Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.

http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.

http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

Diplomarbeit

Abschätzung des Bedarfs nach Kleidungsgrössen mit Hilfe eines adaptierten "Top-Dog" Index

Ausgeführt am Institut für

Wirtschaftsmathematik
der Technischen Universität Wien

unter Anleitung von

Ao. Univ. Prof. Wolfgang Scherrer

durch

Matthias Haid

Wien, Jänner 2015

Einleitung

Die vorliegende Arbeit untersucht das Problem der Bedarfsschätzung im Einzelhandel bei wechselndem Angebot. Konkret betrachtet wird der Fall einer Sportartikelhandelskette mit mehreren Filialen, für die der *Größenlauf*, also die anteilige Nachfrage der Kleidergrößen geschätzt werden soll. Dabei wird insbesondere die Tatsache berücksichtigt, dass sich die Waren nach der Mode richten und somit abverkauft und ausgetauscht, aber nicht notwendigerweise durch einen entsprechenden Artikel ersetzt werden.

Analysiert wird die Produktgruppe *Trainingsanzüge*, wobei diese nur stellvertretend für eine beliebige Produktgruppe mit unterschiedlichen Konfektionsgrößen steht. Anders als üblich wird aufgrund der besonderen Problemstellung nicht ein Regressionsmodell verwendet, sondern stattdessen soll ein heuristisches Schätzverfahren eingesetzt werden, das Über- und Unterangebot bei den Bekleidungsgrößen robust erkennt. Es wurde in [6] speziell für diesen Fall entwickelt.

Das gegebene Datenmaterial wurde in [4] bereits mittels Poisson- und Negativer Binomialregression untersucht, diese Ergebnisse können als Referenz zu der hier präsentierten Methode herangezogen werden.

Die Berechnungen und Analysen wurden in R [8] durchgeführt. Das Paket *data.table* [3] erlaubt dabei schnelle Berechnungen auch bei großem Datenumfang und gleichzeitig übersichtlichem Programmcode.

Die Heuristik wird in Kapitel 2 vorgestellt und in Kapitel 3 an den gegebenen Datenbestand angepasst sowie ausgewertet. Der Vergleich mit der üblichen Methode (Kapitel 4) folgt in Kapitel 5. Zunächst soll aber im 1. Kapitel das Ausgangsdatenmaterial beschrieben werden.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung **ii**

1 Datensatz **1**
1.1 Ergänzung fehlender Datensätze 2
1.2 Verkaufspreise 3
1.3 Preisgruppen 4
1.4 Artikelgrößen 4
1.5 Verkaufsmengen und Umsatzaufteilung der Artikel 5
1.6 Bereinigte Daten 10

2 Aufteilungsoptimierung mittels Top-Dog-Index **14**
2.1 Der Top-Dog-Index 15
2.2 Umsetzung der Resultate in die zukünftige Aufteilung der Bestellmengen . . . 19
2.3 Vergleich der Rangfolgen 22

3 Adaption des Top-Dog-Index an den gegebenen Datensatz **23**
3.1 Berechnung der durchschnittlichen Lagerdauer 23
3.2 Die Bestimmung der Angebotsmenge 26
3.3 Erste Ergebnisse 28
3.4 Absatzgeschwindigkeit als Indikator für Knappheit 31
3.5 Stabilität des Top-Dog-Index 35
3.6 Artikel mit Nachlieferungen 35

4 Poissonregression und Schätzung des Größenlaufs **42**

5 Gegenüberstellung der Ergebnisse **48**
5.1 Aggregation des Top-Dog-Index 54
5.2 Modifikationen am Algorithmus 57

6 Fazit **62**

Literaturverzeichnis **64**

1 Datensatz

Die zu den Berechnungen und Schätzungen verwendeten Rohdaten entstammen einer konsolidierten Zusammenführung von Verkaufs- und Lagerzahlen einer österreichischen Sportartikelhandelskette. In einer flachen Datenbank sind dabei monatliche Daten zu Verkaufs- und Lagermengen sowie die Umsatzzahlen zur Produktgruppe *Trainingsanzüge* für den 18-monatigen Beobachtungszeitraum von September 2010 bis Februar 2012 enthalten.

Spaltentyp		Spaltenbezeichnung	Beschreibung
i	numerisch	Jahr/Monat	Monat, für den die Beobachtung gilt
i	numerisch	Filiale	Kennnummer der Filiale
i	numerisch	ARTNR	Kennnummer des Artikels
a	text	ARTBEZ	Kurzbezeichnung des Artikels
a	text	Marke	Marke
a	text	Farbe	Farbe
a	numerisch	LNR	Kennnummer des Lieferanten
a	text	Lieferant	Bezeichnung des Lieferanten
i	numerisch	GR	Größe
d	numerisch	Umsatz	Umsatz
d	numerisch	VKMG	Verkaufsmenge (inklusive Rückgaben)
d	numerisch	VK/STK	Durchschnittlicher Verkaufspreis
d	numerisch	PG	Preisgruppe
d	numerisch	LagerMg	Lagermenge am Monatsende
d	numerisch	WZMg	Warenzugangsmenge (Artikellieferung)
d	numerisch	UmlAbgeber	Umlagerungen an andere Filialen, negativ
d	numerisch	UmlEmpfänger	Umlagerungen aus anderen Filialen

Tabelle 1.1: Beschreibung des Datensatzes

Die Markierung 'i' deutet an, dass diese Spalte Teil eines zusammengesetzten Index ist, 'a' steht für eine von diesem Index abhängige Spalte; 'd' sind die Datenwerte. Die Werte sind pro Monat aggregiert und geben die Stückzahlen *VKMG*, *WZMg*, *LagerMg*, *UML Abgeber* und *UML Empfänger* sowie die weiteren Kenngrößen *Umsatz* und *Preisgruppe*,

aufgeteilt nach dem gemeinsamen Index bestehend aus den Spalten *Filiale*, *Jahr/Monat*, *ARTNR* und *GR* an.

Die weiteren Spalten *ARTBEZ*, *Marke*, *Farbe*, *LNR* und *Lieferant* sind nur von der Artikelnummer abhängig. Durch die Zusatzinformationen Farbe und Marke lassen sich damit auch Schätzungen für Farb- oder Markenpräferenzen ableiten - andererseits hat dadurch ein Artikel, der in mehreren Farben verkauft wird auch mehrere unterschiedliche Nummern. Dennoch lassen sich Artikel des gleichen Typs zusammenfassen; hierzu werden alle Artikel eines Modells mit einer eigenen ID versehen. Als Entscheidungsmerkmal, ob Artikel zu einer ID zusammengehören werden Artikelbezeichnung, Marke und Lieferant hergenommen. Somit können die ursprünglich 253 unterschiedlichen Artikel-Farbkombinationen in 131 Artikeltypen gruppiert werden. Wenn im folgenden von einem *Artikel* die Rede ist, so ist immer ein Artikeltyp ohne Unterscheidung der Farben gemeint und die Analysen sind ohne Berücksichtigung der Farben durchgeführt, es sei denn, die Artikelfarbe wird explizit angesprochen.

1.1 Ergänzung fehlender Datensätze

Die Datenbank enthält nur jene Zeilen, in denen Waren bewegt wurden, also *VKMG*, *WZMg* oder die Umlagerungen einen Wert ungleich null enthalten. Im Rahmen der Datenaufbereitung wird nun versucht, diese fehlenden Datensätze zu rekonstruieren:

Durch die Rekursionsgleichung

$$\text{LagerMg} = \text{LagerMg1} + \text{WZMg} - \text{VKMG} + \text{Uml}_{\text{Abgeber}} + \text{Uml}_{\text{Empfänger}} + \text{Korr}$$

angewandt für jede einzelne Filial-, Artikel- und Größenkombination lassen sich die fehlenden Lagerbestände berechnen. LagerMg1 ist dabei der Lagerstand zum Monatsende des Vormonats und ermöglicht die Rekursion. Der zusätzliche Korrekturfaktor *Korr*, anfänglich auf 0 gesetzt, erlaubt auch eine gültige Rekursion, wenn die Summe nicht aufgeht, da die Daten Fehlbuchungen enthalten oder Artikel verschwunden oder wiederaufgetaucht sind. Zu beachten ist, dass sich diese Fehler auch über eine längere Zeit hinweg fortsetzen können, wenn für diese Monate keine Daten vorhanden waren. Wurde ein Artikel beispielsweise erstmals geliefert, aber nicht als Warenzugang verbucht, so ist es durch den Datensatz nicht mehr ersichtlich, wann der Artikel geliefert wurde und

durch die Rekursion wird der Datensatz so vervollständigt, als ob der Artikel schon zu Beginn des Beobachtungszeitraumes auf Lager gelegen ist.

Werte in der Spalte *LagerMg* können auch negativ sein - dies ist nicht Folge der Rekursion, sondern schon in den Rohdaten bei 672 Zeilen der Fall. Eine mögliche Erklärung wäre, dass der Lagerstand aus anderen Größen zusammengesetzt wurde, deren Beobachtungszeitpunkt nicht exakt übereinstimmt.

1.2 Verkaufspreise

VK/STK ist der mittlere Verkaufspreis pro Stück und ergibt sich aus $\frac{Umsatz}{VKMG}$. Da für einen Monat ohne Artikelbewegung keine Daten über den Verkaufspreis verfügbar sind, wird als naheliegendster Wert der Preis wie folgt rekonstruiert: Wenn für dieselbe Filale der Verkaufspreis des gleichen Artikels, aber in anderer Größe oder Farbe vorhanden ist, so wird dieser übernommen. Ist hier keine Information vorhanden, so wird der zeitlich nächstgelegene Monat mit bekanntem Verkaufspreis gesucht, um diese Information zu ergänzen. Das Übernehmen von Preisen desselben Modells erscheint sinnvoll, da sich im Allgemeinen die Preise für verschiedene Größen oder Farben nicht unterscheiden. Beim Übernehmen der Preise aus anderen Monaten besteht grundsätzlich die Möglichkeit, dass der verwendete Preis nicht korrekt ist. Allerdings beschränken sich die fehlenden Datensätze auf Artikel, die nicht in großer Menge oder nur unregelmäßig verkauft werden; für Artikel mit höheren Verkaufszahlen sind die Preise aus dem Datensatz bekannt.

Wird ein Artikel über den gesamten Beobachtungszeitraum in einer Filiale nicht verkauft, lässt sich auch auf diese Weise der Verkaufspreis nicht rekonstruieren. Dies war bei 1.786 Datensätzen zu 43 verschiedenen Artikeln der Fall, beschränkt sich aber auf Artikel, die in allen Filialen nur sehr selten verkauft, und im Folgenden aus der Betrachtung ausgeschlossen werden. Dennoch muss angemerkt werden, dass durch das Fehlen der Information der durchschnittliche Verkaufspreis möglicherweise nach unten verfälscht wird: Wird ein Produkt sehr billig verkauft, so ist auch ein Kauf wahrscheinlich und der Verkaufspreis fließt in den Durchschnitt mit ein. Wird es jedoch in einer Filiale übermäßig teuer angeboten, so findet möglicherweise kein Verkauf statt und der hohe Preis ist nicht im Durchschnitt abgebildet.

1.3 Preisgruppen

Zusätzlich zum Verkaufspreis ist auch eine Preisgruppe im Datensatz hinterlegt, diese ist wie folgt definiert:

Preisgruppe	Verkaufspreis
PG 1	VP $>$ 120 EUR
PG 2	100 EUR $<$ VP $\leq$ 120 EUR
PG 3	80 EUR $<$ VP $\leq$ 100 EUR
PG 4	65 EUR $<$ VP $\leq$ 80 EUR
PG 5	45 EUR $<$ VP $\leq$ 65 EUR
PG 6	0 EUR $<$ VP $\leq$ 45 EUR
PG 0	Preis undefiniert

Einträge mit undefinierter Preisgruppe werden anhand dem oben rekonstruierten Verkaufspreis zugeteilt und so ergänzt. Die zusätzliche Einteilung in Gruppen zeigt sich insbesondere bei der Absatzschätzung als vorteilhaft, auch wenn die Gruppen weder eine gleichbreite Preisspanne, noch eine gleichmäßige Zuteilung der Artikel aufweisen; so fallen 53,7% der Verkäufe in Preisgruppe 5, und 38,1% in Preisgruppe 6; die Preisgruppen 1 und 2 kommen, abgesehen von einer offensichtlichen Fehlbuchung, nicht vor.

1.4 Artikelgrößen

Die Werte in der Spalte GR stammen aus unterschiedlichen Größensystemen und beinhalten entweder einen Zahlenwert 0 bis 10, eine internationale Größe der Art *XS*, *S*, *M*, *L* und *XL* bis *XXL* oder die Bezeichnung *SORT* für eine Einheitsgröße. Mit der Ausnahme von zwei Artikeln lassen sich alle anhand der ARTNR eindeutig auf ein Größensystem zuordnen, bei den anderen handelt es sich offensichtlich um Fehleinträge, da jeweils nur in einer Datenzeile ein Buchstabencode, sonst aber für den Artikel ein Zahlenwert als Größe verwendet ist. Weiters scheint die Größe *SORT* nur für den Artikel ‚Hr. Trainer Reebok' auf; dieser wird jedoch in den folgenden Betrachtungen ausgeschlossen und diese Größe wird somit anschließend nicht mehr verwendet.

Für die Analysen zu den Artikelgrößen wird der empirisch festgestellte Größenlauf als Referenz benötigt; dieser ist in Abbildung 1.2 auf der nächsten Seite dargestellt. Verwendet wurde die Gesamtverkaufsmenge der jeweiligen Größe, aufgeteilt in die beiden

Tabelle 1.2: Artikelgrößen nach der Datenbereinigung

US-Größensystem	Numerisches Größensystem
XS	4
S	5
M	6
L	7
XL	8
XXL	9
	10

Größensysteme, und für je eine Marke gezeichnet. Um Vergleichbarkeit zu erhalten, sind die Daten skaliert. Da das numerische Schema nur von Adidas verwendet wird, ist hier nur ein Größenlauf sichtbar. Der zweite Plot enthält außerdem die gemittelten Anteile für das internationale Schema als schwarz dargestellte Linie.

1.5 Verkaufsmengen und Umsatzaufteilung der Artikel

Einige einfache empirische Analysen zeigen, dass sich das Gros der Umsätze auf nur wenige Artikel verteilt. Ähnlich dem Paretoprinzip werden 80% des Gesamtumsatzes mit Trainingsartikel alleine durch 26 Artikeltypen, also genau einem Fünftel, erzielt. Eine genauere Untersuchung, die auch die Verteilung der Verkaufszahlen über die Zeit berücksichtigt, ist in Abbildung 1.2 auf Seite 7 dargestellt.

Die Graphik zeigt den monatlichen Gesamtumsatz je Artikel in einer Zeile, über alle Filialen aggregiert. Eine stärkere Färbung weist dabei einen höheren Umsatz aus. Die Artikel sind nach aufsteigendem Gesamtumsatz sortiert. Eine weiße Zelle zeigt an, dass ein Artikel in diesem Monat gar nicht verkauft wurde. Dadurch lässt sich auch erkennen, wenn ein Artikel erst später eingeführt wurde, wie es beispielsweise bei den zwei meistverkauften Artikeln (in der Graphik ganz unten) der Fall war. Außerdem zeigt dies, dass die Artikel in der oberen Hälfte der Abbildung nur sporadisch verkauft wurden; es handelt sich hierbei also um Restbestände und Rückläufer oder um Einzelposten und Sonderlieferungen an einzelne Filialen, die nur probeweise verkauft wurden.

Zu sehen ist aber nicht nur die starke Konzentration des Umsatzes auf wenige Artikel, sondern auch der besonders starke Umsatz im Herbst und um Weihnachten, der in der

Abbildung 1.1: empirischer Größenlauf

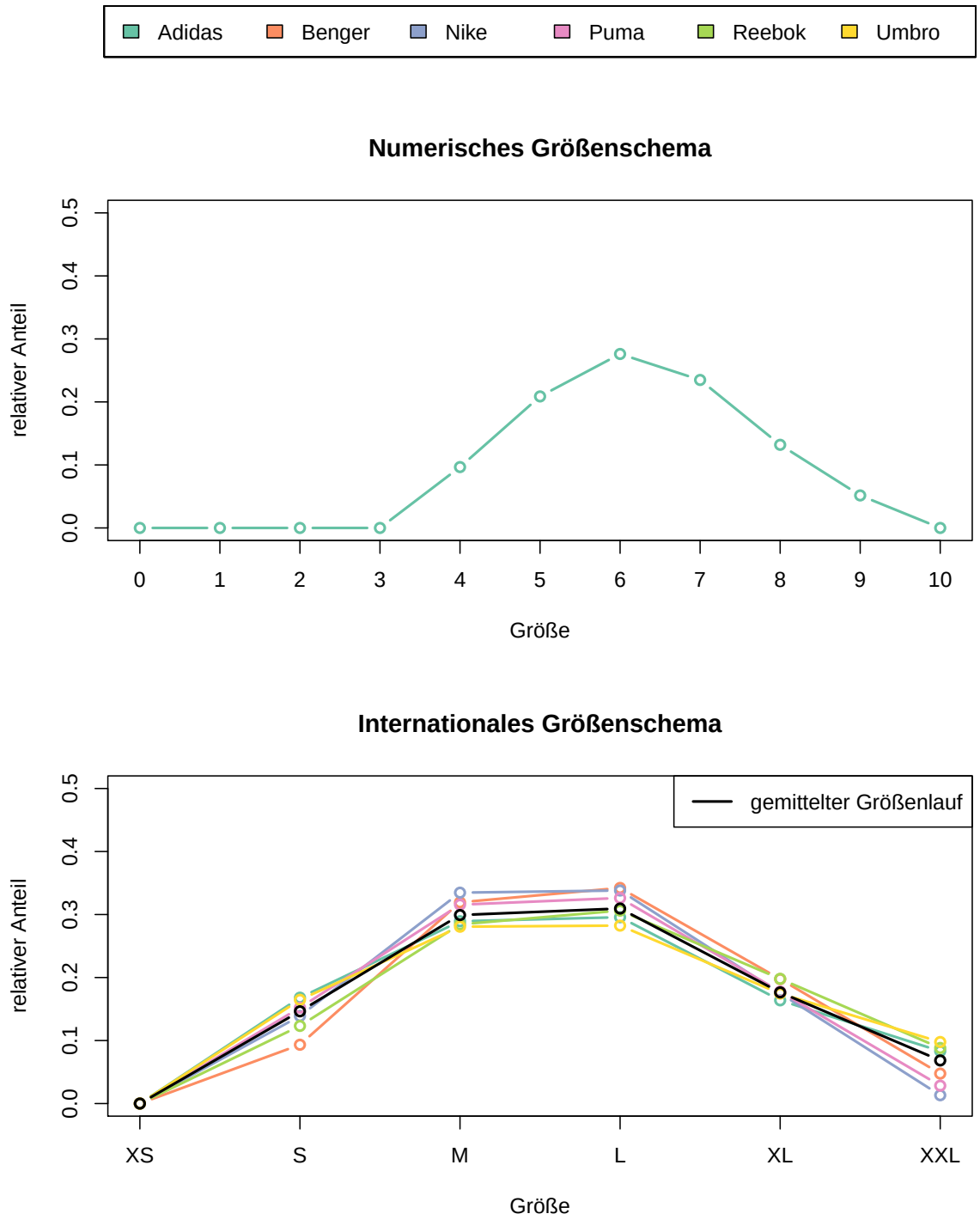
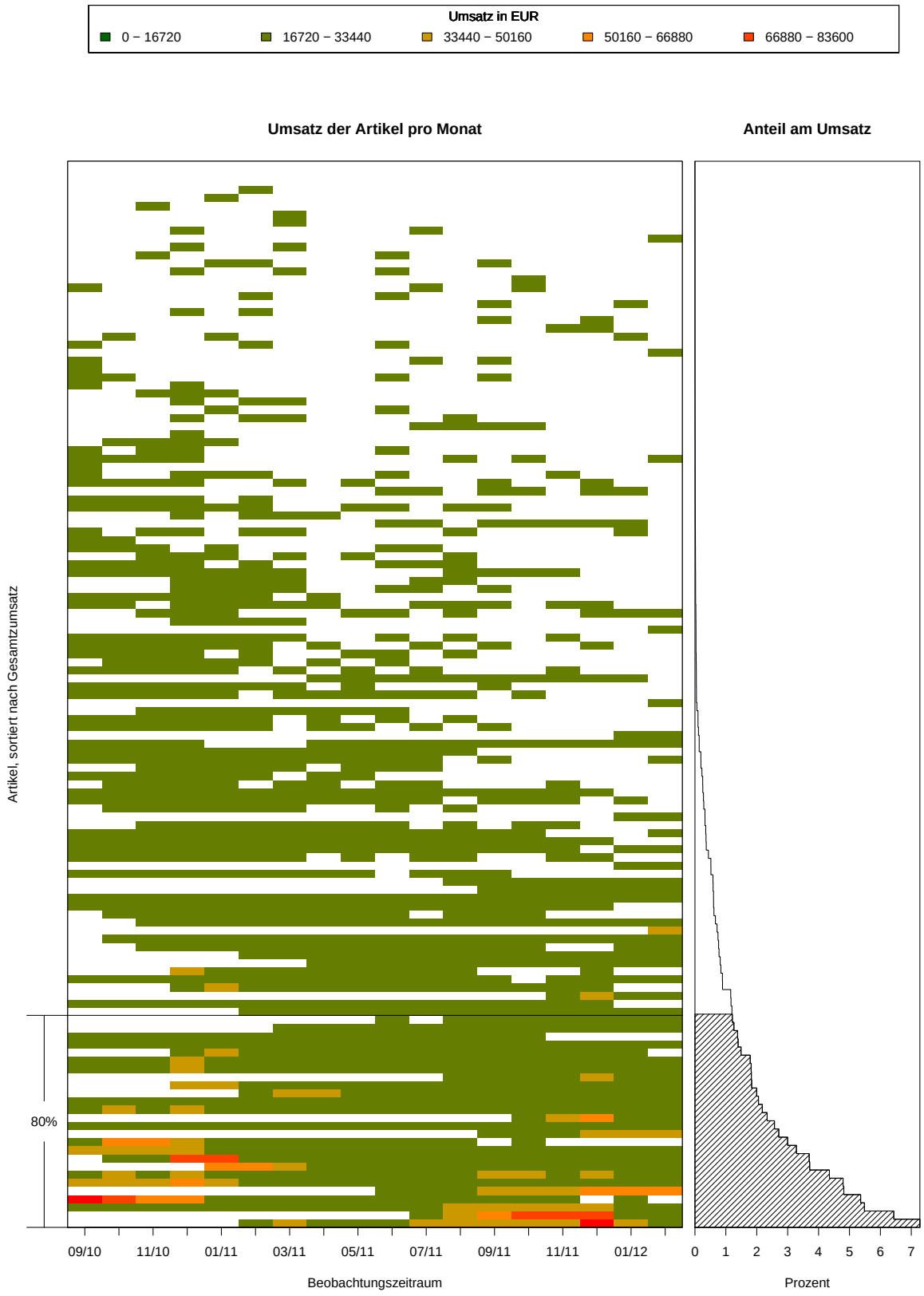


Abbildung 1.2: Umsatzaufteilung nach Artikel und Zeit



Graphik heraussticht. Diese saisonale Schwankung konzentriert sich ebenfalls auf die meistverkauften Produkte.

Die untere Hälfte der Artikel gliedert sich in einen ersten Teil, der zwar über einen längeren Zeitraum verkauft wird, aber keine nennenswerten Umsatzzahlen, und einen zweiten, dessen Färbung auf die oben beschriebenen 80% des Umsatzes hindeutet. Zur Verdeutlichung sind die besagten 26 Artikel durch eine horizontale Linie markiert.

Im rechten Teil der Graphik ist der Anteil am Gesamtumsatz über die Zeit aggregiert dargestellt; die Zeilen korrespondieren hier mit den Artikeln aus dem linken Teil der Abbildung. Überaus deutlich sind auch hier die Rest- und Einzelposten in der oberen Hälfte zu erkennen.

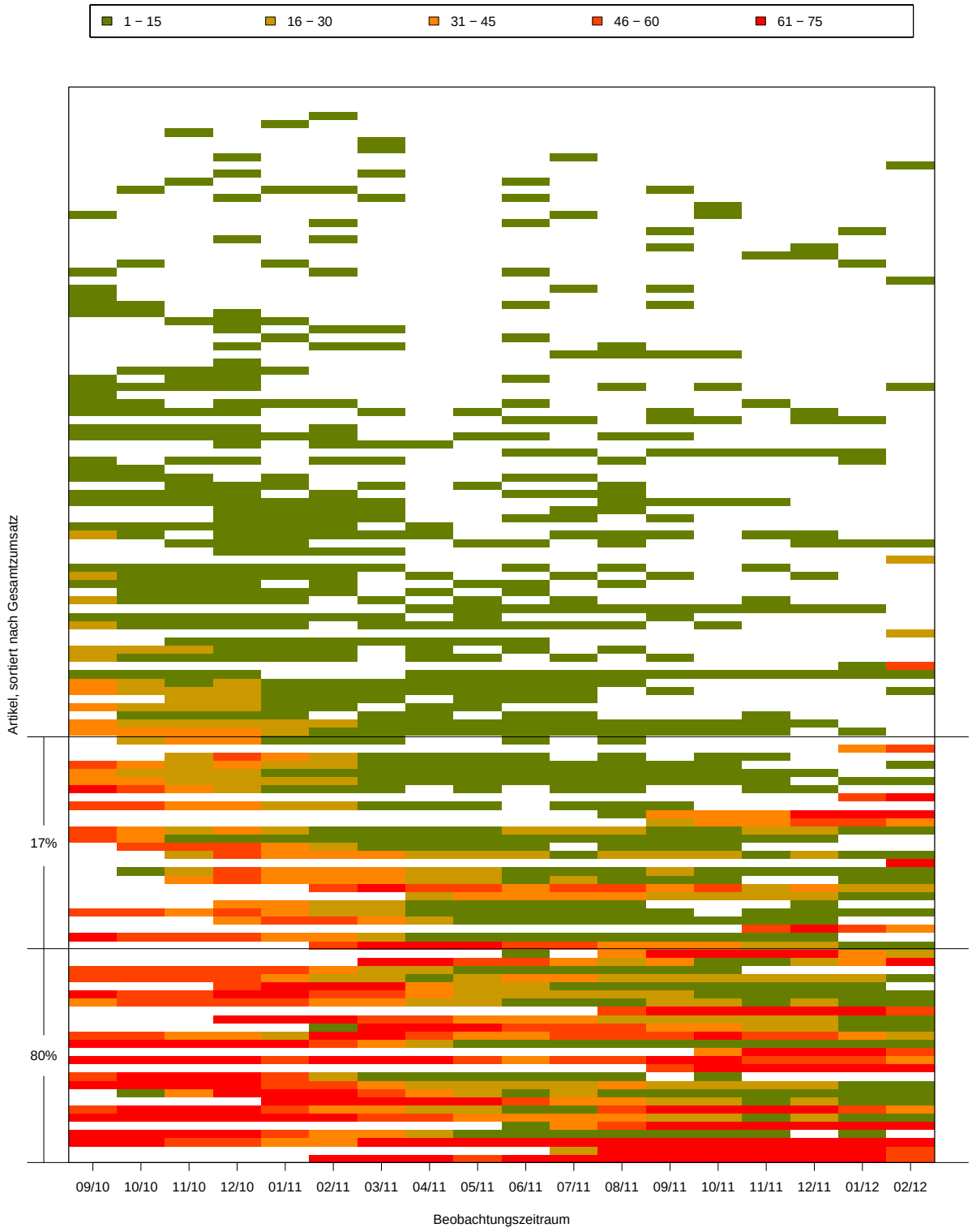
Für eine weitere Untersuchung ist außerdem von Interesse, wie diese Verkäufe auf die Filialen verteilt sind. Zum einen werden bestimmte Artikel (Sondereditionen udgl.) nicht in allen Filialen verkauft, zum anderen lassen sich durch diese Aufteilung Restbestände deutlich ausmachen, da sie nur mehr in einzelnen Geschäften zum Verkauf stehen.

Dies ist in Abbildung 1.3 auf der nächsten Seite dargestellt, sie folgt der selben Sortierung wie die vorherige, und wieder lassen sich die Restposten in der oberen Hälfte eindeutig ausmachen; so werden die 50 umsatzschwächsten Artikel nur in höchstens 5 Filialen verkauft. Bemerkenswert ist auch, dass nur wenige Artikel über längere Zeit in vielen Filialen verfügbar sind. Dieses ‚Standardsortiment' wird auch, wie weitere Analysen der Warenzugänge zeigen, stetig nachgeliefert.

Interessant wäre hierzu mehr Hintergrundinformation zu den Artikelarten: Besonders gut zeigt sich wie im Februar 2011 Artikel aus dem Sortiment genommen und durch andere ersetzt werden, um jedoch die neuen Modelle den alten zuordnen zu können, müssten die Artikeltypen und insbesondere deren Positionierung im Marketing genauer verglichen werden. Das zweitunterste Fünftel umfasst nur 17% des Gesamtumsatzes; es besteht hauptsächlich aus Artikeln, die neu geliefert wurden, bei denen sich der Verkauf aber nach einiger Zeit auf wenige Filialen reduziert.

Für die weitergehende Analyse sowie die Modelle zur Bedarfsschätzung und zum Schätzen des Größenlaufs sind die oben beschriebenen Restposten und Auslaufmodelle eher hinderlich: So deutet zwar ein übriggebliebener Trainigsanzug einer bestimmten Größe darauf hin, dass diese Größe im Überschuss vorhanden war; andererseits verzerren Price-Cutting Strategien und die Konzentration des Marketing auf ein *neueres* Modell die Nachfrage

Abbildung 1.3: Anzahl der Filialen, in denen ein Artikel verkauft wurde



ebenfalls. Außerdem fallen auch Rückläufe und die oben genannten Fehlbuchungen bei diesen Artikeln mit besonders geringen Fallzahlen übermäßig stark ins Gewicht.

Um einer solchen Verzerrung vorzubeugen, werden entsprechende Datensätze entfernt. Als Entscheidungskriterium wird die Verkaufsmenge herangezogen: Sämtliche Artikel, von denen in allen Filialen weniger als zehn Stück pro Monat abgesetzt wurden, werden entfernt. Dies führt auch dazu, dass die Marken *Kappa* und *Keine* aus dem Datensatz entfallen; bei beiden handelt es sich nur um Restbestände.

Desweiteren stechen fünf Filialen im Datensatz hervor: So wurde die Filiale *10* erst im März 2011, *70* und *77* erst im November; und Filiale *78* im Februar 2012, zum Ende des Beobachtungszeitraumes eröffnet. Ebenso wie bei den ausgeschlossenen Artikeln fließen die Datensätze zu diesen Filialen nicht mehr in die folgenden Betrachtungen ein und werden entfernt.

Insgesamt wurden somit 68 der 131 Artikel und 5 der 76 Filialen entfernt; betroffen waren 9071 der insgesamt 81072 Datensätze. Die verbleibenden 72001 Datenzeilen erklären jedoch immer noch 91% des Gesamtumsatzes und 88% der Gesamtverkaufsmenge. Auch der empirische Größenlauf ändert sich durch diese Bereinigung nicht nennenswert.

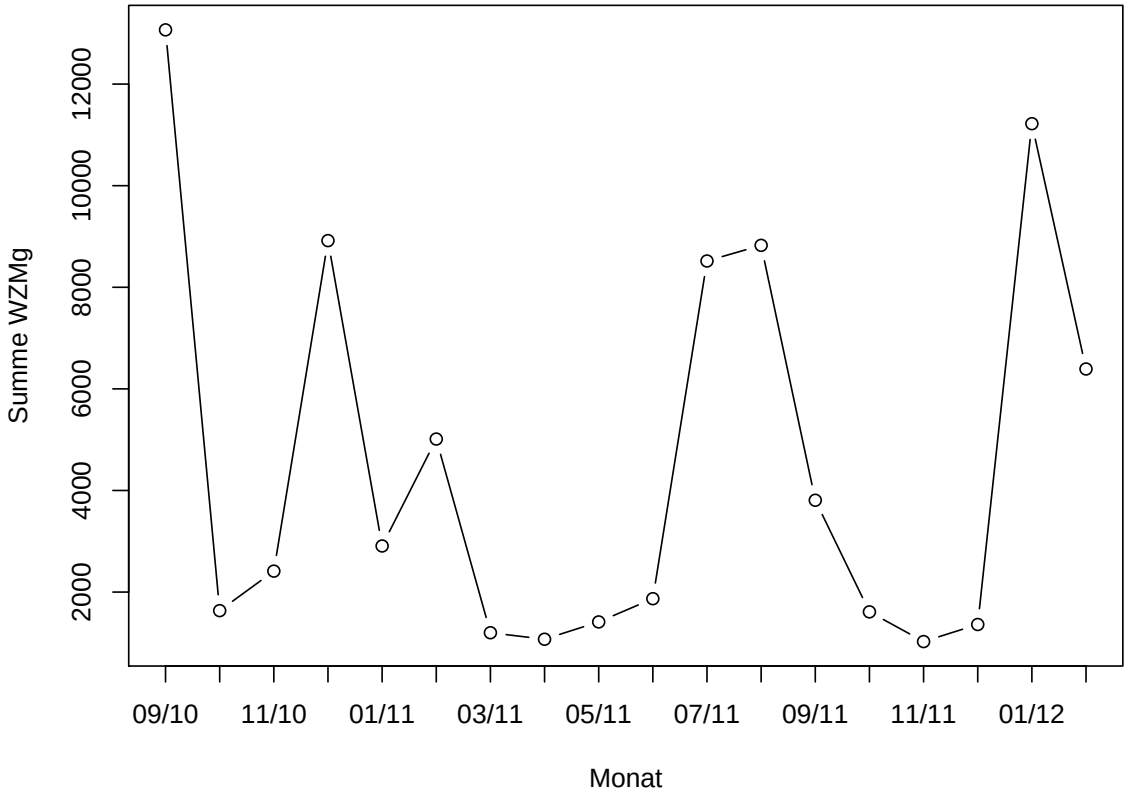
1.6 Bereinigte Daten

Wie oben bereits erwähnt, stellen nur einige Artikel den Grundstock der dauernd auf Lager gehaltenen Artikel dar. Andere sind Sondereditionen, die nur eine Saison lang verkauft werden, oder Auslaufmodelle. Unter Berücksichtigung der Warennachlieferungen lassen sich drei verschiedene Typen von Artikeln klassifizieren:

- Artikel, die ständig nachgeliefert werden,
- Artikel mit nur einem Lieferzeitpunkt,
- Restbestände.

Der Begriff Lieferzeitpunkt muss hier genauer erläutert werden: Da nur Monatsdaten vorhanden sind, müsste man eigentlich von einem Liefermonat sprechen, außerdem kann dieser ‚Zeitpunkt' für zwei unterschiedliche Filialen über die Monatsgrenze hinweggehen. Dennoch ergibt die Bezeichnung Sinn: Die Monate September 2010, Dezember 2010/Jänner 2011, Juli/August 2011 und Jänner 2012 stechen bei der Zahl der Warenzugänge in Abbildung 1.4 eindeutig hervor.

Abbildung 1.4: Gesamtwarenzugang pro Monat



Die Artikel mit mehrfachen Lieferzeitpunkten[1] sind in der folgenden Tabelle gegeben.

ARTID	Marke	ARTBEZ	09/10 11/10	12/10 02/11	03/11 05/11	06/11 08/11	09/11 11/11	12/11 02/12
10	Adidas	Hr. PES Trainer CL	299		391	23		
107	Nike	Striker Polywarp War	433		19			
109	Puma	BTS Poly Suit			806			1130
127	Reebok	Tricot graphic Tracs					1682	1913
129	Umbro	Hr. PES Trainer	2013	140		2701	35	
25	Adidas	Hr. Web Trainer SMU	1726		244	16		
30	Adidas	PES Trainer SMU		961	629	30		
31	Adidas	Sereno 11 Polyestera				2666		3071
32	Adidas	Togno TS PES Trainer	2681	1233				
40	Adidas	TS Train kn		1016		2900	71	1376
43	Benger	Hr. Hoody Trainer		680	104	180		
44	Benger	Hr. PES Trainer modi				761		953
47	Benger	Hr. Trainer Polytrik	116	1156	340	3938	31	1226

Tabelle 1.3: Produkte mit mehrfachen Lieferungen

Betrachtet am Gesamtumsatz haben die Artikel aus der Tabelle 1.3 einen Anteil von 42 %. Die lange Laufzeit mit ständigen Verkäufen ist in Abbildung 1.5 auf der nächsten Seite anhand eines Beispiels ersichtlich.

Weitere umsatzstarke Produkte sind *47 - Hr. Trainer Polytrik*, *40 - TS Train kn*, *5 - Herren PES Trainer* und *129 - Hr. PES Trainer* mit Anteilig 6 %, 8 %, 7 % und 5 % am Gesamtumsatz. Diesen Artikeln gemein ist, dass sie nur zu einem Zeitpunkt geliefert werden und anschließend in großer Zahl verkauft werden, sodass der Lagerstand schnell absinkt wie Abbildung 1.6 auf der nächsten Seite verdeutlichen soll.

In dieser und der darauf folgenden Graphik sind die Warenbewegungen als Säulen dargestellt, positiv sind die Warenzugänge und der Lagerstand zum Monatsende abgebildet. Die Negativen Säulen zeigen den Verkauf von Waren an. Der als gestrichelte Linie gezeichnete durchschnittliche Verkaufspreis bleibt in der ersten Graphik, im Vergleich mit einem Artikel der im Abverkauf steht, relativ stabil.

[1] Als Kritrium für die Unterscheidung wird ein Mindestlieferzeitraum von drei Monaten angenommen. Die dadurch erhaltenen Artikel werden, wie in der Tabelle ersichtlich, über den gesamten Beobachtungszeitraum nachgeliefert und sind auch in den Filialen ständig vorrätig.

Abbildung 1.5: Mengenstatistik Artikel 10, Hr. PES Trainer CL

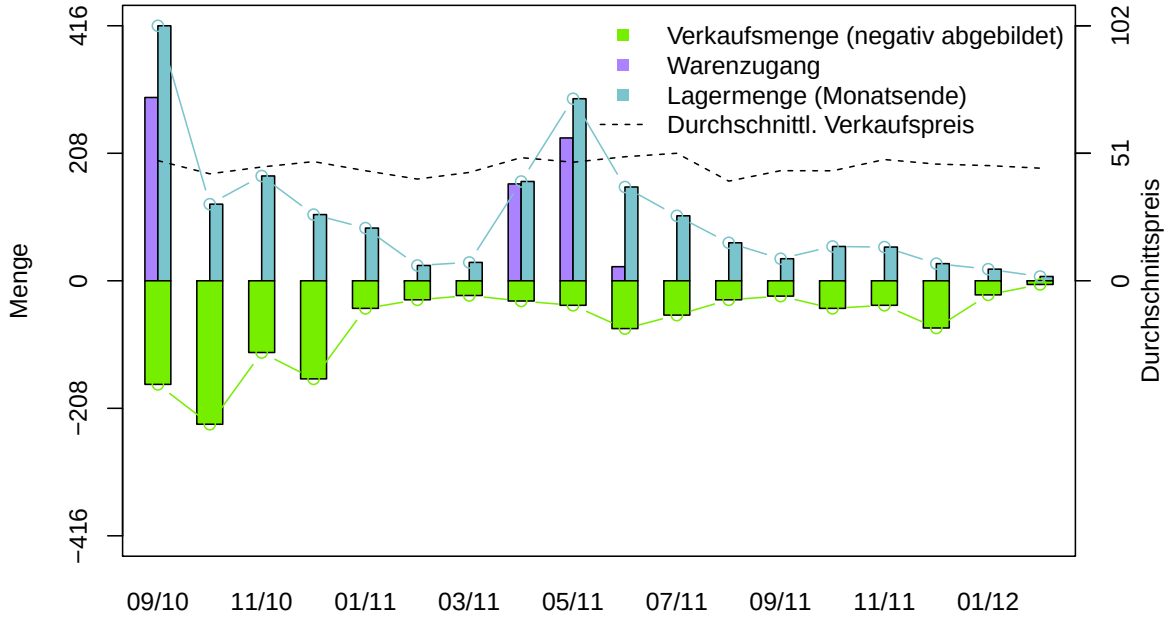
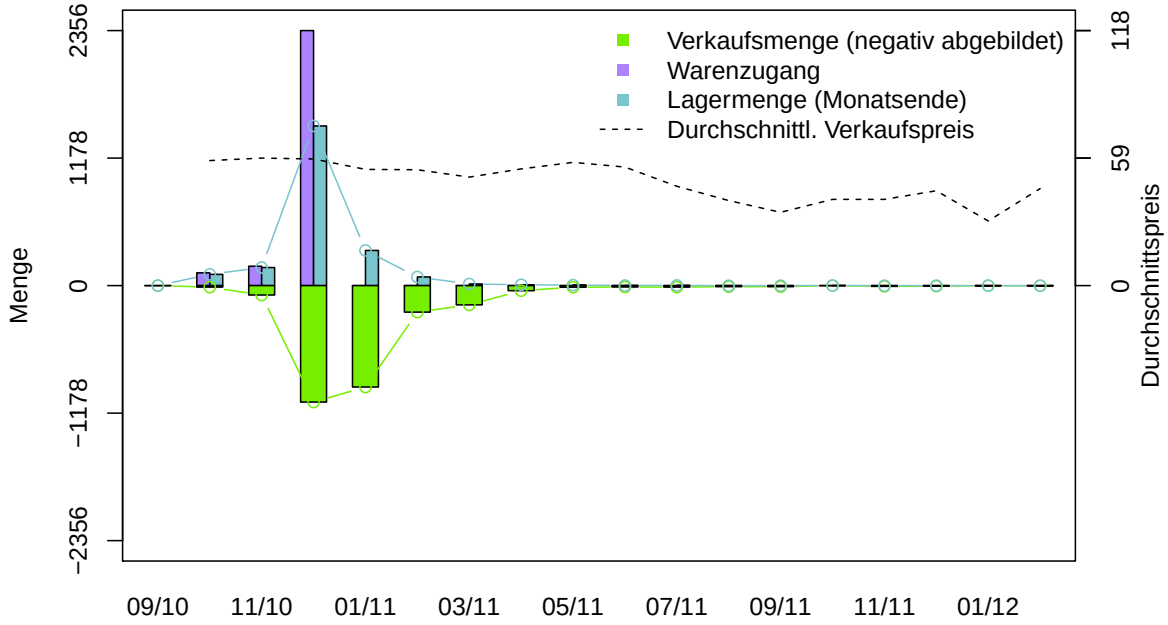


Abbildung 1.6: Mengenstatistik Artikel 38, TS BTS Logo ch 3S



2 Aufteilungsoptimierung mittels Top-Dog-Index

Ausgehend von den oben besprochenen empirischen Verkaufszahlen soll, auf eine robuste und zuverlässige Art und Weise, der anteilige Bedarf einzelner Größen prognostiziert werden. Dabei treten einige Schwierigkeiten bei der Nachfrageschätzung auf:

Eine kennzeichnende Eigenschaft im Textileinzelhandel ist ein ständig wechselndes Sortiment nach Entsprechung der Mode, wobei nicht eindeutig klar ist, welchem Artikel aus dem vorigen Sortiment ein neues Produkt entspricht. Modische Eigenschaften wie Schnitt oder Stil lassen sich nur schwer klassifizieren, lediglich Marke und Preis sind hier als Indikator gegeben. Produkte werden nicht oder nur selten nachgeliefert, und es gibt für ein Produkt zum Zeitpunkt der Bestellung durch die Handelskette keine empirischen Daten über den Bedarf.

Eine weitere Folge des wechselnden Sortiments sind Abverkäufe: Preise werden für Restbestände solange gekürzt, bis sämtliche Artikel verkauft sind. Da fehlende Größen nicht nachgeliefert werden ist eine Nachfrage nach einer bereits ausverkauften Größe nicht in den Daten repräsentiert. Andererseits wird durch die Preiskürzungen die Nachfrage künstlich verändert, sodass diese schlussendlich genau der gelieferten Warenmenge entspricht.

Eine Bedarfsschätzung muss deshalb diesen Abverkauf ausblenden und den betrachteten Datensatz auf die Zeit vor dem Abverkauf eingrenzen. Erschwert wird dies dadurch, dass kein genauer Zeitpunkt zur Eingrenzung gegeben ist. Auch genaue Daten über die Preiskürzungsstrategien sind nicht vorhanden. Die bestehenden Informationen, die aus den Aufzeichnungen der Kassadaten entstammen, enthalten lediglich den letztendlich erzielten Verkaufspreis. Eine Aggregation auf Monatsdaten reduziert die Genaugkeit dieser Information weiter.

Erfolgt diese Eingrenzung zu spät, so sind Abverkäufe in den Daten enthalten und es wird die verzerrte Nachfrage geschätzt. Wird andererseits zu früh abgeschnitten, so kann die Verkaufsmenge einer Größe zu einem bestimmten Artikel zu klein werden, um eine gute Schätzung zu erhalten. Besonders die Randgrößen wie *XS* oder *XXL* für ein bestimmtes Produkt werden nur in geringen Stückzahlen verkauft. Verstärkt wird dies dadurch, dass die Filialen einzeln betrachtet werden müssen, da der Größenlauf über die Filialen hinweg variieren kann.

Die Tatsache, dass einzelne Größen schon ausverkauft sind, andere jedoch noch zu sehr geringen Preisen angeboten werden, verzerrt aber auch den Verkauf im regulär angebotenen Sortiment. Diese Substitutionseffekte können ebenfalls nicht berücksichtigt werden.

2.1 Der Top-Dog-Index

Um diese Probleme zu umgehen, folgt die zentrale Methode die in dieser Arbeit zur Nachfrageschätzung verwendet wird, einer Idee aus Kurz u. a. [6]. In diesem schildern die Autoren eine ähnliche Problemstellung und beschreiben Methoden zur Prognose des Bedarfs einzelner Größen in folgender konkreter Situation.

Gut 1200 Filialen eines großen europäischen Kleiderdiscounters werden einmal wöchentlich anhand eines vorgegebenen Routenplans von einem zentralen Verteilerlager beliefert. Die Kette dominiert im Markt durch Kostenführerschaft, die billigen Einkaufspreise ergeben sich durch zentral gesammelte Großbestellungen und die dadurch resultierenden Skaleneffekte, vor allem aber auch durch den Bezug der Produkte aus Niedriglohnländern in Ostasien und Südost-Europa. Der Transport zum Verteilerlager hat eine Vorlaufzeit zwischen einer und sechs Wochen; die anschließende Weiterverteilung erfolgt in sogenannten *pre-packs*.

Da es keine Retouren oder Umlagerungen zwischen den Filialen gibt, ist eine sinnvolle Bedarfsschätzung von zentraler Bedeutung, um Restbestände zu vermeiden. Geschuldet durch die oben beschriebenen Verzerrungen schließen Kurz u. a., dass die üblichen Parametrischen Modelle nicht vertrauenswürdig sind; die Messung des Größenlaufs führt je nach Berücksichtigung der Artikel im Ausverkauf zu unterschiedlichen Ergebnissen, und damit der Wunsch zur besseren Prognose der Verkaufsmengen einzelner Größen zu mitunter willkürlichen Entscheidungen.

Selbst trotz unterschiedlicher Kollektionen zu verschiedenen Jahreszeiten laufen einzelne Produkte zu verschiedenen Zeiten aus, aggregierte Verkaufszahlen über mehrere Produkte verlieren deshalb auch diese Information. Als Lösung schlagen Kurz u. a. nun vor, nicht den Bedarf einzelner Größen (auch in Abhängigkeit der jeweiligen Filiale) direkt zu schätzen, sondern stattdessen eine Heuristik zu verwenden, die das Mengenverhältnis einzelner Größen kontinuierlich optimiert, indem bei Überangebot und Unterangebot jeweils ein Artikel ausgetauscht wird.

Die dafür benötigte Definition von Über-/Unterangebot (die auch robust im Bezug auf die einzelnen Produkte ist) erstellen sie aus folgendem Gedankenexperiment: Betrachtet wird nur ein Produkt in einer Filiale. Die ideale Größenverteilung ist dann gefunden, wenn alle Größen am selben Tag ausgehen - keine Größe war überzählig und musste unter dem Preis der anderen Größen verkauft werden.

2.1.1 Definitionen

Betrachte den Beobachtungszeitraum $\Delta = [0, T]$, mit den Filialen B und den Produkten P, die in den Größen S verfügbar sind. Für eine bestimmte Filiale $b \in B$ und ein Produkt $p \in P$ in der Größe $s \in S$ sei $\phi_b(p, s)$ der sogenannte *stockout-day*, also jener Tag in $[0, T]$, an dem der letzte Artikel dieser Größe und dieses Produkts verkauft wurde.

Mit anderen Worten ist $\phi_b(p, s)$ die Anzahl jener Tage, die ein Produkt p in der Größe s in b zum Verkauf stand. Diese Kennzahl erlaubt klarerweise einen Vergleich der Performance einzelner Größen eines bestimmten Produkts in dieser Filiale. Um nun aber Substitutionseffekte zwischen den verschiedenen Produkten in P auszugleichen, schlagen Kurz u. a. vor, diesen Wert über die verschiedenen Produkte zu aggregieren: Haben viele Artikel der selben Größe einen kleinen *stockout-day*, waren also schneller verkauft als andere Größen, so war diese Größe knapp auf Lager. Ist der Wert jedoch auch für mehrere Produkte betrachtet sehr groß, so war die Größe in ausreichendem Maße vorhanden.

Eine mathematische Definition dieser Formulierung ist der von ihnen angegebene *Top-Dog-Count*

$$W_b(s) := \left| \{ p \in P \mid \phi_b(p, s) = \min_{s' \in S} \phi_b(p, s') \} \right|, \tag{2.1}$$

also die Anzahl der Artikel, die den kleinsten *stockout-day* hatten, jeweils betrachtet für eine fixe Filiale b und eine bestimmte Größe s.

Analog sei der *Flop-Dog-Count* definiert als

$$L_b(s) := \left| \{ p \in P \mid \phi_b(p, s) = \max_{s' \in S} \phi_b(p, s') \} \right|. \tag{2.2}$$

Den Vergleich dieser beiden Parameter durch den gedämpften Quotienten

$$\mathrm{TDI}_b(s) := \frac{W_b(s) + C}{L_b(s) + C}, \qquad C > 0, \tag{2.3}$$

bezeichnen sie als *Top-Dog-Index* der Größe s in Filiale b, wobei sie (vorerst ohne weitere Begründung) $C = 15$ als verwendeten Wert angeben. Der genaue Wert hat in den späteren Berechnungen keinen nennenswerten Einfluß auf die Reihung, welches das knappste Produkt ist, wodurch diese Wahl gerechtfertigt ist.

Dieser so erhaltene TDI beschreibt also, wie knapp eine bestimmte Größe in einer Filiale ist, der Informationsgehalt ist aber primär Ordinaler Natur; genaue Stückzahlen lassen sich nicht direkt bestimmen, vielmehr soll der Wert durch Vergleiche zwischen den einzelnen Größen und Filialen Anhaltspunkte für Optimierungspotential liefern.

2.1.2 Statistische Signifikanz und Robustheit

Die oben beschriebene Methode zur Erstellung einer Kennzahl für die Knappheit einer Größenkategorie klingt zwar schlüssig, bedarf aber noch einer genaueren Untersuchung typischer statistischer Kenngrößen, insbesondere der Aussagekraft dieses Wertes; weiters aber auch einer besseren Performance hinsichtlich der geforderten Robustheit, die anhand der Daten nicht mit parametrischen Modellen erreicht werden kann.

Kurz u. a. machen in [6] diese Forderung nach Robustheit an folgender Bedingung fest:

$$TDI_b(s, D_i) \gg TDI_b(s', D_i) \quad \Longleftrightarrow \quad TDI_b(s, D_j) \gg TDI_b(s', D_j)$$

$TDI_b(s, D)$ ist der wie oben beschriebene *Top-Dog-Index*, wobei nicht der gesamte Datensatz, sondern nur jeweils eine gewisse Teilmenge der Artikel, $D_i \subset P$, verwendet wurde; die betrachteten Subdatensätze $\{D_i, i \in I\} \subseteq \mathcal{P}(P)$ sind dabei zufällig gewählt. Damit bedeutet die Forderung nach Robustheit nichts anderes, als dass sich die Ordinale Skalierung der Knappheit der Größen nicht stark ändert, wenn verschiedene (Teil-)Artikelgruppen betrachtet werden.

Natürlich ergibt sich durch die Einschränkung auf einen Teildatensatz ein nominativ anderes Ergebnis, da aber primär der ordinale Wert des *Top-Dog-Index* im Vergleich zwischen den Artikelgrößen von Interesse ist, bietet sich zur Untersuchung bei verschiedenen D_i eine Skalierung an:

$$TDI_b(s)^{[i]} := \frac{TDI_b(s, D_i)}{\sum_j TDI_b(s, D_j)} \approx \text{const}_i.$$

Ändert sich der so gewonnene Wert nicht stark, wenn verschiedene D_i betrachtet werden, also $TDI_b(s)^{[i]} \approx \text{const}_i$, so ist dies hinreichend für die obige Bedingung der Robustheit. Da diese Bedingung nun aber zunächst nur für eine bestimmte Größenklasse s in einer Filiale b formuliert wurde; sie jedoch in jeder Filiale und für jede Artikelgröße betrachtet werden sollte und die Anzahl dieser Kombinationen schnell recht groß wird, wenden sie ein graphisches Verfahren an.

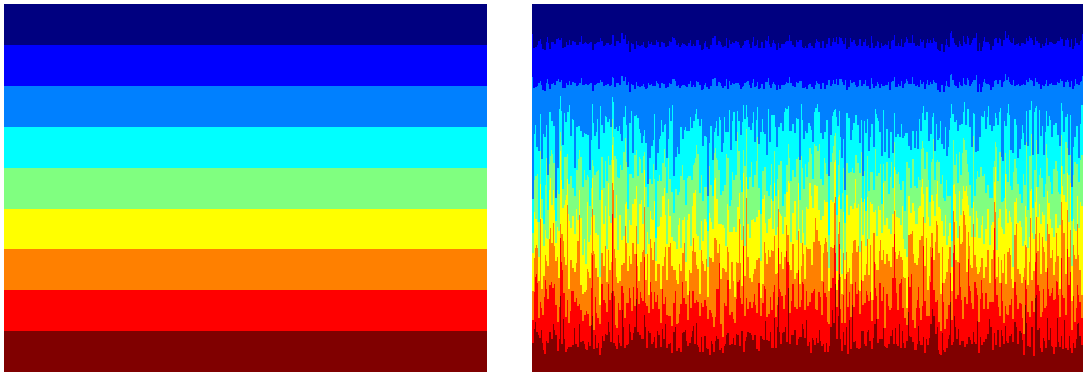
Dabei wird ein gestapeltes Säulendiagramm gezeichnet, eine Säule entspricht genau einer bestimmten Kombination von s und b. Als Höhe werden die Werte $TDI_b(s)^{[i]}$ verwendet. Dadurch ist ein jeder solcher Stapel auf eins normiert. Weiters ist das Verhältnis für die einzelnen Subdatensätze D_i leicht ersichtlich. Dies wird nun, nebeneinander, für alle möglichen Kombinationen aus Filiale und Produktgröße wiederholt.

Um nun auch für den Median und den Mittelwert der Top-Dog-Index-Werte zu bestimmtem s und b eine ähnliche Eigenschaft zu zeigen, werden diese beiden zusätzlich zu den $TDI_b(s)^{[i]}$ mitskaliert, und als oberste, und zweitoberste Säule im jeweiligen Stapel gezeichnet. Die dadurch erhaltenen Flächen einer Farbe geben damit die Werte des Top-Dog-Index aus einem Subdatensatz wieder. Die entsprechenden Subdatensätze wurden jeweils durch zufällige Auswahl von 20 Filialen (mit erlaubtem Überschneiden der Datensätze) gewählt.

Um die Variabilität einordnen zu können, sind wie in Kurz u. a. [6], in der Abbildung 2.1 diese Diagramme für deterministische (d.h. konstante Werte in jeder Zeile) und für zufällige Daten ($[0, 1]$ gleichverteilt) gegeben. Zum Vergleich dazu zeigt Abbildung 2.2 die entsprechende Graphik für den Top-Dog-Index aus Abschnitt 3.3. Während hier sehr wohl Schwankungen in den sieben unteren Zeilen des Plots, und damit auch unterschiedliche Rangfolgen bei den einzelnen Subdatensätzen erkennbar sind, so gleicht sie vielmehr dem Diagramm dem deterministische Daten zugrundeliegen.

In den entsprechenden Graphiken zeigt sich auch eine Bedeutung des Dämpfungsparameters C. Während er, wie von Kurz u. a. angemerkt, auch in der vorliegenden Arbeit nicht in Reihung der Größen miteinfließt, so zeigt sich dennoch eine Auswirkung in den Plots zur Robustheit; eine stärkere Dämpfung schwächt hier das Rauschen in den einzelnen Zeilen ab.

Abbildung 2.1: Säulendiagramme für deterministische (l.) und zufällige (r.) Daten.

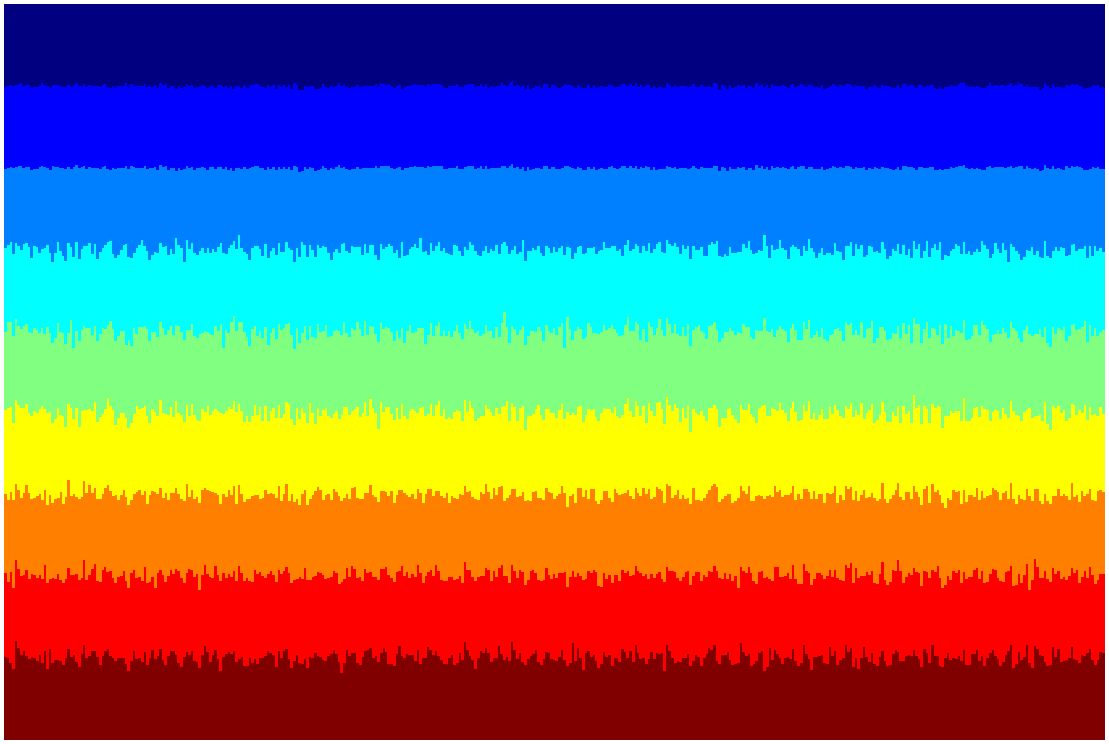


2.2 Umsetzung der Resultate in die zukünftige Aufteilung der Bestellmengen

Wie bereits oben angemerkt, hat der *Top-Dog-Index* keine nominative Bedeutung, ein Rückschluss oder eine Schätzung auf den konkreten Bedarf einzelner Größen in einer Filiale ist also nicht möglich. Der Vergleich der Werte lässt zwar Rückschlüsse auf die Knappheit zu, allerdings mangelt es an einer fundierten statistischen Beschreibung dieser, eigentlich rein ordinalen Größe, sodass mit den üblichen Methoden nicht entschieden werden kann, ob sich die Top-Dog-Werte einzelner Größen tatsächlich unterscheiden, womit eine Verbesserung der Größenaufteilung möglich wäre. Nach Kurz u. a. ist eine solche Vorhersage aber auch gar nicht Ziel der Unternehmung, vielmehr sollen die Werte nur Basis einer heuristischen Optimierung sein: Diese geht von einem bestehenden Auslieferungsschema aus, passt jedoch die Aufteilung bei Größen mit Maximalen Werten (Knappe Größen, *Top Dogs*) und Minimalen Werten (*Flop Dogs*) schrittweise an.

Durch diese laufende Verbesserung wird eine absolute Quantifizierung des Bedarfs vermieden; außerdem bleibt die Artikelzahl unbeeinflusst, wenn beispielsweise eine knappe Größe gegen eine getauscht wird, die im Überangebot ist; und somit lassen sich für die

Abbildung 2.2: Die relativen Werte des Top-Dog-Index (anhand der Methode aus Abschnitt 3.3) für 7 zufällig gewählte Subdatensätze, und deren Median und Mittelwerte



Bestimmung der Gesamtstückzahl Methoden verwenden, die dem Marketing entsprechen und auch konjunkturelle und saisonale Schwankungen oder andere Strategische Parameter berücksichtigen können. Ein ‚Übersteuern' der Heuristik fällt bei der darauffolgenden TDI-Statistik auf und wird wieder ausgeglichen, ebenso wenn die Größenaufteilung ohnehin schon hinreichend genau ist.

Basis für diese Optimierung ist natürlich, dass das generelle Verhältnis der Nachfrage verschiedener Größen über mehrere Beobachtungsperioden hinreichend konstant ist, damit das Verfahren auch wirklich zu einer Verbesserung führen kann. Wäre dies nicht der Fall, so ist eine Prognose ohnehin nicht sinnvoll.

Das in [6] beschriebene Verfahren basiert auf einer vierteljährlichen Lieferperiode, wobei die Lieferungen an die einzelnen Filialen aus den oben beschriebenen Pre-Packs besteht, die jeweils aus einer beliebig gewählten Aufteilung von einzelnen Größen zusammengesetzt sind; die Gesamtartikelzahl eines Pre-Packs ist jedoch fest vorgegeben. Für die Auslieferung sind zwar verschiedene Pre-Pack Konfigurationen möglich; aus logistischen

Gründen soll jedoch einer Filiale nur jeweils eine Konfiguration zugeordnet sein.

Ausgehend von einer quartalsweisen Anpassung, einer dreimonatigen Vorlaufzeit der Lieferung und einer durchschnittlichen Verkaufszeit von einem halben Jahr reagiert die Heuristik zwar verzögert, aber unter Annahme einer relativ konstanten Nachfrage der einzelnen Größen führt dies nicht zu weiteren Problemen.

Die Anpassung erfolgt wie bereits angedeutet durch Änderung der Pre-Pack Konfiguration und Tausch einer Flop-Dog mit einer Top-Dog Größe jeweils pro Artikel und Filiale. Dadurch wird das Angebot der beiden Extremfälle angepasst; die Angebotsmengen der anderen Größen bleiben unbeeinflusst, und da nur ein Stück ausgetauscht wird, muss der Prozess über mehrere Perioden durchgeführt werden, um Optimalität zu erreichen. Gedacht ist das Verfahren jedoch sinnvollerweise als ständig mitlaufend. Es ist leicht implementierbar, und reagiert, dank der langsamen Anpassung, robust auf Perioden mit Ausreißern.

In einer (blinden) Feldstudie zeigen Kurz u. a. nach einer dreimonatigen Datenerhebungsperiode eine Erhöhung des Bruttoertrags in der Folgeperiode in jenen Filialen, bei denen der Top-Dog-Index angewandt wurde, verglichen mit einer Kontrollgruppe. Die Erhöhung beträgt mindestens 0.25 Prozentpunkte bei einer Sicherheit von 87.6 %. Wie sich auch am gegebenen Datensatz in Kapitel 3 zeigen wird, war in [6] ebenfalls eine Randgröße, *XL*, in sämtlichen Filialen besonders knapp vorhanden.

2.3 Vergleich der Rangfolgen

Um in einer genaueren Betrachtung nicht nur die Randextreme zu vergleichen (wie dies von Kurz u. a., und in späteren Kapiteln beispielsweise in Tabelle 5.2 auf Seite 50 gemacht wurde), kann die ordinale Information des Top-Dog-Index als Rangfolge codiert werden. Dabei erhält die am knappsten vorhandene Größe als Top-Dog den ersten Platz, die weiteren werden entsprechend aufsteigend nummeriert.

Für diese ordinalen Daten kann nun auch eine Metrik verwendet werden, um die Rangfolgen zu vergleichen oder eine *gemittelte Rangfolge* zu bilden. Eine klassische Metrik auf dem Raum der Rangfolgen wird in [5] durch die Kendall-τ Distanzfunktion gebildet:

Sind τ_1 und τ_2 zwei Rangfolgen (Permutationen) auf einer Menge M mit n Elementen und $\tau(i)$ der Platz für $i \in M$, so erfüllt

$$DK(\tau_1, \tau_2) := \Big|\Big\{(i,j) : i < j, \Big(\tau_1(i) < \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) > \tau_2(j)\Big) \vee \Big(\tau_1(i) > \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) < \tau_2(j)\Big)\Big\}\Big| \quad (2.4)$$

die Bedingungen an eine Metrik. Wichtig dabei ist, dass K auf die Rangfolge der Werte, und nicht auf den Top-Dog-Index direkt angewandt wird, um auch die Erfüllung der Dreiecksungleichung zu garantieren.

Dabei zählt DK die Anzahl der *diskonkordanten* Paare. Dies sind die Fälle, in denen zwei Größen in einer Ordnung als $A < B$, und im anderen als $B < A$ gereiht sind. Es werden alle $\frac{n(n-1)}{2}$ Paare geprüft. Durch Division durch diesen Wert kann die Distanz auf $[0, 1]$ normiert werden.

Mittels dieser Überlegungen lassen sich die Top-Dog-Index Werte nun in weiterer Folge auch vergleichen und aggregieren; dies wird in Abschnitt 5.1 durchgeführt.

3 Adaption des Top-Dog-Index an den gegebenen Datensatz

Die eben beschriebene Methode ist für den konkreten Fall von Kurz u. a. [6] konstruiert. Beim Übertragen auf den Datensatz aus Kapitel 1 treten nun einige Schwierigkeiten auf:

Da der Datensatz nur monatlich zusammengefasste Daten enthält, ist es nicht möglich, den ‚Stockout-Day' zu bestimmen, an dem ein Produkt ausverkauft wurde. Hier anstelle des Tages die über den Monat aggregierten Werte zu verwenden, wäre zu ungenau. Viel zu oft gehen Artikel im selben Monat aus, und wenn nun diese Artikel denselben Wert $\phi_b(p, s)$ erhalten, würde nur sehr wenig Information in das Ergebnis einfließen. Außerdem müssten bei einer solchen Betrachtung jene Produkte ausgeschlossen werden, die nachgeliefert werden, weil es dort nicht zu einem Stockout kommt. Auch Umlagerungen würden sich verfälschend auf den Stockout-Day auswirken und müssten demnach gesondert miteinbezogen werden.

Dennoch lässt sich das Verfahren adaptieren und anwenden, wenn anstelle der Zeit, die es dauert bis eine Größe ausverkauft ist, eine andere, gleichwertige Information verwendet wird.

Naheliegenderweise kann die durchschnittliche Anzahl der Lagermonate hergenommen werden, also die Zeit, die es von der Lieferung eines bestimmten Artikels bis zu dessen Verkauf dauert. Diese lässt sich aus den vorhandenen Daten auch einfach bestimmen:

3.1 Berechnung der durchschnittlichen Lagerdauer

Sei l die Funktion, die für ein konkretes Artikelstück die Anzahl der Monate angibt, die dieses auf Lager liegt und sei $X_b(p, s)$ die Menge jener Artikel vom Produkt p und

Größe s, die an Filiale b geliefert werden. T seien die Monate des Betrachtungszeitraums. Die durchschnittliche Lagerdauer ist damit

$$\phi_b(p,s) = \frac{\sum_{x \in X_b(p,s)} l(x)}{|X_b(p,s)|}.$$

Während l für ein bestimmtes Produkt definiert wurde und deshalb auch vom konkreten Schema, nach dem dieser Artikel aus dem Lager geholt bzw. verkauft wird, abhängt, ist dieses Schema nach dem Aufsummieren nicht mehr relevant: Diese Summe $\sum l(x)$ ist unabhängig von der Reihenfolge, nach der die Artikel verkauft werden und die durchschnittliche Lagerdauer hängt nicht von der konkreten Abfolge ab. Durch die folgende Überlegung lässt sich dieser Wert sehr einfach ermitteln:

Mittels einer Indikatorfunktion

$$\delta(x,t): \quad (x,t) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{wenn das Stück } x \text{ zur Zeit } t \text{ auf Lager liegt,} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

und nachdem die Lagerzeit durch Zählen der Monate erhalten wird: $l(x) = \sum_{t \in T} \delta(x,t)$, wird durch Vertauschung der Summationsreihenfolge

$$\sum_{x \in X_b(p,s)} l(x) = \sum_{x \in X_b(p,s)} \sum_{t \in T} \delta(x,t) = \sum_{t \in T} \sum_{x \in X_b(p,s)} \delta(x,t)$$

die durchschnittliche Lagerzeit zu

$$\phi_b(p,s) = \frac{1}{|X_b(p,s)|} \sum_{t \in T} \sum_{x \in X_b(p,s)} \delta(x,t).$$

Nachdem aber $\sum_{x \in X} \delta(x,t)$ genau der Lagerstand im Monat t ist, vereinfacht sich die Berechnung der durchschnittlichen Lagerzeit auf die Summierung der Lagerstände relativ zum Warenzugang.

$$\phi_b(p,s) = \frac{\sum_{x \in X} l(x)}{|X_b(p,s)|} = \frac{\sum_{t \in T} \mathrm{LagerMg}_b(p,s)}{|X_b(p,s)|}$$

Das folgende Beispiel soll diese Berechnung illustrieren:

Angenommen es werden in einem Zeitraum von 8 Monaten im ersten und im dritten Monat jeweils 10 Artikel geliefert. Sind die Verkäufe in den Monaten $(4, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 1, 2)$, so ergibt sich folgende Tabelle mit Lagerständen:

Zeit	1	2	3	4	5	6	7	8	9
WZMg	10	0	10	0	0	0	0	0	0
VKMG	4	2	3	1	3	2	2	1	2
LagerMg1	0	6	4	11	10	7	5	3	2
LagerMg	6	4	11	10	7	5	3	2	0

Durch die Überschneidung im dritten Monat hängen die Summanden vom Auswahlschema ab, bei *FIFO*[1] wird zunächst die erste Lieferung komplett verkauft:

$$(0,1,2,3,4,5,6,7,8)(4,2,3,1,0,0,0,0,0)^\intercal + \\ (0,1,2,3,4,5,6,7,8)(0,0,0,0,3,2,2,1,2)^\intercal = 48,$$

während bei *LIFO*[2] die zweite Lieferung dazwischengeschoben wird:

$$(0,1,2,3,4,5,6,7,8)(4,2,0,0,0,0,1,1,2)^\intercal + \\ (0,1,2,3,4,5,6,7,8)(0,0,3,1,3,2,1,0,0)^\intercal = 48.$$

In beiden Fällen (und auch bei allen anderen Strategien) beträgt $\sum_{x \in X_b(p,s)} l(x) = 48$. Ebenso ist aber $\sum_{t \in T} \mathrm{LagerMg}_b(p,s) = 6+4+11+10+7+5+3+2+0 = 48$ und die anschließende Mittelwertbildung ergibt damit eine durchschnittliche Lagerdauer von 2,4 Monaten.

Die in diesen Überlegungen verwendeten Verkaufsmengen und Warenzugänge sind für jeden Monat aggregiert gegeben. Dadurch wird so gerechnet, als ob die Warenbewegungen jeweils am Monatsersten stattfinden. Die durchschnittliche Dauer, die ein Artikel auf Lager liegt, wird damit abgerundet. Werden Artikel während des Zeitraumes nachgeliefert, oder der Beobachtungszeitraum abgeschnitten, so kann dies zu Verfälschungen führen, wenn nicht alle Größen gleichmäßig betroffen sind.

[1] *First In - First Out*: Die Artikel eines Produktes bzw. Größe werden in der Reihenfolge verkauft, wie sie geliefert werden.
[2] *Last In - First Out*: Das zuletzt gelieferte Stück wird vor den vorher gelieferten verkauft.

3.2 Die Bestimmung der Angebotsmenge

Um die Anzahl der gelieferten Artikel, $X_b(p, s)$, zu bestimmen, reicht die Warenzugangsmenge WZMg allein nicht aus. Der Erstbestand zu Beginn der Beobachtungen ist in Korr gegeben. Auch Umlagerungen, die stattfinden können einberechnet werden. Im folgenden werden hier deshalb zwei Varianten betrachtet:

$$\phi_{(3.1)} := \frac{\sum \text{LagerMg}}{\sum \text{WZMg} + \text{Korr} + \text{Uml}} \qquad \text{(Lagermonate, 3.1)}$$

$$\phi_{(3.2)} := \frac{\sum \text{LagerMg}}{\sum \text{WZMg}} \qquad \text{(Lagermenge, 3.2)}$$

Bei der angegebenen Berechnung der durchschnittlichen Lagerzeit gibt es einige Fälle, bei denen der Wert keinen Sinn ergibt, da eine Division durch Null auftritt. Dabei handelt es sich um eine Folge der Tatsache, dass zurückgegebene Waren in die Verkaufsmenge eingerechnet werden und so zu einem Warenzugang führen, der nicht im Nenner der Division aufscheint. Nachdem diese Rückgaben aber nicht von den Verkäufen getrennt werden können, sondern nur in den Monaten aufscheinen, bei denen der betreffende Artikel gar nicht verkauft wurde (negative Verkaufsmenge), muss betrachtet werden, inwieweit sich die auftretenden Divisionen durch Null auf den TDI auswirken.

Tritt die Form 0/0 auf, so wird der betroffene Artikel aus den Betrachtungen ausgeschlossen. Bei nichtnegativem Zähler und damit Unendlich als durchschnittliche Lagerdauer gibt es aber ein Problem, da diese Größe nun als extremer Flop-Dog in der Rechnung aufscheint. Diese Fälle werden deshalb ebenfalls ausgeschlossen.

Auch die Unstimmigkeiten im Rohdatensatz, die durch die Datenbereinigung während der Rekursion im Korrekturfaktor vermerkt werden, spielen hier mit ein: Wenn im Originaldatensatz ein verkaufter Artikel aufscheint, der Lagerstand aber null war, so wird in diesem Fall ein Korrekturfaktor von 1 vermerkt. Nun kann diese Korrektur als Warenzugang im selben Monat vermerkt werden und somit in die Lagerzeit eingerechnet werden oder aber der betroffene Artikel/Größe wird aus den Betrachtungen ausgeschlossen. Beim Ausschließen kann dabei weiters entweder nur die betroffene Größe eines Artikels ausgeblendet werden und der TDI über die anderen Größen bestimmt werden oder der gesamte Artikel in allen Größen aus der jeweiligen Filiale entfernt werden.

Insgesamt tritt dieser unbestimmte Fall jedoch nur selten auf: Von 16084 Artikel / Größenkombinationen, die über alle Filialen berechnet wurden, sind 195 von unbestimmter Form. Diese treten zwar in 52 der 72 Filialen auf, aber nur in 8 davon ergibt der TDI unterschiedliche Rangfolgen, wenn die oben beschriebenen Problemfälle gänzlich entfernt werden. Zu bemerken ist, dass bei den Verschiebungen nur die Größen *XS* und *XXL* die Plätze tauschen. In diesen Filialen sind somit diese Größen auf ähnlich knappem Niveau, sodass es hier zu Verschiebungen kommt.

Ein etwas anderer Ansatz sieht ϕ nicht nur als Maß durchschnittliche Lagerdauer, sondern grundsätzlich als Maß für die Knappheit des Artikels. Ein Produkt, das sehr schnell ausverkauft ist hat einen kleineres ϕ, eines das vergleichsweise lange auf Lager war ein großes. Wird in einem Monat ein großer Anteil der lagernden Artikel verkauft so ist dieser entsprechend knapper als ein Artikel, bei dem nur ein kleiner Teil der Lagermenge verkauft wird.

$$\phi_{(3.3)} := \frac{1}{\text{AngZR}} \sum \frac{\text{VKMG}}{\text{LagerMg1} + \text{WZMg}} \qquad \text{(Verkaufsanteil, 3.3)}$$

Skaliert wird diese Summe dabei mit der Anzahl der Monate im Angebotszeitraum: $\text{AngZR} := \sum \mathbb{1}_{LagerMg1+WZMg>0}$, um vergleichbare Werte für alle Artikel zu erhalten.

Die gänzlich andere funktionale Gestalt bei dieser Interpretation liefert einen interessanten Vergleich zur Berechnung über die durchschnittliche Lagerdauer. Natürlich müssen auch hier die Randfälle betrachtet und ausgeschlossen werden, bei denen eine ungültiger Wert auftritt; so sind hier besonders jene Monate problematisch, in denen der Nenner $\text{LagerMg1} + \text{WZMg} = 0$ ist, aufgrund von Umlagerungen oder Fehlern im Datensatz aber dennoch die Verkaufsmenge $\text{VKMG} > 0$ war.

Die Somit bestimmten Maße zur Knappheit einer Größe können nun verwendet werden, um mit den Definitionen (2.1) und (2.2),

$$W_b(s) := \left| \{ p \in P \mid \phi_b(p,s) = \min_{s' \in S} \phi_b(p,s') \} \right| \quad \text{und}$$
$$L_b(s) := \left| \{ p \in P \mid \phi_b(p,s) = \max_{s' \in S} \phi_b(p,s') \} \right|$$

den Top-Dog-Index aus (2.3) zu bestimmen:

$$\text{TDI}_b(s) := \frac{W_b(s) + C}{L_b(s) + C}, \qquad C > 0.$$

3.3 Erste Ergebnisse

In Abbildung 3.1 auf der nächsten Seite sind die Werte für den Top-Dog-Index, gebildet nach durchschnittlicher Lagerdauer, abgedruckt. Nachdem nur eine ordinale Skalierung vorliegt sind nicht die konkreten Werte, sondern lediglich Unterschiede von Interesse. Die Daten sind zeilenweise, also je für eine Filiale zu lesen und dabei deutet die rote Färbung auf einen großen TDI, also ein hoher Top-Dog-Count im Verhältnis zum Flop-Dog-Count hin. Diese Größen hatten also eine unterdurchschnittliche Lagerdauer und sind somit knapper vorhanden.

Die bläuliche Färbung zeigt einen niedrigen TDI-Wert an. Deutlich zu erkennen ist ein Muster insbesondere bei den Größen *M* und *L*, die durchgehend kleinere TDI-Werte haben und damit durchschnittlich länger auf Lager liegen als die Randgrößen.

Zu beachten ist, dass für die Größe *XS* nur in 30 Filialen sinnvolle Werte geliefert werden, in den anderen lassen sich aufgrund zu niedriger Fallzahlen bzw. den daraus resultierenden, oben angeführten $\phi_b(p, \mathrm{XS}) = \frac{0}{0}$ keine Werte ermitteln. Die entsprechenden Felder sind im Plot weiß freigelassen; die Ordnung der übrigen Größen wird von diesem Problem nicht beeinflusst.

In lediglich einer Filiale, *56*, wird der höchste zusätzliche Bedarf nicht für eine Randgröße angegeben; *M* hat hier den Platz als Top-Dog. In den Filialen *5*, *7* und *67* landet diese Größe auf dem zweiten Platz; dies sind die einzigen weiteren Fälle, bei denen eine mittlere Größe verstärkt nachgefragt wird. In allen anderen Filialen sind *M* und *L* nur ab Platz drei vertreten.

Etwas durchwachsener ist das Ergebnis beim numerischen Größenschema, wie es in Abbildung 3.2 auf Seite 30 dargestellt ist; wenngleich auch hier die mittleren Größen eher kleinere TDI-Werte haben gibt es dennoch Filialen, beispielsweise Filialen *4* oder *7*, in denen die mittlere Größe *6* zu knapp war.

Die Größe *10* hat hier, wie vorher *XS* nicht in allen Filialen gültige Werte.

Ein direkter Vergleich der beiden Größenschemata ist leider nicht möglich, da diese nicht zwingenderweise den selben Bereich abdecken und die einzelnen Größen im anderen Schema keine eindeutige Entsprechung haben.

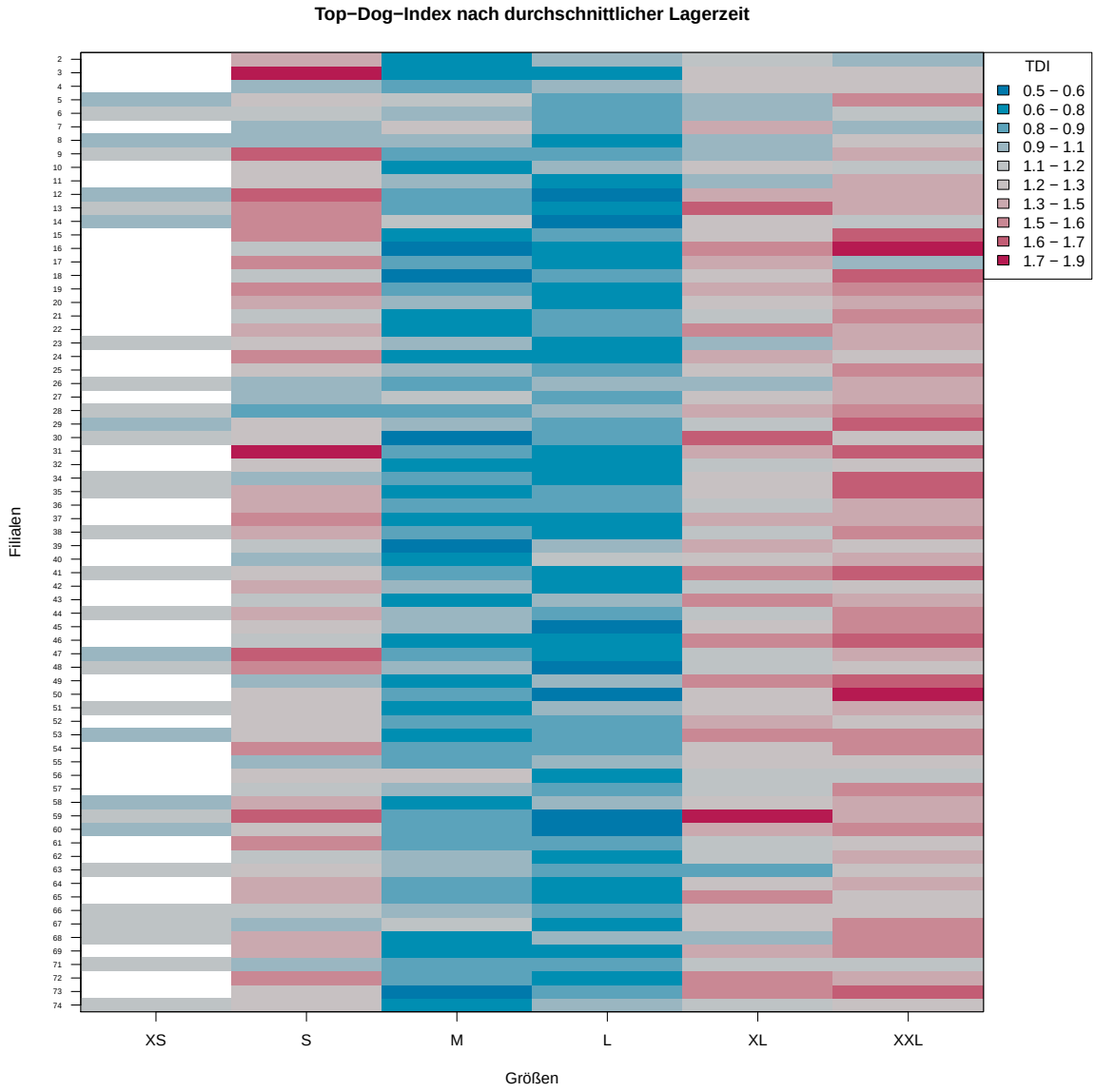


Abbildung 3.1: TDI nach durchschnittlicher Lagerzeit, Größenschema 2

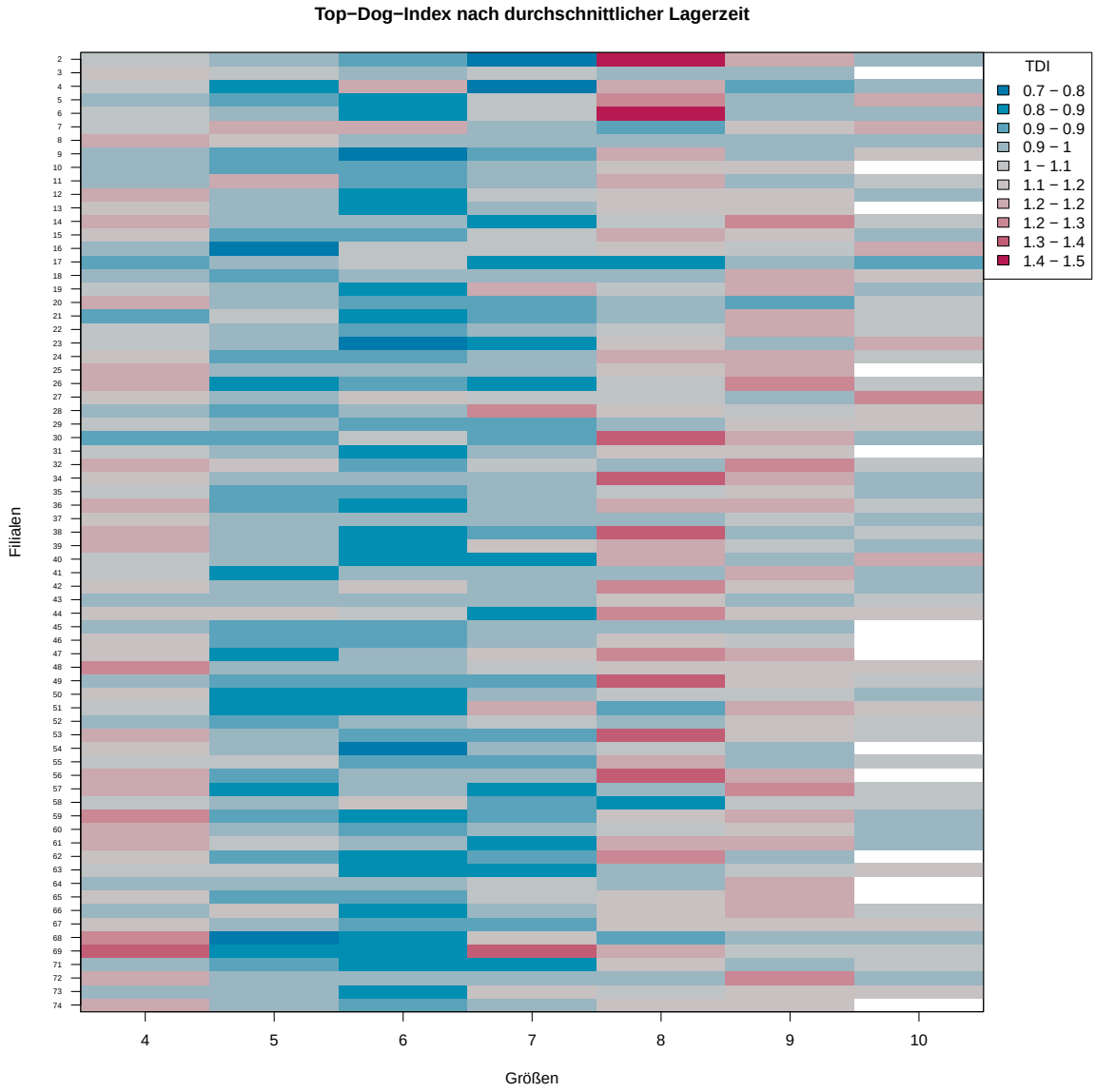


Abbildung 3.2: TDI nach durchschnittlicher Lagerzeit, Größenschema 1

3.3.1 Einfluss der Umlagerungen und des Korrekturfaktors

Die oben betrachteten Berechnungen verwenden die durchschnittliche Lagerdauer als Basis für den Top-Dog-Index. Das Vernachlässigen von Umlagerungen und dem Korrekturfaktor, dessen Zusammensetzung in Kapitel 1.1 aufgelistet ist, führt zur Formel (Lagermenge, 3.2). Dabei zeigt sich ein recht ähnliches Ergebnis, welches in den Abbildungen 3.3 und 3.4 dargestellt ist.

Die oben angeführten Ausreißer der Größe *M* in den Filialen *56*, *5* und *7* stechen hier im internationalen Größenschema ebenso hervor, lediglich *67* fällt weg.

Insgesamt stimmt der Top-Dog in 61 und der Flop-Dog in 68 Fällen überein. Für das numerische Größenschema gilt dies in 59 und 54 Filialen. Ein genauerer Vergleich ist in Tabelle 5.2 auf Seite 50 gegeben. Bei Filialen, in denen es Unterschiede gibt, handelt es sich um solche mit geringerer Umsatzmenge; eine Fehlbuchung oder Umlagerung fällt dadurch stärker ins Gewicht und führt zu einer Umreihung.

Diese Berechnungsvariante legt die Möglichkeit nahe, dass für die Bildung des Top-Dog-Index das Berechnen von Rekursion und Korrekturfaktor nicht zwingend notwendig ist und erlaubt damit auch, dass ein adequates Ergebnis nur unter Verwendung zweier leicht erhältlicher Kennzahlen, der Verkaufsmenge pro Monat und dem Lagerstand zum Monatsende, zu erhalten ist, wenn die Zahl der Umlagerungen niedrig genug bleibt. In kleineren Filialen sollten diese Werte jedoch ebenfalls berücksichtigt werden.

3.4 Absatzgeschwindigkeit als Indikator für Knappheit

Wie bereits angedeutet muss nicht notwendigerweise die durchschnittliche Lagerdauer oder eine Abwandlung derselben $\phi_b(p, s)$ bestimmen. Der Grundgedanke der zu Formel (Verkaufsanteil, 3.3) führt ist, dass eine Größe, die nur knapper vorhanden ist, nicht nur früher ausgeht, sondern auch schon während des Verkaufszeitraumes schneller verkauft wird. Dies bedeutet, dass Monat für Monat ein größerer Anteil der Lagermenge einer Größe über den Ladentisch geht, als es bei einer anderen der Fall ist.

Gebildet wird nun der Schnitt der Verhältnisse *Verkaufsmenge je Lagermenge*, wobei die Lagermenge jene zum Monatsersten, und einen etwaigen Warenzugang umschließt. Berechnet wird also, wie schnell der Artikel im Vergleich zur vorhandenen Lagermenge verkauft wird bzw. in weiterer Folge auch ausverkauft sein wird.

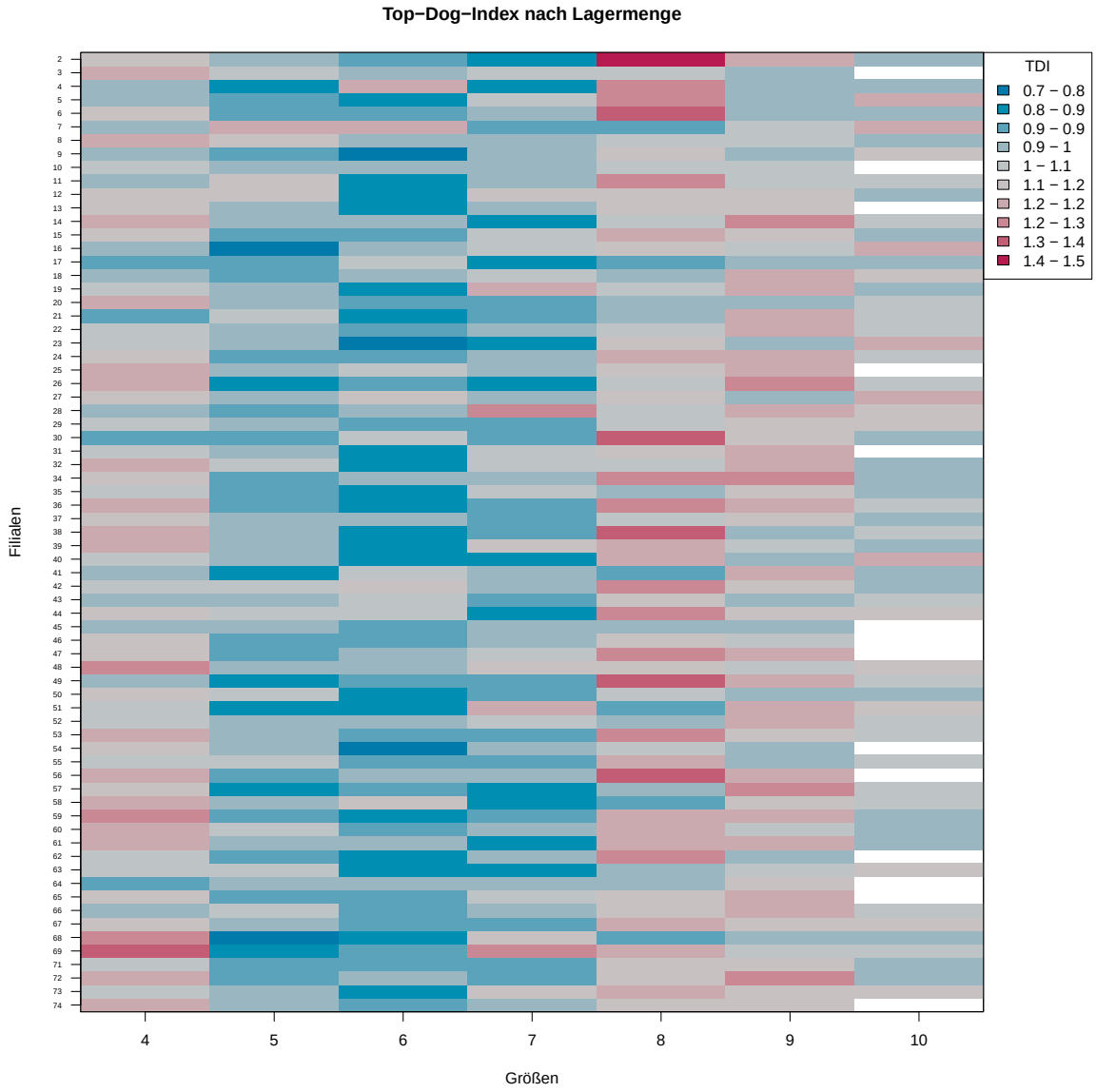


Abbildung 3.3: TDI nach Lagermenge, Größenschema 1

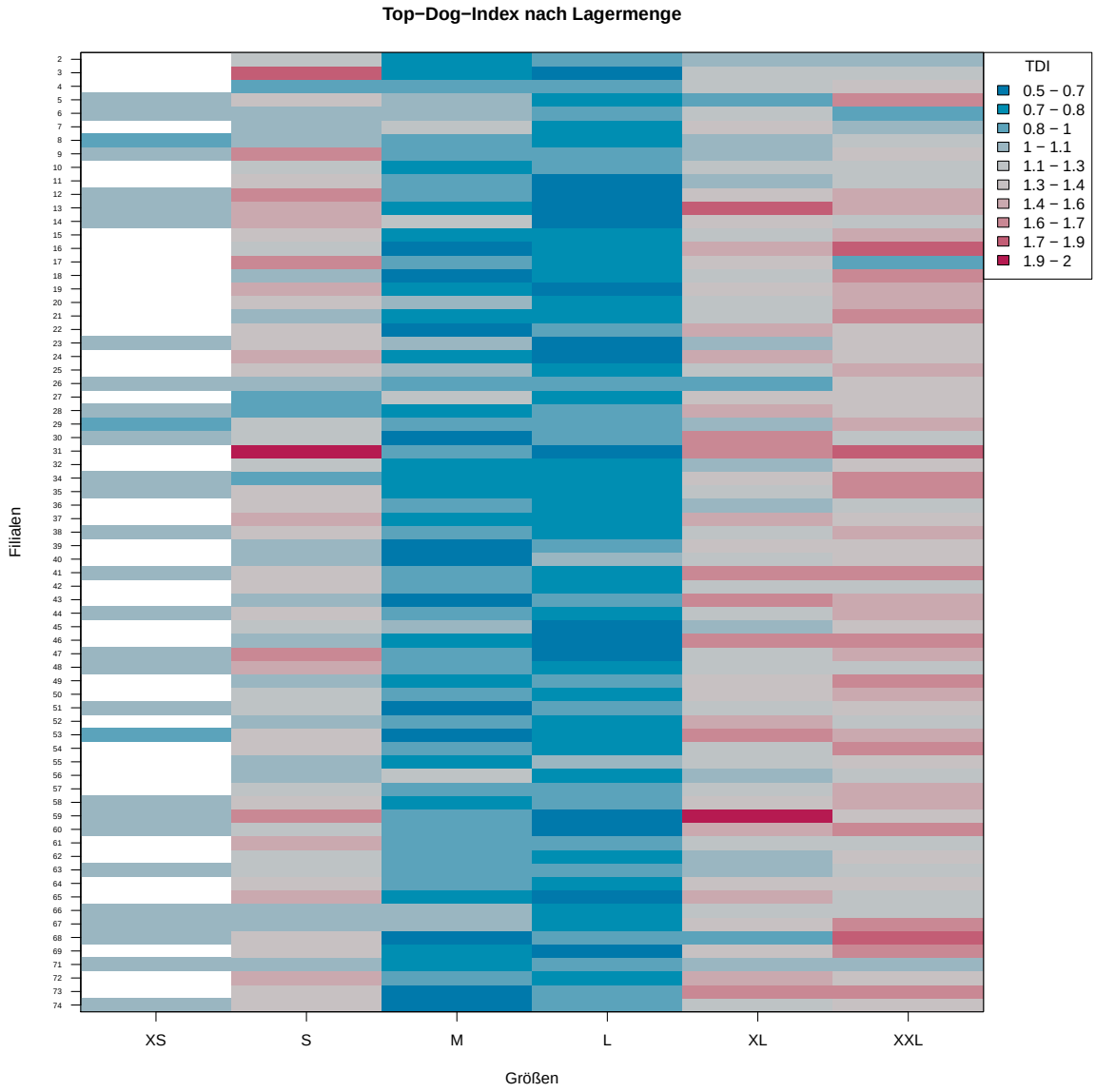


Abbildung 3.4: TDI nach Lagermenge, Größenschema 2

Es muss auch hier angemerkt werden, dass das Problem mit dem monatlichen Betrachtungshorizont und der daraus resultierenden Ungenauigkeit auch bei dieser Berechnungsmethode besteht bzw. den erhofften Informationsgewinn durch monatliche Betrachtung auch wieder zunichte machen kann. Ein besonders hoher Warenzugang am Monatsanfang lässt die anteilige Nachfrage viel stärker erscheinen, als dies bei einer großen Lieferung zum Monatsende der Fall ist. Dies kann sich auch noch auf den Folgemonat auswirken. Notwendigerweise sollten also alle Größen zum gleichen Zeitpunkt geliefert werden, was zwar als üblich erscheint, aber im vorliegenden Datensatz nicht immer der Fall ist.

Dennoch soll die Methode nun angewandt werden, da sie, vor allem im Hinblick auf eine spezielle Berücksichtigung von Produkten mit mehrfachen Warenanlieferungen, als sinnvoll, und möglicherweise geeigneter, als die Verwendung der durchschnittlichen Lagerdauer als Kennzahl, erscheint.

Der über die Verkaufsmengen gebildete Top-Dog-Index für das 2. Größenschema ist in Abbildung 3.6 auf Seite 37 ersichtlich. Während die Graphik in Grundzügen dem vorigen Ergebnis entspricht, und wiederum die Größen *M* und *L* als häufiger kennzeichnet, so zeigen sich dennoch andere Charakteristiken. Nur mehr in 31, bzw. 29 Filialen stimmen Top-Dog bzw. Flop-Dog mit den Ergebnissen aus Abschnitt 3.3 überein.

Bei einigen Filialen liegen die Werte weiters sehr nahe zusammen. In der Filiale *61* haben die Größen *XXL* und *S* denselben Top-Dog-Index-Wert; dieser ist gleichzeitig das Maximum in dieser Filiale. Sie sind also beide gleichermaßen Top-Dogs und damit knapp vorhanden. In den Filialen *20* und *62* kann in der Reihung nicht zwischen *XL* und *M* unterschieden werden; bei ersterer sind diese Größen auch gleichzeitig der Flop-Dog.

Im numerischen Größenschema tritt dieses Problem sogar noch öfter auf; 38 der insgesamt 71 Filialen sind betroffen. Außerdem gibt es hier auch Fälle, bei denen mehr als zwei Größen den gleichen Index erhalten. Zwar ist das Ergebnis der Heuristik hier genauso gültig, dennoch muss aber entschieden werden, wie weiter verfahren werden soll, wenn es mehrere gleichwertige Top- oder Flop-Dogs gibt.

Auch hier gibt es Filialen, in denen die Rangfolge anders als bei der über die durchschnittliche Lagerdauer gebildeten ist. Top- und Flop-Dog sind nur mehr in 16 bzw. 19 Filialen gleich. Im Gegensatz zu vorher wird nun vor allem die Größe *4* als besonders knapp bestimmt: in 48 Fällen ist sie der Top-Dog, vorher war sie es nur in 16. Dabei ist zu bedenken, dass besonders bei diesem Größenschema die Fallzahlen viel geringer ausfallen; so gibt es zwar in allen Filialen, und auch für jedes der Produkte aus diesem

Größenschema, auch solche mit der Größe *4*, aber nur in 64 Fällen einen Monat, in dem in einer Filiale mehr als 5 Stück von einem bestimmten Produkt dieser Größe verkauft wurden. Dabei ist diese Größe, wie auch der empirische Größenlauf in Abbildung 1.2 zeigt, keine Größe mit geringer Gesamtverkaufszahl wie beispielsweise *XS* aus dem internationalen Größenschema. Damit führt aber schon ein einzelner Verkauf mehr oder weniger zu einem großen Einfluss auf den Top-Dog-Index und damit auch auf die Reihung der Größen. Auch wenn sich dieses Ergebnis von den vorherigen unterscheidet, so bleibt dennoch der Hinweis auf einen zusätzlichen Bedarf an Randgrößen bestehen; von diesen wird ein größerer Anteil gleich nach der Lieferung verkauft.

3.5 Stabilität des Top-Dog-Index

Die in Abschnitt 2.1.2 auf Seite 17 beschriebene Veranschaulichung zur Robustheit des Top-Dog-Index ist für die verschiedenen Methoden in Abbildung 3.7 auf Seite 38 dargestellt. In der linken Spalte wurde das numerische, und in der rechten das internationale Größenschema betrachtet. Dabei zeigt sich wiederum, dass es bei der Betrachtung der durchschnittlichen Lagerdauer keinen Unterschied macht, ob Korrekturfaktor und Umlagerungen miteinbezogen werden oder nicht. Deutlich ruhiger und damit auch robuster sind die Ergebnisse der Variante mittels Absatzgeschwindigkeit, welche in der letzten Zeile abgebildet sind.

Ein weiterer Unterschied zeigt sich beim Vergleich der beiden Größensysteme: Während beim internationalen durchaus eine Variabilität des Top-Dog-Index in den einzelnen Subdatensätzen zu erkennen ist, sind diese beim numerischen Größensystem gerade nahezu konstant. Als Grund für die stärkeren Unregelmäßigkeiten bei ersterem lassen sich vor allem die zwei absatzstärksten Artikel aus diesem Größensystem ausmachen. Diese zeigen im empirischen Größenlauf einen deutlichen Unterschied zum Durchschnitt und wirken sich damit stärker auf den Top-Dog-Index-Wert aus, je nachdem, ob sie im jeweiligen Subdatensatz vorkommen oder nicht.

3.6 Artikel mit Nachlieferungen

Im folgenden soll der TDI nur für Artikel gebildet werden, die über den Beobachtungszeitraum mehrfach nachgeliefert wurden. Sie sind in Tabelle 1.3 auf Seite 12 angeführt,

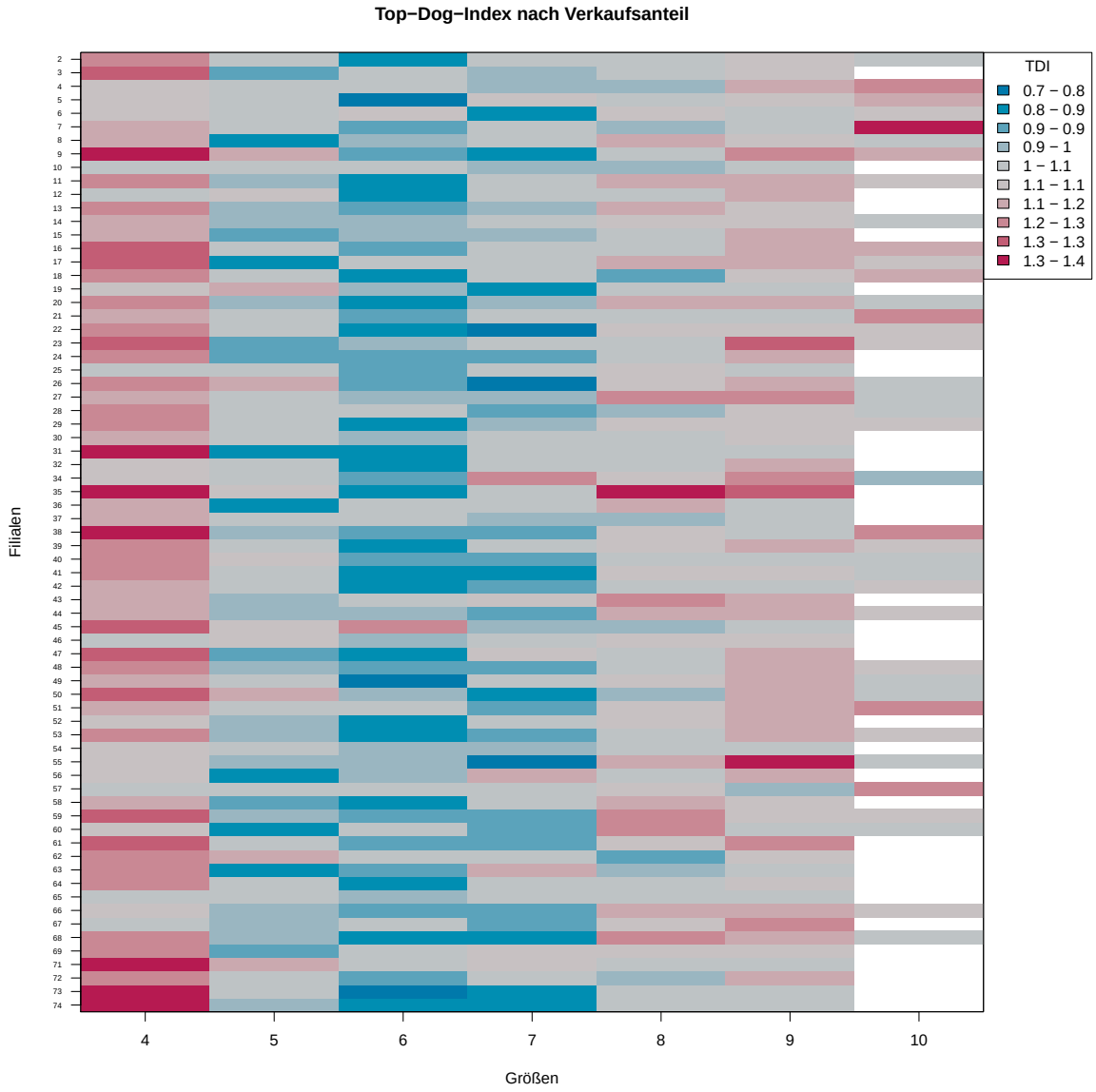


Abbildung 3.5: TDI nach Verkaufsanteil, Größenschema 1

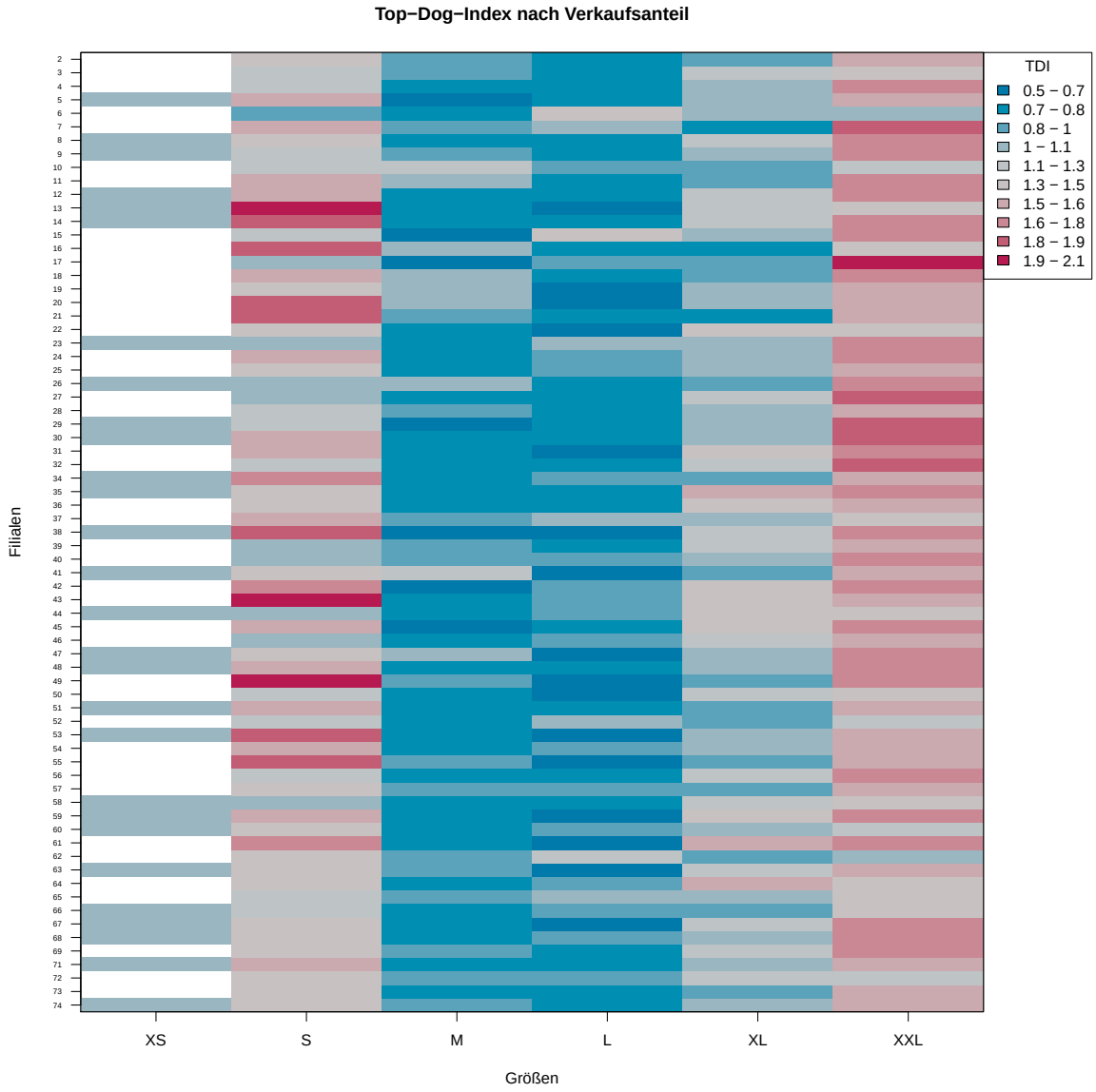


Abbildung 3.6: TDI nach Verkaufsanteil, Größenschema 2

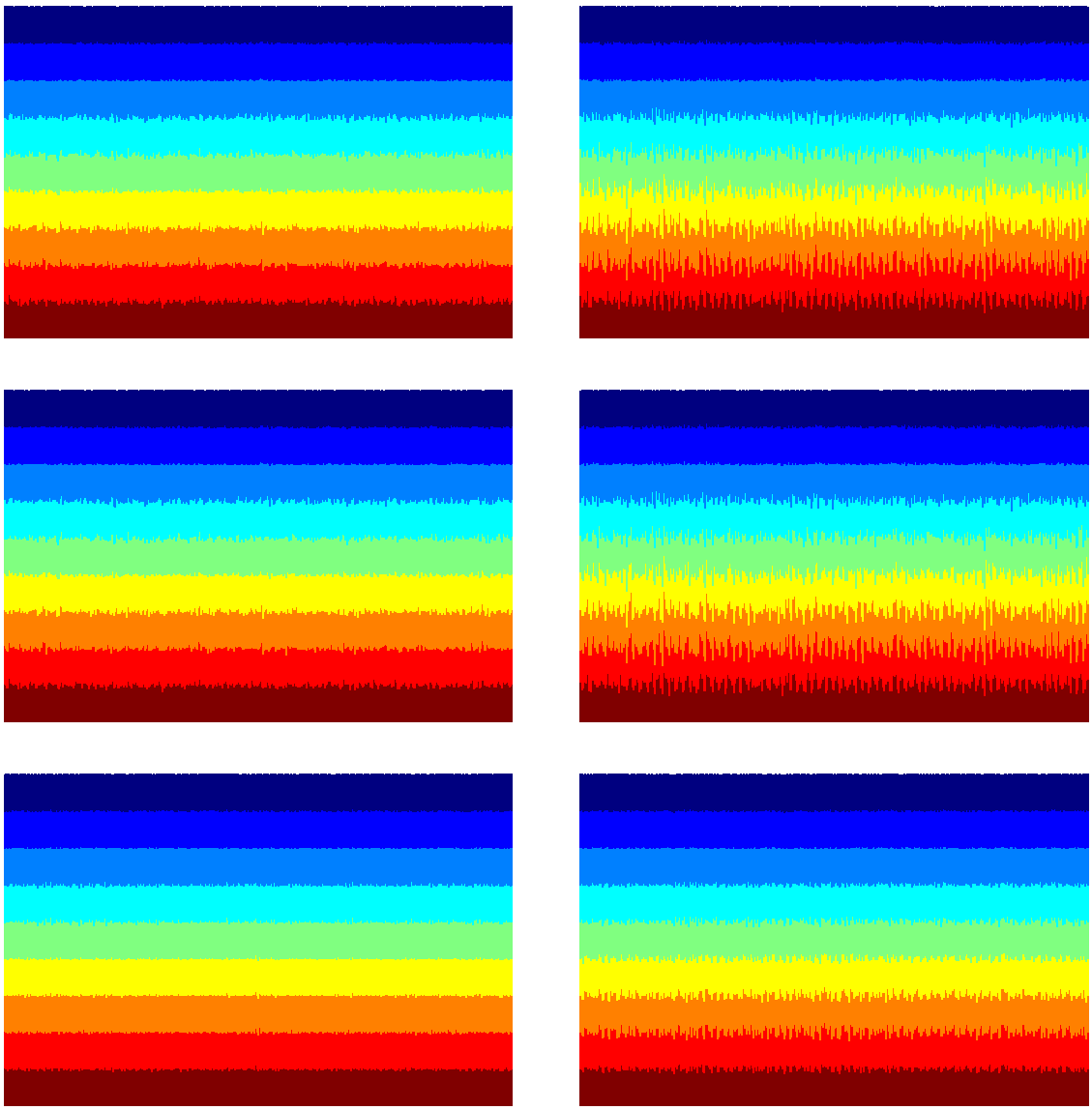


Abbildung 3.7: Relative Verteilungen des Top-Dog-Index an verschiedenen Teildatensätzen; links für das numerische, rechts für das internationale Größenschema. In der ersten Zeile wurde die Formel (Lagermonate, 3.1) verwendet, in der zweiten (Lagermenge, 3.2). Zuunterst wurde der Ansatz aus Abschnitt 3.4 verwendet.

decken beide Größensysteme ab (10, 31, 40 haben das numerische, 25, 30, 45, 44 und 47 das internationale Größensystem) und machen 24,6% des Gesamtumsatzes aus.

Auch hier gleichen die Ergebnisse den Resultaten aus den vorigen Berechnungen; nicht nur dass jeweils die Randgrößen stärker nachgefragt werden, auch die Top- und Flop-Dogs stimmen in 62 Filialen überein.

Eine genauere Untersuchung zeigt, dass sich in den übrigen Fällen nur die Reihung XS/XXL ändert. Weiters muss beim Betrachten auf die Bedingung LagerMg1+WZMg > 0 geachtet werden. Das Ergebnis entspricht, wie sich auch in Kapitel 5 zeigen wird, sehr ähnlich dem, welches aus dem normalen TDI gewonnen wird.

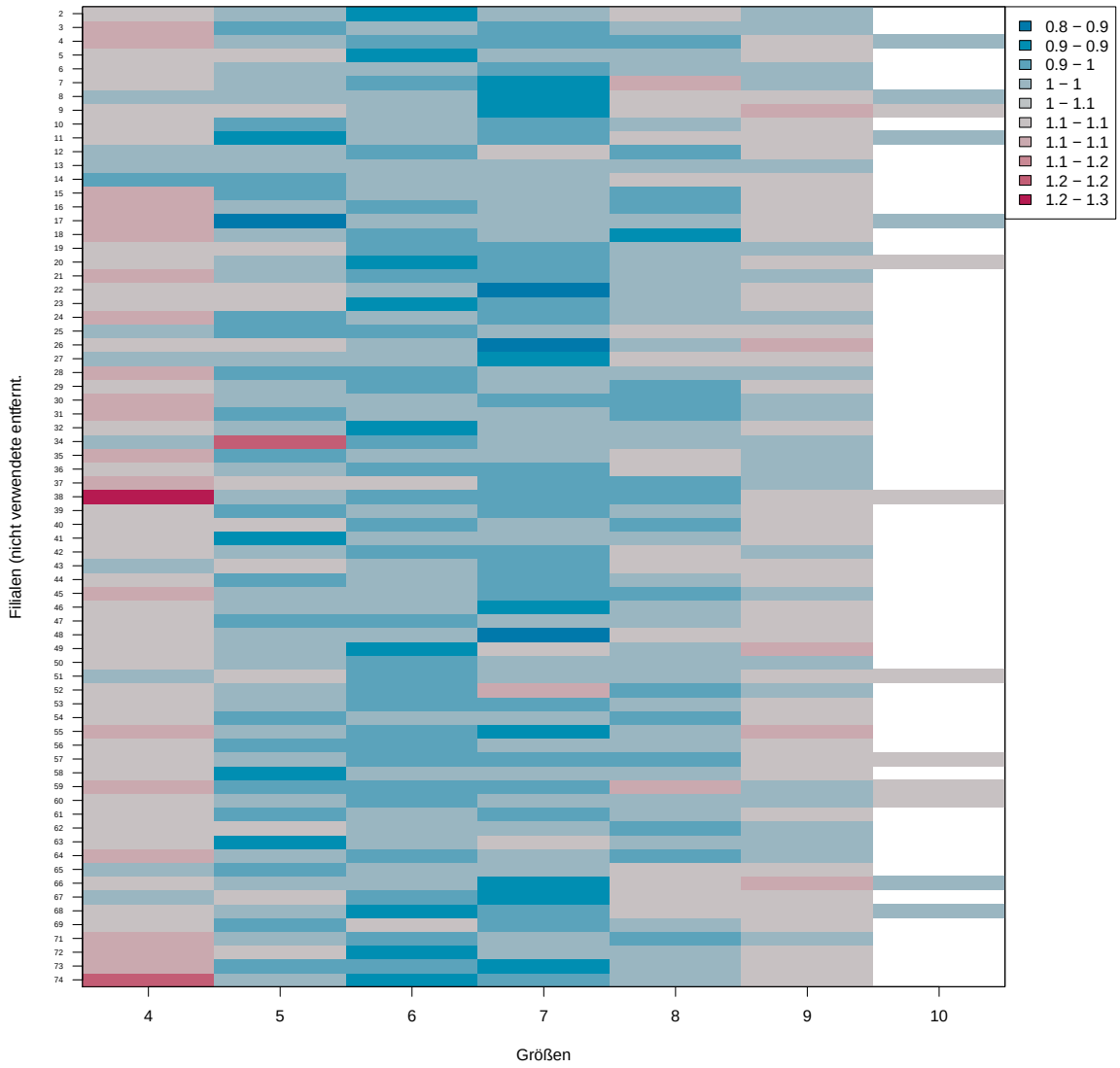


Abbildung 3.8: TDI nach Verkaufsanteil für Artikel mit mehrfachen Lieferungen, numerisches Größensystem

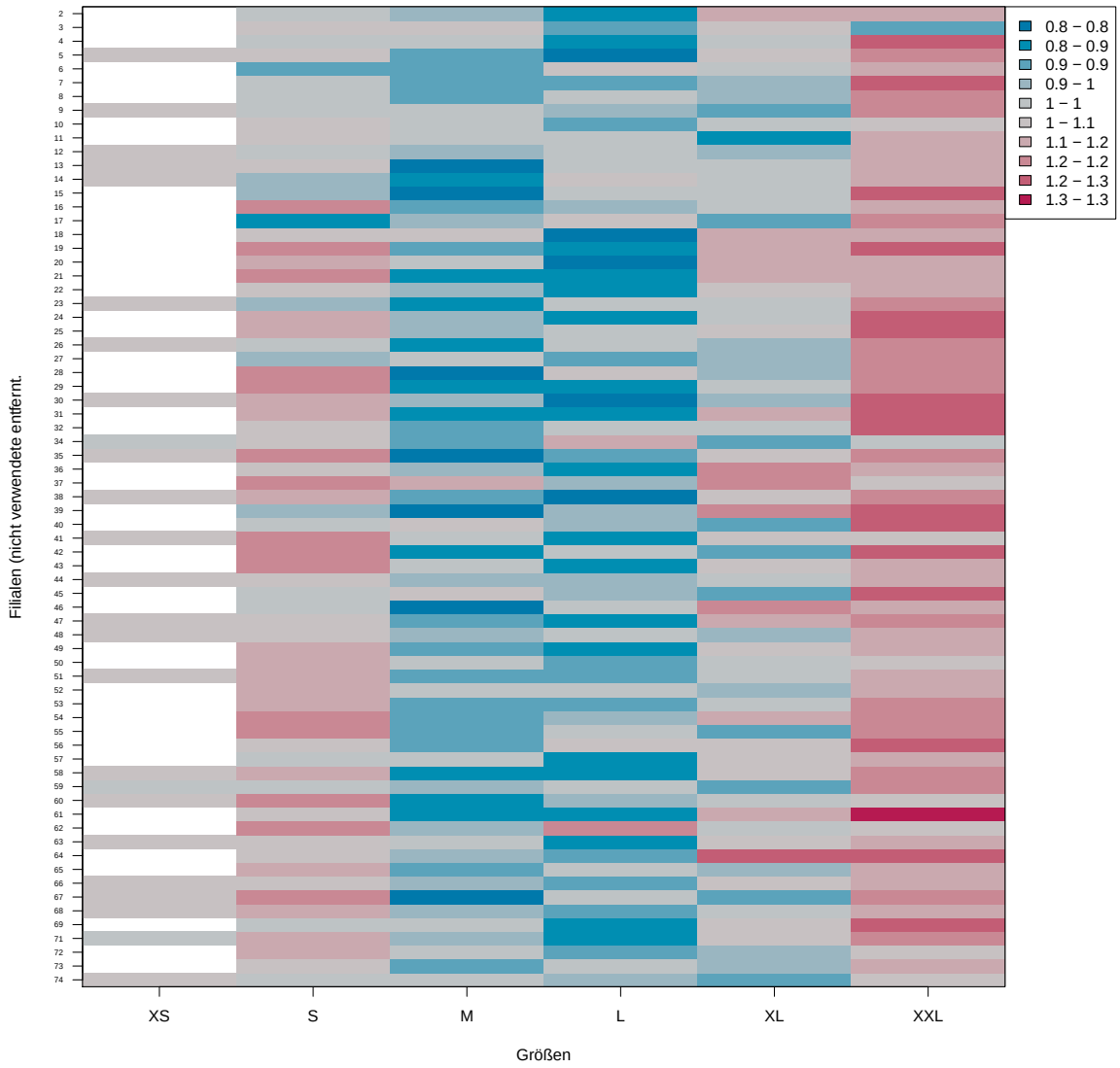


Abbildung 3.9: TDI nach Verkaufsanteil für Artikel mit mehrfachen Lieferungen, internationales Größensystem

4 Poissonregression und Schätzung des Größenlaufs

Die Methode der Regression wurde in [4] auf denselben Datensatz angewandt, auch die Datenbereinigung erfolgte analog und somit können die Resultate mit den Ergebnissen aus dem vorigen Kapitel direkt verglichen werden. Götzinger greift dabei, um ein Modell für die Stückzahlen der Warenmengen zu ermöglichen, auf die Regression für Zähldaten mittels Generalisierter Linearer Modelle (GLM) zurück.

Diese stellen eine Verallgemeinerung der linearen Modelle dar; ihr Fehlerterm ist nicht mehr notwendigerweise Normalverteilt. Weiters ist die Einschränkung auf einen linearen Zusammenhang zwischen den abhängigen Variablen und den unabhängigen nicht mehr gegeben:

$$\mathbb{E}[Y] = m(X\beta).$$

Y hängt also über die, möglicherweise nichtlineare, *Responsefunktion* m von X ab, deren Umkehrfunktion $m^{-1} \equiv \eta$ auch als *Linkfunktion* bezeichnet wird.

Dabei sind die abhängigen Variablen Y über β durch die n Beobachtungen in X erklärt:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & \cdots & x_{n,k} \end{pmatrix}, \qquad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}.$$

Während die Y_i paarweise stochastisch unabhängig nach gegebener Verteilung verteilt sind, wird X hier als nichtstochastisch angenommen.

Mittels Maximum Likelihood können diese Modelle nun geschätzt werden. Dazu wird (vgl. [2]) die gemeinsame Dichte von $(Y_1, \ldots, Y_n)$ gebildet:

$$f(y_1, \ldots, y_n; p) = \prod_{i=1}^{n} f_i(y_i; p).$$

Für feste Realisierungen von $(y_1, \ldots, y_n)$ ist diese Dichte eine Funktion, die nur vom Parameter p abhängt. Sie wird als Likelihoodfunktion $\mathrm{L}(p; y_1, \ldots, y_n)$ bzw. logarithmiert als

$$\mathrm{l}(p; y_1, \ldots, y_n) = \sum_{i=1}^{n} \log f_i(y_i; p)$$

Log-Likelihoodfunktion bezeichnet.

Das (jeweils gleiche) Maximum dieser Funktionen bezüglich p ist die *Maximumlikelihood Schätzung*. Sie maximiert die Dichtefunktionen und stellt den plausibelsten Parameterwert zu gegebener Realisierung von $(y_1, \ldots, y_n)$ dar.

Für Zähldaten spielt insbesondere die Poisson Regression eine große Rolle. Hierbei sind die Y_i Poissonverteilt mit der Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(y_i) = \frac{\mu_i^y}{y_i!}\mathrm{e}^{(-\mu)}$. Erwartungswert und Varianz dieser Verteilung sind dabei ident, und durch den Parameter μ spezifiziert. Linkfunktion ist der natürliche Logarithmus, und m die Exponentialfunktion. Damit ist $\mathbb{E}[Y_i] = \mu_i = \exp(x_i'\beta)$, und kann nur positive Werte annehmen, wie es auch den Zähldaten entspricht. Die bedingte Wahrscheinlichkeit für Y_i ist

$$\mathrm{P}(y_i|x_i, \beta) = \frac{\mathrm{e}^{y_i(x_i'\beta)}}{y_i!}\mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{x_i'\beta}},$$

und die (Log-)Likelihoodfunktion ist

$$L(\beta; x_1, \ldots, x_n, y) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{e}^{y_i(x_i'\beta)}}{y_i!}\mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{x_i'\beta}} \qquad \text{und}$$
$$l(\beta; x_1, \ldots, x_n, y) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i x_i'\beta - \mathrm{e}^{x_i'\beta} - \ln y_i!\right).$$

Die Maximierung kann nun durch Newtoniteration mit dem *Fisher Score Algorithmus* durchgeführt werden, der dadurch erhaltene Schätzer $\hat{\beta}$ ist außerdem konsistent, wenn der bedingte Erwartungswert korrekt spezifiziert ist. Problematisch kann es dabei werden,

wenn die Varianz der Daten nicht dem Erwartungswert entspricht; ist das zweite zentrierte Moment kleiner als das erste, so wird dies als *Unterdispersion* bezeichnet; ist es größer, als *Überdispersion*. In beiden Fällen kann es (nach [2]) zu Fehlern bei der Parameterschätzung führen.

In [4] stellt der Autor eine Überdispersion im gegebenen Datensatz fest und wendet deshalb das *Negative Binomialmodell* NB2 an, bei dem die Varianz gesondert spezifiziert werden kann. Für die weiteren Schätzungen zum Größenlauf sind die Modelle allerdings sehr ähnlich. Zunächst wird die Verkaufsmenge abhängig von der Preisgruppe, der Größe, dem logarithmierten Umsatz der Filiale, der Artikelmarke und dem Monats geschätzt:

$$\mathbf{VKMG \sim 1 + PG + GR + log(FilialeUmsatz) + Marke + Monat}$$

Dieses Modell wird mit einer Parametrisierung verglichen, die nur die Größe berücksichtigt:

$$\mathbf{VKMG \sim 1 + GR.}$$

Da auch hierbei keine nennenswerten Unterschiede auftreten soll in der vorliegenden Arbeit nur die Poissonregression mit dem Faktor *GR* als Regressor betrachtet werden; auch Götzinger bezeichnet die Entscheidung zwischen Poisson- und NB2-Modell und die Vereinfachung des Modells bei der Schätzung des Größenlaufs als irrelevant.

Tabelle 4.1: Poissonregression für das numerische Größensystem
`glm(VKMG ~1 + GR, family=poisson(), data=dataGR1)`

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(>|z|)
(Intercept)	-0.6787	0.0362	-18.77	0.0000
GR5	0.5859	0.0419	13.98	0.0000
GR6	0.7848	0.0405	19.38	0.0000
GR7	0.6507	0.0417	15.61	0.0000
GR8	0.0675	0.0488	1.38	0.1668
GR9	-0.7949	0.0778	-10.22	0.0000

Die Schätzungen aus dem Poissonmodell sind für die beiden Größensysteme in den Tabellen 4.1 und 4.2 gegeben. Dabei wurden die Datensätze, wie im Folgenden erklärt

Tabelle 4.2: Poissonregression für das internationale Größensystem

`glm(VKMG ~1 + GR, family=poisson(), data=dataGR2)`

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(>|z|)
(Intercept)	-0.5939	0.0166	-35.84	0.0000
GRM	0.6369	0.0194	32.78	0.0000
GRL	0.6455	0.0193	33.38	0.0000
GRXL	0.1139	0.0225	5.07	0.0000
GRXXL	-0.6647	0.0375	-17.71	0.0000

wird, auf die Bedingung LagerMg1 ≥ 1 eingeschränkt. Der Intercept ist der geschätzte Parameter zu den Referenzgrößen *4* und *S*, die weiteren Parameter sind als Differenz zum Intercept gegeben. Um vom Wert dieser Schätzer zum Größenlauf zu gelangen wird nun in $Y = m(X\beta)$ die Matrix X ersetzt durch

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \ddots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \ddots & \ddots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

In dieser Matrix entspricht jede Zeile einer bestimmten Größe[1] und nach der Multiplikation mit β und Anwendung von $m = \exp$ entsprechen die Werte dem Größenlauf. Um Vergleichbarkeit zu erhalten wird auf $\sum y_i = 1$ skaliert.

Der empirische Größenlauf wurde bereits in Abbildung 1.1 auf Seite 6 dargestellt. Dabei wurde der Gesamtdatensatz berücksichtigt. Um aber die Nachfrage aufgrund fehlenden Angebots nicht zu unterschätzen, werden in [4] die Daten am Ende des jeweiligen Verkaufszeitraumes des Artikels beschnitten. Dazu wird ein minimaler Lagerstand festgelegt, der zum Monatsletzten vorhanden sein muss – andernfalls wird der entsprechende Verkauf ignoriert.

Problematisch ist dabei, wie auch bei der Argumentation für den Top-Dog-Index schon in [6] festgestellt wurde[2], ab wann hier der Abverkauf gilt. Ein zu hohes Minimum

[1] Würden noch weitere Parameter in die Schätzung einfließen, so wären die entsprechenden Zeilen null.

[2] Kurz u. a. sprechen zwar von einem zeitlichen Kriterium, ab dem Datensätze verworfen werden; die Problematik, ob die Daten zu früh, oder zu spät, oder aber wie hier bei einem bestimmten Lagerstand abgeschnitten wird, ist dieselbe.

min. LagerMg	# Datensätze	sum(VKMG)	Umsatz
0	72 801	74 708	3 626 729
1	47 789	37 701	1 861 527
2	30 129	21 355	1 051 243
3	17 496	12 120	592 457
4	8 824	6 927	334 717
5	4 470	4 101	196 874
6	2 437	2 496	117 915
7	1 232	1 529	70 836

Tabelle 4.3: Datenbestand zu gegebenen Mindestlagermengen am Monatsende

verringert die Beobachtungszahl sehr stark (Tabelle 4.3) während ein zu niedriger Wert dazu führt, dass unerfüllte Nachfragen nicht in den Verkaufsdaten repräsentiert sind und die Schätzung verzerren.

Graphik 4.1 zeigt die geschätzten Größenläufe für variierende minimale Lagerstände zum Monatsende. Dabei ist ersichtlich, dass schon eine geringe Erhöhung des Parameters die Nachfrage nach Randgrößen im Poissonmodell verstärkt.

Für die späteren Betrachtungen ab Kapitel 5 wurde deshalb die minimale Lagermenge auf 1 festgelegt.

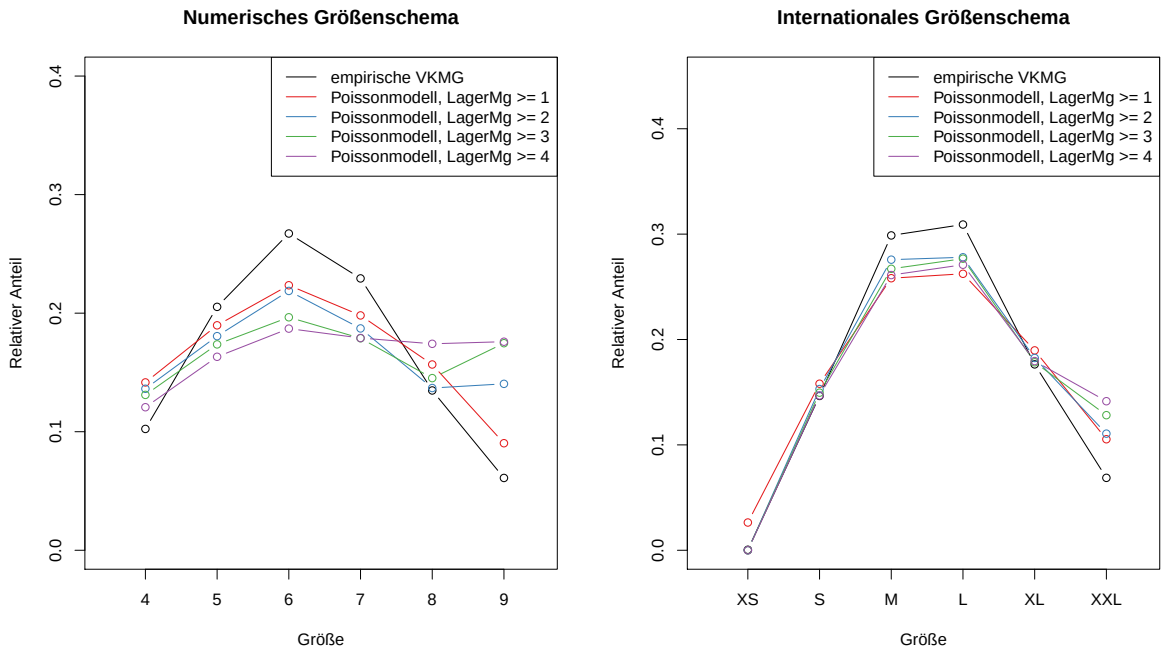


Abbildung 4.1: Veränderung des Größenlaufs bei Einschränkung auf eine minimale Lagermenge zum Monatsende

5 Gegenüberstellung der Ergebnisse

Die oben konstruierten Ergebnisse für den Top-Dog-Index wurden schon anhand der Graphiken auf markante Unterschiede verglichen. Dabei ist aufgefallen, dass vor allem beim internationalen Größensystem die beiden Größen *M* und *L* durchwegs als zu häufig gekennzeichnet waren. Beim numerischen System stechen die Größen *5* bis *7* auf diese Weise hervor.

Um nun einen Vergleich der Top-Dog-Index-Werte, auch unter den verschiedenen Möglichkeiten, wie ϕ gewählt ist, zu ermöglichen, müssen die Unterschiede in den Abbildungen 3.1 bis 3.6, sowie 3.8 und 3.9 quantifiziert werden. Die Werte können dabei nicht direkt verglichen werden, da sie in den Zeilen nur ordinale Information tragen. Eine erste Möglichkeit ist es nun, in jeder Zeile den maximalen und minimalen Wert zu bestimmen. Die zugehörigen Größen, die *Top-* und *Flop-Dogs* sind in den Tabellen 5.1, 5.2 und 5.3 in den Spalten **A** bis **C** angegeben.

Zusätzlich wurden für das Regressionsmodell ebenfalls die beiden Größen bestimmt, die jeweils am knappsten, bzw. am wenigsten knapp waren. Dazu wurde der Datensatz für jede Filiale einzeln betrachtet und für das jeweilige Größensystem das Regressionsmodell $\text{VKMG} \sim 1 + \text{GR}$ wie in Kapitel 4 gebildet. Die Größen mit der maximalen Abweichung nach oben und nach unten zur empirischen Aufteilung wurden als Top-Dog und Flop-Dog der Regression bestimmt; sie sind in den Tabellen jeweils in Spalte **D** zu finden.

Zunächst ist in Tabelle 5.1 die Anzahl angegeben, wie oft eine Größe als Top- oder FlopDog gewertet wird. Eine genauere Aufschlüsselung pro Filiale erfolgt weiters in Tabellen 5.2 und 5.3.

Leider zeigt sich hierbei, dass die Größen *10* und *XS* diese Spalten bei der Regression dominieren. Da nur sehr wenige Artikel in Größe 10 angeboten werden, besonders wenn auf einen Lagerstand größer null zum Monatsende eingeschränkt wird, überschätzt das Regressionsmodell diese Größe deutlich. Durch die zusätzliche Aufteilung in die Filialen

ist die Zahl der Beobachtungen bei diesen Größen außerdem zu gering, um zu einer sicheren Schätzung zu kommen.

In [4] schlägt Götzinger hierzu vor, die verfälschenden Größen aus dem Regressionsmodell zu entfernen; dies wurde auch hier angewandt. Die Vergleichbarkeit mit dem Top-Dog-Index ist zwar dennoch gegeben, da dieser hier deutlich robuster auf die Ausreißer mit solch geringer Fallzahl reagiert und die Größen in der Tabelle gar nicht auftreten; bei einer weiteren Optimierung unter Betrachtung des Regressionsergebnisses müssen diese Größen als Spezialfälle aber gesondert betrachtet werden.

Tabelle 5.1: Anzahl der Top- und Flop-Dogs bei den verschiedenen Größen

		Top Dogs				Flop Dogs			
	Größe	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**
Numerisches Größenschema	4	16	17	54	38	1	1	2	2
	5	1	1	9	8	18	23	23	8
	6	2	1	2	1	34	37	27	40
	7	4	3	4	6	16	19	25	14
	8	25	28	16	5	4	1	19	6
	9	23	25	38	13	2	0	1	1
	10	8	6	4	0	1	2	0	0

		Top Dogs				Flop Dogs			
	Größe	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**
Internationales Größenschema	XS	0	0	1	0	0	0	0	0
	S	16	19	18	3	1	0	1	2
	M	1	1	1	1	25	26	31	16
	L	0	0	2	0	45	45	36	49
	XL	14	14	8	3	0	0	10	4
	XXL	40	39	56	64	0	0	1	0

A TDI nach (3.1), $\phi = \sum \text{LagerMg} / \sum \text{WZMg} + \text{Korr} + \text{Uml}$
B TDI nach (3.2), $\phi = \sum \text{LagerMg} / \sum \text{WZMg}$
C TDI nach (3.3), $\phi = \sum \text{VKMG/LagerMg1} + \text{WZMg}$, Artikel aus Abschnitt 3.6
D Regressionsmodell aus Kapitel 4

Tabelle 5.2: Vergleich der *Top-* und *Flop-Dogs* im numerischen Größensystem

A TDI nach (3.1), $\phi = \sum \text{LagerMg} / \sum \text{WZMg} + \text{Korr} + \text{Uml}$

B TDI nach (3.2), $\phi = \sum \text{LagerMg} / \sum \text{WZMg}$

C TDI nach (3.3), $\phi = \sum \text{VKMG/LagerMg1} + \text{WZMg}$, Artikel aus Abschnitt 3.6

D Regressionsmodell aus Kapitel 4

	Top-Dog				*Flop-Dog*			
Filiale	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**
2	8	8	4/8	4	7	7	6	7
3	4	4	4	4	9	6	5	6
4	8	8	4	9	7	7	6/7/8	6
5	8	8	4/5/9	4	6	6	6	6
6	8	8	4	8	6	5/6	7	6
7	10	5	8	4	8	8	7	6
8	4	4	8/9	4	6	6/7/10	7	6
9	8	8/10	9	4	6	6	7	7
10	8/9	8/9	4/9	9	5/6	5/6/7	5/7	5
11	5/8	8	4/8/9	9	6	6	5	7
12	4	4/8/9	7/9	4	6	6	8	6
13	8/9	8/9	4/5/6	7	6	6	4/5/6	6
14	9	9	8/9	4	7	7	4/5	7
15	8	8	4	7	5	5	5/8	8
16	10	10	4	9	5	5	6/8	5
17	6	6	4	4	8	7	5	6
18	9	9	4	4	5	5	8	6
19	7/9	7/9	4/5	4	6	6	7	7
20	4	4	4/9/10	4	6	6	6	6
21	9	9	4	9	6	6	7	6
22	9	9	4/9	4	6	6	7	6
23	10	10	4/5/9	4	6	6	6	6
24	9	9	4	4	5	5	5	5
25	9	9	8/9	4	7	5	5	8
26	9	9	9	4	7	7	7	6
27	10	10	8/9	4	9	7	7	6
28	7	7	4	9	5	5	5/6	5
29	10	10	4/9	4	6	6	8	6
30	8	8	4	7	4	5/7	8	8
31	9	9	4	5	6	6	5/8	6
32	9	4/9	4/9	4	6	6	6	5
34	8	9	5	4	7	5	6	7
35	9	9	4	6	6	6	5	8
36	9	8	8	4	6	6	6/7	7

(Fortsetzung nächste Seite)

Tabelle 5.2: Vergleich der *Top-* und *Flop-Dogs (Fortsetzung)*

Filiale	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**
37	4	9	4	7	7	7	8	4
38	8	8	4	8	6	6	6/8	6
39	4	4	4/9	5	6	6	5	7
40	8	8	4/5/9	8	6	6	6/8	7
41	9	9	4/9	4	5	5	5	6
42	8	8	4/8	4	10	10	7	6
43	8	8	5/8/9	9	7	7	7	6
44	8	8	4/9	9	7	7	5/7	6
45	4/8/9	4/8/9	4	5	5/6	6	8	7
46	4/8	4/8	4/9	4	5/6	5/6	7	8
47	8	8	4/9	7	5	5	5/6	6
48	4	4	4/8/9	4	5	5	7	6
49	8	8	9	4	5	5	6	6
50	4	4	4	4	6	6	6	6
51	7	7	5/9/10	4	5	5	6	6
52	9	9	7	9	5	5/6	6/8	5
53	8	8	4/9	4	7	7	6/7	6
54	4	4	4/9	4	6	6	5/8	6
55	8	8	4/9	4	6/7	6/7	7	6
56	8	8	4/9	4	5	5	5/6	5
57	9	9	4/9/10	9	7	5	6/8	6
58	6	4	4/9	9	8	7	5	5
59	4	4	4/8	4	6	6	5/6/7	6
60	4	4	4/10	4	6	6	6	7
61	9	9	4/9	5	7	7	5	9
62	8	8	4/5	5	6	6	8	8
63	10	10	4/7	5	7	7	5	6
64	9	9	4	7	8	4	8	6
65	9	9	8/9	4	5	5/6	5	7
66	9	9	9	5	6	6	7	7
67	10	8	8/9	8	6	6	7	6
68	4	4	4/8/9	9	5	5	6	6
69	4/7	4	4/6/9	8	6	5	7	6
71	8	8	4	4	7	6/7	6/8	7
72	9	9	4	5	5/7	5/7	6	4
73	10	8	4	9	6	6	7	6
74	4	4	4	4	6	6	6	6

Tabelle 5.3: Vergleich der *Top-* und *Flop-Dogs* im internationalen Größensystem

A TDI nach (3.1), $\phi = \sum \text{LagerMg} / \sum \text{WZMg} + \text{Korr} + \text{Uml}$

B TDI nach (3.2), $\phi = \sum \text{LagerMg} / \sum \text{WZMg}$

C TDI nach (3.3), $\phi = \sum \text{VKMG/LagerMg1} + \text{WZMg}$, Artikel aus Abschnitt 3.6

D Regressionsmodell aus Kapitel 4

	Top-Dog				*Flop-Dog*			
Filiale	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**
2	S	S	XL/XXL	XXL	M	M	L	L
3	S	S	S/M/XL	XXL	L	L	XXL	L
4	XL	XXL	XXL	XXL	M	M	L	L
5	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
6	XXL	XL	XXL	XXL	L	L	M	M
7	XL	XL	XXL	XXL	L	L	L	L
8	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	M	L
9	S	S	XXL	XXL	L	M	XL	M
10	XL	XL	XXL	XXL	M	M	L	S
11	XXL	S	XXL	XXL	L	L	XL	L
12	S	S	XXL	XXL	L	L	XL	L
13	XL	XL	XXL	XXL	L	L	M	L
14	S	S	XXL	XXL	L	L	M	L
15	XXL	XXL	XXL	XXL	M	L	M	S
16	XXL	XXL	S	XXL	M	M	M	L
17	S	S	XXL	XXL	L	L	S	L
18	XXL	XXL	XL/XXL	XXL	M	M	L	L
19	XXL	XXL	XXL	S	L	L	L	L
20	XXL	XXL	XL/XXL	XXL	L	L	L	L
21	XXL	XXL	S	XXL	M	M	M/L	L
22	XL	XL	XXL	XXL	M	M	L	M
23	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	M	L
24	S	S	XXL	XXL	L	L	L	L
25	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	M	L
26	XXL	XXL	XXL	XXL	M	M	M	M
27	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
28	XXL	XL	S/XXL	XXL	S	M	M	L
29	XXL	XXL	S/XXL	XXL	L	L	M/L	L
30	XL	XL	XXL	XXL	M	M	L	L
31	S	S	XXL	XXL	L	L	M/L	L
32	S	XXL	XXL	XXL	M	M	M	L
34	XXL	XXL	L	XXL	L	L	M	M
35	XXL	XXL	S/XXL	XXL	M	M	M	M
36	XXL	S	XL	XL	L	L	L	L

(Fortsetzung nächste Seite)

Tabelle 5.3: Vergleich der *Top-* und *Flop-Dogs (Fortsetzung)*

Filiale	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**
37	S	S	S/XL	XXL	M	M	L	XL
38	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
39	XL	XL	XXL	XXL	M	M	M	L
40	XXL	XXL	XXL	XXL	M	M	XL	M
41	XXL	XXL	S	XXL	L	L	L	L
42	S	S	XXL	XXL	L	L	M	M
43	XL	XL	S	XXL	M	M	L	L
44	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	M/L	L
45	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	XL	L
46	XXL	XXL	XL	XL	L	L	M	L
47	S	S	XXL	S	L	L	L	M
48	S	S	XXL	XXL	L	L	M/XL	L
49	XXL	XXL	S/XXL	XXL	M	M	L	L
50	XXL	XXL	S	XXL	L	L	L	L
51	XXL	XXL	S/XXL	XXL	M	M	L	M
52	XL	XL	XXL	XXL	L	L	XL	M
53	XL	XL	XXL	XXL	M	M	L	L
54	XXL	XXL	XXL	XL	L	L	M	L
55	XXL	XXL	S/XXL	XXL	M	M	M/XL	M
56	M	M	XXL	M	L	L	M	XL
57	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
58	XXL	XXL	XXL	XXL	M	M	M/L	M
59	XL	XL	XXL	XXL	L	L	XL	L
60	XXL	XXL	S	XXL	L	L	M	L
61	S	S	XXL	XXL	L	L	M/L	L
62	XXL	XXL	L	XXL	L	L	M	XL
63	XXL	S/XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
64	S	S	XL/XXL	XXL	L	L	L	L
65	XL	S/XL	S	S	L	L	M	L
66	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
67	XXL	XXL	S/XXL	XXL	L	L	M	M
68	XXL	XXL	S/XXL	XXL	M	M	L	L
69	XXL	XXL	XXL	XXL	L	L	L	L
71	XL	XL	XXL	XXL	M	M	L	M
72	XL	S	S	XXL	L	L	L	XL
73	XXL	XXL	XXL	XXL	M	M	M	M
74	S	XXL	XS	XXL	M	M	XL	L

5.1 Aggregation des Top-Dog-Index

Der Top-Dog-Index ist aus den in Kapitel 2 auf Seite 14 beschriebenen Überlegungen heraus entstanden und zielt deshalb insbesondere darauf ab, für jede Filiale einzeln eine optimale Anpassung an den Bedarf der verschiedenen Größen zu berechnen. Aus Sicht der Handelskette ist dies auch im Sinne der Absatzmaximierung zielführend; aber natürlich ist auch eine aggregierte Information, und damit Hinweise auf Änderungen am Gesamtbedarf einzelner Größen wünschenswert.

Nachdem der Top-Dog-Index nur ordinale Aussagekraft hat, kann, um eine über die Filialen aggregierte Aussage zu erhalten nicht einfach der Mittelwert der entsprechenden TDI-Werte gebildet werden. Stattdessen muss auf die Aggregation der Rangfolge ausgewichen werden.

Die in Abschnitt 2.3 angesprochene *Kendall-τ* Distanzfunktion DK erlaubt das Bilden einer mittleren Reihung. Dazu bestimmt Kendall weiters die Anzahl der *konkordanten* Paare KK (jene, die in Ordnungen gleich gereiht sind), von diesen werden nun die *diskonkordanten* Paare abgezogen und anschließend normiert. Der dadurch erhaltene Wert

$$\tau = \frac{KK - DK}{\frac{1}{2}n(n-1)} \tag{5.1}$$

ist aus dem Intervall $[-1, 1]$ und beschreibt, ähnlich wie der Korrelationskoeffizient, den Zusammenhang, gilt aber speziell für nur ordinalskalierte Daten. Auch hier kennzeichnet der Fall $\tau = 1$ einen perfekten Zusammenhang, also dass alle Rangfolgen gleich gereiht sind, wohingegen bei -1 die Reihungen maximal divergieren.

Nun kann, da die Zahl der Größen und damit der möglichen Rangfolgen klein ist, eine Brute Force Methode angewendet werden: Dabei wird unter allen möglichen Rangfolgen diejenige ausgewählt, für welche die Summe der τ zu den zu mittelnden Rangfolgen optimal ist. Dies entspricht auch der Suche nach der Rangfolge mit minimaler Kendall Distanz zu den gegebenen Permutationen.

Ein entsprechender Algorithmus ist bereits im R-Package [7] implementiert, allerdings werden hier die fehlenden Daten im Fall der Größen *XS* und *10* zum Problem.

Alvo u. Cabilio schlagen in [1] hierzu eine Adaption der Distanzfunktion vor, die mit nicht vergebenen Plätzen in der Rangfolge umgehen kann.

Dazu wird DK dargestellt als

$$DK(\tau_1, \tau_2) = \sum_{i<j} 1 - \operatorname{sgn}\Big(\tau_1(j) - \tau_1(i)\Big)\operatorname{sgn}\Big(\tau_2(j) - \tau_2(i)\Big).$$

Diese Summe stimmt, bis auf einen Skalierungsfaktor, mit der Formel (2.4) überein. Nun wird sgn ersetzt durch

$$a(i,j) := \begin{cases} \operatorname{sgn}(\tau(j) - \tau(i)) & \text{wenn Rankings für } i \text{ und } j \text{ vorhanden sind,} \\ 1 - 2\tau(i)/(k+1) & \text{wenn nur } i \text{ vorkommt,} \\ 2\tau(j)/(k+1) - 1 & \text{wenn nur } j \text{ vorkommt,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Diese Adaptierung erhöht die Distanz also nicht, wenn gar keine Rankinginformation verfügbar ist und wertet anteilsmäßig, wenn nur eine Platzierung bekannt ist. Sie ist kompatibel mit der Distanzminimierung bei der Suche nach einer gemittelten Ordnung. Die aus dieser Methode resultierenden Rangfolgen sind in Tabelle 5.4 und 5.5 jeweils in den ersten drei Zeilen angegeben.

5.1.1 Top-Dog-Index ohne Aufteilung in Filialen

Anstelle dieser statistischen Methode kann auch die Heuristik selbst modifiziert werden, um die Daten über sämtliche Filialen hinweg zu verwenden. Da ohnehin nicht der *Stockout-Day* als Information verwendet wird, sondern die durchschnittliche Lagerdauer, lässt es sich auch leichter argumentieren, hier einen gesammelten Schnitt, nun aber über sämtliche Filialen gemeinsam, zu bilden.

Seien also $X(p,s)$ alle Artikel vom Produkt p zur Größe s, und $\phi(p,s) = \frac{\sum_{x \in X(p,s)} l(x)}{|X(p,s)|}$ wie oben, nun aber ohne Berücksichtigung der Filialen gebildet. Ebenso sei der *Top-Dog-Count* $W(s) := |\{p \in P \mid \phi(p,s) = \min_{s' \in S} \phi(p,s')\}|$ und der *Flop-Dog-Count* $L(s)$ analog zu oben definiert. Der Top-Dog-Index

$$\mathrm{TDI}^{\Sigma}(s) := \frac{W(s) + C}{L(s) + C} \tag{5.2}$$

hängt nun nicht mehr von b ab. Es werden die gemittelten Werte der Lagerdauer verwendet, um mittels der Heuristik besonders knapp vorhandene Größen zu ermitteln

und das Resultat ist damit ein gemeinsamer Top-Dog und Flop-Dog Index für sämtliche Filialen. Die zugehörige Rangfolge ist in den Tabellen in den Zeilen vier bis sechs, jeweils für die verschiedenen Arten von ϕ abgedruckt.

Um auch einen Vergleich mit den Ergebnissen der Regression zu erhalten, sind die Differenzen des geschätzten Größenlaufs zur empirischen Aufteilung gereiht und in den untersten Zeilen angegeben. Dabei zeigt sich, dass sich diese Rangfolge auch nicht ändert, wenn bei der Regression eine Einschränkung wie $LagerMg > 1$, also ein minimaler Lagerstand zum Monatsende berücksichtigt wird.

Tabelle 5.4: Aggregierte Rangfolge, numerisches Größensystem

		TopDog				FlopDog		
τ (5.1)	$\phi_{(3.1)}$	9	8	10	4	7	5	6
	$\phi_{(3.2)}$	9	8	10	4	7	5	6
	$\phi_{(3.3)}$	9	10	4	8	5	7	6
TDI^{Σ} (5.2)	$\phi_{(3.1)}$	9	10	4	7	8	5	6
	$\phi_{(3.2)}$	9	4	10	7	8	5	6
	$\phi_{(3.3)}$	10	9	8	7	5	6	4
Poisson		9	4	8	5	7	6	

Tabelle 5.5: Aggregierte Rangfolge, internationales Größensystem

		TopDog			FlopDog		
τ (5.1)	$\phi_{(3.1)}$	XXL	S	XS	XL	M	L
	$\phi_{(3.2)}$	XXL	S	XS	XL	M	L
	$\phi_{(3.3)}$	XXL	S	XL	XS	L	M
TDI^{Σ} (5.2)	$\phi_{(3.1)}$	XXL	S	XL	XS	M	L
	$\phi_{(3.2)}$	XXL	S	XL	XS	M	L
	$\phi_{(3.3)}$	S	XXL	XL	XS	M	L
Poisson		XXL	S	XL	M	L	

Hier zeigt sich, dass es große Differenzen in den Rangfolgen im numerischen System gibt. Insbesondere die Größe *4*, und die Größe *10* wechseln hier sehr oft die Plätze. Blendet

man diese beiden Plätze aus, so gibt es nur noch eine Inversion zwischen den Größen *8* und *7*. Offenbar lassen sich diese Randgrößen, besonders bei diesem Größensystem nur schwer fassen. Dies traf auch schon auf das Poissonregressionsmodell zu, bei dem die Bedeutung der Größe *10* überschätzt wurde.

Etwas besser ist die Situation beim internationalen Größenschema. Zwar wechselt auch hier *XS* seinen Platz, die Ergebnisse sind jedoch für den Top-Dog-Index recht konstant. Die Inversionen von *L* und *M* bzw. *S* und *XXL* bei $\phi_{(3.3)}$ wurden schon in Abschnitt 3.6 angesprochen; hierbei fließt vor allem mit ein, dass die jeweiligen Größen schon beim Top-Dog-Index in den einzelnen Filialen keine eindeutige Reihung hatten.

Eine dritte Form das Ergebnis zu vergleichen folgt der Idee aus Abschnitt 2.2 und der Anpassung der Größenzuteilung nach [6]. Dabei wird, wie angemerkt, jeweils pro Filiale ein Austausch eines Stückes der Top-Dog-Größe mit einem der Flop-Dog-Größe vorgenommen. Die Anzahl wie oft eine Größe der Top-Dog ist abzüglich der Flop-Dog-Anzahl ergibt die Veränderung, die bei einem Iterationsschritt der Heuristik, summiert über alle Filialen, auftritt.

Auch wenn dieses Resultat leider nicht für einen allgemeinen Größenlauf wie in [4] verwendet werden kann, so lässt sich dadurch dennoch der Trend abbilden, der für die Aufteilung der einzelnen Größen bei diesem Verfahren bestimmt wird. Dieser Trend ist in Abbildung 5.1 durch Pfeile dargestellt.

Die Pfeile sind entsprechend diesem Trend gezeichnet und geben deshalb nur an, in welche Richtung bei einer Größe eine entsprechende Änderung erfolgen sollte. Die Spitzen der Pfeile stellen dabei nicht den optimalen Größenlauf dar.

5.2 Modifikationen am Algorithmus

5.2.1 Top-Dog-Index der Produkte

Zum Abschluss sollen Modifikationen und weitere Anwendungsmöglichkeiten des Top-Dog-Index betrachtet werden.

Ähnlich wie im vorigen Abschnitt kann die Aufteilung in Filialen infrage gestellt werden, um gemeinsame Ergebnisse zu erhalten. Ein anderer Ansatz als die Aggregation ist es, in den Berechnungen des TDI die Rollen der Filialen B und der Produkte P zu tauschen:

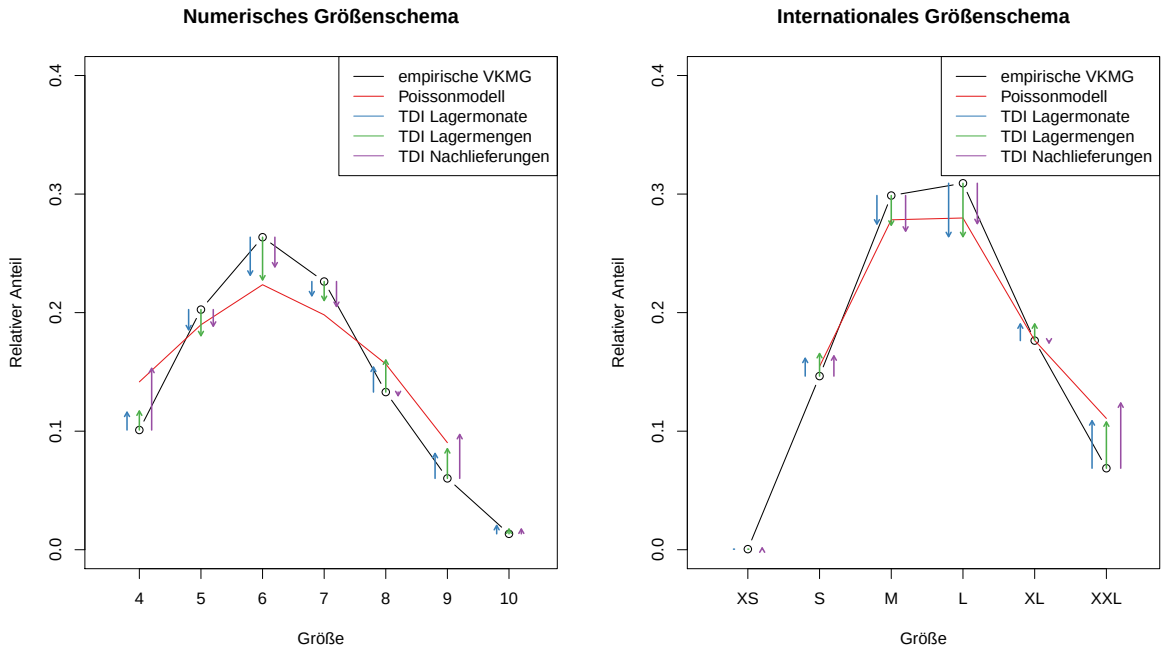


Abbildung 5.1: Veränderung der Größenaufteilung durch Anwendung des Top-Dog-Index bei den beiden Größensystemen, es wird in jeder Filiale ein Top-Dog gegen einen Flop-Dog ausgetauscht, die Pfeile geben den dabei entstehenden Trend der Veränderung an.

es wird nun jedes Produkt einzeln betrachtet und untersucht, in wie vielen Filialen der Artikel die kürzeste, bzw. längste Lagerdauer hatte.

Die Überlegungen zur Konstruktion von $\phi_b(p, s)$ bleiben dabei gültig; *Top-* und *Flop-Dog-Count* sind nun

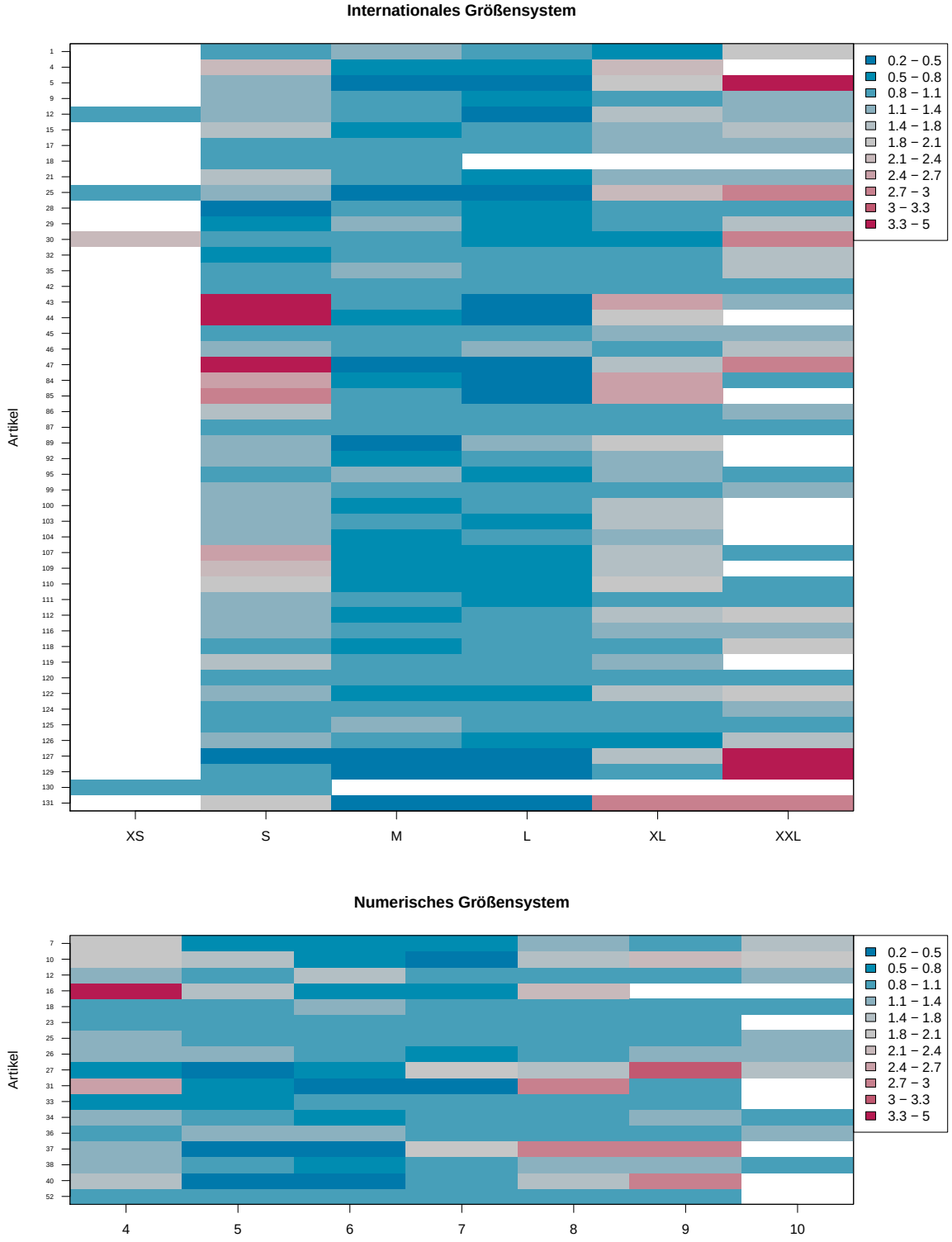
$$W_p(s) := |\{b \in B | \phi_b(p, s) = \min_{s' \in S} \phi_b(p, s')\}| \quad \text{und}$$
$$L_p(s) := |\{b \in B | \phi_b(p, s) = \max_{s' \in S} \phi_b(p, s')\}| .$$

Die daraus resultierende Information zeigt also für jedes Produkt an, welche Größe besonders knapp war. Im vorliegenden Fall ist dies nur für jene Artikel sinnvoll, bei denen auch Nachlieferungen stattfinden, damit bei diesen eine Anpassung an den jeweiligen Bedarf erfolgen kann. Für die anderen Artikel wäre es zusätzlich notwendig, dass diese durch einen Artikel ersetzt werden, bei dem eine ähnliche Nachfrage nach den einzelnen Größen besteht. Die Variante ist aber auch grundsätzlich für Produkte einsetzbar, die zu einem ständigen Sortiment gehören und die Bestellmengen können damit entsprechend adaptiert werden.

In der Graphik Abbildung 5.2 auf der nächsten Seite sind die Ergebnisse dieser Top-Dog-Index Variante dargestellt, auf der y-Achse finden sich nun die einzelnen Produkte wieder; wie gehabt codiert die Farbe die relative Knappheit innerhalb einer Zeile. Es muss weiters darauf hingewiesen werden, dass bei der Farbcodierung dieser Abbildung eine zusätzliche Klasse am oberen Ende der Skala angefügt wurde, da bei den Artikeln *5*, *127* und *129* jeweils *XS*, und bei den Artikeln *43*, *44* und *47* jeweils die Größe *S* ein extremer Top-Dog, und damit besonders knapp war.

Dabei fällt auf, dass gerade die Artikel *47*, *40* und *5* die drei meistverkauften Artikel dieses Größensystems sind und 21 % aller verkauften Trainingsanzüge ausmachen. Die anderen Produkte haben zwar auch Randgrößen als Top-Dog, jedoch nicht so extrem wie bei den oben angeführten Artikeln. Dies ist auch der Grund, warum bei der Stabilitätsanalyse eine Gruppierung in Artikel nicht sinnvoll ist; die entsprechenden Artikel verzerren den Bedarf sehr stark, je nachdem ob sie im jeweiligen Subdatensatz inkludiert sind oder nicht.

Abbildung 5.2: TDI nach durchschnittlicher Lagerdauer, gebildet über die Filialen



5.2.2 Farbenlauf

Der Top-Dog-Index wurde erstellt, um gezielt die Aufteilung der angebotenen Kleidergrößen zu optimieren. Anstelle der Größe könnte nun auch ein anderer Parameter gewählt werden, nach dem eine Aufteilungsoptimierung erfolgen kann.

Im gegebenen Datensatz sind für alle Artikel auch Artikelfarben angegeben und in selber Manier wie bei der ursprünglichen Definition des Top-Dog-Index lassen sich auch, anstelle der Nachfrage nach einzelnen Größen, die Nachfrage nach Farben und die dabei auftretenden Angebotsengpässe bestimmen. Dazu ersetzt der Parameter *Farbe*, mit den Ausprägungen *blau, dunkelblau/navy, gelb, grau, grün, hellblau, keine, rot, schwarz, türkis, weiss* und *anthrazit*, den Parameter *Größe*.

Die Überlegungen zur Konstruktion gelten analog; als Ergebnis entsteht eine Tabelle, die anzeigt, in welchen Filialen bestimmte Farben besonders knapp waren. Hierzu muss angemerkt werden, dass die relative Aufteilung der Artikel in die einzelnen Farben über die Filialen hinweg stark schwankt. Einige Farben werden auch gar nicht in jeder Filiale angeboten, der entsprechende Top-Dog-Index-Wert fehlt.

Weiters lässt sich, wie im vorigen Abschnitt, auch die Rolle von Filialen und Artikeln tauschen. Dadurch entsteht eine Auflistung die angibt, welche Farben bei einer bestimmten Marke zu knapp waren.

Jedoch zeigt sich hier das Problem fehlender Werte noch verstärkt: Die angegebenen Farben hängen von der Marke ab, nur Produkte in Schwarz und Rot sind in allen Marken verfügbar. Ausgefallene Farben, die nur bei zwei oder drei Marken vorkommen, können hier den Bedarf verfälschen.

Während dies bei den Größen (abgesehen von einigen Fällen, bei denen *XS* nicht immer angeboten wurde) noch kein Problem war, lässt sich hier ein stichhaltiges Ergebnis nicht argumentieren. Auch der zugehörige Plot zur Robustheit zeigt hier eine viel stärkere Variabilität, als es bei der Verwendung des Parameters *Größe* der Fall war.

Aus diesem Grund ist der Algorithmus auch ungeeignet, den Bedarf an einzelnen Marken zu schätzen und hier das Angebot zu optimieren: Die Marke ist klarerweise vom Artikel funktional abhängig, und die *Top-* und *Flop-Dog-Counts* sind aus diesem Grund ebenfalls nicht sinnvoll definiert.

6 Fazit

In dieser Arbeit wurden ein adaptierter Top-Dog Index zur Schätzung des Bedarfs nach Kleidungsgrößen untersucht. Diese Adaption war notwendig, da im Vergleich zu [6] nur monatlich aggregierte Daten vorhanden waren. Der Top-Dog-Index wurde im vorliegenden Fall nur auf eine einzelne Produktgruppe angewendet. Dabei zeigt sich, dass trotz einiger Ungereimtheiten im Ausgangsdatensatz, ein eindeutiges Ergebnis vorliegt:

In sämtlichen Filialen waren Randgrößen nicht in ausreichendem Maße vorhanden; die Heuristik würde bei gleicher Angebotsmenge ein Austauschen der Größen *M* und *L* gegen *XS*, *XL* und *XXL* empfehlen.

Aus Sicht einer effizienteren Lagerhaltung und zum Vermeiden längerer Abverkaufszeiten für die mittleren Größen macht dies auch durchaus Sinn. Für den Autor ist es lediglich denkbar, dass Kunden, die nach Randgrößen suchen ohnehin in ihren Erwartungen schon abgestumpft sind und sich mit einem kleineren Angebot zufriedengeben; wohingegen bei Angeboten in mittleren Größen das gewünschte Produkt nicht substituiert wird. Außerdem kann die Möglichkeit in Betracht gezogen werden, dass die bestehende Aufteilung für den Verkäufer zwar nicht ökonomisch die beste Lösung ist, ein frühzeitiges Fehlen der mittleren Größen aber mit einem größeren Imageschaden verbunden ist.

Zudem bleibt zu bemerken, dass die vorliegende Methode auch trotz zensurierter Daten robust funktioniert; die hier beschriebene Anpassung an monatliche Daten funktioniert auch bei viel gröberen Daten als dies in der ursprünglichen Beschreibung in [6] der Fall war.

Im Vergleich zum Regressionsmodell wirken sich die (teilweise fehlenden) Randgrößen nicht übermäßig auf das Ergebnis aus und müssen nicht entfernt werden, wenngleich für die Sonderfälle wie bei den Größen *10* und *XS* eine gesonderte Betrachtung sinnvoll erscheint.

Die Heuristik basiert auf einfachen Überlegungen mit dem festgelegten Ziel, den *Stockout-Day* zwischen den einzelnen Größen anzupassen. Dabei benötigt sie nur Warenzugangsmengen sowie Lagerstände zum Monatsende und kann deshalb sehr einfach implementiert werden, da keine genauen Verkaufsdaten erfasst werden müssen. Im Gegensatz zur Regression sind keine Matrixoperationen notwendig, und da keine aufwändigen Berechnungen in der Bildung des TDI vorkommen, ist eine Statistiksoftware zur Auswertung nicht notwendig; sogar eine direkte Berechnung durch eine SQL-Abfrage auf eine Datenbank mit Liefer- und Lagerstandsdaten ist denkbar.

Inwieweit die Heuristik den Umsatz auch steigern kann, lässt sich aber, mangels einer statistischen Bedeutung des TDI, nicht rechnerisch, sondern nur in einer entsprechenden Feldstudie zeigen.

Literaturverzeichnis

[1] Alvo, Mayer ; Cabilio, Paul: Rank correlation methods for missing data. In: *Canadian Journal of Statistics* 23 (1995), Nr. 4, S. 345–358

[2] Cameron, A C. ; Trivedi, Pravin K.: *Regression analysis of count data*. Cambridge University Press, 1998 (Econometric Society Monographs). http://www.cambridge.org/9780521632010

[3] Dowle, M ; Short, T ; Lianoglou, S ; R Saporta, A S. f. ; Antonyan, E: *data.table: Extension of data.frame*, 2014. http://CRAN.R-project.org/package=data.table. – R package version 1.9.4

[4] Götzinger, Martin: *Absatzschätzung anhand Generalisierter Linearer Modelle*. Klosterneuburgergasse 20, 3400 Klosterneuburg, Technische Universität Wien, Diplomarbeit, 2013

[5] Kendall, Maurice G.: *The advanced theory of statistics*. Bd. I. Second. Charles Griffin & Company Limited, 1945

[6] Kurz, Sascha ; Rambau, Jörg ; Schlüchtermann, Jörg ; Wolf, Rainer: The Top-Dog Index: A New Measurement for the Demand Consistency of the Size Distribution in Pre-Pack Orders for a Fashion Discounter with Many Small Branches. In: *arXiv preprint arXiv:0804.1412* (2008). https://epub.uni-bayreuth.de/613/. – msc: 90B05

[7] Pihur, Vasyl ; Datta, Somnath ; Datta, Susmita: *RankAggreg: Weighted rank aggregation*, 2014. http://CRAN.R-project.org/package=RankAggreg. – R package version 0.5

[8] R Core Team: *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2014. http://www.R-project.org/