

Diploma Thesis

Optimal parameters of passive vibration dampers and base isolation for building structures as a function of the excitation characteristic

submitted in satisfaction of the requirements for the degree of
Diplom-Ingenieur
of the TU Wien, Faculty of Civil Engineering

Diplomarbeit

Optimale Parameter von passiven Schwingungsdämpfern und Basisisolierung für Baukonstruktionen in Abhängigkeit der Anregungscharakteristik

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs
eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Stefan Schrefl, BSc

Matr.Nr.: 01227521

unter der Anleitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Rudolf Heuer**

Institut für Hochbau und Technologie – Forschungsbereich für Baumechanik und
Baudynamik

Technische Universität Wien
Karlsplatz 13/206-3, A-1040 Wien

Wien, im April 2018

Kurzfassung

Ziel dieser Untersuchung ist es, die Auswirkungen von kurzzeitigen Anregungen auf Baukonstruktionen, die mit passiven Schwingungsdämpfern bzw. Basisisolierungen ausgestattet sind, zu erfassen. Dabei werden die Schwingungsdämpfer mit optimalen Parametern in Abhängigkeit der Anregungsart ausgelegt. Ebenfalls wird der Effekt der Abweichung von den optimalen Parametern analysiert.

Das erste Kapitel beschäftigt sich mit der Theorie und den Grundlagen der passiven Schwingungsdämpfer sowie der Basisisolierung. Dabei wird auf die Eigenschaften der Systeme sowie auf die Abstimmung der Parameter eingegangen. Ergänzend werden verschiedene Varianten von Schwingungsdämpfern und Basisisolierungen dargestellt.

Im Kapitel 2 wird auf die Anregungscharakteristik eingegangen. Als kurzzeitige Einwirkung wird eine zeitlich harmonische Anregung definiert, welche nach einer bestimmten Belastungsdauer wieder endet. Aufgrund der speziellen Anregung werden numerische Integrationsverfahren zur Lösung der Schwingungsgleichungen herangezogen. Zudem wird für die gewählte Anregung die Fourier-Transformation durchgeführt, um diese mit anderen Belastungen im Frequenzbereich vergleichen zu können.

Im dritten und vierten Kapitel werden die Auswirkungen von kurzzeitigen Kraft- und Weganregungen auf den Schwingungsdämpfer untersucht und die Ergebnisse für bestimmte Belastungsdauern aufgelistet. Bei sehr kurz einwirkenden Kraftanregungen kommt es zwar zu keiner großen Reduktion der Schwingungsamplitude, jedoch weist das System mit Dämpfer ein sehr gutes Nachschwingverhalten auf. Dadurch steigt die Behaglichkeit und Langlebigkeit des Tragwerkes, wodurch die Effektivität des Dämpfers bestätigt wird.

Hingegen ergeben sich bei sehr kurzen Weganregungen beim Tragwerk mit Dämpfer etwas größere Schwingungsamplituden als beim System ohne Dämpfer. Grund dafür ist die zusätzliche Trägheit der Masse des Dämpfers. Die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers ergibt sich jedoch wieder, aus der guten Reduktion der Nachschwingungen.

Im Kapitel 5 werden die Auswirkungen von kurzzeitigen Weganregungen untersucht, aber dieses Mal für das Tragwerk mit einer Basisisolierung, wodurch die Kräfte innerhalb des Tragwerkes effektiv reduziert werden. Auch das Nachschwingverhalten wird positiv beeinflusst. Nachteilig sind die großen Gesamtverformungen des Tragwerkes zu erwähnen, welche hauptsächlich von der Basisisolierung aufgenommen werden müssen.

Abschließend werden die Effekte des Schwingungsdämpfers mit denen der Basisisolierung verglichen. Die Differenzverschiebungen innerhalb des Tragwerkes werden durch die Basisisolierung stärker reduziert. Jedoch treten bei der Basisisolierung auch bei kurzzeitigen Einwirkungen große Gesamtverformungen auf. Die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers besteht nicht nur in der Reduzierung der Gesamtverformung, sondern auch in der positiven Beeinflussung des Nachschwingverhaltens.

Abstract

The aim of this study is to capture the effect of brief excitations on the passive vibration dampers and respectively on the base isolation for building structures. Hereby the passive vibration dampers are designed using the optimal parameter as a function of the type of excitation. Additionally, the effect the deviation from the optimal parameter is analyzed.

The first chapter is concerned with the theory and the basics of passive vibration dampers as well as base isolation. Herewith the characteristics of the systems as well as the tuned parameters are outlined. In addition, various types of vibration dampers and base isolations are briefly illustrated.

In chapter two, the excitation characteristics are introduced in detail. As a short time exposure, a temporal harmonic excitation is defined, which ends after a specific loading duration. Due to the specific excitation, numerical integration methods are used to calculate the solution to the equations of motion. Further, a Fourier transformation is performed for the selected excitation in order to enable a comparison with other loads in frequency domain.

In the third and fourth chapter, the effects of short-term force excitation and ground motion on the vibration dampers are investigated, where the results for specific loading durations are listed. Very brief force excitations do not result in a remarkable reduction of the oscillation amplitude, however, the system using dampers shows a very good performance in the decaying behavior. Thereby the comfort for the people and the durability of the structure is increased which confirms the effectiveness of the damper.

Very brief ground motions yield slightly higher oscillation amplitudes of the structure using dampers than systems without dampers. The reason for this is the additional inertial force resulting from the mass of the damper. The effectiveness of the vibration damper is shown again in the reduction of the decaying behavior.

The effects of short-term support excitations are investigated in chapter 5, but this time for a structure with base isolation, whereby the dynamic loads of the structure are effectively reduced. Also the decaying behavior is positively affected. Adverse are the major total deformations of the structure, which have to be absorbed primarily by the base isolation.

Finally, the effects of the vibration dampers are compared to those of the base isolation. The relative displacement of the structure is increasingly reduced by means of the base isolation. However, large total deformations can occur even due to short-term impacts. The effectiveness of the vibration damper does not only arise from the reduction in the total deformation but also from the positive influence on the decaying behavior.

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie und Grundlagen der passiven Schwingungsdämpfer und der Basisisolierung	1
1.1	Passive Schwingungsdämpfer: Eigenschaften und Abstimmung	1
1.2	Dämpfervarianten	5
1.2.1	Federdämpfer	6
1.2.2	Pendeldämpfer	6
1.2.3	Reibungsdämpfer	7
1.2.4	Fluiddämpfer	8
1.3	Basisisolierung	9
1.3.1	Kinematische Lager	11
1.3.2	Elastomerlager	11
1.3.3	Gleitlager	12
1.3.4	Stahlfeder	12
1.4	Äquivalente Systemeigenschaften	12
1.4.1	Kinetisch äquivalente Masse	13
1.4.2	Äquivalente Federsteifigkeit	14
1.4.3	Äquivalente Belastung	14
2	Allgemeines zur Parameteruntersuchung	15
2.1	Harmonische Anregungen mit unterschiedlicher Anzahl an Sinushalbwellen	15
2.2	Untersuchungsmethode	16
2.3	Fourier–Transformation von einer bestimmten harmonischen Anregung	18
2.4	Fourier–Transformation von zwei bestimmten harmonischen Anregungen	22
2.5	Vergleich „El Centro“ – Erdbeben	26
3	Untersuchung von Schwingungsdämpfern für eine bestimmte harmonische Kraftanregung	28
3.1	Auswirkungen von einer bestimmten harmonischen Kraftanregung	30
3.2	Auswirkungen von zwei bestimmten harmonischen Kraftanregungen	44
4	Untersuchung von Schwingungsdämpfern für eine bestimmte harmonische Weganregung	52
4.1	Auswirkungen von einer bestimmten harmonischen Weganregung	54
4.2	Schlussfolgerung zum Schwingungsdämpfer unter kurzzeitigen Einwirkungen	59
5	Untersuchung der Basisisolierung für eine bestimmte harmonische Weganregung	61
5.1	Auswirkungen von einer bestimmten harmonischen Weganregung	63
5.2	Vergleich der Ergebnisse der Basisisolierung mit jenen des Schwingungsdämpfers	69
6	Schlussfolgerungen	71
	Literaturverzeichnis	72
	Abbildungsverzeichnis	73

Tabellenverzeichnis	76
Anhang A: Ergänzende Diagramme für Schwingungsdämpfer und Basisisolierung	77
A.1 Schwingungsdämpfer unter einer harmonischen Kraftanregung	77
A.2 Schwingungsdämpfer unter zwei harmonischen Kraftanregungen	95
A.3 Schwingungsdämpfer unter einer harmonischen Weganregungen	106
Anhang B: Verwendeter <i>MATLAB</i>-Code	114
B.1 Integrationsverfahren – <i>Newmark</i>	114
B.2 Fouriertransformation für nicht periodische Funktionen	115
B.3 Fouriertransformation für bestimmte harmonische Anregung	115
B.4 Schwingungsdämpfer unter Kraftanregung	116
B.5 Schwingungsdämpfer unter Weganregung	124
B.6 Schwingungsdämpfer Reduktionsdiagramm	130
B.7 Basisisolierung unter harmonischer Anregung	135

Kapitel 1

Theorie und Grundlagen der passiven Schwingungsdämpfer und der Basisisolierung

Zu Beginn dieser Arbeit wird auf die Eigenschaften der passiven Schwingungsdämpfer und der Basisisolierungen genauer eingegangen. Ergänzend werden verschiedenen Ausführungsvarianten angeführt.

1.1 Passive Schwingungsdämpfer: Eigenschaften und Abstimmung

Das folgende Kapitel ist, falls nicht näher gekennzeichnet, folgenden Quellen entnommen: Petersen [2] (S.46 – 64) und Pocanschi und Phocas [3] (S.420 – 500)

In dieser Arbeit werden die Auswirkungen von kurzzeitigen Anregungen auf die passiven Schwingungsdämpfer untersucht. Generell wird zwischen den aktiven und den passiven Schwingungsdämpfern unterschieden. Der Unterschied der passiven zur aktiven Dämpfung ist jener, dass bei der aktiven Schwingungsdämpfung die Eigenschaften des Dämpfers gezielt geändert werden können. Abhängig von der Erregung können bei der aktiven Dämpfung je nach eingesetzten Verfahren die Masse, Dämpfung oder die Steifigkeit des Schwingungsdämpfers verändert werden. In dieser Arbeit werden nur die passiven Schwingungsdämpfer behandelt.

Bei der passiven Schwingungsdämpfung wird eine Zusatzmasse mittels Feder und Dämpfer an das Tragwerk angeschlossen. Die optimale Lage des Dämpfers ist am Ort der größten Amplitude der zu reduzierenden Eigenschwingungsform. Dies bedeutet, der Schwingungsdämpfer wird auf eine Eigenschwingungsform abgestimmt und erzielt dabei seine größte Wirkung.

Wie auch in Petersen [2] werden folgende Begriffsbestimmungen definiert:

- **Schwingungstilger:** Wenn die Ankopplung der Zusatzmasse an das Tragwerk nur mittels einer Feder erfolgt, dann wird in dieser Arbeit von einem Schwingungstilger gesprochen. Mittels eines Tilgers ist es möglich die Schwingung des Tragwerkes für eine bestimmte Frequenz komplett zu tilgen.
- **Schwingungsdämpfer:** Bei einem Schwingungsdämpfer erfolgt die Ankopplung zusätzlich zur Feder auch mit einem Dämpfungselement (siehe Abb. 1.1). Durch den Einsatz des zusätzlichen Dämpfungselementes lässt sich die Schwingung zwar nicht mehr komplett tilgen, jedoch ist der Schwingungsdämpfer auch in einem breiteren Frequenzbereich wirksam.
- **Dämpfer:** Unter Dämpfer wird in dieser Arbeit das Gesamtsystem bestehend aus der zusätzlichen Masse und den Kopplungselementen bezeichnet. Wird die Kopplung nur mittels einer Feder hergestellt, handelt es sich um einen Schwingungstilger, ansonsten wird die Bezeichnung Schwingungsdämpfer verwendet.

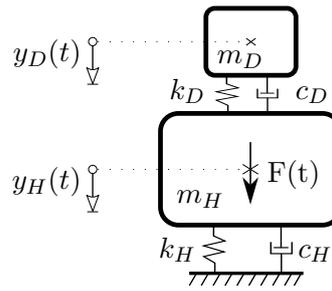


Abb. 1.1: passive Schwingungsdämpfer

- **Dämpfungselement:** Jene Elemente, die zur Energiedissipation eingesetzt werden, werden als Dämpfungselement bezeichnet. Bei den Untersuchungen werden viskose (d.h. geschwindigkeitsproportionale) Dämpfungselemente angenommen.

Nachfolgend werden die in Abb. 1.1 definierten Bezeichnungen aufgelistet. Der Index H steht für Hauptsystem und der Index D für Dämpfer.

m_H :	Masse des Hauptsystems (kinetisch äquivalente Masse) [kg]
k_H :	Federsteifigkeit des Hauptsystems [N/m]
c_H :	Dämpfungskoeffizient des Hauptsystems [N s/m], $c_H = 2 \cdot m_H \cdot \omega_H \cdot \zeta_H$
ζ_H :	Lehrsches Dämpfungsmaß des Hauptsystems
$y_H(t)$:	Verschiebung des Hauptsystems [m]
ω_H :	Eigenkreisfrequenz des Hauptsystems [rad/s], $\omega_H = \sqrt{\frac{k_H}{m_H}}$
m_D :	Zusatzmasse des Dämpfers [kg]
k_D :	Federsteifigkeit des Dämpfers [N/m]
c_D :	Dämpfungskoeffizient des Dämpfers [N s/m], $c_D = 2 \cdot m_D \cdot \omega_D \cdot \zeta_D$
ζ_D :	Lehrsches Dämpfungsmaß des Dämpfers
$y_D(t)$:	Verschiebung des Dämpfers [m]
ω_D :	Eigenkreisfrequenz des Dämpfers [rad/s], $\omega_D = \sqrt{\frac{k_D}{m_D}}$
$F(t)$:	Erregerbelastung [N], z.B.: harmonische Krafterregung:

$$F(t) = F_0 \cdot \sin(\nu t), \quad \nu \dots \text{Erregerkreisfrequenz} \quad [\text{rad/s}]$$

Von besonderer Bedeutung ist auch die Relativverschiebung zwischen Dämpfer und Hauptkonstruktion, welche die Bewegung innerhalb des Dämpfergehäuses kennzeichnet. Sie wird folgendermaßen definiert:

$$z_D = y_D - y_H$$

Der Einmassenschwinger (SDOF – single degree-of-freedom system) wird aus dem Hauptsystem ohne Schwingungsdämpfer gebildet. Dabei werden die Indizes „H“ des Hauptsystems durch die Indizes „0“ des SDOF ersetzt (z.B.: $m_H \Rightarrow m_0$).

Optimierungsparameter des Schwingungsdämpfers (vgl. [2]):

Zur Beschreibung der optimalen Parameter des Schwingungsdämpfers werden noch folgende Bezeichnungen eingeführt:

- Massenverhältnis: $\mu = \frac{m_D}{m_H}$

- Eigenkreisfrequenzverhältnis (Verstimmung): $\delta = \frac{\omega_D}{\omega_H} = \frac{f_D}{f_H}$
- bezogene Erregerfrequenz: $\alpha = \frac{\nu}{\omega_H}$

Nachfolgend wird kurz auf die Herleitung der optimalen Parameter nach *DEN HARTOG* (vgl. [2]) eingegangen. Eine genauere Herleitung kann folgenden Quellen entnommen werden: Petersen [2], Pocanski und Phocas [3] und Reiterer [4].

Aus der Abb. 1.1 lassen sich folgende Bewegungsgleichungen ableiten:

$$H : m_H \ddot{y}_H + c_H \dot{y}_H + k_H y_H - c_D (\dot{y}_D - \dot{y}_H) - k_D (y_D - y_H) = F_0 \cdot \sin(\nu t) \quad (1.1)$$

$$D : m_D \ddot{y}_D + c_D (\dot{y}_D - \dot{y}_H) + k_D (y_D - y_H) = 0 \quad (1.2)$$

Mit dem Ansatz

$$y_H = \hat{y} \cdot \sin(\nu t - \gamma) \quad \& \quad z_D = \hat{z} \cdot \sin(\nu t - \beta) \quad (1.3)$$

ergibt sich die Lösung des partikulären Anteils zu

$$\Psi \equiv V_y = \frac{\hat{y}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} \quad V_z = \frac{\hat{z}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{E^2}{C^2 + D^2}} \quad y_{st} = \frac{F_0}{k_H}$$

$$\gamma = \arctan \frac{AD - BC}{AC + BD} \quad \beta = \arctan \frac{D}{C}$$

$$A = -\alpha^2 + \delta^2$$

$$B = 2\delta \cdot \zeta_D \cdot \alpha$$

$$C = \alpha^4 - [1 + (1 + \mu)\delta^2 + 4\delta \cdot \zeta_H \cdot \zeta_D] \alpha^2 + \delta^2$$

$$D = -2[\zeta_H + (1 + \mu)\delta \cdot \zeta_D] \alpha^3 + 2\delta(\delta \cdot \zeta_H + \zeta_D) \alpha$$

$$E = \alpha^2$$

Ψ : Optimierungsziel

V_y : dynamische Vergrößerungsfunktion für y_H

Anschließend werden die Parameter so angepasst, dass die maximalen Peaks der dynamischen Vergrößerungsfunktion möglichst niedrig und gleich groß sind. Dabei wird das Massenverhältnis als konstant angenommen und das optimale Eigenkreisfrequenzverhältnis und die optimale Dämpfung des Schwingers gesucht.

Die Optimierungskriterien nach DEN HARTOG wurden für das System mit einer Eigen-dämpfung des Hauptsystems $\zeta_H = 0$ hergeleitet (vgl. [4]). Dabei ergeben sich folgende optimale Parameter:

$$\delta_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad \zeta_{D,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad \Rightarrow \quad V_{y,max} = \frac{\hat{y}}{y_{st}} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}$$

$$V_{z,max} = \frac{\hat{z}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{1}{2\mu \cdot \zeta_{D,opt} \cdot \alpha_{1,2}}} \cdot V_{y,max} \quad \alpha_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2(1 + \mu)} \left[(2 + \mu) \mp \sqrt{\mu(4 + \mu)} \right]}$$

$$\Lambda_{\ddot{a}q} = \frac{\pi}{V_{y,max}}$$

Λ : Logarithmisches Dämpfungsdekrement, $\Lambda = 2\pi \cdot \zeta \sqrt{1 - \zeta^2} \approx 2\pi \cdot \zeta$

Aus der gewünschten maximalen dynamischen Vergrößerung lässt sich die erforderliche Zusatzmasse berechnen.

$$\mu_{erf} = \frac{2}{V_y^2 - 1}$$

In Petersen [2] sind übliche Einsatzbereiche des Massenverhältnisses $\mu = 0,04$ bis $0,08$ angegeben. In der Tab. 1.1 sind die Parameter zu den zugehörigen Massenverhältnissen gelistet.

Tab. 1.1: optimale Parameter nach DEN HARTOG

μ	V_y	δ_{opt}	$\zeta_{D,opt}$	α_1	V_z	V_z/V_y	$\Lambda_{\ddot{a}q}$	$\zeta_{\ddot{a}q}$
0,04	7,14	0,962	12,0 %	0,887	28,94	4,05	0,44	7,02 %
0,05	6,40	0,952	13,4 %	0,873	23,43	3,66	0,49	7,83 %
0,06	5,86	0,943	14,6 %	0,860	19,75	3,37	0,54	8,56 %
0,07	5,44	0,935	15,7 %	0,847	17,11	3,15	0,58	9,23 %
0,08	5,10	0,926	16,7 %	0,836	15,13	2,97	0,62	9,85 %

Von der Tab. 1.1 können folgende Erkenntnisse gezogen werden: Größere Zusatzmassen bewirken eine Reduktion der Vergrößerungsfunktion. Zum Vergleich ergibt sich bei einem SDOF - System mit einer geringen Eigendämpfung (z.B.: $\zeta_0 = 2\%$) ein maximaler Wert der Vergrößerungsfunktion von ca. $V_{max,0} = 1/2\zeta_0$ ($V_{\zeta_0=2\%} = 25$). Hier erkennt man die Wirksamkeit der Schwingungsdämpfer. Auch die maximale Relativverschiebung zw. Schwingungsdämpfer und Hauptsystem wird durch die Erhöhung des Massenverhältnisses deutlich reduziert. Die großen Amplituden des Schwingungsdämpfers sind auch mit verantwortlich, dass das Massenverhältnis nicht zu gering gewählt wird, da sonst die Aufnahme der Relativverschiebung konstruktiv nicht mehr erfüllt werden kann. Durch die Erhöhung des Massenverhältnisses steigt auch die erforderliche Dämpfung und Federsteifigkeit des Schwingungsdämpfers.

Abweichung von der optimalen Verstimmung δ_{opt} ($\omega_D = \delta_{opt} \cdot \omega_H$)

Die optimale Verstimmung hat bezüglich der Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers den größten Einfluss. Bei einer Abweichung kommt es (vgl. [2]) zu einer Verschiebung der zwei maximalen Peaks zu einem größeren maximalen Peak. Wie in [2] nachzulesen ist, kommt es bereits bei einer Abweichung von 10% ($\delta_{vorh}/\delta_{opt} = 0,9$ bzw. $1,1$) zu einer Vergrößerung von $V_{y,max}$ um den Faktor 1,6 bis 2,0 (abh. von dem Massenverhältnis). Bei 20% Abweichung ergeben sich Vergrößerungsfaktoren im Bereich 2,7 bis 4,0.

Aus folgenden Gründen kann es zu einer Abweichung der optimalen Verstimmung kommen:

- ungenaue Ermittlung der Eigenfrequenz des Hauptsystems: Schwierigkeiten bei der exakten Berechnung der Steifigkeitsverteilung, da viele unbekannte Faktoren (Beton gerissen oder ungerissen) vorhanden sind. Auch die exakte Abbildung des realen Systems im Modell hat große Auswirkungen auf das Ergebnis.
- ungenaue Ermittlung der kinetisch äquivalenten Masse

Abweichung von der optimalen Dämpfung $\zeta_{D,opt}$

Eine Abweichung gegenüber der optimalen Dämpfung übt nicht so einen großen Einfluss wie die Abweichung der optimalen Verstimmung aus. Sowohl eine zu geringe als auch eine zu große Dämpfung führt zu einer Reduktion der Wirksamkeit, wobei die Unterdämpfung eine größere Auswirkung hat. Bis zu einer Abweichung von 25% sind die Auswirkungen sehr gering. Darum wird auch in Petersen [2] vorgeschlagen, die vorhandene Dämpfung um 20% gegenüber der

optimalen zu erhöhen ($\zeta_{D,vorh} = 1,20 \cdot \zeta_{D,opt}$).

Zur Einstellung des Schwingungsdämpfers gibt es für die verschiedenen Belastungsarten und dem gewünschten Optimierungsparameter jeweils optimale Parameter. Für ein ungedämpftes Hauptsystem sind in der Tab. 1.2 einige Fälle angegeben (vgl. [2] und [3]).

Tab. 1.2: optimale Parameter eines Schwingungsdämpfers für einen ungedämpften Einmassenschwinger (abh. von der Erregung und dem Optimierungsziel)

Einwirkung	Optimierungsziel	Ψ_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{D,opt}$
Harmonische Kraft auf m_H $F(t) = F_0 e^{i\nu t}$	$\Psi = y \cdot \frac{k_H}{F_0}$	$\sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}$	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}$
	$\Psi = \ddot{y} \cdot \frac{m_H}{F_0}$	$\sqrt{\frac{2}{\mu(1+\mu)}}$	$\sqrt{\frac{1}{1+\mu}}$	$\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\frac{\mu}{2})}}$
Harmonische Beschleunigung $F(t) = a_g e^{i\nu t}, (a_g = \ddot{x}_g)$	$\Psi = y \cdot \frac{\omega_H^2}{a_g}$	$\sqrt{\frac{2}{\mu}}(1 + \mu)$	$\frac{\sqrt{1-\frac{\mu}{2}}}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-\frac{\mu}{2})}}$
	$\Psi = 1 + \frac{\ddot{y}}{a_g}$	$\sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}$	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}$
Stochastische Kraft auf m_H	$\Psi = \sqrt{\ddot{y}^2} \cdot \frac{k_H^2}{2\pi S_0 \omega_H}$	$\sqrt{\frac{4+3\mu}{4\mu(1+\mu)}}$	$\sqrt{\frac{2+\mu}{2(1+\mu)^2}}$	$\sqrt{\frac{\mu(4+3\mu)}{8(1+\mu)(2+\mu)}}$
Stochastische Beschleunigung	$\Psi = \sqrt{\ddot{y}^2} \cdot \frac{\omega_H^3}{2\pi S_0}$	$(1 + \mu)^{3/2} \sqrt{\frac{1}{\mu} - \frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{2-\mu}{2(1+\mu)^2}}$	$\sqrt{\frac{\mu(4-\mu)}{8(1+\mu)(2-\mu)}}$

Die Werte in der Tabelle 1.2 beziehen sich auf ein ungedämpftes Hauptsystem. Besitzt das Hauptsystem jedoch eine geringfügige Eigendämpfung, so müssen diese Parameter etwas angepasst werden. In [3] sind Gleichungen zur Korrektur der optimalen Parameter für kleine Eigendämpfungen des Hauptsystems angegeben:

$$\tilde{\delta}_{opt} = \delta_{opt} - (0,241 + 1,7\mu - 2,6\mu^2)\zeta_H - (1 - 1,9\mu + \mu^2)\zeta_H^2 \quad (1.4)$$

$$\tilde{\zeta}_{D,opt} = \zeta_{D,opt} + (0,13 + 0,12\mu + 0,4\mu^2)\zeta_H - (0,01 + 0,9\mu + 3\mu^2)\zeta_H^2 \quad (1.5)$$

1.2 Dämpfervarianten

Der folgende Abschnitt richtet sich nach folgenden Quellen: Petersen [2] (S.219 – 339) und Pocanschi und Phocas [3] (S.432 – 500)

Nachfolgend ist ein kurzer Abriss zu den verschiedenen Varianten von Schwingungsdämpfern gegeben. Bei der Ausführung eines Schwingungsdämpfers kann es dann auch zu einer Kombination von verschiedenen Varianten kommen. Folgende Einteilung wurde vorgenommen:

- Federdämpfer
- Pendeldämpfer
- Reibungsdämpfer
- Fluiddämpfer

1.2.1 Federdämpfer

Dieses System zählt zu den vertikalen Schwingern. Dabei wird als Koppelung der Zusatzmasse eine Feder verwendet. Als Modellvorstellung kann Abb. 1.1 verwendet werden.

Stählerne Federn werden meist in Kombination mit viskosen Dämpfungselementen verwendet. In [2] wird die Verwendung von Silikonöl als viskoses Dämpfungselement (aufgrund der geringen Abhängigkeit von der Temperatur) angeführt.

Als Feder können auch Elastomerelemente verwendet werden. Diese besitzen sowohl Feder- als auch Dämpfungseigenschaften. Nachteil der Elastomeren ist, dass die Eigenschaften der Feder und Dämpfung gekoppelt und somit voneinander abhängig sind. Dies bedeutet, dass die gewünschten optimalen Parameter oftmals nicht eingestellt werden können.

1.2.2 Pendeldämpfer

Die Pendeldämpfer gliedern sich zu den Systemen, die horizontal schwingen, ein. Als Zusatzmasse wird ein starres Pendel gewählt. Die Rückstellwirkung (Federung) wird durch Schwerkraft bewerkstelligt. Im Falle eines Punktpendels errechnet sich die Eigenkreisfrequenz des Pendels zu $\omega_D = \sqrt{g/l_D}$. Sind große Eigenfrequenzen gewünscht, bedarf es einer Zusatzfederung. Abb. 1.2a zeigt das Modell eines Pendeldämpfers mit zusätzlicher Federung im Abstand a vom Drehpunkt und ein Dämpfungselement mit dem Abstand b .

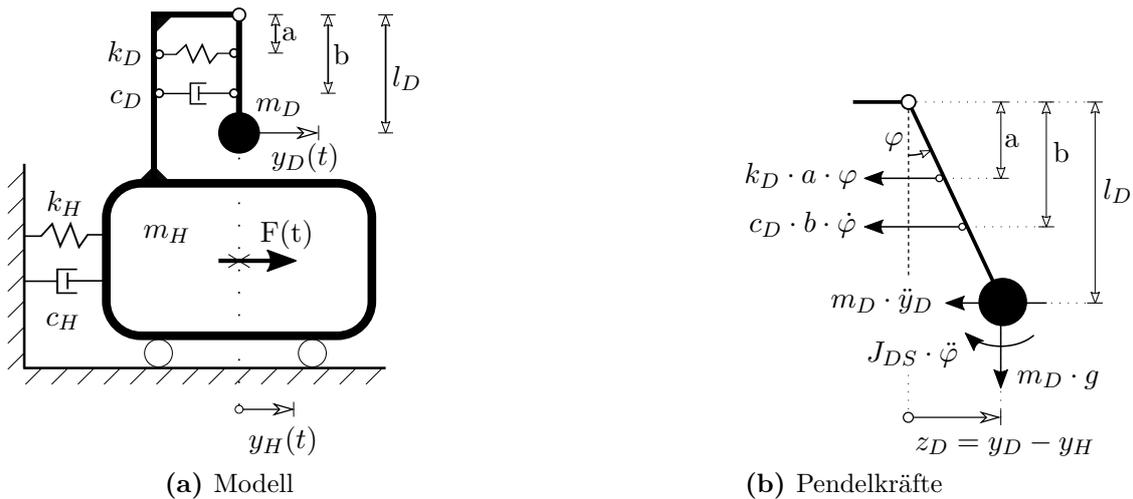


Abb. 1.2: Pendeldämpfer

J_{DS} : Massenträgheitsmoment der Zusatzmasse bezogen auf den Schwerpunkt

Nachfolgend werden nur kleine Auslenkungen φ betrachtet. Dabei ergeben sich die Vereinfachungen, dass $\sin(\varphi) \approx \varphi$ und $\cos(\varphi) \approx 1$ sind. Damit können die Pendelkräfte (siehe Abb. 1.2b) ermittelt werden und die Summe aller Momente, inklusive jener der Trägheitskräfte, um den Drehpunkt gleich Null gesetzt werden.

$$m_D \ddot{y}_D l_D + J_{DS} \ddot{\varphi} + c_D b^2 \dot{\varphi} + k_D a^2 \varphi + m_D g (y_D - y_H) = 0 \quad (1.6)$$

Mittels $z_D = \varphi \cdot l_D$, $y_D = z_D + y_H$ und mit den folgenden Definitionen

$$M_D = m_D + \frac{J_{DS}}{l_D^2} \quad C_D = c_D \frac{b^2}{l_D^2} \quad K_D = m_D \frac{g}{l_D} + k_D \frac{a^2}{l_D^2}$$

lässt sich die Gleichung (1.6) folgendermaßen umschreiben:

$$m_D \ddot{y}_H + M_D \ddot{z}_D + C_D \dot{z}_D + K_D z_D = 0 \quad (1.7)$$

Falls $J_{DS} = 0$ ist, stimmt die Gleichung (1.7) exakt mit der Gleichung (1.2) überein und es können die zuvor ermittelten optimalen Parameter angewendet werden. Ansonsten sind die optimalen Parameter nach Tab. 1.2 als Näherungen anzusehen.

Die Eigenkreisfrequenz, das Massenverhältnis und der Dämpfungskoeffizient des Dämpfers ergeben sich zu:

$$\omega_D = \sqrt{\frac{K_D}{M_D}} = \sqrt{\frac{m_D \cdot g \cdot l_D + k_D \cdot a^2}{m_D \cdot l_D^2 + J_{DS}}} \quad \mu = \frac{m_D}{m_H} \quad C_D = 2 \cdot M_D \cdot \omega_D \cdot \zeta_D$$

Der Nenner innerhalb der Wurzel bei der Eigenkreisfrequenz entspricht dem Massenträgheitsmoment bezogen auf den Drehpunkt ($J_{D0} = J_{DS} + m_D \cdot l_D^2$).

Für das reine Punktpendel (keine zusätzliche Feder und Dämpfer) ergibt sich wie zuvor genannt die Eigenkreisfrequenz zu:

$$\omega_D = \sqrt{\frac{g}{l_D}}$$

1.2.3 Reibungsdämpfer

Reibungsdämpfer unterscheiden sich von den zuvor genannten Dämpfervarianten dadurch, dass statt dem viskosen Dämpfungselement ein Reibungselement (siehe Abb. 1.3) zur Dissipation der Energie herangezogen wird. Eine Kombination mit dem Federdämpfer sowie auch mit dem Pendeldämpfer ist möglich.

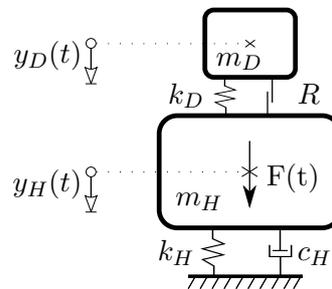


Abb. 1.3: Reibungsdämpfer

Bei Einsatz eines Reibungsdämpfers werden in den zuvor genannten Gleichungen die viskose Dämpfungskraft $F_c = c_D \cdot \dot{z}_D$ durch die Reibungskraft $F_R = \text{sign}(\dot{z}_D) \cdot R$ ersetzt. Dies bedingt, dass die Gleichungen nicht mehr geschlossen lösbar sind.

Dabei werden oftmals schwere Platten auf speziellen Reibflächen verwendet. Unter der Annahme einer Coulombschen Reibung ergibt sich eine konstante Reibungskraft $R = \mu_R \cdot G$ mit dem Reibungsbeiwert μ_R und dem Gewicht der Platte G .

Ein kleiner Nachteil ist, dass das Reibungselement erst nach Überwinden der Haftreibung aktiviert wird. Dieses Problem kann folgendermaßen entschärft werden, anstelle einer großen Platte werden mehrere Einzelplatten mit unterschiedlich großen Öffnungen für die Führungsstange verwendet. Damit sollen auch viskose Dämpfungseigenschaften nachgeahmt werden. In Petersen [2] wird dieses Thema näher betrachtet und als „Geschaltete Reibung“ bezeichnet. Darin wird auch auf die Ausführung und die praktische Auslegung näher eingegangen.

1.2.4 Fluiddämpfer

Die Zusatzmasse des Schwingungsdämpfers besteht dabei aus einer Flüssigkeit innerhalb eines Behälters, worin sich diese bewegen kann. Der Vorteil eines Fluiddämpfers ist, dass dieser Feder- und Dämpfungseigenschaften in sich vereint und keine zusätzlichen Elemente benötigt. Die Rückstellkraft wird wie auch beim Pendel durch die Gravitation erzeugt. Die Dämpfung ergibt sich aufgrund der Reibung zwischen dem Fluid und Behälter und durch die Viskosität. Die dynamischen Eigenschaften werden durch die Behälterform sowie auch durch die Wellenbrechung der Flüssigkeit beeinflusst.

Es wird zwischen U-förmigen Behältern („*Tuned Liquid Column Damper*“, siehe Abb. 1.4a) und freien Behältern („*Tuned Liquid Damper*“, Abb. 1.4b) unterschieden.

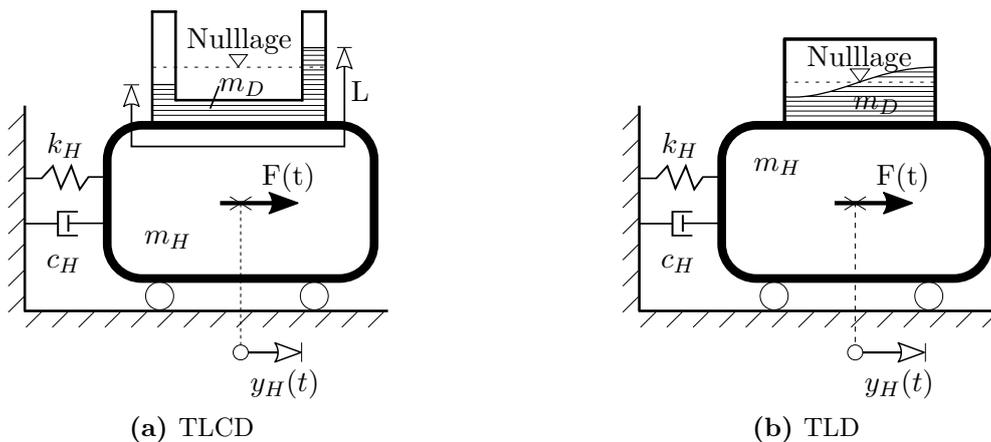


Abb. 1.4: Fluiddämpfer

Bei U-förmigen Behältern mit konstantem Querschnitt kann die Eigenkreisfrequenz mit der Formel

$$\omega_D = \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

berechnet werden. Dabei ist L (siehe Abb. 1.4a) die Gesamtlänge der Wassersäule. Bewegt sich der Behälter, übt die Flüssigkeit aufgrund der Beschleunigung Kraft auf die Behälterwand aus. Dieser wird als impulsiver Druck bezeichnet. Durch die Schwingung um die Nulllage entsteht ein zusätzlicher konvektiver Druck. Zur Vereinfachung kann das Modell nach Abb. 1.5 herangezogen werden. Die Masse der Flüssigkeit, die zum impulsiven Druck führt, wird hier mit $m_{D,Fix}$ bezeichnet. Diese führt zu einer Erhöhung der Eigenmasse m_H . Darum sollte der impulsive Anteil eher gering sein. Der schwingende Anteil der Masse wird mit $m_{D,Schw}$ bezeichnet. Dieser Anteil dient zur Schwingungsdämpfung.

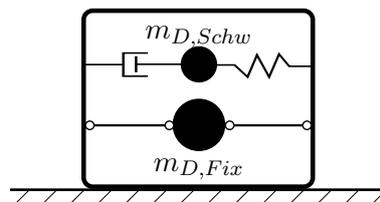


Abb. 1.5: Fluiddämpfer - Massenverteilung

Fluiddämpfer gelten im Vergleich zu den zuvor genannten Schwingungsdämpfern als wirtschaftlicher und leichter abzustimmen, da sie nicht so empfindlich bezüglich der Eigenfrequenz des Tragwerkes sind.

1.3 Basisisolierung

Dieses Kapitel beruht auf den Quellen Petersen [2] (S.345 – 354), Pocanschi und Phocas [3] (S.501 – 578) und Chopra [1] (S.809 – 833)

Die Basisisolierung findet zur Reduzierung der Erdbebenkräfte von Hochbauten sowie von Brücken Anwendung. Die Hauptaufgabe besteht in der elastischen Trennung des Tragwerks vom Baugrund; dabei hat die Isolierung eine sehr kleine Steifigkeit (siehe Abb. 1.6). Dadurch wird die Eigenkreisfrequenz der maßgebenden Eigenschwingungsform deutlich reduziert, was gleichzeitig bedeutet, dass die Eigenperiode vergrößert wird ($T = 2\pi/\omega$).

Bei der Erdbebenberechnung mittels Antwortspektren ergeben sich bei großen Perioden T kleinere anzusetzende Pseudo-Absolutbeschleunigungen. Tragwerke mit einer Basisisolierung werden unempfindlicher gegenüber Erdbebenanregungen. Nachteilig ist die große Differenzverschiebung zwischen Tragwerk und Baugrund, welche von der Isolierung aufgenommen werden muss. Dabei muss auch beachtet werden, dass eventuelle Durchführungen bzw. Leitungen flexibel ausgeführt werden. Zusätzlich stellt sich auch die Schwierigkeit andere horizontale Einwirkungen (wie z.B.: Wind) aufzunehmen, ohne zu große horizontale Verschiebungen aufgrund der geringen Steifigkeit der Isolierung zu erhalten.



Abb. 1.6: Basisisolierung

m_H :	Masse des Hauptsystems (kinetisch äquivalente Masse) [kg]
k_H :	Federsteifigkeit des Hauptsystems [N/m]
c_H :	Dämpfungskoeffizient des Hauptsystems [N s/m]
m_B :	Masse der Grundplatte [kg]
k_B :	Federsteifigkeit der Basisisolierung [N/m]
c_B :	Dämpfungskoeffizient der Basisisolierung [N s/m]

Folgende Definitionen werden für den späteren Gebrauch definiert:

$$\omega_H = \sqrt{\frac{k_H}{m_H}} \quad T_H = \frac{2\pi}{\omega_H} \quad \zeta_H = \frac{c_H}{2m_H\omega_H} \quad (1.8)$$

$$\omega_{B,eff} = \sqrt{\frac{k_B}{m_H + m_B}} \quad T_{B,eff} = \frac{2\pi}{\omega_{B,eff}} \quad \zeta_{B,eff} = \frac{c_B}{2(m_H + m_B)\omega_{B,eff}} \quad (1.9)$$

Aus der freien ungedämpften Schwingung des Systems (siehe Abb. 1.6b) ergeben sich folgende Differentialgleichungen:

$$\begin{bmatrix} m_B & 0 \\ 0 & m_H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_B \\ \ddot{y}_H \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_B + k_H & -k_H \\ -k_H & k_H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_B \\ y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

Die beiden Eigenkreisfrequenzen sind die Eigenwerte der Gleichung 1.10 und lauten:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(k_B + k_H)m_H + k_H m_B \pm \sqrt{[(k_B + k_H)m_H + k_H m_B]^2 - 4m_B m_H k_B k_H}}{2m_H m_B} \quad (1.11)$$

Die kleinste Eigenkreisfrequenz beschreibt die maßgebende Haupteigenform. Die mit eins normierten Eigenvektoren ergeben sich zu

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \varphi_1 & \varphi_2 \end{bmatrix} \quad \varphi_1 = \left(\frac{k_B + k_H - m_B \omega_1^2}{k_H} \right) \quad \varphi_2 = \left(\frac{k_B + k_H - m_B \omega_2^2}{k_H} \right) \quad (1.12)$$

Zur besseren Darstellung wird ein kurzes Beispiel (vgl. [1]) behandelt. Folgende Parameter sind gegeben:

$$m_B = 2/3 m_H, \quad T_H = 0.4 \text{ sec}, \quad T_{B,eff} = 2.0 \text{ sec}, \quad \zeta_H = 1\%, \quad \zeta_{B,eff} = 10\%$$

$$\Rightarrow \quad \omega_H = \frac{2\pi}{0.4} = 15.71 \text{ Hz} \quad \omega_{B,eff} = \frac{2\pi}{2} = 3.14 \text{ Hz}$$

$$k_H = 15.71^2 \cdot m_H = 246.74 m_H \quad k_B = 3.14^2 (m_H + 2/3 m_H) = 16.45 m_H$$

$$\omega_1 = 3.104 \text{ Hz} \quad \omega_2 = 25.137 \text{ Hz}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{3.104} = 2.024 \text{ sec} \quad T_2 = \frac{2\pi}{25.137} = 0.250 \text{ sec}$$

$$\varphi_1 = \left(\frac{16.45 + 246.74 - 2/3 \cdot 3.104^2}{246.74} \right) = 1.041$$

$$\varphi_2 = \left(\frac{16.45 + 246.74 - 2/3 \cdot 25.137^2}{246.74} \right) = -0.641$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.041 & -0.641 \end{bmatrix}$$

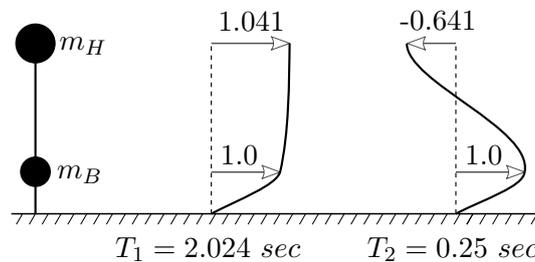


Abb. 1.7: Eigenformen

Zusätzlich werden noch (ohne näheren Beweis) die effektiven Massen bei einer Modalanalyse für die beiden Schwingungsformen angegeben.

$$M_{eff,\omega_1} = 99.96\% (m_H + m_B) \quad M_{eff,\omega_2} = 0.04\% (m_H + m_B)$$

Aus diesem einfachen Beispiel kann man die Effekte der Basisisolierung sehr deutlich erkennen. Die Eigenperiode wird in diesem Beispiel um das ca. 5-fache vergrößert (von $T_H = 0.4 \text{ sec}$ auf $T_1 = 2.02 \text{ sec}$). Zusätzlich kann man erkennen, dass die erste Eigenperiode T_1 ungefähr der gewählten Periode $T_{B,eff}$ entspricht. Dies ist aufgrund der gemachten Definition von $\omega_{B,eff}$ und $T_{B,eff}$, welche sich auf die Gesamtmasse $(m_H + m_B)$ beziehen, möglich. Dadurch ändert sich T_1 auch nicht maßgebend, trotz Änderung der Masse m_B . Die erste Schwingungsform ist die maßgebende (siehe effektive Massen). Bei Betrachtung der ersten Eigenschwingungsform ist zu erkennen, dass die Differenzverformung innerhalb des Tragwerkes sehr gering bleibt. Fast die gesamte Verschiebung findet innerhalb der Isolierung statt.

Nachfolgend wird ein kurzer Überblick der verschiedenen Varianten von Basisisolierungen gegeben. Wiederum besteht die Möglichkeit mehrere Systeme zu kombinieren, was jedoch in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wird.

1.3.1 Kinematische Lager

Kinematische Lager bestehen aus Kugeln bzw. Zylindern, auf welchen der Oberbau aufliegt. Um die Rückstellwirkung sicher zu stellen sind die Oberflächen doppelt konkav ausgebildet (siehe Abb. 1.8). Dadurch wird mit Hilfe der Schwerkraft das Tragwerk stabilisiert. Dabei entsteht ein Pendel-ähnliches System. Windeinwirkungen kann mittels der Anfangssteifigkeit des Systems entgegengewirkt werden. Die Dämpfung wird durch die Rollreibung hervorgerufen.

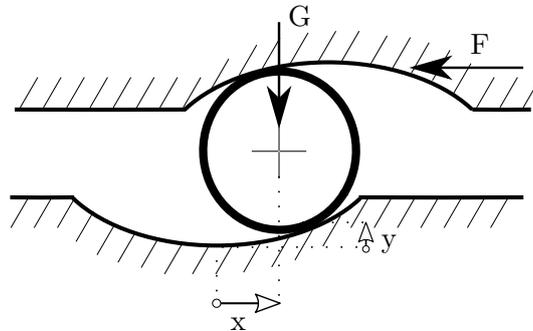


Abb. 1.8: Kinematische Lager

1.3.2 Elastomerlager

Elastomerlager werden sehr oft als Basisisolierung genutzt. Häufigste Anwendung finden rechteckige bzw. runde Elastomerlager mit integrierten Stahlplatten (siehe Abb. 1.9). Die vertikale Steifigkeit dieser Lager ist sehr groß im Vergleich zur horizontalen. Der Vorteil dieser Elastomerlager ist die variable horizontale Steifigkeit. Bei geringen Kräften (wie bei Windeinwirkung) ist sie viel größer als bei großen Kräften (Starkbeben). Somit können die Windkräfte aufgenommen werden, ohne zu große Verschiebungen zu erleiden.

Auch bewehrte Elastomerlager mit integriertem Bleikern kommen sehr oft zum Einsatz. Der Bleikern beginnt ab einer bestimmten Verschiebung zu plastifizieren und wirkt dabei als zusätzlicher Dämpfer.

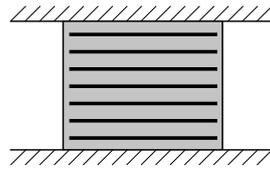


Abb. 1.9: bewehrtes Elastomerlager

Eine Beschreibung der Eigenschaften und die Berechnung der Elastomerlager ist in Pocanschi und Phocas [3] gegeben.

1.3.3 Gleitlager

Gleitlager werden bzw. müssen oft mit anderen Systemen kombiniert werden. Bei horizontalen Gleitlagern stellt sich das Problem der Rückstellung. Darum wurden auch einige Systeme mit konkaven Oberflächen entwickelt, wodurch die Rückstellwirkung wieder mittels Schwerkraft erfolgt.

Die Reibkraft ergibt sich aus der Multiplikation des Reibbeiwertes μ_R mit der Auflast. Die Schwierigkeit für die Modellierung besteht darin, dass der Reibbeiwert μ_R bei geringen Geschwindigkeiten auch von diesem abhängig ist.

1.3.4 Stahlfeder

Auch Stahlfedern können zur Basisisolierung herangezogen werden. Die Federn besitzen sowohl eine vertikale sowie auch eine horizontale Steifigkeit. Aufgrund der geringen Eigendämpfung der Stahlfedern werden diese immer mit anderen Dämpfungselementen kombiniert. In [3] wird auf die Ermittlung der Federsteifigkeiten sowie auf die Berechnung eingegangen.

1.4 Äquivalente Systemeigenschaften

Das folgende Kapitel bezieht sich auf die Quelle Petersen [2] (S.269 – 273).

Da die nachfolgenden Untersuchungen in dieser Arbeit sich nur noch auf ein 2-Massen-System (z.B.: mit einer Hauptmasse m_H und einer Dämpfermasse m_D) beziehen, ist es mit Hilfe der äquivalenten Systemeigenschaften möglich die Ergebnisse auf jedes Tragwerk zurück zu führen. Darum wird dies nachfolgend kurz behandelt. Dabei wird auf die Vorgangsweise bei einem System mit Schwingungsdämpfer eingegangen, dies kann jedoch genau so bei der Basisisolierung verwendet werden.

Zur optimalen Auslegung des Schwingungsdämpfers ist der Ort der größten Auslenkung eines Tragwerkes (welches gedämpft werden soll) von Interesse. Der Dämpfer entfaltet dabei die größte Wirksamkeit. Oftmals ist es nicht möglich bzw. unerwünscht genau an dieser Stelle den Dämpfer zu positionieren. Mehrere Schwingungsdämpfer innerhalb des Tragwerkes beeinflussen sich gegenseitig und aufgrund der punktuell großen Dämpfung kommt es zu einer Kopplung der Eigenschwingungsformen.

Die Schwingungsdämpfer werden für eine bestimmte Eigenschwingungsform an einer gewählten Stelle optimal abgestimmt. Wird die Dämpferauslegung isoliert nur für eine Schwingungsform vorgenommen, so stellt dies eine Näherung dar, welche jedoch für die Praxis ausreichend ist. Für die anderen Schwingungsformen ergibt sich somit kein optimales Dämpfungsverhalten. Zur Abstimmung sind somit am Ort des Dämpfers die äquivalenten Systemeigenschaften zu bestimmen.

Dabei wird die zu bedämpfende Schwingungsform an der Stelle des Dämpfers auf „Eins“ normiert (siehe Abb. 1.10). Die normierte Schwingungsform wird nachfolgend mit $\psi(x)$ bezeichnet.

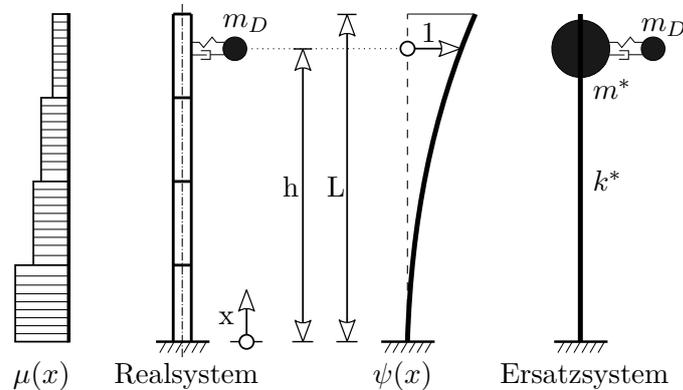


Abb. 1.10: Äquivalente Systemeigenschaften

1.4.1 Kinetisch äquivalente Masse

Die kinetische Energie für Translation ergibt sich zu:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Ziel ist es die veränderliche Massenbelegung $\mu(x) = \rho \cdot A(x)$ durch eine Ersatz – Einzelmasse m^* zu ersetzen. Dies wird durch Gleichsetzen der kinetischen Energien des Realsystems und des Ersatzsystems gewonnen. Dabei ist es erforderlich den genauen Verlauf der Schwingungseigenform zu kennen. Als Näherung für die Grundschwingungseigenform kann die statische Eigengewichtsbiegelinie herangezogen werden. Mit der Schwingungsbiegelinie

$$u(x, t) = \psi(x) \cdot U(t) \quad v = \dot{u}(x, t) = \psi(x) \cdot \dot{U}(t)$$

ergibt sich die kinetische Energie des Realsystems zu:

$$W_{kin,Real} = \frac{1}{2} \int_0^l \mu(x) \dot{u}^2(x, t) dx = \frac{1}{2} \dot{U}^2(t) \int_0^l \mu(x) \psi^2(x) dx$$

Für das Ersatzsystem ($\psi(x = h) = 1$) beträgt die kinetische Energie:

$$W_{kin,Ersatz} = \frac{1}{2} m^* \dot{U}^2(t)$$

Gleichsetzen der kinetischen Energien ergibt die Gleichung für die kinetisch äquivalente Masse.

$$m^* = \int_0^l \mu(x) \cdot \psi^2(x) dx \quad (1.13)$$

Zum Beispiel ergibt sich für einen Kragträger mit konstanter Massenbelegung eine äquivalente Masse am freien Ende zu $m^* = 0.250 \cdot \rho \cdot A \cdot l$. Für einen Einfeldträger ergibt sich die Ersatzmasse für eine konstante Massenbelegung in Feldmitte zu $m^* = 0.500 \cdot \rho \cdot A \cdot l$.

1.4.2 Äquivalente Federsteifigkeit

Ähnlich zu der äquivalenten Masse kann eine äquivalente Steifigkeit über das Gleichsetzen der potentiellen Energie ermittelt werden. Die potentielle Energie der Ersatzfeder an der Stelle des Dämpfers ($\psi(x = h) = 1$) lautet

$$U_{Ersatz} = \frac{1}{2}k^*u^2(x, t) = \frac{1}{2}k^*U^2(t)$$

Die potentielle Energie zufolge Biegung ergibt sich aus

$$U_{Real} = \frac{1}{2} \int_0^l EI(u'')^2(x, t)dx = \frac{1}{2}U^2(t) \int_0^l EI(\psi'')^2 dx$$

Daraus ergibt sich die äquivalente Federsteifigkeit zufolge Biegung zu

$$k^* = \int_0^l EI(\psi'')^2 dx \quad (1.14)$$

1.4.3 Äquivalente Belastung

Die äquivalent äußere Kraft wird aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit ($\delta A = F(x)\delta u(x, t) = F(x)\psi(x)\delta U(t)$) gewonnen.

$$F^* = \int_0^l f(x)\psi(x)dx \quad (1.15)$$

Kapitel 2

Allgemeines zur Parameteruntersuchung der passiven Schwingungsdämpfer und der Basisisolierung

Besonderes Augenmerk wurde in dieser Parameterstudie auf das Verhalten von passiven Schwingungsdämpfern unter der Einwirkung von harmonischen Anregungen mit einer bestimmten Anzahl an Sinushalbwellen gelegt. Dabei soll die Effektivität der Dämpfer bei kurzzeitigen Anregungen untersucht werden. Zusätzlich wird auch das Verhalten des Tragwerks mit Basisisolierung für kurzzeitige Weganregungen untersucht und mit den Ergebnissen des Schwingungsdämpfers verglichen.

2.1 Harmonische Anregungen mit unterschiedlicher Anzahl an Sinushalbwellen

Unter einer harmonischen Anregung wird eine Belastung mit sinusförmigen Zeitverlauf verstanden.

$$F(t) = F_0 \cdot \sin(\nu t + \varphi)$$

Dabei beschreibt F_0 die Größe der Amplitude, ν ist die Erregerkreisfrequenz und φ ist die Phasenverschiebung. Bei den untersuchten Belastungsverläufen wurde immer die Phasenverschiebung $\varphi = 0$ gesetzt.

Bei der Anregung mit einer bestimmten Anzahl an Sinushalbwellen (N_{HW}) ergibt sich folgende Anregungsfunktion

$$F(t) = \begin{cases} F_0 \cdot \sin(\nu t) & \dots \quad t \leq N_{HW} \cdot \pi / \nu \\ 0 & \dots \quad t > N_{HW} \cdot \pi / \nu \end{cases} \quad (2.1)$$

Als Beispiel ist in Abb. 2.1 der Belastungsverlauf für eine harmonische Anregung mit drei Sinushalbwellen gezeichnet.

Zusätzlich wurden auch die Auswirkungen von zwei gleichzeitig wirkenden harmonischen Anregungen mit einer bestimmten Anzahl an Halbwellen untersucht (siehe Abb. 2.2). Dabei muss jedoch die Nullstelle numerisch gefunden werden. Die Belastungsfunktion wurde folgendermaßen definiert.

$$F(t) = \begin{cases} \frac{2}{3} F_0 \cdot \sin(\nu t) + \frac{1}{3} F_0 \cdot \sin(\beta \nu t) & \dots \quad t \leq t_{Grenz} \\ 0 & \dots \quad t > t_{Grenz} \end{cases} \quad (2.2)$$

Der Faktor β geht von 1.0 bis 2.0.

Bei einer Weganregung wird die Amplitude F_0 durch den Term $-\tilde{\mathbf{M}} \cdot a_0$ ersetzt. Dabei ist $\tilde{\mathbf{M}}$ gleich der Massenmatrix und a_0 die Amplitude der Bodenbeschleunigung ($a_g(t) = a_0 \sin(\nu t)$).

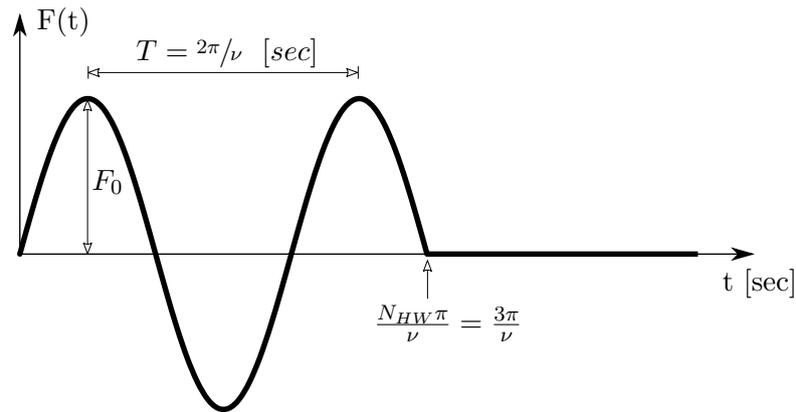


Abb. 2.1: Harmonische Anregung mit 3 Sinushalbwellen

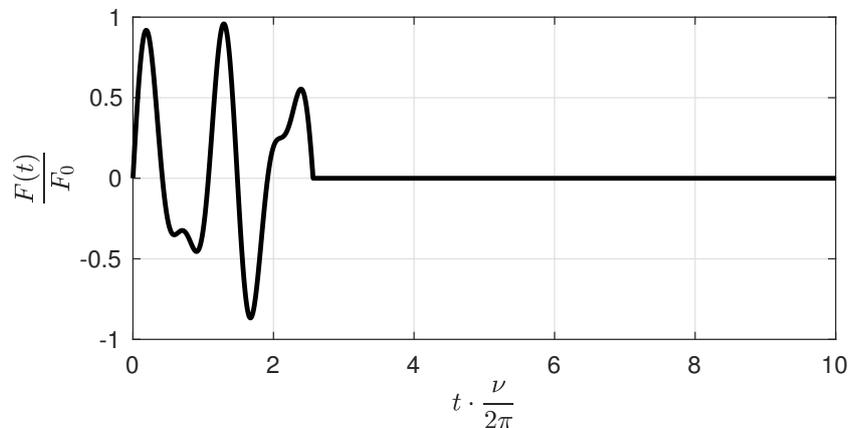


Abb. 2.2: Zwei harmonische Anregungen mit 5 Halbwellen und $\beta = 1.7$

Die Erregerkreisfrequenz ν wird abhängig von der Eigenkreisfrequenz $\omega_0 (= \omega_H)$ des Einmassenschwingers gewählt.

$$0.0 \leq \alpha = \frac{\nu}{\omega_0} \leq 2.0$$

Zusätzlich werden die Ergebnisse auf die statische Auslenkung ($x_{st} = F_0/k_H$) bezogen. Dadurch werden die Ergebnisse unabhängig von der gewählten Eigenkreisfrequenz ω_0 bzw. von der Amplitude F_0 .

2.2 Untersuchungsmethode

Aufgrund der zuvor genannten Belastungen ergeben sich lineare Bewegungsgleichungen. Da die Anregung schon bereits nach einigen Halbwellen wieder erlischt, ist die Gesamtlösung (bestehend aus dem homogenen und partikulären Anteil) von Interesse. Im Allgemeinen werden die Schwingungsdämpfer jedoch nur für die Partikulärlösung abgestimmt. Zur Untersuchung der Auswirkungen von kurzzeitigen Einwirkungen auf die Schwingungsdämpfer muss jedoch die Gesamtlösung herangezogen werden.

Zur Lösung der Differentialgleichungen wurde das numerische Integrationsverfahren nach *Newmark* gewählt und die nachfolgenden Berechnungen mit dem Programm *MATLAB (Version R2017b)*¹ durchgeführt. Der Quellcode zu den Berechnungen ist im Anhang beigefügt.

Die numerische Lösung der Differentialgleichung des Einmassenschwingers

$$\ddot{U}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{U}(t) + \omega_0^2U(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (2.3)$$

wird mittels dem *Newmark*-Verfahren gelöst. Dabei kann der Verlauf der Beschleunigung wie folgt angenommen:

- **Konstanter Verlauf:** $\ddot{U}(t) = \ddot{U}_k = \ddot{U}_{k+1}$, dadurch ergeben sich die nachfolgend benötigten Parameter $\alpha = 0$ und $\delta = 0$
- **Konstanter Mittelwert:** $\ddot{U}(t) = 1/2(\ddot{U}_k + \ddot{U}_{k+1}) \Rightarrow \alpha = 1/4$ und $\delta = 1/2$
- **Linearer Verlauf:** $\ddot{U}(t) = \ddot{U}_k + \frac{\ddot{U}_{k+1} - \ddot{U}_k}{\Delta t}(t - t_k) \Rightarrow \alpha = 1/6$ und $\delta = 1/2$

Bei den nachfolgenden Berechnungen wurde der lineare Verlauf gewählt.

Durch einmaliges Integrieren der Beschleunigung wird der Geschwindigkeitsverlauf, durch zweimaliges wird der Verschiebungsverlauf gewonnen. Einsetzen der Ergebnisse in die Gleichung (2.3) für den Zeitschritt $k+1$ liefert als einzige Unbekannte die Beschleunigung \ddot{U}_{k+1} . Für ein System mit mehreren Freiheitsgraden ergibt sich das *Newmark*-Verfahren (vgl. [3] (S.157–159)) folgendermaßen

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_{k+1} \\ \dot{\mathbf{U}}_{k+1} \\ \ddot{\mathbf{U}}_{k+1} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}_N] \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \dot{\mathbf{U}}_k \\ \ddot{\mathbf{U}}_k \end{Bmatrix} + [\mathbf{H}_N] \{\mathbf{P}_{k+1}\}$$

$$[\mathbf{D}_N] = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_0 & \mathbf{E}_0 & \mathbf{F}_0 \\ \mathbf{A}_0 & \mathbf{B}_0 & \mathbf{C}_0 \\ -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}\Delta t & -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix} \quad [\mathbf{H}_N] = \begin{bmatrix} \alpha\mathbf{B}^{-1}\Delta t^2 \\ \delta\mathbf{B}^{-1}\Delta t \\ \mathbf{B}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{M} + \delta\mathbf{C}\Delta t + \alpha\mathbf{K}\Delta t^2$$

$$\mathbf{G} = (1 - \delta)\mathbf{C}\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\mathbf{K}\Delta t^2$$

$$\mathbf{A}_0 = -\delta\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}\Delta t$$

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{I} - \delta\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C}\Delta t - \delta\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}\Delta t^2$$

$$\mathbf{C}_0 = (1 - \delta)\mathbf{I}\Delta t - \delta\mathbf{B}^{-1}\mathbf{G}\Delta t$$

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{I} - \alpha\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}\Delta t^2$$

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{I}\Delta t - \alpha\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C}\Delta t^2 - \alpha\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}\Delta t^3$$

$$\mathbf{F}_0 = \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\mathbf{I}\Delta t^2 - \alpha\mathbf{B}^{-1}\mathbf{G}\Delta t^2$$

Bei einem konstanten Zeitschritt (Δt) müssen die Parameter nur einmal ermittelt werden. Deswegen ist dieses Verfahren für Systemen mit mehrere Freiheitsgraden sehr effizient und wurde für die Berechnung der Differentialgleichungen gewählt.

¹<http://www.mathworks.de>

2.3 Fourier–Transformation von einer harmonischen Anregung mit bestimmter Anzahl an Halbwellen

Um die harmonische Belastung mit endlicher Anzahl an Sinushalbwellen mit anderen Einwirkungen besser vergleichbar zu machen, wurden für die verschiedenen Belastungen jeweils die Fourier–Transformation durchgeführt. Die Fourier–Transformation sowie die Rücktransformation sind wie folgt definiert.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.4)$$

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.5)$$

Für die Belastungsfunktion $F(t)$ nach Gleichung (2.1) kann die Fourier–Transformation berechnet werden. Dabei wird der Integrand in drei Anteile zerlegt.

$$F(t)e^{-i\omega t} = \begin{cases} 0 & \dots & -\infty < t < 0 \\ F_0 \sin(\nu t)e^{-i\omega t} & \dots & 0 \leq t \leq N_{HW} \cdot \pi/\nu \\ 0 & \dots & N_{HW} \cdot \pi/\nu < t < \infty \end{cases} \quad (2.6)$$

Um die resultierenden Amplitudenspektren unabhängig von der verwendeten Erregerkreisfrequenz ν zu machen wird der Faktor $\kappa = \frac{\omega}{\nu}$ eingeführt. Anschließend wird die Integration durchgeführt.

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(t)e^{-i\omega t} dt = \int_0^{N_{HW} \cdot \pi/\nu} F_0 \sin(\nu t)e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{F_0}{\nu} \left\{ \frac{e^{-iN_{HW}\pi\kappa} [\cos(N_{HW}\pi) + i \sin(N_{HW}\pi)\kappa] - 1}{\kappa^2 - 1} \right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Nachfolgend sind die Amplitudenspektren für die verschiedenen Belastungen dargestellt. Dabei ist auf der Abszisse das Verhältnis $\kappa = \frac{\omega}{\nu}$ aufgetragen. Auf der Ordinate sind die Absolutwerte der Fourier–Transformation $|F(\omega)|$ skaliert um den Faktor F_0/ν dargestellt. Abgebildet ist jeweils das einseitige Amplitudenspektrum ($\kappa \geq 0$).

Zur Rücktransformation müssen die Diagramme um die Ordinate gespiegelt werden und anschließend kann die Integration von $-\infty < \omega < \infty$ durchgeführt werden. Auch eine Integration über das einseitige Spektrum ist möglich, dabei müssen jedoch die Spektralwerte verdoppelt werden.

Bei den nachfolgenden Abbildungen ist sehr deutlich zu erkennen, dass mit steigender Anzahl der Halbwellen die Bandbreite der maßgebenden harmonischen Anteile immer schmaler wird. Zusätzlich wandert der maximale Spektralwert immer weiter in Richtung Erregerkreisfrequenz der Belastung.

Aufgrund der Breitbandigkeit der Frequenzen wird die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers reduziert sein.

Bei der Fourier–Transformation von periodischen Belastungsfunktionen werden meistens die Spektralwerte durch die Periodendauer T_S dividiert und über die Periodendauer integriert, um die Spektralwerte mit den Amplituden der harmonischen Anteile besser vergleichbar zu machen.

$$F(\omega) = \frac{1}{T_S} \int_{-\frac{T_S}{2}}^{\frac{T_S}{2}} F(t)e^{-i\omega t} dt$$

Oder in diskreter Form ergibt sich

$$F(\omega) = \frac{1}{T_S} \sum_{j=0}^{N-1} F(t_j) e^{-i\omega t_j} \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} F(t_j) e^{-i\omega t_j}$$

Die Darstellung des Spektrums von periodischen Belastungen wurde in der Abb. 2.10 vorgenommen. Bei unendlich vielen Halbwellen ergibt sich nur noch ein Spektralwert mit der Erregerkreisfrequenz ν und der Amplitude F_0 .

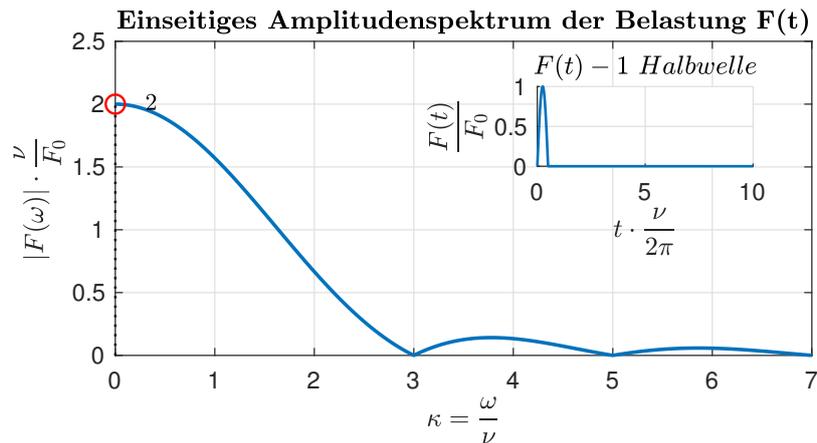


Abb. 2.3: Amplitudenspektrum der Belastung mit 1 Halbwelle

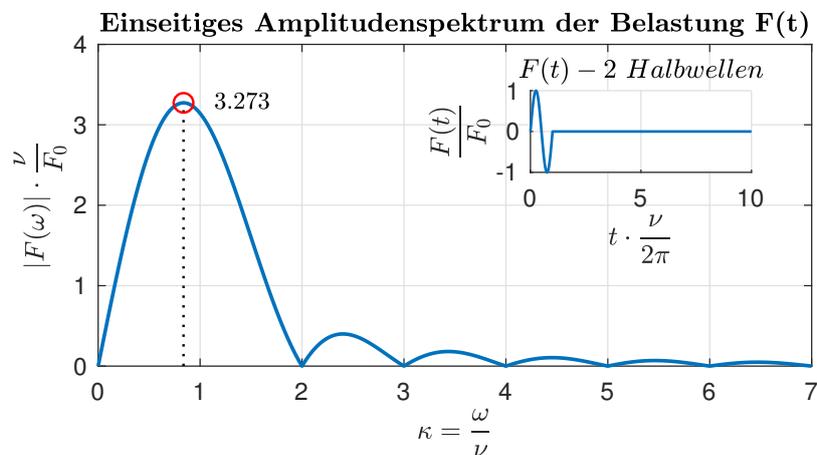


Abb. 2.4: Amplitudenspektrum der Belastung mit 2 Halbwellen

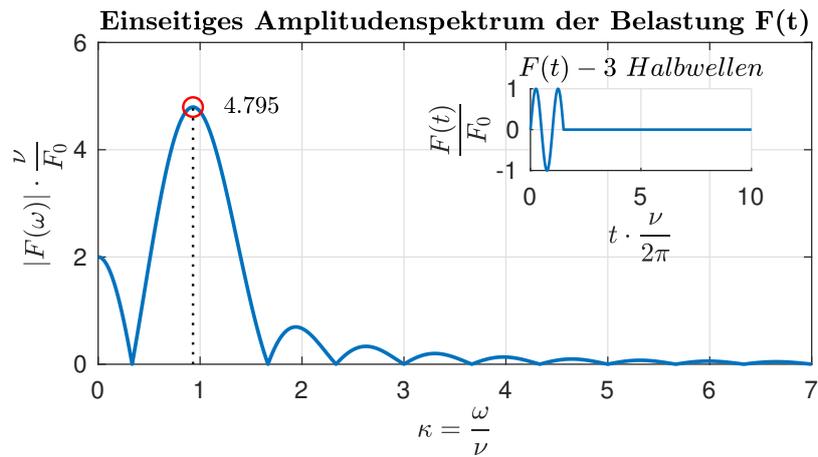


Abb. 2.5: Amplitudenspektrum der Belastung mit 3 Halbwellen

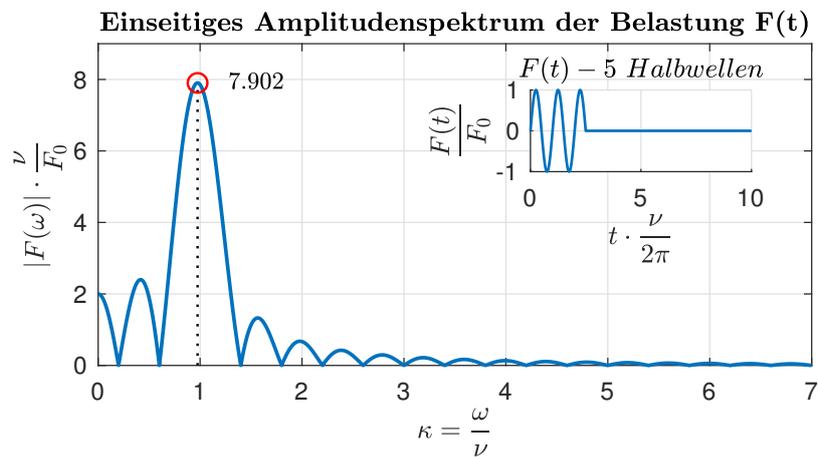


Abb. 2.6: Amplitudenspektrum der Belastung mit 5 Halbwellen

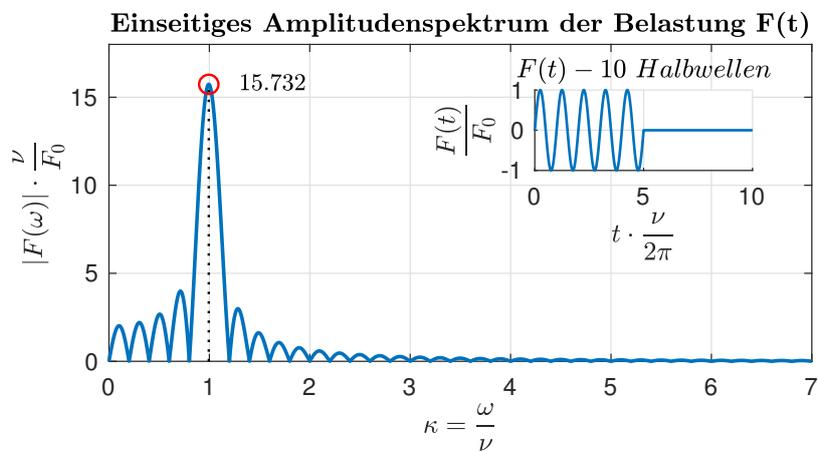


Abb. 2.7: Amplitudenspektrum der Belastung mit 10 Halbwellen

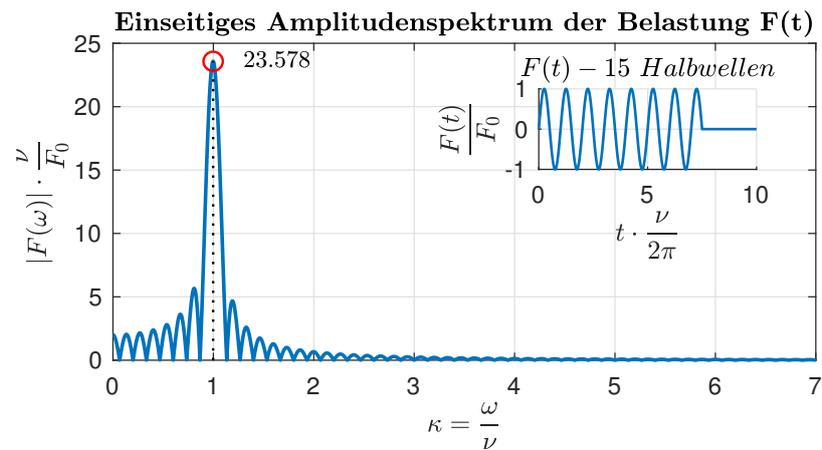


Abb. 2.8: Amplitudenspektrum der Belastung mit 15 Halbwellen

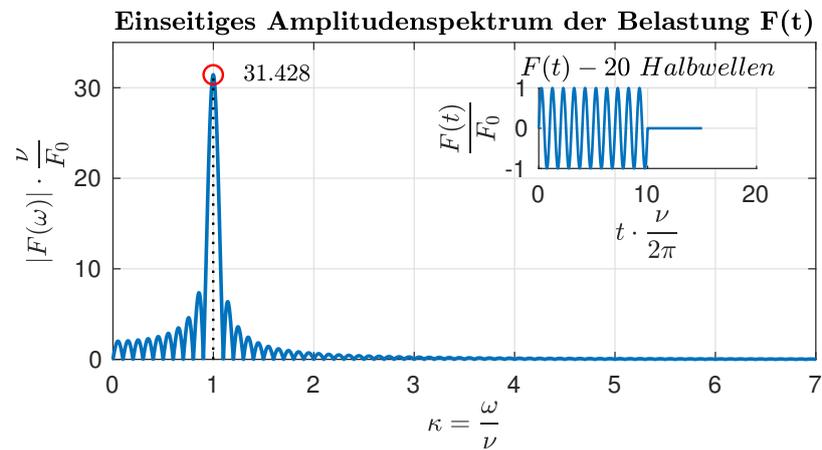


Abb. 2.9: Amplitudenspektrum der Belastung mit 20 Halbwellen

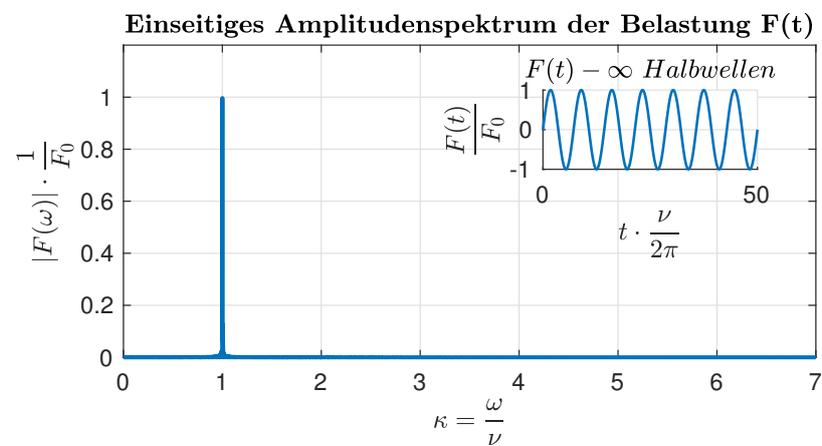


Abb. 2.10: Amplitudenspektrum der periodischen Belastung

2.4 Fourier–Transformation von zwei harmonischen Anregungen mit bestimmter Anzahl an Halbwellen

Ähnlich zur Belastung mit einer harmonischen Anregung kann die Fourier–Transformation auch für zwei harmonische dargestellt werden. Die Ermittlung der Spektralwerte erfolgte numerisch mittels der diskreten Fourier–Transformation.

$$F(\omega) = \sum_{j=0}^{N-1} F(t_j) e^{-i\omega t_j} \Delta t$$

Die Skalierungen wurden gleich behalten. Auf der Abszisse wurde wieder das Verhältnis $\kappa = \frac{\omega}{\nu}$ aufgetragen und auf der Ordinate sind die Absolutwerte der Fourier–Transformation $|F(\omega)|$ skaliert um den Faktor F_0/ν dargestellt.

Im Vergleich zu den zuvor ermittelten Amplitudenspektren ist erkennbar, dass die Spektren etwas breitbandiger werden. Dies ist auf die zweite Erregerkreisfrequenz $\beta\nu$ zurück zu führen.

Bei steigender Anzahl der Halbwellen wird das Spektrum wieder schmalbandiger und es filtern sich die zwei Haupt–Erregerkreisfrequenzen heraus.

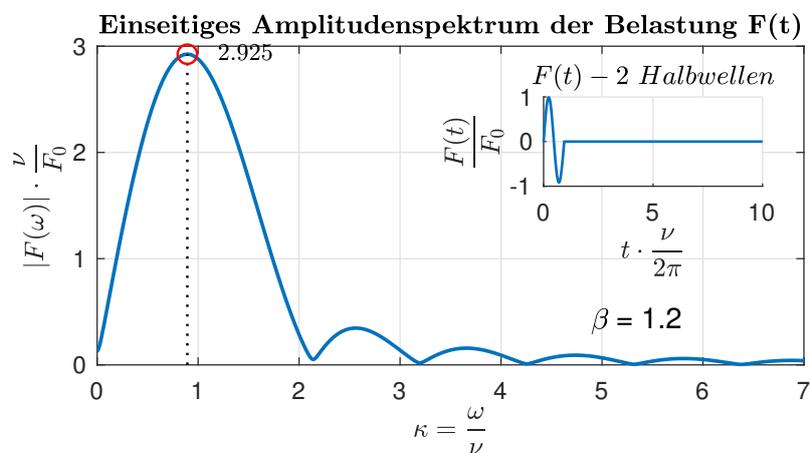
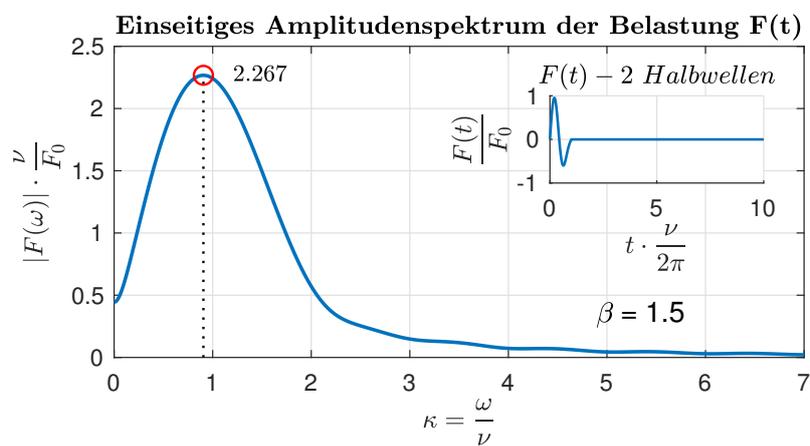
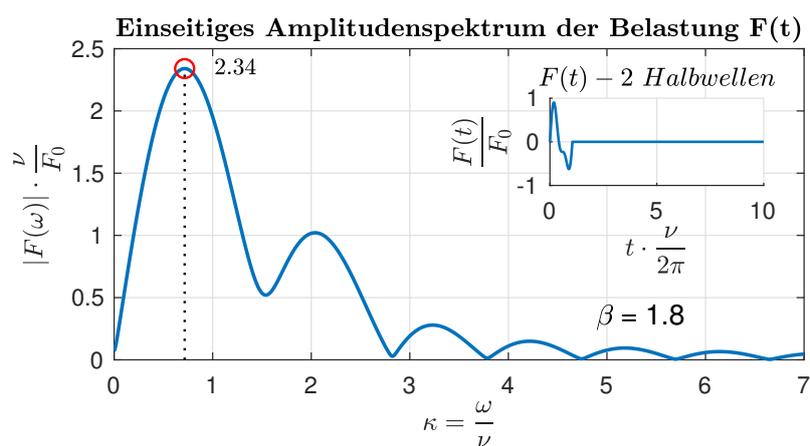
(a) $\beta = 1.2$ (b) $\beta = 1.5$ (c) $\beta = 1.8$

Abb. 2.11: Amplitudenspektrum zweier harmonischer Anregungen mit 2 Halbwellen

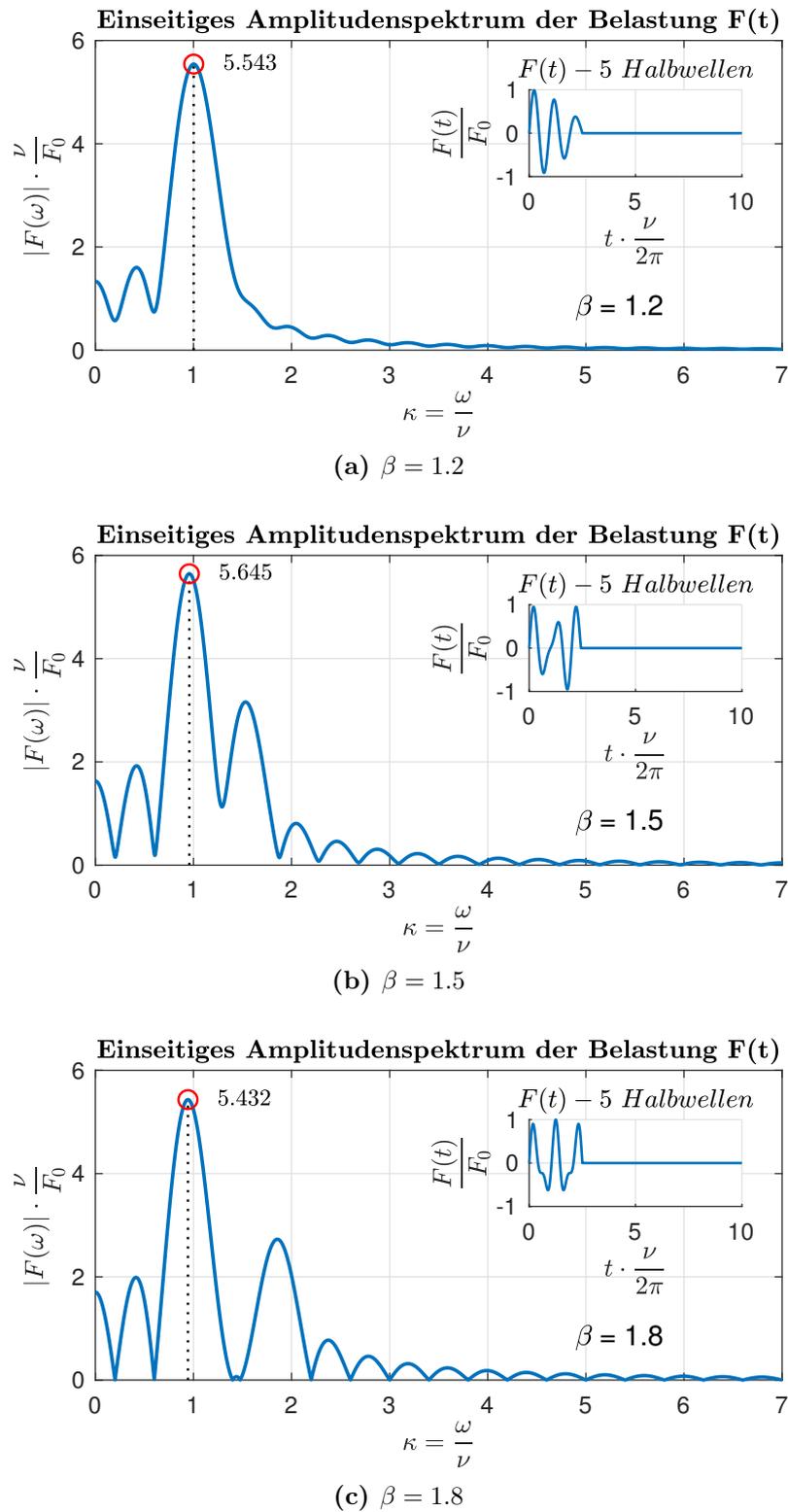


Abb. 2.12: Amplitudenspektrum zweier harmonischer Anregungen mit 5 Halbwellen

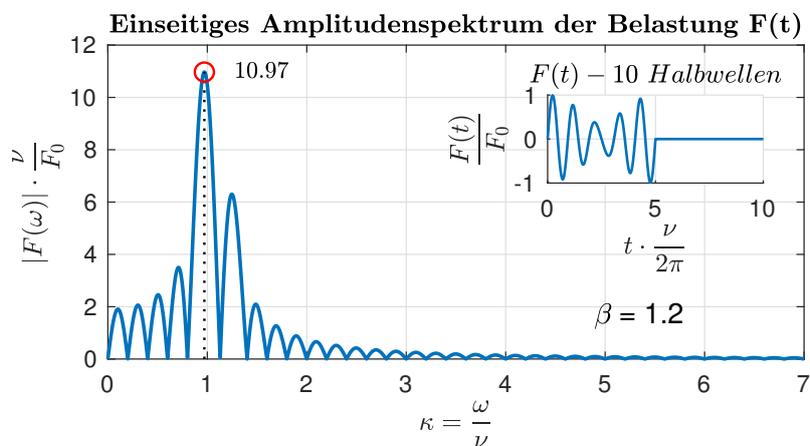
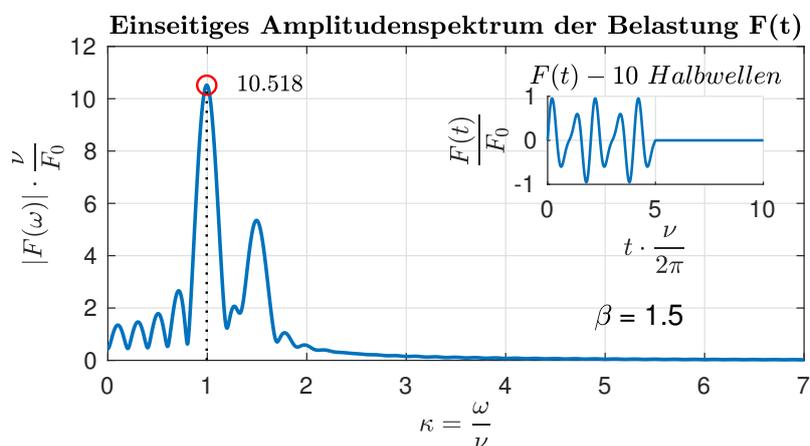
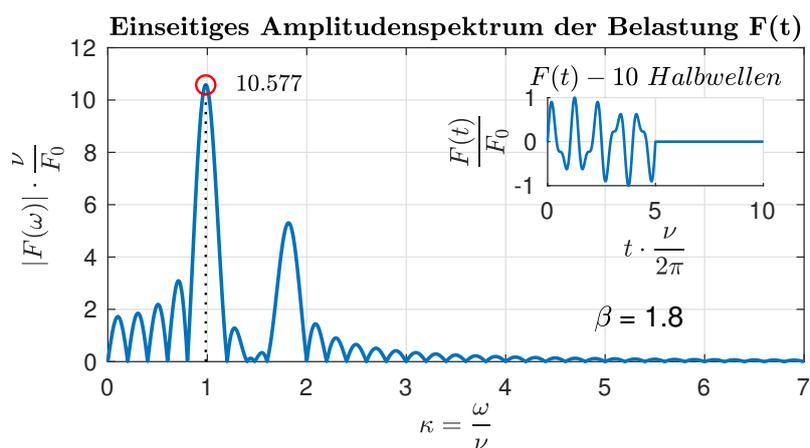
(a) $\beta = 1.2$ (b) $\beta = 1.5$ (c) $\beta = 1.8$

Abb. 2.13: Amplitudenspektrum zweier harmonischer Anregungen mit 10 Halbwellen

2.5 Vergleich „El Centro” – Erdbeben

Nachfolgende ist das Fourierspektrum des „El Centro” – Erdbebens zum Vergleich dargestellt. Dieser Zeitverlauf (siehe Abb. 2.14) wird in vielen Publikationen als Musterbeispiel verwendet. Der Maximalwert der Beschleunigung beträgt 3.13 m/sec^2 .

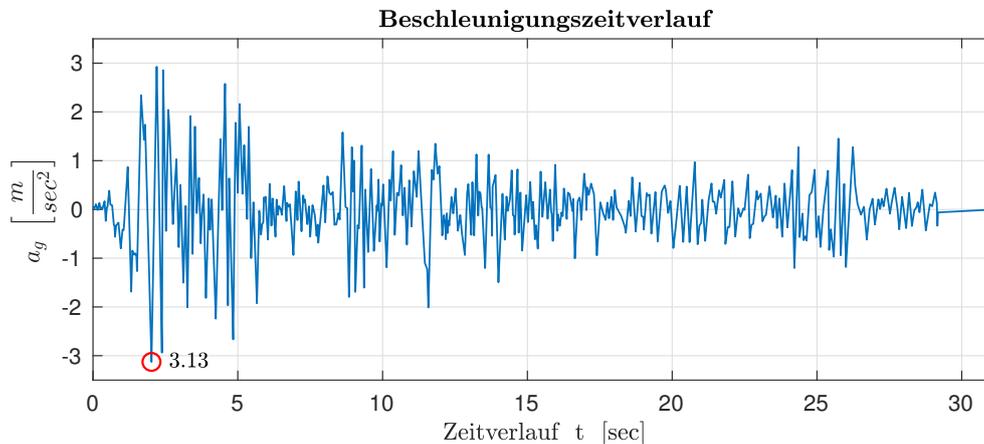


Abb. 2.14: Beschleunigungszeitverlauf des „El Centro” – Erdbebens

Mit Hilfe der Gleichung (2.4) kann aus dem Zeitverlauf das Fourierspektrum ermittelt werden. Ein geglätteter Verlauf des Spektrums ist in der Abb. 2.15 dargestellt.

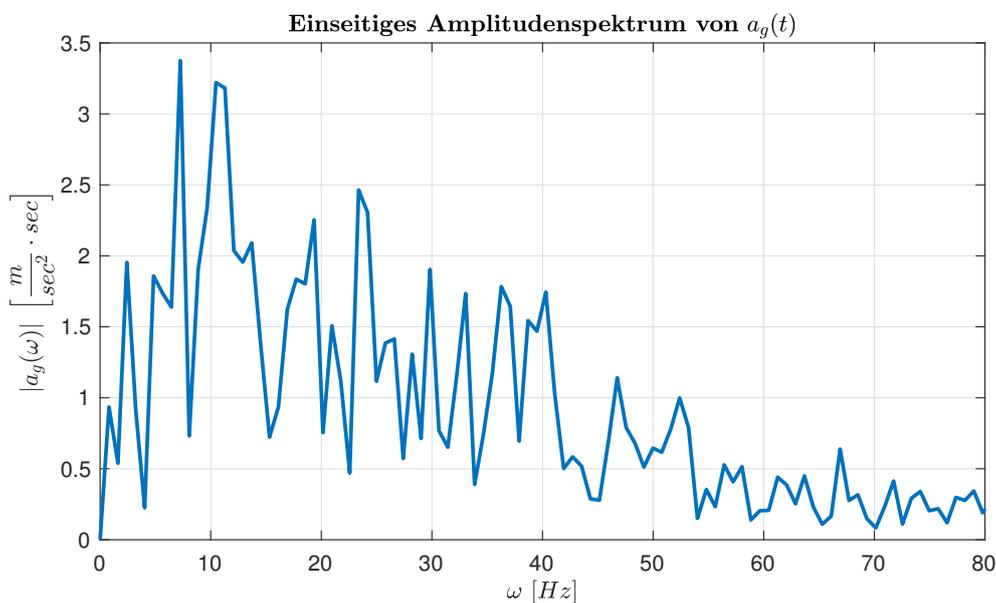


Abb. 2.15: Fourierspektrum des „El Centro” – Erdbebens

Das Spektrum besitzt eine große Breitbandigkeit, die maßgebenden Kreisfrequenzen sind im Bereich von ca. 2 Hz bis 55 Hz. Typische Bauwerke im Bauwesen weisen Eigenperioden im Bereich von 4 bis 20 Hz auf und liegen somit im maßgebenden Bereich.

Um die Reaktionen von Tragwerken darzustellen, welche durch das Beben beansprucht sind, kann das elastische Antwortspektrum ermittelt werden. Dabei wird das Lehr’sche Dämpfungsmaß mit 5% angenommen und die Antwort des SDOF auf das Beben ermittelt. In der Abb. 2.16 ist das elastische Beschleunigungsantwortspektrum dargestellt.

Ersichtlich ist, dass Tragwerke mit einer Periode von 0 bis 1 Sekunden maßgebend durch das Beben angeregt werden. Sogar Tragwerke mit Perioden im Bereich von 1.5 bis 2.5 Sekunden erhalten eine maximale Beschleunigung von ca. 2 m/sec^2 .

Bei einer Periode von $T = 0$ ergibt sich $\omega = 2\pi/T = \infty$ und somit die Steifigkeit $k = \infty$. Somit ist die Gesamtbeschleunigung gleich dem Beschleunigungszeitverlauf.

Der Maximalwert beträgt rund 9.2 m/sec^2 . Verschiebt sich die Eigenperiode aufgrund der Anordnung einer Basisisolierung von 0.5 auf 2.0 Sekunden, so kann man erkennen, dass die anzusetzende Beschleunigung maßgebend reduziert wird.

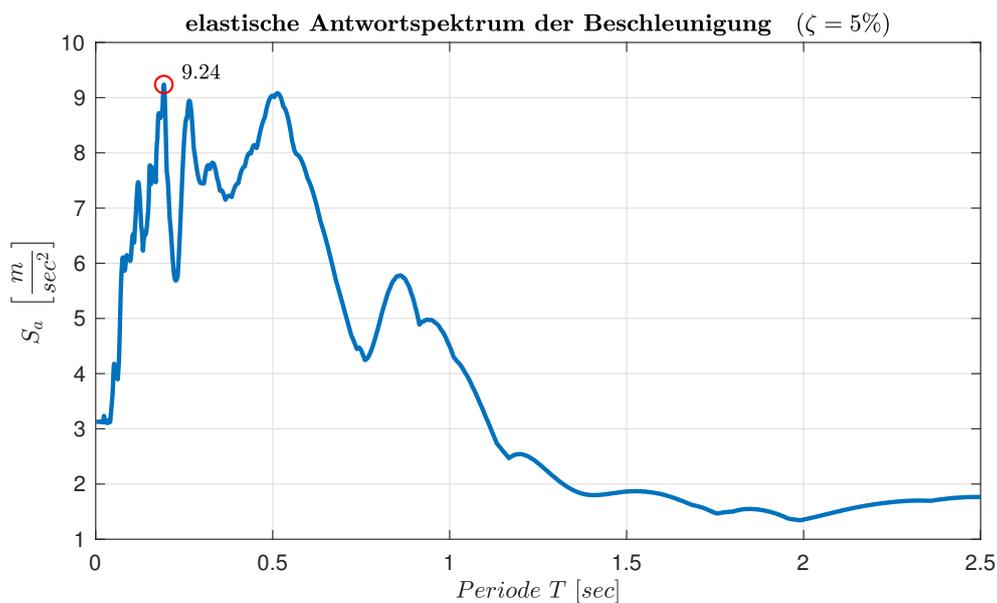


Abb. 2.16: Antwortspektrum des „El Centro” – Erdbebens

Kapitel 3

Untersuchung von Schwingungsdämpfern für eine bestimmte harmonische Kraftanregung

In diesem Kapitel wird untersucht, wie sich der Wirkungsgrad der Schwingungsdämpfer bei harmonischen Kräfteerregungen mit unterschiedlicher Anzahl von Sinushalbwellen ändert. Abb. 3.1 zeigt das untersuchte Modell des Schwingungsdämpfers unter der Kräfteinwirkung auf das Hauptssystem. Die Begriffsdefinition kann **Abschnitt 1.1** entnommen werden.

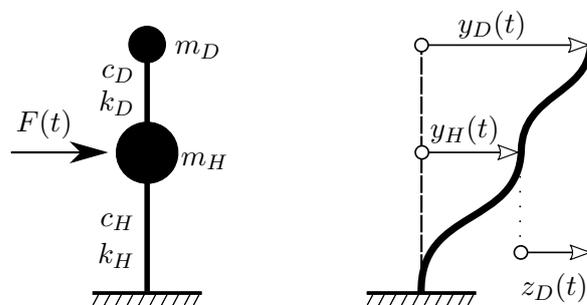


Abb. 3.1: Kraftanregung auf passiven Schwingungsdämpfer

Der Schwingungsdämpfer wird mit den optimalen Parameter lt. *DEN HARTOG* für eine harmonische Anregung auf das Hauptssystem eingestellt (siehe Tab. 1.1). Als Optimierungsziel wird die Verschiebung y_H gewählt. Die daraus resultierenden Parameter ergeben sich zu

$$\Psi_{opt} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad \delta_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad \zeta_{D,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}}$$

Als untersuchte Massenverhältnisse werden $\mu = 0.05$ und $\mu = 0.08$ gewählt. Dabei ergeben sich die Parameter zu

$$\begin{array}{lllll} \mu = 0.05 & \dots & \delta_{opt} = 0.952 & \zeta_{D,opt} = 13.4 \% & \Psi_{opt} = 6.40 \\ \mu = 0.08 & \dots & \delta_{opt} = 0.926 & \zeta_{D,opt} = 16.7 \% & \Psi_{opt} = 5.10 \end{array}$$

Auch die Auswirkung der Abstimmung auf die Eigendämpfung des Hauptsystems ζ_H nach Gleichung (1.4) wird nachfolgend behandelt.

Aus der Gleichung (1.1) und (1.2) kann folgende Differentialgleichung hergeleitet werden.

$$\begin{bmatrix} m_H + m_D & m_D \\ m_D & m_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_H \\ \ddot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_H & 0 \\ 0 & c_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_H & 0 \\ 0 & k_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_H \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F(t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Setzt man die Begriffsdefinitionen aus **Abschnitt 1.1** in die Gleichung (3.1) ein, so kann diese umgeschrieben werden zu

$$\begin{bmatrix} 1 + \mu & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta_H\omega_H & 0 \\ 0 & 2\zeta_D\omega_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_H^2 & 0 \\ 0 & \omega_D^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_H \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F(t)}{m_H} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Nun wird kurz gezeigt, dass die nachfolgenden Ergebnisse unabhängig von den gewählten Parametern des Hauptsystems (m_H und k_H) sind. Dies wird möglich, wenn die Ergebnisse auf die statische Auslenkung ($x_{st} = \frac{F_0}{k_H} = \frac{F_0}{m_H\omega_H^2}$) bezogen werden. Demonstrativ wird dies für die partikuläre Lösung einer rein harmonischen Kraftanregung ($F(t) = F_0 e^{i\nu t}$) gezeigt. Mit dem Ansatz

$$\begin{pmatrix} y_H \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{y}_H \\ \hat{z}_D \end{pmatrix} e^{i\nu t} \quad \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{z}_D \end{pmatrix} = i\nu \begin{pmatrix} \hat{y}_H \\ \hat{z}_D \end{pmatrix} e^{i\nu t} \quad \begin{pmatrix} \ddot{y}_H \\ \ddot{z}_D \end{pmatrix} = -\nu^2 \begin{pmatrix} \hat{y}_H \\ \hat{z}_D \end{pmatrix} e^{i\nu t}$$

und durch Herausheben von ω_H^2 ergibt die Gleichung (3.2)

$$\omega_H^2 \left\{ -\frac{\nu^2}{\omega_H^2} \begin{bmatrix} 1 + \mu & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + i\frac{\nu}{\omega_H} \begin{bmatrix} 2\zeta_H & 0 \\ 0 & 2\zeta_D \frac{\omega_D}{\omega_H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{\omega_D^2}{\omega_H^2} \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \hat{y}_H \\ \hat{z}_D \end{pmatrix} e^{i\nu t} = \begin{pmatrix} \frac{F_0}{m_H} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\nu t} \quad (3.3)$$

Dividiert man die Gleichung (3.3) durch ω_H^2 und verwendet man die bezogene Erregerfrequenz $\alpha = \frac{\nu}{\omega_H}$ und die Verstimmung $\delta = \frac{\omega_D}{\omega_H}$, so erhält man die von den Parametern des Hauptsystems (m_H und k_H) unabhängige Gleichung

$$\left\{ -\alpha^2 \begin{bmatrix} 1 + \mu & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + i\alpha \begin{bmatrix} 2\zeta_H & 0 \\ 0 & 2\zeta_D\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \delta^2 \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \hat{y}_H \\ \hat{z}_D \end{pmatrix} e^{i\nu t} = \begin{pmatrix} x_{st} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\nu t} \quad (3.4)$$

mit der Lösung des partikulären Anteils

$$\hat{y}_H = x_{st} \sqrt{\frac{\alpha^4 + \delta^4 + 2\alpha^2\delta^2(2\zeta_D^2 - 1)}{[2\alpha\delta(1 - \alpha^2(1 + \mu))\zeta_D + 2\alpha(\delta^2 - \alpha^2)\zeta_H]^2 + [\alpha^4 + \delta^2 - \alpha^2(1 + \delta^2(1 + \mu) + 4\delta\zeta_D\zeta_H)]^2}} \quad (3.5)$$

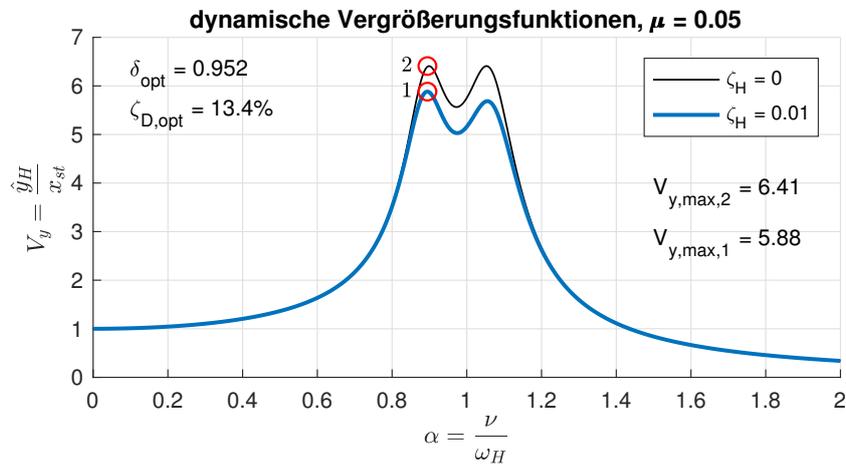
Dabei ist erkennbar, dass die dynamische Vergrößerungsfunktion $V_y = \frac{\hat{y}_H}{x_{st}}$ nur noch von der bezogenen Erregerkreisfrequenz α und den gewählten Parametern δ_{vorh} , $\zeta_{D,vorh}$ und μ sowie von der Eigendämpfung des Hauptsystems ζ_H abhängig ist.

Wird die Eigendämpfung vernachlässigt ($\zeta_H = 0$) so entspricht die Lösung exakt der laut *DEN HARTOG*.

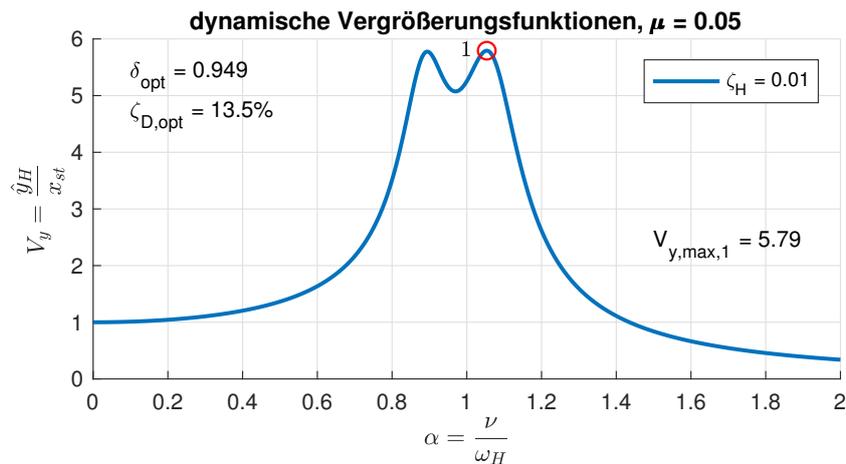
Beispielhaft ist in Abb. 3.2 die Vergrößerungsfunktion V_y für ein gewähltes Massenverhältnis $\mu = 0.05$ abgebildet. In Abb. 3.2a sind die Verläufe mit den gewählten optimalen Parameter lt. *DEN Hartog* dargestellt. Einmal ohne Berücksichtigung der Eigendämpfung des Hauptsystems und die zweite Kurve mit. Dabei ist ersichtlich, dass mit Berücksichtigung der Eigendämpfung der Maximalwert reduziert wird und dass die zwei lokalen Maxima nicht mehr auf der selben Höhe liegen.

Darum können die optimalen Parameter mit Hilfe der Gleichung (1.4) und (1.5) auf die Eigendämpfung des Hauptsystems abgestimmt werden. Die Vergrößerungsfunktion mit den abgestimmten Parametern ist in Abb. 3.2b dargestellt. Bei dem Verlauf ist nun wieder ersichtlich, dass die zwei lokalen Maximalwerte wieder annähernd auf der selben Höhe liegen und dass mit Hilfe der neuen Abstimmung der Maximalwert geringfügig reduziert wurde.

Die beiden Abbildungen können mit den nachfolgenden Untersuchungen verglichen werden. Anzuführen ist nochmals, dass in der Abb. 3.2 nur die Lösung des partikulären Anteils dargestellt ist. Bei der Untersuchung von kurzzeitigen Einwirkungen ist es jedoch erforderlich die Gesamtlösung heranzuziehen. Dabei werden anwendungsorientiert „Null-Anfangsbedingungen“ berücksichtigt. Die untersuchte Baukonstruktion wird somit aus ihrer Ruhelage transient angeregt.



(a) optimale Parameter lt. DEN Hartog

(b) optimale Parameter abgestimmt auf ζ_H **Abb. 3.2:** dynamische Vergrößerungsfunktion für eine rein harmonische Kraftanregung

Für die nachfolgenden Untersuchungen werden folgende Begriffsdefinitionen festgelegt. Das Hauptsystem mit Dämpfer (siehe Abb. 3.1) wird nachfolgend als „Hauptsystem“ bezeichnet, beziehungsweise wird dafür die Abkürzung „*HSmD*“ verwendet. Wird nachfolgend die Bezeichnung „ungedämpftes Hauptsystem“ bzw. die Abkürzung „*HS*⁰“ verwendet, so beziehen sich diese auf das Hauptsystem ohne Dämpfer.

3.1 Auswirkungen von einer harmonischen Kraftanregung mit bestimmter Anzahl an Sinushalbwellen

Nachfolgend sind die Ergebnisse der Untersuchung der Schwingungsdämpfer, welche durch eine harmonische Kraftanregung mit endlicher Anzahl an Sinushalbwellen belastet werden, dargestellt.

Um die Auswirkungen und die Effektivität der Schwingungsdämpfer vergleichbar zu machen, werden diese mit dem ungedämpften Hauptsystem (HS^0) verglichen.

Nun wird kurz auf den Berechnungsablauf eingegangen. Wie schon erwähnt, wurde die Berechnung mit dem Programm *MATLAB* durchgeführt. Zur Lösung der Differentialgleichungen wurde das numerische Integrationsverfahren nach *Newmark* angewendet. Zum Beginn wird das gewünschte Massenverhältnis μ gewählt. Dadurch ergeben sich die erforderlichen optimalen Parameter δ_{opt} und $\zeta_{D,opt}$. Da in dieser Untersuchung kein bestimmter Dämpfer definiert wird, werden die optimalen Parameter den vorhandenen gleich gesetzt.

Als nächstes kann die Eigendämpfung des Hauptsystems ζ_H gewählt werden. Dadurch können (wenn gewünscht) die optimalen Parameter auf die Eigendämpfung abgestimmt werden. Zusätzlich müssen die Eigenschaften des Hauptsystems (ω_H und m_H) definiert werden, sodass die Gleichung (3.2) numerisch gelöst werden kann. Bei Beziehung der Lösung auf die statische Auslenkung ergibt sich jedoch wieder eine Lösung, welche unabhängig von den gewählten Parametern des Hauptsystems ist. Mit Hilfe von ω_H und m_H können nun die restlichen erforderlichen Parameter (ω_D und ζ_D) errechnet werden.

Zum Schluss erfolgt die Definition der Belastungsfunktion (Wahl der Anzahl der Sinushalbwellen). Die Erregerkreisfrequenz ν ergibt sich aus der Multiplikation der bezogenen Erregerfrequenz α mit der Eigenkreisfrequenz ω_H .

$$\nu = \alpha \cdot \omega_H$$

Anschließend wird die numerische Integration durchgeführt. Als Ergebnis erhält man den Verschiebungsverlauf für die Belastungsfunktion mit bestimmter Erregerkreisfrequenz ν . Daraus kann der Maximalwert der Verschiebung ermittelt werden. Dies wird für die gesamte Bandbreite der bezogenen Erregerfrequenz α wiederholt. Die Maximalwerte skaliert um den Faktor der statischen Auslenkung werden in den nachfolgenden Abbildungen wieder als Vergrößerungsfunktion bezeichnet. Diese beinhaltet jedoch die Gesamtlösung.

Falls nicht näher gekennzeichnet, sind die optimalen Parameter nach *DEN HARTOG* abgestimmt. Wurden die Parameter für geringe Eigendämpfungen korrigiert, dann wird in den nachfolgenden Abbildungen der Begriff „*abgestimmt*“ verwendet.

Harmonische Anregung mit 1 Halbwelle

Nachfolgend sind die Ergebnisse für die Kraftanregung mit 1 Halbwelle gegeben. Untersucht wurden die Schwingungsdämpfer mit den gewählten Massenverhältnissen $\mu = 0.05$ und 0.08 und den verschiedenen Eigendämpfungen $\zeta_H = 0.01, 0.02$ und 0.05 .

In Abb. 3.3 sind die Vergrößerungsfunktionen für das Hauptsystem („*HSmD*“), den Dämpfer sowie auch für das ungedämpfte Hauptsystem („*HS⁰*“) dargestellt. Im linken Bild sind immer die Ergebnisse des Hauptsystems und des ungedämpften Hauptsystems dargestellt, in der rechten Abbildung ist die Vergrößerungsfunktion für die Differenzschwingung des Dämpfers ($z_D = y_D - y_H$) abgebildet. Die Vergrößerungsfunktion des ungedämpften Hauptsystems ist immer strichliert dargestellt. Die Abszisse besteht aus der bezogenen Erregerkreisfrequenz α , die Ordinate gibt den Wert der Vergrößerungsfunktion an.

Die Vergrößerungsfunktion des *HS⁰* ist für den gesamten Bereich α größer oder gleich als die des *HSmD*. Der Dämpfer ist über die gesamte Bandbreite wirksam. Der Maximalwert beim Hauptsystem ergibt sich ca. bei $\alpha = 0.6$ (siehe Abb. 3.4). Dies ist weit entfernt von der Resonanzstelle des *HS⁰* ($\alpha = 1.0$). Das System befindet sich zum Beginn der Belastung in Ruhe und muss erst in Schwingung versetzt werden (siehe Abb. 3.4). Dies bedingt, dass nicht die Resonanzfrequenz die maßgebende Erregerfrequenz ist, da sie zu kurz auf das System einwirkt. Auch mit dem Ergebnis der Fourier-Transformation der Belastungsfunktion lässt sich das Ergebnis erklären (siehe Abb. 2.3). Die Amplitudenspektren verteilen sich auf einen breiten Bereich. Der Maximalwert ergibt sich bei $\kappa = 0$ und fällt dann stetig auf den Wert 0 bei

$\kappa = 3$ ab. Das heißt, auch bei geringeren Erregerkreisfrequenzen ν ergeben sich Spektralwerte, die genau die Resonanzstelle treffen. Die lokalen Minima kennzeichnen jene Bereiche, wo der Spektralwert der Belastung an der Resonanzstelle ($\alpha = 1$) gleich Null ist (z.B.: $\alpha = 1/5, 1/9, \dots$). Vergleicht man die Maximalwerte des HS^0 und $HSmD$ so lässt sich ein Reduktionsfaktor für das ungedämpfte Hauptssystem (HS^0) herleiten. Dieser beschreibt, um wie viel Prozent die Schwingungen des HS^0 durch die Anwendung des Schwingungsdämpfers reduziert werden. In diesem Fall fällt die Reduktion sehr niedrig aus und beträgt 2.3%. Erkennbar ist auch, dass die Differenzverschiebungen (z_D) beachtlich größer sind als die Verschiebungen des Hauptsystems (y_H).

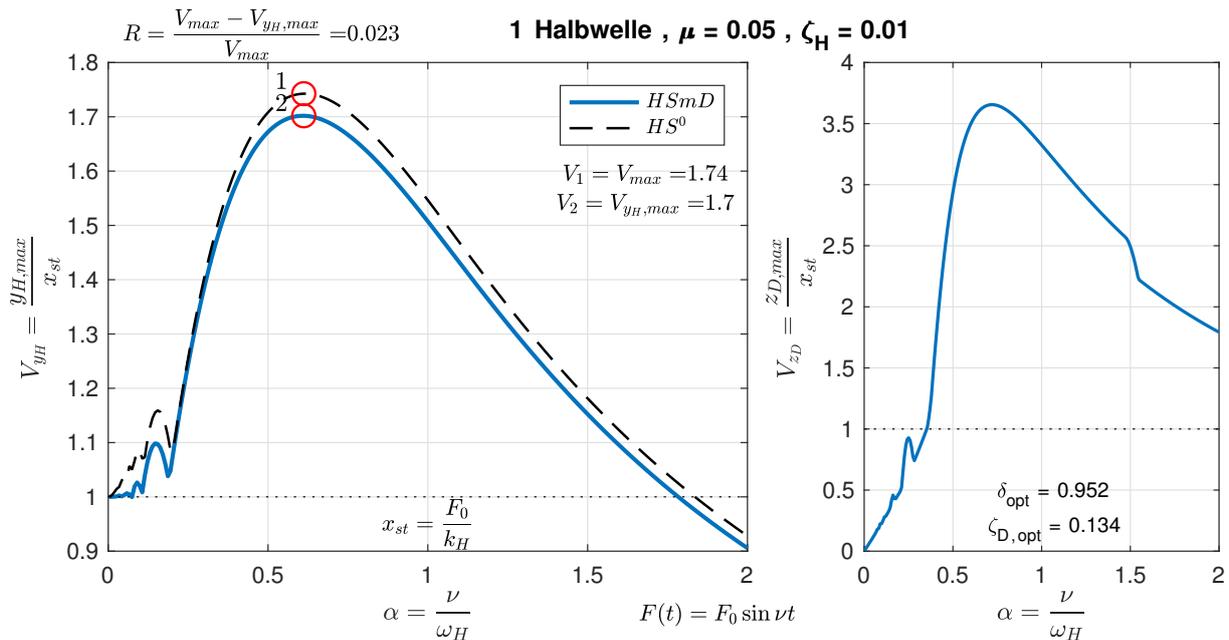


Abb. 3.3: Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

In Abb. 3.4 ist der zeitliche Verlauf der Verschiebungen in Bezug auf die statische Auslenkung gegeben. Dabei sind die Schwingungen bei dem Maximalwert des Hauptsystems dargestellt. Es zeigt sich beim Hauptsystem und beim ungedämpften Hauptsystem ein sehr ähnliches Bild. Hier ist auch sehr deutlich der zweite positive Effekt des Dämpfers zu erkennen. Die Schwingungen im Hauptsystem werden durch den Dämpfer nach dem Ende der Belastung viel schneller auf Null gedämpft. Das heißt, trotz der geringen Reduzierung der maximalen Amplitude besteht die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers auch in der Reduzierung des Nachschwingverhaltens, welches für die Behaglichkeit eine große Rolle spielt. Dieser positive Effekt ist bei kleinen Eigendämpfungen des Hauptsystems am größten.

Die niedrigen lokalen Maximalwerte der Vergrößerungsfunktionen bei kleinen Erregerkreisfrequenzen ν ergeben sich aus den Anfangsstörungen der Gesamtlösung. Dieser Effekt ist in der Abb. 3.5 zu erkennen. Bei kurzzeitigen Einwirkungen kommt das System nicht in den eingeschwungenen Zustand. Zusätzlich zu der Schwingung mit der Erregerfrequenz sind die Eigenschwingungen des Systems ersichtlich. Dies führt zu größeren Verschiebungen als im eingeschwungenen Zustand.

Ist eine größere Eigendämpfung des Hauptsystems ($\zeta_H = 0.05$) vorhanden, ergibt sich ein sehr ähnlicher Verlauf der Ergebnisse im Vergleich zur geringeren Eigendämpfung (siehe Abb. 3.6). Festzustellen ist, dass die Schwingungen (aufgrund der erhöhten Dämpfung) generell etwas geringer ausfallen. Negativ ist festzustellen, dass aber auch die Wirksamkeit des Schwingungs-

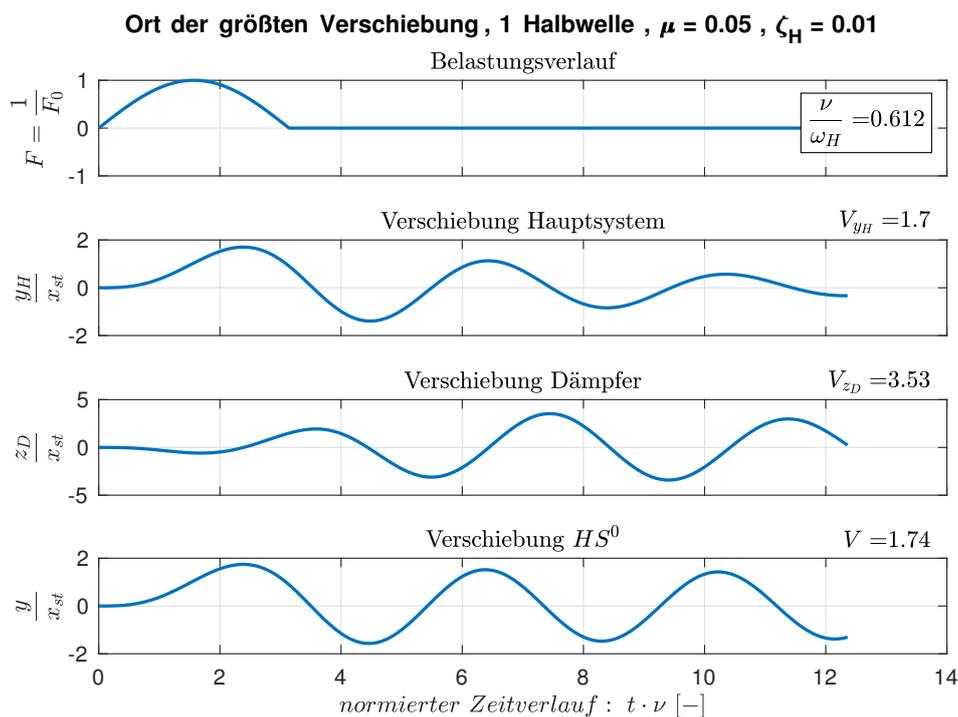


Abb. 3.4: max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

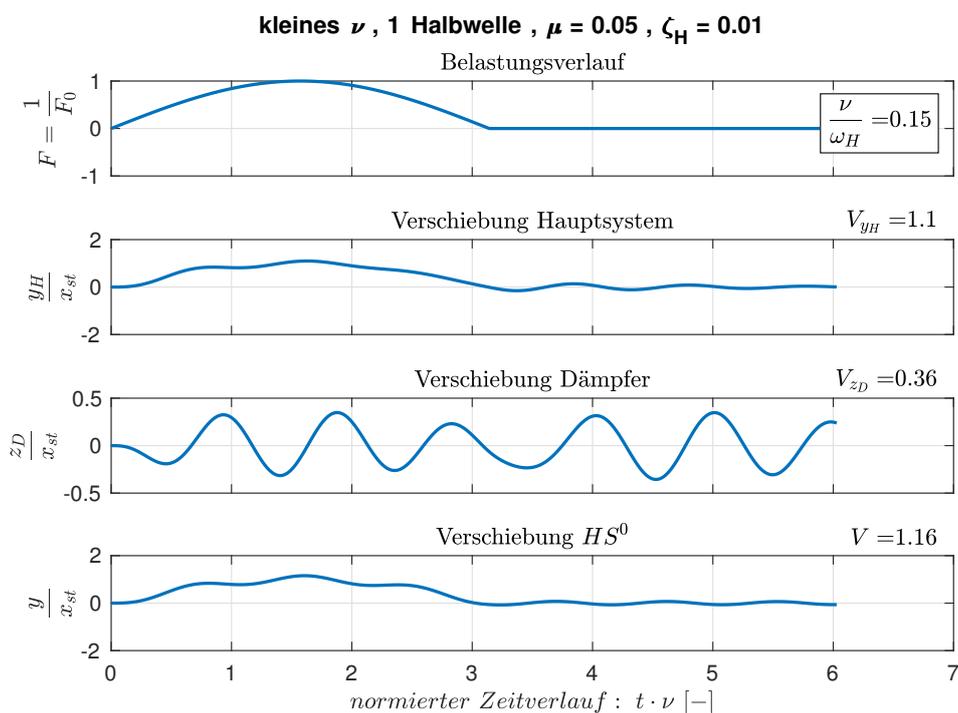


Abb. 3.5: Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 1 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

dämpfers reduziert wird (vgl. Reduktionsfaktoren). Auch der positive Effekt der Reduzierung der Nachschwingungen wird aufgrund der besseren Eigendämpfung des Hauptsystems verkleinert.

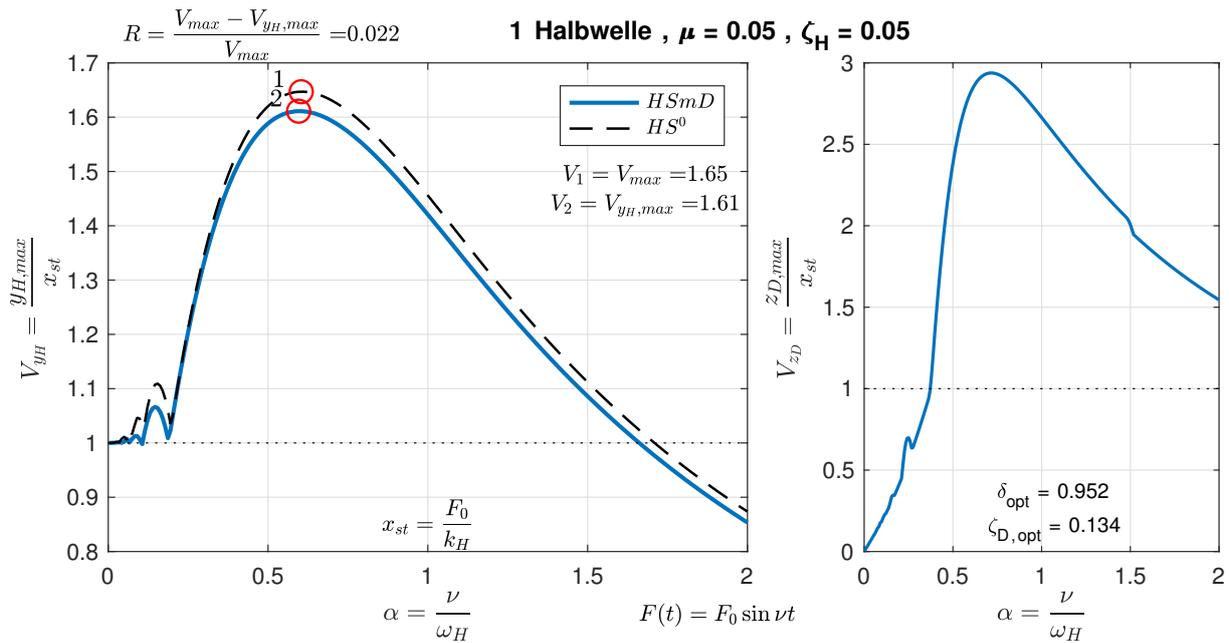


Abb. 3.6: Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)

Auch die Auswirkungen der Abstimmung der optimalen Parameter auf die Eigendämpfung ζ_H wurden für diesen Fall untersucht, erbrachten aber keine Veränderung der Ergebnisse für die Kraftanregung mit einer Halbwelle.

Als nächstes sollen die Auswirkungen der Erhöhung des Massenverhältnisses μ untersucht werden. In Abb. 3.7 sind die Vergrößerungsfunktionen für ein Massenverhältnis $\mu = 0.08$ dargestellt. Wie angenommen führt die Erhöhung zu einer geringen Verbesserung der Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers. Der Reduktionsfaktor beträgt hierbei 3.5%. Auch die Reduktion des Nachschwingverhaltens wird verbessert.

Die trotzdem eher sehr geringe Reduktion der Schwingungen im Vergleich zum ungedämpften Hauptsystem ist auf die kurze Dauer der Einwirkung zurück zu führen.

Die restlichen Abbildungen mit den untersuchten Parametern sind im Anhang abgebildet.

Harmonische Anregung mit 2 Halbwellen

Das System wurde wieder mit den gewählten Massenverhältnissen $\mu = 0.05$ und 0.08 und den verschiedenen Eigendämpfungen $\zeta_H = 0.01$, 0.02 und 0.05 für die Anregung mit 2 Halbwellen untersucht.

In Abb. 3.8 sind wieder die Vergrößerungsfunktionen für ein Massenverhältnis $\mu = 0.05$ und eine vorhandene Eigendämpfung $\zeta_H = 0.01$ gegeben. Erkennbar ist, dass durch die zweite Halbwelle die Maximalwerte fast doppelt so groß werden und weiter nach rechts in Richtung der Resonanzstelle des ungedämpften Hauptsystems ($\alpha = 1$) wandern. In Abb. 3.9 ist der zeitliche Verlauf der maximalen Schwingungsauslenkungen dargestellt. Durch die längere Einwirkung der Belastung wird die Resonanzfrequenz immer maßgebender, jedoch ist die Einwirkungsdauer noch zu kurz. Das Fourierspektrum für die gegebene Belastung weist noch immer eine große Bandbreite der maßgebenden Amplituden auf. Die maßgebenden Spektralwerte befinden sich im Bereich $0 \leq \kappa \leq 2$. Dies lässt auch den Knick an der Stelle $\alpha = 0.5$ erklären. Dabei ergibt sich eine Erregerkreisfrequenz von $\nu = 0.5\omega_H$. An der Stelle $\kappa = \frac{\omega}{\nu} = 2$ ($\omega = 2\nu$) ergibt sich genau die Resonanzfrequenz ($\omega = \omega_H$) mit dem Spektralwert gleich Null. Ist die Erregerkreisfrequenz ν

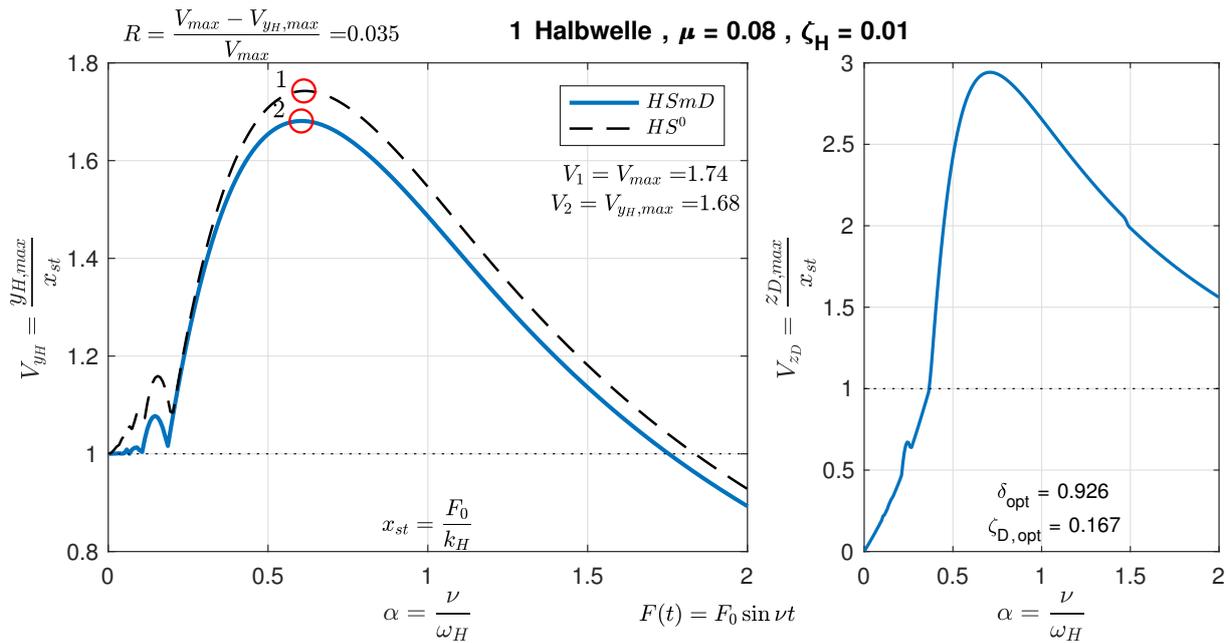


Abb. 3.7: Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)

größer, so liegt die Resonanzstelle immer im maßgebenden Bereich der Fourier-Transformation. Der Bereich $\alpha < 0.5$ weist einen sehr ähnlichen Verlauf zur Vergrößerungsfunktion mit einer Halbwelle auf (vgl. Abb. 3.3). Dieser Bereich wird somit durch die erste Halbwelle maßgebend beeinflusst.

Mit Erhöhung der Anzahl der Halbwellen steigt auch die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers. In diesem Fall ergibt sich eine Reduktion von 7 %. Nicht nur die Schwingungen im Hauptsystem ($HSmD$) und im HS^0 sondern auch die Differenzverschiebungen (z_D) fallen größer aus und sind wieder mehr als doppelt so groß als im Hauptsystem.

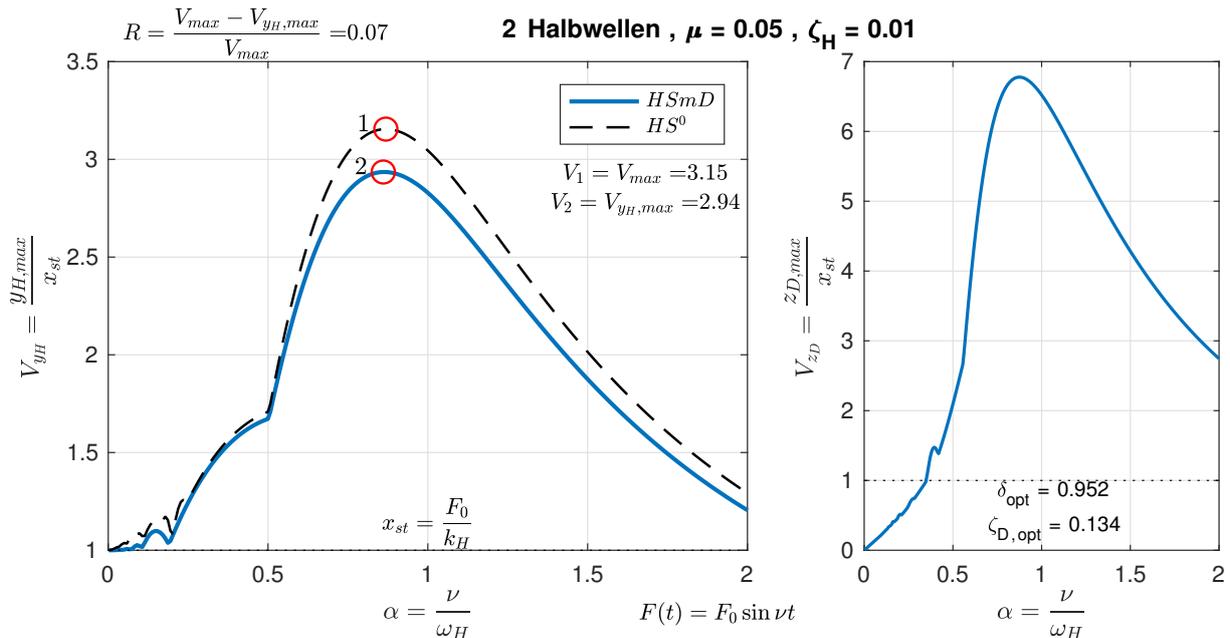


Abb. 3.8: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

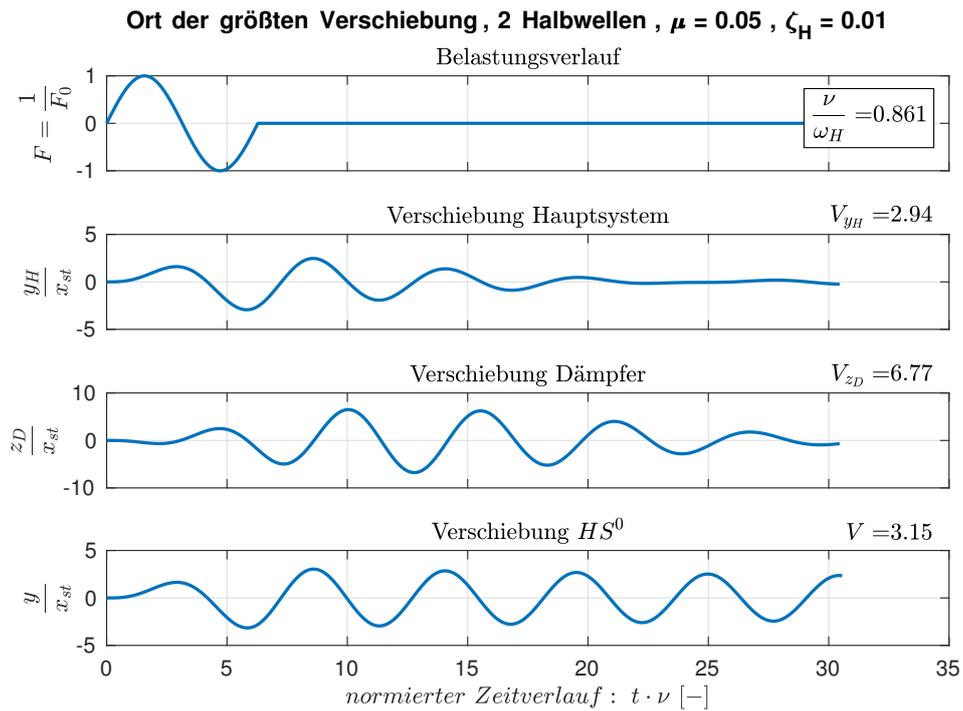


Abb. 3.9: max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

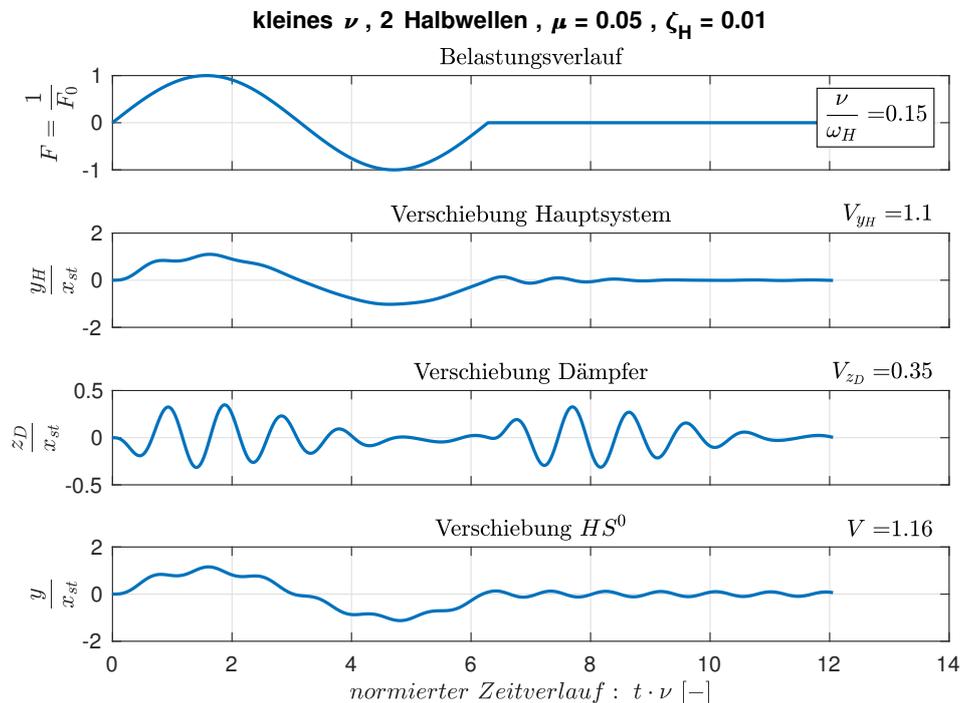


Abb. 3.10: Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

In Abb. 3.9 sind die maximalen Verschiebungsverläufe bei gegebener Belastungsfunktion abgebildet. Hier ist sehr deutlich zu erkennen, dass das System durch die erste Halbwellen erst aus der Ruhelage zum Schwingen angeregt werden muss und diese Schwingungen dann durch die

zweite Halbwellen verstärkt werden. Der Dämpfer wird bis zum Belastungsende kaum angeregt. Dafür ist die Belastungsdauer zu kurz. Die maßgebende Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers ergibt sich in diesem Fall hauptsächlich in der Dämpfung des Nachschwingverhaltens, wie in der Abbildung ersichtlich.

In der Abb. 3.10 ist der Zeitverlauf der Schwingungen bei einer kleinen Erregerkreisfrequenz dargestellt. Die Schwingungsantwort ergibt sich hier wieder aus der Schwingung mit der Erregerkreisfrequenz kombiniert mit der Eigenkreisfrequenz des Systems. Hier kann man auch sehr deutlich den Einsatz des Schwingungsdämpfers verfolgen. Der Dämpfer ist auf die Eigenkreisfrequenz des Hauptsystems abgestimmt und wird dadurch maßgebend beeinflusst. Zu Beginn der Anregung wird der Dämpfer durch die Eigenschwingung angeregt und dämpft diese somit. Beim Hauptsystem kann man erkennen, dass die Eigenschwingungen verschwinden und der weitere Verlauf nur noch von der Erregerkreisfrequenz bestimmt wird. Am Belastungsende kommt es dann wieder zum Ausschlagen des Systems, wodurch der Dämpfer wieder aktiviert wird.

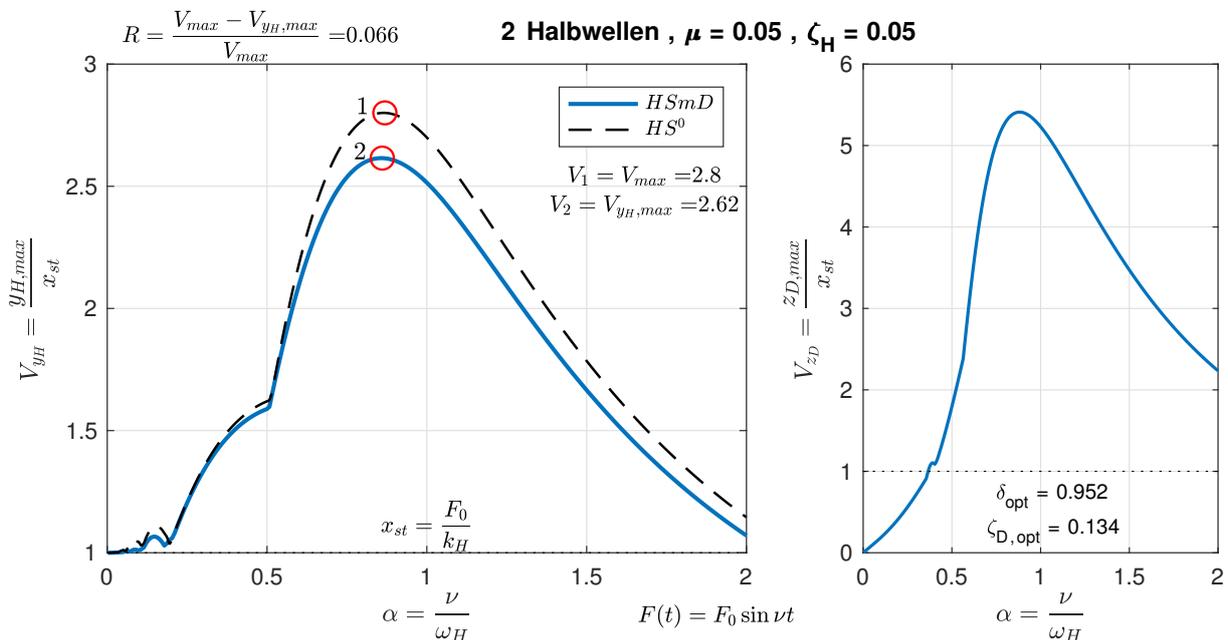


Abb. 3.11: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)

In der Abb. 3.11 sind die Vergrößerungsfunktionen bei erhöhter Eigendämpfung $\zeta_H = 0.05$ abgebildet. Ersichtlich ist, dass es dadurch generell zu einer Reduktion der Schwingungen kommt. Jedoch wird die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers wiederum geringfügig reduziert. Untersucht wurde auch die Auswirkung der Abstimmung der optimalen Parameter auf die Eigendämpfung ζ_H . Dabei ergaben sich kaum sichtbaren Verbesserungen. Dies ist darauf zurück zu führen, dass die Belastungsdauer zu kurz ist und dass der Schwingungsdämpfer innerhalb der Belastungszeit kaum aktiviert wird. Die Maximalwerte treten aber in der Belastungsphase bzw. kurz danach auf.

Die Auswirkung eines vergrößerten Massenverhältnisses $\mu = 0.08$ sind in Abb. 3.12 ersichtlich. Wie erwartet reduziert das größere Massenverhältnis die Schwingungen des Systems mit Schwingungsdämpfer und vergrößert somit die Wirksamkeit des Dämpfers. In diesem Fall ergibt sich eine Schwingungsreduktion von ca. 10 %. Auch das Nachschwingverhalten wird positiv beeinflusst.

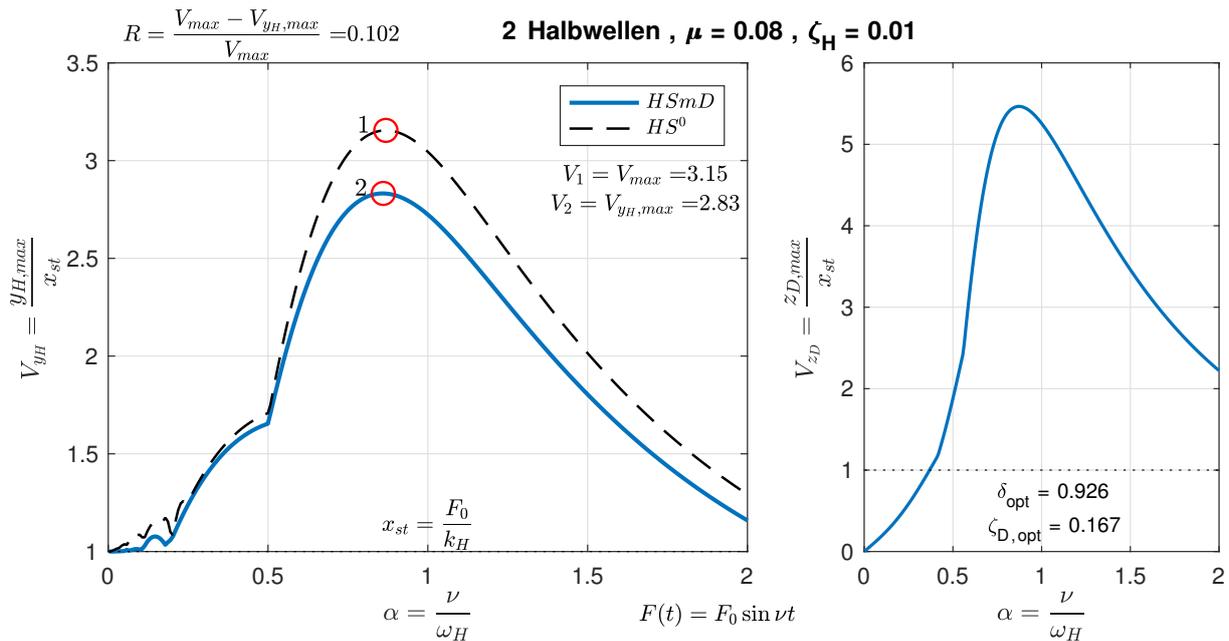


Abb. 3.12: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)

Harmonische Anregung mit 3 Halbwellen

Für die Sinusanregung mit 3 Halbwellen ergibt sich wieder ein sehr ähnliches Verhalten. In Abb. 3.13 sind die Vergrößerungsfunktionen dargestellt. Eine Erhöhung der Wellenzahl führt wieder zu einer Vergrößerung der Maximalwerte, aber auch zu einer Verbesserung der Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers. Der Reduktionsfaktor beträgt hierbei rund 13 %. Auch der Maximalwert der Differenzverschiebung z_D fällt wieder mehr als doppelt so groß aus.

Der Verlauf von $\alpha < 0.7$ ist wieder sehr ähnlich zum Verlauf aus der Anregung mit 2 Halbwellen. Dies deutet darauf hin, dass dieser Bereich wieder hauptsächlich von der ersten bzw. zweiten Halbwelle maßgebend beeinflusst wird.

Abb. 3.14 zeigt den Zeitverlauf der maximalen Auslenkungen. Die maßgebende Erregerkreisfrequenz ergibt sich hier bei $\alpha = 0.927$. Erst nach ca. einer Halbwelle beginnt der Dämpfer zu schwingen. Den Maximalwert erreicht der Dämpfer wieder erst nach Belastungsende und beeinflusst dabei das Nachschwingverhalten im Hauptsystem maßgebend. Bereits nach wenigen Sekunden sind die Schwingungen im Hauptsystem fast komplett erloschen wohingegen die Schwingungen im ungedämpften Hauptsystem aufgrund der geringen Eigendämpfung nur sehr langsam ausklingen.

Das Verhalten bei kleinen Erregerkreisfrequenzen ν ist in der Abb. 3.15 ersichtlich. Hier ist auch wiederum ein sehr ähnliches Verhalten zu den zuvor gemachten Untersuchungen ersichtlich. Der Dämpfer filtert hauptsächlich nur die Eigenschwingungen heraus, welche zu Beginn sowie auch am Ende der Belastung entstehen. Die Schwingungsantwort ist wieder eine Kombination aus der Schwingung mit der Erregerkreisfrequenz und der Eigenkreisfrequenz.

Die Erhöhung der Eigendämpfung ζ_H bewirkt auch für diesen Fall eine Reduktion der maximalen Verschiebungen sowohl für das ungedämpfte Hauptsystem sowie auch für das Hauptsystem mit Schwingungsdämpfer. Trotzdem wird dadurch die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers geringfügig reduziert. Eine Anpassung der optimalen Parameter an die Eigendämpfung ergibt auch bei der Belastung mit 3 Halbwellen kaum Verbesserungen.

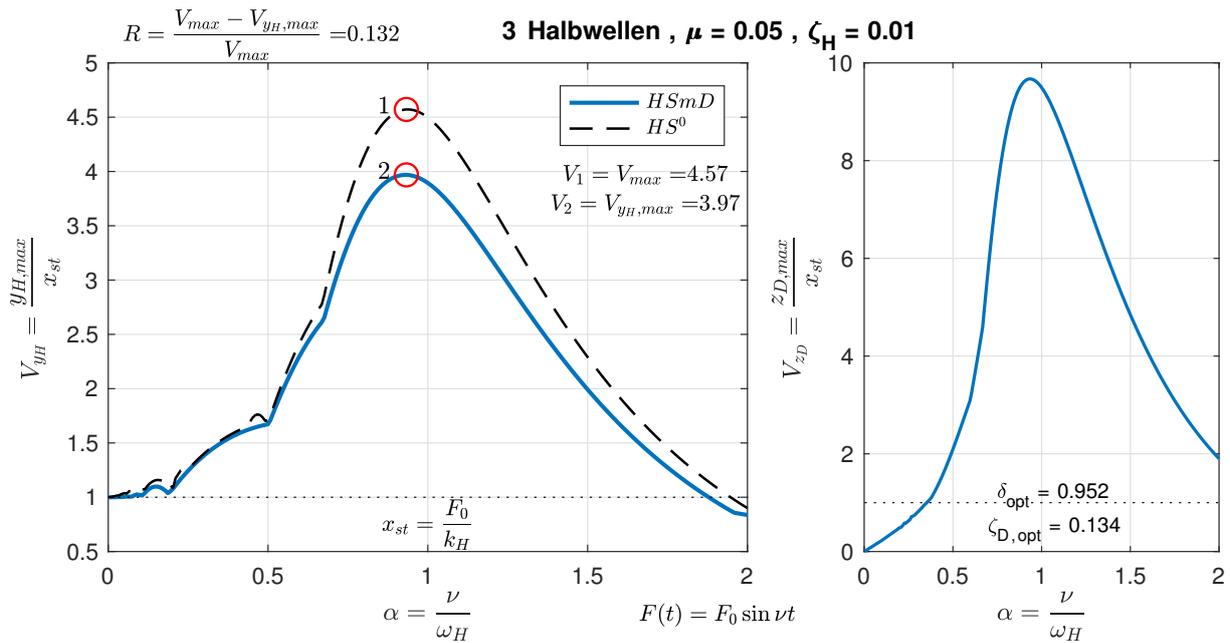


Abb. 3.13: Vergrößerungsfunktionen für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

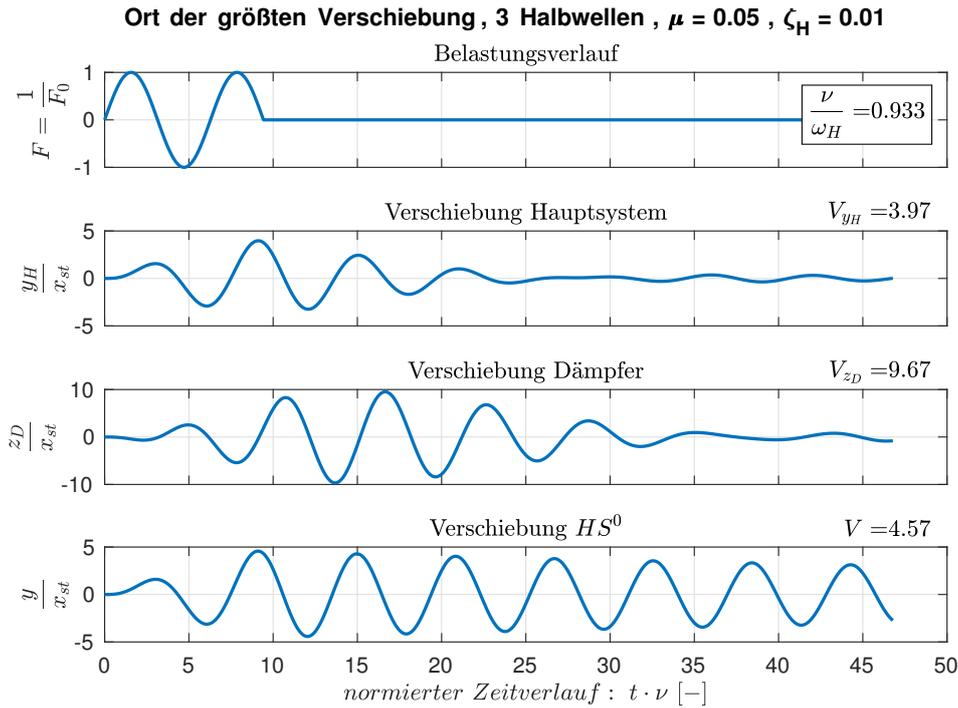


Abb. 3.14: max. Verschiebungsverläufe für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Ein größeres Massenverhältnis bewirkt wiederum eine Verbesserung des Reduktionsfaktors und somit eine bessere Wirksamkeit des Dämpfers. Auch das Nachschwingverhalten des Hauptsystems wird dadurch positiv beeinflusst.

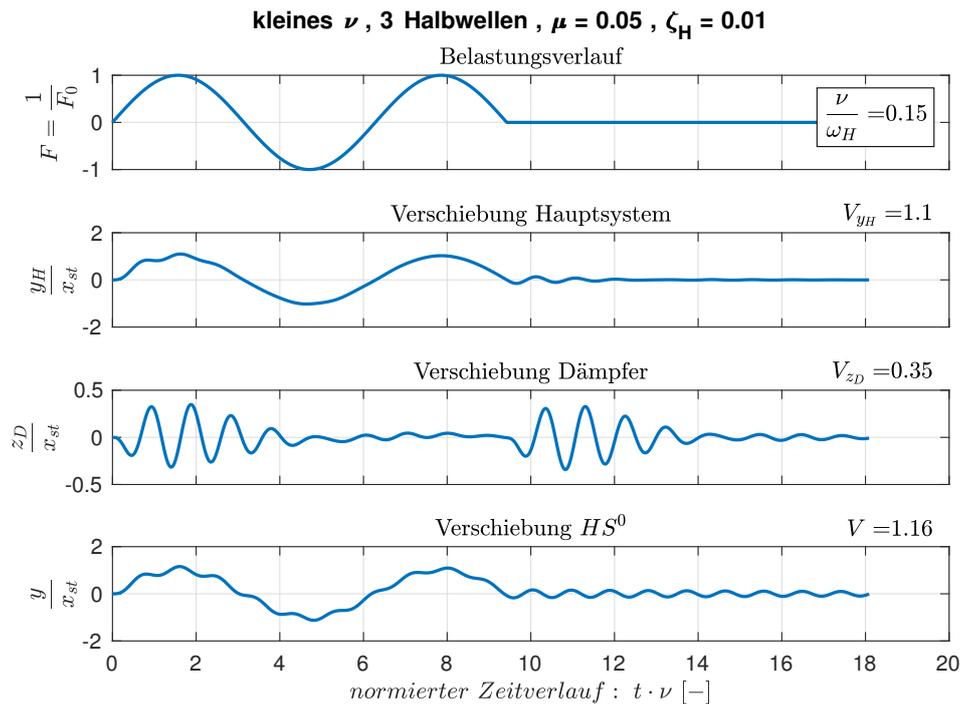


Abb. 3.15: Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Harmonische Anregung mit 5 Halbwellen

Nun folgt die Untersuchung für 5 Halbwellen. In Abb. 3.16 sind die Vergrößerungsfunktionen bei einem Massenverhältnis $\alpha = 0.05$ und einer vorhandenen Eigendämpfung von 1 % abgebildet. Der Verlauf ähnelt den zuvor dargestellten sehr. Erkennbar ist auch, dass bei steigender Dauer der Belastung der Schwingungsdämpfer immer aktiver wird, was auch durch den größeren Reduktionsfaktor von knapp 28% ersichtlich wird. Dies bedingt aber die größere Differenzverschiebung zwischen Hauptsystem und Dämpfer. Der Maximalwert von $V_{zD,max}$ beträgt hier schon fast den dreifachen Wert vom Hauptsystem. Der Bereich mit kleineren Erregerkreisfrequenzen wie die Eigenkreisfrequenz wird hauptsächlich durch die erste bzw. zweite Halbwellen beeinflusst.

Wird der Maximalwert des Hauptsystems $V_2 = V_{yH,max} = 5.27$ mit dem der dynamischen Vergrößerungsfunktion (siehe Abb. 3.2) $V_{y,dyn} = 5.88$ verglichen, so erkennt man, dass bereits nach 5 Halbwellen 90% der maximalen Verschiebungsamplitude erreicht sind.

Auch beim Zeitverlauf der Verschiebungen ergibt sich wieder ein sehr ähnliches Verhalten. In der Abb. 3.17 sind die maximalen Verschiebungen dargestellt. Der Dämpfer ist bereits während der Belastungsphase voll aktiv, der Maximalwert wird aber wieder kurz nach Belastungsende erreicht. Dadurch werden die Verschiebungen im Hauptsystem ($HSmD$) während und nach der Belastung sehr gut gedämpft. Die geringe Eigendämpfung bedingt wieder ein langes Nachschwingen des ungedämpften Hauptsystems (HS^0).

Ebenfalls ist bei sehr kleinen Erregerkreisfrequenzen (siehe Abb. 3.18) das Verhalten des Schwingungsdämpfers sehr deutlich ersichtlich. Der Dämpfer wird durch die kleinen Erregerkreisfrequenzen kaum zu Schwingungen angeregt. Nur durch die Eigenschwingung des Hauptsystems wird der Dämpfer aktiviert.

In gleicher Weise wurden die Auswirkungen von anderen Eigendämpfungen ζ_H sowie Massenverhältnissen μ für diesen Belastungsverlauf untersucht. Bei Erhöhung der Eigendämpfung ergeben sich wieder die folgenden Effekte. Die Vergrößerungsfunktionen werden generell kleiner,

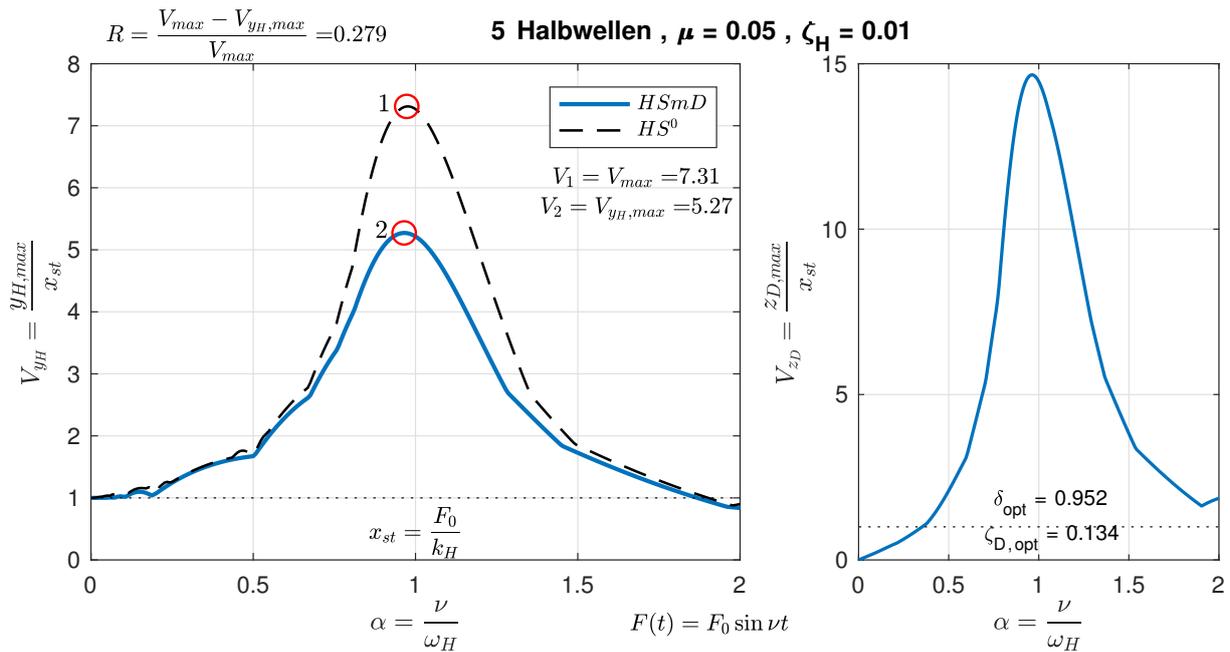


Abb. 3.16: Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

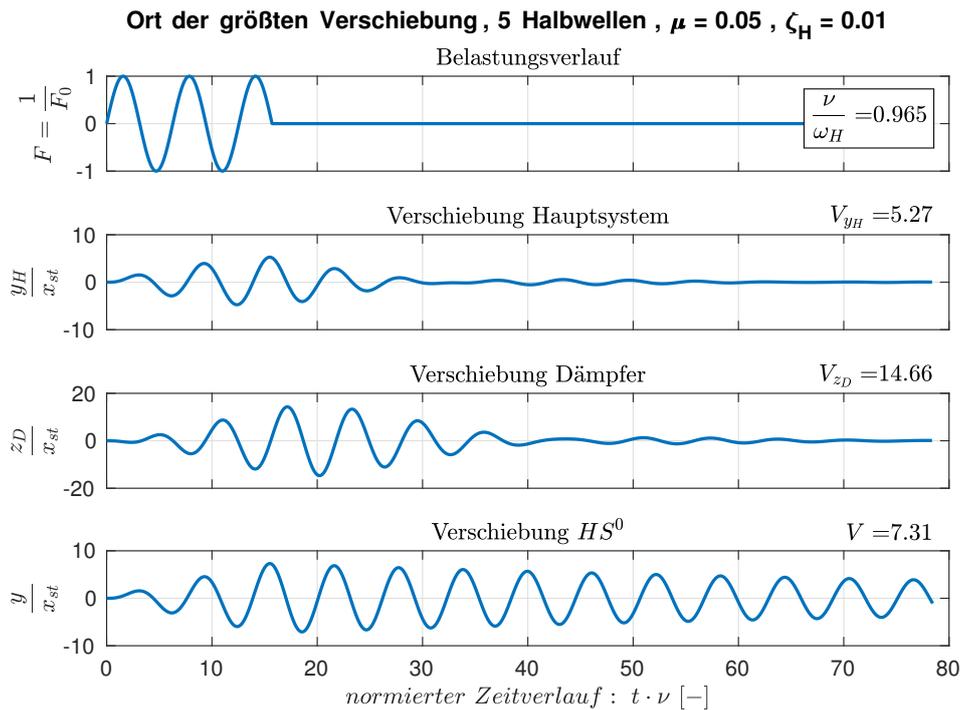


Abb. 3.17: max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

jedoch wird auch der Reduktionsfaktor verkleinert. Eine Anpassung der optimalen Parameter an die Eigendämpfung ergibt auch für diesen Fall keine Verbesserung.

Die Erhöhung des Massenverhältnisses auf $\mu = 0.08$ ergibt in diesem Fall ($\zeta_H = 0.01$) eine beachtliche Vergrößerung des Reduktionsfaktors auf ca. 37%. Dies ergibt eine Steigerung von 9%.

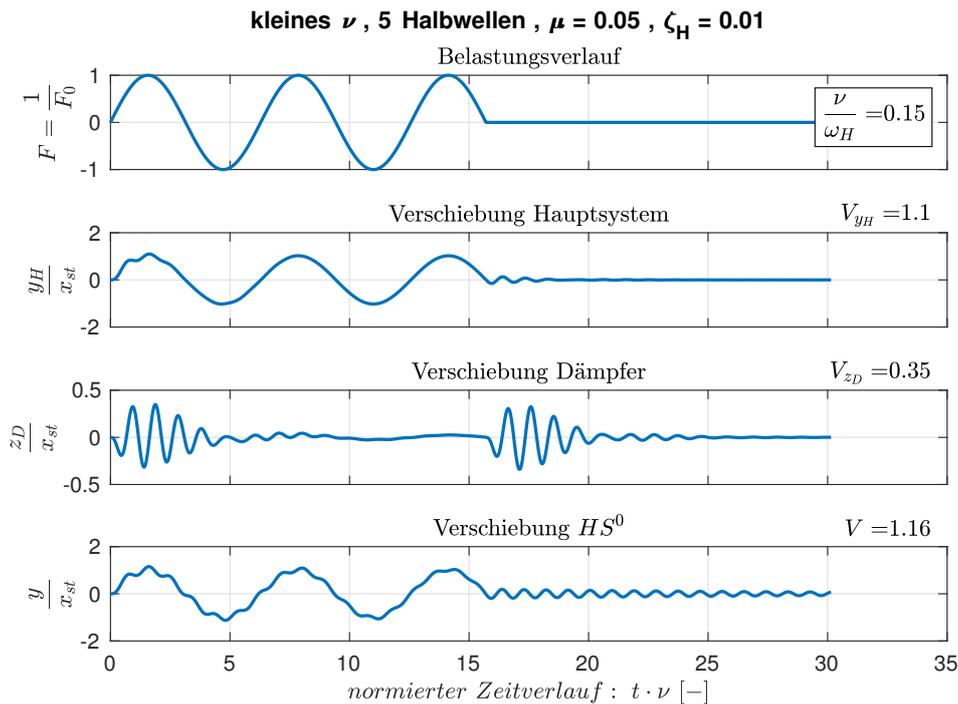


Abb. 3.18: Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Vergleich der harmonischen Anregung mit verschiedener Anzahl an Halbwellen

Jetzt werden die Ergebnisse der harmonischen Kraftanregung mit bestimmter Anzahl an Halbwellen miteinander verglichen. In Abb. 3.19 sind die Vergrößerungsfunktionen der verschiedenen Anzahlen an Sinushalbwellen abgebildet. Dabei sind die Funktionen des Schwingungsdämpfers mit dicker Volllinie und die Funktion des ungedämpften Hauptsystems (HS^0) strichliert dargestellt. Zusätzlich gibt es je Wellenzahl eine eigene Farbe.

Die blaue strichlierte Linie (HS^0 unter der Belastung mit 30 Halbwellen) wurde hier im Diagramm abgeschnitten, sodass die restlichen Ergebnisse besser sichtbar bleiben. Bei steigender Wellenzahl konvergiert der maximale Vergrößerungsfaktor des HS^0 gegen den Wert $V_{max} = 1/2\zeta_H = 1/(2 \cdot 0.01) = 50$. Neu in dieser Abbildung sind die Ergebnisse für eine Belastung mit 30 Sinushalbwellen. Der daraus resultierende Maximalwert beim $HSmD$ entspricht bereits zu 100% jenen der dynamischen Vergrößerungsfunktion für die partikuläre Lösung. Eine weitere Steigerung der Anzahl der Halbwellen ergibt dabei keine Erhöhung des maximalen Wertes mehr. Zusätzlich kann man hier auch die zwei lokalen Maxima der dynamischen Vergrößerungsfunktion erkennen. Auch hier ist ersichtlich, dass bereits mit 5 Halbwellen der Maximalwert im Hauptsystem 90% von der Maximalverschiebung beträgt.

Bei 30 Halbwellen ist der Maximalwert der Differenzverschiebungen $V_{D,30} = 22.11$ schon beinahe vier mal so groß wie $V_{30} = 5.88$. Auch hier führt aber eine Erhöhung der Halbwellenzahl zu keiner Steigerung mehr. Für 5 Halbwellen beträgt die maximale Differenzverschiebung $V_{D,5} = 15.13$ und entspricht somit nur 70% des Maximalwertes $V_{D,30}$.

Die Untersuchungen für verschiedene Eigendämpfungen sowie Massenverhältnisse haben sehr ähnliche Ergebnisse geliefert. Auch hier waren bereits mit 30 Halbwellen die Maximalwerte erreicht.

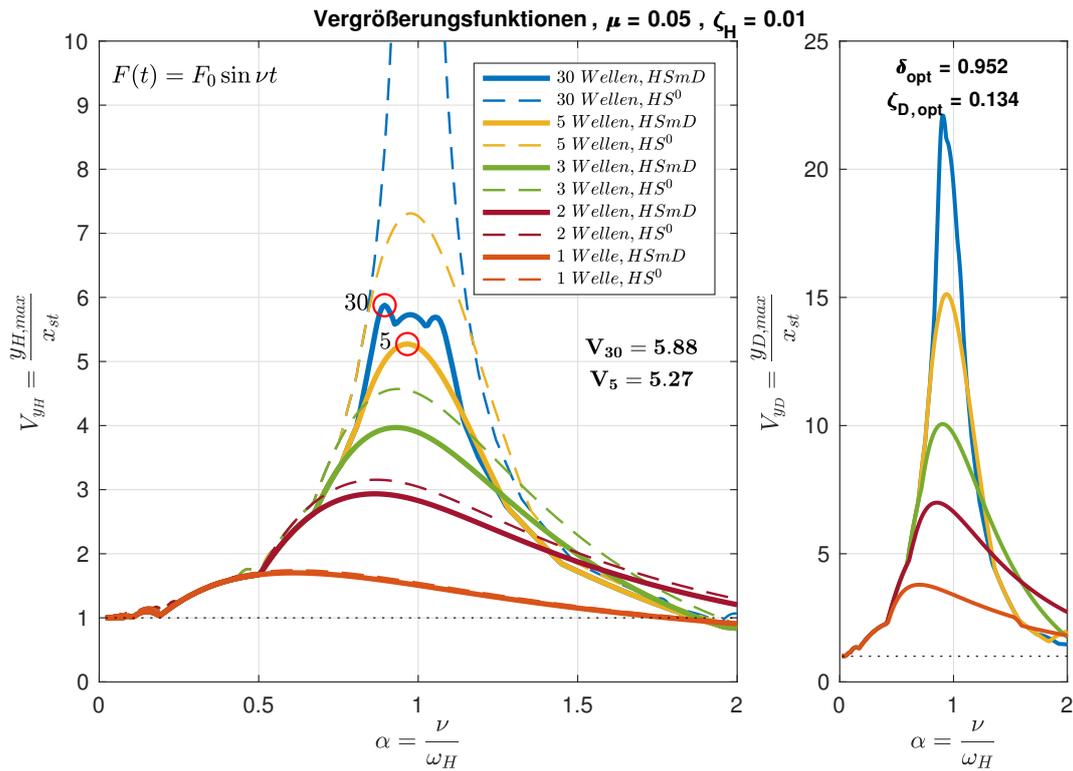


Abb. 3.19: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

In Abb. 3.20 sind die Reduktionsfaktoren für die verschiedenen Wellenzahlen gegenüber gestellt. Die Volllinien zeigen den Verlauf für das Massenverhältnis $\mu = 0.05$, die strichlierten Linien für $\mu = 0.08$. Die verschiedenen Farben stehen je für eine bestimmte Eigendämpfung ζ_H .

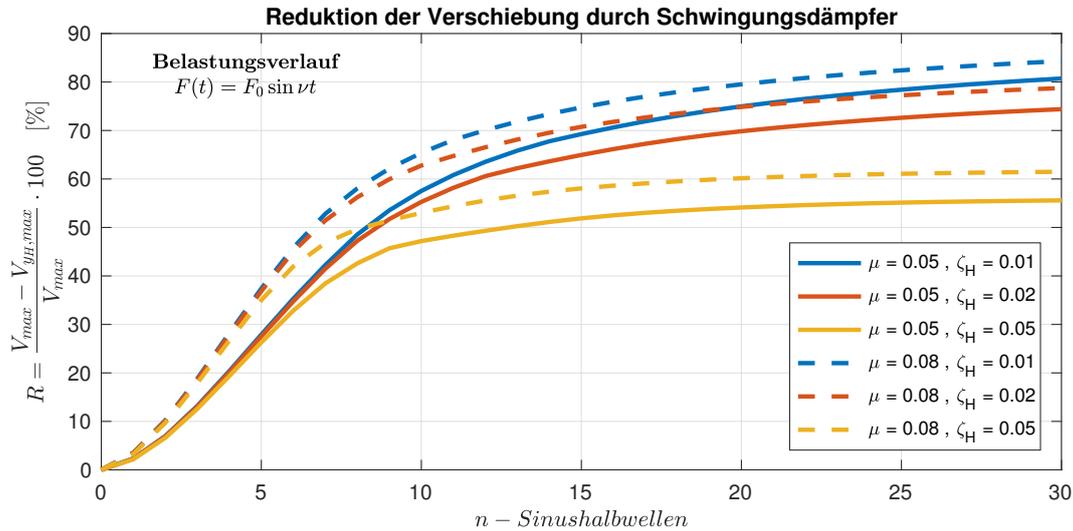


Abb. 3.20: Reduktionsdiagramm bei einer harmonischen Kraftanregung mit n - Sinushalbwellen

Erkennbar ist, dass durch das größere Massenverhältnis die Reduktion immer deutlich größer ausfällt. Bis zu 5 Halbwellen sind die Auswirkungen der verschiedenen Eigendämpfungen noch sehr gering, ab 10 Wellen sind deutliche Unterschiede zu erkennen. Dies liegt daran, dass durch

die erhöhte Eigendämpfung die Schwingungen im ungedämpften Hauptsystem deutlich reduziert werden und somit der resultierende Reduktionsfaktor verkleinert wird. Bei einer Eigendämpfung von $\zeta_H = 0.05$ ist der maximale Reduktionsfaktor bei 30 Wellen bereits erreicht, bei den niedrigeren Eigendämpfungen steigt der maximale Faktor noch geringfügig an. Erklärung dafür ist, dass der maximale Wert der Schwingungen beim HS^0 bei 30 Halbwellen noch nicht erreicht ist. Der maximale Wert beim HS^0 konvergiert gegen den Wert $\frac{1}{2\zeta_H}$. Bei einer Eigendämpfung von $\zeta_H = 0.01$ ergibt sich somit ein maximaler Reduktionsfaktor von

$$V_{max} = \frac{1}{2 \cdot 0.01} = 50 \quad V_{H,max} = 5.88 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{50 - 5.88}{50} \cdot 100 = 88.2\%$$

Erwähnenswert ist nochmals, dass die Verschiebungen beim $HSmD$ bei 5 Halbwellen bereits 90% des Maximalwertes betragen. Der weitere starke Zuwachs des Reduktionsfaktors ist somit auf die immer weiter wachsende Auslenkung im HS^0 zurück zu führen.

Abschließend werden noch die Auswirkungen der Abstimmung der optimalen Parameter auf die Eigendämpfung ζ_H betrachtet. In Abb. 3.21 ist das Reduktionsdiagramm für $\mu = 0.05$ und $\zeta_H = 0.05$ gegeben. Dabei stellt die strichlierte Linie den Verlauf des Reduktionsfaktors für die abgestimmten Parameter dar.

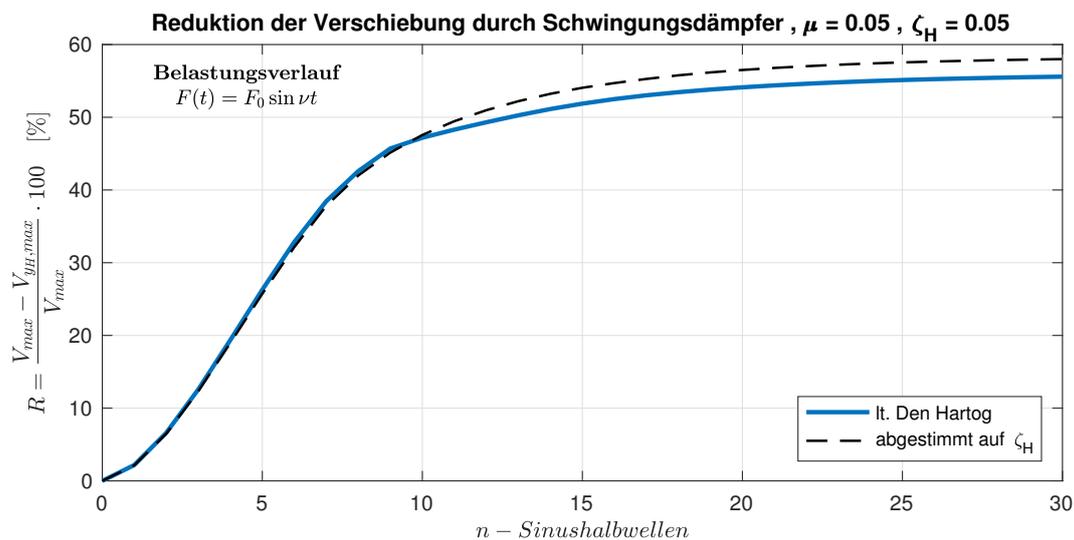


Abb. 3.21: Vergleich Reduktionsdiagramm für Abstimmung auf Eigendämpfung

Erkennbar ist, dass bis zu 10 Halbwellen kaum Unterschiede zu erkennen sind und dass bis dahin sogar das System ohne Abstimmung eine geringfügig bessere Reduktion aufweist. Erst bei steigender Belastungsdauer ergeben sich bessere Reduktionen durch eine Abstimmung auf die Eigendämpfung. Für kleinere Eigendämpfungen fällt dieser Effekt noch geringer aus. Somit sind keine Auswirkungen bei kurzzeitigen Einwirkungen zu erkennen und werden daher für die nachfolgenden Untersuchungen nicht mehr angegeben.

3.2 Auswirkungen von zwei harmonischen Kraftanregungen mit bestimmter Anzahl an Sinushalbwellen

Nachfolgende Untersuchung bezieht sich auf die Auswirkungen von zwei gleichzeitig einwirkenden harmonischen Kraftanregungen mit bestimmter Belastungsdauer auf das Hauptsystem. Die

Ergebnisse werden wieder mit jenen des ungedämpften Hauptsystems (HS^0) verglichen um die Effektivität des Dämpfers zu beschreiben.

Der Berechnungsablauf ist mit den zuvor genannten nahezu komplett identisch. Der einzige Unterschied besteht in der Belastungsfunktion, die nun aus zwei harmonischen Anregungen besteht.

$$F(t) = \frac{2}{3}F_0 \cdot \sin(\nu t) + \frac{1}{3}F_0 \cdot \sin(\beta \nu t) \quad \dots \quad 1.1 \leq \beta \leq 2.0$$

Die Ergebnisse können mit denen der Kraftereinwirkung durch eine Harmonische verglichen werden. Für die Anregung zweier Harmonischer mit einer Welle ergeben sich nahezu keine Änderungen zu jener mit einer Harmonischen. Mit größer werdendem Faktor β werden die Maximalwerte etwas kleiner, der Reduktionsfaktor ändert sich kaum.

Zwei Harmonische Anregungen mit 2 Wellen

Die folgenden Ergebnisse beziehen sich auf die Kraftanregung durch zwei Harmonische mit einer Belastungsdauer von zwei Wellen. Untersucht wurden die Schwingungsdämpfer für verschiedene Massenverhältnisse sowie Eigendämpfungen. Zur besseren Vergleichbarkeit werden nachfolgend nur die Ergebnisse für ein Massenverhältnis $\mu = 0.05$ und einer Eigendämpfung $\zeta_H = 0.01$ dargestellt.

Für die Anregung durch eine Harmonische ($\beta = 1.0$) ergab sich ein Reduktionsfaktor von 7% und die Maximalwerte $V_1 = 3.15$ und $V_2 = 2.94$ (siehe Abb. 3.8). Diese Werte dienen zum Vergleich mit den nachfolgenden Ergebnissen.

Für den Faktor $\beta = 1.3$ sind die Vergrößerungsfunktionen in Abb. 3.22 wiedergegeben. Es zeigt sich ein sehr ähnlicher Verlauf zu den Untersuchungen davor. Erkennbar ist, dass beide Maximalwerte (V_1 und V_2) kleiner sind, jedoch steigt der Reduktionsfaktor geringfügig an. Auch mittels der Fourier-Transformation der Belastung kann dieser Effekt erklärt werden. Generell ergibt sich durch die zweite harmonische Belastung ein breiteres Fourierspektrum sowie auch kleinere maximale Spektralwerte.

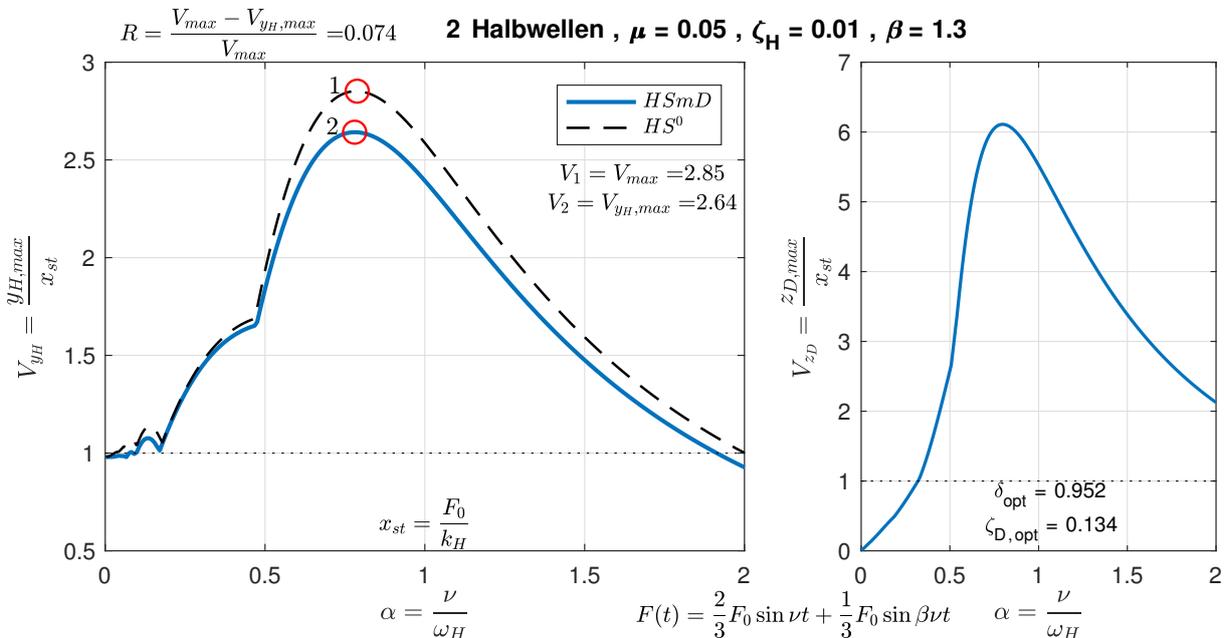


Abb. 3.22: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.3$)

In Abb. 3.23 ist der zeitliche Verlauf der maximalen Verschiebungen gegeben. Auch hier sind keine großen Änderungen zu erkennen. Das oberste Bild zeigt den Verlauf der Belastungsfunktion.

Dabei ist als Volllinie die Überlagerung der zwei Harmonischen dargestellt, die strichlierten Linien zeigen je den Verlauf einer Harmonischen an. Vergleicht man den Verlauf mit der Abb. 3.4 so erkennt man, dass der Maximalwert bei einer kleineren bezogenen Erregerfrequenz α eintritt.

Die größte Wirksamkeit des Dämpfers ist auch in diesem Fall wieder die Reduktion des Nachschwingverhaltens.

Auch die maximale Differenzverschiebung fällt für diesen Fall etwas kleiner aus.

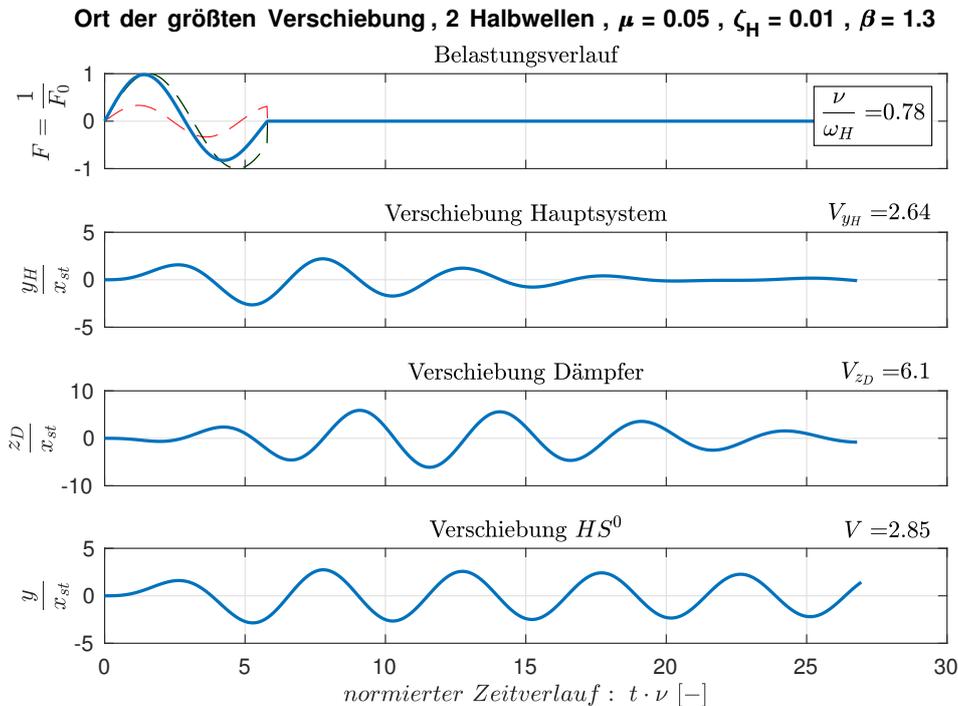


Abb. 3.23: max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.3$)

In Abb. 3.24 sind die Vergrößerungsfunktionen für den Faktor $\beta = 1.6$ dargestellt. Der Verlauf ist zu den vorigen sehr ähnlich. Die Maximalwerte sind etwas kleiner als bei $\beta = 1.3$, auch der Reduktionsfaktor steigt leicht an und beträgt 8.5%.

Abb. 3.25 zeigt den Verlauf der Vergrößerungsfaktoren für $\beta = 1.9$. Dabei zeigt sich ein geänderter Verlauf. Es ergeben sich zwei lokale Maxima, welche auf die zwei Erregerfrequenzen ν und $\beta\nu$ zurück zu führen sind. Dieser Effekt stellt sich bei 2 Wellen erst ab dem Faktor $\beta > 1.7$ ein. In der Abbildung zeigt sich auch, dass für diesen Fall ($\beta = 1.9$) die Maximalwerte bei deutlich unterschiedlichen bezogenen Erregerfrequenzen eintreten. Beachtlich ist auch der große Anstieg des Reduktionsfaktors auf 18.6%.

Zwei Harmonische Anregungen mit 5 Wellen

Nachfolgend sind die Ergebnisse der Untersuchung für eine Kraftanregung durch zwei Harmonische mit einer Belastungsdauer von 5 Wellen gegeben. Wieder werden die Ergebnisse für ein Massenverhältnis $\mu = 0.05$ und einer Eigendämpfung $\zeta_H = 0.01$ dargestellt und mit den aus der Kraftanregung mit einer Harmonischen ($\beta = 1.0$) verglichen. Dabei ergaben sich die Maximalwerte zu $V_1 = 7.31$ und $V_2 = 5.27$ und der Reduktionsfaktor betrug knapp 28%.

Bis zu $\beta = 1.3$ ist der Verlauf sehr ähnlich zur Belastung mit einer Harmonischen. Es zeigt sich wieder, dass die Maximalwerte abfallen und der Reduktionsfaktor ansteigt.

Ab $\beta = 1.3$ zeigen sich wieder zwei lokale Maximalstellen, wie in Abb. 3.26 ersichtlich. Für diesen ergibt sich auch der größte Reduktionsfaktor von ca. 32%.

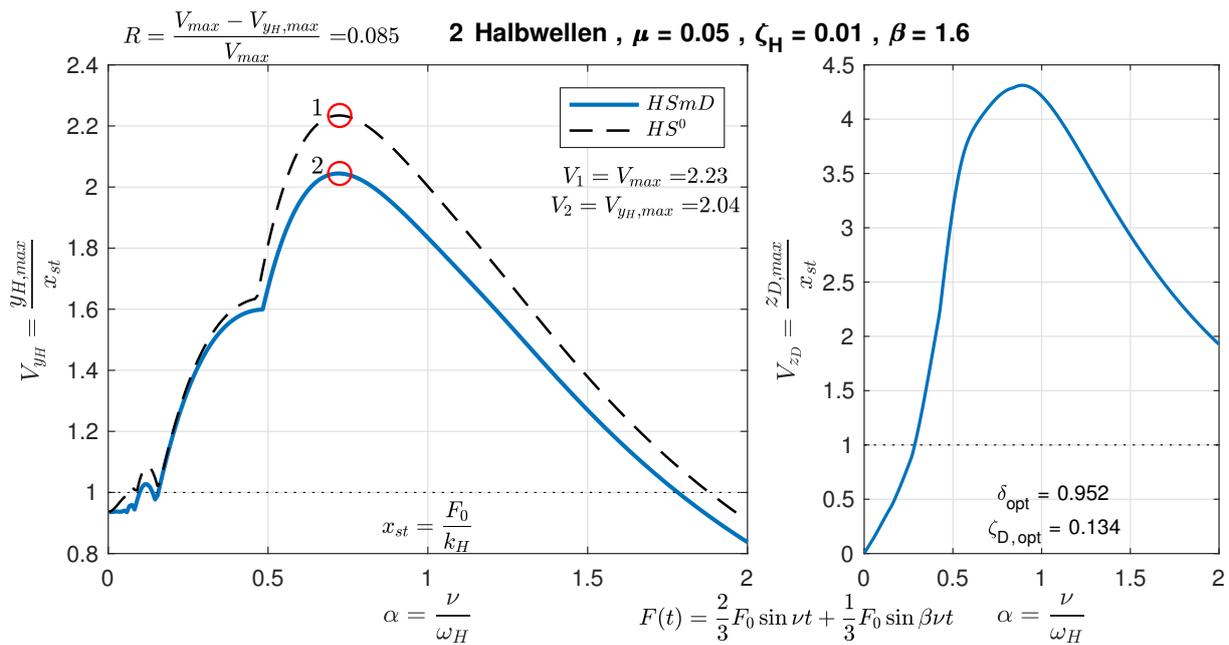


Abb. 3.24: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.6$)

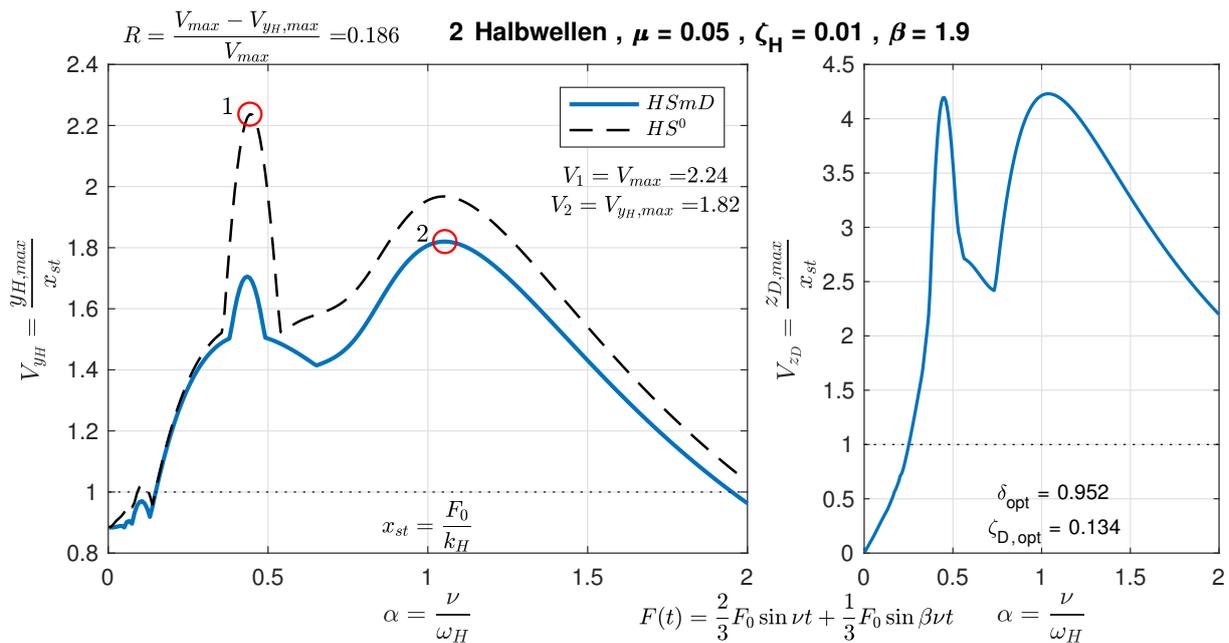


Abb. 3.25: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.9$)

Für die anderen Faktoren β ergeben sich etwas kleinere Reduktionen, auch die Maximalwerte im Hauptsystem steigen wieder etwas an.

In Abb. 3.27 sind die Vergrößerungsfunktionen für $\beta = 1.7$ dargestellt. Dabei zeigt sich zum ersten Mal ein Bereich, indem die Auslenkungen des *HSmD* größer als jene des *HS⁰* sind. Außerhalb des Bereiches zeigt sich jedoch die gute Reduktion der Verschiebungen durch den Schwingungsdämpfer. Der maximale Reduktionsfaktor beträgt hierbei ca. 29%. Generell ergeben sich Reduktionsfaktoren im Bereich von 26 bis 32% und liegen sehr nahe dem Wert von $\beta = 1.0$.

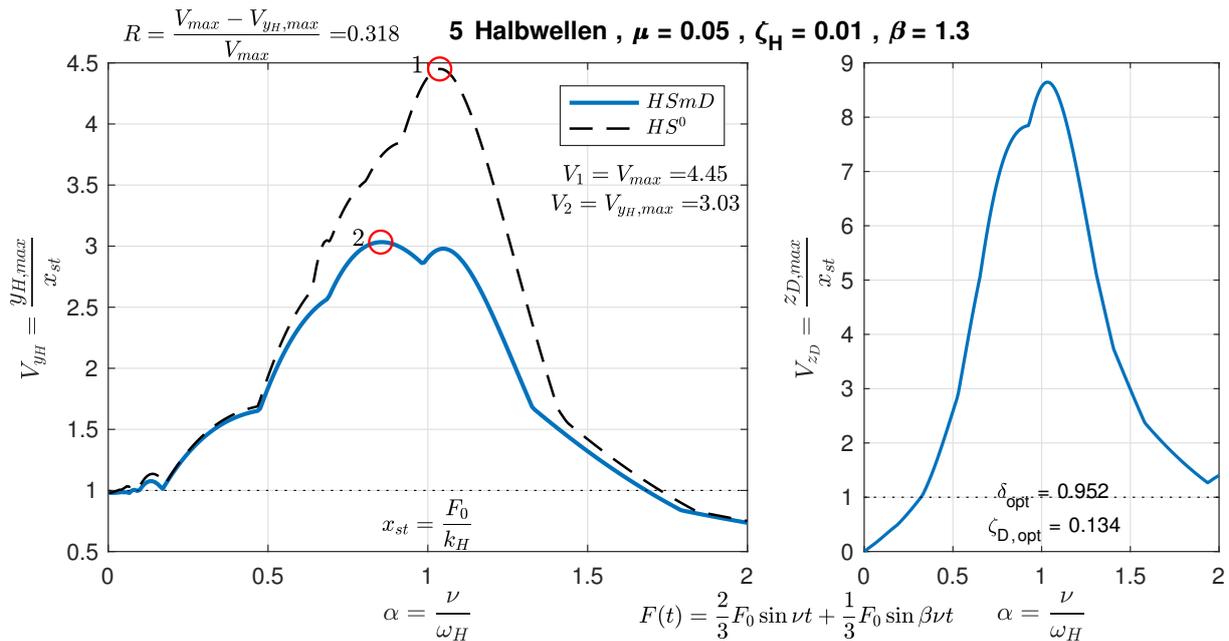


Abb. 3.26: Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.3$)

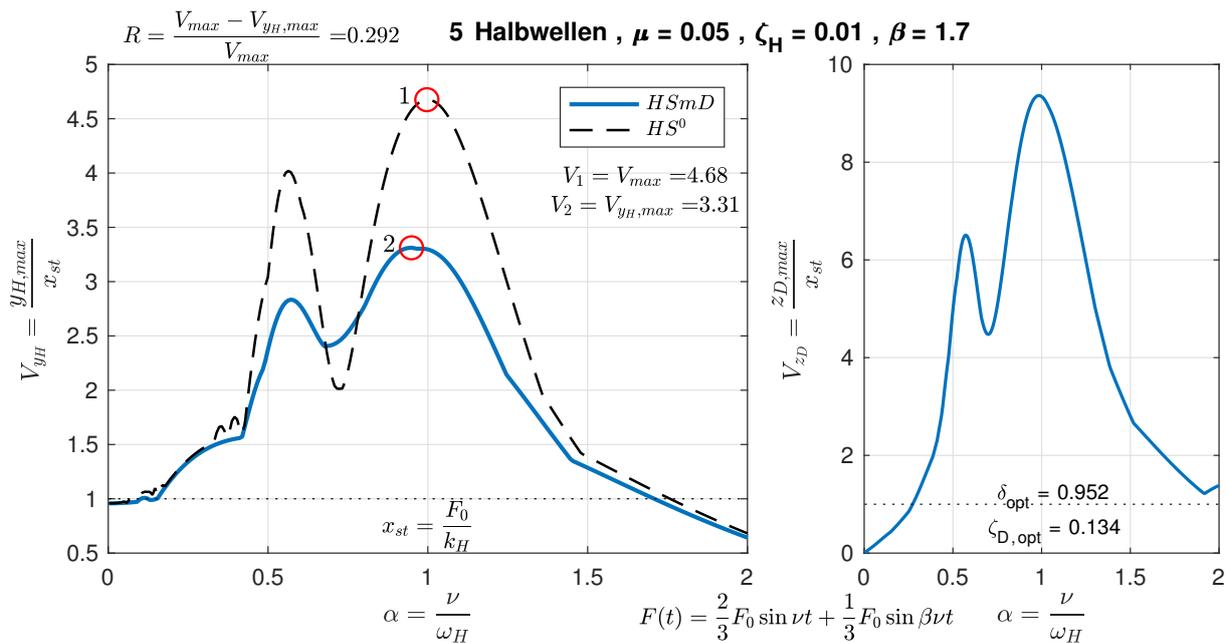


Abb. 3.27: Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.7$)

Aus dem zeitlichen Verlauf der maximalen Verschiebungen (siehe Abb. 3.28) sind wieder die positiven Effekte des Schwingungsdämpfers ersichtlich. Zusätzlich zur Reduktion der maximalen Amplitude der Auslenkungen sorgt der Dämpfer auch dafür, dass die Nachschwingungen beim *HSmD* bereits nach einigen Sekunden wieder nahezu komplett erloschen sind. Dies unterstreicht die Wirksamkeit der Schwingungsdämpfer bei kleinen Eigendämpfungen. Auch in dieser Abbildung ist der Belastungsverlauf dargestellt. Die Volllinie stellt wieder die Überlagerung der harmonischen Anregungen dar, die strichlierten Linien zeigen den Verlauf der beiden harmonischen.

Als nächstes werden die Ergebnisse für die verschiedenen Anzahlen an Wellen miteinander verglichen. Dabei wird das Massenverhältnis mit $\mu = 0.05$ und die Eigendämpfung mit $\zeta_H = 0.01$ fixiert.

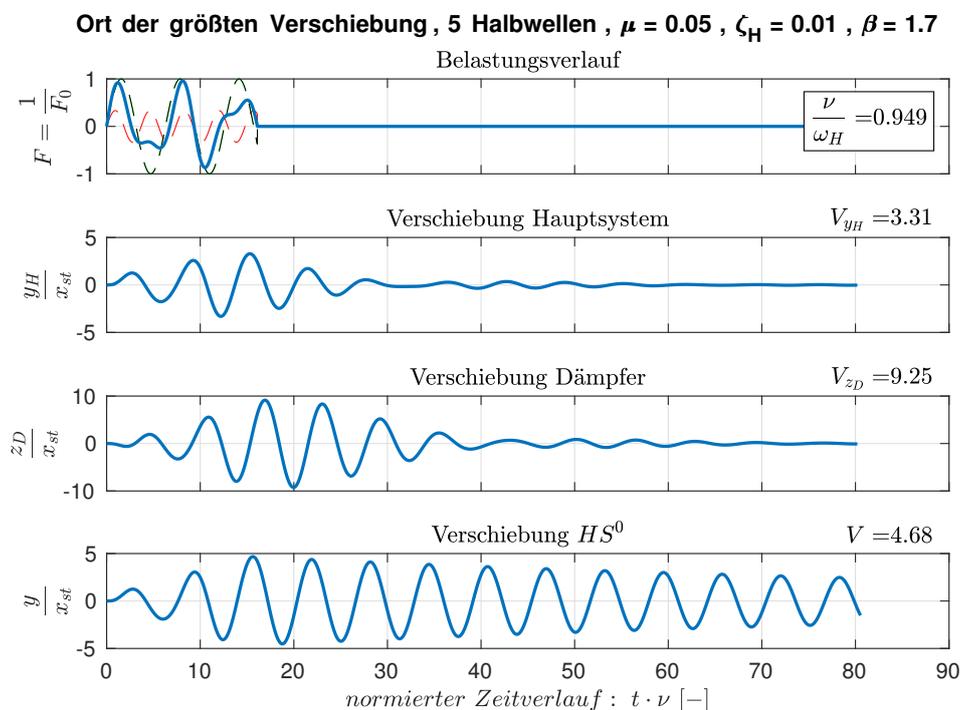


Abb. 3.28: max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.7$)

Vergleich der zwei harmonischen Kraftanregungen

Zu Beginn werden die Vergrößerungsfunktionen für die verschiedenen Anzahlen an Halbwellen dargestellt. Dabei kann man sehr deutlich erkennen, dass es jeweils zwei lokale Maxima für die zwei Erregerkreisfrequenzen gibt. Beim $HSmD$ wird dies für die größeren Faktoren β besser ersichtlich.

Verglichen können die Ergebnisse wieder mit dem Sonderfall $\beta = 1.0$ (eine harmonische Anregung). Dafür ergaben sich die Maximalwerte des $HSmD$ zu $V_{30} = 5.88$ und $V_5 = 5.27$. Für andere Werte von β ergeben sich immer kleinere Maximalwerte.

In Abb. 3.29 sind die Vergrößerungsfunktionen für $\beta = 1.2$ dargestellt. Hier ist erkennbar, dass der Wert nach 30 Halbwellen deutlich größer ist als jener nach 5 Wellen. Dies liegt daran, dass die beiden Erregerfrequenzen sehr nahe aneinander liegen. Der maximale Vergrößerungsfaktor des $HSmD$ ist in diesem Fall nach 30 Wellen noch nicht zu 100% erreicht und steigt noch geringfügig an.

Abb. 3.30 stellt den Verlauf der Vergrößerungsfaktoren für $\beta = 1.7$ dar. Hier sind die zwei Bereiche der lokalen Maxima deutlich ersichtlich. Auch hier kann man erkennen, dass der Maximalwert bei 5 Halbwellen nur ca. 80% von jenem nach 30 Wellen entspricht. Dies deutet darauf hin, dass die Maximalwerte aufgrund der zusätzlichen Erregerfrequenz erst durch eine längere Belastungsdauer erreicht werden. Erkennbar ist auch, dass die Maximalwerte beim HS^0 kleiner ausfallen.

Um die Auswirkungen auf den Reduktionsfaktor zu beschreiben, werden diese in Abhängigkeit der Wellenzahl dargestellt. Zum Vergleich ist auch der Fall $\beta = 1.0$ (eine harmonische Anregung) angegeben.

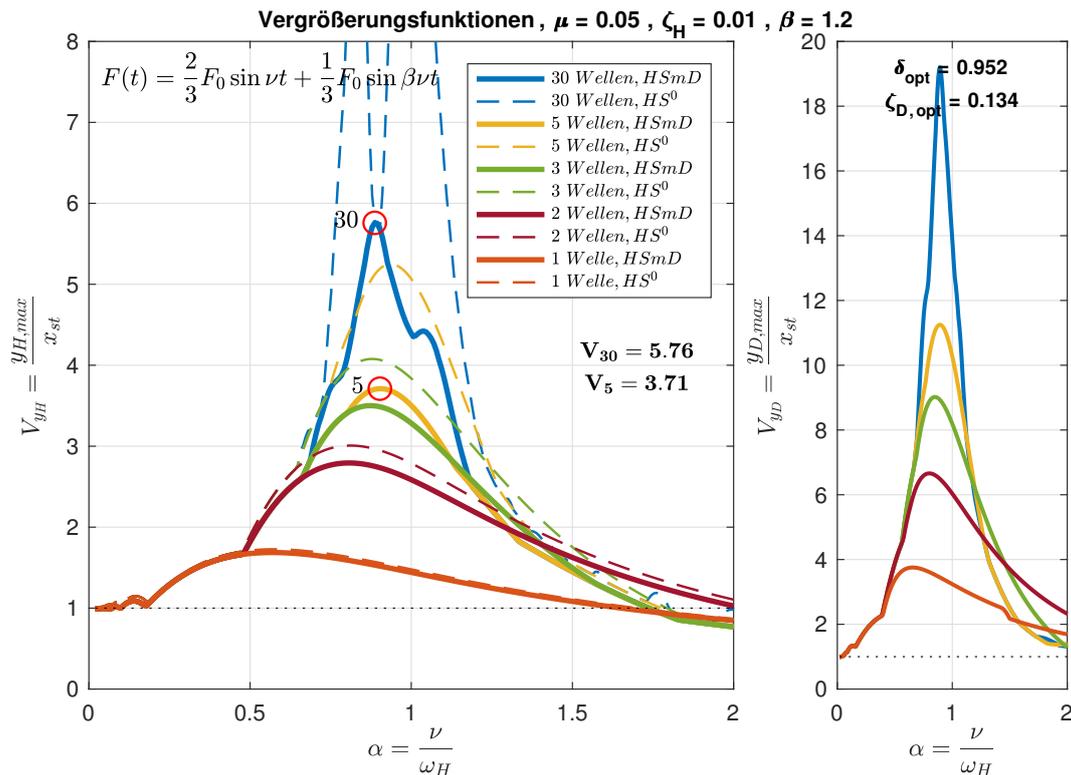


Abb. 3.29: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für zwei Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$ und $\beta = 1.2$)

In Abb. 3.31 ist der Verlauf des Reduktionsfaktors für verschiedene Faktoren β gegeben. Das Massenverhältnis beträgt dabei $\mu = 0.05$ und als Eigendämpfung wurde $\zeta_H = 0.01$ gewählt. Die dicke schwarze strichlierte Linie ist der Verlauf für $\beta = 1.0$ und dient zum Vergleich.

Erkennbar ist, dass bis zu 5 Wellen die Reduktionen durch die zweite Anregung etwas größer ausfallen als für $\beta = 1.0$. Jedoch ergibt sich für $\beta = 1.0$ bei einer größeren Wellenzahl als 5 immer der größte Reduktionsfaktor. Liegen die Erregerfrequenzen dicht aneinander, so ergeben sich Verschlechterungen in der Größenordnung von 10 – 20%. Erklärung dafür ist, dass durch die zweite Erregerfrequenz der Maximalwert des HS^0 deutlich reduziert wird (von 50 auf ca. 32), wohingegen der maximale Vergrößerungsfaktor des Hauptsystems ($HSmD$) nur geringfügig reduziert wird (siehe Abb. 3.29 und 3.30). Die größere Abhängigkeit des $HSmD$ von den dicht nebeneinander liegenden Erregerfrequenzen kann mittels der dynamischen Vergrößerungsfunktion erklärt werden (siehe Abb. 3.2). Der Maximalwert wird mittels des Schwingungsdämpfers zwar deutlich reduziert, jedoch steigt die Breitbandigkeit der maßgebenden Erregerfrequenzen gegenüber dem HS^0 an.

Schlussfolgerungen

Durch die Belastung mit zwei harmonischen Kraftanregungen können folgende Schlüsse gezogen werden. Durch die zusätzliche Anregung wird die Wirksamkeit des Dämpfers vor allem bei länger andauernden Belastungen reduziert. Das Hauptsystem reagiert auf dicht nebeneinander liegende Erregerfrequenzen empfindlicher als das ungedämpfte Hauptsystem. Bezieht man sich auf die maximale Amplitude der Belastung (F_0) so zeigt sich, dass die Maximalwerte durch die zweite Anregung generell geringer ausfallen, jedoch wird dadurch die Breitbandigkeit vergrößert. Weiterhin besteht die zusätzliche Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers in der schnellen Reduktion der Schwingungen nach Belastungsende, was für die Behaglichkeit von großem Vorteil ist.

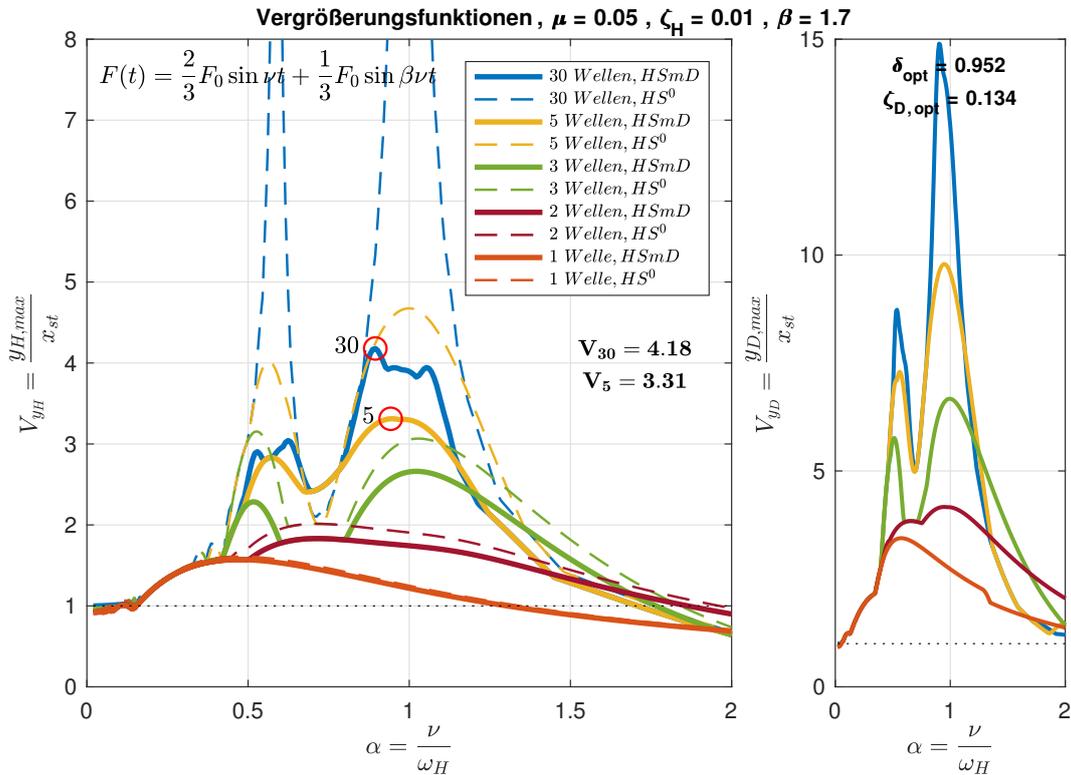


Abb. 3.30: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für zwei Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$ und $\beta = 1.7$)

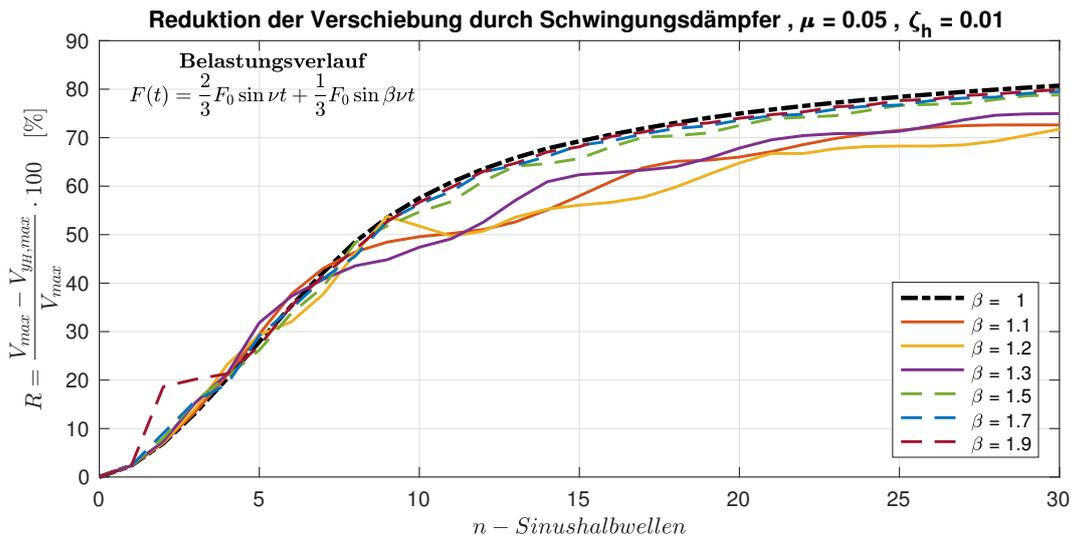


Abb. 3.31: Reduktionsdiagramm bei zwei harmonischen Kraftanregungen mit n - Sinushalbwellen

Kapitel 4

Untersuchung von Schwingungsdämpfern für eine bestimmte harmonische Weganregung

Dieses Kapitel ist dem vorigen sehr ähnlich. Der Unterschied liegt darin, dass statt der Kraftanregung nun die Auswirkungen einer Weganregung mit bestimmter Belastungsdauer untersucht werden.

Die im **Kapitel 3** festgelegten Begriffsdefinitionen werden nachfolgend wieder verwendet. Das Hauptsystem mit Dämpfer (siehe Abb. 4.1) wird als „Hauptsystem“ bzw. „ $HSmD$ “ bezeichnet. Für das Hauptsystem ohne Dämpfer wird die Bezeichnung „ungedämpftes Hauptsystem“ bzw. „ HS^0 “ verwendet.

Bei einer Weganregung kommt es zu einer Verschiebung des Bodens, welche mit $x_g(t)$ bezeichnet wird. Dadurch wird das System beansprucht. Die Verschiebungen des Systems ($y_H(t)$ und $y_D(t)$) werden auf die Verschiebung des Bodens bezogen und stellen somit die Differenzverschiebungen zwischen Boden und System dar (siehe Abb. 4.1). Die Belastung des Systems ergibt sich somit aus den Trägheitskräften zufolge der Verschiebung $x_g(t)$.

$$F(t) = -\tilde{M}a_g$$

Der Beschleunigungsverlauf der Bodenverschiebung $a_g(t)$ ergibt sich durch zweimaliges Ableiten des Verschiebungsverlaufes $x_g(t)$.

Abb. 4.1 zeigt das untersuchte Modell des Schwingungsdämpfers unter Weganregung. Die Begriffsdefinition kann **Abschnitt 1.1** entnommen werden.

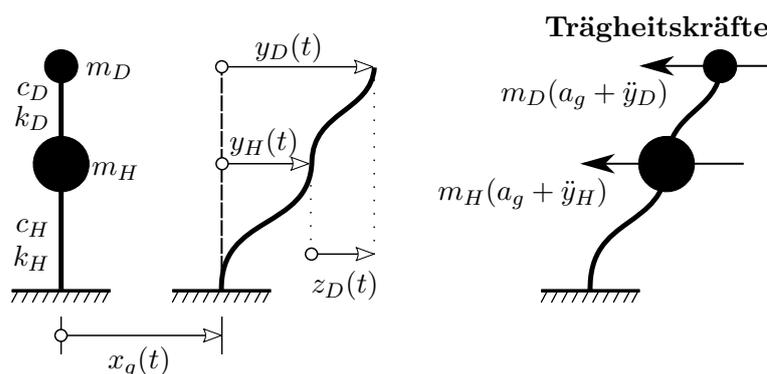


Abb. 4.1: Modell Schwingungsdämpfer bei Weganregung

Der Schwingungsdämpfer wird mit den optimalen Parametern lt. *DEN HARTOG* für eine harmonische Beschleunigung eingestellt (siehe Tab. 1.1). Als Optimierungsziel wird die Verschiebung y_H gewählt. Daraus resultieren folgende Parameter

$$\Psi_{opt} = \sqrt{\frac{2}{\mu}}(1 + \mu) \quad \delta_{opt} = \frac{\sqrt{1 - \frac{\mu}{2}}}{1 + \mu} \quad \zeta_{D,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)(1 - \frac{\mu}{2})}}$$

Mit Hilfe des Schnittprinzips können aus der Abb. 4.1 folgende Differentialgleichungen für den Schwingungsdämpfer unter Weganregung hergeleitet werden

$$\begin{bmatrix} m_H + m_D & m_D \\ m_D & m_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_H \\ \ddot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_H & 0 \\ 0 & c_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_H & 0 \\ 0 & k_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_H \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_H - m_D \\ -m_D \end{pmatrix} a_g(t) \quad (4.1)$$

Mit den Begriffsdefinitionen aus **Abschnitt 1.1** kann die Gleichung (4.1) wieder wie folgt umgeschrieben werden

$$\begin{bmatrix} 1 + \mu & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_H \\ \ddot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta_H \omega_H & 0 \\ 0 & 2\zeta_D \omega_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{z}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_H^2 & 0 \\ 0 & \omega_D^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_H \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - \mu \\ -1 \end{pmatrix} a_g(t) \quad (4.2)$$

Für die harmonische Weganregung ergibt sich der Verlauf der Bodenbeschleunigung zu

$$a_g(t) = a_0 e^{i\omega t}$$

Somit kann die Gleichung (4.2) wieder wie in **Kapitel 3** umgeformt werden zu

$$\left\{ -\alpha^2 \begin{bmatrix} 1 + \mu & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + i\alpha \begin{bmatrix} 2\zeta_H & 0 \\ 0 & 2\zeta_D \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \delta^2 \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \hat{y}_H \\ \hat{z}_D \end{pmatrix} e^{i\omega t} = \begin{pmatrix} -1 - \mu \\ -1 \end{pmatrix} \frac{a_0}{\omega_H^2} e^{i\omega t} \quad (4.3)$$

Damit kann die Lösung des partikulären Anteils ermittelt werden und lautet für \hat{y}_H

$$\hat{y}_H = \frac{a_0}{\omega_H^2} \sqrt{\frac{(-\alpha^2 + \delta^2(1 + \mu))^2 + 4\alpha^2\delta^2(1 + \mu)^2\zeta_D^2}{[2\alpha\delta(\zeta_D + \delta\zeta_H) - 2\alpha^3(\delta(1 + \mu)\zeta_D + \zeta_H)]^2 + [\alpha^4 + \delta^2 - \alpha^2(1 + \delta^2(1 + \mu) + 4\delta\zeta_D\zeta_H)]^2}} \quad (4.4)$$

Abermalig ist erkennbar, dass die dynamische Vergrößerungsfunktion $V_y = \hat{y}_H \frac{\omega_H^2}{a_0}$ nur noch von der bezogenen Erregerkreisfrequenz α und den gewählten Parametern δ_{vorh} , $\zeta_{D,vorh}$ und μ sowie von der Eigendämpfung des Hauptsystems ζ_H abhängig ist.

Für den statischen Fall ($\alpha = 0$) ergibt sich somit ein Vergrößerungsfaktor von $V_y = 1 + \mu$. In diesem Fall wird der Dämpfer nicht aktiviert und führt nur zu einer Erhöhung der Gesamtmasse, wodurch sich aufgrund der Weganregung eine vergrößerte Belastung ergibt.

In Abb. 4.2 sind die Vergrößerungsfunktion V_y für ein gewähltes Massenverhältnis $\mu = 0.05$ abgebildet. In der Abbildung sind die dynamischen Vergrößerungsfunktionen für verschiedene Eigendämpfungen dargestellt. Zum Vergleich ist auch der Verlauf des HS^0 für $\zeta_H = 0.05$ abgebildet.

Die Vergrößerungsfunktionen des ungedämpften Hauptsystems bleiben exakt gleich wie bei der Kraftanregung. Der Maximalwert ergibt sich dabei wieder zu $V_{max} = \frac{1}{2\zeta_H}$.

Für die dynamischen Vergrößerungsfunktionen des Schwingungsdämpfers ergeben sich durch die Weganregung größere Maximalwerte als durch die Kraftanregung. Zu erkennen ist wieder, dass durch die größeren Eigendämpfungen die Maximalwerte reduziert werden. Ersichtlich ist auch, dass die Bandbreite der maßgebenden Frequenzen vergrößert wird. Für $\alpha = 0$ ergibt sich wie zuvor erklärt, für das System mit Dämpfer, ein Vergrößerungsfaktor von $V_y = 1 + \mu$. Ansonsten

ist der Verlauf zu jenem durch die Kraftanregung sehr affin. Darum sind in den nachfolgenden Untersuchungen ähnliche Ergebnisse wie bei der Kraftanregung zu erwarten.

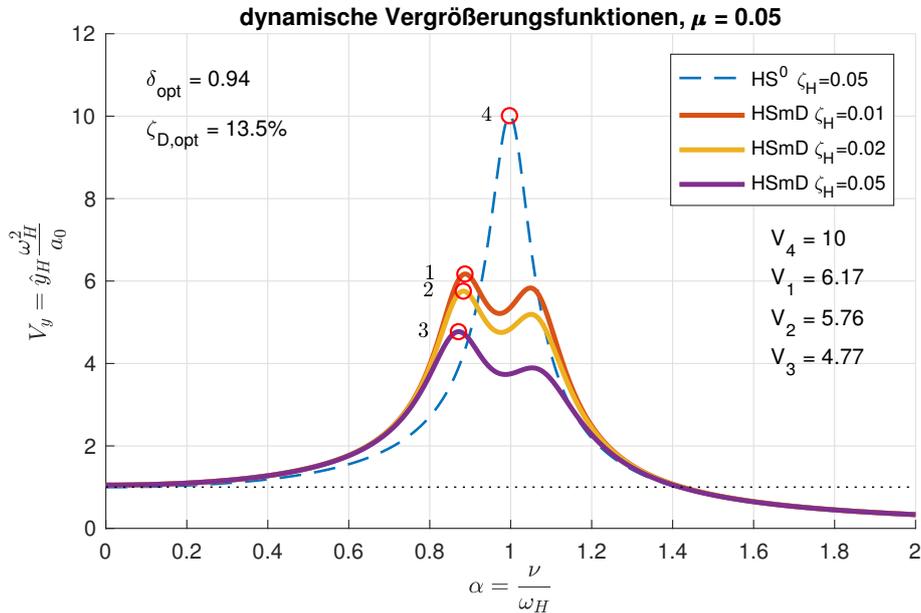


Abb. 4.2: dynamische Vergrößerungsfunktion für eine rein harmonische Weganregung

4.1 Auswirkungen von einer harmonischen Weganregung mit bestimmter Anzahl an Sinushalbwellen

Die nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich auf die Auswirkungen von einer harmonischen Weganregung mit bestimmter Belastungsdauer auf den Schwingungsdämpfer. Die Ergebnisse werden wieder mit jenen des ungedämpften Hauptsystems (HS^0) verglichen, um die Effektivität des Dämpfers zu beschreiben.

Der Berechnungsablauf ist mit den aus **Kapitel 3** nahezu komplett identisch. Der einzige Unterschied besteht in der Belastungsfunktion, die nun aus einer harmonischen Weganregung besteht.

Folgende Differentialgleichung wurde mit dem numerischen Integrationsverfahren nach *Newmark* berechnet

$$\begin{bmatrix} m_H & 0 \\ 0 & m_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_H \\ \ddot{y}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_H + c_D & -c_D \\ -c_D & c_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_H \\ \dot{y}_D \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_H + k_D & -k_D \\ -k_D & k_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_H \\ y_D \end{pmatrix} = F(t) \quad (4.5)$$

Dabei ergibt sich die Belastungsfunktion aus der Multiplikation der Massenmatrix mit dem Richtungsvektor \vec{e} und der Bodenbeschleunigung.

$$F(t) = \tilde{\mathbf{M}} \vec{e} a_0 \sin(\nu t) = \begin{bmatrix} m_H & 0 \\ 0 & m_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} a_0 \sin(\nu t) \quad (4.6)$$

Die Ergebnisse können mit denen der Krafteinwirkung durch eine harmonische verglichen werden.

Harmonische Weganregungen mit 1 Welle

In Abb. 4.3 sind die Vergrößerungsfunktionen für das $HSmD$ sowie für das HS^0 gegeben. Das Massenverhältnis beträgt dabei 5% und die Eigendämpfung wurde mit $\zeta_H = 0.01$ angenommen. Die Vergrößerungsfunktionen des $HSmD$ sind wieder als Volllinie dargestellt, die des HS^0 als Strichlinie.

Der Verlauf ist dem bei der Kraftanregung sehr ähnlich. Ersichtlich ist jedoch, dass die Vergrößerungsfaktoren für das Hauptsystem fast überall größer sind, als jene des ungedämpften Hauptsystems. Somit ergibt sich auch der negative Reduktionsfaktor von ca. -3%. Dies bedeutet, dass es bei dieser Belastung zu einer Vergrößerung der Schwingungsamplituden aufgrund des zusätzlichen Dämpfers kommt. Erklärung dafür ist die zusätzliche Belastung durch die Zusatzmasse m_D aufgrund der Weganregung. Der Dämpfer wird während der Belastung aufgrund der kurzen Dauer nicht aktiv.

Der Maximalwert beim ungedämpften Hauptsystem entspricht exakt jenem durch die Kraftanregung. Die Vergrößerungsfaktoren des $HSmD$ sind geringfügig größer als bei der Kraftanregung.

Für den statischen Fall ($\alpha = 0$) kann man erkennen, dass der Vergrößerungsfaktor beim $HSmD$ $1 + \mu$ und beim HS^0 1 beträgt.

Aufgrund der zusätzlichen Belastung des Dämpfers durch die Weganregung, ergeben sich vergrößerte Differenzverschiebungen z_D .

Für die Fälle der vergrößerten Eigendämpfung ζ_H ergeben sich sehr ähnliche Ergebnisse und der Reduktionsfaktor bleibt bei ca. -3%. Durch die Erhöhung des Massenverhältnisses μ wird dieser Effekt sogar noch etwas verstärkt, da dadurch die Belastung durch die größere Gesamtmasse erhöht wird. Dabei ergeben sich Reduktionsfaktoren von ca. -4 bis -5%.

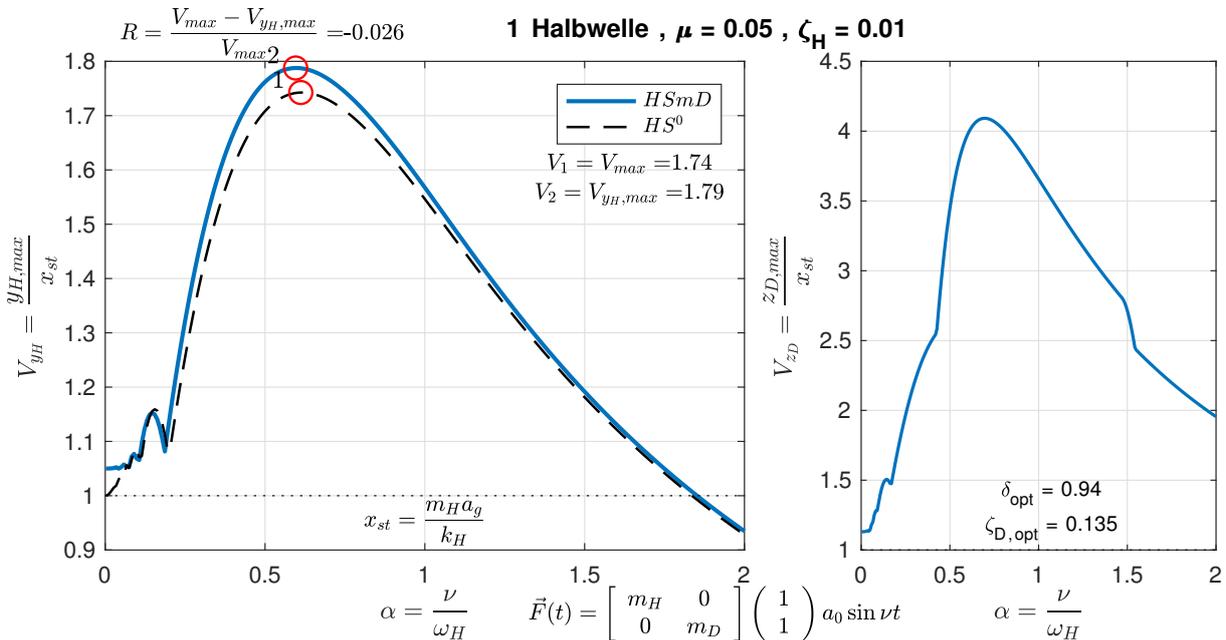


Abb. 4.3: Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Beim zeitlichen Verlauf der Schwingungen ist wieder ein sehr ähnliches Verhalten wie bei der Kraftanregung zu erkennen (siehe Abb. 4.4).

Trotz des negativen Reduktionsfaktors ist wieder der positive Effekt in der Reduktion des Nachschwingverhaltens beim Hauptsystem gegeben. Somit ist auch in diesem Fall die Wirksamkeit des Dämpfers gegeben. Dies gilt auch für die Fälle einer vergrößerten Eigendämpfung ζ_H sowie für ein größeres Massenverhältnis μ .

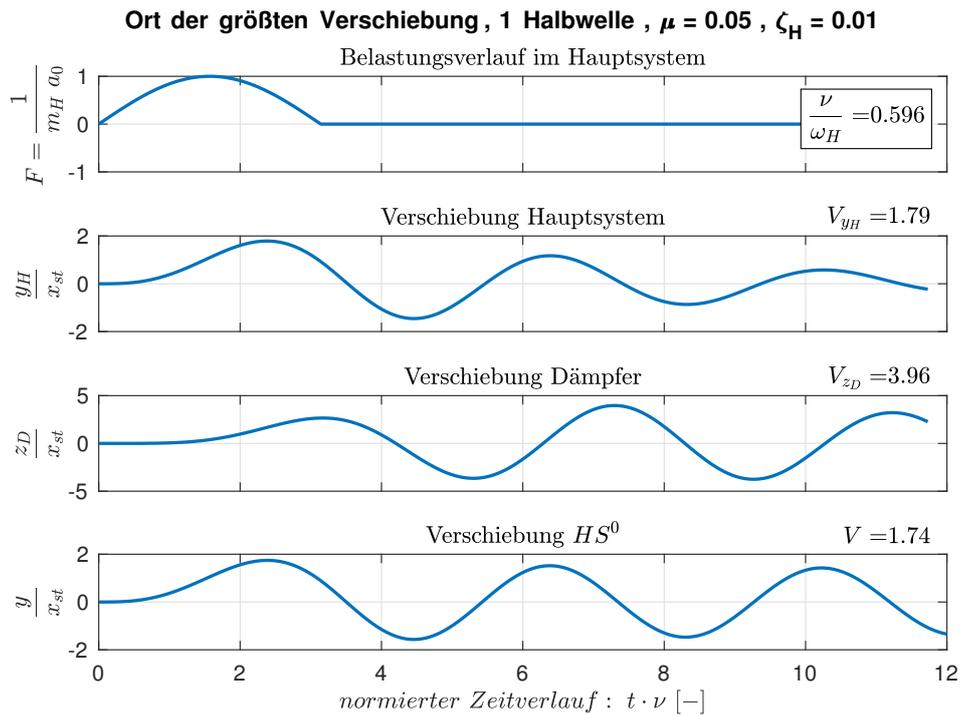


Abb. 4.4: max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Harmonische Weganregungen mit 2 Wellen

Nachfolgend wird auf die Ergebnisse für die Anregung mit 2 Halbwellen eingegangen.

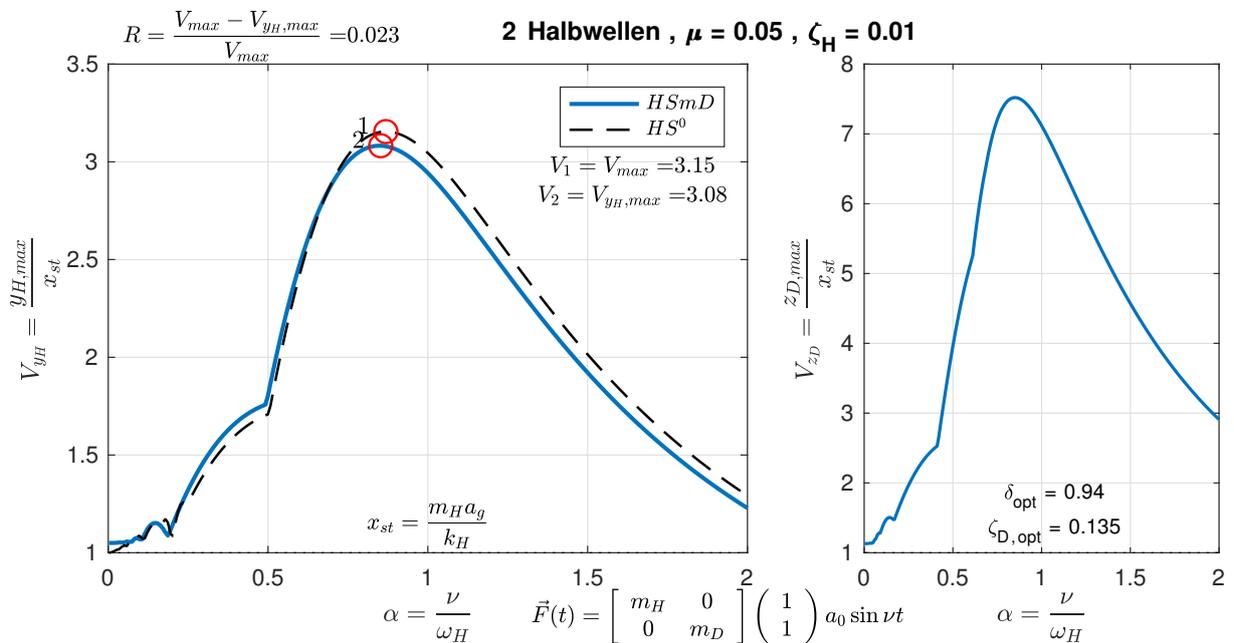


Abb. 4.5: Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

In Abb. 4.5 sind die Vergrößerungsfunktionen für $\mu = 0.05$ und $\zeta_H = 0.01$ dargestellt. Bereits nach 2 Halbwellen ergibt sich wieder ein positiver Reduktionsfaktor. Der Verlauf ist jenem durch die Kraftanregung sehr ähnlich. Die maximalen Vergrößerungsfaktoren sind etwas größer als bei

der Kraftanregung. Bei kleinen Erregerfrequenzen bleibt die Vergrößerungsfunktion des $HSmD$ größer als jene des HS^0 .

Bei einer größeren Eigendämpfung ergeben sich generell wieder kleinere Maximalwerte, jedoch kommt es zu einer Verringerung des Reduktionsfaktors. Durch ein größeres Massenverhältnis ergibt sich nun wieder ein größerer Reduktionsfaktor.

Bei den kleineren Erregerfrequenzen sind die Auswirkungen der Weganregung zu erkennen (siehe Abb. 4.6). Durch die Weganregung wird der Dämpfer zu Schwingungen angeregt. Dies ist in der Abbildung durch die Schwingung des Dämpfers mit der Erregerfrequenz ersichtlich. Zusätzlich wird der Dämpfer durch die Eigenschwingungen des Hauptsystems angeregt. Dadurch werden die Eigenschwingungen im Hauptssystem gedämpft.

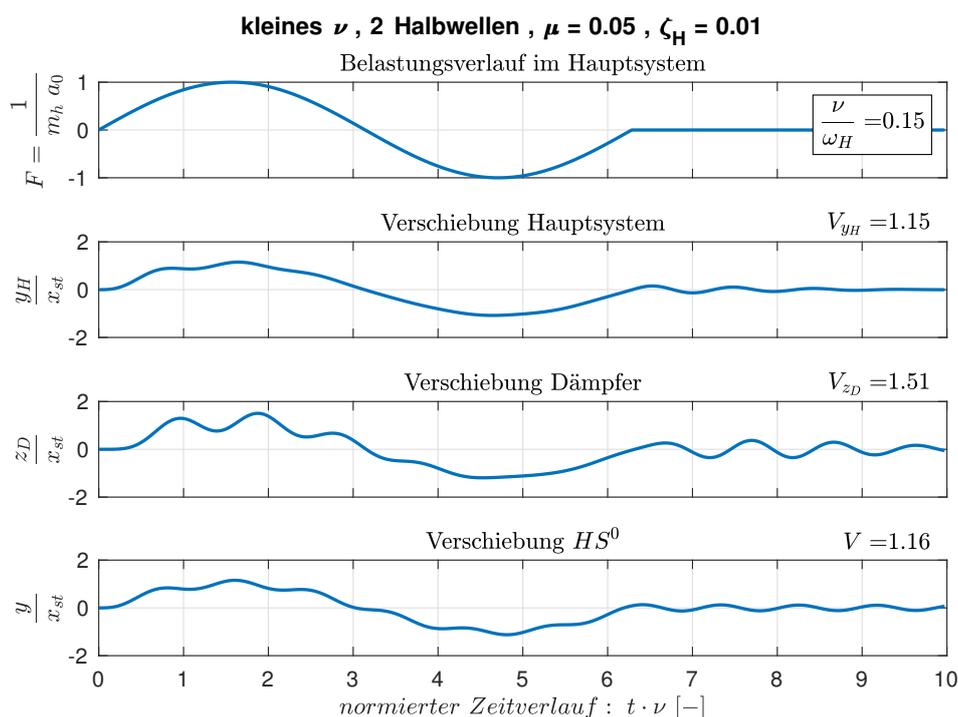


Abb. 4.6: Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Harmonische Weganregungen mit 5 Wellen

Nachfolgend sind die Ergebnisse für die Weganregung mit 5 Halbwellen gegeben. In Abb. 4.7 sind die Vergrößerungsfunktionen für $\zeta_H = 0.01$ und $\mu = 0.05$ dargestellt. Der Verlauf ist wieder jenem der Kraftanregung sehr ähnlich. Generell ist festzustellen, dass die Vergrößerungsfaktoren durch die Weganregung etwas größer sind. Der Reduktionsfaktor beträgt hierbei knapp 25%. Der maximale Vergrößerungsfaktor durch 5 Halbwellen entspricht wieder ca. 90% des Maximalwertes der dynamischen Vergrößerungsfunktion. Auch die Auslenkungen des Dämpfers fallen größer aus.

Für die kleinen Erregerfrequenzen ist wieder zu erkennen, dass die Vergrößerungsfaktoren des $HSmD$ größer sind als jene des HS^0 .

Für die Fälle der größeren Eigendämpfung bzw. des größeren Massenverhältnisses ergeben sich wieder die gleichen Effekte wie zuvor beschrieben.

Auch die Verschiebungsverläufe zeigen wieder ein sehr ähnliches Verhalten und werden daher nicht mehr aufgelistet. Durch den Schwingungsdämpfer werden die Nachschwingungen wirksam gedämpft.

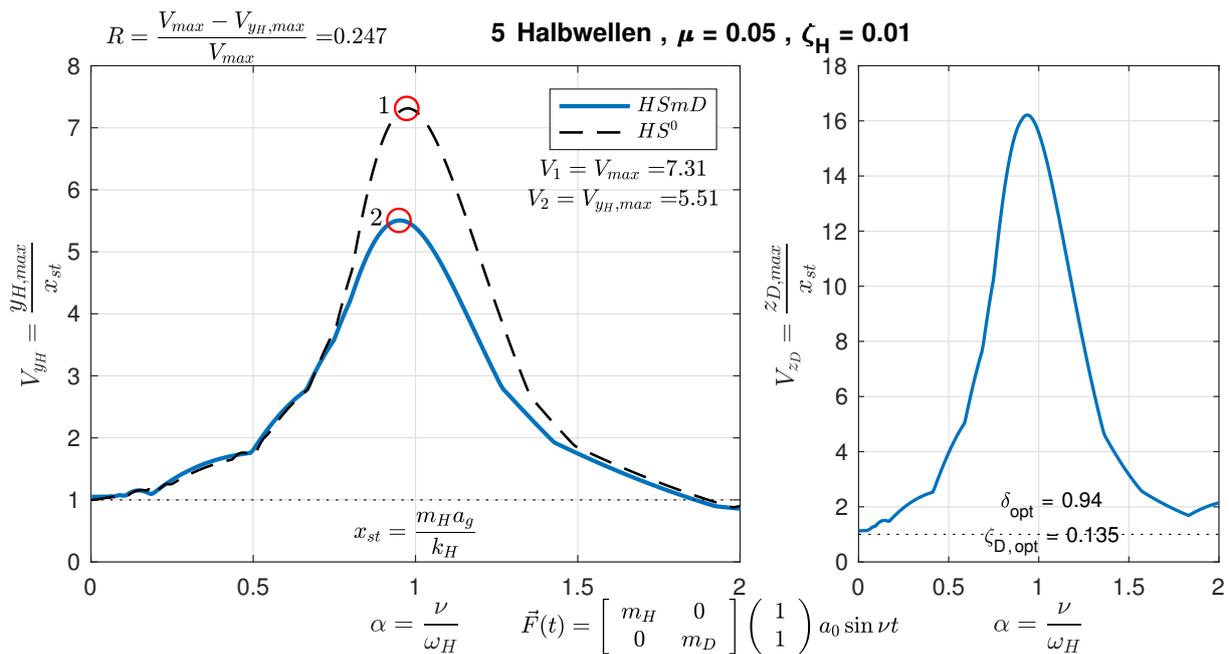


Abb. 4.7: Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

Vergleich der harmonischen Anregung mit verschiedener Anzahl an Halbwellen

Nachfolgend werden die zuvor gemachten Ergebnisse miteinander verglichen. In Abb. 4.8 sind die Vergrößerungsfunktionen für die verschiedenen Anzahlen an Sinushalbwellen abgebildet. Dabei sind die Funktionen des $HSmD$ mit dicker Volllinie und die Funktion des HS^0 strichliert dargestellt.

Erneut ist zu erkennen, dass beim Hauptsystem bereits nach 5 Halbwellen 90% des Maximalwertes der dynamischen Vergrößerungsfunktion erreicht sind. Nach 30 Wellen sind 100% erreicht. Nachfolgend werden die Reduktionsfaktoren pro Wellenzahl untersucht.

In Abb. 4.9 sind die Verläufe der Reduktionsfaktoren dargestellt. Die Volllinien zeigen wieder den Verlauf für das Massenverhältnis $\mu = 0.05$, die strichlierten Linien für $\mu = 0.08$. Die verschiedenen Farben stehen je für eine bestimmte Eigendämpfung ζ_H .

Aus dem Verlauf ist zu erkennen, dass sich bis zu zwei Halbwellen ein negativer Reduktionsfaktor für alle Fälle ergibt. Dabei ist kein großer Unterschied für die verschiedenen Eigendämpfungen zu sehen. Jedoch führt hier ausnahmsweise ein größeres Massenverhältnis zu einer Verschlechterung. Dies ergibt sich aufgrund der Belastung durch die Weganregung, die mit steigendem Gesamtgewicht vergrößert wird. Bereits nach 2 Halbwellen sind wieder positive Reduktionsfaktoren gegeben.

Generell ist festzuhalten, dass ab 2 Halbwellen ein vergrößertes Massenverhältnis zu einer besseren Reduktion führt. Durch die Erhöhung der Eigendämpfung kommt es zwar zu einer Reduktion der Vergrößerungsfaktoren, jedoch sinkt dadurch auch der Reduktionsfaktor.

Im Vergleich zur Kraftanregung ist erkennbar, dass die Reduktionsfaktoren für alle Fälle etwas geringer ausfallen. Nach 30 Halbwellen sind die Unterschiede jedoch nur noch sehr gering.

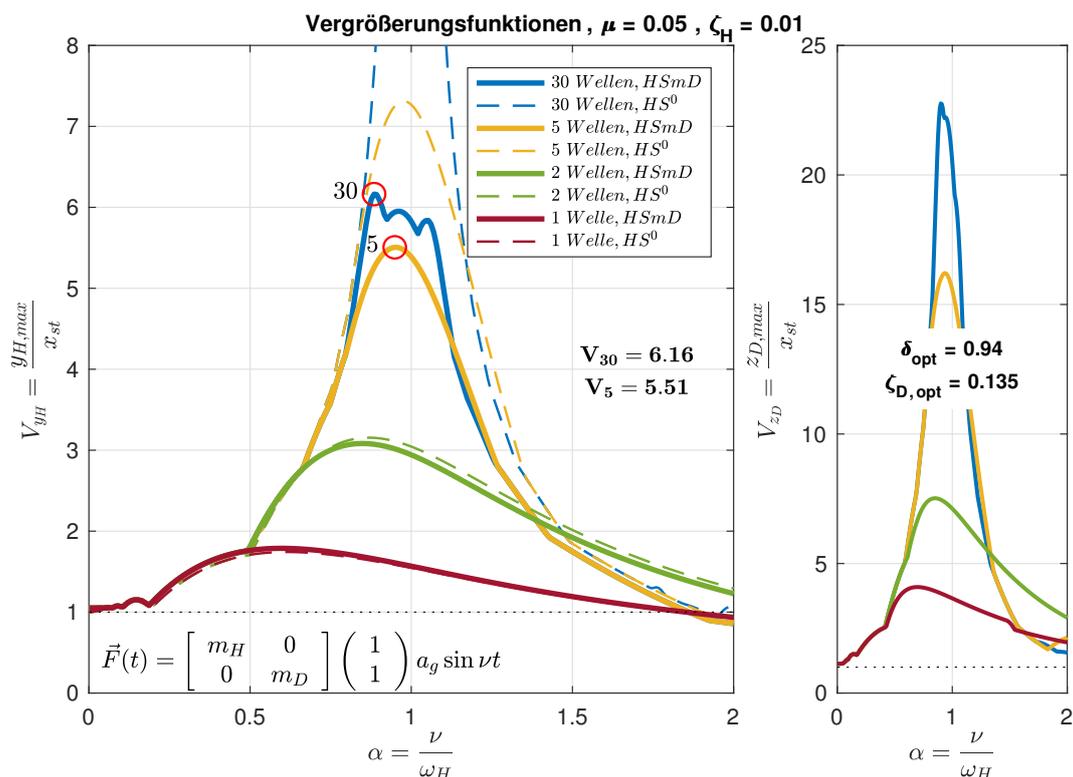


Abb. 4.8: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)

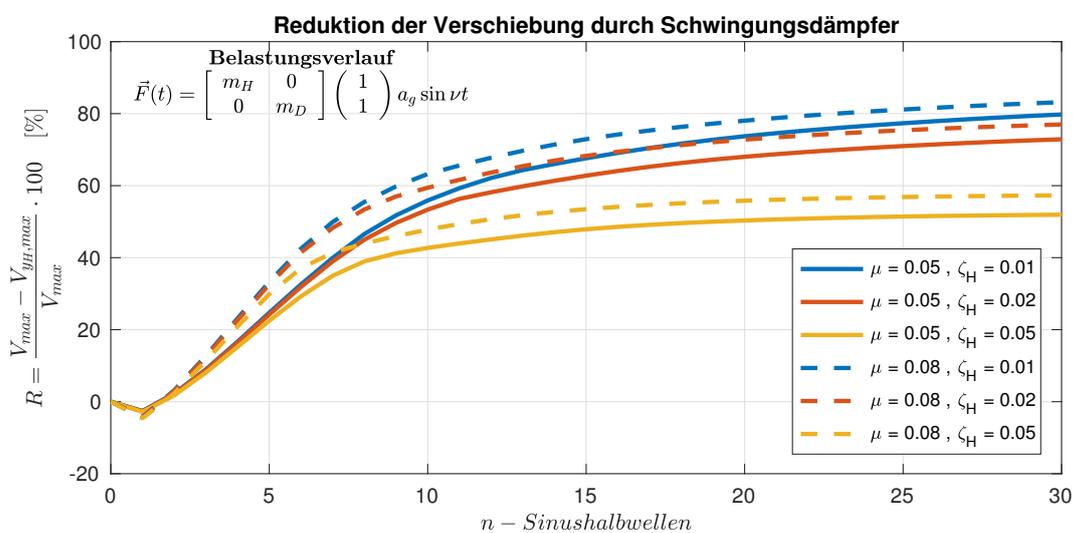


Abb. 4.9: Reduktionsdiagramm bei einer harmonischen Weganregung mit n - Sinushalbwellen

4.2 Schlussfolgerung zum Schwingungsdämpfer unter kurzzeitigen Einwirkungen

Aus den zuvor gemachten Untersuchungen können folgende Schlüsse gezogen werden.

- Die Reduktionsfaktoren sind für kurzzeitige Einwirkungen eher niedrig, steigen jedoch mit zunehmender Belastungsdauer steil an. Nach einigen Halbwellen ergeben sich bereits Verschiebungsamplituden, welche 80–90% der maximalen Auslenkungen entsprechen. Der

weitere flache Anstieg des Reduktionsfaktors ist dann hauptsächlich nur noch auf die Zunahme der Auslenkungen des ungedämpften Hauptsystems zurück zu führen.

- Bei kurzzeitigen Einwirkungen spielt die vorhandene Eigendämpfung bezüglich des Reduktionsfaktors noch nicht so eine große Rolle, wie bei den langzeitigen. Bei kleinen Eigendämpfungen ist die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers am größten.
- Die Dämpfung des Nachschwingverhaltens im Hauptsystem ist bei allen Untersuchungen gegeben. Dies führt trotz der geringen Reduktionsfaktoren bei kurzzeitigen Einwirkungen zur Wirksamkeit der Schwingungsdämpfer. Dieser Effekt ist vor allem bei kleinen Eigendämpfungen am größten, da das System ohne Dämpfer (HS^0) lange nach schwingt.
- Ein größeres Massenverhältnis α führt generell zu einer Erhöhung der Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers. Nicht nur der Reduktionsfaktor wird erhöht, sondern auch die Schwingungen nach Belastungsende werden noch besser gedämpft.
- Ebenso für die Belastung mit zwei gleichzeitig wirkenden harmonischen Anregungen kann folgendes festgehalten werden. Der Faktor β spielt bei den kurzzeitigen Einwirkungen auf den Reduktionsfaktor keine große Rolle. Bei länger andauernden Belastungen ergeben sich jedoch für eng aneinander liegende Erregerfrequenzen deutliche Verschlechterungen des Reduktionsfaktors. Dies liegt aber vorrangig daran, dass die maximalen Auslenkungen des ungedämpften Hauptsystems durch die zweite Erregerfrequenz deutlich verringert werden und sich somit der Reduktionsfaktor verkleinert.
- Die Abstimmung der optimalen Parameter auf die Eigendämpfung ζ_H spielt für kurzzeitige Anregungen kaum eine Rolle. Da Schwingungsdämpfer vor allem bei Systemen mit geringer Eigendämpfung angewendet werden, führt die Abstimmung auch bei langen Anregungen nur zu einer geringen Verbesserung.
- Zusätzlich kann festgehalten werden, dass geringe Abweichungen der optimalen Parameter bei kurzzeitigen Einwirkungen keine so große Rolle spielen, wie bei langen Anregungen. Dies kann mit der zuvor gemachten Anmerkung begründet werden. Die Abstimmung auf die Eigendämpfung brachte kaum Änderungen in den Ergebnissen für kurzzeitige Einwirkungen.

Kapitel 5

Untersuchung der Basisisolierung für eine bestimmte harmonische Weganregung

In diesem Kapitel werden die Auswirkungen einer Weganregung mit bestimmter Belastungsdauer auf ein System mit Basisisolierung untersucht. Das Grundprinzip wurde in **Kapitel 1.3** erklärt. Nachfolgend sind nochmals die dort definierten Größen angegeben.

$$\omega_H = \sqrt{\frac{k_H}{m_H}} \quad T_H = \frac{2\pi}{\omega_H} \quad \zeta_H = \frac{c_H}{2m_H\omega_H} \quad (5.1)$$

$$\omega_{B,eff} = \sqrt{\frac{k_B}{m_H + m_B}} \quad T_{B,eff} = \frac{2\pi}{\omega_{B,eff}} \quad \zeta_{B,eff} = \frac{c_B}{2(m_H + m_B)\omega_{B,eff}} \quad (5.2)$$

$$\mu = \frac{m_H}{m_B} \quad \omega_B = \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} = \omega_{B,eff} \cdot \sqrt{1 + \mu} \quad \zeta_B = \frac{c_B}{2m_B\omega_B} = \zeta_{B,eff} \cdot \sqrt{1 + \mu} \quad (5.3)$$

Wie auch in den vorigen Kapitel werden folgende Begriffsdefinitionen festgelegt. Das Hauptsystem mit Basisisolierung (siehe Abb. 5.1) wird als „Hauptsystem“ bzw. „*HSmB*“ bezeichnet. Für das Hauptsystem ohne Basisisolierung wird die Bezeichnung „ungedämpftes Hauptsystem“ bzw. „*HS⁰*“ verwendet.

In Abb. 5.1 ist das Modell zur Berechnung von Systemen mit Basisisolierung unter Weganregung dargestellt. Die Verschiebungen des Systems ($y_H(t)$ und $y_B(t)$) werden wieder auf die Weganregung des Bodens bezogen und stellen somit die Differenzverschiebungen zwischen Boden und System dar. Von besonderer Bedeutung ist hierbei die Differenzverschiebung zwischen Tragwerk und Basisisolierung $z_H = y_H - y_B$. Daraus resultieren die im Tragwerk vorhandenen Kräfte. Die Verschiebung y_B muss von der Basisisolierung aufgenommen werden.

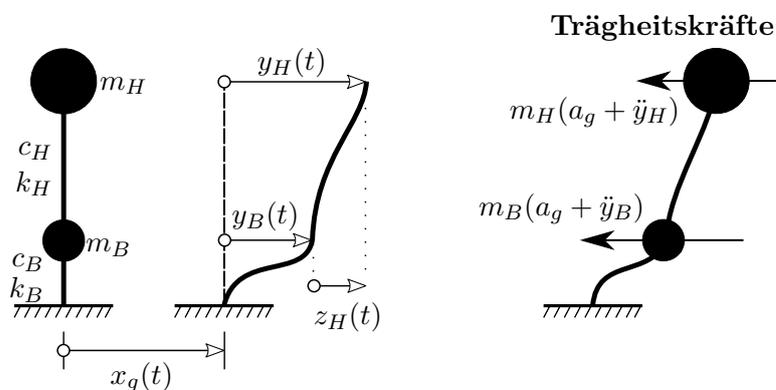


Abb. 5.1: Modell Basisisolierung für Weganregung

Die Belastung des Systems ergibt sich aus den Trägheitskräften zufolge der Verschiebung $x_g(t)$.

$$F(t) = -\tilde{\mathbf{M}}a_g$$

Mit Hilfe des Schnittprinzips können aus der Abb. 5.1 folgende Differentialgleichungen für das System mit Basisisolierung hergeleitet werden.

$$\begin{bmatrix} m_B & 0 \\ 0 & m_H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_B \\ \ddot{y}_H \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_B + c_H & -c_H \\ -c_H & c_H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_B \\ \dot{y}_H \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_B + k_H & -k_H \\ -k_H & k_H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_B \\ y_H \end{pmatrix} = F(t) \quad (5.4)$$

Bei der harmonischen Weganregung ergibt sich die Belastungsfunktion zu

$$F(t) = \tilde{\mathbf{M}} \vec{e} a_0 \sin(\nu t) = \begin{bmatrix} m_B & 0 \\ 0 & m_H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} a_0 \sin(\nu t) \quad (5.5)$$

Die Differentialgleichungen sind sehr ähnlich zu denen des Schwingungsdämpfers. Der Unterschied hier ist, dass im Vergleich zum Schwingungsdämpfer der Index „H“ zum Index „B“ wird und der Index „D“ zum „H“. Darum können die Formeln für die dynamische Vergrößerungsfunktion auch hier verwendet werden.

Die dynamische Vergrößerungsfunktion für die Differenzverschiebung $z_H(t)$ lautet

$$V_{z_H} = \delta^2 \sqrt{\frac{1 + 4\alpha_B^2 \zeta_B^2}{[2\alpha_B \delta (\zeta_H + \delta \zeta_B) - 2\alpha_B^3 (\delta(1 + \mu)\zeta_H + \zeta_B)]^2 + [\alpha_B^4 + \delta^2 - \alpha_B^2 (1 + \delta^2(1 + \mu) + 4\delta \zeta_H \zeta_B)]^2}} \quad (5.6)$$

Die Vergrößerung bezieht sich wieder auf die statische Auslenkung $x_{st} = \frac{a_0}{\omega_H^2}$ und ist somit unabhängig vom gewählten Hauptsystem.

Die in Gleichung (5.6) verwendeten Parameter ergeben sich zu

$$\mu = \frac{m_H}{m_B} \quad \delta = \frac{\omega_H}{\omega_B} = \frac{\omega_H}{\omega_{B,eff} \sqrt{1 + \mu}} \quad \alpha_B = \frac{\nu}{\omega_B} = \frac{\nu}{\omega_H} \delta = \alpha \delta$$

Zur Untersuchung werden folgende Parameter herangezogen.

$$m_B = 2/3 m_H, \quad T_H = 0.4 \text{ sec}, \quad T_{B,eff} = 2.0 \text{ sec}, \quad \zeta_H = 1\%, \quad \zeta_{B,eff} = 10\%$$

$$\Rightarrow \quad \omega_H = \frac{2\pi}{0.4} = 15.71 \text{ Hz} \quad \omega_{B,eff} = \frac{2\pi}{2} = 3.14 \text{ Hz}$$

$$k_H = 15.71^2 \cdot m_H = 246.74 m_H \quad k_B = 3.14^2 (m_H + 2/3 m_H) = 16.45 m_H$$

$$c_H = 2 \cdot 0.01 \cdot 15.71 \cdot m_H = 0.3142 m_H \quad c_B = 2 \cdot 0.10 \cdot 3.14 \cdot (m_H + 2/3 m_H) = 1.0472 m_H$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{16.45 m_H}{2/3 m_H}} = 4.97 \text{ Hz} \quad \zeta_B = \frac{1.0472 m_H}{2 \cdot 2/3 m_H \cdot 4.97} = 15.8 \%$$

$$\mu = \frac{m_H}{2/3 m_H} = 1.50 \quad \delta = \frac{15.71}{4.97} = 3.162$$

In Abb.5.2 ist die dynamische Vergrößerungsfunktion für das Hauptsystem mit Basisisolierung ($HSmB$) dargestellt. Die Funktion ist von vielen Parametern (welche verändert und angepasst werden können) abhängig, jedoch werden in dieser Arbeit nur die Auswirkungen auf die Basisisolierung mit den oben angenommenen Parametern untersucht. Dabei ergibt sich ein Maximalwert von ca. 5.40, welcher kleiner als jener beim Schwingungsdämpfer ist.

Ersichtlich sind auch die Eigenschaften der Basisisolierung. Die erste Eigenkreisfrequenz $\omega_1 = 3.104 \text{ Hz}$ wird maßgebend gegenüber der des HS^0 ($\omega_0 = \omega_H = 15.71 \text{ Hz}$) verkleinert. Der maximale Vergrößerungsfaktor ergibt sich somit bei einer Erregerkreisfrequenz von $\nu = \omega_1$, mit der bezogenen Erregerfrequenz $\alpha = \omega_1/\omega_H = 0.198$. Dadurch wird das System auf kleinere Erregerkreisfrequenzen (bzw. größeren Perioden) anfälliger, jedoch fällt die Differenzverschiebung innerhalb des Systems geringer aus als beim HS^0 ($V_{max} = 1/2\zeta_H$). Die größeren Erregerkreisfrequenzen führen hier zu viel kleineren Differenzverschiebungen innerhalb des Systems als die statische Auslenkung ($x_{st} = a_0/\omega_H^2$). Ein leichter Anstieg ist wieder bei der Anregung mit der zweiten Eigenkreisfrequenz $\omega_2 = 15.71 \text{ Hz}$ ($\alpha = \omega_2/\omega_H = 1.60$) zu erkennen. Dabei schwingt das System hauptsächlich in der zweiten Eigenschwingungsform, welche zu größeren Differenzverschiebungen führt (siehe Abb. 1.7). Aufgrund der geringen effektiven Masse ist auch an dieser Stelle der Vergrößerungsfaktor kleiner als 1.

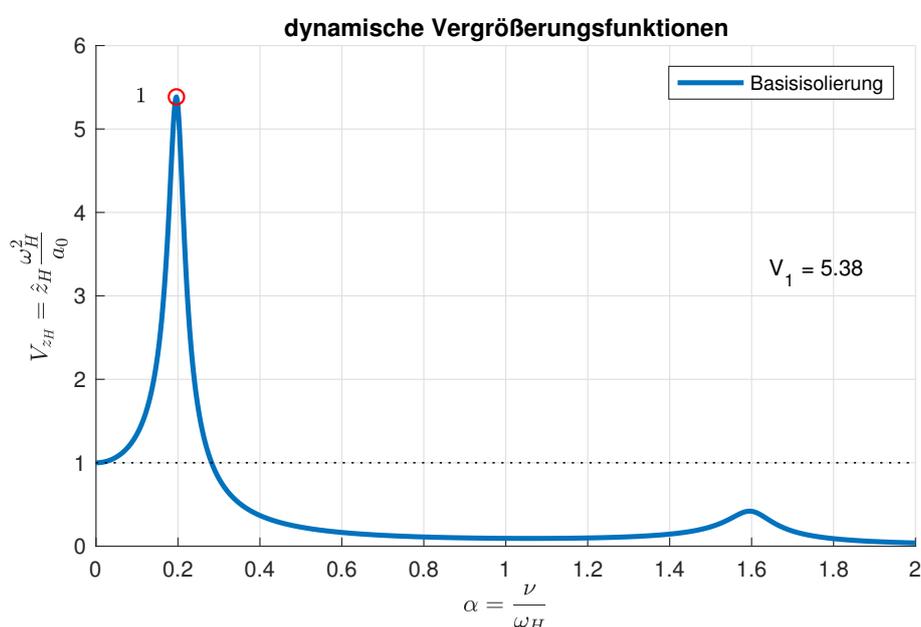


Abb. 5.2: dynamische Vergrößerungsfunktion des $HSmB$

5.1 Auswirkungen von einer harmonischen Weganregung mit bestimmter Anzahl an Sinushalbwellen

Nachfolgend werden die Auswirkungen von kurzzeitigen Weganregungen auf das Hauptsystem mit Basisisolierung untersucht. Als Belastungsfunktion wird wieder eine harmonische Anregung mit bestimmter Anzahl an Sinushalbwellen verwendet. Der Berechnungsablauf ist dem aus **Kapitel 4** fast identisch.

Die Differenzverschiebung z_H kann aus den Verschiebungen y_H und y_B berechnet werden.

$$z_H = y_H - y_B$$

Die Ergebnisse können mit denen des Schwingungsdämpfers unter Weganregung verglichen werden.

Harmonische Weganregungen mit 1 Welle

In Abb. 5.3 sind die Vergrößerungsfunktionen für die Basisisolierung mit den zuvor angeführten Parametern dargestellt. In der linken Abbildung sind die Vergrößerungsfunktionen für die Differenzverschiebung z_H des $HSmB$ und die Verschiebung des HS^0 dargestellt. Der Verlauf des HS^0 ist wieder strichliert dargestellt. In der rechten Abbildung ist die Vergrößerungsfunktion für die Verschiebung innerhalb der Basisisolierung (y_B) gegeben.

In der Abbildung sind die Auswirkungen der Basisisolierung ersichtlich. Die maßgebende Erregerkreisfrequenz wird deutlich verkleinert. Das Hauptsystem mit Basisisolierung wird für kleinere Erregerkreisfrequenzen anfälliger als das HS^0 , jedoch werden die Differenzverschiebungen z_H für die größeren Erregerfrequenzen deutlich reduziert. Vergrößerungsfaktoren größer als 1 treten somit nur in einem sehr schmalen Bereich der Erregerfrequenzen auf. Zusätzlich ist der Maximalwert der Differenzverschiebungen des $HSmB$ kleiner als jener des HS^0 und es kommt somit zu einem Reduktionsfaktor von ca. 9%. Zu beachten ist jedoch, dass sich der Reduktionsfaktor hier nur auf die Differenzverschiebung innerhalb des Tragwerkes bezieht. Die Gesamtverschiebung ($y_H = y_B + z_H$) des Tragwerkes mit Basisisolierung fällt um einiges größer aus als die des HS^0 . Somit bezieht sich der Reduktionsfaktor nicht auf die Reduktion der Gesamtverschiebung, sondern vielmehr auf die Reduktion der entstehenden Kräfte innerhalb des Tragwerkes. Aus den Differenzverschiebungen können die Kräfte innerhalb des Tragwerkes abgeleitet werden (Multiplikation der Verschiebung mit der Steifigkeit).

Die Verschiebungen innerhalb der Basisisolierung (y_B) fallen jedoch sehr groß aus. Der Maximalwert ist hierbei fast 25 mal so groß wie der der Differenzverschiebung des $HSmB$. Über die gesamte Bandbreite der untersuchten Erregerfrequenzen ergeben sich Vergrößerungsfaktoren deutlich größer als eins.

Die Hauptaufgabe bei der Ausführung einer Basisisolierung stellt somit die Aufnahme der Verschiebungen innerhalb der Isolierung dar. Die Isolierung muss dabei die Parameter k_B und c_B aufweisen. Die Anpassung der Parameter auf ein Optimum, beziehungsweise die Kontrolle ob diese möglich sind, ist nicht Teil dieser Untersuchung.

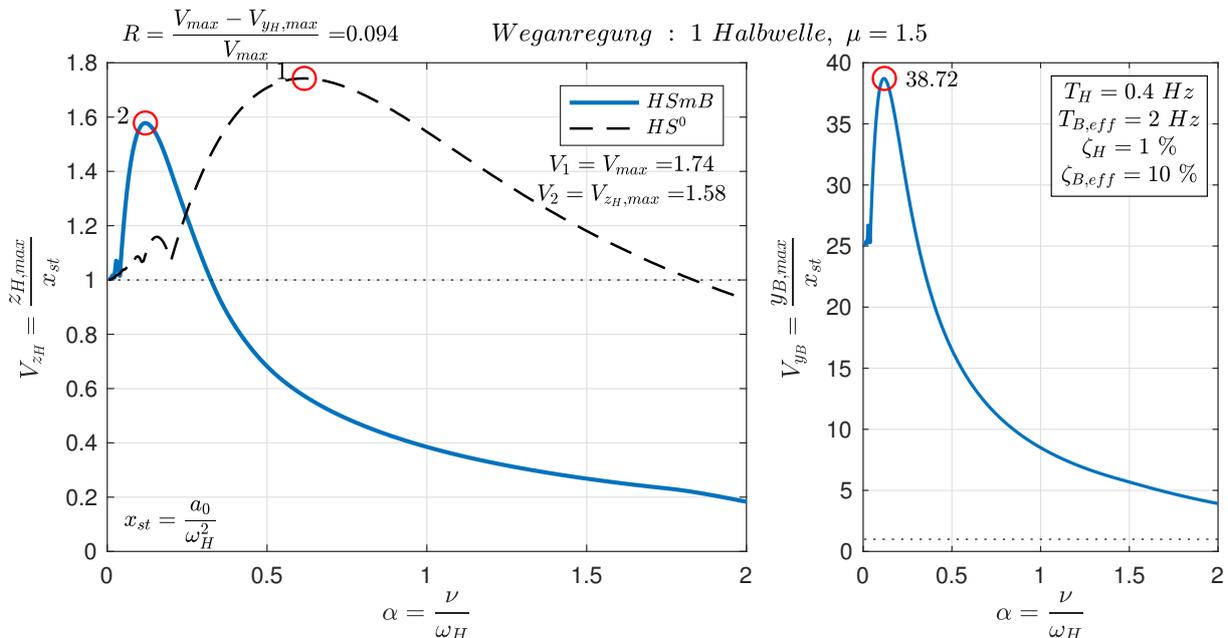


Abb. 5.3: Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 1 Halbwelle

In der Abb. 5.4 sind die Verschiebungsverläufe für die maßgebenden Erregerkreisfrequenzen dargestellt. In der ersten Abbildung ist wieder der Belastungsverlauf angegeben, die restlichen zeigen die Auslenkungen. Ersichtlich ist wieder, dass die maßgebende bezogene Erregerfrequenz bei dem $HSmB$ deutlich geringer ausfällt als beim HS^0 . Die Differenzverschiebung z_H und die Verschiebung innerhalb der Basisisolierung y_B laufen fast synchron ab. Dies liegt daran, dass das System mit Basisisolierung hauptsächlich in der ersten Eigenschwingungsform schwingt.

Auch bei dem Tragwerk mit Basisisolierung klingen die Nachschwingungen viel schneller ab als beim HS^0 . Die erste Eigenschwingungsform hängt maßgebend von den Eigenschaften der Basisisolierung (k_B und c_B) ab. Dadurch ergibt sich eine größere Eigendämpfung des gekoppelten Systems.

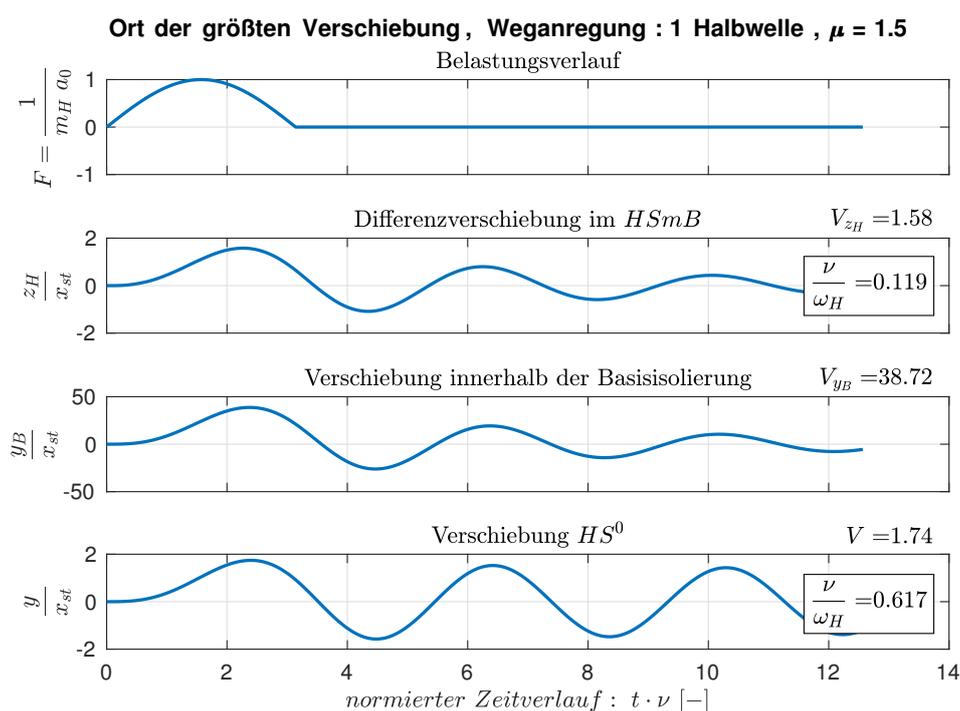


Abb. 5.4: max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 1 Halbwellen

Harmonische Weganregungen mit 2 Wellen

Durch die Erhöhung der Belastungsdauer zeigt sich ein sehr ähnliches Verhalten zu den zuvor gemachten Erkenntnissen. Es kommt zu einer Vergrößerung der Maximalwerte (siehe Abb. 5.5). Der maximale Vergrößerungsfaktor der Differenzverschiebung des $HSmB$ beträgt hierbei $V_{z_H,max} = 2.53$, somit ergibt sich ein Reduktionsfaktor von $R = 19.7\%$. Die Verschiebung innerhalb der Basisisolierung ist wieder ca. 25 mal so groß wie die Differenzverschiebung z_H . Nur im Bereich der ersten Eigenfrequenz des $HSmB$ fallen die Differenzverschiebungen größer als die statische Auslenkung aus. Für größere Erregerfrequenzen kommt es zu deutlichen Reduktionen. Auch die Gesamtverschiebung fällt für größere Erregerfrequenzen deutlich kleiner aus als im Bereich der Eigenkreisfrequenz.

Beim Verschiebungsverlauf der Basisisolierung kann man die guten Dämpfungseigenschaften der Isolierung erkennen (siehe Abb. 5.6). Die maßgebende bezogene Erregerfrequenz liegt bei dem Hauptsystem mit Basisisolierung bei $\alpha = 0.171$.

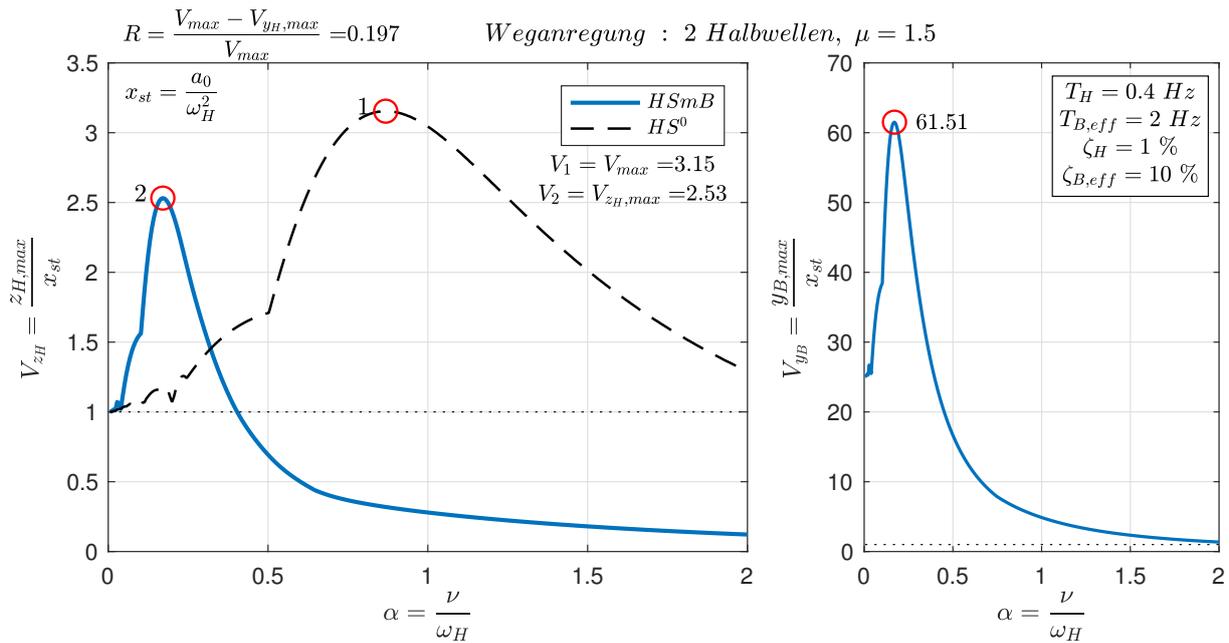


Abb. 5.5: Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 2 Halbwellen

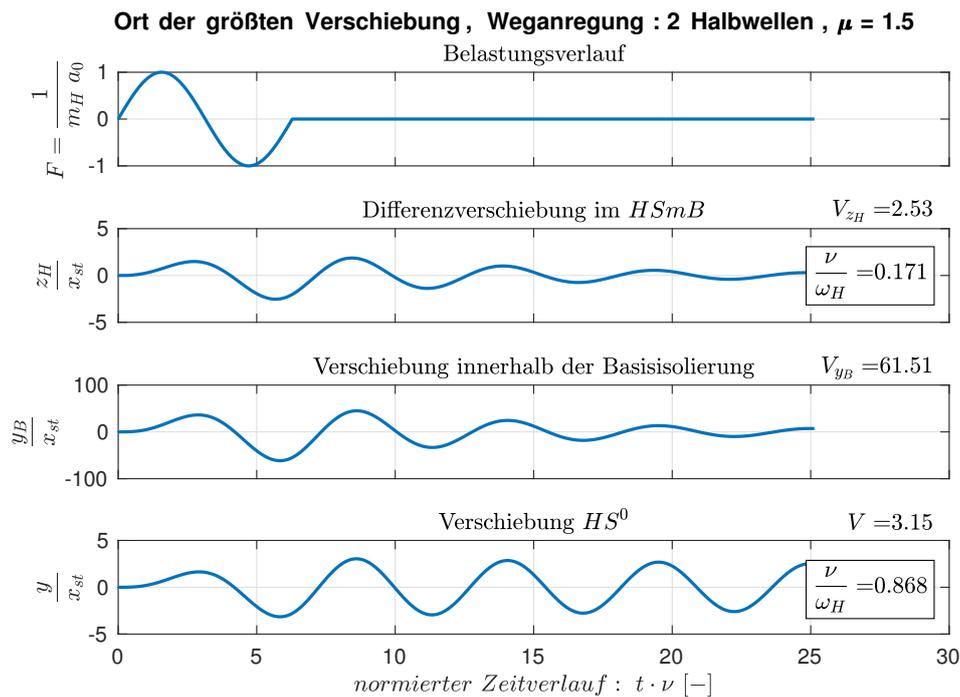


Abb. 5.6: max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 2 Halbwellen

Harmonische Weganregungen mit 3 Wellen

Durch die Anregung mit 3 Sinushalbwellen ergibt sich wieder ein sehr affiner Verlauf der Vergrößerungsfunktionen (siehe Abb. 5.7). Der maximale Vergrößerungsfaktor der Differenzverschiebung z_H beträgt hierbei $V_{zH,max} = 3.27$, welcher wieder geringer als jener des Schwingungsdämpfers ist. Der Reduktionsfaktor wächst auf 28.5% an. Wieder ist der deutliche Abfall außerhalb der maßgebenden Erregerfrequenz beim $HSmB$ zu erkennen. Der maximale Vergrößerungsfaktor der

Verschiebungen innerhalb der Basisisolierung beträgt $V_{y_H,max} = 79.17$. Dies kennzeichnet wieder die großen Gesamtverschiebungen bei der Basisisolierung. Die maßgebenden Erregerfrequenzen wandern immer weiter in Richtung der erste Eigenkreisfrequenz. Dies ist in der Abb. 5.8 zu erkennen. Die Schwingungen werden durch die Isolierung wieder sehr gut gedämpft.

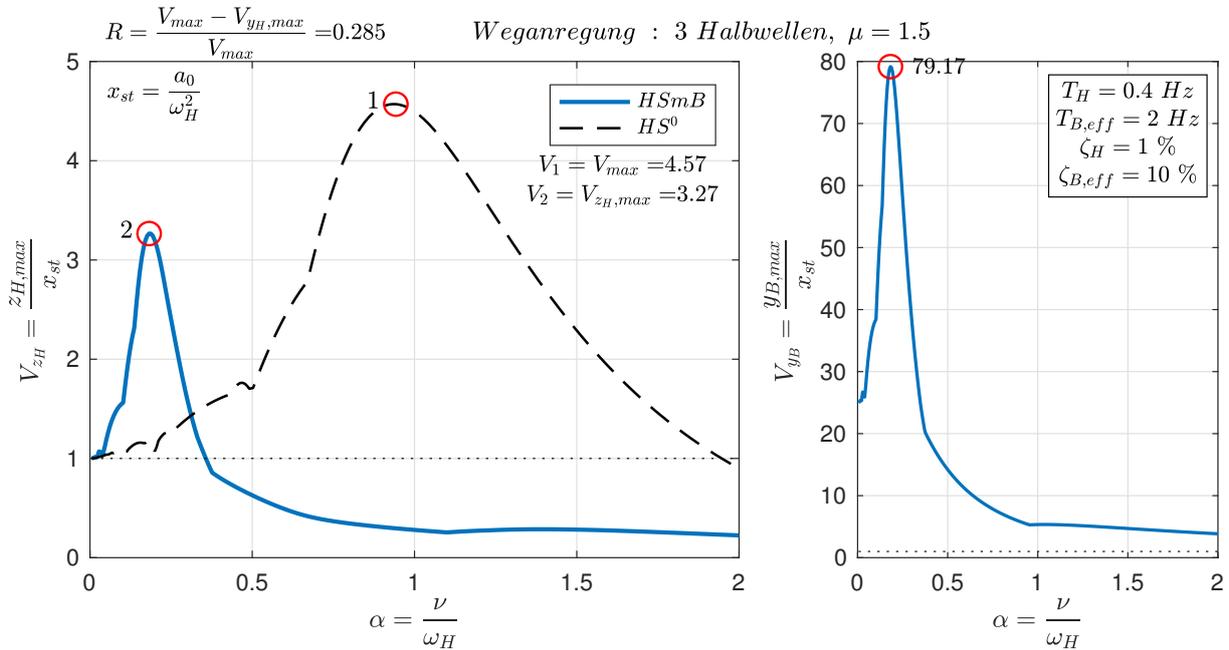


Abb. 5.7: Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 2 Halbwellen

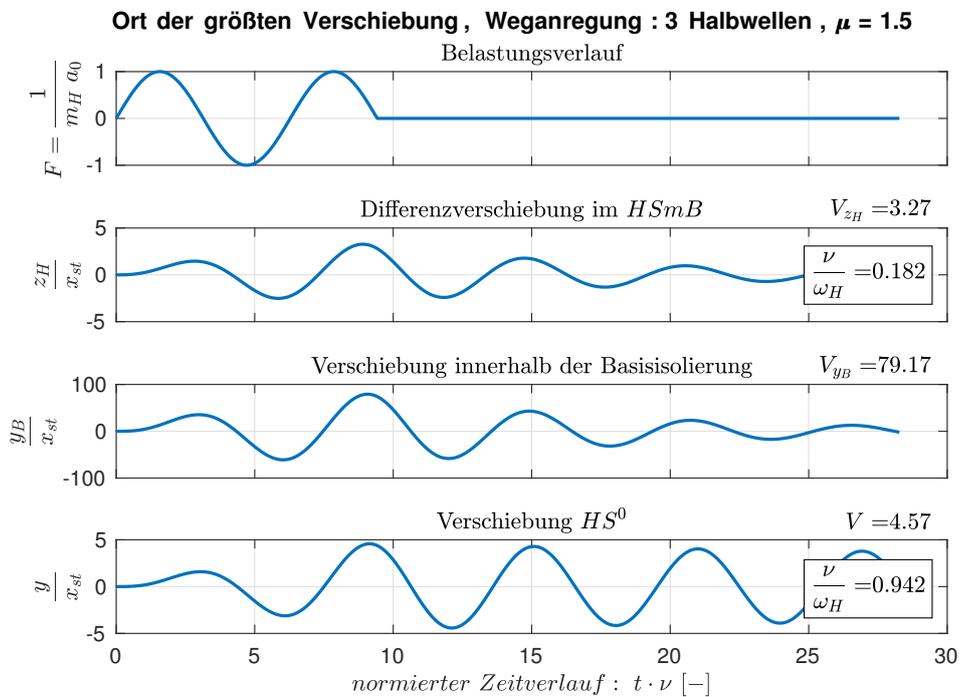


Abb. 5.8: max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 2 Halbwellen

Harmonische Weganregungen mit 5 Wellen

Auch bei weiter steigender Belastungsdauer ändert sich nicht mehr viel am Bild der Vergrößerungsfunktionen. In der Abb. 5.9 sind die Verläufe für die Weganregung mit 5 Halbwellen dargestellt. Ersichtlich ist wieder, dass durch die Basisisolierung die erste Eigenfrequenz deutlich verkleinert wird. Der Reduktionsfaktor steigt weiter an und beträgt in diesem Fall bereits 42%. Erkennbar ist auch, dass die Breitbandigkeit der maßgebenden Erregerfrequenzen durch die Basisisolierung sichtlich verkleinert wird. Die Verschiebungen innerhalb der Basisisolierung (y_H) fallen wieder ca. 25 mal so groß aus. Außerhalb des Bereiches der maßgebenden Erregerfrequenz fallen die Verschiebungen des Hauptsystems mit Basisisolierung sehr viel kleiner aus, auch die Gesamtverschiebungen bleiben in einem akzeptablen Bereich.

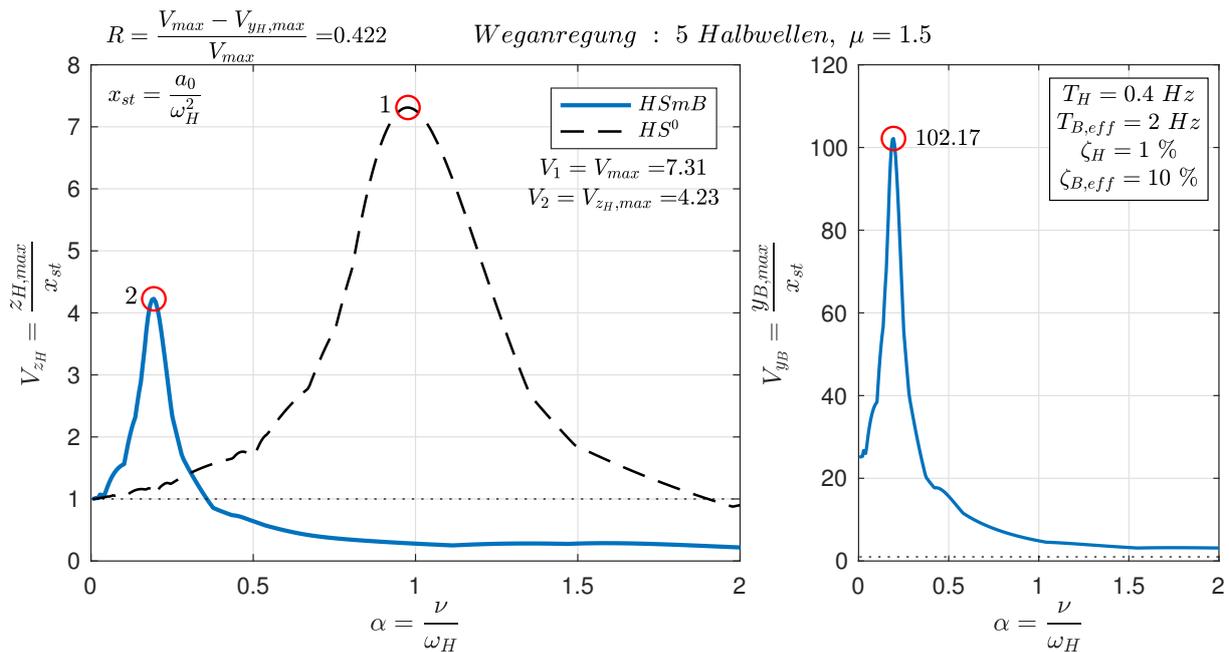


Abb. 5.9: Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 5 Halbwellen

Auch beim zeitlichen Verlauf der Schwingungen (siehe Abb. 5.10) zeigen sich keine großen Änderungen. Die Verschiebungen des Hauptsystems mit Basisisolierung laufen wieder synchron ab. Nach Belastungsende klingen die Schwingungen, aufgrund der hohen Dämpfung der Basisisolierung, schneller ab als beim HS^0 . Die maßgebenden Erregerfrequenzen sind schon sehr nahe an den Eigenkreisfrequenzen.

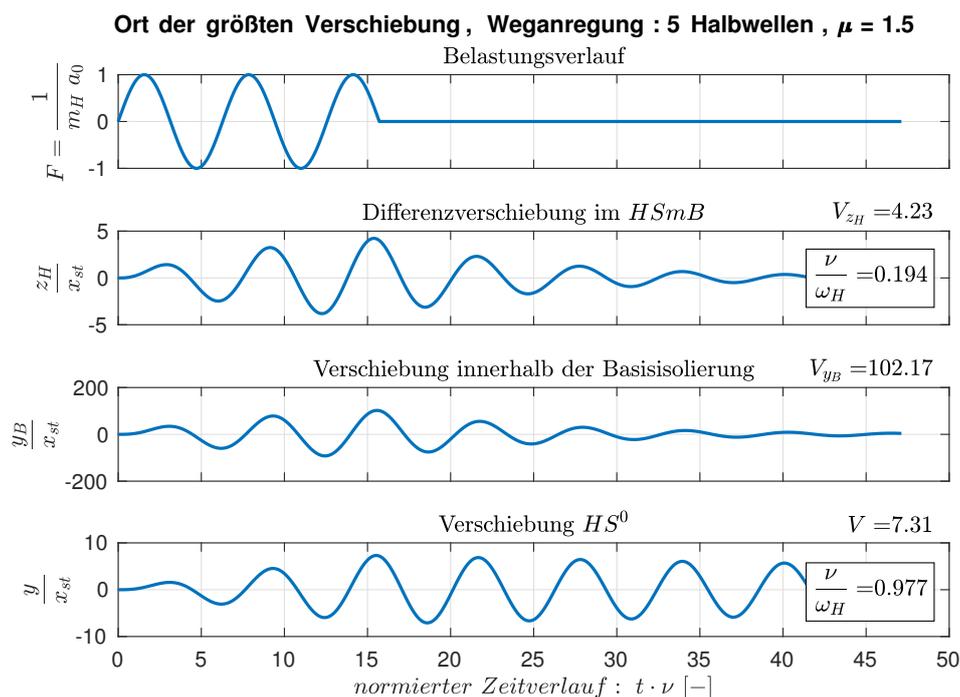


Abb. 5.10: max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 5 Halbwellen

5.2 Vergleich der Ergebnisse der Basisisolierung mit jenen des Schwingungsdämpfers

Zum Schluss werden die Ergebnisse der Basisisolierung mit denen des Schwingungsdämpfers verglichen. In der Tabelle 5.1 sind die maximalen Vergrößerungsfaktoren für eine Weganregung mit bestimmter Anzahl an Halbwellen gegenüber gestellt. Bei der Basisisolierung sind sowohl die Werte für die Differenzverschiebung des Hauptsystems als auch für die Verschiebung innerhalb der Basisisolierung angegeben. Auch beim Schwingungsdämpfer sind die Vergrößerungsfaktoren für das Hauptsystem sowie auch für den Dämpfer angegeben. Der Dämpfer wurde mit einem Massenverhältnis $\mu = 0.05$ und einer Eigendämpfung von 1% optimal eingestellt. Zum Vergleich sind auch die Ergebnisse des HS^0 dargestellt.

Zusätzlich sind die Reduktionsfaktoren für das System mit Basisisolierung und für den Schwingungsdämpfer gegeben.

Aus der Tab. 5.1 können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden.

- Die Vergrößerungsfaktoren der Differenzverschiebung beim HS_mB (V_{zH}) fallen stets kleiner aus als jene des Schwingungsdämpfers (V_{yH}) und des HS^0 . Dies führt dazu, dass die Kräfte im Tragwerk bei der Basisisolierung am geringsten sind und somit optimal reduziert werden. Dies ist am Reduktionsfaktor zu erkennen, welcher sich bei der Basisisolierung nur auf die Reduktion der Differenzverschiebung innerhalb des Tragwerkes bezieht. Die Basisisolierung ist sofort ab der ersten Halbwellen aktiv und führt somit zu einer positiven Reduktion. Auch nach Belastungsende werden die Schwingungen im Hauptsystem durch die Ausbildung einer Basisisolierung effektiv gedämpft.
- Nachteilig sind die großen Verschiebungen innerhalb der Basisisolierung (y_B) anzuführen. Dies ist an den Vergrößerungsfaktoren V_{yB} zu erkennen, welche im untersuchten Fall stets ca. 25 mal so groß ausfielen, als jene der Differenzverschiebung (V_{zH}). Dadurch wird ersichtlich,

Tab. 5.1: Vergleich der maximalen Vergrößerungsfaktoren für eine Weganregung

Anzahl der Halbwellen :		1	1	3	5	20
Basisisolierung $\zeta_{B,eff} = 10\%$, $T_{B,eff} = 2 Hz$ (Reduktionsfaktor)	$V_{zH,max}$	1.58	2.53	3.27	4.23	5.34
	$V_{yB,max}$	38.72	61.51	79.14	102.27	128.87
	R	9%	19.7%	28.4%	42.1%	77.1%
Schwingungsdämpfer $\zeta_H = 1\%$, $\mu = 5\%$ (Reduktionsfaktor)	$V_{yH,max}$	1.79	3.08	4.16	5.51	6.13
	$V_{zD,max}$	4.09	7.52	10.85	16.21	22.74
	R	-2.9%	2.2%	9%	24.6%	73.7%
HS⁰	V_{max}	1.74	3.15	4.57	7.31	23.32

dass die Gesamtverschiebung bei dem Tragwerk mit Basisisolierung immer deutlich größer ausfällt als jene des HS^0 . Auch bei den kurzzeitigen Anregungen tritt dieser Effekt ein. Das heißt, auch bei öfters auftretenden Einwirkungen (z.B.: Windanregung) kommt es zu großen Gesamtverschiebungen, falls keine Gegenmaßnahmen getroffen werden. Dies stellt die Schwierigkeit bei der Auslegung einer Basisisolierung dar. Bei sehr selten auftretenden Einwirkungen (z.B.: starke Erdbeben) können die großen Verschiebungen akzeptiert werden und es kommt dadurch zu einer effektiven Reduktion der entstehenden Kräfte im Tragwerk.

- Beim Schwingungsdämpfer unter Weganregung ist zu erkennen, dass der Vergrößerungsfaktor im Hauptsystem (V_{yH}) bei einer Halbwelle größer ist als jener des ungedämpften Hauptsystems. Dadurch ergibt sich der negative Reduktionsfaktor. Ist die Belastungsdauer länger, treten auch beim Hauptsystem mit Dämpfer positive Reduktionsfaktoren auf. Im Gegensatz zur Basisisolierung beschreibt der Reduktionsfaktor beim Schwingungsdämpfer nicht nur die Reduzierung der Kräfte im System, sondern auch die Reduktion der Gesamtverschiebungen des Hauptsystems. Somit werden beim System mit Dämpfer sowohl die Kräfte, als auch die Gesamtverschiebung des Tragwerkes, effektiv gegenüber dem Einmassenschwinger reduziert. Der Schwingungsdämpfer eignet sich auch zur Aufnahme von öfters eintretenden Einwirkungen.

Kapitel 6

Schlussfolgerungen

Schwingungsdämpfer

Generell ist festzuhalten, dass für alle Untersuchungen die Wirksamkeit des Schwingungsdämpfers gegeben ist. Bei sehr kurzzeitigen zeitlich harmonischen Weganregungen resultiert zwar ein geringer negativer Reduktionsfaktor, jedoch werden auch dafür die Nachschwingungen im Hauptsystem effektiv gedämpft und das System kommt wieder früher in die Ruhelage. Zusätzlich ist zu erwähnen, dass für diese Belastung der Maximalwert der Verschiebungen (aufgrund der kurzen Einwirkungsdauer) relativ gering bleibt.

Der Schwingungsdämpfer erzielt bei einer Kraftanregung bessere Ergebnisse als bei einer Weganregung. Bei Belastung mit mehreren Erregerfrequenzen kommt es zu einer Reduktion der Wirksamkeit des Dämpfers, vor allem dann, wenn die maßgebende Eigenfrequenz und die Erregerfrequenzen ähnlich sind.

Durch den Schwingungsdämpfer wird nicht nur die maximale Amplitude der Gesamtverschiebungen sondern auch die entstehenden Kräfte im Tragwerk effektiv reduziert. Außerdem werden die Nachschwingungen sehr gut gedämpft. Dieser Effekt tritt auch bei kurzzeitigen Einwirkungen ein. Somit besteht die Wirksamkeit des Dämpfers sowohl bei langen sowie auch bei kurzen Anregungen.

Bei kurzzeitigen Anregungen spielen die Abweichungen von den optimalen Parameter keine maßgebende Rolle. Deshalb sollte, wie in Petersen [2] vorgeschlagen, das vorhandene Lehr'sche Dämpfungsmaß des Dämpfungselementes $\zeta_{D,vorh}$ um 20% größer als das optimale gewählt werden. Eine Abstimmung der optimalen Parameter auf die vorhandene Eigendämpfung (ζ_H) kann bei kurzzeitigen Anregungen vernachlässigt werden.

Basisisolierung

Bei der Basisisolierung werden die Differenzverschiebungen (und somit die entstehenden Kräfte im Tragwerk) auch bei kurzzeitigen Anregungen effektiv reduziert. Der Reduktionsfaktor ist für alle Untersuchungen größer als beim Schwingungsdämpfer ausgefallen. Negativ sind die großen Gesamtverschiebungen zu erwähnen, welche auch bei kurz einwirkenden Anregungen entstehen. Die Gesamtverschiebung muss hauptsächlich von der Basisisolierung aufgenommen werden und stellt somit die größte Herausforderung bei der Abstimmung dar.

Maßgebenden Einfluss auf das Tragwerk mit Basisisolierung hat die Steifigkeit und der Dämpfungskoeffizient der Isolierung. Mit Hilfe der geringen Steifigkeit der Basisisolierung wird die erste Eigenkreisfrequenz (ω_1) des Hauptsystems mit Basisisolierung ($HSmB$) deutlich gegenüber der des Hauptsystems ohne Basisisolierung (HS^0) verkleinert. Dies ist ein großer Vorteil der Basisisolierung im Vergleich zum Schwingungsdämpfer. Wenn sich die maßgebenden Erregerkreisfrequenzen in der Nähe der Resonanzstelle des HS^0 befinden, kommt es durch die Anwendung der Basisisolierung zu einer Verschiebung der Eigenfrequenz und somit auch zu einer Verschiebung der Erregerfrequenzen weg von der Resonanzstelle. Dadurch werden die Schwingungen deutlich reduziert. Das $HSmB$ ist für größere Erregerfrequenzen nicht mehr so anfällig wie das HS^0 . Dies macht die Basisisolierung so effektiv bei Erdbebenanregungen. Jedoch steigt die Anfälligkeit gegenüber kleineren Erregerfrequenzen.

Literaturverzeichnis

- [1] A. K. Chopra. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. en. 4. Aufl. Prentice Hall, 2012.
- [2] C. Petersen. *Schwingungsdämpfer im Ingenieurbau*. de. Maurer Söhne GmbH & Company KG, 2001.
- [3] A. Pocanschi und M. Phocas. *Kräfte in Bewegung: Die Techniken des erdbebensicheren Bauens*. de. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2003.
- [4] M. Reiterer. „Schwingungsdämpfung von Baukonstruktionen, insbesondere von Brücken“. de. Dissertation. Technische Universität Wien, 2004.

Abbildungsverzeichnis

1.1	passive Schwingungsdämpfer	2
1.2	Pendeldämpfer	6
	a Modell	6
	b Pendelkräfte	6
1.3	Reibungsdämpfer	7
1.4	Fluiddämpfer	8
	a TLCD	8
	b TLD	8
1.5	Fluiddämpfer - Massenverteilung	8
1.6	Basisisolierung	9
	a ohne Isolierung	9
	b mit Isolierung	9
1.7	Eigenformen	10
1.8	Kinematische Lager	11
1.9	bewehrtes Elastomerlager	12
1.10	Äquivalente Systemeigenschaften	13
2.1	Harmonische Anregung mit 3 Sinushalbwellen	16
2.2	Zwei harmonische Anregungen mit 5 Halbwellen und $\beta = 1.7$	16
2.3	Amplitudenspektrum der Belastung mit 1 Halbwelle	19
2.4	Amplitudenspektrum der Belastung mit 2 Halbwellen	19
2.5	Amplitudenspektrum der Belastung mit 3 Halbwellen	20
2.6	Amplitudenspektrum der Belastung mit 5 Halbwellen	20
2.7	Amplitudenspektrum der Belastung mit 10 Halbwellen	20
2.8	Amplitudenspektrum der Belastung mit 15 Halbwellen	21
2.9	Amplitudenspektrum der Belastung mit 20 Halbwellen	21
2.10	Amplitudenspektrum der periodischen Belastung	21
2.11	Amplitudenspektrum zweier harmonischer Anregungen mit 2 Halbwellen	23
	a $\beta = 1.2$	23
	b $\beta = 1.5$	23
	c $\beta = 1.8$	23
2.12	Amplitudenspektrum zweier harmonischer Anregungen mit 5 Halbwellen	24
	a $\beta = 1.2$	24
	b $\beta = 1.5$	24
	c $\beta = 1.8$	24
2.13	Amplitudenspektrum zweier harmonischer Anregungen mit 10 Halbwellen	25
	a $\beta = 1.2$	25
	b $\beta = 1.5$	25
	c $\beta = 1.8$	25
2.14	Beschleunigungszeitverlauf des „El Centro“ – Erdbebens	26
2.15	Fourierspektrum des „El Centro“ – Erdbebens	26
2.16	Antwortspektrum des „El Centro“ – Erdbebens	27

3.1	Kraftanregung auf passiven Schwingungsdämpfer	28
3.2	dynamische Vergrößerungsfunktion für eine rein harmonische Kraftanregung . . .	30
	a optimale Parameter lt. DEN Hartog	30
	b optimale Parameter abgestimmt auf ζ_H	30
3.3	Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	32
3.4	max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	33
3.5	Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 1 Halbwelle ($\mu =$ 0.05 , $\zeta_H = 0.01$)	33
3.6	Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)	34
3.7	Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)	35
3.8	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	35
3.9	max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	36
3.10	Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 2 Halbwellen ($\mu =$ 0.05 , $\zeta_H = 0.01$)	36
3.11	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)	37
3.12	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)	38
3.13	Vergrößerungsfunktionen für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	39
3.14	max. Verschiebungsverläufe für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	39
3.15	Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 3 Halbwellen ($\mu =$ 0.05 , $\zeta_H = 0.01$)	40
3.16	Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	41
3.17	max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	41
3.18	Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 5 Halbwellen ($\mu =$ 0.05 , $\zeta_H = 0.01$)	42
3.19	Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	43
3.20	Reduktionsdiagramm bei einer harmonischen Kraftanregung mit n - Sinushalb- wellen	43
3.21	Vergleich Reduktionsdiagramm für Abstimmung auf Eigendämpfung	44
3.22	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.3$) . . .	45
3.23	max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.3$) .	46
3.24	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.6$) . . .	47
3.25	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.9$) . . .	47
3.26	Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.3$) . . .	48
3.27	Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.7$) . . .	48
3.28	max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.7$) .	49
3.29	Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für zwei Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H =$ 0.01 und $\beta = 1.2$)	50
3.30	Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für zwei Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H =$ 0.01 und $\beta = 1.7$)	51
3.31	Reduktionsdiagramm bei zwei harmonischen Kraftanregungen mit n - Sinushalb- wellen	51
4.1	Modell Schwingungsdämpfer bei Weganregung	52
4.2	dynamische Vergrößerungsfunktion für eine rein harmonische Weganregung . . .	54
4.3	Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	55
4.4	max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	56
4.5	Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	56
4.6	Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 2 Halbwellen ($\mu =$ 0.05 , $\zeta_H = 0.01$)	57

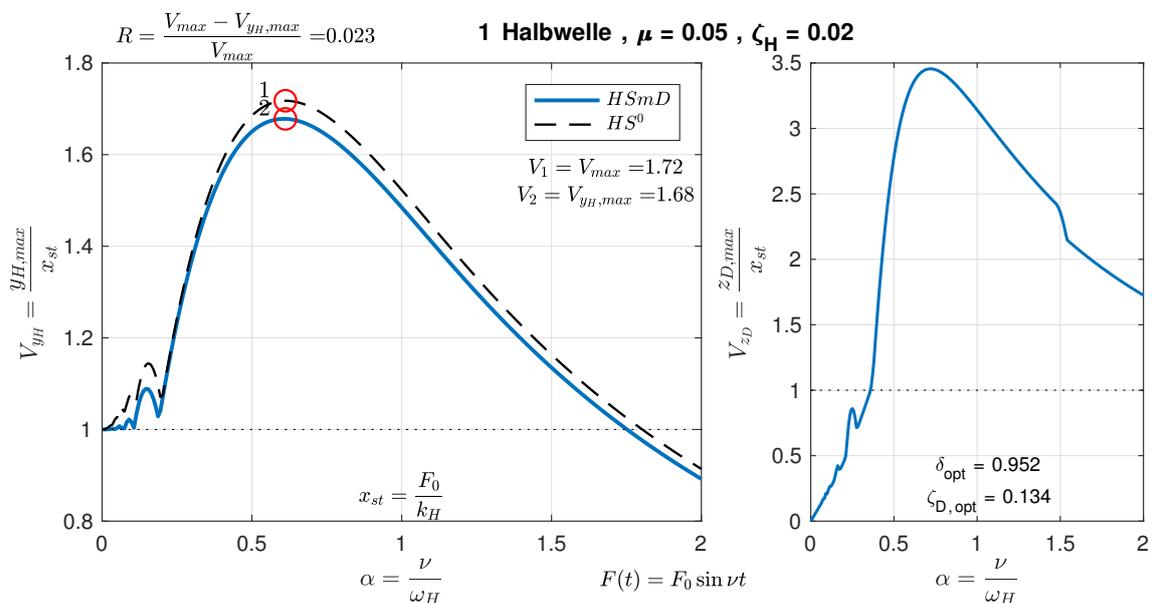
4.7	Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	58
4.8	Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$)	59
4.9	Reduktionsdiagramm bei einer harmonischen Weganregung mit n - Sinushalbwellen	59
5.1	Modell Basisisolierung für Weganregung	61
5.2	dynamische Vergrößerungsfunktion des <i>HSmB</i>	63
5.3	Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 1 Halbwelle	64
5.4	max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 1 Halbwelle	65
5.5	Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 2 Halbwellen	66
5.6	max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 2 Halbwellen	66
5.7	Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 2 Halbwellen	67
5.8	max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 2 Halbwellen	67
5.9	Vergrößerungsfunktionen der Basisisolierung für 5 Halbwellen	68
5.10	max. Verschiebungsverläufe der Basisisolierung für 5 Halbwellen	69

Tabellenverzeichnis

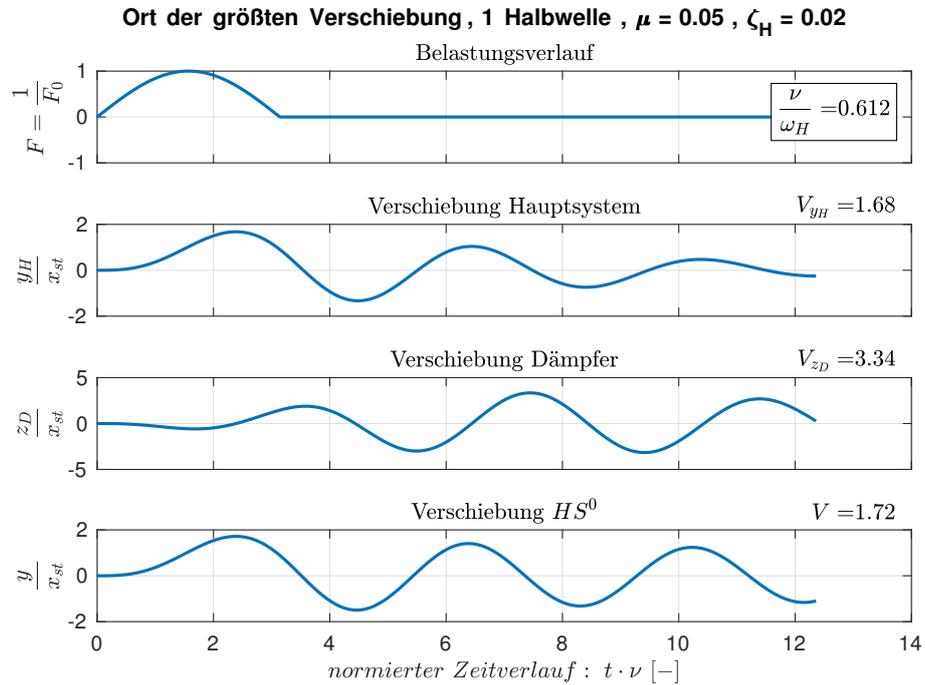
1.1	optimale Parameter nach DEN HARTOG	4
1.2	optimale Parameter eines Schwingungsdämpfers für einen ungedämpften Einmassenschwinger (abh. von der Erregung und dem Optimierungsziel)	5
5.1	Vergleich der maximalen Vergrößerungsfaktoren für eine Weganregung	70

Anhang A: Ergänzende Diagramme für Schwingungsdämpfer und Basisisolierung

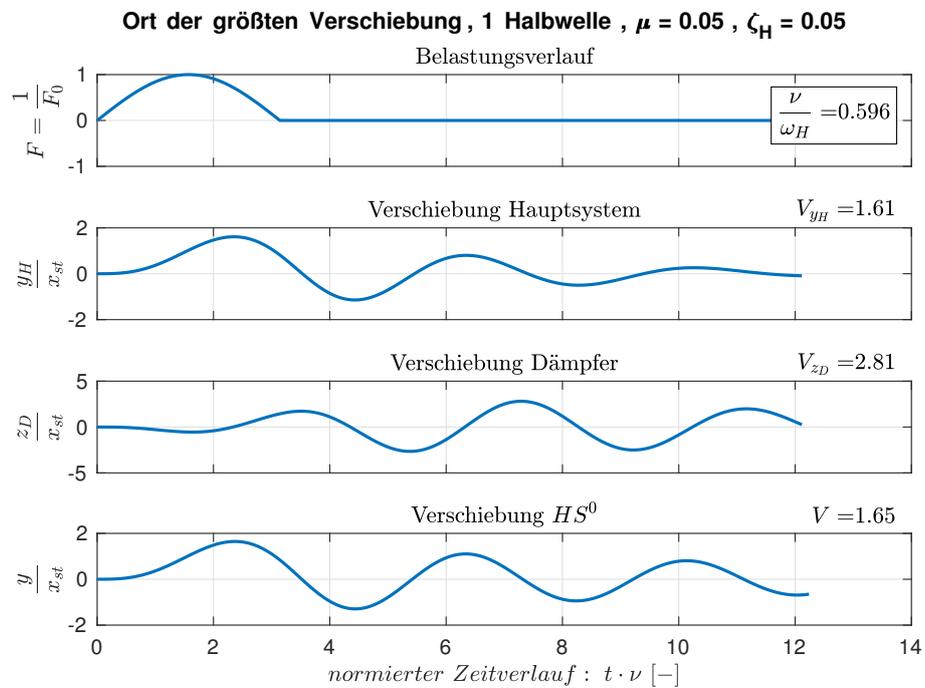
A.1 Schwingungsdämpfer unter einer harmonischen Kraftanregung



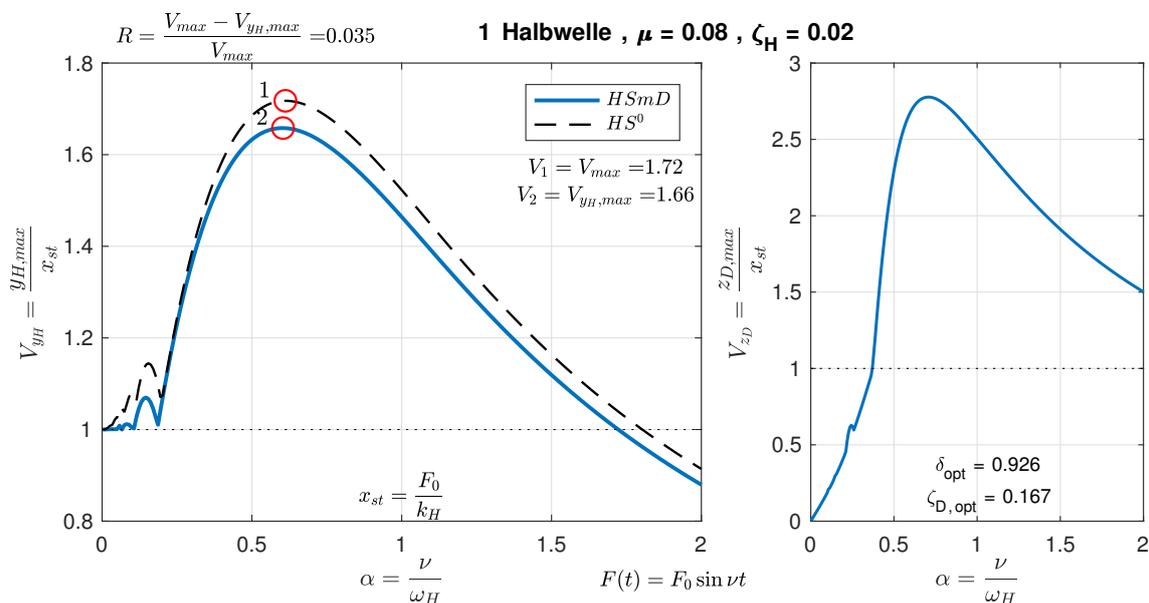
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



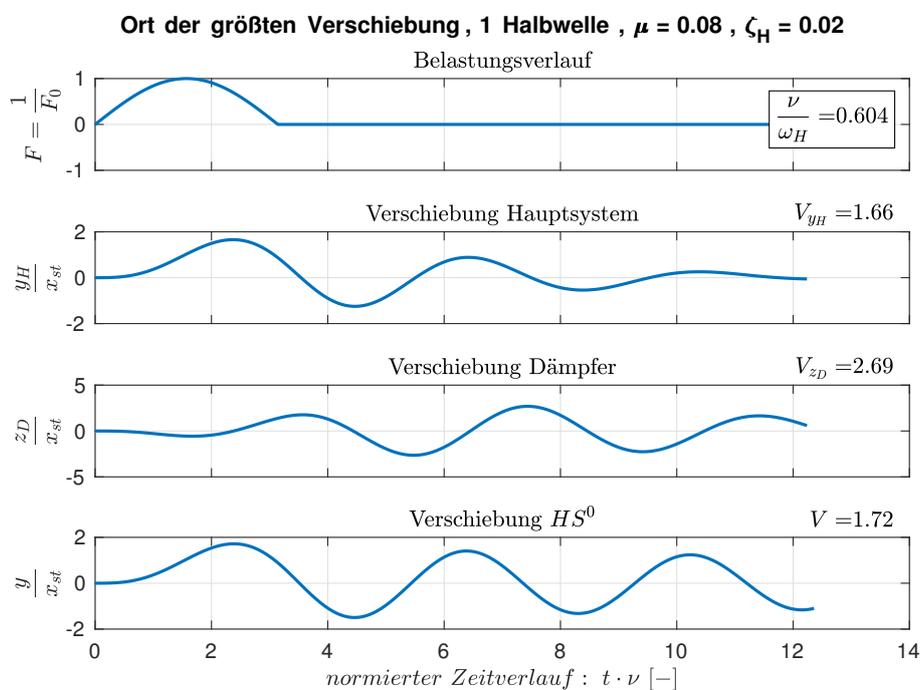
max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



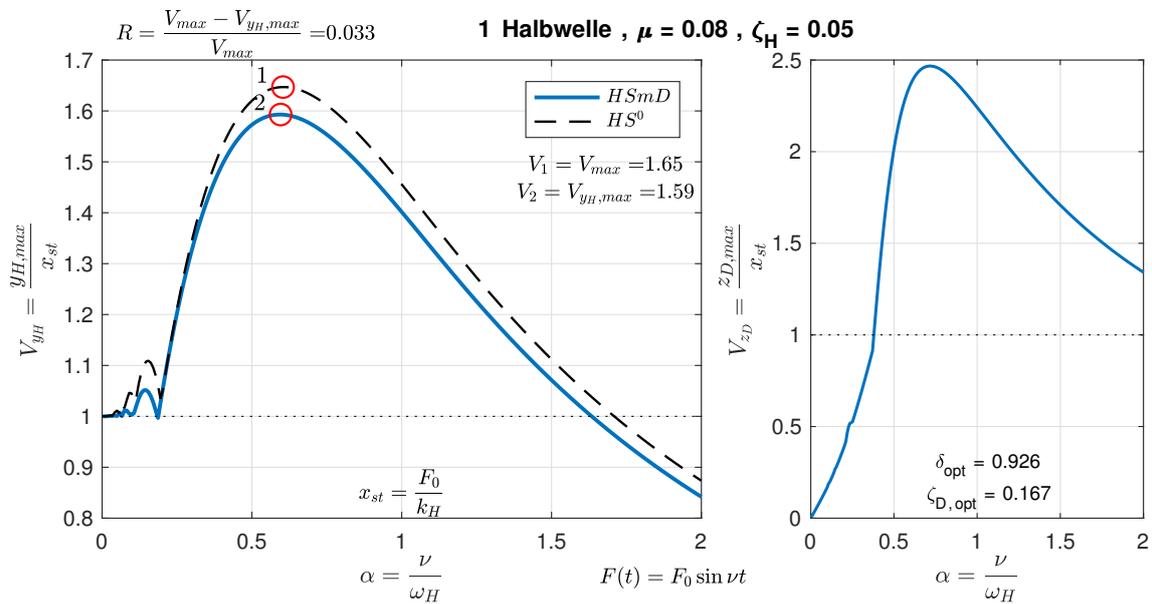
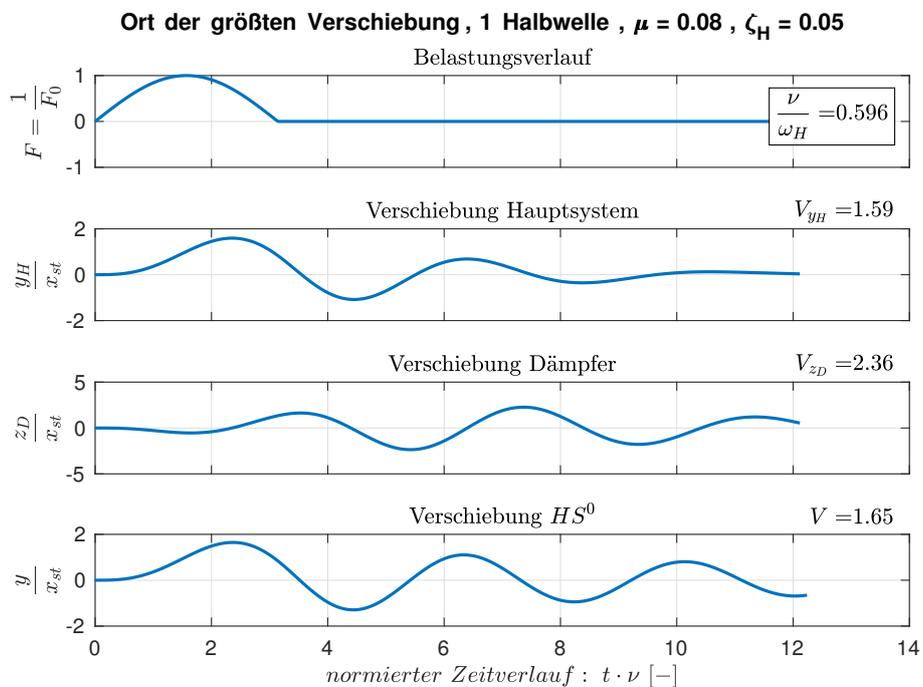
max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)

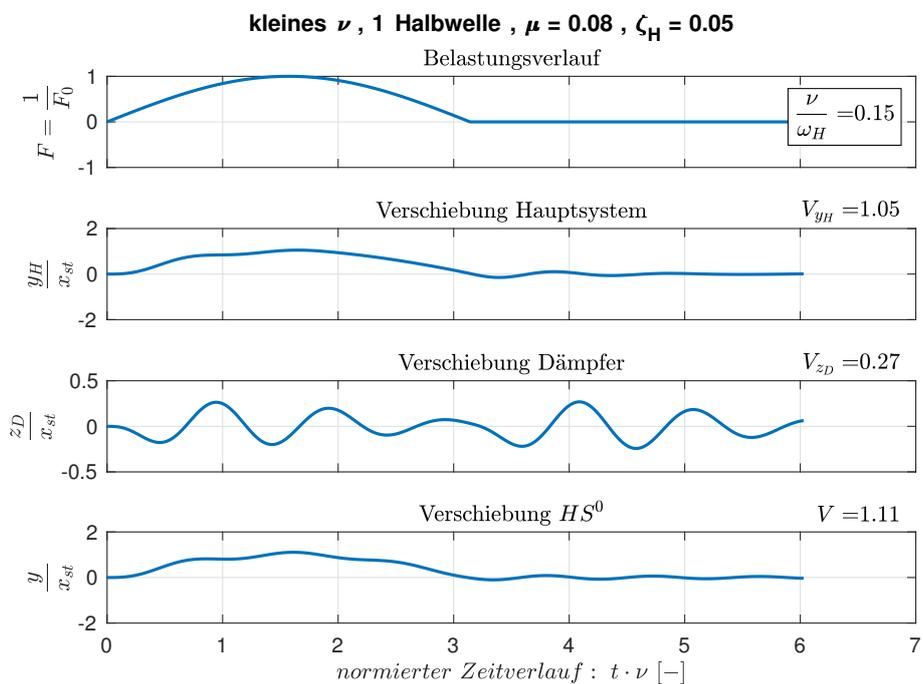


Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.02$)

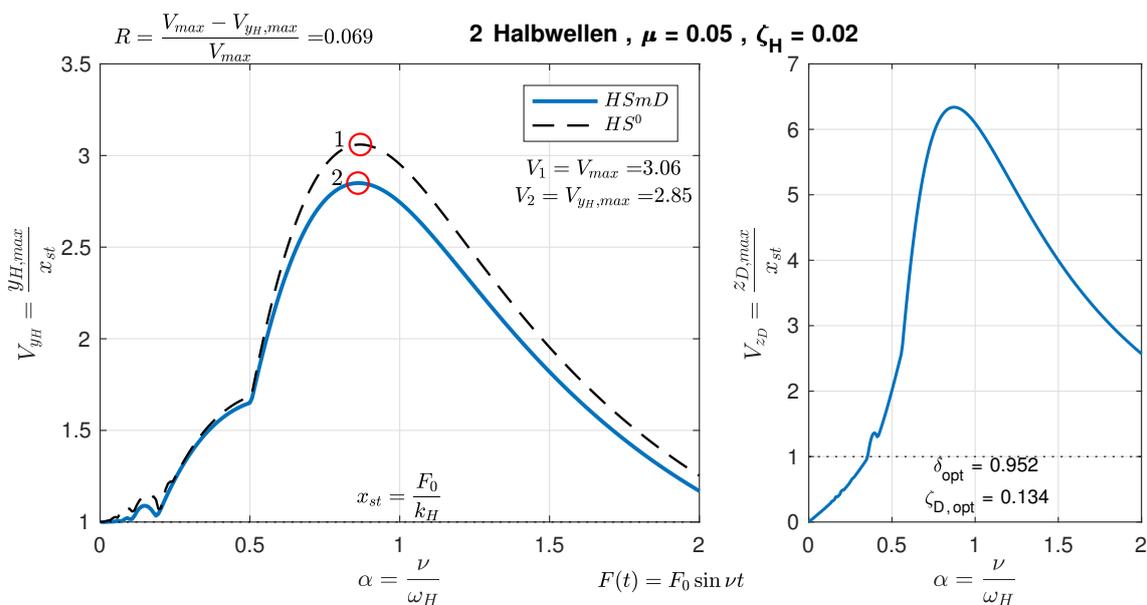


max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.02$)

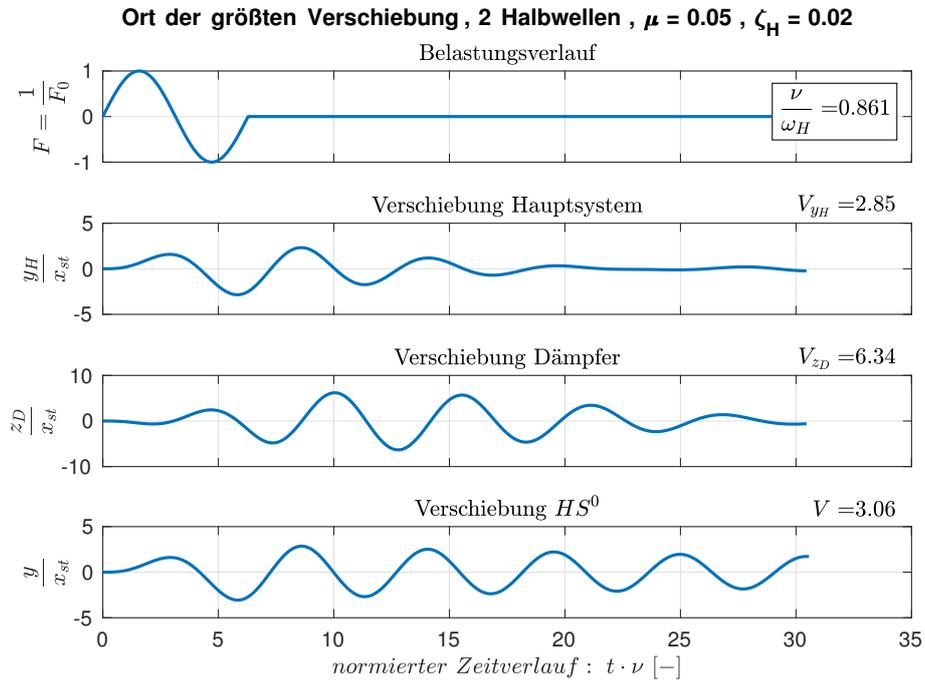
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



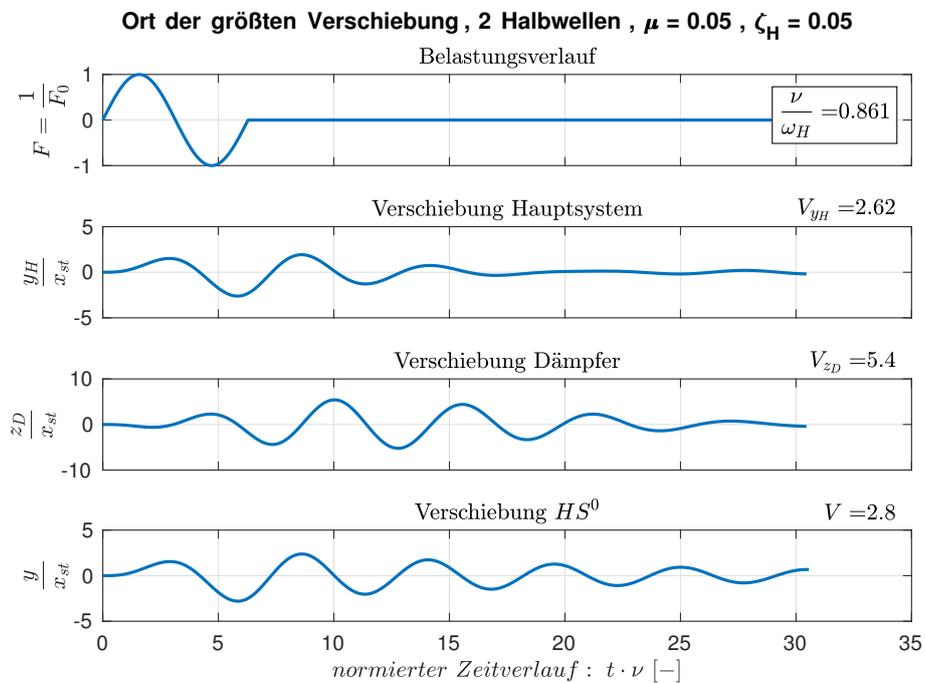
Verschiebungsverläufe für eine kleine Erregerfrequenz mit 1 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



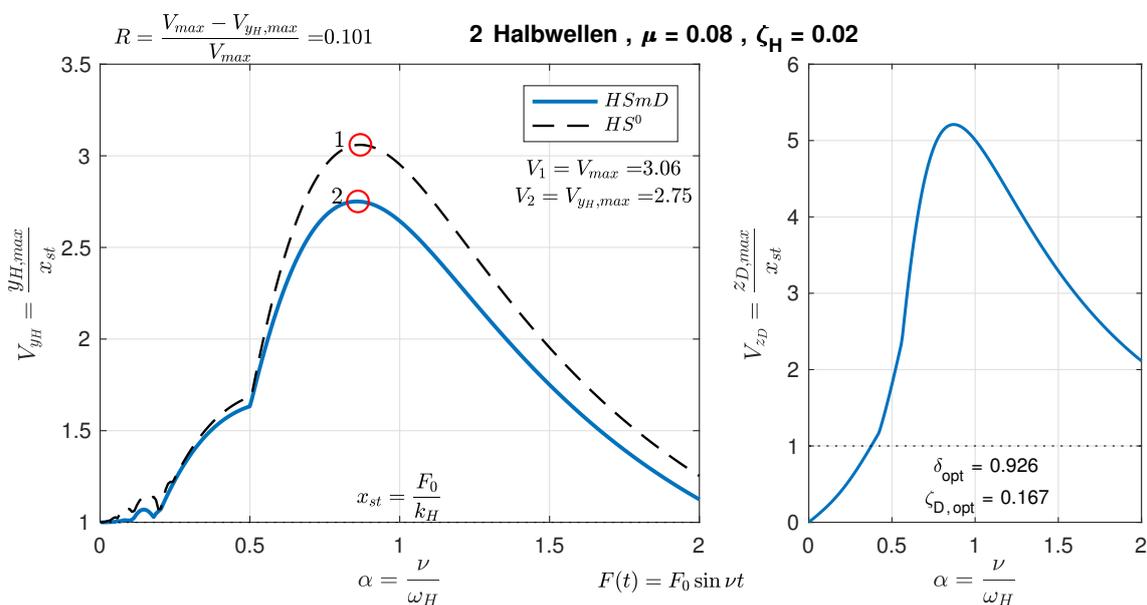
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



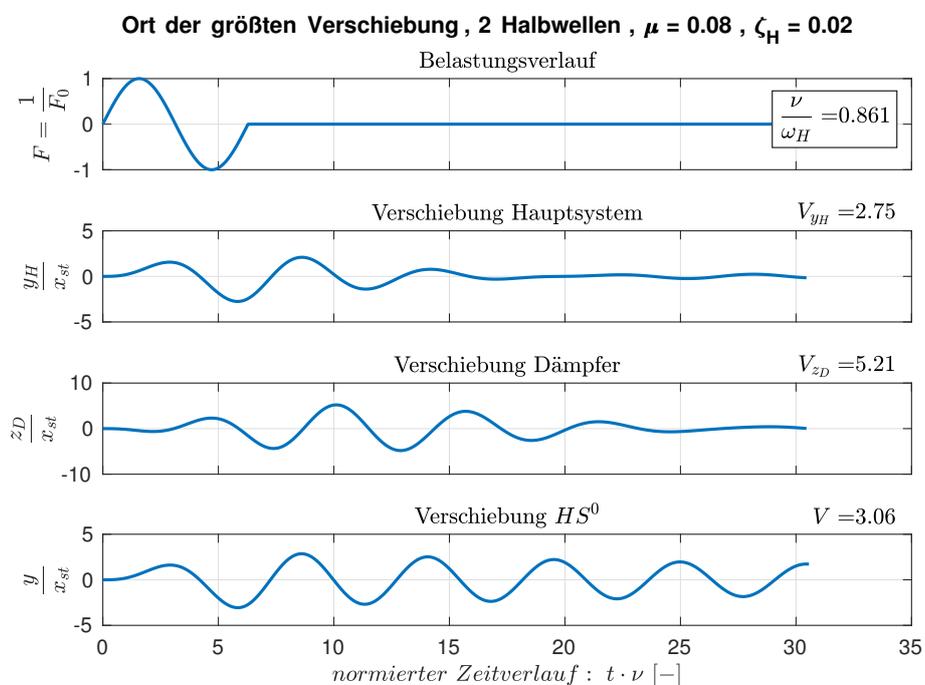
max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



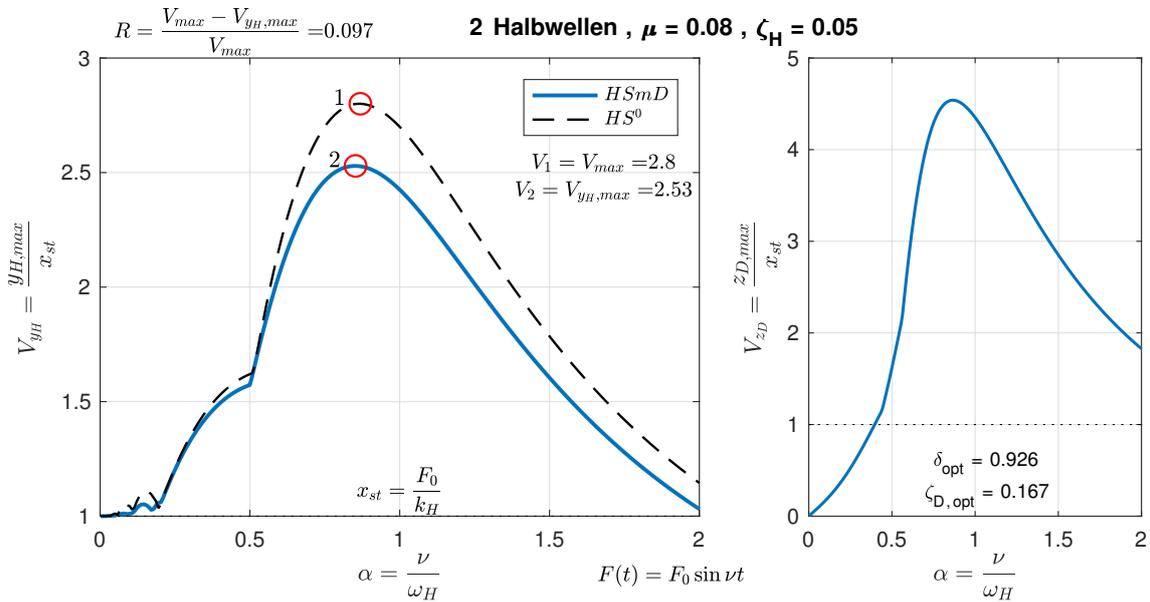
max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



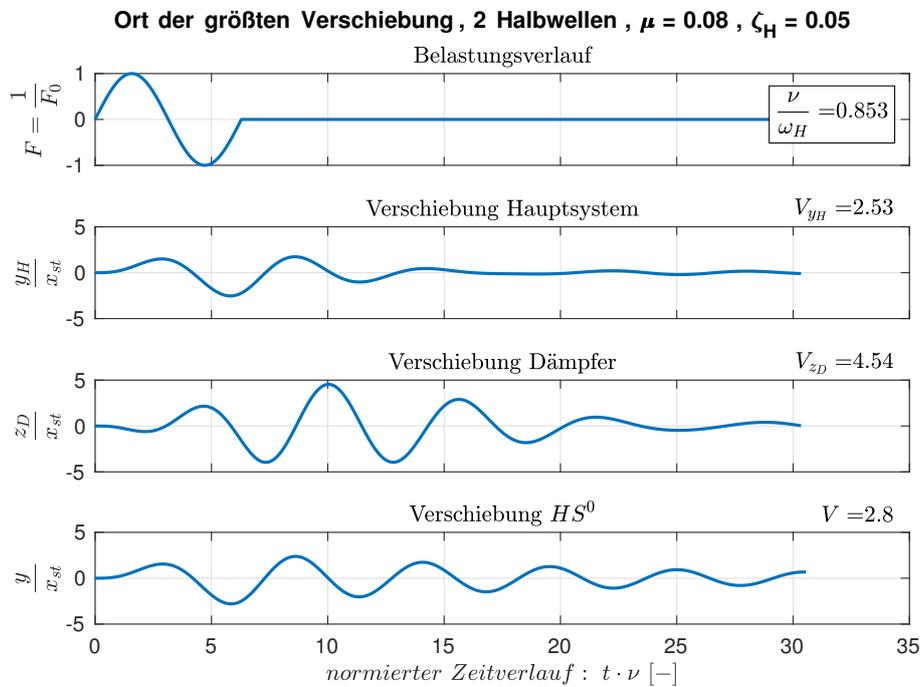
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.02$)



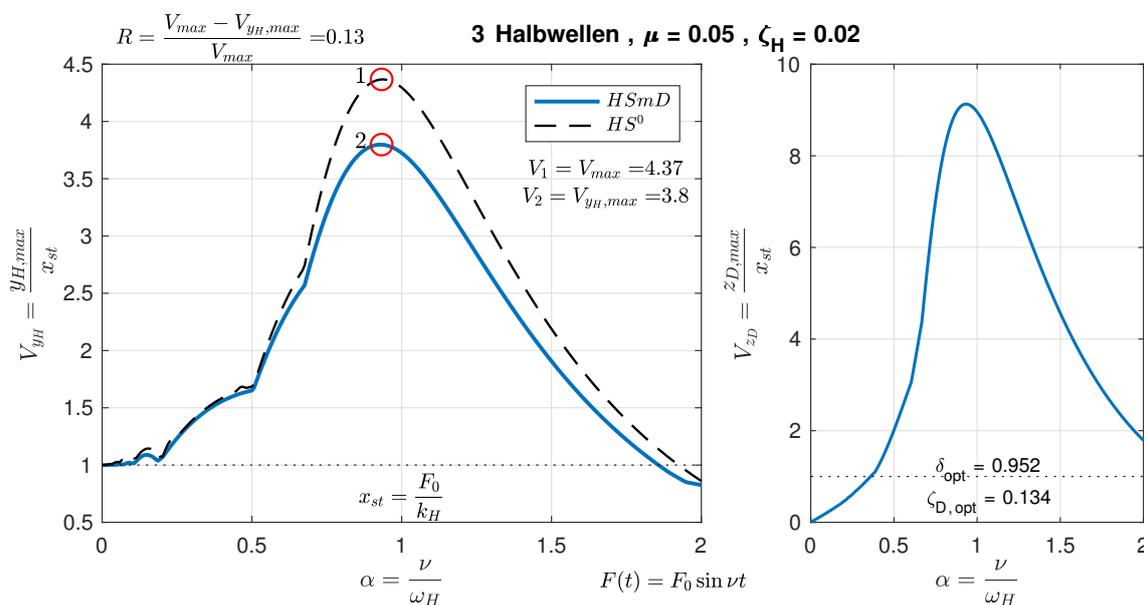
max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.02$)



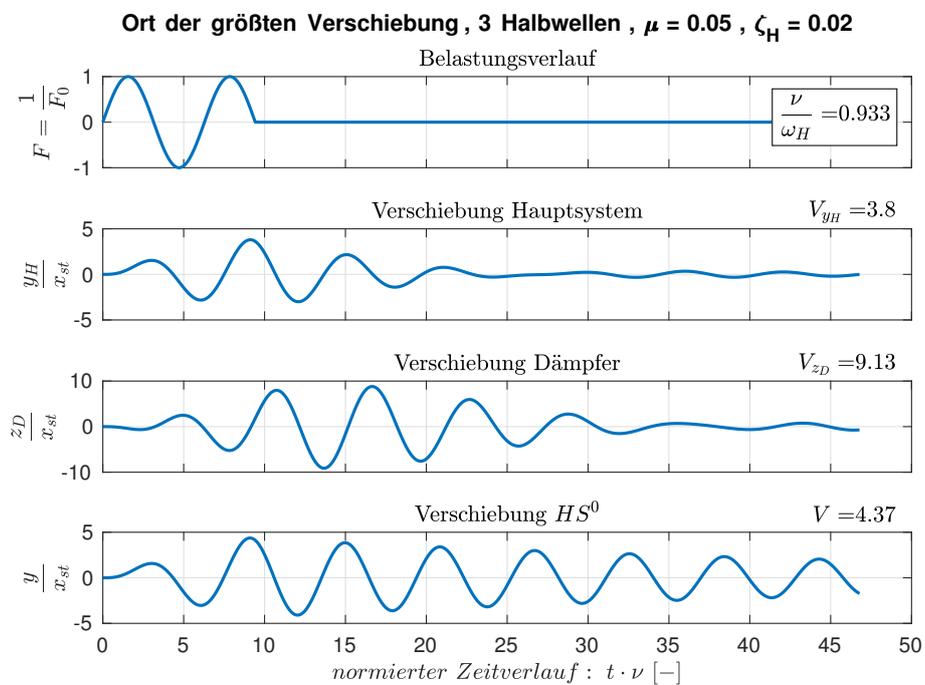
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



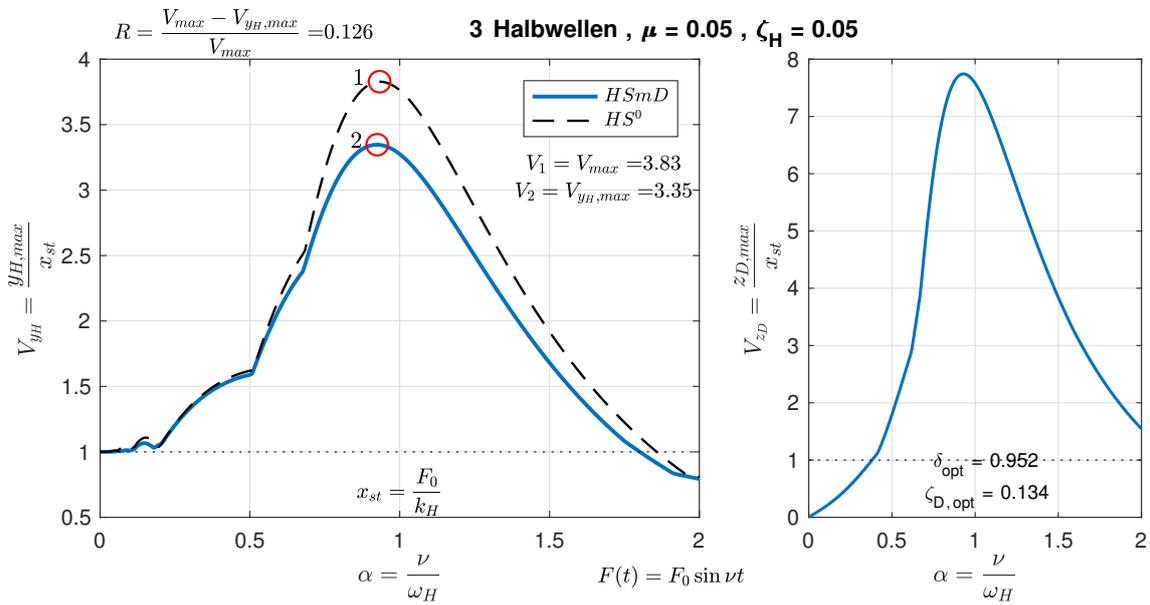
max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



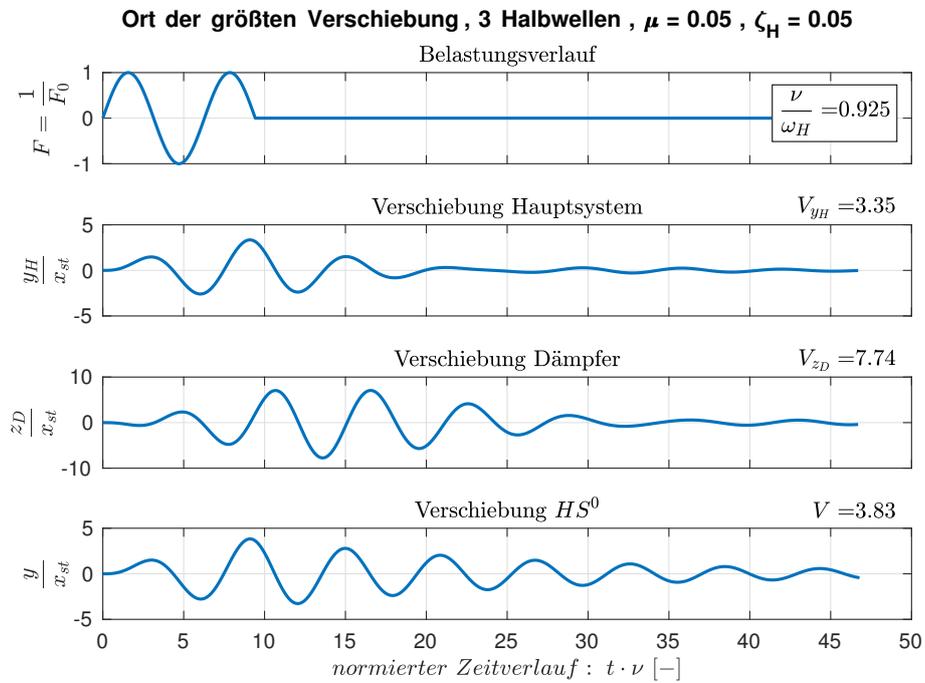
Vergrößerungsfunktionen für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



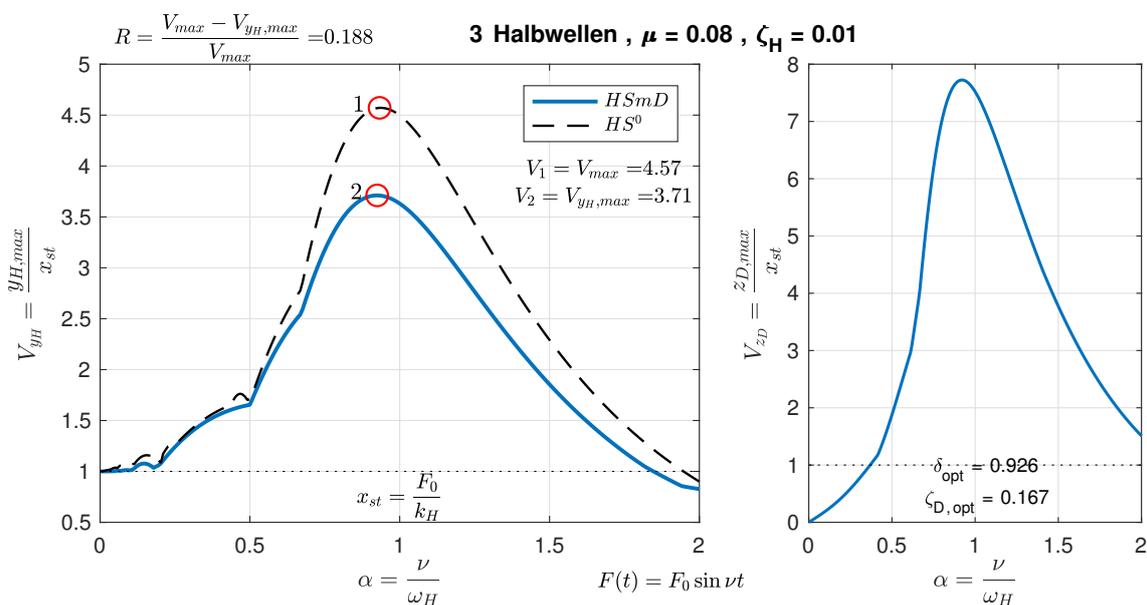
max. Verschiebungsverläufe für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



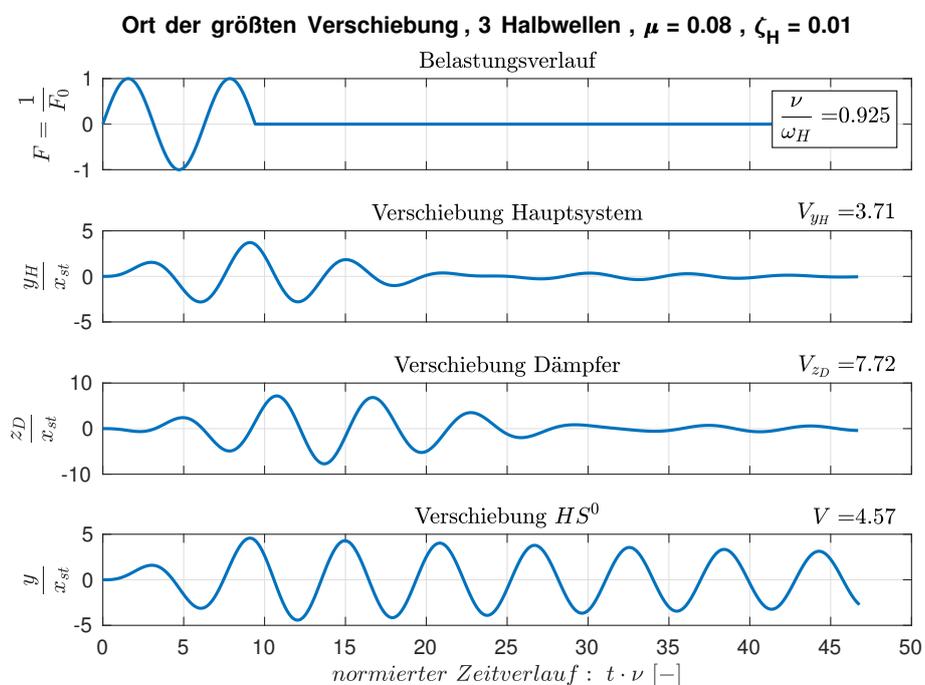
Vergrößerungsfunktionen für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



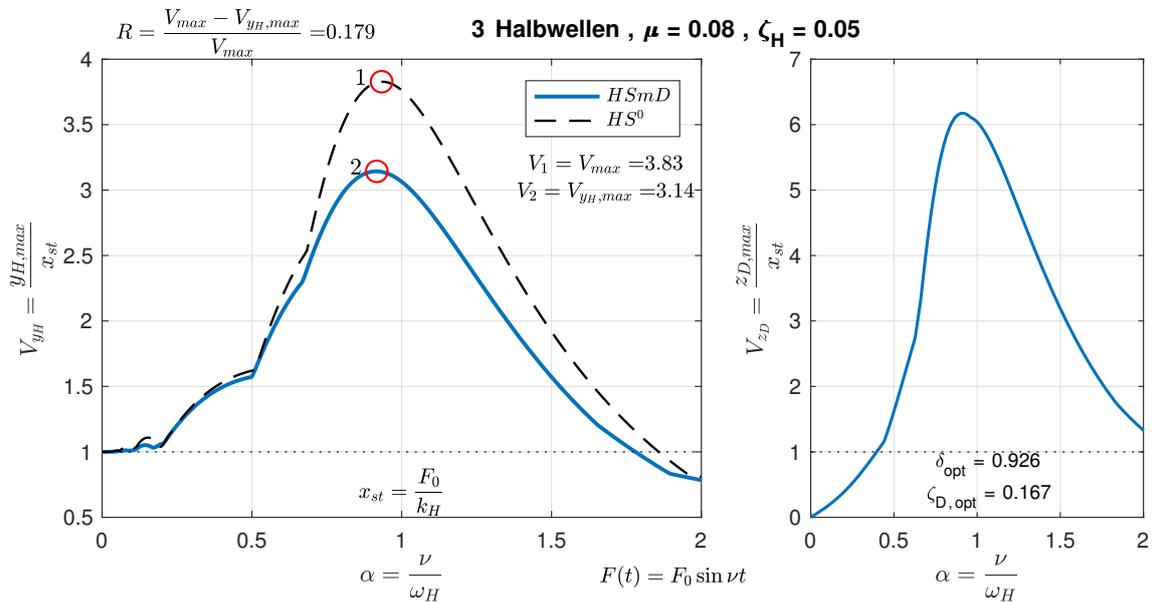
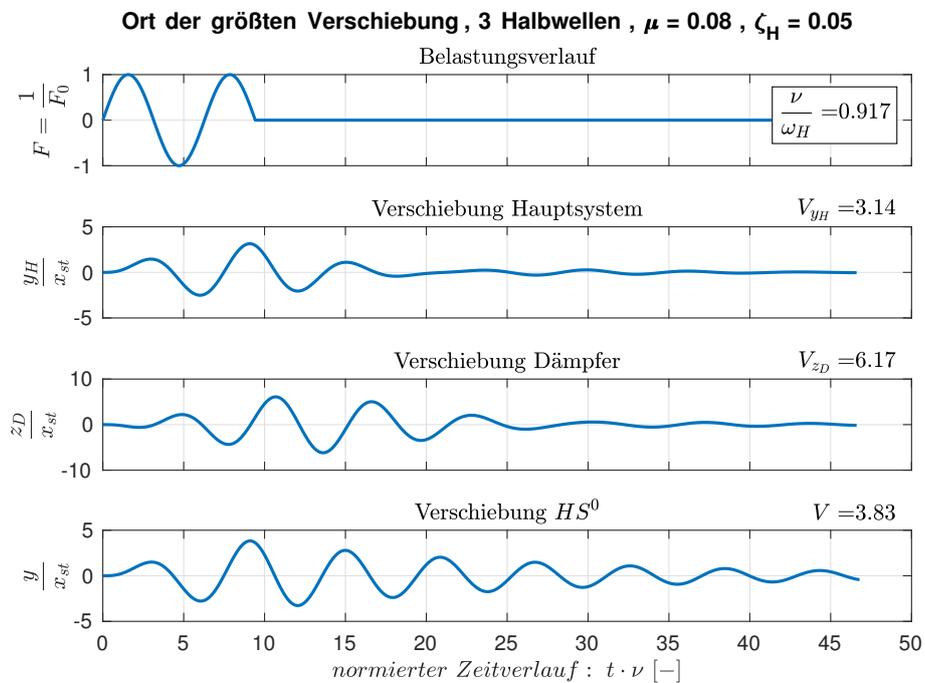
max. Verschiebungsverläufe für 3 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)

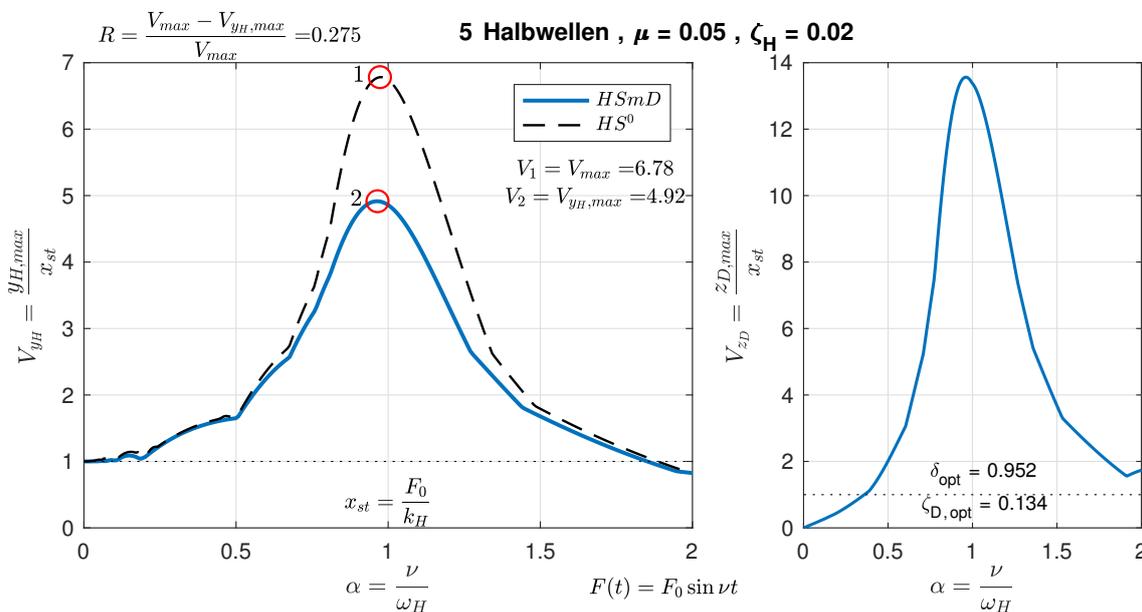


Vergrößerungsfunktionen für 3 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)

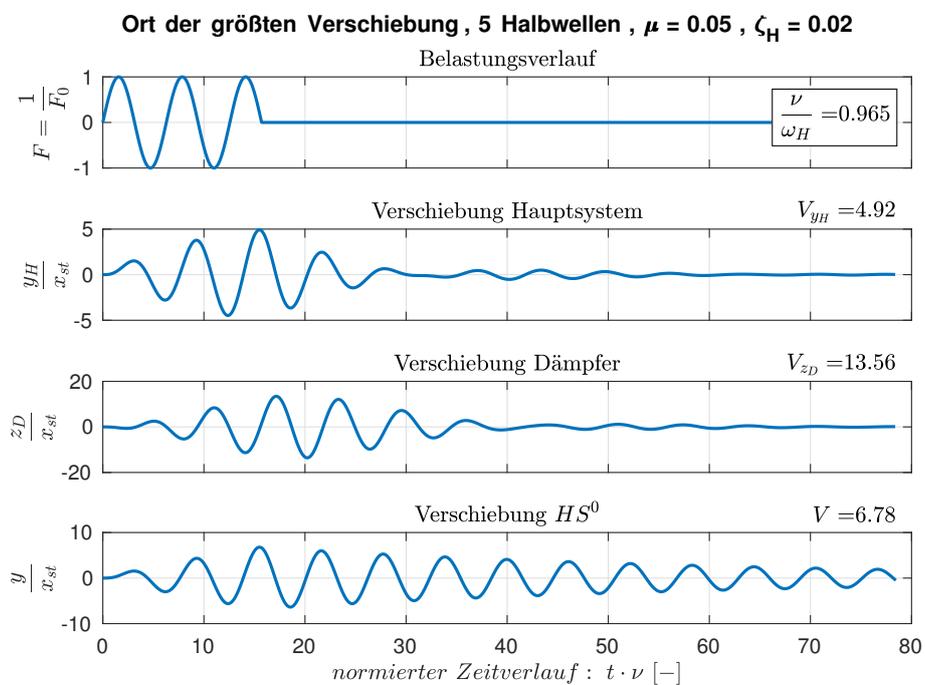


max. Verschiebungsverläufe für 3 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)

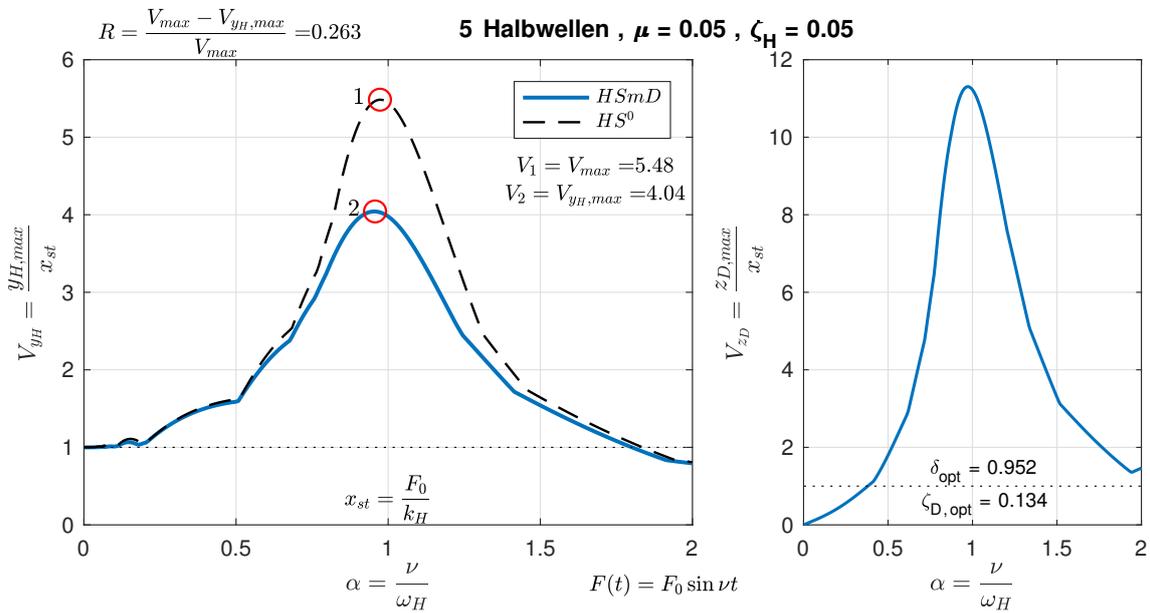
Vergrößerungsfunktionen für 3 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)max. Verschiebungsverläufe für 3 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



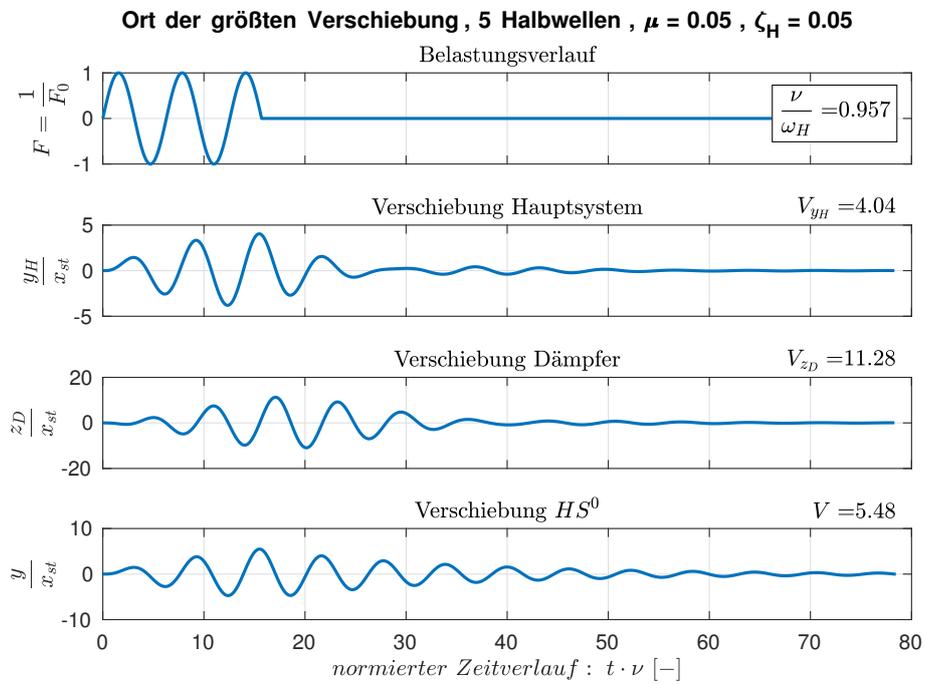
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



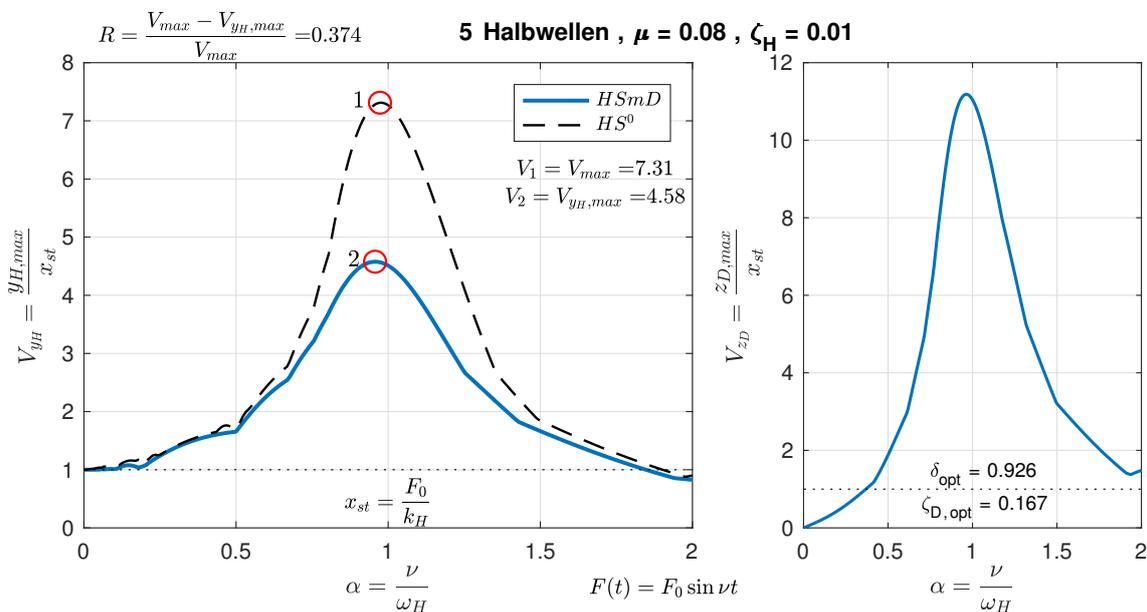
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.02$)



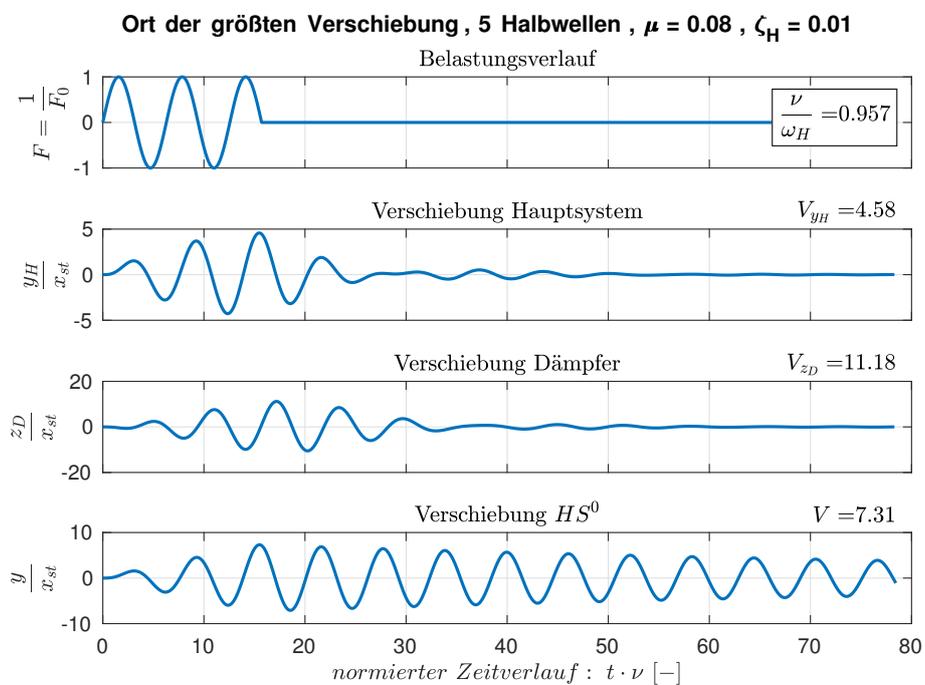
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



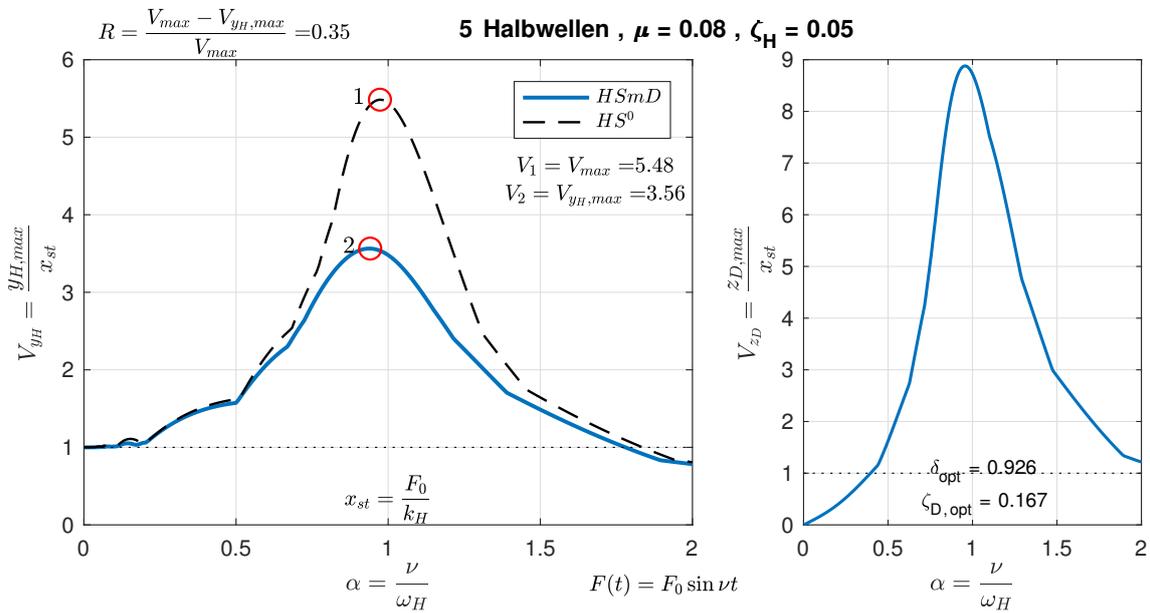
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



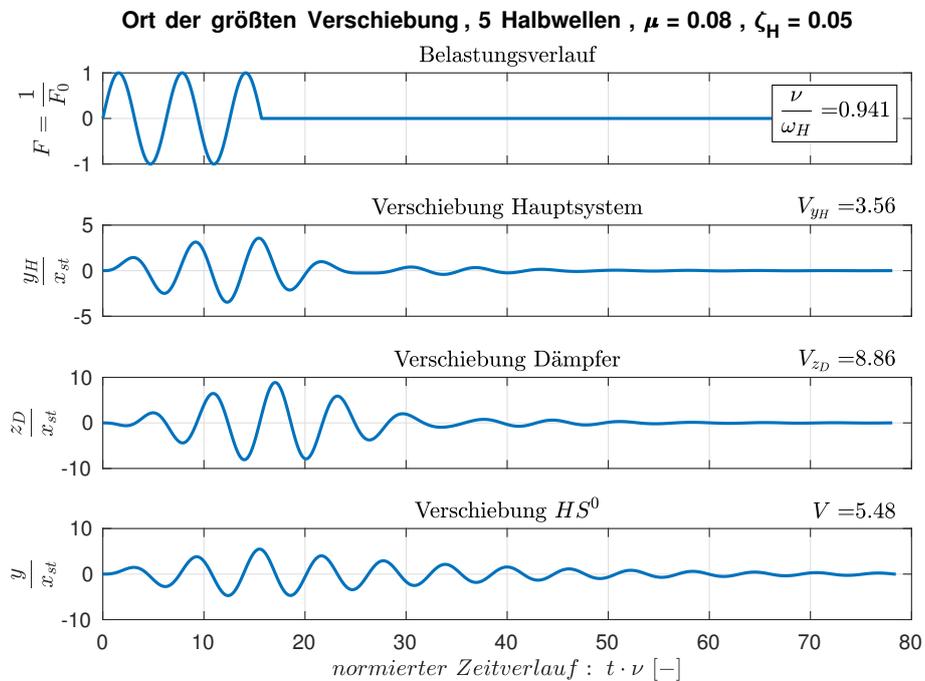
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)



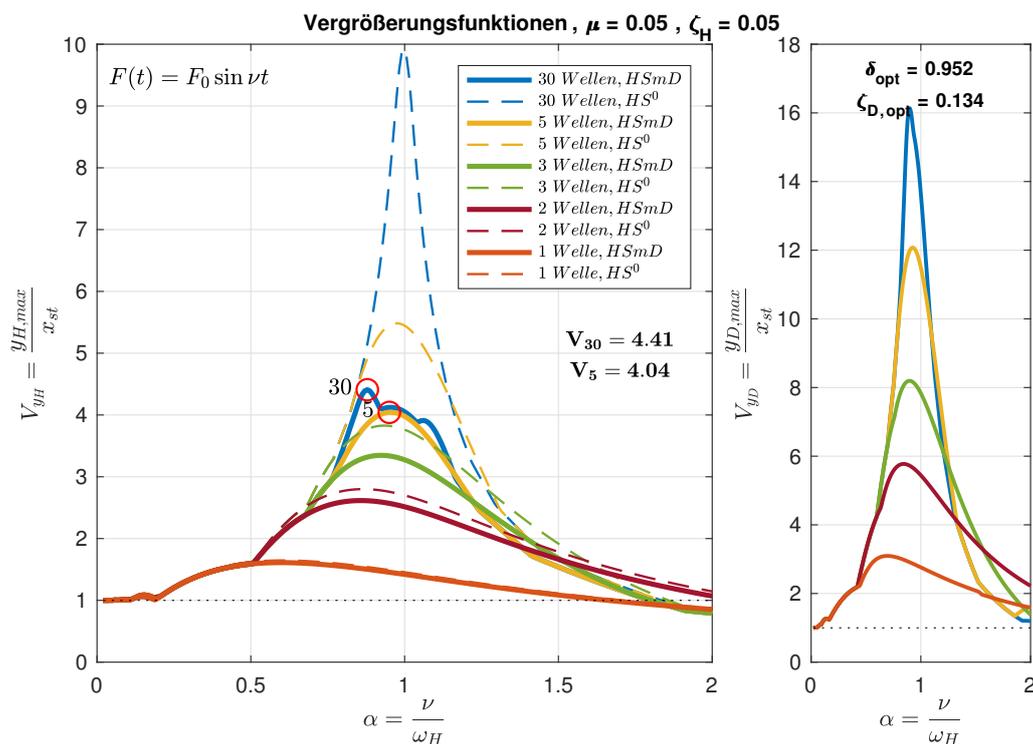
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)



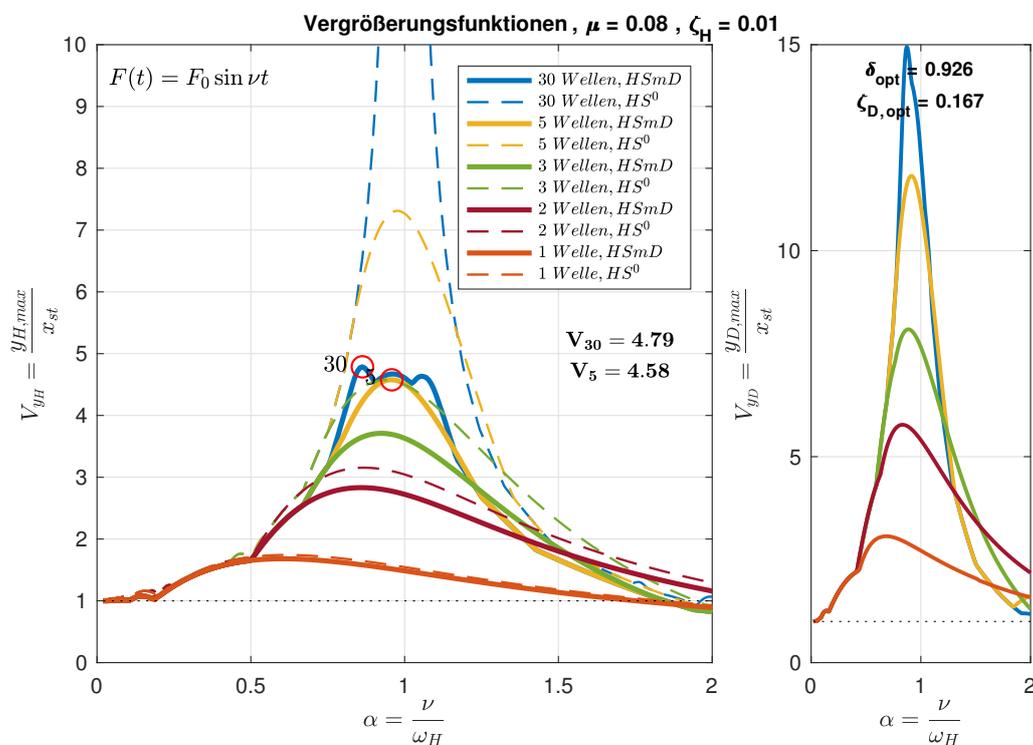
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



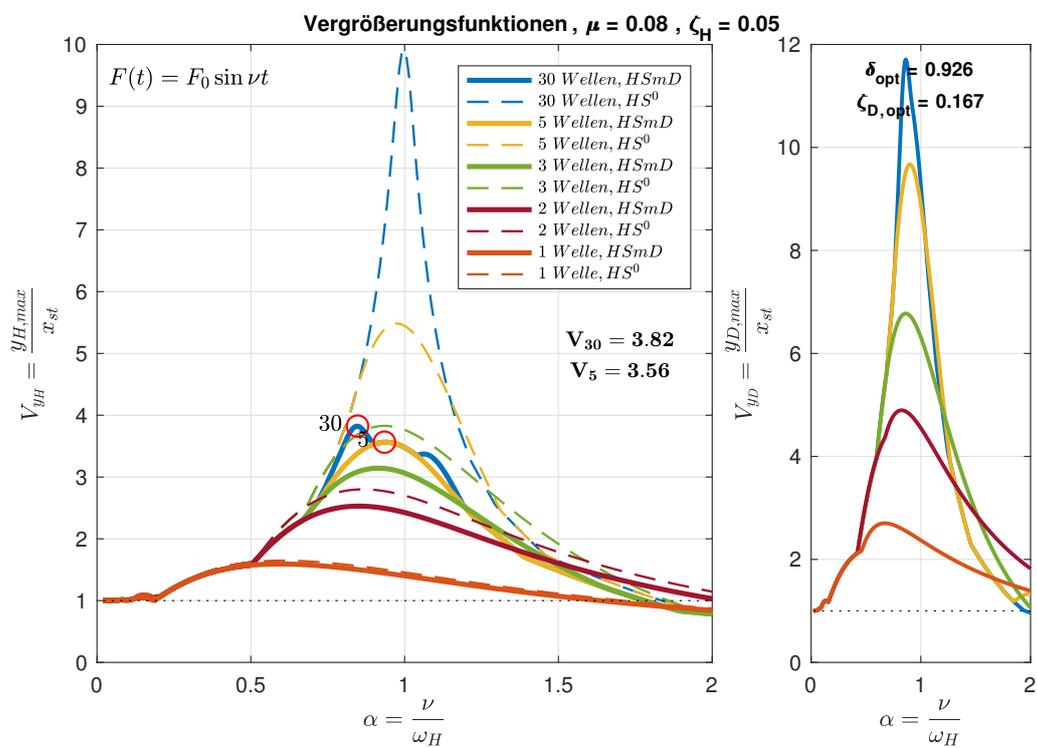
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



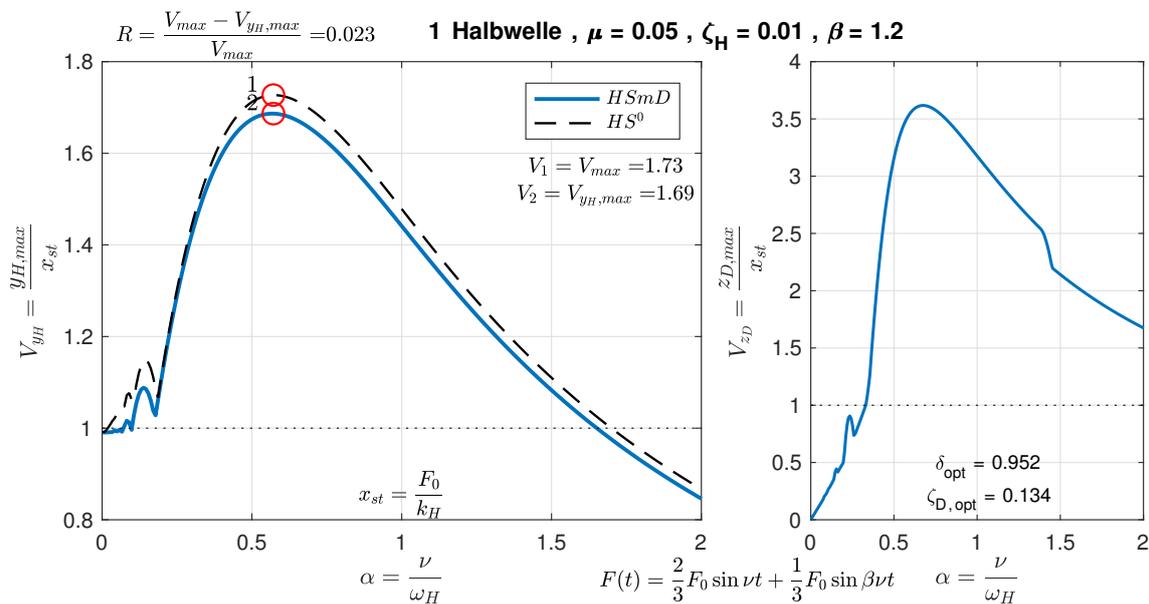
Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



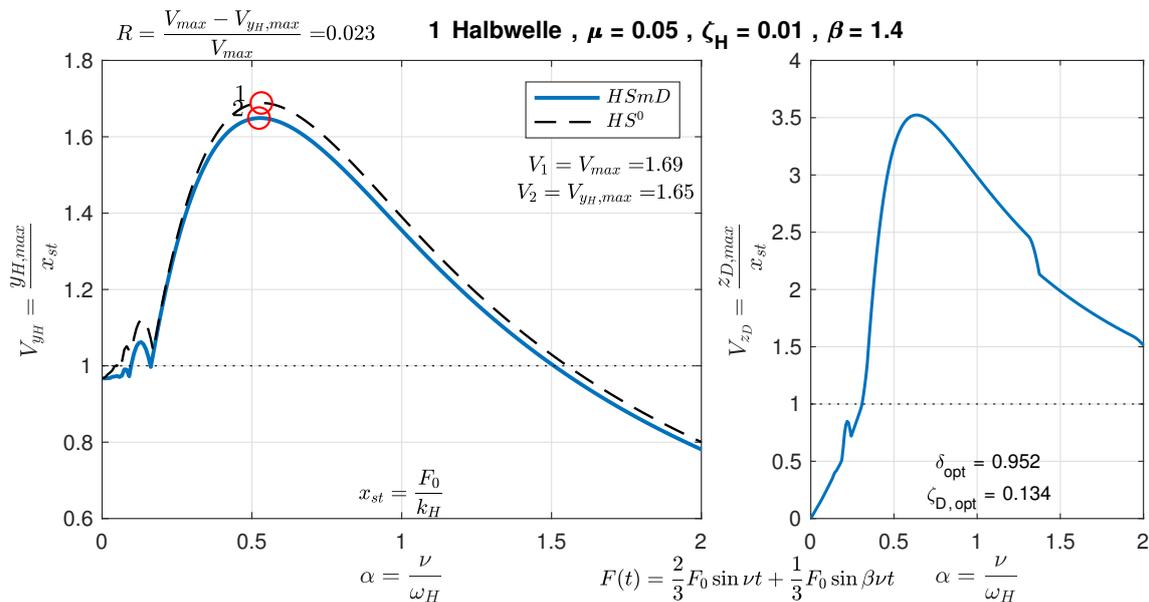
Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)

Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)

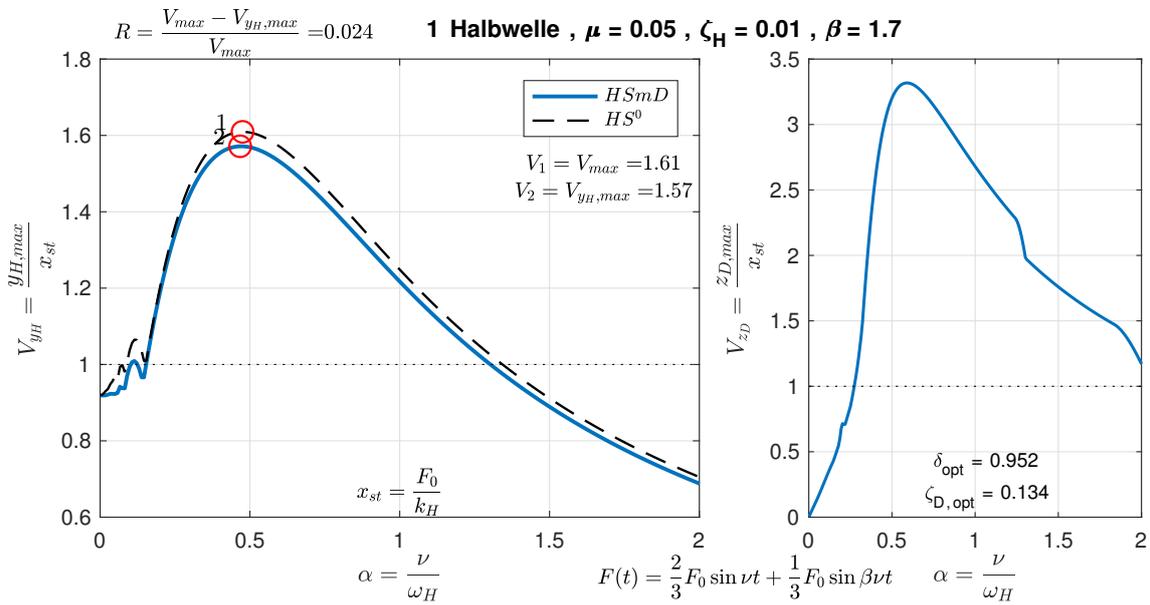
A.2 Schwingungsdämpfer unter zwei harmonischen Kraftanregungen



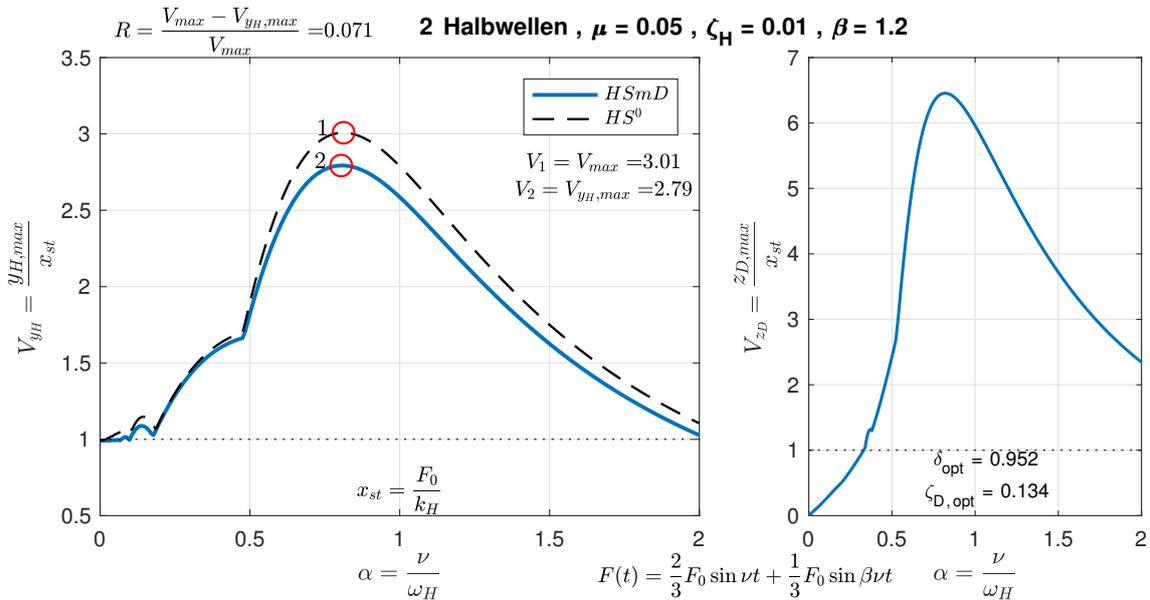
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.2$)



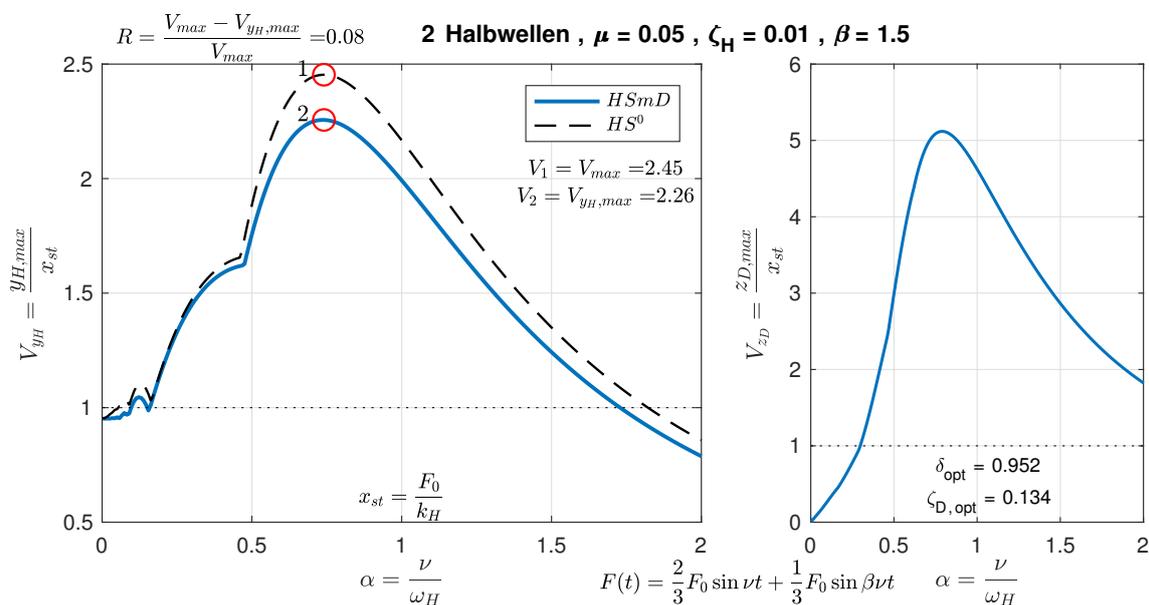
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.4$)



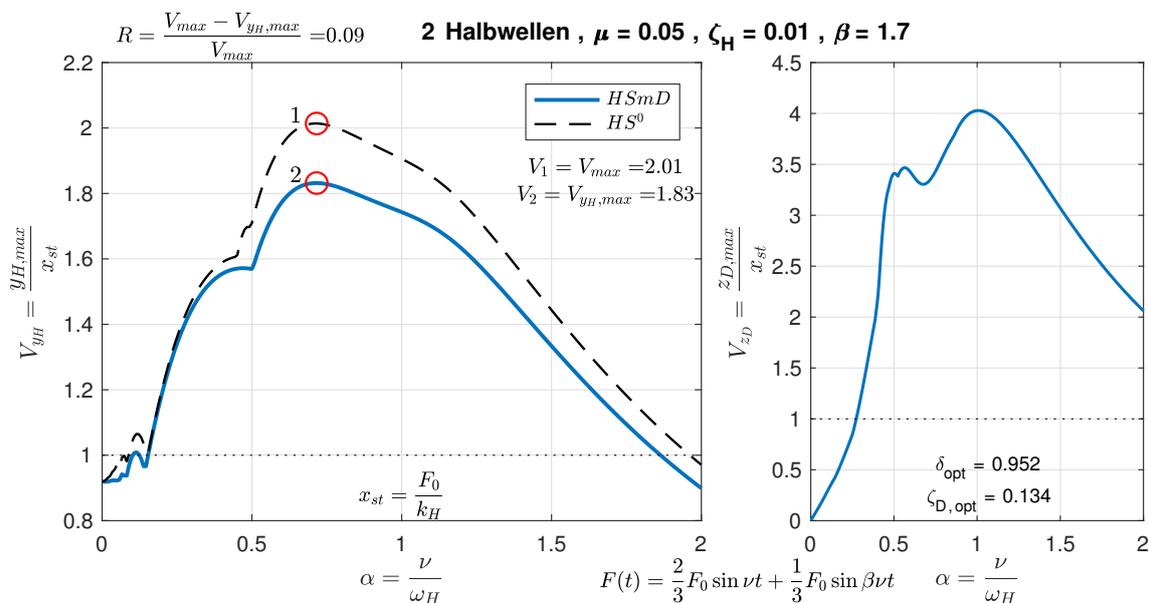
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.7$)



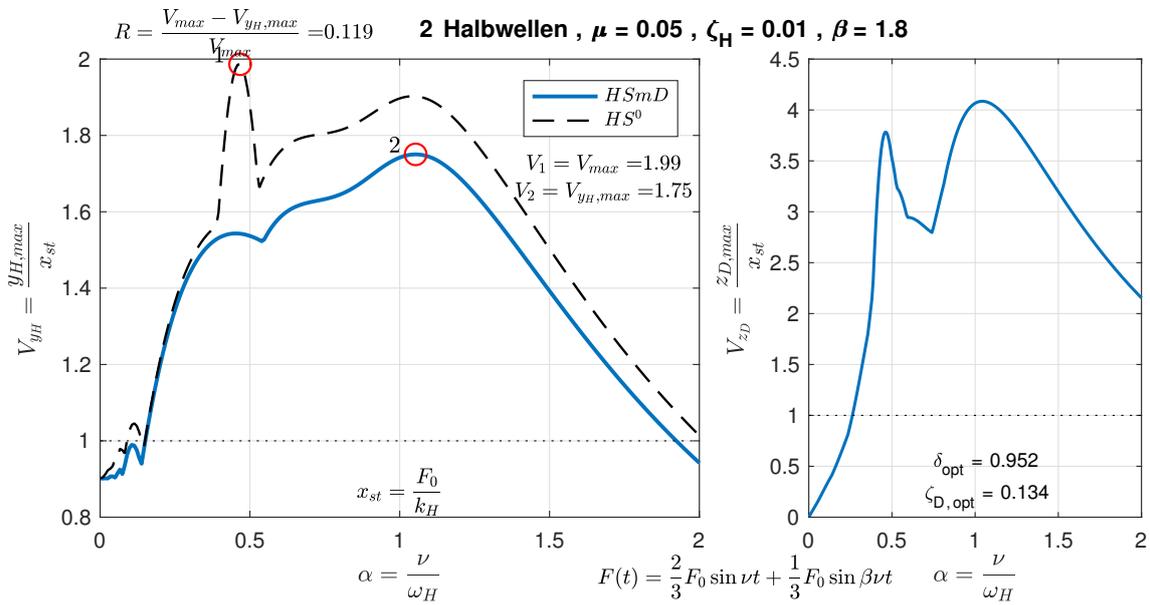
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.2$)



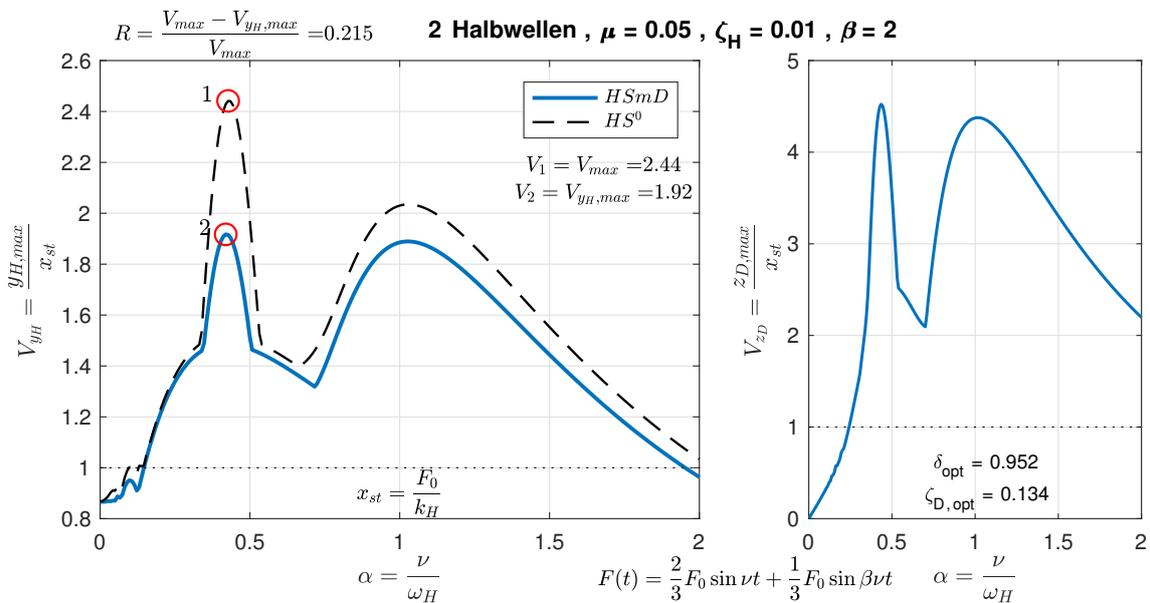
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.5$)



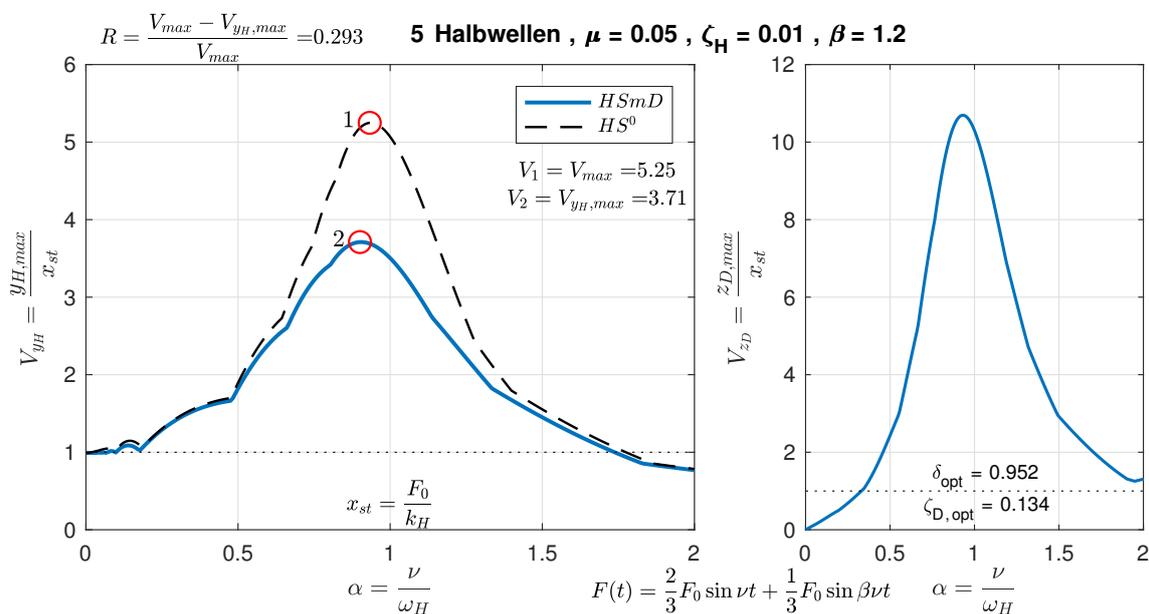
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.7$)



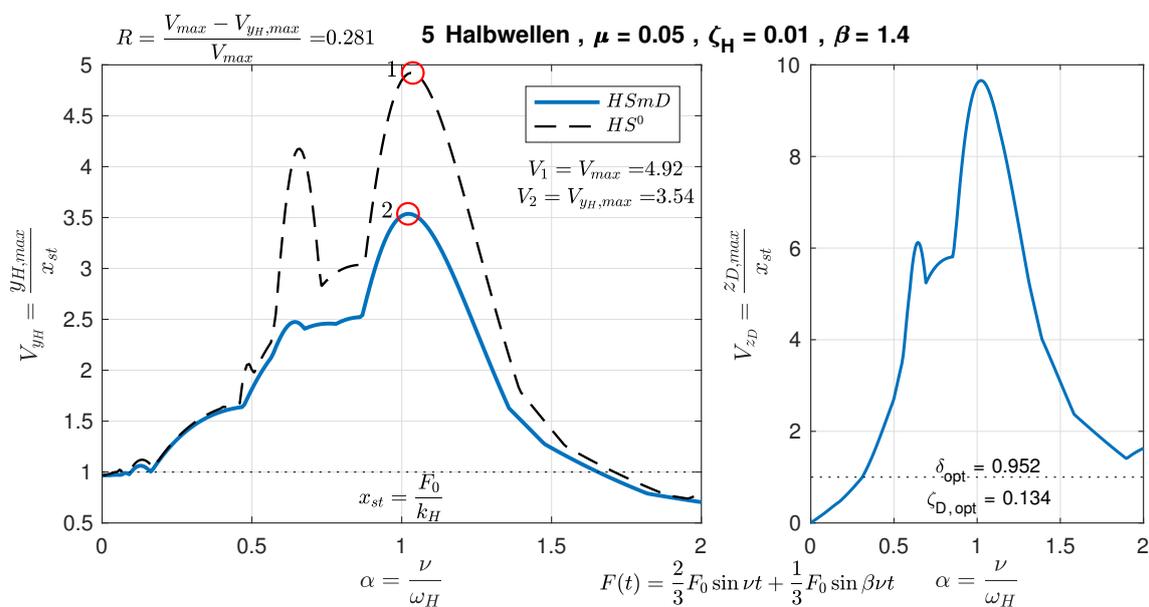
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.8$)



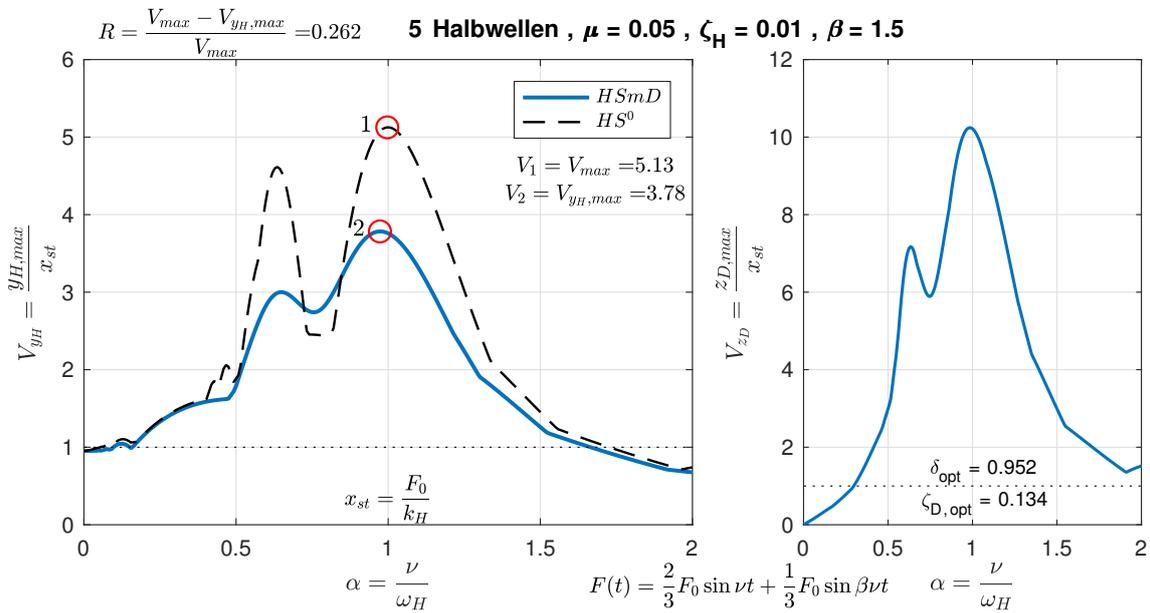
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 2$)



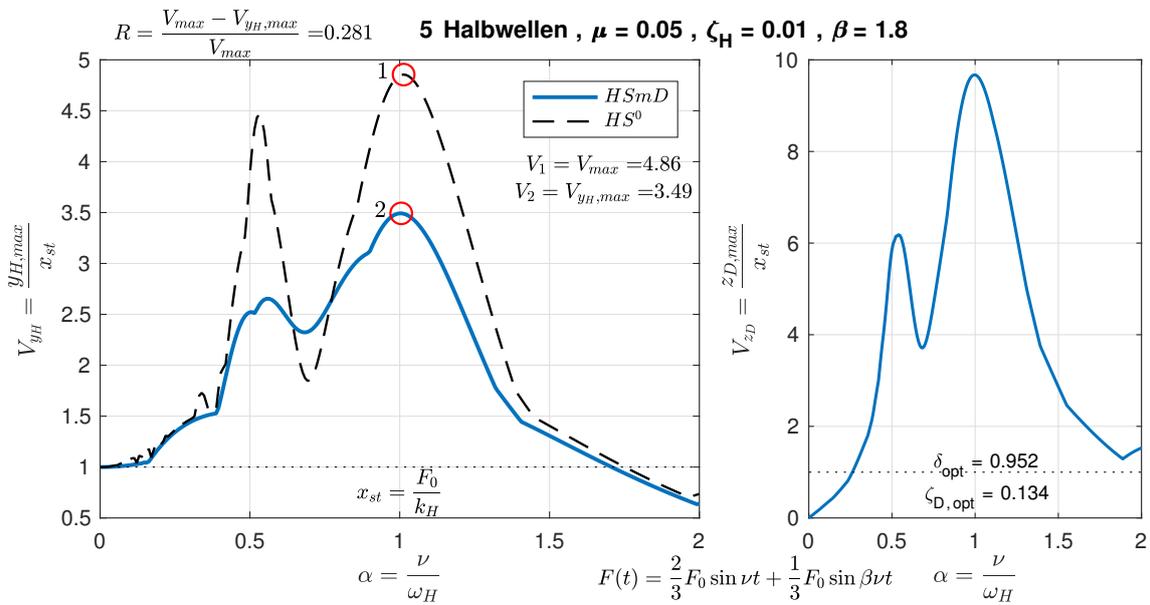
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.2$)



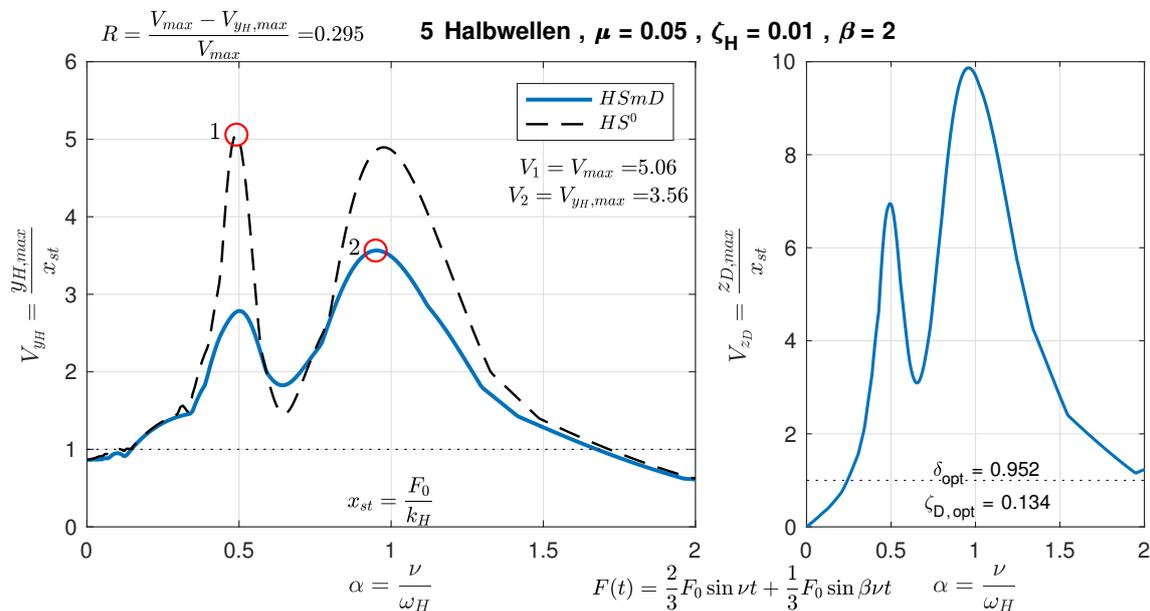
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.4$)



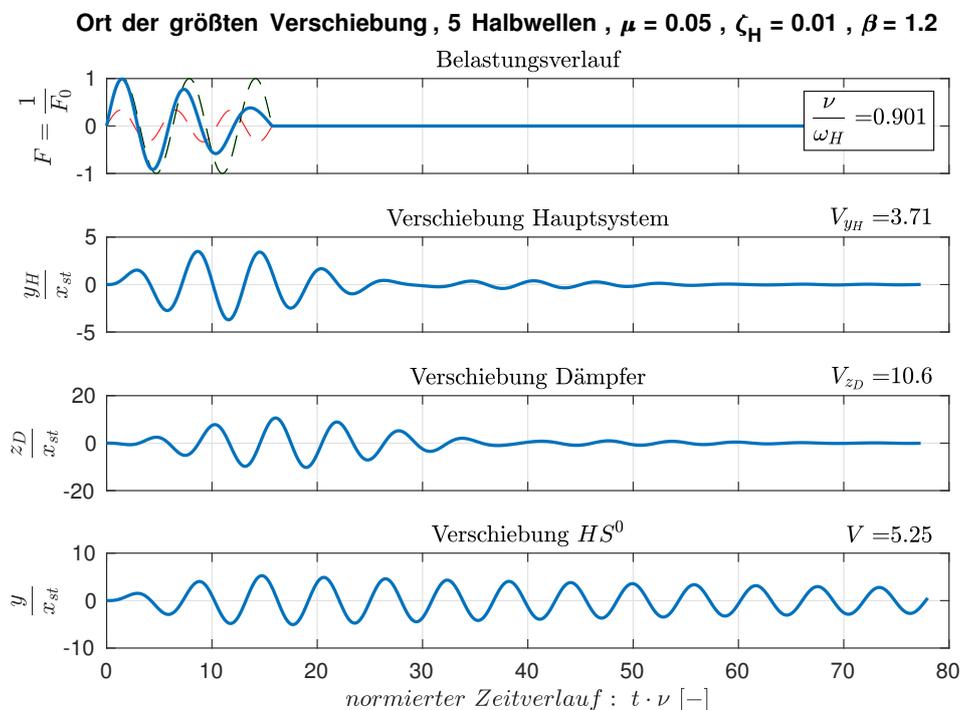
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.5$)



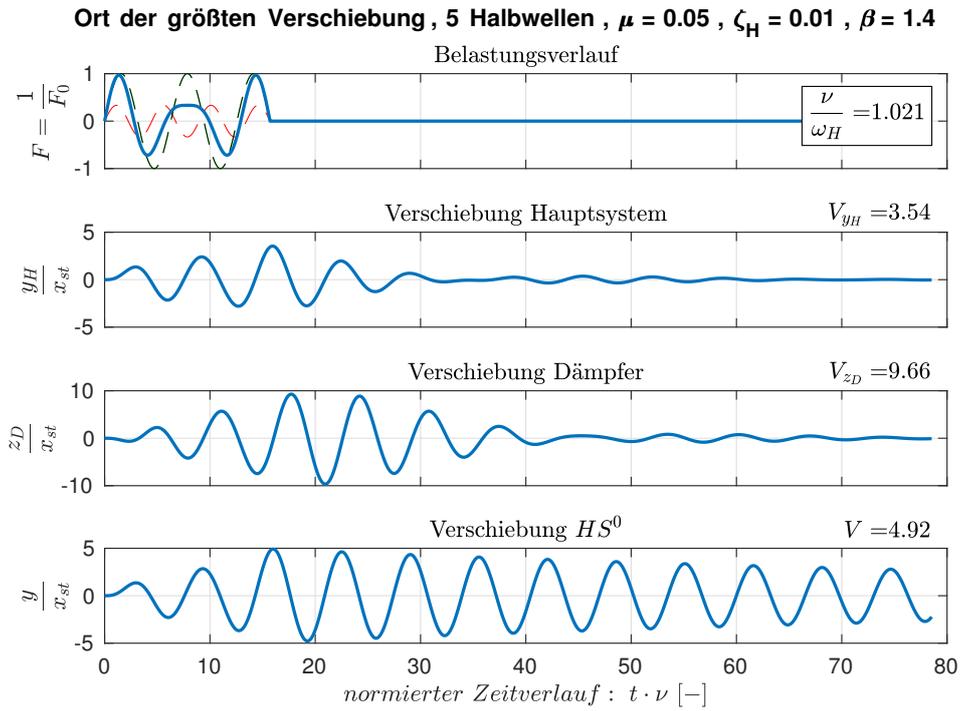
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.8$)



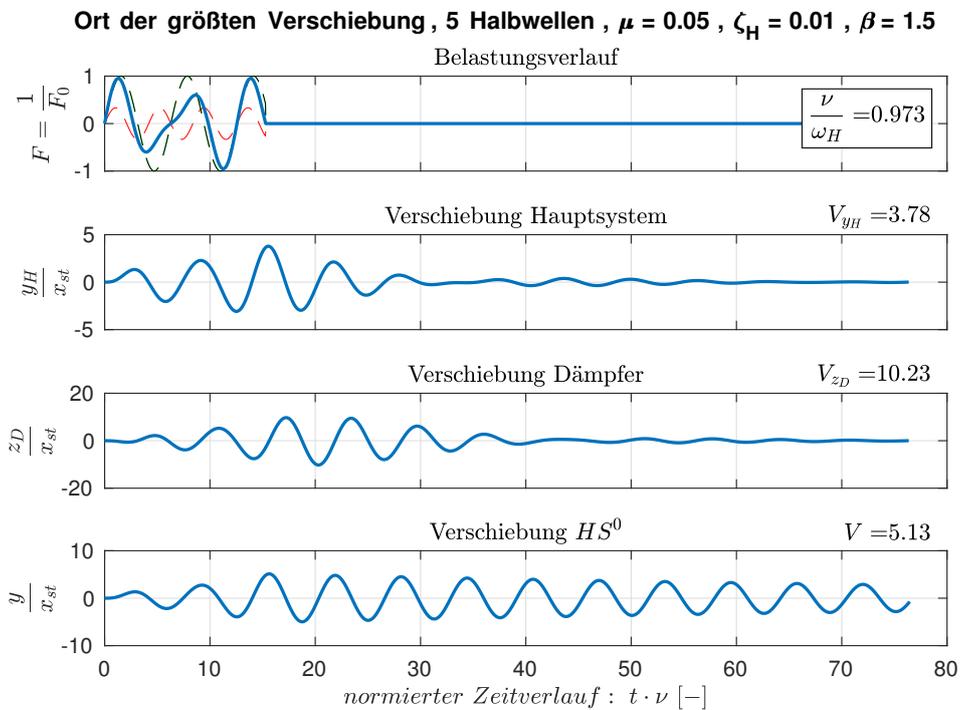
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 2$)



max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.2$)

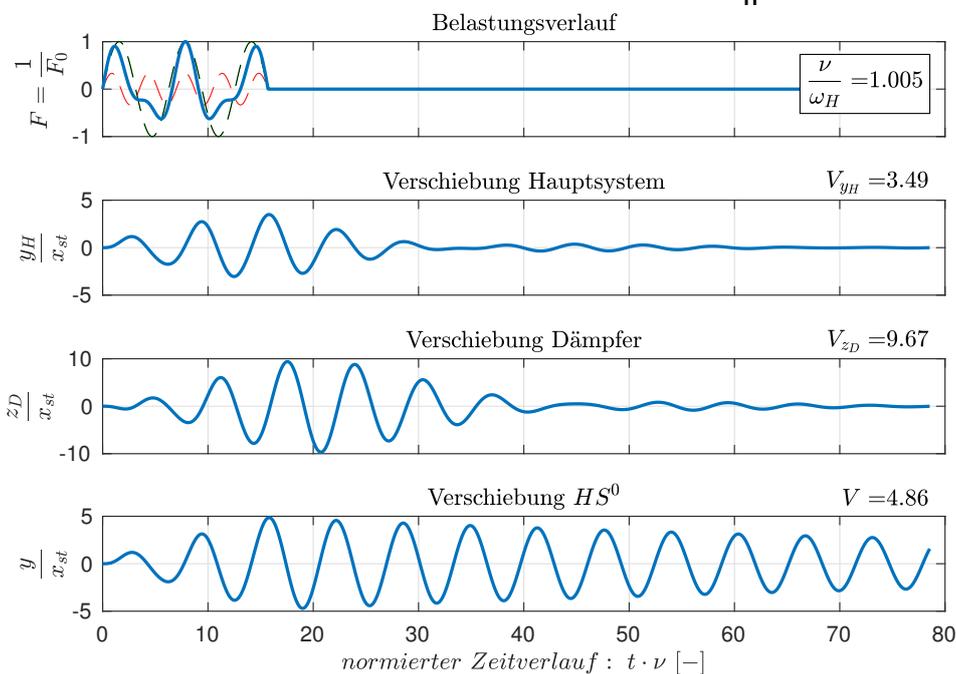


max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.4$)



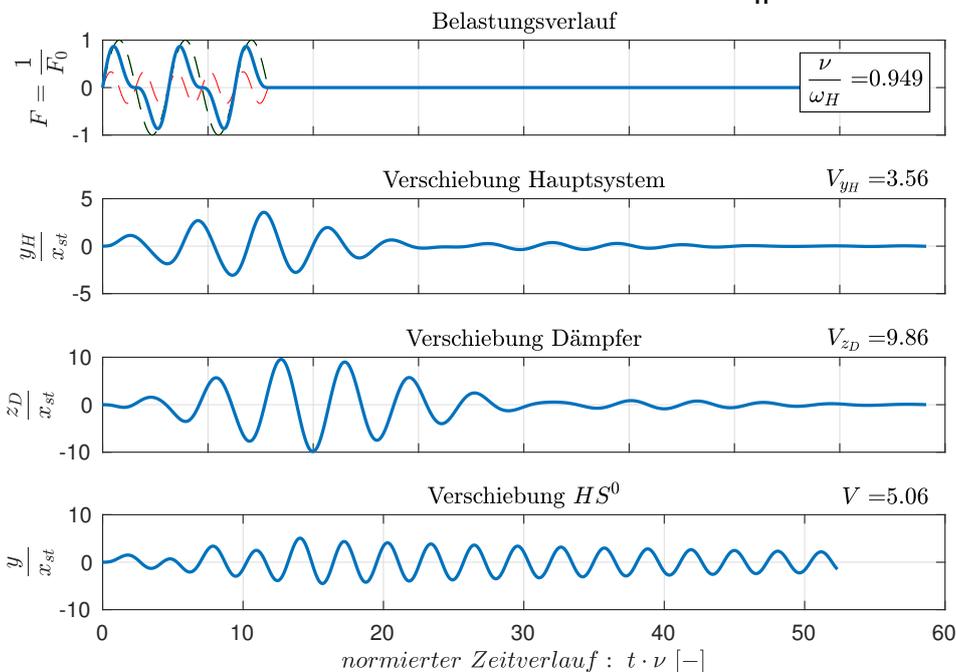
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.5$)

Ort der größten Verschiebung, 5 Halbwellen, $\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.8$

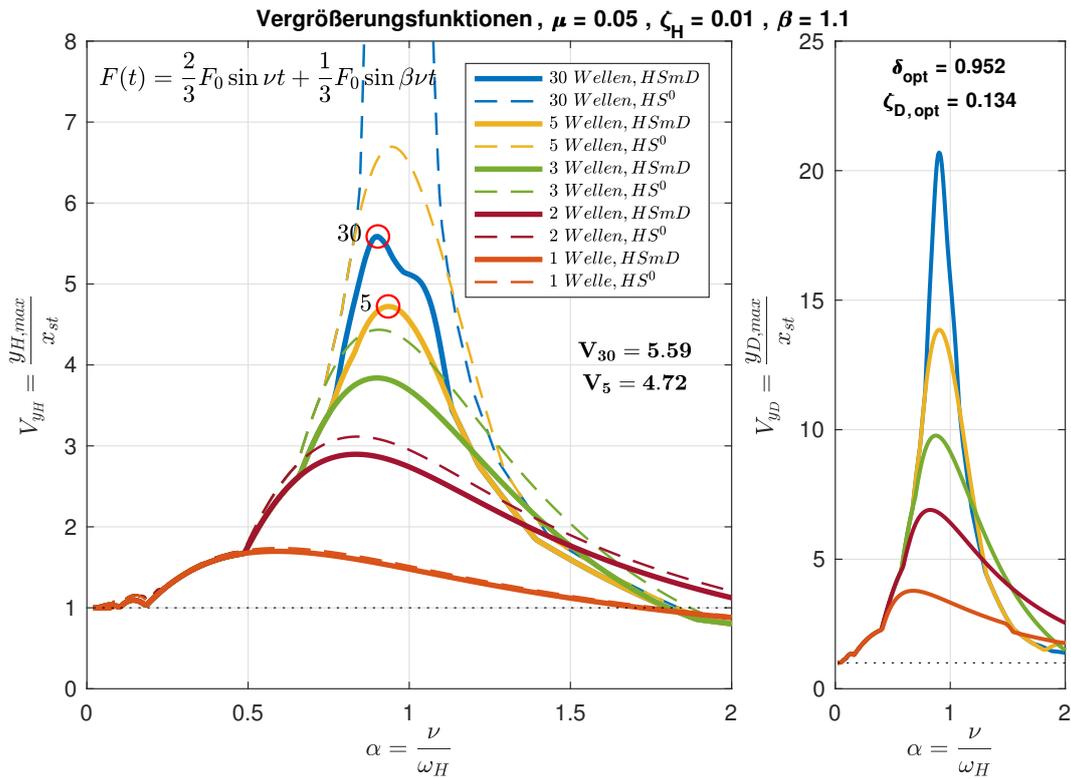


max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.8$)

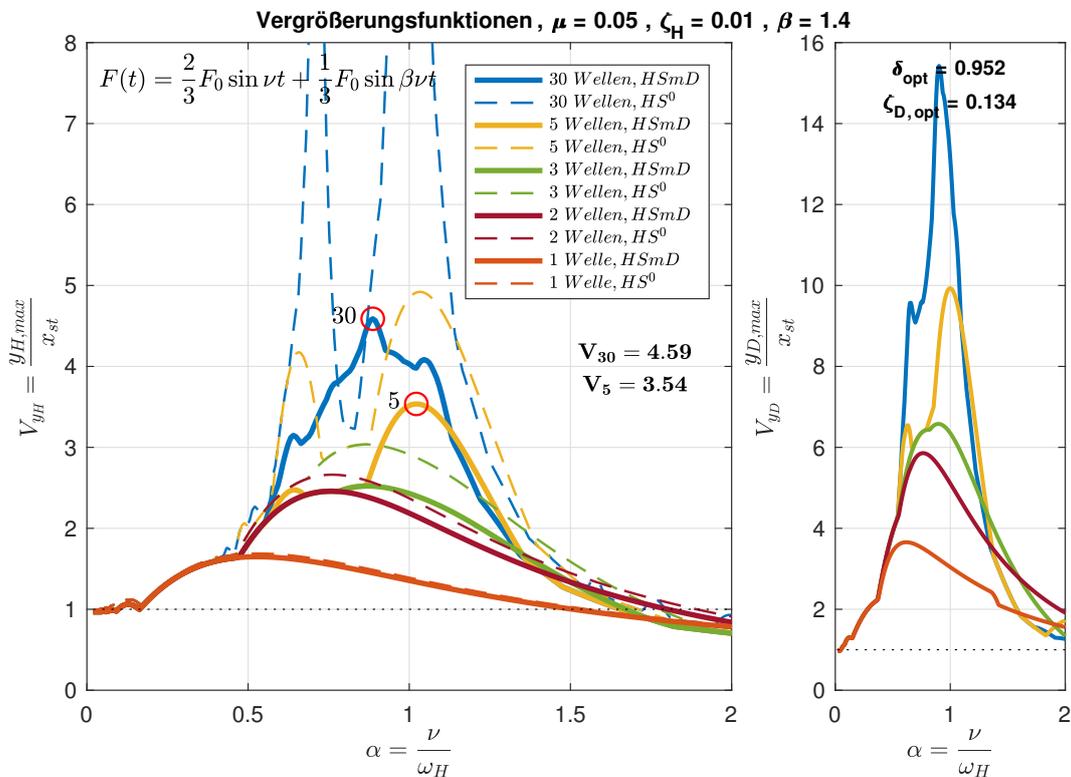
Ort der größten Verschiebung, 5 Halbwellen, $\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 2$



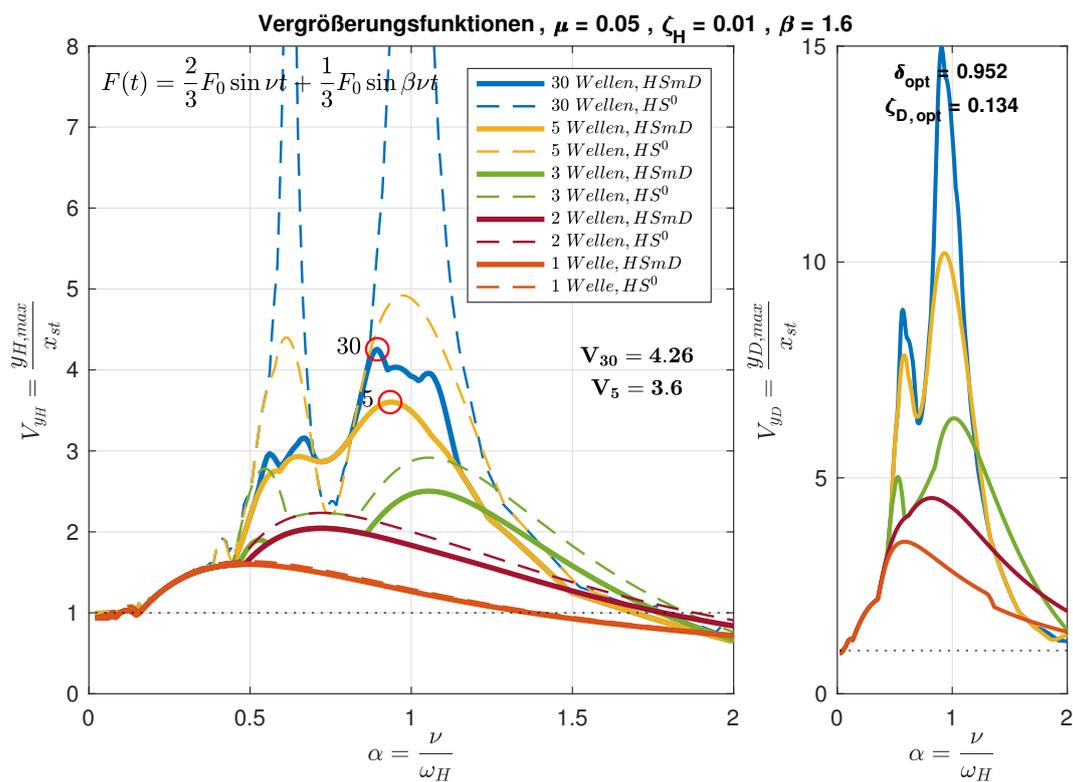
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 2.0$)



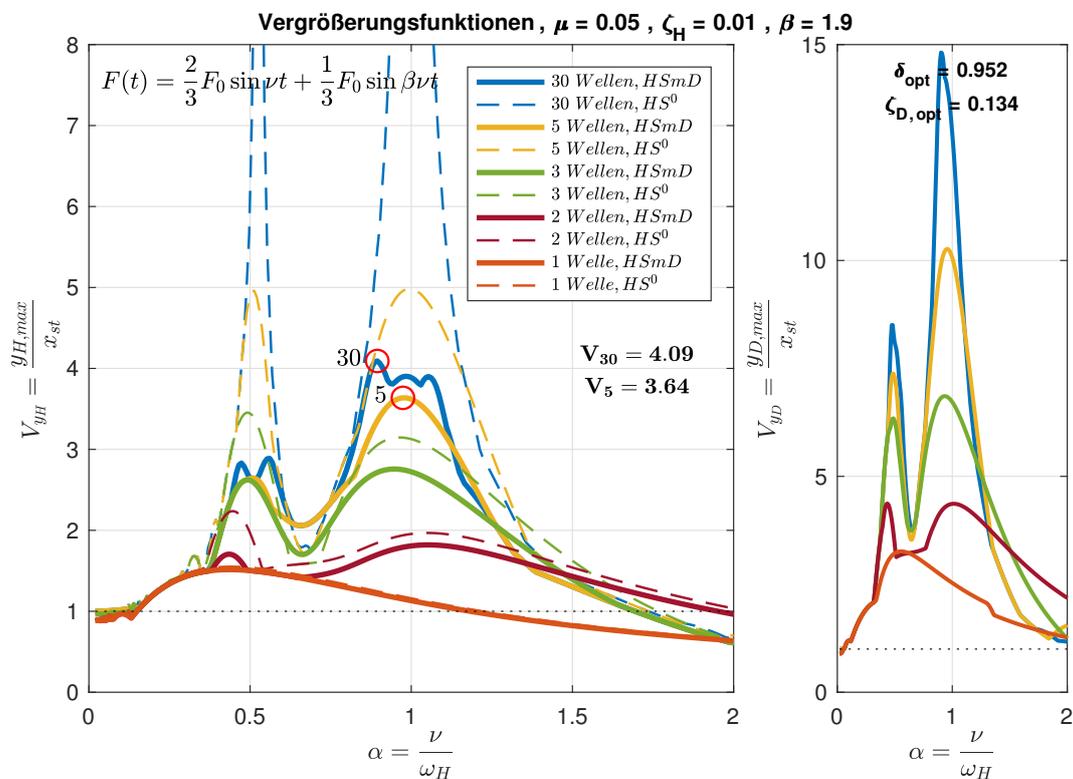
Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für 2 Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.1$)



Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für 2 Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.4$)

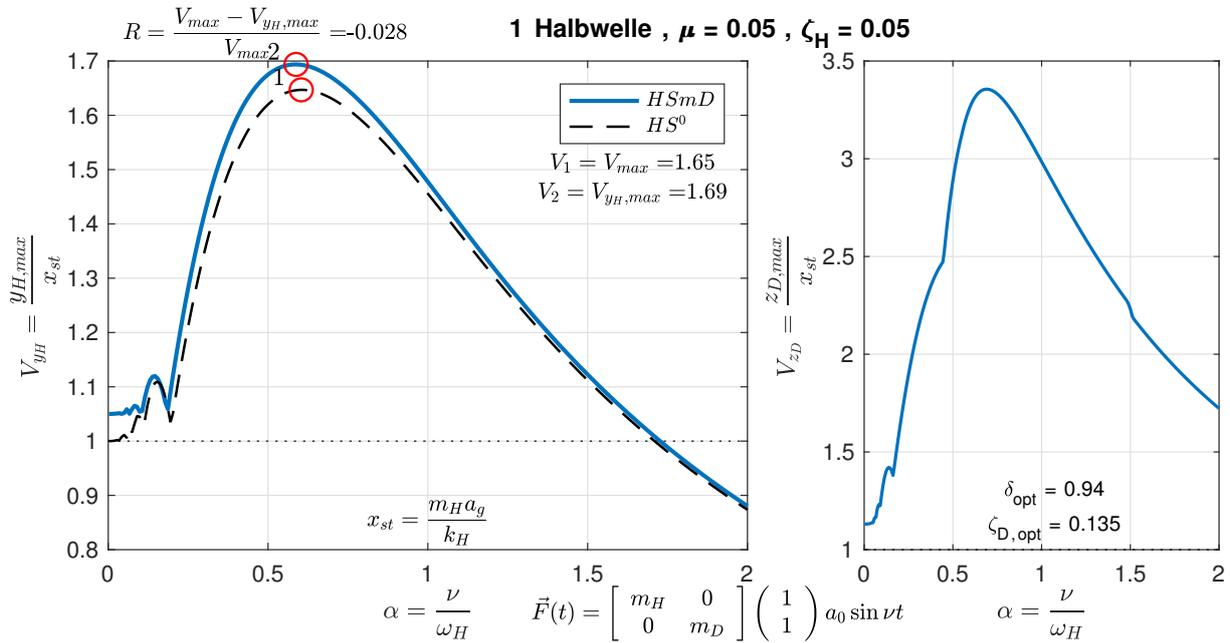


Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für 2 Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.6$)



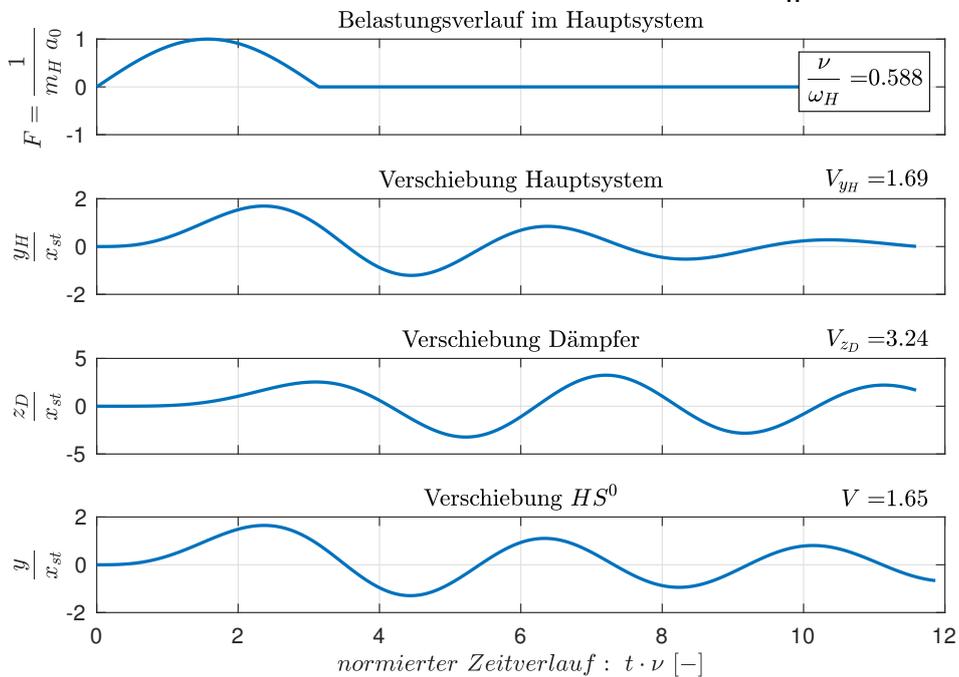
Vergleich der Vergrößerungsfunktionen für 2 Kraftanregungen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.01$, $\beta = 1.9$)

A.3 Schwingungsdämpfer unter einer harmonischen Weganregungen

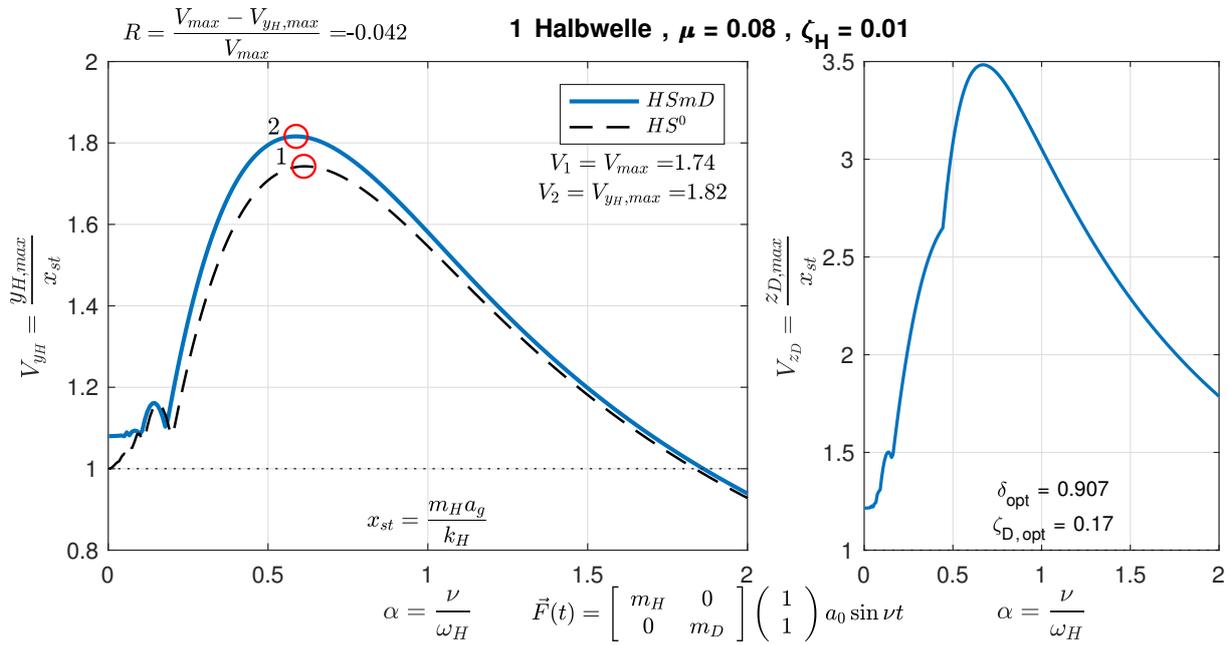


Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)

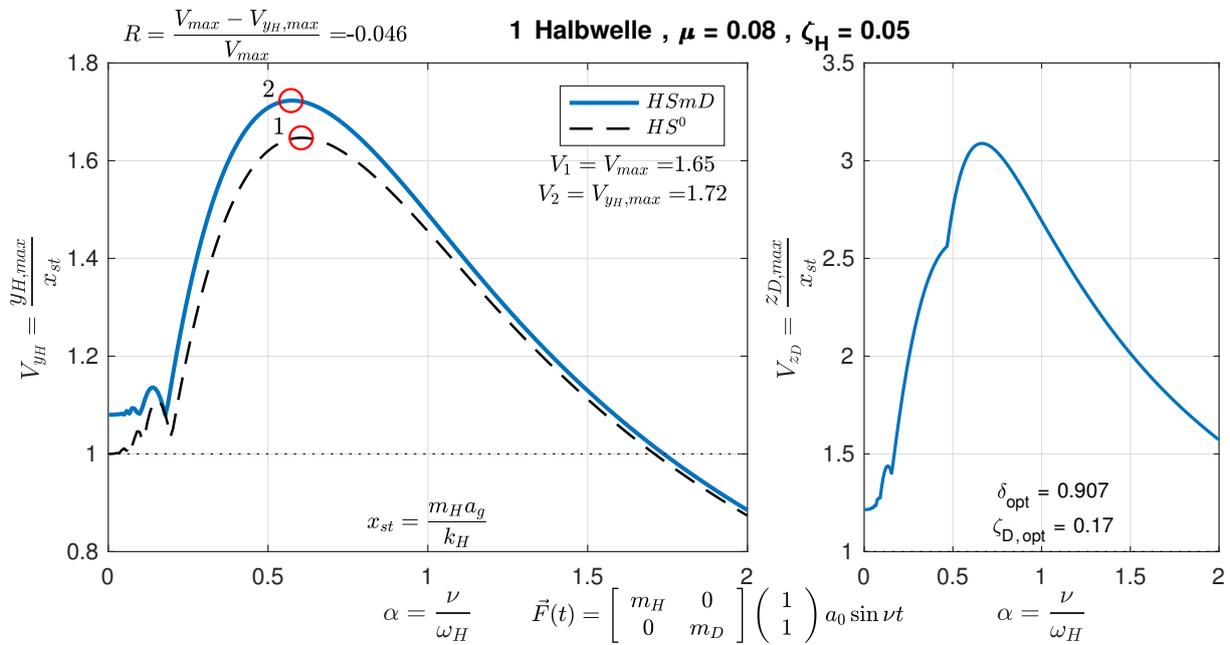
Ort der größten Verschiebung, 1 Halbwelle , $\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$



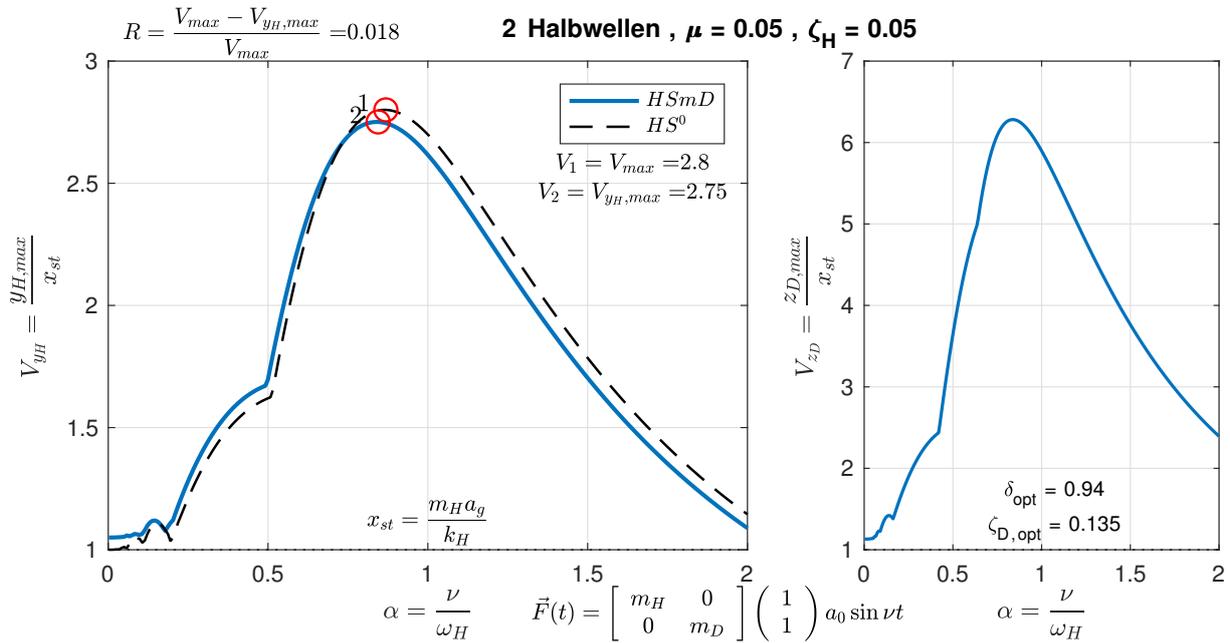
max. Verschiebungsverläufe für 1 Halbwelle ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



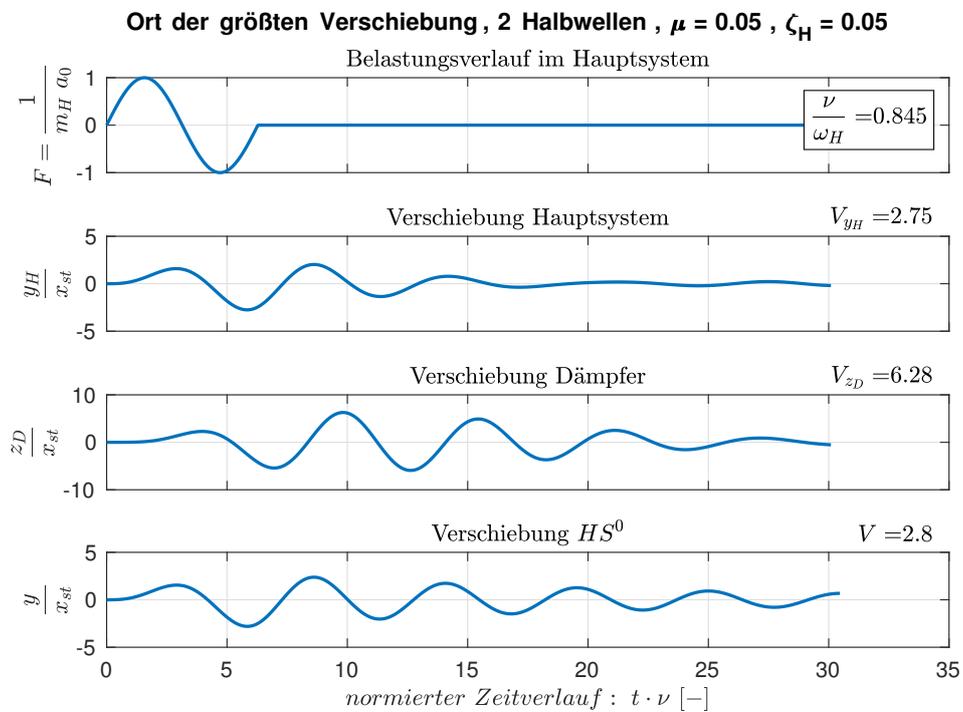
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)



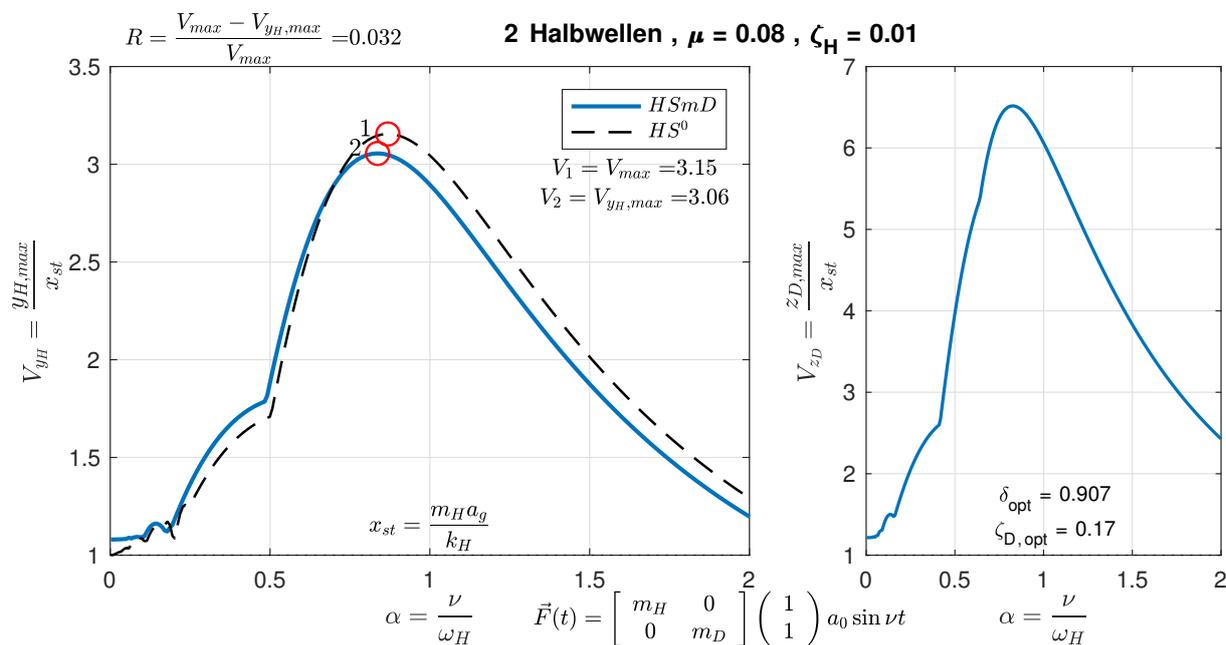
Vergrößerungsfunktionen für 1 Halbwelle ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



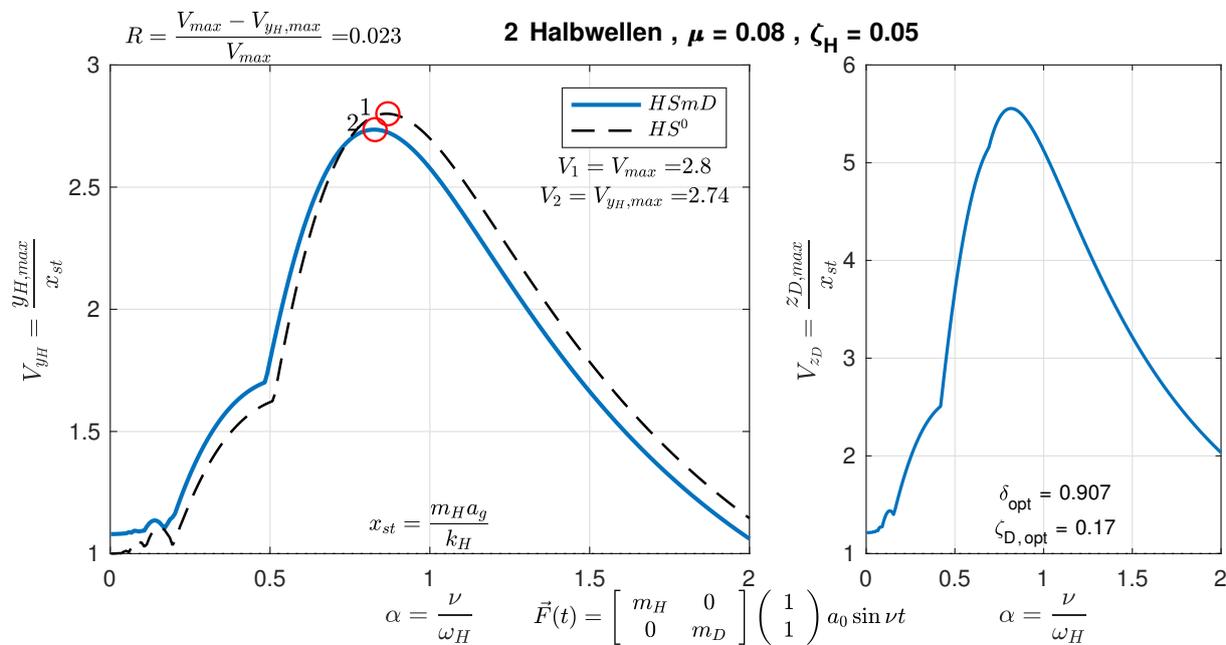
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



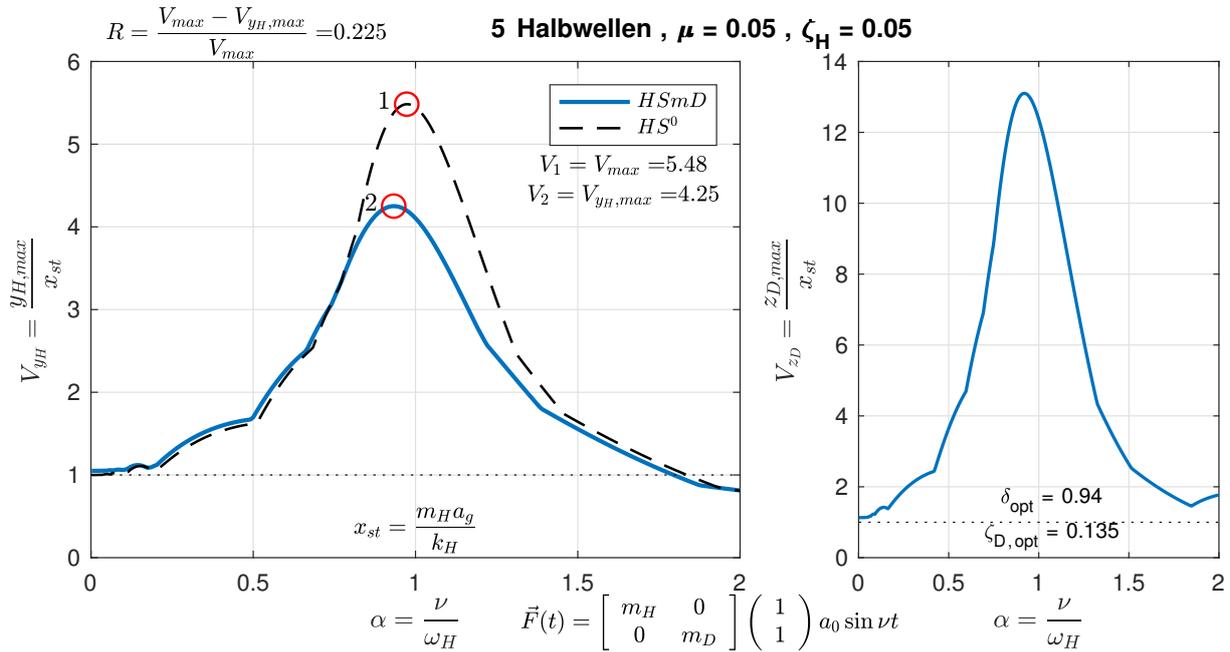
max. Verschiebungsverläufe für 2 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



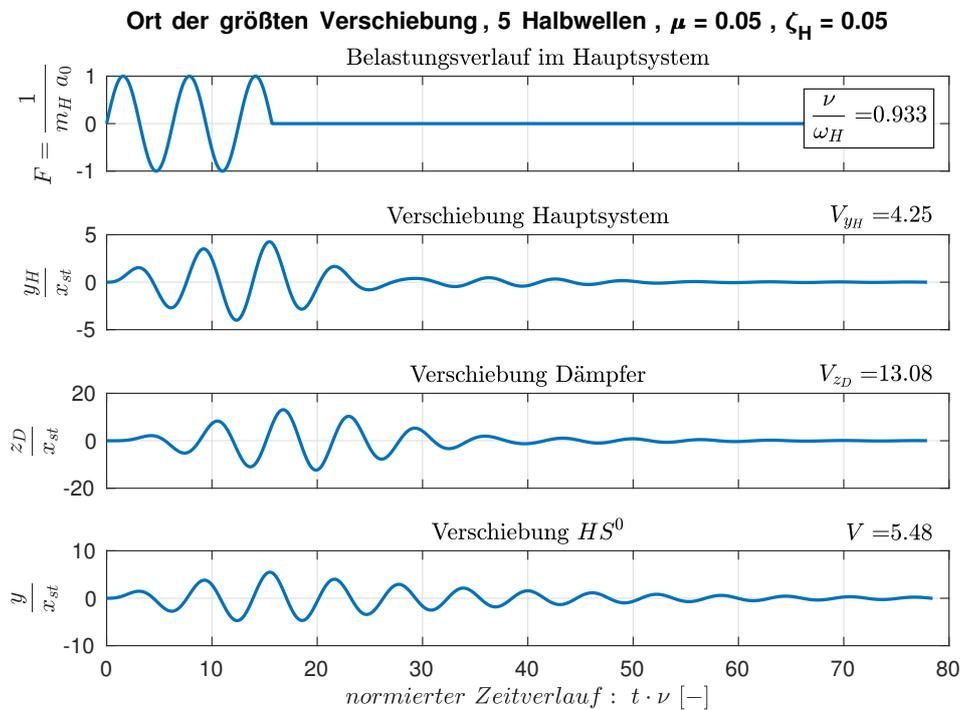
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)



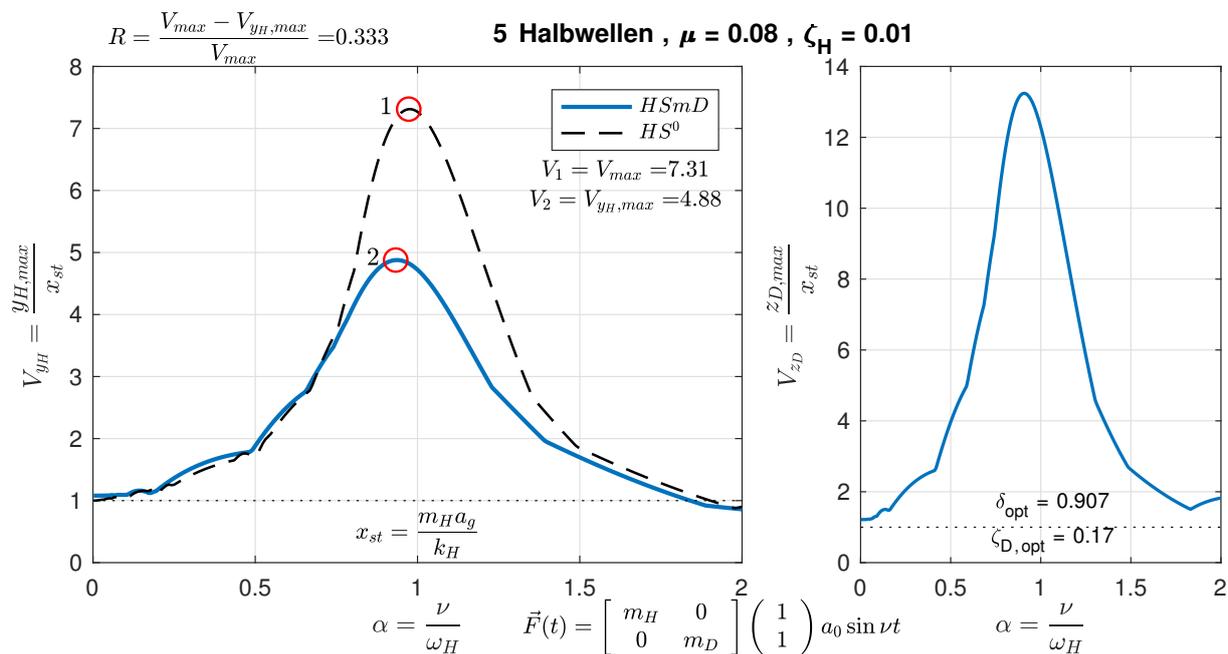
Vergrößerungsfunktionen für 2 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



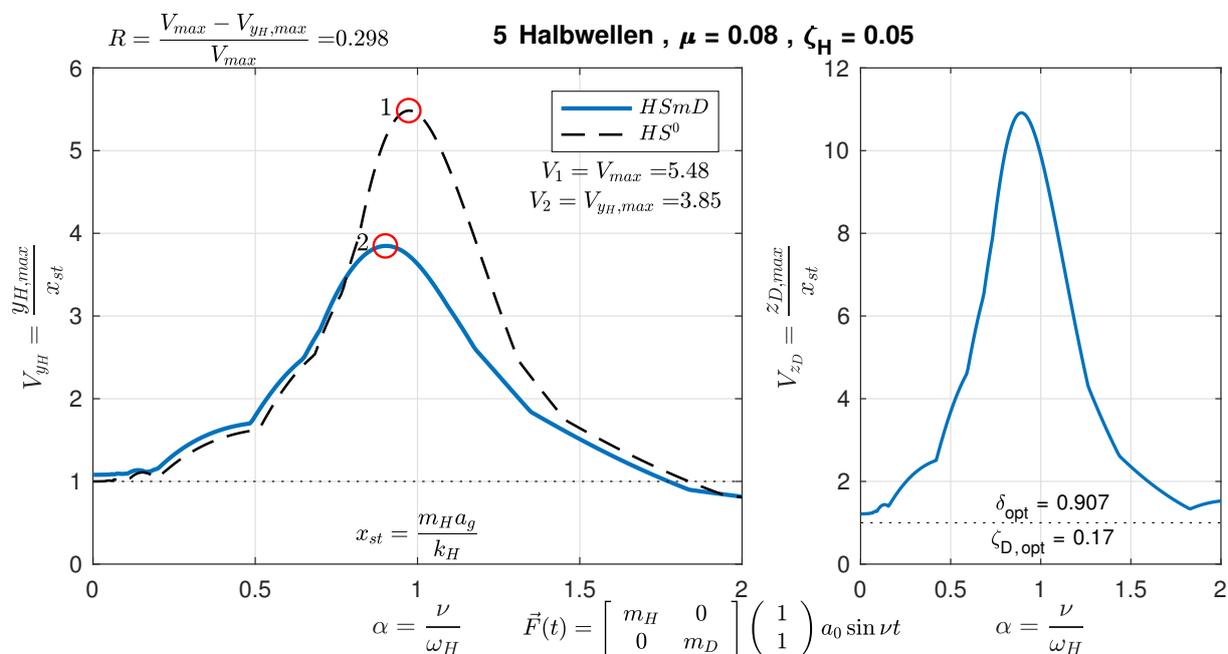
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



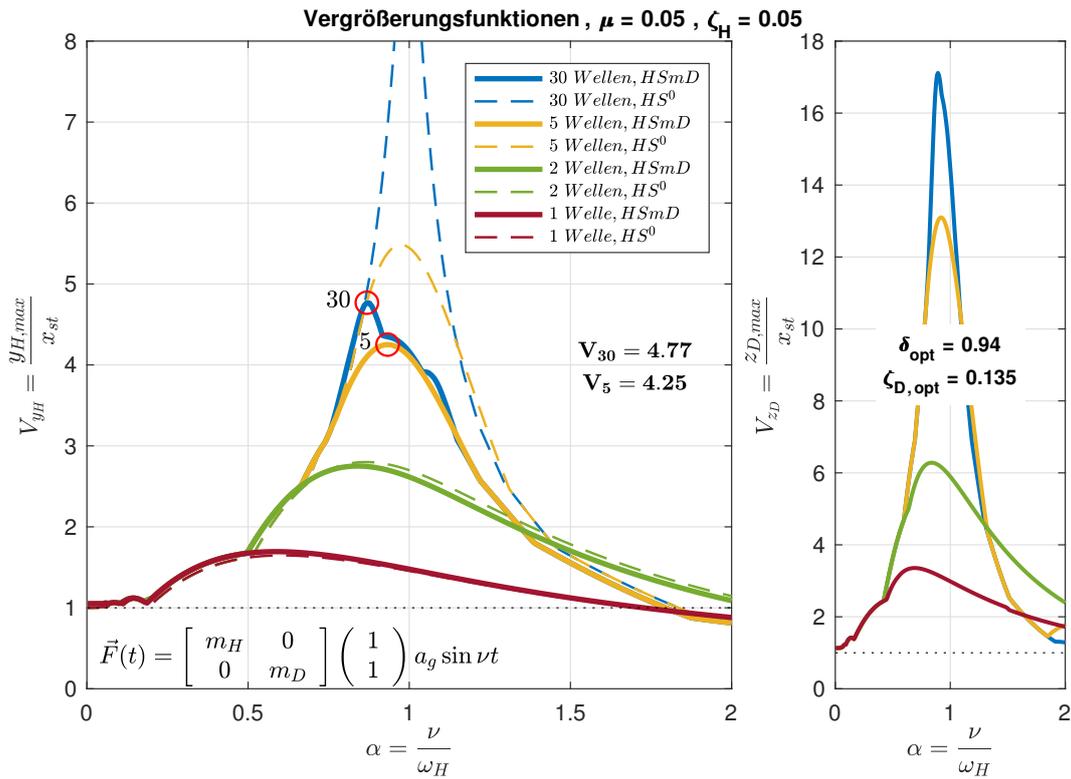
max. Verschiebungsverläufe für 5 Halbwellen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



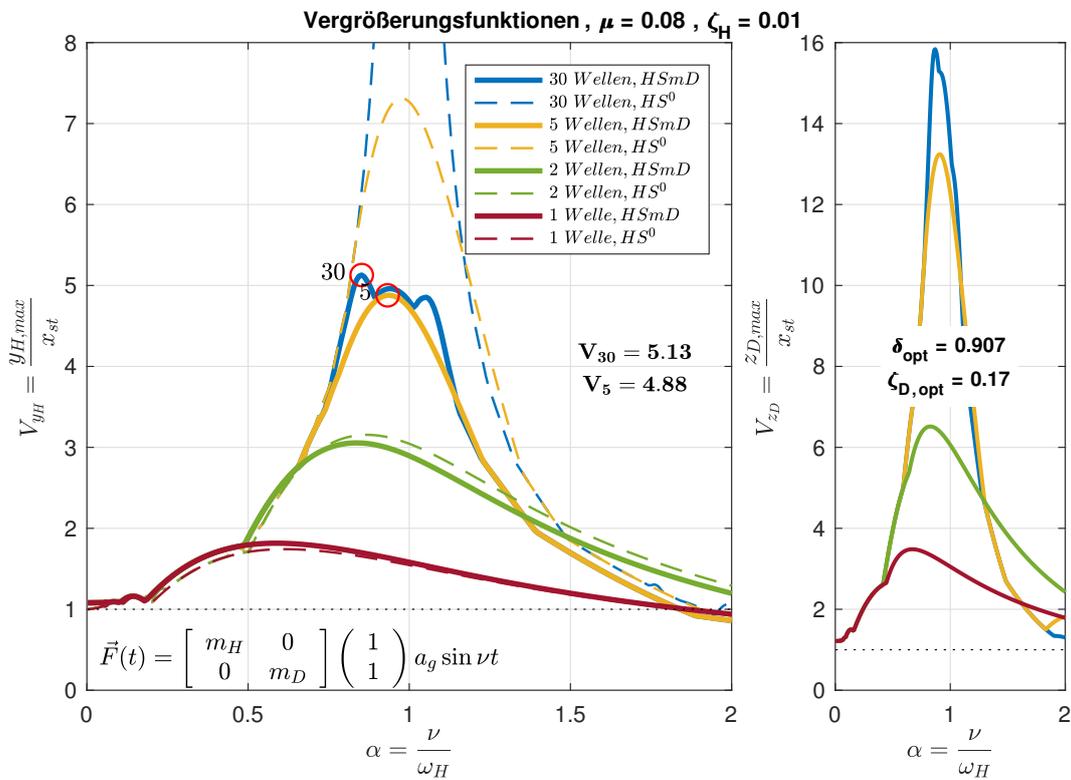
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)



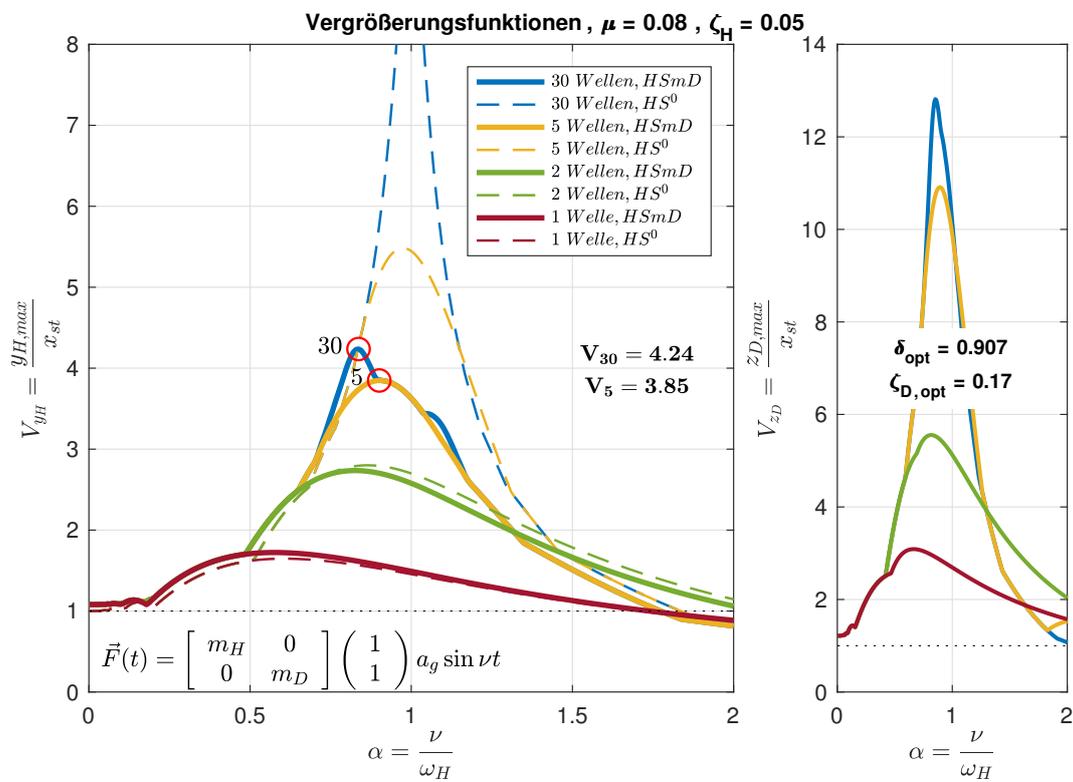
Vergrößerungsfunktionen für 5 Halbwellen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)



Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.05$, $\zeta_H = 0.05$)



Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.01$)



Vergleich der Vergrößerungsfunktionen ($\mu = 0.08$, $\zeta_H = 0.05$)

Anhang B: Verwendeter MATLAB-Code

B.1 Integrationsverfahren – Newmark

```
1 function [q] = newmark_linear(P,t,M,K,C,s0,v0,alpha,delta)
% Newmark Integration fuer lineare Systeme und konstante Zeitschritte
% Werte fuer Alpha und Delta:
% - konstante Beschleunigung:      alpha = 0,    delta = 0;
% - konstante Mittelbeschleunigung: alpha = 1/4,  delta = 1/2;
6 % - lineare Beschleunigung:      alpha = 1/6,  delta = 1/2;
% Anfangsbedingungen s0 & v0 muessen beide jeweils Vektoren sein mit der
% Anzahl an Freiheitsgraden (zB: 2 Massen, dann gibt es pro Masse je eine
% Anfangsbedingung fuer s0 & v0
% fuer Belastung durch Beschleunigungszeitverlaeufe muss fuer
11 % P(t) = -M*Beschleunigungsverlauf gesetzt werden
%-----
LM = length(M);
LT = length(t);
II = eye(LM);
16 dt = t(2)-t(1);
dt2 = dt^2;
B = M + delta*C*dt + alpha*K*dt2;
Binv = inv(B);
G = (1-delta)*C*dt + (1/2-alpha)*K*dt2;
21 A0 = -delta*Binv*K*dt;
B0 = II - delta*Binv*C*dt - delta*Binv*K*dt2;
C0 = (1-delta)*II*dt - delta*Binv*G*dt;
D0 = II - alpha*Binv*K*dt2;
E0 = II*dt - alpha*Binv*C*dt2 - alpha*Binv*K*(dt^3);
26 F0 = (1/2-alpha)*II*dt2 - alpha*Binv*G*dt2;

DN = zeros(LM*3);
DN(1:LM,1:LM) = D0;
DN(1:LM,LM+1:LM*2) = E0;
31 DN(1:LM,2*LM+1:LM*3) = F0;
DN(LM+1:LM*2,1:LM) = A0;
DN(LM+1:LM*2,LM+1:LM*2) = B0;
DN(LM+1:LM*2,2*LM+1:LM*3) = C0;
DN(2*LM+1:LM*3,1:LM) = -Binv*K;
36 DN(2*LM+1:LM*3,LM+1:LM*2) = -Binv*C-Binv*K*dt;
DN(2*LM+1:LM*3,2*LM+1:LM*3) = -Binv*G;

HN = zeros(LM*3,LM);
HN(1:LM,:) = alpha*Binv*dt2;
41 HN(LM+1:LM*2,:) = delta*Binv*dt;
HN(2*LM+1:LM*3,:) = Binv;

q = zeros(LM*3,LT);
% Anfangsbedingung
46 q(1:LM,1) = s0;
q(LM+1:2*LM,1) = v0;
q(2*LM+1:3*LM,1) = M\ (P(:,1) - C*q(LM+1:2*LM,1) - K*q(1:LM,1));
```

```

    for iE = 1:L-1
        q(:,iE+1) = DN * q(:,iE) + HN * P(:,iE+1);
51    end
end

```

B.2 Fouriertransformation für nicht periodische Funktionen

```

function [C_omega] = fourierTrans_nichtperiodisch(P,t,omega)
% diskrete Fourier-Transformation fuer eine nichtperiodische Funktion
3 % diskrete Belastungsfunktion wird in den Frequenzbereich umgerechnet
% Zeitschritte sind konstant und gleich delta_t
% Anzahl der Schritte ist N = T / delta_t
% n startet bei 1 und geht bis N
%
8 %-----
delta_T = (t(end)-t(1))/(length(t)-1);
C_omega = delta_T*sum(P.*exp(-i*omega*t),2);
end

```

B.3 Fouriertransformation für harmonische Anregung mit bestimmter Anzahl an Halbwellen

```

%% Fouriertransformation der harmonischen Belastung mit endlicher
    Sinushalbwellenanzahl
clear, clc;
NHW = 3;
4 beta = 1.7;
FO = 1;
maxW = 20;
f_0 = 2;          % Frequenz
Fs = 100;        % Sampling frequency
9 LS = maxW*Fs/(2*f_0);
T = 1/Fs;        % Sampling period

nue = 2*pi*f_0;
iL = NHW*pi()/nue;
14 fun = @(x) sin(nue*x)+0.5*sin(beta*nue*x);
iL = fzero(fun,iL);
%% Eigene Fouriertransformation
t_E = linspace(0,LS*T,5000);
tv = t_E(t_E<=iL);
19 tn = t_E(t_E>iL);
FOt = FO*[tv.^0,tn.*0];
F_E = FOt.*(2/3*sin(nue*t_E)+1/3*sin(beta*nue*t_E));

kappa = linspace(0,7,5001);
24 f_E = kappa.*f_0;
omega_E = 2*pi*f_E;

C_omega_New = zeros(length(omega_E),1);
for iE = 1:length(omega_E)
29 C_omega_New(iE) = fourierTrans_nichtperiodisch(F_E,t_E,omega_E(iE));

```

```

end
C_om_Abs = abs(C_omega_New);
F_Plot = C_om_Abs./F0.*nue;

34 maxF_P = max(F_Plot);
k1 = find(F_Plot == maxF_P);
f_haupt2 = round(kappa(k1),2);
x_2 = [kappa(k1) kappa(k1)];
y_2 = [0 maxF_P];
39 %% Plot
f1 = figure;
set(f1,'Position',[200 200 375 185])
p1 = plot(kappa,F_Plot);
hold on
44 p2 = plot(x_2,y_2);
set(p2,'LineWidth',1.0,'LineStyle',':','Color','k')
plot(x_2(end),y_2(end),'ro','MarkerSize',8)
text(0.3+x_2(end),y_2(end),[num2str(round(y_2(end),3))],'Interpreter','
    latex');
set(p1,'LineWidth',1.5,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
49 title('$$ \textbf{Einseitiges Amplitudenspektrum der Belastung F(t)} $$','
    interpreter','latex')
xlabel('$$ \kappa = \frac{\omega}{\nu} $$','interpreter','latex')
ax = gca;
ylabel('$$ |F(\omega)| \cdot \frac{\nu}{F_0} $$','interpreter','latex')
textbeta = ['\beta = ' num2str(beta)];
54 text(0.7,0.15,textbeta,'Units','normalized','FontSize',12)
grid on
% Add another set of axes
handaxes3 = axes('Position', [0.62 0.6 0.24 0.2]);
p3 = plot(t_E.*f_0, F_E./F0);
59 ax = gca;
ax.YLim = [-1 1];
set(p3,'LineWidth',1.1,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
set(handaxes3, 'Box','off')
text_Welle = num2str(NHW);
64 if text_Welle == '30'
    text_Welle = ' \infty ';
end
if text_Welle == '1'
    text_Title = ['$$ F(t) -' text_Welle '~ Halbwelle $$'];
69 else
    text_Title = ['$$ F(t) -' text_Welle '~ Halbwellen $$'];
end
title(text_Title,'interpreter','latex')
xlabel('$$ t \cdot \frac{\nu}{2\pi} $$','interpreter','latex')
74 ylabel('$$ \frac{F(t)}{F_0} $$','interpreter','latex')
grid on

```

B.4 Schwingungsdämpfer unter Kraftanregung

```

%% Schwingungsdämpfer unter Kraftanregung
clear, clc
for nHw = [1,2,3,5]
    for beta = 1:[1.1,1.2,1.3,1.4,1.5,1.6,1.7,1.8,1.9,2]
5        for zeta = [0.01, 0.02, 0.05]

```

```

clearvars -except nHw mue zeta_h beta
%% Eingangsdaten -- Daempferwerte nach Den Hartog
mue = 0.05;
wh = 6;
10 Abstimmung_zeta_h = 0; % 1... Abgestimmt, 0...nur lt. DEN HARTOG
zusatz = 0; % bei 1, Beruecksichtigung der zusaetzliche Belastung durch 2.
    Welle
        % bei 2, Beruecksichtigung durch 3. Welle
if zusatz == 1
    beta_text = [ ' , beta = ', num2str(beta) ];
15    beta_file = [ '_beta_', num2str(beta*10) ];
    xst_text = '$$x_{st} = \frac{F_0}{k_H} $$';
elseif zusatz == 2
    beta2 = beta*beta;
    beta_text = [ ' , beta = ', num2str(beta), ' , beta_2 = ', num2str(beta2) ];
20    beta_file = [ '_beta_', num2str(beta*10), '_beta2_', num2str(beta2*10) ];
    xst_text = '$$x_{st} = \frac{F_0}{k_H} $$';
else
    beta_text = '';
    beta_file = '';
25    xst_text = '$$x_{st} = \frac{F_0}{k_H} $$';
end
alpha = linspace(0.01,2,250);
nue = alpha.*wh;
iN = length(nue);
30
h1 = 1.75;
h2 = 5;
X0 = (h2-h1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+h1;
X = [X0 h2*alpha(alpha>1).^0];
35 iX1 = 100;
iX2 = 300;
iX0 = (iX2-iX1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+iX1;
iX = [iX0 iX2*alpha(alpha>1).^0];

40 delta = 1/(1+mue);
zeta_d = sqrt(3*mue/(8*(1+mue)));
TextAb = '';
fileAb = '';
if Abstimmung_zeta_h == 1
45 delta = delta-(0.241+1.7*mue-2.6*mue.^2).*zeta_h-(1-1.9*mue+mue.^2).*zeta_h
    ^2;
    zeta_d = zeta_d + (0.13+0.12*mue+0.4*mue.^2).*zeta_h-(0.01+0.9*mue+3*mue.^2).*
        zeta_h^2;
    TextAb = ' ( abgestimmt auf zeta_h ) ';
    fileAb = '_abgestimmt';
end
50 % Hauptsystem
mh = 500; % kg
kh = mh*wh^2; % N/m
ch = 2*wh*mh*zeta_h;
% Daempfer
55 md = mue*mh;
wd = delta*wh;
kd = md*wd^2;
cd = 2*wd*md*zeta_d;

60 M = zeros(2); C = M; K = M;
lM = length(M);

```

```

M(1) = mh;
M(end) = md;
65 C(1) = ch+cd;
C(2) = -cd;
C(3) = C(2);
C(4) = cd;
K(1) = kh+kd;
70 K(2) = -kd;
K(3) = -kd;
K(4) = kd;

M0 = mh; C0 = ch; K0 = kh;
75 %% Anfangsbedingung
s0 = zeros(length(M),1);
v0 = s0;
s00 = 0; v00 = 0;
%% Newmark_Integration
80 F0 = [1000;0]; % N
xst = F0(1)/kh;

iL = zeros(1,iN);
tL = iL;
85 for iI = 1:iN
    iL(iI) = nHw*pi()/nue(iI);
    if zusatz == 1
        fun = @(x) sin(nue(iI)*x)+0.5*sin(beta*nue(iI)*x);
        iL(iI) = fzero(fun,iL(iI));
90    elseif zusatz == 2
        fun = @(x) 3/6*sin(nue(iI)*x)+2/6*sin(beta*nue(iI)*x)+1/6*sin(
            beta2*nue(iI)*x);
        iL(iI) = fzero(fun,iL(iI));
    end
    tL(iI) = round(iX(iI)*iL(iI)*X(iI),0);
95 end
tLmax = max(tL);
iT = tLmax;
tt = zeros(iN,tLmax);

100 y = tt; yd = y; zd = y; y0 = y;
P = zeros(iN,tLmax);
P1=P; P2=P; P3 = P;
t = P;
Vy = zeros(iN,1);
105 Vyd = Vy;
Vzd = Vy;
V0 = Vy;
itB = Vy;
PP = zeros(2,tLmax);
110 for iI = 1:iN
    tB = linspace(0,X(iI)*iL(iI),tL(iI));
    itB(iI) = length(tB);
    tv = tB(tB<=iL(iI));
    tn = tB(tB>iL(iI));
115    tg = [tv,tn.*0];
    t(iI,1:itB(iI)) = tB;
P(iI,1:itB(iI)) = F0(1)*sin(nue(iI)*tg);
P1(iI,1:itB(iI)) = F0(1)*sin(nue(iI)*tg);
P2(iI,1:itB(iI)) = P1(iI,1:itB(iI));
120 P3(iI,1:itB(iI)) = P1(iI,1:itB(iI));
    if zusatz == 1

```

```

        P(iI,1:itB(iI)) = 2/3*P(iI,1:itB(iI)) + 1/3*F0(1)*sin(beta*nue(iI)*tg);
        P2(iI,1:itB(iI)) = 1/3*F0(1)*sin(beta*nue(iI)*tg);
    elseif zusatz == 2
125     P(iI,1:itB(iI)) = 3/6*P(iI,1:itB(iI)) + 2/6*F0(1)*sin(beta*nue(iI)*tg)
        + 1/6*F0(1)*sin(beta2*nue(iI)*tg);
        P2(iI,1:itB(iI)) = 2/6*F0(1)*sin(beta*nue(iI)*tg);
        P3(iI,1:itB(iI)) = 1/6*F0(1)*sin(beta2*nue(iI)*tg);
    end
    PP(1,:) = 0;
130 PP(1,1:itB(iI)) = P(iI,1:itB(iI));

    q = newmark_linear(PP(:,1:itB(iI)),tB,M,K,C,s0,v0,1/6,1/2);
    q0 = newmark_linear(P(iI,1:itB(iI)),tB,M0,K0,C0,s00,v00,1/6,1/2);

135 y(iI,1:itB(iI)) = q(1,:);
    yd(iI,1:itB(iI)) = q(2,:);
    zd(iI,1:itB(iI)) = yd(iI,1:itB(iI)) - y(iI,1:itB(iI));
    ymax = max(abs(y(iI,1:itB(iI))));
    ydmax = max(abs(yd(iI,1:itB(iI))));
140 zdmax = max(abs(zd(iI,1:itB(iI))));
    Vy(iI) = ymax/xst;
    Vyd(iI) = ydmax/xst;
    Vz(iI) = zdmax/xst;
    y0(iI,1:itB(iI)) = q0(1,:);
145 xmax0 = max(abs(y0(iI,1:itB(iI))));
    V0(iI) = xmax0/xst;
    end
    if zusatz == 1
        strKraft1 = '$$F(t) = \frac{2}{3} { F }_{ 0 } \sin { \nu t } + \frac{1}{3}
            { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } $$';
150 strKraft2 = '$$F(t) = \frac{1}{6} { F }_{ 0 } \left[ \frac{2}{3} { F }_{ 0 }
            \sin { \nu t } + \frac{1}{3} { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } \right]
            $$';
        elseif zusatz == 2
            strKraft1 = '$$F(t) = \frac{3}{6} { F }_{ 0 } \sin { \nu t } + \frac{2}{6}
                { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } + \frac{1}{6} { F }_{ 0 } \sin { \beta_2
                    \nu t } $$';
            strKraft2 = '$$F(t) = \frac{1}{6} { F }_{ 0 } \left[ \frac{3}{6} { F }_{ 0 }
                \sin { \nu t } + \frac{2}{6} { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } + \frac
                    {1}{6} { F }_{ 0 } \sin { \beta_2 \nu t } \right] $$';
        else
155 strKraft1 = '$$F(t) = { F }_{ 0 } \sin { \nu t } $$';
            strKraft2 = '$$F(t) = \frac{{ F }_{ 0 } \sin { \nu t }}{{F_0}} $$';
        end
    %% Maximalwerte
    Vy_max = max(Vy);
160 ort = find(Vy==Vy_max);
    Vmax_Str = num2str(Vy_max);
    Vyd_max = max(Vyd);
    ortd = find(Vyd==Vyd_max);
    Vdmax_Str = num2str(Vyd_max);
165 Vmax0 = max(V0);
    ort0 = find(V0==Vmax0);
    Vmax0_Str = num2str(Vmax0);
    ort_18 = find(alpha >= 0.18,1);
    Vmax_min = max(Vy(1:ort_18));
170 ort_min = find(Vy(1:ort_18) == Vmax_min);
    Vmax_min0 = max(V0(1:ort_18));
    ort0_min = find(V0(1:ort_18) == Vmax_min0);

```

```

R= (Vmax0-Vy_max) / Vmax0; % Reduktionsfaktor
175 %% Plot der Vergrößerungsfunktionen
f1 = figure;
set(f1,'Position',[200 200 620 275])
hohe = 40;
breite = 12;
180 hohe_p1 = 38;
breite_p1 = 7;
vec_p1 = [];
vec_p2 = [];
for iP1 = 1:hohe_p1
185     vec_p1 = [vec_p1 (iP1-1)*breite+(1:breite_p1)];
        vec_p2 = [vec_p2 (iP1-1)*breite+(breite_p1+2:breite)];
end
subplot(hohe,breite,vec_p1)
p1 = plot(alpha,Vy);
190 set(p1,'LineWidth',1.8,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
hold on
p2 = plot(alpha,V0);
plot(alpha,alpha.^0,'LineStyle',':','Color','black')
plot(alpha(ort),Vy_max,'ro','MarkerSize',10)
195 plot(alpha(ort0),Vmax0,'ro','MarkerSize',10)
set(p2,'LineWidth',1.1,'LineStyle','--','Color','black')
l1 = legend('$H_{smD}$','$H_{s0}$');
set(l1,'interpreter','latex')
xlabel('$\displaystyle \alpha = \frac{\nu}{\omega_{H}}$', 'interpreter','latex'
)
200 ylabel('$\displaystyle V_{y_H} = \frac{y_{H,max}}{x_{st}}$', 'interpreter','
latex')

text_Vy_max = ['$V_2 = V_{y_H,max} = $$$',num2str(round(Vy_max,2))];
text_V0_max = ['$V_1 = V_{max} = $$$',num2str(round(Vmax0,2))];
text(0.84,0.77,text_V0_max,'Units','normalized','HorizontalAlignment','
center','Interpreter','latex');
205 text(0.84,0.71,text_Vy_max,'Units','normalized','HorizontalAlignment','
center','Interpreter','latex');
text(-0.05+alpha(ort),0.02+Vy_max,'2','FontSize',11,'HorizontalAlignment','
right','Interpreter','latex');
text(-0.05+alpha(ort0),0.02+Vmax0,'1','FontSize',11,'HorizontalAlignment','
right','Interpreter','latex');
str_13 = text(0.5,0.055,xst_text,'Units','normalized','HorizontalAlignment'
,'center','Interpreter','latex');
set(str_13,'FontSize',10)
210 grid on

subplot(hohe,breite,vec_p2)
p12 = plot(alpha,Vzd);
hold on
215 plot(alpha,alpha.^0,'LineStyle',':','Color','black')
set(p12,'LineWidth',1.4,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
xlabel('$\displaystyle \alpha = \frac{\nu}{\omega_{H}}$', 'interpreter','latex'
)
ylabel('$\displaystyle V_{z_D} = \frac{z_{D,max}}{x_{st}}$', 'interpreter','
latex')
str2 = texlabel(['delta_opt = ',num2str(round(delta,3))]);
220 str3 = texlabel(['zeta_{D,opt} = ',num2str(round(zetad,3))]);
str4 = texlabel(TextAb);
str_2 = text(0.54,0.08,{str2;str3},'Units','normalized');
set(str_2,'HorizontalAlignment','center','Color','black','FontSize',9);
grid on

```

```

225 a1 = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
    if nHw == 1
        str1 = texlabel([num2str(nHw),' Halbwelle ', mu = ',num2str(mue),' ,
            zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
    else
        str1 = texlabel([num2str(nHw),' Halbwellen ', mu = ',num2str(mue),' ,
            zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
230 end
    str = text(0.55,0.97,str1);
    set(str,'HorizontalAlignment','center','FontSize',11,'FontWeight','bold');

    str_12 = text(0.5,0.05,strKraft1,'Interpreter','latex');
235 set(str_12,'FontSize',10)

    str_14 = text(0.14,0.97,['$$R = \frac{V_{\max}-V_{y_H,\max}}{V_{\max}}$$',
        num2str(round((Vmax0-Vy_max)/Vmax0,3))],'Interpreter','latex');

    %% Plot der max. Verschiebungsverlauf
240 l_S = 1.5; % Linienstaerke
    f2 = figure;
    set(f2,'Position',[200 200 500 335])
    Ax1 = subplot(4,1,1);
    p33 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),P3(ort,1:itB(ort))./F0(1),'--',
        LineWidth',0.2,'Color','green');
245 hold on
    p32 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),P2(ort,1:itB(ort))./F0(1),'--',
        LineWidth',0.2,'Color','red');
    p31 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),P1(ort,1:itB(ort))./F0(1),'--',
        LineWidth',0.2,'Color','black');
    p3 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),P(ort,1:itB(ort))./F0(1),'LineWidth',
        l_S,'Color',[0 0.4470 0.7410]);
    axx = gca;
250 axx.YLim = [-1,1];
    ylabel('$\displaystyle F=\frac{1}{F_0}$','interpreter','latex')
    title('Belastungsverlauf','interpreter','latex')
    grid on
    set(Ax1,'XTickLabel',[])

255 Ax2 = subplot(4,1,2);
    p4 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),y(ort,1:itB(ort))./xst,'LineWidth',l_S
    );
    ylabel('$\displaystyle \frac{y_H}{x_{st}}$','interpreter','latex')
    title('Verschiebung Hauptsystem','interpreter','latex')
260 grid on
    set(Ax2,'XTickLabel',[])

    Ax3 = subplot(4,1,3);
    p5 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),zd(ort,1:itB(ort))./xst,'LineWidth',
        l_S);
265 ylabel('$\displaystyle \frac{z_D}{x_{st}}$','interpreter','latex')
    title('Verschiebung D\ampfer','interpreter','latex')
    grid on
    set(Ax3,'XTickLabel',[])

270 subplot(4,1,4)
    p6 = plot(nue(ort0)*t(ort0,1:itB(ort0)),y0(ort0,1:itB(ort0))./xst,'
        LineWidth',l_S);
    title('$$ \textup{Verschiebung} \sim HS^0 $$','interpreter','latex')
    ylabel('$\displaystyle \frac{y}{x_{st}}$','interpreter','latex')

```

```

xlabel('$$ normierter~ Zeitverlauf: ~t \cdot \nu ~[-] $$','interpreter','
    latex')
275 grid on

ah = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
if nHw == 1
    strT = texlabel(['Ort der groessten Verschiebung , ' ,num2str(nHw),'
        Halbwelle , mu = ',num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),
        beta_text,TextAb]);
280 else
    strT = texlabel(['Ort der groessten Verschiebung , ' ,num2str(nHw),'
        Halbwellen , mu = ',num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),
        beta_text,TextAb]);
end
strh = text(0.5,0.97,strT);
set(strh,'HorizontalAlignment', 'center','Color','black','FontSize',11,'
    FontWeight','bold');
285
rtext = round(nue(ort)/wh,3);
rtext2 = round(nue(ort_min)/wh,2);
strT7 = ['$$\frac { \nu }{ { \omega }_{ H } } = $$',num2str(rtext)];
strh7 = text(0.885,0.84,strT7,'BackgroundColor','w','EdgeColor','k','
    Interpreter','latex');
290 set(strh7,'HorizontalAlignment', 'right','Color','black','FontSize',11);
str23 = ['$$\{ V \}_{ y_H }= $$',num2str(round(max(abs(y(ort,1:itB(ort))./xst
    ),2)))]];
str_23 = text(0.89,0.705,str23,'Interpreter','latex');
set(str_23,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')
str24 = ['$$\{ V \}_{ z_D }= $$',num2str(round(max(abs(zd(ort,1:itB(ort))./xst
    ),2)))]];
295 str_24 = text(0.89,0.485,str24,'Interpreter','latex');
set(str_24,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')

str25 = ['$$\{ V \}= $$',num2str(round(max(abs(y0(ort0,1:itB(ort0))./xst)),2))
    ];
str_25 = text(0.89,0.265,str25,'Interpreter','latex');
300 set(str_25,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')

%% Plot der Verschiebungsverlaeufer bei kleiner Erregerfrequenz
f3 = figure;
set(f3,'Position',[200 200 500 335])
305 Ax31 = subplot(4,1,1);
p73 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),P3(ort_min,1:itB(ort_min))
    )./F0(1),'--','LineWidth',0.2,'Color','green');
hold on
p72 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),P2(ort_min,1:itB(ort_min))
    )./F0(1),'--','LineWidth',0.2,'Color','red');
p71 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),P1(ort_min,1:itB(ort_min))
    )./F0(1),'--','LineWidth',0.2,'Color','black');
310 p7 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),P(ort_min,1:itB(ort_min))
    )./F0(1),'LineWidth',1_S,'Color',[0 0.4470 0.7410]);
axy = gca;
axy.YLim = [-1,1];
ylabel('\$ \displaystyle F = \frac{1}{F_0} \$','interpreter','latex')
title('Belastungsverlauf','interpreter','latex')
315 grid on
set(Ax31,'XTickLabel',[])

Ax32 = subplot(4,1,2);

```

```

p8 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),y(ort_min,1:itB(ort_min))
    ./xst,'LineWidth',1_S);
320 ylabel('\$\displaystyle \frac{y_H}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
    title('Verschiebung Hauptsystem','interpreter','latex')
    grid on
    set(Ax32,'XTickLabel',[])

325 Ax33 = subplot(4,1,3);
p9 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),zd(ort_min,1:itB(ort_min))
    ./xst,'LineWidth',1_S);
ylabel('\$\displaystyle \frac{z_D}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
title('Verschiebung D\ampfer','interpreter','latex')
grid on
330 set(Ax33,'XTickLabel',[])

subplot(4,1,4)
p10 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),y0(ort_min,1:itB(ort_min))
    ./xst,'LineWidth',1_S);
title('\$\$ \textup{Verschiebung}~ HS^0 \$$', 'interpreter','latex')
335 ylabel('\$\displaystyle \frac{y}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
xlabel('\$\$ normierter~ Zeitverlauf: ~t \cdot \nu ~[-] \$$', 'interpreter','
    latex')
grid on

ahh = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
340 if nHw == 1
    strTh = texlabel(['kleines nu , ',num2str(nHw),' Halbwelle , mu = ',
        num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
    else
    strTh = texlabel(['kleines nu , ',num2str(nHw),' Halbwellen , mu = ',
        num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
    end
345 strhh = text(0.5,0.97,strTh);
set(strhh,'HorizontalAlignment', 'center','Color','black','FontSize',11,'
    FontWeight','bold');

strT77 = ['\frac { \nu }{ { \omega }_H } = \$$',num2str(rtext2)];
strh77 = text(0.885,0.84,strT77,'BackgroundColor','w','EdgeColor','k','
    Interpreter','latex');
350 set(strh77,'HorizontalAlignment', 'right','Color','black','FontSize',11,'
    FontWeight','bold');

str33 = ['\${ V }_y = \$$',num2str(round(max(abs(y(ort_min,1:itB(ort_min)
    ))./xst),2))];
str_33 = text(0.89,0.705,str33,'Interpreter','latex');
set(str_33,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')
355 str34 = ['\${ V }_z = \$$',num2str(round(max(abs(zd(ort_min,1:itB(
    ort_min))./xst),2))];
str_34 = text(0.89,0.485,str34,'Interpreter','latex');
set(str_34,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')

360 str35 = ['\${ V } = \$$',num2str(round(max(abs(y0(ort_min,1:itB(ort_min))./xst
    )),2))];
str_35 = text(0.89,0.265,str35,'Interpreter','latex');
set(str_35,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')
    end
    end
365 end

```

B.5 Schwingungsdämpfer unter Weganregung

```

%% Schwingungsdaempfer unter Weganregung
clear, clc
for nHw = [1,2,5]
    for beta = [1.0]
5         for zeta_h = [0.01,0.02,0.05]
clearvars -except nHw mue zeta_h beta
%% Eingangsdaten
% Daempferwerte nach Den Hartog
mue = 0.05;
10 wh = 6;

Abstimmung_zeta_h = 0; % 1... Abgestimmt, 0...nur lt. DEN HARTOG

zusatz = 0; % bei 1, Beruecksichtigung der zusaetzliche Belastung durch 2.
Welle
15         % bei 2, Beruecksichtigung durch 3. Welle
if zusatz == 1
    beta_text = [ ' , beta = ', num2str(beta)];
    beta_file = [ '_beta_', num2str(beta*10)];
    xst_text = '$$x_{st} = \frac{F_0}{k_H} $$';
20 elseif zusatz == 2
    beta2 = beta*beta;
    beta_text = [ ' , beta = ', num2str(beta), ' , beta_2 = ', num2str(beta2)];
    beta_file = [ '_beta_', num2str(beta*10), '_beta2_', num2str(beta2*10)];
    xst_text = '$$x_{st} = \frac{F_0}{k_H} $$';
25 else
    beta_text = '';
    beta_file = '';
    xst_text = '$$x_{st} = \frac{m_H a_g}{k_H} $$';
end
30 alpha = linspace(0.002,2,250);
nue = alpha.*wh;
iN = length(nue);

h1 = 1.4;
35 h2 = 5;
X0 = (h2-h1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+h1;
X = [X0 h2*alpha(alpha>1).^0];

iX1 = 90;
40 iX2 = 300;
iX0 = (iX2-iX1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+iX1;
iX = [iX0 iX2*alpha(alpha>1).^0];

delta = sqrt(1-0.5*mue)/(1+mue);
45 zeta_d = sqrt(3*mue/(8*(1+mue)*(1-0.5*mue)));
TextAb = '';
fileAb = '';
if Abstimmung_zeta_h == 1
    delta = delta-(0.241+1.7*mue-2.6*mue.^2).*zeta_h-(1-1.9*mue+mue.^2).*zeta_h
        ^2;
50 zeta_d = zeta_d + (0.13+0.12*mue+0.4*mue.^2).*zeta_h-(0.01+0.9*mue+3*mue.^2).*
        zeta_h^2;

TextAb = ' ( abgestimmt auf zeta_h ) ';
fileAb = '_abgestimmt';
end

```

```

55 % Hauptsystem
    mh = 500;           % kg
    kh = mh*wh^2;     % N/m
    ch = 2*wh*mh*zetah;
    % Daempfer
60 md = mue*mh;
    wd = delta*wh;
    kd = md*wd^2;
    cd = 2*wd*md*zetad;

65 M = zeros(2); C = M; K = M;
    lM = length(M);

    M(1) = mh; M(end) = md;
    C(1) = ch+cd;
70 C(2) = -cd;
    C(3) = C(2);
    C(4) = cd;
    K(1) = kh+kd;
    K(2) = -kd;
75 K(3) = -kd;
    K(4) = kd;
    M0 = mh; C0 = ch; K0 = kh;
    %% Anfangsbedingung
    s0 = zeros(length(M),1);
80 v0 = s0;
    s00 = 0; v00 = 0;
    %% Newmark_Integration
    a0 = 2;
    F0 = M*[1;1]*a0; % N
85 xst = F0(1)/kh;
    iL = zeros(1,iN);
    tL = iL;
    for iI = 1:iN
        iL(iI) = nHw*pi()/nue(iI);
90         if zusatz == 1
            fun = @(x) sin(nue(iI)*x)+0.5*sin(beta*nue(iI)*x);
            iL(iI) = fzero(fun,iL(iI));
            elseif zusatz == 2
                fun = @(x) 3/6*sin(nue(iI)*x)+2/6*sin(beta*nue(iI)*x)+1/6*sin(
                    beta2*nue(iI)*x);
95                 iL(iI) = fzero(fun,iL(iI));
            end
            tL(iI) = round(iX(iI)*iL(iI)*X(iI),0);
        end
        tLmax = max(tL);
100 iT = tLmax;
        tt = zeros(iN,tLmax);

        y = tt; yd = y; zd = y; y0 = y;
        P = zeros(iN,tLmax);
105 P1=P; P2=P; P3 = P;
        t = P;
        Vy = zeros(iN,1);
        Vyd = Vy;
        Vz = Vy;
110 V0 = Vy;
        itB = Vy;
        PP = zeros(2,tLmax);
        for iI = 1:iN

```

```

    tB = linspace(0,X(iI)*iL(iI),tL(iI));
115    itB(iI) = length(tB);
        tv = tB(tB<=iL(iI));
        tn = tB(tB>iL(iI));
        tg = [tv,tn.*0];
        t(iI,1:itB(iI)) = tB;
120 P1(iI,1:itB(iI)) = F0(1)*sin(nue(iI)*tg);
    P2(iI,1:itB(iI)) = F0(2)*sin(nue(iI)*tg);

    PP(1:2,:) = 0;
    PP(1,1:itB(iI)) = P1(iI,1:itB(iI));
125 PP(2,1:itB(iI)) = P2(iI,1:itB(iI));

    q = newmark_linear(PP(:,1:itB(iI)),tB,M,K,C,s0,v0,1/6,1/2);
    q0 = newmark_linear(P1(iI,1:itB(iI)),tB,M0,K0,C0,s00,v00,1/6,1/2);

130 y(iI,1:itB(iI)) = q(1,:);
    yd(iI,1:itB(iI)) = q(2,:);
    zd(iI,1:itB(iI)) = yd(iI,1:itB(iI)) - y(iI,1:itB(iI));
    ymax = max(abs(y(iI,1:itB(iI))));
    ydmax = max(abs(yd(iI,1:itB(iI))));
135 zdmax = max(abs(zd(iI,1:itB(iI))));
    Vy(iI) = ymax/xst;
    Vyd(iI) = ydmax/xst;
    Vz(iI) = zdmax/xst;
    y0(iI,1:itB(iI)) = q0(1,:);
140 xmax0 = max(abs(y0(iI,1:itB(iI))));
    V0(iI) = xmax0/xst;
end

if zusatz == 1
145 strKraft1 = '$$F(t) = \frac{2}{3} { F }_{ 0 } \sin { \nu t } + \frac{1}{3}
    { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } $$';
    strKraft2 = '$$F(t) = \frac{1}{3} { F }_{ 0 } \left[ \frac{2}{3} { F }_{ 0 }
    \sin { \nu t } + \frac{1}{3} { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } \right]
    $$';
    elseif zusatz == 2
    strKraft1 = '$$F(t) = \frac{3}{6} { F }_{ 0 } \sin { \nu t } + \frac{2}{6}
    { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } + \frac{1}{6} { F }_{ 0 } \sin { \beta_2
    \nu t } $$';
    strKraft2 = '$$F(t) = \frac{1}{3} { F }_{ 0 } \left[ \frac{3}{6} { F }_{ 0 }
    \sin { \nu t } + \frac{2}{6} { F }_{ 0 } \sin { \beta \nu t } + \frac
    {1}{6} { F }_{ 0 } \sin { \beta_2 \nu t } \right] $$';
150 else
    strKraft1 = '$$\vec { F } (t) = \left[ \begin{array}{cc} m_{ H } & 0 \\ 0 & m_{ D } \end{array} \right] \left( \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \{ a \}_{ 0 } \sin { \nu t } $$';
    strKraft2 = '$$F(t) = \frac{m_H a_0 \sin { \nu t }}{m_H a_0} $$';
end
%% Maximalwerte
155 Vy_max = max(Vy);
    ort = find(Vy==Vy_max);
    Vmax_Str = num2str(Vy_max);
    Vyd_max = max(Vyd);
    ortd = find(Vyd==Vyd_max);
160 Vdmax_Str = num2str(Vyd_max);
    Vmax0 = max(V0);
    ort0 = find(V0==Vmax0);
    Vmax0_Str = num2str(Vmax0);
    ort_18 = find(alpha >= 0.18,1);

```

```

165 Vmax_min = max(Vy(1:ort_18));
    ort_min = find(Vy(1:ort_18) == Vmax_min);
    Vmax_min0 = max(V0(1:ort_18));
    ort0_min = find(V0(1:ort_18) == Vmax_min0);
    R= (Vmax0-Vy_max) / Vmax0; % Reduktionsfaktor
170 %% Plot Vergrößerungsfunktionen
    f1 = figure;
    set(f1,'Position',[200 200 620 275])
    hohe = 40;
    breite = 12;
175 hohe_p1 = 38;
    breite_p1 = 7;
    vec_p1 = [];
    vec_p2 = [];
    for iP1 = 1:hohe_p1
180     vec_p1 = [vec_p1 (iP1-1)*breite+(1:breite_p1)];
        vec_p2 = [vec_p2 (iP1-1)*breite+(breite_p1+2:breite)];
    end
    subplot(hohe,breite,vec_p1)
    p1 = plot(alpha,Vy);
185 set(p1,'LineWidth',1.8,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
    hold on
    p2 = plot(alpha,V0);
    plot(alpha,alpha.^0,'LineStyle',':','Color','black')
    plot(alpha(ort),Vy_max,'ro','MarkerSize',10)
190 plot(alpha(ort0),Vmax0,'ro','MarkerSize',10)
    set(p2,'LineWidth',1.1,'LineStyle','--','Color','black')
    ll = legend('$H_{smD}$','$H_{s0}$');
    set(ll,'interpreter','latex');
    xlabel('$\displaystyle \alpha = \frac{\nu}{\omega_H}$','interpreter','latex'
    )
195 ylabel('$\displaystyle V_{y_H} = \frac{y_{H,max}}{x_{st}}$','interpreter','
    latex')

    text_Vy_max = ['$V_2 = V_{y_H,max}=$$',num2str(round(Vy_max,2))];
    text_V0_max = ['$V_1 = V_{max}=$$',num2str(round(Vmax0,2))];
    text(0.82,0.79,text_V0_max,'Units','normalized','HorizontalAlignment',
        'center','Interpreter','latex');
200 text(0.82,0.73,text_Vy_max,'Units','normalized','HorizontalAlignment',
        'center','Interpreter','latex');
    text(-0.05+alpha(ort),0.02+Vy_max,'2','FontSize',11,'HorizontalAlignment',
        'right','Interpreter','latex');
    text(-0.05+alpha(ort0),0.02+Vmax0,'1','FontSize',11,'HorizontalAlignment',
        'right','Interpreter','latex');
    str_13 = text(0.5,0.055,xst_text,'Units','normalized','HorizontalAlignment',
        'center','Interpreter','latex');
    set(str_13,'FontSize',10)
205 grid on

    subplot(hohe,breite,vec_p2)
    p12 = plot(alpha,Vzd);
    hold on
210 plot(alpha,alpha.^0,'LineStyle',':','Color','black')
    set(p12,'LineWidth',1.4,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
    xlabel('$\displaystyle \alpha = \frac{\nu}{\omega_H}$','interpreter','latex'
    )
    ylabel('$\displaystyle V_{z_D} = \frac{z_{D,max}}{x_{st}}$','interpreter','
    latex')
    str2 = textlabel(['delta_opt = ',num2str(round(delta,3))]);
215 str3 = textlabel(['zeta_{D,opt} = ',num2str(round(zetad,3))]);

```

```

str4 = texlabel(TextAb);
str_2 = text(0.54,0.08,{str2;str3},'Units','normalized');
set(str_2,'HorizontalAlignment','center','Color','black','FontSize',9);
grid on
220 a1 = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
if nHw == 1
    str1 = texlabel([num2str(nHw),' Halbwelle , mu = ',num2str(mue),' ,
        zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
else
    str1 = texlabel([num2str(nHw),' Halbwellen , mu = ',num2str(mue),' ,
        zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
225 end
str = text(0.55,0.97,str1);
set(str,'HorizontalAlignment','center','FontSize',11,'FontWeight','bold');
str_12 = text(0.425,0.05,strKraft1,'Interpreter','latex');
set(str_12,'FontSize',10)
230 str_14 = text(0.14,0.97,['$$R = \frac{V_{\max}-V_{y_H,\max}}{V_{\max}}$$',
    num2str(round((Vmax0-Vy_max)/Vmax0,3))],'Interpreter','latex');
%% Plot max Verschiebungsverlauf
l_S = 1.5; % Linienstaerke
f2 = figure;
set(f2,'Position',[200 200 500 335])
235 Ax1 = subplot(4,1,1);
p3 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),P1(ort,1:itB(ort))./F0(1),'LineWidth',
    l_S,'Color',[0 0.4470 0.7410]);
axy = gca;
axy.YLim = [-1,1];
ylabel('$\displaystyle F=\frac{1}{m_H \sim a_0}$','interpreter','latex')
240 title('Belastungsverlauf im Hauptsystem','interpreter','latex')
grid on
set(Ax1,'XTickLabel',[])

Ax2 = subplot(4,1,2);
245 p4 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),y(ort,1:itB(ort))./xst,'LineWidth',l_S
    );
ylabel('$\displaystyle \frac{y_H}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
title('Verschiebung Hauptsystem','interpreter','latex')
grid on
set(Ax2,'XTickLabel',[])

250 Ax3 = subplot(4,1,3);
p5 = plot(nue(ort)*t(ort,1:itB(ort)),zd(ort,1:itB(ort))./xst,'LineWidth',
    l_S);
ylabel('$\displaystyle \frac{z_D}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
title('Verschiebung D"ampfer','interpreter','latex')
255 grid on
set(Ax3,'XTickLabel',[])

subplot(4,1,4)
p6 = plot(nue(ort0)*t(ort0,1:itB(ort0)),y0(ort0,1:itB(ort0))./xst,'
    LineWidth',l_S);
260 title('$$ \textup{Verschiebung} \sim HS^0 $$','interpreter','latex')
ylabel('$\displaystyle \frac{y}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
xlabel('$$ normierter Zeitverlauf: \sim t \cdot \nu \sim [-] $$','interpreter','
    latex')
grid on
ah = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
265 if nHw == 1

```

```

    strT = texlabel(['Ort der groessten Verschiebung , ' ,num2str(nHw),'
        Halbwellen , mu = ',num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),
        beta_text,TextAb]);
else
    strT = texlabel(['Ort der groessten Verschiebung , ' ,num2str(nHw),'
        Halbwellen , mu = ',num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),
        beta_text,TextAb]);
end
270 strh = text(0.5,0.97,strT);
    set(strh,'HorizontalAlignment', 'center','Color','black','FontSize',11,'
        FontWeight','bold');

    rtext = round(nue(ort)/wh,3);
    rtext2 = round(nue(ort_min)/wh,2);
275 strT7 = ['$\frac{\nu}{\omega}_{H} = $$',num2str(rtext)];
    strh7 = text(0.885,0.84,strT7,'BackgroundColor','w','EdgeColor','k','
        Interpreter','latex');
    set(strh7,'HorizontalAlignment', 'right','Color','black','FontSize',11);
    str23 = ['$\{ V \}_{y_H} = $$',num2str(round(max(abs(y(ort,1:itB(ort))./xst
        ),2)))]];
    str_23 = text(0.89,0.705,str23,'Interpreter','latex');
280 set(str_23,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')
    str24 = ['$\{ V \}_{z_D} = $$',num2str(round(max(abs(zd(ort,1:itB(ort))./xst
        ),2)))]];
    str_24 = text(0.89,0.485,str24,'Interpreter','latex');
    set(str_24,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')
    str25 = ['$\{ V \} = $$',num2str(round(max(abs(y0(ort0,1:itB(ort0))./xst),2))
        )];
285 str_25 = text(0.89,0.265,str25,'Interpreter','latex');
    set(str_25,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')

    %% Plot Verschiebungsverlauf fuer kleine Errgerfrequenzen
    f3 = figure;
290 set(f3,'Position',[200 200 500 335])
    Ax31 = subplot(4,1,1);
    p7 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),P1(ort_min,1:itB(ort_min))
        ./F0(1),'LineWidth',1_S,'Color',[0 0.4470 0.7410]);
    axx = gca;
    axx.YLim = [-1,1];
295 ylabel('\displaystyle F=\frac{1}{m_h \sim a_0}$','interpreter','latex')
    title('Belastungsverlauf im Hauptsystem','interpreter','latex')
    grid on
    set(Ax31,'XTickLabel',[])

300 Ax32 = subplot(4,1,2);
    p8 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),y(ort_min,1:itB(ort_min))
        ./xst,'LineWidth',1_S);
    ylabel('\displaystyle \frac{y_H}{x_{st}}$','interpreter','latex')
    title('Verschiebung Hauptsystem','interpreter','latex')
    grid on
305 set(Ax32,'XTickLabel',[])

    Ax33 = subplot(4,1,3);
    p9 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),zd(ort_min,1:itB(ort_min))
        ./xst,'LineWidth',1_S);
    ylabel('\displaystyle \frac{z_D}{x_{st}}$','interpreter','latex')
310 title('Verschiebung D\ampfer','interpreter','latex')
    grid on
    set(Ax33,'XTickLabel',[])

```

```

subplot(4,1,4)
315 p10 = plot(nue(ort_min)*t(ort_min,1:itB(ort_min)),y0(ort_min,1:itB(ort_min))
    ) ./xst,'LineWidth',l_S);
title('$$ \textup{Verschiebung}~ HS^0 $$','interpreter','latex')
ylabel('\displaystyle \frac{y}{x_{st}}$','$','interpreter','latex')
xlabel('$$ normierter~ Zeitverlauf: ~t \cdot \nu ~[-] $$','interpreter','
    latex')
grid on
320
ahh = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
if nHw == 1
    strTh = texlabel(['kleines nu , ',num2str(nHw),' Halbwelle , mu = ',
        num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
else
325    strTh = texlabel(['kleines nu , ',num2str(nHw),' Halbwellen , mu = ',
        num2str(mue),' , zeta_H = ',num2str(zetah),beta_text,TextAb]);
end
strhh = text(0.5,0.97,strTh);
set(strhh,'HorizontalAlignment', 'center','Color','black','FontSize',11,'
    FontWeight','bold');

330 strT77 = ['$$\frac { \nu }{ \omega }_{ H } = $$',num2str(rtext2)];
strh77 = text(0.885,0.84,strT77,'BackgroundColor','w','EdgeColor','k','
    Interpreter','latex');
set(strh77,'HorizontalAlignment', 'right','Color','black','FontSize',11,'
    FontWeight','bold');

str33 = ['$$\{ V \}_{ y_H } = $$',num2str(round(max(abs(y(ort_min,1:itB(ort_min)
    )) ./xst),2))];
335 str_33 = text(0.89,0.705,str33,'Interpreter','latex');
set(str_33,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')

str34 = ['$$\{ V \}_{ z_D } = $$',num2str(round(max(abs(zd(ort_min,1:itB(
    ort_min)) ./xst),2))];
str_34 = text(0.89,0.485,str34,'Interpreter','latex');
340 set(str_34,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')

str35 = ['$$\{ V \} = $$',num2str(round(max(abs(y0(ort_min,1:itB(ort_min)) ./xst
    )),2))];
str_35 = text(0.89,0.265,str35,'Interpreter','latex');
set(str_35,'FontSize',11,'HorizontalAlignment', 'right')
345 end
end
end
end

```

B.6 Schwingungsdämpfer Reduktionsdiagramm

```

%% Schwingungsdämpfer -- Reduktionsdiagramm
clear, clc
3 zeta_h = [0.01,0.02,0.05];
mue0 = [0.05,0.08];
n_Hw = [1:30];
lzeta = length(zeta_h);
lnHw = length(n_Hw);
8 VR = zeros(lzeta*length(mue0),lnHw);
VaR = VR;

```

```

for iMu = 1:length(mue0)
    mue = mue0(iMu);
    for iB = 1:lzeta
13        zetaH = zeta_h(iB);
        for inHw = 1:lnHw
            nHw = n_Hw(inHw);
clearvars -except nHw inHw n_Hw lnHw VR VaR zetaH zeta_h lbeta iB beta
        beta0 lzeta mue mue0 iMu
    %% Eingangsdaten
18 wh = 6;
    Verschiebung = 1; %...1 bei Verschiebung, sonst Beschleunigung
    beta = 1.3;
    zusatz = 0; % bei 1, Beruecksichtigung der zusaetzliche Belastung durch 2.
        Welle
    Weganregung = 0; % 0 ... Kraftanregung, 1 ... Weganregung
23
    Abstimmung_zetaH = [0,1]; % 1... Abgestimmt, 0...nur lt. DEN HARTOG
    Abstimmung_zetaH = Abstimmung_zetaH(1);
    if Weganregung == 1
        xst_text = '$$y_{st} = \frac{m_H a_g}{k_H} $$';
28 else
        xst_text = '$$y_{st} = \frac{F_0}{k_H} $$';
    end
    if zusatz == 1
        beta_text = [' , beta = ', num2str(zetaH)];
33        beta_file = ['_beta_', num2str(zetaH)];
    else
        beta_text = '';
        beta_file = '';
    end
38
    alpha = linspace(0.05,2,250);
    nue = alpha.*wh;
    iN = length(nue);
    h1 = 1.2;
43 h2 = 2.5;
    X0 = (h2-h1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+h1;
    X = [X0 h2*alpha(alpha>1).^0];
    iX1 = 50;
    iX2 = 250;
48 iX0 = (iX2-iX1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+iX1;
    iX = [iX0 iX2*alpha(alpha>1).^0];

    delta = 1/(1+mue);
    zetaD = sqrt(3*mue/(8*(1+mue)));
53 TextAb = '';
    fileAb = '';
    if Abstimmung_zetaH == 1
        delta = delta-(0.241+1.7*mue-2.6*mue.^2).*zetaH-(1-1.9*mue+mue.^2).*zetaH
            ^2;
        zetaD = zetaD + (0.13+0.12*mue+0.4*mue.^2).*zetaH-(0.01+0.9*mue+3*mue.^2).*
            zetaH^2;
58 TextAb = [' , \mu = ', num2str(mue), ' , \zeta_H = ', num2str(zetaH)];
    fileAb = '_abgestimmt';
    end

    %% Hauptsystem
63 mh = 500; % kg
    kh = mh*wh^2; % N/m
    ch = 2*wh*mh*zetaH;

```

```

% Daempfer
md = mue*mh;
68 wd = delta*wh;
kd = md*wd^2;
cd = 2*wd*md*zetad;

M = zeros(2); C = M; K = M;
73 lM = length(M);

M(1) = mh; M(end) = md;
C(1) = ch+cd;
C(2) = -cd;
78 C(3) = C(2);
C(4) = cd;
K(1) = kh+kd;
K(2) = -kd;
K(3) = -kd;
83 K(4) = kd;

M0 = mh; C0 = ch; K0 = kh; % HS0
%% Anfangsbedingung
s0 = zeros(length(M),1);
88 v0 = s0;
s00 = 0; v00 = 0;
%% Newmark_Integration
ag = 2;
if Weganregung == 1
93 e_V = ones(length(M),1);
FO = M*e_V*ag; % N
else
FO = [1000;0]; % N
end
98 xst = FO(1)/kh;

iL = zeros(1,iN);
tL = iL;
for iI = 1:iN
103 iL(iI) = nHw*pi()/nue(iI);
if zusatz == 1 && nHw == fix(nHw)
fun = @(x) sin(nue(iI)*x)+0.5*sin(beta*nue(iI)*x);
iL(iI) = fzero(fun,iL(iI));
end
108 if iL(iI) == 0
tL(iI) = round(iX(iI)*0.1*X(iI),0);
else
tL(iI) = round(iX(iI)*iL(iI)*X(iI),0);
end
113 end
tLmax = max(tL);
iT = tLmax;
% Belegung der Matrizen mit Nullen
tt = zeros(iN,tLmax);
118 y = tt; yd = y; y0 = y; a = y; a0 = y;
P = zeros(2*iN,tLmax);
P1=P; P2=P;
t = zeros(iN,tLmax);
V = zeros(iN,1);
123 Vd = V; Va = V; Va0 = V; V0 = V;
itB = V;
PP = zeros(2,tLmax);

```

```

% Ermittlung der Verschiebungsverlaeufe
for iI = 1:iN
128   tB = linspace(0,X(iI)*iL(iI),tL(iI));
       itB(iI) = length(tB);
       tv = tB(tB<=iL(iI));
       tn = tB(tB>iL(iI));
       tg = [tv,tn.*0];
133   t(iI,1:itB(iI)) = tB;
       % Belastungsverlauf
       P(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI)) = F0*sin(nue(iI)*tg);
       P1(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI)) = F0*sin(nue(iI)*tg);
       P2(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI)) = P1(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI));
138   if zusatz == 1
       P(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI)) = 2/3*P(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI)) + 1/3*F0*sin(
           beta*nue(iI)*tg);
       P1 = 2/3*P1;
       P2(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI)) = 1/3*F0*sin(beta*nue(iI)*tg);
       end
143   PP(:, :) = 0;
       PP(:,1:itB(iI)) = P(2*iI-1:2*iI,1:itB(iI));
       % Integration
       q = newmark_linear(PP(:,1:itB(iI)),tB,M,K,C,s0,v0,1/6,1/2);
       q0 = newmark_linear(PP(1,1:itB(iI)),tB,M0,K0,C0,s00,v00,1/6,1/2);
148   y(iI,1:itB(iI)) = q(1,:);
       a(iI,1:itB(iI)) = q(5,:);
       yd(iI,1:itB(iI)) = q(2,:);
       xmax = max(abs(y(iI,1:itB(iI))));
153   amax = max(abs(a(iI,1:itB(iI))));
       ydmax = max(abs(yd(iI,1:itB(iI))));
       V(iI) = xmax/xst;
       Va(iI) = amax/ag;
       Vd(iI) = ydmax/xst;
158   y0(iI,1:itB(iI)) = q0(1,:);
       a0(iI,1:itB(iI)) = q0(3,:);
       xmax0 = max(abs(y0(iI,1:itB(iI))));
       amax0 = max(abs(a0(iI,1:itB(iI))));
163   V0(iI) = xmax0/xst;
       Va0(iI) = amax0/ag;
       end
       % Maximalwerte
       Vmax = max(V);
168   Vmax_a = max(Va);
       Vmax0 = max(V0);
       Vmax_a0 = max(Va0);
       VR(iB-3+3*iMu,inHw) = (Vmax0-Vmax) / Vmax0*100;
       VaR(iB-3+3*iMu,inHw) = (Vmax_a0-Vmax_a) / Vmax_a0*100;
173   l_S = 1.1; % Linienstaerke
       end
       end
       end
       VR = [zeros(lzeta*length(mue0),1),VR];
178   VaR = [zeros(lzeta*length(mue0),1),VaR];
       n_Hw = [0,n_Hw];
       nnHw = n_Hw(n_Hw == fix(n_Hw));
       ort = find(n_Hw == fix(n_Hw));
       VR_ort = VR(:,ort);
183   VaR_ort = VaR(:,ort);
       %% Text Belastungsverlauf

```



```

set(plot1(4),'Color',[0 0.4470 0.7410])
set(plot1(5),'Color',[0.8500 0.3250 0.0980])
set(plot1(6),'Color',[0.929 0.6940 0.125])
set(plot1(4:6),'LineStyle','--')
238 xlabel('$$$n - Sinushalbwellen$$','interpreter','latex')
ylabel('$$$ R=\frac{V_{\max}-V_{y_H,\max}}{V_{\max}}\cdot 100 \quad [\%] $$$','
interpreter','latex')

if Verschiebung == 1
243     strT = ['Reduktion der Verschiebung durch Schwingungsdampfer',TextAb,'
'];
else
     strT = ['Reduktion der Beschleunigung durch Schwingungsdampfer',TextAb,
'];
end
strh = text(0.5,1.04,strT,'Units','normalized');
248 set(strh,'HorizontalAlignment','center','FontWeight','bold','FontSize',11);

```

B.7 Basisisolierung unter harmonischer Anregung

```

%% Basisisolierung unter Weganregung
2 clear, clc
for nHw = [1,2,3,5]
file = ['_nHw_',num2str(nHw)];
%% Eingangsdaten
Th = 0.4;
7 Tb = 2;
zb_eff = 0.1;
zetah = 0.01;
wh = 2*pi()/Th;
wb_eff = 2*pi()/Tb;
12 mh = 1;
mb = 2/3*mh;
mue = mh/mb;
kh = wh^2*mh;
kb = wb_eff^2*(mb+mh);
17 cb = 2*(mh+mb)*wb_eff*zb_eff;
ch = 2*(mh)*wh*zetah;
w2_2 = ((kb+kh)*mh+kh*mb+sqrt(((kb+kh)*mh+kh*mb)^2-4*mb*mh*kb*kh))/(2*mh*mb
);
w1_2 = ((kb+kh)*mh+kh*mb-sqrt(((kb+kh)*mh+kh*mb)^2-4*mb*mh*kb*kh))/(2*mh*mb
);
w1 = sqrt(w1_2);
22 w2 = sqrt(w2_2);
T1 = 2*pi()/w1;
T2 = 2*pi()/w2;
wb = sqrt(kb/mb);
zetab = cb/(2*mb*wb);
27 delta = wh/wb;
alpha = linspace(0.002,2,350);
nue = alpha.*wh;
iN = length(nue);
32 h1 = 4; h2 = 4;
if nHw > 8

```

```

        h1 = 2;
        h2 = 2;
    elseif nHw > 2
37         h1 = 3;
           h2 = 3;
    end
    X0 = (h2-h1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+h1;
    X = [X0 h2*alpha(alpha>1).^0];
42    iX1 = 300;
       iX2 = 300;
       iX0 = (iX2-iX1)/2*(1-cos(pi()*alpha(alpha<=1)))+iX1;
       iX = [iX0 iX2*alpha(alpha>1).^0];

47    M = zeros(2); C = M; K = M;
       lM = length(M);

       M(1) = mb; M(end) = mh;
       C(1) = cb+ch;
52      C(2) = -ch;
       C(3) = C(2);
       C(4) = ch;
       K(1) = kb+kh;
       K(2) = -kh;
57      K(3) = -kh;
       K(4) = kh;
       M0 = mh; C0 = ch; K0 = kh;
       %% Anfangsbedingung
       s0 = zeros(length(M),1);
62      v0 = s0;
       s00 = 0; v00 = 0;
       %% Newmark_Integration
       a0 = 2;
       F0 = M*[1;1]*a0; % N
67      xst = a0/wh^2;
       iL = zeros(1,iN);
       tL = iL;
       for iI = 1:iN
           iL(iI) = nHw*pi()/nue(iI);
72          tL(iI) = round(iX(iI)*iL(iI)*X(iI),0);
       end
       tLmax = max(tL);
       iT = tLmax;
       tt = zeros(iN,tLmax);
77      yb = tt; yh = yb; zh = yb; y0 = yb;
       P = zeros(iN,tLmax);
       P1=P; P2=P; P3 = P;
       t = P;
       Vyb = zeros(iN,1);
82      Vyh = Vyb;
       Vzh = Vyb;
       V0 = Vyb;
       itB = Vyb;
       PP = zeros(2,tLmax);
87      for iI = 1:iN
           tB = linspace(0,X(iI)*iL(iI),tL(iI));
           itB(iI) = length(tB);
           tv = tB(tB<=iL(iI));
           tn = tB(tB>iL(iI));
92          tg = [tv,tn.*0];
           t(iI,1:itB(iI)) = tB;

```

```

P1(iI,1:itB(iI)) = F0(1)*sin(nue(iI)*tg);
P2(iI,1:itB(iI)) = F0(2)*sin(nue(iI)*tg);

97 PP(1:2,:) = 0;
PP(1,1:itB(iI)) = P1(iI,1:itB(iI));
PP(2,1:itB(iI)) = P2(iI,1:itB(iI));

q = newmark_linear(PP(:,1:itB(iI)),tB,M,K,C,s0,v0,1/6,1/2);
102 q0 = newmark_linear(P2(iI,1:itB(iI)),tB,M0,K0,C0,s00,v00,1/6,1/2);

yb(iI,1:itB(iI)) = q(1,:);
yh(iI,1:itB(iI)) = q(2,:);
zh(iI,1:itB(iI)) = yh(iI,1:itB(iI)) - yb(iI,1:itB(iI));
107 ybmax = max(abs(yb(iI,1:itB(iI))));
yhmax = max(abs(yh(iI,1:itB(iI))));
zhmax = max(abs(zh(iI,1:itB(iI))));
Vyb(iI) = ybmax/xst;
Vyh(iI) = yhmax/xst;
112 Vzh(iI) = zhmax/xst;

y0(iI,1:itB(iI)) = q0(1,:);
xmax0 = max(abs(y0(iI,1:itB(iI))));
V0(iI) = xmax0/xst;
117 end
strKraft1 = '$$\vec { F } ( t ) = \left[ \begin{array}{cc} m_{ H } & 0 \\ 0 & m_{ D } \end{array} \right] \left( \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \{ a \}_{ 0 } \sin { \nu t } $$';
strKraft2 = '$$F(t) = \frac{m_H a_0 \sin { \nu t }}{m_H a_0} $$';
%% Maximalwerte
Vzh_max = max(Vzh);
122 ort_h = find(Vzh==Vzh_max);
Vhmax_Str = num2str(Vzh_max);
Vyh_max = max(Vyh);
orth = find(Vyh==Vyh_max);
Vhmax_Str = num2str(Vyh_max);
127 Vyb_max = max(Vyb);
ortb = find(Vyb==Vyb_max);
Vmax0 = max(V0);
ort0 = find(V0==Vmax0);
Vmax0_Str = num2str(Vmax0);
132 R= (Vmax0-Vzh_max) / Vmax0;
%% Plot Vergroesserungsfunktionen
f1 = figure;
set(f1,'Position',[200 200 620 275])
hohe = 40;
137 breite = 12;
hohe_p1 = 38;
breite_p1 = 7;
vec_p1 = [];
vec_p2 = [];
142 for iP1 = 1:hohe_p1
vec_p1 = [vec_p1 (iP1-1)*breite+(1:breite_p1)];
vec_p2 = [vec_p2 (iP1-1)*breite+(breite_p1+2:breite)];
end
subplot(hohe,breite,vec_p1)
147 p1 = plot(alpha,Vzh);
set(p1,'LineWidth',1.8,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410])
hold on
p2 = plot(alpha,V0);
plot(alpha,alpha.^0,'LineStyle',':','Color','black')

```

```

152 plot(alpha(ort_h),Vzh_max,'ro','MarkerSize',10)
    plot(alpha(ort0),Vmax0,'ro','MarkerSize',10)
    set(p2,'LineWidth',1.1,'LineStyle','--','Color','black')
    ll = legend('$ HSmB $','$ HS^0 $');
    set(ll,'interpreter','latex');
157 xlabel('$\displaystyle\alpha=\frac{\nu}{\omega_{H}}$', 'interpreter','latex'
    )
    ylabel('$\displaystyle V_{z_H}=\frac{z_{H,max}}{x_{st}}$', 'interpreter','
        latex')

    text_Vy_max = ['$V_2 = V_{z_H,max}=$$', num2str(round(Vzh_max,2))];
    text_VO_max = ['$V_1 = V_{max}=$$', num2str(round(Vmax0,2))];
162 text(0.82,0.79,text_VO_max,'Units','normalized','HorizontalAlignment',
        center,'Interpreter','latex');
    text(0.82,0.73,text_Vy_max,'Units','normalized','HorizontalAlignment',
        center,'Interpreter','latex');

    text(-0.05+alpha(ort_h),0.02+Vzh_max,'2','FontSize',11,'HorizontalAlignment
        ','right','Interpreter','latex');
    text(-0.05+alpha(ort0),0.02+Vmax0,'1','FontSize',11,'HorizontalAlignment',
        right,'Interpreter','latex');
167 xst_text = '$$ x_{st} = \frac{a_0}{\omega_H^2} $$';
    if nHw >1
        str_13 = text(0.1,0.93,xst_text,'Units','normalized',
            HorizontalAlignment','center','Interpreter','latex');
    else
        str_13 = text(0.1,0.055,xst_text,'Units','normalized',
            HorizontalAlignment','center','Interpreter','latex');
172 end
    set(str_13,'FontSize',10)
    grid on

    subplot(hohe,breite,vec_p2)
177 p12 = plot(alpha,Vyb);
    hold on
    plot(alpha,alpha.^0,'LineStyle',':','Color','black')
    plot(alpha(ortb),Vyb_max,'ro','MarkerSize',10)
    text(0.12+alpha(ortb),-0.2+Vyb_max,num2str(round(Vyb_max,2)),'FontSize',10,
        'Interpreter','latex');
182 set(p12,'LineWidth',1.4,'LineStyle','-','Color',[0 0.4470 0.7410]);
    xlabel('$\displaystyle\alpha=\frac{\nu}{\omega_{H}}$', 'interpreter','latex'
    )
    ylabel('$\displaystyle V_{y_B}=\frac{y_{B,max}}{x_{st}}$', 'interpreter','
        latex')
    str2 = ['$ T_H = ', num2str(Th), ' ~Hz $$'];
    str3 = ['$ T_{B,eff} = ', num2str(Tb), ' ~Hz $$'];
187 str4 = ['$ \zeta_H = ', num2str(zetah*100), ' ~\% $$'];
    str5 = ['$ \zeta_{B,eff} = ', num2str(zb_eff*100), ' ~\% $$'];
    str_2 = text(0.75,0.85,{str2;str3;str4;str5},'Units','normalized',
        Interpreter','latex');
    set(str_2,'HorizontalAlignment','center','Color','black','FontSize',10,
        BackgroundColor','w','EdgeColor','k');
    grid on
192
    a1 = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
    if nHw == 1
        str1 = ['$ Weganregung~::~', num2str(nHw), ' ~Halbwelle ,~ \mu = ',
            num2str(mue),'$$'];
    else

```

```

197     str1 = ['$\$ Weganregung~::~',num2str(nHw),' ~Halbwellen ,~ \mu = ',
           num2str(mue),'$$'];
    end
    str = text(0.55,0.97,str1,'Interpreter','latex');
    set(str,'HorizontalAlignment','center','FontSize',11,'FontWeight','bold');
    str_14 = text(0.14,0.97,['$$R = \frac{V_{\max}-V_{y_H,\max}}{V_{\max}}= $$',
        num2str(round((Vmax0-Vzh_max)/Vmax0,3))],'Interpreter','latex');
202 %% Plot max Verschiebungsverlauf
    l_S = 1.5; % Linienstaerke
    f2 = figure;
    set(f2,'Position',[200 200 500 335])
    Ax1 = subplot(4,1,1);
207 p3 = plot(t(ort_h,1:itB(ort_h)).*nue(ort_h),P1(ort_h,1:itB(ort_h))./F0(1),
           LineWidth,l_S,'Color',[0 0.4470 0.7410]);
    axx = gca;
    axx.YLim = [-1,1];
    ylabel('$\displaystyle F=\frac{1}{m_H \sim a_0}$','interpreter','latex')
    title('Belastungsverlauf','interpreter','latex')
212 grid on
    set(Ax1,'XTickLabel',[])

    Ax2 = subplot(4,1,2);
    p4 = plot(t(ort_h,1:itB(ort_h)).*nue(ort_h),zh(ort_h,1:itB(ort_h))./xst,
           LineWidth,l_S);
217 ylabel('$\displaystyle \frac{z_H}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
    title('$$ \textup{Differenzverschiebung im}~ HS\textsubscript{m} $$$','interpreter','latex')
    )
    grid on
    set(Ax2,'XTickLabel',[])

222 Ax3 = subplot(4,1,3);
    p5 = plot(t(ort_h,1:itB(ort_h)).*nue(ort_h),yb(ort_h,1:itB(ort_h))./xst,
           LineWidth,l_S);
    ylabel('$\displaystyle \frac{y_B}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
    title('Verschiebung innerhalb der Basisisolierung','interpreter','latex')
    grid on
227 set(Ax3,'XTickLabel',[])

    subplot(4,1,4)
    p6 = plot(t(ort0,1:itB(ort0)).*nue(ort0),y0(ort0,1:itB(ort0))./xst,
           LineWidth,l_S);
    title('$$ \textup{Verschiebung}~ HS^0 $$$','interpreter','latex')
232 ylabel('$\displaystyle \frac{y}{x_{st}}$', 'interpreter','latex')
    xlabel('$$ normierter~ Zeitverlauf: ~t \cdot \nu ~[-] $$$','interpreter','
           latex')
    grid on
    ah = axes('position',[0,0,1,1],'visible','off');
    if nHw == 1
237     strT = texlabel(['Ort der groessten Verschiebung , Weganregung : ',
           num2str(nHw),' Halbwelle , mu = ',num2str(mue)]);
    else
        strT = texlabel(['Ort der groessten Verschiebung , Weganregung : ',
           num2str(nHw),' Halbwellen , mu = ',num2str(mue)]);
    end
    strh = text(0.5,0.97,strT);
242 set(strh,'HorizontalAlignment','center','Color','black','FontSize',11,'
           FontWeight','bold');

    rtext = round(nue(ort_h)/wh,3);
    rtext2 = round(nue(ort0)/wh,3);

```

```

247 strT7 = ['$$\frac { \nu }{ { \omega }_{ H } } = $$',num2str(rtext)];
    strh7 = text(0.885,0.613,strT7,'BackgroundColor','w','EdgeColor','k','
        Interpreter','latex');
    set(strh7,'HorizontalAlignment','right','Color','black','FontSize',11);
    strT77 = ['$$\frac { \nu }{ { \omega }_{ H } } = $$',num2str(rtext2)];
    strh77 = text(0.885,0.173,strT77,'BackgroundColor','w','EdgeColor','k','
        Interpreter','latex');
252 set(strh77,'HorizontalAlignment','right','Color','black','FontSize',11);
    str23 = ['$$\{ V \}_{ y_B } = $$',num2str(round(max(abs(yb(ort_h,1:itB(ort_h))
        ./xst)),2))];
    str_23 = text(0.89,0.485,str23,'Interpreter','latex');
    set(str_23,'FontSize',11,'HorizontalAlignment','right')
    str24 = ['$$\{ V \}_{ z_H } = $$',num2str(round(max(abs(zh(ort_h,1:itB(ort_h))
        ./xst)),2))];
257 str_24 = text(0.89,0.705,str24,'Interpreter','latex');
    set(str_24,'FontSize',11,'HorizontalAlignment','right')
    str25 = ['$$\{ V \} = $$',num2str(round(max(abs(y0(ort0,1:itB(ort0))./xst)),2))
        ];
    str_25 = text(0.89,0.265,str25,'Interpreter','latex');
    set(str_25,'FontSize',11,'HorizontalAlignment','right')
262 end

```
