



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

Diplomarbeit

Finite Elemente Simulationen einer Composite-Geflechtstruktur

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines

Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Heinz Pettermann

(E317 Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Bereich: Leichtbau)

Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Jan Kaul

(E317 Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Bereich: Leichtbau)

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Borisz Jordanov, BSc.

e1634374 (E 066 445)

Hütteldorfer Straße 150/2/8

1140 Wien

Wien, im August 2019

Borisz Jordanov



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung

Diplomarbeit

nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

Ich erkläre weiters Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, genannt habe.

Weiters erkläre ich, dass ich dieses Diplomarbeitsthema bisher weder im In- noch Ausland (einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, im August 2019

Borisz Jordanov, BSc.

Kurzfassung

Das Thema der vorliegenden Diplomarbeit befasst sich mit der Finite-Elemente-Simulation eines Gewebelaminates, das eine Variante von faserverstärkten Kunststoffen (FVK) ist. Da dieser Materialtyp heutzutage schon weitverbreitet angewandt wird, ist die Untersuchung des Verhaltens der FVK ausschlaggebend.

Das in das kommerzielle Finite-Elemente-Programm Abaqus integrierte Materialmodell Abq-Ply-Fabric ist für die Berechnung von Gewebelaminaten mit homogenisierten Schichten geeignet. Dennoch ist es wichtig, zur ausführlichen Untersuchung von geflochtenen Strukturen eine detaillierte Gewebestruktur zu simulieren. Das Ziel dieser Arbeit ist die folgende Frage zu beantworten.

Kann man Abaqus/Explicit mit dem Materialmodell Abq-Ply-Fabric zur Berechnung einer Composite-Geflechtstruktur mit Plastizität verwenden? Die Struktur ist detailliert modelliert, also betrachtet man die einzelnen Faserbündel und Matrixtaschen aufgrund der mesoskopischen Skalenlänge. Die Faserbündel werden als transversal isotrope unidirektionalen Schichten (UD-Schichten) mit Schädigung und Plastizität unter der Verwendung von Abq-Ply-Fabric, und die Matrixtaschen als isotropes Material mit Drucker-Prager Plastizität modelliert.

Das elasto-plastische Versagen von FVK dient als Grundbasis zum Verständnis des Verhaltens der faserverstärkten UD-Schichten. Die Schädigungsmechanik gibt Information über das Verhalten nach der Schädigungsinitiierung. Die Finite Elemente Simulationen sind geeignet, das Verhalten des Gewebes sichtbarer bzw. besser auswertbar darzustellen als mit einem Versuch in der Realität. Das Letztere ist kaum oder gar nicht möglich aufgrund der komplexen Struktur der faserverstärkten Kunststoffe. Das Materialmodell Abq-Ply-Fabric bringt die Verwendung der expliziten Zeitintegration von Abaqus/Explicit mit sich. Um eine kleinere Rechenzeit zu erhalten, kommt die Massenskalierung zum Einsatz. Die Simulationen wurden mittels Abaqus/Explicit 2018 (*Dassault Systemes SIMULIA Corp. 1301 Atwood Avenue, Suite 101W Johnston, RI 02919, USA*) durchgeführt.

Mit den Ergebnissen kann man feststellen, dass das Materialmodell Abq-Ply-Fabric das richtige Verhalten der detaillierten Composite-Geflechtstruktur - aus einzelnen UD-Faserbündeln und Matrixtaschen - darstellen kann. Dies bedeutet, dass die Gewebestrukturen genauer bestimmt und dementsprechend effizienter an die Anforderungen angepasst werden können.

Abstract

The topic of this diploma thesis deals with the finite element simulation of a fabric laminate, which is a variant of fiber reinforced polymers (FRP). Since this type of material is already widely used today, the examination of the behavior of the FRP is crucial.

The material model Abq-Ply-Fabric, which is built in the commercial finite element program Abaqus, is suitable for laminates with homogenized fabric plies. Nevertheless, the simulation of a detailed fabric structure is important to be able to study the behavior of the fabric laminates more extensively. The aim of this thesis is to answer the following question. ***Can Abaqus/Explicit be used with the material model Abq-Ply-Fabric for the calculation of a composite braid structure in consideration of plasticity?*** The structure is modeled in detail, so the individual fiber bundles (tows) and matrix pockets are considered, which represents mesoscopic length scale. The fiber bundles are modelled as transversally isotropic unidirectional layers (UD layers) with damage using Abq-Ply-Fabric, and the matrix pockets as isotropic material with Drucker-Prager plasticity.

The elasto-plastic failure modes of the FRP serve as a basic element for understanding the behavior of the fiber-reinforced UD layers. The damage mechanics gives information about the behavior after the damage initiation. The finite element simulations are suitable for visualizing the behavior of the fabric structure, which is hardly or not at all possible with a test in reality because of the complex structure of the fiber reinforced plastics (FRP). The material model Abq-Ply-Fabric implies the use of explicit time integration of Abaqus/Explicit. In order to obtain a smaller computing time, mass scaling is used. The simulations were performed using Abaqus 2018 (*Dassault Systemes SIMULIA Corp. 1301 Atwood Avenue, Suite 101W Johnston, RI 02919, USA*).

According to the results, it can be concluded, that the material model Abq-Ply-Fabric predicts the correct behavior of the detailed composite braid structure consisting of individual tows and matrix pockets. This means that the fabric structures can be more accurately calculated and more efficiently adapted to the requirements.

Abkürzungsverzeichnis

bzw.	beziehungsweise
d.h.	das heißt
sec	Sekunde
h	Stunde
max.	maximal
sh.	siehe
Nr.	Nummer
z. B.	zum Beispiel
FVK	faserverstärkte Kunststoffe
FEM	Finite Elemente Methode
FPP	First Ply Failure
UD	unidirektional
x-y-z	globales Koordinatensystem des Laminates
1-2-3 / l-q-t	lokales Koordinatensystem der UD-Schichten

Die Laminare sind aus mehreren Schichten aufgebaut, die unterschiedliche Faserrichtungen bzw. Orientierungen in der Laminatstruktur besitzen. Aus diesem Grund definiert man ein globales Koordinatensystem für das Laminat und ein lokales für die einzelnen Schichten. Der Übergang zwischen den zwei Koordinatensystemen erfolgt durch Transformation mittels eines Drehwinkels. Dieser Winkel ist zwischen der globalen x-Achse und der lokalen in Faserrichtung stehenden Achse 1 definiert. Die Achsen einer Einzelschicht oder UD-Schicht bzw. der dazugehörige Drehwinkel sind in der *Abbildung 1* dargestellt. In Faserrichtung steht die Achse 1 (longitudinal), senkrecht zur Faserrichtung die Achse 2 (quer) und senkrecht auf der UD-Schicht die Achse 3 (transversal).

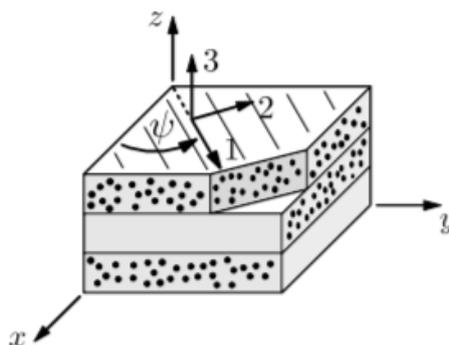


Abbildung 1: Definition der lokalen Achsen und des Drehwinkels einer UD-Schicht [12]

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	VII
1 Einleitung	11
2 Faserverstärkte Kunststoffe.....	15
2.1 Aufbau und mechanische Eigenschaften der Lamine	15
2.2 Versagensmodi der UD-Schichten.....	20
2.3 Versagenskriterien und First Ply Failure	23
3 Schädigungsmechanik.....	27
4 Materialmodell - Abq-Ply-Fabric.....	31
4.1 Elastisches Modellverhalten	32
4.2 Modellverhalten unter Normalbeanspruchung	33
4.3 Modellverhalten unter Schubbeanspruchung.....	35
5 Abaqus/Explicit.....	37
5.1 Explizite Zeitintegration	37
5.2 Quasi-statische Analyse	41
5.3 Massenskalierung.....	43
6 Quasi-statische Analyse der Gewebestruktur.....	45
6.1 Modellbeschreibung.....	45
6.1.1 Das Gesamtmodell.....	45
6.1.2 Die detaillierte Geflechtstruktur	46
6.1.3 Mechanische Eigenschaften	49
6.2 Verifikation des Abq-Ply-Fabric Materialverhalten	51
6.3 Berechnung und Auswertung der Gewebestruktur.....	54
6.3.1 Massenskalierung des Gewebes zur effizienten Simulation.....	54
6.3.2 Globales Verhalten	57
6.3.3 Auswertung der Faserbündel.....	59
6.3.4 Auswertung der Matrix.....	64
7 Zusammenfassung.....	69
8 Literaturverzeichnis.....	71
9 Abbildungsverzeichnis	73
10 Tabellenverzeichnis	75

1 Einleitung

Allgemein spielen die Verbundwerkstoffe und deren Untergruppe die Faserverbundkunststoffe (auch faserverstärkte Kunststoffe) genauso im Alltag, wie im technischen Leben eine immer wichtigere Rolle. Diese modernen Werkstoffe haben sich durch ihre maßgeschneiderten Eigenschaften und mit den für die jeweiligen Anwendung zugeschnittenen Verarbeitungsverfahren in vielen Anwendungsgebieten behauptet. Aus FVK sind beispielsweise großflächige Bauteile wie Boote oder Windkraft-Rotorblätter und kleinere Sportgeräte wie Fahrradrahmen oder Kompositbögen hergestellt [3].

Im Gegensatz zu den metallischen Werkstoffen sind die gewichtsspezifischen Eigenschaften der FVK hervorragend. Dies initiierte die Ausbreitung der FVK in Leichtbaukonstruktionen. Das anisotrope Materialverhalten der FVK ergibt eine Schwierigkeit bei dem Entwurf der Leichtbaukomponenten. Meistens sind nicht nur die Geometrien selbst, sondern auch das Materialverhalten eine Herausforderung bei diesen Konstruktionen. Um die unterschiedlichen Strukturen von FVK-Bauteilen auslegen zu können, kommt die Finite Elemente Methode (*FEM*) zum Einsatz. Dieses numerische Verfahren ermöglicht die Berechnung von komplexen Strukturen, wenn eine analytische Lösung nicht mehr zur Verfügung steht. Die FEM besteht aus der Zusammenstellung einer Struktur aus „finiten“ Elementen. Die Bauteile werden in kleinere Elemente zerlegt, wobei jedes Element eine bestimmte Steifigkeit und Materialverhalten aufweist. Aus diesen Elementen wird dann ein algebraisches Gleichungssystem erstellt und numerisch gelöst. Zur Berechnung von FVK bietet die FEM ein sehr gutes Mittel, weil diese Materialien aufgrund deren inhomogenen Strukturen in der Realität nur gering oder gar nicht untersuchbar sind. Zum Beispiel bilden die Fasern nach dem Versagen einer FVK-Schicht eine „besenförmige“ Struktur (*siehe Abbildung 1.1*).

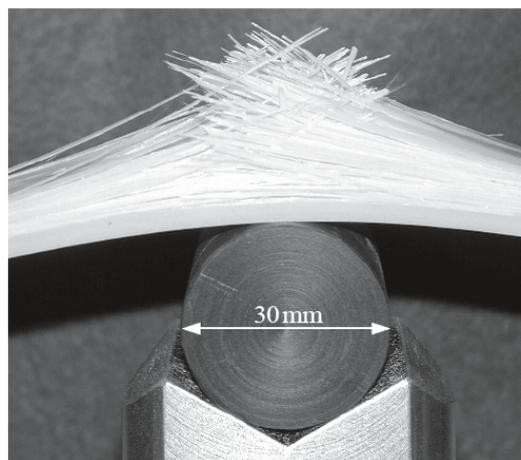


Abbildung 1.1: Der "besenförmige" Bruch der Fasern beim Dreipunktbiegeversuch [21]

Eine weitverbreitete Anwendung betrifft die Gewebelamine, die eine Variante von FVK sind, wobei die Faserverstärkung nicht in eine Richtung steht, sondern ein aus den Fasern erstelltes Gewebe in das Matrixmaterial eingebettet wird. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde ein Gewebelaminat mit FEM Simulationen untersucht. Das in das kommerziellen FE-Program Abaqus eingebaute Materialmodell Abq-Ply-Fabric ist grundsätzlich für Lamine mit homogenisierten Gewebeschichten geeignet. Dies heißt, dass ein gleichmäßiges Kontinuum aus den verschmierten Materialeigenschaften von Fasern und Matrix betrachtet wird. Jedoch ist es zur besseren Untersuchung des Verhaltens der Gewebestrukturen wichtig eine detaillierte Geflechtstruktur zu simulieren. Die folgende Frage wird in dieser Arbeit untersucht: ***Kann man ABAQUS/Explicit mit dem Materialmodell Abq-Ply-Fabric zur Berechnung einer Composite-Geflechtstruktur bei Plastizität verwenden?*** Also das Ziel ist die Untersuchung eines vom Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik (ILSB) der Technischen Universität Wien zur Verfügung gestellten FEM-Modells eines Gewebelaminates. Das Modell ist ein Biegebalken, wobei die Struktur des Gewebes in der Nähe der Kerbgeometrie detailliert modelliert und in den homogenisierten Elementen eingebettet ist. Das Konstitutivgesetz Abq-Ply-Fabric definiert das Materialverhalten der Faserbündel, die in Kunststoffmatrix eingebettet sind. Meine Aufgabe ist die weitere Untersuchung des nichtlinearen Verhaltens, beruhend auf der Diplomarbeit vom A. Salcher [22] und auf der Dissertation vom J. Gager [6]. Herr A. Salcher entwickelte den Versuchsaufbau, dimensionierte und analysierte das erste Design des Balkens. Die Arbeit vom J. Gager war die Erstellung und die Einbettung der detaillierten geflochtenen Gewebestruktur des Gewebelaminates. Die Geometrie des Biegebalkens ist in der *Abbildung 1.2* dargestellt.

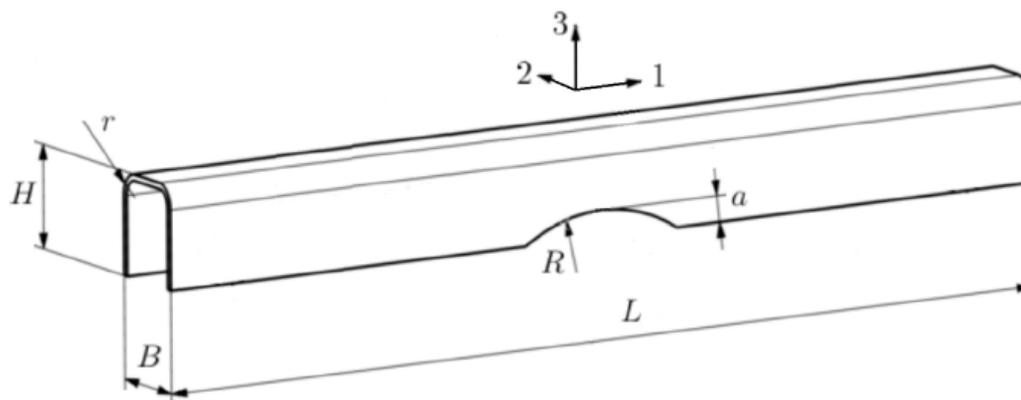


Abbildung 1.2: Geometrie des Biegebalkens [22]

In dieser Arbeit wird die Geflechtstruktur innerhalb der mesoskopischen Skalenlänge mit einer quasistatischen Analyse berechnet. Anschließend wird untersucht, ob das nichtlineare Verhalten mit Abq-Ply-Fabric und Abaqus/Explicit modelliert werden kann. Zuerst werden die theoretischen Grundlagen, die Strukturen und die mechanischen Eigenschaften der UD-Schichten erläutert. Anschließend folgt eine schematische Darstellung über die

Versagensmodi von Composites. Im Kapitel 3 werden die Kontinuums-Schädigungsmechanik und im Kapitel 4 das in Abaqus verwendete eingebaute Materialmodell („*built-in*“ *Abq-Ply-Fabric*) zusammengefasst. Das *Abq-Ply-Fabric* wurde zur Berechnung von Composite-Geflechtstrukturen entwickelt. Diese User-Subroutine benötigt das Softwaremodul Abaqus/Explicit, das die explizite Zeitintegration verwendet. Diese eignet sich für Nichtlinearitäten bzw. für quasistatische Analyse mit komplexen Kontaktbedingungen zu lösen. Dies wird im Kapitel 5 beschrieben.

Nach den theoretischen Teilen folgt die Beschreibung des vom ILSB erhaltenen Modells. Wegen der Komplexität war es keine Aufgabe der Diplomarbeit das Gewebe zu modellieren. Trotzdem wurden einige zur Simulation notwendigen Änderungen am Modell eingestellt. Vor der Berechnung des Modells wurde noch eine Modellkalibrierung laut *Abq-Ply-Fabric*-Beschreibung erstellt. Dies ist wichtig, um das richtige Materialverhalten zu erhalten. Nachfolgend werden die Simulationen und die Auswertung des gesamten Modells erläutert und dementsprechend die Schlussfolgerungen gezogen.

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



2 Faserverstärkte Kunststoffe

Die Verbundwerkstoffe oder Composites sind Werkstoffe, bei denen unterschiedliche Materialien miteinander kombiniert werden. Diese Materialien bestehen in der Regel aus einem Verstärkungsmaterial und einem Einbettmaterial oder Matrixmaterial. Der Vorteil von Verbundwerkstoffen besteht darin, dass sie Eigenschaften aufweisen, die die Bestandteile einzeln nicht erreichen können. Die Verstärkungsmaterialien besitzen höhere Steifigkeit bzw. Festigkeit und sind nicht zusammenhängend. Die Matrixmaterialien haben geringere Steifigkeit und sind zusammenhängend. Sie geben den Zusammenhalt der Verbunde und sorgen für die Lastverteilung zwischen den anderen Bestandteilen.

Die faserverstärkten Kunststoffe bilden eine Untergruppe von Verbundwerkstoffen, deren Matrixmaterialien Polymere und deren Verstärkungsfasern im Wesentlichen Glasfasern, Kohlenstofffasern, Aramidfasern oder Naturfasern sind. Die Fasern haben eine viel höhere Steifigkeit und Festigkeit, daher haben die FVK hohe mechanische Eigenschaften im Verhältnis zum geringen Gewicht. Die Eigenschaften dieser modernen Werkstoffe können je nach Anforderung angepasst werden. Dank der Kombination und der festen Anbindung von Fasern und Kunststoffen können hochbelastbare Bauteile wie Flugzeug- und Fahrzeugbauteile oder Sportgeräte hergestellt werden. Es gibt mehrere Varianten von Verbundwerkstoffen mit verschiedenen Matrix- und Fasermaterialien, aber in den Simulationen dieser Arbeit werden nur kohlenfaserverstärkte Kunststoffe, auch carbonfaserverstärkte Kunststoffe (CFK) verwendet. Über die Anwendung, die Herstellungsverfahren und die unterschiedlichen Bestandmaterialien findet man weitere Informationen im *Handbuch Faserverbundkunststoffe* [3].

2.1 Aufbau und mechanische Eigenschaften der Lamine

Ein Laminat ist eine geschichtete Struktur aus FVK. Die Lamineinzelschichten, deren Fasern in eine Richtung stehen, werden unidirektional-verstärkte Schichten genannt. Je nach Anforderung werden mehrere Einzelschichten mit unterschiedlichen Faserrichtungen miteinander verbunden. In der *Abbildung 2.1* ist ein Laminat bzw. eine UD-Schicht dargestellt.

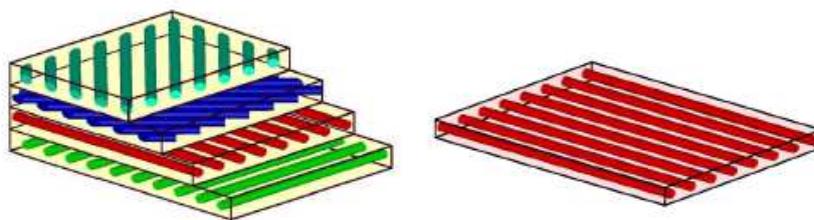


Abbildung 2.1: Aufbau eines Laminates und einer UD-Schicht [23]

Bei den Laminaten ist eine wichtige Grundlage die Betrachtungsweise der Struktur. Es wird zwischen verschiedenen Skalenlängen unterschieden, die basiert auf den Arbeiten [13] und [6] hier zusammengefasst werden. Auf der mikroskopischen Skalenlänge (*auf eng.: microscale*) werden die Fasern, die Matrix und die Verbindung zwischen den Bestandteilen betrachtet. Allerdings sind die Berechnungen in diesem Fall für größere Bauteile recht komplex und zeitaufwendig. Aus diesem Grund verwendet man verschmierte Materialkennwerte. Im Gegensatz zur mikroskopischen Skalenlänge befindet sich die makroskopische Skalenlänge (*auf eng.: macroscale*). Sie wird bei der Berechnung von Bauteilen aus Laminaten verwendet, wobei das aus mehreren Schichten bestehende Laminat vollständig homogen betrachtet wird. Zwischen den vorherigen zwei Betrachtungsweisen befindet sich die mesoskopische Skalenlänge (*auf eng.: mesoscale*). In diesem Fall werden die Faserbündel als homogene Teile untersucht und mit verschmierten Materialparametern als UD-Schichten modelliert. Die Verwendungsbereiche der Skalenlängen sind in der *Abbildung 2.2* dargestellt. In dieser Arbeit wird die mesoskopische Skalenlänge betrachtet.

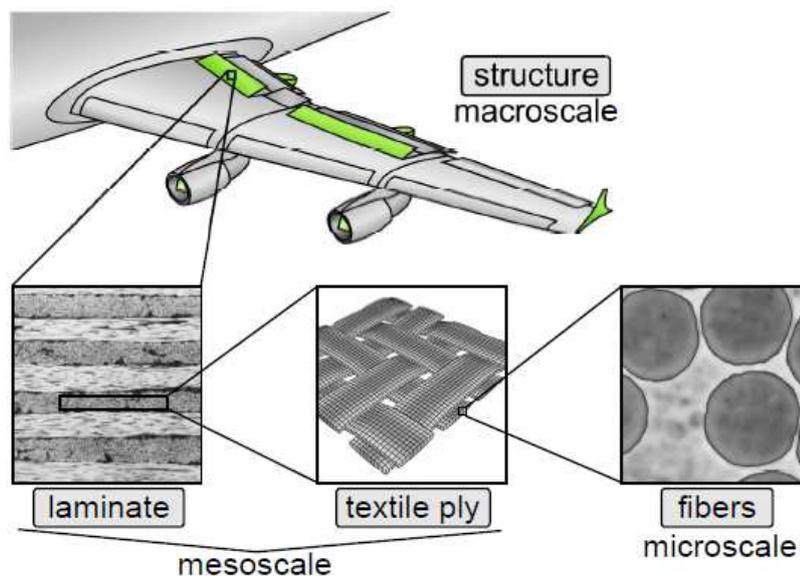


Abbildung 2.2: Abgrenzung der Skalenlängen [6]

Eine UD-Schicht besitzt eine wesentlich höhere Festigkeit und Steifigkeit in Faserrichtung im Vergleich zu den anderen zwei Richtungen, weil die Fasern entlang der Achse 1 deutlich höhere Belastung aufnehmen können. Senkrecht zur Faserrichtung befindet sich eine Isotropieebene, in der das Materialverhalten isotrop ist, d.h. sind die Materialkennwerten in Richtung 2 und 3 identisch. Eine schematische Darstellung der Achsen und der Isotropieebene einer Einzelschicht ist in der *Abbildung 2.3* ersichtlich.

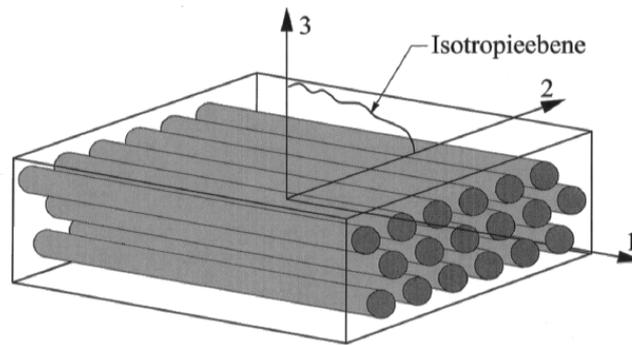


Abbildung 2.3: Die Materialachsen und die Struktur einer UD-Schicht [23]

Dieses Materialverhalten ist das transversal-isotropes Verhalten. Dank der Isotropieebene können die UD-Schichten bei einem dreiachsigen Spannungszustand mittels der 5 folgenden Materialkennwerte definiert werden:

- E_1 – Elastizitätsmodul in Faserrichtung
- $E_2=E_3$ – Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung
- $G_{12}=G_{13}$ – Schubmodul bei Belastung in Faserrichtung
- $\nu_{12}=\nu_{13}$ – Querkontraktionszahl bei Belastung in Faserrichtung
- G_{23}/ν_{23} – Schubmodul oder Querkontraktionszahl bei Belastung senkrecht zur Faserrichtung

Die oben beschriebenen verschmierten Materialparameter gelten im linearen Bereich [8]. Aufgrund der Schädigung tritt nichtlineares Materialverhalten und eine Degradation der Steifigkeit auf und deswegen muss das grundsätzliche Hook'sche Gesetz erweitert werden [20]. Über die allgemeine Formulierung des Elastizitätsgesetzes und die Koordinatentransformation von Materialkennwerten der UD-Schichten findet man theoretische Grundlagen in relevanter technischer Literatur (wie z.B.: [23] und [21]). Die zur Berechnung notwendige Formeln für nichtlineares Materialverhalten werden in dem Kapitel 4, in der Abq-Ply-Fabric-Beschreibung erläutert.

Die Festigkeitswerte können durch die mikromechanischen Modelle näherungsweise bestimmt werden, aber diese sind nicht verlässlich wegen der großen Anzahl der zufälligen Einflussfaktoren (Lufteinschlüsse, Fremdkörper). Daher ist eine experimentelle Ermittlung der Festigkeitswerte notwendig [22]. Darüber hinaus muss bekannt sein, wie man die klassische Laminattheorie zur Berechnung des Verformungs- und Versagensverhalten von Mehrschichtverbunden verwendet. Zuerst werden die lokalen Materialkennwerte der UD-Schichten auf das globale Koordinatensystem transformiert. Nach der Transformation wird das Laminat global mittels der Gleichung des Schichtverbundmaterialgesetzes bestimmt. Danach können die Verformungen bzw. die Spannungen der UD-Schichten auch berechnet werden. Weitere Informationen bzw. die Herleitung von diesem linear-elastischen und

analytischen Verfahren kann man in Quellen [23] und [21] finden. Da diese Methode in dieser Arbeit nicht in Verwendung ist, wird sie nicht weiter behandelt.

Bei UD-Schichten stellen bestimmte Spannungen wegen des transversal isotropen Materialverhaltens die gleichen Beanspruchungen dar. In der *Abbildung 2.4* sind die Spannungskomponenten einer UD-Schicht im dreiachsigen Spannungszustand dargestellt. Die Achsen l , q und t entsprechen ordnungsgemäß den Achsen 1, 2 und 3.

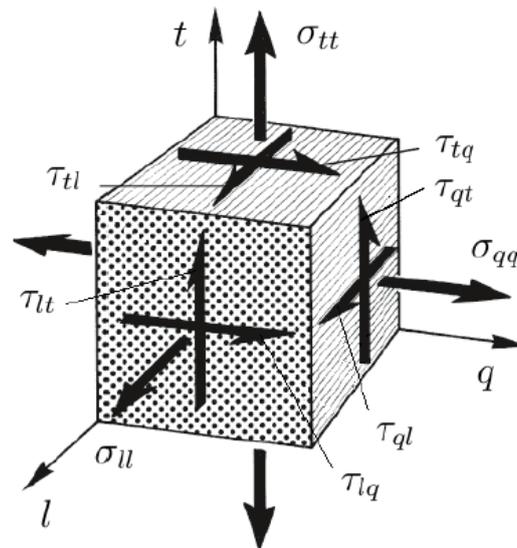


Abbildung 2.4: Die Spannungskomponenten und die sich daraus ergebenden Beanspruchungen [22]

Entlang der Achsen 2 und 3 wirkende σ_{22} und σ_{33} Spannungen sind gleichwertig und entsprechen der Beanspruchung σ_{qq} . Die Schichtspannungen τ_{21} und τ_{31} sind gleichwertig und stellen die Beanspruchung τ_{ql} dar. Bei den Normalbeanspruchungen unterscheidet man noch Zug und Druck.

Also insgesamt gibt es sechs Basis-Beanspruchungen zu unterscheiden:

- Die Längs-Beanspruchung beim Zug σ_{ll}^+
- und beim Druck σ_{ll}^-
- Die Quer-Beanspruchung beim Zug σ_{qq}^+
- und beim Druck σ_{qq}^-
- Die Quer-Längs- bzw. Längs-Quer-Schubbeanspruchung τ_{ql}
- Die Quer-Quer-Schubbeanspruchung τ_{tq}

Bei Schubbeanspruchung ergibt sich kein Unterschied mit der Änderung der Belastungsrichtung [21].

Eine andere Art von FVK sind die Gewebelaminare, die aus zwei senkrecht oder unter einem bestimmten Winkel zueinander orientierten Faserbündeln (Schuss in Hauptrichtung und Kette in Querrichtung) bestehen, die wiederum in ein Matrixmaterial eingebettet sind. Vorteilhaft bei den Geweben, dass zwei Faserrichtungen in einem Auflegeschnitt erstellt werden können. Die Anzahl von Fasern bzw. deren Materialien in Kette und Schuss können je nach Anforderung bzw. Lastverhältnisse variiert werden. Die am häufigsten verwendeten Gewebestrukturen sind in der *Abbildung 2.5* dargestellt.

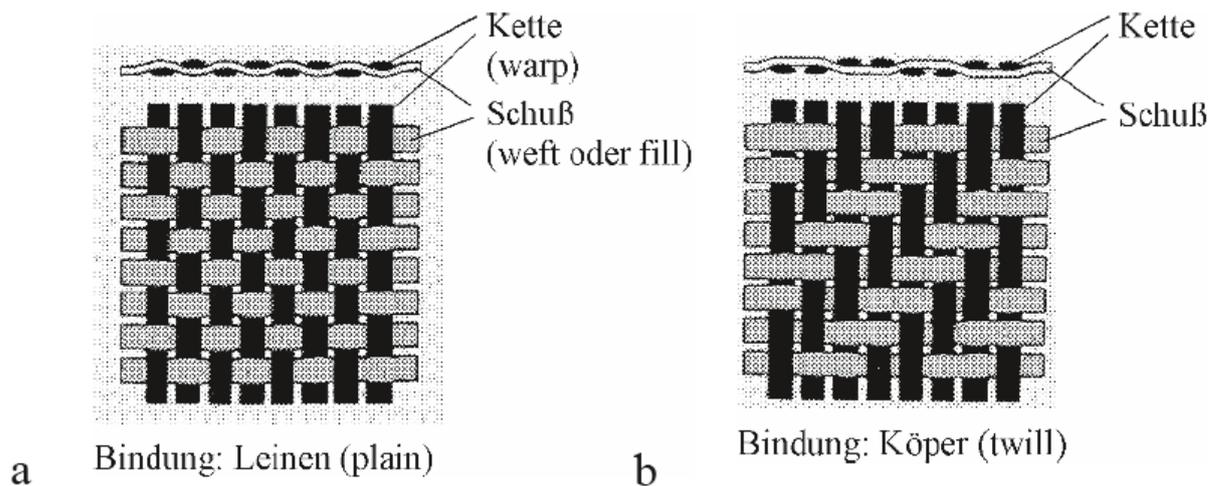


Abbildung 2.5: Die gebräuchlichsten Gewebestrukturen a) Leinenbindung (auf eng.: *plain*), b) Körperbindung (auf eng.: *twill*) [21]

Bei der Leinenbindung sind die Fäden oft gekreuzt bzw. zwischen den Kreuzungspunkten gibt es kleinere Abstände. Dies ist der Grund, dass diese Struktur schiebefest und somit sich bei Umformung besser zusammenhält, aber die enge eins-über-eins-Bindung verursacht auch eine schlechtere Druck- und Ermüdungsfestigkeit. Im Vergleich zur Leinenbindung hat eine Körperbindung bessere Festigkeit. Bei hochbelasteten Bauteilen wird meistens diese Struktur verwendet, in der die Schussfäden zwischen zwei Kreuzungspunkten über zwei Kettfäden verlaufen. Genauso ist es umgekehrt, d.h. die Kettfäden auch über zwei Schussfäden zwischen zwei Kreuzungspunkten verlaufen. Dadurch kann man das diagonale Bild der Struktur bemerken. Die Körperbindung ist nicht so schiebefest wie die Leinenbindung [21].

Durch das Verweben entstehen viele Krümmungen von Faserbündeln. Geometrisch nichtlineares Verhalten und lokale Spannungskonzentrationen entstehen bei Belastung wegen der Streckung und Stauchung der Fasern-Ondulationen [13]. Im Vergleich zu den UD-Schichten sind die Festigkeits- und Steifigkeitswerte eines Gewebes bei einem ebenen Belastungszustand kleiner, aber ausreichend und in Dickenrichtung weisen sie eine bessere Beständigkeit auf. Weitere allgemeine Beschreibungen von Gewebestrukturen findet man in [21].

Die Faserbündeln können bereits als UD-Schichten betrachtet werden, die sich in Einbettungsmatrix befinden. Die Struktur einer Einheit einer 2/2 Körperbindung, die auch bei

den Analysen verwendet wird, ist in der *Abbildung 2.6* ersichtlich. Unten links sind die Faserbündeln, unten rechts sind die Matrixtaschen ersichtlich. Die Matrixtaschen füllen den Raum zwischen den Faserbündeln bzw. gibt es eine beidseitige äußere Deckung aus dem Matrixmaterial. Das plastische Verhalten des Matrixmaterials wird mit der Drucker-Prager Fließfläche berücksichtigt. Eine detaillierte Beschreibung des Modellaufbaus dieser Diplomarbeit folgt in dem Kapitel 6.

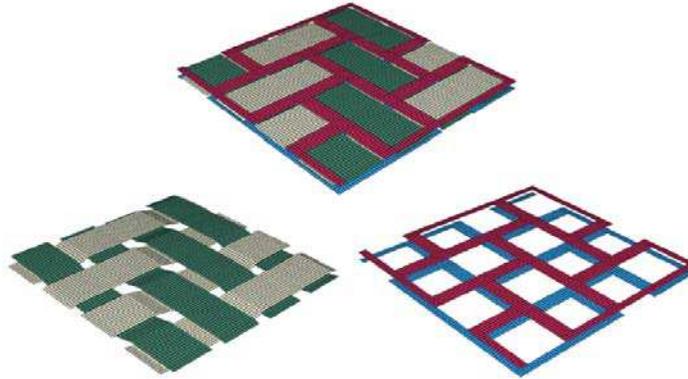


Abbildung 2.6: Das Modell einer 2/2 Körperbindung (oben), die Faserbündeln (links) und die Matrixtaschen (rechts) [13]

2.2 Versagensmodi der UD-Schichten

Im Vergleich zu den bekannten homogenen und isotropen Werkstoffen, wie Stahl und Aluminium, weisen die FVK-Laminat ein ganz anderes mechanisches Verhalten auf. Dementsprechend sind die Versagensarten von FVK bzw. von Composites auch unterschiedlich. Bei der Konstruktion von Composite-Bauteilen ist es unerlässlich die unterschiedlichen Versagensarten zu kennen und eventuell Maßnahmen zu ihrer Vermeidung zu haben.

Es sind zwei Hauptgruppen von Versagensarten, das globale Versagen und das innere Versagen. Unter dem globalen Versagen versteht man zum Beispiel die große Deformation oder die Instabilitäten, die auch ohne Materialschädigung auftreten können. In den weiteren werden diese nicht behandelt. Die inneren Versagensarten sind der Faserbruch, der Zwischenfaserbruch, das Debonding und die Delamination. Diese treten meist schon auf, bevor äußerliche Änderungen oder Veränderungen im Materialverhalten erkennbar sind [23]. Die ersten drei inneren Versagensarten treten innerhalb der UD-Schichten auf, daher gehören diese zur Gruppe vom Schichtversagen (*auf eng.: Ply Failure*). Die Delamination bedeutet das Versagen der Grenzfläche zwischen den UD-Schichten. Dies erfolgt durch niedrigere Festigkeiten zwischen den Schichten. Das Debonding bedeutet die Verbindungauflösung zwischen Matrix und Faser. Dies - wie die andere Schichtversagensmodi - erfolgt unter anderen bei einem Spannungszustand in der Schichtebene [12]. Bei den Analysen werden ideale Verbindung zwischen den Schichten

angenommen, d.h. werden nur die Schichtversagensmodi berücksichtigt. Sie werden im Folgenden abhängig der Belastung erläutert.

Unter dem Faserbruch versteht man das Zerreißen oder das Brechen der Fasern. Diese Versagensform bedeutet bei einer quasi-statischen Beanspruchung das Versagen von Faserbündeln und nicht das Brechen von Einzelfasern. Da ein Faserbruch bei sehr hoher Belastung auftritt, gehört er meistens zu nicht tolerierbaren Versagensformen. Ein quasistatischer Faserbruch geschieht nicht vollständig spröd, sondern quasi-„duktil“, vor allem wenn Spannungsgradienten vorliegen. Diese Versagensart ist gut erkennbar wegen der Steifigkeitsverlust, bzw. die Einzelbrüche sind auch hörbar. Bei UD-Schichten unter Druckbelastung spielen nicht nur globale Versagensarten wie Knicken und Beulen, sondern die mikromechanische Versagensformen auch eine wichtige Rolle [21]. In diesem Fall - außer dem transversalen Matrixbruch oder Debonding - geschieht Faserknicken, das zwei Formen hat. Die „Extensional Mode“ bedeutet, wenn der Faseranteil niedrig ist und die Fasern sich voneinander unabhängig verformen und das Matrixmaterial zwischen den Fasern gedehnt wird. Bei größerem Faseranteil tritt Schubknicken (*auf eng.: shear mode*) auf, wodurch Knickbänder entstehen. Das Schubknicken wird durch das Momentengleichgewicht mittels der Schubspannung entstehen, wenn die Schubspannung wegen der Faser-Fehlerorientierung durch die Druckspannung auftritt [22] [21]. Die Arten vom Faserbruch sind in der *Abbildung 2.7* dargestellt.

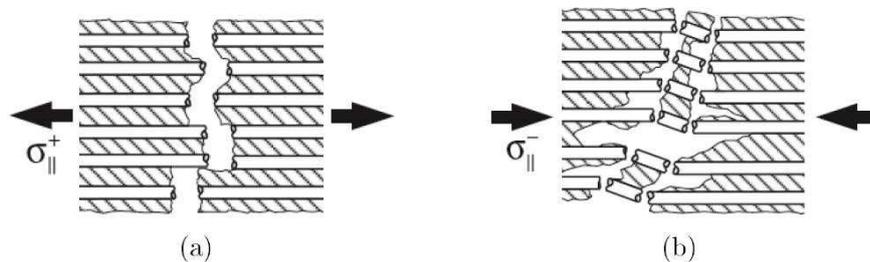


Abbildung 2.7: (a) Faserbruch unter Zugbeanspruchung (b) Knickband beim Faserbruch unter Druckbeanspruchung [22]

Beim Zwischenfaserbruch (Zfb) betrachtet man die Matrix. Ein großer Teil des nichtlinearen Materialverhaltens tritt durch das Entstehen von Rissen auf, die sich zwischen den Fasern entwickeln. Zfb kann meistens durch

- Zugbeanspruchung quer zur Faserrichtung
- Druckbeanspruchung quer zur Faserrichtung
- Schubversagen in der lq-Ebene
- Oder Schubversagen in der qt-Ebene

aufzutreten. Bei einer Zugbeanspruchung quer zur Faserrichtung (*Abbildung 2.8*) treten Spannungskonzentrationen in der Matrix wegen des Unterschiedes zwischen den Elastizitätsmoduln der Bestandteile auf. Aus diesem Grund wird eine Matrixschädigung

initiiert. Die Festigkeitswerte der Matrix bei FVK sind grundsätzlich kleiner als bei unverstärkten Matrixmaterialien. Neben Matrixbruch, kann auch Interface-Auflösung oder Faserspaltung auftreten.

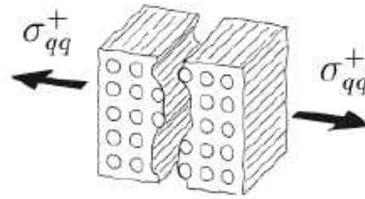


Abbildung 2.8: Versagen durch Zugbelastung quer zur Faserrichtung [22]

Bei Druckbeanspruchung quer zur Faserrichtung muss man eine Wirkebene und eine Bruchebene unterscheiden (siehe *Abbildung 2.9*). Die Bruchebene ist wegen der auftretende Schubspannungen um mehr als 45° grad zu der Wirkebene verdreht. Daher entsteht ein Schubversagen. In der Bruchebene können außer dem Schubversagen der Matrix auch Faserspaltung oder Debonding auftreten. Das Versagen quer zur Faserrichtung erfolgt durch geringere Beanspruchung bei Zugbelastung als bei Druckbelastung.

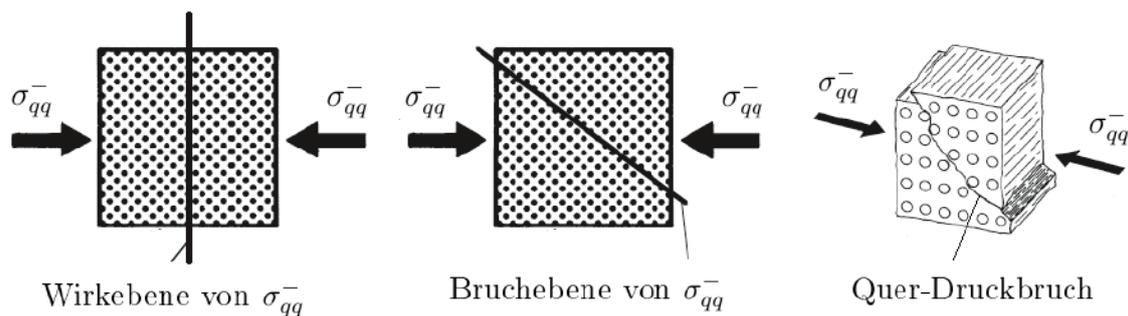
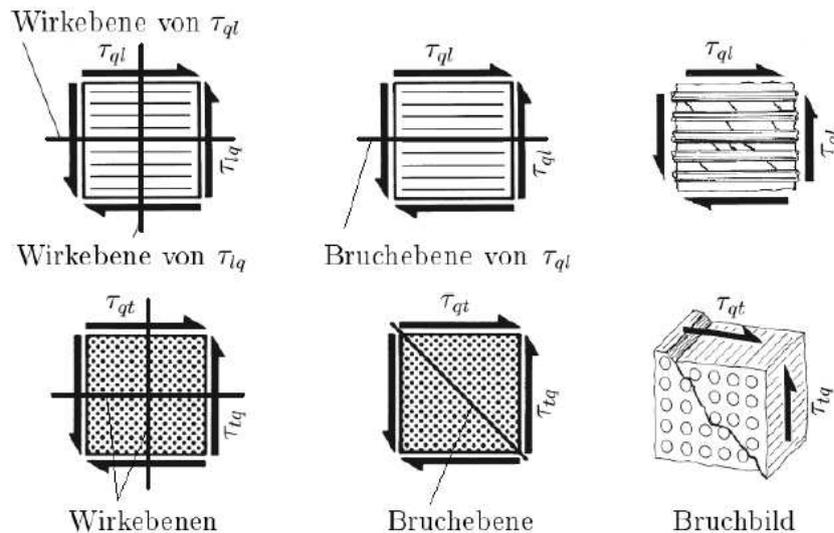


Abbildung 2.9: Versagen durch Druckbelastung quer zur Faserrichtung [22]

Im Fall einer Schubbeanspruchung in der lq -Ebene sind zwei Wirkebenen vorhanden aber es bildet sich nur eine Bruchebene parallel zu den Fasern (siehe *Abbildung 2.10 oben*). Die senkrecht zu den Fasern stehende Wirkebene kann nicht als Bruchebene entstehen, weil die hochfesten Fasern nicht geschert werden können. Hier können als Versagensmodi das Schubversagen der Matrix und das Debonding oder die Kombination aus diesen zwei auftreten. Bei einer Schubbeanspruchung in der qt -Ebene entsteht die Bruchebene beim geringsten Bruchwiderstand, unter 45° zu den Wirkebenen. Die sogenannte Wirkebene ist die Bruchfläche von der mit der Schubspannung äquivalenter Hauptnormalspannung (siehe *Abbildung 2.10*) [23] [22] [21].



**Abbildung 2.10: Schubversagen in der lq-Ebene (oben)
Schubversagen in der qt-Ebene (unten) [22]**

Zusammenfassend ist es festzuhalten, dass die Art der Schädigung vom Spannungszustand abhängt. Allgemein entstehen mehrachsige Spannungszustände bei einem Bauteil infolge einer Belastung. Dies stellt eine Herausforderung zur Bestimmung der Versagensarten dar. Zur Beschreibung von diesem Verhalten sind komplexe Materialmodelle notwendig, die numerische Verfahren benötigen. Somit - vor allem bei den komplexen Geometrien - kommt die FEM zum Einsatz [12].

2.3 Versagenskriterien und First Ply Failure

Bei der Auslegung einer Composite-Struktur muss ein Versagenskriterium definiert werden, das auf das Versagen von FVK hinweist. Die meistverwendete Theorie ist das First Ply Failure, wobei die Struktur sofort versagt, wenn eine Einzelschicht das betrachtete Versagenskriterium erfüllt. Im Gegensatz zum First Ply Failure, tritt beim Last Ply Failure das Versagen ein, wenn die letzte Einzelschicht das Versagenskriterium erfüllt. Wie in der *Abbildung 2.11* dargestellt, kann die Tragfähigkeit von First Ply Kriterium 50% unter der Tragfähigkeit eines Last Ply Kriteriums liegen [23].

Die unterschiedlichen Versagenskriterien definieren jeweils eine Schadensfläche, die durch die zum Kriterium gehörende Gleichungen definiert sind. Die einfachsten Versagenskriterien sind die Maximalspannungs- bzw. Maximaldehnungskriterien [9], wobei Versagen auftritt, wenn eine Hauptspannung den kritischen Wert überschreitet. Die dazugehörige Bruchfläche ist in der *Abbildung 2.12* dargestellt. Bei diesen Kriterien wird aber die Interaktion zwischen den Spannungskomponenten nicht berücksichtigt.

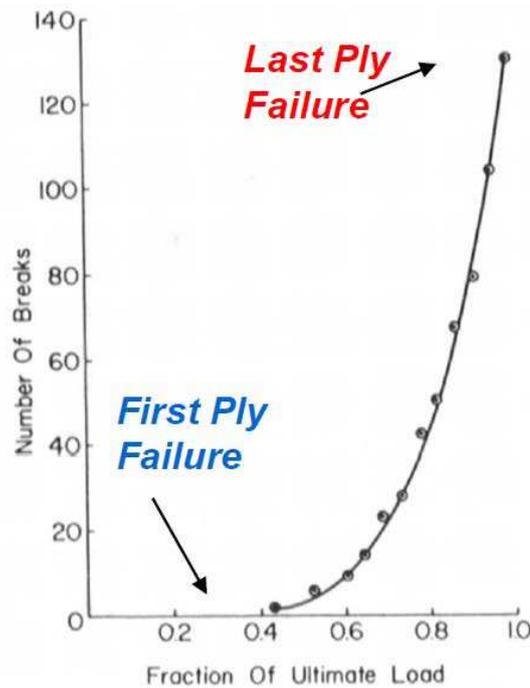


Abbildung 2.11: Die Gültigkeit von First und Last Ply Failure bei steigender Belastung [23]

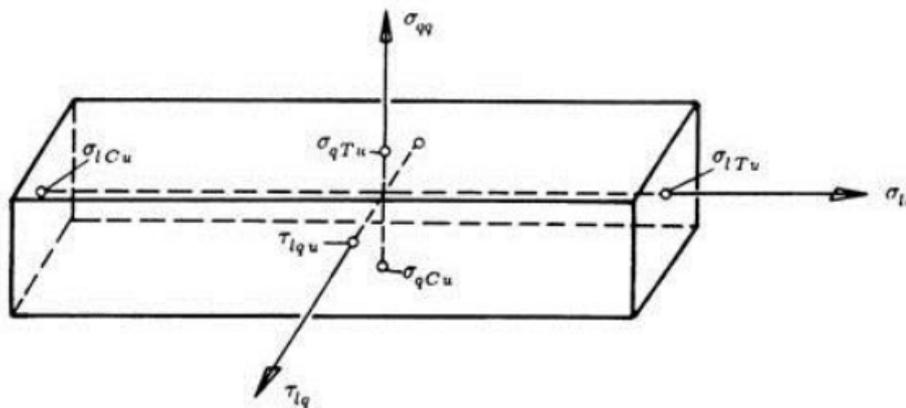


Abbildung 2.12: Schadensfläche des Maximalspannungskriteriums [23]

Die quadratischen Kriterien, wie das Tsai-Hill [9] oder das Tsai-Wu Kriterium [19], berücksichtigen die Interaktion der Spannungsponenten. Das Tsai-Hill Modell ist weit verbreitet und ist eine Erweiterung des anisotropen Plastizitätsmodells vom Hill. Diese zwei Modelle liefern eine einfache Interaktion der Spannungsponente auf einfache mathematische Weise, aber bilden die physikalischen Versagensmechanismen nicht ab. Die Versagenskriterien, die die Versagensmechanismen von Composites berücksichtigen, sind beispielweise das Hashin [7] bzw. das Pucksche Kriterium [8]. Das Bruchkriterium nach Puck (die dazugehörige Bruchfläche ist in der *Abbildung 2.13* dargestellt) unterscheidet ein Bruchkriterium von Fasern, das aufgrund des Maximalspannungskriteriums definiert ist, bzw. ein Bruchkriterium zum Zfb, das drei Bruchmodi berücksichtigt [23] [20] [4].

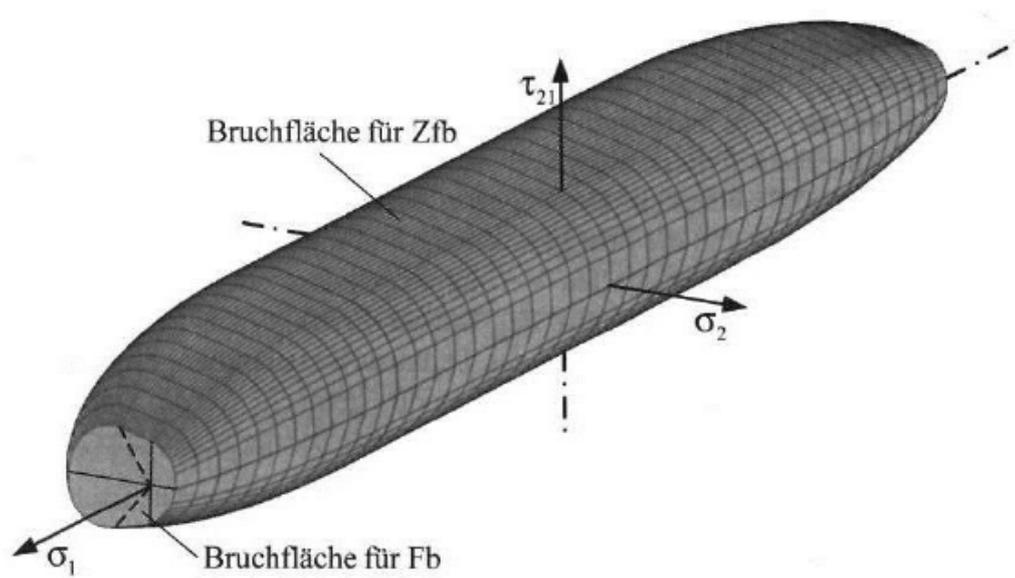


Abbildung 2.13: Schadensfläche des Puck'schen Versagenskriteriums [23]

3 Schädigungsmechanik

In diesem Kapitel wird ein grober Überblick über die Schädigungsmechanik erörtert. Es dient als Grundlage zum besseren Verständnis des nichtlinearen Verhaltens von Composites. Im Unterkapitel 2.3 wurde es erläutert, wie initiales Versagen von FVK bestimmt werden kann. First Ply Failure sowie die klassische Laminattheorie nur im linearen Bereich zur Composite-Berechnung verwendet werden. Bei einem Laminat, wie in der *Abbildung 2.11* dargestellt, tritt das Versagen der ersten Schicht viel früher im Vergleich der potenziellen Tragfähigkeit der Gesamtstruktur auf. Eine bestimmte Methode ist notwendig, um das Verhalten der Laminat nach der Schädigungsinitiierung vorherzusagen. Nach dem Erreichen der Festigkeitsgrenze tritt eine Steifigkeitsdegradation auf, die meistens infolge einer Matrixschädigung erfolgt. Zur Beschreibung dieses Materialverhaltens stellt sich die Schädigungsmechanik als eine geeignete Methode dar.

Die Kontinuums-Schädigungsmechanik betrachtet die Schädigung als makroskopisches Feld- und Zustandsvariable [17]. Die Schädigungsvorgänge in einem Material basieren sich auf Schädigungsvariablen. Die Verwendung von Schädigungsvariablen analysierten zuerst L. M. Kachanov und J. N. Rabotnov im Rahmen vom Metall-kriechen in ihren Arbeiten [11] [16].

In einem eindimensionalen Beispiel zeigt die folgende Gleichung die Definition der Schädigungsvariable, die das Verhältnis der beschädigten und unbeschädigten Flächen eines Querschnittes:

$$d = \frac{A_d}{A} . \quad (3.1)$$

In der *Abbildung 3.1* sieht man bei einem einfachen Fall die Flächen A und A_d . Daraus resultiert sich, wenn $A_d = A$, dass der Querschnitt vollständig beschädigt ist, also $d = 1$. Beim ungeschädigten Zustand ist $d = 0$. Mit der Schädigung tritt die Steifigkeitsdegradation auf, und steigt gleichzeitig mit der Schädigungsvariable kontinuierlich. Der Elastizitätsmodul kann im beschädigten Zustand durch

$$E = f(E^{\text{init}}, d) \quad (3.2)$$

ausgedrückt werden. Das heißt, dass er vom ursprünglichen Elastizitätsmodul E^{init} und von der Schädigungsvariable d abhängig ist.

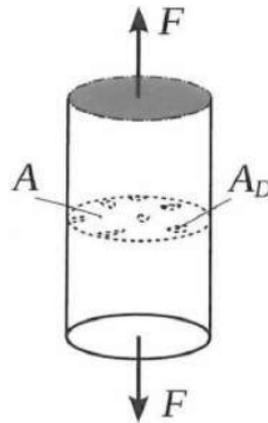


Abbildung 3.1: Definition der beschädigten und der unbeschädigten Fläche [12]

Des Weiteren ist ein essentieller Punkt in der Schädigungsmechanik, dass es auch eine effektive Spannung gibt, die durch die folgende Formel ausgedrückt werden kann:

$$\sigma^{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1 - d}, \quad (3.3)$$

und die Spannung beispielweise im Fall eines einachsigen Spannungszustandes mit

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.4)$$

berechnet werden kann. In der *Tabelle 3.1* werden die Formeln von zwei Prinzipien zusammengefasst. Laut dem Dehnungs-Äquivalenz-Prinzip ist der mechanische Effekt (Dehnung) der geschädigten Konfiguration gleichwertig mit der Dehnung der fiktiven, ungeschädigten Konfiguration. Das andere Prinzip ist das Energieäquivalenz-Prinzip. Hier ist zu beachten, dass die elastische Energie eines geschädigten Materials mit der elastischen Energie des entsprechenden (fiktiven) ungeschädigten Materials gleich ist [14].

Tabelle 3.1 Die Formulierung des Dehnungs-Äquivalenz- und des Energieäquivalenz-Prinzips [12]

<u>Dehnungs-Äquivalenz-Prinzip:</u>	<u>Energieäquivalenz-Prinzip:</u>
Grundgleichungen:	Grundgleichungen:
$\varepsilon = \frac{\sigma^{\text{eff}}}{E^{\text{init}}} = \frac{\sigma}{E}$	$\frac{1}{2} \cdot \sigma^{\text{eff}} \cdot \varepsilon^{\text{eff}} = U(\varepsilon^{\text{eff}}, \sigma^{\text{eff}}) =$ $= U(\varepsilon, \sigma) = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon$
und	Weiters gilt:
$\sigma^{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1-d}$	$\varepsilon^{\text{eff}} = (1-d) \cdot \varepsilon$ und $\sigma^{\text{eff}} = \frac{1}{1-d} \cdot \sigma$
Zusammenhang zwischen der Schädigungsvariable und dem Elastizitätsmodul:	
$E = (1-d) \cdot E^{\text{init}}$	$E = (1-d) \cdot E^{\text{init}}$
$d = 1 - \frac{E}{E^{\text{init}}}$	$d = \sqrt{1 - \frac{E}{E^{\text{init}}}}$

Die allgemeine Formulierung der effektiven Spannung kann im Fall eines dreiachsigen Spannungszustandes mit der nachfolgend angeführten Gleichung beschrieben werden:

$$\sigma_{\text{eff}} = \mathbf{S}(\mathbf{D}) \cdot \sigma, \quad (3.5)$$

und somit unter der Annahme des Dehnungs-Äquivalenz-Prinzips ergibt sich die beschädigte Elastizitätstensor:

$$\mathbf{E} = [\mathbf{S}(\mathbf{D})]^{-1} \cdot \mathbf{E}^{\text{init}}, \quad (3.6)$$

wobei, \mathbf{E}^{init} die Elastizitätsmatrix im unbeschädigten Zustand und $\mathbf{S}(\mathbf{D})$ die Funktion vom Schädigungstensor \mathbf{D} ist und den Einfluss der Schädigung auf das Materialverhalten repräsentiert. Der Schädigungstensor ist ein Tensor vierter Stufe und beinhaltet die skalaren Schädigungsvariablen, wobei die Anzahl der unabhängigen Variablen vom Materialverhalten abhängig ist. Im ungeschädigten Zustand, wenn die Schädigungsvariablen im Schädigungstensor null sind, muss die Gleichung 3.6 gelten, und $\mathbf{S}(\mathbf{D})$ ein Einheitstensor:

$$\mathbf{S}(\mathbf{D} = \mathbf{0}) = \mathbf{I} \quad (3.7)$$

sein [20] [12] [14]. Im nächsten Kapitel werden weitere Informationen über die Schädigungsvariablen bezüglich des verwendeten Materialmodells behandelt.

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



4 Materialmodell - Abq-Ply-Fabric

Das Abaqus (*Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA*) Software ist ein kommerzielles FEM-Programm, das in vielen Bereichen eingesetzt wird und umfasst mehrere Module. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird Abaqus/Explicit mit einem in Abaqus eingebauten Materialmodell (Abq-Ply-Fabric) verwendet. Das „built-in“ Abq-Ply-Fabric ist ein Konstitutivgesetz, das zum Entwurf von Composites geeignet ist. Nachfolgend wird eine Zusammenfassung von der Abq-Ply-Fabric-Beschreibung [2] erörtert.

Das Materialmodell Abq-Ply-Fabric nimmt einen ebenen Spannungszustand an. Dies umfasst die Schalen-, die Kontinuumsschalen- und die Membranelemente. Aufgrund der dünnwandigen Struktur des in dieser Diplomarbeit analysierten Balkens, wird der ebene Spannungszustand betrachtet. Aus diesem Grund lässt sich das Modell mit den vom Abq-Ply-Fabric unterstützten Elementen vernetzen.

Das Materialmodell Abq-Ply-Fabric ist ein Schädigungsmodell für gewebeverstärkte Verbundwerkstoffe, mit dem das Verhalten nach der Schädigungsinitiierung auch vorhergesagt werden kann. Die Gewebeschichten werden als homogen orthotrope Schichten modelliert, die infolge von Matrix- oder Faserbruch eine progressive Steifigkeitsdegradation bzw. unter Schubbelastung plastische Deformation und danach Steifigkeitsdegradation erhalten können. In der *Abbildung 4.1* ist die grundsätzliche Faserorientierung des lokalen Koordinatensystems laut Abq-Ply-Fabric dargestellt. Die Schuß- und Kettfasern sind entlang der Achse 1 und 2 ausgerichtet. In den weiteren Beschreibungen wird aber die Achse 2 als die Richtung quer zur Faserrichtung betrachtet. Der Grund dafür ist, dass das Materialmodell Abq-Ply-Fabric zur Analyse einer Gewebestruktur mit homogenisierten Eigenschaften entwickelt wurde. Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden aber die Faserbündel als einzelne UD-Schichten mit dem Abq-Ply-Fabric modelliert, daher steht die Achse 1 in Faserrichtung und die Achse 2 quer zur Faserrichtung.

Das in dieser Arbeit verwendete FE-Modell besteht sowohl aus detaillierten Faserbündeln als auch aus homogenisierten Elementen des Gewebelaminates. Die homogenisierten Elemente des Gewebelaminates werden aber nicht mit dem Abq-Ply-Fabric, sondern als linear elastisches homogenisiertes Laminat modelliert. Diesbezüglich wird im Kapitel 6 eine detaillierte Modellbeschreibung erläutert.

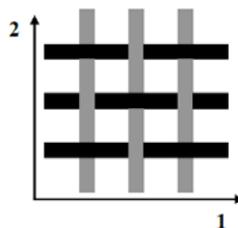


Abbildung 4.1: Faserorientierung der Gewebestruktur [2]

4.1 Elastisches Modellverhalten

Wie bereits bei der Schädigungsmechanik erläutert, ist es zur Berücksichtigung der Schädigung und der Steifigkeitsdegradation notwendig, Schädigungsvariablen zu definieren. Im Falle eines ebenen Spannungszustandes und eines orthotropen Materialverhalten ist die Spannungs-Dehnungsbeziehung für das Materialmodell Abq-Ply-Fabric durch:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12}^{(el)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{(1-d_1) \cdot E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{(1-d_2) \cdot E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{12}) \cdot 2 \cdot G_{12}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

beschrieben, wobei d_1 und d_2 die Schädigungsvariablen in Faserrichtung entlang der Achse 1 und 2 sind. Die Schädigungsvariable d_{12} bezeichnet die Matrixschädigung unter Schubbeanspruchung. Das Modell kann zwischen Druck- und Zugbeanspruchung mit den folgenden Beziehungen unterscheiden:

$$d_1 = d_{1+} \cdot \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} + d_{1-} \cdot \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} \quad \text{und} \quad d_2 = d_{2+} \cdot \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|} + d_{2-} \cdot \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|}. \quad (4.2)$$

wobei entweder die Schädigungsvariable in Faserrichtung unter Zug- d_{1+} oder Druckbeanspruchung d_{1-} , bzw. entweder die Schädigungsvariable quer zur Faserrichtung unter Zug- d_{2+} oder Druckbeanspruchung d_{2-} mittels des Macaulay Operators $\langle \cdot \rangle$ aktiviert wird. Im ungeschädigten Zustand werden die Elastizitätsmoduli E_1 und E_2 bzw. die Querkontraktionszahl ν_{12} abhängig vom Vorzeichen der Spur des Verzerrungstensors:

$$tr(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \quad (4.3)$$

mit ihren Zug- oder Druckwerten verwendet. Das Verhalten des Modells bei Zug- oder Druckbeanspruchung entlang und quer zur Faserrichtung bzw. bei Schubbeanspruchung wird in den nachfolgenden Unterkapiteln zusammengefasst.

4.2 Modellverhalten unter Normalbeanspruchung

Das Materialverhalten entlang und quer zur Faserrichtung wird mit elasto-Schädigung modelliert und ermöglicht die Steifigkeitsdegradation durch die Verwendung von Schädigungsvariablen. Die einzelne Schädigungsvariable entlang der Achse 1 und 2 sind die Funktionen von den entsprechenden effektiven Spannungskomponenten, das heißt:

$$\begin{aligned} d_{1+} &= d_{1+}(\sigma_{1+}^{\text{eff}} \text{ max}) & \text{und} & & d_{1-} &= d_{1-}(\sigma_{1-}^{\text{eff}} \text{ max}), \\ d_{2+} &= d_{2+}(\sigma_{2+}^{\text{eff}} \text{ max}) & \text{und} & & d_{2-} &= d_{2-}(\sigma_{2-}^{\text{eff}} \text{ max}). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Die Definition der effektiven Spannungen erfolgt in der gleichen Weise, wie sie im Kapitel 3 über die Schädigungsmechanik näher beschrieben wurde:

$$\begin{aligned} \sigma_{1+}^{\text{eff}} &= \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{1 - d_{1+}} & \text{und} & & \sigma_{1-}^{\text{eff}} &= \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle}{1 - d_{1-}}, \\ \sigma_{2+}^{\text{eff}} &= \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{1 - d_{2+}} & \text{und} & & \sigma_{2-}^{\text{eff}} &= \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle}{1 - d_{2-}}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Zur Vereinfachung wird die Beanspruchungsrichtungen mit $\alpha=1(+/-)$, $2(+/-)$ gekennzeichnet. Somit kann die *Gleichung 2.4* als

$$d_{\alpha} = d_{\alpha}(\sigma_{\alpha}^{\text{eff}}) \quad (4.6)$$

geschrieben werden.

Die effektiven Spannungen beziehen sich auf die thermodynamischen Kräfte:

$$\sigma_{\alpha}^{\text{eff}} = \sqrt{2 \cdot E_{\alpha} \cdot Y_{\alpha}}. \quad (4.7)$$

Aus der *Gleichung 4.7* und *4.5* folgt, dass die Schädigungsvariablen der Achse 1 und 2 von den entsprechenden thermodynamischen Kräften Y_{α} abhängig sind.

Zu jedem Zeitpunkt wird der elastische Bereich durch die Schädigungsaktivierungsfunktionen F_{α} :

$$F_{\alpha} = \phi_{\alpha} - r_{\alpha} \leq 0 \quad (4.8)$$

definiert.

Die Funktion ϕ_α dient als Maximalspannung-Versagenskriterium:

$$\phi_\alpha = \frac{\sigma_\alpha^{\text{eff}}}{X_\alpha}, \quad (4.9)$$

wobei X_α die Zug- oder Druckfestigkeit von der Beanspruchung abhängig ist. Zug- und Druckfestigkeiten in Faserrichtung sind mit $\alpha = 1 +$ bzw. mit $\alpha = 1 -$, quer zur Faserrichtung mit $\alpha = 2 +$ bzw. $\alpha = 1 -$ gekennzeichnet. Die Schwellenwerte der Schädigung r_α sind ursprünglich 1 und vergrößern sich nach der Schädigungsinitiierung ($\phi_\alpha = 1$) während des Zeitverlaufes t laut:

$$r_\alpha(t) = \max_{\tau \leq t} \phi_\alpha(\tau). \quad (4.10)$$

Diese Definition gewährleistet, dass sie sich nicht verringern können ($\dot{r}_\alpha(t) \geq 0$). Des Weiteren wird es angenommen, dass die Schwellenwerte die Kuhn-Tucker Bedingungen:

$$F_\alpha \leq 0, \quad \dot{r}_\alpha \geq 0, \quad \dot{r}_\alpha \cdot F_\alpha = 0 \quad (4.11)$$

und die Konsistenzbedingung:

$$\dot{r}_\alpha \dot{F}_\alpha = 0 \quad (4.12)$$

erfüllen.

Die Formulierung kann erweitert werden, um die Wirkung einer Lastumkehr zu berücksichtigen. So führt beispielsweise die Schädigung unter Druckbelastung auch unter Zugbelastung zu einer Degradation, aber die durch Zugbelastung entstandenen Risse werden geschlossen und haben einen geringen Einfluss auf das Druckverhalten.

Die Entwicklung der Schädigungsvariablen ist eine Funktion vom Schwellenwert der Schädigung r_α und der spezifischen Bruchenergie unter einachsiger Zug- oder Druckbelastung G_f^α . Das Schädigungsentwicklungsgesetz gewährleistet, dass die Schädigungsvariablen monoton ansteigende Zahlen sind und, dass die richtige Energie unter einachsiger Beanspruchung dissipierten. Das Schädigungsentwicklungsgesetz lautet:

$$d_\alpha = 1 - \frac{1}{r_\alpha} \cdot \exp(-A_\alpha \cdot (r_\alpha - 1)), \quad (4.13)$$

wobei

$$A_\alpha = \frac{2 \cdot g_0^\alpha \cdot L_c}{G_f^\alpha - g_0^\alpha \cdot L_c}. \quad (4.14)$$

In der *Gleichung 4.14* stehende Variable L_c ist die charakteristische Länge eines Elements, und g_0^α ist die elastische Verzerrungsenergiegedichte bei der Schädigungsinitiierung:

$$g_0^\alpha = \frac{X_\alpha^2}{2 \cdot E_\alpha}. \quad (4.15)$$

Aus der *Gleichung 4.14* ergibt sich eine maximale Elementlänge:

$$L_{\max} = \frac{G_f^\alpha}{g_0^\alpha}. \quad (4.16)$$

Wird diese Länge überschritten, ändert sich das Materialverhalten nach der Schädigungsinitiierung. In diesem Fall wird die Energiedissipation überschätzt und anstatt des richtigen progressiven Verhaltens (siehe Kalibrierung des Materialmodells im Kapitel 6) nimmt die Spannung sprunghaft ab.

4.3 Modellverhalten unter Schubbeanspruchung

Im Unterkapitel 2.2 (Versagensmodi der UD-Schichten) wurde erwähnt, dass eine Schubbeanspruchung zur Matrixschädigung einer UD-Schicht führt. Unter Schub tritt noch ein zusätzliches nichtlineares Materialverhalten auf, die Plastizität. Die Formulierung vom Schubverhalten des Abq-Ply-Fabric wird nachfolgend beschrieben.

Aus der *Gleichung 4.1* folgt die effektive Spannung und das elastische Verhalten unter Schubbelastung:

$$\sigma_{12}^{\text{eff}} = \frac{\sigma_{12}}{1 - d_{12}} = 2 \cdot G_{12} \cdot \varepsilon_{12}^{\text{el}} = 2 \cdot G_{12} \cdot (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{\text{pl}}). \quad (4.17)$$

Beim plastischen Verhalten ist die Fließfläche durch:

$$F = |\sigma_{12}^{\text{eff}}| - \sigma_0^{\text{eff}}(\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}) \leq 0 \quad (4.18)$$

gegeben, wobei $\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}$ äquivalente plastische Verzerrung ist. Die Verfestigungsfunktion ist definiert als:

$$\sigma_0^{\text{eff}}(\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}) = \sigma_{y0}^{\text{eff}} - C(\bar{\varepsilon}^{\text{pl}})^p, \quad (4.19)$$

wobei σ_{y0}^{eff} die effektive Spannung am Anfang des Fließens ist. Die Materialkonstanten C und p müssen mittels der Materialkalibrierung angepasst werden, um die richtige Verfestigungskurve zu erhalten.

Die Fließregel lautet:

$$\dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}} = \bar{\varepsilon}^{\text{pl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{12}^{\text{eff}}} = \bar{\varepsilon}^{\text{pl}} \text{sign}(\sigma_{12}^{\text{eff}}). \quad (4.20)$$

Die Entwicklung der plastischen Arbeit während Fließens ist:

$$\dot{U}^{\text{pl}} = 2 \cdot \sigma_{12} \cdot \dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}} = 2 \cdot (1 - d_{12}) \cdot \sigma_{12}^{\text{eff}} \cdot \dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}} = 2 \cdot (1 - d_{12}) \cdot \sigma_{12}^{\text{eff}} \cdot \dot{\varepsilon}_{12}^{\text{pl}}. \quad (4.21)$$

Die Schädigung ist genauso wie beim einachsigen Fall definiert. Die elastische Domäne ist durch die Schädigungsaktivierungsfunktionen F_{12} gegeben:

$$F_{12} = \phi_{12} - r_{12} \leq 0. \quad (4.22)$$

Die Funktion ϕ_{12} dient als Maximalspannung-Versagenskriterium unter Schubbelastung:

$$\phi_{12} = \frac{\sigma_{12}^{\text{eff}}}{S}, \quad (4.23)$$

wobei S die Schubfestigkeit ist. Der Schwellenwert der Schubschädigung r_{12} sind ursprünglich 1 und vergrößern sich nach der Schädigungsinitiierung ($\phi_{12} = 1$) während des Zeitverlaufes t laut:

$$r_{12}(t) = \max_{\tau \leq t} \phi_{12}(\tau). \quad (4.24)$$

Die Schubschädigungsvariable erhöht sich mit dem logarithmischen Wert von r_{12} , bis ein Maximum von d_{12}^{max} erreicht wird:

$$d_{12} = \min(\alpha_{12} \cdot \ln(r_{12}), d_{12}^{\text{max}}), \quad (4.25)$$

wobei $\alpha_{12} > 0$ und $d_{12}^{\text{max}} \leq 1$ Materialparameter sind.

Es ist wichtig festzustellen, dass die Faserbündel unter der mesoskopischen Skalenlänge betrachtet werden, daher werden die sich abhängig von den Beanspruchungen ergebenden unterschiedlichen Versagensmodi nicht getrennt berücksichtigt. Das Versagen einer UD-Schicht oder eines Faserbündels erfolgt generell durch die Schädigungsvariablen.

5 Abaqus/Explicit

In diesem Kapitel wird das für die FE-Simulation eingesetzte Abaqus/Explicit [1] beschrieben. Mittels FEM werden unterschiedliche statische und dynamische Probleme gelöst. Die dynamischen Analysen bilden einen großen Teil der FE-Simulationen. Eine dynamische Simulation ist notwendig, wenn man die Zeitabhängigkeit eines Prozesses berücksichtigen soll. Grundsätzlich kann eine dynamische Simulation entweder mit der Mode-Superposition (als indirekte Methode) oder mit einer direkten Zeitintegration gelöst werden. Die direkte Methode ist eine Zeitverlaufsanalyse, wobei die Lösung jeder Zeitstufe gefunden wird. Dies kann durch explizite oder implizite Zeitintegration ausgeführt werden. In Abaqus stehen diese zwei Methoden auch zur Verfügung. Da das Materialmodell Abq-Ply-Fabric im Abaqus/Explicit Softwaremodul integriert ist, wird es in diesem Kapitel vorgestellt.

5.1 Explizite Zeitintegration

Die explizite Zeitintegration hat gewisse Vorteile gegenüber der impliziten Methode. Die Analysekosten steigen nur linear mit der Problemgröße, während die Kosten für die Lösung der mit der impliziten Integration verbundenen nichtlinearen Gleichungen schneller als linear mit der Problemgröße steigen. Daher ist Abaqus/Explicit für sehr große Probleme attraktiv. Die explizite Zeitintegration kann bei quasi-statischen Analysen mit komplizierten Kontaktbedingungen verwendet werden. Ein wesentlicher Nachteil ist aber die Stabilität des Verfahrens. Dies wird noch später detailliert beschrieben [1].

Die Bewegungsgleichung, die bei einer dynamischen Analyse gelöst werden soll, ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}. \quad (5.1)$$

wobei \mathbf{M} - Massenmatrix
 \mathbf{D} - Dämpfungsmatrix
 \mathbf{K} - Steifigkeitsmatrix
 \mathbf{F} - Lastvektor
 \mathbf{u} - Knotenverschiebungsvektor
 $\dot{\mathbf{u}}$ - Knotengeschwindigkeitsvektor und
 $\ddot{\mathbf{u}}$ - Knotenbeschleunigungsvektor ist.

Bei der expliziten Zeitintegration werden die unbekanntenen Größen in einem späteren Zeitpunkt $t^{i+\frac{1}{2}}$ und t^{i+1} aus den bekannten Größen der Zeitpunkte t^i , $t^{i-\frac{1}{2}}$ und

t^{i-1} berechnet. Abaqus/Explicit verwendet die zentrale Differenzmethode zur Diskretisierung der Verschiebung und deren zeitlichen Ableitungen. Der aktuelle Zeitpunkt, wo die unbekannt Variablen bestimmt werden müssen, ist mit i bezeichnet. Mit Δt ist der Zeitschritt bezeichnet, der durch $\Delta t = t^i - t^{i-1}$ berechnet werden kann. Zur Formulierung der zentralen Differenzmethode sind noch - neben den späteren (t^{i+1}) und den früheren Inkrementen (t^{i-1}) - die mittleren Inkrementwerte $t^{i \pm \frac{1}{2}}$ auch in der *Abbildung 5.1* dargestellt [12] [1].

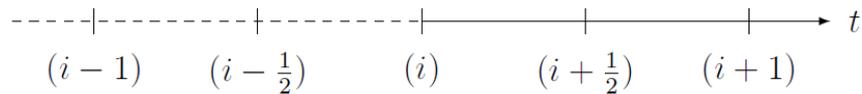


Abbildung 5.1: Diskretisierung des Zeitraums [12]

Unter der Annahme von konstanten Zeitschritten kann die zweite Ableitung der Verschiebung durch die *Gleichung 5.2* beschrieben werden:

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{\Delta t} (\dot{\mathbf{u}}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{1}{2}\Delta t}). \quad (5.2)$$

Die erste Ableitung in beiden Zeitpunkten kann mit dem Verschiebungsvektor ausgedrückt werden:

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) \text{ und} \quad (5.3)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_{t-\Delta t}). \quad (5.4)$$

Mit diesen Gleichungen kann der Beschleunigungsvektor mit den Verschiebungsvektoren ausgedrückt werden:

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - 2\mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{t-\Delta t}). \quad (5.5)$$

Ähnlich kann man die Formulierung vom Geschwindigkeitsvektor herleiten:

$$\dot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{2\Delta t} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_{t-\Delta t}). \quad (5.6)$$

Wenn man die zentrale Differenzierung in die *Gleichung 5.1* einsetzt, erhält man mit der Annahme, dass keine Dämpfung vorhanden ist, d.h. $\mathbf{D}=\mathbf{0}$:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M}\right) \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F} + \left(\frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \mathbf{K}\right) \mathbf{u}_t - \left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M}\right) \mathbf{u}_{t-\Delta t}. \quad (5.7)$$

Die Terme auf der rechten Seite können als äußere und innere Kräfte beschrieben werden, das heißt:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M}\right) \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F} - \mathbf{I}, \quad (5.8)$$

wobei \mathbf{F} der äußere Kraftvektor und \mathbf{I} der innere Kraftvektor. In der *Gleichung 5.8* ist der einzige Unbekannte der Verschiebungsvektor $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$. Wenn die Massenmatrix eine Diagonalmatrix ist (*lumped mass matrix*), sind die Gleichungen vollständig entkoppelt. Um eine Diagonalmatrix zu erhalten, verwendet man meistens lineare Elemente. Wegen der Entkoppelung des Gleichungssystems muss die Assemblierung der Gesamt-Massenmatrix nicht durchgeführt werden. Die Berechnungen können auf Elementebene durchgeführt werden. Dies bedeutet Rechenzeit- und Speicherplatzersparnis während der Analyse. Bei der expliziten Zeitintegration, wenn das Gleichungssystem vollständig entkoppelt ist, bedeutet die Bestimmung der inneren Kräfte \mathbf{I} bei den Knoten den größten numerischen Aufwand. Daneben müssen die Verzerrungen und die Spannungen mittels eines Materialmodells bei jedem Element während der Analyse berechnet werden [12] [18].

Diese Formulierung wird in Abaqus/Explicit in der folgenden Reihenfolge ausgeführt. Zuerst wird die Beschleunigung am Anfang des Inkrements durch

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{F}_t - \mathbf{I}_t) \quad (5.9)$$

berechnet. Dies bedeutet, dass die Beschleunigung gleich dem Produkt der inversen Massenmatrix und der Differenz von äußeren und inneren Kraftvektoren.

Danach wird der Geschwindigkeitsvektor im Zeitpunkt $t + \frac{\Delta t}{2}$ durch (Umformulierung der *Gleichung 5.2*):

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{1}{2}\Delta t} + \Delta t \cdot \ddot{\mathbf{u}}_t, \quad (5.10)$$

bzw. der Verschiebungsvektor im Zeitpunkt $t + \Delta t$ durch (Umformulierung der *Gleichung 5.3*):

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \Delta t \cdot \dot{\mathbf{u}}_{t+\frac{1}{2}\Delta t}. \quad (5.11)$$

berechnet.

Ein Nachteil der zentrale Differenzmethode, dass sie nicht „selbststartend“ ist. Am Startpunkt ($t=0$) wird der $\dot{\mathbf{u}}_{0-\frac{1}{2}\Delta t}$ Geschwindigkeitsvektor benötigt. Hier definiert man entweder die Anfangsgeschwindigkeit und die Anfangsbeschleunigung oder die Software nimmt diese als Null an. Der fehlende Geschwindigkeitsvektor im Zeitpunkt $t = 0 - \frac{1}{2}\Delta t$ wird durch:

$$\dot{\mathbf{u}}_{0-\frac{1}{2}\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_0 - \frac{\Delta t}{2} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_0 . \quad (5.12)$$

berechnet. Wie bereits erwähnt wurde, hat die explizite Zeitintegration den Nachteil, dass sie nur bedingt stabil ist. In Abhängigkeit von der Elementgröße wird ein stabiles Zeitinkrement benötigt. Wenn der Zeitschritt größer als das Stabilitätslimit ist, führt die explizite Zeitintegration zu falschen Ergebnissen. Die andere Seite dieses Phänomens ist, dass es ineffizient ist, zu kleine Zeitschritte zu definieren. In diesem Fall dauert die Analyse viel länger als es notwendig wäre. Die allgemeine Definition ohne Dämpfung des Stabilitätslimit ist:

$$\Delta t_{\text{stab.}} = \frac{2}{\omega_{\max}} , \quad (5.13)$$

wobei ω_{\max} die höchste Eigenfrequenz bezeichnet, deren Bestimmung sehr aufwändig ist. Abaqus/Explicit verwendet eine Annäherung, um die höchste Elementfrequenz zu bestimmen. Die höchste Frequenz wird durch die einzelnen Elemente bestimmt. Dadurch ergibt sich immer eine kleinere Abschätzung als das richtige Stabilitätslimit. Somit wird es in die sichere Richtung verschoben mit kleinerem Rechenaufwand.

Die Schätzung des stabilen Zeitinkrements ergibt sich aus:

$$\Delta t_{\text{stab.}} = \frac{L_{\min}}{c_d} , \quad (5.14)$$

wobei L_{\min} die Elementlänge des kleinsten Elements im Modell ist, und c_d ist die Schallgeschwindigkeit. Die Gleichung 5.14 definiert die kleinste Laufzeit einer Dilatationswelle aller Elementen. Diese Annäherung von $\Delta t_{\text{stab.}}$ ist in den meisten Fällen keine konservative, sichere Schätzung. Daher muss sie noch bei 2D Modellen mit einem Faktor zwischen $\frac{1}{\sqrt{2}}$ und 1 (bei 3D Modellen zwischen $\frac{1}{\sqrt{3}}$ und 1) multipliziert werden. Die Stabilitätsgrenze von Schalenelementen basiert auf den Abmessungen der Mittelebene. Wenn die Quersteifigkeit von Schalen definiert ist, hat es auch eine Wirkung auf das stabile Zeitinkrement.

Die Schallgeschwindigkeit definiert die Ausbreitung ebener Wellen im Körper. Bei isotropen Materialien ist sie durch:

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (5.15)$$

gegeben. Die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit ist bei anisotropen Materialien nicht so einfach. Da der stabile Zeitschritt von der Elementlänge abhängig ist, wird das kleinste Element - wenn das Material jeder Komponente das Gleiche ist - das Stabilitätslimit bestimmen. Das Limit wird lokal bestimmt, aber global verwendet. Es ist noch wichtig zu erwähnen, dass, wenn eine Steifigkeitsdegradation auftritt, nimmt die Schallgeschwindigkeit ab und dadurch wird das stabile Zeitinkrement erhöht. Das stabile Zeitinkrement kann entweder durch Netzveränderung oder durch Massenskalierung (*auf eng.: mass scaling*) erhöht werden. Eine Netzveränderung, bei der das kleinste Element des Stabilitätslimits vergrößert werden sollte, ist nicht immer möglich. Daher bietet sich die Möglichkeit der Massenskalierung an. Deren Beschreibung erfolgt im Kapitel 5.3. Weitere Informationen bezüglich Abaqus/Explicit und der Stabilitätsgrenze findet man in der Abaqus Dokumentation [1].

5.2 Quasi-statische Analyse

Die in Abaqus/Explicit integrierte explizite Zeitintegration ist eine dynamische Lösungsmethode, die zur Analyse von Hochgeschwindigkeits-Prozessen erstellt wurde, in denen die Trägheitskräfte eine wesentliche Rolle spielen. Ein anderer wichtiger Vorteil der expliziten Zeitintegration, dass sie komplexe Kontaktbedingungen mit nichtlinearem Materialverhalten – wie es in dieser Arbeit auch der Fall ist – effizient lösen kann. Darüber hinaus kann Abaqus/Explicit auch zur Quasi-statische Analyse eingesetzt werden.

Die Verwendung von Abaqus/Explicit zur Quasi-statischen Analyse erfordert einige wichtigen Voraussetzungen. Eine statische Lösung ist per Definition eine Langzeitlösung, jedoch wäre es unpraktisch die Prozesse in einer natürlichen Zeit – die für einen physikalischen Prozess benötigt – zu simulieren. Wegen der großen Simulationszeit (die gesamte Zeitspanne, die bei der Modellierung betrachtet werden soll) und dem kleinen stabilen Zeitinkrements ergibt sich eine hohe Anzahl von Zeitinkrementen. Daher würde die Simulation sehr lang dauern. Das Problem ist, wenn die Analyse beschleunigt wird, das heißt, wenn die Simulationszeit kürzer ist, werden die Trägheitskräfte größer. Also das Ziel ist eine geeignete Simulationszeit zu finden, wobei die Trägheitskräfte noch unbedeutend bleiben [1].

Bei quasi-statischen Analysen ist die Energie der äußeren Kräfte gleich der inneren Energie. Zur Erfüllung der Definition einer quasi-statischen Analyse müssen die Energieanteile berücksichtigt werden. E_{tot} ist die totale Energie, die unter gewissen Vereinfachungen durch:

$$E_{tot} = E_I + E_{KE} + E_V - E_w \quad (5.16)$$

definiert ist, wobei E_I die innere Energie, E_{KE} die kinetische Energie, E_V die viskos dissipierte Energie und E_w die Arbeit der äußeren Kräfte ist. Die viskos dissipierte Energie E_V ist im Allgemeinen klein, außer wenn viskoelastische Materialien, eine Dämpfung oder Materialdämpfung vorhanden ist. Die kinetische Energie soll gering sein, da auch die Geschwindigkeit des Prozesses niedrig ist. Die kinetische Energie darf nicht mehr als 5-10% der inneren Energie sein. Daraus folgt, dass die totale Energie nahezu konstant ist. Die kinetische und innere Energie kann jeweils als Verlaufsergebnis (*auf eng.: History Output* in Abaqus) ausgegeben werden und dadurch kann die Erfüllung der oben beschriebenen Anforderung einer quasi-statischen Analyse überprüft werden.

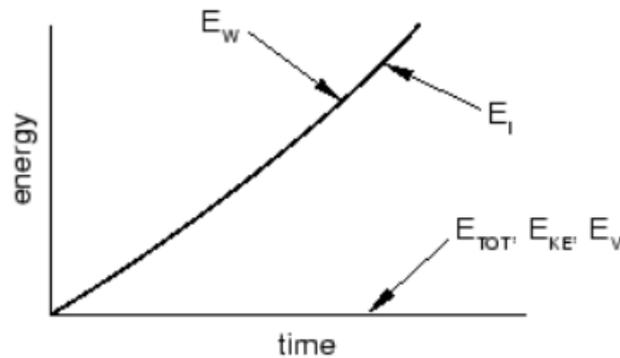


Abbildung 5.2: Die Energieanteile bei einer quasi-statischen Analysen [1]

Für Genauigkeit und Effizienz erfordern die quasi-statischen Analysen eine möglichst glatte Belastung. Plötzliche, ruckartige Bewegungen verursachen Spannungswellen, die zu ungenauen Lösungen führen können. Mittels einer „smooth“ Belastung (siehe *Abbildung 5.2*) wird gewährleistet, dass die Beschleunigung sich von einem Inkrement zum nächsten nur geringfügig ändert. Daher ändern sich die Geschwindigkeit und die Verschiebung auch ähnlich [1].

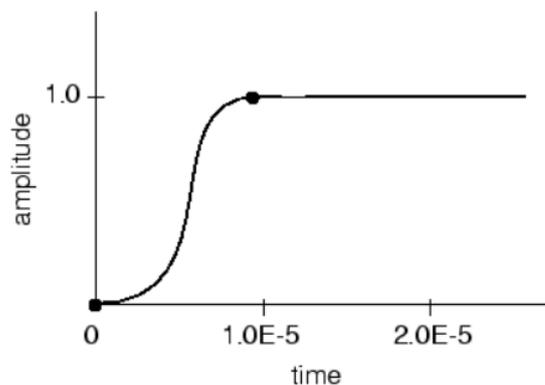


Abbildung 5.3: Die notwendige „smooth“ Belastung bei quasi-statischen Analysen [1]

5.3 Massenskalierung

Die Massenskalierung (*auf eng.: mass scaling*) ist eine Methode, die eine wirtschaftliche Analyse ohne künstliche Erhöhung der Belastungsrate ermöglicht. Es liefert die Reduzierung der Rechenzeit auch wenn ratenabhängige Materialien vorhanden sind, bei denen die Simulationszeit unverändert bleiben soll. Meistens ist eine Netzveränderung - zur Vergrößerung vom stabilen Zeitinkrement - nicht möglich, daher bietet die Massenskalierung eine andere Methode. Die Dichte des Materials wird mit dem Quadrat eines Faktors (f^2) multipliziert und dadurch wird die Masse erhöht. Aus der Gleichung 5.14 und 5.15 erhält man, dass das stabile Zeitinkrement mittels des Faktors f erhöht wird. Daraus folgt, dass die Simulationszeit mit weniger Zeitinkrementen ausgeführt werden kann, also die Rechenzeit sich verringert. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Trägheitskräfte die Lösung nicht wesentlich verändern.

Es gibt die Möglichkeit eine lokale oder eine globale Massenskalierung zu definieren. Im einfachsten Fall definiert man einen Faktor global, der das gesamte Modell steuert. Im Gegensatz dazu, wenn der Faktor lokal definiert wird, muss man ein bestimmtes Elementset auswählen, das gesteuert wird. Ein anderer Aspekt der Massenskalierung ist, dass entweder der Faktor f (*auf eng.: fixed mass scaling*) oder das erforderliche stabile Zeitinkrement gegeben wird. Bei „fixed mass scaling“ wird die Masse der definierten Elemente am Anfang des Prozesses einmal skaliert. Beim Letzteren wird der Faktor f durch Abaqus bestimmt und wird entsprechend dem erforderlichen Zeitinkrement am Anfang und danach periodisch durch den Zeitschritt definiert. Dies heißt variable Massenskalierung (*auf eng.: variable mass scaling*) und kann bei den Prozessen hilfreich sein, wobei sich die das stabile Zeitinkrement steuernde Steifigkeit während des Prozesses deutlich ändert [1].

Die Methode von *fixed mass scaling* wurde auch in dieser Diplomarbeit verwendet, um mit der Erhöhung des stabilen Zeitinkrements eine effiziente Rechenzeit zu erhalten. Es kann manchmal zielführend sein, den einzelnen Elementsets unterschiedliche Faktoren zuzuordnen, wenn die Stabilität durch einige sehr kleine Elemente eingeschränkt ist. Dies gilt auch für die Gewebestruktur, wobei die fein diskretisierten Elemente der detaillierten Struktur, die nicht nur klein sind, sondern auch eine hohe Steifigkeit besitzen, das stabile Zeitinkrement begrenzen.

Die approbierte gedruckte Originalversion dieser Diplomarbeit ist an der TU Wien Bibliothek verfügbar.
The approved original version of this thesis is available in print at TU Wien Bibliothek.



Bibliothek
Your knowledge hub

6 Quasi-statische Analyse der Gewebestruktur

In diesem Kapitel wird die Simulation der faserverstärkten Gewebestruktur verdeutlicht. Das zu untersuchende Modell wurde dabei vom Institut ILSB zur Verfügung gestellt. Weitere Informationen zur Generierung der Einbettung findet man in der Dissertation vom J. Gager[6]. Die Berechnungen sowie die Auswertungen (Post-processing) wurden mittels Abaqus 2018 (*Dassault Systemes SIMULIA Corp. 1301 Atwood Avenue, Suite 101W Johnston, RI 02919, USA*) durchgeführt.

6.1 Modellbeschreibung

Wie beim Materialmodell Abq-Ply-Fabric erwähnt wurde, werden die Berechnungen meistens mit homogenisierten Materialkennwerten für eine Gewebeschicht ausgeführt. Das heißt, keine Gewebestruktur muss während der Modellierung erstellt werden. Das mechanische Verhalten eines Gewebes ist schon in dem Materialmodell berücksichtigt. Das Ziel dieser Diplomarbeit ist jedoch, wie es schon darauf hingewiesen wurde, das nichtlineare Verhalten eines Gewebes unter der Verwendung des Materialmodells Abq-Ply-Fabric und einer detaillierten Gewebestruktur zu simulieren. Das heißt, die Struktur wird in der mesoskopischen Skalenlänge betrachtet. Die detaillierte Struktur befindet sich bei der Kerbgeometrie und ist in die homogenisierten Elemente des Balkens eingebettet. Die Erstellung der Einbettung war ein Teil der Dissertation vom J. Gager[6]. Dementsprechend wird nachfolgend eine kurze Zusammenfassung erläutert. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden nur zur Simulation notwendige, die Geometrie nicht beeinflussende Veränderungen durchgeführt.

6.1.1 Das Gesamtmodell

Dieses Modell ist ein U-Träger. Die geometrischen Größen des Modells sind in der *Abbildung 6.1* dargestellt. Die Größe des Modells wird durch Symmetrie reduziert, welche entlang der x -Achse (siehe *Abbildung 6.1*) ausgenutzt wird. Es ist wichtig zu erwähnen, dass die Symmetrie bei einer detaillierten Gewebestruktur nicht unbedingt verwendbar ist. Hier sind aber die Schalenelemente des Balkens mit homogenisierten Materialeigenschaften modelliert bzw. die Gewebestruktur, wie unten beschrieben, ist nur bei der Kerbgeometrie detailliert.

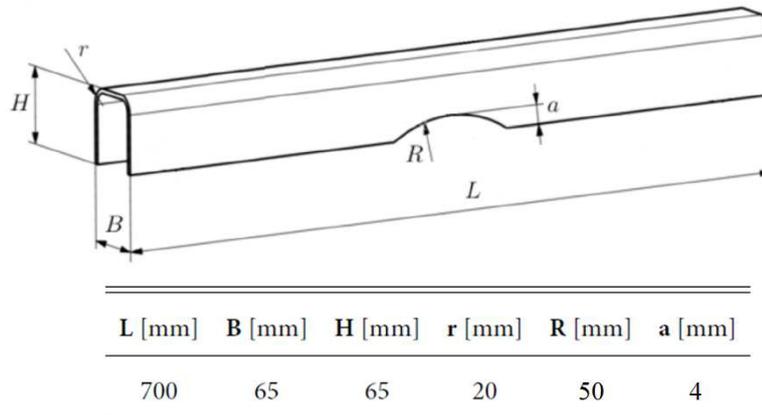


Abbildung 6.1: Geometrie des gesamten Modells [5]

Gegen die Starkkörperbewegung entlang der x-Achse ist noch der erste Freiheitsgrad eines Punktes auf der linken Seite fixiert. Die Knoten jeweils am rechten und linken Ende des Balkens sind mit Referenzpunkten durch starre Kopplung (*auf eng.: rigid body*) verbunden. Die Verdrehungen wirken um die z-Achse auf den Referenzpunkten, deren andere Freiheitsgrade außer dem ersten und dem sechsten gesperrt sind. Die Belastungen müssen mit einer „smooth“ Amplitude aufgebracht werden, wie es im Kapitel 5.2 beschrieben ist. Die Randbedingungen sind in der *Abbildung 6.2* dargestellt.

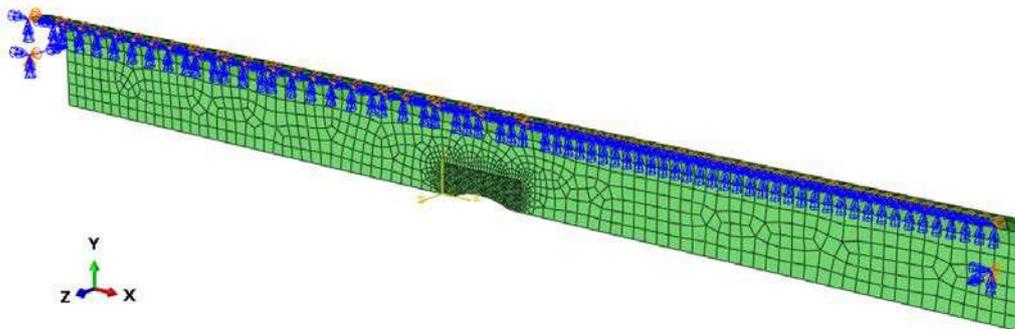


Abbildung 6.2: Die Randbedingungen und die Diskretisierung des Balkens

6.1.2 Die detaillierte Geflechtstruktur

Eine Kerbgeometrie befindet sich in der Mitte des Balkens, damit eine konzentrierte Beanspruchung untersucht werden kann, weil die größte Beanspruchung unter einer reinen Biegebelastung in der Mitte des Balkens auftritt.

Der Aufbau der detaillierten Gewebestruktur bei der Kerbgeometrie ist sehr komplex. Hier werden nur die wichtigsten Eigenschaften zusammengefasst. Diese Einbettung besteht aus zwei Schichten von Körperbindungen. Die Faserbündeln sind Schalenelemente, die einander in beiden Schichten laut der 2/2 Körperbindungen überkreuzen (siehe *Abbildung*

6.3). Die Materialorientierungen der Faserbündel liegen unter 60° im Vergleich zu einander. Die Faserrichtung von Kettfaserbündel ist unter 30° , von Schussfaserbündel unter -30° von der globalen x-Achse definiert. Die Faserbündel sind bei den geraden Teilen durch Kohäsivzonelemente verbunden. Die Matrixtaschen füllen den Raum zwischen den Faserbündeln aus (siehe Abbildung 6.4). Einer der schwierigsten Teile der Modellierung war in der Arbeit vom J. Gager[6] die Erstellung der, entlang den schrägen Teilen von Faserbündel, sich verändernden Schalendicke. Somit erhält man eine topologisch zusammenhängende Geometrie.

Die Wandstärke des Modells beträgt 0,84 mm. Dies ist die Dicke aller homogenisierten Schalenelementen des Modells, außer den detaillierten Elementen in der Mitte des Balkens, weil diese Einbettung aus zwei Gewebeschichten besteht. Zur gesamten Matrix gehört noch jeweils eine äußere bzw. innere, zwischen den zwei Schichten befindliche Matrixschicht. Die Dicke jedes Elementes der Faserbündel beträgt 0,21mm, und es ergibt sich somit mit den zwei Schichten eine 0,84 mm Gesamtdicke.

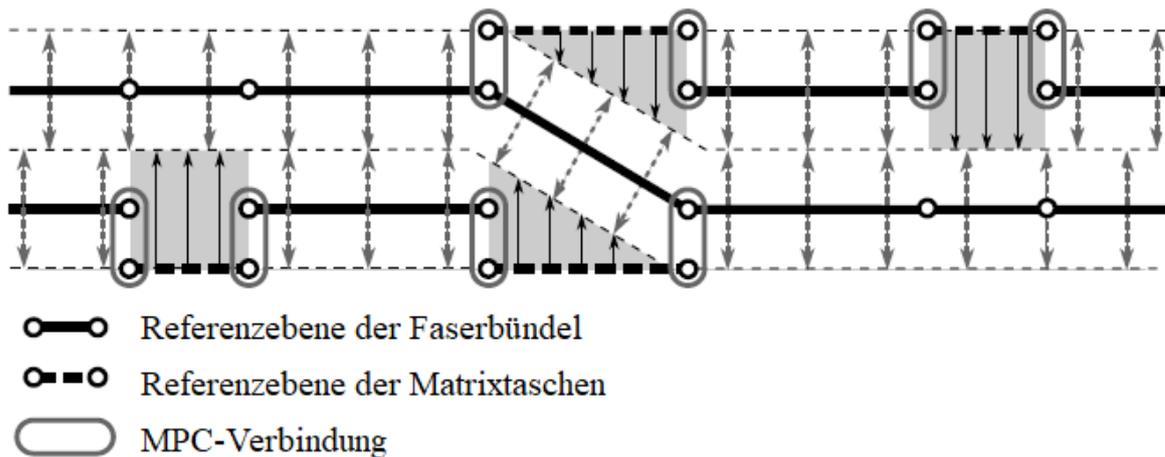


Abbildung 6.3: Querschnitt der 2/2 Körperbindung mit den Elementdicken von Faserbündeln und Matrixtaschen bzw. mit ihrer Verbindung (angepasst von [6])

Die inneren Matrixschichten sind noch mit einer zentralen Kohäsiv-Schicht verbunden. Dies dient als Verbindung zwischen den zwei Gewebeschichten.

Die Kohäsivzonelemente werden allgemein zur Modellierung von Klebeverbindungen zwischen Bestandteilen verwendet. Bei den Laminaten kann die Delamination mit diesem Elementtyp berücksichtigt werden. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird allerdings eine ideale Verbindung zwischen den Faserbündeln sowie zwischen den Matrixdeckungen angenommen. Alle Kohäsivzonelemente des Modells besitzen eine große Steifigkeit und sind ohne Schädigung, also ohne dem linearen Spannungs-Öffnungs-Konstitutivmodell (auf eng.: *Traction-separation constitutive model*) von Abaqus modelliert, damit Delamination nicht auftreten kann.

Im Modell sind die elementbasierten Kohäsivzonenelemente verwendet. Am Anfang der Berechnung müssen die Kohäsivzonenelemente mit den anderen verbunden sein. [4]

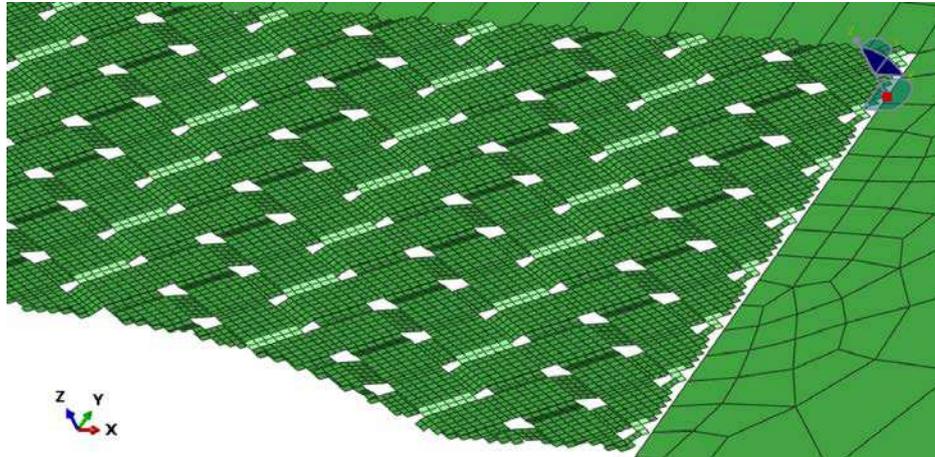


Abbildung 6.4: Die Körperbindung einer Schicht in der Gewebestruktur, Schalenelemente der Matrix sind nicht dargestellt

Die Kopplungen sind in der detaillierten Struktur überall mit der „TIE“ *surface to surface* kinematischen Nebenbedingung von Abaqus definiert. Die Einbettung der Gewebestruktur (siehe *Abbildung 6.5*) erfolgt mittels der „TIE“-Nebenbedingung zwischen den Elementen der Faserbündel und den homogenisierten Elementen des Balkens. Die Schalenelemente der Matrix und die mittlere Kohäsiveschicht sind nicht mit den Elementen des Balkens, sondern nur mit den Faserbündeln gekoppelt. Die „TIE“ *surface to surface* Bedingung bietet eine glattere Kopplung, die dem Eindringen der Knoten in „Master“- und „Slave“-Oberflächen im durchschnittlichen Sinn widersteht. Daher liefert sie eine genauere Spannungs- und Druckverteilung aber kostet mehr Rechenzeit wegen der höheren Anzahl von Knotenbedingungen. Bei dieser Kopplung entstehen keine ungleichmäßigen Spitzen oder Senkungen in der Kontaktdruckverteilung, nicht wie bei der „TIE“ *node to surface* kinematischen Bedingung.

Wie es in der *Abbildung 6.4* und in der *Abbildung 6.5* auffällt, sind die homogenisierten Schalenelemente des Balkens viel größer als die Elemente der Gewebestruktur. Daraus folgt, dass mehrere Elemente der Faserbündel mit einem homogenen Schalenelement gekoppelt sind. Weiters sind die Materialeigenschaften der detaillierten Gewebestruktur entlang der Einbettungsgrenze anders. Das nichtlineare Verhalten und die Schädigung sind bei den sich am Rand der Einbettung befindlichen Faserbündel- und Matrixelementen deaktiviert. Dessen Grund liegt darin, dass künstliche Spannungsspitzen in der Übergangszone entstehen können, die vernachlässigt werden sollen. Dies hat eine wesentliche Bedeutung zur Begrenzung der Analyse. Sobald das nichtlineare Verhalten diese Elemente, die nur mit linearen Eigenschaften definiert sind, erreicht, sind die Ergebnisse nicht mehr gültig.

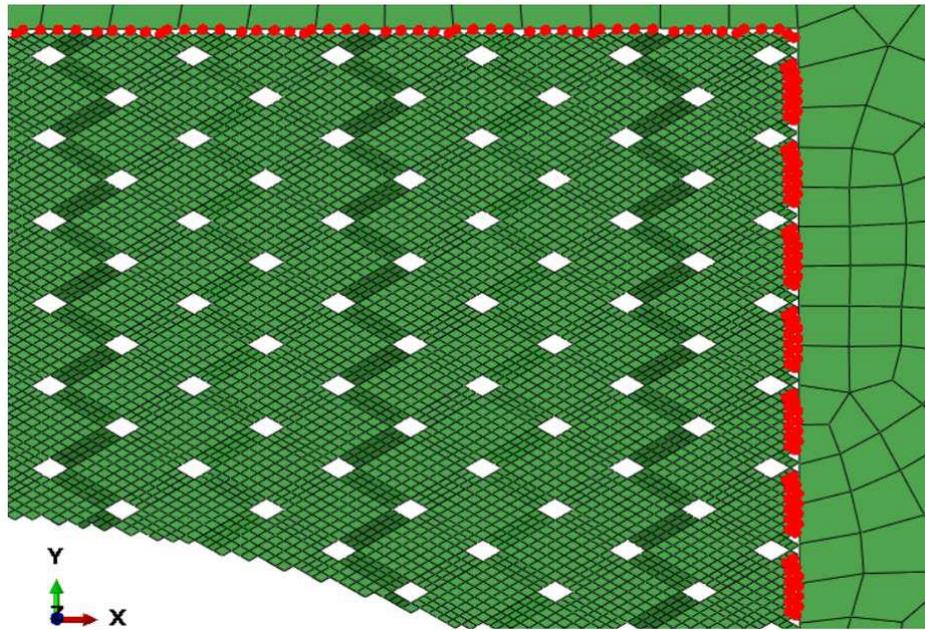


Abbildung 6.5: Die „TIE“ surface to surface Bedingung der Einbettung

6.1.3 Mechanische Eigenschaften

Die Materialparameter der Schalelemente des Balkens sind in der *Tabelle 6.1* zusammengefasst. Diese Schalelemente sind mit den homogenisierten linear elastischen Eigenschaften des orthotropen Gewebes ohne Schädigung modelliert. Das elastische und das nichtlineare Materialverhalten bzw. die Schädigung der Schuss- und Kettfaserbündel sind mit dem Materialmodell Abq-Ply-Fabric definiert. Der wichtigste Punkt der Modellierung ist, dass die Schalelemente der Faserbündel auch mit homogenisierten Eigenschaften aber als UD-Schichten modelliert wurden. Also die Schuss- und Kettfaserbündel weisen ein transversal isotropes Materialverhalten einer UD-Schicht auf, wobei die Schädigung mittels Abq-Ply-Fabric Materialmodell außer den sich bei der Einbettung befindenden Elementen berücksichtigt wird. Das elasto-plastisch isotrope Verhalten der Matrixelemente ist mit der linearen Drucker-Prager Verfestigung modelliert. Die Materialkennwerte der Faserbündeln und der Matrix wurden vom ILSB zur Verfügung gestellt und sind in der *Tabelle 6.2* und in der *Tabelle 6.3* angegeben.

Wie es in der Beschreibung vom Materialmodell Abq-Ply-Fabric beschrieben ist, wurde ein ebener Spannungszustand berechnet. Der Elementtyp der Schalelemente der Matrix, der Faserbündel und der homogenisierten Schalelemente des Balkens ist überall das vier knotige Schalelement S4. Dieser Elementtyp ist notwendig, um ein entkoppeltes Gleichungssystem durch *lumped mass matrix* zu erhalten. Die Kohäsivzonelemente zwischen den geraden Teilen der Faserbündel sowie zwischen den zwei Gewebeschichten sind 8 knotige 3D Kohäsivzonelemente COH3D8. Die Festigkeiten von den letzteren Elementen sind groß genug und keine Schädigung wurde definiert, damit eine starre

Kopplung zwischen den Bündeln bzw. zwischen den mittigen Matrixschichten entsteht und Delamination nicht auftreten kann.

Tabelle 6.1: Die elastischen Materialparameter des homogenisierten Gewebes

Dichte	ρ	1411	kg/m ³
Elastizitätsmodul in Faserrichtung	E_1	44840,79	MPa
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung	E_2	8479,24	MPa
Querkontraktionszahl	ν_{12}	1,61	-
Schubmodul in der Ebene 1-2	G_{12}	28877,08	MPa
Schubmodul in der Ebene 1-3	G_{13}	28877,08	MPa
Schubmodul in der Ebene 2-3	G_{23}	28877,08	MPa

Tabelle 6.2: Die Materialkennwerte der Schuss- und Kettfaserbündel

Elastische Materialparameter			
Dichte	ρ	1685	kg/m ³
Elastizitätsmodul in Faserrichtung	E_1	142176,97	MPa
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung	E_2	13819,56	MPa
Querkontraktionszahl	ν_{12}	0,23	-
Schubmodul in der Ebene 1-2	G_{12}	6251,81	MPa
Festigkeitswerte			
Zugfestigkeit in Faserrichtung	X^+	2100	MPa
Druckfestigkeit in Faserrichtung	X^-	1407	MPa
Zugfestigkeit quer zur Faserrichtung	Y^+	82	MPa
Druckfestigkeit quer zur Faserrichtung	Y^-	249	MPa
Schubfestigkeit	S	110	MPa
Bruchenergien			
Bruchenergie beim Faserzug	G_f^+	89,8	N/mm
Bruchenergie beim Faserdruck	G_f^-	78,3	N/mm
Bruchenergie beim Matrixzug	G_m^+	0,2	N/mm
Bruchenergie beim Matrixdruck	G_m^-	0,8	N/mm
Parameter der Verfestigungsfunktion			
Fließspannung	σ_{y0}^{eff}	22,8	MPa
Koeffizient der Verfestigungsfunktion	C	163,3	MPa
Exponent der Verfestigungsfunktion	p	0,255	-
Parameter der Schädigungsfunktion			
Steigung der Kurve $d_{12} - \sigma_{12}^{eff}$	α_{12}	100	-
Maximum der Schädigungsvariable	$d_{12,max}$	0,975	-

In den Bezeichnungen der Materialkennwerten steht „+“ für Zug, „-“ für Druck, „m“ für Matrix und „f“ für Faser (*auf eng.: fiber*).

Tabelle 6.3: Die Materialparameter der Matrix

Dichte	ρ	800	kg/m ³
Elastizitätsmodul	E	2890	MPa
Querkontraktionszahl	ν_{12}	0,38	-
Fließgrenze	σ_0	55	MPa
Bruchfestigkeit	σ_f	136,9	MPa
Plastische Dehnung bei der Bruchfestigkeit	ε_f	0,0778	-
Materieller Reibungswinkel	β	25	°
Dilatationswinkel	ψ	25	°
Fließspannungsverhältnis	K	1	-

Als numerische Integration entlang der Schalenelementdicke wird die Simpsonregel verwendet. Die andere Möglichkeit wäre die Gauß-Quadratur, die bei einer gleichen Integrationspunktanzahl über die Dicke eine bessere Approximation aufweist. Aber die Simpsonregel liefert genauere Ergebnisse an den Oberflächen. Bei Gauß-Quadratur könnten falsche Werte an den Flächen zurückgegeben werden, wenn beispielweise die Spannung nach der Schädigung verfälscht wird. Allgemein wird die Simpsonregel beim nichtlinearen Materialverhalten von Schalenelementen benutzt. Fünf Integrationspunkte werden in den Analysen über die Dicke der Schalenelementen verwendet.

6.2 Verifikation des Abq-Ply-Fabric Materialverhalten

Um die Simulation der Gewebestruktur durchführen zu können, ist es notwendig zuerst das Materialmodell zu verifizieren. Es dient nicht nur zur Einstellung der Materialparameter, sondern auch zum Verständnis des Materialmodell. In der Gewebestruktur wird das Abq-Ply-Fabric zur Modellierung des Materialverhalten der Faserbündel (Kette und Schuß - *siehe Abbildung 2.5 und 6.4*) verwendet. Die Verifikation dieses Materialmodells wird hier aufgrund der Abq-Ply-Fabric-Beschreibung [2] erläutert.

Die Verifikation erfolgt mit Einzelementsimulationen (*auf eng.: single element simulation*). Das Element wird mit den Materialparametern einer UD-Schicht definiert, die während der Analyse des Biegebalkens an die Faserbündel angewandt wird. Zuerst wird das Verhalten unter einfacher Zug- und Druckbeanspruchungen in bzw. quer zur Faserrichtung dargestellt. Anschließend wird das Schubverhalten kalibriert (*siehe Gleichung 4.19*).

Im Kapitel 4 wurde das Modellverhalten beim einachsigen Spannungszustand beschrieben. Aus der *Gleichung 4.16* erhält man eine kritische Elementlänge. Die Länge aller Elemente muss größer sein als die kritische Länge, sonst gibt es keinen exponentiellen Verlauf der

Schädigungsvariable (Gleichung 4.13). Dies würde bedeuten, dass die dissipierte Energie überschätzt wird und die Steifigkeitsdegradation sprunghaft erfolgt. Wenn die Spannung nach der Festigkeitsgrenze sofort abnimmt oder das *snap back* Phänomen auftritt, ist die kritische Elementlänge überschritten. Die zu den verschiedenen Beanspruchungen gehörenden kritischen Elementlängen findet man am Anfang der *.sta* Ergebnisdatei von Abaqus. Die Schädigungsentwicklung beim Faserversagen ist auf die spezifische Bruchenergie G_f^α basiert, die experimentell gemessen werden kann. Beim einachsigen Spannungszustand in Faserrichtung ist das Materialverhalten unter Zugbelastung in der *Abbildung 6.6*, unter Druckbelastung in der *Abbildung 6.7* dargestellt. Die negativen Spannungen und Verzerrungen sind bei allen Diagrammen mit ihren Absolutwerten angezeigt.

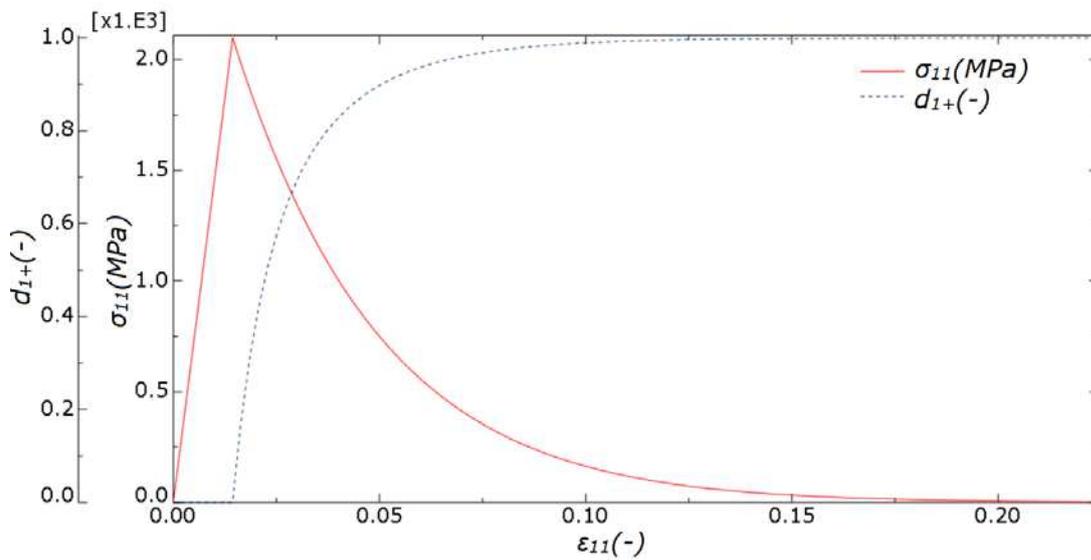


Abbildung 6.6: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Zugspannung in Faserrichtung σ_{11} und die Schädigungsvariable d_{1+}

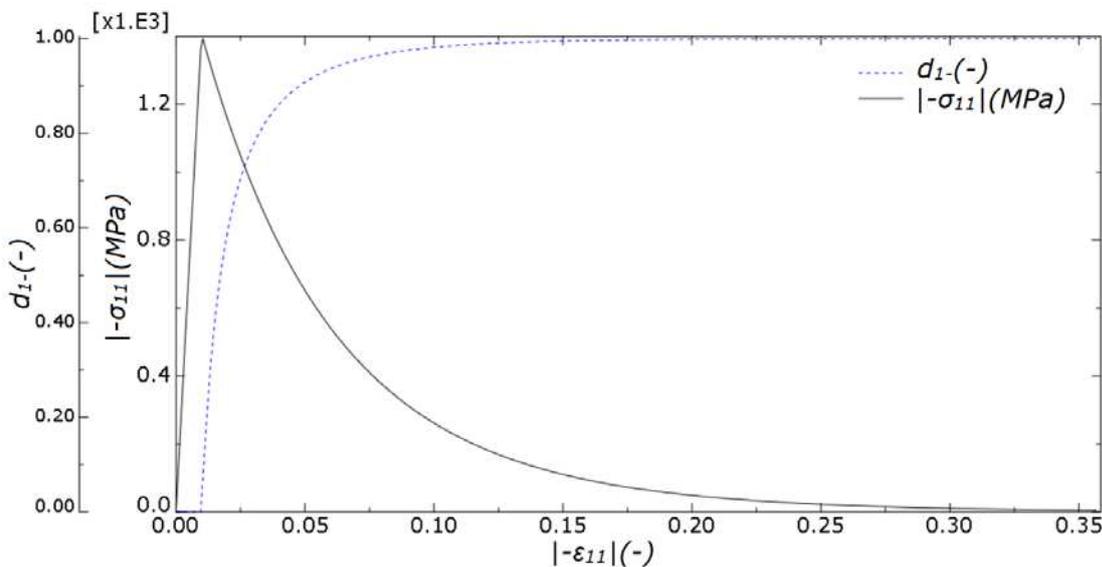


Abbildung 6.7: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Druckspannung in Faserrichtung $-\sigma_{11}$ und die Schädigungsvariable d_{1-} .

Beim einachsigen Spannungszustand quer zur Faserrichtung ist das Materialverhalten unter Zugbelastung in der *Abbildung 6.8* und unter Druckbelastung in der *Abbildung 6.9* dargestellt.

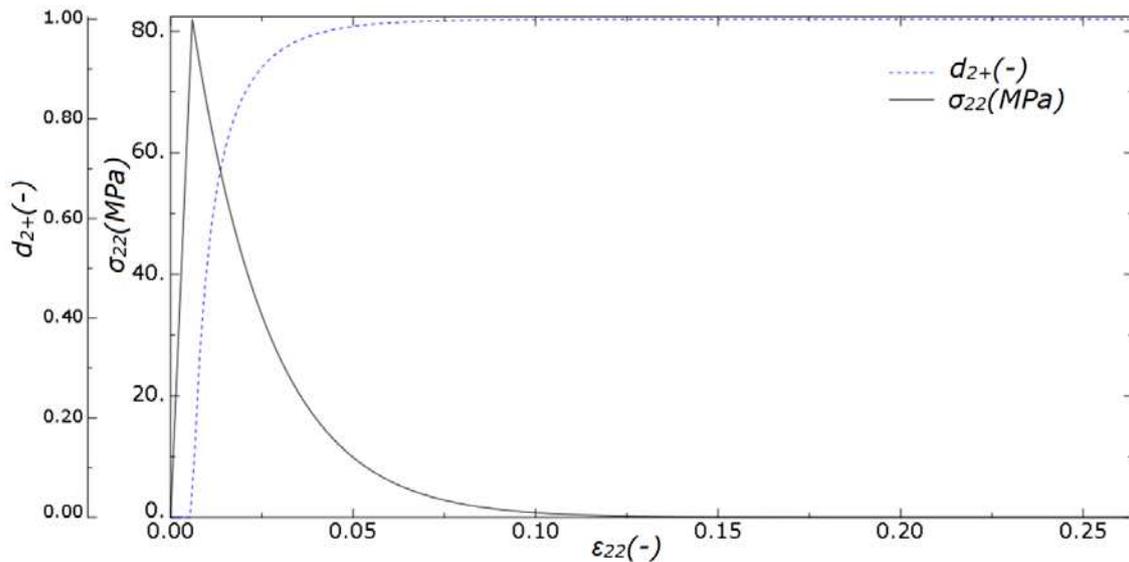


Abbildung 6.8: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Zugspannung quer zur Faserrichtung σ_{22} und die Schädigungsvariable d_{2+}

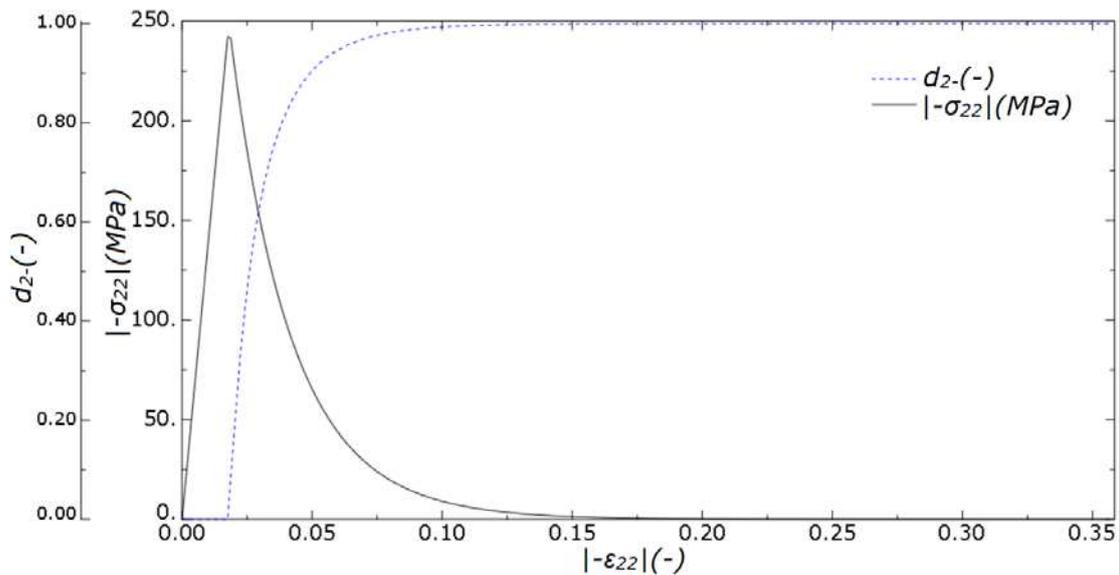


Abbildung 6.9: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Druckspannung quer zur Faserrichtung $-\sigma_{22}$ und die Schädigungsvariable d_{2-}

Die Einzelelementsimulation zeigt das in der Abq-Ply-Fabric-Beschreibung[2] stehende Verhalten.

Zur Kalibrierung des Schubverhalten wurde ein symmetrisches $[+45/-45]^S$ Laminat verwendet, damit kein Verdrillen auftritt. Hier sollen der Materialparameter C und der Exponent p bestimmt werden. Die Werte von diesen Parametern, sowie die anderen

Materialparametern und Festigkeitswerte sind in der *Tabelle 6.2* zusammengefasst. Das mit der Einzelementsimulation berechnete Schubverhalten ist in der *Abbildung 6.10* dargestellt. Es ist auffällig, dass die Schädigung bei einem höheren Spannungswert initiiert, und die plastische Deformation und somit ein nichtlineares Materialverhalten früher bei der Fließgrenze auftritt. Dieses Verhalten entspricht auch der Abq-Ply-Fabric-Beschreibung.

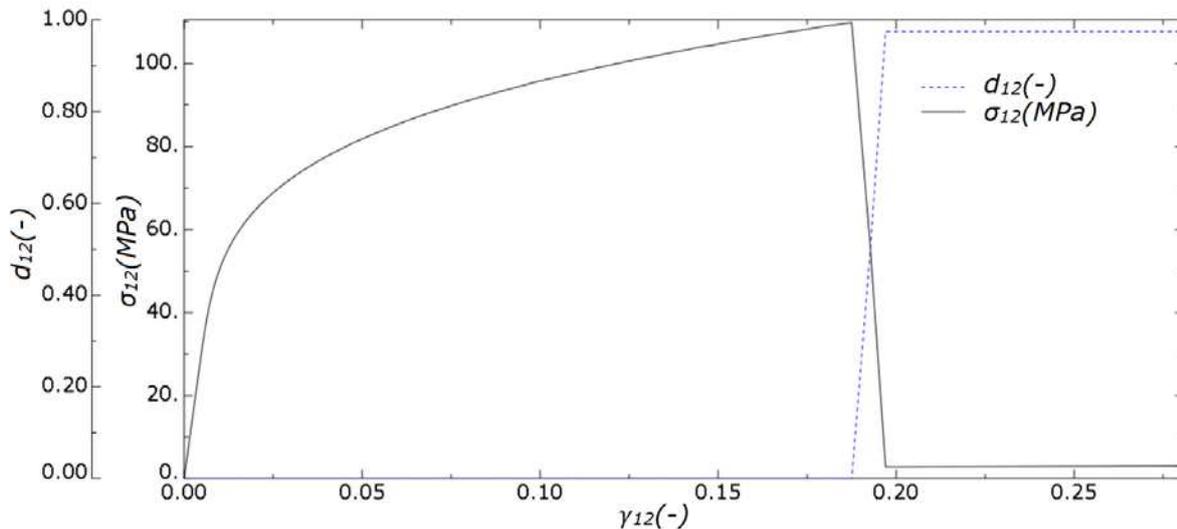


Abbildung 6.10: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter Schubspannung σ_{12} und die Schädigungsvariable d_{12}

6.3 Berechnung und Auswertung der Gewebestruktur

6.3.1 Massenskalierung des Gewebes zur effizienten Simulation

In diesem Abschnitt wird als Erstes die Effizienz der Berechnung untersucht. Wie bereits erläutert wurde, muss man bei einer quasi-statischen Analyse mit einer kleinstmöglichen Simulationszeit eine angemessene Massenskalierung verwenden, um eine effiziente Rechenzeit zu erhalten. Dabei müssen die Trägheitskräfte noch unbedeutend bleiben. Einige Simulationen mit den dazugehörigen Simulations- und Rechenzeiten bzw. mit den verwendeten Massenskalierungen und Verdrehungen sind in der *Tabelle 6.4* zusammengefasst. Unter der Simulationszeit wird der gesamte Zeitschritt und unter der Rechenzeit die zum Rechnen notwendige Zeit definiert. Bei jeder Simulation wird das maximale Energieverhältnis angezeigt.

Tabelle 6.4: Notwendige Rechenzeiten unterschiedlicher Simulationen

Nr.	Simulationszeit [sec]	Massenskalierung [-]	Verdrehung φ [rad]	Energieverhältnis [%]	Rechenzeit [h, min]
1	0,005	-	0,05	11%	40h 49min
2	0,0075	-	0,05	5%	60h
3	0,01	-	0,05	2%	80h
4	<i>0,01</i>	<i>100</i>	<i>0,05</i>	<i>1500%</i>	<i>8h</i>
5	0,01	Einbettung 100	0,05	12,5%	8h
6	0,02	Einbettung 100	0,05	3%	16h 19min
7	0,02	Einbettung 200	0,05	5%	11h 30min
8	0,02	Einbettung 400	0,05	6,7%	8h 17min
9	0,02	Einbettung 200	0,025	2%	10h 11min

Man kann in der *.sta*-Datei das stabile Zeitinkrement der kritischen Elemente anschauen. Vor allem begrenzen diese Elemente die Rechenzeit. Falls das stabile Zeitinkrement erhöht werden kann, ergibt sich eine kleinere Rechenzeit. Das stabile Zeitinkrement des Modells beträgt $\Delta t_{stab.} = 4,21 \cdot 10^{-9} sec$ ohne Massenskalierung. Daraus folgt, dass eine Simulationszeit einer Größenordnung von 10^{-4} immer noch eine dynamische Antwort liefert. In diesem Fall werden die Seiten des Biegebalkens schnell verformt und die mittigen Elemente erfahren keine Deformation. Der Grund dafür ist, dass große dynamische Kräfte auf die seitlichen Elemente des Balkens wirken und die Welle noch nicht in die Mitte vorgedrungen ist. Das heißt, dass die Lösung konzentriert und unterschiedlich von den Ergebnissen einer richtigen quasi-statischen Analyse ist [1].

Die ersten relevanten Simulationen wurden noch ohne Massenskalierung berechnet, daher waren die Rechenzeiten viel länger. Bei der Analyse 1 ist das Verhältnis der kinetischen Energie und der inneren Energie schon knapp über 10%. Bei den folgenden zwei Simulationszeiten der Analysen 1 und 2 sind die Energieverhältnisse unter dem Wert von 10%, der die Voraussetzung einer quasi-statischen Simulation beträgt. Die Rechenzeiten sind eindeutig linear proportional, da nur die Simulationszeit bei diesen Analysen verändert wurden.

Als Nächstes kann man die Analyse 4 mit einer Simulationszeit von 0,01 sec betrachten (kursiv in der *Tabelle 6.4* dargestellt), wobei die Massenskalierung an das gesamte Modell angewandt wurde. Da der Faktor der Massenskalierung 100 beträgt, ist das stabile Zeitinkrement und dadurch die Rechenzeit 10-mal kleiner als bei der vorherigen Analyse. Die kinetische Energie ist aber viel größer geworden, da die Trägheitskräfte durch die Massenskalierung vergrößert wurden. Eine andere Möglichkeit ist, die Massenskalierung nicht an das gesamte Modell anzuwenden, wo viele homogenisierte Elemente sind und die Trägheitskräfte und die kinetische Energie auch deutlich beeinflusst werden, sondern nur die, das stabile Zeitinkrement begrenzenden, kleinen Elemente zu skalieren.

Dies wurde bei der nächsten Analyse (Nr. 5) durchgeführt: die Massenskalierung mit dem Wert von 100 wurde nur auf die Einbettung angewendet. Dadurch ergibt sich ein größeres stabiles Zeitinkrement und eine kleinere Rechenzeit, ohne deutliche Vergrößerung der kinetischen Energie. Aus dieser und der vorherigen Analyse folgt, dass die Massenskalierung mit der Simulationszeit kompensiert (ausgeglichen) werden soll. Da das Verhältnis der kinetischen und inneren Energie immer noch über 10% liegt, muss man die Simulationszeit auch vergrößern. Somit wurde die Analyse mit 0,02 sec Simulationszeit und mit einer Massenskalierung von 100 bei der Einbettung durchgeführt. Es ist eindeutig, dass sich dadurch die Rechenzeit verdoppelte. Zwei weitere Analysen wurden mit 200 und 400 Massenskalierung durchgeführt, wobei die Rechenzeit deutlich verkleinert wurde und die kinetische Energie unter 10% geblieben ist. Es ist wichtig zu erwähnen, dass diese Analysen mit derselben Belastung (Verdrehung an den Referenzpunkten von 0,05rad) berechnet wurden. Bei einer größeren Verdrehung wird die innere Energie und bei gleicher Simulationszeit auch die kinetische Energie erhöht. Also bei einer größeren Verdrehung (Belastung) wäre die Vergrößerung der Simulationszeit notwendig.

Die letzte Analyse (Nr. 9) wurde mit einer kleinen Verdrehung von 0,025rad durchgeführt, welche eine geringe innere Energie aufweist und dieselbe Simulationszeit (0,02 sec) besitzt. Aus diesem Grund bleibt die kinetische Energie unbedeutend. Diese Analyse wird zur Auswertung verwendet. Die innere und kinetische Energieanteile der letzten Analyse sind in der *Abbildung 6.11* dargestellt.

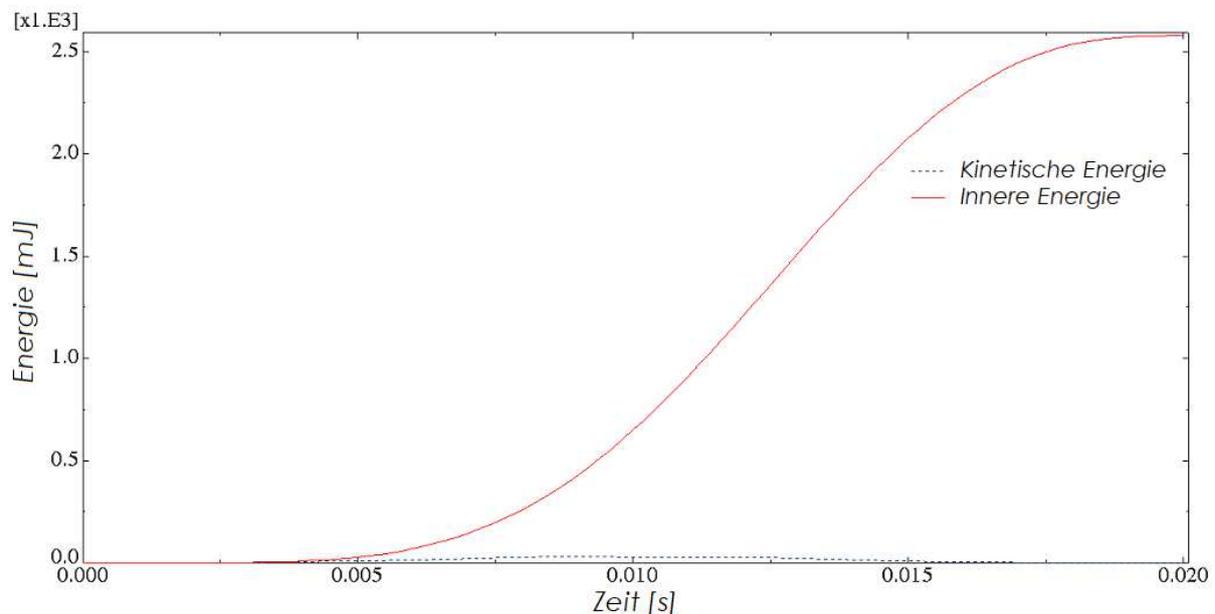


Abbildung 6.11: Der kinetische und der innere Energieverlauf über die Zeit

6.3.2 Globales Verhalten

Im Folgenden wird die Auswertung der letzten Analyse erläutert. Erstens wird die Reaktion des gesamten Modells in Folge der Biegebelastung veranschaulicht. In der *Abbildung 6.12* ist das Reaktionsmoment abhängig der angebrachten Verdrehung dargestellt. Die kleineren Abweichungen von der linearen Funktion resultieren aus der gering dynamischen Antwort des Modells. Die Verdrehung wurde ausreichend langsam angebracht, damit die kinetische Energie nicht über 10% der inneren Energie liegt. Dennoch ergaben sich kleinere Änderungen im Reaktionsmomentenverlauf.

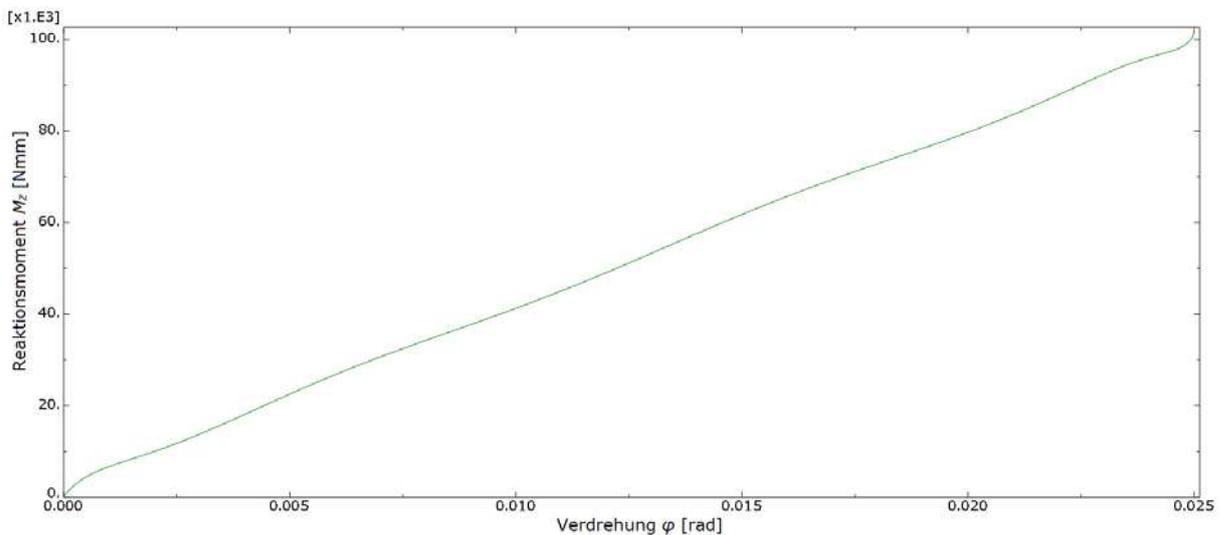


Abbildung 6.12: Reaktionsmoment-Verdrehungsdiagramm

Die Verschiebung u_y (Verformungsfaktor = 1) beim letzten Zeitpunkt ist in der *Abbildung 6.13* dargestellt. Die Verformung ist wie erwartet aufgetreten, nämlich vollständig symmetrisch. Die Verschiebung ist in der Mitte des Balkens am größten, und die zwei Seiten, welche durch starre Kopplung mit den Referenzpunkten verbunden sind, verdrehen sich jeweils in einer starren Ebene.

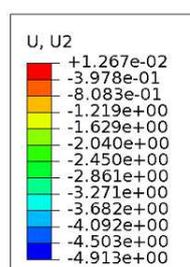


Abbildung 6.13: Die Verschiebung u_y [mm] vom Balken unter der Verdrehung von $\varphi = 0,025$ rad

In der *Abbildung 6.14* ist die Spannungskomponente in x-Richtung dargestellt, wobei die Einbettung ausgeblendet ist, damit die Ergebnisse ohne den in der Detaillierung aufgetretenen höheren Spannungen besser angezeigt werden können. Die „envelope“ Darstellung bedeutet, dass das Maximum von den Absolutwerten der Spannungen aller Integrationspunkte jedes Elements angezeigt wird. Daher kann man keine negativen Spannungen in der *Abbildung 6.14* erkennen.

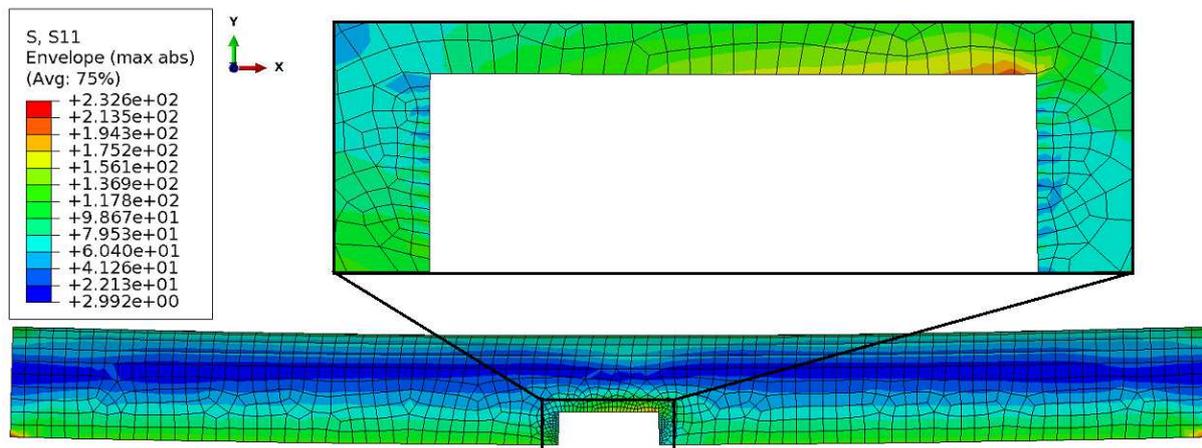


Abbildung 6.14: Spannungskomponente S_{11} [MPa] der homogenisierten Schalenelemente unter der Verdrehung von $\varphi = 0,025$ rad

Es ist auffällig, dass größere Spannungen sich an den zwei Eckpunkten bei den starren Kopplungen ergeben. Dort tritt eine Maximale Spannung von 232,6 MPa auf, die hinsichtlich des eingebetteten Bereichs bedeutungslos ist. Die Länge des gesamten Balkens ist groß genug, damit das Prinzip von Saint-Venant gilt. Das heißt, dass die Belastung genügend weit entfernt vom untersuchten Bereich ist, wodurch die Störung abgeklungen ist. Bei der Einbettung tritt auch höhere Spannung auf. Am Rand der Einbettung tritt auch eine erhöhte Spannung auf, die auf eine fehlerhafte Definition in der detaillierten Geflechtstruktur zurückzuführen ist.¹

¹ Der Grund liegt darin, dass das lokale Materialkoordinatensystem der in -30° ausgerichteten Faserbündel falsch definiert wurde. Da mir das Modell (mit fehlerhafter Definition) vom Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik zur Verfügung gestellt wurde und der Fehler erst am Ende der Arbeit entdeckt wurde, wurde dieser fehlerhafte Input nicht mehr korrigiert.

6.3.3 Auswertung der Faserbündel

In den *Abbildungen 6.15* und *6.16* sind die in den Faserbündeln aufgetretenen äquivalenten Plastizitätswerte von zwei Zeitpunkten dargestellt. Beim letzten Zeitpunkt ($\varphi = 0,025$ rad) am Rand ist schon eine kleinere Plastizität von ca. 0,3% auffindbar, daher wird ein vorheriger Zeitpunkt ($t=0,011$ sec; $\varphi = 0,0138$ rad) genommen, wobei die Plastizität überall am Rand vernachlässigbar ist. Wie es schon beschrieben wurde, sind die Elemente entlang der Einbettung sowie die Schalenelemente des Balkens ohne Schädigung definiert, daher erzeugen die größeren Verformungen nicht reale Spannungen entlang der Einbettung. Aus diesem Grund wird die detaillierte Struktur bis zu einem bestimmten Zeitpunkt zur Auswertung berücksichtigt, wo die Plastizität noch innerhalb der mit Abq-Ply-Fabric definierten Elemente bleibt. Zur weiteren Untersuchung wäre es notwendig, die detaillierte Gewebestruktur zu vergrößern.

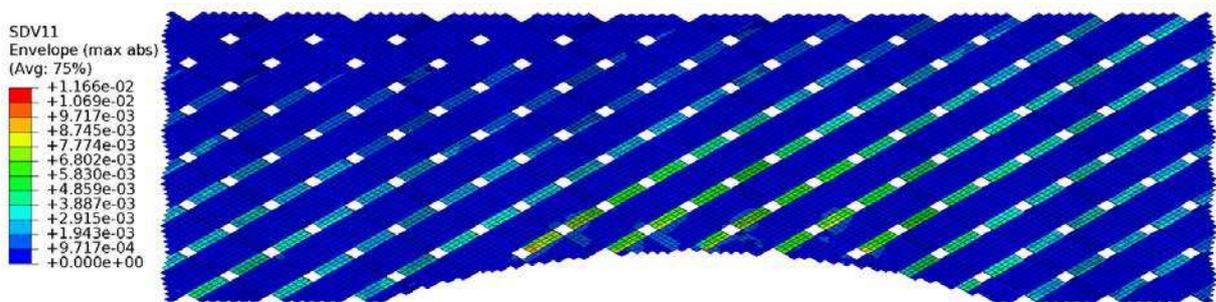


Abbildung 6.15: Plastizität in den Faserbündeln unter der Verdrehung von $\varphi = 0,025$ rad

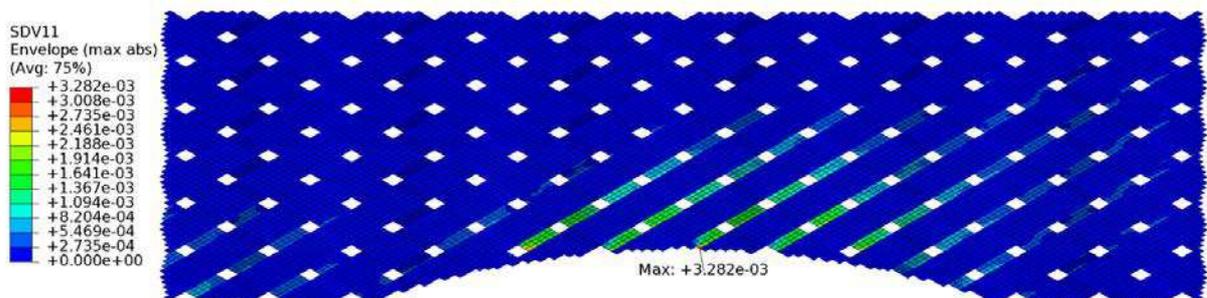


Abbildung 6.16: Plastizität in den Faserbündeln unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad

Obwohl der ganze Balken biegebelastet ist, tritt eine komplexe Beanspruchung der Faserbündel und der Matrixtaschen wegen der gewebten Struktur auf. Daher ist es notwendig die Bestandteile mit den vom Abq-Ply-Fabric zur Verfügung gestellten Schädigungsvariablen und mit den lokalen Spannungen auszuwerten. In dem Folgenden wird der Zeitpunkt $t=0,011$ sec betrachtet und die Faserbündel bzw. die Matrixtaschen in diesem Schritt ausgewertet. Außer wenn es nicht anders beschrieben und angezeigt ist, werden alle Bilder aus derselben Richtung (z-Achse, vgl. *Abbildung 6.14*) wie die bisherigen Bilder dargestellt, deswegen ist das Koordinatensystem in diesem Fall nicht mehr

veranschaulicht. Die obere Gewebeschicht entlang der positiven z-Richtung (innere Seite des U-Profiles) wird als Schicht-2 und die untere als Schicht-1 benannt.

Auf den Bildern, wo die erste und die zweite Schicht getrennt jeweils ausgewertet wird, werden die Ergebnisse in den zwei Schichten zusammen nicht dargestellt, da eine gemeinsame Darstellung wieder nur die Werte der oberen Schicht (Schicht-2) veranschaulichen würde. Es ist wichtig zu erwähnen, dass die Formulierung des Abq-Ply-Fabric Materialmodells mit dem maximalen Spannungskriterium keine Interaktion zwischen den Spannungskomponenten berücksichtigt. Aus diesem Grund bzw. auch wegen dem transversal isotropen Materialverhalten der Faserbündel müssen die Spannungskomponenten getrennt ausgewertet werden.

In der *Abbildung 6.17* sind die „envelope“ Spannungskomponente S_{11} von den beiden Schichten dargestellt. Entsprechend dem lokalen Koordinatensystem zeigt diese Komponente die Normalspannung in Faserrichtung jedes Faserbündels. Da die UD-Schichten entlang der Faserrichtung eine viel größere Steifigkeit sowie Festigkeit haben, sind die auftretende Spannungen in diese Richtung auch größer. Daraus folgt, dass die maximalen Werte sich aus den Spannungskomponenten S_{11} ergeben. Dennoch tritt meistens nicht Faserschädigung zuerst aufgrund der größeren Faserfestigkeit auf.

Die größte Spannung, wie man es erwarten kann, ist bei der Kerbe aufgetreten. Sie beträgt 384,2 MPa und befindet sich auf der linken Seite der Kerbe in der Schicht-2. Das Faserbündel, das die maximale Spannung beinhaltet, ist entlang der Gesamtlänge höher belastet. Die weiteren Bereiche der Schichten - wie beispielweise auf der rechten Seite - sind weniger belastet. Allgemein ist es auffällig, dass die Faserbündel in Richtung-2 (in weiterer Folge die Richtung entlang der Faserbündel schräg nach rechts wird so genannt = Materialorientierung unter 30°) höher belastet sind als die Faserbündel in Richtung-1 (in weiterer Folge die Richtung entlang der Faserbündel schräg nach links wird so genannt = Materialorientierung unter -30°). Daher haben sich auch größere Spannungen bei den homogenisierten Schalenelementen des Balkens an den zwei Eckpunkten (vgl. *Abbildung 6.14* rechts oben und links unten) ergeben.

Die Faserbündel in Richtung-1 nehmen geringere Spannung entlang der Faserrichtung auf. Die schrittweise abnehmende Belastung von den Faserbündeln in Richtung-2 ist bei der Komponente S_{11} auch bemerkbar. Es ist auffällig, dass die Spannungsverteilung in der detaillierten Gewebestruktur nicht symmetrisch ist. Weiters kann man noch feststellen, dass die höheren Spannungen am Rand der Fasern bzw. bei den Kreuzungspunkten sich ergeben. Die S_{11} Spannungen sind überall unter der Zug- bzw. Druckfestigkeit der UD-Schichten, daher tritt keine Schädigung auf, d.h. $d_{1+}=d_{1-}=0$.

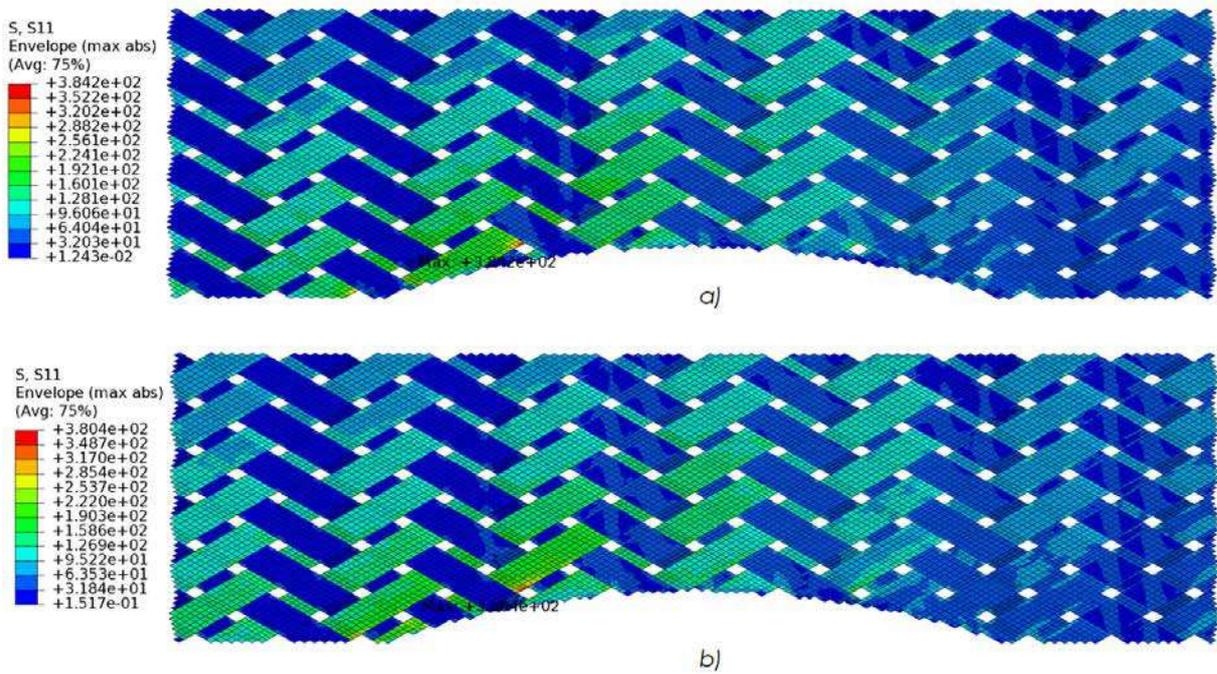


Abbildung 6.17: Envelope Spannungskomponenten S_{11} [MPa] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad a) in der Schicht-2 und b) in der Schicht-1

In der *Abbildung 6.18* sind die Spannungen quer zur Faserrichtungen (S_{22}) dargestellt. Bei den Verbindungsteilen (Verbindungsteile: die schrägen und geraden Abteile zwischen zwei Kreuzungspunkten) der Faserbündel treten höhere Spannungskomponenten S_{22} auf, da die Kreuzungsbereiche der Faserbündel durch die „Zusammenklebung“ mittels der Kohäsivzonenelemente in zwei Richtungen versteift sind. Wiederum tritt die maximale Spannung in beiden Schichten auf demselben Punkt auf. In diesem Fall in der Mitte der Kerbe. Die Fasern werden in Folge der Biegebelastung bei dieser Kreuzung auseinandergezogen, daher entsteht eine größere Zugbelastung quer zur Faserrichtung, die in der Nähe der entsprechenden Festigkeit ($Y_T=82$ MPa) ist. Beim dargestellten Zeitpunkt, unter der Verdrehung $\varphi = 0,0138$ rad, tritt keine Schädigung quer zur Faserrichtung ($d_{2+}=d_{2-}=0$) auf.

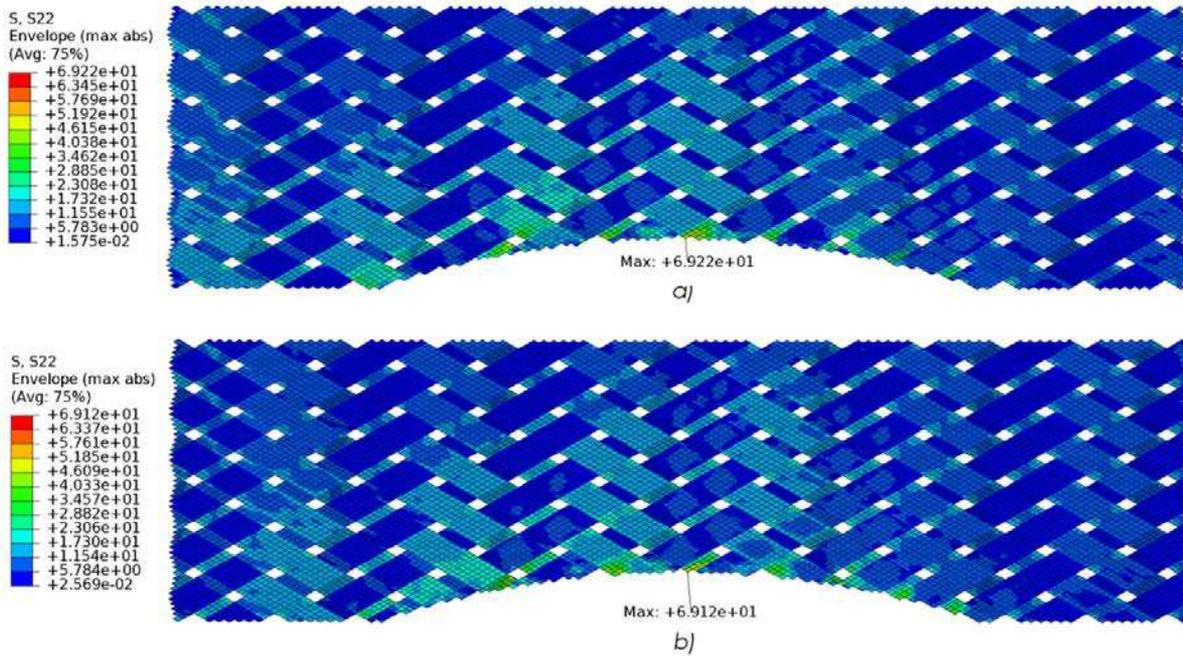


Abbildung 6.18: Envelope Spannungskomponenten S_{22} [MPa] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad a) in der Schicht-2 und b) in der Schicht-1

Es fällt in der *Abbildung 6.18* auf, dass die höchstbelasteten Punkte sich entlang der Kerbgeometrie befinden. Der am geringsten belasteten Bereich ergibt sich genauso unten auf der rechten Seite. Im Vergleich zu den Spannungen S_{11} kann man den Unterschied bemerken, dass die Spannungskomponenten S_{22} nicht in der Richtung-2 (schräg nach rechts) sondern in der Richtung-1 (schräg nach links) größer sind. Die Faserbündel in Richtung-2 weisen eine deutliche Zugbelastung S_{11} auf (*siehe Abbildung 6.16*) und die Belastung wird durch die Kohäsivzonenelemente in den Faserbündel in Richtung-2 als eine Beanspruchung quer zur Faserrichtung realisiert.

Die Schubbeanspruchung ist in der *Abbildung 6.19* dargestellt. Die maximale Spannung S_{12} tritt genauso wie bei der Komponente S_{22} in der Mitte der Kerbe auf. Von diesem Punkt ausgehend breitet sich der hochbelastete Bereich aus, wobei die höheren Spannungen eindeutig zwischen den Kreuzungspunkten in den schrägen und geraden Teilen der UD-Faserbündel auftreten. Bei den Kreuzungen gibt es einen größeren Widerstand gegen Schubbelastung, weil die unterschiedlich ausgerichteten, durch die Kohäsivzonenelemente verbundenen Fasern einander in der lokalen 1-2 Ebene versteifen.

Obwohl Schädigung infolge Schubbelastung noch nicht auftritt, ist die Fließgrenze schon überschritten. Die Fließspannung beträgt 22,8 MPa, daraus folgt, dass im größten Anteil des Gewebes schon nichtlineares Materialverhalten, d.h. Fließen auftritt.

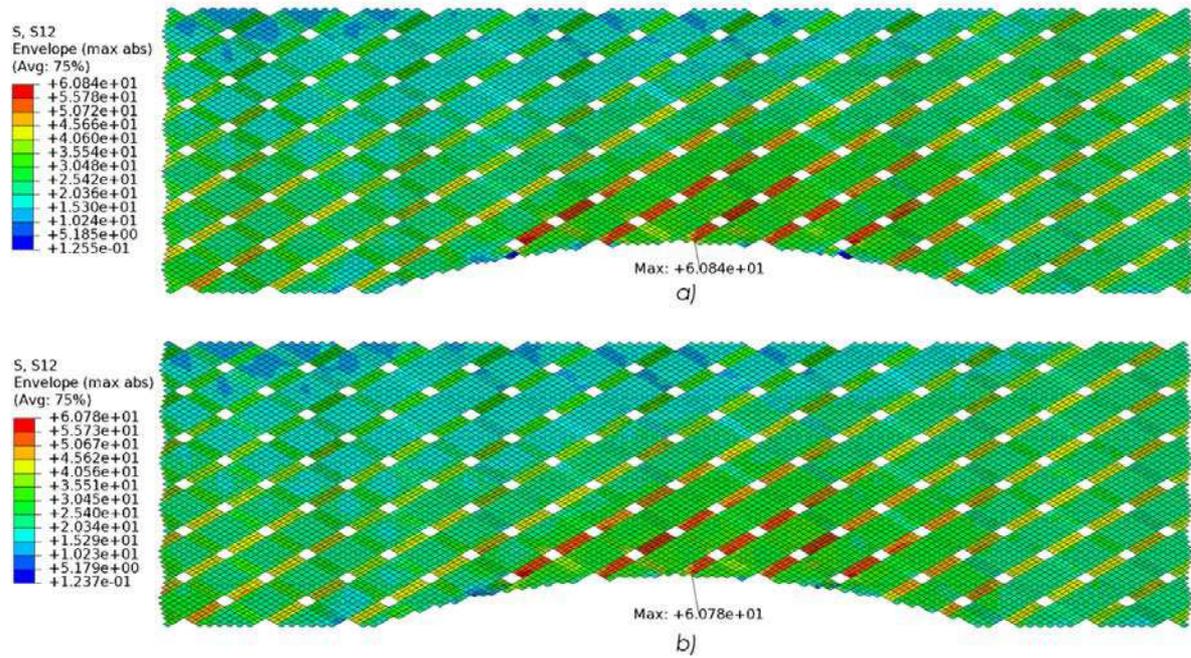


Abbildung 6.19: Envelope Spannungskomponenten S_{12} [MPa] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad a) in der Schicht-2 und b) in der Schicht-1

Wie im 2. Kapitel beschrieben wurde, kann meistens das Versagen einer UD-Schicht auf die Matrixschädigung zurückgeführt werden. Bei dieser Gewebestruktur ist es auch der Fall (hinsichtlich dessen, dass die Faserbündel UD-Schichten sind und Matrixmaterial beinhalten), da die Schädigungsvariable d_{2+} bei der Verdrehung von $\varphi = 0,025$ rad (Zeitpunkt $t=0,02$ sec) den Wert 0,9 erreicht. Die Schubspannung S_{12} beträgt in diesem Fall nur 73 MPa, d.h. tritt Schubversagen nicht auf.

Die Schubspannungsverteilung kann man mit der äquivalenten plastischen Dehnung vergleichen, die in der *Abbildung 6.20* dargestellt ist. Die äquivalente plastische Dehnung stellt – laut der Abq-Ply-Fabric Beschreibung – die Schubverzerrung dar.

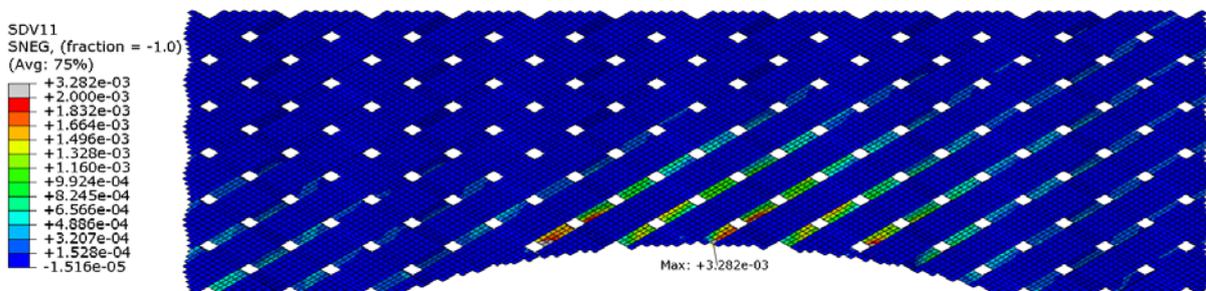


Abbildung 6.20: Äquivalente plastische Dehnung $\bar{\epsilon}^{pl}$ [–] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad

Die äquivalente plastische Dehnung weist die gleiche Verteilung wie die Spannung S_{12} , weil die Plastizität durch die Schubbelastung auftritt. Also die maximale Dehnung tritt in der Mitte der Kerbe auf und verbreitet sich der plastische Bereich in den schrägen und geraden Teilen zwischen den Kreuzungspunkten mit der Zeit in Folge der Belastungsvergrößerung in die Richtung-1 (zwischen den parallelen Faserbündeln) deutlicher.

Wie schon erläutert wurde, wäre es zur weiteren Untersuchung notwendig die detaillierte Gewebestruktur zu vergrößern, damit künstliche Spannungen in den linear elastischen Elementen entlang der Einbettung durch die Plastizität nicht auftreten können.

6.3.4 Auswertung der Matrix

Die Matrix besteht aus den äußeren Deckungen und den Matrixtaschen, welche die Ausfüllung zwischen den Faserbündel liefern. Da die Geometrie der Faserbündel entlang der Faserrichtung „wellenförmig“ ist, d.h. durch die Kreuzungen wechseln die Fasern ihrer Position zwischen zwei Ebenen. Die Schalenelemente der Matrixtaschen folgen dieser Geometrie. Die unterschiedlichen Elementdicken sind berücksichtigt, ist es aber wegen der Eigenschaft der Schalenelemente nicht dargestellt. Die äußeren Deckungselemente und die die Ausfüllung gebende Matrixelemente sind zusammen in einzelnen Schichten dargestellt. Zu beiden Schichten gehört eine untere bzw. eine obere Schicht von Matrixschalenelementen. Also insgesamt gibt es vier Matrixschichten im Modell.

Die Matrixelemente wurden mit homogen isotropen Eigenschaften, und deren nichtlineares Verhalten durch die Drucker-Prager Plastizität definiert. Die *Abbildung 6.21* zeigt die „envelope“ Spannungskomponenten S_{11} - laut dem globalen Koordinatensystem - in den Matrixelementen. Von oben nach unten sind die obere und untere Matrixschichten der Schicht-2 bzw. der Schicht-1 dargestellt. Wie es in der Modellbeschreibung auch erwähnt wurde, sind die unteren Matrixelemente der Schicht-2 (*Abbildung 6.21 b*) und die oberen Matrixelemente der Schicht-1 (*Abbildung 6.21 c*) durch Kohäsivzonenelemente verbunden. Die Kopplung dieser Schichten befindet sich in der Ebene der homogenisierten Elemente des Balkens.

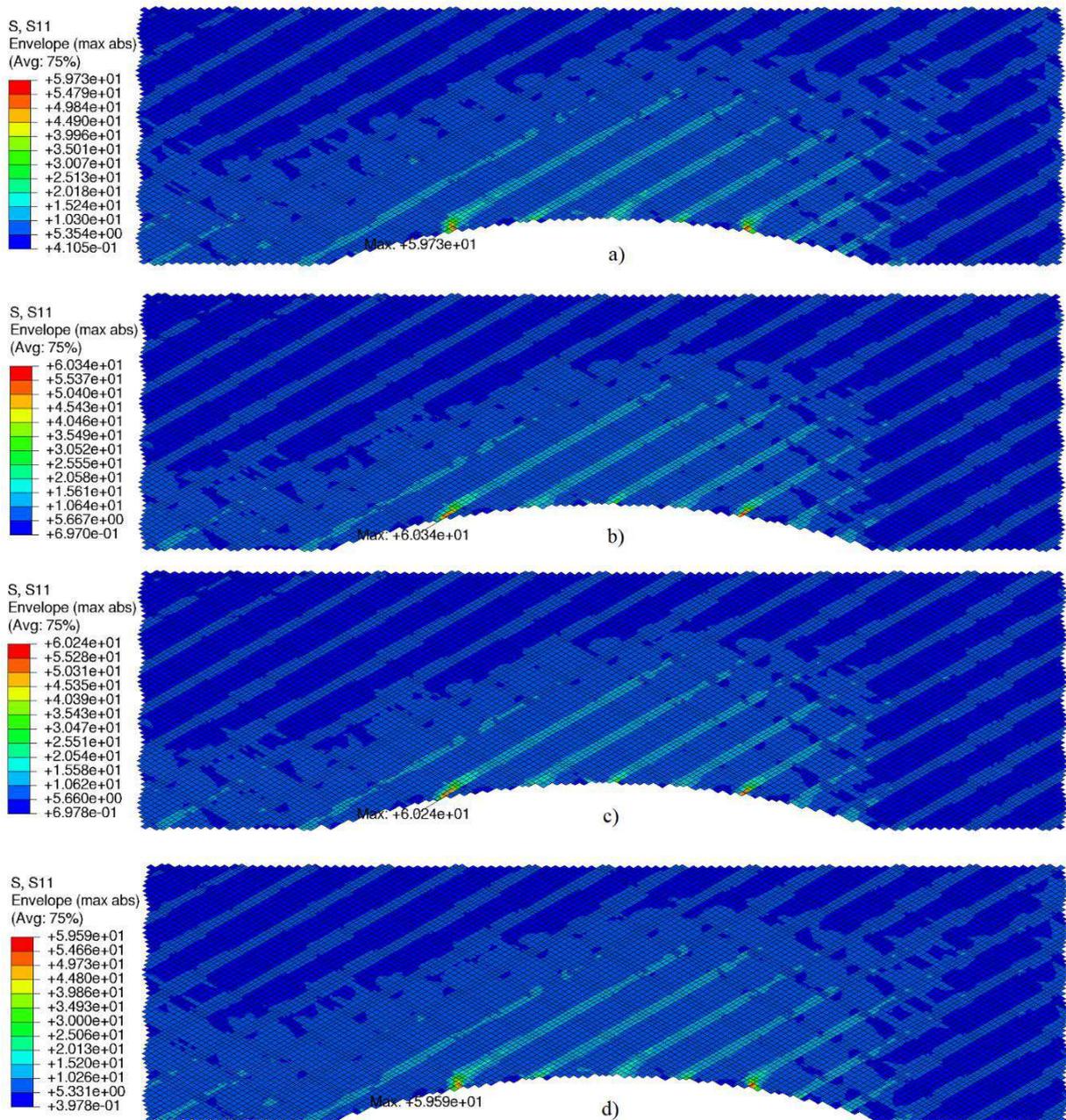


Abbildung 6.21: Envelope Spannungskomponenten S_{11} [MPa] der Matrixelemente im globalen Koordinatensystem unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad a) in der Schicht-2 oben b) in der Schicht-2 unten c) in der Schicht-1 oben und d) in der Schicht-1 unten

Bei den Matrixelementen sind ähnliche Spannungsverteilungen bemerkbar wie bei den Faserbündeln. Die maximalen und höheren Spannungen ergeben sich beim Ausschnitt der Kerbgeometrie und verbreiten sich deutlicher zwischen den Faserbündeln in Richtung-2 (schräg nach rechts). Die maximale Spannung nimmt einen geringeren Wert (60,2 MPa) bei den inneren Matrixschichten auf im Vergleich zu den äußeren Deckungen (59,6 MPa).

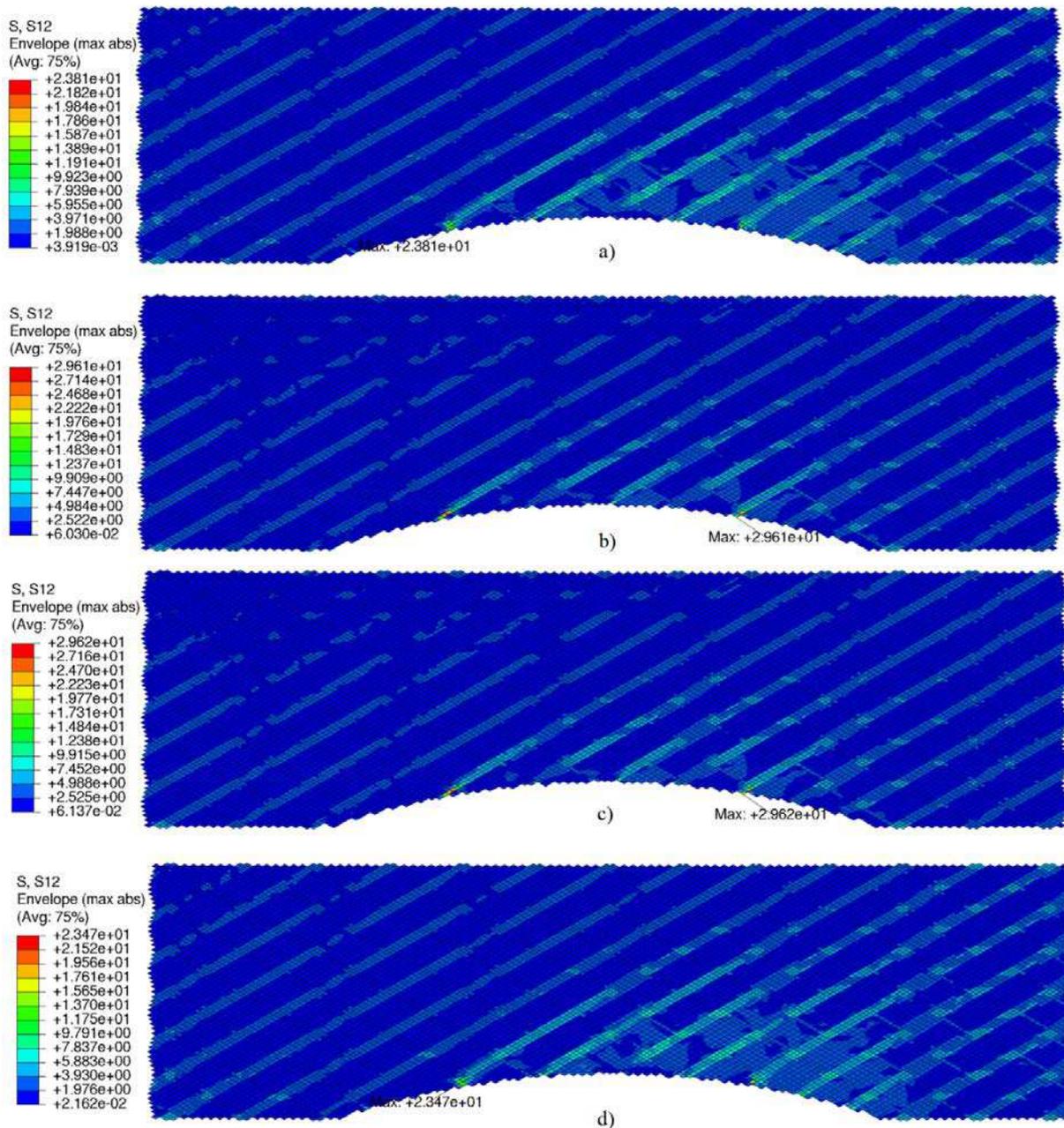


Abbildung 6.22: Envelope Spannungskomponenten S_{12} [MPa] der Matrixelemente im globalen Koordinatensystem unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad a) in der Schicht-2 oben b) in der Schicht-2 unten c) in der Schicht-1 oben und d) in der Schicht-1 unten

Die *Abbildung 6.22* sind die Spannungskomponenten S_{12} dargestellt. Diese Spannungsverteilung tritt ähnlich wie bei der Komponenten S_{11} auf, ausgenommen, dass die Spannungen S_{11} an den Faserbündeln höheren Werten aufnehmen. Die maximale Spannung S_{12} beträgt 29,6 MPa bei den inneren Matrixschichten, und 23,4 MPa in den äußeren Deckungen.

Weder die Spannungskomponenten S_{11} , noch die S_{12} erreichen die Festigkeit, die 136,9 MPa beträgt. Versagen erfolgt in den Matrixtaschen nicht. Fließen tritt in sehr kleinen Bereichen auf, die in der *Abbildung 6.23* dargestellt sind.

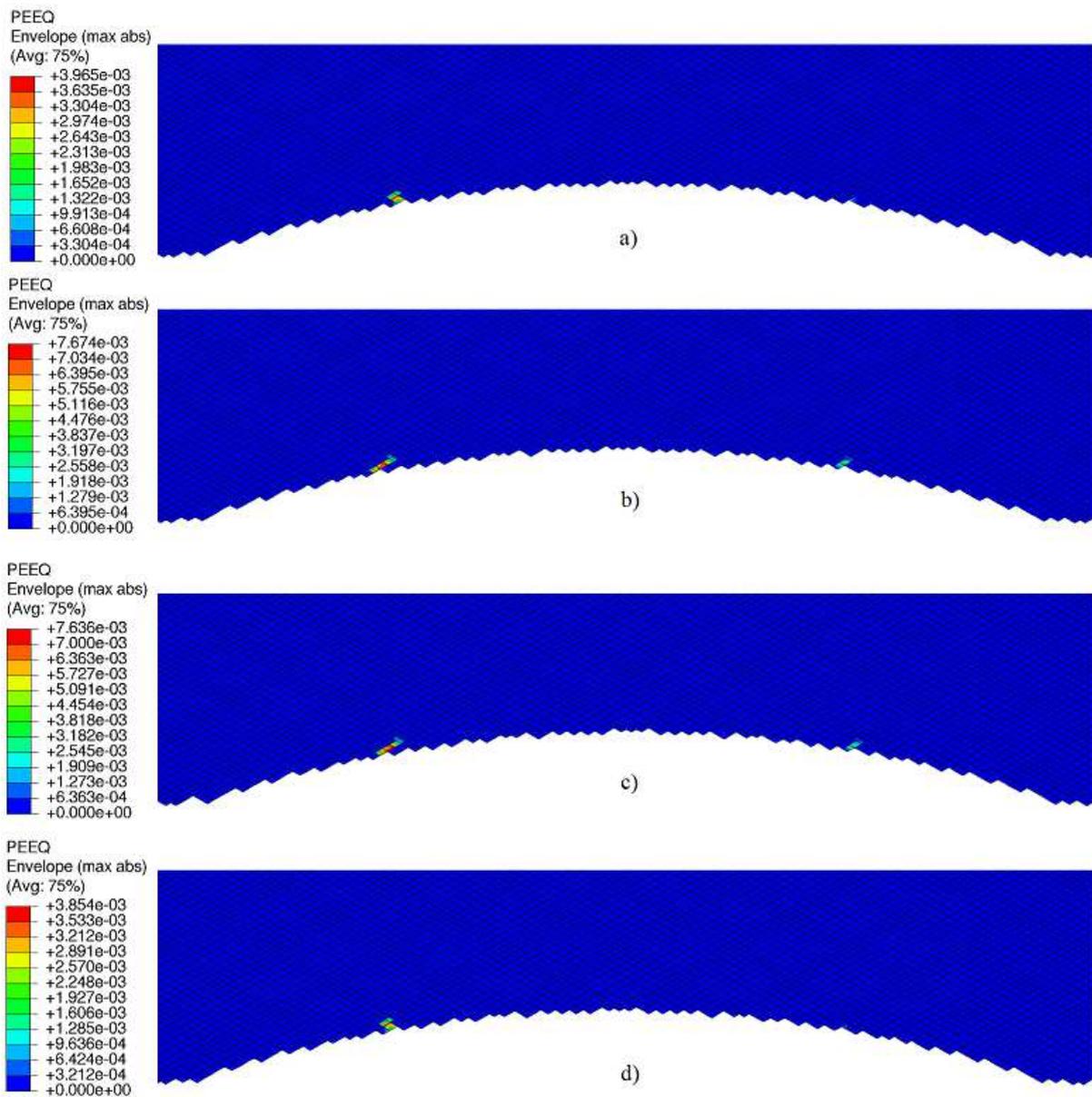


Abbildung 6.23: Die äquivalente Plastizität der Matrixelemente unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138$ rad a) in der Schicht-2 oben b) in der Schicht-2 unten c) in der Schicht-1 oben und d) in der Schicht-1 unten

Die plastischen Bereiche bilden sich symmetrisch zur Mittellinie der Gewebestruktur, sie treten jedoch an mehreren Elementen auf der linken Seite auf. Insgesamt erfolgt die Plastizität nur an einigen Elementen. Die mittlere Matrixschicht - die verbundenen Unterseite der Schicht-2 und der Oberseite der Schicht-1 - beinhaltet die meisten der plastizierten Elemente. Dies kommt eindeutig aus der Spannungsverteilungen auch (vgl. *Abbildung 6.21*) heraus, wobei die größeren Spannungen in diesen Schichten auftreten.

Generell lässt sich sagen, dass die Matrixtaschen mit ihrer geringeren Steifigkeit eindeutig die Verformung der Körperbindung von den Faserbündeln verfolgen. Da sich die Plastizität in den Faserbündeln entlang der Richtung-2 (schräg nach rechts) ausbreitet (*siehe Abbildung*

6.20), tritt sie genauso in denselben Bereichen zwischen den Faserbündeln, in den Matrixtaschen auf. Wie bei der Auswertung von Fasern beschrieben, sind die Kreuzungspunkte der Faserbündel steifer als ihre schrägen und geraden Verbindungsteile. Die Kreuzungspunkte reagieren daher steifer auf die Belastung und erhalten nicht so viel Verformung wie die übrigen Verbindungsteile der Faserbündel, die größere Verschiebungen aufweisen. Aus diesem Grund entstehen in den sich neben den Kreuzungspunkten befindenden Matrixelementen größere Spannungen. An diesen Punkten ist die Matrix nur in einer Richtung mittels der Faserbündel versteift.

7 Zusammenfassung

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit dem nichtlinearen Verhalten von einer faserverstärkten Geflechtstruktur mit 2/2 Körperbindungen. Das FE-Modell wurde vom Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik (*ILSB*) der Technischen Universität Wien zur Verfügung gestellt und mittels Abaqus/Explicit untersucht. Aufgrund der Komplexität der geflochtenen Strukturen sind meistens homogenisierte Elemente verwendet. Das Ziel dieser Diplomarbeit war jedoch die Untersuchung des nichtlinearen Verhaltens der detaillierten Geflechtstruktur. Dazu wurde eine Einbettung der 2/2 Körperbindung in einem U-Profil Biegebalken mit Symmetrie simuliert.

Im kommerziellen FE-Programm Abaqus dient das Materialmodell Abq-Ply-Fabric zur Modellierung der homogenisierten Schichten eines Gewebelaminates. Dieses Materialmodell sollte auf die FE-Simulationen der detaillierten Struktur angewandt werden, unter der Berücksichtigung der Plastizität und Schädigung. Die FE-Simulation mit dem Materialmodell Abq-Ply-Fabric ist nur unter der Verwendung des Abaqus/Explicit Softwaremoduls möglich. Das Biegebalken-Modell wurde mit einer quasi-statischen Analyse berechnet. Die angebrachte Belastung war in Form von Verdrehungen an den Balkenenden.

Eine vorsichtige Herangehensweise ist erforderlich, um das Abq-Ply-Fabric auf detaillierte Gewebestrukturen anwenden zu können, da dieses Materialmodell grundsätzlich für homogenisierte Elemente eines Gewebes gedacht ist. Das Materialmodell wurde auf die Faserbündeln angewandt, so dass die erste Materialachse vom Abq-Ply-Fabric die tatsächliche Faserrichtung der Bündel definiert. Die zweite Materialachse vom Abq-Ply-Fabric definiert die Richtung quer zu den Fasern, da die Faserbündel transversal isotrope UD-Schichten sind. Sie sind wiederum in eine Matrix eingebettet. Eine andere wichtige Betrachtung des Modells ist die mesoskopische Skalenlänge. Das heißt, dass die Faserbündel auch mit homogenisierten Eigenschaften einer UD-Schicht modelliert sind. Daher sind die Versagensmodi der UD-Schichten in einem allgemeinen Sinn durch die Schädigungsvariablen berücksichtigt. Alle Elemente - außer den Kohäsivzonenelementen - des Modells sind Schalenelemente und somit wurde ein ebener Spannungszustand berechnet.

Als erstes sollte die Effizienz der quasi-statischen Analyse untersucht werden. Abaqus/Explicit dient als einfaches Mittel zur Berechnung der dynamischen Simulationen, aber die explizite Zeitintegration ist nur bedingt stabil. Die feine Diskretisierung der detaillierten Gewebestruktur verursacht ein sehr kleines stabiles Zeitinkrement. Aus diesem Grund sollte die Rechenzeit mit Hilfe der Massenskalierung verkleinert werden, so dass die Trägheitskräfte die dynamische Antwort des Modells nicht deutlich vergrößern.

Nach einer erfolgreichen quasi-statischen Analyse wurde die Gewebestruktur ausgewertet. Die Reaktion der Struktur zeigt das richtige Verhalten einer Gewebestruktur. Alle Spannungskomponenten sind noch niedriger als die entsprechenden Festigkeitswerte geblieben, Schädigung ist also nicht, aber Plastizität ist aufgetreten. Das nichtlineare Verhalten bzw. die Plastizität in den Matrixelementen folgt der Verformung der Faserbündel.

An dem ILSB wurde das Materialmodell Abq-Ply-Fabric für mehrere Untersuchungen und Projekte verwendet bzw. mit anderen Materialmodellen verglichen. Diese FE-Simulationen wurden immer mit homogenisierten Elementen von Geweben durchgeführt. Weiters wurde dieselbe Gewebestruktur unter der Verwendung von einem anderen Materialmodell[11] mittels impliziter Zeitintegration mit Plastizität berechnet. In dieser Diplomarbeit wurde aber die Plausibilität des Abq-Ply-Fabric, unter der Verwendung von Abaqus/Explicit, zur detaillierten Gewebestruktur untersucht.

Abschließend kann man die Aussage treffen, dass die Problemstellung dieser Diplomarbeit positiv beantwortet werden kann. ***Das Materialmodell Abq-Ply-Fabric kann zur Modellierung einer detaillierten Composite-Geflechtstruktur bei Plastizität verwendet werden.*** Dies bedeutet, dass die Composite-Gewebe genauer bestimmt und dementsprechend effizienter an die Anforderungen angepasst werden können.

8 Literaturverzeichnis

- [1] Abaqus Analysis User's Guide and Theory Guide. Version 6.14. Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2014
- [2] Abq-Ply-Fabric for Fabric Reinforced Composites, SIMULIA Answer 3749. Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2013
- [3] AVK – Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe e. V. Handbuch Faserverbundkunststoffe/Composites: Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen. 4. Auflage, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013
- [4] Dassault Systèmes SE: Analysis of Composite Materials with Abaqus. 2009
- [5] R. Duy: FEM-Simulations of a braided composite structure using an embedding approach. Bachelorarbeit, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2018
- [6] J. Gager: Modeling and simulation concepts for advanced braided composites. Dissertation, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2013
- [7] Z. Hashin: Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, vol. 47, no. 2, 1980, pp. 329–334.
- [8] J. Hoffmann: Charakterisierung faserverstärkter Elastomere für formvariable Strukturflächen. Dissertation, Technische Universität München, 2012
- [9] R. M. Jones: Mechanics of Composite Materials. 2. ed., Taylor & Francis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1999
- [10] L. M. Kachanov: Time of the Rupture Process under Creep Conditions. Izy Akad. Nank SSR Otd Tech Nauk 8 (1958): 26-31.
- [11] J. H. Kaul, H. E. Pettermann: A constitutive model for fiber reinforced polymer plies – coupling of plastic and elasto-damage mechanisms, Institute of Lightweight Design and Structural Biomechanics, Vienna University of Technology, Glasgow, UK, 2018
- [12] B. Kóbor: Finite Elemente Simulationen einer Lochplatte aus Faserverbund-Laminat. Diplomarbeit, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2018
- [13] M. Meindlhumer: Schädigung und Versagensvorhersage von Gewebelaminaten durch mechanismenbasierte Hüllflächen. Diplomarbeit, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2013

- [14] S. Murakami. Continuum Damage Mechanics: A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture, Springer, 2012. ProQuest Ebook Central, <https://ebookcentral.proquest.com/lib/viennaut/detail.action?docID=886155> (11.04.2019)
- [15] A. Puck: Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis. München Wien: Hanser, 1996
- [16] J.N. Rabotnov: Creep Problems in Structural Members, volume 7 of North Holland series in Applied Mathematics and Mechanics. North-Holland, Amsterdam, Netherlands, 1969
- [17] D. Radaj: Ermüdungsfestigkeit. 2. Auflage, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2003
- [18] F.G. Rammerstorfer: Einführung in die Finite Elemente Methoden, Vorlesungsskript, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2010
- [19] F. G. Rammerstorfer and A. Starlinger: Engineering mechanics of fiber reinforced polymers and composite structures. volume 348 of *CISM courses and lecture*, chapter Lamination theory and failure mechanisms in composite shells. Springer Verlag Wien, New York, Austria, 1994
- [20] C. Schuecker: Mechanised based modeling of damage and failure in fiber reinforced polymer laminates. Dissertation, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2005
- [21] H. Schürmann: Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2. bearbeitete und erweiterte Auflage, 2007
- [22] A. Salcher: FEM-Auslegung einer Kohlefaser-Geflechtstruktur. Diplomarbeit, Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Technische Universität Wien, 2015
- [23] I. Skrna-Jakl: Composite-Strukturen. Problemlösung mittels FE-Methoden - Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik, Vorlesungsskript, Technische Universität Wien

9 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Definition der lokalen Achsen und des Drehwinkels einer UD-Schicht [12]	VII
Abbildung 1.1: Der "besenförmige" Bruch der Fasern beim Dreipunktbiegeversuch [21]	11
Abbildung 2.1: Aufbau eines Laminates und einer UD-Schicht [23]	15
Abbildung 2.2: Abgrenzung der Skalenlängen [6]	16
Abbildung 2.3: Die Materialachsen und die Struktur einer UD-Schicht [23]	17
Abbildung 2.4: Die Spannungskomponenten und die sich daraus ergebenden Beanspruchungen [22]	18
Abbildung 2.5: Die gebräuchlichsten Gewebestrukturen	19
Abbildung 2.6: Das Modell einer 2/2 Körperbindung (oben), die Faserbündeln (links) und die Matrixtaschen (rechts) [13]	20
Abbildung 2.7: (a) Faserbruch unter Zugbeanspruchung (b) Knickband beim Faserbruch unter Druckbeanspruchung [22]	21
Abbildung 2.8: Versagen durch Zugbelastung quer zur Faserrichtung [22]	22
Abbildung 2.9: Versagen durch Druckbelastung quer zur Faserrichtung [22]	22
Abbildung 2.10: Schubversagen in der Iq-Ebene (oben)	23
Abbildung 2.11: Die Gültigkeit von First und Last Ply Failure bei steigender Belastung [23]	24
Abbildung 2.12: Schadensfläche des Maximalspannungskriteriums [23]	24
Abbildung 2.13: Schadensfläche des Puck'schen Versagenskriteriums [23]	25
Abbildung 3.1: Definition der beschädigten und der unbeschädigten Fläche [12]	28
Abbildung 4.1: Faserorientierung der Gewebestruktur [2]	31
Abbildung 5.1: Diskretisierung des Zeitraums [12]	38
Abbildung 5.2: Die Energieanteile bei einer quasi-statischen Analysen [1]	42
Abbildung 5.3: Die notwendige „smooth“ Belastung bei quasi-statischen Analysen [1]	42
Abbildung 6.1: Geometrie des gesamten Modells [5]	46
Abbildung 6.2: Die Randbedingungen und die Diskretisierung des Balkens	46
Abbildung 6.3: Querschnitt der 2/2 Körperbindung mit den Elementdicken von Faserbündeln und Matrixtaschen bzw. mit ihrer Verbindung (angepasst von [6])	47
Abbildung 6.4: Die Körperbindung einer Schicht in der Gewebestruktur, Schalenelemente der Matrix sind nicht dargestellt	48
Abbildung 6.5: Die „TIE“ <i>surface to surface</i> Bedingung der Einbettung	49
Abbildung 6.6: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Zugspannung in Faserrichtung σ_{11} und die Schädigungsvariable d_{1+}	52
Abbildung 6.7: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Druckspannung in Faserrichtung $-\sigma_{11}$ und die Schädigungsvariable d_{1-}	52
Abbildung 6.8: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Zugspannung quer zur Faserrichtung σ_{22} und die Schädigungsvariable d_{2+}	53

Abbildung 6.9: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter einachsiger Druckspannung quer zur Faserrichtung $-\sigma_{22}$ und die Schädigungsvariable d_2	53
Abbildung 6.10: Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter Schubspannung σ_{12} und die Schädigungsvariable d_{12}	54
Abbildung 6.11: Der kinetische und der innere Energieverlauf über die Zeit	56
Abbildung 6.12: Reaktionsmoment-Verdrehungsdiagramm	57
Abbildung 6.13: Die Verschiebung u_y [mm] vom Balken unter der Verdrehung von $\varphi = 0,025 \text{ rad}$	57
Abbildung 6.14: Spannungskomponente S_{11} [MPa] der homogenisierten Schalenelemente unter der Verdrehung von $\varphi = 0,025 \text{ rad}$	58
Abbildung 6.15: Plastizität in den Faserbündeln unter der Verdrehung von $\varphi = 0,025 \text{ rad}$	59
Abbildung 6.16: Plastizität in den Faserbündeln unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$	59
Abbildung 6.17: Envelope Spannungskomponenten S_{11} [MPa] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$ a) in der Schicht-2 und b) in der Schicht-1	61
Abbildung 6.18: Envelope Spannungskomponenten S_{22} [MPa] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$ a) in der Schicht-2 und b) in der Schicht-1	62
Abbildung 6.19: Envelope Spannungskomponenten S_{12} [MPa] unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$ a) in der Schicht-2 und b) in der Schicht-1	63
Abbildung 6.20: Äquivalente plastische Dehnung ϵ_{pl} – unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$	63
Abbildung 6.21: Envelope Spannungskomponenten S_{11} [MPa] der Matrixelemente im globalen Koordinatensystem unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$ a) in der Schicht-2 oben b) in der Schicht-2 unten c) in der Schicht-1 oben und d) in der Schicht-1 unten	65
Abbildung 6.22: Envelope Spannungskomponenten S_{12} [MPa] der Matrixelemente im globalen Koordinatensystem unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$ a) in der Schicht-2 oben b) in der Schicht-2 unten c) in der Schicht-1 oben und d) in der Schicht-1 unten	66
Abbildung 6.23: Die äquivalente Plastizität der Matrixelemente unter der Verdrehung von $\varphi = 0,0138 \text{ rad}$ a) in der Schicht-2 oben b) in der Schicht-2 unten c) in der Schicht-1 oben und d) in der Schicht-1 unten	67

10 Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1 Die Formulierung des Dehnungs-Äquivalenz- und des Energieäquivalenz-Prinzipes [12].....	29
Tabelle 6.1: Die elastischen Materialparameter des homogenisierten Gewebes.....	50
Tabelle 6.2: Die Materialkennwerte der Schuss- und Kettfaserbündel.....	50
Tabelle 6.3: Die Materialparameter der Matrix.....	51
Tabelle 6.4: Notwendige Rechenzeiten unterschiedlicher Simulationen	55