



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna University of Technology

## Diplomarbeit

# Dynamische Simulation von Fernwärmenetzen: Rücktransformation von vereinfachten Netzen

---

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

**Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Andreas Werner**  
und

**Projektass. Dipl.-Ing. Johannes Nagler BSc**

E302

Institut für Energietechnik und Thermodynamik  
eingereicht an der Technischen Universität Wien

**Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften**

von

**Sabrina Dusek**

**0725011**

Dr. M. Burckhardring 16  
2100 Korneuburg

## Danksagung

Zu Beginn möchte ich mich bei meinen Betreuern Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Andreas Werner und Projektass. Dipl.-Ing. Johannes Nagler BSc für die geduldige Betreuung und die große Unterstützung bedanken.

Ein herzliches Dankeschön meiner Familie, vor allem an meine Eltern Brigitta und Gerhard, die mir dieses Studium erst möglich gemacht haben und mir stets ermutigend zur Seite standen.

Außerdem möchte ich meinem Lebensgefährten Johannes und meiner langjährigen Freundin Jenny danke sagen. Nicht nur weil sie diese Arbeit Korrektur gelesen haben, sondern auch weil sie mir während meiner Studienzeit immer eine große Stütze waren.

## Kurzfassung

Bei einer dynamischen Simulation von Fernwärmenetzmodellen spielt die Rechenzeit eine große Rolle. Ein Fernwärmenetzmodell, welches alle Komponenten des Netzes beschreibt und deren Zusammenhänge berücksichtigt ist sehr aufwendig. Je mehr Komponenten im Netz vorhanden sind, desto mehr Zeit wird für die Simulation eines solchen Modells benötigt. Um das Simulationsmodell zum Beispiel betriebsbegleitend einsetzen zu können muss die Rechenzeit reduziert werden.

In den vergangenen Jahren wurden einige Methoden entwickelt um die Rechenzeit eines solchen Modells zu verringern. Dabei wurden einerseits Methoden entwickelt, welche auf statistischen Ansätzen beruhen. Andererseits sind auch Methoden entstanden, bei welchen sich die Anzahl der Komponenten reduziert und ein äquivalentes Modell zum ursprünglichen Netzmodell entsteht. Einige dieser Ansätze werden in dieser Arbeit vorgestellt.

Im Rahmen der Diplomarbeit von Johannes Nagler wurde einer der Ansätze zur Vereinfachung eines Fernwärmenetzes verwendet. Daraus hat sich die Frage ergeben, ob es eine Möglichkeit gibt von den Temperaturen des vereinfachten Netzes, welche sich bei der Simulation ergeben, auf die Temperaturen im originalen Netz zu schließen.

Diese Rücktransformation sollte einen geringen Fehler, unter 2%, aufweisen. Außerdem sollten der Aufwand und die Rechenzeit möglichst gering sein. Um die Temperaturen rücktransformieren zu können, müssen die originalen Verbrauchermassenströme entweder gegeben sein oder müssen ebenfalls bestimmt werden. Bei der Berechnung der Verbrauchermassenströme wird eine Abweichung von unter 10% ausreichend genau betrachtet. Im Zuge der Untersuchungen hat sich eine iterative Berechnung der Temperaturen und Verbrauchermassenströme als sehr effektiv erwiesen. Diese wurde sowohl stationär als auch instationär durchgeführt. Außerdem wurde der Einfluss der Wärmespeicherfähigkeit in den Rohren, auf deren Austrittstemperatur näher untersucht. Dieser Einfluss wurde anschließend bei der iterativen Berechnung berücksichtigt um die gewünschte Genauigkeit der Ergebnisse zu erreichen.

## Abstract

The calculation time is a significant factor for a dynamic simulation of district heating models. A district heating model, which describes all components of the network and considers their relationships, is relatively time-consuming. The more components the network consists of, the more time the simulation requires. To use such a model during the operation phase, the calculation time needs to be reduced.

Over the past years a few approaches were made to reduce the calculation time of these district heating models. Two different types of methods were developed. The first approach is a statistical one. The second one is to create an equivalent network to the original one by reducing the components of the network. In this work, a few of these methods will be presented.

As part of Johannes Nagler's master thesis, one of the approaches of reducing the components of a district heating network was used. Consequently the question came up, whether it was possible to transform the temperatures, which result from the simulation results of the simplified network, back into the original network.

The back-transformation should work within an allowable fault-tolerance of 2%. Furthermore the effort and the calculation time should be very small. For the back-transformation of the temperatures the consumer-mass flows have to be known or must also be calculated. If the mass flows of the consumers have to be calculated, the deviation should be less than 10% for sufficiently accurate results. During the studies an iterative calculation of the temperatures and consumers-mass flows has proven to work very effectively. This strategy has been tested for steady and transient cases. Furthermore the effect of the heat storage capacity on the outlet temperature of a pipe was analysed. This effect is considered in the iterative calculation in order to reduce the error.

## Nomenklatur

A ... Rohrquerschnittsfläche [m<sup>2</sup>]

a<sub>j</sub> ... repräsentativer Koeffizient [-]

C ... Konstante [-]

c<sub>p</sub> ... spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck  $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$

d ... Durchmesser [m]

f ... dimensionsloser Faktor [-]

g ... dimensionsloser Aufteilungsfaktor [-]

Ė...Energiestrom der die Enthalpieänderung des Wasser beschreibt [W]

F, G ... Funktionen

H ... Gesamtwärmedurchgangskoeffizient, bereits mit Fläche multipliziert  $\left[\frac{\text{W}}{\text{K}}\right]$

h ... spezifischer Wärmedurchgangskoeffizient, auf Rohrlänge bezogen  $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right]$

L ... Rohrlänge [m]

m ... Masse [kg]

ṁ ... Massenstrom  $\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$

Q̇ ... Wärmestrom [W]

Q ... Wärme [J]

q̇... Wärmestrom pro Rohrlänge  $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}}\right]$

Q<sub>w</sub> ... Wärmemenge die durch eine Wärmequelle oder –senke zu- bzw. abgeführt wird [J]

Q̇<sub>v</sub> ... Verlustwärmestrom [W]

$r$  ... Rohrradius [m]

$t$  ... Zeit [s]

$T$  ... Temperatur [K]

$U$  ... innere Energie [J]

$V$  ... Volumen [m<sup>3</sup>]

$W$  ... Arbeit [J]

$W_{Q,S}$  ... Leistungsdichte der Wärmequelle bzw. -senke  $\left[\frac{W}{m^3}\right]$

$X$  ... dimensionsloser Parameter [-]

$r, \phi, z$  ... Zylinderkoordinaten

$\alpha$  ... Wärmeübergangszahl  $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$

$\beta$  ... dimensionsloser Parameter [-]

$\gamma$  ... dimensionsloser Parameter [-]

$\Delta$  ... Differenz, verwendet für die Zeit  $t$  und die Temperatur  $T$

$\varepsilon_{\dot{m}}$  ... Fehler des Gesamtmassenstroms aufgrund der Vereinfachung  $\left[\frac{kg}{s}\right]$

$\varepsilon_T$  ... Fehler in der Verbrauchervorlaufemperatur aufgrund der Vereinfachung [K]

$\lambda$  ... Wärmeleitfähigkeit  $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$

$\mu$  ... Massenstromverhältnis [-]

$\rho$  ... Dichte  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

$\tau$  ... Laufzeit [s]

$\psi$  ... dimensionsloser Parameter [-]

$\Omega$  ... dimensionsloser Parameter [-]

**tiefgestellte Indizes und Abkürzungen:**

A ... Austritt

ab ... abgeführt

au ... außen

a, b ... Größen im vereinfachten Netz

B ... Boden

E ... Eintritt

in ... innen

iso ... Isolierung

i, j ... Laufvariable

K ... Knoten

m ... Medium

R ... Rohr

RL ... Rücklauf

sp ... Speicher

st ... Stahlmantel

U ... Umgebung

VB ... Verbraucher

VL ... Vorlauf

w ... Wasser

WE ... Wärmeerzeuger

zu ... zugeführt

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Aufgabenstellung</b> .....	<b>3</b>
<b>3. Grundlagen</b> .....	<b>5</b>
3.1 Einteilung von Fernwärmenetzen.....	5
3.2 Die differentielle Wärmeleitungsgleichung für eine gekrümmte Wand .....	7
3.3 Stationäre Lösung der Differentialgleichung .....	9
<b>4. Vereinfachungsmethoden für Rohrnetzmodelle</b> .....	<b>13</b>
4.1 Vereinfachungsmethoden für Trinkwassernetze .....	13
4.1.1 Zerlegung in Teilmodelle .....	14
4.1.2 Mathematische Vereinfachungsmethode.....	14
4.1.3 Aggregation zur Analyse der Wasserqualität.....	15
4.1.4 Zusammenfassen von Elementen .....	15
4.1.5 Schrittweise Kombination von Elementen.....	16
4.1.6 Das Skelettmodell.....	17
4.2 Vereinfachungsmethoden für Fernwärmenetze .....	18
4.2.1 Das stochastische kritischer Punkt Modell.....	18
4.2.2 Das äquivalente Fernwärmenetzmodell.....	19
4.2.3 Das kombinierte kritischer Punkt und äquivalente Netzmodell .....	19
4.2.4 Modell der Verdichtung von Abnehmeranlagen.....	20
4.2.4.1 Modell der Verdichtung von Abnehmern entlang einer Rohrleitung ....	20
4.2.4.2 Modell der Verdichtung von Abnehmern mit einem gemeinsamen	
Abzweig.....	21
4.2.4.3 Beurteilung .....	21
4.2.5 Aggregation auf Basis von repräsentativen Verbrauchern.....	22
4.2.5.1 Charakteristische Gleichungen eines Fernwärmenetzes .....	22

4.2.5.2	Charakteristische Gleichungen des aggregierten Fernwärmenetzes ..	23
4.2.5.3	Beurteilung .....	23
4.2.6	<i>Ein Aggregationsmodell auf Basis der Struktur des Netzes</i> .....	24
4.2.6.1	Zusammenfassen paralleler Rohre .....	25
4.2.6.2	Zusammenfassen serieller Rohre.....	26
4.2.7	<i>Sukzessive Reduktion eines Strahlennetzes</i> .....	26
4.2.7.1	Vereinfachung einer Verzweigung.....	27
4.2.7.2	Reduzierung von Knoten.....	30
4.2.7.3	Zusammenfassung.....	31
4.2.8	<i>Systematischer Ansatz zur Aggregation von Fernwärmenetzen</i> .....	32
4.2.8.1	Anforderungen .....	33
4.2.8.2	Elimination von Blindelementen .....	34
4.2.8.3	Zusammenfassung von seriellen Rohren.....	34
4.2.8.4	Vereinfachung von Verzweigungen.....	35
4.2.8.5	Beurteilung .....	36
<b>5.</b>	<b>Fernwärmenetztransformation</b> .....	<b>38</b>
5.1	Methode A.....	38
5.2	Methode B.....	39
5.3	Beispiel 15-Verbrauchermodell .....	40
<b>6.</b>	<b>Rücktransformation</b> .....	<b>42</b>
6.1	Simulationsmodell .....	42
6.1.1	<i>4-Verbraucher-Netzmodell</i> .....	44
6.1.2	<i>15-Verbraucher-Netzmodell</i> .....	45
6.2	Stoffwerte für die Berechnung der Rücktransformation.....	47
6.3	Grundgleichungen der Rücktransformation.....	47
6.3.1	<i>Berechnung der Rohraustrittstemperatur im stationären Fall</i> .....	48
6.3.2	<i>Berechnung der Rohraustrittstemperatur im instationären Fall</i> .....	50

---

6.3.3 Untersuchung des Speicherterms.....	51
6.4 Rücktransformation der Verbrauchermassenströme.....	53
6.5 Iterative Rücktransformation .....	55
6.5.1 Iterative Berechnung ohne Speicherterm .....	56
6.5.2 Iterative Berechnung mit Speicherterm.....	59
<b>7. Ergebnisse der iterativen Rücktransformation .....</b>	<b>64</b>
7.1 Stationäre, iterative Rücktransformation .....	64
7.2 Instationäre, iterative Rücktransformation ohne Speicherterm.....	65
7.2.1 4-Verbrauchermodell .....	65
7.2.2 15-Verbrauchermodell .....	69
7.3 Instationäre, iterative Rücktransformation mit Speicherterm.....	72
7.3.1 4-Verbrauchermodell .....	72
7.3.2 15-Verbrauchermodell .....	74
<b>8. Schlussfolgerung und Ausblick .....</b>	<b>76</b>
<b>9. Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>77</b>
<b>10. Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>79</b>
<b>11. Quellenverzeichnis .....</b>	<b>80</b>

## 1. Einleitung

Die Aufgabe eines Fernwärmesystems ist es die nötige Wärme, zur Deckung des Wärmebedarfs der angeschlossenen Verbraucher bereitzustellen. Die Bereitstellung dieser, bei minimalen Betriebskosten, ist einerseits von der gewählten Vorlauftemperatur und der Betriebsweise der Pumpen abhängig. Andererseits spielt auch die Verteilung, der zu produzierenden Wärme, auf die einzelnen Erzeuger eine große Rolle. Bei der Umsetzung einer Betriebsstrategie muss außerdem darauf geachtet werden, dass es, vor allem in großen Fernwärmenetzen zu langen Laufzeiten kommen kann. Das bedeutet, dass der Betrieb eines Fernwärmesystems nicht nur von der Dynamik der Verbraucherlasten, sondern auch von dem dynamischen Verhalten des Fernwärmenetzes selbst, stark beeinflusst wird. [1], [2]

Wird eine niedrige Vorlauftemperatur gewählt, können die Wärmeverluste reduziert werden. Das führt jedoch dazu, dass ein höherer Massenstrom benötigt wird um die Verbraucher mit ausreichend Wärme zu versorgen. Aus höheren Massenströmen folgen wiederum höhere Betriebskosten für die Pumpen. Es gilt also all diese Zusammenhänge bei der Wahl der bestmöglichen Betriebsvariante zu berücksichtigen. [3]

Eine kurze Abschätzung des Pumpenstrombedarfs für ein Fernwärmenetz mit 350 Verbrauchern und einer Gesamtrohrlänge von 10 km soll verdeutlichen wie sich beispielsweise eine Optimierung der Pumpenfahrweise auf die Betriebskosten auswirken könnte. Bei einem Volumenstrom von  $0,04 \text{ m}^3/\text{s}$  und einem Druckverlust von 3 bar ergibt sich für die Pumpenarbeit ca. 425,65 kWh für 24 Stunden. Dabei wird ein Pumpenwirkungsgrad von 0,7 angenommen. Mit einem Industriestrompreis von 5,44 cent/ kWh nach [4] ergeben sich Stromkosten in der Höhe von ca. 23 € pro Tag. Wird der Volumenstrom um 10% reduziert verringern sich die Pumpenstromkosten um ungefähr 2 €.

Ein Hilfsmittel zur Betriebsoptimierung stellt die Simulation eines Fernwärmenetzmodells dar, anhand welcher die Auswirkungen einzelner Betriebsvarianten untersucht werden können. [3], [2]

„Moderne Simulations- und Optimierungsprogramme für Fernwärmeversorgungssysteme sind in der Lage, das Verhalten und das Zusammenspiel der einzelnen Komponenten sehr genau abzubilden. Dabei entstehen komplexe Gleichungssysteme, deren Lösung zu langen Rechenzeiten führen kann.“ [2] S. 2

Diese langen Rechenzeiten schränken die Anwendbarkeit eines detaillierten Simulationsmodells stark ein. Um den Einsatzbereich des Simulationsmodells zu erweitern, muss die Rechenzeit reduziert werden. [3], [2]

Daher wurde zum Beispiel in [2] eine Möglichkeit zur Vereinfachung eines realen Netzes in ein äquivalentes Netz mit einer minimalen Anzahl an Elementen entwickelt. Auch in [3] wird eine solche Methode vorgestellt. Diese beiden Ansätze und noch weitere werden in Kapitel 4 beschrieben. Außerdem wird in dieser Arbeit nach einer Möglichkeit gesucht, mit welcher sich der aus der Simulation des transformierten Netzmodells ergebende Temperaturverlauf in das entsprechende „originale“ Netz rücktransformiert lässt.

## 2. Aufgabenstellung

Im Zuge meiner Projektarbeit wurde in der Zusammenarbeit mit Johannes Nagler und Veronika Berg die Methode zur Aggregation von Fernwärmenetzen aus [3] anhand des Fernwärmenetzes in Großarl getestet. Da die Ergebnisse zufriedenstellen waren, wurde mit Hilfe des Programms Matlab ein Subprogramm erstellt, welches die oben genannte Vereinfachungsmethode automatisch für einen ausgewählten Seitenast eines Fernwärmenetzes durchführt. Ausführlich wird dies in [5] erläutert, wobei auch in Kapitel 5 dieser Arbeit eine kurze Zusammenfassung der automatisierten Transformation eines Teilnetzes zu finden ist.

Der Auslöser für die Untersuchung der Vereinfachungsmethode war die Rechenzeit des dynamischen Simulationsmodells zu reduzieren, um es möglicherweise betriebsbegleitend einsetzen zu können. Ein Ziel dieser Arbeit ist es auch einen kurzen Überblick über die Vereinfachungsmethoden, sowohl für Wassernetze als auch von Fernwärmenetzen, zu geben. Diese Aufgabe wird in Kapitel 4 umgesetzt. Auch die oben erwähnte Vereinfachungsmethode aus [3] wird in diesem Kapitel vorgestellt.

Der Hauptteil dieser Arbeit ist jedoch die Entwicklung einer Rücktransformationsmethode, welche im Kapitel 6 bzw. deren Ergebnisse im Kapitel 7 näher erläutert werden. Dabei sollen die Temperaturverläufe eines transformierten Fernwärmenetzes, welche im Zuge der Simulation ermittelt wurden, in das entsprechende originale Netz rücktransformiert werden. Zur Berechnung der Rücktransformation wurde das Programm Matlab verwendet. Die Simulation der einzelnen Netzmodelle erfolgt mit dem in [5] vorgestellten Simulationsmodell. Entwickelt wurde die Methode zur Rücktransformation anhand eines Fernwärmenetzes mit nur vier Verbrauchern. Das 4-Verbrauchermodell wurde sowohl original als auch transformiert simuliert. Auf Basis der Simulationsergebnisse des transformierten Modells wurden anschließend die Möglichkeiten der Rücktransformation getestet und die entsprechenden Ergebnisse mit den Simulationsergebnissen des originalen Modells verglichen. Ziel war es die Temperaturverläufe im Netz sowohl stationär als auch instationär rücktransformieren zu können, wobei der Fehler unter 2% zwischen den „rücktransformierten“ und den „originalen“ Temperaturen liegen sollen. Auch die Verbrauchermassenströme für das

originale Netz müssen im Zuge der Rücktransformation bestimmt werden, hier wurde eine Fehlergrenze von 10% festgelegt. Lagen die Fehler, vor allem bei der Rücktransformation der Temperaturen des 4-Verbrauchermodells unter 2% wurde die Rücktransformation auch anhand eines 15-Verbrauchermodells getestet. Auch bei diesem Modell sollten die Abweichungen unterhalb der entsprechenden Fehlergrenze liegen.

### 3. Grundlagen

In einem Fernwärmesystem wird die in der Wärmeerzeugungsanlage produzierte Energie über das Verteilungsnetz, welches aus isolierten Rohrleitungen besteht, zu den Übergabestationen transportiert. Die Übergabestation selbst überträgt die Wärme anschließend auf die Abnehmeranlage. [6]

#### 3.1 Einteilung von Fernwärmenetzen

Als Wärmeträgermedien in Fernwärmenetzen kommen Dampf und Heißwasser in Frage. Die Rohrleitungen bei Dampfnetzen können als Einleiter- System, was bedeutet, dass keine Rücklaufleitung vorhanden ist, ausgeführt sein. Diese Bauform wird jedoch selten angewendet. Die gebräuchlichste Bauform, für Dampf- als auch Heißwassernetze, ist das Zweileiternetz mit einer Vorlauf- und einer Rücklaufleitung. Außerdem können Fernwärmenetze auch als Drei- und Vierleiternetze ausgeführt sein. Diese bestehen aus zwei Vorlaufleitungen und je nach Ausführung aus einer oder zwei Rücklaufleitungen. Bei der Struktur von Verteilungsnetzen wird zwischen Strahlennetzen, Ringnetzen und vermaschten Netzen unterschieden. [6]

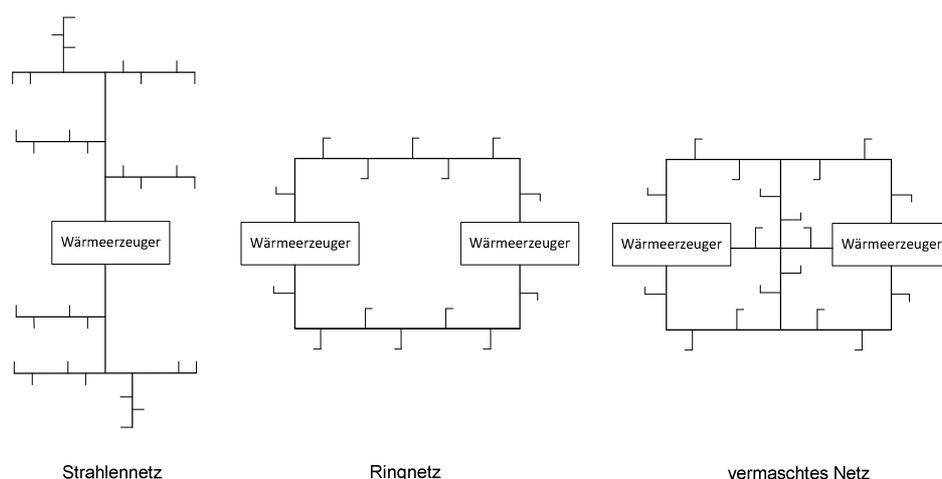


Abbildung 3.1: Strukturen von Verteilungsnetzen; in Anlehnung an [6]

Die Netzstrukturen sind in Abbildung 3.1 beispielhaft dargestellt. Die Form des Strahlennetzes wird hauptsächlich in kleinen Fernwärmesystemen, mit einer geringen Anzahl an Verbrauchern angewendet. Dabei können eine oder mehrere Rohrleitungen vom Wärmeerzeuger wegführen. Im Allgemeinen ist ein Strahlennetz gut regelbar. Ein Netz mit mehreren vom Erzeuger ausgehenden Rohrleitungen hat noch weitere Vorteile. Einerseits können in diesem Fall kleinere Rohrdurchmesser verwendet werden, was zu geringeren Baukosten führt. Außerdem ist es vorteilhaft, dass bei Schäden im Netz oder wenn das Netz vergrößert werden soll, nicht automatisch das gesamte Netz von dem Betriebsausfall bzw. Umbau betroffen ist. Eine höhere Versorgungssicherheit ist bei der teureren Ringnetzstruktur gegeben, welche bei größeren Versorgungsgebieten angewendet wird. Die Struktur mit der höchsten Versorgungssicherheit ist jedoch die vermaschte Netzform. Diese wird vor allem in großen Fernwärmesystemen mit großer Verbraucherdichte benutzt. [6]

Außerdem wird zwischen direkter und indirekter Abnahme unterschieden. Bei einer direkten Abnahme läuft das Wärmeträgermedium des Verteilungsnetzes auch durch die Abnehmeranlage. Befinden sich zwischen dem Verteilungsnetz und den Abnehmern Wärmetauscher, dann ist das Verteilungsnetz indirekt an die Abnehmeranlagen angeschlossen. [6]

In dieser Arbeit werden ausschließlich Strahlennetze mit Heißwasser als Wärmeträgermedium behandelt. Außerdem werden nur Netze die als Zweileiter-System mit indirektem Anschluss an die Abnehmeranlage ausgeführt sind, verwendet.

### 3.2 Die differentielle Wärmeleitungsgleichung für eine gekrümmte Wand

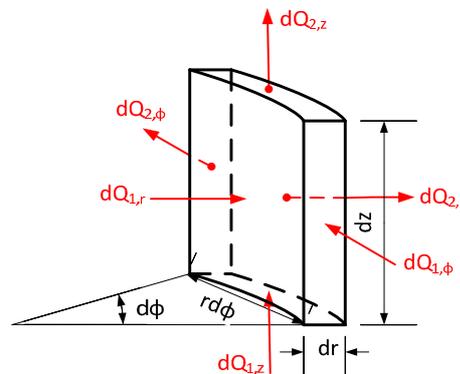


Abbildung 3.2: Wärmeleitung in einer gekrümmten Wand; in Anlehnung an [7] und [8]

Die Herleitung der Wärmeleitungsgleichung, anhand der in Abbildung 3.2 dargestellten homogenen, isotropen, gekrümmten Wand, erfolgt mit Hilfe des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik.

$$dQ + dW = dU$$

Da der gekrümmten Wand keine Energie in Form von Arbeit  $W$  zu- oder abgeführt wird, vereinfacht sich die Gleichung zu einer Wärmebilanz. Dabei ist  $Q$  die Wärme in [J] und  $U$  die innere Energie in [J].

$$dQ = dU$$

Mit dem Fourier'schen Wärmeleitungsgesetz können die einzelnen, in die gekrümmte Wand eintretenden und austretenden Wärmeströme ausgedrückt werden, wobei die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , die Dichte  $\rho$  und die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  als konstant angesehen werden. Außerdem wird die Ausdehnung des Körpers auf Grund von Wärmezufuhr nicht berücksichtigt.

$$dQ_{1,r} = -\lambda \cdot (r \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \cdot dt$$

$$dQ_{2,r} = dQ_{1,r} + \frac{\partial}{\partial r} (dQ_{1,r}) \cdot dr =$$

$$= -\lambda \cdot (r \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \cdot dt - \lambda \cdot (d\phi \cdot dz) \cdot \left[ \frac{\partial T}{\partial r} \cdot dr + r \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \cdot dr \right] \cdot dt$$

$$dQ_{1,\phi} = -\lambda \cdot (dr \cdot dz) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \cdot dt$$

$$\begin{aligned} dQ_{2,\phi} &= dQ_{1,\phi} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} (dQ_{1,\phi}) \cdot r \cdot d\phi = \\ &= -\lambda \cdot (dr \cdot dz) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \cdot dt - \lambda \cdot (dr \cdot dz) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \cdot d\phi \cdot dt \end{aligned}$$

$$dQ_{1,z} = -\lambda \cdot (dr \cdot r \cdot d\phi) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \cdot dt$$

$$\begin{aligned} dQ_{2,z} &= dQ_{1,z} + \frac{\partial}{\partial z} (dQ_{1,z}) \cdot dz = \\ &= -\lambda \cdot (dr \cdot r \cdot d\phi) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \cdot dt - \lambda \cdot (dr \cdot r \cdot d\phi) \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \cdot dz \cdot dt \end{aligned}$$

$$dQ_{zu} = dQ_{1,r} + dQ_{1,\phi} + dQ_{1,z} =$$

$$= -\lambda \cdot \left[ (r \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + (dr \cdot dz) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} + (dr \cdot r \cdot d\phi) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] \cdot dt$$

$$dQ_{ab} = dQ_{2,r} + dQ_{2,\phi} + dQ_{2,z} =$$

$$\begin{aligned} &= -\lambda \left[ (r \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + (dr \cdot dz) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} + (dr \cdot r \cdot d\phi) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] \cdot dt - \\ &-\lambda \cdot \left[ (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot r \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + (dr \cdot d\phi \cdot dz) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot r \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \cdot dt \end{aligned}$$

Die Änderung der inneren Energie, in der gekrümmten Wand, kann durch die folgende Gleichung ausgedrückt werden;

$$dU = \rho \cdot c_p \cdot (dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz) \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dt$$

Des Weiteren muss die Wärme, die durch Wärmequellen  $W_Q > 0$  zu- oder durch Wärmesenken  $W_S < 0$  abgeführt wird, berücksichtigt werden.

$$dQ_W = W_{Q,S} \cdot (dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz) \cdot dt$$

Mit dem ersten Hauptsatz ergibt sich die Differentialgleichung der Wärmeleitung in Zylinderkoordinaten.

$$dQ_{zu} - dQ_{ab} + dQ_W = dU$$

$$\lambda \cdot \left[ (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot r \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + (dr \cdot d\phi \cdot dz) \cdot r \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + W_{Q,S} \cdot r \cdot (dr \cdot d\phi \cdot dz) = \rho \cdot c_p \cdot r \cdot (dr \cdot d\phi \cdot dz) \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{W_{Q,S}(r, \phi, z, t)}{\rho \cdot c_p} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Dieses Kapitel basiert auf [7] und [8].

### 3.3 Stationäre Lösung der Differentialgleichung

Die stationäre Lösung der differentiellen Wärmeleitungsgleichung wird, wie in [7] anhand eines unendlich langen Rohres mit rotationssymmetrischen Randbedingungen und Temperaturfeld vorgestellt. Für den stationären Fall ohne Wärmequellen oder Wärmesenken vereinfacht sich die im vorherigen Kapitel hergeleitete Gleichung wie folgt, wobei nur die Wärmeleitung in radialer Richtung berücksichtigt wird.

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 0$$

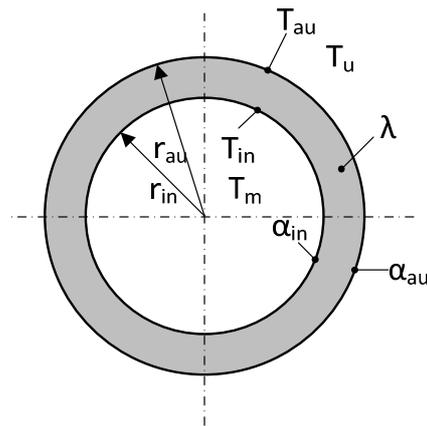


Abbildung 3.3: Unendlich langes Rohr; in Anlehnung an [7]

In Abbildung 3.3 ist das Rohr, für welches die differentielle Wärmeleitungsgleichung gelöst werden soll, dargestellt. Dabei bezeichnet  $T_m$  die Mediumstemperatur im Inneren des Rohres und  $T_u$  die Umgebungstemperatur. Außerdem werden die Wärmeübergangszahlen  $\alpha_{au}$ ,  $\alpha_{in}$  am inneren und am äußeren Rand des Rohres angegeben. Die Temperaturen am inneren und äußeren Rand des Rohrmantels  $T_{in}$ ,  $T_{au}$  sind unbekannt, was aber vorerst unberücksichtigt bleibt. Mit Hilfe des folgenden Lösungsansatzes kann die Differentialgleichung gelöst werden.

$$T = C_1 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_{au}}\right) + C_2$$

Zuerst wird die Differentialgleichung für den Wärmeübergang innerhalb des Rohrmantels gelöst. Um die Konstanten im Lösungsansatz bestimmen zu können werden Randbedingungen benötigt.

$$r = r_{in}: T = T_{in} \quad r = r_{au}: T = T_{au}$$

$$T_{au} = C_2$$

$$T_{in} = C_1 \cdot \ln\left(\frac{r_{in}}{r_{au}}\right) + T_{au} \quad \rightarrow \quad C_1 = \frac{T_{in} - T_{au}}{\ln\left(\frac{r_{in}}{r_{au}}\right)}$$

$$T = \frac{T_{in} - T_{au}}{\ln\left(\frac{r_{in}}{r_{au}}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_{au}}\right) + T_{au}$$

Mit dem Temperaturverlauf kann die Gleichung für den Wärmestrom pro Rohrlänge  $\dot{q}$  aufgestellt und in weiterer Folge auf die Temperaturdifferenz umgeformt werden.

$$\dot{q} = -\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{T_{\text{in}} - T_{\text{au}}}{\ln\left(\frac{r_{\text{in}}}{r_{\text{au}}}\right)} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\dot{q} = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{(T_{\text{in}} - T_{\text{au}})}{\ln\left(\frac{r_{\text{au}}}{r_{\text{in}}}\right)}$$

$$T_{\text{in}} - T_{\text{au}} = \frac{\dot{q}}{2 \cdot \lambda \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{r_{\text{au}}}{r_{\text{in}}}\right) \quad (3.1)$$

Des Weiteren muss die Differentialgleichung einerseits für den Wärmeübergang zwischen dem Medium und dem inneren Rand des Rohrmantels und andererseits für den Wärmeübergang zwischen dem äußeren Rand des Rohrmantels und der Umgebung, mit dem obigen Ansatz gelöst werden. Dabei werden die folgenden Randbedingungen verwendet.

$$r=r_{\text{au}}: \lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r_{\text{au}}} = -\alpha_{\text{au}} \cdot (T_{\text{au}} - T_{\text{u}})$$

$$r=r_{\text{in}}: \lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r_{\text{in}}} = -\alpha_{\text{i}} \cdot (T_{\text{m}} - T_{\text{in}})$$

$$\frac{dT}{dr} = C_1 \cdot \frac{1}{r}$$

Für die 1. Randbedingung wird der Wärmestrom pro Rohrlänge wie folgt berechnet, wobei die Konstante  $C_2$  nicht bestimmt wird, da sie bei der Ableitung des Temperaturverlaufs wegfällt.

$$C_1 = -\frac{r_{\text{au}} \cdot \alpha_{\text{au}}}{\lambda} (T_{\text{au}} - T_{\text{u}})$$

$$\dot{q} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{au}} \cdot \alpha_{\text{au}} \cdot (T_{\text{au}} - T_{\text{u}})$$

$$(T_{\text{au}} - T_{\text{u}}) = \frac{\dot{q}}{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{au}} \cdot \alpha_{\text{au}}} \quad (3.2)$$

Der Wärmestrom pro Rohrlänge für die zweite Randbedingung ergibt sich auf dem gleichen Wege wie für die 1. Randbedingung.

$$C_1 = -\frac{r_{\text{in}} \cdot \alpha_{\text{in}}}{\lambda} \cdot (T_{\text{m}} - T_{\text{in}})$$

$$\dot{q} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{in}} \cdot \alpha_{\text{in}} \cdot (T_{\text{m}} - T_{\text{in}})$$

$$(T_m - T_{in}) = \frac{\dot{q}}{2 \cdot \pi \cdot r_{in} \cdot \alpha_{in}} \quad (3.3)$$

Bei konstantem Wärmestrom pro Rohrlänge können durch Aufsummieren der Gleichungen (3.1), (3.2) und (3.3) die unbekannt Temperatur  $T_{in}$  und  $T_{au}$  eliminiert werden. Da die Mediums- und die Umgebungstemperatur als bekannt vorausgesetzt werden, kann nun der Wärmestrom pro Rohrlänge, der vom Medium über den Rohrmantel an die Umgebung im stationären Fall übergeht, berechnet werden.

$$T_m - T_u = \dot{q} \cdot \left[ \frac{\ln\left(\frac{r_{au}}{r_{in}}\right)}{2 \cdot \lambda \cdot \pi} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_{au} \cdot \alpha_{au}} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_{in} \cdot \alpha_{in}} \right]$$

$$\dot{q} = \frac{\pi \cdot (T_m - T_u)}{\frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln\left(\frac{d_{au}}{d_{in}}\right) + \frac{1}{d_{au} \cdot \alpha_{au}} + \frac{1}{d_{in} \cdot \alpha_{in}}} \quad (3.4)$$

Die in diesem Kapitel gezeigte stationäre Lösung der differentiellen Wärmeleitungsgleichung basiert auf [7].

## 4. Vereinfachungsmethoden für Rohrnetzmodelle

In diesem Kapitel werden einige ausgewählte Methoden, zur Vereinfachung von Trinkwasser- und Fernwärmenetzmodellen, vorgestellt. In [2] werden die meisten dieser Methoden ebenfalls kurz beschrieben.

Das hydraulische Verhalten von Fernwärmenetzen und Trinkwassernetzen kann auf die gleiche Weise beschrieben werden. Der Unterschied zwischen den beiden Netzsystemen ist einerseits, dass bei Trinkwassernetzen keine Rücklaufleitungen vorhanden sind, da das Wasser vom Abnehmer verbraucht wird. Andererseits spielen bei Fernwärmenetzen die Temperatur, die Laufzeit, die Wärmespeicherfähigkeit und die Wärmeverluste eine große Rolle, was bei Trinkwassernetzen nicht der Fall ist. [2]

Bei der Planung und im Betrieb, von wassergeführten Systemen, ist außerdem auf Druckstöße zu achten. Bei schneller Änderung des Durchflusses in einer Rohrleitung kommt es, auf Grund der kinetischen Energie des Wassers, zur Ausbildung von Druckstößen. Diese Druckstöße können große Schäden in den Rohrleitungen, aber auch bei den Pumpen und Armaturen anrichten. [9]

### 4.1 Vereinfachungsmethoden für Trinkwassernetze

Die Aufgaben einer Trinkwasserversorgungsanlage ist es die nötige Wassermenge mit genügend Druck, zur Deckung des Wasserbedarfs der Verbraucher zu jedem Zeitpunkt bereitzustellen. Dabei muss neben einer hohen Versorgungssicherheit auch eine ausreichend hohe Wasserqualität sichergestellt werden. [10]

Ein Rohrnetz wird laut [10] im Allgemeinen als Graph modelliert. Das bedeutet das Modell besteht aus Strängen und Knoten. Als gerichtete Stränge werden Rohrleitungen, Regelorgane und Pumpen abgebildet, wobei sich am Anfang und am Ende jedes Stranges ein Knoten befindet. Bei Behälterknoten ist der Druck im Knoten vorgegeben. Im Gegensatz dazu ist im Nichtbehälterknoten, wie Verzweigungen oder Entnahmestellen, der Druck variabel. [10]

### 4.1.1 Zerlegung in Teilmodelle

In [10] wird eine Methode zur Entkopplung von Teilmodellen vorgestellt, dabei wird ein Teil des Netzmodells an sogenannten Koppelstellen, wie Behälter und Stränge, entkoppelt. Dazu werden dessen charakteristische Größen Druck und Durchfluss den noch im Netzmodell vorhandenen Knoten zugeordnet. Diese Größen müssen die Auswirkungen des entfernten Teilmodells auf das Gesamtmodell zu jedem Zeitpunkt beschreiben können. Um ein Teilnetzmodell entkoppeln zu können muss die Art der Verbindung zwischen dem zu entfernenden Teilmodell und dem restlichen Modell sowohl zeitlich als auch örtlich bestimmbar sein. Des Weiteren müssen alle Steuerungsmöglichkeiten des gesamten Modells auch nach der Entkopplung uneingeschränkt berücksichtigt werden. Sollte eine Regelung des abgetrennten Netzteils möglich sein, darf diese nicht vom Vorgang im Gesamtnetz abhängen. [10], [2]

In [11] wird ein Wassernetz, mit mehreren Quellen, in einzelne Teilnetze mit nur einer Quelle zerlegt. Vor der Zerlegung muss jedoch der Strömungsverlauf im Netz bekannt sein, um die Rohre bzw. Knoten jener Quelle zuzuordnen von der sie beeinflusst werden. Ziel ist es den Planungsaufwand sowie die Prozessorzeit zu reduzieren. [11]

### 4.1.2 Mathematische Vereinfachungsmethode

Ein Wassernetzmodell besteht aus einem System von nicht linearen Gleichungen. In [12] wird eine Methode zur mathematischen Reduzierung eines solchen Gleichungssystems vorgestellt. Dabei soll ein, zum „originalen“, äquivalentes Netzmodell mit weniger Komponenten entstehen. Bei dieser Vorgehensweise sind mehrere Schritte durchzuführen. Der erste Schritt ist ein vollständiges, nichtlineares Wassernetzmodell zu erstellen. Anschließend wird dieses Modell linearisiert um es, in weiterer Folge mit Hilfe der Gauß'schen Eliminationsverfahren zu reduzieren. Das reduzierte, linearisierte Modell soll im letzten Schritt wieder in ein nichtlineares Modell umgewandelt werden. Diese Vorgehensweise soll nicht nur für Wassernetze,

sondern auch für andere Netzmodelle, welche durch ein nicht lineares Gleichungssystem beschrieben werden, anwendbar sein. [12]

### 4.1.3 Aggregation zur Analyse der Wasserqualität

Ziel dieser in [13] vorgestellten Aggregationsmethode ist nicht nur das hydraulische Verhalten, sondern auch das Verhalten in Bezug auf die Wasserqualität des originalen Netzes, im vereinfachten Trinkwassernetz widerzuspiegeln. Vor der Aggregation muss zuerst das Wassernetz, als gerichteter Graph, abgebildet werden, wobei mit Hilfe hydraulischer Simulation alle möglichen Strömungsverläufe innerhalb des Netzes bestimmt werden. Des Weiteren müssen Knoten im Netz definiert werden auf deren Grundlage die Vereinfachung durchgeführt wird. Als solche Knoten eignen sich vor allem Knoten an denen sich Messstationen befinden. Diese Knoten bleiben auch während der Vereinfachung erhalten. Im ersten Schritt der Vereinfachung werden die stark verbundenen Knotengruppen im Netz identifiziert. Eine Knotengruppe wird als stark verbunden bezeichnet, wenn es zwischen jedem Knotenpaar  $k_1$ ,  $k_2$  usw. einen gerichteten Weg von  $k_1$  zu  $k_2$  und einen gerichteten Weg von  $k_2$  zu  $k_1$  gibt. Die einzelnen stark verbundenen Knotengruppen werden, dann jeweils in einem Knoten zusammengefasst. Anschließend werden die Knoten aussortiert, welche die zu Beginn ausgewählten Knoten nicht direkt beeinflussen. Diese Knoten können anschließend mit der in Kapitel 4.1.2 vorgestellten Methode eliminiert werden. [13]

### 4.1.4 Zusammenfassen von Elementen

In [14] wird eine Möglichkeit zur Vereinfachung von Wassernetzen durch Zusammenfassen von bestimmten Elementkombinationen vorgestellt. Es wird einerseits vorgeschlagen Knoten an Entnahmestellen zu entfernen, solange diese keine großen Wasserentnahmeströme besitzen. Jedoch dürfen die Wasserentnahmeströme der entfernten Knoten nicht einfach vernachlässigt werden, sie müssen dem am nächsten liegenden Verzweigungs- oder Behälterknoten

zugeteilt werden. Parallele Strängen wie Rohrleitungen, die sowohl einen gemeinsamen Anfangs- als auch Endknoten besitzen, können zu einer Rohrleitung vereinfacht werden. Dabei ist darauf zu achten, dass der Rohrwiderstand des dabei entstehenden Rohres entsprechend angepasst wird. Des Weiteren können auch parallele Pumpen zu einem Strang vereinfacht werden. Für Stränge die hintereinander angeordnet sind, wird ebenfalls vorgeschlagen sie durch ein Ersatzelement zu ersetzen. Auch in diesem Fall muss der Widerstand für das Ersatzelement angepasst werden. Außerdem ist darauf zu achten dass sich kein Abnehmerknoten zwischen den zusammenfassenden Elementen befindet. Im Zuge der Anwendung dieser Vorgehensweise wird auch der Knoten zwischen den zu vereinfachenden Elementen entfernt. Im Folgenden werden die in Serie angeordneten Elementkombinationen, welche nach [14] zu einem Element zusammengefasst werden können, aufgezählt:

- mehrere Rohrleitungen zu einer Rohrleitung
- ein Rohr und ein selbsttätiges oder gesteuertes Regelorgan zu einem selbsttätigen bzw. gesteuerten Regelorgan
- ein Rohr und eine Pumpe zu einer Pumpe
- mehrere Pumpen zu einer Pumpe

Auch in [2] und [10] wird diese Vorgehensweise kurz zusammengefasst.

#### 4.1.5 Schrittweise Kombination von Elementen

In [15] wird ein schematisches Netzmodell durch schrittweise Kombination von Elementen erstellt, welches trotz der geringeren Größe und Komplexität äquivalent zum detaillierten Netzmodell ist. Das schematische Modell wird als äquivalent zum detaillierten Modell bezeichnet, wenn sich für alle Randbedingungen und Verbraucherverhaltensmuster annähernd die gleichen Strömungsmuster und Druckverteilungen ergeben. Die schrittweise Kombination von Elementen eignet sich vor allem für schon existierende Netze. Für die Planung von neuen Netzen ist diese Methode eher ungeeignet. Bei der Anwendung der schrittweisen Kombination von Elementen sollte der Anteil an reduzierten Elementen zwischen 10% und 50%

betragen. Es werden mehrere Kombinationsmöglichkeit von Elementen vorgestellt. [15], [2]

Befinden sich mehrere Wasserentnahmestellen hintereinander entlang einer Rohrleitung mit konstantem Durchmesser, können diese zusammengefasst werden. Die äquivalente Wasserentnahmestelle befindet sich am Ende der Rohrleitung, wobei diese so bestimmt wird, dass der Druckverlust in der Rohrleitung vor und nach der Vereinfachung gleich bleibt. [15], [2]

In [15] werden für unterschiedliche Fälle die entsprechenden Formeln zur Berechnung der äquivalenten Wasserentnahmestrome angegeben.

Des Weiteren können mehrere Rohre mit der gleichen Rauigkeit und konstantem Durchfluss, die in Serie oder parallel zueinander liegen, zu einem Rohr vereinfacht werden. Bei der Zusammenfassung von hintereinander liegenden Rohren wird der Durchmesser des Ersatzrohres entsprechend angepasst und dessen Länge ergibt sich durch Aufsummieren der Längen der zu vereinfachenden Rohre. Bei parallel liegenden Rohren mit gleicher Länge wird der Ersatzdurchmesser aus der Summe der Durchmesser der zu vereinfachenden Rohre gebildet. Die Ersatzlänge ist gleich der Länge der parallelen Leitungen. Außerdem wird ein Weg zur Vereinfachung gezeigt, mit welchem eine Masche aus drei Rohren mit unterschiedlichen Widerständen in einen Stern bzw. in weiterer Folge in ein Rohr umgewandelt werden kann. [15], [2]

In [15] wird auch eine Möglichkeit zur Vereinfachung von zwei hintereinander liegenden Rohren mit unterschiedlichen Widerständen und Durchflüssen vorgestellt. Mit einem gewählten Ersatzdurchfluss lässt sich der Ersatzwiderstand im zusammengefassten Rohr berechnen. Auch ein Näherungsansatz für zeitabhängige Durchflüsse wird erwähnt. [15]

#### 4.1.6 Das Skelettmodell

In [16] wird ein Skelettmodell vorgeschlagen, welches nur ausgewählte Knoten aus dem realen Netz enthält. Zu diesen ausgewählten Knoten gehören Druckmesspunkte, Behälter und Pumpstationen. Beim Erstellen eines solchen

Ersatzmodells wird, je nach gegebenen und gesuchten Größen, zwischen drei Skelettmodellen unterschieden. Bei allen drei Varianten müssen die Rohrwiderstände in den Rohren des Skelettmodells bestimmt werden. Die Druckhöhen werden als durch Messungen gegeben vorausgesetzt. Das erste Skelettmodell ist für Netze in reinen Wohngebieten gedacht, wobei neben den Druckhöhen auch die Verbraucherströme bekannt sind. Die gegebenen Entnahmeströme des originalen Rohrnetzes müssen den Knoten im Skelettmodell proportional zugewiesen werden. Gesucht werden, in diesem Fall, nur die Rohrwiderstände. Im zweiten Skelettmodell, welches für Netze in gemischten Versorgungsgebieten vorgesehen ist, sind neben den Rohrwiderständen auch die Entnahmeströme unbekannt. Im dritten und letzten Skelettmodell sind außer der Druckhöhe auch einige Entnahmeströme gegeben. Daher sind hier zusätzlich zu den Rohrwiderständen auch die nicht gegebenen Entnahmeströme gesucht. Zur Berechnung der Unbekannten wird in allen drei Fällen ein Gleichungssystem mit Hilfe der Knoten- und Stranggleichungen aufgestellt. Auf die Lösung dieser Gleichungssysteme wird hier nicht näher eingegangen. Näheres dazu ist in [16] oder auch in [10] nachzulesen. Auch in [2] wird das Skelettmodell vorgestellt. Außerdem wird in [10] die Methode des Skelettmodells an einem realen Netzen angewendet.

### 4.2 Vereinfachungsmethoden für Fernwärmenetze

Nun werden einige Methoden zur vereinfachten Darstellung von Fernwärmenetzmodellen vorgestellt. Wie schon erwähnt spielen hier im Gegensatz zu Trinkwassernetzen neben den hydraulischen Vorgängen auch thermische Vorgänge im System eine Rolle. [2]

#### 4.2.1 Das stochastische kritischer Punkt Modell

Die kritischen Punkte oder auch Schlechtpunkte in einem Fernwärmenetz sind laut [1] jene Punkte für die es am schwierigsten ist, die für die Verbraucher nötige Wärme bereitzustellen. Bei dieser Methode wird davon ausgegangen, dass solange die

benötigte Vorlauftemperatur an den definierten kritischen Punkten im Fernwärmenetz sichergestellt ist, auch das gesamte Netz mit ausreichend hoher Vorlauftemperatur versorgt wird. [1]

Durch ein statistisches Modell kann der Zusammenhang zwischen der Vorlauftemperatur am Erzeuger und der Vorlauftemperatur in den kritischen Punkten beschrieben werden. Der Vorteil dieser Methode liegt in der einfachen Anwendung. Nachteilig ist jedoch, dass mit dieser Methode weder der Pumpenstrombedarf noch die Wärmeverluste oder die Wärmespeicherefähigkeit des Netzes beschrieben werden können. [1], [2]

### 4.2.2 Das äquivalente Fernwärmenetzmodell

Das Ziel bei einem äquivalenten Netzmodell ist es das originale Fernwärmenetz durch eine minimale Anzahl an Verbrauchern und Rohren widerzuspiegeln. [1], [2]

In [1] wird zum Beispiel ein äquivalentes Netzmodell vorgestellt. Dabei soll die äquivalente Laufzeit aus dem Mittelwert der Laufzeiten zu allen Verbrauchern bezogen auf deren Verbraucherlast bzw. Verbrauchermassenstrom berechnet werden. Außerdem sollen die Wärmeverluste des äquivalenten Netzes denen des „originalen“ Netzes entsprechen. [1], [2]

### 4.2.3 Das kombinierte kritischer Punkt und äquivalente Netzmodell

In [1] wird eine Methode vorgestellt, die das äquivalente Netzmodell mit dem in Kapitel 4.2.1 erwähnten stochastischen kritischen Punkt Modell zu kombinieren erlaubt. Das bedeutet, dass die Netzelemente so zusammengefasst werden, dass die kritischen Punkte des Netzes erhalten bleiben. [1], [2]

Zu Beginn dieser Methode müssen zuerst die kritischen Punkte bzw. die kritischen Verbraucher im Netz definiert werden. Anschließend wird das Fernwärmenetz in Teilnetze gegliedert, wobei auf die Lage der kritischen Punkte zu achten ist. Die Teilnetze in denen sich kritische Punkte bzw. Verbraucher befinden, werden nicht

vereinfacht. Dahingegen können die restlichen Teilnetze, in denen sich kein kritischer Punkt befindet zum Beispiel in ein Vorlauf-, ein Rücklaufrohr und einen Verbraucher zusammengefasst werden. [1], [2]

Die Verbindung der beiden Modelle hat den Vorteil, dass nicht nur die Wärmeversorgung an den kritischen Punkten sichergestellt ist, sondern auch Aussagen über die Wärmeverluste, Wärmespeicherfähigkeit und den Pumpenstrombedarf des Netzes, gemacht werden können. [1], [2]

#### 4.2.4 Modell der Verdichtung von Abnehmeranlagen

In [17] wird ein Modell vorgestellt, welches mehrere Verbraucher zu einem Ersatzverbraucher vereinfacht. Dabei werden zwei verschiedene Vorgehensweisen vorgestellt, je nachdem ob die Verbraucher von einem gemeinsamen Knoten abzweigen oder entlang eines Rohres angeschlossen sind. [17], [2]

Für das durch die Vereinfachung entstehende System müssen einige Bedingungen erfüllt werden. Einerseits muss sowohl die stationäre als auch die instationäre Kontinuitätsgleichung für das vereinfachte und das originale Netz gleich sein. Andererseits wird eine Übereinstimmung der Drücke, der geometrischen Verhältnisse und der instationären Druckstoßfortpflanzung in den beiden Systemen verlangt. [17]

##### 4.2.4.1 Modell der Verdichtung von Abnehmern entlang einer Rohrleitung

Bei der Verdichtung von Abnehmeranlagen entlang einer Rohrleitung, bleibt diese Hauptleitung unverändert. Dahingegen muss der Ersatzmassenstrom im Ersatzabnehmer bestimmt werden. Die Position des Ersatzabnehmers wird so ermittelt, dass die Drücke und die Zu- und Abflüsse in den Knoten am Rand des zusammenzufassenden Teilnetzes im Ersatzsystem, mit denen im originalen System übereinstimmen. Außerdem werden die Länge und der Querschnitt des Rohres zwischen dem Ersatzabnehmer und der Hauptleitung berechnet. Die Länge dieses Rohres wird so berechnet, dass sich eine Druckwelle mit der mittleren Laufzeit

fortpflanzt. Die mittlere Laufzeit ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel der Laufzeiten zu den zusammenfassenden Verbrauchern. [17], [2]

Im originalen System wird der Druckstoß an mehreren Knoten bzw. Abzweigern zum Teil reflektiert. Dies wird in der Bestimmung des Querschnitts des Ersatzverbraucherrohres berücksichtigt. Es wird darauf geachtet, dass sich die Reflexion an dem einzelnen Abzweiger zum Ersatzverbraucher aus der Summe der einzelnen Teilreflexionen an den originalen Abzweigern zusammensetzt. [17]

#### **4.2.4.2 Modell der Verdichtung von Abnehmern mit einem gemeinsamen Abzweig**

Werden mehrere Abnehmer, die von einem gemeinsamen Knoten abzweigen zusammengefasst, muss der Ersatzmassenstrom im Ersatzverbraucher berechnet werden. Die Stelle an der der Ersatzabnehmer angeschlossen wird muss hingegen nicht bestimmt werden, da alle zusammenfassenden Verbraucher von der gleichen Stelle der Hauptleitung abzweigen. Die Länge und der Querschnitt der Rohrleitung zwischen der Hauptleitung und dem Ersatzabnehmer werden unter den gleichen Anforderungen, wie bei der Verdichtung von Abnehmern entlang einer Rohrleitung, bestimmt. [17], [2]

#### **4.2.4.3 Beurteilung**

In [17] wurde eine Parameterstudie durchgeführt um die dort entwickelte Vorgehensweise zu testen. Beim Zusammenfassen der Verbraucher entlang einer Rohrleitung hat sich ergeben, dass die Druckverläufe des Ersatzsystems von denen des originalen Systems umso stärker abweichen, je größer der Abstand zwischen den zusammenfassenden Verbrauchern ist und je mehr Verbraucher zusammengefasst werden. Im Großen und Ganzen stimmen die Druckverläufe in guter Näherung überein. Die Druckverläufe beim Verdichten von mehreren Verbrauchern, die von einem gemeinsamen Knoten abzweigen, stimmen mit den Druckverläufen im ursprünglichen System überein. [17]

### 4.2.5 Aggregation auf Basis von repräsentativen Verbrauchern

In [18] wird eine statistische Methode vorgestellt. Dabei werden einige Verbraucher des Fernwärmenetzes als repräsentative Verbraucher ausgewählt. Mit Hilfe von Messungen an diesen Verbrauchern wird eine statistische Analyse durchgeführt. Daraus wird dann eine vergleichbare Darstellung des originalen Netzes erstellt. [18], [2]

Außerdem wird in [18] darauf hingewiesen, Verbraucher mit ungünstigen Bedingungen also kritische Verbraucher, aber auch große und typische Verbraucher, als repräsentative Verbraucher zu berücksichtigen. Unter typischen Verbrauchern werden Wohngebäude oder auch Bürogebäude verstanden. [18], [2]

#### 4.2.5.1 Charakteristische Gleichungen eines Fernwärmenetzes

Laut [18] kann das Betriebsverhalten eines Fernwärmenetzes durch die folgenden zwei Gleichungen bestimmt werden.

$$\dot{m}_{WE,t} = \sum_{i=1}^n \dot{m}_{VB_i,t}$$

In der obigen Gleichung ist  $\dot{m}_{WE,t}$  der Wärmeerzeugermassenstrom zum Zeitpunkt  $t$  und  $\dot{m}_{VB_i,t}$  sind die einzelnen Verbrauchermassenströme zum Zeitpunkt  $t$ , wobei  $n$  die Anzahl der Verbraucher ist. Unter der Berücksichtigung, dass die Laufzeit einen Einfluss auf die Temperaturfortpflanzung hat, wird für die zweite Gleichung eine Funktion  $G$  definiert, die von der Vorlauftemperatur am Wärmeerzeuger  $T_{WE}$  und der Gesamtwärmelast  $\dot{Q}_{VB}$  des Netzes, zu einem bestimmten Zeitpunkt abhängt. Die Vorlauftemperatur an einem bestimmten Verbraucher  $T_{VB_i,VL}$  zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  wird dann durch das Integral der Funktion  $G$  über eine festgelegte Zeitspanne  $t_B - t_A$  bestimmt. [18], [2]

$$T_{VB_i,VL,t} = \int_{t_A}^{t_B} G(T_{WE,t-\tau}, \dot{Q}_{VB,t-\tau}) d\tau$$

#### 4.2.5.2 Charakteristische Gleichungen des aggregierten Fernwärmenetzes

Für das vereinfachte Netz ändern sich laut [18] die Gleichungen aus Kapitel 4.2.5.1 wie folgt:

$$\dot{m}_{WE,t} = \sum_{j=1}^k (a_j \cdot \dot{m}_{VBj,t}) + \varepsilon_{\dot{m}}$$

In der Gleichung für den Erzeugermassenstrom werden die repräsentativen Verbrauchermassenströme mit dem repräsentativen Koeffizienten  $a_j$  multipliziert, wobei  $k$  die Anzahl der repräsentativen Verbraucher ist. Der repräsentative Koeffizient berücksichtigt die Größe, der durch den repräsentativen Verbraucher vertretenen Verbrauchergruppe. Die Größe der vertretenen Verbrauchergruppe wird dabei auf die Größe des repräsentativen Verbrauchers, welche gleich eins gesetzt wird, bezogen. Außerdem kommt der Faktor  $\varepsilon_{\dot{m}}$ , der den Fehler, der aufgrund der Vereinfachung entsteht berücksichtigt, hinzu. [18], [2]

$$T_{VBj,VL,t} = \int_{t_A}^{t_B} F(T_{WE,t-\tau}) d\tau + \varepsilon_T$$

In der Gleichung für die Vorlauftemperatur, des Verbrauchers  $j$  zum Zeitpunkt  $t$ , wird nicht die im vorherigen Kapitel definierte Funktion  $G$  integriert, sondern eine Funktion  $F$  die nur von der Temperatur am Erzeuger abhängt. Die Funktion  $F$  ist nicht explizit abhängig von der Gesamtwärmelast, da diese vor allem die Zeitverzögerung der Temperaturänderung am Verbraucher beeinflusst. Auch in dieser Gleichung wird ein Faktor  $\varepsilon_T$ , der den durch die Vereinfachung entstehenden Fehler beinhaltet, hinzuaddiert. [18], [2]

#### 4.2.5.3 Beurteilung

In [18] wird eine Fallstudie vorgestellt, bei der sich gezeigt hat, dass ein mit dieser Methode aggregiertes Modell in guter Näherung das originale Modell beschreibt. Die richtige Wahl der repräsentativen Verbraucher ist entscheidend für die Genauigkeit dieses Modelles. Verbraucher mit langen Laufzeiten sollten unbedingt als

repräsentative Verbraucher gewählt werden, um eine gute Näherung für die Speicherfähigkeit und die optimale Vorlauftemperatur im Netz zu erhalten. Ein großer Vorteil dieser Methode ist, dass nicht an allen Verbrauchern im Netz Strömungsmessungen durchgeführt werden müssen, sondern nur an den repräsentativen Verbrauchern. Dies kann zu einer Kosteneinsparung führen. [18], [2]

#### 4.2.6 Ein Aggregationsmodell auf Basis der Struktur des Netzes

Das Ziel der, in [1] vorgestellten Methode ist es durch das schrittweise Zusammenfassen von jeweils zwei Rohren das Netz auf nur ein Rohrleitungspaar und einen Verbraucher zu reduzieren. Dabei wird darauf geachtet, dass die aggregierte Laufzeit und die aggregierten Wärmeverluste mit denen im originalen Netz vergleichbar bleiben. Zwei unterschiedliche Vorgehensweisen, je nachdem ob es sich um zwei serielle oder zwei parallele Rohre handelt, werden vorgestellt. [1], [2]

Laut [1] müssen für die Anwendung dieser Methode einige Voraussetzungen erfüllt sein. Wichtig ist einerseits, dass das Fernwärmenetz die Struktur eines Strahlennetzes hat mit isothermen und gleichen Vorlauf- und Rücklaufrohren. Andererseits wird vorausgesetzt, dass die Geometrien der Rohrleitungen gegeben sind. [1], [2]

In den folgenden Kapiteln werden alle Größen die sich auf das aggregierte Rohr beziehen mit einem tiefgestellten „a“ gekennzeichnet.

## 4.2.6.1 Zusammenfassen paralleler Rohre

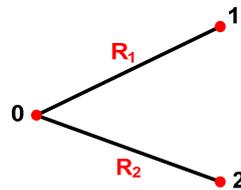


Abbildung 4.1: Parallele Rohre; in Anlehnung an [1]

In diesem Kapitel werden kurz die Gleichungen zur Berechnung der vereinfachten Struktur nach [1] vorgestellt. Auch in [2] wird diese Vorgehensweise präsentiert.

Der aggregierte Massenstrom  $\dot{m}_a$  setzt sich aus der Summe der ursprünglichen Massenströme  $\dot{m}_1$ ,  $\dot{m}_2$  zusammen.

$$\dot{m}_a = \dot{m}_{VB,1} + \dot{m}_{VB,2}$$

Die Laufzeit im vereinfachten Rohr ist gleich dem mit dem Massenstromanteil gewichteten Mittelwert der Laufzeiten der zusammenzufassenden Rohre.

$$\tau_a = \frac{\dot{m}_1 \cdot \tau_1 + \dot{m}_2 \cdot \tau_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

Auch die aggregierten Volumina  $V_a$ ,  $V_{w,a}$ ,  $V_{st,a}$  und der aggregierte Gesamtwärmedurchgangskoeffizient  $H_a$  ergeben sich aus der Summe der jeweiligen Größen der zu vereinfachenden Rohre.

$$V_a = V_1 + V_2$$

$$V_{w,a} = V_{w,1} + V_{w,2} \quad V_{st,a} = V_{st,1} + V_{st,2}$$

$$H_a = H_1 + H_2$$

#### 4.2.6.2 Zusammenfassen serieller Rohre

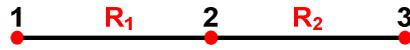


Abbildung 4.2: Serielle Rohre; in Anlehnung an [1]

In diesem Fall wird nach [1] davon ausgegangen, dass am Knoten zwischen den zusammenzufassenden Rohren kein Verbraucher angeschlossen ist. Daher gilt:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

Ist dennoch ein Verbraucher am Zwischenknoten angeschlossen, muss man sich ein Rohr zwischen dem Knoten und dem Verbraucher vorstellen. Anschließend kann das hintere Rohr mit dem imaginären Rohr, wie in Kapitel 4.2.6.1 gezeigt wurde, zusammengefasst werden. Die äquivalente Laufzeit ergibt sich aus der Summe der Laufzeiten der ursprünglichen Rohre. Die äquivalenten Volumina  $V_a$ ,  $V_{w,a}$ ,  $V_{s,a}$  und der äquivalente Gesamtwärmedurchgangskoeffizient  $H_a$  werden wie in Kapitel 4.2.6.1 berechnet. [1], [2]

Sowohl beim Zusammenfassen von parallelen Rohren als auch für das Zusammenfassen von seriellen Rohren kann die Ersatzrohrlänge berechnet werden, indem der Ersatzdurchmesser gewählt wird. Eine mögliche Wahl wäre der größte Durchmesser der im Netz vorhanden ist. [1], [2]

#### 4.2.7 Sukzessive Reduktion eines Strahlennetzes

In [3] wird eine Methode präsentiert, mit deren Hilfe durch sukzessive Reduktion ein äquivalentes Fernwärmenetz erstellt werden kann, welches auf der Struktur des originalen Netzes basiert. Die hier vorgestellte Methode ist nur für Strahlennetze mit einem Erzeuger anwendbar. Um das Strahlennetz zu vereinfachen, werden zuerst alle Verzweigungen zu zwei hintereinander liegenden Rohren zusammengeklappt. Dieser Vereinfachungsschritt wird in Kapitel 4.2.7.1 näher beschrieben, wobei für die

Anwendung der Vereinfachung vorausgesetzt wird, dass die Rücklauftemperatur in den Verbrauchern, für alle Verbraucher gleich ist. Außerdem sollten alle Massenströme proportional zueinander variieren. Das Ergebnis des einen Vereinfachungsschrittes ist ein Netz, ohne Verzweigung mit nur seriell angeordneten Rohren. Im zweiten Vereinfachungsschritt werden dann jeweils drei seriell angeordnete Rohre bzw. vier Knoten, auf zwei hintereinanderliegende Rohre bzw. drei Knoten reduziert. [3]

#### 4.2.7.1 Vereinfachung einer Verzweigung

In diesem Schritt wird eine Verzweigung wie in Abbildung 4.3 dargestellt ist vereinfacht. Dabei werden die beiden Rohre zu zwei seriellen Rohren zusammengeklappt. Bei diesem Schritt bleibt die Anzahl der Rohre gleich, jedoch wird die Gesamtlänge der Rohre reduziert. Das linke Bild in Abbildung 4.3 stellt nur ein Teilnetz dar das bedeutet, dass an den Knoten „1“ und „2“ weitere Rohre und Verbraucher angeschlossen sein können, [3]. Dieser Vereinfachungsschritt wird auch in [2] kurz zusammengefasst.

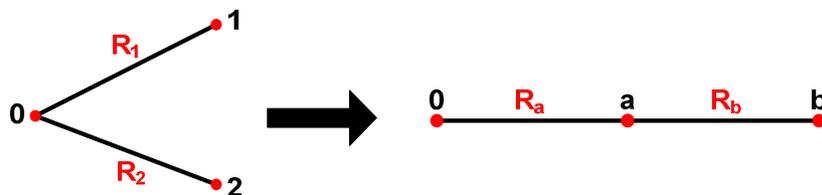


Abbildung 4.3: Vereinfachung Verzweigung; in Anlehnung an [3]

Laut [3] bleiben die Rücklauftemperaturen im Knoten „0“ vor und nach der Vereinfachung gleich. Voraussetzung dafür ist jedoch, dass sich die Vorlauftemperatur und der Massenstrom im Knoten „0“ der Abzweigung im Zuge der Vereinfachung nicht ändern. Dann bleiben auch jeweils die Summe aus den Wärmelasten, Wärmeverlusten und Wasservolumina des Teilnetzes gleich.

Um diese Vorgehensweise anwenden zu können, wird folgendes in [3] angenommen.

- 1) Die Laufzeit im Rohr „R<sub>1</sub>“ ist kleiner oder gleich der Laufzeit im Rohr „R<sub>2</sub>“. Ist diese Annahme nicht erfüllt müssen die beiden zu vereinfachenden Rohre vertauscht werden.
- 2) Die Massenströme in den beiden Rohren „R<sub>1</sub>“ und „R<sub>2</sub>“ müssen sich proportional mit der Zeit ändern.
- 3) Die Laufzeit im Rohr „R<sub>a</sub>“ ist identisch mit der Laufzeit in Rohr „R<sub>1</sub>“.
- 4) Die Summe der Laufzeiten in den Rohren „R<sub>a</sub>“ und „R<sub>b</sub>“ ist gleich der Laufzeit in Rohr „R<sub>2</sub>“, daraus ergibt sich die Laufzeit im Rohr „R<sub>b</sub>“.
- 5) Die Summe der Verbrauchermassenströme im „originalen“ und im vereinfachten System stimmen überein.

In [3] werden neben den Gleichungen zur Berechnung der vereinfachten Geometrien und Massenströme auch einige Konstanten definiert. Diese werden nun kurz zusammengefasst.

$$X = \frac{\rho_{st} \cdot c_{p,st}}{\rho_w \cdot c_{p,w}}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + X \cdot \frac{V_{st}}{V_w}}$$

$$\mu = \frac{\dot{m}_{VB,2}}{\dot{m}_{VB,1}} \quad \beta = 1 + \mu \quad \gamma = \frac{V_{w,1}}{V_{w,2}} \cdot \mu \quad \psi = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}$$

Für die Verbrauchermassenströme in den Knoten „a“ und „b“ gilt

$$\dot{m}_{VB,a} = \dot{m}_{VB,1} \quad \dot{m}_{VB,b} = \dot{m}_{VB,2}$$

Des Weiteren werden die Bestimmungsgleichungen für die Geometrien der äquivalenten Rohre aufgelistet.

$$\varphi_a = \frac{\varphi_1 + \mu \cdot \varphi_2}{1 + \mu} \quad \varphi_b = \varphi_2$$

$$A_{w,a} = \frac{\beta \cdot (1 + \mu \cdot \psi) A_{w,1} \cdot A_{w,2}}{A_{w,2} + A_{w,1} \cdot \mu^2 \cdot \psi} \quad A_{w,b} = A_{w,2}$$

$$d_{w,a} = 2 \cdot \sqrt{\frac{A_{w,a}}{\pi}} \quad d_{w,b} = d_{w,2}$$

$$D_{st,a} = d_{w,a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{X}\right) \cdot \left(\frac{1 - \varphi_a}{\varphi_a}\right)} \quad D_{st,b} = D_{st,2}$$

$$V_{w,a} = V_{w,1} \cdot (1 + \mu \cdot \psi) \quad V_{w,b} = V_{w,2} \cdot (1 - \gamma \cdot \psi)$$

$$L_a = L_1 \cdot \frac{1 + \frac{\mu^2 \cdot A_{w,1} \cdot \psi}{A_{w,2}}}{\beta} \quad L_b = L_2 \cdot (1 - \gamma \cdot \psi)$$

Abschließend müssen noch die Gesamtwärmedurchgangskoeffizienten  $H_a$ ,  $H_b$  für die Rücklauf- und Vorlaufrohre nach [3] berechnet werden, wobei  $T_B$  als die Bodentemperatur bezeichnet wird. Dabei werden jeweils mehrere Fälle unterschieden.

- $\frac{H_{2,RL}}{H_{1,RL}} \geq \mu$  und  $\mu = \text{konstant}$

$$H_{a,RL} = (1 + \mu) \cdot H_{1,RL}$$

$$H_{b,RL} = H_{2,RL} - \mu \cdot H_{1,RL}$$

- $\frac{H_{2,RL}}{H_{1,RL}} < \mu$ ,  $\mu = \text{konstant}$  und  $\Omega = \frac{T_{2,RL} - T_B}{T_{1,RL} - T_B} = \text{konstant}$

$$H_{a,RL} = \frac{(H_{1,RL} + H_{2,RL} \cdot \gamma \cdot \psi \cdot \Omega) \cdot (1 + \mu)}{1 + \mu \cdot \Omega}$$

$$H_{b,RL} = H_{2,RL} \cdot (1 - \gamma \cdot \psi)$$

- $\frac{H_{2,RL}}{H_{1,RL}} < \mu$ ,  $\mu = \text{konstant}$  und  $T_{1,RL} = T_{2,RL}$

$$H_{a,RL} = H_{1,RL} + \gamma \cdot \psi \cdot H_{2,RL}$$

$$H_{b,RL} = H_{2,RL} \cdot (1 - \gamma \cdot \psi)$$

Für die Gesamtwärmedurchgangskoeffizienten  $H_a$ ,  $H_b$  der Vorlaufrohre werden zwei Fälle unterschieden.

- $\frac{H_{2,VL}}{H_{1,VL}} \geq \mu$  und  $\mu = \text{konstant}$

$$H_{a,VL} = (1 + \mu) \cdot H_{1,VL}$$

$$H_{b,VL} = H_{2,VL} - \mu \cdot H_{1,VL}$$

- $\frac{H_{2,VL}}{H_{1,VL}} < \mu$  und  $\mu = \text{konstant}$

$$H_{a,VL} = H_{1,VL} + \gamma \cdot \psi \cdot H_{2,VL}$$

$$H_{b,VL} = H_{2,VL} \cdot (1 - \gamma \cdot \psi)$$

## 4.2.7.2 Reduzierung von Knoten

Bei dieser in [3] vorgestellten Vorgehensweise werden drei serielle Rohre bzw. 4 Knoten auf zwei Rohre bzw. drei Knoten reduziert.

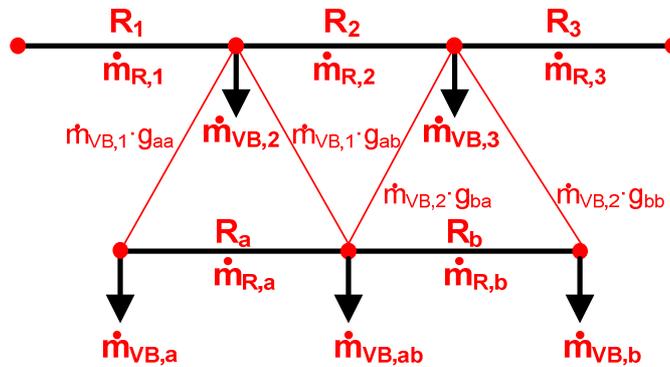


Abbildung 4.4: Reduzierung von Knoten; in Anlehnung an [3]

Im Folgenden werden die wichtigsten Formeln aus [3] für diesen Vereinfachungsschritt vorgestellt. Auch bei dieser Vereinfachung werden die Konstanten aus Kapitel 4.2.7.1 verwendet. Zu Beginn werden die Faktoren  $f_a$  und  $f_b$  definiert.

$$f_a = \frac{\dot{m}_{VB,3}}{\dot{m}_{VB,2} + \dot{m}_{VB,3}} \quad f_b = \frac{\dot{m}_{VB,2}}{\dot{m}_{VB,2} + \dot{m}_{VB,3}}$$

Mit Hilfe der Faktoren wird die Länge des Rohres „R<sub>2</sub>“ in Abhängigkeit der Verbrauchermassenströme  $\dot{m}_{VB,2}$ ,  $\dot{m}_{VB,3}$  auf die beiden anderen Rohre „R<sub>1</sub>“ und „R<sub>3</sub>“ aufgeteilt.

$$L_a = L_1 + f_a \cdot L_2 \quad L_b = L_3 + f_b \cdot L_2$$

Außerdem müssen die Laufzeiten in den originalen Rohren bestimmt werden um im nächsten Schritt die in Abbildung 4.4 dargestellten Aufteilungsfaktoren für die Verbrauchermassenströme  $\dot{m}_{V,2}$ ,  $\dot{m}_{V,3}$  berechnen zu können.

$$g_{aa} = \frac{f_a \cdot \tau_2}{\tau_1 + f_a \cdot \tau_2} \quad g_{ab} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + f_a \cdot \tau_2} \quad g_{ba} = \frac{\tau_3}{\tau_3 + f_b \cdot \tau_2} \quad g_{bb} = \frac{f_b \cdot \tau_2}{\tau_3 + f_b \cdot \tau_2}$$

Mit den Aufteilungsfaktoren lassen sich dann die Massenströme  $\dot{m}_{R,a}$ ,  $\dot{m}_{R,b}$  in den äquivalenten Rohren und in weiterer Folge auch die äquivalenten Verbrauchermassenströme bestimmen.

$$\dot{m}_{R,a} = \dot{m}_{R,1} - g_{aa} \cdot \dot{m}_{VB,2} \quad \dot{m}_{R,b} = \dot{m}_{R,2} - g_{ba} \cdot \dot{m}_{VB,3}$$

Die Geometrien der äquivalenten Rohre können dann mit den folgenden Formeln berechnet werden.

$$\varphi_a = \left( 1 + X \cdot \frac{V_{st,1} + f_a \cdot V_{st,2}}{V_{w,1} + f_a \cdot V_{w,2}} \right)^{-1} \quad \varphi_b = \left( 1 + X \cdot \frac{V_{st,3} + f_b \cdot V_{st,2}}{V_{w,3} + f_b \cdot V_{w,2}} \right)^{-1}$$

$$V_{w,a} = V_{w,1} \cdot \frac{\dot{m}_{R,a}}{\dot{m}_{R,1}} \cdot \frac{\varphi_a}{\varphi_1} + f_a \cdot V_{w,2} \frac{\dot{m}_{R,a}}{\dot{m}_{R,2}} \cdot \frac{\varphi_a}{\varphi_2} \quad V_{w,b} = V_{w,3} \cdot \frac{\dot{m}_{R,b}}{\dot{m}_{R,3}} \cdot \frac{\varphi_b}{\varphi_3} + f_b \cdot V_{w,2} \frac{\dot{m}_{R,b}}{\dot{m}_{R,2}} \cdot \frac{\varphi_b}{\varphi_2}$$

$$V_{st,a} = V_{w,a} \cdot \frac{1 - \varphi_a}{\varphi_a \cdot X} \quad V_{st,b} = V_{w,b} \cdot \frac{1 - \varphi_b}{\varphi_b \cdot X}$$

$$d_{w,a} = 2 \cdot \sqrt{\frac{V_{w,a}}{\pi \cdot L_a}} \quad d_{w,b} = 2 \cdot \sqrt{\frac{V_{w,b}}{\pi \cdot L_b}}$$

$$D_{st,a} = 2 \cdot \sqrt{\frac{V_{w,a} + V_{st,a}}{\pi \cdot L_a}} \quad D_{st,b} = 2 \cdot \sqrt{\frac{V_{w,b} + V_{st,b}}{\pi \cdot L_b}}$$

Zum Schluss müssen noch die spezifischen Wärmedurchgangskoeffizienten der neuen Rohre berechnet werden.

$$h_a = \frac{h_1 \cdot L_1 + f_a \cdot h_2 \cdot L_2}{L_A} \quad h_b = \frac{h_3 \cdot L_3 + f_b \cdot h_2 \cdot L_2}{L_b}$$

#### 4.2.7.3 Zusammenfassung

Um eine der beiden Methoden der Vereinfachung aus [3] anwenden zu können, müssen neben den stoffspezifischen Parametern, Dichte und spezifische Wärmekapazität des Wassers und des Stahlrohres, die folgenden Größen der zusammenzufassenden Elemente gegeben sein:

- Massenströme in den Rohren bzw. die Massenströme die in den Knoten abgeführt werden
- Rohrgeometrie
- Gesamtwärmedurchgangskoeffizienten der Rohre
- Umgebungs- (Boden-) temperatur

Es wurden zwei Bedingungen für die Erstellung des äquivalenten Netzes angegeben, welche in der Praxis so gut wie nie erfüllt sind. Die erste dieser Bedingungen schreibt vor, dass sich die Massenströme proportional zueinander ändern sollten. Die zweite Bedingung besagte, dass die Rücklauftemperatur in jedem Verbraucher gleich sein soll. Trotzdem wurden in einer Fallstudie mit dieser Vereinfachung gute Ergebnisse erzielt. [3]

#### 4.2.8 Systematischer Ansatz zur Aggregation von Fernwärmenetzen

In der in [2] vorgestellten Methode basiert die Netztransformation sowohl auf dem thermischen als auch auf dem hydraulischen Prinzip. Die Vereinfachung erfolgt schrittweise, daher kann das Netz beliebig stark vereinfacht werden. Bei der Netzaggregation wird zwischen Blindelementen und Blindknoten, seriellen Rohren, Verzweigungen und Maschen unterschieden.

Außerdem wird vorgeschlagen Rohre, deren Massenstrom unterhalb eines definierten Grenzwertes liegen, wie zum Beispiel 0,1 kg/s, schon vor der Aggregation zu entfernen. Dadurch können Konvergenzprobleme in der Simulationsrechnung verhindert werden. [2]

In den folgenden Kapiteln werden die Größen im aggregierten Netz mit einem tiefgestellten „a“ gekennzeichnet. Außerdem wird die Aggregation von Maschen in dieser Arbeit nicht näher ausgeführt. Mehr dazu ist in [2] nachzulesen.

### 4.2.8.1 Anforderungen

In [2] werden die folgenden Anforderungen an das aggregierte Netz gestellt.

- Das äquivalente Netz soll für die erforderliche Pumpleistung und die Speicherfähigkeit die gleichen Werte liefern, wie das originale Netz, bei gleichen Eingangsgrößen. Daher soll auch das Gesamtvolumen im äquivalenten Netz, gleich dem Gesamtvolumen im originalen Netz sein.
- Für Knoten die von der Vereinfachung unangetastet bleiben, sollen die Drücke, Temperaturen und Versorgungszeit gleich bleiben
- Jedes Element im Fernwärmenetz kann von der Vereinfachung ausgeschlossen werden. Außerdem ist der Aggregationsgrad frei wählbar.
- Die Art der Netzelemente im Netz darf sich im Zuge der Aggregation nicht ändern.
- Die Regelstrategien dürfen von der Vereinfachung nicht beeinflusst werden
- Die Position der Elemente des Netzes die von der Vereinfachung ausgenommen sind, soll sich in der Darstellung nicht ändern.

Um diese Methode anwenden zu können, müssen einerseits die Temperaturen und Drücke in den Knoten, die Austrittstemperaturen und Massenströme in den Rohren und in den Verbrauchern bekannt sein. Andererseits müssen auch die Geometriedaten der einzelnen Rohre und deren Laufzeiten, sowie die Anschlusslasten und die Auslastungsfaktoren aller Verbraucher gegeben sein. Des Weiteren müssen für die Rohre die Wärmedurchgangskoeffizienten und Zusatzwiderstände gegeben sein. Auch die Stoffdaten, wie massenspezifische Wärmekapazität, kinematische Viskosität und Dichte sollten zu Verfügung stehen. Bei der Aggregation werden für die temperaturabhängigen Stoffwerte jeweils gemittelte Werte für Vorlauf- und Rücklauf verwendet. Bei den Verbrauchern werden über den Vor- und Rücklauf gemittelte Stoffwerte benutzt. [2]

#### 4.2.8.2 Elimination von Blindelementen

In [2] werden 3 Fälle von Blindelementen unterschieden. Blindknoten, Blindleitung und Knoten zwischen Rohren mit gleichem Rohrdurchmesser, wobei an dem Zwischenknoten kein Verbraucher angeschlossen sein darf.

Als Blindknoten werden Knoten definiert, die keine Verbindung zu anderen Netzelementen aufweisen. Rohre an deren Endknoten kein weiteres Rohr und kein Verbraucher angeschlossen sind, werden als Blindleitungen bezeichnet. In solch einem Rohr fließt kein Massenstrom. Blindknoten und Blindleitungen können einfach aus dem Netzmodell entfernt werden. Außerdem können im dritten der oben genannten Fälle, die Rohre zu einem Rohr zusammengefasst werden. Bei dieser Vereinfachung ergibt sich ein Rohr, dessen Länge der Summe der zusammengefassten Rohre entspricht. [2]

#### 4.2.8.3 Zusammenfassung von seriellen Rohren

In diesem Kapitel wird die Vorgehensweise beim Zusammenfassen von seriellen Rohren aus [2] vorgestellt. Dabei wird zwischen zwei Fällen unterschieden. Parallele und nicht parallele Netze. In einem parallelen Netz gibt es zu jedem Vorlaufrohr ein Rücklaufrohr, welches den gleichen Durchmesser und die gleiche Länge besitzt. [2]

Auf den Fall der nicht parallelen Netze wird in dieser Arbeit nicht näher eingegangen, da dieser in der Praxis nur selten vorkommt. Näheres dazu kann in [2] nachgelesen werden.

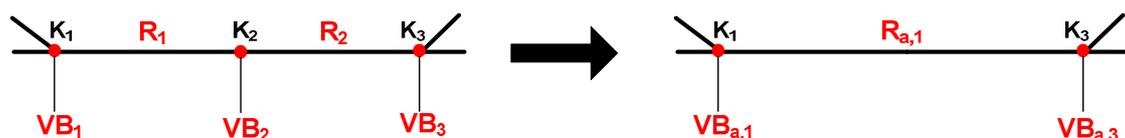


Abbildung 4.5: Zusammenfassung serieller Rohre in einem parallelen Netz; in Anlehnung an [2]

Die folgenden Größen dürfen sich nach [2] bei diesem Aggregationsschritt nicht ändern.

- Die Massenströme die in das zusammenzufassende Teilnetz ein- und austreten
- Die Summe der Rohrvolumina
- Die Laufzeiten zwischen Knoten, die erhalten bleiben
- Die Temperaturen und Drücke, an Knoten die erhalten bleiben
- Die jeweilige Summe der Verbrauchermassenströme, Verbraucherleistungen und der Wärmeverluste

In der Abbildung 4.5 wird die Zusammenfassung serieller paralleler Rohre dargestellt, wobei die dargestellten Rohre sowohl das Vorlauf- als auch das Rücklaufrohr repräsentieren sollen.

Unter Berücksichtigung der oben genannten Voraussetzungen werden die Geometriedaten, die Massenströme, die Verbraucherwärmelasten und die Wärmedurchgangskoeffizienten, des durch die Vereinfachung entstehenden Rohres bzw. Verbrauchers, berechnet. Des Weiteren werden sogenannte Zusatzwiderstände bestimmt, damit sich die Drücke an den Knoten, welche von der Vereinfachung ausgenommen sind, nicht ändern. [2]

#### 4.2.8.4 Vereinfachung von Verzweigungen

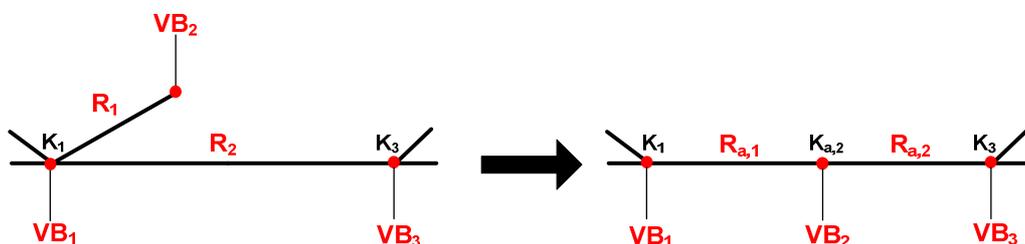


Abbildung 4.6: Vereinfachung Verzweigung; in Anlehnung an [2]

Bei diesem Vereinfachungsschritt der in [2] präsentiert wird, wie in Abbildung 4.6 zu sehen ist, ein abzweigendes Rohr mit einem zweiten Rohr zusammengeklappt,

sodass zwei hintereinanderliegende Rohre entstehen. Wie auch schon bei der in Kapitel 4.2.7 vorgestellten Methode, bleibt auch hier die Anzahl der Elemente vor und nach der Vereinfachung gleich, dennoch wird dabei die Struktur vereinfacht. Zusätzlich zu den in Kapitel 4.2.8.3 aufgezählten Anforderungen an den Aggregationsschritt, müssen bei diesem Vereinfachungsschritt noch zwei Bedingungen erfüllt werden. [2]

- Der abzweigende Strang besteht aus nur einem Rohr mit einem Verbraucher am Endknoten. Daraus folgt, dass mit der Vereinfachung an einem Ende des Netzes begonnen werden muss.
- Im Vorlaufrohr „R<sub>1</sub>“ muss die Laufzeit geringer sein als im Vorlaufrohr „R<sub>2</sub>“.

Des Weiteren wird bei diesem Vereinfachungsschritt davon ausgegangen, dass die Vorlauf- und Rücklaufrohre in Bezug auf ihre Geometrie, Massenströme und Laufzeiten identisch sind. Die Verbrauchermassenströme und Verbraucherwärmelasten werden bei dieser Vorgehensweise nicht verändert. Außerdem werden hier wie schon in Kapitel 4.2.8.3 neben der Rohrgeometrie und den Wärmedurchgangskoeffizienten und Massenströmen auch Ersatzwiderstände des vereinfachten Systems berechnet. Außerdem wird noch eine Möglichkeit zur Bestimmung der Lage des Knoten „K<sub>a, 2</sub>“ vorgestellt. Da dies jedoch eigentlich nicht notwendig ist, dient sie eher dazu, dass die Darstellung des Netzes nachvollziehbar bleibt. Außerdem kann es vorkommen, dass die zweite der oben genannten Bedingungen nicht erfüllt ist. Daher wird auch für diesen Fall ein Lösungsweg vorgestellt. [2]

#### 4.2.8.5 Beurteilung

In [2] wird die Aggregationsmethode anhand eines realen Netzes getestet. Daraus hat sich ergeben, dass das aggregierte Netz im stationären Fall bei maximalem Aggregationsgrad gute Ergebnisse erreicht. Für die Knotendruck liegt der Fehler in den meisten Fällen unter 0,1%. Bei den Temperaturen kommt es zu einem Fehler unter 0,8%. Der Fehler für die Einspeiseleistung und Pumpleistung ist kleiner als 1% im stationären Fall. Für den instationären Fall hat sich gezeigt, dass das Modell bis zu einem Aggregationsgrad von 75% gute Ergebnisse erzielt. Die Temperaturen und

Drücke haben einen maximalen Fehler von 1%. Dahingegen weichen die Pumpleistung und die Einspeiseleistung um bis zu 3% ab. Zu erwähnen ist noch dass sich bei einem Aggregationsgrad von 75% die Rechenzeit um 15% verringert hat. [2]

## 5. Fernwärmenetztransformation

In [5] wird die in Kapitel 4.2.7 angesprochene Methode, zur Aggregation eines realen Fernwärmenetzes, verwendet. Im Zuge der Zusammenarbeit mit Johannes Nagler, Veronika Berg und Sabrina Dusek wurde ein Sub-Programm in Matlab erstellt welches die Netzvereinfachung für ein Teilnetz automatisch durchführt. Das Grundlegende Formelwerk des Subprogramms stammt aus [3]. Für die Input- und Outputdaten werden Excel- Files verwendet.

Bei der automatischen Netztransformation wird zwischen zwei verschiedenen Vorgehensweisen unterschieden; Methode A und Methode B. Sowohl bei Methode A als auch bei Methode B ist es wichtig, dass sich der zu vereinfachende Netzstrang an einem Ende des Netzes befindet. Es dürfen also an den Enden der zu vereinfachenden Stränge keine weiteren Rohre angeschlossen sein. Im Folgenden werden die beiden Methoden kurz beschrieben. Genaueres dazu ist in [5] nachzulesen.

### 5.1 Methode A

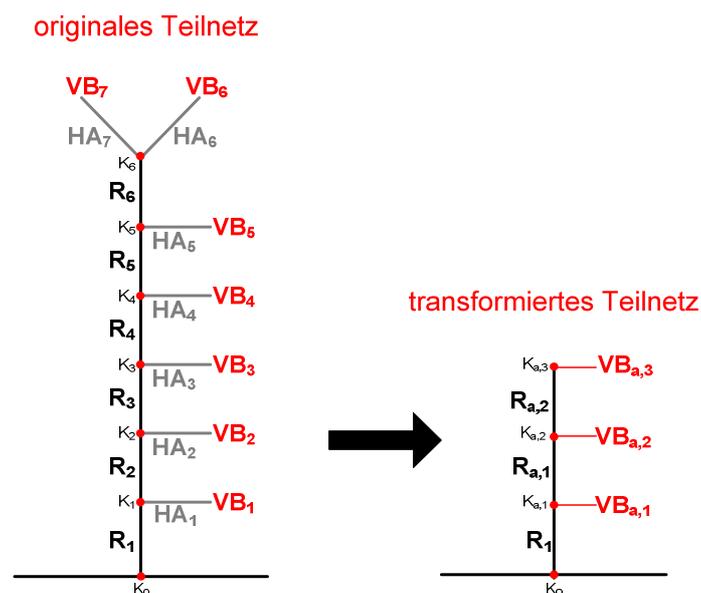


Abbildung 5.1: Methode A; in Anlehnung an [5]

Bei der Methode A können maximal sieben Verbraucher, an einem Seitenstrang wie es in Abbildung 5.1 dargestellt ist, zu drei Verbrauchern zusammengefasst werden. Die Vereinfachung erfolgt schrittweise, wobei zuerst alle abzweigenden Rohre zusammengeklappt werden. Nachdem alle Rohre seriell hintereinander liegen und die Verbraucher direkt an der Leitung angeschlossen sind, werden die Rohre reduziert bis nur noch drei Rohre und drei Verbraucher übrig bleiben. Unter direkt angeschlossenen Verbrauchern, werden Verbraucher verstanden die direkt, ohne ein weiteres Rohr, an die Versorgungsleitung angeschlossen sind, (siehe auch [5]).

## 5.2 Methode B

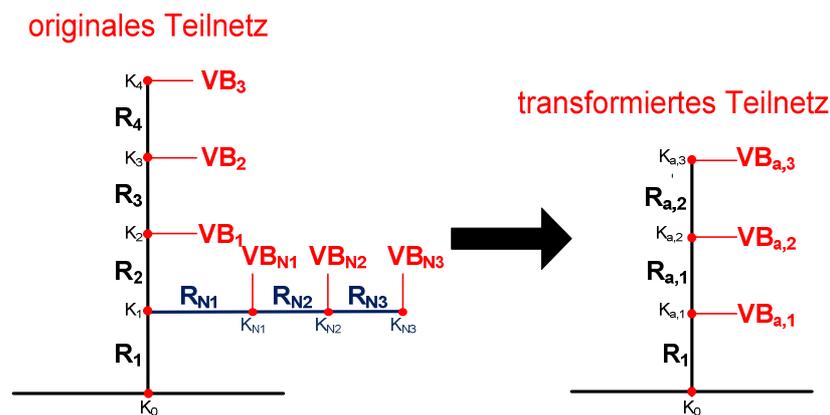


Abbildung 5.2: Methode B; in Anlehnung an [5]

Im Zuge der Methode B werden 2 Stränge mit maximal 3 Verbrauchern, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, zusammengefasst. Dabei müssen die Verbraucher direkt an die jeweilige Versorgungsleitung angeschlossen sein. Auch bei dieser Methode werden zuerst alle Rohre so zusammengeklappt, dass anschließend alle Rohre hintereinander liegen. Zum Schluss werden dann die Rohre reduziert, bis nur noch zwei Rohre mit drei Verbrauchern vorhanden sind, (siehe auch [5]).

## 5.3 Beispiel 15-Verbrauchermodell

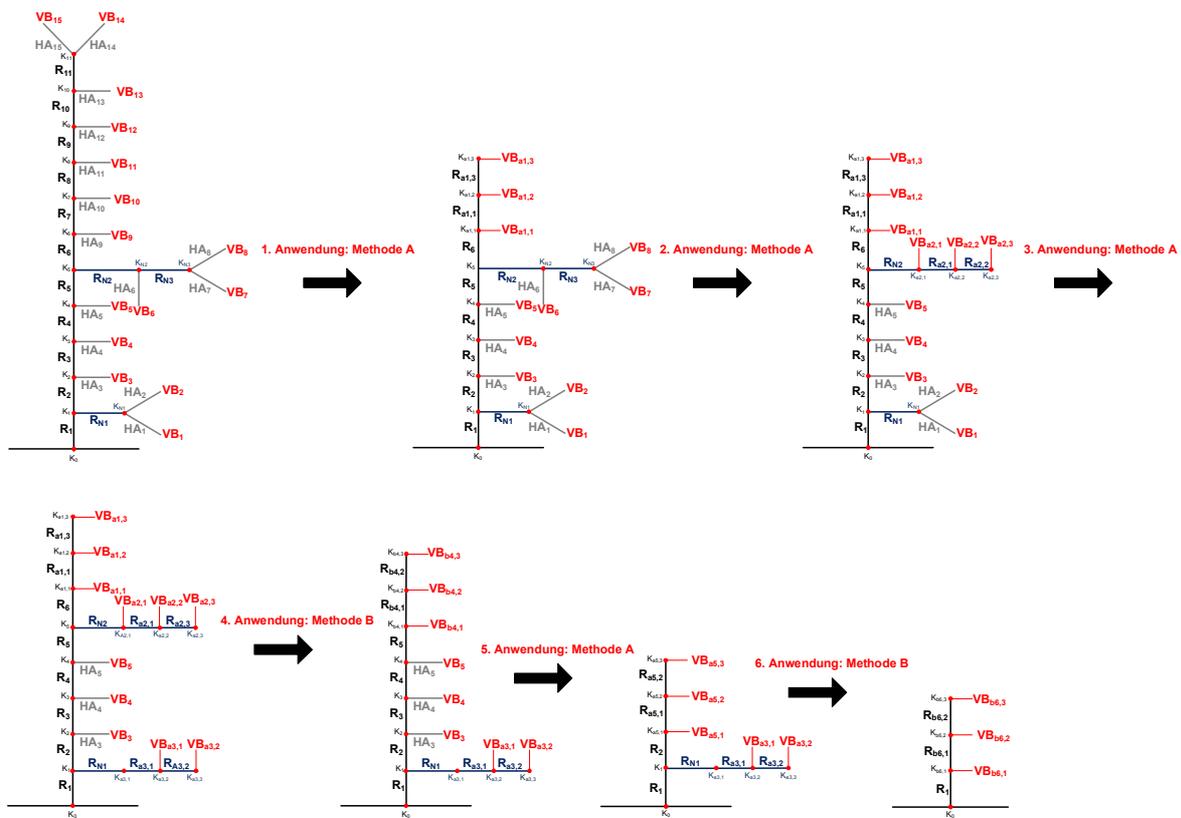


Abbildung 5.3: Transformation eines 15-Verbrauchermodells

In Abbildung 5.3 wird anhand eines 15-Verbrauchermodells dargestellt, wie die einzelnen Methoden angewendet werden. Zuerst wird die Methode A (a1), für das obere Ende des zu vereinfachenden Teilnetzes, von Rohr „R<sub>6</sub>“ bis Rohr „R<sub>11</sub>“ bzw. von den Verbrauchern „VB<sub>9</sub>“ bis „VB<sub>15</sub>“, mit ihren jeweiligen Hausanschlussrohren (HA), angewendet. Anschließend wird die Methode A (a2) für den Nebenstrang mit den „Nebenrohren“ „R<sub>N2</sub>“ und „R<sub>N3</sub>“ bzw. für die Verbraucher „VB<sub>6</sub>“ bis „VB<sub>8</sub>“ verwendet. Im dritten Schritt (a3) wird auch für den Seitenstrang mit dem „Nebenrohr“ „R<sub>N1</sub>“ und den Abnehmern „VB<sub>1</sub>“ und „VB<sub>2</sub>“, die Methode A verwendet. Im darauffolgenden Schritt (b4) werden die sich aus Anwendung eins (a1) und zwei (a2) ergebenden vereinfachten Stränge mit Methode B vereinfacht. Die sich aus dem vorherigen Schritt (b4) ergebenden Rohre bzw. Verbraucher werden dann zusammen mit den Rohren „R<sub>2</sub>“ bis „R<sub>5</sub>“ bzw. den Verbrauchern „VB<sub>3</sub>“ bis „VB<sub>5</sub>“ und den dazugehörigen Hausanschlussrohren „HA<sub>3</sub>“ bis „HA<sub>5</sub>“ mit Hilfe der Methode A (a5) vereinfacht. Abschließend wird die Methode B (b6) angewendet, um die sich aus

Schritt 3 (a3) und Schritt 5 (a5) ergebenden Rohre und Abnehmer zusammenzufassen. Dabei ist zu bemerken, dass das Rohr „R<sub>1</sub>“ während der gesamten Aggregation unangetastet bleibt. Es sei nochmals erwähnt, dass sowohl die Methode A und die Methode B auf der in [3] präsentierten Vorgehensweise beruht. Methode A und Methode B sind Subprogramme, welche die in [3] erläuterte Vorgehensweise für einen Strang mit bestimmter Anzahl an Rohren bzw. Verbrauchern automatisch durchführen.

## 6. Rücktransformation

Das Hauptziel dieser Arbeit war, eine Rücktransformationsmethode zu finden. Mit dieser Methode sollten die Temperaturverläufe und Massenströme, welche sich durch Simulation des transformierten Fernwärmenetzes ergeben haben, wieder in das „originale“ Fernwärmenetz rücktransformiert werden. Die Rücktransformation basiert auf der Grundlage, dass sich die Teilnetz-Eintrittstemperaturen im Zuge der Transformation nicht ändern. Außerdem sind die Geometriedaten des „originalen“ und des „transformierten“ Netzes geben. Auch die Verläufe der Verbraucherlasten werden sowohl für das „originale“ als auch für das entsprechende „vereinfachte“ Netz als gegeben angesehen.

Die Rücktransformation wurde anhand eines 4-Verbrauchermodelles entwickelt. Blieben die Fehler innerhalb vertretbarer Grenzen, wurde die Methode dann auch an einem 15-Verbrauchermodell getestet. In diesem Kapitel wird die Vorgehensweise zur Entwicklung der Rücktransformationsmethode vorgestellt.

### 6.1 Simulationsmodell

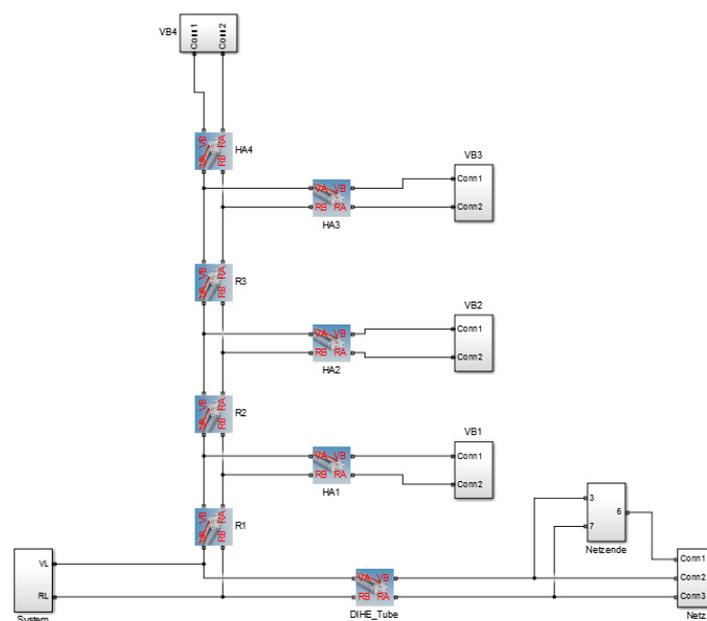


Abbildung 6.1: Simulationsmodell eines 4-Verbraucher Teilnetzes

Für die Simulation wurde das in [5] vorgestellte Modell verwendet. Das 4-Verbrauchermodell entspricht dem Ende des 15-Verbrauchermodells, also den letzten vier Verbrauchern mit den zugehörigen Hausanschlussrohren und den letzten drei Hauptleitungsrohren. Es werden gewählte Werte für die Tagesenergieentnahme verwendet, welche in Leistungen umgerechnet und anschließend für die stationäre Simulation verwendet werden. Als Leistungsverläufe für die instationäre Simulation werden, wie in [5], Standardverläufe verwendet, welche an die Tagesenergieentnahme angepasst werden. In Abbildung 6.1 ist das 4-Verbraucher Simulationsmodell dargestellt. Der Block „System“ entspricht dem Wärmeerzeuger und der Pumpe. Das Netz besteht aus zwei Ästen. Der eine entspricht dem 4-Verbrauchermodell und in dem anderen wird das „Netzende“ bzw. ein weiterer Verbraucher simuliert. Da sowohl das 4-Verbraucher- als auch das 15-Verbrauchermodell nur einen Teil eines Netzes repräsentieren, wird das restliche Netz im Block „Netz“ durch einen weiteren Verbraucher dargestellt. Diesem wird die 200-fache Leistung des ersten Verbrauchers im 4-Verbrauchermodell bzw. 15-Verbrauchermodell zugeordnet. Genaueres zum Simulationsmodell kann in [5] nachgelesen werden.

Die Vorlauftemperatur die vom „Block“ System bereitgestellt wird, wird auf 370 K gesetzt. Außerdem wird eine konstante Rücklauftemperatur von 320 K in den Verbrauchern eingestellt. Als Startwerte für die Anfangsrohrtemperaturen in den Rohren wird für den Vorlauf 370 K und für den Rücklauf 320 K gewählt. Die Temperatur des Erdreichs entspricht laut [5] 281,15 K. Außerdem wird der Vorlaufdruck am Schlechtpunkt auf 6 bar gesetzt und für den Differenzdruck am Schlechtpunkt wird 0,5 bar gewählt. Als Rohrrauigkeitswert wird wie in [5] 20  $\mu\text{m}$  verwendet. Jedes Modell wird für einen Tag also 24 Stunden simuliert, wobei zuvor eine 10-stündige Vorlaufphase durchlaufen wird. Dies dient dazu, damit alle Rohrtemperaturen schon am Beginn der Simulation für einen Tag konvergieren. Auch an die Verbraucherlastkurven wird diese 10-stündige Vorlaufphase angehängt, in dieser Phase entspricht die Verbraucherlast dem Startwert der 24h-Verbraucherlastkurve.

## 6.1.1 4-Verbraucher-Netzmodell

In der Abbildung 6.2 ist das „originale“ und das „transformierte“ 4-Verbraucherteilnetz skizziert. Dabei werden die Vorlauf- und Rücklaufrohre als ein Rohr dargestellt. Die zugehörigen Leistungen und Geometrien sind in der Tabelle 6.1 bzw. Tabelle 6.2 angegeben.

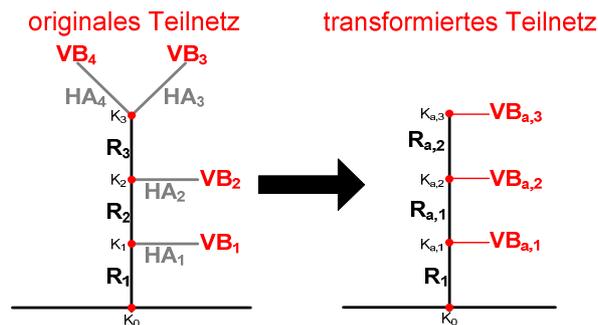


Abbildung 6.2: Skizze des originalen und transformierten 4-Verbraucherteilnetzes

Rohr	Länge [m]	Innerer Durchmesser [m]	Dicke des Stahlmantels [m]	Dicke der Isolierung [m]	Zus. Rohrwi- standsbeiwert [1]	Leistung [W]
R1	33,40	0,050	0,0029	0,0294	1,00	
R2	10,33	0,040	0,0026	0,0279	1,00	
R3	19,39	0,040	0,0026	0,0279	1,00	
HA1	40,28	0,032	0,0026	0,0308	3,50	2650,53763
HA2	2,30	0,025	0,0023	0,0252	1,00	1158,60215
HA3	31,67	0,025	0,0023	0,0252	3,50	944,892473
HA4	30,34	0,025	0,0023	0,0252	2,25	2943,54839

Tabelle 6.1: Geometrie und Leistungsdaten des originalen 4-Verbraucherteilnetzes

Rohr/ Verbraucher	Länge [m]	Innerer Durchmesser [m]	Dicke des Stahlmantels [m]	Dicke der Isolierung [m]	Zus. Rohrwi- standsbeiwert [1]	Leistung [W]
R1	33,40	0,050	0,0029	0,0294	1,00	
R_a1	40,01	0,038	0,0029	0,0227	3,27	
R_a2	68,20	0,032	0,0026	0,0224	8,98	
VB_a1	0,00	0,000	0,0000	0,0000	0,00	1190,69626
VB_a2	0,00	0,000	0,0000	0,0000	0,00	3973,89335
VB_a3	0,00	0,000	0,0000	0,0000	0,00	2532,99104

Tabelle 6.2: Geometrie und Leistungsdaten des transformierten 4-Verbraucherteilnetzes

## 6.1.2 15-Verbraucher-Netzmodell

Abbildung 6.3 zeigt das 15-Verbraucherteilnetz, auch in dieser Skizze werden Vorlauf- und Rücklaufrohr als ein Rohr dargestellt. Die Geometrie und Leistungsdaten des „originalen“ und „transformierten“ Netzes werden in Tabelle 6.3 und Tabelle 6.4 angegeben.

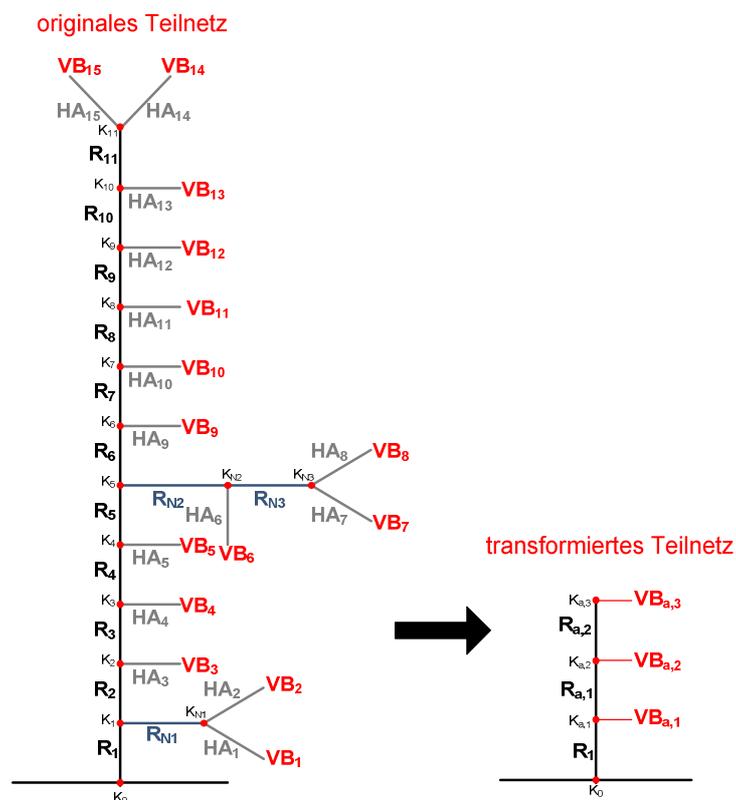


Abbildung 6.3: Skizze des originalen und transformierten 15-Verbraucherteilnetzes

Rohr	Länge [m]	Innerer Durchmesser [m]	Dicke des Stahlmantels [m]	Dicke der Isolierung [m]	Zus. Rohrwi- standsbeiwert [1]	Leistung [W]
R1	55,38	0,080	0,0032	0,0326	1,04	
R2	50,90	0,080	0,0032	0,0326	2,25	
R3	12,15	0,080	0,0032	0,0326	1,00	
R4	14,07	0,080	0,0032	0,0326	1,00	
R5	2,33	0,080	0,0032	0,0326	1,00	
R6	48,57	0,080	0,0032	0,0326	2,25	
R7	1,54	0,080	0,0032	0,0326	1,00	
R8	12,60	0,080	0,0032	0,0326	1,00	
R9	33,40	0,050	0,0029	0,0294	1,00	
R10	10,33	0,040	0,0026	0,0279	1,00	
R11	19,39	0,040	0,0026	0,0279	1,00	
NR1	13,59	0,032	0,0026	0,0308	1,00	
NR2	269,97	0,032	0,0026	0,0308	6,40	
NR3	14,11	0,032	0,0026	0,0308	1,00	
HA1	3,24	0,025	0,0023	0,0252	1,00	7034,9462
HA2	26,03	0,025	0,0023	0,0252	4,75	4751,3441
HA3	16,56	0,025	0,0023	0,0252	1,00	8134,4086
HA4	45,07	0,032	0,0026	0,0308	2,25	11068,5484
HA5	11,84	0,025	0,0023	0,0252	1,00	2928,7634
HA6	11,96	0,025	0,0023	0,0252	1,00	7583,3333
HA7	13,38	0,025	0,0023	0,0252	1,00	4216,3979
HA8	39,07	0,025	0,0023	0,0252	3,50	416,6667
HA9	6,13	0,025	0,0023	0,0252	2,25	2850,8065
HA10	4,35	0,032	0,0026	0,0308	1,00	2697,5807
HA11	50,09	0,050	0,0029	0,0294	4,75	13418,0108
HA12	40,28	0,032	0,0026	0,0308	3,50	2650,5376
HA13	2,30	0,025	0,0023	0,0252	1,00	1158,6022
HA14	31,67	0,025	0,0023	0,0252	3,50	944,8925
HA15	30,34	0,025	0,0023	0,0252	2,25	2943,5484

Tabelle 6.3: Geometrie und Leistungsdaten des originalen 15-Verbraucherteilnetzes

Rohr/ Verbraucher	Länge [m]	Innerer Durchmesser [m]	Dicke des Stahlmantels [m]	Dicke der Isolierung [m]	Zus. Rohrwi- standsbeiwert [1]	Leistung [W]
R1	55,38	0,080	0,0032	0,0326	1,04	
R_a1	24,80	0,067	0,0036	0,0212	2,88	
R_a2	148,84	0,047	0,0030	0,0226	20,40	
VB_a1	0,00	0,000	0,0000	0,0000	0,00	6190,1212
VB_a2	0,00	0,000	0,0000	0,0000	0,00	13718,7715
VB_a3	0,00	0,000	0,0000	0,0000	0,00	6755,0858

Tabelle 6.4: Geometrie und Leistungsdaten des transformierten 15-Verbraucherteilnetzes

## 6.2 Stoffwerte für die Berechnung der Rücktransformation

Als Rohre werden in [5] Isoplus- Einzelrohre verwendet. Die folgenden Stoffwerte werden für die Berechnung der Rücktransformation angenommen. Dabei werden sowohl die spezifischen Wärmekapazitäten als auch die Wärmeleitfähigkeiten des Stahlmantels und der Isolierung direkt aus dem in [5] vorgestellten Simulationsmodell ausgelesen. Bei den Rohren wird eine Polyurethan-Hartschaumdämmung verwendet, deren Dichte aus [19] ausgelesen wird. Für die Dichte und spezifische Wärmekapazität des Wassers wird für den Vorlauf- und Rücklauf der gleiche konstante Wert für 90°C nach [20] gewählt. Auch die Dichte des Stahlmantels wird nach [20] gewählt.

$c_{p,w}$ [J/(kgK)]	4200
$c_{p,st}$ [J/(kgK)]	460
$c_{p,iso}$ [J/(kgK)]	1400
$\rho_w$ [kg/m <sup>3</sup> ]	965
$\rho_{st}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7800
$\rho_{iso}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	60
$\lambda_{st}$ [W/(mK)]	14,431
$\lambda_{iso}$ [W/(mK)]	0,029

Tabelle 6.5: Verwendete Stoffwerte

## 6.3 Grundgleichungen der Rücktransformation

Im Folgenden werden die Formeln, die für die Rücktransformation verwendet werden, kurz erläutert.

Für die Wärmeleistung  $\dot{Q}_{VB}$  welche über den Wärmetauscher an die Verbraucher abgegeben wird, gilt mit dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik.

$$\dot{Q}_{VB} = c_{p,w} \cdot \dot{m}_w \cdot (T_{VB,VL} - T_{VB,RL}) \quad (6.1)$$

Dabei ist  $T_{VB,VL}$  die Temperatur mit welcher der Wassermassenstrom  $\dot{m}_w$  in den Wärmetauscher eintritt,  $T_{VB,RL}$  die Temperatur mit welcher der Massenstrom austritt. [7]

Die Mischtemperatur im Knoten  $T_K$  des Fernwärmenetzes wird aus der temperaturgewichteten Summe der zufließenden Wassermassenströme dividiert durch die Summe der zufließenden Wassermassenströme  $\dot{m}_{w,zu}$ , berechnet. Dabei ist  $n$  die Anzahl der zufließenden Wassermassenströme. [2]

$$T_K = \frac{\sum_{i=1}^n T_{zu,i} \cdot \dot{m}_{w,zu,i}}{\sum_{i=1}^n \dot{m}_{w,zu,i}} \quad (6.2)$$

### 6.3.1 Berechnung der Rohraustrittstemperatur im stationären Fall

Für den stationären Fall wurde die Lösung der differentiellen Wärmeleitungsgleichung in Kapitel 3.2.2 anhand eines unendlich langen Rohres vorgestellt. Dort hatte das Rohr nur eine Schicht nämlich den Rohrmantel. Im Fall eines Fernwärmerohres kommt noch eine Isolierschicht dazu. Außerdem wird angenommen, dass die innere Wandtemperatur des Stahlmantels der Fluidtemperatur entspricht, daher fällt der konvektive Wärmeübergang vom Wärmeträgermedium zum Stahlmantel weg. Es handelt sich um ein erdverlegtes Rohr daher geht die Wärme durch Wärmeleitung von der Isolierung an die Umgebung über. Dieser wird hier jedoch vernachlässigt. Daher wird angenommen, dass die Außentemperatur der Isolierschicht gleich der Bodentemperatur ist. Das führt dazu, dass auch der Wärmeübergang von der Isolierschicht an die Umgebung vernachlässigt wird. Damit ergibt sich aus der Gleichung (3.4), wenn sie mit der Länge multipliziert wird, die Bestimmungsgleichung für den Wärmeverluststrom welche im Zuge der Rücktransformation verwendet wird.

$$\dot{Q}_V = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \Delta T}{\frac{1}{\lambda_{st}} \cdot \ln\left(\frac{D_{st}}{d_w}\right) + \frac{1}{\lambda_{iso}} \cdot \ln\left(\frac{D_{iso}}{D_{st}}\right)}$$

Dabei ist  $\lambda_{st}$  die Wärmeleitfähigkeit des Stahlmantels und  $\lambda_{iso}$  die Wärmeleitfähigkeit der Isolierschicht. Im Folgenden wird der Wärmedurchgangskoeffizient, welcher sich auf die Rohrlänge bezieht, definiert.

$$h = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{1}{\lambda_{st}} \cdot \ln\left(\frac{D_{st}}{d_w}\right) + \frac{1}{\lambda_{iso}} \cdot \ln\left(\frac{D_{iso}}{D_{st}}\right)}$$

Damit kann die Gleichung für den Wärmeverluststrom angeschrieben werden, wobei der Gesamtwärmedurchgangskoeffizient  $H$  verwendet wird.

$$H = L \cdot h$$

$$\dot{Q}_V = H \cdot \Delta T$$

Für die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  wird im Zuge der Entwicklung einerseits die Differenz der Rohreintrittstemperatur  $T_E$  und der Bodentemperatur  $T_B$  eingesetzt.

$$\Delta T = T_E - T_B \quad (6.3)$$

Andererseits wird auch logarithmische Temperaturdifferenz zwischen Rohreintrittstemperatur  $T_E$  und Bodentemperatur  $T_B$  bzw. zwischen Rohraustrittstemperatur  $T_A$  und Der Bodentemperatur  $T_B$  verwendet.

$$\Delta T = \frac{(T_E - T_B) - (T_A - T_B)}{\ln\left(\frac{T_E - T_B}{T_A - T_B}\right)} = \frac{(T_E - T_A)}{\ln\left(\frac{T_E - T_B}{T_A - T_B}\right)} \quad (6.4)$$

Im stationären Fall ist die Differenz der Enthalpieströme gleich dem Wärmeverluststrom. Damit kann die Gleichung für die Austrittstemperaturen für die beiden Temperaturdifferenzen (Gl. 6.3) und (Gl. 6.4) umgeformt werden.

$$\dot{Q}_V = \dot{m}_w \cdot c_{p,w} \cdot (T_E - T_A) = H \cdot \Delta T$$

$$T_A = T_E - \frac{H}{\dot{m}_w \cdot c_{p,w}} \cdot (T_E - T_B) \quad (6.5)$$

$$T_A = T_B + (T_E - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H}{\dot{m}_w \cdot c_{p,w}}\right) \quad (6.6)$$

Es wurde anhand des 4-Verbrauchermodells untersucht, welche der beiden Temperaturdifferenzen zu genaueren Ergebnissen führt. Dabei wurden die Rohreintrittstemperatur des Rohres „R1“, die Verbraucherlasten und die Massenströme für den stationären Fall aus den Simulationsergebnissen ausgelesen. Es hat sich bei der Anwendung der Gleichung (6.6) die geringere Abweichung ergeben. Der maximale Fehler liegt hier bei ca. 0,2%. Für die Berechnung mit der Gleichung (6.5) ergibt sich ein maximaler Fehler von – 1,4%. Der große Fehler bei

der Anwendung dieser Gleichung kommt vermutlich daher, dass die Wärmeverluste in einem Rohr nicht linear über die Rohrlänge verteilt sind. Daher wurde untersucht wie groß die Abweichung der Berechnung ist, wenn die Gleichung (6.5) im Zuge einer Diskretisierung angewendet wird. Dabei werden die Rohre in kleinere Rohrelemente mit ca. 1m Rohrlänge unterteilt. Für diese Rohrelemente wird dann die Austrittstemperatur berechnet. Dabei entspricht die Eintrittstemperatur des nächsten Rohrelementes der Austrittstemperatur des vorherigen Rohrelements. Diese Vorgehensweise wird bis zum letzten Rohrelement durchgeführt und dessen Austrittstemperatur ist dann die Austrittstemperatur des eigentlichen Rohres. Diese Methode liefert ebenfalls gute Ergebnisse, die maximale Abweichung liegt bei ungefähr 0,24%.

Aufgrund dieser Ergebnisse wird in weiterer Folge in der Gleichung für den Verlustwärmestrom die logarithmische Temperaturdifferenz verwendet. Auch wenn die Diskretisierung ebenfalls gute Ergebnisse liefert, ist diese Vorgehensweise numerisch aufwendiger als die Verwendung der logarithmischen Temperaturdifferenz und wird daher hier nicht verwendet.

### 6.3.2 Berechnung der Rohraustrittstemperatur im instationären Fall

Im instationären Fall muss der Term, auf der rechten Seite der differentiellen Wärmeleitungsgleichung aus Kapitel 3.2, mit berücksichtigt werden. Dieser beschreibt die zeitliche Temperaturänderung im Rohr und wird hier numerisch berechnet. Es ergibt sich die folgende Gleichung für die Rohraustrittstemperatur wobei diese Gleichung nur iterativ gelöst werden kann.

$$\dot{m}_w \cdot c_{p,w} \cdot (T_E - T_A) = H \cdot \frac{(T_E - T_A)}{\ln\left(\frac{T_E - T_B}{T_A - T_B}\right)} + m_w \cdot c_{p,w} \cdot \frac{\Delta T_w}{\Delta t} + m_{st} \cdot c_{p,st} \cdot \frac{\Delta T_{st}}{\Delta t} + m_{iso} \cdot c_{p,iso} \cdot \frac{\Delta T_{iso}}{\Delta t} \quad (6.7)$$

Dabei ist  $m_w$  die Masse des Wassers,  $m_{st}$  die Masse des Stahlmantels und  $m_{iso}$  die Masse der Isolierung. Außerdem werden die spezifischen Wärmekapazitäten des Stahlmantels  $c_{p,st}$  und der Isolierung  $c_{p,iso}$  benötigt. Für die Wassertemperatur  $T_w$  und Stahlmanteltemperatur  $T_{st}$  wird der arithmetische Mittelwert zwischen Rohreintritts- und Rohraustrittstemperatur verwendet. Für die Isolierungstemperatur wird der

arithmetische Mittelwert aus der Bodentemperatur und der Stahlmanteltemperatur verwendet. Die drei Terme auf der rechten Seite von Gleichung (6.7) werden in dieser Arbeit als „Speicherterm“ bezeichnet.

### 6.3.3 Untersuchung des Speicherterms

Anhand des Rohres „R<sub>1</sub>“ des 4-Verbrauchermodells wurden die Auswirkungen des Speicherterms, bei einer Rampe in der Vorlauftemperatur am Erzeuger, untersucht. Die Simulation wurde für diese Untersuchung stationär, d. h. bei zeitlich konstanter Verbraucherlast durchgeführt.

Dabei wurden die folgenden Größen aus den Simulationsergebnissen ausgelesen:

- Eintrittstemperatur des Rohres „R<sub>1</sub>“  $T_E$
- Austrittstemperatur des Rohres „R<sub>1</sub>“  $T_A$
- Massenstrom im Rohr „R<sub>1</sub>“  $\dot{m}$
- innere Temperatur des Stahlmantels des Rohres „R<sub>1</sub>“  $T_{st,in}$
- äußere Temperatur des Stahlmantels des Rohres „R<sub>1</sub>“  $T_{st,au}$
- innere Temperatur des Isolierungsmantels des Rohres „R<sub>1</sub>“  $T_{iso,in}$
- äußere Temperatur des Isolierungsmantels des Rohres „R<sub>1</sub>“  $T_{iso,au}$
- Simulationszeit  $t$

Für die Berechnung werden die arithmetischen Mittelwerte der Stahlmantel- und Isolierungsmanteltemperatur verwendet.

$$T_{st} = \frac{T_{st,in} + T_{st,au}}{2}$$

$$T_{iso} = \frac{T_{iso,in} + T_{iso,au}}{2}$$

Außerdem wird, wie schon in Kapitel 6.3.2 erwähnt, für die Wassertemperatur der arithmetische Mittelwert zwischen Wassereintritts- und Wasseraustrittstemperatur verwendet.

$$T_w = \frac{T_E + T_A}{2}$$

Bei den folgenden Erläuterungen wird die stationäre Vorlaufphase nicht berücksichtigt. Die Vorlauftemperatur am Erzeuger wurde, bis zu einem

Simulationszeitpunkt von 6,67 Stunden, konstant auf 350 K gesetzt. Anschließend wird die Temperatur bis zu einem Zeitpunkt von 7,22 Stunden, mit einer Steigung von 0,01 K/s erhöht. Für die weitere Simulationszeit bleibt die Vorlauftemperatur konstant bei 370 K. Der Verlauf der Vorlauftemperatur am Erzeuger ist in dem oberen Diagramm in Abbildung 6.4 dargestellt.

In den folgenden Diagrammen ist  $\dot{E}$  die Differenz der Enthalpieströme im Rohr und  $\dot{Q}_V$  der Verlustwärmestrom des Stahlmantels und der Isolierung. Außerdem wird der Speicherterm mit  $\dot{Q}_{sp}$  bezeichnet.

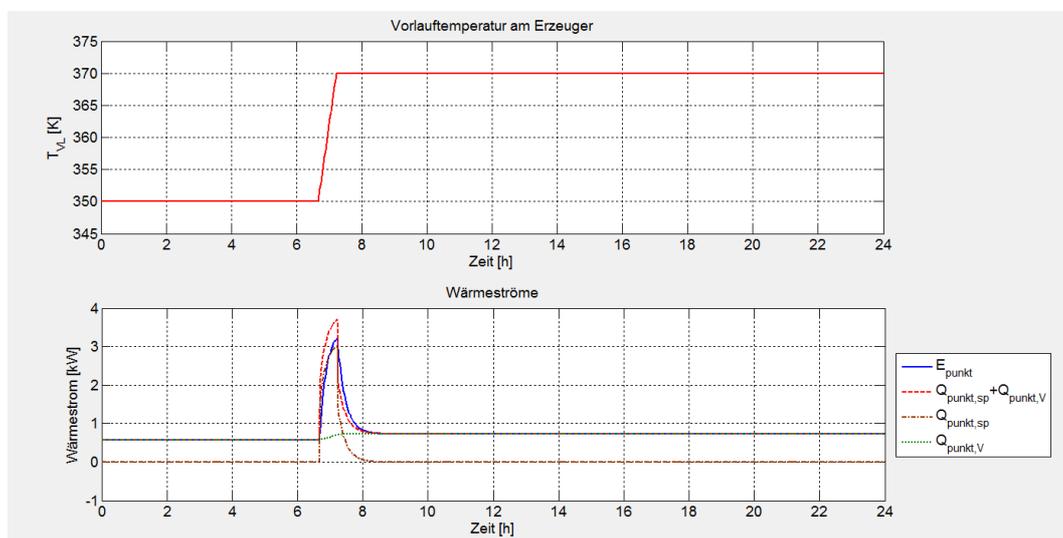


Abbildung 6.4: Wärmeströme im Rohr „R<sub>1</sub>“ bei einer Rampe in der Vorlauftemperatur

In dem unteren Diagramm in Abbildung 6.4 ist zu erkennen, dass der Speicherterm nach 6,67 Stunden ansteigt, also zu dem Zeitpunkt der Temperaturerhöhung. Außerdem nimmt der Speicherterm erst zum Zeitpunkt 8,58 Stunden wieder den Wert Null an. Das bedeutet, dass obwohl die Temperatur schon nach 0,55 Stunden wieder einen konstanten Wert annimmt, der Speicherterm erst 1,36 Stunden später wieder vernachlässigbar ist. Außerdem ist der, aus der Summe des Wärmeverluststromes und dem Speicherterm berechnete Wärmestrom in dem Zeitraum der Temperaturerhöhung nicht exakt gleich der Differenz der Enthalpieströme. Der Grund dafür können einerseits die für die Berechnung angenommenen Werte sein, andererseits konnte festgestellt werden, dass wenn die Rohrlänge des Rohres „R<sub>1</sub>“ auf 1m verringert wird, die Summe des Speicherterms

und des Wärmeverluststromes, mit der Differenz der Enthalpieströme gut übereinstimmen. Dies ist in Abbildung 6.5 zu sehen. Das bedeutet, dass die Rohrlänge einen Einfluss auf die Genauigkeit der Ergebnisse hat.

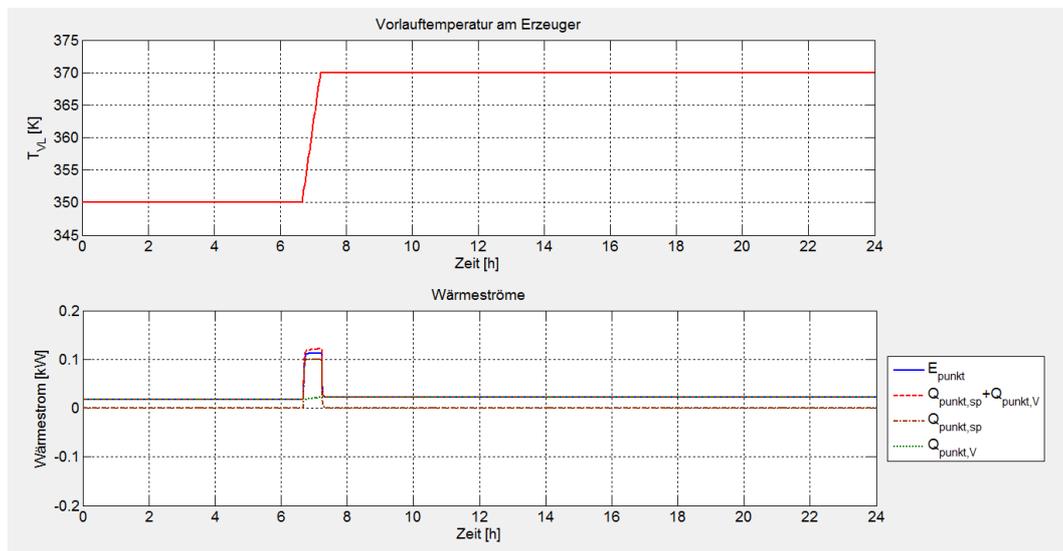


Abbildung 6.5: Wärmeströme im Rohr „R1“ (Rohrlänge= 1m) bei einer Rampe in der Vorlauftemperatur

#### 6.4 Rücktransformation der Verbrauchermassenströme

Zu Beginn der Entwicklung der Rücktransformation wurde versucht, die sich aus der Simulation des transformierten Netzes ergebenden Verbrauchermassenströme, in das originale Netz zurück zu transformieren. Dabei gab es drei unterschiedliche Vorgehensweisen. Diese Vorgehensweisen wurden nur im stationären Fall untersucht. Bei der Transformation ändern sich die Verbrauchermassenströme erst wenn die Knoten reduziert werden. Beim Vereinfachen der Verzweigungen ändern sich die einzelnen Verbrauchermassenströme nicht. Beim reduzieren Knoten werden nach [3] immer 4 Knoten zu 3 Knoten zusammengefasst. Dabei ist zu beachten, dass auch am ersten und am letzten Knoten des zu vereinfachenden Teilnetzes ein Verbrauchermassenstrom abzweigen kann.

Bei der ersten Vorgehensweise wurden sogenannte Verteilungsfaktoren ( $0 \leq k \leq 1$ ) berechnet, welche anhand der bei der Transformation verwendeten Massenströme den Anteil des „originalen“ Massenstroms am transformierten Massenstrom beschreiben. Es war angedacht mit Hilfe dieser Faktoren, die „originalen“ Massenströme aus den sich bei der Simulation des transformierten Netzes ergebenden Verbrauchermassenströme zu berechnen. Dies ist in Abbildung 6.8 dargestellt. Bei der Untersuchung anhand des 4-Verbrauchermodells haben sich schon im stationären Fall große Abweichungen zwischen den errechneten und den aus den Simulationsergebnissen ausgelesenen originalen Massenströmen ergeben. Die rücktransformierten Verbrauchermassenströme weichen um bis zu 10% von den originalen Verbrauchermassenströmen ab. Daher wurde vermutet, dass der Fehler beim 15-Verbrauchermodell aufgrund der höheren Anzahl an Transformationsschritten noch größer sein wird.

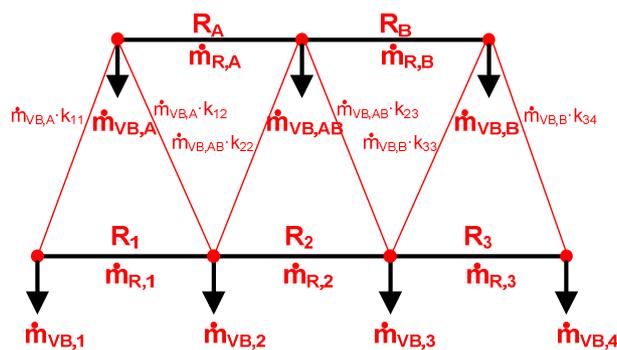


Abbildung 6.6: Rücktransformation der Verbrauchermassenströme k-Faktoren

Bei der zweiten Vorgehensweise wurde der Anteil des entsprechenden originalen Verbrauchermassenstroms an der Summe der transformierten Verbrauchermassenströme verwendet. Hier hat sich ein Fehler von bis zu 21% ergeben. Auch diese Vorgehensweise wurde aufgrund der großen Abweichung nicht weiter untersucht.

Für den letzten hier untersuchten Ansatz die Verbrauchermassenströme in das originale Netz zurück zu rechnen, wurden die bei der Transformation nach [3] berechneten Aufteilungsfaktoren  $g_{aa}$ ,  $g_{ab}$ ,  $g_{ba}$  und  $g_{bb}$  (siehe Kapitel 4.2.7) verwendet. Die Verbrauchermassenströme des vereinfachten Netzes lassen sich mit den Aufteilungsfaktoren wie folgt bestimmen.

$$\dot{m}_{VB,a} = \dot{m}_{VB,1} + \dot{m}_{VB,2} \cdot g_{aa}$$

$$\dot{m}_{VB,ab} = \dot{m}_{VB,2} \cdot g_{ab} + \dot{m}_{VB,3} \cdot g_{ba}$$

$$\dot{m}_{VB,b} = \dot{m}_{VB,4} + \dot{m}_{VB,3} \cdot g_{bb}$$

Da dies jedoch lediglich drei Gleichungen mit 4 Unbekannten sind, wird noch eine zusätzliche Gleichung benötigt. Um eine zusätzliche Gleichung zu erhalten wird die Gleichung für den Faktor  $f_a$  mit der Gleichung für die vereinfachte Länge  $L_a$  (siehe [3] bzw. Kapitel 4.2.7) gleichgesetzt. Dabei muss jedoch die Gleichung für die Länge  $L_a$  zuerst auf  $f_a$  umgeformt werden.

$$f_a = \frac{L_a - L_1}{L_2} = \frac{\dot{m}_{VB,3}}{\dot{m}_{VB,2} + \dot{m}_{VB,3}}$$

Auch diese Vorgehensweise hat nicht die gewünschten Ergebnisse erzielt, da auch hier beim 4-Verbrauchermodell ein Fehler von bis zu 53% festgestellt wurde.

Es hat sich gezeigt, dass bei allen drei Vorgehensweisen die Summe der rücktransformierten Massenströme um nur maximal 1% abweicht. Daher liegt die Vermutung nahe, dass die Aufteilung der einzelnen Verbrauchermassenströme auf die „originalen“ Knoten das Problem ist. Der Grund für die großen Fehler bei der Aufteilung ist vermutlich die Tatsache, dass die Verbrauchermassenströme, welche rücktransformiert werden sollen nicht den Verbrauchermassenströmen entsprechen, auf deren Grundlage die Transformation durchgeführt wurde. Auf Grund der Ergebnisse wurde diese Form der Rücktransformation der Verbrauchermassenströme nicht weiter untersucht.

## 6.5 Iterative Rücktransformation

Dieses Kapitel beschreibt eine iterative Rücktransformation der Temperaturen, aus dem transformierten Teilnetz, in das originale Teilnetz. Dies wird anhand des 4-Verbrauchermodells präsentiert. Für das 15-Verbrauchermodell werden nur die Ergebnisse gezeigt, da die Vorgehensweisen gleich sind.

Bei der Rücktransformation wird angenommen, dass die dem transformierten Modell entsprechenden originalen Verbraucherlasten, bzw. für den instationären Fall auch deren Verläufe für jeden Verbraucher, bekannt sind. Außerdem werden die

Rücklauftemperaturen an allen Verbrauchern als bekannt angesehen. Für alle Verbraucher wird die gleiche Rücklauftemperatur von 320 K gewählt. Gesucht sind einerseits die Verbrauchermassenströme und andererseits die Eintritts- und Austrittstemperaturen in allen Rohren, sowohl im Vorlauf als auch im Rücklauf. Daraus ergeben sich dann auch die Vorlauftemperaturen an allen Verbrauchern.

Als Ausgangspunkt für die Rücktransformation der gesuchten Größen wird die Eintrittstemperatur des Wassers in das entsprechende Teilnetz gewählt, diese ändert sich im Zuge der Transformation nicht.

Die Methode wurde sowohl für den stationären als auch für den instationären Fall getestet. Außerdem wurden zwei unterschiedliche Vorgehensweisen untersucht. In der einen Vorgehensweise wird die Speicherfähigkeit des Rohres bzw. des Wassers nicht berücksichtigt. Bei der zweiten Vorgehensweise wird dieser Effekt in die Berechnung mit einbezogen, um dessen Auswirkungen auf die Genauigkeit der Ergebnisse und die Rechenzeit zu untersuchen. In der Gleichung für den Wärmeverluststrom wird, wie schon erwähnt die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz verwendet.

Die Rücktransformation wurde in Matlab durchgeführt. Zur iterativen Berechnung wird die in Matlab zur Verfügung stehende „fsolve“ Funktion verwendet. Diese Funktion löst ein System von nichtlinearen Gleichungen für einen Vektor oder eine Matrix mit unbekannt Variablen. Dabei wird ein Vektor bzw. Matrix mit den Startwerten benötigt.

### 6.5.1 Iterative Berechnung ohne Speicherterm

Zur Berechnung der Vorlauftemperatur wird eine Funktion mit dem folgenden Gleichungssystem erstellt.

$$\text{I: } \frac{\dot{Q}_{VB1,i}}{c_{p,w} \cdot (T_{VB1,VL,i} - T_{VB1,RL,i})} - \dot{m}_{VB1,i} = 0$$

$$\text{II: } \frac{\dot{Q}_{VB2,i}}{c_{p,w} \cdot (T_{VB2,VL,i} - T_{VB2,RL,i})} - \dot{m}_{VB2,i} = 0$$

$$\text{III: } \frac{\dot{Q}_{\text{VB3},i}}{c_{p,w} \cdot (T_{\text{VB3,VL},i} - T_{\text{VB3,RL},i})} - \dot{m}_{\text{VB3},i} = 0$$

$$\text{IV: } \frac{\dot{Q}_{\text{VB4},i}}{c_{p,w} \cdot (T_{\text{VB4,VL},i} - T_{\text{VB4,RL},i})} - \dot{m}_{\text{VB4},i} = 0$$

$$\text{V: } (T_{\text{R1,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{R1,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{R1}}}{(\dot{m}_{\text{VB1},i} + \dot{m}_{\text{VB2},i} + \dot{m}_{\text{VB3},i} + \dot{m}_{\text{VB4},i}) \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

$$\text{VI: } (T_{\text{R2,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{R2,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{R2}}}{(\dot{m}_{\text{VB2},i} + \dot{m}_{\text{VB3},i} + \dot{m}_{\text{VB4},i}) \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

$$\text{VII: } (T_{\text{R3,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{R3,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{R3}}}{(\dot{m}_{\text{VB3},i} + \dot{m}_{\text{VB4},i}) \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

$$\text{VIII: } (T_{\text{HA1,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{HA1,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{HA1}}}{\dot{m}_{\text{VB1},i} \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

$$\text{IX: } (T_{\text{HA2,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{HA2,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{HA2}}}{\dot{m}_{\text{VB2},i} \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

$$\text{X: } (T_{\text{HA3,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{HA3,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{HA3}}}{\dot{m}_{\text{VB3},i} \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

$$\text{XI: } (T_{\text{HA4,VL},A,i} - T_{\text{B}}) - (T_{\text{HA4,VL},E,i} - T_{\text{B}}) \cdot \exp\left(\frac{H_{\text{HA4}}}{\dot{m}_{\text{VB4},i} \cdot c_{p,w}}\right) = 0$$

Dabei gelten die folgenden Zusammenhänge.

$$T_{\text{R1,VL},A} = T_{\text{R2,VL},E} = T_{\text{HA1,VL},E}$$

$$T_{\text{R2,VL},A} = T_{\text{R3,VL},E} = T_{\text{HA2,VL},E}$$

$$T_{\text{R3,VL},A} = T_{\text{HA3,VL},E} = T_{\text{HA4,VL},E}$$

$$T_{\text{HA1,VL},A} = T_{\text{VB1,VL}}$$

$$T_{\text{HA2,VL},A} = T_{\text{VB2,VL}}$$

$$T_{\text{HA3,VL},A} = T_{\text{VB3,VL}}$$

$$T_{\text{HA4,VL},A} = T_{\text{VB4,VL}}$$

Es sind also 11 Gleichungen mit 11 Unbekannten vorhanden. Die Unbekannten werden dann einem Vektor ( $\mathbf{x}$ ) zugeordnet. Nach diesem Vektor wird die Funktion mit dem „fsolve“ Befehl gelöst. Im stationären Fall wird für die Startwerte der

Vorlauftemperaturen 370 K gewählt. Die Startwerte für Verbrauchermassenströme werden für die stationäre Lösung mit der Gleichung (6.1) aus den Verbraucherlasten, mit einer angenommenen Temperaturdifferenz von 50 K bestimmt.

Bei der instationären Berechnung wird die Funktion für jeden Zeitschritt neu gelöst. Dabei wird die Lösung der stationären Berechnung als Startwerte für den ersten Zeitpunkt  $t=0$  verwendet. Für die weiteren Zeitschritte werden die Lösungen der vorherigen Zeitschritte als Startwerte herangezogen.

Die Rücklauftemperaturen müssen bei dieser Vorgehensweise nicht iterativ gelöst werden, da die Verbrauchermassenströme nun bekannt sind. Außerdem sind die Eintrittstemperaturen der Hausanschlussrohre (HA) bekannt, da die Rücklauftemperaturen nach den Verbrauchern gegeben sind.

$$T_{HA1,RL,E} = T_{VB1,RL}$$

$$T_{HA2,RL,E} = T_{VB2,RL}$$

$$T_{HA3,RL,E} = T_{VB3,RL}$$

$$T_{HA4,RL,E} = T_{VB4,RL}$$

Die Rücklauftemperaturen können mit den folgenden Gleichungen berechnet werden. Auch hier werden die Gleichungen im instationären Fall für jeden Zeitschritt neu gelöst.

$$T_{HA4,RL,A,i} = T_B + (T_{HA4,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{HA4}}{\dot{m}_{VB4,i} \cdot c_{p,w}}\right)$$

$$T_{HA3,RL,A,i} = T_B + (T_{HA3,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{HA3}}{\dot{m}_{VB3,i} \cdot c_{p,w}}\right)$$

$$T_{R3,RL,E,i} = \frac{T_{HA3,RL,A,i} \cdot \dot{m}_{VB3,i} + T_{HA4,RL,A,i} \cdot \dot{m}_{VB4,i}}{\dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}}$$

$$T_{R3,RL,A,i} = T_B + (T_{R3,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{R3}}{(\dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w}}\right)$$

$$T_{HA2,RL,A,i} = T_B + (T_{HA2,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{HA2}}{\dot{m}_{VB2,i} \cdot c_{p,w}}\right)$$

$$T_{R2,RL,E,i} = \frac{T_{HA2,RL,A,i} \cdot \dot{m}_{VB2,i} + T_{R3,RL,A,i} \cdot (\dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i})}{\dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}}$$

$$T_{R2,RL,A,i} = T_B + (T_{R2,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{R2}}{(\dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w}}\right)$$

$$T_{HA1,RL,A,i} = T_B + (T_{HA1,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{HA1}}{\dot{m}_{VB1,i} \cdot c_{p,w}}\right)$$

$$T_{R1,RL,E,i} = \frac{T_{HA1,RL,A,i} \cdot \dot{m}_{VB1,i} + T_{R2,RL,A,i} \cdot (\dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i})}{\dot{m}_{VB1,i} + \dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}}$$

$$T_{R1,RL,A,i} = T_B + (T_{R1,RL,E,i} - T_B) \cdot \exp\left(-\frac{H_{R1}}{(\dot{m}_{VB1,i} + \dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w}}\right)$$

Das Gleichungssystem zur Berechnung der Rücklauftemperaturen in dem 4- Verbraucherteilnetz beinhaltet 10 Gleichungen mit 10 Unbekannten.

Beim 15- Verbraucherteilnetz wurden die Gleichungssysteme auf dieselbe Weise erstellt.

### 6.5.2 Iterative Berechnung mit Speicherterm

Im Folgenden wird das Gleichungssystem zur Berechnung der Vorlauftemperaturen und Verbrauchermassenströme, welches auch den Speicherterm berücksichtigt, angeschrieben. Dieses wird, wie schon erwähnt, iterativ mit der „fsolve“ Funktion für jeden Zeitschritt  $i$  gelöst.

$$\text{I: } \frac{\dot{Q}_{VB1,i}}{c_{p,w} \cdot (T_{VB1,VL,i} - T_{VB1,RL,i})} - \dot{m}_{VB1,i} = 0$$

$$\text{II: } \frac{\dot{Q}_{VB2,i}}{c_{p,w} \cdot (T_{VB2,VL,i} - T_{VB2,RL,i})} - \dot{m}_{VB2,i} = 0$$

$$\text{III: } \frac{\dot{Q}_{VB3,i}}{c_{p,w} \cdot (T_{VB3,VL,i} - T_{VB3,RL,i})} - \dot{m}_{VB3,i} = 0$$

$$\text{IV: } \frac{\dot{Q}_{VB4,i}}{c_{p,w} \cdot (T_{VB4,VL,i} - T_{VB4,RL,i})} - \dot{m}_{VB4,i} = 0$$

$$\text{V: } (T_{R1,VL,E,i} - T_{R1,VL,A,i}) \cdot \left[ (\dot{m}_{VB1,i} + \dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w} - \frac{H_{R1}}{\ln\left(\frac{T_{R1,VL,E,i} - T_B}{T_{R1,VL,A,i} - T_B}\right)} \right] - \frac{(T_{R1,VL,E,i} - T_{R1,VL,E,i-1}) + (T_{R1,VL,A,i} - T_{R1,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,R1} \cdot c_{p,w} + m_{st,R1} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,R1} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{VI: } (T_{R2,VL,E,i} - T_{R2,VL,A,i}) \cdot \left[ (\dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w} - \frac{H_{R2}}{\ln\left(\frac{T_{R2,VL,E,i}-T_B}{T_{R2,VL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{(T_{R2,VL,E,i}-T_{R2,VL,E,i-1})+(T_{R2,VL,A,i}-T_{R2,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i-t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,R2} \cdot c_{p,w} + m_{st,R2} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,R2} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{VII: } (T_{R3,VL,E,i} - T_{R3,VL,A,i}) \cdot \left[ (\dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w} - \frac{H_{R3}}{\ln\left(\frac{T_{R3,VL,E,i}-T_B}{T_{R3,VL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{(T_{R3,VL,E,i}-T_{R3,VL,E,i-1})+(T_{R3,VL,A,i}-T_{R3,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i-t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,R3} \cdot c_{p,w} + m_{st,R3} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,R3} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{VIII: } (T_{HA1,VL,E,i} - T_{HA1,VL,A,i}) \cdot \left[ \dot{m}_{VB1,i} \cdot c_{p,w} - \frac{H_{HA1}}{\ln\left(\frac{T_{HA1,VL,E,i}-T_B}{T_{HA1,VL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{(T_{HA1,VL,E,i}-T_{HA1,VL,E,i-1})+(T_{HA1,VL,A,i}-T_{HA1,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i-t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,HA1,i} \cdot c_{p,w} + m_{st,HA1,i} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,HA1} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{IX: } (T_{HA2,VL,E,i} - T_{HA2,VL,A,i}) \cdot \left[ \dot{m}_{VB2,i} \cdot c_{p,w} - \frac{H_{HA2}}{\ln\left(\frac{T_{HA2,VL,E,i}-T_B}{T_{HA2,VL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{(T_{HA2,VL,E,i}-T_{HA2,VL,E,i-1})+(T_{HA2,VL,A,i}-T_{HA2,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i-t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,HA2} \cdot c_{p,w} + m_{st,HA2} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,HA2} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{X: } (T_{HA3,VL,E,i} - T_{HA3,VL,A,i}) \cdot \left[ \dot{m}_{VB3} \cdot c_{p,w} - \frac{H_{HA3}}{\ln\left(\frac{T_{HA3,VL,E,i}-T_B}{T_{HA3,VL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{(T_{HA3,VL,E,i}-T_{HA3,VL,E,i-1})+(T_{HA3,VL,A,i}-T_{HA3,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i-t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,HA3} \cdot c_{p,w} + m_{st,HA3} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,HA3} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{XI: } (T_{HA4,VL,E,i} - T_{HA4,VL,A,i}) \cdot \left[ \dot{m}_{VB4,i} \cdot c_{p,w} - \frac{H_{HA4}}{\ln\left(\frac{T_{HA4,VL,E,i}-T_B}{T_{HA4,VL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{(T_{HA4,VL,E,i}-T_{HA4,VL,E,i-1})+(T_{HA4,VL,A,i}-T_{HA4,VL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i-t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,HA4} \cdot c_{p,w} + m_{st,HA4} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,HA4} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

Auch in diesem Fall gelten die folgenden Zusammenhänge:

$$T_{R1,VL,A} = T_{R2,VL,E} = T_{HA1,VL,E}$$

$$T_{R2,VL,A} = T_{R3,VL,E} = T_{HA2,VL,E}$$

$$T_{R3,VL,A} = T_{HA3,VL,E} = T_{HA4,VL,E}$$

$$T_{HA1,VL,A} = T_{VB1,VL}$$

$$T_{HA2,VL,A} = T_{VB2,VL}$$

$$T_{HA3,VL,A} = T_{VB3,VL}$$

$$T_{HA4,VL,A} = T_{VB4,VL}$$

Außerdem besteht das Gleichungssystem, wie in der Berechnung ohne Speicherterm, aus 11 Gleichungen und 11 Unbekannten.

Bei der Berechnung mit Speicherterm muss auch die Funktion für die Rücklauftemperaturen iterativ gelöst werden. Auch hier sind die Eintrittstemperaturen der Hausanschlussrohre bzw. die Rücklauftemperaturen in den Verbrauchern gegeben.

$$T_{HA1,RL,E} = T_{VB1,RL}$$

$$T_{HA2,RL,E} = T_{VB2,RL}$$

$$T_{HA3,RL,E} = T_{VB3,RL}$$

$$T_{HA4,RL,E} = T_{VB4,RL}$$

Das folgende System von Gleichungen muss ebenfalls für jeden Zeitschritt gelöst werden.

$$I: \left( T_{HA4,RL,E,i} - T_{HA4,RL,A,i} \right) \cdot \left[ \dot{m}_{VB4,i} \cdot c_{p,w} - \frac{H_{HA4}}{\ln\left(\frac{T_{HA4,RL,E,i}-T_B}{T_{HA4,RL,A,i}-T_B}\right)} \right] -$$

$$\frac{\left( T_{HA4,RL,E,i} - T_{HA4,RL,E,i-1} \right) + \left( T_{HA4,RL,A,i} - T_{HA4,RL,A,i-1} \right)}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,HA4} \cdot c_{p,w} + m_{st,HA4} \cdot c_{p,st} + \right.$$

$$\left. \frac{m_{iso,HA4} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

$$\text{II: } \left( T_{\text{HA3,RL,E,i}} - T_{\text{HA3,RL,A,i}} \right) \cdot \left[ \dot{m}_{\text{VB3}} \cdot c_{\text{p,w}} - \frac{H_{\text{HA3}}}{\ln\left(\frac{T_{\text{HA3,RL,E,i}} - T_{\text{B}}}{T_{\text{HA3,RL,A,i}} - T_{\text{B}}}\right)} \right] -$$

$$\frac{\left( T_{\text{HA3,RL,E,i}} - T_{\text{HA3,RL,E,i-1}} \right) + \left( T_{\text{HA3,RL,A,i}} - T_{\text{HA3,RL,A,i-1}} \right)}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{\text{W,HA3}} \cdot c_{\text{p,w}} + m_{\text{st,HA3}} \cdot c_{\text{p,st}} + \frac{m_{\text{iso,HA3}} \cdot c_{\text{p,iso}}}{2} \right) = 0$$

$$\text{III: } \frac{T_{\text{HA3,RL,A,i}} \cdot \dot{m}_{\text{VB3,i}} + T_{\text{HA4,RL,A,i}} \cdot \dot{m}_{\text{VB4,i}}}{\dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}} - T_{\text{R3,RL,E,i}} = 0$$

$$\text{IV: } \left( T_{\text{R3,RL,E,i}} - T_{\text{R3,RL,A,i}} \right) \cdot \left[ (\dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}) \cdot c_{\text{p,w}} - \frac{H_{\text{R3}}}{\ln\left(\frac{T_{\text{R3,RL,E,i}} - T_{\text{B}}}{T_{\text{R3,RL,A,i}} - T_{\text{B}}}\right)} \right] -$$

$$\frac{\left( T_{\text{R3,RL,E,i}} - T_{\text{R3,RL,E,i-1}} \right) + \left( T_{\text{R3,RL,A,i}} - T_{\text{R3,RL,A,i-1}} \right)}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{\text{W,R3}} \cdot c_{\text{p,w}} + m_{\text{st,R3}} \cdot c_{\text{p,st}} + \frac{m_{\text{iso,R3}} \cdot c_{\text{p,iso}}}{2} \right) = 0$$

$$\text{V: } \left( T_{\text{HA2,RL,E,i}} - T_{\text{HA2,RL,A,i}} \right) \cdot \left[ \dot{m}_{\text{VB2,i}} \cdot c_{\text{p,w}} - \frac{H_{\text{HA2}}}{\ln\left(\frac{T_{\text{HA2,RL,E,i}} - T_{\text{B}}}{T_{\text{HA2,RL,A,i}} - T_{\text{B}}}\right)} \right] -$$

$$\frac{\left( T_{\text{HA2,RL,E,i}} - T_{\text{HA2,RL,E,i-1}} \right) + \left( T_{\text{HA2,RL,A,i}} - T_{\text{HA2,RL,A,i-1}} \right)}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{\text{W,HA2}} \cdot c_{\text{p,w}} + m_{\text{st,HA2}} \cdot c_{\text{p,st}} + \frac{m_{\text{iso,HA2}} \cdot c_{\text{p,iso}}}{2} \right) = 0$$

$$\text{VI: } \frac{T_{\text{R3,RL,A,i}} \cdot (\dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}) + T_{\text{HA2,RL,A,i}} \cdot \dot{m}_{\text{VB2,i}}}{\dot{m}_{\text{VB2,i}} + \dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}} - T_{\text{R2,RL,E,i}} = 0$$

$$\text{VII: } \left( T_{\text{R2,RL,E,i}} - T_{\text{R2,RL,A,i}} \right) \cdot \left[ (\dot{m}_{\text{VB2,i}} + \dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}) \cdot c_{\text{p,w}} - \frac{H_{\text{R2}}}{\ln\left(\frac{T_{\text{R2,RL,E,i}} - T_{\text{B}}}{T_{\text{R2,RL,A,i}} - T_{\text{B}}}\right)} \right] -$$

$$\frac{\left( T_{\text{R2,RL,E,i}} - T_{\text{R2,RL,E,i-1}} \right) + \left( T_{\text{R2,RL,A,i}} - T_{\text{R2,RL,A,i-1}} \right)}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{\text{W,R2}} \cdot c_{\text{p,w}} + m_{\text{st,R2}} \cdot c_{\text{p,st}} + \frac{m_{\text{iso,R2}} \cdot c_{\text{p,iso}}}{2} \right) = 0$$

$$\text{VIII: } \left( T_{\text{HA1,RL,E,i}} - T_{\text{HA1,RL,A,i}} \right) \cdot \left[ \dot{m}_{\text{VB1,i}} \cdot c_{\text{p,w}} - \frac{H_{\text{HA1}}}{\ln\left(\frac{T_{\text{HA1,RL,E,i}} - T_{\text{B}}}{T_{\text{HA1,RL,A,i}} - T_{\text{B}}}\right)} \right] -$$

$$\frac{\left( T_{\text{HA1,RL,E,i}} - T_{\text{HA1,RL,E,i-1}} \right) + \left( T_{\text{HA1,RL,A,i}} - T_{\text{HA1,RL,A,i-1}} \right)}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{\text{W,HA1}} \cdot c_{\text{p,w}} + m_{\text{st,HA1}} \cdot c_{\text{p,st}} + \frac{m_{\text{iso,HA1}} \cdot c_{\text{p,iso}}}{2} \right) = 0$$

$$\text{IX: } \frac{T_{\text{R2,RL,A,i}} \cdot (\dot{m}_{\text{VB2,i}} + \dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}) + T_{\text{HA1,RL,A,i}} \cdot \dot{m}_{\text{V1,i}}}{\dot{m}_{\text{VB1,i}} + \dot{m}_{\text{VB2,i}} + \dot{m}_{\text{VB3,i}} + \dot{m}_{\text{VB4,i}}} - T_{\text{R1,RL,E,i}} = 0$$

$$X: (T_{R1,RL,E,i} - T_{R1,RL,A,i}) \cdot \left[ (\dot{m}_{VB1,i} + \dot{m}_{VB2,i} + \dot{m}_{VB3,i} + \dot{m}_{VB4,i}) \cdot c_{p,w} - \frac{H_{R1}}{\ln\left(\frac{T_{R1,RL,E,i}-T_B}{T_{R1,RL,A,i}-T_B}\right)} \right] - \frac{(T_{R1,RL,E,i}-T_{R1,RL,E,i-1}) + (T_{R1,RL,A,i}-T_{R1,RL,A,i-1})}{2 \cdot (t_i - t_{i-1})} \cdot \left( m_{W,R1} \cdot c_{p,w} + m_{st,R1} \cdot c_{p,st} + \frac{m_{iso,R1} \cdot c_{p,iso}}{2} \right) = 0$$

Auch in diesem Fall handelt es sich um ein Gleichungssystem mit 10 Gleichungen und 10 Unbekannten. Im instationären Fall mit Speicherterm erfolgt die Berechnung für den ersten Zeitpunkt  $t=0$  ohne Speicherterm. Die Startwerte werden wie bei der instationären Berechnung ohne Speicherterm gewählt. Die Vorgehensweise der Berechnung mit Speicherterm wird in gleicher Weise für das 15- Verbrauchermodell angewendet.

## 7. Ergebnisse der iterativen Rücktransformation

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse für die iterative Berechnung der Temperaturen und Verbrauchermassenströme, für das 4-Verbraucherteilnetz und das 15-Verbraucherteilnetz, präsentiert. Es werden einerseits die Ergebnisse für stationäre Berechnung beschrieben. Andererseits werden auch die Ergebnisse für die instationäre Berechnung mit und ohne Speicherterm, gezeigt und verglichen. Dabei wird die zehnstündige, stationäre Vorlaufphase nicht berücksichtigt. Für die Berechnung der Rücktransformation in Matlab, wurde ein Computer mit folgenden Komponenten benutzt:

- Intel® Core™ i7- 3615QM / 2,3 GHz
- 8 GB DDR3 SDRAM, 1333 MHz
- 8 GB SSD + 1000 GB, 5400 rpm
- Windows 7 Professional 64-Bit

### 7.1 Stationäre, iterative Rücktransformation

Im stationären Fall werden die Ergebnisse der Rücktransformation mit den Ergebnissen des Simulationsmodells zum letzten Zeitpunkt, also  $t = 34\text{h}$  verwendet.

Beim 4-Verbraucherteilnetz liegt der maximale Fehler bei den Verbrauchermassenströmen unter 1%. Dabei weicht der Verbrauchermassenstrom des dritten Verbrauchers ( $V_3$ ) am stärksten ab. Die Summe der Verbrauchermassenströme weicht um ca. 0,15% ab. Der Fehler bei den Temperaturen liegt unter 0,1%. Der größte Fehler entsteht bei der Austrittstemperatur des dritten Hausanschlussrohres ( $HA_3$ ) im Vorlauf. Die iterative stationäre Berechnung des 4-Verbraucherteilnetzes liefert gute Ergebnisse und benötigt ca. 1 Sekunde um die Berechnung durchzuführen.

Der Fehler bei den rücktransformierten Verbrauchermassenströmen des 15-Verbraucherteilnetzes beträgt maximal 1,5% für den Verbrauchermassenstrom des achten Verbrauchers ( $V_8$ ). Hier weicht die Summe der Verbrauchermassenströme insgesamt um ca. 0,2% ab. Die rücktransformierten Temperaturen weisen einen

maximalen Fehler von 0,17% auf, wobei dieser bei der Eintrittstemperatur des zehnten Hausanschlussrohres (HA<sub>10</sub>) im Vorlauf auftritt. Auch hier konnten Ergebnisse mit einer ausreichenden Genauigkeit erzielt werden. Außerdem liegt die benötigte Rechenzeit bei ca. 1 Sekunde.

## 7.2 Instationäre, iterative Rücktransformation ohne Speicherterm

### 7.2.1 4-Verbrauchermodell

Für die Verbrauchermassenströme des 4-Verbrauchermodells, liegt der maximale Fehler unter 22%. Dieser Fehler tritt beim Massenstrom im ersten Verbraucher auf. Im oberen Diagramm, in Abbildung 7.1, wird der berechnete Verlauf mit dem aus dem Simulationsmodell ausgelesenen Verlauf des Verbrauchermassenstroms „VB<sub>1</sub>“ verglichen. Außerdem wird im unteren Diagramm, in Abbildung 7.1, der entsprechende Fehlerverlauf dargestellt.

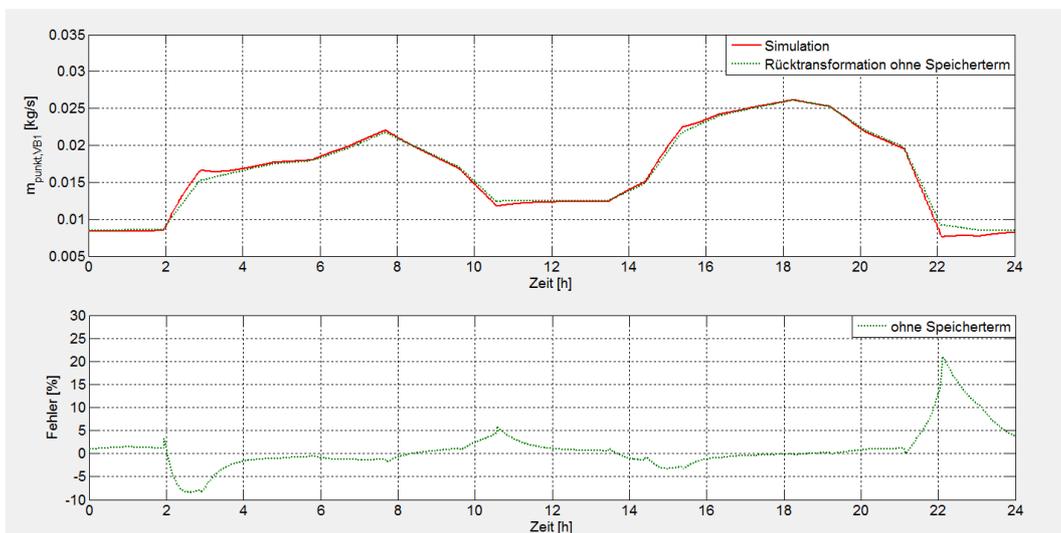


Abbildung 7.1: Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Im Vergleich dazu werden die Ergebnisse für den Massenstrom im Verbraucher „VB<sub>2</sub>“ und der entsprechende Fehlerverlauf in Abbildung 7.2 gezeigt. Hier stimmt der berechnete mit dem simulierten Verlauf gut überein.

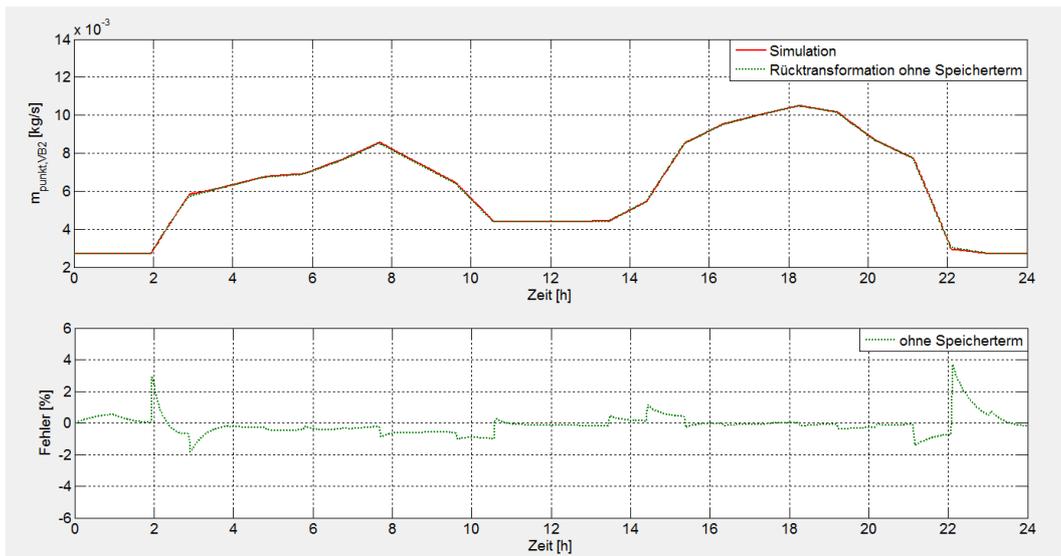


Abbildung 7.2: Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB<sub>2</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Für die sich aus der Rücktransformation ergebenden Temperaturverläufe in den Vorlaufrohren des 4-Verbrauchermodells tritt der maximale Fehler im Austrittstemperaturverlauf des Hausanschlussrohres „HA1“ auf. Dies wird in Abbildung 7.3 verdeutlicht.

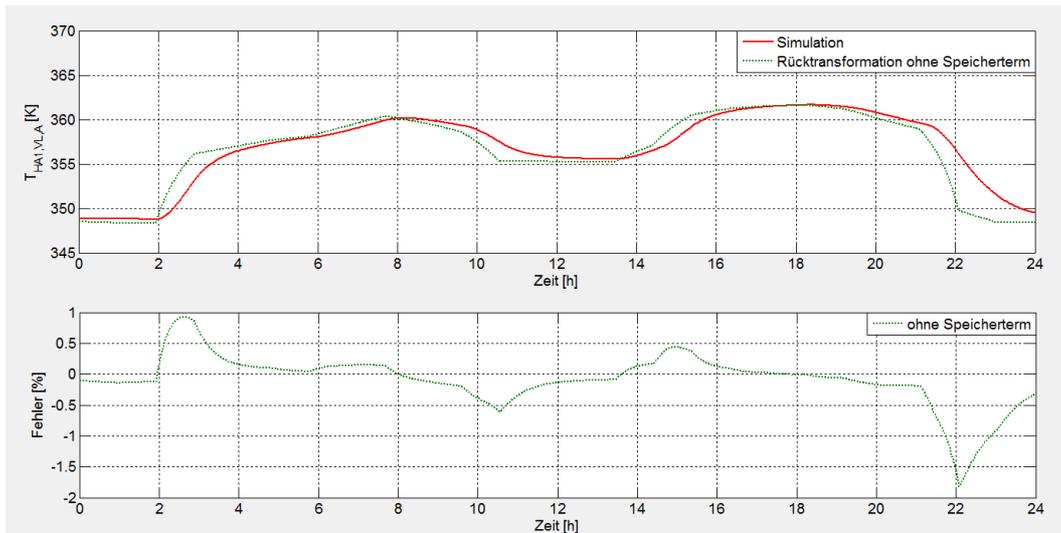


Abbildung 7.3: Austrittstemperaturverlauf im Vorlaufrohr „HA<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

In Abbildung 7.4 wird das gute Ergebnis für den Austrittstemperaturverlauf im Vorlaufrohr „R<sub>1</sub>“ dargestellt.

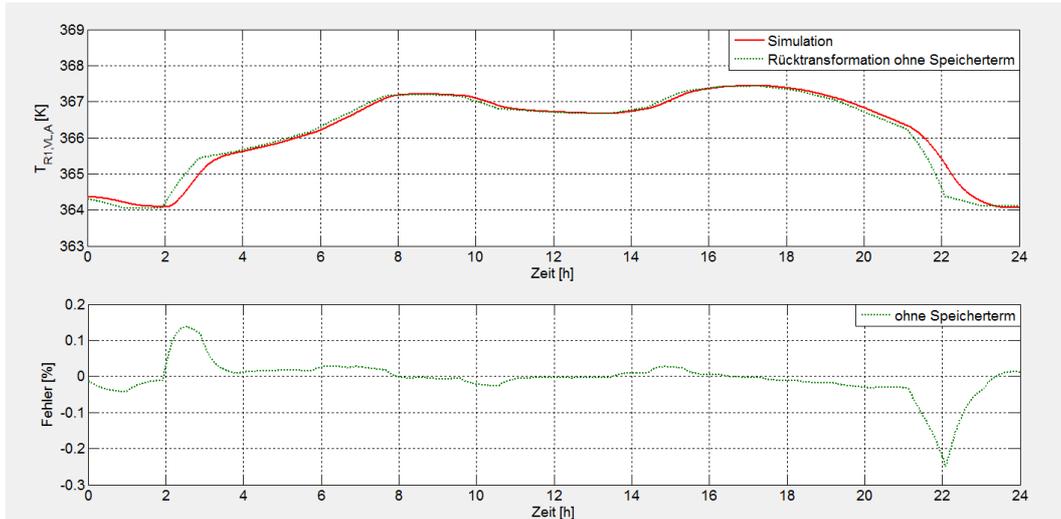


Abbildung 7.4: Austrittstemperaturverlauf im Vorlaufrohr „R<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Für die Rücklauftemperaturen in den Röhren tritt der maximale Fehler ebenfalls bei dem Austrittstemperaturverlauf im Hausanschlussrohr „HA<sub>1</sub>“ auf, wie in Abbildung 7.5 zu sehen ist. Dies verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Massenstrom und Temperatur.

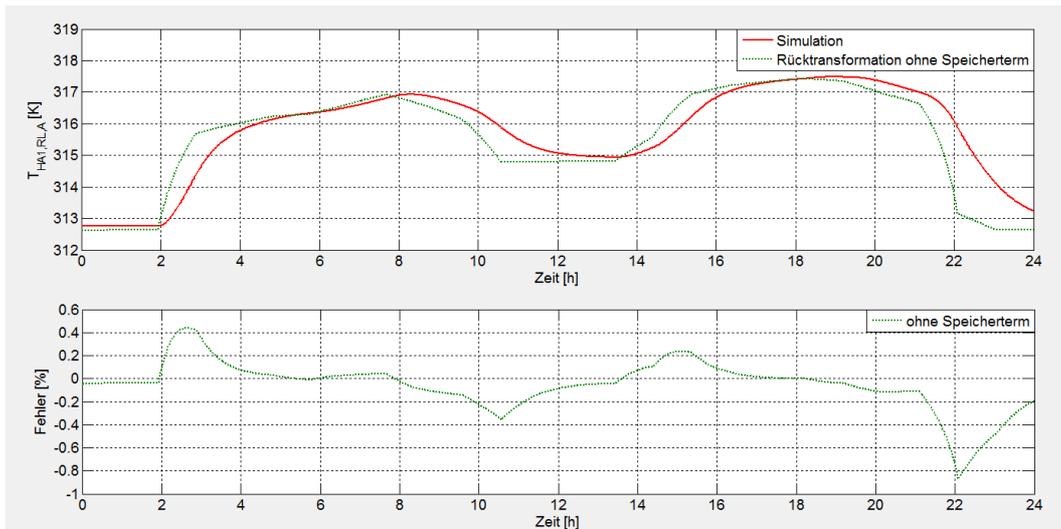


Abbildung 7.5: Austrittstemperaturverlauf im Rücklaufrohr „HA<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Eine sehr gute Übereinstimmung wird zum Beispiel für die Eintrittstemperatur des Rücklaufrohres „R<sub>2</sub>“ erzielt. Dies wird in Abbildung 7.6 gezeigt.

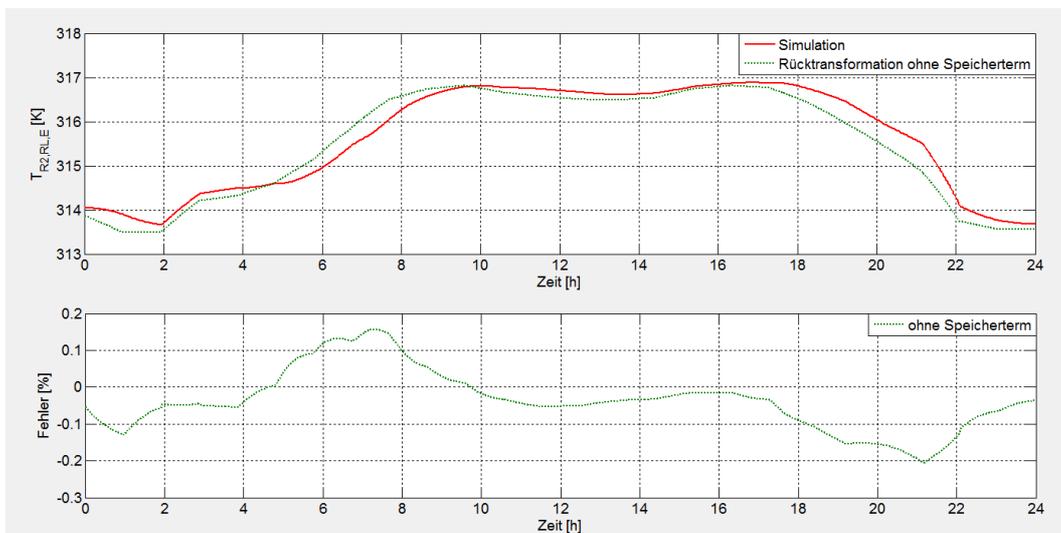
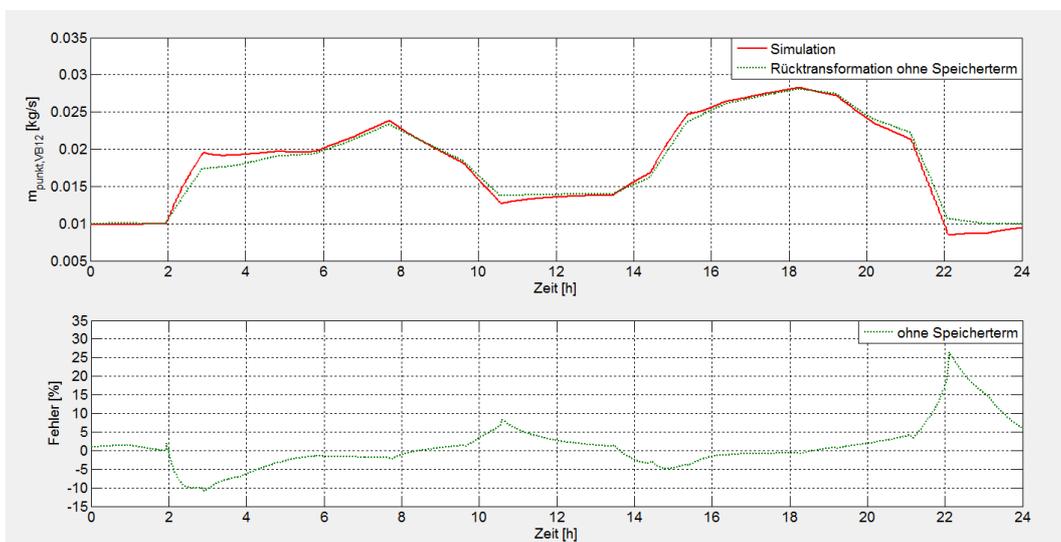
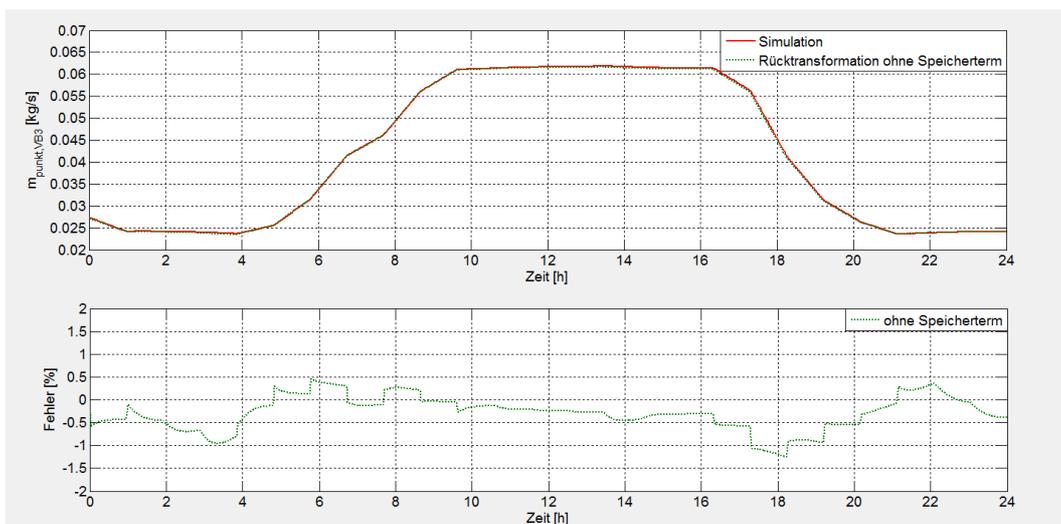


Abbildung 7.6: Eintrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „R<sub>2</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Im Allgemeinen liegt der Fehler für die Temperaturen im 4-Verbrauchermodell unter 2%. Für die Massenströme ist das Ergebnis, für das 4-Verbrauchermodell mit einem maximalen Fehler über 20% jedoch nicht zufriedenstellend. Die Dauer der iterativen Rücktransformation des 4-Verbrauchermodells ohne Speicherterm liegt unter 30 Sekunden.

## 7.2.2 15-Verbrauchermodell

Auch bei der Rücktransformation des 15-Verbrauchermodells ergibt sich für den Verbrauchermassenstrom ein zu großer Fehler. Dieser tritt im Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB<sub>12</sub>“ auf und liegt über 25%. In Abbildung 7.7 ist dies dargestellt. Jedoch werden für den Massenstrom des Verbrauchers „VB<sub>3</sub>“ gute Ergebnisse erreicht, welche in Abbildung 7.8 dargestellt sind.

Abbildung 7.7: Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB<sub>12</sub>“ im 15-VerbrauchermodellAbbildung 7.8: Massenstromverlauf im Verbraucher „VB<sub>3</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

Auch im 15-Verbrauchermodell tritt der maximale Fehler der Vorlaufzeit, entsprechend dem maximalen Fehler im Verbrauchermassenstrom, im Austrittstemperaturverlauf des Hausanschlussrohres „HA<sub>12</sub>“ auf. Gezeigt wird dies in Abbildung 7.9. Im Gegensatz dazu wird in Abbildung 7.10, die gute Übereinstimmung der Lösung für die Austrittstemperaturen des Vorlaufrohres „R<sub>1</sub>“ dargestellt.

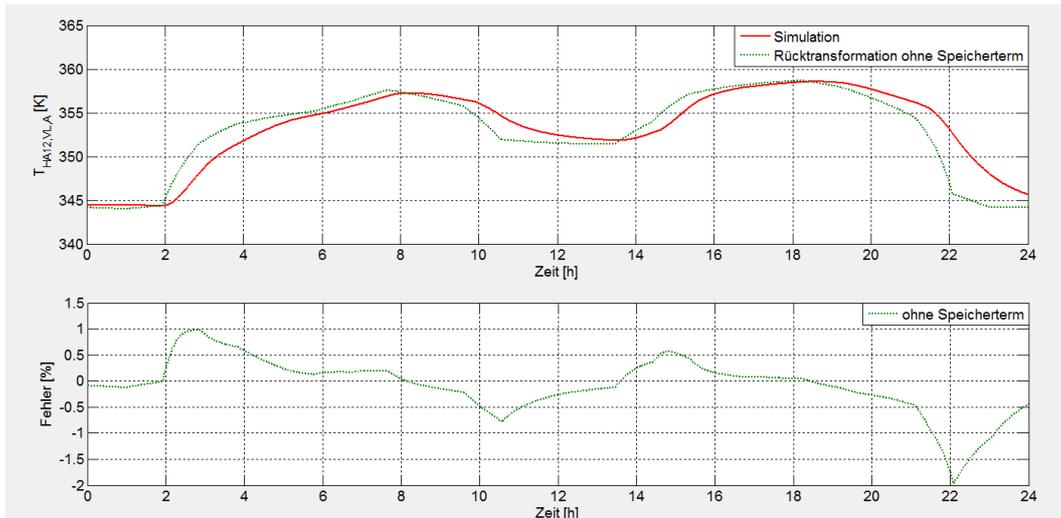


Abbildung 7.9: Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „HA<sub>12</sub>“ im 15- Verbrauchermodell

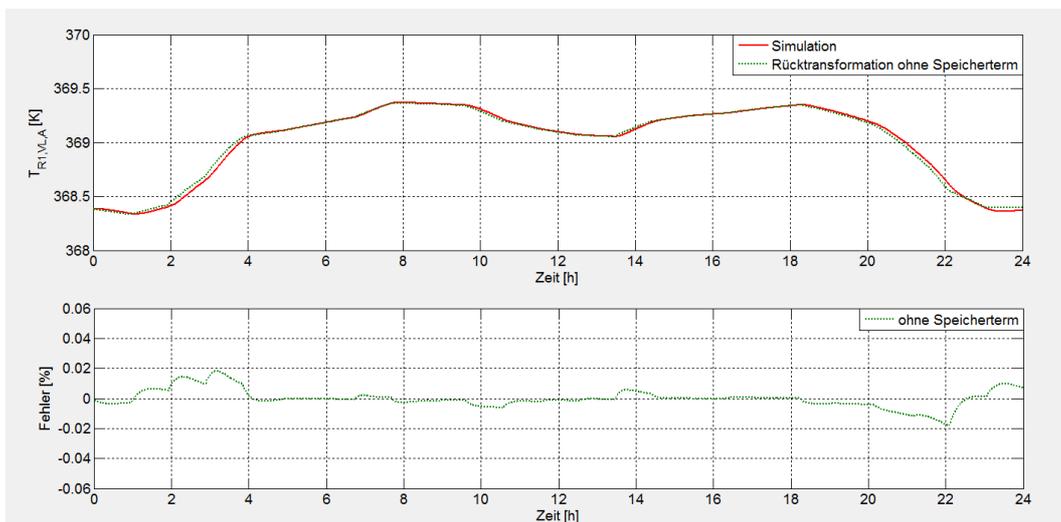


Abbildung 7.10: Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „R<sub>1</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

Bei den berechneten Rücklauftemperaturen, des 15-Verbrauchermodells liegt die Abweichung zu den Simulationsergebnissen unter 1%. Die größte Abweichung tritt im Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA<sub>12</sub>“ auf, (Abbildung 7.11).

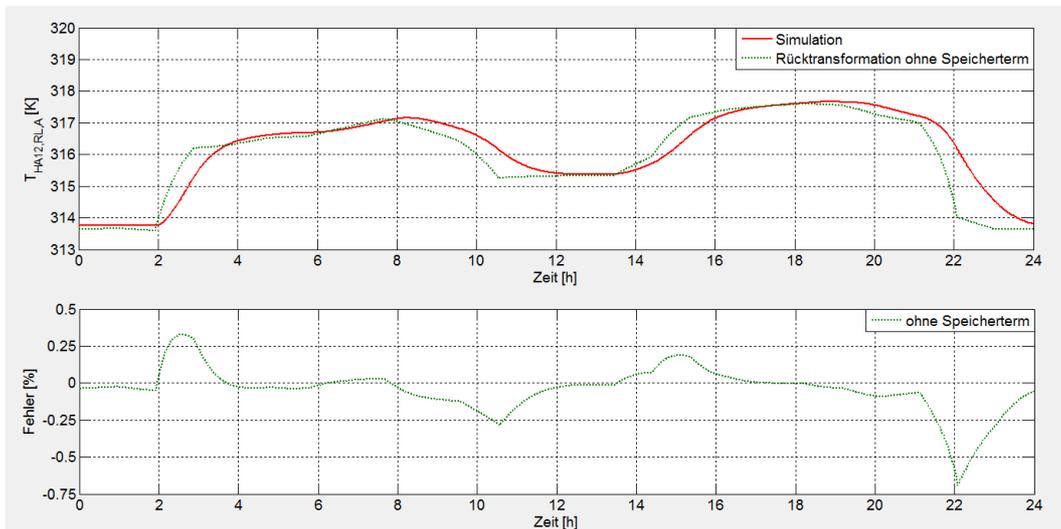


Abbildung 7.11: Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA<sub>12</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

Gute Ergebnisse konnten bei dem Eintrittstemperaturverlauf im Rücklaufrohr „NR<sub>3</sub>“ erreicht werden, welcher in Abbildung 7.12 dargestellt wird.

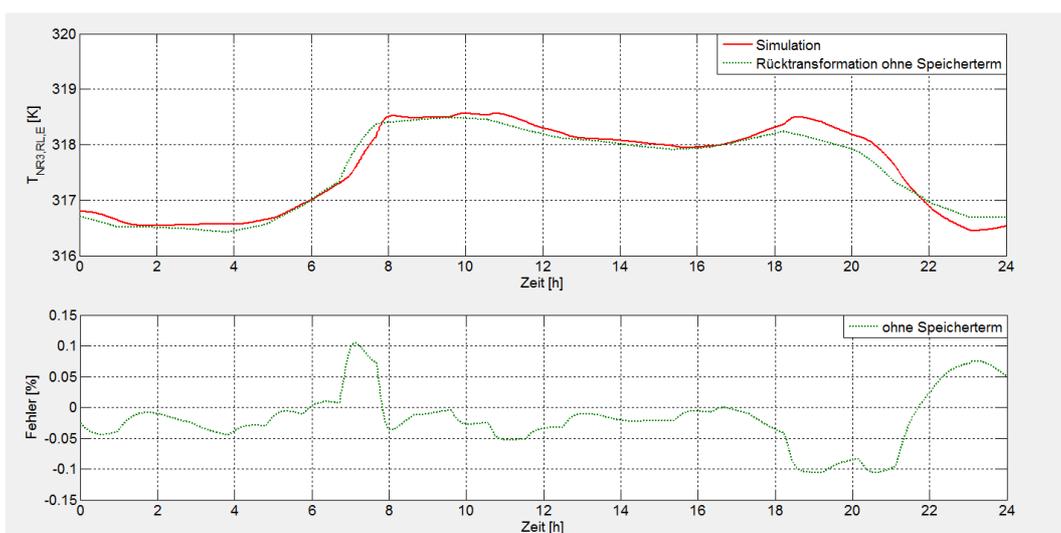


Abbildung 7.12: Eintrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „NR<sub>3</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

Auch die iterative Rücktransformation des 15-Verbrauchermodells benötigt (ohne Speicherterm) weniger als 1 Minute zur Berechnung der Ergebnisse. Auch in diesem Fall liegt der maximale Fehler bei den Temperaturen bei ca. 2%. Für die Verbrauchermassenströme konnte der anfänglich festgesetzte maximale Fehler von 10% nicht eingehalten werden.

### 7.3 Instationäre, iterative Rücktransformation mit Speicherterm

#### 7.3.1 4-Verbrauchermodell

Beim 4-Verbrauchermodell konnte die instationäre iterative Rücktransformation, auch mit Speicherterm, unter einer Minute durchgeführt werden. Bei dieser Rücktransformation des 4-Verbrauchermodells mit Berücksichtigung des Speicherterms verringert sich der maximale Fehler des Verbrauchermassenstroms „VB<sub>1</sub>“ auf unter 6%. In Abbildung 7.13 wird dieser rücktransformierte Massenstromverlauf im Vergleich zu den Simulationsergebnissen dargestellt. Außerdem wird auch zur Veranschaulichung der ohne Speicherterm rücktransformierte Massenstromverlauf dargestellt. Im unteren Diagramm der Abbildung 7.13 werden die Fehlerverläufe der ohne und mit Speicherterm berechneten Verbrauchermassenstromverläufe präsentiert.

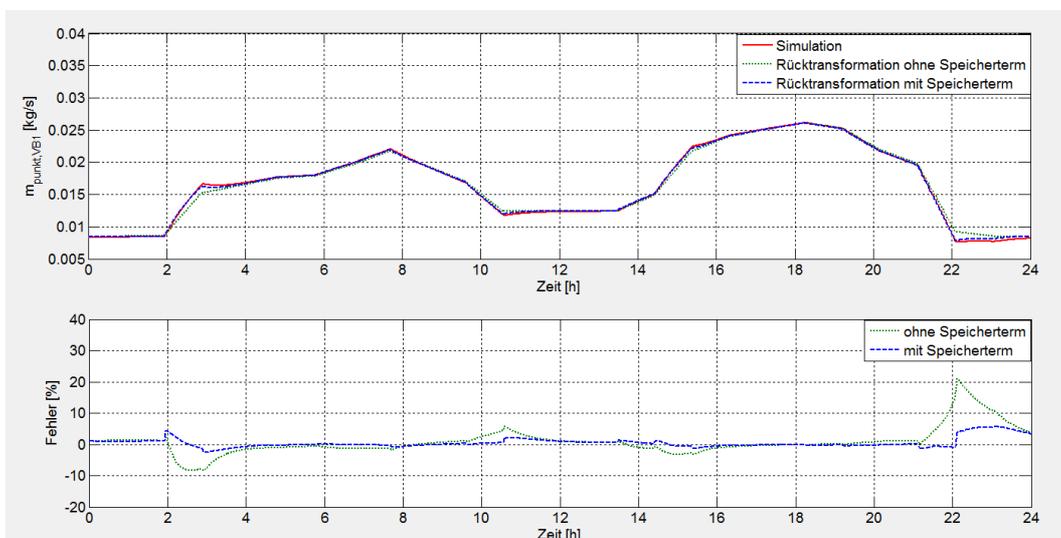


Abbildung 7.13: Massenstromverlauf im Verbraucher „VB<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Auch bei der Austrittstemperatur im Vorlaufrohr „HA<sub>1</sub>“ konnten auf diesem Weg bessere Ergebnisse erzielt werden, dies ist in Abbildung 7.14 zu sehen.

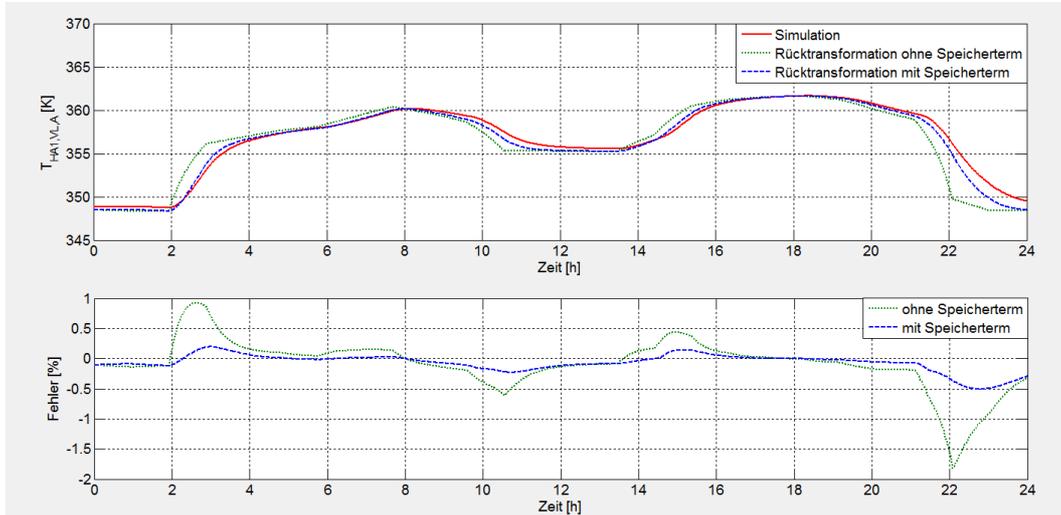


Abbildung 7.14: Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „HA<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Bei der Austrittstemperatur des Rücklaufrohres „HA<sub>1</sub>“ konnten die Ergebnisse ebenfalls verbessert werden. Diese Verbesserung ist in Abbildung 7.15 ersichtlich.

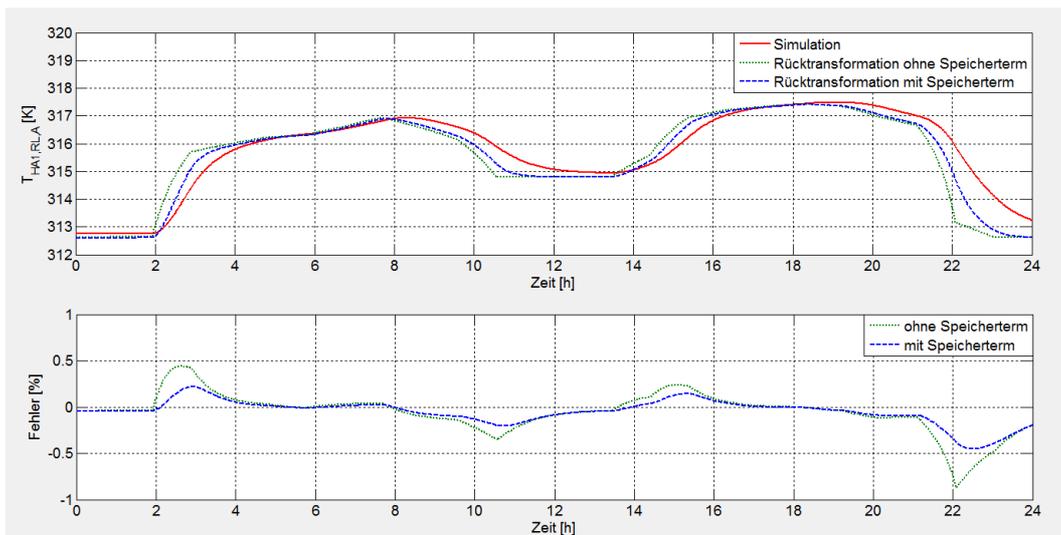


Abbildung 7.15: Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA<sub>1</sub>“ im 4-Verbrauchermodell

Mit dieser Rücktransformationsmethode konnte für das 4-Verbrauchermodell auch das gewünschte Ergebnis für die Verbrauchermassenströme erzielt werden. Für die Temperaturen haben sich die Ergebnisse ebenfalls verbessert.

### 7.3.2 15-Verbrauchermodell

Die iterative Rücktransformation mit Speicherterm benötigt für das 15-Verbrauchermodell ca. 90 Sekunden. Auch für dieses Modell hat sich der maximale Fehler der Verbrauchermassenstromverläufe auf ca. 5% reduziert. Die Verbesserung der Abweichung des Verbrauchermassenstroms „VB<sub>12</sub>“ wird in Abbildung 7.16 gezeigt.

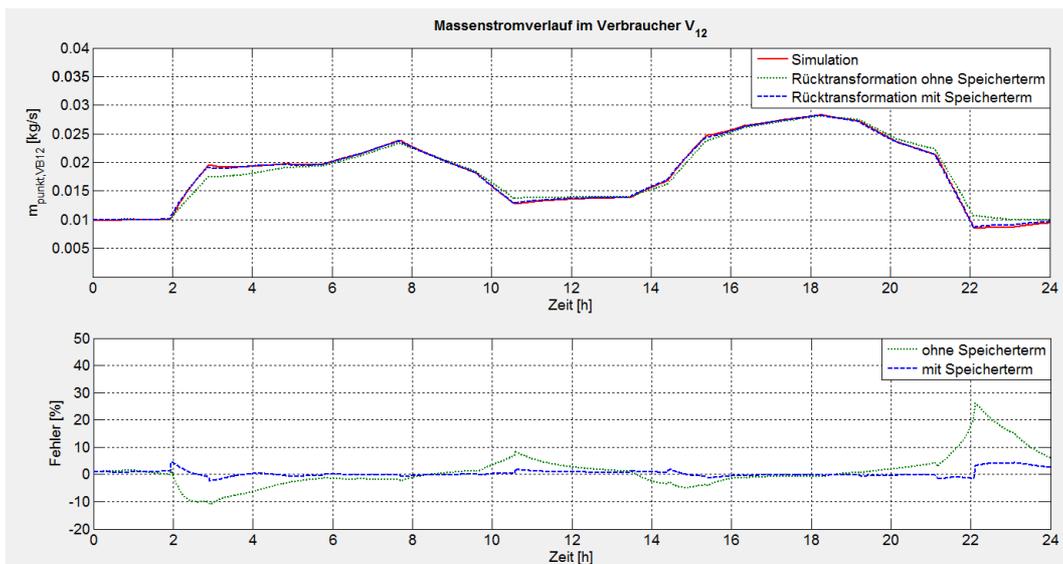


Abbildung 7.16: Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB<sub>12</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

Der Fehler des Austrittstemperaturverlaufs des Hausanschlussrohres „HA<sub>12</sub>“ hat sich, sowohl für den Vorlauf- als auch für den Rücklauf, verbessert. Die entsprechenden Verläufe werden zum Vergleich in Abbildung 7.17 und 7.18 dargestellt.

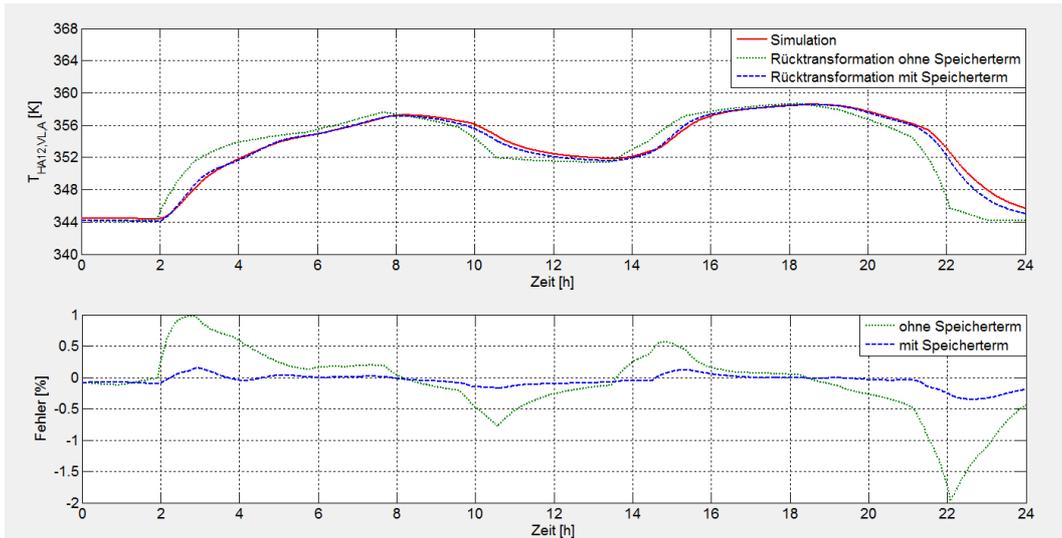


Abbildung 7.17: Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „HA<sub>12</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

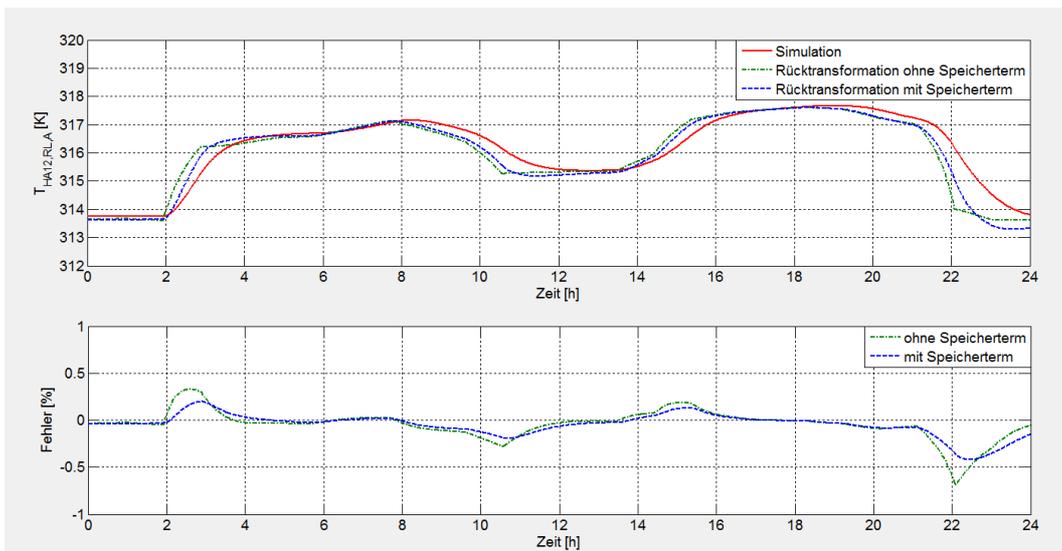


Abbildung 7.18: Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA<sub>12</sub>“ im 15-Verbrauchermodell

## 8. Schlussfolgerung und Ausblick

Die iterative Lösung für die instationäre Berechnung liefert, sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung des Speicherterms, für die Temperaturen die gewünschten Ergebnisse. Die maximale Abweichung der Temperaturen ist in beiden Modellen nicht größer als 2%. Jedoch konnte bei den Verbrauchermassenströmen nur mit Berücksichtigung des Speicherterms das gewünschte Ergebnis, von einem Fehler unter 10%, erzielt werden. Auch die Rechenzeit für den instationären Fall ist, bei beiden Vorgehensweisen mit maximal 90 Sekunden, zufriedenstellend.

Folglich ist es also möglich bei bekannter Eintrittstemperatur in das transformierte Teilnetz Rückschlüsse auf den Temperaturverlauf im originalen Teilnetz zu ziehen. Dabei müssen jedoch die originalen Verbraucherlastverläufe bekannt sein. Außerdem müssen die Verbraucherrücklauftemperaturen vorgegeben werden. Die Ergebnisse haben gezeigt, dass es sinnvoll ist für weitere Untersuchungen die Variante, welche den Speicherterm berücksichtigt, zu verwenden.

Für die Untersuchungen wurde für alle Verbraucher die gleiche Rücklauftemperatur gewählt. Es wäre interessant die Methode auch mit unterschiedlichen Rücklauftemperaturen an den Verbrauchern zu testen.

Die Erstellung des für die iterative Berechnung notwendigen Subprogramms ist sehr aufwendig. Das Gleichungssystem muss für jede neue Modellstruktur neu erstellt werden. Daher wäre es hilfreich die in dieser Arbeit entwickelte Rücktransformationemethode zu automatisieren. Dabei müsste dieses Programm die Struktur eines Teilnetzes erkennen und dann selbstständig das entsprechende Gleichungssystem erstellen. Des Weiteren wäre es interessant auch andere Solver, welche Matlab zur Verfügung stellt, zu testen.

Außerdem wäre es sinnvoll eine Rücktransformationemethode, für die Druckverläufe in einem Teilnetz zu entwickeln. Damit könnten, bei der Untersuchung von Betriebsvarianten, in einem transformierten Fernwärmenetz, nicht nur die Temperaturverläufe im originalen Fernwärmenetz schnell untersucht werden, sondern auch die Druckverläufe. Damit können schnell effiziente Aussagen über die hydraulischen Versorgungsbedingungen von den Verbrauchern im originalen Fernwärmenetz getroffen werden.

## 9. Abbildungsverzeichnis

<b>Abbildung 3.1:</b> Strukturen von Verteilungsnetzen; in Anlehnung an [6] .....	5
<b>Abbildung 3.2:</b> Wärmeleitung in einer gekrümmten Wand; in Anlehnung an [7] und [8] .....	7
<b>Abbildung 3.3:</b> Unendlich langes Rohr; in Anlehnung an [7].....	10
<b>Abbildung 4.1:</b> Parallele Rohre; in Anlehnung an [1] .....	25
<b>Abbildung 4.2:</b> Serielle Rohre; in Anlehnung an [1] .....	26
<b>Abbildung 4.3:</b> Vereinfachung Verzweigung; in Anlehnung an [3] .....	27
<b>Abbildung 4.4:</b> Reduzierung von Knoten; in Anlehnung an [3].....	30
<b>Abbildung 4.5:</b> Zusammenfassung serieller Rohre in einem parallelen Netz; in Anlehnung an [2] .....	34
<b>Abbildung 4.6:</b> Vereinfachung Verzweigung; in Anlehnung an [2] .....	35
<b>Abbildung 5.1:</b> Methode A; in Anlehnung an [5].....	38
<b>Abbildung 5.2:</b> Methode B; in Anlehnung an [5].....	39
<b>Abbildung 5.3:</b> Transformation eines 15-Verbrauchermodells .....	40
<b>Abbildung 6.1:</b> Simulationsmodell eines 4-Verbraucher Teilnetzes .....	42
<b>Abbildung 6.2:</b> Skizze des originalen und transformierten 4-Verbraucherteilnetzes ... ..	44
<b>Abbildung 6.3:</b> Skizze des originalen und transformierten 15-Verbraucherteilnetzes .....	45
<b>Abbildung 6.4:</b> Wärmeströme im Rohr „R <sub>1</sub> “ bei einer Rampe in der Vorlauftemperatur .....	52
<b>Abbildung 6.5:</b> Wärmeströme im Rohr „R <sub>1</sub> “ (Rohrlänge= 1m) bei einer Rampe in der Vorlauftemperatur .....	53
<b>Abbildung 6.6:</b> Rücktransformation der Verbrauchermassenströme k- Faktoren ...	54
<b>Abbildung 7.1:</b> Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB <sub>1</sub> “ im 4-Verbrauchermodell .....	65
<b>Abbildung 7.2:</b> Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB <sub>2</sub> “ im 4-Verbrauchermodell .....	66
<b>Abbildung 7.3:</b> Austrittstemperaturverlauf im Vorlaufrohr „HA <sub>1</sub> “ im 4-Verbrauchermodell .....	67
<b>Abbildung 7.4:</b> Austrittstemperaturverlauf im Vorlaufrohr „R <sub>1</sub> “ im 4-Verbrauchermodell .....	67

<b>Abbildung 7.5:</b> Austrittstemperaturverlauf im Rücklaufrohr „HA <sub>1</sub> “ im 4- Verbrauchermodell .....	68
<b>Abbildung 7.6:</b> Eintrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „R <sub>2</sub> “ im 4- Verbrauchermodell .....	68
<b>Abbildung 7.7:</b> Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB <sub>12</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	69
<b>Abbildung 7.8:</b> Massenstromverlauf im Verbraucher „VB <sub>3</sub> “ im 15-Verbrauchermodell .....	69
<b>Abbildung 7.9:</b> Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „HA <sub>12</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	70
<b>Abbildung 7.10:</b> Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „R <sub>1</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	70
<b>Abbildung 7.11:</b> Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA <sub>12</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	71
<b>Abbildung 7.12:</b> Eintrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „NR <sub>3</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	71
<b>Abbildung 7.13:</b> Massenstromverlauf im Verbraucher „VB <sub>1</sub> “ im 4-Verbrauchermodell .....	72
<b>Abbildung 7.14:</b> Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „HA <sub>1</sub> “ im 4- Verbrauchermodell .....	73
<b>Abbildung 7.15:</b> Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA <sub>1</sub> “ im 4- Verbrauchermodell .....	73
<b>Abbildung 7.16:</b> Massenstromverlauf des Verbrauchers „VB <sub>12</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	74
<b>Abbildung 7.17:</b> Austrittstemperaturverlauf des Vorlaufrohres „HA <sub>12</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	75
<b>Abbildung 7.18:</b> Austrittstemperaturverlauf des Rücklaufrohres „HA <sub>12</sub> “ im 15- Verbrauchermodell .....	75

## 10. Tabellenverzeichnis

**Tabelle 6.1:** Geometrie und Leistungsdaten des originalen 4-Verbraucherteilnetzes ..... 44

**Tabelle 6.2:** Geometrie und Leistungsdaten des transformierten 4-Verbraucherteilnetzes..... 44

**Tabelle 6.3:** Geometrie und Leistungsdaten des originalen 15-Verbraucherteilnetzes ..... 46

**Tabelle 6.4:** Geometrie und Leistungsdaten des transformierten 15-Verbraucherteilnetzes..... 46

**Tabelle 6.5:** Verwendete Stoffwerte ..... 47

## 11. Quellenverzeichnis

- [1] H. Zhao. *Analysis, modelling and operational optimization of district heating systems*. Ph. D. Thesis, Centre for District Heating Technology, Laboratory of Heating and Air Conditioning, Technical University of Denmark, Lyngby, 1995.
- [2] A. Loewen. *Entwicklung eines Verfahrens zur Aggregation komplexer Fernwärmenetze*. UMSICHT-Schriftenreihe, Band 29, Fraunhofer-IRB-Verlag, Oberhausen, 2001.
- [3] H. V. Larsen, H. Pálsson, B. Bøhm und H. F. Ravn. Aggregated dynamic simulation model of district heating networks. *Energy Conversion and Management*, **43**, (8): 995–1019, 2002.
- [4] STROMLISTE, „Strom- und Gas für gewerbliche und industrielle Nutzer“, <http://stromliste.at/nuetzliche-infos/industrie-energie>. (Stand: 11.3.2015).
- [5] J. Nagler. *Dynamische Simulation eines bestehenden Fernwärmenetzes mit Matlab/Simscape*. Diplomarbeit, Institut für Energietechnik und Thermodynamik, Technische Universität Wien, 2014.
- [6] K. Hakansson und F. W. Lohmann. *Handbuch der Fernwärmepraxis*. Vulkan-Verlag, Essen, 2. Auflage, 1982.
- [7] M. Haider. *Skriptum zur Vorlesung: Angewandte Thermodynamik*. Institut für Thermodynamik und Energiewandlung, Technische Universität Wien, Eigenverlag, Wien, 4.2 Auflage, 2009.
- [8] Er. R. K. Rajput. *Heat and Mass Transfer. SI Units*. S. Chand & Company Pvt. Ltd., New Delhi, 5. Auflage, Reprint, 2014.
- [9] W. Gujer. *Siedlungswasserwirtschaft*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 3. bearbeitete Auflage, 2007.
- [10] M. Geisendörfer. *Beitrag zur Steuerungsoptimierung von Wasserverteilungssystemen*. Dissertation, Institut für Siedlungs- und Industrierwasserwirtschaft, Technische Universität Dresden, Dresdner Berichte Nr. 6, 1992.

- [11] P. K. Swamee und A. K. Sharma. Decomposition of large water-distribution systems. *Journal of Environmental Engineering*, **116**, (2): 269–283, 1990.
- [12] B. Ulanicki, A. Zehnpfund und F. Martinez. Simplification of water distribution network models. In A. Müller, Hrsg., *Hydroinformatics '96: proceedings of the Second International Conference on Hydroinformatics*, S. 493–500, 9.-13. September 1996, Zürich, Switzerland, Balkema, Rotterdam, 1996.
- [13] L. Perelman und A. Ostfeld. Water Distribution System Aggregation for Water Quality Analysis. *Journal of Water Resources Planning and Management*, **134**, (3): 303–309, 2008.
- [14] M. Sturm. *Beitrag zur Prozessführung der Wasserverteilung*. Dissertation (A), Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen, Technische Universität Dresden, 1985.
- [15] D. Hamberg und U. Shamir. Schematic Models for Distribution Systems Design. I: Combination Concept. *Journal of Water Resources Planning and Management*, **114**, (2): 129–140, 1988.
- [16] M. H. Habbob und K. Vettors. *Das Skelett-Modell, ein neues Verfahren zur Rohrnetzmodellierung*. [Informationen] , Technische Universität Dresden: 07, Sektion Mathematik, Technische Universität Dresden, Als Manuskript gedruckt., 1987.
- [17] B. Ramthun. *Zur Druckstoßsicherung von Fernwärmenetzen und zur Dynamik von Abnehmeranlagen*. Dissertation, Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover, Bericht Nr. 33, 1993.
- [18] H. Zhao und J. Holst. Study on a network aggregation model in DH systems. *Euroheat & Power Fernwärme international*, **27**, (4/5): 38–44, 1998.
- [19] isoplus®, „Planungshandbuch. Kapitel 2-Starre Verbundsysteme“, <http://www.isoplus.de/de/download/planungshandbuch/>. (Stand: 3.4. 2015).
- [20] Formelsammlung-Berechnungsprogramme für Anlagenbau und Stromaggregate, „Stoffdaten-Wasser in Abhängigkeit der Temperatur“, [http://www.schweizer-fn.de/stoff/wasser/wasser\\_stoff.php](http://www.schweizer-fn.de/stoff/wasser/wasser_stoff.php). (Stand: 3.4.2015).