



Diplomarbeit

FINITE ELEMENTE SIMULATIONEN EINER COMPOSITE-STRUKTUR - INTERAKTION VON SCHICHTSCHÄDIGUNG UND DELAMINATION

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing. oder DI), eingereicht an der TU Wien, Fakultät für
Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

Marius Matthias SCHASCHING

Mat.Nr.: 1026475

Stuwerstraße 39, 37-38

1020 Wien

unter der Leitung von

Herr Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Pettermann

Univ.Ass. MSc Jan Kaul

Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik

begutachtet von

Heinz Pettermann

ILSB, E317

Vasiliki-Maria Archodoulaki

WT, E308

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde.

Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der von den Begutachterinnen/Begutachtern beurteilten Arbeit überein.

Wien, Juni, 2017

Unterschrift

Danksagung

Ein großer Dank gilt in erster Linie meinen Betreuern Herrn Prof. Pettermann und Herrn MSc. Jan Kaul für Ihre kompetente und fachliche Unterstützung während meiner Arbeit. Außerdem möchte ich mich sehr herzlich bei Frau Dr. Todt für ihre anregenden Diskussionen in Hinblick auf fachspezifische Fragen bedanken.

Weiters gilt es meiner Familie großen Dank für ihre Unterstützung und der Ermöglichung meines Studiums auszusprechen.

Abschließend möchte ich mich herzlich bei meinen Kommilitonen Johann Kogler, Tamás Bánsági, Paul Hoffmann und Karl Mondl für ihre Hilfsbereitschaft und ihre Unterstützung während des Studiums bedanken.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	V
Kurzfassung	VI
1 Einführung	1
1.1 Einleitung	1
1.1.1 Motivation	2
1.1.2 Einführung in die Schädigung von FVK Laminaten	2
1.2 Methodik und Vorstellung der vorliegenden Arbeit	4
1.3 Literatur	6
1.4 Versuchsaufbau und experimentelle Ergebnisse aus [23]	8
1.4.1 Versuchsaufbau und Probekörper	8
1.4.2 Experimentelle Ergebnisse	9
2 Progressive Schädigungsmodelle	14
2.1 Einführung in die Schädigungsmechanik	14
2.2 Schädigungsmechanik	16
2.3 Interfaceschädigung und Delamination unter Mixed-Mode Beanspruchung	17

2.3.1	Spannungs-Separationsgesetz	18
2.3.2	Schadensinitiierungskriterium unter Mixed-Mode	19
2.3.3	Evolution der Schädigung unter Mixed-Mode	21
2.4	Progressives Schichtschädigungsmodell	24
2.4.1	Schadensinitiierungskriterien	24
2.4.2	Evolution der Schichtschädigung	26
2.5	Vikose Regularisierung	28
2.6	Energiebilanz	28
3	Modellierung	31
3.1	Stacked Shell Approach	31
3.2	Schichtmodellierung	32
3.3	Interfacemodellierung	34
3.3.1	Interfacesteifigkeit und transversaler Schub	34
3.3.2	Abschätzung zur Diskretisierung der Kohäsivzonenelemente	36
3.4	Randbedingungen und Lasteinleitung	38
3.5	Vorauswahl hinsichtlich der Modellbildung	40
3.6	Python-Inputfile Script	43
4	Auswertung der Ergebnisse	44
4.1	Allgemeines Struktur- und Schädigungsverhalten	45
4.1.1	Kraft-Verschiebungsverlauf	46
4.1.2	Auswertung der Energieanteile	46
4.1.3	Untersuchung des Snap-Back-Verhaltens	48

4.1.4	Spannungsauswertung in der Kohäsivzone in Hinblick auf die Diskretisierung	51
4.1.5	Schädigungsverhalten	53
4.1.6	Zusammengesetzter Spannungstensor	58
4.2	Manueller Eingriff in die Analyse via ABAQUS Read- und Writefunktionen	65
4.3	Einfluss von thermisch bedingten Eigenspannungen	68
4.4	Vergleich der numerisch erzielten Ergebnisse mit jenen aus dem Experiment [23]	71
4.4.1	Vergleich der potentiellen Energien	73
4.5	Diskussion Lasteinleitungsfall $L = 1,3a_0$	75
5	Zusammenfassung und Ausblick	77
5.1	Zusammenfassung der Erkenntnisse	77
5.2	Ausblick	79
A	Kraft-Verschiebungsdaten aus [23]	81
	Literaturverzeichnis	82

Abstract

For the application of fiber-reinforced polymeres (FRP) it is important to understand their damage behaviour. Therefore numerical simulations, such as the finite element method (FEM), can be used in order to provide a more accurate prediction. Hence this master thesis deals with the numerical simulation of a composite structure focused on the interaction of ply damage and delamination.

The aim of this thesis is to account for the damage behaviour observed in the specimen of the experiments from Ratcliffe et al., Technical report, NASA/TM-2013-218028, by means of FEM, using the *stacked shell approach* developed at the Institute of Lightweight Design and Structural Biomechanics.

Therefore the results of the previously mentioned experiment are presented and an introduction of the theory of progressive damage modelling in FRP is given. Next the finite element modelling of the plies and the interfaces as well as the selected boundary conditions are presented. Afterwards the numerical results are analysed and compared to the experimental data in order to estimate the prediction character of the model.

In summary the model basically showed a good prediction on ply damage and delamination. Difficulties arised by accounting for the migration of the delamination into the interface observed in the experiment.

Kurzfassung

Das Verständnis für das Schädigungsverhalten von faserverstärkten Kunststoff Laminaten spielt mitunter eine zentrale Rolle in Hinblick auf ihre Einsetzbarkeit. Numerische Simulationen, wie die Finite Elemente Methode (FEM), können dabei als Hilfsmittel eingesetzt werden, um dieses Verhalten akkurater abschätzen zu können. Dahingehend beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Finite Elemente Simulation einer Composite-Struktur mit speziellem Augenmerk auf der Interaktion von Schichtschädigung und Delamination.

Ziel ist es mithilfe der FEM und dem am Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik entwickelten Modellierungsansatzes, dem sogenannten *stacked shell approach* (SSA), das beobachtete Schädigungsverhalten, der im Experiment nach Ratcliffe et al., Technical report, NASA/TM-2013-218028, verwendeten Probekörper, abzubilden. Basierend auf den Ergebnissen dieses Experiments und den numerischen Ergebnissen dieser Arbeit gilt es die Anwendbarkeit dieses Modellansatzes zu prüfen. Dazu werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt, gefolgt von einer Einführung in die Theorie der progressiven Schädigungsmodelle. Anschließend wird auf die Modellierung der Schichten und Interfaces näher eingegangen sowie die Wahl der Randbedingungen erläutert. Weiters folgt die Auswertung der Ergebnisse der FEM-Analyse und ein Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen zur Abschätzung der Vorhersagecharakteristik des Modells.

Zusammenfassend konnte dabei gezeigt werden, dass die Schichtschädigung sowie die Delamination grundsätzlich gut abgebildet werden können. Schwierigkeiten treten jedoch bei der Abbildung des Interfacewechsels der Delamination auf.

Kapitel 1

Einführung

1.1 Einleitung

Die Entwicklung neuer Faserverbundwerkstoffe eröffnet den Ingenieurwissenschaften neue Wege zu effizienteren Leichtbauweisen in Tagen der Ressourcenknappheit. Die seit Jahrzehnten anhaltende Nachfrage speziell nach faserverstärkten Kunststoffen (FVK) (engl. *fiber-reinforced polymers* FRP) hat deren Entwicklung in den letzten Jahrzehnten maßgeblich vorangetrieben, wobei ihr noch nicht vollständig ausgeschöpftes Potenzial diesen Trend anhalten lässt [15].

Anwendungsgebiete der FVK stellen neben dem Mobilitätswesen, wie der Luft- und Raumfahrt, dem Schiffs-, Schienen- und Fahrzeugbau, auch die Bereiche Prothetik, Sportgerätebau und der Energietechniksektor dar [26]. Folgernd sind vor allem beschleunigte Strukturen gewichtsmindernd zu gestalten, um den Energieverlust durch das Zusammenwirken von Massenträgheit und Be- bzw. Entschleunigung zu reduzieren. Daher könnte sich eine erste Werkstoffwahl an hohen gewichtsspezifischen Steifigkeit- und Festigkeitswerten orientieren. Hier seien vor allem die unidirektional (UD) verstärkten FVK zu erwähnen, die im Vergleich mit herkömmlichen Leichtbaumaterialien, wie Aluminium und Titan, die deutlich höheren Werte aufweisen [17].

Um die in Faserrichtung hohen Steifigkeit- und Festigkeitswerte der UD FVK, aufgrund unterschiedlicher äußerer Belastungsfälle und somit im Material vorherrschenden Spannungszustände, vielseitig ausnutzen zu können, werden sogenannte Laminare eingesetzt. Als Laminat wird ein Verbund aus mehrerer, übereinander gestapelter Einzelschichten, sogenannter Lamina, bezeichnet und stellt folgernd einen Mehrschichtverbund (MSV) dar.

1.1.1 Motivation

Das hohe Einsatzpotenzial aufgrund der oben erwähnten hohen gewichtsspezifischen Eigenschaften kann unter Umständen durch unvorhersehbare Schädigung, wie Delamination, sowie dessen diffizile Ermittlung wiederum gemindert werden [23]. Um dem entgegenzuwirken ist ein besseres Verständnis für ihr Schädigungs- und Bruchverhalten unumgänglich.

Die Art der Schädigung hängt stark vom vorherrschenden Spannungszustand im Material ab. An realen Bauteilen treten oft verschiedene äußere Belastungsfälle auf, die unterschiedliche Spannungszustände im Material hervorrufen. Zusätzlich überschreitet die Größe realer Strukturbauteile oft die Dimensionen der verwendeten Proben sowie die Einschränkung bezüglich der Realisierung von zu untersuchenden Spannungszuständen im Experiment zur Vorhersage von Versagen. Somit wird es unter Umständen für den Ingenieur von Interesse sein, das Verhalten dieser realen Strukturen mithilfe numerischer Methoden, wie z.B. der Finite Elemente Methode (FEM), abschätzen zu können, da dem Prototypenbau wirtschaftliche Grenzen gesetzt sind.

1.1.2 Einführung in die Schädigung von FVK Laminaten

Aufgrund diverser äußerer Belastungsfälle sowie den daraus resultierenden Spannungszuständen im Material, besteht bei Überschreitung zugehöriger Grenzwerte (Fe-

stigkeiten etc.) die Möglichkeit, dass unterschiedliche Schädigungsarten auftreten, die unter Umständen bis zum Versagen führen können.

Dabei sind zwei dominierende Versagensarten bei FVK Laminaten zu beobachten, einerseits das Versagen der Schicht selbst und andererseits das Versagen der Grenzfläche zweier benachbarter Schichten. Welche der beiden Versagensarten eintritt ist stark vom Spannungszustand im Material abhängig, wobei erstere bevorzugt bei Spannungen in der Schichtebene (engl. *in plane stresses*) und zweitere bei Spannungen in der Grenzfläche und somit außerhalb der Schichtebene (engl. *out of plane stresses*) auftritt.

Erstere lässt sich in Faserbruch (Fb) und Zwischenfaserbruch (Zfb) einteilen. Das Versagen des Interfaces, ergibt sich unter anderem aufgrund der niedrigeren Festigkeit der Materialverbindung im Vergleich zu den Einzelschichtfestigkeiten und wird neben Zugbeanspruchung in Laminatdickenrichtung sowie interlaminaren Schubspannungen, auch von freien Randeffekten (engl. *free edge effects*) und Klebverbindungsfehlern, hervorgerufen [21]. Die Rissausbreitung im Interface wird Delamination genannt.

Aufgrund des Mehrschichtverbundes bei FVK kann zwischen verschiedenen Versagensmechanismen, wie Einzelschichtversagen, Degradation bzw. sukzessivem Versagen und totalem Laminatversagen unterschieden werden. Ein Schichtversagen führt nicht unmittelbar zum totalen Versagen der Struktur, da mit schichtübergreifenden Spannungsumlagerungen zu rechnen ist [25]. An dieser Stelle sei jedoch erwähnt, dass bei Schichtversagen durch Faserbruch, aufgrund der hohen Energiefreisetzungsraten und die „umgelagerte“ Spannung über der Festigkeit liegt, totales Versagen nicht unmittelbar ausgeschlossen werden kann [21]. Eine oft angewandte Methode zur Vorhersage von Versagen eines Laminates basiert jedoch auf jener Belastung, die zum Versagen der ersten Schicht führt, auch bekannt unter *first ply failure* (FPF) (z.B. in [17]). Im Unterschied dazu sind die progressiven Schädigungsmodelle zu nennen, denen sukzessive Material-Degradation zugrunde liegt und die in dieser Arbeit Verwendung finden.

Zusätzlich sei eine Kombination aus den beiden Versagensarten zu nennen, die als Delamination-Migration (DM) bezeichnet wird und bei mehrachsigen Spannungszuständen im Material beobachtet werden kann (vgl. [31] und [23]). Darunter wird eine beginnende bzw. fortschreitende Delamination an einem Interface mit Wechsel aufgrund von Schichtversagen einer bzw. mehrerer Schichten in ein ober- bzw. unterhalb liegendes Interface verstanden.

Um diese Versagensarten einzeln bzw. in Kombination untersuchen zu können, ist dafür Sorge zu tragen, dass die notwendigen Spannungszustände im Material vorherrschen. Hierfür existieren diverse experimentelle Versuchsaufbauten, die sich dieser Realisierung annehmen.

1.2 Methodik und Vorstellung der vorliegenden Arbeit

Das Verständnis für das Schädigungsverhalten von FVK Laminaten spielt, wie in Kapitel 1.1.1 bereits erwähnt, eine zentrale Rolle in Hinblick auf ihre Einsetzbarkeit. Numerische Simulationen fungieren für den Ingenieur dabei als virtuelle Werkzeuge, um dieses Verhalten genauer abschätzen zu können.

Das Ziel der vorliegenden Diplomarbeit ist es nun, mithilfe des FEM-Solver **ABAQUS /Standard 2017** (Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA) und der am Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik (ILSB) entwickelten Modellierungsstrategie, dem sogenannten *stacked shell approach* (SSA) [11], das beobachtete Schädigungsverhalten, Delamination-Migration, der im Experiment [23] verwendeten Probekörper abzubilden. Basierend auf den experimentellen Ergebnissen aus [23] und den numerischen Ergebnissen dieser Arbeit gilt es die Anwendbarkeit dieses Modellsatzes zu prüfen und eventuelle Grenzen aufzuzeigen.

Es sei an dieser Stelle bereits explizit erwähnt, dass die Modellbildung einer realen Struktur mithilfe der FEM nur eine Näherung an die Realität darstellt, da die Abbil-

derung gewisser Annahmen unterworfen ist und stets Effekte auftreten können, die im Modell vorher nicht mitberücksichtigt worden sind. Deshalb ist es für den Ingenieur unumgänglich, eine adäquate und verlässliche Methode zur Verfügung zu haben. Ein Leitsatz für diesen dabei oft auftretenden Kompromiss (engl. *trade-off*) an die Abbildungsgenauigkeit könnte wie folgt lauten: „So (rechen-)günstig wie möglich, so genau wie nötig.“

Das erste Kapitel dient der Einführung in die Schädigung von FVK Laminaten sowie der Vorstellung der verwendeten Literatur. Ebenso werden der Versuchsaufbau und die für diese Arbeit relevanten experimentellen Erkenntnisse aus [23] vorgestellt.

Die Theorie der progressiven Schädigungsmodelle für die Modellierung der Delamination sowie die der Schädigung der Einzelschichten werden über den FPF in Kapitel 2 eingeführt. Zusätzlich werden dabei die bei einem impliziten Solver auftretenden Probleme hinsichtlich der Konvergenz erläutert sowie die in ABAQUS intern berechnete Energiebilanz vorgestellt.

Erläuterungen zur FEM-Modellierung vor allem das Pre-Processing in ABAQUS mit speziellem Augenmerk auf der zugrunde liegenden Modellierungsstrategie SSA sowie die dadurch getroffenen Annahmen und den daraus resultierenden Modelleinschränkungen beinhaltet Kapitel 3. Zusätzlich wird noch auf die Abschätzung der Kohäsivzonenlänge und auf den Einfluss der Randbedingungen auf das Gesamtmodell eingegangen.

Anschließend werden in Kapitel 4 die Ergebnisse der FEM-Analyse vorgestellt sowie mit den experimentellen Ergebnissen aus [23] verglichen, um abschließend in Kapitel 5 eine Zusammenfassung und eine Anregung zu weiteren Untersuchungen zu geben.

1.3 Literatur

In diesem Kapitel wird eine kurze Übersicht über die verwendete Literatur sowie deren Anwendung auf die vorliegende Arbeit gegeben. Einen allgemeinen Einblick in die Grundlagen von FVK ist unter anderem in [17] und [26] zu finden.

Der FPF, wie in Kapitel 1.1.2 bereits erwähnt, besagt, dass Versagen des gesamten FVK Laminates eintritt, sobald eine einzelne Schicht des Laminates versagt. Die experimentell ermittelten Schichtfestigkeiten von FVK liegen jedoch oft nur für einfache Spannungszustände (einachsiger Zugversuch, einfacher Schub etc.) vor. Um nun Beanspruchungsgrenzen für mehrachsige Spannungszustände angeben zu können, finden sogenannte Versagenskriterien Verwendung, die auf Schichtebene angewandt werden. Einfache mathematische Modelle als Versagenskriterien sind einerseits das Maximalspannungs- bzw. Maximaldehnungskriterium [17] andererseits quadratische Versagenskriterien (wie z.B. Tsai-Hill [17] etc.). Fortschrittlichere Ansätze stellen vor allem das Hashin-Kriterium [14], das zwischen vier Schädigungsarten unterscheidet, und das Kriterium nach Puck [21] dar, die beide auf der Mohr'schen Hypothese für spröde Materialien basieren. Der Vorteil des Puck-Kriteriums im Gegensatz zu vielen anderen Kriterien basiert auf der Tatsache, dass sowohl Informationen über die Versagensart sowie über den Bruchebenenwinkel gewonnen werden können. Eine weiterentwickelte Variation basierend auf dem Puck-Kriterium stellt unter anderem jenes von Davila und Camanho [9] dar.

Der FPF Ansatz unterliegt jedoch der Annahme von linearem Materialverhalten [25]. Das in der Realität zu beobachtende nichtlineare Verhalten von FVK Laminaten ist auf Plastizität und Schädigung im Material, vorwiegend basierend auf Mikrorissen [21], zurückzuführen. Um letzteres Verhalten genauer abbilden zu können, werden alternative Methoden unumgänglich und es kommen sogenannte progressive Schädigungsmodelle zum Einsatz. Ein auf der Kontinuumsmechanik basierendes progressives Schädigungsmodell stellt unter anderem jenes nach Lapczyk und Hurtado [19] dar. Die Schädigungsinitiierung erfolgt nach dem Versagenskriteri-

um LaRC04 nach Camanho und Davila [9] während das Evolutionsgesetz über eine Schädigungsvariable die Degradation der E-Moduli, basierend auf der dissipierten Bruchenergie während des Bruchprozesses, steuert. Es sei angemerkt, dass sich das in ABAQUS implementierte progressive Schädigungsmodell zur Schichtschädigung von FVK lediglich durch das verwendete Versagenskriterium, dem Hashin-Kriterium, als Schadensinitiierung unterscheidet und in der vorliegenden Arbeit Verwendung findet. Einen Überblick und eine Auflistung gängiger progressiver Schädigungsmodelle speziell für FVK sind in [12] zu finden.

Zur Modellierung der Schädigung und der Delamination des zwischen den Schichten liegenden Interfaces, stehen im Rahmen der kommerziellen FEM-Programme meist zwei Ansätze zur Verfügung. Einerseits ist die Virtual Crack Closure Technique (VCCT), erstmals vorgestellt von Rybicki und Kanninen im Jahre 1977 [24], basierend auf der Energiebilanz nach Irwin [16], und andererseits ist das Kohäsivzonenmodell (KZM) (engl. *cohesive zone model*), basierend auf den Theorien von Barenblatt [1], im Sinne der FEM z.B. nach Camanho und Davila [4] zu nennen. Letzteres findet in der vorliegenden Arbeit Verwendung und liegt einem sogenannten Spannungs-Separationsgesetz (engl. *traction-separation law*) oder Kohäsivgesetz zugrunde. Hierbei wird die Evolution der Schädigungsvariable und die damit einhergehende Degradation der Interfacesteifigkeit mithilfe der dissipierten Bruchenergie, auch Separationsenergie, während des Bruchprozesses nach Benzeggagh-Kenane [3] definiert. Dies ist besonders dann sinnvoll, wenn die kritische Bruchenergie während der Deformation entlang der ersten und zweiten Scherseparation von gleicher Größe sind. Bei Auftreten von kombinierten Normal- und Scherseparationen (Mixed-Mode-Verhältnisse) kann es sinnvoll sein, eine sogenannte effektive Separation, in ABAQUS basierend auf Camanho und Davila [4], einzuführen [18]. Zur Beurteilung des Delaminationsbeginns stehen in ABAQUS verschiedene Kriterien zur Verfügung, wobei hier ein quadratisches Spannungskriterium [30] Verwendung findet.

Die FEM-Modellierung des kombinierten Schädigungsfalles DM basierend auf den experimentellen Ergebnissen aus [23], wird in [5] mithilfe der VCCT zur Modellierung

der Delamination und einer sogenannten *Floating Node Method* zur Modellierung der Migration nach Chen und Pinho [7] realisiert. Die in der vorliegenden Arbeit angewandte Modellierung von DM liegt einerseits einem Kohäsivzonenmodell zur Beschreibung der Delamination und andererseits einem progressiven Schädigungsmodell für FVK Laminaten zur Abbildung der Migration zugrunde. Dabei beruht der Vorteil des Kohäsivzonenmodells im Gegensatz zum VCCT auf der Tatsache, dass kein Anriss zuvor bereits physisch vorhanden sein muss.

1.4 Versuchsaufbau und experimentelle Ergebnisse aus [23]

Der nach [23] entworfene Versuchsaufbau ermöglicht die Untersuchung von Delamination-Migration in FVK Laminaten mit der örtlichen Variationsmöglichkeit der Lasteinleitung, wie in Abbildung 1.1 dargestellt ist. Dabei wurde das Experiment so gestaltet, dass die äußere Belastung zu den Rissöffnungsmoden I und II sowie deren Kombination als Mixed-Modus am Prüfkörper führt und Modus III Rissöffnungen vermieden werden. Dies erlaubt eine zweidimensionale Charakterisierung des Bruchverhaltens [23].

1.4.1 Versuchsaufbau und Probekörper

Durch den Versuchsaufbau können die Probekörper auf eine Weise belastet werden, sodass Delamination mit folgender Migration in ein anderes Interface ermöglicht wird. Weiters erlaubt der Versuchsaufbau die Annahme der Minimierung von unbeabsichtigt eingeführten horizontalen Belastungen durch den 300 mm langen, drehfrei über ein am Probekörper aufgeklebtes Scharnier gelagerten, Lasteinleitungsarm.

Die verwendeten Probekörper mit Schichten aus IM7/8552 besitzen einen Lagenaufbau von $[90_4/0_3/(90/0)_{2s}/0_3/90_4/T/0/90_4/0/0/(90/0)_{2s}/0/0/90_3/0/90]$, gelesen von

oben nach unten, wobei T eine Polytetrafluorethylen(PTFE)-Einlage darstellt. Zusammen mit den geometrischen Abmessungen, die Abbildung 1.2 zu entnehmen sind, weisen die Probekörper die folgenden Merkmale auf und erlauben die unter anderem daraus resultierenden Annahmen:

- i Die sich in der Mittelebene befindende Polytetrafluorethylen(PTFE)-Einlage bildet den Ausgangspunkt für die anfänglich wachsende Delamination bei äußerer Belastung.
- ii Die PTFE-Einlage befindet sich zwischen einer unterhalb liegenden 0° und vier oberhalb liegenden 90° -Schichten, um den Riss dadurch begünstigt in Richtung der oberen 90° -Schichten zu leiten.
- iii Die geometrischen Abmessungen der balkenförmigen Probekörper weisen einen konstant rechteckigen Querschnitt auf, mit der Absicht ein gleichmäßiges Delaminations- sowie Migrationswachstum über die Probenbreite zu gewährleisten. Zusätzlich sind sie breit genug, um den Einfluss der freien Randeffekte klein zu halten.
- iv Die Proben weisen eine leichte Asymmetrie hinsichtlich ihres Lagenaufbaus auf, wobei der Einfluss auf die Gesamtstruktur der Probe jedoch nach [23] sehr gering ist.

1.4.2 Experimentelle Ergebnisse

In Abhängigkeit des Belastungsfalles durch Variation der Lasteinleitung bei $L = a_0$, $L = 1,1a_0$, $L = 1,2a_0$ und $L = 1,3a_0$, konnten leicht unterschiedliche Verhalten der Probekörper beim Experiment beobachtet werden, wobei jedoch bei jeder Probe Delamination sowie Migration durch die oberen vier 90° -Schichten und anschließender Delamination im Interface (90/0) beobachtet werden konnte. Dabei wurden je Belastungsfall vier Probekörper untersucht.

Es soll nun eine kurze Beschreibung, entnommen aus [23], der bei den Probekörpern in Abhängigkeit der Belastungsfälle beobachteten Abläufe folgen, da dies zum we-

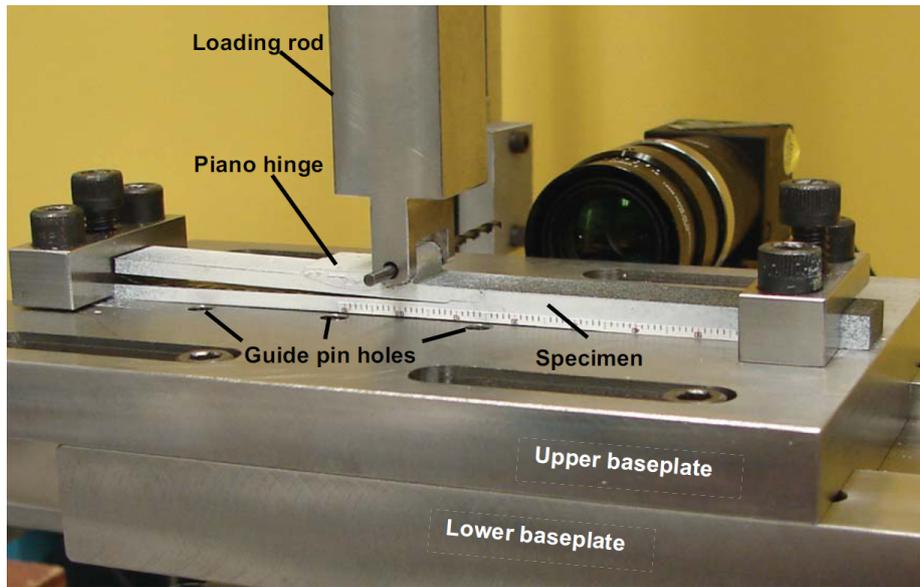


Abbildung 1.1: Versuchsaufbau mit eingespanntem Probekörper aus [23]

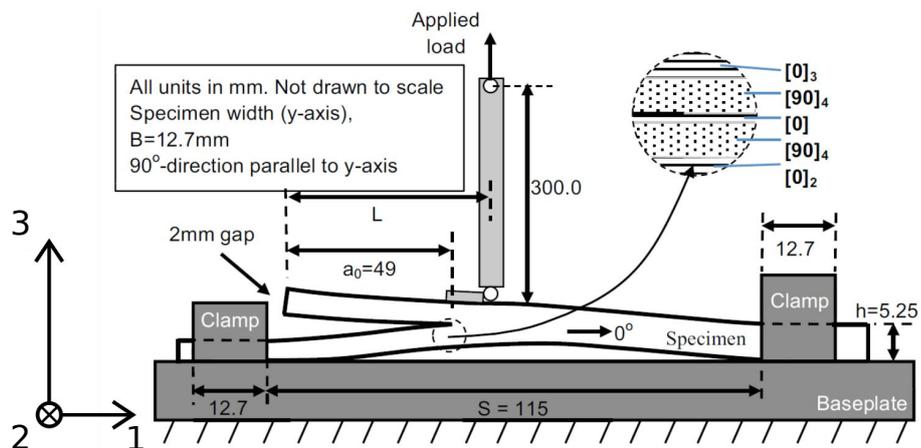


Abbildung 1.2: Schematischer Versuchsaufbau und Abmessungen der Probekörper aus [23]

sentlichen Verständnis für die in Kapitel 4 numerisch erzielten Ergebnisse beitragen können. Für den Belastungsfall $L = a_0$ konnten folgende Abläufe beobachtet werden mit dem in Abbildung 1.3 zugehörigen Kraft-Verschiebungsverlauf:

1. Der Probekörper zeigte bei anfänglicher Belastung linear elastisches Materialverhalten bis ein kritischer Wert erreicht wurde.

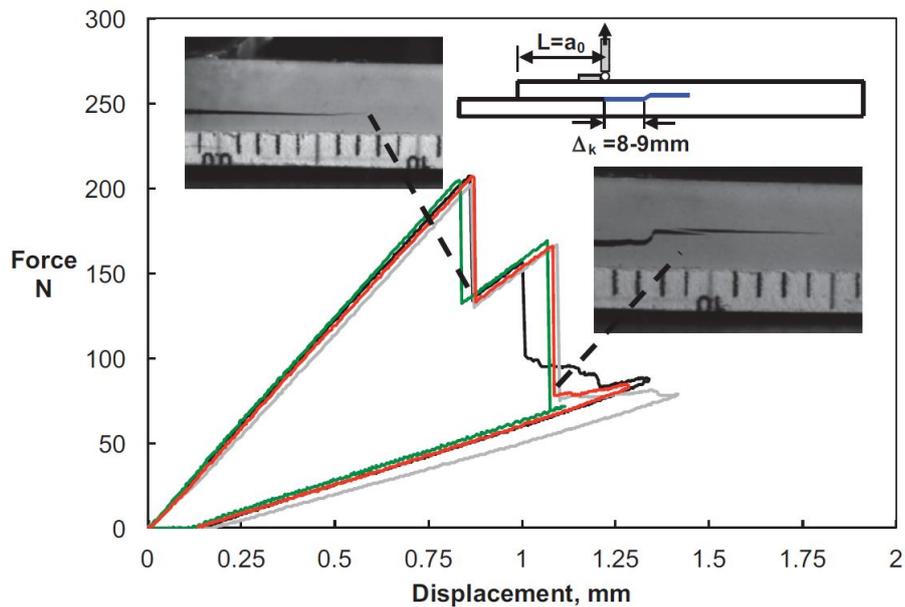


Abbildung 1.3: Kraft-Verschiebungsdiagramm für Belastungsfall $L = a_0$ aus [23]

2. Bei Erreichen dieses kritischen Wertes erfolgte eine instabile Delamination mit einer Länge von ca. 8 - 9 mm. Dabei konnte nicht eindeutig festgestellt werden ob die instabile Delamination bis entweder kurz vor beginnender Migration in die obere 90° -Schicht oder bis nach begonnener und gestoppter Migration in die obere 90° -Schicht erfolgte.
3. Die Belastung der Probe zeigte wieder linear elastisches Verhalten bis zu einem zweiten kritischen Wert. Hierbei konnte ein zweites instabiles Verhalten, ein Risswachstum durch die vier oberhalb liegenden 90° -Schichten, beobachtet werden.
4. Weitere Belastungssteigerung führte zu stabiler Delamination im überhalb der vier 90° -Schichten liegenden Interface.
5. Bei Entlastung konnte linear elastisches Materialverhalten des Probekörpers beobachtet werden und zeigte zusätzlich eine bleibende Verformung von ca. 0,12 mm bei einer maximalen Verschiebung des Kraftangriffpunktes in 3-Richtung von ca. 1,3 mm.

Die Beobachtungen der Belastungsfälle $L = 1,1a_0$, $L = 1,2a_0$ und $L = 1,3a_0$ zeigten folgendes Verhalten, wobei in Abbildung 1.4 der Kraft-Verschiebungsverlauf für den Belastungsfall $L = 1,1a_0$ repräsentativ abgebildet ist:

1. Der Probekörper zeigte bei anfänglicher Belastung linear elastisches Strukturverhalten bis ein kritischer Wert erreicht wurde.
2. Bei Überschreiten dieses kritischen Wertes erfolgte eine stabile Delamination bis zu einer Länge von ca. 1 mm.
3. Darauf folgte eine instabile Delamination und eine zusätzlich instabile Migration durch die vier 90° -Schichten mit anschließend instabiler Delamination im Interface (90/0).
4. Bei Entlastung konnte linear elastisches Materialverhalten des Probekörpers beobachtet werden und zeigte zusätzlich eine bleibende Verformung von ca. 0,12 mm bei einer maximalen Verschiebung des Kraftangriffpunktes in 3-Richtung von ca. 1,0 - 1,1 mm.

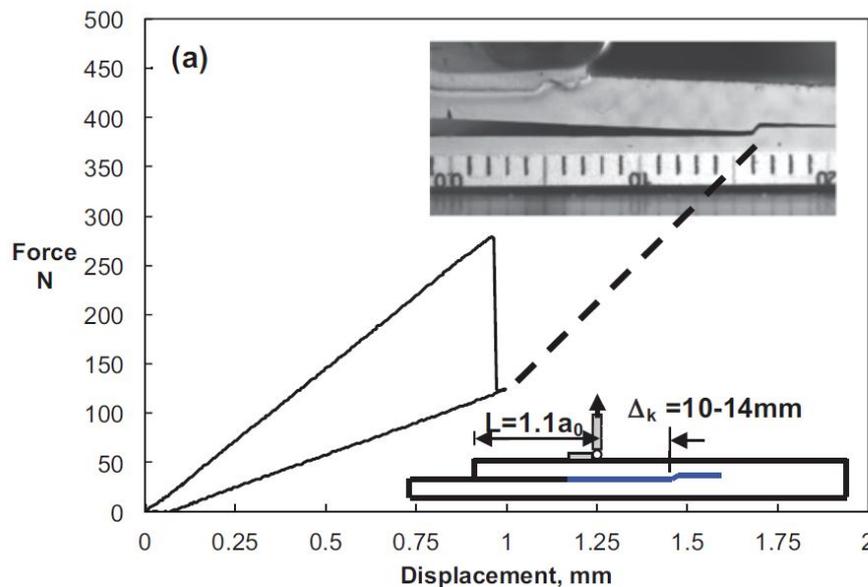


Abbildung 1.4: Kraft-Verschiebungsdiagramm für Belastungsfall $L = 1,1a_0$ aus [23]

Tabelle 1.1: Delaminationslängen und Bruchwinkel je Belastungsfall aus [23]

Lasteinleitung L zu Rissspitze a_0				
	$L = a_0$	$L = 1,1a_0$	$L = 1,2a_0$	$L = 1,3a_0$
Delaminationslängen in mm	8 - 9	10 - 14	7 - 10	6 - 9
Bruchwinkel in Grad	65	45 - 65	50 - 78	43 - 58

Eine zusätzliche Fraktographie der Proben für den Lastfall $L = 1,3a_0$ ergab, dass die Delamination vor der Migration durch die Belastung einem gemischten Mode I/II unterworfen war. Die Migration des Risses durch die vier 90° -Schichten verlief vorwiegend unter Mode I, ebenso konnte dies für die migrierte Delamination festgestellt werden [23]. Für die anderen Lastfälle liegen keine Auswertungen vor. Der Wertebereich der Delaminationslängen des Interfaces (0/90), gemessen vom Lasteinleitungspunkt bis zum Migrationsbeginn, und der Bruchwinkel durch die vier 90° -Schichten für die verschiedenen Belastungsfälle der jeweils vier Probenkörpern sind Tabelle 1.1 zu entnehmen.

Weitere Ergebnisse und Auswertungen des Experiments sind [23] zu entnehmen.

Kapitel 2

Progressive Schädigungsmodelle

2.1 Einführung in die Schädigungsmechanik

Um Beanspruchungsgrenzen für mehrachsige Spannungszustände in FVK Laminaten zu erhalten werden sogenannte Versagenskriterien verwendet, mit deren Hilfe diese Grenzen in Form von Bruchkurven (engl. *failure surfaces* bzw. *failure envelopes*) unter anderem im Spannungsraum beschrieben werden können, wie in Abbildung 2.1 dargestellt ist. Dabei werden die mithilfe der klassischen Laminattheorie (KLT), wie z.B. in [17] zu finden ist, und/oder der FEM die berechneten Schichtspannungen bzw. -verzerrungen pro Laminateneinzelschicht sowie den entsprechenden kritischen Werkstoffkenngrößen über ein FPF-Kriterium gegenübergestellt und sind somit auf Schichtebene anzuwenden.

Folgend [25], ist es möglich das Versagensrisiko im Sinne einer „Reserve“ eines linear elastischen, orthotropen Materials über einen skalaren Reservefaktor (engl. *risk parameter*), λ , zu beschreiben. Dieser ist als jener Faktor definiert, der durch Multiplikation mit dem vorherrschenden Spannungstensor σ_{ij} , das Erreichen jenes Spannungszustandes σ_{ij}^{FPF} angibt, das zu Schichtversagen führt:

$$F(\sigma_{ij}^{\text{FPF}}, R_{kl}^{\text{t,c}}) = F(\lambda\sigma_{ij}, R_{kl}^{\text{t,c}}) \equiv 1. \quad (2.1)$$

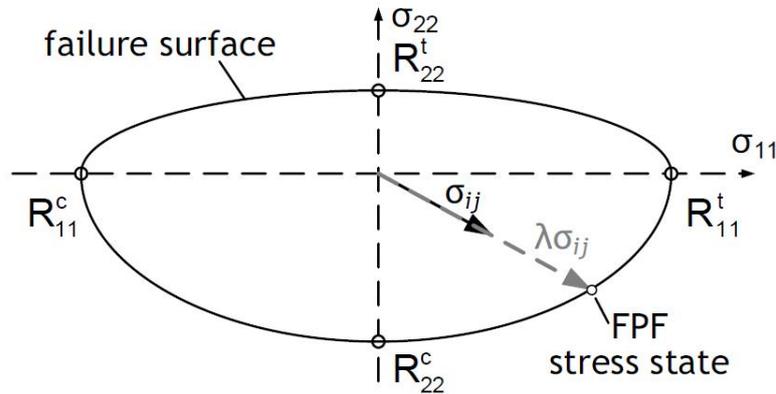


Abbildung 2.1: Reservefaktor λ konventioneller FPF-Analysen aus [25]

Die Funktion $F(\sigma_{ij}^{\text{FPF}}, R_{kl}^{t,c})$ ist auf ein beliebiges FPF Kriterium bezogen, wie z.B. dem Kriterium nach Hashin [14] bzw. Puck [21], wobei R_{kl} den Schichtfestigkeitswerten entspricht und die hochgestellten Indizes t für Zug (engl. *tension*) und c für Druck (engl. *compression*) stehen. Weiters impliziert Gleichung (2.1) einen proportionalen Anstieg aller Spannungskomponenten durch die Belastung [25].

Der FPF ist jedoch auf lineares Materialverhalten beschränkt [25] und um das in der Realität auftretende nichtlineare Schädigungsverhalten genauer abbilden zu können, kommen sogenannte progressive Schädigungsmodelle zum Einsatz.

Diese Modelle basieren auf den Annahmen der Schädigungsmechanik, die annimmt, dass der Werkstoff auf mikroskopischer Ebene, kontinuierlich verteilte Defekte bzw. Poren aufweist und unterschiedliches Materialverhalten je nach Defektdichte zeigt [18]. Dabei werden im Gegensatz zu einer mikromechanischen Modellierung die Defekte nicht diskret einzeln abgebildet sondern fließen homogenisiert in eine „makroskopische Größe“ ein, wie z.B. einer internen Schädigungsvariable, und repräsentieren dabei ganz im Sinne eines kontinuumsmechanischen Ansatzes das selbe effektive Materialverhalten. Bei Anwendung dieses Ansatzes auf Schichtebene und unter Einbeziehung der Entwicklung der Schädigungsvariable besteht die Möglichkeit der Formulierung eines Konstitutivgesetzes für die Spannungs-, Dehnungs- und Schädigungsbeziehungen.

2.2 Schädigungsmechanik

Schädigung eines homogenen Materials wurde erstmals von Rabotnov 1969 [22] über eine sogenannte Schädigungsvariable d beschrieben, die zwischen 0 und 1 definiert ist, wobei $d = 0$ keine und $d = 1$ totale Schädigung bedeutet und für die effektive Spannung $\hat{\sigma}$ nach [22] gilt

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-d)}, \quad \text{mit } \sigma = \frac{F}{A}, \quad (2.2)$$

wobei σ die resultierende Spannung eines einachsigen Zugversuches einer Probe mit Querschnitt A und anliegender Zugkraft F darstellt. Die effektive Spannung $\hat{\sigma}$ beschreibt somit eine im Vergleich mit der Spannung σ erhöhte Spannung durch anwachsende Schädigung.

Das Dehnungs-Äquivalenz-Prinzips (engl. *strain equivalence principle*) [13] besagt, dass die durch Spannung zu geschädigtem Material sowie effektive Spannung zu ungeschädigtem Material gleiche Dehnungen hervorrufen,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E^d} = \frac{\hat{\sigma}}{E^{\text{init}}} \quad (2.3)$$

mit E^d dem geschädigten Elastizitätsmodul und E^{init} dem ungeschädigten E-Modul in Belastungsrichtung. Mit Gleichung (2.2) und (2.3) ist es möglich den geschädigten E-Modul wie folgt anzuschreiben:

$$E^d = (1-d)E^{\text{init}} \quad (2.4)$$

Erweitert auf den dreidimensionalen Spannungszustand,

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma} \quad (2.5)$$

mithilfe der tensorwertigen Funktion $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ in Abhängigkeit des Schädigungstensors \mathbf{D} , die den Einfluss der Schädigung auf das Materialverhalten beschreibt, ergibt sich das Konstitutivgesetz für das geschädigte Material zu

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}^d \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \text{mit } \mathbf{E}^d = [\mathbf{M}(\mathbf{D})]^{-1} \mathbf{E}^{\text{init}}. \quad (2.6)$$

2.3 Interfaceschädigung und Delamination unter Mixed-Mode Beanspruchung

Delamination ist ein typisches Rissausbreitungsphänomen und sollte daher im Sinne der Bruchmechanik behandelt werden [21]. Diese wird zur effizienteren numerischen Umsetzung mit einem schädigungsmechanischen Ansatz ausgeführt.

Dabei kommt ein Kohäsivzonenmodell zum Einsatz, das auf der Annahme beruht, dass die Materialtrennung beim Bruchvorgang ausschließlich in einer schmalen streifenförmigen Zone vor dem Riss stattfindet [18]. Grundlage des KZM stellt dabei das sogenannte Spannungs-Separationsgesetz oder Kohäsivgesetz (engl. *traction-separation law*) dar, das als Funktion der Spannung t innerhalb der Prozesszone und der zugehörigen Separation δ zwischen oberer und unterer Grenzfläche definiert ist. Die Umsetzung der Materialtrennung erfolgt mithilfe eines schädigungsmechanischen Ansatzes in Form einer Schädigungsinitiierung und Evolution einer Schädigungsvariable zur Steuerung des Entfestigungsverhaltens nach [4].

Die FEM-Modellierung dieses Interfaces erfolgt mithilfe von Grenzflächenelementen, sogenannter Kohäsivzonenelemente, deren Konstitutivgesetze das Spannungs-Separationsgesetz zugrunde liegt. In Hinblick auf die Separation, Normal- bzw. Scherseparation, der Grenzflächen wird in der Bruchmechanik zwischen drei verschiedenen Rissöffnungsarten unterschieden, wie in Abbildung 2.2 gezeigt.

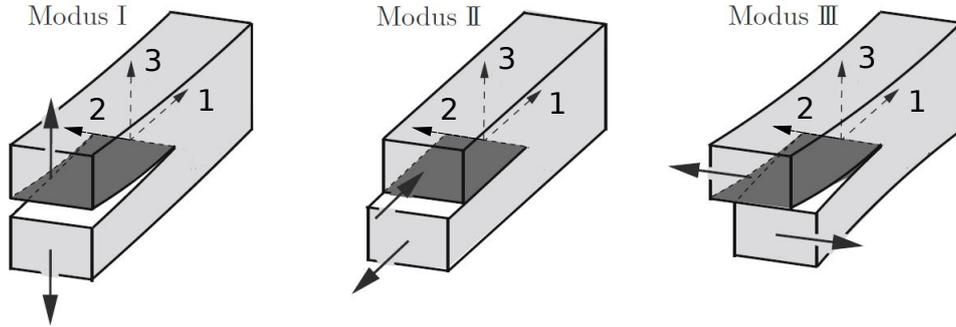


Abbildung 2.2: Rissöffnungsmoden aus [13]

2.3.1 Spannungs-Separationsgesetz

Das in ABAQUS implementierte *traction-separation*-Modell als Konstitutivgesetz im Sinne eines Spannungs-Separationsgesetzes der Kohäsivzonenelemente basiert auf den Überlegungen von Camanho und Davila [4] und wird hier zusammen mit der in ABAQUS [30] verwendeten Notation vorgestellt.

Mit \mathbf{t} als nomineller Spannungsvektor (engl. *nominal stress*) und dem zugehörigen Vektor der nominalen Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ (engl. *nominal strain*) gilt für das Konstitutivgesetz mit Voraussetzung von linear elastischem Materialverhalten vor Schädigungsbeginn,

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & E_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & E_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.7)$$

mit

$$\varepsilon_n = \frac{\delta_n}{T_0}; \quad \varepsilon_s = \frac{\delta_s}{T_0}; \quad \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{T_0}; \quad (2.8)$$

wobei T_0 die ursprüngliche Konstitutivdicke darstellt, die in ABAQUS standardmäßig mit 1,0 definiert wird, jedoch auch auf eine beliebige Dicke bzw. auf die tatsächliche Geometrie des Kohäsivzonenelements bezogen werden kann. Die Separationen werden mit δ_i bezeichnet mit den Indizes i für n Normalenrichtung (lokale 3-Richtung) und s, t jeweils für eine in der Ebene liegenden Richtungen (lokale 1- bzw. 2-Richtung) in Bezug auf die dargestellten Rissöffnungen in Abbildung 2.2. Weiters wird die in ABAQUS als Elastizitätsmatrix \mathbf{E} bezeichnete Matrix in der vorliegenden Arbeit nur diagonal belegt, da keine Kopplungen zwischen den einzelnen Separationen untereinander angenommen werden.

Es gilt für Gleichung (2.7) unter Einführung einer sogenannten *penalty stiffness* nach [4], K_{ii} ,

$$K_{ii} = \frac{E_{ii}}{T_0}, \quad i = n, s, t, \quad (2.9)$$

in Indexschreibweise (hier keine Einsteinsche Summenkonvention)

$$t_i = K_{ii}\delta_i, \quad i = n, s, t. \quad (2.10)$$

Die Separationen für Einzel-Mode-Beanspruchungen bei Schädigungsbeginn δ_i^0 ergeben sich mithilfe von Gleichung (2.10) zu

$$\delta_i^0 = \frac{R_i}{K_{ii}}, \quad i = n, s, t, \quad (2.11)$$

mit den zugehörigen Festigkeiten R_i der interlaminaren Zugfestigkeit in n - bzw. Schubfestigkeiten in s, t - Richtung.

2.3.2 Schadensinitiierungskriterium unter Mixed-Mode

Mithilfe des Macaulay-Operator, $\langle \cdot \rangle$, gilt für eine beliebige Variable x ,

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x < 0 \\ x & \text{wenn } x \geq 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

Das Schädigungskriterium erfolgt in dieser Arbeit über ein quadratisches Spannungskriterium nach [8] (bzw. [30]) über

$$\left(\frac{\langle t_n \rangle}{R_n}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{R_s}\right)^2 + \left(\frac{t_t}{R_t}\right)^2 = 1, \quad (2.13)$$

wobei reine Deformationen aufgrund von Drücken bzw. reinen Druckbelastungen keine Schädigungsinitiierung einleiten.

Aufgrund der Mixed-Mode Beanspruchungen der Prüfkörper im Experiment nach [23] durch die äußere Belastung ist es sinnvoll eine effektive Separation δ_m nach [4] einzuführen, um die Schädigungsevolution auch bei Auftreten unter kombinierten Normal- und Scherseparationen beschreiben zu können, für die gilt

$$\delta_m = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2} = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + \delta_{shear}^2}, \quad (2.14)$$

mit δ_{shear} als Betrag der rein tangentialen Separationen und $\langle \delta_n \rangle$ folgt, dass lediglich Zugbeanspruchungen zur effektiven Separation beitragen.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass zum Verständnis die Betrachtung über eine Single-Mode Beanspruchung wesentlich besser geeignet ist und deshalb hier auf [4] verwiesen wird.

Die effektive Separation bei Schädigungsbeginn δ_m^0 berechnet sich mithilfe der Gleichungen (2.11), (2.13) und (2.14) zu

$$\delta_m^0 = \begin{cases} \delta_n^0 \delta_{shear}^0 \sqrt{\frac{1+\beta^2}{(\delta_{shear}^0)^2 + (\beta \delta_n^0)^2}} & \text{wenn } \delta_n > 0 \\ \delta_{shear}^0 & \text{wenn } \delta_n \leq 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

mit

$$\beta = \frac{\delta_{shear}}{\delta_n} \quad (2.16)$$

als Mode-Mix-Verhältnis (engl. *mode mixity ratio*), wobei angenommen wird, dass $R_s = R_t$ und somit $\delta_s^0 = \delta_t^0 = \delta_{shear}^0$ gilt.

2.3.3 Evolution der Schädigung unter Mixed-Mode

Die Evolution der Schädigung erfolgt mittels eines energiebasierenden Ansatzes über die während des Bruchprozesses dissipierten Energie pro Rissfläche, der kritischen Energiefreisetzungsrate. Die kritischen Energiefreisetzungsraten $\mathcal{G}_C^n, \mathcal{G}_C^s$ und \mathcal{G}_C^t sind für jede Versagensart i einzeln anzugeben und entsprechen der Fläche unterhalb der jeweilig zugehörigen Spannungs-Separationskurve mit

$$\int_0^{\delta_i^f} \sigma_i d\delta_i = \mathcal{G}_C^i, \quad (2.17)$$

wobei δ_i^f der Separation bei totaler Schädigung entspricht. In Abbildung 2.3 ist ein bilineares Spannungs-Separationsgesetz dargestellt, wobei die Dreiecksfläche OAB die kritischen Energiefreisetzungsraten widerspiegelt.

Die experimentelle Bestimmung dieser Werte erweist sich jedoch als schwierig und es kommen meist standardisierte Versuche zum Einsatz (vgl. Maimi et al. 2006 [20]).

Die Abhängigkeit der kritischen Energiefreisetzungsrate vom Mode-Mix wird in der vorliegenden Arbeit mithilfe der analytischen Funktion nach Benzeggagh-Kenane [3] beschrieben. Diese ist besonders dann sinnvoll, wenn die kritische Energiefreisetzungsrate während der Deformation entlang der ersten und zweiten Scherseparation von selber Größe $\mathcal{G}_C^s = \mathcal{G}_C^t$ sind, das annähernd bei Epoxid-Kompositen der Fall ist. Dabei ergibt sich die kritische Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_C^{BK} nach [3] zu

$$\mathcal{G}_C^{BK} = \mathcal{G}_C^n + (\mathcal{G}_C^s - \mathcal{G}_C^n) \left(\frac{\mathcal{G}^{shear}}{\mathcal{G}^T} \right)^\eta \quad (2.18)$$

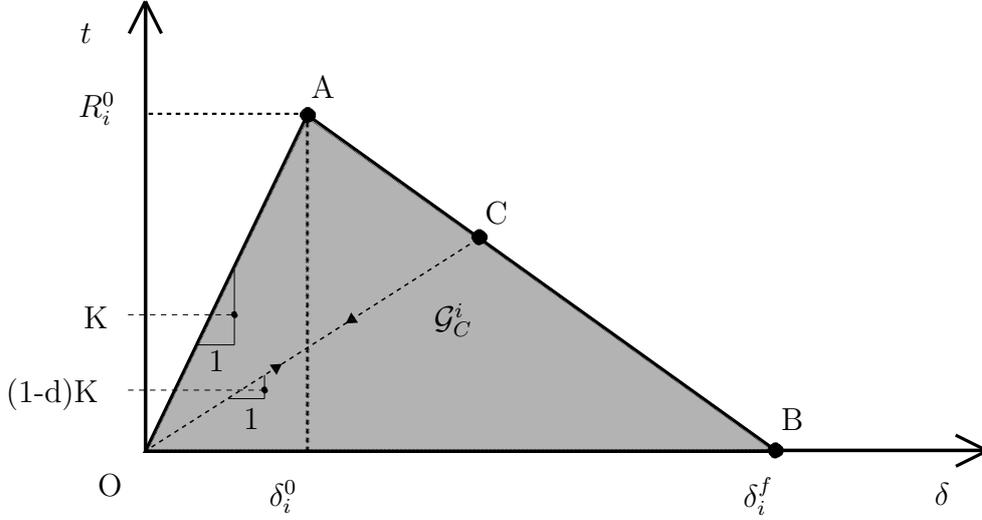


Abbildung 2.3: Bilineares Spannungs-Separationsgesetz und kritischer Energiefreisetzungsraten \mathcal{G}_C

mit $\mathcal{G}^{shear} = \mathcal{G}^s + \mathcal{G}^t$, und $\mathcal{G}^T = \mathcal{G}^n + \mathcal{G}^s + \mathcal{G}^t$ als Summe der Einzelenergiefreisetzungsraten und η einem halb-empirisch ermittelten, werkstoffabhängigen Exponenten nach [3], der hier mit $\eta = 2,1$ gewählt wird.

Mithilfe der kritischen Energiefreisetzungsraten \mathcal{G}_C^{BK} und der effektiven Separation bei Schädigungsbeginn δ_m^0 , gilt für die effektive Separation bei totaler Schädigung mit linearem Entfestigungsverhalten sowie unter der Annahme, dass die Steifigkeiten für alle Moden gleich sind, $K = K_{ii}$,

$$\delta_m^f = \begin{cases} \frac{2\mathcal{G}_C^{BK}}{K\delta_m^0} & \text{wenn } \delta_n > 0 \\ \sqrt{(\delta_s^f)^2 + (\delta_t^f)^2} & \text{wenn } \delta_n \leq 0. \end{cases} \quad (2.19)$$

Somit lauten die Komponenten E_{ii} in Gleichung (2.7) für das hier bilineare Konstitutivgesetz nach [4] wie folgt:

$$E_{ii} = \begin{cases} K\left(\frac{1}{T_0}\right) & \text{wenn } \delta_m^{\max} \leq \delta_m^0 \\ \left[K(1-d)\left(\frac{1}{T_0}\right) + Kd\left(\frac{1}{T_0}\right)\Delta_{i3}^K \frac{\langle -\delta_n \rangle}{-\delta_n} \right] & \text{wenn } \delta_m^0 < \delta_m^{\max} < \delta_m^f \\ \Delta_{i3}^K \frac{\langle -\delta_n \rangle}{-\delta_n} K\left(\frac{1}{T_0}\right) & \text{wenn } \delta_m^{\max} \geq \delta_m^f \end{cases} \quad (2.20)$$

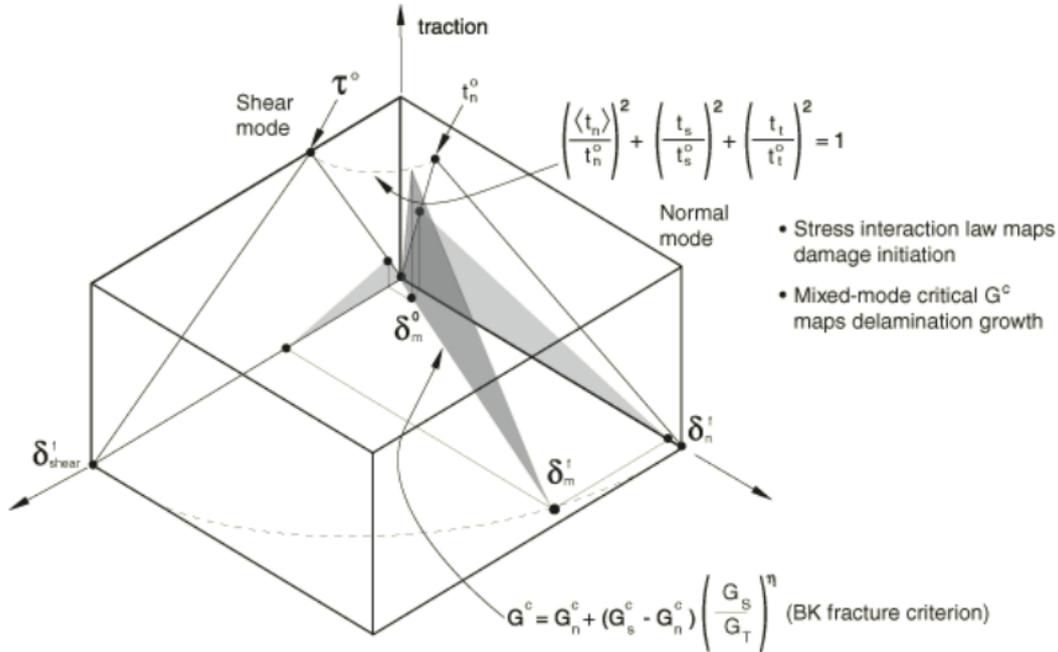


Abbildung 2.4: Bilineares Konstitutivgesetz der effektiven Separation δ_m unter Mixed-Mode-Beanspruchung aus [30]

Dabei steht Δ_{ij}^K für das Kronecker-Delta.

Das lineare Entfestigungsverhalten wird dabei über das Evolutionsgesetz der Schädigungsvariable d mithilfe von

$$d = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{\max} - \delta_m^o)}{\delta_m^{\max} (\delta_m^f - \delta_m^o)}, \quad \text{mit } d \in [0, 1] \quad (2.21)$$

beschrieben, wobei δ_m^{\max} für die jemals maximal erreichte effektive Separation in der Belastungshistorie steht. Weiters gewährleistet Gleichung (2.20) eine Verhinderung der gegenseitigen Durchdringung der beteiligten Bruchflächen der Kohäsivzonenelemente sowohl bei geschädigtem Verhalten als auch nach eingetretenem Versagen [4]. Das entstehende Kontaktproblem wird durch „Wiedereinführung“ der Komponente E_{nn} bei negativer Separation in n-Richtung Rechnung getragen [4].

Wie in Abbildung 2.4 zu erkennen ist, ist es möglich das Mixed-Mode-Verhalten der Interfaceschädigung somit mithilfe nur einer Variable der maximal effektiven Separation

tion δ_m^{\max} zu beschreiben und entspricht ähnlich dem eines bilinearem Einzel-Mode-Verhaltens.

Zusammenfassend sind die effektive Separation für Schädigungsinitiierung δ_m^0 sowie jene bei totalem Versagen δ_m^f Funktionen des Mixed-Mode-Verhältnisses β , der inter-laminaren Materialkennwerten (wie Festigkeiten, kritischen Bruchenergien) und der *penalty stiffness* K .

2.4 Progressives Schichtschädigungsmodell

Das in ABAQUS integrierte progressive Schädigungsmodell für FVK Schichten basiert, wie in Kapitel 1.3 bereits erwähnt, auf dem Modell von Lapczyk und Hurtado [19], wobei als Schadensinitiierungskriterium das Hashin-Kriterium [14] zum Einsatz kommt. Aufgrund der vier voneinander abgegrenzten Versagensmoden dieses Modells, das unterteilt in Schadensinitiierungen einerseits durch Zug- bzw. Druckbeanspruchung in Faserrichtung und andererseits durch Zug- bzw. Druckbeanspruchung transversal zur Faserrichtung, wird die Evolution mithilfe von vier Schädigungsvariablen über die kritischen Energiefreisetzungsraten während des Bruchprozesses gesteuert. In ABAQUS ist dies nur für Elemente mit Formulierung im ebenen Spannungszustand (ESZ) möglich und es wird zusätzlich gefordert, dass linear elastisches Materialverhalten bis zur Schadensinitiierung vorliegt [30].

2.4.1 Schadensinitiierungskriterien

Das eingangs erwähnte Hashin-Kriterium [14], das zwischen vier Schädigungsarten in den jeweiligen Schichten unterscheidet, initiiert die Schädigung, wenn eines der folgenden Kriterien erfüllt ist, wobei die tiefgestellten Indizes f für Faser und m für Matrix darstellen:

Faserrichtung Zug $\sigma_{11} \geq 0$:

$$F_f^t = \left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{R_{11}^t} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\hat{\tau}_{12}}{R_{12}} \right)^2 \equiv 1 \quad (2.22)$$

Faserrichtung Druck $\sigma_{11} < 0$:

$$F_f^c = \left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{R_{11}^c} \right)^2 \equiv 1 \quad (2.23)$$

Transversaler Zug $\sigma_{22} \geq 0$:

$$F_m^t = \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{R_{22}^t} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\hat{\tau}_{12}}{R_{12}} \right)^2 \equiv 1 \quad (2.24)$$

Transversaler Druck $\sigma_{22} < 0$:

$$F_m^c = \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{2R_{23}} \right)^2 + \left[\left(\frac{R_{22}^c}{2R_{23}} \right)^2 - 1 \right] \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{R_{22}^c} \right) + \left(\frac{\hat{\tau}_{12}}{R_{12}} \right)^2 \equiv 1 \quad (2.25)$$

Hierbei stellen R_{11}^t bzw. R_{11}^c die Zug- bzw. Druckfestigkeit in Faserrichtung, R_{22}^t bzw. R_{22}^c die transversale Zug- bzw. Druckfestigkeit und R_{12} bzw. R_{23} die longitudinale bzw. transversale Schubfestigkeit dar sowie α einen Koeffizienten der den Anteil der Schubspannung zum F_f^t -Kriterium beschreibt und nach [14] hier mit 1,0 zu wählen ist. Vor Beginn der Schädigung gilt nach Gleichung (2.5) $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}$.

Es ist hervorzuheben, dass die Komponenten $\hat{\sigma}_{11}$, $\hat{\sigma}_{22}$ und $\hat{\tau}_{12}$ jene des effektiven Spannungstensors sind, der sich ganz im Sinne nach Gleichung (2.5) berechnet, wobei für die Schädigungsoperatormatrix nach [30]

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

gilt. Die Schädigungsvariablen charakterisieren Faser-, Matrix- und Schubschädigung (d_f , d_m , d_s) und werden aus den vier eingangs genannten Schädigungsmoden abgeleitet, für die gilt,

$$d_f = \begin{cases} d_{ft} & \text{wenn } \sigma_{11} \geq 0 \\ d_{fc} & \text{wenn } \sigma_{11} < 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$d_m = \begin{cases} d_{mt} & \text{wenn } \sigma_{22} \geq 0 \\ d_{mc} & \text{wenn } \sigma_{22} < 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$d_s = 1 - (1 - d_{ft})(1 - d_{fc})(1 - d_{mt})(1 - d_{mc}). \quad (2.29)$$

Für die Elastizitätsmatrix des Konstitutivgesetzes in Gleichung (2.6) formuliert im ESZ mit \mathbf{M} und einer quantitativen Abschätzung zur Degradation der Poissonzahlen beschrieben in [19] gilt,

$$\mathbf{E}^d = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1 - d_f)E_{11} & (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{21}E_{11} & 0 \\ (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{12}E_{22} & (1 - d_m)E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_s)G_{12}D \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

mit $D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{12}\nu_{21}$, wobei E_{11}, E_{22}, G_{12} die Komponenten der ursprünglichen Elastizitätsmatrix darstellen.

2.4.2 Evolution der Schichtschädigung

Nach Erreichen des Schädigungsinitiierungskriteriums erfolgt durch steigende äußere Belastung eine Degradation der Komponenten der Elastizitätsmatrix, wobei dies über die Evolutionsgesetze der einzelnen Schädigungsvariablen gesteuert wird. Die Evolutionsgesetze der Schädigungsvariablen nach Schädigungsbeginn basieren auf den Energiefreisetzungsraten \mathcal{G} während des Bruchprozesses, das auf dem Ansatz nach Camanho und Davila [4] zur Modellierung von Delamination mithilfe von Kohäsivzonenelemente beruht und bereits im vorangegangenen Kapitel 2.3.3 beschrieben wurde. Um eine Milderung der Netzabhängigkeiten bei der Materialentfestigung zu erreichen,

erfolgt die Beschreibung des Konstitutivgesetzes unter Einbeziehung der charakteristischen Elementlänge und wird dahingehend über eine äquivalente Spannungs-Verschiebungsbeziehung beschrieben [19], basierend auf dem sogenannten *crack band model* nach Bazant und Oh [2]. Die sich dadurch ergebenden äquivalenten Verschiebungen $\epsilon_{i,\text{eq}}$ und Spannungen $\sigma_{i,\text{eq}}$ sind [19] zu entnehmen.

Dadurch wird die Schädigungsvariable jeder Versagensart i nach [19] über

$$d_i = \frac{\epsilon_{i,\text{eq}}^f (\epsilon_{i,\text{eq}} - \epsilon_{i,\text{eq}}^0)}{\epsilon_{i,\text{eq}} (\epsilon_{i,\text{eq}}^f - \epsilon_{i,\text{eq}}^0)}; \quad \epsilon_{i,\text{eq}}^0 \geq \epsilon_{i,\text{eq}} \geq \epsilon_{i,\text{eq}}^f; \quad i \in \{\text{ft}, \text{fc}, \text{mt}, \text{mc}\} \quad (2.31)$$

definiert, worin $\epsilon_{i,\text{eq}}^0$ die äquivalente Verschiebung bei Schädigungsbeginn und $\epsilon_{i,\text{eq}}^f$ die äquivalente Verschiebung bei totaler Schädigung ($d_i = 1$) darstellen. Da Schädigung ein irreversibler Prozess ist, behalten die Schädigungsvariablen d_i ihren Maximalwert über der Belastungshistorie bei.

In Gleichung (2.31) ist $\epsilon_{i,\text{eq}}^f$ noch unbekannt und kann bei Voraussetzung von linearem Entfestigungsverhalten mithilfe der zugehörigen kritischen Energiefreisetzungsrates \mathcal{G}_C^i über

$$\epsilon_{i,\text{eq}}^f = \frac{2\mathcal{G}_C^i}{\sigma_{i,\text{eq}}^0} \quad (2.32)$$

berechnet werden, wobei $\sigma_{i,\text{eq}}^0$ die äquivalente Spannung bei Erreichen des Schädigungskriteriums darstellt [19]. Diese und die zugehörigen äquivalenten Verschiebungen $\epsilon_{i,\text{eq}}^0$ werden durch Multiplikation mit sog. Skalierungsfunktionen f_i^{sc} für die verschiedenen Schadensmoden berechnet (vgl. S.2337 [19]). Die zu definierenden kritischen Energiefreisetzungsrates \mathcal{G}_C^i entsprechen wieder jeweils den Flächen unterhalb der zugehörigen äquivalenten Spannungs-Verschiebungsbeziehung und sind für jede Versagensart i anzugeben.

2.5 Viskose Regularisierung

Entfestigungsverhalten sowie Steifigkeitsdegradation verursachen oft Konvergenzprobleme in impliziten FEM-Solvern (unter anderem ABAQUS/Standard). Meist kommt dabei ein verallgemeinertes Regularisierungsschema nach Duvaut und Lions [10] als Abhilfe zum Einsatz, sodass die Tangentensteifigkeitsmatrix des entfestigenden Materials positiv definit für genügend kleine Zeitschritte bleibt. Dabei wird eine viskose Schädigungsvariable nach [19]

$$\dot{d}_i^v = \frac{1}{\eta_i}(d_i - d_i^v) \quad (2.33)$$

definiert, wobei η_i einen viskosen Koeffizienten zur Beschreibung der Relaxationszeit des viskosen Systems und d_i^v eine regulierte Schädigungsvariable einer Schädigungsart i darstellen, wie z.B. f_t bei Schichtschädigung. Dabei wird für kleine η_i , im Vergleich zum charakteristischen Zeitinkrement, angenommen, dass die Lösung des viskosen Systems gegen die des nichtviskosen relaxiert [19]. Solange der Einfluss der viskosen Regularisierung klein bleibt, werden die Ergebnisse nicht stark beeinflusst.

2.6 Energiebilanz

Die Energiebilanz liegt dem 1.Hauptsatz der Thermodynamik zugrunde, wobei gilt, dass die zeitliche Änderung der kinetischen und inneren Energie E_K bzw. E_U eines Körpers gleich der Summe der zeitlichen Änderung der Einzelarbeiten, E_{EX} , hervorgerufen durch die auf diesen Körper wirkenden äußeren Kräften, wie Volums- und Oberflächenkräften. Mithilfe einer Zeitintegration wird die Energiebilanz aus praktischen Gründen nach [29] wie folgt definiert:

$$E_K + E_U = \int_0^t \dot{E}_{EX} d\tau + constant \quad (2.34)$$

Dabei ist die kinetische Energie in dieser Arbeit mit $E_K = 0$ anzunehmen, wobei für die innere Energie E_U nach [29] gilt,

$$E_U = \int_V \rho U dV = \int_0^t \left(\int_V \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} dV \right) dt - U_0 \quad (2.35)$$

mit U_0 als innere Energie zum Zeitpunkt $t = 0$, wobei hier angenommen wird, dass keine innere Energie $U_0 = 0$ zu diesem Zeitpunkt vorhanden ist. Die innere Energie E_U lässt sich folgend [29], in eine reine Verzerrungsenergie E_I und eine aufgrund von viskosen Spannungen dissipierte Energie E_V , wie z.B. Materialdämpfung, Volumenviskosität etc., aufspalten in

$$E_U = E_I + E_V, \quad (2.36)$$

wobei für $E_V = 0$ gilt, da keine der oben erwähnten Dämpfungsarten angenommen werden.

Mit der Dekomposition des Verzerrungsratentensors $\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{pl} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{cr}$ in einen rein elastischen, rein plastischen und rein durch viskose Effekte hervorgerufenen Verzerrungsratentensor, ergibt sich die wiederum als innere Energie E_I bezeichnete, zu

$$E_I = E_S + E_P + E_C, \quad (2.37)$$

wobei E_S die elastische Verzerrungsenergie, E_P die plastische Verzerrungsenergie und E_C eine durch Viskoelastizität oder Kriechen (engl. *creep*) dissipierte Energie darstellen. Da keine physikalische Viskoelastizität auftritt ist letztere vor allem aufgrund der numerischen Dämpfung dissipierten Energie von Interesse, die in ABAQUS mit *creep dissipation energy* bezeichnet wird. Weiters gilt für die plastische Verzerrungsenergie in dieser Arbeit, $E_P = 0$, da keine Materialplastizität aufgrund des spröden Charakters von Epoxid-Komposite berücksichtigt wird.

Die elastische Verzerrungsenergie lässt sich wiederum in einen reversiblen und einen irreversiblen Anteil, E_E und E_D , aufgrund von unter Umständen auftretender Materialschädigung aufteilen in

$$E_S = \int_0^t \left(\int_V \mathbf{M}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{el} dV \right) d\tau = E_E + E_D, \quad (2.38)$$

wobei für $\mathbf{M}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma} = \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ nach Gleichung 2.5 gilt. Bei vereinfachter Betrachtung der Schädigung mit lediglich einer Variable, im Vergleich zur Schichtschädigung mit mehreren Variablen, gilt für die Energieanteile

$$E_E = \int_0^t \left(\int_V (1 - d_t)\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{el} dV \right) d\tau \quad (2.39)$$

und

$$E_D = \int_0^t \left(\int_V (d_t - d)\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{el} dV \right) d\tau, \quad (2.40)$$

mit d_t der maximalen, je über der Belastungshistorie erreichten, Schädigungsvariable.

Mit den bisher getroffenen Annahmen ergibt sich die innere Energie nach Gleichung (2.36) zu

$$\underbrace{E_U}_{ALLIE} = \underbrace{E_E}_{ALLSE} + \underbrace{E_D}_{ALLDMD} + \underbrace{E_C}_{ALLCD}, \quad (2.41)$$

wobei die unterhalb dargestellten Bezeichnungen den im Post-Processor ausgegeben Variablennamen in ABAQUS entsprechen und je Inkrement für das Gesamtmodell ausgegeben werden können.

Kapitel 3

Modellierung

3.1 Stacked Shell Approach

Zur FEM-Modellierung der in [23] verwendeten Probekörper kommt der am Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik (ILSB) entwickelte Modellierungsansatz, der *stacked shell approach* (SSA) nach [11], zum Einsatz. Hierbei werden die Schädigung und das Versagen der Schichten sowie der Interfaces getrennt betrachtet. Die Modellierung von n Schichten des FVK Laminates erfolgt mithilfe von Schalenelementen (engl. *shell elements*) während die zwischen jeweils zwei Schichten liegenden $n-1$ Interfaces mithilfe von Kohäsivzonenelementen (engl. *cohesive elements*) modelliert werden. In Abbildung 3.1 ist ein solcher SSA repräsentativ durch zwei Schalenelemente und ein dazwischenliegendes Kohäsivzonenelement dargestellt, wobei sich das Kohäsivzonenelement die Knoten einerseits mit dem ober- und andererseits mit dem unterhalb liegenden Schalenelement teilt.

Die Probengeometrie, wie in Kapitel 1.4.1 bereits beschrieben, lässt die Annahme eines verschwindenden Einflusses durch Randeffekte zu und ermöglicht die Modellierung eines ebenen Verzerrungszustandes (EVZ) (engl. *plane strain*). Dabei wird aus pragmatischen Gründen ein Element mit der Länge 1 mm über die Probenbreite,

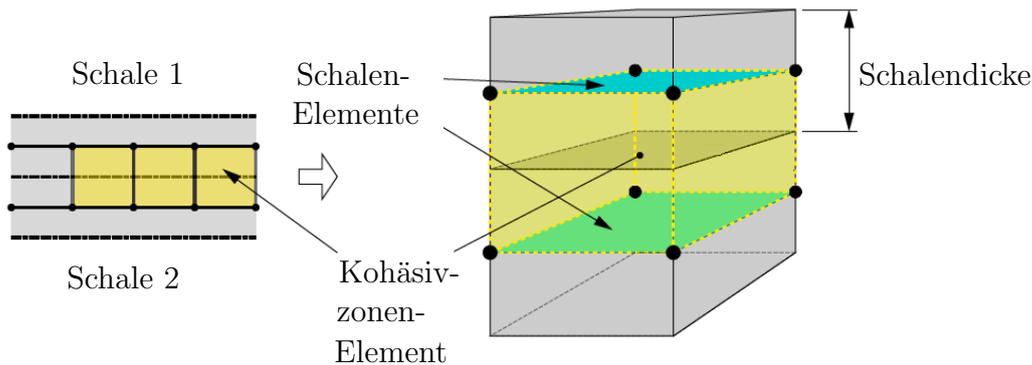


Abbildung 3.1: Schalenelemente mit dazwischenliegendem Kohäsivzonenelement aus [6]

bezüglich der 2-Richtung in Abbildung 1.2, gewählt. Dadurch ergibt sich eine Art gedachter, in Längsrichtung herausgeschnittener, Streifen mit Breite 1 mm.

3.2 Schichtmodellierung

Die Modellierung der 44 Schichten der Probekörper aus [23] erfolgt wie eingangs erwähnt mithilfe von Schalenelementen, wobei ABAQUS eine Funktion zur Verfügung stellt, bei der es möglich ist mehrere Einzelschichten (engl. *plies*) in einer Schale, einer sogenannten *composite shell*, zusammenzufassen. Dadurch lässt sich die Anzahl der verwendeten Schalenelemente erheblich senken, was mit einer Reduktion an Freiheitsgraden und mit einer Einsparung an Rechenzeit einhergeht. Der unterschiedlich ausgerichteten Faserorientierungen der Einzelschichten innerhalb dieser *composite shell* werden über eine jeder Einzelschicht zugeordneten Orientierung Rechnung getragen. Somit ist es ausreichend lediglich orthotropes Material bezüglich der Material-Hauptachsen zu definieren.

Die in dieser Arbeit verwendeten Schalenelemente stellen 4-knotige mit je 6 Freiheitsgraden ausgestattete, vollintegrierte *General-Purpose*-Schalenelemente dar. In Abhängigkeit der Schalendicke zur charakteristischen Länge der Schalen entscheidet

Tabelle 3.1: Schichtparameter für IM7/8552 Epoxy-Matrix aus [23] mit E-Moduli bzw. Schubmoduli E_1, E_2, G_{12}, G_{13} , Zug- und Druckfestigkeiten R , kritische Energiefreisetzungsraten \mathcal{G}_C und Wärmeausdehnungskoeffizienten (CTE)

E_1 in MPa	E_2 in MPa	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12} = G_{13}$ in MPa
$161,0 \cdot 10^3$	$11,38 \cdot 10^3$	0,32	0,44	$5,17 \cdot 10^3$
		G_{23} in MPa		
		$3,98 \cdot 10^3$		
R_{11}^t in MPa	R_{11}^c in MPa	R_{22}^t in MPa	R_{22}^c in MPa	R_{12} in MPa
2560,0	1407,0	73,0	185,0	90,0
\mathcal{G}_C^{ft} in N/mm	\mathcal{G}_C^{fc} in N/mm	\mathcal{G}_C^{mt} in N/mm	\mathcal{G}_C^{mc} in N/mm	
89,8	78,3	0,2	0,8	
CTE (Faserrichtung) in 1/K			CTE (transversal) in 1/K	
$-0,1 \cdot 10^{-6}$			$31 \cdot 10^{-6}$	

ABAQUS intern, welche Schalen-Kinematik zur Anwendung kommt [30]. Bei einer Schalendicke größer als $1/15$ der charakteristischen Länge wird die transversale Schubsteifigkeit mitberücksichtigt und die Schale wird zu einer Mindlin-Reissner-Schale bzw. vice versa eine Kirchhoff-Schale.

Die Mittenebenen der Schalen wird in der vorliegenden Arbeit als Bezugsebene zur Schalenmodellierung herangezogen. Es werden fünf *section points* über die Schalendicke mit einer Simpson-Integration gewählt.

Die Modellierung der Schichtschädigung erfolgt mithilfe eines progressiven Schädigungsmodells, das bereits in Kapitel 2.4 vorgestellt wurde, wobei die Materialdaten für die Schichten Tabelle 3.1 zu entnehmen sind.

3.3 Interfacemodellierung

Die Modellierung der $n-1$ Interfaces erfolgt mit sogenannten Kohäsivzonenelementen, deren Konstitutivgesetz auf einem Spannungs-Separationsgesetz basieren und die Beschreibung eines unendlich dünnen Interfaces darstellen [30]. Diesen Elementen ist dennoch in ABAQUS eine standardmäßige Dicke von $T_0 = 1,0$ zugeordnet. Die in dieser Arbeit verwendeten Kohäsivzonenelemente stellen 8-knotige Elemente mit je 3 translatorischen Freiheitsgraden dar. Die vier Integrationspunkte der Elemente sind jeweils mittig an den Elementkanten in Dicken-Richtung positioniert, wobei eine Darstellung in [30] zu finden ist. Eine Finite Elemente Formulierung dieser Elemente ist in [4] zu finden.

Im Sinne des SSA dienen Kohäsivzonenelemente der Abbildung der interlaminaren Zug- und Schubspannungen und ergänzen sich mit den Spannungskomponenten der Schalenelementen zur Abbildung eines dreiachsigen Spannungstensors. Es sei explizit erwähnt, dass diese Zusammensetzung lediglich einer Näherung im Gegensatz zum tatsächlich vorhandenen Spannungstensors entspricht und keine Interaktion zwischen den Spannungskomponenten durch die Konstitutivgesetze der Schalen- und Kohäsivzonenelementen darstellt.

3.3.1 Interfacesteifigkeit und transversaler Schub

Die Interfacesteifigkeit ist sehr steif im Vergleich zu derer ihrer benachbarten Elemente zu wählen, um die Gesamtsteifigkeit der Struktur nicht wesentlich zu verfälschen und gleichzeitig die numerischen Fehler bei der Berechnung klein zu halten [4]. Dabei kommen üblicherweise Steifigkeitswerte bis hin zu $K = 10^6 \text{N/mm}$ [4] im Vergleich zu Schichtelastizitäten in Faserrichtung von $E_{11} = 150 \cdot 10^3 \text{N/mm}^2$ [4] zum Einsatz. Die in dieser Arbeit verwendeten Interfaceparameter sind Tabelle 3.2 zu entnehmen.

In der vorliegenden Arbeit wird jedoch beabsichtigt, dass die Kohäsivzonenelemente die transversalen Schubdeformationen aufnehmen und dadurch jene Komponenten

Tabelle 3.2: Interfaceparameter mit den Komponenten der Elastizitätsmatrix E_{nn} , E_{ss} und E_{tt} , den Festigkeiten R , der kritischen Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_C und der werkstoffabhängigen Größe η nach [3]

E_{nn} in MPa	E_{ss} in MPa	E_{tt} in MPa
$11,38 \cdot 10^3$	$3,98 \cdot 10^3$	$3,98 \cdot 10^3$
R_n in MPa	R_s in MPa	R_t in MPa
60,0	110,0	110,0
\mathcal{G}_C^I in N/mm	\mathcal{G}_C^{II} in N/mm	\mathcal{G}_C^{III} in N/mm
0,21	0,77	0,77
η		
2,1		

des Spannungstensors abbilden, die den Schalenelementen aufgrund ihrer Formulierung im ESZ verwehrt bleiben. Unter gewissen Annahmen nach [27] ist es möglich mithilfe der Kohäsivzonenelemente innerhalb des SSA den transversalen Schub einer Struktur richtig abzubilden.

Unter der Annahme von Interfacesteifigkeiten im Wertebereich der transversalen Schichtsteifigkeiten und der Wahl der Dicke der Kohäsivzonenelemente auf Geometrie, sprich jeweils der halben ober- und unterhalb liegenden Schale konnte gezeigt werden [27], dass bei Verwendung von Schalenelementen mit isotropen Materialeigenschaften ein sehr gutes Ergebnis bezüglich der Abbildung des transversalen Schubes im Vergleich mit einem Kontinuumsmodell erzielt werden konnte, sowohl mit Kirchhoff-Schalen sowie mit Mindlin-Reissner Schalen. Die Wahl von starren Interfaces und die Verwendung von Kirchhoff-Schalen führten zu Abweichungen der transversalen Schubspannungen bis hin zu ca. 12% vom Kontinuumsmodell.

Daher ist zu erwarten, dass die transversalen Schubspannungen und -deformationen bei der oben beschriebenen Wahl der Interfaceparameter, wie T_0 bzw. K , bei Auflösung aller Interfaces annähernd richtig abgebildet werden kann.

3.3.2 Abschätzung zur Diskretisierung der Kohäsivzonenelemente

Die Abschätzung der Kohäsivzonlänge l_{cz} , des Bereiches von der Risspitze bis hin zum Ort der maximal auftretenden Spannung im Interface, erfolgt mithilfe der folgenden Gleichung, die eine allgemeine Form verschiedener Ansätze repräsentiert, nach [28]

$$l_{cz} = ME \frac{\mathcal{G}_C}{(R^0)^2}, \quad (3.1)$$

mit M als Parameter in Abhängigkeit des zugrunde liegenden KZM nach verschiedenen Autoren, wie z.B. Barenblatt (0,4) oder Hillerbourg (0,1), E dem Elastizitätsmodul, \mathcal{G}_C der kritischen Energiefreisetzungsrate und R^0 der maximalen Interfacefestigkeit. Bei orthotropen Materialeigenschaften ist der transversale Elastizitätsmodul zu verwenden [28].

Die Anzahl der Elemente N_e in der Kohäsivzone ergibt sich über

$$N_e = \frac{l_{cz}}{l_e}, \quad (3.2)$$

wobei l_e die Länge der Kohäsivzonenelemente darstellt.

Wird die Kohäsivzone in Richtung der Rissausbreitung zu grob diskretisiert, kann die Verteilung der Spannungen vor der Risspitze nicht genau genug abgebildet werden [28]. Daher ist die Diskretisierung fein genug zu wählen um eine erfolgreiche FEM-Analyse durchführen zu können. In der Literatur sind dazu Werte im Bereich von 2 bis hin zu 10 Elemente innerhalb der Kohäsivzone zu finden [28].

Tabelle 3.3: Kohäsivzonenlängen l_{cz} berechnet nach [28] mit M als Parameter des gewählten KZM, kritische Energiefreisetzungsraten \mathcal{G}_C , maximale Festigkeit R^0 , Anzahl gewählter Elemente N_e und Elementlänge l_e

Barenblatt	Hillerbourg
$M = 0,4$	$M = 1,0$
$\mathcal{G}_C^{\min} = \mathcal{G}_C^I$	$\mathcal{G}_C^{\max} = \mathcal{G}_C^{II}$
0,21 N/mm	0,77 N/mm
$R^0 = R_s = 110,0 \text{ MPa}$	
$E = E_2 = 11,39 \text{ GPa}$	
Resultierende Kohäsivzonenlänge in mm	
$l_{cz}^{\min} = 0,08$	$l_{cz}^{\max} = 0,73$
$N_e = 4$	
Resultierende Elementlängen in mm	
$l_e^{\min} = 0,02$	$l_e^{\max} = 0,2$

In Hinblick auf die Wahl der beschreibenden Parameter der Kohäsivzonenlänge ergibt sich die in Tabelle 3.3 angeführte resultierende minimale bzw. maximale Kohäsivzonenlänge mithilfe von Gleichung (3.1). Die daraus resultierenden Elementlängen bei der Wahl von vier Elementen innerhalb der Kohäsivzone nach Gleichung (3.2) sind ebenso der Tabelle 3.3 zu entnehmen. Für eine erste Abschätzung wird der arithmetische Mittelwert der beiden Längen mit $l_e^{\text{mw}} \approx 0,1 \text{ mm}$ herangezogen. Der Einfluss dieser Diskretisierung auf das Strukturverhalten des Modells wird in Kapitel 4.1.4 noch genauer untersucht.

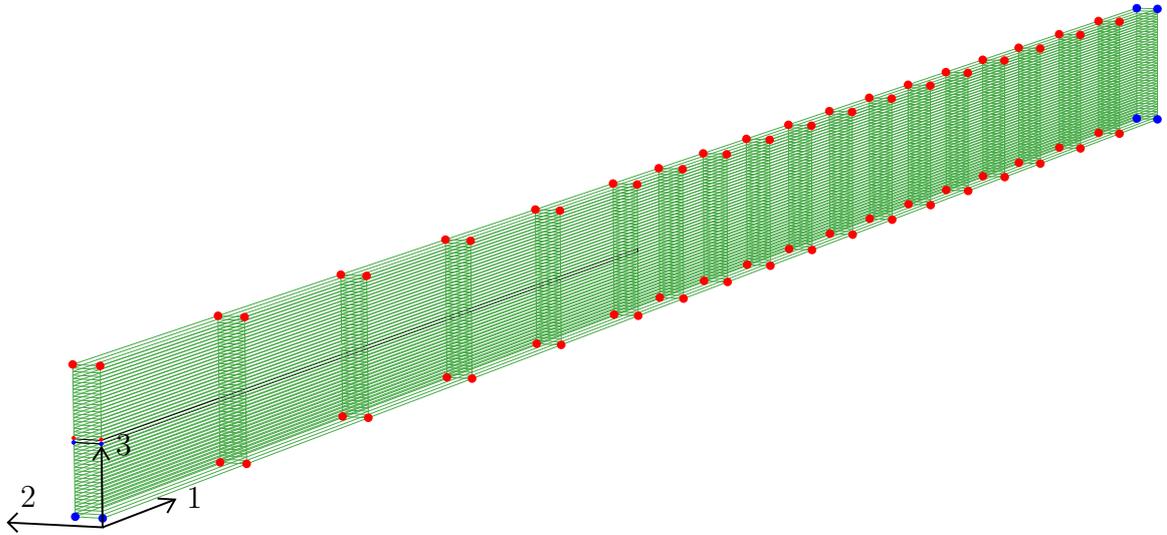


Abbildung 3.2: Randbedingungen eines grob diskretisierten, reduzierten Modells

3.4 Randbedingungen und Lasteinleitung

Zur Realisierung des in diesem Kapitel eingangs erwähnten ebenen Verzerrungszustandes ist die folgende Symmetriebedingung, in der vorliegenden Arbeit entsprechend einer 2-Symmetrie, wie in Abbildung 3.2 dargestellt ist, für alle Randknoten mit den translatorischen u_1, u_2, u_3 und rotatorischen Freiheitsgraden u_4, u_5, u_6 mit

$$u_2 = 0, u_4 = 0, u_6 = 0, \quad (3.3)$$

zu wählen, da hier sowohl den Freiheitsgraden der Schalen- als auch der dazwischenliegenden Kohäsivzonenelemente Rechnung zu tragen sind.

Die blauen Knoten in Abbildung 3.2 entsprechen einer fixen Einspannung am linken bzw. rechten Rand, sprich $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = u_6 = 0$, während die roten Knoten der 2-Symmetriebedingung unterliegen. Zur Übersichtlichkeit ist ein sehr grob diskretisiertes Netz repräsentativ abgebildet und es sind lediglich einzelne Knoten eingefärbt. Hier sei angemerkt, dass die jeweils dazwischenliegenden Knoten in 3-Richtung ebenfalls der Einspannung bzw. der 2-Symmetrie unterworfen sind. Weiters

ist der unverbundene Bereich aufgrund der Tefloneinlage schwarz hervorgehoben und es Bedarf in diesem Bereich keiner Kohäsivzonenelemente.

Der Einfluss der Randbedingungen (RB), vor allem auf das anfängliche lineare Strukturverhalten des Modells, ist im Vorhinein mithilfe einer linearen FEM-Analyse zu untersuchen. Dazu werden drei unterschiedliche Modelle zum Vergleich herangezogen:

- i Modell (1): Die gesamte Prüfkörperlänge wird modelliert und die Randbedingungen werden ähnlich jener der FEM-Analyse in [23] gewählt, sprich an den Orten der Spannhalter werden die unteren bzw. oberen Schalenelemente fix eingespannt.
- ii Modell (2): Die Modellierung des Prüfkörpers erfolgt nur im Bereich zwischen den beiden Spannhaltern, wie in Abbildung 1.2 aus Kapitel 1.4.1 ersichtlich ist. Weiters wird eine fixe Einspannung an den blauen Knoten in Abbildung 3.2 gewählt, wobei dies ebenso für die in 3-Richtung dazwischenliegenden Knoten, mit Ausnahme von $u_5 \neq 0$, gilt.
- iii Modell (3): Die Modellierung entspricht jener von Modell (2). Die Einspannungen, links bzw. rechts, werden jedoch im Gegensatz zu Modell (2) an den dazwischenliegenden Knoten nicht drehfrei in u_5 gewählt.

Die Ergebnisse der linearen FEM-Analysen sind Tabelle 3.4 zu entnehmen, wobei hier die lineare Gesamtstruktursteifigkeit in Abhängigkeit des Modells mithilfe der Kraft-Verschiebungswerte, gemessen in den Knoten der Lasteinleitung zur Verschiebung $U_3 = 1,2 \text{ mm}$, angegeben sind. Dabei zeigte sich kein größerer Einfluss der Modellierung bzw. der Randbedingung auf das lineare Strukturverhalten bei Vergleich der drei Modelle.

Deshalb kann davon ausgegangen werden, dass ein reduziertes Modell entsprechend den Modellen (2) bzw. (3), wie in Abbildung 3.2 dargestellt ist, ohne der Modellierung der Einspannungen links und rechts, ähnliche Ergebnisse liefern wird sowie zusätzlich mit einer Einsparung an Rechenzeit zu rechnen ist. Die Netzfeinheiten der Modelle sind dabei gleich gewählt worden.

Tabelle 3.4: Gesamtstruktursteifigkeiten im linearen Bereich in Abhängigkeit der Randbedingungen sowie der Modellierung - Vergleich der Modelle (1), (2) und (3)

Modell	Verschiebung U_3 in mm	Reaktions- kraft F_3 in N	Steifigkeit linearer Bereich in N/mm
(1)	1,2	457,62	381,35
(2)	1,2	494,1	411,75
(3)	1,2	494,2	411,84

Auf eine detailliertere Modellierung des gesamten Versuchsaufbaus mit Basisplatte und Spannhalter wie in [5] zu finden ist, wird aus Gründen des besseren Verständnisses für das Modell verzichtet, da ansonsten zusätzliche Nichtlinearitäten durch die Kontaktbedingung mitzubersichtigen wären.

Die Lasteinleitung erfolgt an den jeweiligen Lasteinleitungspunkten bei allen Simulationen verschiebungsgesteuert, da bei kraftgesteuerter Belastung bei eintretender Schädigung, das unter Umständen zum Verlust der ertragbaren Belastung führen kann, keine Lösung mehr im Sinne der FEM erzielt werden kann. Die Konvergenz ist durch die Verschiebungssteuerung bei auftretendem Snap-Back-Verhalten einer Struktur trotzdem nicht gewährleistet und es wird eine viskose Regularisierung nach Kapitel 2.5 benötigt.

3.5 Vorauswahl hinsichtlich der Modellbildung

Es folgt nun eine Vorauswahl der Modellbildung in Hinblick auf die Anzahl der zu modellierenden Interfaces anhand des Kraft-Verschiebungsdiagrammes, wobei die de-

taillierte Auswertung und Analyse hinsichtlich des Strukturverhaltens im darauffolgenden Kapitel 4 behandelt werden.

In Abbildung 3.3(a) sind die drei Modelle, (A),(B) und (C), entsprechend 5, 21 bzw. 43 Interfaces, gegenübergestellt, wobei lediglich repräsentativ ein Teilausschnitt an der Rissfront dargestellt ist. Die Modellierung der 44 Schichten erfolgte in den Fällen für 5 sowie 21 Interfaces mithilfe der in Kapitel 3.2 erwähnten *composite shells*, wohingegen bei 43 Interfaces, sprich der genauest möglichen Auflösung, jede Schicht separat mithilfe von Einzelschalen modelliert wird. Die Position ist zusätzlich in Abbildung 3.3(b) gezeigt. Weiters sind lediglich die blau eingefärbten Schalenbezugsebenen abgebildet, das sich dahingehend auf die unterschiedlich erscheinende Abmessung in Dickenrichtung (3-Koordinatenrichtung) der Modelle auswirkt, sprich nicht der tatsächlich vorhandenen Dicke entsprechen. Die dazwischenliegenden Kohäsivzonenelemente stellen die grau hinterlegten Bereiche dar.

Die Diskretisierung in Längsrichtung wird durch die schwarz abgebildeten Kanten der Kohäsivzonenelemente repräsentiert und wird, basierend auf der berechneten Kohäsivzonenzlänge nach Tabelle 3.3, bei allen Modellen einheitlich mit $l_e^{mw} = 0,1$ mm gewählt, um einen Vergleich zu ermöglichen. Weiters unterscheidet sich, wie Abbildung 3.3(b) zu entnehmen ist, diese Diskretisierung in drei Teilbereichen voneinander, wobei der mittlere Teil, beginnend an der Rissfront und endend nach 49 mm in Längsrichtung, feiner diskretisiert wurde, als die links bzw. rechts davon liegenden Bereiche, da hier die Delamination auftreten wird.

Bei allen drei Modellen, (A), (B) und (C) wird eine fixe Einspannung nach Modell (3) in Tabelle 3.4 als Randbedingung gewählt. Die Materialparameter sind den Tabellen 3.1 und 3.2 zu entnehmen. Unterschiede in den drei Modellen ergeben sich jedoch durch den in Dickenrichtung versetzten Lasteinleitungspunkt aufgrund der tiefer liegenden Knoten in Modell (A) bzw. (B) gegenüber jener in Modell (C).

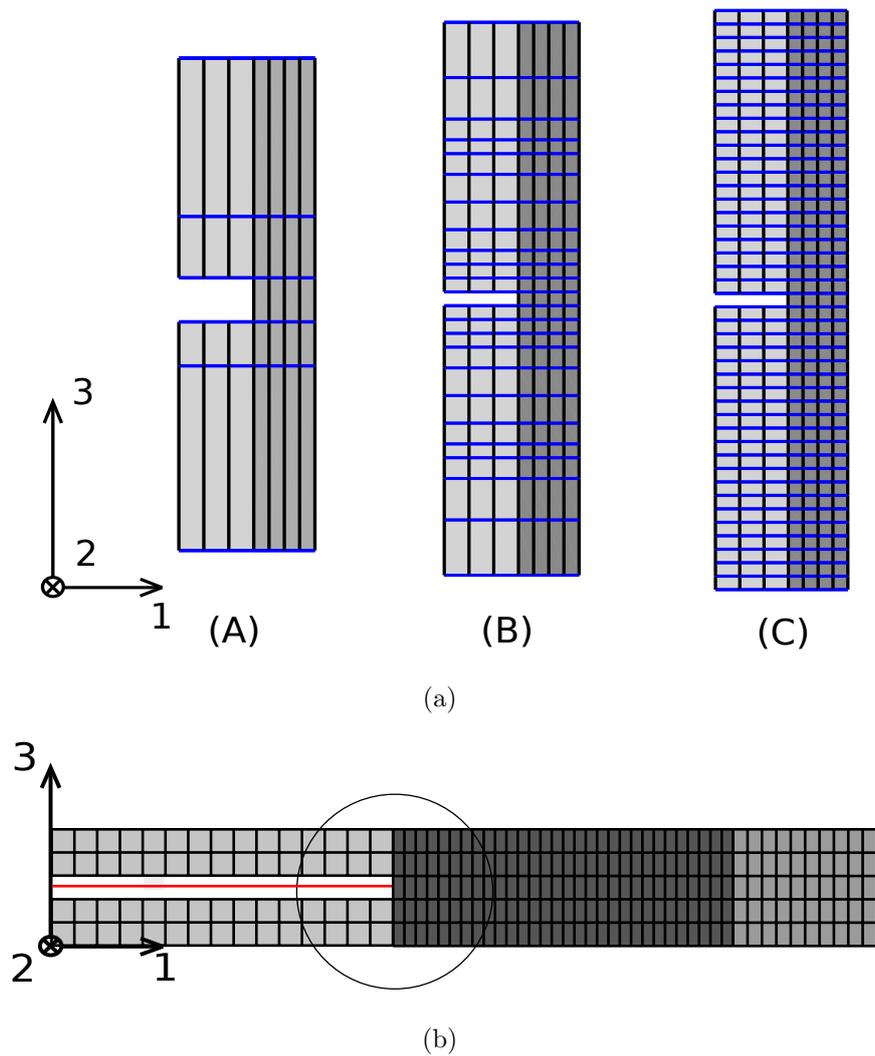


Abbildung 3.3: Modelle (A), (B) und (C) mit unterschiedlicher Anzahl an Interfaces (oben) und Diskretisierung der Teilbereiche in Längsrichtung von Modell (A) mit rot eingefärbten Anriss (unten)

Die Kraft-Verschiebungsdiagramme sind in Abbildung 3.4 für alle drei Modelle für den Lastfall $L = 1,1a_0$ dargestellt. Hierbei ist deutlich zu erkennen, dass bei steigender Interfaceanzahl die Schädigung bei einer wesentlich geringeren Kraft eintritt.

Dahingehend ist anzunehmen, dass das Modell mit 43 Interfaces, entsprechend der höchstmöglichen Anzahl, die akkurateste Abbildungscharakteristik aufweist und so-

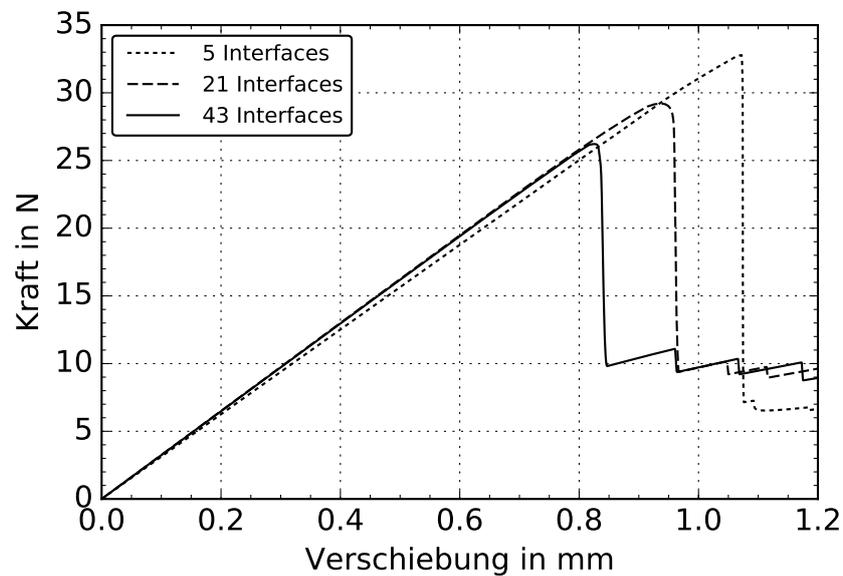


Abbildung 3.4: Einfluss der Anzahl der Interfaces auf den Kraft-Verschiebungsverlauf

mit dieses als Ausgangspunkt zur Auswertung von Ergebnissen sowie weiterer Analysen in Kapitel 4 herangezogen wird.

3.6 Python-Inputfile Script

Zur Erstellung der Geometrie sowie der Vernetzung wurde ein Python-Script angefertigt, das eine für ABAQUS interpretierbare Input-Datei (.inp) erstellt. Diese Datei wird mithilfe der Import-Funktion in ABAQUS eingelesen und die vernetzte Geometrie erstellt. Dabei bietet das Script neben der Möglichkeit der Einstellung der Anzahl der zu modellierenden Schichten sowie der zugehörigen Interfaces und Einstellungen die Abmaße betreffend noch weitere Funktionen, wie z.B. die Position der anfänglichen Risspitze etc..

Kapitel 4

Auswertung der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden nun die mithilfe des FEM-Solvers ABAQUS erzielten Ergebnisse des im Kapitel 3 präsentierten FEM-Modells vorgestellt und analysiert. Die Abfolge der Ergebnisauswertung in den nun folgenden Unterkapiteln zielt auf eine Hinführung bezüglich des Modellverständnis durch eine sequentielle Analyse des FEM-Modells ab. Erst anschließend werden die daraus resultierenden Ergebnisse, zur Abschätzung der Richtigkeit des Abbildungscharakters, mit den bereits in Kapitel 1.4 vorgestellten experimentellen Ergebnisse des Ratcliffe-Tests [23] verglichen und analysiert.

Die Wahl der Randbedingungen hinsichtlich der Einspannung sowie die Auflösung der Interfaces des FEM-Modells basieren auf den Ergebnissen aus den Kapiteln 3.4 und 3.5. Folglich wird das dort vorgestellte reduzierte Modell (C) aus Abbildung 3.3(a), bei dem jede Schicht sowie jedes Interface separat mithilfe von Schalen- bzw. Kohäsivzonenelementen aufgelöst wird, als Ausgangspunkt zur weiteren Analyse verwendet. Dabei wird die dadurch resultierende höhere Rechenzeit durch die größere Anzahl der Freiheitsgrade in Kauf genommen, da es nicht Ziel der vorliegenden Arbeit ist, ein möglichst recheneffizientes Modell zu erstellen, sondern die Möglichkeit zur Beurteilung des Abbildungscharakters der Modellierungsstrategie SSA auszuloten. Die Auswirkung der Interfaceanzahl auf das Strukturverhalten erfolgte bereits in

Kapitel 3.5. Dabei wurde jedoch der Einfluss der Diskretisierung in Längsrichtung, speziell im Bereich der zu erwartenden Delamination, lediglich mithilfe von [28] abgeschätzt und vorerst nicht weiter untersucht. Dies gilt es in diesem Kapitel mithilfe einer Spannungsauswertung in der Kohäsivzone und dem Kraft-Verschiebungsverlauf bezüglich der richtigen Abbildung noch zu überprüfen.

Es sei angemerkt, dass die Daten der berechneten Ergebnisse sowie die der Zwischenergebnisse, je nach der zuvor im Input-File vom Benutzer angeforderten Ausgabe, im .odb-File, der sogenannten *output database* (ODB), abgespeichert werden. Diese können mithilfe des ABAQUS-Viewer, dem Postprocessor, visualisiert werden, wobei hier besondere Vorsicht in Hinblick auf die angezeigten Ergebnisse geboten ist, da z.B. aufgrund von Visualisierungsgründen, Extrapolationen von den in den Integrationspunkten berechneten Werten auf die entsprechenden Knotenpunkte vorgenommen werden. Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit die Daten meist direkt der ODB mithilfe von Python-Scripts entnommen, um Interpretationsfehler zu vermeiden.

4.1 Allgemeines Struktur- und Schädigungsverhalten

Bei der Wahl des Lasteinleitungspunktes des Modells in Hinblick auf eine erste Auswertung des Strukturverhaltens, der Energieanteile und der Spannungen, fällt eine erste Wahl auf jenen bei $L = 1,1a_0$. Es ist anzunehmen, dass das auftretende Snap-Back-Verhalten der Struktur, basierend auf den Betrachtungen der Diagramme der experimentellen Kraft-Verschiebungsverläufe, nachfolgend am günstigsten zu untersuchen ist. Hier ist aufgrund des Kraft-Verschiebungsdiagrammes aus dem Experiment lediglich ein Snap-Back anzunehmen, wohingegen z.B. im Falle des Lasteinleitungspunkt $L = a_0$ womöglich mit einem zweiten zu rechnen ist.

Um die erzielten Ergebnisse des FEM-Modells mit jenen aus dem Experiment vergleichen zu können, sind diese aufgrund der Modellierung eines Art Längsstreifens

mit Breite 1 mm, wie in Kapitel 3 bereits beschrieben, mit einem Faktor von 12,7 zu beaufschlagen, das der realen Probekörpergeometrie entspricht. Bei der Auswertung und Analyse werden jedoch meist die rein numerisch erzielten Ergebnisse des FEM-Modells, ohne Einbeziehung dieses Geometriefaktors, herangezogen, wobei im Falle einer Berücksichtigung dies explizit erwähnt wird.

4.1.1 Kraft-Verschiebungsverlauf

Das allgemeine Strukturverhalten lässt sich unter anderem zweckmäßig anhand des Kraft-Verschiebungsverlaufes beurteilen. Dabei werden die Werte für die gesamte Reaktionskraft F_3 sowie die der zugehörigen Verschiebung U_3 zu jedem Zeitschritt t an den Knoten der Lasteinleitung ausgegeben und gegeneinander aufgetragen. Das resultierende Kraft-Verschiebungsdiagramm der verschiebungsgesteuerten Analyse ist in Abbildung 4.1 dargestellt und weist vor Schädigungsbeginn ein nahezu lineares Verhalten auf, wie auch bei den einzelnen Probekörpern des Ratcliffe-Tests zu beobachten ist.

Nach Schädigungsbeginn zeigt der Verlauf ein stark nichtlineares Verhalten und beginnt nach Erreichen des Maximalwertes von $F_3 = 26,217\text{ N}$ mit der Verschiebung $U_3 = 0,8252\text{ mm}$ stark abzufallen bis zu einer Kraft von $F_3 = 9,8127\text{ N}$ und einer Verschiebung $U_3 = 0,8470\text{ mm}$.

4.1.2 Auswertung der Energieanteile

Die Energieanteile zur Gesamtenergie setzen sich in ABAQUS, wie in Kapitel 2.6 bereits erläutert, durch Gleichung (2.41) zusammen und stehen dabei in jedem Zeitschritt bzw. Inkrement zur Verfügung. Weiters besteht dadurch die Möglichkeit die Energieanteile in Abhängigkeit Verschiebung U_3 anzugeben.

Zur Überprüfung der Plausibilität hinsichtlich der berechneten Energieanteile werden die Verläufe der Energieanteile über der Verschiebung U_3 nach Abbildung 4.2 heran-

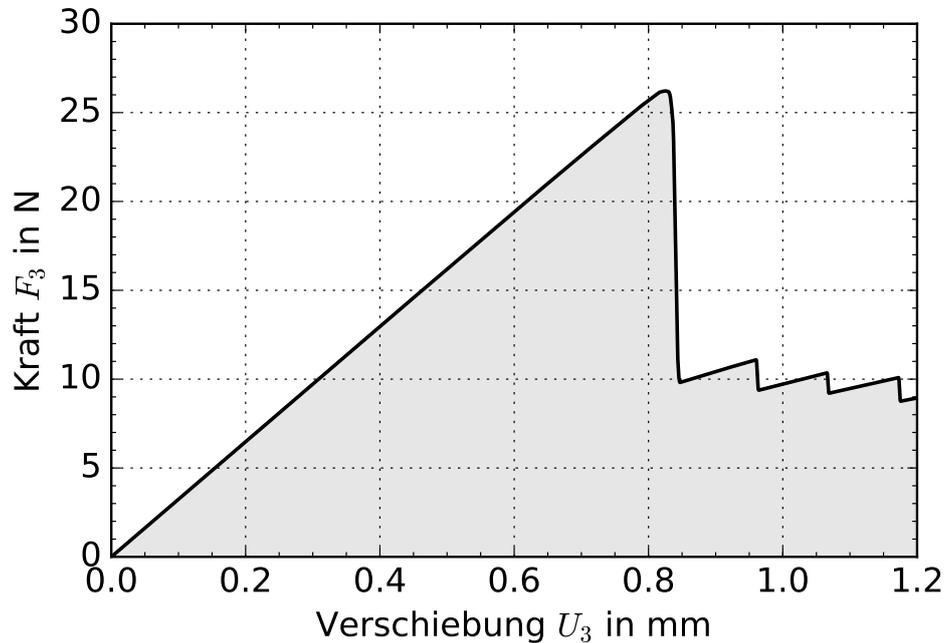


Abbildung 4.1: Kraft-Verschiebungsverlauf von Modell (C) mit Lasteinleitungspunkt $L = 1,1a_0$

gezogen. Kurz nach Erreichen des Maximalwertes von F_3 bei einer Verschiebung von $U_3 = 0,8252$ mm und nach Einsetzen des Versagens des ersten Kohäsivzonelements bei einer Verschiebung $U_3 = 0,8164$ mm, zeigt die rein elastisch, reversibel gespeicherte Verzerrungsenergie (*ALLSE*) eine starke Abnahme. Hingegen weist die durch die Interfaceschädigung dissipierte Energie (*ALLDMD*) eine starke Zunahme auf, die der fortschreitenden Delamination im Interfaces (21/22) entspricht.

Die Vorhersagescharakteristik des FEM-Modells hinsichtlich der im Experiment sehr rasch ablaufenden Delamination im ersten Interface (21/22) lässt sich dabei zweckmäßig durch die Entwicklung der *creep dissipation energy* (*ALLCD*) zeigen. Dieser Energieanteil der Gesamtenergie, stellt jenen durch die numerische Dämpfung dissipierten Energie dar, und steigt ebenfalls zum Zeitpunkt des Schädigungsbeginns stark an, um die Konvergenz der berechneten Lösung zu sichern. Die durch die äußere Belastung zugeführte Energie entspricht in Abbildung 4.2 der *ALLWK*, wobei diese

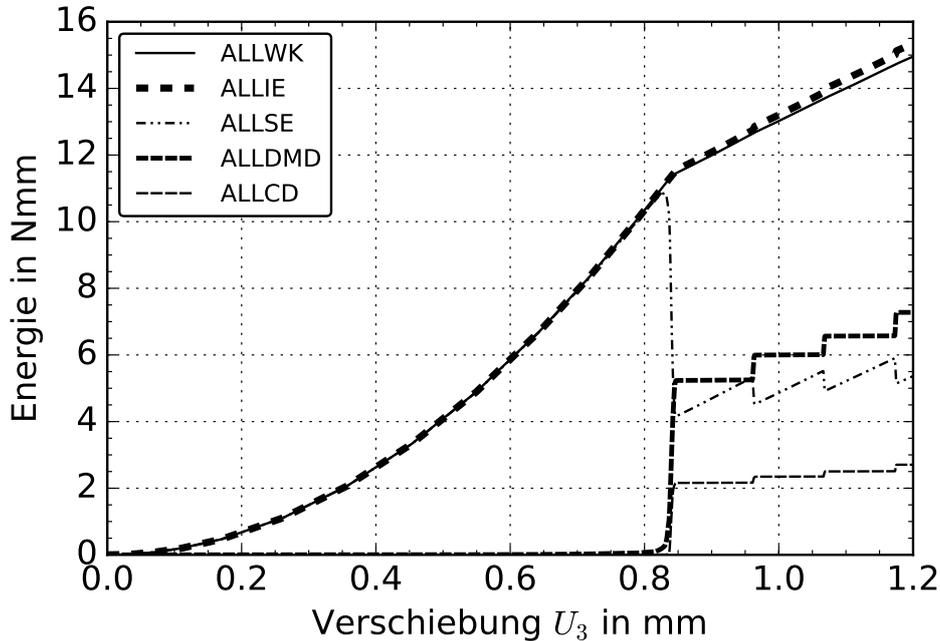


Abbildung 4.2: Energieanteile $ALLWK$, $ALLIE$, $ALLSE$, $ALLDMD$ und $ALLCD$ von Modell (C) mit Lasteinleitungspunkt $L = 1,1a_0$

ebenfalls über die unterhalb des Kraft-Verschiebungsverlaufes liegende Fläche in Abbildung 4.1 berechnet werden kann. Die interne Energie $ALLIE$ in Abbildung 4.2 berechnet sich nach Gleichung (2.41) und ist nach Schädigungsbeginn leicht größer als die extern zugeführte Energie. Diese Abweichung entspricht einer zusätzlich generierten Energie bei der Berechnung auf die hier nicht weiters eingegangen werden soll, da diese als vernachlässigbar klein erachtet wird.

4.1.3 Untersuchung des Snap-Back-Verhaltens

Der stark abfallende Kraft-Verschiebungsverlauf bei einer Verschiebung U_3 von ca. 0,83 mm in Abbildung 4.1 aus dem vorangegangenen Unterkapitel lässt Vermutungen auf ein Snap-Back-Verhalten der Struktur anstellen. Diese Annahme wird zusätzlich durch den starken Zuwachs der *creep dissipation energy* $ALLCD$ zu dieser Verschiebung gestützt, da im Falle eines vorhandenen Snap-Backs diese benötigt wird, um

eine Lösung zu erzielen.

Zur Abschätzung des Snap-Back-Verhaltens wird die folgende Herangehensweise gewählt:

- i Ausgangspunkt stellt die Anzahl der total geschädigten Elemente X zur Verschiebung U_3 der zuvor berechneten Ergebnisse im Lasteinleitungspunkt $L = 1,1a_0$ dar, wobei sich die zu untersuchenden Verschiebungen innerhalb des vermutenden Snap-Backs im Intervall $[0,8281 \text{ mm}, 0,8469 \text{ mm}]$ befinden.
- ii Das Ursprungsmodell wird durch Entfernung der bis zu einer Verschiebung U_3 geschädigten Elemente X angepasst und mit den selben Randbedingungen etc., neu berechnet.
- iii Weiter erfolgt das Auslesen der maximal ertragbaren Kraft zur Verschiebung U_3 und das Eintragen jener Kraft mit zugehöriger Verschiebung in das Kraft-Verschiebungsdiagramm des Ursprungsmodells.
- iv Es folgt eine Wiederholung der Punkte ii. und iii. bis ausreichend Punkte zur Abschätzung der Form des Snap-Backs berechnet sind bzw. jene Verschiebung U_3 im Ursprungsmodell erreicht ist, hier $U_3 = 0,8469 \text{ mm}$, bei welchem die minimale Reaktionskraft auftritt (vgl. Abbildung 4.3).
- v Die Berechnung der Fläche zwischen dem sich dadurch ergebenden Polygonzug und dem innerhalb dieses Intervalls liegenden ursprünglichen Verlauf erfolgt mithilfe einer Trapez-Integration der jeweiligen Flächen sowie anschließender Differenzbildung.

Die Größe der dadurch berechneten Fläche stellt dabei jenen Energieanteil dar, der zur numerischen Dämpfung benötigt wird (*ALLCD*). Die sich einerseits über die Fläche ergebende Energie, hier als E_{SP} bezeichnet, und andererseits die in ABAQUS intern berechnete dissipierte Energie *ALLCD* zur letzten Verschiebung $U_3 = 0,8469 \text{ mm}$ des vermuteten Snap-Backs, werden in Tabelle 4.1 gegenübergestellt.

Hierbei ist eine Abweichung von ca. 27,7% festzustellen. Dies liegt einerseits der Anzahl der berechneten Snap-Back-Punkte, wobei anzunehmen ist, dass eine Erhöhung zu einer Zunahme von E_{SP} führt, und andererseits der fehlenden Kenntnis über die

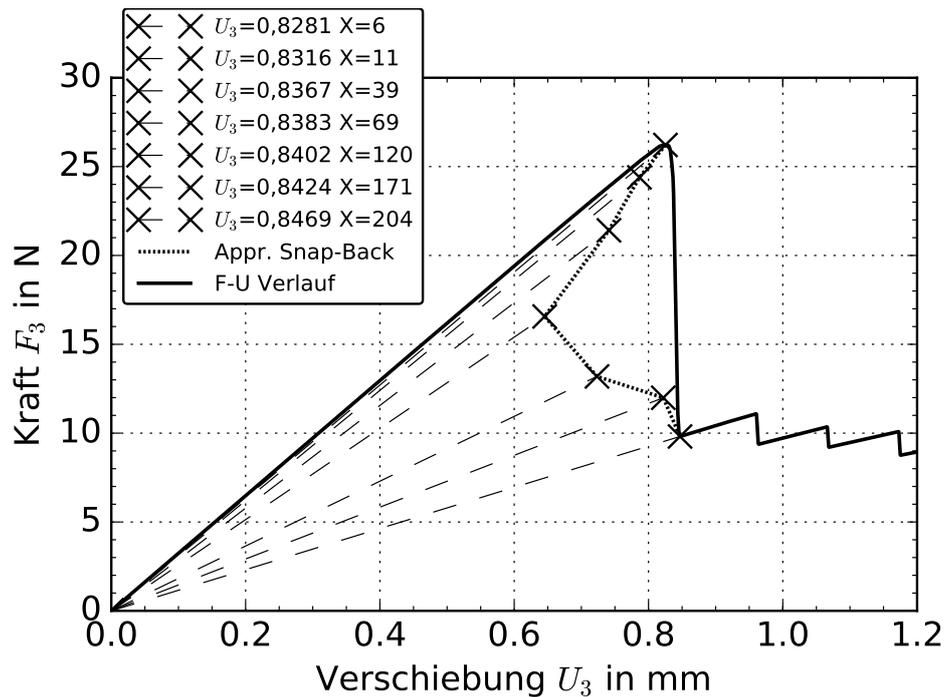


Abbildung 4.3: Strukturelles Snap-Back-Verhalten anhand des Kraft-Verschiebungsverlaufes - Anzahl der versagten Kohäsivzonenelemente X im Ursprungsmodell zur Verschiebung U_3

Tabelle 4.1: Abgeschätzte numerische Dämpfungsenergie E_{SP} des Snap-Backs im Vergleich zur ABAQUS intern berechneten $ALLCD$ zur Verschiebung $U_3 = 0,8469$ mm

Berechnete Fläche E_{SP}	ABAQUS $ALLCD$
in Nmm	in Nmm
1,56	2,159

genaue Verteilung der eingesetzten numerischen Dämpfung des ABAQUS-Solvers in Hinblick auf die Erhaltung der Konvergenz, zugrunde. Es ist jedoch in Abbildung 4.2 aus dem vorangegangenen Unterkapitel deutlich zu erkennen, dass die sich wieder-

holende Stagnation und Zunahme der *ALLCD* in direkter Korrelation zur Zu- bzw. Abnahme der *ALLSE* stehen.

Es sind daher weitere „kleinere“ Snap-Backs aufgrund des alternierenden Charakters der Verläufe der Energieanteile zu vermuten.

4.1.4 Spannungsauswertung in der Kohäsivzone in Hinblick auf die Diskretisierung

Bevor weiter auf das Schädigungsverhalten der Struktur eingegangen wird, erfolgt eine Überprüfung der abgeschätzten Kohäsivzonenlänge aus Kapitel 3.3.2, sprich der Diskretisierung der Kohäsivzone in Längsrichtung, hinsichtlich der Auswirkung auf das Strukturverhalten sowie der Abbildungscharakteristik des vorherrschenden Spannungszustandes innerhalb dieser Zone.

In Abbildung 4.4 sind die Kraft-Verschiebungsverläufe mit vier unterschiedlichen Diskretisierungsgraden in Längsrichtung in den drei Teilbereiche nach Abbildung 3.3(b) aus Kapitel 3.5 mit besonderem Augenmerk auf den mittleren Bereich gezeigt. Die untersuchten Elementlängen in diesem Bereich von 1 mm bis 0,05 mm und der daraus resultierenden Anzahl an Elementen, 49 bzw. 980, zeigen eine deutliche Verschiebung hin zu einer kleineren, maximal ertragbaren Last, wobei überdies keine Schädigung der Struktur bei sehr grober Diskretisierung auftritt. Es konnte festgestellt werden, dass bei zunehmender Netzverfeinerung die Abweichung des Strukturverhaltens der jeweiligen Berechnung monoton abnimmt. Die Abweichung bezüglich des Strukturverhaltens bei den Elementlängen von 0,05 mm und 0,1 mm ist sehr gering und es wird daher letztere als ausreichend angenommen.

Zusätzlich wird der Einfluss der Diskretisierung in Abbildung 4.5 anhand der Spannungsverläufe der Komponenten σ_{33} sowie σ_{13} , jeweils über alle vier Integrationspunkte eines Elements gemittelt und innerhalb der Kohäsivzone bei einer einheitlich gewählten Reaktionskraft von ca. $F_3 = 25,4\text{ N}$ untersucht, wobei die Länge von der Rissspitze aus gemessen wird.

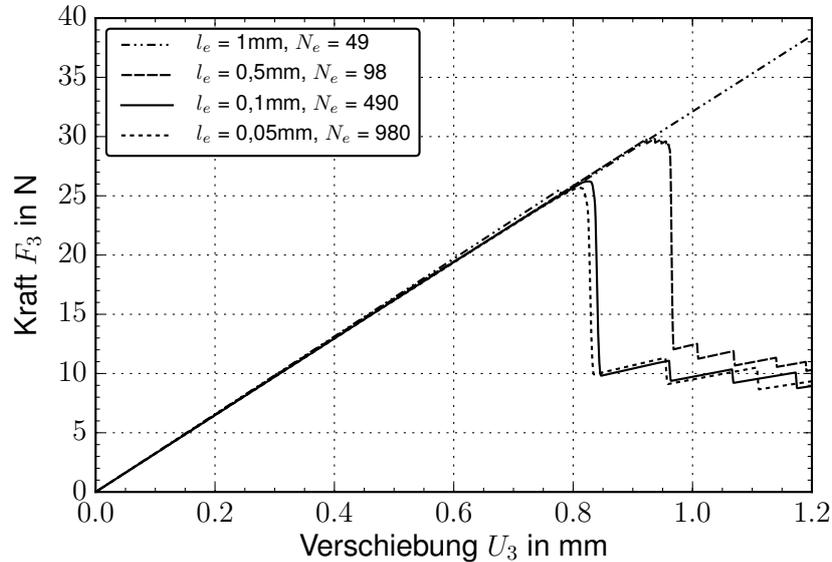


Abbildung 4.4: Einfluss der Diskretisierung hinsichtlich der Kohäsivzone auf den Kraft-Verschiebungsverlauf mit l_e der Kohäsivzonenelementlänge und N_e der Anzahl der sich im mittleren Teil der Struktur befindenden Elemente

Die grob diskretisierten Modelle weisen dabei eine deutlich niedrigere Spannung σ_{33} bzw. σ_{13} innerhalb der kohäsiven Zone verglichen mit jenen der feiner Diskretisierten auf. Dies lässt Vermutungen auf eine fehlerhafte Auflösung einer „Singularität“ der Spannungskomponenten in den grob diskretisierten Modellen zu. Diese Annahme wird durch zusätzliche Betrachtung von Abbildung 4.4 bezüglich der Abweichung der maximal ertragbaren Kraft gestützt, da das Schädigungsinitiierungskriterium der Kohäsivzonenelemente erst zu wesentlich größeren Verschiebungen U_3 erreicht wird. Die Abweichungen der Spannungskomponente bezüglich der Elementlängen von 0,05 mm und 0,1 mm ist wiederum gering und es ist daher die Diskretisierung durch die Elementlänge von 0,1 mm als ausreichend zu erachten.

Es sei angemerkt, dass aufgrund des ebenen Verzerrungszustandes die Spannungskomponente σ_{23} in allen Elementen zu 0 wird.

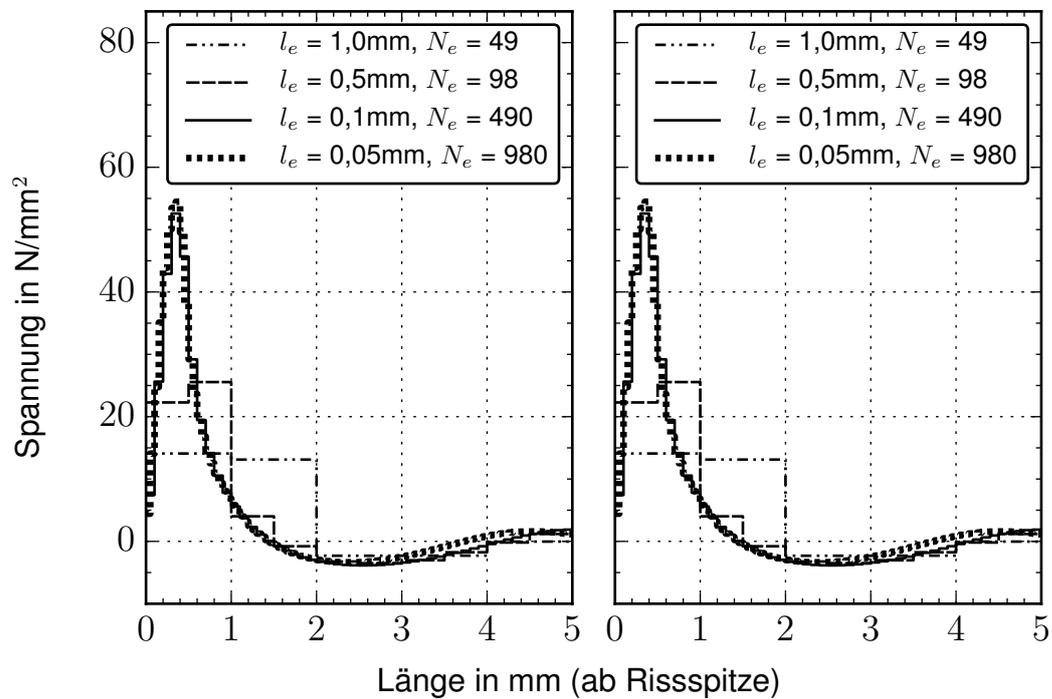


Abbildung 4.5: Verlauf der gemittelten Spannungskomponenten σ_{33} (links) bzw. σ_{13} (rechts) der kohäsiven Zone bei $F_3 = 25,4\text{ N}$

4.1.5 Schädigungsverhalten

In weiterer Folge wird nun näher auf das Schädigungsverhalten an bestimmten Stellen der Struktur eingegangen, wobei wie in Kapitel 4.1.1 gezeigt wurde, der instabile Charakter der Delamination im Interface (21/22) bereits festgestellt werden konnte.

Es konnte jedoch, der im Experiment [23] beobachtete Wechsel der Delamination in das Interface (25/26) durch eine Migration des Risses durch die vier oberhalb liegenden 90° -Schichten, nicht abgebildet werden. Dies ist in Abbildung 4.6 im letzten Zeitinkrement der Berechnung bei einer Verschiebung von $U_3 = 1,2\text{ mm}$ deutlich zu erkennen und es gilt das FEM-Modell dahingehend zu untersuchen.

Untersuchungen der Schädigungsvariablen der Schalenelemente zeigen jedoch, dass bei einer Delaminationslänge von $20,4\text{ mm}$ ein erstes Schichtversagen der vier Schich-

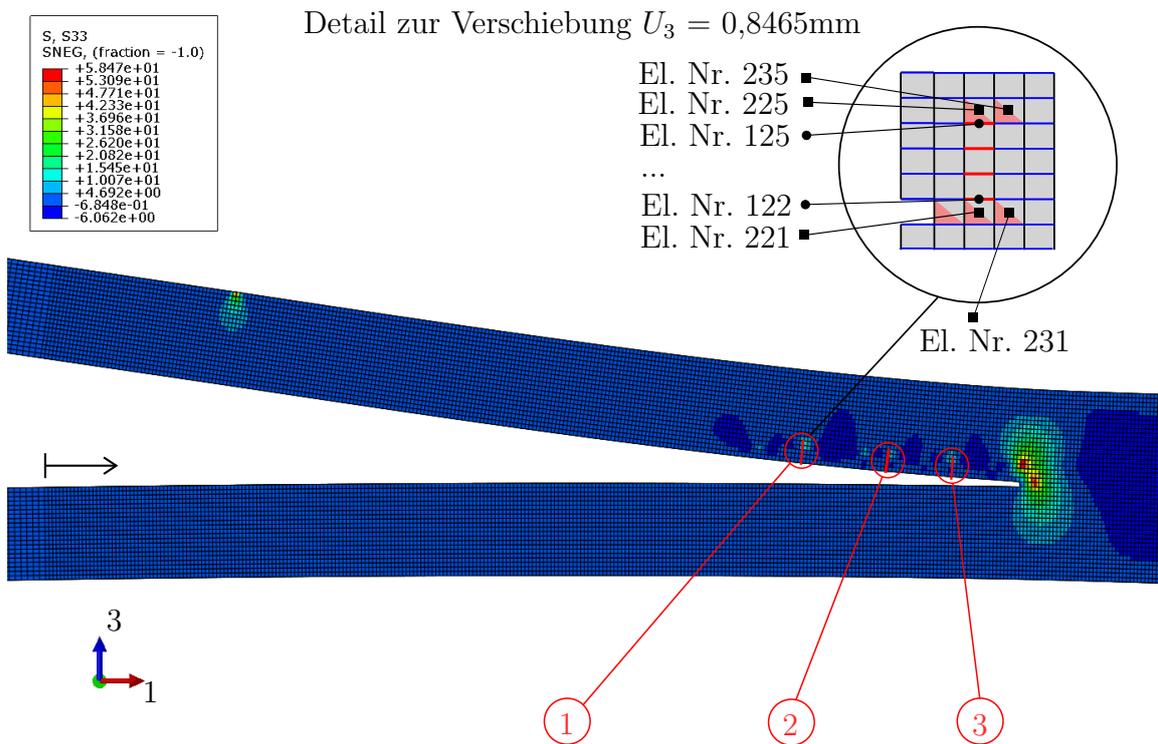


Abbildung 4.6: Delaminationsfortschritt im Interface (21/22) des FEM-Modells bei einer Verschiebung des Lasteinleitungspunktes von 1,2 mm mit den markierten Durchrissstellen ①, ② und ③ der vier 90°-Schichten und Spannungskomponente σ_{33}

ten abgebildet wird, die in Abbildung 4.6 mit ① markiert ist und vom schwarz gefärbten Pfeil ab vermessen wird. In weiterer Folge wird das Versagen aller vier Schichten als „Durchriss“ und das Versagen einer bzw. mehrerer Schichten als „Anriss“ bezeichnet.

Weiters sind in Abbildung 4.6 zwei weitere Durchrisse bei den Delaminationslängen von 22,7 mm und 24,3 mm, mit ② bzw. ③, angezeichnet. Es sei angemerkt, dass die erste vollständige Einzelschichtschädigung bereits früher bei einer Delaminationslänge von 19,2 mm auftritt und zusätzlich zwischen den erfolgten Durchrissen weitere regelmäßige „Anrisse“ erfolgen. Dies lässt Vermutungen auf ein eigentlich bevorzugtes Risswachstum ins obere Interface (25/26) zu, das jedoch aus noch unbekanntem Gründen nicht auftritt.

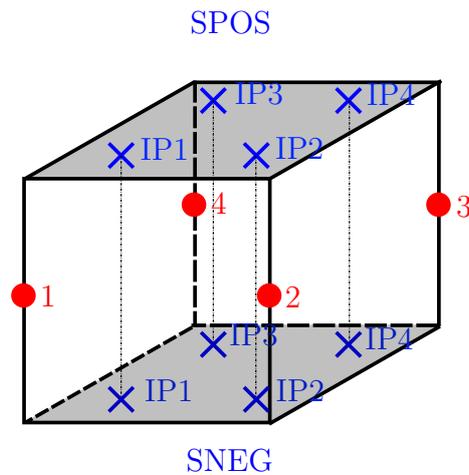


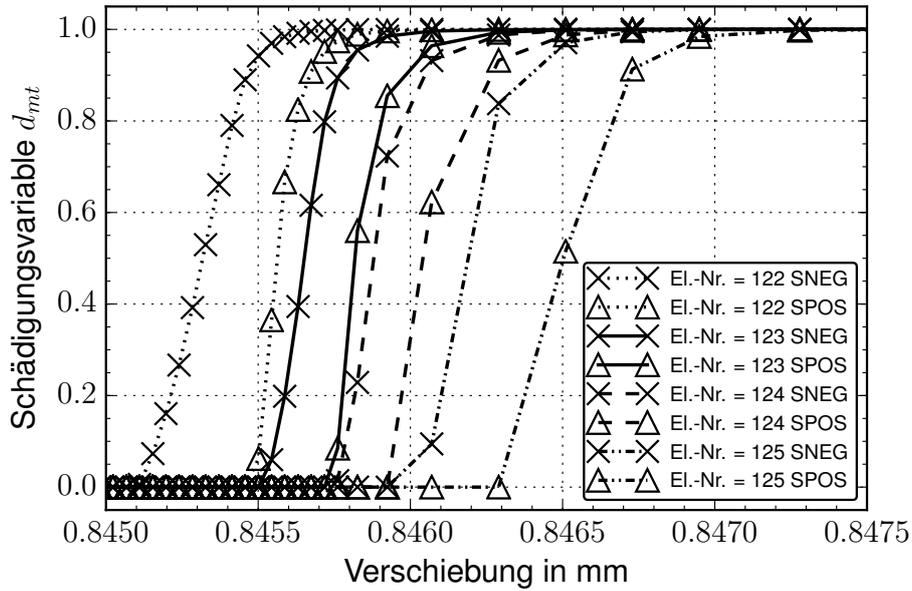
Abbildung 4.7: 4-knotiges Schalenelement mit Integrationspunkten IP1, IP2, IP3, IP4 je an der unteren (SNEG) bzw. oberen (SPOS) Schalenfläche

Die Durchrisse sind ebenfalls im oszillierenden Charakter des Kraft-Verschiebungsdiagramms aus dem vorangegangenen Kapitel 4.1.1 in Abbildung 4.1 deutlich zu erkennen. Bis Erreichen einer lokalen maximalen Kraft erfolgen in den sich wiederholenden steilen Abnahmen des Verlaufes die Schädigung in Form von Delamination und anschließendem Schichtversagen von ① nach ② usw., entsprechend nach Abbildung 4.6. In den darauffolgenden linearen Anstiegen zeigt sich lediglich ein langsamer Schädigungsfortschritt des an der zu diesem Zeitpunkt an der Rissspitze sitzenden Kohäsivzonenelement.

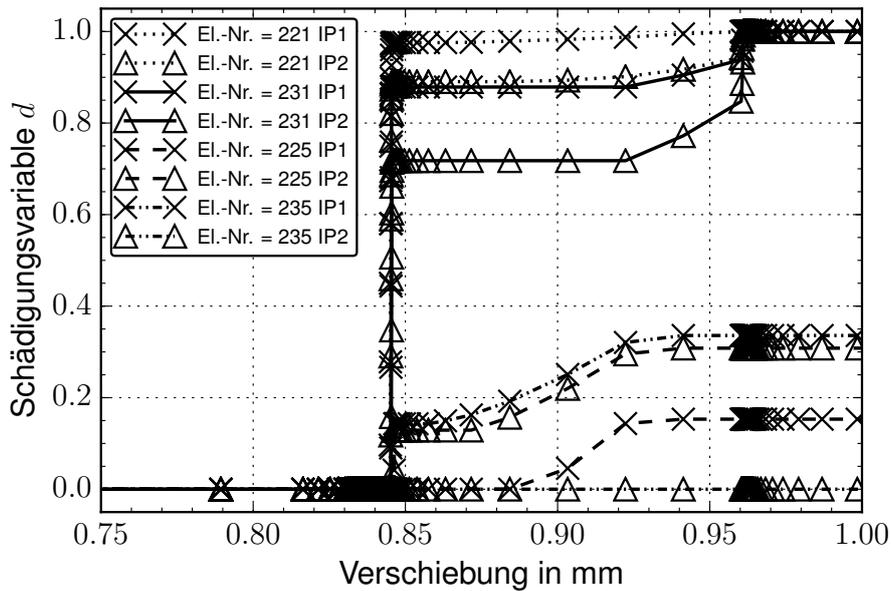
In ABAQUS werden die Schädigungsvariablen in den Integrationspunkten der Elemente berechnet, die in Abbildung 4.7 für ein 4-knotiges Schalenelement dargestellt sind.

In Abbildung 4.8(a) ist die zeitliche Entwicklung der arithmetisch gemittelten Werte der Schädigungsvariable d_{mt} über den unten (SNEG) bzw. oben (SPOS) liegenden Integrationspunkten für die jeweiligen Schalenelemente dargestellt. Dabei ist festzustellen, dass diese zeitlich in „sinnvoller“ Reihenfolge schädigen und dahingehend einer Rissausbreitung von unten nach oben entsprechen.

Zusätzlich ist in Abbildung 4.8(b) die zeitliche Entwicklung der Schädigungsvariablen für vier Kohäsivzonenelemente, wie in Abbildung 4.6 gezeigt, je zwei im Interface



(a)



(b)

Abbildung 4.8: Entwicklung der gemittelten Schädigungsvariablen d_{mt} von vier übereinander liegenden Schalenelementen (oben) sowie jener der Schädigungsvariablen d von je zwei Kohäsivzonenelemente im Interface (21/22) bzw. (25/26) (unten) in Abhängigkeit der Verschiebung U_3 des Lasteinleitungspunktes

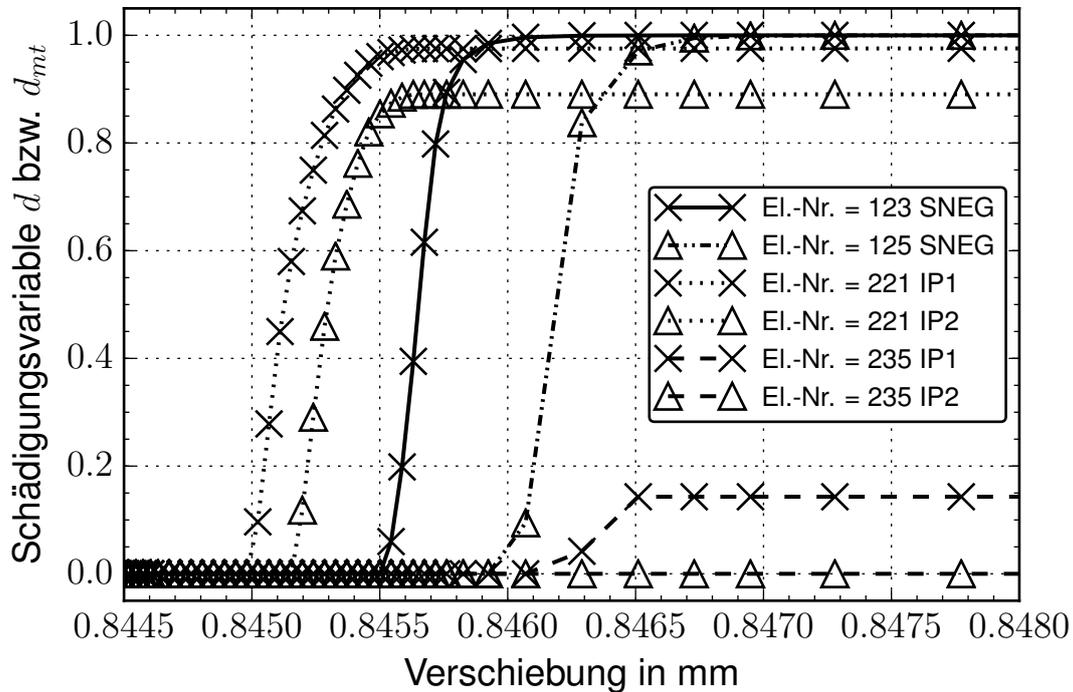


Abbildung 4.9: Schädigungsvariable d der Kohäsivzonenelemente und gemittelte Schädigungsvariablen d_{mt} der Schalenelemente in Abhängigkeit der Verschiebung U_3 des Lasteinleitungspunktes

(21/22) bzw. (25/26), im Bereich dieses Durchrisses dargestellt. Es ist eindeutig zu erkennen, dass die Variablen des oberen Interfaces nicht den Wert 1,0 für vollständige Schädigung erreichen. Außerdem ist zu erwähnen, dass die zwischen den schädigenden Schalenelementen liegenden Kohäsivzonenelemente keine Schädigung aufweisen.

Bei Vergleich der Schädigungsvariablen in Abbildung 4.9 ist weiters zu erkennen, dass die totale Schädigung der Schalenelemente zu kleineren Verschiebungen auftritt als jene der Kohäsivzonenelemente.

Der Bruchwinkel in Abhängigkeit des Lastfalls weist im FEM-Modell ebenfalls Abweichungen zu den Beobachteten im Experiment auf, die nach Tabelle 1.1 aus Kapitel 1.4.2 sich im Bereich von 45° - 65° liegen. Die schädigenden Schalenelemente im FEM-Modell liegen jedoch direkt übereinander und können aufgrund ihrer Ele-

mentlänge von 0,1 mm nur Bruchwinkel im Bereich von $78,2^\circ$ und 90° abbilden. Bei richtiger Abbildung müssten die Schalenelemente nach obenhin mindestens zweimal übereinander versetzt in Rissausbreitungsrichtung mit den dazwischenliegenden Kohäsivzonenelemente schädigen, um zumindest den steilsten beobachteten Bruchwinkel von 65° abbilden zu können.

4.1.6 Zusammengesetzter Spannungstensor

Aufgrund der Abweichungen hinsichtlich der Delaminationslänge und des Bruchwinkels zwischen FEM-Modell und Experiment [23] erfolgt nun in diesem Kapitel eine Untersuchung in Hinblick auf der im FEM-Modell fehlenden Interaktion zwischen den *in-plane* Spannungskomponenten der Schalenelemente und den *out-of-plane* Spannungskomponenten der Kohäsivzonenelemente.

Dazu wird ein Spannungstensor aus Spannungskomponenten ausgewählter Schalen- und Kohäsivzonenelementen zusammengesetzt und es werden weiters die Hauptnormalspannungen berechnet.

Der sich ergebende dreiachsige Spannungstensor σ^{res} wird wie folgt definiert,

$$\sigma_k^{\text{res}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{11}^{sh_k IP_j} & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{12}^{sh_k IP_j} & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{13}^{coh_l IP_j} \\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{12}^{sh_k IP_j} & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{22}^{sh_k IP_j} & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{23}^{coh_l IP_j} \\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{13}^{coh_l IP_j} & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{23}^{coh_l IP_j} & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{33}^{coh_l IP_j} \end{bmatrix}, n = 4, k = u, o \quad (4.1)$$

und setzt sich aus den arithmetischen Mitteln der Spannungskomponenten an den unteren bzw. oberen Integrationspunkten der Schalenelemente sowie der zugehörigen Kohäsivzonenelementen zusammen. Hierbei entspricht n der Anzahl der Integrationspunkte, k den untersten (u) bzw. obersten (o) Integrationspunkten j der Schalenelemente (*sh*) bezüglich ihrer Bezugsebene und l den zugehörigen unter- bzw. oberhalb liegenden Kohäsivzonenelementen (*coh*). Zur Veranschaulichung sind in Abbildung 4.10 die untersten und obersten Integrationspunkte eines Schalenelements blau sowie die der zugehörigen Kohäsivzonenelemente rot repräsentativ für einen Element-

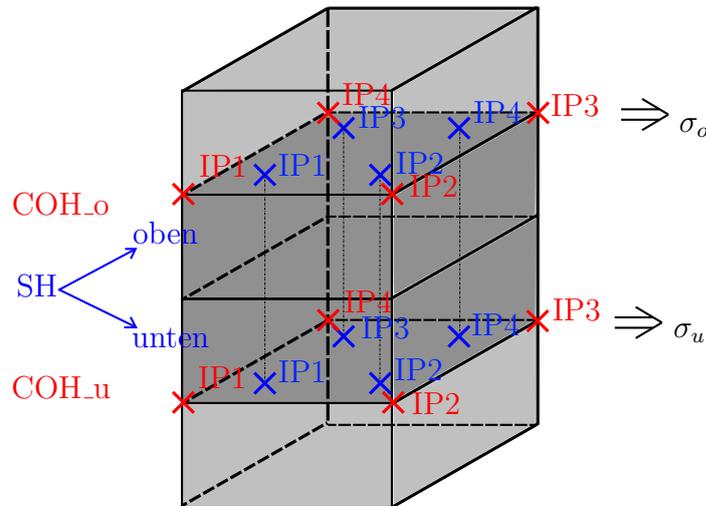


Abbildung 4.10: Integrationspunkte eines Schalenelements (blau) sowie der ober- und unterhalb liegenden Kohäsivzonenelemente (rot) und die daraus resultierende Bezeichnung σ_k^{res} für den zusammengesetzten Spannungstensor

verbund eingefärbt. Zusätzlich wird die Bezeichnung des zusammengesetzten Spannungstensors σ_u^{res} bzw. σ_o^{res} angegeben.

Dabei sei angemerkt, dass es sich lediglich um eine Näherung hinsichtlich eines wahren dreiaxigen Spannungstensors, z.B. verglichen mit jenem eines 3D-Kontinuums-elements, handelt. Der daraus resultierende Spannungstensor nach Gleichung (4.1) und seine Hauptnormalspannungen werden mithilfe von Python und des Eigenwert-Solvers, des numerischen Packetes *Numpy*, berechnet.

Wie in Abbildung 4.11 gezeigt, werden anschließend die Werte der maximalen Hauptnormalspannungen σ_1 des vorliegenden Zugspannungszustandes in der 1/3-Ebene zu verschiedenen Inkrementen der transversalen Zugfestigkeit $R_{22}^t = 73,0 \text{ MPa}$ der 90°-Schichten gegenübergestellt. Der zugehörige Richtungsvektor der maximalen Hauptnormalspannung liegt in der globalen 1/3-Ebene. Dies ist insofern plausibel, da aufgrund der äußeren Belastung die Spannungskomponenten σ_{11} (global) in der Schicht sowie σ_{33} der Kohäsivzone die dominierenden Größen darstellen und keine Schubspan-

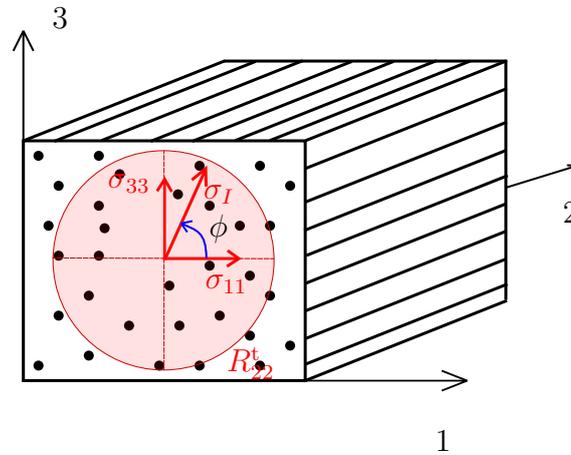


Abbildung 4.11: Spannungskomponenten σ_{11} , σ_{33} sowie Hauptnormalspannung σ_I einer 90°-Schicht dargestellt im globalen Koordinatensystem und transversale Zugfestigkeit R_{22}^t im lokalen Koordinatensystem

nungen σ_{12} bzw. σ_{23} aufgrund des EVZ auftreten. Weiters ist aufgrund der transversal isotropen Werkstoffeigenschaften des Schichtmaterials die transversale Zug- bzw. Druckfestigkeit ebenfalls in dieser Ebene die heranzuziehende Größe, wie der rot eingefärbte Kreis in Abbildung 4.11 zeigt.

Zuvor erfolgt eine lineare Analyse der in Abbildung 4.12 gezeigten Elemente bei einer Delaminationslänge von 18 mm in Längsrichtung, bezogen auf die anfängliche Risspitze. Dazu werden die bis dahin voll bzw. stark geschädigten Kohäsivzonenelemente aus der ursprünglichen Berechnung entfernt während die leicht geschädigten Elemente im Modell verbleiben und die zugehörige Verschiebung $U_3 = 0,843$ mm des Lasteinleitungspunktes aufgebracht. Mithilfe der Ergebnisse aus Tabelle 4.2 ist festzustellen, dass die Spannungskomponenten σ_{11} deutlich unter der jeweilig zugehörigen maximalen Hauptnormalspannung σ_I liegen und es ist folgend eine früher einsetzende Schädigungsinitiierung möglich. Zusätzlich sind die Winkel ϕ nach Abbildung 4.11 der jeweiligen maximalen Hauptnormalspannung angegeben, der aus den zugehörigen Eigenvektoren berechnet wird und liegen ca. im Bereich von -40° bis -75° bzw. $+105^\circ$ bis $+140^\circ$. Die im Experiment beobachteten Bruchwinkel für diesen Lastfall

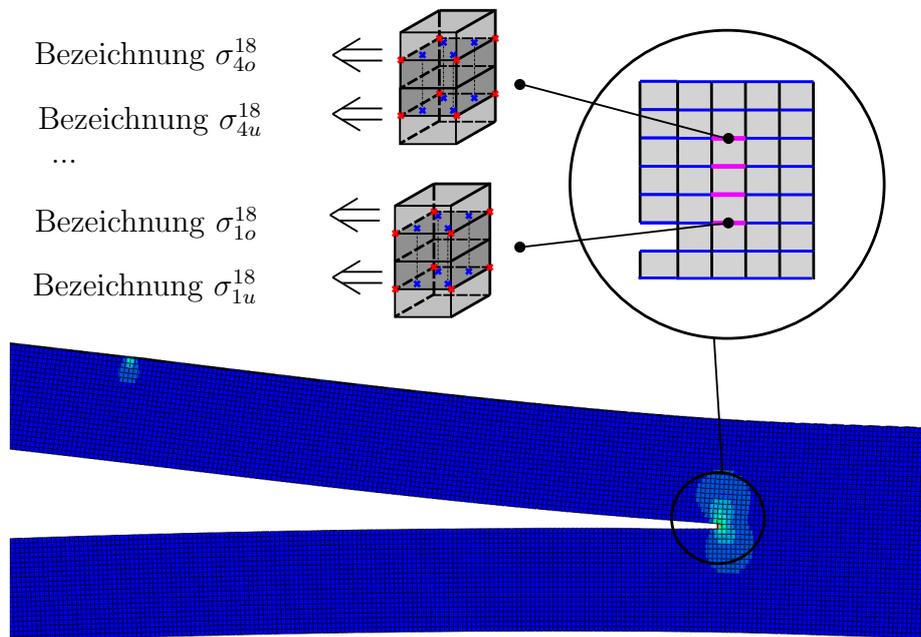


Abbildung 4.12: Lineare FEM-Analyse der Struktur zur Delaminationslänge von 18 mm mit Detailansicht der zur Berechnung der Hauptnormalspannungen herangezogenen Elemente

($L = 1,1a_0$) liegen im Bereich von 45° bis 65° , wobei die Normale auf die Bruchfläche im Bereich 135° bis 155° liegt.

Aufgrund der linearen Analyse wird die Schichtschädigung trotz Überschreiten der Festigkeit nicht initiiert und es erfolgt weiters eine Untersuchung des ursprünglichen Modells bei der selben Delaminationslänge von 18 mm, sprich den gleichen Elementen. Die dazu gewählten Inkremente liegen in jenem Bereich, bei welchem die Delaminationslänge im Interface (21/22) zwischen ca. 17 - 19 mm beträgt. Weiters werden nur jene Elemente der dritten und vierten 90° -Schicht zur Analyse herangezogen, da die Schädigungsinitiierungskriterien der ersten sowie zweiten 90° -Schichten bereits erreicht wurden.

In Abbildung 4.13 sind die Verläufe der einzelnen Spannungskomponenten σ_{11} , σ_{13} und σ_{33} nach Gleichung (4.1) über die ausgewählten Zeitinkrementen dargestellt. Zusätzlich sind die Verläufe der maximalen Hauptnormalspannungen σ_I des zusam-

Tabelle 4.2: Spannungen ausgewählter Elemente zur Verschiebung $U_3 = 0,843$ mm bei einer Delaminationslänge von 18 mm bei linearer FEM-Analyse

Spannungen in N/mm ²					
Bez.	σ_{11}	σ_{33}	σ_{13}	σ_I	Winkel ϕ
σ_{1u}^{18}	147,90	129,50	-52,59	192,08	-40,06° / +139,94°
σ_{1o}^{18}	47,20	72,82	-12,07	77,60	-68,36° / +111,64°
σ_{2u}^{18}	75,38	72,82	-12,07	86,23	-41,97° / +138,03°
σ_{2o}^{18}	55,02	58,91	-12,15	58,91	-72,24° / +107,76°
σ_{3u}^{18}	49,30	55,02	-12,15	64,64	-51,66° / +128,34°
σ_{3o}^{18}	15,41	44,25	-10,87	47,89	-71,50° / +108,50°
σ_{4u}^{18}	35,26	44,25	-10,87	51,51	-56,23° / +123,70°
σ_{4o}^{18}	11,80	37,23	-9,84	40,60	-71,13° / +108,87°

mengesetzten Spannungstensors nach Gleichung (4.1) gezeigt. Die Elementbezeichnungen erfolgen wie bei der linearen Analyse in Abbildung 4.12.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die maximalen Hauptnormalspannungen σ_I zu allen angegebenen Inkrementen, die transversale Zugschichtfestigkeit $R_{22}^t = 73,0$ MPa nicht erreichen. Somit kommt es zu keiner Schädigungsinitiierung, auch bei der Betrachtung eines zusammengesetzten Spannungstensors innerhalb der Schicht. Das Maximum der jeweiligen Hauptnormalspannungskomponente, σ_I^{\max} , wird dabei zu jenem Inkrement erreicht, bei welchem die Delaminationsfront unmittelbar unterhalb der gewählten Elemente liegt.

Zusätzliche Untersuchungen bei Delaminationslängen von 17 mm sowie 19 mm, mit in diesem Bereich sinnvoll gewählten Elementen zeigten, dass auch hier die Hauptnormalspannungen σ_I in ähnlicher Größenordnung liegen und die transversale Schicht-

zugfestigkeit nicht überschritten wird. Folgend sind keine Durchrisse zu kürzeren Delaminationslängen auch bei Betrachtung eines zusammengesetzten Spannungstensors zu erwarten.

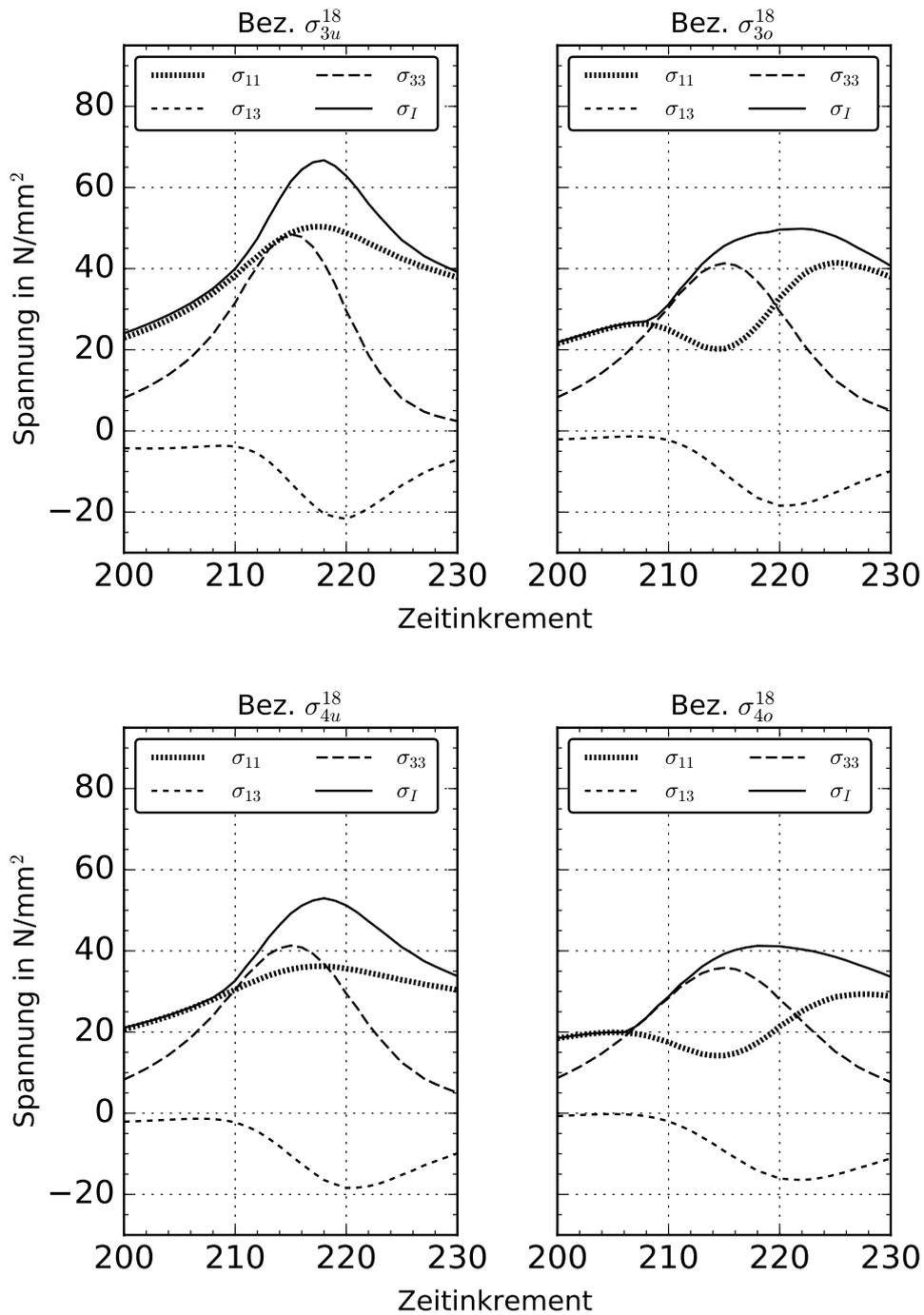


Abbildung 4.13: Verlauf der gemittelten Spannungskomponenten der unteren bzw. oberen Integrationspunkte des Schalenelementes σ_{11} , des ober- bzw. oberhalbliegenden Kohäsivzonenelementes σ_{13} , σ_{33} sowie die jeweils zugehörige maximale Hauptnormalspannung σ_I

4.2 Manueller Eingriff in die Analyse via ABAQUS Read- und Writefunktionen

Aufgrund der Tatsache, dass die Delamination nicht den im Experiment beobachteten Wechsel in das Interface (25/26) aufweist, die Schädigungsvariablen d_{mt} der Schalenelemente beim ersten Durchriss jedoch zumindest an den unteren sowie oberen Integrationspunkten den Wert 1,0 erreicht, ist eine Abweichung der Werte für die inneren Integrationspunkte nicht im Vorhinein auszuschließen. Daher ist es sinnvoll, die Ausgabe der Schädigungsvariable d_{mt} an allen Integrationspunkten zu fordern.

Hierbei kann festgestellt werden, dass die in den inneren Integrationspunkten der Schalenelementen berechneten Schädigungsvariablen d_{mt} nicht den Wert 1,0 erreichen, sondern sich in einem Wertebereich von ca. 0,96 - 1,0 einpendeln. Dadurch wird bestätigt, weshalb im Post-Processor die Schalenelemente, trotz aktivierter Löschung bei totaler Schädigung, vorhanden bleiben.

Die Spannungen in den Schalenelementen des scheinbar ersten Durchrisses sind nur noch sehr gering im Vergleich zu jenen vor bzw. unmittelbar nach Schädigungsbeginn und liegt einer Rechtfertigung zur manuellen Löschung dieser Elemente nahe. Zusätzlich werden die zugehörigen Kohäsivzonenelemente gelöscht, das insofern plausibel ist, da bei eintretendem Versagen der Schichten das Interface ebenso verschwinden muss.

Zur Ausführung ist es notwendig, die Berechnung in zwei getrennten Schritten durchzuführen. Der ersten Berechnung wird dabei das Inkrement des ersten Durchriss als Abbruchsinkrement (hier Inkrement 307), basierend auf den zuvor berechneten bekannten Ergebnissen, vorgegeben und das berechnete Ergebnis wird als sogenannte „write“-Datei abgespeichert. Dadurch ist es möglich der zweiten Berechnung das ODB der ersten Berechnung als Startwert vorzugeben, wobei zusätzliche Modelländerungen (engl. *model change*) an den Eingabeparametern möglich sind, wie unter anderem Änderungen im Netz vorgenommen werden können. Hier erfolgt die manuelle Löschung der oben genannten Elemente. Zur Aufrechterhaltung

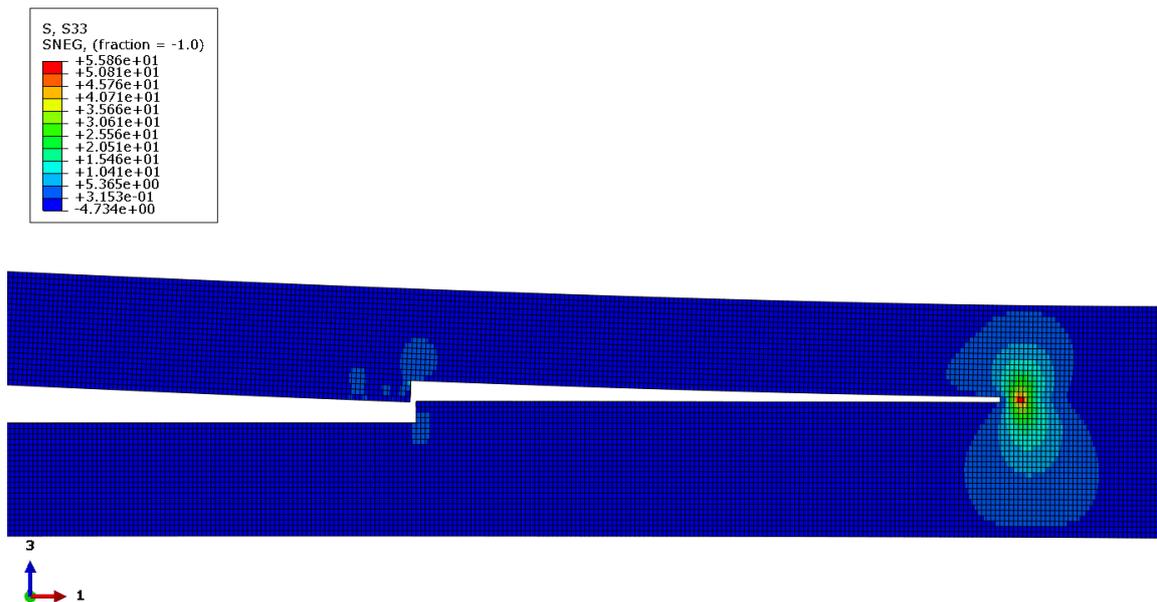


Abbildung 4.14: Delamination im Interface (25/26) bei manueller Löschung der geschädigten Schalenelemente des ersten Durchrisses und Spannungskomponente σ_{33}

des Kräftegleichgewichtes führt ABAQUS automatisch einen zusätzlichen Berechnungsschritt (engl. *step*) ein, bei welchem das gestörte Kräftegleichgewicht aufgrund der Löschung der Elemente behoben wird. Dabei werden die an den Knoten freiwerdenden inneren Kräfte zu Äußeren und werden dabei auf die Nachbarelemente aufgeteilt, wobei diese in weiterer Folge anschließend schrittweise auf Null gesetzt werden [29].

Bei Betrachtung der daraus resultierenden Ergebnisse ist nun festzustellen, dass die Delamination nach erfolgtem Durchriss, derer im Experiment beobachtet entspricht und erfolgt somit im Interface (25/26). In Abbildung 4.14 ist dieses Verhalten, mit $\sigma_{33} = S_{33}$ als angezeigte Variable, im Post-Processor dargestellt.

Die Auswirkung auf den Kraft-Verschiebungsverlauf ist in Abbildung 4.15 dargestellt. Hierbei sind die Verläufe bei erfolgter manueller Löschung mit jenem aus den vorherigen Abschnitt bekannten Ergebnissen ohne Eingriff, für den Lasteinleitungspunkt $L = 1,1a_0$ gegenübergestellt.

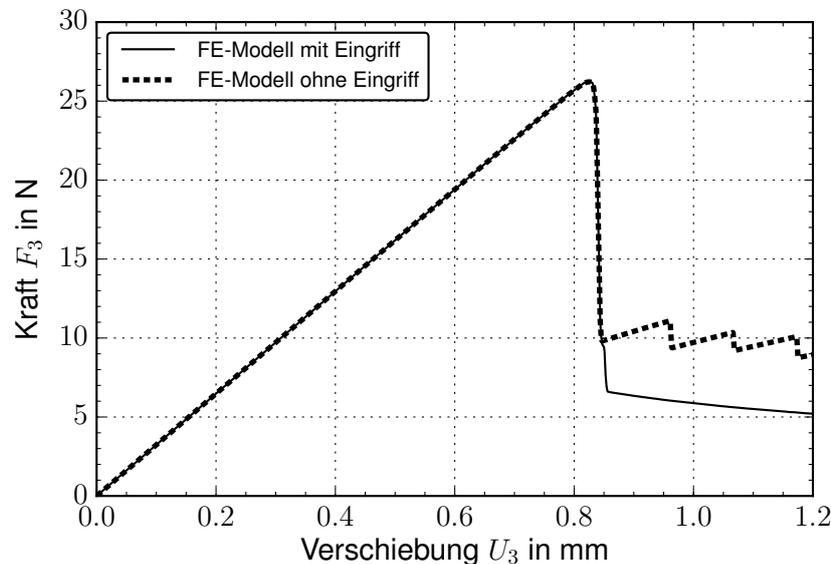


Abbildung 4.15: Vergleich der Kraft-Verschiebungsverläufe für die manuelle Löschung der stark geschädigten Schalen- und Kohäsivzonenelementen beim ersten Durchriss und der ursprünglichen Berechnung bei Lastfall $L = 1,1a_0$

Es ist eine deutliche Abweichung bei dem gewählten Abbruchsinkrement von 307 bei einer Verschiebung von 0,847 mm und zugehöriger Kraft von 9,821 N in Hinblick auf das Strukturverhalten zu erkennen und zeigt dabei keinen oszillierenden Charakter. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei erfolgter Löschung keine weiteren Durchrisse mehr auftreten. Das Fehlen dieses oszillierenden Charakters stützt wiederum die Annahme aus Kapitel 4.1.5, dass das Risswachstum bevorzugt im oberen Interface stattfindet, das vermutlich einer energetisch günstigeren Rissausbreitung entspricht.

Weiters sei angemerkt, dass zusätzliche Analysen bezüglich der Elementlöschung, aufgrund der sehr nahe bei 1,0 liegenden Schädigungsvariablen in den inneren Integrationspunkten der Schalenelemente des ersten Durchrisses, durchgeführt wurden. Hierbei ist der für die Eliminierung auslösende Wert der Schädigungsvariablen der Schalenelemente mithilfe der Funktion *MAX DEGRADATION* auf 0,95 herab gesetzt worden, um die sich bei ca. 0,96 einpendelnden Schädigungswerte als vollständig

geschädigt zu erfassen. Es konnte jedoch festgestellt werden, dass dieser Eingriff keine größeren Auswirkungen auf die Ergebnisse im Vergleich zu jenen der ursprünglichen Simulation ohne Eingriff zeigte und diese dahingehend nicht explizit vorgestellt werden.

4.3 Einfluss von thermisch bedingten Eigenspannungen

In weiterer Folge werden Untersuchungen bezüglich des Einflusses der Eigenspannungen aufgrund thermischer Einwirkungen bei der Herstellung durchgeführt. Diese Berücksichtigung erfolgte auch in den FEM-Berechnungen zur Voruntersuchung der Experimente in [23], wobei die in [23] angegebenen Temperaturwerte als Anhaltspunkt der hier folgenden Untersuchungen dienen.

Es wird ein zusätzlicher Berechnungsschritt eingeführt, um vor Belastungsbeginn Eigenspannungen in das FEM-Modell einzubringen. Dabei wird das FEM-Modell mit einer Temperaturdifferenz von 180° „abgekühlt“ unter Berücksichtigung zweckmäßiger Randbedingungen. Die Fixierung der Struktur erfolgt lediglich an einem Knoten, um Starrkörperbewegungen zu verhindern, während die Freiheitsgrade aller übrigen Knoten frei sind, ausgenommen jener mit 2-Symmetriebedingung die zur Realisierung des ebenen Verzerrungszustandes notwendig sind. Es sei angemerkt, dass für die Analyse nach wie vor das reduzierte Modell (C) aus Kapitel 3.5 herangezogen wird und daher die Randbedingungen an der linken bzw. rechten „Strinfläche“ nicht den tatsächlichen freien Flächen entsprechen und es ist somit bereits hier mit einer Abweichung zur Realität zu rechnen.

Die Materialparameter hinsichtlich der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten in Faser- bzw. transversaler Richtung sind in Tabelle 3.1 aus Kapitel 3.2 zu finden und werden lediglich den Schalenelementen zugeordnet. Es ist mit keinem Einfluss der Eigenspannungen auf die Kohäsivzonenelemente in Dickenrichtung zu rechnen,

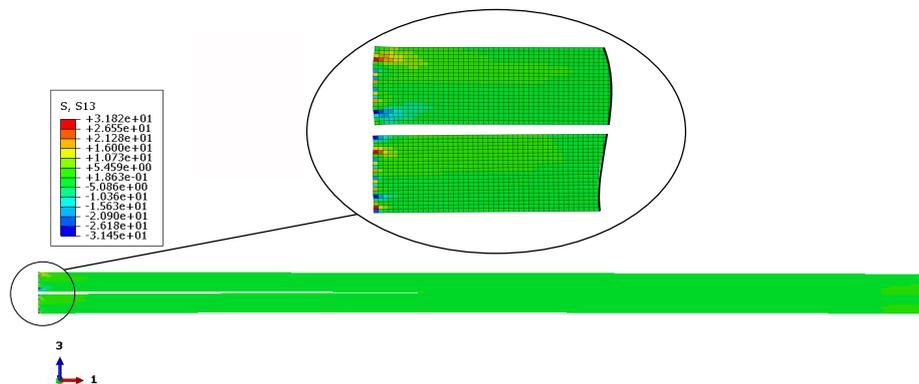


Abbildung 4.16: Schubspannungen σ_{13} der Kohäsivzonelemente zum letzten Inkrement der thermischen Berechnung bei Lastfall $L = 1,1a_0$ mit Detail am linken Rand

da diese in ihrer Formulierung nicht auf Druckspannungen reagieren, die folgend in diese Richtung unter Berücksichtigung des positiven Wärmeausdehnungskoeffizienten in transversaler Richtung in Kombination mit einer Abkühlung wirken, wobei angenommen wird, dass zuvor keine Separation vorhanden ist. Weiters treten Schubspannungen σ_{13} lediglich an den freien Rändern auf und sind in Abbildung 4.16 dargestellt. Hierbei ist zu erkennen, dass die Auflösung der Schubspannungen zu niedrig gewählt wurde, da diese zum Rand hin auf 0 abfallen müssen. Diese sind aber im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter zu untersuchen.

Im zweiten Schritt erfolgt die verschiebungsgesteuerte Belastung der Struktur bei dem Lasteinleitungsfall $L = 1,1a_0$. In Abbildung 4.17 sind die Kraft-Verschiebungsdiagramme des FEM-Modells einerseits ohne und andererseits mit Berücksichtigung der Eigenspannungen dargestellt. Hierbei ist deutlich zu erkennen, dass letzterer eine wesentlich geringere Anfangsstruktursteifigkeit aufweist verglichen mit jenem FEM-Modell ohne Eigenspannung. Ebenso tritt die maximale Kraft bei einer größeren Verschiebung auf.

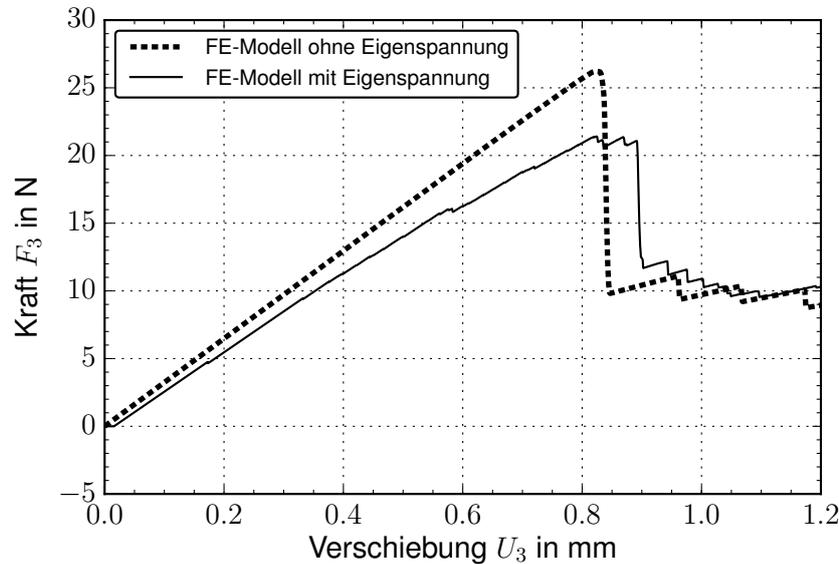


Abbildung 4.17: Einfluss der Eigenspannungen auf den Kraft-Verschiebungsverlauf bei Lastfall $L = 1,1a_0$

Dies ist darauf zurückzuführen, dass bereits vor der instabilen Delamination nach Erreichen der kritischen Kraft von $F_3 = 21,08 \text{ N}$ und der Verschiebung $U_3 = 0,8915 \text{ mm}$, Schichtschädigung an diversen Stellen zu verzeichnen sind, wie z.B. in der Nähe der Einspannungen sowie direkt an der Risspitze vor Delaminationsbeginn. Zusätzlich treten zuvor stabile Delaminationen auf. Dies ist auch im Kraft-Verschiebungsdiagramm durch den unstetigen Verlauf vor Eintreten der instabilen Delamination ersichtlich.

Weiters zeigt Abbildung 4.18, dass im letzten Inkrement des ersten Berechnungsschritten Schalenelemente, aufgrund der sich einstellenden Eigenspannungen, nahe dem Erreichen ihrer Schädigungsinitiiierungskriterien stehen. Zusätzlich wird ein Skalierungsfaktor von 20 verwendet, um die Krümmung ρ darzustellen, die sich wie in Abbildung 4.18 gezeigt einstellt. Es erfolgt jedoch wiederum kein Delaminationswechsel in das obere Interface (25/26).

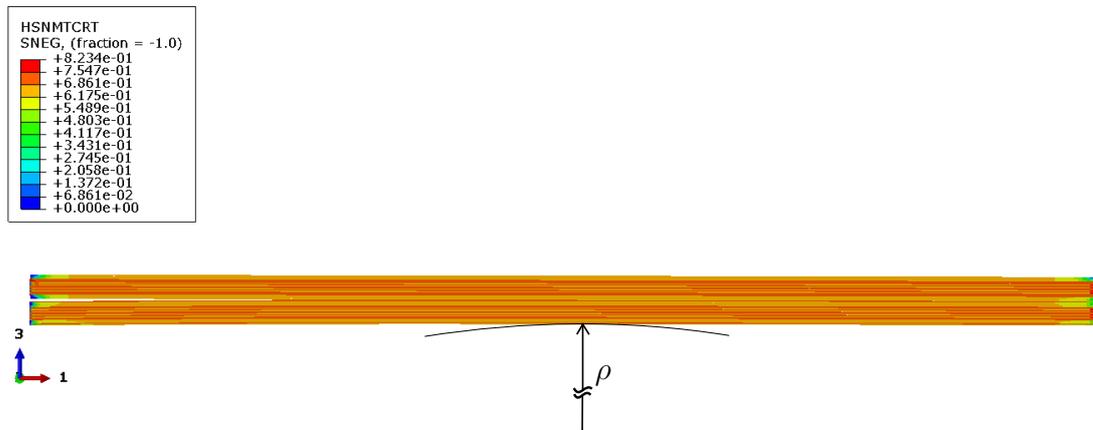


Abbildung 4.18: Schädigungsinitiierungsvariable für den transversalen Zug, F_m^t , zum letzten Inkrement der thermischen Berechnung und Skalierungsfaktor von 10 zur Illustration der Krümmung ρ

4.4 Vergleich der numerisch erzielten Ergebnisse mit jenen aus dem Experiment [23]

Abschließend werden die numerisch erzielten Ergebnisse noch direkt mit jenen aus dem Experiment [23] verglichen, wobei Simulationen zu allen vier Lasteinleitungspunkten durchgeführt werden. Dazu werden die jeweiligen Kraft-Verschiebungsverläufe aus den numerisch erzielten Ergebnissen mit jenen des Experiments gegenübergestellt und diskutiert. Es sei darauf hingewiesen, dass die Daten lediglich den Diagrammen aus [23] entnommen werden konnten, da die quantitativen Messdaten nicht öffentlich zugänglich sind. Die Daten sind im Anhang A in Tabelle A.1 angeführt.

In Abbildung 4.19 sind die Kraft-Verschiebungsverläufe für die vier Lastfälle gegenübergestellt, wobei die numerischen Ergebnisse für die Kraftwerte mit der Probenbreite multipliziert werden, um einen Vergleich zu ermöglichen, wie eingangs zu diesem Kapitel bereits erwähnt wurde.

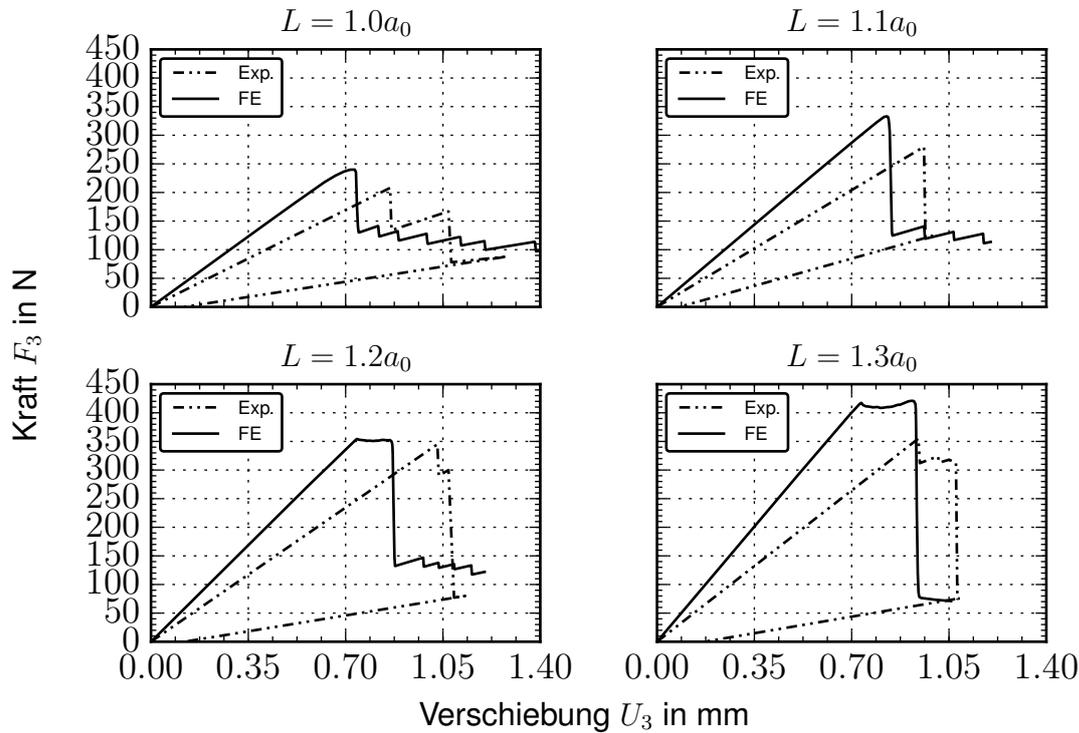


Abbildung 4.19: Vergleich der experimentellen Ergebnisse aus [23] mit den numerisch erzielten Ergebnisse für verschiedene Lasteinleitungsfälle

Die numerisch erzielten Ergebnisse unterscheiden sich in Hinblick auf das anfängliche linear elastische Strukturverhalten bei allen Lasteinleitungspunkten durch eine Überschätzung von ca. 40 – 50% und sind in Tabelle 4.3 gegenübergestellt, wobei wie in Kapitel 3.4 bereits festgestellt werden konnte, die Randbedingungen die Einspannung betreffend, als konkrete Ursache in einer ersten Annahme, vorerst zu vernachlässigen sind. Um diesen Einfluss jedoch vollständig ausschließen zu können, ist eine detailgerechtere Modellierung der Einspannungen vorzunehmen, die in dieser Arbeit aufgrund des limitierten Zeitrahmens nicht möglich ist.

Der oszillierende Charakter nach der ersten erfolgten instabilen Delamination mit Durchriss ist in allen erzielten Ergebnissen, ausgenommen für den Lastfall $L = 1,3a_0$, deutlich zu erkennen und repräsentiert in den zugehörigen Simulationen die nicht wechselnde Delamination ins zu erwartende Interface (25/26) nach den experimen-

Tabelle 4.3: Vergleich der anfänglich linear elastischen Struktursteifigkeit (ESS) von Experiment und FEM-Modell hinsichtlich des Lasteinleitungspunktes

Lasteinleitungslänge L zu Risspitze a_0				
	$L = a_0$	$L = 1,1a_0$	$L = 1,2a_0$	$L = 1,3a_0$
Exp. ESS in N/mm	241,86	291,67	336,63	377,66
FEM ESS in N/mm	349,45	410,54	478,65	573,58
Verhältnis	1,44	1,41	1,42	1,52

tellen Beobachtungen. Die dieser Charakteristik zugehörigen, sich wiederholenden instabilen Delamination mit anschließend folgenden Durchrissen ohne des erwarteten Interfacewechsels, konnten bei allen Lasteinleitungsfällen, wiederum ausgenommen jener bei $L = 1,3a_0$, auch im Post-Processor bestätigt werden. Ein Vergleich der Delaminationslängen, hier gemessen von der Risspitze bis zum ersten Durchriss, ist in Tabelle 4.4 gegeben, wobei auch die maximalen sowie minimalen Differenzen der Delaminationslängen von FEM-Modell zu Experiment enthalten sind.

Hierbei ist auffällig, dass für den Fall von $L = 1,3a_0$ die Delaminationslänge richtig abgebildet wird. Weiters ist kein oszillierender Charakter im Kraft-Verschiebungsdiagramm 4.19 zu erkennen und wird dahingehend im folgenden Kapitel noch weiter untersucht. Zuvor gilt es jedoch die zu unterschiedlichen Verschiebungen U_3 stattfindenden Delaminationen hinsichtlich FEM-Berechnung und Experiment zu analysieren.

4.4.1 Vergleich der potentiellen Energien

Daher gilt es nun die Möglichkeit zu prüfen, ob ein Zusammenhang zwischen der in der Struktur gespeicherten potentielle Energie bzw. der reversiblen Verzerrungsener-

Tabelle 4.4: Vergleich der Delaminationslängen (DL) von Riss Spitze bis Migration im Experiment bzw. erstem Durchriss in den Simulationen je Belastungsfall

Lasteinleitungslänge L zu Riss Spitze a_0				
	$L = a_0$	$L = 1,1a_0$	$L = 1,2a_0$	$L = 1,3a_0$
Exp. DL in mm	8 - 9	14,9 - 18,9	16,8 - 19,8	20,7 - 23,7
FEM DL in mm	12	20,4	26,1	22,5
Differenz in mm	[+3, +4]	[+1,5, +5,5]	[+6,3, +9,3]	[-1,2, +1,8]

Tabelle 4.5: Vergleich der potentiellen Energien kurz vor Beginn der instabilen Delamination je Belastungsfall

Lasteinleitung L zu Riss Spitze a_0				
	$L = a_0$	$L = 1,1a_0$	$L = 1,2a_0$	$L = 1,3a_0$
Exp. E_S in Nmm	88,58	133,48	160,5	168,24
FEM E_S in Nmm	87,94	137,38	151,38	153,39

gie E_S und der Verschiebungen U_3 , bei der die Delamination auftritt, besteht. Die Berechnung der potentiellen Energien der Prüfkörper der Experimente je Lasteinleitungsfall wird mithilfe der gemessenen Kraft F_3 und der zugehörigen Verschiebung U_3 , zum Zeitpunkt kurz vor der einsetzenden instabilen Delamination, berechnet. Die Bestimmung der potentiellen Energie des FEM-Modells je Lasteinleitungsfall erfolgt mithilfe der in ABAQUS intern berechneten *strain energy ALLSE* zum gleichen Zeitpunkt, sprich wiederum vor der instabilen Delamination. Die daraus resultierenden Ergebnisse sind in Tabelle 4.5 zu finden.

Die potentiellen Energien zeigen speziell bei den Lasteinleitungsfällen $L = a_0$ und $L = 1,1a_0$ eine deutliche Übereinstimmung und könnten in weiterer Folge eine Erklärung für die zu einer geringeren Verschiebung einsetzenden instabilen Delamination, basierend der anfänglich höheren linearen Steifigkeit und der sich daraus ergebenden höheren maximalen Kraft des FEM-Modells, liefern. Hierbei kann angenommen werden, dass sich ausreichend gespeicherte Energie im System befindet, um die instabile Delamination auszulösen.

Bei den beiden Lasteinleitungsfällen $L = 1,2a_0$ und $L = 1,3a_0$ fällt eine Übereinstimmung weniger deutlich aus, das jedoch darauf zurückzuführen sein könnte, dass vor Eintreten der instabilen Delamination, sowohl im Experiment als auch im FEM-Modell, bereits eine stabile Delamination auftritt und dahingehend ein Vergleich zu gleichen Zeitpunkten deutlich diffiziler ausfällt. Die Charakteristik der stabilen Delamination ist auch in den Kraft-Verschiebungsdiagrammen in Abbildung 4.19 deutlich, anhand der abflachenden Verläufe nach Erreichen der maximalen Reaktionskraft, zu erkennen.

Daher gilt es für zukünftige Arbeiten zu prüfen, weshalb die lineare Anfangssteifigkeit überschätzt wird und ob dahingehend bei geringerer anfänglicher linearer Steifigkeit die Delamination zu größeren Verschiebungen und geringeren Reaktionskräften auftreten.

4.5 Diskussion Lasteinleitungsfall $L = 1,3a_0$

Abschließend sind die Ergebnisse bei der Lasteinleitung $L = 1,3a_0$ zu diskutieren, da hier festgestellt werden konnte, dass der im Experiment beobachtete Delaminationswechsel vom Interface (21/22) ins Interface (25/26) ohne manuellen Eingriff, im Vergleich zu Kapitel 4.2 bei der Lasteinleitung $L = 1,1a_0$, abgebildet werden konnte, wie in Abbildung 4.20 ersichtlich ist.

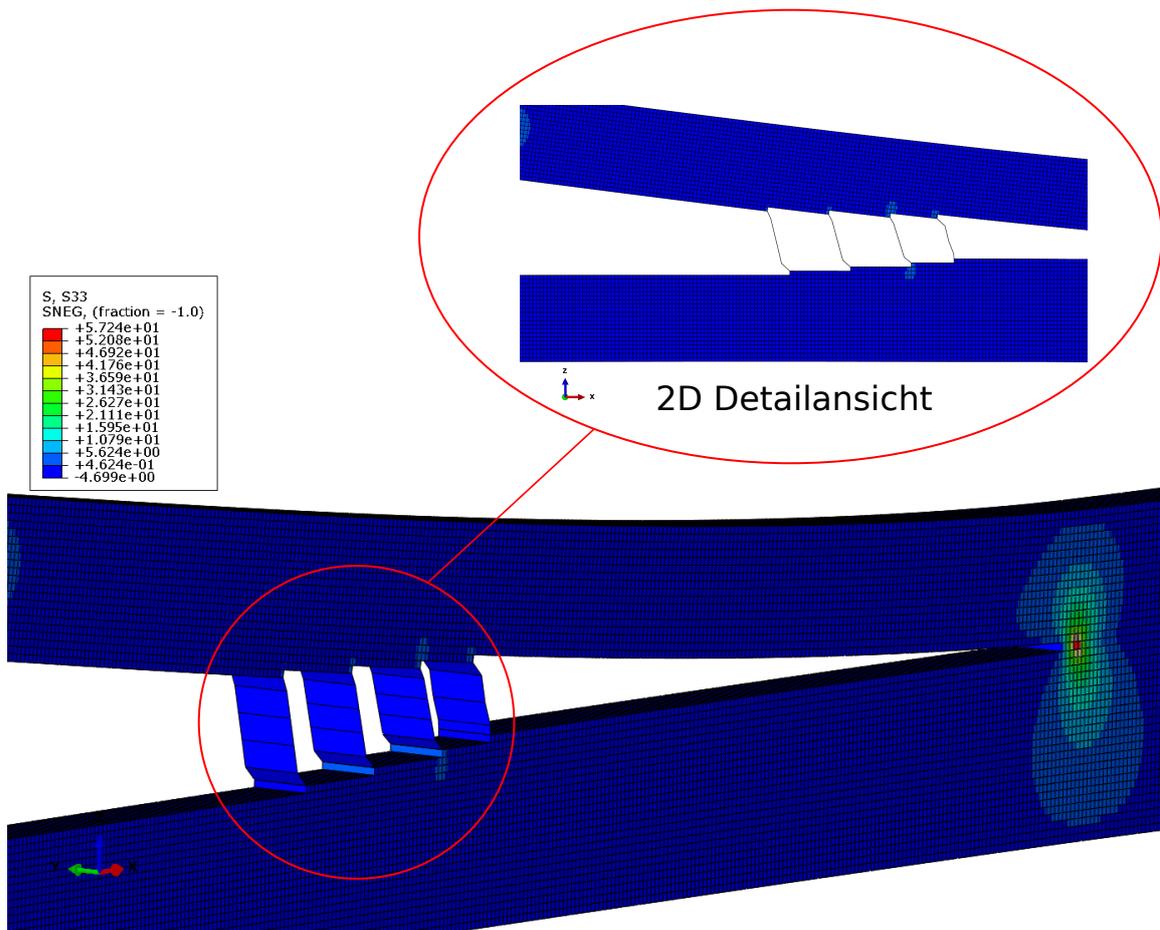


Abbildung 4.20: Detailansicht des Durchrisses mit anschließender Delamination im Interface (25/26) bei Lastfall $L = 1,3a_0$ mit Spannungskomponente S_{33}

Dabei stimmt die Delaminationslänge, wie im vorigen Kapitel bereits gezeigt, bis zur Migration mit jenen aus dem Experiment überein. In Abbildung 4.20 ist weiters eine Art Bruchwinkel zu erkennen, da Versagen nicht bei übereinander liegenden Schalenelementen, sondern in Rissausbreitungsrichtung versetzt auftritt. Dieser Art Bruchwinkel beträgt ca. $5,8^\circ$ im Gegensatz zu jenem im Experiment von $43-58^\circ$. Die in den anderen Lasteinleitungsfällen beobachteten kontinuierlich sich wiederholenden Durchrisse erscheinen hier nicht und stützt somit weiter die getroffene Annahme, der dort energetisch günstigeren Rissausbreitung.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Kapitel erfolgt nun eine Zusammenfassung der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und der daraus ableitbaren Erkenntnisse. Hierbei liegt ein besonderes Augenmerk auf der Abbildungscharakteristik des SSA und den daraus resultierenden numerisch erzielten Ergebnissen mithilfe der FEM im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen. Abschließend werden Anregungen zu weiteren Untersuchungen des vorhandenen FEM-Modells sowie Ideen zu weiteren Modellbildungen gegeben.

5.1 Zusammenfassung der Erkenntnisse

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, mithilfe des FEM-Solver *ABAQUS/Standard* 2017 und der am Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik entwickelten Modellierungsstrategie, dem sogenannten *stacked shell approach* (SSA) [11], das beobachtete Schädigungsverhalten, Delamination-Migration, der im Experiment [23] verwendeten Probekörper abzubilden. Es galt die Anwendbarkeit dieses Modellansatzes hinsichtlich des Ratcliffe-Tests zu prüfen und eventuelle Grenzen auszuloten.

Dabei konnte festgestellt werden, dass die anfänglich, linear elastische Struktursteifigkeit des FEM-Modells in allen Lastfällen konstant bis zu 40 – 50% überschätzt wurde. Diese Überschätzung kann sowohl auf eine fehlerhafte Abbildungscharakteri-

stik des FEM-Modells sowie abweichender Randbedingungen als auch auf eine allgemeine Abweichung zwischen den numerisch und experimentell erzielten Ergebnissen, aus Gründen abweichender Materialparameter, Messfehler etc., zurückzuführen sein. Die Delamination im Interface (21/22) und anschließendem Durchriss durch die vier oberhalb liegenden 90°-Schichten konnte erfolgreich bei allen Lastfällen abgebildet werden. Die Migration der Delamination hingegen, sprich der weiteren Delamination im Interface (25/26), konnte lediglich bei dem Lasteinleitungsfall $L = 1,3a_0$ ohne manuellen Eingriff gezeigt werden. In weiterer Folge kommt es bei den Lastfällen $L = a_0$, $L = 1,1a_0$ und $L = 1,2a_0$ zu einer sich wiederholender Delamination im Interface (21/22) mit anschließendem Durchriss durch die vier oberhalb liegenden 90°-Schichten, das sich auch im oszillierenden Charakter des jeweils betreffenden Kraft-Verschiebungsverlaufs, nach der ersten erfolgten instabilen Delamination, widerspiegelt. Das Ausbleiben der Migration, sprich der vollständigen Schädigung der Schalenelemente, konnte auf die, lediglich nahe bei 1,0 liegenden, Schädigungswerte der inneren Integrationspunkte dieser Elemente zurückgeführt werden. Weitere Analysen zeigten, dass durch Herabsetzen des zu Versagen führende Wertes mithilfe der ABAQUS Funktion, *MAX DEGRADATION*, ebenfalls kein zufriedenstellendes Ergebnis erreicht werden konnte. Es konnte jedoch mithilfe der „Read- bzw. Write“-Funktion eine manuelle Löschung der beinahe vollständig geschädigten Elemente vorgenommen werden, das anschließend zur Delamination im Interface (25/26) führte. Hierbei ergab sich der Grund zur Annahme, dass die Rissausbreitung aufgrund der äußeren Belastung, energetisch günstiger im Interface (25/26) verlaufen würde, diese jedoch aus unbekanntem Gründen dort nicht erfolgte.

Die Delaminationslänge bis zur Migration des Risses durch die vier oberhalb liegenden 90°-Schichten konnte in Abhängigkeit des Lasteinleitungspunktes richtig im Lastfall $L = 1,3a_0$ bzw. mit Abweichungen von 1,5 - 9,3 mm in den anderen Lastfällen abgebildet werden. Weiters wurden die potentiellen Energien je Lastfall, zum Zeitpunkt kurz vor Eintreten der instabilen Delamination, für die numerisch erzielten und experimentellen Ergebnisse, bestimmt und gegenübergestellt. Hierbei konnte festge-

stellt werden, dass die Abweichungen in einem annehmbaren Rahmen bleiben und könnte in weiterer Folge, eine Erklärung für die zu einer geringeren Verschiebung einsetzenden instabilen Delamination, basierend auf den Erkenntnissen der höheren anfänglich linearen Steifigkeit und der sich daraus ergebenden höheren maximalen Kraft des FEM-Modells, liefern.

Aufgrund der Abweichungen der Delaminationslängen des FEM-Modells in den Lastfällen $L = a_0$, $L = 1,1a_0$ und $L = 1,2a_0$ von jenen im Experiment, wurden die Berechnung der Hauptnormalspannungen eines zusammengesetzten Spannungstensors, aus den Spannungskomponenten ausgewählter Schalenelementen sowie zugehöriger Kohäsivzonenelementen, durchgeführt. Die daraus resultierende maximale Hauptnormalspannung konnte jedoch bei Vergleich mit der kritischen transversalen Zugfestigkeit, die bereits zuvor als Hauptursache der Schichtschädigung festgestellt werden konnte, keine Hinweise auf eine kürzere Delaminationlänge liefern.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Modellierungsstrategie SSA und das sich daraus ergebende FEM-Modell dieser Arbeit grundsätzlich einer ersten guten Näherung der experimentellen Ergebnissen aus [23] entspricht. Das noch auszuschöpfende Potential hinsichtlich des Abbildungscharakters des SSA, liegt mitunter in der Beantwortung der noch offen bleibenden Fragen. Als Beispiele seien hier die Überschätzung der anfänglich linearen Struktursteifigkeit sowie die sich ergebende Durchrissproblematik bezüglich Schädigungsvariablen in den inneren Integrationspunkten zu nennen. Zur Beantwortung dieser offenen Fragen sind im folgenden Kapitel einige Anregungen zu weiteren Untersuchungen gegeben.

5.2 Ausblick

Als Ausblick zu weiteren Untersuchungen werden nun die Anregungen, basierend auf den gewonnen Erkenntnissen dieser Arbeit, vorgestellt. Es sind die folgenden Anregungen zu nennen:

- i Eine detailliertere Modellierung der Randbedingungen in Hinblick auf das Gesamtstrukturverhalten durch das Auftreten zusätzlicher Nichtlinearitäten, wie z.B. aufgrund von Reibung zwischen Probekörper und Spannhalter bei der Berücksichtigung der realen Einspannung. Anhaltspunkte für realistische Randbedingungen sind in [23] und [5] zu finden.
- ii Eine Parameterstudien zu diversen Materialparametern, wie z.B. die sich ergebenden kritischen Energiefreisetzungsraten der Interfaces bei gleicher bzw. unterschiedlicher Schichtorientierung, wie (90/90) bzw. (0/90).
- iii Weitere Untersuchungen zu den inneren Schädigungsvariablen der Schalenelemente aufgrund des nicht vollständig eintretenden Durchrisses, wobei als Ausgangspunkt die abgebildete Migration im Lastfall $L = 1,3a_0$ dienen könnte.
- iv Die Rolle der Kohäsivzonenelemente bei der manuellen Löschung in Kapitel 4.2.
- v Erstellung eines 2D- bzw. 3D-Kontinuumsmodells mithilfe von *extended finite element method* (XFEM)

Anhang A

Kraft-Verschiebungsdaten aus [23]

Tabelle A.1: Daten der Kraft-Verschiebungsdiagramme für verschiedene Lastfälle entnommen aus [23] mit Verschiebung U_3 in mm und Reaktionskraft F_3 in N

$L = 1,0a_0$		$L = 1,1a_0$		$L = 1,2a_0$		$L = 1,3a_0$	
U_3	F_3	U_3	F_3	U_3	F_3	U_3	F_3
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,86	208,0	0,96	280,0	1,01	340,0	0,94	355,0
0,865	134,0	0,965	121,0	1,03	345,0	0,945	312,0
1,07	167,0	0,99	124,0	1,035	290,0	1,01	324,0
1,08	78,0	0,08	0,0	1,07	300,0	1,015	313,0
1,28	88,0			1,09	77,0	1,05	318,0
0,12	0,0			1,13	80,0	1,075	313,0
				0,12	0,0	1,08	75,0
						1,09	76,0
						0,17	0,0

Literaturverzeichnis

- [1] G.I. Barenblatt. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 7:55–129, 1962.
- [2] Z.P. Bazant, B.H. Oh, N.V. De Carvalho, P.M. Baiz, and T.E. Tay. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16:155–177, 1983.
- [3] M.L. Benzeggagh and M. Kenane. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. *Composites Science and Technology*, 56:439–449, 1996.
- [4] P.P. Camanho and C.G. Davila. Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials. Technical report, 2002. NASA/TM-2002-211737, National Aeronautics and Space Administration.
- [5] De N.V. Carvalho, B.Y. Chen, S.T. Pinho, J.G. Ratcliffe, P.M. Baiz, and T.E. Tay. Modeling delamination migration in cross-ply tape laminates. *Composites: Part A*, 71:192–203, 2015.
- [6] T. Ceglár. *Finite Element Method Simulations of the Delamination in Laminated Composite Structures*. Master thesis, Vienna University of Technology, Vienna, Austria, 2017.
- [7] B.Y. Chen, S.T. Pinho, N.V. De Carvalho, P.M. Baiz, and T.E. Tay. A floating node method for the modelling of discontinuities in composites. *Engineering Fracture Mechanics*, 127:104–134, 2014.

- [8] W. Cui, M.R. Wisnom, and M. Jones. A comparison of failure criteria to predict delamination of unidirectional glass/epoxy specimens waisted through the thickness. *Composites*, 23:158–166, 1992.
- [9] C.G. Davila and P.P. Camanho. Failure criteria for frp laminates in plane stress. Technical report, 2003. NASA/TM-2003-212663, National Aeronautics and Space Administration.
- [10] G. Duvaut and J.L. Lions. *Inequalities in mechanics and physics*. Springer: Berlin, 1976.
- [11] J. Gager and H.E. Pettermann. Numerical homogenization of textile composites based on shell element discretization. *Composites Science and Technology*, 72:806–812, 2012.
- [12] M. Garnich and V. Akula. Review of degradation models for progressive failure. *Applied Mechanics Reviews*, 62:010801–33, 2009.
- [13] D. Gross and T. Seelig. *Bruchmechanik mit einer Einfuehrung in die Mikromechanik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 5., erweiterte auflage edition, 2011.
- [14] Z. Hashin. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Applied Mechanics*, 47:329–334, 1980.
- [15] B. Haugk, C. Koerber, and K. Drechsler. Potenziale der Faser-Verbundwerkstoffe im allgemeinen Maschinenbau. *Zeitschrift Kunststofftechnik / Journal of Plastics Technology*. 8 (2012) 4.
- [16] G.R. Irwin. *Fracture*. 1958. Handbuch der Physik. 6,551.
- [17] R.M. Jones. *Mechanics of composite materials*. Taylor & Francis Inc., Philadelphia, PA, USA, second edition, 1999.
- [18] M. Kuna. *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen*. Vieweg+Teubner Verlag, 2. auflage edition, 2010.

- [19] I. Lapczyk and J.A. Hurtado. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 38(11):2333–2341, 2007.
- [20] P. Maimi, P.P. Camanho, J. Mayugo, and C.G. Davila. A thermodynamically consistent damage model for advanced composites. Technical report, 2006. NASA/TM-2006-214282, National Aeronautics and Space Administration.
- [21] A. Puck. *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten*. Carl Hanser Verlag München Wien, Germany, 1996.
- [22] J.N. Rabotnov. Creep problems in structural members. *volume 7 of North-Holland series in Applied Mathematics and Mechanics*, 1969.
- [23] J.G. Ratcliffe, M.W. Czabaj, and T.K. O’Brien. A test for characterizing delamination migration in carbon/epoxy tape laminates. Technical report. NASA/TM-2013-218028, National Aeronautics and Space Administration; 2013.
- [24] E.F. Rybicki and M.F. Kanninen. A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral. *Engineering Fracture Mechanics*, 97:931–938, 1977.
- [25] C. Schuecker. *Mechanism based modeling of damage and failure in fiber reinforced polymer laminates*. Phd thesis, Vienna University of Technology, Vienna, Austria, 2005.
- [26] H. Schürmann. *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004.
- [27] M. Todt, M. Schwab, and H.E. Pettermann. Accounting for transverse shear in stacked-shell models of layered composite structures. 2017.
- [28] A. Turon, C.G. Davila, P.P. Camanho, and J. Costa. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:1665–1682, 2007.

- [29] ABAQUS/Standard Theory Manual v6.14. Dassault Systemes Simulia Corp. Providence, RI, USA.
- [30] ABAQUS/Standard User's Manual v6.14. Dassault Systemes Simulia Corp. Providence, RI, USA.
- [31] G. Wimmer, W. Kitzmüller, G. Pinter, T. Wettemann, and H.C. Pettermann. Computational and experimental investigation of delamination in l-shaped laminated composite components. *Engineering Fracture Mechanics*, 76:2810–2820, 2009.