

DIPLOMARBEIT

Abgespannte Maste

Literaturstudie aktueller Bemessungsmethoden inkl. Stabilität

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines / einer
Diplom-Ingenieurs/ Diplom-Ingenieurin
eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Márton EÖRDÖGH

Matr.Nr.: 1327569

unter der Anleitung von

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Andreas KOLBITSCH**

Institut für Institut für Hochbau und Technologie
Technische Universität Wien,
Karlsplatz 13/ 206, A-1040 Wien

Wien, Oktober 2017

Inhalt

Kurzfassung	6
Summary	6
1. Einleitung	7
1.1. Allgemeines und Funktion	7
1.2. Funktechnik – Überblick	9
1.3. Übliche Konstruktionen	10
1.4. Konstruktionslösungen	11
2. Spezielle Probleme	13
2.1. Stabilität	13
2.1.1. Grundlagen	14
2.1.2. Historischer Überblick	14
2.1.3. Druckstäbe in der Praxis	15
2.1.4. Plastisches Knicken	18
2.1.5. Imperfekte Stäbe	20
2.1.6. Postkritische Phase	21
2.1.7. Lokale und globale Nachweise	23
2.1.8. Auswirkung der nicht-richtunghaltenden Lasten	24
2.1.9. Elastische Stützung des Knickstabes in Querrichtung	26
2.1.10. Zusammengesetzte Querschnitte	27
2.2. Nichtlinearität	28
2.3. Wind- und Eislasten	29
2.4. Erdbeben	32
2.5. Temperatur	32
3. Berechnungsmethoden	34
3.1. Modellierung des Mastes	34
3.1.1. Äquivalenter Biegebalken	35
3.1.2. 3D-Fachwerkmodell	40

3.1.3.	3D-Biegebalken	41
3.1.4.	Vergleich des Fachwerkmodells mit dem äquivalenten Stabmodell.....	41
3.2.	Modellierung der Abspannkabel	41
3.2.1.	Ersatz-Feder	42
3.2.2.	Nichtlineare Fachwerkelemente (veraltet).....	42
3.2.3.	Kabelemente	42
3.3.	Dynamische Analyse	43
3.3.1.	Aufbau des dynamischen Modells	44
3.3.2.	Effekt der räumlichen Variabilität.....	47
3.3.3.	Stark linearisiertes Modell	48
3.4.	Optimierung der Struktur	51
3.4.1.	Problemformulierung und Optimierungsmethoden	52
3.4.2.	Unterstrukturierungsverfahren.....	57
4.	Zusammenfassung	59
	Literatur	60
	Abbildungsverzeichnis	62
	Anhang	2
A.1.	Beispiele für Erdbebenbeschleunigungen	2
A.1.	Ergebnisse der Robust linearisierten seismischen Analyse in [8]	3
A.2.	Vergleich der in 3.4.1 beschriebenen Optimierungsmethoden	4

Ein Dank an meine Helfer, mit Liebe an meine Familie

Kurzfassung

In dieser Diplomarbeit werden die Berechnungsmethoden der abgespannten Maste zusammengefasst. Diese spezielle Konstruktionen sind durch charakterisierendes strukturelles Verhalten gekennzeichnet. Daher werden nach einer kurzen Einleitung erstens die möglichen und üblichen Konstruktionsarten zusammengefasst, und danach die Schwierigkeiten bei der Planung. Vor allem die Problematik der Stabilität, mit eigenartigen Versagensmethoden, wie die Auswirkung der nicht-richtunghaltenden Lasten ist. Es wird dann die Thematik Berechnungsmethoden, vor allem die gegebenen Möglichkeiten der FE-Modellbildung behandelt. Dann werden die Vor- und Nachteile der erwähnten Methoden verglichen. Als letztes wird die Frage der Optimierung behandelt.

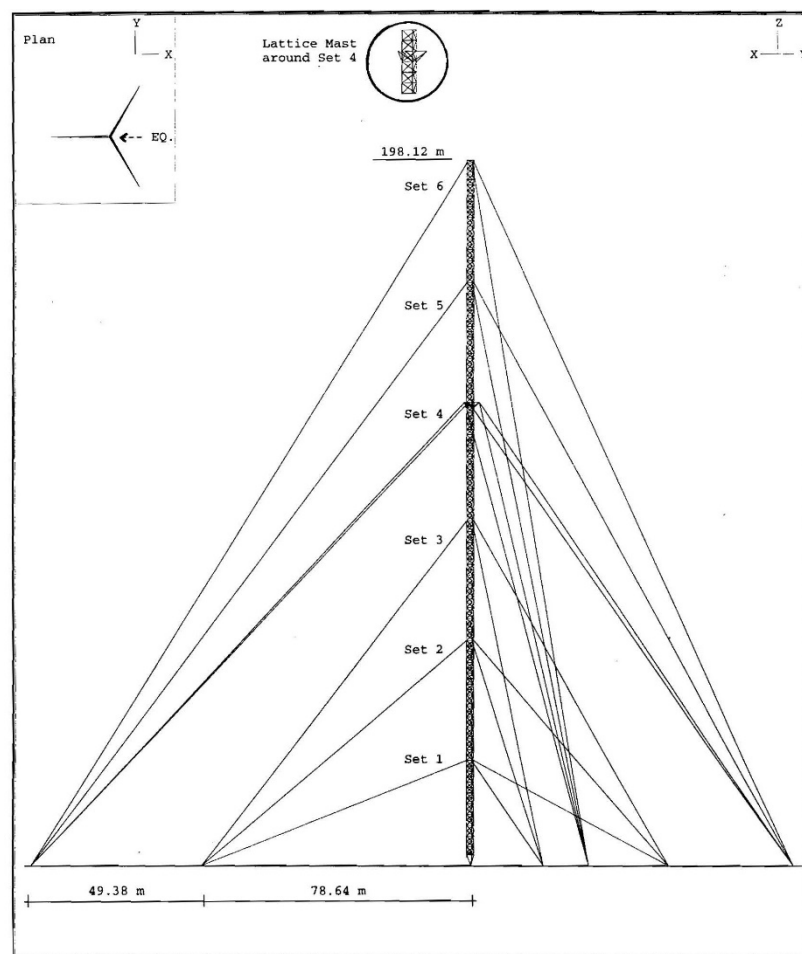
Summary

In this study, the calculation problems and solutions of the guyed mast towers are summarized. These structures are very special, and they are characterized by their unique structural behaviors. Beginning with brief introduction, the possible, and common construction types will be presented, and their difficulties in planning discussed. Problems of stability with specific failure methods, such as the effect of non-direction-keeping loads are some of the key subjects of the thesis. Several calculation methods are also discussed, with an emphasis on the given possibilities of FE model formation. The advantages and disadvantages of these calculation methods are then compared. Finally, the question of optimization is discussed.

1. Einleitung

1.1. Allgemeines und Funktion

Abgespannte Maste sind vertikale, hohe, schlanke Stahlkonstruktionen, deren Stabilität gegen horizontal wirkende Kräfte, wie z.B. Windbeanspruchungen, durch in der Regel in mehreren Ebenen entlang der Masthöhe angeschlossenen Abspannkabel gewährleistet wird. Die Kabel sind meistens unter gleichen Winkeln rund um den Mast angeordnet. Bei diesen Konstruktionen werden die Vorteile des steiferen Mastes mit den Vorteilen einer



1-1. Abb. Typische Geometrie eines abgespannten Mastes [14]

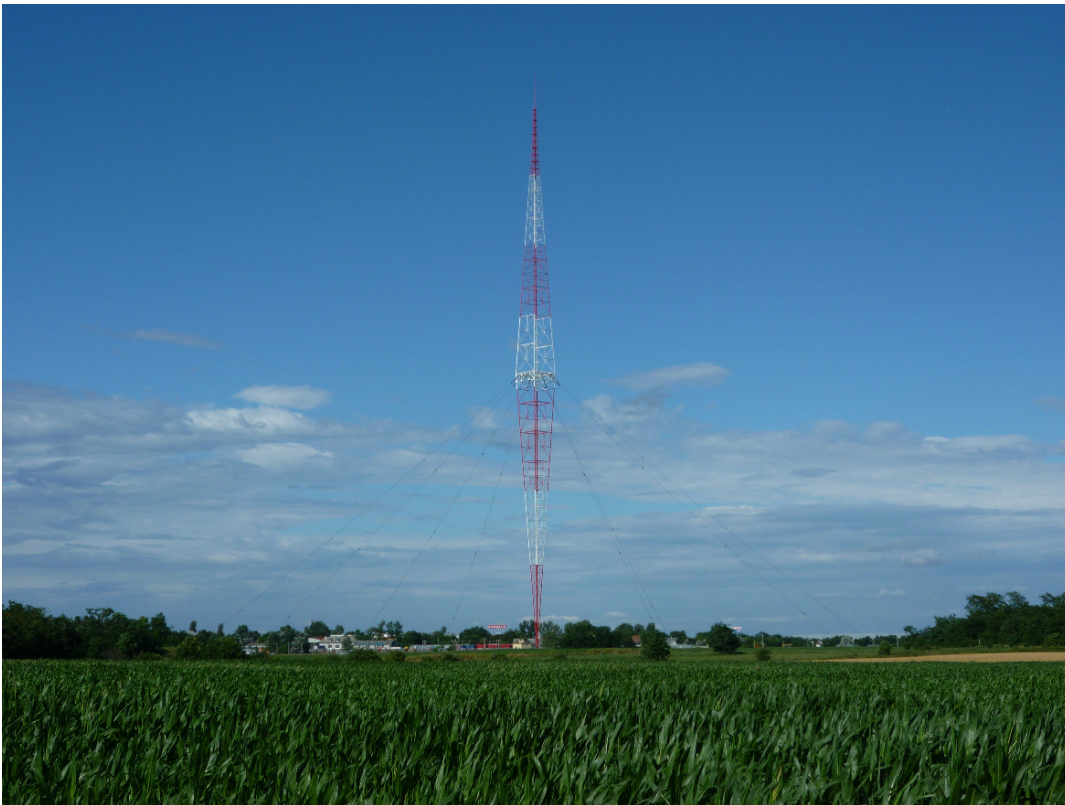
flexiblen Spannkabelstruktur kombiniert. Die vertikale Belastung wird durch den steifen Mast auf das Fundament übertragen und die horizontale Mastbewegung wird durch die Spannkabel unterbunden. Das tatsächliche Tragverhalten solcher Bauwerke ist äußerst kompliziert und erfordert eine detaillierte Betrachtung. Die Spannkabel weisen im Allge-

meinen ein nichtlineares Verhalten auf, insbesondere bei niedrigen Vorspannkraften. Durch Erhöhung der Vorspannkraften der Spannkabel verringert sich die Nichtlinearität ihres Tragverhaltens und erhöht die horizontale Steifigkeit der Konstruktion, jedoch führt diese Spannkrafterhöhung zu größeren Druckbelastungen und damit zu einem kritischeren Knickverhalten des Mastes.

Abgespannte Maste werden als turmartige Konstruktionen kategorisiert. Eine turmartige Konstruktion liegt vor wenn folgenden Bedingungen erfüllt werden:

- Die Höhe der Konstruktion ist mindestens fünf Mal so groß wie die größte Abmessung des Turmquerschnittes
- Die Höhe der Konstruktion ist größer als die übliche Größe von Wohnhausanlagen.
- Resultierende Exzentrizitäten aus Tragwerksverformungen sind nicht vernachlässigbar, d.h. bei diesen Tragstrukturen müssen die Effekte aus der Theorie zweiter Ordnung berücksichtigt werden.

Abgespannte Maste können durch Verwendung einer relativ geringen Menge an Materialien relativ große Belastungen bei bedeutenden Bauhöhen tragen. Diese Tragsysteme



1-2. Abb. Lakihegyi Sendemast (Ungarn) – Selbststrahler [28]

kommen häufig als Antennenträger in verschiedenen Bereichen des Telekommunikationsnetzes vor, z.B. für Sender-, Relais- und Empfängerantennen, oder auch als Selbststrahler. Ein Mast wird als Selbststrahler kategorisiert, wenn der Mast selbst die Antenne ist und zur Erzeugung der Langwellen dient. Antennen sind aus Drähten bestehende Geräte, die hochfrequenten Strom in elektromagnetische Strahlung umwandeln oder von Hochfrequenz wechselnden elektromagnetischen Feldstrom erzeugen. Um die erforderliche Qualität der Signalübertragung zu erreichen, müssen bei der Planung spezielle geometrische Bedingungen erfüllt werden. Die vertikalen und horizontalen Orientierungswinkel können sich im Falle eines Antennenträgers nur innerhalb eines kleinen Toleranzbereiches bewegen, weshalb eine strenge Verformungsbegrenzung des Mastbauwerkes notwendig ist. Außerdem muss auch die Verdrehung des Mastes um seine Längsachse minimiert werden. [20]

1.2. Funktechnik – Überblick

Für die Wellenlänge von Funkwellen gilt prinzipiell: Je kleiner die Antenne, desto höher die Frequenz.

Richtfunkantennen bestehen aus einem Parabolspiegel mit einem Durchmesser von mindestens 50 cm bis ca. maximal 10 m. Diese Funkwellen verbreiten sich im Gigahertzbereich. Aufgrund der Erdkrümmung beträgt die maximale Reichweite von zweihundert Meter hohen Masten ca. 60 km. Radio- und Fernsehantennen sind Ultrakurzwellensender und bestehen wegen der Rundumstrahlung in der Regel aus mehreren kastenförmigen, auf allen vier Seiten einer Turmspitze, angeordneten Einzelantennen.

Kurzwellenantennen sind großflächige, senkrecht stehende Antennen, die aus vertikal und horizontal gespannten Drähten bestehen. Dahinter befindet sich ein parallel gespannter Reflektor mit den gleichen Abmessungen. Große Antennen können sogar die Fläche von zwei Fußballfeldern einnehmen. Die Antennen sind entweder zwischen mehreren Türmen gespannt oder in neuer Bauart als drehbare Antennen (Drehstand) ausgeführt.

Mittelwellenantennen sind großflächige, kegelförmige Antennen, die aus Drahtseilen mit Höhen bis zu ca. 100 m bestehen. Die Wellenausbreitung erfolgt mit Bodenwellen mit ca. 200 km Reichweite. Langwellenantennen haben eine sehr große Länge von bis zu mehreren hundert Metern. Die Antenne steht senkrecht und wird in der Regel als Selbststrahler ausgeführt. Diese Anlagen stehen unter Strom und sind daher zum Erdboden und zu den Tragseilen mit Isolatoren bestückt. [19]

1.3. Übliche Konstruktionen

Abgespannte Mastbauwerke wurden rund um die 1930er Jahre entwickelt. Der Fernseh- und Rundfunk begann sich nach dem Zweiten Weltkrieg in Europa zu verbreiten, deshalb wurden die meisten Sendetürme dieser Kommunikationsnetze in Westeuropa während der Fünfzigerjahre gebaut. Mit der Verbreitung der Mobiltelefonie ist es bis heute notwendig die Telekommunikationsnetze ständig auszubauen, weshalb diese Bauwerke nach wie vor relevant sind und daher nach dem aktuellen Stand der Technik optimiert werden müssen.

Die maximal mögliche Reichweite der Signalübertragung ist abhängig von der Interaktion von elektromagnetischen Wellen und der Atmosphäre, von der Leistung der Sender, von der Empfindlichkeit der Empfänger, sowie dem Wirkungsgrad der Strahlung, der von dem Verhältnis der abstrahlenden Wellenlänge und der physikalischen Länge der Antenne abhängt. Dieser Umstand erfordert die Herstellung von Masten mit beträchtlicher Höhe. Die übliche Höhe einer Relais-Station beträgt 50 bis 150 m, ein Sendemast ist in der Regel deutlich höher, mit Höhen bis zu über 600 Metern. Abgespannte Maste sind im Regelfall kosteneffiziente Lösungen für hohe Konstruktionen ab 150 Metern und darüber, im Vergleich zu selbsttragenden Türmen.

Einige Beispiele für Sendemaste in den USA

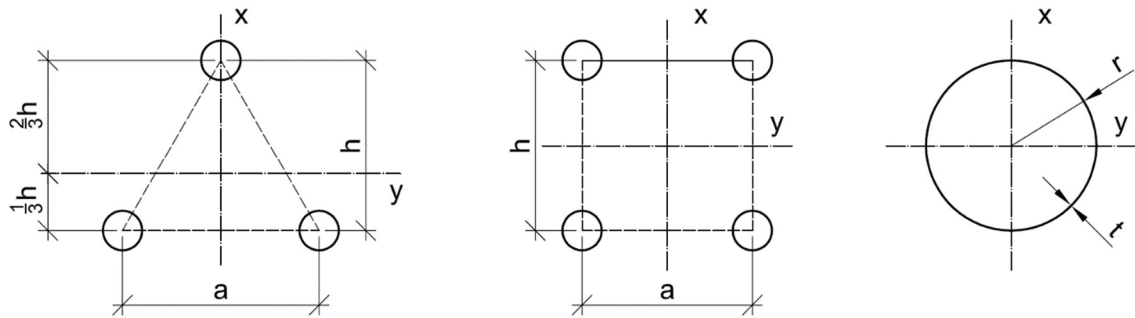
Der **WTVZ-Sendemast** ist ein 381 Meter hoher abgespannter Sendemast zur Verbreitung von UKW und TV-Programmen in Suffolk, Virginia, USA. (2002)

Der **KLDE-Sendemast** ist ein 615,1 Meter hoher Sendemast für UKW-Rundfunk und TV in der Nähe von Angelton in Texas, USA (1986)

Der **KDLT-Sendemast** ist ein 609,3 Meter hoher abgespannter Stahlfachwerkmast in der Nähe von Rowena, South Dakota, USA (1998) [28]

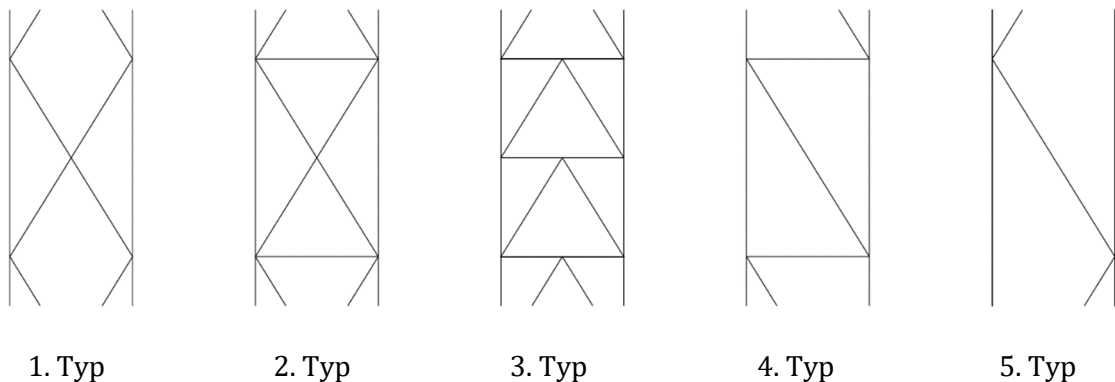
1.4. Konstruktionslösungen

Das am weitesten verbreitete statische System von Masten ist ein Fachwerk mit drei Gurten. Im Grundriss sind unterschiedliche Ausbildungen realisierbar (siehe **1-3. Abb.**). Es



1-3. Abb. Mögliche Ausbildungen des Mastquerschnitts

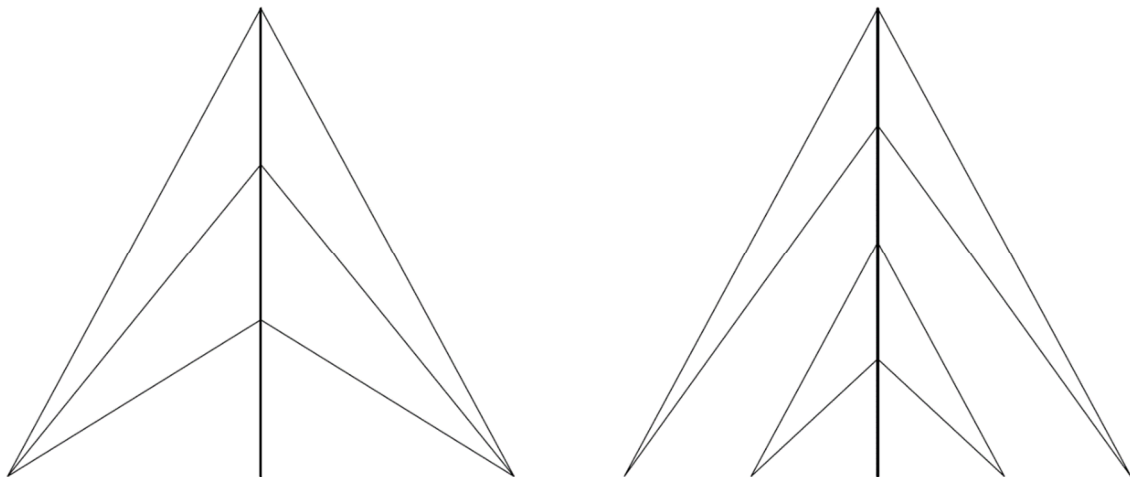
ist auch möglich, die Fachwerkkonstruktion mit vier Gurten auszuführen, in Sonderfällen können auch zylindrische Rohrquerschnitte gewählt werden. Der zylindrische Querschnitt besteht aus einem massiven Stahlrohr, diese Querschnitte können auch konisch ausgebildet werden. Bei Fachwerkkonstruktionen können die Eckstiele und Streben aus Winkelprofilen oder Rohren ausgebildet werden, eine gemischte Profilwahl ist auch möglich. Der Mastquerschnitt wird je nach den spezifischen Anforderungen an Steifigkeit, Tragfähigkeit und gestalterischen Anforderungen gewählt.



1-4. Abb. Übliche Fachwerkscheiben

In **1-4. Abb.** sind einige mögliche Fachwerkausbildungen dargestellt. Zur Reduzierung der Knicklängen der Eckstiele können Horizontalstäbe vorgesehen werden. Zusätzlich sorgen die Horizontalstäbe für die Weiterleitung der auf die Diagonalkreuze wirkenden Windlasten auf die Eckstielknoten.

Die Abspannkabel werden bei hohen Masten in mehreren horizontalen Ebenen an den Mast angeschlossen, Masten mit üblichen Höhen haben in der Regel drei oder vier Abspannebenen. Die Kabel, wie schon vorher erläutert werden in der Regel im Grundriss unter gleichen Winkeln angeordnet. Die Anzahl der Kabel in einer Ebene stimmt üblicherweise mit der Gurtanzahl des Querschnittes des Mastes überein, daher wird z.B. bei einem dreigurtigen Querschnitt eine Kabelanordnung mit drei Kabeln unter Winkeln von 120° gewählt. Die dreiseilige Abspannung ist wirtschaftlicher als die Vierseilige, da ein Fundament weniger benötigt wird. Um die Anzahl der Fundamente der Abspannkabel gering zu halten, werden wenn möglich die Kabel von unterschiedlichen Abspannebenen in demselben Fundament gebündelt und verankert. Bei dieser Konstruktionsweise besitzen die Spannkabel der verschiedenen Ebenen verschiedene vertikale Winkel, jedoch wird dadurch die Anzahl der benötigten Fundamente erheblich reduziert.



Vorteile	Nachteile	Vorteile	Nachteile
reduzierte Anzahl von Fundamenten	Unterschiedliche Anschlusswinkel der Kabel, daher unterschiedliche Normalkräfte	gleiche/ähnliche Anschlusswinkel der Kabel/ähnliche Normalkräfte	Größere Anzahl an Fundamenten, höhere Kosten

1-5. Abb. Beispiele für Kabelanordnung

In Fällen wo es strenge Begrenzungen an die maximale Verdrehung des Mastes um seine Vertikalachse gibt, z.B. bei Antennenträgern, werden die Kabel in einer oder mehreren Abspannebenen an einen Ausleger angeschlossen. Auf diese Weise wird die Torsionssteifigkeit des Mastes erhöht. (siehe „Set 4“ von Abbildung 1-1.)

Türme sowie abgespannte Maste gehörten schon immer zu solchen ingenieurtechnischen Anlagen, deren Ausführung konzentrierten geistigen und materiellen Aufwand und den Einsatz der modernsten Bautechnologien erforderte. In diesem Sinne sind Türme - auch für industrielle Zwecke entwickelte Türme - Symbole für die Zeit, in der sie gebaut wurden. Es ist daher wichtig, bei turmartigen Anlagen die funktionellen und ästhetischen Anforderungen und Kriterien umfassend zu in Einklang zu bringen. [20]

2. Spezielle Probleme

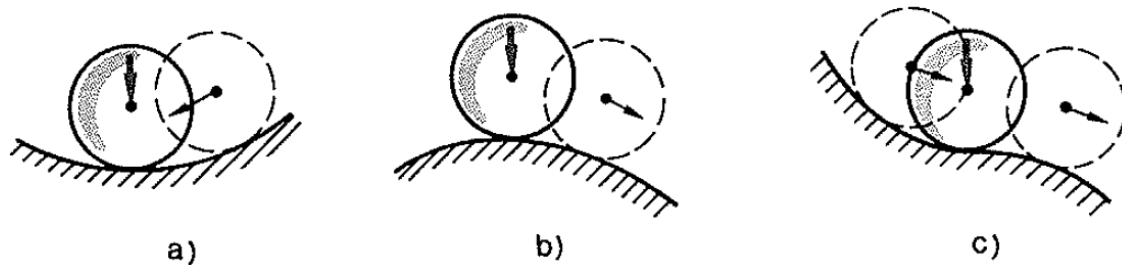
Spezielle Konstruktionen mit besonderem Tragverhalten, z.B. wie abgespannte Maste, weisen statische Eigenheiten auf deren detailliert Beachtung geschenkt werden muss. In diesem Teil der Arbeit wird auf einige dieser Phänomene näher eingegangen.

2.1. Stabilität

Der Verlust der Tragfähigkeit einer statisch belasteten Konstruktion kann durch zwei grundsätzlich verschiedene Versagensarten beschrieben werden. Einerseits das Materialversagen, dies tritt auf wenn die Spannungen in den Konstruktionen die Materialfestigkeiten überschreiten. Mit diesem Mechanismus beschäftigt sich die Bruchmechanik. Andererseits mit dem Verlust der Stabilität, wenn die Systemsteifigkeiten nicht ausreichen um die Konstruktion in Gleichgewichtslage zu halten. Dies tritt bei einer lokalen oder absoluten Maximalstelle des Kraft-Verschiebungs - Diagrammes auf. Der Begriff der Stabilität spielt in vielen Bereichen eine große Rolle und es ist ratsam, statt einer allgemeinen Definition pro Spezialgebiet eine genauere, genauere Formulierung zu verwenden. Im Fall von Tragkonstruktionen kann die Definition des Stabilitätsverlustes wie folgt formuliert werden: Eine plötzliche Änderung in dem Verhalten der Konstruktion oder des Strukturelementes, die durch die Querschnittsspannungen nicht erklärbar ist, kann zu einer schlagartigen und erheblichen Verringerung der Tragfähigkeit führen.

2.1.1. Grundlagen

Die möglichen Zustände der Stabilität können am einfachsten auf der Basis der 2-1. Abb. dargestellt werden. Ausgehend der kinematischen Überlegungen kann festgestellt werden,



2-1. Abb. Stabile und instabile Gleichgewichtszustände – [23]

dass es verschiedene Arten des Gleichgewichtes bei der Störung der Gleichgewichtslage gibt. In 2-1. Abb. (a) ist die stabiles Gleichgewicht ersichtlich, das System kehrt in diesem Fall wieder in seine Ursprungslage zurück. Im Fall 2-1. Abb. (b und c) liegt instabiles Gleichgewicht vor. Im instabilen Zustand gibt es einen labilen Fall in dem sich die Kugel bewegt und sich weiter beschleunigt und es gibt einen indifferenten Fall, hier bleibt die Kugel in einer benachbarten Lage liegen. Die Grundlage zur Feststellung des Gleichgewichtszustandes ist die potenzielle Energie. Die betrachtete Kugel kann sich nur parallel zur Ebene der Abbildung, welche einen Freiheitsgrad aufweist, bewegen. Die Funktionen der potenziellen Energie die auftreten können, zeigen die Kurven auf, auf denen sich die Kugel bewegen kann. Im Gleichgewichtszustand ist die erste Ableitung der potenziellen Energie immer gleich null, die Frage, ob es um einen stabilen oder instabilen Zustand geht, kann durch die zweite Ableitung beantwortet werden. Falls die zweite Ableitung positiv ist, dann ist es eine Minimumstelle von der Funktion der potenziellen Energie, dieser Zustand ist daher stabil. Wenn die zweite Ableitung der potenziellen Energie negativ ist, die Funktion eine Maximalstelle hat, dann handelt es sich um einen instabilen Zustand. Der kritische Zustand wird dadurch erkannt, dass die zweite Ableitung gleich null ist. In diesem Fall gibt es immer in der Nähe der Gleichgewichtslage eine andere Lage, die auch im Gleichgewicht liegt – indifferenten Zustand. Die obigen Aussagen treffen auf einen starren Körper zu, können aber auch für andere mechanische Systeme angewendet werden. [23]

2.1.2. Historischer Überblick

Die Stabilitätsprüfung der Tragkonstruktionen spielt bei der Planung eine besonders wichtige Rolle, aufgrund der oben genannten Eigenschaften des Stabilitätsverlustes. Dem-

entsprechend haben sich seit langem viele Forscher und Ingenieure mit Stabilitätstheorie und Stabilitätstests beschäftigt, so ist die Stabilitätstheorie heute ein eigenes Kapitel der Mechanik, die eine detailliert ausgearbeitete Theorie darstellt. Die Grundsätze der Stabilitätstheorie wurden schon vor 250 Jahren von Euler festgelegt, der eine Formel (2.1) für das kritische Lastniveau der schlanken elastischen perfekten zentrisch belasteten Stäbe aufstellte.

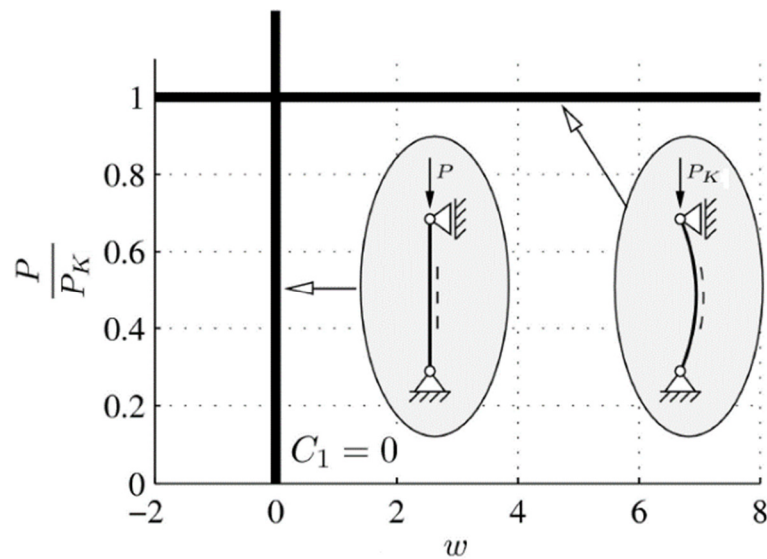
$$P_y = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.1)$$

Im Jahre 1807 bestimmte Thomas Young die theoretische Verformungskurve der exzentrisch belasteten und ursprünglich gekrümmten Stäbe, aber erst 1858 wurde die Sekantenformel entwickelt, die später als Grundlage für Eisenbahnbrücken herangezogen wurde. In den späten 1800er Jahren standen Dehnungsmessinstrumente zur Verfügung und damit wurde die experimentelle Forschung möglich. Euler hat die kritische Last unter der Annahme des linearen Materialverhaltens untersucht. Im Jahre 1850 hat Tetmajer auf seinen im Zürcher Materialprüfungsanstalt durchgeführten Experimenten basierend, im Falle eines plastischen Knickstabs, einen linearen Zusammenhang angenommen. Weiterentwicklungen der Euler-Formel zur Anpassung an den unelastischen Bereich des Metallverhaltens kamen zwischen 1889 und 1910. Die Bedeutung dieser Formeln wurde von Shanley 1947 verdeutlicht. Es ist möglich geworden, die theoretische kritische Belastung eines anfangs geraden Stahlträgers mit einer angenommenen elastisch-plastischen bilinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung und einem doppelt symmetrischen Restspannungsmuster zu bestimmen. [21]

2.1.3. Druckstäbe in der Praxis

Die Euler-Last ist die kritische und für praktische Zwecke die maximale Belastung, von einem geraden, zentral belasteten Stab, der schlank genug ist, um bei einer niedrigeren Belastung als die Proportionalitätsgrenze des Materials erlauben würde, zu knicken. Bei dem kritischen Lastniveau führt jede geringfügige Störung des Gleichgewichtszustands zur Formänderung des ursprünglich geraden Stabs, es treten Knicke auf. Bei diesem Belastungsgrad gibt es eine andere Gleichgewichtsform, die als eine Verzweigung des Kraft-Verschiebungs – Diagramms erscheint. (siehe **2-2. Abb.**) Über dieser Lastgrenze existiert theoretisch die knickfreie Form, jedoch kann diese nicht realisiert werden, weil es in der

Praxis keinen perfekten Stab ohne jegliche Exzentrizitäten gibt. Die Gleichung (2.1) hat





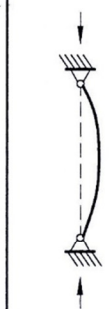







2-2. Abb. Kraft-Verschiebung - Diagramm des ersten Eulerfalles – [29]

unendlich viele Lösungen, die Knickform des Stabs kann mehreren Funktionen folgen. Diese Funktionen sind immer Sinusfunktionen, die Wellenlänge und Anzahl können unterschiedlich sein. In der Ingenieurpraxis ist immer nur die niedrigste Knicklast relevant, weil dieses Lastniveau schon zum Versagen der Konstruktion führt. Die Größe der kritischen Last hängt von der Biegesteifigkeit des Stabes und von den Randbedingungen ab. Die Gleichung (2.2) ist die Euler Formel, gelöst für den zweiten Eulerfall (Gelenkiger Anschluss an beiden Stabenden).

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2} \quad (2.2)$$

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(K \cdot L)^2} \quad (2.3)$$

In der Praxis gibt es viele mögliche Kombinationen der Auflagerbedingungen, bei der Untersuchung des elastischen Knickens ergibt diese Variation einen bedeutenden Unterschied. Während der Lösung der Differentialgleichung müssen andere Randbedingungen

	Gestützte elemente			Kragarme		
Geknickte Form						
Faktor für effektive Länge	0.7	0.85	1.0	1.2	2.2	2.2
Symbole für Randbedingungen	 = Verdrehung fest, Verschiebung fest			 = Verdrehung fest, Verschiebung frei		
	 = Verdrehung frei, Verschiebung fest			 = Verdrehung frei, Verschiebung frei		

2-3. Abb. Effektive Länge für zentrisch belastete Stäbe mit verschiedenen Auflagerbedingungen - [26]

berücksichtigt werden. Die ausgeknickte Form des Stabes ist in diesem Fall auch sinusförmig, aber die Wellenlänge kann bei verschiedenen Fällen unterschiedlich lang sein und somit ist auch die Größe der kritischen Last unterschiedlich. Es wird deshalb in der Praxis der Faktor K eingeführt, um die Formel (2.3) für jegliche Stäbe mit unterschiedlichen Auflagerbedingungen anwenden zu können. Für reine Biegung ist $K \cdot L$ die Länge zwischen den Wendepunkten der Knickformfunktion, und wird als effektive Länge bezeichnet. Die **2-3. Abb.** zeigt die effektiven Längen von zentrisch belasteten Knickstäben mit unterschiedlichen idealisierten Auflagerbedingungen, die entweder vollständig gegeben oder gar nicht vorhanden sind. Am Beispiel eines idealen Stabes mit reibungslosen Gelenken, der eine freie Verdrehung der Stabenden ermöglicht, ist der Faktor K gleich 1,0. Die effektive Länge eines Stabes mit gegen Verdrehung befestigten Stabenden beträgt $0,5 L$. Einer oder beide Wendepunkte können entweder innerhalb oder außerhalb der tatsächlichen Stablänge liegen und somit sind die theoretischen Werte von K im Bereich von 0,5 bis unendlich.

Für die FE-Modellierung des Mastes kann ein Fachwerkmodell verwendet werden. In diesem Fall werden die Lasten nur an den Gelenken aufgebracht, dadurch erfahren die

Stäbe nur eine Normalkraftbeanspruchung. Verschiebungen sind dann nur den axialen Verformungen der Stäbe unter Normalkraft zu verdanken. Wenn andererseits die Anschlüsse verschweißt oder stark verschraubt oder vernietet sind, tritt eine Sekundärbiegung auf. Die Wirkung der sekundären Verschiebungen auf die Knickfestigkeit des Stabes ist in der Regel klein und kann in der Knickanalyse vernachlässigt. Wäre jedes Element in einem Fachwerk mit dem effizientesten Stabquerschnitt geplant, würden die Knickspannungen in den Druckstäben und die Fließspannungen in den Zugstäben auf dem gleichen Niveau der Nutzlast sein. Auf dieser Basis würden keine Rückhaltekräfte an den Gelenken vorhanden sein und die äquivalente Länge wäre, einheitlich für alle Knickstäbe, der Abstand zwischen den Anschlüssen. Als ein weniger konservativer Ansatz kann für K kleiner als 1,0 gewählt werden, wenn die Anschlüsse des Fachwerks nicht rein gelenkig ausgebildet werden. [21] [29]

2.1.4. Plastisches Knicken

In der Praxis wird meistens mit den hervorgerufenen Spannungen gearbeitet, es ist zweckmäßig den Begriff der kritischen Spannung einzuführen. Betrachtet man einen zentrisch belasteten Stab mit gerader Stabsehne, knapp vor dem kritischen Zustand, errechnet sich die kritische Spannung, die dem kritischen Gleichgewichtszustand zugehörig ist, mittels Division der kritische Kraft durch die Querschnittsfläche des Stabes.

$$\sigma_{kr} = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi \cdot EI}{l^2 \cdot A} \quad (2.4)$$

Wenn der Flächenträgheitsradius und der Schlankheitsgrad angewendet werden, erhalten wir die folgende Form der Gleichung (2.4).

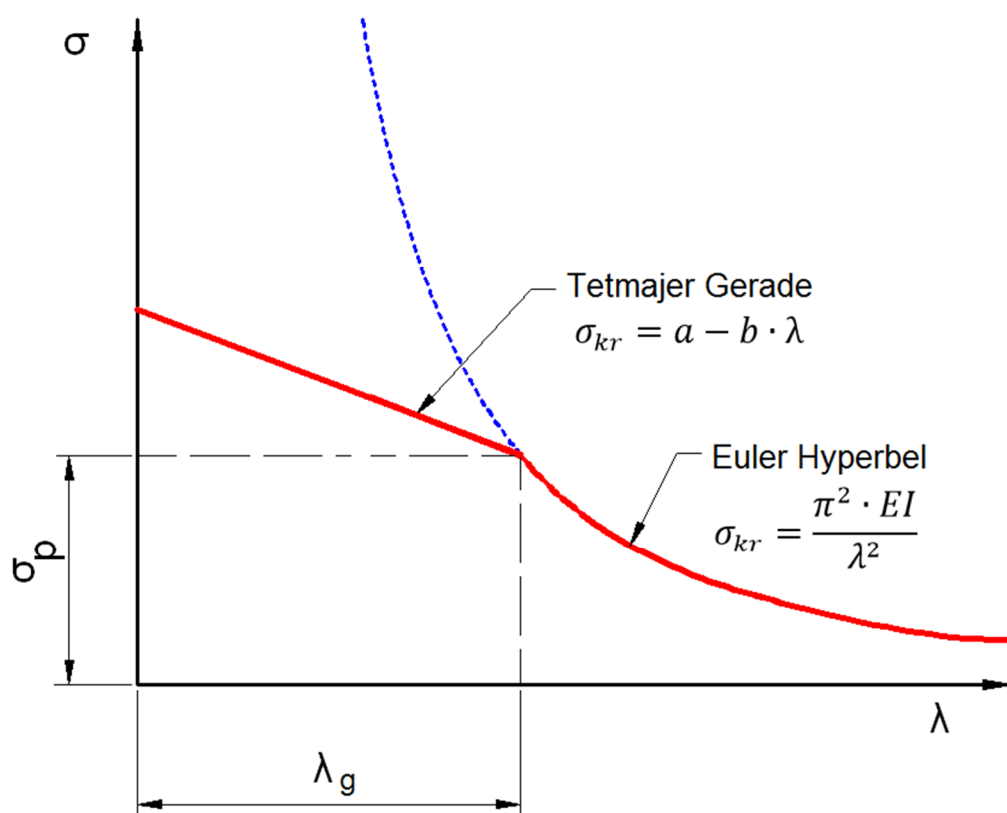
$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{\lambda^2} \quad (2.5)$$

$$\lambda_g = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.6)$$

Bei der Berechnung der kritischen Eulerschen Knicklast wird angenommen, dass für das Material des Stabes das Hookesche Gesetz gültig ist, also diese Formel liefert also nur bis

zur Proportionalitätsgrenze des Materials gute Ergebnisse. Im Falle einer Stahlstütze kann beispielsweise die Euler-Formel verwendet werden, wenn die durch (2.5) ermittelte kritische Spannung kleiner als die Fließgrenze des Stahls f_y ist. Somit kann der Begriff des Grenزشlankheitsgrades eingeführt werden. Der Grenزشlankheitsgrad kann in (2.6) ermittelt werden.

Die Knickstäbe, deren Schlankheitsgrad größer oder gleich so groß wie der Grenزشlankheitsgrad ($\lambda \geq \lambda_g$) ist, werden als schlanke Stäbe bezeichnet. Die Stäbe, die diese Voraussetzung nicht erfüllen, werden als gedrungene Stäbe bezeichnet. Bei diesen Stäben



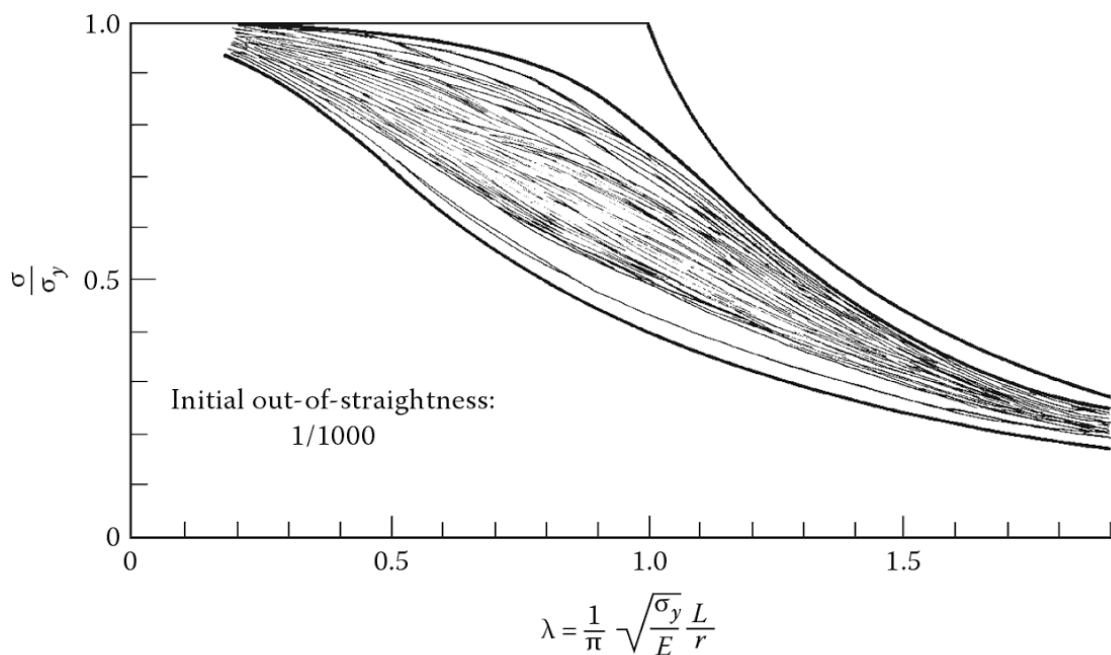
2-4. Abb. elastisches und unelastisches Knickverhalten -

ist der Schlankheitsgrad des Stabes kleiner als der Grenزشlankheitsgrad ($\lambda < \lambda_g$). Die genaue Untersuchung des plastischen Knickverhaltens eines Stabes ist eine komplizierte Aufgabe, ausgehend von verschiedenen Annahmen gibt es viele unterschiedlich ausgearbeitete Methoden. Eine von den einfachsten und ersten Methoden hat Tetmaier ermittelt, siehe 2-4. Abb. Er hat das unelastische Knickverhalten mit einer Gerade approximiert, abhängig von dem Material des Stabes hat er unterschiedliche Koeffizienten für die Gleichung der Gerade angegeben. In den heutzutage verwendeten Normen werden bei der

Knickbemessung Kurven verwendet, die durch Ergebnisse von derartigen Experimenten ermittelt worden sind. Diese sind für das elastische und plastische Knicken gültig. [21] [23]

2.1.5. Imperfekte Stäbe

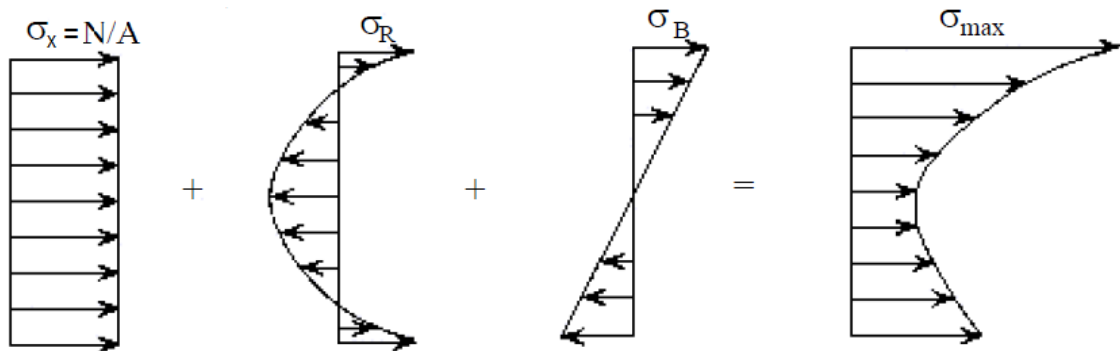
Das tatsächliche Verhalten von Stahlstäben ist signifikant verschieden von dem oben beschriebenen idealisierten Verhalten. Die Knickstäbe versagen in der Wirklichkeit bereits bevor die Eulersche Knicklast erreicht wird, und zwar aufgrund der Imperfektionen der



2-5. Abb. Maximale Tragfähigkeitskurven für einige Versuche von verschiedenen Stützentypen [21]

verschiedenen Elemente (Vorverformung des Stabes, die Eigenspannungen zufolge Herstellung, der Exzentrizität der Belastungskraft, und Aufhärten des Materials). Auf das Verhalten der gedrückten Stäbe haben die Vorverkrümmung und die Eigenspannungen den größten Einfluss. Diese Imperfektionen beeinflussen die Auslenkung und damit auch die Tragfähigkeit der Stäbe. Wie aus der **2-5. Abb.** ablesbar ist, zeigt das tatsächliche Verhalten bei mittlerem Schlankheitsgrad größere Unterschiede in der theoretischen Kurve als bei großer Schlankheit. Der Unterschied der Belastbarkeit ist nicht nur eine Funktion der Schlankheit, sondern auch der Imperfektion, je signifikanter die Imperfektion, desto größer ist der Unterschied zwischen dem tatsächlichen und dem theoretischen Verhalten. Die zufolge der Herstellung verbliebenen Eigenspannungen können Normalspannungen sein,

die das Fließen des Materials an einigen Querschnittsstellen verursachen können, was den Bereich des Querschnitts reduziert, der an axialer Lastenteilung teilnehmen kann. Das aus der Vorverkrümmung resultierende Biegemoment in dem Knickstab erzeugt eine Spannung, summiert man diese mit den Eigenspannungen auf, wird die in **2-6. Abb.** sichtbare

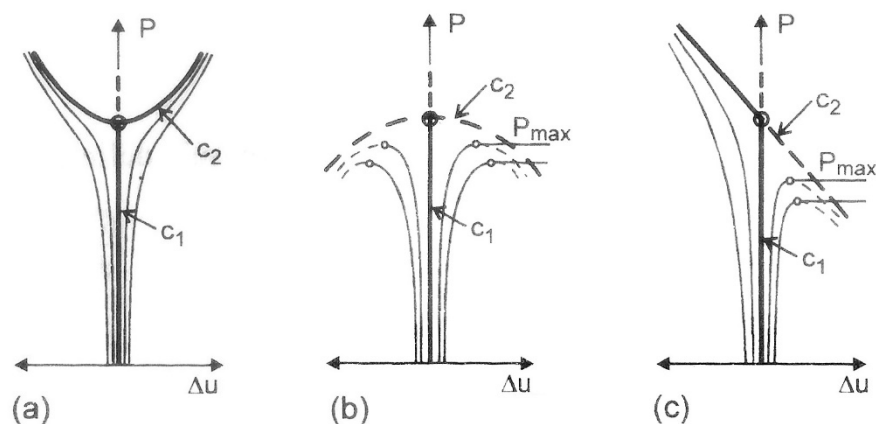


2-6. Abb. Spannungsverlauf einen imperfekten Knickstab

Spannungsverteilung gebildet. Wenn σ_{max} größer als die Streckgrenze ist, wird die tatsächliche Spannungsverteilung teilweise plastisch, und bestimmte Teile des Querschnittes befinden sich im Fließzustand. [21]

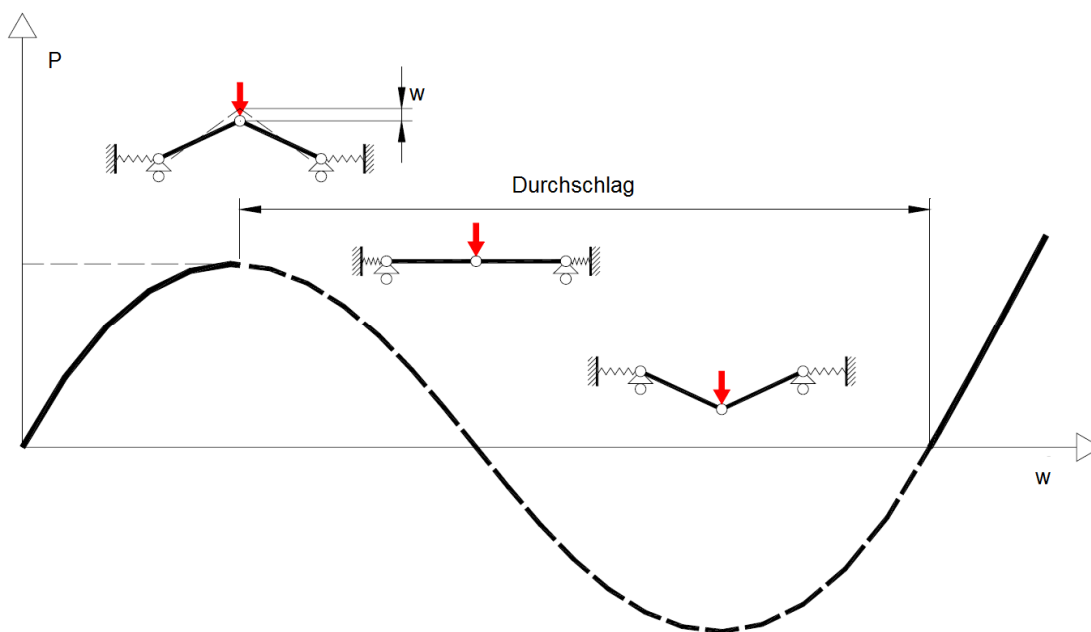
2.1.6. Postkritische Phase

Die Gefahren eines Stabilitätsproblems können anhand des Verhaltens der Struktur nach der Verzweigung im Kraft-Verschiebungs - Diagramm beurteilt werden. Einige mög-



2-7. Abb. Verhalten in postkritischer Phase - [22]

liche Fälle sind in **2-7. Abb.** dargestellt. Bei Beulen von Platten mit gestützten Kanten können Tragfähigkeitsreserven nach der Abzweigung in der postkritischen Phase, entdeckt werden, wie in **2-7. Abb.** (a) dargestellt. Der verbeulte Teil der Platte mit gestützten Kanten fällt aus der Lastenteilung aus, aber die Bereiche in der Nähe gestützter Kanten sind noch in der Lage zusätzliche Belastung aufzunehmen. Das Kraft-Verschiebung - Diagramm der schlanken gedrückten Stäbe in der postkritischen Phase ist nahezu horizontal, in diesem Fall gibt es keinen erheblichen Anstieg der Tragfähigkeit. Ähnlich ist die Situation beim Biegedrillknicken von Biegeträger und beim Beulen von schalenartigen Trägern. Im Falle von flachen Bögen und Scheiben ist es möglich, dass die Konstruktion die Stabilität durch große Verschiebungen so verliert, dass es kein plastischer Zustand hervorgerufen werden kann. Wenn der Grenzzustand erreicht ist, wird sich die Geometrie der Struktur verändern, die konvexe Form wird plötzlich konkav. Dieses Phänomen wird als Durch-



2-8. Abb. Durchschlag von einer Stabkonstruktion - [17]

schlag bezeichnet. Das Prinzip des Durchschlags ist anhand **2-8. Abb.** dargestellt, der strichlierte Teil des Kraft-Verschiebung - Diagramms beschreibt nicht die Wirklichkeit, es ist ~~nur~~ dargestellt, um die Verschiebung besser aufzeigen zu können. [17] [22]

2.1.7. Lokale und globale Nachweise

Bei dem Knicknachweis von Fachwerkträgern ist es wichtig, dass der Nachweis sowohl lokal als auch global durchgeführt wird. Das strukturelle Element, das für Druck am meisten beansprucht wird, muss den Nachweis ebenso erfüllen wie die vollständige Fachwerkstruktur, als ein einziges statisches System betrachtet. Im Eurocode wird das lokale Beulen des Querschnittes der Druckstäbe auf der Grundlage der Querschnittsklassifikation berücksichtigt. Die Querschnitte werden im der Eurocode danach eingestuft, ob Beulen oder Knicken zuerst auftritt, deshalb wird das Beulen des Querschnittes in dem Knicknachweis nicht berücksichtigt.

Querschnittsklasse 1: Die erste Querschnittsklasse umfasst Querschnitte, bei denen große Verformungen vor dem Beulen des Querschnittsbleches auftreten können. Die Rotationskapazität für Fließgelenke ist damit gegeben.

Querschnittsklasse 2: Die zweite Querschnittsklasse umfasst Querschnitte, bei denen vor dem Beulen des Querschnittsbleches der gesamte Querschnitt fließen kann. Die Rotationskapazität ist durch das Beulen eingeschränkt.

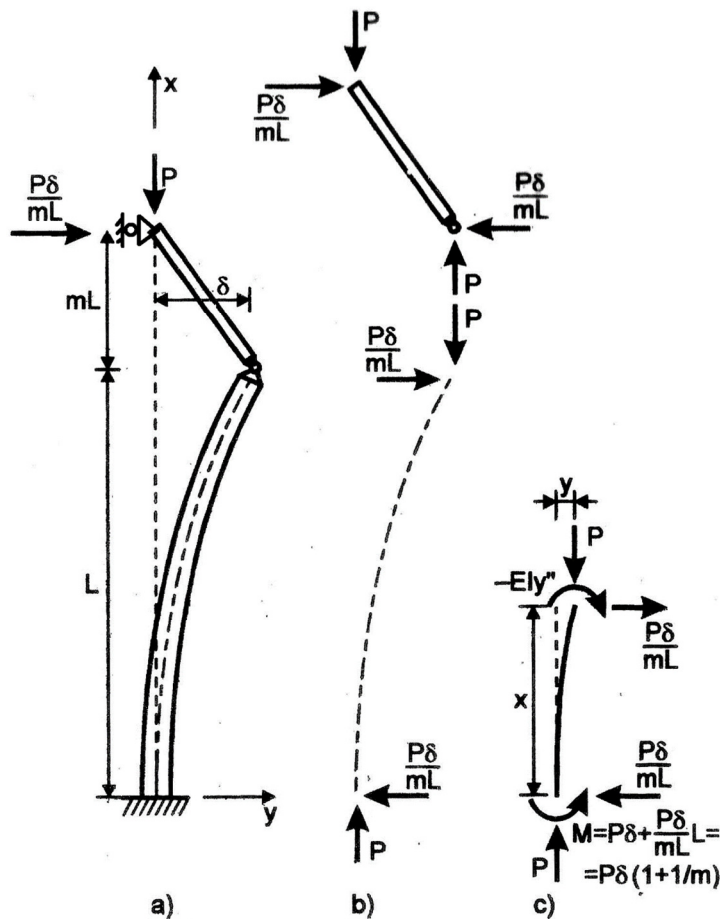
Querschnittsklasse 3: Die dritte Querschnittsklasse umfasst Querschnitte, bei denen vor dem Beulen des Querschnittsbleches die meistbeanspruchte Faser des Querschnittes fließen kann. Wegen des örtlichen Ausbeulen können die plastischen Reserven nicht ausgenutzt werden.

Querschnittsklasse 4: Die vierte Querschnittsklasse umfasst Querschnitte, bei denen das Beulen vor dem Fließen der meistbeanspruchten Faser des Querschnittes auftritt.

Im Fall der vierten Querschnittsklasse ist die Bestimmung der mitwirkenden (effektiven) Querschnittsabmessungen erforderlich. In diesem Fall wird angenommen, dass die ausgebeulten Teile des Querschnittes nicht mehr an der Lasteinleitung teilnehmen können. Der Querschnitt wird also so betrachtet, als würde er nur aus den mitwirkenden Teilen bestehen. [17] [21]

2.1.8. Auswirkung der nicht-richtungshaltenden Lasten

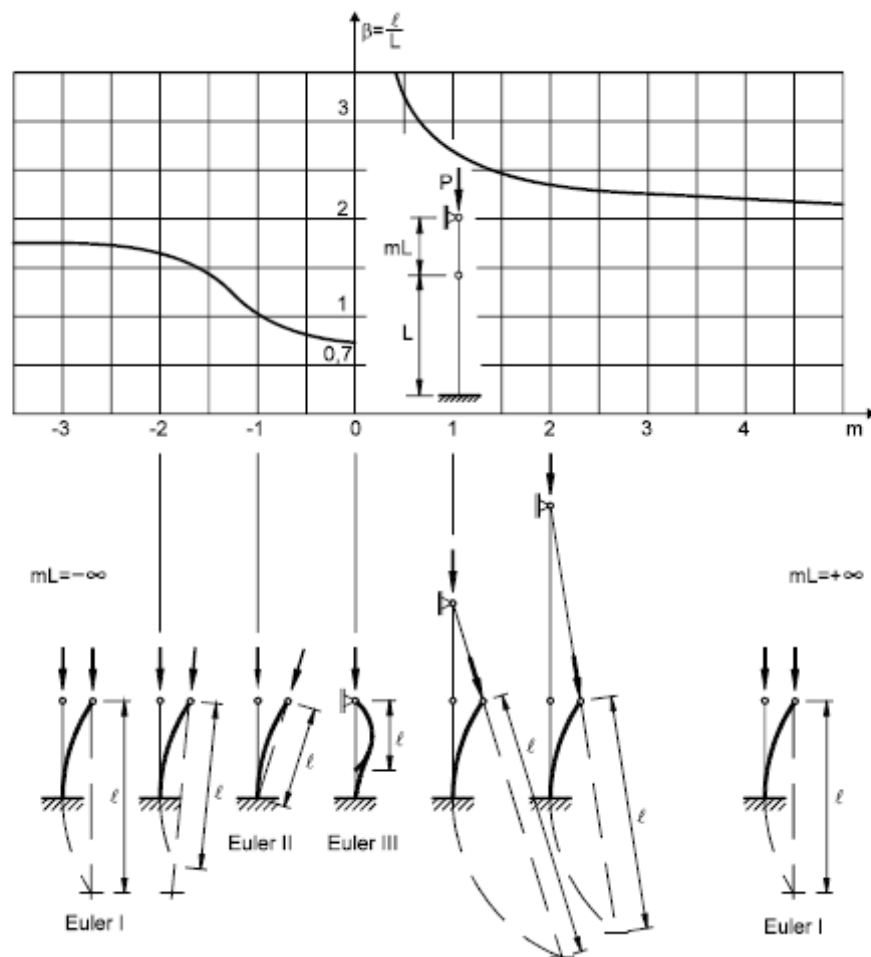
Die obigen Aussagen sind gültig unter der Annahme, dass die Normalkraft auf den Knickstab immer vertikal wirkt. Im Falle abgespannter Maste kann es gegebenenfalls keine richtige Einschränkung sein. Ähnlich zu Brückenpylonen von Schrägseilbrücken, ist es möglich, dass die Resultierende der Seilkräfte nicht vertikal wirken. Dies kann zufolge Windlasten, Bauungenauigkeiten, oder wegen eben durch Knicklast hervorgerufener Verschiebungen erfolgen. Diese Differenzen zu der vertikalen Ebene können sowohl positive als auch negative Auswirkung auf den Knickstab haben. Um dieses Phänomen besser verstehen zu können, kann folgendes statisches System betrachtet werden. Betrachtet man



2-9. Abb. unten eingespannter Knickstab mit einer Pendelstütze - [22]

einen eingespannten Knickstab, der an seinem nicht eingespannten Ende mit einer Pendelstütze gelenkig verbunden ist. Die Pendelstütze ist an das andere Ende in Horizontalrichtung gehalten. Das System ist im 2-9. Abb. dargestellt und wird mittels der Vertikalkraft „ P “ belastet. Der Knickstab hat eine Vorverformung identisch zu seiner Knickform.

Die Pendelstütze hat die projizierte Länge $m \cdot L$. Lassen wir diese Länge von minus unendlich bis plus unendlich variieren, und betrachten wir die Knicklänge des Stabes. Wenn $m \cdot L = -\infty$ und die Kraft „P“ keine Horizontalkomponente hat, ist diese Situation identisch zu dem ersten Eulerfall, und deshalb ist die effektive Länge des Stabes $\beta = 2,0$. Wenn die Pendelstütze kürzer wird, also $-\infty < m \cdot L < 0$, wirkt ein horizontaler Anteil der Kraft „P“ von $\frac{P \cdot \delta}{m \cdot L}$, gegen die Verschiebung aus der Vorverkrümmung mit Knicklast und hat deshalb eine günstige Auswirkung auf das Gesamtsystem. Die Knicklänge wird daher kleiner. In diesem Fall wird $2,0 > \beta > 0,7$ wie es in 2-10. Abb. dargestellt ist. Gegebenenfalls ist $m \cdot L = 0$, so ist das System mit dem dritten Eulerfall identisch, und die Knicklänge ist mit $\beta =$



2-10. Abb. Verlauf der Knicklänge abhängig von Länge der Pendelstütze – [22]

0,7 zu berechnen. Falls $0 < m \cdot L < \infty$, wirkt der horizontale Anteil der Kraft „P“ in Richtung der Vorverformung und daher hat es eine negative Auswirkung auf das Gesamtsystem. Die Knicklänge kann in diesem Fall von unendlich bis zwei L laufen. Wenn die Länge

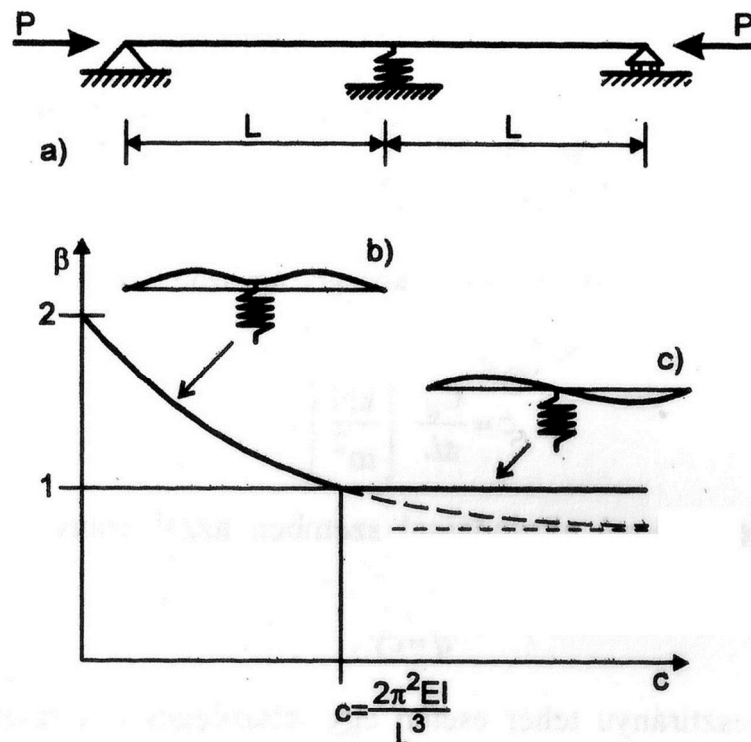
der Pendelstütze $m \cdot L = \infty$, ist dieses System wieder mit dem ersten Eulerfall identisch. Der genaue Verlauf der Knicklänge ist in **2-10. Abb.** dargestellt. [22]

2.1.9. Elastische Stützung des Knickstabes in Querrichtung

Falls die globale Stabilität des Mastes untersucht wird, muss die Auswirkung der Abspannkabel in Rechnung gestellt werden. Die Festhaltungen der Knickstäbe entlang der Stabsehne reduzieren die Knicklänge des Stabes. Ein Druckstab mit zwei Gelenken an den Enden und mit einer Festhaltung in der Mitte hat die halbe Knicklänge im Vergleich zum Knickstab ohne die mittlere Festhaltung. Die Anschlusspunkte der Abspannkabel bei abge-spannten Masten können mit einer Feder statt eines festen Auflagers genauer modelliert werden. Also was für eine Auswirkung hat eine Lagerfeder? Um es untersuchen zu können sehen wir das statische System dargestellt im 2-11. Abb. a). Wenn die Steifigkeit der Feder sehr groß ist ($c = \infty$), dann gilt (2.2). Falls die Steifigkeit der Feder kleiner wird,

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(\beta \cdot L)^2} \quad (2.7)$$

nimmt nach einem Wert die Knicklast auch ab. Die kritische Belastung kann in diesem Fall nach (2.7) ermittelt werden, wobei $(\beta \cdot L)$ die Knicklänge des Stabes ist. Bei kleineren

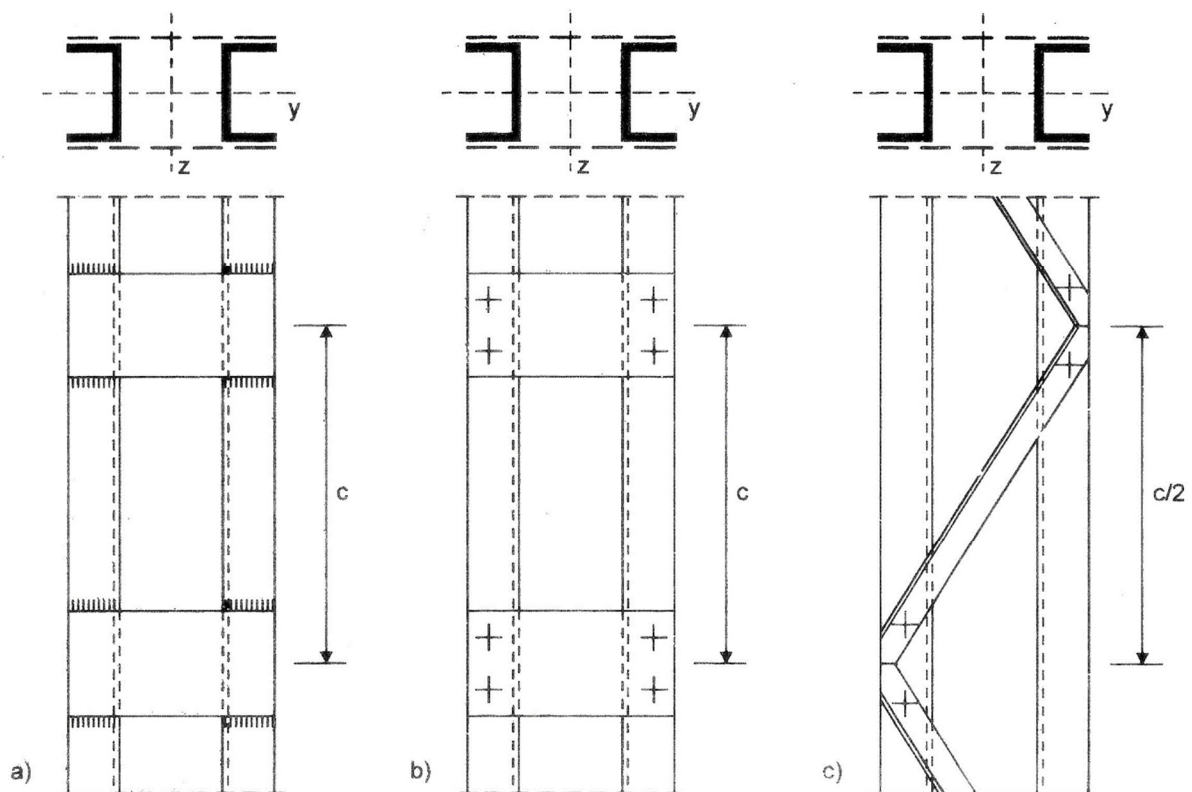


2-11. Abb. Faktor β abhängig von der Federsteifigkeit - [22]

Werten von „ c “ wird die Knicklänge groß sein, falls $c = 0$ wird, ist die effektive Länge des Stabes $2 \cdot L$. Mit zunehmender Federsteifigkeit wird die Knicklänge kleiner, bei einem bestimmten Wert von „ c “ wird $\beta = 1,0$. Der genaue Verlauf und Grenzwert der Federsteifigkeit sind im **2-11. Abb.** dargestellt. Im Falle abgespannter Maste ist die Ermittlung der Federsteifigkeit keine einfache Aufgabe, weil sie sich je nach Größe der horizontalen Verschiebungen variiert. [21] [22]

2.1.10. Zusammengesetzte Querschnitte

Stahlmaste werden oft als zusammengesetzte Querschnitte ausgebildet. Bei solchen Querschnitten ist die Auswirkung der zufolge Knicken hervorgerufenen Querkraft nicht mehr vernachlässigbar. Diese Querkraft erzeugt horizontale Verschiebungen, die nicht vernachlässigbar sind, welche die axiale Tragfähigkeit verringern. In Stahlquerschnitten



2-12. Abb. Beispiele für zusammengesetzte Querschnitte - [21]

ist großteils der Steg für die Querkraftübertragung verantwortlich, jedoch ist dieser bei diesen zusammengesetzten Querschnitten nicht vorhanden oder durch ein Fachwerk er-

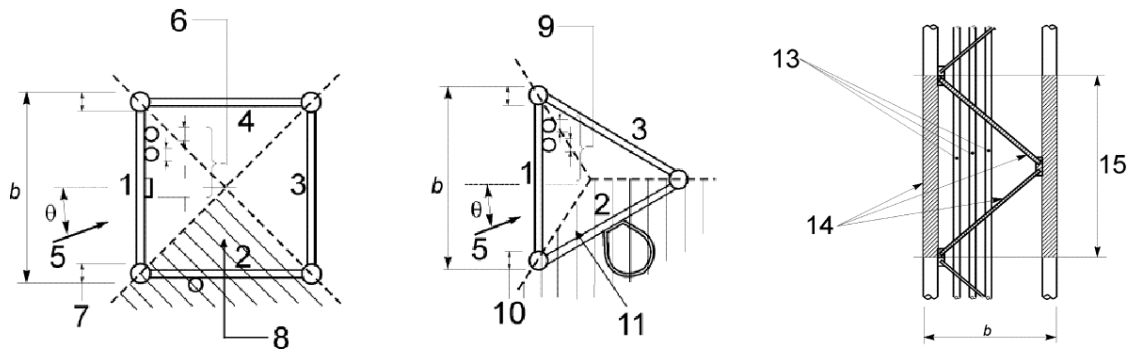
setzt. In **2-12. Abb.** sind einige Beispiele für zusammengesetzte Querschnitte dargestellt. Bei diesen Beispielen muss nur für das Knicken um die Achse Z-Z der Effekt der Querkräfte berücksichtigt werden. Die Knicklast um die Achse Y-Y kann wie bei Vollprofilen ermittelt werden. [21] [22]

2.2. Nichtlinearität

Bei der Bemessung der Elemente einer Tragkonstruktion wird meistens angenommen, dass die während des Belastungsvorgangs hervorgerufenen Verformungen in Verhältnis zu Abmessungen der Konstruktion relativ klein sind. Damit werden die äußeren und inneren Kräfte in der nicht deformierten Lage in Gleichgewicht gestellt. Falls die aus den Verschiebungen stammenden Sekundärmomente nicht mehr vernachlässigbar sind, muss die Nichtlinearität berücksichtigt werden. Wenn die Konstruktion nichtlinear berechnet wird, ist das Prinzip der Superposition nicht mehr gültig. Dementsprechend wird die Rechenzeit bei FE-Berechnungen deutlich erhöht. Das tatsächliche strukturelle Verhalten der abgespannten Maste ist äußerst kompliziert. Die Abspannkabel haben im Allgemeinen nichtlineares Verhalten, insbesondere bei niedrigen Werten der Vorspannkräfte. Beim nichtlinearen Verhalten verändert sich die Steifigkeit von der Verschiebung abhängig, was zu einer nichtlinearen Kraft-Verformungs-Beziehung der Struktur führt. Eine Erhöhung der Vorspannung der Kabel verringert die Nichtlinearität und verbessert die horizontale Tragfähigkeit, jedoch führt dieser Vorgang zu größeren Druckbelastungen im Mast und daher zu einer höheren Knickwahrscheinlichkeit. Das Verhalten des Mastes ist auch nichtlinear aufgrund der Schlankheit des Bauteils und der großen Auslenkungen die unter bedeutenden Windbelastungen erfahren werden. Eine häufig verwendete Technik zur Berücksichtigung der Nichtlinearität aufgrund von Durchhang ist die des äquivalenten Kabelmoduls. Es gibt zwei Phasen des Verhaltens der Kabel im Leben der Kabelstrukturen. Die erste Phase beinhaltet die Aufstellung und die anfängliche Vorspannung der Kabel und zeichnet sich durch hohe Nichtlinearität aus. Die zweite Phase ist die sogenannte Inbetriebnahmephase, während dieser Phase wirken verschiedene statische und dynamische Lasten gleichzeitig mit den Vorspannkräften. Die Antwort in dieser Phase kann entweder linear oder nichtlinear sein, abhängig von den relativen Größen der Vorspannungs- und Betriebsbelastungen. [20] [21]

2.3. Wind- und Eislasten

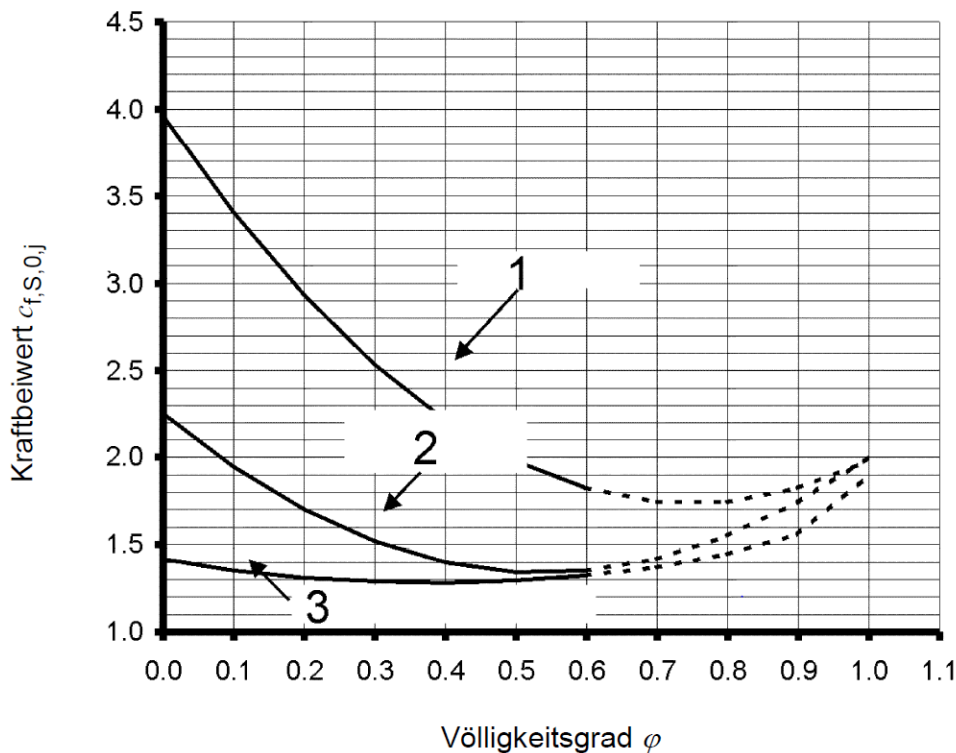
Abgespannte Maste werden aufgrund ihrer hohen Bauhöhe vor allem durch Windlasten beansprucht, weshalb man die Windbelastung als den maßgeblichen Lastfall in der Berechnung sieht. Windkräfte haben eine dynamische Natur, weswegen die Prüfung mit



2-14. Abb. Ermittlung des Volligkeitsgrades laut EN 1993-3-1 - [30]

äquivalenten statischen Lasten nicht immer ausreicht. In der EN 1993-3-1 befinden sich Vorschriften bezüglich der Ermittlung der Windbelastung. In 2-14. Abb. Ermittlung des Volligkeitsgrades laut EN 1993-3-1 - 2-14. Abb. sind die zu berücksichtigenden Elemente für die Ermittlung des Volligkeitsgrades eines Mastabschnitt

2-13. Abb. Gesamtkraftbeiwerte für Maste mit rechteckigem Querschnitt - [30]



tes dargestellt. In den Normendokumenten sind Windkraftbeiwerte für die Außenbauten, Windkraftbeiwerte für die Abspannseile und Windkraftbeiwerte für den Mast selbst, in Abhängigkeit seines Völligkeitsgrades vorgeschlagen. Die Außenbauten können langgestreckte Elemente entlang des Mastes oder auch kompakte Elemente sein, je nach Art werden unterschiedliche Werte laut EN 1993-3-1 festgelegt. **2-13. Abb.** stellt die Ermittlung von Windkraftbeiwerten für einen Mast mit Rechteckquerschnitt dar. Außerdem ist in EN 1993-3-1 festgelegt, wann ein statisches Verfahren angewendet werden darf. Wenn diese Bedingungen nicht erfüllt sind, ist es erforderlich ein aufwendigeres Verfahren wie z. B. das Spektralverfahren im Rahmen eines Fachgutachtens anzuwenden. Wind und Vereisung kommen in der Natur oft gemeinsam vor. „Bei der Berechnung der Windkraft mit Eisansatz sind um die Eisschicht vergrößerte Projektionsflächen der tragenden Bauteile und der Außenbauten anzusetzen. „[30] Windlasten mit Eislasten müssen daher mit entsprechenden Beiwerten kombiniert werden. Es wird bei Eisansatz je nach Entstehungsart unterschieden. Als Raueis wird das von der Luftfeuchte stammende Eis, und als glasiges Eis das durch Niederschlag entstehende Eis benannt. Grundsätze für charakteristische Eislasten sowie die Dichte und andere Parameter sind in ISO 12494 angegeben. „Bei der Abschätzung des Gewichts des Eises auf Gittermasten oder Rohrmasten kann in der Regel angenommen werden, dass alle Bauteile, Steigleiterteile, Außenbauten usw. mit einer Eisschicht überzogen sind, die über der gesamten Bauteiloberfläche die gleiche Di-

cke aufweist. [30], In der Vergangenheit waren die kombinierte Wirkung von diesen zwei Belastungen für mehrere katastrophale Versagen von Masten verantwortlich. Eislasten haben mehrere negative Auswirkungen auf die Tragfähigkeit des Mastes, sie verursachen nicht nur eine deutliche axiale Belastung, sondern die Windangriffsfläche der einzelnen Elemente wird zusätzlich deutlich erhöht, und damit die Größe der resultierenden Windkraft. In **2-15. Abb.** ist ein Beispiel eines vereisten Mastes dargestellt, daran kann beobachtet werden wie stark die Windangriffsfläche in Extremfällen ansteigen kann. Die Abspannkabel werden durch die Eisbildung auch belastet, dadurch wird der Durchhang der Kabel größer, was deren horizontale Steifigkeit verringert. Zusammenfassend kann man sehen das Eislasten durch ihre verschiedenen Einflüsse auf das Tragwerk zu kritischen Situationen führen kann, selbst wenn nur niedrige Windgeschwindigkeiten angesetzt werden.

2-15. Abb. Maste unter Eislast - [25]



Dynamische Windstöße können zu Resonanzeffekten im Mast und dadurch zu Ermü-

dungerscheinungen führen, oder in Hinsicht auf die Spannkabel könnte ein Galoppingefekt ausgelöst werden. Das anzusetzende Windprofil kann sich von dem üblichen Windprofil im Hochbau unterscheiden. [20] [30]

2.4. Erdbeben

Bei der Berechnung von abgespannten Masten sind die horizontalen Beanspruchungen die relevantesten Belastungen, daher hat Erdbeben auch eine maßgebende Wirkung in dem Tragfähigkeitsnachweis solcher Konstruktionen. In Notsituationen, besonders nach einem schweren Erdbeben, ist der Zugang zu Telekommunikations- und Rundfunkdiensten einer der Hauptvorteile der Nutzung von Telekommunikationsmasten, deshalb ist es von höchster Priorität die Tragfähigkeit der Türme im Erdbebenfall richtig zu ermitteln. Abgespannte Maste sind durch ihr geringes Gewicht, Flexibilität und oft große Bauhöhen gekennzeichnet. Diese Eigenschaften machen sie sehr empfindlich für zeitabhängige Belastung wie den im vorigen Kapitel erwähnten Windbelastungen und den Erdbebenbelastungen. In den letzten Jahren haben nichtlineare statische Analysen (Pushover-Analyse) viel Aufmerksamkeit in der Erdbeben-Engineering-Community erhalten. Hauptziel ist es, die nichtlineare Kapazität einer Struktur bei einer horizontalen Belastung mit einem reduzierten Rechenaufwand in Bezug auf die nichtlineare dynamische Analyse zu beschreiben. [20]

2.5. Temperatur

Temperaturlasten bei statisch bestimmten Fachwerkstrukturen verursachen keine inneren oder äußeren Kräfte, wenn die Anschlüsse rein gelenkig sind. Die Auswirkung des Lastfalls Temperatur ist auch nicht maßgebend für realistischere Fachwerkmodelle, wo die Verdrehung im Anschluss durch eine Drehfeder verhindert wird bzw. wo die Teile fest miteinander verbunden sind. Fachwerkstrukturen mit statisch bestimmten Auflagerbedingungen sind unempfindlich gegen Temperaturlasten. Ein freistehender Turm kann statisch bestimmt sein, gespannte Maste sind jedoch im Regelfall statisch unbestimmte Systeme. Bei diesen Tragstrukturen spielt also Temperatur eine wichtige Rolle da sich

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad (2.8)$$

das Tragverhalten dadurch verändert. Bei Erwärmung werden die Spannkabel schlaffer und bei niedrigeren Temperaturen werden sie steifer. Dieses Phänomen ergibt sich aus

der ungleichen Längenänderung der Kabel und des Mastes. Wärmeausdehnung ist durch (2.8) beschrieben. Der Ausdehnungskoeffizient für Kabel und Mast ist gleich, d.h. bei gleicher Temperaturänderung der Elemente stammt der Unterschied rein aus den verschiedenen Ausgangslängen der Elemente. Die Kabel weisen eine größere Länge auf da sie unter einem Winkel zur Vertikale angeordnet sind, der Mast selbst steht senkrecht. Temperaturlasten müssen also bei der Berechnung auch berücksichtigt werden.

3. Berechnungsmethoden

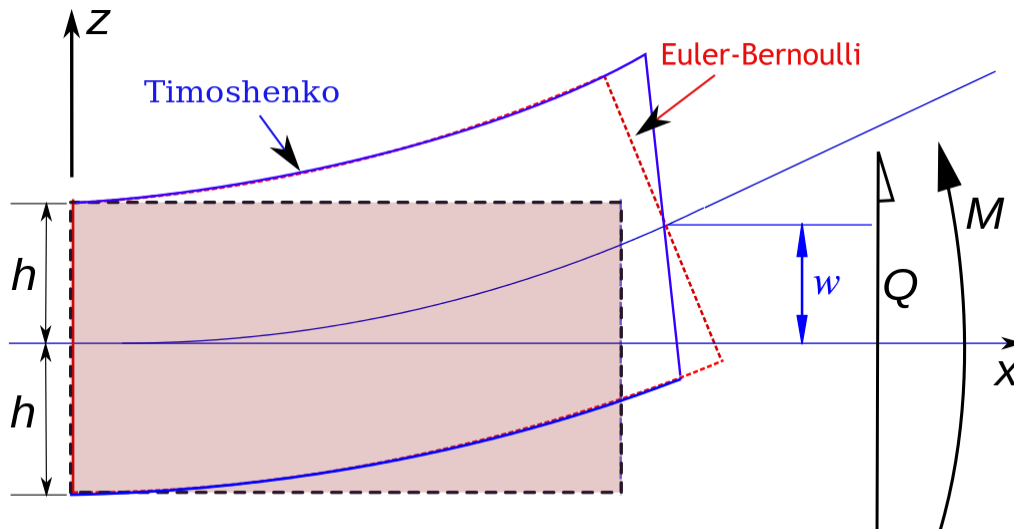
Im vorigen Kapitel sind die komplexen Aufgabenstellungen bei der Berechnung von abgespannten Masten kurz erläutert. Die genaue analytische Lösung für die detaillierte Berechnung von einem komplizierten Mast würde in der Praxis keine kosteneffiziente Berechnungsmethode darstellen. Daher wird in der Praxis vor allem in der Entwurfsphase als Näherung der Mast als ebenes Bauteil betrachtet. Abgespannte Maste können nur in Sonderfällen (z. B. Windbelastung in Symmetrieebene) als 2D Konstruktionen berechnet werden. Das statische System eines abgespannten Mastes ist ein Durchlaufträger, der durch nichtlineare Lager festgehalten wird. Eine weitere übliche Vereinfachung des Berechnungsmodells ist die Vernachlässigung des Durchhangs der Abspannseile, obwohl das eine grobe Näherung darstellt. Diese Berechnungsmethoden stammen teilweise aus den Zeiten vor dem Erscheinen von Hochleistungscomputern mit FE-Programmen. Mit der Unfähigkeit, dieses komplizierte Verhalten genau zu modellieren, haben sich viele Forscher damit beschäftigt, vernünftige Vereinfachungen der Belastung und der strukturellen Modellierung von abgespannten Masten festzulegen. Einige dieser Vereinfachungen werden in diesem Kapitel dargestellt, neben den heute meist verwendeten Modellen von solchen Tragkonstruktionen. [7]

3.1. Modellierung des Mastes

Die gängigen vereinfachenden Modelle werden in diesem Unterkapitel beschrieben. Obwohl die Rechenkapazität der Computer, verwendet von durchschnittlichen Planern, in den letzten Jahren intensiv gewachsen, und die Anzahl der verfügbaren FE-Programme auch deutlich größer geworden ist, beziehungsweise diese Programme viel mehr Optionen für den Planer bieten, ist es am Anfang der Planungsphase wegen der kosteneffizienten Schätzung wichtig sinnvolle Vereinfachungen zu treffen. Eine Vereinfachung des Berechnungsmodells eines abgespannten Mastes ist sinnvoll, weil die erforderliche nichtlineare Berechnung, und die dadurch nicht mehr gültige Superposition die Rechenzeit deutlich erhöhen.

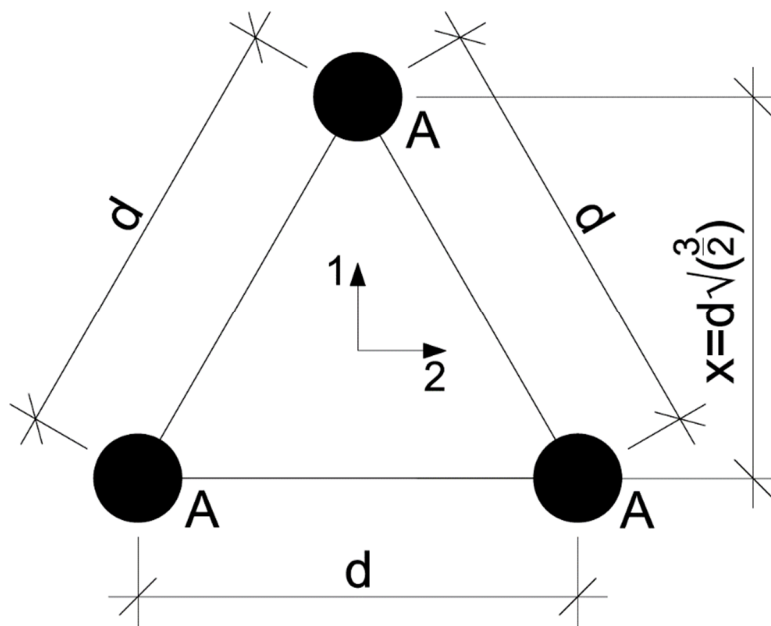
3.1.1. Äquivalenter Biegebalken

In der Praxis werden verschiedene Verfahren zur Modellierung des Mastes herangezogen. Differenzen zeigen sich nicht nur in der Genauigkeit der gelieferten Ergebnisse, sondern auch im unterschiedlichen Kosten- und Zeitaufwand. Das angewendete Modell wird



3-1. Abb. Unterschiede des Balkenmodells von Timoshenko und Euler-Bernoulli - [27]

im Idealfall vom Planer so gewählt, dass er die eingesetzten Ressourcen den Anforderungen der jeweiligen Planungsphase gerecht werden. Der einfachste Weg, einen Mast zu modellieren, ist die Verwendung eines äquivalenten Biegestabes, wobei dieser Ersatzstab durch Normalkräfte und Biegemomente beansprucht wird. In der Praxis für das FE-Modell ein Biegestab im 3D-System mit sechs Freiheitsgraden gewählt. Das gewählte Stabelement kann sowohl als „klassischer“ Euler-Bernoulli - Stab als auch als Timoshenko - Stab modelliert werden. In der Regel wird „klassische“ bevorzugt, da dieser der klassischen einfachen Biegetheorie entspricht und der Timoschenko-Stab keine genaueren Ergebnisse liefert.



3-2. Abb. Schematischer Mastquerschnitt - [7]

Für Ermittlung der Querschnittswerte dieses Ersatzstabes werden in der Praxis auch diverse Berechnungsmethoden angewendet. Als einfachste Methode können die Querschnitteigenschaften des äquivalenten Stabes nach (3.1), (3.2) und (3.3) ermittelt werden.

$$A_{eq} = 3 \cdot A \quad (3.1)$$

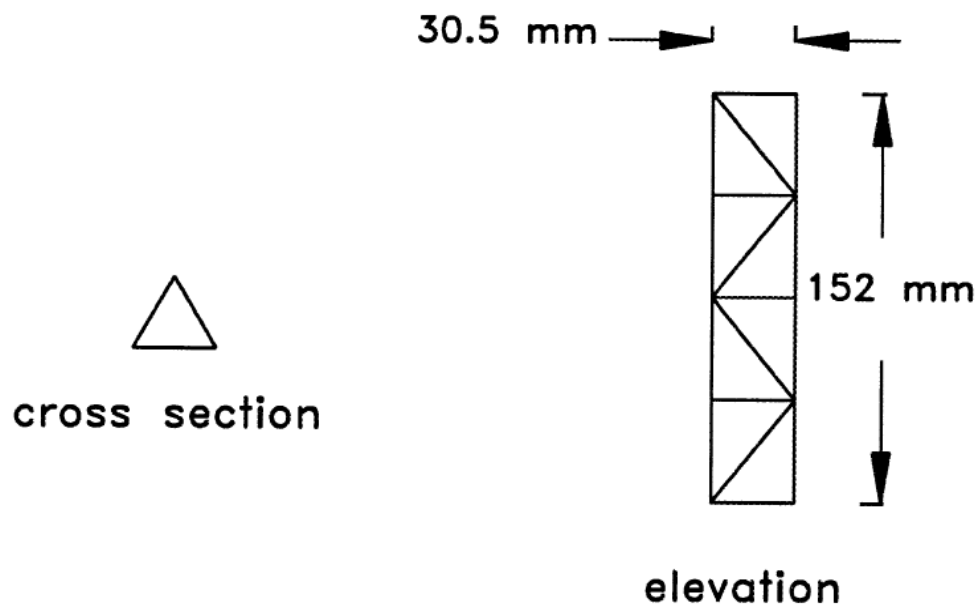
$$I_{eq,1} = A \cdot \left(\frac{2 \cdot x}{3}\right)^2 + 2 \cdot A \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} A \cdot d^2 \quad (3.2)$$

$$I_{eq,2} = 2 \cdot A \cdot \left(\frac{d}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} A \cdot d^2 \quad (3.3)$$

Durch Verwendung dieser Formeln werden die Beiträge sowohl der horizontalen als auch der diagonalen Elemente des Mastes auf die axiale Tragfähigkeit und die Biegesteifigkeit des äquivalenten Stabes vernachlässigt. Laut genauer durchgerechneten Beispielen ist feststellbar, dass deren Beitrag zur Steifigkeit nur um etwa 5% beträgt und als nicht relevant eingestuft werden kann.

Die etwas genauere Alternative, um die äquivalenten Stabeigenschaften zu ermitteln, ist die Berücksichtigung oben vernachlässigter horizontaler und diagonalen Elemente. Dabei

wird ein Abschnitt aus dem Regelbereich des Mastquerschnittes, wie in **3-3. Abb.** dargestellt, herausgeschnitten und die entsprechenden Querschnittswerte ermittelt. Ein detailliertes 3D Modell dieses kleinen Abschnittes wird, wie im Punkt 3.1.2 beschrieben, geprüft, wobei jeder einzelne Teilabschnitt des Mastes aus Fachwerkelementen modelliert wird. Die Festhaltungen für dieses Modell werden wie folgt definiert: Am Mastfuß wird ein festes eingespanntes Auflager angenommen, die Mastspitze frei beweglich. Am freien Ende wird ein Biegemoment angesetzt und die Auslenkung der Mastspitze ermittelt. Daraus kann auf die äquivalente Biegesteifigkeit des Ersatzstabes rückgerechnet werden.



3-3. Abb. Beispiel für das getrennt gerechnete 3D Modell - [5]

Ebenso kann eine horizontale Kraft am freien Ende angesetzt werden, worauf auf die Schubsteifigkeit rückgeschlossen werden kann. Aus dem Verdrehungswinkel kann aufgrund eines an der Mastspitze angesetzten Torsionsmomentes die Torsionssteifigkeit ermittelt werden. Die oben beschriebenen Schritte müssen für jeden Abschnitt des Mastes wiederholt werden, in dem sich die Elementeneigenschaften bzw. -geometrien verändern. Die auf diese Weise ermittelten Querschnittskennwerte sind genauer als die durch (3.1), (3.2) und (3.3) ermittelbaren Eigenschaften des Ersatzstabes.

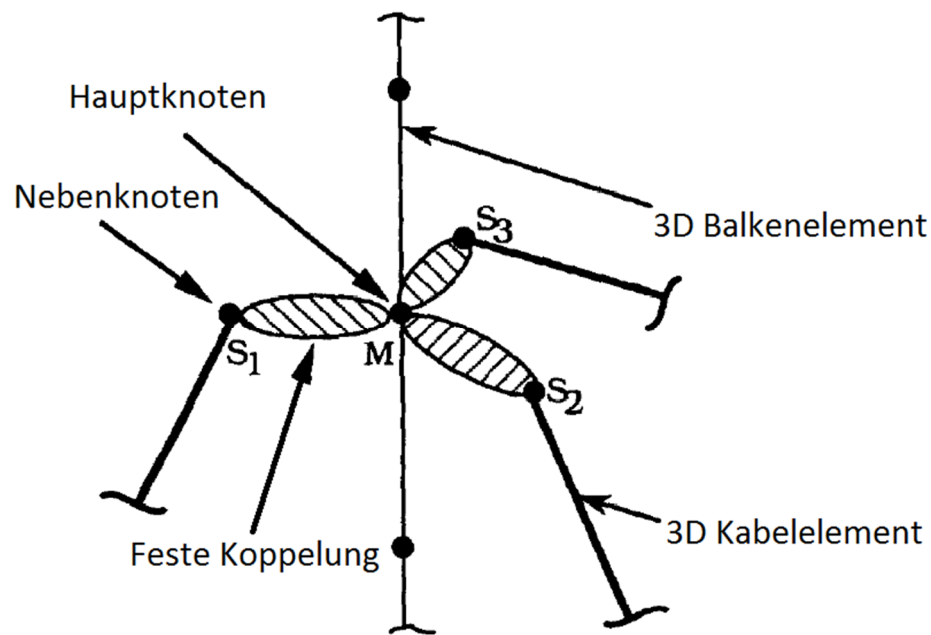
Im Verhältnis zu der in Punkt 3.1.2 vorgestellten Berechnungsmethode ist der Aufwand für die Modellierung sowie an Rechenzeit deutlich kleiner. Dies ist darauf zurückzuführen, dass einerseits die modellierten Bereiche nur einen Teil der Gesamtkonstruktion darstellen, andererseits für die Ermittlung der Querschnittswerte keine nichtlineare Berechnung

erforderlich ist. Die nichtlinearen Berechnungen des Mastes werden nur bei dem vereinfachten Ersatzmodell gerechnet. Alternativ dazu können die äquivalenten Stabeigenschaften des Mastes auch mit der Verwendung der „unit load Method“ abgeleitet werden. Diese können mittels Ansatzes einer Flexibilitätsmatrix unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Kräfte abgeleitet werden. Asymmetrische Formen des Mastfachwerkes müssen in der Matrix berücksichtigt werden (z.B. Typen 4 und 5 gem. 1-4. Abb.). Wird ein Turmsegments Typ 4 gem. 1-4. Abb. mit einer axialen Belastung beaufschlagt, kommt es zu einer Verformung gem. (3.4) und zu einer Verdrehung um die Mastachse gem. (3.5). Dabei wird

$$u_x = \frac{b}{EA_{eq}} \quad (3.4)$$

$$\varphi_x = \frac{\frac{6 \cdot b}{a^2 \cdot \sqrt{3}} \cdot b}{EA_{eq}} \quad (3.5)$$

mit „ b “ die Höhe zwischen der horizontalen Aussteifung und dem Mastfuß bezeichnet und mit „ a “ der Achsabstand der Gurten. Daher muss eine Axial-Torsion Koppelung in der Steifigkeitsmatrix vorgesehen werden, die sowohl die Axial-als auch die Torsionssteifigkeit modifiziert. Um die günstige Auswirkung der zum Schwerpunkt des Mastes exzentrisch angeschlossenen Kabel auf die Torsionssteifigkeit zu berücksichtigen, können wir, wie in **3-4. Abb.** dargestellt, ein festes Kopplungselement im Anschlusspunkt der Abspannkabel definieren.

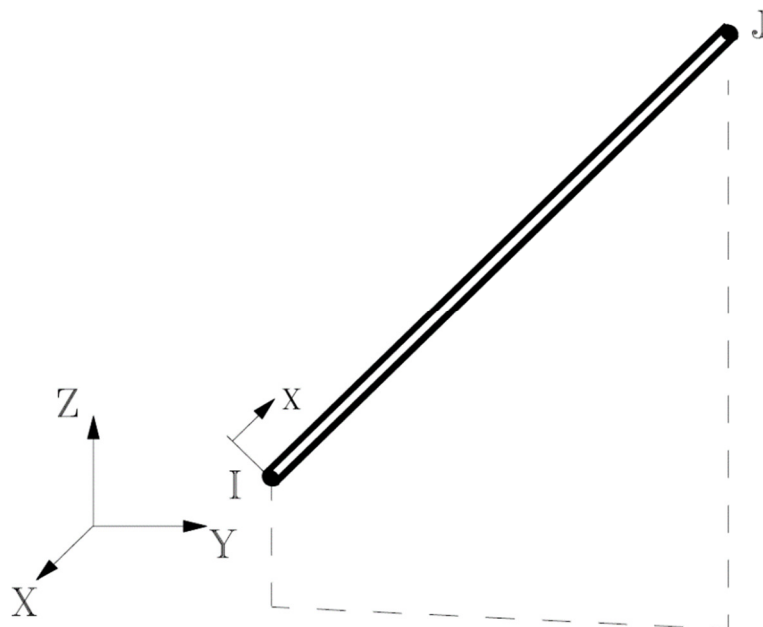


3-4. Abb. Modellierung exzentrisch angeschlossener Seile - [6]

Die Art des Anschlusses von Spannkabel an das Mastsystem ist nicht zu vernachlässigen. Erfolgt der Anschluss in einer oder mehreren Ebenen, befinden sich die Anschlüsse direkt am Mast oder auf Auslegern etc.. Weiter ist im Zuge der Modellierung auf eine ausreichende Anzahl von Stabelementen in Abhängigkeit von der Masthöhe zu achten. Diese muss ausreichend gewählt werden, um die Änderungen der Querschnittseigenschaften (z.B. Verjüngung des Gesamtquerschnittes, kleinere Profile der vertikalen Profile etc.) darstellen zu können. [4] [6] [7]

3.1.2. 3D-Fachwerkmodell

Eine detailliertere Modellierung des Mastes beinhaltet die Idealisierung jedes einzelnen vertikalen, horizontalen und diagonalen Konstruktionselements durch ein entsprechendes Fachwerkelement. Die Berücksichtigung der Elemente als Balkenelemente wäre der genaueste Ansatz, jedoch hat sich der konservativere Ansatz der Verwendung von Fachwerkelementen als ausreichend genau und in der Planung als wesentlich wirtschaftlicher erwiesen, da sich dadurch die Anzahl der Freiheitsgrade halbiert.



3-5. Abb. 3D Fachwerkelement – [24]

Die Verwendung des genaueren 3D Modells mit Fachwerk- oder Biegebalkenelementen ist für die Ausführungsphase erforderlich, wenn auf die Resonanz der einzelnen Elemente näher eingegangen wird bzw. der Einfluss eines Ausfalles einzelner Elemente auf die globale Stabilität untersucht wird.

Die 3D Fachwerkelemente sind Zug-Druck-Elemente mit jeweils drei Knotenfreiheitsgraden am Stabanfang und am Stabende. Diese Elemente setzen eine gerade Stabform voraus und können nur an den Stabenden in Längsrichtung belastet werden d.h. aufgrund dessen und der Stabendgelenke gibt es keine Momenten- und Querkraftbeanspruchung der

Querschnitte. Dies stellt, wie schon oben beschrieben, eine akzeptable Näherung an das tatsächliche Strukturverhalten dar, wobei jedoch die Größe der Matrix d.h. der zu lösenden Gleichungen halbiert wird. [4] [7]

3.1.3. 3D-Biegebalken

Als dritte Möglichkeit kann das Modell so aufgebaut werden, dass die kontinuierlichen Elemente wie die Gurte mit Stabelementen, während die Elemente der Ausfachung mit Fachwerkelementen modelliert werden. Da die Mastfüße in Segmenten gefertigt und dann zusammengebaut werden, verhält es sich innerhalb von Segmenten wie ein Biegebalken. Jedoch liegt das Verhalten des gesamten Mastes wegen der Verbindungen zwischen den einzelnen Segmenten zwischen den Biegebalken- und Fachwerkmodellen. [7] [9]

3.1.4. Vergleich des Fachwerkmodells mit dem äquivalenten Stabmodell

Je nach Planungsphase werden unterschiedliche Modelle verwendet. In frühen Phasen wird eher auf die schnelle und einfachere Methode des äquivalenten Stabmodells gesetzt. Zwar müssen zuerst die Querschnittswerte des Ersatzstabes ermittelt werden, jedoch ist die Modellierung der Struktur sowie die Lasteingabe (Linienlasten) entsprechend einfach.

In weiteren Phasen werden eher Fachwerkmodelle eingesetzt, da diese detailliertere Ergebnisse für die Bemessung der einzelnen Tragelemente liefern. Sowohl die Modellierung der Struktur als auch die Umrechnung der Lasten auf Knotenlasten (Punktlasten) sowie deren Aufbringung sind zeitaufwendiger.

3.2. Modellierung der Abspannkabel

Die Modellierung der Seile ist aufgrund der Nichtlinearität der Kabelstrukturen komplexer als die Modellierung des Mastes. Im Regelfall wird zur Vereinfachung der Berechnung der Ausgangszustand der Abspannkabel als eine gerade Linie angenommen. In Realität weisen die Spannkable aufgrund ihres Eigengewichtes und ihrer vorgeschriebenen Vorspannung eine gekrümmte Form auf. Zusätzlich wird diese durch die Verformung des Mastes nach Erreichen des statischen Gleichgewichts zwischen Mast und Spannkabeln beeinflusst. [7] [13]

3.2.1. Ersatz-Feder

Kabelgruppen, die an einem Punkt am Mast oder an dessen Ausleger angeschlossen werden, verhindern bzw. reduzieren dessen horizontale Bewegungen und können als vereinfachtes Modell durch Wegfedern definiert werden. Weiters verhindern die Spannkabel durch ihre Anordnung (Abstand der Wirkungslinie vom Mastsschwerpunkt) Verdrehungen des Mastes um seine eigene Achse, weswegen zusätzlich Drehfedern modelliert werden.

Die Wegfeder muss in Windrichtung gedreht modelliert werden, die Federsteifigkeit auf Basis der Materialeigenschaften (Stahlgüte, Querschnitt), Vorspannkraft und Geometrien der Spannkabel errechnet. Eine Ableitung für eine Näherungsformel ist in [7] ersichtlich. Als Näherung wird eine lineare Federsteifigkeit angenommen, wie im Punkt 2.2 schon dargestellt, ist das tatsächliche Verhalten jedoch durch eine nichtlineare Kraft-Verformungs-Beziehung beschreibbar, die zusätzlich durch Wind-, Eis- oder Temperaturlasten beeinflusst ist. Die Federkraft kann nach (3.6) ermittelt werden, wobei $k(x)$ die Federsteifigkeit beschreibt. Die Federsteifigkeit kann konstant sein, oder eine Funktion von x , um die vorher erwähnte Effekte zu berücksichtigen. [3] [7]

$$F = k(x) \cdot \Delta u_x \quad (3.6)$$

3.2.2. Nichtlineare Fachwerkelemente (veraltet)

In älteren FE-Programmen mussten Spannkabel als nichtlineare Fachwerkelemente modelliert werden, Die resultiert aus der Tatsache, dass Kabel nur auf Zug belastbar sind d.h. unter Druckbelastung ausfallen d.h. zu Nullstäben werden. Die Eigenschaften dieser Elemente sind identisch mit den Eigenschaften der im Punkt 3.1.2 beschriebenen Fachwerkelemente unter Berücksichtigung des nichtlinearen Verhaltens. [7]

3.2.3. Kabelemente

Zur Modellierung der Abspannseile werden heute in der Regel vor allem in der Ausführungsphase Kabelemente verwendet, die man als Fachwerkelemente ohne Kompressionsfähigkeit beschreiben kann. Fachwerkelemente wurden unter Punkt 3.2.2 als gerade

stabförmige Elemente bezeichnet, wobei es in modernen FE-Programmen mittlerweile möglich ist, Kabel durch drei Punkten zu definieren und somit eine verkrümmte Stabachse zu definieren. [4]

3.3. Dynamische Analyse

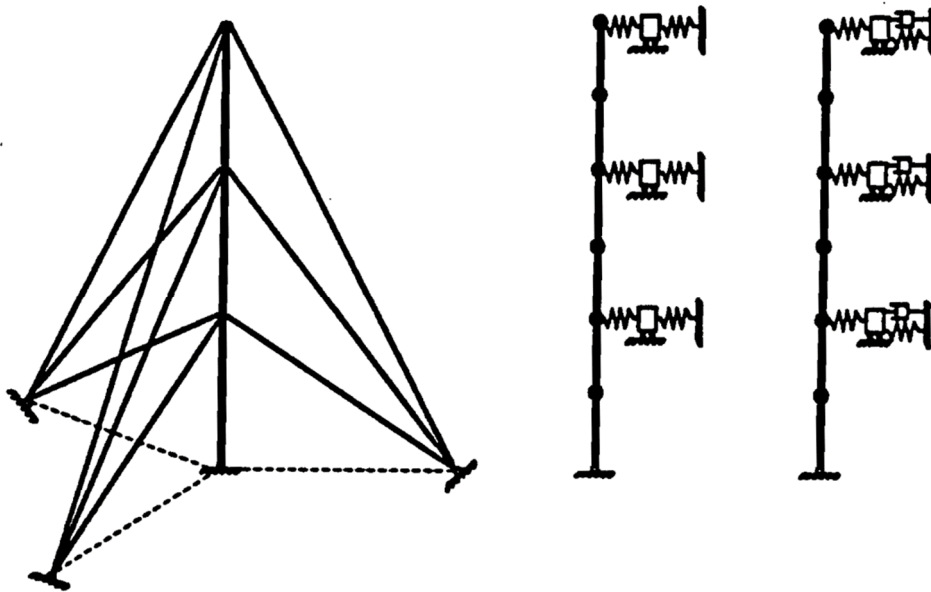
Wie bereits im Punkt 2.4 beschrieben, stellt der Erdbebenlastfall einen der maßgebenden Belastungszustände für abgespannte Maste dar d.h. die seismischen Nachweise sind bei Telekommunikationstürmen unbedingt zu berücksichtigen. Seit Jahrzehnten wurde viele Ansätze gewählt, um die dynamische Antwort entsprechender Konstruktionen zu untersuchen.

Das erste Modell, das in die Fachliteratur Eingang fand, wurde 1959 von Davenport entwickelt. Inhalt der Abhandlung ist die Beschreibung der Vibrationen von Seilen unter Windlasten unter der Annahme, dass die statische Auslenkung der Kabel parabolisch ist.

Für die seismische Analyse von abgespannten Masten wurden 1981 in einem Sonderbericht der Arbeitsgruppe 4 zu Masten und Türmen sehr allgemeine Empfehlungen von der „International Association for Shell and Spatial Structures“ ausgesprochen. Darin wird vorgeschlagen, eine zum Gewicht der Struktur proportionale horizontale statische Ersatzlast, zu verwenden, um Erdbebenkräfte zu simulieren. Dieser Ansatz wurde in vielen Normen für den Nachweis der Erdbebensicherheit (Ermittlung die Basisschubverteilungen) übernommen [14]

3.3.1. Aufbau des dynamischen Modells

Um die dynamischen Untersuchungen durchführen zu können, muss das Berechnungsmodell eventuell angepasst werden. Wenn die dynamischen Nachweise an der verformten Maststruktur geführt werden, ist es wichtig, dass das statischen und dynamischen Modelle die gleichen Randbedingungen haben.



3-6. Abb. Detaillierte- und vereinfachte Modellierung der Seile - [14]

Diese Überlegungen gelten auch bei Berechnungsmodellen, in denen die Abspannkabel durch Federelemente ersetzt sind, da aufgrund der dynamischen Beanspruchung die Federsteifigkeiten angepasst werden müssen. Gerstoff und Davenport haben 1986 ein vereinfachtes Verfahren zur Analyse nichtlinearer Türme unter Windbelastung entwickelt. Der abgespannte Mast selbst wurde als Stab auf elastischen Stützen modelliert. Die Abspannseile weisen bei großen Auslenkungen nichtlineares Verhalten auf, bei kleinen Auslenkungen lineares.

Ein weiterer zu berücksichtigender Faktor ist die Auswirkung des Eigengewichts der Kabel d.h. ihrer Masse auf das Gesamtsystem. Dies kann durch die Verwendung des äqui-

valenten Feder-Masse-Feder-Modells (siehe **3-6. Abb.**) erfolgen, das die erste Eigenfrequenz in Querrichtung eines gespannten Kabels darstellt.

Der tatsächliche Wert der Steifigkeit von Kabeln hängt von der relativen Schlaffheit des Kabels ab. Wenn das Kabel nachlässt, steigen die Beiträge der höheren Moden und dieses Modell ist nicht mehr zufriedenstellend. 1984 verbesserte Kama dieses Feder-Masse-Feder-Modell mittels Einbeziehen eines viskosen Dämpfers bei jedem Kabelanschluss. In [8] wurden Modelle getestet, bei denen die Kabelmassen entsprechend auf die Kabellängen im Finiten-Elemente-Programm verteilt wurden. Die Ergebnisse aus diesen Berechnungen wurden mit jenen aus gleichen Mast-Modellen verglichen, bei denen jedoch die Kabelmassen nur an ihren Anschlüssen konzentriert definiert wurden, während alle andere Parameter ident blieben. Als Resultat wurde abgeleitet, dass für eine ausreichend genaue Simulation 5 – 25 % der Kabelmassen als Punktmassen an den Anschlusspunkten zu berücksichtigen sind. Da die oberen Seile länger und schlaffer sind als untere Kabelgruppen, wird empfohlen, diese nur mit 5% bis 10% ihrer Gesamtmasse zu berücksichtigen, die unteren Abspannkabel mit einem größeren Wert von 20% bis 25%.

Als Beispiel für die oben genannte modifizierte äquivalente Kabelsteifigkeit werden in **3-7. Abb.** die von S. Ali Ghafari Osko und Ghyslaine McClure veröffentlichten Werte dargestellt.

Stay level	Static stiffness (kN/m)	Simplified response-specific method			Adina simulations-based method		
		El Centro	Parkfield	Taft	El Centro	Parkfield	Taft
7	59,380	117,130	117,190	117,710	92,450	111,430	97,050
6	82,560	175,980	175,910	175,920	124,540	135,770	166,470
5	94,840	192,690	192,670	192,470	141,180	190,440	167,640
4	111,730	230,360	227,730	226,450	171,310	241,440	119,110
3	113,430	250,740	248,250	248,730	177,840	246,690	115,310
2	97,860	218,630	223,230	218,100	162,440	240,260	129,340
1	155,460	347,270	351,140	348,090	207,420	333,430	185,500

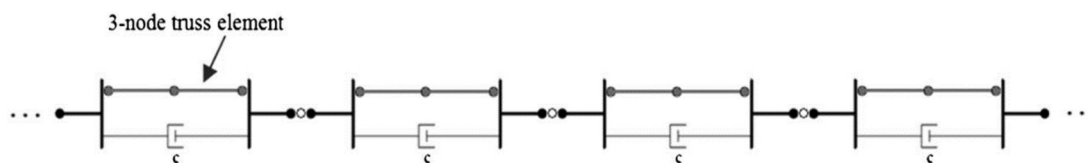
3-7. Abb. die äquivalente Kabelsteifigkeit für dynamische Untersuchungen - [8]

Die linke Spalte zeigt die statische Kabelsteifigkeit in horizontaler Richtung am oberen Befestigungspunkt. Die anderen Ergebnisse stellen die äquivalente dynamische Steifigkeit dar, die unter Verwendung eines Antwortspektrumansatzes und detaillierter nichtlinearer dynamischer Simulationen erhalten wurde. Diese Ergebnisse zeigen, dass die dynamische Steifigkeit um das 1,5 bis 2,2 fache über der statischen zu liegen kommt und somit in den

Berechnungen zu berücksichtigen ist. Diese Effekte variieren erheblich je nach unterschiedlicher Erdbebenbelastung. Es ist auch in **3-7. Abb.** ersichtlich, dass die Ergebnisse des „Verfahren des vereinfachten Antwortspektrums“ im Allgemeinen höher liegen als die Ergebnisse des „Verfahren Simulationsbasierend“ d.h. dass in vereinfachten Modellen wird die dynamische Kraft in den Abspannseilen überschätzt.

Bei der dynamischen Berechnung ist es wichtig, festzustellen, ob eines der Abspannkabel kraftlos wird. Dies hat nicht nur Auswirkungen auf die erste Eigenfrequenz des Kabels, sondern sowohl auf die laterale Steifigkeit als auch auf die Rotationssteifigkeit des gesamten Systems.

Ein wichtiger Parameter der dynamischen Untersuchungen ist die Dämpfung, die Modellierung der strukturellen Dämpfung in der nichtlinearen dynamischen Analyse ist eine Herausforderung und wurde in meisten früheren Studien an Telekommunikationsmasten davon verzichtet. Erwartungsgemäß hat die Vernachlässigung der Dämpfung, die Antwort



3-8. Abb. Mögliches Modell für die Kabel - [13]

der Struktur sehr stark erhöht, auch wenn ein relativ kleiner Wert der viskosen Dämpfung (2%) verwendet wurde, haben Farzad Faridafshin und Ghyslaine McClure im [13] festgestellt. Die **3-8. Abb.** zeigt eine Modellierungsmöglichkeit für die Seile, die von den oben genannten zwei Autoren im [13] verwendet wurde. Experimente an etwas leichteren Kabeln (10 und 8 mm Durchmesser, Kohlenstoffstahlseile) bei den Hochspannungsleitungen, durchgeführt von Yu (1952), zeigten, dass die äquivalente viskose Dämpfung aufgrund der Reibungsdämpfung höchstens 5% der kritischen äquivalenten viskosen Dämpfung bei 8 mm Kabel und 3% bei 10 mm Kabel ist. Es wurde im [13] von den Autoren festgestellt, dass die Dämpfungseffekte den größten Einfluss auf die auf den Mast wirkenden Kabelreaktionskräfte haben. Der ermittelte Unterschied von den Lagerkräften im Vergleich zu dem gedämpften Modell hatte einen durchschnittlichen Anstieg in X- Y- und Z-Richtung von 33, 48 bzw. 15%. Schubkräfte, Torsion, Biegemomente, Verschiebung und Lagerreaktionen haben auch signifikante Erhöhung gezeigt, wenn in den Simulationen die Dämpfung vernachlässigt wurde. Die Ergebnisse der Simulationen im [8] und [13] zeigen deutlich, dass

die Modellierung der strukturellen Dämpfung einen signifikanten Einfluss auf die Spitzenwerte der strukturellen Antwort hat. [8] [13] [14]

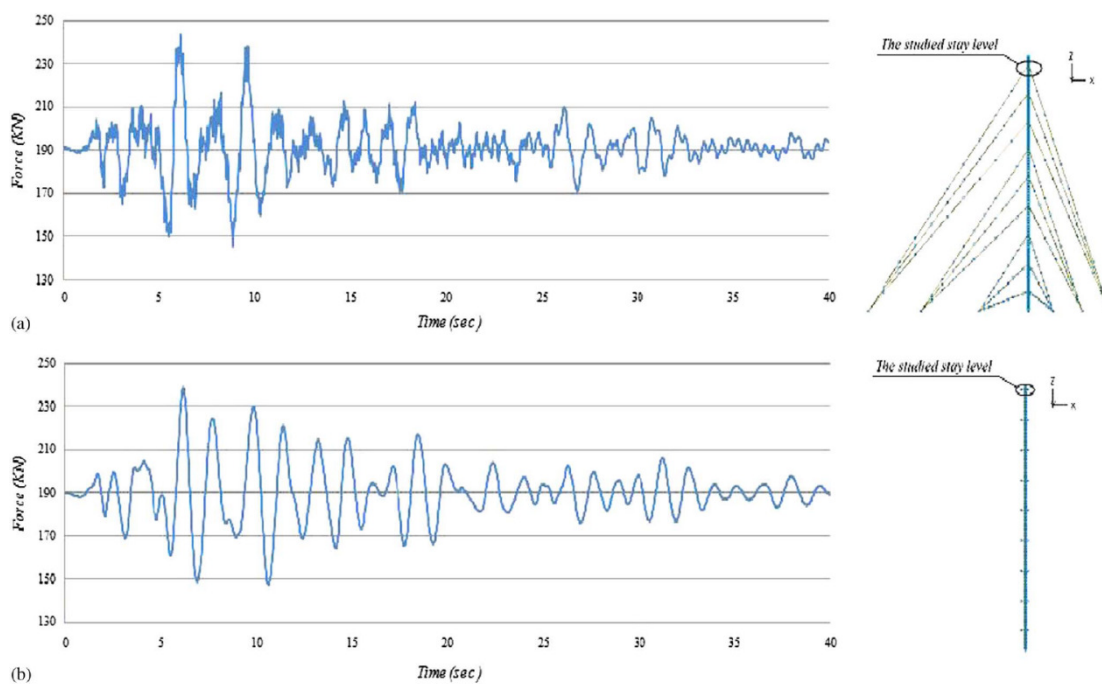
3.3.2. Effekt der räumlichen Variabilität

Die Bodenbewegungen bei einem Erdbeben sind sowohl zeitlich als auch räumlich variabel. Typischerweise berücksichtigt die seismische Analyse einer gegebenen Struktur diese zeitliche Variation, ignoriert jedoch die räumliche Variabilität, diese Näherung für Strukturen mit relativ geringem Platzbedarf ist gerechtfertigt. Daher wird angenommen, dass der Boden gerade unterhalb der Fundamente in der Phase (synchronisiert) entlang der Struktur mit der gleichen Amplitude überall schwingt. Räumliche Variabilität ist die kombinierte Wirkung von drei Ursachen: der Verlust der Kohärenz der Bewegung mit der Distanz, aufgrund seiner kontinuierlichen Veränderung verursacht von Wellenreflexionen und Brechungen; Die Zeitverzögerung zwischen dem Eintreffen der Wellenzüge an Punkten, die sich in unterschiedlichen Abständen von der Quelle befinden. Und die Differenz der Oberflächenbewegung aufgrund lokaler Unterschiede in den Eigenschaften der oberen Bodenschichten. Ein kritischer Parameter, der zur Empfindlichkeit der Masten zur asynchronen Bodenbewegung beiträgt, ist die Bodenart, die sich auf der Baustelle befindet. Die Bodenkennwerte bestimmen die Zeitverzögerungen bei dem Ankommen der horizontalen Welle an den verschiedenen Stützpunkten. Man kann vermuten, dass die Empfindlichkeit von abgespannten Masten auf asynchrone Schwingungen mit ihrer Höhe zunimmt, da größere Abstände zwischen den Ankerpunkten größere Zeitverzögerungen bedeuten. Die Eigenschaften des darunterliegenden Bodens ist der andere beitragende Faktor für diese Empfindlichkeit. Weichere Böden erzeugen größere Zeitverzögerungen zwischen den Anregungen der Lagerpunkte, daher ist die seismische Sensitivität auf derartigem Boden errichteter Türme größer als die einer gleichwertigen Konstruktion, die auf härterem Boden aufgebaut wurde. Ein weiteres interessantes Ergebnis von Farzad Faridafshin und Ghyslaine McClure, das im [13] veröffentlicht wurde ist, dass für alle drei Türme die maximalen Reaktionen typischerweise am Anfang des Bodenschüttelns auftreten, wenn ein Teil des Turms schwingt und die Erregung in der anderen Seite nicht begonnen hat. Diese impulsive Antwort zeigt, dass diese Strukturen sensibler für Außer-Phase Verschiebungen sind, was eher typisch für ein echtes Erdbeben ist. Die im [13] untersuchten drei Türme zeigten Empfindlichkeit gegenüber asynchronem Beben. Mit zunehmender Höhe der Masten wird die Empfindlichkeit für asynchrones Schütteln auch auf einem steiferen Boden signifikant. Weicher Boden hat sehr bedeutende Verstärkungen des Antwortverhaltens

ergeben, und die Autoren schlagen daher vor, dass das Bauen hoher Masten an Baustellen, wo sich ein Boden mit niedriger Scherwellengeschwindigkeit befindet, besser zu vermeiden ist. Ein allgemeiner Trend wurde im [13] festgestellt, dass was bei fast allen Indikatoren in den Analysen mit asynchronem Schütteln beobachtet werden kann, ist die Zunahme der Antwort, wenn die Scherwellengeschwindigkeit abnimmt, und folglich die Zeitverzögerung zwischen den Lageranregungen zunimmt. [13]

3.3.3. Stark linearisiertes Modell

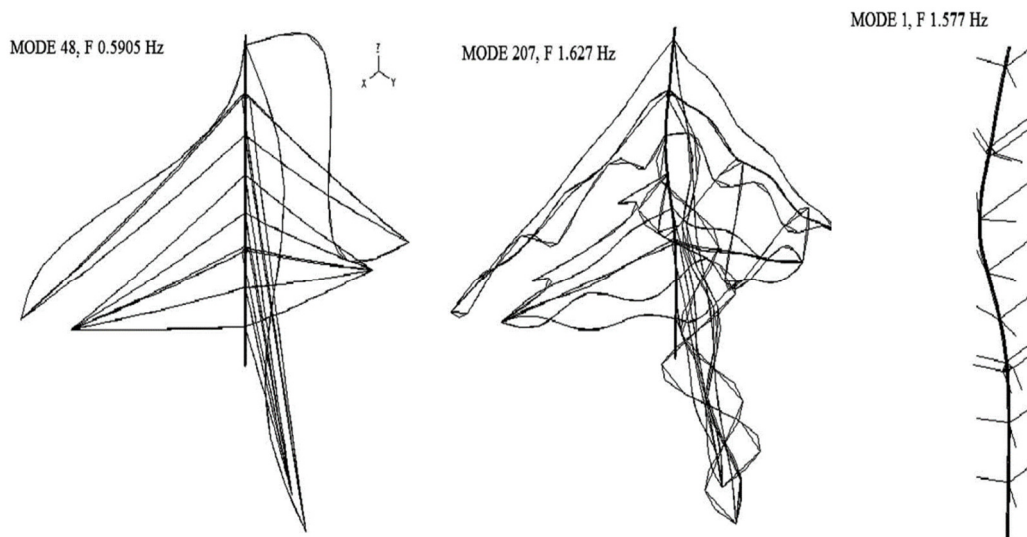
In [8] haben Ghafari Oskoei und Ghyslaine McClure die Anwendbarkeit eines stark linearisierten Modells untersucht. Es wurden die Kabel mit linearen Federn ersetzt mit einer Federsteifigkeit wie im Punkt 3.3.1 beschrieben. Sie haben kleine Unterschiede im Bereich von $\pm 6\%$ bis $\pm 8\%$ in der horizontalen Verschiebung des 198-m Mastes bei der fünften Kabel-Ebene zwischen dem detaillierten numerischen Modell und dem vereinfachten Modell beobachtet. Die maximale Differenz war in allen Fällen weniger als $\pm 10\%$, und das linearisierte Modell überschätzt üblicherweise Ergebnisse. Wegen dieser linearisierten Federn kann dieses Modell nur eine grobe Abschätzung des nichtlinearen Verhaltens der Kabel bei größeren Verschiebungen liefern, da die Federsteifigkeiten auf der Endverschiebung kalibriert wurden, die durch die Schwingung des Mastes hervorgerufen werden. Die Auto-



3-9. Abb. Gesamtspannkraft in der oberen Kabelgruppe - [8]

ren betonen, dass falls ein Kabel während des Erdbebens schlaff wird, eine nichtlineare dynamische Analyse mit impliziter Zeitintegration des detaillierten Modells erforderlich ist. Wenn diese Begrenzung jedoch erfüllt ist (Abspannseile haben immer Spannungen größer als null), berücksichtigt das vereinfachte linearisierte Feder-Modell das nichtlineare Verhalten der entspannten Kabeln und es besteht keine Notwendigkeit für eine vollständige nichtlineare Analyse. Der Berechnungsaufwand der vereinfachten Simulationen wird ohne signifikante Auswirkung auf die Genauigkeit der Ergebnisse im Rahmen einer annähernden seismischen Prüfung stark reduziert. Es wurde beobachtet, dass, obwohl einige hochfrequente Oszillationen in dem vereinfachten Modell aufgrund der Vereinfachungen des Kabelnetzes nicht ermittelt werden können, die Größe der maximalen Spitzen und der Frequenzbereiche im Allgemeinen übereinstimmen. Die Gesamtabspannkraft der oberen Seilgruppe, ermittelt von S. Ali Ghafari Oskoei und Ghyslaine McClure, wurde in **3-9. Abb.** für das detaillierte und das vereinfachte Modell dargestellt. Es wurde von den Autoren festgestellt, dass die allgemeinen Tendenzen der Ergebnisse, die aus dem vereinfachten Antwortspektrummodell erhalten sind, im Allgemeinen mit denen der detaillierten nichtlinearen Simulationen übereinstimmen. Die maximalen relativen Fehler der berechneten Seilspannungen für alle Fälle zeigten einen maximalen Wert von 33% bei

dynamischer Seilspannung an, die bei der Betrachtung der gesamten Seilspannung auf 14% sanken. Die Autoren des Artikels [8] weisen darauf hin, dass die meisten der niedrigsten Eigenfrequenzen und Modusformen der detaillierten Modelle auf diese Weise nicht durch das vorgeschlagene vereinfachte Modell repräsentiert werden können, da die nur reine Kabelschwingungen sind (siehe **3-10. Abb.**), die die Kabel durch die äquivalenten Federelemente ersetzen. Für einen entsprechenden Vergleich wurden die gemischten Kabel- und Mastmoden des detaillierten Strukturmodells identifiziert. Wie in **3-9. Abb.** und in **3-10. Abb.** dargestellt, ermöglicht das Modell mit linearisierten Ersatzfedern eine lineare dynamische Analyse von zusammengefasstem Modell von abgespannten Masten mit sehr wenigen Freiheitsgraden. Das Ziel dieser Methode ist, die aufwendigere Modellierungsverfahren als Vorprüfung während der Entwurfsphase zu ersetzen. Es kann auch als schnelle Untersuchung der seismischen Anfälligkeit bestehender Masten verwendet werden. Natürlich wenn das Verfahren eine nicht vernünftige seismische Reaktion für einen gegebenen Mast anzeigt, ist eine genauere Untersuchung notwendig. [8]



3-10. Abb. die 48-te Eigenfrequenz des detaillierten und vereinfachten Modells von S.

Ali Ghafari Oskoei und Ghyslaine McClure - [8]

3.4. Optimierung der Struktur

Die Optimierung eines Systems dient einem vorher definierten Ziel, das es zu erreichen gilt. Im gegenständlichen Fall sollen möglichst kostengünstige Konstruktionen errichtet werden, die ein hohes Maß an Tragfähigkeit, Stabilität, Langlebigkeit etc. aufweisen. Die in Ingenieurbüros üblicherweise verwendeten Softwareprogramme erlauben die Durchführung von linearen Berechnungen mittels stochastischer genetischer Algorithmen, die in relativ kurzer Zeit durchgeführt werden können, jedoch das Optimierungspotential von hohen Mastkonstruktionen nicht ausschöpfen können. Der Lösungsansatz besteht in der Regel auf einer Systemvereinfachung, in der die Seile durch Federn mit gleichwertiger horizontaler Steifigkeit und entsprechenden vertikalen Druckkräften ersetzt werden.

Mit präziseren nichtlinearen dynamischen Analysen unter Verwendung von globalen Optimierungsalgorithmen kann höheres Optimierungspotential gehoben werden. Hierfür sind jedoch entsprechende Softwareprogramme erforderlich, die in einer Vielzahl von iterativen Schritten d.h. unter Inkaufnahme von zeitaufwendigen Rechenläufen Lösungen ermitteln. Die Anwendung von möglichst schnellen und zuverlässige Analysenmethode ist somit Voraussetzung für eine praxisnahe Bearbeitung der Problemstellung.

Grundsätzlich ist die Vereinfachung von Ansätzen und Systemen von Vorteil, was das folgende Beispiel zeigen soll.

Im Regelfall bietet ein Mast eine definierte Windangriffsfläche d.h. es wirkt eine definierte Belastung auf das System. Im Zuge einer winterlichen Vereisung der Konstruktion vergrößert sich diese Windangriffsfläche und somit die Belastung (inkl. Eislast), was in den Berechnungen zu berücksichtigen ist. Daher ist es ratsam, die Mastparameter nur aufgrund der Windbelastung im Regelfall zu optimieren und anschließend das System auf den Sonderlastfall der gleichzeitigen erhöhten Wind- und Vereisungslasten zu überprüfen.

Im Regelfall wird für die Optimierung des Mastes ein FE-Modell verwendet, in dem dieser vereinfacht aus Stabelementen gem. der Biegetheorie idealisiert ist. Die Abspannseile werden durch den Vorspannkräften äquivalente Federn und Kräfte ersetzt. Die Optimierung stellt einen iterativen Prozess mit, je nach Komplexität der Aufgabe, entsprechend hohem Zeitbedarf dar. Aus diesem Grund werden EDV-gestützte Programme (z.B.

FORTRAN) verwendet, die mittels speziellen Prozessoren und Algorithmen relativ rasch zu brauchbaren Ergebnissen kommen.

Die Grundlagen und Datenbasis für eine Optimierung der Maststruktur lauten wie folgt:

- Masthöhe
- Mastgeometrie
- Lage und Neigung der Abspannkabel
- Geometrie der Antennen und allfälligen Hilfseinrichtungen
- Materialdaten der Strukturelemente (Stäbe, Seile) wie (Young-Modul, Wichte, Isotropie vorausgesetzt etc.)
- Maximal zulässige Spannungen in Strukturelementen
- Maximal zulässige Verformung an der Mastspitze.
- Belastung des Mastes [10]

3.4.1. Problemformulierung und Optimierungsmethoden

Die mathematische Darstellung eines Optimierungsproblems unter Berücksichtigung von Unsicherheiten kann wie folgt beschrieben werden:

$$\text{suche } y \qquad \text{minimiere } F(y, x) \qquad (3.7)$$

$$\text{vorbehaltlich } G_i(y, x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, I \qquad (3.8)$$

$$y_{min} \leq y \leq y_{max} \qquad (3.9)$$

y stellt den Vektor der deterministischen Entwurfsvariable dar, y_{min} und y_{max} deren untere und obere Grenze. F bezeichnet die Zielfunktion. G_i steht für Funktionen, die eine Menge von I Ungleichungsbeschränkungen definieren. Der Vektor x enthält Zufallsvariablen, die die Unsicherheiten repräsentieren. Bei Problemen der Baustatik sind die G_i -Funktionen üblicherweise Grenzzustandsfunktionen, die die strukturelle Sicherheit gewährleisten:

$$G_i(x, y) = \hat{y}_i(x, y) - LS_i \qquad (3.10)$$

Dabei stehen \hat{y}_i für die Spitzenreaktionsfunktionen und LS_i für die Grenzzustands-schwellenwerte. Da Grenzzustandsfunktionen von einigen ungewissen Parametern abhängen, kann nicht garantiert werden, dass die Ungleichung (3.8) immer erfüllt ist. Es ist jedoch möglich, eine hohe Wahrscheinlichkeit für das Erfüllen der Ungleichung zu erreichen d.h. die Wahrscheinlichkeit eines Versagens ausreichend klein zu halten.

Die „Reliability based design optimization“ (RBDO) zielt darauf ab, kostengünstige Entwürfe zu erreichen, die durch eine geringe Versagenswahrscheinlichkeit gekennzeichnet sind. Die Bedingungen, die Kosten zu senken und die Zuverlässigkeit zu erhöhen, stehen im Regelfall in Konkurrenz miteinander. Demzufolge ergibt sich die Notwendigkeit, akzeptable Zuverlässigkeitsgrenzen zu definieren d.h. bei möglichst geringem finanziellem Einsatz ein vorgegebenes Mindestmaß an Sicherheit zu erreichen. Bei der Planung von Systemen mit mehreren unterschiedlichen Versagensmöglichkeiten ist es wichtig, dass die Lösung in Bezug auf jeden kritischen Versagensmodus ausreichend zuverlässig ist. In einer RBDO-Formulierung werden Versagensmodi durch Einschränkungen der Versagenswahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Der Zuverlässigkeitsindex oder die Wahrscheinlichkeit des Versagens kann durch die Durchführung einer probabilistischen Zuverlässigkeitsanalyse berechnet werden. Ein allgemeines RBDO-Problem kann wie folgt beschrieben werden:

$$\text{suche } y \quad \text{minimiere } F(y, x) \quad (3.11)$$

$$\text{vorbehaltlich } P_{f,i}(y, x) \leq P_{f,i}^{acc}, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.12)$$

$$y_{min} \leq y \leq y_{max} \quad (3.13)$$

$P_{f,i}(y, x)$ steht für die Versagenswahrscheinlichkeit und wird dem maximal zulässigen Wert für die Versagenswahrscheinlichkeit $P_{f,i}^{acc}$ gegenübergestellt. i bezeichnet die verschiedenen Fehlermodi d.h. Versagensmöglichkeiten bzw. -arten. Die meisten RBDO-Verfahren sind rechnerisch aufwendig, da in die Lösung der Zuverlässigkeitsanalyse ein Optimierungsproblem eingebettet ist (sogenannte Double-Loop-Methode). Zusätzlich wächst der mit RBDO verbundene Rechenaufwand exponentiell, wenn die Anzahl der Zufallsvariablen oder die Anzahl der kritischen Versagensmodi zunehmen. Um die langen Rechenzeiten zu verringern, wurden durch Fachleute sequenzielle RBDO-Methoden entwickelt. Während dieser Methode wird die optimale Lösung erhalten, indem man den Entwurf, der mittels einer deterministischen Optimierung erhalten wurde, aktualisiert

basierend entweder auf Informationen einer Zuverlässigkeitsanalyse oder auf der Verwendung von nichtlinearen Transformationen. Der aktualisierte Entwurf wird als Ausgangspunkt für den nächsten Zyklus verwendet.

Strukturen, die für bestimmten Randbedingungen optimiert sind, müssen unter geänderten Randbedingungen nicht zwangsläufig den gleichen Optimierungsgrad aufweisen. In der Produktherstellung sowie in vielen Bereichen des Ingenieurwesens ist es wichtig, Systeme mit ausreichender Robustheit zu planen. Als „Robust design optimization“ (RDO) wird der Ansatz bezeichnet, der versucht, möglichst viele erdenkliche Unsicherheiten zu berücksichtigen und in die Optimierung zu integrieren. Damit verfolgt man das Ziel, die Leistungsvariabilität in Bezug auf die beteiligten Parameter zu reduzieren d.h. die Struktur soll unter möglichst vielen Umweltbedingungen ein hohes Maß an Leistung d.h. Widerstandsfähigkeit aufweisen. Ein allgemeines RDO-Problem kann wie folgt beschrieben werden:

$$\text{suche } y \quad \text{minimiere } [F(y, x), \sigma(y, x)] \quad (3.14)$$

$$\text{vorbehaltlich } G_i(y, x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.15)$$

$$y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \quad (3.16)$$

$\sigma(y, x)$ stellt die Standardabweichung der Antwort dar. Taguchi entwickelte ein Verfahren für robustes Design. Die optimalen Designvariablen werden durch Maximierung des Signal-Rausch-Verhältnisses erhalten, definiert als das Verhältnis der Antwort auf seine Variation aufgrund von Rauschfaktoren. Es wird danach mittels eines Skalenfaktors das Mittelwert zum gewünschten Ziel bewegt. Die Hauptnachteile des Taguchi-Verfahrens sind die Unfähigkeit, einen Skalenfaktor zu ermitteln, der hohe Rechenaufwand, der benötigt wird, um Einsicht zu gewinnen in alle Faktorwechselwirkungen zu erhalten, und die Unfähigkeit des Verfahrens, Entwurfsbeschränkungen aufzunehmen.

Das Ziel eines RBRDO (Reliability-based robust design optimization) - Problems besteht darin, den Entwurf zu verbessern, in dem die Variabilität der strukturellen Leistung minimiert wird, bei gleichzeitiger Erfüllung einer optimalen Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit. Um diese Ziele zu erreichen, wird ein allgemeines RBRDO-Problem wie folgt beschrieben:

$$\text{suche } y \quad \text{minimiere} [F(y, x), \sigma(y, x)] \quad (3.17)$$

$$\text{vorbehaltlich } P_{f,i}(y, x) \leq P_{f,i}^{acc}, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.18)$$

$$y_{min} \leq y \leq y_{max} \quad (3.19)$$

$P_{f,i}(y, x)$ steht für die Wahrscheinlichkeit der Nichterfüllung einer Bedingung i (z.B. die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems), $P_{f,i}^{acc}$ für die akzeptable Größe dieser Wahrscheinlichkeit (z.B. durch Festlegen eines gewünschten Sicherheitsniveaus).

Parameter, die Quellen für Unsicherheiten darstellen, können in zwei Kategorien eingeteilt werden. Die erste Kategorie enthält Parameter, die die Struktur charakterisieren, wie Masse, Steifigkeit, Festigkeit des Materials, Dimensionen der Strukturelemente, Vorspannung usw. Die zweite Kategorie besteht aus Variablen, die die Windlast, die mittlere Windgeschwindigkeit, die Windturbulenz, die Strukturbeiwerte und die aerodynamischen Beiwerte charakterisieren. Einer der Vorteile des RBRDO Verfahrens ist dessen Fähigkeit zur Berechnung geometrischer Nichtlinearität, die für schlanke, kabelgestützte Strukturen große Bedeutung haben kann. Ilaria Venanzi, Annibale Luigi Materazzi, und Laura Ierimonti haben in [11] festgestellt, dass die nichtlineare strukturelle Antwort aufgrund der Versteifungseffekte von Kabeln geringfügig kleiner ist, als das lineare. Das Optimierungsverfahren wird in diesem Fall zu höheren Optimalwerten der Funktion und kleineren optimalen Durchmessern ergeben. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen, die man durch lineare und nichtlineare Analysen erhält, steigen mit dem Wachstum des p_{σ}/p_E Gewichtsverhältnisses. Die Anwendung einer nichtlinearen Lösungsstrategie erhöht den erforderlichen Rechenaufwand signifikant. Daher ist es laut obenstehender Autoren zweckmäßig, die Nichtlinearität nur zu betrachten, wenn eine lineare Analyse die strukturelle Antwort unterschätzt oder wenn die nichtlineare Analyse eine erhebliche Materialeinsparung ermöglicht. In einer Fallstudie wurden die Ergebnisse des Verfahrens verglichen. Die Ergebnisse zeigten, dass das Verfahren bei der Verringerung der Variabilität in der Leistung hinsichtlich der Anzahl der Parameter, und Bereitstellung eines vorgeschriebenen Sicherheitsniveaus der robusten Lösung wirksam ist. Mehrere numerische Analysen werden in diesem [11] Artikel durchgeführt, in dem hervorgehoben wird, dass der Parameter, der den optimalen Entwurf am maßgeblichsten beeinflusst, mit der Definition der Windgeschwindigkeit zusammenhängt. Eine wichtige Rolle spielen auch die Auswahl der Grenz-

zustandsgrenzen und die akzeptable Versagenswahrscheinlichkeit, die vom Planer sorgfältig gewählt werden müssen. Die Autoren führten einen Vergleich zwischen den optimalen Entwürfen, die mittels RBDO- und RBRDO-Verfahren erstellt wurden, durch. Die Ergebnisse zeigen, dass es, um die vorgeschriebene Robustheit bei RBRDO-Prozeduren zu gewährleisten, nicht möglich ist, die Querschnittsabmessungen unter einer bestimmten unteren Grenze zu verringern. Diese untere Grenze nimmt mit dem Wachstum des Gewichtsverhältnisses zu und wird erreicht, wenn die zulässige Versagenswahrscheinlichkeit gleich oder höher als ein kritischer Wert ist.

In [9] wurde von Masoud Heydari, Hamid Moharrami und Hadi Yazdani-Paraei das Optimierungsproblem eines Dreiecksmastes wie folgt beschrieben:

$$\begin{aligned} \text{minimiere } W = 3\rho C_1 \sum_{i=1}^n (L_u)_i A_i + \rho C_2 \sum_{j=1}^m L_j A_j \quad (i = 1 \dots n, \\ j = 1 \dots m) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\text{vorbehaltlich } g_k \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} R \leq \bar{R} \\ \Delta \leq \bar{\Delta} \end{cases} \quad (k = 1 \dots s) \quad (3.21)$$

$$X_L \leq X \leq X_U \quad (3.22)$$

W steht für die Zielfunktion, im gegenständlichen Fall für die Kosten der gesamten Struktur d.h. Mast und Kabel. n und m beschreiben die Anzahl der Abspannkabel und Mastelemente (Stäbe). In [9] wurde ein symmetrischer dreieckiger Mastquerschnitt geprüft, wobei in jeder Anschlussebene (horizontale Ebene, in der Spannkabel angeschlossen sind) drei Seile angeschlossen sind. Für die Kabel und Mastelemente wurden folgende Variablen definiert. C_1 und C_2 bezeichnen Kosten (bezogen auf Gewichtseinheiten); ρ die Materialdichte; $(L_u)_i$ und L_j die Längen und A_i und A_j die Querschnittsfläche. g_k ist die k -te Leistungsbeschränkung und ist die implizite Funktion von Entwurfsvariablen. Es kann entweder die Verschiebung, Rotation, Neigung oder die Festigkeitsgrenze in Mastelementen oder Kabeln sein. Um das obige Problem zu lösen, kann jeder Optimierungsalgorithmus verwendet werden. Im gegenständlichen Artikel wird das Optimality Criteria (OC) -Verfahren eingesetzt und empfohlen, um die optimale Lösung zu finden. Die Verwendung der OC-Verfahren ist weit verbreitet, unter Berücksichtigung von Modifikationen in verschiedenen Bereichen der Strukturoptimierung. Die Hauptgründe für die Popularität dieser Methoden sind ihre einfache Durchführung und schnelle Konvergenz. Eine allgemeine Schwierigkeit beim klassischen Optimierungsalgorithmus ist das Abnehmen der Effizienz des Lösungsprozesses, sobald die Anzahl der Konstruktionsvariablen wächst. Von den

Autoren wurde jedoch bei Anwendung der obigen Formeln beobachtet, dass die Leistung des OC-Algorithmus weniger von der Anzahl der Variablen abhängt, sondern mehr von der Komplexität der Struktur (z.B. Anzahl der Spannkabel). Aufgrund der großen, durch Normen vorgegebenen Anzahl von Zwängen und mehrfachen Belastungssituationen, die auf die Struktur aufgebracht werden, ist es besser, die Anzahl der Kriterien niedrig zu halten. Dies geschieht durch Auswahl von potentiell aktiven Zwängen auf der Grundlage ihrer Antwortverhältnisse. Das Antwortverhältnis ist das Verhältnis des Wertes der aktuellen Antwort (Festigkeit, Ablenkung usw.) bis zu seinem Grenzwert. [9] [11]

3.4.2. Unterstrukturierungsverfahren

Um die Optimierungsprozesse zu beschleunigen, empfehlen die Autoren in [9] eine revolutionäre Methode, das Unterstrukturierungsverfahren. Abgespannte Maste zeigen geometrisches nichtlineares Verhalten sogar unter Last von Betriebslastfällen. Dieses Verhalten ist auf zwei Quellen zurückzuführen.

- Nichtlineare Steifigkeitseigenschaften der Seile
- Effekt aus Theorie zweiter Ordnung durch axiale Kräfte, die auf den verformten Mast wirken

Bei der Berechnung von abgespannten Masten wird eine Steifigkeitsmatrix erstellt, die sich aus mehreren, teilweise linearen und teilweise nichtlinearen Gleichungen zusammensetzt. Erstere resultieren aus der Maststruktur, zweitere aus den Abspannkabeln. Daher ist das Ziel der nichtlinearen Analyse, bei der gleichzeitigen Lösung zahlreicher Gleichungen nichtlineare Gleichgewichtsgleichungen in begrenzter Zahl zu erfüllen. Wenn diese nichtlinearen Gleichungen aus der Gleichgewichtsgleichungen ausgeschlossen werden, bleiben die übrigen Gleichungen linear. Diese Denkweise eröffnet die Verwendung eines neuen Lösungsalgorithmus für die Analyse von abgespannten Masten basierend auf einer Unterstrukturierungstechnik, in dem die nichtlinearen Teile der Struktur von deren linearen Teilen getrennt werden d.h. die linearen von den nichtlinearen Gleichungen der Gleichgewichtsgleichungen. Unter der Annahme, dass der Mast durch Seile in r -Punkten gestützt wird, werden $3 \times r$ Freiheitsgrade der Gleichgewichtsgleichungen nichtlinear (verschiebungsabhängig), der Rest verbleibt linear. Wenn in diesen r -Punkten nichtlineare Kabelelemente vom Mast getrennt werden und die Komponenten der Kabelkräfte durch Unbekannte ersetzt werden, kann man den Mast durch ein beliebiges lineares

Strukturanalyseverfahren analysieren. Das zu lösende Problem ist, die unbekanntes Kabelkräfte und deren Komponenten zu bestimmen. In [9] werden die unbekanntes Kräfte aus der Kompatibilität der beiden Teilstrukturen gefunden, also durch Gleichsetzen der Verschiebungen der $3 \times r$ Freiheitsgrade in den Kabeln mit den Verschiebungen der Anschlusspunkte des Mastes. Eine detaillierte Beschreibung dieser Methode mit Zahlenbeispiel ist in [9] ersichtlich. Im Grunde genommen ergeben sich große Ähnlichkeiten mit dem Kraftgrößenverfahren aus der Statik. Es erfüllt die Kompatibilität und das Gleichgewicht der beiden Teilsysteme auf eine innovative Weise. Im Vergleich zu traditionellen Methoden der nichtlinearen Analyse reduziert das in [9] vorgeschlagene Verfahren die Rechenzeit erheblich. Die wichtigsten Ergebnisse des Artikels sind hier zusammengefasst:

- Bei dem vorgeschlagenen Verfahren wird die Anzahl der gleichzeitigen nichtlinearen Gleichgewichtsgleichungen erheblich reduziert.
- Diese Methode erfordert nicht die Erstellung einer Steifigkeitsmatrix für Kabel, sondern die Lösung einiger nichtlinearer Gleichungen.
- Für verschiedene Lastkombinationen verwendet dieses Verfahren eine Steifigkeitsmatrix für den Mast und einen nichtlinearen Satz von Gleichungen für jeden Lastfall. Daher wird die Steifigkeitsmatrix des Mastes nur einmal für alle Lastkombinationen und Sensitivitätsanalysen invertiert oder zerlegt. Die Analyse reduziert sich auf die Lösung einiger nichtlinearer Gleichungen für jeden Lastfall.
- Als Ergebnis der drei obenstehenden Punkte hat sich die Rechenzeit deutlich verringert.
- Da die Anzahl der nichtlinearen Gleichungen verringert wird, wird die Genauigkeit der Lösung erhöht.
- Die Methode ist nicht nur in der Theorie sehr einfach formuliert, sie kann auch einfach edv-technisch umgesetzt werden d.h. der Algorithmus kann in der Praxis effizient eingesetzt werden [9]
- Der Optimierungsalgorithmus verringert die Kosten für den Mast erheblich, vor allem durch die optimale Vorspannung der Kabel.

4. Zusammenfassung

Wie aus den obigen Kapiteln feststellbar ist, sind derartige Konstruktionen durch hochspezifisches Strukturverhalten gekennzeichnet. Diese Konstruktionen sind sehr effektiv, und können durch Verwendung relativ geringer Mengen von Materialien relativ große Belastungen bei bedeutenden Höhen tragen. Abgespannte Maste stellen jedoch aufgrund ihrer leichten Struktur komplexe Bauwerke dar. Für die Lösung der für sie charakteristischen Probleme wurde ein eigener Forschungszweig geschaffen. Maste sind z.B. aufgrund ihrer Höhe und Schlankheit hochempfindlich gegen horizontale Einwirkungen wie Windbeanspruchungen, nichtlinearen Effekte und die Stabilität der Struktur spielen in der Planung eine wichtige Rolle.

Den Planern stehen viele verschiedene Mittel zur Verfügung, um die Planungsaufgabe durchführen zu können. Es liegt im Eigeninteresse und der Verantwortung der Designer, ein Verfahren auszuwählen, das für den jeweiligen Entwurf, mit Rücksicht auf die Anforderungen der aktuellen Planungsphase, am besten geeignet ist.

In der vorliegenden Arbeit werden die hochspezifischen Probleme dieser Konstruktionen sowie die daraus resultierenden Konstruktionsarten beschrieben. Neben der Problematik der Stabilität, mit eigenen Versagensmethoden wie die Auswirkung von nicht-richtungshaltenden Lasten, wird auch auf die Thematik der Berechnungsmethoden eingegangen. Es werden Vor- und Nachteile der verschiedenen Verfahren verglichen, im Speziellen auch auf die Möglichkeiten der FE-modellierung eingegangen. Abschließend wird die Frage der Optimierung behandelt.

Auf Basis der obenstehenden Methoden können optimierte Strukturen geplant und errichtet werden, die Grundlage für leistungsfähige und kostengünstige Telekommunikationsnetzwerke.

Literatur

- [1] M. Clobes, A. Willecke und U. Peil, „A refined analysis of guyed masts in turbulent wind,“ in *EACWE 5*, Florence, Italy, 2009.
- [2] A. Materazzi und I. Venanzi, „A simplified approach for the wind response,“ *Journal of Wind Engineering*, Bd. 95, p. 1272, 2007.
- [3] M. Iordanescu, „Dedicated software for the structural analysis of guyed antenna towers,“ *Structural Engineering, Mechanics and Computation*, Bd. 1, p. 621, 2001.
- [4] M. K. S. Madugula, Y. M. F. Wahba und G. R. Monforton, „Dynamic response of guyed masts,“ *Engineering Structures*, Bd. 20, p. 1097, 1998.
- [5] Y. M. Wahba, M. K. Madugula und G. R. Monforton, „Effect of icing on the free vibration of guyed antenna towers,“ *Atmospheric Research*, Bd. 46, p. 27, 1998.
- [6] B. N. Kahla, „Equivalent beam-column analysis of guyed towers,“ *Computers & Structures*, Bd. 55, p. 631, 1995.
- [7] C. Gantes, R. Houry, J. J. Connor und C. Pouangare, „Modelling, Loading and preliminary design considerations for tall guyed towers,“ *Computers & Structures*, Bd. 49, p. 797, 1993.
- [8] S. A. G. Oskoei und G. McClure, „New robust linearized seismic analysis method for tall guyed telecommunication masts,“ *Journal of Structural Engineering*, Bd. 138, p. 502, 2012.
- [9] M. Heydari, H. Moharrami und H. Yazdani-Paraei, „Nonlinear analysis and optimum design of guyed masts,“ *Journal of Optimization Theory and Applications*, Bd. 155, p. 1025, 2012.
- [10] R. Belevičius, D. Jatulis und D. Šešok, „Optimization of tall guyed masts using genetic algorithms,“ *Engineering Structures*, Bd. 56, p. 239, 2013.
- [11] I. Venanzi, A. L. Materazzi und L. Ierimonti, „Robust and reliable optimization of wind-excited cable-stayed masts,“ *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, Bd. 147, p. 368, 2015.
- [12] A. Ismail, „Seismic assessment of guyed towers: A case study combining field measurements and pushover analysis,“ *Housing and Building National Research Center Journal*, Bd. 12, p. 47, 2016.
- [13] F. Faridafshin und G. McClure, „Seismic response of tall guyed masts to asynchronous multiple-support and vertical ground motions,“ *Journal of Structural Engineering*, Bd. 134, p. 1374, 2008.
- [14] G. G. Amiri, „Seismic sensitivity indicators for tall guyed telecommunication towers,“ *Computers & Structures*, Bd. 80, p. 349, 2002.
- [15] G. G. Amiri, *Seismic sensitivity of tall guyed telecommunication towers*, Montreal, Canada:

- Die Dissertation vorgelegt: the Faculty of Graduate Studies and Research Department of Civil Engineering and Applied Mechanics McGill University, 1997.
- [16] G. Saudi, „Structural assessment of a guyed mast through measurement of natural frequencies,“ *Engineering Structures*, Bd. 59, p. 104, 2014.
- [17] N. György, *Tartószerkezetek III. / Strukturanalyse III.*, Budapest: HEFOP, 2004.
- [18] G. M. Hensley und R. H. Plaut, „Three-dimensional analysis of the seismic response of guyed masts,“ *Engineering Structures*, Bd. 29, p. 2254, 2007.
- [19] H. Schulte, *Türme – Träger für Windräder und Antennen*, München: Fachhochschule München.
- [20] C. Petersen, *Abgespannte Maste und Schornsteine: Statik und Dynamik*, Berlin: W. Ernst, 1970.
- [21] B. G. Johnston, *Guide to stability design criteria for metal structures*, New York: Wiley, 1976.
- [22] I. Miklós, *Hídépítéstan - acélszerkezetek / Brückenbau - Stahlbauten*, Budapest: Műegyetemi kiadó, 1998.
- [23] K. K. Márta, S. György und K. Sándor, *Szilárdságtan / Festigkeitslehre*, Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000.
- [24] *ANSYS Handbuch*.
- [25] „Ubiquiti Networks Community,“ [Online]. Available: <https://community.ubnt.com>.
- [26] „CADE Systems,“ [Online]. Available: http://www.cadesystems.com.au/WebHelp/effective_length_factors.htm.
- [27] „Wikiwand,“ [Online]. Available: http://www.wikiwand.com/es/Teor%C3%ADa_de_vigas_de_Timoshenko.
- [28] Wikipedia. [Online]. Available: <https://www.wikipedia.org>.
- [29] B. Pichler, Autor, *Baustatik 8. Volesung*. [Performance]. TU, 2015.
- [30] Deutsches Institut für Normung, *EN 1993-3-1*, 2010.

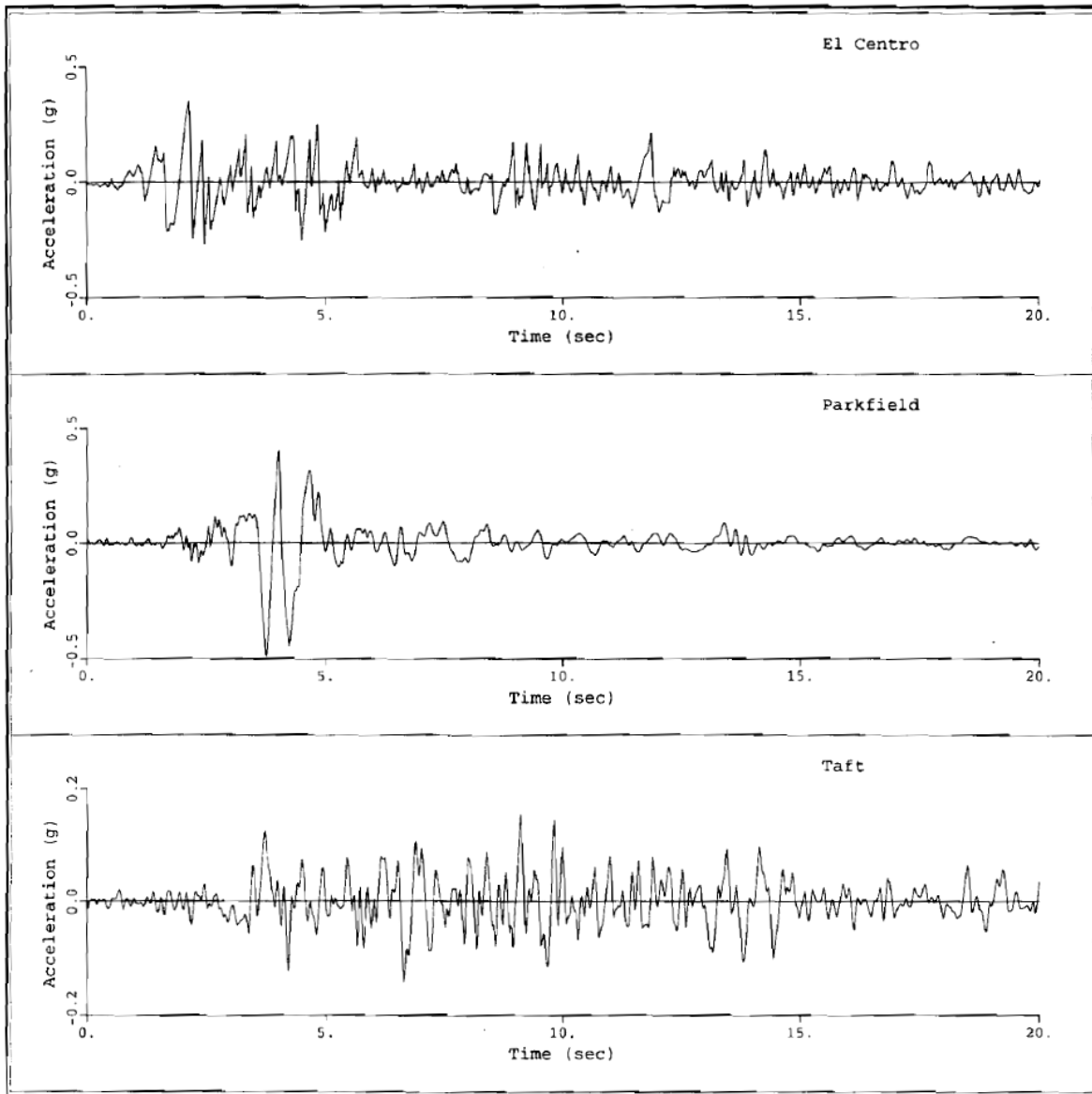
Abbildungsverzeichnis

1-1. Abb. Typische Geometrie eines abgespannten Mastes [14]	7
1-2. Abb. Lakihegyi Sendemast (Ungarn) – Selbststrahler [28]	8
1-3. Abb. Mögliche Ausbildungen des Mastquerschnitts - eigene	11
1-4. Abb. Übliche Fachwerkkonstruktionen – eigene	11
1-5. Abb. Beispiele für Kabelanordnung – eigene	12
2-1. Abb. Stabile und instabile Gleichgewichtszustände – [23]	14
2-2. Abb. Kraft-Verschiebung - Diagramm der erste Eulerfall – [29]	16
2-3. Abb. Effektive Länge für zentrisch belastete Stäbe mit verschiedenen Auflagerbedingungen – [26]	17
2-4. Abb. elastisches und unelastisches Knickverhalten - eigene	19
2-5. Abb. Maximale Tragfähigkeitskurven für einige Versuche von verschiedenen Stütztypen [21]	20
2-6. Abb. Spannungsverlauf eine imperfekte Knickstab - eigene	21
2-7. Abb. Verhalten in postkritischer Phase – [22]	21
2-8. Abb. Durchschlag von einer Stabkonstruktion – [17]	22
2-9. Abb. unten eingespannter Knickstab mit einer Pendelstütze - [22]	24
2-10. Abb. Verlauf der Knicklänge abhängig von Länge der Pendelstütze – [22]	25
2-11. Abb. Faktor β abhängig von der Federsteifigkeit - [22]	26
2-12. Abb. Beispiele für zusammengesetzte Querschnitte - [21]	27
2-13. Abb. Ermittlung des Völligkeitsgrades laut EN 1993-3-1 - [30]	29
2-14. Abb. Gesamtkraftbeiwerte für Maste mit rechteckigem Querschnitt - [30]	29
2-15. Abb. Maste unter Eislast - [25]	31
3-1. Abb. Unterschiede des Balkenmodells von Timoshenko zu Euler-Bernoulli - [27]	35
3-2. Abb. Schematischer Mastquerschnitt - [7]	36
3-3. Abb. Beispiel für das getrennt gerechnete 3D Modell - [5]	37
3-4. Abb. Modellierung exzentrisch angeschlossener Seile - [6]	39
3-5. Abb. 3D Fachwerkelement – [24]	40
3-6. Abb. Detaillierte- und vereinfachte Modellierung der Seile - [14]	44
3-7. Abb. die äquivalente Kabelsteifigkeit für dynamische Untersuchungen - [8]	45
3-8. Abb. Mögliches Modell für die Kabel - [13]	46
3-9. Abb. Gesamtspannkraft in der oberen Kabelgruppe - [8]	48
3-10. Abb. die 48-te Eigenfrequenz des detaillierten und vereinfachten Modells von S. Ali Ghafari Oskoei und Ghyslaine McClure - [8]	50
0-1. Abb. Diagramme der Erdbebenbeschleunigung - [15]	2
0-2. Abb. Maximale horizontale Verschiebungen (a) von dem 198-m-Mast unter dem El-Centro-Erdbeben (b) dem 152-m-Mast unter dem Parkfeld-Erdbeben - [8]	3

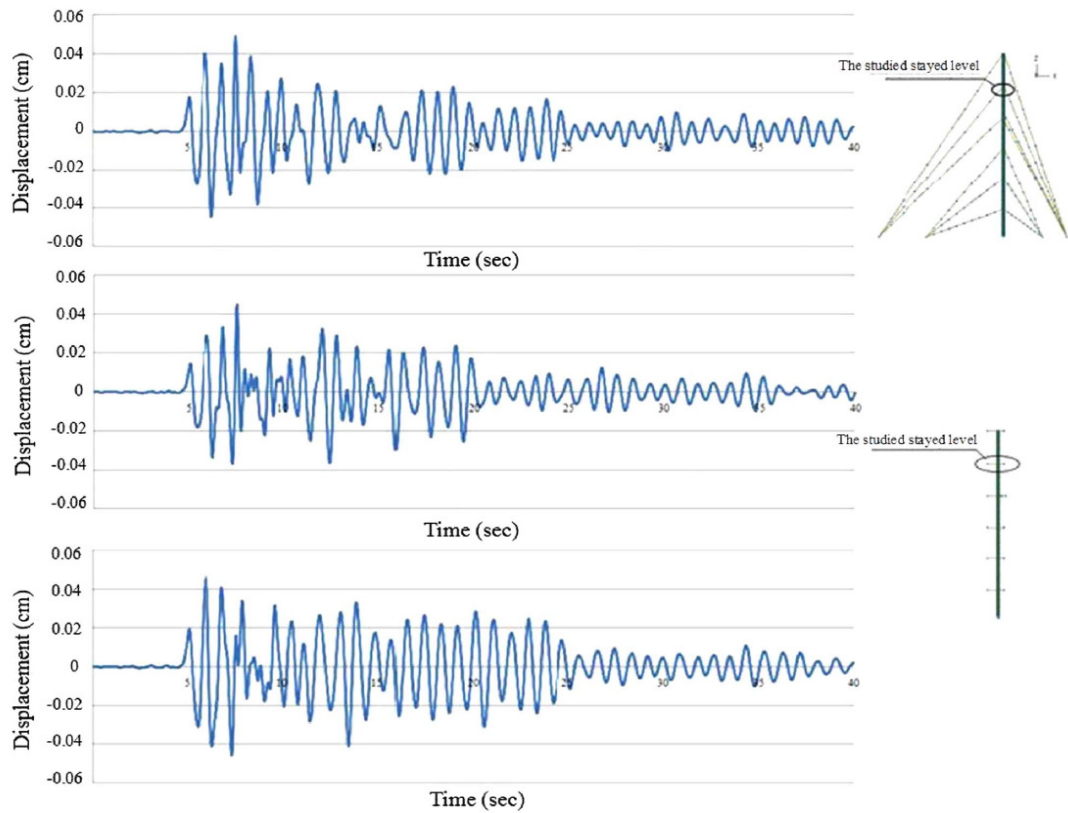
-
- 0-3. Abb.** Vergleich zwischen den Ergebnissen, die durch RBDO und RBRDO mit unterschiedlichen Gewichtsverhältnissen und Grenzzustandsgrenzen erhalten wurden: (a) optimale Durchmesser; (B) Mittelwerte der Zielfunktion; Und (c) Standardabweichungen der Zielfunktion..... 4
- 0-4. Abb.** Horizontale Verschiebung des Mastes auf der fünften Anschlussebene unter dem Parkfeld-Erdbeben: (a) detailliertes nichtlineares Modell; (b) vereinfachtes Modell mit linearisierter Federsteifigkeit auf der Grundlage der ADINA-Simulationen; (C) ein vereinfachtes Modell mit linearisierter Federsteifigkeit auf der Grundlage des im Artikel vorgeschlagenen Verfahrens - [8]..... 4

Anhang

A.1. Beispiele für Erdbebenbeschleunigungen

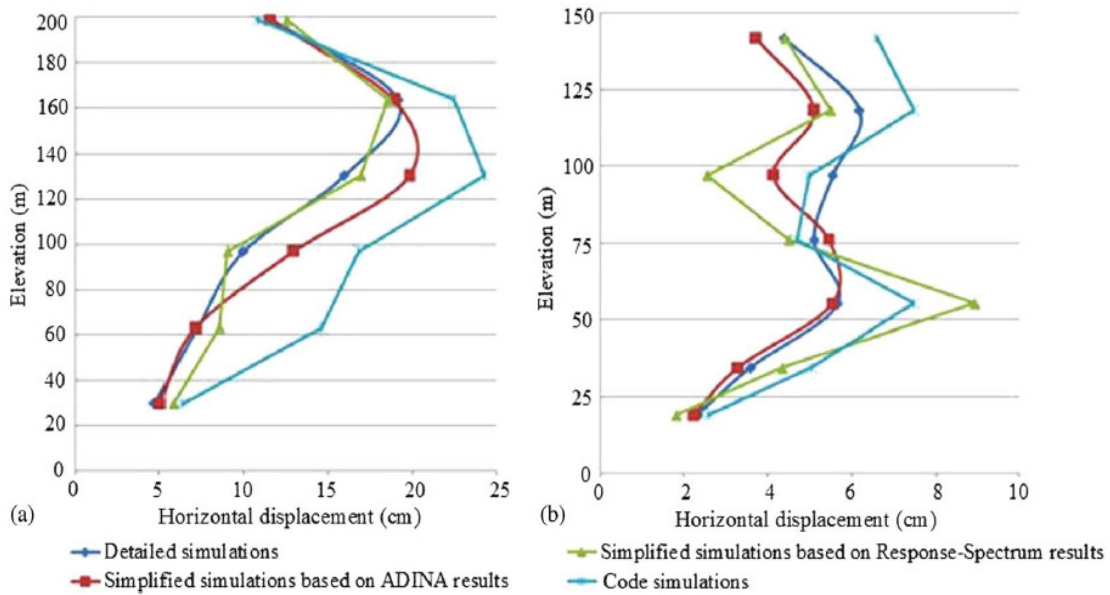


0-1. Abb. Diagramme der Erdbebenbeschleunigung - [15]

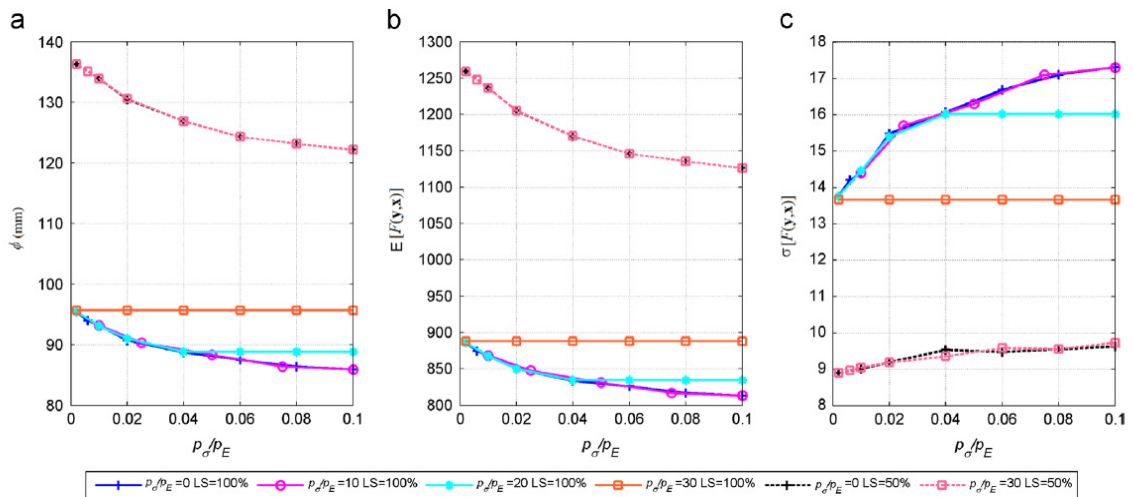
A.1. Ergebnisse der Robust linearisierten seismischen Analyse in [8]

0-2. Abb. Maximale horizontale Verschiebungen von einem (a) 198-m-Mast während des El-Centro-Erdbebens (b) 152-m-Mast während des Parkfeld-Erdbebens - [8]

A.2. Vergleich der in 3.4.1 beschriebenen Optimierungsmethoden



0-4. Abb. Horizontale Verschiebung des Mastes auf der fünften Anschlussebene während des Parkfeld-Erdbeben: (a) detailliertes nichtlineares Modell; (b) vereinfachtes Modell mit linearisierter Federsteifigkeit auf der Grundlage der ADINA-Simulationen; (c) vereinfachtes Modell mit linearisierter Federsteifigkeit auf der Grundlage des im Artikel vorgeschlagenen Verfahrens - [8]



0-3. Abb. Vergleich der Ergebnisse, die durch RBDO und RBRDO mit unterschiedlichen Gewichtsverhältnissen und Grenzzustandsgrenzen ermittelt wurden (a) optimale Durchmesser; (b) Mittelwerte der Zielfunktion; (c) Standardabweichungen der Zielfunktion