Unterschrift des Betreuers

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

DIPLOMARBEIT

Grundlegende Untersuchungen elektrischer Messverfahren zur Bestimmung von Schneeprofilen

ausgeführt am Institut für
Angewandte Physik
der Technischen Universität Wien

unter der Betreuung von
Ao. Univ.-Prof. Dr. Martin Gröschl

in Kooperation mit
SET-Software Engineering Tschürtz GmbH

durch

Rene Höhenberger, BSc
Hammergasse 11/1/3, 3150 Wilhelmsburg
Mat.Nr.: 0825672
Studienkennzahl 066 460

Masterstudium: Physikalische Energie- und Messtechnik

07.09.2015

Unterschrift (Student)

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt durch meine eigenhändige Unterschrift, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder inhaltlich den angegebenen Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die vorliegende Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form noch nicht als Magister-/Master-/Diplomarbeit/Dissertation eingereicht.

Datum

Rene Höhenberger

Abstract

This diploma thesis was done in cooperation between the company SET-Software Engineering Tschürtz GmbH and the Institute of Applied Physics, which belongs to the Vienna University of Technology. The aim of this work was to find out whether the two existing snow measurement systems named *SnowSET*, which were stationed at Wurzeralm, can help detect layers in snowpack for avalanche forecasts. The task of the *SnowSET* systems was to measure the snowpack with its different layers using TDR (Time-Domain-Reflectometry) and additionally with a capacitance measurement system. In the progress of this thesis, it turned out that the capacitance measurement system is not suitable because of its measuring frequency and its sensor type. Instead of this system, research on impedance measurements was done to examine if different types of snow can be measured with an impedance analyzer. The first part of this diploma thesis is concerned with these impedance measurements of water, ice and snow.
The second part of this thesis investigates the TDR measurements of snowpack. TDR measurement is the main task of *SnowSET* because it enables one to detect layers in snowpack non-destructively and continuously. Due to the remote location of the two *SnowSET* systems and the risk of avalanches, basic measurements had to be done under controlled experimental conditions afield from Wurzeralm. This thesis provides a statement on the usability of *SnowSET*, or, in more general terms, on the TDR and impedance measuring methods in relation to snow.

Kurzfassung

Diese Diplomarbeit wurde in einer Kooperation zwischen der Firma SET-Software Engineering Tschürtz GmbH und dem Institut für Angewandte Physik an der TU Wien verfasst. Aufgabe war es, ein bestehendes Schneemesssystem namens *SnowSET*, welches Schneeprofile erstellen und somit zur Lawinenvorhersage beitragen soll, zu verbessern und dessen Funktionalität zu testen. Die elektronische Erfassung sollte mithilfe von TDR- (Time Domain Reflectometry) und ergänzend mit Kapazitätsmessungen der Schneeschichten erfolgen. Da das verwendete Kapazitätsmesssystem aufgrund der Messfrequenz sowie der Sensoren ungeeignet war, wurde die Kapazitätsmessung auf eine Impedanzmessung mit einem anderen Messgerät ausgeweitet. Diese Impedanzmessungen an Wasser, Eis und Schnee, werden im ersten Teil dieser Arbeit ausführlich beschrieben.
Der zweite Teil dieser Diplomarbeit umfasst die TDR-Messungen von Schneeschichten. Diese ermöglichen nicht-destruktive, kontinuierliche Schneeprofilmessungen, welche Aufschluss über den Schneedeckenaufbau geben können. Aufgrund der abgelegenen und lawinengefährdeten Standorte der beiden *SnowSET* Test-Messanlagen auf der Wurzeralm, mussten viele Messungen unter kontrollierten Bedingungen im Labor und an geeigneten Feldmessstandorten durchgeführt werden. Mithilfe dieser Diplomarbeit kann eine Aussage über den möglichen Einsatzbereich des Schneemesssystems *SnowSET*, oder generell einer Impedanz- und TDR-Messung, gemacht werden.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Vorgeschichte und Aufgabenstellung

Die Firma *SET-Software Engineering Tschürtz* hat ein Messsystem namens *Snow-SET* entwickelt, um zukünftig Schneeprofile kontinuierlich erfassen zu können. Mit den Messdaten sollen Gefahrenmuster für einen Lawinenabgang genauer und einfacher erkannt werden können als dies mit händisch gegrabenen Schneeprofilen möglich ist und somit der Lawinenforschung bzw. der Lawinenprävention dienen. Die gesammelten Informationen über den Schneedeckenaufbau sollen im besten Fall einen möglichen Lawinenabgang prognostizieren können. Zum Testbetrieb wurden zwei Anlagen auf der Wurzeralm in der Nähe von Liezen (Steiermark) über den Winter 2013/14 und 2014/15 aufgestellt. Ob und wie genau man mit diesen beiden Messanlagen Schneeprofile messen und erstellen kann, ist Teil dieser Diplomarbeit. Es soll aber viel grundlegender das Messprinzip der beiden Anlagen selbst untersucht und weiteres Verständnis darüber gewonnen werden. Auch eine bisher fehlende Auswertung der Messdaten soll erfolgen.
Die Messung der Schneeschichten wird mithilfe eines TDR-Messgerätes durchgeführt. Dabei werden die Schichtdicken und deren elektrischen Eigenschaften, welche von der Beschaffenheit der jeweiligen Schicht abhängen, ermittelt.
Zusätzlich zur TDR-Messung wurde seitens von *SET* auch ein Kapazitätsmesssystem, das zusätzlich zur TDR-Messung Informationen über die Schneeschichten liefern soll, installiert. Im Laufe der Diplomarbeit stellte sich heraus, dass die dafür verwendete Messelektronik jedoch nicht geeignet ist, da die Messfrequenz in jenem Bereich liegt, in dem sich die relative Permittivität von Wasser stark mit der Frequenz ändert. Auch bautechnische Schwierigkeiten, wie zu kurze und ungeeignete Sensoren, führten dazu, diese zusätzliche Messeinrichtung vorerst nicht weiter zu verwenden. Im Rahmen dieser Dipomarbeit wurde die grundsätzliche Eignung einer solchen Kapazitätsmessung, die dann zu einer Impedanzmessung ausgeweitet wurde, untersucht. Diese mit einem Impedanzmessgerät durchgeführten Messungen werden im ersten Teil dieser Diplomarbeit behandelt.

Das Herzstück von *SowSET* bildet das TDR-Messgerät, mit dem die Schneeschichten per Spannungsreflexionen detektiert werden sollen. Die Zielsetzung war es, die TDR-Messmethode zu studieren und daraus Schlüsse über die Einsatzmöglichkeit als Schneeschichtendetektor ziehen zu können. Dazu wurden viele Messungen abseits der zwei bestehenden Messanlagen auf der Wurzeralm unter kontrollierten Bedingungen durchgeführt. Aufgrund der exponierten Lage der zwei Anlagen auf der Wurzeralm und der damit verbundenen Lawinengefahr, wurden viele Messungen abseits der Wurzeralm im Labor oder an geeigneten Feldmessstandorten durchgeführt. Diese TDR-Messungen werden im zweiten Teil dieser Diplomarbeit behandelt.

Da sich Schneeschichten im Labor nur sehr schwer herstellen lassen, mussten viele Messungen abseits des Labors im freien Gelände, unter teils erschwerten Bedingungen, durchgeführt werden.
Die gesammelten und ausgewerteten Messdaten lassen eine gute Einschätzung der Realisierbarkeit von kontinuierlichen Schneeprofilmessungen anhand des Konzeptes der bestehenden Anlagen *SnowSET* zu.

Kapitel 2

Kurzer Überblick über die Schnee- und Lawinenkunde

Schnee besteht aus Eiskristallen verschiedener Formen mit Luft und eventuell flüssigem Wasser zwischen den Kristallstrukturen. Wenn im Weiteren von Feuchtigkeit oder Wassergehalt des Schnees geschrieben wird, ist der quantitative Anteil von flüssigem Wasser zwischen den Kristallstrukturen gemeint. Dabei ist nicht der Anteil an gefrorenem Wasser – also Eis – der Schneekristalle gemeint. Abhängig von der Lufttemperatur, der Sonneneinstrahlung, der Wärmeabstrahlung, sowie von äußeren mechanischen Einflüssen, ändert sich die Schneekonsistenz und damit verbunden dessen Feuchtigkeits-, Eis- und Luftgehalt. Je feuchter der Schnee wird, desto weniger Lufteinschlüsse sind tendenziell vorhanden und desto dichter wird er. Dabei kann der Luftanteil zwischen 50% (feuchter Schnee) und 98% (Wildschnee) variieren. Der Wassergehalt von Neuschnee wird mit ca. 10% angenommen [9].
Schneekristalle bilden sich aus Wasserdampf der gefriert und zu Boden fällt. Dort verbinden sich die Kristalle zu Schnee. Die Verbindung zwischen den Kristallen sowie der Anteil an Luft und Wasser hängen von der Witterung (Wind, Temperatur, Luftfeuchtigkeit, usw.) ab. Der Einfluss dieser Faktoren ist für die Entstehung von Lawinen ausschlaggebend. Man unterscheidet grundsätzlich drei Typen von Lawinen: Schneebrettlawinen, Nassschneelawinen und Staublawinen. Für die Entstehung von Schneebrettlawinen ist der Wind der bedeutendste Faktor. Sie sind vor allem für Wintersportler gefährlich, da sie sich meist erst durch Zusatzbelastung lösen. Es handelt sich dabei vorwiegend um eher trockenen, gebundenen Triebschnee, der oft mit Pulverschnee verwechselt wird, aber im Gegensatz zu diesem durch Windverfrachtung gepresst und verändert wurde. Die ineinander verhakten Schneekristalle reißen meist bei Zusatzbelastung als "Brett" ab und gleiten den Hang hinunter. Schneebrettgefahr herrscht meist im Hochwinter. Nassschneelawinen entstehen erst durch Wärmeeintrag, indem die Feuchtigkeit der Schneedecke zunimmt und an Festigkeit verliert. Nassschneelawinen treten daher vorwiegend im Frühjahr auf. Beide Typen von Lawinen haben aber eine gemeinsame Eigenschaft: sie gleiten auf sogenannten Schwachschichten ab. Solche Schwachschichten können andere Schneeschichten oder auch der feuchte Boden bei Grundlawinen sein. Deshalb hängt die Lawinengefahr neben der Neuschneemenge, den Wetterbedingungen

und der Hangsteilheit maßgeblich von der Schichtstruktur der Schneedecke ab.
Aus diesem Grund werden für den Lawinenlagebericht und die Lawinenwarnstufe neben der gemessenen Schneemenge und dem Wetterbericht vor allem Schneeprofile von den Lawinenwarndiensten ausgewertet. Mithilfe von *SnowSET* sollen zukünftig diese Messdaten – vor allem das Schneeprofil – vollautomatisch und kontinuierlich ermittelt und übertragen werden. Es müssten dann keine händisch gegrabenen Schneeprofile mehr ausgewertet werden und man könnte die zeitliche Veränderung der Schneedecke beobachten und zur Lawinenvorhersage heranziehen.
Das einzige Problem neben den messtechnischen Schwierigkeiten liegt in der unterschiedlichen Verteilung des Schneedeckenaufbaus und der Schneedeckenfestigkeit über einen Hang gesehen. Des Weiteren weisen Hänge unterschiedlicher Exposition ganz unterschiedliche Schneestrukturen auf. Obwohl man aus diesen Gründen von einem lokalen Schneeprofil nicht direkt auf die Lawinenwarnstufe schließen kann, würden die ermittelten Messdaten sehr wohl zur Beurteilung der Lawinensituation beitragen. Man wird Lawinen nie zu 100% prognostizieren können, da es sich hierbei um ein sehr komplexes Puzzle mit vielen Einflussfaktoren handelt und sich auch Experten bei der Lagebeurteilung schwer tun. Für weitere und detailliertere Informationen zum Thema Lawinen siehe [9].

Aufgabe dieser Diplomarbeit ist es, verschiedene Arten von Schnee messtechnisch unterscheiden und so ein Schneeprofil erstellen zu können. Mit der Änderung der Schneestruktur (Wasseranteil, Luftanteil und Kristallform) ändern sich auch die elektrischen Eigenschaften, wie die relative Permittivität und die elektrische Leitfähigkeit. Je feuchter der Schnee wird, desto leitfähiger wird er und desto größer wird seine relative Permittivität, da immer weniger Luft zugunsten von Wasser eingeschlossen ist. Es sollte prinzipiell durch Impedanz- und TDR-Messungen, die genau diese elektrischen Eigenschaften detektieren, möglich sein, verschiedene Schneearten zu differenzieren. Dabei ist es in erster Linie nicht vorrangig absolute Aussagen über den Feuchtigkeits- und Luftgehalt machen zu können, sondern nur verschiedene Schneearten relativ zueinander vergleichen zu können.
Eine genauere Beschreibung der Schneezusammensetzung und deren Auswirkung auf die relative Permittivität ϵ_{Schnee} findet man in [8, *Kapitel* 3.4].

Um die elektrischen Eigenschaften von Wasser, Schnee und Eis erklären und in Formeln fassen zu können, bedient man sich mediumsspezifischer Modelle. Da diese Materialeigenschaften für die verwendeten Messanordnungen und die folgenden Auswertungen maßgeblich sind, werden sie im nächsten Kapitel ausführlich behandelt.

Kapitel 3

Elektrische Grundlagen

Wie schon im letzten Kapitel erwähnt wurde, lassen sich unterschiedliche Schneearten anhand ihrer Zusammensetzungen der Hauptbestandteile Eis(kristalle), Wasser und Luft messtechnisch differenzieren. In dieser Diplomarbeit werden zwei solcher elektrischer Messverfahren zur Unterscheidung von Schnee untersucht und anhand der Messergebnisse beurteilt, ob sie dafür geeignet sind. Bei den Messmethoden handelt es sich um folgende zwei:

- Impedanzmessung (1. Teil der Arbeit)
- TDR-Messung (2. Teil der Arbeit)

Bei den für diese Arbeit durchgeführten Impedanzmessungen wird die Impedanz eines Kondensators, dessen Dielektrikum das zu messende Medium (Schnee, Wasser, Eis) ist, ermittelt. Mithilfe einer passenden Ersatzschaltung können dann die relative Permittivität und der spezifische elektrische Widerstand bzw. die elektrische Leitfähigkeit ermittelt werden.
Bei den TDR-Messungen berechnet man anhand von Spannungsreflexionen an Grenzschichten die unterschiedlichen Wellenwiderstände und Schichtdicken. Die Wellenwiderstände hängen wiederum von den relativen Permittivitäten der unterschiedlichen Schichten ab.
Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel die beiden wichtigen elektrischen Größen: die relative Permittivität ϵ (auch oft als Dielektrizitätszahl oder dielektrische Funktion bezeichnet) und der spezifische elektrische Widerstand ρ oder äquivalent dessen Kehrwert die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = \frac{1}{\rho}$ näher erklärt.

Diese Größen beschreiben das Verhalten eines Materials in einem elektrischen Feld (E-Feld). Neben den experimentell erhaltenen Werten, müssen für eine theoretische Beschreibung physikalische Modelle, die den realen Eigenschaften des Materials so nahe wie möglich kommen, erstellt werden. Dabei ist es aber oft nicht leicht ein geeignetes Modell zu finden. Daher kann die Realität immer nur näherungsweise beschrieben werden, was aber für die meisten Anwendungen ausreichend ist. Da viele Materialien gleiche Eigenschaften aufweisen, können sie in Klassen (z.B.: Leiter, Nichtleiter, Halbleiter, ...) zusammengefasst und grundsätzlich mit dem selben Modell beschrieben werden. Mit dem Erstellen eines solchen Modelles für Wasser

und Eis befasst sich Kapitel 4.3.
Ganz grundlegend werden jetzt die elektrischen Größen, nämlich die relative Permittivität und der spezifisch elektrische Widerstand bzw. die elektrische Leitfähigkeit und deren Bedeutung in Wechselstromkreisen beschrieben.

3.1 Relative Permittivität ϵ

Wird ein Material – egal ob Leiter oder Isolator – in ein elektrisches Feld (E-Feld) gebracht, wird das E-Feld grundsätzlich im Material abgeschwächt. Durch das äußere Feld E_{Vak} werden die atomaren Strukturen des Materials verändert, sodass ein dem äußeren Feld entgegengerichtetes Feld, die sogenannte Polarisation P, entsteht und sich ein abgeschwächtes Feld E_{Diel} ergibt.
Die Polarisation kann durch die folgenden drei Beiträge entstehen:

- **elektronische Polarisation**
  Elektronen schwingen gegen die positiven Atomrümpfe
- **ionische Polarisation**
  Positive Ionen schwingen gegen negative Ionen (z.B. in Ionenkristallen oder Elektrolytlösungen)
- **Orientierungspolarisation**
  Permanente Dipole werden im Wechselfeld umorientiert und schwingen. Meist besitzen asymmetrische Moleküle permanente Dipole (z.B.: Wasser und Eis)

Die Polarisation ist definiert durch:

$$P = \frac{1}{V} \sum_i p_i \tag{3.1.1}$$

wobei $p = q \cdot d$ das Dipolmoment mit dem Abstand d und der Ladung q ist.
Nimmt man an, dass (für kleine Feldstärken) P proportional zu E_{Diel} ist (linearer Response) folgt:

$$P = N\alpha E_{Diel} = \epsilon_0 \chi E_{Diel} \tag{3.1.2}$$

N...Anzahl der Dipole
α...Polarisierbarkeit

Weiters wird das äußere Feld als E_{Vak} (Feld im Vakuum) bezeichnen und das abgeschwächte Feld im Material als E_{Diel}. Es wird oft davon ausgegangen, dass das Dielektrikum ein Isolator ist, was in vielen Fällen zwar näherungsweise zutrifft, aber im Allgemeinen nicht der Fall sein muss. Auch Leiter, bei denen z.B. die quasi-freien Valenzelektronen den Strom tragen, weisen aufgrund ihrer gebundenen Elektronen – welche sich gegen den Atomkern verschieben – eine Polarisation auf. Es dominiert oftmals der Leitungseffekt über den Polarisationseffekt oder umgekehrt, sodass die untergeordnete Eigenschaft oft vernachlässigt wird. Genau genommen macht es aber keinen Sinn, Materialien in reine Isolatoren und Leiter zu unterteilen, da meist beide Effekte auftreten.

Mit der Polarisation P lässt sich das Feld im Dielektrikum schreiben als:

$$E_{Diel} = E_{Vak} - \frac{P}{\epsilon_0} = \frac{E_{Vak}}{\epsilon} \;, \tag{3.1.3}$$

wobei ϵ die relative Permittivität ist und die Abschwächung des E-Feldes in einem Material beschreibt.
Vergleicht man Glg. (3.1.2) mit Glg. (3.1.3) erhält man $\epsilon = 1 + \chi$.
Die relative Permittivität ϵ ist gerade deshalb bei einem Kondensator – neben seiner Geometrie – eine wichtige Kenngröße, da bei gleicher Spannung durch das Dielektrikum das E-Feld im Kondensator abgeschwächt wird und sich somit mehr Ladungen auf den Platten befinden können. Dadurch erhöht sich dessen Kapazität. Ein Kondensator wird über die Gleichung $Q = C \cdot U$ beschrieben, wobei Q die Ladungsanzahl, C die Kapazität und $U = \int E \; ds$ (s...Weg) die Spannung ist. Die Kapazität eines einfachen Plattenkondensators mit dem Plattenabstand d und Plattenfläche A ist gegeben durch:

$$C = \epsilon_0 \epsilon \cdot \frac{A}{d} \tag{3.1.4}$$

Allgemein gilt, dass die Kapazität eines Kondensators proportional zur relativen Permittivität ϵ ist ($C \propto \epsilon$).

Es ist wichtig die relative Permittivität nicht a priori nur als Kennzahl eines Isolators zu assoziieren. Sie ist vielmehr die Eigenschaft eines beliebigen Materials (Dielektrikum) das E-Feld in sich abzuschwächen. Dabei ergibt sich, dass ϵ nicht zwangsläufig eine reelle Konstante ist, sondern z.B. von der Frequenz und der Temperatur abhängen kann und im Allgemeinen eine komplexe Zahl $\epsilon(\omega, T) = \epsilon' - j\epsilon''$ ist.

Als Permittivität wird das Produkt $\epsilon \cdot \epsilon_0$ bezeichnet.

3.2 Spezifischer Widerstand ρ und Leitfähigkeit σ

Bringt man ein Material in ein elektrisches Feld E, oder legt eine Spannung $U = \int E \; ds$ an, kann je nach Leitfähigkeit ein Strom $I = \frac{dQ}{dt}$ fließen. Für viele Materialien gilt das Ohmsche Gesetz:

$$j = \sigma \cdot E \xrightarrow{\int dV} I = G \cdot U \quad , \quad E = \rho \cdot j \xrightarrow{\int dV} U = R \cdot I \tag{3.2.1}$$

$s[m]$...Leiterlänge/Widerstandslänge

$A[m^2]$...Leiterquerschnitt/Widerstandsquerschnitt

$V[m^3]$...Volumen des Leiters/Widerstandes

$j[Am^{-2}]$...elektrische Stromdichte

$I[A] = \frac{dQ}{dt} = \int jdA$...elektrische Stromstärke

$U[V]$...elektrische Spannung

$\rho[\Omega m] = \frac{1}{\sigma}$...spezifischer elektrischer Widerstand

$R[\Omega] = \rho \cdot \frac{s}{A}$...elektrischer Widerstand

$\sigma[\Omega^{-1}m^{-1}]$...Leitfähigkeit

$G[\Omega^{-1} = S] = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{A}{s}$...Leitwert

Dass die Stromstärke und die Spannung proportional zueinander sind, trifft auf viele Materialien zu und man bezeichnet sie als Ohmsche Widerstände. Hergeleitet wird das Ohmsche Gesetz meist über den Elektronenstrom in einem metallischen Leiter wobei es auch für Materialien mit anderen Ladungsträgern zutreffen kann. Ein bekanntes Beispiel ist eine Elektrolytlösung in der Ionen fließen. Obwohl die Elektrolytlösungen selbst meist ohmschen Widerständen entsprechen, treten aber an den Übergängen von den Elektroden zum Elektrolyten Abweichung dieses linearen Spannungs-Stromverhältnisses auf. Die gesamte Messzelle darf daher nicht als Ohmscher Widerstand modelliert werden.

Grundsätzlich gibt es verschiedene Ladungsträger, die für einen Strom bei angelegter Spannung verantwortlich sein können:

- Elektronen
- Ionen (z.B. in Elekrolyten oder die Protonenleitung in Wasser und Schnee)
- Elektronen plus Ionen (z.B. Gasentladung)
- Elektronen-Loch-Paare (Halbleiter)

Welche Ladungsträger den Strom bedingen, hängt wiederum ganz vom Material und dessen mikroskopischer Struktur ab (Energieniveaus, Bändermodell, ...). Das Ohmsche Gesetz gilt für viele Materialien, aber nicht für alle, oder oft nur in einem gewissen Spannungsbereich.

Je nachdem wie hoch die Leitfähigkeit ist, unterscheidet man grob zwischen den Leiter-Typen: Leiter, Isolatoren und Halbleiter.
Im Folgenden stellt sich heraus, dass die Leitfähigkeit wie auch die relative Permittivität komplexe Zahlen mit einer Frequenz- und Temperaturabhängigkeit sein können und zwischen ihnen ein Zusammenhang besteht.

3.3 Wechselstromkreise

Wie sich ein Ohmscher Widerstand, ein Kondensator und eine Spule in einem Wechselstromkreis auswirken, soll hier kurz beschrieben werden.
Es muss neben dem Kondensator und einem Widerstand noch eine weitere ideale Komponente berücksichtigt werden – nämlich die Spule als induktiver Bauteil. Wie aus den Maxwell-Gleichungen hervorgeht, induziert ein sich änderndes Magnetfeld eine Spannung in einer Leiterschleife. Jeder Stromkreis stellt von sich aus eine Leiterschleife (Spule mit einer Wicklung) dar und besitzt daher immer ein induktives Verhalten.
Über das Induktionsgesetz $U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$, wobei L der Selbstinduktionskoeffizient (kurz: Induktivität) ist, kann eine solche Leiterschleife bzw. eine Spule beschrieben werden.

Aufgrund der leichteren mathematischen Behandlung von Wechselstromkreisen verwendet man für die normalerweise sinus- oder kosinusförmige Spannung und den Strom komplexe Ausdrücke $\underline{U} = |\underline{U}| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_U)}$ und $\underline{I} = |\underline{I}| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_I)}$, wobei $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz und $i^2 = -1$ ist. Physikalisch sind natürlich nur reelle Werte sinnvoll, die man sofort wieder erhält, wenn man unter Anwendung der Eulerschen Relation $e^{j\alpha} = cos(\alpha) + j \cdot sin(\alpha)$ entweder nur den Real- oder den Imaginärteil der komplexen Größe betrachtet. Dies ist aufgrund des Superpositionsprinzips der Lösung einer linearen Differentialgleichung zulässig. So können der Strom und die Spannung wieder als Sinus- oder Kosinusschwingungen dargestellt werden und ergeben auch physikalisch einen Sinn.

Die nun bekannten drei idealen Bauteile Widerstand, Kondensator und Spule wirken sich in einem Wechselstromkreis mit der komplexen Spannung $\underline{U} = |\underline{U}| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_U)}$ und dem Strom $\underline{I} = |\underline{I}| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_I)}$, sowie dem auf komplexe Zahlen erweiterten Ohmschen Gesetz $\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}$ mit der Impedanz $\underline{Z}$ wie folgt aus:

$$\underline{Z} = Re(\underline{Z}) + j \cdot Img(\underline{Z}) = |\underline{Z}| \cdot e^{j\varphi} = \sqrt{\underline{Z} \cdot \underline{Z}^*} \cdot e^{j\varphi} \quad [\Omega] \tag{3.3.1}$$

$Re(\underline{Z})$.....Resistanz (oft auch R)
$Img(\underline{Z})$...Reaktanz (oft auch X)

$\underline{Z}^* = Re(\underline{Z}) - j \cdot Img(\underline{Z})$...komplex konjugierte Impedanz

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} \cdot \frac{e^{j(\omega t + \varphi_U)}}{e^{j(\omega t + \varphi_I)}} = |\underline{Z}| \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_I)} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\varphi} \tag{3.3.2}$$

$\rightarrow \varphi = \varphi_U - \varphi_I$

$$\varphi = arctan\left(\frac{Img(\underline{Z})}{Re(\underline{Z})}\right) \tag{3.3.3}$$

Die Admittanz $\underline{Y}$ ist der Kehrwert der Impedanz:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = Re(\underline{Y}) + j \cdot Img(\underline{Y}) \quad [S = \Omega^{-1}] \tag{3.3.4}$$

$Re(\underline{Y})$.....Konduktanz (oft auch G)
$Img(\underline{Y})$...Suszeptanz (oft auch B)

Der Winkel φ zwischen $Re(\underline{Z})$ und $Img(\underline{Z})$ entspricht genau dem Phasenwinkel zwischen $\underline{U}$ und $\underline{I}$. Ist $\varphi < 0$, dann ist die Schaltung kapazitiv, bei $\varphi > 0$ induktiv. Die Impedanz gibt also Aufschluss über das Spannungs-Strom-Verhältnis, genau wie der Widerstand R bei Gleichstrom, und zusätzlich über die Phasenverschiebung φ zwischen Spannung und Strom.

Für die drei idealen Wechselstrombauteile Ohmscher Widerstand (kurz: Widerstand), Kondensator (auch: Kapazität) und Spule (auch: Induktivität) ergeben sich durch Einsetzen der komplexen Spannung $\underline{U}$ und des komplexen Stromes $\underline{I}$ in die jeweilige Bestimmungsgleichung des Bauteiles folgende Impedanzen:

- **Ohmscher Widerstand:** $\underline{U} = \underline{I} \cdot R$

  $\Rightarrow Z_R = R$

  mit $\varphi = 0$

- **Kapazität:** $Q = C \cdot U \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \underline{I} = C \cdot \frac{d\underline{U}}{dt}$

  $$\Rightarrow \underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \tag{3.3.5}$$

  mit $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

- **Induktivität:** $\underline{U} = L \cdot \frac{d\underline{I}}{dt}$

  $$\Rightarrow \underline{Z}_L = j\omega L = \omega L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \tag{3.3.6}$$

  mit $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Da nicht nur diskrete Bauteile wie der Kondensator oder die Spule eine kapazitive oder induktive Wirkung in einem Wechselstromkreis hervorrufen, sondern z.B. auch Kabel(schleifen), spricht man allgemein von einer Kapazität oder einer Induktivität. Dabei sind nicht direkt die physikalischen Größe C und L gemeint, sondern die Bauteile, die durch C (Kondensator) und L (Spule) bestimmt sind.

Eine Induktivität oder eine Kapazität in einem Wechselstromkreis bewirkt eine Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung von $\pm 90°$. Ein Ohmscher Widerstand bewirkt keine Phasenverschiebung und es fällt daher die ganze elektrische Leistung an ihm ab.
Die Gesamtimpedanz eines beliebigen Wechselstromkreises bekommt man unter Verwendung der Maschen- und Knotenregel mit obigen Impedanzausdrücken analog zu Gleichstromkreisen.
Ist die relative Permittivität ϵ des Dielektrikums eine komplexe Zahl $\underline{\epsilon}(\omega, T) = \epsilon' - j\epsilon''$, so ergibt sich eine Phasenverschiebung $\varphi \neq -\frac{\pi}{2}$. Dieses Verhalten entspricht keinem idealen Kondensator mit der rein imaginären Impedanz $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$. Setzt man die komplexe relative Permittivität in die Impedanzformel $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ ein, ergibt sich für $\underline{Z}_C$ wiederum eine komplexe Zahl, deren Realteil formal einem Widerstand bzw. einer Leitfähigkeit zugeschrieben werden kann. Man spricht dann von einem realen Kondensator, welchen man gerade als Parallelschaltung eines Widerstandes und eines idealen Kondensators modelliert. Ein imaginärer Anteil der relativen Permittivität wirkt sich also wie ein Widerstand im Wechselstromkreis aus. Die relativen Permittivität kann allgemein nicht nur als Kenngröße eines Isolators angesehen werden.
Zusätzlich bewirkt ein Widerstand (jetzt aber als realer Bauteil und nicht formal) in einem Wechselstromkreis indirekt auch immer einen kapazitiven Effekt, da die Kabel auf jeder Seite des Widerstandes unterschiedlich viele Ladungen tragen (Spannungsdifferenz) und dadurch einen "Kondensator" bilden. Deshalb muss bei der Impedanzmessung die Kabelkapazität kompensiert werden, wie man später sehen wird. Wie schon oben erwähnt, wirkt die Leiterschleife eines Stromkreises selbst als Induktivität und man muss auch diese bei Messungen berücksichtigen und gegebenenfalls kompensieren.

Kapitel 4

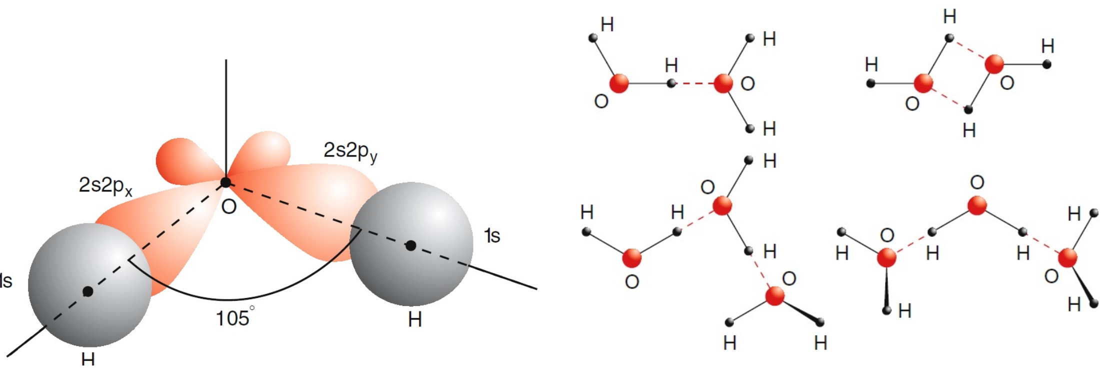
Elektrische Eigenschaften von Wasser und Eis

4.1 Atomare Struktur von Wasser und Eis

Wasser ist eine der grundlegendsten chemischen Verbindungen unseres Planeten und deshalb seit jeher Gegenstand zahlreicher Untersuchungen und Forschungsarbeiten. Es ist die einzige Verbindung, die auf der Erde in natürlicher Weise in allen drei Aggregatzuständen fest, flüssig und gasförmig gleichzeitig vorkommt. Dennoch stellt es immer noch eine Schwierigkeit dar, gerade die mikroskopischen Eigenschaften auf atomarer Ebene der flüssigen Form von H_2O (Wasser) zu beschreiben. Weitaus besser erforscht ist hingegen die Kristallstruktur des festen Aggregatzustandes Eis.
Ein H_2O-Molekül besteht aus einer kovalenten Bindung zwischen zwei Wasserstoffatomen und einem Sauerstoffatom $H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$ (z.B. Knallgasreaktion). Bei kovalent gebundenen Atomen vermitteln die Elektronen der Außenschalen die Bindung, indem ihre Aufenthaltswahrscheinlichkeit zwischen den an der Bindung beteiligten Atomen groß ist und der Abstand der Atome zueinander im Vergleich zu anderen Bindungsformen klein ist. Man spricht dann auch oft von einem "Teilen" der Elektronen. Quantenmechanisch lassen sich kovalent gebundene Moleküle mit der LCAO-Näherung berechnen und infolgedessen als Überlagerung von Atomorbitalen darstellen. Es entstehen dadurch Moleküle mit der bekannten, in Abb. 4.1a dargestellten Form. Sie weisen aufgrund ihrer Ladungsverteilung ein Multipolmoment auf, was die Grundlage für die Frequenzabhängigkeit der relativen Permittivität bildet.
Bei flüssigem Wasser sowie bei Eis bilden sich zwischen den einzelnen H_2O Molekülen Wasserstoffbrückenbindungen aus. Es handelt sich dabei um Bindungen zwischen einem Proton (H^+) eines H_2O-Moleküls und einem freien Elektronenpaar des Sauerstoffatoms eines weiteren H_2O-Moleküls. In Abb. 4.1b sind mögliche Multimere mit Wasserstoffbrückenbindungen zu sehen. Die Bindungsenergie ist dabei schwächer als die der kovalenten Bindung, aber stärker als die einer Van-der-Waals-Bindung. Die Phasenübergänge zwischen den Aggregatzuständen hängen von der Temperatur und dem Druck ab und können einem Phasendiagramm für H_2O leicht

entnommen werden. Die Anomalie von Wasser, mit dem charakteristischen Verlauf des Phasendiagramms und der größten Dichte bei 4 $°C$, ist eine Folge der atomaren Bindungsstruktur der Atome und Moleküle und die damit verbundene Ladungsverteilung. Die unterschiedlichen Eigenschaften der drei Phasen werden gerade durch den Einfluss von Temperatur (Energie) und Druck auf die Wasserstoffbrückenbindungen bestimmt.
Wasser hat keine Fernordnung der Moleküle, wie es bei der Kristallstruktur von Eis der Fall ist, sondern maximal eine Nahordnung, da sich die Wassermoleküle annähernd frei bewegen können. Das macht eine Untersuchung und Modellierung von Wasser sehr schwierig. Es wird angenommen, dass Wasser aus $(H_2O)_n$-Multimeren, wie in Abb. 4.1b zu sehen ist, besteht [12, *Kapitel* 16.4].
Eis hingegen weist unter Atmosphärendruck eine periodische Kristallstruktur der H_2O-Moleküle auf, die gut untersucht und in Abb. 4.2 zu sehen ist. Es gibt zwar noch weitere, dichter gepackte Kristallstrukturen von Eis, nur treten diese erst bei hohen Drücken auf [14, *Chapter* 3].

Gemeinsam haben Wasser wie auch Eis, dass sie aus polaren H_2O-Molekülen bestehen, die ein permanentes Dipolmoment aufweisen. Durch die kovalenten Bindungen der H_2O-Moleküle ergeben sich durch die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen getrennte Ladungsschwerpunkte. Dies führt zu einem permanenten Multipol- und somit auch zu einem Dipolmoment. Diese permanenten Dipole sind gerade für die elektrischen Eigenschaften von Wasser und Eis ausschlaggebend.



(a) *H_2O Molekül*

(b) *Verschiedene Multimere durch Wasserstoffbrückenbindungen wie sie z.B. in Wasser vorkommen können*

***Abb. 4.1*: H_2O Moleküle** [1]

[1] **Wolfgang Demtröder**
Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper
Springer, 3.Auflage 2005 Abb. 9.54 und Abb. 16.23

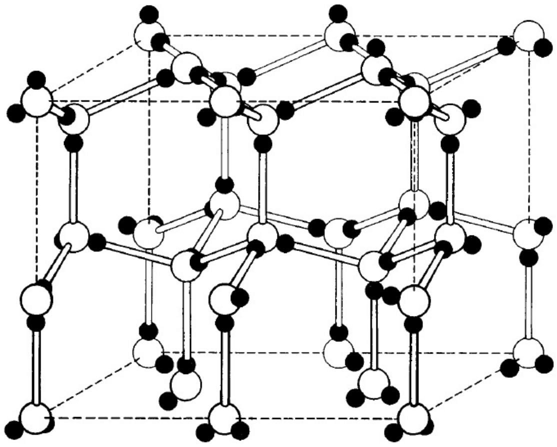


Abb. 4.2: **Kristallstruktur von Eis:** *H_2O-Moleküle, die über Wasserstoffbrückenbindungen (zwische einem H^+ und freiem Elektronenpaar des Sauerstoffs) zusammengehalten werden*[2]

4.2 Elektrische Eigenschaften - Protonenbewegung

Die folgende Beschreibung der Protonenbewegungen und deren Auswirkungen sind hauptsächlich aus [14] und [15] entnommen.

Zur relativen Permittivität von Wasser und Eis tragen gerade die Orientierungspolarisation (permanenten Dipole) und die elektronische Polarisation (induzierte Dipole) bei. Die elektronische Polarisation tritt in jedem Material aufgrund der Verschiebung der Elektronen zu den Atomkernen auf, die Orientierungspolarisation nur in polaren Medien mit permanenten Dipolen.
Es ist nun interessant zu untersuchen, wie sich die permanenten H_2O-Dipole orientieren können, um eine makroskopische Polarisation (Gegenfeld) hervorzurufen. Diese Orientierung passiert in Wasser und Eis mithilfe von Protonen und den damit verbundenen Kristalldefekten. Wie in jedem Kristall befinden sich auch in Eiskristallen Abweichungen der periodischen Struktur wie sie in Abb. 4.2 zu sehen sind. Dabei treten einerseits Ionen-Defekte und andererseits die sogenannten Bjerrum-Defekte auf. Bei einem Ionen-Defekt springt ein Proton (H^+) von einem Molekül zu einem Nachbarmolekül und erzeugt so ein H_3O^+ und ein OH^- Molekül.
Bei einem Bjerrum-Defekt handelt es sich um die Umorientierung eines Protons an seinem Molekül selbst. Es ändert sich die Position eines an der Wasserstoffbrückenbindung nicht beteiligten Protons so ab, dass es sich an der Wasserstoffbrückenbindung beteiligt. Damit ergibt sich eine "Wasserstoffbrückenbindung" zwischen zwei Protonen (H^+) anstelle der Wasserstoffbrückenbindung zwischen

[2]**N. H. Fletcher**
The Chemical Physics of Ice
Camebridge University Press, digitally printed version 2009 Fig.2.3

einem Proton und einem freien Elektronenpaar des Sauerstoffatoms. Diese Umordnung des Protons entspricht formal einer Rotation des H_2O-Moleküls (Dipol) um 120°.

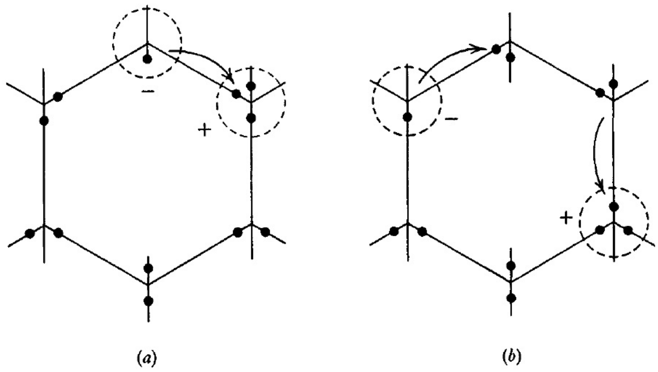


Abb. 4.3: **Ionen-Defekt (a) und dessen Ausbreitung (b):** *Protonen springen zu anderen Bindungen* [3]

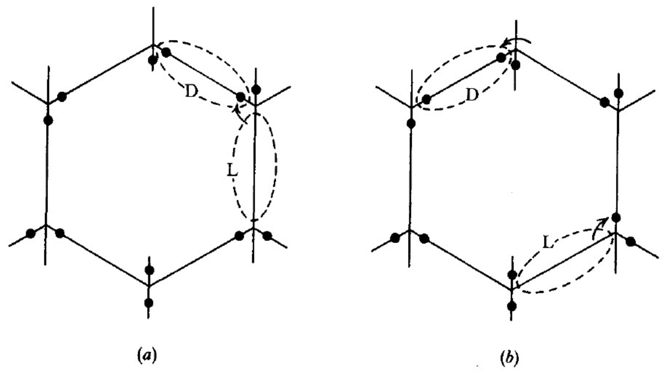


Abb. 4.4: **Bjerrum-Defekte:** *D- und L-Defekt (a) und die Separation der Defekte (b)* [4]

Beide Defekte führen effektiv zu einer (Um-)Orientierung der H_2O-Moleküle und somit von Dipolen, was eine makroskopische Polarisation hervorruft. Diese wird als Orientierungspolarisation P_{or} bezeichnet.
In der flüssigen Phase sind die permanenten H_2O-Dipole quasi frei beweglich und können sich leicht (um-)orientieren, was sich in einer eher geringen Relaxationszeit τ äußert. Das erkennt man an der hohen statischen relativen Permittivität von Wasser $\epsilon_{s_{H_2O}} \approx 80 - 88$, deren Wert erst bei hohen Frequenzen (GHz-Bereich) im Vergleich zu Eis abfällt. Im festen Aggregatzustand (Eis) kann diese freie Orientierung der H_2O-Dipole aufgrund der größeren Bindungskräfte im Kristall nicht

[3]**N. H. Fletcher**
The Chemical Physics of Ice
Camebridge University Press, digitally printed version 2009 Fig.7.1
[4]**N. H. Fletcher**
The Chemical Physics of Ice
Camebridge University Press, digitally printed version 2009 Fig.7.3

ungehindert stattfinden und es ergibt sich eine größere Relaxationszeit τ. Bei hohen Frequenzen eines äußeren elektrischen Feldes ist die Orientierungspolarisation aufgrund der großen Relaxationszeit nicht mehr wirksam. Die Dipole können dann dem äußeren E-Feld nicht mehr folgen, was man wiederum an der geringen relativen Permittivität $\epsilon_{\infty_{Eis}} \approx 3$ bei hohen Frequenzen sieht.
In Abb. 4.8 sieht man die Frequenzabhängigkeit des Real- und Imaginärteiles der relativen Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega) = \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega)$ von Wasser und Eis.

Mit jeder Protonenbewegung ist auch ein elektrischer Strom verbunden. Da sich die Kristalldefekte im Gitter fortbewegen können, ergibt sich aufgrund dieser Protonen-Defekte und Protonenbewegungen eine elektrische Leitfähigkeit. In Wasser und Eis gibt es de facto keinen durch Elektronen getragenen elektronischen Strom, sondern nur den durch Protonen-Defekte hervorgerufenen Protonen-Strom. Wie sich später noch herausstellt, kann der Strom proportional zur zeitlichen Änderung der Polarisation angenommen werden und ist somit mit der Polarisation eng verbunden. Auch hier sieht man wieder, dass sich die Leitfähigkeit und die Polarisation nicht ausschließen, sondern aneinander gekoppelt sind.

Zusammenfassung:

Die Orientierungspolarisation sowie die Leitfähigkeit von Wasser und Eis resultieren aus der Bewegung von Protonen.

Genauere Informationen und Erklärungen zu den elektrischen Eigenschaften von Wasser und Eis findet man in den beiden Büchern [14] und [15].

4.3 Relative Permittivität von Wasser und Eis

Wie in Kapitel 3.1 erklärt wurde, ist die relative Permittivität ϵ mit der Polarisation P verknüpft über:

$$P = \epsilon_0 \chi E_{Diel} = \epsilon_0 \cdot (\epsilon - 1) \cdot E_{Diel} = N\alpha E_{Diel} \tag{4.3.1}$$

Um ϵ eines Materials berechnen zu können, muss ein Modell dessen erstellt und die unterschiedlichen Beiträge der Ladungsträger zur Polarisation berücksichtigt werden. Bei Wasser und Eis sind hauptsächlich die folgenden zwei Beiträge zur Polarisation zu berücksichtigen:

- **elektronische Polarisation** P_{el}
  Elektronen schwingen gegen die positiven Atomrümpfe → induzierte Dipole

- **Orientierungspolarisation** P_{or}
  Permanente Dipole werden im Wechselfeld umorientiert und schwingen.
  Meist besitzen asymmetrische Moleküle permanente Dipole.

Da in Wasser und Eis immer auch Ionen gelöst sind, wird eine geringe ionische Polarisation auftreten. Diese ist jedoch im Vergleich zu den anderen beiden Anteilen vorerst vernachlässigbar. Um die elektronische Polarisation zu beschreiben, wird meist das Lorentz-Modell verwendet. Berücksichtigt man zusätzlich noch die Orientierungspolarisation, liefert das Debye-Modell – gerade für Wasser und Eis – gute Ergebnisse.

4.3.1 Elektronische Polarisation P_{el} – Lorentz-Modell

Die folgende Herleitung sowie die Formeln entstammen zum größten Teil aus [12, *Kapitel* 15].

Wird ein neutrales Atom ohne permanenten Dipolmoment in ein elektrisches Feld gebracht, wirken auf die Elektronen und den Atomkern entgegengesetzte Kräfte, sodass ein induzierter Dipol entsteht. Die Elektronen werden in diesem Modell als klassische, gedämpfte Oszillatoren, die gegen die positiven Atomrümpfe schwingen, beschrieben.
Für die folgende Herleitung wird berücksichtigt, dass ein Oszillator nicht das makroskopische Feld E_{Diel} wahrnimmt, sondern das lokale Feld:

$$E_{lok} = E_{Diel} + \frac{P}{3\epsilon_0} = \left(1 + \frac{\chi}{3}\right) E_{Diel} \tag{4.3.2}$$

Daraus ergibt sich für den Zusammenhang zwischen der relativen Permittivität ϵ, der Suszeptibilität χ und der Polarisierbarkeit α:

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{N \cdot \alpha}{\epsilon_0 - N \cdot \alpha/3} \ . \tag{4.3.3}$$

Die Oszillatoren werden mithilfe der klassischen Schwingungsgleichung beschrieben:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + {\omega_0}^2 x = -\frac{e}{m}E^0_{lok} \cdot e^{-j\omega t} \tag{4.3.4}$$

$\gamma = \frac{b}{m}$...Dämpfungskonstante

b...Proportionalitätsfaktor der viskosen Reibung/Dämpfungskraft $F_R = -b\frac{dx}{dt}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$...Eigenfrequenz

D...Federkonstante

m...Masse des Oszillators

Mit dem Lösungsansatz: $x = x_0 \cdot e^{-j\omega t}$ ergibt sich:

$$x_0(\omega) = -\frac{e}{m} \cdot \frac{E^0_{lok}}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - j\gamma\omega} \tag{4.3.5}$$

Aus $P = -eN \cdot x = \alpha(\omega) N E^0_{lok}$ ergibt sich dann für die elektronische Polarisierbarkeit α_{el}:

$$\alpha_{el}(\omega) = \frac{e^2}{m} \cdot \frac{1}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - j\gamma\omega} \tag{4.3.6}$$

Glg. (4.3.3) ergibt damit:

$$\underline{\epsilon}_{el}(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - j\gamma\omega - Ne^2/(3\epsilon_0 m)} \tag{4.3.7}$$

Vergleicht man die Ergebnisse der Herleitung in verschiedenen Literaturwerken, muss man feststellen, dass die Vorzeichen bei $\pm j\gamma\omega$ oft variieren. Das folgt aus der unterschiedlichen Wahl des Vorzeichens im Exponenten bei $E = E_0 \cdot e^{\pm j\omega t}$ und bei $x = x_0 \cdot e^{\pm j\omega t}$. Für die reelle Lösung ist es aber irrelevant.

Mit der Definition $\omega_1 := \sqrt{{\omega_0}^2 - \frac{Ne^2}{3\epsilon_0 m}}$ ergibt sich:

$$\boxed{\underline{\epsilon}_{el}(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{{\omega_1}^2 - \omega^2 - j\gamma\omega}} \tag{4.3.8}$$

Man sieht, dass sich bei Berücksichtigung des lokalen Feldes $E_{lok} = E_{Diel} + \frac{P}{3\epsilon_0}$ eine zu ω_0 verschobene Resonanzfrequenz ω_1 ergibt.

In einem realen Medium gibt es nicht nur eine Resonanzfrequenz, sondern viele. Sie sind abhängig von der quantenmechanischen Struktur, wie z.B. von den verschiedenen Elektronen-Bändern in Festkörpern. Die relative Permittivität würde sich dann, als Summe der verschiedenen Oszillatoren mit unterschiedlichen Resonanzen, zusammensetzen. Genauso müsste man etwaige freie Elektronen ($\omega_0 = 0$) zusätzlich zu den gebundenen Elektronen berücksichtigen. Daraus ergibt sich eine erhöhte Leitfähigkeit, wie im nächsten Kapitel gezeigt wird.

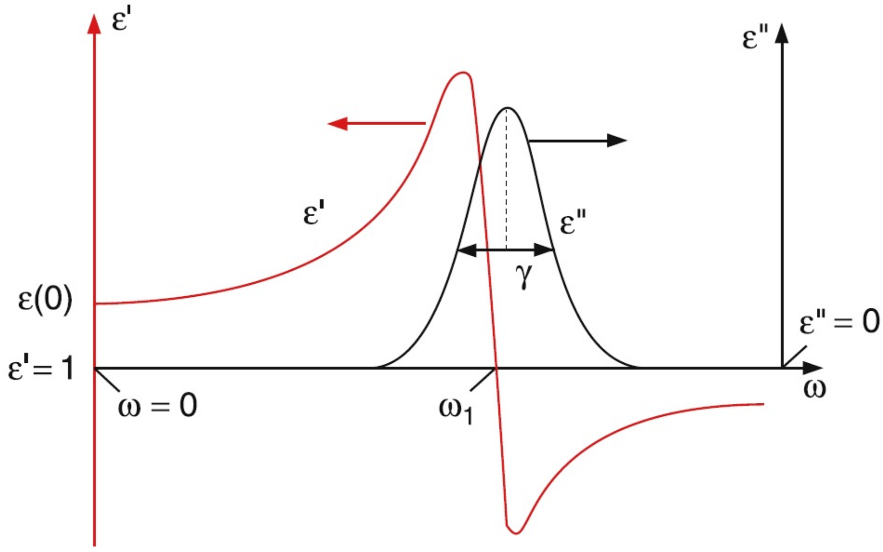


***Abb. 4.5*: Realteil ϵ' und Imaginärteil ϵ'' der relativen Permittivität**
nach Glg. (4.3.8) aufgrund der elektronischen Polarisation[5]

Freie Elektronen - Leiter

Betrachtet man jetzt nicht das lokale Feld E_{lok} sondern nur E_{Diel}, ergibt sich die bekannte Relation: $\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{N \cdot \alpha}{\epsilon_0}$
Man erhält dann mit selbigen Rechenschritten wie oben:

$$\underline{\epsilon}_{el}(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - j\gamma\omega} \tag{4.3.9}$$

Glg. (4.3.9) entspricht bis auf $\omega_1 \to \omega_0$ der Glg. (4.3.8).

Sind die Elektronen frei beweglich, wie es annähernd bei Metallen der Fall ist, muss man die Federkonstante $D = 0$ setzen, was $\omega_0 = 0$ ergibt.

Das führt zur relativen Permittivität:

$$\underline{\epsilon}_{el}(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega^2 + j\gamma\omega} \tag{4.3.10}$$

[5]**Wolfgang Demtröder**
Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper
Springer, 3.Auflage 2005 Abb. 15.8

Führt man die komplexe frequenzabhängige elektrische Leitfähigkeit $\underline{\sigma}_{el}(\omega) = \frac{Ne^2}{m} \cdot \frac{\tau}{1-j\omega\tau}$ ein, ergibt sich aus Glg. (4.3.10):

$$\underline{\epsilon}(\omega) = 1 + j\frac{\underline{\sigma}_{el}(\omega)}{\epsilon_0\omega} \tag{4.3.11}$$

Dabei beschreibt $\tau = \frac{1}{\gamma}$ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen, da die Dämpfungskonstante γ durch die Stöße der freien Leitungselektronen bestimmt ist.

Bei Gleichstrom ($\omega = 0$) ergibt sich $\sigma_{el} = \frac{Ne^2\tau}{m}$, was der allgemein bekannten elektrischen Leitfähigkeit, wie man in [11] anhand von Glg. (2.6b) sehen kann, entspricht. Diese Herleitung ist auch unter dem Namen Drude-Modell bekannt.

Im Allgemeinen sind gebundene ($\omega_0 \neq 0$) sowie freie Elektronen ($\omega_0 = 0$) in Leitern vorhanden und man muss beide Anteile berücksichtigen. Es ergibt sich dadurch eine komplexe relative Permittivität die sowohl die Leitfähigkeit als auch die kapazitive Eigenschaft (Polarisation) des Materials beschreibt. Setzt man z.B. den komplexen Ausdruck (4.3.11) oder (4.3.8) – je nachdem ob man das lokale Feld E_{lok} oder das Feld E_{Die} betrachtet – der relativen Permittivität in die Kapazität C der komplexen Impedanz eines Kondensators $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ ein, so ergibt sich ein Realteil $Re(\underline{Z}_C) \neq 0$ für $\underline{Z}_C$. Dieser entspricht einem Ohmschen Widerstand und der Imaginärteil $Img(\underline{Z}_C)$ der kapazitiven Eigenschaft. Ein rein reelles ϵ gibt gerade einen idealen Kondensator mit einem Isolator als Dielektrikum wieder. Ein Imaginärteil ϵ'' wirkt sich aufgrund von $Re(\underline{Z}_C) \neq 0$ als Leitfähigkeit des Dielektrikums aus, da die Polarisation P dann nicht mehr in Phase mit dem Feld E_{Diel} schwingt. Es ergibt sich für einen solchen realen Kondensator in einem Wechselstromkreis mit $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ eine Phasenverschiebung $\varphi \neq -\frac{\pi}{2}$ und somit kein ideales Kondensatorverhalten mehr. Der Imaginärteil ϵ'' kann daher als Leitungsanteil interpretiert werden. Aus diesem Grund ist ϵ'' auch für die Absorption von elektromagnetischen Wellen (komplexer Brechungsindex) bzw. die elektrischen Verluste verantwortlich. In Abb. 4.5 sieht man den Real- und Imaginärteil von $\underline{\epsilon}(\omega)$ in der Umgebung einer Resonanz. Der Realteil $\epsilon'(\omega)$ wird für $\omega > \omega_1$ kleiner als 1 und kann für genügend große Teilchendichten N auch negativ werden. Allerdings haben reale Materialien abhängig von deren atomaren Struktur nicht nur eine, sondern viele Resonanzfrequenzen. Die relative Permittivität ergibt sich dann aus der Überlagerung der einzelnen Frequenzkurven für die jeweilige Resonanzfrequenz (Abb. 4.5). Aus diesem Grund muss $\epsilon'(\omega)$ für $\omega > \omega_1$ nicht kleiner 1 werden, wie man in Abb. 4.9 für ϵ_∞ sehen kann. Der Imaginärteil $\epsilon''(\omega)$ tritt nur in der Umgebung der Resonanzfrequenz auf, wo sich auch der Realteil $\epsilon'(\omega)$ stark ändert (siehe Abb. 4.5). Befindet sich die Messfrequenz nicht in der unmittelbaren Umgebung der Resonanzfrequenz ω_1, kann die elektronische relative Permittivität annähernd reell und konstant angenommen werden. Daher erhält man bei hohen bzw. niedrigen Frequenzen abseits der Resonanz die reell und konstant angenommene relative Permittivität ϵ_∞ bzw. ϵ_s. Der elektronische Anteil an der relativen Permittivität ist im Vergleich zum Anteil der Orientierungspolarisation auch noch bei hohen Frequenzen wirksam.

Ein Dielektrikum ist genau genommen weder ein reiner Isolatoren noch ein idealer Leiter, sondern zwischen diesen idealisierten Begriffen angesiedelt. Je nachdem wie gut das gewählte Modell für das jeweilige Dielektrikum mit der Realität übereinstimmt, erhält man einen adäquaten Ausdruck für die relative Permittivität und die elektrische Leitfähigkeit.

In [11, *Kapitel* 8] und [10, *Kapitel* 31] findet man alternative Herleitungen der relativen Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega)$.

4.3.2 Orientierungspolarisation – Debye-Modell

Die folgende Herleitung sowie die Formeln entstammen zum größten Teil aus [3] und [15].

Das Debye-Modell eignet sich sehr gut um zusätzlich zur elektronischen Polarisation die Orientierungspolarisation in Wasser und Eis zu beschreiben. Dieser zusätzliche Beitrag zur Polarisation und folglich zur relativen Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega)$ wird durch permanente Dipole hervorgerufen und ist gerade bei niedrigen Frequenzen dominant. Aufgrund der Asymmetrie der H_2O-Moleküle (siehe Kapitel 4.1) besitzen diese ein permanentes Dipolmoment. In einem elektrischen Feld richten sich die Dipole gegen das Feld aus und schwächen es ab. Dies geschieht sowohl in Eis als auch in Wasser. Es ergeben sich jedoch aufgrund der unterschiedlichen Struktur und der unterschiedlichen Bindungskräfte zwischen den Molekülen auch unterschiedliche Polarisationen und somit relative Permittivitäten. Das ist auch intuitiv klar, da sich die Dipole aufgrund der geringeren Bindungskräfte in Wasser viel schneller (um-)orientieren können als in Eiskristallen. Makroskopisch sind die permanenten Dipole aufgrund der unkorrelierten thermischen Bewegung ohne äußeres E-Feld nicht messbar.

Die elektronische Polarisation P_{el} ist im Vergleich zur Orientierungspolarisation P_{or} auch noch bei hohen Frequenzen wirksam, was mit der makroskopischen Relaxationszeit τ (entspricht nicht dem τ welches die 'mittlere Zeit zwischen 2 Stößen' angibt) zusammenhängt. Elektronen sind viel leichter als Moleküle und können auch bei hohen Frequenzen dem äußeren Feld noch folgen, sodass dann nur mehr die elektronische Polarisation wirksam ist. Die relative Permittivität hängt bei hohen Frequenzen rein von dem elektronischen Anteil P_{el} ab und entspricht der reellen Konstante ϵ_∞. Es ergibt sich daher folgender Zusammenhang:

$$P_{el} = \epsilon_0 \cdot (\epsilon_\infty - 1) \cdot E_{Diel} \tag{4.3.12}$$

Hingegen tragen im statischen Fall ($\omega = 0$) sowohl die Orientierungspolarisation, wie auch die elektronische Polarisation zur Gesamtpolarisation bei und die statische relative Permittivität wird mit ϵ_s bezeichnet. Es ergibt sich daraus:

$$P_{stat} = \epsilon_0 \cdot (\epsilon_s - 1) \cdot E_{Diel} \tag{4.3.13}$$

Allgemein gilt für Wasser und Eis:

$$P = P_{el} + P_{or} \tag{4.3.14}$$

Debye geht bei seinem Modell davon aus, dass die Polarisation $P(t) = P_{el} + P_{or}(t)$, welche sich aufgrund eines sich ändernden E-Feldes auch mit der Zeit ändert, durch folgende Differentialgleichung beschrieben wird:

$$\frac{dP_{or}(t)}{dt} = \frac{P_{stat} - P(t)}{\tau} = \frac{P_{stat} - P_{el} - P_{or}(t)}{\tau} \tag{4.3.15}$$

Die Relaxationszeit τ gibt an, wie schnell sich die Polarisation mit der Zeit ändert. Sie hängt von den bewegten Massen und den Rückstellkräften (Bindungskräften) ab. Die Differentialgleichung (4.3.15) entspricht einem beschränkten Wachstum und hat für $(P_{stat} - P_{el}) > P_{or}$ die allgemeine Lösung:

$$P_{or}(t) = (P_{stat} - P_{el}) - ((P_{stat} - P_{el}) - P(0)) \cdot e^{-t/\tau} \tag{4.3.16}$$

Würde bei $t = 0$ das äußere Feld plötzlich eingeschaltet und dann konstant gehalten werden (Sprungfunktion), würde die Antwort der Polarisation wie folgt aussehen:
Mit der Randbedingung $P(0) = 0$, also beim Einschalten des äußeren Feldes, ergibt sich die gegen die Schranke $(P_{stat} - P_{el})$ strebende Orientierungspolarisation:

$$P_{or}(t) = (P_{stat} - P_{el}) \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \ . \tag{4.3.17}$$

Schaltet man bei erreichter Polarisation $P_{or} = P(0) = (P_{stat} - P_{el})$ das Feld ab, sinkt die Orientierungspolarisation exponentiell bis zur Schranke $P_{or}(\infty) = 0$ ab:

$$P_{or}(t) = (P_{stat} - P_{el}) \cdot e^{-t/\tau} \tag{4.3.18}$$

Betrachtet man jetzt das Dielektrikum (permanente Dipole) in keinem konstanten äußeren Feld, sondern in einem sinusförmigen Wechselfeld $\underline{E}_{Diel}(t) = E_0 \cdot e^{j\omega t}$, muss man in Glg. (4.3.15) für P_{stat} und P_{el} die zeitabhängigen Ausdrücke (4.3.13) und (4.3.12) einsetzen. Dies führt zu folgender Differentialgleichung:

$$\frac{d\underline{P}_{or}(t)}{dt} = \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{\tau} E_0 e^{j\omega t} - \frac{\underline{P}_{or}(t)}{\tau} \ , \tag{4.3.19}$$

deren Lösung:

$$\underline{P}_{or}(t) = \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau} \underline{E}_{Diel}(t) \tag{4.3.20}$$

ist.

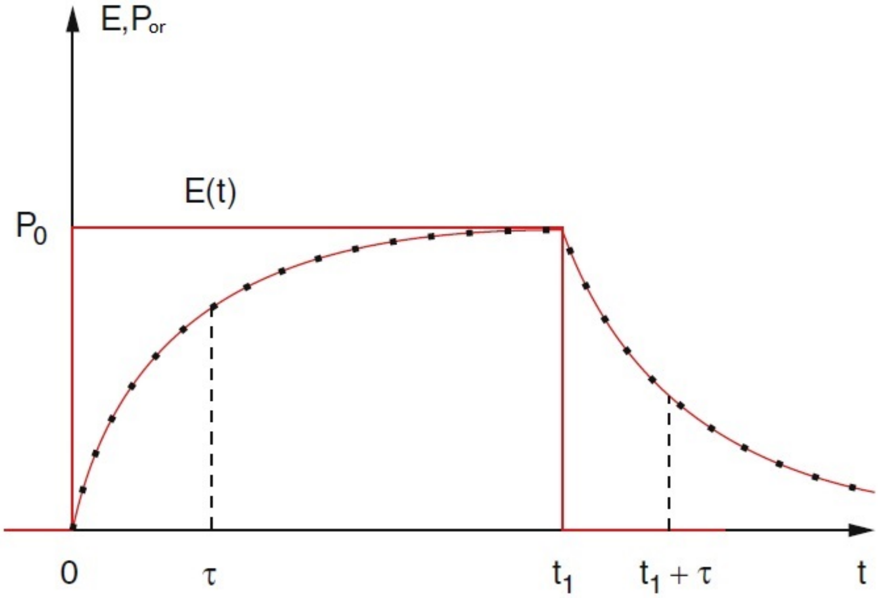


***Abb. 4.6*: Zeitlicher Verlauf der Orientierungspolarisation** *nach dem plötzlichen Ein- und Ausschalten eines E-Feldes*[6]

Mit $P(t) = P_{el}(t) + P_{or}(t)$ ergibt sich dann:

$$\underline{P}(t) = \epsilon_0(\epsilon_\infty - 1)\underline{E}_{Diel}(t) + \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau}\underline{E}_{Diel}(t) \tag{4.3.21}$$

$$\underline{P}(t) = \epsilon_0\left(\epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} - 1\right)\underline{E}_{Diel}(t) \tag{4.3.22}$$

Da $P = \epsilon_0\chi E_{Diel}$ und $\epsilon = 1+\chi$ gilt, erhält man für die frequenzabhängige komplexe relative Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega)$ in einem sinusförmigen Wechselfeld:

$$\boxed{\underline{\epsilon}(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} := \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega)} \tag{4.3.23}$$

Erweitern mit dem komplex konjugierten Nenner $1 - j\omega\tau$, liefert den Realteil $\epsilon'(\omega)$:

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{4.3.24}$$

und den Imaginärteil $\epsilon''(\omega)$:

$$\epsilon''(\omega) = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{4.3.25}$$

[6]**Wolfgang Demtröder**
Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper
Springer, 3.Auflage 2005 Abb.15.6

In Abb. 4.8 ist der Real- und Imaginärteil der relativen Permittivität von Wasser und Eis grafisch dargestellt. Der Imaginärteil $\epsilon''(\omega)$ ist – wie schon zuvor bei der elektronischen Polarisation – nur in der Umgebung einer charakteristischen Frequenz (Resonanzfrequenz) deutlich von Null verschieden. Die Resonanzfrequenz ω_R ist die Kreisfrequenz bei der $\epsilon''(\omega)$ maximal wird. Mithilfe einer einfachen Rechnung zeigt sich, dass $\omega_R = \frac{1}{\tau}$ ist und $\epsilon'(\omega)$ bei dieser Frequenz seinen Wendepunkt hat. Ist die Kreisfrequenz ω weit genug von $\omega_R = \frac{1}{\tau}$ entfernt, kann die relative Permittivität näherungsweise als reelle Konstante $\epsilon \approx \epsilon_s$ für $\omega << \frac{1}{\tau}$ oder $\epsilon \approx \epsilon_\infty$ für $\omega >> \frac{1}{\tau}$ angenommen werden. Dies ist aus Abb. 4.8 gut nachzuvollziehen.

In der Herleitung (Debye'sches Modell) der komplexen relativen Permittivität (Glg. (4.3.23)) wurde die elektronische Polarisation sowie die Orientierungspolariation berücksichtigt. Im niedrigen Frequenzbereich tragen beide Anteile zur relativen Permittivität bei, was durch die Konstante ϵ_s beschrieben wird. Bei hohen Frequenzen trägt nur mehr der elektronische Anteil bei, was durch die Konstante ϵ_∞ beschrieben wird.

Die relative Permittivität ist neben der Frequenz auch noch von der Temperatur abhängig, wobei an dieser Stelle kein expliziter Ausdruck für den Temperaturverlauf angegeben wird. Für Wasser und Eis findet man in der Literatur folgende bekannte Werte für τ, ϵ_s und ϵ_∞:

<u>Wasser:</u>

- $\tau \approx 10ps$, $\epsilon_s \approx 80$ und $\epsilon_\infty \approx 6$ (bei $20°C$) [4]

- $\tau \approx 10ps$, $\epsilon_s \approx 88$ und $\epsilon_\infty \approx 4$ (bei $0°C$) [4]

<u>Eis:</u>

- $\tau \approx 10^{-4}s$, $\epsilon_s \approx 100$ und $\epsilon_\infty \approx 3{,}2$ (bei ca. $-20°C$) [14], [15]

Die beiden Werte τ und ϵ_s von Eis hängen wiederum von der Temperatur ab, wie man in Abb. 4.7 sehen kann. Die Temperaturabhängigkeit wird in [8, *Kapitel* 3.1.1] genauer beschrieben.

Die schematische Abb. 4.9 zeigt die Frequenzabhängigkeit des Realteiles einer relativen Permittivität eines paraelektrischen Kristalles aussehen kann.

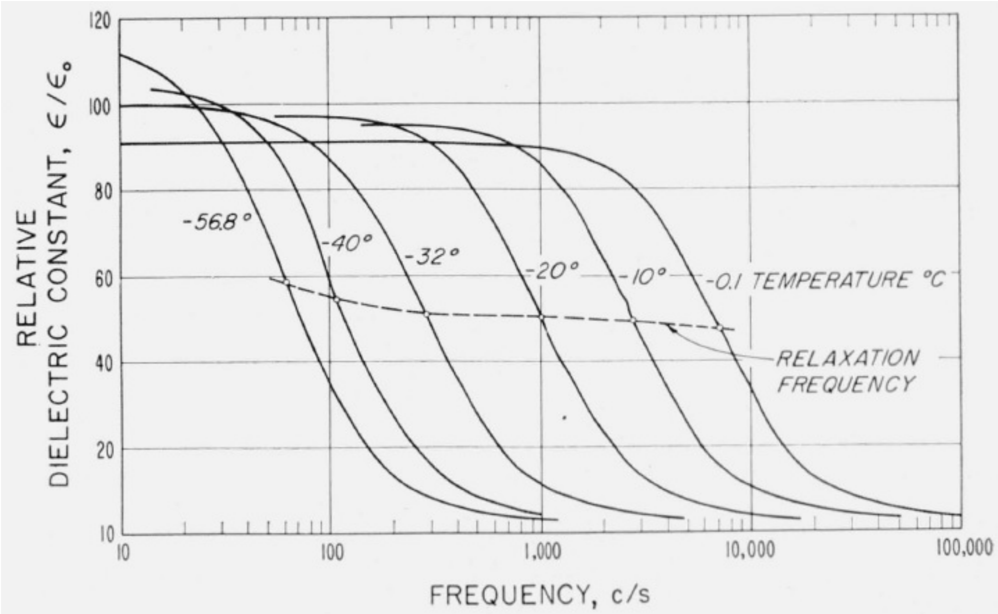


***Abb. 4.7*: Temperaturabhängigkeit** *von* $\underline{\epsilon}_{Eis}(\omega)$ [7]

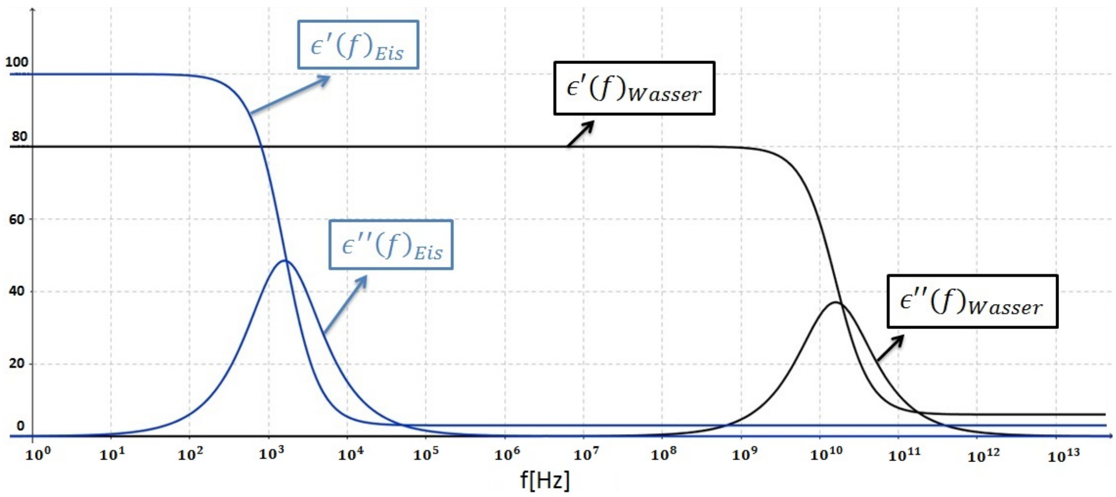


***Abb. 4.8*: Frequenzabhängigkeit** *des Real- und Imaginärteiles der relativen Permittivität* $\underline{\epsilon}_{Wasser/Eis}(\omega) = \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega)$ *mit* $\tau_{Eis} = 10^{-4}s$, $\epsilon_{s_{Eis}} = 100$, $\epsilon_{\infty_{Eis}} = 3$ *und* $\tau_{Wasser} = 10ps$, $\epsilon_{s_{Wasser}} = 80$, $\epsilon_{\infty_{Wasser}} = 6$

[7] **A . D. Watt and E. L. Maxwell**
Measured Electrical Properties of Snow and Glacial Ic
JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards- D. Radio Propagation Vol. 64D, No. 4, July- August 1960, published January 22, 1960)

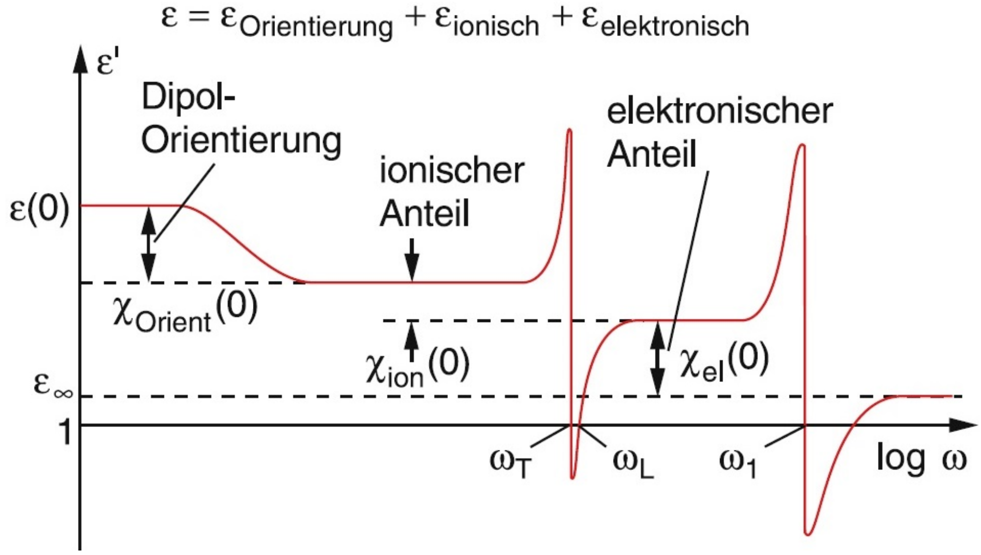


Abb. 4.9: **Schematische Frequenzabhängigkeit** *des Realteiles $\epsilon'(\omega)$ eines paraelektrischen Kristalles*[8]

4.4 Elektrische Leitfähigkeit von Wasser und Eis

Aufgrund der Protonen-Defekte in Wasser und Eis ergibt sich einerseits die schon behandelte Orientierungspolarisation und andererseits auch eine elektrische Leitfähigkeit, da sich die Protonen und damit die einhergehenden Protonen-Defekte bewegen. Der Stromfluss in Wasser und Eis ist ausschließlich durch Protonen bestimmt (Protonenleiter). Die Elektronen tragen zum Strom nicht bei, sodass der Anteil der freien Elektronen in Kapitel 4.3.1 wegfällt ($\sigma_{el} = 0$). Die Polarisation $P = P_{el} + P_{or}$ wird, wie in Kapitel 4.2 und 4.3 nachzulesen ist, neben dem elektronischen Anteil P_{el} durch Protonen-Defekte und somit durch P_{or} verursacht. Die Stromdichte $J_{pol} = dI/dA$ und die Polarisation P_{or} können daher, wie in [15, *chapter* 4.2 *Glg.*(4.9)] nachzulesen ist, über folgende Beziehung in Verbindung gebracht werden:

$$J_{pol} = \sigma_{pol} E_{Diel} = \frac{dP_{or}}{dt} \tag{4.4.1}$$

Mit:

$$\underline{P}_{or}(t) = \epsilon_0 \underline{\chi}_{or}(\omega) \underline{E}_{Diel}(t) = \epsilon_0 \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau} E_0 e^{j\omega t} \tag{4.4.2}$$

[8]**Wolfgang Demtröder**
Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper
Springer, 3.Auflage 2005 Abb. 15.16

aus Glg. (4.3.20) ergibt sich für J_{pol}:

$$\underline{J}_{pol}(t) = j\omega \cdot \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau} E_0 e^{j\omega t} = j\omega \cdot \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau} \underline{E}_{Diel}(t) \tag{4.4.3}$$

Für $\underline{\sigma}_{pol}(\omega)$ folgt dann:

$$\underline{\sigma}_{pol}(\omega) = \frac{\underline{J}_{pol}(t)}{\underline{E}_{Diel}(t)} = j\omega \cdot \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau} \quad [\Omega^{-1} m^{-1}] \tag{4.4.4}$$

$$\underline{\sigma}_{pol}(\omega) = \sigma'(\omega) + j\sigma''(\omega) = \frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)\omega^2\tau}{1 + \omega^2\tau^2} + j\frac{\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)\omega}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{4.4.5}$$

Man muss jetzt noch zusätzlich zu der durch die Änderung der Polarisation hervorgerufenen Leitfähigkeit $\underline{\sigma}_{pol}(\omega)$ eine statische Leitfähigkeit σ_s addieren. Der Grund ist, dass Wasser und Eis auch bei konstanter Spannung eine elektrische Leitfähigkeit aufweisen. Mit der Definition $\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty) := (\sigma_\infty - \sigma_s) \cdot \tau$ erhält man nach [15, *Glg.*(4.12)]:

$$\sigma'(\omega) = \sigma_s + \frac{(\sigma_\infty - \sigma_s)\omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{4.4.6}$$

$$\sigma''(\omega) = \frac{(\sigma_\infty - \sigma_s)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{4.4.7}$$

Wobei σ_s wieder die statische elektrische Leitfähigkeit bei $\omega = 0$ und σ_∞ die elektrische Leitfähigkeit bei hohen Frequenzen beschreibt.

Wie auch schon zuvor bei der relativen Permittivität, kann man anhand von Abb. 4.10 erkennen, dass der Imaginärteil $\sigma''(\omega)$ nur in der Nähe der Resonanz(kreis)-frequenz $\omega_R = \frac{1}{\tau}$, die mit jener der relativen Permittivität übereinstimmt, deutlich von Null abweicht. Der Realteil $\sigma'(\omega)$ hat aber nicht wie $\epsilon'(\omega)$ seinen Wendepunkte genau bei dieser Resonanzfrequenz, sondern leicht verschoben bei $\frac{1}{\sqrt{3}\tau}$. Dennoch gilt wiederum, dass abseits dieser Resonanzfrequenz die elektrische Leitfähigkeit näherungsweise einer reelle Konstante $\sigma \approx \sigma_s$ für $\omega << \frac{1}{\tau}$ und $\sigma \approx \sigma_\infty$ für $\omega >> \frac{1}{\tau}$ entspricht.
Die elektrische Leitfähigkeit von Wasser und Eis ist in Abb. 4.11 und Abb. 4.12 mit der vereinfachten, nicht der Realität entsprechenden Annahme $\sigma_s = 0$ und mit:

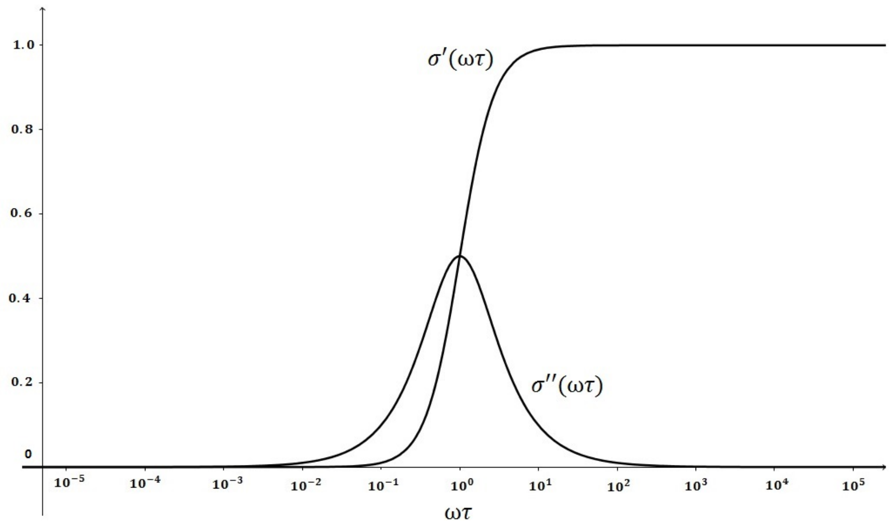


Abb. 4.10: **Frequenzabhängigkeit** *des Real- und Imaginärteiles der Leitfähigkeit* $\underline{\sigma}(\omega) = \sigma'(\omega) + j\sigma''(\omega)$ *mit* $\sigma_s = 0$ *und* $\sigma_\infty = 1$

- $(\sigma_{\infty_{Wasser}} - \sigma_{s_{Wasser}}) \cdot \tau_{Wasser} := \epsilon_0 \cdot (\epsilon_{s_{Wasser}} - \epsilon_{\infty_{Wasser}}) = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 74$
  wobei: $\tau_{Wasser} = 10^{-11} s$
- $(\sigma_{\infty_{Eis}} - \sigma_{s_{Eis}}) \cdot \tau_{Eis} := \epsilon_0 \cdot (\epsilon_{s_{Eis}} - \epsilon_{\infty Eis}) = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 97$
  wobei: $\tau_{Eis} = 10^{-4} s$

grafisch dargestellt.

Die hier gezeigte Herleitung der elektrischen Leitfähigkeit und insbesondere die Definition $\epsilon_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty) := (\sigma_\infty - \sigma_s) \cdot \tau$, scheinen ein wenig aus der Luft gegriffen zu sein. Es gibt eine viel ausführlichere Herleitung der elektrischen Leitfähigkeit und der relativen Permittivität von *Jaccard* (1959, 1964) → Jaccard's Modell. Es wird im Report von *Victor F. Petrenko* [13] sowie in [15, *chapter* 4.5] ausführlich beschrieben. Jaccard kommt auf die selben Ausdrücke für $\underline{\sigma}(\omega)$ und $\underline{\epsilon}(\omega)$ wie die oben hergeleiteten. In diesem Model von Jaccard werden die makroskopischen Parameter näher beschrieben und deren mikroskopische Ursache erläutert. Eine gute Zusammenfassung der Ergebnisse von Jaccard findet man in [15, *chapter* 4.8].

Verunreinigungen:

Die oben hergeleiteten Beziehungen gelten genau genommen nur für reines Wasser und Eis ohne Verunreinigungen. In der Realität sind solche Verunreinigungen aber vorhanden und erhöhen z.B. die Ionenkonzentration und daher die Defekte – ähnlich wie bei Halbleitern. Es ändern sich dadurch die elektrische Leitfähigkeit und die relative Permittivität. Hier wird aber nicht weiter darauf eingegangen, da es den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde. Die elektrische Leitfähigkeit hängt sehr stark vom Verunreinigungsgrad ab und es macht daher keinen Sinn konkrete Werte für $\sigma_{s_{Wasser}}$, $\sigma_{\infty_{Wasser}}$, $\sigma_{s_{Eis}}$ und $\sigma_{\infty_{Eis}}$ ohne den jeweiligen Ionen-

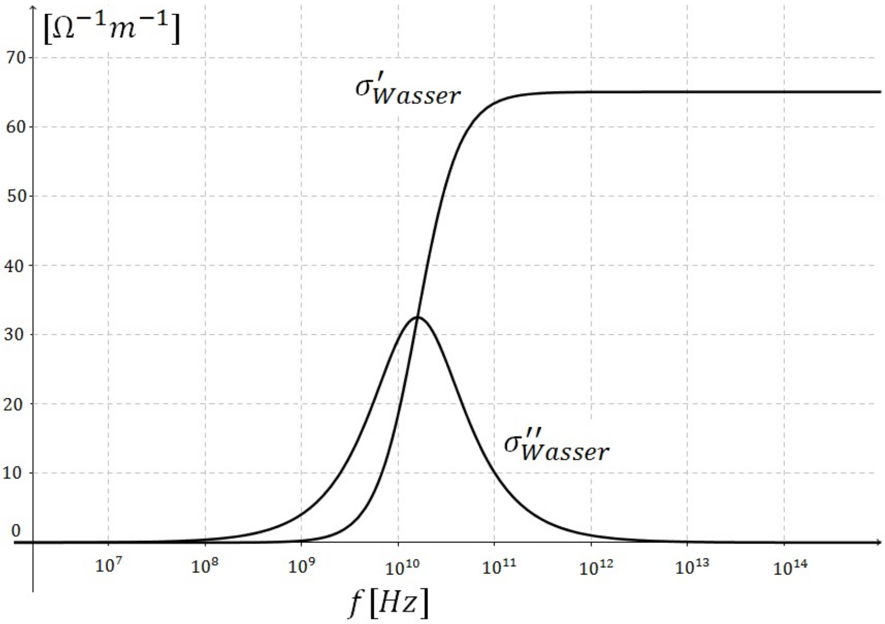


Abb. 4.11: **Frequenzabhängigkeit** *des Real- und Imaginärteiles der elektrischen Leitfähigkeit* $\underline{\sigma}(\omega) = \sigma'(\omega) + j\sigma''(\omega)$ *von Wasser mit* $\sigma_s = 0$, $(\sigma_{\infty_{Wasser}} - \sigma_{s_{Wasser}}) \cdot \tau_{Wasser} = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 74$ *und* $\tau_{Wasser} = 10^{-11}s$

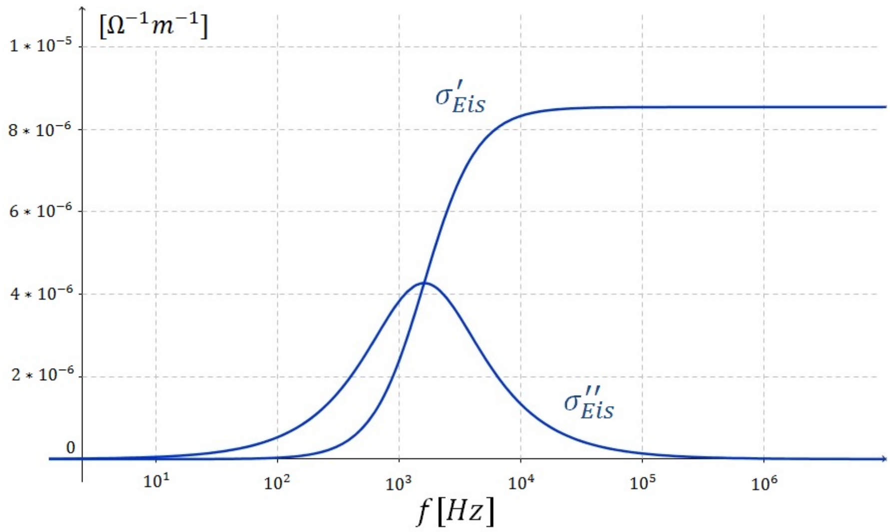


Abb. 4.12: **Frequenzabhängigkeit** *des Real- und Imaginärteiles der Leitfähigkeit* $\underline{\sigma}(\omega) = \sigma'(\omega) + j\sigma''(\omega)$ *von Eis mit* $\sigma_s = 0$, $(\sigma_{\infty_{Eis}} - \sigma_{s_{Eis}}) \cdot \tau_{Eis} = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 97$ *und* $\tau_{Eis} = 10^{-4}s$

gehalt anzugeben (siehe z.B. Abb. 4.13). Weitere Informationen dazu findet man in [14] und [15]. Wie man an den später durchgeführte Messungen sehen wird, ist die relative Permittivität bei Leitungswasser, destilliertem Wasser und Regenwasser annähernd gleich (siehe Abb. 6.20). Die elektrische Leitfähigkeiten unterschiedet sich stark, konnte aber nicht immer zufriedenstellend gemessen werden.

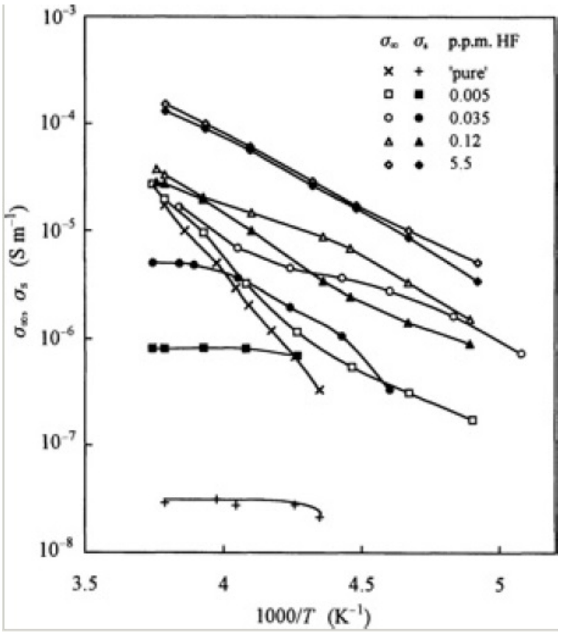


Abb. 4.13: *Temperaturabhängige elektrische Leitfähigkeit von reinem Eis und Eis mit HF (Fluorwasserstoff) Verunreinigung*[9]

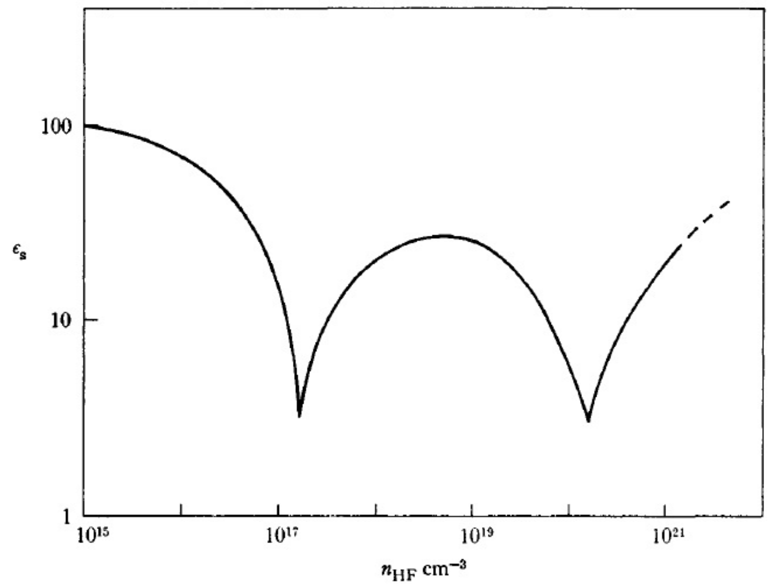


Abb. 4.14: $\epsilon_{s_{Eis}}$ *in Abhängigkeit der HF (Fluorwasserstoff) Konzentration* n_{HF}[10]

[9] **Victor F. Petrenko and Robert W. Whitworth**
Physics of Ice, Oxford University Press, published online January 2010, Fig.5.5

[10] **N. H. Fletcher**
The Chemical Physics of Ice, Camebridge University Press, digitally printed version 2009, Fig.9.7

Die wichtige Frage ist nun, ob $\underline{\epsilon}$ und $\underline{\sigma}$, bei den in dieser Diplomarbeit durchgeführten Messungen, als frequenzunabhängige reelle Konstanten angenommen werden können. Dafür sieht man sich den Frequenzbereich der durchgeführten Messungen an:

- Frequenzbereich der Impedanzmessungen: $f = 1kHz - 16777kHz$ Sinus-Wechselspannung
- Messfrequenz der TDR-Messungen: $2MHz$ Rechteckspannung

<u>Impedanzmessung</u>:

Vergleicht man den Frequenzbereich der Impedanzmessungen: $1kHz - 16{,}777MHz$ mit Abb. 4.8, Abb. 4.11, und Abb. 4.12, so sieht man, dass für die Frequenzabhängigkeit für $\underline{\epsilon}(\omega)$ und $\underline{\sigma}(\omega)$ gilt:

- $f = 1kHz - 100kHz$
  - $\underline{\epsilon}(\omega)_{Wasser} = \epsilon'_{Wasser} = \epsilon_{s_{Wasser}} = 80 - 88$
  - $\underline{\sigma}(\omega)_{Wasser} = \sigma'_{Wasser} = \sigma_{s_{Wasser}}$
  - $\underline{\epsilon}(\omega)_{Eis}$...stark frequenzabhängig und komplex
  - $\underline{\sigma}(\omega)_{Eis}$...stark frequenzabhängig und komplex
- $f = 100kHz - 1MHz$
  - $\underline{\epsilon}(\omega)_{Wasser} = \epsilon'_{Wasser} = \epsilon_{s_{Wasser}} = 80 - 88$
  - $\underline{\sigma}(\omega)_{Wasser} = \sigma'_{Wasser} = \sigma_{s_{Wasser}}$
  - $\underline{\epsilon}(\omega)_{Eis}$...frequenzabhängig und komplex
  - $\underline{\sigma}(\omega)_{Eis} \approx \sigma'_{Eis} \approx \sigma_{\infty_{Eis}}$ (noch kleines $\sigma''_{Eis}(\omega)$ vorhanden)
- $f = 1MHz - 16{,}777MHz$
  - $\underline{\epsilon}(\omega)_{Wasser} = \epsilon'_{Wasser} = \epsilon_{s_{Wasser}} = 80 - 88$
  - $\underline{\sigma}(\omega)_{Wasser} = \sigma'_{Wasser} = \sigma_{s_{Wasser}}$
  - $\underline{\epsilon}(\omega)_{Eis} = \epsilon'_{Eis} = \epsilon_{\infty_{Eis}} \approx 3{,}2$
  - $\underline{\sigma}(\omega)_{Eis} = \sigma'_{Eis} = \sigma_{\infty_{Eis}}$

Genau genommen sind die mit $\underline{\epsilon}(\omega)_x = \epsilon'_x$ und $\underline{\sigma}(\omega)_x = \sigma'_x$ angegebenen relativen Permittivitäten bzw. elektrischen Leitfähigkeiten nicht rein reell, da die jeweiligen $\epsilon''_x(\omega)$ und $\sigma''_x(\omega)$ nicht gänzlich null, sondern nur vernachlässigbar klein werden. Da diese residualen Imaginärteile annähernd vernachlässigt werden können, wird – mathematisch nicht ganz korrekt – das "=" Symbol verwendet.

Die in den obigen Abbildungen abzulesenden Werte stimmen nicht genau mit den für die Frequenzintervalle angegebenen Werte überein, da diese nicht nur von der

Frequenz sondern auch noch von der Temperatur abhängen. Weiters wurde bei den Abbildungen $\epsilon_{s_{Eis}} = 3$ *statt* $\epsilon_{s_{Eis}} \approx 3{,}2$ *verwendet.*

Die relative Permittiviät von Luft weicht nicht sehr stark von der des Vakuums $\epsilon_{Vak} = 1$ ab und wird somit als frequenzunabhängige und reelle Konstante $\epsilon_{Luft} \approx 1$ angenommen.

Die statische Leitfähigkeit für reines Eis wird in [14, *chapter* 9.3] als $\sigma_{s_{Eis}} \approx 10^{-7}\Omega^{-1}m^{-1}$ bei $-10°C$ angegeben. Weiters findet man z.B. folgenden Wert für sehr reines Wasser: $\sigma_s \approx 5{,}5 \cdot 10^{-6}\Omega^{-1}m^{-1}$ bei $20°C$ und für Trinkwasser:
$\sigma_s \approx 5 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-2}\Omega^{-1}m^{-1}$ bei $20°C$ [16].

<u>TDR-Messungen</u>:

Es handelt sich bei den TDR-Messungen nicht um eine, wie bei der obigen Herleitung angenommene Sinus-Wechselspannung, sondern um eine Rechteckspannung. Es gelten daher genau genommen obige Herleitungen nicht. Dennoch werden der Einfachheit halber die hergeleiteten Beziehungen herangezogen. Wie man später sieht, passen die Werte für die relative Permittivität von Eis und Schnee gut mit dem bekannten Wert $\epsilon_{Eis} \approx 3{,}2$ und mit dem aus der Impedanzmessung ermittelten Wert für ϵ_{Schnee} überein. Die elektrische Leitfähigkeit ist bei der TDR-Messung nicht relevant.
Da die TDR-Messfrequenz ohnehin konstante $f = 2MHz$ beträgt, ist keine Frequenzabhängigkeit zu beachten. Es ergeben sich – streng genommen nur für Sinus-Wechselspannungen – die konstanten und reellen Werte:

- $\underline{\epsilon}(2MHz)_{Wasser} = \epsilon'_{Wasser} = \epsilon_{s_{Wasser}} = 80 - 88$
- $\underline{\epsilon}(2MHz)_{Eis} = \epsilon'_{Eis} = \epsilon_{\infty_{Eis}} \approx 3{,}2$

Als Resultat der letzten Kapitel ergibt sich, dass die relative Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega)$ und die elektrische Leitfähigkeit $\underline{\sigma}(\omega)$ von Wasser und Eis im Frequenzbereich von $f = 1MHz - 16{,}777MHz$ annähernd als konstante und reelle Zahlen angenommen werden können.

Wie oben schon erwähnt, ist die elektrische Leitfähigkeit von Wasser und Schnee vom Verunreinigungsgrad bzw. Ionengehalt abhängig und kann daher schwer angegeben werden. Wasser und Schnee mit Verunreinigungen stellen eine Elektrolytlösungen dar und man kann die Leitfähigkeit mithilfe der Konduktometrie bestimmen, wie in [1] beschrieben ist. Die elektrische Leitfähigkeit von reinem Wasser und Eis zu ermitteln ist in der Praxis nicht einfach und die erhaltenen Werte weichen voneinander ab. Dennoch wurden zum Vergleich der Impedanzmessungen simple Leitfähigkeitsmessungen mit Gleichstrom an destilliertem Wasser, Regenwasser und Leitungswasser durchgeführt. Im nächsten Kapitel wird ein kurzer Überblick über die Konduktometrie gegeben.

4.5 Elektrolytische Leitfähigkeit – Konduktometrie

Die folgende Beschreibung entstammt zum Teil aus [1].

Bei der Konduktometrie handelt es sich um eine Messmethode, die den Ionengehalt einer Elektrolytlösung mithilfe der gemessenen elektrischen Leitfähigkeit bestimmt. Die elektrische Leitfähigkeit von Wasser, Eis und Schnee hängt neben der Frequenz und der Temperatur sehr stark vom Verunreinigungsgrad bzw. vom Ionengehalt ab. Dabei wird Wasser und Eis als Elektrolytlösung beschrieben.
Ein Elektrolyt ist ein Stoff, der meist in wässrigen Lösungen in Ionen zerfällt und somit Ladungsträger bereitstellt, wobei oft auch die Lösung als Ganzes als Elektrolyt bezeichnet wird. Ein Elektrolyt kann aber auch in fester Form in Ionen dissoziieren (Festkörperelektrolyte). Schnee befindet sich wahrscheinlich irgendwo zwischen flüssigem und festem Elektrolyt, da er einerseits aus Kristallen und andererseits aus Wasser besteht. Neben den gelösten Ionen stellen Wasser, Eis und Schnee schon von sich aus Ionenleiter – genauer Protonenleiter wie in Kapitel 4.4 erklärt ist – dar. Die zusätzlich durch Dissoziation entstandenen Ionen können bei einer von außen angelegten Spannung zu den Elektroden wandern und es fließt ein Strom. Damit verbunden ist, im Gegensatz zur elektrischen Leitfähigkeit, auch ein Netto-Massentransport zu den Elektroden, wobei die Ionen an den Elektroden neutralisiert werden. Kationen nehmen an der Kathode Elektronen auf und Anionen geben an der Anode Elektronen ab. Das führt zu einem Ladungstransport von Elektronen und zu einem Strom. In einem geschlossenen Stromkreis mit einer Elektrolytlösung findet in dieser der Ladungstransport via Ionen und im äußeren Stromkreis (Leiter) via Elektronen statt. Ähnlich wie bei elektrischen Leitern ergibt sich beim Durchgang der Ionen durch die Elektrolytlösung ein Widerstand durch Stöße und Wechselwirkungen zwischen den Molekülen der Lösung und der Ionen untereinander. Der Elektrolytwiderstand hängt maßgeblich vom Stoff, von der Ionenkonzentration, der Temperatur und den Zellabmessungen (Messzellenaufbau) ab. Ebenso ergibt sich ein Widerstand an den Grenzflächen der Elektroden zur Elektrolytlösung, welcher durch den Ladungs- und Ionentransfer durch die Grenzflächen verursacht wird. Der Widerstand der gesamten Messzelle teilt sich also in den Widerstand der Elektrolytlösung und den der Grenzflächen der Elektroden auf. Wie in der Elektrochemie mithilfe des Modells der Überspannung hergeleitet wird (z.B. beschrieben durch die: Butler-Volmer-Gleichung), ist der Elektrodenwiderstand kein Ohmscher Widerstand, sodass Strom und Spannung nicht durch einen linearen Zusammenhang beschrieben werden können. Die Überspannung ist jene Spannung, die an den Zellwiderständen unter Stromfluss abfällt (=Innenwiderstand der Zelle). Auch wenn der Elektrolytwiderstand ein idealer Ohmscher Widerstand ist, ergibt sich aufgrund des Elektrodenwiderstandes ein von U und I abhängiger Wert für R. Die Gesamtleitfähigkeit σ sowie der gesamte spezifische Zellwiderstand ρ ist abmessungsunabhängig von der Messzelle.

$$G = \frac{1}{R} \tag{4.5.1}$$

G...Leitwert

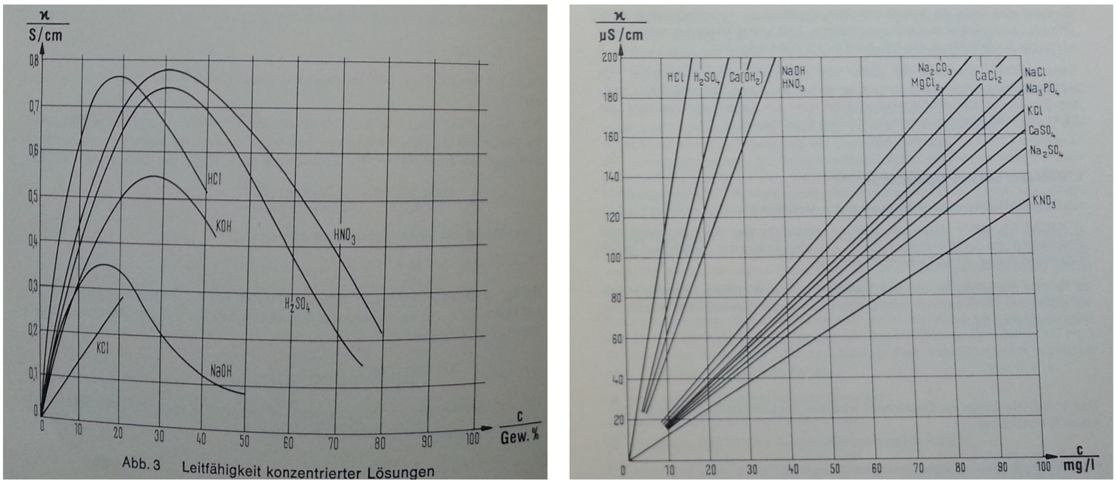
$R = R_{Elektrolyt} + R_{Elektroden}$

$$G = \sigma \cdot \frac{A}{l} \qquad R = \rho \cdot \frac{l}{A} \tag{4.5.2}$$

ρ...spezifischer Widerstand
σ...elektrische Leitfähigkeit

Die elektrische Leitfähigkeit σ nimmt mit steigender Ionenkonzentration zu und kann ab einer gewissen, für den Stoff charakteristischen Konzentration aufgrund interionischer Wechselwirkungen wieder abnehmen, wie in Abb. 4.15 zu sehen ist.

Mit dem Stromfluss geht auch immer eine stoffliche Veränderung in der Lösung und an den Elektroden einher, da sich die Konzentration der Ionen lokal ändert. Auch lagern sich die neutralisierten Ionen an den Elektroden ab, verunreinigen diese und verursachen Polarisationseffekte an den Grenzflächen zwischen Elektroden und Elektrolytlösung. Um solche zeitlich auftretenden asymmetrischen Veränderungen zu unterbinden, verwendet man üblicherweise Wechselspannung. Man kann bei den für diese Arbeit durchgeführten Gleichspannungsmessungen sehr gut erkennen, dass sich der spezifische Widerstand bzw. die elektrische Leitfähigkeit zeitlich ändert.



(a) *konzentrierte Lösung* (b) *verdünnte Lösung*

Abb. 4.15: **Elektrische Leitfähigkeit** *konzentrierter und verdünnter Lösungen* [11]

[11] **K.Rommel**, *Die kleine Leitfähigkeits-Fibel*, Wissenschaftlich-Technische Werkstatten G.M.B.H., 2.Auflage August 1980

Kapitel 5

Theoretische Grundlagen der Impedanzmessung von Wechselstromkreisen

Um Schneearten mithilfe der Impedanzmessung voneinander unterscheiden zu können, ermittelt man die elektrischen Größen ϵ_{Schnee} und σ_{Schnee}, welche von der spezifische Zusammensetzung des Schnees aus Eis, Luft und Wasser abhängen. Diese Mischungsgrößen ϵ_{Schnee} und σ_{Schnee} setzen sich aus den drei Einzelgrößen ϵ_{Wasser}, ϵ_{Eis}, ϵ_{Luft} und σ_{Wasser}, σ_{Eis}, σ_{Schnee} anhand der Mengenverhältnisse und Verteilung von Wasser, Eis und Luft zusammen. Eine genauere Beschreibung der Schneezusammensetzung und die Auswirkung auf die relative Permittivität ϵ_{Schnee} findet man in [8, *Kapitel* 3.4].

<u>Messprinzip:</u>

Unterschiedliche Schneearten besitzen unterschiedliche Anteile an Eis, Wasser und Luft und daher unterschiedliche elektrische Größen $\boldsymbol{\epsilon_{Schnee}}$ und $\boldsymbol{\sigma_{Schnee}}$, welche über Impedanzmessungen bestimmbar sind.

Misst man ϵ_{Schnee} und σ_{Schnee} kann man mit der für diese Arbeit ermittelten Messwerte zwar keine genaue Aussage über die prozentuelle Zusammensetzung des Schnees treffen, aber zumindest grob zwischen verschiedenen Schneearten unterscheiden. Eine Möglichkeit ϵ_{Schnee} und σ_{Schnee} messtechnisch zu ermitteln, ist die Impedanzmessung eines Wechselstromkreises, in welchem sich ein mit Schnee befüllter Kondensator befindet. Dabei wird der Schnee zwischen die Kondensatorplatten eingebracht oder der Kondensator in den Schnee gesteckt, wobei der Schnee als Dielektrikum des verwendeten Kondensators fungiert.

Die meisten für die Impedanzmessung verwendeten Messgeräte, analysieren Wechselstromkreise (R-C-L-Schwingkreise) und erhalten so die komplexe Impedanz $\underline{Z}(\omega) = Re(\underline{Z}(\omega)) + j \cdot Img(\underline{Z}(\omega))$ des Stromkreises und in Folge einer Kabelkompensation die Impedanz der angeschlossenen Last (Kondensator).

Die Impedanzmessung soll ergänzend zur TDR-Messung auch bei *SnowSET* zum Einsatz kommen und wird daher im Folgenden näher untersucht.

Es wurden neben den haupsächlich wichtigen Impedanzmessungen an Schnee, auch Messungen an destilliertem Wasser, Regenwasser, Leitungswasser, Eis und diskreten Bauteilen (Kondensatoren und Widerständen) durchgeführt. Einerseits um zu sehen wie gut die gemessenen Werte mit jenen aus der Literatur und dem Debye-Modell erhaltenen und bekannten Werten für ϵ und σ übereinstimmen und andererseits um mit dem Impedanzmessgerät *Impedance Analyzer 16777k* vertraut zu werden.

Die Leitfähigkeit σ und die relative Permittivität ϵ wird mit steigender Schneefeuchtigkeit größer, sodass der spezifische Widerstand ρ kleiner wird. Das liegt zum einen am erhöhten Wasseranteil und zum anderen am geringeren Lufteinschluss. Die Ionenkonzentration der unterschiedlichen Schneeschichten variiert aufgrund von unterschiedliche Verunreinigung mit hoher Wahrscheinlichkeit auch, wird aber im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Es wird vereinfacht angenommen, dass der spezifische Widerstand und die relative Permittivität nur mit der Schneestruktur korrelieren und der Ionengehalt annähernd gleich ist. Später wird ohnehin festgestellt, dass bei den für diese Arbeit durchgeführten Impedanzmessungen der spezifische Widerstand ρ keine geeignete Messgröße zur Unterscheidung von Schneearten ist. Die relative Permittivität ϵ ist, wie man anhand späterer Messungen sieht, für destilliertes Wasser, Regenwasser und Leitungswasser fast ident und kann daher für Wasser als konzentrationsunabhängig angenommen werden. Die relative Permittivität liefert Informationen über die grobe Schneebeschaffenheit, nicht aber über die genaue Zusammensetzung.

Die Impedanzmessungen an Schnee wurden aufgrund der Jahreszeit im Rahmen von Bergtouren einmal am Schneeberg (Niederösterreich) und einmal am Hohen Sonnblick (Salzburg/Kärnten) durchgeführt.

5.1 Impedance Analyzer 16777k

Für diese Arbeit wurde das Impedanzmessgerät *Sine Phase - Impedance Analyzer 16777k*, Modell: *ZA16777k* der Firma *SinePhase Instruments GmbH* verwendet. [1]

Der *Impedance Analyzer 16777k* wird mit einem *NI LabVIEW*-Programm, das im Lieferumfang enthalten ist via USB angesteuert. Das Messgerät misst den Real- und Imaginärteil der angeschlossenen Impedanz $Re(\underline{Z}_{ges}(f))$ und $Img(\underline{Z}_{ges}(f))$, oder den Real- und Imaginärteil der dazugehörigen Admittanz $Re(\underline{Y}_{ges}(f))$ und $Img(\underline{Y}_{ges}(f))$ bei verschiedenen Frequenzen. Diese Werte können in einem Excelfile (.xls) ausgegeben werden. Aus ihnen lassen sich, wie in folgenden Kapiteln

[1] http://www.impedanceanalyzer.info/

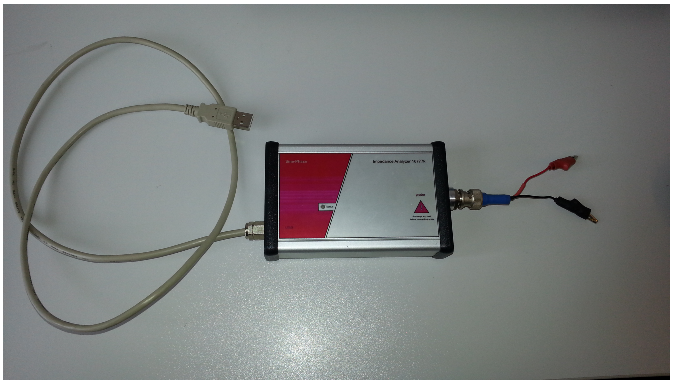


Abb. 5.1: **Impedance Analyzer 16777k** *mit USB Anschlusskabel und BNC-Kroko Messadapter*

beschrieben wird, dann über die Ersatzschaltung eines realen Kondensators R und C und folglich ϵ und σ bzw. ρ berechnen.
Es ist an dieser Stelle sehr wichtig zu erwähnen, dass man nicht nur die gewünschte Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$ (z.B. des Kondensators) misst, sondern die gesamte Impedanz $\underline{Z}_{ges}(f)$, welche sich im einfachsten Fall aus der zu messenden Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$ und der Impedanz der Verbindungskabel $\underline{Z}_c(f)$ ergibt. Um die parasitäre Kabelimpedanz $\underline{Z}_c(f)$ aus der gemessenen Lastimpedanz herauszufiltern, sodass man die gewünschte Impedanz $\underline{Z}(f)$ erhält, erlaubt es das LabVIEW-Programm für den Impedance Analyzer, diskrete Kompensationseinstellungen vorzunehmen. Damit lassen sich anhand eines vereinfachten Modells, die diskret angenommenen Kabelinduktivitäten, Kabelkapazitäten und die Ohmschen Kabelwiderstände kompensieren, sodass nur mehr die zu messende Impedanz auftritt. Erwartungsgemäß sieht man an den späteren Messungen, dass dieses vereinfachte Modell für die Kabelkompensation zu frequenzabhängigen Werten $R(f)$ und $C(f)$ führt und die Kabel nicht vollständig kompensiert werden können.
Weiters kann auch für den Fall, dass nur eine reine Kapazität oder Induktivität gemessen wird, gleich direkt die Kapazität C oder die Induktivität L ausgegeben werden. Der maximale Frequenzbereich in dem gemessen werden kann, erstreckt sich von 1kHz bis 16777kHz.

Alle an den *Impedance Analyzer 16777k* anzuschließenden Bauteile müssen vorher unbedingt entladen werden, ansonsten kann das Messgerät beschädigt werden!

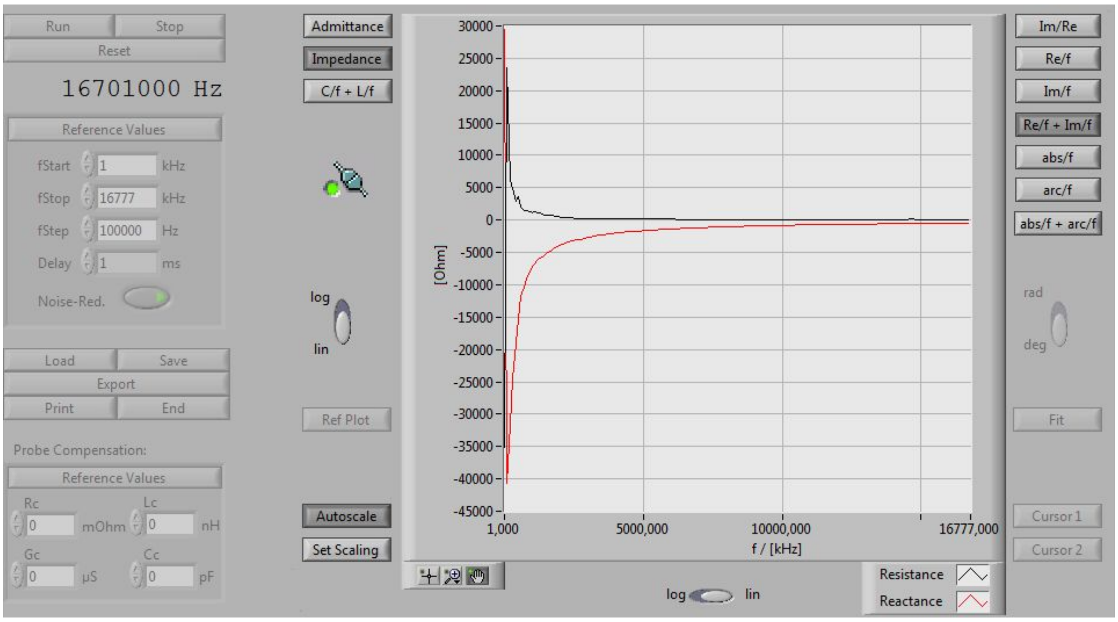


Abb. 5.2: *Benutzeroberfläche des LabVIEW Programmes mit einer Messkurve*

5.2 Messaufbau und Ersatzschaltbilder

Um die relative Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega)$ und die Leitfähigkeit $\underline{\sigma}(\omega)$ von Wasser, Eis oder Schnee zu messen, wurde mit dem *Impedance Analyzer 16777k* die Impedanz von einem Platten- und Zylinderkondensator, mit Wasser, Eis oder Schnee als Dielektrikum, gemessen. Dabei wurde ganz einfach der Zwischenraum der Kondensatorflächen mit dem zu messenden Medium befüllt und die Platten mit Verbindungskabeln an den *Impedance Analyzer 16777k* angeschlossen.

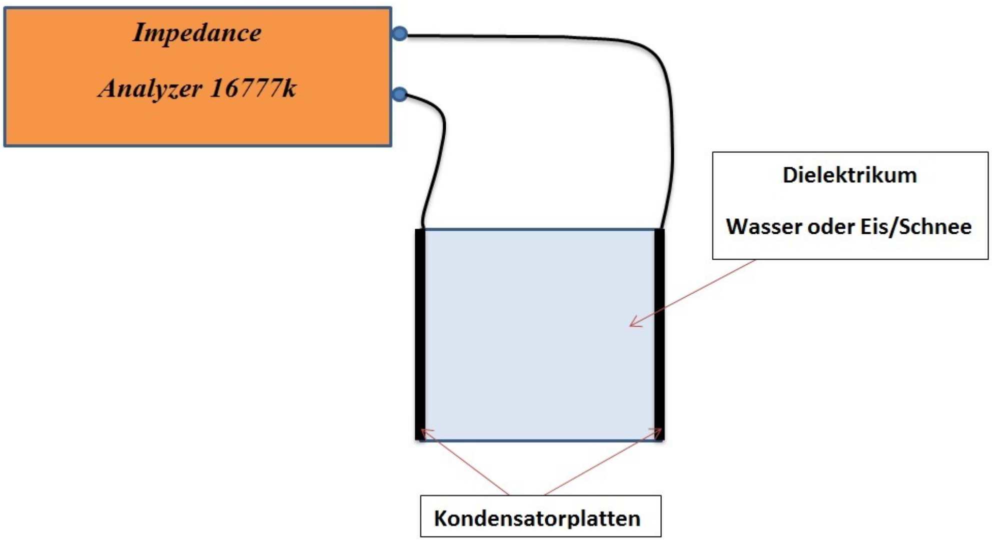


Abb. 5.3: **Schematische Zeichnung der Impedanzmessung** *mit einem Plattenkondensator und dem Impedance Analyzer 16777k*

Um aus den bei den verschiedenen Frequenzen gemessenen Impedanzen bzw. Admittanzen die Kapazität C und daraus die relative Permittivität ϵ, sowie den Widerstand R und daraus die Leitfähigkeit σ oder den spezifischen Widerstand ρ zu erhalten, müssen die Verbindungskabel sowie der Kondensator selbst modelliert werden.

5.2.1 Modellierung des Kondensators – Ersatzschaltung

Kapitel 4 beschäftigt sich ausführlich mit der relativen Permittivität $\underline{\epsilon}(\omega)$ und der elektrischen Leitfähigkeit $\underline{\sigma}(\omega)$ von Wasser und Eis. Als Resultat erhält man, dass $\underline{\epsilon}(\omega)$ und $\underline{\sigma}(\omega)$ im Frequenzbereich $f = 1MHz - 16{,}777MHz$ konstant und reell angenommen werden können. Im Bereich $f = 100kHz - 1MHz$ können sie annähernd reell und konstant angenommen werden, wobei hier noch eine geringe Frequenzabhängigkeit und ein Imaginärteil vorhanden sind. Aus der Tatsache, dass für $f = 1MHz - 16{,}777MHz$ $\underline{\epsilon}(\omega) \rightarrow \epsilon$ und $\underline{\sigma}(\omega) \rightarrow \sigma$ gilt, kann man einen Kondensator gefüllt mit Wasser, Eis oder Schnee (=realer Kondensator) als Parallelschaltung eines idealen Ohmschen Widerstandes und eines idealen Kondensators annehmen. Dabei ist der Ohmsche Widerstand über eine rein reelle und der Kondensator über eine rein imaginäre kapazitive Impedanz bestimmt.

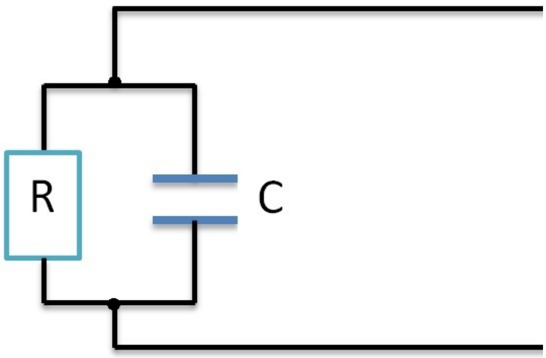


Abb. 5.4: **Ersatzschaltbild für einen Kondensator befüllt mit Wasser, Eis oder Schnee:** *realer Kondensator*

5.2.2 Berechnung von R und C eines realen Kondensators

Mit den Bauteilen:

- Resistanz:

$$Z_R = R \quad [\Omega] \tag{5.2.1}$$

- Kapazität:

$$\underline{Z}_C(\omega) = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} \quad [\Omega] \tag{5.2.2}$$

und mit der Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$, ergibt sich die Impedanz des realen Kondensators $\underline{Z}(\omega)$ als Parallelschaltung von R und C zu:

$$\frac{1}{\underline{Z}(\omega)} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R} \tag{5.2.3}$$

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R}} = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{1}{R} - j\omega C}{\left(\frac{1}{R} - j\omega C\right) \cdot \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{R} - j\omega C}{(\frac{1}{R})^2 + \omega^2 C^2} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2} - \frac{j\omega C}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2}$$

$$\boxed{\underline{Z}(\omega) = \frac{R}{1 + R^2\omega^2C^2} - j \cdot \frac{R^2\omega C}{1 + R^2\omega^2C^2}} \tag{5.2.4}$$

$$Re(\underline{Z}(\omega)) = \frac{R}{1 + R^2\omega^2C^2} \tag{5.2.5}$$

$$Img(\underline{Z}(\omega)) = -\frac{R^2\omega C}{1 + R^2\omega^2C^2} \tag{5.2.6}$$

Man beachte, dass der Realteil sowie der Imaginärteil frequenzabhängig sind!

<u>Berechnung von R und C aus $\underline{Z}(\omega)$:</u>

Durch Umformen dieser beiden Gleichungen in zwei Variablen und der Relation $\omega = 2\pi f$, lassen sich R und C wie folgt berechnen:

$$\frac{Re(\underline{Z}(f))}{Img(\underline{Z}(f))} = -\frac{1}{R \cdot C \cdot 2\pi \cdot f} \quad \Rightarrow \quad R = -\frac{Img(\underline{Z}(f))}{Re(\underline{Z}(f)) \cdot 2\pi \cdot C \cdot f}$$

R in $Re(\underline{Z}(f))$ zurückeingesetzt ergibt:

$$\boxed{C = -\frac{Img(\underline{Z}(f))}{2\pi \cdot f \cdot (Re(\underline{Z}(f))^2 + Img(\underline{Z}(f))^2)}} \; [F] \tag{5.2.7}$$

C wiederum in $R = -\frac{Img(\underline{Z}(f))}{Re(\underline{Z}(f)) \cdot 2\pi \cdot C \cdot f}$ eingesetzt ergibt:

$$\boxed{R = \frac{Re(\underline{Z}(f))^2 + Img(\underline{Z}(f))^2}{Re(\underline{Z}(f))}} \; [\Omega] \tag{5.2.8}$$

Man erhält also für R und C Ausdrücke die nur von $Re(\underline{Z}(f))$, $Img(\underline{Z}(f))$ und der Frequenz f abhängen. Das gilt aber nur für die Parallelschaltung von R und C, also für die Annahme der ideal kompensierten Kabel.

Plottet man $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ und lässt R und C variabel (z.B. im Programm *GeoGebra* [12] möglich), erhält man Graphen die sehr gut mit der Kurvenform der Messergebnisse übereinstimmen (Abb. 5.5).

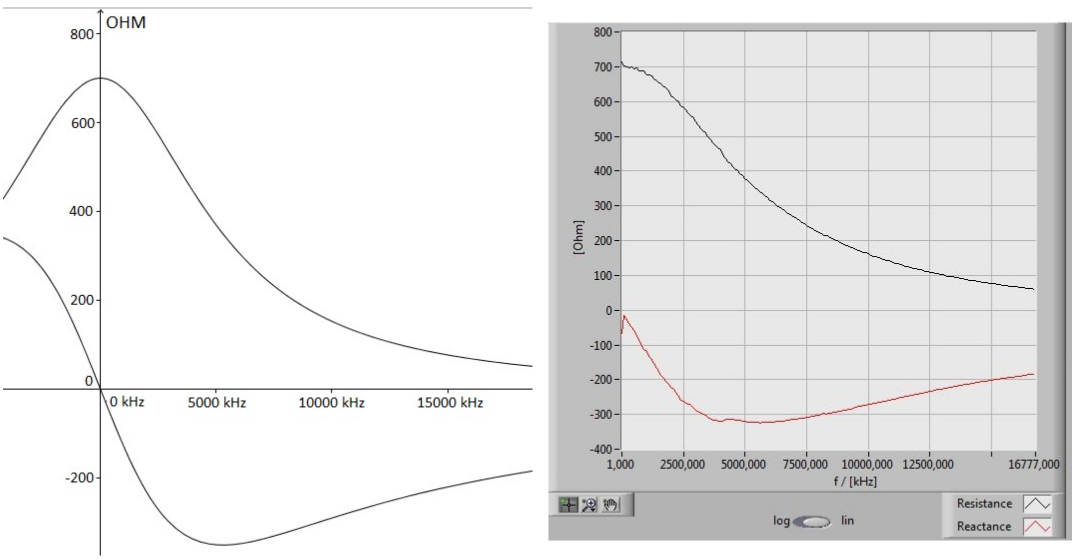


Abb. 5.5: **Theoretische Kurven vs. der Messung von Leitungswasser** *mit dem Plattenkondensator mit 50cm Kabel und Leitungskompensation*

Berechnung von R und C aus der Admittanz $\underline{Y}(\omega)$:

$$\frac{1}{\underline{Z}(\omega)} = \underline{Y}(\omega) = Re(\underline{Y}(\omega)) + j \cdot Img(\underline{Y}(\omega)) = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$\boxed{R = \frac{1}{Re(\underline{Y}(f))}}\ [\Omega] \qquad (5.2.9)$$

$$\boxed{C = \frac{Img(\underline{Y}(f))}{2\pi f}}\ [F] \qquad (5.2.10)$$

Da der Impedance Analyzer sowohl $\underline{Z}(f)$ als auch $\underline{Y}(f)$ ausgibt, sind R und C viel leichter und eleganter über die Admittanz als über die Impedanz zu berechnen.

[12] *https://www.geogebra.org*

Man sieht an obiger Herleitung gut, dass man R und C nur dann analytisch aus den Messwerten $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ oder $Re(\underline{Y}(f))$ und $Img(\underline{Y}(f))$ berechnen kann, wenn keine weiteren Induktivitäten, Kapazitäten oder Widerstände auftreten. Somit ist es unerlässlich die Kabeleinflüsse zu kompensieren. Es wird sich zeigen, dass dies nicht zur Gänze möglich ist und es zu kabelbedingten Messfehlern kommt, die im Nachhinein nicht mehr herausgerechnet werden können. Es stimmt dann das vereinfachte Modell der Parallelschaltung von R und C nicht mehr mit der Realität überein, da man die Leitungsbeläge fälschlich als kompensiert annimmt und nicht mehr berücksichtigt. Wie stark die unvollständig kompensierten Kabel die Messung verfälschen, hängt auch von den Werten R und C der Lastimpedanz $\underline{Z}$ (Wasser, Schnee, Eis) ab. Ist $\underline{Z}$ klein, wirken die unvollständig kompensierten Kabel induktiv, ist sie groß, ergibt sich kapazitives Verhalten.
Wären keine Kabeleinflüsse vorhanden, müssten die erhaltenen Werte für R und C bei allen Frequenzen konstante Werte ergeben. Dies ist aber, wie man im Weiteren sehen wird eher selten der Fall. Abhängig von der Größe der zu messenden Impedanz, sind die Werte für R und C mehr oder weniger konstant bzw. frequenzabhängig. Man muss sich daher den Messbereich suchen, wo die Werte annähernd konstant bleiben. Das ist bei manchen Medien über weite Frequenzbereiche und gerade für die Kapazität C der Fall, was darauf hindeutet, dass das Modell gut mit der Realität übereinstimmt und sich die Leitungseinflüsse nicht drastisch auswirken. Bei anderen Medien, wie bei destilliertem Wasser und Schnee, kann R nicht sinnvoll gemessen werden. Das liegt wahrscheinlich daran, dass R im Verhältnis zum unvollständig kompensierten Kabelwiderstand zu groß ist und dieser zu stark ins Messergebnis eingeht.

5.2.3 Modellierung der Kabel – Ersatzschaltung

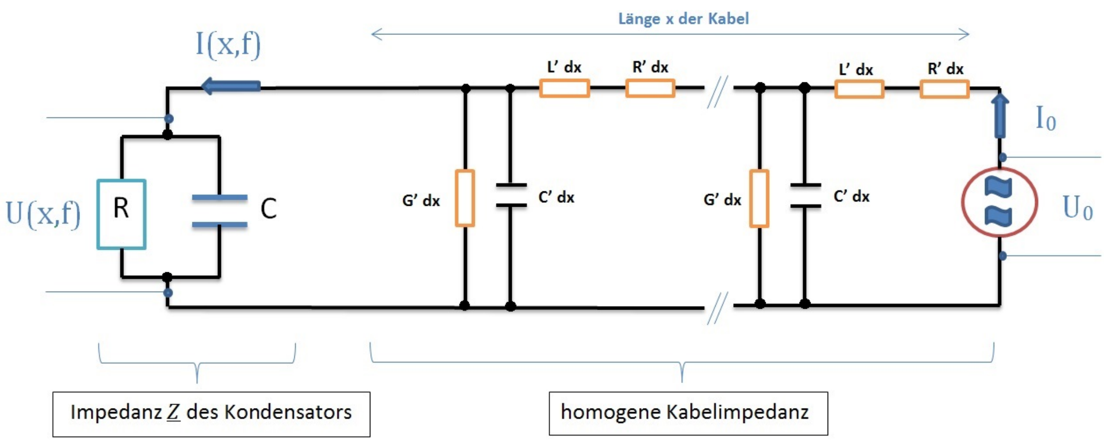


Abb. 5.6: **Richtiges Ersatzschaltbild der** *homogenen Zweidrahtleitung*

Die Verbindungskabel zwischen dem Impedance Analyzer und dem jeweiligen Kondensator müssten physikalisch korrekt als Zweidrahtleitung (Lecherleitung) mittels homogener Leitungsbeläge (Abb. 5.6) modelliert werden. Man kann deshalb Kabel

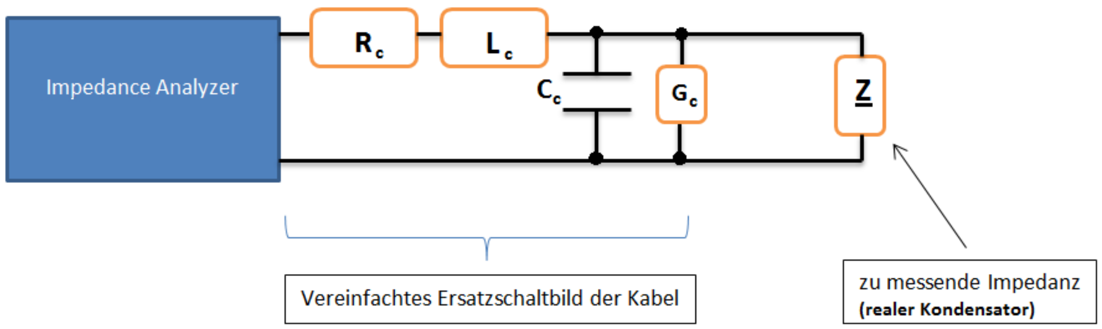


***Abb. 5.7*: Vereinfachtes Ersatzschaltbild:** *diskretisierte Zweidrahtleitung mit der Lastimpedanz $\underline{Z}$*

nicht ohne Weiteres als diskrete Bauteile annehmen (Abb. 5.7). Eine Diskretisierung wäre nur dann als Vereinfachung des Problems vertretbar, wenn die Leitungslänge und die Frequenz klein sind [2, *Seite* 88 *ff.*]. Da bei den durchgeführten Messungen aber ab dem kHz-Bereich gemessen wird, dürften Kabel genau genommen nicht mehr diskretisiert werden und es wären die sogenannten 'Telegraphengleichungen', die sich aus der Maschen und Knotenregel für ein infinitesimales Leitungselement (Abb. 8.1) ergeben, zu lösen. Hierbei gilt es das folgende gekoppelte Differentialgleichungssystem für die komplexe Spannung $\underline{U}(x,t) = \underline{U}(x) \cdot e^{j\omega t}$ und den komplexen Strom $\underline{I}(x,t) = \underline{I}(x) \cdot e^{j\omega t}$ zu lösen:

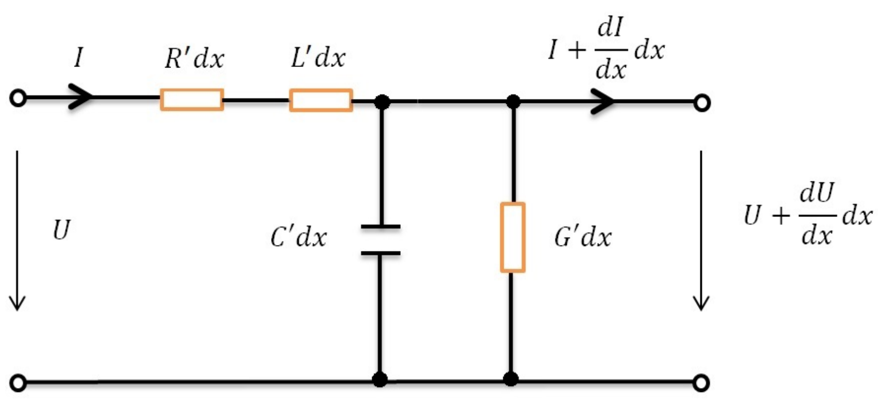


***Abb. 5.8*: Differentielles Leitungselement**

Telegraphengleichungen:

$$\underline{U} + \frac{\delta \underline{U}}{\delta x}dx = \underline{U} - R'dx \cdot \underline{I} - L'dx \cdot \frac{\delta \underline{I}}{\delta t} \tag{5.2.11}$$

$$\underline{I} + \frac{\delta \underline{I}}{\delta x}dx = \underline{I} - G'dx \cdot \left(\underline{U} + \frac{\delta \underline{U}}{\delta x}dx\right) - C'dx \cdot \frac{\delta}{\delta t} \cdot \left(\underline{U} + \frac{\delta \underline{U}}{\delta x}dx\right) \tag{5.2.12}$$

mit

- $\underline{U}(x=0) := \underline{U}_0$

- $\underline{I}(x=0) := \underline{I}_0$
- $\underline{Z}_W := \sqrt{\frac{R'+j\omega L'}{G'+j\omega C'}}$ ... Wellenwiderstand
- $\underline{\gamma} := \sqrt{(R'+j\omega L')\cdot(G'+j\omega C')}$ ... Ausbreitungskonstante

erhält man nach etlichen Rechenschritten:

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_0 \cdot \cosh(\underline{\gamma}x) - \underline{Z}_W \cdot \underline{I}_0 \cdot \sinh(\underline{\gamma}x) \tag{5.2.13}$$

$$\underline{I}(x) = -\frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_W} \cdot \sinh(\underline{\gamma}x) + \underline{I}_0 \cdot \cosh(\underline{\gamma}x) \tag{5.2.14}$$

Eine genauere Herleitung findet man im Skriptum [2].

Da $\underline{\gamma}$ und $\underline{Z}_W$ von der Frequenz f bzw. der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ abhängig sind, sind auch $\underline{U}(x,f)$ und $\underline{I}(x,f)$ und somit auch $\underline{Z}(x,f)$ frequenzabhängig. Bei fixer Kabellänge $x = l$ sind die Spannung und der Strom nur mehr von den Leitungsbelägen R', L', C', G' und von der Frequenz f abhängig.
Anhand von Abb. 5.6 ergibt sich für die zu messende Impedanz $\underline{Z}(x,f)$ des Kondensators:

$$\underline{Z}(x,f) = \frac{\underline{U}(x,f)}{\underline{I}(x,f)} = \frac{\underline{U}_0 \cdot \cosh(\underline{\gamma}x) - \underline{Z}_W \cdot \underline{I}_0 \cdot \sinh(\underline{\gamma}x)}{-\frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_W} \cdot \sinh(\underline{\gamma}x) + \underline{I}_0 \cdot \cosh(\underline{\gamma}x)} \tag{5.2.15}$$

Mit $\underline{U}_0 = \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_{ges}$, wobei $\underline{Z}_{ges}$ die mit dem Impedance Analyzer ohne Kompensationseinstellungen gemessene Gesamtimpedanz=Leitungsimpedanz $\underline{Z}_c$+Lastimpedanz $\underline{Z}$ ist, ergibt sich:

$$\underline{Z}(x,f) = \frac{\underline{U}(x,f)}{\underline{I}(x,f)} = \frac{\cosh(\underline{\gamma}x) - \underline{Z}_W \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{ges}} \cdot \sinh(\underline{\gamma}x)}{-\frac{1}{\underline{Z}_W} \cdot \sinh(\underline{\gamma}x) + \frac{1}{\underline{Z}_{ges}} \cdot \cosh(\underline{\gamma}x)} \tag{5.2.16}$$

Man kann die zu messende Impedanz $\underline{Z}(x,f)$ nun berechnen, wenn man die Kabellänge $x = l$, die Leitungsbeläge R', L', C', G', die Messfrequenz f und die Messwerte $\underline{Z}_{ges}(f)$ kennt. Da sich im Idealfall die Kabellänge und die Kabellage nicht ändern, bleiben die Leitungsbeläge konstant. Somit hängt die Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$ nur noch von der Messfrequenz ab.
Wie man aber anhand von Glg. (5.2.15) sehen kann, ist $\underline{Z}(f)$ nicht trivial in $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ umzuformen. Nach langer Rechnung kommt man auf ebenso lange analytische Ausdrücke für $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$, die aufgrund ihrer Länge hier nicht angegeben werden. Man könnte sich also theoretisch $\underline{Z}(f) = Re(\underline{Z}(f)) + j \cdot Img(\underline{Z}(f))$ aus den Leitungsparametern, der Messfrequenz f und

den Messwerten $\underline{Z}_{ges}(f)$ berechnen, wäre $\underline{\gamma} := \sqrt{(R' + j\omega L') \cdot (G' + j\omega C')}$ in einen komplexen Ausdruck umformbar. Das geht aber nur mithilfe einer Reihenentwicklung oder mit anderen Näherungen.
Um sich theoretisch die gesuchten Materialgrößen R und C auszurechnen, muss man, wie im Kapitel 5.2.2 beschrieben ist, die berechneten Größen $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ in Glg. (5.2.8) und Glg. (5.2.7) einsetzen. Da dies jedoch einen enormen mathematischen Rechenaufwand nach sich ziehen würde (Reihenentwicklung und sehr lange analytische Ausdrücke), geht man zu einem vereinfachten Modell der Kabel über und diskretisiert die Leitungsbeläge. Man nimmt dabei an, dass die Kabel aus den diskreten Elementen R, C, L und G bestehen und nach Abb. 5.7 aufgebaut sind. Die diskretisierten Kabel lassen sich dann verhältnismäßig einfach aus der gemessenen Impedanz $\underline{Z}_{ges}$ herausrechnen, sodass man $\underline{Z}$ erhält (siehe dazu 5.2.4). Diese Vereinfachung wäre aber nur dann annähernd gültig, wenn die Leitungslänge und die Frequenz gering sind [2, *Seite* 88 *ff.*]. Andernfalls ergeben sich modellbedingte Fehler für R und C. Da aber das physikalisch richtige Modell der homogenen Leitung einen zu hohen mathematischen Aufwand erfordern würde, geht man diesen Kompromiss ein.

Im LabVIEW-Programm des Impedance Analyzers können diese diskreten Kabelelemente direkt kompensiert werden. Anhand der Messungen wird klar, dass diese Kompensation aufgrund des Modellfehlers nicht über das ganze Frequenzspektrum funktioniert. Man wählt die diskreten Kompensationseinstellungen so gut wie möglich und rechnet dann ohne weitere Berücksichtigung der Kabel, mit dem realen Kondensator (C parallel zu R) als Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$. Die gemessenen Real- und Imaginärteile werden idealisiert als $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ angenommen und es werden aus diesen beiden Messgrößen die gesuchten Größen R und C und über die Kondensatorgeometrie ρ und ϵ des Mediums (Schnee, Eis, Wasser) berechnet.
Die Kapazitäts- und Induktivitätsbeläge einer Leitung hängen von der Geometrie dieser ab. Dabei steigt der Kapazitätsbelag C' mit kleinerem Abstand zwischen den Kabeln und der Induktivitätsbelag L' steigt mit größerem Abstand der Kabel zueinander, da die Fläche größer wird. Wird also C' kleiner so wird L' größer und umgekehrt. Deshalb ist es sehr wichtig, die Messkonfiguration bzw. die Kabellage möglichst konstant zu halten, um die selben Kompensationseinstellungen beibehalten zu können.

Zusammenfassung der Probleme der Kabel-Ersatzschaltbilder

Die Schwierigkeit der Ersatzschaltung der Kabel als homogene Leitung liegt in ihrer mathematischen Komplexität. Die Abweichung der diskretisierten Ersatzschaltung von der Realität wird durch die inkorrekte und vereinfachte Diskretisierung der Kabel verursacht. Es ergeben sich dadurch parasitäre Rest-Kabeleinflüsse, die zusätzlich zum realen Kondensator in die gemessene Impedanz eingehen. Abhängig von der Impedanz des realen Kondensators und der Frequenz, wirken sich die durch Modellfehler unvollständig kompensierten Kabel unterschiedlich stark auf die Messergebnisse aus. Da aus den gemessenen Werten $Re(\underline{Z}(f))$ bzw. $Re(\underline{Y}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ bzw. $Img(\underline{Y}(f))$, R und C berechnet werden müssen, kompensiert man die Kabel bestmöglich, nimmt die Ersatzschaltung des realen Kondensators nach Glg. (5.2.2) und berechnet daraus R und C mithilfe von Glg. (5.2.8) und Glg. (5.2.7). Alle Messwerte werden über diese Ersatzschaltung berechnet, auch wenn sie aufgrund der Diskretisierung der Kabel nicht der Realität entspricht. Ob und wie stark das Modell der diskretisierten Kabel von der Realität abweicht, sieht man wenn die berechneten Werte $R(f)$ und $C(f)$ frequenzabhängig sind. Diese Abhängigkeit von der Frequenz wird meist zusätzlich durch unzureichende Kompensationseinstellungen der schon diskretisierten Kabel verstärkt.

5.2.4 Kabelkompensation

Das LabVIEW-Programm zur Steuerung des Impedance Analyzers bietet die Option Kompensationseinstellungen vorzunehmen. Dabei kann man jeweils eine serielle Induktivität L_c, einen seriellen Ohmschen Widerstand R_c, eine parallele Kapazität C_c, sowie einen Querleitwert G_c (paralleler Widerstand), wie in Abb. 5.9 gezeigt ist, kompensieren. Diese Kompensationseinstellungen entsprechen genau der im letzten Kapitel erklärten, vereinfacht und diskret angenommenen Kabel.

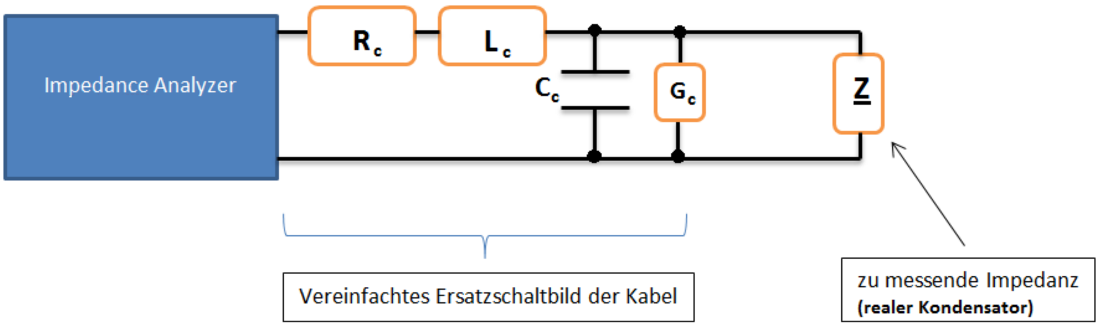


Abb. 5.9: **Ersatzschaltbild:** *diskretisierte Zweidrahtleitung mit der Lastimpedanz $\underline{Z}$ (realer Kondensator)*

Die folgenden Annahmen und die Herleitung entstammen aus [6].
Um von der, ohne Kompensationseinstellungen gemessenen Impedanz $\underline{Z}_{ges}$, welche die Kabelimpedanz und die zu messende Impedanz (realer Kondensator) $\underline{Z}$ enthält, auf die Impedanz $\underline{Z}$ rückzurechnen, muss jeweils bei kurzgeschlossenen und offenen Enden gemessen werden. Mit der Annahme $G = 0$ und den damit erhaltenen Impedanzen $\underline{Z}_{offen}$ und $\underline{Z}_{kurz}$ kann dann $\underline{Z}$ nach Glg. (5.2.20) berechnet werden:

$$\underline{Z}_{offen} = R_c + j\omega L_c + \frac{1}{j\omega C_c} = R_c + j\omega L_c - j\frac{1}{\omega C_c} \tag{5.2.17}$$

$$\underline{Z}_{kurz} = R_c + j\omega L_c \tag{5.2.18}$$

$$\underline{Z}_{ges} = R_c + j\omega L_c + \frac{1}{j\omega C_c + \frac{1}{\underline{Z}}} \tag{5.2.19}$$

Umformen auf $\underline{Z}$ ergibt:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_{ges} - j\omega L_c - R_c}{1 - \omega^2 C_c L_c - j\omega C_c \underline{Z}_{ges} + j\omega C_c R_c} = ... = \frac{\underline{Z}_{ges} - \underline{Z}_{kurz}}{1 - \frac{\underline{Z}_{ges} - \underline{Z}_{kurz}}{\underline{Z}_{offen} - \underline{Z}_{kurz}}} \tag{5.2.20}$$

Siehe dazu auch: [6, *Seite* 152]

Um die Kompensationsparameter R_c, L_c, C_c und G_c zu ermitteln, wird jeweils eine Messung über das volle Frequenzspektrum mit offenen Enden und mit kurzgeschlossenen Enden wie folgt durchgeführt:

Bei der Messung mit **offenen Enden**:

- C_c verändern bis $Img(\underline{Y}(f)) \approx 0$
- G_c verändern bis $Re(\underline{Y}(f)) \approx 0$

Bei der Messung mit **kurzgeschlossenen Enden**:

- L_c verändern bis $Img(\underline{Z}(f)) \approx 0$
- R_c verändern bis $Re(\underline{Z}(f)) \approx 0$

Die Vorgehensweise der Kabelkompensation ist natürlich auch im User Manual des *Impedance Analyzers 16777k* genau beschrieben.

Die damit gefundenen Kompensationsparameter sind aber nur für das vereinfachte Leitungsmodell gültig und stimmen mit der Realität einer Leitung (Leitungsbeläge) nur eingeschränkt überein. Ob und wie gut die Kompensation funktioniert, hängt wie schon erwähnt von der zu messenden Impedanz $\underline{Z}$ ab, weil sich die aufgrund des einfachen, diskreten Modelles unzureichend kompensierten Kabel, abhängig von der Impedanzgröße $\underline{Z}$, verschieden stark auf die Messung auswirken. Auch gelten fixe Kompensationseinstellungen nur für die dazugehörige Kabellage und Kabellänge, da C_c und L_c von der Kabelposition zueinander abhängen. Die Kabelposition sollte für eine gewählte Kompensationseinstellung für alle Messungen konstant gehalten werden.

Spezialfall: schlechte Leitfähigkeit und unzureichend kompensierter Kabelwiderstand

Ein interessanter Spezialfall, der später bei den Messungen mit destilliertem Wasser und Schnee auftritt, ist folgender:

- schlechte Leitfähigkeit (=hoher spezifischer Widerstand) des Mediums
- unzureichend kompensierter Kabelwiderstand R_{K-Rest}
- eine durch den hohen spezifischen Widerstand dominierende Kapazität des realen Kondensators
- Kabelkapazitäten und Kabelinduktivitäten gut kompensiert (unterer Frequenzbereich). Sie werden im Weiteren als vollständig kompensiert angenommen.

Wie bei den Messungen an destilliertem Wasser und an Schnee in Kapitel 6 zu sehen ist, erhält man annähernd konstante C-Werte, jedoch sehr stark von der Frequenz abhängige $R(f)$-Werte. Das gleiche Verhalten sieht man auch an der Messung mit einem $150pF$ Kondensator parallel zu einem $100k\Omega$ Widerstand. Gerade im unteren Frequenzbereich ergibt sich ein sehr starker frequenzabhängiger Verlauf hin zu niedrigen R-Werten. Um diese stark abfallenden $R(f)$-Kurven zu erklären, muss man den unzureichend kompensierten Kabelwiderstand R_{c-Rest} berücksichtigen. Bei der weiteren Betrachtungen werden die Kabelkapazität und Kabelinduktivität vereinfacht als vollständig kompensiert angenommen.

Da der hohe Mediumswiderstand R des realen Kondensators mit steigender Frequenz an Bedeutung in der Parallelschaltung mit dem Kondensator verliert, fließt immer mehr Strom über den Kondensator, da $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ mit steigender Frequenz immer kleiner wird. Auch $Re(\underline{Z}(f))$ wird mit steigender Frequenz immer kleiner, wie man anhand von Glg. (5.2.5) oder Glg. (5.2.22) sehen kann und wird bei hohen Frequenzen immer mehr von R_{K-Rest} dominiert. Da aber die R- und C-Werte über die ideale Ersatzschaltung des realen Kondensators ohne Kabeleinflüsse berechnet werden, wird R_{K-Rest} rechnerisch dem Widerstand und dem Kondensator zugeschrieben. Das verlangt frequenzabhängige $R(f)$- und $C(f)$-Werte wie man auch anhand der mathematischen Beschreibung im Folgenden sehen kann.

Anhand Abb. 5.10 kann man sich die obige Erklärung klar machen.
Der verbleibende Kabelwiderstand R_{K-Rest} geht anhand von Abb. 5.10 in die Berechnung von R wie folgt ein:

$\underline{Z}'(\omega)$...Impedanz des idealen Kondenstors wie in der Berechnung
$\underline{Z}(\omega)$... Impedanz des idealen Kondenstors plus R_{K-Rest} wie in der Realität

$$\underline{Z}'(\omega) = \frac{R'}{1 + R'^2\omega^2C'^2} - j \cdot \frac{R'^2\omega C'}{1 + R'^2\omega^2C'^2} \tag{5.2.21}$$

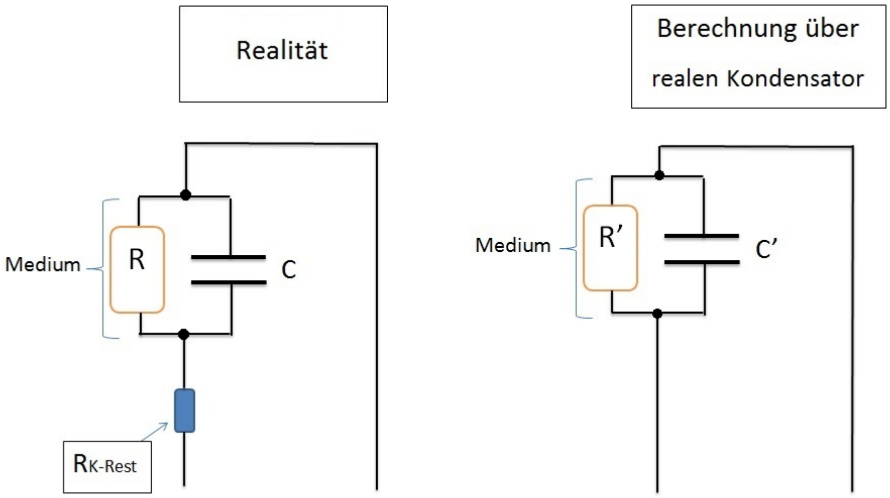


Abb. 5.10: **Realität vs. Berechnung** *mit verbleibendem Kabelwiderstand* R_{K-Rest}

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{R}{1+R^2\omega^2C^2} + R_{K-Rest} - j \cdot \frac{R^2\omega C}{1+R^2\omega^2C^2} \tag{5.2.22}$$

Man misst die Realität, rechnet aber mit dem idealen Kondensator, daher gilt:

$$\underline{Z}'(\omega) = \underline{Z}(\omega)$$

Es muss dann gelten $Re(\underline{Z}(\omega)) = Re(\underline{Z}'(\omega))$ und $Img(\underline{Z}(\omega)) = Img(\underline{Z}'(\omega))$. R_{K-Rest} wirkt sich auf $Re(\underline{Z}(\omega))$ und $Img(\underline{Z}(\omega))$ aus. Man erhält zwei Gleichungen, jeweils eine für die Realteile und eine für die Imaginärteile. Dies sind Gleichungen in zwei Variablen (R' und C') und wäre analytisch lösbar. Der mathematische Aufwand dieses Gleichungssystem zu lösen, ist nicht trivial und es wird aufgrund der Messwerte die vereinfachende Annahme $C = C'$ getroffen.
Man vergleicht dann nur mehr die Realteile und berechnet R'. Mit dieser Annahme würden die Imaginärteile natürlich nicht mehr gleich sein. Legitimiert wird dies durch di, bei den Messungen erhaltenen $C'(f)$-Werte, die nicht stark von der Frequenz abhängen. Das lässt den Schluss zu, dass R_{K-Rest} eher durch den Widerstand R' kompensiert wird und sich die Kapazität C nicht stark ändert ($C \approx C'$).

Mit $C = C'$ folgt:

$$Re(\underline{Z}'(\omega)) = Re(\underline{Z}(\omega))$$

$$\frac{R'}{1+R'^2\omega^2C^2} = \frac{R}{1+R^2\omega^2C^2} + R_{K-Rest}$$

Umformen auf R' liefert das Ergebnis:

$$R'_{1,2} = \frac{1}{2\omega^2 C^2 Re(\underline{Z}(\omega))} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega^2 C^2 Re(\underline{Z}(\omega))}\right)^2 - \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Plottet man diesen Ausdruck in *Geogebra* [13] erhält man für $R = 5000\Omega$, $R_{K-Rest} = 1\Omega$ und $C = 4nF$ den in Abb. 5.11 abgebildeten Graphen mit den beiden Lösungen $R'(f)$...+Lösung und $r'(f)$...−Lösung.

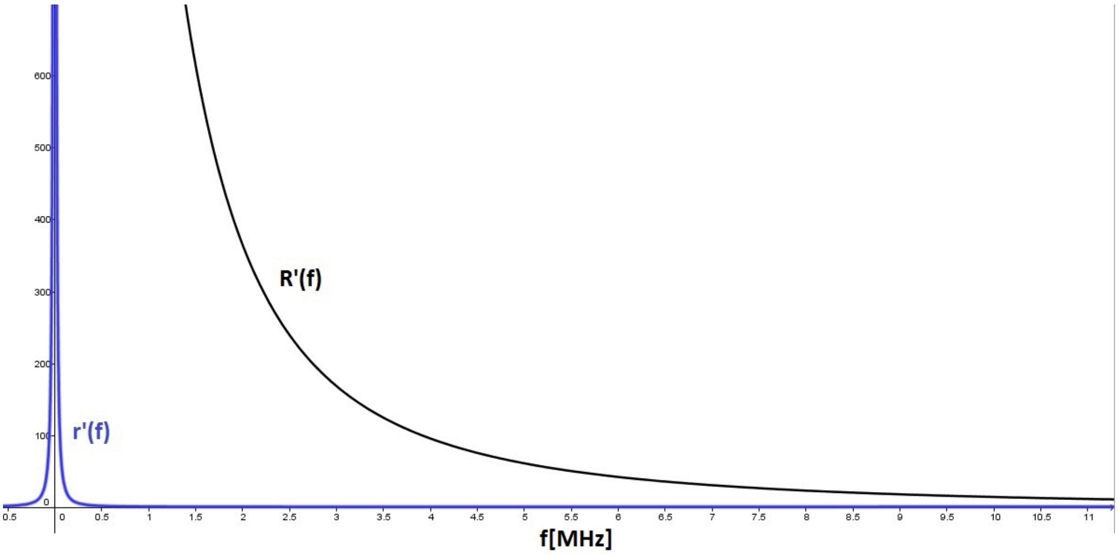


Abb. 5.11: **±Lösung für R'(f):** *$R'(f)$...+Lösung und $r'(f)$...−Lösung für $R = 5000\Omega$, $R_{K-Rest} = 1\Omega$ und $C = 4nF$*

Der Verlauf der beiden R'(f)-Kurven (Plus-Lösung und Minus-Lösung) ähnelt im unteren Frequenzbereich der gemessenen $R(f)$-Kurve von destilliertem Wasser in Abb. 6.15 und jener der Messung mit bekannten Bauelementen '150pf parallel zu 100kΩ' in Abb. 6.13.
Ist der Widerstand des Mediums geringer, wie z.B. bei Leitungswasser, ist dieser charakteristische Verlauf von $R'(f)$ nicht mehr zu erkennen und die Werte sind annähernd konstant. Dafür ist die $C'(f)$-Kurve stärker frequenzabhängig. Das liegt wahrscheinlich daran, dass R_{K-Rest} eher vom Kondensator kompensiert wird.
Zu dieser von R_{K-Rest} hervorgerufenen Frequenzabhängigkeit kommen noch die Einflüsse der unvollständig kompensierten Kabelgrößen C_{K-Rest} und L_{K-Rest}. Des Weiteren sind diese diskret angenommenen Größen X_{K-Rest} in Wirklichkeit nicht diskret, sondern homogen über die Leitungslänge verteilt, sodass eine zusätzliche Frequenzabhängigkeit auftritt.

[13] $https://www.geogebra.org$

Bei den Eis und Schneemessungen kann man zusätzlich zu den charakteristischen $R(f)$-Verläufen feststellen, dass auch die gemessenen Kapazitäten $C(f)$ einen ähnlichen Verlauf zeigen. Bei Eis muss man außerdem zu den Kompensationsfehlern noch die frequenzabhängige komplexe relative Permittivität $\underline{\epsilon}(f)$ im Bereich von $f = 1kHz - 1MHz$ berücksichtigen (siehe Kapitel 4.3). In Übereinstimmung mit der Theorie verschwindet diese für $f > 1MHz$ und die gemessenen C-Werte sind annähernd konstant bzw. aufgrund der unzureichenden Kabelkompensation leicht frequenzabhängig.

Kapitel 6

Durchführung und Ergebnisse der Impedanzmessungen

Alle Impedanzmessungen wurden mit dem *Impedance Analyzer 16777k* durchgeführt. Den Messausgang bildet ein BNC-Anschluss über diesen mittels einer Messsonde und gegebenenfalls mit Verbindungskabel der jeweilige Kondensator kontaktiert wird. Als Messsonde diente eine BNC-Krokoklemmen-Verbindung mit kurzen Kabeln (ca. 5 cm). Entweder wurden die Kondensatoren gleich direkt mit den kurzen Kabeln kontaktiert oder noch zusätzlich 50 cm lange Verbindungskabel, wiederum mit Krokoklemmen am Ende, als Verlängerung verwendet. Die 50 cm Kabel wurden absichtlich als lose Kabel gewählt, um mögliche Kabeleinflüsse, die bei einem späteren Messaufbau wie *SnowSET* auftreten können, zu simulieren. Für eine optimale Verlängerung zwischen dem Impedance Analyzer und den Kondensatoren würde man üblicherweise ein genormtes BNC-Kabel verwenden, da hier die Leitungsimpedanz konstant ist und nicht von der Lage der einzelnen Kabel zueinander abhängt. Außerdem sind BNC-Kabel gegen mögliche äußere elektromagnetische Einflüsse geschirmt, sodass diese weniger stark in die Messungen eingehen.
Es wurde je nach gewünschter Genauigkeit und Notwendigkeit mit unterschiedlichen Frequenzschritten und Frequenzbereichen gemessen, wobei meist über das ganze Frequenzspektrum gemessen wurde. Hier ist zu beachten, dass gerade im Bereich $f = 1kHz - 1MHz$ die relative Permittivität und somit auch die Kapazität C komplex und frequenzabhängig ist.

Als Erstes wurden Messungen mit dem *Impedance Analyzer 16777k* an bekannten Bauelementen wie Kondensatoren, Widerständen und Kabeln mit offenen und kurzgeschlossenen Enden durchgeführt. Die Messergebnisse wurden anschließend mit den bekannten Werten R und C verglichen. Auch wurden Parallelschaltungen von bekannten Kapazitäten und Widerständen untersucht und ihre Frequenzabhängigkeit mit dem theoretischen Modell des realen Kondensators verglichen und jeweils C und R nach Glg. (5.2.8) und Glg. (5.2.7) berechnet. Diese Messungen gaben Aufschluss über die charakteristischen, frequenzabhängigen Kurven von $R(f)$ und $C(f)$ bei Wasser, Eis und Schnee.

Um den Unterschied der Leitfähigkeit bzw. dem Ionengehalt von Leitungswasser (LW), destilliertem Wasser (DW) und Regenwasser (RW) festzustellen und für die Messungen mit Schnee und Eis, wurden zwei Kondensatoren angefertigt: ein Plattenkondensator aus Kupfer und ein Zylinderkondensator aus Stahl.

- **Plattenkondensator:**

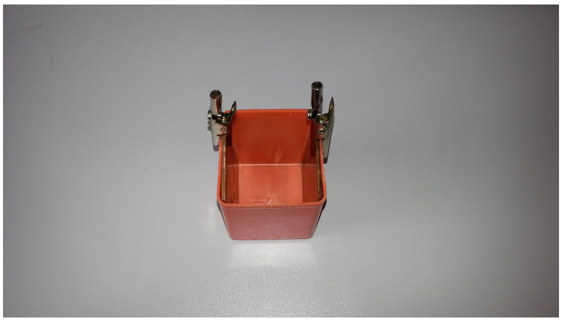


Abb. 6.1: **Plattenkondensator** *im Plastikgefäß*

Dieser wurde mit zwei Kupferplatten in einem Plastikgefäß realisiert. Durch das Anklemmen der beiden Kupferplatten mit Krokoklemmen an die Ränder des Plastikgefäßes, ergab sich immer ein konstanter Plattenabstand von 4,6cm. Die Kupferplatten hatten die Abmessungen 6,1cm × 4,6cm. Die Kapazität berechnet sich über:

$$C_{Platten} = \frac{\epsilon_0 \epsilon A}{d} \tag{6.0.1}$$

$$C_{Platten} = \frac{8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}046 \cdot 0{,}061}{0{,}046} \cdot \epsilon = \frac{8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}0028}{0{,}046} \cdot \epsilon \tag{6.0.2}$$

$$C_{Platten} \approx 5{,}35 \cdot 10^{-13} \cdot \epsilon = 0{,}535pF \cdot \epsilon = C_0 \cdot \epsilon \tag{6.0.3}$$

$$C_0 = 0{,}535pF \tag{6.0.4}$$

- **Zylinderkondensator:**

Dieser wurde mit zwei massiven Stahlrohren auf einer Kunststoffplatte realisiert. Die Radien der Rohre waren $r_1 = 2{,}4cm$ und $r_2 = 3{,}5cm$ und ihre Höhe 10cm. Über die Formel:

$$C_{Zyl} = 2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \frac{h}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{6.0.5}$$

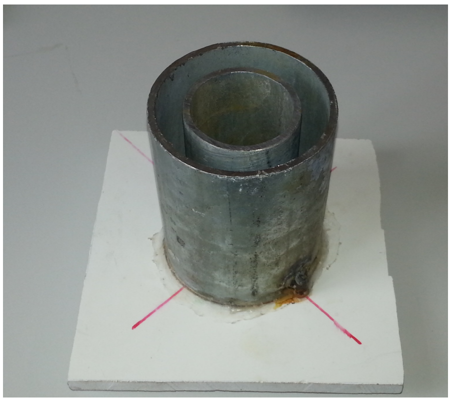


Abb. 6.2: **Zylinderkondensator**

ergibt sich:

$$C_{Zyl} = 1{,}4745 \cdot 10^{-11} \cdot \epsilon \approx 14{,}7pF \cdot \epsilon = C_0 \cdot \epsilon \tag{6.0.6}$$

$$C_0 = 14{,}7pF \tag{6.0.7}$$

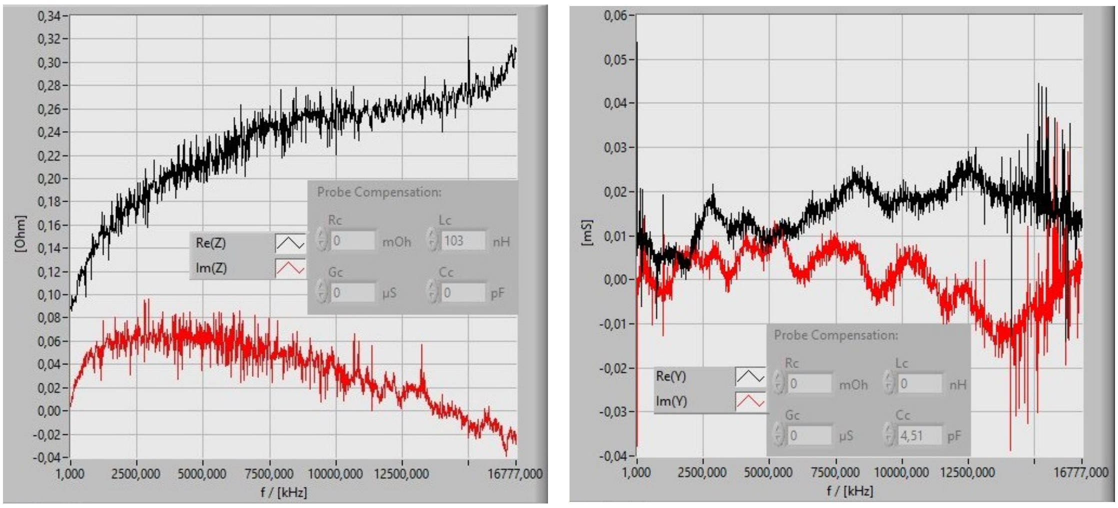
Der Zylinderkondensator hat ungefähr das 27,5-fache an Kapazität im Vergleich zum Plattenkondensator.

Die Kabelkapazität beträgt bei den 50cm langen Kabeln, die ca. 7cm parallel voneinander entfernt liegen, $C_c \approx 15-20pF$, was ungefähr der 30-fachen Kapazität des Plattenkondensators mit Luft als Dielektrikum entspricht ($C \approx 0{,}55pF$). Ändert sich der Kabelabstand, hat das dementsprechend Einfluss auf die gemessene Kapazität bei fix gewählter Kompensation. Diese Änderung spielt bei den Wasser-, Eis- und Schneemessungen einen geringen Einfluss, bei Luft als Dielektrikum jedoch einen erheblichen. Es wurde aufgrund des geringen Einflusses bei Eis und Schnee, wegen der Messflexibilität und Handlichkeit bei Feldmessungen keine fixe Kabelführung verwendet.

6.1 Leitungskompensation

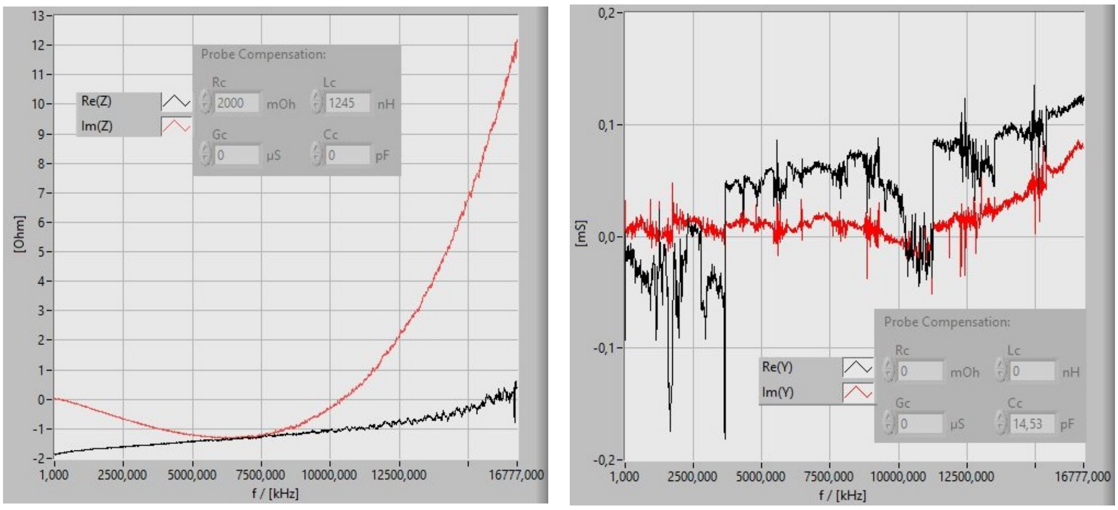
Die Vorgehensweise zur Leitungskompensation ist in Kapitel 5.2.4 beschrieben.
Die Kabelpositionen, bei denen die Kompensationseinstellungen durchgeführt wurden, waren bei den Messungen nicht immer gleich, da es bei den Feldmessungen nicht möglich war, immer den gleichen Messaufbau zu erzielen. Es stellte sich heraus, dass geringe Änderungen der Kabellage, Kabelkapazitätsänderungen ΔC_c im maximal einstelligen pF-Bereich nach sich ziehen. Das macht sich besonders bei den Plattenkondensator-Messungen mit Schnee und noch stärker mit Luft bemerkbar, da die C-Werte im einstelligen pF-Bereich liegen, was gerade im Bereich von

ΔC_c liegt. Es wurde so gut wie möglich darauf geachtet, die Kabel immer parallel und gespannt zu führen, sodass annähernd gleiche Kabelabstände eingehalten wurden. Die bestmöglich ermittelten Kompensationsparameter bei ungefähr zu erwartender Kabellage der 50 cm Kabel sowie des BNC-Kroko Messadapters, sieht man in Abb. 6.3 und Abb. 6.4.



(a) *kurzgeschlossene Enden* (b) *offene Enden*

***Abb. 6.3*: Leitungskompensation:** *BNC auf Kroko*



(a) *kurzgeschlossene Enden* (b) *offene Enden*

***Abb. 6.4*: Leitungskompensation:** *BNC auf Kroko plus 50cm Kabel*

Wie man in Abb. 6.3 und Abb. 6.4 sieht, wurde keine optimale Kompensation über den ganzen Frequenzbereich gefunden, sondern eher im niederfrequenten Bereich akzeptabel kompensiert. Das sieht man besonders bei den 50cm Kabel, wo im höherfrequenten Bereich die Kompensation schlechter wird, was tendenziell seriösere Messwerte im niederfrequenten Bereich liefert (siehe z.B. Abb. 6.12). Auch ist die Kompensation beim BNC-Kroko Messadapter aufgrund der geringeren Kabellänge besser als die Kompensation der 50cm Kabel. Daher sind mit dem BNC-Kroko Messadapter ohne die 50cm Kabel bessere Messwerte zu erwarten. Es wurde aber trotzdem, oder gerade deshalb mit den 50cm Kabeln gemessen, weil bei einer späteren Messanlage ohnehin aus bautechnischen Gründen längere Kabelstrecken zu erwarten sind. Nach etlichen Messungen mit leicht unterschiedlichen, für spätere Messungen zu erwartenden Kabelpositionen (ungefähr parallele Kabellage), wurden dann folgende Kompensationsparameter für die weiteren Messungen, bis auf einige Plattenkondensator-Messungen, festgelegt:

BNC-Kroko:

- $C_c = 4{,}51pF$
- $L_c = 108nH$
- $R_c = 0m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

BNC-Kroko plus 50 cm Kabel:

- $C_c = 15pF$
- $L_c = 1245nH$
- $R_c = 2000m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

6.2 Auswertung der Messdaten

Die mit dem Impedance Analyzer gemessenen Real- und Imaginärteile von $\underline{Z}(f)$ können direkt von dessen Software (LabVIEW Programm) als .xls-Datei ausgegeben werden. Um aus den drei Werten Frequenz f, $Re(\underline{Z}(f))$ und $Img(\underline{Z}(f))$ die beiden gesuchten Werte R und C zu berechnen, wurde wiederum eine Excel-Datei erstellt, welche nach den Formeln (5.2.8) und (5.2.8) $R(f)$ und $C(f)$ berechnet und als Grafik ausgibt.
Um Messungen mit verschiedenen Frequenzschritten Δf übereinander plotten zu können, dürfen nur Werte gleicher Frequenzen verglichen werden. Daher wurde bei Messungen mit unterschiedlichen Δf-Intervallen nur jeder n-te Wert der genaueren Messung herangezogen. Dies geschah mithilfe eines erstellten Makros in Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	f/Hz	Re{Y}/µS	Im{Y}/µS	Re{Z}/mOhm	Im{Z}/mOhm				
2	1000	51	8	19150530	-3099335				
3	6000	16	7	52260755	-24279589				
4	11000	21	13	34023672	-22362508				
5	16000	23	20	25001117	-21010012				
6	21000	26	21	23640401	-19061465				
7	26000	26	20	24203435	-18512905				
8	31000	26	24	21153471	-19052743				
9	36000	27	25	19673026	-18847046				
10	41000	26	28	17805874	-19003547				
11	46000	25	30	16505017	-19481416				
12	51000	26	30	16467382	-18991649				
13	56000	27	32	15441275	-18363060				
14	61000	31	35	13957795	-15972723				
15	66000	28	40	11735530	-16949954				
16	71000	32	38	12820350	-15433749				

Abb. 6.5: *Von LabVIEW ausgegebene Excel-Tabelle*

	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	f/Hz	Re{Z}/mOhm	Im{Z}/mOhm	**1.Ref_Messung_leitkomp_umgedreht**					
2	1000	19150530	-3099335						
3	6000	52260755	-24279589		Re{Z}	Im{Z}		R [Ohm]	C [Farad]
4	11000	34023672	-22362508		19150,53	-3099,335		19652,129	1,31068E-09
5	16000	25001117	-21010012		52260,755	-24279,589		63540,7	1,93947E-10
6	21000	23640401	-19061465		34023,672	-22362,508		48721,726	1,95184E-10
7	26000	24203435	-18512905		25001,117	-21010,012		42657,152	1,95963E-10
8	31000	21153471	-19052743		23640,401	-19061,465		39009,829	1,56649E-10
9	36000	19673026	-18847046		24203,435	-18512,905		38363,725	1,22046E-10
10	41000	17805874	-19003547		21153,471	-19052,743		38314,107	1,20691E-10
11	46000	16505017	-19481416		19673,026	-18847,046		37728,771	1,12258E-10
12	51000	16467382	-18991649		17805,874	-19003,547		38087,653	1,08774E-10
13	56000	15441275	-18363060		16505,017	-19481,416		39499,575	1,03389E-10
14	61000	13957795	-15972723		16467,382	-18991,649		38370,24	9,3798E-11
15	66000	11735530	-16949954		15441,275	-18363,06		37278,978	9,0663E-11
16	71000	12820350	-15433749		13957,795	-15972,723		32236,318	9,26205E-11

Abb. 6.6: *Erstellte Excel-Tabelle zur Berechnung von R(f) und C(f)*

6.3 Messungen mit bekannten Bauteilen

<u>50cm Kabel mit offenen Enden:</u>

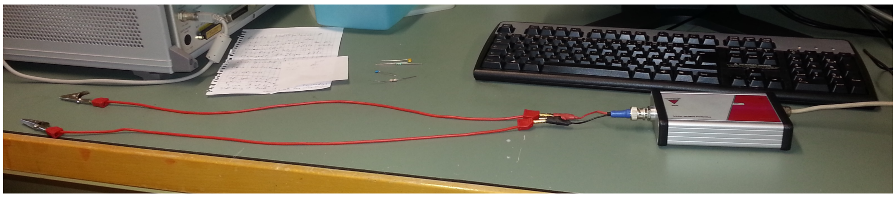
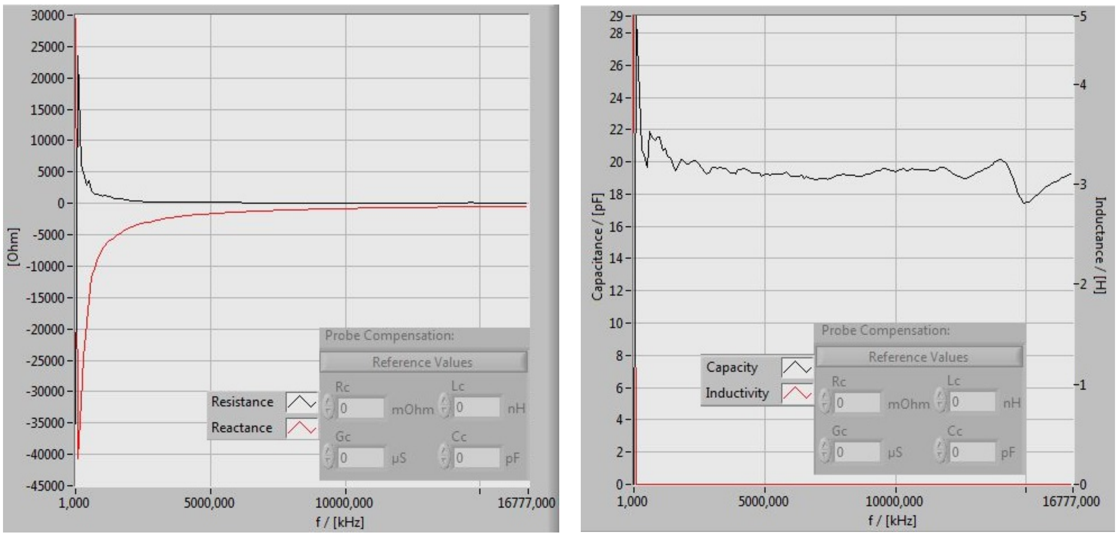


Abb. 6.7: **Kabellage** *ähnlich den Schnee-, Eis- und Wassermessungen*



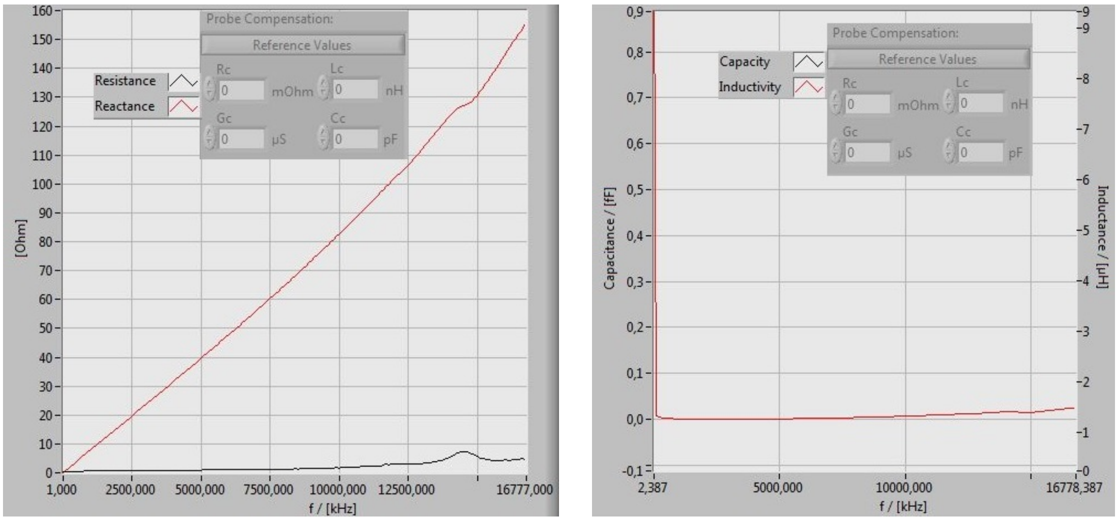
(a) *schwarz: Re($\underline{Z}$(f)), rot: Img($\underline{Z}$(f))*

(b) *schwarz: C(f), rot: L(f)*

Abb. 6.8: **50cm Kabel mit offenen Enden ohne Kabelkompensation:** *kapazitives Verhalten*

Die Induktivität der offenen Leiterschleife ist zu vernachlässigen, da die Kabelkapazität sehr klein ist ($C_c \approx 15 - 20pF$) und der kapazitive Anteil $\underline{Z}_C = -\frac{j}{\omega C}$ dominiert. Es ergibt sich dadurch ein kapazitives Verhalten da $Img(\underline{Z}(f)) \approx -\frac{1}{2\pi f C}$. Das hier verwendete vereinfachte Ersatzschaltbild ist eine Serienschaltung eines geringen Kabelwiderstandes mit einer Parallelschaltung aus einem sehr hochohmigen Widerstand (Luft) und einem Kondensator. Bei niedrigen Frequenzen muss berücksichtigt werden, dass der Kondensator eine sehr hochohmige Impedanz darstellt und daher der zu diesem parallel geschaltete sehr hohe Luftwiderstand dominiert ($Re(Z)$ ist groß). Bei höheren Frequenzen wird dieser Parallelwiderstand dann faktisch über den Kondensator kurzgeschlossen ($\underline{Z}_C$ ist klein) und die Resistanz hängt nur mehr vom Kabelwiderstand ($R_c \approx 0\Omega$) ab.
Es gilt dann annähernd: $\underline{Z}(f) \approx \underline{Z}_C = -\frac{j}{2\pi f C}$

50cm Kabel mit kurzgeschlossenen Enden:



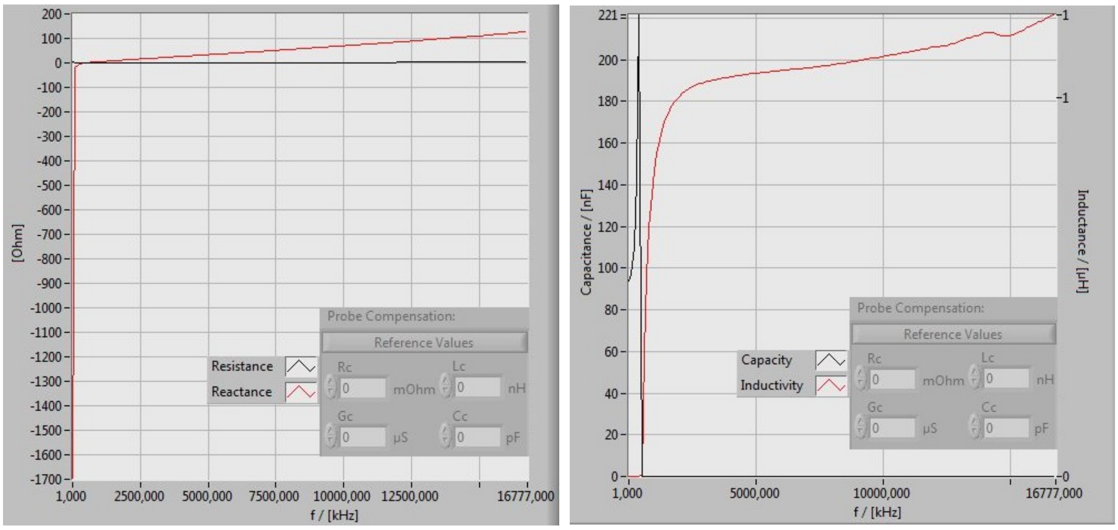
(a) *schwarz: Re($\underline{Z}$(f)), rot: Img($\underline{Z}$(f))*　　(b) *schwarz: C(f), rot: L(f)*

Abb. 6.9: **50cm Kabel mit kurzgeschlossenen Enden ohne Kabelkompensation:** *induktives Verhalten*

Schließt man die Enden der Kabel kurz, fließt fast der gesamte Strom über die Kurzschlussstelle und nicht über den Kapazitätsbelag (infinitesimale Kapazitäten), welcher daher für die Impedanz eine untergeordnete Rolle spielt. Als Ersatzschaltbild kann man sich einen sehr niederohmigen Stromkreis mit einer Spule, die die Induktivität der Leiterschleife repräsentiert, vorstellen. Es ergibt sich induktives Verhalten mit $\underline{Z}(f) \approx \underline{Z}_L = j \cdot 2\pi f L$.
Mit steigender Frequenz werden die Impedanzen der infinitesimalen parallelen Kabelkapazitäten immer geringer und es fließt auch ein Teil des Stromes über sie, was sich in einem leicht mit der Frequenz steigenden Realteil $Re(\underline{Z}(f))$ äußert.

100nF Kondensator kontaktiert mit 50cm Kabeln:

Die Kapazität des Kondensators übersteigt die Kabelkapazität ($C_c \approx 15 - 20pF$) um das ca. 5000-fache, somit ist $\underline{Z}_C = -\frac{j}{\omega C}$ im Vergleich zum offenen Ende viel kleiner und deshalb schlägt ab einer bestimmten Frequenz das kapazitive Verhalten ($\propto \frac{1}{\omega}$) in ein induktives Verhalten ($\propto \omega$) um. Am Verlauf von Abb. 6.10b kann man den Übergang vom kapazitiven zum induktiven Verhalten erkennen.

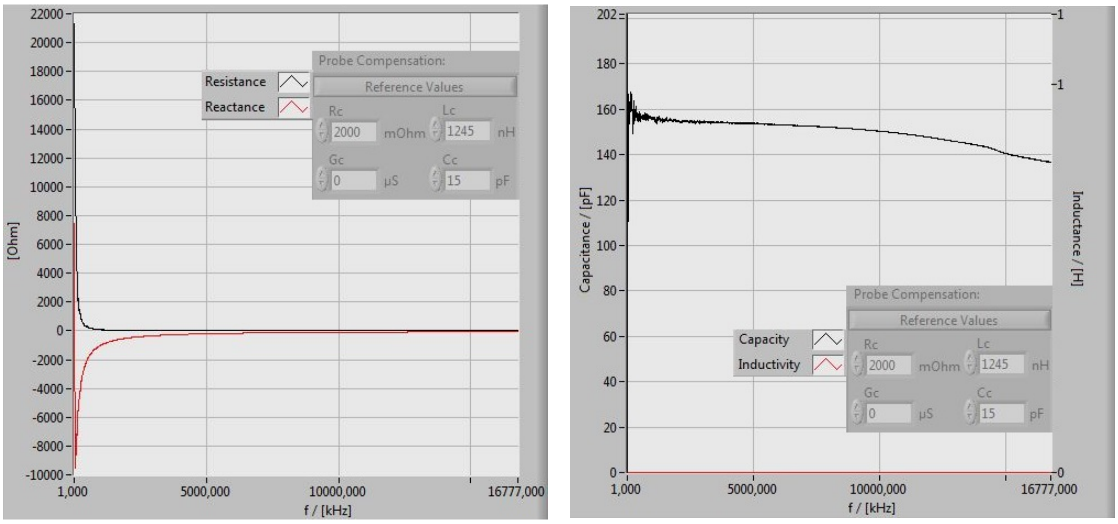


(a) *schwarz: Re($\underline{Z}$(f)), rot: Img($\underline{Z}$(f))*

(b) *schwarz: C(f), rot: L(f)*

Abb. 6.10: **100nF Kondensator;** *mit 50 cm Kabeln kontaktiert; ohne Kabelkompensation*

20$k\Omega$ Widerstand parallel zu 150pF Kondensator mit 50cm Kabeln



(a) *schwarz: Re($\underline{Z}$(f)), rot: Img($\underline{Z}$(f))*

(b) *schwarz: C(f), rot: L(f)*

Abb. 6.11: **20$k\Omega$ Widerstand parallel zu 150pF Kondensator;** *mit 50cm Kabeln und Kabelkompensation*

Abb. 6.12 zeigt die im Excel-Programm berechneten und geplotteten Werte für R und C, jeweils mit (blau) und ohne (rot) Leitungskompensation. Anhand von Abb. 6.12 sieht man, dass bei niedrigen Frequenzen $R(f)$ und $C(f)$ noch annähernd konstant sind, bei hohen Frequenzen aber sehr stark frequenzabhängig sind. Für niedrige Frequenzen stimmen die errechneten Werte für C gut mit den wirklichen

Werten überein. Die berechneten Werte für R sind auch im niederfrequenten Bereich zu niedrig und im höherfrequenten Bereich viel zu hoch und zu sprunghaft. Das liegt wahrscheinlich an der unzureichenden Kabelkompensation und dem hohen Widerstand in Verbindung mit der geringen Kapazität (siehe Kapitel 5.2.4 und nächste Messung '100$k\Omega$ parallel zu 150pF').

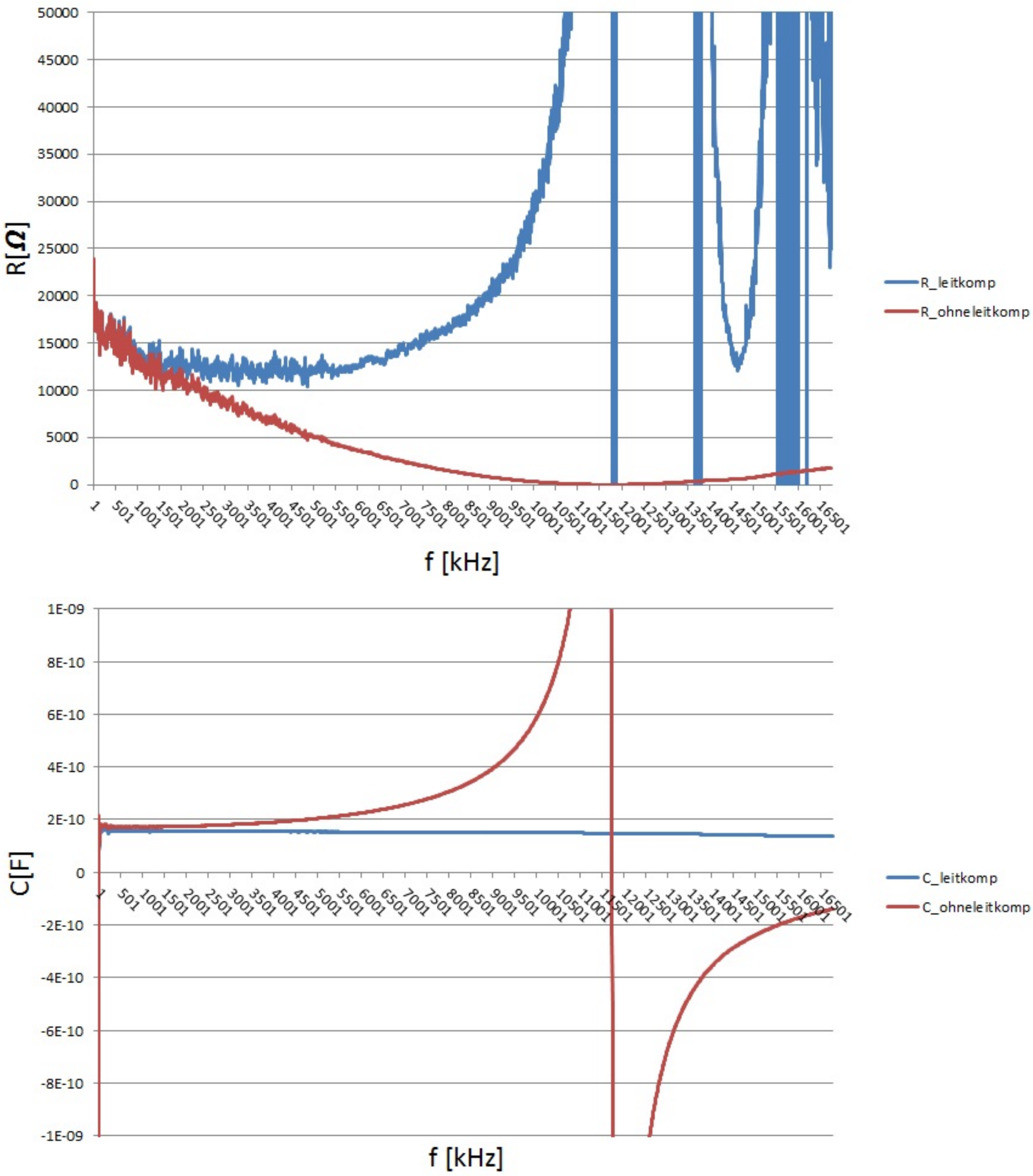


Abb. 6.12: ***20kΩ*** *Widerstand* ***parallel*** *zu* ***150pF*** *Kondensator; mit* ***50cm Kabeln****; blau: mit Kabelkompensation, rot: ohne Kabelkompensation*

100$k\Omega$ Widerstand parallel zu 150pF Kondensator mit 50cm Kabeln

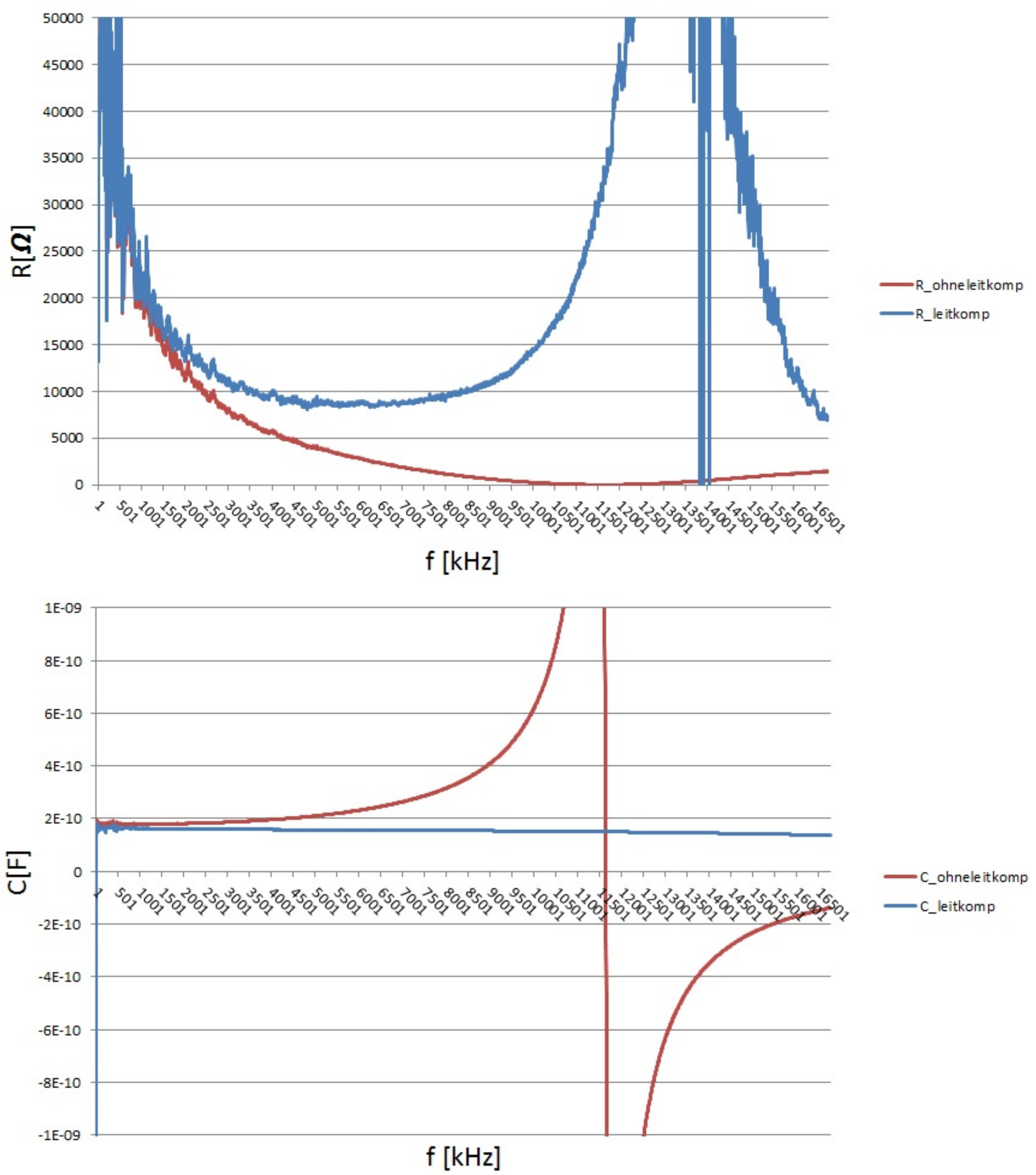


Abb. 6.13: ***100k**Ω Widerstand **parallel** zu **150pF** Kondensator; mit **50cm Kabeln**; blau: mit Kabelkompensation, rot: ohne Kabelkompensation*

Abb. 6.13 zeigt die im Excel-Programm berechneten und geplottete Werte für R und C, jeweils mit (blau) und ohne (rot) Leitungskompensation. Bei immer höher werdenden Parallelwiderständen ergibt sich, wie bei 100$k\Omega$, eine immer stärkere Frequenzabhängigkeit von $R(f)$. Die Ursache dafür liegt wiederum in der vereinfachten Modellannahme bzw. Ersatzschaltung der diskretisierten Kabel und der unzureichenden diskreten Kabelkompensation. Diese sollte im unteren Frequenz-

bereich ausreichend sein, jedoch machen sich bei hohen Widerständen schon kleine Kompensationsfehler bemerkbar. Es ist auffällig, dass gerade die Kompensation des seriellen Kabelwiderstandes R_c den Kurvenverlauf sehr stark beeinflusst. Der Grund dafür dürfte sein, dass bei hohen Parallelwiderständen der Kabelwiderstand maßgeblich in die gemessene Impedanz eingeht, da der hohe Parallelwiderstand bei höheren Frequenzen immer weniger zur Impedanz beiträgt (Impedanz des Parallelkondensators wird kleiner). Das wirkt sich auf die Berechnung von R aus. Dieser charakteristische, frequenzabhängige Kurvenverlauf bei hohen Parallelwiderständen ist im Kapitel 5.2.4 genauer erklärt und wird dort mit einer mathematischen Näherung modelliert.
Wie man in Abb. 6.13 sieht, fällt $R(f)$ schon bei niedrigen Frequenzen sehr stark ab, bleibt dann annähernd konstant und steigt dann wieder stark an. Der wirkliche Wert von R kann anhand dieser Kurve nicht abgelesen werden und ist höher als die berechneten Werte. Man kann also für hohe Parallelwiderstände, oder anders gesagt, mit schlecht leitfähigen Medien, den Widerstand R mit diesem Messaufbau nicht bestimmen. Dieses charakteristische Verhalten bei hohen Widerständen spielt gerade bei den Messungen mit DW, Eis und Schnee eine große Rolle.
Für C ergeben sich konstante Werte, da der Kondensator aufgrund seiner kleinen Kapazität und des hohen Parallelwiderstandes dominiert.

100Ω Widerstand parallel zu 150pF Kondensator mit 50cm Kabeln

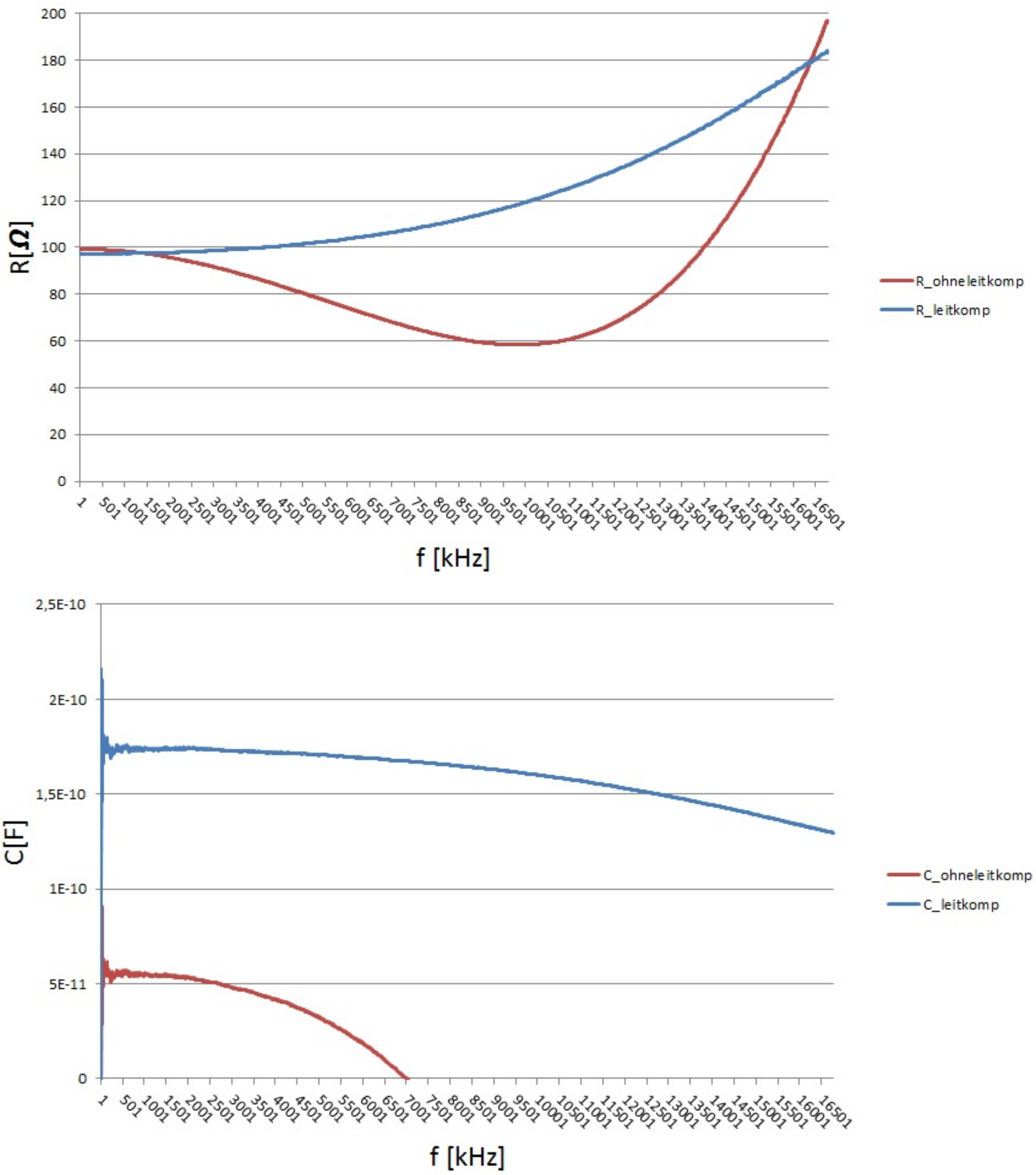


Abb. 6.14: ***100Ω*** *Widerstand* ***parallel*** *zu* ***150pF*** *Kondensator; mit* ***50cm Kabeln****; blau: mit Kabelkompensation, rot: ohne Kabelkompensation*

Misst man mit geringeren Widerständen, erhält man im unteren Frequenzintervall annähernd passende Werte für R. Das liegt wahrscheinlich daran, dass der Widerstand stärker in $Re(\underline{Z})$ eingeht. Bei höheren Frequenzen steigt $R(f)$ wieder aufgrund der unzureichenden Kompensation. Das Selbe gilt für $C(f)$, nur dass hier die Werte mit steigender Frequenz fallen.

6.4 Messungen mit destilliertem Wasser (DW), Regenwasser (RW), Leitungswasser (LW) und Eis

Es wurden jeweils Messungen mit destilliertem Wasser (DW), Regenwasser (RW) und Leitungswasser (LW) mit dem Zylinderkondensator und dem Plattenkondensator durchgeführt. Ergänzend zu den Impedanzmessungen wurden Leitfähigkeitsmessungen durchgeführt, um die jeweiligen Widerstände bzw. Leitfähigkeiten von DW, RW und LW zu ermitteln (siehe Kapitel 6.5).
Die theoretisch berechneten Kapazitäten der Kondensatoren ergeben nach Glg. (6.0.6) und Glg. (6.0.2) mit $\epsilon_{Wasser} \approx 80$ [4] und $\epsilon_{Eis} \approx 3{,}2$ [5]:

$$C_{Zyl/Wasser} = C_{0/Zyl} \cdot \epsilon_{Wasser} = 14{,}7pF \cdot 80 = 1176pF \approx 1{,}2nF \tag{6.4.1}$$

$$C_{Platt/Wasser} = C_{0/Platt} \cdot \epsilon_{Wasser} = 0{,}535pF \cdot 80 = 42{,}8pF \approx 43pF \tag{6.4.2}$$

$$C_{Zyl/Eis} = C_{0/Zyl} \cdot \epsilon_{Eis} = 14{,}7pF \cdot 3{,}2 = 47{,}04pF \approx 47pF \tag{6.4.3}$$

$$C_{Platt/Eis} = C_{0/Platt} \cdot \epsilon_{Eis} = 0{,}535pF \cdot 3{,}2 = 1{,}71pF \approx 2pF \tag{6.4.4}$$

Zylinderkondensator mit 50cm Kabeln:

Kompensationseinstellungen:

- $C_c = 15pF$
- $L_c = 1245nH$
- $R_c = 2000m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

- **DW:** Bei destilliertem Wasser ist in Abb. 6.15 der starke Abfall von $R(f)_{DW}$ im ersten Drittel des Frequenzspektrums auffallend. Das ist, wie schon im Kapitel 6.3 beobachtet wurde, eine Folge des hohen Parallelwiderstandes des realen Kondensators aufgrund der geringen Leitfähigkeit von destilliertem Wasser. Der Widerstand geht deshalb mit steigender Frequenz immer weniger in die Parallelschaltung ein, da die Impedanz des Kondensators $\underline{Z}_C$ immer kleiner wird. Die Resistanz der gemessenen Impedanz $Re(\underline{Z}(f))$ wird vom nicht ideal kompensierten seriellen Kabelwiderstand R_{K-Rest} geprägt, der mathematisch näherungsweise dem Parallelwiederstand R zugeschrieben werden kann und diesen verkleinert. Für die genaue Beschreibung dieses frequenzabhängigen Verlaufs siehe auch Kapitel 5.2.4. Die erhaltenen Werte $R(f)_{DW}$ sind demnach nicht als Widerstandswerte von DW zu sehen. Ein

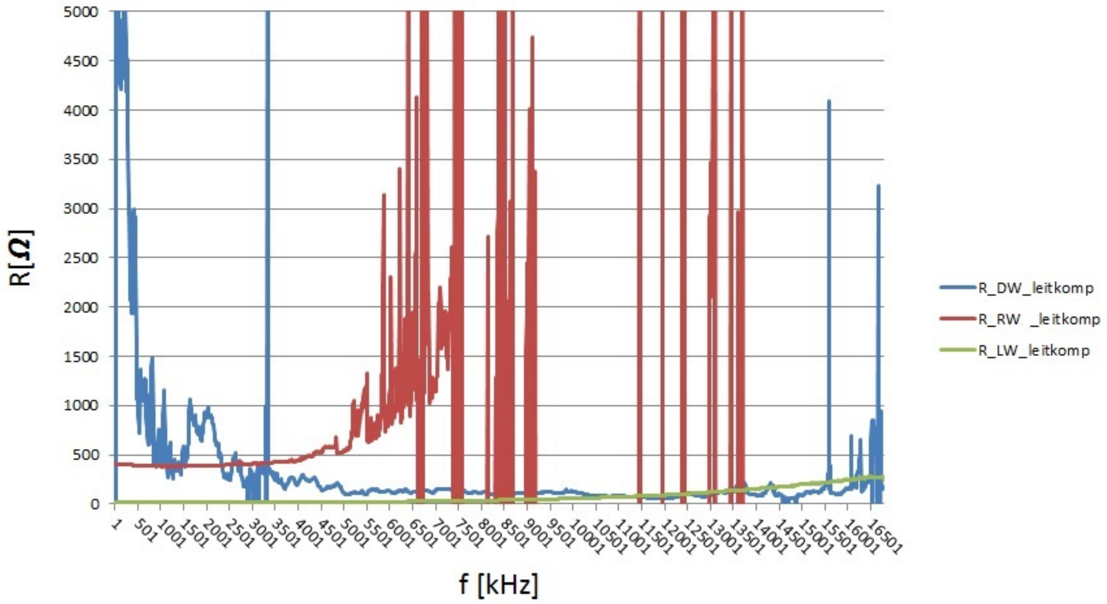


Abb. 6.15: ***Widerstand R*** *von* ***RW, DW, LW****; mit* ***Zylinderkondensator*** *und* ***50cm Kabeln*** *gemessen;*
$R_{LW_{f<9000kHz}} \approx 13 - 40\Omega$ *(annähernd linear steigend)*

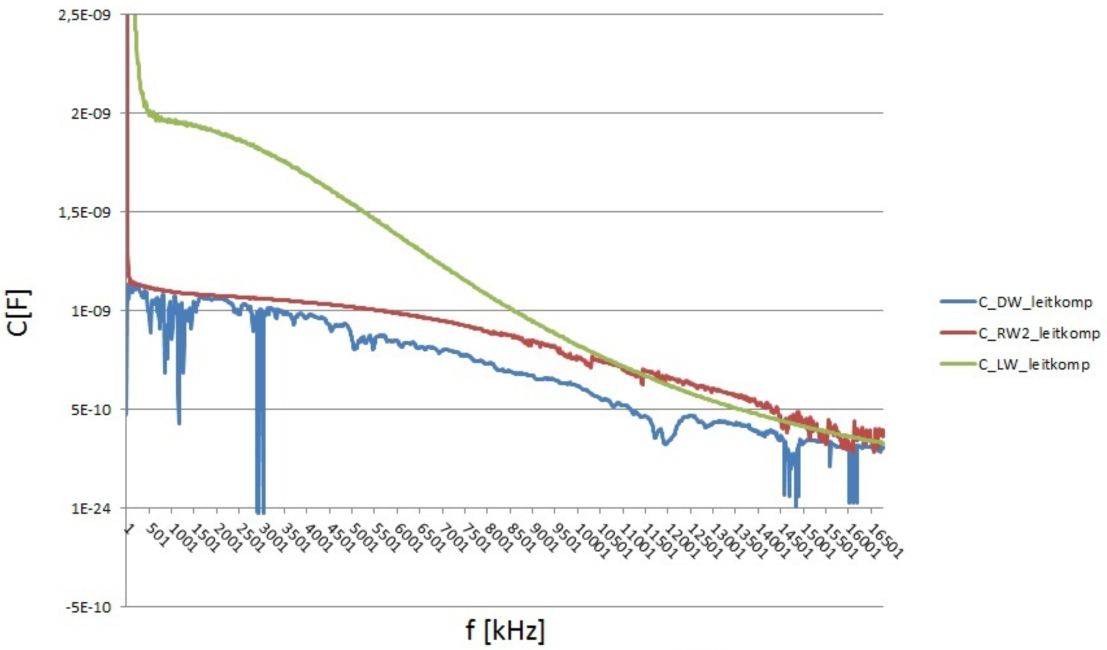


Abb. 6.16: ***Kapazität C*** *von* ***RW, DW, LW****; mit* ***Zylinderkondensator*** *und* ***50cm Kabeln*** *gemessen*

ähnliches Verhalten von $R(f)$ ist auch bei den Schneemessungen in Kapitel 9.8 und bei den Messungen an bekannten Bauteilen: '100k parallel 150pF' (Abb. 6.13) zu erkennen. Auch die $C(f)_{DW}$-Werte in Abb. 6.16 sind einem charakteristischen, frequenzabhängigen Verlauf unterworfen, jedoch weniger stark als die $R(f)_{DW}$-Werte. Sie passen im unteren Frequenzbereich gut mit der theoretisch berechneten Kapazität $C_{Wasser} \approx 1{,}2nF$ überein.

- **RW:** Für Regenwasser ist $R(f)_{RW}$ im unteren Frequenzbereich annähernd konstant, wie man in Abb. 6.15 sieht. Aufgrund der unzureichenden Kabelkompensation sind die $R(f)_{RW}$-Werte wiederum bei höheren Frequenzen nicht mehr aussagekräftig. Berechnet man nach Glg. (6.5.8), mit $R \approx 400\Omega$ aus Abb. 6.15, den spezifischen Widerstand, ergibt sich $\rho_{RW} \approx 666\Omega m$. Das liegt in der Größenordnung des mithilfe der Gleichstrommessung (Kapitel 6.5) bestimmten spezifischen Widerstandes $\rho_{RW/DC} \approx 811\Omega m$. Wie schon bei DW sind die $C(f)_{RW}$-Werte in Abb. 6.16 einem ähnlich charakteristischen, frequenzabhängigen Verlauf unterworfen, haben aber im unteren Frequenzbereich zusätzlich viele Messausreißer.

- **LW:** Die für Leitungswasser ermittelten Werte $R(f)_{LW}$ sind im unteren bis mittleren Frequenzbereich annähernd konstant bzw. leicht steigend, wie man in Abb. 6.15 sieht. Der Vergleich mit der Gleichstrommessung von LW (Kapitel 6.5) mit dem Zylinderkondensator ($R_{LW/DC} \approx 13\Omega$) zeigt eine gute Übereinstimmung im unteren Frequenzbereich. Im oberen Bereich steigen die Werte aufgrund unzureichender Kabelkompensation wieder an. Die $C(f)_{LW}$-Werte in Abb. 6.16 sind einem stärkeren, frequenzabhängigen Verlauf unterworfen als jene von DW und RW und sie weichen auch im unteren Frequenzbereich von der theoretisch berechneten Kapazität $C_{Wasser} \approx 1{,}2nF$ ab. Das kann an der weniger dominanten Kapazität, aufgrund des geringeren Widerstandes liegen. Dafür sind die $R(f)_{LW}$-Werte viel stabiler als jene von DW und RW. Die Kompensationsfehler wirken sich bei LW, im Gegensatz zu DW und RW, mehr auf die $C(f)_{LW}$-Werte aus und weniger auf die $R(f)_{LW}$-Werte.

Zylinderkondensator mit BNC-Kroko:

Kompensationseinstellungen:

- $C_c = 4{,}51pF$
- $L_c = 108nH$
- $R_c = 0m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

Die $C(f)$-Werte in Abb. 6.18 stimmen gerade im unteren Frequenzbereich gut mit dem berechneten Wert $C_{Wasser} \approx 1{,}2nF$ nach Glg. (6.4.1) überein. Die $R(f)_{RW}$-Werte in Abb. 6.17 sind kleiner als die bei den 50cm-Kabel-Messungen. Die $R(f)_{LW}$-Werte in Abb. 6.17 sind über das ganze Frequenzspektrum konstant ($R_{LW} \approx 14{,}6\Omega$) und stimmen mit der Zylinderkondensator-Gleichstrommessung mit LW ($R_{LW/DC} \approx 13\Omega$ aus Kapitel 6.5) gut überein. Die $R(f)_{DW}$-Werte in Abb. 6.17 stimmen, abgesehen von ihrem starken, frequenzabhängigen Verlauf, auch nicht

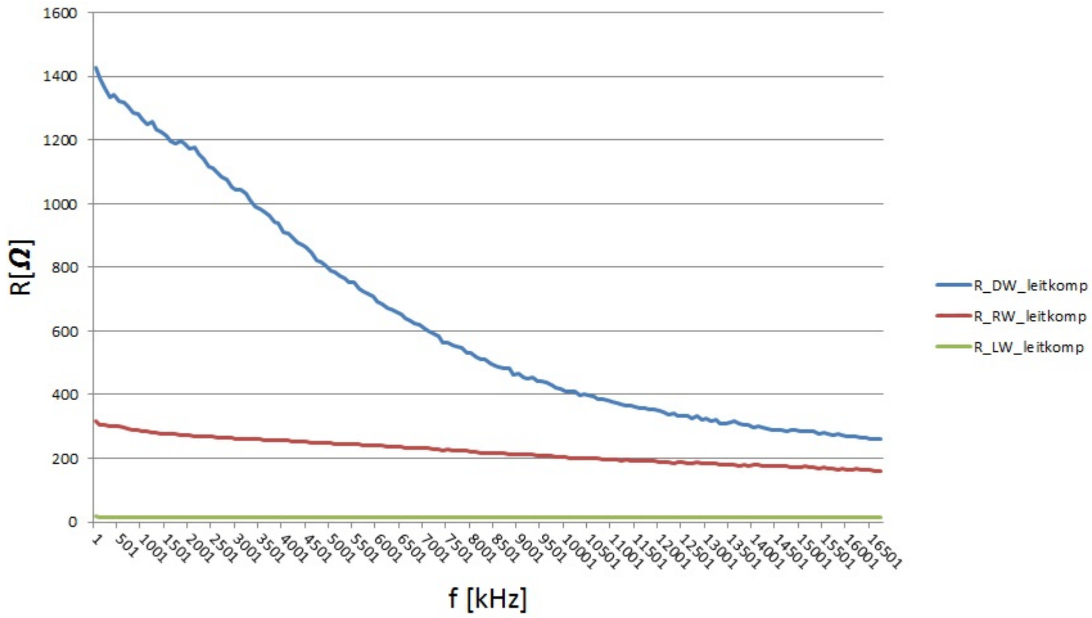


Abb. 6.17: ***Widerstand R*** *von* ***RW, DW, LW****; mit* ***Zylinderkondensator*** *und* ***BNC-Kroko*** *gemessen;* $R_{LW} \approx 14{,}6\Omega$ *(annähernd konstant)*

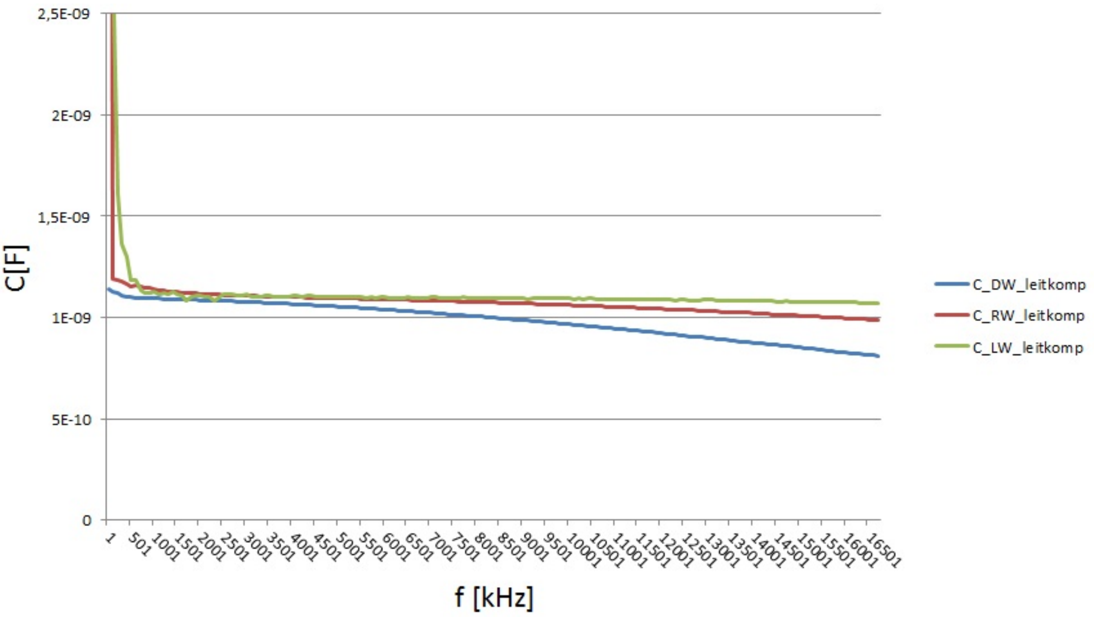


Abb. 6.18: ***Kapazität C*** *von* ***RW, DW, LW****; mit* ***Zylinderkondensator*** *und* ***BNC-Kroko*** *gemessen*

mit den Werten aus der 50cm Kabel-Messung überein und lassen somit keine sinnvolle Angabe des Widerstandes zu. Das allgemein bessere Frequenzverhalten der BNC-Kroko Messungen ohne die 50cm Kabel, ist auf die geringe Kabellänge (ca. 5cm) und die dadurch weniger stark auftretenden Kabeleinflüsse zurückzuführen.

Plattenkondensator mit 50cm Kabeln:

Kompensationseinstellungen (leicht unterschiedlich zu den bisher verwendeten Kompensationseinstellungen):

- $C_c = 16pF$
- $L_c = 1345nH$
- $R_c = 0m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

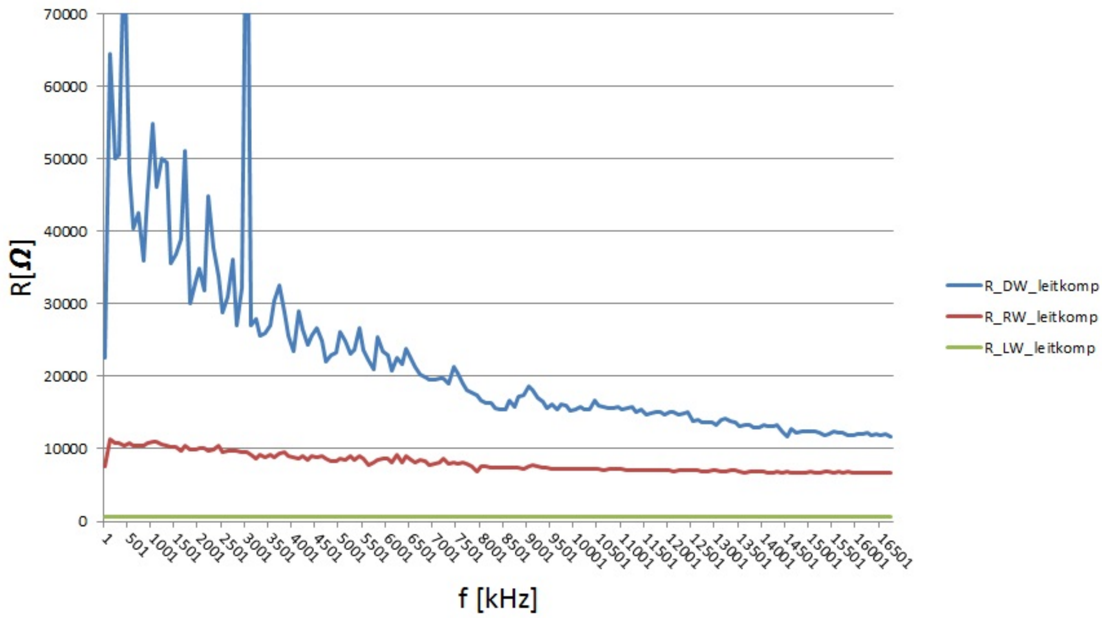


Abb. 6.19: ***Widerstand R*** *von* ***RW, DW, LW****; mit* ***Plattenkondensator*** *und* ***50cm Kabeln*** *gemessen*

Die $R(f)$-Werte in Abb. 6.19 können direkt mit den Gleichstrommessungen in Tabelle 6.1 verglichen werden. Für RW und LW stimmen die $R(f)_{RW/LW}$-Werte größen- ordnungsmäßig gut überein. Für DW erhält man aus dem selben Grund wie schon beim Zylinderkondensator keine aussagekräftigen $R(f)_{DW}$-Werte. Die $C(f)$-Werte in Abb. 6.20 sind konstant und stimmen beim Vergleich mit der theoretisch berechneten Kapazität $C_{Platt/Wasser} \approx 43pF$ gut überein.

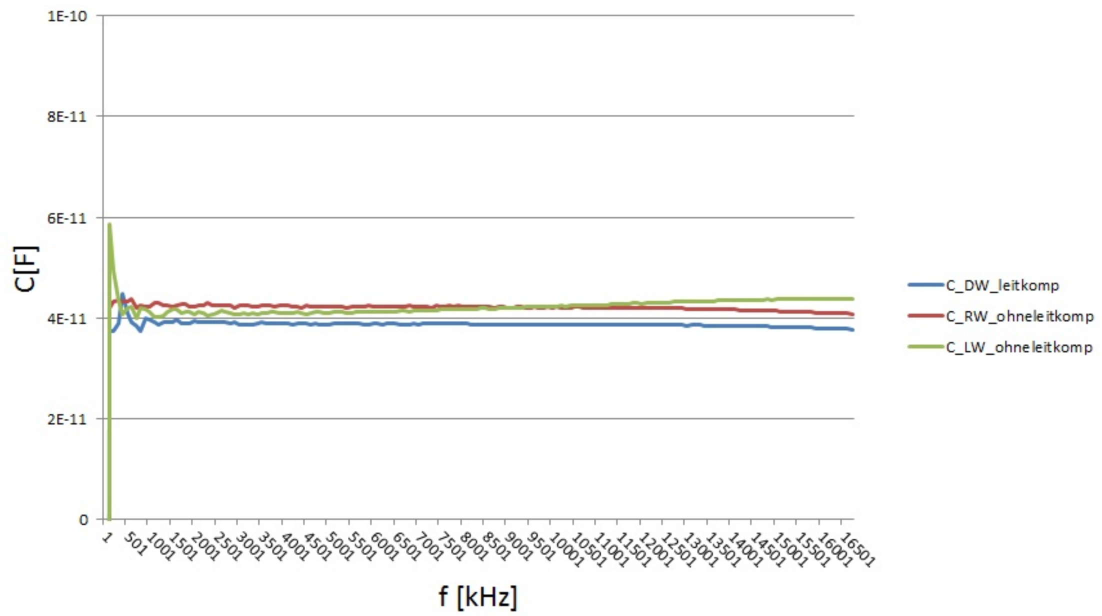


Abb. 6.20: ***Kapazität C*** *von* ***RW, DW, LW****; mit* ***Plattenkondensator*** *und* ***50cm Kabeln*** *gemessen*

6.5 Zum Vergleich durchgeführte Leitfähigkeitsmessungen mit RW, DW und LW bei Gleichspannung

Die elektrolytischen Leitfähigkeitsmessungen wurden nur als grobe Referenzmessungen zu den hauptsächlichen Impedanzmessungen durchgeführt. Aus diesem Grund wurde der Aufwand gering gehalten und nicht wie üblich mit Wechselstrom, genormter Messzelle und Platinelektroden gemessen, sondern mit Gleichstrom und den vorhandenen Kondensatoren als Messzellen. Die gemessenen Widerstände R entsprechen den statischen Werten für $\omega = 0$, die sich leicht in ρ_s und σ_s umrechnen lassen (siehe Kapitel 4.4). Die mit Gleichstrom gemessenen Widerstandswerte stimmen von der Größenordnung gut mit denjenigen aus den Impedanzmessungen überein, weshalb auf eine genauere Messung mit Wechselstrom und Platinelektroden verzichtet wurde.

Als Messzellen dienten die in Kapitel 6 beschriebenen Kondensatoren: das Plastikgefäß mit Kupferplatten als Plattenkondensator und der Zylinderkondensator. Beim Plattenkondensator wurde ein Labornetzgerät als Spannungsquelle mit jeweils 6 Volt, 12 Volt und 24 Volt verwendet, beim Zylinderkondensator ein handelsübliches Netzgerät (Ladegerät) mit einer angegebenen Leerlaufspannung von 12 Volt. Die Spannung U und die Stromstärke I wurden mit Multimetern gemessen. Da mit Gleichstrom gemessen wurde, änderten sich aufgrund von chemischen Umwandlungsprozessen die gemessenen Stromstärken abhängig vom Medium mit der Zeit. Dies wird im Kapitel 4.5 näher beschrieben.
Bei LW sinkt der Strom mit der Zeit, hingegen bleibt er bei DW und RW annähernd konstant. Das liegt wahrscheinlich daran, dass im LW viel mehr Ionen gelöst sind

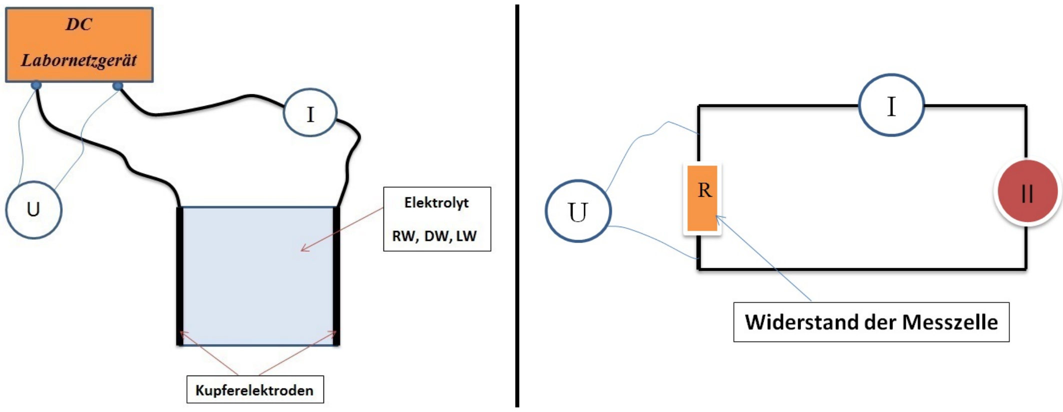


Abb. 6.21: **Messaufbau und Ersatzschaltung** *der Leitfähigkeitsmessung*

und deshalb auch mehr chemische Prozesse an den Elektroden und somit eine stoffliche Veränderung an den Elektroden stattfinden, als bei DW und RW. Auch sinkt aufgrund dieser chemischen Veränderungen beim LW die gemessene Stromstärke (Widerstand steigt), wenn Messungen hintereinander mit dem gleichen LW durchgeführt werden. Bei Umkehrung der Stromrichtung misst man einen höheren Strom der dann wiederum mit der Zeit absinkt. Legt man eine Spannung von ungefähr 20 Volt an, merkt man wie sich Ausfällungen im LW bilden. Aufgrund dieser durch die Spannung verursachten chemischen Veränderungen, sind die Widerstandswerte bei geringeren Spannungen aussagekräftiger als jene bei hohen Spannungen. Auch ist der aus den gemessenen Größen U und I berechnete (spezifische) Widerstand bzw. die Leitfähigkeit von der angelegten Spannung abhängig, unabhängig vom Effekt der chemischen Veränderungen durch mehrmalig aufeinander folgende Messungen. Bei höheren Spannungen ergeben sich dadurch geringere Widerstände. Diese Nichtlinearität ergibt sich, wie schon im Kapitel 4.5 erwähnt, aufgrund des Elektrodenwiderstandes (kein Ohmscher Widerstand). Der Widerstand des Wassers bzw. der Elektrolytlösung kann trotzdem ein idealer Ohmscher Widerstand sein, da sich der Zellwiderstand vereinfacht gesehen aus den Elektrodenwiderständen (nicht linear) und dem Elektrolytwiderstand (kann linear sein) zusammensetzt. Zusammenfassend konnten folgende nicht signifikanten Effekte beobachtet werden:

- Abhängigkeit des Zellenwiderstandes von der Spannung → Nichtlinearität des Zellwiderstandes
- Zeitlich abnehmende Stromstärke während der Messung → chemische Veränderungen
- Messung geringer Stromstärken bei aufeinanderfolgenden Messungen bei gleichem Medium → vorangegangene (addierte) chemische Veränderungen

Wobei hier Punkt 2 und 3 die gleiche chemisch/physikalische Ursache haben.
Diese Schlussfolgerungen basieren lediglich auf der Grundlage einiger Messungen und sind nicht die Folge statistisch ausgewerteter Messserien, wodurch sie nicht signifikant sind!

Messungen mit RW, DW und LW mit dem Plattenkondensator als Messzelle:

Die drei Messungen mit dem Plattenkondensator im Plastikgefäß mit drei verschiedenen Spannungen wurden hier für jedes Medium nacheinander (Zeitverlauf wichtig wegen der chemischen Veränderungen), zuerst mit 6V dann 12V und 24V durchgeführt.

Leitungswasser (LW)

U[Volt] gemessen	I[mAmpere] gemessen	R[Ohm] berechnet	Strom-Zeit-Verhalten
6,10	7,37	≈828	I sinkt mit t
11,76	15,81	≈744	I sinkt mit t
24,45	34,00	≈719	I sinkt mit t

Destilliertes Wasser (DW)

U[Volt] gemessen	I[mAmpere] gemessen	R[Ohm] berechnet	Strom-Zeit-Verhalten
6,12	0,08	≈76500	I bleibt konstant
11,81	0,18	≈65611	I bleibt konstant
24,53	0,39	≈62897	I bleibt konstant

Regenwasser (RW)

U[Volt] gemessen	I[mAmpere] gemessen	R[Ohm] berechnet	Strom-Zeit-Verhalten
6,12	0,46	≈13304	I bleibt konstant
11,80	0,89	≈13258	I bleibt konstant
24,53	1,87	≈13118	I bleibt konstant

Tabelle 6.1: Gleichstrommessungen an LW, DW, RW zur Bestimmung von R

Die spezifischen Widerstände ρ lassen sich über den Zusammenhang $\rho = \frac{R \cdot A}{d}$ leicht berechnen. Für den Plattenkondensator ist $A = 0{,}061m \cdot 0{,}046m = 0,002806m^2$ und $d = 0{,}046m$, woraus folgt:

LW bei $U = 6{,}10V$

$$R = 828\Omega \Rightarrow \rho_{s_{LW/DC}} \approx 50{,}5\Omega m \Rightarrow \sigma_{s_{LW/DC}} \approx 2 \cdot 10^{-2}\Omega^{-1}m^{-1} \tag{6.5.1}$$

DW bei $U = 6{,}12V$

$$R = 76500\Omega \Rightarrow \rho_{s_{DW/DC}} \approx 4666{,}5\Omega m \Rightarrow \sigma_{s_{DW/DC}} \approx 2{,}14 \cdot 10^{-4}\Omega^{-1}m^{-1} \tag{6.5.2}$$

RW bei $U = 6{,}12V$

$$R = 13304\Omega \Rightarrow \rho_{s_{RW/DC}} \approx 811{,}5\Omega m \Rightarrow \sigma_{s_{RW/DC}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-3}\Omega^{-1}m^{-1} \tag{6.5.3}$$

Messung mit LW mit dem Zylinderkondensator als Messzelle:

Es wurde auch eine Messung mit dem Zylinderkondensator mit LW als Medium durchgeführt. Hierfür wurde kein Labornetzgerät, sondern ein handelsübliches Ladegerät mit einer angegebenen Leerlaufspannung von 12V als Spannungsquelle verwendet. Die unter Belastung gemessene Spannung betrug $U = 8V$ und der gemessene Strom $I = 0{,}578A$. Daraus ergibt sich ein ungefährer Widerstand von $R \approx 13\Omega$. Mit dem Zylinderkondensator wurden keine weiteren Messungen mit RW und DW durchgeführt.

Da die Kondensatorflächen des Zylinderkondensators nicht gleich groß sind kann ρ nicht einfach über $R = \rho \cdot \frac{r}{A}$ berechnet werden.
Man geht deshalb wie folgt vor:

$$R = \rho \cdot \frac{r}{A} \tag{6.5.4}$$

r....Länge des Widerstandes
A...Fläche des Widerstandes

$$\frac{dR}{dr} = \frac{\rho}{A} \tag{6.5.5}$$

$$R = \int \frac{\rho}{A} dr \tag{6.5.6}$$

Für die Fläche setzt man die Mantelfläche des Zylinders $A = 2\pi r h$ ein:

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho}{2\pi h r} dr = \frac{\rho}{2\pi h} \cdot ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \tag{6.5.7}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{2\pi hR}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \qquad (6.5.8)$$

mit: $h = 0{,}1m$, $r_1 = 0{,}024m$, $r_2 = 0{,}035m$ und dem gemessenen $R \approx 13\Omega$ ergibt sich:

$$\rho_{LW/DC} = \frac{2\pi \cdot 0{,}1 \cdot 13}{ln\left(\frac{0{,}035}{0{,}024}\right)} = 21{,}65\Omega m \qquad (6.5.9)$$

Dieser Wert liegt in der Größenordnung von dem mit dem Plattenkondensator gemessenen $\rho_{LW/DC} = 50{,}5\Omega m$ aus Glg. (6.5.1).

6.6 Messungen mit Eis

Es wurden Messungen mit dem Zylinderkondensator mit 'reinem Eis' und 'Eis nach 20 Minuten Tauzeit' aus LW durchgeführt. Mit dem Plattenkondensator wurde auch eine Messung mit Eis aus RW durchgeführt. Dafür wurden die Kondensatoren mit LW oder RW befüllt und eingefroren.
Da die Permittivität von Eis erst ab einer Frequenz $f > 1MHz$ einen reellen konstanten Wert von $\underline{\epsilon}(f)_{Eis} = \epsilon_{Eis} \approx 3{,}2$ annimmt (siehe Kapitel 4.3 und Abb. 4.8), muss man die ersten 100 Messwerte ($\Delta f = 10kHz$ und $f_{start} = 1kHz$) der nachfolgenden Messungen kritisch betrachten und kann sie nicht zur Bestimmung der Kapazität heranziehen. Der nicht verschwindende frequenzabhängige Imaginärteil $\epsilon''(f)_{Eis}$ für $f < 1MHz$ und der damit verbundene Abfall der relativen Permittivität $\underline{\epsilon}(f)_{Eis}$, wie in Abb. 4.8 zu sehen ist, kann ein Mitgrund dafür sein, dass die $C(f)$-Kurven am Beginn stark abfallen.

Zylinderkondensator mit Eis aus LW mit 50cm Kabeln:

Kompensationseinstellungen:

- $C_c = 15pF$
- $L_c = 1245nH$
- $R_c = 2000m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

Beim reinen Eis sind die $C(f)$-Werte etwas höher als der theoretisch berechnete Wert $C_{Zyl/Eis} \approx 47pF$. Umgerechnet ergibt sich aus $C_{Eis} \approx 5 \cdot 10^{-11}F$ die relative Permittivität:

$$\epsilon_{Eis} \approx \frac{50pF}{14{,}7pF} \approx 3{,}4 \qquad (6.6.1)$$

Die $C(f)$-Werte für das Eis nach 20 minütiger Tauzeit in Abb. 6.23 sind dementsprechend höher, da sicherlich mehr Wasseranteil in diesem vorhanden ist. Die

$R(f)$-Werte in Abb. 6.22 zeigen bei reinem Eis wieder das charakteristische Frequenzverhalten bei hohen Widerständen. Beim Eis nach 20 minütiger Tauzeit ergeben sich weniger frequenzabhängige $R(f)$-Werte, da der Widerstand geringer ist.

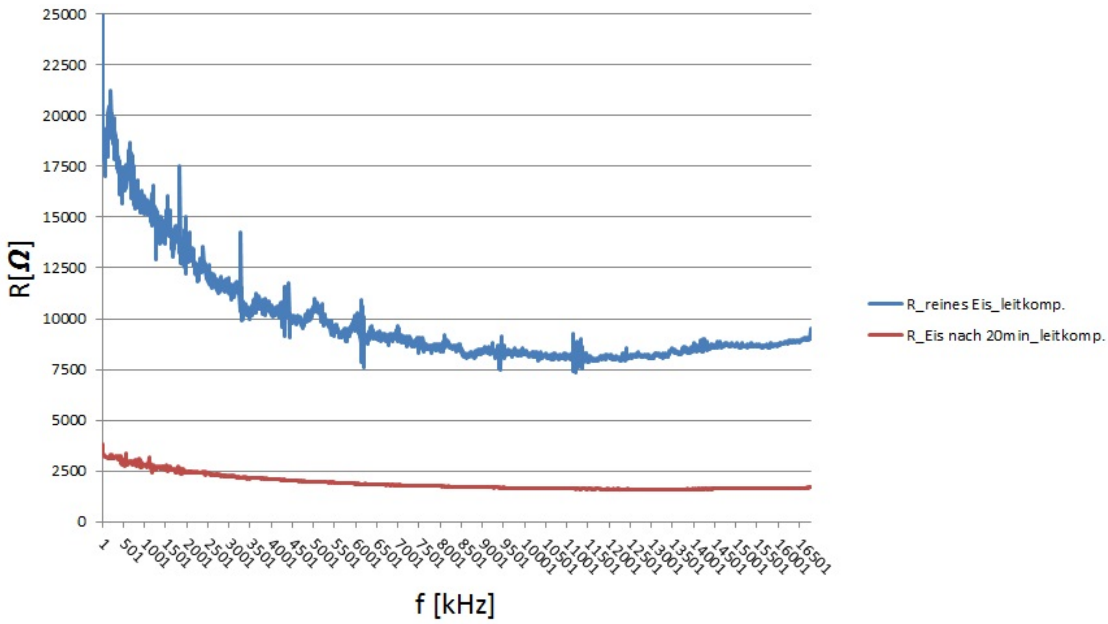


Abb. 6.22: ***Widerstand R*** *von* ***reinem Eis (blau)*** *und* ***Eis nach 20 Min. (rot)*** *aus LW; mit* ***Zylinderkondensator*** *und* ***50cm Kabeln***

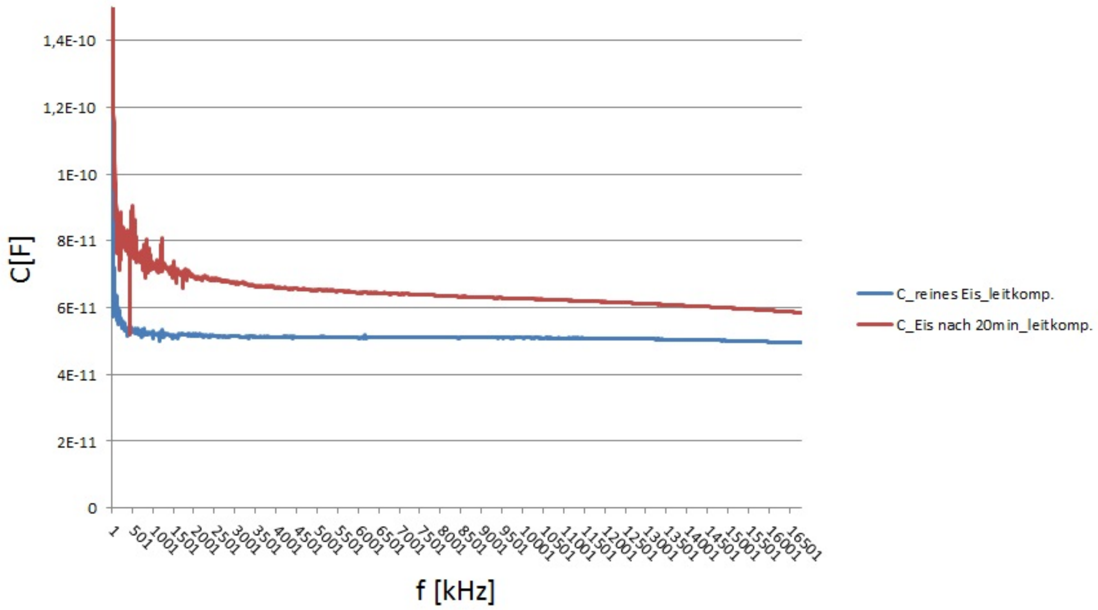


Abb. 6.23**: **Kapazität C** von **reinem Eis (blau)** und **Eis nach 20 Min. (rot)** aus LW; mit **Zylinderkondensator** und **50cm Kabeln

6.7 Impedanzmessungen mit Schnee

Da der erste Teil dieser Diplomarbeit im Frühling/Sommer 2014 durchgeführt wurde, waren die Möglichkeiten mit Schnee zu messen eingeschränkt. Es konnten trotzdem zwei voneinander unabhängige Messungen mit dem *Impedance Analyzer 16777k* mit Schnee durchgeführt werden. Einmal auf einem Altschneefeld am Schneeberg (Niederösterreich) am 06.06.2014 und einmal im Rahmen einer Hochtour am Hohen Sonnblick (Salzburg) am 16.08.2014. Dafür wurde der Impedance Analyzer, ein Laptop und die Kondensatoren mitgenommen und damit vor Ort zu messen. Da es sich um Outdoor-Messungen handelte, konnte keine fixe Kabelposition gewählt werden. Es wurde aber wie schon bei den Labormessungen mit Wasser, Eis und bekannten Bauteilen darauf geachtet, dass die Position der Kabel zueinander bei den Messungen ungefähr gleich war.
Am Schneeberg konnte nur eine Schneeart, nämlich stark umgewandelter, komprimierter, feuchter Altschnee gemessen werden. Am Hohen Sonnblick konnte aufgrund von Neuschneefällen über Nacht auch mit eher lockerem, nicht so nassem Schnee gemessen werden. Am Abend zuvor wurden Messungen an teilweise frisch gefallenem, feuchtem Schnee durchgeführt. Somit können hier wenigstens zwei voneinander merklich unterschiedliche Schneearten verglichen werden.
Es wurde sowohl am Schneeberg als auch am Sonnblick mit dem Zylinderkondensator und dem Plattenkondensator gemessen. Allerdings wurden beim Plattenkondensator nicht nur Messungen im Plastikgefäß durchgeführt, sondern zusätzlich die Kupferelektroden direkt in den Schnee gesteckt. Der Abstand zwischen den Elektroden wurde dabei so wie im Plastikgefäß gewählt ($d \approx 4{,}6$cm).

Die Messergebnisse für R und C sind wiederum einem durch unzureichende Kompensation – aufgrund des vereinfachten Ersatzschaltbildes – hervorgerufenen Frequenzverlauf unterworfen.
Da die relative Permittivität von Eis $\underline{\epsilon}_{Eis}(f)$ erst ab $f > 1MHz$ einen reellen konstanten Wert von $\epsilon_{Eis} \approx 3{,}2$ annimmt (siehe Kapitel 4.3 und Abb. 4.8), muss man die ersten 200 Messwerte ($\Delta f = 5kHz$ und $f_{start} = 1kHz$) der nachfolgenden Messungen schon aufgrund des nicht verschwindenden frequenzabhängigen Imaginärteiles $\epsilon''_{Eis}(f)$) für $f < 1MHz$ kritisch betrachten. Das kann ein Mitgrund dafür sein, dass die $C(f)$-Kurven bei niedrigen Frequenzen stark abfallen.

Die $R(f)_{Schnee}$-Kurven haben im unteren Frequenzbereich einen ähnlichen Kurvenverlauf wie die $R(f)_{Wasser}$-Kurven. Die $R(f)$-Werte fallen aufgrund des hohen Widerstandes, der unzureichenden Kabelkompensation und des nicht verschwindenden Imaginärteiles der relativen Permittivität stark ab und bleiben danach einigermaßen konstant. Diese $R(f)$-Werte geben daher nicht den wirklichen Schneewiderstand an, wie auch die Analyse der 'Messungen an bekannten Bauteilen' und der 'Messungen mit DW, RW, LW und Eis' zeigt. Aus den $C(f)_{Schnee}$-Werten lassen sich die relativen Permittivitäten der Schneearten gut angeben, obgleich auch diese einem frequenzabhängigen Verlauf unterworfen sind.

<u>Kompensationseinstellungen der 50cm Kabel:</u>

- $C_c = 15pF$
- $L_c = 1245nH$
- $R_c = 2000m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

<u>Kompensationseinstellungen des BNC-Kroko-Messadapters ohne die 50cm Kabel:</u>

- $C_c = 4{,}51pF$
- $L_c = 108nH$
- $R_c = 0m\Omega$
- $G_c = 0\mu S$

Durch die unterschiedlichen Kompensationseinstellungen und die dadurch entstehenden unterschiedlich starken Kompensationsfehler, kann ein Vergleich zwischen den Messungen mit und ohne die 50cm Kabel nicht ohne Weiteres gezogen werden. Dennoch werden diese Messungen aus Übersichtsgründen in den Grafiken zusammengefasst.

6.7.1 Messungen am Schneeberg mit Altschneeresten

Aufgrund der verschiedenen Füllprozesse und Wartezeiten zwischen den Messungen und dem damit verbundenen Temperatureinfluss sind keine identischen Messreihen zu erwarten. Die Füllmenge und die Kompression des Schnees werden den größten Einfluss auf die Messergebnisse ϵ_{Schnee} und σ_{Schnee} bzw. ρ_{Schnee} haben.

Abb. 6.24: ***Messung*** *mit dem in den Schnee gesteckten* ***Zylinderkondensator****; gemessen mit* ***50cm Kabeln****; von unten kontaktiert*

Messungen mit dem Zylinderkondensator:

Der Schnee wurde entweder per Hand zwischen die Kondensatorplatten gefüllt oder es wurde der Kondensator in den Schnee gesteckt (siehe Abb. 6.24), sodass die Schneebeschaffenheit so gut wie möglich erhalten blieb. In den folgenden Grafiken wird der per Hand befüllte Zylinderkondensator mit dem Zusatz '*umgedreht*' bezeichnet. Es wurden vier Messungen mit den 50cm Kabeln (mit '*50cm*' in den Grafiken bezeichnet) durchgeführt und eine Messung mit dem BNC-Kroko-Messadapter ohne die 50cm Kabel (mit '*BNC*' in den Grafiken bezeichnet).

Für die $R(f)$-Werte ergeben sich, ausgenommen der blauen Kurve in Abb. 6.25, bei niedrigen bis mittleren Frequenzen ähnliche Messkurven. Die $C(f)$-Werte in Abb. 6.26 hingegen weichen bis auf die blaue und rote Kurve systematisch voneinander ab. Das ist auf die, beim Befüllen des Kondensators entstehende, unterschiedliche Schneedichte zurückzuführen. Die jeweiligen Schneedichten konnten aufgrund fehlender Messmöglichkeiten nicht bestimmt werden. Anhand der $C(f)$-Kurven in Abb. 6.26 kann man den ungefähren Bereich der gemessenen relativen Permittivität von nassem Schnee angeben:

$$\epsilon_{nasserSchnee} = \frac{C_{gemessen}}{1,47 \cdot 10^{-11}} \approx 3{,}4 - 7{,}4 \tag{6.7.1}$$

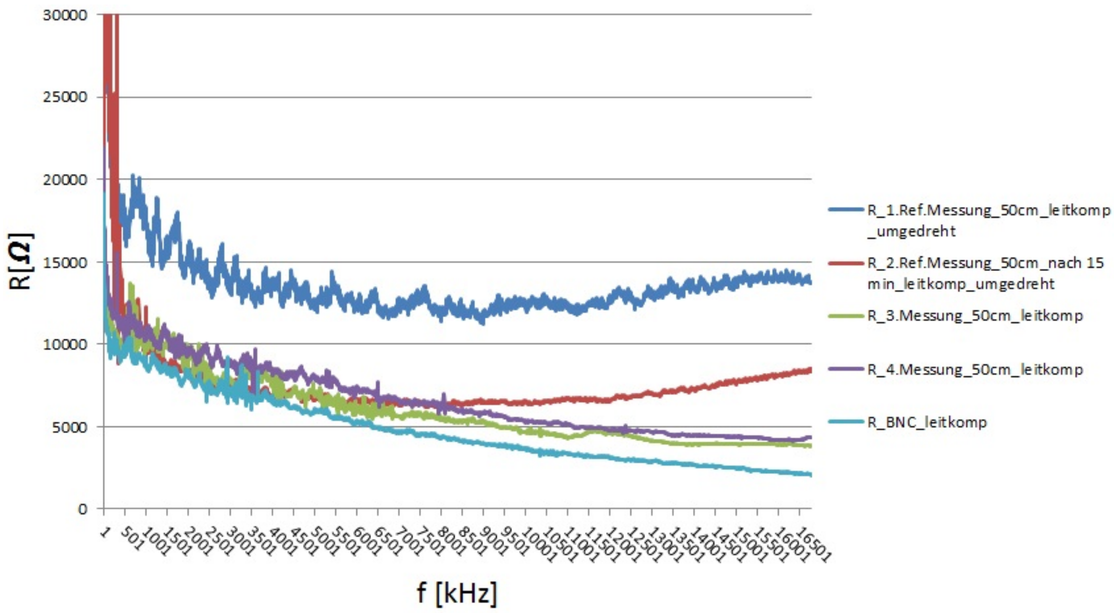


Abb. 6.25: **Widerstand R** *von Altschnee am Schneeberg; mit* ***Zylinderkondensator*** *mit und ohne (hellblau) 50cm Kabel(n) gemessen*

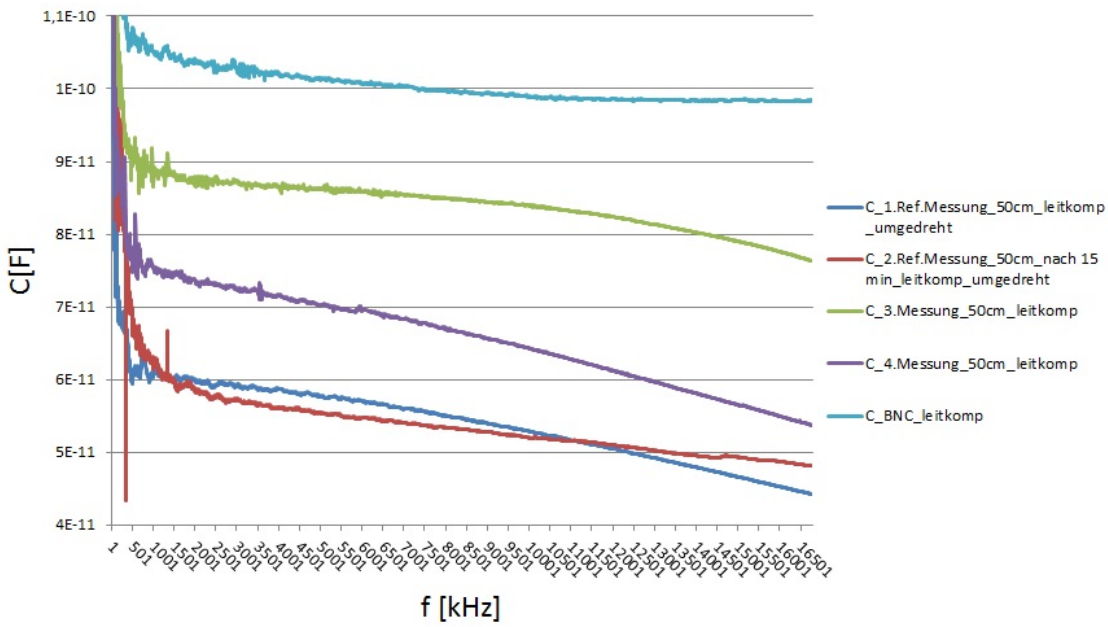


Abb. 6.26: **Kapazität C** *von Altschnee am Schneeberg; mit* ***Zylinderkondensator*** *mit und ohne (hellblau) 50cm Kabel(n) gemessen*

Die $R(f)$-Werte in Abb. 6.25 sind stak frequenzabhängig und wie auch schon bei Wasser und Schnee wenig aussagekräftig in Hinblick auf den spezifischen Widerstand bzw. die Leitfähigkeit von Schnee.

Messung mit dem Plattenkondensator – Kupferplatten im Schnee

Für diese Messungen wurden die zwei Kupferplatten parallel zueinander in einem Abstand von 4,6cm in den Schnee gesteckt. Er entspricht dem Abstand der Kupdferplatten im Plastikgefäß. Beim Plattenkondensator wurde nur eine Messung mit den 50cm Kabeln durchgeführt.

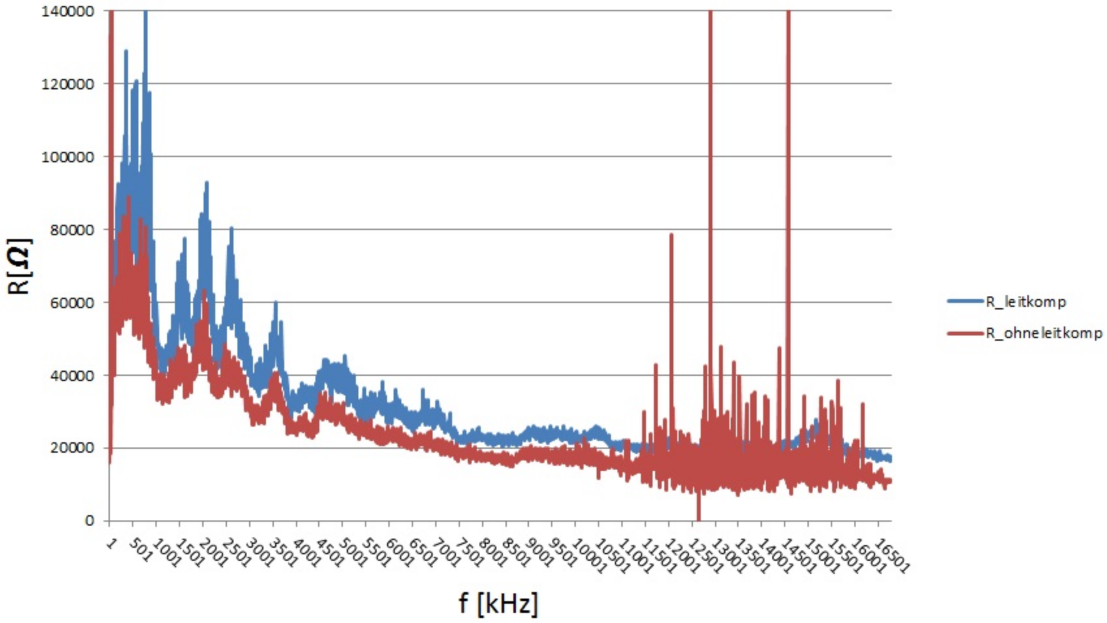


Abb. 6.27: **Widerstand R** *von Altschnee am Schneeberg; mit* ***Plattenkondensator im Schnee*** *mit* ***50cm Kabeln*** *gemessen*

Die $R(f)$-Messwerte in Abb. 6.27 sind wiederum einem frequenzabhängigen Verlauf hin zu niedrigen Werten unterworfen. Die $C(f)$-Werte in Abb. 6.28 sind, abgesehen vom unteren Frequenzbereich, sehr konstant. Die gemessene Kapazität $C(f)$ liegt ungefähr bei $7pF$, was geringer als die Kabelkapazität $C_c \approx 15pF$ ist. Das ist kompensationstechnisch insofern ein Problem, weil die Kabelkapazität bei ungenauer oder unzureichender Kompensation der Kabel die Messgröße C stark beeinflussen kann, wie in Abb. 6.32 zu sehen ist. Man muss daher entweder einen Kondensator mit größerer Kapazität C wählen, sodass sie sich stärker von der Kabelkapazität C_c abhebt, oder man kompensiert die Kabel sehr gut, was praktisch schwer zu realisieren ist.

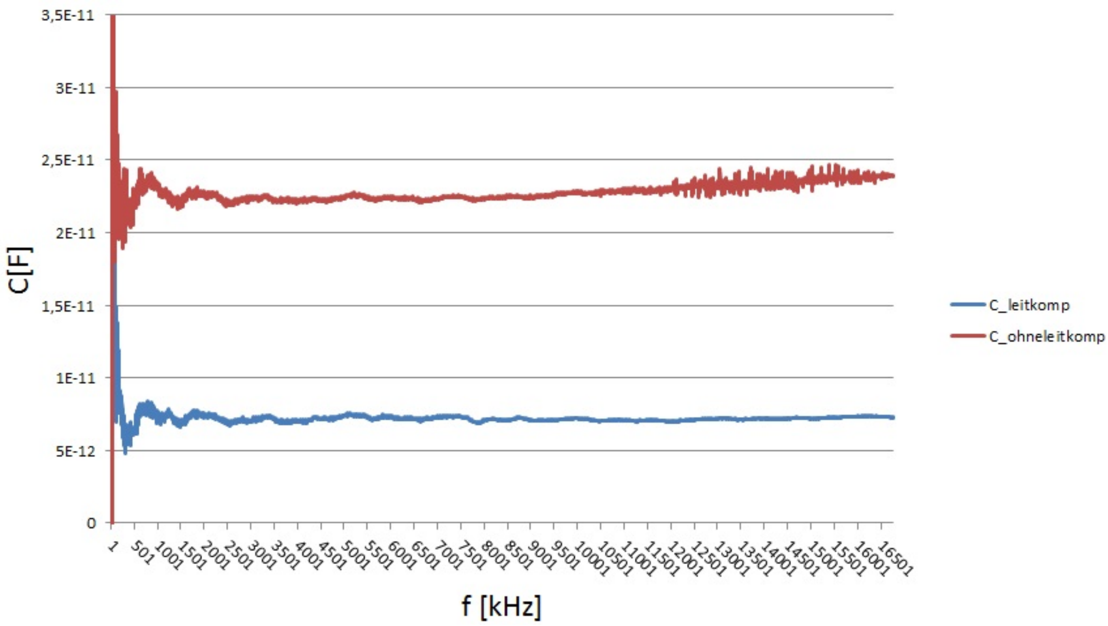


Abb. 6.28: **Kapazität C** *von Altschnee am Schneeberg; mit* ***Plattenkondensator im Schnee*** *mit* ***50cm Kabeln*** *gemessen*

6.7.2 Messungen am Hohen Sonnblick

Die Messungen wurden im Rahmen einer Hochtour auf den Hohen Sonnblick beim Zittelhaus durchgeführt. Aufgrund der Wetterlage waren Messungen mit zwei verschiedenen Schneearten möglich. Zum einen am Abend mit feuchtem Schnee, gemischt mit Altschnee und am darauffolgenden Morgen mit eher trockenem, kaltem Neuschnee. Das ermöglichte zum ersten Mal einen direkten Vergleich von zwei Schneearten. Es wurden einige Messungen im Innenbereich des Zittelhauses, mit dem zuvor befüllten Zylinderkondensator (mit *'indoor'* in den Grafiken bezeichnet), sowie Messungen im Freien (mit *'outdoor'* in den Grafiken bezeichnet) durchgeführt. Das war notwendig, um das Messequipment vor Nässe zu schützen und änderte an der Schneekonsistenz eher wenig, da die Messdauer nur wenige Minuten betrug.

Messungen mit dem Zylinderkondensator

Bei diesen Messungen wurde, wie auch schon am Schneeberg, der Schnee per Hand in den Zylinderkondensator gefüllt. Es wurden jedoch keine Messungen durchgeführt, bei denen der Zylinderkondensator in den Schnee gesteckt wurde. Die Schneeart wird in den Grafiken kurz beschrieben.

Wenig überraschend stellt man bei den $R(f)$- und $C(f)$-Kurven eine ähnliche Frequenzabhängigkeit, wie bei den Messungen am Schneeberg fest.
Anhand der zueinander höhenverschobenen Kurven in Abb. 6.29 und Abb. 6.30, lässt sich der Unterschied zwischen feuchtem, komprimiertem Schnee und tro-

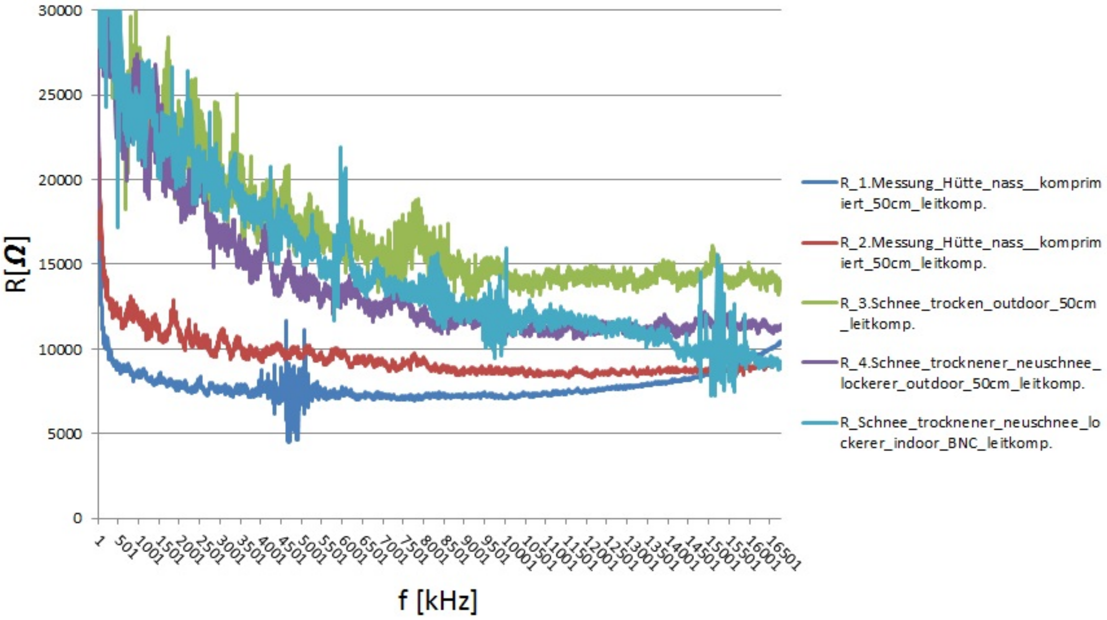


Abb. 6.29: **Widerstand R** *von verschiedenen Schneearten am Sonnblick; mit* ***Zylinderkondensator*** *mit und ohne (hellblau) 50cm Kabel(n) gemessen*

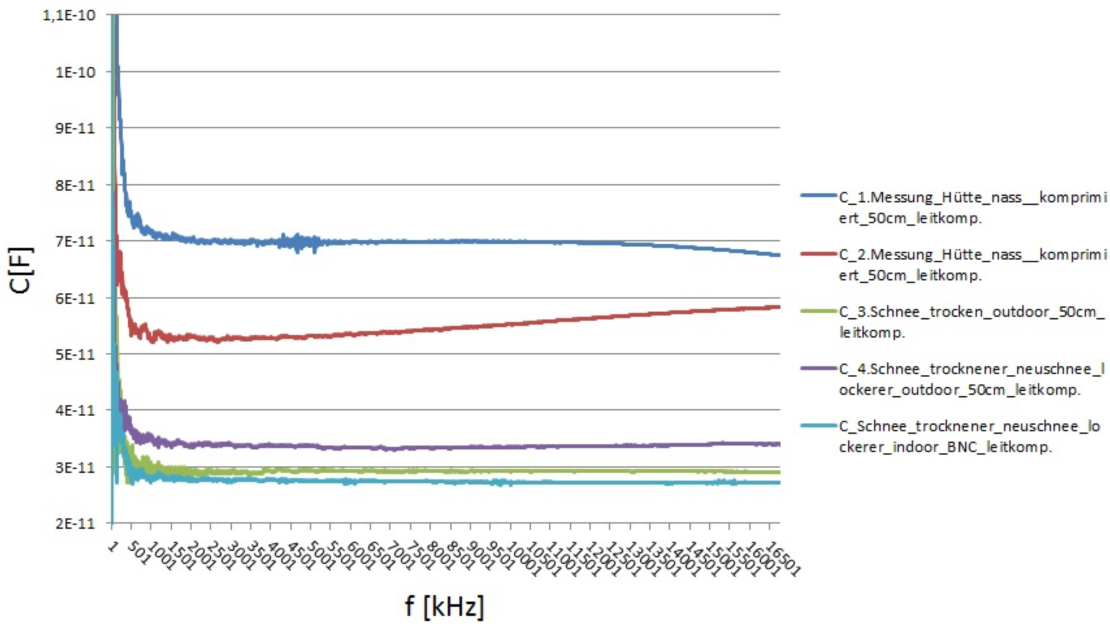


Abb. 6.30: **Kapazität C** *von verschiedenen Schneearten am Sonnblick; mit* ***Zylinderkondensator*** *mit und ohne (hellblau) 50cm Kabel(n) gemessen*

ckenem, lockerem Schnee gut erkennen. Die drei Messungen mit trockenem, lockerem Schnee ergeben ähnliche Messkurven, welche sehr knapp beieinander liegen. Die beiden Messungen mit feuchtem, komprimiertem Schnee heben sich signifi-

kant von diesen ab. Man kann also jeweils für R und C einen signifikanten Unterschied zwischen den Schneearten feststellen. Die gemessenen Kapazitäten bzw. die relativen Pemittivitäten von feuchtem Schnee sind – wie aufgrund des höheren Wasseranteils zu erwarten ist – größer als die der von trockenem Schnee. Für die Widerstandswerte trifft genau der umgekehrte Fall zu.
Da die gemessenen Kapazitätswerte in Abb. 6.30 ziemlich konstant sind, ist es von grundlegendem Interesse welche relativen Permittivitäten sich aus den $C(f)$-Werten ergeben.

Mithilfe der Formel (6.0.6) lässt sich ϵ_{Schnee} berechnen:

$$\epsilon_{Schnee} = \frac{C_{Zylinder/Schnee}}{1{,}47 \cdot 10^{-11}} \tag{6.7.2}$$

Daraus ergeben sich ungefähr die folgenden relativen Permittivitäten:

- $\epsilon_{Schnee_{trocken}} \approx \frac{3 \cdot 10^{-11}}{1{,}47 \cdot 10^{-11}} \approx 2$
- $\epsilon_{Schnee_{nass}} \approx \frac{6 \cdot 10^{-11}}{1{,}47 \cdot 10^{-11}} \approx 4$

Verglichen mit $\epsilon_{Luft} \approx 1$, $\epsilon_{Eis} \approx 3$ und $\epsilon_{Wasser} \approx 88$ macht dieses Ergebnis durchaus Sinn.

Messung mit dem Plattenkondensator – Kupferplatten im Schnee

Genauso wie am Schneeberg wurden bei den Messungen mit dem Plattenkondensator die Kupferplatten so gut wie möglich parallel zueinander in 4,6cm Abstand in den Schnee gesteckt. Das Problem dabei ist die Ungenauigkeit des Plattenabstandes. Die Änderung dC der Kapazität in Abhängigkeit des Plattenabstandes x ergibt mit $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon A}{x}$:

$$\frac{dC}{dx} = -\frac{\epsilon_0 \epsilon A}{x^2} = -\frac{C}{x}$$

$$dC = -\frac{C}{x} \cdot dx \tag{6.7.3}$$

Es ergibt sich für C_{neu}:

$$C_{neu} = C + dC = C \cdot \left(1 - \frac{dx}{x}\right) \tag{6.7.4}$$

Für $x = 4{,}6cm$ und einer hypothetischen Plattenabstandsungenauigkeit von $dx = 1mm$ ergibt sich: $dC = -C \cdot \frac{0{,}1}{4{,}6} = -C \cdot 0{,}0217$ und $C_{neu} = 0{,}9783 \cdot C$

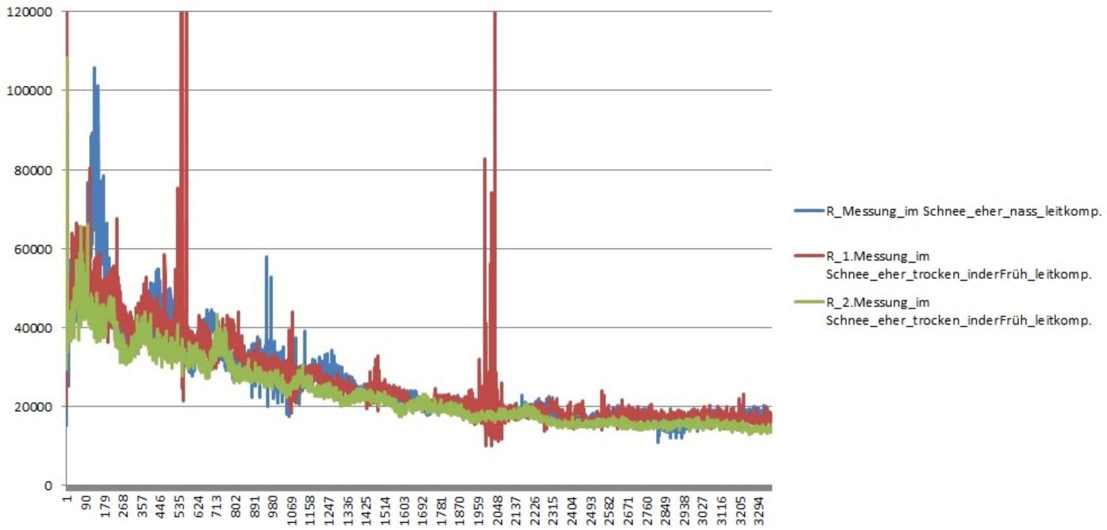


Abb. 6.31: **Vergleich von R[Ohm]-Messungen mit verschiedenem Schnee am Sonnblick:** *gemessen mit dem Plattenkondensator im Schnee mit 50cm Kabeln, Frequenzen: 1kHz-16777kHz, Δ f=5kHz*

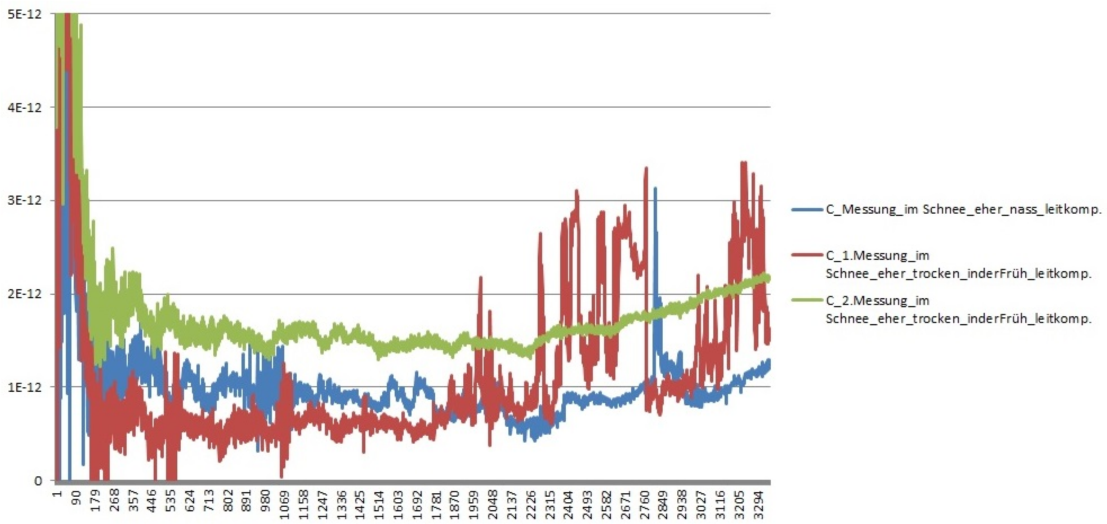


Abb. 6.32: **Vergleich von C[Farad]-Messungen mit verschiedenem Schnee am Sonnblick:** *gemessen mit dem Plattenkondensator im Schnee mit 50cm Kabeln, Frequenzen: 1kHz-16777kHz, Δ f=5kHz*

Die gemessenen Kapazitäten $C(f)$ sind geringer als die Kabelkapazität $C_c \approx 15pF$, weshalb sie sich bei unzureichender Kabelkompensation nicht gut von C_c abhebt. Auch sind die Kabelpositionen der einzelnen Messungen immer leicht unterschiedlich, was sich gerade bei niedrigen Kapazitäten besonders stark auswirkt. Beim Plattenkondensator ist die Kapazität C selbst, sowie auch dessen Ungenauigkeit dC im pf-Bereich. Des Weiteren wirkt sich die Plattenabstandsungenauigkeit dx, wie in Glg. (6.7.4) beschrieben, auf die Messungenauigkeit $dC = C \cdot \frac{dx}{4{,}6}$ aus. Bei $dx = 1mm$ würde $dC = -C \cdot 0{,}0217$ folgen. Das würde z.B. bei einem Wert

$C = 1{,}8 \cdot 10^{-12}F$ eine Verschiebung von $dC = 3{,}9 \cdot 10^{-14}F$ oder ein geändertes $C_{neu} = 1{,}76 \cdot 10^{-12}F$ ergeben. Sieht man sich z.B. in Abb. 6.32 die Messwertdifferenzen $\Delta C(f)$ zwischen der grünen und der blauen Kurve an, so stellt man fest, dass sie meist größer als $\Delta C(f) \approx 3 \cdot 10^{-13}$ sind. Sie sind ca. um das 10-fache größer als die aus $dx = 1mm$ Plattenabstandsungenauigkeit resultierende Abweichung $dC \approx 4 \cdot 10^{-14}F$.
Um die Unterschiede zwischen der blauen und der grünen Linie zu erklären, müsste eine Plattenabstandsungenauigkeit von mehreren Millimetern bis über einem Zentimeter (erst bei 23mm wird $dC = 9 \cdot 10^{-13}F$ erreicht) bei den Messungen vorgeherrscht haben. Es ist sehr unwahrscheinlich, dass die Plattenpositionen im Zentimeterbereich variiert haben. Auch zwischen blauer und roter Kurve ist die Plattenabstandsungenauigkeit nicht groß genug um die gemessene Differenz zu erklären. Es ist daher unlogisch, dass die Messung mit nassem Schnee zwischen den beiden Messungen mit trockenem Schnee liegt. Es kann aber durch die leicht unterschiedlichen Kabellagen bei den einzelnen Messungen zu Abweichungen im pf-Bereich kommen, was die unlogische Reihung der Kurven ergeben könnte. Deshalb wäre eine fixe Kabellage für zukünftige Messungen notwendig. Ein weiterer Grund für dieses unlogische Messergebnis kann auch sein, dass der trockene Schnee an den zwei verschiedenen Messorten unterschiedliche Konsistenz, aufgrund des darunterliegenden Altschnees, besessen hat. Es war nämlich nicht sehr viel Neuschnee über Nacht auf den Altschnee gefallen. Um hier genauere Aussagen treffen zu können, müssten mehr Messungen mit konstanteren Messbedingungen (Kabellage, Schnee, etc.) durchgeführt werden. Das war aber im Rahmen der Hochtour nicht möglich.

Messung mit dem Plattenkondensator im Plastikgefäß

Hier wurde, wie schon beim Zylinderkondensator, der Schnee per Hand in das Plastikgefäß zwischen die Kupferplatten gefüllt.
An diesen Messungen sieht man, wie auch bei den Messungen mit dem 'Plattenkondensator – Kupferplatten im Schnee', dass es ein erhebliches Problem darstellt, wenn die zu messende Kapazität kleiner ist als die Kabelkapazität. Aufgrund unzureichend genauer Kabelkompensation sind die $C(f)$-Messwerte der roten Kurve im negativen Bereich, was unphysikalisch ist. Des Weiteren kann man nicht einfach die Messungen mit den 50cm Kabeln (rote und blaue Kurve) mit der BNC-Messung (grüne Kurve) vergleichen, da jeweils unterschiedliche Kompensationsparameter gewählt wurden und daher die Kurven nicht eins zu eins untereinander vergleichbar sind. Das ist zwar bei den Messungen mit dem Zylinderkondensator auch gemacht worden, spielt aber hier nicht so eine große Rolle, da die zu messenden Kapazitäten um einiges größer sind als die Kabelkapazitäten. Wenn man davon absieht, dass durch die falsche Kabelkompensation alle Kurven systematisch nach unten verschoben sind und nur die beiden Kurven mit gleichen Kompensationseinstellungen (rot und blau) bei gleicher Messmethode (50cm Kabel) untereinander verglichen werden, ist das Messresultat schlüssig, da nasser Schnee eine höhere relative Permittivität aufweisen sollte.

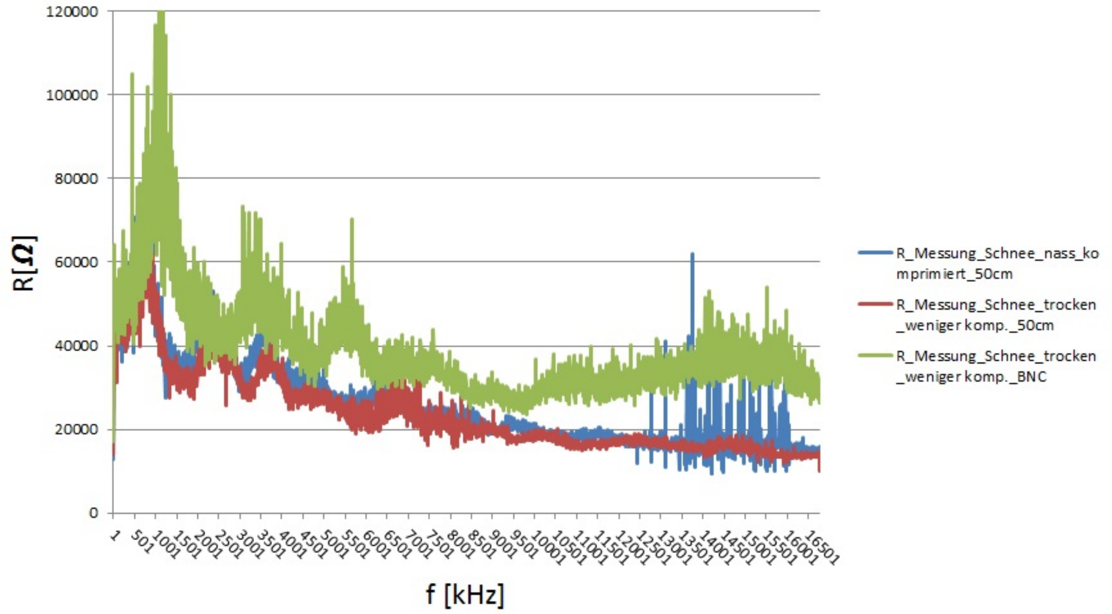


Abb. 6.33: **Widerstand R** *von verschiedenen Schneearten am Sonnblick; mit* ***Plattenkondensator im Plastikgefäß mit 50cm Kabeln*** *gemessen*

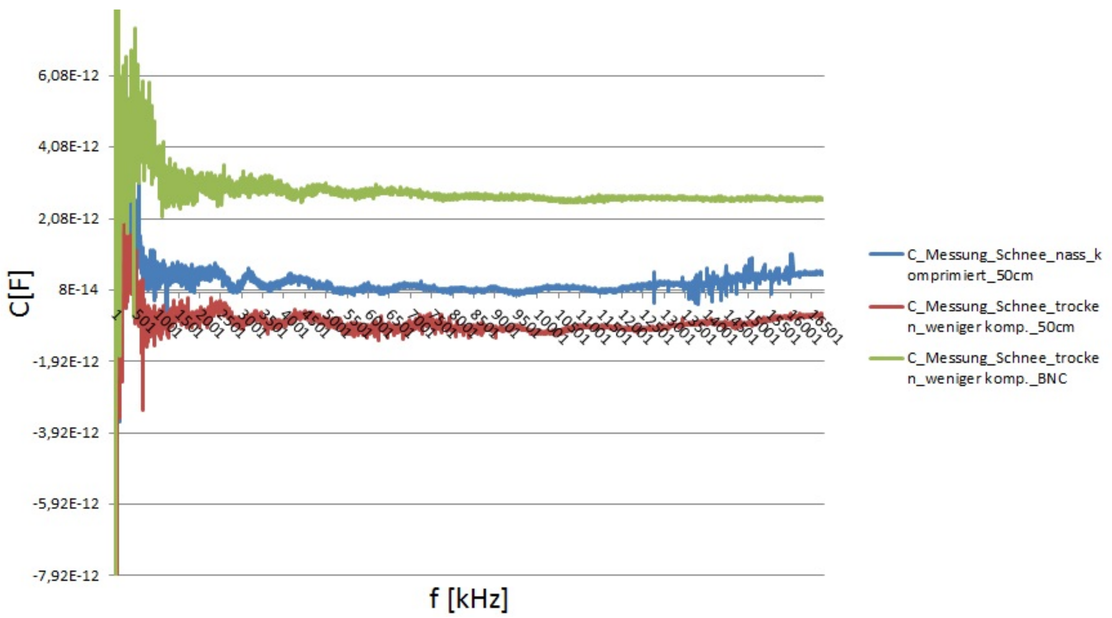


Abb. 6.34: **Kapazität C** *von verschiedenen Schneearten am Sonnblick; mit* ***Plattenkondensator im Plastikgefäß mit 50cm Kabeln*** *gemessen*

Kapitel 7

Schlussfolgerungen aus den Impedanzmessungen

Um mathematisch in einem überschaubaren Aufwand R und C aus den gemessenen Gesamtimpedanzen $Z_{ges}(f)$ (Kabel- plus Lastimpedanz) die Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$ zu berechnen, muss man die Kabel in der Ersatzschaltung diskretisieren, wodurch Fehler entstehen. Anhand dieser vereinfachten Ersatzschaltung lässt sich die diskretisierte, parasitäre Kabelimpedanz mathematisch kompensieren. Im LabView-Programm hat man die Möglichkeit diskrete Kompensationseinstellungen vorzunehmen. Es wurde damit aber nicht bei allen Frequenzen eine ausreichende Kabelkompensation erreicht. Des Weiteren änderte sich die Kabellage bei den verschiedenen Messungen immer wieder leicht und würde neue Kompensationseinstellungen erfordern, was aber aus praktischen Gründen (Feldmessungen) nicht realisiert werden konnte. Der verbleibende Kabeleinfluss verursacht, abhängig von der Lastimpedanz, mehr oder weniger stark ausgeprägte Frequenzabhängigkeiten der Messgrößen $R(f)$ und $C(f)$. Diese sollten bei idealer Kompensation der Leitungsbeläge theoretisch konstant sein.

7.1 Bekannte Bauteile

Man kann anhand der 'Messungen mit bekannten Bauteilen' das Frequenzverhalten von R-C-L Schwingkreisen, in Abhängigkeit der verwendeten Lastimpedanz und den vorhandenen Kabelbelägen (über die Kabellänge verteilte homogene Kabelimpedanzen), studieren. Wie stark sich die Kabelinduktivität L und Kabelkapazität C auf die Messung auswirken, hängt maßgeblich von der Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$ ab. Das ist auch der Grund für den verschieden starken Einfluss der unzureichend kompensierten Leitungsbeläge bei unterschiedlichen Frequenzbereichen und unterschiedlichen Lastimpedanzen. Da man Widerstände und Kondensatoren bekannter Größe verwendet, kann man überprüfen, wie gut das verwendete Rechenmodell bzw. das Ersatzschaltbild mit der Realität übereinstimmt. Anhand der Übereinstimmung der gemessenen $R(f)$- und $C(f)$-Werte mit den Kenngrößen der Bauelemente, kann man die zugrundeliegende Ersatzschaltung auf ihre Gültigkeit prüfen. Aus den Parallelschaltungen der unterschiedlichen Widerstände und Kondensatoren sieht man sehr gut, wie unterschiedlich das Frequenzverhalten von $R(f)$ und $C(f)$ in Abhängigkeit von der Lastimpedanz $\underline{Z}(f)$ ist. Daraus kann man Schlüsse ziehen, wie und warum sich die charakteristischen Frequenzkurven der Messungen von DW, RW, LW, Eis und Schnee ergeben. Man sieht z.B. an der '$150pF$ parallel zu $100k\Omega$'-Messung, dass die $R(f)$-Werte sehr stark mit der Frequenz fallen und nicht dem wirklichen Widerstand entsprechen, was auch auf die DW-, Eis- und Schnee-Messungen zutrifft.

7.2 Destilliertes Wasser (DW), Regenwasser (RW), Leitungswasser (LW) und Eis

Bei den Messungen an DW, RW und LW kann die relative Permittivität und folglich die Kapazität bei allen drei Medien als Konstante angenommen werden, da sich aufgrund der Ionenkonzentration nur der spezifische Widerstand bzw. die Leitfähigkeit ändert. Im Ersatzschaltbild des realen Kondensators, welcher als Berechnungsgrundlage für alle Messungen dient, ändert sich dadurch nur der Parallelwiderstand. Die Messungen mit dem Zylinderkondensator mit den 50cm Kabeln liefern für C und R unterschiedlich stark frequenzabhängige Werte, wobei gerade die $R(f)$-Kurven keinen einheitlichen Verlauf zeigen.
Bei DW lässt sich der hohe Widerstand R mit dem verwendeten Messaufbau, dem Ersatzschaltbild und den Kabelkompensationseinstellungen nicht bestimmen, da die berechneten $R(f)$-Werte nicht dem Widerstand entsprechen. Der Grund dafür ist höchstwahrscheinlich die vereinfachte Annahme der Diskretisierung der Kabel und die damit einhergehenden Modellfehler in Verbindung mit der geringen Leitfähigkeit von DW. Bei RW ist R nicht so hochohmig und spielt daher in der Parallelschaltung auch bei höheren Frequenzen eine größere Rolle, wodurch die $R(f)$-Werte konstantere und plausiblere Ergenbisse liefern. Vergleicht man die Werte mit den Gleichstrommessungen, stimmen sie (bei den 50cm-Kabel-Messungen nur im unterem Frequenzbereich) von der Größenordnung gut überein. Die Messungen mit LW liefern annähernd konstante und plausible Werte für R.
Die $C(f)$-Werte für DW, RW und LW sind bei den Zylinderkondensator-Messungen mit den 50cm Kabeln einem mäßig frequenzabhängigen Verlauf unterworfen, wobei $C(f)_{LW}$ im unteren Frequenzbereich von den beiden anderen Kurven abweicht. Die Messungen mit dem Plattenkondensator und dem Zylinderkondensator mit dem BNC-Kroko-Messadapter ohne die 50cm Kabel ergeben $C(f)$-Werte, die sehr gut mit den theoretisch berechneten Werten übereinstimmen.

Die Messungen an Eis zeigen wiederum einen charakteristischen Verlauf von $R(f)$ und $C(f)$ und man sieht gut, dass die $R(f)$-Werte von reinem Eis, gemessen mit dem Zylinderkondensator, größer sind als die von DW.
Die mit dem Zylinderkondensator gemessenen $C(f)_{Eis/Zyl}$-Werte sind annähernd konstant und ergeben $\epsilon_{Eis} \approx 3{,}4$, was mit dem Wert in der Literatur $\epsilon_{Eis} = 3{,}2$ [5] gut übereinstimmt. An den Plattenkondensator-Messungen mit den 50cm Kabeln

kann man gut erkennen, dass die Kabelkapazität C_c im Bereich der zu messenden Kapazität $C_{Eis/Platt.}$ liegt und diese – mitunter durch unzureichende Kabelkompensation und Kabellage bedingt – daher nur ungenau gemessen werden kann. Es müssten daher kürzere Kabel oder ein Kondensator mit größerer Kapazität verwendet werden. Auch sieht man gut, dass der erhöhte Wasseranteil nach 20 minütiger Wartezeit wie erwartet den Widerstand herabsetzt und die Kapazität erhöht.

Zusammenfassung:

- $R(f)_{DW}$ → Stark frequenzabhängig: Aufgrund unzureichender Kabelkompensation entspricht der aus $R(f)_{DW}$ berechnete spezifische Widerstand nicht dem wirklichen Wert von DW.
- $R(f)_{RW}$ → Im unteren Frequenzbereich kann aus $R(f)_{RW}$ der ungefähre spezifische Widerstand von RW berechnet werden. Es stimmt zumindest die Größenordnung.
- $R(f)_{LW}$ → Fast über den gesamten Frequenzbereich kann aus $R(f)_{LW}$ ein aussagekräftiger Wert für den spezifischen Widerstand von LW berechnet werden. Nur im oberen Frequenzbereich ergeben sich zu hohe Werte.
- $R(f)_{Eis}$ → Stark frequenzabhängig: Aufgrund unzureichender Kabelkompensation entspricht der aus $R(f)_{Eis}$ berechnete spezifische Widerstand nicht dem wirklichen Wert von Eis.
- $C(f)_{LW,DW,RW}$ → Aus diesen Kapazitätswerten kann die relative Permittivität von Wasser berechnet werden. Sie stimmt annähernd mit den Literaturwerten überein. Die BNC-Kroko-Messungen ohne die 50cm Kabel liefern bessere Ergebnisse.
- $C(f)_{Eis}$ → Aus $C(f)_{Eis}$ kann die relative Permittivität von Eis berechnet werden. Sie stimmt mit den Werten aus der Literatur gut überein.

7.3 Schnee

Bei den Schneemessungen ergibt sich für die $R(f)$-Werte das gleiche Problem wie bei den DW-, Eis- und der '100$k\Omega$ parallel zu 150pF'-Messung, nämlich stark frequenzabhängige $R(f)$-Kurven gleicher Charakteristik. Dies lässt den Schluss zu, dass es sich bei den ermittelten $R(f)$-Messwerten nicht um den wirklichen Widerstandswert handelt. Daher macht es keinen Sinn die dazugehörigen spezifischen Widerstände anzugeben. Der Grund für diese wenig aussagekräftigen $R(f)$-Werte ist wiederum der hohe spezifische Widerstand bzw. die schlechte Leitfähigkeit von Schnee in Verbindung mit einer unzureichenden Kabelkompensation, bedingt durch die Diskretisierung der Kabelbeläge (Modellfehler) und die zu ungenauen Kompensationseinstellungen – gerade von R_c.

Trotz dieser falschen Absolutwerte für den Widerstand kann man die berechneten $R(f)$-Kurven aufgrund ihres ähnlichen, frequenzabhängigen Verlaufs als Unterscheidungshilfe von Schneearten heranziehen.
Die Werte für $C(f)_{Schnee}$ sind bei den meisten Messungen im Großteil des Frequenzspektrums einem weniger starken, bis fast keinem frequenzabhängigen Verlauf unterworfen und durchaus aussagekräftig. Das liegt daran, dass die hohen Widerstände genauere Messwerte für C liefern, ähnlich einer reinen Kondensator-Messung. Dies sieht man auch bei DW, RW, LW und Eis und lässt den Schluss zu, dass aus den gemessenen $C(f)_{Schnee}$-Werten ebenfalls die annähernd richtige relative Permittivität von Schnee ϵ_{Schnee} berechnet werden kann. Die ermittelten relativen Pemittivitäten des gemessenen Schnees am Sonnblick ergeben z.B.: $\epsilon_{Schnee_{trocken}} \approx 2$ und $\epsilon_{Schnee_{nass}} \approx 4$.

Die Messungen mit dem Plattenkondensator mit Schnee sind kritisch zu betrachten, da die Kapazitätswerte geringer sind als die Kabelkapazität. Man müsste eine fixe Kabellage wählen und sehr genau kompensieren, was aber alleine schon aufgrund der Diskretisierung der Leitungsbeläge ein Problem darstellt. Wie man bei den Messungen am Sonnblick in Abb. 6.32 sehen kann, ergibt die Reihung der $C(f)$-Kurven keinen Sinn. Der Grund dafür können systematische Fehler sein, verursacht durch die leicht unterschiedlichen Kabellagen bei den einzelnen Messungen. Die Änderung der Kabellage zieht Kabelkapazitätsänderungen im pf-Bereich nach sich, was gerade im Bereich der $C(f)$-Werte liegt. Eine Abhilfe würde ein Kondensator mit größerer Kapazität (wie beim Zylinderkondensator) und/oder kürzere Kabel in Verbindung mit einer fixen Kabellage und genauer Kompensationseinstellungen schaffen.

Zusammenfassung:

- $R(f)_{Schnee} \rightarrow$ Stark frequenzabhängig: Aufgrund unzureichender Kabelkompensation entspricht der aus $R(f)_{Schnee}$ berechnete spezifische Widerstand von Schnee nicht dem wirklichen Wert.

- $C(f)_{Schnee} \rightarrow$ Aus $C(f)_{Schnee}$ kann die relative Permittivität von Schnee berechnet werden und es ergeben sich plausible Werte. Sie stimmen gut mit den ermittelten relativen Permittivitäten aus den TDR-Messungen (2. Teil der Arbeit) überein.

7.4 Fazit

Die Impedanzmessung von Schnee und Eis mithilfe des *Impedance Analyzer 16777k* lässt prinzipiell eine Unterscheidung von verschiedenen Schneearten zu. Mangels Messungen mit fixem Messaufbau an mehreren deutlich unterschiedlichen Schneesorten, kann aber keine genaue Aussage über die Grenzen der Unterscheidbarkeit getroffen werden. Um genauere Aussagen zur Unterscheidbarkeit von Schneesorten machen zu können, müssten weitere Messungen mit einer stationären Messanlage

unter kontrollierteren Bedingungen durchgeführt werden.
Die Unterscheidung der Schneesorten lässt sich hauptsächlich anhand der gemessenen Kapazitäten und der daraus berechneten relativen Permittivitäten bewerkstelligen. Die gemessenen Ohmschen Widerstände dienen lediglich einer zusätzlichen Information, da sie die realen Widerstände nicht widerspiegeln.
Die relativen Permittivitäten von Wasser, Eis und Schnee können mit befriedigender Genauigkeit angegeben werden und sie stimmen mit den berechneten Werten im zweiten Teil dieser Diplomarbeit und mit den Werten aus der Literatur gut überein.

Eine Impedanzmessung von vertikal über die Schneehöhe verteilten und eingeschneiten Kondensatoren, kann eine TDR-Messung (zweiter Teil der Diplomarbeit) sinnvoll unterstützen und zusätzlich Daten über die Schneeschichtung bzw. Schneebeschaffenheit liefern.
Folgende Punkte sollten bei der Planung eines Impedanzmesssystems zur Schneeschichtenbestimmung beachtet werden:

- Die Kabellängen so kurz wie möglich halten.
- Fixe und für die Kompensation geeignete Kabellage wählen. Eventuell Koaxialkabel als Zuleitung zu den Kondensatoren wählen.
- Die Kondensatoren sollten so dimensioniert werden, dass sie einerseits die Schneeschichten nur minimal beeinflussen, andererseits eine viel größere Kapazität als die Verbindungskabel zwischen dem Messgerät und den Kondensatoren besitzen.
- Die Kompensation der Verbindungskabel ist ausschlaggebend für die Messgenauigkeit. Die Kabellage ist bei fix gewählten Kompensationseinstellungen konstant zu halten.
- Die Beeinflussung des Schnees, insbesondere der Wärmeeintrag der Kondensatoren auf den Schnee sollte minimal sein. In der Praxis stellt dies sicher ein Problem dar.
- Die Messfrequenz sollte zwischen 1MHz und 100MHz liegen, da sich hier die relative Permittivitäten von Wasser und Eis am meisten unterscheiden und annähernd frequenzunabhängig sind.

Kapitel 8

Theoretische Grundlagen der TDR-Messungen

Time-Domain-Reflectometry oder abgekürzt TDR, ist eine elektrische Messmethode, bei der die Laufzeit und die Charakteristik von reflektierten elektrischen Signalen, die sich entlang einer Leitung ausbreiten, analysiert werden. Anders als bei der Wechselstromrechnung, bei welcher der eingeschwungene Zustand des Systemes betrachtet wird, ist bei den TDR-Messungen der Einschwingvorgang, bei dem sich die Spannungs- und Stromwellen (Signale) entlang des Leiters ausbreiten, von Bedeutung. Es wird hierbei also nicht, wie in der Elektrotechnik und Elektronik meist üblich und zweckdienlich ist, angenommen, dass eine angelegte Spannung instantan entlang des ganzen Stromkreises abfällt, sondern sich als Welle entlang dessen ausbreitet. Breitet sich eine Signal entlang einer Leitung aus, tritt an jeder Leitungsinhomogenität Reflexion und Transmission auf.
Die bisher erwähnten Spannungs- und Stromwellen bzw. Signale treten automatisch bei jedem Einschaltvorgang oder bei jedem instationären Zustand auf. Bei den meisten TDR-Anwendungen werden diese Signale mithilfe eines Funktionsgenerators erzeugt und in die Messleitung eingekoppelt. Ideal eignen sich hierbei Rechtecksignale mit kurzer Anstiegszeit (steilflankig).
Ganz allgemein betrachtet liefern die Maxwell-Gleichungen die physikalische Grundlage für elektromagnetische Vorgänge. Die auftretenden Signalreflexionen werden mithilfe abgeleiteter Größen und Phänomenen (Spannung, Wellen, usw.), aus den Maxwell-Gleichungen beschrieben. Man sollte sich aber immer bewusst sein, dass propagierende Spannungswellen gleichzeitig elektromagnetische Wellen um die Leiter und/oder zwischen den Leitern bedingen, weshalb man auch von Wellenleitung und Wellenleitern spricht.

8.1 Physikalische und elektrische Grundlagen

Um das Phänomen der Signalausbreitung und Signalreflexionen zu beschreiben, stellt man zuerst die Spannungs-Strom-Beziehung auf einer sogenannten Lecherleitung auf. Sie ist eine gewöhnliche Zweidrahtleitung, welche man mithilfe von infinitesimalen Bauelementen (Widerstand, Spule und Kondensator) modelliert. Dazu führt man für homogene Leitungen – wie schon bei der Impedanzmessung beschrieben wurde – die Leitungsbeläge R', L' und C' ein. Wie schon bei der Herleitung im ersten Teil dieser Arbeit in Kapitel 5.2, geht man von einem homogenen differentiellen Leitungselement aus, auf dem man die Spannungs-Strom-Beziehungen über die Knoten- und Maschenregel aufstellt. Die dabei erhaltenen Differentialgleichungen (DGL) werden als Telegraphengleichungen bzw. Leitungsgleichungen bezeichnet [2], [7].

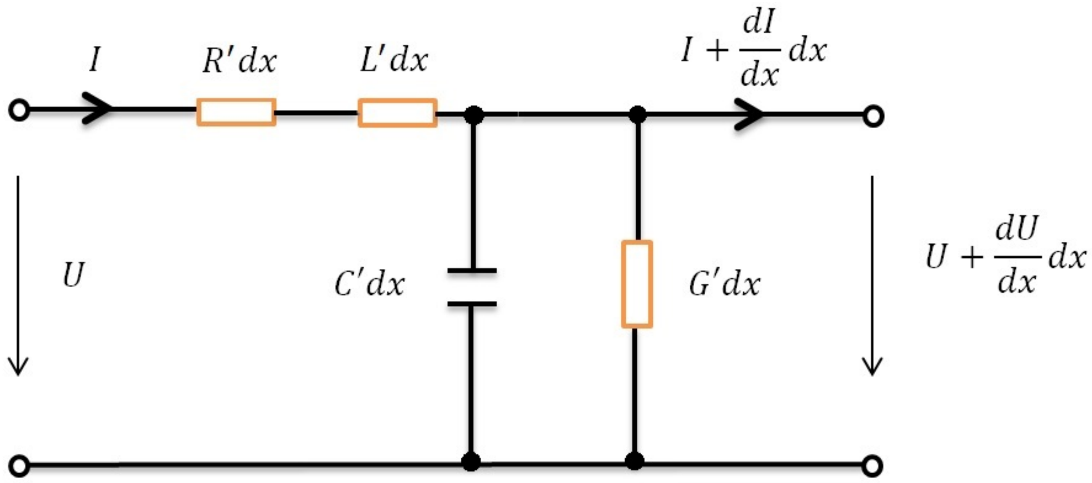


***Abb. 8.1*: Differentielles Leitungselement**

Telegraphengleichungen:

$$\underline{U} + \frac{\delta \underline{U}}{\delta x}dx = \underline{U} - R'dx \cdot \underline{I} - L'dx \cdot \frac{\delta \underline{I}}{\delta t} \tag{8.1.1}$$

$$\underline{I} + \frac{\delta \underline{I}}{\delta x}dx = \underline{I} - G'dx \cdot \left(\underline{U} + \frac{\delta \underline{U}}{\delta x}dx\right) - C'dx \cdot \frac{\delta}{\delta t} \cdot \left(\underline{U} + \frac{\delta \underline{U}}{\delta x}dx\right) \tag{8.1.2}$$

Hier sind die Spannung und die Stromstärke komplexe Größen $\underline{U}(x,t)$ und $\underline{I}(x,t)$.

Nach dem Auflösen dieser Gleichungen und der Vernachlässigung der doppelten Differentiale $\frac{\delta^2}{\delta x^2} \rightarrow 0$, erhält man die gekoppelten DGL:

$$-\frac{\delta \underline{U}}{\delta x} = R' \cdot \underline{I} + L' \cdot \frac{\delta \underline{I}}{\delta t} \tag{8.1.3}$$

$$-\frac{\delta \underline{I}}{\delta x} = G' \cdot \underline{U} + C' \cdot \frac{\delta \underline{U}}{\delta t} \tag{8.1.4}$$

Nach dem Differenzieren der ersten Gleichung nach x und der zweiten Gleichung nach t, erhält man:

$$-\frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta x^2} = R' \cdot \frac{\delta \underline{I}}{\delta x} + L' \frac{\delta}{\delta x}\left(\frac{\delta \underline{I}}{\delta t}\right) \tag{8.1.5}$$

$$-\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\delta \underline{I}}{\delta x}\right) = G' \cdot \frac{\delta \underline{U}}{\delta t} + \frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta t^2} \tag{8.1.6}$$

Nach dem 'Satz von Schwarz' sind die doppelten Ableitungen nach Zeit und Ort umkehrbar und man kann (8.1.6) und (8.1.4) in (8.1.5) einsetzen. Man erhält dann die entkoppelten Telegraphengleichungen:

$$\frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta x^2} = R' \cdot G' \cdot \underline{U} + (R' \cdot C' + L' \cdot G') \cdot \frac{\delta \underline{U}}{\delta t} + L' \cdot C' \frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta t^2} \tag{8.1.7}$$

$$\frac{\delta^2 \underline{I}}{\delta x^2} = R' \cdot G' \cdot \underline{I} + (R' \cdot C' + L' \cdot G') \cdot \frac{\delta \underline{I}}{\delta t} + L' \cdot C' \frac{\delta^2 \underline{I}}{\delta t^2} \tag{8.1.8}$$

Diese beiden entkoppelten DGL haben die allgemeinen Lösungen $\underline{U}(x,t)$ und $\underline{I}(x,t)$:

$$\underline{U}(x,t) = \underline{U}_v(x - vt) + \underline{U}_r(x + vt)$$
$$\underline{I}(x,t) = \underline{I}_v(x - vt) + \underline{I}_r(x + vt)$$

Wobei $\underline{U}_v$ und $\underline{I}_v$ jeweils vorlaufende Wellen mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung und $\underline{U}_r$ und $\underline{I}_r$ rücklaufende Wellen mit der Geschwindigkeit $-v$ in die entgegengesetzte Richtung darstellen. Dabei sind diese allgemeinen Wellen-Lösungen noch nicht näher definiert und nicht zwingend periodische Wellen. Für Wechselstromsysteme, wie es z.B. bei der Impedanzmessung der Fall ist, nimmt man für die Wellen $\underline{U}(x,t)$ und $\underline{I}(x,t)$ eingeschwungene und periodische Lösungen (Sinus- oder Cosinus-Wellen) an. Siehe dazu auch Kapitel 5.2.

Bei den TDR-Messungen ist gerade der Einschwingvorgang von Bedeutung und deshalb werden für die Spannungs- und Stromwellen keine periodischen Lösungsansätze verwendet. Zur Vereinfachung des physikalischen Systems wird aber angenommen, dass $R' = 0$ und $G' = 0$ sind. Das entspricht einer verlustlosen Leitung (LC-Glied). Die enkoppelten Telegraphengleichungen (8.1.7) und (8.1.8) ergeben dann die Wellengleichungen:

$$\boxed{\frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta x^2} = L' \cdot C' \frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta t^2}} \tag{8.1.9}$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 \underline{I}}{\delta x^2} = L' \cdot C' \frac{\delta^2 \underline{I}}{\delta t^2}} \tag{8.1.10}$$

mit den allgemeinen Superpositions-Wellen-Lösungen aus vor- und rücklaufender Welle, deren Form und Charakter noch nicht näher bestimmt ist:

$$\underline{U}(x,t) = \underline{U}_v(x - vt) + \underline{U}_r(x + vt) \tag{8.1.11}$$

$$\underline{I}(x,t) = \underline{I}_v(x - vt) + \underline{I}_r(x + vt) \tag{8.1.12}$$

Die ***Ausbreitungsgeschwindigkeit v*** ergibt sich durch Einsetzen der Lösungen in die Wellengleichung Glg. (8.1.9) oder Glg. (8.1.10):

$$\boxed{v = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}}} \tag{8.1.13}$$

Die Geschwindigkeit hängt nur vom Induktivitätsbelag L' und dem Kapazitätsbelag C' ab, nicht aber von der Frequenz der Welle (dispersionsfrei).
Aus dieser Eigenschaft ergibt sich die wichtige Folgerung, dass die Form der Signale entlang idealer Leitungen erhalten bleibt.
Jede periodische Funktion $f(t)$ kann mithilfe einer Fourier-Reihe in periodische Sinus-/Cosinusfunktionen zerlegt werden, wobei $T = \frac{2\pi}{\omega}$ die Periodendauer ist:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot cos(n\omega t) + b_n \cdot sin(n\omega t)\right) \ , \tag{8.1.14}$$

wobei a_n und b_n die Fourierkoeffizienten sind:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^{T=2\pi/\omega} f(t) \cdot cos(n\omega t)\, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^{T=2\pi/\omega} f(t) \cdot sin(n\omega t)\, dt$$

Somit lässt sich jedes periodische Signal, das in die Leitung eingekoppelt wird, in elementare Sinus-/Cosinusschwingungen mit verschiedenen Frequenzen zerlegen (Fourieranalyse). Diese Elementarsignale breiten sich als Elementarwellen entlang der Leitung aus. Da sich, wie oben gezeigt wurde, alle Wellen auf einer verlustlosen Leitung mit gleicher Geschwindigkeit ausbreiten, bleibt das Signal in seiner Form über die ganze Leitung erhalten. Aus diesem Grund können beliebige periodische Signale auf (annähernd) idealen Leitungen mithilfe der hergeleiteten Beziehungen behandelt werden. Reale Leitungen haben sehr wohl einen Einfluss auf die Form der eingekoppelten Signale, was dazu führt, dass Signale ihre Form verändern. Zum Beispiel wird dadurch die Pulsanstiegszeit erhöht, wodurch die Ortsauflösung der TDR-Messung leidet.

Der ***Wellenwiderstand*** $\boldsymbol{Z_w}$ lässt sich folgendermaßen herleiten:
Setzt man in die erste Wellengleichung (8.1.3) jeweils die vor- und die rücklaufenden Lösungen $\underline{U}_v$, $\underline{I}_v$ und $\underline{U}_r$ und $\underline{I}_r$ ein, erhält man:

$$\frac{\delta \underline{U}_v(x-vt)}{\delta x} = -L' \cdot \frac{\delta \underline{I}_v(x-vt)}{\delta t} \tag{8.1.15}$$
$$\Rightarrow \quad \underline{U}'_v(x-vt) = -L' \cdot \underline{I}'_v(x-vt) \cdot (-v) \tag{8.1.16}$$

$$\frac{\delta \underline{U}_r(x+vt)}{\delta x} = -L' \cdot \frac{\delta \underline{I}_r(x+vt)}{\delta t} \tag{8.1.17}$$
$$\Rightarrow \quad \underline{U}'_r(x+vt) = -L' \cdot \underline{I}'_r(x+vt) \cdot v \ , \tag{8.1.18}$$

wobei $\underline{U}'$ und $\underline{I}'$ die äußeren Ableitungen sind.

Integration von Glg. (8.1.16) und (8.1.18) ergibt:

$$\underline{U}_v(x-vt) = L' \cdot \underline{I}_v(x-vt) \cdot v + c \tag{8.1.19}$$

$$\underline{U}_r(x+vt) = -L' \cdot \underline{I}_r(x+vt) \cdot v + c \tag{8.1.20}$$

Da $\underline{U}$ und $\underline{I}$ proportional sein müssen ist c=0 und durch Einsetzen von $v = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}}$ ergibt sich:

$$\frac{\underline{U}_v(x-vt)}{\underline{I}_v(x-vt)} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \tag{8.1.21}$$
$$\frac{\underline{U}_r(x+vt)}{\underline{I}_r(x+vt)} = -\sqrt{\frac{L'}{C'}} \tag{8.1.22}$$

$$\boxed{Z_w := \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad [Ohm]} \tag{8.1.23}$$

Der Wellenwiderstand Z_w gibt das Verhältnis von Spannung und Strom von vor- und rücklaufender Welle an, jedoch **nicht** das Verhältnis von Spannung und Strom der überlagerten Welle. Z_w ist eine reelle Zahl.

$$\frac{\underline{U}_v}{\underline{I}_v} = Z_W, \qquad \frac{\underline{U}_r}{\underline{I}_r} = -Z_w, \qquad \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \neq Z_w \tag{8.1.24}$$

Spannung und Stromstärke der vor- und rücklaufenden Welle stehen unabhängig von Ort und Zeit im fixen Verhältnis Z_w zueinander.

8.2 Reflexion und Transmission an einer Schichtgrenze

Ab hier werden die komplexen Größen $\underline{U}$ und $\underline{I}$ der Einfachheit halber ohne Unterstriche dargestellt. Des Weiteren entsprechen die beiden Spannungsniveaus der für die TDR-Messung wichtigen Rechteckspannung reellen Spannungswerten. Die hergeleiteten Zusammenhänge gelten aber allgemein immer noch für komplexe Größen.

Ändert sich entlang einer Leitung der Wellenwiderstand $Z_w := \sqrt{\frac{L'}{C'}}$, indem sich C' und/oder L' ändert, oder gibt es eine Leitungsverzweigung, muss aufgrund der Kontinuitätsbedingung (Anschlussbedingung) zwangsläufig Reflexion und Transmission stattfinden. Da bei den späteren TDR-Messungen keine Verzweigungsstellen auftreten, wird dieser Fall der Diskontinuität hier nicht explizit behandelt.
Eine Änderung von L' und/oder C' kann durch eine Änderung der Lage der Leiter zueinander oder durch Änderung des leiterumgebenden Mediums verursacht werden.

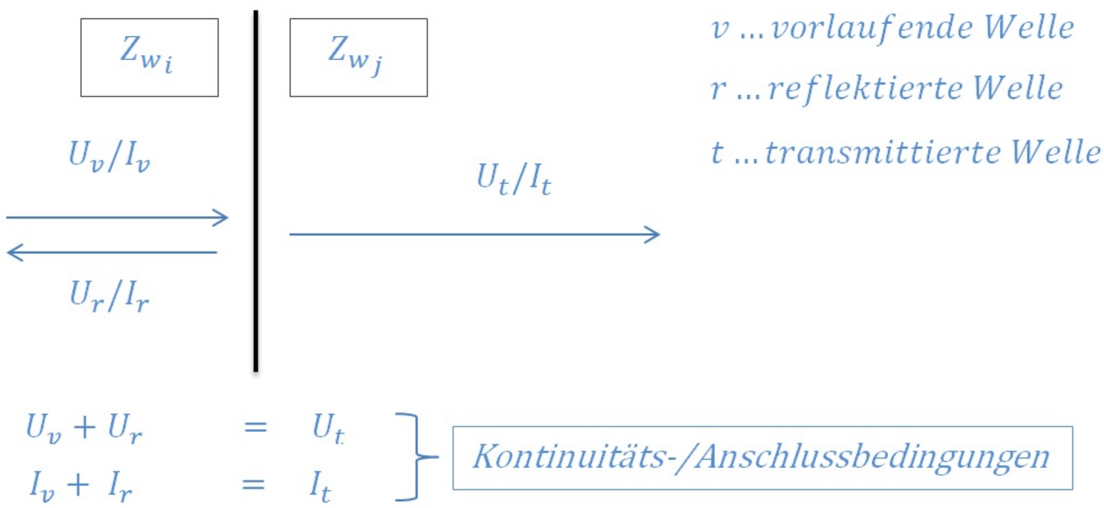


***Abb. 8.2*: Reflexion und Transmission** *an einer Schichtgrenze*

Aus den Kontinuitätsbedingungen für Spannung und Strom an einer Schichtgrenze Medium $i \rightarrow$ Medium j folgt:

$$U_v + U_r = U_t \qquad und \qquad I_v + I_r = I_t \ , \tag{8.2.1}$$

wobei U_t und I_t die transmittierten Wellen sind.
Die transmittierte Welle stellt bei mehreren Schichten die nächste vorlaufende Welle dar, welche wiederum nach dem selben Prinzip an Grenzflächen zum Teil reflektiert und transmittiert wird.

Aus den Formeln (8.1.24) folgt:

$$U_v = Z_{w_i} \cdot I_v \ \ , \ \ U_r = -Z_{w_i} \cdot I_r \ \ , \ \ U_t = Z_{w_j} \cdot I_t \tag{8.2.2}$$

Einsetzen von (8.2.2) in (8.2.1) und Umformen ergibt:

$$U_r = \frac{Z_{w_j} - Z_{w_i}}{Z_{w_j} + Z_{w_i}} \cdot U_v := \beta_{i,j} \cdot U_v \tag{8.2.3}$$

$$U_t = \frac{2 \cdot Z_{w_j}}{Z_{w_j} + Z_{w_i}} \cdot U_v := \alpha_{i,j} \cdot U_v \tag{8.2.4}$$

wobei:

$$\boxed{\beta_{i,j} = \frac{Z_{w_j} - Z_{w_i}}{Z_{w_j} + Z_{w_i}} \quad ... \quad Reflexionskoeffizient} \tag{8.2.5}$$

$$\boxed{\alpha_{i,j} = \frac{2 \cdot Z_{w_j}}{Z_{w_j} + Z_{w_i}} \quad ... \quad Transmissionskoeffizient} \tag{8.2.6}$$

Zwischen α und β besteht der wichtige Zusammenhang:

$$\boxed{\alpha_{i,j} = 1 + \beta_{i,j}} \tag{8.2.7}$$

Des Weiteren gilt für den Grenzübergang von $j \to i$:

$$\boxed{\beta_{j,i} = -\beta_{i,j}} \tag{8.2.8}$$

und

$$\boxed{\alpha_{j,i} = 1 + \beta_{j,i} = 2 - \alpha_{i,j} = 2 - (1 + \beta_{i,j}) = 1 - \beta_{i,j}} \tag{8.2.9}$$

Um eine kürzere Notation wählen zu können, stellen im Folgenden die Indizes der Reflexions- bzw Transmissionsfaktoren nicht mehr die jeweiligen Schichten i, j dar, sondern die Schichtgrenzen n selbst: $\beta_{i,j} \to \beta_n$

8.3 Reflexion und Transmission an mehreren Schichtgrenzen

Sind mehrere Schichten hintereinander angeordnet, dann findet an jeder Schichtgrenze Reflexion und Transmission statt. Die transmittierte Welle der n-ten Schichtgrenze ist gerade die nächste vorlaufende Welle, welche auf die $(n+1)$-te Schichtgrenze trifft: $U_t = U_{v_{neu}}$ und $I_t = I_{v_{neu}}$. Das bedeutet, dass man an jeder Grenzschicht jeweils einen Reflexionskoeffizienten oder Transmissionskoeffizienten, mit der vorlaufenden Spannung bzw. Stromstärke multiplizieren muss.
Auch die zurücklaufenden Wellen werden wiederum an jeder Grenzschicht zum

Teil reflektiert und transmittiert, wodurch theoretisch unendlich viele Mehrfach-Reflexionen entstehen. Diese verlieren aber schnell an Intensität und man kann sie deshalb bei Systemen mit mehreren Schichtgrenzen meist vernachlässigen, sodass man nur noch die Einfach-Reflexionen betrachtet (rote Pfeile in Abb. 8.3). Des Weiteren werden aufgrund der idealisierten Annahme der widerstandsfreien Leitung Effekte, wie Abschwächung und Verzerrung des ausgesandten Pulses, vernachlässigt. Da ein reales Kabel aber auch ein R-C-Glied (Tiefpass) darstellt, wird sich die Form der Wellen sehr wohl entlang der Leitung ändern (siehe Kapitel 8.8). An jedem Ort x der Leitung und zu jeder Zeit t ergibt sich die Spannung aus der Addition der hin- und rücklaufenden Wellen: $U(x,t) = U_{bisher} + \sum U_{v/r}$. Das Gleiche gilt für die Stromstärke: $I(x,t) = I_{bisher} + \sum I_{v/r}$.
Das bedeutet, dass sich mit jeder ankommenden Reflexion die Spannung und der Strom (sprungartig) ändern. Diese Änderungen geben Aufschluss über die Schichtgrenzen entlang der Leitung. Folglich muss man, um Information aus hintereinander liegenden Schichten zu erhalten, die an jeder Grenzschicht reflektierten und durch alle davor liegenden Schichten transmittierten Wellen untersuchen. Durch rekursives Berechnen können dann die für jede Grenzschicht charakteristischen Reflexions- und Transmissionskoeffizienten bestimmt werden. Es gibt zwei Messmethoden:

- Transmissionsmessung (am Ende der Leitung) → TDT-Messung
- Reflexionsmessung (am Anfang der Leitung) → TDR-Messung

Weiters wird nur mehr die Reflexionsmessung behandelt, da für diese Arbeit ausschließlich mithilfe eines TDR-Gerätes gemessen wurde.

8.4 Messung und Berechnung von Einfach-Reflexionen

Die meisten TDR-Geräte, wie auch das für diese Arbeit verwendete Gerät *STDR-65* der Firma *Sequid GmbH*, generieren mithilfe eines Pulsgenerators periodische steilflankige Rechteck-Pulse. Das erreichte Spannungsniveau wird über die Messdauer annähernd konstant beibehalten und fällt danach wieder abrupt ab. Die jeweils an der $n-ten$ Schichtgrenze reflektierten Spannungen U_{r_n} addieren sich zur bisherigen Spannung, was zu einer Erhöhung oder Erniedrigung dieser führt. Die Impedanz des Pulsgenerators entspricht im Idealfall dem Wellenwiderstand der Zuleitung zum Messsensor, was dazu führt, dass ankommende Pulse nicht wieder zurück in die Leitung reflektiert werden.
Da die Rechteck-Pulse einer Summe aus vielen Elementarwellen entsprechen (siehe Glg (8.1.14)), die sich mit gleicher Geschwindigkeit ausbreiten (Annahme: $R = 0$), können sie wie eine einzelne Welle behandelt und die in Kapitel 8.2 und 8.4 hergeleiteten Beziehungen verwenden werden.

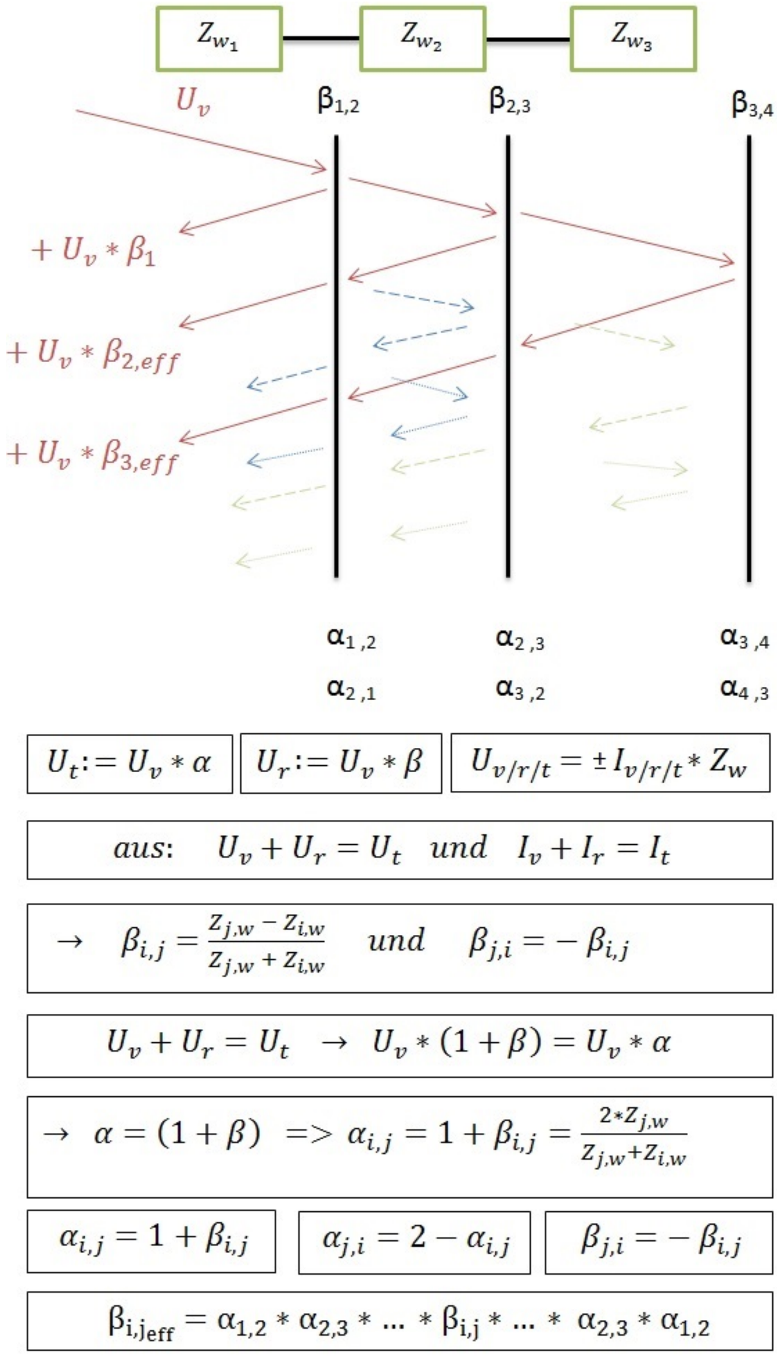


Abb. 8.3: **Reflexion und Transmission** *an mehreren Schichtgrenzen; rot: Einfach-Reflexionen*

Am Leitungsanfang (Detektor) gilt für die gemessene Spannung U:

$$U = U_v + \sum_n U_{r_n} ,$$

wobei U_v die Spannung des eingekoppelten, vorlaufenden Rechteck-Pulses ist und U_{r_n} die reflektierten, rücklaufenden Spannungen sind.

Eine am Leitungsanfang ankommende Spannungsreflexion U_{r_n} von der $n - ten$ Schicht, verursacht einen messbaren Spannungssprung ΔU_n. Daraus kann der **effektive Reflexionskoeffizient $\boldsymbol{\beta_{n_{eff}}}$** berechnet werden:

$$\beta_{n_{eff}} := \frac{U_{neu} - U_{bisher}}{U_v} = \frac{\Delta U_n}{U_v} = \frac{U_{r_n}}{U_v} \tag{8.4.1}$$

$\beta_{n_{eff}}$ wird als effektiver Reflexionskoeffizient bezeichnet, da er neben dem Reflexionskoeffizienten β_n der jeweiligen Schichtgrenze auch die Transmissionskoeffizienten α_m $(m < n)$ der vorherigen Schichten beinhaltet (siehe Glg. (8.4.2)).

<u>Berechnung von Einfach-Reflexionen:</u>

Es ist wichtig nochmals zu erwähnen, dass eine einfache Auswertung hintereinanderliegender Schichten nur dann möglich ist, wenn Mehrfach-Reflexionen (gestrichelte und gepunktete Pfeile in Abb. 8.3) keine nennenswerten Spannungsänderungen am Detektor hervorrufen. Das ist dann der Fall, wenn sie durch mindestens drei oder mehrfache Reflexionen an Schichtgrenzen und den dazugehörigen Transmissionen im Verhältnis zu Einfach-Reflexionen vernachlässigbar sind.

Der effektive Reflexionskoeffizient einer Einfach-Reflexion der $n - ten$ Schicht ergibt sich dadurch, dass der Spannungspuls U_v zuerst durch jede vorherige Schicht i transmittiert $(\cdot\alpha_{i<n})$, dann bei der $n - ten$ Schicht reflektiert $(\cdot\beta_n)$ und dann wiederum durch jede davorliegende Schicht transmittiert $(\cdot(2 - \alpha_{i<n}))$:

$$U_{r_n} = U_v \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot ... \cdot \alpha_{n-1} \cdot \beta_n \cdot (2 - \alpha_{n-1}) \cdot (2 - \alpha_{n-2}) \cdot ... \cdot (2 - \alpha_1)$$

$$U_{r_n} = U_v \cdot \beta_{n_{eff}}$$

$$\beta_{n_{eff}} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot ... \cdot \alpha_{n-1} \cdot \beta_n \cdot (2 - \alpha_{n-1}) \cdot (2 - \alpha_{n-2}) \cdot ... \cdot (2 - \alpha_1) \tag{8.4.2}$$

Mit der Glg. (8.2.9) ergibt sich $\beta_{n_{eff}}$ zu:

$$\beta_{n_{eff}} = (1 + \beta_1) \cdot ...(1 + \beta_{n-1}) \cdot \beta_n \cdot (1 - \beta_{n-1}) \cdot ... \cdot (1 - \beta_1) \tag{8.4.3}$$

$$\beta_{n_{eff}} = \left(1 - {\beta_1}^2\right) \cdot \left(1 - {\beta_2}^2\right) \cdot ... \cdot \left(1 - {\beta_{n-2}}^2\right) \cdot \left(1 - {\beta_{n-1}}^2\right) \cdot \beta_n \tag{8.4.4}$$

Misst man alle $\beta_{n_{eff}}$, angefangen von $\beta_{1_{eff}}=\beta_1$, lässt sich jedes β_n rekursiv aus den vorherigen $\beta_{i<n}$ berechnen:

$$\beta_n = \frac{\beta_{n_{eff}}}{\left(1-\beta_1{}^2\right)\cdot\left(1-\beta_2{}^2\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\beta_{n-2}{}^2\right)\cdot\left(1-\beta_{n-1}{}^2\right)} \tag{8.4.5}$$

Kennt man den Wellenwiderstand Z_{w_i} und $\beta_n = \beta_{i,j}$ (aus Glg. 8.4.5), kann man Z_{w_j} aus der Glg. (8.2.5) berechnen:

$$\boxed{Z_{w_j} = Z_{w_i}\cdot\frac{1+\beta_{i,j}}{1-\beta_{i,j}}} \tag{8.4.6}$$

Für eine einfache rekursive Berechnung von $\beta_n = \beta_{i,j}$ und Z_{w_j} programmiert man am besten ein Computerprogramm (siehe Kapitel 9.7.1).

8.5 Einkopplung von Pulsen und Leitungsabschluss

Bis jetzt wurde ausschließlich das Verhalten einer Welle bzw. eines Pulses entlang einer Leitung diskutiert, ohne dabei auf dessen Einkopplung und Verhalten am Ende der Leitung einzugehen.

Die theoretischen Grundlagen dieses Kapitels wurde zum Teil aus [7] entnommen.

8.5.1 Abschluss einer Leitung

Der Abschluss einer Leitung ist wiederum als Schichtgrenze zu behandeln, nur dass anstatt eines weiteren Leitungsabschnittes mit einem bestimmten Wellenwiderstand, eine Abschlussimpedanz auftritt. Die an diesem Leitungsabschluss transmittierte Welle muss dem Ohmschen Gesetz $U_t = I_t \cdot Z_{Abschluss}$ gehorchen. Hierbei sind U_t und I_t die Spannung und die Stromstärke an der Abschlussimpedanz. Zur Berechnung von α und β am Leitungsende setzt man, wie gewohnt $Z_{Abschluss}$ in Glg. (8.2.5) und Glg. (8.2.6) ein. Die drei Spezialfälle sind:

- <u>offenes Leitungsende</u>: $Z_{Abschluss} = \infty$
  In diesem Fall wird ein Spannungspuls U_v mit gleichem Vorzeichen reflektiert $\Rightarrow \beta = 1$ und $U_r = U_v$. Die Spannung am Ende der Leitung wird daher um $\Delta U = U_r + U_v = 2\cdot U_v$ erhöht.

- <u>kurzgeschlossenes Leitungsende</u>: $Z_{Abschluss} = 0$
  In diesem Fall wird ein Spannungspuls U_v mit entgegengesetztem Vorzeichen reflektiert $\Rightarrow \beta = -1$ und $U_r = -U_v$. Die Spannung am Ende der Leitung wird daher um $\Delta U = U_r + U_v = 0$ erhöht. Deshalb ist die Spannung an der Kurzschlussstelle immer gleich null ($U_{Kurz} = 0$).

- Abschluss mit dem Wellenwiderstand: $Z_{Abschluss} = Z_w$
  In diesem Fall wird kein Spannungspuls U_v reflektiert $\Rightarrow \beta = 0$ und $U_r = 0$. Die Spannung am Ende der Leitung wird daher um $\Delta U = U_v$ erhöht. Diesen Betriebszustand einer Leitung nennt man auch 'leitungsangepasst'. In der Signalübertragung oder beim Einkoppeln von Signalen in Leitungen will man Reflexionen so gut wie möglich vermeiden und muss deshalb darauf achten, dass die Schnittstellen gleichen Wellenwiderstand aufweisen.

8.5.2 Einkopplung von Pulsen in eine Leitung

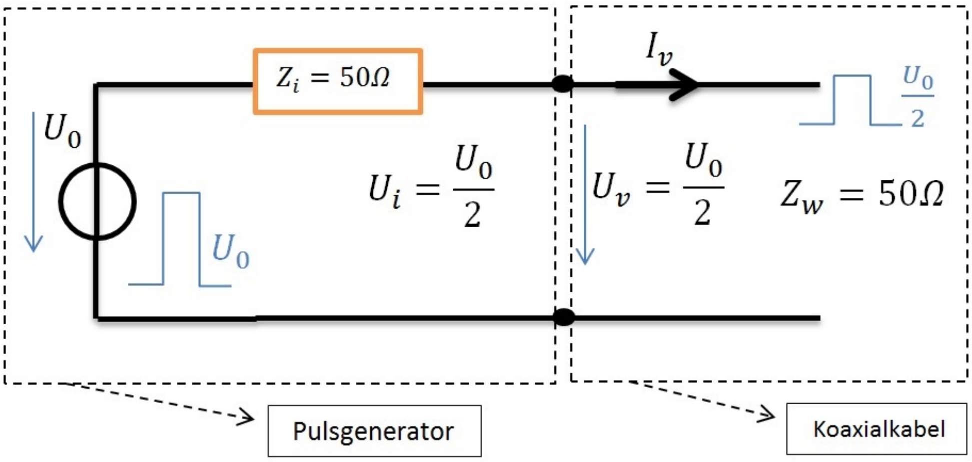


Abb. 8.4: **Ersatzschaltbild:** *Einkopplung eines Signals*

Wie schon erwähnt, will man beim Einkoppeln von Pulsen in eine Leitung Reflexionen, durch das Abschließen der Leitung mit dem Wellenwiderstand (siehe Kapitel 8.5) vermeiden. Dies wird erreicht indem z.B. der Pulsgenerator sowie alle internen Leitungsteile des TDR-Gerätes gleiche Impedanz (Innenwiderstand Z_i) bzw. Wellenwiderstand wie der Wellenwiderstand Z_w der anzuschließenden Leitung (z.B. Koaxialkabel) aufweisen. Da die maximale Leistung übertragen werden kann, wird eine solche Leitung mit $Z_w = Z_i$ auch 'leistungsangepasst' genannt. Der in Glg. (8.5.1) vorkommende Einkopplungsfaktor $\frac{Z_w}{Z_w+Z_i}$ beträgt dann 0,5. Die gebräuchlichsten Koaxialkabel haben einen Wellenwiderstand von 50 Ω oder 75 Ω. Das TDR-Gerät und die Koaxialkabel die für diese Diplomarbeit verwendet wurden, haben eine Impedanz bzw. einen Wellenwiderstand von 50 Ω. Die 50 Ω Impedanz des Pulsgenerators ist sein Innenwiderstand, den die ideale Spannungsquelle U_0 sieht (siehe Abb. 8.4). Dieser Innenwiderstand bildet mit der vom Pulsgenerator wegführenden Leitung einen Spannungsteiler. Ist der Innenwiderstand des Pulsgenerators Z_i gleich dem Wellenwiderstand der Leitung Z_w, fällt die Hälfte der Spannung an Z_i ab und die andere Hälfte läuft als Puls mit $U_{Puls} = \frac{U_0}{2}$ die Leitung entlang. Es wird also bei Gleichheit des Innenwiderstandes und des Wellenwiderstandes ein Puls der Höhe $\frac{U_0}{2}$ in die am TDR angeschlossene Leitung (z.B. Koaxialkabel) reflexionsfrei eingekoppelt.

Ganz allgemein gilt:

$$U_v = \frac{Z_w}{Z_w + Z_i} \cdot U_0 \tag{8.5.1}$$

$$I_v = I_0 = \frac{U_0}{Z_w + Z_i} \tag{8.5.2}$$

Für $Z_w = Z_i$ folgt:

$$U_v = \frac{U_0}{2} \qquad und \qquad I_v = I_0 = \frac{U_0}{2 \cdot Z_w} \tag{8.5.3}$$

wobei $\frac{Z_w}{Z_w+Z_i}$ als Einkopplungsfaktor bezeichnet wird.

8.6 Impulsfahrplan und Lattice-diagram

Wie sich die Spannung am Anfang und am Ende einer Leitung bei einem eingekoppelten Puls mit der Spannungshöhe U_v mit der Zeit verhält, zeigt ein sogenannter Impulsfahrplan. In Verbindung mit einem Lattice-diagram und einem Ersatzschaltbild, lassen sich Spannungsänderungen graphisch übersichtlich darstellen.

<u>Offenes Leitungsende:</u>

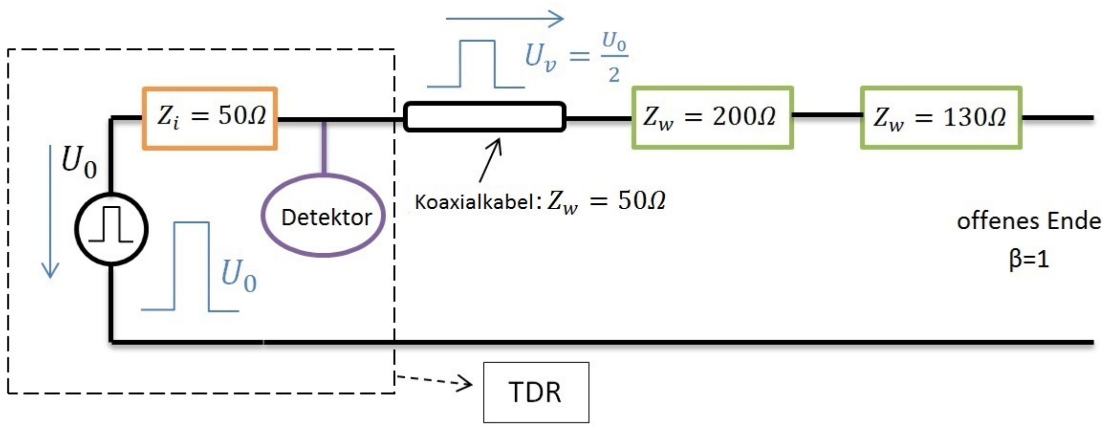


Abb. 8.5: **Ersatzschaltbild:** *offenes Ende*

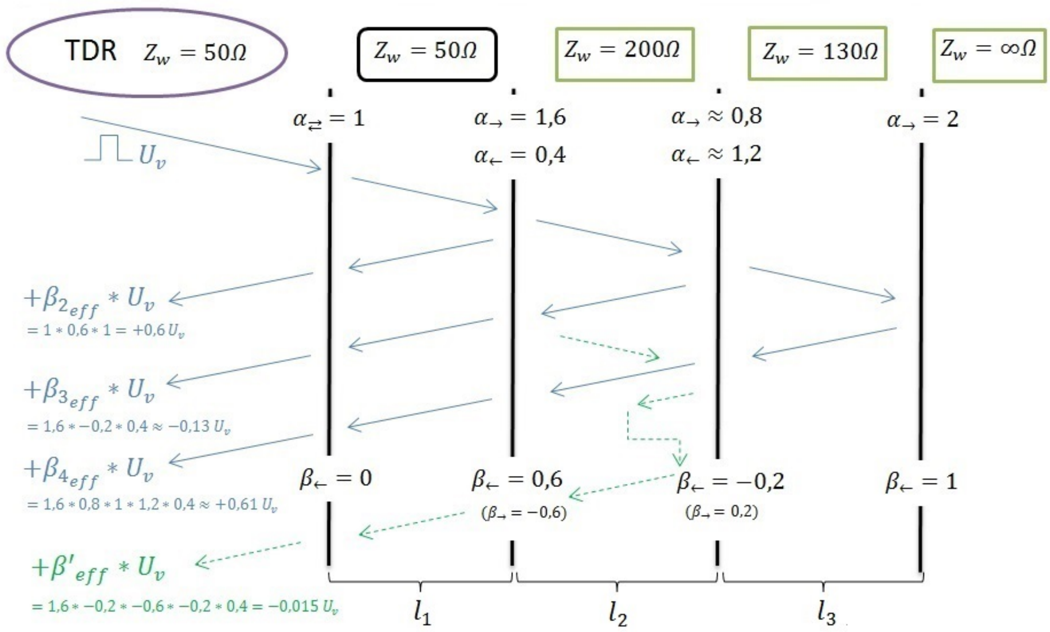


***Abb. 8.6*: Lattice-diagram:** *offenes Ende; blaue, volle Pfeile: Pfade der Einfach-Reflexionen*

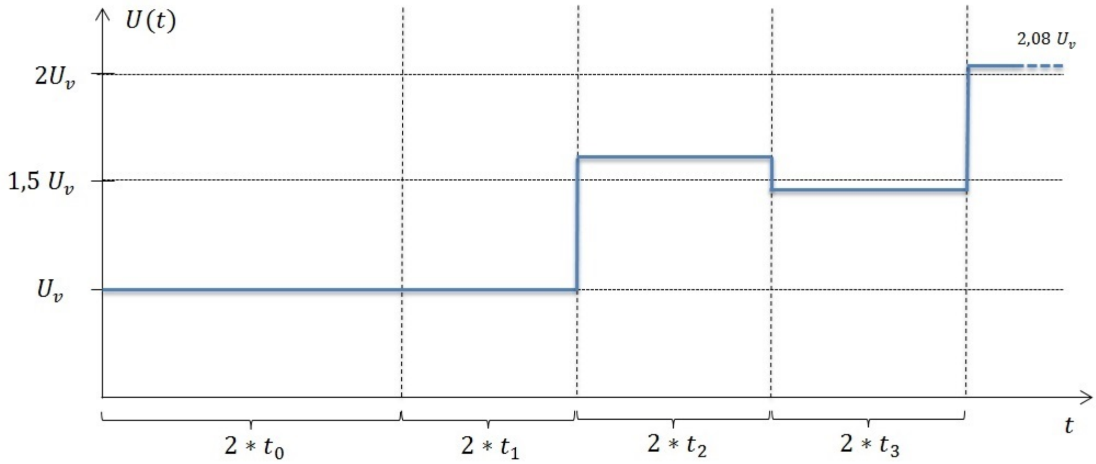


***Abb. 8.7*: Impulsfahrplan mit der Spannung $U(t)$ am Leitungsanfang:** *offenes Ende; nur Einfach-Reflexionen (blaue Pfade in Abb. 8.6)*

Kurzgeschlossenes Ende:

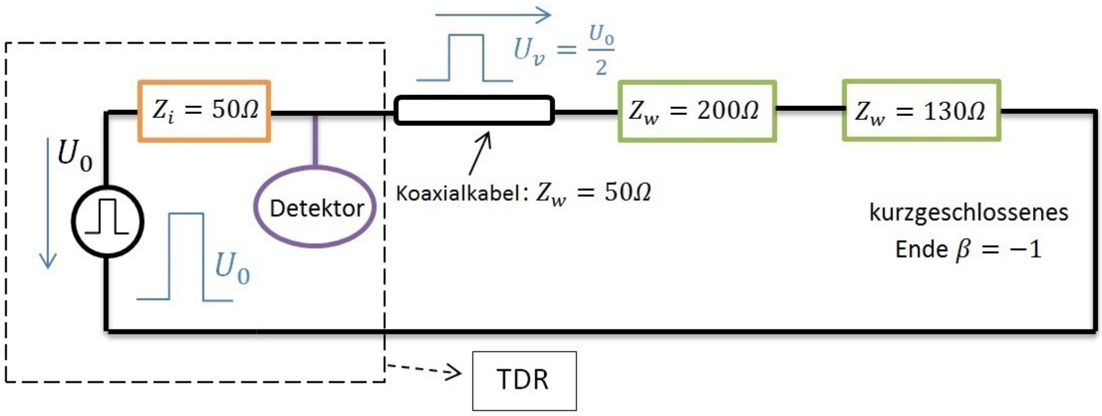


Abb. 8.8: **Ersatzschaltbild:** *kurzgeschlossenes Ende*

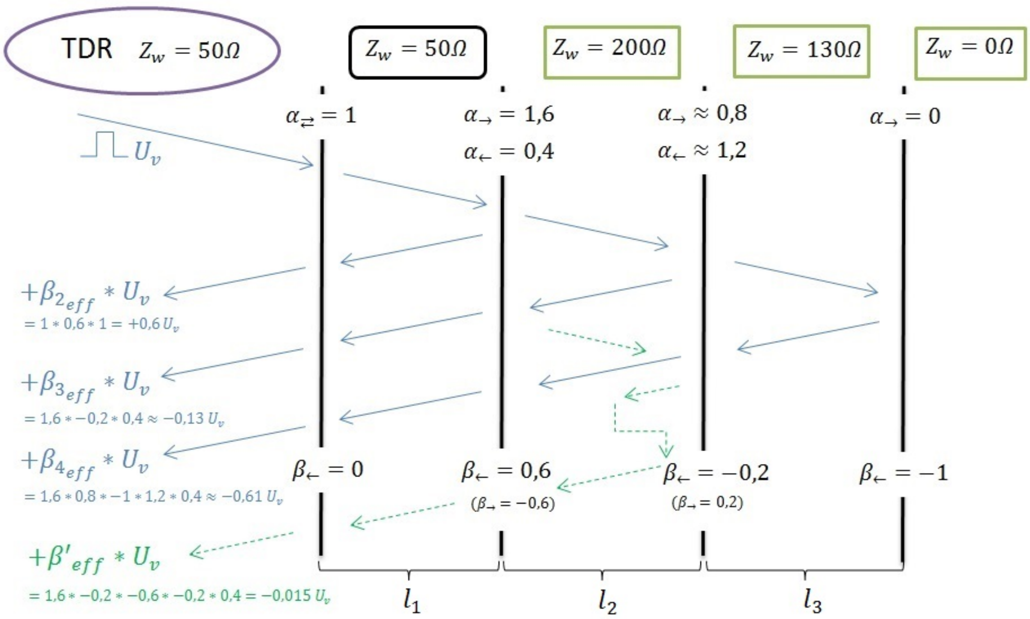


Abb. 8.9: **Lattice-diagram:** *kurzgeschlossenes Ende; blaue, volle Pfeile: Pfade der Einfach-Reflexionen*

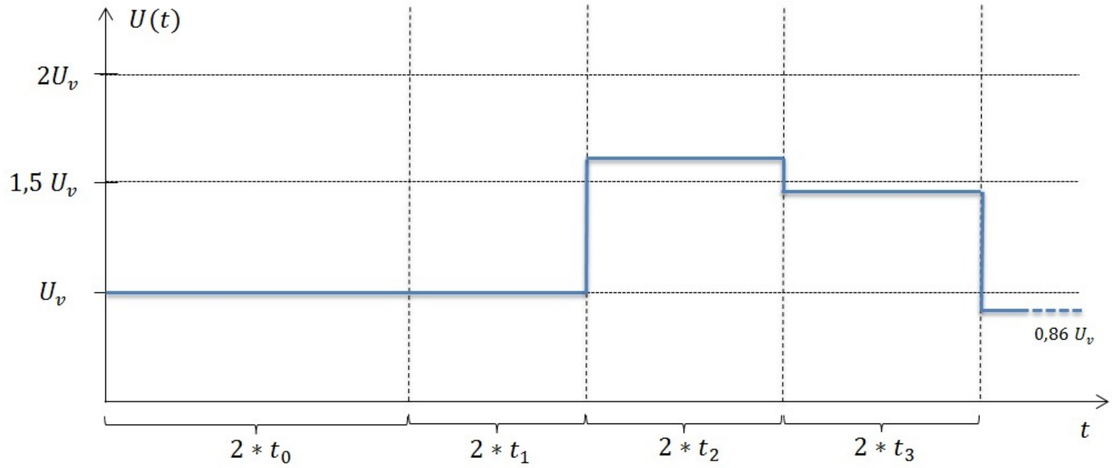


Abb. 8.10: **Impulsfahrplan mit der Spannung $U(t)$ am Leitungsanfang:** *kurzgeschlossenes Ende; nur Einfach-Reflexionen (blaue Pfade in Abb. 8.9)*

In Abb. 8.6 und Abb. 8.9 stellen die blauen Pfade die Einfach-Reflexionen dar. Exemplarisch stellt der grün strichlierte Pfad eine mögliche Mehrfach-Reflexion dar. Wie man sieht, macht diese größenordnungsmäßig ca. ein Zehntel des Spannungssprunges einer Einfach-Reflexion aus, was die Näherung, nur Einfach-Reflexionen zu betrachten, legitimiert. Man sieht in Abb. 8.7, dass bei der offenen Leitung die Spannung am Leitungsanfang $U(t) = U_v + \sum_n U_{r_n}$ für $t \to \infty$ gegen den Wert $U \approx 2 \cdot U_v$ strebt. Ohne die Berücksichtigung von Mehrfachreflexionen – diese würden die Spannung auf $2 \cdot U_v$ absenken – liegt die Spannung knapp über $2 \cdot U_v$. Das bedeutet, dass sich die Spannung bei einer Leitung mit offenen Ende, für $t \to \infty$ auf $U = 2 \cdot U_v = U_0 = U_{Quelle}$, einpendelt. Das ist der eingeschwungene, stationäre Zustand.
Bei der kurzgeschlossenen Leitung sieht man in Abb. 8.10, dass die Spannung am Leitungsanfang $U(t) = U_v + \sum_n U_{r_n}$ für $t \to \infty$ gegen den Wert $U \approx U_v$ strebt. In Abb. 8.7 ist jedoch $U \neq U_v$, weil die Mehrfach-Reflexionen nicht miteinbezogen wurden. Am Ende der Leitung ist die Spannung hingegen permanent gleich null.

8.7 Leitungsverzweigungen bzw. Oszilloskop-Anschluss

Auch Leitungsverzweigungen stellen Inhomogenitäten dar, weshalb die Anschlussbedingungen (siehe Kapitel 8.2) anzuwenden sind. Es gilt jedoch nach [7, *Seite* 13 *f.*], dass kurze Stichleitungen, welche viel kürzer als die Wellenlänge der Signale selbst sind, vernachlässigt werden können. Was bedeutet das z.B. für ein angeschlossenes Oszilloskop? Oszilloskope mit angeschlossenem Tastkopf haben in der Regel einen Widerstand von 10 $M\Omega$ und eine Kapazität von 20 pF. Das ist sehr hochohmig und entspricht bei üblichen Kabellängen von ca. 1 m einer kurzen Stichleitung, wenn man z.B. von einer Messfrequenz von 2 MHz ausgeht. Man braucht daher für das Oszilloskop keine zusätzlichen Reflexionen berücksichtigen und misst annähernd die korrekte Spannung.

8.8 Offene Leitung als Tiefpass

Eine reale Leitung weist nicht wie in der Herleitung in Kapitel 8.1 angenommen $R' = 0$ auf, sondern hat einen geringen Ohmschen Widerstandsbelag. Bei einer Leitung mit offenem Ende, wie es bei den durchgeführten Messungen der Fall war, überwiegt die kapazitive Eigenschaft gegenüber der induktiven. Berücksichtigt man den Ohmschen Widerstandsbelag R', dann ergibt sich ein Tiefpass. Rechteck-Pulse werden dadurch in ihrer Form, wie man in Abb. 8.11 sehen kann, verändert. In Abb. 9.23 kann man dieses Spannungsverhalten anhand der Reflexionen daran erkennen, dass die steilen Spannungsflanken verzerrt werden. Unter diesem Effekt leidet die Ortsauflösung der zu messenden (Schnee-)Schichten.

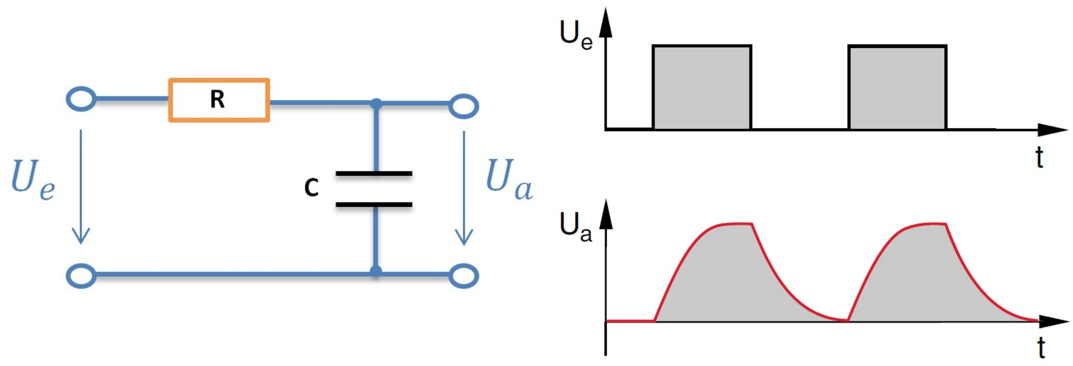


***Abb. 8.11*: Tiefpass**

8.9 TDR-Messgerät *STDR-65*

Die beiden TDR-Geräte des Typs *STDR-65*, die für die Messungen dieser Diplomarbeit verwendet wurden, stammen von der Firma *Sequid GmbH* [1].

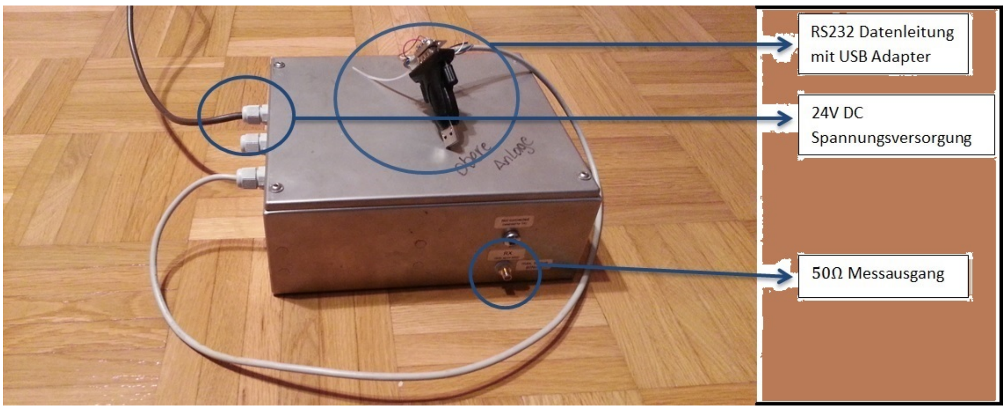


Abb. 8.12*: *STDR-65

[1] http://www.sequid.de/

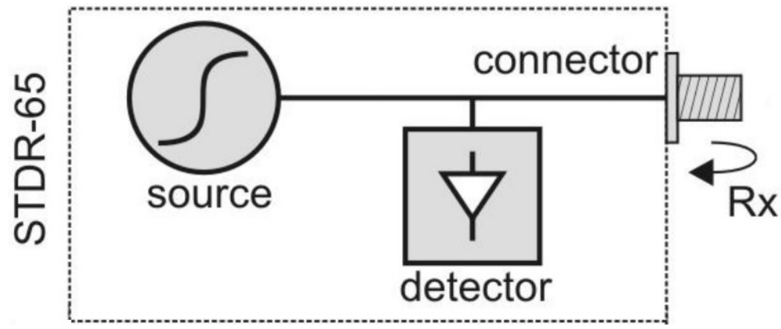


Abb. 8.13*: Schema des *STDR-65

8.9.1 Messprinzip und Messwerte

Ein TDR-Messgerät besteht ganz allgemein immer aus einem Signalgenerator bzw. Pulsgenerator (source) und einem Signaldetektor, der die Spannung misst. Beim *STDR-65* erzeugt der Pulsgenerator (source) periodische Rechtecksignale (in dieser Diplomarbeit als Rechteckpulse oder nur als Pulse bezeichnet) von ungefähr 320mV $\pm$ 20mV mit sehr geringer Anstiegs- und Abfallszeit (Rise-Time) von ca. 65ps. Die Frequenz des Rechtecksignals beträgt 2MHz, was einer Periodendauer von 500ns entspricht. Die Messungen finden während der oberen Halbwellen – also in einer Zeitspanne von 250ns – statt. Das *STDR-65* macht vereinfacht erklärt pro oberer Halbwelle eine zur vorherigen Messung um 10ps versetzte Messung, wodurch man Spannungsmesswerte erhält, die alle 10ps die Spannung am Detektor (Leitungsanfang) wiedergeben.

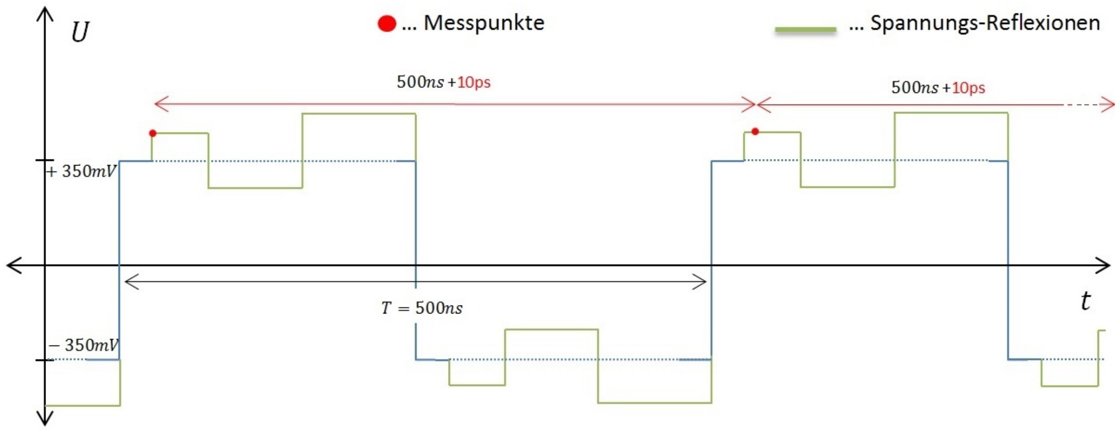


***Abb. 8.14*: Messprinzip** *des STDR-65*

Aufgrund der Periodendauer von 500ns können nur jene Reflexionen korrekt gemessen werden, welche nach einer maximale Laufzeit von 250ns wieder beim Detektor ankommen. Würde die Laufzeit größer als 250ns sein, würden diese Reflexionen der nächsten Halbwelle zugeordnet werden. Bei einer ungefähren Signalausbreitungsgeschwindigkeit von $v = 2 \cdot 10^8 ms^{-1}$ (z.B. in einem 50Ω Koaxialkabel der Fall), darf das Kabel maximal 25 Meter lang sein. Hierbei wurde angenommen, dass es sich um eine Einfach-Reflexion handelt, welche am Leitungsende reflektiert wird und daher die doppelte Kabellänge durchlaufen muss.

$$l_{max} = \frac{2 \cdot 10^8 ms^{-1} \cdot 250 \cdot 10^{-9} s}{2} = 25m. \tag{8.9.1}$$

Es könnte bei sehr langen Kabeln theoretisch vorkommen, dass Reflexionen von vorherigen Halbwellen die nächste Halbwellenmessung beeinflussen. Bei Berücksichtigung von Mehrfach-Reflexionen müsste die Kabellänge noch kürzer gewählt werden. Wird nur während der oberen Halbwelle gemessen, könnte die Messstrecke doppelt so lange, also 50 Meter gewählt werden. Da bezüglich der genauen Funktion des *STDR-65* noch Rücksprache mit der Firma gehalten werden sollte und es nicht geklärt ist ob nur während der oberen Halbwelle gemessen wird, sollte vorsichtshalber darauf geachtet werden, dass die Messstrecke 25 Meter nicht überschreitet. Diese Länge wurde bei den Messungen für diese Diplomarbeit ohnedies nicht überschritten.

Ausgabe der Messwerte und Umrechnung in die Reflexionskoeffizienten

Das *STDR-65* misst alle 10ps den zeitlichen Spannungsverlauf $U(t) = U_v + \sum_n U_{r_n}$, zieht davon die vorlaufende Spannung U_v ab und dividiert das Ergebnis durch U_v. Diese Messkurve entspricht der zeitlichen Addition (Kumulierung) der effektiven Reflexionskoeffizienten $\beta_{n_{eff}} = \beta(t)_{eff} = \frac{U_{r_n}}{U_v}$ (siehe Kapitel 8.4):

$$\sum_n \beta_{n_{eff}} = \sum_t \beta(t)_{eff} = \frac{U(t) - U_v}{U_v} = \frac{\sum_n U_{r_n}}{U_v} \ , \tag{8.9.2}$$

wobei $t = n \cdot 10ps$ gilt und $U(t)$ somit die in einem Abstand von 10ps gemessene Spannung am Detektor und U_v die Spannung des ausgesandten, vorlaufenden Spannungspulses sind. Diese Stufenfunktion, die den ***kumulierten effektiven Reflexionskoeffizienten*** $\boldsymbol{\sum_t \beta(t)_{eff}}$ entspricht, wird vom *STDR-65* ausgegeben:

$$\sum_t \beta(t)_{eff} := \sum_{n=0} \beta(n \cdot 10ps)_{eff} \mathrel{\widehat{=}} ausgegebene\ Messwerte \ ,$$

wobei $t = n \cdot 10ps$ die Zeit in $10ps$ Schritten darstellt.

Die Messungen starten schon bevor der Spannungspuls den Detektor passiert ($U(t) = 0$), was an den ausgegebenen Messwerten $\sum \beta(t)_{eff} = -1$ zu erkennen ist. Mit dem vorbeilaufenden Spannungspuls (Rechtecksignal) steigen die Messwerte auf $\sum \beta(t)_{eff} = 0$ an, was einer ungefähre Spannung von $U_v = 320mV$ entspricht. Jede ankommende Spannungsreflexion erhöht oder erniedrigt den aktuellen Wert von $\sum \beta(t)_{eff}$ um den jeweiligen Wert $\beta(t)_{eff}$. Das Ende der Messung ist – vorausgesetzt es wurden genügend viele Messwerte im Programm eingestellt – nach dem Puls-Abfall, was sich in einem Sprung der Messkurve um $\beta(t)_{eff} = -1$ äußert. Die Messwerte $\sum \beta(t)_{eff}$ werden in einer *.csv-Datei* und einer *.txt-Datei* ausgegeben. Beim Öffnen der *.csv-Datei* in einem Tabellenkalkulationsprogramm (z.B. Excel) müssen in diesem die Trennzeichen so eingestellt werden, dass sie mit den verwendeten Trennzeichen in der *.csv-Datei* übereinstimmen. Nur so wird die gewünschte korrekte Darstellung in einer Spalte oder Zeile der Messdaten gewährleistet.

Aus der Messkurve $\sum \beta(t)_{eff}$ kann man die einzelnen $\beta(t)_{eff} = \beta_{n_{eff}}$ anhand der Sprünge ablesen und nach Glg. (8.4.5) – wobei statt $\beta_{i,j} \to \beta_n$ einzusetzen ist – die dazugehörigen $\beta(t) = \beta_n = \beta_{i,j}$ rekursiv berechnen. Aus den Reflexionsfaktoren $\beta_n = \beta_{i,j}$ der $n - ten$ Schichtgrenze zwischen den Schichten i und j lassen sich bei bekanntem Anfangswellenwiderstand Z_{w_0} alle dazugehörigen Wellenwiderstände Z_{w_i} der $i - ten$ Schicht berechnen.

Das *STDR-65* wird über einen RS232-USB-Adapter mit dem Laptop verbunden und mithilfe eines Programmes, welches von der Firma *SET* eigens programmiert wurde, angesteuert. Die Bedienung des Programmes wird im nächsten Kapitel näher erklärt.

Programm zur Ansteuerung und Ausgabe des *STDR-65*

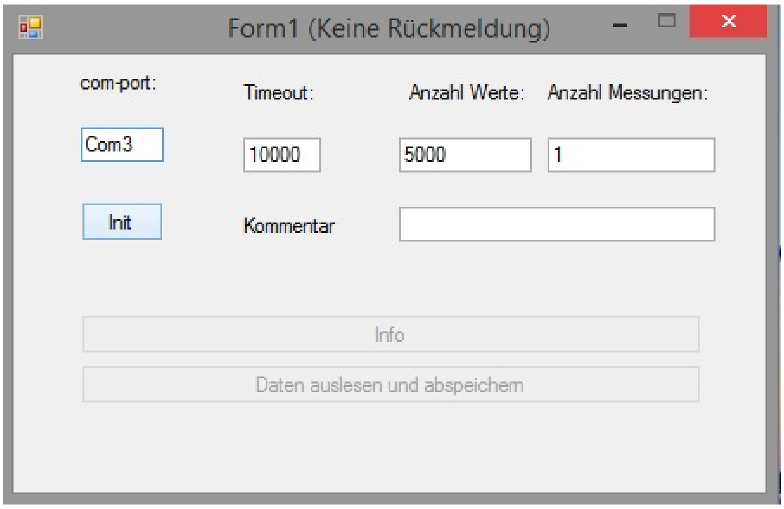


Abb. 8.15: *Programm zur Ansteuerung und Ausgabe des STDR-65*

Im Eingabefenster *'com-port'* muss man den vom Computer zugeordneten comport für den USB-Adapter eingeben (in Windows: im 'Geräte-Manager' ersichtlich). Des Weiteren sind die Parameter *'Timeout'* und *'Messanzahl'* einzugeben. Danach muss der Button *'Init'* zur Initialisierung angeklickt werden. Bevor man den Button *'Daten auslesen und abspeichern'* zur eigentlichen Messung anklickt, muss vor der ersten Messung unbedingt noch der *'Info'* Button angeklickt werden (Auskunft über die Firmware-Version). Die Messdaten werden in den Ordner 'Data' als *.csv-* und *.txt*-Datei ausgegeben.

8.9.2 Rise-Time und Overshoot

Die kurze Zeitdauer des Spannungsanstieges (Rise-Time) von 10% auf 90% der Amplitude $320mV$, ermöglicht eine gute Messauflösung bzw. Ortsauflösung. Um Schichten auflösen zu können, muss die Puls-Anstiegszeit viel geringer als die Signallaufzeit in der jeweiligen Schicht sein. Ansonsten würde der Puls noch nicht bis zu seine Amplitude angestiegen sein, während er die Schicht durchläuft und es gäbe keine deutlich erkennbaren, steilflankigen Spannungssprünge als Folge der Reflexionen. Neben der endlichen Puls-Anstiegszeit ist noch der sogenannte Overshoot, der mithilfe von Abb. 8.16 erklärt wird, zu beachten.

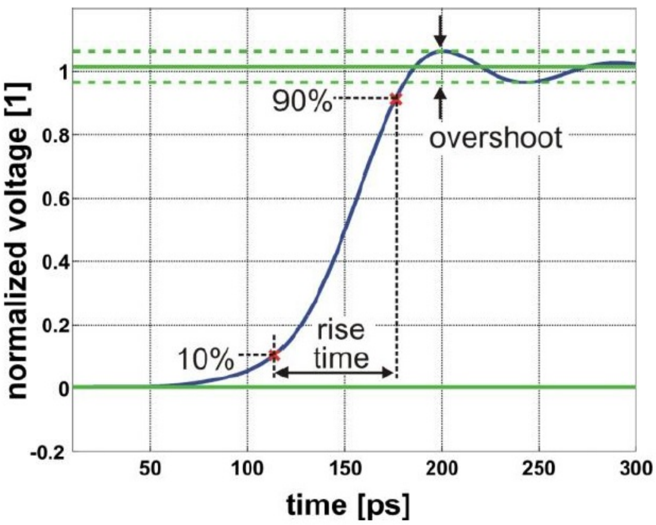


***Abb. 8.16*: Overshoot und Puls-Anstiegszeit (Rise-Time)** *des STDR-65*

<u>*Hinweis zum Umgang mit dem STDR-65:*</u>

Da das Messgerät hochsensible elektronische Bauteile in Bezug auf elektrische Entladungen oder generell von außen angelegte Spannungen enthält, ist besondere Vorsicht beim Berühren des Messausgangs R_x (Koax-Anschluss) geboten. Es ist immer darauf zu achten, sich und die anzuschließende Messsonde vor dem Anschließen zu entladen, sodass kein ESD (Electrostatic Discharge) auftreten kann. Aufgrund solcher ESDs wurde das Messgerät während der Messungen für diese Diplomarbeit zweimal beschädigt und musste zur Reparatur eingeschickt werden. Ein solch entstandener Schaden kann zu Reflexionen im Gerät selbst führen. Dies ist bei den durchgeführten 'Leermessungen ohne Messsonde' und 'Leermessungen mit 'Koaxkabel' im Folgenden ersichtlich.

Weitere Informationen zum *STDR-65* der *Sequid GmbH* findet man im Datenblatt, das auf der Website [1] downloadbar ist.

[1] http://www.sequid.de/de/download-simple-form.php?Target Document=STDR65_FullDatasheet_Rev0103.pdf

8.10 3-Leiter-Flachband als Messsonde

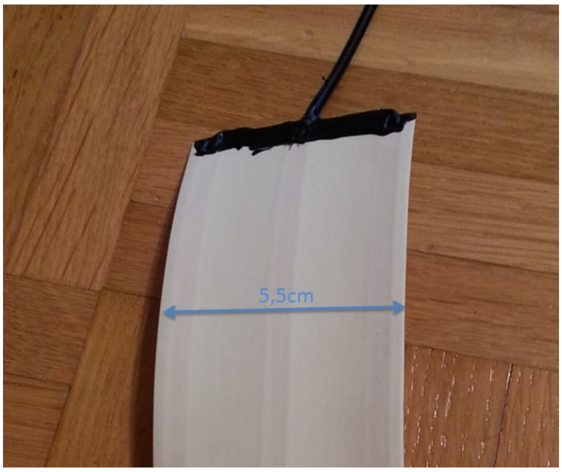
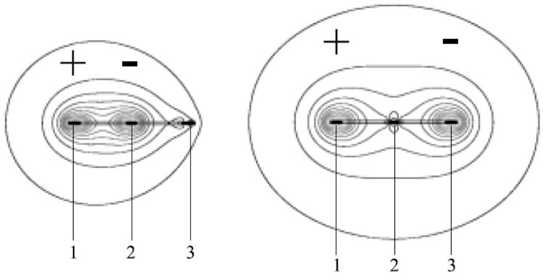


Abb. 8.17: **Messsonde:** *3-Leiter-Flachband*

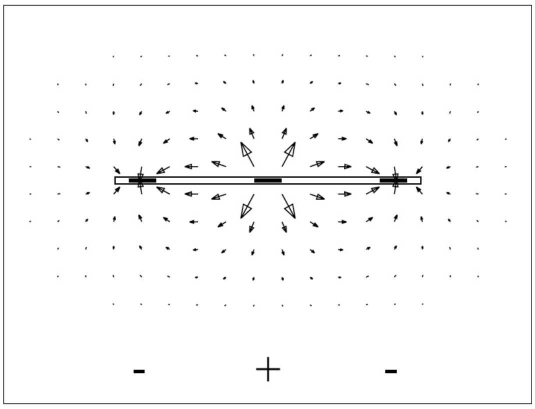
Für die Schneeschichtenmessungen wurde als Messsonde ein 3-Leiter-Flachband (kurz: Flachbad) verwendet, das extra für diesen Zweck von einer Gruppe des Forschungszentrums Karlsruhe zur Untersuchung von Boden- und Scheefeuchte entwickelt wurde. Eine genaue Beschreibung dieses 3-Leiter-Flachbandes findet man im wissenschaftlichen Bericht zur Dissertation von Christof Hübner [8]. Hier wird eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Eigenschaften dieser Messsonde gegeben. Für eine einfache Schneeschichtenbestimmung müssen die Abstände der drei Kupferleiter zueinander über die Sondenlänge konstant sein, sodass eine Kapazitäts- bzw. Induktivitätsbelagsänderung nur aufgrund des außen anliegenden Schnees stattfindet. Hätten die drei Leiter einen unterschiedlichen Abstand zueinander, würde das zusätzlich zu schneebedingten noch messsondenbedingte Änderungen des Wellenwiderstandes bewirken und man müsste mit hohem Aufwand die Messsondeneigenschaften in der Berechnung berücksichtigen. Des Weiteren ist die weiße Isolierung der flachen Kupferleiter notwendig, um die Wärmeeinstrahlung so wenig wie möglich zu absorbieren und so den Schnee möglichst gering in seiner Konsistenz zu verändern.

8.10.1 Beschaltung des 3-Leiter-Flachbandes

Für diese Diplomarbeit wurden zwei Möglichkeiten der 3-Leiter-Flachbandkontaktierung (Beschaltung) in Erwägung gezogen: 3-polig (äußere Leiter: – Pol und der innere Leiter: +Pol) oder 2-polig (ein Leiter positiv und einer negativ). Es baut sich je nach Beschaltung ein charakteristisches E-Feld um die Kupferleiter herum auf. Wie weit das E-Feld in das Umfeld des Flachbandes reicht, kann nicht genau angegeben werden, jedoch mithilfe von Abb. 9.29 abgeschätzt werden.



(a) *Ausdehnung des E-Feldes bei 2-poliger Beschaltung*



(b) *E-Feld bei 3-poliger Beschaltung, wie sie für die Messungen dieser Diplomarbeit gewählt wurde*

***Abb. 8.18*: Beschaltung und E-Feld** *des 3-Leiter-Flachbandes* [14]

Wie man das Flachband am geeignetsten beschaltet, wird anhand von Messungen mit 2-poliger und 3-poliger Beschaltung im Kapitel 9.5 eruiert. Infolgedessen werden alle Messungen mit 3-poliger Beschaltung (wie in Abb. 8.18b) durchgeführt. Dabei bilden die äußeren Leiter die Minuspole und der innere Leiter den Pluspol.

8.10.2 Leitungsbeläge, Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenwiderstand

Das Dielektrikum, welches das 3-Leiter-Flachband umgibt, setzt sich zum Einen aus der Plastikisolierung und zum Anderen aus Luft, Schnee, Eis, Wasser, etc. zusammen. Es bestimmt durch seine relative Pemittivität ϵ den Kapazitätsbelag C' und durch seine relative Permeabilität μ den Induktivitätsbelag L' und somit den Wellenwiderstand Z_w der Messsonde. Neben den elektrischen Eigenschaften ϵ und μ der das 3-Leiter-Flachband umgebenden Medien sind die Leitungsbeläge geometrieabhängig. Die Geometrie wird durch die Lage der Leiter zueinander und deren Beschaltung bestimmt. Dazu siehe Kapitel 8.10.1.

Ändert sich entlang der Messsonde – z.B. durch die Kontaktierung des Koaxialkabels mit den Kupferleitern – der spezifische Widerstand ρ, führt das auch zu (unerwünschten) Reflexionen, die theoretisch in dem hier verwendeten Modell (siehe Kapitel 8) nicht berücksichtigt werden.

Änderungen der Leitungsbeläge können beim 3-Leiter-Flachband aufgrund der konstanten Geometrie und der konstant dicken Isolierung nur aufgrund der Änderung von ϵ, μ und von dem in der Realität nicht zu vernachlässigendem spezifischen

[14] **Christof Hübner**
Entwicklung hochfrequenter Messverfahren zur Boden- und Schneefeuchtebestimmung
Wisenschaftlicher Bericht FZKA6329 zur Dissertation; Forschungszentrum Karlsruhe (Technik und Umwelt), Institut für Meteorologie und Klimaforschung, 1999
website:
http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/fzk/6329/6329.pdf

Widerstand ρ, stattfinden.

Die Änderungen von ϵ und μ führen zu einer Änderung von C' und L' und bewirkt nach Glg. (8.1.23) eine Änderung des Wellenwiderstandes $Z_w = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$, was zu einer Reflexion eines an dieser Stelle ankommenden Pulses führt. Ebenso ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$.

Da das Flachband von einer weißen Plastikisolierung umgeben ist, hängen die Leitungsbeläge C' und L' auch von der relativen Permittivität und der relativen Permeabilität des Isolationsmaterials ab. Sie sind daher nicht mehr proportional zur relativen Permittivität ϵ und zur relativen Permeabilität μ des leiterumgebenden Mediums. Ein Ersatzschaltbild für die Kapazitätsbeläge ist in Abb. 8.19 zu sehen.

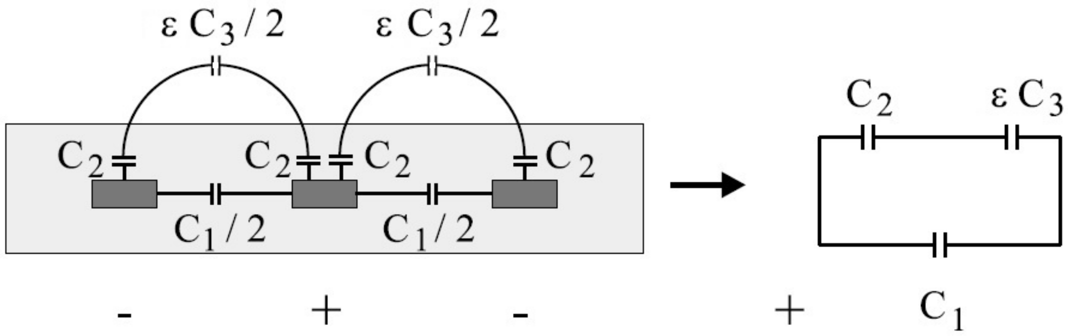


Abb. 8.19: **Ersatzschaltbild:** *Kapazitätsbelag des 3-Leiter-Flachbandkabels* [14]

Ersatzschaltbildelement	Experiment	MAFIA
C_1	3,4 pF/m	3,4 pF/m
C_2	323 pF/m	276,0 pF/m
C_3	14,8 pF/m	15,3 pF/m
L	756 nH/m	741 nH/m

$$\epsilon = \frac{(C' - C_1) \cdot C_2}{C_3 \cdot (C_2 - C' + C_1)} \qquad (8.10.1)$$

Abb. 8.20: *Berechnete Werte der Kapazitätsbeläge C_i und der Zusammenhang mit ϵ des Mediums und dem gemessenen Kapazitätsbelag C'* [14]

Die relative Permittivität ϵ des Mediums (Eis, Schnee, Luft, Wasser) um das 3-Leiter-Flachband herum lässt sich mit der Formel in Abb. 8.20 und dem gemessenen (Gesamt-)Kapazitätsbelag C' berechnen.

Im Allgemeinen sind ϵ und μ von der Frequenz abhängig, was aber schon ausführlich im ersten Teil dieser Diplomarbeit im Kapitel 4.3 behandelt wurde. Genau genommen gelten die Herleitungen in Kapitel 4.3 nur für Sinusschwingungen und nicht für Rechteckschwingungen. Es muss aber aufgrund der konstanten Messfrequenz des *STDR-65* von 2MHz ohnehin keine Frequenzabhängikeit berücksichtigt werden.

Zusammenfassend lässt sich die Änderung von Z_w und v und das Entstehen von Reflexionen folgendermaßen erklären:

Änderungen der elektrischen Eigenschaften ϵ, μ und ρ des Mediums um das 3-Leiter-Flachband führen zu einer Änderung der Leitungsbeläge C' und L' und somit zur Änderung von $v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$ und $Z_w = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$, was zu Reflexionen führt.

8.11 Messprinzip der Schneemessungen

Die in den theoretischen Berechnung auftauchenden und für die Berechnung von $Z_w = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ und $v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$ wichtigen Leitungsbeläge C' und L', hängen, wie schon im letzten Kapitel erklärt, einerseits von der Leitergeometrie und andererseits von den elektrischen Eigenschaften ϵ und μ des Mediums, das die Leiter umgibt, ab. Bleibt die Leitergeometrie sowie die Isolierung und die Beschaltung – wie es beim 3-Leiter-Flachband mit fixer Kontaktierung der Fall ist – konstant, ändert sich der Wellenwiderstand Z_w (Schichtgrenzen) nur in Abhängigkeit der verschiedenen Schneearten um das Flachband. Dies führt zu messbaren Reflexionen an den Schichtgrenzen und zu verschiedenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten.
Da verschiedene Schneearten unterschiedliche Anteile an Wasser, Eis und Luft aufweisen, haben sie dementsprechend auch eine unterschiedliche relative Permittivität ϵ_{Schnee} und es ergeben sich unterschiedliche C'. Dabei ist $\epsilon_{Wasser} \approx 88$, $\epsilon_{Luft} \approx 1$ und $\epsilon_{Eis} \approx 3$ (genaueres siehe Kapitel 4.3). Die relativen Permeabilitäten μ von Wasser, Eis und Luft weichen voneinander kaum ab: $\mu_{Wasser} \approx \mu_{Eis} \approx \mu_{Luft} \approx 1$. Daher ist eine Wellenwiderstandsänderung ΔZ_w entlang des Flachbandes nur aufgrund der Änderung der relativen Permittivität des Umgebungsmediums möglich. Ändert sich die Beschaltung des 3-Leiter-Flachbandkabels, ändert sich indirekt die Geometrie und es ändern sich sowohl C' als auch L'. Da aber immer mit gleicher (3-poliger) Beschaltung gemessen wurde, war der geometrische Einflussfaktor konstant. Es ergibt sich dadurch folgendes Messprinzip:

Unterschiedliche Schneeschichten sind aufgrund ihrer unterschiedlichen relativen Permittivitäten ϵ mithilfe von Reflexionen an den Schichtgrenzen und der charakteristischen Ausbreitungsgeschwindigkeiten messbar.

Da man den Wellenwiderstand der $i-ten$ Schicht Z_{w_i} mithilfe der Reflexionskoeffizienten β_n berechnen kann – wobei diese aus den TDR-Messwerten $\beta_{n_{eff}}$ berechnet werden – und die Geschwindigkeit v_i über die Längenmessung des Flachbandes und die Laufzeitmessung via TDR-Messung erhält, lässt sich L' berechnen. Aus den beiden Gleichungen $Z_w = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ und $v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$ erhält man durch Elimination von C':

$$L' = \frac{Z_w}{v} \tag{8.11.1}$$

Kapitel 9

Durchführung und Ergebnisse der TDR-Messungen

9.1 Messaufbau

Um herauszufinden, ob und wie gut man mit dem *STDR-65* Schneeschichten detektieren kann, wurden Labormessungen und Messungen an künstlich geschaffenen Schneeprofilen durchgeführt. Ein typischer Messaufbau ist in Abb. 9.1 skizziert.

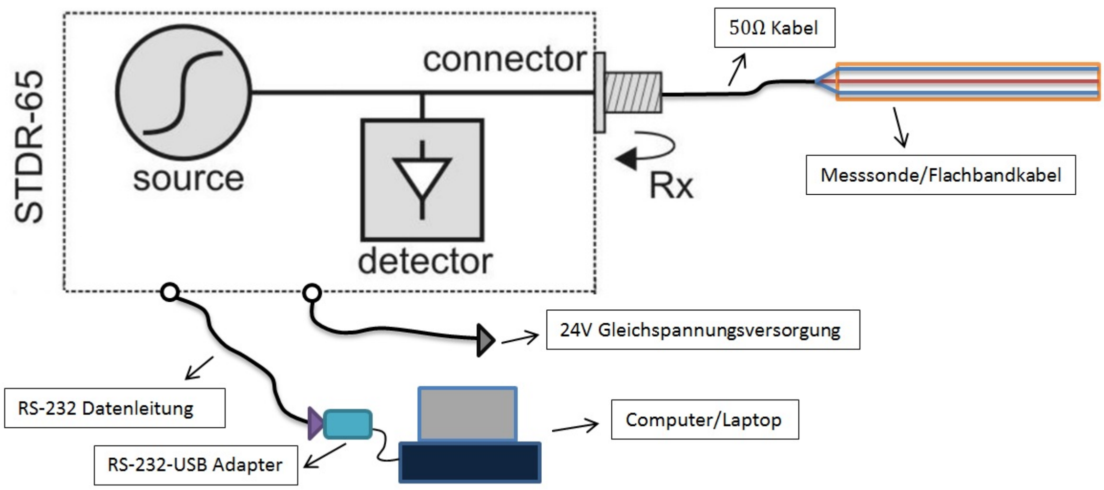


Abb. 9.1: **Schematischer Messaufbau** *einer TDR Messung*

9.2 Datenausgabe und Darstellung

Die Messwerte (kumulierte effektive Reflexionsfaktoren) werden in einer *.csv-Datei* und einer *.txt-Datei* ausgegeben. Mithilfe von *Microsoft-Excel* wurden die *.csv-Datein* geöffnet und die Messwerte graphisch als Kurven dargestellt. Dabei sind auf der x-Achse die Messwertnummern (alle 10ps ein Wert) und auf der y-Achse der kumulierte effektive Reflexionsfaktor $\sum \beta(t)_{eff}$ aufgetragen (siehe dazu Kapitel

8.9.1). Die Messwertnummern können ganz einfach in die dazugehörige Zeit $t[ps]$ wie folgt umgerechnet werden:

$$t[ps] = Messwertnummer \cdot 10ps - 10ps \tag{9.2.1}$$

9.3 Leermessung, Koaxialkabel-Messung und ESD-Schaden

Als Leermessungen werden Messungen ohne jeglichen Kabelanschluss an den Messeingang (connector) R_x bezeichnet. Diese Messungen geben Aufschluss über die ausgesandten Spannungspulse und deren Reflexionen am offenen Messausgang und etwaigen Reflexionen im TDR-Gerät selbst. Letztere sollten bei einem intakten TDR-Gerät nicht auftreten. Das war jedoch bei dem verwendeten Messgerät aufgrund eines leichten ESD-Schadens und infolgedessen einer wahrscheinlich zerstörten Diode der Fall. Man kann anhand dieses Beispiels gut erkennen, wie sich solch ein Schaden bemerkbar machen kann. Es wurden aufgrund des späten Bemerkens des ESD-Schadens die meisten Messungen mit dem beschädigten TDR-Gerät durchgeführt. Wie man in Abb. 9.2 und anhand späterer Messkurven sieht, ist der Einfluss dieser Reflexion auf die Messungen zwar merklich, verfälscht aber diese nicht allzu stark. Es können trotz der Schadstellenreflexionen Aussagen über die Schneeschichtendetektion mittels TDR gemacht werde. Das liegt daran, dass diese Reflexionen die Messwerte nur geringfügig und systematisch nach unten verschieben. Für genaue Berechnungen müsste dieser Versatz hin zu geringeren Werten allerdings berücksichtigt werden. Aufgrund anderer Einflüsse und Ungenauigkeiten, kann man diesen durch den ESD-Schaden hervorgerufenen Fehler in erster Näherung vernachlässigen.

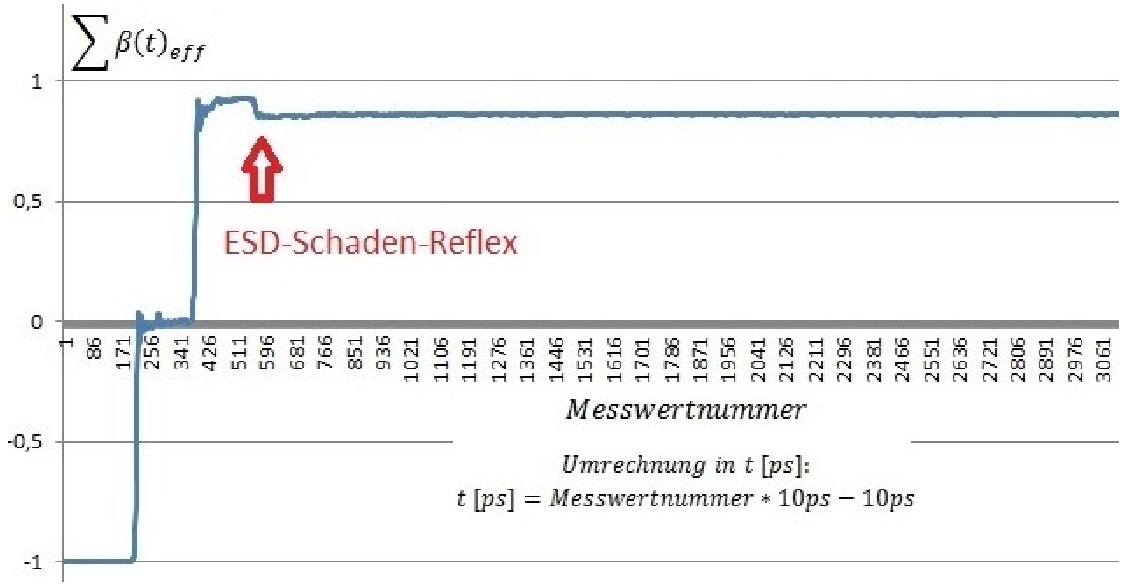


***Abb. 9.2*: Leermessung mit ESD-Schaden**

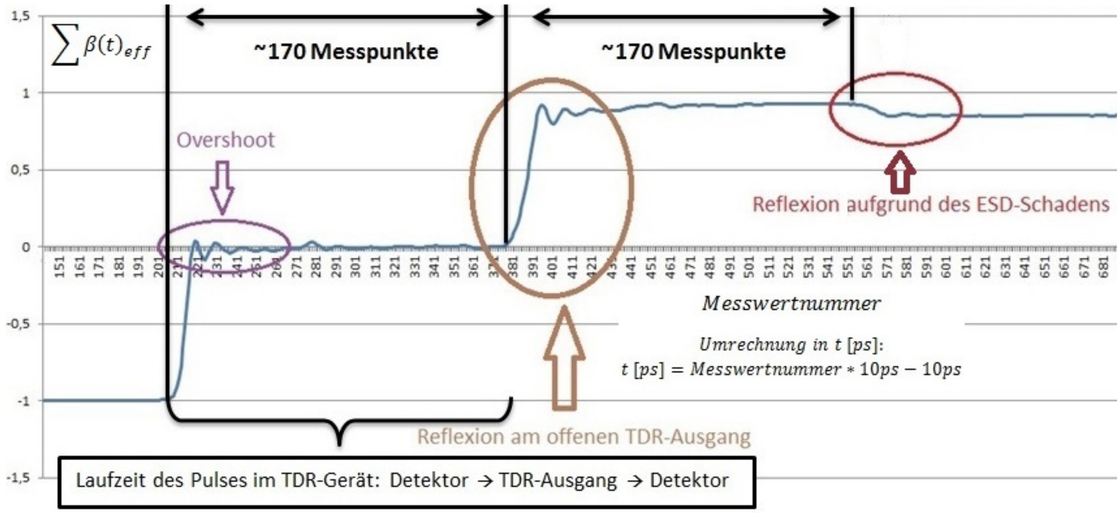


Abb. 9.3: **Leermessung mit ESD-Schaden:** *vergrößerter und beschrifteter Bereich der Reflexionen*

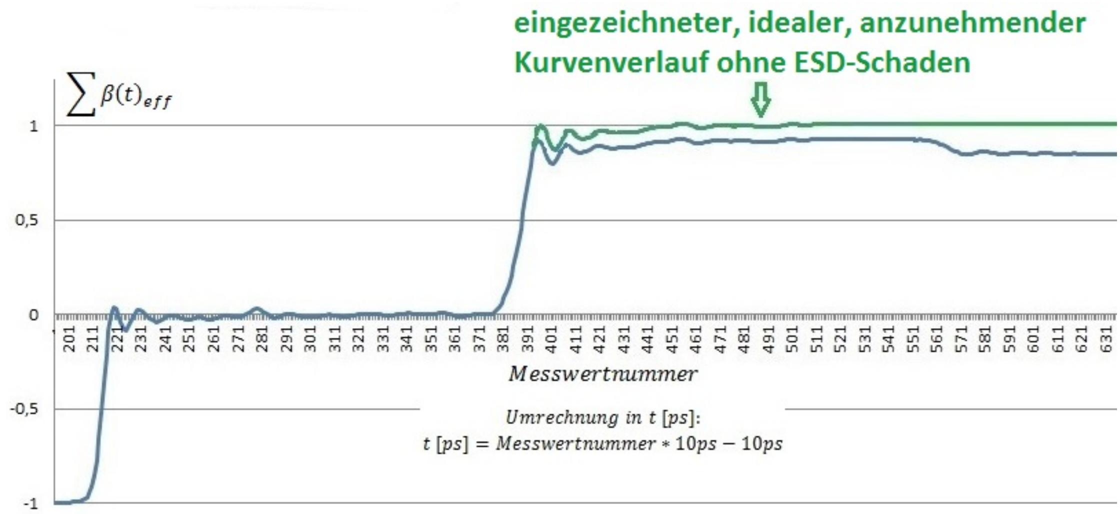


Abb. 9.4: **Leermessung mit ESD-Schaden (blau)** *mit korrigiertem wahrscheinlichem Kurvenverlauf ohne ESD-Schaden (grün)*

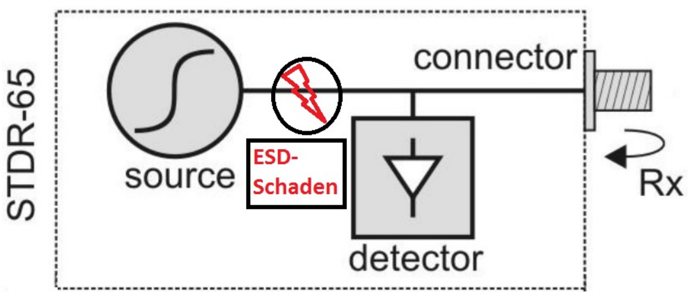


Abb. 9.5: **Mögliche Position der ESD-Schadstelle:** *Annahme aufgrund der Reflexionsabfolge*

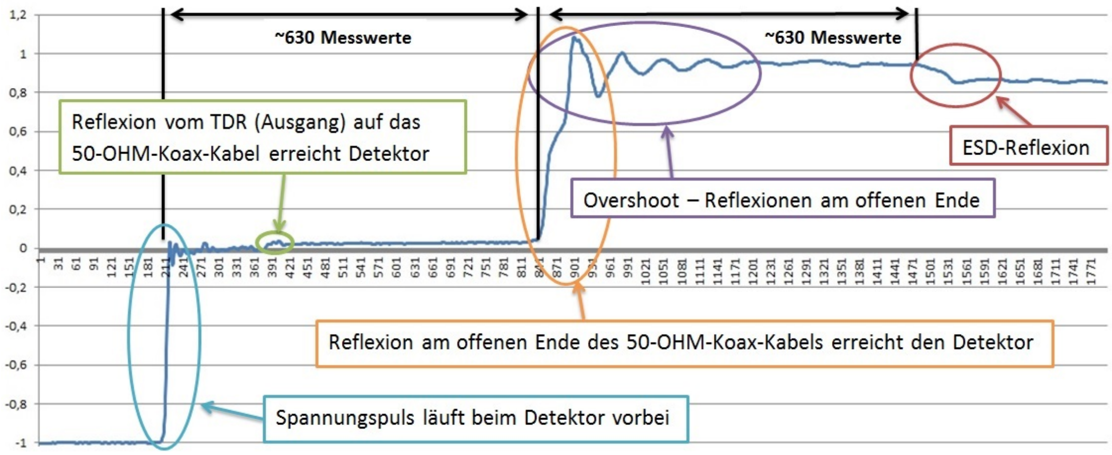


***Abb. 9.6*: Reflexionen am offenen Koaxialkabel** *mit erkennbaren ESD-Schaden bei Messwert ∼ 1470*

Man sieht anhand von Abb. 9.3, dass die Spannungsreflexion beim Messwert ∼210 beim Detektor vorbeiläuft und am offenen TDR-Ausgang mit $\beta \approx 1$ reflektiert wird. Der reflektierte Spannungspuls läuft dann wieder zum Detektor zurück, wo er bei Messwert ∼380 detektiert wird, also ca. 1,7ns im Gerät vom Detektor bis zum Ausgang und wieder zum Detektor zurück läuft. Wie es scheint, dürfte der ESD-Schaden zwischen Detektor und Pulsgenerator liegen, da keine nennenswerte und passende Reflexion zwischen Messwert ∼210 und ∼380 zu erkennen ist. Ist das der Fall, würde der ankommende mit $\beta \approx 1$ am offenen Ausgang reflektierte Puls gleich nach der Detektion wieder reflektieren und die Spannung herabsetzen. Das würde erklären, wieso die Reflexion bei Messwert ∼380 nicht bei $\beta_{eff} = 1$, sondern bei $\beta_{eff} \approx 0{,}85$ liegt. Der an der ESD-Schadstelle reflektierte Puls müsste dann eine ungefähre Spannung von $-0{,}15 \cdot U_v$ haben, und der Reflexionskoeffizient der Schadstelle demnach $\beta \approx -0{,}15$ betragen. Diese Reflexion würde dann wiederum zum offenen TDR-Ausgang laufen, dort mit $\beta \approx 1$ reflektieren, beim Detektor vorbeilaufen und die Spannung nochmals um $-0{,}15 \cdot U_v$ herabsetzen, dann erneut kurz nach dem Detektor an der Schadstelle mit $\beta_{eff} \approx -0{,}15$ reflektieren und die Spannung um $-0{,}15 \cdot (-0{,}15) \cdot U_v \approx 0{,}023$ erhöhen. Die Spannung müsste dann $U \approx U_v - 0{,}15 \cdot U_v - 0{,}15 \cdot U_v + 0{,}023 \cdot U_v = 0{,}72 \cdot U_v$ betragen. Die nun wieder zum offenen Ende laufende Reflexion wäre nach erneuter Reflexion am Ausgang und an der ESD-Schadstelle so abgeschwächt, dass man sie nicht mehr detektieren könnte (Spannung bleibt konstant). In Abb. 9.3 kann man jedoch erkennen, dass die Spannung ab dem Messwert ∼550 ungefähr $U \approx 0{,}85$ beträgt. Diese Abweichung von der erwarteten Spannung $U \approx 0{,}72 \cdot U_v$ kann aufgrund von Verlusten oder anderen kleineren Reflexionen herrühren oder das hier angenommene Modell bezüglich der Lage der ESD-Schadstelle ist nicht korrekt.
Anhand der Messungen mit dem angeschlossenen 50Ω-Koaxialkabel, sowie mit dem Flachband, kann man die ESD-Reflexion beim Messwert ∼1470 erkennen. Das entspricht gerade der doppelten Laufzeit der ESD-Reflexion bis zur nächsten Reflexionsstelle (Ende des Koaxialkabels).

Ist die Annahme, dass der ESD-Schaden zwischen Pulsgenerator und Detektor liegt, falsch, würde das nichts an der Tatsache ändern, dass die Spannung am Detektor immer nach doppelter Laufzeit der ESD-Reflexion abgesenkt wird.

Vermeidung eines ESD-Schadens:

Ein ESD-Schaden könnte vermieden werden, indem man die Enden des 3-Leiter-Flachbandes kurzschließt. Es würde der Entladestrom womöglich über diesen Kurzschluss und nicht über das TDR-Gerät selbst fließen. Kurzgeschlossene Enden würden Reflexionen mit $\beta = -1$ hervorrufen und sie würden im Gegensatz zum 'offenen-Ende' (alle folgenden Messungen wurden mit offenen-Ende durchgeführt) die Spannung absenken (Sprung nach unten). Für die Messung von Schichten ist es völlig egal ob mit offenen oder kurzgeschlossenen Enden gemessen wird, da die Reflexionen an den Grenzschichten davon unbeeinflusst sind. Somit sollte in Hinblick auf einen etwaigen ESD-Schaden immer mit kurzgeschlossenen Enden gemessen werden.

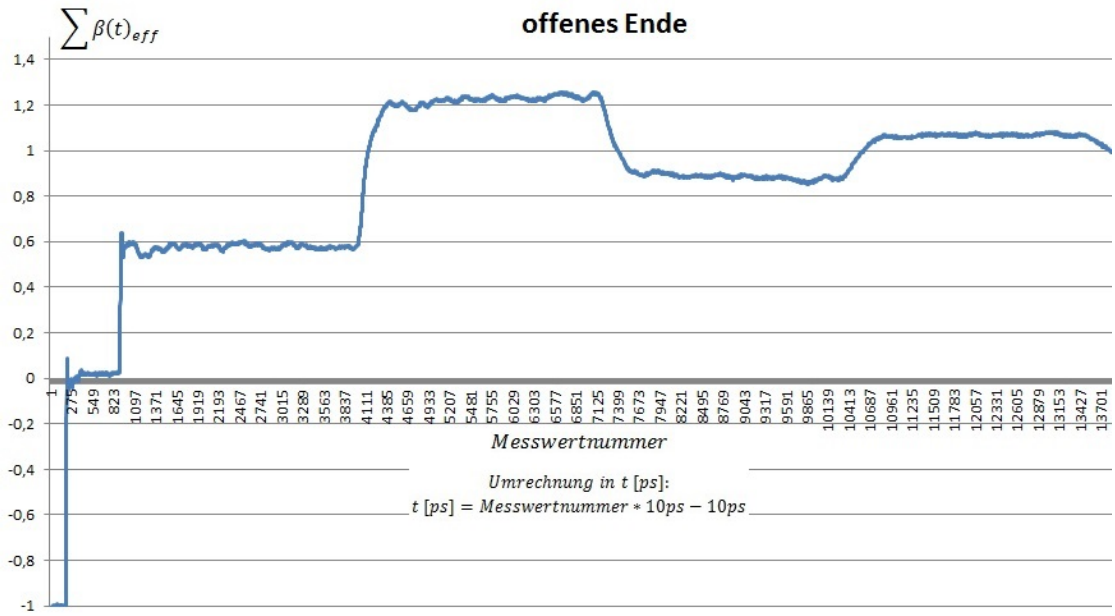


Abb. 9.7: **Mehrfachreflexionen** *am offenen Ende des Flachbandkabels*

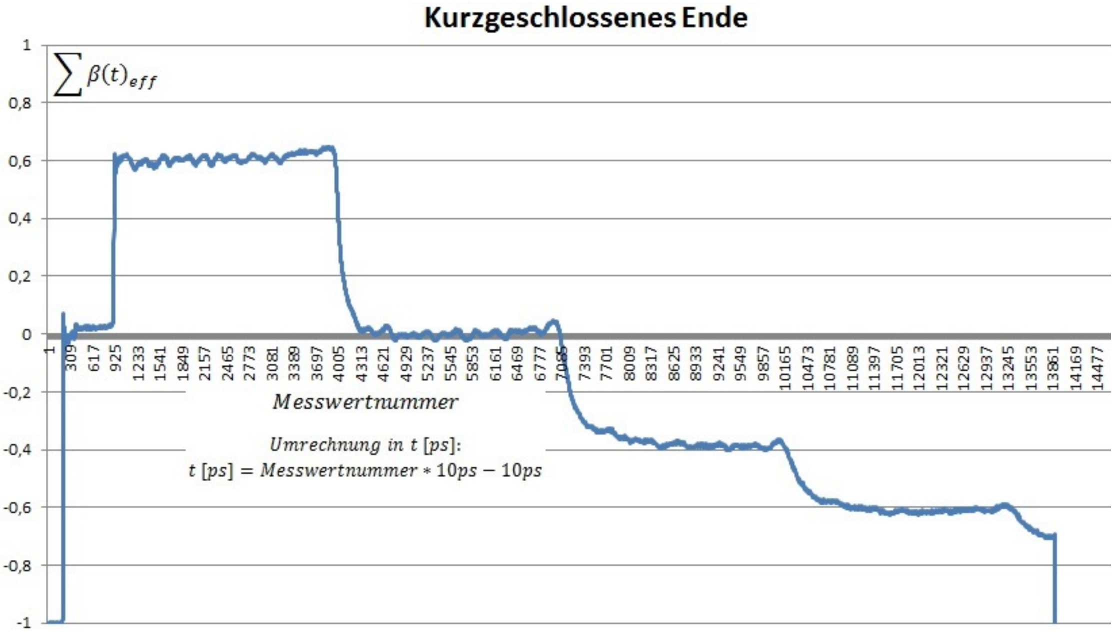


Abb. 9.8: **Mehrfachreflexionen** *am kurzgeschlossenen Ende des Flachbandkabels*

9.4 Kontaktierung und Wellenwiderstand

9.4.1 Steck-, Klebe- und Lötverbindung

Um das 50Ω Koaxialkabel mit dem 3-Leiter-Flachband zu verbinden, muss man das Koaxialkabel auftrennen und danach die Litze des Pluspols und die aus der Masse (Schirmung des Koaxialkabels) gezwirbelten zwei Litzen an die Leiterbahnen des 3-Leiter-Flachbandes anlöten. Ab der Stelle ab der das 50Ω Koaxialkabel aufgetrennt wird, ändert sich der Wellenwiderstand, sodass er von 50Ω auf ungefähr 200Ω ansteigt. Die genaue Form des Anstieges (letzter Teil der Hochrampphase in den Messkurven) hängt von der genauen Lage der Litzen zueinander und der Güte der Kontaktierung ab. Zur Untersuchung verschiedener Kontaktierungen wurde neben Lötverbindungen auch Steck- und Klebeverbindungen zwischen den Koaxialkabel-Litzen und den Kupferleitern des Flachbandes hergestellt. Man kann an den drei unterschiedlichen Messkurven in Abb. 9.9 erkennen, dass auch die Änderung des Ohmschen Widerstandsbelages an der Kontaktierungsstelle und der ESD-Schaden die Kurvenform beeinflussen. Da bei der theoretischen Herleitung der Beziehungen in Kapitel 8.1 und 8.2 $R = 0$ vorausgesetzt wurde, kann man den Kontaktwiderstand mathematisch nicht in die Auswertungen miteinbeziehen. Wie man an den drei Messkurven in Abb. 9.9 und Abb. 9.11 erkennen kann, ergeben sich durch die unterschiedlichen Kontaktierungen systematische Höhenabweichungen von bis zu $\pm 0{,}2\beta$.

Erklärung der Messkurven:

Die drei Messkurven in Abb. 9.9 und Abb. 9.11 repräsentieren drei Messungen mit unterschiedlicher Kontaktierung des 3-Leiter-Flachbandkabels. Es wurden die Litzen jeweils auf die Kupferkontakte des Flachbandkabels gelötet, oder mit Klebeband geklebt, oder mit kleinen Steckverbindungen (diese waren angelötet) verbunden. Es wurde zwar unterschiedliches Eis gemessen, was aber für die Kontaktierung egal ist, da das erste Stück des Flachbandkabels bei allen drei Messungen von Luft und erst dann von Eis umgeben war. Auch wurden zwei Messungen (rote und blaue Kurve) mit dem unbeschadeten TDR-Gerät am selben Tag durchgeführt und eine Messung (grüne Messkurve) mit dem schon durch den ESD beschädigten TDR-Gerät. Dies erkennt man in Abb. 9.11 an dem Spannungseinbruch beim Messwert ~1470. Der ESD-Schaden verschiebt die Messkurven systematisch nach unten und bewirkt zusätzlich zur Kontaktierungsart einen Höhenverschub. Das kann neben der niederohmigen Lötverbindung ein weiterer Grund dafür sein, dass die grüne Messkurve die geringste eingeschwungene (Overshoot und Litzenlage) Höhe erreicht und deshalb den geringsten effektiven Reflexionskoeffizienten aufweist.

Man sieht sehr gut, dass die Messkurven im Abschnitt des Koaxialkabels (Messwert 200-800) in Relation gesetzt zu den Messkurven im Abschnitt des Flachbandkabels (Messwert 800–3650) fast identisch sind. Die drei Messkurven weichen erst ab der Reflexionsstelle vom Koaxialkabel auf das Flachband erheblich voneinander ab. Wieso diese Abweichungen auftreten kann nicht mit Sicherheit gesagt werden, doch ist anzunehmen, dass der unterschiedliche Ohmsche Widerstand und der ESD-Schaden zu diesen Abweichungen der Reflexionen führen. Aus diesem Grund ist es schwierig einen korrekten Wellenwiderstand des 3-Leiter-Flachbandkabels anzugeben, da man zu dessen Berechnung den Reflexionskoeffizient vom 50Ω-Kabel auf das Flachband benötigt (siehe Formel (8.4.6)). Dieser ist aber je nach Kontaktierungsart unterschiedlich und reicht von $\beta_{eff} \approx \beta = 0{,}55 - 0{,}67$, wobei hier alle kleinen Reflexionen im TDR und am Koaxialkabel vernachlässigt werden. Es ergeben sich daraus folgende Wellenwiderstände, wie man an folgenden Berechnungen sieht:

$$Z_{w_{Fl.}} = 50\Omega \cdot \frac{1+0{,}55}{1-0{,}55} \approx 172\Omega \tag{9.4.1}$$

$$Z_{w_{Fl.}} = 50\Omega \cdot \frac{1+0{,}6}{1-0{,}6} \approx 200\Omega \tag{9.4.2}$$

$$Z_{w_{Fl.}} = 50\Omega \cdot \frac{1+0{,}67}{1-0{,}67} \approx 253\Omega \tag{9.4.3}$$

Diese Unterschiede im Wellenwiderstand sind für die Bestimmung von Schneeschichten nicht so relevant, da keine Absolutwerte der Wellenwiderstände notwendig sind. Der ungenaue Wert von $Z_{w_{Fl.}}$ stellt bei der Schichtdickenberechnung ein Problem dar, da die Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang des Flachbandes von $Z_{w_{Fl.}}$ abhängt. Berechnet man $Z_{w_{Fl.}}$ mit dem Mittelwert der unterschiedlichen Kontaktierungen von $\beta \approx 0{,}6$, ergibt sich, wie oben schon gezeigt wurde, $Z_{w_{Fl.}} \approx 200\Omega$. Dieser Wert stimmt mit dem berechneten $Z_{w_{Fl.}}$ in Abb. 9.12 gut überein.

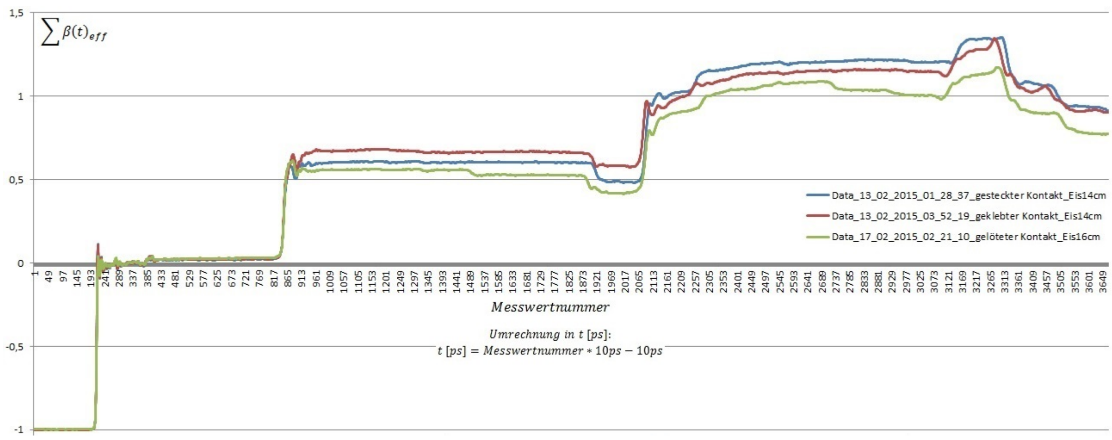


Abb. 9.9: **Unterschiedliche Kontaktierungen des Flachbandkabels** *bei Messungen mit Eis*

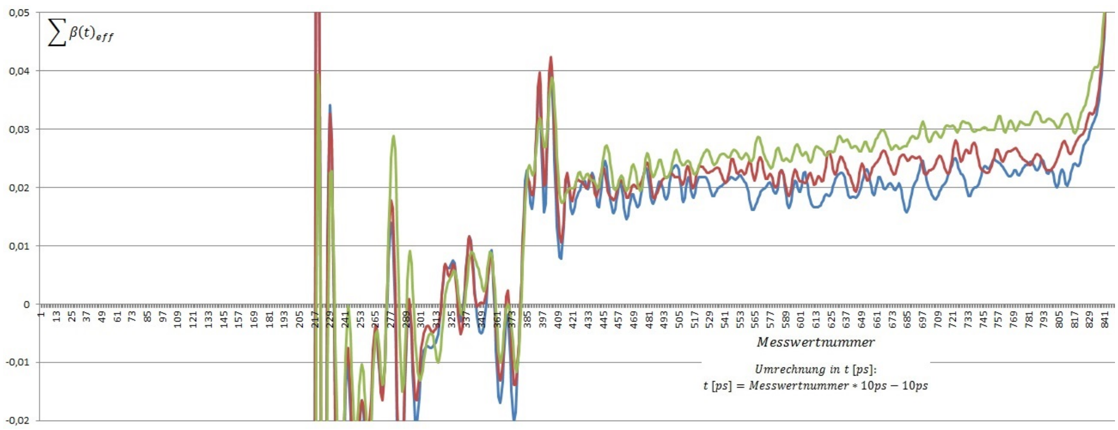


Abb. 9.10: **Unterschiedliche Kontaktierungen des Flachbandkabels;** *vergrößerter Bereich: Messwert 1-850*

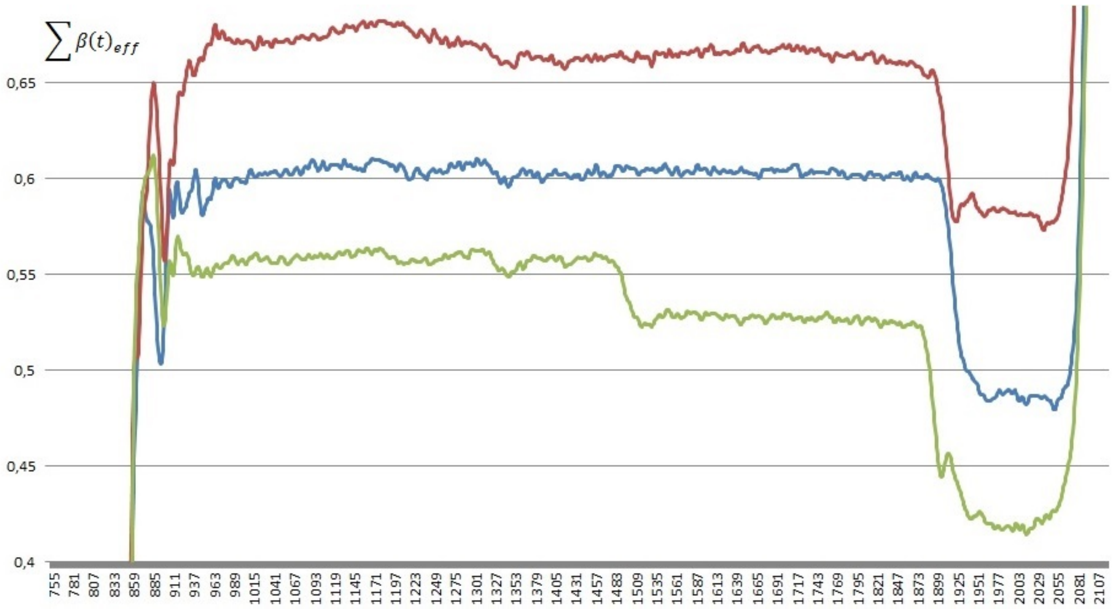
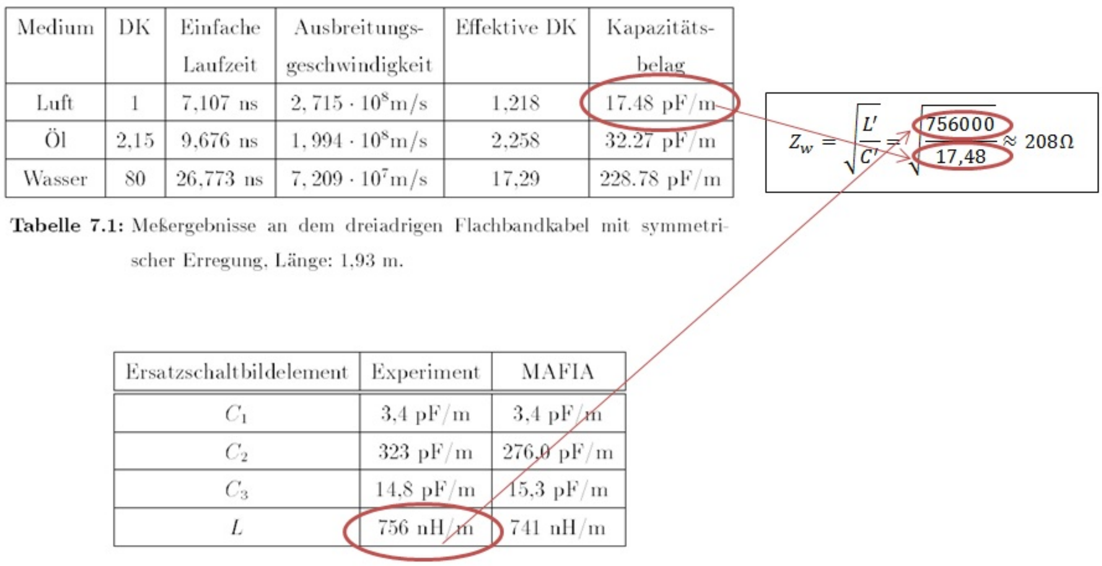


Abb. 9.11: **Unterschiedliche Kontaktierungen des Flachbandkabels;** *vergrößerter Bereich: Messwert 755-2100*



Medium	DK	Einfache Laufzeit	Ausbreitungs-geschwindigkeit	Effektive DK	Kapazitäts-belag
Luft	1	7,107 ns	$2,715 \cdot 10^8$m/s	1,218	17.48 pF/m
Öl	2,15	9,676 ns	$1,994 \cdot 10^8$m/s	2,258	32.27 pF/m
Wasser	80	26,773 ns	$7,209 \cdot 10^7$m/s	17,29	228.78 pF/m

Tabelle 7.1: Meßergebnisse an dem dreiadrigen Flachbandkabel mit symmetrischer Erregung, Länge: 1,93 m.

$$Z_w = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{756000}{17{,}48}} \approx 208\Omega$$

Ersatzschaltbildelement	Experiment	MAFIA
C_1	3,4 pF/m	3,4 pF/m
C_2	323 pF/m	276,0 pF/m
C_3	14,8 pF/m	15,3 pF/m
L	756 nH/m	741 nH/m

Abb. 9.12: **Leitungsbeläge** *des 3-Leiter-Flachbandes* [8, *Seite* 121]

9.4.2 Unterschiedliche Litzenlage

Man sieht in Abb. 9.13 gut, dass sich eine unterschiedliche Lage der Litzen zueinander in der (Kurven-)Form der Reflexion auswirkt, sich die Kurven aber danach auf das selbe Niveau von $\sum \beta(t)_{eff}$ einpendeln.

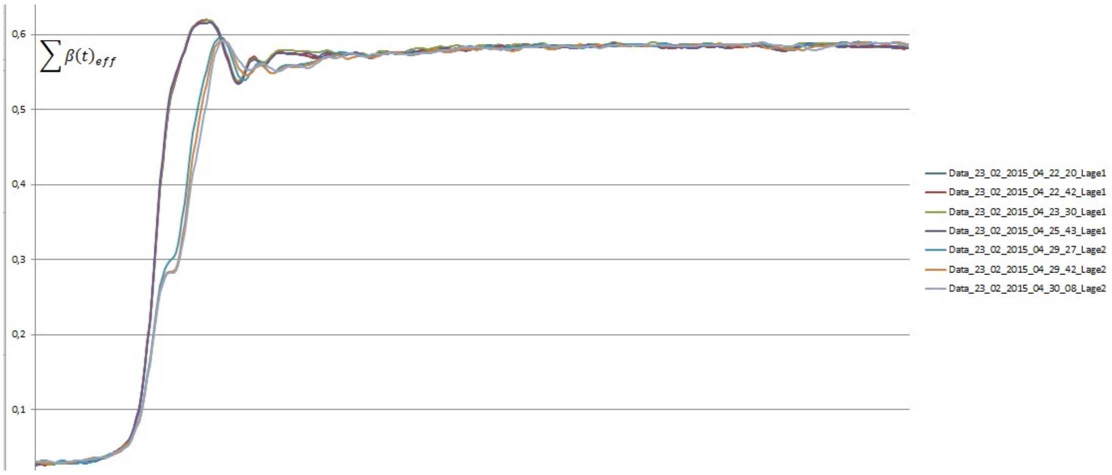


Abb. 9.13: **Unterschiedliche Reflexionsform** *durch unterschiedliche Litzenlage*

9.4.3 Atypischer Höhenverschub bei Klebeverbindungen

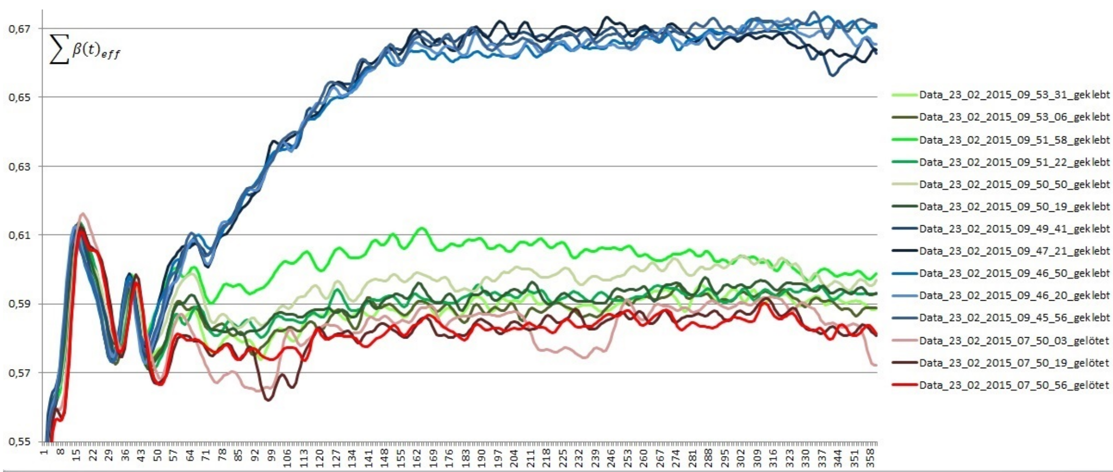


Abb. 9.14: **Kontaktierungsmessungen** *mit geklebter und gelöteter Kontaktierung*

Der ESD-Schaden war bei diesen Messungen bereits vorhanden und beeinflusste daher alle verglichenen Messkurven gleich stark. Es wurde eine Messserie mit vielen Einzelmessungen durchgeführt, wobei eine atypische Abweichung bei einigen Messungen mit geklebter Kontaktierung (blaue Kurven) in Abb. 9.14 bemerkt wurde. Der Grund für diese Abweichungen ist nicht bekannt und konnte auch seitens der Herstellerfirma des *STDR-65* nicht erklärt werden. Sie traten aber bei späteren Messungen nicht mehr auf. An den grünen (geklebte Kontaktierung) und roten (gelötete Kontaktierung) Kurven kann man wiederum den systematischen Höhenverschub aufgrund der Kontaktierungsart feststellen.

9.4.4 Genaue Untersuchung des Ohmschen Einflusses

Wie schon im letzten Kapitel erklärt wurde, führt auch eine Änderung des Ohmschen Widerstandsbelages zu Reflexionen, die aber im theoretischen Modell nicht berücksichtigt werden. Um diesen Einfluss genauer zu untersuchen, wurden Messungen mit definierten Widerständen von 1Ω und 1,2Ω, die jeweils zwischen das Koaxialkabel und das Flachband gelötet wurden, durchgeführt. Aufgrund eines Litzenbruchs des Koaxialkabels bei vorhergehenden Messungen, wurden zusätzlich Kabelstücke (rote Kabel in den Abbildungen) angelötet, um wieder die benötigte Litzenlänge zur Kontaktierung zu erreichen. Es wurden auch viele Messungen mit Eis mit diesem provisorisch gestückelten Koaxialkabel durchgeführt. Man kann an folgenden Messkurven gut den Einfluss der Widerstandsbelagsänderungen aufgrund der angelöteten Kabelstücke und der angelöteten Ohmschen Widerstände erkennen.

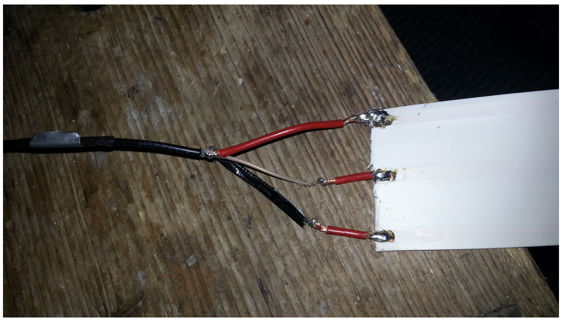


Abb. 9.15: **Gestückeltes Koaxialkabel**

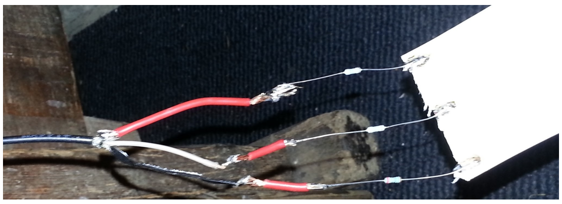


Abb. 9.16: **Gestückeltes Koaxialkabel mit Widerständen**

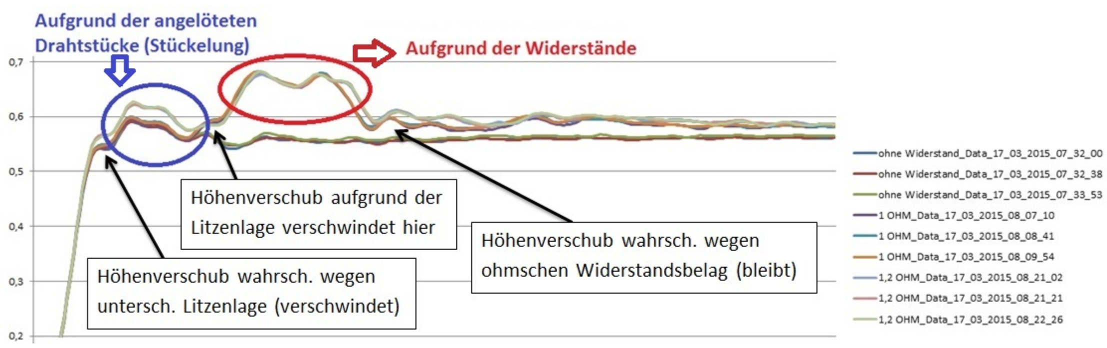


Abb. 9.17: **Ohmscher Einfluss** *aufgrund Stückelung und Widerständen*

Man sieht – wie schon im vorherigen Kapitel – sehr schön, dass Ohmsche Widerstandsbelagsänderungen und unterschiedliche Litzenlagen einen Höhenverschub der Messkurven bedingen. Dieser Höhenverschub kann aber mathematisch nicht bei den Berechnungen des Wellenwiderstandes und der Ausbreitungsgeschwindigkeit berücksichtigt werden, da Z_w idealisiert nur von L' und C' und nicht von R' abhängig ist.

In Abb. 9.17 gibt es zwei Höhenverschiebungen: jene am Anfang der Grafik (nach der Hochrampphase) und den Höhenverschub nach den Reflexionen an den Widerständen. Der Höhenverschub am Anfang ergibt sich wahrscheinlich aufgrund der unterschiedlichen Litzenlagen zueinander (siehe Abb. 9.13) und würde nach den "Stückelungs"-Reflexionen wahrscheinlich wieder verschwinden. Es tritt jedoch dann der nächste Höhenverschub auf, was man daran erkennt, dass hier die 1Ω-Messkurven auch ansteigen und somit alle Kurven mit Widerstäden (1Ω und 1,2Ω) einen Höhenversatz gegen die Kurven ohne Widerstände aufweisen. Dieser gemeinsame Höhenverschub der 1Ω– und 1,2Ω–Messkurven nach den Widerstandsreflexionen ist wahrscheinlich gerade durch die Widerstände bedingt und verschwindet nicht wieder. Aus diesem Grund kann kein exakter Absolutwert des Wellenwiderstandes und der Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang des Flachbandes angegeben werden. Man kann aber durch Kalibrierung über eine bekannte Strecke am Flachband und einer Anpassung bzw. Änderung anderer Kenngrößen, wie des Wellenwiderstandes des Koaxialkabels $Z_{w_{Koax}}$ und des Induktivitätsbelages L' des Flachbandes, wieder auf vergleichbare "quasi-richtige" Werte für den Wellenwiderstand und die Ausbreitungsgeschwindigkeit kommen. Das wird aber später im Kapitel 9.7.2 noch näher beschrieben.

9.4.5 Höhenverschub bei unveränderter Kontaktierung

Des Weiteren wurden noch zusätzliche systematische Höhenverschiebungen (Auseinanderdriften der Messkurven) ohne ersichtlichen äußeren Grund festgestellt. Hier könnte der Grund beim Messgerät selbst oder bei anderen unbekannten Einflussfaktoren liegen. Dies zieht das selbe Problem, nämlich der Schichtdickenberechnung, nach sich wie schon der Höhenverschub bei unterschiedlichen Kontaktierungen. Gut kann man diesen Effekt anhand vieler übereinander gelegter Messkurven der stationären Anlage auf der Wurzeralm mit dem Flachband als Messsonde sehen. Die Höhenabweichungen treten ab der zweiten sichtbaren Reflexion bei Messwert ≈ 380 auf. Der Grund dieser und der ersten sichtbaren Reflexion, dürfte eine angebrachte Koaxialkabel-Stückelung mittels Schraubverbindung sein, welche den Wellenwiderstand an dieser Stelle veränderte.

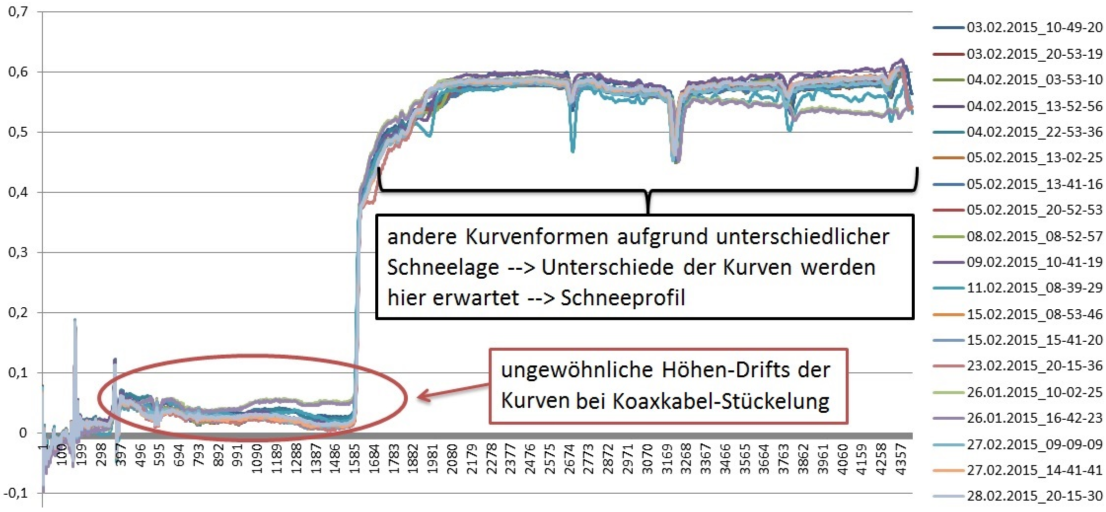


Abb. 9.18: **Höhenverschub;** *stationäre Anlage auf der Wurzeralm*

9.4.6 Zusammenfassung: Kontaktierung und ESD-Schaden

Die in den letzten Kapiteln beschriebenen, konstant bestehend bleibenden Höhenabweichungen der Messkurven nach der Reflexion am Koaxialkabel-Flachband-Übergang scheinen durch die Änderung des Ohmschen Widerstandbelages an der Kontaktierungsstelle bedingt zu sein. Je nach Art und Qualität der Kontaktierung weichen die Messkurven in ihren eingeschwungenen Werten (waagrechter Kurvenabschnitt) voneinander ab. Es gilt aufgrund der empirischen Daten: je niederohmiger die Kontaktierung, je niedriger ist die Reflexionshöhe vom Koaxialkabel auf das Flachband. Die Kurvenform direkt beim Übergang hängt wiederum von der Litzlage ab (unterschiedliche Kapazitäts- und Induktivitätsbeläge). Diese Kurvenform und daher die Litzenlage beeinflusst aber die eingependelten Reflexhöhen nicht merklich. Auch wurden Abweichungen der Messkurven ohne ersichtliche äußere Einflüsse festgestellt, die eventuell vom *STDR-65* selbst verursacht werden. Der Grund hierfür ist auch nach Rücksprache mit der Herstellerfirma *Sequid* nicht bekannt.
Die eingependelte Reflexionshöhe ist sehr wichtig bei der rekursiven Berechnung der Schichtdicken und der Wellenwiderstände und daher beeinflussen die Abweichungen (Höhenverschiebungen) die Auswertungsergebnisse. Um diese Abweichungen zu kompensieren, wird $Z_{w_{Koax}}$ so gewählt, dass die gesamte Flachbandlänge der realen, gemessenen Länge entspricht. Das entspricht einer Kalibrierung über die Flachbandlänge (siehe Kapitel 9.7.2).
Zusätzlich beeinflusst der ESD-Schaden die Reflexionshöhe und somit die Auswertungsergebnisse. Da dieser sehr frühzeitig aufgetreten ist, sind fast alle Messungen mit dem beschädigten *STDR-65* durchgeführt worden. Der ESD-Schaden beeinflusst alle Messungen systematisch und daher gleichwertig. Da ohnehin eine Kalibrierung aufgrund der unterschiedlichen Kontaktierung durchführt werden muss, sollte der ESD-Schaden dabei so gut wie möglich mitberücksichtigt werden.
In Hinblick auf eine auszulegende Messanlage (*Snow-SET*) muss auf eine möglichst

niederohmige Kontaktierung geachtet werden, sodass die Messergebnisse so wenig wie möglich beeinflusst werden. Die Kalibrierung kann die Kontaktierungsunterschiede nicht vollständig ausgleichen und es kommt daher zu verzerrten Messergebnissen.

9.5 Beschaltung

Um die Frage der bestmöglichen Beschaltung (2-polig oder 3-polig) des 3-Leiter-Flachbandes zu klären, wurden Messungen mit ca. 14cm dickem Eis am Ende des Flachbandes (vorher von Luft umgeben) mit geklebter Kontaktierung bei 3-poliger Beschaltung (Innenleiter ist der Pluspol, die Außenleiter die Minuspole/Masse) und bei 2-poliger Beschaltung (Innenpol wird nicht kontaktiert, die Außenleiter bilden den Plus- und Minuspol/Masse) durchgeführt. Anhand einer qualitativen Beurteilung der Messkurven ist die 3-polige Beschaltung zu favorisieren, da die Reflexionen etwas schärfer und genauer ersichtlich sind. Ein möglicher Nachteil der 3-poligen Kontaktierung, kann das im Vergleich zur 2-poligen Kontaktierung weniger weit in das Umfeld reichende E-Feld sein. Auch könnte theoretisch der Tiefpass-Effekt des Flachbandkabels bei 2-poliger Kontaktierung weniger stark sein und so die Spannungspulse weniger in der Form beeinflussen, was aber nicht weiter untersucht wurde.

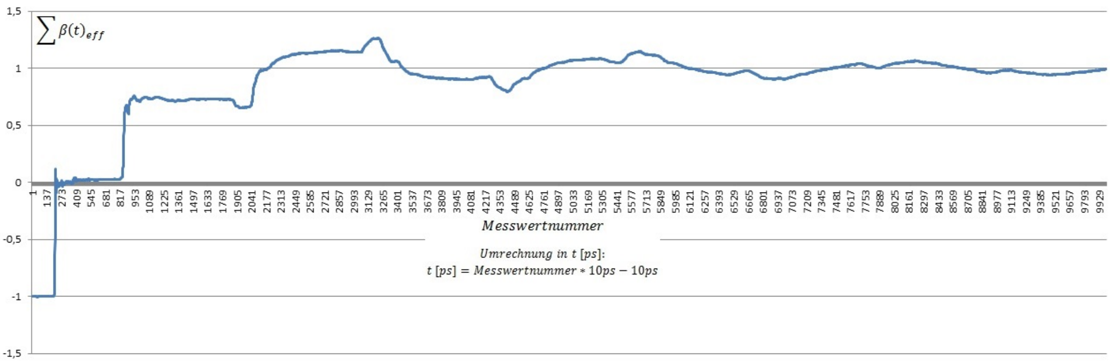


Abb. 9.19: **2-polige Kontaktierung-geklebt** *Messung von 14cm Eis am Ende des Flachbandes (Eis bei Messwert* $\sim 1800 - 2000$*)*

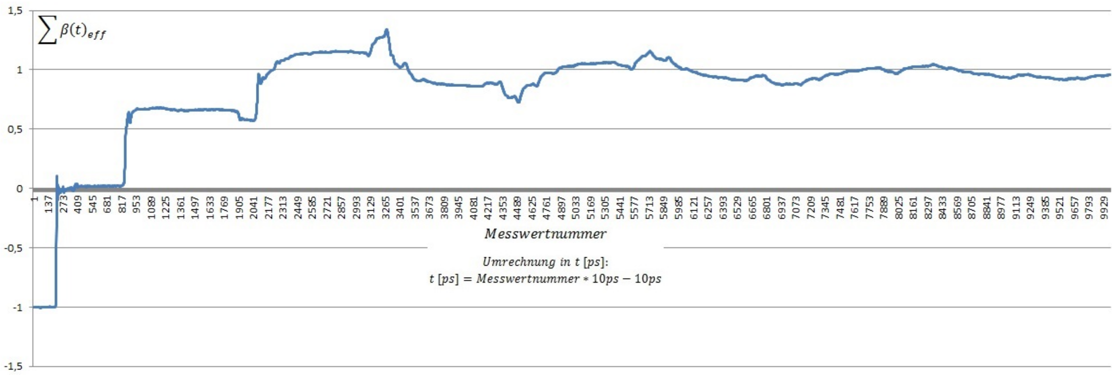


Abb. 9.20: **3-polige Kontaktierung-geklebt** *Messung von 14cm Eis am Ende des Flachbandes (Eis bei Messwert* $\sim 1900-2040$*)*

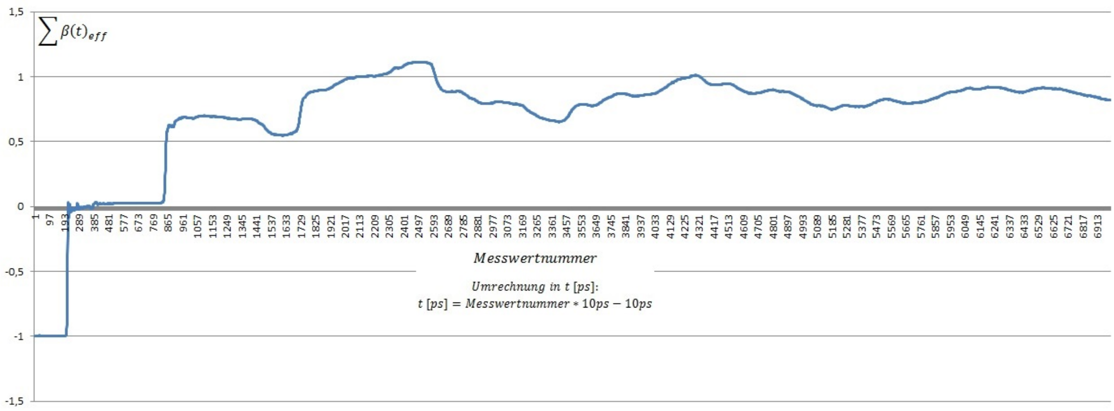


Abb. 9.21: **2-polige Kontaktierung-gelötet** *Messung von ca. 26cm Eis am Ende des Flachbandes (Eis bei Messwert* $\sim 1380-1700$*)*

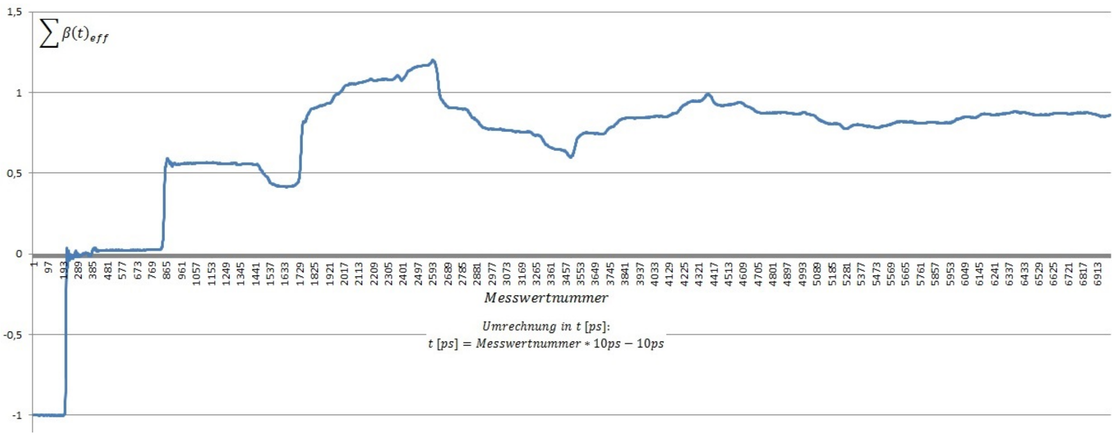


Abb. 9.22: **3-polige Kontaktierung-gelötet** *Messung von 26cm Eis am Ende des Flachbandes (Eis bei Messwert* $\sim 1390-1700$*)*

Alle weiteren Messungen werden mit 3-poliger Kontaktierung durchgeführt, da man sich dadurch etwas detailliertere Messergebnisse erwarten darf. Des Weiteren wurde das Ende des Flachbandkabels immer

offen gelassen (Abschlussimpedanz $Z = \infty$), was aber in Hinblick auf einen möglichen ESD unvorteilhaft ist. Kurzgeschlossene Enden sollten daher bei zukünftigen Messungen bevorzugt werden.

9.6 Reflexionsmessungen am 3-Leiter Flachband mit offenem Ende

Um die theoretischen Überlegungen bezüglich der Reflexionen und der ausgegebenen Messdaten des *STDR-65* zu überprüfen, wurden Messungen mit einem 3,91 Meter langen 3-Leiter-Flachbandkabel durchgeführt. Dabei wurden die auftretenden Reflexionen am Übergang vom Koaxialkabel auf das Flachband und am offenen Ende des Flachbandes untersucht. Die theoretischen Berechnungen und die experimentellen Messergebnisse stimmten dabei sehr gut überein. Zu dem Zeitpunkt der durchgeführten Messungen war noch kein ESD-Schaden entstanden.

Im Gegensatz zu den noch folgenden Messungen von Schneeschichten, werden hier die Mehrfachreflexionen zwischen der Kontaktierungsstelle und dem offenen Ende des 3-Leiter-Flachbandes untersucht. Bei Mehrschicht-Systemen wären diese Mehrfachreflexionen aufgrund der schnellen Abschwächung bei Reflexionen an mehreren Schichten mit geringeren Reflexionskoeffizienten schnell abgeschwächt und zu vernachlässigen, da sie kaum noch messbar sind.

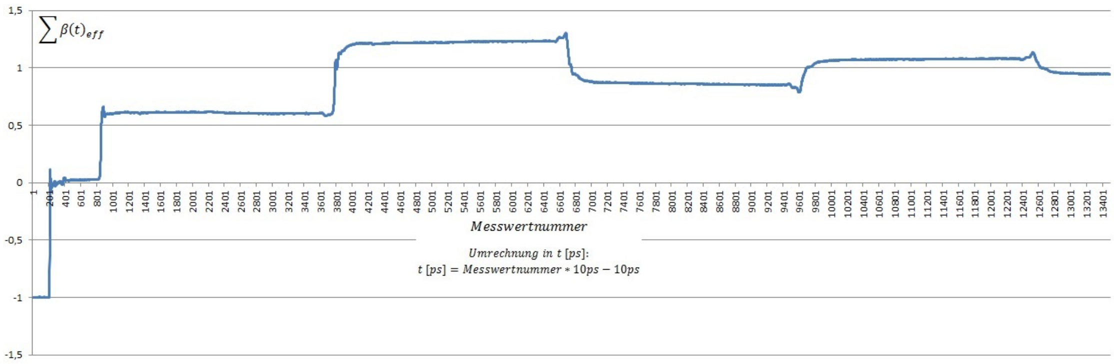


***Abb. 9.23*: Reflexionen am offenen Ende** *des 3,91m Flachbandes*

Man kann in Abb. 9.23 das Tiefpass-Verhalten des Flachbandkabels am Spannungsverhalten (siehe: 8.11) der Reflexionen erkennen. Es werden aufgrund dieses Tiefpass-Verhaltens die scharfen Spannungsflanken verzerrt, wodurch die Ortsauflösung von Schichten leidet.

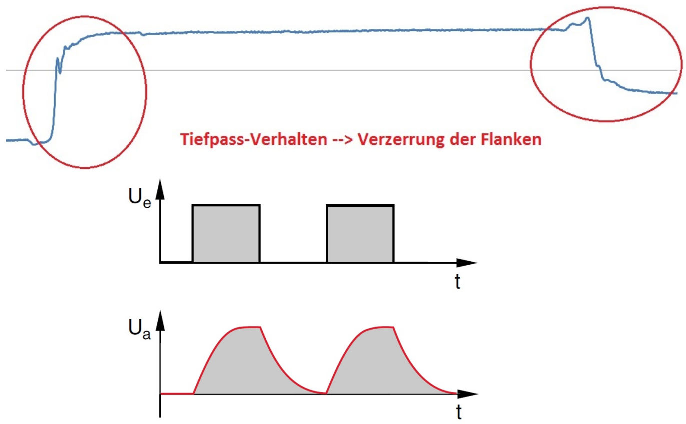


Abb. 9.24: **Verzerrung der Rechteckpuls-Flanken** *aufgrund des Tiefpass-Verhaltens*

9.6.1 Theoretische Betrachtung der Reflexionen zwischen der Kontaktierungsstelle und dem offenen Ende

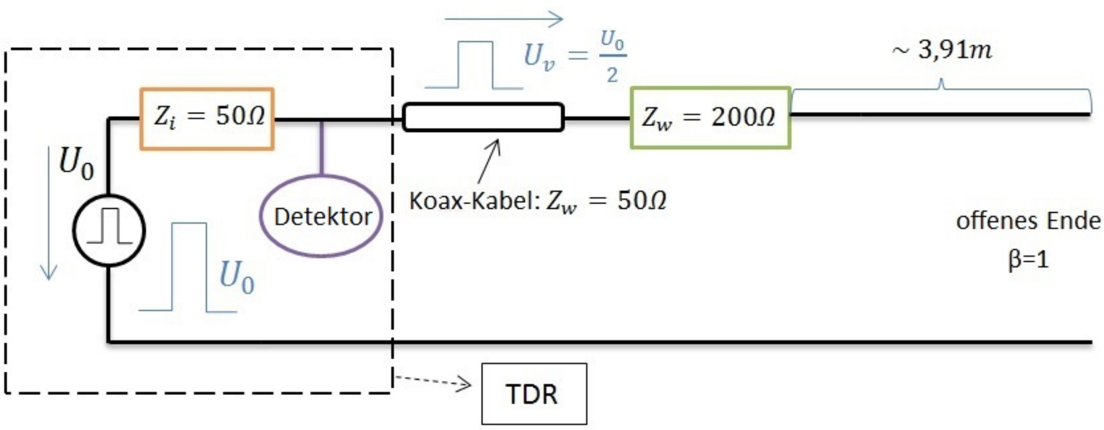


Abb. 9.25: **Ersatzschaltung** *des 3,91m Flachbandes mit offenem Ende*

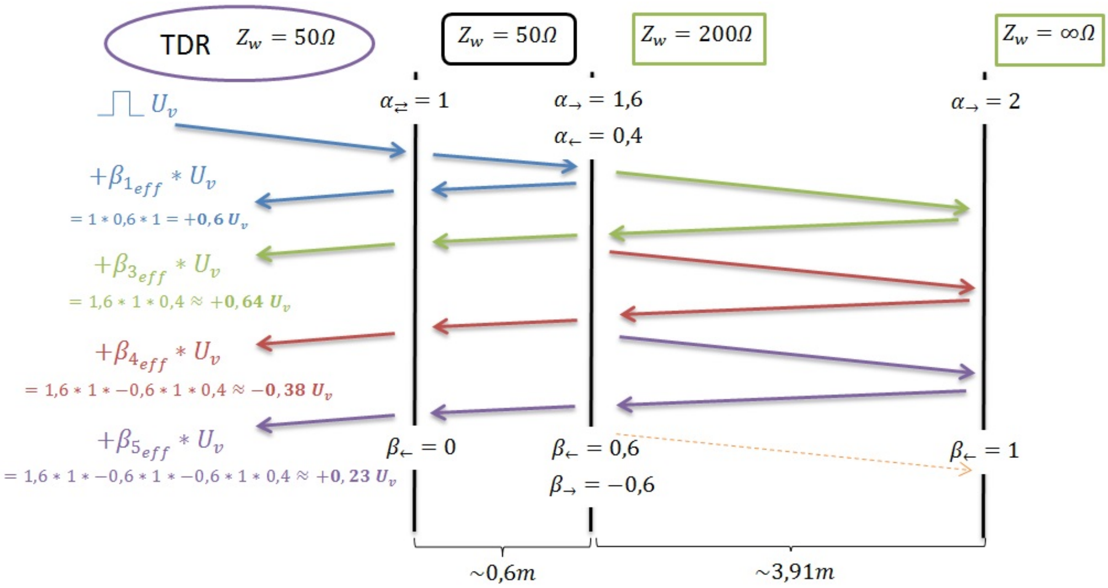


Abb. 9.26: **Lattice-diagram** *der Reflexionen am Flachband mit offenem Ende*

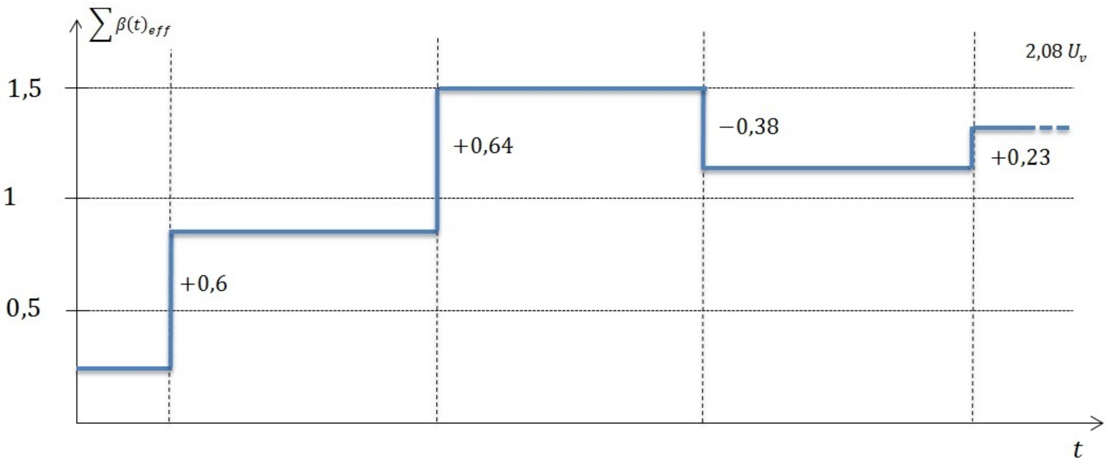


Abb. 9.27: **Kumulierter effektiver Reflexionskoeffizient** *mit* $\sum \beta(0)_{eff} \neq 0$

9.6.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit und Leitungsbeläge

Wie in Kapitel 8.10.2 schon erklärt wurde, ist $L' = \frac{Z_w}{v}$ konstant, da die Permeabilitäten (magnetische Eigenschaft) der verschiedenen Schneearten gleich sind. L' lässt sich über den berechneten Wellenwiderstand des Flachbandes $Z_{w_{Fl.}}$ und die gemessene Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = \frac{l}{t}$ berechnen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit kann man leicht berechnen, indem man die Laufzeit (aus den Messkurven abzulesen) eines Pulses auf einer Strecke bekannter Länge misst. Dazu wurde die Zeit bzw. Strecke zwischen der Reflexion an der Koax-Flachband-Kontaktierung und dem offenen Ende eines 3,91 Meter langen Flachbandes gemessen.

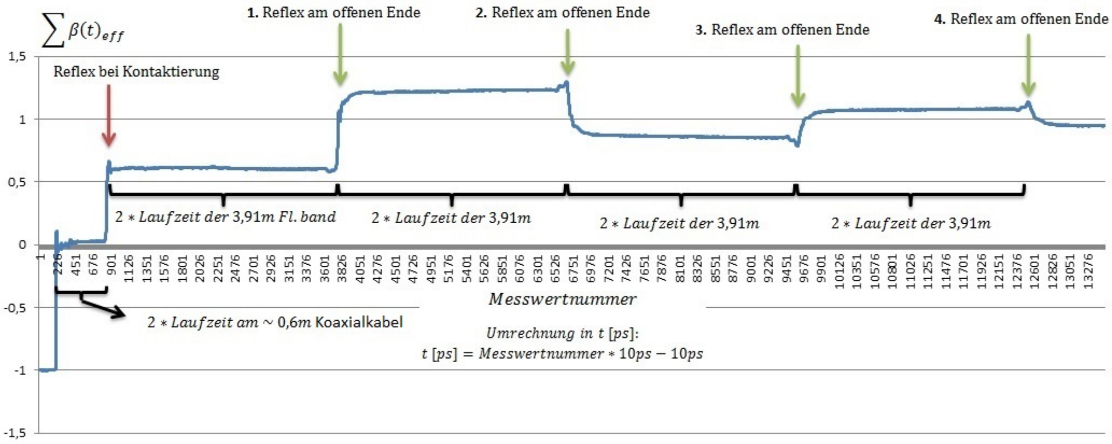


Abb. 9.28: **Reflexionen am offenen Ende** *des 3,91m Flachbandes mit Laufzeiten*

Die Laufzeit am 3-Leiter-Flachband wird anhand der Anzahl der Messwerte zwischen den Reflexionen an der Kontaktierungsstelle und dem offenen Ende ermittelt. Das sind genau die Reflexionen, die in Abb. 9.28 beschriftet sind. Die Messwertanzahl entspricht ungefähr 2910 Messwerten, abhängig davon wo man den Anfang der Reflexionen annimmt. Diese 2910 Messwerte entsprechen einer Laufzeit von $2t \approx 2910 \cdot 10ps = 29{,}1ns$, welche die doppelte Laufzeit (hin- und retour) am 3,91 Meter langen Flachband darstellt. Die einfache Laufzeit – also die Zeit, die der Puls benötigt um von der Kontaktierung bis zum offenen Ende zu laufen – beträgt somit $t \approx 14,55ns$.

Daraus ergibt sich folgende Ausbreitungsgeschwindigkeit am 3-Leiter-Flachband umgeben von Luft:

$$v_{Luft} = \frac{3{,}91m}{14{,}55 \cdot 10^{-9}s} \approx 2{,}69 \cdot 10^{8} ms^{-1} \tag{9.6.1}$$

Das entspricht ungefähr 90% der Lichtgeschwindigkeit.

Nimmt man nun an, dass $Z_{w_{Luft}} = 200\Omega$ ist, was vom effektiven Reflexionskoeffizienten und daher von der Kontaktierung abhängt, kann man den ungefähren Induktivitätsbelag L' des Flachbandes berechnen:

$$\boxed{L' = \frac{200\Omega}{2{,}69 \cdot 10^{8} ms^{-1}} \approx 0,74\mu H m^{-1}} \tag{9.6.2}$$

Dieses $L' \approx 0,74\mu H m^{-1}$ gibt den ungefähren Induktivitätsbelag des 3-polig beschalteten 3-Leiter-Bandes wieder (abhängig von der Kontaktierung), wenn es von Medien mit relativen Permeabilitäten $\mu \approx 1$ umgeben ist wie: Luft, Wasser, Eis, Schnee, etc. und stimmt annähernd mit den beiden Werten L in Abb. 9.12 überein.

9.7 Auswertung der Messkurven und Schichtrekonstruktion

Die bisherigen Messungen mit dem *STDR-65* dienten dem Verständnis des Messprinzips und des Messgerätes sowie der Bestimmung der Messsondeneigenschaften $Z_{w_{Luft}}$ und L' des 3-Leiter-Flachbandes. Gerade der berechnete Wert des Induktivitätsbelages L' des 3-polig beschalteten Flachbandes ist für die folgenden Schnee- bzw. Eis-Messungen unerlässlich, da mit dessen Hilfe und den gemessenen Reflexionskoeffizienten $\beta_{n_{eff}}$, sowohl Z_{w_n} wie auch v_n der jeweiligen Schicht berechnet werden können.
Man erwartet sich bei einer Schichtgrenze n zwischen zwei unterschiedlichen Schnee- bzw. Eis-Schichten eine Reflexion mit dem Reflexionskoeffizienten β_n. Das *STDR-65* gibt die dazugehörigen effektiven Reflexionskoeffizienten $\beta_{n_{eff}}$ kumulativ als $\sum \beta_{n_{eff}} = \sum \beta(t)_{eff}$ aus (siehe Kapitel 8.9.1 und 8.4). Da man den anfänglichen Wellenwiderstand $Z_{w_{Koax}} = 50\Omega$ vom Koaxialkabel kennt, kann man sich über die gemessenen $\beta_{n_{eff}}$ rekursiv alle folgenden Wellenwiderstände Z_{w_n} berechnen. Das geht sehr einfach, wenn lediglich Einfach-Reflexionen von Bedeutung sind, was bei folgenden Messungen der Fall ist. Das lässt sich an dem Beispiel in Abb. 8.6, das einer üblichen Schneemessung nachempfunden wurde, gut im Vergleich der Größenordnung der Mehrfach-Reflexion (grün strichliert) zu den Einfach-Reflexionen (blau durchgezogen) erkennen. Diese Mehrfach-Reflexionen sind aufgrund ihrer geringen Spannung (Pulshöhe) kaum bis gar nicht messbar. Daher werden bei den Schneemessungen nur Einfach-Reflexionen betrachtet.

Um mit halbwegs geringem Aufwand viele Messungen auswerten zu können, ist es unerlässlich einen rekursiven Berechnungsalgorithmus zu verwenden. Bevor man allerdings aus den $\beta_{n_{eff}}$ die dazugehörigen Werte für Z_{w_n} und v_n rekursiv – das bedeutet in diesem Kontext "Schicht für Schicht" – berechnen kann, muss man aus den Messkurven des *STDR-65* die $\beta_{n_{eff}}$ auslesen. Das ist wiederum nur mit einem automatisierten Auslesealgorithmus sinnvoll zu bewältigen. Für diese beiden Aufgaben wurden Excel-Makros programmiert. Da die Messwerte als *.csv* Dateien ausgegeben werden und mit Microsoft Excel geöffnet werden können, war es naheliegend direkt in Excel mithilfe von Makros die Datenauswertung durchzuführen.

9.7.1 Auswertungs-Makros in Excel

Es gibt in Excel die Möglichkeit automatisierte Abläufe zu programmieren. Diese Hilfsprogramme heißen Makros und die zugrundeliegende Programmiersprache ist VBA (Visual Basic for Applications). Durch die Verwendung von Makros erspart man sich ein erneutes Ein- und Auslesen der Messdaten in ein anderes Computerprogramm, was Arbeit erspart und durch die tabellarische Darstellung von Excel sehr übersichtlich ist. Der Nachteil von Makros, in Hinblick auf eine vollautomatisierte Messanlage, sind die manipulierbaren Daten und der zu geringe Automatisierungsgrad. Für einen Testbetrieb, wie es für diese Arbeit der Fall war, ist die Datenauswertung via Makros praktisch und ausreichend.

Um die effektiven Reflexionskoeffizienten $\beta_{n_{eff}}$ aus einer Messkurve $\sum \beta(t)_{eff}$ auslesen zu können, muss man die jeweiligen Reflexionen mit deren Sprunghöhen (Pulshöhen) $\beta_{n_{eff}}$ erfassen. Diese sind in den Messkurven keine idealen Sprungfunktionen, da es sich bei den ausgesandten sowie bei den reflektierten Spannungspulsen um Pulse mit endlicher Anstiegszeit handelt (siehe Kapitel 8.9.2). Aus diesem Grund ist es eine Definitionssache, wo man den genauen Anfang eines Pulses festlegt.

Im Folgenden werden die jeweiligen Makros, welche dieser Diplomarbeit in Form einer DVD beigelegt sind, näher beschrieben. Eine kurze Bedienungsanleitung zur Datenauswertung mithilfe der Makros findet man ebenso auf dieser DVD.

In den Makros wird anstatt dem korrekten Begriff 'Reflexion' die vom Autor gewählte Abkürzung 'Reflex' oder 'Puls' verwendet, obgleich 'Reflex' eine andere Bedeutung als 'Reflexion' hat.

Makro *'Datenauswertung'*

Das Erkennen der sogenannten Reflex-Anfänge (Anfang/Anstieg der Reflexionen/Kurve) wurde mithilfe der Steigung der Messkurve im Makro *'Datenauswertung'* gelöst. Da die Messwerte alle den gleichen Abstand von 10ps voneinander haben, wurde anstatt der wirklichen Steigung die Messwertdifferenz zweier aufeinander folgender Messwerte als Steigungsmaß verwendet.

In die erste Spalte des Excel-Datenblattes müssen immer die Messwerte des *STDR's* beginnend mit der dritten Zeile eingefügt werden. Danach wird das Makro aufgerufen (gestartet). In einer weiteren Spalte werden die Differenzen der jeweils aufeinanderfolgenden zwei Messwerte als Steigungsmaß ausgegeben. Über ein Eingabefenster ('Inputbox') muss ein Steigungswert $'k'$ festgelegt werden, ab dem eine Reflexion als diese zu werten ist. Danach wird links und rechts dieses Messwertes nach dem Anfang und dem Ende der Reflexion gesucht. Als Kriterium hierfür gilt entweder: die Steigung unterschreitet einen Grenzwert $'k0'$, welcher über eine 'Inputbox' eingegeben wird, oder sie ändert ihr Vorzeichen. Beides entspricht vereinfacht gesehen einem Extremwert der Messkurve. Solche Extremwerte beschreiben entweder den Anfang oder das Ende einer Reflexion. Dieses Prozedere des Auffindens eines reflektierten Pulses wird in einer Schleife so oft wiederholt, bis alle Messwerte durchlaufen und alle den Anforderungen entsprechenden Reflexionen gefunden sind. Die aufgefundenen Reflexionen werden zeilenweise in den Spalten: *'Anfang Reflex'*, *'Schranke s1'* und *'Extremstelle'* ausgegeben. Steigt die Messkurve zwischen zwei Puls-Anfängen zu wenig stark an, wird diese Steigung nicht detektiert (Abhängig von der Eingabe des Wertes $'k'$) und in der weiteren Berechnung nicht berücksichtigt, was zu einer Ungenauigkeit führt. Auch kann der gefundene Puls-Anfang (Reflexionsanfang) leicht von den Messwerten um diesen herum abweichen und somit gerade bei großen Abständen zwischen zwei Reflexionen zu ungenauen Auswertungen führen. Abhilfe würde hier eventuell eine

Mittelung der Funktionswerte zwischen zwei Reflexionen schaffen. Dies wurde jedoch im Makro nicht implementiert, da für die Untersuchungen im Rahmen dieser Diplomarbeit die erreichte Genauigkeit genügte. Man könnte aber die Messgenauigkeit mit einer solchen Maßnahme wahrscheinlich etwas erhöhen. Des Weiteren sind die Pulse aufgrund der endlichen Rise-Time und der Reflexionsverbreiterung nicht scharfkantig (keine idealen Rechteck-Pulse), was wiederum keinen klar definierten Puls-Anfang und kein klar definiertes Puls-Ende zur Folge hat. Daraus ergibt sich eine eingeschränkte Ortsauflösung der Schichtgrenzen. Wo genau die Anfänge und Enden der Reflexionen gefunden werden, hängt von den gewählten Steigungsschranken $'k'$ und $'k0'$ ab. Bei dünnen Schichten können aufgrund dieser Effekte die errechneten Schichtdicken stark von der Realität abweichen. Bei Schichtdicken im zweistelligen Zentimeterbereich wirken sich diese Abweichungen nicht allzu stark aus und die Auswertungen führen zu Resultaten, die mit der Realität annähernd übereinstimmen.

Makro *'Datenauswertung_Median_Steigung'*

Dieses Makro hat grundsätzlich die selbe Funktion wie das Makro *'Datenauswertung'*, es wird aber statt den Messwertdifferenzen (Steigungsmaß) der Median von jeweils fünf aufeinanderfolgenden Messwertdifferenzen gebildet (Median des Steigungsmaßes). Somit können etwaige Ausreißer, die Reflexionen vortäuschen, verworfen werden. In den meisten Fällen ist es aber nicht notwendig dieses Makro anstelle des Makros *'Datenauswertung'* auszuführen.

Makro *'echte_Reflexionen'*

Das Makro *'echte_Reflexionen'* selektiert zwischen relevanten ("echten") Pulsen und irrelevanten Pulsen (z.B.: statistische Schwankungen, Overshoot, Mehrfach-Reflexionen), indem man über eine 'Inputbox' eine Mindestpulshöhe $'h'$, welche überschritten werden muss, vorgibt. Pulse die diese Höhe überschreiten, werden als *'selektierte Reflexe'* ausgegeben. Weiters muss auch die Messwertnummer $'a'$ eingegeben werden, ab der die Reflexionen selektiert und ausgegeben werden. Das hat den Sinn, dass z.B. der Overshoot am Anfang nicht mit berücksichtigt werden muss, oder die Reflexionen erst ab der Kontaktierungsstelle des Flachbandes ausgewertet werden. Reflexionen am Koaxialkabel können damit indirekt vernachlässigt werden. Die Anfangswerte und Extremstellen der selektierten Pulse werden in den Graphen der Messkurve eingezeichnet. Dabei sind Puls-Anfänge als grüne Quadrate und Extremstellen als rote Punkte dargestellt.
Der Abstand zwischen zwei Puls-Anfängen ist jeweils die doppelte Zeit zwischen zwei Reflexionen und somit die doppelte Laufzeit zwischen zwei Schichtgrenzen. Die effektiven Reflexionskoeffizienten $\beta_{n_{eff}}$ würden gerade der Messwertdifferenz zwischen Pulsanfang (grüne Quadrate) und Extremstelle (rote Punkte) des Pulses entsprechen. Dabei sollte idealerweise zwischen der Extremstelle des vorherigen Pulses und dem Anfangswert des darauffolgenden Pulses keine Höhendifferenz auftreten. Es kommt jedoch vor, dass Messkurven zwischen diesen Werten statt einer waagrechten Linie eine leichte, kontinuierliche Steigung aufweisen. Um das

zu berücksichtigen, wurde nicht die $'Reflexhöhe\ E - A'$, welche zwischen Extremstelle und Anfangswert eines Pulses definiert ist, sondern die $'Reflexhöhe\ A - A'$, welche zwischen dem Messwert des Anfangswertes des $(i-1)-ten$ Pulses und dem Messwert des Anfangswertes des $i-ten$ Pulses definiert ist, zur Berechnung der Reflexionshöhe herangezogen. Der effektive Reflexionsfaktor $\beta_{n_{eff}}$ wird somit als Funktionswertunterschied zwischen zwei benachbarten Puls-Anfängen definiert. Damit erreicht man, dass alle Höhendifferenzen mit eingerechnet werden, allerdings leichte lineare Steigungen in $\beta_{n_{eff}}$ mit inbegriffen sind. Da es sich aber meist nur um sehr geringe Steigungen handelt, spielt dies für die praktische Berechnung und die Genauigkeit der Ergebnisse im Normalfall keine große Rolle. Formal ergibt sich also:

$$'Reflexbreite\ A - A' = Anfangswert_{Puls_i} - Anfangswert_{Puls_{i-1}}$$
$$'Reflexbreite\ E - A' = Endwert_{Puls_i} - Anfangswert_{Puls_i}$$

$$'Reflexhöhe\ A - A' = Wert\left(Anfangswert_{Puls_i}\right) - Wert\left(Anfangswert_{Puls_{i-1}}\right)$$
$$'Reflexhöhe\ E - A' = Wert\left(Endwert_{Puls_i}\right) - Wert\left(Anfangswert_{Puls_i}\right)$$

Die $'Reflexbreite\ A - A'$ wird erst mit der Ausführung des Makros *'Berechnung'* anstelle der $'Reflexbreite\ E - A'$ ausgegeben. Die $'Reflexbreite\ A - A'$ dient zur Berechnung der Schichtdicken und die $'Reflexhöhe\ A - A' = \beta_{n_{eff}}$ zur Berechnung der Wellenwiderstände.

Makro *'echte_Reflexionen_Median_Steigung'*

Dieses Makro ist anstelle vom Makro *'echte_Reflexionen* auszuführen, wenn das Makro *'Datenauswertung_Median_Steigung'* zuvor ausgeführt wurde.

Makro *'Erstellen'*

Mit diesem Makro wird ein neues Tabellenblatt (Worksheet) mit den selektierten Reflexionen und den für das Makro *'Berechnung'* benötigten Spalten und Zeilenbeschriftungen erstellt. Nur in diesem Tabellenblatt kann das anschließend auszuführende Makro *'Berechnung'* ausgeführt werden.

Makro *'Berechnung'*

Um dieses Makro korrekt ausführen zu können, muss das durch das Makro *'Erstellen'* neu erstellte Tabellenblatt aktiv (geöffnet) sein.
Das Makro *'Berechnung'* führt nun mit den selektierten Reflexionen und deren Kenngrößen $'Reflexhöhe\ A - A'$ und $'Reflexbreite\ A - A'$ (wird anstatt der $'Reflexbreite\ E - A'$ erst nach der Ausführung des Makros *'Erstellen'* ausgegeben) die rekursive Berechnung der Wellenwiderstände und der Schichtdicken durch. Dabei wird jeweils ein berechneter Wellenwiderstand ausgegeben, sobald sich $\beta_{n_{eff}}$ ändert. Es wird also genau zu jeder selektierten Reflexion ein Wellenwiderstand ausgegeben. Mithilfe der Glg. (8.4.5) lassen sich aus den ermittelten

$\beta_{n_{eff}} = 'Reflexh\ddot{o}he\ A - A'$ die dazugehörigen β_n rekursiv berechnen. Dies wird mittels einer Schleife durchgeführt, wobei bei jedem Schleifendurchlauf ein weiterer Reflexionskoeffizient β_n, Transmissionskoeffizient α_n und ein Wellenwiderstand Z_n berechnet und ausgegeben werden. Die Wellenwiderstände Z_{w_n} werden ausgehend vom Wellenwiderstand Z_0 (Eingabe mittels 'Inputbox' erforderlich), welcher $Z_0 = Z_{w_{Koax}} \approx 50\Omega$ entspricht, über die Glg. (8.4.6) in selbiger Schleife berechnet und ausgegeben. Um die Schichtdicken berechnen zu können, benötigt man die Ausbreitungsgeschwindigkeit v und die Laufzeit t des reflektierten Pulses in der jeweiligen Schicht. Beide Größen erhält man leicht aus den bisherigen Messwerten und hergeleiteten Beziehungen:

$$Schichtdicke = v \cdot t = \frac{Z_w}{L'} \cdot \frac{'Reflexionsbreite\ A - A' \cdot 10ps}{2} \tag{9.7.1}$$

Der Induktivitätsbelag $L' \approx 0,74 \mu H m^{-1}$ ist durch die Messung mit dem Flachband mit offenen Ende bekannt (siehe Kapitel 9.6.2) und muss in die 'Inputbox' eingegeben werden. Die restlichen Größen sind bekannt und somit können auch die Schichtdicken in einer Schleife berechnet und in einer Spalte ausgegeben werden. Wie ein solches Excel-Tabellenblatt nach Ausführung aller bisher erklärten Makros aussieht, sieht man z.B. in Abb. 9.31.

Man erhält also zu jeder gefundenen Reflexion, die **für die Schneeschicht charakteristischen Kenngrößen**: **Schichtdicke** und **Wellenwiderstand**. Der Wellenwiderstand ist aufgrund des konstanten Induktionsbelages L' nur von C' abhängig und repräsentiert somit indirekt den Kapazitätsbelag des Flachbandabschnittes. Der jeweilige Kapazitätsbelag C'_n lässt sich leicht aus den Wellenwiderständen berechnen.

$$C'_n = \frac{L'}{Z_{w_n}^2} \approx \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{Z_{w_n}^2}\ [Fm^{-1}] \tag{9.7.2}$$

Man muss beachten, dass im Kapazitätsbelag C'_n auch die relative Permittivität der Flachbandisolierung enthalten ist und nicht nur die des zu messenden leiterumgebenden Mediums ϵ_n (Eis, Schnee, Luft, etc.). Dazu siehe auch Kapitel 8.10.2.

$$\epsilon_n = \frac{(C'_n - C_1) \cdot C_2}{C_3 \cdot (C_2 - C'_n + C_1)} \tag{9.7.3}$$

Man kann aufgrund der Schichtdicke und der relativen Permittivität bzw. des Wellenwiderstandes auf die relative Beschaffenheit der Schneeschichten zueinander schließen. Die genauen Zusammensetzungen der einzelnen Schichten lassen sich aber nicht eruieren, sondern lediglich die relativen Änderungen zueinander.

Die oben beschriebenen Makros mit kommentierten Quellcodes sind dieser Diplomarbeit in Form einer DVD beigelegt. Des Weiteren beinhaltet die DVD eine kurze Bedienungsanleitung der Makros zur Datenauswertung, sowie alle ausgewerteten Messungen.

Makro: *'Grafik'*

Das Makro *'Grafik'* ermöglicht die grafische Darstellung der berechneten Schichten. Zusätzlich wird der Bereich der Reflexionen an den Schichtgrenzen vergrößert dargestellt (Startwert muss in eine 'Inputbox' eingegeben werden). Des Weiteren wird man bei der Ausführung aufgefordert den maximalen Wellenwiderstand, bis zu dem die Grafik gezeichnet wird, einzugeben. Dies dient dazu, das Ende der Grafik zu definieren (falls sie z.B. nicht mit der Totalreflexion endet) und die Farbabstufung, die linear mit dem Wellenwiderstand zusammenhängt, optimal zu gestalten. Man erhält eine grafische Darstellung des Schichtprofils, die je nach Wellenwiderstand charakteristisch gefärbte Schneeschichten mit ihren berechneten Dicken anzeigt. Dabei stellen dunklere Farben Schneeschichten mit einem niedrigeren Wellenwiderstand (hohen Kapazitätsbelag) dar.

9.7.2 Anpassung der Messungen mit unterschiedlicher Kontaktierung

Um die Ohmschen Einflüsse der Kontaktierung und der Koaxialkabel-Stückelung (Verlängerung mit angelöteteten Kabelstücken) zu kompensieren – sie können nicht mathematisch herausgerechnet werden – kann man die ansonsten konstanten Parameter $Z_{w_{Koax}}$ und L' abändern, sodass die Wellenwiderstände Z_{w_n} entlang des Flachbandkabels und dadurch auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Kabellänge wieder "stimmen". Da ohnehin eine Reflexion vom TDR auf das Koaxialkabel stattfindet und der Overshoot auch Reflexionen vortäuscht und dadurch der effektive Reflexionskoeffizient nicht gleich null ist wenn der Puls auf das Flachband übergeht, ändert man am besten den Wert $Z_{w_{Koax}} \approx 50\Omega$ so ab, dass der Wellenwiderstand $Z_{w_{Luft}}$ des Flachbandes wieder ungefähr den Wert $Z_{w_{Luft}} \approx 190\Omega$ annimmt. Da man aber wiederum den exakten Wert von $Z_{w_{Luft}}$ nicht kennt – da immer mit einer bestimmten Art von Kontaktierung gemessen werden muss – verwendet man eine bekannte Länge auf dem Flachband oder die Gesamtlänge des Flachbandes zur Kalibrierung. Dabei wird $Z_{w_{Koax}}$ solange abgeändert bis die Summe aller markierten und ausgegebenen Teilstrecken am Flachband der realen gemessenen Länge entspricht. Verwendet man nicht die gesamte Flachbandlänge, kann man auch eine markierte Teilstrecke wie z.B. die bekannte Strecke zwischen zwei Befestigungsbacken zur Kalibrierung verwenden. Wählt man die gesamte Länge des Flachbandes muss man genau genommen auch die aufgetrennten Enden (=Litzenlänge) des Koaxialkabels in die Länge miteinbeziehen, da hier die Reflexion zuerst auftritt. In der Praxis muss mithilfe von verschiedenen Probemessungen und gewonnener Messerfahrung eine geeignete Kalibrierung durch die Anpassung von $Z_{w_{Koax}}$ in Bezug auf eine bekannte Messstrecke und unter Beachtung von $Z_{w_{Luft}} \approx 190\Omega$ durchgeführt werden. Dabei spielen Faktoren wie der Overshoot, ungenaues Auslesen der effektiven Reflexionskoeffizienten, leichtes Steigen/Fallen der Messkurve, keine Mittelung der Messwerte zwischen den Reflexionsanfängen und unbekannte Einflüsse auch eine Rolle und müssen daher berücksichtigt werden.

Diese nachträgliche Anpassung ist streng genommen nicht zulässig, da sie die Ohmschen Einflüsse nicht gänzlich kompensiert und zusätzlich die anderen berechneten Werte zueinander leicht verändert. Es werden demnach nicht alle Wellenwiderstände um den gleichen Wert nach oben oder unten korrigiert. Die Wellenwiderstände der unterschiedlichen Schichten werden relativ zueinander verschoben, sodass deren Differenz nicht gleich bleibt. Diese unterschiedliche Verschiebung der Wellenwiderstände wirkt sich verfälschend auf die Schichtdickenberechnung aus, sodass ihr Verhältnis zueinander nicht mehr ganz korrekt ermittelt werden kann.

In der Praxis zeigt sich allerdings, dass die Anpassung über $Z_{w_{Koax}}$ meist gut funktioniert und realistische Schichtdicken liefert. Die Anpassen von $Z_{w_{Koax}}$ erfolgte für diese Diplomarbeit händisch und verlangt ein gewisses Maß an Erfahrung bezüglich der Makros und der Messkurven. Für eine automatisierte Messanlage sollte die Anpassung von $Z_{w_{Koax}}$ mithilfe eines Algorithmus erfolgen.

9.8 Schneemessungen

Aus dem bisher gewonnenen Verständnis der Messkurven, sowie dem berechneten Flachbandparameter L' und der automatischen Messkurvenauswertung mithilfe der Makros, können die folgenden Messungen von künstlich geschaffenen Schnee- und Eisschichtungen ausgewertet und interpretiert werden.
Die größte Herausforderung bei der Auswertung der Messdaten stellen die unterschiedlichen Reflexionshöhen (Höhenverschub der Kurven) durch unterschiedliche Kontaktierung des Flachbandes dar. Aufgrund der thermischen (Einfrieren der Messsonde) und mechanischen Belastung der gelöteten Verbindung zwischen Koaxialkabel und dem Flachband wurden die Kontaktstellen beschädigt, was eine provisorische Verbindung mittels Klebeband verlangte. Auch wurden Steckverbindungen zwischen Koaxialkabel und Flachband hergestellt um verschiedene Flachbänder unterschiedlicher Länge anzuschließen. Aus diesem Grund wurden die in Kapitel 9.4.1 erklärten Auswirkungen der unterschiedlichen Kontaktierungen auf die Messungen bemerkt. Die folgenden Messungen wurden mit einem 1,5m oder 1m langen 3-Leiter-Flachband, das in einem Plastikkübel von verschiedenen Eis- und/oder Schneeschichten umgeben war, durchgeführt. Das Leitungsende wurde wie schon bei den vorangegangenen Messungen offen gelassen. Die Messkurven wurden ab der Totalreflexion am offenen Ende abgeschnitten, da ab diesem Zeitpunkt keine weitere Information mehr über den Schichtaufbau zu entnehmen ist. Aufgrund der unterschiedlichen Kontaktierungen, der Stückelung der Koaxialkabellitzen, sowie des ESD-Schadens, muss wie schon in Kapitel 9.7.2 ausführlich erklärt wurde, eine Kalibrierung über eine bekannte Länge am Flachband mittels Anpassung von $Z_{w_{Koax}}$ stattfinden. Bei den folgenden Messungen wurde immer die ganze Flachbandlänge (plus $\approx$ 5cm Litzenlänge) zur Kalibrierung herangezogen. Auch kann aufgrund der gewonnenen Messerfahrung über $Z_{w_{Luft}} \approx 190\Omega$ des Flachbandes kalibriert werden. Es zeigt sich bei den Messungen, dass die ca. 5cm Litzenlänge des aufgetrennten Koaxialkabels bei der Kalibrierung nicht berücksichtigt werden muss. So erhält man mit der Realität besser übereinstimmende Messergebnisse. Dies lässt sich physikalisch aber nicht begründen. Dieser Umstand muss nicht für alle Messkonfigurationen zutreffen und die Litzenlänge sollte prinzipiell in die Kalibrierungslänge miteinbezogen werden.

Kurze Erklärung der Abbildungen mit den vollständigen Auswertungen:

Anhand der Abbildungen mit den vollständigen Messauswertungen (Excel Datenblatt) – wie z.B. Abb. 9.30 eine dartstellt – kann man die berechneten Werte der Schichtdicken, die dazugehörigen Wellenwiderstände, sowie die Reflexions- und die Transmissionskoeffizienten ablesen. Die Felder mit den wichtigsten Werten wurden farblich gekennzeichnet. Dabei sind die Flachbandabschnitte in Schnee- bzw. Eisschichten in verschiedenen grün-Tönen und die Flachbandabschnitte in Luft rosa markiert. Die Gesamtlänge des Flachbandes, die zur Kalibrierung diente, wurde im blauen Feld als Summe der einzelnen Längen der Flachbandabschnitte unter diesen berechnet.

9.8.1 Messungen von 14cm Eis

Ein 1,5m langes 3-Leiter-Flachband wurde in einen Kübel mit Leitungswasser eingetaucht und eingefroren, sodass die letzten 14cm des Flachbandes von Eis umgeben waren. Die ersten 1,36m waren in Luft geführt. Es wurde jeweils mit gesteckter, sowie mit geklebter Kontaktierung gemessen, wobei noch kein ESD-Schaden am TDR-Gerät vorhanden war. Die gemessene Eisdicke betrug 16,7cm bei geklebter Kontaktierung und 15,4cm bei gesteckter (siehe Abb. 9.30 und 9.31).

- ESD-Schaden: nein
- Flachbandlänge: 1,5m
- Kontaktierung: geklebt/gesteckt

Abb. 9.29: **Messanordnung:** *Flachband umgeben von 14cm Eis*

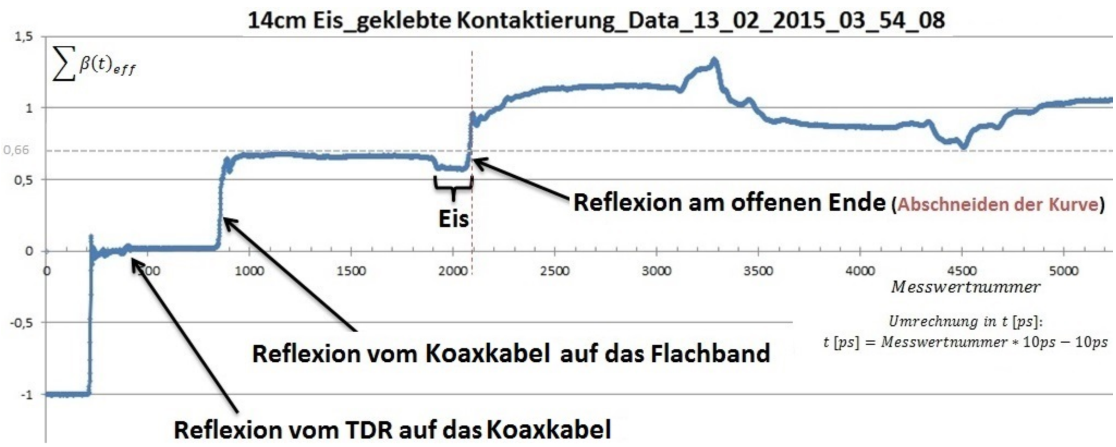


Abb. 9.30: **Messung: 14cm Eis;** *gemessen mit 1,5m Flachband und geklebter Kontaktierung*

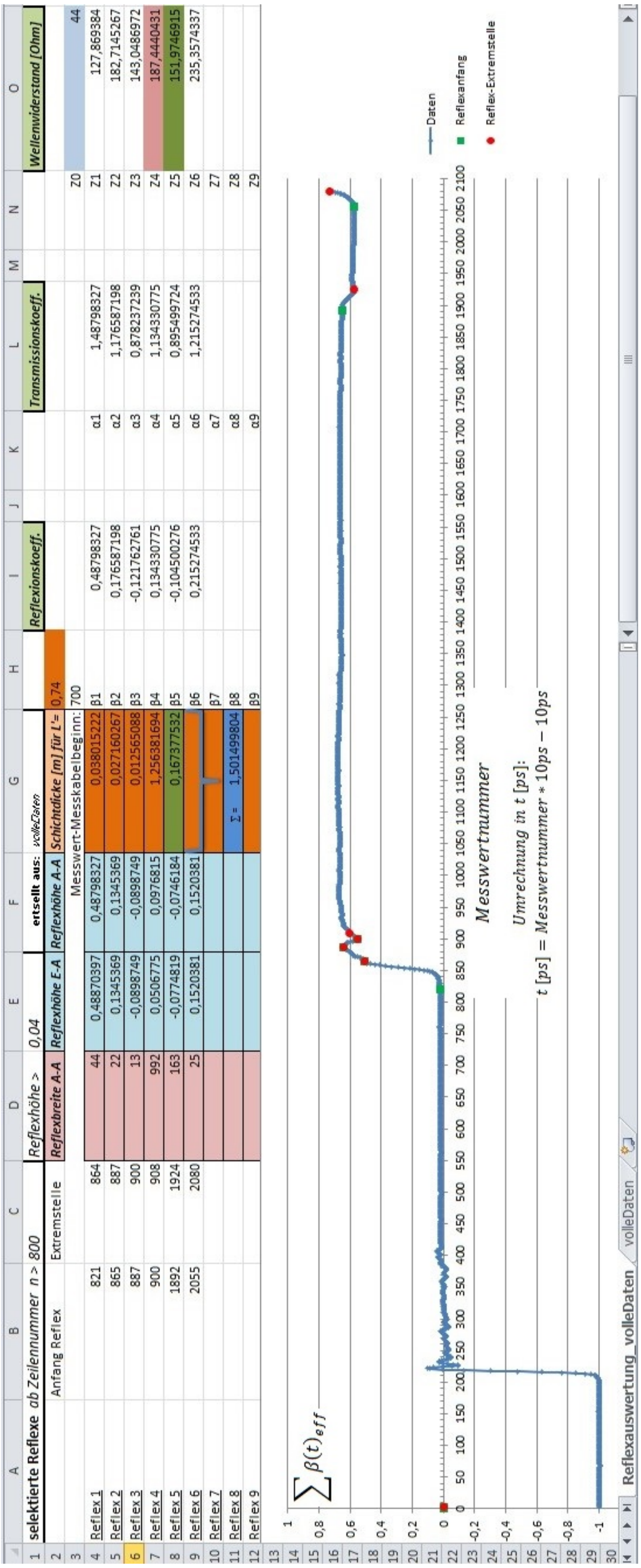
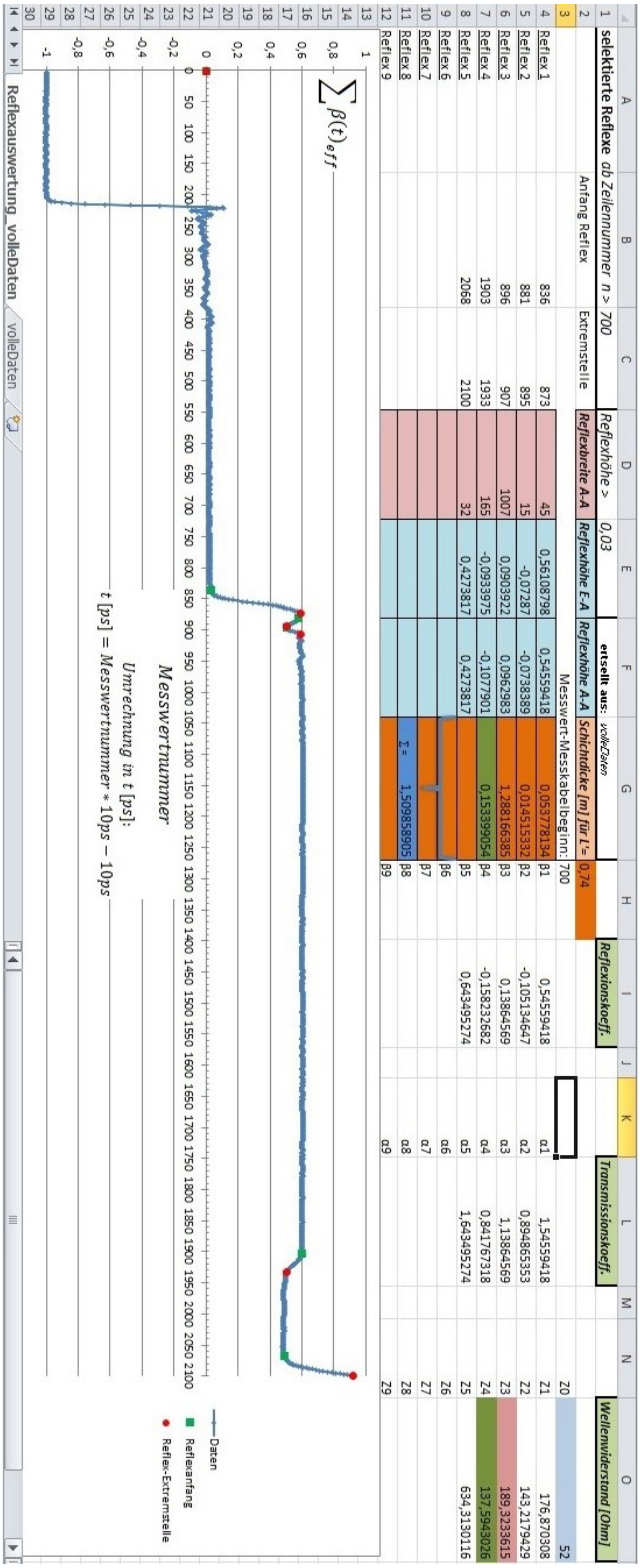


Abb. 9.31: **14cm Eis mit geklebter Kontaktierung;** *vollständige Auswertung via Makros*



	Anfang Reflex	Extremstelle	Reflexbreite A-A	Reflexhöhe E-A	Reflexhöhe A-A	Schichtdicke [m] für L'= 0,74		Reflexionskoeff.		Transmissionskoeff.		Wellenwiderstand [Ohm]
selektierte Reflexe ab Zeilennummer n > 700			Reflexhöhe > 0,03		erstellt aus: volleDaten	Messwert-Messkabelbeginn: 700					Z0	52
Reflex1	836	873	45	0,56108798	0,54559418	0,053778134	β1	0,54559418	α1	1,54559418	Z1	176,870308
Reflex2	881	895	15	-0,07287	-0,0738389	0,014515332	β2	-0,105134647	α2	0,894865353	Z2	143,2179429
Reflex3	896	907	1007	0,0903922	0,0962983	1,288166385	β3	0,13864569	α3	1,13864569	Z3	189,3233615
Reflex4	1903	1933	165	-0,0933975	-0,1077901	0,153399054	β4	-0,158232682	α4	0,841767318	Z4	137,5943026
Reflex5	2068	2100	32	0,4273817	0,4273817		β5	0,643495274	α5	1,643495274	Z5	634,3130116
Reflex6							β6		α6		Z6	
Reflex7							β7		α7		Z7	
Reflex8						Σ= 1,509858905	β8		α8		Z8	
Reflex9							β9		α9		Z9	

Abb. 9.32: **14cm Eis mit gesteckter Kontaktierung;** *vollständige Auswertung via Makros*

Berechnung der relativen Permittivitäten ϵ von Eis bei gesteckter Kontaktierung

Es ergibt sich für den Messwert des Wellenwiderstandes von Eis bei gesteckter Kontaktierung $Z_{w_{Eis}} \approx 152\Omega$ und bei der Steckverbindung $Z_{w_{Eis}} \approx 138\Omega$, wie man in Abb. 9.31 ablesen kann. Nimmt man den gemittelten Wert $Z_{w_{Eis}} \approx 145\Omega$ für die Berechnung von ϵ_{Eis} nach Formel (8.10.1) an, ergibt sich mit den Kapazitätswerten aus Abb. 8.20 und mit $L' = 0{,}74\mu Hm^{-1}$:

$$C' = C_{Eis} = \frac{L'}{{Z_w}^2} \approx \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{145^2} \approx 3{,}5 \cdot 10^{-11}F \tag{9.8.1}$$

$$\epsilon_{Eis} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 2{,}38 \tag{9.8.2}$$

9.8.2 Unterschied zwischen gesteckter und geklebter Kontaktierung

Vergleicht man die beiden Messungen mit jeweils 14cm Eis in Abb. 9.31 und Abb. 9.32, kann man die unterschiedlich großen Reflexionssprünge (Höhenverschub) vom Koaxialkabel auf das zuerst von Luft umgebene Flachband, sowie die unterschiedlich großen Reflexionssprünge am Flachband von Luft auf Eis erkennen. Die Kalibrierung auf die Flachbandlänge von 1,5m bedingt bei der geklebten Kontaktierung ein $Z_{w_{Koax}} = 44\Omega$ und bei der gesteckten Kontaktierung ein $Z_{w_{Koax}} = 52\Omega$. Es ergeben sich für Eis trotz Kalibrierung unterschiedliche Wellenwiderstände. Dies zeigt, dass die Kalibrierung mithilfe von $Z_{w_{Koax}}$ über die Flachbandlänge die unterschiedlichen Reflexionshöhen nicht vollständig kompensieren kann. Betrachtet man die Pulslaufzeiten im Eis, stellt man fest, dass diese mit 165 und 163 Messwerten fast identisch sind. Da die Messwerteanzahl jedoch noch keine Schichtdicke liefert, muss sie mithilfe des rekursiven Algorithmus und dem damit verbundenen Kalibrierungsfehler berechnet werden. Das führt zu unterschiedlich ausgegebenen Schichtdicken von 15,4cm bei gesteckter und 16,7cm bei geklebter Kontaktierung. Die berechneten Werte der Schichtdicke kann man den olivgrünen Feldern in Abb. 9.31 und Abb. 9.32 entnehmen. Dabei liefert die Messung mit den gesteckten Kontakten wahrscheinlich aufgrund des niederohmigeren Kontaktwiderstandes das bessere Ergebnis.
Die bisher gemachten Erfahrungen hinsichtlich der Kontaktierung zeigen, dass eine möglichst niederohmige Kontaktierung gewählt werden muss, um den Ohmschen Übergangswiderstand so gering wie möglich zu halten. Das gelingt am besten mit Lötverbindungen. Die weiteren Schneemessungen wurden deshalb mit gelöteten Kontakten durchgeführt.

9.8.3 1. Messung an einer künstlich geschaffenen Schneeschichtung

Das 1,5m lange Flachband wurde wie in Abb. 9.33 zu sehen ist in einem Plastikkübel von 15cm Eis, 10cm bröckeligem, trockenem Schnee und 1cm nassem Schnee umschlossen. Die vollständige Messauswertung mit den Schichtdicken und den dazugehörigen Wellenwiderständen ist in Abb. 9.35 dargestellt.

- ESD-Schaden: ja
- Flachbandlänge: 1,5m
- Kontaktierung: gelötet

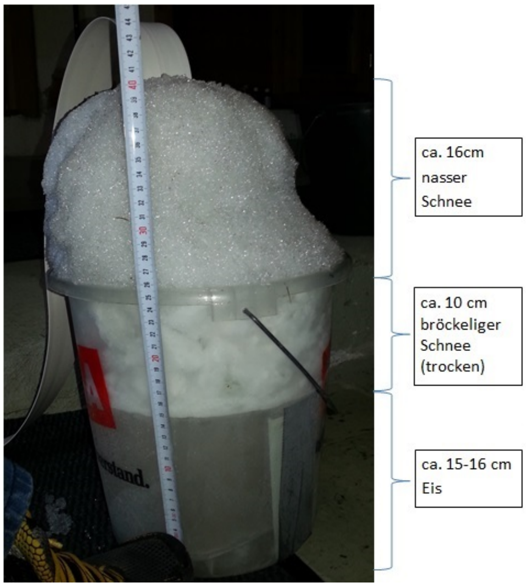


Abb. 9.33: **Messanordnung:** *Flachband umgeben von 15cm Eis, 10cm bröckeligem trockenem Schnee und 16cm nassem Schneegupf*

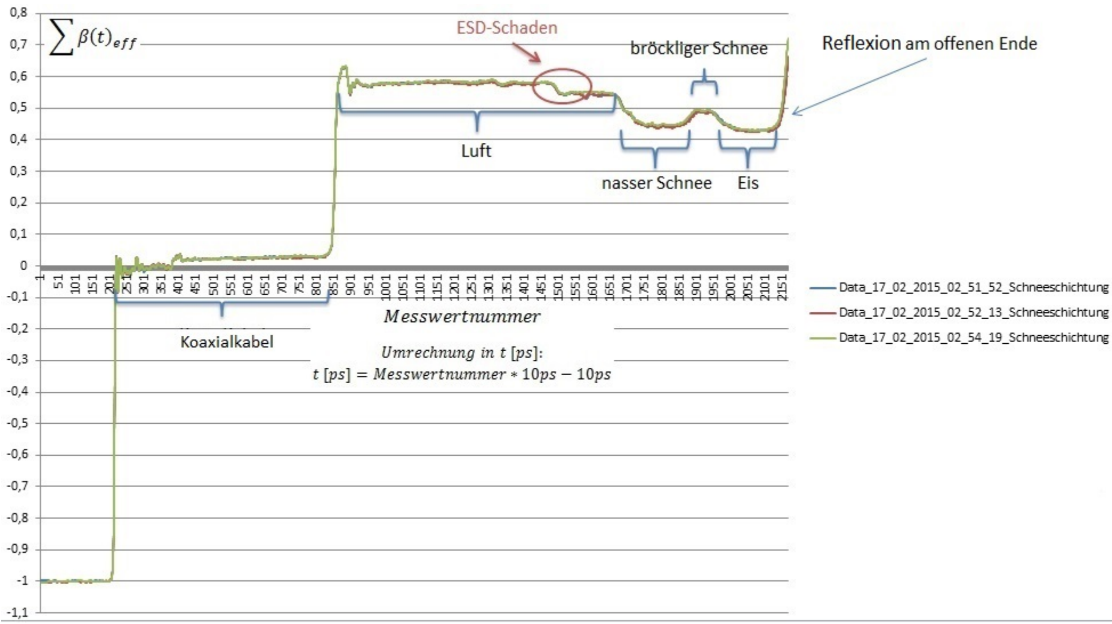


Abb. 9.34: **Übereinandergelegte Messkurven** *mit guter Übereinstimmung*

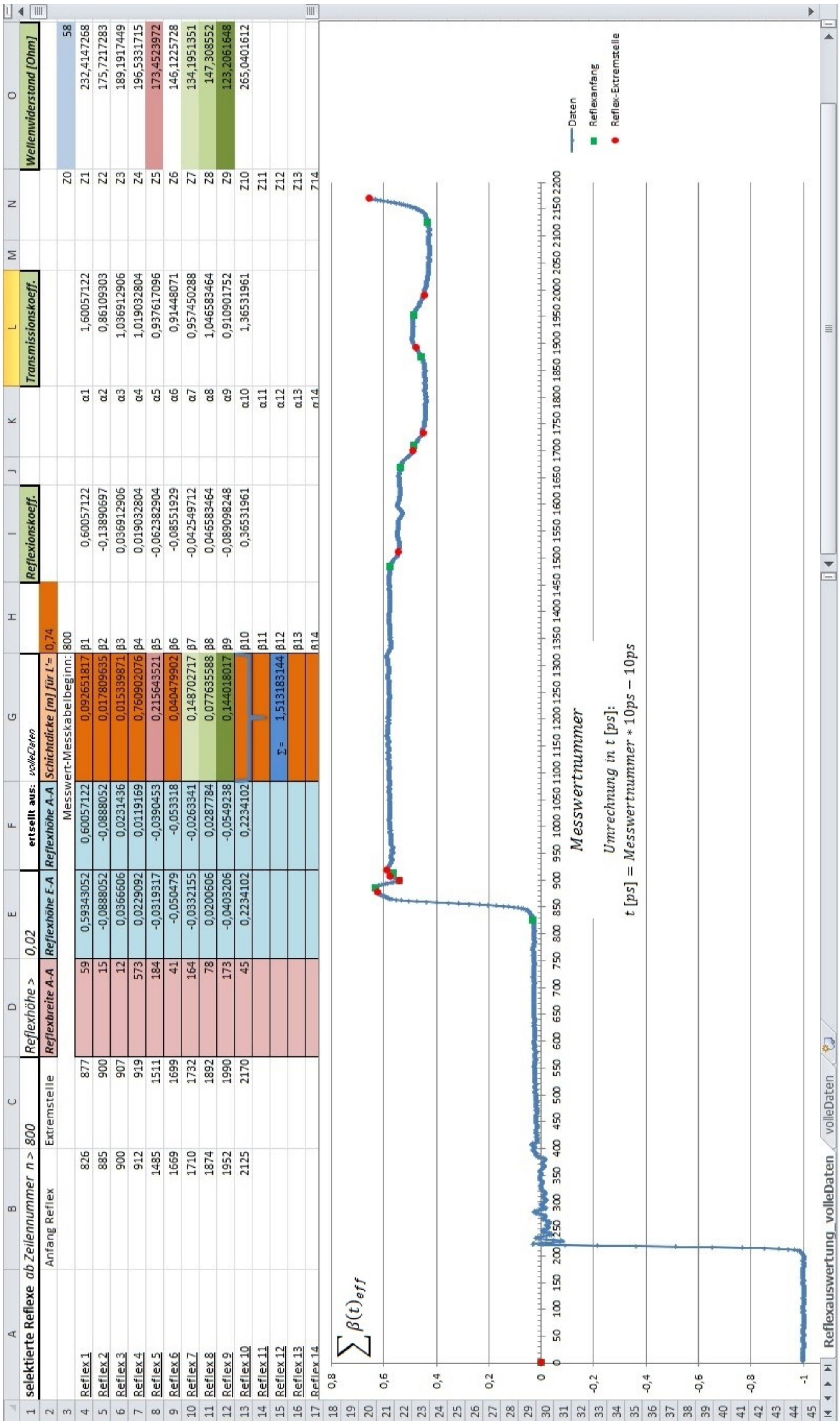


Abb. 9.35: **15cm Eis, 10cm bröckeliger, trockener Schnee und 16cm nasser Schnee;** *vollständige Auswertung via Makros*

Die gemessenen Schichtdicken (Eis $\approx 14,4cm$; bröckeliger Schnee $\approx 7,7cm$; nasser Schnee $\approx 14,9cm$) stimmen um ca. ± 2cm mit der Realität überein. Der gemessene Wellenwiderstand von Eis ($Z_{w_{Eis}} \approx 123\Omega$) ist kleiner als die gemessenen Wellenwiderstandswerte für reines Eis im Kapitel 9.8.1. Der Grund dafür kann einerseits der nicht vorhandene ESD-Schaden bei den Eis-Messungen in Kapitel 9.8.1, oder andererseits die leicht unterschiedliche Kalibrierung sein.

Berechnung der relativen Permittivitäten ϵ

Nach Glg. (8.10.1), ergeben sich mit den Kapazitätswerten aus Abb. 8.20 und mit einem $L' = 0{,}74\mu Hm^{-1}$ folgende relative Permittivitäten:

- $\underline{Z_{w_{Schnee,nass}} \approx 134\Omega}$

$$C' = C_{Schnee,nass} \approx \frac{L'}{{Z_w}^2} = \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{134^2} \approx 4{,}12 \cdot 10^{-11}F$$

$$\epsilon_{Schnee,nass} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 2{,}89$$

- $\underline{Z_{w_{Schnee,br.}} \approx 147\Omega}$

$$C' = C_{Schnee,br.} = \frac{L'}{{Z_w}^2} \approx \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{147^2} \approx 3{,}42 \cdot 10^{-11}F$$

$$\epsilon_{Schnee,br.} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 2{,}3$$

- $\underline{Z_{w_{Eis}} \approx 123\Omega}$

$$C' = C_{Eis} = \frac{L'}{{Z_w}^2} \approx \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{123^2} \approx 4{,}89 \cdot 10^{-11}F$$

$$\epsilon_{Eis} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 3{,}58$$

9.8.4 2. Messung an einer künstlich geschaffenen Schneeschichtung

Die Messung wurde mit 15cm Eis, 10cm bröckelig gefrorenem aber feuchtem Schnee und 32cm trockenem (Pulver-)Schnee durchgeführt. Dabei wurde der Kübel mit den selben Schneeschichten wie in Kapitel 9.8.3 verwendet, wobei der 16cm hohe nasse Schneegupf entfernt wurde. Der Kübel mit den verbleibenden zwei Schichten wurde danach nochmals tiefgefroren. Um eine zusätzliche, trockenere Schneeschicht untersuchen zu können, wurde der Kübel zu einer Skitour mitgenommen und während der Tour am dortigen Parkplatz gelagert. Dabei erweichte sich die festgefrorene, bröcklige 10cm hohe (dicke) Schneeschicht, wodurch ihr Feuchtigkeitsgehalt anstieg. Es wurde dann halbwegs pulvriger und trockener Schnee, der im Zuge der Skitour von einem Gipfelhang mitgenommen wurde, über den in ein Schneeloch gestellten Kübel geschichtet. Es wurde zwischen den erweichten, bröckligen Schnee (hatte leicht an Volumen verloren) und den pulvrigen Schnee noch etwas feuchter Schnee gefüllt, sodass die pulvrige Schneeschicht ab der Kübelkante begann.

- ESD-Schaden: ja
- Flachbandlänge: 1m
- Kontaktierung: gelötet
- Koax-Litzen mit Drahtstücken verlängert

Abb. 9.36: **Messanordnung** *und Koax-Litzen-Verlängerung mit angelöteten Drahtstücken*

Abb. 9.37: **Messaufbau:** *Kübel mit 15cm Eis und 10cm bröckeligem Schnee in ein gegrabenes Loch gestellt und mit ca. 32cm pulvrigem Schnee überdeckt*

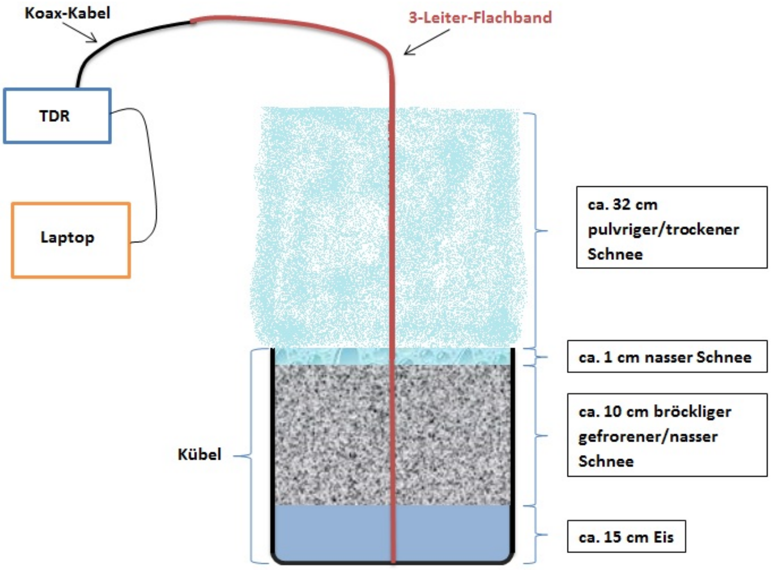


Abb. 9.38: **Schematischer Messaufbau** *des mit pulvrigen Schnee überdeckten Kübels*

Wie man in Abb. 9.39 sehen kann, weichen die unterschiedlichen Messkurven voneinander nur sehr gering ab. Es fand daher keine Veränderung über den Messzeitraum, wie es z.B. über längeren Zeitraum bei den Messungen auf der Wurzeralm (Abb. 9.18) der Fall war, statt.

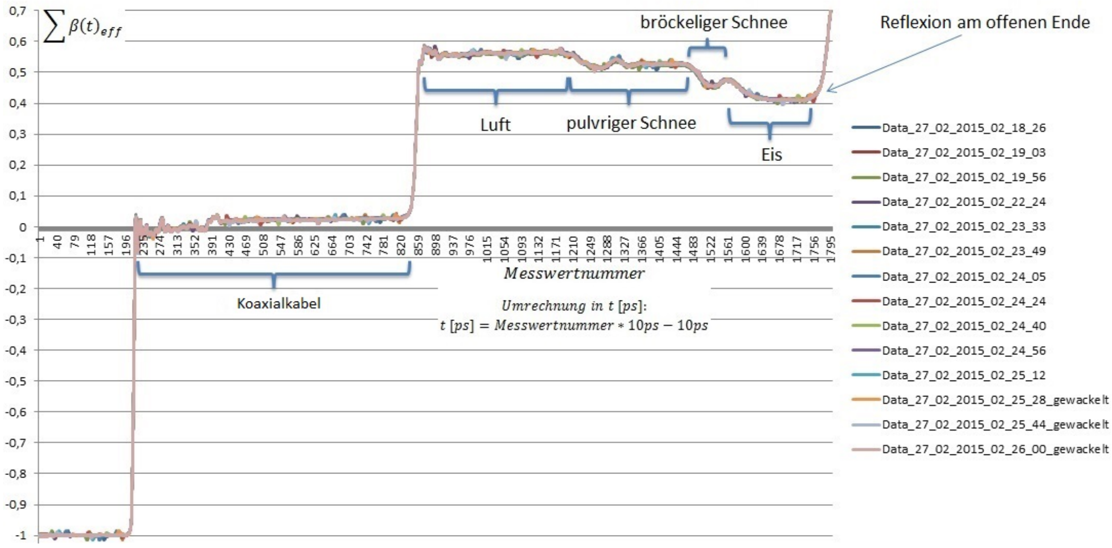


Abb. 9.39: **Übereinander gelegte Messkurven** *stimmen gut überein*

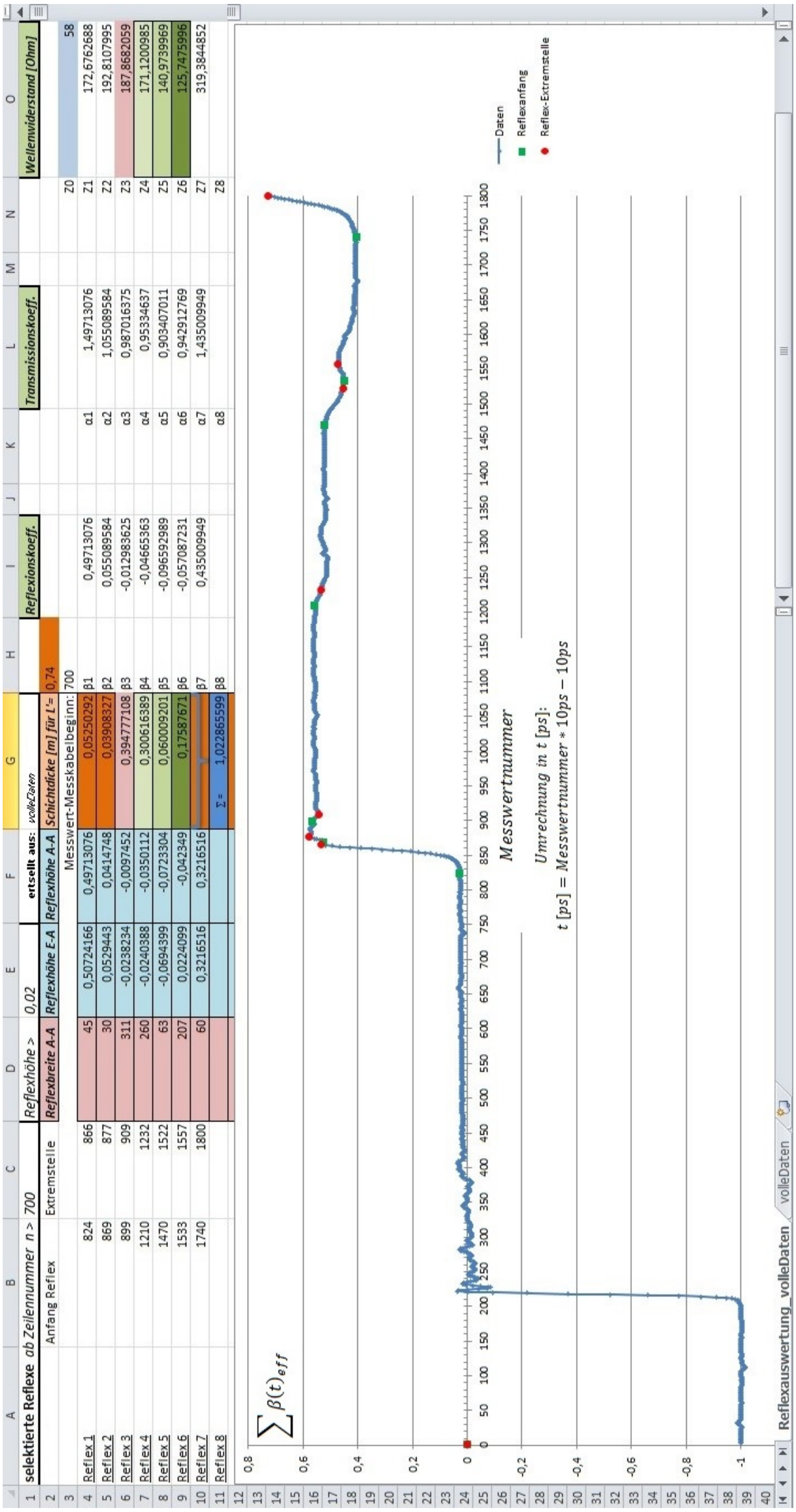


Abb. 9.40: **15cm Eis, 10cm bröckeliger (nasser/gefrorener) Schnee und 32cm trockener Schnee;** *vollständige Auswertung via Makros*

Man kann an Abb. 9.40 erkennen, dass gerade beim Übergang vom 16cm dicken bzw. hohen Eis auf den bröckeligen Schnee, die Reflexionsanfänge aufgrund von kleinen Gegenanstiegen nicht sehr genau gefunden werden können. Das begründet die zu groß gemessene Eishöhe von fast 18cm und die zu geringe Höhe des bröckeligen Schnees von ca. 6cm. Die Höhe des pulvrigen Schnees von ca. 30cm stimmt mit 2cm Abweichung gut mit der Realität überein. Der kleine Wellenwiderstandsanstieg im pulvrigen Schnee beim ungefähren Messwert 1700 spiegelt höchstwahrscheinlich die leicht unterschiedliche Dichte oder z.B einen Lufteinschluss wieder. Der ESD-Schaden überlagert sich mit der Schneeschicht-Reflexion zwischen pulvrigem und bröckeligem Schnee und wird somit quasi "überdeckt".
Der gemessene Wellenwiderstand vom Eis ($Z_{Eis} \approx 125\Omega$) ist wiederum kleiner als die in Kapitel 9.8.1 ermittelten Werte. Er ist jedoch fast identisch mit dem ermittelten Wellenwiderstandswert der 1. Schneeschichtenmessung in Kapitel 9.8.3. Der Unterschied zu den Eis-Messungen in Kapitel 9.8.1 kann wie schon erwähnt aufgrund des ESD-Schadens auftreten. Dieser verschiebt die Kurven systematisch nach unten und liefert somit geringere Wellenwiderstände.

Berechnung der reativen Permittivitäten ϵ

Nach Glg. (8.10.1) ergeben sich mit den Kapazitätswerten aus Abb. 8.20 und mit einem $L' = 0{,}74\mu Hm^{-1}$ folgende relative Permittivitäten:

- $\underline{Z_{w_{Schnee,pulver}} \approx 171\Omega}$

$$C' = C_{Schnee,pulver} \approx \frac{L'}{{Z_w}^2} = \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{134^2} \approx 2{,}53 \cdot 10^{-11} F$$

$$\epsilon_{Schnee,pulver} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 1{,}59$$

- $\underline{Z_{w_{Schnee,br.}} \approx 141\Omega}$

$$C' = C_{Schnee,br.} = \frac{L'}{{Z_w}^2} \approx \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{147^2} \approx 3{,}72 \cdot 10^{-11} F$$

$$\epsilon_{Schnee,br.} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 2{,}55$$

- $\underline{Z_{wEis} \approx 126\Omega}$

$$C' = C_{Eis} = \frac{L'}{{Z_w}^2} \approx \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{123^2} \approx 4{,}66 \cdot 10^{-11} F$$

$$\epsilon_{Eis} = \frac{(C' - 3{,}4 \cdot 10^{-12}) \cdot 323 \cdot 10^{-12}}{14{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot (323 \cdot 10^{-12} - C' + 3{,}4 \cdot 10^{-12})} \approx 3{,}37$$

9.9 Messungen der stationären Anlage *SnowSET2*

Es wurden schon vor der Durchführung dieser Diplomarbeit zur praktischen Erprobung der TDR-Schneemessungen zwei Messanlagen auf der Wurzeralm (Nähe Liezen in der Steiermark) aufgestellt. Da bei Schneelage die Anlagen zwar das Schneeprofil messen, diese Messergebnisse aber aufgrund der vorherrschenden Lawinengefahr meist nicht mit dem realen Schneeprofil verglichen werden konnten, gibt es nur wenige aussagekräftige Messungen. Jene von *SnowSET1* sind nur sehr schwer auszuwerten, da mit einer veralteten Messsonde (Leiter nicht ganz parallel zueinander) gemessen wurde. Im Weiteren werden keine Messungen dieser Anlage behandelt, sondern nur Messungen von *SnowSET2*. Diese war bereits mit dem 3-Leiter-Flachband ausgestattet. Die aussagekräftigste Messung stammt von *SnowSET2*, nachdem zwei künstlich geschaffene Schneeschichten um das 3-Leiter-Flachband präpariert wurden. Zum Vergleich wird eine Messung ohne Schnee (nur in Luft) angeführt.
Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Messanordnungen waren die Anlagen auf der Wurzeralm so konstruiert, dass gleich nach dem Koaxialkabel-Flachband-Übergang das Flachband vom Schnee umgeben war. Mit dieser Messanordnung ist es weitaus schwieriger die unterste Schneeschicht richtig auszuwerten, da direkt nach der Reflexion vom Koaxialkabel-Flachband-Übergang die Reflexion der ersten Schneeschicht folgt. Diese beiden sehr kurz aufeinander folgenden Reflexionen sind schwer aufzulösen. Aus diesem Grund sollte bei zukünftigen Messanordnungen zwischen der Kontaktierungsstelle des Flachbandes und dem Schnee das Flachband mindestens 20-30cm von Luft umgeben sein, sodass sich die Messkurve "einpendeln" kann – also Kontaktierungsreflexion und Overshoot ganz abgeklungen sind. Trotz dieses suboptimalen Messaufbaues konnten die zwei Schneeschichten zufriedenstellend ausgewertet werden. Die Reflexionen an den Schichtgrenzen sind allerdings schwächer ausgeprägt als jene bei den Messungen in Kapitel 9.8. Das liegt abgesehen von dem suboptimalen Messaufbau auch an der Ähnlichkeit der Schneeschichten. Die zwei präparierten Schneeschichten unterschieden sich nur aufgrund ihrer Dichte, jedoch nicht in ihrem Wasseranteil bzw. ihrer Feuchtigkeit. Komprimierter Pulverschnee unterscheidet sich von lockerem Pulverschnee weniger stark als von nassem Schnee, da sich hierbei nur die Dichte (Kristallanteil zu Luftanteil) und nicht die Wassermenge ändert. Wasser hat aber eine viel höhere relative Permittivität ($\epsilon_{Wasser} \approx 88$) als Schnee oder Eis ($\epsilon_{Eis} \approx 2-4$). Deshalb ist es sicherlich auch schwierig, gefährlichen Triebschnee (gebundener Pulverschnee)

von eher harmlosen Pulverschnee messtechnisch unterscheiden zu können.
Es wurden bei der Überlagerung von vielen Messkurven über verschiedene Zeitintervalle wiederum Höhenabweichungen der Messkurven beobachtet, welche schon in Kapitel 9.4.5 anhand von Abb. 9.18 erklärt wurden. Der Grund dürfte die Stückelung des Koaxialkabels mittels einer Schraubverbindung sein. Das bewirkt scheinbar einen zu großen Wellenwiderstandsunterschied und führt zu Reflexionen und zu einem Höhenverschub der Messkurven wie man in Abb. 9.18 sehen kann. Die Reflexionen an der Koaxialkabel-Stückelung sind in Abb. 9.42 und Abb. 9.45 grün gekennzeichnet. Des Weiteren ist zu klären, wieso die detektierten vorlaufenden Pulsflanken (Anstieg der Messkurve von -1 auf 0) bei unterschiedlichen Messwerten den Detektor passieren – also die Kurven zueinander horizontal und somit zeitlich verschoben sind.
Die Dicke des obersten Klemmblockes ist nicht genau bekannt, dürfte aber bei etwa 5cm liegen und wird im Weiteren auch so angenommen. Es ergibt sich dadurch eine Gesamtlänge des Flachbandes von 3,65m. Es wird wiederum mit dieser Länge kalibriert.

9.9.1 Leermessung ohne Schnee – nur Luft und Plastikklemmblöcke

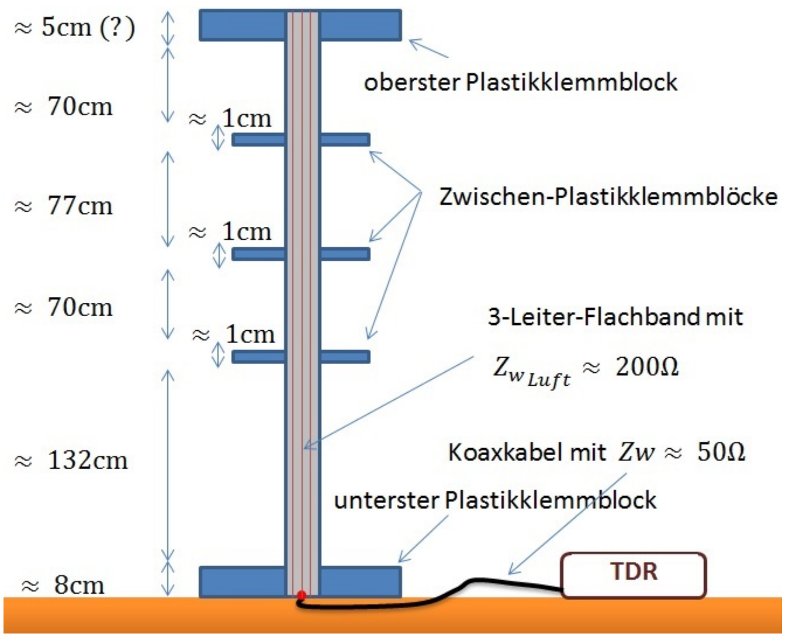


Abb. 9.41: **Schematische Zeichnung von *SnowSET2*** *auf der Wurzeralm ohne Schneeschichtung*

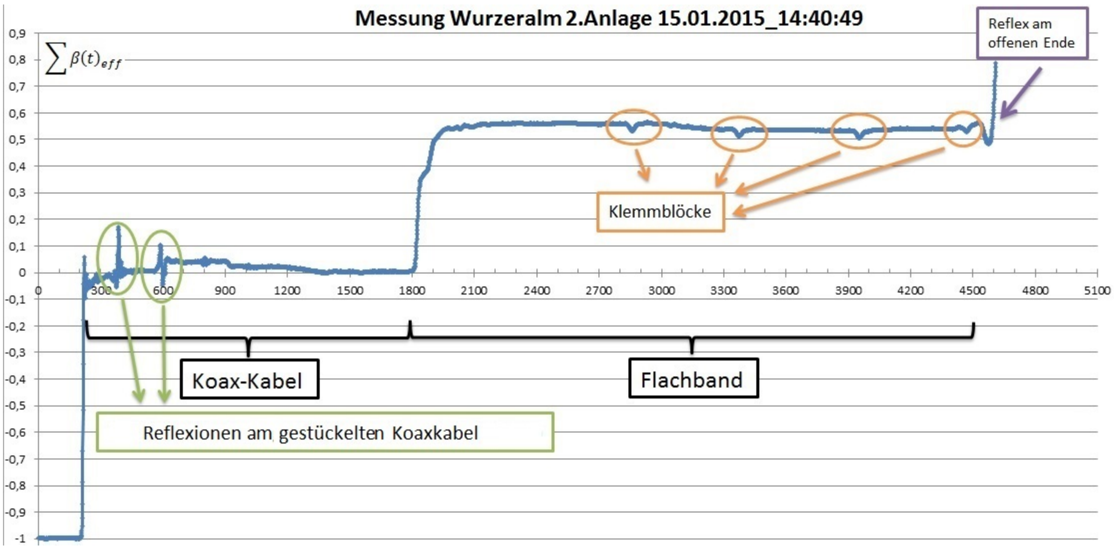
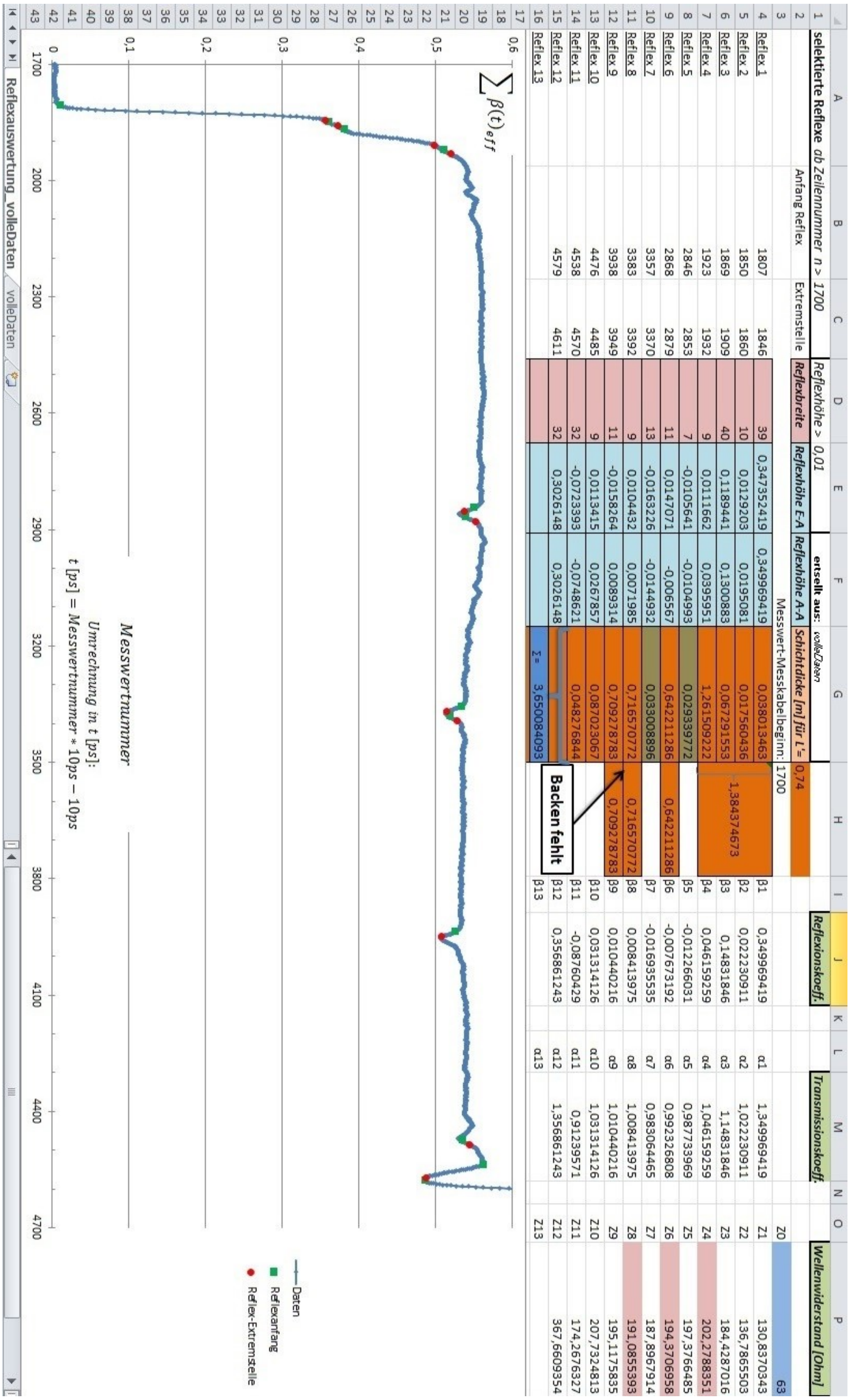


Abb. 9.42*: Leermessung mit *SnowSET2 *auf der Wurzeralm*

Wie man anhand der Auswertung der Leermessung in Abb. 9.43 sieht, weichen die Distanzen zwischen den Klemmblöcken um ca. 6-7cm von der Realität ab, was einer Abweichung von ca. +10% entspricht. Der dritte Klemmblock wird vom Auswertungsprogramm (Makro) nicht detektiert und ist daher in der Auswertung nicht enthalten. Daran sieht man, dass es nicht immer einfach ist alle relevanten Reflexionen mithilfe der Makros zu detektieren. Die Klemmblöcke selbst (in der Auswertung grün markiert) sind um ca. 100% – 200% zu dick. Der Grund dafür ist deren geringe Dicke in Verbindung mit der Reflexionsverbreiterung (keine scharfen Pulsflanken aufgrund realer Leitungen und endlicher Rise-Time).
Die beiden grün markierten Reflexionen in Abb. 9.43 und Abb. 9.45 treten wie schon erwähnt aufgrund des gestückelten Koaxialkabels zwischen *STDR-65* und dem Flachband auf. Es sollte daher immer ein Koaxialkabel ohne Störstellen (z.B. Stückelung, Knick, usw.) verwendet werden, sodass keine unerwünschten Reflexionen entstehen können.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	O	P
1	selektierte Reflexe ab Zeilennummer n >	1700		Reflexhöhe > 0,01		ertsellt aus:	volleDaten			Reflexionskoeff.		Transmissionskoeff.		Wellenwiderstand [Ohm]
2		Anfang Reflex	Extremstelle	Reflexbreite	Reflexhöhe E-A	Reflexhöhe A-A	Schichtdicke [m] für L'=	0,74						
3							Messwert-Messkabelbeginn:	1700					Z0	63
4	Reflex 1	1807	1846	39	0,347352419	0,349969419	0,038013463	1,384374673	β1	0,349969419	α1	1,349969419	Z1	130,8370343
5	Reflex 2	1850	1860	10	0,0129203	0,0195081	0,017560436		β2	0,022230911	α2	1,022230911	Z2	136,7865503
6	Reflex 3	1869	1909	40	0,1189441	0,1300883	0,067291553		β3	0,14831846	α3	1,14831846	Z3	184,4287016
7	Reflex 4	1923	1932	9	0,0111662	0,0395951	1,261509222		β4	0,046159259	α4	1,046159259	Z4	202,2788351
8	Reflex 5	2846	2853	7	-0,0105641	-0,0104993	0,029339772		β5	-0,012266031	α5	0,987733969	Z5	197,3766485
9	Reflex 6	2868	2879	11	0,0147071	-0,006567	0,642211286	0,642211286	β6	-0,007673192	α6	0,992326808	Z6	194,3706958
10	Reflex 7	3357	3370	13	-0,0163226	-0,0144932	0,033008896		β7	-0,016935535	α7	0,983064465	Z7	187,8967914
11	Reflex 8	3383	3392	9	0,0104432	0,0071985	0,716570772	0,716570772	β8	0,008413975	α8	1,008413975	Z8	191,0855393
12	Reflex 9	3938	3949	11	-0,0158264	0,0089314	0,709278783	0,709278783	β9	0,010440216	α9	1,010440216	Z9	195,1175835
13	Reflex 10	4476	4485	9	0,0113415	0,0267857	0,087023067		β10	0,031314126	α10	1,031314126	Z10	207,7324813
14	Reflex 11	4538	4570	32	-0,0723393	-0,0748621	0,048276844		β11	-0,08760429	α11	0,91239571	Z11	174,2676327
15	Reflex 12	4579	4611	32	0,3026148	0,3026148		Backen fehlt	β12	0,356861243	α12	1,356861243	Z12	367,6609354
16	Reflex 13						Σ= 3,650084093		β13		α13		Z13	

Abb. 9.43: **Leermessung mit *SnowSET2* auf der Wurzeralm;** *vollständige Auswertung via Makros*

9.9.2 Messung der zwei präparierten Schneeschichten

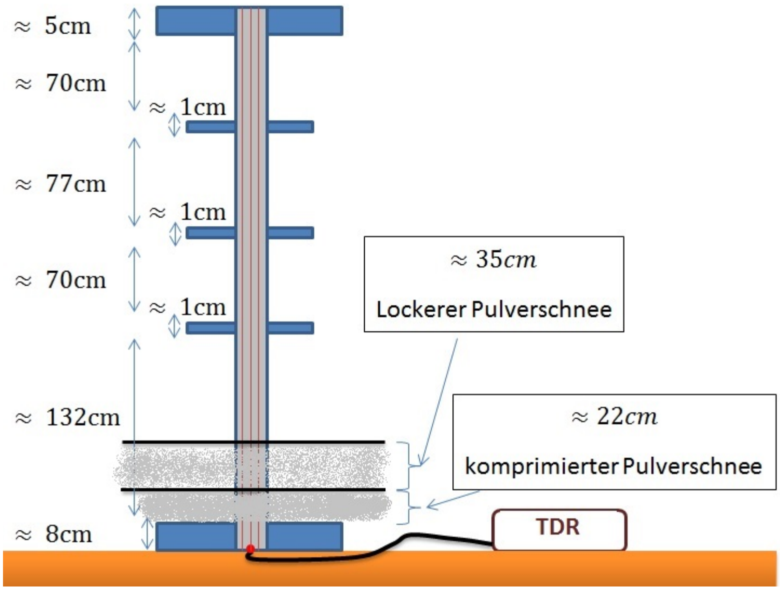


Abb. 9.44: **Schematische Zeichnung von *SnowSET2*** *auf der Wurzeralm mit Schneeschichtung*

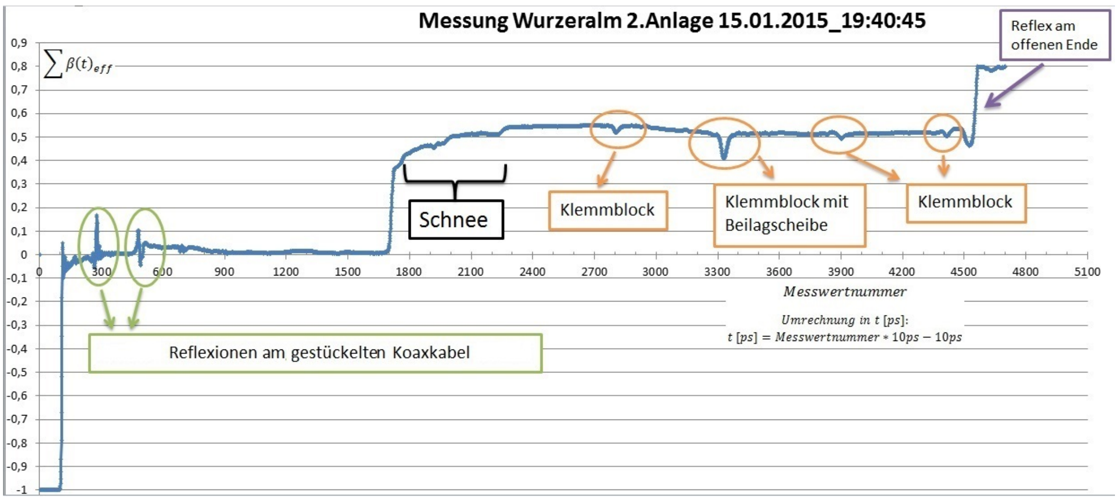


Abb. 9.45: **Messung der zwei künstlich geschaffenen Schneeschichten** *mit SnowSET2 auf der Wurzeralm*

Es wurden für diese Messung zwei Schneeschichten (22cm komprimierter und 35cm lockerer Pulverschnee) um das 3-Leiter-Flachband von *SnowSET2* präpariert und anschließend gemessen. Die gemessenen Schichtdicken (25cm und 35cm) stimmen bis auf einige Zentimeter mit den realen Werten überein, was einer maximalen Abweichung von ca. 10% entspricht. Die Abweichungen der Distanzen zwischen den Klemmblöcken variieren, sind aber auch maximal im 10% Bereich. Die Klemmblöcke sind aufgrund der eingeschränkten Ortsauflösung im Zentimeterbereich um

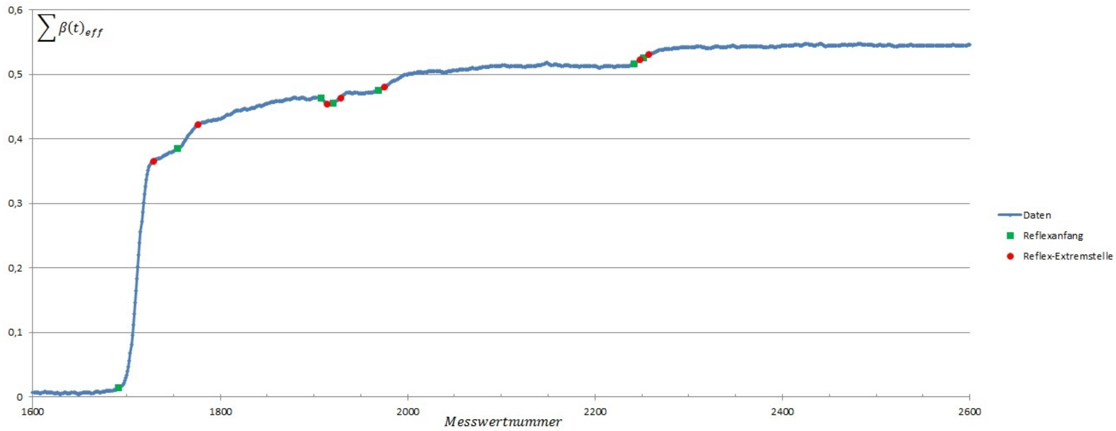
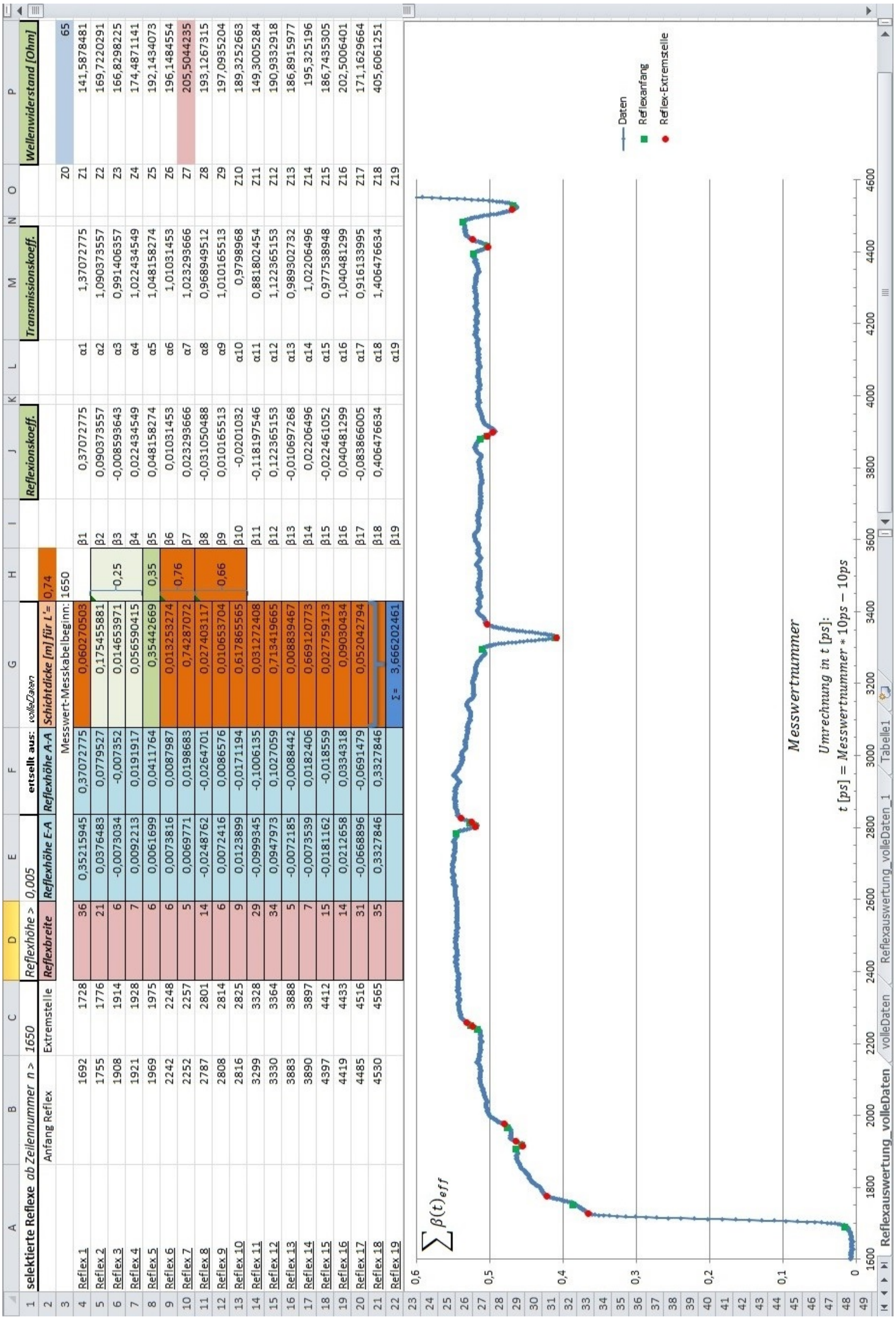


Abb. 9.46: **Ausgewerteter Messkurvenabschnitt 'Schnee'** *mit markierten Reflexionen*

100 – 200% zu dick. Der zweite Klemmblock wurde bei Wartungsarbeiten mit zwei Beilagscheiben verstärkt. Sie sind wegen ihrer metallischen Eigenschaft als viel stärkere Reflexion wahrzunehmen. Aufgrund der freien Ladungsträger im Metall bewirken die Beilagscheiben eine Vergrößerung der relativen Permittivität, da das E-Feld durch freie Elektronen, welche sich gegen dieses orientieren, geschwächt wird (Influenz). Der Kapazitätsbelag steigt deshalb im Bereich der Beilagscheiben an. Aufgrund der ferromagnetischen Eigenschaft des Metalls steigt auch der Induktivitätsbelag im Bereich der Beilagscheiben. Diese beiden Effekte führen zu einer effektiven Erniedrigung des Wellenwiderstandes, da die Erhöhung des Kapazitätsbelages die Erhöhung des Induktivitätsbelages überwiegt.
Der berechnete Wellenwiderstand für das Flachband in Luft ist mit 205,5Ω höher als die ermittelten Werte der Messungen in Kapitel 9.8 von ungefähr 190Ω. Dies kann durch eine möglicherweise leicht unterschiedliche Güte der Kontaktierung begründet sein.



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	O	P
selektierte Reflexe *ab Zeilennummer n >*		*1650*	*Reflexhöhe >*	*0,005*	ertsellt aus:	*volleDaten*			*Reflexionskoeff.*		*Transmissionskoeff.*		*Wellenwiderstand [Ohm]*
	Anfang Reflex	Extremstelle	*Reflexbreite*	*Reflexhöhe E-A*	*Reflexhöhe A-A*	*Schichtdicke [m] für L'=*	0,74						
						Messwert-Messkabelbeginn:	1650					Z0	65
Reflex 1	1692	1728	36	0,35215945	0,37072775	0,060270503		β1	0,37072775	α1	1,37072775	Z1	141,5878481
Reflex 2	1755	1776	21	0,0376483	0,0779527	0,175455881		β2	0,090373557	α2	1,090373557	Z2	169,7220291
Reflex 3	1908	1914	6	-0,0073034	-0,007352	0,014653971	0,25	β3	-0,008593643	α3	0,991406357	Z3	166,8298225
Reflex 4	1921	1928	7	0,0092213	0,0191917	0,056590415		β4	0,022434549	α4	1,022434549	Z4	174,4871141
Reflex 5	1969	1975	6	0,0061699	0,0411764	0,35442669	0,35	β5	0,048158274	α5	1,048158274	Z5	192,1434073
Reflex 6	2242	2248	6	0,0073816	0,0087987	0,013253274	0,76	β6	0,01031453	α6	1,01031453	Z6	196,1484554
Reflex 7	2252	2257	5	0,0069771	0,0198683	0,74287072		β7	0,023293666	α7	1,023293666	Z7	205,5044235
Reflex 8	2787	2801	14	-0,0248762	-0,0264701	0,027403117		β8	-0,031050488	α8	0,968949512	Z8	193,1267315
Reflex 9	2808	2814	6	0,0072416	0,0086576	0,010653704	0,66	β9	0,010165513	α9	1,010165513	Z9	197,0935204
Reflex 10	2816	2825	9	0,0123899	-0,0171194	0,617865565		β10	-0,0201032	α10	0,9798968	Z10	189,3252663
Reflex 11	3299	3328	29	-0,0999345	-0,1006135	0,031272408		β11	-0,118197546	α11	0,881802454	Z11	149,3005284
Reflex 12	3330	3364	34	0,0947973	0,1027059	0,713419665		β12	0,122365153	α12	1,122365153	Z12	190,9332918
Reflex 13	3883	3888	5	-0,0072185	-0,0088442	0,008839467		β13	-0,010697268	α13	0,989302732	Z13	186,8915977
Reflex 14	3890	3897	7	-0,0073539	0,0182406	0,669120773		β14	0,02206496	α14	1,02206496	Z14	195,325196
Reflex 15	4397	4412	15	-0,0181162	-0,018559	0,027759173		β15	-0,022461052	α15	0,977538948	Z15	186,7435305
Reflex 16	4419	4433	14	0,0212658	0,0334318	0,09030434		β16	0,040481299	α16	1,040481299	Z16	202,5006401
Reflex 17	4485	4516	31	-0,0668896	-0,0691479	0,052042794		β17	-0,083866005	α17	0,916133995	Z17	171,1629664
Reflex 18	4530	4565	35	0,3327846	0,3327846			β18	0,406476634	α18	1,406476634	Z18	405,6061251
Reflex 19						Σ= 3,666202461		β19		α19		Z19	

Abb. 9.47: **Wurzeralm Schneemessung mit *SnowSET2***; *vollständige Auswertung via Makros*

Kapitel 10

Schlussfolgerungen aus den TDR-Messungen

Anhand der durchgeführten Messungen, insbesondere an den in Kapitel 9.8 beschriebenen künstlich geschaffenen Eis- und Schneeschichten, können zusammenfassend folgende Aussagen gemacht werden:

- Die Messfrequenz sollte zwischen 1MHz und 100MHz liegen, da sich hier die relative Permittivität von Wasser am meisten von der relativen Permittivität von Eis unterscheidet und diese annähernd frequenzunabhängig sind.
- Für die Schneeschichtenmessung sind nur Einfach-Reflexionen von Bedeutung.
- Zur Auswertung der Schichtdicken ist aufgrund der durchzuführenden rekursiven Berechnung ein Computerprogramm notwendig.
- Das Auffinden der Reflexionen ist nicht trivial, da sie in ihrer Form variieren und keine idealen Sprungfunktionen mit klar definierten Anfängen und Enden sind.
- Die Ortsauflösung ist im einstelligen Zentimeterbereich. Die Dicke von Schneeschichten im zweistelligen Zentimeterbereich kann auf ca. ± 10% genau gemessen werden. Schneeschichten im einstelligen Zentimeterbereich können nur ungenau detektiert werden.
- Als Messsonde sollte das 3-polig kontaktierte 3-Leiter-Flachband verwendet werden.
- Die Art und die Güte der Kontaktierung des Flachbandes entscheidet über die genaue Reflexionshöhe und führt bei unterschiedlichen Kontaktierungen zu systematisch höhenverschobenen Kurven.
- Diese Unterschiede in der Reflexionshöhe können mithilfe einer Kalibrierung über die Länge einer bekannten Strecke am 3-Leiter-Flachband teilweise ausgeglichen werden.

- Das Bedienen der Auswertungs-Makros und das Kalibrieren verlangen Erfahrung und können nicht von Laien durchgeführt werden.
- Zwischen der Kontaktierungsstelle des Flachbandes und der ersten Schicht (z.B. Schnee) sollten mindestens 20-30cm vom Flachband von Luft umgeben sein, sodass die Reflexion an der Kontaktierungsstelle und der Overshoot die Reflexion an der Schneeschicht nicht überlagern.
- Das Koaxialkabel darf nicht gestückelt oder beschädigt werden, da sonst Reflexionen an den Übergangswiderständen detektiert werden.
- Verbesserungspotential hinsichtlich der Auswertungsgenauigkeit ('intelligentere' Algorithmen in den Makros) ist vorhanden
- Das *STDR-65* ist sehr empfindlich gegenüber statischen Entladungen (ESD-Schaden). Um das Risiko zu minimieren, sollte das Flachband am Ende kurzgeschlossen werden. Dies ist für die Messung selbst nicht relevant. Eventuell muss eine Abbruchbedingung in den Makros geändert werden, da die Reflexion am kurzgeschlossenen Ende ein negatives Vorzeichen besitzt.
- Wo die Grenzen der Schichtauflösung aufgrund zu geringem Unterschied in deren Impedanz (ähnlicher Schnee) liegen, konnte im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht ermittelt werden.
- Die berechneten relativen Permittivitäten von Schnee und Eis stimmen mit den berechneten Werten der Impedanzmessung (1. Teil dieser Diplomarbeit) und den Werten in der Literatur gut überein.
- Mithilfe von TDR-Messungen lassen sich Schneeschichten merklich unterschiedlicher Beschaffenheit zerstörungsfrei detektieren, sodass die ungefähren Schichtdicken sowie die Wellenwiderstände und die damit verbundenen relativen Permittivitäten bestimmt werden können.
- Indirekt kann die Schneedecke durch den Messaufbau beeinflusst werden, da bei einer stationären Anlage die Messsonde (Flachband) vom Schnee umgeben ist und dieser thermisch (Einstrahlung) und mechanisch (z.B.: Schwingungen) beeinflusst wird. Schon bei der Entstehung der Schneedecke kann das im Vorhinein aufgespannte Flachband den Schneedeckenaufbau beeinflussen und so zu Unterschieden in dessen Beschaffenheit im Vergleich zum restlichen Hang führen. Daraus könnte eine falsche Interpretation der Lawinengefahr folgen.

Kapitel 11

Verbesserungsmöglichkeiten und Ausblick für eine stationäre Messanlage wie *SnowSET*

Im Hinblick auf die Planung und Errichtung einer stationären Messanlage (*SnowSET*) sollten folgende Punkte beachtet werden:

- Die Anlage normal (90°) zum Hang aufstellen.
- Das TDR-Gerät gut isolieren, sodass keine starken Temperaturschwankungen und folglich Messungenauigkeiten auftreten.
- Beobachten, ob sich weitere temperaturbedingte Messabweichungen ergeben (z.B. Ausdehnung der Kabel und dadurch Änderung der Leitungsbeläge).
- Die Messfrequenz des TDRs sollte zwischen 1MHz und 100MHz liegen.
- Das 3-Leiter-Flachband sollte gut befestigt und abgespannt werden, sodass so wenig Vibrationen durch Wind wie möglich auftreten können.
- Einen Kompromiss zwischen ausreichender Befestigung und so wenig Kontakt zum Flachband (z.B.: Klemmblöcke) wie möglich finden, sodass keine unnötigen Reflexionen auftreten.
- Die Befestigungsstellen (z.B.: Klemmblöcke) am Flachband können der Kalibrierung dienlich sein.
- Mindestens 20-30cm nach der Kontaktierung der Kupferleiter soll das Flachband in Luft geführt werden, bevor es von Schnee umgeben wird.
- Die Enden des Flachbandes sollten aufgrund des geringeren ESD-Risikos kurzgeschlossen werden.
- Bei jedem Kontakt mit dem Messausgang des *STDR-65* und dem Flachband muss sichergestellt werden, dass man nicht aufgeladen ist. Ansonsten herrscht Gefahr eines ESD-Schadens!

- Es muss unbedingt ein Koaxialkabel mit $Z_w = 50\Omega$ an das *STDR-65* angeschlossen werden.
- Die Gesamtlänge (Flachband plus Koaxialkabel) des Messsystems sollte 20 Meter nicht überschreiten. So wird vermieden, dass Reflexionen der vorherigen Halbwelle gemessen werden.
- Alle Anschlüsse und Lötstellen müssen gegen Feuchtigkeit geschützt werden.
- Das Auswertungsprogramm sollte vollautomatisch funktionieren.
- Es sollten Zusatzmesssysteme wie ein Pyranometer, Windgeschwindigkeitsmessgerät, Luftfeuchtigkeitsmessgerät, eine Webcam und eventuell ein Ultraschallmessgerät zur externen Schneehöhenbestimmung installiert werden.
- Eventuell ergänzend zu den TDR-Messungen eine Impedanzmessung (1. Teil der Arbeit) installieren.
- Die gemessenen Schneeschichten sollten in der Erprobungsphase immer wieder mit gegrabenen Schneeprofilen verglichen werden.
- Beobachten, ob Kurven-Drifts (Höhenabweichungen) und Horizontalverschiebungen der Kurven auftreten und deren Grund feststellen.
- Eine zuverlässige Energieversorgung gewährleisten. Eventuell ist eine autarke Energieversorgung notwendig.
- Auflösungsgrenze von ähnlichen Schneeschichten ermitteln. Feststellen, ob sich Triebschnee von Pulverschnee messtechnisch unterscheiden lässt.

Literaturverzeichnis

[1] **K.Rommel**
Die kleine Leitfähigkeits-Fibel
Wissenschaftlich-Technische Werkstätten G.M.B.H., 2.Auflage August 1980

[2] **Prof. Wolfgang Gawlik**
Energieversorgung WS 2012
Skriptum, Institut für Energiesysteme und Elektrische Antriebe, TU Wien

[3] **Jr-Hung Lin**
Untersuchung der dielektrischen Relaxation von Wasser durch Molekulardynamiksimulation
Diplomarbeit, Max-Planck-Institut für biophysikalische Chemie in Göttingen, 2002
online verfügbar:
http://www.mpibpc.mpg.de/278012/Lin-Jr-Hung_2002_Diploma-thesie.PDF

[4] **website:**
http://www.chemie.de/lexikon/Wasser_(Stoffdaten).html

[5] **website:**
http://www.chemie.de/lexikon/Permittivität.html

[6] **Thomas Mühl**
Einführung in die elektrische Messtechnik
Vieweg+Teubner, 3.Auflage 2012

[7] **M. Schlup**
Elektrizitätslehre 3, Leitungstheorie
6. Dezember 2012
online verfügbar:
https://home.zhaw.ch/~ spma/Scripts/ET_ST/EL3/ Theorie/EL3_Th5_LT/EL3_Th5_LT.pdf

[8] **Christof Hübner**
Entwicklung hochfrequenter Messverfahren zur Boden- und Schneefeuchtebestimmung
Wissenschaftlicher Bericht FZKA6329 zur Dissertation
Forschungszentrum Karlsruhe (Technik und Umwelt), Institut für Meteorologie und Klimaforschung, 1999

website:
http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/fzk/6329/6329.pdf

[9] **Werner Munter**
3x3 Lawinen Risikomanagement im Wintersport
Pohl & Schellhammer 4.Auflage 2009

[10] **Torsten Fließbach**
Elektrodynamik, Lehrbuch zur Theoretischen Physik II
Springer Spektrum, 6.Auflage 2012

[11] **Wolfgang Demtröder**
Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik
Springer, 5.Auflage 2009

[12] **Wolfgang Demtröder**
Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper
Springer, 3.Auflage 2005

[13] **Victor F. Petrenko**
Electrical Properties of Ice
Special Report 93-20, publiziert von: American Society of Testing and Materials, August 1993
website:
http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a270432.pdf

[14] **N. H. Fletcher**
The Chemical Physics of Ice
Camebridge University Press, digitally printed version 2009

[15] **Victor F. Petrenko and Robert W. Whitworth**
Physics of Ice
Oxford University Press, published online January 2010

[16] **website:**
http://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_resistivity_and_conductivity#cite_note-44

Abbildungsverzeichnis