den Artikeln 21 und 23 der Charta der Grundrechte der Europäischen Union unvereinbar. Aus diesen Gründen hat der Europäische Gerichtshof den Artikel 5 Absatz 2 der Richtlinie 2004/113/EG als ungültig erklärt und die Umsetzung der Gleichbehandlung von Männern und Frauen beim Zugang zu und bei der Versorgung mit Gütern und Dienstleistungen ist ohne Ausnahmen mit Wirkung 21. Dezember 2012 anzuwenden (vgl. [19] Absatz 25-35 des Urteils C-236/09)

4.4.2. Geschlechterdifferenzierung in der Lebensversicherung

Betrachtet man die Volkssterbetafel 2010/12 aus Anhang A, Tabelle A.1, so wird klar, dass die Sterbewahrscheinlichkeit der Männer zu jedem Zeitpunkt höher ist als die der Frauen. Es ist daher eine statistisch bewiesene Tatsache, dass Frauen eine längere Lebenserwartung als Männer besitzen, da sich die Lebenserwartung direkt aus der Sterbewahrscheinlichkeit ableitet. Die Höhe der Prämie eines Lebensversicherungsvertrags hängt, neben Kostenkomponenten, vom Netto-Leistungsbarwert ab. Dieser stellen sich für eine n-jährige (temporäre) Todesfallversicherung²³ wie folgt dar:

$$A_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k}. \quad (4.30)$$

Der Leistungsbarwert einer n-jährigen Erlebensversicherung lautet

$$E_{x:\overline{n}|} = v^n {}_n p_x, \quad (4.31)$$

und für eine gemischte Er- und Ablebensversicherung werden die beiden Leistungsbarwerte addiert. Dabei stellt q_x die einjährige Sterbewahrscheinlichkeit, $p_x = 1 - q_x$ die Überlebenswahrscheinlichkeit und ${}_t p_x = \prod_{k=0}^{t-1} p_{x+k}$ die t-jährige Überlebenswahrscheinlichkeit einer x-jährigen Person. Der Barwert einer lebenslangen Rente kann als Summe

²³Risikoversicherung

4. Biometrische Risiken

von Erlebensfallkapitalien betrachtet werden:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x. \quad (4.32)$$

Aus den Zusammenhängen der Formeln 4.30, 4.31 und 4.32 mit der Sterbewahrscheinlichkeit ergibt sich nun der Schluss, dass die Prämie eines x -jährigen Mannes, für eine Erlebensfall- bzw. Rentenversicherung niedriger ist als für eine gleichaltrige Frau. Umgekehrt, ist für eine Todesfallversicherung einer männlichen Person mehr Prämie aufzuwenden als für die einer Frau.

Um nun geschlechterunabhängige Prämien bzw. Tarife zu erzeugen, ist es notwendig die Sterbewahrscheinlichkeiten von Männern und Frauen in einem gewissen Mischverhältnis zu kombinieren. Wie sensibel die verschiedenen Versicherungstypen auf die Mischung reagieren, ist in Abbildung 4.20 dargestellt. Um diese Darstellung der Sensitivitäten genauer interpretieren zu können, wird die Nettoprämie in ihre zwei Komponenten zerlegt. Diese besteht aus der Summe der Sparprämie Π_s^k und der Risikoprämie Π_r^k . Formal kann man die Sparprämie darstellen als

$$\Pi_s^k = {}_{k+1}V v - {}_kV$$

und die Risikoprämie als

$$\Pi_r^k = (c_{k+1} - {}_{k+1}V) v q_{x+k},$$

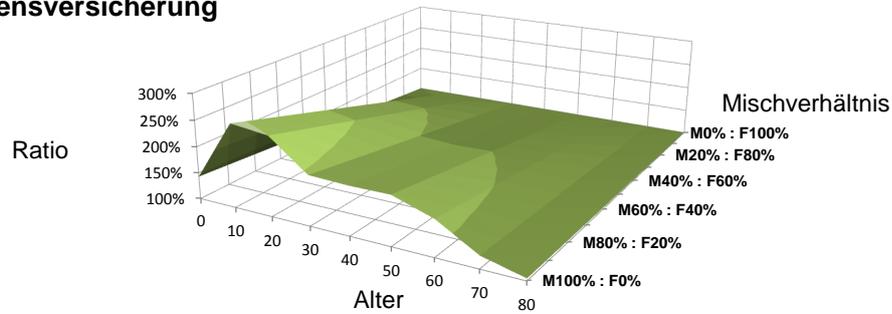
wobei ${}_kV$ das Nettodeckungskapital zum Zeitpunkt k darstellt, $v = \frac{1}{1+i}$ den Abzinsungsfaktor mit Zinssatz i und c_{k+1} die Todesfallsumme ist (vgl. [21]).

Abhängig von der Versicherungssumme und des Alters des VN, ist die Risikoprämie üblicherweise nur ein geringer Bruchteil im Vergleich zu der Sparprämie. Da in der Risiko- bzw. Ablebensversicherung kein Ansparprozess stattfindet, bestehen die Prämien, neben Kosten und Versicherungssteuer, aus der Risikoprämie und beinhaltet keine herkömmliche Sparprämie. Daher ist die Prämie stark von den Sterbewahrscheinlichkeiten q_x abhängig und reagiert, relativ betrachtet, äußerst sensibel auf die Mischung zwischen Männern und Frauen. Daher sieht man in Abbildung 4.20 am Beispiel einer 20-jährigen Ablebensversicherung einen großen relativen Unterschied bei wachsendem Männeranteil, bezogen auf den kleineren Leistungsbarwert der Frauen. Speziell die Erhöhung im Altersbereich von 10 bis 20 Jahre mit hohem Männeranteil ist direkt abhängig davon, dass in den Altersbereichen 10-30 und 20-40 Jahren die relative Differenz zwischen den Sterbewahrscheinlichkeiten der Frauen und Männer am größten ist.

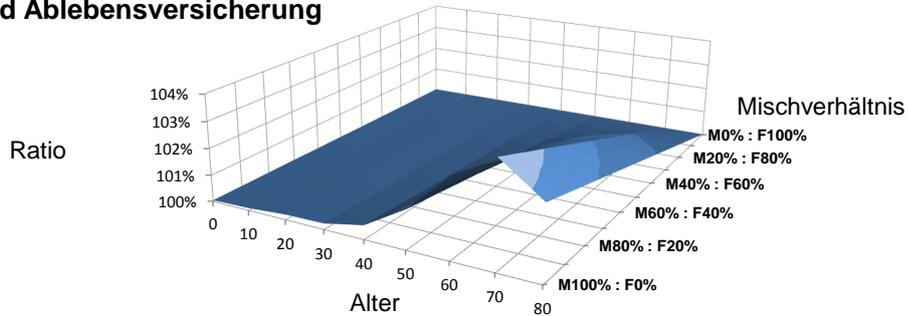
4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.20.: Darstellung des Leistungsbarwerts in der gesamten Bandbreite der Geschlechter-Mischverhältnisse. Das Ratio ist jeweils bezogen auf den niedrigeren Leistungsbarwert. Rechnungszins: 1,75%; Dauer: 20 Jahre (Rente lebenslänglich).

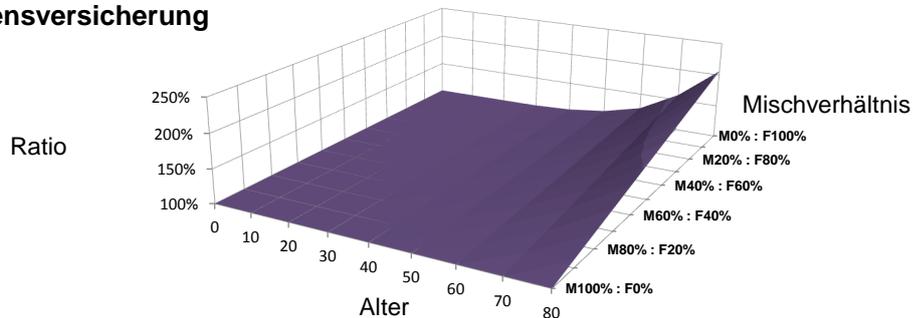
Ablebensversicherung



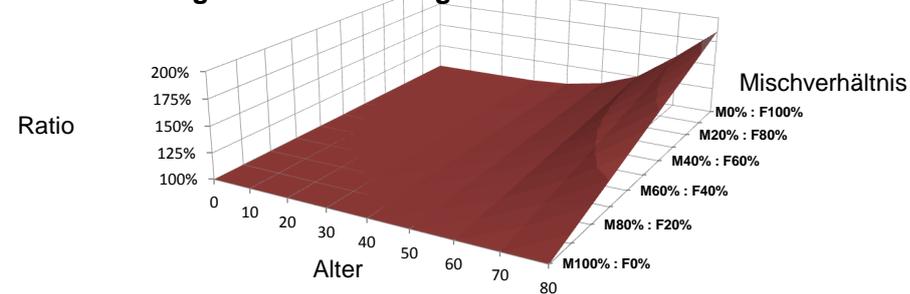
Er- und Ablebensversicherung



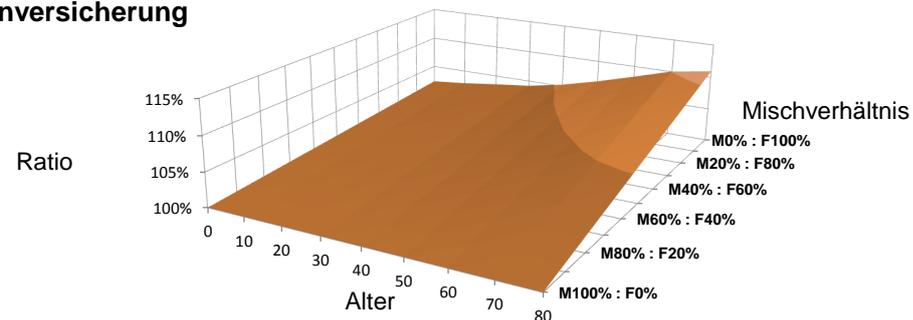
Erlebensversicherung



Erlebensversicherung mit Prämienrückgewähr



Rentenversicherung



4. Biometrische Risiken

Im Gegensatz zu einer Ablebensversicherung wird bei einer Er- und Ablebensversicherung Kapital angespart. Das aufbauende Vermögen schmälert wiederum die Risikosumme $c_k - {}_kV$, also die Differenz aus Todesfallsumme und vorhandene Deckungsrückstellung, im Laufe des Vertrages kontinuierlich. Dadurch wird der im Alter steigenden Sterbewahrscheinlichkeit soweit entgegengewirkt, dass der Leistungsbarwert der Männer nur noch wenig höher ist als der der Frauen. Weiters hat dieser Versicherungstyp die Eigenschaft, dass durch den oben erwähnten Effekt die Risikoprämie in der Regel ihr Maximum im mittleren Bereich der Versicherungsdauer aufweist.

Die 20-jährige Erlebensversicherung zeigt in Abbildung 4.20 im hohen Alter eine große relative Abweichung zwischen den Leistungsbarwerten der beiden Geschlechter. Dies resultiert aus den hohen absoluten Differenzen zwischen Männern und Frauen in diesem späten Altersbereich. Oft werden Erlebensversicherungen mit einer Prämienrückgewähr kombiniert, welche im Todesfall die Ausbezahlung der unverzinsten Tarifprämien²⁴ gewährleistet. Der Leistungsbarwert auf die Versicherungssumme 1 einer solchen Kombination formuliert sich ähnlich wie der einer gemischten Versicherung

$$E_{x:\overline{n}} + \Pi_{x,m} (IA)_{x:\overline{m}},$$

wobei $\Pi_{x,m}$ die Bruttoprämie und $(IA)_{x:\overline{m}} = \sum_{k=0}^{m-1} (k+1)v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k}$ der Leistungsbarwert einer linear ansteigenden Ablebensversicherung ist. Die Prämienzahlungsdauer m wurde für Abbildung 4.20 gleich der Versicherungsdauer n gesetzt und die Bruttoprämie mit einem 40%-igen Kostensatz der Nettoprämie als Vereinfachung angenommen (vgl. [21], Seite 55):

$$\Pi_{x,m} = \frac{E_{x:\overline{n}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}} - 1,4(IA)_{x:\overline{m}}}$$

Durch den steigenden Todesfallbarwert bezüglich der Bruttoprämie wird das Ratio leicht gesenkt.

Fragestellung 4.2 *Bringt es, aus der Sichtweise eines VU, sicherheitstechnische Vorteile, in der Unisexmischung einer Erlebensfallversicherung mit Prämienrückerstattung einen größeren Männeranteil zu kalkulieren? Wie bekannt ist, haben Männer durchwegs höhere Sterbewahrscheinlichkeiten. Bei Todesfall vor Ablauf der Versicherungsdauer werden nur die Tarifprämien zurück erstattet. Das heißt jedoch, dass der erwirtschaftete Zinsgewinn dem VU zufällt. Übersteigt dieser Gewinn die zukünftigen Einkünfte, welche im Falle einer Vollendung der Vertragsdauer erzielt werden könnten?*

Betrachtet man die lebenslangen Rentenversicherung so stellt sich ein erwartetes höheres Ratio für einen größeren Frauenanteil dar. Der Leistungsbarwert einer lebenslangen

²⁴Die Tarifprämie entspricht der Bruttoprämie inkl. gewährten Rabatten

4. Biometrische Risiken

Rente besteht aus unendlich aufsummierten Erlebensfallversicherungen:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x.$$

Weiters muss man in Betracht ziehen, dass in den ansparenden Versicherungsformen, wie der Renten- und Kapitalversicherungen, der Leistungsbarwert üblicherweise beträchtlich höher ist. Um die Abbildung 4.20 weiterzuführen, sind in Folge Bepreisungsbeispiele mit Kosten- und Geschlechtermischverhältnissen, wie sie auch in der Praxis vorkommen können, dargestellt. Betrachtet man das Verhältnis der Unisexprämien zu den entsprechenden geschlechterspezifischen Prämien, so ist im Beispiel der Risikoversicherung das hohe Ratio ersichtlich, welches trotz vergleichsweise niedriger Brutto-Einmalprämie, auch eine große absolute Differenz zwischen den Prämien zur Folge hat. In dem dargelegten Beispiel heißt das, dass eine 30-jährige Frauen mit der Unisexumstellung für eine 20 Jahre andauernde Todesfallversicherung 139,20 EUR mehr Einmalprämie zahlen muss.

Im Falle der reinen Erlebensversicherung und der Er- und Ablebensversicherung ist die Einmalprämie deutlich höher. Jedoch werden durch das niedrige Geschlechterratio bezüglich des Leistungsbarwerts in den relevanten Altersbereichen, die Differenzen zwischen den Prämien sehr gering.

Bei den Renten ist zu sehen, dass die Abweichungen deutlich für den VN spürbar sind. Jedoch erhöht sich der Einmalerlag einer lebenslangen, sofortbeginnenden Rente, mit Rückgewähr des nicht verbrauchten Kapitals, für Männer um nur +2,12%, während durch die Unisextarifumsetzung die Rente ohne Rückgewähr um +5,13% steigt. Für Männer ist daher die Aufzahlung bezüglich der Unisexänderungen bei Renten mit Rückgewähr um mehr als die Hälfte geringer. Das relative Verhältnis der Verringerung der Einmalprämie in Bezug auf Frauen wird durch die Umsetzung der Unisexrichtlinie nur unerheblich verändert.

Rentenversicherungen liegen speziell im Fokus der AVÖ, da laut [18] in der Risikoversicherung die tariflichen Grundlagen wegen marktüblichen Vorweggewinnbeteiligungen und Rabattierungen der Tarifprämie weniger Gewichtung erhält. Üblicherweise werden als Kalkulationsgrundlage von Risiko- und Kapitalversicherungen Bevölkerungssterbetafeln herangezogen. Diese enthalten per se gegenüber den Versichertensterblichkeiten gewisse Sicherheitsmargen. Im Falle der Renten ist jedoch die Langlebigkeit generationsabhängig und ist auf Basis von Rententafeln anstatt Volkssterbetafeln zu projizieren.

Im folgenden Kapitel wird die Unisex-Analyse bezüglich des Mischverhältnisses eines Versicherungsbestands, sowie die Hintergründe der AVÖ Unisex Rententafelmischung beschrieben.

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.21.: Beispiele der Bruttoprämie vor und nach Unisex-Tarifeinführung, anhand von verschiedenen, repräsentativen Tarifen aus der Praxis

Risikoversicherung

Alter: 30 Jahre
Dauer: 20 Jahre
Versicherungssumme: 30.000€

Einmalerlag	Geschlechter-spezifische Tafel (ÖV00/02)	Unisex (M70/F30)	Abweichung Ratio
Männer	1.515,80€	1.376,00€	-139,80€ -9,22%
Frauen	1.046,80€		+329,20€ +31,45%

Er- und Ablebensversicherung

Alter: 30 Jahre
Dauer: 20 Jahre
Versicherungssumme: 30.000€

Einmalerlag	Geschlechter-spezifische Tafel (ÖV00/02)	Unisex (M60/F40)	Abweichung Ratio
Männer	23.113,57€	23.091,30€	-22,27€ -0,10%
Frauen	23.057,66€		+33,64€ +0,24%

Erlebensversicherung

Alter: 30 Jahre
Dauer: 20 Jahre
Versicherungssumme: 30.000€

Einmalerlag	Geschlechter-spezifische Tafel (ÖV00/02)	Unisex (M70/F30)	Abweichung Ratio
Männer	22.871,83€	22.891,12€	-19,29€ -0,08%
Frauen	22.935,94€		+44,82€ +0,20%

Sofortbeginnende Rente

Alter: 60 Jahre (2014)
Dauer: lebenslang
Monatliche Rente: 200€

Einmalerlag	Geschlechter-spezifische Tafel (AVÖ00/02)	Unisex (M30/F70)	Abweichung Ratio
Männer	57.933,35€	60.903,51€	+2.970,17€ +5,13%
Frauen	62.452,64€		-1.549,13€ -2,48%

Sofortbeginnende Rente mit Rückgewähr

Alter: 60 Jahre (2014)
Dauer: lebenslang
Monatliche Rente: 200€

Einmalerlag	Geschlechter-spezifische Tafel (AVÖ00/02)	Unisex (M30/F70)	Abweichung Ratio
Männer	62.496,71€	63.822,83€	+1.326,12€ +2,12%
Frauen	65.455,84€		-1.633,01€ -2,49%

4.4.3. Erstellung der Mischverhältnisse

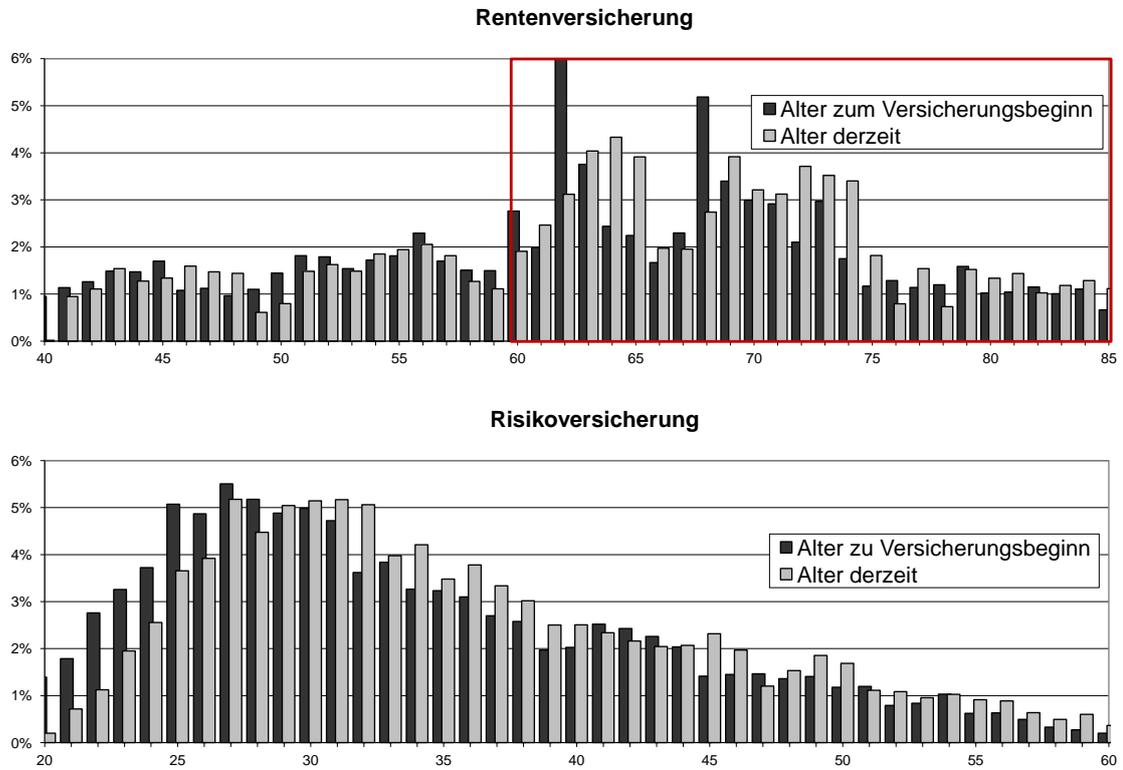
Im folgenden Kapitel wird anhand eines Beispieltarifs die Unisexanalyse eines Versicherungsbestand beschrieben. Weiters wird auf die Empfehlung der AVÖ bezüglich des Rentenversicherungs-Mischverhältnisses eingegangen.

Im ersten Schritt werden aus dem Bestand Gewichte für die spätere Mittelung des Geschlechterverhältnisses ermittelt. Dies kann je nach Verfügbarkeit und Aussagekraft die Anzahl, Versicherungssumme oder Prämiensumme pro Alter sein, oder eine Kombination aus ihnen. In weiterer Folge wird die Auswertung als Gewichtung des Mischverhältnisses dienen. Bezüglich des Alters kann man zwischen zwei Anschauungen unterscheiden. Einerseits nach Alter bei Versicherungsbeginn und andererseits nach derzeitigem Alter des VN. Dies ist am Beispiel der Renten- und der Risikoversicherung in Abbildung 4.22 demonstriert. Man kann hier einen Shift zwischen den beiden Auswertungen ausmachen. Da das derzeitige Alter eines bestehenden Tarifs als zukünftige Altersverteilung eines Neutarifs interpretiert werden kann, fließt, falls angewendet, das "Alter derzeit" in die Gewichtung ein. Wie auch in [18] erwähnt wird, besitzt die Rentenversicherung in der Privatwirtschaft immer eine Option der Kapitalablöse. Das heißt der VN kann bei Antritt der Rente wählen, ob dieser die (lebenslange) Rente oder eine einmalige Auszahlung des äquivalenten Kapitals²⁵ erhalten soll. Daher ist bei Renten das Hauptaugenmerk auf den Bereich ab 60 Jahren zu legen.

²⁵siehe auch 4.2.1 bezüglich Selektionseffekt durch Kapitalablöse.

4. Biometrische Risiken

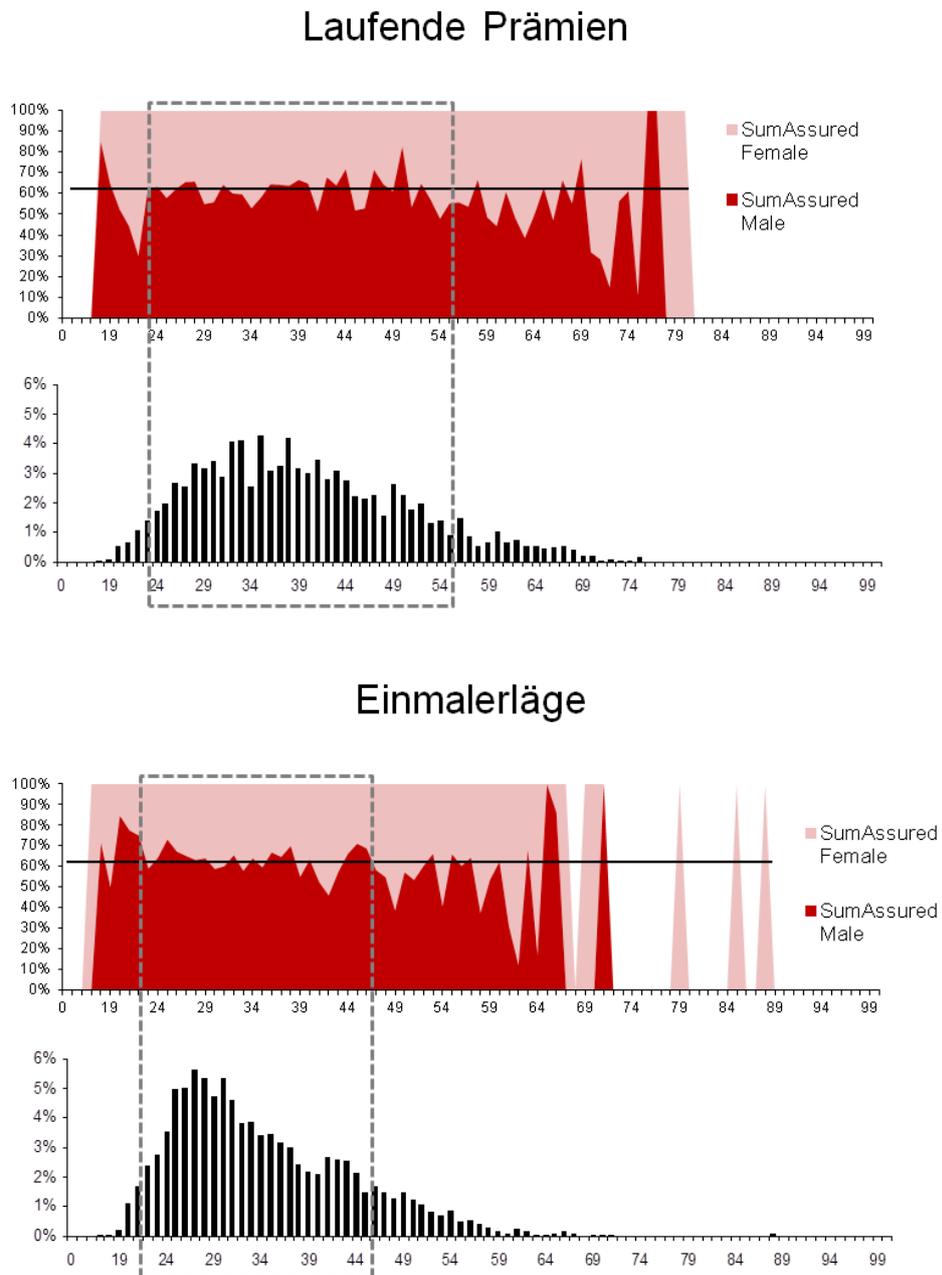
Abbildung 4.22.: Anzahl nach Alter bei Beginn sowie nach derzeitigem Alter.



In den meisten Fällen ist es ratsam, nach Todesfall- bzw. Versicherungssumme oder Prämiensumme auszuwerten, jedoch auch die Anzahl zu betrachten, um gewisse Ausreißer und Einmaleffekte erkennen zu können. Im Fall der Risikoversicherung wird die Versicherungssumme gewählt und einerseits das Verhältnis Männer zu Frauen pro Alter und andererseits die Gewichtungen wie oben beschrieben. Das Ergebnis am Beispiel der Risikoversicherung ist in Abbildung 4.23 zusammengefasst.

4. Biometrische Risiken

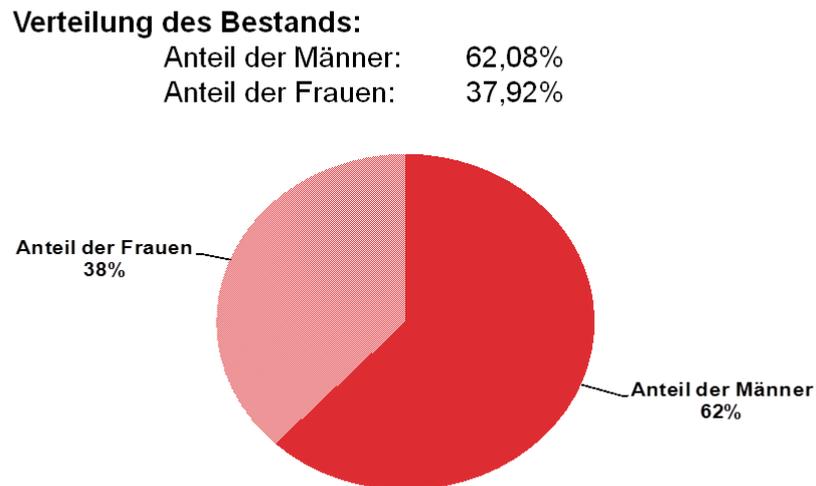
Abbildung 4.23.: Auswertung des Geschlechterverhältnisses sowie die Gewichte der Risikoversicherung



Bildet man den gewichteten Mittelwert über diese Daten, so erhält man eine erste Schätzung aus dem Versicherungsbestand.

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.24.: Ergebnis der Geschlechterverteilung im Bestand der Risikoversicherung.



Jedoch ist vor Inkrafttreten der Unisexregelung schwer abzuschätzen, ob die Tarifumstellung bestimmte Effekte hervorrufen wird. Zum Beispiel wäre es im Zeitraum der Einführung der Unisextarife möglich, dass ein Mann, welcher eine Risikoversicherung abschließen möchte, die Tarifreform der Unisexgeneration abwartet, da sich die Prämien für Männer verringern wird. Gleicher Effekt kann auf Frauen bezüglich Rentenversicherung zutreffen. Dieser Umstand könnte dadurch noch verstärkt werden, wenn umgekehrt viele Frauen noch vor der Einführung der Unisextarife Risikoversicherungen abschließen und danach das Neugeschäft von weiblichen VN für einen befristeten Zeitraum einbricht. Analog für Männer im Hinblick auf Rentenversicherungen. Da also auch in dieser Analyse eine gewisse Unsicherheit integriert ist, welche Effekte auftreten und ob sich der zukünftige Bestand auch wirklich so entwickelt, wie der Bestand bisher, ist es notwendig, Sicherheitsmargen einzukalkulieren. Aus diesem Grund wurde anstatt der 62,08% Männer und 37,92% Frauen Mischung des Risikoversicherungsbestands eine 70% Männer- zu 30% Frauenquote gewählt.

Wie schon am Ende des Kapitels zuvor erwähnt, erhält die Rentenversicherung einen Sonderstatus in der AVÖ. Es wird in der Dokumentation der AVÖ in Bezug auf die Unisextarifizierung (vgl. [18]) erwähnt, dass unter Einbeziehung laufender Beobachtungen des Mischverhältnisses hinsichtlich des Neugeschäfts die Tafel-Geschlechtermischung bei dramatischen Änderungen des Bestands, zeitnah adaptiert werden kann. Die Renten-

4. Biometrische Risiken

versicherung besitzt jedoch einen durchwegs langfristigen Charakter und das relevante Mischverhältnis ist nicht zu Beginn der aufgeschobenen Renten, sondern ab dem Zeitpunkt der Rentenauszahlung. Daher können solche zeitnahen Tafeländerungen nicht in der Rentenversicherung vollzogen werden.

Zum Zeitpunkt der Erstellung der Unisex-Rententafeln stand die Volkssterbetafel 2010/12 noch nicht zur Verfügung. In der Dokumentation beruft man sich daher auf Studien aus verschiedensten europäischen Staaten sowie der USA, dass seit dem Jahr 2000 die Sterblichkeitsverbesserung, im Vergleich zu den Jahren ab 1970, zugenommen hat.²⁶ Aus diesem Grund wird durch eine vorsichtige Wahl der Geschlechtermischung weitere Sicherheitsmargen geschaffen.

Bei Versicherungen mit lebenslangen Charakter ist zu beachten, dass das Mischverhältnis dynamisch sein muss. Da Männer durchwegs eine höhere Sterbewahrscheinlichkeit besitzen, entwickelt sich die Tendenz, im hohen Altersbereich einen wachsenden Frauenanteil zu erhalten. Daher wäre ein konstantes Mischverhältnis nicht adäquat. In der Erstellung der Unisex Rententafel wird bis zum Alter von 60 Jahren ein konstantes Mischverhältnis angenommen, danach erhöht sich der Frauenanteil entsprechend den Sterbewahrscheinlichkeiten.

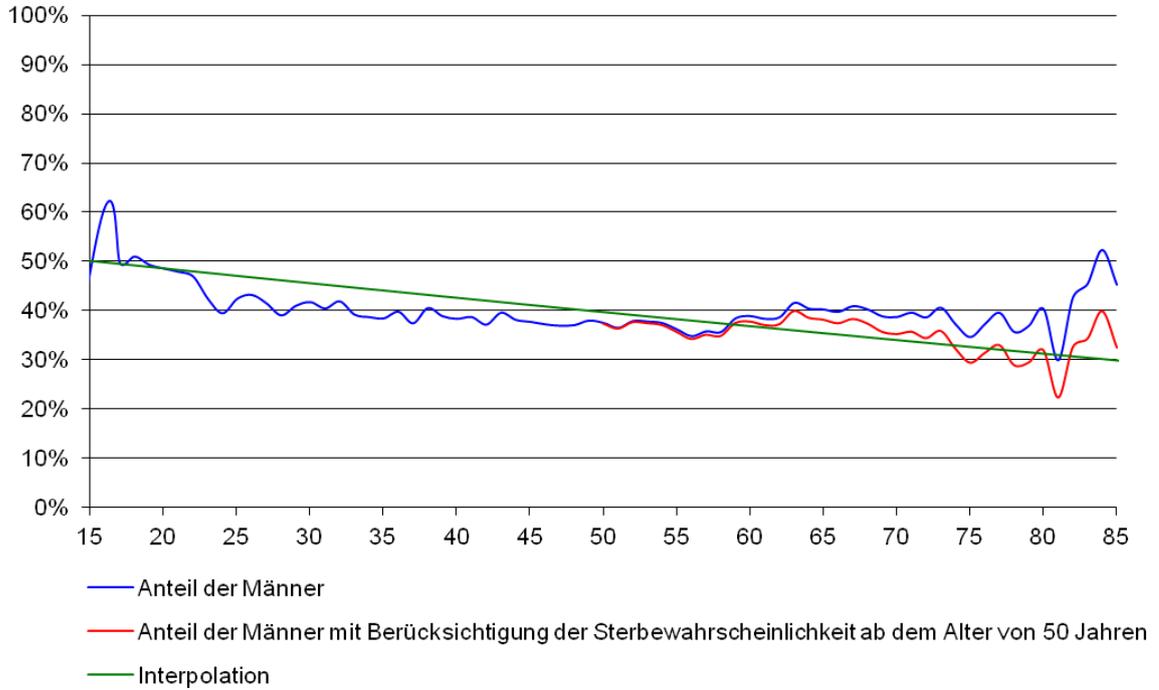
Für die AVÖ kommen in der Ausarbeitung nur zwei Mischungsverhältnisse Männer zu Frauen in Frage: 40:60 oder 30:70. Aus den Barwertberechnungen nach diesen Anteilen ergibt sich, dass die Wahl einer 30:70 Mischung, anstatt 40:60, etwa der erwarteten Sterblichkeitsverbesserung im Laufe von 2,5 Jahren entspricht. Aus diesem Aspekt heraus, wird das Verhältniss Männer zu Frauen vorsichtig mit 30:70 festgelegt. Damit wird auch dem oben erwähnten Risiko einer zukünftigen Unterschätzung der Sterblichkeitsverbesserung entgegengewirkt.

Eine weitere Lebensversicherung mit lebenslangen Charakter ist die Bestattungskostenvorsorge. Der Versicherungsfall tritt erst mit dem Tod des VN ein. Hier darf aus den selben Gründen wie bei der lebenslangen Rente kein konstantes Mischverhältnis angenommen werden, da sich der Bestand im höheren Altersbereich zugunsten des Frauenanteils entwickelt. Da es sich um eine Art lebenslange Risikoversicherung handelt, ist ein höherer Frauenanteil wirtschaftlich von Vorteil, da mit größerer Wahrscheinlichkeit das geplante Prämienfreistellungsalter erreicht wird und somit keine Risikosumme für das VU mehr gegeben ist. Eine solche Analyse ist in Abbildung 4.25 dargelegt.

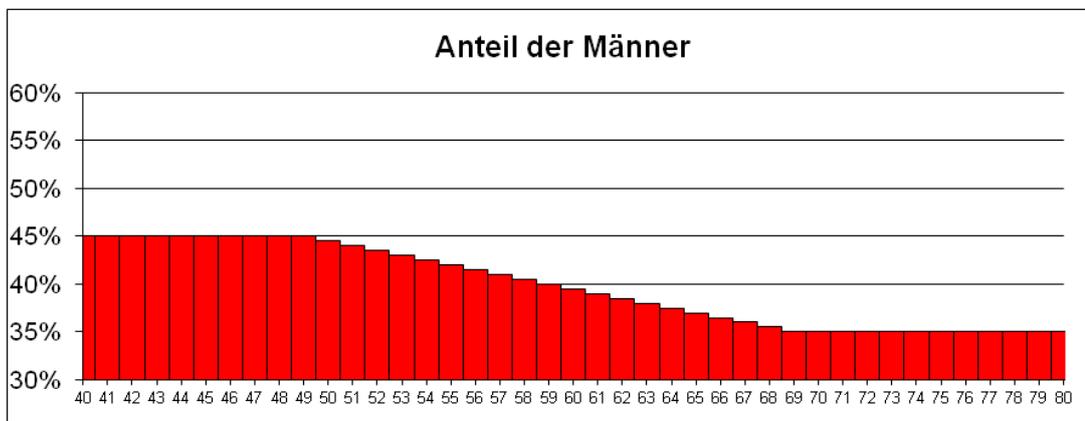
²⁶Die Analysen aus Kapitel 4.3.2 *Vergleich des Sterblichkeitsverbesserungs-Trends* zeigen, dass der Sterblichkeitstrend 2001 → 2011 die Trendkurven 1991 → 2001 und 1981 → 1991 nicht nennenswert überragt. Jedoch unterschreitet der Trend 1971 → 1981 in dem relevanten Altersbereich ab 60 Jahren größtenteils die aktuelle Sterblichkeitsentwicklung 2001 → 2011 deutlich. Nichtsdestotrotz ist der angewendete Sterblichkeitstrend erster Ordnung der AVÖ 2005R Rententafel durch die verwendeten Sicherheitsmargen vom derzeitigen Standpunkt ausreichend.

4. Biometrische Risiken

Abbildung 4.25.: Ermittlung eines dynamischen Geschlechtermischverhältnisses aus dem Versicherungsbestand einer Bestattungskostenvorsorge-Versicherung.



$$\text{Männeranteil} = \begin{cases} 45\% \dots \dots \dots \text{für Alter} < 50 \\ \max(45\% - 0,5\% * (\text{age} - 50); 35\%) \dots \dots \text{für Alter} \geq 50 \end{cases}$$



4. Biometrische Risiken

Im ersten Teil wird die Entwicklung des Geschlechterverhältnisses unter Berücksichtigung der höheren Sterbewahrscheinlichkeit der Männer abgebildet. Aus dieser Information wird im nächsten Schritt nun eine Formel des Männeranteils hergeleitet. Um auch hier einen ausreichenden Sicherheitspolster für etwaige Schwankungen zu generieren, wird, sozusagen als Mischverhältnis erster Ordnung, ein Männeranteil von 50% bis zum Alter von 75 Jahren angenommen und erst ab diesem Zeitpunkt wird ein jährlicher Shift um +0,5% zugunsten des Frauenanteils vollzogen, bis ein Mischverhältnis von 35:65, Männer zu Frauen, erreicht wird.

4.5. Angemessenheit der Unisex-Geschlechtermischung

4.5.1. Kontrolle des Geschlechterverhältnisses im Zuge des Aktuarsberichts

In der Verordnung der FMA (vgl. [22]) über den Bericht des verantwortlichen Aktuars scheint in § 2 Abs. 3, "II.4. Altersstruktur" auf. Liest man weiter unter §3 II.4. wird näher auf den Inhalt dieser Position eingegangen. "Für Tarife, die geschlechtsunabhängig kalkuliert sind, ist der Anteil der männlichen und weiblichen Versicherten graphisch darzustellen. Weiters ist eine detaillierte Analyse der möglichen Risiken der unter diesem Punkt angeführten Tarife durchzuführen und zu erläutern."²⁷ Das heißt, in jedem Aktuarsbericht ist über das Geschlechterverhältnis aller Unisexetarife zu berichten. Diese laufenden Analysen sollen gewährleisten, dass bei einem Mismatch des Geschlechterverhältnisses zeitnahe Berichtigungen erfolgen bzw. entgegengesteuert werden kann.

4.5.2. Unisex-Analyse eines Unisex-Versicherungsbestands

In Tabelle 4.3 wird am Beispiel der WSTV die verwendeten Unisexmischungen für einige ausgesuchte Tarife dargestellt. Wie man sieht, wurde das empfohlene Geschlechterverhältnis der AVÖ bezüglich Renten übernommen.

Tabelle 4.3.: Kalkulatorisches Unisex-Mischverhältnis am Beispiel der WSTV

Versicherungsart	Mischverhältnis	
	Männer	Frauen
Rentenversicherung	30	70
Erlebensversicherung	70	30
Kapitalversicherung (exkl. Erlebensversicherung)	60	40
Bestattungskostenvorsorge	50 ²⁸	50 ²⁸
Fondgebundene Lebensversicherung	70	30
Risikoversicherung	70	30

²⁷nach [22]

4. Biometrische Risiken

Auch die als Beispiel im Kapitel 4.4.3 ausgearbeiteten Mischverhältnisse der Risiko- und Bestattungskostenvorsorgeversicherung ist in dieser Tabelle wiederzufinden.

Wie zuvor in diesem Kapitel beschrieben, muss der verantwortliche Aktuar einer Versicherung in seinem Aktuarsbericht eine Kontrolle dieses Mischverhältnisses darlegen. Eine, beim Verfassen dieser Arbeit, aktuelle Auswertung der Unisextarife eines replizierenden Bestands aus dem 3. Quartal 2014, ergibt die in Tabelle 4.4 ausgearbeiteten Ergebnisse.

Tabelle 4.4.: Auswertung der Geschlechtermischung aus einem repräsentativen Unisex-Bestand der WSTV zum Zeitpunkt des 3. Quartals 2014. Als Bemessungsgrundlage wurde Versicherungssumme, Prämiensumme oder Jahresprämie, je nach Verfügbarkeit und Aussagekraft, herangezogen.

	Bestandsverhältnis	
	Männer	Frauen
Rentenversicherung		
Einmalerlag	51%	49%
Laufend	62%	38%
Erlebensversicherung		
Einmalerlag	51%	49%
Laufend	55%	45%
Kapitalversicherung		
Einmalerlag	62%	38%
Laufend	57%	43%
Bestattungskostenvorsorge		
Einmalerlag	39%	61%
Laufend	43%	57%
Fondgebundene Lebensversicherung		
Einmalerlag	60%	40%
Laufend	63%	37%
Risikoversicherung		
Einmalerlag	70%	30%
Laufend	69%	31%

So ist zu sehen, dass die Rentenversicherung deutlich auf der sogenannten "sicheren Seite" sind, da ein höher kalkulierter Frauenanteil in einer Unisex-Rente eine erwartete längere Rentenauszahlungsphase impliziert. Daher werden höhere Prämien kalkuliert um mehr Reserven für die liquide Phase aufbauen zu können.

²⁸Ab dem 75. Lebensjahr verschiebt sich das Geschlechterverhältnis zu Gunsten der Frauen um +0,5% pro Lebensjahr, bis ein Mischverhältnis von 35% Männer und 65% Frauen erreicht wird.

4. Biometrische Risiken

In der Erlebensversicherung ist laut der Fragestellung 4.2 aus Abschnitt 4.4.2 noch nicht geklärt, ob ein höher kalkulierter Männeranteil bezüglich einer Erlebensfallversicherung mit Prämienrückgewähr das Sicherheitsniveau des VUs erhöht. Im Unisex-Bestand befinden sich um 15-19 Prozentpunkte weniger Männer als kalkuliert. In der Kapitalversicherung wird das kalkulierte Mischverhältnis relativ genau getroffen. Da hier die Risiken aufgrund eines ansammelnden Kapitals relativ gering sind, ist ein besonderer Sicherheitspolster nicht vonnöten. Hinsichtlich der Bestattungskostenvorsorge ist allgemein ein höherer Frauenanteil, nahe der 60%, festzustellen. Hier sollte die kalkulierte Mischung von 50:50 ausreichend sein. In der fondgebundenen Lebensversicherung ist das Risiko ähnlich einzustufen wie bei einer Erlebens- oder Er- und Ablebensversicherung. Es wird Kapital angesammelt und als zusätzliche Option kann eine Todesfallsumme vereinbart werden. Der Männeranteil bei diesem Versicherungstyp ist tendenziell höher, daher wurde in der Kalkulation ein Männer zu Frauen 70:30 Verhältnis verwendet. Die tatsächlich eingetretene Mischung beläuft sich auf zirka 62% Männer zu 38% Frauen. Betreffend der Risikoversicherung ist das aus dem Bestand ausgewertete Verhältnis sehr nahe dem kalkulierten Verhältnis.

4.5.3. Fazit

Die Auswertung der Geschlechterverteilung des Rentenbestands lässt darauf schließen, dass hier genug Sicherheitsmargen für zukünftige Schwankungen im Geschlechterverhältnis oder auch in der Sterblichkeitsversicherung gegeben sind. Aus Tabelle 4.5 ist ersichtlich, dass eine kalkulatorische Mischung von M30:F70 zu einem tatsächlichen Verhältnis von M50:F50, zirka eine Verschiebung von 4,5 Jahren in der Sterblichkeitsverbesserung ausmacht. Das heißt eine 1952 geborene 60-jährige Person hat mit einer M30:F70 Mischung einen nahezu gleichen Unisex-Rentenbarwert, wie eine zwischen 1956 und 1957 geborene Person bezüglich einer M50:F50 Mischung.

Tabelle 4.5.: Vergleich der Unisex-Rentenbarwerte mit PA 60

Alter	Geburtsjahr	M30:F70	M40:F60	M50:F50
60	1952	23,3077	23,1233	22,9389
60	1956	23,6304	23,4518	23,2732
60	1957	23,7075	23,5303	23,3531

In der Risikoversicherung, sowie in den anderen kapitalbildenden Versicherungsformen, ist keine Unterschätzung aufgrund des Mischverhältnisses gegeben. Obwohl es im Falle der Risikoversicherung den Anschein macht, dass bei einer Schwankung des Anteils der Frauen bzw. Männer eine Unterschätzung auftreten könne, wird bei allen Unisextarifen die Bevölkerungssterbetafel, oder andere Tafeln mit entsprechenden Sicherheitsmargen, angewendet. Diese birgt im Vergleich mit der Versicherungssterblichkeit einen weiteren Sicherheitspolster in sich.

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

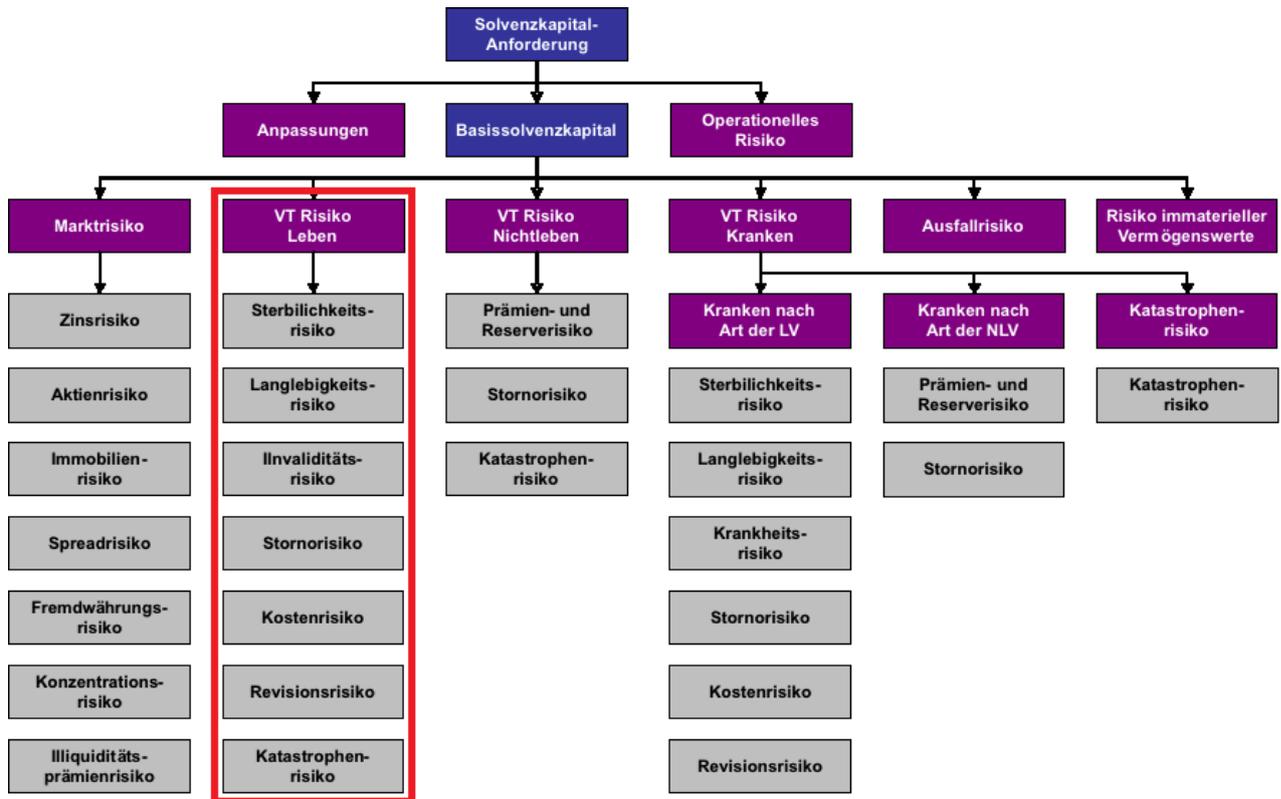
Als Referenzen in diesem Kapitel wurde [23] verwendet, sowie Programme und Auswertungen der Wiener Städtischen Versicherung, welche dem Autor für die Erstellung dieser Arbeit zur Verfügung gestellt wurden. Werden in diesem Kapitel weitere Referenzbezüge einbezogen, so wird dies ausdrücklich am Beginn des Abschnittes erwähnt.

5.1. Das versicherungstechnische Risiko der LV unter Solvency II

Für Versicherungsunternehmen ist es essentiell mit den biometrischen Risiken auch die weiteren versicherungstechnischen Risiken zu analysieren und zu bewerten. Durch die Einführung der Rahmenrichtlinie zu Solvency II im Jahr 2009 wurde vom EU-Parlament das Fundament gelegt, ein harmonisiertes Bewertungsverfahren hierfür einzuführen. Das versicherungstechnische Risiko in der Lebensversicherung ist neben dem Marktrisiko, versicherungstechnische Risiko Nichtlebensversicherung, versicherungstechnische Risiko Krankenversicherung und das Ausfallrisiko eines der fünf Hauptrisiken im modularen Aufbau der Solvency II Richtlinie. Diese gliedern sich wiederum in verschiedene Teilrisiken, wie in Abbildung 5.1 dargestellt. Die biometrischen Risiken, sprich das Sterblichkeits- und Langlebigkeitsrisiko, wurden in Kapitel 4 ausführlich hergeleitet und analysiert. In den anschließend beschriebenen Stresstests wird unter anderem die Auswirkung von Trend- und Sterblichkeitsänderungen bezüglich der entsprechenden tatsächlichen Ausscheideordnungen auf einen Gesamtbestand ermittelt.

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

Abbildung 5.1.: Der modulare Aufbau in der Solvency II Hierarchie.¹



Das “Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors“ (CEI-OPS), ein Zusammenschluss europäischer Aufsichtsbehörden für Versicherungsunternehmen und Pensionsfonds, hatte bis 1.1.2011 eine beratende Funktion in der Erstellung des Solvency II-Projekts. Nach dem 1.1.2011 wurde dieses Komitee in eine europäische Aufsichtsbehörde namens “European Insurance and Occupational Pensions Authority“ (EIOPA) umgewandelt. Diese Behörde definiert für jede zu berücksichtigende Teilrisikokategorie diverse Schockszenarien oder Risikofaktoren. Für die versicherungstechnischen Teilrisiken der Lebensversicherung lauten diese Stressfaktoren wie folgt:

- **Sterblichkeitsrisiko:** Ein dauerhafter Anstieg der Sterblichkeit um 15% (*Lifemort*).
- **Langlebigkeitsrisiko:** Ein dauerhafter Rückgang der Sterblichkeit um 20% (*Life long*).
- **Invaliditätsrisiko:** Anstieg der Invalidität im 1. Jahr um 35, danach dauerhaft um 25, sowie der Rückgang der Reaktivierung um 20% (*Lifedis*).
- **Kostenrisiko:** Dauerhafter Anstieg der Kosten um 10% und der Inflation um 1% (*Lifeexp*).
- **Storno- und Prämienfreistellungsrisiko:** Dauerhafter Anstieg des Stornos und der

¹Grafik entnommen von [24]

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

Prämienfreistellungen um 50%. Weiters ein dauerhafter Rückgang der beiden Quoten um 50% und ein Massenstorno von 30% der Verträge (*Life lapse*).

- **Revisionsrisiko:** Dauerhafter Anstieg der jährlich zu zahlenden Renten aus der Schaden-Unfallversicherung um 3% (*Liferev*).
- **Katastrophenrisiko:** Absoluter Anstieg der Sterblichkeit im nächsten Jahr um 1,5‰ (*Life CAT*).

Aus diesen Schocks wird das Solvenzkapital der Lebensversicherung (*SCRLife*) ermittelt.² Bevor jedoch diese Stresstests durchgeführt werden können, sei zunächst die Berechnung der Best Estimate Rückstellung beschrieben.

Definition 5.1 *Best Estimate*

Der Best Estimate Ansatz definiert sich in der Kalkulation bzw. Modellierung eines Wertes (zB. Cashflows) mit angemessenen, bestmöglichen Annahmen. Das heißt, es werden die Annahmen mit der größten Eintrittswahrscheinlichkeit herangezogen, basieren auf den aktuell zur Verfügung stehenden Informationen. Insbesondere dürfen auch keine Sicherheitsmargen einkalkuliert werden.

Da besonders für versicherungstechnische Verbindlichkeiten keine Marktwerte verfügbar sind, werden diese zu Best Estimate angesetzt, also mit den wahrscheinlichsten Annahmen ermittelt. Es dürfen auch keine implizierten Risikozuschläge integriert werden, da sich sonst stille Reserven bilden würden, welche in der Marktwertbetrachtung nach Solvency II nicht mehr berücksichtigt werden dürfen. Dies entspricht den Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung, wie auch in 4.2.6 *Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung* beschrieben.

Eine marktkonsistente Bewertung der versicherungstechnischen Rückstellungen besteht aus der deterministischen Erwartungswertrückstellung für garantierte Versicherungsleistungen, zukünftige Überschussbeteiligung der heutigen Versicherungsnehmer und dem Wert der Optionen und Garantien.

5.1.1. Bewertung versicherungstechnischer Verpflichtungen

Als Ausgangsdaten dient der vorliegende Versicherungsbestand, aus welchen, durch deterministischer Projektion nach dem Best Estimate Ansatz, die passivseitigen Bilanzgrößen ermittelt werden. Die Dauer der Projektion sollte so gewählt werden, dass alle relevanten Zahlungsströme, also auch die der lebenslangen Renten, erfasst werden. In [24] wird eine Projektionsdauer von 60 Jahren empfohlen. Praktische Tests haben ergeben, dass erst bei einer Prognosezeit zwischen 80 und 90 Jahren auch die lebenslangen Renten komplett erfasst werden. Es gilt also, je länger die Projektionsdauer angesetzt ist, umso besser ist die Qualität der Auswertungen. Jedoch muss man berücksichtigen, dass durch den Abzinsungseffekt, welcher auch in Formel 5.1 dargestellt wird, die späten Ausläufer der Rente

²Für die Methodik der Berechnung siehe Formel 5.2

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

abgeschwächt werden. Hier muss man als VU selbstständig abwägen, welche Projektionsdauer mit den Rechenkapazitäten und der möglichst vollständigen Erfassung der Renten vereinzubaren ist. Im Falle der WSTV wird eine Projektionsdauer von 80 Jahren gewählt, da die Renten 37,55% der zu modellierenden Reserve ausmachen und ihnen daher eine beträchtliche Bedeutung zukommt.³

Um den deterministischen Bestandteil der Best Estimate Rückstellung BE_{det} zu ermitteln, müssen zukünftigen Zahlungsströme⁴ CF_t modelliert werden. Diese bestehen aus den prognostizierten Bruttobeiträgen BP_t und erhaltenen externen Garantien, abzüglich den erwarteten versicherungstechnischen Auszahlungen L_t und Kosten K_t , die dem entsprechenden Bestand anzurechnen sind. Es folgt also

$$BE_{det} = \sum_t \frac{-CF_t}{(1+r_t)^t} = \sum_t \frac{-(BP_t - L_t - K_t)}{(1+r_t)^t} \quad (5.1)$$

In der Modellierung der Projektion werden die einzelnen Cashflows der Best Estimate Rückstellungs-Berechnung in weitere Komponenten zerlegt. Dies ist in Tabelle 5.1 aufgeschlüsselt.

Tabelle 5.1.: Komponenten und Berechnung der deterministischen Best Estimate Rückstellung zum Zeitpunkt t . Dabei ist r_t die von EIOPA veröffentlichte risikofreie Zinskurve.

+	Erträge aus den Bruttoprämien
+	Erträge aus externen Garantien
-	Aufwendungen aus Todesfalleistungen
-	Aufwendungen aus Stornoleistungen
-	Aufwendungen aus Versicherungsfälligkeiten
-	Aufwendungen aus Rentenauszahlungsleistungen
-	Aufwendungen aus Zusatzversicherungen
-	Bruttokosten
-	Bruttoprovisionen
-	Investitionskosten
=	BE Cashflow zur Zeit t
*	Abzinsung $\frac{1}{(1+r_t)^t}$
=	Abgezinster BE Cashflow aus t

Die Summe über die gesamte Projektionsdauer aller abgezinster BE Cashflows ergibt die deterministische Best Estimate Reserve BE_{det} . Darüber hinaus müssen nun zukünftige Überschüsse und der Wert der Optionen und Garantien, der sogenannte TVFOG, ermittelt werden. Erst die Integration der zukünftige Überschüsse und des TVFOG's ergeben die finale Best Estimate Reserve. Für die Einbettung dieser komplexen Komponenten in

³nach [23]

⁴Cashflows

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

Projektion der zukünftigen Zahlungsströme, ist ein stochastisches Unternehmensmodell erforderlich. Die Notwendigkeit und Aufbau eines solchen Modells wird in folgenden Kapiteln beschrieben.

5.1.2. Bewertung zukünftiger Überschussbeteiligung

In diesem Kapitel werden Inhalte aus [26], sowie die Anwendungen dessen in einem VU anhand der WSTV, ausgearbeitet.

Überschüsse einer Versicherung entstehen einerseits durch vorsichtige Annahmen erster Ordnung in der Tarifikalkulation und andererseits aus Renditen des angesammelten Kapitals. In der klassischen Versicherung entstehen solche Investitionsüberschüsse, wenn die erwirtschaftete Renditenquote den Rechnungszins bzw. Garantiezins des Versicherungsvertrags übersteigt. Dieser Rechnungszins der klassischen Versicherung wird durch die Höchstzinssatzverordnung, gemäß Artikel 20 der EU-Richtlinie 2002/83/EG, von der FMA reglementiert. Hier wird dem VU vorgeschrieben, wie hoch der garantierte Zins höchstens angesetzt werden darf. Der Höchstzinssatz wird aus Durchschnittswerten der Sekundärmarkttrendite (SMR) über einen Zeitraum von 10 Jahren herangezogen. Die verwendete SMR ist ein gewichteter Durchschnitt der Renditen bezüglich der an der Wiener Börse AG notierten Bundesanleihen (vgl. [25]). Weiters wird von dem ermittelten Wert eine Sicherheitsmarge von 40% abgezogen. Das heißt der Höchstzinssatz beträgt maximal 60% der durchschnittlichen Verzinsung der ausgewählten Anleihen. Den Verlauf der Höchstzinssätze in der Historie ist in Abbildung 5.2 abzulesen.

Abbildung 5.2.: Höchstzinssatzverordnung bei Versicherungsunternehmen

Lebensversicherung			Betriebliche Kollektivversicherung		Prämienbegünstigte Zukunftsvorsorge		Verordnung
für Versicherungs- verträge nach	oder für Versicherungs- beginn nach	Rechnungszins	für Versicherungs- verträge nach	Rechnungszins	für Versicherungs- verträge nach	Rechnungszins	
31.12.1994		4,00%					BGBl. II Nr. 70/1995
30.06.2000		3,25%					BGBl. II Nr. 56/2000
31.12.2003		2,75%			01.07.2003	2,00%	BGBl. II Nr. 312/2003
31.12.2005	31.03.2006	2,25%	22.09.2005	2,25%			BGBl. II Nr. 227/2005
31.03.2011	30.06.2011	2,00%	31.03.2011	2,00%	31.03.2011	1,75%	BGBl. II Nr. 357/2010
20.12.2012	31.03.2013	1,75%	20.12.2012	1,75%			BGBl. II Nr. 354/2012
31.12.2014	31.03.2015	1,50%	31.12.2014	1,50%	31.12.2014	1,50%	BGBl. II Nr. 179/2014

Über den Garantiezins hinaus werden üblicherweise in Form einer zusätzlichen Gewinnverzinsung die erwirtschafteten Überschüsse dem VN zugeführt, wenn es sich um eine gewinnberechtigte Lebensversicherung handelt. Dies ist in Abschnitt *Lebensversicherung mit Gewinnbeteiligung* sowie im fortfolgenden Abschnitt, im Kapitel 1 beschrieben. Die Summe aus dem Garantie- und Gewinnzinssatz wird Gesamtverzinsung genannt.

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

Im Gegensatz zum garantierten Zins, kann der Anteil des Gewinnzinssatzes in der Gesamtverzinsung während der Vertragslaufzeit einer Polizza adaptiert werden. Gemäß der Technical Specification von Solvency II, ist bei der Bewertung der versicherungstechnischen Verpflichtungen die zukünftige Gewinnbeteiligung in der Projektion der Cashflows zu berücksichtigen. Dies erfolgt innerhalb der stochastischen Best Estimate Cashflow Berechnung anhand definierter Managementregeln sowie dem Policyholder Behavior. In einem stochastischen Modell werden zu den passivseitigen versicherungstechnischen Verpflichtungen auch die aktivseitigen Marktwerte und Eigenkapitalien berücksichtigt. Die zukünftige Entwicklung dieser, wird anhand einer Vielzahl von Szenarien simuliert und für jede Polizza durchgerechnet. Derzeit beläuft sich die Anzahl dieser Simulationen am Beispiel der WSTV auf 1000. Diese Szenarien enthalten verschiedenste Entwicklungskurven der Aktiva, aus welchen sich unter Berücksichtigung des Marktwertes der sonstigen Passiva sowie des Erwartungswertes der Leistungen, ein Gesamtwert der zukünftigen Überschüsse ergibt. Reichen die Aktiva nicht mehr aus um die bisherige Gewinnbeteiligung des VUs aufrecht zu erhalten, so schaltet sich die Managementregelung ein und senkt die Gewinnbeteiligung bzw. den Gewinnzinssatz. Umgekehrt wird auch bei einer guten Marktentwicklung die Überschussausschüttung erhöht. Aus diesen Managementregelungen folgen das Policyholder Behavior. Damit ist gemeint, dass bei einer Senkung der Gewinne, auch ein Anstieg des Stornoverhaltens beobachtbar sein wird, falls der VN eine höhere Rendite am Kapitalmarkt erwarten kann.

Ein weiterer Effekt der Gewinnbeteiligung ist eine Risikominderung, da sie der Höhe nach nicht garantiert ist. Das heißt es können damit bestimmte Schockszenarien "abgefedert" werden. Daraus resultiert eine risikomindernde Wirkung für die Schockszenarien, welche in Kapitel 5.1 vorgestellt wurden. Die Folge daraus ist eine Minderung der Kapitalanforderung in den Risikokategorien. Die Höhe dieser Senkung ist die Differenz zwischen den Basissolvvenzkapitalien (BSCR), jeweils ermittelt bezüglich einer der folgenden Annahmen:

- Die Gewinnbeteiligung wird konstant in die Zukunft projiziert, unabhängig von der Kapitalmarktsituation.
- Die Gewinnbeteiligung wird nach Maßgabe der Managementregeln abhängig von der Kapitalmarktsituation angepasst.

Dieser Betrag wirkt somit im Modul "Anpassungen" auf die Solvenzkapitalanforderung ein, wie in Abbildung 5.1 dargestellt.

Berücksichtigt man diverse Managementregeln eines VUs, die von der Kapitalmarktsituation bzw. der Entwicklung der Aktiva abhängen, so nimmt das stochastische Modell eine dynamische Form an. Um aus all diesen Simulationen wieder ein Ergebnis zu erhalten, wird über die Szenarien gemittelt.

5.1.3. Bewertung von Optionen und Garantien

Für Erstellung dieses Kapitels wurde [27] herangezogen.

Definition 5.2 Option

Eine Option ist ein Wahlrecht des VN und ermöglicht eine spätere Anpassung der Versicherung. Sie wird bei Vertragsabschluss mit "vereinbart", das heißt, dass die Ausübung einer Option vom VU jederzeit anzuerkennen ist, wenn dem VN dieses Recht bei Abschluss des Vertrages eingeräumt wurde. Eine Option ist daher von einer Vertragsanpassung zu unterscheiden, da diese vom VU abgelehnt werden kann.⁵

Durch Optionen und Garantien sollen langfristige Verträge für den VN attraktiver gestaltet werden. Oft verändern sich die Bedürfnisse eines VN über die Dauer der Versicherungszeit und erfordert bei Bedarf eine Anpassung. Dadurch ist es für VU unerlässlich, Versicherungstarife mit Optionsrechten aufzuwerten. Dadurch soll der VN die Möglichkeit erhalten, den Versicherungsvertrag an aktuelle Gegebenheiten anzupassen. Beispiele solcher Finanzoptionen sind:

- Kündigung
- Prämienfreistellung und -wiederaufnahme
- Teilauszahlungsoption
- Freiwillige Zuzahlung
- Abrufoption
- Kapitalwahlrecht
- Aufschub- und Verlängerungsoption
- Erhöhung der Versicherungssumme

Durch die Integration dieser Optionen werden die zukünftigen Cashflows deutlich beeinflusst, was zu einem finanziellen Risiko führt. Jedoch wird dieses Risiko kaum in die Kalkulation eines Produkts mit eingeschlossen, da die Abschätzung des Einflusses der Optionen von vielen Faktoren abhängig ist. Hier kommt im stochastischen Modell das schon erwähnte Policyholder Behavior zum Tragen. Es berücksichtigt die aktuelle Kapitalmarktsituation und die daraus resultierende Überschussbeteiligung. Dagegen können persönliche Umstände und Bedürfnisse des VN kaum modelliert werden. Um diese Risiken zu bewerten, kann finanzmathematisch der Wert der Option mit den dafür entstehenden Kosten der Absicherung am Kapitalmarkt berechnet werden. Um dies abbilden zu können, gibt es eine Reihe von Methoden, wie zum Beispiel im Fall der WSTV die Monte-Carlo-Simulation mit 1000 Szenarien. Jedoch ist es mit immensen Aufwand verbunden,

⁵nach [27]

5. Versicherungstechnische Risiken und deren Bewertung

alle Optionen dementsprechend einzuschätzen.

Wie im Kapitel 5.1.2 erwähnt, bieten österreichische VU in der klassischen Lebensversicherung einen Garantiezinssatz. Sinkt somit der Ertrag aus den Investitionen eines VU unter den garantierten Zins der Polizzen, so muss das VU dafür aufkommen. Dieses Risiko muss ebenfalls wie das Optionsrisiko mit Hilfe von Bewertungsmethoden (Monte-Carlo-Simulation, Verallgemeinerung des Black-Scholes-Modells) eingeschätzt werden. Solvency II sieht vor, dass entsprechende Optionen und Garantien mit hohem Eigenkapital zu hinterlegen sind. Daher ist es nicht verwunderlich, dass 2014 die Uniqa Versicherung, als erste österreichische Versicherung, eine klassische Versicherung ohne Garantiezins auf den Markt gebracht hat und so dem Beispiel vieler anderer Versicherer in Europa folgt. Damit liegt das Kapitalmarktrisiko, so wie bei fondgebundenen Versicherung, beim VN. Dadurch erspart sich das Unternehmen jedoch die Hinterlegung hoher Eigenmitteln, was auch einen großen Einfluss auf die Risikomarge⁶ des Best Estimates hat.

Also muss im Zuge einer stochastischen Simulation unter Berücksichtigung der Risikorückstellung für Optionen und Garantien sowie der dynamischen Gewinnbeteiligung die Best Estimate Reserve ermittelt werden, um die angemessene Bewertung der Best Estimate Rückstellung zu erhalten. Auf dieses Modell werden nun die Stresstests aus dem Beginn dieses Kapitels 5.1 angewendet. Die absolute Veränderung zwischen der Basis Best Estimate Reserve und der Best Estimate Reserve unter dem Schock i wird mit ΔBE_i bezeichnet. Diese werden mit einer entsprechenden Korrelationsmatrix und folgender Formel⁷ zu einem SCR_{Life} zusammengefasst.

$$SCR_{Life} = \sqrt{\sum_{i \times j} Corr_{i,j} \cdot \Delta BE_i \cdot \Delta BE_j} \quad (5.2)$$

Analog wird dieser Prozess auch für diverse Marktrisiken und andere Versicherungssparten, wie der Kranken- und Nicht-Lebensversicherung, durchgeführt. Diese SCRs bezüglich Marktrisiko, Lebensrisiko, Krankenrisiko und gegebenenfalls auch Nicht-Lebensrisiko werden im nächsten Schritt mit einer vorgegebenen Korrelationsmatrix aggregiert und ergeben das Basissolvenzkapital (BSCR). Nach Abzug eventueller Anpassungen⁸ der schon in 5.1.2 erwähnten "Abfederung" durch kapitalmarktabhängige Gewinnbeteiligung und Hinzufügen der Kapitalanforderung für operationales Risiko, erhält man die gesamte Solvenzkapitalanforderung.

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{Op} \quad (5.3)$$

⁶Neben den bereits erwähnten Best Estimate Rückstellung muss eine Risikomarge in die versicherungstechnischen Rückstellungen integriert werden. Dies kann man als Zulage für nicht-hedgebare Risiken bezeichnen. Für die Kalkulation dieses Zuschlags wird standardmäßig der Cost-of-Capital Ansatz verwendet. Ein VU muss ausreichen Kapital zur Abdeckung des SCR's reservieren, was jedoch auch mit Kapitalhaltungskosten verbunden ist.

⁷nach [28]

⁸Des weiteren gibt es noch eine Anpassung aus aufgeschobenen Steuern, welche jedoch in dieser Arbeit nicht weiter beschrieben werden.

Teil III.

Angewandte Risikobewertung eines Versicherungsbestands

5.2. Verwendete Software und der Prozess der Kalkulation

In folgenden Kapiteln beziehen sich die Analysen auf einen replizierenden Versicherungsbestand der WSTV. Als Berechnungssoftware wurde Sungards Prophet 8.2 herangezogen. Der Prozess der Kalkulation ist Abbildung 5.3 dargestellt.

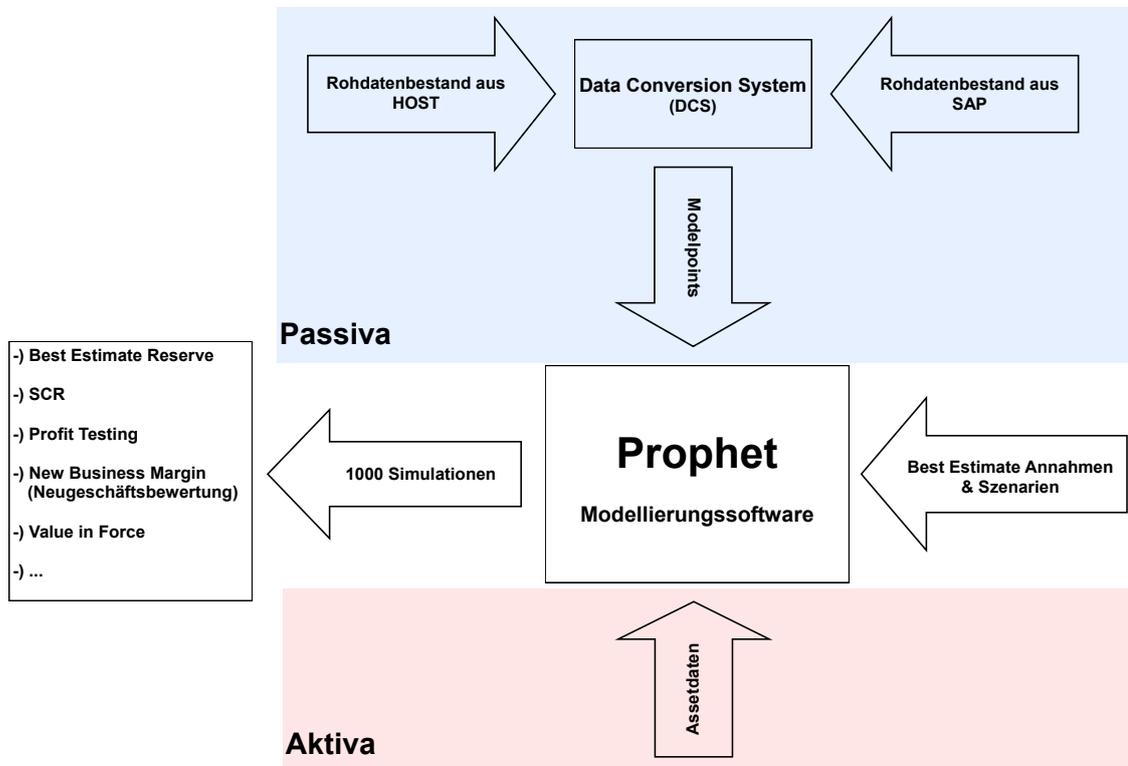
Aus zwei Ausgangsdatensystemen werden die Rohdaten der Polizzen angeliefert, welche mit einem Data Conversion System in ein Modelpointfile konvertiert werden. Dabei werden Bestandsfehler und zusätzliche Daten wie zB. Wertstände der fondgebundenen Polizzen ebenso in diesem Prozessschritt aufbereitet und integriert. Der Aufbau eines Modelpointfiles ist so gestaltet, dass jede Spalte für eine Input-Prophetvariable steht, wie zum Beispiel Polizzennummer, Vertragsdauer, Tarif, Versicherungsbeginn, bisherige Verweildauer im Bestand etc. Jede Zeile beschreibt in Folge eine Polizza oder gegebenenfalls auch ein Erhöhungssegment einer Stammpolizza.

Weiters müssen Best Estimate Annahmen, wie zum Beispiel Kosten-, Storno- und Sterblichkeitsannahmen sowie die generierten 1000 Kapitalmarktszenarien in Tabellenform erstellt bzw. befüllt werden. Zuletzt fließen noch die Daten aus der Aktivseite mit allen Assets und Bonds, welche für die Berechnung relevant sind, ein. In der Software Prophet kann mithilfe einer Structure gewählt werden, welche Produkte in die Berechnung inkludiert werden sollen. Im sogenannten Run Setting sind Einstellungen bezüglich der zu verwendenden Tabellen, Ausgabeform der Resultate, einzusetzende Rechenkapazitäten und der Wahl zwischen einem deterministischen oder stochastischen Kalkulationslauf zu treffen.⁹

Nach Beendigung eines Berechnungslaufes von Prophet können die Ergebnisse mit Hilfe spezieller Funktionen und Tools in Excel ausgelesen werden.

⁹Diese Beschreibung soll dem Leser einen groben Überblick über die Funktionen und Einstellungen in Prophet geben. Im Detail sind viele weitere Einstellungen zu treffen, auf die im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen wird.

Abbildung 5.3.: Prozess der Kalkulation mit Prophet



5.3. Profittesting und Analyse der Gewinnquellen

In Versicherungen ist es unerlässlich vor Einführung eines Tarifs ein Profittesting auf ausreichend angesetzte Kosten und Risikomargen zu testen. Weiters können aktuarielle Problemstellungen, wie die Fragestellung 4.2 aus Kapitel 4.4.2, durch Simulation und Austestung der Sensitivitäten erarbeitet werden.

Im folgenden Test wurde eine dem Versicherungsmarkt entsprechend repräsentative Unisex Erlebensfallversicherung mit den in Tabelle 5.2 angeführten Polizzendaten getestet. Weiters wurde der Vertrag jeweils mit der risikofreien CEV Zinskurve, mit dem konstanten Zins 3,0%, 3,25%, 3,5% und 4% deterministisch projiziert.

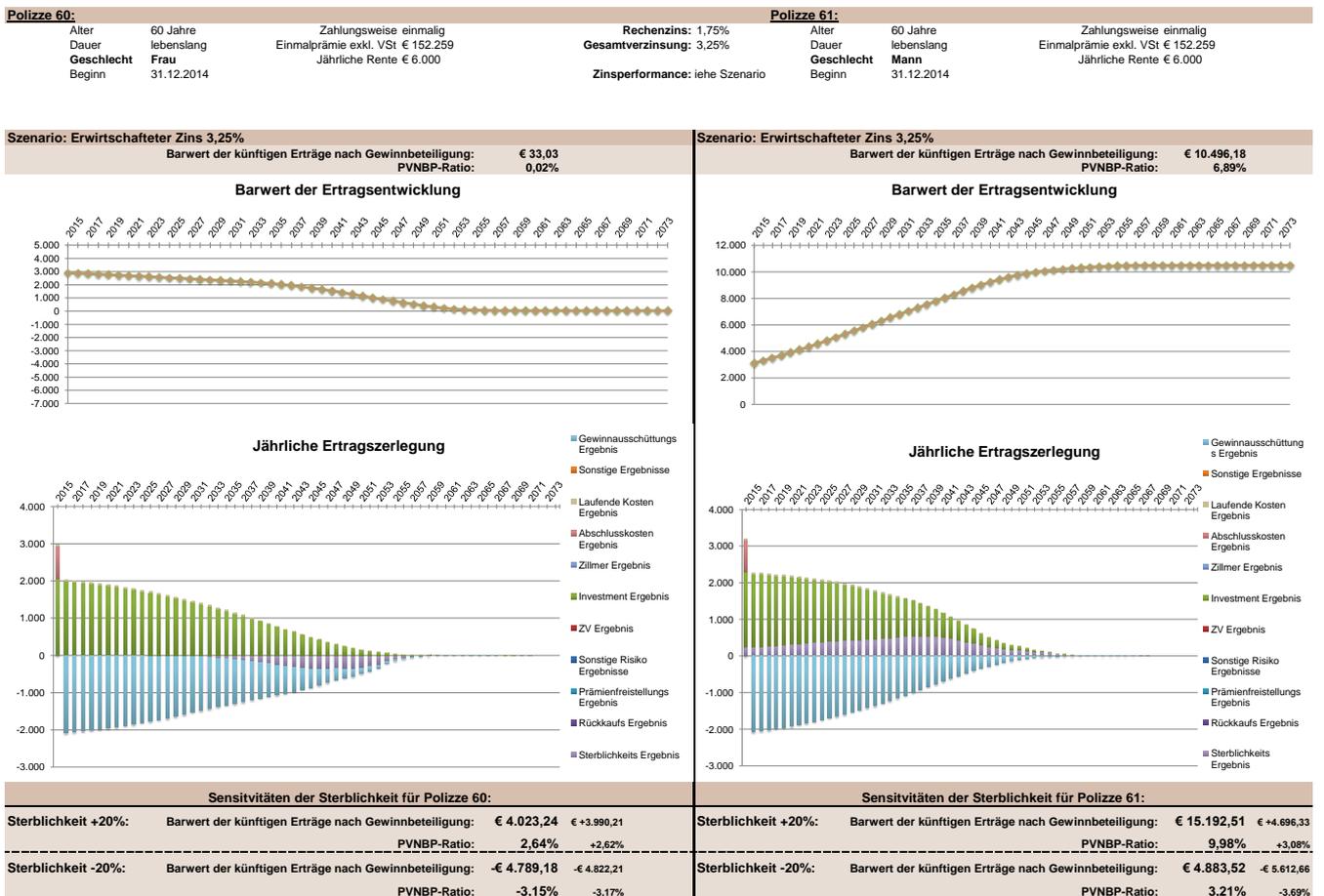
Tabelle 5.2.: Zwei Testpolizzen der Erlebensfallversicherung mit Rückgewähr - Unisex

Polizze	Alter	Dauer	Geschlecht	Bruttojahresprämie	Versicherungssumme
55	40	20	Mann	1.442 EUR	30.000 EUR
56	40	20	Frau	1.442 EUR	30.000 EUR

In diesem Auszug werden speziell die Auswirkungen durch Sterblichkeitsveränderungen in den Sensitivitäten betrachtet. Daher sind Schocks ähnlich der SCR Kalkulation integriert worden. Solche Sensitivitäten im Profitstestings sind auch für Schocks der Kosten, Prämieinfreistellungen, erwirtschafteter Zinsen, uvm. durchführbar.

Deutlich sensibler reagieren Rententarife auf Sterblichkeitsschocks, wie in folgender Abbildung 5.5 anhand eines weiteren Profitstests, einer sofortbeginnenden Leibrente gegen Einmalzahlung, dargestellt wird.

Abbildung 5.5.: Profittesting Rentenversicherung Unisex für zwei Testpolizzen



In diesem Beispiel der sofortbeginnenden Rentenversicherung sind die kalkulatorischen Abschlusskosten höher als die tatsächlich ausbezahlten Kosten angesetzt. Daher entsteht im ersten Jahr aus dem Abschlusskosten Ergebnis ein positiver Überschuss. Da ein Storno der Rente nur in den äußersten Ausnahmefällen stattfindet, ist auch kein \$176 VVG Effekt ersichtlich. Bemerkenswert ist die unterschiedliche Entwicklung der Sterblichkeitsgewinne. Wie erwartet stellen sich bei Männern durch die höher werdende Sterbewahr-

scheinlichkeiten von Beginn an Gewinne ein. In der fiktiven Testpolizze der Frau ist die kalkulierte Unisex Rentensterblichkeit höher angesetzt als die projizierte geschlechter-spezifische Rententafel zweiter Ordnung. Daher wäre es für Versicherungsunternehmen bezüglich Unisex-Rententarife lukrativer, einen hohen Männeranteil im Rentenbestand anzustreben. So würden mehr Überschüsse aus den Sterblichkeitsergebnis erzeugt werden und sich gleichzeitig ein Sicherheitspolster aufbauen. Ob dies wirklich, wie in 4.4.1 erwähnt, im Sinne des europäischen Parlaments der "Diskriminierungen aus Gründen des Geschlechts" entgegenwirkt, sei an dieser Stelle offen gelassen.

5.4. Risikobewertung nach Solvency II

In diesem Kapitel sollen die BE Schocks bezüglich der SCR Berechnung und deren Auswirkung auf verschiedene Versicherungstypen anhand eines praktischen Beispiels dargestellt werden. Da hier aus Gründen der Konzerngeheimhaltung keine genauen Zahlen dargestellt werden können, bezieht man sich auf die Relationen zwischen den Schocks und der Basis Best Estimate Reserve, welche Aufschluss auf die Auswirkungen geben sollen. Bei den berechneten Werten handelt es sich bereits um Best Estimates aus stochastischen Läufen. Das bedeutet, dass bereits zukünftige, kapitalmarktszenarioabhängige Gewinnbeteiligungen sowie Kosten für Optionen und Garantien in dem BE Wert berücksichtigt sind. Durchschnittlich ist zu beobachten, dass der TVFOG zwischen 2-3% der gesamten stochastischen BE Reserve ausmacht. Zusätzlich wird noch der Effekt einer Zinsniveau-Veränderung getestet, indem im Stresstest $BE_{MKTint-up}$ die verwendete Zinskurve um 1 Prozentpunkt gehoben wird und in $BE_{MKTint-down}$ um 30% gesenkt wird. Die Resultate in nachfolgender Tabelle 5.3 zeigen die relative Differenz des Schock-BE's zum Basis-BE.

Tabelle 5.3.: Relative Auswirkung von Solvency II Schocks auf die Best Estimate Reserve.

	BE_{Basis}	$\Delta BE_{MKTint-up}$	$\Delta BE_{MKTint-down}$	$\Delta BE_{lapse-up}$	$\Delta BE_{lapse-down}$
Gesamt	100%	-6,29%	+4,20%	+1,00%	-1,52%
Rentenversicherungen	100%	-9,41%	+6,37%	-0,25%	+0,14%
Bestattungskostenvorsorge	100%	-10,53%	+9,51%	+0,71%	-0,81%
Er- und Ablebensversicherung	100%	-6,66%	+3,59%	-0,49%	+0,39%
Erlebensversicherung	100%	-4,35%	+2,41%	-0,17%	+0,30%
Ablebensversicherung	100%	-53,05%	+3,17%	-5,77%	+6,07%
Terme Fixe Versicherung	100%	-5,00%	+2,72%	-0,52%	+0,32%
Prämienbegünstigte Zukunftsvorsorge	100%	-9,81%	+3,70%	+7,43%	-10,18%
Indexgebundene Versicherung	100%	-0,69%	+0,20%	-0,17%	+0,23%
Fondgebundene Versicherung	100%	-0,76%	+0,22%	+1,29%	-2,10%

	BE _{Basis}	Δ BE _{Expense}	Δ BE _{longevity}	Δ BE _{mortality}	Δ BE _{mortCAT}
Gesamt	100%	+1,33%	+0,60%	+0,26%	+0,06%
Rentenversicherungen	100%	+0,41%	+2,33%	-0,05%	-0,16%
Bestattungskostenvorsorge	100%	+3,07%	-0,54%	+2,34%	+0,09%
Er- und Ablebensversicherung	100%	+0,74%	+0,19%	+0,23%	+0,04%
Erlebensversicherung	100%	+0,33%	+0,38%	-0,02%	-0,06%
Ablebensversicherung	100%	-0,88%	+0,66%	-7,56%	-7,24%
Terme Fixe Versicherung	100%	+0,58%	+0,18%	+0,13%	-0,03%
Prämienbegünstigte Zukunftsvorsorge	100%	+5,34%	-0,41%	-1,31%	+0,14%
Indexgebundene Versicherung	100%	+0,07%	-0,02%	+0,07%	+0,01%
Fondgebundene Versicherung	100%	+0,43%	0,00%	+0,17%	+0,04%

Eine Erhöhung der Zinskurve reduziert die benötigte Best Estimate Reserve wie erwartet. Gegenteiliger Effekt hat die Senkung der Kurve in der Berechnung des BE_{MKTint-down}. Der Schock der Zinskurve hat mit Abstand den meisten Einfluss auf die gesamt BE Reserve. Weiters ist von Interesse, dass verschiedene Versicherungsarten unterschiedlich auf Storno- und Prämienfreistellungsschocks reagieren. Jedoch erzeugt eine niedrigere Storno- und Prämienfreistellungsquote im Gesamtunternehmen auch eine geringere Best Estimate Reserve. Die Rentenversicherung, welche den größten Anteil der Versicherungstypen besitzt, hat den höchsten Anstieg der BE Reserve beim Schock der Langlebigkeit um 2,33%. Obwohl die prämiengünstigte Zukunftsvorsorge eine staatlich geförderte Rente ist, reagiert diese gegenteilig wie die "Standardrenten", dafür viel sensibler auf den Kosten- und Stornoschock.

Der zuvor erwähnte "Abfederungseffekt" aufgrund der dynamischen Gewinnbeteiligung lässt den SCR_{Life} um 39,05% sinken und den SCR_{Markt} ebenso um nur einen geringeren Prozentsatz.

Literaturverzeichnis

- [1] Springer Gabler Verlag: *Gabler Wirtschaftslexikon*, Stichwort: Versicherungsunternehmen, Aktienindex, Varianz. Online im Internet, URL: <http://wirtschaftslexikon.gabler.de> [Stand: 12.04.2014]
- [2] finanzen.net GmbH: *Indizes - historische Höchst- und Tiefstände*, online im Internet, URLs:
- ATX: <http://www.finanzen.net/index/ATX/Hochtief>
 - DAX: <http://www.finanzen.net/index/DAX/Hochtief>
 - SMI: <http://www.finanzen.net/index/SMI/Hochtief>
 - DOW JONES 30: http://www.finanzen.net/index/Dow_Jones/Hochtief
- [Stand: 12.04.2014]
- [3] Rechtsinformationssystem (RIS) - Bundesrecht konsolidiert: *Gewinnbeteiligungsverordnung GBVVU*, "Verordnung der Finanzmarktaufsichtsbehörde über die Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung", Fassung vom 17.04.2014. Online im Internet, URL: <http://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20005041> [Stand: 19.04.2014]
- [4] Österreichische Nationalbank: *Renditen auf dem österreichischen Rentenmarkt*, online im Internet, URL: <http://www.oenb.at/isaweb/report.do?report=2.11> [Stand: 12.04.2014]
- [5] Aktuarvereinigung Österreich, Kainhofer, Predota, Schmock: *The New Austrian Annuity Valuation Table - AVÖ 2005R*, online im Internet, URL: http://www.avoe.at/pdf/mitteilungen/H13_w3.pdf [Stand: 06.06.2014]
- [6] Statistik Austria: *Lebenserwartung für ausgewählte Altersjahre 1868/71 bis 2010/12 sowie 1951 bis 2012*, online im Internet, URL: http://www.statistik.at/web_de/statistiken/bevoelkerung/sterbetaefeln/index.html [Stand: 06.06.2014]

Literaturverzeichnis

- [7] Wikipedia: *Versicherungsbeitrag*, online im Internet, URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Versicherungsbeitrag#Brutto-_und_Nettobeitrag [Stand: 12.07.2014]
- [8] Deutsche Gesellschaft für Versicherungsmathematik: *Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik*, Heft 15: Methodik von Sterblichkeitsuntersuchungen, Verlag Versicherungswirtschaft E.V. Karlsruhe
- [9] Dimitsana Summer School Greece, Michel Denuit: *Longevity Problems and Mortality Tables, Part I-III*, online im Internet, URL: <http://www.math.upatras.gr/dimitsana/lecturenotes.htm> [Stand: 17.08.2014]
- [10] Statistik Austria: *Sterbetafeln 1868/71 bis 2010/12 nach dem Geschlecht*, online im Internet, URL: http://www.statistik.at/web_de/statistiken/bevoelkerung/sterbetafeln/index.html [Stand: 12.09.2014]
- [11] Aktuarvereinigung Österreich: *Berechnungstool AVÖ 2005R.xls*, online im Internet, URL: <http://www.avoe.at/Rententafel/AVOe2005R.xls> [Stand: 21.09.2014]
- [12] Wikipedia: Die freie Enzyklopädie: *Rechnungsgrundlage*, online im Internet, URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Rechnungsgrundlage> [Stand: 27.09.2014]
- [13] Statistik Austria: *Read me für Sterbetafeln*, online im Internet, URL: http://www.statistik.at/web_de/static/read_me_fuer_sterbetafeln_022542.pdf [Stand: 15.11.2014]
- [14] Johannes Ladstätter: *Wandel der Erhebungs- und Aufarbeitungsziele der Volkszählungen seit 1869*, in: Helczmanovszki, Heimold (Hg.): Beiträge zur Bevölkerungs- und Sozialgeschichte Österreichs, Wien 1973, (Seite 267 - 294)
- [15] Gudrun Exner: *Die Volkszählung von 1939 in Deutschland und Österreich - Ein Beitrag zum Holocaust?*, in: Austrian Journal of Statistics, Volume 31 (2002), Nummer 4, (Seite 249-256)
- [16] Statistik Austria: *Standard Dokumentation, Metainformationen zu Demographische Tafeln*, Ansprechperson: Mag. Alexander Hanika, online im Internet, URL: http://www.statistik.at/web_de/wcmsprod/groups/gd/documents/stdok/029280.pdf#pagemode=bookmarks [Stand: 17.11.2014]
- [17] Wolfgang Kohn: *Statistik: Datenanalyse und Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer Verlag (2004)

Literaturverzeichnis

- [18] Aktuarsvereinigung Österreichs: *Konstruktion der Unisex Rententafel AVÖ 2005R unisex* (2012). Online im Internet, URL: http://avoe.at/avoe_rechnungsgrundlagen.html [Stand: 22.11.2014]
- [19] Gerichtshof der Europäischen Union: *Urteil in der Rechtssache Rs. C-236/09 vom 1. März 2011*. Online im Internet, URL: <http://curia.europa.eu/juris/liste.jsf?language=de&num=C-236/09>
- [20] Amtsblatt der Europäischen Union: *Richtlinie 2004/113/EG des Rates vom 13. Dezember 2004*. Online im Internet, URL: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2004:373:0037:0043:DE:PDF> [Stand: 29.11.2014]
- [21] Hans U. Gerber: *Lebensversicherungsmathematik*, Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Zürich, Springer-Verlag
- [22] Rechtsinformationssystem (RIS) - Bundesrecht konsolidiert: *Aktuarsberichtsverordnung*, "Verordnung der Finanzmarktaufsichtsbehörde (FMA) über den Bericht des verantwortlichen Aktuars", Fassung vom 28.11.2014. Online im Internet, URL: <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20004201> [Stand: 28.11.2014]
- [23] acs actuarial solutions GmbH und Pfeifer, Prof. Dr. Dietmar: *Säule 1 - VT Risiko Leben*. Online im Internet, URL: <http://www.solvency-ii-kompakt.de/content/ermittlung-der-kapitalanforderungen-vt-leben> [Stand: 29.11.2014]
- [24] acs actuarial solutions GmbH und Pfeifer, Prof. Dr. Heep-Altiner: *Vom Standardmodell zur integrierten Risikosteuerung*. Online im Internet, URL: <http://www.solvency-ii-kompakt.de/content/vom-standardmodell-zur-integrierten-risikosteuerung> [Stand: 29.11.2014]
- [24] Solvency II kompakt: *Bewertung versicherungstechnischer Verpflichtungen*, ASSEKURATA Assekuranz Rating-Agentur GmbH, Köln. Online im Internet, URL: <http://www.solvency-ii-kompakt.de/content/bewertung-versicherungstechnischer-verpflichtungen> [Stand: 30.11.2014]
- [25] Österreichische Finanzmarktaufsicht: *Berechnungsmethode des Höchstzinssatzes*. Online im Internet, URL: <http://www.fma.gv.at/de/unternehmen/versicherungsunternehmen/hoechstzinssatz.html> [Stand: 30.11.2014]

Literaturverzeichnis

- [26] Solvency II kompakt: *Zukünftige Überschussbeteiligung*, ASSEKURATA Assekuranz Rating-Agentur GmbH, Köln. Online im Internet, URL: <http://www.solvency-ii-kompakt.de/content/zukuenftige-ueberschussbeteiligung> [Stand: 30.11.2014] antien-von-lebensversicherungspolice [Stand: 30.11.2014]
- [27] Solvency II kompakt: *Bewertung der Optionen und Garantien von Lebensversicherungspolice*, ASSEKURATA Assekuranz Rating-Agentur GmbH, Köln. Online im Internet, URL: <http://www.solvency-ii-kompakt.de/content/bewertung-der-optionen-und-gar>
- [28] Mag. Silvia Mock, Finanzmarktaufsicht: *Solvenzkapitalerfordernis (SCR) & Mindestkapitalerfordernis (MCR)*, Abteilung Aktuarielle Analyse und Modelle. Online im Internet, URL: http://www.fma.gv.at/typo3conf/ext/dam_download/secure.php?u=0&file=1916&t=1341978558&hash=2ad401032136d6c6d2c7fd167058fca1 [Stand: 02.12.2014]

Teil IV.

Anhang

A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

Tabelle A.1.: Vergleich von individuellen Renten-Sterbewahrscheinlichkeiten

x	Volkssterbetafel 2010/12		Selektionsfaktor AVÖ2005R		Rentensterblichkeit hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12		Individuelle Rentensterblichkeit 1.Ord. nach AVÖ2005R Extrapolation		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 1.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 2.Ord. zur Rentensterblichkeit, 2010/12	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
	2011	2011	Individuell				2011	2011				
0	0,003949	0,003151	0,800000	0,800000	0,003159	0,002521	0,002597	0,001828	-17,8%	-27,5%	-24,1%	-26,8%
1	0,000268	0,000192	0,800000	0,800000	0,000215	0,000154	0,000168	0,000159	-21,8%	3,3%	-25,1%	5,3%
2	0,000214	0,000153	0,800000	0,800000	0,000171	0,000123	0,000128	0,000102	-25,1%	-16,4%	-26,1%	-14,7%
3	0,000165	0,000119	0,800000	0,800000	0,000132	0,000095	0,000096	0,000064	-27,1%	-32,9%	-27,0%	-31,4%
4	0,000124	0,000094	0,800000	0,800000	0,000099	0,000075	0,000073	0,000048	-26,1%	-35,7%	-26,0%	-34,1%
5	0,000091	0,000080	0,800000	0,800000	0,000073	0,000064	0,000063	0,000042	-14,0%	-34,8%	-15,1%	-32,7%
6	0,000073	0,000072	0,800000	0,800000	0,000059	0,000058	0,000060	0,000041	1,8%	-28,6%	-1,1%	-24,2%
7	0,000069	0,000069	0,800000	0,800000	0,000055	0,000055	0,000057	0,000044	2,9%	-19,6%	-0,7%	-11,9%
8	0,000070	0,000069	0,800000	0,800000	0,000056	0,000055	0,000054	0,000048	-4,3%	-13,6%	-6,7%	-5,4%
9	0,000071	0,000070	0,800000	0,800000	0,000057	0,000056	0,000054	0,000050	-4,8%	-12,0%	-5,1%	-3,7%
10	0,000073	0,000073	0,800000	0,800000	0,000059	0,000058	0,000055	0,000052	-5,9%	-10,8%	-4,5%	-2,3%
11	0,000083	0,000078	0,800000	0,800000	0,000066	0,000063	0,000055	0,000056	-17,4%	-10,8%	-15,0%	-2,4%
12	0,000103	0,000088	0,800000	0,800000	0,000082	0,000070	0,000057	0,000062	-30,9%	-12,7%	-28,8%	-4,4%
13	0,000136	0,000103	0,800000	0,800000	0,000109	0,000082	0,000071	0,000073	-34,2%	-10,9%	-32,2%	-2,4%
14	0,000191	0,000123	0,800000	0,800000	0,000153	0,000099	0,000113	0,000095	-26,3%	-3,4%	-24,1%	5,8%
15	0,000270	0,000148	0,800000	0,800000	0,000216	0,000118	0,000191	0,000120	-11,3%	1,2%	-8,7%	10,8%
16	0,000367	0,000173	0,800000	0,800000	0,000294	0,000138	0,000300	0,000144	2,3%	4,0%	5,4%	13,9%
17	0,000481	0,000193	0,800000	0,800000	0,000385	0,000155	0,000427	0,000175	11,0%	13,3%	14,4%	24,0%
18	0,000599	0,000209	0,800000	0,800000	0,000479	0,000167	0,000539	0,000196	12,6%	17,2%	16,0%	30,0%
19	0,000699	0,000226	0,800000	0,800000	0,000559	0,000181	0,000595	0,000198	6,4%	9,8%	9,6%	23,0%
20	0,000766	0,000241	0,800000	0,800000	0,000613	0,000193	0,000608	0,000190	-0,8%	-1,5%	2,2%	11,3%
21	0,000797	0,000250	0,800000	0,800000	0,000638	0,000200	0,000606	0,000181	-4,9%	-9,6%	-0,9%	2,4%
22	0,000792	0,000252	0,800000	0,800000	0,000633	0,000202	0,000602	0,000175	-4,9%	-13,3%	0,2%	-2,0%
23	0,000765	0,000248	0,800000	0,800000	0,000612	0,000198	0,000597	0,000167	-2,5%	-16,1%	3,7%	-6,0%
24	0,000736	0,000244	0,800000	0,800000	0,000589	0,000195	0,000593	0,000159	0,7%	-18,7%	8,0%	-9,9%
25	0,000715	0,000244	0,800000	0,800000	0,000572	0,000195	0,000592	0,000159	3,5%	-18,7%	11,2%	-10,6%
26	0,000699	0,000248	0,800000	0,800000	0,000559	0,000198	0,000585	0,000165	4,6%	-16,8%	11,8%	-8,7%
27	0,000686	0,000254	0,800000	0,800000	0,000549	0,000204	0,000572	0,000171	4,2%	-15,8%	10,2%	-8,3%
28	0,000678	0,000262	0,800000	0,800000	0,000542	0,000210	0,000552	0,000177	1,8%	-15,5%	6,4%	-8,5%
29	0,000678	0,000272	0,800000	0,800000	0,000542	0,000217	0,000533	0,000183	-1,7%	-16,0%	1,4%	-9,3%
30	0,000686	0,000283	0,800000	0,800000	0,000549	0,000227	0,000523	0,000191	-4,7%	-15,9%	-2,5%	-9,6%

A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

x	Volkssterbetafel 2010/12		Selektionsfaktor AVÖ2005R		Rentensterblichkeit, hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12		Individuelle Rentensterblichkeit 1.Ord. nach AVÖ2005R Extrapolation		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 1.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 2.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
	2011	2011	Individuell				2011	2011				
31	0,000704	0,000298	0,800000	0,800000	0,000563	0,000239	0,000530	0,000209	-5,9%	-12,5%	-4,2%	-6,1%
32	0,000732	0,000316	0,800000	0,800000	0,000586	0,000253	0,000556	0,000235	-5,0%	-7,3%	-3,3%	-0,2%
33	0,000772	0,000337	0,800000	0,800000	0,000617	0,000269	0,000591	0,000267	-4,3%	-0,9%	-2,4%	7,0%
34	0,000819	0,000363	0,800000	0,800000	0,000655	0,000291	0,000628	0,000296	-4,2%	1,9%	-1,9%	10,5%
35	0,000869	0,000395	0,800000	0,800000	0,000696	0,000316	0,000666	0,000320	-4,3%	1,2%	-1,3%	10,4%
36	0,000923	0,000430	0,800000	0,800000	0,000739	0,000344	0,000714	0,000347	-3,3%	0,8%	0,1%	10,8%
37	0,000985	0,000468	0,800000	0,800000	0,000788	0,000375	0,000786	0,000388	-0,3%	3,5%	3,4%	15,0%
38	0,001059	0,000510	0,800000	0,800000	0,000847	0,000408	0,000878	0,000440	3,6%	8,0%	7,8%	21,0%
39	0,001146	0,000557	0,800000	0,800000	0,000916	0,000446	0,000985	0,000500	7,4%	12,1%	12,3%	26,6%
40	0,001248	0,000617	0,800000	0,800000	0,000998	0,000494	0,001100	0,000565	10,2%	14,5%	15,5%	30,3%
41	0,001369	0,000694	0,785500	0,787500	0,001076	0,000546	0,001197	0,000623	11,3%	14,0%	16,5%	31,3%
42	0,001512	0,000788	0,771000	0,775000	0,001166	0,000611	0,001291	0,000680	10,7%	11,3%	15,6%	29,9%
43	0,001679	0,000899	0,756500	0,762500	0,001270	0,000685	0,001386	0,000738	9,1%	7,7%	13,7%	27,0%
44	0,001872	0,001022	0,742000	0,750000	0,001389	0,000767	0,001491	0,000797	7,3%	3,9%	12,0%	23,3%
45	0,002094	0,001157	0,727500	0,737500	0,001523	0,000853	0,001608	0,000860	5,6%	0,8%	10,6%	20,1%
46	0,002345	0,001302	0,713000	0,725000	0,001672	0,000944	0,001740	0,000936	4,1%	-0,8%	9,4%	18,2%
47	0,002625	0,001456	0,698500	0,712500	0,001833	0,001037	0,001884	0,001021	2,8%	-1,5%	8,4%	17,4%
48	0,002935	0,001619	0,684000	0,700000	0,002008	0,001133	0,002044	0,001110	1,8%	-2,0%	7,8%	16,7%
49	0,003281	0,001790	0,669500	0,687500	0,002197	0,001231	0,002223	0,001200	1,2%	-2,5%	7,6%	15,9%
50	0,003664	0,001969	0,655000	0,675000	0,002400	0,001329	0,002419	0,001295	0,8%	-2,6%	7,9%	15,7%
51	0,004086	0,002159	0,640500	0,662500	0,002617	0,001431	0,002626	0,001392	0,3%	-2,7%	8,1%	15,4%
52	0,004549	0,002362	0,626000	0,650000	0,002848	0,001535	0,002834	0,001486	-0,5%	-3,2%	7,7%	14,7%
53	0,005058	0,002583	0,611500	0,637500	0,003093	0,001646	0,003035	0,001574	-1,9%	-4,4%	6,3%	13,2%
54	0,005617	0,002827	0,597000	0,625000	0,003353	0,001767	0,003225	0,001656	-3,8%	-6,2%	4,0%	10,8%
55	0,006232	0,003102	0,582500	0,612500	0,003630	0,001900	0,003404	0,001735	-6,2%	-8,7%	1,1%	7,3%
56	0,006910	0,003412	0,568000	0,600000	0,003925	0,002047	0,003576	0,001813	-8,9%	-11,5%	-2,1%	3,3%
57	0,007653	0,003755	0,553500	0,587500	0,004236	0,002206	0,003744	0,001886	-11,6%	-14,5%	-5,3%	-0,9%
58	0,008460	0,004132	0,539000	0,575000	0,004560	0,002376	0,003912	0,001958	-14,2%	-17,6%	-8,3%	-5,4%
59	0,009325	0,004546	0,524500	0,562500	0,004891	0,002557	0,004086	0,002036	-16,5%	-20,4%	-10,8%	-9,4%
60	0,010240	0,004993	0,510000	0,550000	0,005222	0,002746	0,004279	0,002128	-18,1%	-22,5%	-12,6%	-12,3%
61	0,011194	0,005463	0,510306	0,550281	0,005713	0,003006	0,004637	0,002293	-18,8%	-23,7%	-13,4%	-14,1%
62	0,012177	0,005949	0,511225	0,551125	0,006225	0,003279	0,005063	0,002490	-18,7%	-24,0%	-13,2%	-14,7%
63	0,013184	0,006453	0,512756	0,552531	0,006760	0,003565	0,005569	0,002729	-17,6%	-23,5%	-12,1%	-14,1%
64	0,014214	0,006976	0,514900	0,554500	0,007319	0,003868	0,006161	0,003012	-15,8%	-22,1%	-10,2%	-12,6%
65	0,015274	0,007521	0,517656	0,557031	0,007907	0,004189	0,006836	0,003343	-13,5%	-20,2%	-7,8%	-10,5%
66	0,016385	0,008094	0,521025	0,560125	0,008537	0,004533	0,007592	0,003736	-11,1%	-17,6%	-5,4%	-7,7%
67	0,017571	0,008712	0,525006	0,563781	0,009225	0,004912	0,008436	0,004194	-8,6%	-14,6%	-3,2%	-4,5%
68	0,018865	0,009402	0,529600	0,568000	0,009991	0,005340	0,009376	0,004718	-6,2%	-11,6%	-1,1%	-1,3%
69	0,020305	0,010191	0,534806	0,572781	0,010859	0,005837	0,010423	0,005311	-4,0%	-9,0%	0,7%	1,5%
70	0,021936	0,011114	0,540625	0,578125	0,011859	0,006425	0,011587	0,005993	-2,3%	-6,7%	2,0%	3,9%
71	0,023806	0,012210	0,547056	0,584031	0,013023	0,007131	0,012886	0,006781	-1,1%	-4,9%	2,8%	5,7%
72	0,025966	0,013524	0,554100	0,590500	0,014388	0,007986	0,014342	0,007705	-0,3%	-3,5%	3,0%	7,1%
73	0,028471	0,015107	0,561756	0,597531	0,015994	0,009027	0,015985	0,008790	-0,1%	-2,6%	3,0%	7,8%
74	0,031378	0,017015	0,570025	0,605125	0,017886	0,010296	0,017849	0,010075	-0,2%	-2,2%	2,8%	8,1%
75	0,034744	0,019309	0,578906	0,613281	0,020114	0,011842	0,019973	0,011591	-0,7%	-2,1%	2,6%	8,0%
76	0,038632	0,022056	0,588400	0,622000	0,022731	0,013719	0,022409	0,013365	-1,4%	-2,6%	2,3%	7,4%
77	0,043106	0,025325	0,598506	0,631281	0,025799	0,015987	0,025210	0,015435	-2,3%	-3,5%	2,0%	6,6%
78	0,048232	0,029189	0,609225	0,641125	0,029384	0,018714	0,028444	0,017845	-3,2%	-4,6%	1,7%	5,4%
79	0,054078	0,033728	0,620556	0,651531	0,033559	0,021975	0,032267	0,020666	-3,8%	-6,0%	1,5%	4,2%

A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

x	Volkssterbetafel 2010/12		Selektionsfaktor AVÖ2005R		Rentensterblichkeit, hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12		Individuelle Rentensterblichkeit 1. Ord. nach AVÖ2005R Extrapolation		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 1. Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 2. Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
	2011	2011	Individuell				2011	2011				
80	0,060711	0,039020	0,632500	0,662500	0,038400	0,025850	0,036768	0,023982	-4,2%	-7,2%	1,5%	3,1%
81	0,068193	0,045146	0,645056	0,674031	0,043989	0,030430	0,042063	0,027887	-4,4%	-8,4%	1,7%	2,1%
82	0,076587	0,052187	0,658225	0,686125	0,050412	0,035807	0,048304	0,032462	-4,2%	-9,3%	2,3%	1,3%
83	0,085949	0,060222	0,672006	0,698781	0,057758	0,042082	0,055260	0,037857	-4,3%	-10,0%	2,6%	0,8%
84	0,096330	0,069324	0,686400	0,712000	0,066121	0,049358	0,062793	0,044241	-5,0%	-10,4%	2,2%	0,8%
85	0,107777	0,079559	0,701406	0,725781	0,075595	0,057743	0,071188	0,051771	-5,8%	-10,3%	1,5%	1,0%
86	0,120326	0,090987	0,717025	0,740125	0,086277	0,067342	0,080615	0,060679	-6,6%	-9,9%	0,7%	1,7%
87	0,134003	0,103654	0,733256	0,755031	0,098259	0,078262	0,091288	0,070796	-7,1%	-9,5%	0,0%	2,1%
88	0,148824	0,117592	0,750100	0,770500	0,111633	0,090605	0,103451	0,082245	-7,3%	-9,2%	-0,5%	2,2%
89	0,164790	0,132815	0,767556	0,786531	0,126486	0,104463	0,117434	0,095481	-7,2%	-8,6%	-0,5%	2,5%
90	0,181888	0,149319	0,785625	0,803125	0,142896	0,119922	0,133436	0,110666	-6,6%	-7,7%	0,1%	3,0%
91	0,200088	0,167075	0,804306	0,820281	0,160932	0,137049	0,151752	0,127927	-5,7%	-6,7%	1,3%	3,5%
92	0,219345	0,186035	0,823600	0,838000	0,180653	0,155897	0,172288	0,147447	-4,6%	-5,4%	2,8%	4,3%
93	0,239597	0,206123	0,843506	0,856281	0,202101	0,176499	0,195121	0,169295	-3,5%	-4,1%	4,5%	5,4%
94	0,260763	0,227240	0,864025	0,875125	0,225306	0,198864	0,220226	0,193369	-2,3%	-2,8%	6,0%	6,5%
95	0,282748	0,249266	0,885156	0,894531	0,250276	0,222976	0,247795	0,219407	-1,0%	-1,6%	7,1%	7,5%
96	0,305441	0,272056	0,906900	0,914500	0,277004	0,248795	0,277833	0,247504	0,3%	-0,5%	8,2%	8,4%
97	0,328716	0,295448	0,929256	0,935031	0,305462	0,276254	0,310269	0,277754	1,6%	0,5%	9,2%	9,2%
98	0,352438	0,319265	0,952225	0,956125	0,335601	0,305258	0,344308	0,310111	2,6%	1,6%	10,1%	10,0%
99	0,376462	0,343318	0,975806	0,977781	0,367354	0,335689	0,379994	0,344565	3,4%	2,6%	11,0%	10,9%
100	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	0,417592	0,381010	-58,2%	-61,9%	-55,5%	-58,9%
101							0,445778	0,409839				
102							0,473921	0,438771				
103							0,501987	0,467746				
104							0,529957	0,496736				
105							0,557824	0,525723				
106							0,585586	0,554687				
107							0,613242	0,583615				
108							0,640792	0,612496				
109							0,668242	0,641321				
110							0,695594	0,670086				
111							0,722854	0,698784				
112							0,750027	0,727414				
113							0,779375	0,7619				
114							0,803345	0,788352				
115							0,82598	0,813358				
116							0,847184	0,836783				
117							0,866881	0,858517				
118							0,885017	0,878481				
119							0,901561	0,896626				
120							0,916507	0,912933				

A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

Tabelle A.2.: Vergleich von Gruppen Renten-Sterbewahrscheinlichkeiten

x	Volkssterbetafel 2010/12		Selektionsfaktor AVÖ2005R		Rentensterblichkeit, hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12		Guppen Rentensterblichkeit 1.Ord. nach AVÖ2005R Extrapolation		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 1.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 2.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
	2011	2011	Gruppe				2011	2011				
0	0,003949	0,003151	0,800000	0,800000	0,003159	0,002521	0,002597	0,001828	-17,8%	-27,5%	-17,8%	-27,5%
1	0,000268	0,000192	0,800000	0,800000	0,000215	0,000154	0,000168	0,000159	-21,8%	3,3%	-21,8%	3,3%
2	0,000214	0,000153	0,800000	0,800000	0,000171	0,000123	0,000128	0,000102	-25,1%	-16,4%	-25,1%	-16,4%
3	0,000165	0,000119	0,800000	0,800000	0,000132	0,000095	0,000096	0,000064	-27,1%	-32,9%	-27,1%	-32,9%
4	0,000124	0,000094	0,800000	0,800000	0,000099	0,000075	0,000073	0,000048	-26,1%	-35,7%	-26,1%	-35,7%
5	0,000091	0,000080	0,800000	0,800000	0,000073	0,000064	0,000063	0,000042	-14,0%	-34,8%	-14,0%	-34,8%
6	0,000073	0,000072	0,800000	0,800000	0,000059	0,000058	0,000060	0,000041	1,8%	-28,6%	1,8%	-28,6%
7	0,000069	0,000069	0,800000	0,800000	0,000055	0,000055	0,000057	0,000044	2,9%	-19,6%	2,9%	-19,6%
8	0,000070	0,000069	0,800000	0,800000	0,000056	0,000055	0,000054	0,000048	-4,3%	-13,6%	-4,3%	-13,6%
9	0,000071	0,000070	0,800000	0,800000	0,000057	0,000056	0,000054	0,000050	-4,8%	-12,0%	-4,8%	-12,0%
10	0,000073	0,000073	0,800000	0,800000	0,000059	0,000058	0,000055	0,000052	-5,9%	-10,8%	-5,9%	-10,8%
11	0,000083	0,000078	0,800000	0,800000	0,000066	0,000063	0,000055	0,000056	-17,4%	-10,8%	-17,4%	-10,8%
12	0,000103	0,000088	0,800000	0,800000	0,000082	0,000070	0,000057	0,000062	-30,9%	-12,7%	-30,9%	-12,7%
13	0,000136	0,000103	0,800000	0,800000	0,000109	0,000082	0,000071	0,000073	-34,2%	-10,9%	-34,2%	-10,9%
14	0,000191	0,000123	0,800000	0,800000	0,000153	0,000099	0,000113	0,000095	-26,3%	-3,4%	-26,3%	-3,4%
15	0,000270	0,000148	0,800000	0,800000	0,000216	0,000118	0,000191	0,000120	-11,3%	1,2%	-11,3%	1,2%
16	0,000367	0,000173	0,800000	0,800000	0,000294	0,000138	0,000300	0,000144	2,3%	4,0%	2,3%	4,0%
17	0,000481	0,000193	0,800000	0,800000	0,000385	0,000155	0,000427	0,000175	11,0%	13,3%	11,0%	13,3%
18	0,000599	0,000209	0,800000	0,800000	0,000479	0,000167	0,000539	0,000196	12,6%	17,2%	12,6%	17,2%
19	0,000699	0,000226	0,800000	0,800000	0,000559	0,000181	0,000595	0,000198	6,4%	9,8%	6,4%	9,8%
20	0,000766	0,000241	0,800000	0,800000	0,000613	0,000193	0,000608	0,000190	-0,8%	-1,5%	-0,8%	-1,5%
21	0,000797	0,000250	0,800000	0,800000	0,000638	0,000200	0,000606	0,000181	-4,9%	-9,6%	-4,9%	-9,6%
22	0,000792	0,000252	0,800000	0,800000	0,000633	0,000202	0,000602	0,000175	-4,9%	-13,3%	-4,9%	-13,3%
23	0,000765	0,000248	0,800000	0,800000	0,000612	0,000198	0,000597	0,000167	-2,5%	-16,1%	-2,5%	-16,1%
24	0,000736	0,000244	0,800000	0,800000	0,000589	0,000195	0,000593	0,000159	0,7%	-18,7%	0,7%	-18,7%
25	0,000715	0,000244	0,800000	0,800000	0,000572	0,000195	0,000592	0,000159	3,5%	-18,7%	3,5%	-18,7%
26	0,000699	0,000248	0,800000	0,800000	0,000559	0,000198	0,000585	0,000165	4,6%	-16,8%	4,6%	-16,8%
27	0,000686	0,000254	0,800000	0,800000	0,000549	0,000204	0,000572	0,000171	4,2%	-15,8%	4,2%	-15,8%
28	0,000678	0,000262	0,800000	0,800000	0,000542	0,000210	0,000552	0,000177	1,8%	-15,5%	1,8%	-15,5%
29	0,000678	0,000272	0,800000	0,800000	0,000542	0,000217	0,000533	0,000183	-1,7%	-16,0%	-1,7%	-16,0%
30	0,000686	0,000283	0,800000	0,800000	0,000549	0,000227	0,000523	0,000191	-4,7%	-15,9%	-4,7%	-15,9%
31	0,000704	0,000298	0,800000	0,800000	0,000563	0,000239	0,000530	0,000209	-5,9%	-12,5%	-5,9%	-12,5%
32	0,000732	0,000316	0,800000	0,800000	0,000586	0,000253	0,000556	0,000235	-5,0%	-7,3%	-5,0%	-7,3%
33	0,000772	0,000337	0,800000	0,800000	0,000617	0,000269	0,000591	0,000267	-4,3%	-0,9%	-4,3%	-0,9%
34	0,000819	0,000363	0,800000	0,800000	0,000655	0,000291	0,000628	0,000296	-4,2%	1,9%	-4,2%	1,9%
35	0,000869	0,000395	0,800000	0,800000	0,000696	0,000316	0,000666	0,000320	-4,3%	1,2%	-4,3%	1,2%
36	0,000923	0,000430	0,800000	0,800000	0,000739	0,000344	0,000714	0,000347	-3,3%	0,8%	-3,3%	0,8%
37	0,000985	0,000468	0,800000	0,800000	0,000788	0,000375	0,000786	0,000388	-0,3%	3,5%	-0,3%	3,5%
38	0,001059	0,000510	0,800000	0,800000	0,000847	0,000408	0,000878	0,000440	3,6%	8,0%	3,6%	8,0%
39	0,001146	0,000557	0,800000	0,800000	0,000916	0,000446	0,000985	0,000500	7,4%	12,1%	7,4%	12,1%
40	0,001248	0,000617	0,800000	0,800000	0,000998	0,000494	0,001100	0,000565	10,2%	14,5%	10,2%	14,5%
41	0,001369	0,000694	0,790500	0,791625	0,001082	0,000549	0,001197	0,000623	10,6%	13,4%	11,3%	14,0%
42	0,001512	0,000788	0,781000	0,783250	0,001181	0,000617	0,001291	0,000680	9,3%	10,1%	10,7%	11,3%
43	0,001679	0,000899	0,771500	0,774875	0,001295	0,000696	0,001386	0,000738	7,0%	6,0%	9,1%	7,7%
44	0,001872	0,001022	0,762000	0,766500	0,001426	0,000784	0,001491	0,000797	4,5%	1,7%	7,3%	3,9%
45	0,002094	0,001157	0,752500	0,758125	0,001576	0,000877	0,001608	0,000860	2,1%	-1,9%	5,6%	0,8%

A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

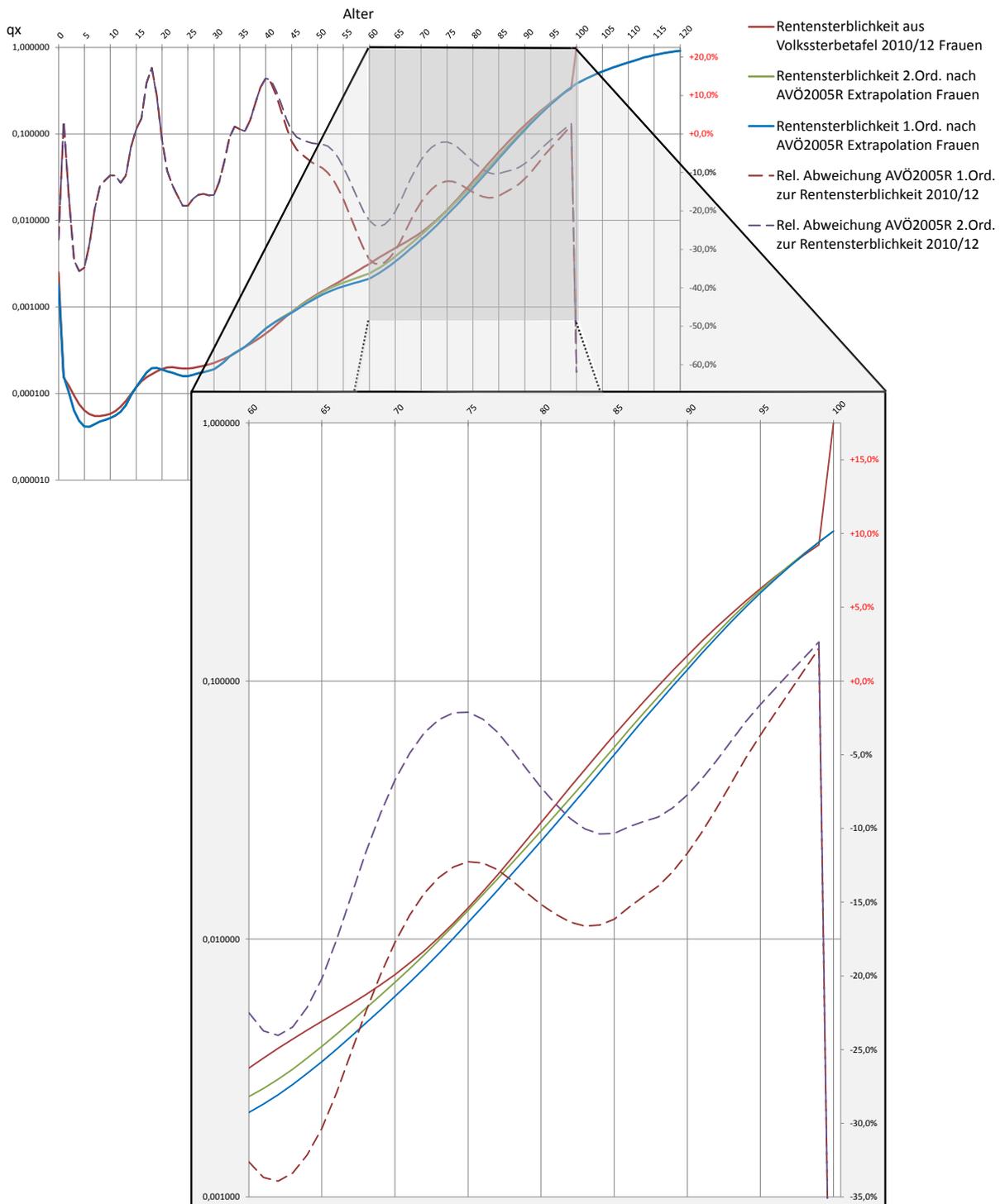
x	Volkssterbetafel 2010/12		Selektionsfaktor AVÖ2005R		Rentensterblichkeit, hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12		Gruppen Rentensterblichkeit 1.Ord. nach AVÖ2005R Extrapolation		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 1.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 2.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
	2011	2011	Gruppe				2011	2011				
46	0,002345	0,001302	0,743000	0,749750	0,001742	0,000976	0,001740	0,000936	-0,1%	-4,1%	4,1%	-0,8%
47	0,002625	0,001456	0,733500	0,741375	0,001925	0,001079	0,001884	0,001021	-2,1%	-5,4%	2,8%	-1,5%
48	0,002935	0,001619	0,724000	0,733000	0,002125	0,001187	0,002044	0,001110	-3,8%	-6,4%	1,8%	-2,0%
49	0,003281	0,001790	0,714500	0,724625	0,002344	0,001297	0,002223	0,001200	-5,2%	-7,5%	1,2%	-2,5%
50	0,003664	0,001969	0,705000	0,716250	0,002583	0,001411	0,002419	0,001295	-6,4%	-8,2%	0,8%	-2,6%
51	0,004086	0,002159	0,695500	0,707875	0,002842	0,001528	0,002626	0,001392	-7,6%	-8,9%	0,3%	-2,7%
52	0,004549	0,002362	0,686000	0,699500	0,003121	0,001652	0,002834	0,001486	-9,2%	-10,1%	-0,5%	-3,2%
53	0,005058	0,002583	0,676500	0,691125	0,003422	0,001785	0,003035	0,001574	-11,3%	-11,8%	-1,9%	-4,4%
54	0,005617	0,002827	0,667000	0,682750	0,003747	0,001930	0,003225	0,001656	-13,9%	-14,2%	-3,8%	-6,2%
55	0,006232	0,003102	0,657500	0,674375	0,004097	0,002092	0,003404	0,001735	-16,9%	-17,0%	-6,2%	-8,7%
56	0,006910	0,003412	0,648000	0,666000	0,004478	0,002272	0,003576	0,001813	-20,1%	-20,2%	-8,9%	-11,5%
57	0,007653	0,003755	0,638500	0,657625	0,004887	0,002469	0,003744	0,001886	-23,4%	-23,6%	-11,6%	-14,5%
58	0,008460	0,004132	0,629000	0,649250	0,005322	0,002683	0,003912	0,001958	-26,5%	-27,0%	-14,2%	-17,6%
59	0,009325	0,004546	0,619500	0,640875	0,005777	0,002914	0,004086	0,002036	-29,3%	-30,1%	-16,5%	-20,4%
60	0,010240	0,004993	0,610000	0,632500	0,006246	0,003158	0,004279	0,002128	-31,5%	-32,6%	-18,1%	-22,5%
61	0,011194	0,005463	0,610244	0,632730	0,006831	0,003456	0,004637	0,002293	-32,1%	-33,7%	-18,8%	-23,7%
62	0,012177	0,005949	0,610975	0,633419	0,007440	0,003768	0,005063	0,002490	-32,0%	-33,9%	-18,7%	-24,0%
63	0,013184	0,006453	0,612194	0,634567	0,008071	0,004095	0,005569	0,002729	-31,0%	-33,4%	-17,6%	-23,5%
64	0,014214	0,006976	0,613900	0,636175	0,008726	0,004438	0,006161	0,003012	-29,4%	-32,1%	-15,8%	-22,1%
65	0,015274	0,007521	0,616094	0,638242	0,009410	0,004800	0,006836	0,003343	-27,4%	-30,4%	-13,5%	-20,2%
66	0,016385	0,008094	0,618775	0,640769	0,010139	0,005186	0,007592	0,003736	-25,1%	-28,0%	-11,1%	-17,6%
67	0,017571	0,008712	0,621944	0,643755	0,010928	0,005609	0,008436	0,004194	-22,8%	-25,2%	-8,6%	-14,6%
68	0,018865	0,009402	0,625600	0,647200	0,011802	0,006085	0,009376	0,004718	-20,6%	-22,5%	-6,2%	-11,6%
69	0,020305	0,010191	0,629744	0,651105	0,012787	0,006635	0,010423	0,005311	-18,5%	-20,0%	-4,0%	-9,0%
70	0,021936	0,011114	0,634375	0,655469	0,013916	0,007285	0,011587	0,005993	-16,7%	-17,7%	-2,3%	-6,7%
71	0,023806	0,012210	0,639494	0,660292	0,015224	0,008062	0,012886	0,006781	-15,4%	-15,9%	-1,1%	-4,9%
72	0,025966	0,013524	0,645100	0,665575	0,016751	0,009001	0,014342	0,007705	-14,4%	-14,4%	-0,3%	-3,5%
73	0,028471	0,015107	0,651194	0,671317	0,018540	0,010141	0,015985	0,008790	-13,8%	-13,3%	-0,1%	-2,6%
74	0,031378	0,017015	0,657775	0,677519	0,020639	0,011528	0,017849	0,010075	-13,5%	-12,6%	-0,2%	-2,2%
75	0,034744	0,019309	0,664844	0,684180	0,023099	0,013211	0,019973	0,011591	-13,5%	-12,3%	-0,7%	-2,1%
76	0,038632	0,022056	0,672400	0,691300	0,025976	0,015247	0,022409	0,013365	-13,7%	-12,3%	-1,4%	-2,6%
77	0,043106	0,025325	0,680444	0,698880	0,029331	0,017699	0,025210	0,015435	-14,0%	-12,8%	-2,3%	-3,5%
78	0,048232	0,029189	0,688975	0,706919	0,033231	0,020635	0,028444	0,017845	-14,4%	-13,5%	-3,2%	-4,6%
79	0,054078	0,033728	0,697994	0,715417	0,037746	0,024129	0,032267	0,020666	-14,5%	-14,4%	-3,8%	-6,0%
80	0,060711	0,039020	0,707500	0,724375	0,042953	0,028265	0,036768	0,023982	-14,4%	-15,2%	-4,2%	-7,2%
81	0,068193	0,045146	0,717494	0,733792	0,048928	0,033128	0,042063	0,027887	-14,0%	-15,8%	-4,4%	-8,4%
82	0,076587	0,052187	0,727975	0,743669	0,055753	0,038810	0,048304	0,032462	-13,4%	-16,4%	-4,2%	-9,3%
83	0,085949	0,060222	0,738944	0,754005	0,063511	0,045408	0,055260	0,037857	-13,0%	-16,6%	-4,3%	-10,0%
84	0,096330	0,069324	0,750400	0,764800	0,072286	0,053019	0,062793	0,044241	-13,1%	-16,6%	-5,0%	-10,4%
85	0,107777	0,079559	0,762344	0,776055	0,082163	0,061742	0,071188	0,051771	-13,4%	-16,1%	-5,8%	-10,3%
86	0,120326	0,090987	0,774775	0,787769	0,093225	0,071677	0,080615	0,060679	-13,5%	-15,3%	-6,6%	-9,9%
87	0,134003	0,103654	0,787694	0,799942	0,105554	0,082917	0,091288	0,070796	-13,5%	-14,6%	-7,1%	-9,5%
88	0,148824	0,117592	0,801100	0,812575	0,119223	0,095552	0,103451	0,082245	-13,2%	-13,9%	-7,3%	-9,2%
89	0,164790	0,132815	0,814994	0,825667	0,134303	0,109661	0,117434	0,095481	-12,6%	-12,9%	-7,2%	-8,6%
90	0,181888	0,149319	0,829375	0,839219	0,150853	0,125311	0,133436	0,110666	-11,5%	-11,7%	-6,6%	-7,7%
91	0,200088	0,167075	0,844244	0,853230	0,168923	0,142554	0,151752	0,127927	-10,2%	-10,3%	-5,7%	-6,7%
92	0,219345	0,186035	0,859600	0,867700	0,188549	0,161422	0,172288	0,147447	-8,6%	-8,7%	-4,6%	-5,4%
93	0,239597	0,206123	0,875444	0,882630	0,209753	0,181930	0,195121	0,169295	-7,0%	-6,9%	-3,5%	-4,1%
94	0,260763	0,227240	0,891775	0,898019	0,232542	0,204066	0,220226	0,193369	-5,3%	-5,2%	-2,3%	-2,8%
95	0,282748	0,249266	0,908594	0,913867	0,256903	0,227796	0,247795	0,219407	-3,5%	-3,7%	-1,0%	-1,6%

A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

x	Volkssterbetafel 2010/12		Selektionsfaktor AVÖ2005R		Rentensterblichkeit, hergeleitet aus der Volkssterbetafel 2010/12		Gruppen Rentensterblichkeit 1.Ord. nach AVÖ2005R Extrapolation		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 1.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12		Rel. Abweichung der AVÖ2005R 2.Ord. zur Rentensterblichkeit 2010/12	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
	2011	2011	Gruppe				2011	2011				
96	0,305441	0,272056	0,925900	0,930175	0,282807	0,253060	0,277833	0,247504	-1,8%	-2,2%	0,3%	-0,5%
97	0,328716	0,295448	0,943694	0,946942	0,310207	0,279773	0,310269	0,277754	0,0%	-0,7%	1,6%	0,5%
98	0,352438	0,319265	0,961975	0,964169	0,339037	0,307826	0,344308	0,310111	1,6%	0,7%	2,6%	1,6%
99	0,376462	0,343318	0,980744	0,981855	0,369212	0,337088	0,379994	0,344565	2,9%	2,2%	3,4%	2,6%
100	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	0,417592	0,381010	-58,2%	-61,9%	-58,2%	-61,9%
101							0,445778	0,409839				
102							0,473921	0,438771				
103							0,501987	0,467746				
104							0,529957	0,496736				
105							0,557824	0,525723				
106							0,585586	0,554687				
107							0,613242	0,583615				
108							0,640792	0,612496				
109							0,668242	0,641321				
110							0,695594	0,670086				
111							0,722854	0,698784				
112							0,750027	0,727414				
113							0,779375	0,761900				
114							0,803345	0,788352				
115							0,825980	0,813358				
116							0,847184	0,836783				
117							0,866881	0,858517				
118							0,885017	0,878481				
119							0,901561	0,896626				
120							0,916507	0,912933				

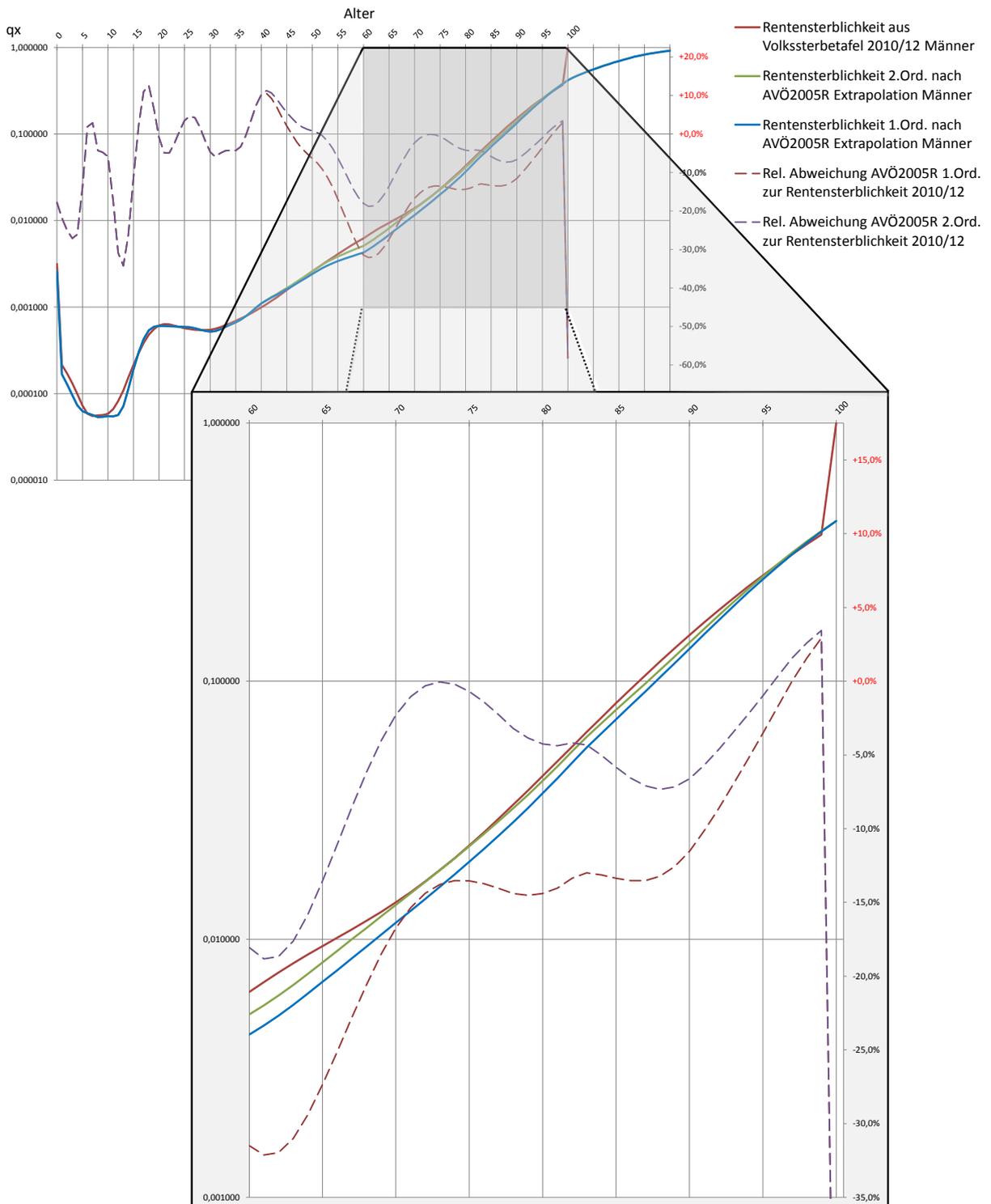
A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

Abbildung A.1.: Analyse der Gruppen-Rentensterblichkeiten von Frauen: AVÖ 2005R Rententafel extrapoliert bis 2011 und aus der Volkssterbetafel 2010/12 gewonnene Rentensterblichkeiten.



A. Vergleich der österreichischen Volkssterbetafel 2010/12 mit der AVÖ 2005R Rententafel

Abbildung A.2.: Analyse der Gruppen-Rentensterblichkeiten von Männern: AVÖ 2005R Rententafel extrapoliert bis 2011 und aus der Volkssterbetafel 2010/12 gewonnene Rentensterblichkeiten.



Erklärung über die selbstständige Anfertigung der Master-Arbeit

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlichen und alle sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Ort, Datum

Unterschrift