



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN**

Vienna University of Technology

DIPLOMARBEIT

FINITE ELEMENTE SIMULATIONEN EINER LOCHPLATTE AUS FASERVERBUND-LAMINAT

AUSGEFÜHRT ZUM ZWECK DER ERLANGUNG DES AKADEMISCHEN GRADES

EINES DIPLOM-INGENIEURS UNTER DER LEITUNG

Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Pettermann

Dipl.-Ing. Jan Kaul

INSTITUT FÜR LEICHTBAU UND STRUKTUR-BIOMECHANIK (E317)

EINGEREICHT AN DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT WIEN

FAKULTÄT FÜR MASCHINENWESEN UND BETRIEBSWISSENSCHAFTEN

VON

BALÁZS KÓBOR, BSc.

E 066 445 / E01429969

UHLANDGASSE 7/45

8605 KAPFENBERG

Wien, am2018

Balázs Kóbor

INHALTSVERZEICHNIS

Abstract	III
Kurzfassung	V
Bezeichnungen	VII
1. Einführung	1
2. Versagensmechanismen von FVK Laminaten	3
2.1. Mögliche Arten des Versagens eines FVK Laminates	3
2.2. First ply failure	5
3. Progressives Schädigungsmodell	7
3.1. Schädigungsmechanik.....	8
4. Elasto-plastisches Schädigungsmodell von Flatscher	13
4.1. Homogen verteilte, matrixdominierte Schädigung	14
4.2. Lokalisierten, matrix- und faserdominierten Schädigung.....	15
4.3. Multi-surface plasticity	16
5. „built-in“ VUMAT in Abaqus	18
5.1. Elastische Spannungs-Dehnungsbeziehung.....	19
5.2. Verhalten unter einachsigen Zug und Druck.....	20
5.3. Verhalten unter Schubbeanspruchung.....	22
6. FE-Analyse mit Abaqus/Explizit	25
6.1. Die explizite Zeitintegration.....	26

6.2. Stabilität des expliziten Verfahrens.....	29
6.3. Quasi-statische Analyse mit Abaqus/Explizit	31
6.4. Mass scaling.....	33
7. Kalibrierung des Materialmodells.....	35
8. FE-Simulation einer Lochplatte.....	41
8.1 Ergebnisse für das $[0/90]_s$ Laminat.....	44
8.3 Ergebnisse für das $[-45/+45]_s$ Laminat.....	65
8.3 Ergebnisse für das $[0/-45/90/+45]_s$ Laminat	73
9. Zusammenfassung.....	77
10. Literaturverzeichnis.....	79

ABSTRACT

The present thesis is concerned with the simulation of laminates made from fiber-reinforced polymers. This type of materials are used nowadays increasingly in structural components. The laminates are stacks of layers. These layers are made of two constituents with a matrix material and reinforcement. In the present work only continuous and unidirectionally oriented fibers as reinforcement are considered, which are embedded in a polymer matrix.

The design of composites structures is supported nowadays by the finite element method. The advantage of the usage of this method is the capability to solve such problems, which are described by partial differential equations. These equations can rarely be solved in an analytical way, but an approximation are provided by the finite element method. This numerical method can also be used for the structural analysis of laminated structures. This analysis should be able to simulate the behavior of the damaged composite structures. To reach this goal a constitutive model has to be developed which describes the nonlinear intra-ply behavior. In the framework of this thesis two material models will be compared with each other. One of these models was developed by Thomas Flatscher at the Institute of Lightweight Design and Structural Biomechanics, TU Wien. The other one, the so-called "built-in" VUMAT, is commercially available in the finite element program Abaqus 6.13. (*Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA*).

In order to compare the two constitutive material models successfully, a general introduction to the modelling approaches of the unidirectional plies will be carried out. In chapter 2 the main failure mechanisms of a matrix material reinforced by unidirectional fibers are summarized. The knowledge of these phenomena is crucial for the understanding of the current material models. The "first ply failure" concept is a simple tool to determine the strength of laminates. The first ply failure approach is based on the assumption of proportional increase of all stress components with load. The simulation of progressive damage requires special material models, which can be based on continuum damage mechanics. The basics of this theory is presented in details in chapter 3.

The two constitutive laws to be compared are formulated on the basis of the continuum damage mechanics. The elasto-plasto-damage-model by Thomas Flatscher and the

continuum damage model “built-in” VUMAT are presented in chapter 4 and 5 in details. The constitutive model from Abaqus is generally appropriate to model fabric-reinforced composites. As in chapter 7 presented, the calibration of the material data as a result of a “single element test” enables the finite element simulation of UD-laminates with the “built-in” VUMAT.

The two constitutive material models are compared with the help of finite element simulations of an open hole specimen subjected to uniaxial tension. The results of the model by Thomas Flatscher will be taken from the literatures [1,2]. The same simulations will be carried out by the Abaqus/Explicit solver using the “built-in” VUMAT. The important aspects of an explicit analysis are summarized in chapter 6. The results of the simulations are compared to experimentally obtained results, which are also in the literatures [1, 2] available. The aim of the present work is to identify the source of the deviations between the two constitutive material models.

KURZFASSUNG

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation von Laminaten aus faserverstärkten Kunststoffen. Diese Werkstoffe sind heutzutage von immer größerer Bedeutung, wie sie nun auch vermehrt in Strukturbauteilen zum Einsatz kommen. Das Laminat wird aus Einzelschichten aufgebaut, wobei die Einzelschichten aus zwei Komponenten bestehen. Es handelt sich um einen Verbundwerkstoff aus unidirektionalen Fasern, die in ein Matrixmaterial eingebettet sind.

Der Entwurf von Strukturen aus faserverstärkten Kunststoffen wird heutzutage sehr stark durch die Finite Elemente Methode unterstützt. Der Vorteil der Verwendung dieser numerischen Methode besteht darin, dass sie die Lösung solcher Probleme ermöglicht, die durch partielle Differentialgleichungen beschrieben werden. Im Endeffekt erhält man ein Modellierungstool, das zum Einsatz in der Strukturanalyse kommt. Um dieses numerische Mittel zur Vorhersage des Verhaltens der beschädigten Composite-Strukturen verwenden zu können, muss ein Konstitutivgesetz entwickelt werden, das die Behandlung des nichtlinearen Schichtverhaltens gestattet. In den vorherigen Jahren wurden mehrere Materialgesetze veröffentlicht. Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden zwei verschiedenen Materialmodelle miteinander verglichen. Eines der Modelle wurde von Thomas Flatscher am Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik [1], Technische Universität Wien entwickelt. Das andere Materialgesetz wird vom FE-Programm Abaqus/Explicit 6.13. (*Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA*) kommerziell angeboten. Es wird im Folgenden als „built-in“ VUMAT bezeichnet.

Um diese zwei Konstitutivgesetze miteinander vergleichen zu können, erfolgt eine allgemeine Einführung in die Modellierung von faserverstärkten Kunststoffen. Im Kapitel 2 werden die wichtigsten, experimentell beobachteten Versagensmechanismen der faserverstärkten Schichten zusammengefasst. Die Kenntnisse dieser Phänomene sind für die Erfassung der untersuchenden Materialmodelle wichtig. Zur Vorhersage der Tragfähigkeit eines Laminates stellt das „*first ply failure*“-Konzept ein einfaches Verfahren dar, welches ein lineares Materialverhalten bis zum Erreichen der Tragfähigkeitsgrenze annimmt. Zur Modellierung der Schädigungsfortschritt werden solche Modelle verwendet, die auf der Kontinuumsschädigungsmechanik beruhen. Die Grundlagen der Theorie der progressiven Schädigungsmodelle werden im Kapitel 3 vorgestellt.

Die miteinander zu vergleichenden Materialgesetze sind kontinuumsmechanischen Modelle. Das Modell von Flatscher und die „built-in“ VUMAT werden im Kapitel 4 und 5 detailliert vorgestellt. Die „built-in“ VUMAT wurde ursprünglich zur Modellierung von Composite-Geweben entwickelt. Mit Hilfe eines „*single element test*“ werden die Materialdaten so kalibriert, dass das Materialmodell von Abaqus zur Simulation eines UD-Laminates geeignet ist (siehe im Kapitel 7).

Der Vergleich der zwei Konstitutivgesetze erfolgt anhand der Finite Element Analyse einer Lochplatte aus einem faserverstärkten Kunststoff unter Zugbelastung. Zur Simulation kommt das Programm Abaqus/Explizit zum Einsatz, in dem die beiden Materialmodelle implementiert sind. Die Vorgehensweise einer expliziten Analyse wird im Kapitel 6 gezeigt. Zur Validierung der Analysen stehen Messergebnisse zur Verfügung [1, 2]. Das Ziel dieser Diplomarbeit ist der Vergleich der Ergebnisse der zwei Materialmodelle und die Bestimmung der Quelle der Abweichungen zwischen den Materialgesetzen.

BEZEICHNUNGEN

Abkürzungen

FEM	Finite Element Methode
FKK	Faserverstärkte Kunststoffe
FPF	first ply failure
UD	unidirectional
WWFE	world-wide failure exercise
x-y-z	Globales Koordinatensystem des Laminates
1-2-3	Koordinatensystem der einzelnen Schicht

Indexliste

x, y, z	Koordinaten des Laminates
1, 2, 3	Koordinaten der einzelnen Schicht
init	bezogen auf das Neumaterial
pl	bezogen auf die plastischen Verzerrungen
el	bezogen auf die elastischen Verzerrungen
eff	bezogen auf die effektiven Werte

Koordinatensysteme

Ein Laminat wird aus mehreren Schichten aufgebaut, wobei die Faserorientierung der einzelnen Schichten unterschiedlich sein kann. Deshalb ist es notwendig ein globales und ein lokales Koordinatensystem zu unterscheiden. Das globale System bezieht sich auf das Laminat. Darüber hinaus wird jeder Schicht ein lokales System zugeordnet,

welches die Faserrichtung ,1', die Richtung quer zur Fasern ,2' und die Normalrichtung ,3' definiert. Die Faserorientierung der einzelnen Schichten wird durch den Winkel ψ angegeben (siehe Abb. 1.).

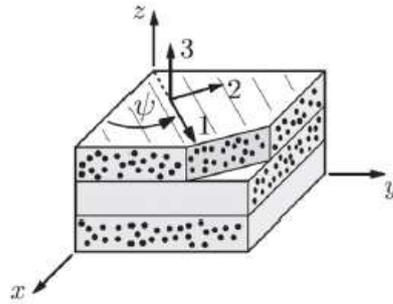


Abb. 1.: Skizze eines Laminates zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen dem lokalen (1-2-3) und globalen Koordinatensystem (x-y-z) [1]

1. EINFÜHRUNG

Früher spielten die Masse- und Gewichtseinsparung bei dem Entwurf einer Konstruktion eine untergeordnete Rolle. Sie mussten die Funktion gewährleisten. Heute ist es ganz anders. Mit der Änderung der Anforderungen haben sich die Richtlinien des Entwurfes ebenfalls geändert. Die Reduktion der Masse und des Gewichtes ist heute in vielen Fällen nicht nur erwünscht, sondern ist für die Funktionserfüllung notwendig. Diese Konstruktionsmethode wird Leichtbau genannt. Im Rahmen des Leichtbaus werden die Bauteile so gestaltet, dass sie möglichst leicht sind.

Neben dem kleineren Gewicht müssen diese Konstruktionen die Sicherheit gegen Versagen gewährleisten. Um diese Kriterien zu erfüllen, müssen Werkstoffe verwendet werden, die eine geringe Dichte, ausreichende Festigkeit und Steifigkeit haben. Deshalb geht man bei der Wahl des Werkstoffes nicht allein von der Streckgrenze oder der Bruchfestigkeit aus, sondern man betrachtet sogenannte spezifische Größen wie z.B.: spezifische Festigkeit und spezifische Steifigkeit. Man erhält die spezifische Festigkeit und Steifigkeit mit der Division der Festigkeit und Steifigkeit durch die Dichte.

Leichtmetalle (z.B: Mg, Al, Ti, ...) weisen sehr gute spezifische Eigenschaften auf, aber Kunststoffe –insbesondere faserverstärkte Kunststoffe- sind von immer wesentlicherer Bedeutung. Faserverstärkte Kunststoffe haben zwei Phasen: die Fasern und die Matrix. Sehr dünne Glas-, Aramid-, Kohlefasern haben sehr gute spezifische Eigenschaften. Sie sind jedoch allein kaum einsetzbar, weil sie fast keine Druckbeanspruchung ertragen können. Deswegen werden die Fasern in eine Matrix eingebettet. Das Matrixmaterial ist i.a. ein Kunststoff, aber es kann auch Metall oder Keramik sein. Diese Arbeit beschäftigt sich nur mit Kunststoffmatrix.

Faserverstärkte Kunststoffe (FVK) haben ein sehr weites Anwendungsfeld gefunden. Am Anfang war die Treibkraft ihrer Entwicklung die Luft- und Raumfahrttechnik, aber sie kommen bei anderen Mobilitätsarten wie z.B.: Schiff, Fahrzeug- oder Schienenfahrzeugbau im zunehmenden Maß zum Einsatz. Daneben sind FKV im

Bereich von Prothetik, Sportgerätenbau und Energietechnik von immer größerer Bedeutung.

Obwohl faserverstärkte Kunststoffe heutzutage oft zum Einsatz kommen, ist ihre Behandlung im Kontext der Festigkeit kompliziert. Sie haben ein orthotropes Materialverhalten, welches die Berechnung schon in dem linear-elastischen Bereich komplizierter macht. Im Gegensatz zu Metallen sind sie spröde Materialien, deshalb verhalten sie sich nach dem Erreichen der Streckgrenze ganz anders. Zur Beschreibung dieses Materialverhaltens wurden verschiedene Konstitutivgesetze entwickelt, die die Auslegung verschiedener Bauteile aus faserverstärkten Kunststoffen erleichtern.

Der Entwurf von Composite-Strukturen wird heutzutage sehr stark durch „Numerische Ingenieurmethoden“ unterstützt. Eine mögliche numerische Methode ist die Finite Elemente Methode. Die zuvor erwähnten Materialmodelle können in kommerzielle FE-Programme implementiert werden, was eine wesentliche Erleichterung mit sich bringt. Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden zwei Konstitutivgesetze miteinander verglichen, die ins FEM-Programm Abaqus 6.13 (*Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA*) implementiert sind. Eines der Konstitutivgesetze wurde am ILSB (*Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik*), TU Wien entwickelt [1]. Die numerischen Ergebnisse dieses Gesetzes werden von Testergebnissen unterstützt [1, 2]. Das andere Gesetz wird in dem Programm Abaqus 6.13 kommerziell angeboten. Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, dass die Simulationen unter Verwendung des von Abaqus bereitgestellten Gesetzes unter denselben Bedingungen wie in [2] durchgeführt werden. Abschließend sollen die Ergebnisse mit der zur Verfügung stehenden numerischen und experimentellen Referenzen verglichen werden.

2. VERSAGENSMECHANISMEN VON FVK LAMINATEN

Im letzten Kapitel wurde gezeigt, dass FVK ein sehr großes Anwendungspotential haben. Der Grund dieses Potentials liegt in ihren hervorragenden spezifischen Eigenschaften. Trotzdem ist die Anwendbarkeit dieser Werkstoffe durch einige Faktoren begrenzt. Einer dieser Faktoren ist die Vorhersage der Tragfähigkeit des Materials. Beim Überschreiten der Grenze der Tragfähigkeit kommt es zum Versagen, das in einigen Fällen eine Gefährdung von Menschen zur Folge haben kann (z.B.: in der Luftfahrt). Deshalb ist es besonders wichtig das Versagen von FKV Laminaten vorhersagen zu können.

Zur Vorhersage der Schädigung und des Versagens ist ein besseres Verständnis der Versagensmechanismen von FKV Laminaten erforderlich. Die Art der Schädigung hängt stark von dem Spannungszustand ab [3]. Die meisten Bauteile sind i.a. solcher äußeren Belastungen ausgesetzt, die zu einem mehrachsigen Spannungszustand im Material führt. Deshalb stellt die Bestimmung der Versagensmoden eine große Herausforderung dar. Die Beschreibung dieses Verhaltens ist nur mit komplizierten Materialmodellen möglich. Diese Materialmodelle und die eventuell komplizierte Geometrie erfordern die Verwendung numerischer Methoden, wie z.B. die Finite Elemente Methode (FEM). In dem nächsten Unterkapitel werden die möglichen Versagensformen von FKV Laminaten zusammengefasst.

2.1. Mögliche Arten des Versagens eines FVK Laminates

FVK Lamine werden für viele Anwendungen aus mehreren UD-Schichten aufgebaut. Unter einer unidirektionalen (UD) Schicht versteht man eine Schicht, in der die Fasern parallel zu einander in einer bestimmten Richtung eingebettet sind. Bei der Herstellung eines FVK Laminates werden diese UD-Schichten aufeinandergelegt und zusammengeklebt. Die Faserorientierung der einzelnen Schichten kann relativ zueinander unterschiedlich sein. Aufgrund dieses Aufbaus unterscheidet man grundsätzlich zwischen zwei Versagensarten: das Versagen einer Schicht selbst und das Versagen der Grenzfläche zweier benachbarter Schichten. Diese sind die sogenannten internen Versagensformen eines UD-Laminates [4]. Das Versagen der Grenzfläche wird in der Literatur als Delamination bezeichnet. Im Rahmen des Schichtversagens sind drei verschiedene Arten des Versagens zu unterscheiden: Faserbruch, Zwischenfaserbruch und Debonding. Unter Debonding versteht man die

Grenzflächenablösung zwischen der Matrix und der Fasern. Wie schon zuvor erwähnt wurde, ist der aktuelle Spannungszustand hinsichtlich der Art des Versagens von wesentlicher Bedeutung. Das Schichtversagen tritt bevorzugt durch Spannungen in der Schichtebene (engl. *in plane stresses*) auf, während Delamination von Spannungen in der Grenzfläche (engl. *out of plane stresses*) hervorgerufen wird [3]. Diese Diplomarbeit konzentriert sich auf das Schichtversagens, deshalb wird diese Versagensform im Folgenden näher betrachtet.

Die Unterteilung der möglichen Versagensformen innerhalb der Schicht ist an [5] angelehnt. Zur Gliederung dieser Versagensformen geht man von der Art der Beanspruchung aus, das heißt, man unterscheidet zwischen Zug-, Druck- und Schubbeanspruchung. Unter dem Faserbruch versteht man das Reißen oder das Zerschneiden der Fasern, welcher i.a. durch sehr hohe Beanspruchungen hervorgerufen wird. Es handelt sich um eine Zug- oder Druckbeanspruchung in Richtung der Fasern, wobei meistens keine Spannungsumlagerung möglich ist. Dies führt zu einem Steifigkeitsabfall der Struktur [6]. Faserbruch infolge einer Zugbeanspruchung ist leicht erkennbar. Einerseits führt es zu einem Steifigkeitsabfall, andererseits ist die Energiefreisetzung infolge des Faserbruches hörbar. Die Druckbeanspruchung der Fasern führt zum Faserknicken, wobei der Volumenanteil der Fasern einen wesentlichen Einfluss auf das Knickverhalten hat [6]. Man unterscheidet zwischen dem „*Mixed Mode*“ und dem „*Shear Mode*“. Wenn der Faseranteil niedrig ist („*Mixed Mode*“), beulen sich die Fasern unabhängig voneinander und die dazwischenliegende Matrix wird gedehnt. Bei einem größeren Faseranteil beulen sich die Fasern in Phase. Anstatt dem Biegeknicken tritt jedoch das sogenannten Schubknicken auf, welches zur Ausbildung von Knickbändern führt (siehe *Abb. 2.1. b*). Es ist jedoch zu beachten, dass die Druckfestigkeit in Längsrichtung sehr selten überschritten wird.

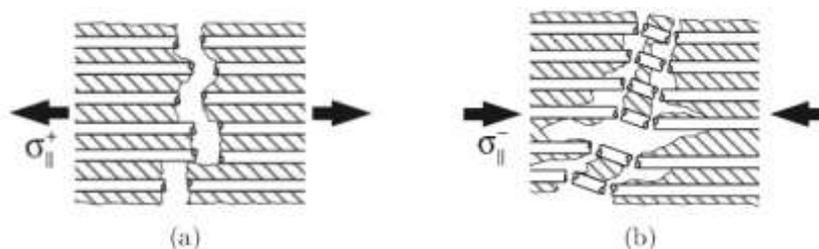


Abb. 2.1.: (a) Faserbruch infolge Zugbeanspruchung (b) Faserbruch infolge Druckbeanspruchung mit Ausbildung des Knickbandes des "Shear Mode" [4]

Ein anderer Ausgangspunkt des Schichtversagens kann der Zwischenfaserbruch sein. Die Abbildung 2.2 zeigt die möglichen Formen dieses Bruches in Abhängigkeit der Beanspruchungsart (siehe Abb. 2.2.). Diese Brüche verlaufen meist parallel zu den Fasern, und können als Adhesivbrüche in der Faser-Matrix-Grenzfläche (engl. *Interface*) oder als Kohesivbrüche in der Matrix auftreten [6]. Diese sind aber nur in wenigen Fällen voneinander unterscheidbar, deshalb werden sie zusammenfassend als Zwischenfaserbrüche bezeichnet. Die Zwischenfaserbrüche führen nicht unbedingt zum totalen Versagen der gesamten Struktur.

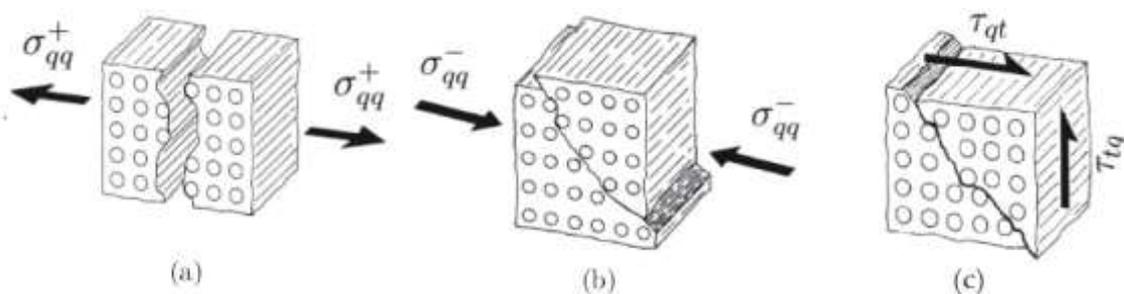


Abb. 2.2.: (a) Zwischenfaserbruch infolge Zugbeanspruchung quer zur Fasern (b) Zwischenfaserbruch infolge Druckbeanspruchung quer zur Fasern (c) Zwischenfaserbruch infolge Schubbeanspruchung [4]

Zusammenfassend ist es ersichtlich, dass viele mögliche Mechanismen zum Versagen eines UD-Laminates führen können. Aufgrund des schichtweisen Aufbaus des Laminates kann zwischen verschiedenen Versagensmechanismen (Faserbruch, Zwischenfaserbruch, Debonding) unterschieden werden, welche zu Degradation und totalem Laminatversagen führen können. Zur Bestimmung des Versagens des Laminates kann das „*first ply failure*“ Konzept verwendet werden, welches auch noch heute eine aktuelle Methode in der Ingenieurpraxis ist.

2.2. First ply failure

Beim Entwurf von Composite-Strukturen ist besonders wichtig eine Modellierungstool zu besitzen, welches die Tragfähigkeit eines Bauteils vorhersagen kann. Eine der häufigsten Methoden ist das sogenannte „*first ply failure*“ Konzept (FPF). Dieses Konzept nimmt an, dass die Schicht sofort versagt, wenn der Spannungszustand in der Schicht ein Versagenskriterium erfüllt. Mit Hilfe dieser

Methode kann die Beanspruchungsgrenze in Form von Bruchkurven ausgedrückt werden, welche im Spannungsraum beschrieben werden können (siehe Abb. 2.3.) [4].

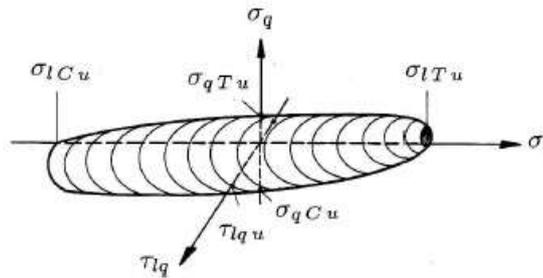


Abb. 2.3.: Die durch ein Versagenskriterium definierte Schadensfläche im σ_l - σ_q - τ_{lq} -Spannungsraum [Rammerstorfer-Leichtbau, Vorlesungsskriptum]

Es gibt verschiedene Versagenskriterien, die zur Bestimmung der Beanspruchungsgrenze eines FVK Laminates verwendet werden können. Die einfachsten Kriterien basieren einfach auf der maximal zulässigen Spannung oder der maximal zulässigen Verzerrung. Diese kommen heutzutage jedoch kaum zum Einsatz. Die aktuellen Kriterien berücksichtigen die Interaktion der Spannungskomponenten. Diese Kriterien können noch in zwei Gruppen eingeteilt werden. Eine der zwei Gruppen enthält solche Kriterien, die sich sehr leicht an Versuchsergebnisse anpassen lassen, z.B.: Tsai-Wu, Tsai-Hill. Zu der anderen Gruppe gehören diejenige Kriterien, deren Formulierung auf physikalischen Versagenshypothesen beruhen. Ein sehr bekanntes Versagenskriterium dieser Gruppe ist das Kriterium von Puck [5], welches von der Arbeit von Hashin [7] initiiert wurde. Gemäß der ersten „world-wide failure exercise“ (WWFE) [8] ist das Puck'sche Kriterium ein der genauesten Kriterien.

Zusammenfassend sind die Vorteile der FFP Kriterien die einfache Verwendbarkeit und der niedrige numerische Aufwand. Die FFP Kriterien haben aber den Nachteil, dass sie auf lineares Materialverhalten beschränkt sind. Sobald das Potential der Gewichtsreduktion der FVKs ausgenutzt werden muss, wird das nichtlineare Verhalten infolge der progressive Schädigung von Interesse sein. In der Regel tritt vor Erreichen des totalen Versagens eine Degradation des Materials auf, unter der sich eine weitere Laststeigerung realisieren lässt. Um dieses nichtlineare Verhalten abbilden zu können, wurden verschiedenen Schädigungsmodelle entwickelt, die auf den Annahmen der Kontinuumsschädigungsmechanik basieren.

3. PROGRESSIVES SCHÄDIGUNGSMODELL

Wie es zuvor erwähnt wurde, ist das „first ply failure“-Konzept ein sehr wichtiges Tool für das erste Design und für die Optimierung. Jedoch ist das FPF-Konzept nicht für eine detaillierte Untersuchung einer Composite-Struktur, insbesondere nach dem Erreichen der Grenze der Tragfähigkeit, geeignet. Der Grund besteht darin, dass das FPF-Konzept sich auf lineares Materialverhalten beschränkt. Das nichtlineare Materialverhalten von faserverstärkten Kunststoffen kann zu einem Großteil auf Materialschädigung zurückgeführt werden, vorwiegend in der Form von Matrixbruch. Dieses Phänomen führt zur Abnahme des Elastizitätsmoduls. Die möglichen Methoden zur Modellierung der Materialschädigung können in die Mikromechanik des Schädigungsprozesses und in die Kontinuumschädigungsmechanik (engl. *continuum damage mechanics*) unterteilt werden. Die Mikromechanik der Schädigung ist eine Erweiterung der Bruchmechanik, die zur Modellierung eines inhomogenen Mediums wie z.B.: eines Composites geeignet ist. Diese Theorie umfasst die Analyse verschiedener Arten der Schädigung, die Vorhersage der Schädigungsinitiierung, des Schädigungsfortschrittes und des Risswachstums. Diese Methode erfordert die Kenntnis des Spannungs-, Verzerrungszustands in dem mikroskopischen Bereich. Ihr numerischer Aufwand ist deshalb ziemlich groß [9].

Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden zwei Materialmodelle miteinander verglichen, die auf der Kontinuumschädigungsmechanik beruhen. In der Kontinuumschädigungsmechanik geht man davon aus, dass das geschädigte Composite-Material als ein homogenes Kontinuum betrachtet wird. Diese Näherung ersetzt das diskontinuierliche Material durch ein homogenes Material, welches das gleiche Materialverhalten aufweist. Aufgrund dieser Methode können verschiedene Konstitutivgesetze formuliert werden, welche für eine Schicht des Laminates gelten. Die Schädigung wird innerhalb der mesoskopischen Skalenlänge behandelt, das heißt, man muss den mesoskopischen Spannungs- und Verzerrungszustand ermitteln. Unter der Mesoskala versteht man, dass die einzelnen Schichten des Laminates als ein homogenes Material betrachtet werden. Im Fall kontinuierlicher UD-Schichten handelt es sich um transversal isotropes Material. Die Schädigung der einzelnen Schichten des Laminates wird separat behandelt. Die Interaktion der einzelnen Schichten kann zu Spannungsumlagerung führen. Das ist nicht immer realistisch, aber es ist derzeit die einzige mögliche Annäherung [5].

3.1. Schädigungsmechanik

Der Ausgangspunkt der Schädigungsmechanik war die Arbeit von Kachanov [10] und Rabotnov [11]. In ihrer Arbeit haben Sie das Kriechen von Metallen untersucht, in der sie die Degradierung der Steifigkeit mit Hilfe einer Schädigungsvariable beschrieben haben. Dieses Konzept initiierte die Entwicklung der Schädigungsmechanik [12].

Zur Erklärung der physikalischen Bedeutung der Schädigungsvariable wird ein einachsiger Zugversuch betrachtet. Die Einführung der Schädigungsvariable geht davon aus, dass die Mikrodefekte den tragenden Querschnitt reduzieren. Die Schädigungsvariable d , die zwischen 0 und 1 definiert wird, ist somit ein Maß für die Schädigung und drückt das Verhältnis zwischen der Defektfläche A_d zur Gesamtfläche A (siehe Abb. 3.1):

$$d = \frac{A_d}{A}. \quad (3.1)$$

Das heißt, $d = 0$ repräsentiert einen ungeschädigten Querschnitt, während $d = 1$ der vollständigen Schädigung entspricht. Damit reduziert sich der Elastizitätsmodul des geschädigten Materials, der als Funktion des ursprünglichen Elastizitätsmoduls E^{init} und der Schädigungsvariable ausgedrückt werden kann:

$$E = f(E^{\text{init}}, d). \quad (3.2)$$

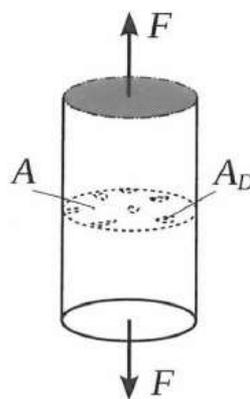


Abb. 3.1.: Veranschaulichung der Defektfläche A_D und Gesamtfläche A im Querschnitt senkrecht zur Belastungsrichtung [12]

In der klassischen Festigkeitslehre wird die Schädigung der Querschnittsfläche bei der Berechnung der Spannungen nicht berücksichtigt. Im Rahmen der Schädigungsmechanik wird die sogenannte effektive Spannung bestimmt, die die Zunahme der Defektfläche in Betracht zieht. Im Fall des einachsigen Zugversuches ergibt sich für die effektive Spannung:

$$\sigma^{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1-d} \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{F}{A}, \quad (3.3)$$

wobei σ die Normalspannung und F die Zugkraft ist. Unter der Annahme des Dehnungs-Äquivalenz-Prinzips gilt, dass die Dehnung der geschädigten Probe durch die Spannung σ und die Dehnung der ungeschädigten Probe durch die effektive Spannung σ^{eff} gleich sind [12]:

$$\varepsilon = \frac{\sigma^{\text{eff}}}{E^{\text{init}}} = \frac{\sigma}{E}. \quad (3.4)$$

Daraus folgt der nächste Zusammenhang zwischen dem geschädigten E und dem initialen Elastizitätsmodul E^{init} :

$$E = (1-d) \cdot E^{\text{init}} \quad \text{und} \quad d = 1 - \frac{E}{E^{\text{init}}}. \quad (3.5)$$

Dieser Zusammenhang wurde über die Dehnungsäquivalenz formuliert. Eine andere Alternative stellt die Formulierung über die Energieäquivalenz dar. Die Stoffgesetze der Schädigungsmechanik verwenden die nominellen Spannungen. Zur Formulierung dieser Gesetze dient das Energieäquivalenz-Prinzip eine gute Alternative [13]. Gemäß diesem Prinzip gilt:

$$U(\sigma^{\text{eff}}, \varepsilon^{\text{eff}}) \equiv U(\sigma, \varepsilon), \quad (3.6)$$

wobei $U(\sigma^{\text{eff}}, \varepsilon^{\text{eff}}) = \frac{1}{2} \cdot \sigma^{\text{eff}} \cdot \varepsilon^{\text{eff}}$ und $U(\sigma, \varepsilon) = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon$. Diese Energieäquivalenz ist erfüllt nur bei:

$$\varepsilon^{\text{eff}} = (1-d) \cdot \varepsilon \quad \text{und} \quad \sigma^{\text{eff}} = \frac{1}{(1-d)} \cdot \sigma. \quad (3.7)$$

Wenn man diese Zusammenhänge in das Materialgesetz der effektiven Konfiguration einsetzt, erhält man die folgende Gleichung:

$$E = (1 - d)^2 \cdot E^{\text{init}} \quad \text{und} \quad d = \sqrt{1 - \frac{E}{E^{\text{init}}}}. \quad (3.8)$$

Aus den Gleichungen (3.5) und (3.8) folgt, dass die Schädigungsvariable im Fall eines Zugversuches über einer indirekten Messung des Elastizitätsmoduls des Materials bestimmt werden kann. Man sieht sofort, dass die Schädigungsvariable bei der Formulierung über die Energieäquivalenz langsamer wächst.

Im Allgemeinen hat man aber mit dreiachsigen Spannungszuständen zu tun. Für die Erweiterung der Gleichung (3.3) auf den dreiachsigen Spannungszustand ergibt sich:

$$\boldsymbol{\sigma}^{\text{eff}} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.9)$$

Man setzt diese Beziehung (3.9) in das Konstitutivgesetz des beschädigten Materials ein. Damit erhält man:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{und} \quad \mathbf{E} = [\mathbf{M}(\mathbf{D})]^{-1} \cdot \mathbf{E}^{\text{init}}. \quad (3.10)$$

\mathbf{E} und \mathbf{E}^{init} repräsentieren die geschädigte und die ungeschädigte Elastizitätsmatrix. Die tensorwertige Funktion $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ in Abhängigkeit des Schädigungstensors \mathbf{D} beschreibt den Einfluss der Schädigung auf das Materialverhalten. Der Schädigungstensor ist i.a. ein Tensor vierter Stufe, der die Schädigungsvariablen enthält. Die Anzahl dieser Variablen hängt von der Symmetrie des aktuellen Schädigungsmodells (isotrop, orthotrop oder anisotrop) ab. In dem unbeschädigten Zustand muss \mathbf{E} dem \mathbf{E}^{init} gleich sein, das heißt, $\mathbf{M}(\mathbf{D} = \mathbf{0}) = \mathbf{I}$ muss gelten, wobei \mathbf{I} der Einheitstensor ist [5].

Um das Konstitutivgesetz definieren zu können, müssen die Entwicklung der Schädigungsvariablen und der Tensor $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ bestimmt werden. Eine Möglichkeit ist die Verwendung eines reinen phänomenologischen Modells, welches die Degradation der technischen Konstanten aufgrund des FPF-Konzeptes oder experimenteller Ergebnisse definiert. Diese Modelle sind im Allgemeinen rechnerisch weniger

aufwendig und die Bestimmung der Parameter ist einfacher, aber sie sind nicht zwangsläufig thermodynamisch konsistent. Um diesen Nachteil zu beseitigen, berücksichtigt die Mehrzahl der Schädigungsmodelle die Prinzipien der Thermodynamik. Bei diesen Modellen wird die Helmholtz'sche freie Energie, ψ , als Funktion der internen Variablen, z.B.: der elastischen Verzerrung ε^{el} und der Schädigungsvariablen d_n im Fall eines elastischen, schädigungsfähigen Materials definiert:

$$\psi = \psi(\varepsilon^{\text{el}}, d_n). \quad (3.11)$$

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik in der Form der Clausius-Duhem Ungleichung stellt den folgenden Ausdruck für den isotherme Fall dar:

$$\sigma \cdot \dot{\varepsilon}^{\text{el}} - \dot{\psi} = 0. \quad (3.12)$$

Für das totale Differential der Helmholtz'schen freien Energie ψ ergibt sich:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{\text{el}}} \cdot \dot{\varepsilon}^{\text{el}} + \frac{\partial \psi}{\partial d_n} \cdot \dot{d}_n. \quad (3.14)$$

Wenn man die Funktion (3.14) in die Gleichung (3.12) einsetzt, erhält man:

$$\left(\sigma - \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{\text{el}}} \right) \cdot \dot{\varepsilon}^{\text{el}} - \frac{\partial \psi}{\partial d_n} \cdot \dot{d}_n \geq 0. \quad (3.15)$$

Die Ungleichung muss für jedes beliebige $\dot{\varepsilon}^{\text{el}}$ gelten, deshalb sind die Komponente des Spannungstensors wie folgt definiert:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^{\text{el}}}. \quad (3.16)$$

Durch die partielle Ableitung der Helmholtz'schen freien Energie nach der Schädigungsvariable d_n erhält man die Energiedissipation:

$$Y_n = \frac{\partial \psi}{\partial d_n}. \quad (3.17)$$

So ergibt sich die folgende Voraussetzung für die thermodynamische Konsistenz eines Konstitutivgesetzes:

$$Y_n \cdot \dot{d}_n \geq 0. \quad (3.18)$$

Die Energiefreisetzungsrate ist eine quadratische Funktion, deshalb sind die Schädigungsvariablen monoton wachsenden Größen.

Die Funktionen (3.16) und (3.17) stellen eine Vielzahl von Gleichung für die Spannungen, Verzerrungen, Schädigungsvariablen und Energiefreisetzungsraten dar. Um dieses Gleichungssystem lösen zu können, muss eine Entwicklungsgleichung für die Schädigungsvariablen in Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate definiert werden [5].

Ein phänomenologisches Modell, das auf einer unorthodoxen Annäherung der Schädigungsmechanik beruht, wurde von Schuecker und Pettermann [5, 14] aufgestellt. Das Konstitutivgesetz von Flatscher [1], dessen Ergebnisse in dieser Arbeit verwendet werden, ist eine Erweiterung dieses Modells. Das andere Materialmodell, das eine Modifikation des Modells von A. Johnson [15] ist, ist in Abaqus/Explizit als eine „built-in“ VUMAT implementiert. Bei der „built-in“ VUMAT erfolgt die Schädigungsentwicklung als Funktion der kritischen Energiefreisetzungsrate. Daneben enthält das Modell ein sogenanntes „*crack band model*“, das die Netzabhängigkeit mindert. Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden diese zwei Schädigungsmodelle miteinander verglichen, deren Struktur in dem nächsten Kapitel näher betrachtet wird. Der Vergleich erfolgt anhand eines einachsigen Zugversuches einer Lochplatte. Sowohl die Ergebnisse des Modells von Thomas Flatscher als auch die Ergebnisse des Experimentes, die zur Validierung der FE-Analyse dienen, werden aus den Literaturen [1, 2] genommen. Die Simulation erfolgt unter Verwendung der „built-in“ VUMAT erfolgt in dieser Arbeit.

4. ELASTO-PLASTISCHES SCHÄDIGUNGSMODELL VON FLATSCHER

Dieses Kapitel ist an der Arbeit von Flatscher [1] und Schuecker [5] angelehnt. Die Grundlagen dieses Schädigungsmodells werden hier zusammengefasst. Weitere Informationen findet man in der Dissertation von Flatscher [12] und Schuecker [5]. Über die praktische Anwendung dieses Modells wurden zwei Artikel [2, 16] veröffentlicht.

Das in dieser Arbeit verwendete Konstitutivgesetz wurde im Rahmen der Dissertation von Flatscher [1] ausgearbeitet. Es handelt sich um ein Konstitutivgesetz, welches zur Modellierung einzelner Schichten eines Laminates verwendet wird. Das Anwendungsfeld sind vorwiegend dünnwandige, laminierte Strukturen, wodurch die Annahme eines ebenen Spannungszustandes gerechtfertigt werden kann. Die Belastung eines solchen Bauteiles kann verschiedene Phänomene innerhalb der Schichten hervorrufen, die zu einem nichtlinearen Verhalten führen können. Bei der Formulierung des Konstitutivgesetzes von Flatscher [1] werden zwei Effekte unterschieden, die beide zu deutlich nichtlinearem Verhalten beitragen. Diese Effekte sind Degradation der Steifigkeit einerseits und die Akkumulation bleibender Verzerrungen andererseits.

Die Degradation der Steifigkeit wird der Ausbildung von Mikrorissen in der Matrix, dem Versagen der Verbindung zwischen Faser und Matrix sowie fortschreitendem Faserbruch zugeschrieben [1]. Solche Phänomene führen in erster Linie zur reduzierten Steifigkeit, aber die entsprechenden Verzerrungen sind elastisch. Diese Degradation der Steifigkeit wird über Kontinuumschädigungsmechanik abgebildet, die zwei separate Formulierungen beinhaltet. Die erste beschreibt die Degradation infolge homogen verteilter, matrixdominierter Mikrorissbildung (engl. *distributed brittle damage*), wobei verfestigendes Materialverhalten auftritt. Die andere Formulierung beschäftigt sich mit der Beschreibung der lokalisierten, matrix- und faserdominierten Schädigung. In diesem Fall kommt es zur Entfestigung und zur Lokalisierung von Verzerrungen. Dieses Modell wird auf English als „*localized brittle damage*“ genannt.

Die inelastischer Deformation der Matrix führt zur Akkumulation bleibender Verzerrungen. Solche Phänomene verursachen nach der Entlastung bleibende

Deformationen des Bauteils. Die Entwicklung plastischer Verzerrungen wird von einem „*multi-surface plasticity*“ Modell beschrieben.

Wie zuvor darauf hingewiesen, befasst sich das Konstitutivgesetz von Flatscher [1] sowohl mit der Degradation der Steifigkeit als auch mit der Akkumulation bleibender Verzerrungen. Um diese beiden Phänomene in einem Materialmodell kombinieren zu können, wird das elastische Schädigungsmodell mit einem Modell erweitert, welches die Entwicklung der plastischen Verzerrungen beschreiben kann. Nach der Integration der Beanspruchungsgeschichte werden die Verzerrungen in einen elastischen $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{el}}$ und plastischen Teil $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}}$ aufgeteilt.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{el}} + \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}} = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}} \quad (4.1)$$

Hier ist $\boldsymbol{\varepsilon}$ der Tensor der mechanischen Verzerrungen, das heißt, die gesamte Verzerrungen minus die thermischen Verzerrungen. $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{el}}$ ist der Tensor der elastischen Verzerrungen und $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}}$ stellt den Tensor der plastischen Verzerrungen dar. \boldsymbol{C} ist der Nachgiebigkeitstensor des eventuell geschädigten Materials und der Tensor $\boldsymbol{\sigma}$ enthält die Spannungskomponenten. Sowohl die Nachgiebigkeitsmatrix als auch die plastischen Verzerrungen sind mögliche Quellen des nichtlinearen Schichtverhaltens. Die Änderung der Nachgiebigkeitsmatrix und die Entwicklung der plastischen Verzerrungen als Funktion des Verzerrungs- und Spannungszustandes werden durch phänomenologisch, inkrementelle Formulierungen ermittelt.

4.1. Homogen verteilte, matrixdominierte Schädigung

Dieser Teil des Materialmodells beschreibt die anisotrope Charakteristik der Matrixschädigung durch skalare Variablen. Dies wird durch eingebettete, fiktive Poren erzielt. Die Initiierung der Schädigung wird durch das Puck'sche Kriterium für den ebenen Spannungszustand bestimmt. Ein Faktor der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ wird definiert, der ausschließlich von dem aktuellen Spannungszustand abhängt. Er erreicht den Wert eins, wenn das Puck'sche Kriterium FPF prognostiziert. Die Entwicklung der Schädigung ist als Funktion des Faktors der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ definiert. Wegen der verwendeten, fiktiven Inhomogenität kann der Elastizitätstensor, der ein Tensor vierter Stufe ist, durch skalare Größen bestimmt werden. Um die verschiedenen Belastungsarten zu unterscheiden, werden drei verschiedene Populationen an Poren eingeführt. Die Poren können mittels ihrer Form, des

Volumenanteils und ihrer Orientierung charakterisiert werden, wobei diese keine tatsächlichen Risse im Material repräsentieren sollen.

4.2. Lokalisierte, matrix- und faserdominierten Schädigung

Um das Materialversagen modellieren zu können, muss die Möglichkeit der Entfestigung und lokalisierter Schädigung, die Ausbildung örtlicher, abgetrennter Bereiche oder diskreter Brüche berücksichtigt werden. In diesem Fall ist es nicht zielführend sich auf matrixdominierende Phänomene zu konzentrieren, sondern Faserversagen muss auch berücksichtigt werden. Bei der lokalisierter Schädigung kommt es bei der Degradation der Elastizitätsmatrix zu entfestigendem Materialverhalten. Dieses Verhalten wird gemäß der vorherigen Schädigungsform im Kapitel 3.1 mit Hilfe von fiktiven Poren beschrieben. Diese Poren haben eine konstante, sphäroidale Gestalt, deren Rotationsachse in die Richtung der Fasern zeigt. Der Zusammenhang zwischen der Schädigung und der Steifigkeit des geschädigten Materials ist der gleiche wie im Kapitel 3.1, es wird angenommen, dass die Entfestigung dann beginnt, wenn der Faktor der Faseranstrengung $f_E^{(f)}$, der von dem Puck'sche Kriterium abhängt, den Wert eins erreicht. Im Fall von matrixdominierten Phänomenen, wird angenommen, dass die Entfestigung nur nach dem Erreichen eines materialabhängigen Grenzwertes der Matrixschädigung eintritt. Beim Eintritt der Entfestigung erreicht der Faktor der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ den kritischen Wert:

$$f_E^{(m)} = f_{E,c}^{(m)} = \sqrt{\frac{\xi_c^{(m)}}{k_d^{(m)}} + 1}, \quad (4.1)$$

wobei $\xi_c^{(m)}$ ein Parameter für die kritische Menge der Schädigung ist und $k_d^{(m)}$ ein Evolutionsparameter ist. Eine tiefere Erklärung findet man in der Dissertation von Thomas Flatscher [1].

Zur der Definition der Schädigungsentwicklung werden statt der mehrachsigen Spannungs- und Verzerrungszustände äquivalente Spannungen und Verzerrungen eingeführt. Vier verschiedene Belastungsarten, Zug und Druck der Fasern und Zug und Druck der Matrix, werden unterscheiden, wobei das Schubverhalten in der Schichtebene von den letzten beiden erfasst wird. Die Entfestigung erfolgt exponentiell. Die lokalisierte Schädigung wird als Funktion der äquivalenten

Spannung und der äquivalenten Verzerrungen definiert. Im Kontext der lokalisierten Schädigung muss darauf geachtet werden, dass die dissipierte Energie nicht netzabhängig ist. Dazu wird bei der Formulierung vom *“crack band model“* Gebrauch gemacht, dass die dissipierte Energie entsprechend der charakteristischen Länge des Elements anpasst.

4.3. Multi-surface plasticity

Dieses Kapitel folgt die Arbeit von Borger Johannes [17], die diesen Mechanismus aufgrund der Thesis von Flatscher [1] zusammenfasst. Detailliertere Informationen findet man in der Arbeit [1] von Flatscher.

Lamine, die einer Schubbeanspruchung in der Schichtebene oder einer transversalen Druckbeanspruchung ausgesetzt sind, neigen zur Akkumulation bleibender Verzerrungen. Dieses Verhalten wird von einem phänomenologischen Modell erfasst. Dieses phänomenologische Modell ist motiviert durch die Annahme, dass die Schubverzerrungen durch den, auf eine ähnlich wie die Puck'sche Bruchfläche orientiert „Schubebene“ wirkenden Spannungsvektor induziert werden. Es umgeht die Schwierigkeit mit der a priori Bestimmung der Bruchfläche durch die Einführung von zwei Plastizitätsmechanismen, die jeweils mit einer charakteristischen Orientierung der „Schubebene“ verknüpft sind.

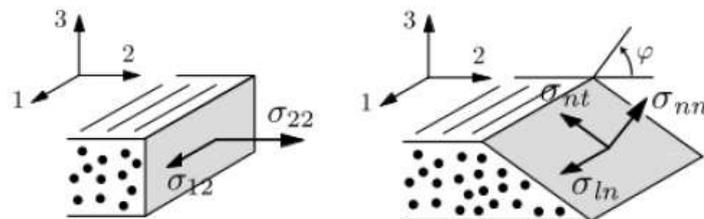


Abb. 4.1.: Skizze über die Lage der Schubebene der beiden Mechanismen, "in-plane shear" mit dem Winkel $\varphi = 0$, und die transversale Druckbeanspruchung mit dem Winkel $\varphi \neq 0$ [1]

Bei einer dominierenden Schubbeanspruchung in der Ebene ist der Bruchwinkel $\varphi = 0^\circ$ (siehe Abb. 4.1.). Somit wird angenommen, dass sich die plastische Schubverzerrung $\gamma_{12}^{(pl)}$ akkumuliert. Die Haupttreibkraft ist in diesem Fall die Schubspannung σ_{12} , aber σ_{22} beeinflusst die Fließgrenze dieses Mechanismus.

Es gibt Beanspruchungszustände, bei denen der Bruchwinkel größer als Null ist. In diesem Fall nimmt man an, dass die plastischen Schubverzerrungen $\gamma_{nt}^{(pl)}$ sich in der Bruchebene mit dem Bruchwinkel $\varphi \neq 0$ akkumulieren (Abb. 4.1). Sie werden in erster Linie durch die Spannungskomponente σ_{nt} hervorgerufen, aber σ_{nn} und σ_{tt} besitzen auch einen Einfluss. Dieser Mechanismus wird in dem Koordinatensystem der Schicht formuliert, in dem sich die plastischen Verzerrungen $\varepsilon_{22}^{(pl)}$ und $\varepsilon_{33}^{(pl)}$ durch den Einfluss der Normalspannung σ_{22} akkumulieren.

Beide Mechanismen werden über eine Fließbedingung, eine Fließfunktion und eine Verfestigungsfunktion beschrieben. Sowohl die Konsistenzbedingungen als auch die Belastung-Entlastungsbedingungen werden in dieser Arbeit der Kürze halber weggelassen.

5. „BUILT-IN“ VUMAT IN ABAQUS

Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden zwei Materialmodelle miteinander verglichen. Eines der Modelle wurde am ILSB entwickelt, welches in dem Kapitel 4 vorgestellt wurde. Das andere Konstitutivgesetz wird vom FEM-Programm Abaqus 6.13 (*Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA*) bereitgestellt. Im diesem Kapitel wird dieses Materialmodell präsentiert. Weitere Informationen findet man in der Literatur [18].

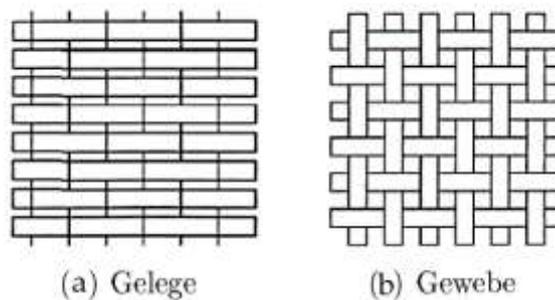


Abb. 5.1.: (a) Struktur einer UD-Schicht (b) Struktur eines Gewebes [4]

Das Materialmodell wurde in erster Linie zur Simulation eines Composite-Gewebes entwickelt. Es wird angenommen, dass die Fasern orthogonal in der Matrix eingebettet wurden (siehe Abb. 5.1. (b)). Das Konstitutivgesetz von Flatscher [1] wurde jedoch in Bezug auf UD-Schicht angewendet, das heißt, numerische und experimentelle Ergebnisse für den Vergleich stehen nur für unidirektionale Schichten zur Verfügung. Entsprechend dieser Tatsache muss das Konstitutivgesetz von Abaqus so kalibriert werden, dass es für die Simulation einer UD-Schicht geeignet ist. Die konstitutive Spannungs-Dehnungsbeziehung wird in dem lokalen Koordinatensystem formuliert, in dem die Hauptachsen in die Richtung der Fasern zeigen. In einer UD-Schicht sind die Fasern parallel, deshalb wird das Modell so kalibriert, dass die Fasern in die lokale Richtung 1 zeigen. Das Gewebe wird als ein homogenes, orthotropes Material modelliert, das zur progressiven Degradation des Elastizitätsmoduls infolge Matrix- oder Faserbruch und zur plastischen Deformation unter Schubbeanspruchung fähig ist.

5.1. Spannungs-Dehnungsbeziehung

In diesem Modell wird die Beziehung zwischen den Spannungen und den Verzerrungen durch die orthoropen Schädigungsmechanik beschrieben. In dem lokalen Koordinatensystem wird diese Beziehung in der folgenden Form geschrieben:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12}^{(el)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{(1-d_1)E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{(1-d_2)E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{12})2G_{12}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Die Variablen d_1 und d_2 sind ein Maß für die Schädigung in Faserrichtung und in Richtung quer zur Faser. Die Schädigungsvariable d_{12} gibt die Größe der Schädigung infolge mikroskopischen Matrixbruches unter Schubbeanspruchung an. Die Beziehung zwischen der Schubverzerrung $\varepsilon_{12}^{(el)}$ und der Schubspannung σ_{12} bezieht sich auf dem elastischen Bereich. Dies wird mit dem Index (el) bezeichnet. Das plastische Schubverhalten wird durch eine Fließfläche, eine Verfestigungsfunktion und eine Fließregel definiert, welches in Kapitel 5.3 näher betrachtet wird. Nach dem Erreichen der Fließgrenze Das Modell unterscheidet zwischen Schädigung infolge Druckbeanspruchung und Schädigung infolge Zugbeanspruchung. Gemäß dem vorliegenden Spannungszustand wird die entsprechende Schädigungsvariable aktiviert:

$$d_1 = d_{1+} \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} + d_{1-} \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} \quad \text{und} \quad d_2 = d_{2+} \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|} + d_{2-} \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|}. \quad (5.2)$$

In der Gleichung (5.2) bezeichnet die Spitzklammer das Macaulay Operator $\langle \cdot \rangle$, das wie folgt definiert wird: $\langle x \rangle = \frac{x+|x|}{2}$. Sowohl die Schädigungsvariable d_1 in Faserrichtung als auch die Schädigungsvariable d_2 quer zur Faserrichtung unterscheidet zwischen der Zug- und Druckbeanspruchung. Dementsprechend bezeichnen d_{1+} und d_{1-} die Faserschädigung infolge Zug- und Druckbeanspruchung. Die Größe der Matrixschädigung infolge Zug- oder Druckbeanspruchung wird durch die Schädigungsvariablen d_{2+} und d_{2-} angegeben.

5.2. Verhalten unter einachsigen Zug und Druck

Das Materialmodell ermöglicht sowohl parallel zu den Fasern als auch quer zu den Fasern die Degradation der Steifigkeit. Es wird angenommen, dass die Schädigungsvariablen eine Funktion der effektiven Spannungen sind:

$$\begin{aligned} d_{1+} &= d_{1+}(\sigma_{11+}^{\text{eff}}) & d_{1-} &= d_{1-}(\sigma_{11-}^{\text{eff}}) \\ d_{2+} &= d_{2+}(\sigma_{22+}^{\text{eff}}) & d_{2-} &= d_{2-}(\sigma_{22-}^{\text{eff}}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

wobei die effektiven Spannungen werden wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \sigma_{11+}^{\text{eff}} &= \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{(1 - d_{1+})} & \sigma_{11-}^{\text{eff}} &= \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle}{(1 - d_{1-})} \\ \sigma_{22+}^{\text{eff}} &= \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{(1 - d_{2+})} & \sigma_{22-}^{\text{eff}} &= \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle}{(1 - d_{2-})} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Um die Bezeichnung zu vereinfachen, wird der Index α eingeführt. Der nimmt den der aktuellen Spannung entsprechenden Wert und Vorzeichen an: $\alpha = 1(+/-)$ für Zug-/Druckspannung in Faserrichtung oder $\alpha = 2(+/-)$ für Zug-/Druckspannung quer zur Faserrichtung. Dadurch vereinfacht sich das Evolutionsgesetz der Schädigungsvariablen zu:

$$d_{\alpha} = d_{\alpha}(\sigma_{\alpha}^{\text{eff}}). \quad (5.5)$$

Die effektiven Spannungen stehen im direkten Zusammenhang mit den thermodynamischen Kräften Y_{α} :

$$\sigma_{\alpha}^{\text{eff}} = \sqrt{2E_{\alpha}Y_{\alpha}}. \quad (5.6)$$

Aufgrund der Gleichungen (5.3) und (5.6) hängen die Schädigungsvariablen von den wirkenden thermodynamischen Kräften ab. Die Grenze des elastischen Bereichs wird durch die Funktion der Schädigungsaktivierung definiert:

$$F_{\alpha} = \Phi_{\alpha} - r_{\alpha} \leq 0. \quad (5.7)$$

Die Variable Φ_α drückt das Verhältnis zwischen der aktuellen, effektiven Spannung und der Festigkeit aus und ist wie folgt definiert:

$$\Phi_\alpha = \frac{\sigma_\alpha^{\text{eff}}}{X_\alpha}; \quad (\alpha = 1 +, 1 -, 2 +, 2 -), \quad (5.8)$$

wobei X_α die Zug-/Druckfestigkeit. Der Index $\alpha = 1 +/ -$ bezeichnet die Zug- und Druckfestigkeit in Faserrichtung. Der Index $\alpha = 2 +/ -$ bezieht sich auf die Zug- und Druckfestigkeit quer zur Faserrichtung. Der Schwellwert der Schädigung wird mit r_α bezeichnet. Im ungeschädigten Zustand nimmt er den Wert eins an. Nach dem Eintritt von Schädigung ($\Phi_\alpha = 1$) ändert sich seine Größe gemäß der nächsten Gleichung:

$$r_\alpha(t) = \max_{\tau < t} \Phi_\alpha(\tau). \quad (5.9)$$

Diese Definition gewährleistet, dass die Größe der Schädigung nur zunehmen kann ($\dot{r}_\alpha(t) \geq 0$). Die Größe der Schädigung muss daneben die Kuhn-Tucker Bedingung, das heißt:

$$F_\alpha \leq 0 \quad \dot{r}_\alpha(t) \geq 0 \quad \dot{r}_\alpha F_\alpha = 0, \quad (5.10)$$

und die Konsistenzbedingung:

$$\dot{r}_\alpha \dot{F}_\alpha = 0 \quad (5.11)$$

erfüllen. Diese Formulierung kann so erweitert werden, dass das Modell den Einfluss der Schädigung infolge des Lastwechsels behandeln kann. Zum Beispiel, werden bei einer Druckbeanspruchung i.a. die entsprechenden Einträge im Steifigkeitstensor degradiert, auch wenn die Belastung von Druck zu Zug wechselt. Andererseits wird Schädigung, die infolge einer Zugbeanspruchung ausgebildet wurde, unter einer Druckbeanspruchung deaktiviert.

Die Entwicklungen der Schädigungsvariablen sind Funktionen der Größe der Schädigung r_α und der kritischen Energiefreisetzungsrates pro Fläche unter einachsiger Zug-/Druckbeanspruchung, G_f^α . Bei der Formulierung des

Schädigungsentwicklungsgesetzes muss gewährleistet werden, dass die richtige Energiemenge unter einachsiger Beanspruchung dissipiert wird.

Die Entwicklung der Schädigungsvariablen wird wie folgt definiert:

$$d_\alpha = 1 - \frac{1}{r_\alpha} \exp[-A_\alpha(r_\alpha - 1)], \quad d_\alpha \geq 0, \quad (5.12)$$

wobei

$$A_\alpha = \frac{2g_0^\alpha L_c}{G_f^\alpha - g_0^\alpha L_c}. \quad (5.13)$$

In der Gleichung ist L_c die charakteristische Länge des Elementes, G_f^α ist die kritische Energiefreisetzungsrates pro Fläche unter einachsiger Zug-/Druckbeanspruchung und g_0^α die elastische Verzerrungsenergie dichte bei der Schädigungsinitiierung:

$$g_0^\alpha = \frac{X_\alpha^2}{2E_\alpha}. \quad (5.14)$$

Diese Formulierung setzt voraus, dass die maximale Elementgröße nicht überschritten wird, um die dissipierte Energie infolge eines Bruches richtig abschätzen zu können. Für die maximale Elementgröße ergibt sich:

$$L_{\max} = \frac{G_f^\alpha}{g_0^\alpha}. \quad (5.15)$$

Wenn die Elementgröße größer als L_{\max} ist, wird beim in Abaqus implementierten Modell die dissipierte Energie in der Analyse überschätzt.

5.3. Verhalten unter Schubbeanspruchung

Wie es schon im Abschnitt 5.1 erwähnt wurde, wird das Verhalten des Materials unter Schubbelastung von nichtlinearem Verhalten der Matrix beeinflusst, das sowohl die Degradation der Steifigkeit als auch die plastische Deformation der Matrix umfasst. Diese Phänomene werden im Folgenden näher betrachtet.

Das elastische Verhalten wird in Abhängigkeit der effektiven Spannung durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$\sigma_{12}^{\text{eff}} = \frac{\sigma_{12}}{(1 - d_{12})} = 2G_{12}\varepsilon_{12}^{\text{el}} = 2G_{12}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{\text{pl}}). \quad (5.16)$$

Man sieht, dass die effektive Schubspannung von der Schädigungsvariable d_{12} abhängt. Das Evolutionsgesetz dieser Schädigungsvariable ist folgendermaßen definiert:

$$d_{12} = \min(\alpha_{12} \ln(r_{12}), d_{12}^{\text{max}}), \quad (5.17)$$

wobei $\alpha_{12} > 0$ und $d_{12}^{\text{max}} \leq 1$ Materialparameter sind. Die Variable r_{12} ist der Schwellwert der Schubschädigung. Diese Schubschädigung ist eine der zwei Phänomene, die zu dem nichtlinearen Materialverhalten führt. Der elastische Bereich ist wieder durch die Funktion der Schädigungsinitiierung gegeben:

$$F_{12} = \Phi_{12} - r_{12} \leq 0. \quad (5.18)$$

Die Variable Φ_{12} liefert ein Kriterium zur Initiierung der Schubschädigung der Matrix und hat die Form:

$$\Phi_{12} = \frac{\sigma_{12}^{\text{eff}}}{S}, \quad (5.19)$$

wobei S die Schubfestigkeit des Materials ist. Die Größe der Schädigung r_{12} hat den Anfangswert eins und sie nimmt erst nach dem Eintritt der Schädigung ($\Phi_{12} = 1$) durch den folgenden Zusammenhang:

$$r_{12}(t) = \max_{\tau < t} \Phi_{12}(\tau). \quad (5.20)$$

Die andere Quelle der Nichtlinearität ist die plastische Deformation. Das plastische Verhalten wird durch eine Fließfläche, eine Verfestigungsfunktion und eine Fließregel definiert. Die Fließfläche wird über die Gleichung angegeben:

$$F = |\sigma_{12}^{\text{eff}}| - \sigma_0^{\text{eff}}(\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}) \leq 0, \quad (5.21)$$

wobei $\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}$ die äquivalente plastische Verzerrung ist. Für die Verfestigungsfunktion ergibt sich:

$$\sigma_0^{\text{eff}}(\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}) = \sigma_{y0}^{\text{eff}} + C(\bar{\varepsilon}^{\text{pl}})^p. \quad (5.22)$$

In dieser Gleichung ist σ_{y0}^{eff} die effektive Spannung, bei der Fließen eintritt. Der Koeffizient C und der Exponent p werden im Folgenden im Rahmen der Kalibrierung des Materialmodells angegeben. Somit hat die Fließregel die folgende Form:

$$\dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}} = \dot{\bar{\varepsilon}}^{\text{pl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{12}^{\text{eff}}} = \dot{\bar{\varepsilon}}^{\text{pl}} \text{sing}(\sigma_{12}^{\text{eff}}). \quad (5.23)$$

Die Entwicklung der plastischen Arbeit während des Fließens wird berechnet als:

$$\dot{U}^{\text{pl}} = \sigma_{12} \dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}} = (1 - d_{12}) \sigma_{12}^{\text{eff}} \dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}} = (1 - d_{12}) \sigma_0^{\text{eff}} \dot{\bar{\varepsilon}}^{\text{pl}}. \quad (5.24)$$

6. FE-ANALYSE MIT ABAQUS/EXPLIZIT

Die Finite Element Methode (FEM) ist ein numerisches Verfahren, das zur Lösung partieller Differentialgleichungen geeignet ist. Das Prinzip der FEM besteht darin, dass kontinuierliche Problem auf endlich viele Variable zurückführen. Dieser Prozess ist die sogenannte Diskretisierung. Zur Berechnung dieser endlich vielen Variablen werden algebraische Gleichungen (Algebraisierung) abgeleitet. Das resultierende Gleichungssystem, das im Fall eines dynamischen Problems ein System von gewöhnlichen, linearen, inhomogenen Differentialgleichungen zweiter Ordnung darstellt, wird vom FE-Programm gelöst. Zur Lösung dynamischer Systemen kann man grundsätzlich zwei Verfahrensgruppen unterscheiden: die direkte Zeitintegration und die Mode-Superposition. Bei der direkten Zeitintegration werden die Differentialgleichungen direkt, ohne Umformung integriert. Im Gegensatz dazu, wird eine vorteilhafte Transformation bei der Mode-Superposition vorgenommen, das heißt, die Bewegungsgleichung wird nicht direkt integriert. In dieser Arbeit wird die direkte Zeitintegration verwendet, weshalb sich im Folgenden mit dieser Methode beschäftigt wird.

Die direkte Zeitintegration kann in expliziter oder impliziter Form erfolgen. Um den Unterschied zwischen diesen Methoden zu verstehen, betrachtet man das Zeitintervall $[0, T]$, welches in ausreichend kleine Subintervalle zerlegt wird (siehe Abb. 6.1). Bei der impliziten Integration werden die unbekannt Variablen für den Zeitpunkt $t = i + 1$ aufgrund des Zustandes des Systems in dem Zeitpunkt $t = i + 1$ ermittelt. Diese Formulierung erfordert eine inkrementelle Vorgehensweise. Diese Methode bietet den Vorteil, dass sie unbedingt stabil ist. Darunter versteht man, dass es keine Voraussetzung bezüglich der Größe des Zeitinkrementes Δt gibt. Trotzdem hängt die Genauigkeit der Lösung von der Größe dieses Zeitinkrementes ab [19].

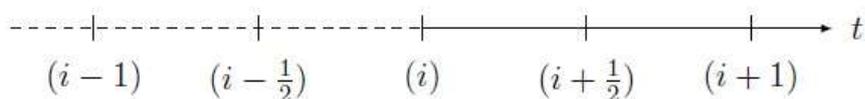


Abb. 6.1.: Aufteilung des Zeitintervalls $[0, T]$, wobei (i) den aktuellen Zeitpunkt bezeichnet [17]

Bei der expliziten Zeitintegration werden die unbekannt Variablen in dem Zeitpunkt $t = i + \frac{1}{2}$ und $t = i + 1$ mit Hilfe der bekannten Variablen in dem Zeitpunkt $t = i - \frac{1}{2}$ und $t = i - 1$ berechnet. Das führt zu einem ganz verschiedenen Verfahren im

Vergleich zu der impliziten Methode. Die explizite Methode dient in erster Linie zur Modellierung dynamischer Problemen. Im Rahmen dieser Arbeit wird diese explizite Zeitintegration verwendet, die im Kapitel 6.1 in detaillierter Form vorgestellt wird.

6.1. Die explizite Zeitintegration

Wie schon darauf hingewiesen wurde, eignet sich das explizite Verfahren zur Simulation dynamischer Probleme, bei denen die Trägheitskräfte eine wichtige Rolle spielen. Daneben wird es auch im Fall komplizierter, nichtlinearen Problemen verwendet, wenn die mögliche Quelle der Nichtlinearität z.B.: das Materialverhalten oder Kontakte sind. Die Bewegungsgleichung eines dynamischen Systems kann wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}. \quad (6.1)$$

In dieser Gleichung sind \mathbf{M} die Massenmatrix, \mathbf{D} die Dämpfungsmatrix, \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix. Die Vektoren $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ und \mathbf{u} sind die Beschleunigungs-, die Geschwindigkeits- und die Verschiebungsvektor der Knoten. Der Vektor \mathbf{F} enthält die auf dem Körper wirkenden Kräfte. Um dieses Gleichungssystem lösen zu können, muss eine Diskretisierungsmethode gewählt werden, die die zeitliche Differentiation des Verschiebungsvektors \mathbf{u} behandelt. In Abaqus kommt die zentrale Differenzmethode zum Einsatz. Unter Verwendung dieser Methode wird der Zustand des Systems in dem Zeitpunkt t aufgrund der Zustände des Systems in zwei vorherigen Zeitpunkten bestimmt. Im Folgenden bezeichnet der Index t den aktuellen Zeitpunkt und der Index Δt das Zeitinkrement. Das heißt, $t - \Delta t$ und $t + \Delta t$ sind der letzte und der nächste Zeitschritt. Unter Annahme eines konstanten Zeitinkrementes können die Beschleunigung und die Geschwindigkeit im Zeitpunkt t als Funktion der Verschiebung \mathbf{u} ausgedrückt werden:

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{\Delta t} (\dot{\mathbf{u}}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{1}{2}\Delta t}) \quad (6.2)$$

Man sieht, dass die Beschleunigung als Funktion der ersten Ableitung des Verschiebungsvektors zu den Zeitpunkten $t + \frac{1}{2}\Delta t$ und $t - \frac{1}{2}\Delta t$ ausgedrückt werden kann. Diese Ableitungen werden folgendermaßen berechnet:

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) \quad (6.3)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_{t-\Delta t}). \quad (6.4)$$

Wenn man diese letzten zwei Gleichungen (6.3) und (6.4) in die Gleichung (6.2) einsetzt, erhält man den Beschleunigungsvektor als Funktion der Verschiebungsvektor.

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{(\Delta t)^2}(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - 2\mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{t-\Delta t}) \quad (6.5)$$

Auf ähnliche Weise kann die erste Ableitung der Verschiebung als Funktion der Verschiebung angegeben werden:

$$\dot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{2\Delta t}(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_{t-\Delta t}) \quad (6.6)$$

Man setzt diese Zusammenhänge in die Gleichung (6.1) ein und erhält:

$$\left(\frac{1}{(\Delta t)^2}\mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{D}\right)\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F} - \left(\frac{2}{(\Delta t)^2}\mathbf{M} - \mathbf{K}\right)\mathbf{u}_t - \left(\frac{1}{(\Delta t)^2}\mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{D}\right)\mathbf{u}_{t-\Delta t} \quad (6.7)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung kann als die Summe der äußeren Kräfte \mathbf{F} und der inneren Kräfte \mathbf{I} aufgefasst werden. Der Klammerausdruck an der linken Seite wird als die effektive Massenmatrix zusammengefasst:

$$\left(\frac{1}{(\Delta t)^2}\hat{\mathbf{M}}\right)\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F} - \mathbf{I} \quad (6.8)$$

Ist die Massenmatrix eine Diagonalmatrix (engl. *lumped mass matrix*) und ist das System ungedämpft ($\mathbf{D} = \mathbf{0}$) oder die Dämpfungsmatrix ebenfalls diagonal, dann sind die Gleichungen vollständig entkoppelt und die Gesamt-Massen- bzw. die Gesamt-Stifigkeitsmatrix müssen nicht assembliert werden. Das bringt eine wesentliche

Speicherplatzersparnis mit und verringert den Assemblierungsaufwand in großem Maß.

Man sieht, dass $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ die einzige Unbekannte in der Gleichung (6.8) ist. Die effektive Massenmatrix ändert sich nicht bei festgehaltenem Zeitinkrement Δt , und die wirkende äußere und innere Kräfte sind zur Zeit t bekannt. In Abaqus/Explizit wird dieser Algorithmus jedoch in einer anderen Form verwendet. Am Anfang des Inkrementes löst das Programm die Gleichung des dynamischen Gleichgewichts. Dieses gibt an, dass die Beschleunigung des Knotenpunktes gleich dem Produkt der Massenmatrix und der Knotenkräfte (sie entspricht der Differenz der äußeren und inneren Kräfte) ist:

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = (\mathbf{M})^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{I}). \quad (6.9)$$

Danach wird der Verschiebungsvektor des nächsten Inkrementes $\mathbf{u}_{(t+\Delta t)}$ durch die Zeitintegration des Beschleunigungsvektors $\ddot{\mathbf{u}}_t$ ermittelt. Im FE-Programm von Abaqus, das in dieser Arbeit verwendet wird, erfolgt die Zeitintegration des Beschleunigungsvektors unter Anwendung der zentralen Differenzmethode. Als erster Schritt wird der Geschwindigkeitsvektor im Zeitpunkt $t + \frac{\Delta t}{2}$ berechnet. Dies erfolgt mittels der zentralen Differenzmethode wie folgt:

$$\dot{\mathbf{u}}_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{\mathbf{u}}_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \Delta t \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{(t)}. \quad (6.10)$$

Die Verschiebung am Ende des Inkrementes wird auf ähnliche Weise bestimmt. Die Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{u}}_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$ wird über die Zeit „integriert“ und mit der Verschiebung am Anfang des Inkrements summiert:

$$\mathbf{u}_{(t+\Delta t)} = \mathbf{u}_{(t)} + \Delta t \cdot \dot{\mathbf{u}}_{(t+\frac{\Delta t}{2})}. \quad (6.11)$$

In erstem Schritt muss also die Beschleunigung aus dem dynamischen Gleichgewicht bestimmt werden. Mit der Kenntnis der Beschleunigung können die Geschwindigkeit und die Verschiebung explizit über die Zeit berechnet werden. Der Begriff „explizit“ bezieht sich auf die Tatsache, dass der Zustand des Systems am Ende des Inkrements auf der Beschleunigung, der Geschwindigkeit und der Verschiebung am Anfang des

Inkrementen basiert. Bei der Bestimmung der Geschwindigkeit wurde die Beschleunigung als konstant angenommen. Um diese Annahme zu erfüllen, muss das Zeitinkrement ausreichend klein gewählt werden. Dies erfordert eine hohe Anzahl der Inkremente während der Analyse. Der numerische Aufwand dieser Inkremente ist zum Glück sehr niedrig, weil das Gleichungssystem (wegen der diagonalen Massenmatrix und des ungedämpften System) völlig entkoppelt ist. Die Berechnung der inneren Kräfte des Elementes, die in den Knotenpunkten wirken, erfordert den größten numerischen Aufwand. Die Elementberechnung beinhaltet zusätzlich die Bestimmung der Elementverzerrungen und der Spannungen unter Verwendung eines Konstitutivgesetzes.

Nachteilig ist es bei diesem Verfahren, dass es eine spezielle Vorgehensweise für das erste Inkrement erfordert. Für den ersten Zeitschritt $t = 0 \rightarrow t = 0 + \Delta t$ wird der Verschiebungsvektor $\mathbf{u}_{-\Delta t}$ benötigt. Am Startpunkt $t = 0$ sind der Verschiebungsvektor \mathbf{u}_0 und der Geschwindigkeitsvektor $\dot{\mathbf{u}}_0$ als Anfangsbedingung angegeben, und der Beschleunigungsvektor $\ddot{\mathbf{u}}_0$ kann aufgrund des dynamischen Gleichgewichts bestimmt werden. Man muss jedoch einen zusätzlichen Ansatz für $\mathbf{u}_{-\Delta t}$ definieren, um die Startbedingung zu erfüllen. Dieser Ansatz hat die Form:

$$\mathbf{u}_{-\Delta t} \doteq \mathbf{u}_0 - \Delta t \cdot \dot{\mathbf{u}}_0 + \frac{2}{(\Delta t)^2} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_0 \quad (6.12)$$

6.2. Stabilität des expliziten Verfahrens

Das maximale Zeitinkrement ist bei der Verwendung des Abaqus/Explizit Löser durch ein Stabilitätslimit begrenzt. Das Stabilitätslimit stellt damit einen kritischen Faktor hinsichtlich der Rechenzeit des Programmes dar. Im Fall einer expliziten Analyse wird das Zeitinkrement relativ klein gewählt, um die Stabilität der Lösung zu gewährleisten. Wenn man ein größeres Zeitinkrement als das maximale wählt, dann wird das Stabilitätslimit überschritten. Dies kann zur numerischen Instabilität führen, die eine falsche Lösung zur Folge haben kann. Grundsätzlich ist es nicht möglich das Stabilitätslimit exakt vorherzusagen, deshalb wird eine konservative Näherung herangezogen. Das Stabilitätslimit hat einen wesentlichen Einfluss auf die Zuverlässigkeit und auf die Genauigkeit, deshalb muss es konsistent und konservativ festgestellt werden. Wegen der numerischen Effizienz wird das Zeitinkrement von Abaqus/Explizit so groß gewählt, dass es dem Stabilitätslimit knapp unterliegt.

Das Stabilitätslimit wird in Abhängigkeit der höchsten Eigenfrequenz ω_{max} des Systems definiert. Ohne Dämpfung kann das Stabilitätslimit wie folgt angegeben werden:

$$\Delta t_{\text{stab.}} = \frac{2}{\omega_{\text{max}}}. \quad (6.13)$$

Wenn es sich um ein gedämpftes System handelt, ergibt sich für das stabile Zeitinkrement:

$$\Delta t_{\text{stab.}} = \frac{2}{\omega_{\text{max}}} \left(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right), \quad (6.14)$$

wobei ξ der Dämpfungsfaktor der höchsten Eigenfrequenz ist. Die höchste Frequenz des Systems wird von vielen Faktoren beeinflusst. Die numerische Bestimmung der höchsten Eigenfrequenz würde einen großen numerischen Aufwand bedeuten. Statt der Bestimmung der globalen höchsten Frequenz des Systems wird eine viel effizientere und konservative Methode verwendet. Diese Methode schätzt die höchste Frequenz durch die einzelnen Elemente ab. Es wurde gezeigt, dass die höchste Frequenz aufgrund dieses Verfahrens immer größer ist als jene des globalen Modells.

Aufgrund dieser Element-für-Element Methode wird das Stabilitätslimit folgendermaßen bestimmt:

$$\Delta t_{\text{stab.}} = \frac{L_e}{c_d} \quad (6.15)$$

In der Gleichung bezeichnet L_e die Elementlänge des kleinsten Elements und c_d ist die Schallgeschwindigkeit, welche für die Ausbreitung ebener Wellen in Körpern durch:

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6.16)$$

abgeschätzt werden kann, wobei ρ die Dichte des Materials ist. Das stabile Zeitinkrement ist also umso größer, je größer die Elementlänge und je kleiner die Schallgeschwindigkeit sind. Aufgrund dieser Formel bestimmt das „steifste“, das

heißt, i.A. das kleinste Element die zulässigen Zeitschritte. Obwohl das Zeitinkrement lokal bestimmt wurde, wird es global verwendet. Im Fall eines linear elastischen Materials wird die Größe des Zeitinkrements während der Analyse nur von der Elementlänge beeinflusst. Die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit ist jedoch im Fall anisotroper Materialien nicht immer so einfach. Man sieht, dass die Schallgeschwindigkeit von der Dichte und dem Elastizitätsmodul abhängt. Wenn das Material ein nichtlineares Verhalten (z.B.: Degradation der Steifigkeit) hat, ändert sich die Schallgeschwindigkeit. Das Fließen oder die Degradation der Steifigkeit reduzieren die Schallgeschwindigkeit und erhöhen damit das stabile Zeitinkrement.

6.3. Quasi-statische Analyse mit Abaqus/Explizit

Abaqus/Explicit ist ein numerisches Verfahren, das ursprünglich zur Simulation dynamischer Problemen entwickelt wurde. Eine dynamische, explizite Analyse geht von dem dynamischen Impulsgleichgewicht aus, in dem die Trägheitskräfte von großer Bedeutung sind. Um dieses Verfahren auf quasi-statische Problemen anwenden zu können, müssen folgenden Punkte berücksichtigt werden. Obwohl die Anzahl der Zeitinkremente wesentlich höher als bei einer impliziten Analyse ist, ist der numerische Aufwand der einzelnen Inkremente niedrig. Wegen der höheren Anzahl der Inkremente läuft eine explizite Analyse relativ langsam ab. Deshalb muss die Geschwindigkeit des Prozesses gesteigert werden um eine wirtschaftliche Lösung zu erhalten. Mit der Beschleunigung des Prozesses werden die Trägheitskräfte ebenfalls größer, was im Fall eines quasi-statischen Problems vermieden werden sollte. Das Ziel ist die Simulation des Problems in dem kürzest möglichen Zeitintervall, indem die Trägheitskräfte noch unbedeutend bleiben.

Es stellt sich die Frage, wie man die Simulation beschleunigen könnte. Grundsätzlich unterscheidet man zwei Methoden. Eine der zwei Methoden erhöht die Laststeigerungsrate, die das Zeitintervall des Prozesses künstlich reduziert. Dieses Verfahren sollte man vermeiden, wenn das Material ratenabhängige Eigenschaften hat. Die andere Methode ist die sogenannte „mass scaling“. Im Gegensatz zu der ersten Methode ermöglicht dieses Verfahren die Beschleunigung der Simulation auch in Fällen von ratenabhängigen Materialeigenschaften. Diese Methode steigert die Dichte des Materials mit dem Faktor f^2 , was zu einer Erhöhung des Zeitinkrements von dem Faktor f führt. In dem nächsten Kapitel wird nur das „mass scaling“ wegen der Ratenabhängigkeit des Materials näher betrachtet. Im Zusammenhang der

Belastungsrate muss man noch erwähnen, dass der Belastungsverlauf so glatt wie möglich sein sollte. Plötzliche, ruckartige Änderung der Belastung können zur fehlerhaften Lösung führen. Um einen solchen Belastungsverlauf zu erhalten, darf sich die Beschleunigung zwischen zwei Inkremente nur in einem niedrigen Maß ändern. Dies sichert, dass sich die Geschwindigkeit und die Verschiebung ebenfalls nicht sprungartig ändern. Das Programm Abaqus hat den Vorteil, dass es automatisch einen solch glatten Verlaufen erzeugen kann (siehe Abb. 6.2).

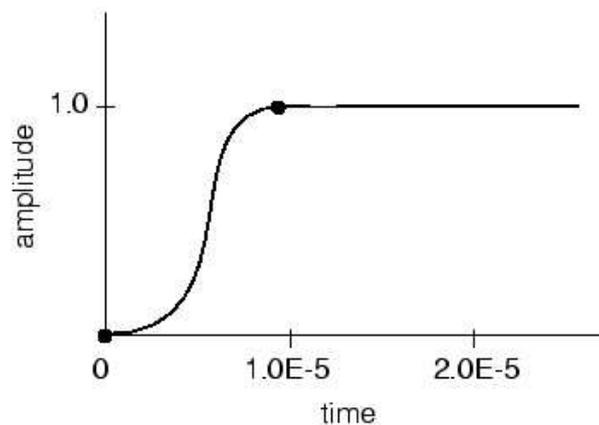


Abb. 6.2.: Erforderlicher Belastungsverlauf einer quasi-statischen Analyse [19]

Es muss jedoch überprüft werden, ob es sich wirklich um eine quasi-statische Analyse handelt oder nicht. Ein sehr einfaches Mittel zur Beurteilung der Analyse ist die Energieanteile der verschiedenen Phänomene miteinander zu vergleichen. Wenn die Simulation quasi-statisch ist, ist die Arbeit der äußeren Kräfte E_w gleich der inneren Energie des Systems E_I . Die viskos dissipierte Energie E_V ist i.A. Null, außer wenn ein visko-elastisches Material oder ein Material mit Dämpfung verwendet wird. Zuvor wurde schon darauf hingewiesen, dass die Trägheitskräfte in einer quasi-statischen Analyse vernachlässigbar klein sind. In der Regel darf die kinetische Energie des Materials E_{KE} ein bestimmtes Verhältnis zur inneren Energie E_I (typischerweise 5-10%) während des Prozesses nicht überschreiten (siehe Abb. 6.3). Die Summe dieser Energieanteile ist die totale Energie E_{TOT} des Systems, die konstant sein sollte:

$$E_I + E_{KE} + E_V - E_w = E_{TOT} \quad (6.15)$$

Aufgrund der vorherigen Annahmen ist die totale Energie des Systems näherungsweise Null. Der Verlauf der vorher genannten Energieanteile über die Simulationszeit wird in der Abbildung 6.3 veranschaulicht.

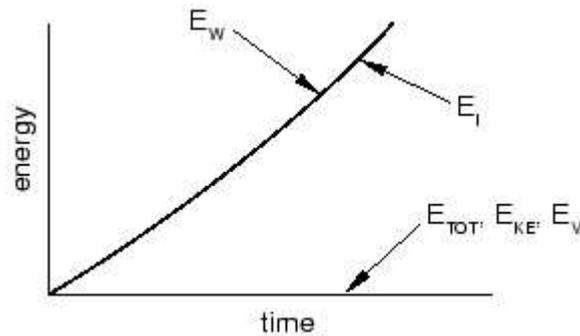


Abb. 6.3: Verlauf der einzelnen Energieanteile über die Simulationszeit im Fall einer quasi-statischen Simulation [19]

In dem expliziten Integrationsschema bietet das Gesetz der Energieerhaltung ein sehr einfaches Mittel zur Überwachung der Genauigkeit der Analyse. Wenn das Zeitinkrement ausreichend klein gewählt wurde, wird die Energiebilanz nur in einem sehr kleinen Maß nicht. Wenn das Zeitinkrement zu groß gewählt wird, wird dieser Fehler größer. Das Ziel ist es also ein Zeitinkrement zu erzielen, das gleichzeitig eine hohe Genauigkeit und eine annehmbare Simulationszeit gewährleistet.

6.4. Mass scaling

Mass scaling kann in Abaqus/Explizit verwendet werden um den numerischen Aufwand der quasi-statischen Analysen zu reduzieren. In den vorherigen Kapiteln wurde es gezeigt, dass das stabile Zeitinkrement unter anderem von der Elementgröße abhängt. Wenn das Netz einige sehr kleine Elemente enthält, kann das Zeitinkrement extrem klein sein. Die Modifikation des Netzes ist aber in einigen Fällen sehr aufwendig oder kaum möglich. Bei der Definition des stabilen Zeitinkrements sieht man, dass die Dichte des Materials das stabile Zeitinkrement beeinflusst. Es ist proportional der Wurzel der Dichte des Materials. Die Methode des mass scaling geht von dieser Tatsache aus, und es kann in verschiedener Weise verwirklicht werden. Einerseits kann die Masse des globalen Modells, individueller Elemente oder eines Teils der Elemente modifiziert werden. Die Masse der bestimmten Elemente kann mit einem Faktor multipliziert werden oder man kann die minimale Größe des Zeitinkrements vorschreiben. Entsprechend dem letzteren Fall wird die Masse der

einzelnen Elemente mit einem individuellen Faktor multipliziert, um das vorgeschriebene Zeitinkrement zu erreichen. Darüber hinaus unterscheidet man zwischen „fixed mass scaling“ und „variable mass scaling“. Das „mass scaling“ für eine quasi-statische Analyse wird i.A. auf das globale Modell am Anfang des Zeitschrittes verwendet. Bei dem „fixed mass scaling“ wird ein Faktor definiert, mit dem das Modell während der Analyse skaliert wird. Es kann passieren, dass die Deformation eines Elementes so groß ist, dass sein stabiles Zeitinkrement drastisch abnimmt. In diesen Fällen ist es erforderlich, dass der Faktor des „mass scaling“ sich während des Zeitschrittes ändert. Diese Forderung wird von der Methode des „variable mass scaling“ erfüllt, die den Faktor des „mass scaling“ während des Zeitschrittes verändert. Weitere Informationen bezüglich des mass scaling findet man in der Dokumentation von Abaqus [19].

7. KALIBRIERUNG DES MATERIALMODELLS

Bevor man die „built-in“ VUMAT von Abaqus zur Simulation verwenden kann, muss das Konstitutivgesetz kalibriert werden. Die Kalibrierung erfolgt anhand der Simulation eines Schalenelementes (engl. *single element test-SET*) unter einachsigen Beanspruchungen. Diese einachsigen Beanspruchungen werden in der Form von einachsigem Zug, Druck und reinem Schub aufgebracht. Die einachsige Zug- und Druckbeanspruchung werden sowohl in Faserrichtung als auch quer zur Faserrichtung untersucht.

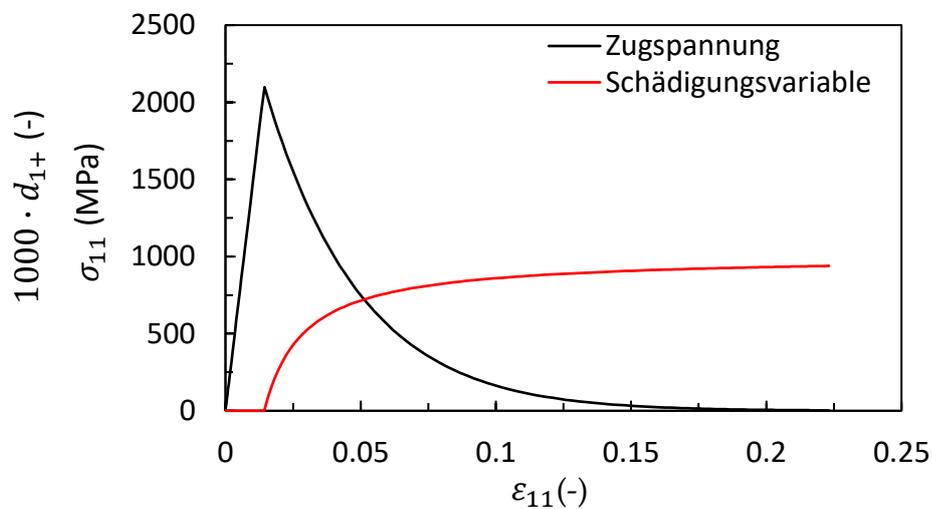


Abb. 7.1.: Spannungs-Dehnungsdiagramm unter einachsigem Zug in Faserrichtung

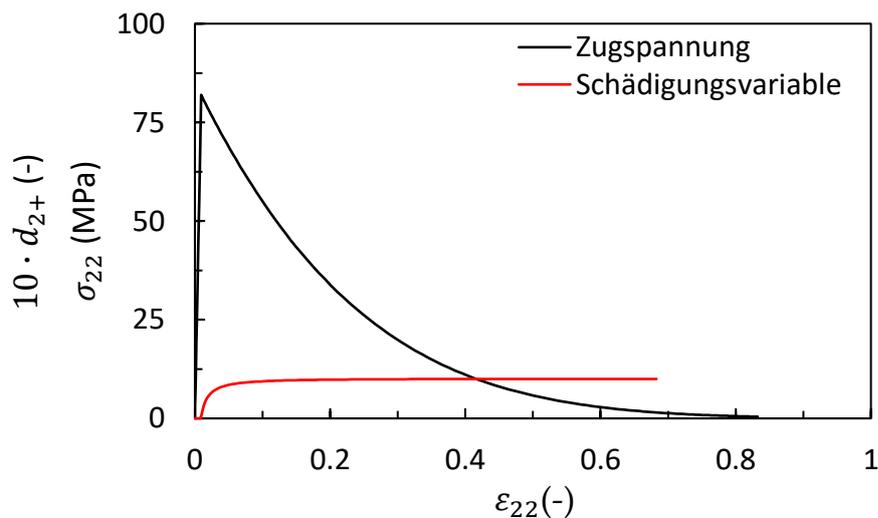


Abb. 7.2.: Spannungs-Dehnungsdiagramm unter einachsigem Zug quer zur Faserrichtung

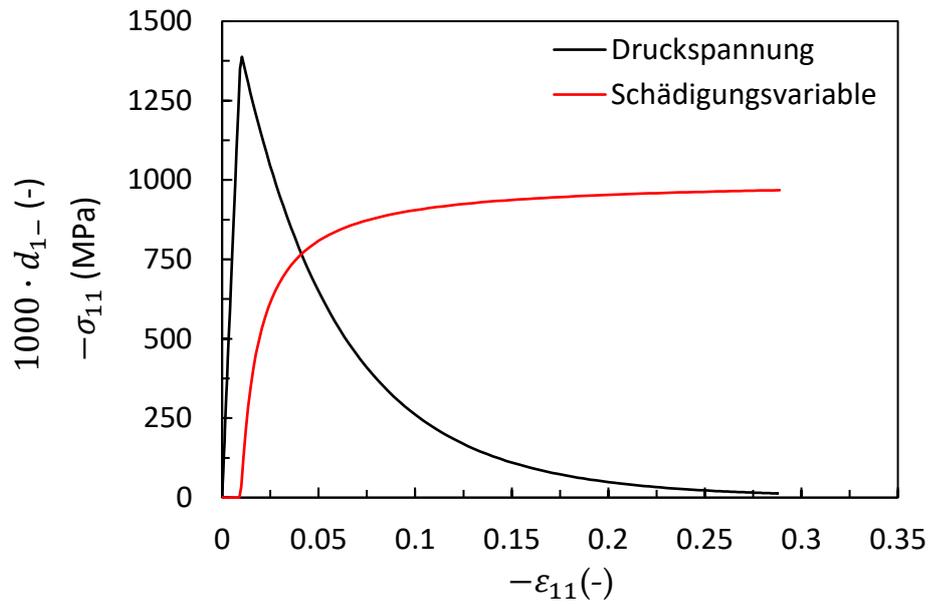


Abb. 7.3.: Spannungs-Dehnungsdiagramm unter einachsigen Druck in Faserrichtung

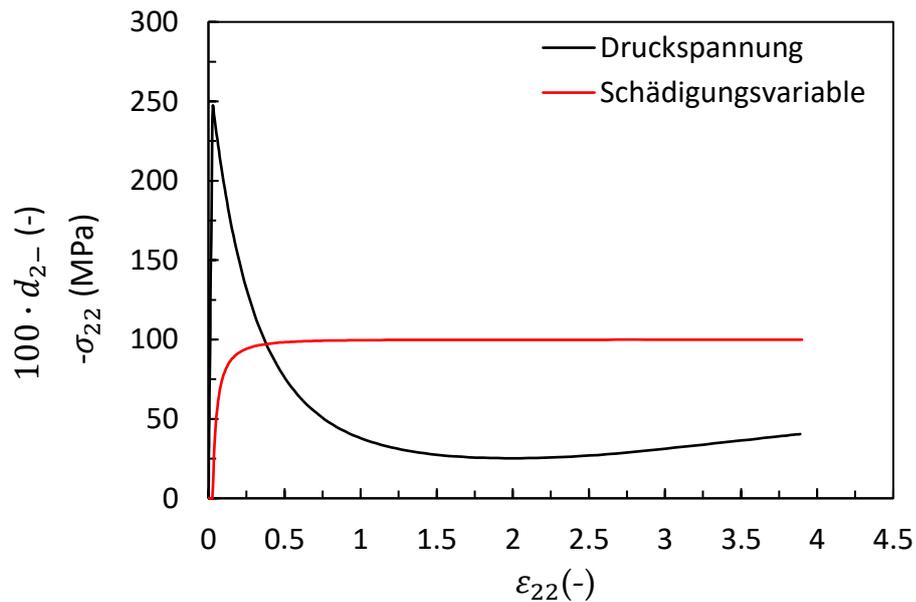


Abb. 7.4.: Spannungs-Dehnungsdiagramm unter einachsigen Druck quer zur Faserrichtung

Bei der einachsigen Zug- und Druckbeanspruchung wird erwartet, dass die Steifigkeit des Materials nach dem Erreichen der Festigkeit abnimmt. Diese Degradation der Steifigkeit führt dazu, dass das Material weniger Spannung ertragen kann. Der aktuelle Zustand des Materials bezüglich der Steifigkeitsdegradation wird durch die

Schädigungsvariable ausgedrückt. Nach dem Eintritt der Degradation nimmt der Wert dieser Variable bis zum Erreichen des Werts eins zu. Der Wert eins bezeichnet den voll degradierten Zustand. Tatsächlich wird dieser Wert nicht erreicht, deshalb bleibt immer eine kleine Restspannung zurück. Aufgrund der Ergebnisse des SETs, die mit den Ergebnissen des Modells von Flatscher [1, 2] verglichen wurden, kann man feststellen, dass das Konstitutivgesetz von Abaqus das vermeintliche Verhalten aufweist (siehe Abb.7.1-7.4). Darüber hinaus weist man, dass die Fläche unter der Spannungs-Dehnungskurve, welche der spezifischen Dissipierten Energie nach totalem Versagen entspricht, der kritischen Energiefreisetzungsrate des Materials entspricht. Diese Fläche kann mit Abaqus durch Integration der Spannungs-Dehnungskurve bestimmt werden. Wenn man die Ergebnisse der Integrationen mit den kritischen Energiefreisetzungsraten (siehe Tabelle 7.6) vergleicht, sieht man, dass das „built-in“ VUMAT das Modell von Flatscher sehr gut annähert.

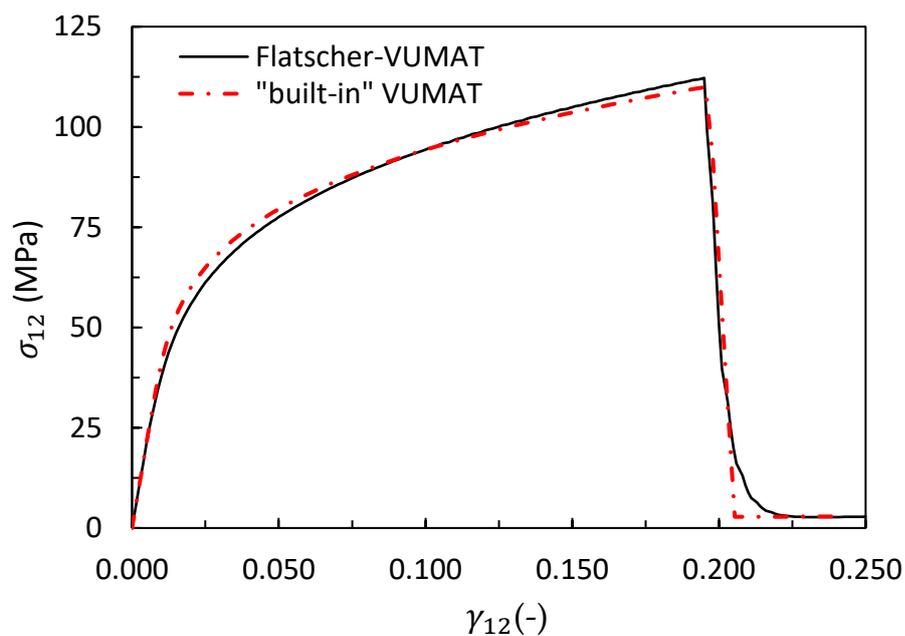


Abb. 7.5.: Vergleich der Spannungs-Dehnungskurve der zwei Konstitutivgesetze unter einfachem Schub

Das Verhalten unter einfachem Schub ist anders. Dort treten plastische Verformung und Degradation der Steifigkeit gleichzeitig auf. Dieses Verhalten wurde im Kapitel 5.3 im Detail vorgestellt. Am Anfang wurde von den in der Dissertation von Flatscher verwendeten Materialdaten ausgegangen, aber das Ergebnis der „built-in“ VUMAT wich mit diesen Materialdaten stark von den Ergebnissen von Flatscher und des

Experimentes ab. In der Dissertation von Flatscher wurde schon darauf hingewiesen, dass die Parameter der Verfestigungsfunktion experimentell ermittelt wurden. Während der Kalibrierung wurden diese Parameter so gewählt, dass die Spannungs-Dehnungskurve unter reinem Schub dem Ergebnis von Flatscher und dem des Experimentes entspricht. Dazu wird die Gleichung der Verfestigungsfunktion herangezogen. Aus der Spannungs-Dehnungskurve von Flatscher wurde abgelesen, dass der plastische Verzerrungsteil bei der Schubspannung $\sigma_{12} = 112,22 \text{ [MPa]}$ $\varepsilon_{12}^{pl} = 0,0975 \text{ [1]}$ erreicht hat. Wenn man diese Werte und die Fließspannung $\sigma_{y0}^{eff} = 22,8 \text{ [MPa]}$ in die Gleichung (5.22) einsetzt, kann der Koeffizient C als Funktion des Exponents p ausgedrückt werden:

$$C = \frac{112,22 \text{ [MPa]} - 22,8 \text{ [MPa]}}{0,0975 \text{ [1]}^p}$$

Aufgrund dieser Gleichung wurden die Parameter C und p iterativ so bestimmt, dass das Schubverhalten der „built-in“ VUMAT jenem des Konstitutivgesetzes von Flatscher näherungsweise entspricht (siehe Abb. 7.5).

Darüber hinaus müssen die Parameter der Steifigkeitsdegradation angegeben werden. Einerseits muss der maximale Wert der Schädigungsvariable d_{12} definiert werden. Andererseits wird der Parameter α_{12} , der die Neigung der Spannungs-Dehnungskurve nach dem Erreichen der Tragfähigkeit angibt, bestimmt werden. Die Bestimmung beider Parameter erfolgt iterativ anhand des Ergebnisses von Flatscher (siehe Abb. 7.5). Es ist ersichtlich, dass die Steifigkeit des Materials nicht voll degradiert wird. Das heißt, der maximale Wert der Schubschädigungsvariable wird kleiner als eins definiert. In den Tabellen von 7.1 bis 7.6 werden die kalibrierten Materialdaten zusammengefasst.

Tabelle 7.1.: Elastische Konstanten des ungeschädigten Schichtmaterials Cycom977

$E_1^{(0)}$	(MPa)	146000	Elastizitätsmodul in Faserrichtung
$E_2^{(0)}$	(MPa)	9000	Elastizitätsmodul quer zur Faser
$\nu_{12}^{(0)}$	(–)	0,34	Querkontraktionszahl

$G_{12}^{(0)}$	(MPa)	4270	Schubmodul
----------------	-------	------	------------

Tabelle 7.2.: Parameter des thermischen Verhaltens für den Werkstoff Cycom977

T_{sf}	(C°)	177	Spannungsfreie Temperatur
α_{11}	(10 ⁻⁶ /K)	-1,0	Wärmedehnungskoeffizient in Faserrichtung
α_{22}	(MPa)	18,0	Wärmedehnungskoeffizient quer zur Faser

7.3. Tabelle: Nominelle Schichtfestigkeiten des Materials Cycom977

$X^{(t)}$	(MPa)	2100	Longitudinale Zugfestigkeit
$X^{(c)}$	(MPa)	1407	Longitudinale Druckfestigkeit
$Y^{(t)}$	(MPa)	82	Transversale Zugfestigkeit
$Y^{(c)}$	(MPa)	249	Transversale Druckfestigkeit
S	(MPa)	110	Schubfestigkeit

Tabelle 7.4.: Parameter der Verfestigungsfunktion für das plastische Verhalten des Materials Cycom977

σ_{y0}^{eff}	(MPa)	22,8	Fließspannung
C	(MPa)	163,3	Koeffizient der Verfestigungsfunktion
p	(-)	0,255	Exponent der Verfestigungsfunktion

Tabelle 7.5.: Parameter des Schubschädigungsverhalten des Materials Cycom977

α_{12}	(-)	100	Parameter der Neigung der $\sigma - \varepsilon$ -Kurve
d_{12}	(-)	0,975	Maximaler Wert der Schädigungsvar. d_{12}

Tabelle 7.6.: Spezifische Bruchenergien des Materials Cycom977

$G^{(ft)}$	(N/mm)	89,8	Spezifische Bruchenergie (Faserzug)
$G^{(fc)}$	(N/mm)	78,3	Spezifische Bruchenergie (Faserdruck)
$G^{(mt)}$	(N/mm)	0,2	Spezifische Bruchenergie (Matrixzug)
$G^{(mc)}$	(N/mm)	0,8	Spezifische Bruchenergie (Matrixdruck)
$G^{(ps)}$	(N/mm)	1,0	Spezifische Bruchenergie (reiner Schub)

8. FE-SIMULATION EINER LOCHPLATTE

In diesem Kapitel wird das Verhalten einer Lochplatte unter einachsigen Zug mit Abaqus simuliert. Die FE-analyse erfolgt unter Verwendung der „built-in“ VUMAT. Das verwendete Material ist das kohlenfaserverstärkte Epoxidharz Cycom977, dessen Materialdaten man in der Tabelle 7.1. findet. Im Rahmen der Finite Elemente Analyse werden mehrere möglichen Schichtaufbauten simuliert, nämlich $[(-45/+45)_4]_s$, $[(0/90)_4]_s$ und $[0/-45/90/+45]_s$. In Bezug auf die Prüfung der Lochplatte unter einachsigen Zug wurden mehrere Experimente von Flatscher [1, 2] ausgeführt. Das heißt, experimentelle Ergebnisse stehen zur Beurteilung der FE-Analysen zur Verfügung. Dieses Modell wurde gewählt, weil es Zustände erzeugt, bei denen die zu untersuchenden nichtlinearen Effekte auftreten.

Die Abbildung 8.1. zeigt die Geometrie der Platte. Hierbei werden sowohl das lokale Koordinatensystem der einzelnen Schichten als auch das globale Koordinatensystem des Laminates unterschieden. Der Winkel ψ gibt den Faserwinkel der jeweiligen Schicht an. Die Abmessungen der Platte werden gemäß dem WWFE III [21] in Abhängigkeit von dem Radius R des Loches folgendermaßen angegeben: $l_f/d \approx 20$ und $w/d \approx 5$. So ergeben sich die Abmessungen $d = 6,4$ [mm], $w = 32,5$ [mm], $t = 2,0$ [mm], $l = 250$ [mm] und $l_f = 130,0$ [mm]. Die Dicke der einzelnen Schichten und des Laminates spielen jedoch eine untergeordnete Rolle, weil die Schichtfestigkeiten nicht in expliziter Weise von der Dicke abhängen.

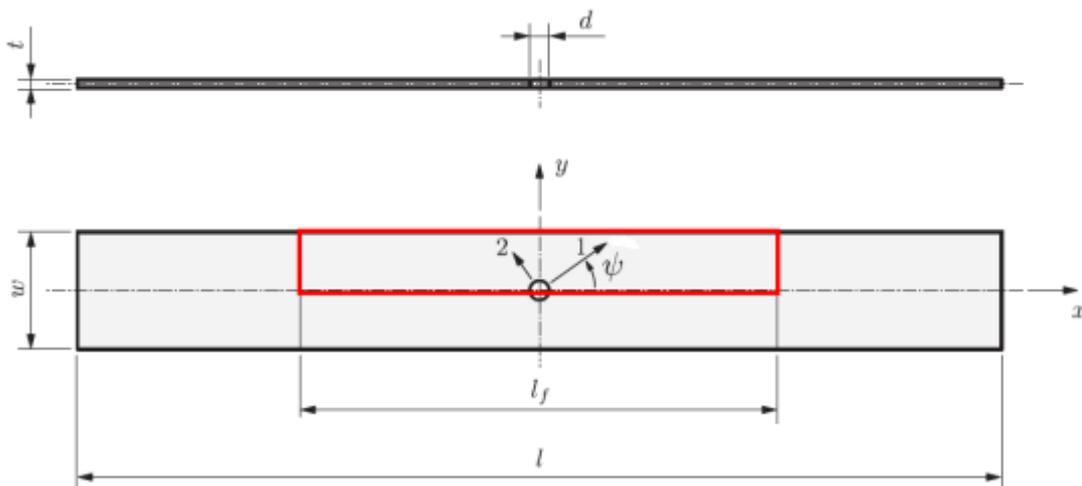


Abb. 8.1.: Abmessungen der Lochplatte, Definition des lokalen (1-2) und globalen (x-y) Koordinatensystems [2]

Unter Verwendung der Finite Elemente Methode wird dieses Modell diskretisiert. Früher wurde schon darauf hingewiesen, dass das explizite Integrationsschema vierknotige Schalenelemente benötigt. Der Grund liegt darin, dass diese Elemente zu einem entkoppelten Gleichungssystem führen. Ferner wird die reduzierte Integrationsmethode verwendet. Diese Wahl wird dadurch erklärt, dass die Berechnung der konstitutiven Zusammenhänge den größten numerischen Aufwand benötigt. Deshalb ist die Verwendung mehrerer Schalenelemente mit reduzierter Integration (S4R) günstiger als die Verwendung weniger Schalenelemente mit exakter Integration [19]. In Abaqus werden zwei Integrationsmethoden in Dickenrichtung des Laminates zur Verfügung gestellt: die Gauß'sche Integration und die Simpson'sche Integration. In dieser Analyse wird die Gauß'sche Integration verwendet, die nach den folgenden Gründen gewählt wurde. Die Gauß'sche Integration ist bei gleicher Anzahl der Integrationspunkte über die Dicke genauer, das heißt, sie benötigt weniger Integrationspunkte bei gleicher Genauigkeit. Daneben erfordert die Gauß'sche Integration weniger numerischer Aufwand und kleinere Speicherkapazität. Deshalb wird die Gauß'sche Integration mit fünf Integrationspunkte pro Schicht über die Dicke verwendet. In die anderen Richtungen wird immer die Gauß'sche Integration verwendet. Die Größe der Elemente ändert sich über die Geometrie, wobei in der Nähe des Lochs sehr kleine Elemente angefordert werden, deren Kantenlänge zirka 0,003 [mm] betragen. Diese Anforderung beruht darauf, dass sehr große Spannungsgradienten in der Umgebung des Lochs aufgelöst werden müssen. Andererseits, wie es schon in dem Kapitel 5 (siehe Gleichung 5.11) gezeigt wurde, hängt die dissipierte Energie zufolge eines Bruches von der Elementgröße ab. Deshalb darf die charakteristische Elementgröße L_{max} in der Zone, in der Materialbruch zu erwarten ist, nicht überschritten werden. Die infolge der Aushärtung entstehenden Eigenspannungen werden durch die Simulation der Abkühlung von der spannungsfreien Temperatur $T_{sf} = 177$ [°C] bis Raumtemperatur $T_r = 20$ [°C] berücksichtigt.

Die Erfüllung der an das Modell gestellten Genauigkeitsanforderungen erfordert eine hohe Anzahl an Elemente. Um den numerischen Aufwand zu reduzieren, werden die Symmetriebedingungen ausgenutzt. Strenggenommen ist diese Vereinfachung sowohl für die Simulation der Lokalisierung der Verzerrungen als auch für die Simulation eines Laminates mit einer $\pm 45^\circ$ Schicht inkonsistent [1]. Die Symmetrie wird bezüglich der y-Achse durch den unterschiedlichen Faserwinkel der einzelnen

Schichten nicht erfüllt. Das Laminat, welches eine $\pm 45^\circ$ Schicht enthält, bezüglich der x-Achse ebenfalls nicht symmetrisch. Trotzdem haben zusätzliche Simulationen ohne Ausnutzung der Symmetrie bezüglich der x-Achse gezeigt, dass die gleichen symmetrischen Phänomene auftreten [2]. In Bezug auf die 0° und 90° Schichten wird die x-Symmetrie immer erfüllt. Darüber hinaus wird die Länge der Platte auf die Hälfte reduziert. Der Grund besteht darin, dass die longitudinalen Schwingungen der Platte hauptsächlich für die dynamischen Einflüsse verantwortlich sind. Das bedeutet, dass nur ein Viertel des Modells, das in der Abb. 8.1. mit roter Linie gezeichnet ist, modelliert wird. Darüber hinaus werden bei den Konfigurationen $[(-45/+45)_4]_s$ und $[(0/90)_4]_s$ nur zwei Schichten berücksichtigt. Dazu müssen der translatorische Freiheitsgrad in z-Richtung und die rotatorischen Freiheitsgrade um die y- und x-Achsen gesperrt werden. Diese Vereinfachungen beeinflussen jedoch die zu untersuchenden nichtlinearen Effekte in der Umgebung des Loches nicht. Diese Tatsache wurde in der Arbeit von Flatscher [12, 14] gezeigt. Der linke Rand der Platte wird gesperrt und die Belastung wird durch die Angabe der Verschiebung des rechten Randes bestimmt. Das Problem wird als ein quasi-statisches Problem behandelt. Die FE-Analyse erfolgt mit Abaqus/Explizit. Der Ablauf einer quasi-statischen Analyse mit Abaqus/Explizit wurde im Kapitel 6 tiefer erläutert.

Für die Schichtaufbauten $[(-45/+45)_4]_s$ und $[(0/90)_4]_s$ stehen sowohl experimentelle als auch numerische Ergebnisse von Flatscher zur Verfügung. Das Experiment wurde an einer servo-hydraulischen Testmaschine im Labor bei einer Temperatur $T_t = 23$ [°C] und einer relativen Luftfeuchtigkeit 50 % ausgeführt [2]. Das Verzerrungsfeld wurde mit Hilfe eines 3D „*image correlation photogrammetry system*“ ARAMIS erzeugt. Weitere Informationen über den Messprozess findet man in der Dissertation von Flatscher [1].

8.1 Ergebnisse für das $[0/90]_s$ Laminat

Bei dieser Konfiguration zeigt die Hälfte der Fasern in die Richtung der Wirkungslinie der Belastung, deshalb ist das Laminat bei diesem Aufbau sehr steif. Die Initiierung des Matrixbruches tritt hier in einem kleinen Bereich am Rand des Loches auf. Aufgrund der Messergebnisse und der FE-Analyse von Flatscher erwartet man, dass sich die Matrixschädigung parallel zur Belastungsrichtung ausbreitet. Unter Verwendung der „built-in“ VUMAT von Abaqus liefert die FE-Analyse ein ganz anderes Ergebnis (siehe Abb. 8.2.). Im Gegensatz zum Materialmodell von Flatscher kommt es bei der „built-in“ VUMAT senkrecht zur Belastungsrichtung zum Bruch der Fasern in der Schicht $\psi = 0^\circ$. Dieses Verhalten widerspricht der Erwartung.



Abb. 8.2.: Lokalisierungszone der Matrixschädigung für die Schicht $\psi = 0^\circ$ mit dem Modell von (a) Flatscher [1], (b) „built-in“ VUMAT

Als nächster Schritt wird das Verzerrungsfeld untersucht. Sowohl numerische als auch experimentelle Referenzen sind von Flatscher erhältlich. In der Abbildung 8.3 werden die Schubverzerrungen ε_{xy} sowohl für die Schicht $\psi = 90^\circ$ als auch für die Schicht $\psi = 0^\circ$ gezeigt.

Das Verzerrungsfeld wird für beide Modelle bei gleichem Belastungsgrad ermittelt. Die maximalen und minimalen Werte der Verzerrungen sind fast gleich, obwohl die Ausbreitung der deformierten Zone bei dem Modell von Flatscher erheblich größer als jene unter Verwendung des „built-in“ VUMATs ist. Die Ergebnisse des Modells von Flatscher werden durch die Messergebnisse des Experimentes gerechtfertigt, das heißt, das Modell von Flatscher erfasst die wichtigsten Mechanismen. Darüber hinaus sieht man, dass die Schubverzerrungen beider Schichten (oben $\psi = 90^\circ$ und unten $\psi = 0^\circ$) nahezu identisch sind.

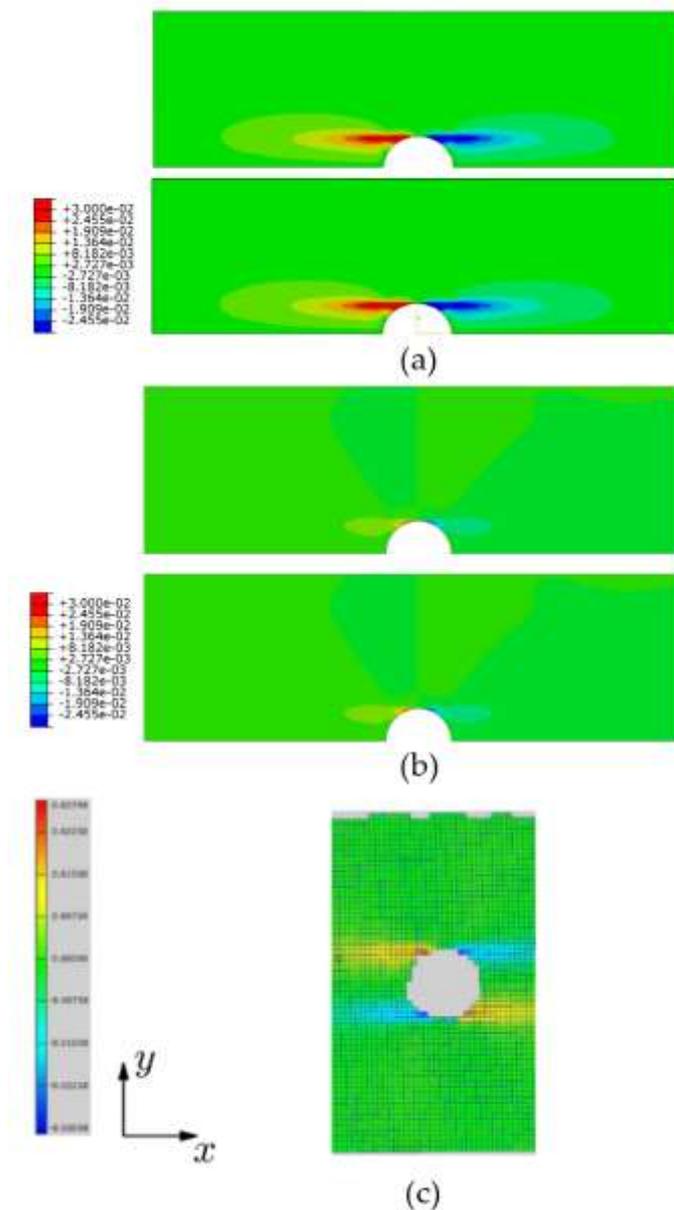


Abb. 8.3.: Verteilung der Schubverzerrung ϵ_{xy} für das Laminat $[0/90]_s$ (oben $\psi = 90^\circ$ und unten $\psi = 0^\circ$) mit dem Modell von (a) Flatscher [20], (b) „built-in“ VUMAT und (c) aufgrund des Experimentes [2]

Daneben kann die Verteilung der Verzerrungen ϵ_{xx} parallel der Wirkungslinie der Zugkraft untersucht werden, weil sowohl experimentelle als auch numerische Ergebnisse zur Verfügung stehen (siehe Abb. 8.4.). Die Ergebnisse von Flatscher zeigen einige Unterschiede zwischen den zwei Schichten. Bei der 90° Schicht bilden sich vier

Zonen mit hohen Verzerrungen ε_{xx} am Rand des Loches aus. Die „built-in“ VUMAT liefert ein sehr ähnliches Verzerrungsfeld für beide Schichten, obwohl die Ausbreitung der Zone mit der höheren Verzerrung ε_{xx} nicht so ausgeprägt ist. Dieses Verhalten wird vom Experiment mehr oder weniger bestätigt, wobei die Auflösung der photogrammetrischen Abbildung keine genaue Evaluierung ermöglicht.

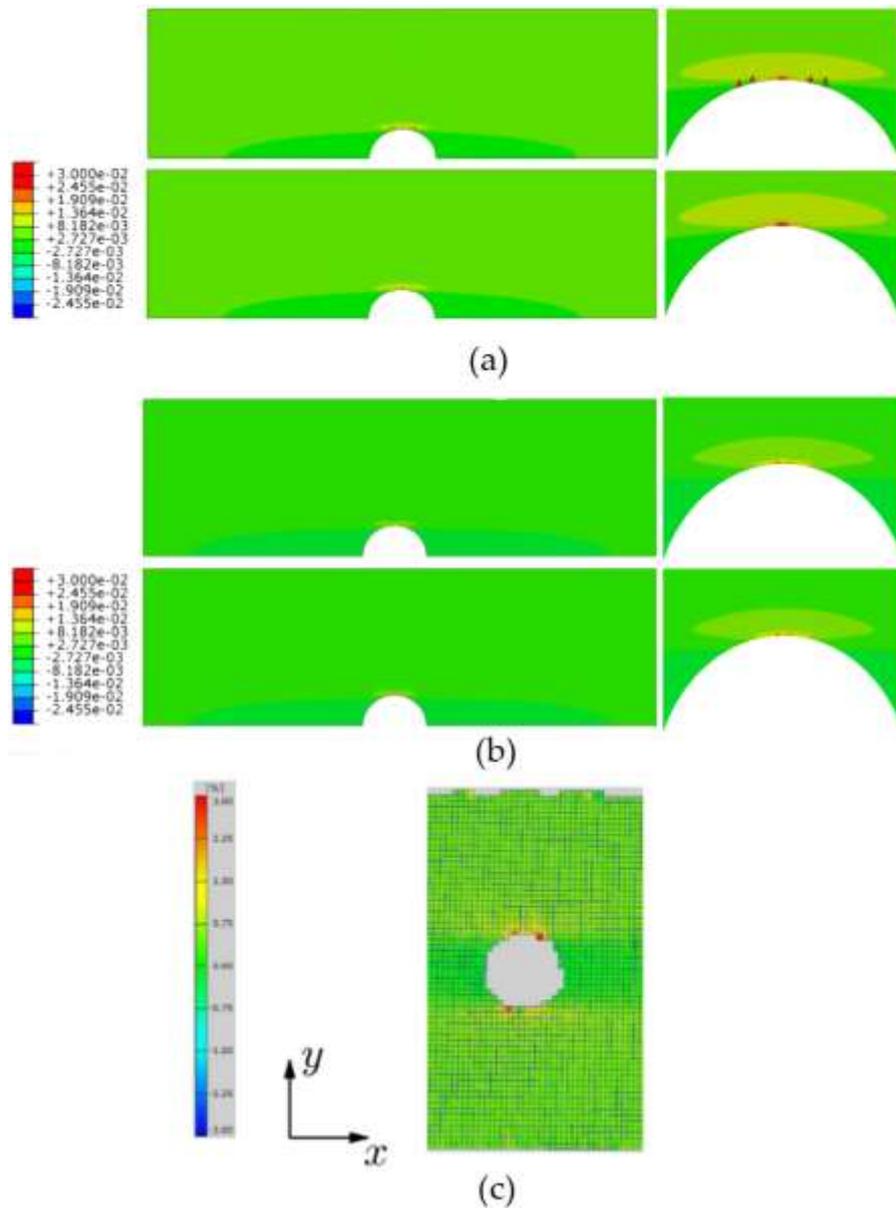


Abb. 8.4.: Verteilung der Verzerrung ε_{xx} für das Laminat $[0/90]_s$ (oben $\psi = 90^\circ$ und unten $\psi = 0^\circ$) mit dem Modell von (a) Flatscher [20], (b) „built-in“ VUMAT und (c) aufgrund des Experimentes [2]

Der Vergleich der Ergebnisse hat gezeigt, dass der wesentliche Unterschied zwischen dem Modell von Flatscher und der „built-in“ VUMAT in der Vorhersage der Schädigungsentwicklung liegt. Deshalb wird die Entwicklung der Schädigung näher betrachtet. Dazu wird das Kraft-Verschiebungsdiagramm (siehe Abb. 8.5.) herangezogen und der Zustand des Laminates bezüglich der Schädigungsvariable d_{1+} bei verschiedenen Belastungsniveaus untersucht.

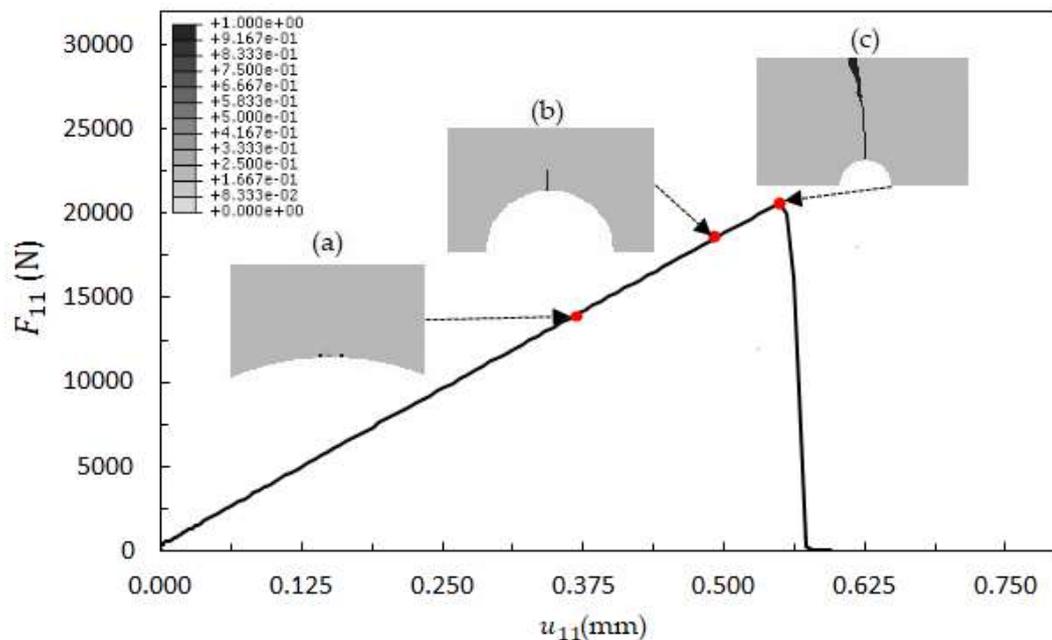


Abb. 8.5.: Kraft-Verschiebungsdiagramm am Punkt der Lasteinleitung mit der Schädigungsentwicklung (Schädigungsvariable d_{1+} für den Matrixbruch infolge Zugbeanspruchung) für die Schicht $\psi = 0^\circ$

Der Kraft-Verschiebungsverlauf ist bis Punkt (c) linear, aber bei diesem Belastungsniveau bricht die 0° Schicht durch und das Laminat verliert seine Festigkeit vollständig. Die Untersuchung der Entwicklung der Schädigungsvariable zeigt, dass sie den Wert eins, der den volldegradierten Zustand repräsentiert, nur bei dem Punkt (c) erreicht. Die Schädigung geht von dem Loch aus, aber der Riss schreitet in der Symmetrieebene nicht kontinuierlich fort. Das Laminat bricht beim Erreichen des Belastungsniveaus $F = 20,6 [kN]$ schlagartig durch. Es handelt sich um ein instabiles Risswachstum.

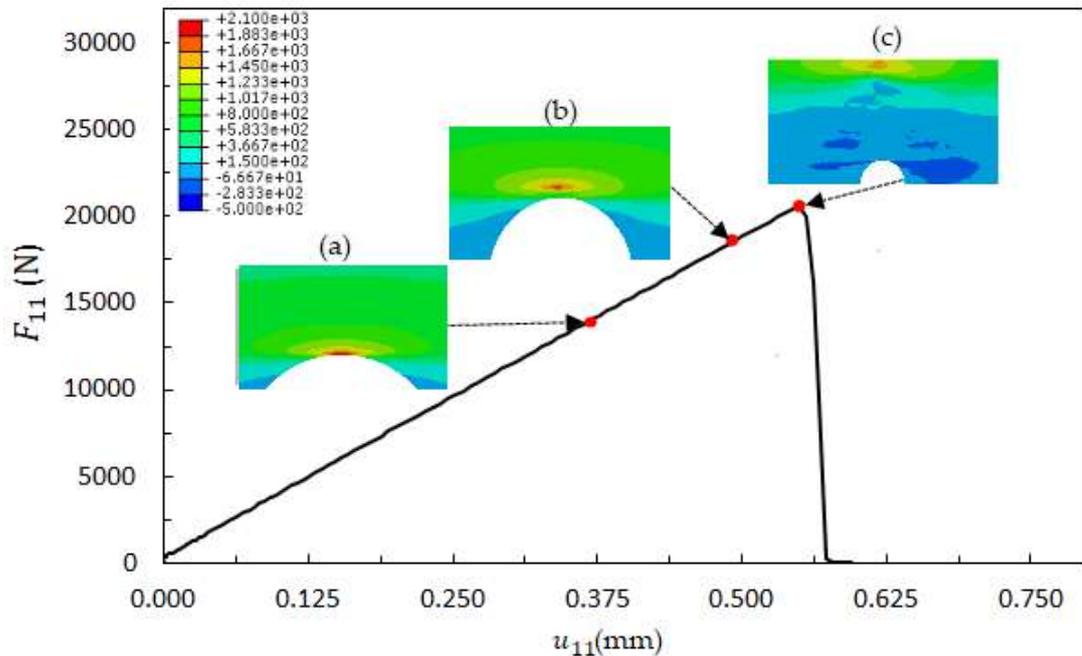


Abb. 8.6.: Kraft-Verschiebungsdiagramm mit der Änderung der Normalspannungsverteilung σ_{11} infolge der Steifigkeitsdegradation für die Schicht $\psi = 0^\circ$

Vor der Schädigung kommt es um das Loch zur Konzentration der Normalspannung σ_{11} . Demzufolge geht die Schädigung von dieser Stelle aus. Nach dem Eintritt der Schädigung nimmt die Normalspannung σ_{11} infolge der Steifigkeitsdegradation an der beschädigten Stelle ab, und es kommt zu einer Spannungsumlagerung (siehe Abb. 8.6.). Die Schädigung schreitet in der Richtung quer zur Belastungsrichtung fort.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass die verwendete „built-in“ VUMAT im Gegensatz zum Experiment und dem Modell von Flatscher das Versagen des Laminates fehlerhaft modelliert. Obwohl das Verzerrungsfeld und der Spannungszustand vor dem Eintreten des Versagens gut simuliert werden, erfolgt die Schädigungsentwicklung in einer ganz verschiedenen Weise. Gemäß der FE-Analyse mit der „built-in“ VUMAT ist der Hauptgrund des Versagens das Erreichen der Zugfestigkeit der Fasern $X^{(t)}$ der 0° Schicht. In der Tat bildet sich jedoch eine von dem Loch ausgehende plastische Zone aus. Dies führt im Endeffekt zum Versagen der Platte. Die Ausbildung dieser plastischen Zone wird von der „built-in“ VUMAT ebenfalls erfasst, aber die Schubspannung bleibt unter dem Wert der Schubfestigkeit. Deshalb bleibt der Wert der Schubschädigungsvariable d_{12} bei null und es tritt keine

Degradation des Schubmoduls G_{12} in der plastischen Zone auf. Die Frage besteht darin, woher dieser Unterschied kommt.

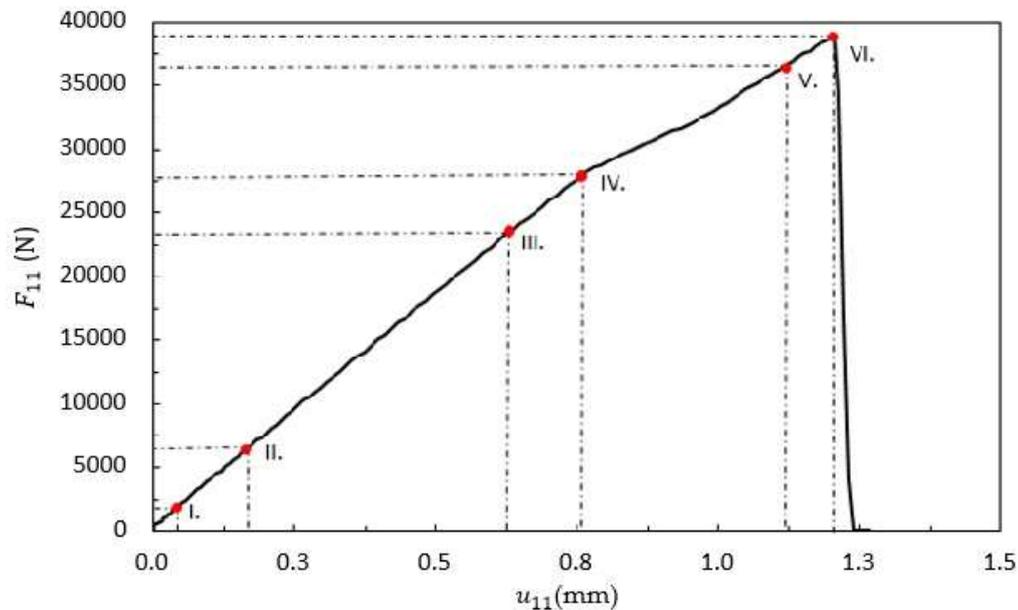


Abb. 8.7.: Kraft-Verschiebungsdiagramm für das Laminat $[0/90]_s$ mit erhöhter Zugfestigkeit der Fasern

Simulation mit erhöhter Zugfestigkeit $X^{(t)} = 3000$ [MPa] der Fasern

Um diese Frage beantworten zu können, wird eine FE-Analyse ausgeführt, bei der der Wert der Zugfestigkeit in Richtung der Fasern $X^{(t)}$ erhöht wird. Der Grund liegt darin, dass man sehen möchte, ob die „built-in“ VUMAT das Versagen des Laminates infolge zu hoher Schubbeanspruchung erfassen kann oder nicht. Die letzte Simulation hat gezeigt, dass die Grenze der Zugfestigkeit $X^{(t)}$ früher als jene der Schubfestigkeit S erreicht wurde. Um diesen Zustand zu vermeiden, wird die Zugfestigkeit der Fasern auf $X^{(t)} = 3000$ [MPa] erhöht.

Bei der Auswertung der Ergebnisse der Simulation wird in erster Linie die Versagensform analysiert. Der Eintrittspunkt der einzelnen Phänomene wird anhand des Kraft-Verschiebungsdiagramms veranschaulicht (siehe Abb. 8.7). Man sieht, dass die 90° Schicht zuerst schädigt, wobei die Normalspannung σ_{22} in der Umgebung des Lochs die Zugfestigkeit $Y^{(t)}$ erreicht (siehe den Punkt II. bei einer Zugkraft $F_{11} = 6,2$ [kN] in der Abb. 8.7.). Die Belastung wird weiter gesteigert, die zu weiterer Degradation der Zugfestigkeit der 90° Schicht führt. Im Endeffekt ist die Schicht bei

einem Lastniveau $F_{IV} = 28 \text{ [kN]}$ voll degradiert und verliert ihre Steifigkeit (siehe Abb 8.8). Dieses Phänomen lässt sich dadurch erklären, dass die Querkontraktionszahlen ν_{12} und ν_{21} unterschiedlich sind.

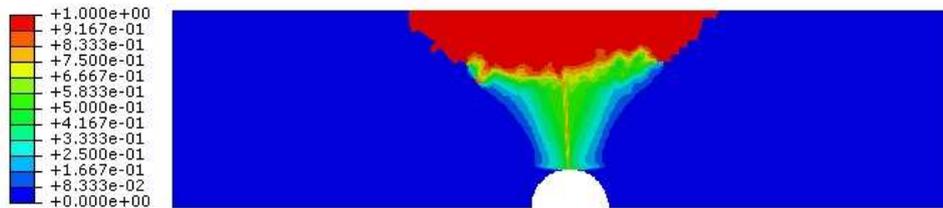


Abb. 8.8.: Versagen der Schicht infolge Zugbeanspruchung quer zur Faserrichtung $\psi = 90^\circ$ - Verteilung der Schädigungsvariable d_{2+}

Dies bedeutet aber nicht, dass das Laminat komplett versagt, die 0° Schicht hat ihre Tragfähigkeit noch nicht verloren. Neben der Degradation der 90° Schicht breitet sich eine plastische Zone (siehe Abb. 8.9) in der Umgebung des Lochs parallel zur Belastungsrichtung aus. Die plastische Deformation beginnt schon bei einer niedrigeren Belastung $F_I = 2,2 \text{ [kN]}$. Dieses Verhalten entspricht dem Ergebnis der letzten Analyse, bei der jedoch die Ausbreitung dieser Zone wegen des Erreichens der Zugfestigkeit in Faserrichtung nicht so groß ist. In dieser Simulation kann sich die plastische Zone weiter entwickeln und die Schubspannung wird den Wert der Schubfestigkeit erreichen. Nach dem Erreichen dieses Grenzwertes (siehe den Punkt III. bei einer Zugkraft $F_{III} = 23,6 \text{ [kN]}$ in der Abb. 8.7.) wird der Schubmodul degradiert.

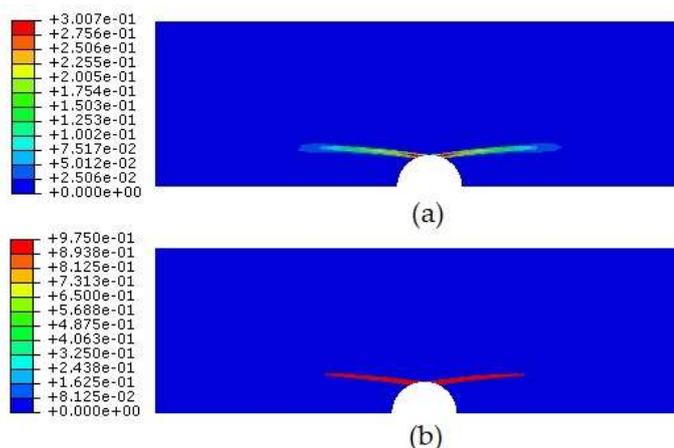
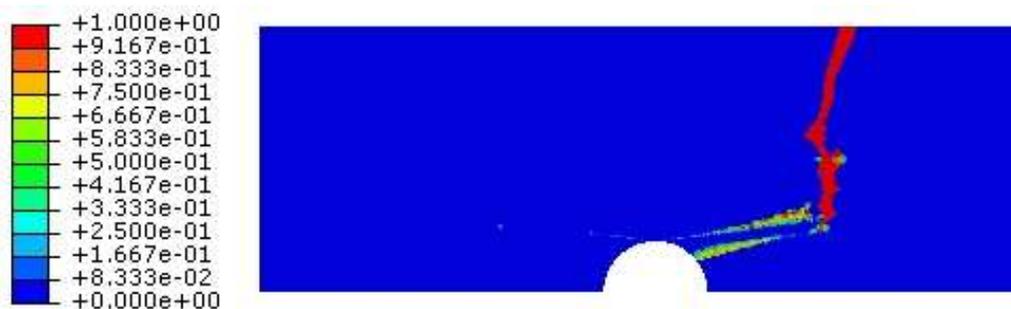


Abb. 8.9.: Ausbreitung der plastischen Zone für das Laminat $[0/90]_s$ bei einer Belastung $F_V = 36,6 \text{ [kN]}$ (a) in Form der plastischen Verzerrungen $\bar{\epsilon}^{pl}$ und (b) durch die Schädigungsvariable d_{12}

Hier kann man ein sehr interessantes Phänomen beobachten. Bei der Kalibrierung der „built-in“ VUMATs musste man den maximalen Wert der Schubschädigungsvariable d_{12} und der Parameter α_{12} anhand des Ergebnisses des Experimentes angeben (siehe Tabelle 7.1).

Das Experiment zeigt, dass nach Erreichen der Schubfestigkeit fast keine weitere Energieaufnahme mehr möglich ist und die Schicht seine Steifigkeit sofort vollständig verliert (siehe Abb. 7.5.). Deswegen wurde ein sehr großer Wert für den Parameter α_{12} angegeben. Aufgrund der Gleichung 5.20. sieht man aber, dass dieser große Wert dazu führt, dass die Schädigungsvariable sofort den maximalen Wert d_{12} annimmt.

Bei weiterer Steigerung der Belastung schreitet die plastische Deformation fort und an den Spitzen dieser Zone tritt eine Spannungskonzentration auf. Abschließend wird die Normalspannung σ_{11} um die Spitze der plastischen Zone so groß, dass das Laminat senkrecht zur Belastungsrichtung durchbricht (siehe Abb. 8.10.), es kommt zum vollständigen Versagen der Lochplatte bei der Zugkraft $F_{VI} = 38,8 [kN]$.



8.10. Abb.: Vollständiges Versagens des Laminates $[0/90]_s$ –
Verteilung der Schädigungsvariable d_{+1} in 0° Schicht

Somit sieht man, dass es Bereiche der Platte gibt, in denen die Ergebnisse der zwei Simulation besonders ausgeprägte Unterschiede zeigen: entlang der in der Symmetrieebene senkrecht der Belastungsrichtung verlaufenden Linie und entlang einer in der Richtung der Ausbreitung der plastischen Zone zeigenden Linie.

Wie es schon erläutert wurde, versagt die Platte mit der niedrigeren Faserfestigkeit infolge des Faserbruchs in der Schicht $\psi = 0^\circ$. Das nächste Diagramm (siehe Abb. 8.11.) zeigt, dass die Normalspannung in Faserrichtung σ_{11} am Loch die Festigkeitsgrenze erreicht. Die Fasersteifigkeit wird an dieser Stelle degradiert und der Faserbruch geht von dieser Stelle aus. Bei der Belastung $F_4 = 20,4 [kN]$ sieht man, dass

das Material am Loch degradiert wurde. Es erfolgt eine Spannungsumlagerung in Richtung senkrecht zur Belastung, entlang der Linie in der Symmetrieebene. Die degradierte Zone breitet sich in der Symmetrieebene sprungartig aus. Die äußere Belastung kann nur unerheblich gesteigert werden. Es handelt sich um ein instabiles Risswachstum. Nach dem Erreichen der äußeren Kraft $F_{11} = 20,6 \text{ [kN]}$ bricht die 0° Schicht durch (siehe Abb. 8.5). Beim Belastungsgrad $F_5 = 16,2 \text{ [kN]}$ sieht man den Zustand des Laminates nach dem Versagen. Die Fasern sind in der Symmetrieebene fast voll degradiert. Am oberen Rand des Laminates ist die Normalspannung σ_{11} noch relativ groß. Dies entspricht dem in der Abbildung gezeigt Verlauf des Bruchs, wobei man sieht, dass das Laminate nicht genau in der Symmetrieebene zerbricht.

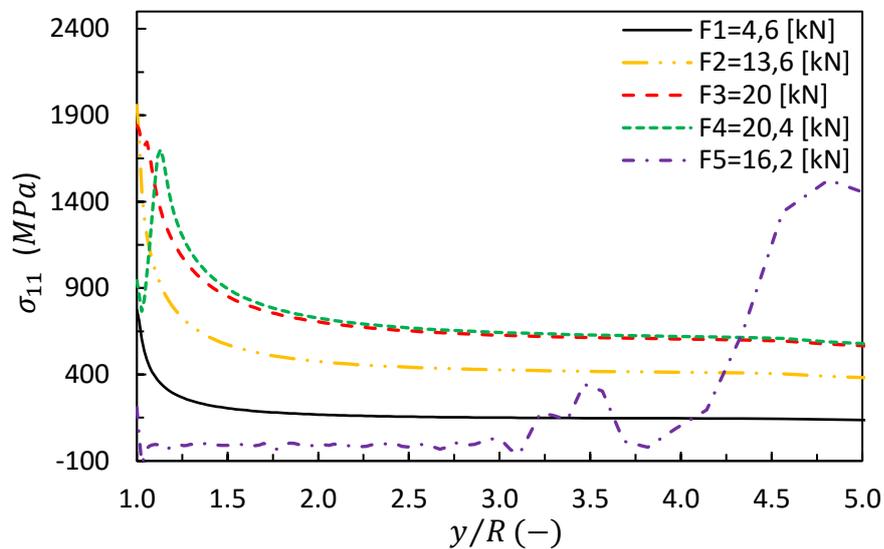


Abb. 8.11.: Verlauf der Normalspannung σ_{11} entlang der Symmetrieachse in der Schicht $\psi = 0^\circ$ bei verschiedenen Belastungen unter Verwendung der ursprünglichen Zugfestigkeit $X^{(t)} = 2100 \text{ [MPa]}$ der Fasern

Dieses Verhalten widerspricht dem Ergebnis des Modells von Flatscher, bei dem sich zuerst die Schubschädigung ausbildet bevor die Probe weit entfernt von der Symmetrieebene versagt. Deshalb wird die Schubspannung σ_{12} in der plastischen Zone entlang der erwähnten Linie untersucht (siehe Abb. 8.12.). Der Schubspannungsverlauf zeigt, dass die Schubspannung in der plastischen Zone mit den ursprünglichen Festigkeitswerten die Schubfestigkeit nicht erreicht.

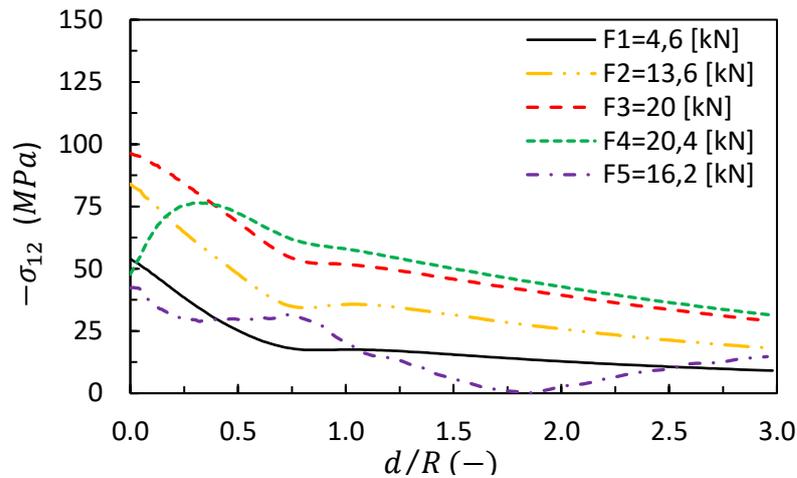


Abb. 8.12.: Verlauf der Schubspannung σ_{12} in der plastischen Zone in der Schicht $\psi = 0^\circ$ bei verschiedenen Belastungen unter Verwendung der ursprünglichen Zugfestigkeit $X^{(t)} = 2100$ [MPa] der Fasern

Die gleichen Kurven werden für das Laminat mit der höheren Zugfestigkeit der Fasern erstellt. Die Zugfestigkeit wird mit dem Ziel erhöht, dass man in diesem Fall sehen kann, ob der „built-in“ VUMAT das Versagen des Laminates infolge der Schubschädigung modellieren kann oder nicht. Wie schon zuvor gezeigt wurde, ist das Modell von Abaqus geeignet für die Erfassung dieses Phänomens. Die Normalspannung σ_{11} nimmt mit steigender Belastung zu, aber sie erreicht die erhöhte Faserfestigkeit nicht (siehe Abb. 8.13). Das Laminat versagt infolge der zu hohen Schubspannung.

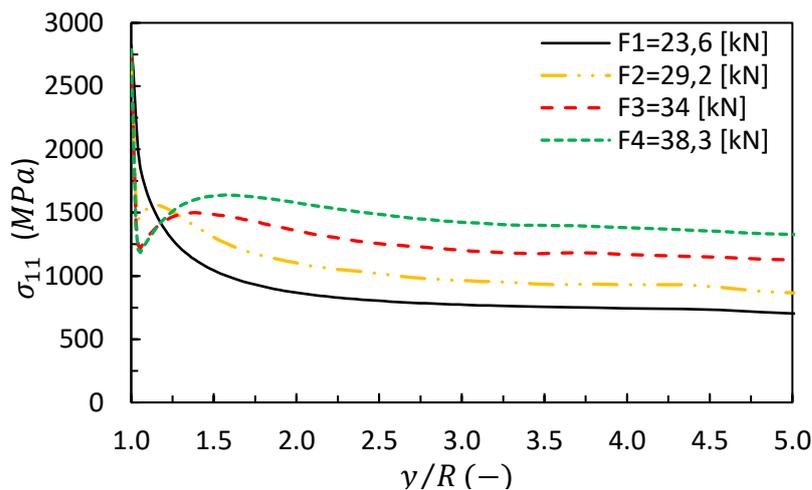


Abb. 8.13.: Verlauf der Normalspannung σ_{11} entlang der Symmetrieachse bei verschiedenen Belastungen unter Verwendung der erhöhten Zugfestigkeit $X^{(t)} = 3000$ [MPa] der Fasern

Die Schädigung geht von dem Loch aus und schreitet entsprechend der Ausbreitung der plastischen Zone fort. Dementsprechend wird die Schubspannung σ_{12} entlang einer Linie in diesem Bereich bei verschiedenen Belastungsniveaus untersucht. Diese Untersuchung unterstützt die vorherige Annahme. Man sieht, dass der Abstand der ungeschädigten Zone von dem Loch mit steigender Belastung zunimmt. Die Schubsteifigkeit wird ausgehend vom Loch degradiert (siehe Abb. 8.14.).

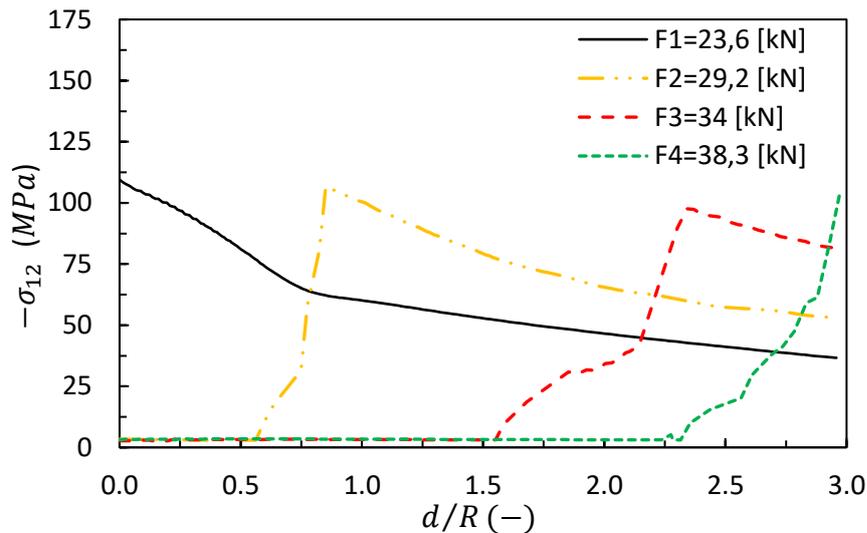


Abb. 8.14.: Verlauf der Schubspannung σ_{12} in der plastischen Zone bei verschiedenen Belastungen unter Verwendung der ursprünglichen Zugfestigkeit $X^{(t)} = 3000$ [MPa] der Fasern

Es wurde gezeigt, dass das Laminat beim ursprünglichen Wert der Faserzugfestigkeit durch den Faserbruch nahezu in der Symmetrieebene versagt. Der Bruch geht von einem sich in der Symmetrieebene und am Rand des Loches befindenden Punkt aus. Deshalb wird der Normalspannungsverlauf σ_{11} an diesem Punkt über die aufgebrachte Verschiebung darstellt (siehe Abb. 8.15.). Wichtig ist es dabei, dass die Spannungen an den Integrationspunkten ausgewertet werden. Das heißt, man muss einen dem Symmetriepunkt naheliegenden Integrationspunkt wählen. Im Fall der ursprünglichen Zugfestigkeit nimmt die Normalspannung σ_{11} bis zu der Zugfestigkeit der Fasern zu. Nach dem Erreichen der Festigkeitsgrenze nimmt der Elastizitätsmodul ab, das Material kann nur kleinere Spannungen ertragen. Unter Verwendung eines höheren Wertes der Zugfestigkeit vermeidet man diese Degradation, die Festigkeitsgrenze $X^{(t)} = 3000$ [MPa] wird nicht erreicht (siehe Abb. 8.15.).

Als nächster Schritt werden die Normalspannungsverläufe σ_{11} und σ_{22} in der 90° Schicht sowohl für die ursprüngliche als auch für die erhöhte Zugfestigkeit ermittelt (siehe Abb. 8.16. und 8.17.). Die Darstellung erfolgt an jener Stelle, an der sich die plastische Dehnung zuerst entwickelt. Beim dem ursprünglichen Wert der Zugfestigkeit der Fasern sieht man, dass sowohl die Normalspannung σ_{11} in der Faserrichtung als auch die Normalspannungen σ_{22} quer zur Fasern nach dem Erreichen der Verschiebung $u_{xx} = 5,4 [mm]$ abnehmen. Diese Abnahme wird jedoch nicht von der Steifigkeitsdegradation initiiert, sondern sie beruht sich auf der Spannungumlagerung infolge des Erreichens der transversalen Zugfestigkeit $Y^{(t)}$ in der 90° Schicht (siehe Abb. 8.8).

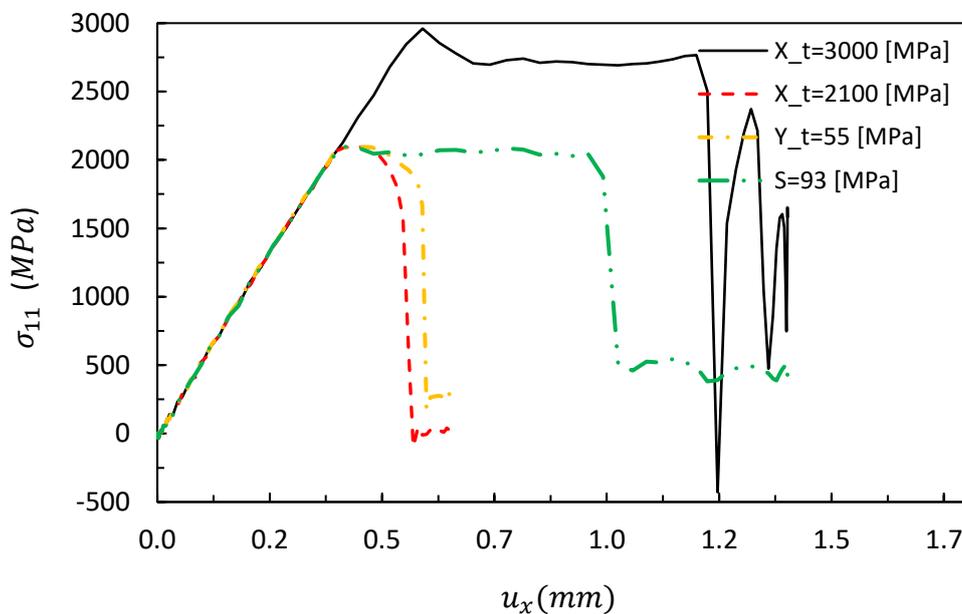


Abb. 8.15.: Normalspannungsverlauf σ_{11} über die aufgebrachte Verschiebung in der Schicht $\psi = 0^\circ$ am Punkt in der Symmetrieebene

Die erhöhte Zugfestigkeit bewirkt jedoch ein anderes Verhalten. Man sieht, dass die Normalspannung σ_{11} in der 90° Schicht zuerst ein bisschen abnimmt. Danach wird diese Spannung wieder anwachsen. Dieses Phänomen lässt sich dadurch erklären, dass die Schubschädigung nicht genau von der Stelle ausgeht die zur Auswertung verwendet wurde. Das heißt, die Schubschädigung geht nicht von dem Punkt aus, an dem die plastische Deformation zuerst auftritt. Der Ausgangspunkt der plastischen Verformung liegt beim Eintritt der Schädigung am Rand der geschädigten Zone.

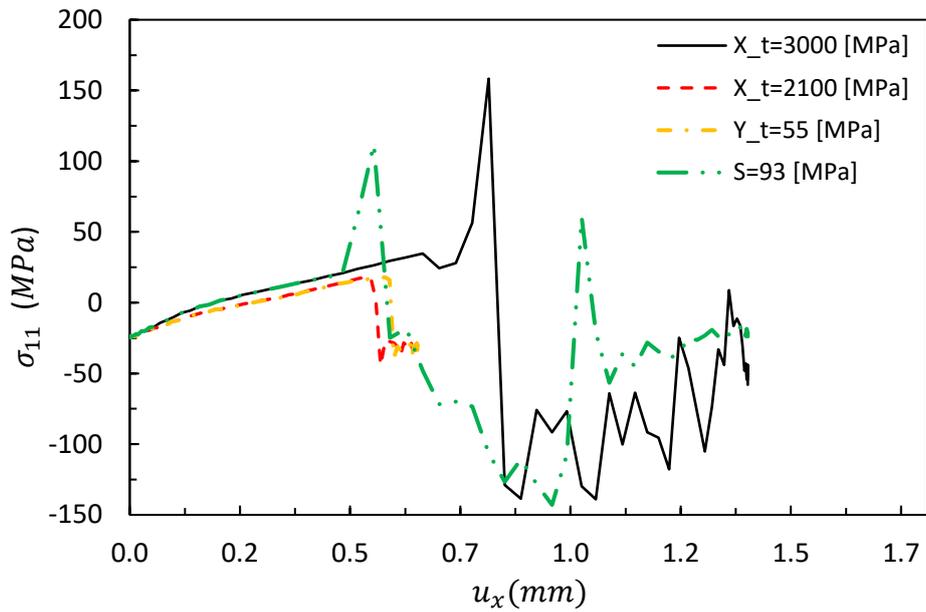


Abb. 8.16.: Normalspannungsverlauf σ_{11} über die aufgebrachte Verschiebung in der Schicht $\psi = 90^\circ$ am Ausgangspunkt der plastischen Zone

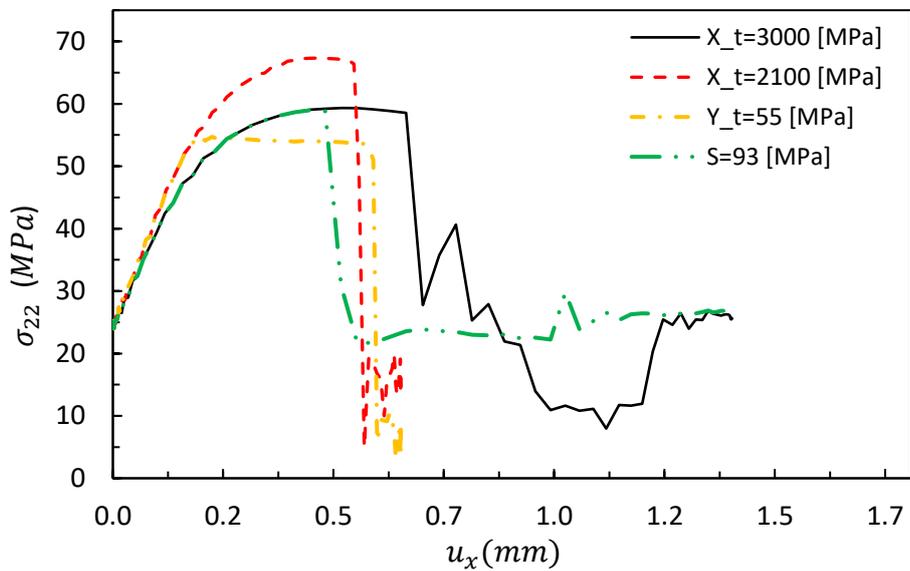


Abb. 8.17.: Normalspannungsverlauf σ_{22} über die aufgebrachte Verschiebung in der Schicht $\psi = 90^\circ$ am Ausgangspunkt der plastischen Zone

Mit weiterer Steigerung der Belastung breitet sich die beschädigte Zone aus. Dementsprechend nehmen die Spannungen in dem betrachteten Punkt zu, bis dahin

die Schubspannung bei der Verschiebung $u_x = 0,76$ [mm] die Schubfestigkeit erreicht. Wenn man genau den Punkt betrachtet, an dem die Schubschädigung initiiert wird, lässt sich dieses Verhalten nicht beobachten. In diesem Punkt beginnt zwar das plastische Fließen, aber es entwickelt sich nicht so stark wie in dem, für diese Auswertung gewählten Punkt.

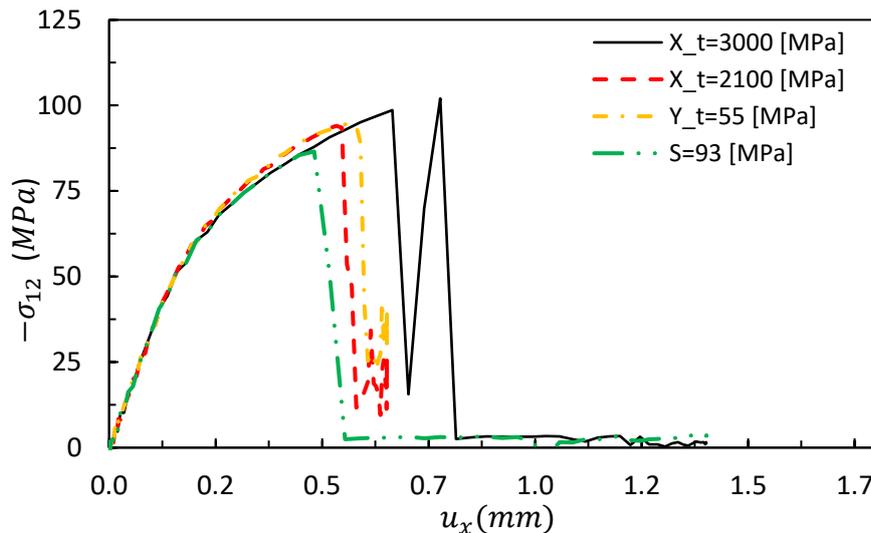


Abb. 8.18.: Schubspannungsverlauf σ_{12} über die aufgebrauchte Verschiebung in der Schicht $\psi = 0^\circ$ am Ausgangspunkt der plastischen Zone

Zusätzlich wird der Verlauf der Normalspannung σ_{22} in der 0° Schicht an dem Ausgangspunkt der plastischen Deformation dargestellt. Die Normalspannung σ_{22} wird vor allem durch die Querbewegungsbehinderung hervorgerufen, die von dem Unterschied zwischen v_{12} und v_{21} verursacht wird. Der Hintergedanke der Ermittlung dieser Kurve besteht darin, dass die Matrixanstrengung aufgrund des Puck'schen Kriterium auch von der Normalspannung σ_{22} abhängt. Dieses Kriterium wird in dem Modell von Flatscher verwendet, deshalb wird es im Folgenden näher betrachtet. Im Diagramm (siehe Abb. 8.19.) sieht man, dass die Normalspannung in beiden Fällen weit unter der transversalen Zugfestigkeit der Schicht liegt. Das heißt, die Normalspannung σ_{22} führt allein nicht zur Matrixschädigung d_{2+} .

Simulation mit reduzierter transversalen Zugfestigkeit $Y^{(t)} = 82$ [MPa]

Man vermutet, dass der Einfluss der Normalspannung σ_{22} auf die Matrixschädigung infolge der Schubbeanspruchung von der „built-in“ VUMAT nicht berücksichtigt

wird. Um diese Vermutung zu bestätigen, wird eine Analyse mit einer reduzierten transversalen Zugfestigkeit $Y^{(t)}$ der Fasern durchgeführt. In dem Diagramm (siehe Abb. 8.19.) sieht man, dass die Normalspannung σ_{22} die transversale Zugfestigkeit $Y^{(t)} = 82 [MPa]$ nicht erreicht hat. Die reduzierte Festigkeit wird so gewählt, dass die Normalspannung σ_{22} knapp unterhalb der Zugfestigkeit bleiben sollte. So ergibt sich der neue Wert der transversalen Zugfestigkeit $Y^{(t)} = 55 [MPa]$. Das Ergebnis der Analyse entspricht der Annahme, dass das Laminat wieder durch den Bruch der Fasern in der Symmetrieebene versagt. Dieses Verhalten wird anhand der Diagrammen (siehe Abb. 8.15. und 8.18.) bestätigt. In diesen zeigt sich, dass die 90° Schicht infolge der zu hohen Normalspannung σ_{22} versagt. Der Verlauf der Normalspannung wurde jedoch am Ausgangspunkt der plastischen Deformationen ermittelt, wobei aber die 90° Schicht bei den ursprünglichen Festigkeitswerte nicht geschädigt wird. Durch die Verringerung der transversalen Zugfestigkeit breitet sich die beschädigte Zone stärker aus. Deshalb sieht man, dass die Normalspannung σ_{22} die reduzierten transversalen Zugfestigkeit $Y^{(t)} = 55 [MPa]$ nicht überschreitet (siehe Abb. 8.17). Dies führt aber noch nicht zu Laminatversagen und im Endeffekt wirken die gleiche Mechanismen wie unter Verwendung der ursprünglichen Festigkeitswerte.

Simulation mit reduzierter Schubfestigkeit $S = 93 [MPa]$

Bei der Erhöhung der Zugfestigkeit $X^{(t)}$ der Fasern geht man davon aus, dass die Schubfestigkeit des Materials erreicht werden kann. Eine andere mögliche Betrachtungsweise ist die Schubfestigkeit zu reduzieren. Deshalb wird eine solche Analyse ausgeführt, in der die Schubfestigkeit mit $S = 93 [MPa]$ definiert wird. Dieser Wert wird abgeschätzt mit dem Diagramm des Schubspannungsverlaufs (siehe Abb. 8.18.) bei der ursprünglichen Zugfestigkeit der Fasern. Dies führt zum erwarteten Verhalten. Die Schubfestigkeit wird erreicht und das Laminat versagt in der dem Modell von Flatscher entsprechenden Weise.

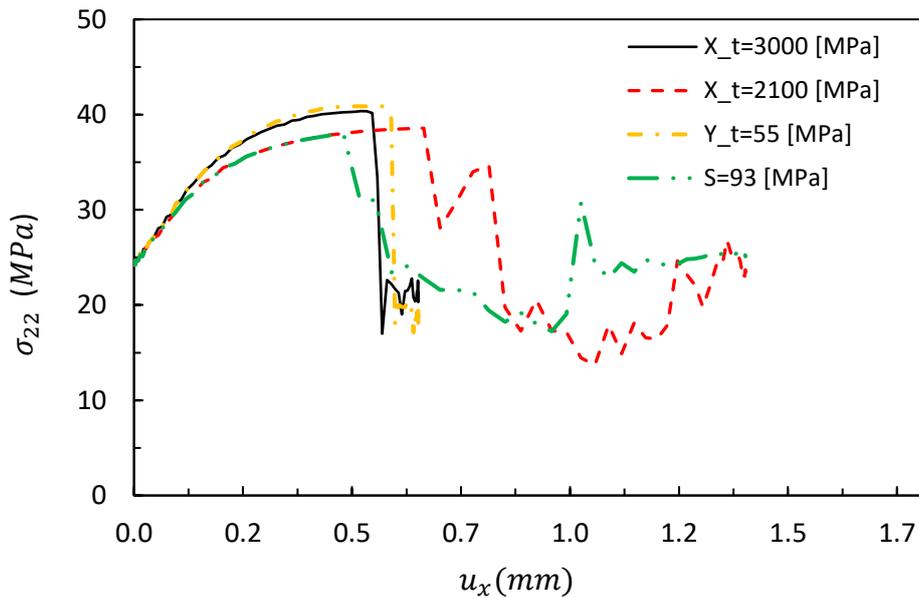


Abb. 8.19.: Normalspannungsverlauf σ_{22} über die aufgebrachte Verschiebung in der Schicht $\psi = 0^\circ$ am Ausgangspunkt der plastischen Zone

Wie schon zuvor darauf hingewiesen wurde, beruhen einige Annahmen des Modells von Flatscher auf dem Puck'schen Kriterium. Im Folgenden werden nur die für die Untersuchung notwendigen Teile des Kriteriums erklärt, die detaillierte Darstellung des Kriteriums findet man in der Arbeit von Flatscher [12]. In dem Modell von Flatscher wird die Matrixanstrengung, die zur Formulierung der Schädigungsentwicklung der matrixdominierenden Versagensformen verwendet wird, mit Hilfe der Puck'schen Schadensfläche (siehe Abb. 8.20.) für den ebenen Spannungszustand ermittelt.

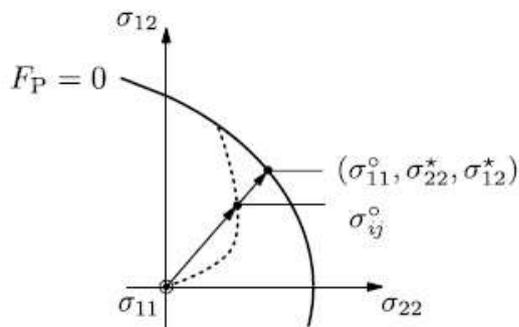


Abb. 8.20.: Skizze des Spannungszustandes, der zur Definition der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ unter Verwendung des Puck'schen Kriteriums notwendig ist [1]

An dieser Stelle wird ein skalarer Faktor der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ eingeführt, welcher nur von dem aktuellen Spannungszustand abhängt. Dieser Faktor wird anhand der Puck'schen Schadensfläche F_P berechnet:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{22}^\circ \\ \sigma_{12}^\circ \end{pmatrix} = f_E^{(m)} \begin{pmatrix} \sigma_{22}^* \\ \sigma_{12}^* \end{pmatrix}, \quad (8.1)$$

wobei die Spannungen σ_{ij}° die aktuellen Spannungen sind und die Spannungen σ_{ij}^* werden aus dem Kriterium $F_P[\sigma_{11}^\circ, \sigma_{22}^*, \sigma_{12}^*] = 0$ berechnet.

Bei der Verwendung des Puck'schen Kriterium wird davon ausgegangen, dass der Einfluss der Normalspannung σ_{11} auf die Matrixanstrengung vernachlässigt wird. Dadurch lässt sich die folgende Vereinfachung einführen:

$$\begin{aligned} F_P[\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}] &= F_P^{(m)}[\sigma_{22}, \sigma_{12}] - F_P^{(f)}[\sigma_{11}] = 0 \\ F_P^{(f)}[\sigma_{11}] &= 1 \quad \Rightarrow \quad F_P^{(m)}[\sigma_{22}, \sigma_{12}] = 1. \end{aligned} \quad (8.2)$$

In der Gleichung (8.2) bezeichnet $F_P^{(f)}[\sigma_{11}]$ die Faseranstrengung infolge der Normalspannung σ_{11} . Als Schlussfolgerung kann man feststellen, dass die Matrixschädigung eintritt, wenn der Faktor der Matrixanstrengung den Wert Eins erreicht. Wie dieser Faktor berechnet wird, findet man eine detaillierte Beschreibung in der Arbeit von Flatscher [12]. Zur Berechnung dieses Faktors wurde ein Python Skript von Herrn Jan Kaul geschrieben. Mit diesem Hilfsmittel kann man die Annahme belegen, dass die Schädigung nach den Puck-Kriterien im Vergleich zur „built-in“ VUMAT früher an einer anderen Stelle eintreten würde. Die Ergebnisse werden in der Abbildung 8.21 bei drei verschiedenen Belastungsniveaus veranschaulicht.

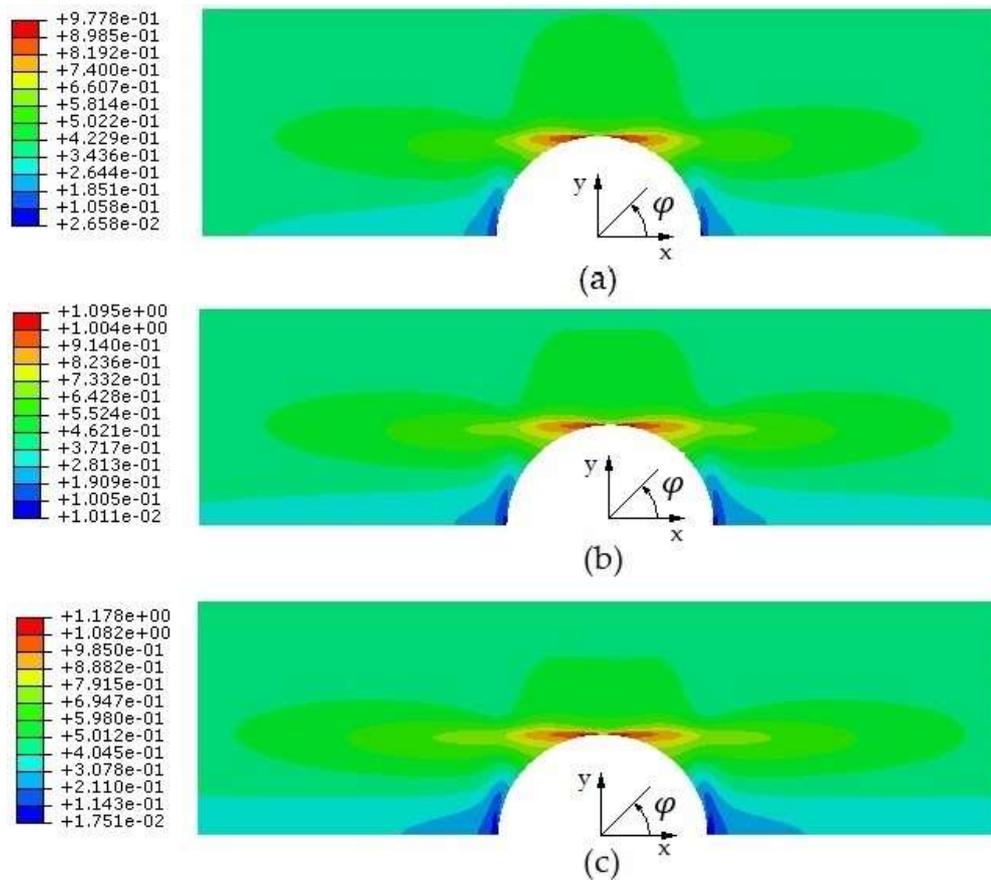


Abb. 8.21.: Verteilung des Faktors der Matrixanstrengung aufgrund des Puck'schen Kriteriums bei den ursprünglichen Schichtfestigkeiten bei drei verschiedenen Belastungsniveaus
 (a) $F_{xx} = 11,7 \text{ [kN]}$ (b) $F_{xx} = 13,1 \text{ [kN]}$ (c) $F_{xx} = 17,8 \text{ [kN]}$

Zuvor wurde gezeigt, dass die Schädigung infolge des Faserbruches in der Symmetrieebene bei einer Belastung $F_{xx} = 14,9 \text{ [kN]}$ initiiert wird. Bei weiterer Steigerung der Belastung schreitet die Schädigung der Fasern in der Symmetrieebene fort. Aufgrund des Puck'schen Kriteriums wird die Matrixschädigung bei einer niedrigeren Belastung $F_{xx} = 13,1 \text{ [kN]}$ vorhergesehen und sie geht nicht vom Loch in der Symmetrieebene aus, sondern die Maxima der Matrixanstrengung sind ein bisschen nach links und rechts verschoben. Die Region mit hoher Matrixanstrengung erstreckt sich von diesen Punkten parallel zur Belastungsrichtung weiter aus. Diese Versagensform würde der Vorhersage des Modells von Flatscher entsprechen.

Aufgrund des Puck'schen Kriteriums kann man feststellen, dass die Matrixschädigung nicht nur von der Schubspannung σ_{12} , sondern auch von der Normalspannung σ_{22} abhängt. Das Diagramm zeigt (siehe Abb. 8.17.), dass die

Normalspannung σ_{22} die transversale Zugfestigkeit an der Stelle des Ausgangspunkts der Matrixschädigung in der 0° Schicht bei der ursprünglichen Zugfestigkeit der Fasern nicht erreicht. Daneben bleibt die Schubspannung ebenfalls unter dem Wert der Schubfestigkeit. Trotzdem sagt das Puck'sche Kriterium den Eintritt der Matrixschädigung vorher. Um dieses Phänomen zu veranschaulichen, wird der Faktor der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ über dem Winkel ρ aufgetragen (siehe Abb. 8.22.). Die Definition des Winkels ρ sieht man in der Abb. 8.21..

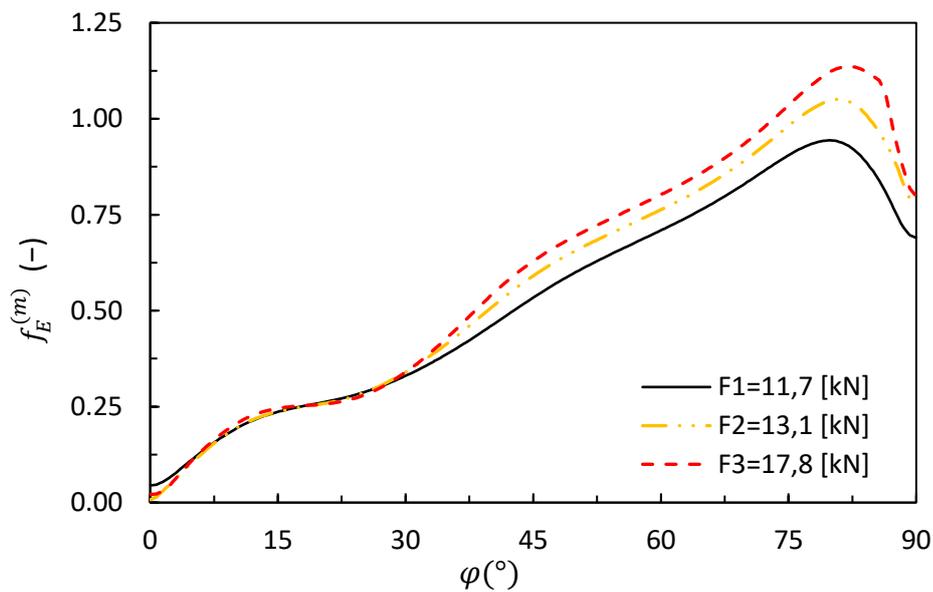


Abb. 8.22.: Faktor der Matrixschädigung $f_E^{(m)}$ aufgetragen über dem Winkel φ

Darüber hinaus werden die Spannungspaare $\sigma_{22} - \sigma_{12}$ entlang des Randes des Loches in dem Schnitt der Puck'schen Schadensfläche bei $\sigma_{11} = 0$ eingezeichnet (siehe Abb. 8.23.). Im diesem Diagramm werden zwei Punkte eingezeichnet, die die Spannungszustände $\sigma_{22} - \sigma_{12}$ beim Eintritt der Matrixschädigung aufgrund der „built-in“ VUMATs repräsentieren. Man sieht, dass sich diese Punkte außerhalb der Puck'schen Schadensfläche befinden. Die Schädigung tritt ein, wenn die Schubspannung die Schubfestigkeit erreicht.

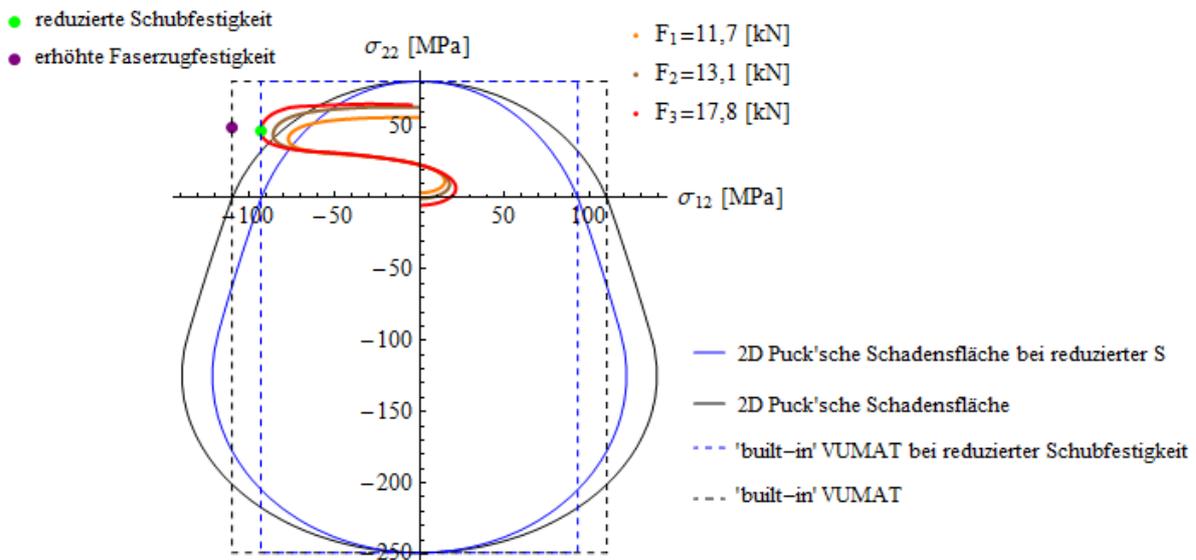


Abb. 8.23.: Spannungspaare $\sigma_{22} - \sigma_{12}$ in Kombination mit der 2D-Puck'schen Schadensfläche bei $\sigma_{11} = 0$

Um die Annahme der Wirkungslosigkeit der Normalspannung σ_{11} nachweisen zu können, wird der Spannungszustand im dreidimensionalen Spannungsraum dargestellt (siehe Abb. 8.24.). Anschließend wird es kontrolliert, ob der Spannungszustand entlang des Randes des Loches die Grenze der dreidimensionalen Puck'schen Schadensfläche überschreitet oder nicht. Diese Grenzfläche wird von den Abminderungsfaktoren m und s beeinflusst. Diese Faktoren sind bezüglich des Einflusses der Normalspannung auf die Matrixschädigung von wesentlicher Bedeutung. Aufgrund der Arbeit von Flatscher [1] werden sie als $m = 0,5$ und $s = 0,5$ angenommen. In diesem Fall sieht man, dass die Schädigung schon bei der niedrigsten Belastung eintreten würde. Das heißt, die Annahme der Vernachlässigung der Wirkung der Normalspannung σ_{11} war falsch. Mit der Zunahme der Abminderungsfaktoren spielt die Normalspannung eine immer kleinere Rolle.

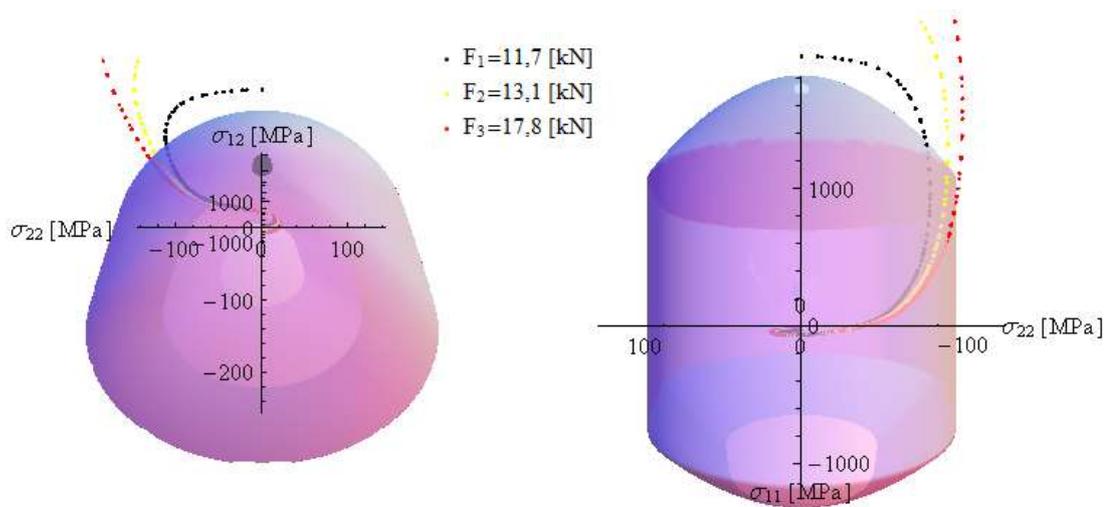


Abb. 8.24.: Spannungszustände entlang des Randes des Lochs in dem dreidimensionalen Spannungsraum in Kombination der 3D Puck'schen Schadensfläche

Zusammenfassend können die folgenden Schlüsse gezogen werden. Unter Verwendung der „built-in“ VUMATs tritt Schädigung ein, wenn eine der Spannungen die entsprechende Festigkeit erreicht hat. Es wurde unter Verwendung der nominellen Festigkeitswerte gezeigt, dass die Normalspannung σ_{11} die Zugfestigkeit der Fasern $X^{(t)}$ knapp vor dem Eintritt der Schubschädigung erreicht. Dies resultiert in einer ganz anderen Versagensform im Vergleich zum Modell von Flatscher. Jedoch führen sowohl eine Erhöhung der Zugfestigkeit der Fasern als auch die Reduktion der Schubfestigkeit nicht zu dieser Versagensform. Es wurde angenommen, dass die „built-in“ VUMAT weder den Einfluss der Normalspannung σ_{11} noch der Normalspannung σ_{22} auf die Matrixschädigung d_{12} infolge der Schubbeanspruchung berücksichtigt. Die Annahmen werden mit den diversen Analysen gerechtfertigt. Sie sind die möglichen Ursachen der Abweichung der „built-in“ VUMATs von dem Modell von Flatscher.

8.3 Ergebnisse für das $[-45/45]_s$ Laminat

Bei diesem Laminataufbau liegt keine Faser in die Richtung der Belastung. Dies führt zu einer niedrigeren Steifigkeit des Laminates. Daneben bewirkt das stark nichtlineare Systemverhalten, das eine Änderung der Steifigkeit der Struktur verursacht, einen größeren numerischen Aufwand. In diesem Modell wird die Nichtlinearität in erster Linie durch die Akkumulation der plastischen Schubverzerrungen γ_{12}^{pl} in der x-förmigen Zone hervorgerufen. Deshalb beträgt die Elementkantenlänge in dieser Zone ca. 0,04 [mm](siehe Abb. 8.25.).

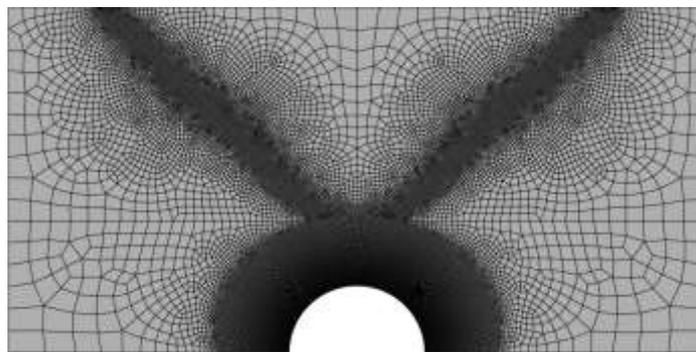


Abb. 8.25.: Das FE-Netz in der Lokalisierungszone für $[-45/45]_s$ das Laminat

Die plastische Deformation tritt schon bei einem kleinen Belastungsniveau in der Umgebung des Loches auf. Diese plastische Zone breitet sich mit steigender Belastung aus, bis das ganze Laminat eine plastische Deformation erfährt. Die Abbildung (Abb. 8.26.) zeigt die Verteilung der plastischen Schubverzerrungen im Vergleich zu dem Ergebnis des Modells von Flatscher. Daneben stehen Informationen im Zusammenhang mit der akkumulierten Matrixschädigung zur Verfügung.

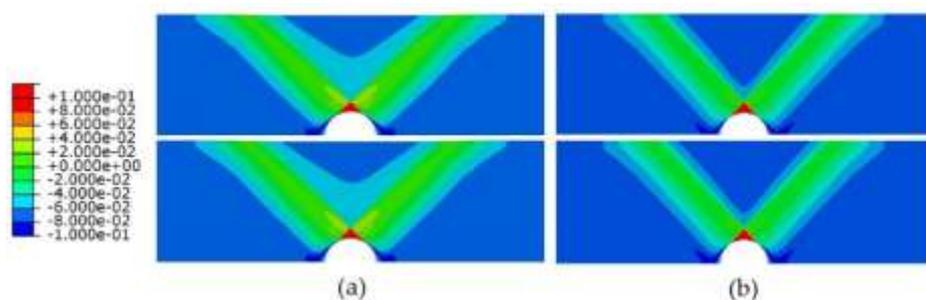
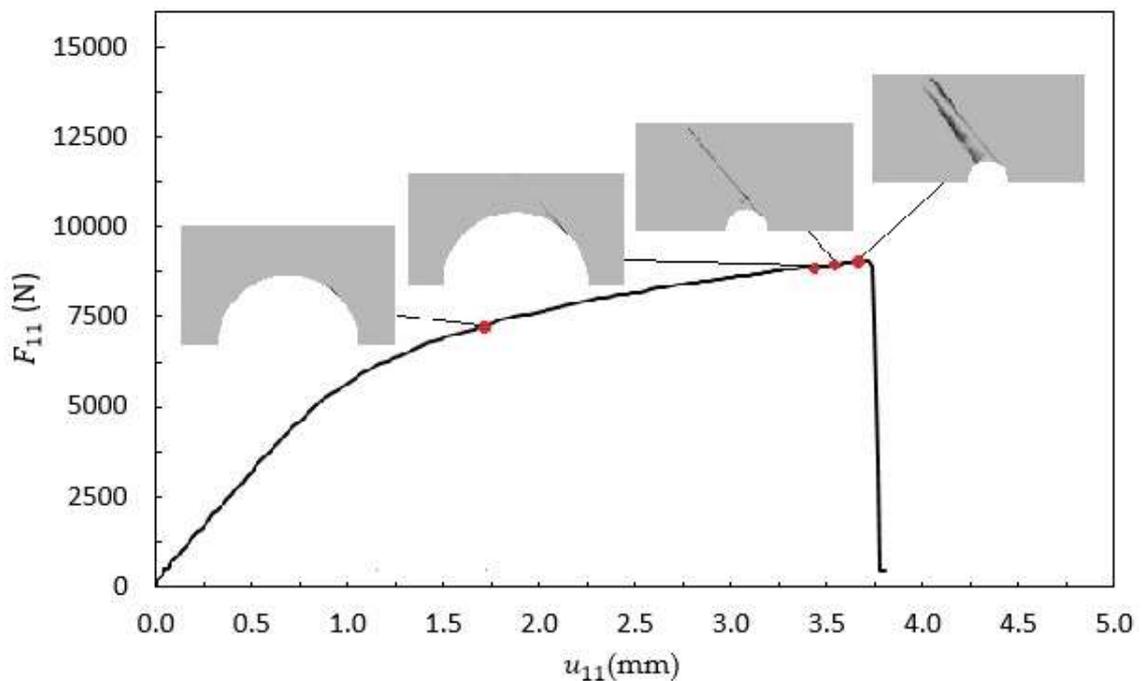


Abb. 8.26.: Verteilung der akkumulierten plastischen Schubverzerrungen γ_{12}^{pl} für die Schichten $\psi = +45^\circ$ (oben) und $\psi = -45^\circ$ (unten) unter Verwendung des Modells von Flatscher [17] (a) und der "built-in" VUMAT (b)

Die Schädigungsentwicklung wird wieder anhand des Kraft-Verschiebungsdiagramms analysiert. Man sieht, dass der Kraft-Verschiebungsverlauf wegen des plastischen Verhaltens stark nichtlinear ist. Die Schädigung d_{2+} , die durch die hohe Normalspannung σ_{22} initiiert wird, geht von dem Loch aus. Diese Schädigung tritt schon bei einer niedrigen Belastung auf und die Lokalisierungszone der akkumulierten Matrixschädigung d_{2+} breitet sich mit der Steigerung der Belastung in der sogenannten x-Zone aus. In dem nächsten Diagramm (siehe Abb. 8.27.) wird die Entwicklung dieser Schädigung für die $+45^\circ$ Schicht veranschaulicht.



. Abb. 8.27.: Kraft-Verschiebungsdiagramm mit der Schädigungsentwicklung (Schädigungsvariable d_{+2}) für den Matrixbruch infolge Zugbeanspruchung für die Schicht $\psi = +45^\circ$

Es ist ersichtlich, dass die Schädigung parallel zu den Fasern zustande kommt. Dies gilt in gleicher Weise für die -45° Schicht. In der Abbildung 8.28 wird die Verteilung der akkumulierten Matrixschädigung d_{2+} der „built-in“ VUMAT mit der Verteilung der akkumulierten Matrixschädigung ξ_2 des Modells von Flatscher verglichen. Das Modell von Flatscher liefert eine unsymmetrische Verteilung für die beiden Schichten. Das Ergebnis der „built-in“ VUMAT entspricht diesem Verhalten, aber die Ausbreitung der beschädigten Zone ist größer. Dies kann dadurch erläutert werden, dass das Ergebnis von „built-in“ VUMAT bei einer höheren Belastung ermittelt wurde. Der Grund liegt darin, dass die Ausbreitung der beschädigten Zone anhand der „built-

in“ VUMAT bei dem gleichen Belastungsgrad kleiner ist als jene anhand des Modells von Flatscher. Das heißt, die Matrixschädigung breitet sich aufgrund der „built-in“ VUMAT nur bei einem höheren Belastungsgrad aus.

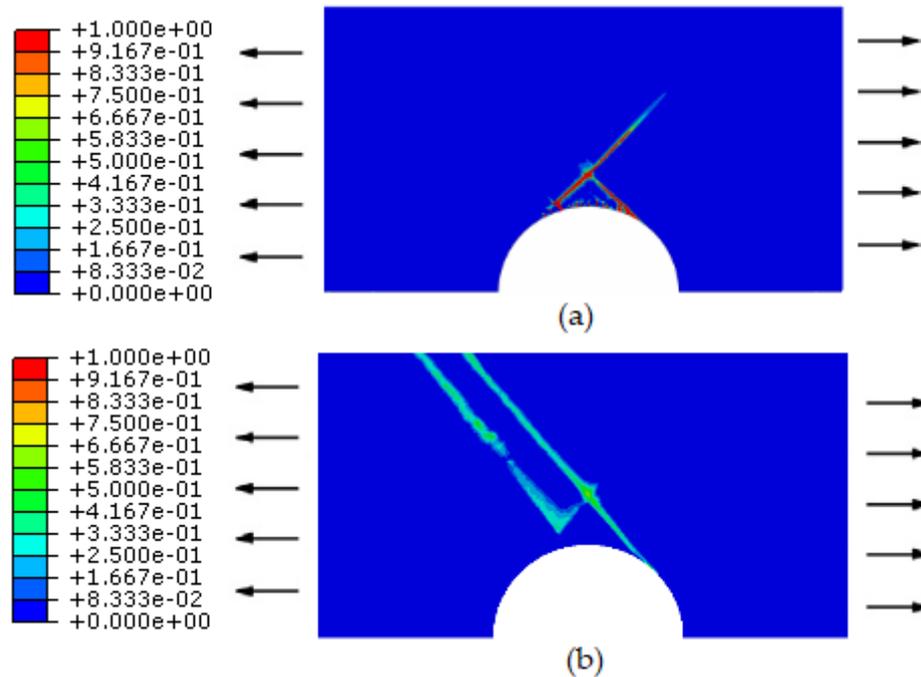


Abb. 8.28.: Die akkumulierte Matrixschädigung in der 45° Schicht anhand (a) des Modells von Flatscher [20] ξ_2 bei $F = 9$ [kN] [20] und (b) der „built-in“ VUMATs d_{2+} bei der äußeren Zugkraft $F = 9,7$ [kN]

Die Schädigung geht also von dem Rand des Loches aus. Es handelt sich um eine matrixdominierte Schädigung, die in erster Linie von der Normalspannung σ_{22} und der Schubspannung σ_{12} initiiert wird. Deshalb empfiehlt es sich den Normalspannungs- und Schubspannungsverlauf bei steigender Belastung entlang einer Linie in der geschädigten Zone zu ermitteln. Aufgrund dieser Diagrammen (siehe Abb. 8.29 und 8.30) kann man das Folgende feststellen. Einerseits wird zuerst die transversale Zugfestigkeit erreicht. Bei weiterer Steigerung der Belastung wird die transversale Zugfestigkeit degradiert, aber diese Degradation führt nicht zum Versagen des Laminates. Das totale Versagen wird durch die zu hohe Schubspannung verursacht. In der x-förmigen Zone nimmt die Schubspannung nahezu einen konstanten Wert an. Bei einer bestimmten Zugkraft $F = 9,7$ [kN] wird die Schubfestigkeit erreicht und das Laminat versagt infolge der Schubschädigung in der x-förmigen Zone. Diese Versagensform läuft gleichzeitig in den beiden Schichten symmetrisch in Bezug auf die y-Achse ab.

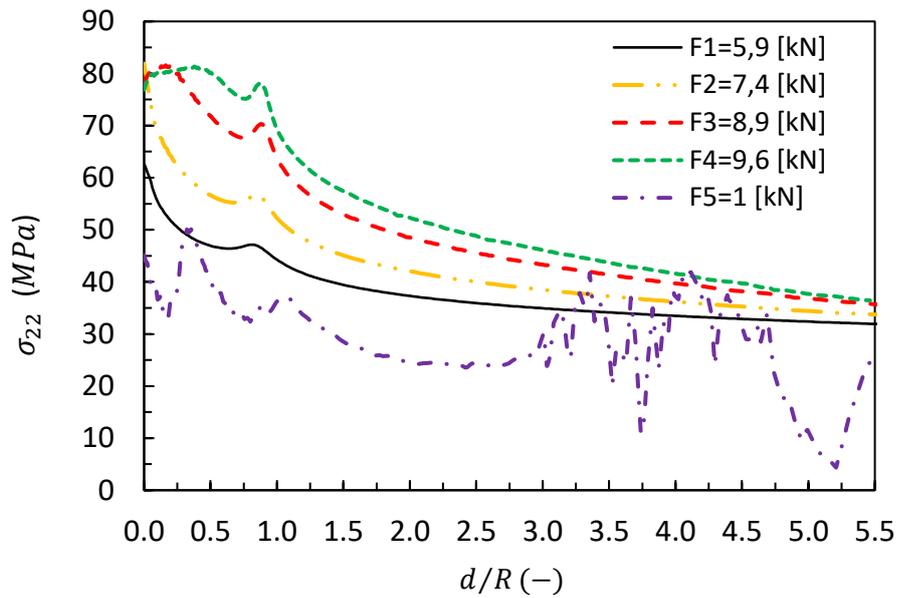


Abb. 8.29.: Verlauf der Normalspannung σ_{22} entlang einer Linie in der beschädigten, x-förmigen Zone bei verschiedenen Belastungen

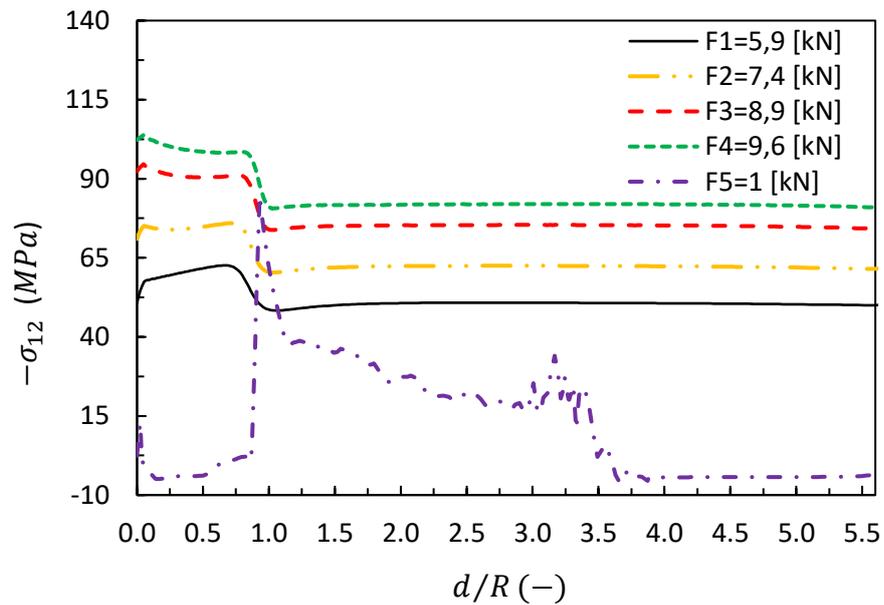


Abb. 8.30.: Verlauf der Schubspannung σ_{12} entlang einer Linie in der beschädigten, x-förmigen Zone bei verschiedenen Belastungen

Beim $[0/90]_s$ Laminataufbau wurde das Puck'sche Kriterium dafür verwendet um den Eintritt der Matrixschädigung unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen

der Normal- σ_{22} und Schubspannung σ_{12} zu bestimmen. Es wurde gezeigt, dass das Laminat $[-45/45]_s$ ebenfalls infolge der Matrixschädigung versagt. Die Schädigung tritt bei der Belastung $F = 7,4 [kN]$ in Form der Degradation der transversalen Zugfestigkeit der Schicht ein. Unter Verwendung des Python Skripts wird untersucht, ob das Puck'sche Kriterium bei diesem Belastungsgrad erfüllt wird. Dazu wird der Faktor der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ über dem Winkel φ aufgetragen (siehe Abb. 8.31). Man sieht, dass der Faktor der Matrixanstrengung schon bei der Zugkraft $F_1 = 5,9 [kN]$ den Wert Eins erreicht hat. Das heißt, die Schädigung tritt aufgrund des Puck'schen Kriteriums bei einem niedrigen Belastungsniveau auf.

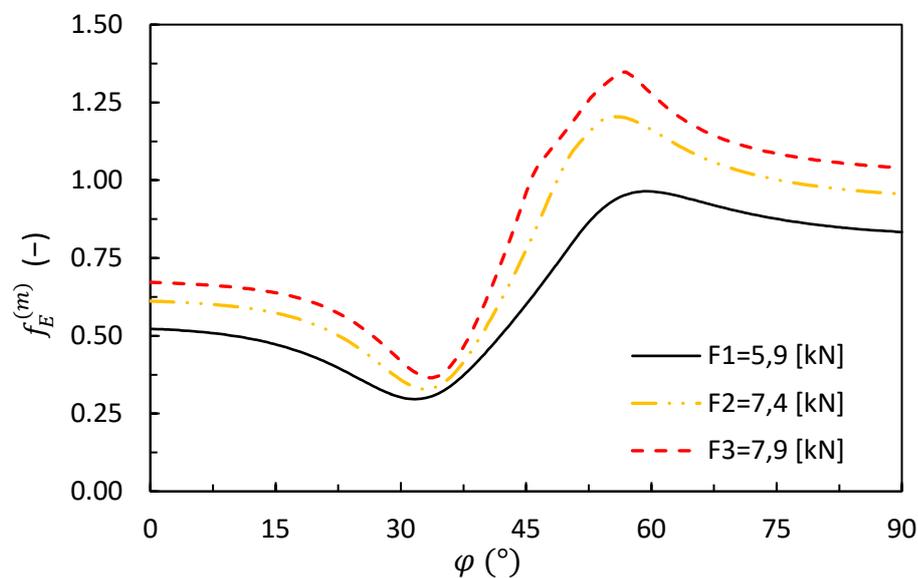


Abb. 8.31.: Faktor der Matrixanstrengung $f_E^{(m)}$ über dem Winkel φ aufgetragen

Eine ähnliche Untersuchung ermöglicht die Darstellung der Spannungen σ_{12} und σ_{22} in Kombination mit der 2D Puck'schen Schadensfläche (siehe Abb. 8.29.). In dem Diagramm wird der Spannungszustand der Schädigungsinitiierung eingezeichnet. Dieser Spannungszustand zeigt, dass die Schädigung infolge der Normalspannung σ_{22} hervorgerufen wird. Trotzdem wird das Versagen des Laminates im Endeffekt nicht von der Normalspannung σ_{22} , sondern von der Schubspannung σ_{12} verursacht.

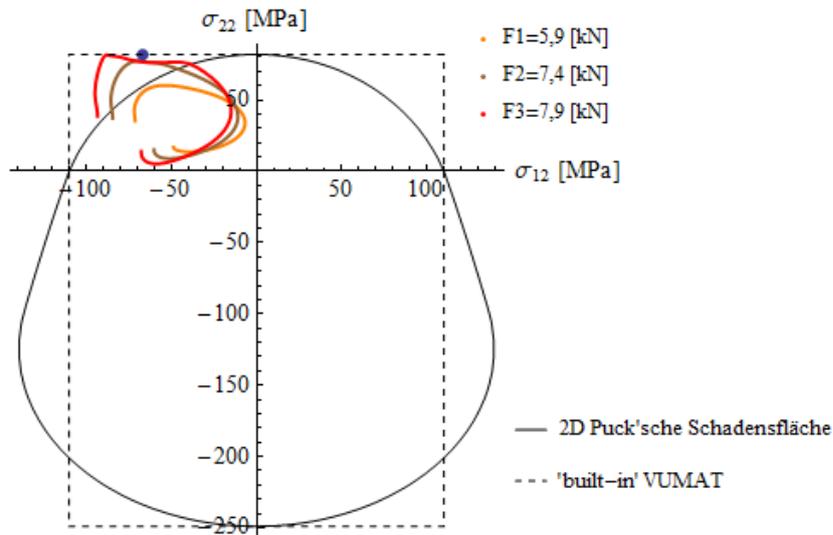


Abb. 8.29.: Kurven der Spannungszustände $\sigma_{22} - \sigma_{12}$ in Kombination mit der 2D-Puck'schen Schadensfläche bei $\sigma_{11} = 0$

Um den Einfluss der Normalspannung σ_{11} prüfen zu können, werden die Kurven der Spannungszustände entlang des Loches in dem dreidimensionalen Spannungsraum dargestellt. In Kombination mit der 3D Puck'schen Schadensfläche kann man feststellen, dass die Normalspannung σ_{11} die Matrixschädigung bei diesem Laminataufbau nicht beeinflusst (siehe Abb. 8.30.).

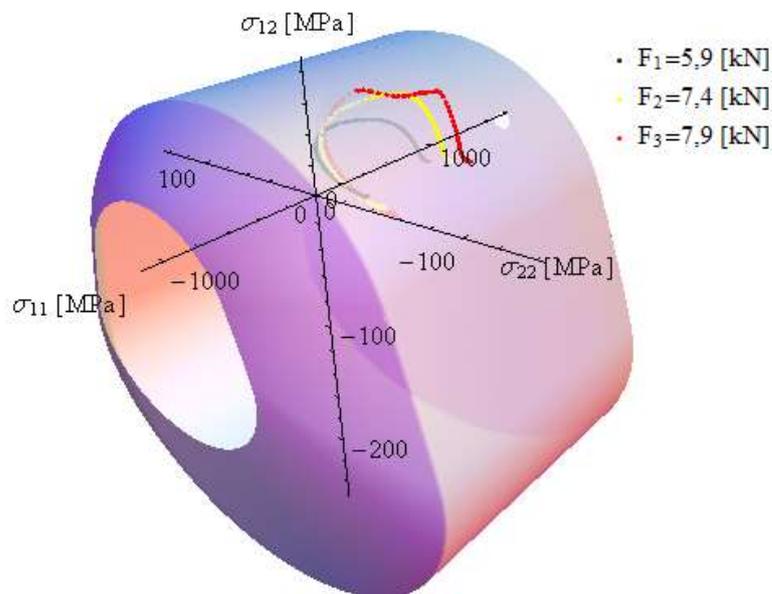


Abb. 8.30.: Spannungszustände entlang des Randes des Loches in dem dreidimensionalen Spannungsraum in Kombination mit der 3D Puck'schen Schadensfläche

Als nächster Schritt werden die Verzerrungsfelder ε_{xx} und ε_{yy} untersucht (siehe Abb. 8.31. und 8.32.), für die experimentellen Ergebnisse zur Verfügung stehen. Die Verzerrungsfelder der einzelnen Schichten werden nicht getrennt gezeigt, weil das verwendete photogrammetrische Verfahren nur die Verzerrungsverteilung der oberen Schicht erfassen kann. Darüber hinaus liefern die numerischen Lösungen für die beiden Schichten die gleiche Verzerrungsverteilung. Der Vergleich der Ergebnisse der „built-in“ VUMAT mit denen des Modells von Flatscher und des Experimentes zeigt, dass das Modell von Abaqus die Realität sehr gut annähert. Zusammenfassend kann man sagen, dass der „built-in“ VUMAT für diesen Laminataufbau die wichtigsten Mechanismen gut erfasst.

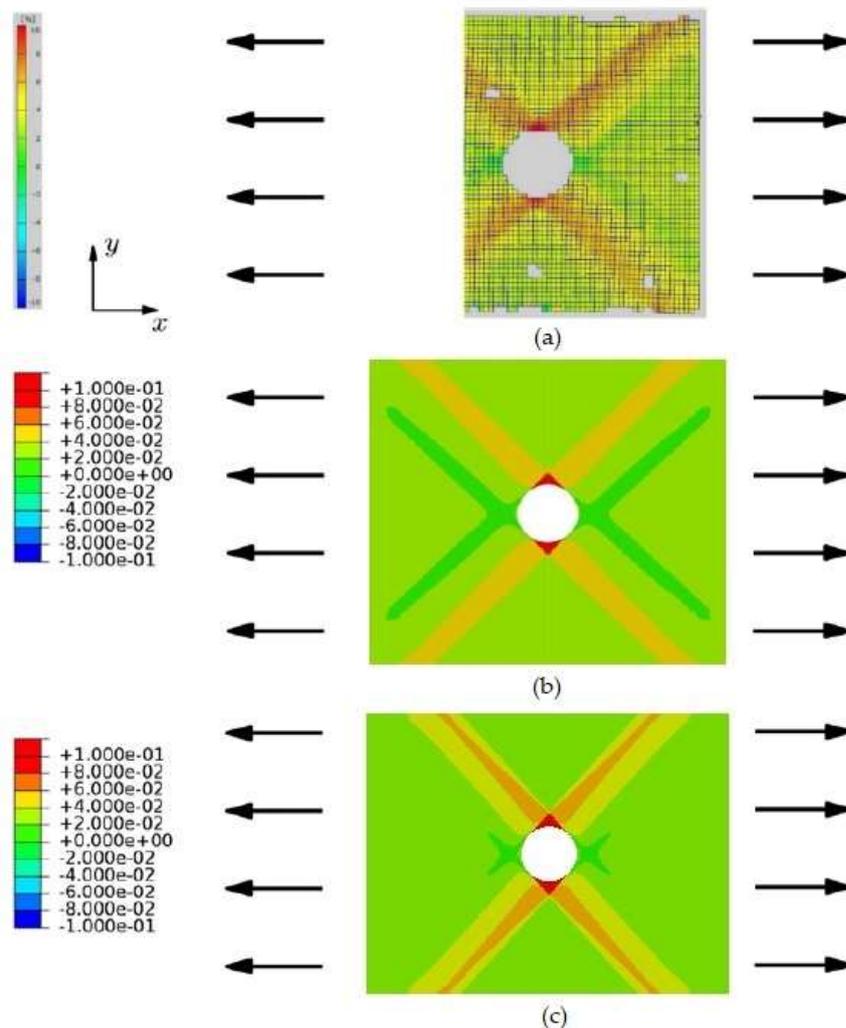


Abb. 8.31.: Verteilung der Verzerrung ε_{xx} für das Laminat $[-45/45]_s$ unter Zugbeanspruchung
 (a) Experiment [2] (b) Flatscher [2] (c) „built-in“ VUMAT

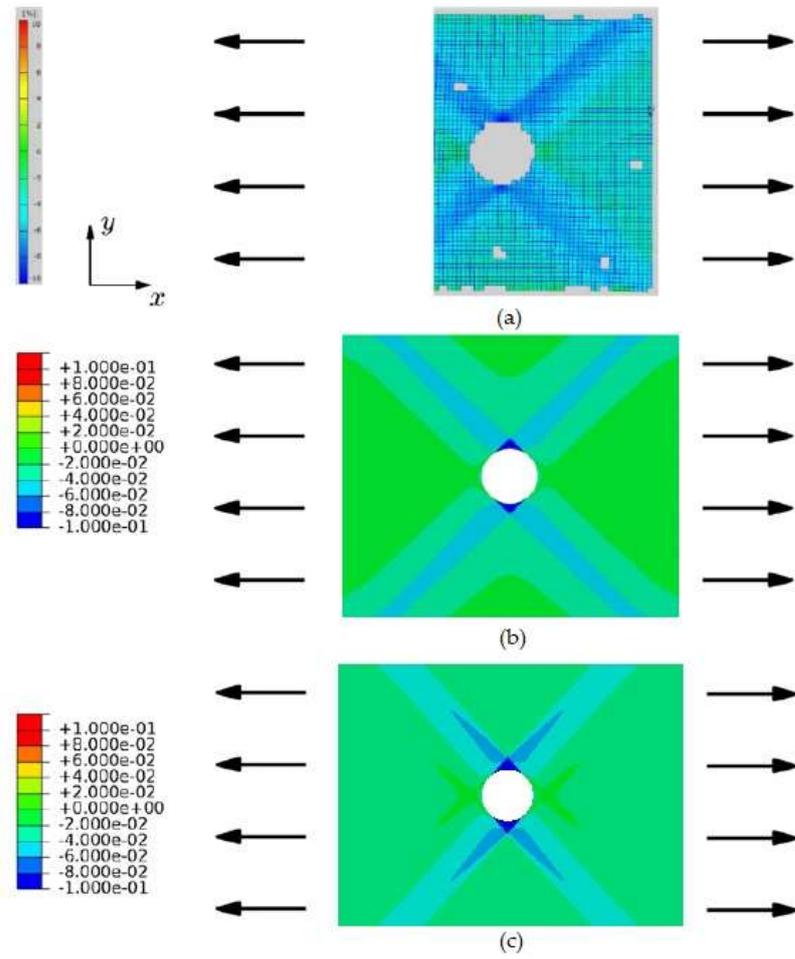


Abb. 8.32.: Verteilung der Verzerrung ε_{yy} für das Laminat $[-45/45]_s$ unter Zugbeanspruchung
 (a) Experiment [2] (b) Flatscher [2] (c) "built-in" VUMAT

8.3 Ergebnisse für das $[0/-45/90/+45]_s$ Laminat

Das vorhergesagte Verhalten dieses quasi-isotropen Laminates ist ganz anderes als das der vorher untersuchten Laminare. Während der Belastung eines solchen Laminates treten verschiedene nichtlineare Mechanismen innerhalb der Schichten auf.

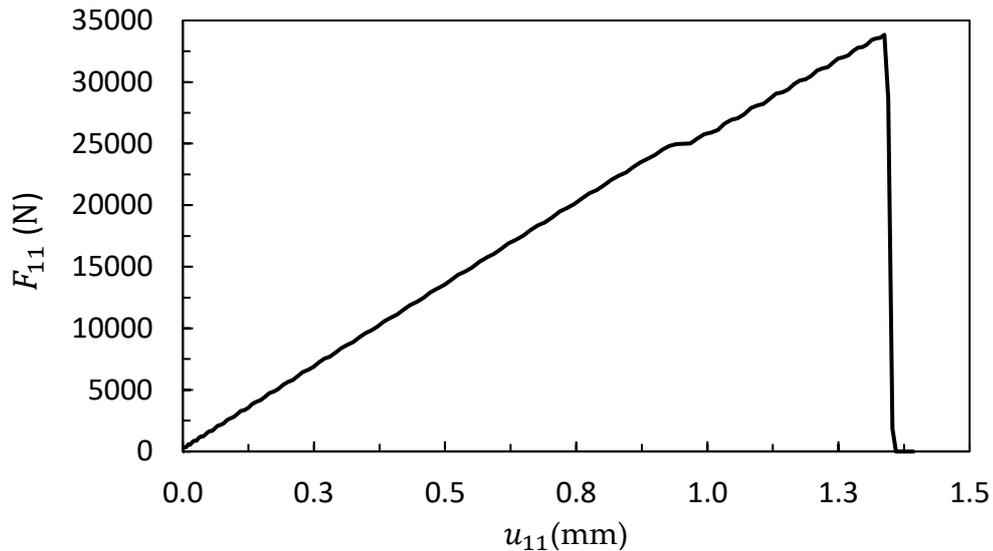


Abb. 8.33.: Kraft-Verschiebungsdiagramm für das Laminat $[0/-45/90/+45]_s$

Der Kraft-Verschiebungsverlauf ist allerdings bis Erreichen der Tragfähigkeitsgrenze linear, obwohl die Simulation ein stark nichtlineares Verhalten der einzelnen Schichten zeigt (siehe Abb. 8.33.). Zur Modellierung des Laminates wird das gleiche FE-Netz für jede Schicht verwendet wie für das Laminat $[-45/45]_s$ (siehe Abb. 8.25.). Leider stehen keine experimentellen Ergebnisse für das Verzerrungsfeld dieses Laminates zur Verfügung. In dem Artikel von Hallet [24] wurden Experimente an einem ähnlichen Laminat $[0/-45/90/+45]_s$ ausgeführt, und diese haben gezeigt, dass die Größe und die Reihenfolge der Schichten einen großen Einfluss auf das Versagensverhalten haben. Im Rahmen dieser Experimente wurden die Verhältnisse $l/r = 20$ und $w/r = 5$ eingehalten, nur die absoluten Abmessungen und die Reihenfolge der Schichten wurden geändert. Die Ergebnisse werden in der Abbildung 8.34. veranschaulicht.



Abb. 8.34.: Diverse Versagensformen des Laminates $[0/-45/90/+45]_s$ [21]

Trotzdem stehen keine experimentellen Ergebnisse zur Verfügung, um diese mit den Simulationen zu vergleichen. Das Ergebnis der FE-Analyse zeigt, dass die plastischen Verzerrungen zuerst in den Schichten $\psi = +45^\circ$ und $\psi = -45^\circ$ auftreten. Beim Modell von Flatscher erscheint die matrixdominierende Schädigung d_{2+} zuerst in der Schichten $\psi = 90^\circ$ und $\psi = -45^\circ$. Dieses Versagen wird ebenfalls von der „built-in“ VUMAT gut vorhergesagt. Daneben tritt Faserschädigung d_{1+} in der 0° Schicht bei einer höheren Beanspruchung in beiden Modellen auf. Zusammenfassend kann man sagen, dass das Laminat infolge des Faserbruches in der 0° Schicht versagt. Es handelt sich wieder um ein instabiles Risswachstum.

Wenn man die Verteilungen des Verzerrungsfeldes (siehe Abb. 8.35. und 8.36.) anhand der zwei verschiedenen Konstitutivgesetze miteinander vergleicht, sieht man sofort erhebliche Unterschiede, insbesondere bei den Schubverzerrungen.

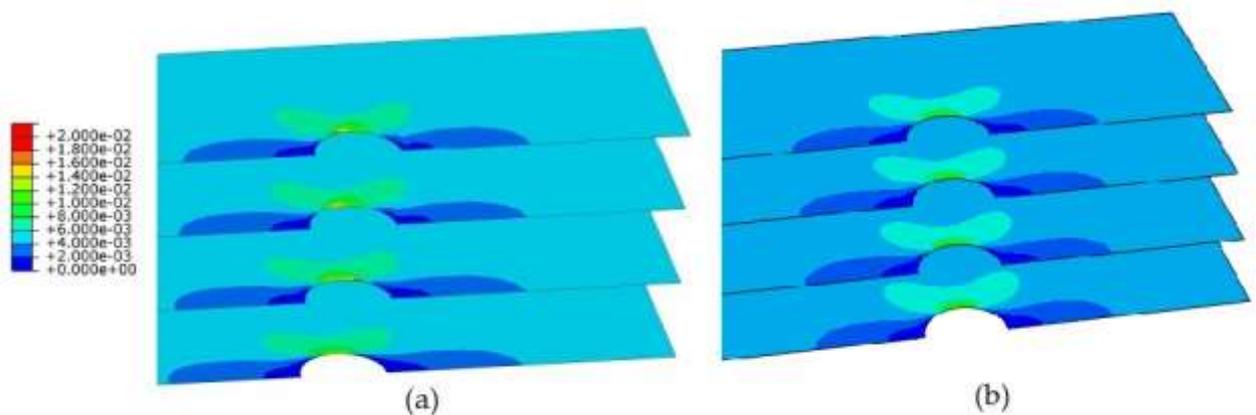


Abb. 8.35.: Verteilung der Normalverzerrung ε_{xx} für die einzelnen Schichten des Laminates $[0/-45/90/+45]_s$
(Reihenfolge der Schichten von oben nach unten: $\psi = 0^\circ, -45^\circ, 90^\circ$ und $+45^\circ$)

(a) Flatscher [17] (b) "built-in" VUMAT

Die Abweichung kann dadurch erklärt werden, dass das Interface-Versagen zwischen den einzelnen Schichten bei dem Modell von Flatscher mit Hilfe von kohäsiven

Elemente berücksichtigt wurde [17]. Im Gegensatz dazu, wurde das Interface bei der „built-in“ VUMAT perfekt modelliert.

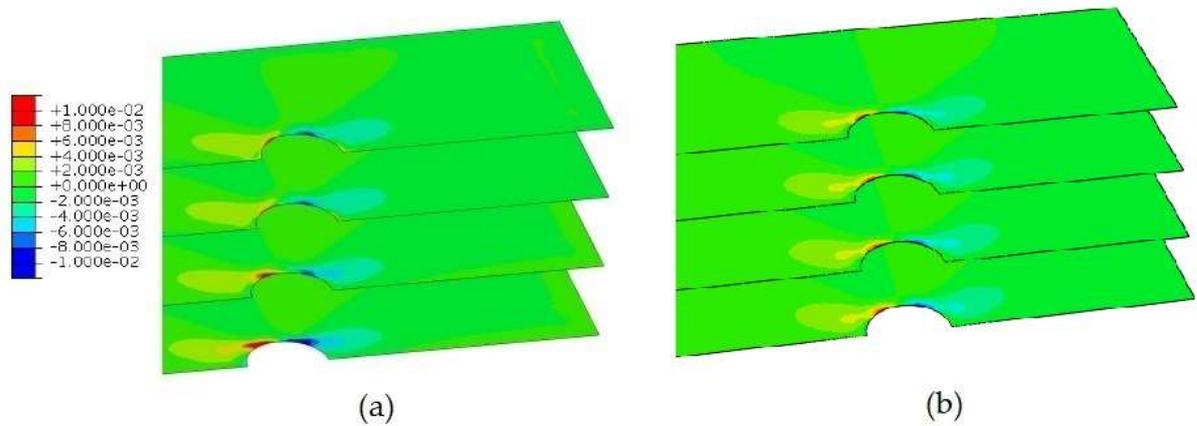


Abb. 8.36.: Verteilung der Schubverzerrung ε_{xy} für die einzelnen Schichten des Laminates $[0/-45/90/+45]_s$ (Reihenfolge der Schichten von oben nach unten: $\psi = 0^\circ, -45^\circ, 90^\circ$ und $+45^\circ$)
(a) Flatscher [17] (b) "built-in" VUMAT

Am Ende wird das Versagen des Laminates näher untersucht. Dazu werden die Verteilung der Schädigungsvariablen knapp vor dem Erreichen der Tragfähigkeitsgrenze betrachtet. Diese Verteilungen werden in der Abb. 8.17. veranschaulicht. Man sieht, dass die gleichen Versagensmechanismen wie bei den Laminaten $[-45/45]_s$ und $[0/90]_s$ aktiviert werden. Der Hauptgrund des Versagens ist der Durchbruch der Schicht $\psi = 0^\circ$. In den Schichten $\psi = +45^\circ$ und $\psi = -45^\circ$ bildet sich eine x-förmige, plastische Zone aus. In dieser Zone tritt die Matrixschädigung d_{2+} infolge der zu hohen Normalspannung σ_{22} auf. Die 90° Schicht wird infolge der Querbeanspruchung, die vom Unterschied zwischen ν_{12} und ν_{21} resultiert wird, voll degradiert. Das totale Versagen des Laminates wird jedoch durch den Bruch der 0° Schicht verursacht.

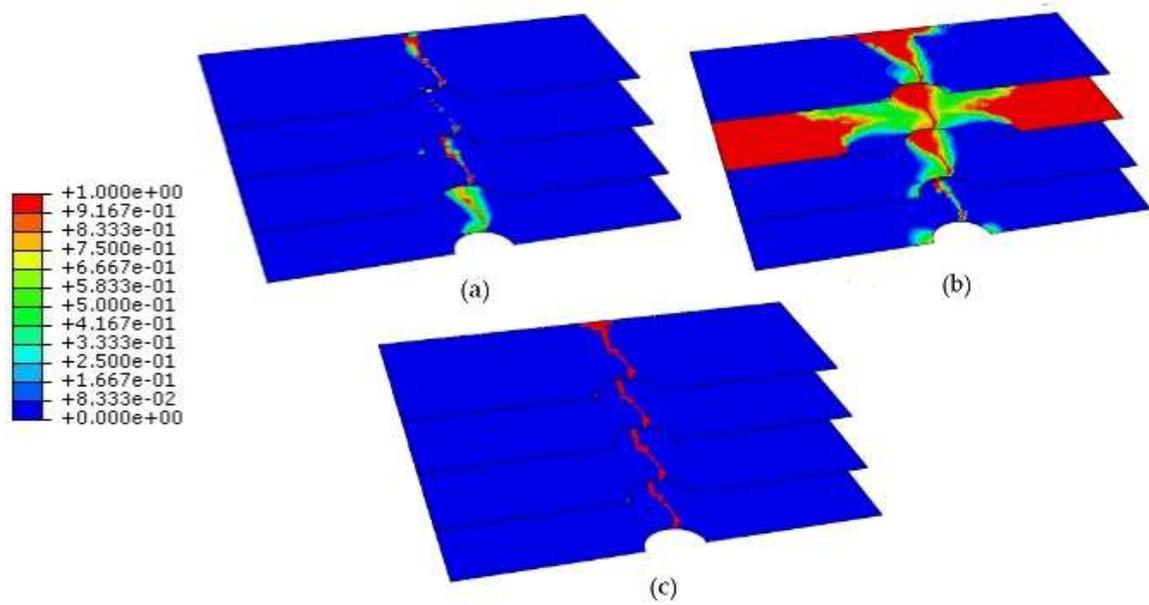


Abb. 8.37.: Verteilung der Schädigungsvariablen für die einzelnen Schichten des Laminates $[0/-45/90/+45]_s$
 (a) Faserschädigung infolge Zugbeanspruchung - d_{1+} (b) Matrixschädigung infolge Zugbeanspruchung - d_{2+}
 (c) Schädigung infolge Schubbeanspruchung - d_{12}

9. ZUSAMMENFASSUNG

Diese Arbeit beschäftigte sich mit dem Vergleich zwei verschiedener Konstitutivgesetze, die zur Finite Elemente Simulation eines UD-Laminates dienen. Eines dieser Materialmodelle wurde von Thomas Flatscher am Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien entwickelt. Das andere Modell, die sogenannte „built-in“ VUMAT, steht kommerziell im Programm Abaqus/Explizit zur Verfügung. Das Ziel der vorliegenden Arbeit war die Abweichungen zwischen den zwei Materialgesetzen festzustellen und die Quelle dieser Abweichungen mithilfe des FEM-Solvers Abaqus/Explizit zu bestimmen.

Die Untersuchung erfolgte anhand der Simulation eines einachsigen Zugversuches einer Lochplatte, die aus einem faserverstärkten Kunststoff hergestellt wurde. Dieser Versuch wurde von Flatscher [2] auch experimentell im Laboratorium ausgeführt. Die Ergebnisse dieses Experimentes wurden zur Kontrolle der Lösung der FE-Analyse verwendet. Die Ergebnisse der Simulation mit dem Modell von Flatscher wurden aus der Dissertation von Flatscher [1] und der Diplomarbeit [17] von Borger genommen. Zur Simulation kommt das FEM-Solver Abaqus/Explizit zum Einsatz. Das Problem wurde als ein quasi-statisches Problem behandelt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde drei verschiedene Laminataufbauten untersucht, die die Erfassung der Differenzen zwischen den zwei Modellen ermöglicht.

Zuerst wurde das Laminat $[0/90]_s$ näher betrachtet. Die Ergebnisse der FE-Analyse unter Verwendung der zwei verschiedenen Materialmodelle haben fundamentale Unterschiede in der Modellierung der Versagensform des Laminates gezeigt. Sowohl das Modell von Thomas Flatscher als auch das Experiment lieferten das gleiche Ergebnis. Das Laminat zerbricht entlang einer Linie, die parallel zur Belastungsrichtung liegt. Die „built-in“ VUMAT sagte ein ganz anderes Versagensverhalten vorher. Unter Verwendung dieses Modells bricht das Laminat in der Symmetrieebene senkrecht zur Belastungsrichtung durch. Mehrere Simulationen wurden mit modifizierten Materialdaten durchgeführt, um die möglichen Quellen dieses Unterschieds zu erkennen. Die Konklusion war es, dass die zwei Konstitutivgesetze der Schädigungsinitiierung verschiedene Kriterien zuordnen. Aufgrund der „built-in“ VUMAT tritt Schädigung ein, wenn eine der Spannungen die Festigkeitsgrenze erreicht. Im Gegensatz zum Modell von T. Flatscher berücksichtigt

das Materialmodell von Abaqus die Interaktion zwischen den einzelnen Spannungen nicht.

Der Schädigungsprozess des Laminates $[-45/+45]_s$ ist unter Verwendung beider Modelle in gleicher Weise abgelaufen. Die Schädigung d_{2+} tritt infolge der Normalspannung σ_{22} in einer x-förmigen Zonen auf. Das Versagen des Laminates wird jedoch im Endeffekt durch die zu hohe Schubspannung verursacht. Der Einfluss der Normalspannung σ_{22} blieb niedrig. Deshalb ergab sich bei diesem Laminataufbau kein wesentlicher Unterschied zwischen den Ergebnissen der Konstitutivgesetzen. Dieses Verhalten wurde von Experiment bestätigt.

Am Ende wurde das Laminat $[0/-45/90/+45]_s$ dem einachsigen Zugversuch untergeworfen. Für diesen Aufbau stehen leider keine experimentellen Ergebnisse zur Verfügung. Das Modell von Flatscher wurde in Kombination mit kohäsiven Elemente, die zur Modellierung der Schichtinterface dienen, verwendet. Die Simulation mit der „built-in“ VUMAT berücksichtigte den Einfluss des Interfaces nicht. Dies führte schon zu Unterschieden zwischen den zwei Modellen. Darüber hinaus treten die gleichen Phänomene auf, die bei den vorherigen zwei Laminataufbauten beobachtet wurden.

Zusammenfassend können die folgenden Konklusionen gezogen werden. Die Ergebnisse der Experimente haben gezeigt, dass das Modell von Thomas Flatscher die Realität sehr gut annähert. Bei der „built-in“ VUMAT ergibt sich die Fehler aus dem unterschiedlichen Schädigungsinitiierungskriterium. Dieses Modell berücksichtigt die Interaktion der einzelnen Spannungen nicht. Demzufolge simuliert die „built-in“ VUMAT das Versagen des Laminates $[0/90]_s$ fehlerbehaftet, weil sowohl die Normalspannungen σ_{11} und σ_{22} als auch die Schubspannung σ_{12} vor dem Versagen in der Nähe der Festigkeitsgrenze liegen. In diesem Fall spielt die Interaktion der Spannungen in Bezug auf die Schädigungsinitiierung eine entscheidende Rolle. Im Fall des Laminates $[-45/+45]_s$ wird das Versagen hauptsächlich durch die Schubspannungen verursacht. Die Normalspannungen sind niedrig, deshalb ist die Interaktion nicht von wesentlicher Bedeutung. Dies resultiert unter Verwendung beider Materialgesetze die gleiche Versagensform.

10. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Th. Flatscher. *A constitutive model for the elasto-plasto-damage ply behavior in laminated FRP Composites: Its development, Implementation and Application in FEM simulation Dissertation*. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien. 2010
- [2] Th. Flatscher, M. Wolfahrt, G. Pinter, H.E. Pettermann *Simulations and experiments of open hole tension tests – Assessment of intra-ply plasticity, damage, and localization*. Composites Science and Technology. 72.10 (2012):1090-1095.
- [3] M. M. Schasching. *Finite Elemente Simulation einer Composite-Struktur-Interaktion von Schichtschädigung und Delamination. Diplomarbeit*. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2017.
- [4] A. Salcher. *FEM-Auslegung einer Kohlefaser-Geflechtstruktur. Diplomarbeit*. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien. 2015
- [5] C. Schuecker. *Mechanised based modeling of damage and failure in fiber reinforced polymer laminates. Dissertation*. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien. 2005
- [6] H. Schürmann. *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. VDI-Buch. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Berlin. Heidelberg. 2. bearbeitete und erweiterte auflage edition. 2007.
- [7] Z. Hashin. *Fatigue failure criteria for unidirectional fiber composites*. ASME. Transactions. Journal of Applied Mechanics 48 (1981): 846-852.
- [8] M. Hinton, A. S. Kaddour, P. D. Soden. *Failure Criteria in Fiber-Reinforced-Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise*. Elsevier Science & Technology Books, 2004
- [9] M. Schwab. *Prediction of energy dissipation due to material nonlinearities and its application to textile composites*. Diplomarbeit. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien. 2013
- [10] L. M. Kachanov. *Time of the Rupture Process under Creep Conditions*. Izy Akad. Nank SSR Otd Tech Nauk 8 (1958): 26-31.

- [11] J.N. Rabotnov. *Creep Problems in Structural Members*, volume 7 of North Holland series in Applied Mathematics and Mechanics. North-Holland, Amsterdam, Netherlands, 1969.
- [12] Chaboche, Jean-Louis. *Continuum damage mechanics: Part I—Damage growth, crack initiation, and crack growth*. Journal of applied mechanics 55.1 (1988): 55-64.
- [13] L. Kärger. *Strukturberechnung von Faserverbundlaminate*. Vorlesungspräsentation. Institut Fahrzeugsystemtechnik (FAST), Teilinstitut für Leichtbautechnologie. Karlsruher Institut für Technologie. 2017
- [14] C. Schuecker, H. E. Pettermann. *Fiber reinforced laminates: progressive damage modeling based on failure mechanisms*. Archives of Computational Methods in Engineering 15.2 (2008): 163-184.
- [15] A. Johnson. *Modelling fabric reinforced composites under impact loads*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 32(9):1197-1206. 2001.
- [16] Th. Flatscher, H.E. Pettermann. *A constitutive model for fiber-reinforced polymer plies accounting for plasticity and brittle damage including softening – Implementation for implicit FEM*. Composite Structures 93 (2011) 2241–2249
- [17] J. Borger. *Adaptation of an Elasto-Plasto-Damage Model from Abaqus/Standard to Abaqus/Explicit and its Application to Laminated FRP Composites*. Diplomarbeit. Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien. 2014
- [18] *VUMAT for Fabric Reinforced Composites, SIMULIA Answer 3749*. Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2013
- [19] *Abaqus Analysis User's Guide*. Version 6.13. Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2013
- [20] A. S. Kaddour, M. J. Hinton, S. Li, P. Smith. *Instructions to contributors of the third world-wide failure exercise (WWFE-III): Part A*. Composites Science and Technology. 2008

[21] S. R. Hallett, B. G. Green, W. G. Jiang, M. R. Wisnom. *An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites*. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 40(5) (2009): 613-624.