

DIPLOMARBEIT
Master Thesis

**Gemauerte Gewölbekonstruktionen -
Praxisorientierte Nachberechnungen
und
effiziente Sanierungskonzepte**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Andreas Kolbitsch

und als verantwortlich mitwirkend

Univ. Ass. Dipl.-Ing. Viktor Dunjic

E206

Institut für Hochbau und Technologie

Forschungsbereich für Hochbaukonstruktionen und Bauwerkserhaltung

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Florian Brauner, BSc.

0928660

Bahnhof Wiesen-Sigleß 4

A - 7203 Wiesen

Wiesen, am 6. Juni 2016

Vorwort und Danksagung

Hier gilt ein wesentlicher Dank dem Betreuer Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kolbitsch, der unter anderem in den interessanten Vorlesungen der Lehrveranstaltung „Erhaltung und Erneuerung von Hochbauten“ die Thematik sehr gut vorgestellt hat und damit zu weiteren Denkweisen angeregt hat. Weiters natürlich auch dem Mitbetreuer Univ.Ass. Dipl.-Ing. Viktor Dunjic, der mir stets für Rat in diversen Besprechungen beiseite stand.

Außerdem sollen Lebensgefährtin, Familie und Freunde speziell erwähnt werden, die mich während meines Studiums stets aufgebaut und bestmöglich in jeder Art und Weise unterstützt haben. Es wird mit diesen Zeilen auch all jenen Personen besonders gedankt, die mir beim Verfassen der Arbeit und beim Korrekturlesen geholfen haben.

Spezieller Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. (FH) Gerhard Rehm vom Support der Firma Dlubal Software GmbH und Herrn DI Roland Mayr von der Firma BASF Performance Products GmbH, die mir bei spezifischen Fragestellungen in ihren Wissensgebieten per Email stets beiseite standen.

Kurzfassung

Um detaillierte Mauerwerksberechnungen durchführen zu können, werden die Grundlagen zu Gewölben und deren Baumaterialien gezielt erörtert. Diese Arbeit beschäftigt sich primär mit Berechnungsansätzen und Sanierungskonzepten von Ziegelgewölbetragswerken in Bezug auf den Anwendungsfall gründerzeitlicher Wiener Altbauten. Ziel der Arbeit ist es Stärken und Schwächen von unterschiedlichen praxisorientierten Berechnungsmethoden aufzuzeigen. Folgende Konzepte kommen dabei zur Anwendung: die Stützlinientheorie, die Finite Elemente Analyse und die Stabwerksorientierte Traglastanalyse.

Das Studium der Geschichte des Gewölbes und die umfassende vor Ort Analyse in Kombination mit Laborversuchen aus Probeentnahmen sind als gute Basis für spätere Berechnungen sehr wichtig. Auch der Bezug zu älteren einfacheren baustatischen Modellbildungen ist für die heutzutage weiterentwickelte Beurteilung der Standsicherheit jedenfalls von großer Bedeutung.

Der Einsatz von linearen Stabwerksprogrammen ist für bestimmte Gewölbeformen und deren Lastwirkungen mit groben Überschätzungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeit verbunden. Nichtlineare Statiksoftware eignet sich sehr gut für die Ermittlung der Tragsicherheit, trotzdem ist Vorsicht bei der Materialdefinition geboten. Das Tragverhalten von Gewölbetragswerken hängt maßgebend von der Steifigkeit der umliegenden Bauteile ab. Die Dimension der Materialmodelle grenzt die auftretenden Spannungen und das daraus resultierende Versagen ein.

Sanierungsvarianten sollten stets auf den Erkenntnissen einer möglichst realitätsnahen Nachberechnung des betreffenden Gewölbes aufbauen. Mithilfe eines kraftschlüssigen Verbundes zum Gewölbemauerwerk kann einerseits weitere Redundanz im Versagensfall, andererseits besseres Verformungsverhalten sichergestellt werden. Die Biegesteifigkeit des Verstärkungsbauteiles steuert welchen Anteil das Gewölbe selbst zu tragen hat.

Abstract

By means of introduction the basics of vaults and their construction materials are discussed to perform detailed masonry calculations. This thesis primarily deals with calculation approaches and reconstruction concepts for brick vaults especially the case of old buildings constructed during the years of rapid industrial expansion in Vienna at the end of the 19th century.

The aim of this thesis is to consider the merits and demerits of different practice-oriented calculation methods. Following concepts are analysed: theory of the thrust line, finite element method and framework design of load-bearing capacity analysis. Both the study of the historical development of vaults and the extensive in situ analysis combined with laboratory test of sample takings are indispensable for subsequent calculations. In addition the reference to simpler, older structural engineering modelling is of great importance to today's improved assessment of stability and structural safety.

The application of linear framework programs for certain vault patterns and their load effects often leads to gross overestimations of the calculated load capacity. Non-linear software for structural engineering calculations proves very appropriate for investigations of the structural safety. Nevertheless, the material definitions have to be considered carefully.

The load-bearing behaviour of vaults depends to a high degree on the rigidity of the adjacent building components. The dimension of the material models limits the upcoming stress and the possible resulting collapse.

Renovation options ought to be based on the knowledge of simulations close to reality. A force-fitted bond to the vaulted constructions ensures not only further redundancy in case of collapse but also better deformation behaviour. The flexural rigidity of the reinforcing building component determines which proportion the vaults as such have to support.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort und Danksagung	i
Kurzfassung	ii
Abstract	iii
1 Einleitung	1
1.1 Zielsetzung	3
1.2 Aufbau	3
2 Theoretische Grundlagen	4
2.1 Definition	4
2.2 Benennung der Gewölbebestandteile	5
2.3 Einteilung der Gewölbe	6
2.3.1 Einteilung nach dem verwendeten Material	6
2.3.2 Einteilung nach der Art des Lastabtrages	8
2.3.3 Einteilung nach der Form	9
2.4 Geschichtliche Entwicklung	16
2.4.1 Mauerwerk aus Stein	17
2.4.2 Mauerwerk aus Ziegel und Mörtel	17
2.5 Aufbau und Errichtung eines Ziegelgewölbes	18
2.5.1 Aufbau in Abhängigkeit der Spannweite	18
2.5.2 Aufbau in Abhängigkeit vom Ziegel	20
2.6 Materialkennwerte und Versagensgrenzen	21
2.6.1 Ziegel	21
2.6.2 Mörtel	22
2.6.3 Mauerwerk	23
2.6.4 Stahlbeton	30

2.7	Statische Berechnungen	31
2.7.1	Baustatische Merkmale und Tragverhalten	31
2.7.2	Historische Entwicklung grundlegender Gewölbetheorien . . .	33
2.7.2.1	Umgekehrte Kettenlinientheorie	34
2.7.2.2	Kantungstheorie	34
2.7.2.3	Elastizitätstheorie	36
2.8	Normative Grundlagen	38
3	Praxisorientierte Berechnungsmethoden	39
3.1	Methode 1: Stützlinienverfahren und grafostatische Untersuchungen .	39
3.2	Methode 2: Finite Elemente Analyse	48
3.3	Methode 3: Stabwerksorientierte Traglastanalyse	50
4	Berechnungen eines Tonnengewölbes vor und nach dessen Sanierung	57
4.1	Lastaufstellungen, Lastfälle und Lastkombinationen	61
4.2	Nachrechnung des Gewölbes	61
4.2.1	Methode 1: Stützlinienverfahren	61
4.2.2	Methode 2: Finite Elemente Analyse	68
4.2.3	Methode 3: Stabwerksberechnung	74
4.2.4	Kontrollrechnung am flachen Gewölbe	80
4.2.5	Vergleich der Methoden	83
4.2.6	Empfehlungen zur Wahl der Berechnungsmethode	88
4.2.7	Nachweisführung	89
4.3	Berechnung von Sanierungsvarianten	91
4.3.1	Variante mit elastischer Polymerschicht an der Gewölbeleibung	92
4.3.2	Variante mit Spritzbeton an der Gewölbeleibung	94
4.3.3	Variante mit tragendem Beton am Gewölberücken	98
4.3.4	Empfehlungen zur Wahl der Sanierungsvariante	101
5	Zusammenfassung und Ausblick	103
	Abbildungsverzeichnis	105
	Tabellenverzeichnis	108
	Literaturverzeichnis	109

Kapitel 1

Einleitung

In der vorliegenden Diplomarbeit wird die Nachberechnung von historischen Gewölben an Wiener Gründerzeithäusern behandelt. Im Lauf der Vergangenheit haben sich sehr viele Berechnungskonzepte entwickelt und gerade nach heutigem Kenntnisstand ist es notwendig, sich den wahren Traglasten von Ziegelgewölben bestmöglich anzunähern. Weiters werden effiziente Sanierungsmöglichkeiten für bestimmte Gewölbe aufgezeigt, um den heutigen normativen Regelungen zu genügen.

In der gängigen Ingenieurpraxis werden grobe Abschätzungen zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Gewölben herangezogen. Dabei kommen einfache Faustformeln zum Einsatz bei deren Modellansätzen viele Randbedingungen unberücksichtigt bleiben. Gewölbeträgerwerke können nach heutigem Kenntnisstand mithilfe von stabwerkorientierten oder Finite-Elemente Programmen detaillierter nachberechnet werden. Da dies jedoch meist aufgrund des hohen Zeitaufwandes bei der Projektbearbeitung von Ingenieurkonsulenten relativ selten umgesetzt wird, ist die Abschätzung der Traglast anhand des Stützlinienverfahrens nach wie vor weit verbreitet.

Können die Nachweise im Zuge der Nachrechnung nicht erbracht werden sollten Gewölbeträgerwerke an den aktuellen Stand der Technik herangeführt werden oder müssen zwangsweise abgebrochen werden.

Als mögliche Sanierungsvariante sind einige Lösungen für den Erhalt des Gewölbe-mauerwerkes verbreitet:

- Sanierung von Gewölben mit schlanker Betonschale (5 cm) an der Oberseite nach [32]:

Es handelt sich dabei um eine bewehrte Aufbetonschicht, die entweder durch

den Einsatz von zusätzlichen Verbindungsmitteln oder durch reines Anbetonieren mit dem bestehenden Mauerwerk verbunden wird. Das historische Mauerwerk wird dabei durch Entfernung von lockerem Mörtel, Vornässen und Verfüllen mit Mörtel saniert.

- lokale Mauerwerksverpressungen zur Erhöhung der Mauerwerksfestigkeit nach [66],[30]:
Die betreffenden Verfestigungsbereiche stärken durch das Einbringen von (Mikro-)Zement- oder Kunstharzinjektionen die Mauerwerksstruktur wesentlich. Auch dabei muss in das Mauerwerk zuvor Feuchtigkeit eingebracht werden, um zu verhindern, dass das trockene Mauerwerk dem langsam auszutrocknenden Verstärkungsmaterial die Feuchte entzieht.
- Sanierung von Gewölben mit tragendem Stahlbeton an der Oberseite [62],[31]:
Durch den Einbau eines biegesteifen Bauteils aus Stahlbeton an der Gewölbeoberseite und zugehöriger Verbindungsmittel (Schubübertrag) wird das geschädigte Gewölbetragwerk entlastet und dadurch bereits ein Großteil der einwirkenden Lasten in die angrenzenden tragenden Wände übertragen.
- Einbau von nachträglichen Unterspannungen im Kämpferbereich [30],[31]:
Durch den Einbau von nachträglichen Zugbauteilen wird der Gewölbeschub in den angrenzenden Widerlagern maßgebend reduziert und so ein weiteres Nachgeben dieser verhindert. Der Lichtraum in den unterhalb befindlichen Räumlichkeiten wird dadurch wesentlich eingeschränkt.
- Sanierung von Gewölben mit bewehrten Spritzbetonschalen an der Gewölbeunter- oder -oberseite [58]:
Durch Unterfangung oder Übergründung des Gewölbes mithilfe einer bewehrten Spritzbetonschale wird die Standsicherheit maßgebend verbessert. Besonders von Bedeutung ist dabei der Einbau einer ausreichenden Anzahl an Verbindungsmitteln zum Bestandsmauerwerk.

Welche Variante zur Anwendung kommt, hängt hauptsächlich von der umliegenden Nutzung und den Budgetmöglichkeiten der Bauherren ab. Weitere externe Verstärkungsmöglichkeiten von Mauerwerkswänden und -pfeilern sind [53]: Vernadelung, Vorspannung und andere externe Bewehrungselemente aus zum Beispiel verstärkten Kunststoffen oder Stahl.

1.1 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es Empfehlungen darüber zu geben, welche Berechnungsmethoden in der Praxis sinnvoll anzuwenden sind. Aufbauend auf diesem Kenntnisstand sollen Sanierungsvarianten aufgezeigt werden und Tendenzen zum effizienten Einsatz dieser unter bestimmten Randbedingungen gegeben werden. Für die Nachberechnungen werden in der Praxis verbreitete Berechnungsprogramme herangezogen, um den Einsatz möglichst vielen Ingenieurbüros zugänglich zu machen. Im Vordergrund steht jedenfalls der Erhalt möglichst vieler historischer Tragwerksteile.

1.2 Aufbau

Zu Beginn werden die theoretischen Grundlagen von Gewölben im groben Überblick erklärt. Im darauffolgenden Kapitel 3 "Praxisorientierte Berechnungsmethoden" sollen aktuelle praxisorientierte Berechnungsmethoden vorgestellt und damit der Grundstein für die Nachberechnung gelegt werden. Im nächsten Kapitel wird dann anhand eines Gewölbetragerwerkes die realitätsnahe Berechnung vorgestellt und es werden mögliche Sanierungsvarianten detailliert geschildert.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird ein Überblick über theoretische Grundlagen des Mauerwerksbaues, sowie des Gewölbebaues und der Gewölbestatik gegeben.

Für detaillierte Angaben wird hier auf die Grundlagenliteratur (zum Beispiel auf die Bücher: "Altbaukonstruktionen" [30], "Statische Beurteilung historischer Tragwerke" [23] und "Die Steinkonstruktionen" [63]) verwiesen.

2.1 Definition

Wie es bereits Franz Stade in seiner Erstfassung aus dem Jahr 1907 schrieb, lautet eine mögliche Definition eines Gewölbes wie folgt:

„Unter einem Gewölbe versteht man eine nach oben gebogene, freischwebende Steindecke, die zur Überdeckung eines Raumes dient, bei welcher das Steinmaterial nur auf Druckfestigkeit beansprucht wird“ [63, Seite 181].

Das Tragverhalten ist dabei offensichtlich anhand des direkten Abtrages der einwirkenden Lasten in Form von meist hohen Druckkräften im Auflagerbereich zu erklären. Bei Betrachtung des baustatischen Modells eines Bogentragwerkes ist zu erkennen, dass Horizontalkräfte auftreten, die vom Widerlager aufgenommen werden müssen (Horizontalschub, Gewölbeschub).

2.2 Benennung der Gewölbebestandteile

In Abbildung 2.1 wird die Benennung am Beispiel eines geraden Tonnengewölbes durchgeführt.

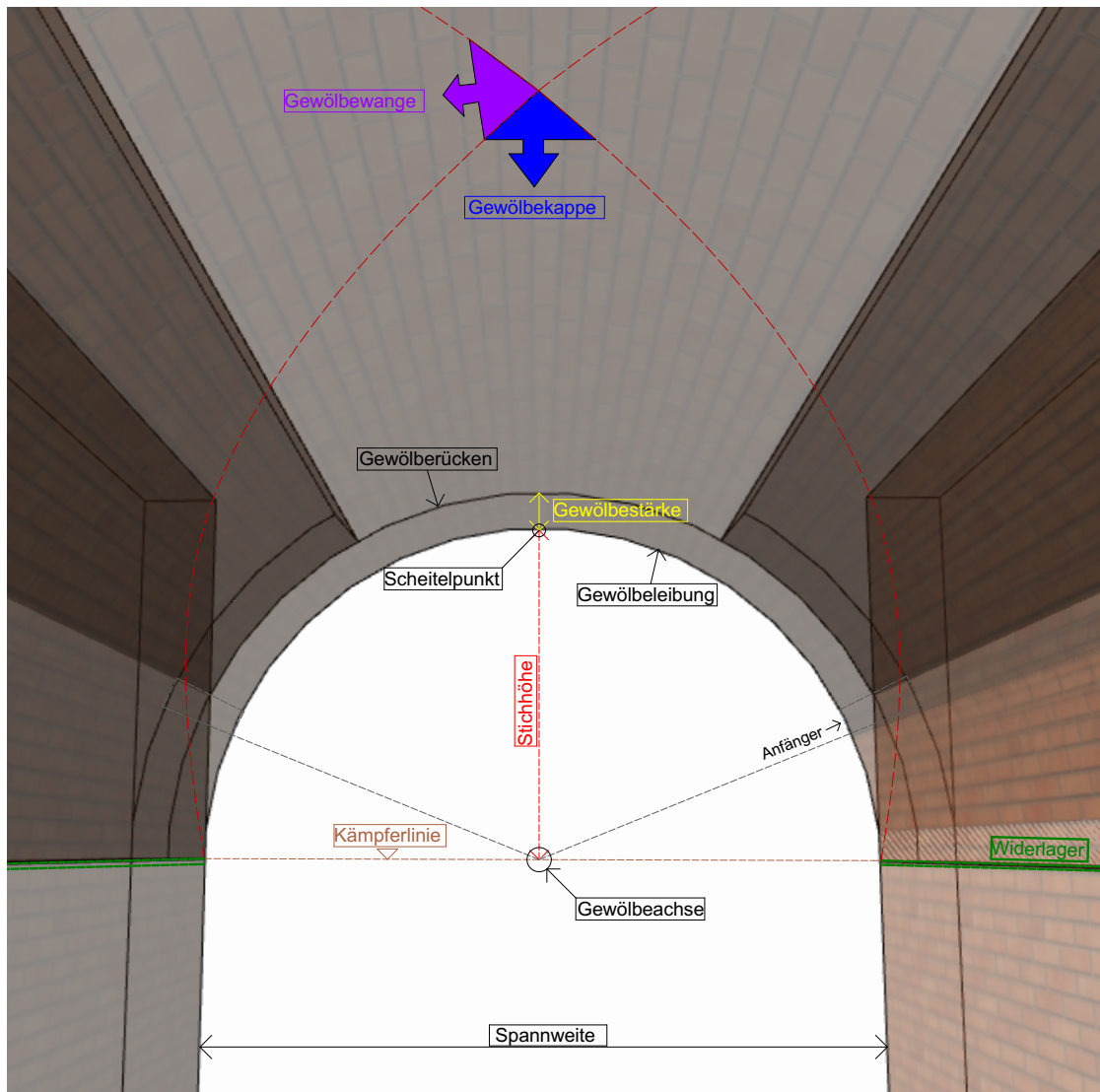


Abbildung 2.1: Benennung der Gewölbebestandteile nach [63],[10]

Dabei werden die gängigsten Fachbezeichnungen verwendet [63],[10]:

- Kämpferlinie: Verbindungslinie der beiden Widerlager
- Gewölbeleibung: Innenoberfläche des Gewölbes

- Gewölberücken: Oberseite des Gewölbes
- Gewölbewange: Gewölbeteil durch Gratbögen begrenzt in Haupttragrichtung
- Gewölbekappe: Gewölbeteil durch Gratbögen begrenzt in Gewölbelängsrichtung

2.3 Einteilung der Gewölbe

Die Einteilung der Gewölbe kann in Bezug auf mehrere spezifische Eigenschaften eines gemauerten Gewölbetragerwerkes getroffen werden.

Diese sind:

- das verwendete Material
- die Widerlageranordnung
- die Form und die Gestaltung

des jeweiligen Gewölbes.

2.3.1 Einteilung nach dem verwendeten Material

Hier sind im Laufe der historischen Entwicklung je nach Verfügbarkeit der Materialien und deren Verarbeitbarkeit unterschiedlichste Bausteine eingesetzt worden. Eine mögliche Aufteilung kann daher folgendermaßen getroffen werden:

a) Ziegelgewölbe

Charakteristisch für diesen Gewölbetyp ist ein Mauerwerksverband der einzelnen Ziegelsteine über die Querschnittshöhe [23].

Die Ziegelsteine sind durch Mörtel miteinander kraftschlüssig verbunden. Es handelt sich dabei um quaderförmige Ziegelbausteine, die durch die entsprechende Neigung mit schlankeren oder dickeren Mörtelfugen miteinander vermauert werden (siehe Abbildung 2.2). Die einzelnen Ziegel sind demnach vorgefertigt und es ist keinerlei Anpassung der Bausteinform an die verbaute Krümmung notwendig.

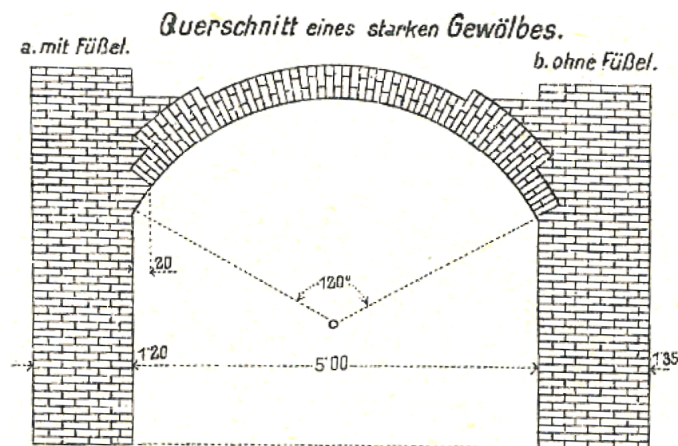


Abbildung 2.2: Querschnitt eines starken Ziegelgewölbes aus [65]

b) Werksteingewölbe

Hier werden die verwendeten Gewölbesteine passgenau behauen. Wenn überhaupt treten nur sehr schlanke Mörtelfugen auf. Die geplante Krümmung muss bei den Gewölbedecken in meist zwei Richtungen berücksichtigt werden, so dass eine Vielzahl passgenauer Formteile zu fertigen ist (vergleiche dazu Abbildung 2.3). Ein Verband über die Querschnittshöhe ist dabei nicht gegeben [23].



Abbildung 2.3: Untersicht eines Werksteingewölbes aus [63]

c) Bruchsteingewölbe

Es entstehen bei der Vermauerung von steinernen Bruchstücken mit Mörtel meist relativ große Fugen. Die Schwierigkeit besteht dabei, dass die Bruchfiguren der verwendeten Steine so gut als möglich zusammenpassen, damit eine gewisse Verzahnung erreicht wird. Dabei sollen nicht zu dicke Mörtelfugen entstehen (siehe dazu Abbildung 2.4).



Abbildung 2.4: Querschnitt eines Bruchsteingewölbes

Es sind auch kombinierte Bauweisen möglich, bei denen zum Beispiel Gewölbe aus Werksteinrippen und Flächenmauerwerk aus Ziegelsteinen kombiniert wurden [23].

2.3.2 Einteilung nach der Art des Lastabtrages

Eine weitere Möglichkeit Gewölbe einzuteilen liegt in der Betrachtung der Bauteile die für den Lastabtrag (Gewölbeschub) verantwortlich sind [63].

Dabei wird prinzipiell unterschieden zwischen der:

- a) geschlossenen Gewölbebauweise
Es können alle umgrenzenden Mauern zur Aufnahme des Gewölbeschubes herangezogen werden.
- b) halboffenen Gewölbebauweise
Der Gewölbeschub kann nur in eine Richtung (von zwei gegenüberliegenden Mauern) übernommen werden.
- c) offenen Gewölbebauweise
Der Gewölbeschub wird nur von Stützen abgetragen. Dabei stützen sich hauptsächlich aneinandergereihte Felder gegenseitig, wodurch es nur am Anfangs- und Endfeld zu Problemen mit der Aufnahme der großen Horizontalkräfte kommt.

2.3.3 Einteilung nach der Form

Anhand der jeweiligen Formgebung ihrer Untersicht lassen sich Gewölbe sehr weitreichend unterteilen. Die wichtigsten Vertreter der Gewölbeformen sind:

a) Tonnengewölbe

Auf zwei parallelen, gegenüberliegenden Widerlagern wird eine Gewölbeform (erzeugende Kurve zum Beispiel Halbkreis oder Ellipse) aufgesetzt, sodass bei einer Translation ein halbiertes Zylinder entsteht. Damit ist die Form eines geraden Tonnengewölbes vollständig definiert.

Sind nun die Widerlager im Grundriss versetzt zueinander (im Grundriss wird demnach nicht die Form eines Rechteckes, sondern eines Parallelogrammes dargelegt), ergibt sich ein schiefes Tonnengewölbe. Wird eine Gewölbeform mit einem kreisförmigen Grundriss konstruiert, so wird von einem Ringgewölbe gesprochen. Siehe dazu Abbildung 2.5.

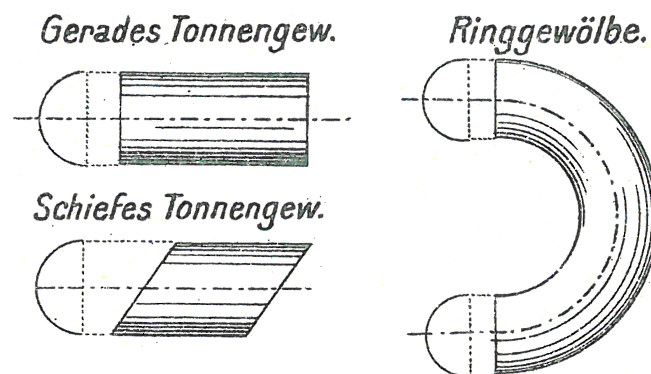


Abbildung 2.5: Formen von Tonnengewölben aus [65]

Ist die Gewölbeform mit geringerer aber nach wie vor konstanter Krümmung (Kreisbogen) ausgeführt, fällt der Mittelpunkt dieses erzeugenden Kreissegmentes deutlich unter die Kämpferlinie. In diesem Fall wird von einem Kappengewölbes gesprochen. In Wien wird dazu Wiener - „Platzl“- Gewölbedecke gesagt, die in den typischen Wiener Gründerzeithäusern als Decke über Keller bzw. desöfteren auch als Decke über Erdgeschoss erbaut wurde (siehe Abbildung 2.6). Dieses Deckensystem beschreibt in Österreich das klassische Beispiel für eine alte Bauweise einer Einwölbung zwischen Walzeisensträgern (vergleichbar ist dieser Gewölbetyp mit dem preussischen Kappengewölbe)

[65].

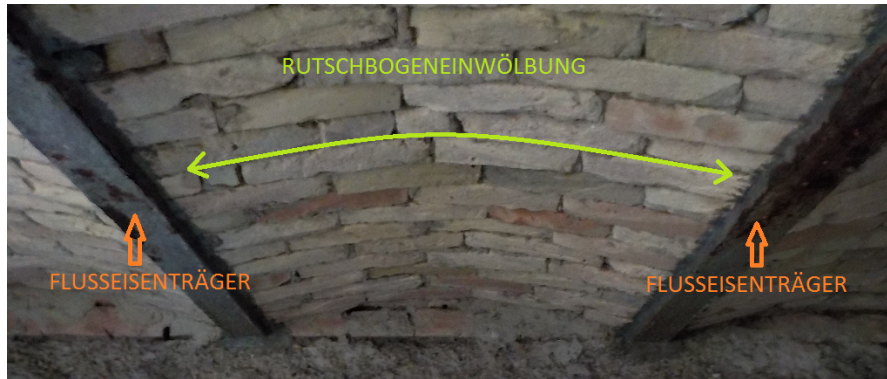


Abbildung 2.6: Wiener Platzlgewölbe

Charakteristisch für Kappengewölbe sind die geringen Stichhöhen, die sich im Bereich $\frac{1}{12}$ bis ein $\frac{1}{7}$ der Spannweite bewegen. Die Scheitelstärke (Dicke des Querschnittes am höchsten Punkt des Gewölbes) beträgt cirka $\frac{1}{30}$ der Spannweite [63].

Die Gestalt des Muldengewölbes baut auf jener des geraden Tonnengewölbes auf. Der wesentliche Unterschied besteht in der Gewölbekappe, die beim Muldengewölbe an beiden Stirnseiten durch Klostergewölbewangen ersetzt ist [63]. Siehe dazu Abbildung 2.7. Der Scheitel wird dabei von einer Linie gebildet.

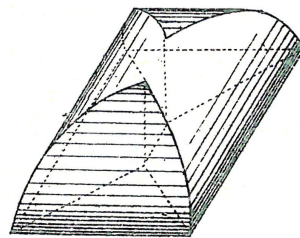


Abbildung 2.7: Darstellung eines Muldengewölbes aus [65]

Das Spiegelgewölbe ist ein weiterer Vertreter des Tonnengewölbes. Die Ausgangsform wird dabei aus dem Muldengewölbe übernommen (gezeigt in Abbildung 2.8), weiters wird dabei der komplette Scheitelbereich durch ein ebenes Plateau (Spiegel) abgekappt.

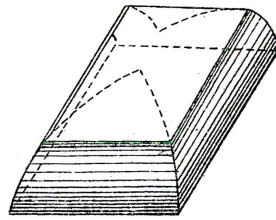


Abbildung 2.8: Darstellung eines Spiegelgewölbes aus [65]

b) Kreuz- und Kreuzrippengewölbe

Das Kreuzgewölbe wird entgegengesetzt zum bisher erklärten Muldengewölbe entwickelt. Es werden die beiden Wangen durch Kappen ersetzt. Es liegt demnach ein Gewölbe mit vier offenen Stirnseiten (Kappen) vor. Diese einzelnen Kappen begrenzen einander über die Grate. Zur besseren Verdeutlichung wird die Entwicklung eines Tonnengewölbes zu einem einfachen Kreuzgewölbe in Abbildung 2.9 dargestellt.

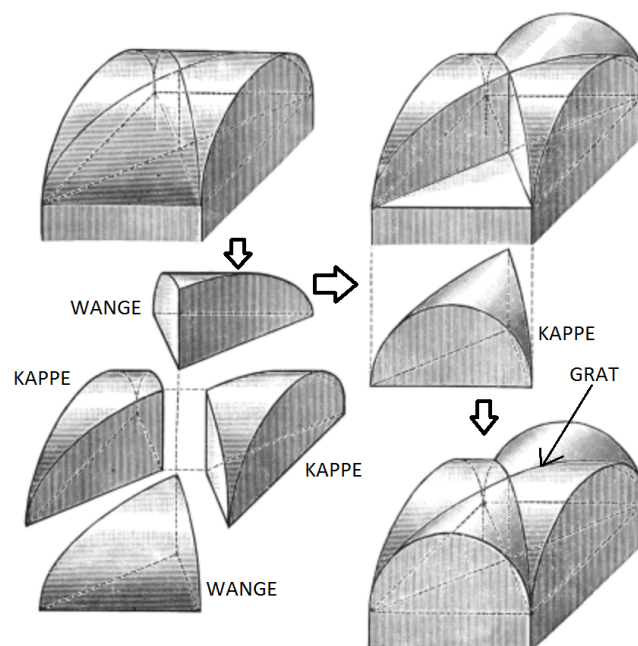


Abbildung 2.9: Entwicklung vom Tonnengewölbe zum Kreuzgewölbe aus [63]

Das Kreuzrippengewölbe ist als Erweiterung des Kreuzgewölbes zu sehen. Letzteres kann durch Profilierung der Gratlinien zu Gratrippen (Verzierung der Gratlinien mit hervorstehenden Werksteinen) und auch der Gurte (Stirnlinie

der Gewölbekappe) zu Gurtrippen (Verzierung der Gurte mit hervorstehenden Werksteinen) zum Kreuzrippengewölbe aufgewertet werden. Sehr weit verbreitet sind diese Bauformen in romanischen und gotischen Bauwerken [63].

Die Anordnung der Gratformen in der Gewölbeleibung legt dabei auch die Art des Gewölbes fest. So wird prinzipiell unterschieden zwischen [63]:

- Kreuzrippengewölben (Anordnung der Gratrippensteine in den Hauptdiagonalen und den Kappenlinien; siehe Abbildung 2.10)

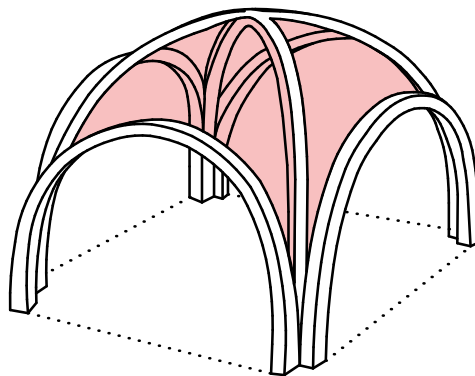


Abbildung 2.10: Kreuzrippengewölbe nach [67]

- Sterngewölben (Gratrippen in Projektion in Sternmuster unterteilt, Hauptdiagonale meist noch ersichtlich; siehe Abbildung 2.11)



Abbildung 2.11: Sterngewölbe aus [23]

- Netzgewölben (Gratrippen haben Netzform im projizierten Grundriss, Hauptdiagonalteilung meist durch andere viele Netzunterteilungen nicht oder nur teilweise profiliert; siehe Abbildung 2.12).

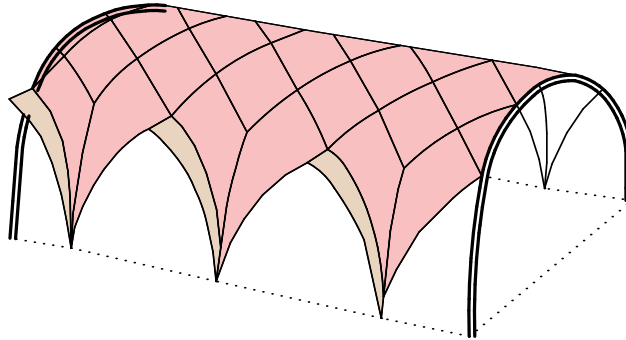


Abbildung 2.12: Netzgewölbe nach [67]

Eine andere Variante eines erweiterten Kreuzgewölbes entsteht durch die Aufwölbung (Busen) der Kappenteilflächen (siehe Abbildung 2.13) [23].



Abbildung 2.13: Erweitertes Kreuzgewölbe mit Aufwölbung der Kappenteilflächen aus [23]

c) Klostergewölbe

Das Klostergewölbe stellt das exakte Gegenstück des Kreuzgewölbes dar. Hier sind nur Wangen anstatt der Kappen vorhanden, die im Scheitelpunkt zu einer gemeinsamen Höhe zusammengeführt sind (siehe Abbildung 2.14).

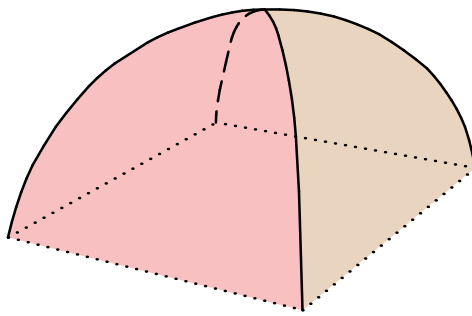


Abbildung 2.14: Klostergewölbe nach [67]

Eine Sonderform der vorliegenden Gewölbeform ist das Kuppelgewölbe. Dieses ist im Grundriss stets als Kreisring abgebildet und beschreibt die Form eines Rotationskörpers (Halbkugel, geteiltes Paraboloid oder geteiltes Ellipsoid) [63]. Diese Bauform verleiht vielen Kirchen und Domen ein Prunkstück. Das ist so zu verstehen, dass sich Kuppeln deutlich gegenüber der sonst vorhandenen Gewölbedecken durch höhere Positionierung in Szene setzen. Als Beispiel dazu kann der Petersdom (siehe Abbildung 2.18) genannt werden.

d) Kugelgewölbe

Nach [63] beträgt die Stichhöhe eines Kugelgewölbes zumindest die Hälfte der Diagonale bezogen auf den Grundriss (quadratisch) der überspannten Fläche. Durch die Seitenkanten des eingegrenzenden Quadrates ergeben sich vertikale Schnittebenen, die die übrigen Teile der Halbkugelform abschneiden (siehe Abbildung 2.15).

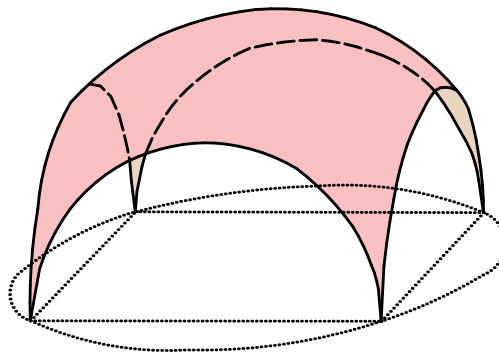


Abbildung 2.15: Kugelgewölbe nach [63]

Wie Abbildung 2.16 zeigt, ist ein bekannter Vertreter der Kugelgewölbe das böhmische Platzlgewölbe. Dabei ist der Grundriss in der einfachsten Form ebenfalls quadratisch.

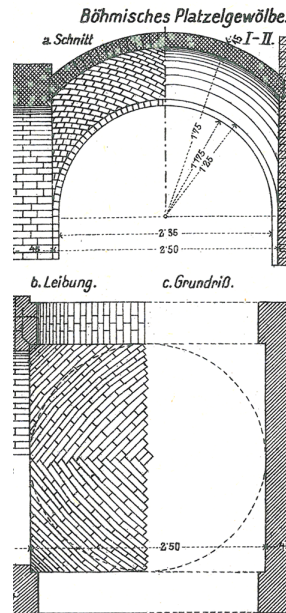


Abbildung 2.16: Grund- und Aufriss eines böhmischen Platzlgewölbes aus [65]

Das ellipsoidische Gewölbe kann sehr leicht anhand des rechteckigen Grundrisses und der daraus resultierenden Ellipsoidform erkannt werden. Bezogen auf den längeren Scheitel der Ellipse ergeben sich dabei große, deutlich ungünstigere Radien (siehe dazu Abbildung 2.17).

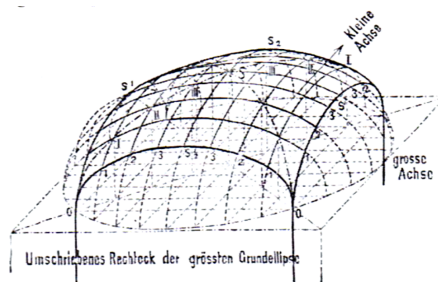


Abbildung 2.17: Ellipsoidisches Gewölbe aus [63]

Weitere Vertreter von Kugelgewölben sind die böhmischen Kappengewölbe, die sich durch sehr niedrige Stichhöhen auszeichnen.

2.4 Geschichtliche Entwicklung

Die geschichtliche Entwicklung von gemauerten Gewölbekonstruktionen wurde stets von der Verfügbarkeit der zum Bau benötigten Materialien geprägt. In den verschiedenen Gebieten der Welt entwickelten sich je nach Gesteinsart unterschiedliche Mauerwerkszusammensetzungen. Sicherheitsbetrachtungen wurden erst bei offensichtlich angekündigtem Verlust der Standsicherheit (große Risse) oder nach Einsturz einiger Bauten durchgeführt.

Ein Meilenstein in der geschichtlichen Entwicklung ist der Neubau des Petersdoms (siehe dazu Abbildung 2.18) und seine baustatische Beurteilung in Bezug auf das Prunkstück, das Kuppelgewölbe. Als weiterführende Literatur werden [25], [35] und [6] genannt.



Abbildung 2.18: Kuppelgewölbe Petersdom

Ein detaillierter Überblick über die geschichtliche Entwicklung von Gewölbekonstruktionen ist in: "Geschichte der Baustatik" von Kurrer [35] und "An Introduction to the History of Structural Mechanics" von Benvenuto [6] zu finden.

2.4.1 Mauerwerk aus Stein

Bereits 3000 Jahre vor Christi galt Naturstein als ideales Baumaterial. Im Laufe der Zeit haben sich sehr viele unterschiedliche Mauerwerkszusammensetzungen entwickelt.

Erste Kraggewölbe (Vorläufer des eigentlichen Gewölbes - Steinreihen in Höhenrichtung zum Scheitelpunkt nach innen versetzt) wurden erstmals im siebten Jahrhundert vor Christus von den Etruskern errichtet. Hier blieb die Verwendung von Verbundbaustoffen aus. Die Lasten wurden nur durch die Verzahnung der einzelnen Steine abgetragen [38].

Vor allem in der Renaissance wurde die Kunst des Gewölbe- und Kuppelbaus revolutioniert. Durch Holzanker und Stahlstangen, die als Zuganker dienten, wurde der Bau von mächtigen Kuppeln (wie am Petersdom in Rom, siehe Abbildung 2.18) ermöglicht.

Nach den prachtvollen Formen der Barockzeit (1575 bis 1770) wurde das teure Steinmauerwerk größtenteils durch Ziegelmauerwerk abgelöst.

Im Klassizismus (1770 und 1840) gab es erneut einen Rückgang auf die antike Baukunst. Die Werksteinmauer erlebte neuerlich einen Höhepunkt [39], [68].

Für detaillierte geschichtlich zugeordnete Konstruktionsweisen wird auf das Handbuch Mauerwerk [39] verwiesen.

2.4.2 Mauerwerk aus Ziegel und Mörtel

Bereits vor 5000 Jahren begann die Herstellung der Ziegelbausteine mit dem Lufttrocknen von Tonerde. Diese wurde in eine Form satt eingebracht und danach an der Luft getrocknet oder in späteren Jahren im Ofen gebrannt.

Schließlich gelang es den Römern mithilfe deren ausgezeichnete Gewölbetechnik den Anwendungsbereich von Ziegel weitreichend auszuweiten und durch geschickte Vermauerung der Ziegel mit Mörtel immer größere Weiten zu überspannen [39]. In der frühen Neuzeit entwickelten sich in Mitteleuropa die heute gängigen Mauerwerksverbände mit Vollziegel. Diese sind zum Beispiel in [68] sehr übersichtlich dargestellt.

Im 19. Jahrhundert, in Österreich bekannt als Gründerzeit (circa 1840 bis 1918, vergleiche [1]), gab es einschneidende Fortschritte in der Mauerwerkstechnik. Durch die industriell gefertigten Ziegel, Zement, Eisenträger und Beton erhält die Tragfähigkeit der Bauwerke ein völlig neues Ausmaß. Das bekannte alte österreichische Ziegelformat beträgt L x B x H: 29 x 14 x 6.5 cm. Zum Vermauern der Ziegelsteine kam in den Gründerzeitbauten vorwiegend Kalkmörtel zum Einsatz [39], [68].

Neugotische Gewölbe (circa 1830 bis 1900) wurden, bedingt durch hohe Transportkosten bei der Materialzulieferung, teilweise sehr schlank und auch mit geringer Materialdichte ausgeführt. Ein Vergleich von Gewölbeträgwerken aus der mittelalterlichen Gotik und der Neugotik zeigt, dass teilweise mehr als 70 % an Gewicht bei den Konstruktionseigenlasten eingespart wurde [55].

2.5 Aufbau und Errichtung eines Ziegelgewölbes

Sobald die notwendigen Stützbauwerke (Mauern, Pfeiler oder anschließende Gewölbe) für die Gewölbekonstruktion errichtet sind, ist die Tragfähigkeit der Widerlager zu beurteilen. Danach richtet sich nämlich, ob eine zusätzliche Verankerung für die Aufnahme des entstehenden Horizontalschubes benötigt wird [63]. Für den vertikalen Lastabtrag sind bis zum Zeitpunkt der Erhärtung des Mörtels Hilfskonstruktionen, zum Beispiel so genannte tragende Gerüste temporär zu errichten. Deren Konstruktionsweisen unterscheiden sich wesentlich je nach Spannweite, Ziegelformat und Form des herzustellenden Gewölbes.

2.5.1 Aufbau in Abhängigkeit der Spannweite

Bis zu einer Spannweite von drei Metern ist es ausreichend für die Hilfskonstruktion an das Gewölbeprofil angepasste Bretter übereinander anzuordnen und gemeinsam mit vertikalen oder leicht schräg positionierten Leisten zu verbinden. Es wird dabei von so genannten Wölbscheiben gesprochen [63], [65], [57]. Diese sind in Abbildung 2.19 ersichtlich.

Eingerüstung mit vollen Lehrbögen.

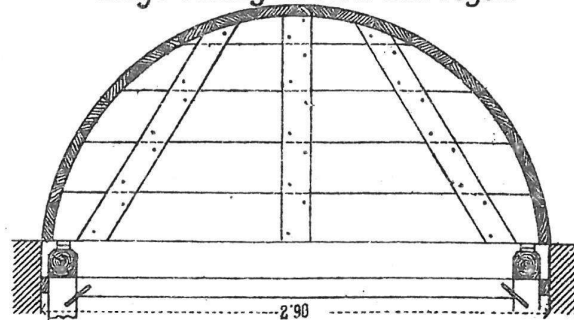


Abbildung 2.19: Konstruktion einer Wölbscheibe aus [65]

In [63] sind weitere Konstruktionsmöglichkeiten für die Auflagersituationen im Bauzustand beschrieben. Müssen größere Spannweiten überbrückt werden, stellen Lehrbögen eine gute Möglichkeit für die Formgebung dar. Lehrbögen sind meist aus mehreren übereinander genagelten Brettern oder aus vorgefertigten Holzplatten in Linsenform (zur leichteren Anpassung an die unterschiedlichsten Krümmungen) zusammengesetzt [63]. Die Unterkonstruktion wird aus fachwerkartigen Gespärren mit einem durchlaufenden Untergurt aus Zangen gebaut. Diese Konstruktionsvarianten sind zum Beispiel in [57] sehr übersichtlich dargestellt. Siehe dazu auch Abbildung 2.20. Es wird darauf hingewiesen, dass jedenfalls auf eine ausreichende Aussteifung in Längsrichtung mit zusätzlichen Diagonalen zu achten ist.

Eingerüstung von Gewölben großer Spannweiten

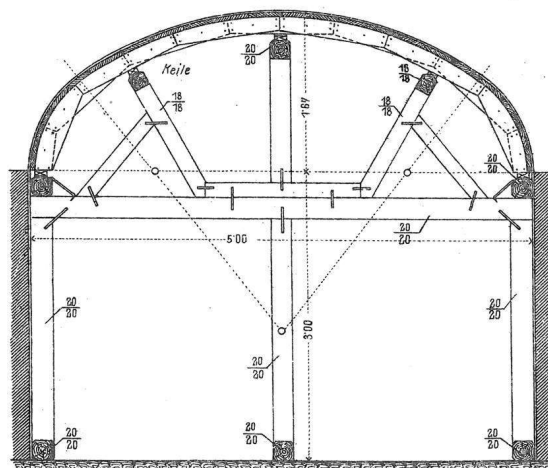


Abbildung 2.20: Konstruktion eines Lehrgerüsts aus [65]

Eine weitere Möglichkeit stellt die freihändige Wölbung dar. Hier wird die Scherfestigkeit der Mörtelfuge kurz nach der Vermauerung ausgenutzt. Die Neigungen der Fugen sind dabei begrenzt und die Herstellung erfordert besonderes handwerkliches Geschick [23].

Der Abtrag der horizontalen Auflagerreaktion (Gewölbeschub) ist von besonderer Bedeutung. Bei vielen Gewölben sind zusätzliche Zugelemente (früher aus Eisen, Flusseisen oder Schweißeisen) meist in Randfeldern verbaut. Die Anordnung (siehe Abbildung 2.21), Dimensionierung und Anzahl wurde einst über Erfahrungswerte oder Tabellengrundlagen durchgeführt [30].

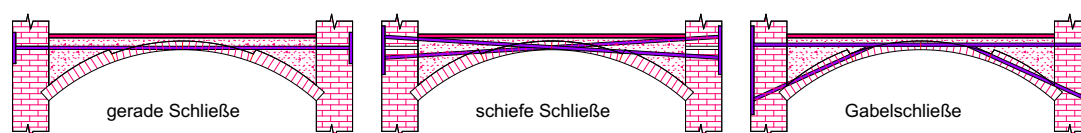


Abbildung 2.21: Arten der Anordnung von Gewölbeschließen nach [30]

2.5.2 Aufbau in Abhängigkeit vom Ziegel

Es wird im Wesentlichen durch die Ziegelgröße, den Verband der einzelnen Blöcke zueinander und deren Wölbung im Querschnitt festgelegt, ob in Längsrichtung eine vollflächige Schalung hergestellt werden muss oder ob es ausreichend ist, die Lehrbögen in engerem Achsabstand anstatt der vollflächigen Schalung zu positionieren. Für detaillierte Konstruktionsskizzen wird auf [65] und auch [63] verwiesen. Abbildung 2.22 zeigt die wesentlichen drei Arten der Ziegelsteinanordnungen.

- Kufverband: Dabei ist eine vollflächige Schalung anzuordnen. Die Tragwirkung der Bögen in Hauptspannrichtung bildet der Kraftübertrag von Ziegel zu Lagerfuge zu Ziegel. Siehe dazu Abbildung 2.22 linke Grafik.
- Schwalbenschwanzverband: Hier sind Wölbscheiben ausreichend. Grund dafür ist die Verspannung der gemauerten Ziegelbögen durch die Diagonaltragwirkung. Die Tragwirkung der Einzelbögen in Diagonalrichtung wird über Ziegel zu Fuge zwischen Ziegelköpfen zu Ziegel hergestellt. Siehe dazu Abbildung 2.22 mittlere Grafik.

- Rutschbogeneinwölbung: Es werden Wölbscheiben mit einem kurzen vollflächigen Schalungsteil je nach Baufortschritt und Austrocknung des Mörtels in Baurichtung weiter geschoben. Die Tragwirkung der Einzelbögen in Hauptspannungsrichtung wird dabei über Ziegel zu Fuge zwischen Ziegelköpfen zu Ziegel gewährleistet. Siehe dazu Abbildung 2.22 rechte Grafik.

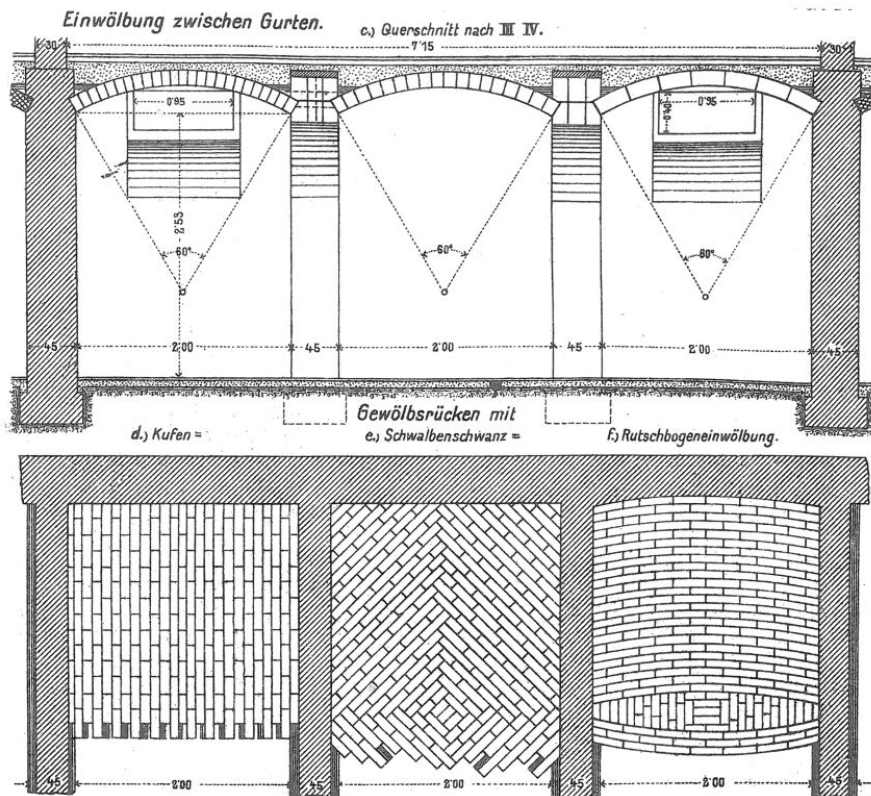


Abbildung 2.22: Varianten von Ziegelverbänden aus [65]

2.6 Materialkennwerte und Versagensgrenzen

2.6.1 Ziegel

Die Festigkeiten der Ziegel variieren je nach Art der Herstellung grundlegend. So weisen per Hand hergestellte Ziegel meist geringere Festigkeiten (bezogen auf Druckfestigkeit und Spaltzugfestigkeit) und E - Moduli auf als maschinell hergestellte Ziegel. Weiters unterscheiden sich die Festigkeiten handgestrichener oder historischer Mauerwerksziegel nicht maßgeblich durch deren Richtung der Beanspruchung [68].

Dies ist so zu erklären, dass andere Einflüsse, die durch die Inhomogenität in der Produktion hervorgerufen werden maßgebend sind, bevor die Belastungsrichtung von wesentlicher Bedeutung ist [34].

In Tabelle 2.1 sind typische gemittelte Kennwerte aus unterschiedlichen Quellen von gründerzeitlichen Mauerziegeln angeführt.

Quelle	Druckfestigkeit [MPa]	Zugfestigkeit [MPa]	E-Modul [MPa]	Rohdichte [g/cm ³]
Furtmüller und Adam, [15]	29.5	2.1	12055	1510
Pech, [52]	22.5	–	–	–
Zimmermann und Strauss, [70]	19.3	–	13489	1467
Kolbitsch,[30] (Angaben zur Bauzeit)	14 - 25	2.0	–	–

Tabelle 2.1: mittlere Kennwerte von Mauerziegeln aus der Gründerzeit

Bei modernen maschinell gefertigten NF-Ziegel ist die Festigkeitsabnahme in Bezug auf die Belastungsrichtung deutlich nachzuweisen. Das nicht zuletzt aufgrund der deutlich homogenen Materialzusammensetzung. Bei circa 45° ist der kritische Winkel festgesetzt, bei dem nur mit circa $\frac{3}{4}$ der ursprünglich bekannten Materialfestigkeiten zu rechnen ist [34].

2.6.2 Mörtel

Bei der Untersuchung von unterschiedlichen Festigkeiten von Mörtel ist besonderes Augenmerk auf die Rezeptur zu legen. Hier sind zum Beispiel für die Beurteilung von Druckfestigkeiten von Mörtel im ausgehärteten Zustand die Bestandteile von Bindemittel, deren Mischungsverhältnisse (ausgehärtetes Bindemittel zu Zuschlag) und die Porositäten ausschlaggebend. Zahlreiche Materialprüfungen zeigen, dass die Druckfestigkeit durch den Anteil an hydraulischen Bindemitteln im Mörtel maßgebend beeinflusst wird [68]. Demnach können reine Kalkmörtel, die zumeist in Gründerzeithäusern zur Anwendung kamen, bei weitem nicht derartige Druckfestigkeiten erreichen, wie zum Beispiel durch gezielte Zugabe von (hydraulisch wirksamen)

Zementanteilen, möglich ist. Um einen groben Zahlenwert zu nennen, bewegen sich die Druckfestigkeiten für in der Gründerzeit hergestellte Luftkalkmörtel (Verwendung nur an trockener Luft möglich, erhärten nicht unter Wasser [30]) zwischen 0.1 bis 2.0 MPa [30],[68]. Zur Bauzeit wurden für diese Mörtelart nach Erhärtung Druckfestigkeiten von 4 bis 5 MPa gemessen [30]. Bedingt durch diesen Festigkeitsverlust ist die Dauerhaftigkeit begrenzt.

2.6.3 Mauerwerk

Die Festigkeit von Mauerwerk ist durch die Komponentenfestigkeit von Ziegel und Mörtel beeinflusst. Für Ermittlung der Versagensgrenzen des Mauerwerks ist es daher notwendig resultierende Spannungsverläufe aus den einzelnen unterschiedlichen Werkstoffen unter Betrachtung des Gleichgewichtszustandes zu analysieren.

a) Mauerwerk unter Druckbeanspruchung

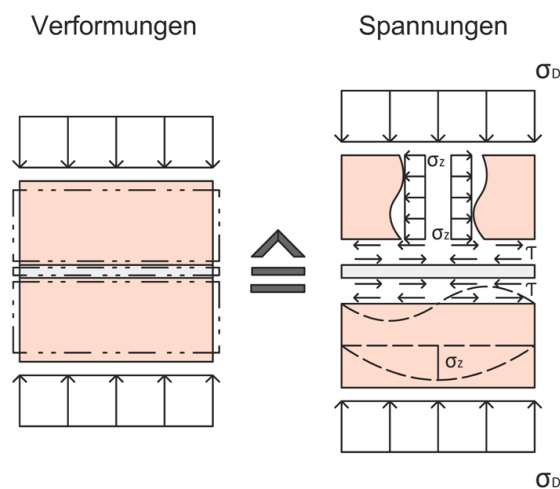


Abbildung 2.23: Mauerwerk unter Druckbeanspruchung nach [68]

Bei flachen Gewölbekonstruktionen sind im Normalfall (je nach deren Stützlinienform) die auftretenden Druckbeanspruchungen maßgebend. Folglich betrifft das Versagen unter anderem die Druckfestigkeit vom Mauerwerk. Bei zentrischer Normalkraftbeanspruchung des Mauerwerkes, nahe der Grenzdruckspannung von Mörtel, herrscht durch die behinderte Querdehnung infolge der

Ziegelsteine eine zusätzliche Druckbeanspruchung quer zur Belastungsrichtung vor. Aus dem Gleichgewicht dieser resultierenden Schubspannungen wird nach Abbildung 2.23 sofort ersichtlich, dass Ziegelsteine in Hauptrichtung auf Druck und quer dazu auf Zug beansprucht werden [68].

Schließlich ergeben sich zwei mögliche Versagensformen: Entweder der Ziegel beginnt durch Überschreitung der quer auftretenden Zugspannungen zu reißen oder die Druckfestigkeit des Mörtels wird überschritten. Siehe dazu Versagensdiagramm aus Druckversuch nach [21]:

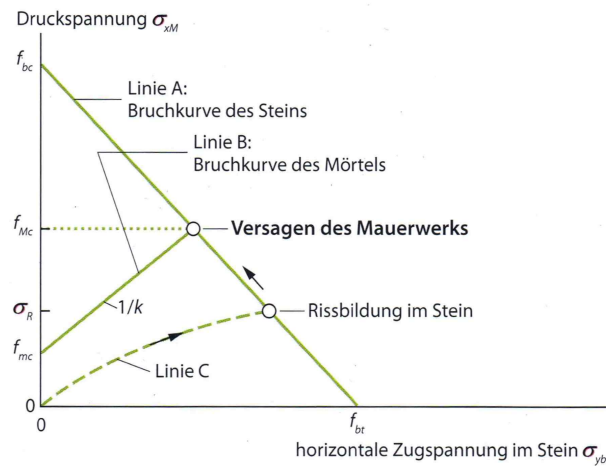


Abbildung 2.24: Versagensdiagramm Druckversuch aus [68]

Die Druckfestigkeit eines Mauerwerks mit Beanspruchung normal zur Lagerfuge kann nach Eurocode 6 (Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten) folgendermaßen berechnet werden, (sofern keine projektspezifische Prüfung durch Versuche vorgenommen wird) [48]:

$$f_k = K \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta \quad (2.1)$$

- f_k ... charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk in N/mm^2
- K ... Beiwert nach Mauerwerksgruppe
- f_b ... normierte Druckfestigkeit eines Mauersteins in N/mm^2
- f_m ... Druckfestigkeit des Mauermörtels in N/mm^2
- α ... Exponent für f_b nach Mauerwerksgruppe
- β ... Exponent für f_m nach Mauerwerksgruppe

Anzumerken ist, dass es sich bei obiger Formel (2.1) um einen empirischen Rechenansatz handelt. Für den Beiwert K und die Exponenten α und β wird auf das nationale Anwendungsdokument des Eurocode 6 Mauerwerk für Österreich, der ÖNORM B 1996-1-1 [49] verwiesen.

Das bereits zuvor angesprochene theoretische Bruchmodell für Mauerwerk unter Druckbeanspruchung sagt aus, dass die Steinzugfestigkeit maßgebend für den Bruch von Mauerwerk ist. Anzumerken ist, dass die folgende Formel (2.2) (Hilsdorf-Formel aus [21]) jene Druckfestigkeit angibt, bei der der Bruchprozess beginnt. Dies kann als Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit interpretiert werden [26]. In dieser Formel wird im Gegensatz zu dem Bruchmodell nach Eurocode die aufnehmbare Ziegelzugfestigkeit mitberücksichtigt, die Druckfestigkeit des Mauermörtels findet keine direkte Anwendung.

$$\beta_{MW} = \beta_{t,Stein} \frac{1}{\frac{\beta_{t,Stein}}{\beta_{c,Stein}} - \frac{\nu_{Stein} - \mu \nu_{Mörtel}}{(1 - \nu_{Stein}) + \frac{\mu}{\alpha'} (1 - \nu_{Mörtel})}} \quad (2.2)$$

β_{MW}	...	Mauerwerksdruckfestigkeit in N/mm^2
$\beta_{t,Stein}$...	Mauersteinzugfestigkeit in N/mm^2
$\beta_{c,Stein}$...	Mauersteindruckfestigkeit in N/mm^2
ν_{Stein}	...	Querdehnzahl des Mauersteins
μ	...	Verhältnis E-Modul Mauerstein zu E-Modul Mörtel
$\nu_{Mörtel}$...	Querdehnzahl des Mörtels
α'	...	fester Wert der beiden Anteile zweier Steine, die an der Beeinflussung der Querdehnung des dazwischenliegenden Mörtels mitwirken (sollte nach [23] mit 0.5 angesetzt werden)

Durch den umseitigen dreiaxialen Druckspannungszustand, der im Mörtel herrscht, ist das Plastifizieren des Mörtels dadurch möglich, dass der Mörtel durch Reibkräfte in der Fuge gehalten wird. Bei der Berechnung kann dies berücksichtigt werden, indem die Querdehnzahlen von Mörtel und Stein nicht gleich einem Wert gleichgesetzt werden, sondern einzeln definiert werden (beispielsweise $\nu_{Mörtel} = 0.5$ und $\nu_{Stein} = 0.1$). Durch die Berücksichtigung dessen sind die mit dieser Formel berechneten Mauerwerksdruckfestigkeiten, sehr gut mit experimentell ermittelten Spannungen vergleichbar [23].

Der experimentelle Aufbau für die genormte Bestimmung von Druckfestigkeiten ist in Abbildung 2.25 links oben dargestellt. Es handelt sich dabei um einen genormten Prüfkörper. Siehe dazu auch [68] und [45].

b) Mauerwerk unter Biegebeanspruchung

Treten nun andere Schnittgrößen (wie zum Beispiel Biegemomente) auf, trägt die Verbundwirkung noch weitaus mehr zum frühzeitigen Versagen des Gewölbes bei. Es wird dabei unterschieden zwischen einer Biegemomentenbeanspruchung parallel oder senkrecht zu den Lagerfugen. Siehe dazu Abbildung 2.25 unten. Hier hat die Verlegerichtung des Mauerwerksverbandes einen wesentlichen Einfluss. Wird das nun anhand der Abbildung 2.22 verglichen, wird sehr schnell klar, dass bei den Kufverbänden eine senkrecht zu den Lagerfugen bezogene Biegemomentenbeanspruchung und bei den Rutschbögenverbänden eine parallel zu den Lagerfugen verlaufende Beanspruchung vorliegt. Unter Klaffung wird vereinfacht die Querschnittsöffnung verstanden. Weitere Überlegungen zu dieser Modellbildung werden nach Pauser [51] in Kapitel 3.3 "Methode 3: Stabwerksorientierte Traglastanalyse" erklärt. Für die normativen Regelungen, siehe Kapitel 2.8 "Normative Grundlagen".

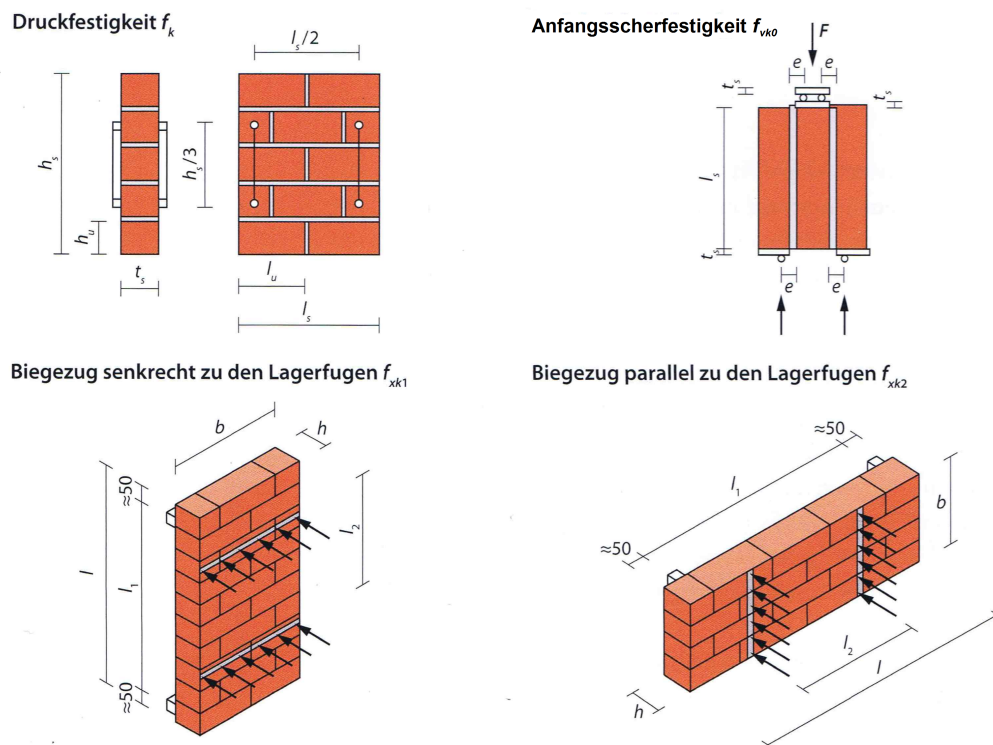


Abbildung 2.25: Versuchsaufbauten für die jeweiligen Versagen aus [68]

c) Mauerwerk unter Schubbeanspruchung

Die Versagenslast eines reinen Schubversuches wird durch die Haftscherfestigkeit (siehe dazu Abbildung 2.25 rechts oben, Scherbeanspruchung parallel zur

Mörtelfuge) des Mörtels multipliziert mit der zugehörigen Scherfläche festgelegt [17]. Herrscht nun eine einwirkende Druckspannung vor, kann der Schubwiderstand deutlich über den Reibungseinfluss erhöht werden. Es wird darunter die Scherfestigkeit von Mauerwerk verstanden [17]. Liegt umgekehrt eine Zugspannung vor, kommt es infolge der Überbeanspruchung des Mörtels zu einer klaffenden Fuge [68]. Im Falle eines wenig überdrückten Querschnittsabschnittes kann das soweit führen, dass ein Ziegelstein rein durch die Einwirkung seines Eigengewicht von der Gewölbeleibung abfällt (Haftzugfestigkeit überschritten).

Die Versagensformen bei kombinierter Beanspruchung (vertikale Druckbelastung und Horizontalkräfte) von Mauerwerk im Läuferverband (Ziegelbreite zu Ziegellänge steht im Verhältnis 1 : 2) werden durch die Theorie von Mann und Müller [42] beschrieben (Spannungszustand Einzelstein siehe Abbildung 2.26):

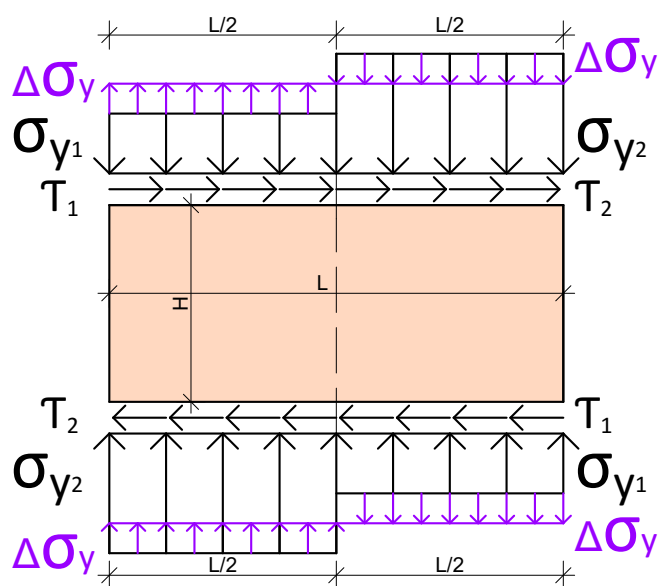


Abbildung 2.26: Resultierende Mauersteinspannung nach Versuchsmodell [42]

Es werden die folgenden Versagensarten unterschieden:

- Klaffen der Lagerfuge:

Durch geringe vertikale Druckbelastung wird die resultierende Normalbeanspruchung positiv. Dieser Spannungszustand führt bereits (ohne Berücksichtigung der Haftzugfestigkeit des Mörtels) zu einer Klaffung der Fugen. Wird nun der Beitrag der Haftzugfestigkeit mitberücksichtigt, tritt Schubversagen infolge klaffender Fugen wesentlich später ein [17]:

$$\tau \leq (f_{HZ} - \sigma_y) \cdot \frac{l_{st}}{2 \cdot h_{st}} \quad (2.3)$$

τ	...	Schubspannung in N/mm^2
f_{HZ}	...	Haftzugfestigkeit in N/mm^2
σ_y	...	Normalspannung in N/mm^2
l_{st}	...	Länge des Mauersteines in mm
h_{st}	...	Höhe des Mauersteines in mm

- Reibungsversagen:

Reibungsversagen tritt ein sobald der Reibungswiderstand der unter Abscheren beanspruchten Lagerfugen überschritten wird. Die aufnehmbare Schubspannung wird daher über das Reibungsgesetz festgelegt [17], [68]:

$$\tau \leq f_{vk0} - \mu \cdot \sigma_{y1} \quad (2.4)$$

f_{vk0}	...	Anfangsscherfestigkeit in N/mm^2
μ	...	Reibungsbeiwert
σ_{y1}	...	geringste Druckbeanspruchung im Stein in N/mm^2 (siehe Abbildung 2.26)

In Eurocode 6 [48] wird exakt nach diesem Ansatz die charakteristische Schubfestigkeit von Mauerwerk ermittelt:

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4 \cdot |\sigma_{y1}| \quad (2.5)$$

f_{vk}	...	charakteristische Schubfestigkeit in N/mm^2
μ	...	Reibungsbeiwert mit 0.4 festgelegt

- Mauersteinzugversagen:

Mauersteinzugversagen tritt ein, wenn infolge hoher Druckspannungen und Schubspannungen ein schiefer Hauptspannungszustand resultiert, welcher die zulässige Zugfestigkeit im Ziegel überschreitet [17], [68]:

$$\tau \leq \frac{f_{bt}}{2.3} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_y}{f_{bt}}} \quad (2.6)$$

f_{bt} ... Mauersteinzugfestigkeit in N/mm^2

- Druckversagen:

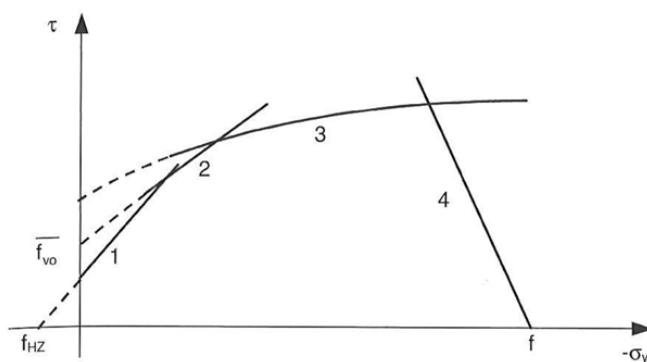
Mauerwerkdruckversagen wird durch die Überschreitung der Druckfestigkeit des Mauerwerks durch die maximal vorherrschende Druckspannung eingeleitet [68]:

$$\tau \leq (f_k + \sigma_{y2}) \cdot \frac{l_{st}}{2 \cdot h_{st}} \quad (2.7)$$

f_k ... Mauerwerksdruckfestigkeit in N/mm^2

σ_{y2} ... maximale Druckbeanspruchung im Stein in N/mm^2
(siehe Abbildung 2.26)

Nach Auflistung der vier Versagenskriterien nach Mann und Müller [42] lässt sich die Bruchehüllende wie folgt in Abbildung 2.27 darstellen:



Versagenskriterien:

- 1: Klaffen der Lagerfugen
- 2: Überschreiten des Reibungswiderstandes (Reibungsversagen)
- 3: Überschreiten der Steinzugfestigkeit (Steinzugversagen)
- 4: Überschreiten der Druckfestigkeit (Druckversagen)

Abbildung 2.27: Bruchehüllende nach Theorie [42] aus [17]

Es zeigt sich, dass bei zentrisch gedrückten Querschnitten zuerst die Plastifizierung im Mörtel vor Überschreitung der Ziegelzugfestigkeit auftritt. Das ist für die weiteren

Kapitel ein sehr wichtiger Punkt, da durch das Plastifizieren im Mörtel über Reibung (selbst wenn Versagen des dreiaxialen Druckspannungszustandes in der Lagerfuge eintritt) weitere Druckspannungen aufgenommen werden können [26].

2.6.4 Stahlbeton

Für die Sanierung von Gewölbekonstruktion kommt in vielen Fällen der Werkstoff Stahlbeton zum Einsatz. Auch in dieser Arbeit werden im Folgenden zwei Sanierungsvarianten (Siehe Kapitel 4.3.2 "Variante mit Spritzbeton an der Gewölbeleibung" und Kapitel 4.3.3 "Variante mit tragendem Beton am Gewölberücken") ausgearbeitet. Dabei kann durch den gezielten Einsatz von Stahlbeton die Tragfähigkeit eines bestehenden Ziegelgewölbes maßgebend verbessert werden.

Für die Grundlagen des Werkstoffes Stahlbeton wird auf [33] verwiesen.

An dieser Stelle werden lediglich einige für die Bemessung wesentliche Kennwerte erwähnt.

Eine sehr oft zur Sanierung von bestehenden Tragwerken verwendete Betonfestigkeitsklasse ist C 25/30, die folgende Kennwerte aufweist [47]:

- charakteristische Zylinderdruckfestigkeit nach 28 Tagen: $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- charakteristische Würfeldruckfestigkeit: $f_{ck,cube} = 30 \text{ N/mm}^2$
- Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit: $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$
- Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons: $f_{ctm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$
- mittlerer Elastizitätsmodul der Sekante: $E_{cm} = 30000 \text{ N/mm}^2$
- zulässige Dehnung des Betons bei mittigem Druck: $\epsilon_{c2} = 0.2 \%$
- zulässige Bruchdehnung des Betons bei auftretenden Zugspannungen:
 $\epsilon_{cu2} = 0.35 \%$

Der dazu verwendete Bewehrungsstahl (Betonstahl) BSt 550 bringt folgende Kennwerte mit [33]:

- charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls bei bleibender Dehnung 0.2 %: $f_{yk} = 550 \text{ N/mm}^2$
- Elastizitätsmodul: $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$

2.7 Statische Berechnungen

Um historische Gewölbe aus statischer Sicht detailliert zu analysieren, sollte stets eine Begutachtung der Schäden an der Gewölbeunterseite und sinnvollerweise auch an der Gewölbeoberseite durchgeführt werden. In vielen Fällen sind Untersuchungen an der Oberseite nicht möglich, da zum Beispiel bei Prunkbauten sehr wertvolle Bodenbeläge abgetragen werden müssten, oder sich bei wohnlich genutzten Gebäuden vermietete Wohneinheiten darüber befinden. Die gezielte Recherche zu einer bestimmten Gewölbeform und das Studium der geschichtlichen und aktuellen Gewölbeliteratur, geben einen wertvollen Einblick bei der Suche nach der realitätsnahen Modellbildung und der zugehörigen Materialparameter [23].

In Österreich hat es in der Begutachtung und Berechnung bestehender Gewölbe stets weitreichende Fortschritte gegeben, die unter anderem durch die Gründung des Gewölbeausschusses im Österreichischen Ingenieur- und Architektenverein im Jahr 1895 maßgebend geprägt wurden. Es war ein Fachkreis von mehreren Mitgliedern, die größtenteils bereits selbst schon wertvolle wissenschaftliche Arbeiten zu der Gewölbe-problematik verfasst haben. Die Zusammenarbeit aller Mitglieder wurde stets wissenschaftlich in Berichten des Gewölbeausschusses dokumentiert und veröffentlicht [50]. Die durchgeführten Berechnungen wurden dabei größtenteils durch Experimente mit nachgebauten oder bestehenden Gewölben verglichen, sodass ein Vergleich zwischen der im Zuge der Berechnung gewählten Modellbildung und dem wahren Tragverhalten angestellt werden konnte.

2.7.1 Baustatische Merkmale und Tragverhalten

Der Lastabtrag des Horizontalschubes ist in allen Gewölbetragwerken ein sehr wichtiger Punkt, daher sind in den meisten Gewölben, die sich aneinander nicht horizontal abstützen und deren Außenwände nicht durch Erddruck gehalten werden, zusätzliche Zugbauteile (genannt Schließen) vorzufinden [30].

Zur Beurteilung der Standsicherheit eines Gewölbes ist es nach dem Statischen Satz (siehe Kapitel 3.3) ausreichend den Zustand des Gleichgewichtes über den gesamten Bogenverlauf sicher zu stellen [27].

Es lässt sich weiters ein Gleichgewichtszustand mithilfe der Form aus dem Stützlinienverlauf eines Bogens ermitteln.

Winkler [69] legt bereits im Jahr 1879 fest: „*Wir verstehen unter Stützlinie diejenige Linie, welche die Durchschnittspunkte der Resultante der in jeder Fuge des Gewölbes wirkenden Drücke mit dieser Fuge enthält oder verbindet*“ .

Wird demnach der Druckspannungszustand in einem Gewölbequerschnitt betrachtet, legt die Stützlinie die Lage der Resultierenden jenes Spannungszustandes in den Fugen des Gewölbes fest. Bei der Berechnung der Stützlinie wird die Querkraft (Schubspannungen in der Fuge) nicht berücksichtigt [23]. Um die Tragfähigkeit zu beurteilen muss daher für Ziegelgewölbe der rechnerische Querkraftabtrag separat untersucht werden.

So tragen Stabwerke, deren Stützlinien die Form der Kettenlinie (Katenoidbogen, Cosinus-Hyperbolicus Funktion) aufweisen und die nur durch konstantes Eigengewicht belastet sind, deren Einwirkungen rein durch Normalkräfte ab [54]. Der selbe Lastabtrag gilt auch für Systeme, deren Stützlinienform einer Parabel gleicht und die Belastung über die gesamte Bogenlänge eine vertikal wirkende Gleichlast (zum Beispiel Nutzlast aus Wohnnutzung) ist [54]. Die Form der Stützlinie ist also von der Belastung abhängig. Siehe dazu Kapitel 3.1 "Methode 1: Stützlinienverfahren und grafostatische Untersuchungen".

In der Praxis kann niemals ein ideales Gewölbetragwerk (gemeint ist hier der klassische Zweigelenkbogen), das rein durch Drucknormalkraft (ohne auftretende Querkräfte und Momente) die einwirkenden Gleichlasten abträgt, gebaut werden kann. In jedem Bauwerk sind Bautoleranzen vorhanden und zulässig. Diese müssen daher auch bei der Berechnung entsprechend berücksichtigt werden.

Beim baustatischen Modellieren mehrerer unterschiedlicher Ziegelgewölbe wird sehr rasch klar, dass sich der Querschnitt sehr oft über den Bogenverlauf ändert. Diese sprungartigen Veränderungen der Querschnittshöhen des Gewölberückens werden bei der Modellbildung durch Versatz der Schwerpunktslinien berücksichtigt, sodass die Abstände zur Gewölbeachse von den betreffenden Querschnittssprüngen variieren [50].

Die Änderung des Querschnittes von Gewölbeansätzen (meist hohe Gewölbestärke in Vollziegelmauerwerk eingemauert) zur Gewölbemitte hin (meist niedrige Gewölbestärke) legt gleichzeitig den Einspanngrad zu den beiden Auflagern fest. Das baustatische Modell wird dabei im Falle voller Einspannung dreifach statisch unbestimmt festgelegt. Im Gegensatz dazu stellt sich nach dem Eintritt von größeren Rissen in einem noch stabilen Ziegelgewölbetragwerk das baustatische Modell eines Dreigelenkbogens (statisch bestimmt) ein [22].

Als häufigste Schadensursache stellt sich bei der Analyse von Gewölben der Lastfall der Widerlagerverschiebung heraus [23]. Eine weitere Schwierigkeit dabei ist es die Verschiebung zeitlich einzuordnen. Das heißt es stellt sich die Frage ob es sich um Ungenauigkeiten bei der Errichtung handelt oder ob zum Beispiel ein stützendes angrenzendes Bauteil nicht standsicher ist. Zum Vergleich in [27] wird das Beispiel eines Tonnengewölbes (Burgruine Altenstein) erwähnt, das selbst bei einer Widerlagerverschiebung von 1,30 m (ursprüngliche Stützweite cirka 4,40 m) bedingt durch gewisse Randbedingungen das betreffende Gewölbe noch immer standsicher ist.

Durch sehr hohe Drucknormalkräfte, die durch sehr flach gespannte Tragwerke unter Einwirkung von vertikalen Lasten entstehen, sind Gewölbe Stabilitätsproblemen ausgesetzt. In der Regel handelt es sich um Knickprobleme und/oder in Kombination mit „Durchschlagversagen“.

2.7.2 Historische Entwicklung grundlegender Gewölbetheorien

In diesem Kapitel wird ein grober Überblick über die wichtigsten historischen Gewölbetheorien gegeben. Dabei werden die maßgebenden Eckpfeiler für den heutigen Kenntnisstand in der Gewölbeberechnung dargelegt. In der Literatur finden sich zudem historische Tabellenwerke, die auch für Dimensionierung der Gewölbetragwerke in der Gründerzeit herangezogen wurden. Historisch Bemessungstabellen sind zum Beispiel in "Altbaukonstruktionen" [30] zu finden.

Im Folgenden werden Gewölbetheorien chronologisch aufgrund ihrer Entstehung aufgelistet. Begonnen wird dabei mit der Ältesten, der "Umgekehrten Kettenlinientheorie", gefolgt von der "Kantungstheorie" und der "Elastizitätstheorie".

2.7.2.1 Umgekehrte Kettenlinientheorie

Den Grundstein der umgekehrten Kettenlinientheorie legte Robert Hooke im Jahre 1670 in England [14]. Der grundsätzliche Gedankengang dieser Theorie ist, dass durch Umkehrung der Kettenlinie (biegeschlaffe Linie) eine geometrische Form für ein im stabilen Gleichgewicht stehendes Gewölbe geschaffen wird. Dies ist die erste wesentliche Modellbildung eines Tonnengewölbes, die den Lastabtrag über Walzen ohne Schubabtrag charakterisiert. Bereits im Jahr 1697 bekräftigte der Mathematiker David Gregory [18] diese Theorie und erweiterte sie durch den Zusatz, dass ein Gewölbe von anderer Form (ausgenommen umgekehrte Kettenlinie) nur dann stabil sein kann, wenn in der Gewölbedicke die Form der umgekehrten Kettenlinie einschreibbar ist. Diese Aussage von Gregory fand keine Beachtung, sodass Hooke die dritte Hauptaufgabe der Stützlinientheorie mit selbiger Kernaussage selbst veröffentlichte [24]. Auch weitere Mathematiker suchten lange Zeit nach der Lösung für die erste Hauptaufgabe (die passenden Stützlinien für gegebene Belastungsfunktionen zu ermitteln) und blieben, wie auch er, selbst erfolglos. Es gelang die korrekte Gewölbeform für konstante Belastung und auch bei gegebenen Gewölberücken die zugehörige Gewölbeleibung experimentell zu finden [56]. Das Hauptproblem dieser Theorie ist jedoch, dass keine Aussage über die benötigte Gewölbedicke und etwaige Rissbildung im Gewölbe getroffen werden kann [25].

2.7.2.2 Kantungstheorie

Im Jahre 1695 veröffentlichte La Hire (Frankreich) eine Antwort für die zweite Hauptaufgabe der Stützlinientheorie [37], nämlich um zu einer gegebenen Gewölbeschwerachse als Halbkreis die zugehörige Belastungsfunktion derart zu ermitteln, dass die Achsenfunktion mit der Stützlinie ident ist [25]. Diese ist in folgender Abbildung 2.28 dargestellt. Die Besonderheit dabei ist, dass die Belastungsfunktion in den Randbereichen in die Unendlichkeit steigt.

In einer weiteren Arbeit [36], die jedoch erst später veröffentlicht worden ist, gelang es La Hire die Wirkungsrichtung des Gewölbeschubes einzuordnen und damit den Lastabtrag zu den Widerlagern zu beschreiben. Er stellte, anhand der Beobachtung von kollabierenden Gewölben fest, dass der Bruch des Gewölbes nicht vom Kämpferbereich ausgeht, sondern in einem Bereich weitaus näher dem Gewölbescheitel.

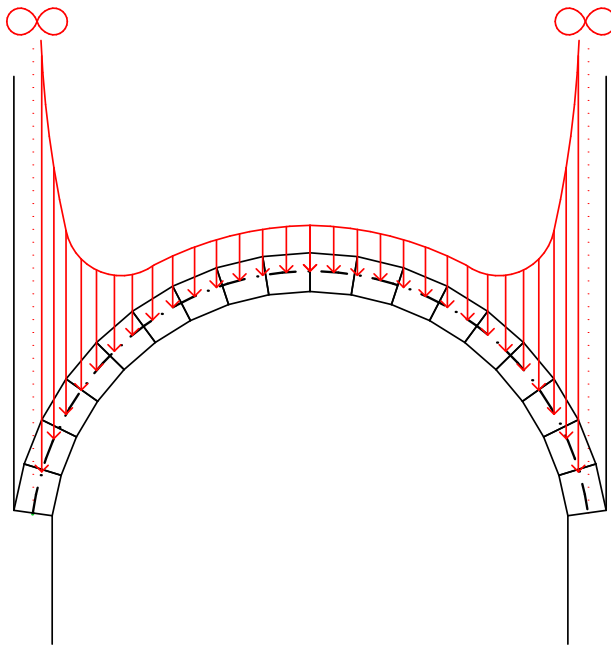


Abbildung 2.28: Belastungsfunktion zufolge gegebener Stützlinie nach [25]

Es bildet sich demnach ein Keil (Sektor) aus, dessen Grenzen den reibungsfreien Bruchbereich festlegen. Bélidor [5] spezifizierte diese Theorie und legte den Eintritt des Bruches mit 45° fest, sodass nun endgültig der auftretende Gewölbeschub und die notwendige Widerlagerstärke bemessen werden konnte.

1730 lenkte Couplet [9] durch eine Abwandlung der Theorie von La Hire in die richtige Richtung. Er berücksichtigte die Reibung in den auftretenden Brüchen und erkannte damit, dass sich Gelenke an diesen Stellen ausbilden.

Schließlich komplettierte Coulomb [8] vier Jahrzehnte später die Versagensformen des Bruches durch die Argumentation, dass in einer Fuge ein Gleiten oder Kanten eintreten kann, wobei ersteres durch relativ hohe Reibungskoeffizienten meist nicht maßgebend ist. Danach wurde die Kantungstheorie schließlich benannt.

In Abbildung 2.29 ist anhand eines Gewölbetragwerkes die Anwendung der Kantungstheorie dargestellt. Das System versagt exakt bei der Ausbildung von 5 Bruchfugen (Kantungen).

Nach dieser Grundlage übernahmen viele weitere Wissenschaftler diese Theorieansätze und erweiterten sie mit Sicherheitsfaktoren, um Widerlagerstärken nicht zu knapp zu bemessen. Die Kantungstheorie enthielt Aussagen über das Bruchverhalten und die notwendigen Widerlagerstärken, lieferte jedoch keine Informationen über

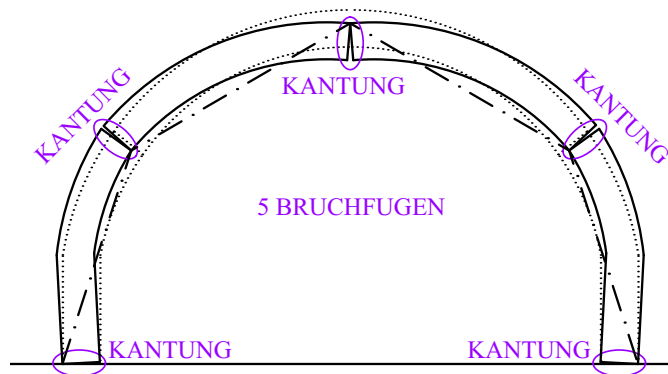


Abbildung 2.29: Anwendungsbeispiel der Kantungstheorie nach [8]

die Gewölbeformen und die Bemessung der Gewölbedecken [25].

2.7.2.3 Elastizitätstheorie

Unter elastischem Materialverhalten wird der Rückgang auf den Ursprungszustand (zum Beispiel Schließen von Rissen) nach Entlastung verstanden [41]. Die Erweiterung dazu ist das linear elastische Materialverhalten. Dabei ist das Spannungs-Dehnungsdiagramm entsprechend dem Hooke'schen Gesetz über den Proportionalitätsfaktor (Elastizitätsmodul) linear definiert [41].

In der Geschichte des Gewölbebaues wurde das elastische Tragmodell zwar bereits früh aufgezeigt, deren Anerkennung als dieses wurde jedoch erst einige Jahre später von Winkler mit der vollständigen Veröffentlichung [69] im Jahr 1879 aufgezeigt. Winkler erkannte in seiner Forschung, dass es sehr viele Faktoren gibt die die Lage der Stützlinie bedeutend beeinflussen. Diese sind zum Beispiel die unterschiedlichen Festigkeiten des Mörtels, Temperaturänderungen, Nachgiebigkeiten des Lehrgerüsts, weiters auch der Abbau der Lehrgerüste und vor allem auch das Nachgeben der Widerlager. Daraus resultieren meist bereits unter Eigengewicht frühzeitig Risse. Deshalb setzte er weiters mögliche Maßnahmen fest, um den Einfluss dieser Störungen bestmöglich zu minimieren und die korrekte Lage der Stützlinie zu sichern [25]. Eine davon ist in Abbildung 2.30 dargestellt. Dabei wurde in den Gewölbeansätzen auf der Leibungsseite und im Bereich des Scheitels am Gewölberücken der Querschnitt nicht vollständig geschlossen (gelbe Bereiche). Dies ist als Vorläufer eines statisch bestimmten Dreigelenkbogens anzusehen, der keinen Zwängen ausgesetzt ist.

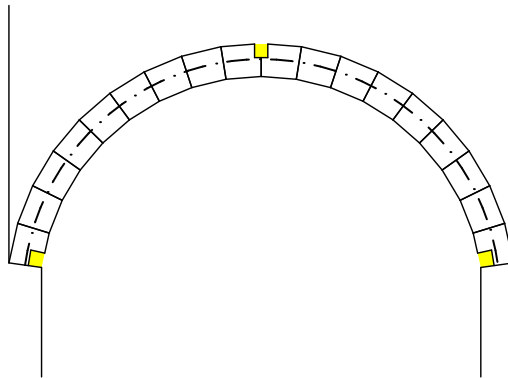


Abbildung 2.30: Maßnahme zur Reduktion der Störungen nach [69]

Als "normalen Zustand" definierte Winkler den folgenden:

- gleiche Mörtelfestigkeit und Mörtelverteilung im gesamten Bogen
- konstante Temperatur
- starre Widerlager und Lehrgerüste.

Nach Berechnung der Stützlinie eines Tragwerkes mit diesen Randbedingungen wird die "richtige Stützlinie" erhalten. Unter "richtig" versteht Winkler, dass sämtliche Abstände vom Stützlinienverlauf zur Gewölbeachse gering sind [25].

Die Theorie des elastischen Bogengewölbes wurde schließlich im Jahr 1895 durch die Versuchsreihen des "Österreichischen Ingenieur und Architektenvereins" [50] anerkannt. Es wurden bis zum Eintritt bedeutender Risse lineare Zusammenhänge zwischen Last und Verformung erkannt. Daraus ließen sich entsprechende E-Moduli errechnen, die als Referenzwerte für andere Berechnungen dienen [50].

Das Verformungsverhalten hängt maßgeblich von der Art der Belastung (symmetrische Nutzlast oder antimetrische Nutzlast) und von der Lastgröße ab. Im Bericht des Gewölbeausschusses [50] wurden zufolge Eigengewicht und einseitig einwirkender äußerer Lasten daraus resultierende Verformungen an nachgebauten Gewölben experimentiell bestimmt. Weiters wurden dabei die Rissbilder von Beginn des ersten Risses bis zum Bruch des Tragwerkes dokumentiert und deren Interpretation anhand von elastischen Berechnungen überprüft. So konnten Gültigkeitsgrenzen der Elastizitätstheorie für die Bemessung von Gewölben erweitert werden und weiters war es möglich den Prozentsatz der wahren Bruchbelastung im Vergleich zur kritischen Belastung (Erstriss) festzulegen.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass die Elastizitätsmoduln der Versuchsgewölbe in ihrer Gesamtbetrachtung deutlich höher waren, als jene von Einzelproben des Mauerwerkes. Eine Empfehlung der benötigten Materialparameter für die weitere Bemessung des Gesamtsystems wurden daher im Bericht des Gewölbeausschusses [50] veröffentlicht.

Nach der im Jahr 2012 zurückgezogenen DIN 1053-1 [12] sind Gewölbe, deren Spannweite größer als 20 m und deren Stich kleiner als $\frac{1}{5}$ der Stützweite ist, jedenfalls nach der Elastizitätstheorie zu berechnen. Es sind in dieser Norm zu den bereits genannten Kriterien der Spannweite und des Stichverhältnisses weiters Festlegungen getroffen.

Es wurde in den Veröffentlichungen der Berichte des Gewölbeausschusses zwar die Gültigkeit der Elastizitätstheorie bestätigt, jedoch weiters erkannt, dass zwischen der kritischen elastischen Grenzlast (Auftreten von ersten bedeutenden Rissen) und der wahren Traglast (Bruchlast) deutliche Tragreserven vorhanden sind. Das Verhältnis von Grenzlast zu Traglast wurde für ein Ziegelgewölbe nach der Auswertung der Versuche mit 59 % festgelegt [50]. Demnach musste eine weniger konservative Modellbildung gefunden werden, die bei der Suche nach der wahren Traglast realitätsnähere Ergebnisse liefert.

In Kapitel 3 "Praxisorientierte Berechnungsmethoden" werden aufbauend darauf Berechnungsmethoden vorgestellt, welche sich der wahren Traglasten besser approximieren. Aktuell werden für die detaillierte Berechnung von Gewölbetragwerken nichtlineare Berechnungsprogramme verwendet.

2.8 Normative Grundlagen

Die Bemessung von Mauerwerk ist aktuell durch die ÖNORM EN 1996-1-1 [48] und deren nationalen Anwendungsdokument für Österreich, der ÖNORM B 1996-1-1 [49] normativ geregelt. Wie bereits in Kapitel 2.6.3 "Mauerwerk" vorgestellt, sind die Formeln 2.1 und 2.5 für die Berechnung von Mauerwerk im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach [48] gegeben. Eine weitere äußerst wichtige Grundlage aus [48] ist: Es darf bei der Bemessung von Mauerwerk senkrecht zur Lagerfuge (Kufverband) keine Zugfestigkeit unterstellt werden. Beim Berechnungsmodell dürfen die auftretenden Klaffungen maximal bis zur Querschnittsmitte reichen [68].

Kapitel 3

Praxisorientierte Berechnungsmethoden

3.1 Methode 1: Stützlinienverfahren und grafostatische Untersuchungen

Die Definition der Stützlinie wurde bereits im vorherigen Kapitel 2 "Theoretische Grundlagen", 2.7.1 "Baustatische Merkmale und Tragverhalten" dargelegt. Unter Stützlinienverfahren wird darauf aufbauend die Ermittlung der Druckresultierenden verstanden, die in beliebigen Querschnittsintervallen entlang der Gewölbeachse ausgewertet wird [27].

Ermittelt werden dadurch die Einzelschwerpunktlagen jeder Spannungsverteilung, wobei nicht zwingend zuerst die Stützlinie konstruiert werden muss, sondern es können die Einzelschwerpunktlagen auch aus den Spannungsverteilungen ermittelt und diese zum Stützlinienverlauf verbunden werden. Es liegt nach vollständiger Konstruktion demnach auf der Hand, dass bei bereits kleinsten Exzentrizitäten der Stützlinie, gegenüber der Gewölbeachse, Normalkräfte im entsprechenden Winkel, in dem die Stützlinie an der betrachtenden Stelle austritt, auftreten und zusätzlich normal dazu Querkräfte und Momente für die Erhaltung des Gleichgewichtszustandes resultieren [29].

Nach dem Aufsatz von [69] werden durch die Stützlinie die Stabilitätsverhältnisse eines Gewölbetragerwerkes dargestellt. Es ist daher zu empfehlen, die Gewölbeachse möglichst ähnlich zur Stützlinie im Lastfall ständiger Lasten zu wählen.

Bei Betrachtung eines Bogens, dessen Lamelleneinteilung senkrecht (ungleich der Lagerfugen beim Mauerwerk) angeordnet sind 3.3, fällt die Form der Stützlinie mit jener der Seillinie zusammen. Nur in diesem Fall treten keine Momente in Lamellenschnitten durch die Beanspruchung auf [23]. Die Bedeutung der Seillinie wurde bereits zuvor in 2.7.2.1 "Umgekehrte Kettenlinientheorie" erklärt, die beiden unterschiedlichen Bezeichnungen Seillinie und Kettenlinie sind praktisch ident.

Die Annahmen für den Kernbereich des Materialquerschnittes aus Mauerwerk, in dem die Stützlinie zur Gewährleistung der Tragsicherheit liegen muss, sind nach Heyman [20] folgend definiert:

- Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Mauerwerkes
- Druckfestigkeit wird als nicht begrenzt angesehen
- Gleitversagen wird ausgeschlossen

Die Annahme der unbegrenzten Druckfestigkeiten ist dabei aufgrund der geringen Stauchungen im Mauerwerk unter Drucknormalkraft als plausibel einzustufen.

Nachdem das Stützlinienverfahren durch die Elastizitätstheorie in Vergessenheit geraten ist, setzte Heyman mit diesen drei publizierten Annahmen den Grundstein für die Wiedereinführung dieses Verfahrens mit der Erweiterung der Plastizitätstheorie [27], [20]. Die Grundlage für die Plastizitätstheorie bilden die Traglastsätze, die in Kapitel 3.3 "Methode 3: Stabwerksorientierte Traglastanalyse" angeführt sind.

In den Veröffentlichungen des Gewölbeausschusses [50] wurde die grafostatische Methode zur Ermittlung der Stützlinie eines 26 m weit gespannten Bogens herangezogen. Die Stützlinie liegt dabei in allen Querschnittsabschnitten in der Kernweite (siehe Abbildung 3.1; linker Bogenteil, rote Linie). Die Kernweite bezeichnet den zulässigen Flächenbereich bezogen auf die Querschnittshöhe. Liegt die Stützlinie innerhalb dieses Kernbereiches ($\frac{1}{3}$ der Gewölbedicke D) befindet sich das Tragwerk im stabilen Zustand. Siehe dazu Abbildung 3.2. Die Standsicherheit (ausgenommen Versagen auf Querkraft) der Gewölbekonstruktion ist daher gewährleistet.

Rein unter Betrachtung des Lastfalles der ständig wirkenden Lasten ist die empfohlene Ausmitte (wird mit "e" bezeichnet) der Stützlinie auf $\frac{1}{6}$ der Gewölbedicke D begrenzt. Die Rede ist von der ersten Kernweite. Dadurch wird es verhindert, dass es im Lastfall Eigengewicht zu klaffenden Fugen kommt [27].

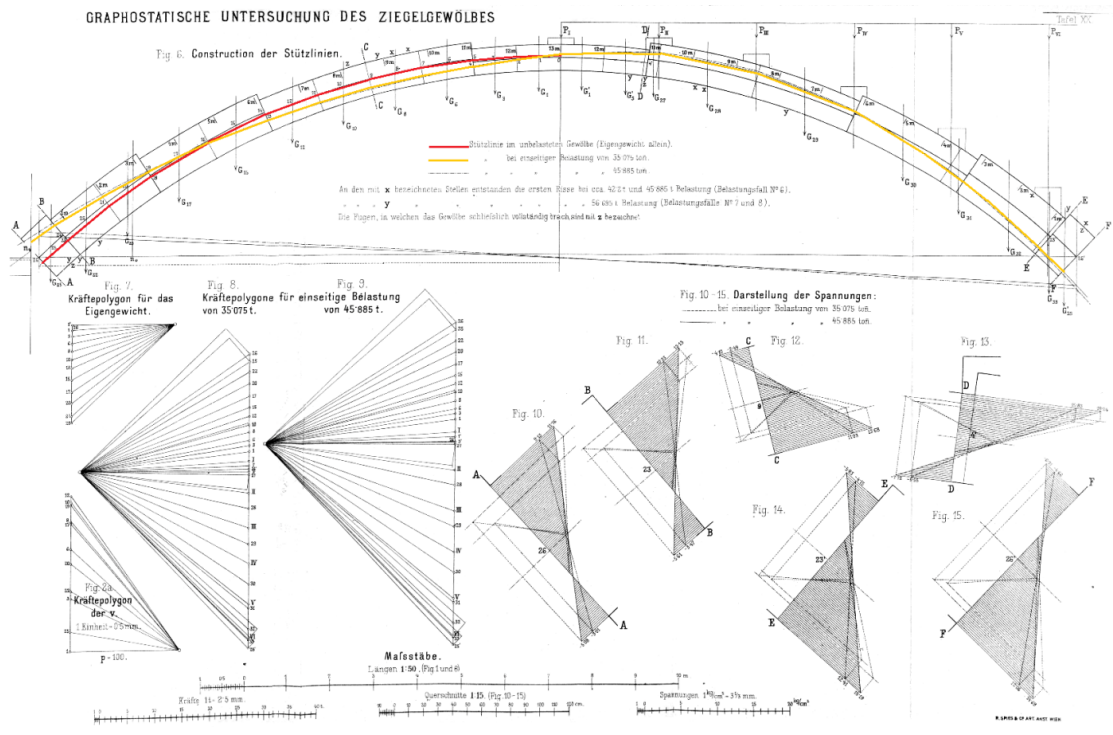


Abbildung 3.1: Stützlinienverlauf bei Eigengewicht (rot) und antimetrischer Nutzlast (gelb) aus [50]

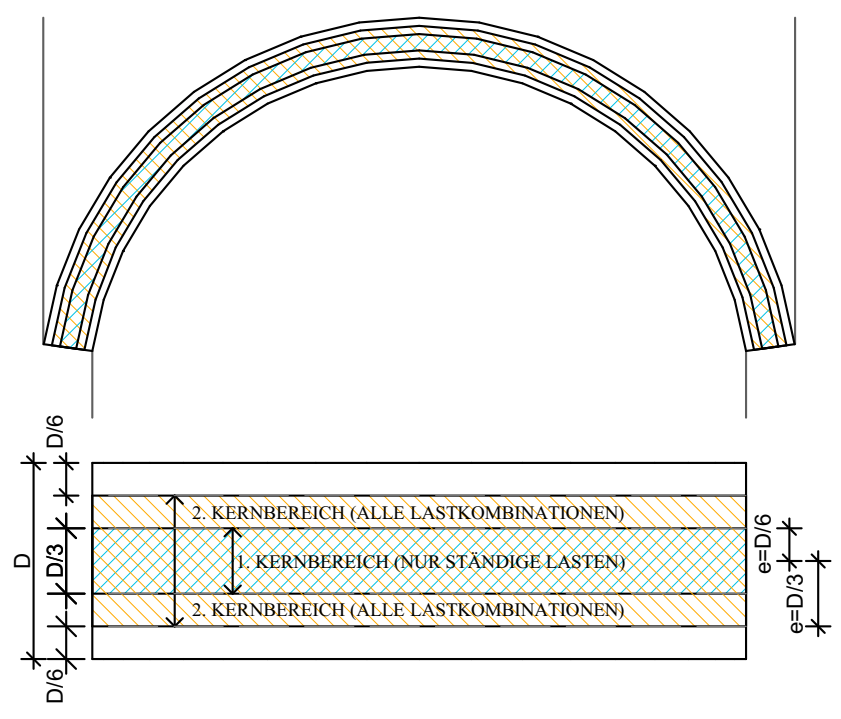


Abbildung 3.2: Zulässige Kernweiten und Ausmitten im Gewölbequerschnitt entlang der Gewölbeachse nach [27]

Unter Berücksichtigung aller Einwirkungen (wie zum Beispiel Nutzlasten und Temperatur) soll die Ausmitte maximal $\frac{1}{3}$ der Gewölbedicke D betragen. Damit ist der zweite Kernbereich definiert.

Zur besseren Verständlichkeit wurden die zulässigen Kernweiten in Abbildung 3.2 dargestellt.

Wirkt die Nutzlast zum Beispiel nur über die Hälfte der Bogenlänge, entsteht eine antimetrische Beanspruchung [22], die in Abbildung 3.1 (gesamter Bogen, gelbe Linie) abgebildet ist. Bei dieser Belastung überschreitet die Stützlinienform die zweite Kernweite, daher ist der Querschnitt meist nicht mehr vollkommen überdrückt und es treten je nach Belastungsgröße Zugspannungen auf [50]. In diesem Fall ist eine erhöhte Rissbildung als Folge zu erwarten.

Das Stützlinienverfahren, gemeint ist damit die grafostatische Untersuchung zur Auffindung der Stützlinie, ist als praktisches Verfahren zur Berechnung von einfachen Tonnengewölben unter Anwendung der Elastizitätstheorie anzusehen [27]. Erst zu einem weitaus späteren Zeitpunkt wurde dieses Verfahren auch für die Plastizitätstheorie angewendet [23]. Die Gültigkeit dieses Verfahrens ist begrenzt auf kleinere Spannweiten. Für größere Spannweiten (siehe zum Beispiel Versuche bei Spannweiten von 26 m aus [50]) sollte die Ermittlung der Stützlinie jedenfalls auch rechnerisch erfolgen [64].

Ergänzend zur Anwendung dieser Methode darf der Verformungsanteil aus Normalkraft, Kriechen, Schwinden, Temperatur und aus sonstigen äußeren Einwirkungen nicht außer Acht gelassen werden [29].

Der wesentliche Unterschied zwischen der Stützlinie und der Seillinie ist dadurch zu klären, dass letztere als Modellbildung eines Gelenkpolygones (umgekehrte Seilbetrachtung) erklärt wird. Wobei die Stützlinie, wie der Name schon sagt, die Stabilitäts-Verhältnisse widerspiegelt. Hinweis: Die Stützlinie kann aus der Seillinie konstruiert werden [27].

Die Vorgangsweise bei der praktischen Untersuchung für einwirkende lotrechte Lasten sieht wie folgt aus [64]:

- Lamelleneinteilung als Vorbereitung für die Ermittlung der Stützlinie:
Das Gewölbe wird in konstanten Abständen in lotrechte Streifen unterteilt. Dies ist die deutlich einfachere Einteilung zur eigentlichen Ermittlung der Seillinie,

siehe dazu Abbildung 3.3. Die deutlich aufwendigere Möglichkeit für die Ermittlung der wahren Stützlinie ist die Unterteilung in normal zur Gewölbeachse stehende Lamellen. Diese Einteilung ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

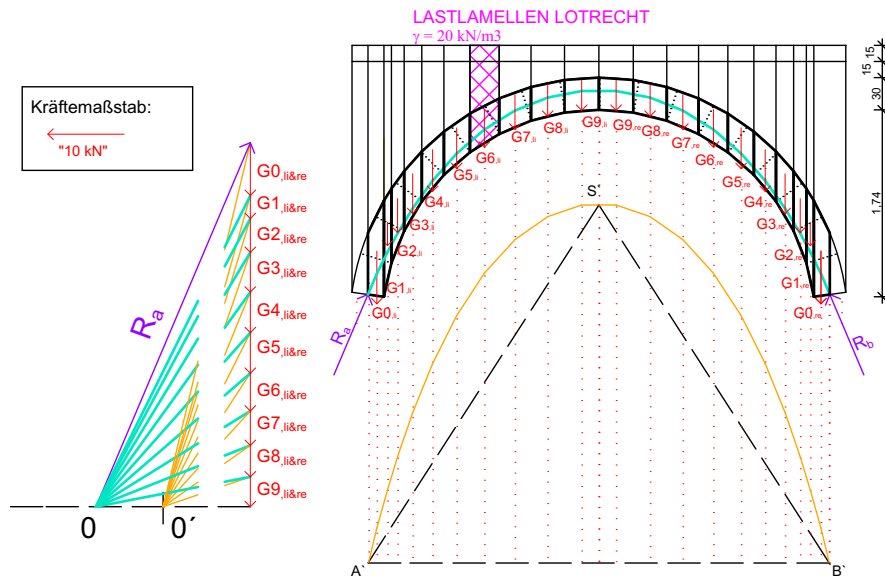


Abbildung 3.3: Ermittlung der Mittelseillinie zufolge ständiger Belastung nach [27]

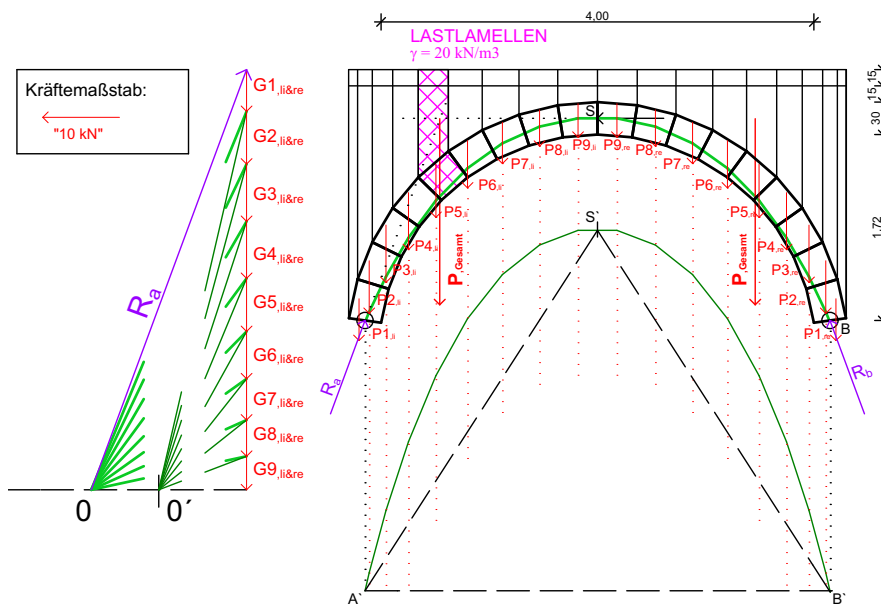


Abbildung 3.4: Ermittlung der Mittelstützlinie zufolge ständiger Belastung nach [27]

Unabhängig von der Art der Aufteilung greifen die resultierenden Kräfte (Gewichtskraft zum Erdmittelpunkt zeigend) jedenfalls im Schwerpunkt der Teilflä-

Zusätzlich wurde in Abbildung 3.5 noch die Stützlinie des Gewölbes mit dem Programm ARCO [16] ermittelt, um eine mögliche Fehlerquelle auszuschließen. ARCO ist ein Freeware Programm, entwickelt an der Universität Brescia, das auf dem Stützlinienverfahren mit der Erweiterung der Plastizitätstheorie nach [20] aufgebaut ist [27]. Es ist in dieser Software eine Optimierung der Stützlinie in mehreren Iterationsschritten möglich. Das ist zielführend um Stützlinienverläufe zu ermitteln, die innerhalb der zulässigen Kernweiten eingeschrieben werden können. Besonders Acht zu geben ist jedenfalls bei Klaffungen aus dem maßgebenden Lastfall der Widerlagerverschiebung.

Zusätzlich kann noch die Stützwirkung der Hinterfüllung in Bezug auf den Lastabtrag der Horizontalkräfte (Prinzip: passiver "Erddruck") berücksichtigt werden [27].

Vorsicht: in der Software ARCO sind die Druckspannungen positiv und die Zugspannungen negativ definiert. Für die vorliegende Arbeit wurde die Vorzeichendefinition umgekehrt.

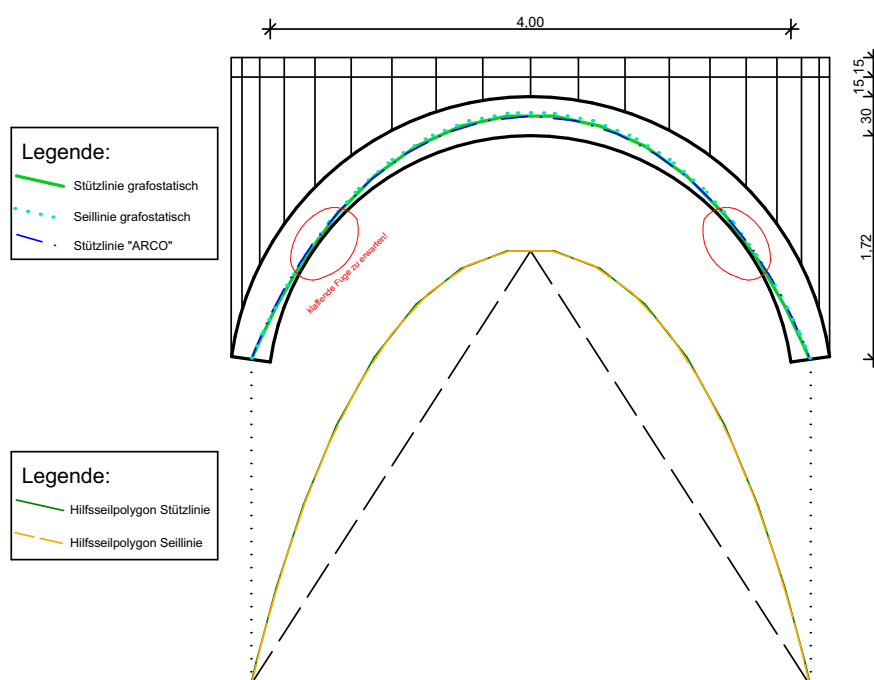


Abbildung 3.6: Vergleich zwischen Mittelstützlinie und Mittelseillinie nach [27]

In obiger Abbildung 3.6 werden nun die nach der grafostatischen Methode ermittelte Seillinie und Stützlinie für das vorliegende Gewölbe, einzeln dargestellt in Abbildung 3.3, 3.4 und 3.5, miteinander verglichen. Diese beiden Linien (Seillinie und Stützlinie) sind für das vorliegende Gewölbe nur nahezu ident. Es zeigt sich, dass die Seillinie im Scheitel deutlich über der Stützlinie liegt. Ein weiterer Vergleich in [27] anhand

eines Gewölbes mit einem noch größeren Verhältnis der Spannweite zur Stichhöhe zeigt, dass es wenig oberhalb des Kämpferbereiches zu weiteren noch größeren Differenzen zwischen diesen beiden Linien kommt.

Demnach kann die Aussage nach [27] bestätigt werden, dass der Verlauf der Seillinie und der Stützlinie für flache Gewölbe als ident anzunehmen ist.

Ein weiterer wesentlicher Unterschied ist, dass die Seillinie den Querschnitt des Gewölbes verlassen kann, während die Stützlinie jedoch an jeder Stelle innerhalb des Querschnittes ist [27].

Im Artikel "Tragverhalten und Berechnung gemauerter Bögen, Gewölbe und Strebpfeiler" aus dem Mauerwerk-Kalender 2015 [27] ist weiters erklärt, dass diese ermittelte Stützlinie nur für die Formfindung eines Gewölbeneubaus relevant ist, jedoch für die Ermittlung eines bestehenden historischen Gewölbes keine Bedeutung hat. Aus Abbildung 3.4 zeigt sich für das vorliegende Gewölbe, dass die Stützlinie und die Seillinie sehr nahe dem Querschnittsrand kommen. Aus diesem Grund sollte der Verlauf im Falle eines Neubaus überdacht und an den Verlauf der "Mittelstützlinie" angepasst werden.

"Mittelstützlinien" (bzw. "Mittelseillinien") sind so definiert, dass die gewählten Gelenkpunkte in den Kämpfern und im Scheitel genau in Querschnittsmittte gesetzt sind. Die beiden weiteren Begriffe sind "Maximalstützlinie" und "Minimalstützlinie": Unter dem Begriff "Maximalstützlinie" wird jene verstanden, die sich im Lastfall nach innen drückender Widerlager ergibt. Dabei entsteht der maximal auftretende Horizontalschub. Im Gegensatz dazu steht der Begriff der "Minimalstützlinie" - diese ergibt sich im Lastfall nach außen nachgebende Widerlager. Dabei entsteht der minimal auftretende Horizontalschub. Siehe dazu auch Abbildung 4.3.

Die Modellbildung bei bereits kleinsten Verschiebungen der Widerlager nach außen wurde durch die Traglastversuche nach [50] festgelegt. Dabei bilden sich im Scheitel frühzeitig Risse aus, die leicht an der Gewölbeunterseite erkannt werden können. Weiters kommt es zu Klaffungen an den Gewölbeansätzen des Gewölberückens.

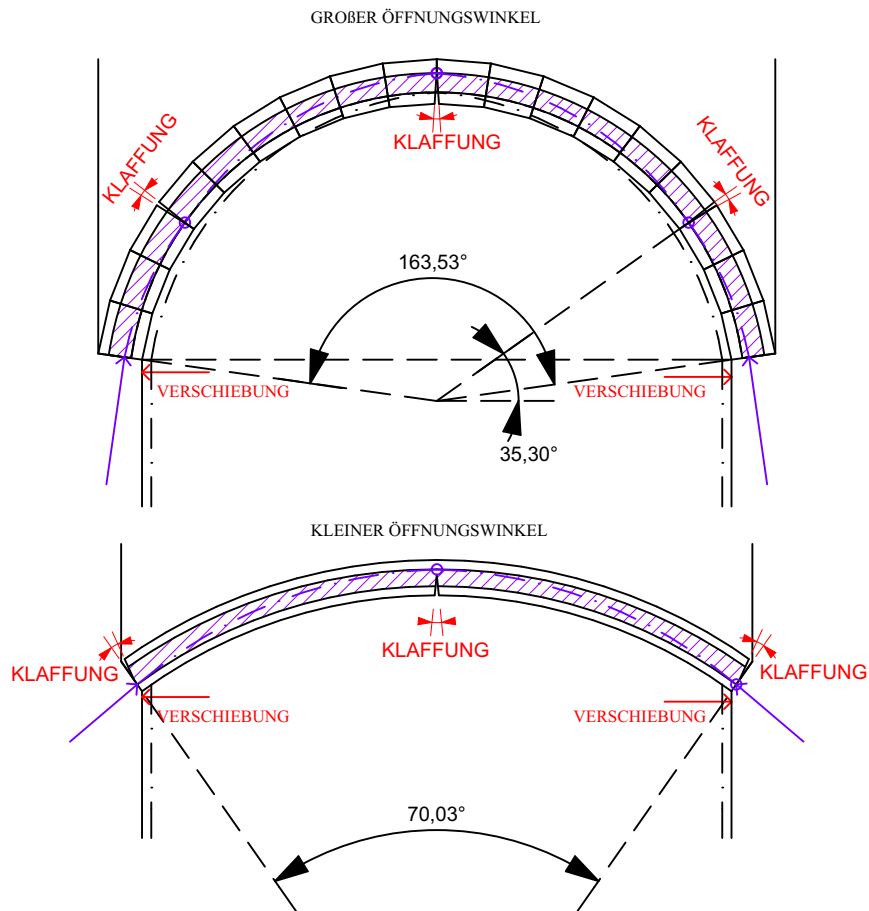


Abbildung 3.7: Stützlinie und baustatische Modellbildung Tonnengewölbe bei Widerlagerverschiebung nach [23]

In Abbildung 3.7 ist das resultierende baustatische Modell eines Dreigelenkbogens (statisch bestimmt) unter Berücksichtigung der Stützlinienlage im Kern des Gewölbes (zweite Kernweite = $\frac{1}{3}$ der Gewölbedicke D , siehe violetter Bereich) kurz vor dem Erreichen der Traglast dargestellt. Eines der drei Gelenke befindet sich in diesem Lastfall stets im Scheitel. Die Lage der anderen beiden ist abhängig vom Öffnungswinkel des Bogens. Bei flachen Bögen liegen zwei Gelenke direkt im Kämpferbereich. Bei Bögen mit größerem Öffnungswinkel sind bei geringfügigen Widerlagerverschiebungen zwei der Gelenke circa 35° gegenüber der Horizontalen vorzufinden. Bei größeren Verschiebungen der Widerlager wandern die beiden betreffenden Gelenke in Richtung der Position des Gewölbescheitels in den oberen zulässigen Bereich [23].

3.2 Methode 2: Finite Elemente Analyse

Unter der finiten Elementen Methode wird eine Unterteilung eines Körpers in einfache Elemente von geometrischer Form, um komplexe Konstruktionsformen, Lagerungsbedingungen oder Materialeigenschaften durch wirklichkeitsnahe Modellwahl numerisch berechnen zu können, verstanden [2]. Kommt es an gewissen Stellen zu Spannungskonzentrationen, kann die Netzaufteilung beliebig verfeinert werden. Siehe dazu Abbildung 3.8.

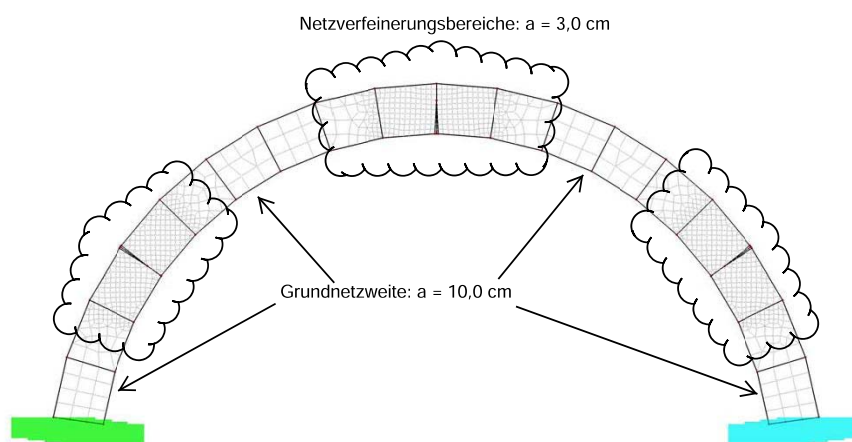


Abbildung 3.8: Finite Elemente Netz an einem Tonnengewölbe

Die linear elastische Analyse unter Zuhilfenahme der Finite Elemente fand ihren Ursprung in Frankreich, wo komplexere Gewölbe von Kathedralen analysiert wurden [43].

Das Strukturmodell einer solchen Berechnung beschreibt das Tragwerk als Kontinuum mit zuvor ermittelten elastischen Koeffizienten und mit ausschließlich bekannten Randbedingungen. Als Ergebnis werden Spannungsbilder des Tragwerkes erhalten, die eine weitere Nachweisführung ermöglichen [25], [43].

Im Jahr 2001 veröffentlichten Herrbruch, Gross und Wapenhans [19] schließlich als Ersatz der linearen Finite Elemente Methode die Möglichkeiten zum Einsatz der nichtlinearen Finiten Elemente Methode, um historische Tragwerke realitätsnäher nachzuberechnen. Es werden in dieser Art der Berechnung nach der ersten elastischen Analyse Risse beziehungsweise Klaffungen bewusst zugelassen und die Spannungen nach mehreren Iterationsschritten an Stellen wo keine Zugspannungen

aufgenommen werden können, umgelagert, bis schließlich nach Konvergenz ein Spannungsmodell gefunden wird, das zulässig ist. Nach mehreren Laststeigerungsschritten tritt ein Teilversagen, gefolgt von einem Gesamtversagen des Tragwerkes ein.

Die Anwendungsgrenzen des Finite Elemente Modells sind nach [23]:

- Hypothese des Ebenbleibens der Querschnitte bei Bildung von Fließgelenken (Timoshenko-Balkentheorie)
- Vereinfachung zum elastoplastischen Materialverhalten
- Risse aus elastischen Klaffungen (verschmiert berücksichtigte Risszone) können sich wieder schließen; Risse die als diskrete Fließgelenke (plastische Betrachtung) in der Modellbildung berücksichtigt wurden, sind irreversibel
- Vernachlässigung von großen Verdrehungen und Verschiebungen
- Interaktion von auftretenden Schnittgrößen zwischen Normalkraft und Querkraft ist ausgeschlossen
- Komplexere Bogentragwerke, die über ihre Querschnittshöhe aus mehreren Ziegelreihen aufgebaut sind, können nicht detailliert simuliert werden.

Der besondere Vorteil in der Anwendung dieses Berechnungsverfahrens liegt in der Berücksichtigung der möglichen Lastumlagerungen [25]. Durch die dreidimensionale Modellierung von Tragwerksmodellen können weiters Ausmittigkeiten und ungünstige Überlagerungen von verschiedenen Einwirkungen berücksichtigt werden [60].

Nachdem der Grundstein für die nichtlineare Berechnung unter Zuhilfenahme von finiten Elementen gelegt worden ist, kommt aktuell für die detailgetreue Analyse von Gewölbekonstruktionen die Finite Elemente Methode mit Berücksichtigung von nicht-linearem Materialverhalten zum Einsatz [61]. So wurde zum Beispiel in Deutschland bei der Teilerneuerung der Talbrücke Einsiedelstein diese Berechnungsmethode für die Beurteilung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit herangezogen [44].

Bei weiteren Nachrechnungen von Gewölben und Brückenviadukte kommen sogar dreidimensionales elastoplastische Materialmodelle für die realitätsgetreue Berechnung von Mauerwerk zum Einsatz [61].

Wird die Nichtlinearität, gemeint ist der Ausfall auf Zug, im Mauerwerk nicht berücksichtigt, ist über Richtlinien für Eisenbahnbrücken [11] die maximal aufnehmbare

Zugspannung mit dem Wert von 0.5 N/mm^2 begrenzt [44].

Die Erweiterung zur diskreten Finite Elemente Methode beschäftigt sich insbesondere mit dem mechanischen Modell der einzelnen Ziegelsteine und deren Verbindungsmodell im Mauerwerksverband [40]. In welchem Detaillierungsgrad die Modellierung möglich ist, wird in [59] übersichtlich beschrieben und in Abbildung 3.9 dargestellt. Es wird prinzipiell zwischen Makromodellierung als Ersatzkontinuum Mauerwerk und der Mikromodellierung als Zusammenwirkung der einzelnen Mauerwerksmaterialien unterschieden [59]. Für die im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen (Kapitel 4.2.2 "Methode 2: Finite Elemente Analyse") wird eine Makromodellierung zugrunde gelegt.

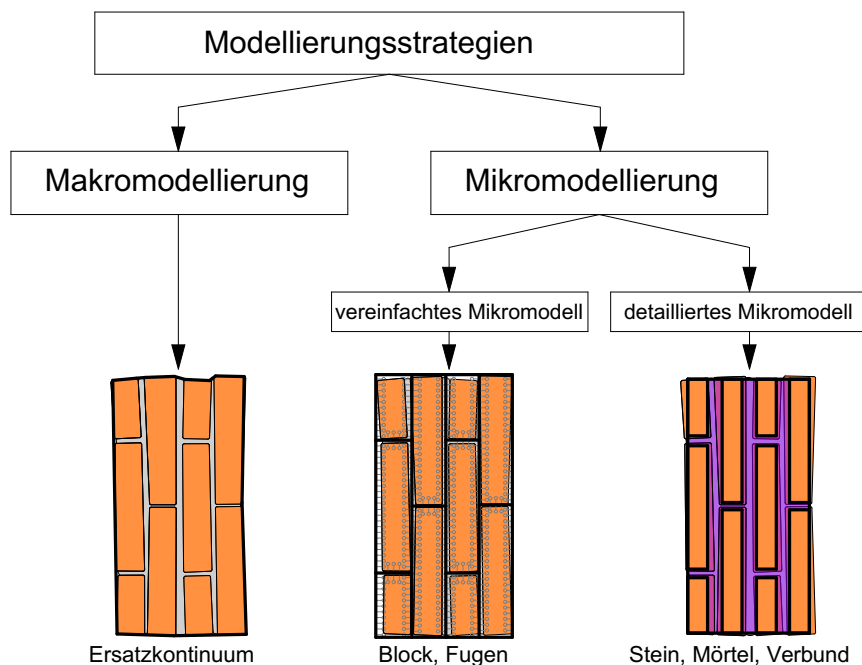


Abbildung 3.9: Modellierungsstrategie nach [59]

3.3 Methode 3: Stabwerksorientierte Traglastanalyse

Die lineare elastische Analyse von Gewölben ist der Grundbaustein für die meisten stabwerksorientierten Modellierungen von Gewölben.

Die Wahl eines geeigneten Materialmodelles ist dabei von äußerst hoher Priorität. Es darf nach Eurocode 6 [48] keine Zugfestigkeit senkrecht zur Mörtelfuge in Rechnung gestellt werden. In Parallelrichtung zur Mörtelfuge ist die Zugfestigkeit je nach

Mauerverband begrenzt (siehe Kapitel 2.8 "Normative Grundlagen").

Bei Betrachtung jenes Spannungszustandes in dem der Querschnitt vollkommen überdrückt ist (Stützlinie nahe der Schwerachse), stellt sich die Problematik der begrenzten Mörtelzugfestigkeit als nicht bedeutend heraus. Treten jedoch geringste Zugspannungen auf, kommt es in den Fugen zu Klaffungen (Querschnittsöffnungen in denen keine Spannungen übertragen werden können). In diesem Fall wandert die resultierende Drucknormalkraft weiter in Richtung des Querschnittsrandes. Diese greift jedenfalls im Schwerpunkt der dreieckförmigen Druckspannung an. Die erklärten Spannungszustände sind in Abbildung 3.10 dargestellt. Es ist deutlich ersichtlich, dass ein "Ebenbleiben der Querschnitte" nach Bernoulli vorausgesetzt wird. Nach Entlastung ist die Rissbildung reversibel [23].

Zusammengefasst liegt bei geringer Belastung das heißt, bis zum Auftreten von Ris-

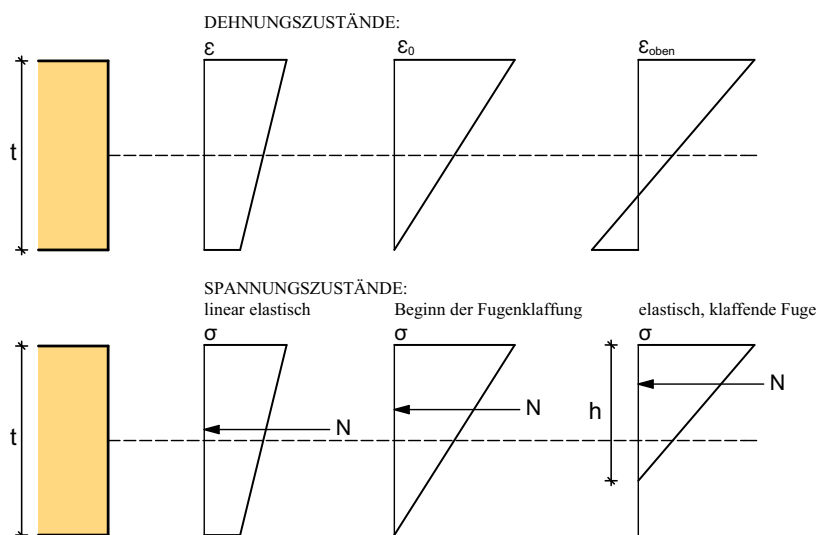


Abbildung 3.10: Elastische Dehnungs- und Normalspannungszustände vor und nach Eintreten einer klaffenden Fuge nach [23]

sen, ein linear-elastisches Materialverhalten vor, wobei die Reaktion der Verformung durch die lastungsgesteuerte Höhe der Druckfläche als nichtlinear zu erwarten ist. Folglich muss die Auswertung der auftretenden Momenten-Krümmungsbeziehungen numerisch erfolgen [23].

Wird die einwirkende Last nun weiterhin gesteigert, wandert die Resultierende der Druckkraft weiter zum Querschnittsrand bis schließlich die Grenzdruckspannung erreicht wird. Es ist ab diesem Erreichen von einem vereinfachten, plastischen Materialmodell auszugehen. Das wahre Materialmodell wäre für die weiteren Berechnungen zu komplex. Die Lage der Druckresultierenden entspannt sich hin zur

Gewölbeachse und rechteckige Spannungsböcke bilden sich aus. Die Rede ist von einem elastischen, -ideal plastischen Materialmodell. In Abbildung 3.11 ist der Vorgang der Spannungsumlagerung dargestellt. Der Dehnungszustand bleibt elastisch, der Spannungszustand wird plastisch [23].

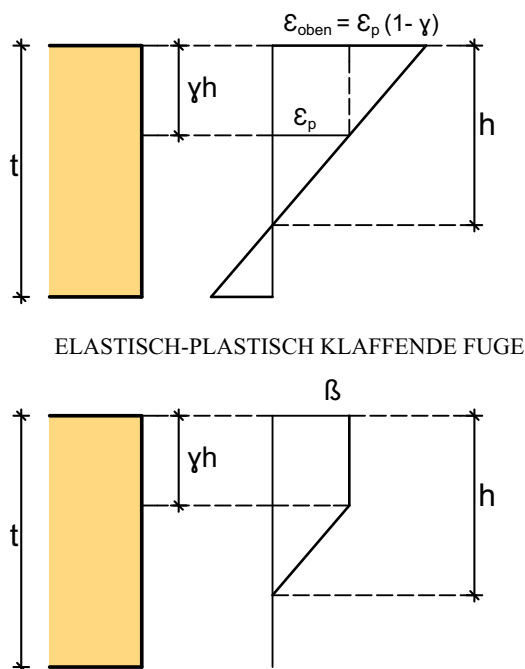


Abbildung 3.11: Dehnungs- und Normalspannungszustände bei plastischer Spannungsumlagerung nach [23]

Die Einordnung in den anzunehmenden Zustand in Abhängigkeit von Moment und Normalkraft zeigt Holzer [23] in einem Interaktionsdiagramm, siehe dazu Abbildung 3.12.

Die Zustände sind darin nach [23] eingeteilt in:

- linear elastischer Zustand ohne Klaffungen
- elastischer Zustand mit Klaffungen
- plastischer Zustand ohne Klaffungen
- elastoplastischer Zustand mit Klaffungen.

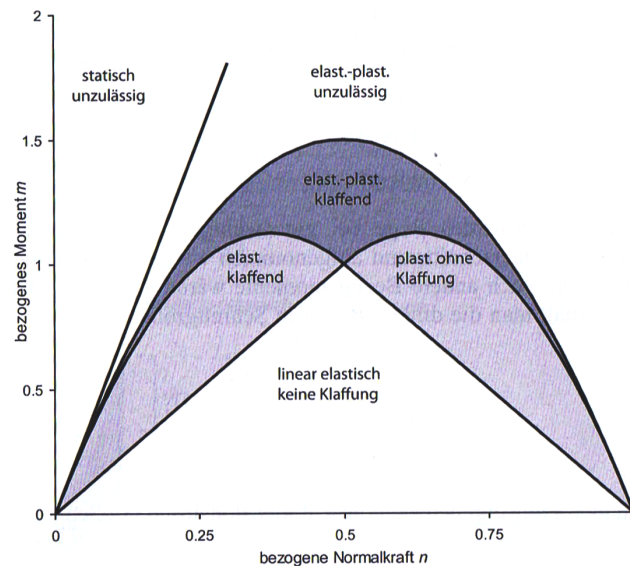


Abbildung 3.12: Interaktionsdiagramm von bezogenem Moment und bezogener Normalkraft aus [23]

Einwirkende Momente können nicht ohne Druckkraft und beim Erreichen der plastischen, maximal erreichbaren Druckkraft übertragen werden. Diese beiden Fälle sind in der Abszisse mit "0" und "1" festgelegt. Die maximale Biegetragfähigkeit liegt vor, wenn die Hälfte der Querschnittstragfähigkeit hervorgerufen durch Druckkraft, erreicht wird [23].

Im Zustand der elastischen Berechnung mit Klaffungen wird zwar die Biegesteifigkeit des Querschnittes deutlich reduziert, jedoch wird in der Modellbildung noch kein Gelenk angenommen. Holzer [23] definiert den Grenzzustand zur Einführung eines Gelenkes in jeder Fuge, wo ein dominierender Riss in einer Risszone zu erkennen ist. Es wird dabei eine "verschmierte Risszone", siehe Abbildung 3.13, mit einem diskreten Einzelgelenk approximiert.

Mit der Ausbildung von diskreten Fließgelenken ist daher eine Diskontinuität in der Querschnittsverdrehung verbunden und in diesem Sinne auch eine Änderung des baustatischen Systems. Die Querschnittsverdrehung ist als Knick anzusehen. Die Last kann jedenfalls weiter gesteigert werden, bis ein statisch bestimmtes System vorliegt und erst bei Erreichen des Fließgelenkes, welches zu einem kinematischen System führt, ist die endgültige Traglast festgelegt [23].

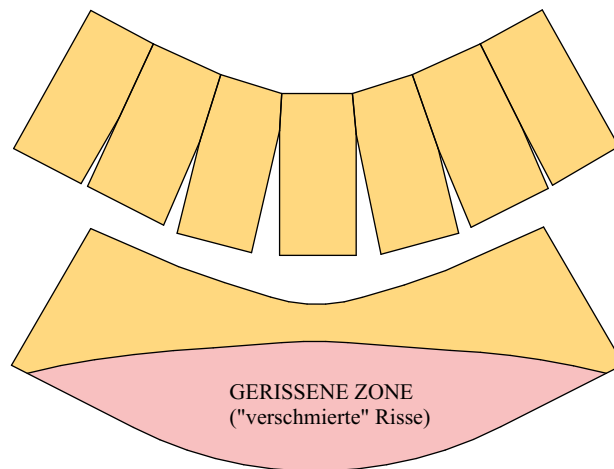


Abbildung 3.13: Approximation der verschmierten Risszone als Fließgelenk nach [23]

Die Randbedingungen sind detailliert in den allgemeinen Traglastsätzen, gültig für jedes plastisch reagierende System, folgendermaßen festgelegt [41]:

- Statischer Traglastsatz:
„Der statische Satz der Plastizitätstheorie besagt, dass die gegebene Belastung eines Körpers höchstens gleich groß wie die Traglast ist, wenn ein mit dieser Belastung im Gleichgewicht stehender Spannungszustand angegeben werden kann, der die Fließbedingungen an keiner Stelle verletzt.“ aus [41]
 Es resultiert ein statisch zulässiger Spannungszustand, der die untere Schranke der Traglast festlegt.
- Kinematischer Traglastsatz:
„Der Kinematische Traglastsatz der Plastizitätstheorie besagt, dass die gegebene Belastung eines Körpers mindestens gleich groß wie die Traglast ist, wenn ein in dieser Belastung entsprechender Kollapsmechanismus angegeben werden kann, der den Randbedingungen für die Verschiebungsraten genügt.“ aus [41]
 Es resultiert ein Kollapsmechanismus, der die obere Schranke der Traglast festlegt.

Daraus ergibt sich beim Versagen der Konstruktion der Fall, dass die obere und untere Schranke zusammenfallen und es resultiert daraus eine eindeutige Lösung,

bei welcher Traglast der Kollaps erreicht wird. Die Rede ist von dem in der Literatur beschriebenen dritten Traglastsatz, dem Eindeutigkeitssatz.

Der Weg vom beidseitig eingespannten Gewölbebogen führt schließlich über den Ein- und Zweigelenkbogen zum statisch bestimmten System eines Dreigelenkbogens [13].

Dieses Tragsystem wurde bereits im Kapitel 3.1 "Methode 1: Stützlinienverfahren und grafostatische Untersuchungen" erklärt und auch für den Lastfall Verschiebung der Widerlager dargestellt. An dieser Stelle muss der wichtige Hinweis gegeben werden, dass bei der stabwerksorientierten Nachrechnung von Gewölbeträgwerken mit Fließgelenken jedenfalls die Exzentrizität zur Stabachse mitberücksichtigt werden muss, da andernfalls das Moment in dem plastizierenden Restquerschnitt Null gesetzt wird. Holzer stellt daher die korrekte Modellbildung klar, siehe dazu Abbildung 3.14.

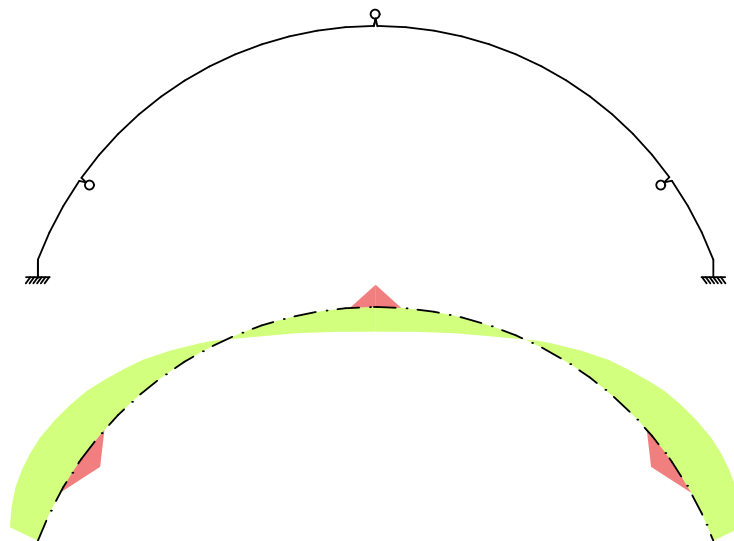


Abbildung 3.14: Baustatisches Modell des Dreigelenkbogen mit berücksichtigten Exzentrizitäten nach [23]

Die Lagen der Fließgelenke können bei Nachrechnung eines Gewölbes vor Ort anhand des Rissbildes festgelegt werden [23].

Präzise Aussagen über die Spannungsverteilung in einem plastischen Fließgelenk äußerte Pauser in [51]. Er begrenzte die maximal auftretende Risstiefe auf maximal 70 % der Querschnittshöhe. Die zugehörige Spannungsverteilung wird als Blocklast angesetzt, wobei von einer maximalen Bruchstauchung von 3.5 % ausgegangen

wird. (Vergleiche Abbildung 3.15) Weiters wies Pauser auf das Auftreten von Quersugspannungen hin, die ebenfalls in Abbildung 3.15 dargestellt sind.

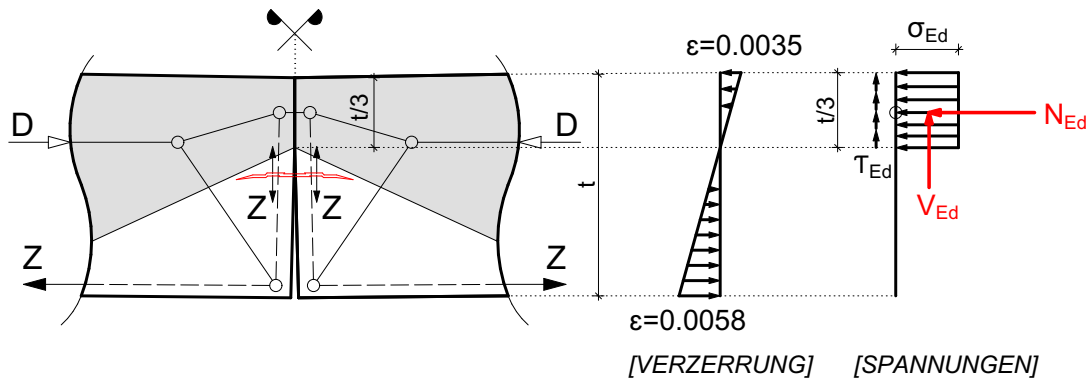


Abbildung 3.15: Plastische Spannungsverteilung im Fließgelenk und zugehörige Quersugspannungen nach [51]

Eine normativ geregelte Aussage über die Tiefe der Klaffung im Querschnitt ist in DIN 1053-1 [12] festgelegt. Diese Norm wurde 2012 zurückgezogen und ist damit nicht gültig. Hier wird die maximale Risstiefe mit der halben Querschnittshöhe begrenzt. Dieser Ansatz wird meist auch für die Nachberechnung von Gewölbeträgwerken herangezogen. Siehe dazu [44].

Kapitel 4

Berechnungen eines Tonnengewölbes vor und nach dessen Sanierung

Im Folgenden wird nun ein typisches Gewölbe, wie es in zahlreichen Wohnbauten aus der Wiener Gründerzeit zu finden ist, ausgewählt und dessen Tragfähigkeit rechnerisch überprüft. Das Gewölbe (siehe Abbildung 4.1) genügt den folgenden Randbedingungen:

- Spannweite: $l = 4.00 \text{ m}$
- Stichhöhe: $f = 1.74 \text{ m}$
- Gewölbstärke: 30 cm konstant
- Öffnungswinkel: 164°
- Die stützende Wirkung der Hinterfüllung wurde auf der sicheren Seite liegend in Bezug auf den horizontalen Lastabtrag vernachlässigt.
- Es befinden sich jedenfalls große Risse an der Gewölbeleibung im Scheitelpunkt, der Gewölberücken kann nicht begutachtet werden.
- Die Einspannung im Kämpferbereich kommt durch die Einmauerung des Gewölbes in die massiven tragenden Vollziegelwände (Außenwände und Mittelwände) eines Gründerzeithauses zustande. Nach Holzer [23] ist die Lage der Bruchfuge an realen hohen Gewölbebögen unter 35° zur Horizontalen zu vorzufinden.

- Über der Schüttung des Gewölbes wird die Last einer Betonplatte von 25 cm berücksichtigt. Dies soll sich der Belastungen aus Aufbetonschichten + schweren Fußbodenaufbau annähern.
- Mitgrund für die Nachberechnung ist die nachträgliche Nutzungsänderung (Nutzlast Neu: $q = 4.00 \text{ kN/m}^2$).
- Die Teilsicherheitsbeiwerte sowohl auf der Materialseite als auch auf der Lasteinwirkungsseite wurden aufgrund der "realitätsnahen" Nachrechnung auf „1.0“ gesetzt.
- Zugrunde gelegt wird die ungünstigere Anordnung von Kufenverband, bei der die Zugfestigkeit normal zur Lagerfuge "0" gesetzt wird.

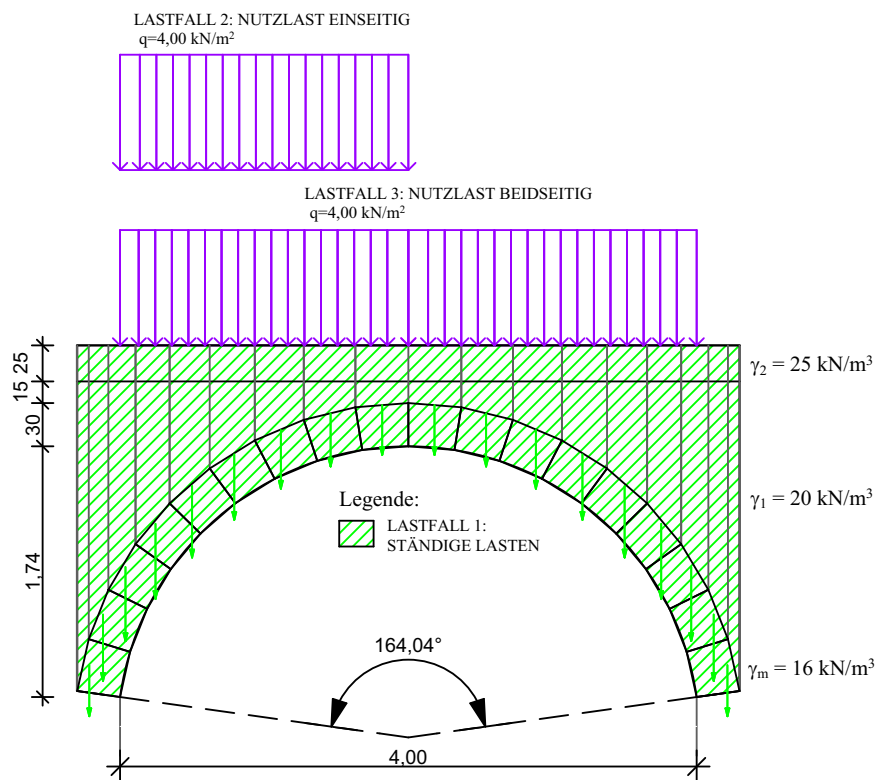


Abbildung 4.1: Übersicht Gewölbemodell

Die Geometrie wird entsprechend einem Gewölbe, enthalten in einem gründerzeitlichen Wohnbau, gewählt. Ziegelgewölbedecken sind zum Beispiel sehr häufig als Decke über den Kellergeschoßen vorzufinden.

Ziel ist es eine möglichst realitätsnahe Abbildung dieses Ziegelgewölbes des Hochbaues mit praxisnahen Mitteln zu schaffen.

Es wird dabei bewusst ein hohes Verhältnis der Spannweite zur Stichhöhe angenommen, um den Einfluss der Momente im Scheitel (Querschnitt weniger überdrückt als bei flachem Bogen aufgrund der geringeren Horizontalkraft im System) zu beurteilen. Die vorgefundenen Risse im Scheitelbereich des Gewölbes lassen auf ein Nachgeben der Widerlager gegenüber dem originären Tragwerk schließen.

Für das gründerzeitliche Mauerwerk werden aus der Literaturrecherche in Kapitel 2 "Theoretische Grundlagen" folgende Referenzwerte herangezogen:

- normierte Steindruckfestigkeit nach Tabelle 2.1 als "mittlere Kennwerte von Mauerziegeln aus der Gründerzeit": $f_b = 18.00 \text{ N/mm}^2$
- Mörteldruckfestigkeit nach [68]: $f_m = 0.75 \text{ N/mm}^2$

Für die Berechnung der charakteristischen Druckfestigkeit des Mauerwerkes nach Eurocode 6 [48] (siehe Formel 2.1 aus [48]) werden des Weiteren folgende Werte für die Parameter angenommen [49]: $K = 0.60$, $\alpha = 0.65$ und $\beta = 0.25$.

Somit ergibt sich für die charakteristische Druckfestigkeit f_k :

$$f_k = 0.60 \cdot 18.00^{0.65} \cdot 0.75^{0.25} = 3.65 \text{ N/mm}^2.$$

Parallel dazu wird die Mauerwerksdruckfestigkeit mithilfe der Hilsdorf-Formel (siehe Formel 2.2 aus [23]) berechnet. Folgende Werte werden dafür angenommen:

- Mauersteindruckfestigkeit: $\beta_{c,Stein} = 18.00 \text{ N/mm}^2$
- Mauersteinzugfestigkeit: $\beta_{t,Stein} = 1.80 \text{ N/mm}^2$
(Annahme aus [23]: $\beta_{t,Stein} = \frac{1}{10} \cdot \beta_{c,Stein}$)
- Querdehnzahl des Mauersteins aus [23]: $\nu_{Stein} = 0.10$
- Verhältnis E-Modul Mauerstein zu E-Modul Mörtel: $\mu = 10.00$
- Querdehnzahl des Mörtels aus [23]: $\nu_{Mörtel} = 0.50$

Die Mauerwerksdruckfestigkeit β_{MW} ergibt:

$$\beta_{MW} = 1.80 \frac{1}{\frac{1.80}{18.00} - \frac{0.10 - 10.00 \cdot 0.50}{(1 - 0.10) + \frac{10.00}{0.50} (1 - 0.50)}} = 3.28 \text{ N/mm}^2.$$

Die geringere Mauerwerksfestigkeit nach Hilsdorf wird herangezogen. Diese Festigkeit beschreibt die Einleitung des Bruchprozesses im Mauerwerk [23].

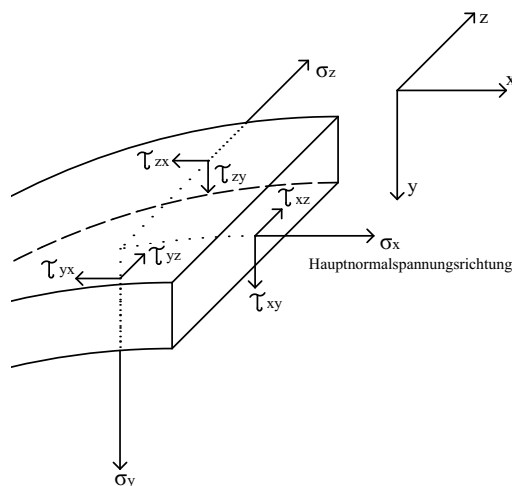


Abbildung 4.2: Spannungsrichtungen nach [41]

Für das historische Tragwerk werden nach Definition eines Bezugachsensystemes, siehe Abbildung 4.2, die in den unterschiedlichen Materialmodellen berücksichtigten Kennwerte des Mauerwerkes wie folgt in Tabelle 4.1 festgelegt.

Elastizitätsmodul in Richtung der x-Achse E_x	2800	$[N/mm^2]$
Elastizitätsmodule in Richtung der y- und z-Achse $E_y; E_z$	2100	$[N/mm^2]$
Querdehnzahl ν	0.2	$[-]$
Schubmodul in Hauptspannungsrichtung G_{xy}	1167	$[N/mm^2]$
Schubmodule in Nebenspannungsrichtungen $G_{yz}; G_{zx}$	875	$[N/mm^2]$
Dichte des Mauerwerkes ρ_{MW}	1.6	$[t/m^3]$
Druckfestigkeit des Mauerwerkes in Hauptspannungsrichtung $f_{k,x}$	3.28	$[N/mm^2]$
Druckfestigkeiten des Mauerwerkes in Nebenspannungsrichtungen $f_{k,y}; f_{k,z}$	2.74	$[N/mm^2]$
Zugfestigkeit in Hauptspannungsrichtung $f_{t,x}$	0	$[N/mm^2]$
Zugfestigkeiten in Nebenspannungsrichtungen $f_{t,y}; f_{t,z}$	0.21	$[N/mm^2]$
Schubspannung orthogonal zur Hauptspannungsrichtung $f_{v,xy}$	$0.1 + 0.4 \cdot \sigma_k$	$[N/mm^2]$

Tabelle 4.1: berücksichtigte Materialkennwerte des Mauerwerkes für Berechnungen, ergänzt nach [60]

4.1 Lastaufstellungen, Lastfälle und Lastkombinationen

In Abbildung 4.1 sind die verwendeten Wichten und Lastfälle dargestellt. Wichten:

- Wichte Mauerwerk: $\gamma_m = 16 \text{ kN/m}^3$... Vollziegelmauerwerk
- Wichte Schüttung: $\gamma_1 = 20 \text{ kN/m}^3$... Bauschutt
- Wichte Aufbeton: $\gamma_2 = 25 \text{ kN/m}^3$... Aufbeton (oder schwerer Fußbodenaufbau)

Die berücksichtigten Lastfälle und die daraus erzeugten Lastfallkombinationen sind in Tabelle 4.2 dargestellt.

Lastfall	Bezeichnung	EN 1990 ÖNORM	Aktiv	Wirkungsweise		
				X	Y	Z
Lastfall 1	LF1 - ständige Lasten	Ständig	+	0.00	0.00	1.00
Lastfall 2	LF2 - Nutzlast einseitig	Nutzlasten	(nach Kat. C, C4: $q_k = 4.00 \text{ kN/m}^2$)			
Lastfall 3	LF3 - Nutzlast beidseitig	Nutzlasten	(nach Kat. C, C4: $q_k = 4.00 \text{ kN/m}^2$)			

Lastkombination	Bezeichnung	Zu berechnen	ständige Lasten		Nutzlasten	
			Faktor: γ_G	Nr.	Faktor: γ_Q	Nr.
Lastkombination 1	LK1 - SLS_01	+	1.00	LF1 - ständige Lasten	1.00	LF2 - Nutzlast einseitig
Lastkombination 2	LK2 - SLS_02	+	1.00	LF1 - ständige Lasten	1.00	LF3 - Nutzlast beidseitig

Tabelle 4.2: Lastfälle und Lastfallkombinationen nach [46]

4.2 Nachrechnung des Gewölbes

4.2.1 Methode 1: Stützlinienverfahren

In dem zugrunde gelegten Berechnungsmodell wird das Bogentragwerk durch 18 Teilquerschnitte angenähert. Unter der Darstellung der Gewölbestructur wurde jeweils aus dem Programm ARCO der projizierte Querschnitt dargestellt, um die Verläufe von Stützlinie und Spannungen besser einordnen zu können. Vorsicht ist bei der Interpretation der Spannungsverläufe aus dem Programm ARCO geboten, da für Spannungen am Gewölberücken σ_e und an der Gewölbeleibung σ_i gilt, dass Druckspannungen positiv und Zugspannungen negativ definiert sind. In dieser Arbeit wird die Vorzeichenkonvention Druckspannungen negativ und Zugspannungen positiv

festgelegt.

Da in folgenden Berechnungen besonderes Augenmerk auf den maßgebenden Lastfall bei Widerlagerverschiebung [23] gelegt wird, werden die Minimalstützlinien näher untersucht.

- Lastfall nur ständige Lasten:

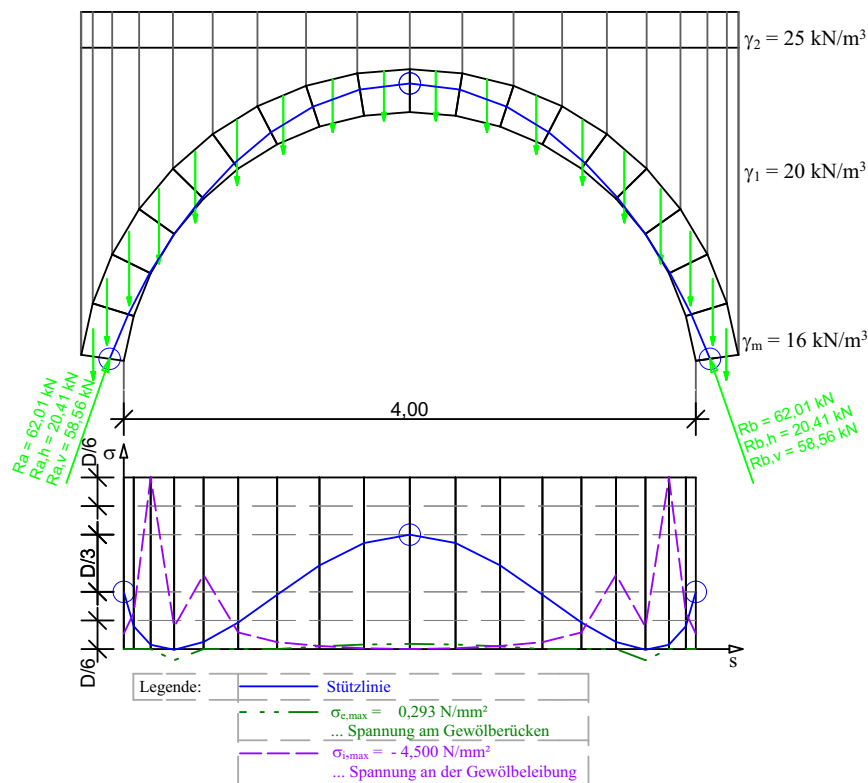


Abbildung 4.3: Minimalstützlinie zufolge ständiger Last

In Abbildung 4.3 wird die Minimalstützlinie für den Lastfall der ständigen Lasten und nach außen wenig nachgebenden Widerlagern dargestellt. Mit wenig nachgebenden Widerlagern wird dabei gemeint, dass die Klaffungen im Kämpferbereich derart gering sind, dass sich der Verlauf dieser Stützlinie einstellen kann. In dem Diagramm in Abbildung 4.3 wird der Verlauf der ermittelten Stützlinie und die beiden Spannungsverläufe (Gewölbeleibung und Gewölberücken) in Abhängigkeit zur Spannweite dargestellt. Der Scheitelpunkt und die beiden Punkte in den Widerlagern der Stützlinie wurden dabei mit einer zulässigen Exzentrizität von $\frac{1}{6}$ der Querschnittshöhe gesetzt [27]. Die Stützlinie nähert sich

in zwei Bereichen sehr nahe dem Querschnittsrand. Zugspannungen treten auf und es kommt zu Klaffungen. Da die Stützlinie den festgelegten Kernbereich überschreitet, handelt es sich um keine zulässige Stützlinie.

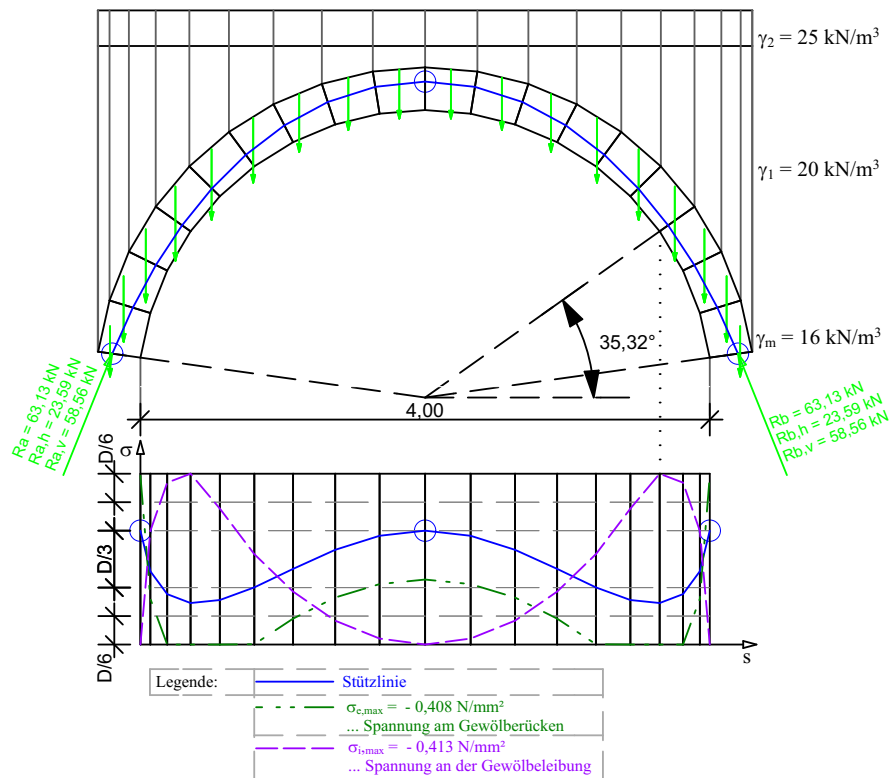


Abbildung 4.4: Optimierte Minimalstützlinie zufolge ständiger Last ermittelt mit Software ARCO

In Abbildung 4.4 ist dargestellt, dass die Stützlinie, sofern sie auf Druckspannungen optimiert wurde, nach Definition der Exzentrizitäten im Bereich der Widerlager zwar nicht in die erste Kernweite eingeschrieben werden kann, jedoch zumindest der zweite Kernbereich eingehalten wird. Die Optimierung erfolgt dabei iterativ mithilfe der Software ARCO [16]. Der empfohlene Bereich von $\frac{1}{6}$ der Querschnittshöhe wurde demnach überschritten. Klaffende Fugen können daher nicht ausgeschlossen werden. Die Stützlinie überschreitet den empfohlenen Bereich, der zulässige Bereich ($\frac{1}{3}$ der Querschnittshöhe) wird jedoch eingehalten.

Der Vollständigkeit halber sind in den Abbildungen 4.3 und 4.4 auch die Spannungen am Gewölberücken σ_e und an der Gewölbeleibung σ_i dargestellt.

Abbildung 4.4 zeigt im Verlauf der Spannungen am Gewölberücken, dass bei der optimierten Stützlinie im Winkel von $35,32^\circ$ gegenüber der Horizontalen

auftretende Zugspannungen nicht berücksichtigt werden und durch Entfall dieser Querschnittshöhe zu weiteren Druckspannungen umgelagert werden. Daher ist der Wert „0“ im Diagramm in Abbildung 4.4 zu erklären. An derselben Stelle der Gewölbeleibung stellt sich die maximale Druckspannung $\sigma_{i,max} = -0.413 \text{ N/mm}^2$ im Querschnitt ein.

Bei der Variante mit der nicht optimierten Stützlinie in Abbildung 4.3 treten Zugspannungen $\sigma_{e,max} = +0.293 \text{ N/mm}^2$ auf.

Im maßgebenden Lastfall nachgebender Widerlager kann sich diese ermittelte Stützlinie aufgrund der Klaffungen im Kämpferbereich wie in Abbildung 4.4 jedenfalls nicht einstellen.

- Lastkombination mit Nutzlast einseitig:

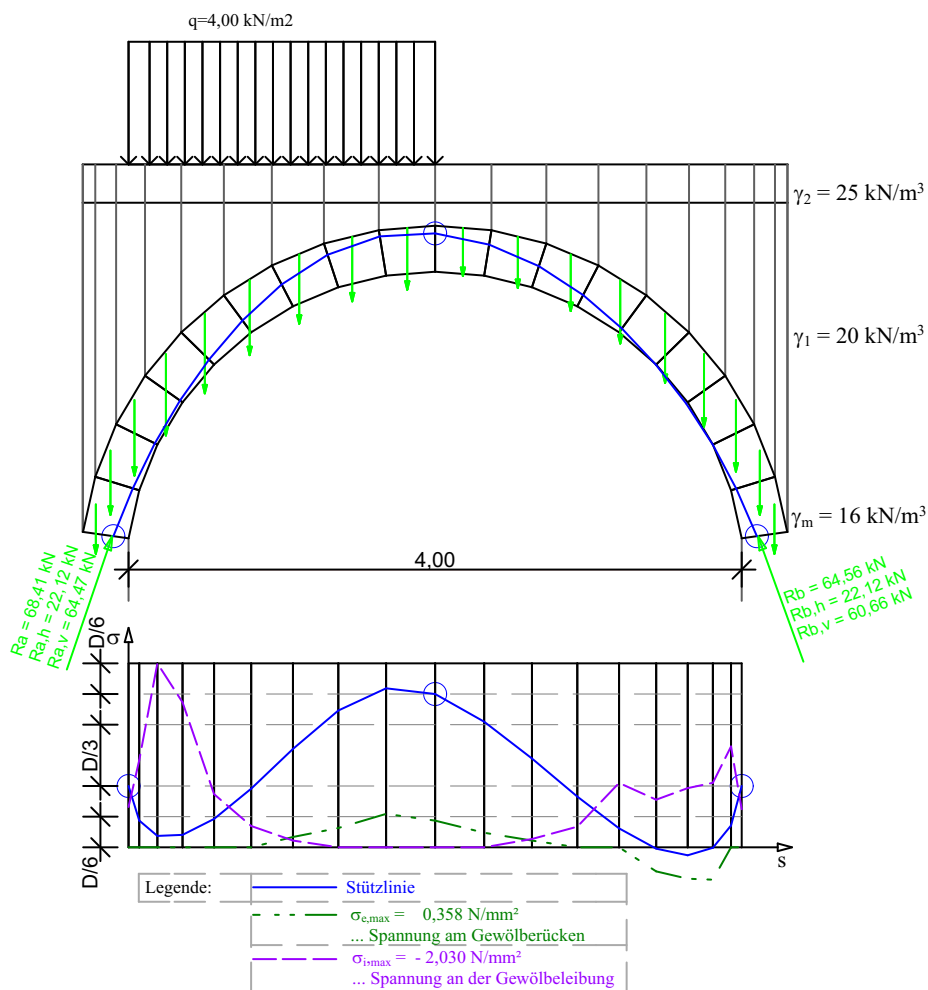


Abbildung 4.5: Minimalstützlinie zufolge einseitiger Nutzlast

In Abbildung 4.5 wird die Minimalstützlinie für die Lastkombination ständige Lasten in Verbindung mit Nutzlasten einseitig und nach außen wenig nachgebende Widerlager dargestellt. Der Scheitelpunkt der Stützlinie wurde mit einer zulässigen Exzentrizität von $\frac{1}{3}$ der Querschnittshöhe angenommen, sodass die Stützlinie einen asymmetrischen Verlauf aufweist, der die zulässigen Kernbereiche deutlich überschreitet. Durch Zugspannungen treten Klaffungen auf. Weiters zeigt sich in Abbildung 4.6, dass die Stützlinie, wenn sie auf Druckspannungen optimiert wurde, nach Setzen der Exzentrizitäten im Bereich der Widerlager in die zweite Kernweite eingeschrieben werden kann. Der empfohlene Bereich von $\frac{1}{3}$ der Querschnittshöhe wurde somit nicht überschritten. Daher wurde eine zulässige Stützlinie gefunden.

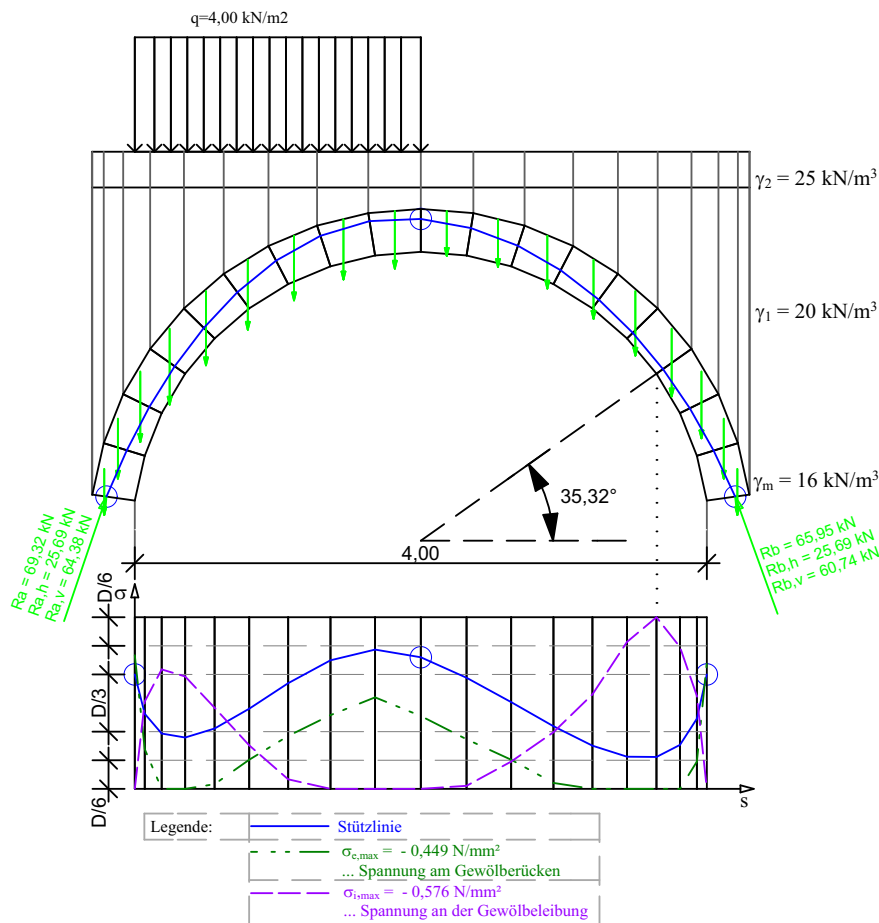


Abbildung 4.6: Optimierte Minimalstützlinie zufolge einseitiger Nutzlast

Im Verlauf der Spannungen am Gewölberücken σ_e in Abbildung 4.6 ist zu erkennen, dass nur bei der optimierten Stützlinie im Winkel von 35,32° gegenüber der Horizontalen auftretende Zugspannungen nicht berücksichtigt werden und

durch Entfall dieser Querschnittshöhe zu weiteren Druckspannungen umgelagert werden. Daher ist der Wert „0“ im Diagramm in Abbildung 4.6 erklärt. An derselben Stelle der Gewölbeleibung stellt sich die maximale Druckspannung $\sigma_{i,max} = -0.576 \text{ N/mm}^2$ im Querschnitt ein.

Bei der Variante mit der nicht optimierten Stützlinie, siehe Abbildung 4.5, treten Zugspannungen $\sigma_{e,max} = +0.358 \text{ N/mm}^2$ auf.

- Lastkombination mit Nutzlast beidseitig:

In Abbildung 4.7 ist die Minimalstützlinie für die Lastkombination ständige Lasten verbunden mit Nutzlasten beidseitig und nach außen wenig nachgebende Widerlager dargestellt. Der Scheitelpunkt der Stützlinie wurde mit einer zulässigen Exzentrizität von $\frac{1}{3}$ der Querschnittshöhe angenommen, sodass die Stützlinie den Querschnitt knapp nicht überschreitet. Zugspannungen treten auf, es kommt zu Klaffungen.

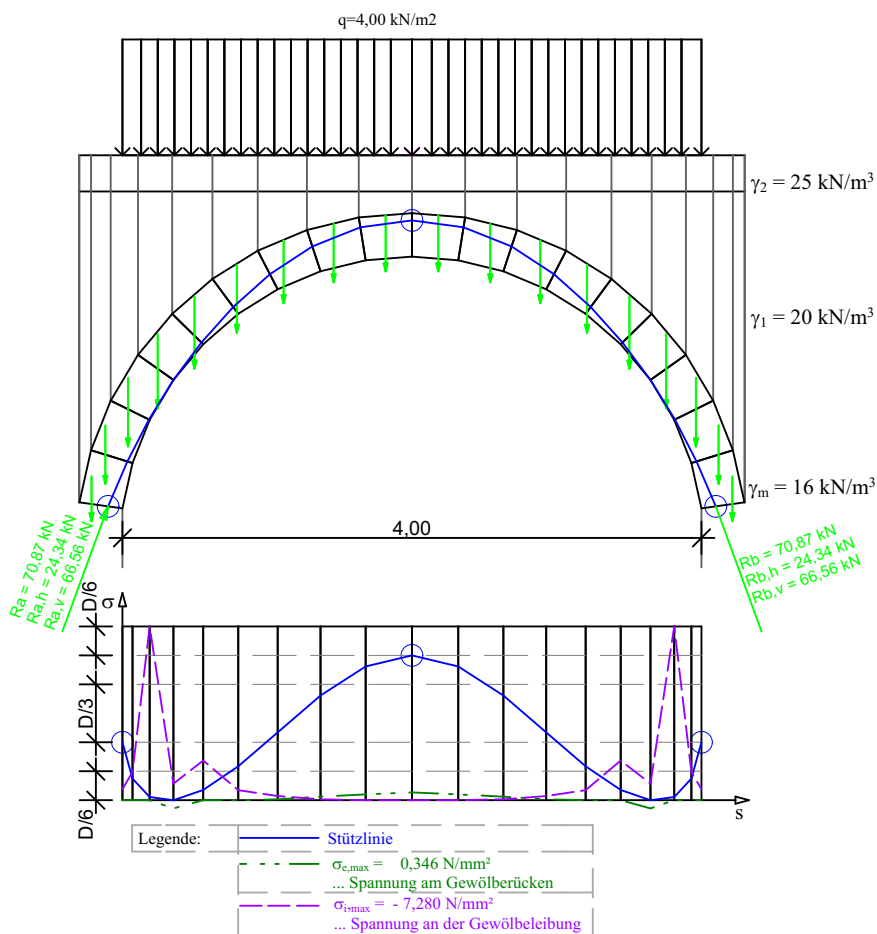


Abbildung 4.7: Minimalstützlinie zufolge beidseitiger Nutzlast

Weiters zeigt sich in Abbildung 4.8, dass die Stützlinie, falls sie auf Druckspannungen optimiert wurde, nach Definition der Exzentrizitäten im Bereich der Widerlager in die zweite Kernweite eingeschrieben werden kann. Der empfohlene Bereich von $\frac{1}{3}$ der Querschnittshöhe wurde dabei nicht überschritten. Es wurde demnach eine zulässige Stützlinie gefunden. Der Verlauf der Spannungen am Gewölberücken σ_e in Abbildung 4.8 zeigt, dass bei Betrachtung nur bei der optimierten Stützlinie im Winkel von 35.32° gegenüber der Horizontalen auftretende Zugspannungen nicht berücksichtigt werden und durch Entfall dieser Querschnittshöhe zu weiteren Druckspannungen umgelagert werden. Daher ist der Wert „0“ erklärt. An derselben Stelle der Gewölbeleibung ergibt sich die maximale Druckspannung $\sigma_{i,max} = -0.697 \text{ N/mm}^2$ im Querschnitt. Bei der Variante mit der nicht optimierten Stützlinie in Abbildung 4.7 treten Zugspannungen $\sigma_{e,max} = +0.346 \text{ N/mm}^2$ auf.

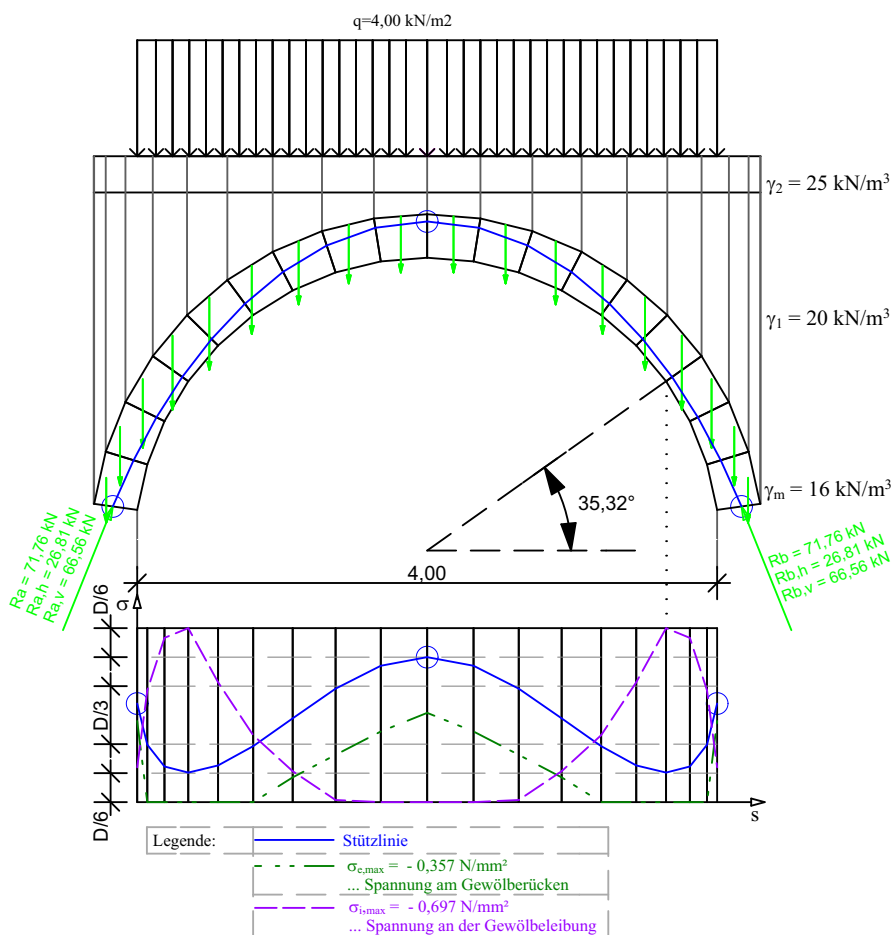


Abbildung 4.8: Optimierte Minimalstützlinie zufolge beidseitiger Nutzlast

- Ergebnis:

Bei Betrachtung des Lastfalls 1 "ständige Lasten" ist zu erkennen, dass der vorhandene Verlauf des Gewölbes nicht ausreichend an die Stützlinie angepasst wurde. In der Lastkombination ständige Lasten mit Nutzlast einseitig treten in der nicht optimierten Stützlinie die maximalen Zugspannungen auf. Es zeigt sich, dass die entstehenden Druckspannungen in den nicht optimierten Stützlinienkonfigurationen vom historischen Mauerwerk nicht aufgenommen werden können. Die Standsicherheit ist daher für den maßgebenden Lastfall der Widerlagerverschiebung nicht gewährleistet.

4.2.2 Methode 2: Finite Elemente Analyse

In den folgenden Berechnungen, welche mit dem Finite Elemente Programm RFEM 5.06.1103 (Firma Dlubal Software GmbH) erstellt wurden, wird die FE-Netz-Länge mit 10 cm begrenzt. Es handelt sich um eine Makromodellierung (vergleiche Abbildung 3.9) des Mauerwerkes. Die Unterteilungen in Einzelflächen wird exakt aus dem Programm ARCO, siehe Punkt 4.2.1 "Methode 1: Stützlinienverfahren", übernommen. Im folgenden werden unterschiedliche Materialmodelle herangezogen. Bei den Modellen handelt es sich um Modelle welche in der Software implementiert sind. Der praxistaugliche Einsatz ist daher ausschließlich durch den Erwerb und die Bedienung der Software möglich.

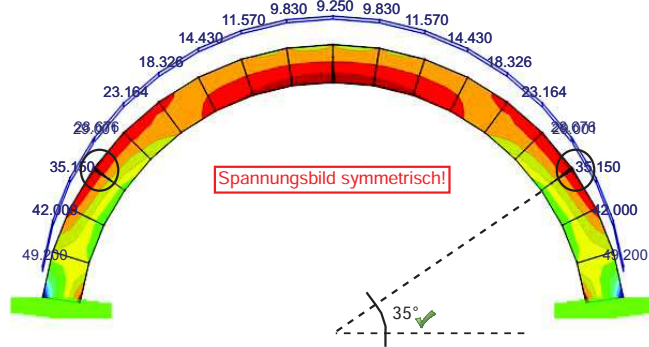
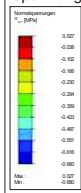
- linear elastisches orthotropes Materialverhalten im Berechnungsmodell, ohne Berücksichtigung der Widerlagerverschiebung:

Ausschließlich zur besseren Abschätzung und zur Kontrolle wird das Gewölbe unter Idealbedingungen ohne Widerlagerverschiebung nachgerechnet. Um auf der sicheren Seite zu liegen, wurde nach Theorie II. Ordnung gerechnet. Der Unterschied ist gering, da es sich um keine schlanke Konstruktion nach [28] handelt. Das baustatische Modell wurde hier mit Einspannungen in den Kämpfern modelliert um die Lagen der Bruchfugen für diesen Bogen mit großem Öffnungswinkel festzulegen [23]. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass diese Nachrechnung aufgrund der Überschätzung der Traglast nicht zur Beurteilung der Tragsicherheit herangezogen werden darf. Nicht zuletzt wird die Verformung bei dieser Modellbildung deutlich unterschätzt. Weiters treten Zugspannungen auf, die nicht aufgenommen werden können.

NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{x,+}$

LF1: ständige Lasten
Belastung [kN/m]
Spannungen Sigma-x,+

In Y-Richtung



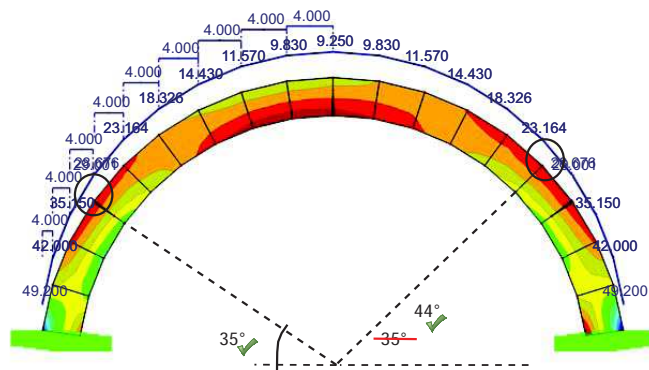
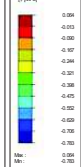
Max Sigma-x,+ : 0.027, Min Sigma-x,+ : -0.680 MPa

1 m
M 1:50

NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{x,+}$

LK1: SLS_01
Belastung [kN/m]
Spannungen Sigma-x,+

In Y-Richtung



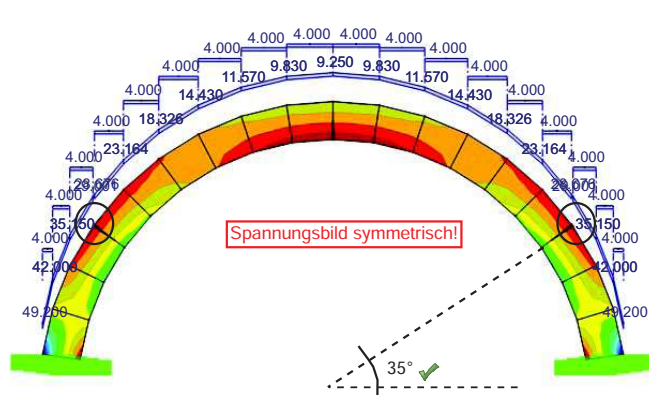
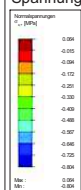
Max Sigma-x,+ : 0.064, Min Sigma-x,+ : -0.783 MPa

1 m
M 1:50

NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{x,+}$

LK2: SLS_02
Belastung [kN/m]
Spannungen Sigma-x,+

In Y-Richtung



Max Sigma-x,+ : 0.064, Min Sigma-x,+ : -0.804 MPa

1 m
M 1:50

Abbildung 4.9: Linear-elastische Voruntersuchung der Spannungen in FEM

Erklärung zu Abbildung 4.9:

- oben: Hauptnormalspannungen σ_x unter LF 1, ständige Lasten
- mitte: Hauptnormalspannungen σ_x unter LK 1, ständige Lasten + Nutzlast einseitig
- unten: Hauptnormalspannungen σ_x unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig

Die Begrenzung der maximal auftretenden Zugspannung nach [11] mit 0.5 N/mm^2 kann für den vorliegenden Fall eingehalten werden.

Die resultierenden Hauptnormalspannungsverläufe sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Stellen, an denen Zugspannungsspitzen in den Abbildungen 4.3, 4.5 und 4.7 der Auswertung der Minimalstützlinien vorzufinden sind. Bei symmetrischer Beanspruchung (siehe Abbildung 4.9, oben und unten) entsprechen die Zugspannungsspitzen beidseitig einem Winkel von 35° zur Horizontalen. Bei antimetrischer Beanspruchung (siehe Abbildung 4.9, mitte) ergibt sich auf der durch Nutzlast einseitig belasteten Seite ebenfalls ein Winkel von 35° zur Horizontalen, auf der unbelasteten Gewölbehälfte ein Winkel von 44° .

- isotropes nichtlineares Mauerwerksmodell zweidimensional, mit Berücksichtigung der Widerlagerverschiebung:

In der Software RFEM lässt sich Mauerwerk als nichtlineares Material definieren, in dem neben den elastischen Parametern, die Grenzzug- und Grenzdruckspannungen Berücksichtigung finden. Es wird nach Theorie I. Ordnung mit der Lösungsmethode nach Newton-Raphson gerechnet. Es ist kein Einfluss der Verformungen zu erwarten. Zusätzlich wird in den Teilflächen, an denen plastische Bereiche erwartet werden, eine Netzverfeinerung durchgeführt. Die FE-Netz-Länge wird in diesen Bereichen mit 3.0 cm begrenzt. Siehe dazu in Abbildung 3.8.

Für dieses Berechnungsmodell wird das Spannungs-Dehnungsdiagramm definiert. Dieses ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Der Verlauf der Arbeitslinie zufolge Druckspannungen wurde sinngemäß aus [28] übernommen. Die ermittelte Mauerwerkfestigkeit nach Hilsdorf wird darin als Übergang zum Bruchvorgang berücksichtigt. Zur Berücksichtigung des Bruchvorganges wird ein Spannungsplateau in Rechnung gestellt, um das nichtlineare Materialverhalten zu erfassen. Der in diesem Materialmodell ebenfalls berücksichtigte Elastizitätsmodul und Schubmodul ist aus Tabelle 4.1 zu entnehmen.

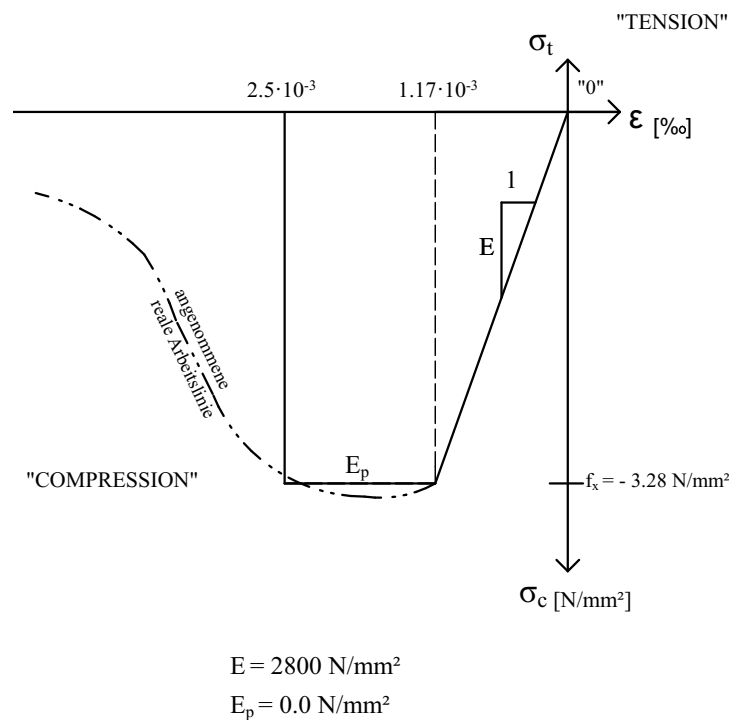


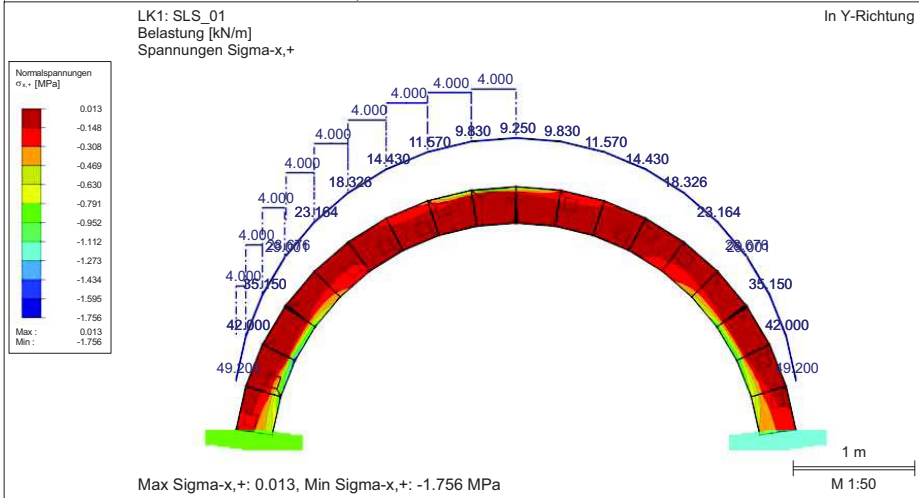
Abbildung 4.10: Nichtlineares Spannungs-Dehnungsdiagramm für die Definition des berücksichtigten Materialmodelles

Mithilfe dieses nichtlinearen Materialmodells ist eine Berechnung möglich, in der die auftretenden Zugspannungen umgelagert werden können. Weiters können Widerlagerverschiebungen als ein Nachgeben in den Auflagern nach einem bestimmten Längenwert definiert werden.

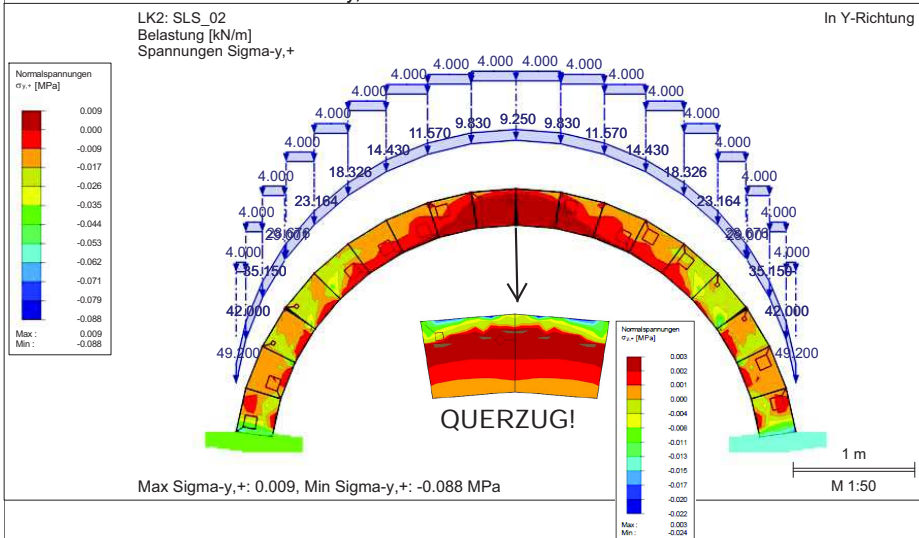
In folgender Modellbildung nach Abbildung 4.11 wird die Verschiebung der Widerlager nach außen mit 1.0 cm berücksichtigt.

In Abbildung 4.11 sind die Hauptspannungen des Systems dargestellt. Es ist deutlich ersichtlich, dass bei diesem definierten Materialmodell die Zugspannungen, bis auf ein sehr geringes Maß, vollständig umgelagert werden können. Die maßgebenden Druckspannungen in Gewölbelängsrichtung ergeben sich zufolge der Lastkombination mit Nutzlast einseitig im unteren Bereich an der antimetrisch belasteten Gewölbehälfte. Die Spannungen in die Nebenrichtung y zeigen, dass im Scheitelpunkt am Gewölberücken ebenfalls Druckspannungen entstehen, unterhalb am Haupttrass des Querschnittes entstehen Querzugspannungen. Diese sind für das untersuchte Gewölbe als gering einzustufen.

NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{x,+}$



NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{y,+}$



SPANNUNGEN $\tau_{xy,+}$

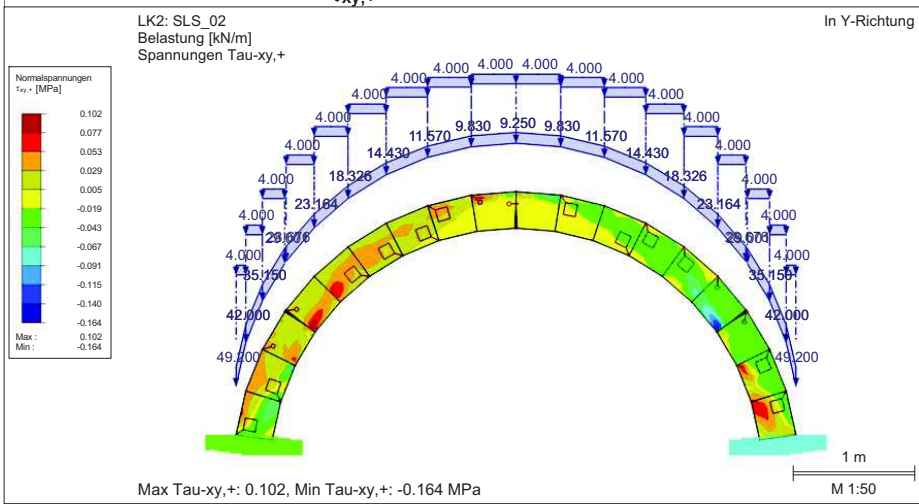


Abbildung 4.11: Spannungen am isotropen Mauerwerkgewölbemodell in FEM

Erklärung zu Abbildung 4.11:

- oben: Hauptnormalspannungen σ_x unter LK 1, ständige Lasten + Nutzlast einseitig
- mitte: Hauptnormalspannungen σ_y unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig
- unten: Schubspannungen τ_{xy} unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig

Anhand der Schubspannungen wird ersichtlich, dass die Anfangsscherfestigkeit f_{vk0} nach Eurocode 6 [48] kleiner sind als die auftretenden Schubspannungen. Eine Druckspannung kann rechnerisch für die Ermittlung der Schubspannungen für Gewölbe mit hohem Stich berücksichtigt werden. Siehe dazu Kapitel 2.6.3 "Mauerwerk". Es ist daher kein Schubversagen im Scheitel und an Querschnittsstellen unter dem Winkel 35° zu erwarten, da aufgrund der hohen Druckspannungen unter Berücksichtigung des Reibungsgesetzes die zulässige Schubspannung deutlich erhöht wird. Jedoch ist im Querschnittsbereich oberhalb der 35° sind die Werte der einwirkenden Druckspannungen weitaus geringer, sodass unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte kein strikter Nachweis nach Eurocode [48] mehr erbracht werden kann. Siehe dazu auch Abbildung 4.17.

Anhand des Nichtlinearitätsgrades im Programm ist ersichtlich, dass im Scheitel die Druckspannungen bereits soweit an der Gewölbeoberseite konzentriert sind, dass die Modellbildung mit 70 % Risstiefe im Gelenk nach Pauser [51] bereits deutlich überschritten ist. Der Nichtlinearitätsgrad gibt an welchen Orten es zu einem Zugspannungsausfall entsprechend der definierten Arbeitslinie in Abbildung 4.10 für das Material kommt. Die Aussage der konzentrierten Druckspannungen im Scheitel wird durch die auftretenden Verzerrungen bestätigt. Im Scheitel beträgt der Wert der Verzerrung $\epsilon_x = 2.90\%$. Das ist bereits größer als die zugelassene Verzerrung nach Abbildung 4.10. Ein Nachweis nach Eurocode ist demnach unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte nicht mehr möglich.

Zum Vergleich: Pauser [51] begrenzt die Verzerrungen mit 3.5%. An den beiden plastischen Bereichen unter 35° zur Horizontalen ist die Tragfähigkeit jedenfalls noch nicht erschöpft. Um den Einfluss der Widerlagerverschiebung besser vergleichbar zu machen, wurden, bei unterschiedlichem Nachgeben der Kämpfer (u_x), mehrere Berechnungen durchgeführt. Diese sind in Tabelle 4.3 ersichtlich.

Aus den Drucknormalspannungen $\sigma_{x,min}$ in Tabelle 4.3 ist ersichtlich, dass es zu einer Steigerung kommt, je mehr die Lager nachgeben. Selbes gilt für die zugehörigen Schubspannungen τ . Sehr interessant sind die Ergebnisse der Querkzugspannungen. Manche erhöhen sich im Vergleich zu den Spannungen in Haupttrichtung beim Nachgeben der Widerlager geringfügig. Detaillierte Aussagen darüber können aber nur bei Mikromodellierungen getroffen werden. Siehe dazu Abbildung 3.9.

u_x	[mm]	0	5	10	20
$\sigma_{x,max}$	[N/mm ²]	+0.005	+0.007	+0.013	+0.019
$\sigma_{x,min}$	[N/mm ²]	-0.801	-1.130	-1.756	-2.400
$\sigma_{y,max;Scheitel}$	[N/mm ²]	0.001	0.003	0.003	0.004
$\sigma_{y,max;Stelle 35^\circ}$	[N/mm ²]	0.014	0.008	0.012	0.017
$ \tau $	[N/mm ²]	0.064	0.124	0.164	0.212
ϵ_x	[‰]	0.270	1.580	3.310	6.690
$u_{Scheitel}$	[mm]	0.5	4.6	8.7	16.9
$u_{y,Scheitel}$	[mm]	0.5	3.8	7.0	13.2

Tabelle 4.3: Vergleich von Hauptnormalspannungen der nichtlinearen Finite Elemente Methode mit unterschiedlicher Widerlagerverschiebung u_x

4.2.3 Methode 3: Stabwerksberechnung

Für die vorliegenden Berechnungen wird eine Stabwerksberechnung mit dem Programm RFEM 5.06.1103 (Firma Dlubal Software GmbH) durchgeführt. Der Verlauf der Stabwerkshauptachse wird anhand der Elementaufteilung in 18 Teilquerschnitte ident zur "Methode 1: Stützlinienverfahren" (Kapitel 4.2.1) und "Methode 2: Finite Elemente Analyse" (Kapitel 4.2.2) modelliert.

- linear elastische Berechnung bei isotropem Materialverhalten mit Berücksichtigung der Widerlagerverschiebung:

Da die vorhandenen Risse mitberücksichtigt werden sollen, wird die Modellbildung für die elastische Berechnung nun grundlegend geändert. Es werden Gelenke (Gelenkposition 35° gegenüber der Horizontalen) eingeführt, die sich

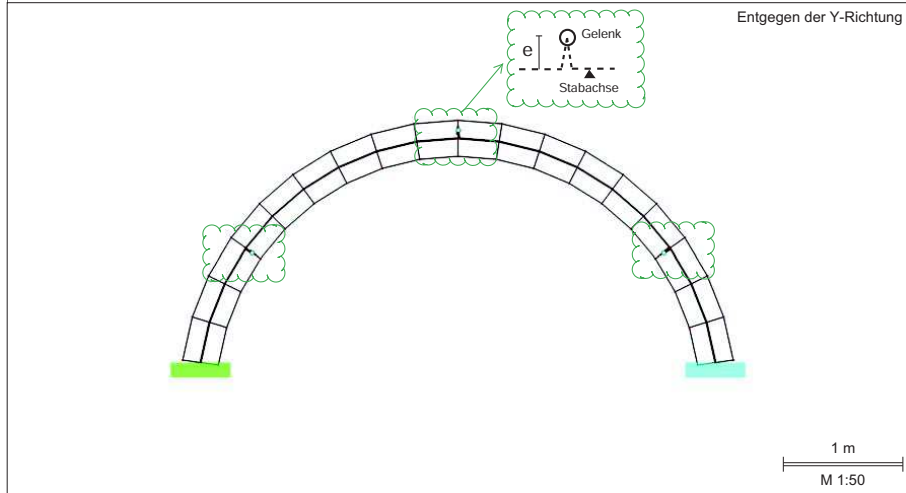
bei Widerlagerverschiebung, bedingt durch den schlanken Restquerschnitt, einstellen. Die Modellierung der plastischen Gelenke wurde nach Pauser [51], siehe auch Abbildung 3.15, gewählt und demnach von einer Risstiefe von 70 % der Gewölbedicke ausgegangen. Es handelt sich um das baustatische System eines Dreigelenkbogens.

Weiters werden nach Holzer [23] Exzentrizitäten der Gelenke zur Stabachse modelliert. Zu deren Berücksichtigung werden schubstarre Koppelstäbe herangezogen. Der Wert der drei Exzentrizitäten wird nach Überlegungen der zugehörigen Minimalstützlinie aus 4.2.1 "Methode 1: Stützlinienverfahren" festgelegt. Nachdem die Resultierende der Druckspannung eine Ausmitte von $\frac{1}{3}$ der Gewölbedicke einnehmen soll, fällt nach Umlagerungen der Spannungen auf einen Blockquerschnitt nach [51] dieser mit der Spannungsergebnierenden zusammen und die Exzentrizität wird mit $e = 10$ cm für die Gesamtquerschnittshöhe von 30 cm gewählt. Siehe dazu Abbildung 4.12. Es wird nach Theorie II. Ordnung gerechnet.

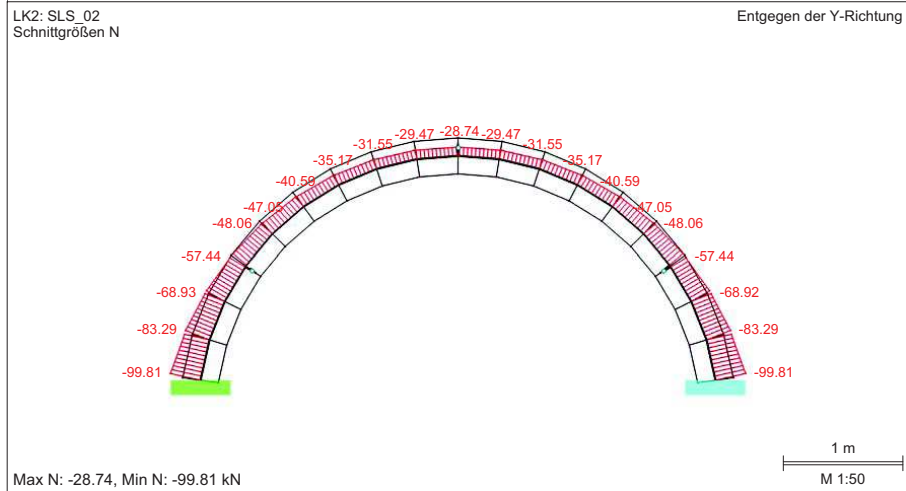
Die Widerlager sind nach Einstellung dieses stabilen Zustandes als unverschieblich definiert. Inwieweit sich die Widerlager im realen System verschieben, ist unbekannt und wird von vielen Materialien beziehungsweise Steifigkeiten der angrenzenden Bauteile beeinflusst. Aus dieser Sicht ist die Annahme eines ruhenden Modells als wirklichkeitsnahe einzustufen, da das Tragwerk offensichtlich noch standsicher ist. Selbst bei nachträglicher Verschiebung der Widerlager funktioniert dieses baustatische System noch unbeeinflusst.

In den Spannungsverläufen aus Abbildung 4.13 ist deutlich zu sehen, dass die Zugspannungen nicht umgelagert werden, es handelt sich daher um eine reine Abschätzung. Diese Berechnungsmethode einschließlich dem zugrunde gelegten Materialmodell soll daher ausschließlich bei der Berechnung von Mauerwerk unter Biegebeanspruchung parallel zu den Lagerfugen zum Einsatz kommen. Siehe dazu Kapitel 2.8 "Normative Grundlagen". Die Drucknormalspannungen zeigen einen guten Vergleich zur nichtlinearen Finite Elemente Methode ohne Berücksichtigung der Widerlagerverschiebung. Jene Schubspannungen aus der nichtlinearen Finiten Elemente Methode bei Widerlagerverschiebung von 1.0 cm betragen jedoch nur cirka 34 % und werden damit deutlich unterschätzt.

MODELL



SNITTGRÖSSEN N



SNITTGRÖSSEN M_y

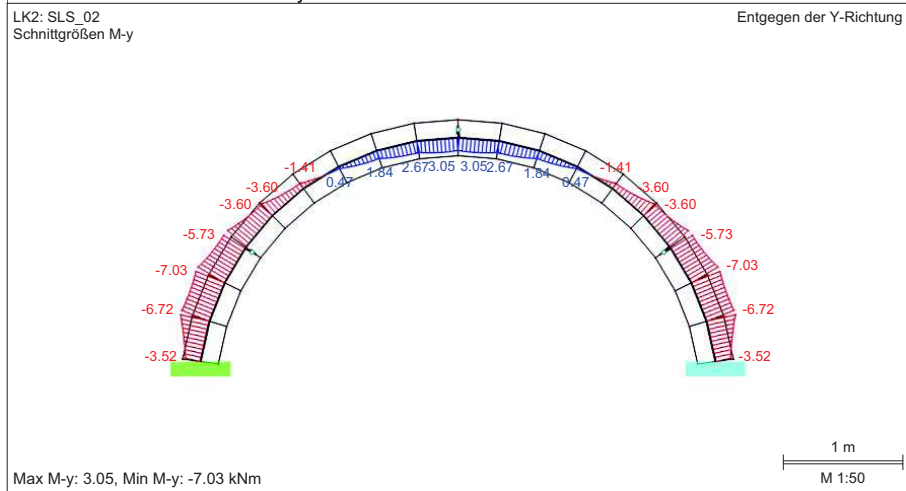


Abbildung 4.12: Stabwerkmodell elastisch mit Widerlagerverschiebung und Schnittgrößen

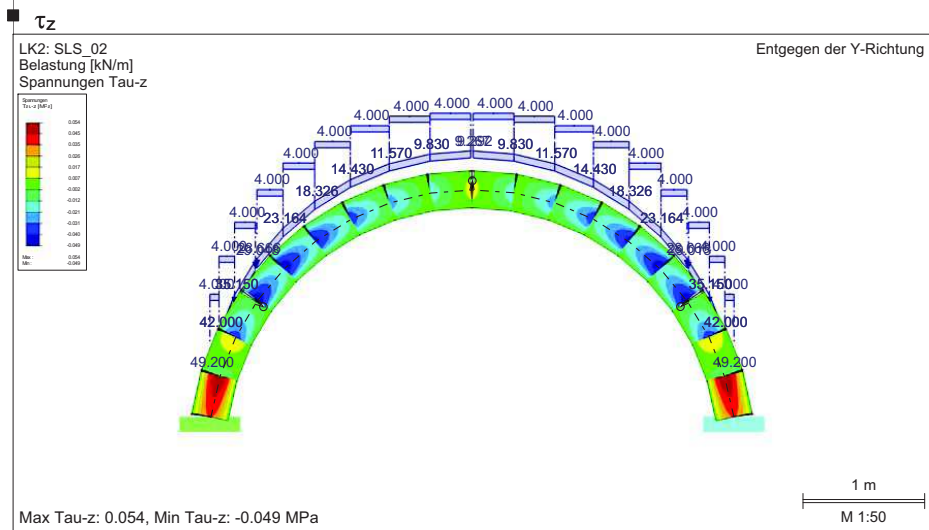
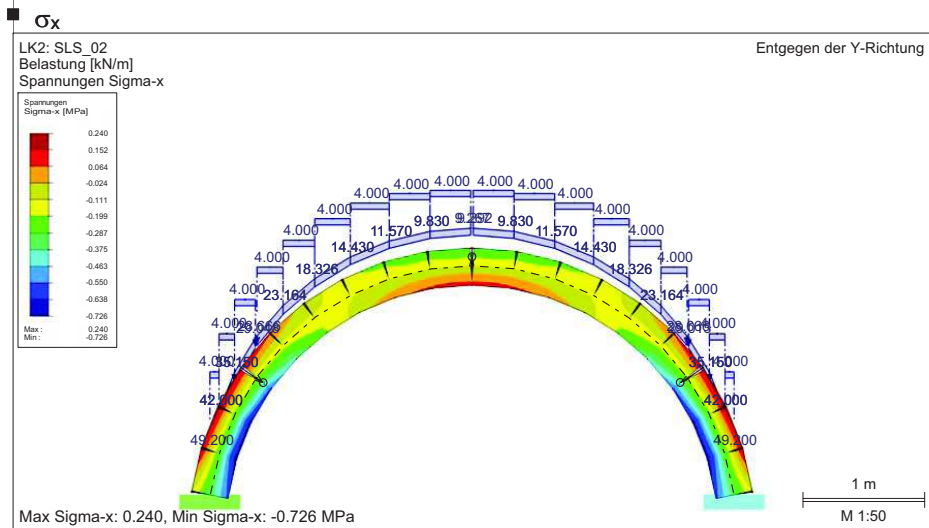
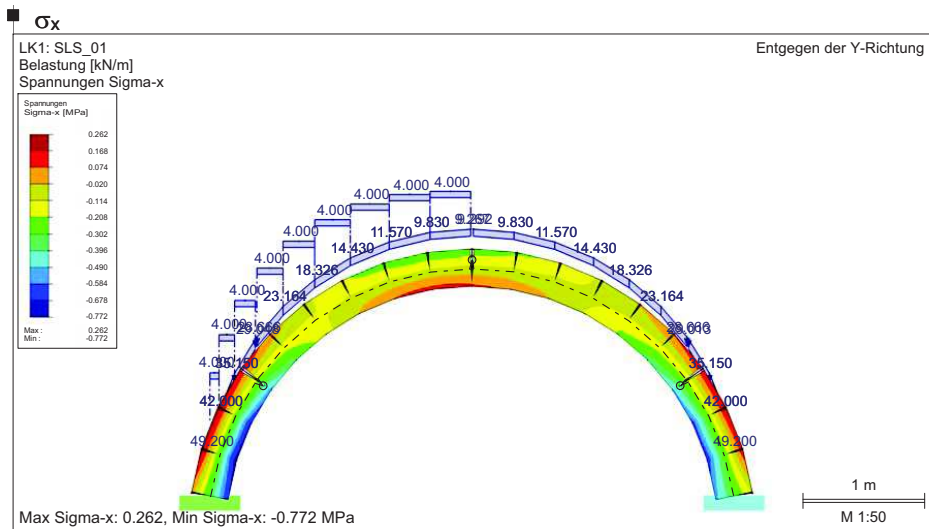


Abbildung 4.13: Linear elastisches Hauptnormal- und Schubspannungsmodell

Erklärung zu Abbildung 4.13:

- oben: Hauptnormalspannungen σ_x unter LK 1, ständige Lasten + Nutzlast einseitig
- mitte: Hauptnormalspannungen σ_y unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig
- unten: Schubspannungen τ_{xy} unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig

Vorsicht ist geboten, denn diese Spannung ergibt sich nach vorheriger Berechnung für Gewölbe mit relativ hohem Stich als maßgebendes Versagenskriterium bei Widerlagerverschiebung. Es ist zu diesem Zeitpunkt bereits aus der nichtlinearen Finiten Elemente Methode geklärt, dass bei Widerlagerverschiebung mit einer deutlichen Spannungszunahme in den Randbereichen zu rechnen ist. Diese Vergrößerung der Drucknormalspannungen wird bei diesem baustatischen Modell jedoch nicht erfasst. Die Gefahr des Durchschlagens bei großen Widerlagerverschiebungen ist, unabhängig von der verwendeten Berechnungsmethode, näher zu untersuchen.

Es ist bei einem Vergleich zwischen Abbildung 4.9 und Abbildung 4.13 davon auszugehen, dass durch die Änderung des statischen Systems infolge der Widerlagerverschiebung, Zugspannungen bereits feine Risse im Gewölbe hervorgerufen haben und die verhältnismäßig großen Risse im Scheitel und an den beiden Stellen unter 35° zur Gewölbeachse (dominierende einseitige Nutzlast aus Nutzung ausgeschlossen) aufgetreten sind.

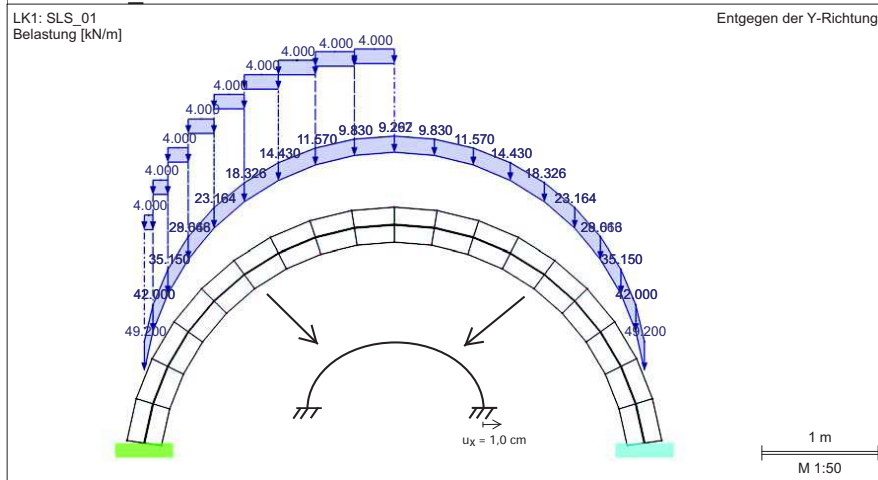
- nichtlineare Berechnung bei isotropem Materialmodell mit Berücksichtigung der Widerlagerverschiebung:

Das Materialmodell ist nach Abbildung 4.10 definiert. Es handelt sich um ein eindimensionales, nichtlineares Materialmodell. Aussagen zu Hauptnormalspannungen orthogonal zur Stabachse sind daher nicht möglich.

Es handelt sich dabei um das affine Stabwerksmodell zu der nichtlinearen Finiten Elemente Berechnung, jedoch wird nur ein eindimensionales Materialmodell berücksichtigt. Es wird bei dieser Modellbildung von einem dreifach statisch unbestimmten Bogen ausgegangen und über die nichtlineare Berechnung werden die nicht aufnehmbaren Zugspannungen umgelagert.

In Darstellung 4.14 sind die resultierenden Hauptnormalspannungen bei einer Widerlagerverschiebung von 1.0 cm dargestellt. Es ist deutlich ersichtlich, dass durch die nichtlineare Berechnung ein sehr großer Teil der Zugspannungen erfolgreich umgelagert wird. Ein vollständiges Ausbleiben von Zugspannungen kann programmtechnisch nicht erfolgen.

■ LK1: SLS 01



■ σ_x

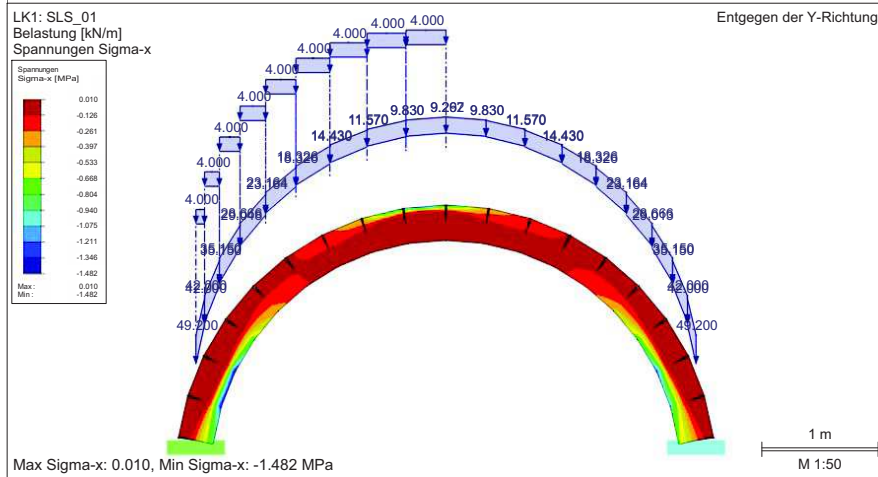


Abbildung 4.14: Nichtlineares Hauptnormalspannungsmodell bei isotropem Materialverhalten

Weiters ist festzustellen, dass für das vorliegende Gewölbe die Hauptdruckspannung in den beiden Bereichen der äußeren Gelenke hin zu den Widerlagerbereichen an der Gewölbeleibung dominieren. Die maximale Drucknormalspannung wird auch hierbei in der Lastkombination Nutzlast einseitig erreicht.

Ein Nachweis der Druckspannungen wird zwar unter Berücksichtigung der Materialsicherheit noch positiv geführt werden können, jedoch bei Multiplikation mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Lastenwirkungen ist ein positiver Nachweis nicht mehr möglich. Nachweisführung analog zu jenem in Kapitel 4.2.7, bei Widerlagerverschiebung.

Als Ausblick ist für flachere Gewölbe (Kapitel 4.2.4 "Kontrollrechnung am flachen Gewölbe" aufgrund der deutlich höheren Normalkräfte, bedingt durch höhere Horizontalkräfte (Kräftegleichgewicht), jedenfalls eine Überschreitung der zulässigen Druckkraft auch im Scheitel zu erwarten. Siehe dazu Abbildung 4.15.

In Tabelle 4.4 werden die Spannungen in Abhängigkeit der Widerlagerverschiebung (u_x) dargestellt.

u_x	[mm]	0	5	10	20
$\sigma_{x,max}$	[N/mm ²]	+0.006	+0.010	+0.010	+0.010
$\sigma_{x,min}$	[N/mm ²]	-0.615	-0.957	-1.481	-2.190
$ \tau $	[N/mm ²]	0.080	0.053	0.057	0.060
$u_{Scheitel}$	[mm]	0.4	4.3	8.2	16.9
$u_{y,Scheitel}$	[mm]	0.4	3.5	6.6	15.4

Tabelle 4.4: Vergleich von Hauptnormalspannungen der nichtlinearen Stabwerksberechnung mit unterschiedlicher Widerlagerverschiebung u_x

Es zeigt sich, dass sich Druckspannungen ähnlich jener aus der nichtlinearen Finite Elemente Methode Berechnung ergeben, die jedenfalls den Einfluss der Widerlagerverschiebung mitberücksichtigen. Dennoch ist an den Schubspannungen in diesem Berechnungssystem ersichtlich, dass diese, bei auftretenden Widerlagerverschiebungen, deutlich unterschätzt werden. Für das vorliegende Gewölbe stellt sich diese Tatsache aufgrund der geringeren Druckkraft als sehr problematisch heraus.

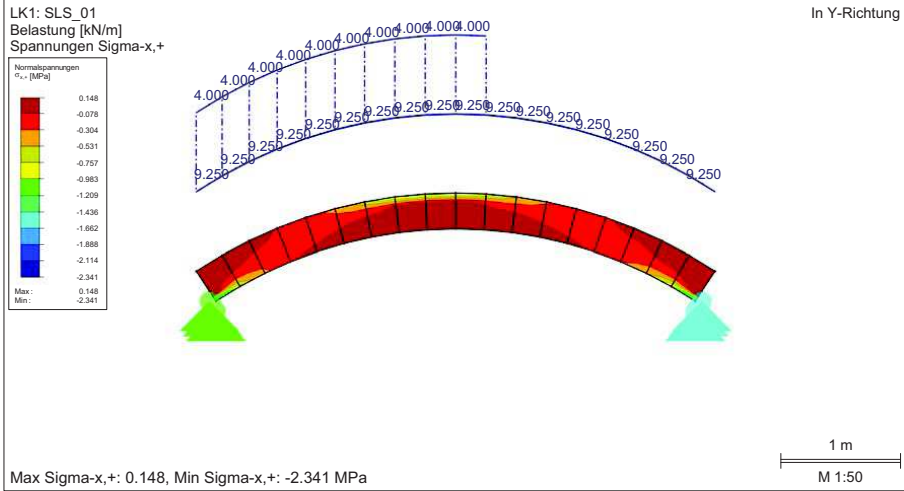
4.2.4 Kontrollrechnung am flachen Gewölbe

Um die Ergebnisse weitreichender auswerten zu können, folgt eine zusätzliche nichtlineare Vergleichsrechnung in Finite Elemente Methoden eines flachen Gewölbetragswerkes mit isotropem Materialmodell. Die Randbedingungen, mit Ausnahme der Stichhöhe, dem Öffnungswinkel und den Gelenken im Kämpferbereich (nach Holzner [23]) sind dabei ident zum nichtlinearen Gewölbemodell nach Kapitel 4.2.2 "Methode 2: Finite Elemente Analyse" gewählt:

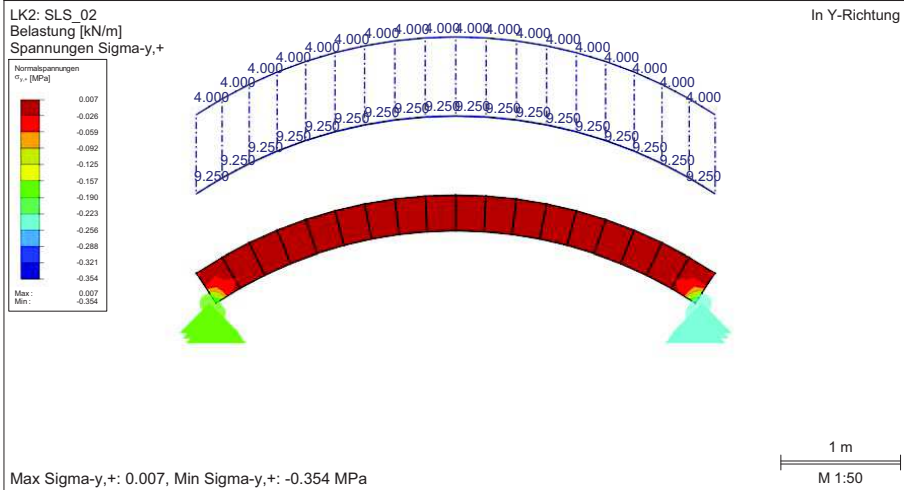
- Spannweite: $l = 4.00 \text{ m}$
- Stichhöhe: $f = 0.60 \text{ m}$
- Gewölbstärke: 30 cm konstant
- Öffnungswinkel: 67°
- Die stützende Wirkung der Hinterfüllung wurde auf der sicheren Seite liegend in Bezug auf den horizontalen Lastabtrag vernachlässigt.
- Es befinden sich jedenfalls große Risse an der Gewölbeleibung im Scheitelpunkt, der Gewölberücken kann nicht begutachtet werden.
- Im Kämpferbereich wird keine Einspannung berücksichtigt, da nach Holzer [23] die Lage der Bruchfuge an realen flachen Gewölbebögen im Scheitel und an den Kämpfern vorzufinden ist.
- Über der Schüttung des Gewölbes wird die Last einer Betonplatte von 25 cm berücksichtigt. Dies soll sich der Belastungen aus Aufbetonschichten + schweren Fußbodenaufbau annähern.
- Mitgrund für die Nachberechnung ist die nachträgliche Nutzungsänderung (Nutzlast Neu: $q = 4.00 \text{ kN/m}^2$).
- Die Teilsicherheitsbeiwerte sowohl auf der Materialseite als auch auf der Lasteinwirkungsseite wurden aufgrund der "realitätsnahen" Nachrechnung auf „1.0“ gesetzt.
- Zugrunde gelegt wird die ungünstigere Anordnung von Kufenverband, bei der die Zugfestigkeit normal zur Lagerfuge "0" gesetzt wird.

Die Lastfälle und Lastkombinationen sind für diese Gewölbeberechnung ebenfalls nach Tabelle 4.2 festgelegt.

■ SPANNUNGEN



■ SPANNUNGEN



■ SPANNUNGEN

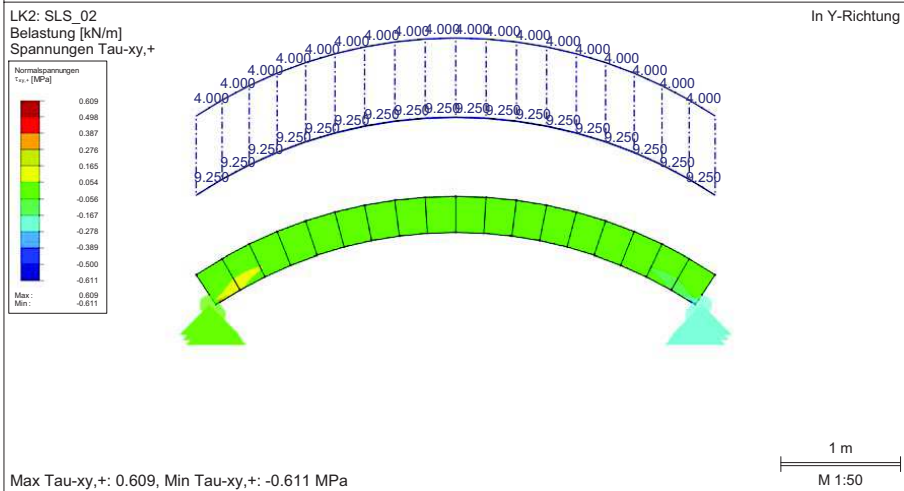


Abbildung 4.15: Spannungen eines flachen Gewölbes am isotropen Mauerwerkge-wölbemodell in FEM

Erklärung zu Abbildung 4.15:

- oben: Hauptnormalspannungen σ_x unter LK 1, ständige Lasten + Nutzlast einseitig
- mitte: Hauptnormalspannungen σ_y unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig
- unten: Schubspannungen τ_{xy} unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig

Bei flachen Gewölben (vgl. Abbildung 4.15) kommt es an den Auflagern zu maximalen Drucknormalspannungen, die weitaus größer sind, als jene von Gewölben mit hohem Stich. Bedingt durch den größeren Horizontalschub ist ein Nachgeben der Widerlager demnach weitaus früher zu erwarten. Dadurch ist jedenfalls auch mit deutlich sichtbaren Klaffung zu rechnen. Die maßgebenden Schubspannungen bei flachen Gewölben treten an den Kämpfern auf, wo gleichzeitig eine entsprechend hohe Drucknormalkraft wirkt. Über das Reibungsgesetz dürfen die zulässigen Schubkräfte um den Anteil der einwirkenden Druckkraft mit dem Reibungsbeiwert multipliziert werden. Nach Kontrollrechnungen aus Gleichung 2.5 in Kapitel 2 "Theoretische Grundlagen" erweist sich ein Schubversagen bedingt durch die hohe Drucknormalkraft bei flachen Gewölben als nicht maßgebend.

4.2.5 Vergleich der Methoden

Für den Zustand ohne Widerlagerverschiebung wird in Tabelle 4.5 ein Vergleich aller zur Anwendung kommenden Berechnungen zusammengefasst:

Berechnungsvariante	$\sigma_{x,max}$	$\sigma_{x,min}$	$ \tau $	$ \sigma_y $
ARCO „optimiert“	+0.000	-0.697	—	—
ARCO „nicht optimiert“	+0.358	-2.030	—	—
FEM linear orthotrop	+0.054	-0.804	0.059	—
FEM nichtlinear isotrop	+0.040	-0.801	0.064	0.150
Stabwerk linear isotrop	+0.262	-0.772	0.054	—
Stabwerk nichtlinear isotrop	+0.034	-0.615	0.080	—

Tabelle 4.5: Vergleich der Berechnungsergebnisse (Spannungen ohne Widerlagerverschiebung) in $[N/mm^2]$

Anhand Tabelle 4.5 ist zu sehen, dass die größte auftretende Druckspannung aus dem "nicht optimierten" Stützlinienverfahren im Programm ARCO resultiert. Dabei wurden die Exzentrizitäten jedoch entsprechend der Minimalstützlinie beim maßgebenden Lastfall bei Widerlagerverschiebung manuell gewählt. Aus diesem Grund

sollte dieser Spannungswert nicht mit den anderen verglichen werden. Daher resultiert der maßgebende Wert der Drucknormalspannung aus den Finite Elemente Berechnungen, wobei dabei jedoch kein allzu großer Unterschied zur optimierten Berechnung nach ARCO gegeben ist. Das Programm ARCO eignet sich demnach sehr gut für eine rasche Abschätzung von auftretenden Hauptnormalspannungen ohne Widerlagerverschiebung.

Aus den Tabellen 4.3 und 4.4 ist ersichtlich, dass die Widerlagerverschiebungen u_x unter nichtlinearer Berechnung die Spannungen wesentlich erhöhen. Die Widerlagerverschiebungen beeinflussen demnach den Grenzzustand der Tragfähigkeit. Zum Beispiel bei Verdoppelung des Wertes $u_x = 10 \text{ mm}$ auf $u_x = 20 \text{ mm}$ nehmen die Werte der konzentrierten Druckspannungen nach der Finite Elemente Methode Analyse um rund 37 % zu. Weiters vergrößern sich auch die auftretenden Schubspannungen im maßgebenden Lastfall der Widerlagerverschiebung. Die auftretenden Querkzugspannungen nehmen mit Vergrößerung der Widerlagerverschiebung ab und können nach diesen ermittelten Spannungsbildern vernachlässigt werden. Jedoch wird darauf hingewiesen, dass es sich dabei um eine Makromodellierung handelt. Demnach werden bei örtlichen Überschreitungen der Mauerwerksdruckfestigkeiten in der Realität sehr wohl Querkzugspannungen auftreten, die zum Ziegelversagen führen.

Der direkte Vergleich der Spannungen zwischen den beiden nichtlinearen Berechnungen zufolge selber Widerlagerverschiebung in Abbildungen 4.11 und 4.14 zeigt, dass die maßgebenden Drucknormalspannungen der Stabwerksbetrachtungen ein wenig geringer sind.

Daher ist für die Interpretation des verbleibenden Mauerwerksquerschnittes im Scheitel und in den beiden äußeren plastizierenden Bereichen unter 35° festzustellen, dass es zu einer extremen Spannungskonzentration zum Querschnittsrand hin kommt. Von plastifiziertem Mörtel ist an dieser Stelle auszugehen. Bei Gewölben mit weitaus größeren Druckspannungen (kleine Stichhöhe) ist mit Spannungsüberschreitungen zu rechnen, sodass ein Ziegelversagen (endgültiger Bruch) zu erwarten ist, nachdem der plastische Bereich des Mörtels voll ausgereizt ist. Aus Versagensbeschreibungen (siehe [23]) wird zuerst randnah das Aufreißen der Ziegel senkrecht zur Lagerfuge gefolgt vom lagerparallelem Aufreißen unter Ausfall von Mörtel erwartet. Siehe dazu Abbildung 4.16.

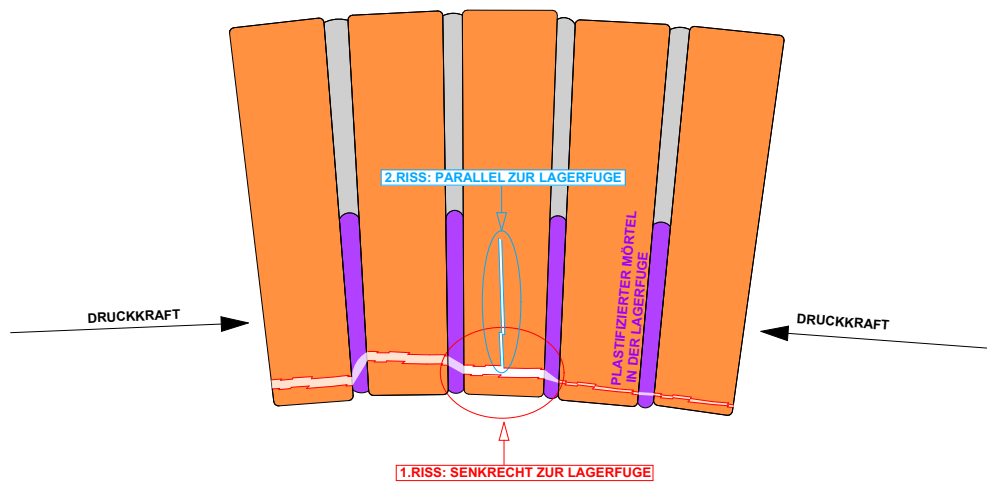


Abbildung 4.16: Schematische Darstellung des Ziegelreißens im Scheitelbereich eines Tonnengewölbes

Ist bereits eine Widerlagerverschiebung festgestellt worden oder ein weiteres Nachgeben zu erwarten, sollte jedenfalls für Gewölbe mit größerem Stich mit einem zweidimensionalen Materialmodell gerechnet werden. Es ist dabei für die Modellierung und zugehörige Berechnung ein Vielfaches an zeitlichem Aufwand einzuplanen, da unter anderem beim Einsatz eines Finite Elemente Programmes die Richtungsvektoren sämtlicher modellierter Flächen definiert werden müssen.

Anhand der gewonnenen Erkenntnisse aus den bisherigen Berechnungen zu hohen Gewölben und anhand der weiteren Vergleichsrechnung eines flachen Gewölbes (Abbildung 4.15) werden nun die Ergebnisse in zwei Flussdiagrammen zusammengefasst. Diese unterscheiden sich wesentlich durch das Verhältnis der Gewölbestichhöhe f zu deren Spannweite s . Siehe dazu Abbildung 4.17 und 4.18.

Dabei sind die Versagensarten, die bei direkter Berechnung als Versagen anzutreffen sind, als "maßgebend" bezeichnet. Es sind bei diesen Berechnungen nur Flächenlasten berücksichtigt, große Einzellasten rufen andere Stützlinien und daraus resultierende Spannungszustände im Gewölbetragwerk hervor. Ziel dieser Flussdiagramme ist die übersichtliche Darstellung der maßgebenden Versagensmechanismen bei strikter Unterscheidung zwischen hohen und flachen Gewölben. Mit deren Hilfe können weitere Berechnungsergebnisse verglichen und dadurch besser interpretiert werden.

FLUSSDIAGRAMM FÜR HOHE GEWÖLBE

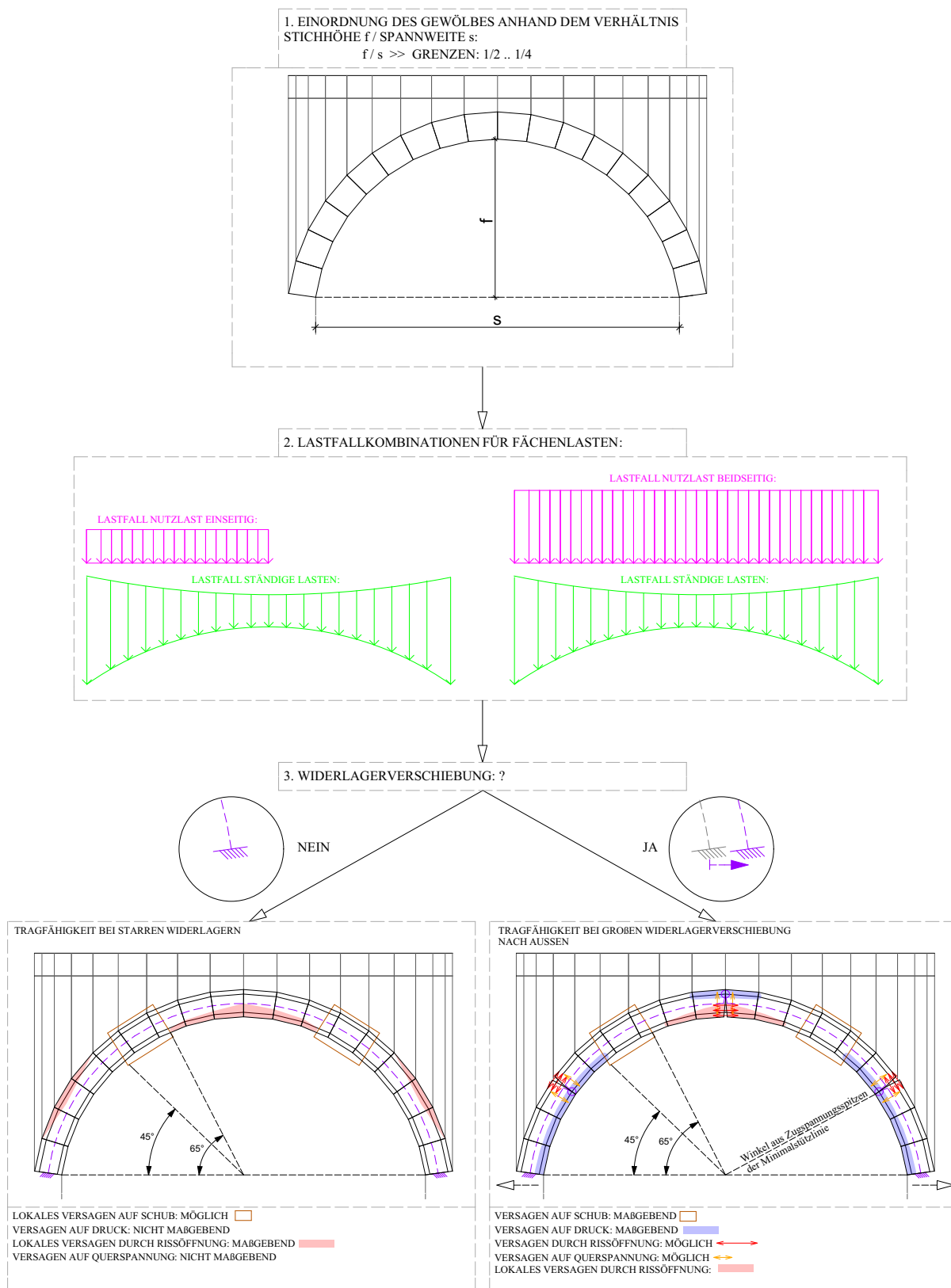


Abbildung 4.17: Flussdiagramm zu den Versagensmöglichkeiten von hohen Tonnengewölben

FLUSSDIAGRAMM FÜR FLACHE GEWÖLBE

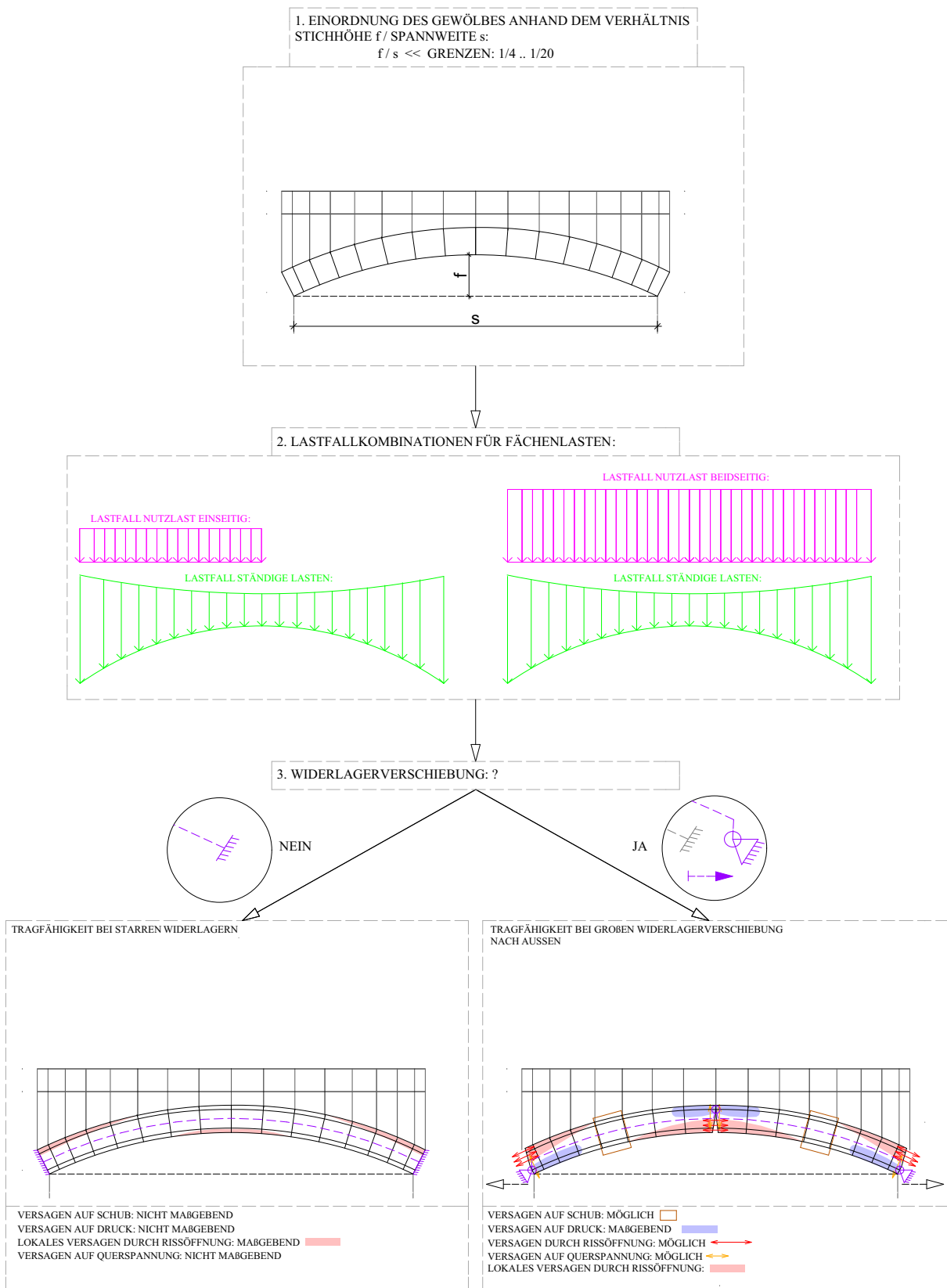


Abbildung 4.18: Flussdiagramm zu den Versagensmöglichkeiten von flachen Tonnengewölben

Der bedeutende Unterschied der Versagenarten zwischen hohen und flachen Gewölben unter dem Lastfall Widerlagerverschiebung ist durch ein Schubversagen des hohen Gewölbes, bedingt durch die geringeren Drucknormalkräfte (Reibungsgesetz) festgelegt.

Die untersuchten Verformungen zeigen, dass es für das vorliegende relativ hohe Gewölbetragwerk bei einer definierten Widerlagerverschiebung u_x von 1.0 cm zu einer vergleichbaren Verformung am Gewölbescheitel $u_{y,Scheitel}$ von 0.7 cm kommt. Gewölbe können bedingt durch ihre geringe Biegesteifigkeit einem Nachgeben der Widerlager nur wenig entgegenwirken.

4.2.6 Empfehlungen zur Wahl der Berechnungsmethode

Das Programm ARCO ist eine gute Möglichkeit zur Abschätzung der Traglast. Jedoch müssen dabei die auftretenden Schubspannungen für hohe Gewölbe, die wenig überdrückt sind, separat untersucht werden. Die optimierte Berechnung der Stützlinie sollte jedenfalls nur bei Gewölben angewandt werden, die keiner Widerlagerverschiebung ausgesetzt sind. Die manuelle Definition des Stützlinienverlaufes an den Kämpfern und im Scheitel kann sehr gut nach Überlegungen zu den Klaffungen unter dem Lastfall der Widerlagerverschiebungen angewandt werden. Aussagen zu Verformungen können damit nicht getroffen werden. Empfohlen wird der Einsatz der "Methode 1: Stützlinienverfahren" demnach speziell bei flachen Gewölben.

Aus Kapitel 4.2.5 "Vergleich der Methoden" ist ersichtlich, dass für eine detailgetreue Modellierung unter Berücksichtigung größerer Widerlagerverschiebungen jedenfalls ein nichtlineares Programm mit entsprechenden Materialdefinitionen zur Anwendung kommen sollte, um die auftretenden Drucknormalspannungen nicht zu unterschätzen. Speziell ist dies auch für eine Abschätzung der Schubspannungen bei Gewölben mit hohem Stich von großer Bedeutung. Aus diesem Grund wird für diese Anwendung jedenfalls der Einsatz der "Methode 2: Finite Elemente Analyse" - nichtlinear mit entsprechender Materialdefinition empfohlen.

Die "Methode 3: Stabwerksberechnung" - nichtlinear eignet sich durch Berücksichtigung der deutlich höheren Drucknormalkräfte zwar für die Berechnung bei Widerlagerverschiebung, dennoch werden die ermittelten Druckspannungen (aus "Methode 2: Finite Elemente Analyse" - nichtlinear) dabei deutlich unterschätzt. Bei hohen Ge-

wölben sind weiters die Berechnungsergebnisse der Schubspannungen mit Vorsicht zu behandeln.

Lineare Berechnungen aus "Methode 2: Finite Elemente Analyse" und "Methode 3: Stabwerksberechnung" dürfen nur zur Abschätzung herangezogen werden, wenn bei Zugspannungspitzen mit Klaffungen zu rechnen ist.

Besonders wichtig ist es, dass die Werte der zulässigen Spannungen für den zugehörigen Nachweis stets aus entsprechend vielen Versuchsergebnissen des betreffenden Gewölbemauerwerkes ermittelt werden. Damit ist eine realitätsnahe Bemessung sichergestellt.

Zur übersichtlichen Darstellung werden die Empfehlungen zu den jeweiligen Berechnungsmethoden in Abhängigkeit einer Nachrechnung im Lastfall Widerlagerverschiebung in Tabelle 4.6 dargestellt.

Berechnungsvariante	Flaches Gewölbe		Hohes Gewölbe	
	$u_x \neq 0$	$u_x = 0$	$u_x \neq 0$	$u_x = 0$
ARCO „optimiert“	–	✓	–	~✓
ARCO „nicht optimiert“	✓	–	~✓	–
FEM linear orthotrop	–	✓	–	–
FEM nichtlinear isotrop	✓	–	✓	–
Stabwerk linear isotrop	–	~✓	–	–
Stabwerk nichtlinear isotrop	✓	–	–	–

Tabelle 4.6: Empfehlung zur Wahl der Berechnungsmethoden mit und ohne Widerlagerverschiebung u_x

4.2.7 Nachweisführung

Ausgewählt wird für die Ermittlung der maßgebenden Spannungen zur Nachweisführung: "Methode 2: Finite Elemente Analyse, nichtlinear". Als Grundlage für den Nachweis findet Eurocode 6 [48] und das Anwendungsdokument für Österreich [49] Anwendung. Gute Vergleichbarkeit der maßgebenden Versagen ist nach der Nachweisführung in dem Flussdiagramm nach Abbildung 4.17 gegeben. Die für die Berechnung der Spannungen herangezogene Querschnittshöhe resultiert aus der Nichtlinearität (Mauerwerk Ausfall unter Zug) und ist dem Programm RFEM anhand des Nichtlinearitätsgrades ersichtlich.

- ohne Berücksichtigung des Lastfalles der Widerlagerverschiebung $u_x = 0$

Nachweis der maßgebenden Druckspannungen an den Kämpfern:

$$\mathbf{f_{Ed}} = |\mathbf{1.202}| \mathbf{N/mm^2} < \mathbf{f_{Rd}} = \mathbf{1.460 N/mm^2} \quad \checkmark$$

Nachweis erbracht! Ausnutzungsgrad: $\eta = 0.82$

$$h_{Netto} = 27 \text{ cm}$$

(Querschnittshöhe aus Nichtlinearitätsgrad: 90% des Gesamtquerschnittes)

$$\sigma_{x,min} = 0.801 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 2 maßgebend, vgl. auch Tabelle 4.3)}$$

$$\gamma_F = 1.50 \text{ (ungünstig!)}$$

$$f_k = 0.60 \cdot 18.00^{0.65} \cdot 0.75^{0.25} = 3.65 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe Formel 2.1 aus EC6 [48])}$$

$$K = 0.60, \alpha = 0.65, \beta = 0.25$$

$$f_{Rd} = f_k / \gamma_M \text{ (aus EC6 [48]), } \gamma_M = 2.50 \text{ (für Kat.II nach B Norm EC6 [49])}$$

Nachweis der Schubspannungen an der Stelle 55° zur Horizontalen:

$$\mathbf{f_{v,Ed}} = |\mathbf{0.045}| \mathbf{N/mm^2} < \mathbf{f_{v,Rd}} = \mathbf{0.075 N/mm^2} \quad \checkmark$$

Nachweis erbracht! Ausnutzungsgrad: $\eta = 0.60$

$$h_{Netto} = 30 \text{ cm}$$

(Querschnittshöhe aus Nichtlinearitätsgrad: 100% des Gesamtquerschnittes)

$$f_{v,ek} = 0.030 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 2 maßgebend, Wert aus RFEM!)}$$

$$\gamma_F = 1.50 \text{ (ungünstig!)}$$

$$f_{v,k} = 0.1 + 0.4 \cdot \sigma_k = 0.187 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe Formel 2.5 aus EC6 [48])}$$

$$\sigma_k = 0.218 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 2 maßgebend, Wert aus RFEM!)}$$

$$f_{v,Rd} = f_{v,k} / \gamma_M \text{ (aus EC6 [48]), } \gamma_M = 2.50 \text{ (für Kat.II nach B Norm EC6 [49])}$$

- unter Berücksichtigung des Lastfalles der Widerlagerverschiebung

$$u_x = 1.0 \text{ cm}$$

Nachweis der Druckspannungen an der Stelle 35° zur Horizontalen:

$$\mathbf{f_{Ed}} = |\mathbf{2.634}| \mathbf{N/mm^2} > \mathbf{f_{Rd}} = \mathbf{1.460 N/mm^2} \quad \mathbf{X}$$

Nachweis nicht erbracht! Ausnutzungsgrad: $\eta = 1.80$

$$h_{Netto} = 9 \text{ cm}$$

(Querschnittshöhe aus Nichtlinearitätsgrad: 30% des Gesamtquerschnittes)

$$\sigma_{x,min} = 1.756 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 1 maßgebend, vgl. auch Tabelle 4.3)}$$

$$\gamma_F = 1.50 \text{ (ungünstig!)}$$

$$f_k = 0.60 \cdot 18.00^{0.65} \cdot 0.75^{0.25} = 3.65 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe Formel 2.1 aus EC6 [48])}$$

$$K = 0.60, \alpha = 0.65, \beta = 0.25$$

$$f_{Rd} = f_k / \gamma_M \text{ (aus EC6 [48]), } \gamma_M = 2.50 \text{ (für Kat.II nach B Norm EC6 [49])}$$

Nachweis der Schubspannungen an der Stelle 55° zur Horizontalen:

$$\mathbf{f_{v,Ed} = |0.080| \text{ N/mm}^2 > \mathbf{f_{v,Rd} = 0.058 \text{ N/mm}^2 \text{ X}}$$

Nachweis nicht erbracht! Ausnutzungsgrad: $\eta = 1.38$

$$h_{Netto} = 30 \text{ cm}$$

(Querschnittshöhe aus Nichtlinearitätsgrad: 100% des Gesamtquerschnittes)

$$f_{v,ek} = 0.053 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 2 maßgebend, Wert aus RFEM!)}$$

$$\gamma_F = 1.50 \text{ (ungünstig!)}$$

$$f_{v,k} = 0.1 + 0.4 \cdot \sigma_k = 0.146 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe Formel 2.5 aus EC6 [48])}$$

$$\sigma_k = 0.114 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 2 maßgebend, Wert aus RFEM!)}$$

$$f_{v,Rd} = f_{v,k}/\gamma_M \text{ (aus EC6 [48]), } \gamma_M = 2.50 \text{ (für Kat.II nach B Norm EC6 [49])}$$

Die Tragfähigkeit des vorliegenden hohen Gewölbes kann unter Rücksichtnahme aller Berechnungen nun kurz und nachvollziehbar beschrieben werden:

Es sind zwar Klaffungen (lokales Versagen) bei starren Widerlagern nicht auszuschließen, aber die Tragfähigkeit kann nachgewiesen werden. Kommt es jedoch zu einem weiteren Nachgeben in den Auflagern, ist ein globales Tragwerksversagen der Gewölbekonstruktion zu erwarten.

4.3 Berechnung von Sanierungsvarianten

Im Folgenden sollen zwei wirkungsvolle Varianten der Sanierung für Tonnengewölbe aufgezeigt werden. Es werden dazu die bereits vorhandenen Tragwerksmodelle aus vorheriger Nachbemessung herangezogen. Es wird speziell auch auf die Ausführung und mögliche Fehlerquellen bei der Berechnung und Konstruktion eingegangen. Ziel ist es dabei eine gewisse Redundanz im Versagensfall zu schaffen und nicht zuletzt die Nachweise nach aktuellem Normenstand zu erbringen.

Bei Denkmalgeschützten Objekten ist es wichtig die gesetzlichen Regelungen (vergleiche Denkmalschutzgesetz [7]) zu beachten.

4.3.1 Variante mit elastischer Polymerschicht an der Gewölbeleitung

Als Sanierungsprodukt wird hier ein einkomponentiges Polymerpulver für den Spritzbetonauftrag herangezogen [3]. Die Produktbezeichnung lautet: MasterRoc TSL 865, Hersteller: BASF. Die Vorteile dieses Produktes sind die einfache Aufbringung mittels Spritzgeräten, relativ hohe Zugfestigkeit, sowie die gute Haftung an unterschiedlichen Materialien. Schichtdicken des Produktes werden von 2 mm bis 10 mm empfohlen. Die Zugfestigkeit wird von der Trocknungszeit der Schicht beeinflusst. Die Zugfestigkeit wird nach einer Aushärtungszeit von 56 Tagen bei einer zugehörigen Dehnung von 30 % mit 5.0 N/mm^2 angegeben [3]. Nach dem Produktdatenblatt und weiteren detaillierten Aussagen des Herstellers ist die Haftzugfestigkeit des Werkstoffes an einer Betonoberfläche bereits mit 1.70 N/mm^2 begrenzt. Die Festigkeit an der Mauerwerksoberfläche ist aufgrund der weitaus geringeren zulässigen Festigkeiten des Bestandsmauerwerkes als geringer einzustufen.

In Bezug auf das Materialverhalten von MasterRoc TSL 865 ist zu sagen, dass es sich dabei um ein selbst auslöschendes Brandverhalten handelt. Diese Fähigkeit wird wesentlich von dem Gehalt an Kunststoffen in dem Produkt beeinflusst.

Der bisherige Anwendungsbereich dieses Produktes ist vorwiegend die Stabilisierung von Gesteinen. Nähere Informationen sind dem Datenblatt auf der Homepage des Herstellers BASF [3] zu entnehmen.

Zu Vergleichszwecken wurde auch ein zweites Produkt, nämlich MasterSeal M 689 [4], detaillierter untersucht. Es handelt sich dabei um ein zweikomponentiges Abdichtungsprodukt aus 100% Polyurea. Dabei sind sogar Zugfestigkeiten von 21.0 N/mm^2 bei einer maximalen Dehnung von 425 % möglich. Auch bei diesem Produkt ist die Haftfestigkeit mit 1.50 N/mm^2 angegeben.

Für die Berechnung dieser Sanierungsvarianten wird ein nichtlineares Finite Elemente Modell mit isotropen Materialverhalten zugrunde gelegt.

Besonders wichtig dabei ist die Modellbildung. Siehe dazu Abbildung 4.19. Um die Haftfestigkeit im Programm RFEM zu simulieren wurde mit Nichtlinearitäten anhand von Linienfreigaben gearbeitet. Es kann dabei mithilfe eines Diagramms die Arbeitslinie der Verbundfuge festgelegt werden.

Für den maßgebenden Lastfall der Widerlagerverschiebung nach außen zeigt sich,

dass die auftretenden Hauptdruckspannungen von ursprünglich $\sigma_{x,v} = -1.756 \text{ N/mm}^2$ auf $\sigma_{x,n} = -1.628 \text{ N/mm}^2$ nicht maßgebend reduziert werden können. Das entspricht einer Verbesserung von etwa 7%.

Die Verformung im Scheitel wird durch diese Sanierungsvariante nicht reduziert. Da für den Lastfall der starren Widerlager flächige "lokale" Risszonen zu erwarten sind, wobei diese auftretenden Dehnungen im Mauerwerk relativ klein sind und die Dehnungen der Polymerschicht relativ groß sind, wird die Wirkungsweise dieser Sanierung als nicht sehr effizient eingeschätzt.

Der Einsatz dieses Produktes ist aufgrund der Materialeigenschaften und der möglichen Schichtstärken daher nur für Stabilisierung in Form von Mauerwerksausfall (loser Mörtel oder Ziegelabplatzungen), aber nicht als wesentlicher Beitrag für die Erhöhung der Tragfähigkeit anzusehen.

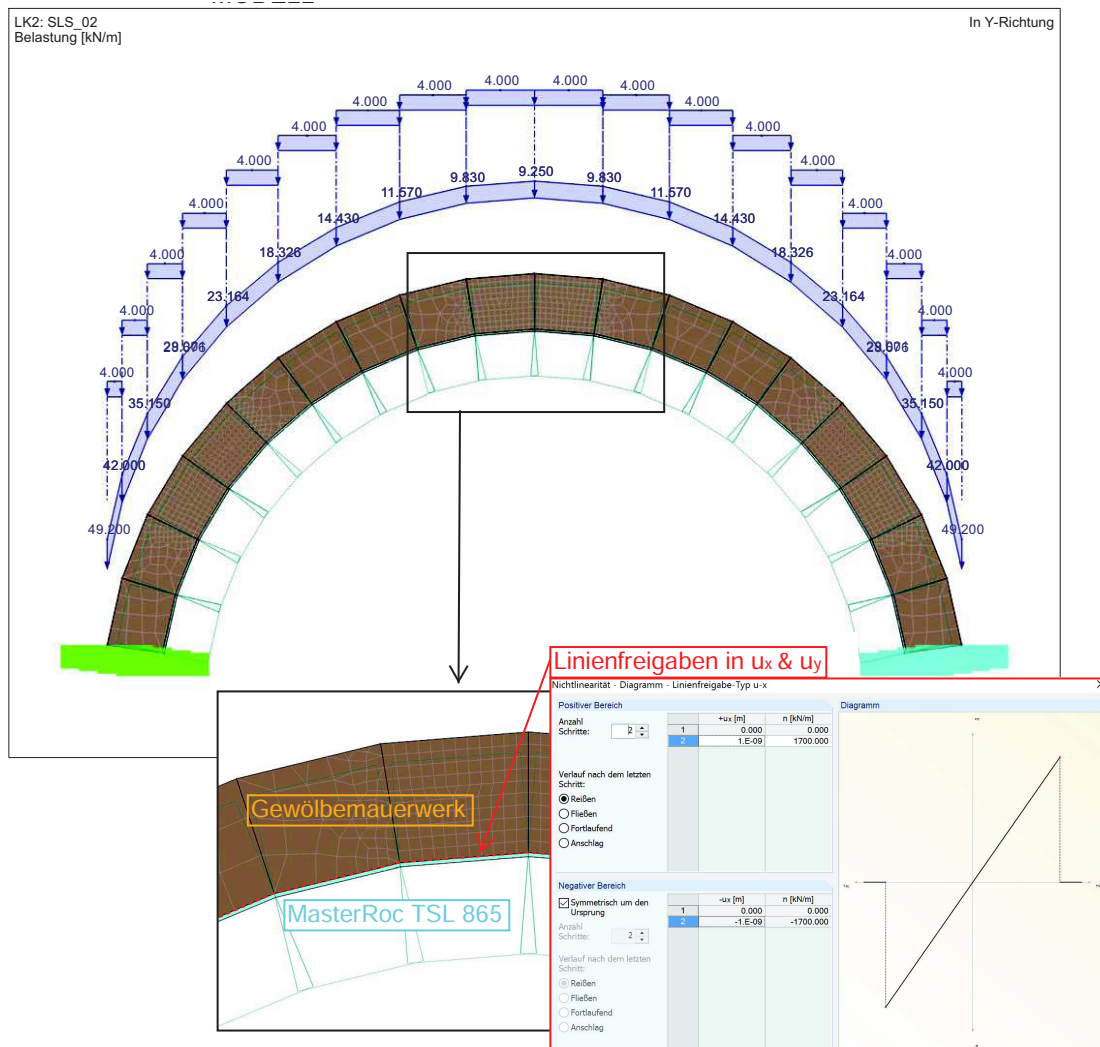


Abbildung 4.19: Modellbildung in RFEM bei Sanierung mit Polymerschicht

4.3.2 Variante mit Spritzbeton an der Gewölbeleibung

Für die Berechnungen dieser Sanierungsvariante wird ein nichtlineares Finite Elemente Modell mit isotropen Materialverhalten zugrunde gelegt.

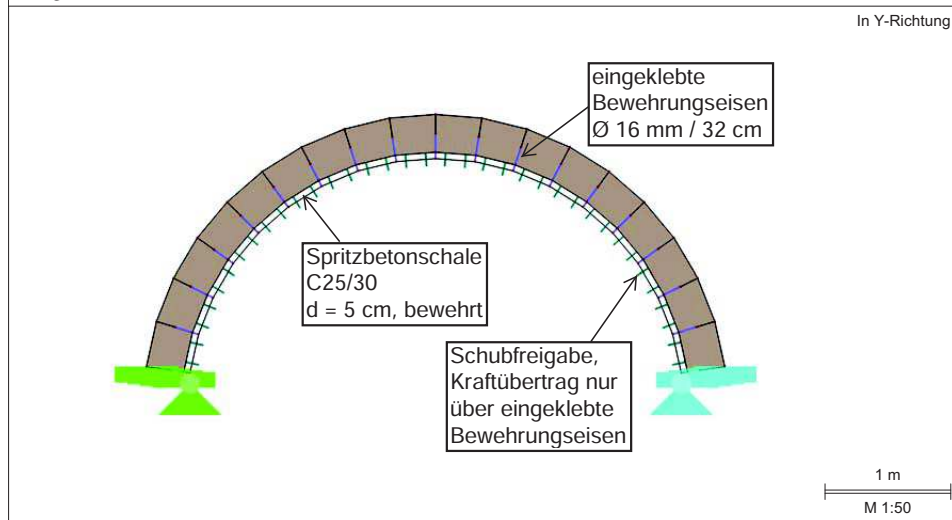
Das Tragwerk ist in Abbildung 4.20 dargestellt. Es zeigt sich, dass für den Spritzbeton im Widerlagerbereich keine Einspannung in Rechnung gestellt wird. Der Schubverbund wird für die Berechnung ausschließlich über eingeklebte Bewehrungsseisen gewährleistet. Die Verbundwirkung zwischen Mauerwerk und Spritzbeton wird als stille Reserve nicht berücksichtigt. In Bezug auf den Spritzbeton werden folgende Parameter festgelegt:

- Spritzbetonstärke: $D = 5.0 \text{ cm}$
- Betongüte: $C 25/30$
- kreuzweise bewehrt mit Stabstahl $\varnothing = 6.0 \text{ mm}$
- Betonstahlgüte: $BST 550$

Sinnvoll ist es einen gewissen Regelabstand zur Einhaltung der Rissbreiten zu wählen und in den Bereichen (Scheitel) wo Zulagen erforderlich sind das Achsmaß der Längsbewehrung entsprechend der einwirkenden maximalen Zugspannungen zu verdoppeln. Je nach Zugänglichkeit kann auch eine Bewehrungsverlegung aus Baustahlmatten vorgesehen werden.

Die wesentlichen Vorteile bei dieser Sanierungsvariante sind unter anderem die gute Verbindung zur bestehenden Mauerwerksoberfläche und die Brandbeständigkeit des Baustoffes. Weiters kann bei der Sanierung die Gewölbeoberseite unberührt bleiben. Der Vergleich der Verformungen aus Abbildung 4.20 mit jenen aus Tabelle 4.3 zeigen, dass im Falle einer Widerlagerverschiebung von $u_x = 1.0 \text{ cm}$ die vertikalen Verschiebungen $u_{y,v} = 7.0 \text{ mm}$ auf $u_{y,n} = 5.0 \text{ mm}$ reduziert werden können. Die Biegesteifigkeit des Tragwerkes in Bezug zu einer Widerlagerverschiebung kann durch diese Sanierung offensichtlich verbessert werden.

MODELL



Globale Verformungen u

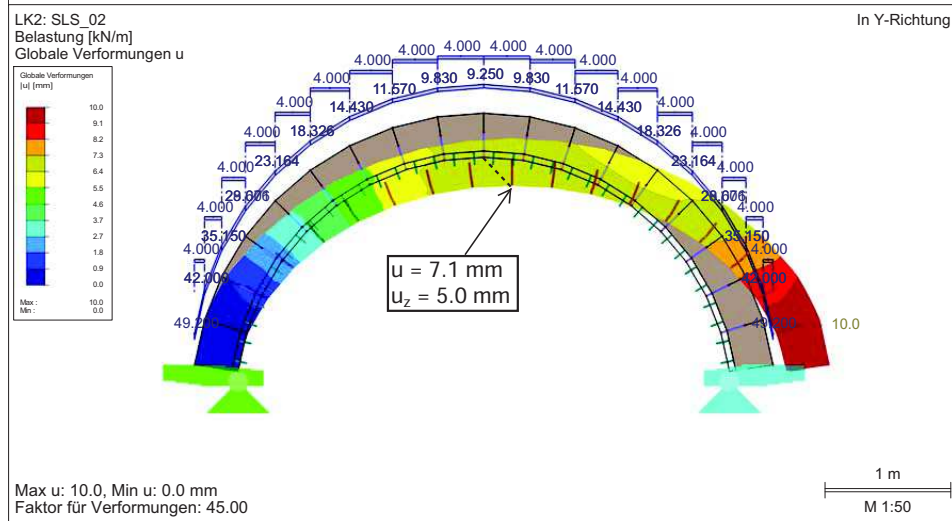


Abbildung 4.20: Modell der FEM Berechnung nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung

In Abbildung 4.21 sind die resultierenden Spannungsverläufe dargestellt. Ein Vergleich der Spannungen ohne Verstärkung aus Abbildung 4.11 zeigt, dass die Hauptnormalspannung von ursprünglich $\sigma_{x,v} = -1.756 \text{ N/mm}^2$ auf $\sigma_{x,n} = -1.006 \text{ N/mm}^2$ reduziert werden kann. Es ist daher ersichtlich, dass für den vorgegebenen Fall ein Plastizieren des Mauermörtels in Bezug auf eine Widerlagerverschiebung von $u_x = 1.0 \text{ cm}$ verhindert wird.

Der Spannungsverlauf im Spritzbeton zeigt im Kämpferbereich bis zu einem Winkel von circa 35° Druckbeanspruchung von $\sigma_x = -6.56 \text{ N/mm}^2$ und im Scheitelbereich Zugspannungen $\sigma_x = 4.60 \text{ N/mm}^2$.

Bei Betrachtung der Querspannungen σ_y und der Schubspannungen τ ist festzustellen, dass es im Bereich der Verdübelung an der Gewölbeleibung zu Spannungsmaxima kommt. Diese lassen sich über die Lasteinleitung der Verbindungsmittel mit dem Bestand erklären. Aus dieser Erkenntnis werden lokale Mauerwerksverpresungen aus Feinzement- oder Kunstharzinjektion beim Versetzen der Verbundmittel empfohlen.

Die maßgebenden Verzerrungen $\epsilon = 2.41 \text{ ‰}$ nach der Sanierung stellen sich bei einer Widerlagerverschiebung von $u_x = 1.0 \text{ cm}$ an der Gewölbeoberseite unter 27° zur Horizontalen ein. Diese sind nach vorheriger Definition in Abbildung 4.10 jedenfalls als zulässig einzustufen. Bei der Betonage ist auf einen entsprechenden angefeuchteten Untergrund und das Auskratzen von "sehr lockerem" oberflächlichem Mörtel für bessere Einbindung zu achten.

Durch das Unterbauen dieser schlanken Betonschale wird ein lokales Fallen von Mauerwerksteilen unterbunden. Die Querkrafttragfähigkeit der Gewölbekonstruktion kann aber nur gering verbessert werden. Für den Lastabtrag von hohen Einzellasten an der Gewölbeoberseite eignen sich andere Verstärkungsmaßnahmen weitaus besser. Siehe dazu Kapitel 4.3.3 "Variante mit tragendem Beton am Gewölberücken".

Nachweis der Druckspannungen am Scheitel

unter Berücksichtigung des Lastfalles der Widerlagerverschiebung $u_x = 1.0 \text{ cm}$:

$$\mathbf{f_{Ed} = |1.509| \text{ N/mm}^2 > f_{Rd} = 1.460 \text{ N/mm}^2 \text{ X}}$$

Nachweis knapp nicht erbracht! Ausnutzungsgrad: $\eta = 1.03$

$$h_{Netto} = 30 \text{ cm}$$

(Querschnittshöhe aus Nichtlinearitätsgrad: 100% des Gesamtquerschnittes)

$$\sigma_{x,min} = 1.006 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 1 maßgebend, vgl. auch Abbildung 4.21)}$$

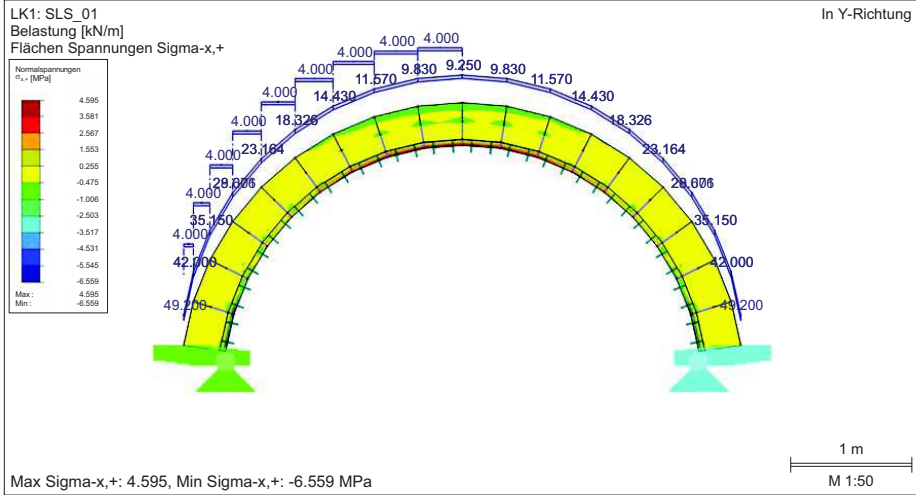
$$\gamma_F = 1.50 \text{ (ungünstig!)}$$

$$f_k = 0.60 \cdot 18.00^{0.65} \cdot 0.75^{0.25} = 3.65 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe Formel 2.1 aus EC6 [48])}$$

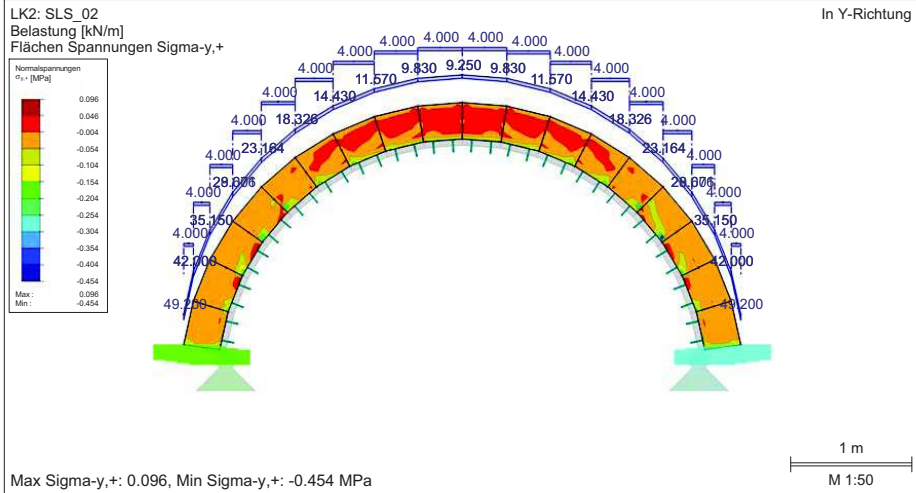
$$K = 0.60, \alpha = 0.65, \beta = 0.25$$

$$f_{Rd} = f_k / \gamma_M \text{ (aus EC6 [48]), } \gamma_M = 2.50 \text{ (für Kat.II nach B Norm EC6 [49])}$$

NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{x,+}$



NORMALSPANNUNGEN $\sigma_{y,+}$



SCHUBSPANNUNGEN $\tau_{xy,+}$

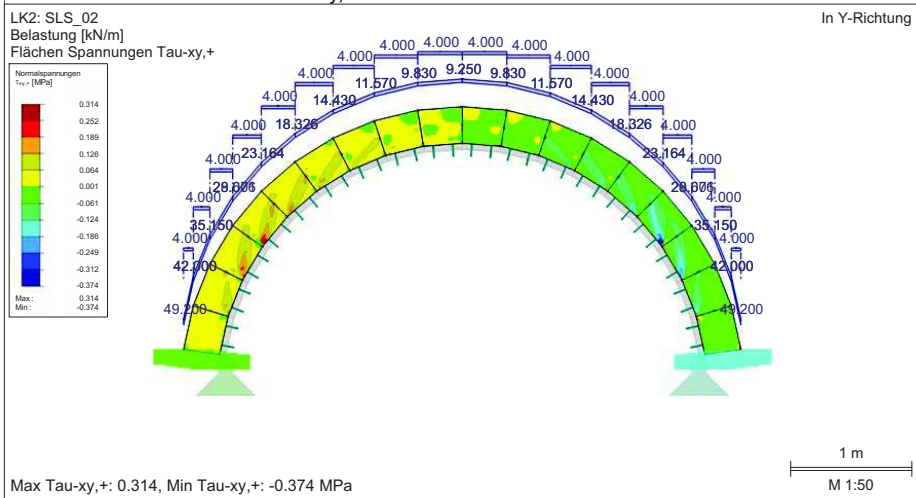


Abbildung 4.21: Spannungsbilder der FEM Berechnung nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung

Erklärung zu Abbildung 4.21:

- oben: Hauptnormalspannungen σ_x unter LK 1, ständige Lasten + Nutzlast einseitig
- mitte: Hauptnormalspannungen σ_y unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig
- unten: Schubspannungen τ_{xy} unter LK 2, ständige Lasten + Nutzlast beidseitig

Zusammenfassend ist zu sagen, dass durch diese Sanierungsvariante die Tragfähigkeit der Gewölbekonstruktion deutlich verbessert werden kann. Diese Aussage bezieht sich besonders auch auf den Standsicherheitsnachweis unter Berücksichtigung der Widerlagerverschiebung. Hier kann ein strikter Nachweis nach Eurocode 6 bei einer Widerlagerverschiebung von $u_x = 1.0 \text{ cm}$ mit einem Ausnutzungsgrad von $\eta = 1.03$ (ursprünglich $\eta = 1.59$ ohne Sanierung) knapp nicht positiv erbracht werden. Werden die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Lasteinwirkungsseite für die ständigen Lasten richtigerweise laut Norm für die Lastkombination mit 1.35 berücksichtigt, fällt der Nachweis positiv aus.

Nachdem es zum Beispiel ausgelöst durch Lastfall Erdbeben zu größeren Beanspruchungen der angrenzenden Bauteile kommen kann, ist eine Verschiebung der Widerlager eine mögliche Folge. Ein Gesamtversagen der Konstruktion kann dabei a priori nicht ausgeschlossen werden.

Speziell für historische Konstruktionen ist in naher Zukunft eine gewisse Redundanz im Versagensfall notwendig. In vorliegender Sanierungsvariante kann durch die Verstärkung mit Spritzbeton des Gewölbes eine Erhöhung der Traglast im Lastfall Widerlagerverschiebung geschaffen werden.

4.3.3 Variante mit tragendem Beton am Gewölberücken

Eine durchaus baupraktische Sanierungsvariante ist der Einbau einer tragenden Stahlbetonplatte an der Gewölbeoberseite.

Als Modellbildung wird bewusst die nichtlineare Stabwerkmethode gewählt, da ein Gesamtversagen zufolge Querkraft durch die neue "querkraftstarke" Stahlbetonplatte auszuschließen ist. Siehe dazu Abbildung 4.22.

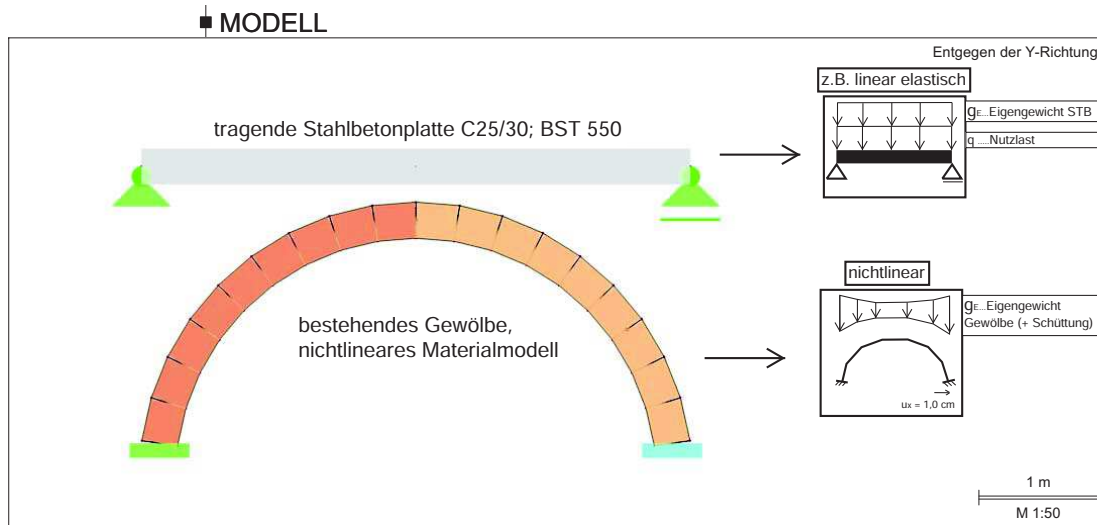


Abbildung 4.22: Modell der Stabwerksberechnung der Sanierungsvariante nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung

Zumeist wird davon ausgegangen, dass dieser neue tragender Bauteil die neuen Lasten aus dem Fußbodenausbau und auftretende Nutzlasten (Einzellasten) aufnimmt, jedoch das Gewölbe nach wie vor die Schüttung (sofern diese nicht entfernt oder erleichtert wird) und sein Eigengewicht abtragen muss.

Der Stahlbeton genügt folgenden Randbedingungen:

- Betongüte C 25/30
- Betonstahlgüte von BST 550.

Ein Vergleich der Spannungen aus Abbildung 4.14 mit jenen der Sanierungsvariante aus Abbildung 4.23 zeigt, dass durch die Entlastung des Gewölbes die Drucknormalspannungen bei einer nachgerechneten Widerlagerverschiebung von 1.0 cm des bestehenden Gewölbes reduziert werden können. Von ursprünglich $\sigma_{x,v} = -1.481 \text{ N/mm}^2$ reduzieren sich die Hauptnormalspannung des Gewölbes rein durch die Entlastung auf $\sigma_{x,n} = -1.292 \text{ N/mm}^2$. Auch wenn im Folgenden eine strikte Nachweisführung nach Eurocode 6 nicht erbracht werden kann, reduziert sich der Ausnutzungsfaktor von ursprünglich $\eta = 1.59$ auf $\eta = 1.19$.

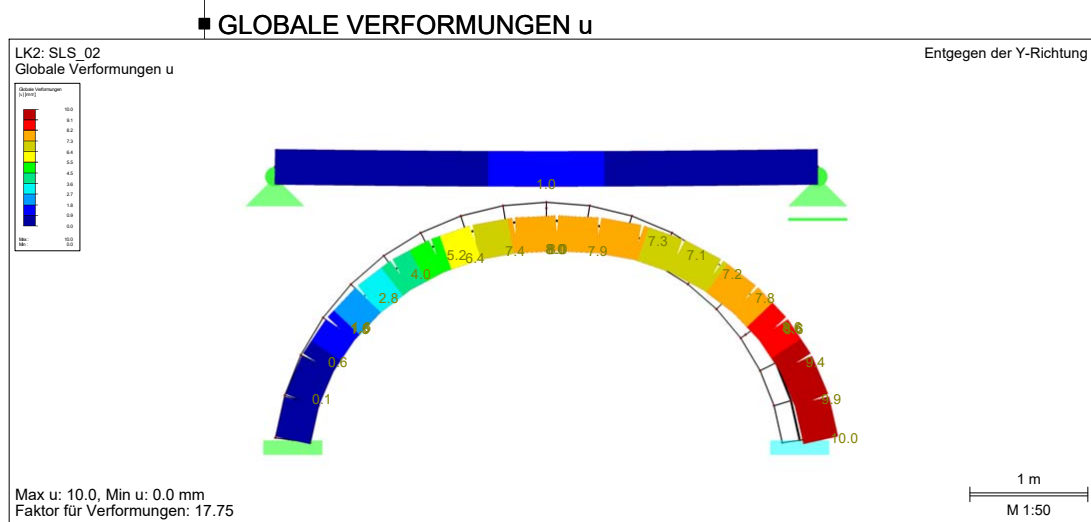
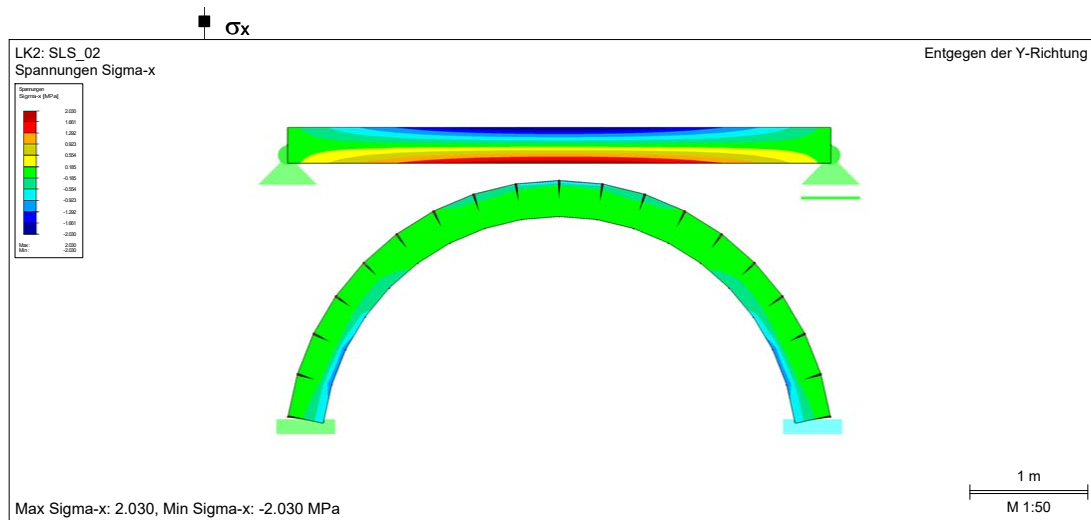


Abbildung 4.23: Stabwerksberechnung der Sanierungsvariante nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung

Eine sinnvolle Erweiterung dieser Sanierungsvariante, um den Nachweis anschließend auch positiv führen zu können, ist eine lokale Mauwerksverstärkungen mithilfe von Injektionen.

Nachweis der Druckspannungen an der Stelle 35° zur Horizontalen
unter Berücksichtigung des Lastfalles der Widerlagerverschiebung $u_x = 1.0 \text{ cm}$:

$$\mathbf{f_{Ed} = |1.744| \text{ N/mm}^2 > f_{Rd} = 1.460 \text{ N/mm}^2 \text{ X}}$$

Nachweis nicht erbracht! Ausnutzungsgrad: $\eta = 1.19$

$$h_{Netto} = 9 \text{ cm}$$

(Querschnittshöhe aus Nichtlinearitätsgrad: 30% des Gesamtquerschnittes)

$$\sigma_{x,min} = 1.292 \text{ N/mm}^2 \text{ (Lastkombination 1 maßgebend, vgl. auch Abbildung 4.23)}$$

$$\gamma_F = 1.35 \text{ (nur ständige Lasten)}$$

$$f_k = 0.60 \cdot 18.00^{0.65} \cdot 0.75^{0.25} = 3.65 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe Formel 2.1 aus EC6 [48])}$$

$$K = 0.60, \alpha = 0.65, \beta = 0.25$$

$$f_{Rd} = f_k / \gamma_M \text{ (aus EC6 [48]), } \gamma_M = 2.50 \text{ (für Kat.II nach B Norm EC6 [49])}$$

Jedenfalls ist bei der Dimensionierung der Stahlbetonplatte auf eine ausreichende Querkrafttragfähigkeit zu achten. Ein zusätzlicher Einbau von Schrägeisen zur Verbesserung der Querkrafttragfähigkeit ist nicht auszuschließen. Der Einfluss von Einzellasten aus Nutzlast und weiters Einzellasten aus der Gewölbekonstruktion müssen sicher abgetragen werden können. Weiters sind der Bauablauf und die Bauzustände in statisch und konstruktiver Sicht genauestens zu prüfen. Eine Unterstellung der Gewölbekonstruktion während der Betonage ist jedenfalls vorzusehen und weiters ist auf eine entsprechende Abdichtungslage (zumindest eine Baufolie) zum Gewölbe zu achten.

4.3.4 Empfehlungen zur Wahl der Sanierungsvariante

In Bezug auf die Sanierung gilt ein ähnliches Prinzip wie bereits bei der Wahl der Berechnungsmethode. Ist bereits von Anfang an klar, dass hohe Querkräfte (Einzellasten aus Nutzlast) zu erwarten und im Gewölbe aufgrund der Formgebung keine hohen Drucknormalkräfte anzutreffen sind, wird jedenfalls der nichtlineare Einsatz von Finite Elemente Methoden und eine entsprechende Sanierungsvariante mit einem querkraftstarken Bauteil empfohlen. Durch einen neuen biegesteifen Bauteil, der die Nutzlasten sicher abträgt und einer eventuellen Kombination mit einer Stabilisierung von losen Mauerwerksteilen durch eine Polymerschicht an der Unterseite wird auf jeden Fall das Gewölbemauerwerk am meisten entlastet.

Die Sanierungsvariante mit einer tragenden Stahlbetonplatte und zusätzlicher Stabilisierung des losen Mauerwerks durch Aufbringen einer Polymerschicht wird daher für

künftige Nutzungen mit hohen Lasten empfohlen.

Da aber aufgrund der begrenzten Bauzeit und der Zugänglichkeit die visuelle Begutachtung oder gar eine Verstärkung einer Gewölbekonstruktion am Gewölberücken zumeist nicht möglich ist, bietet die Sanierungsvariante mit Spritzbeton an der Gewölbeunterseite eine gute Möglichkeit, die Tragfähigkeit auch unter Widerlagerverschiebung maßgebend zu erhöhen. Die Querkrafttragfähigkeit ist dabei jedoch nur ein Bruchteil jener, die durch den Einbau einer neuen Stahlbetonplatte zu erreichen ist. Aus diesem Grund sollte speziell bei zukünftig erwarteten hohen Nutzlasten davon abgeraten werden.

Zusammenfassend werden die Erkenntnisse aus der Wahl der geeigneten effizienten Sanierungsvarianten in Tabelle 4.7 dargestellt.

	elastische Polymerschicht an der Gewölbeleibung	Spritzbeton an der Gewölbeleibung	tragender Beton am Gewölberücken
Sanierung, flächige Risszonen	✓	✓	—
zusätzliche Wider- lagerverschiebung	—	✓	—
hohe Nutzlasten	—	(✓)	✓
Stabilisierung von losen Gewölbeteilen	✓	✓	—
Redundanz	—	✓	(✓)

Tabelle 4.7: Wahl der Sanierungsvariante für hohe Gewölbe

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es Empfehlungen über die Anwendung von praxisorientierten Berechnungsmethoden zu geben.

Es wurde festgestellt, dass sich für die Nachbemessung eines bestehenden Gewölbetragwerkes die Software ARCO als durchaus gute und einfache Möglichkeit zur Abschätzung der auftretenden Normalspannungsverläufe und des Stützlinienverlaufes anbietet. Die Schubspannungen werden dabei jedoch nicht berücksichtigt.

Für die Nachbemessung von flachen Gewölben kann aufgrund der hohen Normalkräfte ein einfaches Stabwerksprogramm angewendet werden, das eine nichtlineare Berechnung zulässt. Für Gewölbe mit hohem Stich und maßgebendem Versagen durch Überschreitung der Schubspannungen wird jedenfalls der Einsatz eines Finiten Elemente Programmes mit entsprechender Materialdefinition (physikalische Nichtlinearität) für Mauerwerk empfohlen.

Die mögliche Widerlagerverschiebung (geometrische Nichtlinearität) kann in den Programmpaketen der Firma Dlubal sehr gut über die teilweise Auflagerwirkung berücksichtigt werden. Nichtlineare Berechnungsprogramme erfassen jedenfalls die Zunahme der Drucknormalspannung beim Nachgeben der Widerlager.

Der Einsatz von linearen Berechnungen sollte nur als Abschätzung, an welchen Stellen mit Zugspannungen zu rechnen ist, herangezogen werden.

Für die Beurteilung von Gewölben sollten ingenieurmäßige Abschätzungen nicht ausgeschlossen werden, vielmehr lassen sich damit einfache Kontrollrechnungen durchführen. Ausschließlich eine Abschätzung für die Beurteilung der Tragfähigkeit heranzuziehen, liefert für viele Gewölbetragwerke keine realitätsnahen Ergebnisse. Auch die zweite Zielsetzung dieser Arbeit, Empfehlungen über den effizienten Einsatz bestimmter Sanierungsvarianten zu geben, wurde umgesetzt:

Bei der Auswahl einer effizienten Sanierungsvariante wird auf die Tabelle 4.7 verwiesen. Besonderes Augenmerk sollte auf den Grad der Schädigung des bestehenden Gewölbes, die zukünftige Nutzung und auf die Zugänglichkeit gelegt werden. Auch die restlichen umliegenden Randbedingungen müssen berücksichtigt werden. Damit ist nicht nur das Überprüfen der Zugänglichkeit einzelner Gewölbebestandteile und die Nutzung auf der Ober- und Unterseite gemeint, sondern zum Beispiel auch Feuchtigkeitseinbringung durch Beton in den historischen Mörtel, Prüfen angenommener Mauerwerkskennwerte durch Laboruntersuchungen oder im Lastfall Brand. Im Brandfall ist bei der Beflammung der Polymerschicht mit der Entstehung von giftigen Gasen zu rechnen.

Weiterführende nichtlineare Berechnungen an flachen Gewölben im Lastfall Widerlagerverschiebung wären sehr hilfreich.

Speziell für die Sanierungsvariante mit Polymerschichten oder auch mit Spritzbeton sind nähere Untersuchungen zur Berücksichtigung des wahren Verbundverhaltens am Mauerwerk für die Berechnung notwendig. Schließlich werden in dieser Arbeit bei der letzteren Variante nur die Tragfähigkeiten und Nachgiebigkeiten der Verbindungsmittel berücksichtigt, die direkte Haftfestigkeit zwischen Mauerwerk und Sanierungswerkstoff bleibt jedoch unberücksichtigt.

Nach Meinung des Autors wird es in Zukunft für die weitere Existenz von historischen Gewölbetragwerken notwendig sein, dass weitere effiziente Sanierungskonzepte entwickelt und publiziert werden und weiters im Ingenieurwesen Anwendung finden. Empfehlungen zur Einholung von weiterführenden Mauerwerksuntersuchungen im Labor sollten jedenfalls gegeben werden. Natürlich müssen diese ermittelten Festigkeitswerte den Berechnungen zu Grunde gelegt werden.

Durch Erdbebenbeanspruchung und daraus resultierenden Widerlagerverschiebungen ergeben sich viele Risse in Gewölben, die meist nicht weiter untersucht werden. Hier wäre es vonnöten auch dieses Bauteilversagen in nichtlineare Erdbebenberechnungen mit einfließen zu lassen.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Benennung der Gewölbebestandteile	5
2.2	Querschnitt eines starken Ziegelgewölbes	7
2.3	Untersicht eines Werksteingewölbes	7
2.4	Querschnitt eines Bruchsteingewölbes	8
2.5	Formen von Tonnengewölben	9
2.6	Wiener Platzlgewölbe	10
2.7	Darstellung eines Muldengewölbes	10
2.8	Darstellung eines Spiegelgewölbes	11
2.9	Entwicklung vom Tonnengewölbe zum Kreuzgewölbe	11
2.10	Kreuzrippengewölbe	12
2.11	Sterngewölbe	12
2.12	Netzwölbe	13
2.13	Erweitertes Kreuzgewölbe mit Aufwölbung der Kappenteilflächen	13
2.14	Klostergewölbe	14
2.15	Kugelgewölbe	14
2.16	Grund- und Aufriss eines böhmischen Platzlgewölbes	15
2.17	Ellipsoidisches Gewölbe	15
2.18	Kuppelgewölbe Petersdom	16
2.19	Konstruktion einer Wölbscheibe	19
2.20	Konstruktion eines Lehrgerüsts	19
2.21	Arten der Anordnung von Gewölbeschließen	20
2.22	Varianten von Ziegelverbänden	21
2.23	Mauerwerk unter Druckbeanspruchung	23
2.24	Versagensdiagramm Druckversuch	24
2.25	Versuchsaufbauten für die jeweiligen Versagen	26
2.26	Resultierende Mauersteinspannung nach Versuchsmodell [42]	27
2.27	Bruchhüllende nach Theorie [42]	29
2.28	Belastungsfunktion zufolge gegebener Stützlinie	35

2.29 Anwendungsbeispiel der Kantungstheorie	36
2.30 Maßnahme zur Reduktion der Störungen	37
3.1 Stützlinienverlauf bei Eigengewicht und antimetrischer Nutzlast	41
3.2 Zulässige Kernweiten und Ausmitten im Gewölbequerschnitt entlang der Gewölbeachse	41
3.3 Ermittlung der Mittelseillinie zufolge ständiger Belastung	43
3.4 Ermittlung der Mittelstützlinie zufolge ständiger Belastung	43
3.5 Mittelstützlinie ermittelt mit der Software ARCO	44
3.6 Vergleich zwischen Mittelstützlinie und Mittelseillinie	45
3.7 Stützlinie und baustatische Modellbildung Tonnengewölbe bei Wider- lagerverschiebung	47
3.8 Finite Elemente Netz an einem Tonnengewölbe	48
3.9 Modellierungsstrategie nach [59]	50
3.10 Elastische Dehnungs- und Normalspannungszustände vor und nach Eintreten einer klaffenden Fuge	51
3.11 Dehnungs- und Normalspannungszustände bei plastischer Span- nungsumlagerung	52
3.12 Interaktionsdiagramm von bezogenem Moment und bezogener Nor- malkraft	53
3.13 Approximation der verschmierten Risszone als Fließgelenk	54
3.14 Baustatisches Modell des Dreigelenkbogen mit berücksichtigten Ex- zentrizitäten	55
3.15 Plastische Spannungsverteilung im Fließgelenk und zugehörige Quer- zugspannungen	56
4.1 Übersicht Gewölbemodell	58
4.2 Spannungsrichtungen nach [41]	60
4.3 Minimalstuetzlinie zufolge ständiger Last	62
4.4 Optimierte Minimalstuetzlinie zufolge ständiger Last ermittelt mit Soft- ware ARCO	63
4.5 Minimalstuetzlinie zufolge einseitiger Nutzlast	64
4.6 Optimierte Minimalstuetzlinie zufolge einseitiger Nutzlast	65
4.7 Minimalstuetzlinie zufolge beidseitiger Nutzlast	66
4.8 Optimierte Minimalstuetzlinie zufolge beidseitiger Nutzlast	67
4.9 Linear-elastische Voruntersuchung der Spannungen in FEM	69

4.10 Nichtlineares Spannungs-Dehnungsdiagramm für die Definition des berücksichtigten Materialmodelles	71
4.11 Spannungen am isotropen Mauerwerkgewölbe Modell in FEM	72
4.12 Stabwerkmodell elastisch mit Widerlagerverschiebung und Schnittgrößen	76
4.13 Linear elastisches Hauptnormal- und Schubspannungsmodell	77
4.14 Nichtlineares Hauptnormalspannungsmodell bei isotropem Materialverhalten	79
4.15 Spannungen eines flachen Gewölbes am isotropen Mauerwerkgewölbe Modell in FEM	82
4.16 Schematische Darstellung des Ziegelreißen im Scheitelbereich eines Tonnengewölbes	85
4.17 Flussdiagramm zu den Versagensmöglichkeiten von hohen Tonnengewölben	86
4.18 Flussdiagramm zu den Versagensmöglichkeiten von flachen Tonnengewölben	87
4.19 Modellbildung in RFEM bei Sanierung mit Polymerschicht	93
4.20 Modell der FEM Berechnung nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung	95
4.21 Spannungsbilder der FEM Berechnung nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung	97
4.22 Modell der Stabwerksberechnung der Sanierungsvariante nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung	99
4.23 Stabwerksberechnung der Sanierungsvariante nichtlinear unter Lastfall Widerlagerverschiebung	100

Tabellenverzeichnis

2.1	mittlere Kennwerte von Mauerziegeln aus der Gründerzeit	22
4.1	berücksichtigte Materialkennwerte des Mauerwerks für Berechnungen	60
4.2	Lastfälle und Lastfallkombinationen	61
4.3	Vergleich von Hauptnormalspannungen der nichtlinearen Finite Elemente Methode mit unterschiedlicher Widerlagerverschiebung	74
4.4	Vergleich von Hauptnormalspannungen der nichtlinearen Stabwerksberechnung mit unterschiedlicher Widerlagerverschiebung	80
4.5	Vergleich der Berechnungsergebnisse (Spannungen ohne Widerlagerverschiebung)	83
4.6	Empfehlung zur Wahl der Berechnungsmethoden mit und ohne Widerlagerverschiebung	89
4.7	Wahl der Sanierungsvariante für hohe Gewölbe	102

Literaturverzeichnis

- [1] Achs, Günther: Erdbebengefährdung von Gründerzeithäusern, Beurteilung, Klassifizierung und experimentelle Untersuchungen; Dissertation Technische Universität Wien; Wien; 2012
- [2] Barth, Christian; Rustler, Walter: Finite Elemente Methoden in der Baustatik-Praxis; 2. überarbeitete Auflage; Beuth Verlag GmbH; Berlin; 2013
- [3] BASF Performance Products GmbH; Produktdatenblatt MasterRoc; 2015; unter: <https://www.master-builders-solutions.basf.at/de-at/products/master-roc> (abgerufen am 07.04.2016)
- [4] BASF Performance Products GmbH; Produktdatenblatt MasterSeal; 2015; unter: <https://www.master-builders-solutions.basf.de/de-de/produkte/mast-erseal/321> (abgerufen am 18.05.2016)
- [5] Bélidor, Bernard Forest: La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et architecture civile; Clause Jombert; Paris; 1729
- [6] Benvenuto, Edoardo: An Introduction to the History of Structural Mechanics, Part II; Springer Verlag; New York; 1991
- [7] Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich: 170. Bundesgesetz: Denkmalschutzgesetzes; Jahrgang 1999; Teil 1; Wien; ausgegeben am 19. August 1999
- [8] Coulomb, Charles-Augustin: Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture; Mémoires de Mathématique et de Physique; l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et lus dans ses Assemblées 7; Paris; 1773

- [9] Couplet, Pierre: Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes; Mémoires de l'Académie Royale des Sciences Paris; Paris; 1730
- [10] Daub, Hermann: Hochbaukunde, Teil 1-4; F. Deuticke; Leipzig / Wien; 1905
- [11] Deutsche Bahn AG; Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken; Richtlinie 805; Deutschland; 1997
- [12] DIN 1053-1:1996-11: Mauerwerk - Teil 1: Berechnung und Ausführung; DIN Deutsches Institut für Normung; Berlin; Stand: 1996
- [13] Dinkler, Dieter: Grundlagen der Baustatik; Modelle und Berechnungsmethoden für ebene Stabtragwerke; 3. Auflage; Springer Vieweg; Wiesbaden; 2014
- [14] Dorn, Harold I.: The Art of Building and the Science of Mechanics; A Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis; Princeton University; England; 1970
- [15] Furtmueller, Thomas; Adam, Christoph: Numerische Simulation des seismischen Verhalten von Mauerwerk in Gründerzeithäusern; SEISMID: Bericht Nr. 06/2319-23; Technische Universität Innsbruck; 2009
- [16] Gelfi, Piero: Università degli studi di Brescia; Software ARCO; Version 1.2.; 2008; unter: <http://dicata.ing.unibs.it/gelfi/arco.htm> (abgerufen am 20.03.2016)
- [17] Graubner, Carl-Alexander; Kranzler, Thomas; Schubert, Peter; Simon, Eric: Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk: Teil 3: Schubfestigkeit von Mauerwerksscheiben; aus Mauerwerk-Kalender 2005; Ernst & Sohn; Berlin; 2005
- [18] Gregory, David: Catenaria; Philosophical Transactions of the Royal Society; London; 1697
- [19] Herrbruck, Jürgen; Groß, Jens-P.; Wapenhans, Wilfried: Gewölberücken: Ersatz der linearen "Kaputtrechnung", Bautechnik 78; Heft 11; 2001
- [20] Heyman, Jacques: The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture; Cambridge University Press; Cambridge; 1995

- [21] Hilsdorf, Hubert: Investigation into the Failure Mechanism of Brick Masonry Loaded in Axial Compression; International Conference on Masonry Structural Systems; Texas, USA; 1967
- [22] Hirschfeld, Kurt: Baustatik, Theorie und Beispiele; 2. erweiterte Auflage; Springer Verlag; Berlin; 1965
- [23] Holzer, Stefan M.: Statische Beurteilung historischer Tragwerke Band 1, Mauerwerkskonstruktionen; 1. korrigierter Nachdruck; Wilhelm Ernst & Sohn; Berlin; 2015
- [24] Hooke, Robert: A description of helioscopes, and some other instruments; John & Martin Printer; London; 1675
- [25] Huerta, Santiago; Kurrer, Karl-Eugen: Zur baustatischen Analyse gewölbter Steinkonstruktionen; aus Mauerwerk-Kalender 2008; Ernst & Sohn; Berlin; 2008
- [26] Huster, Ulrich; Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung; Dissertation Universität Kassel; 2000
- [27] Jäger, Wolfram: Bemessung Bauen im Bestand; aus Mauerwerk-Kalender 2015; Ernst & Sohn; Berlin; 2015
- [28] Jäger, Wolfram; Übersicht zum derzeitigen Stand der Numerischen Modellierung; Ernst & Sohn; Berlin; Mauerwerk, Band 11, Heft 6; 2007
- [29] Jäger, Wolfram; Marzahn, Gero: Mauerwerk Bemessung nach DIN 1053-100; Ernst & Sohn; Berlin; 2010
- [30] Kolbitsch, Andreas: Altbaukonstruktionen Charakteristika Rechenwerte Sanierungsansätze; Springer-Verlag Wien New York; Wien; 1989
- [31] Kolbitsch, Andreas: Gemauerte Tonnengewölbe, Sanierung; aus Renovation 01/1997; WEKA-Verlag GmbH; Wien; 1997
- [32] Kolbitsch, Andreas: Massivdecken im Altbau: Flache Ziegelgewölbe zwischen eisernen Trägern: Konstruktive Charakteristik, Nachbemessung, Ver-

- stärkung; Österreichische Gesellschaft zur Erhaltung von Bauten; Wien; 1995
- [33] Kollegger, Johann: Betonbau 1 (5. Auflage); Institut für Tragkonstruktionen Technische Universität Wien, Oktober 2012
- [34] Krawtschuk, Alexander; Zeman, Oliver; Schellander, Janez; Zimmermann, Thomas; Strauss, Alfred; Bergmeister, Konrad: Einfluss der Belastungsrichtung auf die einaxiale Druckfestigkeit von Proben aus Vollziegeln; Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG; Mauerwerk 18; Berlin; 2014
- [35] Kurrer, Karl-Eugen: Geschichte der Baustatik; 2. Auflage; Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG; Berlin; 2016
- [36] La Hire, Philippe: Sur la construction des voûtes dans les édifices; Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris; Paris; 1731
- [37] La Hire, Philippe: Traité de mécanique; Imprimerie Royal; Paris; 1695
- [38] LKG - Ingenieurbüro für Bautechnik Dipl.-Ing. Wilfried Kunze M.Eng.: Gewölbekonstruktion; unter: <http://www.elkage.de/src/public/showterms.php?id=2233> (abgerufen am 08.11.2015)
- [39] Maier, Josef: Handbuch historisches Mauerwerk; Springer Vieweg; Wiesbaden; 2012
- [40] Mamaghani, Iraj; Aydan, Ömer; Kajikawa, Yasuo: Analysis of masonry structures under static and dynamic loading by discrete finite element method; JSCE; Japan; Juli 1999
- [41] Mang, Herbert; Hofstetter, Günter: Festigkeitslehre; 3. Auflage; Springer-Verlag; Wien; 2008
- [42] Mann, Walther; Müller, H.: Schubtragfähigkeit von Mauerwerk; aus Mauerwerk-Kalender 1978; Ernst & Sohn; Berlin; 1978

- [43] Mark, Robert: Experiments in Gothic Structure; The MIT Press; Cambridge; 1982
- [44] Mauer, Steffen; Rockenfelder, Roger: Teilerneuerung der Talbrücke Einsiedelstein; Ernst & Sohn; Berlin; Mauerwerk, Band 20, Heft 2; 2016
- [45] ÖNORM EN 1052-1; Prüfverfahren für Mauerwerk - Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit; Österreichisches Normungsinstitut; Wien; Stand: 1999-01-01
- [46] ÖNORM EN 1991-1-1; Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen - Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau; Österreichisches Normungsinstitut; Wien; Stand: 2011-09-01
- [47] ÖNORM EN 1992-1-1; Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerke Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Österreichisches Normungsinstitut; Wien; Stand: 2009-07-01
- [48] ÖNORM EN 1996-1-1; Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk; Österreichisches Normungsinstitut; Wien; Stand: 2009-11-15
- [49] ÖNORM B 1996-1-1; Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Nationale Festlegungen zur [48]; Österreichisches Normungsinstitut; Wien; Stand: 2009-03-01
- [50] Österr. Ingenieur- und Architekten-Verein: Bericht des Gewölbe-Ausschusses; veröffentlicht in der Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins; NR 20 - 34; im Selbstverlage des Vereins; Wien; 1895
- [51] Pauser, Alfred: Weiterführende Überlegungen zur Bemessung von Gewölben; aus Deckenkonstruktionen im Altbau; ÖGEB; Wien; 1996
- [52] Pech, Anton: Forschungsprogramm zur Verifizierung der konstruktiven Kennwerte von altem Vollziegelmauerwerk nach EC6; Prüfbericht MA39 - VFA 2009-1396.01; 2010

- [53] Pech, Anton; Zach Franz: Instandsetzung und Ertüchtigung von Mauerwerk, Teil 4: Ertüchtigung von Mauerwerksbauten gegenüber Erdbebeneinwirkung; aus Mauerwerk-Kalender 2007; Ernst & Sohn; Berlin; 2007
- [54] Petersen, Christian: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen; 2. Auflage; Vieweg; München; 1982
- [55] Piehler, Jens; Hansen, Michael; Kapphahn, Gerd: Systemanalyse neugotischer Gewölbe - Teil 1: Voruntersuchungen und experimentelle Validierung; Bautechnik 91, Heft 11; Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG; Berlin; 2014
- [56] Robinson, John: Arch. Supplement to the third edition of the Encyclopaedia Britannica; Thomson Bonar; Edinburgh; 1801
- [57] Prokop, August: Verein: "Der Bauconstructeur"; k. k. Technische Hochschule Wien, Hochbau I, Selbstverlag; Wien; 1897
- [58] Ruffert, Günther; Brux, Gunther; Badzong, Hans-Joachim: Spritzbeton - Herstellung, Prüfung und Anwendung von Spritzbeton; Expert Verlag; Renningen-Malmsheim; 1995
- [59] Schlegel, Roger: Numerische Berechnung von Mauerwerkstrukturen in homogenen und diskreten Modellierungsstrategien; Bauhaus Universität Weimar, 2004
- [60] Schlegel, Roger; Will, Johannes; Fischer, Dietmar; Rautenstrauch, Karl: Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Brückenbauwerke mit modernen Berechnungsmethoden am Beispiel der Göltzschtalbrücke; Bautechnik 80, Heft 1; 2003
- [61] Schlegel, Roger; Will, Johannes; Popp, Jürgen: Neue Wege zur realistischen Standsicherheitsbewertung gemauerter Brückenviadukte und Gewölbe unter Berücksichtigung der Normung mit ANSYS; 21. CAD-FEM Users' Meeting 2003; International Congress on FEM Technology; Potsdam; 2003
- [62] Schürholz-Schäfer BauGesellschaft mbH: Gewölbesanierung; unter: [http:](http://)

//www.schuerholz-schaefer.de/gewoelbesanierung/index.html (abgerufen am 06.05.2016)

- [63] Stade, Franz: Die Steinkonstruktionen; Verlag Salzwasser; Paderborn; Nachdruck des Originals von 1907
- [64] Swida, Woldemar: Statik der Bogen und Gewölbe; Verlag C.F. Müller; Karlsruhe; 1954
- [65] Titscher, Franz: Die Baukunde mit besonderer Berücksichtigung des Hochbaues und der einschlägigen Baugewerbe; Verlag Franz Titscher; Wien; 1922
- [66] TPH-Bausysteme: Injektionstechnik; unter: <http://www.tph-bausysteme.com/injektionstechnik/mauerwerksinjektion/> (abgerufen am 07.05.2016)
- [67] Universität Duisburg-Essen: Glossar zum Thema Kirchbau; unter: <https://www.uni-due.de/collcart/christ/kidu/glossar/glossar0.htm> (abgerufen am 07.11.2015)
- [68] Wenzel, Helmut: Erdbeben im Wiener Becken; VCW Holding GmbH; Wien; 2011
- [69] Winkler, Emil: Lage der Stützlinie im Gewölbe; Deutsche Bauzeitung; Ausgabe 13; 1879
- [70] Zimmermann, Thomas; Strauss, Alfred: Kleinkörperversuche an Ziegel, Mörtel und Mauerwerk; Versuchsbericht Universität für Bodenkultur Wien; 2010