

DIPLOMARBEIT

Entwurf eines Regelkonzeptes für einphasige netzgekoppelte Wechselrichter hoher Schaltfrequenz

Ausgeführt zum Zweck der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Johann Ertl

E370

Institut für Energiesysteme und Elektrische Antriebe

Eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Elektrotechnik

Von

Gerhard Wallisch, BSc

0525971

Buchengasse 133/2/25

1100 Wien

Wien, im September 2016

Kurzzusammenfassung

Fortschritte auf dem Gebiet der Leistungshalbleiter-Technologie, allen voran die Entwicklung serientauglicher GaN- und SiC-MOSFETs mit dazupassenden integrierten Gatetreibern, ermöglichen die Schaltfrequenz von netzgekoppelten Wechselrichtern kleinerer Leistung (z.B. Solarwechselrichter) in den Bereich von mehreren 100kHz zu erhöhen. Daraus resultiert eine signifikante Reduktion der passiven Filterelemente mit der Konsequenz einer höheren spezifischen Leistungsdichte des Systems. Allerdings hat damit auch die Netzimpedanz eine deutlich größere Auswirkung auf die Strecke des Stromreglers und Abtastrate sowie Rechenverzug der digitalen Realisierung beeinflussen zunehmend ungünstiger Dynamik und Stabilitätsreserve des Regelkreises.

In dieser Arbeit wird anhand des Beispiels eines fiktiven 3kVA-Wechselrichters mit 200kHz Schaltfrequenz, 100kHz Regler-Abtastrate und Verwendung eines LCL-Ausgangsfilters die Streckendynamik des zeitdiskreten Regelkreises unter Anwendung moderner Methoden der Regelungstechnik untersucht. Ausgangspunkt ist die Dimensionierung des LCL-Filters, woraufhin eine zeitdiskrete Modellierung unter Berücksichtigung des Pulsweitenmodulators erfolgt. Dieser wird nach Linearisierung des Modells als äquivalente Totzeit mit Abtastung beschrieben. Ein gegen variierende Netzimpedanz weitgehend unempfindliches Stromregelkonzept für das LCL-Filter mit einer Vorsteuerung durch die Kondensatorspannung wird im zeitkontinuierlichen Bereich beschrieben, und mit ausführlicher Betrachtung der sich daraus ergebenden Einschränkungen und möglichen Stabilitätsproblemen in den zeitdiskreten Bereich überführt. Die Eignung eines an den Smith-Prädiktor angelehnten linearen Prädiktors zur Kompensation der Verarbeitungstotzeit wird untersucht.

Um die beschränkte Bandbreite gängiger Stromsensoren, die auch den Gleichanteil des Stromes erfassen können, zu überwinden, wird die Vereinigung von mehreren Strommessungen am LCL-Filter durch Sensoren mit Tief- und Hochpasscharakteristik, also beispielsweise herkömmlichen Closed-Loop-Hallsensoren und Rogowskispulen, untersucht.

Schließlich wird das Stromregelkonzept mit Mehrfachstrommessung und Prädiktor am Matlab-Simulink-Modell eines PWM-Modulators mit 200kHz Schaltfrequenz und 100kHz Abtastrate getestet und die Effektivität des vorgeschlagenen Konzeptes demonstriert.

Summary

Recent developments in power semiconductor technology, especially GaN and SiC power MOS-FETs and corresponding gate drive ICs facilitate to increase the switching frequency of grid-connected inverters (e.g. solar inverters) to the region of several 100kHz. This results in a possible significant reduction of the passive filter elements, leading to a high specific power density of the system. The grid-impedance, however, now has much more influence on the current control. Furthermore, the sampling process as well as the computational delay of a digital implementation increasingly impair dynamic behaviour and stability margin of the control loop.

Based on the example of a virtual 3kVA PWM inverter operated at 200kHz switching frequency and 100kHz sampling rate and using a LCL-type output/grid filter this thesis analyses the dynamic behaviour and the stability of a digital control employing state-of-the-art principles of control theory. Starting with the dimensioning of the LCL filter, a time-discrete modelling considering the pulse width modulator is performed which is described as equivalent time delay after linearization of the model. A current control scheme for the LCL filter, based on capacitor voltage feed-forward and being largely immune on the grid impedance, is proposed and transferred to the time-discrete domain considering the resulting limits and stability issues. The ability for using a linear predictor (based on the Smith-predictor principle) for compensating the computational delays is analyzed.

To overcome the limited bandwidth of popular DC current transducers a combination of different high-/low-frequency current sensors within the LCL filter (e.g., common closed-loop Hall-effect transducers in combination with Rogowski-coils) is analyzed.

Finally, the developed current control scheme based on multiple current transducers and a predictor is verified using a Matlab/Simulink model of a pulse width modulator running at 200kHz switching frequency and a digital control with 100kHz update rate demonstrating the good control behaviour of the proposed concept.

Danksagung

Mein Dank gebührt zuerst Herrn Professor Dr. techn. Johann Ertl für die Betreuung dieser Arbeit. Bei einer Abschlussarbeit in Unternehmenskooperation und 200km Entfernung von der TU Wien stellte dies ein besonderes Entgegenkommen dar. Des Weiteren möchte ich Herrn Dipl.-Ing.(FH) Martin Nagelmüller, meinem Betreuer bei der Fronius International GmbH, der äußerst engagiert, hilfsbereit und stets an einer fachlichen Diskussion interessiert war, meinen besonderen Dank aussprechen. Durch ihre Unterstützung wurde mir erst die Möglichkeit zum Verfassen dieser Arbeit gegeben.

Besonderen Dank möchte ich auch an Dipl.-Ing.(FH) Christian Erker, M.Eng. für seine Unterstützung, insbesondere das Probelesen der Arbeit, und an die Mitarbeiter der Forschungs- und Entwicklungsabteilung der Fronius International GmbH für die zahlreichen interessanten und inspirierenden Gespräche und Diskussionen während meiner Zeit als Diplomand richten.

Zu guter Letzt danke ich meinen Eltern Sylvia und Mag. Gerhard Wallisch, die mich stets unterstützt und ermutigt haben, meinem seit Kindesalter bestehendem Interesse für Elektrotechnik zu folgen.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
Gliederung der Arbeit	1
1 Schnellere Schalter und ihre Peripherie	3
1.1 CREE SiC-MOSFET C3M0065090J	3
1.2 GaN Systems GS 66508T	3
1.3 Gatetreiber	4
1.4 Zusammenfassung	4
2 Der einphasige netzgekoppelte Spannungswischenkreisinverter mit H-Brücke	5
2.1 Entlastete Varianten der H-Brücke und ihr Einfluss auf die Stromregelung . . .	7
2.1.1 Auxiliary Resonant Pole Commutated Inverter	7
2.1.2 Der Triangle Current Mode	10
3 Strommessungen	13
3.1 Übliche Messprinzipien für 0Hz bis zu einigen 100kHz	13
3.1.1 Closed-Loop Hallsensoren	13
3.1.2 AMR-Sensoren	14
3.1.3 Fluxgate-Sensoren	14
3.2 Die Rogowskispule - Messung von einigen 100Hz bis zu vielen MHz	14
4 Grundlegende Betrachtungen der Streckendynamik	21
5 Ein Konzept für die Stromregelung eines netzgekoppelten Spannungswischenkreisumrichters	27
5.1 Das LCL-Filter im Stromregelkreis	27
5.2 Modellierung des LCL Ausgangsfilters	29
5.3 Einfluss der Netzinduktivität	30
5.4 Zeitkontinuierliche Zustandsrückführungen für das LCL-Filter	33
5.4.1 Die Kondensatorspannungsvorsteuerung oder -rückführung	33
5.4.2 Die Kondensatorstromrückführung	35
5.5 Zeitdiskrete Regelung von PWM-Konvertern konstanter Schaltfrequenz	36
5.5.1 Auflösung des PWM-Modulators	36
5.5.2 Lineare Modellierung der digital geregelten PWM	37
5.5.3 Einfluss der Abtastzeitpunkte	43
5.5.4 Stabilität des netzgekoppelten PWM-Konverters mit zeitdiskreten Ein- größenreglern	46
5.5.5 Der netzgekoppelte Spannungswischenkreisumrichter als Stromquelle mit komplexer Ausgangsimpedanz	48
5.5.6 Das Konzept der Passivität	49
5.5.7 Beurteilung der Passivität der vorgestellten Regelung für das LCL-Filters im zeitdiskreten Fall	51
5.5.8 Abhängigkeit der Stabilität der Kondensatorspannungsvorsteuerung von der Auslegung des Filters	57

6 Entwurf des linearen Prädiktors	63
6.1 Der Smith-Prädiktor	63
7 Integration von Sensoren mit Hoch- und Tiefpasscharakteristik	67
7.1 Überlagerung der Messwerte durch Filter	68
7.2 Schätzung der niederfrequenten Anteile durch ein stationäres Kalmanfilter . . .	70
8 Überprüfung der Reglerstruktur durch Simulation	75
Literaturverzeichnis	83
Anhang	85
Simulink Blockschaltbild	85
Programmcode der Simulink Funktion	87
MATLAB-Script zur Berechnung der Prädiktor- und Beobachterparameter	91

Einleitung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Konzept für die Strommessung und -regelung in einphasigen netzgekoppelten PWM-Spannungszwischenkreisumrichtern kleiner Leistung und hoher Schaltfrequenz entworfen und in der Simulation getestet. Besondere Beachtung findet dabei die Wechselwirkung aus Netzimpedanz und Stromregelkreis sowie der Einfluss der Filterdimensionierung, Pulsweitenmodulation und Abtastzeitstrategien auf die Dynamik der diskretisierten Strecke.

Gliederung der Arbeit

Im ersten auf diese Einleitung folgenden Kapitel der Arbeit wird zuerst eine kurze Betrachtung aktuell am Markt befindlicher und für Umrichter in der betrachteten Leistungsklasse geeigneter FETs und Gatetreiber durchgeführt, um die Möglichkeit eines netzgekoppelten 3kVA-Kleinumrichters mit 200kHz Schaltfrequenz aus leistungselektronischer Sicht zu bestätigen.

Im zweiten Kapitel wird die angenommene Topologie des netzgekoppelten einphasigen Umrichters mit H-Brücke beschrieben und eine grobe Dimensionierung der für die weiteren Überlegungen notwendigen Größen, nämlich maximaler Netzstrom, Zwischenkreisspannung und Induktivität der Filterdrossel, durchgeführt. Zwei Arten von Schaltentlastungen, die eine noch höhere Schaltfrequenz ermöglichen könnten, werden beschrieben und hinsichtlich ihrer Anforderungen an die Stromregelung beurteilt.

Da es unmöglich ist, Größen zu regeln die man nicht (direkt oder indirekt) messen kann, werden im dritten Kapitel gängige Typen von Stromsensoren für Umrichter kleiner Leistung betrachtet und schließlich Überlegungen zur Dimensionierung einer Rogowskispule mit Messverstärker für die gewünschten Frequenzbereiche und darüber hinaus angestellt.

Um einen anschaulichen Übergang zum regelungstechnisch orientierten Teil der Arbeit zu bieten, wird im vierten Kapitel anhand des einfachstmöglichen Modells der zugrundeliegenden Aufgabe – einer Induktivität zwischen zwei Spannungsquellen – die Tendenz zur höheren Streckendynamik bei sinkenden Induktivitätswerten betrachtet.

Im fünften – und wichtigsten – Kapitel der Arbeit wird schließlich die Modellierung von LCL-Filter und Pulsweitenmodulator durchgeführt, das Regelkonzept dargelegt, kurz das Konzept der Passivität und seine Bedeutung für die Stabilität von Umrichtern an unbekanntem Netzimpedanzen betrachtet und am Beispiel der Variation des Filterkondensators bei geschlossener Kondensatorspannungsvorsteuerung die Möglichkeit der Instabilität durch Abtastung und Totzeit erörtert.

Motiviert von den Erkenntnissen der vorherigen Kapitel wird im sechsten Kapitel ein linearer Prädiktor, angelehnt an den Smith-Prädiktor, und im siebten Kapitel ein Filter zur Vereinigung von mehreren Strommessungen an den Drosseln des LCL-Filters entworfen.

Im achten und letzten Kapitel schließlich wird das Simulink-Simulationsergebnis des kombinierten Systems aus Regler, Prädiktor und Mehrfachstrommessung betrachtet.

1 Schnellere Schalter und ihre Peripherie

Zunächst sollen einige momentan auf dem Markt befindliche Leistungshalbleiter auf der Basis von SiC- und GaN-FETs und Gatetreiberlösungen betrachtet werden um einen Richtwert dafür zu erhalten, welche Schaltfrequenzen mit dem aktuellen Stand der Technik in der betrachteten Anwendung möglich und sinnvoll sind.

1.1 CREE SiC-MOSFET C3M0065090J

Dieser SiC-MOSFET für maximal 900V U_{ds} besitzt einen typischen $R_{ds,on}$ von $65m\Omega$ bei 25°C beziehungsweise $90m\Omega$ bei 150°C . Der thermische Widerstand vom Chip zum Gehäuse beträgt $1.1 \frac{\text{K}}{\text{W}}$, sodass, eine gute Kühlung vorausgesetzt, die Leitverluste für effektive Netzströme bis 20A kaum ein Problem darstellen. Interessant für die Abschätzung der möglichen Schaltfrequenz sind die Schaltverluste, die sich im Datenblatt finden [15]. Daraus lässt sich ablesen, dass für 30A Netzspitzenstrom die totalen Schaltverluste unter Vernachlässigung des Rippels etwa $95\mu\text{J}$ betragen. Berücksichtigt man 10A Spitze-Spitze-Wert des Rippels erhält man für den Einschaltvorgang bei 35A etwa $53\mu\text{J}$ Verlust und für den Ausschaltvorgang bei 25A $27\mu\text{J}$, also $80\mu\text{J}$ pro Schaltvorgang. Dies würde für dauerhaften Strom also 8-9.5W Schaltverluste bedeuten. Diese Werte treten aber nur beim Spitzenwert des Netzstroms auf, mit dem Strom sinken auch die Verluste. Für kleine Ströme, wenn der Spitzen-Wert des Rippels größer als der Mittelwertstrom wird, verschwinden zusätzlich die Einschaltverluste beziehungsweise werden durch (geringere) Ausschaltverluste ersetzt. Dieser Transistor ist also in den betrachteten Anwendungen selbst bei hartem Schalten sicher geeignet, 200-300kHz Schaltfrequenz zu erreichen.

1.2 GaN Systems GS 66508T

Dieser GaN-FET für 650V U_{ds} weist einen typischen $R_{ds,on}$ von $50m\Omega$ bei 25°C und $129m\Omega$ bei 150°C Sperrschichttemperatur auf und wird damit etwa die selben Leitverluste wie der Cree SiC-MOSFET aufweisen. Im Gegensatz zu diesem geht der GaN Fet jedoch bei zunehmender Sperrschichttemperatur für immer geringere Ströme in den Stromquellenbereich über, bei 150°C laut Datenblatt [16] schon ab etwa 30A. Daher ist der Netzspitzenstrom inklusive Rippel bei diesem Transistor etwa auf diesen Wert limitiert. Die Ausschaltverluste betragen etwa die in der Ausgangskapazität gespeicherte Energie, während die Einschaltverluste für 15A Drainstrom $47.5\mu\text{J}$ betragen. Die hohe Angabe der Einschaltverluste sind durch die im Datenblatt angenommene asymmetrischen Gatewiderstände von 1Ω beim Einschalten und 10Ω für das Ausschalten bedingt. Diese dürften der höheren Anfälligkeit des GaN-FETs auf das unbeabsichtigte Einschalten durch Einkopplung steiler Spannungsflanken der Drain-Source-Spannung über die Millerkapazität geschuldet sein. Geht es um das Optimieren der Schaltverluste bei hartem Schalten, kann der GaN-FET ebenso wie der SiC-MOSFET mit negativer Gate-Source-Spannung abgeschaltet werden, wodurch sich aber die Leitverluste im Rückwärtsbetrieb (die Verluste der „Body-Diode“) vergrößern. Die vergleichsweise hohen Einschaltverluste machen den Transistor ideal für Topologien mit ZVS. Dennoch wird er sich auch bei hartem Schalten im Wechselrichter für 200-300kHz eignen, für ZVS jedoch bis in den MHz-Bereich. Ein positiver Punkt ist die geringe Gate-Ladung der GaN-FETs, die eine geringe Verlustleistung in der Gateansteuerung bewirkt.

1.3 Gatetreiber

Für Schaltfrequenzen von mehreren 100kHz kommen vor allem isolierte integrierte Gatetreiber, die in letzter Zeit auch Optokoppler abzulösen scheinen, zur Anwendung. Diese Treiber erzeugen intern einen vom logischen Signal modulierten Hochfrequenzträger und übertragen diesen mittels kapazitiver oder induktiver Kopplung auf die Sekundärseite, wo dieser demoduliert wird und den eigentlichen Gatetreiber ansteuert. Mehrere 100kHz bis MHz stellen für die neueren Typen von integrierten Gatetreibern keinerlei Herausforderung dar. Limitierend ist bei Si-MOSFETs oft die Verlustleistung des Gatetreibers, der mit der Gatekapazität ein RC-Glied bildet und so für jedes Mal Ein- und Ausschalten die doppelte in der Gatekapazität gespeicherte Energie, beziehungsweise das Produkt aus Gateladung und Gatespannungsdifferenz zwischen Ein- und Auszustand, vernichten muss. Der oben erwähnte SiC-MOSFET C3M0065090J weist eine Gateladung von 30nC bei empfohlenen Gate-Source-Spannungen von -3V und 15V auf, womit bei jedem Schaltvorgang $0.54\mu J$ verbraucht werden [15]. Da laut dem Silabs-Datenblatt [17] die gängigen SOIC-Gehäuse etwa $100\frac{K}{W}$ thermischen Widerstand zur Umgebung aufweisen, stellen die resultierenden 54mW Verlust für 100kHz Schaltfrequenz wenig Problem dar. Noch deutlich geringer sind die Verluste des GaN-FETs aufgrund seiner geringeren Gatespannung sowie -ladung.

Eine besondere Bedeutung besitzt bei hohen Schaltfrequenzen noch die Signallaufzeit des Gatetreibers, oder besser gesagt die Toleranz der Signallaufzeit, weil diese bestimmt wie lange das Totband dauern muss, die Zeit, in welcher beim Umschalten der Halbbrücke beide Treiber aus sein müssen um einen Brückenkurzschluss durch gleichzeitiges Leiten zu vermeiden. Das Totband bewirkt eine Freilaufphase und innerhalb dieser einen vom Laststrom abhängigen Verlauf der Brückenausgangsspannung, wodurch in hart schaltenden Wechselrichtern Verzerrungen des Ausgangsstroms entstehen. Beispielsweise bietet die Treiberfamilie Si827x von Silabs Signalverzögerungen von 30-40ns, und ermöglicht damit eine sehr präzise Ansteuerung des Gates. Außerdem weisen diese Typen eine zulässige Gleichtaktunterdrückung von $200\frac{V}{ns}$ auf und passen damit hervorragend zu hart geschalteten SiC- und GaN-Transistoren [17].

1.4 Zusammenfassung

Die vorherigen Betrachtungen zeigen, dass die neueren Leistungsschalter und integrierten Gatetreiber prinzipiell den Aufbau einer mit mehreren 100kHz taktenden Halbbrücke für 400-450V Zwischenkreisspannung und 20A Ausgangsstrom, wie sie für einen einphasigen netzgekoppelten Wechselrichter von einigen kVA Scheinleistung im öffentlichen Niederspannungsnetz benötigt werden, ermöglichen. Daher wird im nächsten Kapitel die Topologie betrachtet, der die weiteren Betrachtungen zugrunde liegen werden, sowie zwei Varianten der Schaltentlastung insbesondere hinsichtlich ihrer Bedeutung für den Stromregelkreis betrachtet.

2 Der einphasige netzgekoppelte Spannungszwischenkreisinverter mit H-Brücke

Das den Annahmen in dieser Arbeit zugrundeliegende minimalistische Konvertermodell ist das des einphasigen netzgekoppelten Wechselrichters mit H-Brücke und einstufigem EMV-Filter entsprechend Abbildung 1. Die Änderung der Zwischenkreisspannung wird vernachlässigt beziehungsweise als so langsam angenommen, dass die Zwischenkreisspannung für die Dynamik des Stromregelkreises als konstant betrachtet werden kann. Die Streuinduktivität der Gegentaktdrossel M ist für die späteren Betrachtungen ein wesentlicher Parameter und wird als wählbar betrachtet, wobei in einem etwaigen praktischen Aufbau zwei zusätzliche (hier nicht eingezeichnete) Drosseln in Serie zu der Gegentaktdrossel M notwendig sein könnten. Einer speziellen Rolle hinsichtlich der Regelung kommt die Wahl der Kondensatorkonfiguration aus C_{cm} und C_d zu. Soll die H-Brücke bipolar getaktet werden, das heißt dass die Leistungsschalter so angesteuert werden dass T_1 und T_3 das gleiche Steuersignal und T_2 und T_4 das

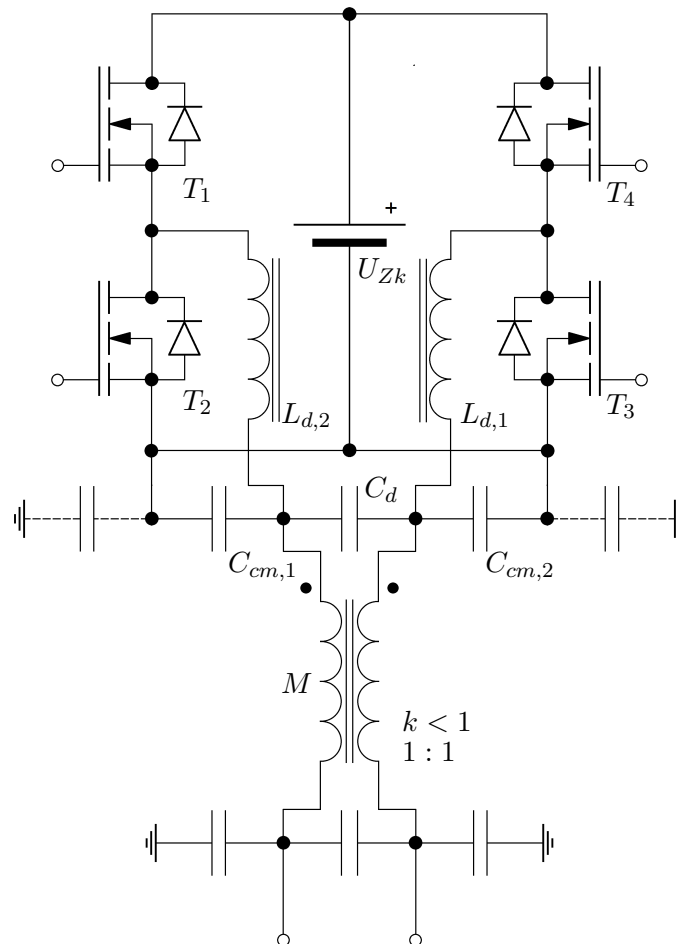


Abbildung 1: Minimalistisches Modell eines einphasigen Wechselrichters.

dazu invertierte Steuersignal erhalten, sollte auf die Gleichtaktkondensatoren $C_{cm,1}$ und $C_{cm,2}$ verzichtet werden. Existiert nur C_d , teilt sich die Differenz aus Brückenausgangsspannung und Spannung an C_d , eine sehr hohe Hauptinduktivität der Gegentaktdrossel vorausgesetzt, auf

$L_{d,1}$ und $L_{d,2}$ entsprechend ihres Induktivitätsverhältnisses auf. Da kein weiterer Strompfad für hochfrequenten Wechselstrom existiert, wird ein gegengleicher Strom der beiden Drosseln erzwungen. Eine Abweichung der Induktivitätswerte $L_{d,1}$ und $L_{d,2}$ führt dann nur dazu dass ein entsprechender Teil der Spannung als Gleichtaktspannung an der Gleichtaktrossel abfällt. Die H-Brücke mit diesem Filter und bipolarer Taktung lässt sich im Prinzip also auch bei (geringfügig) unsymmetrischen Werten genauso regeln wie ein Tiefsetzsteller mit LC-Filter (und dynamischer Last), weil die Serienschaltung von $L_{d,1}$ und $L_{d,2}$ dynamisch einer einzigen Drossel entspricht.

Sind dagegen $C_{cm,1}$ und $C_{cm,2}$ eingesetzt, werden die Komponenten der Drosselströme für höhere Frequenzen zunehmend gegen den Zwischenkreis abgeleitet, weshalb die beiden Ströme nur mehr für – im Vergleich zur notwendigen Bandbreite des Stromregelkreises – kleine Frequenzen gegengleich sind. Sind die realen Werte der Bauteile asymmetrisch, tritt eine dynamische Unsymmetrie inklusive unterschiedlicher Resonanzfrequenzen der beiden Filterzweige auf. Aufgrund der höheren Systemordnung durch die Verkopplung der beiden Filterzweige stellt sich eine erheblich schwierigere Regelungsaufgabe, und bei erzwungenermaßen gegengleichen Tastverhältnissen der beiden Halbbrücken führen die unterschiedlichen Resonanzfrequenzen mit ziemlicher Sicherheit zu einer schlechteren Dämpfung des Systems. Es erscheint zweckmäßiger, sofern auf die Gleichtaktkondensatoren nicht verzichtet werden kann, dann stattdessen auf C_d zu verzichten beziehungsweise diesen klein zu wählen. Dann ist es möglich, die beiden Zweige unabhängig voneinander zu regeln um wieder die Charakteristik eines Tiefsetzstellers zu erreichen. Allerdings wird es dadurch erforderlich, durch zusätzliche Maßnahmen die Gleichtaktspannung zu stabilisieren. Bei zwei unabhängig als Stromquelle betriebenen Halbbrücken hätte diese keine stabile Ruhelage beziehungsweise wäre entkoppelt und könnte damit beliebig zwischen den Potentialen der positiven und negativen Zwischenkreisschiene driften. Aufgrund der zusätzlichen Schwierigkeiten, die nichts zum grundsätzlichen Verständnis der Stromregelung beitragen, wird im weiteren davon ausgegangen, dass die Gleichtaktkapazitäten $C_{cm,1}$ und $C_{cm,2}$ nicht vorhanden beziehungsweise sehr klein sind und damit für den Stromregler keine Rolle spielen, womit sich das Stromregelproblem auf die Regelung eines Tiefsetzstellers mit LC-Filter und dynamischer Last reduzieren lässt.

Um in weiterer Folge die Dynamik eines solchen Filters für die gegebene Klasse von Umrichtern mit etwa 200kHz Schaltfrequenz aufwärts und wenigen kVA Leistung beschreiben zu können, ist die Bestimmung realer beziehungsweise realistischer Werte vonnöten. Für die Dimensionierung der konkreten Werte soll angenommen werden, dass der Umrichter in das europäische Netz mit 230V Effektivspannung einspeisen soll. Dies erfordert eine Zwischenkreisspannung von mindestens 400V.

Für den Wert der Induktivität ist eine Abschätzung des maximal akzeptablen Ripples erforderlich. Sich in die Dimensionierung von Taktfilterdrosseln zu vertiefen (noch dazu ohne konkrete Dimensionierungsaufgabe) würde aber den Rahmen dieser Arbeit verlassen, da nur ein Richtwert der Induktivität zur Modellierung der Filterdynamik benötigt wird. Wie noch gezeigt werden wird, wird die Dynamik des Filters für die Regelung immer kritischer, je kleiner die Induktivität beziehungsweise je größer der Ripple ist. Daher wird für die weiteren Betrachtungen von einem relativ großen Ripple in der Größenordnung des Spitzenwertes des 50Hz Laststroms ausgegangen, der in der Realität möglicherweise schon aufgrund von Kern- und Leitverlusten nicht sinnvoll wäre, und der Wert hinsichtlich der Regeldynamik des resultierenden Filters beurteilt. Legt man die maximale Leistung des Umrichters auf 3kVA fest, beträgt der Netzstromspitzenwert etwa 20A und eine Induktivität von $20\mu H$ führt im schlechtesten Fall von 50% Tastverhältnis (Nulldurchgang der Netzspannung) auf einen Spitze-Spitze-Wert

des Rippels von

$$\Delta I = \frac{U}{L} \Delta t = \frac{U_{Zk} T}{2L} = \frac{400V \cdot 5\mu s}{4 \cdot 20\mu H} = 25A \quad (1)$$

und stellt daher einen guten Richtwert für die weiteren Betrachtungen dar.

2.1 Entlastete Varianten der H-Brücke und ihr Einfluss auf die Stromregelung

Um die Schaltverluste in den Leistungsschaltern zu verringern, bietet sich eine Schaltentlastung an. Im folgenden sollen zwei Varianten der Schaltentlastung für die H-Brücke besprochen werden, wobei wiederum im Mittelpunkt steht wie sich der Stromregelkreis durch die jeweilige Entlastungsvariante verändert.

2.1.1 Auxiliary Resonant Pole Commutated Inverter

Eine materialaufwändige Art der Entlastung stellt das aktive Entlastungsnetzwerk des ARP-CI (Auxiliary Resonant Pole Commutated Inverter) entsprechend Abbildung 2 dar [6]. Diese

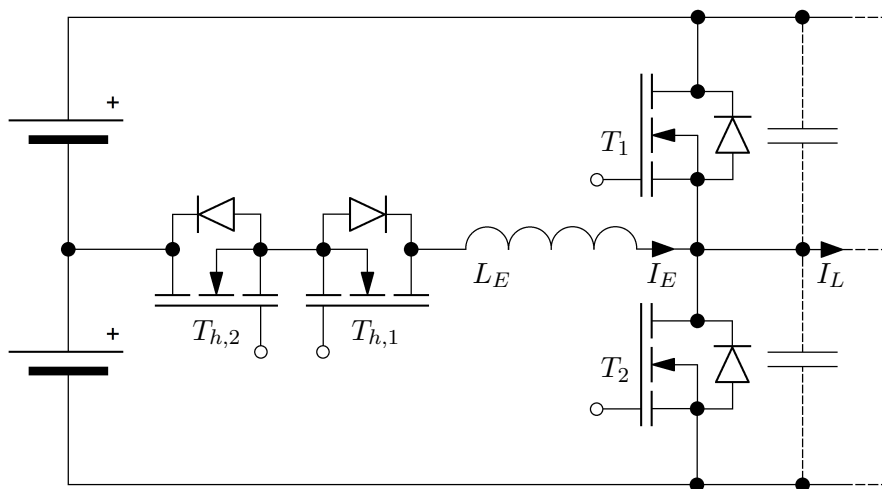


Abbildung 2: Mittels aktivem Netzwerk entlastete Halbbrücke des ARP-CI. [6]

Topology erreicht ZVS für die Halbbrückentransistoren, indem beim Zustandswechsel der Brücke der Laststrom I_E und das Umladen der Drain-Source-Kapazitäten der Transistoren gegebenenfalls durch die Entlastungsinduktivität L_E übernommen wird. Das hauptsächliche Ziel ist dabei das Vermindern der Einschaltverluste, insbesondere das Einschalten von T_1 bei positivem Strom I_L und das Einschalten von T_2 bei negativem. In diesem Fall müssen die Transistoren in der hart schaltenden Brücke die Drain-Source-Kapazitäten umladen, während sie bereits den ganzen Laststrom I_L übernommen haben. Zur Erläuterung soll die Stromübernahme von T_2 auf T_1 betrachtet werden (I_L ist der Strom der Filterdrossel und wird während des Umschaltens als konstant angenommen):

- $I_L \leq 0$: T_2 öffnet, I_L beginnt die Drain-Source-Kapazitäten aufzuladen. Bei entsprechend langem Totband beziehungsweise langer Freilaufphase hat die Spannung am Knotenpunkt (nahezu) die positive Schiene erreicht, bevor T_1 schließt und die Verluste sind

sehr gering. Selbst wenn T_1 schließt, bevor die Kondensatoren umgeladen sind, muss er nur die in ihnen gespeicherte (dann relativ geringe) Energie dissipieren.

- $I_L > 0$: $T_{h,2}$ wird etwa $\Delta t = \frac{2I_L L_E}{U_{Zk}}$ vor dem Öffnen des Halbbrückenschalters T_2 geschlossen, und der Strom I_E steigt aufgrund der halben Zwischenkreisspannung, die an der Entlastungsinduktivität L_E anliegt, zunächst linear an. Ab dem Zeitpunkt, an dem $I_E \geq I_L$ gilt und T_2 geöffnet ist, beginnt die Differenz der beiden Ströme die Drain-Source-Kapazitäten umzuladen, wodurch aber die Spannung an L_E sinkt und die Spannung am Knotenpunkt gegen die positive Schiene umschwingt. Im Idealfall schließt T_1 sobald seine Drain-Source-Spannung minimal wird.

Die Schwingung, die das Entlastungsnetzwerk im letztgenannten Fall ausführt, hat bei Erfüllen der Bedingung $I_E \geq I_L$ und T_2 offen zum Zeitpunkt t_0 den Zeitverlauf

$$U_{ds,T_1} = \sqrt{\left((I_E(t_0) - I_L) Z_E \right)^2 + \left(\frac{U_{Zk}}{2} \right)^2 \left(1 - \cos \left(\omega_E (t - t_0) + \arctan \left(\frac{2(I_E(t_0) - I_L) Z_E}{U_{Zk}} \right) \right) \right)}$$

$$Z_E = \sqrt{\frac{L}{2C_{ds}}}, \omega_E = \frac{1}{\sqrt{2C_{ds}L}}.$$
(2)

Wenn T_2 vor oder spätestens in dem Zeitpunkt öffnet, in dem $I_E = I_L$ gilt, ist der arctan 0 und das Entlastungsnetzwerk führt (unter Vernachlässigung der Dämpfung) eine negative Cosinus-Schwingung mit der Amplitude $\frac{U_{Zk}}{2}$ aus. Bleibt T_2 dagegen eingeschaltet, bis I_L größer als I_E geworden ist, wäre die Amplitude der Schwingung entsprechend größer und wird von der Bodydiode von T_1 begrenzt, wodurch die Spannung für eine gewisse Zeitdauer (näherungsweise die Zeit, die T_2 geschlossen blieb um das Umschwingen zu verzögern) an der oberen Schiene klemmt.

In Abbildung 3 wurden die Zeitverläufe für eine Entlastungsdrossel $L_E=1\mu H$ und $C_{ds} =$

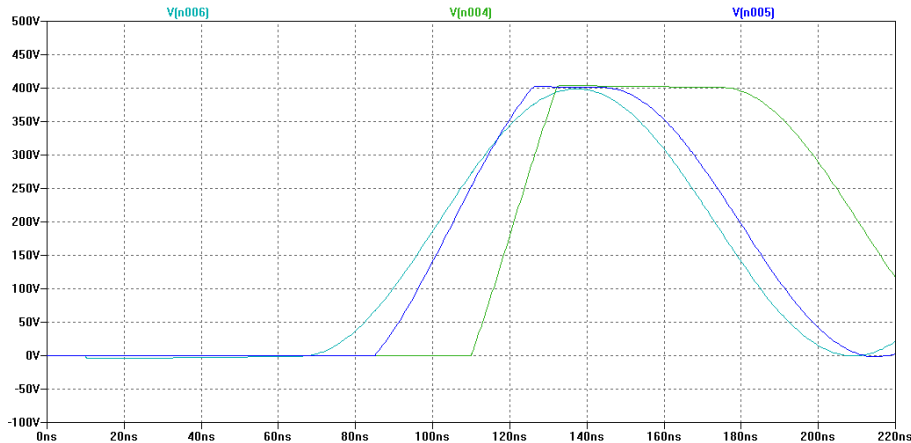


Abbildung 3: LTspice Simulationsergebnis des Spannungsverlaufs an U_{ds} von T_2 für unterschiedliche Steuerzeiten und inaktiven T_1 . Aktivierung von $T_{2,h}$ bei $t=10\text{ns}$, öffnen von T_2 bei 10ns (türkis), 85ns (blau) beziehungsweise 110ns (grün) $f_E = \frac{\omega_E}{2\pi} \approx 7,1\text{MHz}$; $Z_E \approx 45\Omega$, $I_L=10\text{A}$.

250pF der (als ideale Schalter mit Bodydiode und konstanter Kapazität modellierten) Halb-

brückentransistoren geplottet. Es ist das hauptsächliche Problem dieser Topologie für Schaltfrequenzen von über 100kHz zu sehen, nämlich dass die Entlastungsdrossel bezogen auf die Filterdrossel, die im letzten Abschnitt auf $20\mu H$ bei 200kHz Schaltfrequenz festgelegt wurde, mit $1\mu H$ schon relativ groß ist und die Steuerzeiten der Schalter trotzdem auf etwa $\pm 25ns$ genau sein müssen. Abbildung 4 zeigt erfolgreiche Stromübernahmen von T_1 für die Steuerzeiten aus Abbildung 3.

Eine Erhöhung der Drain-Source-Kapazitäten durch parallelgeschaltete Kondensatoren über

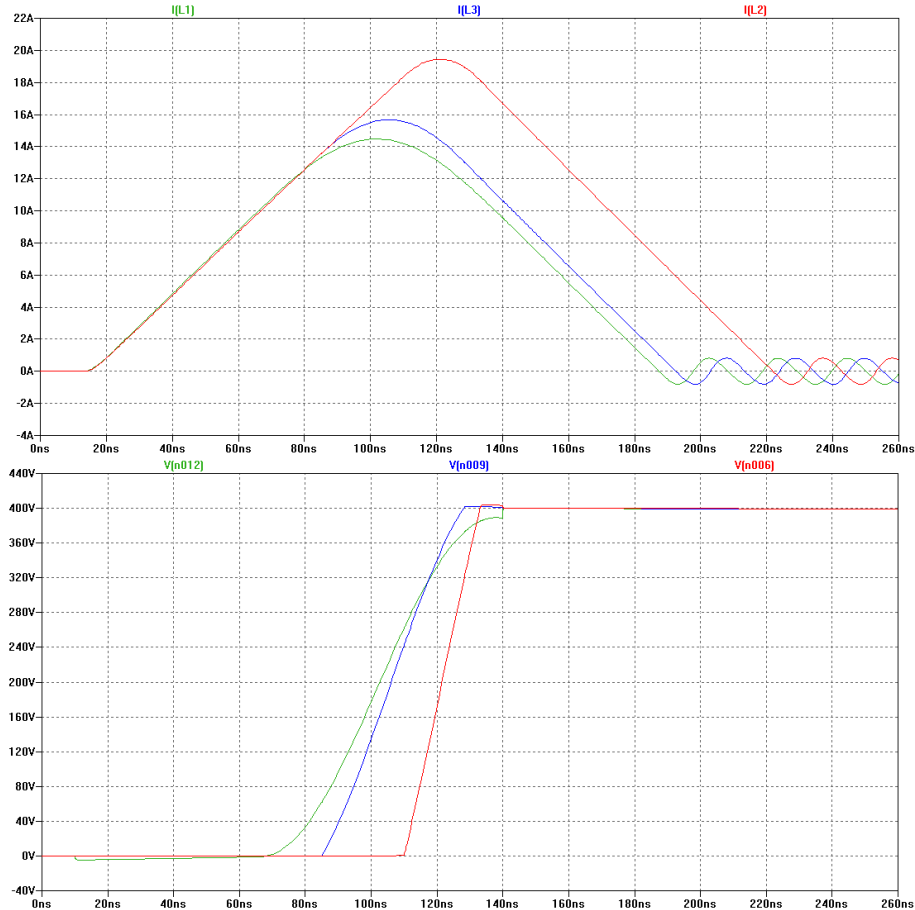


Abbildung 4: LTspice Simulationsergebnis für U_{ds} von T_2 und I_E für unterschiedliche Steuerzeiten mit Stromübernahme durch T_1 , Aktivierung von $T_{2,h}$ bei $t=10ns$ und von T_1 bei $140ns$, öffnen von T_2 bei $10ns$ (türkis), $85ns$ (blau) beziehungsweise $110ns$ (grün) $f_E = \frac{\omega_E}{2\pi} \approx 7.1MHz$; $Z_E \approx 45\Omega$, $I_L=10A$.

das für die Entlastung der Transistoren notwendige Maß ist kaum eine Hilfe, weil dann auch die charakteristische Impedanz Z_E sinkt und zu einer höheren Spitzenstrombelastung von L_E führt, während der Anstieg von I_E , solange die halbe Zwischenkreisspannung anliegt, gleich bleibt. Außerdem ist für höhere Drain-Source-Kapazitäten die Verlustenergie viel größer, falls die Transistoren doch hart beziehungsweise auf eine U_{ds} -Restspannung schalten.

Eine Erhöhung von L_E dagegen verringert zwar die Resonanzfrequenz und damit die U_{ds} -Restspannung von T_1 bei einem ungenauen Einschaltzeitpunkt, dafür nimmt die Leitdauer der Hilfsschalter (und damit auch die Leitverluste) etwa proportional zu, weil sich mit L_E

die Zeit $\Delta t = \frac{2I_L L_E}{U_{Zk}}$ vom Aktivieren des Hilfsschalters bis der Umschwingvorgang beginnen kann, erhöht. Außerdem verursacht ein großer Wert von L_E das Problem, dass es aufgrund der Verlängerung von Δt auch zu einem proportional erhöhten Fehler des Umschwingzeitpunktes kommt, falls der Hilfsschalter aufgrund eines zu gering angenommenen Wertes I_L zu spät eingeschaltet wird. Dies führt für einen festen Einschaltzeitpunkt von T_1 zu einem verlustreichen Schaltvorgang, weil nur ein Teil von I_L durch I_E kompensiert wird und kein ZVS vorliegt, oder, falls der Übernahmezeitpunkt durch T_1 dynamisch gesteuert wird, zu einer späteren Umschaltung der Halbbrücke. Letzteres stellt für den Stromregelkreis einen dynamischen Fehler des vorgegebenen Tastverhältnisses dar, wobei jedoch eher keine Instabilität zu erwarten ist, sondern Verzerrungen. Dies ist dadurch zu erklären, dass ein höherer Strom I_L als erwartet dazu führt dass die Brückenspannung später gegen die positive Schiene umschwingt, somit eine kleinere Spannungszeitfläche als beabsichtigt an der Filterdrossel anliegt und der Strom I_L tatsächlich sinkt. Damit entsteht eine (nichtlineare) Gegenkopplung, welche die Stabilität des Stromregelkreises sogar erhöhen, dafür aber den Strom verzerren kann. Etwas problematisch ist auch die Abtastung des Stroms mittels der weiter unten beschriebenen PWM-synchronen Abtastung, weil der Fehler im Zeitpunkt des Umschaltens das Tastverhältnis beziehungsweise die Vorgabe des Pulsweitenmodulators asymmetrisch verzerrt. Dieser Effekt tritt allerdings ähnlich auch bei der hart schaltenden Brücke aufgrund des Totbandes der Halbbrückenschalter, beziehungsweise der daraus resultierenden Freilaufphase auf, in welcher die Ausgangsspannung der Brücke durch I_L und parasitäre Kapazitäten bestimmt wird.

Zusammengefasst ist vom ARPCI eine gute Regelbarkeit ähnlich der hart schaltenden Brücke zu erwarten, wobei anzumerken ist dass insbesondere die von dem Entlastungsnetzwerk weitgehend unabhängige Wahl der Filterkomponenten und die feste Schaltfrequenz einen erheblichen Vorteil im Entwurf darstellen. Ein großes Problem ist dagegen das ausreichend exakte Timing von Hilfs- und Halbbrückenschaltern im Bereich von wenigen 10ns, das in einem Seriengerät ohne Messung von Schaltzeitpunkten und Online-Anpassung des Timings fast nicht zu bewältigen sein dürfte.

2.1.2 Der Triangle Current Mode

Eine interessante Möglichkeit, ZVS in der H-Brücke zu erreichen ohne in zusätzliche Hardware zu investieren, ist die Steuerung der Brücke im Triangle Current Mode TCM [8]. Dieser definiert sich dadurch, dass der Spitze-Spitze-Wert des Drosselstroms I_L so groß gewählt wird dass er in jedem Schaltzyklus das Vorzeichen wechselt und der im vorigen Abschnitt erwähnte schlechte Fall, dass T_1 gegen einen positiven Strom I_L beziehungsweise T_2 gegen einen negativen Strom I_L einschalten muss daher niemals auftritt. Erkauft wird dies mit höheren Ummagnetisierungsverlusten in der Drossel, einer ungünstigen Regeldynamik aufgrund des sehr kleinen Induktivitätswertes, zusätzlichen Leitverlusten in den Transistoren, und, aus Sicht der Regelung am unangenehmsten, der Notwendigkeit einer variablen Schaltfrequenz.

Der Spitze-Spitze-Wert des Dreieckstroms am Drosselstrom errechnet sich für einen synchronen Tiefsetzsteller im eingeschwungenen Zustand zu

$$I_{p-p} = \frac{U_{Zk} - U_a}{L} dT = \frac{U_{Zk} T}{L} d(1 - d) \quad (3)$$

Hält man an der vorhin errechneten $20\mu H$ Drossel fest und geht davon aus dass die Spitzenspannung des Netzes maximal 90% von U_{Zk} beträgt (die Zwischenkreisspannung also entsprechend der Netzspannung geregelt wird), die Zwischenkreisspannung mindestens 400V beträgt

und der Spitzenstrom bei $\cos \Phi = 1$ maximal 20A, muss die Schaltfrequenz am Netzspannungsscheitel auf maximal

$$f_{min} = \frac{1}{T} = \frac{U_{Zk}}{LI_{p-p}} d(1-d) = \frac{400V}{20\mu H \cdot 40A} 0.9(1-0.9) = 45kHz \quad (4)$$

abgesenkt werden. Ungünstigerweise ist für eine gegebene Schaltfrequenz I_{p-p} bei hohen Tastverhältnissen, also nahe dem Netzspannungsscheitel, am kleinsten. An diesem Punkt fließt aber auch der höchste Netzstrom, wodurch sich der große Faktor der nötigen Frequenzabsenkung ergibt.

Prinzipiell ist eine Regelung des Konverters im TCM mittels frequenzveränderlicher PWM denkbar, wobei Filter und Stromregler dann für variable Abtaststraten entworfen werden müssen. Schwieriger ist die Frage nach der Vorgabe der Schaltfrequenz, denn I_{p-p} zu regeln beziehungsweise die Schaltfrequenz aufgrund von Messgrößen des Ausgangsfilters zu steuern bedeutet eine dynamische Abhängigkeit der Abtastfrequenz, und damit der Dynamik des Stromreglers, von den Zustandsgrößen des Ausgangsfilters (wie dem abgetasteten Mittelwert von I_L) deren Dynamik aber umgekehrt wieder vom Stromregler bestimmt wird. Dies führt zu zwei gegenseitig verkoppelten Regelkreisen und damit zu einem nichtlinearen Mehrgrößensystem, das viel schwieriger zu beherrschen ist als der übliche Stromregelkreis.

Soll für den Reglerentwurf des TCM-Konverters lineare Modellierung ausreichen, muss die Dynamik der Schaltfrequenz vom Stromregelkreis entkoppelt oder zumindest sehr viel langsamer als die Dynamik des Stromregelkreises sein. Möglich wäre zum Beispiel eine gesteuerte Vorgabe der Schaltfrequenz abhängig von Sollstrom und einem idealisierten Netzspannungsverlauf aufgrund des PLL-Phasenwinkels, wodurch die Zeitabhängigkeit der Stromreglerdynamik zumindest eher die längeren Zeitkonstanten der Zwischenkreis- und PLL-Dynamik annimmt.

Wenn verhältnismäßig große Freilaufphasen beziehungsweise Totbänder in der Schalteransteuerung eingehalten werden, tritt wie im vorigen Abschnitt beschrieben wieder der Gegenkopplungseffekt auf, der in diesem Fall für gewisse Grenzen den Strom im TCM stabilisiert. Um dies zu verdeutlichen, nehme man an die Freilaufphase betrage $100ns$ und die Schaltfrequenz $200kHz$. Dann beträgt der Unterschied im tatsächlichen Tastverhältnis zwischen einem negativen und einem positiven Spitzenstrom (unter Vernachlässigung der Kapazitäten) bereits 2%, weil die Spannung an der Brücke je nach Vorzeichen am Anfang oder am Ende der Freilaufphase umschwingt. Das heißt, das Tastverhältnis ändert sich selbst um bis zu 2% um bei einer Störung, die den Betrag von I_L erhöhen würde, den TCM aufrecht zu erhalten. Die Freilaufphase, die bei PWM-Reglern im Continuous Conduction Mode normalerweise sehr störende Verzerrungen der Stromform verursacht, ist hier also tatsächlich hilfreich und eine gesteuerte Abhängigkeit der Schaltfrequenz vom Phasenwinkel der Netzspannung kann ausreichend sein. Ein anderes Problem ist, dass die Frequenzabsenkung auch eine niedrigere Abtastfrequenz des Reglers gerade im Netzspannungs- und Strommaximum erzwingt, wo der Umrichter auf Überströme durch Netzspannungseinbrüche am empfindlichsten ist. Ideal wäre es, für die niedrigen Frequenzen auf double Update, also zwei Reglerabtastungen pro Schaltperiode, übergehen zu können. Dadurch entsteht aber, wie weiter unten gezeigt wird, aufgrund der variablen Totzeit ebenfalls eine nichtlineare Strecke.

Insgesamt sind zwar unter gewissen Umständen lineare Entwurfsmethoden für frequenzvariable Topologien wie den H-Brücken-Inverter mit TCM anwendbar, jedoch würden die zusätzlichen Schwierigkeiten den Aufwand für eine grundlegende Betrachtung des Stromregelkreises so erhöhen, dass der Rahmen dieser Diplomarbeit gesprengt würde. Zusätzlich ist es für diese Topologie möglicherweise effektiver, eine Current-Mode-Regelung anzuwenden, insbesondere

Zweipunkt- oder Spitzenwertstromregelung, welche direkt den geforderten Spitzenstrom regelt.
Daher wird dieser frequenzvariable Betrieb im Weiteren nicht mehr betrachtet.

3 Strommessungen

Wie schon in der Einleitung erwähnt, ist schon die Messung der zu regelnden Ströme in Konvertern mit Schaltfrequenzen von mehreren 100kHz eine erhebliche Herausforderung. Auch wenn die Bandbreite des offenen Regelkreises weit unter der Schaltfrequenz beziehungsweise der Abtastrate liegt, sollte die Bandbreite der Strommessung ausreichen um diese zu erfassen. Einerseits ist Phasenreserve im Stromregelkreis, wie noch beschrieben wird, ein kostbares Gut, weshalb unter Annahme eines PT1-Verhaltens die -3dB Grenzfrequenz der Strommessung mindestens eine Dekade über der Durchtrittsfrequenz liegen sollte. Außerdem funktioniert die Messung des Strommittelwertes über synchrone Abtastung genau genommen nur exakt, wenn das abgetastete Signal dem Dreieckstrom in der Filterdrossel folgen kann. Allerdings ist bei den betrachteten Systemen ohnehin Mittelwertbildung über zwei Abtastwerte sinnvoll oder sogar nötig, um den Fehler unter anderem durch die Freilaufphase im Totband der Gatetreiber, Abweichungen im Abtastzeitpunkt und ähnliche asymmetrische Störungen des Tastverhältnisses zu reduzieren. Dadurch wird auch die durch den Stromsensor bedingte Phasenverschiebung der Komponenten des Dreieckstromes weniger kritisch.

Zu guter Letzt sind nicht nur die -3dB Bandbreite und das Eigenrauschen des Sensors relevant, sondern auch das Verhalten gegenüber außerhalb des messbaren Frequenzbereiches liegenden Komponenten des zu messenden Stromes sowie, je nach Einsatz, die Empfindlichkeit auf große Änderungsraten des elektrischen Potentials am Stromleiter des Sensors. Anschaulich gesprochen, ist es ein erheblicher Unterschied ob der Sensor weitgehend lineares Tiefpassverhalten zeigt ohne sich durch die hohen Frequenzkomponenten stören zu lassen, ob die Messung dadurch gestört wird oder ob er durch hochfrequente Ströme mit hoher Amplitude sogar beschädigt werden kann.

Die in der Industrie gebräuchlichsten Messprinzipien für die isolierte Strommessung von Gleichstrom bis einigen 100kHz beruhen auf verschiedenen Varianten von Magnetfeldsensoren, meistens auf dem Halleffekt [14], dem Prinzip des Fluxgate Sensors [14] oder in neuerer Zeit dem anisotropen magnetoresistiven Effekt [19]. Induktive Sensoren wie die Rogowskispule können höhere Frequenzen einfach und preisgünstig messen, erfassen dafür aber nur Wechselstromanteile.

3.1 Übliche Messprinzipien für 0Hz bis zu einigen 100kHz

3.1.1 Closed-Loop Hallsensoren

Die Closed-Loop beziehungsweise kompensierten Stromsensoren mit Hallelement besitzen einen magnetisierbaren Kern mit Kompensationswicklung, in dem ein Hallelement zur Bestimmung der magnetischen Flussdichte integriert ist. Ein schneller Analogregler kompensiert über Vorgabe des Stroms in der Wicklung den magnetischen Fluss im Kern, wodurch sich auch die Durchflutungen aufgrund von Mess- und Kompensationsstrom aufheben und der Kompensationsstrom dem Laststrom dividiert durch das Windungsverhältnis entspricht. Wenn die Frequenz des Stromsignals sich der Bandbreite des Reglers nähert entsteht zwar eine dynamische Regelabweichung, der Sensor arbeitet dann aber als Stromtransformator während der Regler weiterhin den Gleichanteil kompensiert und so die Sättigung des Kerns verhindert. Damit kann der Closed-Loop Hallsensor als Stromtransformator gesehen werden, dessen Sättigung durch den Regler verhindert wird. Das Messprinzip ist prinzipiell auch für hohe Frequenzen geeignet und weist sehr gute Linearität sowie ein günstiges Störverhalten auf. Dafür ist der Stromverbrauch aufgrund der Kompensationswicklung vergleichsweise hoch, und üblicherweise ist auch

eine bipolare Versorgung des Sensors nötig. Aufgrund des magnetisierbaren Kernes können bei der Belastung mit Wechselströmen hoher Frequenz und Amplitude erhebliche Kernverluste, und je nach Kernmaterial insbesondere nach Überströmen auch ein Offset aufgrund der Remanenz auftreten [14].

3.1.2 AMR-Sensoren

Mittlerweile sind auf dem Markt auch Stromsensoren beziehungsweise auf die Strommessung spezialisierte Magnetfeldsensoren, deren Funktion auf dem anisotropen magneto-resistiven Effekt basiert, erhältlich. Materialien, die den anisotropen magneto-resistiven Effekt aufweisen besitzen einen lokalen elektrischen Widerstand, der abhängig vom relativen Winkel des Magnetisierungsvektors ist. Für einen langen beziehungsweise schmalen Streifen mit sehr geringer Dicke bedeutet dies einen vom Winkel zwischen Hochachse und Magnetisierungsvektor abhängigen elektrischen Widerstand, weshalb die Sensorelemente prinzipiell einen Winkelsensor darstellen. Außerdem wird, damit die Ausrichtung der Domänen in dem ferromagnetischen Material für verschwindenden Strom wieder in den Ursprungszustand zurückkehrt, ein magnetisches Bias benötigt das durch Permanentmagnete erzeugt werden kann. Wenn das Bias normal zur magnetischen Feldstärke liegt, die vom Messstrom erzeugt wird, resultiert aus dem Messstrom eine Betrags- und Winkelabhängigkeit des magnetischen Feldstärkevektors die von den AMR-Sensorstreifen erfasst werden kann [18]. Auf den Sensorstreifen können Leiter aufgebracht werden um die Winkelabhängigkeit des Widerstandes zu beeinflussen. Äußere Magnetfelder können kompensiert werden, indem der Leiter des Messstromes U-Förmig unter eine symmetrische Anordnung von Sensorelementen geführt wird und diese differentiell ausgewertet werden. Der Vorteil dieser Anordnung ist, dass der Leiter beispielsweise in die Platine integriert und der Sensor einfach darüber plaziert werden kann [19].

3.1.3 Fluxgate-Sensoren

Fluxgate-Sensoren machen sich zur Strombestimmung die Abhängigkeit der relativen Permeabilität in magnetisierbaren Kernmaterialien von der absoluten Flussdichte zunutze. Dazu wird der Kern über eine Hilfswicklung mit einer Wechselspannung bis zur Sättigung angesteuert und die Symmetrie der Spannungszeitflächen bis zur Sättigung ausgewertet. Der große Vorteil dieser Methode ist, dass sich durch die Wechsellaststeuerung des Kernes kein Offset aufgrund der Remanenz einstellen kann [14].

3.2 Die Rogowskispule - Messung von einigen 100Hz bis zu vielen MHz

Das Messen von hohen Frequenzen gelingt erheblich einfacher mit induktiven Prinzipien. Der Vorteil von Luftspulen (beziehungsweise Spulen mit großem effektiven Luftspalt) gegenüber Stromübertragern ist vor allem ihr lineares Übertragungsverhalten, insbesondere dass ein Gleichanteil im Messstrom nicht zur Sättigung führt. Damit ist eine Messung der höheren Frequenzanteile unabhängig von den niedrigen Frequenzanteilen möglich. Dennoch ist die Bandbreite der Strommessung mittels Luftspule begrenzt. Da die Spule im Gegensatz zu einem Stromübertrager im Quasi-Leerlauf betrieben wird und damit einen Differenzierer des Stroms darstellt, steigt der Amplitudenfrequenzgang mit 20dB/Dekade. Das bedeutet aber auch, dass sich das SNR der Messung für kleine Frequenzen verschlechtert, oder anders gesagt, dass der integrierende Messverstärker zur Rekonstruktion des Stromes für jede zusätzliche Dekade Nutzbandsbreite 20dB mehr Verstärkung bieten muss.

Nach oben wird die brauchbare Messbandbreite spätestens durch die Eigenresonanz der Rogowskispule beschränkt. Betrachtet man als ersten Anhaltspunkt den kommerziell verfügbaren Sensor PA3206NL von Pulse Electronics, welcher für ausreichende Genauigkeit bei 50/60Hz ausgelegt ist um für Stromzähler eingesetzt zu werden, so weist dieser laut Datenblatt [20] bei 60Hz Sinusstrom eine transformierte Koppelinduktivität von etwa $L'_k = 1.22\mu H$ auf (berechnet aus der angegebenen Empfindlichkeit von $7.66\frac{\mu V}{A \cdot Hz}$, die der transformierten Koppelinduktivität mit dem Faktor 2π entspricht). Die Eigenresonanz liegt aber bereits bei 200kHz, sodass diese Spule hinsichtlich der oberen Grenzfrequenz bereits keinen Vorteil mehr gegenüber den – noch dazu aufgrund der DC-Erfassung einfacher einsetzbaren – vorhin genannten Sensortechnologien bietet. Für den Stromzählerbereich dürften eher die Robustheit gegen Überströme und die Linearität gute Argumente sein, zumal diese Anwendung keine Erfassung des DC-Anteils benötigt. Eine für die schnelle Stromregelung und Überstromerkennung in Konvertern geeignete Rogowskispule müsste demnach eine deutlich hochfrequenztauglichere Auslegung haben und dafür vermutlich die Empfindlichkeit bei 50Hz opfern.

Um die Eignung von Rogowskispulen für die Stromregelung zu beurteilen, wurden eigene Überlegungen angestellt wie eine derartige Rogowskispule aussehen müsste. Wenn gefordert ist, dass das Ausgangssignal der Strommessung einem Dreieckstrom von bis zu 1MHz hinreichend genau folgen sollte, um exakte Mittelwertabtastung des ADC sowie Überstromerkennung noch im selben Schalttakt zu ermöglichen, wäre es vorteilhaft wenn die -3dB Bandbreite der Messung nicht niedriger als bei der 5. Oberschwingung des Dreieckstroms beziehungsweise bei 5MHz liegt. Die niedrigen Frequenzanteile des Stroms müssen durch die Messung mit einem anderen Stromsensor rekonstruiert werden. Dies funktioniert prinzipiell entweder durch Überlagerung der Messungen mittels Filter (weiter unten werden zwei Möglichkeiten gezeigt, mehrere Messungen im betrachteten Fall des LCL-Filters zur vollständigen Strominformation zu vereinen) oder durch eine äußere Regelschleife, die den Arbeitspunkt des inneren Stromregelkreises stabilisiert beziehungsweise das Davonlaufen des inneren Regelkreises aufgrund der fehlenden Offset-Information verhindert. Beides ist leichter zu beherrschen, je niedriger die untere Grenzfrequenz liegt. Jedenfalls muss die untere Grenzfrequenz der Rogowskispulen-Strommessung mindestens bei der oberen Grenzfrequenz der langsamen Strommessung liegen, um die Information zuverlässig rekonstruieren zu können.

Ein weiterer Punkt ist, dass die Übernahmefrequenz idealerweise in einem Bereich liegt, in dem der Regelkreis ausreichend Amplituden- und Phasenreserve hat damit Frequenz- und Phasenfehler bei der Überlagerung der beiden Messungen keine beziehungsweise wenig Auswirkung auf die Stabilität des Regelkreises haben. Dies bedeutet meistens unter der Resonanzfrequenz des LCL-Filters (und damit auch weit unter der Abtastrate). Daher wäre eine untere Grenzfrequenz von einigen 100Hz bis wenigen kHz für die meisten Anwendungen (in denen die 100-500kHz Grenzfrequenz der vorhin erwähnten, Gleichstrom erfassenden Stromsensoren nicht ohnehin ausreichen) angebracht.

Der Ansatz der kaskadierten Regelkreise ist nur möglich wenn der innere Regelkreis (also der Stromregelkreis, der den Strom aufgrund der Rogowskispulen-Strommessung mit ihrer Hochpasscharakteristik regelt) deutlich schneller ist als der äußere Regelkreis und würde beispielsweise eine Kombination aus analoger Current-Mode-Control und digitaler Abtastregelung ermöglichen, die aber an dieser Stelle aufgrund der großen Unterschiede zum betrachteten Ansatz digitaler Voltage-Mode-Control nicht weiter behandelt werden soll.

Wenn die selbe Empfindlichkeit einer Rogowskispule bei 1kHz gefordert wäre, wie der Sensor PA3206L bei 50Hz aufweist, kann die effektive Koppelinduktivität auch indirekt proportional

skaliert werden und würde damit etwa $60nH$ betragen. Dies ist allerdings nur als Anhaltspunkt zu betrachten, da je nach eingestrahlenen Störungen auch eine höhere Empfindlichkeit nötig sein kann. Die sekundärseitige Koppelinduktivität, die sich für eine Ringspule von rechteckigem Windungsquerschnitt mit Innendurchmesser d , Außendurchmesser D , Höhe h und durchgeführtem Messstromleiter mit Strom I_m , näherungsweise berechnet zu

$$L'_k = \frac{\phi(I_m)}{I_m} = \frac{\mu_0}{I_m} \int_0^h \int_d^D H(\rho) d\rho dz = \frac{\mu_0 N}{2\pi} \int_0^h \int_d^D \frac{1}{\rho} d\rho dz = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (5)$$

weist eine lineare Abhängigkeit von der Windungszahl auf, während die Selbstinduktivität

$$L = \frac{\Psi(I)}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (6)$$

quadratisch ansteigt. Für eine konstante kapazitive Belastung am Ausgang der Spule würde sich damit die Eigenresonanz indirekt proportional zur Empfindlichkeit verhalten, und die neue Spule hätte auch die 20-fache Resonanzfrequenz. Praktisch ist die Bedingung einer konstanten Kapazität nicht erfüllt, weil die Resonanz der Spule entscheidend von den Kapazitäten zwischen den Windungen und derselben zur Umgebung und somit stark vom mechanischen Aufbau abhängt. Das bedeutet aber auch, dass die Resonanzfrequenz sich durch einen kapazitätsarmen Aufbau (wie weite Wicklungsabstände oder gar Kreuzwicklungen) weiter erhöhen lässt.

Bemerkenswert ist außerdem, dass sowohl Eigen- als auch Koppelinduktivität der Spule nicht vom Außendurchmesser abhängen, solange Außen- und Innendurchmesser im gleichen Verhältnis bleiben (mit der Vergrößerung der Durchmesser steigt zwar der Wicklungsquerschnitt proportional, aber auch die Länge der magnetischen Feldlinien, sodass die magnetische Feldstärke H indirekt proportional sinkt). Dies motiviert, den Innendurchmesser so klein zu machen wie möglich um eine kompakte Spule zu erhalten (wodurch sich aber wieder die Koppelkapazität mit dem Messstromleiter erhöht).

Zur experimentellen Überprüfung der Überlegungen wurde eine einlagige Ringspule, zu sehen

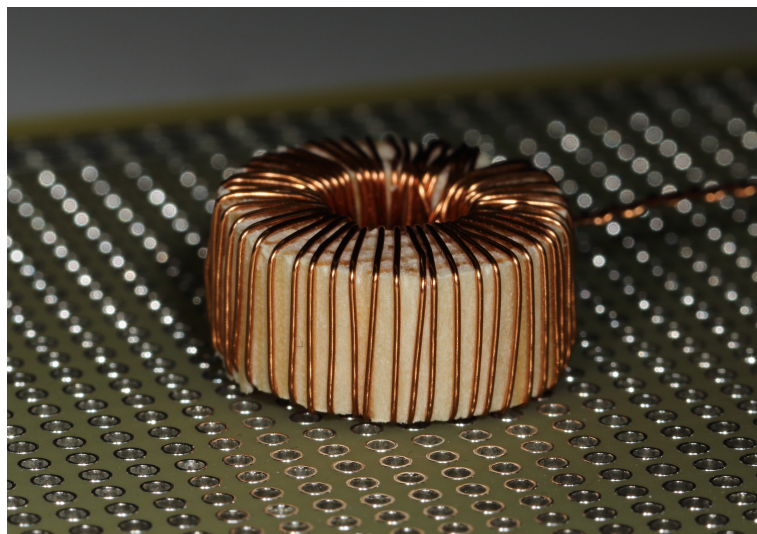


Abbildung 5: Auf Holzkern gewickelte Ringkernspule.

in Abbildung 5, von 59 Windungen 0.3mm Kupferlackdraht auf einem aus Holz angefertigten Spulenkörper mit den Maßen $h \times D \times d = 8\text{mm} \times 19\text{mm} \times 8\text{mm}$ gewickelt, sodass sich die Windungen nur am Innendurchmesser des Spulenkörpers berührten um eine möglichst kapazitätsarme Spule zu erhalten. Laut der obigen Formeln ist eine Selbstinduktivität von $4.8\mu\text{H}$ und eine Koppelinduktivität von 81.7nH zu erwarten. Ein Versuch mit einem einfachen RC-Tiefpass von $10\text{k}\Omega$ und 1nF zeigte eine hervorragende Wiedergabe eines Test-Dreieckstroms von 1MHz Frequenz und 50% Tastverhältnis wie in Abbildung 6 zu sehen. Die Grenzfrequenz

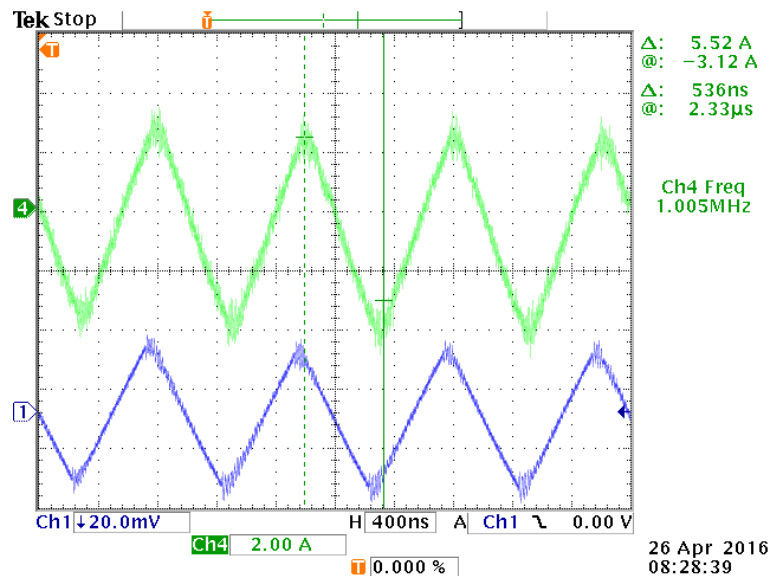


Abbildung 6: Vergleichsmessung Dreieckstrom 50% $7A_{pp}$ 1MHz, oben Tektronix Stromzange, unten Rogowskispule aus Abb. 5 mit RC-Tiefpass $1\text{nF}+10\text{k}\Omega$.

quenz des RC-Gliedes von 15.9kHz ist für einen praktischen Einsatz allerdings hoch (und liegt noch dazu mitten in den Bereich sinnvoller Filterresonanzfrequenzen eines Schaltwandlers mit $100\text{-}300\text{kHz}$ Schaltfrequenz), weshalb ein integrierender Messverstärker zum Einsatz kommen muss. Im folgenden soll ein Dimensionierungsbeispiel für einen Messverstärker entsprechend den genannten Anforderungen gegeben werden.

Entsprechend [2] ist ein nichtinvertierender Integrierer entsprechend Abbildung 7 als Messverstärker gegenüber einem invertierenden zu bevorzugen. Die Verstärkung $\frac{\partial U_a}{\partial U_d}$, $U_d = U_+ - U_-$

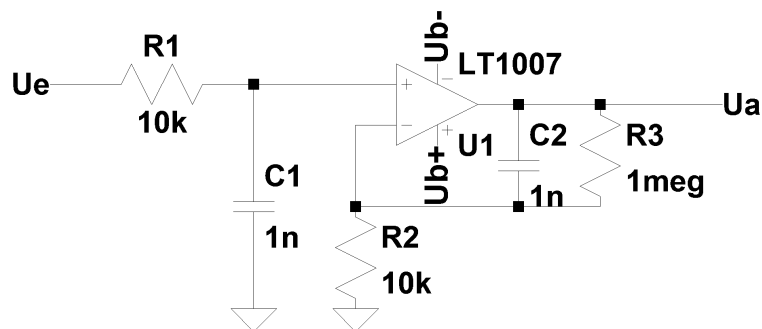


Abbildung 7: LTspice Schaltplan des nichtinvertierenden Integrators.

des Operationsverstärkers bei dieser Schaltung (R3 vernachlässigt) beträgt ebenso wie beim invertierenden Integrierer

$$\frac{\partial U_a}{\partial U_d} = 1 + \frac{1}{j\omega RC}. \quad (7)$$

Sobald das Eingangssignal die Grenzfrequenz dieses Tiefpasses überschritten hat, arbeitet der Operationsverstärker nur mehr nahe der Verstärkung 1, sodass nahezu die gesamte Verstärkungsbandbreite des Operationsverstärkers nutzbar ist.

Der Unterschied wird deutlich, sobald die Frequenz hoch genug wird damit die Verstärkung und Phase des Operationsverstärkers zu sinken beginnen, wobei nicht nur die Spannungsverstärkung, sondern auch die Ausgangsimpedanz des Operationsverstärkers relevant ist.

Der Operationsverstärker des nichtinvertierenden Integrierers am +-Eingang des Operationsverstärkers erhält bereits das durch das RC-Glied R_1 und C_1 tiefpassgefilterte Signal, und wenn er einer harmonischen Spannung an C_1 nicht mehr folgen kann (sein Ausgangsstrom dem Strom $\frac{U_{e+}}{R}$, den ein idealer Verstärker einprägen würde, deutlich abgeschwächt und phasenverschoben folgt) zeigt der Messverstärker lediglich Tiefpassverhalten.

Anders verhält es sich für den Operationsverstärker im invertierenden Integrator aus Abbildung 8, denn der Strom den er liefern muss um die Ausgangsspannung „zu halten“, also keine Spannungsverstärkung zu leisten, beträgt $\frac{U_e}{R_4}$. Der Strom, den der Operationsverstärker am

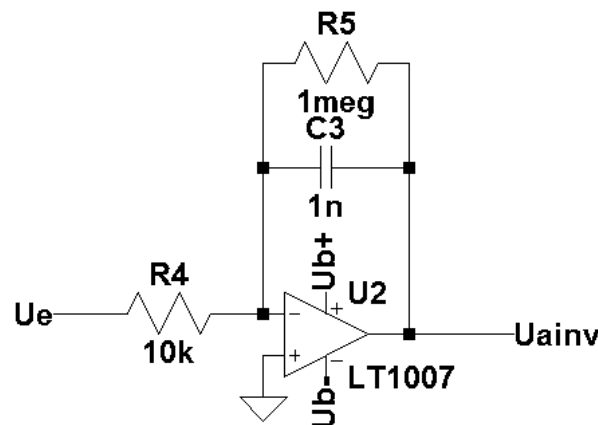


Abbildung 8: LTspice Schaltplan des invertierenden Integrators.

Ausgang liefern muss, besitzt also die volle Dynamik der Eingangsspannung U_e . Diese ist bei der Strommessung an der Drossel eines Schaltwandlers in der Regel eine steilflankige Rechteckspannung, und der Operationsverstärker kann die an seiner Ausgangsimpedanz abfallende Spannung mangels Verstärkung nicht schnell genug kompensieren [2].

Zu guter Letzt erhöht der Tiefpass am Eingang des Verstärkers natürlich auch die Robustheit des nichtinvertierenden Integrators gegen Spannungsspitzen und andere hochfrequente Störungen.

Die Übertragungsfunktion der Schaltung aus Abbildung 7 lautet mit $R_3 = R_p$ und $C_1 = C_2 = C$

$$G = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R_p + R_2}{R_2} \frac{1}{1 + j\omega CR_p} \frac{1 + j\omega C(R_2 || R_p)}{1 + j\omega CR_1}. \quad (8)$$

Aufgrund des Ableitwiderstandes $R_p = R_3$ tritt also ein Fehler in der Frequenzgangüberlappung des passiven Eingangstiefpasses und des aktiven Filters auf, und genau genommen müsste man

statt $R_1 = R_2$ $R_1 = R_2 || R_3$ einsetzen. Dann lautet die Übertragungsfunktion

$$G = \frac{R_p + R_2}{R_2} \frac{1}{1 + j\omega CR_p} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_p}}{\frac{R_2}{R_p} + j\omega CR_2}, \quad (9)$$

woraus ersichtlich ist, dass die Schaltung einen Tiefpass mit der Zeitkonstante CR_p darstellt und sich für höhere Frequenzen wie ein Integrator mit der Integrationszeitkonstante CR_2 verhält. Für die gegebenen Werte von $1nF$ und $1M\Omega$ würde die Grenzfrequenz $159Hz$ betragen und damit die Anforderung einer unteren Grenzfrequenz der Strommessung von $< 1kHz$ erfüllen. Wie groß der Widerstand sein muss, hängt von der Offsetspannung (und falls im Vergleich relevant) dem Biasstrom des Operationsverstärkers ab. Für den in der Simulation benutzten LT1007 beträgt die maximale Offsetspannung laut Datenblatt [21] $25\mu V$, sodass man den Widerstand bedenkenlos auf $10M\Omega$ erhöhen und die untere Grenzfrequenz auf $15.9Hz$ senken könnte. Betrachtet man das Datenblatt [22] des aufgrund seines $8MHz$ Verstärkungsbandbreitenproduktes in Frage kommenden Rail-to-Rail Operationsverstärkers AD8604, weist dieser eine Offsetspannung von maximal $0.6mV$ auf, wodurch die Widerstandswerte ausreichen um die Ausgangsoffsetspannung auf maximal $600mV$ zu begrenzen. Dadurch geht aber (besonders bei einem $3.3V$ ADC) schon ein erheblicher Teil des Messbereiches verloren, und die Verringerung von R_3 (auf Kosten der unteren Grenzfrequenz) wäre sinnvoll.

Abbildung 9 zeigt die Frequenzgänge der LTSpice-Simulation bezüglich der Eingangsspan-

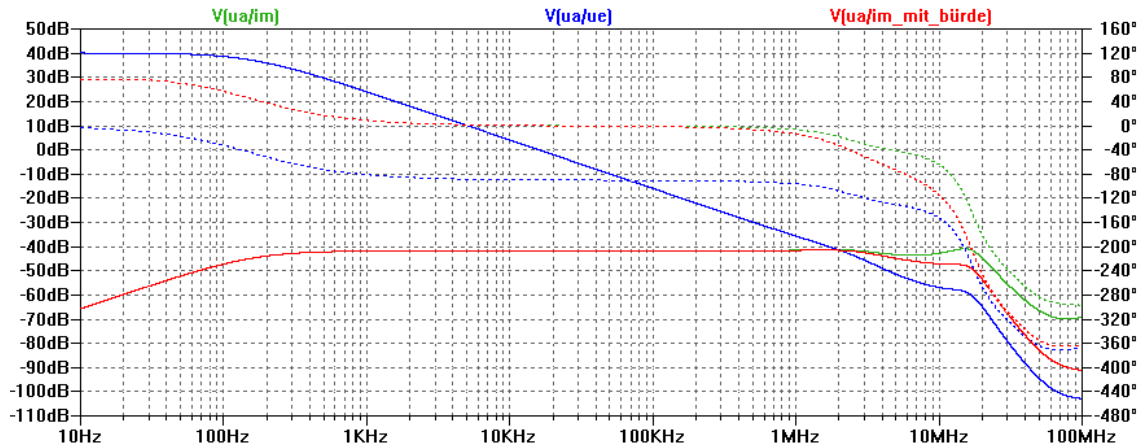


Abbildung 9: LTSpice Frequenzgang des invertierenden Integrators bezüglich U_e (blau) und bezüglich Messstrom mit Rogowskispule $L'_k = 81nH$, $L = 5.2\mu H$ (grün) sowie der selben Spule mit Bürde 260Ω (rot).

nung des dimensionierten Messverstärkers. Die Verstärkung beziehungsweise Transimpedanz der gesamten Schaltung mit Rogowskispule innerhalb der Nutzbandbreite von $160Hz$ bis etwa $5MHz$ definiert sich durch das Produkt aus L'_k (Verstärkung des Differenzierers, den die Rogowskispule darstellt) und $\frac{1}{R_2 C}$ (Verstärkung des Integrierers) zu $8.1m\Omega$. Dies bedeutet bei einer Referenz des ADCs von $2.048V$ beispielsweise einen Messbereich von $-129.38A \dots 129.38A$. Ist dies zu grob, kann man entweder eine weitere Stufe wie in [2] vorsehen, oder, wenn der Operationsverstärker wie in diesem Fall noch deutliche Reserven in der Verstärkungsbandbreite hat die Integrationszeitkonstante durch Reduktion von R_1 und R_2 oder C verringern. Dabei ist allerdings zu beachten dass die Zeitkonstante der unteren Bandbreitengrenze CR_3

beträgt und die Verstärkung der Offsetspannung $\frac{R_2+R_3}{R_2}$, das heißt, durch diese Maßnahme erhöht man proportional zur Transimpedanz entweder die Offsetspannung am Ausgang oder die untere Grenzfrequenz.

Auf jedem Fall ist anhand dieses Dimensionierungsbeispiels zu sehen, dass eine Strommessung von einigen 100Hz bis zu mehreren MHz mit der Rogowskispule einwandfrei möglich ist und die Rogowskispule somit, sofern man mit der fehlenden Gleichstrom-Information umgehen kann, eine nahezu beliebig skalierbare Lösung für die Strommessung in Schaltwandlern darstellt.

4 Grundlegende Betrachtungen der Streckendynamik

Diese Arbeit konzentriert sich auf den inneren Stromregelkreis des Umrichters, und die Dynamik der PLL, Leistungs- und Phasenregelung et cetera wird vernachlässigt. Dies ist damit zu begründen, dass der Stromregelkreis die Schnittstelle zwischen diesen überlagerten Regelstrukturen und der leistungselektronischen Hardware herstellt. Daher liegt die regelungstechnische Herausforderung aufgrund der höheren Schaltfrequenzen moderner Umrichter vor allem im Stromregelkreis, während sich für die überlagerten Strukturen wenig ändert. Wie später gezeigt werden wird, können mit dem betrachteten Regelkonzept aufgrund der schnelleren Regeldynamik auch mit einem Stromregler, der auf eine rotierende Transformation verzichtet, geringe Abweichungen der Phase erreicht werden.

Zunächst soll abgeschätzt werden, wie sich die Anforderungen an den Stromregelkreis eines netzgekoppelten Umrichters verändern wenn der Induktivitätswert der Filterdrossel eines PWM-Konverters im Verhältnis zur Nennleistung des Umrichters verändert wird. Dazu wird der einfachstmögliche Fall betrachtet, nämlich eine Induktivität L die eine gesteuerte und eine ungesteuerte Spannungsquelle verbindet entsprechend Abbildung 10. Letztere repräsentieren

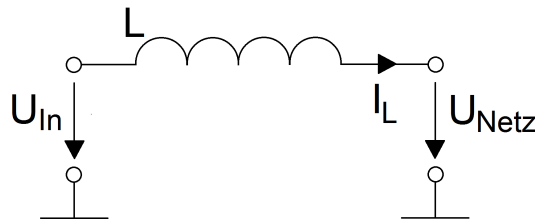


Abbildung 10: Einfachstmögliches Modell der Stromregelstrecke eines netzgekoppelten Umrichters.

die Brücke des Umrichters und das ideale Wechselstromnetz. Geregelt werden soll der Strom I_L in der Induktivität L , der gleichzeitig die einzige Zustands- und Messgröße darstellt. Die Stellgröße ist die Spannung der gesteuerten Spannungsquelle, die zunächst als zeit- und wertkontinuierlich betrachtet werden soll.

Um verschiedene Auslegungen vergleichen zu können, empfiehlt es sich eine Normierung der Form $u(s) = \frac{U(s)}{U_N}$ der Streckenübertragungsfunktion G_s , die in diesem Falle der Admittanz der Induktivität entspricht, vorzunehmen. Die Störungsübertragungsfunktion g_d beschreibt den Einfluss der Netzspannung U_{Netz} auf den Strom I_L .

$$\begin{aligned}
 G_s &= \frac{I_L(s)}{U_{in}(s)} = \frac{1}{L} \frac{1}{s} \\
 g_s &= \frac{i_L(s)}{u_{in}(s)} = \frac{U_N}{I_N} \frac{I_L(s)}{U_{in}(s)} = Z_N G_s \\
 g_d &= \frac{i_L(s)}{u_{Netz}(s)} = -g_s
 \end{aligned} \tag{10}$$

Während für eine Betrachtung des linearen Systems die Normierung wenig sinnvoll erscheint, existieren im realen System Beschränkungen wie die Sättigungsgrenze der Induktivität L . So ist für einen Umrichter mit 100A Nennstrom eine Störung von 10A relativ klein, ein Umrichter mit 5A Nennstrom könnte bereits zerstört werden. Daher ist für den Vergleich der beiden Umrichter eine absolute Regelabweichung in Ampere im Gegensatz zur relativen Abweichung

wenig aussagekräftig. Für I_N kann der Nennspitzenwert des Mittelwertes (über eine Schaltperiode) von I_L angenommen werden, wobei auch der maximale Strommittelwert (bei dem in der Realität gerade noch keine Störung der Funktion wie eine Überstromabschaltung auftritt) eine sinnvolle Bezugsgröße darstellen kann.

Wird der Regelkreis mit einem PI-Regler $R = Z_N r = k_p + \frac{k_I}{s}$ geschlossen, lässt sich die normierte Führungsübertragungsfunktion g_f und die Störungsübertragungsfunktion g_{dc} einfach ausdrücken zu

$$\begin{aligned} g_f &= \frac{r g_s}{1 + r g_s} = \frac{R G_s}{1 + R G_s} = \frac{\frac{k_p}{k_I} s + 1}{\frac{L}{k_I} s^2 + \frac{k_p}{k_I} s + 1} \\ g_{dc} &= \frac{g_d}{1 + r g_s} = \frac{-\frac{Z_N}{L s}}{1 + \frac{k_I + k_p s}{s^2 L}} = -\frac{Z_N}{k_I} \frac{s}{\frac{L}{k_I} s^2 + \frac{k_p}{k_I} s + 1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Während sich bei der Führungsübertragungsfunktion die Bezugsimpedanz Z_N herauskürzt, die normierte Übertragungsfunktion g_f also für Umrichter mit gleicher Filterinduktivität L und gleichem Regler R auch gleich ist, tritt die Bezugsimpedanz als Verstärkungsfaktor der bezogenen Störungsübertragungsfunktion auf. Dies entspricht der Aussage von vorhin, dass die Störung auf die Kenngrößen des Umrichters bezogen werden muss um ihre Größe zu beurteilen.

Angenommen, eine Störung U_d auf dem Eingang U_{Netz} hätte eine Laplacetransformierte $U_d(s) = U_N u_d(s)$, so beträgt die Störung i_{Ld} des bezogenen Stromes i_L

$$i_{Ld} = g_{dc} u_d. \quad (12)$$

Nun wird man im Allgemeinen fordern, dass i_{Ld} für eine gegebene Netzspannungsstörung u_d kleiner als die maximal zulässige Abweichung des Stromes vom Sollstrom $\Delta i_{L,max}$ bleibt, damit die Störung den Betrieb des Umrichters nicht gefährdet, also

$$|i_{Ld}| < \Delta i_{L,max}. \quad (13)$$

Selbstverständlich ist die Begrenzung $\Delta i_{L,max}$ vom Arbeitspunkt abhängig und sollte prinzipiell für den ungünstigsten Fall betrachtet werden. So ist bei einem netzgekoppelten Einspeisumrichter bei $\cos \Phi = 1$ zumeist das Netzspannungs- und Strommaximum bei Nennspitzenstrom der kritischste Arbeitspunkt, weil ein Netzspannungseinbruch hier einen Stromanstieg bewirkt während der maximal erlaubte Fehler, nämlich die Differenz zwischen maximal zulässigem Strom und dem ungestörten Strom i_L , minimal wird.

Die Analyse des Störverhaltens kann anhand einer definierten Störung $u_d(t)$ erfolgen, zum Beispiel ein Sprung oder eine Rechteckfunktion, die einen plötzlichen Netzspannungseinbruch oder -anstieg darstellen kann. Die Forderung lautet dann, dass die Störantwort $i_{Ld}(t)$ die definierte maximale Amplitude aus (13) nicht überschreitet. Eine andere Möglichkeit ist es, harmonische Störungen beziehungsweise Anregungen der Störungsübertragungsfunktion mit definierter Amplitude anzunehmen und zu fordern, dass die Verstärkung der Störübertragungsfunktion klein genug ist damit (13) erfüllt bleibt.

Da Störungen in der Netzspannung zumeist nach unten begrenzte Anstiegszeiten haben, kann angenommen werden dass $u_d(s)$ eine begrenzte Bandbreite hat. Dazu wird für die Störung $u_d(t)$ die Annahme getroffen, dass sie aus einer Störung $\hat{u}_d f_d(t)$ mit bekannter Amplitude \hat{u}_d aber unbekanntem beziehungsweise noch zu definierendem zeitlichem Verlauf $f_d(t)$ mit

$|f_d(t)| \leq 1$ besteht, die durch ein PT_1 -Glied mit der bekannten Zeitkonstante τ_d gefiltert wird. Dann gilt

$$\begin{aligned}
i_{Ld} &= g_{dc} u_d = g_{dc} \frac{\hat{u}_d F_d(s)}{s\tau_d + 1} \\
&= -\frac{Z_N}{k_I} \frac{s}{\frac{L}{k_I} s^2 + \frac{k_p}{k_I} s + 1} \frac{\hat{u}_d}{s\tau_d + 1} F_d(s) \\
&= -\hat{u}_d \frac{Z_N}{k_I} \frac{s}{\left(\frac{L}{k_I} s^2 + \frac{k_p}{k_I} s + 1\right)(s\tau_d + 1)} F_d(s).
\end{aligned} \tag{14}$$

Nun ist der maximale Betrag von i_{Ld} von Interesse. Für die harmonische Störung kann aufgrund der begrenzten Amplitude von $f_d(t)$ als schlechtester Fall von $F_d(s)$ eine harmonische Störung bei der maximalen Verstärkung des bekannten Teils von i_{Ld} aus (14) angenommen werden. Diese Untersuchung kann für gegebene Werte leicht anhand des Bodediagrammes erfolgen, der Amplitudengang dieser Übertragungsfunktion muss dann an seinem Maximum der Bedingung (13) genügen, darf für eine maximale erlaubte Auslenkung von $\frac{I_N}{2}$ also zum Beispiel maximal -6dB erreichen.

Für die Betrachtung im Zeitbereich kann $F_d(s) = \frac{1}{s}$, also der Einheitssprung angenommen und durch Rücktransformation (analytisch oder numerisch beispielsweise in MATLAB) die Sprungantwort berechnet werden.

Für schnelle Störungen beziehungsweise kurze Anstiegszeiten τ_d trägt der I -Anteil des Reglers im gut gedämpften Regelkreis wenig dazu bei, die maximale Amplitude der Störung i_{Ld} zu verringern. Dies ist der Fall, wenn die Anstiegszeit des PT_2 -Gliedes in der 2. und 3. Zeile von (14) deutlich größer ist als die der Störung, und wenn die Dämpfung in der Größenordnung von 1 oder darüber liegt, das heißt

$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{L}{k_I}} &\gg \tau_d \\
\frac{k_p}{2\sqrt{Lk_I}} &\geq 1.
\end{aligned} \tag{15}$$

Dann kann der I -Anteil des Reglers für die Abschätzung der maximalen Störung vernachlässigt werden, und (14) vereinfacht sich mit $k_I = 0$ zu

$$i_{Ld} = -\hat{u}_d Z_N \frac{1}{(Ls + k_p)(s\tau_d + 1)} F_d(s) = -\hat{u}_d \frac{Z_N}{k_p} \frac{1}{\left(\frac{L}{k_p} s + 1\right)(s\tau_d + 1)} F_d(s). \tag{16}$$

Da der bekannte Teil von i_{Ld} kein Überschießen zeigt weil der von s abhängige Bruch kleiner oder gleich 1 ist, entspricht für die sprungförmige Störung unter der Annahme (15) die maximale Regelabweichung der stationären Regelabweichung

$$i_{Ld,stat} = -\hat{u}_d \frac{Z_N}{k_p}. \tag{17}$$

Sind Störungen u_d zu erwarten, die eine so kleine Anstiegszeit haben dass der I -Anteil des Reglers die maximale Störung i_{Ld} nicht begrenzen kann, aber mit ausreichender Zeitdauer, dass der stationäre Endwert des P -Reglers erreicht wird, muss die Verstärkung k_p des PI -Reglers also im Endeffekt mit Z_N skaliert werden. Auffallend ist, dass unter diesen vereinfachenden

Annahmen die Induktivität der Drossel L keine Rolle spielt. Kann ein großer I-Anteil gewählt werden beziehungsweise haben die zu erwartenden Störungen eine hohe Anstiegszeit, so kann der Spitzenwert der Störung dadurch verringert werden, allerdings auf Kosten der Dämpfung des Regelkreises.

In der zeitkontinuierlichen vereinfachten Betrachtung ist es ein Leichtes, die Reglerverstärkungen so zu wählen, dass sich das gewünschte Störverhalten des Regelkreises ergibt und auch die schlimmsten Störungen keinen Überstrom bewirken können. Im digitalen Regelkreis treten aber zusätzliche Effekte auf, die einerseits zu zusätzlichen Regelabweichungen führen und andererseits nur verhältnismäßig geringe Verstärkungen erlauben, ohne zur Instabilität zu führen.

Die aus der zeitkontinuierlichen Betrachtung am besten verständliche Bürde des Abtastregelkreises ist die Zeit, die vom Abtasten einer Störung bis zur Reaktion, also einer Veränderung der Stellgröße, verstreicht. Diese Verzögerung verursacht:

- Unabhängig von der Regelstruktur dynamische Abweichungen bei zeitveränderlichen Störungen, weil die Strecke auf jedem Fall reagiert bevor die der Störung angepasste Stellgrößenänderung erfolgt.
- Im Regelkreis eine zusätzliche Reduzierung der Phasenreserve durch die Totzeit.

Dazu kommen die Effekte der Abtastung und Quantisierung von Mess- und Stellgrößen sowie der Pulsweitenmodulation, nämlich

- Aliasing der Messgrößen, woraus Störungen auf der Stellgröße resultieren können („Fehlreaktion“ des Reglers auf hochfrequente, über der Nyquistfrequenz liegende Störungen) und aufgrund der Totzeiteffekte auch parasitäre Schwingungen bei zunächst unerwarteten Frequenzen.
- Streckennichtlinearitäten vom Tastverhältnis als Eingang zu den abgetasteten Messgrößen als Ausgang, zum Beispiel durch die zeitliche Differenz zwischen PWM-Flanke und Abtastzeitpunkt. Diese bewirkt ein von der Aussteuerung des Modulators abhängiges Verhalten. Ebenfalls relevant sind die Quantisierungsstufen des Modulators, wodurch selbstschwingendes Verhalten kleiner Amplitude um den Arbeitspunkt provoziert werden kann.
- Bandbreitenbegrenzung des Reglers zusätzlich zur bereits genannten Verzögerung durch Abtastung.

Diese Effekte sind unter anderem dafür verantwortlich, dass sich der digitale Regelkreis eines PWM-Konverters nur für Frequenzen die weit unter der Abtastfrequenz liegen wie der kontinuierliche Regelkreis verhält. Die vorhin dargelegten Betrachtungen der Störungsübertragungsfunktion bleiben (unter Vernachlässigung der zusätzlichen dynamischen Abweichungen durch Verzögerung und Abtastung) grundsätzlich korrekt, solange mit den gewünschten Verstärkungen ein stabiler Regelkreis zu realisieren ist. Eine Erhöhung der Abtastrate beziehungsweise Reduktion der Signalverzögerung ist in netzgekoppelten Umrichtern (wie auch anderen leistungselektronischen Systemen) nur im absolut notwendigem Maße sinnvoll, einerseits aufgrund der Tatsache, dass die Frequenz der Schaltflanken des Pulsweitenmodulators die größtmögliche Abtastfrequenz der Stellgröße darstellt, andererseits aufgrund des Kostenfaktors beim Einsatz leistungsfähigerer Steuerlogik.

In der Regel wird bei Schaltfrequenzen von mehreren 100kHz (insbesondere in einem Massenprodukt) eher der Wunsch bestehen, mehrere Schaltzyklen auf einen Abtastschritt des Reglers folgen zu lassen. Die zeitdiskreten Führungs- und Störungsübertragungsfunktionen des offenen Kreises nach Diskretisierung mit dem Abtast-Halteglied nullter Ordnung von (10) lauten

$$G_{s,d} = -G_{d,d} = \frac{T_a}{L} \frac{1}{z-1}. \quad (18)$$

Dies bestätigt die intuitive Annahme, dass sich an der zeitdiskreten Streckendynamik selbst nichts ändert, wenn das Verhältnis aus Abtastzeit T_a und Induktivität L gleich gehalten wird. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn ein neuer Konverter (im Vergleich zu einem älteren Modell) für höhere Schaltfrequenz, aber dem selben Rippel des Stroms in der Filterdrossel ausgelegt wird und die Abtastrate proportional zur Schaltfrequenz skaliert wird. Ein höheres Verhältnis $\frac{T_a}{L}$ dagegen führt zu einer höheren Verstärkung von Strecken- und Störungsübertragungsfunktion und damit zu einem „steiferen“ System. Dieser Fall tritt ein, wenn die Abtastrate im Verhältnis zur Schaltfrequenz reduziert oder der Konverter für eine höhere Welligkeit des Stromes in der Drossel ausgelegt wird. Will man die Phasenreserve im Regelkreis konstant halten, darf auch die Verstärkung des offenen Regelkreises nicht verändert werden, und die Verstärkungen des PI-Reglers müssen indirekt proportional skaliert werden, wenn das Verhältnis $\frac{T_a}{L}$ verändert wird. Nun treten aber die Kehrwerte von k_p und k_I in den Störungsübertragungsfunktionen des geschlossenen Kreises mit PI-Regler (14) und mit P-Regler (16) als Verstärkung auf. Damit verursacht (zumindest in diesem einfachen Beispiel) die Veränderung des Verhältnisses $\frac{T_a}{L}$ auch eine dazu proportionale Veränderung der Störantwort des Systems. Möglichkeiten, die Störantwort zu verbessern, beinhalten (abgesehen von einer Erhöhung der Abtastrate oder Verringerung der Signalverarbeitungstotzeit):

- Vorsteuerung mit der gemessenen Störung der Netz- beziehungsweise Lastspannung, um diese zumindest teilweise zu kompensieren ohne erst eine Abweichung der Sollgröße abwarten zu müssen. Die Reglerverstärkung kann dann viel kleiner sein, da nur mehr der Fehler der Vorsteuerung geregelt werden muss. Wenn die Messgrößen für die Vorsteuerung dynamisch von der Stellgröße abhängig sind, stellt die Vorsteuerung selbst eine Rückkopplung dar, die unter ungünstigen Bedingungen zu einem instabilen System führen kann.
- Prädiktion zur Kompensation der Totzeit. Im Idealfall kann der Regler dann mit der selben Verstärkung wie für ein System ohne Verzögerung entworfen werden, nur mehr die Reaktion auf die Störung erfolgt verzögert. Prädiktion ist auf ein gutes Modell der Strecke angewiesen, und Stabilität bei Modellabweichungen sicher zu stellen ist schwierig. Daher erreicht man üblicherweise bei weitem nicht die im Idealfall mögliche Reglerperformance. Ebenso sind zusätzliche Rechenleistung und zumeist zusätzliche Messgrößen erforderlich.
- Allgemeine Zustandsrückführungen in statischer und dynamischer Form, die das Systemverhalten so formen dass zusätzliche Dämpfung oder Störungsunterdrückung erreicht wird. Prädiktor und Vorsteuerung aus dynamisch stellgrößenabhängigen Messgrößen stellen genau genommen Spezialfälle einer Zustandsrückführung dar.
- Vorsteuerung mit geschätzten Störungen, zu denen im weiteren Sinne PI-Regler mit dq-Transformation und resonante Regler gehören. Diese kommen zum Einsatz, um periodische Störungen zu kompensieren wie im Fall des netzgekoppelten Umrichters die

Netzspannung. Ein PI-Regler kann für periodische Störungen nur den Mittelwert der Regelabweichung ausregeln und weist daher eine bleibende dynamische Regelabweichung auf. Für schnellere Stromregler wird die Abweichung kleiner und damit auch die Notwendigkeit der Kompensation der periodischen Störung bei Netzfrequenz, weshalb in dieser Arbeit die Kompensation dieser Störung nicht betrachtet wird.

Der in dieser Arbeit untersuchte Ansatz beinhaltet eine Vorsteuerung durch die gemessene Spannung an der Drossel, die sich bei einem LCL-Filter als Rückführung der Kondensatorspannung darstellen lässt. Für bessere Regelperformance wird unter der Einbeziehung zusätzlicher Messgrößen die Regelung durch einen an den Smith-Prädiktor angelehnten linearen Prädiktor erweitert. Schließlich wird, basierend auf der Erkenntnis, dass die breitbandige Messung des Stromes in der Drossel sich erheblich vereinfacht, wenn für die hochfrequenten Komponenten ein Sensor mit Hochpasscharakteristik wie die Rogowskispule zum Einsatz kommen darf, ein Filter entworfen um Stromessmethoden mit Hochpass- und Tiefpasscharakteristik am LCL-Filter zu vereinen und somit das Konzept der geteilten Strommessung zu überprüfen.

5 Ein Konzept für die Stromregelung eines netzgekoppelten Spannungszwischenkreisumrichters

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf digitalen Stromregelschleifen bei Pulsweitenmodulation mit fester Schaltfrequenz, die nach klassischer Sicht eine Form der Voltage Mode Control darstellen. Die Erörterung des dynamischen Verhaltens ist für diese Systeme vergleichsweise einfach, da ihr Verhalten gut mit linearen (Kleinsignal-)Modellen zu beschreiben ist.

Das im Zuge dieser Arbeit meistbetrachtete Ausgangsfiltermodell ist das eines LCL-Filters, welches die einfachste Variante einer resonanten Strecke mit Last darstellt und wie im folgenden Abschnitt genauer erklärt auch aus praktischer Hinsicht zu rechtfertigen ist.

5.1 Das LCL-Filter als „typische“ Strecke des Stromregelkreises

Die Symmetrie des einphasigen Ausgangsfilters der hier betrachteten Topologie entsprechend Abbildung 1 mit einer Taktfilterstufe und einer Gleichtaktdrossel, die in Abbildung 11 nochmals unter Berücksichtigung des Trafoersatzschaltbildes gezeichnet ist, ermöglicht eine einfache Auftrennung des Filters in Gleich- und Gegentaktimpedanz durch gedankliches „Zerschneiden“ des Filters in der Mitte entsprechend Abbildung 12. Die Spannungen ergeben sich

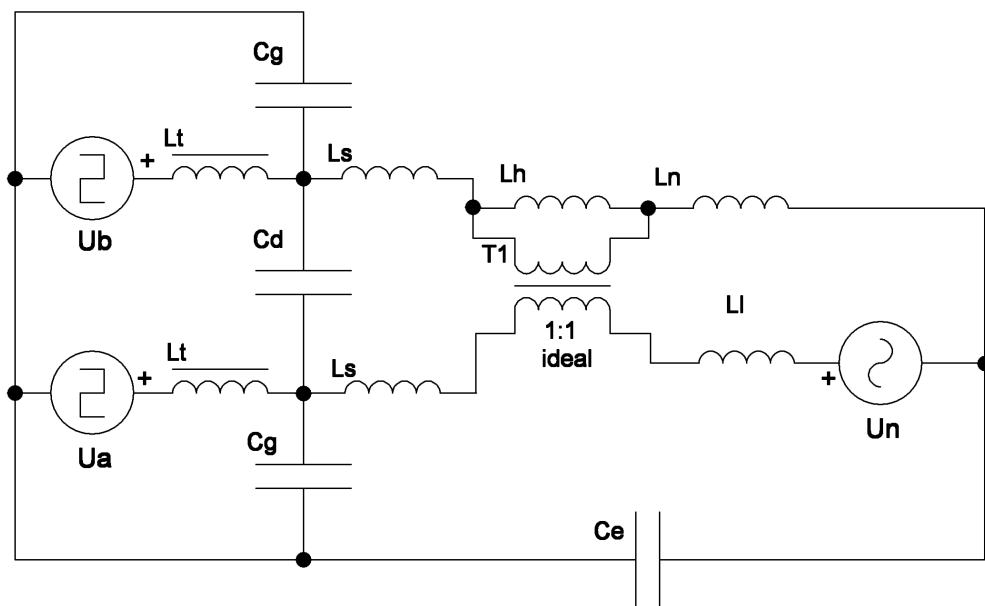


Abbildung 11: Prinzipschaltbild des einphasigen netzgekoppelten Umrichters.

in bekannter Weise aus Differenz- und Summenbildung der beiden Brücken-zweigspannungen U_a und U_b . Für die Netzwechselspannung entspricht diese Zerlegung einer Betrachtung als zweiphasiges „Drehsystem“, wobei sich aufgrund der fehlenden 2. Phasenspannung die Netzspannung zu gleichen Teilen auf das Mit- und das Nullsystem aufteilt. Das Nullsystem, in diesem Fall die halbe Netzwechselspannung, entspricht auch der 50Hz Komponente der Spannung die bei einem einphasigen H-Brücken-Photovoltaikwechselrichter ohne galvanische Trennung

an den Photovoltaikmodulen gegen das Erdpotential auftritt.

Nutzscheinleistung, also erwünschte Wirk- und Blindleistung, wird bekanntlich nur über das

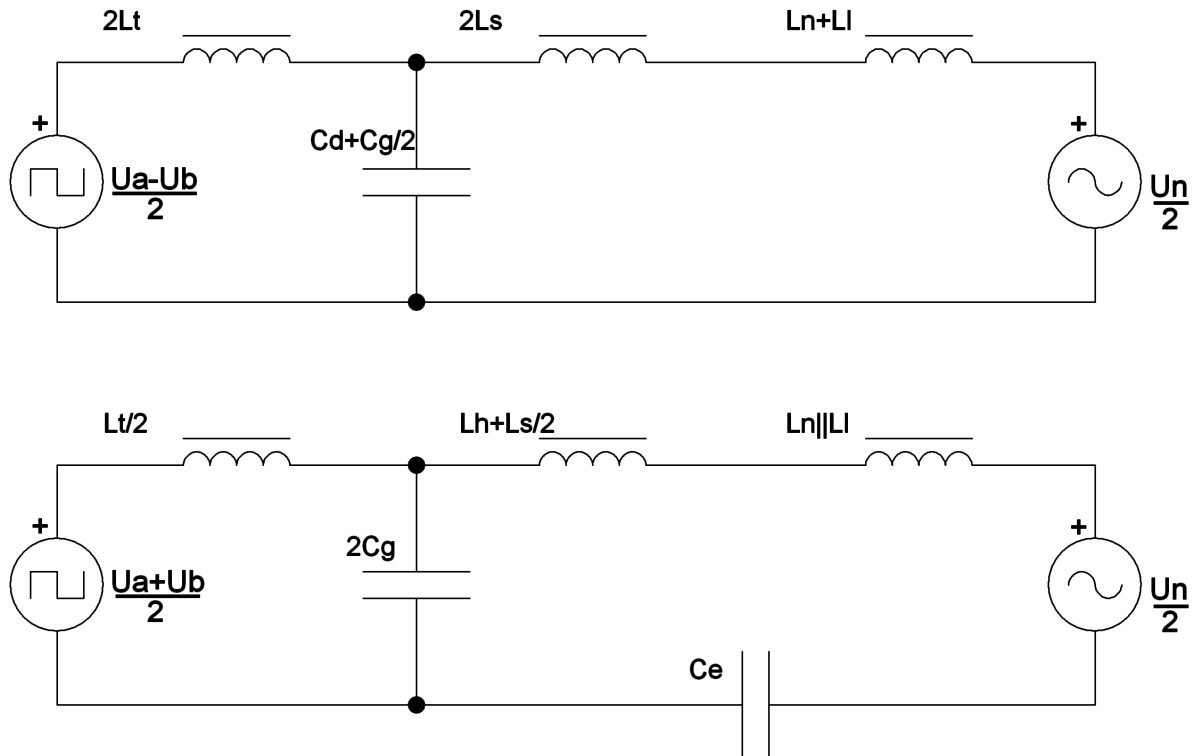


Abbildung 12: Gegentaktssystem(oben) und Gleichtaktssystem(unten) des einphasigen Umrichters.

Gegentaktssystem in das Netz übertragen, während das Gleichtaktssystem für die unerwünschten Effekte wie den über die Kapazität der Solarmodule fließenden Blindstrom verantwortlich ist. Die Koppelkapazität ist als Kondensator C_e im Gleichtaktersatzschaltbild zu sehen. Maßnahmen zur Reduktion des Gleichtaktstromes beinhalten einerseits die Gleichtaktdrossel und -kondensatoren selbst, die eine sehr große Serienimpedanz beziehungsweise Paralleladmittanz für die hochfrequenten Komponenten des Gleichtaktstromes darstellen. Andererseits lässt sich durch entsprechende Modulationsarten und Topologien bereits die Gleichtaktkomponente der Brückenspannungen reduzieren, wie die bereits erwähnte bipolare Modulation der H-Brücke, bei der durch die Bedingung $U_a = -U_b$ der hochfrequente Anteil der Gleichtaktspannung im Idealfall zu 0 wird und an C_e nur das 50Hz Nullsystem auftritt. Bei perfekter Symmetrie des Ausgangsfilters verschwinden die Koppelkapazität gegen Erde und die Hauptinduktivität der Gleichtaktdrossel aus der Gegentaktimpedanz des Filters. Die Strecke des Stromreglers ist in diesem Fall als einphasiges Ersatzschaltbild darstellbar, wobei sich in dem einfachen Beispiel aus Abbildung 12 ein LCL-Filter ergibt. Dieses soll als Modell für die folgenden Betrachtungen der Dynamik dienen.

Selbstverständlich lässt sich auch das Ausgangsfilter eines dreiphasigen Umrichters mit äquivalenten Ergebnissen in Null- und Mitimpedanz aufteilen, um einphasige Ersatzschaltbilder

zu erhalten. Da dies aber wenig zum grundsätzlichen Verständnis der Dynamik des Filters beiträgt, wird in diesem Kapitel das einphasige Filter betrachtet. Wesentlich ist die Aussage, dass der Netzstromregler (auch für transiente Vorgänge) prinzipiell nur das Gegentakt- beziehungsweise Mitsystem behandeln soll. Bei der bipolaren Modulation ist die Gleichtaktspannung fest auf 0 gesteuert, und die Stellgröße des Reglers hat nur auf die Gegentaktspannung Einfluss. Gleiches gilt für dreiphasige Stromregler die mithilfe der d/q-Transformation im rotierenden zweidimensionalen Koordinatensystem arbeiten, wodurch das Nullsystem aus den Mess- und Stellgrößen eliminiert wird. Dies bedeutet natürlich auch, dass ein transienter Vorgang im Nullsystem, wie er zum Beispiel durch eine unsymmetrische Störung auf der Netzspannung (also im einphasigen Fall von jeder Störung) ausgelöst werden kann, vom Netzstromregler nicht behandelt wird.

Zu guter Letzt könnte man noch die Frage stellen, warum das Resonanzverhalten von Ausgangsfilter und Netzimpedanz bei steigenden Schaltfrequenzen an Bedeutung gewinnen soll, die Modellierung des Ausgangsfilters als alleinige Induktivität zwischen Brücke und Netzspannung aus dem letzten Kapitel also nicht ausreicht. Dies ist zum einen damit zu begründen, dass die Induktivität der Taktfilterdrossel wie bei der beispielhaften Auslegung gezeigt im Bereich von $10\text{-}20\mu\text{H}$ liegen kann. Die Streuinduktivitäten üblicher Gleichakttdrosseln liegen bereits im Bereich $5\mu\text{H}$ aufwärts, sodass die netzseitige Induktivität bereits ohne Netzimpedanz in der Größenordnung der Induktivität der Taktfilterdrossel liegt und auch ohne zusätzliche Gegentaktinduktivitäten auf jeden Fall ein LCL-Filter vorliegt. Andererseits kann, wie noch gezeigt wird, eine LCL-Struktur des Filters neben der größeren Abschwächung der hochfrequenten Gegentaktstörungen die Stromregelung erleichtern. Die Bedeutung der unbekanntenen Netzimpedanz wird im Abschnitt 5.3 ausführlich besprochen.

5.2 Modellierung des LCL Ausgangsfilters

Für die weiteren Betrachtungen wird zunächst die kontinuierliche Zustandsraumdarstellung des gedämpften LCL-Filters aus Abbildung 13 benötigt. Weil man sich bemüht, die Verluste in

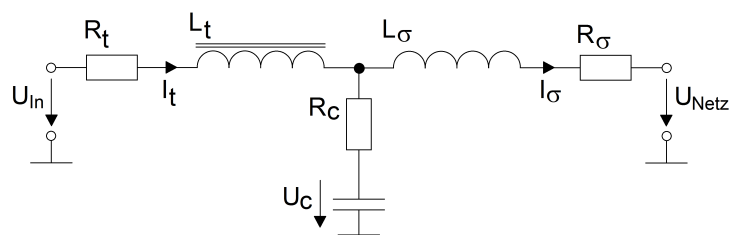


Abbildung 13: LCL-Filter als Modell des Ausgangsfilters mit Zustands- und Eingangsgrößen.

der Taktfilterdrossel zu minimieren, ist die Güte des Taktfilters im Allgemeinen sehr hoch und die in das System eingebrachte Dämpfung durch Eisenverluste für den Reglerentwurf weitgehend vernachlässigbar. Daher werden nur die Serienverlustwiderstände der Induktivitäten und der Kapazität berücksichtigt. Die netzseitige Induktivität L_σ ist als Luftspule eingezeichnet, da dies im Normalfall der physikalischen Realität entspricht (Streuinduktivitäten der Gleichaktfilter, Induktivitäten der Zuleitungen). Die Systemdifferentialgleichungen sind für den Fall von Serienwiderständen besonders einfach und ergeben sich in der Darstellung als lineares

Differentialgleichungssystem 1. Ordnung in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}_c u_c + \mathbf{b}_d u_d$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_c+R_t}{L_t} & -\frac{1}{L_t} & \frac{R_c}{L_t} \\ \frac{1}{C_t} & 0 & -\frac{1}{C_t} \\ \frac{R_c}{L_\sigma} & \frac{1}{L_\sigma} & -\frac{R_c+R_\sigma}{L_\sigma} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} I_t \\ U_c \\ I_\sigma \end{bmatrix}, \mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, u_c = U_{in}, \mathbf{b}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_\sigma} \end{bmatrix}, u_d = U_{Netz}. \quad (19)$$

Aus Sicht der Regelung stellt U_{in} , die in diesem Fall der Ausgangsspannung beziehungsweise Gegentaktspannung der Brücke entspricht, die Stellgröße dar. U_{Netz} , die Netzspannung oder wiederum Gegentaktspannung des Netzes ist nicht beeinflussbar und damit eine Störgröße. Der gemessene Systemausgang y_m bzw \mathbf{y}_m , skalar für eine Messgröße und vektorwertig für mehrere, ist von der Wahl der Messgrößen abhängig, wobei zu beachten ist dass schon bei diesem einfachen Modell die Zustandsgröße U_c aufgrund von R_c (der ESR des Kondensators) nicht direkt messbar ist. Stattdessen lautet der Systemausgang für eine (ideale) Spannungsmessung am Filterkondensator

$$y = U_{cm} = U_c + R_c(I_t - I_\sigma) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \mathbf{c}^T = [R_c \quad 1 \quad -R_c]. \quad (20)$$

Eine wesentliche Bedeutung im Rahmen der Stabilitätsuntersuchung kommt auch dem Strom $I_{Netz} = -I_\sigma$, der aus dem Netz in das Filter fließt, zu.

5.3 Einfluss der Netzinduktivität auf den Regelkreis

Das zeitkontinuierliche Modell des LCL-Filters soll nun benutzt werden, um zu untersuchen wie sich eine Vergrößerung der Induktivität L_σ auf die Übertragungsfunktion

$$G_t = \frac{U_{in}}{I_t} \quad (21)$$

auswirkt, welche sich klassischerweise dem Stromregler als Strecke präsentiert. Die Übertragungsfunktion ist analytisch bekanntermaßen entweder als komplexe Admittanz direkt aus dem Schaltbild oder mittels der Formel

$$G_t = \mathbf{c}_c^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b}_c, \mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} 1/L_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{c}_c^T = [1 \quad 0 \quad 0], \quad (22)$$

die sich aus der Laplacetransformierten des Differentialgleichungssystems ergibt, zu berechnen. Dabei erhält man

$$G_t = (R_\sigma + R_t) \frac{CL_\sigma s^2 + C(R_c + R_t)s + 1}{\frac{CL_\sigma L_t}{R_\sigma + R_t} s^3 + \frac{C(L_\sigma(R_t + R_c) + L_t(R_c + R_\sigma))}{R_\sigma + R_t} s^2 + \frac{C(R_c R_\sigma + R_c R_t + R_\sigma R_t) + L_\sigma + L_t}{R_\sigma + R_t} s + 1}. \quad (23)$$

Die Übertragungsfunktion wurde in Matlab für steigende Werte von L_σ ausgewertet und der Frequenzgang in dem Bodediagramm in Abbildung 14 geplottet. Nun können mithilfe der Bodediagramme die Pole und Nullstellen des Filters für praxiserhaltende Größenverhältnisse der Parameter untersucht werden.

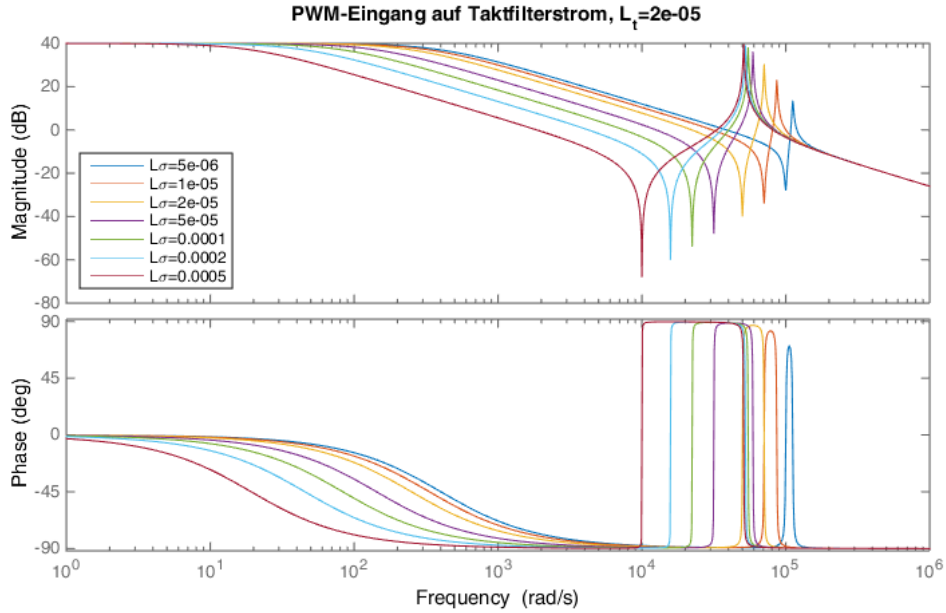


Abbildung 14: Frequenzgang der Stromregelstrecke G_t ; $L_t = 20\mu H$, $C = 10\mu F$, $R_c = R_t = 5m\Omega$, $R_\sigma = 10m\Omega$, $T_a = 10\mu s$.

Aufgrund der geringen Dämpfung entspricht die Resonanzfrequenz ω_{res} annähernd der des ungedämpften LCL Netzwerkes mit der Übertragungsfunktion

$$G'_t = V_I \frac{\frac{s^2}{\omega_{zero}^2} + 1}{s(\frac{s^2}{\omega_{res}^2} + 1)}, V_I = \frac{1}{L_\sigma + L_t} \quad (24)$$

mit der Verstärkung V_I des durch die idealen Induktivitäten gebildeten Integrators. Die Kreisfrequenz der Nullstelle ω_{zero} kann aus G_t berechnet werden und stellt die Resonanzfrequenz des Parallelschwingkreises aus L_σ und C dar.

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{C(L_t || L_\sigma)}}, \omega_{zero} = \frac{1}{\sqrt{CL_\sigma}} \quad (25)$$

Für ausreichend hohe Güte des Filters kommt die Grenzfrequenz

$$\omega_g = \frac{R_\sigma + R_t}{L_\sigma + L_t} \quad (26)$$

ausreichend weit von den konjugiert komplexen Pol- und Nullstellen zu liegen, dass das gedämpfte LCL-Filter sich für kleine Frequenzen wie ein RL-Tiefpass mit

$$G = V_I \frac{1}{s + \omega_g} = V \frac{1}{\frac{s}{\omega_g} + 1}, V = \frac{1}{R_t + R_\sigma} \quad (27)$$

verhält. Für eine ohmsch-induktive Last, also einen großen Wert von R_σ würde die Nullstelle gedämpft bis sie im Extremfall verschwindet, während die Verstärkung der Strecke für kleine

Frequenzen fällt und sich die konjugiert komplexen Pole der bekannten Resonanzfrequenz

$$\omega_t = \frac{1}{\sqrt{CL_t}} \quad (28)$$

des Taktfilters nähern. Die im hohen Maß veränderliche, kaum gedämpfte resonante Strecke ist ein spezielles Problem der Stromregelung in netzgekoppelten Umrichtern. Allerdings verschiebt sich die Resonanzfrequenz ω_{res} offensichtlich für kleine Verhältnisse von L_σ zu L_t am meisten, denn $\omega_{res}(L_\sigma)$ ist monoton steigend und

$$\lim_{L_\sigma \rightarrow 0} \omega_{res} = \infty \quad (29)$$

$$\lim_{L_\sigma \rightarrow \infty} \omega_{res} = \omega_t \quad (30)$$

(für $L_\sigma = 0$ wäre der Kondensator C kurzgeschlossen). Kann man dagegen – beispielsweise durch netzseitigen Einbau von Drosseln mit dem Wert \tilde{L}_σ oder eine bekannte Mindestnetzimpedanz in entsprechender Größe – dafür sorgen, dass

$$L'_\sigma = L_\sigma + \tilde{L}_\sigma, \tilde{L}_\sigma \neq 0 \quad (31)$$

so gilt

$$\lim_{L_\sigma \rightarrow 0} \omega'_{res} = \omega'_t = \frac{1}{\sqrt{C(L_t || \tilde{L}_\sigma)}} \quad (32)$$

und die Resonanzfrequenz des LCL-Filters kommt auf jeden Fall zwischen ω_t und ω'_t zu liegen. Der Entwurf eines robusten linearen Reglers kann somit durch gezieltes Beeinflussen der Resonanzen erleichtert oder überhaupt erst ermöglicht werden.

Ein weiterer Vorteil der LCL-Filterstruktur ist aber auch die größere Abschwächung der schaltfrequenten Anteile der Spannung U_{In} und ihrer Oberschwingungen gegenüber dem Netzstrom I_σ , sowie von transienten Störungen der Netzspannung U_{Netz} gegenüber dem Taktfilterstrom I_t . Dies lässt sich anhand der Störungsübertragungsfunktion G_n vom Eingang U_{Netz} auf den Taktfilterdrosselstrom I_t beziehungsweise der (für vernachlässigbare Dämpfung bis auf das Vorzeichen identischen) Übertragungsfunktion G_d von U_{In} auf I_σ zeigen. Diese Übertragungsfunktionen besitzen keine Nullstellen, aber die selben (den Eigenwerten der Dynamikmatrix **A** entsprechenden) Pole wie G_t . Die Amplitude fällt daher oberhalb der Resonanzfrequenz ω_{res} mit 60dB/Dekade.

Üblicherweise besitzt die Strecke deutlich mehr Energiespeicher als die drei des LCL-Filters, da einerseits aufgrund von EMV-Anforderungen zusätzliche Filterstufen erforderlich sind, andererseits das Netz selbst (nicht zuletzt aufgrund benachbarter Inverter und Geräte mit PFC-Eingangsstufen) erhebliches Resonanzverhalten zeigen kann. Allerdings erscheinen die Resonanzpeaks dieses aus Sicht der Stromregelung parasitären RCL-Netzwerkes, sofern ihre Resonanzfrequenz weit genug über ω_{res} liegt womit die Pole von G_d dominant bleiben, in der dadurch veränderten Strecke G'_t wiederum stark abgeschwächt. Somit ist mit der gezielten Auslegung des LCL-Filters nicht nur die Robustheit gegen Störungen der Netzspannung, sondern auch gegen hochfrequente Resonanzen des Netzes zu verbessern.

Zeigt die Netzimpedanz Resonanzverhalten im Bereich von ω_{res} oder darunter, erscheint dieses „ungehindert“ in der Strecke G'_t des Stromreglers. Dieser Fall ist bei hohen Schaltfrequenzen und demzufolge auch einer Auslegung des Ausgangsfilters für vergleichsweise hohe Werte von ω_{res} zu erwarten. Ebenso besteht weiterhin das Problem der konjugiert komplexen Nullstelle

ω_{zero} sowie der Verstärkung V_I , die sich für Netze mit hoher Induktivität beliebig weit nach unten verschieben können. Diesen Effekten kann, nachdem die Strecke durch Auslegung der passiven Komponenten für hohe Frequenzen sozusagen geformt wurde, durch aktive Maßnahmen, also einer entsprechenden Struktur und Auslegung des Stromreglers begegnet werden. Eine einfache Möglichkeit bieten lineare Zustandsrückführungen, denen das nächste Kapitel gewidmet ist.

5.4 Zeitkontinuierliche Zustandsrückführungen für das LCL-Filter

Eine proportionale Zustandsrückführung $u = \mathbf{k}^T \mathbf{x} + \bar{u}$ kann bekanntermaßen zum gezielten beeinflussen der Systemdynamik eines linearen Systems dienen, denn wird die Rückführung für den Stellgrößeneingang u_c in die Systemdifferentialgleichungen eingesetzt erhält man

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}_c u_c + \mathbf{b}_d u_d = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}_c \mathbf{k}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}_c \bar{u} + \mathbf{b}_d u_d = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \mathbf{b}_c \bar{u} + \mathbf{b}_d u_d \quad (33)$$

mit der neuen Systemdynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{b}_c \mathbf{k}^T$ [11]. Während sich (unter der Voraussetzung messbarer Zustände und vollständiger Erreichbarkeit) im Prinzip eine beliebige Dynamik des linearen Systems vorgeben lässt, liegt das Problem im Fall des Ausgangsfilters wiederum in der nicht exakt bekannten Strecke. Allerdings ist es zumeist auch nicht notwendig, ein exaktes vorgegebenes Verhalten zu erreichen, denn es ist beispielsweise nicht notwendig die Resonanzfrequenzen des Filters gezielt zu verändern. Stattdessen reicht es aus, sicherzustellen dass die entstehenden Resonanzen durch den Regler gedämpft oder zumindest nicht angeregt werden. Diese Erkenntnis rechtfertigt die im folgenden vorgestellten Konzepte von Zustandsrückführungen und -reglern, deren Zweck es ist Stabilität der Regelschleife trotz des unbekanntem Teilsystems zu erzielen und zu beweisen.

5.4.1 Die Kondensatorspannungsvorsteuerung oder -rückführung

Es ist bei netzgekoppelten Umrichtern, die mit digitaler PWM arbeiten, ein bekanntes Konzept das PWM-Tastverhältnis D mit dem Wert der Netzspannung vorzusteuern in der Form

$$D = \frac{U_{Netz} + \bar{u}}{U_{Zk}} \quad (34)$$

mit der Zwischenkreisspannung U_{Zk} , die dem Verstärkungsfaktor des Pulsweitenmodulators auf die Durchschnittsspannung während einer Schaltperiode entspricht. Der Stromregler wirkt auf den Eingang \bar{u} und muss Störungen der Netzspannung nicht mehr ausregeln, sondern nur mehr den vorgegebenen Strom führen und Parameterfehler ausgleichen, wofür eine deutlich geringere Verstärkung und Bandbreite erforderlich ist.

Wird nun die Vorsteuerspannung am Kondensator des LCL-Filters abgegriffen (wird L_σ von der Netzimpedanz gebildet, hat man letzten Endes keine andere Wahl), so wird unter der Annahme $R_c = 0$, also bei vernachlässigtem ESR des Kondensators aus der Vorsteuerung eine proportionale Rückführung der Zustandsgröße U_c in der Form

$$u = U_c + \bar{u} = \mathbf{k}^T \mathbf{x} + \bar{u}, \mathbf{k}^T = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (35)$$

und die neue Systemdynamikmatrix (mit weiterhin vernachlässigtem ESR R_c) lautet

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & -\frac{1}{L_t} & 0 \\ \frac{1}{C_t} & 0 & -\frac{1}{C_t} \\ 0 & \frac{1}{L_\sigma} & -\frac{R_\sigma}{L_\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \quad 1 \quad 0] = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_t} & 0 & -\frac{1}{C_t} \\ 0 & \frac{1}{L_\sigma} & -\frac{R_\sigma}{L_\sigma} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Die Differentialgleichung für den Drosselstrom I_t ist nun von den anderen Zustandsgrößen und damit aufgrund der Struktur des Systems auch vom Störeingang U_{Netz} unabhängig und lautet

$$\dot{I}_t = -\frac{R_t}{L_t}I_t + \frac{1}{L_t}\bar{u}. \quad (37)$$

Die konjugiert komplexen Pole und Nullstellen sind damit aus der Strecke des Stromreglers verschwunden, ebenso die Abhängigkeit des einfachen Pols von L_σ und R_σ . Übrig bleibt ein PT_1 -Glied

$$\bar{G}_t = V_t \frac{1}{s + \bar{\omega}_g}, \bar{\omega}_g = \frac{R_t}{L_t}, V_t = \frac{1}{R_t}, \quad (38)$$

dessen Grenzfrequenz $\bar{\omega}_g$ in der Praxis aufgrund der geforderten Güte des Taktfilters mehrere Dekaden unter der Schaltfrequenz liegen wird.

Die Störungsübertragungsfunktion von der Netzspannung auf den Ausgangsstrom \bar{G}_n wird ebenfalls von den Werten von L_t und R_t unabhängig und entspricht der Admittanz des gedämpften Serienschwingkreises (PT_2D Glied)

$$\bar{G}_n = V_n \frac{s}{\frac{s^2}{\bar{\omega}_n^2} + \frac{s}{\bar{\omega}_n}\zeta + 1}, V_n = -C, \bar{\omega}_n = \frac{1}{\sqrt{CL_\sigma}}, \zeta = \sqrt{\frac{C}{L_\sigma}}R_\sigma. \quad (39)$$

Daraus ist ersichtlich, dass der Dämpfungsfaktor ζ nur von den passiven Komponenten abhängig ist und die U_c -Rückführung die Resonanz der Netzimpedanz nicht dämpft. Dies zeigt sich auch in der Übertragungsfunktion \bar{G}_d vom neuen Stelleingang \bar{u} auf dem Ausgangsstrom I_σ die ebenso die konjugiert komplexen Pole bei $\bar{\omega}_n$ zeigt.

$$\bar{G}_d = V_t \frac{1}{(s + \bar{\omega}_g)\left(\frac{s^2}{\bar{\omega}_n^2} + \frac{s}{\bar{\omega}_n}\zeta + 1\right)} \quad (40)$$

Damit wird der Ausgangsstrom mit dieser Rückführung und einem auf der Basis von \bar{G}_t entworfenen Regler immer einen Phasen- und Amplitudenfehler aufweisen, auch für einen Regler mit hypothetisch unendlicher Bandbreite und Verstärkung der den Taktfilterdrosselstrom I_t einprägt. Da $\bar{\omega}_n$ üblicherweise sehr viel größer ist als die Netzfrequenz, lässt der Fehler sich zumeist durch den kapazitiven Strom der Netzspannung an C nähern. Der Fehler kann eine zusätzliche überlagerte Phasenregelschleife mit Strommessung direkt am Netzanschluss erforderlich machen.

Dass die Kondensatorspannungsrückführung den Einfluss der Netzspannung auf I_t auslöscht, lässt sich einfach anhand der Übertragungsfunktion von U_{Netz} auf I_t beweisen, die zu 0 wird. Praktisch gesprochen wirkt die Rückführung auf die Störungsübertragungsfunktionen also so, als würde man die Spannungsquelle U_{in} abtrennen. Das Entkoppeln des LC-Taktfilters von der übrigen Strecke funktioniert daher auch dann, wenn hinter dem LCL-Filter ein beliebiges von der Netzimpedanz gebildetes RCL-Netzwerk liegt.

Es sei an diesem Punkt erwähnt, dass für das LCL-Filter auch mit unbekannter passiver Netzimpedanz am Ausgang mit einem PI- oder PID-Regler alleine Stabilität und beliebige Störungsunterdrückung von I_t zu gewährleisten sind. Der Wert der Vorsteuerung ist erst bei beschränkter Reglerbandbreite zu erkennen, deren Rolle in Kapitel 5.5 erörtert wird.

5.4.2 Die Kondensatorstromrückführung

Eine weitere einfache und auch aus einem praktischen Standpunkt verständliche Art der Zustandsrückführung für das LCL-Filter ist die proportionale Rückführung des Kondensatorstromes, also eine Zustandsrückführung der Form

$$u = \mathbf{k}^T \mathbf{x} + \bar{u}, \mathbf{k}^T = [-p \quad 0 \quad p], p > 0. \quad (41)$$

Die Funktion dieser Rückführung ist bereits bei Betrachten der Systemdynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}}$, die man bei Einsetzen des Zustandsregelgesetzes in die Systemdifferentialgleichungen für vernachlässigte Dämpfung ($R_\sigma, R_t, R_c = 0$) erhält, zu erahnen.

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -\frac{p}{L_t} & -\frac{1}{L_t} & \frac{p}{L_t} \\ \frac{1}{C_t} & 0 & -\frac{1}{C_t} \\ 0 & \frac{1}{L_\sigma} & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Die Übertragungsfunktionen G'_t und G'_{Out} lauten in diesem Fall

$$G'_t = V_I \frac{\frac{s^2}{\omega_{zero}^2} + 1}{s(\frac{s^2}{\omega_{res}^2} + \zeta' \frac{s}{\omega_{res}} + 1)}, \zeta' = p \sqrt{\frac{CL_\sigma}{L_t(L_\sigma + L_t)}} \quad (43)$$

und

$$G'_{Out} = -V_I \frac{\frac{s^2}{\omega_t^2} + \zeta'_t \frac{s}{\omega_t} + 1}{s(\frac{s^2}{\omega_{res}^2} + \zeta' \frac{s}{\omega_{res}} + 1)}, \zeta'_t = p \sqrt{\frac{C}{L_t}}, \quad (44)$$

woraus ersichtlich wird, dass der Faktor p die Rolle eines dämpfenden reellen Widerstands übernimmt und daher benutzt werden kann um die Pole der Übertragungsfunktionen zu dämpfen. Als Nebeneffekt wird die Nullstelle von G'_{Out} gedämpft, die als negative Impedanz des Umrichters vom Netzanschluss aus gesehen werden kann.

Die Übertragungsfunktionen G'_d und G'_n lauten

$$G'_d = -V_I \frac{1}{s(\frac{s^2}{\omega_{res}^2} + \zeta' \frac{s}{\omega_{res}} + 1)} \quad (45)$$

$$G'_n = -V_I \frac{\frac{s}{\omega'_g} + 1}{s(\frac{s^2}{\omega_{res}^2} + \zeta' \frac{s}{\omega_{res}} + 1)}, \omega'_g = \frac{1}{pC}, \quad (46)$$

woraus ersichtlich ist, dass die Kondensatorstromrückführung im Gegensatz zur Kondensatorspannungsrückführung gegen die Auswirkungen von Netzstörungen nicht effektiv ist.

Wird ein Stromregler für den Strom I_t als P-Regler beziehungsweise Regler mit P-Anteil entworfen, so ergibt sich ein Regelgesetz der Form

$$u = \mathbf{k}^T \mathbf{x} + k_p(I_{tsoll} - I_t) = \bar{\mathbf{k}}^T x + k_p I_{tsoll}, \bar{\mathbf{k}}^T = [-(p + k_p) \quad 0 \quad p]. \quad (47)$$

Die Verstärkung k_p des Proportionalreglers und der Faktor p beeinflussen beide die Pole des entstehenden Systems, und Parameter so zu finden, dass Stabilitäts- und Dynamikanforderungen eingehalten werden kann schwierig sein. Der Reglerentwurf kann über gezielte Platzierung der Pole mittels verschiedener Polvorgabeverfahren oder empirisch mittels Pol-Nullstellendiagramm erfolgen, oder man stellt über den Faktor p den erwünschten Dämpfungsfaktor ein und entwirft dann den Regler für die veränderte Strecke.

Die praktische Bedeutung der Kondensatorstromrückführung besteht (auch in Hinblick auf Konverter hoher Schaltfrequenz) nicht zuletzt darin, dass für die Dämpfung des Filters eine Messung des Kondensatorstromes benutzt werden kann und dieser keinen Gleichanteil aufweist. Dies vereinfacht die Messung des Stromes mit Stromsensoren wie Stromübertragern oder Rogowskispulen, die zum Erfassen des Gleichanteils nicht in der Lage sind beziehungsweise mit einem solchen nicht belastet werden dürfen.

5.5 Zeitdiskrete Regelung von PWM-Konvertern konstanter Schaltfrequenz

Die Betrachtung des linearen zeitinvarianten und zeitkontinuierlichen Ausgangsfiltermodells, bei der die Brücke im Prinzip als ideale gesteuerte Spannungsquelle betrachtet wurde, stimmt wie erwähnt mit der Realität des getakteten Systems nur für sehr hohe Taktfrequenzen überein, wobei noch zu klären ist wie „sehr hoch“ in diesem Zusammenhang zu verstehen ist.

Der Übergang zu höheren Schaltfrequenzen bewirkt für diese Systeme vor allem, dass zum einen die Abtastfrequenz und damit auch die Performance des Rechners für die selben Regelkonzepte mit skaliert werden müsste. Dies ist im begrenzten Maße möglich, stellt aber einen erheblichen Kostenfaktor dar. Der Hauptteil dieses Kapitels beschäftigt sich daher mit der Frage, inwiefern die notwendige Abtastrate von der Auslegung des LCL-Filters und der geforderten Reglerperformance zusammenhängt. Problematisch kann allerdings auch die Auflösung des digitalen Pulsweitenmodulators selbst werden, weil die zeitliche Auflösung des Modulators für eine gegebene Struktur mit der Taktperiode skaliert. Daher wird zunächst kurz auf das Problem der beschränkten Auflösung eingegangen.

5.5.1 Auflösung des PWM-Modulators

Für die klassische digitale Implementierung der PWM als Zähler mit Komparator entspricht die zeitliche Auflösung des Modulators dem Kehrwert der Zählertaktfrequenz f_{cnt} . Damit wird das Tastverhältnis d aber mit Schritten der Größe

$$q_d = \frac{f_t}{f_{cnt}} \quad (48)$$

quantisiert. Damit ergibt sich auch eine Quantisierung q_u der über die Schaltperiode gemittelten Ausgangsspannung der Brücke mit der Zwischenkreisspannung U_{Zk} :

$$q_u = q_d U_{Zk} \quad (49)$$

Für symmetrische PWM halbiert sich die Auflösung für gegebene Schalt- und Taktfrequenz nochmals.

Diese Quantisierung stellt aus Sicht der Regelung eine Nichtlinearität in der Strecke dar, die im eingeschwungenen Zustand oftmals zu Grenzyklen um jenen Arbeitspunkt führt, der bei unendlicher Auflösung der PWM die Ruhelage darstellen würde aber aufgrund der Quantisierung nicht zu erreichen ist. Sie äußern sich in einer Störung mit einem Spitze-Spitze-Wert von einem Quantisierungsschritt q_d auf der Stellgröße d , vereinfacht gesagt einer Kippschwingung, und treten auf sobald die Verstärkung im Regelkreis ausreicht damit der quantisierungsbedingte Fehler in der Führungsgröße eine Stellgrößenänderung bewirkt. Dies ist bei einem Integrator in der offenen Regelschleife immer erfüllt, und anstatt die bleibende Regelabweichung zu eliminieren arbeitet die Regelschleife als Modulator und erzeugt im eingeschwungenen Zustand

ein Signal auf der Stellgröße, das den Mittelwert des Fehlers eliminiert. Anders gesprochen, arbeitet der Regler zwischen den Quantisierungsstufen als Zweipunktregler. Maßnahmen um diese Schwingungen zu unterdrücken sind zwar denkbar, wie beispielsweise ein im Regler generiertes Signal auf die Stellgröße d zu modulieren um den geforderten zeitlichen Mittelwert von d zu erreichen. Subharmonische Störungen werden aber in beiden Fällen erzeugt.

Wird für eine gleichbleibende Zwischenkreisspannung U_{Zk} der Wert der Filterdrossel L_t verringert, vergrößert sich die Amplitude der durch den genannten Effekt verursachten Störungen im Strom durch die Induktivität. Da die Frequenz der Schwingung von den Parametern der Regelschleife abhängig ist und die Störungen durch das Ausgangsfilter abgeschwächt werden, sollte die Betrachtung dieses Effektes in das konkrete Design einbezogen werden.

5.5.2 Lineare Modellierung der digital geregelten PWM

Der Übergang auf ein zeitdiskretes Modell gestaltet sich im Falle von digital geregelten PWM-Konvertern fester Schaltfrequenz unter der Annahme vernachlässigbarer Dynamik der Zwischenkreisspannung relativ einfach. Dabei werden Messgrößen mittels A/D-Wandler (äquidistant) abgetastet, um im Digitalrechner mittels zeitdiskretem Regler eine Stellgröße, nämlich das Tastverhältnis für einen Pulsweitenmodulator zu berechnen. Der Pulsweitenmodulator kann bekanntermaßen als D/A-Wandler mit Spannungsausgang verstanden werden, wenn die Durchschnittsspannung über eine Schaltperiode als (für eine Abtastperiode konstanter) Eingang des Ausgangsfilters betrachtet wird [23]. Unter diesen Annahmen betrachtet man die Strecke, also den als D/A-Wandler interpretierten Pulsweitenmodulator mit Ausgangsfilter und Netz- beziehungsweise Lastimpedanz und darauffolgendem A/D-Wandler, als zeitdiskretes LTI-System.

Während die Mittelwertbildung über die Schaltperiode bei einem reinen L-Ausgangsfilter und vernachlässigter oder rein induktiver Netzimpedanz gerechtfertigt scheint, da die Strecke in diesem Fall ein Integrator ist und somit ebenfalls den Mittelwert über die Spannung bildet, gilt diese Vereinfachung für Filter höherer Ordnung nicht mehr. Dies kann sinngemäß damit argumentiert werden, dass eine kleine Stellgrößenänderung Δd des Tastverhältnisses d verzögert auf das System wirkt, bei der einseitigen PWM mit der steigenden Flanke bei $t = kT_a$ beispielsweise um den Wert $t_d = dT_a$. Der ADC tastet aber für gewöhnlich zu einem festen Zeitpunkt in der Schaltperiode ab, wobei vorerst davon ausgegangen wird dass der Abtastzeitpunkt am Ende der Schaltperiode liegt.

Die folgenden Überlegungen basieren auf der allgemeinen Modellierung von Schaltwandlern nach [1]. Im Folgenden soll wieder das LTI-System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \quad (50)$$

mit dem stückweise konstanten Eingang $u(t)$

$$u(t) = \begin{cases} u_1, & kT_a \leq t < (k+d)T_a \\ u_2, & (k+d)T_a \leq t < (k+1)T_a \end{cases} \quad (51)$$

betrachtet und für das Abtastintervall T_a diskretisiert werden.

Für die Diskretisierung eines zeitkontinuierlichen Systems muss prinzipiell die Lösung der Systemdifferentialgleichungen bekannt sein. Die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ des LTI-Systems, die in der Literatur auch als Exponentialmatrix bezeichnet und $e^{\mathbf{A}t}$ geschrieben wird, erfüllt die

Eigenschaften

$$\begin{aligned}
\Phi(0) &= \mathbf{E} \\
\Phi^{-1}(t) &= \Phi(-t) \\
\Phi(t_2)\mathbf{x}(t_1) &= \mathbf{x}(t_2 + t_1) \\
\frac{d}{dt}\Phi(t)\mathbf{x}(t_1) &= \mathbf{A}\Phi(t)
\end{aligned} \tag{52}$$

[13]. Die Lösung des LTI-Systems (50) lautet mit der Transitionsmatrix

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{x}_0 + \int_0^t \Phi(t - \tau)\mathbf{b}u(\tau) d\tau \tag{53}$$

[11]. Damit kann auch die Lösung ausgehend vom Startwert $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(kT_a)$ für $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}((k+1)T_a)$ für den stückweise konstanten Eingang (51) ausgedrückt werden in der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi(T_a)\mathbf{x}_k + \int_{kT_a}^{(k+d_k)T_a} \Phi((k+1)T_a - \tau) d\tau \mathbf{b}u_1 + \int_{(k+d_k)T_a}^{(k+1)T_a} \Phi((k+1)T_a - \tau) d\tau \mathbf{b}u_2. \tag{54}$$

Mit den Eigenschaften der Transitionsmatrix (52) und den Substitutionen $\tau' = \tau - kT_a$ und $\tau'' = (k+1)T_a - \tau$ kann (54) geschrieben werden als

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi(T_a)\mathbf{x}_k + \Phi(T_a) \int_0^{d_k T_a} \Phi(-\tau') d_k \tau' \mathbf{b}u_1 + \int_0^{(1-d_k)T_a} \Phi(\tau'') d\tau'' \mathbf{b}u_2. \tag{55}$$

Betrachtet man nun das Tastverhältnis d als Eingang des Systems, ist ersichtlich dass (55) im Allgemeinen ein nichtlineares zeitinvariantes Abtastsystem der Form

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + f(d_k) \\
\mathbf{A}_d &= \Phi(T_a)
\end{aligned} \tag{56}$$

darstellt. Um wieder ein lineares System zu erhalten und damit das diskretisierte System im Frequenzbereich betrachten zu können, kann man – wie schon zu Beginn des Kapitels erwähnt – das System um einen Arbeitspunkt (\mathbf{x}_R, d_R) linearisieren. Der Arbeitspunkt ist bekanntlich eine Ruhelage des Systems (56) für den Eingang d_R , es gilt also $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_R$ beziehungsweise

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_R &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_R + f(d_R) \\
(\mathbf{A}_d - \mathbf{E})\mathbf{x}_R &= f(d_R).
\end{aligned} \tag{57}$$

Das linearisierte System lautet dann

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}_k + b_d \Delta d_k \\
b_d &= \left. \frac{\partial f(d)}{\partial d} \right|_{d=d_R},
\end{aligned} \tag{58}$$

wobei b_d zu berechnen ist aus (55):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(d)}{\partial d} &= \frac{\partial}{\partial d} \left(\Phi(T_a) \int_0^{dT_a} \Phi(-\tau') d\tau' \mathbf{b}u_1 + \int_0^{(1-d)T_a} \Phi(\tau'') d\tau'' \mathbf{b}u_2 \right) \\
&= T_a \Phi(T_a(1-d))\mathbf{b}(u_1 - u_2)
\end{aligned} \tag{59}$$

Somit gilt für \mathbf{b}_d aus (58):

$$\mathbf{b}_d = T_a \Phi(T_a(1 - d_R)) \mathbf{b}(u_1 - u_2) \quad (60)$$

Im Vergleich dazu erhält man das diskretisierte Durchschnittsmodell indem man für das Differenzgleichungssystem des zeitdiskreten LTI-Systems (61)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \bar{\mathbf{b}}_d u_k \\ \bar{\mathbf{b}}_d &= \int_0^{T_a} \Phi(\tau) d\tau \mathbf{b} \end{aligned} \quad (61)$$

für die über eine Schaltperiode konstante Eingangsgröße u_k (Abtastglied 0. Ordnung) den Ausdruck in (62) annimmt.

$$u_k = d_k u_1 + (1 - d_k) u_2 \quad (62)$$

Um die Auswirkung des Arbeitspunktes (x_R, d_R) auf das zeitdiskrete Kleinsignalverhalten des PWM-Konverters mit LCL-Filter zu veranschaulichen, wurde das Modell aus (58) mit dem Parametersatz für verschiedene Tastverhältnisse ausgewertet und gemeinsam mit dem Durch-

L_t	R_t	C_t	R_c	L_σ	R_σ	T_a
$100\mu H$	$5m\Omega$	$20\mu F$	$5m\Omega$	$10\mu H$	$100m\Omega$	$10\mu s$

Tabelle 1: Parameter für Bodediagramm Abbildung 15 zum Vergleich der Arbeitspunkte.

schnittsmodell (61) in dem Bodediagramm Abbildung 15 geplottet.

Es ist gut zu erkennen, dass die Phase für hohe Frequenzen umso stärker abfällt je größer das Tastverhältnis wird. Interessanterweise ist der Phasenfehler im Drosselstrom I_t relativ klein, in der Kondensatorspannung U_c aber deutlicher. Das zeitdiskrete Durchschnittsmodell deckt sich ziemlich genau mit dem Modell für $d = 0.5$.

An diesem Punkt lässt sich auch nochmals genauer betrachten, welche Annahme dem Durchschnittsmodell zugrunde liegt. Die übliche Forderung ist, dass die Zeitkonstanten des Filters weit über der Schalt- beziehungsweise Abtastrate T_a liegen. Dies bedeutet, dass für die Strom- und Spannungsverläufe innerhalb einer Schaltperiode eine lineare Näherung der Lösung zulässig ist, für die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ gilt dann

$$\Phi(t) \approx \mathbf{E} + \mathbf{A}t = \bar{\Phi}(t). \quad (63)$$

Setzt man diese Näherung in das diskrete System (61) ein, erhält man

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= (\mathbf{E} + \mathbf{A}T_a) \mathbf{x}_k + T_a (\mathbf{E} + \mathbf{A} \frac{T_a}{2}) \mathbf{b} u_k \\ &= \bar{\Phi}(T_a) \mathbf{x}_k + \bar{\Phi}(\frac{T_a}{2}) \mathbf{b} T_a u_k. \end{aligned} \quad (64)$$

Mit der wichtigen Eigenschaft der Transitionsmatrix $\mathbf{x}(t + \Delta t) = \Phi(\Delta t) \mathbf{x}(t)$ kann man (64) so interpretieren, dass der Eingang u_k als Stoß mit der Fläche $T_a u_k$ bei der Hälfte der Abtastperiode wirkt. Das entspricht aber im Wesentlichen auch der Aussage des linearisierten Modelles (58) und (60), wo die kleine Störung der Stellgröße Δd_k als Stoß der Fläche $\Delta d_k T_a (u_1 - u_2)$ zum Zeitpunkt $t = (k + d)T_a$ auf das System wirkt. Dies rechtfertigt den Ansatz, den Einfluss der PWM auf den Phasengang der Strecke im Reglerentwurf einfach als Totzeit zwischen dem

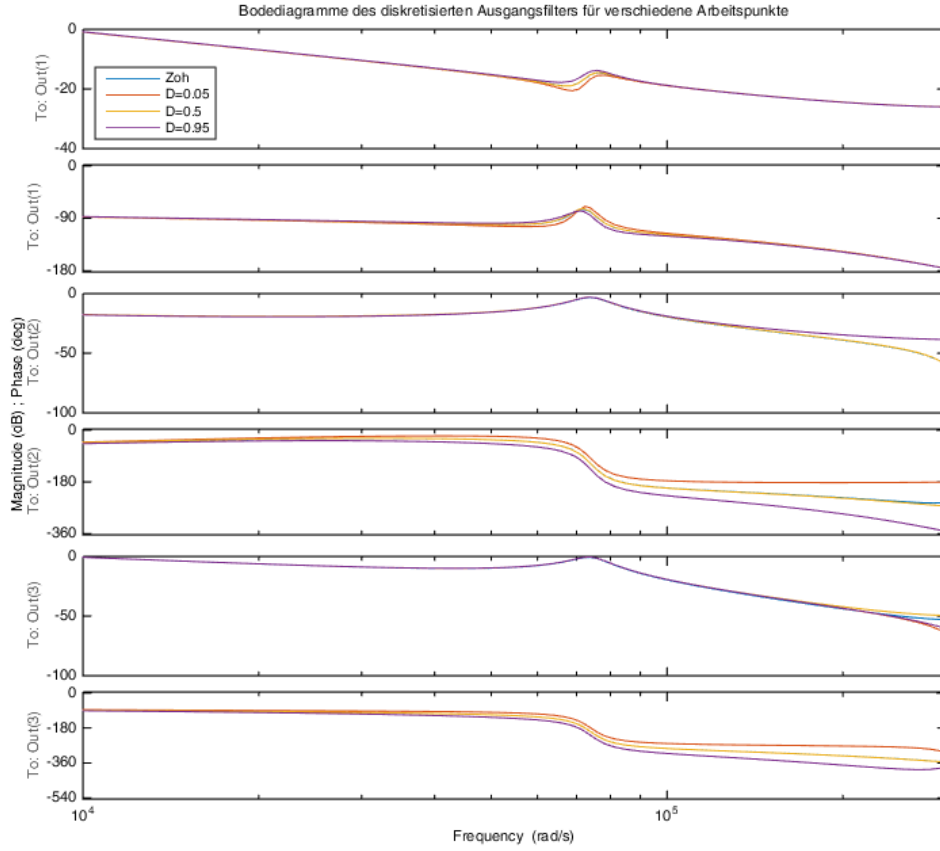


Abbildung 15: Frequenzgänge der Übertragungsfunktionen: oben: U_{in} auf I_t (G_t); mitte: U_{in} zu U_c ; unten: U_{in} zu I_σ .

Abtastzeitpunkt und der Flanke der PWM zu modellieren.

Nun ist die variable Totzeit der einseitigen PWM eine sehr unangenehme Nichtlinearität, wenn es darum geht einen linearen Regler zu entwerfen. Da die Verzögerung für hohe Tastverhältnisse am größten wird, müsste man den Regler so entwerfen dass er beim höchsten auftretenden Tastverhältnis stabil ist. Treten Tastverhältnisse nahe 1 auf, muss man alleine für die Pulsweitenmodulation eine ganze Abtastperiode T_a Totzeit im Regelkreis in Kauf nehmen.

Das selbe Modell kann benutzt werden, um zu zeigen dass sich die symmetrische PWM in dieser Hinsicht besser schlägt. In ihrem Fall tritt eine Flanke der PWM bei $T_a(k + \frac{1}{2}(1 - d_k))$ und eine bei $T_a(k + \frac{1}{2}(1 + d_k))$ auf, wodurch die beiden Flanken im Mittel eine konstante Totzeit von $\frac{T_a}{2}$ aufweisen. Die Lösung für die symmetrische PWM lässt sich auf gleiche Weise wie für die einseitige PWM herleiten. Das um den Arbeitspunkt (x_R, d_R) linearisierte Modell hat wieder die Form (58) und für b_d erhält man diesmal

$$\mathbf{b}_d = \frac{T_a}{2} \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right) \left(\Phi\left(-d_R \frac{T_a}{2}\right) + \Phi\left(d_R \frac{T_a}{2}\right) \right) \mathbf{b}(u_1 - u_2). \quad (65)$$

Nimmt man wieder an, die lineare Näherung aus (63) gelte, verschwindet aus (65) der Klammerausdruck und man erhält

$$\bar{\mathbf{b}}_d = T_a \bar{\Phi}\left(\frac{T_a}{2}\right) \mathbf{b}(u_1 - u_2). \quad (66)$$

Dies entspricht der konstanten Totzeit von T_a , die auch im Durchschnittsmodell (64) auftritt. Damit ist gezeigt, dass das Durchschnittsmodell für den PWM Spannungszwischenkreisrichter mit symmetrischer PWM gerechtfertigt ist solange die lineare Näherung der Transitionsmatrix hinreichend zutrifft, für die einseitige PWM aber nicht. Allerdings verringert sich der Einfluss der variablen Totzeit sobald Verstärkung und Anstiegszeit der offenen Regelschleife verringert werden, also andere Zeitkonstanten dominant werden. Dies bedeutet aber zwangsläufig eine schlechtere Performance der Stromregelung.

Ein Ansatz, die Schaltfrequenz zu erhöhen und dabei Rechenleistung zu sparen, ist es als Abtastzeit des Reglers ein Vielfaches der Schaltperiode zu wählen. Die „saubere“ Lösung dafür ist es, einen ganzzahligen Teiler der Schaltfrequenz zu wählen. Folgen n Schaltperioden der symmetrischen PWM auf einen Abtastpunkt des Digitalreglers, erhält man für \mathbf{b}_d

$$\mathbf{b}_d = \frac{T_a}{2n} \sum_{k=0}^{n-1} \Phi\left(T_a \frac{2k+1}{2n}\right) \left(\Phi\left(-d_R \frac{T_a}{2n}\right) + \Phi\left(d_R \frac{T_a}{2n}\right) \right) \mathbf{b}(u_1 - u_2). \quad (67)$$

Daher bewirkt eine Störung Δd nun in der Sichtweise des linearisierten Modells einen „Kamm“ von $2n$ Stößen, der während der Schaltperiode angelegt wird. Für die einseitige PWM wären es n Stöße, deren vom Tastverhältnis abhängige Verschiebung aber nur mehr $T_a \frac{d_R}{n}$ beträgt. Damit nähert sich das Verhalten des Systems in beiden Fällen dem Verhalten des Durchschnittsmodells. Die Tücke hierbei liegt aber darin, dass die Annahme (63) prinzipiell immer noch für die Abtastzeit des Reglers gelten muss. Das bedeutet aber, dass man die Zeitkonstanten des Filters eigentlich nicht verringern darf, obwohl die Schaltfrequenz um den Faktor n erhöht wurde, wenn man sich weiterhin ein lineares Verhalten des getakteten Systems und damit eine gute Beherrschbarkeit durch den linearen zeitdiskreten Regler wünscht. Dazu kommt das Abtastproblem der in den Zustandsgrößen auftretenden Signale, die im folgenden Kapitel etwas genauer betrachtet werden sollen. Dies kann zum Beispiel bedeuten, dass man zwar die Induktivität aufgrund der größeren Schaltfrequenz verringern kann, aber dafür einen größeren Filterkondensator benötigt.

Nun treten bei vielen leistungselektronischen Systemen auch für angenommen ideale Schalter Strukturumschaltungen auf. Dies gilt für aus Halbbrücken zusammengesetzte Spannungszwischenkreistopologien, sobald die Dynamik des Zwischenkreises nicht mehr vernachlässigt werden kann, die Brücke also nicht von einer als ideal anzunehmenden Spannungsquelle gespeist wird. Auch diese Systeme lassen sich einfach über die Schaltperiode diskretisieren, wenn man einen Zustandsvektor \mathbf{x} wählt der für alle Schaltkombinationen gültig und darüber hinaus für die Schaltübergänge stetig ist. Es ist unmittelbar zu sehen, dass dies für jedes LCR-Netzwerk gelten muss, wenn als Zustandsgrößen die Kondensatorspannungen und Induktivitätenströme oder dazu proportionale Größen gewählt werden.

Nimmt man (genauso wie beim System ohne Strukturumschaltung (50) und (51)) wieder an, dass sich die Strecke für eine unveränderte Schalterposition als LTI-System modellieren lässt und sich damit über die Schaltperiode stückweise als LTI-System verhält, erhält man für 2 Schaltkombinationen und einen Übergang während der Schaltperiode ein System der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{cases} \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_1 u_1, & kT_a \leq t < (k+d)T_a \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_2 u_2, & (k+d)T_a \leq t < (k+1)T_a. \end{cases} \quad (68)$$

Hierbei sind u_1 und u_2 wieder die für die jeweiligen Schaltphasen stückweise konstanten Eingänge, die aber jetzt nicht mehr die 2 Spannungslevel der Brücke repräsentieren müssen. Stattdessen kann dies zum Beispiel der Strom aus der Energiequelle in den Zwischenkreiskondensator sein, der schließlich die Brücke versorgt. \mathbf{A}_1 und \mathbf{b}_1 sind dementsprechend Systemdynamikmatrix und Eingangsvektor für das erste Intervall, \mathbf{A}_2 und \mathbf{b}_2 für das zweite. Mit den Transitionsmatrizen Φ_1 und Φ_2 lautet die Lösung für die Schaltperiode nun mit $\tau' = -kT_a + \tau$ und $\tau'' = (k+1)T_a - \tau$

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \Phi_2((1-d_k)T_a) \left(\Phi_1(d_k T_a) \mathbf{x}_k + \int_{kT_a}^{(k+d_k)T_a} \Phi_1((k+d_k)T_a - \tau) d\tau \mathbf{b}_1 u_1 \right) + \\
&\quad \int_{(k+d_k)T_a}^{(k+1)T_a} \Phi_2((k+1)T_a - \tau) d\tau \mathbf{b}_2 u_2 \\
&= \Phi_2((1-d_k)T_a) \Phi_1(d_k T_a) \left(\mathbf{x}_k + \int_0^{d_k T_a} \Phi_1(-\tau') d\tau' \mathbf{b}_1 u_1 \right) + \int_0^{(1-d_k)T_a} \Phi_2(\tau'') d\tau'' \mathbf{b}_2 u_2 \\
&= f(\mathbf{x}_k, d_k),
\end{aligned} \tag{69}$$

wobei der eingeklammerte Ausdruck $\mathbf{x}(dT_a)$ darstellt. Nun ist auch die homogene Lösung $\mathbf{x}_{k+1,h} = \Phi_2((1-d_k)T_a) \Phi_1(d_k T_a) \mathbf{x}_{k,h}$ von d_k abhängig, die Form aus (56) gilt also nur mehr mit $\mathbf{A}_d(d_k)$. Das analytische Linearisieren dieses Ausdruckes um eine Ruhelage (\mathbf{x}_R, d_R) führt nicht mehr auf einen kurzen Ausdruck, da in der partiellen Ableitung nach d_k der erste Integralausdruck nicht mehr verschwindet. Man erhält als Ableitungen berechnet von der 3. Zeile von (69)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial d_k} f(\mathbf{x}_k, d_k) &= T_a \left[\Phi_2((1-d_k)T_a) (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \Phi_1(d_k T_a) \left(\mathbf{x}_k + \int_0^{d_k T_a} \Phi_1(-\tau') d\tau' \mathbf{b}_1 u_1 \right) + \right. \\
&\quad \left. \Phi_2((1-d_k)T_a) (\mathbf{b}_1 u_1 - \mathbf{b}_2 u_2) \right] \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k} f(\mathbf{x}_k, d_k) &= \Phi_1((1-d_k)T_a) \Phi_2(d_k T_a)
\end{aligned} \tag{70}$$

und das linearisierte System lautet damit

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d(d_R) \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d(\mathbf{x}_R, d_R) \Delta d_k \\
\mathbf{A}_d(d_R) &= \left. \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k} f(\mathbf{x}_k, d_k) \right|_{d_k=d_R} \\
\mathbf{b}_d(\mathbf{x}_R, d_R) &= \left. \frac{\partial}{\partial d_k} f(\mathbf{x}_k, d_k) \right|_{\mathbf{x}_k=\mathbf{x}_R, d_k=d_R}
\end{aligned} \tag{71}$$

Die spezielle Form von (70) wurde gewählt, um ersichtlich zu machen, dass der erste Term in der eckigen Klammer verschwindet wenn $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2$ und man für \mathbf{b}_d wieder die Lösung des Systems ohne Strukturumschaltung (60) erhält. Wird das Systemmodell so gewählt, dass $\mathbf{b}_1 u_1 = 0$ verschwindet das Integral aus (70), andererseits kann es auch problemlos (zum Beispiel in Matlab oder Maple) numerisch ausgewertet werden da aufgrund der Linearisierung die Integrationsgrenzen im Gegensatz zum nichtlinearen Modell konstant sind.

5.5.3 Einfluss der Abtastzeitpunkte

Die grundsätzliche Aussage des vorherigen Abschnittes ist nun, dass gegenüber dem linearen zeitkontinuierlichen System im Fall der zeitdiskret geregelten PWM je nach Art der PWM im Kleinsignalmodell verschiedene Übertragungstotzeiten der Stellgröße berücksichtigt werden müssen, für die symmetrische PWM liegt der effektive Zeitpunkt der Stellgrößenänderung etwa bei der halben Schaltperiode. Diese Totzeit wäre also selbst dann vorhanden, wenn der Digitalregler im Zeitpunkt des PWM-Registerupdates, der zum Zeitpunkt (kT_a) angenommen wurde, verzögerungsfrei messen und die neue Stellgröße berechnen könnte. In der Realität benötigen natürlich sowohl die Messung mittels ADC als auch die Berechnung der Stellgröße eine gewisse Zeit.

Üblicherweise tastet man bei symmetrischer PWM die Messgrößen ab wenn der PWM Zähler das Vorzeichen ändert. Die Abtastpunkte liegen dann in der Mitte der beiden Schaltphasen. Für ein System, das wiederum die Bedingung (63) erfüllt, ist der Strom der Taktfilterdrossel

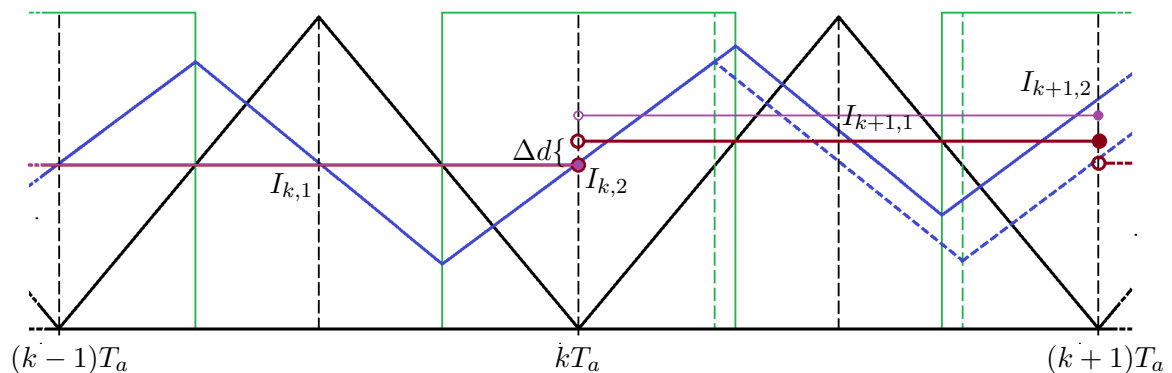


Abbildung 16: Zeitverlauf für Abtastung mit Mittelwertbildung aus 2 Werten und T_a =Schaltperiode mit Stellgrößenänderung Δd zum Zeitpunkt kT_a . Schwarz: PWM-Zähler; Rot: Tastverhältnisvorgabe; Grün: Modulatorausgang; Blau: Idealisierter Drosselstrom Violett: Strommittelwert $I_k = \frac{I_{k,1} + I_{k,2}}{2}$.

annähernd dreieckförmig und durch Abtasten inmitten der Flanken erhält man den Durchschnittswert des Stromes über eine Schaltperiode entsprechend der Punkte $I_{k,1}$ in Abbildung 16. Allerdings gilt dies für andere Größen, wie die Kondensatorspannung nicht mehr und auch die Effekte, welche die Phase des Drosselstroms gegenüber der des PWM Zählers verschieben wie die Auswirkungen des Totbandes, nehmen tendentiell für höhere Schaltfrequenzen zu.

Um die Schaltfrequenzkomponenten trotzdem aus den Abtastwerten zu entfernen, ist es (streng genommen nur für ein lineares Filter und einen idealen Pulsweitenmodulator, also eine Rechteckspannungsquelle) möglich den Mittelwert über die beiden Abtastpunkte der steigenden und fallenden Flanke zu bilden. Diese „Filterung“ lässt sich vereinfachend nach dem selben Prinzip wie die äquivalente Totzeit der symmetrischen PWM als zusätzliche Totzeit von einer viertel Schaltperiode interpretieren. Die minimale äquivalente Totzeit der Strecke entspricht dann $1.25T_a$ gegenüber T_a für den Fall dass keine Mittelwertbildung erforderlich ist und der letzte Abtastpunkt alleine benutzt wird.

Eine Verzögerung von $t_d \geq T_a$ bedeutet ein zusätzliches „Gedächtnis“ des Systems und damit eine Erhöhung der ursprünglichen Systemordnung n um den ganzzahligen Quotienten aus t_d

und T_a auf m , also

$$m = n + \left\lfloor \frac{t_d}{T_a} \right\rfloor. \quad (72)$$

Möchte man für allgemeine Systeme (50) beziehungsweise (68) und ohne vereinfachende Annahmen (bis auf die Darstellbarkeit des Filters als LTI-System) ein zeitdiskretes Modell für die Mehrfachabtastung mit Mittelwert aus l Abtastpunkten nach dem Schema von (55) beziehungsweise (69) herleiten, so kann man die Schaltperiode vom Abtastpunkt mit der längsten äquivalenten Totzeit aus definieren. Das bedeutet, man legt den Abtastpunkt mit der größten Verzögerung zur Übernahme der neuen Stellgröße auf die Zeit kT_a . Die Wahl der Schaltperiode vom „frühesten“ Punkt aus ist dadurch begründet, dass die größte Totzeit die Systemordnung bestimmen muss. Der Zustand zum Zeitpunkt der anderen Abtastpunkte lässt sich dann wiederum mithilfe der Transistionsmatrix berechnen. Man betrachte nun wieder das zeitkontinuierliche System mit Messausgang y in (73) mit der stückweise konstanten Eingangsgröße aus (51)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad (73)$$

und den Zeitablauf in Abbildung 16, nehme aber nun an dass der Strommittelwert aus $I_{k-1,2}$ und $I_{k,1}$ gebildet wird um eine halbe Abtastperiode $\frac{T_a}{2}$ zum Berechnen der Stellgröße zu haben. Die größte Verzögerung beträgt damit $1.5T_a$. Dann ist die Ausgangsgleichung für das zeitdiskrete Modell und Mittelwertbildung aus den beiden Abtastwerten

$$y_k = \frac{1}{2} \mathbf{c}^T (\mathbf{x}((k-1)T_a) + \mathbf{x}((k-\frac{1}{2})T_a)). \quad (74)$$

Nun ist das Ziel, ein nichtlineares zeitdiskretes System der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, d_k) \\ y_k &= h(\mathbf{x}_k) \end{aligned} \quad (75)$$

zu erhalten, wobei im letzten Abschnitt bereits ausführlich die Herleitung der Differenzgleichung in der ersten Zeile behandelt wurde. Da $h(\mathbf{x}_k)$ in die Vergangenheit zu Abtastpunkten blickt, von denen aus die Entwicklung der Zustandsgrößen \mathbf{x} von d_{k-1} abhängen, benötigt man eine zusätzliche Zustandsgröße um d_{k-1} zu speichern wodurch auch die Erhöhung der Systemordnung anschaulich erklärt ist. Prinzipiell hat man die Wahl, ob man die Verzögerung in die Eingangsgröße modellieren möchte in der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, \bar{x}_k) \\ \bar{x}_{k+1} &= d_k \\ y_k &= h(\mathbf{x}_k, \bar{x}_k) \end{aligned} \quad (76)$$

oder in die Ausgangsgröße, das heißt:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, d_k) \\ \bar{x}_{k+1} &= d_k \\ y_k &= h(\mathbf{x}_k, \bar{x}_k) \end{aligned} \quad (77)$$

Im ersten Fall beinhaltet $h(\mathbf{x})$ dann eine Transformation der Zustandsgröße \mathbf{x}_k in positive Zeitrichtung

$$h(\mathbf{x}_k, \bar{x}_k) = \frac{1}{2} \mathbf{c}^T \left(\mathbf{x}_k + \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right) \mathbf{x}_k + \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right) \int_0^{\bar{x}_k \frac{T_a}{2}} \Phi(-\tau') d\tau' \mathbf{b} u_1 + \int_0^{(1-\bar{x}_k) \frac{T_a}{2}} \Phi(\tau'') d\tau'' \mathbf{b} u_2 \right) \quad (78)$$

,im zweiten Fall auf gleiche Weise in negative Zeitrichtung. Durch erneute Linearisierung um eine Ruhelage in dem neuen Zustand

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ d_{k-1} \end{bmatrix} \quad (79)$$

erhält man dann wieder das linearisierte System unter Berücksichtigung der Abtastzeitpunkte. Die linearisierte Ausgangsgleichung lautet damit

$$\begin{aligned} \Delta y_k &= \frac{1}{2} \mathbf{c}^T \left((\mathbf{E} + \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right)) \Delta \mathbf{x}_k + \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right) (1 - d_R) \mathbf{b} (u_1 - u_2) \Delta \bar{x}_k \right) = \bar{\mathbf{c}}^T \Delta \bar{\mathbf{x}}_k \\ \bar{\mathbf{c}}^T &= \left[\frac{1}{2} \mathbf{c}^T (\mathbf{E} + \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right)) \quad \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{T_a}{2}\right) (1 - d_R) \mathbf{b} (u_1 - u_2) \right]. \end{aligned} \quad (80)$$

Wie zu sehen ist, heben sich durch die asymmetrische Abtastung in der Ausgangsgleichung (und damit auch in der Übertragungsfunktion) die Verzögerungen der PWM-Flanken auch für die linearisierte Transitionsmatrix $\bar{\Phi}$ aus (63) nicht mehr auf, und die äquivalente Totzeit wird wieder vom Arbeitspunkt abhängig. Allerdings variiert sie in diesem Fall maximal um $\frac{T_a}{4}$, weshalb dies in den meisten Fällen keine Rolle spielen wird.

Bezüglich der Unterabtastung beziehungsweise ganzzahligen Vervielfachung der Schaltfrequenz gegenüber der Abtastfrequenz des Reglers sind offensichtlich mehrere Strategien möglich. Die hier betrachtete Variante ist es, die letzten beiden Messpunkte vor dem Aufruf der Regler-routine zum Zeitpunkt kT_a als Messwert zu nehmen, beziehungsweise an den restlichen nicht abzutasten entsprechend Abbildung 17. Dies verringert die äquivalente Totzeit nochmals. Für

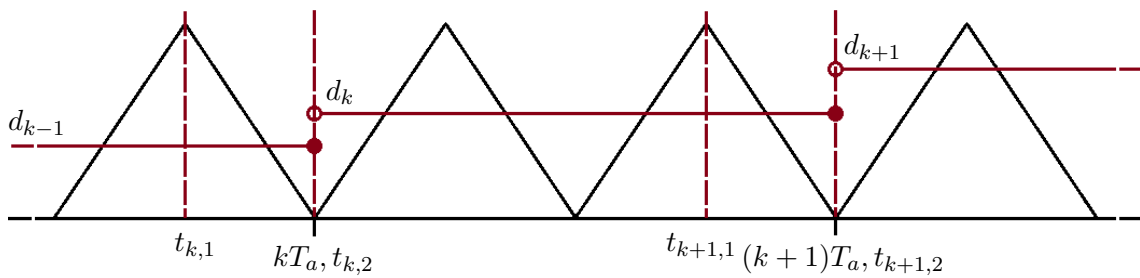


Abbildung 17: Abtastzeitpunkte $t_{k,1}, t_{k,2}$ der Messgrößen und Verlauf der diskreten Stellgröße d_k mit Mittelwertbildung aus 2 Werten für zweifache Unterabtastung des Reglers. Schwarz: PWM-Zähler; Rot: Tastverhältnisvorgabe.

sehr hohe Filterresonanzfrequenzen, beziehungsweise die Nichterfüllung der Bedingung von großen Filterzeitkonstanten im Verhältnis zur Abtastzeit des Reglers, könnte die Mittelung von sämtlichen Messpunkten der Abtastperiode vorteilhaft sein, eventuell auch mit Trapez- oder Dreieckfenster für einen günstigeren Frequenzgang der Mittelwertfilterung. Dies ist aber ein Thema für sich, und im Rahmen dieser Arbeit (und generell für kleine Unterabtastfaktoren

wie 2) kann angenommen werden dass die Filterzeitkonstanten entsprechend zu dimensionieren sind.

Nachdem lineare Kleinsignalmodelle für digital geregelte PWM Konverter hergeleitet wurden, soll nun der Einfluss der Abtastung und Modulation auf Stabilität und Performance des Regelkreises für verschiedene Regelkonzepte untersucht werden.

5.5.4 Stabilität des netzgekoppelten PWM-Konverters mit zeitdiskreten Eingrößenreglern

Betrachtet man zunächst „konventionelle“ Eingrößenregler, also Regler niedriger Ordnung wie PID-Regler die kein Modell der Strecke beziehungsweise keine Prädiktion und auch keine Zustandsrückführung nutzen, so verursachen sowohl das Totzeitverhalten als auch die Pole der Strecke eine Verringerung der Phasenreserve. Differenzierendes Verhalten des Reglers kann das Abfallen der Phase durch das Tiefpassverhalten des Ausgangsfilters bei niedrigen Frequenzen kompensieren, aber nicht die Totzeit, weil der Differenzierer wiederum nur das verzögerte Signal differenzieren kann. Daher entwirft man konventionelle lineare Regler für Totzeitsysteme oft so, dass die Verstärkung der offenen Schleife abfällt bevor die Phasenverschiebung durch die Totzeit dominant wird. Der Regler weist dann Tiefpassverhalten auf mit einer gegenüber der Totzeit dominanten Zeitkonstante.

Hat die offene Regelschleife einen einfachen Durchtritt durch die 0dB Linie, kann das empirische Kriterium des Frequenzkennlinienverfahrens aus [11] herbeigezogen werden, welches das prozentuelle Überschießen U des geschlossenen Regelkreises mit der Phasenreserve Φ des offenen Regelkreises verbindet.

$$\Phi[^\circ] + U[\%] \approx 70 \quad (81)$$

Für weniger als 10% Überschießen ist also eine Phasenreserve von 60° , beziehungsweise eine Phase von 120° am Durchtritt durch die 0dB Linie zu fordern. Die hier betrachteten Strecken sind alle zumindest integrierend und sorgen damit für eine Phase von 90° . Nun fällt die Phase für eine Totzeit t_d

$$\arg(e^{-j\omega t_d}) = -\omega t_d. \quad (82)$$

Damit bedeutet die geforderte Phase von 120° oder $\frac{2\pi}{3}$, von der 30° beziehungsweise $\frac{\pi}{6}$ auf die Totzeit entfallen dürfen, dass für die Durchtrittsfrequenz des Reglers gilt

$$\omega_c = \frac{\pi - \Phi - \arg(G_s)}{t_d} = \frac{\pi}{6t_d}. \quad (83)$$

Dies bedeutet, dass ein linearer Regler, der keine Prädiktion und keine inverse Dynamik der Strecke (also unter der Annahme einer integrierenden Strecke keinen Differenzierer) enthält, für eine äquivalente Totzeit von einem Abtastschritt $t_d = T_a$ an einer integrierenden Strecke eine Durchtrittsfrequenz von nur einem Zwölftel der Abtastfrequenz haben dürfte. Mit einem differenzierenden Regler, der die Phase der Strecke an der Durchtrittsfrequenz auf 45° hebt, beträgt die Durchtrittsfrequenz

$$\omega_c = \frac{\pi - \Phi - \arg(G_s)}{t_d} = \frac{15\pi}{24t_d}. \quad (84)$$

Dies würde noch nahezu ideale Performance bedeuten, denn im Bereich der Nyquist-Frequenz sollte die Verstärkung schon weit genug abgefallen sein um Aliasing im Regelkreis zu verhindern. Benötigt der Digitalrechner aber etwa einen zusätzlichen Abtastschritt zur Berechnung,

reduziert sich die maximale Durchtrittsfrequenz drastisch. Eine eventuell nötige Tiefpassfilterung der Messwerte (z.B. analog als Antialiasingfilter oder digital zur Störunterdrückung) kann die Phasenreserve noch weiter reduzieren.

Zusätzlich wird in der Praxis eine restriktivere Auslegung des Reglers erforderlich sein, um ihn robust gegen Parameterschwankungen beziehungsweise die teilweise unbekannte Struktur der Strecke zu machen. Bei einem Ausgangsfilter mit schwach gedämpften Polen wie dem LCL-Filter, deren Frequenz nicht genau bekannt ist, ist die Anregung der Resonanzen durch einen Eingrößenregler am ehesten durch einen Tiefpass oder ein breites Notchfilter zu verhindern. Damit muss die Verstärkung der offenen Regelschleife aber schon unter der (kleinsten anzunehmenden) Resonanzfrequenz des Ausgangsfilters unter 0dB fallen. Praktisch lässt sich diese Maßnahme damit erklären, dass die Serienresonanz des LCL-Filters, sobald sie gegen die Durchtrittsfrequenz geht, die Verstärkung anheben und die Phasenreserve verringern kann bis der Regelkreis instabil wird. Damit muss die Durchtrittsfrequenz für das reale System aber unter einem Zehntel der Abtastfrequenz liegen, wenn das Ausgangsfilter auf eine Resonanzfrequenz eine Größenordnung unter der Abtastfrequenz ausgelegt wurde.

Die Netzimpedanz stellt wie im vorigen Kapitel beschrieben eine prinzipiell unbekannte Struktur dar und kann Resonanzen bei theoretisch beliebig niedrigen Frequenzen verursachen. Liegt die Durchtrittsfrequenz aber niedrig genug, kann mit differenzierenden Reglern ($PD-T_1$ -Glieder beziehungsweise Lead-Glieder) die Phase angehoben und so die niedrigen Resonanzen gedämpft werden.

Eine zweite empirische Regel (85) kann (natürlich nur wieder für den Fall dass die offene Regelschleife nur einmal die 0dB Linie kreuzt) benutzt werden um aufgrund der Durchtrittsfrequenz die Anstiegszeit der Führungsübertragungsfunktion, das heißt des geschlossenen Regelkreises abzuschätzen:

$$t_r \approx \frac{1.5}{\omega_c} = 10 \frac{1.5}{2\pi} T_a \approx 2.4 T_a \quad (85)$$

Für eine Durchtrittsfrequenz von einem Zehntel der Abtastfrequenz bedeutet dies, dass der Regler etwa 3 Abtast Schritte benötigt um einem Sollgrößenprung zu folgen. Für den hypothetischen differenzierenden Regler mit $\omega_c = \frac{15\pi}{24T_a}$ würde sich dies sogar auf einen Abtastschritt reduzieren. Dies kann aber aus den oben genannten Schwierigkeiten praktisch nur für eine Strecke ohne konjugiert komplexe Pole funktionieren. Dazu müsste der Konverter entweder ein L-Ausgangsfilter haben, wobei schon festgestellt wurde dass für hohe Schaltfrequenzen in netzgekoppelten Umrichtern eigentlich immer zumindest von einem LCL-Verhalten der Strecke auszugehen ist, oder die Abtastrate so gering sein dass sie weit unter der Resonanzfrequenz des LCL-Filters liegt.

Bis zu diesem Punkt wurden zwei Effekte genannt, die die Durchtrittsfrequenz der offenen Schleife beschränken. Einerseits die Phasenverschiebung durch Abtastung und Modulation, andererseits die Unsicherheit der Strecke, die eine Verringerung der Bandbreite erfordert um die teilweise unbekanntes Resonanzen in der Strecke nicht anzuregen. Daher basieren die meisten Ansätze eine bessere Regelperformance bei gleichbleibender Abtastfrequenz zu erreichen entweder auf Feedforward der Störungen, auf Mehrgrößenregelung wie die erwähnten Zustandsrückführungen um die Strecke so zu formen dass der Regler sie leichter beherrschen kann, oder auf Prädiktion um die Totzeiteffekte auszugleichen. Dabei ist aber zu betonen, dass die Beeinflussung der Stabilität durch die unbekanntes Netzimpedanz ebenfalls ein Effekt der im digitalen Regelkreis immanenten Verzögerungen ist.

Um dies zu verdeutlichen, betrachte man ein letztes Mal den zeitkontinuierlichen Regelkreis mit p-Regler und einer phasenminimalen Strecke G . Die Führungsübertragungsfunktion des

geschlossenen Regelkreises lautet dann

$$G_{cl} = \frac{pG}{1 + pG} = \frac{1}{1 + \frac{1}{pG}}. \quad (86)$$

Es ist zu sehen, dass gilt

$$\lim_{p \rightarrow \infty} G_{cl} = 1. \quad (87)$$

Für sehr hohe Verstärkungen p entspricht der Regelkreis also einer Durchschaltung. Wird der Strom in der Taktfilterdrossel L_t des LCL-Filters geregelt, würde das bedeuten dass der Strom I_t in der Drossel eingeprägt ist, also eine ideale gesteuerte Stromquelle vorliegt. Die restlichen Komponenten des Ausgangsfilters und der Netzimpedanz hätten darauf keinen Einfluss mehr. Da das Ausgangsfilter eine stabile Strecke darstellt, würde der Stromregelkreis auch für kleinere Verstärkungen p stabil bleiben. Erst durch das Totzeitverhalten des zeitdiskreten Reglers kann die Netzimpedanz Instabilität verursachen.

Zusammengefasst gibt es drei zu unterscheidende Anforderungen für den Stromregelkreis des netzgekoppelten Umrichters:

- Stabilität gegenüber wechselnden Lastimpedanzen, mitunter sehr kritisch
- Führungsdynamik, kaum kritisch aufgrund der gerade bei hohen Schaltfrequenzen vergleichsweise extrem niederfrequenten Sollgrößen
- Störungsdynamik, oftmals sehr kritisch wenn hochfrequente Störungen der Netzspannung wie Überspannungspulse oder schnelle Spannungseinbrüche zu erwarten sind.

Diese Punkte sollen mithilfe des Konzepts, den geregelten Umrichter als Stromquelle mit Ausgangsimpedanz zu betrachten, untersucht werden.

5.5.5 Der netzgekoppelte Spannungswischenkreiskonverter als Stromquelle mit komplexer Ausgangsimpedanz

Wird ein Umrichter mit geschlossenem Stromregelkreis mit dem Netz verbunden, ergibt sich ein geschlossener Kreis aus der Antwort des Netzes auf den Umrichterstrom I_σ (in der linearen Betrachtung also der Netzimpedanz) und der Antwort des Umrichterausgangsstromes auf Veränderungen der (an seinen Eingangsklemmen anliegenden) Netzspannung (im linearen Fall repräsentiert durch die Störungsübertragungsfunktion (88)) entsprechend Abbildung 18. Ein eleganter Ansatz aus [4], die Stabilität des Umrichters mit geschlossenem Stromregelkreis

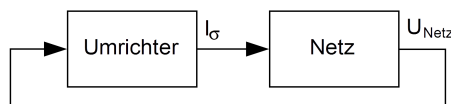


Abbildung 18: Geschlossener Kreis des Umrichters am Netz.

für verschiedene Netzimpedanzen zu untersuchen ist das Betrachten des Umrichters als ideale Stromquelle mit der Störungsübertragungsfunktion (88) als Ausgangsimpedanz. Auf diese Weise kann die Verkopplung des dynamischen Verhaltens des Umrichters und der Netzimpedanz als Parallelschaltung der beiden Impedanzen betrachtet werden. Es soll an dieser Stelle

nur erwähnt werden, dass mit diesem Modell auch das Zusammenwirken von mehreren Umrichtern am Netz auf relativ einfache Weise als Netzwerk von Impedanzen dargestellt werden kann.

$$Z_{out} = \frac{1}{Y_{out}} = -\frac{U_{Netz}}{I_{\sigma}} \quad (88)$$

Das negative Vorzeichen in (88) begründet sich durch das Verbraucher Bezugssystem der Impedanz während die Orientierungen von I_{σ} und U_{Netz} in Abbildung 13 dem Erzeuger Bezugssystem entsprechen. Da der geschlossene Kreis stabil sein muss damit die Netzimpedanz den Stromregler nicht destabilisiert, lassen sich die aus der Regelungstechnik bekannten Kriterien für die Stabilität des geschlossenen Kreises anwenden. Der offene Kreis ist das Produkt der beiden Übertragungsfunktionen, also der Admittanz des Umrichters und der Impedanz des Netzes.

$$G_{ol} = Y_{out} Z_{Netz} = \frac{Z_{Netz}}{Z_{out}} \quad (89)$$

In [4] wird das Resümee gezogen, der Umrichter wäre an der jeweiligen Netzimpedanz stabil, wenn das Verhältnis aus Netz- und Umrichterimpedanz das Nyquist-Kriterium erfüllt. Nachdem dieses Verhältnis die Übertragungsfunktion des offenen Kreises darstellt, bedeutet das Erfüllen des Nyquist-Kriteriums entsprechend dass der geschlossene Kreis stabil ist. Dabei wird auch vorausgesetzt, dass die Netzimpedanz selbst (also das Netz im Leerlauf) und der Umrichter bei verschwindender Netzimpedanz (also im Kurzschluss) stabil sind um die interne Stabilität des Regelkreises zu erhalten. Dies wird aber in jedem praktisch relevanten Fall erfüllt sein.

Die naheliegende Frage ist, ob es möglich ist zu garantieren, dass ein Umrichter an jeder beliebigen Netzimpedanz stabil ist. Diese Frage führt direkt auf das Konzept der Passivität.

5.5.6 Das Konzept der Passivität

Bisher wurde vorausgesetzt, dass die Netzimpedanz als ideale Spannungsquelle mit einem RCL-Netzwerk, einem *passiven* Netzwerk, darstellbar ist. Damit war, einfach gesagt, die Annahme verbunden dass für die Instabilität im Stromregelkreis des Umrichters der Regler verantwortlich ist und nicht die Netzimpedanz, denn ein RCL-Netzwerk kann niemals Pole in der rechten offenen s-Halbebene haben, also niemals aufschwingendes Verhalten zeigen. Da in der Realität alle Energiespeicher mit Verlusten behaftet sind, sind RCL-Netzwerke mit (ungesteuerten) Spannungs- und Stromquellen stets stabil.

Dies bedeutet aber auch: Wenn der netzgekoppelte Spannungszwischenkreisumrichter sich (von den Anschlussanklemmen aus gesehen) wie eine ideale Strom- oder Spannungsquelle mit RCL-Netzwerk als Ausgangsimpedanz verhalten würde, könnte keine wie auch immer geartete passive Netzimpedanz ihn destabilisieren, denn die Zusammenschaltung würde wieder nur aus idealen Quellen und einem RCL-Netzwerk bestehen.

Der Hintergrund dieser Beobachtung ist das Konzept der Passivität, das es ermöglicht auch für allgemeine Systeme und damit auch elektrische Netzwerke mit gesteuerten und ungesteuerten Quellen (beziehungsweise verstärkenden Elementen) die Eigenschaft der Passivität zu definieren.

Ein System mit Ausgang $\mathbf{y}(t)$, dessen Zustand $\mathbf{x}(t)$ für alle Zeiten eindeutig durch Anfangszustand $\mathbf{x}(0)$ und Eingangsgröße $\mathbf{u}(t)$ definiert ist, ist nach [10] passiv, wenn eine Konstante δ existiert sodass

$$\int_0^t \mathbf{y}(\tau)^T \mathbf{u}(\tau) d\tau \geq \delta \quad (90)$$

ist. Aus dieser Definition ist ersichtlich, dass die Dimensionen von Eingang und Ausgang gleich sein müssen. Für ein elektrisches System, ein Mehrtor, sind die Einträge der Vektoren die zu einem Tor gehörigen Paare von Ströme und Spannungen im Verbraucherbezugssystem. Im einfachsten Fall eines Impedanz-Eintors ist also $y = I$ und $u = U$. Damit wird auch die elektrotechnische Interpretation von (90) offensichtlich, denn $y(t)u(t)$ entspricht dann der in das Eintor fließenden Momentanleistung und der Integralausdruck der im Intervall $[0, t]$ in das Eintor geflossenen elektrischen Energie. δ ist die endliche, zum Zeitpunkt $t = 0$ im System gespeicherte Energie die das System abgeben kann und somit gibt (90) die Forderung wieder, das System möge keine Energiequellen enthalten um passiv zu sein.

Nun enthalten selbstverständlich Umrichter als auch Netz Energiequellen. Erhält man den äquivalenten Ausgangswiderstand des Netzes aus dem Überlagerungsprinzip, setzt man die ideale Quelle der Netzspannung auf 0. Die Impedanz beziehungsweise Übertragungsfunktion Z_{out} des Umrichters aus (88) erhält man aus der Linearisierung des Modells um den Soll-Arbeitspunkt (\mathbf{x}_R, u_R, y_R) wobei man die Zustandstransformation

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{x} - \mathbf{x}_R \\ \tilde{u} &= u - u_R \\ \tilde{y} &= y - y_R\end{aligned}\tag{91}$$

durchführt und im Arbeitspunkt gilt $(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{u}, \tilde{y}) = (0, 0, 0)$. Damit wird in beiden Fällen im Arbeitspunkt $\tilde{y}\tilde{u} = 0$ definiert, und man kann mit (92)

$$\int_0^t \tilde{y}(\tau)\tilde{u}(\tau)d\tau \geq \tilde{\delta}\tag{92}$$

die Passivität des transformierten Systems fordern. Dies ist mit der Zustandstransformation (91) auch für ein allgemeines nichtlineares System möglich, wenn auch schwieriger.

Das besondere an passiven Systemen ist nun, dass Parallelschaltungen und Rückkopplungen passiver Systeme wieder passiv sind [10]. Das heißt, verhält sich der Umrichter (unter Anwendung der Zustandstransformation) passiv, wird eine passive Netzimpedanz ihn niemals destabilisieren weil die Rückkopplung aus Abbildung 18 passiv ist. Sollte die Netzimpedanz nicht passiv sein (also zum Beispiel ein anderer Umrichter am Netz sein, der sich nicht passiv verhält) kann es dennoch zu Instabilität kommen, allerdings ist der „Schuldige“ in diesem Fall dann das Netz.

Über die Übertragungsfunktion ist die Passivität eines linearen Systems leicht graphisch zu überprüfen, denn für ein passives System erfüllt die Übertragungsfunktion $G(s)$ die Bedingung

$$Re(G(j\omega)) \geq 0, -\infty < \omega < \infty.\tag{93}$$

Liegt also die gesamte Nyquist-Ortskurve in der rechten geschlossenen Halbebene, liegt ein passives System vor. Außerdem weist das Bodediagramm des linearen passiven Systems einen Phasengang von maximal 90° auf [10].

Nun lässt sich, wenn man nochmals den Stromregelkreis betrachtet, auch die vorhin erwähnte unbedingte Stabilität des passiven RCL-Netzwerkes mit zeitkontinuierlichem idealen P-Regler besser erklären. P-Regler und PI-Regler sind passive Systeme, wovon man sich leicht anhand ihrer Übertragungsfunktion überzeugen kann:

$$Re(G_{PI}(j\omega)) = Re(K_p + K_I \frac{1}{j\omega}) = K_p > 0\tag{94}$$

Damit wäre das rückgekoppelte System wiederum passiv und damit stabil und auch die vorherige Behauptung, die Instabilität würde erst durch die begrenzte Bandbreite des Reglers beziehungsweise durch die Verzögerungen im System möglich, ist bestätigt. Die Erklärung dafür ist die Übertragungsfunktion einer Totzeit $G_{t_d} = e^{-j\omega t_d}$, die für $(2n + \frac{1}{2})\pi < \omega t_d < (2n + \frac{3}{2})\pi, n \in \mathbb{Z}$ negativen Realteil aufweist und im Nyquistdiagramm unendlich viele Kreise mit Radius 1 durchläuft. Wird das passive System mit einem nicht passiven System, nämlich dem äquivalenten Totzeitglied der Abtastung und Modulation, in Reihe geschaltet, verliert es im Allgemeinen die Passivität. Dabei muss aber nochmals herausgehoben werden, dass es die Strecke des Stromreglers ist, die nicht mehr passiv ist – die Passivität, die gefordert wird um den Umrichter immun gegen beliebige Netzimpedanzen zu machen, ist die Passivität der Umrichterimpedanz von den Abschlussklemmen aus gesehen.

Es ist daher notwendig, einen Stromregler für die nicht mehr passive Stromreglerstrecke so zu entwerfen, dass der Umrichter am Netzanschluss bei geschlossenem Regelkreis dennoch passiv ist.

Prinzipiell ist die Passivität wie erwähnt für allgemeine Systeme definiert – damit wäre ein Beweis der Stabilität der nichtlinearen Modelle des Umrichters für beliebige Netzimpedanzen möglich. Dann kann es aber nötig sein, im Zeitbereich die Integralbedingung (92) zu untersuchen.

5.5.7 Beurteilung der Passivität der vorgestellten Regelung für das LCL-Filters im zeitdiskreten Fall

Nun soll das LCL-Filter mit den Werten aus Tabelle 2 als lineares diskretes Modell bei 100kHz Abtastfrequenz und $10\mu s$, also einem Abtastschritt zusätzlicher Verzögerung, betrachtet werden. Dazu wurde das Zustandsraummodell des LCL-Filters (19) in MATLAB mit dem Befehl

L_t	R_t	C_t	R_c	L_σ	R_σ	T_a	t_d
$20\mu H$	$5m\Omega$	$20\mu F$	$5m\Omega$	$20\mu H$	$5m\Omega$	$10\mu s$	$10\mu s$

Tabelle 2: Parameter für Simulation

$c2d$ mit der Methode *zoh*, also einem Abtast-Halteglied 1. Ordnung diskretisiert, was dem Modell mit gemittelter Eingangsspannung (61,62) entspricht. Die zusätzliche Verzögerung von einem Abtastschritt wurde durch Erweiterung des diskreten Systems um eine Eingangsverzögerung für den Stelleingang U_{in} berücksichtigt. Verzögerungen, die nicht als ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit darstellbar sind, haben keine genaue Entsprechung in der linearen Zustandsraumdarstellung, werden aber oft als gleitender Mittelwert der letzten 2 Werte interpoliert.

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} I_t \\ U_c \\ I_\sigma \\ u_{k-1} \end{bmatrix}, \mathbf{A}'_d = \left[\begin{array}{ccc|c} \mathbf{A}_d & & & \mathbf{b}_{cd} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \mathbf{b}'_{cd} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b}'_{dd} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{dd} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (95)$$

Um die besprochenen Zustandsrückführungen testen zu können, wird als Stromregler ein P-Zustandsregler mit der Reglerverstärkung \mathbf{k} angesetzt.

$$u_c = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + k_f I_{t_{soll}}, \quad \mathbf{k}^T = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad 0] \quad (96)$$

Damit erhält man mit der geschlossenen Regelschleife das System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_{gd}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_{gd}I_{t_{soll}} + \mathbf{b}'_{dd}u_d = (\mathbf{A}'_d + \mathbf{b}'_{cd}\mathbf{k}^T)\mathbf{x}_k + p\mathbf{b}'_{cd}I_{t_{soll}} + \mathbf{b}'_{dd}u_d. \quad (97)$$

Daraus können daraufhin die Führungs- und Störungsübertragungsfunktionen im Z-Bereich berechnet werden. Zuerst soll die Stabilität für einen reinen P-Regler beurteilt werden. Für diesen lauten die Parameter des Zustandsreglers (97) $k_f = p$, $k_1 = -p$ und $k_2 = k_3 = 0$. Die grafische Bestimmung des Parameters p kann einfach aus der Nyquist Ortskurve Abbildung 19 erfolgen. Die Ortskurve kreuzt die reelle Achse bei 0.684 womit die Amplitudenreserve

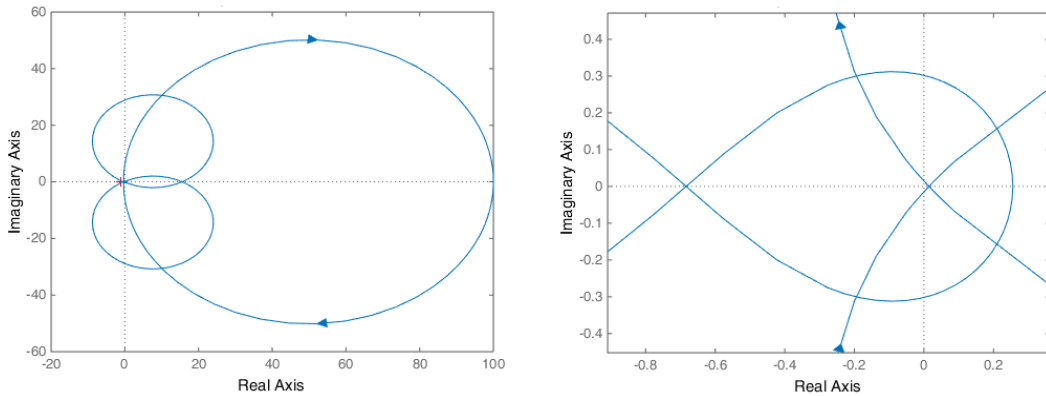


Abbildung 19: Nyquistortskurve des offenen Stromregelkreises, rechts im Detail.

$$A_r \approx \frac{1}{0.684} \approx 1.46 \quad (98)$$

beträgt. Damit gilt $p < 1.46$. Die Parameter $p = 0.65$ und $p = 1.3$ werden anhand der Führungssprungantwort überprüft.

Es ist in Abbildung 20 zu sehen, dass für $p = 0.65$ die Schwingung schneller abklingt und von vornherein nur etwa 10% Überschießen zeigt, $p = 1.3$ dagegen etwa 70%. Das kontinuierliche System zeigt bei $p = 1.3$ nur 10% Überschießen, wodurch der Einfluss der Totzeit sichtbar wird. Für den „Buckel“ im Anstieg ist die konjugiert komplexe Nullstelle des LCL-Filters verantwortlich.

Um die Passivität zu beurteilen, darf aber nicht die aus der zero-order-hold Umwandlung erhaltene diskrete Übertragungsfunktion $Y_{out}(z)$ herangezogen werden, denn diese enthält die Übertragungsfunktion des Abtastglieds, während die Rückkopplung aus Netzimpedanz und Umrichter im zeitkontinuierlichen Bereich stattfindet. Daher wurde die Störungsübertragungsfunktion mit Matlabs *d2c* Routine mit der Methode *zoh* zurückverwandelt, die eine numerische Inverse der Transitionsmatrix ermittelt und damit die inverse Operation zu der Diskretisierung aus (53) durchführt.

Es ist zu zeigen, dass höhere Verstärkungen p die Nyquistortskurve weiter in die linke Halbebene verschieben (Abbildung 21). Dies ist verständlich, weil die kleineren Verstärkungen größere Anstiegszeiten des geschlossenen Kreises bewirken und die Totzeit somit im Verhältnis klein wird (geht p gegen 0, geht die Anstiegszeit gegen ∞ bis bei $p = 0$ nur mehr das passive LCL Filter übrig ist).

Ein Weg, die Passivität dieses Systems zu erreichen, wenn eine Erhöhung der Abtastrate

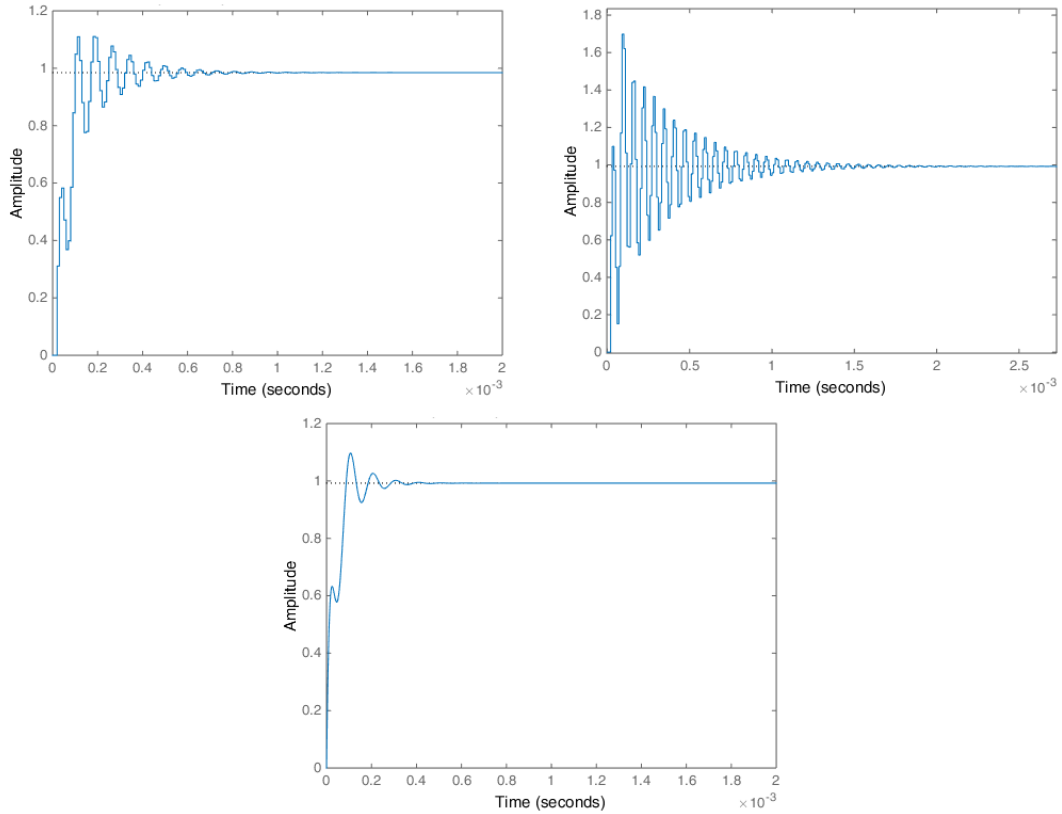


Abbildung 20: Führungssprungantwort von I_t des geschlossenen Kreises; oben links: $p=0.65$; oben rechts: $p=1.3$; unten: $p=1.3$ bei kontinuierlicher Strecke.

beziehungsweise Verringerung der Totzeit nicht sinnvoll möglich ist, ist das Einbringen von Dämpfung in das Filter. Die Serienverlustwiderstände der RL-Serienglieder, mit welchen die Drosseln bisher modelliert wurden, sind bei hohen Frequenzen zunehmend unwirksam. Am besten wäre es, die Ortskurve des LCL-Filters würde sich für hohe Frequenzen nicht an die imaginäre Achse nähern, sondern einen positiven Abstand α halten, das heißt

$$\operatorname{Re}(G(j\omega)) \geq \alpha > 0. \quad (99)$$

Dies wird in der Literatur als α -Eingangspassivität bezeichnet [24]. Die Übertragungsfunktion erreicht dann niemals den Phasenwinkel von 90° , und jede Rückkopplung mit einem passiven System besitzt eine gewisse Phasenreserve. Offensichtlich kann eine Übertragungsfunktion G nur dann α -eingangspassiv sein, wenn Zähler- und Nennergrad gleich sind damit der Realteil für $\omega \rightarrow \infty$ nicht verschwindet. Die einfachste Methode dies für das LCL-filter zu erreichen, wäre, einen Widerstand parallel zu den Netzklemmen zu legen.

Da die Verlustleistung das verbietet und der Widerstand nur für einen gewissen Frequenzbereich wirksam sein muss, ist es (bekanntermaßen) möglich ein RC-Glied einzusetzen, dessen Dimensionierung wiederum anhand der Nyquistortskurve erfolgen kann. So ist an der Ortskurve der Impedanz für $p = 1.3$ in Abbildung 22 zu erkennen, dass das Minimum des Realteils etwa bei 0.05 liegt, und die Kurve bei etwa $\omega = 10^5$ die imaginäre Achse quert.

Das RC-Glied mit der Admittanz (100) soll also bei $\omega = 10^5$ einen Realteil von 0.05 auf-

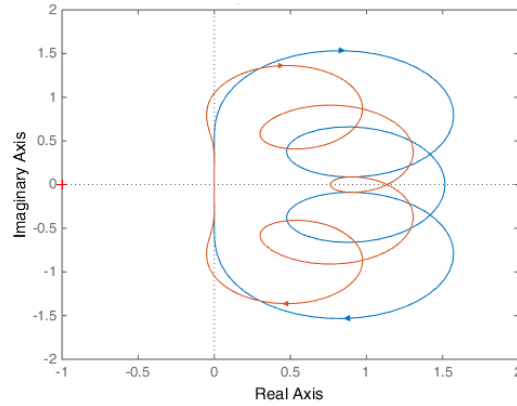


Abbildung 21: Ortskurven der Umrichterausgangsadmittanz Y_{out} bei geschlossenem Kreis. Blau: $p=0.65$; Rot: $p=1.3$.

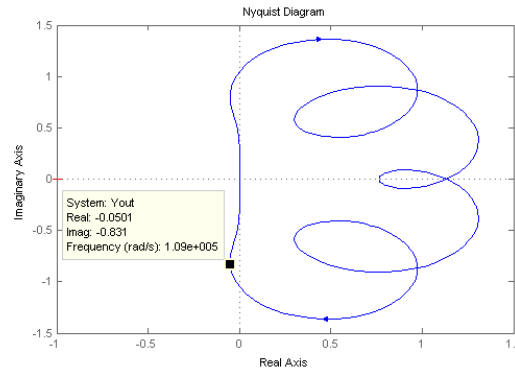


Abbildung 22: Punkt mit minimalen (negativen) Realteil der Ortskurve von Y_{out} für P-Regler $p=1.3$.

weisen,

$$Y_{RC}(j\omega) = \frac{j\omega C}{1 + j\omega CR} = \frac{\omega^2 C^2 R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} + j \frac{\omega C}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \quad (100)$$

und dabei möglichst wenig Strom bei der Netzfrequenz verursachen. Durch Umformung von (100) erhält man

$$R^2 - \frac{R}{Re(Y_{RC})} + \frac{1}{\omega^2 C^2} = 0 \quad (101)$$

und damit

$$R_{1,2} = \frac{1}{2Re(Y_{RC})} \pm \sqrt{\frac{1}{4(Re(Y_{RC}))^2} - \frac{1}{\omega^2 C^2}}. \quad (102)$$

Da der Wurzel Ausdruck reell sein muss, gilt auch

$$C \geq \frac{2Re(Y_{RC})}{\omega}, \quad (103)$$

wodurch man für die gewünschten Werte einen kleinsten Kondensator von $1\mu F$ und einen dazugehörigen Widerstand von 20Ω erhält. Eine Kontrolle der Ortskurve des Umrichters mit

parallelem RC-Filter zeigt die Wirksamkeit der Maßnahme (Abbildung 23).

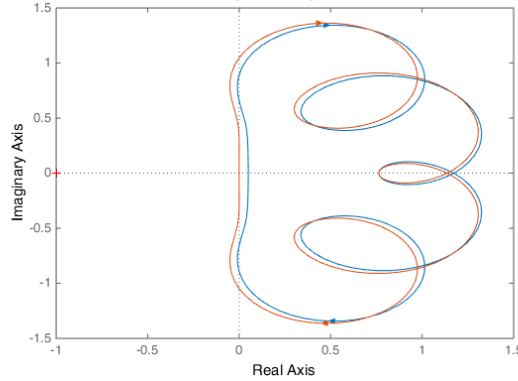


Abbildung 23: Ortskurven der Umrichterausgangsadmittanz Y_{out} mit RC-Glied zur Dämpfung. Rot: kein Dämpfer Blau: $20\Omega+1\mu F$.

Ist die Abtastrate hoch genug im Verhältnis zu den Zeitkonstanten des Filters, reichen mitunter die Verluste der Drosseln um die Passivität des Umrichters zu garantieren. Ansonsten ist es möglich, die Drossel L_σ mit parallelen Widerständen (beziehungsweise einem verlustreichen Kernmaterial) zu dämpfen um das extra RC-Glied am Ausgang zu vermeiden.

Als nächstes soll die Passivität des Umrichters mit Kondensatorspannungsrückführung betrachtet werden. Wie im Abschnitt 5.4.1 beschrieben, „verbirgt“ diese Zustandsrückführung das System von der Taktfilterdrossel L_t abgesehen vor dem Stromregler. Das Problem ist nun, dass natürlich auch diese Rückführung abgetastet wird und daher Instabilität auftreten kann. Im zeitkontinuierlichen Fall war diese Rückführung für jede (passive) Netzimpedanz stabil, obwohl die Übertragungsfunktion $G \frac{U_c}{U_{in}}$ nicht passiv ist. Die Erklärung für die Stabilität ist hier vielmehr, dass das durch die Rückführung veränderte System mit der Systemdynamikmatrix (36) durch die beschriebene entkoppelnde Wirkung in 2 Systeme zerfallen ist. Der Taktfilterstrom I_t wirkt auf das 2. System nur mehr als Störung ohne Rückkopplung, und die Beschaffenheit des Reglers ändert daher nichts an der Passivität der Ausgangsadmittanz $Y_{out}(s) = -\frac{I_\sigma(s)}{U_{Netz}(s)}$.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} I_t &= -\frac{R_t}{L_t} I_t + \frac{1}{L_t} \bar{u} \\
 y_1 &= I_t \\
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} U_c \\ I_\sigma \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C_t} \\ \frac{1}{L_\sigma} & -\frac{R_\sigma}{L_\sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_c \\ I_\sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_t} \\ 0 \end{bmatrix} I_t + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{-L_\sigma} \end{bmatrix} U_{Netz} \\
 y_2 &= -I_\sigma
 \end{aligned} \tag{104}$$

Die Nyquist-Ortskurve der Ausgangsimpedanz mit $p=1.3$ und der Kondensatorspannungsvorsteuerung zeigt, wie in Abbildung 24 zu sehen, dass das System sich tatsächlich (auch ohne zusätzliche Widerstände) mit den gegebenen Werten passiv, wenn auch wie ein kaum gedämpfter Schwingkreis verhält. In den Simulationsversuchen zeigte sich, dass eine Vorsteuererverstärkung im Bereich $0.9 \leq k < 1$ die Dämpfung des Ausgangsfilters deutlich verbesserte ohne die Stabilität zu gefährden, wie anhand der Ortskurve Abbildung 24 auch zu erkennen ist.

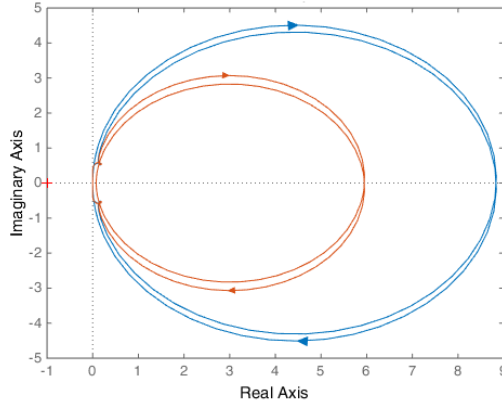


Abbildung 24: Ortskurve der Umrichterausgangsadmittanz Y_{out} bei geschlossenem Kreis mit Kondensatorvorsteuerung (orange: $k=0.9$; blau: $k=1$) und P-Regler $p=1.3$.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass der Taktfilterstrom I_t unter den hier getroffenen Annahmen einen flachen Ausgang vom Grad 1 des LCL-Filters darstellt, denn der Ausgang $y = I_t$ muss einmal zeitlich abgeleitet werden damit der Steuereingang $u = U_{in}$ explizit erscheint [13], [10]. Dies ist unmittelbar daran zu erkennen, dass die erste Zeile der Systemdifferentialgleichungen des LCL-Filters (19) eine Differentialgleichung in I_t ist in der U_{in} vorkommt. Da zusätzlich U_{in} in den restlichen Zeilen nicht auftritt, liegt (19) in einer Form vor, die als Byrnes-Isidori-Normalform bekannt ist [13]. In diesem einfachen Fall erhält man eine Zustandsrückführung u_{fb} , die das System von U_{in} zu I_t in einen Integrator vom neuen Eingang \bar{u} zu I_t umwandelt, einfach durch Auflösen der ersten Zeile entsprechend

$$\begin{aligned} \dot{I}_t &= -\frac{R_c+R_t}{L_t} I_t - \frac{1}{L_t} U_c + \frac{R_c}{L_t} I_\sigma + \frac{1}{L_t} u_{fb} = \bar{u} \\ u_{fb} &= L_t \bar{u} - \mathbf{k}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{k}^T &= [-(R_c + R_t) \quad -1 \quad R_c]. \end{aligned} \quad (105)$$

Für vernachlässigte Widerstände R_c, R_t ist dies gerade die U_c -Rückführung, wobei diese Vereinfachung einerseits zu dem praktisch relativ irrelevanten PT_1 -Verhalten anstatt eines reinen Integratorverhaltens, andererseits aber zu einem Durchdringen von Störungen auf I_σ über die an R_c anliegende Spannung führt.

Da mit dieser Art der Zustandsrückführung für den Regler die Dynamik der restlichen Zustände (in diesem Fall der Serienschwingkreis (39)), die in diesem Zusammenhang auch als „Nulldynamik“ bezeichnet wird [13], weder erreichbar noch beobachtbar ist, hat diese (im Idealfall) keinen Einfluss auf seine Stabilität, wie schon im Kapitel 5.4 gezeigt. Damit ist prinzipiell eine bessere Performance möglich als bei einem Eingrößenregler, allerdings reagiert die schwingfähige Nulldynamik auf (im Verhältnis zu ihren Zeitkonstanten schnelle) Änderungen von I_t trotzdem mit nur durch ihre Verluste abklingenden Schwingungen.

Prinzipiell ist eine auf Flachheit basierende Steuerung auch für Ausgänge mit höherem Grad – wie die Kondensatorspannung oder I_σ – möglich, wodurch auch die Dynamik dieser Größen kontrolliert werden könnte. Dazu müssen allerdings die Systemdifferentialgleichungen dieser Größen in BI-Normalform bekannt sein – in einer Rückführung für den Ausgang U_c treten dementsprechend R_σ und L_σ auf. Flachheitsbasierende Steuerungen über die Kondensatorspannungsrückführung hinaus könnten deshalb für ein definiertes Filter höherer Ordnung in-

teressant sein.

Nun ist es nicht überraschend, dass auch diese Rückführung im Digitalreglerprozess nur mehr für im Verhältnis zur Abtastfrequenz beziehungsweise den Verarbeitungstotzeiten niedrigen Frequenzen arbeitet wie im zeitkontinuierlichen Fall, weil ein phasenverschobenes und für hohe Frequenzen sogar Aliasing-verfälschtes Bild der Zustände zurückgeführt wird.

Diese Tatsache soll genutzt werden, um im nächsten Abschnitt für ein einfaches Beispiel einer Zustandsrückführung, nämlich der Kondensatorspannungsvorsteuerung, die Zusammenhänge zwischen Bauteilwerten, Abtastzeit und Stabilität zu untersuchen.

5.5.8 Abhängigkeit der Stabilität der Kondensatorspannungsvorsteuerung von der Auslegung des Filters

Um die Stabilität der Kondensatorspannungsvorsteuerung bei variablen Größen des LCL-Filters zu beurteilen, soll wiederum vereinfachend ein ungedämpftes LCL-Filter angenommen werden. Die Übertragungsfunktion $G_{\frac{U_c}{U_{in}}}$ im s -Bereich für $u = U_{in}$ und $y = U_c$ ist aus den Systemdifferentialgleichungen oder direkt mittels komplexer Wechselstromrechnung zu bestimmen:

$$G_{\frac{U_c}{U_{in}}} = \frac{U_c(s)}{U_{in}(s)} = \frac{L_\sigma}{L_\sigma + L_t} \frac{s}{s(s^2 C_t (L_t || L_\sigma) + 1)} = V \frac{\omega_{res}^2}{s^2 + \omega_{res}^2} \quad (106)$$

Alle zeitkontinuierlichen, ungekürzten Übertragungsfunktionen des LCL-Filters haben 3 Pole mit negativem Realteil (jedes reale RCL-Netzwerk ist voll gedämpft und hat daher nur derartige Pole). Außerdem haben die Nullstellen negativen Realteil, das System ist also phasenminimal. Das allgemeine Nyquistkriterium besagt, dass ein geschlossener Kreis stabil ist wenn die stetige Winkeländerung der Übertragungsfunktion $G_{ol}(s) = \frac{z(s)}{n(s)}$, die positiv gegen den Urzeigersinn gezählt wird, die folgende Bedingung mit der Anzahl der Pole in der linken s -Halbebene $N_-(n(s))$ und in der rechten s -Halbebene $N_+(n(s))$ erfüllt [11]:

$$\Delta \arg(1 - G_{ol}(j\omega)) = (\max(\text{grad}(z(s)), \text{grad}(n(s))) - N_-(n(s)) + N_+(n(s)))\pi \quad (107)$$

Summiert man also die Winkeländerung der Nyquistortskurve von $\omega = -\infty \dots \infty$ ohne Berücksichtigung der Sprünge, muss man wieder beim Ausgangspunkt angekommen sein ohne den Punkt $(-1,0)$ umlaufen zu haben, da sonst die stetige Winkeländerung nicht 0 sein kann. Daher reicht es für diese Übertragungsfunktionen, zu überprüfen ob die Ortskurve die reelle Achse bei < -1 schneidet.

Es wird zunächst angenommen, dass die Verstärkung der Wechselspannungskomponenten in U_{in} und U_{Netz} auf U_c bei der Nyquistkreisfrequenz $\frac{\pi}{T_a}$ ausreichend klein ist, also $\omega_{res} < \frac{\pi}{T_a}$, und damit kein nennenswertes Aliasing auftritt.

Im Sinne einer einfachen Abschätzung ist es dann möglich, den Einfluss der Totzeit über die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion des LCL-Filters mit einem Totzeitglied der mittleren Totzeit T_d des Regelkreises zu untersuchen. Dies macht besonders für Totzeiten von mindestens einem Abtastschritt T_a Sinn, da für kleine Totzeiten die hier vernachlässigte Tiefpasswirkung des Abtasthalteglieds dominant wird. Da die ungedämpfte Übertragungsfunktion für $s = j\omega$ mit reellen ω ebenso reell ist, kann man die Übertragungsfunktion des offenen Kreises mit

(106) und dem Totzeitglied $G_{T_d} = e^{-T_d s}$ schreiben als

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= -G_{T_d}(j\omega)G_{\frac{U_c}{U_{in}}}(j\omega) = -e^{-j\omega T_d}V \frac{\omega_{res}^2}{\omega_{res}^2 - \omega^2} \\ &= -V \frac{\omega_{res}^2}{\omega_{res}^2 - \omega^2} (\cos(\omega T_d) - j \sin(\omega T_d)). \end{aligned} \quad (108)$$

Wenn die Verstärkung bei $\omega_{T_d} = \frac{2\pi}{T_d}$ wie angenommen bereits sehr klein ist ((T_d) liegt in der selben Größenordnung wie T_a), was in diesem Zusammenhang bedeutet dass die Ortskurve sich außerhalb des Einheitskreises in der komplexen Ebene nicht erheblich von der Ortskurve der Übertragungsfunktion ohne Totzeit unterscheidet, umschlingt die Übertragungsfunktion des offenen Kreises mit Ordnung 2 den kritischen Punkt $(-1, 0)$ im Nyquistdiagramm für $\omega = 0 \rightarrow \infty$ gar nicht (stabiler geschlossener Kreis) oder einmal (instabiler geschlossener Kreis). Die Ortskurve schneidet die reelle Achse bei $\omega = 0, \frac{\pi}{T_d}, \frac{2\pi}{T_d}, \dots$, weshalb (108) für $\omega = 0$ und $\omega = \frac{\pi}{T_d}$ auszuwerten ist und hier einen Wert von > -1 aufweisen muss.

$$\begin{aligned} -1 &< G(0) = -V \\ -1 &< G\left(\frac{\pi}{T_d}\right) = V \frac{\omega_{res}^2}{\omega_{res}^2 - \left(\frac{\pi}{T_d}\right)^2} \end{aligned} \quad (109)$$

Der obere Ausdruck ist immer erfüllt, weil $V < 1$. Die untere Zeile ist zum einen erfüllt, wenn

$$\begin{aligned} \omega_{res}^2 - \left(\frac{\pi}{T_d}\right)^2 &> 0 \\ \omega_{res} &> \frac{\pi}{T_d} \end{aligned} \quad (110)$$

gilt. Dies sagt aus, dass es einen stabilen Bereich der Rückführung für Zeitkonstanten des Filters über der halben Totzeit gibt. Das ergibt Sinn, vor allem wegen der vereinfachenden Annahme dass kein Aliasing auftritt, wodurch eine begrenzte Bandbreite vorausgesetzt wird. In der Bandbreite der offenen Schleife verhält sich die Strecke für vergleichsweise sehr hohe Resonanzfrequenzen ω_{res} wie ein induktiver Spannungsteiler aus L_t und L_σ , wodurch sie keinen Abfall der Phase verursacht. Die praktische Bedeutung dieses Falles ist fragwürdig, weil die Resonanzfrequenz des LCL-Filters in der Regel deutlich unter der Schaltfrequenz liegen wird und ein Regler dessen Bandbreite nochmals eine Größenordnung darunter liegt kaum die geforderte Performance erreichen wird.

Der andere Fall der unteren Zeile aus (109), nämlich bei negativem Nennerausdruck, lässt sich wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} \omega_{res}^2 - \left(\frac{\pi}{T_d}\right)^2 &< -V\omega_{res}^2 \\ \left(\frac{\pi}{T_d}\right)^2 &> (1+V)\omega_{res}^2 = \frac{2L_\sigma + L_t}{L_\sigma + L_t} \frac{L_t + L_\sigma}{C_t L_t L_\sigma} = \frac{L_t + 2L_\sigma}{C_t L_t L_\sigma} \end{aligned} \quad (111)$$

Prinzipiell stellt (111) eine Daumenregel für die Auslegung von LCL-Filter und Abtastsystem dar. Auffallend ist, dass für gegebene L_σ und L_t der Kondensator quadratisch mit der Reglertotzeit reduziert werden kann (bedingt durch den Zusammenhang $C_t \propto \omega_{res}^2$).

Selbstverständlich ist zu beachten, dass neben anderen Parametervariationen beim gedämpften Filter die Resonanzspitzen breiter werden und daher die Phase schon bei Annäherung an diese Bedingungen verändern. Ebenso müssen weitere vorhandene Filter in der Regelstrecke (beispielsweise Antialiasingfilter) in das Modell integriert werden, wenn sie die Phase in der

Reglerbandbreite erheblich verändern.

Eine etwas aufwändigere, aber präzisere Variante diese Stabilitätsabschätzung durchzuführen kann über die z- und Tustintransformation erfolgen. Die Tustintransformation

$$G_q(q) = G_z(z) \Big|_{z = \frac{1 + \frac{T_a}{2}q}{1 - \frac{T_a}{2}q}} \quad (112)$$

projiziert die Pole und Nullstellen der z-Übertragungsfunktion aus dem Inneren des Einheitskreises in die linke q-Halbebene und aus dem äußeren in die rechte, wodurch man eine kontinuierliche rationale Übertragungsfunktion erhalten und einfacher die grafischen Stabilitätskriterien wie das Nyquistkriterium und das daraus hervorgehende Frequenzkennlinienverfahren anwenden kann [11]. Durch z- und daraufhinfolgende Tustintransformation erhält man aus einer zeitkontinuierlichen Strecke mit Abtastung und einer Totzeit, die als Vielfaches der Abtastzeit darstellbar ist, wieder eine echt rationale Übertragungsfunktion.

Für $z = e^{sT_a}|_{s=j\omega}$ gilt für die q-Variable

$$q = \frac{2}{T_a} \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T_a} \frac{e^{j\omega \frac{T_a}{2}} - e^{-j\omega \frac{T_a}{2}}}{e^{j\omega \frac{T_a}{2}} + e^{-j\omega \frac{T_a}{2}}} = j \frac{2}{T_a} \tan\left(\omega \frac{T_a}{2}\right) = j\Omega. \quad (113)$$

Die Tustintransformation führt also eine verzerrende Abbildung der Kreisfrequenz durch, die transformierte Kreisfrequenz Ω nähert sich für $\omega \rightarrow \infty$ asymptotisch an die Nyquistkreisfrequenz $\frac{\pi}{T_a}$ und verhindert so das Aliasing der transformierten Übertragungsfunktion.

Um das LCL-Filter (oder eine andere zeitkontinuierliche s-Übertragungsfunktion) mit Verzögerung auf diesen Weg zu betrachten, wird zunächst die z-Transformation mit Abtastung 1. Ordnung durchgeführt [11]:

$$G_z(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_s(s)}{s} \right\} \quad (114)$$

Für die Übertragungsfunktion aus (106) erhält man mittels Partialbruchzerlegung und Korrespondenztabelle

$$\begin{aligned} G_{\frac{U_c}{U_{in}}}(z) &= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ V \frac{1}{s} \frac{\omega_{res}^2}{s^2 + \omega_{res}^2} \right\} = V \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{s^2}{s^2 + \omega_{res}^2} \right\} = \\ &= V \frac{z-1}{z} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z^2 - z \cos(\omega_{res} T_a)}{z^2 - 2z \cos(\omega_{res} T_a) + 1} \right) = \\ &= V(1 - \cos(\omega_{res} T_a)) \frac{z+1}{z^2 - 2z \cos(\omega_{res} T_a) + 1}. \end{aligned} \quad (115)$$

Für eine kompaktere Darstellung wird sofort

$$q = j \frac{2}{T_a} \nu \quad \text{beziehungsweise} \quad z_\nu = \frac{1 + j\nu}{1 - j\nu} \quad (116)$$

eingesetzt. Für (115) erhält man dann (ohne Berücksichtigung der Verarbeitungsverzögerung)

$$\begin{aligned}
G_{\frac{U_c}{U_{in}}}(z_\nu(\nu)) &= V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) \frac{\left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right) + 1}{\left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right)^2 - 2\left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right) \cos(\omega_{res}T_a) + 1} \\
&= V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) \frac{(1+j\nu)(1-j\nu) + (1-j\nu)^2}{(1+j\nu)^2 - 2(1+j\nu)(1-j\nu) \cos(\omega_{res}T_a) + (1-j\nu)^2} \\
&= V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) \frac{1-j\nu}{1-1\nu^2 - (1+\nu^2) \cos(\omega_{res}T_a)} = -G'_{ol}(\nu).
\end{aligned} \tag{117}$$

Dieser Ausdruck ist für $\nu = 0$ reell, womit man durch Rückeinsetzen wieder die Bedingung aus (109) erhält, die immer erfüllt ist. Die Kondensatorspannungsrückführung wäre damit (für das zugrundeliegende Modell der Strecke als lineares Abtastsystem) bedingungslos stabil, während das zeitkontinuierliche Modell mit Totzeitglied auch für das der Abtastung 0. Ordnung äquivalente Totzeitglied von $\frac{T_a}{2}$ entsprechend der Bedingung (110) Instabilität erreichen könnte. Durch die Abtastung kann der Regler keine Signale verstärken, die Komponenten über der halben Abtastfrequenz enthalten. Für diese Frequenzen reduziert die äquivalente Totzeit von $\frac{T_a}{2}$ die Phasenreserve aber um maximal 90° , was in diesem Fall nicht ausreicht um eine Schwingung anzuregen. Dies bestätigt die Annahme, dass die zeitkontinuierliche Betrachtung nur für eine gegenüber der Abtastzeit dominante Totzeit zu richtigen Ergebnissen führt.

Für den angenommenen Abtastschritt Verarbeitungsverzögerung muss die Übertragungsfunktion nun mit z^{-1} multipliziert werden.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{z_\nu(\nu)} G_{\frac{U_c}{U_{in}}}(z_\nu(\nu)) &= V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) \frac{\left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right) + 1}{\left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right)^3 - 2\left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right)^2 \cos(\omega_{res}T_a) + \left(\frac{1+j\nu}{1-j\nu}\right)} \\
&= V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) \frac{(1-j\nu)^2}{(1+j\nu)(1-\nu^2 - (1+\nu^2) \cos(\omega_{res}T_a))} \frac{(1-j\nu)}{(1-j\nu)} \\
&= V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) \frac{1-3\nu^2 + j\nu(\nu^2-3)}{(1+\nu^2)(1-\nu^2 - (1+\nu^2) \cos(\omega_{res}T_a))} = -G_{ol}(\nu)
\end{aligned} \tag{118}$$

Dieser Ausdruck ist für $\nu = 0$ und $\nu = \pm\sqrt{3}$ reell. Für $\nu = 0$ gilt wiederum die erste Zeile aus (109), für $\nu = \pm\sqrt{3}$ gilt dagegen

$$G_{ol}|_{\nu^2=3} = -V \frac{1 - \cos(\omega_{res}T_a)}{1 + 2 \cos(\omega_{res}T_a)} > -1. \tag{119}$$

Da der Ausdruck im Nenner nichtnegativ und nur für $\omega_{res}T_a = 2\pi n, n = 0, 1, 2, \dots$ zu 0 wird, ist die Gleichung immer erfüllt für einen negativen Nenner, also gilt

$$\begin{aligned}
\cos(\omega_{res}T_a) &< -\frac{1}{2} \\
\frac{2\pi}{T_a} \left(\frac{1}{3} + n\right) &< \omega_{res} < \frac{2\pi}{T_a} \left(\frac{2}{3} + n\right).
\end{aligned} \tag{120}$$

Dies ist das Äquivalent zu (110), berücksichtigt aber nun, dass ein Pol oberhalb der Nyquistkreisfrequenz für den Abtastregler bei der Aliasingfrequenz erscheint. Dies erklärt, wieso

Resonanzen in der Größenordnung der Abtastfrequenz besonders unangenehm sind. Sie können zu Instabilität führen, aber ein Aliasingfilter das ausreichend Abschwächung bietet wird auch die Bandbreite des offenen Regelkreises beziehungsweise die Phasenreserve erheblich verringern.

Für positive Nenner erhält man durch Umformung

$$\begin{aligned} -V(1 - \cos(\omega_{res}T_a)) &> -(1 + 2 \cos(\omega_{res}T_a)) \\ \cos(\omega_{res}T_a) &> \frac{V-1}{V+2}. \end{aligned} \quad (121)$$

Dies ist erfüllt für

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_a} \left(\arccos \left(\frac{V-1}{V+2} \right) \right) &> \omega_{res} \\ \frac{1}{T_a} \left(\arccos \left(\frac{V-1}{V+2} \right) + 2\pi(n+1) \right) &> \omega_{res} > \frac{1}{T_a} \left(2\pi(n+1) - \arccos \left(\frac{V-1}{V+2} \right) \right). \end{aligned} \quad (122)$$

Ist wieder der Kondensator C für gegebene Induktivitäten gesucht, erhält man daraus

$$\begin{aligned} T_a^2 \frac{L_t + L_\sigma}{L_t L_\sigma} \left(\arccos \left(\frac{-L_t}{3L_\sigma + 2L_t} \right) \right)^{-2} &< C \\ T_a^2 \frac{L_t + L_\sigma}{L_t L_\sigma} \left(\arccos \left(\frac{-L_t}{3L_\sigma + 2L_t} \right) + 2\pi(n+1) \right)^{-2} &< C < \\ < T_a^2 \frac{L_t + L_\sigma}{L_t L_\sigma} \left(2\pi(n+1) - \arccos \left(\frac{-L_t}{3L_\sigma + 2L_t} \right) \right)^{-2} & \\ n = 0, 1, 2, \dots & \end{aligned} \quad (123)$$

Setzt man die Werte aus Tabelle 2 vom Filterkondensator abgesehen ein erhält man als zulässige Bereiche beispielsweise für $n = 0$:

$$\begin{aligned} C &> 3.18\mu F \\ 154nF &> C > 491nF \end{aligned} \quad (124)$$

Tatsächlich führen Werte von $C = 3.2\mu F$ und $C = 300nF$ auf stabile Übertragungsfunktionen G_t und G_d des Systems, während $C = 1\mu F$ ein instabiles System verursacht. In Abbildung 25 sind die Pole und Nullstellen für G_t für die gegebenen Werte zu sehen. Die Ursache ist wiederum, dass für den 2. Bereich der Regler stabil mit dem 1. Alias des Systems ist.

Während es möglicherweise naheliegen würde eine Kapazität in diesem Bereich zu wählen, sofern die Unterdrückung der Schaltfrequenzen im Ausgangsstrom dann ausreicht, spricht einiges gegen eine derartige Auslegung. Zunächst besteht das Risiko, dass eine Vergrößerung von L_σ den Bereich so verschieben kann dass das System wieder instabil wird. Außerdem lässt ein LCL-Filter mit der Resonanzfrequenz eine Größenordnung unter der Abtastfrequenz (also einem Kondensator im 1. Bereich) die Verstärkung im Regelkreis im Bereich der Nyquistfrequenz stark abfallen und beschränkt die Bandbreite der Spannungen und Ströme auf Werte unterhalb derselben. Damit wirkt es einerseits als Antialiasingfilter für den Abtastregler beziehungsweise macht den Einsatz eines weiteren Filters und damit das Einfügen von zusätzlichen Polen in den Regelkreis unnötig. Andererseits verhindert es wie im Kapitel 5.3 erwähnt oberhalb seiner Knickfrequenz die Anregung von weiteren Resonanzen der Netzimpedanz, indem es

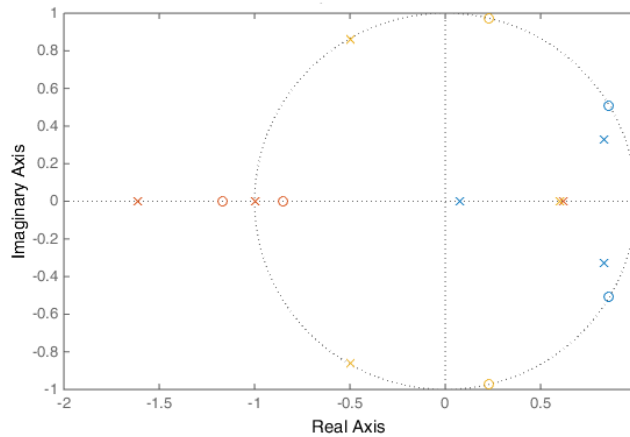


Abbildung 25: Pol-Nullstellendiagramm der Führungsübertragungsfunktion des Kondensatorspannungsvorgesteuerten Systems für verschiedene Werte des Filterkondensators. blau: 300nF; rot: 1 μ F; gelb: 3.2 μ F.

die Schleifenverstärkung bei diesen Frequenzen unter 0dB hält. Außerdem erhält man mittels PWM-synchroner Abtastung der Größen für Filter, deren Resonanzfrequenz in der Größenordnung der Schaltfrequenz oder darüber liegt, unter Umständen keine brauchbare Näherung des Zeitmittelwertes dieser Größen mehr. Die synchrone Abtastung kann nur die Schaltfrequenz und ihre harmonischen Oberschwingungen unterdrücken, nicht aber Störungen durch von den Schaltflanken angeregten parasitären Schwingungen, die relevant werden wenn die vereinfachende Annahme (63) nicht mehr ausreichend erfüllt wird.

Liegen Pole des Systems beziehungsweise eingestreute Störungen weit über der Schaltfrequenz, ist der Einsatz eines Antialiasingfilters wiederum unkritisch, wobei „weit“ in diesem Fall bedeutet dass die Grenzfrequenz des Filters mindestens eine Dekade über der Frequenz liegt bei der die Verstärkung des offenen Regelkreises 0dB unterschreitet.

Es ist offensichtlich, dass diese Art der analytischen Untersuchung aufwändig ist und für ein System mit vielen Zustandsgrößen nahezu unmöglich werden kann, zumal für eine allgemeine Zustandsrückführung (96) genau genommen die Stabilitätsgrenzen für den Rückführungsvektor \mathbf{k}^T bestimmt werden müssten, wobei Zustandsgrößen des Reglers noch nicht berücksichtigt wurden. Wichtig ist, dass es unter Umständen Auslegungen von LCL-Filter und Zustandsrückführung gibt bei der die dominanten Pole im – dennoch stabilen – Regelkreis oberhalb der Nyquistfrequenz liegen, dass die größere Robustheit aber mit dominanten Polen unter der Nyquistfrequenz zu erreichen ist. Dies kann durch Antialiasingfilter oder die Auslegung des LCL-Filters erreicht werden, wobei für eine schlechte Auslegung des LCL-Filters mit Resonanzfrequenzen in der Größenordnung der Abtastfrequenz das Antialiasingfilter keine sinnvolle Option darstellt. Ebenso wurde gezeigt, dass ein Abtastschritt Verzögerung leicht den Unterschied zwischen bedingungsloser Stabilität (des linearen Abtastmodells) und Instabilität ausmachen kann, wodurch der Versuch motiviert wurde die Verarbeitungszeit mittels linearem Prädiktor zu kompensieren.

6 Entwurf des linearen Prädiktors

Das Problem eines Regelkreises mit Totzeit gegenüber dem selben System ohne Totzeit kann, wie schon erwähnt, so betrachtet werden dass nicht die Antwort des Systems auf die Stellgröße rückgekoppelt wird sondern eine um die Totzeit verschobene Antwort. Der Regler muss, einfach gesagt, abwarten bis die Auswirkung einer vorgegebenen Stellgrößenänderung sich bis zu seinen Messgrößen ausgebreitet hat bevor wieder eine erhebliche Stellgrößenänderung aufgebracht werden darf. Dies resultiert, wie gezeigt wurde, für den PI-Regler in einer im Vergleich zur Abtastfrequenz sehr geringen Durchtrittsfrequenz der offenen Schleife.

Nahe liegt daher der Ansatz, das Verhalten des Systems im Steuerrechner zu simulieren und die simulierte Antwort auf die Stellgröße ohne Totzeit rückzukoppeln. Insbesondere wenn das LCL-Filter für Zeitkonstanten in einer Größenordnung über der Abtastperiode ausgelegt wurde, reicht die Abtastrate aus um ein gutes Bild der auftretenden Größen zu bieten und auch bei einem relativ ungenauen Modell aufgrund der kleinen Änderungen der Zustandsgrößen von Abtastschritt zu Abtastschritt geringe Abweichungen zu erhalten.

6.1 Der Smith-Prädiktor

Der Smith-Prädiktor, wie in Abbildung 26 in der zeitkontinuierlichen Form dargestellt, benutzt das Modell der Strecke ohne Totzeitglied \hat{G}_s mit dem für die totzeitfreie Strecke G_s entworfenen Regler R [7]. Ein innerer Regelkreis wird über das Streckenmodell \hat{G}_s geschlossen, wodurch in diesem inneren Regelkreis keine Totzeit auftritt und der Regelkreis stabil ist. Für die tatsächliche Strecke stellt der innere Regelkreis eine Steuerung dar, da die Ausgangsgröße y darin nicht berücksichtigt wird. Damit könnten sich die Fehler der Prädiktion mit der Zeit erhöhen, was insbesondere wenn sich das System in einem instabilen Arbeitspunkt befindet beziehungsweise selbst instabil ist unweigerlich zu einer zusätzlichen Regelabweichung oder gar dem „Davonlaufen“ der Ausgangsgröße führen würde. Daher wird zur Stabilisierung des Ausgangsfehlers ein äußerer Regelkreis geschlossen, der die Differenz aus der Ausgangsgröße der Strecke y mit der durch das Totzeitmodell $e^{-\hat{t}_{ds}}$ verzögerten Ausgangsgröße des Streckenmodells bildet und dem Eingang zuführt und damit einem P-Regler mit Verstärkung 1 entspricht. Dieser Regelkreis enthält somit zwar wieder die Streckentotzeit, muss aber nur mehr den kleinen Ausgangsfehler ausregeln. Es sei angemerkt, dass zur Stabilisierung des Ausgangsfehlers auch andere Reglerverstärkungen als 1 oder auch ein PI-Regler (im Falle bleibender Abweichungen des Ausgangsfehlers) denkbar wären, in dieser klassischen Form des Smith-Prädiktors aber nicht vorgesehen sind.

Da der Smith-Prädiktor im Grunde genommen die Strecke simuliert und den Ausgangsfehler zurückführt, kann er auch als vollständiger Beobachter mit der Beobacherverstärkung 1 interpretiert werden, der im Frequenzbereich entworfen wird. Für eine vektorielle Zustandsrückführung, bei der die Zustandsgrößen beziehungsweise mehrere Ausgangsgrößen benötigt werden ist es zumeist sinnvoller, Prädiktor beziehungsweise Beobachter im Zustandsraum zu implementieren. Stehen vollständige Messungen der Zustands- und Störgrößen zur Verfügung, wird ein Beobachter nicht benötigt und die Prädiktion kann direkt durch Transformation der gemessenen Zustandsgrößen mit der diskreten Systemdynamikmatrix \mathbf{A}_d aus der linearen Zustandsraumdarstellung

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_{dc} u_c + \mathbf{b}_{dd} u_d \quad (125)$$

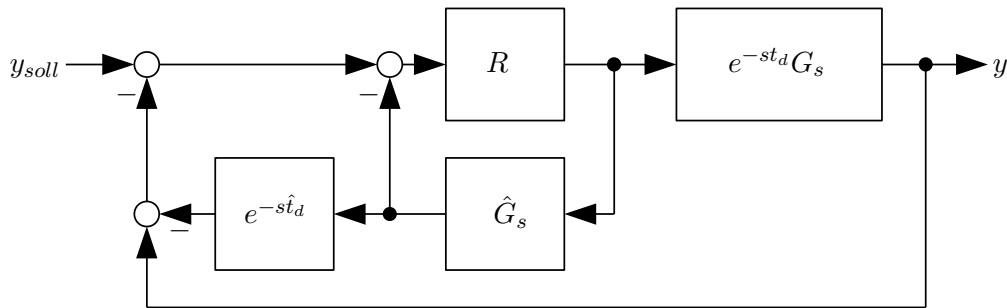


Abbildung 26: Strukturschaltbild des Smith-Prädiktors mit totzeitbehafteter Strecke.

des Abtastsystems ohne Verzögerung erfolgen. In (95) wurde das erweiterte System für eine Eingangsverzögerung von einem Abtastschritt gezeigt. Wie bereits erwähnt, kann eine Verzögerung von nicht ganzzahligen Abtastschritten durch ein gleitendes Mittelwertfilter angenähert werden, während die exakte Modellierung genau genommen nur für ganzzahlige Abtastschritte möglich ist. Das betrachtete Beispiel weist insgesamt (von einer kleinen zusätzlichen Verzögerung durch die Abtastung der Messgrößen bedingt) etwa 1.5 Abtastschritte Verzögerung auf. Wird die Kompensation eines Abtastschrittes vorgenommen kann der Regler prinzipiell wie für das mit Abtast-Halte-Gliedern nullter Ordnung diskretisierte Filter entworfen werden. Da der entworfene lineare Prädiktor, wie in Abbildung 27 zu sehen, im Gegensatz zum Smith-Prädiktor aus Abbildung 26 keinen Beobachter darstellt sondern für jeden Abtastschritt den gemessenen Zustand heranzieht, ist prinzipiell keine Ausgangsstabilisierung erforderlich. Als einzige eigene Zustandsgröße speichert der Prädiktor die Stellgröße $u_{c,k}$ vom letzten Abtastschritt, um sie in der Extrapolation der Systemzustandsgrößen $\hat{\mathbf{x}}_{k+1,k}$ zu berücksichtigen.

Ein wesentlicher Vorteil der Prädiktion ist, dass auch die Auswirkung von Störgrößen extra-

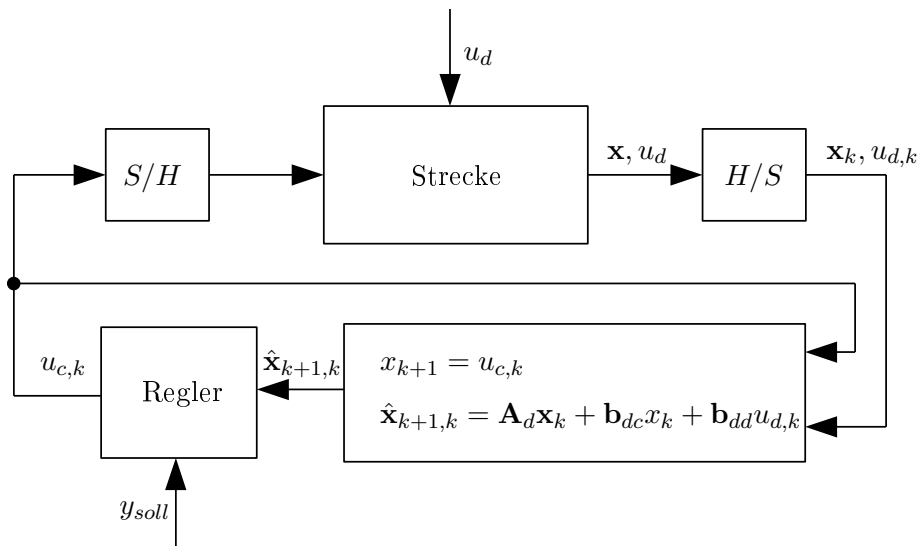


Abbildung 27: Strukturschaltbild der entworfenen einfachen Prädiktor-Regler-Struktur.

poliert werden kann. Es wurde gezeigt, dass die Kondensatorspannungsrückführung aufgrund der Verzögerung, die mit dem Prädiktor (teilweise) kompensiert werden kann, instabil werden

kann. Selbst bei einwandfreier Stabilität führt die Verzögerung der Vorsteuerung jedoch dazu, dass die Störung der Kondensatorspannung über die Stellgröße nicht perfekt kompensiert wird sondern die Differenz aus der momentanen und der abgetasteten, verzögerten Spannung an der Drossel anliegt. Wird jedoch die Netzspannung gemessen, kann der Verlauf der Kondensatorspannung vorhergesagt werden und so eine wesentlich kleinere Abweichung erreicht werden. Der zusätzliche Aufwand im Steuerrechner für diese Art der statischen Prädiktion ist gering, denn liegt wiederum ein Zustandsregler der Art

$$u_c = \mathbf{k}^T \mathbf{x} + k_f y_{soll} \quad (126)$$

vor, so kann das Zustandsregelgesetz vor der Implementierung mit der Prädiktionsgleichung ausmultipliziert werden, und man erhält, von der Rückführung des Einganges abgesehen, einfach ein modifiziertes Zustandsregelgesetz. So betrachtet, entspricht der beschriebene Prädiktor nur einer einsichtigen Methode das Zustandsregelgesetz für das System mit Totzeit zu modifizieren.

7 Integration von Sensoren mit Hoch- und Tiefpasscharakteristik

Wie in Kapitel 3 beschrieben wurde, weisen die Strommessungen mittels Rogowskispulen oder Hilfswicklungen auf der Drossel aufgrund ihrer auf induktiver Kopplung basierenden Funktion Hochpasscharakteristik auf. Im Ausgleich stellen sie verlustarme, robuste und kostengünstige Methoden dar um prinzipiell beliebig hochfrequente Ströme im Konverter zu messen. Andererseits sind die gängigen Stromsensoren wie beispielsweise kompensierte Hallsensoren, die den Gleichanteil des Stromes erfassen können, zumindest in den preiswerten Ausführungen aktuell auf etwa 100kHz Bandbreite begrenzt. Dies ist für die angenommenen 100kHz Abtastrate in den Dimensionierungsbeispielen dieser Arbeit ausreichend, da die Durchtrittsfrequenz des Regelkreises wie gezeigt wurde ohnehin etwa eine Größenordnung darunter liegt und der Verlust an Phasenreserve durch den Stromsensor klein bleibt. Dennoch gibt es außer der Skalierbarkeit des Regelkonzeptes auf höhere Abtastraten und damit noch schnellere Regler, die mit leistungsfähigen DSPs oder FPGAs möglich sind, gute Gründe zwei (einen Sensor mit Hochpass- und einen mit Tiefpasscharakteristik) oder drei (zwei Sensoren mit Hochpass- und einen mit Tiefpasscharakteristik) Stromsensoren zur Regelung des Konverters mit LCL-Filter zu kombinieren:

- Anforderungen zur Genauigkeit des $\cos \Phi$ sind leichter zu erfüllen, wenn der Strom I_σ hinter dem Filterkondensator gemessen wird, da der durch den toleranzbehafteten Kondensator fließende Blindstrom den aus der Strommessung berechneten $\cos \Phi$ verfälscht. Dabei ist die 50Hz Komponente des Stroms relevant. Für die schnelle Stromregelung jedoch ist eine Bestimmung von I_t mit hoher Bandbreite erforderlich.
- Der im vorigen Kapitel vorgeschlagene lineare Prädiktor benötigt Werte von I_σ und I_t , also den Strom vor und nach dem Filterkondensator. Dabei sind prinzipiell von beiden Strömen breitbandige Messungen erforderlich. Diese Information kann mit jeweils einem Hochpass-Sensor für I_t und I_σ und einem Tiefpass-Sensor für I_σ gewonnen werden.
- Wenn der Tiefpass-Sensor, in dem je nach Technologie zusätzliche Verluste oder Messfehler durch hochfrequente Wechselströme (die er nicht einmal mehr messen kann) auftreten können, hinter dem Filterkondensator integriert wird, wird er nicht oder kaum durch den an der Drossel L_t auftretenden Rippel belastet. I_t kann dann beispielsweise mit einer Rogowskispule gemessen werden.

Dabei wird immer davon ausgegangen, dass die untere Grenzfrequenz des Hochpass-Sensors mindestens eine Dekade unter der oberen Grenzfrequenz des Tiefpass-Sensors liegt und damit die Messungen beider Sensoren vereint eine durchgängige Messung des Stroms ohne relevante Phasenverschiebung ergeben würden.

Das hauptsächliche Problem dieser Konfiguration ist offensichtlich: Wenn, wie im ersten Beispiel, die Rogowskispule in Serie zu L_t und der Kompensationsstromwandler in Serie zu L_σ liegt, fehlen in der Messung die niedrigen Frequenzkomponenten von I_t . Würde man dies ignorieren und die hochpassgefilterte Strominformation als Ist-Größe dem PI-Stromregler zuführen, würde dieser aus dem Arbeitspunkt „driften“. Dennoch muss dies zu verhindern sein, wenn die tiefpassgefilterte Messung von I_σ , die hochpassgefilterte Messung von I_t und eine breitbandige Messung der Kondensatorspannung U_c vorliegt.

7.1 Überlagerung der Messwerte durch Filter

Zum Beispiel könnte man prinzipiell den Strom durch den Kondensator durch Ableitung von U_c bestimmen und zur Messung von I_σ addieren, wie in Abbildung 28 dargestellt. Diese Summe würde bis zur Grenzfrequenz der Messung von I_σ dem Strom I_t entsprechen, und man könnte sie mit der Zeitkonstante der hochpassgefilterten Messung von I_t tiefpassfiltern und zu dieser addieren um die gewünschte breitbandige Messung von I_t zu erhalten.

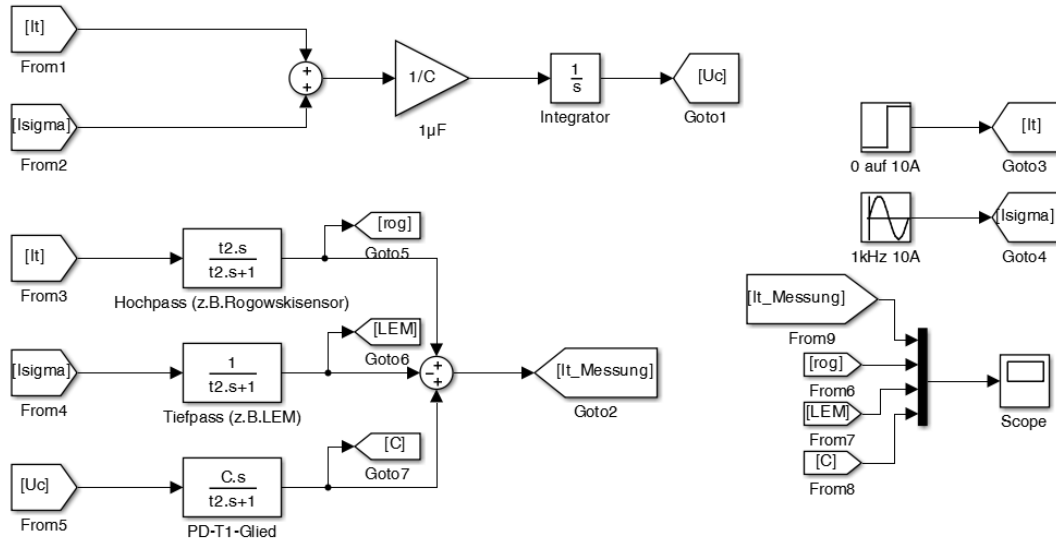


Abbildung 28: Simulink Blockschaltbild zur Drosselstrommessung über geteilte Sensoren.

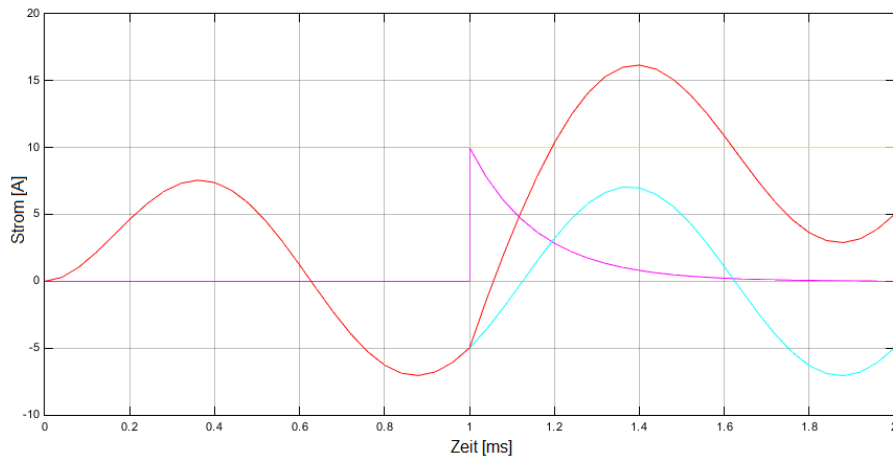


Abbildung 29: Simulationsergebnis zum Blockschaltbild aus Abbildung 28, Signale: Rot: I_σ -Messung durch Tiefpass-Sensor; Türkis: Kondensatorstrom, durch Ableitung aus U_c ; Violett: I_t -Messung durch Hochpass-Sensor Gelb: I_t .

Für das Blockschaltbild wurde vereinfachend angenommen, dass die untere Grenzfrequenz des Hochpass-Sensors genau der oberen des Tiefpass-Sensors entspricht, um diese ohne weitere Filterung addieren zu können.

Die Ableitung der Kondensatorspannung ist prinzipiell für hochfrequente Störungen anfällig, wie sie zum Beispiel aufgrund des parasitären Kondensator-Serienwiderstandes und der Serieninduktivität auftreten. Liegt jedoch die Grenzfrequenz der Messungen weit genug unter der Schaltfrequenz, unterdrückt die Tiefpasscharakteristik des PDT_1 -Gliedes diese Störungen. Anders stellt sich dieses Problem dar, wenn man versuchen würde die hochfrequenten Komponenten von I_σ aus der in Abbildung 28 gezeigten Konfiguration zu rekonstruieren, wie es im idealen Fall durch den umgekehrten Rechenweg, also Hochpassfilterung des durch Ableitung bestimmten Kondensatorstroms und Differenzbildung mit der Hochpass-Messung von I_t möglich wäre. Da der Filterkondensator nur sinnvoll dimensioniert ist, wenn die durch den schaltfrequenten Rippel von I_t verursachte Wechselspannung verhältnismäßig klein ist, ist auch der Pegel der tatsächlich an der Kapazität anliegenden Spannung klein und damit das Signal-Rausch-Verhältnis der gemessenen Kondensatorspannung zu schlecht um durch Ableitung sinnvolle Werte zu erhalten. Sinnvolle Strominformation wird aus der Kondensatorspannung daher in den meisten Fällen nur für die niederfrequenten Komponenten des Stroms zu gewinnen sein. Daher erscheint es, sofern (für Prädiktor oder Überstromerkennung) eine schnelle Strommessung von I_σ nötig ist, sinnvoller einen zweiten Hochpass-Sensor hinter dem Filterkondensator zu integrieren, während ein Tiefpass-Sensor für beide Strommessungen ausreicht.

Der Ansatz, die Strommessungen entsprechend ihres Frequenzgangs zu überlagern, ist nicht immer praxistauglich, weil die Zeitkonstanten und der Wert der Kapazität genau bekannt sein müssen, denn treten relative Fehler zwischen den Messungen von Kondensatorstrom und I_σ auf erscheinen diese im rekonstruierten I_t . Bei einem Verstärkungsfehler wird beispielsweise I_σ mit dem relativen Fehler multipliziert auf die Schätzung von I_t addiert. Im Vergleich dazu ist eine relative Abweichung der Hochpass-Messung von I_t zu den übrigen Größen weniger kritisch und wird nur eine Stufe im Frequenzgang der Schätzung (Verstärkungsfehler) oder einen Einbruch beziehungsweise eine Überhöhung zwischen den Grenzfrequenzen der Filter (Bandbreitenfehler) verursachen. Zusätzlich liegen redundante Informationen vor wie die Mehrfachmessung des Stroms, die auf diesem Wege nur durch die Wahl der Filterzeitkonstante eliminiert werden können.

Eine Möglichkeit, die Robustheit der Regelung auf Basis der geteilten Sensoren gegenüber Abweichungen der genannten Parameter und Prozessrauschen zu verbessern, ist der Einsatz eines vollständigen Zustandsbeobachters. Der soeben dargelegte Filter benutzt im Grunde die inverse Dynamik des Systems aus Sensoren und Filterkondensator um die tatsächlichen Größen zu rekonstruieren. Im Gegensatz dazu besteht ein vollständiger Beobachter aus einem Modell des Systems, das in Echtzeit im Steuerrechner simuliert wird, und einer Rückführung des Fehlers zwischen Messgrößen und den äquivalenten Ausgangsgrößen des Simulators entsprechend Abbildung 30 [11]. Vergleicht man Abbildung 30 mit dem Blockschaltbild des Smith-Prädiktors Abbildung 26 und stellt sich dieses vor und hinter dem Reglerblock R aufgetrennt vor, wird die Ähnlichkeit sichtbar und erklärt die Aussage weiter oben dass auch der Smith-Prädiktor als vollständiger Beobachter betrachtet werden kann. Wenn das System die Eigenschaft der vollständigen Beobachtbarkeit erfüllt, die so zu erklären ist das der Zustand des Systems bei bekanntem Anfangszustand durch die bekannten Eingangsgrößen und die Messgrößen jederzeit eindeutig bestimmt ist, kann mittels der Beobacherverstärkung \mathbf{k}^T die Fehlerdynamik vorgegeben werden mit der die Schätzung $\hat{\mathbf{x}}$ gegen den Zustand \mathbf{x}_k der Strecke konvergiert [11].

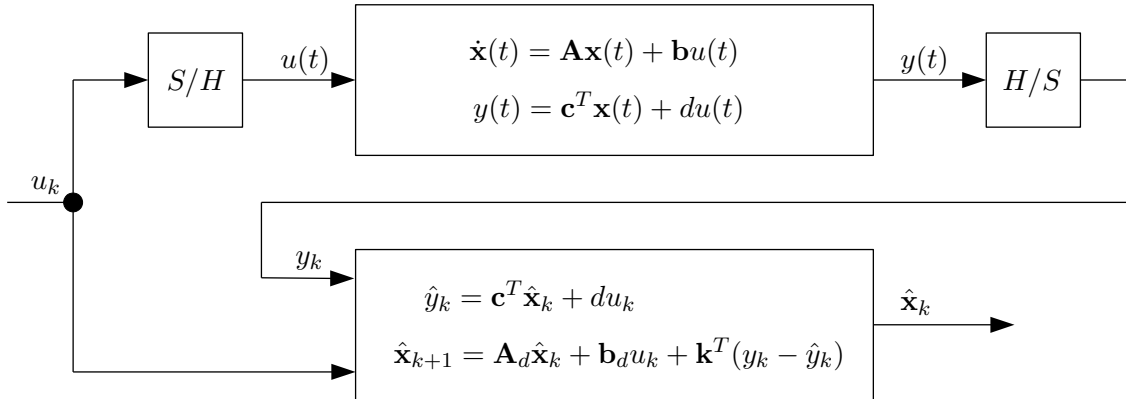


Abbildung 30: Strukturschaltbild des zeitdiskreten Luenberger Beobachters an einer linearen zeitinvarianten zeitkontinuierlichen Strecke im Eingrößenfall.

7.2 Schätzung der niederfrequenten Anteile durch ein stationäres Kalmanfilter

Sollen n Messgrößen eines Systems berücksichtigt werden, wird die Ausgangsgröße \mathbf{y} der Strecke vektoriell mit der Dimension n . Besitzt das Modell die Ordnung m , benötigt man die Beobacherverstärkung \mathbf{K} mit Dimension $m \times n$ anstatt der vektoriellen Verstärkung \mathbf{k}^T aus Abbildung 30. Diese mittels Polvorgabe zu bestimmen ist grundsätzlich schwierig. Insbesondere wenn redundante Messungen vorliegen, beziehungsweise mehr Messgrößen als benötigt würden um ein beobachtbares System zu erhalten, ist \mathbf{K} auch für eine gegebene Fehlerdynamik nicht mehr eindeutig und es stellt sich die Frage wie man eine Gewichtung dieser Messgrößen im Beobachterentwurf vornehmen kann.

Eine Antwort bietet das Kalmanfilter, ein vollständiger Beobachter für Systeme die in der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k + \mathbf{G} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C} \mathbf{x}_k + \mathbf{D} \mathbf{u}_k + \mathbf{H} \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (127)$$

beschrieben werden können [12]. Die Systemgleichungen entsprechen den Gleichungen des allgemeinen zeitdiskreten Systems mit den zusätzlichen vektoriellen Störgrößen \mathbf{w}_k und \mathbf{v}_k . Hierbei wirkt \mathbf{w}_k über die zusätzliche Eingangsmatrix \mathbf{G} auf das System und über \mathbf{H} auf den Ausgang und stellt damit eine stochastische Eingangsgröße des Systems dar, während \mathbf{v}_k Messstörungen repräsentiert. Dem Kalmanfilter liegt die Annahme zugrunde, dass die Störgrößen unabhängige normalverteilte Zufallssignale mit verschwindendem Erwartungswert und bekannter Kovarianz sind. Insbesondere ist \mathbf{w} nicht mit vergangenen Zuständen und \mathbf{v} weder

mit Zuständen noch mit \mathbf{w} korreliert, das heißt

$$\begin{aligned}
E(\mathbf{w}) &= 0 \\
E(\mathbf{v}) &= 0 \\
E(\mathbf{v}\mathbf{w}^T) &= 0 \\
E(\mathbf{w}\mathbf{w}^T) &= \mathbf{Q} \\
E(\mathbf{v}\mathbf{v}^T) &= \mathbf{R} \\
E(\mathbf{w}_k\mathbf{x}_j^T) &= 0, k \geq j \\
E(\mathbf{w}_k\mathbf{x}_j^T) &= 0, \forall k, j
\end{aligned} \tag{128}$$

[12]. Unter diesen Bedingungen ist das Kalmanfilter ein optimaler Beobachter in der Hinsicht, dass es die Kovarianzmatrix \mathbf{P}_k des Schätzfehlers

$$\mathbf{P}_k = E((\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T) \tag{129}$$

minimiert. Die vollständigen Iterationsgleichungen des Kalmanfilters lauten

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_d\mathbf{u}_k + \hat{\mathbf{K}}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{D}\mathbf{u}_k) \\
\hat{\mathbf{K}}_k &= \mathbf{A}_d\mathbf{P}_k\mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}_k\mathbf{C}^T + \mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \\
\mathbf{P}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\mathbf{P}_k\mathbf{A}_d^T + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T - \hat{\mathbf{K}}_k\mathbf{C}\mathbf{P}_k\mathbf{A}_d^T
\end{aligned} \tag{130}$$

[12]. Die erste Zeile entspricht der schon bekannten vollständigen Beobachtergleichung. In der zweiten Zeile steht die Gleichung der prinzipiell zeitvarianten Beobacherverstärkung und in der dritten Zeile die Iterationsgleichung der Fehlerkovarianzmatrix. Die Gleichung kann so betrachtet werden, dass der erste Term $\mathbf{A}_d\mathbf{P}_k\mathbf{A}_d^T$ die Veränderung der Fehlerkovarianz aufgrund der Systemdynamik, der zweite Term $\mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T$ die Erhöhung aufgrund der Störung \mathbf{w} und der dritte Term $-\hat{\mathbf{K}}_k\mathbf{C}\mathbf{P}_k\mathbf{A}_d^T$ (welcher immer negativ ist) die Verringerung der Fehlerkovarianz durch die Fehlerdynamik des Kalmanfilters beinhaltet. Die Inverse der Matrix $\mathbf{C}\mathbf{P}_k\mathbf{C}^T + \mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}$ in der Gleichung der Beobacherverstärkung bedeutet, dass die Beobacherverstärkung umso kleiner wird je größer die Wirkung der Fehlerkovarianz und der Störungen \mathbf{v} und \mathbf{w} auf die jeweilige Messgröße ist. Das heißt, je größer die Varianz der Messgröße desto schwächer wird sie in der Schätzung gewichtet beziehungsweise desto langsamer ist die Fehlerdynamik des Beobachters. Dies resultiert aus der Annahme von weißem Rauschen als Störgrößen, denn wird die Kovarianz der Messgröße größer müssen mehr Werte berücksichtigt werden um den Erwartungswert mit der selben Fehlerkovarianz zu bestimmen und die Zeitkonstante der Tiefpassfilterung muss erhöht werden.

Unter gewissen Bedingungen konvergiert die Differenzgleichung für \mathbf{P}_k , wodurch diese eine Lösung für $\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_0$ besitzt und auch ein stationärer Wert für $\hat{\mathbf{K}}$ existiert. Dieser kann dann als Beobacherverstärkung in einem vollständigen Beobachter eingesetzt werden, ohne die Differenzgleichung für \mathbf{P}_{k+1} in Echtzeit im Steuerrechner des Umrichters auswerten zu müssen. Die intuitiven Parameter und die Tatsache, dass man für geeignete Probleme einen Beobachter mit stabiler Fehlerdynamik bekommt ohne einen Beobachterentwurf mit Polvorgabe durchführen zu müssen sprechen für das stationäre Kalmanfilter.

Es wäre möglich, ein Kalmanfilter für das vollständige Modell des LCL-Filters mit Pulsweitenmodulator und Sensorcharakteristik zu entwerfen und so sämtliche bekannten Eingangsgrößen, Parameter und Messungen zu berücksichtigen. Dies hat allerdings einige Nachteile:

- Jede simulierte Zustandsgröße erhöht die Dimension des Schätzproblems und damit den Rechenaufwand. Die Erhöhung des Aufwands ist im Allgemeinen überproportional (beispielsweise benötigt es n^2 Multiplikationen um das Produkt der $n \times n$ Dynamikmatrix mit dem Zustandsvektor zu berechnen).
- Gestörte Messungen oder Eingangsgrößen, deren Störungen nicht hinreichend normalverteilt sind, können die Genauigkeit der Schätzung verschlechtern. Ein Beispiel wäre das vorgegebene Tastverhältnis als prinzipiell bekannte Eingangsgröße, das von den Freilaufphasen in den Totbändern der Gateansteuerung verzerrt wird. Man müsste unter diesen Umständen das System um ein Störmodell erweitern oder zusätzliche Messungen integrieren.
- Das selbe gilt für Nichtlinearität oder Zeitabhängigkeit der Systemdynamik. Hat die Drossel beispielsweise eine erhebliche Abhängigkeit der Induktivität vom Strom, wird eine Schätzung des Stromes, die die gemessene Spannung an der Drossel unter der Annahme konstanter Induktivität auswertet, falsch liegen. Außerdem verzerren diese Nichtlinearitäten die angenommene Normalverteilung der Störungen und führen damit zu weiteren Abweichungen.

Unter dem Strich liefert das lineare Kalmanfilter für nichtlineare Systeme oftmals schlechte Ergebnisse. Es existieren weitere Versionen des Kalmanfilters wie das Extended Kalman Filter die sich dieser Probleme annehmen, aber bedeutend höheren Aufwand in Entwurf und zumeist auch in der Echtzeit-Berechnung bedeuten [12]. Daher wird in dieser Arbeit der Ansatz favorisiert, zusätzlichen Aufwand in geeignete Messungen zu investieren, wie der genannte zweifache Hochpass-Stromsensor für I_t und I_σ . Existieren diese Messungen für beide Ströme und wird keine weitere Filterung dieser Messgrößen verlangt, reduziert sich die Aufgabe des Filters darauf die fehlenden niederfrequenten Komponenten der Messungen zu schätzen. Dazu wird die bereits im vorigen Abschnitt gezeigte Dynamik von Sensorcharakteristik (angenähert als Tief- und Hochpass 1. Ordnung) und Filterkondensator in Zustandsraumdarstellung benutzt. Das gewählte zeitkontinuierliche Modell lautet

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\tag{131}$$

mit

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_1} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{\tau_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_2} \\ \frac{1}{\tau_1} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} U_c \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} R_c & -R_c \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} I_t \\ I_\sigma \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{132}$$

Die gewählten Zustände des Systems, die mit dem Beobachter geschätzt werden sollen, sind neben der Kondensatorspannung die inneren Zustände der fiktiven Hoch- und Tiefpassfilter welche die Sensorcharakteristik darstellen. τ_1 entspricht der Zeitkonstante der Hochpassensoren, τ_2 der Zeitkonstante der Tiefpassensoren. Die Kondensatorspannung wird mitgeschätzt

obwohl eine direkte Messung existiert, weil sie so nicht abgeleitet werden muss (stattdessen wird der Kondensator als Integrator modelliert und die Abweichung rückgeführt) und ein gewisses Maß an Filterung möglich ist sollte die Messung nennenswert verrauscht sein. Von den Strömen existiert keine ungefilterte Messung und auch keine bekannten Eingangs- oder Messgrößen mit denen dieses Kalmanfilter auf ihre Dynamik schließen könnte, sodass der Strom als stochastisches Signal beziehungsweise als Störung \mathbf{w} betrachtet werden kann. Das resultierende Kalmanfilter hat dann keinen deterministischen Eingang, und das zeitdiskrete System lautet mit den Kürzeln aus (127)

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{G} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C} \mathbf{x}_k + \mathbf{H} \mathbf{w}_k.\end{aligned}\tag{133}$$

Nun stellt sich die Frage nach der Auswahl der Entwurfparameter für das Kalmanfilter. Für eine stochastisch optimale Schätzung müssten diese so gewählt werden, dass die Kovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} den stochastischen Eigenschaften der Störungen entsprechen, jedoch ist beim Einsatz als Zustandsbeobachter auch eine gewisse Fehlerdynamik und eine Robustheit gegen Parameterabweichungen gefordert. Ist die Fehlerdynamik mit den gegebenen Varianzen nicht schnell genug, könnte man mit der Kovarianz des Messrauschens \mathbf{R} die Gewichtung der Messungen in der Schätzung entsprechend ihrer stochastischen Eigenschaften beziehungsweise ihrer „Zuverlässigkeit“ wählen und dann über die Kovarianzmatrix \mathbf{Q} (die hier eigentlich die Kovarianz der Ströme I_t und I_σ darstellt) eine passende Fehlerdynamik einstellen. Schwieriger zu erfassen ist die Abhängigkeit gegenüber Parameterabweichungen. Bei überschaubaren Systemen wie diesem hier ist es aber beispielsweise möglich die Gewichtung der Kondensatorspannungsmessung über eine höhere Kovarianz in \mathbf{R} zu reduzieren wenn die Kapazität des Kondensators sehr hohe Toleranz aufweist, auch wenn die Messung präziser wäre.

Da die konkreten stochastischen Daten der Strommessungen sehr von den konkreten Sensoren, dem Aufbau des Umrichters und weiteren Details abhängen, aber die Messungen der hochfrequenten Ströme empfindlich für die Schaltfrequenz und ihre Oberschwingungen sind, wird hier vereinfachend angenommen, dass dem Tiefpasssensor mehr zu trauen ist. \mathbf{R} wurde daher als Diagonalmatrix gewählt mit den Einträgen 0.1 für die Kovarianz von Kondensatorspannungsmessung und Tiefpass-Stromsensor und den Einträgen 1 für die Kovarianz der Hochpass-Sensoren.

Für die Matrix \mathbf{G} werden die Diagonaleinträge gleich gewählt, weil die beiden Ströme I_t und I_σ ähnliche Amplituden haben. Wenn man sie als reines Rauschsignal mit verschwindendem Erwartungswert betrachtet wie es der Definition von \mathbf{w} entspricht, kann man als Varianz das Quadrat des Effektivwertes der Ströme einsetzen. Dies hat den Vorteil, dass auch die eben gewählten Parameter für die Kovarianzen der Messungen eine physikalische Interpretation bekommen, der Faktor von 0.1 entspricht einem Rauscheffektivwert von ca 316mV auf der Kondensatorspannung beziehungsweise 316mA auf der Tiefpassstrommessung, und der Faktor von 1 einem Rauscheffektivwert von 1A auf den schnellen Strommessungen.

Da das entworfene Kalmanfilter nur die langsame Dynamik der Stromsensorcharakteristik schätzt, ist es prinzipiell ausreichend seine Abtastrate so zu wählen dass diese Dynamik ausreichend genau erfasst werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Abtastrate mit guten Resultaten auf 20kHz reduziert. Die Stromsensorcharakterik wies 1kHz untere Grenzfrequenz des Hochpasses und 10kHz obere Grenzfrequenz des Tiefpasses auf. Der Nachteil dieser Struktur ist hingegen, dass die Messungen der Hochpassensoren (mit dem geschätzten Offset addiert) direkt an den Regler durchgereicht und somit nicht gefiltert werden können um

Störungen zu verringern. Der Vorteil andererseits ist, dass die Offsetwerte der Hochpassensoren theoretisch wieder über einen DAC ausgegeben und zwecks Überstromerkennung analog mit dem Sensorsignal addiert einem Komparator zugeführt werden können.

8 Überprüfung der Reglerstruktur durch Simulation

Um den entworfenen Regler unter etwas praxisnaheren Bedingungen zu prüfen, wurde ein Pulsweitenmodulator inklusive Synchronabtastung entsprechend Abbildung 17 mit Mittelwertbildung der zwei Abtastwerte in Simulink implementiert. Dabei wurde der klassische Aufbau des Modulators mit Zähler und Komparator nachvollzogen und die zeitliche Auflösung mit 5ns relativ klein gewählt, um auch die Störungen aufgrund der Quantisierungseffekte beobachten zu können. Da die Funktion mit Prädiktor getestet werden soll und dieser in der entworfenen Ausführung eine Messung der an L_σ anliegenden Spannung benötigt, wird von einem LCL-Filter im Umrichter und einem weiteren Ausgangskondensator sowie einer induktiven Netzimpedanz ausgegangen. Die resultierende Struktur ist in Abbildung 31 zu sehen und stellt eigentlich ein LCLCL-Filter dar.

Mit Ausnahme des letzten Bildes Abbildung 40 werden im Sinne der Übersichtlichkeit nur die

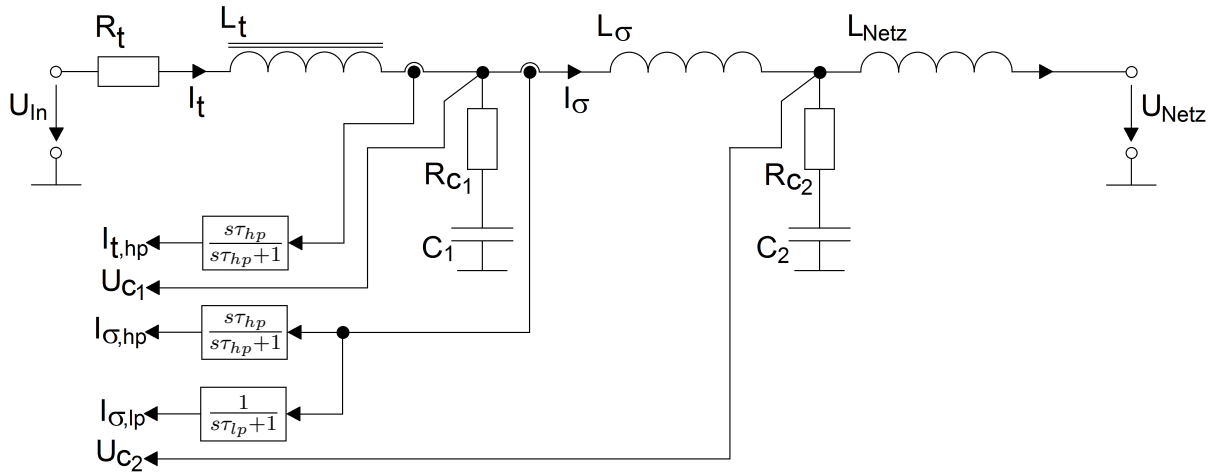


Abbildung 31: In der Simulation implementierte Struktur mit den Messgrößen $I_{t, hp}$ und $I_{\sigma, hp}$ (gleichanteilfreie Messungen der Ströme), $I_{\sigma, lp}$ (Gleichstrommessung) und U_{C1} sowie U_{C2} (Kondensatorspannungen). U_{In} ist die Eingangsspannung und wird durch den Pulsweitenmodulator generiert.

synchron abgetasteten Zeitverläufe, also ohne den realen schaltfrequenten Rippel beziehungsweise die schaltfrequente Welligkeit, gezeigt.

Die Diagonaleinträge der Matrix R des Kalmanfilters betragen 400 (entsprechend einem

L_t	R_t	C_1	R_c	L_σ	C_2	$R_{c,2}$	T_a	τ_{lp}	τ_{hp}
$20\mu H$	$50m\Omega$	$10\mu F$	$5m\Omega$	$20\mu H$	$5\mu F$	$5m\Omega$	$10\mu s$	$\frac{1}{2\pi 10000}$	$\frac{1}{2\pi 1000}$

Tabelle 3: Parameter für Simulink Simulation des PWM-Modulators mit LCLC-Filter und L-Netzimpedanz.

Effektivwert des Stroms von 20A) und seine Abtastfrequenz entspricht den 100kHz des Abtastreglers. Die Verstärkungen des Zustandsreglers betragen $k_p = 2.5$ und $k_I = 3e - 3$. Diese wurden (ausgehend von den Werten, die ohne Prädiktor zulässig waren) im Simulationsversuch experimentell ermittelt (Stabilität und ausreichende Dynamik für die berücksichtigten Parametervariationen).

Im ersten Simulationsversuch zum Vergleich des Reglers mit und ohne Mehrfach-Strommessung wurde die Netzimpedanz auf $100\mu H$ gesetzt und alle Parameter beim Idealwert belassen. Da das Modell einer Halbbrücke entspricht, ist die „Netzspannung“ eine 160V 50Hz Sinuskurve mit 200V Offset. Bei 5ms erfolgt zur Simulation einer Störung ein Netzspannungssprung um -100V, bei 8ms um 100V. In Abbildung 32 ist der Verlauf aller Zustandsgrößen des Filters und der Netzspannung zu sehen. Abbildung 33 zeigt die gute Übereinstimmung der beiden

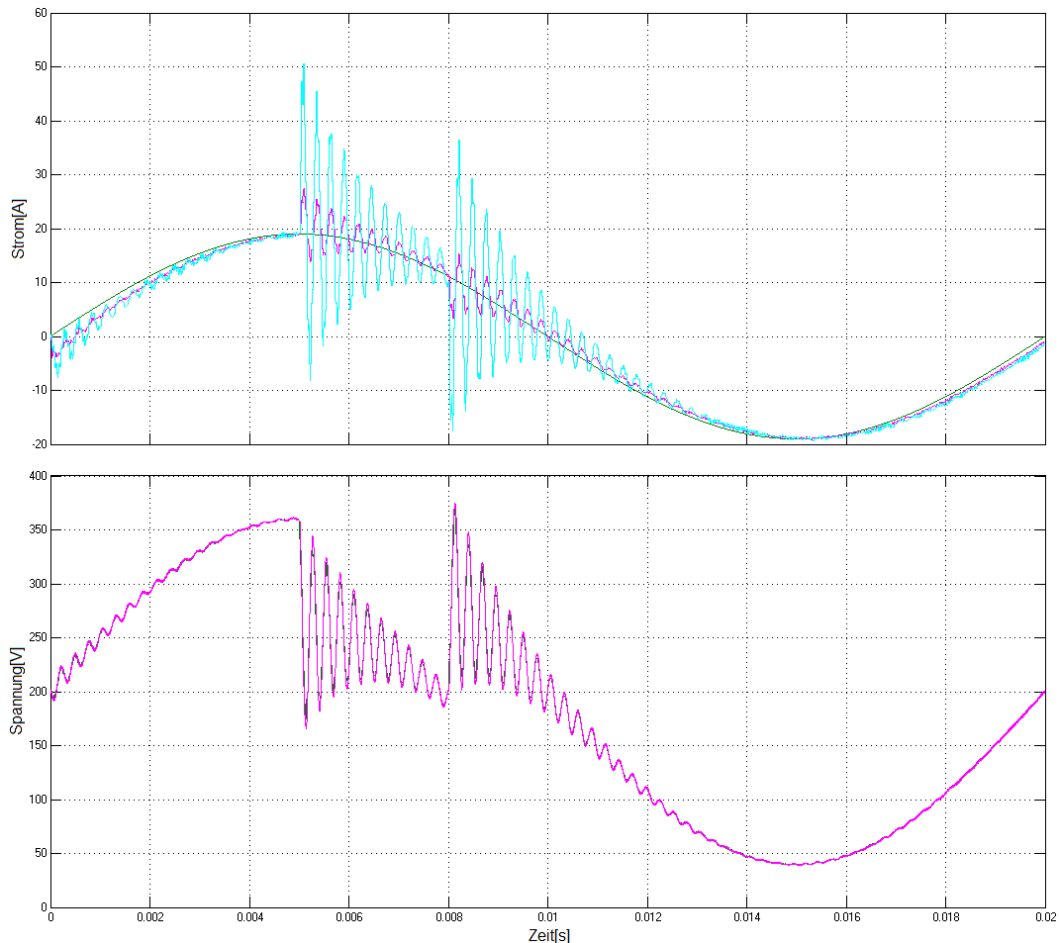


Abbildung 32: Synchron abgetastete Zustandsgrößen bei $100\mu H$ Netzimpedanz für Netzspannungseinbruch von 100V bei 5ms bis 8ms. Oben: Grün: Sollstrom; Türkis: I_σ ; Violett: I_t . Unten: Violett: U_{C_1} ; Grün: U_{C_2} .

Kurvenformen und damit der gefilterten Strommessung mit dem realen Wert. Abbildung 34 zeigt den Vergleich zwischen Soll- und Ist-Stromwert für die Brücke mit gefilterter beziehungsweise geschätzter Strommessung für 50, 100 und $200\mu H$ Netzinduktivität. Trotz stationärer Implementierung des PI-Reglers ist die Phasenverschiebung aufgrund der hohen Reglerdurchtrittsfrequenz relativ klein. Abbildung 35 zeigt den selben Simulationsversuch für extremere Werte der Netzinduktivität von 20, 500 und $1000\mu H$. Die Schwingung ist noch immer gut gedämpft, wobei die entstehenden Stromspitzen bei geringen Netzinduktivitäten problematischer sind als bei hohen.

Interessant für jedes Konzept, das auf dem Modell der Strecke basiert, ist die Sensitivität

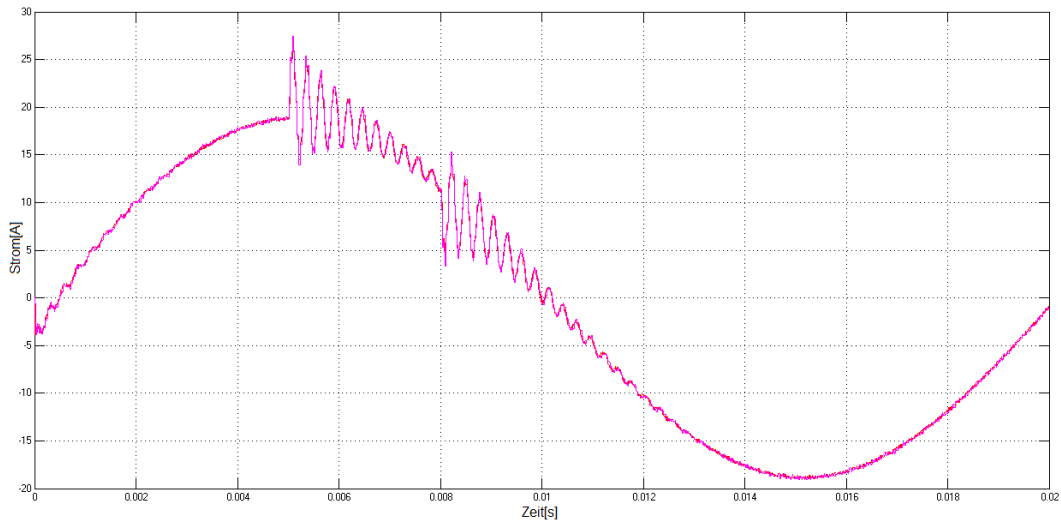


Abbildung 33: Vergleich der synchron abgetasteten Ist-Stromverläufe bei 100uH Netzimpedanz für ideale Strommessung (rot) und gefilterte Strommessung (violett).

gegenüber Parameteränderungen. Da das Kalmanfilter das Modell des Kondensators als Integrator zur Strommessung heranzieht, ist es prinzipiell empfindlich auf Abweichungen der Kapazität. Deshalb wird der selbe Versuch nochmals mit einer Kapazität von $12\mu F$ anstatt der im Filterentwurf berücksichtigten $10\mu F$ durchgeführt. Diese Abweichung führt dazu, dass die Störungen – wie in Abbildung 37 zu sehen – schlecht gedämpfte Schwingungen auf I_t anregen.

Eine zu große Kapazität führt dazu, dass das Filter den Kondensatorstrom unterschätzt und einen Teil von I_σ zu I_t addiert, wobei I_σ zu I_t phasenverschoben ist und der Regelkreis etwas Phasenreserve verliert.

Eine kleinere Kapazität, wie in Abbildung 36 dargestellt, führt umgekehrt nur zu einer größeren Amplitude der Schwingung. In einer praktischen Anwendung könnte man in diesem Fall das Filter so berechnen, dass der Kondensatorwert auf keinen Fall unterschätzt wird. Ebenfalls wichtig ist eine gewisse Toleranz gegenüber Abweichungen der Filterinduktivitäten. Diese erhöht auch die Robustheit gegenüber Temperaturabhängigkeit und Nichtlinearität der Induktivität. Durch Variationen von L_t ist die Strommessung nicht beeinträchtigt (das Filter benutzt die Induktivitätswerte nicht), sehr wohl aber der Prädiktor. Aufgrund der hohen Abtastrate und der kurzen Vorhersage von nur einem Schritt ist jedoch kaum genug Zeit, um eine erhebliche Abweichung entstehen zu lassen. Dennoch erweist sich die geringere Zeitkonstante bei Wahl einer $15\mu H$ Filterdrossel entsprechend Abbildung 38 als kritisch, eine $30\mu H$ Filterdrossel dagegen (Abbildung 39) als unbedenklich. Das Unterschätzen der Dynamik führt zu einer Überkompensation des Stromanstiegs durch den Prädiktor und damit zu zusätzlicher Gegenkopplung. Die Verlangsamung der Regeldynamik ist aufgrund der größeren Induktivität und entsprechend geringeren Stromanstiegsraten vergleichsweise unkritisch.

Insgesamt ist die Reglerstruktur für relativ große Parameterabweichungen stabil und für den praktischen Einsatz vermutlich ausreichend robust.

Schließlich ist auf Abbildung 40 noch der tatsächliche zeitkontinuierliche Verlauf von I_t für Nennwerte und $100\mu H$ Netzimpedanz zu sehen.

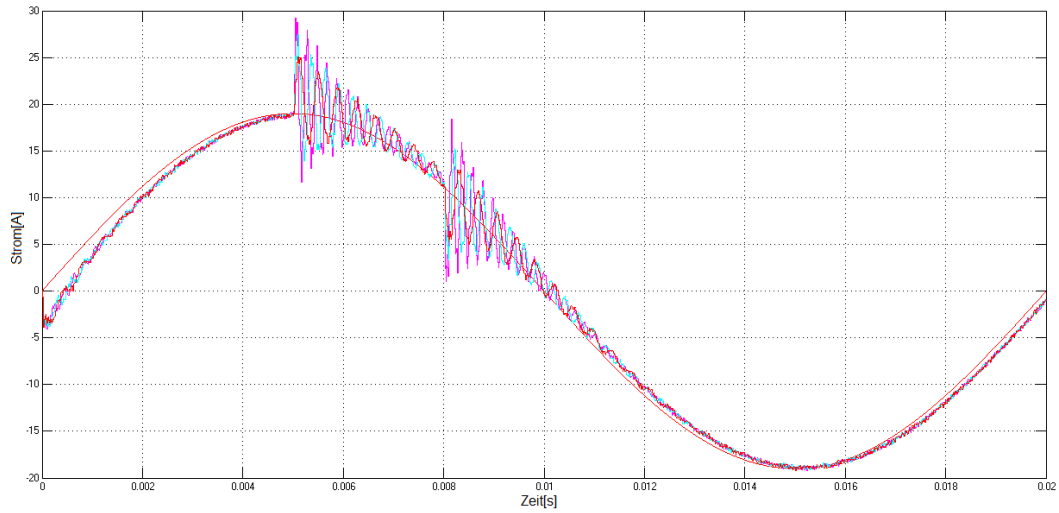


Abbildung 34: Vergleich der synchron abgetasteten Stromverläufe bei $50\mu H$ (violett), $100\mu H$ (türkis) und $200\mu H$ (grün) Netzimpedanz mit der Sollstromvorgabe (rot).

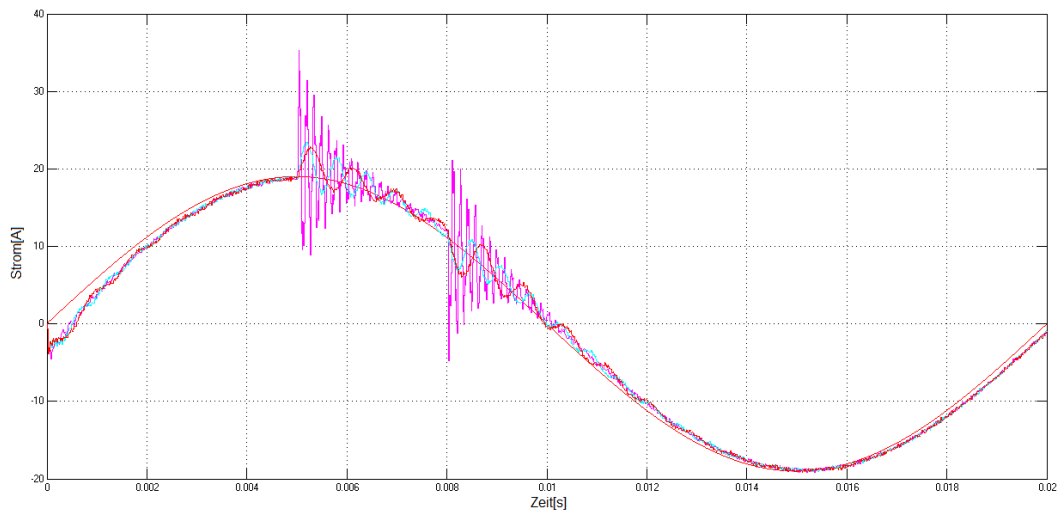


Abbildung 35: Vergleich der synchron abgetasteten Stromverläufe bei $20\mu H$, $500\mu H$ und $1mH$ Netzinduktivität mit der Sollstromvorgabe (rot).

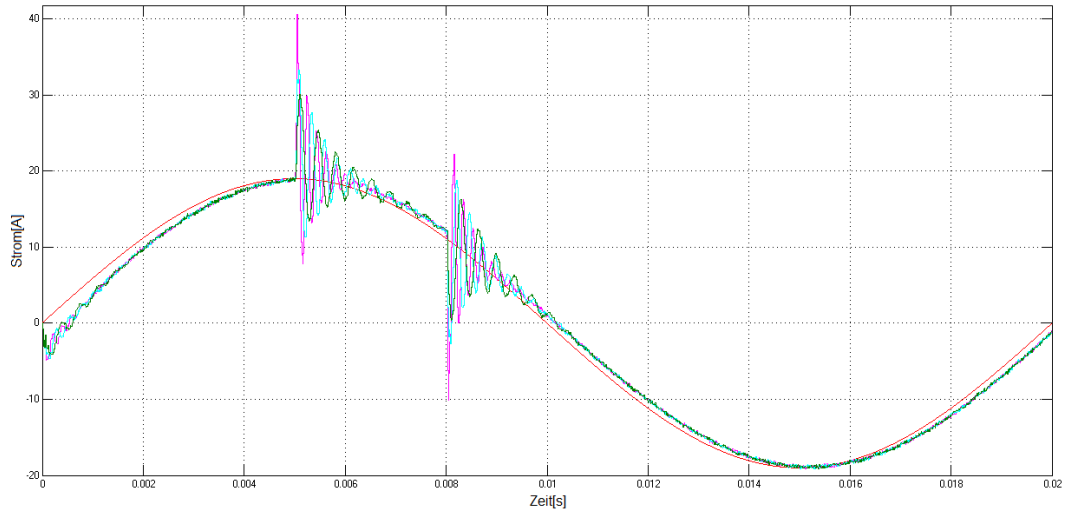


Abbildung 36: Vergleich der synchron abgetasteten Stromverläufe bei $50\mu H$ (violett), $100\mu H$ (türkis) und $200\mu H$ (grün) Netzimpedanz mit der Sollstromvorgabe (rot) bei $5\mu F$ (-50%) Filterkapazität.

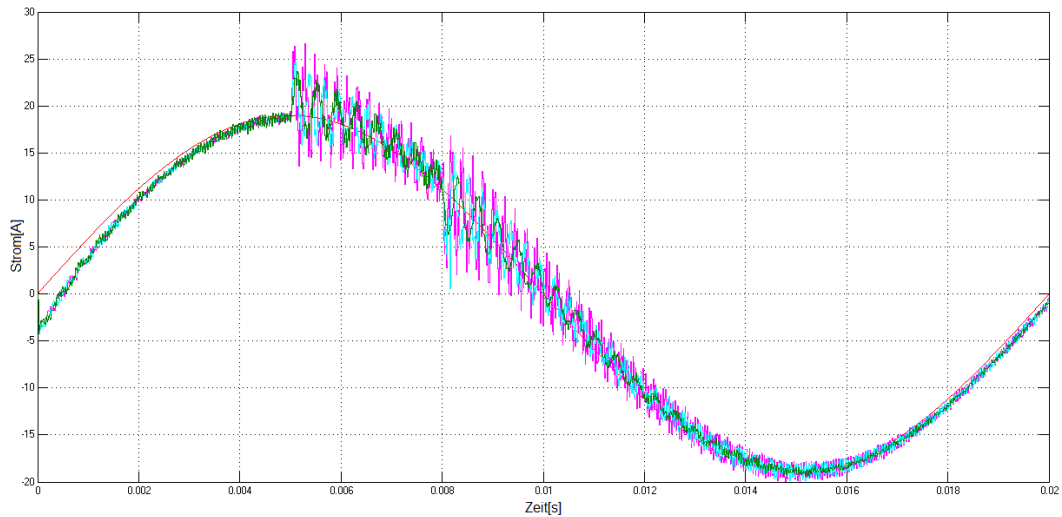


Abbildung 37: Vergleich der synchron abgetasteten Stromverläufe bei $50\mu H$ (violett), $100\mu H$ (türkis) und $200\mu H$ (grün) Netzimpedanz mit der Sollstromvorgabe (rot) bei $12\mu F$ (+20%) Filterkapazität.

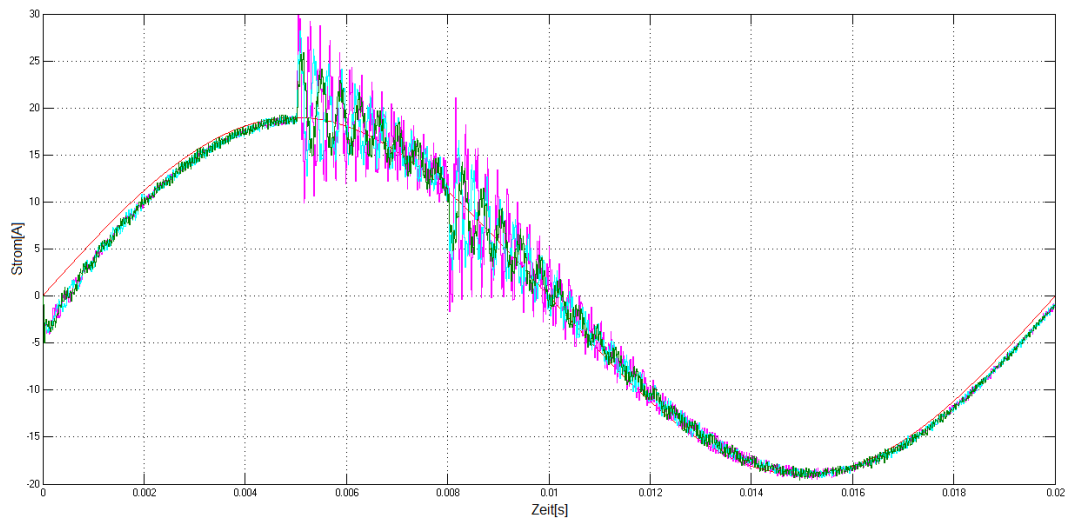


Abbildung 38: Vergleich der synchron abgetasteten Stromverläufe bei $50\mu H$ (violett), $100\mu H$ (türkis) und $200\mu H$ (grün) Netzimpedanz mit der Sollstromvorgabe (rot) für eine $15\mu H$ (-25%) Filterinduktivität.

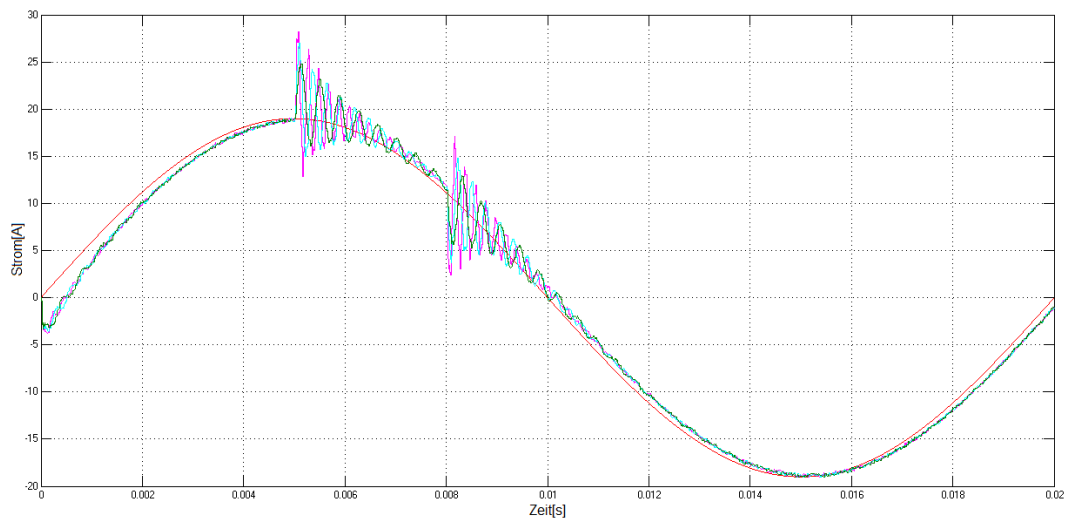


Abbildung 39: Vergleich der synchron abgetasteten Stromverläufe bei $50\mu H$ (violett), $100\mu H$ (türkis) und $200\mu H$ (grün) Netzimpedanz mit der Sollstromvorgabe (rot) für eine $30\mu H$ (+50%) Filterinduktivität.

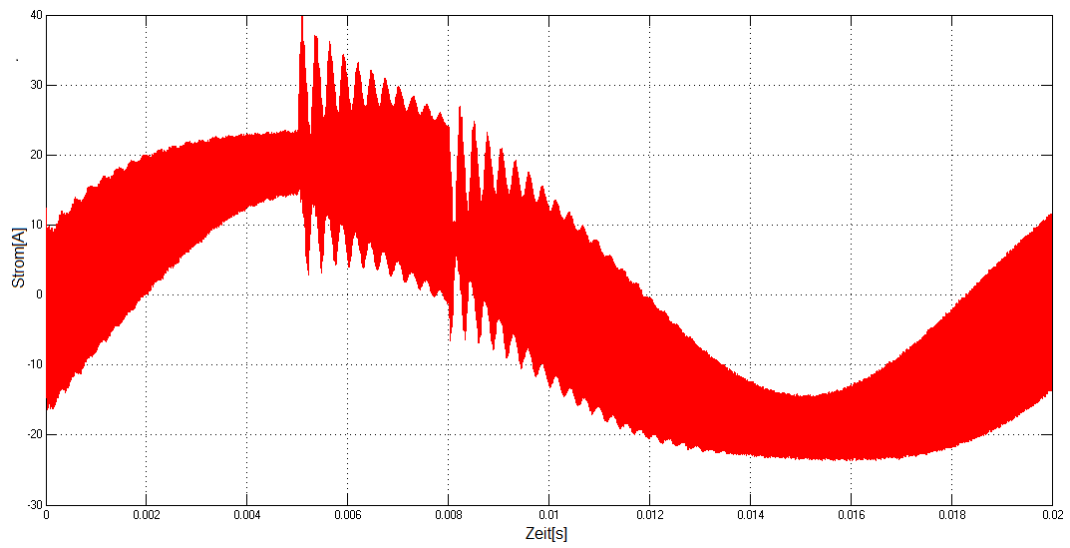


Abbildung 40: Verlauf von I_t (zeitkontinuierlich) für $100\mu H$ Netzimpedanz.

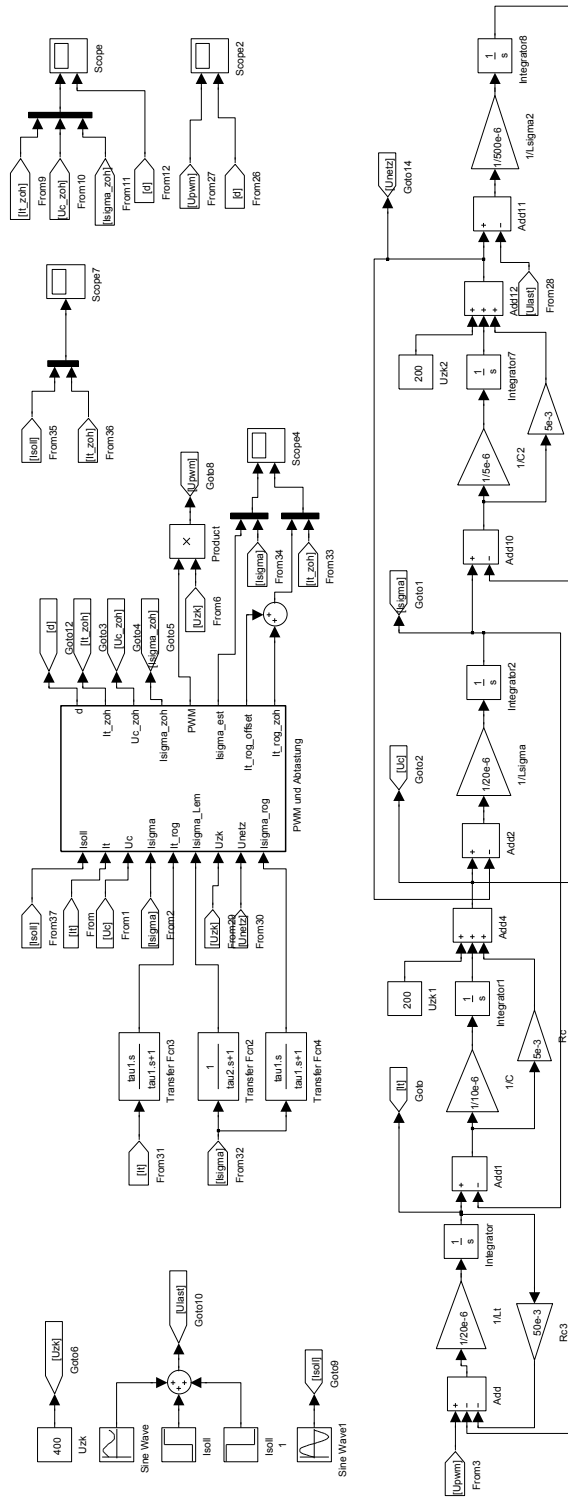
Literatur

- [1] Dennis John Packard: "Discrete Modeling and Analysis of Switching Regulators", California Institute of Technology, 1976
- [2] Helmut L. Votzi, Markus Vogelsberger und Hans Ertl: "Low-Cost Current Sensor for Power Capacitors Based on a PCB Rogowski Coil", PCIM Europe 2011, Paper 103
- [3] Michael Hartmann, Simon D. Round, Hans Ertl, Johann W. Kolar: "Digital Current Controller for a 1 MHz, 10 kW Three-Phase VIENNA Rectifier", IEEE Transactions on Power Electronics, VOL. 24, NO. 11, 2009
- [4] Jian Sun: "Impedance-Based Stability Criterion for Grid-Connected Inverters", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol2, no.11, pp 3075..3078, November 2011
- [5] Dragan Maksimovic, Zane Regan: "Small-Signal Discrete-Time Modeling of Digitally Controlled PWM Converters", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol22, No. 6, November 2007
- [6] Eric A. Walters und Oleg Wasynczuk: "Analysis of the Auxiliary Resonant Commutated Pole Inverter", ECE Technical Reports, Paper 142, 1995
- [7] Thomas Nussbaumer, Marcelo Lobo Heldwein, Guanghai Gong, Simon D. Round, Johann W. Kolar: "Comparison of Prediction Techniques to Compensate Time Delays Caused by Digital Control of a Three-Phase Buck-Type PWM Rectifier System", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.55, No.2, 2008
- [8] Christoph Marxgut, Florian Krismer, Dominik Bortis, Johann W. Kolar: "Ultraflat Interleaved Triangular Current Mode (TCM) Single-Phase PFC Rectifier", IEEE Transactions on Power Electronics Vol. 29, Issue 2, Feb. 2014
- [9] Jean-Jaques E. Slotine, Weiping Li: "Applied Nonlinear Control"; Prentice-Hall Inc., 1991
- [10] Alberto Isidori: "Nonlinear Control Systems", 3rd Edition, Springer-Verlag, 1995
- [11] Andreas Kugi: Vorlesungsskript „Automatisierung“, 2015
- [12] Andreas Kugi, Wolfgang Kemmetmüller: Vorlesungsskript „Regelungssysteme 1“, 2014
- [13] Andreas Kugi: Vorlesungsskript „Regelungssysteme 2“, 2015
- [14] LEM, "Isolated current and voltage Transducers; Characteristics-Applications-Calculations", 3rd Edition
- [15] Cree, Datenblatt C3M0065090J, Rev.A,06.2015
- [16] GaN Systems, Datenblatt GS66508T, Rev.160613
- [17] Silicon Laboratories, Datenblatt Si817x, Preliminary Rev. 0.5
- [18] J.P.J. Groenland, C.J.M. Eijkel, J.H.J. Fluitman, R.M. de Ridder: "Permalloy thin-film magnetic sensors", Sensors and Actuators A 30,89-100,1992

- [19] Sensitec, Datenblatt CFS1000, 19.9.2011
- [20] Pulse, Datenblatt PA320XNL Series
- [21] Linear Technology, Datenblatt LT1007/1037
- [22] Analog Devices, Datenblatt AD8604, Rev.G
- [23] Middlebrook R.D., Cuk S: "A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages", IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp73-86, 1976
- [24] M. Böck, T. Glück, A. Kugi, A. Steinböck: Vorlesungsskript „Fortgeschrittene Methoden der nichtlinearen Regelung“, 2015

Anhang

Simulink Blockschaltbild



Programmcode der Simulink Funktion „PWM und Abtastung“

```
function [d,It_zoh,Uc_zoh,Isigma_zoh,PWM,Isigma_est,It_rog_offset,It_rog_zoh] = ...
fcn(Isoll,It,Uc,Isigma,It_rog,Isigma_Lem,Uzk,Unetz,Isigma_rog)

%Funktion wird alle 5ns Simulationszeit aufgerufen, 200kHz Schaltfrequenz
%ergeben sich daher durch einen Maximalwert des symmetrischen
%PWM-Modulators von 500
top=500;

%Nach einer Wiederholung der Zaehlerperiode wird der Regler aufgerufen
reps=1;

%Beobachterparameter
A=[1 0 0 0;0 0.939101367424293 0 0;0 0 0.533488091091103 0;0 0 0 0.939101367424293];
C=[1 0 0 0;0 -1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 -1];
L=[0.997548698873000 0.992519379466049 -0.0869508780367637 -0.992528867559618;...
0.0483005480606140 0.0604963681783631 0.0854036540117504 0.000232109059585154;...
-0.0535760358272765 0.000251516957328858 0.349728461812764 0.465065119454387;...
-0.00876653388615127 3.49019823026946e-05 0.0906852072524050 0.0606941262335086];

%Praediktorparameter
Ad=[0.747664759517155 -0.414242998068500 0.229627771100220;0.828485996137000...
0.542920012870559 -0.839863823942494;0.229627771100220 0.419931911971247...
0.768376909420580];
bcd=[0.454149387652497;0.227556556109878;0.0399063895839964];
bdd=[-0.0399063895839964;0.229523431019564;-0.459838301555243];

%Zustandsregler
k=[-2.5;0.95;0];
kI=3000*10e-6;

%Statische Variablen
persistent counter;
persistent Uc_zoh_s;
persistent Isigma_zoh_s;
persistent It_zoh_s;
persistent Uzk_zoh_s;
persistent It_rog_zoh_s;
persistent Isigma_Lem_zoh_s;
persistent Unetz_zoh_s;
persistent Isigma_rog_s;
persistent last_Uc_zoh_s;
persistent last_Isigma_zoh_s;
persistent last_It_zoh_s;
persistent last_Uzk_zoh_s;
persistent last_It_rog_zoh_s;
persistent last_Isigma_Lem_zoh_s;
persistent last_Unetz_zoh_s;
persistent last_Isigma_rog_s;
persistent inc;
persistent repetition;
persistent d_latch;
persistent d_now;
persistent xest;
persistent I;
```

```

%Initialisierung
if isempty(counter)
    counter=0;
    Uc_zoh_s=Uc;
    Isigma_zoh_s=Isigma;
    It_zoh_s=It;
    last_Uc_zoh_s=Uc;
    last_Isigma_zoh_s=Isigma;
    last_It_zoh_s=It;
    last_Isigma_rog_s=Isigma_rog;
    Uzk_zoh_s=Uzk;
    Unetz_zoh_s=Unetz;
    It_rog_zoh_s=It_rog;
    Isigma_Lem_zoh_s=Isigma_Lem;
    last_Isigma_Lem_zoh_s=Isigma_Lem;
    last_It_rog_zoh_s=It_rog;
    Isigma_rog_s=Isigma_rog;
    last_Uzk_zoh_s=Uzk;
    last_Unetz_zoh_s=Unetz;
    inc=1;
    repetition=reps;
    d_latch=Unetz/Uzk;
    d_now=Unetz/Uzk;
    xest=[Uc, It_rog, Isigma_Lem, Isigma_rog]';
    I=0;
end

%Zaehler erreicht Spitzenwert
if counter == top
    %Umkehr der Zaehlrichtung
    inc = -1;
    if repetition == 0
        %Abtasten wenn Wiederholungszahler auf 0 steht
        last_Uc_zoh_s=Uc;
        last_Isigma_zoh_s=Isigma;
        last_It_zoh_s=It;
        last_Uzk_zoh_s=Uzk;
        last_It_rog_zoh_s=It_rog;
        last_Isigma_Lem_zoh_s=Isigma_Lem;
        last_Unetz_zoh_s=Unetz;
        last_Isigma_rog_s=Isigma_rog;
    end
end

%Zaehler erreicht 0
if counter == 0
    %Umkehr der Zaehlrichtung
    inc = 1;
    if repetition ~= 0
        %Wiederholungszahler reduzieren (hier 2 Wiederholungen)
        repetition = repetition-1;
    else
        %Regleraufruf wenn Wiederholungszahler auf 0 ist

        %Mittelwertbildung aus den letzten 2 Abtastwerten
        Uc_zoh_s=(last_Uc_zoh_s+Uc)/2;
    end
end

```



```

Isigma_zoh_s=(last_Isigma_zoh_s+Isigma)/2;
It_zoh_s=(last_It_zoh_s+It)/2;
Uzk_zoh_s=(Uzk+last_Uzk_zoh_s)/2;
It_rog_zoh_s=(It_rog+last_It_rog_zoh_s)/2;
Isigma_Lem_zoh_s=(Isigma_Lem+last_Isigma_Lem_zoh_s)/2;
Unetz_zoh_s=(Unetz+last_Unetz_zoh_s)/2;
Isigma_rog_s=(Isigma_rog+last_Isigma_rog_s)/2;

%Reinitialisierung des Wiederholungszaeblers
repetition = reps;

%Aktualisieren der Beobachterschaetzung
xest=A*xest+L*([Uc_zoh_s,It_rog_zoh_s,Isigma_Lem_zoh_s,Isigma_rog_s]'-C*xest);

%Berechnung der Stroeme mit den geschaeetzten Offsetwerten
x_now=[It_rog_zoh_s+xest(2);Uc_zoh_s;Isigma_rog_s+xest(4)];

%Praediktion des naechsten Abtastschrittes
x_praed=Ad*x_now+bcd*Uzk_zoh_s*d_latch+bdd*Unetz_zoh_s;

%Integralanteil des Reglers berechnen
I=I+(x_now(1)-Isoll);

%Berechnung des neuen Tastverhaeltnisses
d_new=(k'*x_praed-k(1)*Isoll-kI*I)/Uzk_zoh_s;

%Verzoegern des berechneten Wertes fuer einen Abtastschritt
%(Simulation des Rechenverzugs im realen System)
d_now=d_latch;
d_latch=d_new;
end
end

%Zaehlen
counter=counter+inc;

%Komparator des Modulators
if counter < d_now*top
    PWM=1;
else
    PWM=0;
end

%Ausgabe der Ausgangsgroessen
It_rog_offset=xest(2);
It_zoh=It_zoh_s;
Isigma_zoh=Isigma_zoh_s;
Uc_zoh=Uc_zoh_s;
Isigma_est=xest(4)+Isigma_rog_s;
It_rog_zoh=It_rog_zoh_s;
d=d_now;

```


MATLAB-Script zur Berechnung der Prädiktor- und Beobachterparameter

```
%% Berechnung der Praediktormatrizen (diskretisiertes System)
%Parameter
Lt=20e-6;
Ct=10e-6;
Lsigma=20e-6;
Ta=10e-6;
Rc=5e-3;
Rt=50e-3;

%Zeitkonstanten der Stromsensoren (taul=Hochpasszeitkonstante,
%tau2=Tiefpasszeitkonstante)
taul=1/(2*pi*1000);
tau2=1/(2*pi*10000);

%Zeitkontinuierliche Systemmatrizen
As=[[-(Rc+Rt)/Lt -1/Lt Rc/Lt];[1/Ct 0 -1/Ct];[Rc/Lsigma 1/Lsigma -Rc/Lsigma]];
Bs=[[1/Lt 0];[0 0];[0 -1/Lsigma]];
Cs=[1 0 0];
Ds=[0 0];

sysc=ss(As,Bs,Cs,Ds);

%Diskretisierung
sysd=c2d(sysc,Ta);

%Ad: diskrete Systemmatrix bcd: diskreter Stelleingang (PWM-Spannung)
%bdd: diskreter Stoereingang (Netzspannung)
Ad=sysd.A;
bcd=sysd.B(:,1);
bdd=sysd.B(:,2);

%% Berechnung der Beobachtermatrizen
%Teilverhaeltnis zur Abtastfrequenz des Reglers (hier gleiche Frequenz)
Taktteiler=1;

%Kovarianzmatrizen fuer Kalmanfilterentwurf
Rn=[[.1 0 0 0];[0 1 0 0];[0 0 .1 0];[0 0 0 1]];
Qn=[[400 0];[0 400]];
Nn=[[0 0 0 0];[0 0 0 0]];

%Zeitkontinuierliches Modell (Modellierung der Sensoren als
%Hochpass/Tiefpass 1. Ordnung und des Filterkondensators als
%Integrator)
A=[[0 0 0 0];[0 -1/taul 0 0];[0 0 -1/tau2 0];[0 0 0 -1/taul]];
G=[[1/Ct 1/taul 0 0]' [-1/Ct 0 1/tau2 1/taul]'];
C=[[1 0 0 0];[0 -1 0 0];[0 0 1 0];[0 0 0 -1]];
H=[[Rc 1 0 0]' [-Rc 0 0 1]'];

%Diskretisierung
sysc=ss(A,G,C,H);
sysd=c2d(sysc,Ta*Taktteiler,'zoh');
sysdk=ss(sysd.A,sysd.B,sysd.C,sysd.D,Ta*Taktteiler);

%Zeitdiskrete Systemmatrizen des Beobachters
```

```
Adk=sysd.A;  
Bdk=sysd.B;  
Cdk=sysd.C;  
Ddk=sysd.D;
```

```
%Berechnung der Beobacherverstaerking L  
[~, L, P]=kalman (sysdk, Qn, Rn, Nn) ;
```

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit gemäß dem Code of Conduct – Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis (in der aktuellen Fassung des jeweiligen Mitteilungsblattes der TU Wien), insbesondere ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel, angefertigt wurde. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder in ähnlicher Form in anderen Prüfungsverfahren vorgelegt.