Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.
http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.
http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Strömungsakustische Simulation einer tiefen Kavität mit Lippe

Diplomarbeit

Ivan Lazarov, BSc.

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/ Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.

http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.

http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.
http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.
http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

DIPLOMARBEIT

Strömungsakustische Simulation einer tiefen Kavität mit Lippe

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung
des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs
unter der Leitung von

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Kaltenbacher
Mitwirkung Projekt.Ass. Dipl.-Ing. Stefan Schoder
Institut für Mechanik und Mechatronik, E325 A4

eingereicht an der Technischen Univeristät Wien
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften
von

Ivan Lazarov, BSc.
Matrikelnummer 00728257
Viktor-Christ-Gasse 1/16
1050 Wien

Wien, am 11.04.2018 Unterschrift

Ich nehme zur Kenntnis, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung

Diplomarbeit

nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides Statt, dass ich meine Diplomarbeit mit dem Titel *Strömungsakustische Simulation einer tiefen Kavität mit Lippe* selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe und dass ich alle Stellen, die ich wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen entnommen habe, als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit hat bisher in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Wien, den 11.04.2018

(Ivan Lazarov)

Vorwort

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen, mich bei all jenen zu bedanken, die mich sowohl während meines Studiums als auch der Anfertigung dieser Arbeit motiviert und unterstützt haben.

Zunächst gebührt mein Dank Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Kaltenbacher, der die vorliegende Arbeit betreut und begutachtet hat. Für die hilfreichen Anregungen und sein Auge fürs Detail, welche der Fokus dieser Arbeit verschärft haben, möchte ich mich herzlich bedanken. Einen besonderen Dank richte ich zudem an Herrn Projekt.Ass. Dipl.-Ing. Stefan Schoder, der mich während des ganzen Arbeitsprozesses mit Rat und Tat begleitet hat und ohne den diese Arbeit nicht entstehen können hätte. Weiters möchte ich mich bei Herrn Univ.Ass. Dipl.-Ing. Clemens Junger und Herrn Projektass. Dipl.-Ing. Klaus Roppert für ihre konstruktive Kritik und persönliches Engagement bedanken. Nicht zuletzt bin ich auch allen anderen MitarbeiterInnen des Instituts für Mechanik und Mechatronik der TU Wien sehr dankbar für die kreative Arbeitsatmosphäre und das freundliche Klima.

Darüber hinaus möchte ich meiner Verlobte, Ahinora Antova, und meinen Freunden Blaga Zlateva und Ivan Prandzev danken, die mir mit kaltem Bier und einem offenen Ohr immer zur Seite gestanden sind. Schließlich möchte ich mich bei meiner Familie und vor allem bei meinen Großeltern für ihre bedingungslose Liebe und moralische Unterstützung bedanken.

Ferner sei es erwähnt, dass die vorgestellten CFD-Simulationsergebnisse teilweise mit Hilfe des *Vienna Scientific Cluster* (*VSC*) erstellt wurden. Aus diesem Grund möchte ich mich bei den MitarbeiterInnen von VSC herzlichst bedanken.

Ivan Lazarov
Wien, den 11.04.2018

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Formelzeichen vi

Verwendete Abkürzungen xii

Kurzfassung xiv

1 Einleitung 1

2 Theoretische Grundlagen 7
2.1 Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik . . . 7
2.1.1 Reynolds'sches Transporttheorem . . . 8
2.1.2 Massenerhaltung . . . 8
2.1.3 Impulserhaltung . . . 9
2.1.4 Drehimpulserhaltung . . . 10
2.1.5 Energieerhaltung . . . 10
2.1.6 Konstitutivgleichungen . . . 11
2.2 Strömungsmechanische Grundlagen . . . 12
2.2.1 Dimensionslose Größen . . . 12
2.2.2 Kompressible Navier-Stokes Gleichungen . . . 13
2.2.3 Inkompressible Reynolds Gleichungen . . . 13
2.2.4 Turbulenzmodelle . . . 14
2.2.5 Grenzschichttheorie . . . 17
2.3 Akustik . . . 22
2.3.1 Wellengleichung . . . 22
2.3.2 Schalldruckpegel . . . 23
2.3.3 Strömungsakustische Kopplungsanalogien . . . 23
2.4 Kavitätsschall . . . 25
2.4.1 Klassifizierung von Kavitätstöne . . . 25
2.4.2 Einfluss wichtigen Parameter und Phänomene . . . 33

3 Modellierung 41
3.1 CFD Modell . . . 41
3.1.1 Simulationsgebiet und Randbedingungen . . . 41
3.1.2 Rechengitter . . . 42
3.2 CAA Modell . . . 46
3.2.1 Simulationsgebiet und Randbedingungen . . . 46
3.2.2 Rechengitter . . . 46

4 Strömungsmechanische Simulationen **49**
4.1 Simulationssetup . . . 49
4.1.1 Verwendete Turbulenzmodelle . . . 51
4.1.2 Materialparameter . . . 51
4.1.3 Geschwindigkeitsprofil am Einlass . . . 52
4.1.4 Eingangsturbulenz . . . 53
4.1.5 CFD Simulationsüberblick . . . 53
4.2 Konvergenzstudie . . . 55
4.2.1 $k\omega$SST-Modell . . . 55
4.2.2 SBES-Modell . . . 58
4.3 Parameterstudie . . . 62
4.3.1 Einfluss der Grenzschichtdicke . . . 62
4.3.2 Einfluss der Zeitschrittweite . . . 64
4.3.3 Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit . . . 64
4.4 Zusammenfassung der CFD-Ergebnisse . . . 69

5 Quelltermbehandlung **71**
5.1 Quellterberechnung in 3D . . . 71
5.2 Konvergenzstudie in 3D . . . 74
5.3 Quelltermübertragung von 3D zu 2D . . . 75
5.3.1 Kohärenzstudie . . . 75
5.3.2 Verfahren . . . 78

6 Akustische Simulationen **81**
6.1 Simulationssetup . . . 81
6.1.1 Materialparameter . . . 82
6.1.2 Skalierung der Quellterme . . . 82
6.1.3 Behandlung des nichtkonformen Rechengitters . . . 84
6.1.4 Mikrofonpunkte . . . 85
6.1.5 Simulationsüberblick . . . 85
6.2 Ergebnisse . . . 86
6.2.1 Konstante Dichte . . . 86
6.2.2 Variable Dichte . . . 88

7 Fazit und Ausblick **91**

Literatur **93**

Abbildungsverzeichnis **99**

Tabellenverzeichnis **105**

A CFD Konvergenzstudie **109**

B CAA Konvergenzstudie **125**

Verwendete Formelzeichen

$\overline{\square}$	zeitlicher Mittelwert einer Größe
$\square'$	Schwankungsanteil einer Größe
$\square_0$	stationärer Strömungsmittelwert einer Größe
$\square_a$	akustische (Wechsel-)Anteil einer Größe

Lateinische Symbole

A	Halsquerschnittfläche
$\mathcal{A}$	dem Fluidvolumen abgrenzende Oberfläche
B	Integrationskonstante, die von der Wandrauhigkeit abhängt
c	Schallgeschwindigkeit
C	Federkonstante
C_S	Smagorinsky-Kontante
C_μ	Schließungskonstante des $k\varepsilon$-Turbulenzmodells von Launder-Sharma (1974)
$C_{\varepsilon 1}$	Schließungskonstante des $k\varepsilon$-Turbulenzmodells von Launder-Sharma (1974)
$C_{\varepsilon 2}$	Schließungskonstante des $k\varepsilon$-Turbulenzmodells von Launder-Sharma (1974)
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) Zahl
$CPUh$	Prozessorstunden
dA	Teilfläche (Teilelement) der abgrenzenden Oberfläche
dV	Teilvolumen (Teilelement/Volumselement) des Fluidvolumens
D	Kavitätstiefe
D_M	Dicke der Kavitätslippe
$d\boldsymbol{A}$	gerichteten Flächenelement ($d\boldsymbol{A} = \boldsymbol{n}dA$)
e	innere Energie
E_{ges}	Gesamtenergie
$\underset{\sim}{\mathbf{E}}$	Greensche Verzerrungstensor
$\overline{\underset{\sim}{\mathbf{E}}}$	Greensche Verzerrungstensor der mittleren Bewegung
$\lvert\overline{\underset{\sim}{\mathbf{E}}}\rvert$	Betrag des lokalen Greenschen Verzerrungstensors
f	Frequenz, Peak-Frequenz, Wellenfrequenz, Schwingungsfrequenz, Wirbelablösefrequenz
$f(x,y)$	räumlicher Faktor bzw. räumliche *blending*-Funktion
f_{C_y}	transversale Kavitätsmode
f_G	Grenzfrequenz
f_H	Helmholtzfrequenz
$f_{K_{x,y}}$	Raum(eigen)mode des berandenden Kanalsystems in x- bzw. y-Richtung
f_{n_x,n_y,n_z}	Raum(eigen)moden mit $n_{x,y,z} = 0, 1, 2, \ldots$
f_{R_n}	n. Rossiter Mode
$\boldsymbol{F}$	Kraft
$\boldsymbol{F}_R$	resultierende Kraft
$g(t)$	Einschaltfunktion

$G_{xx}(f)$	einseitigen Autoleistungsspektrum (*eng. Power Spectral Density – PSD*)
$G_{yy}(f)$	einseitigen Autoleistungsspektrum (*eng. Power Spectral Density – PSD*)
$G_{xy}(f)$	einseitigen Kreuzleistungsspektrums (*eng. Cross Spectral Density – CSD*)
$\boldsymbol{g}$	Erdbeschleunigung
h	spezifische Enthalpie
$h(x,y,t)$	globalen Faktor
I_t	Turbulenzgrad (*eng. turbulence intensity*)
$\underset{\sim}{\mathbf{I}}$	Einheitstensor
k	gesamte turbulente kinetische Energie
K	Dämpfungskonstante
K_s	adiabatisches Kompressibilitätsmodul
$\boldsymbol{k}$	Massenkraftdichte
l_{char}	charakteristische Länge
l_H	Halslänge eines Helmholtzresonators
l_P	typische Längenmaßstab der ebenen Platte
l_{P_0}	Abstand von der Plattenvorderkante
l_t	turbulente Längenskala (*eng. turbulence lenght scale*)
L	Kavitätslänge
L_M	Länge der Kavitätsmündung
L_m	minimale Kavitätslänge
L_{p_a}	Schalldruckpegel
$\boldsymbol{L}$	Drehimpuls
$\underset{\sim}{\mathbf{L}}$	Lighthill Spannungstensor (oder Spannungsverteilung)
$\nabla \cdot \nabla \cdot \underset{\sim}{\mathbf{L}}$	Lighthill Quellterm
m	Luftmasse
M	Mach Zahl
$\boldsymbol{M}$	äußeres Moment
$\boldsymbol{M}_R$	resultierendes äußeres Moment
n	Anzahl der Wirbel in der freien Scherschicht
n_a	Anzahl der in der Kavität vollständig passenden akustischen Wellenlängen λ_a
n_v	Anzahl der Wirbel über die Kavität
N_{CPU}	Anzahl an Prozessoren
$\boldsymbol{n}$	Normalvektor
p	(Gesamt-)Druck
$p^2(f)$	Druckspektrum
p'	Schwankungsanteil des Druckes, Wechseldruck
p_0	mittlerer (statischer) Druck
p_a	akustischer Druck oder Schalldruck
p_{abs}	absoluter Druck (*eng. absolute pressure*) im Rahmen von ANSYS Fluent 18.0

$p_{a,ref}$	Referenzdruck ($20\,\mu Pa$)
$p_{a,rms}$	quadratisch gemittelten (*eng. root mean square – RMS*) Schalldruck
p_{aus}	Druck am Außenrand der Grenzschicht
p_{gauge}	der im Rahmen von ANSYS Fluent 18.0 als „*gauge pressure*“ bezeichneten Druck
$\overline{p}$	zeitlich gemittelten Druck
$\overline{p}_w$	zeitlich gemittelten Druck an der Wand
p_{op}	der im Rahmen von ANSYS Fluent 18.0 als „*operating pressure*“ bezeichneten Druck
P	Leistung der äußeren Kräfte
PL	Druckpegel
$\boldsymbol{p}$	Impulsdichte
$\underset{\sim}{\mathbf{P}}$	Tensor der (viskosen) Reibungsspannungen
q	Quelldichte
q_i	Quellterme
$\overline{q}$	Mittelwert der Quellterme über die Spannweitenrichtung z
Q	Q-Kriterium
$\widetilde{Q}$	Gütefaktor
$\dot{Q}$	pro Zeiteinheit von außen zugeführte Wärmemenge
$\boldsymbol{q}$	Wärmestrom pro Flächeneinheit
R	Radius
R'	äquivalenten hydraulischen Radius
Re	Reynolds Zahl
Re_{krit}	kritische Reynolds Zahl
Re_L	mit der Abstand von der Plattenvorderkante L gebildete Reynolds Zahl
Re_x	mit der Lauflänge $(x - x_0)$ gebildete Reynolds Zahl
Re_x^{krit}	kritische mit der Lauflänge $(x - x_0)$ gebildete Reynolds Zahl
S	absolute Verzerrungsrate
St	Strouhal Zahl
St_{R_n}	Strouhal Zahl der $n.$ Rossiter Mode
t	Zeit
t'	Endzeit
t_0	Startzeit
t_{run}	reale Simulationszeit
T	Temperatur, Umgebungstemperatur
$\boldsymbol{t}$	Spannungsvektor der Oberflächenkräfte, Oberflächenkräfte
$\underset{\sim}{\mathbf{T}}$	Spannungnstensor
$\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t$	turbulenter Spannungnstensor, Reynolds-Spannunen, Reynolds-Spannungstensor
$\underset{\sim}{\mathbf{T}}_v$	viskosen Spannungnstensor
u	x-Komponente des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
$\overline{u}$	zeitlich gemittelte tangentiale (zur Platte) Geschwindigkeitskomponente

u'	Schwankungsanteil der x-Komponente des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit
$u_0(y)$	Anfangsgeschwindigkeitsverteilung an der Position x_0 einer ebenen Platte
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
$U \equiv U_\infty$	(An-)Strömungsgeschwindigkeit
U_a	Geschwindigkeit des akustischen Wellenfrontes
U_v	Konvektionsgeschwindigkeit der Wirbelstrukturen
$\boldsymbol{u}$	Geschwindigkeitsvektor, Vektor der Strömungsgeschwindigkeit
$\overline{\boldsymbol{u}}$	zeitlicher Mittelwert des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
$\boldsymbol{u}'$	Schwankungsanteil des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
$\boldsymbol{u}_0$	mittlere Strömungsgeschwindigkeit
$\boldsymbol{u}_a$	akustische Schallschnelle
v	y-Komponente des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
$\overline{v}$	zeitlich gemittelte normale (zur Platte) Geschwindigkeitskomponente
v'	Schwankungsanteil der v-Komponente des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
V	Kavitätsvolumen
$\mathcal{V}$	Volumen, Fluidvolumen
w	z-Komponente des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
w'	Schwankungsanteil der w-Komponente des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{u}$
W	Kavitätsbreite/Spannweite
$x(t)$	Zeitsignal
x	Laufkoordinate entlang der ebenen Platte
x_0	Anfangsposition der Laufkoordinate entlang der ebenen Platte
$x_{b1,b2,min,max}$	Raumkoordinaten für die *blending*-Funktion
$\boldsymbol{x}$	Ortsvektor
$y(t)$	Zeitsignal
y^+	charakteristische Wandkoordinate (Wandabstand)
y_b	Raumkoordinate für die *blending*-Funktion

Griechische Symbole

α	Schließungskonstante des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)
α	Phasenverschiebung (semi-empirische Kontante)
β	Schließungskonstante des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)
β^*	Schließungskonstante des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)
$\dot{\gamma}$	Scherrate
$\gamma^2_{xy}(f)$	Kohärenzfunktion
δ	Grenzschichtdicke
δ_1	laminare Verdrängungsdicke
δ_2	laminare Impulsverlustdicke

δ^t	turbulente Grenzschichtdicke
δ_1^t	turbulente Verdrängungsdicke
δ_2^t	turbulente Impulsverlustdicke
$\delta_{2,ref}^t$	referente turbulente Impulsverlustdicke
δ_{aus}	Grenzschichtdicke am Auslass des generischen Gitters
δ_{ein}	Grenzschichtdicke am Einlass der CFD-Simulationen
δ_v	Unterschichtdicke
δ_{krit}	kritische Grenzschichtdicke
Δ_{sgs}	charakteristische SGS Längenskala
Δt	Zeitschritt bzw. Zeitschrittgröße
Δf	Frequenzauflösung
Δx	Gitterauflösung
Δx_{min}	minimale Zellkantenlänge
Δx_{max}	maximale Zellkantenlänge
Δy_1	Höhe der ersten Zelle über die ebene Platte
ΔV	Elementvolumen
$\Delta\varphi$	Winkeländerung
ε	spezifische Dissipation, Pseudodissipation
$\underset{\sim}{\varepsilon}$	linearisierter (Greensche) Verzerrungstensor
μ	dynamische Viskosität
μ_t	dynamische turbulente Wirbelviskosiät (RANS)
μ_{sgs}	dynamische turbulente Wirbelviskosiät (SGS)
κ	Von Karman Kontante
κ_v	U_v/U-Verhältnis (semi-empirische Kontante in der Rossiter Gleichung)
λ	Wellenlänge
λ^*	Volumenviskosität
λ_v	aerodynamische Wellenlänge
λ_a	akustische Wellenlänge
ν	kinematische Viskosität
ν_t	kinematische turbulente Wirbelviskosiät (RANS), Wirbelviskosität
ρ	Massendichte
ρ_c	konstante Massendichte
ρ'	Schwankungsdichte
ρ_0	mittlere Massendichte
ρ_a	akustische Massendichte
$\rho\boldsymbol{k}$	äußere Volumenkräfte
σ	Schließungskonstante des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)
σ^*	Schließungskonstante des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)
σ_d	Schließungskonstante des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)

σ_k	Schließungskonstante des $k\varepsilon$-Turbulenzmodells von Launder-Sharma (1974)
σ_ε	Schließungskonstante des $k\varepsilon$-Turbulenzmodells von Launder-Sharma (1974)
τ	Scherspannug
τ_t	durch die turbulente Schwankungsbewegung verursachte Scheinreibung
$\overline{\tau}$	gesamte mittlere Schubspannung
$\overline{\tau}_v$	durch die Viskosität hervorgerufene „echten“ Reibungskräfte
$\overline{\tau}_w$	gemittelte Wandschubspannung
φ	Winkel
ϕ	beliebige skalare Größe, skalare Dichteverteilung, Dichte
$\phi\boldsymbol{u}$	Stromdichte
Φ	die zu ϕ zugehörige extensive Größe
ψ_a	akustische Schnellepotential
ω	Dissipationsrate
$\widetilde{\omega}$	Schließungsvariable des $k\omega$-Turbulenzmodells von Wilcox (2006)
Ω	absolute Wirbelstärke
$\lvert\Omega_x\rvert$	Betrag der x-Komponente der Wirbelstärke
Ω_z	z-Komponente der Wirbelstärke

Mathematische Operatoren

$\square$	beliebige Variable
$\square^T$	transponierte
$\nabla \cdot \square$	Divergenz
$\nabla\square$	Gradient
$\nabla \times \square$	Rotation
$\Delta\square$	Laplace-Operator
$\square\square$	äußeres bzw. dyadisches Produkt
$\square \cdot \square$	inneres Produkt
$D\square/Dt$	substantielle Ableitung
$\partial\square/\partial\square$	partielle Ableitung

Verwendete Abkürzungen

2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
bzw.	beziehungsweise
ca.	*lat. circa*
CAA	*eng. Computational Aeroacoustics*
CFD	*eng. Computational Fluid Dynamics*
CFS++	*eng. Coupled Field Simulation*
CFSDat	*eng. Coupled Field Simulation – Data transformation*
CSD	*eng. Cross Spectral Density*
CPU	*eng. Central Processing Unit*
d.h.	das heißt
DES	*eng. Detached-Eddy Simulation*
DNC	*eng. Direct Noise Computation*
DNS	*eng. Direct Numerical Simulation*
etc.	*lat. et cetera*
et al.	*lat. et alii, et aliae, et alia*
FEM	*eng. Finite Element Method*
FFT	*eng. Fast Fourier Transformation*
$k\omega$SST	*eng.* $k\omega$ *Shear Stress Transport*
LES	*eng. Large Eddy Simulation*
MILES	*eng. Monotonicaly Integrated Large Eddy Simulation*
NASA	*eng. National Aeronautics and Space Administration*
NRBC	*eng. Non Reflective Boundary Conditions*
PL	*eng. Pressure Level*
PML	*eng. Perfectly Matched Layer*
PSD	*eng. Power Spectral Density*
RANS	*eng. Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations*
SBES	*eng. Shielded Detached Eddy Simulation*
SGS	*eng. SubGrid Scale*
SPL	*eng. Sound Pressure Level*
UDF	*eng. User-Defined Functions*
URANS	*eng. Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations*

usw.	und so weiter
VSC	*eng. Vienna Scientific Cluster*
WALE	*eng. Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*
WMLES	*eng. Wall Modelled Large Eddy Simulation*
z.B.	zum Beispiel

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit stützt auf dem Artikel von Bence Farkas und György Paal [1]. Das dort verwendete generische Kavitätsmodell, das einen beliebigen Schlitz am Fahrzeug (z.B. Türschlitz) nachbilden soll, wurde nach einem Benchmark (Kategorie 6) von NASA [2] erstellt und nach entsprechender Anpassung für kompressible und inkompressible Strömungsfelder nummerisch untersucht. Dabei sind verschiedene Turbulenzmodelle, Anströmungsgeschwindigkeiten und Randbedingungen in Vergleich gebracht worden. Da die Autoren mangelhafte Ergebnisse im Falle einer inkompressiblen Strömungssimulation feststellen konnten, wird sich diese Diplomarbeit ausschließlich auf Strömungsfelder kompressibler Natur konzentrieren, um diese entsprechend tiefer zu studieren und ggf. besser zu verstehen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene 3D-Gittergenerierungsstrategien anhand kompressibler nummerischen Strömungssimulationen (*eng. Computational Fluid Dynamics – CFD*) in *ANSYS Fluent 18.0* untersucht und gegenübergestellt. Dabei sind die Netzkonvergenz sowie die Funktionalität von diversen u.a. neuen hybriden Turbulenzmodellen (z.B. SBES [3]) überprüft worden. Anschließend wurden die verschiedenen Strömungsfelder zur Berechnung von akustischen Quelltermen verwendet und die daraus resultierenden Schallfeldern mit der hauseigenen Simulationssoftware *Coupled Field Simulation – CFS++* simuliert. Am Ende wurden die Einflüsse der Anströmungsgeschwindigkeit, der Grenzschichtdicke, der Zeitschrittgröße sowie der verwendeten Turbulenzmodelle und der Quelltermberechnungsmethoden auf die akustische Abstrahlcharakteristik von der tiefen Kavität bewertet.

Im Rahmen der CFD Studie konnte der Ursprung einiger bis dato unbekannten Moden im Druckspektrum dieses Kavitätsproblems definiert werden. Ferner wurde auch die Rolle der dreidimensionalen Taylor-Görtler-Wirbel aus der Rezirkulation für die Wirbelbildung, sowie für die Wirbel-Kanten-Interaktion und die damit verbundene Schallabstrahlung bewertet.

Abstract

This work is based on the article of Bence Farkas and György Paal [1], which numerically studied a generic cavity model that mimics a gap in a vehicle (e.g. door gap) within comressible and incompressible flow fields. The computational domain was based on a benchmark (category 6) published by NASA [2], which was adjusted to the needs of their study. Throughout the simulations various turbulence models, flow velocities and boundary conditions have been applied and compared. The authors concluded that in case of incompressible flows the assessed results were lacking on accuracy, which is why this thesis concentrates exclusively on compressible flow fields and aims to achieve a deeper view and better understanding of their nature.

Within this thesis, various 3D-mesh generation strategies were investigated and compared using numerical flow simulations (*Computational Fluid Dynamics – CFD)* in *ANSYS Fluent 18.0* applied for the case of compressible fluids. Furthermore, the mesh convergence as well as the functionality of various latest hybrid turbulence models (e.g. SBES [3]) were examined. Thereafter the assessed flow fields are then used for the calculation of acoustic source terms and acoustic fields within the in-house simulation software *Coupled Field Simulation – CFS++*. At the end the influence of the flow velocity, the boundary layer thickness, the time step size as well as the used turbulence models and the source term calculation strategies on the acoustic radiation characteristics of the deep cavity were evaluated.

Within the scope of the CFD study, the origin of some previously unknown modes in the pressure spectrum of the present cavity problem could be defined. Furthermore, the role of the three-dimensional Taylor-Görtler vortices from the recirculation for the vortex formation, as well as for the vortex-edge interaction and the associated sound radiation was also evaluated.

Kapitel 1

Einleitung

Allgemeines

Ursprünglich ein Teil der Luft- und Raumfahrtindustrie, spielt die Strömungsakustik heutzutage eine immer wichtigere Rolle in der Fahrzeugindustrie. Reduzierte Fahrgeräusche im Fahrzeuginnenraum tragen zu erhöhtem Komfort und Sicherheit der Passagiere sowie zu einem erhöhten Kundennutzen bei. Um alle diese Punkte zu erreichen, sind fundierte Kenntnisse über die Schallentstehungsmechanismen und die Energietransportpfade (Luft- und Körperschall) im Fahrzeug erforderlich.

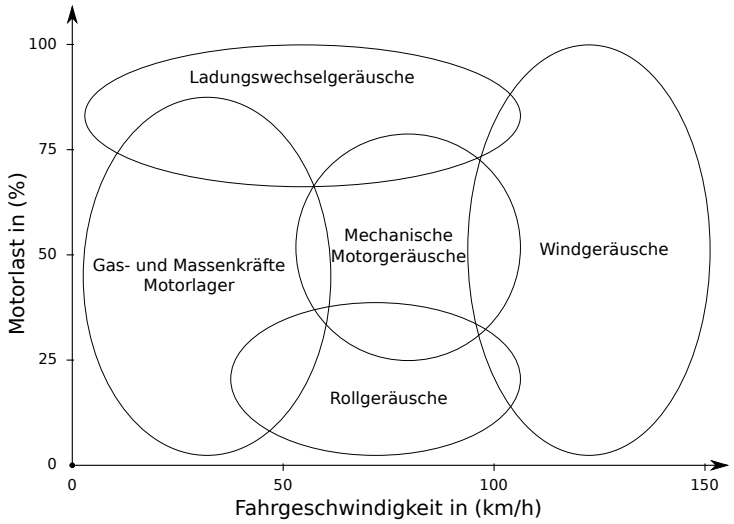


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der dominanten Geräusche im Fahrzeuginnenraum nach [4].

Abbildung 1.1 fasst die Hauptschallquellen im Fahrzeug in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit und der Motorlast zusammen. Laut Zeller [4] werden die Windgeräusche bei hoher Geschwindigkeit (ab ca. $100\,\mathrm{km/h}$) dominant und maskieren die restlichen Schallquellen. Zusammen mit dem steigenden Marktanteil an Elektrofahrzeugen und alternativen Antrieben (bei denen die typischen Motorgeräusche in Abbildung 1.1 nicht präsent sind) stellt diese Tatsache eine Notwendigkeit dar, strömungsakustisch getriebenen Schall zu studieren und entsprechend zu reduzieren.

Problembeschreibung

Ein Paradebeispiel für strömungsinduzierten Schall ist der Schall, der aus überströmten Kavitäten an der Fahrzeugaußenhaut (z.B. Türschlitz) resultiert (näheres dazu in Kapitel 2.4). Abbildung 1.2

stellt die Geometrie eines solchen generischen Kavitätsmodells dar, das im Rahmen des dritten CAA[1] Workshops der NASA [2] definiert wurde. Im Gegensatz zur präsentierten Kavitätsbreite W von $150\,\mathrm{mm}$ der NASA, wurden hier analog zu Farkas und Paal [1] $15.9\,\mathrm{mm}$ angenommen. Diese Annahme wird durch die Untersuchungen von Ahuja und Mendoza [5] gerechtfertigt, die feststellen konnten, dass eine Kavitätsbreite W, die die Kavitätslänge L überschreitet, keinen Einfluss auf den emittierten Schall hat.

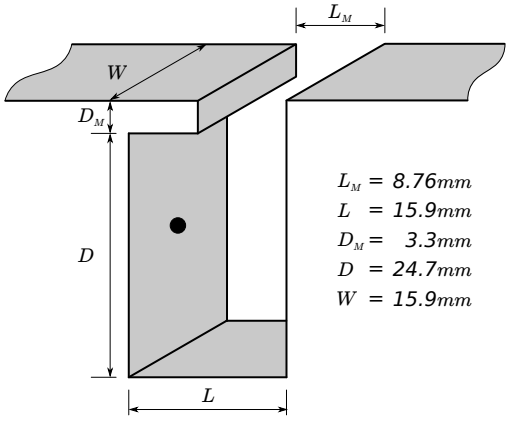


Abbildung 1.2: Kavitätsgeometrie in (mm). Der Mikrofonpunkt liegt in der Mitte der linken Wand.

Nach den Benchmark-Vorgaben ist die in Abbildung 1.2 dargestellte Kavität mit zwei Strömungsgeschwindigkeiten, nämlich $26.8\,\mathrm{m/s}$ und $50.9\,\mathrm{m/s}$, von links nach rechts zu überströmen. Dabei soll die entwickelte turbulente Grenzschicht an der Stelle der Lippenkante $16\,\mathrm{mm}$ bei $26.8\,\mathrm{m/s}$ und $22\,\mathrm{mm}$ bei $50.9\,\mathrm{m/s}$ dick sein [2]. Aufgrund technischer Probleme während der Messung [6] wurden die Versuche stattdessen mit $26.8\,\mathrm{m/s}$ und $50\,\mathrm{m/s}$ durchgeführt. Im Gegensatz zu den klar protokolierten Geschwindigkeiten sind die Angaben der tatsächlichen Grenzschichtdicken sehr widersprüchlich. Henderson [6] schreibt über zwei verschiedene Positionen im Versuchskanal, in denen unterschiedliche Grenzschichtdicken ermittelt wurden, wobei die von ihr angegebenen Werte von $2\,\mathrm{mm}$ bei $30\,\mathrm{m/s}$ und $12\,\mathrm{mm}$ bei $50\,\mathrm{m/s}$ jedoch für beide Positionen gleich sind. Es scheint, dass es sich dabei um einen Tippfehler handelt, der mittels weiterer Literaturrecherche im Rahmen des selben CAA Workshops beseitigt werden konnte. Die Autoren [7, 8], die auf den Bericht von Henderson [6] referenzieren, schreiben über Grenzschichtdicken ihrer Messungen von $15\,\mathrm{mm}$ und $19\,\mathrm{mm}$. Um jedoch die Vergleichbarkeit mit [1] zu gewährleisten, wird als Richtwert dieser Arbeit die dort verwendete Grenzschichtdicke von $10\,\mathrm{mm}$ bei den Geschwindigkeiten von $50\,\mathrm{m/s}$ und $26.8\,\mathrm{m/s}$ herangezogen.

Darüber hinaus ist hier zu beachten, dass der Schalldruck an der Mikrofonposition vom hydrodynamischen Druck überlagert wird. Obwohl in der Literatur, die sich mit dem vorliegenden Kavitätsproblem befasst, der Begriff des *Schalldruckpegels* SPL im Mikrofonpunkt verwendet wird, handelt es sich an dieser Stelle in der Tat um einen gesamten *Druckpegel* PL . Da es sich dabei um einen signifikanten Unterschied handelt, wird im Rahmen dieser Arbeit der Begriff des Druckpegels bevorzugt.

Kriterien für eine erfolgreiche Simulation

Während ihrer Messungen stellte Henderson [6] fest, dass im Fall von mehreren tonalen Komponenten im Spektrum die „bevorzugte“ oder dominante Mode oft willkürlich gewechselt wird, was zu einer Änderung des Druckpegels von ca. $3\,\mathrm{dB}$ oder mehr führen kann. Aufgrund großer Diskrepanz in den experimentellen Daten unter den einzelnen Versuchseinrichtungen (*eng. facilities*) schlägt sie zudem in [9] vor, dass eine numerische Simulation als erfolgreich betrachtet werden kann, wenn sie in der Lage ist, die folgenden Datentrends, die in Experimenten beobachtet wurden, nachzubilden:

[1] *eng. Computational AeroAcoustics*

- die Grenzschichtdicke δ beeinflusst die Instabilitäten im System, wobei dünnere Grenzschichten Resonanz bei niedrigen Anströmgeschwindigkeiten U erzeugen [6];
- mit kleiner werdender Grenzschichtdicke δ werden die Frequenzen f der tonalen Komponenten erhöht, die in dieser Arbeit einfachheitshalber als *Peak-Frequenzen* bezeichnet werden, und die Anzahl an diskrete Peaks im Spektrum reduziert [9];
- mit größer werdender Anströmungsgeschwindigkeit U werden die Peak-Frequenzen f erhöht und die Anzahl an diskreten Peaks im Spektrum reduziert. Zudem wird der Druckpegel PL höher, was darauf hindeutet, dass für Spektren mit mehreren diskreten Peaks sich die Energie auf die Moden aufteilt. Dies könnte Auswirkungen auf Simulationen haben, die nicht alle in den Experimenten beobachteten Moden korrekt reproduzieren [9];
- es ist zu erwarten, dass die Charakteristik der ermittelten Spektren einer numerischen Simulation von den numerischen Turbulenz- und Grenzschicht-Modellen beeinflusst werden [9].

Simulationsreview

Das Problem einer Kavität mit überhängender Lippe wurde bereits im Rahmen des $3.$ und $4.$ *CAA Workshop on Benchmark Problems* [2,10] anhand verschiedener Techniken (wie z.B. *Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations – URANS* und *Direct Noise Computation – DNC*) numerisch in 2D untersucht (siehe [7, 8, 11–14]). Hier ist jedoch zu beachten, dass sich die Kavitätsgeometrien beider Workshops geringfügig (in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{mm}$) unterscheiden. Der Bericht von Zhang et al. [13] stellt eine gute Zusammenfassung der durchgeführten numerischen Studien, die jeweils mit Hilfe von Henderson's [6, 9] Experimenten validiert wurden (siehe Abbildung 1.3). Daraus ist zu erkennen, dass trotz der unterschiedlichen Natur der Strömungsfelder (inkompressibel oder kompressibel) und der Herangehensweisen den Workshop-Teilnehmern es gelungen ist, die experimentellen Daten qualitativ abzubilden. Wie man sieht, überschätzen die meisten Studien die Frequenz der auftretenden Moden, was vermutlich auf die kleineren Grenzschichtdicken zurückzuführen ist, die in den meisten Simulationen verwendet wurden. Die Unterschätzung im Druckpegel hingegen wird nach Lin et al. [12] als eine Folge der nicht vollständig aufgelösten turbulenten Strukturen interpretiert, das auf das verwendete Turbulenzmodell zurückzuführen ist. Zudem weisen Lin et al. [12] darauf hin, dass diskrete Peaks (oder Töne) auf Wirbelablösung und der breitbandige Schallanteile auf Turbulenz zurückzuführen sind.

Darüber hinaus haben Workshop-Teilnehmer über maßgebliche Aspekte einer numerischen Untersuchung der vorliegenden Problemstellung berichtet. Dabei werden die Endergebnisse durch Parameter wie die Anströmungsgeschwindigkeit U, Grenzschichtdicke δ, Gitterfeinheit (vor allem im Bereich der Kavitätsöffnung bzw. der Kavitätsmündung), Zeitschrittgröße Δt, Dimensionalität (2D/3D) und Größe des Simulationsgebietes stark beeinflusst. Der letzten Faktor ist für eventuelle Reflexionen an den Rändern sehr wichtig und soll nach Kurbatskii und Tam [11] mindestens eine Wellenlänge groß sein, um den Einfluss auf die Endergebnisse zu reduzieren. In ihrer zweidimensionalen kompressiblen DNS-Studie (*eng. Direct Numerical Simulation*) haben sie noch festgestellt, dass ein zu kleines Simulationsgebiet Überhöhungen an den Peak-Frequenzen f und im Druckpegeln PL bewirkt, was konsistent mit den Ergebnissen von Ashcroft et al. [8] ist, die dieses Problem hatten. Zudem weisen Kurbatskii und Tam [11] darauf hin, dass eine Erhöhung der Grenzschichtdicke δ mit tieferen Peak-Frequenzen f zu verbinden ist. Im Gegensatz dazu weist der Druckpegel PL (analog zu Ashcroft et al. [15] und ähnlich zu Zhang et al. [13]) keinen monotonen, sondern ein nicht monotones, parabelförminges Verhalten in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke δ auf. Als mögliche Erklärung dafür nennen sie die Instabilitätscharakteristik der Hauptströmung. Interessant ist hier noch, dass ab einer kritischen Grenzschichtdicke δ_{krit} die Scherschicht stabil ist und somit zu keiner Schallemission führt.

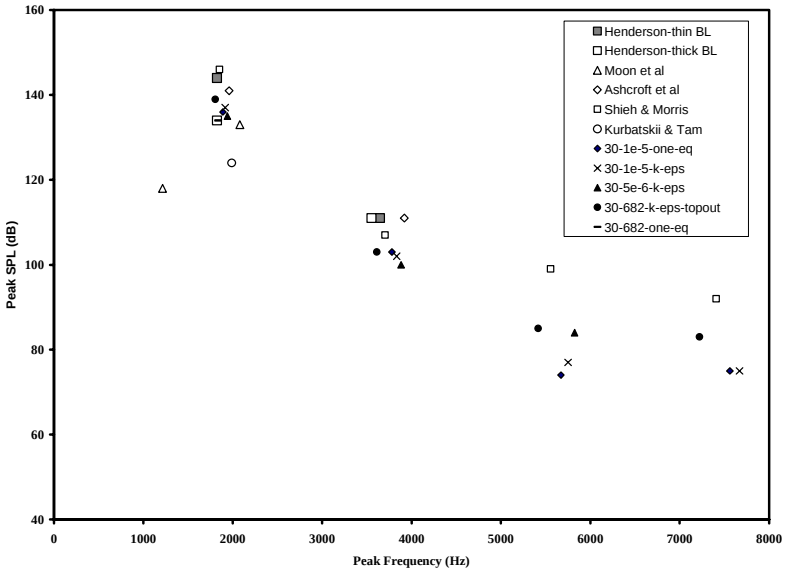


Abbildung 1.3: Zusammenfassung von Peak-Frequenzen und den entspechenden Druckpegeln von Simulationen aus dem $3.$ und $4.$ CAA Workshops der Nasa [13].

Zhang et al. [13] haben in ihren 2D kompressiblen URANS-Rechnungen festgestellt, dass ein großer Zeitschritt Δt niederfrequente Komponenten aktiviert und/oder sie verstärkt, während die hochfrequenten Komponenten davon reduziert und/oder verschmiert werden (siehe Abbildung 1.3). Zudem hat ein größerer Zeitschritt Δt in fast allen von ihnen berücksichtigten Fällen zu einer Druckpegelreduktion geführt. Daher schlagen sie einen Zeitschritt Δt von ca. $5 \cdot 10^{-6}$ als angemessen für dieses Kavitätsproblem vor. Ein ähnliches Verhalten der ersten Peak-Frequenz wurde für eine Gitterverfeinerung beobachtet, die sich zu niedrigeren Frequenzwerten verschoben hat. Im Gegensatz dazu hat ein feineres Gitter fast keinen Effekt auf den Druckpegel PL.

Weitere zweidimensionale Studien von Ashcroft et al. [15], Koh et al. [16] und Wang et al. [17] wurden unabhängig von den CAA Workshops von NASA durchgeführt. In ihrer 2D kompressiblen URANS Studie berichten Ashcroft et al. [15] über die Abhängigkeit der Peak-Frequenz f und den Druckpegel PL von der Anströmungsgeschwindigkeit U, wobei alle Größen proportional zueinander sind ($U \sim f, PL$). Anhand hybrider Verfahren ist es den Autoren gelungen im Rahmen einer Parameterstudie die Richtcharakteristik des vorliegenden Kavitätsproblems im Fernfeld zu quantifizieren. Schließlich bemerken sie den umgekehrt proportionalen Zusammenhang zwischen der Grenzschichtdicke δ und der semi-empirischen Kontante κ_v (siehe Rossiter Gleichung (2.78)).

In einer späteren Studie haben Farkas und Paal [1] versucht, die Erkenntnisse aus den beiden Workshops und weiteren Studien (wie z.B. die schon erwähnten [15–17]) zusammenzufassen und damit einen Überblick der geeigneten Simulationskonfigurationen je nach Anwendungsfall zu schaffen. Um dies zu ermöglichen, haben sie eine Vielzahl an Turbulenzmodellen, Simulationsgebieten (sowohl 2D als auch 3D), Randbedingungen und Umgebungsvariablen untersucht. Trotz der relativ niedrigen Mach Zahl von ca. 0.077 bzw. 0.144 (bei der die Strömung als inkompressibel betrachtet werden kann) haben die Autoren festgestellt, dass die kompressiblen und inkompressiblen Felder sich qualitativ wesentlich unterscheiden (siehe Abbildung 1.4). Dieses Verhalten stimmt mit anderen Simulationen aus der Literatur überein, wie z.B. diejenigen von Wang et al. [17] und Nagy [18]. Während sich für den kompressiblen Fall die $1.$ Rossiter Mode (entspricht einem Wirbel in der Kavitätsmündung) analog zur Messungen von Henderson [6] einstellt, produziert eine inkompressible Rechnung fehlerhafte Felder, die in der $2.$ Rossiter Mode (zwei Wirbel) schwingen. Außerdem hängt die Frequenz der Scherschichtoszillationen

laut [1] sehr gering von viskosen Effekten ab, die eng mit der Umgebungstemperatur T verbunden sind. Diese Tatsache stimmt mit den experimentellen Daten von Ahuja und Mendoza [5] überein. Dabei ergibt sich eine Temperaturerhöhung in den Messungen im Gegensatz zu ihren Simulationen mit einem proportionalen Verhalten in Relation zum Druckpegel ($T \sim PL$). Dazu wird der Einsatz von nicht reflektierenden Randbedingungen (*eng. Non Reflective Boundary Conditions – NRBC*) an den Rändern empfohlen. Es ist hier zu beachten, dass sie die meisten Schwierigkeiten während ihrer Studie für den kompressiblen Fall hatten, bei dem es ihnen trotz einer Mehrzahl an Versuchen nicht gelungen ist, die starken Reflexionen der Gebietsränder in Griff zu bekommen. Zudem betonen Farkas und Paal [1] die Bedeutung von Raummoden des berandenden Kanalsystems (wie bei Henderson [6]), die in den meisten in der Literatur präsentierten Simulationen nicht berücksichtigt wurden [1].

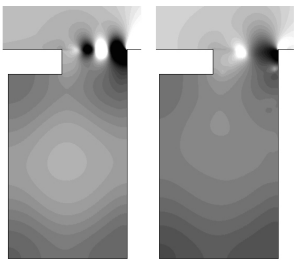


Abbildung 1.4: Inkompressiblen (*links*) und kompressiblen Druckfeld (*rechts*) [1].

Ein weiterer Aspekt sind die Dreidimensionalitäten [1], die hauptsächlich im Kavitätsinneren in Form von Taylor-Görtler Wirbeln vorkommen (siehe Abbildung 1.5), denn basierend auf den Graustufen scheint es, dass Fluidpartikel um diesen Taylor-Görtler Wirbel rotieren. Aufgrund der Kavitätslippe kann die Rezirkulation nicht mit der Scherschicht interagieren, was dazu führt, dass die Strömung innerhalb der Kavität dreidimensionale Strukturen aufweist, die Scherschicht aber grundsätzlich zweidimensional bleibt. Da genau diese Region (vor allem in der Nähe der Hinterkante), auf der die von der Vorderkante abgelösten Wirbeln auftreffen, als Hauptquelle akustischer Abstrahlung betrachtet wird, wurden keine weiteren Moden aus einer dreidimensionale Simulation im Vergleich zu den zweidimensionalen detektiert. Farkas und Paal weisen darauf hin, dass ihre Ergebnisse nicht sehr gut mit der Messdaten von Henderson [6] übereinstimmen und daher diese Erkenntnisse nur mit Vorsicht zu genießen sind [1].

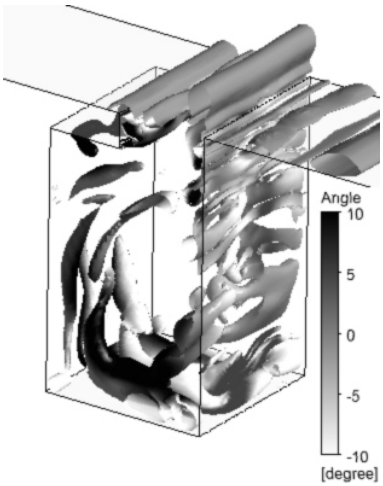


Abbildung 1.5: Isoflächen des Q-Kriteriums ($Q = 0.032\,\mathrm{s}^{-2}$) für den Fall von $U = 50\,\mathrm{m/s}$, DES-Turbulenzmodell und periodische Randbedingungen in der Spannweitenrichtung. Graustufen repräsentieren den Winkel zwischen der Strömungsrichtung und der Symmetrieebene [1].

Ziel dieser Arbeit

Im Gegensatz zum Artikel von Farkas und Paal [1], wo der Schall direkt berechnet wurde (DNC), wird in dieser Arbeit die sogenannte *hybride Methode* verwendet. Strömungs- und Akustikfelder werden dabei getrennt voneinander behandelt und mittels eines Zwischenschrittes gekoppelt, indem die akustischen Quellterme aus dem Strömungsfeld berechnet werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht den Einsatz besser geeigneter Simulationsgebiete, Gitterauflösung und numerischer Methoden in den jeweiligen physikalischen Feldern [1].

Da eine inkompressible Strömungssimulation der vorliegenden Kavitätsgeometrie nach [1] mangelhafte Ergebnisse liefert (siehe Abbildung 1.4), wird sich diese Diplomarbeit ausschließlich auf kompressible Simulationen konzentrieren, um diese entsprechend zu studieren. In diesem Zusammenhang werden hier zunächst die kompressiblen Strömungsgleichungen mit numerischen Simulationen in *ANSYS Fluent 18.0* gelöst (siehe Abbildung 1.6). Zudem wird eine Parameterstudie durchgeführt, die den Einfluss diverser Parameter wie Anströmungsgeschwindigkeit, Grenzschichtdicke und Zeitschrittgröße, sowie die verwendeten Turbulenzmodelle, Rand- und Anfangsbedingungen auf die ermittelten Schallspektren bewertet. Da der Einfluss der dreidimensionalen Strukturen, die nach [1] haupsächlich im Kavitätsinneren zu finden sind, unbekannt ist, wird hier für die Simulation des Strömungsfeldes ein dreidimensionales Rechengitter (3D CFD Gitter) verwendet. Im Anschluss werden die entsprechende Quellterme entweder direkt auf einem 3D CAA Gitter berechnet oder aus dem 3D CFD Gitter darauf interpoliert. Dazu wird hier das in der hauseigenen Finite-Elemente-Software *Coupled Field Simulation – CFS++* enthaltenen Tool *CFSDat* verwendet. In einem Zwischenschritt werden danach die Quellterme anhand eines *python*-Skriptes auf ein 2D CAA Gitter mit einer Mittelung über die Spannweitenrichtung übertragen und auf diese Weise die akustisch ungünstigen Ränder in dieser Richtung beseitigt. Schließlich werden zweidimensionale akustische Felder in CFS++ simuliert und die daraus resultierende Abstrahlcharakteristik der tiefen Kavität (Abbildung 1.2) bewertet.

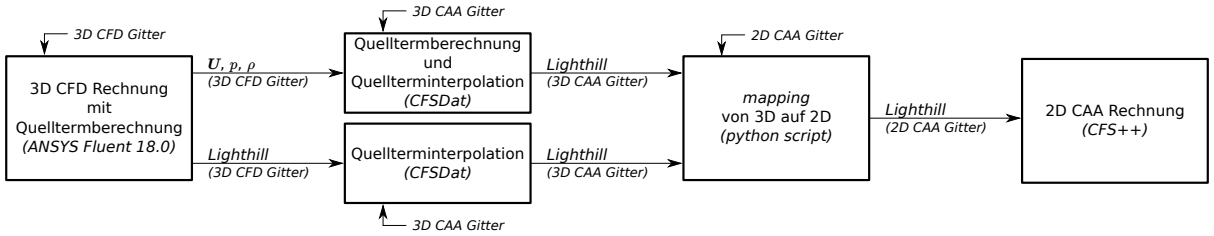


Abbildung 1.6: Schematische Darstellung des geplanten Arbeitsablaufes.

Im Folgenden werden zunächst relevante theoretische Grundlagen im Kapitel 2 präsentiert. Die darauf bauenden Modellierungsverfahren werden in Kapitel 3 beschrieben. Im Anschluss darauf werden die CFD-Simulationseinstellungen und die daraus resultierenden Ergebnisse im Rahmen des Kapitels 4 diskutiert und bewertet. Bevor die Beschreibung der CAA-Simulationen und die entsprechende Diskussion der Ergebnisse in Kapitel 6 geschildert werden, wird der Zwischenschritt der Quellltermbehandlung in Kapitel 5 erläutert. Schließlich fasst Kapitel 7 die Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen und gibt weiterführende Leitfäden für zukünftige Arbeiten an.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel schildert die physikalischen Grundlagen der numerischen Strömungsakustik (CAA), die das zu lösende Kavitätsproblem beschreiben. Zunächst werden wichtige Erhaltungsgleichungen der Kontinuumsmechanik und die darauf aufbauenden strömungsmechanischen Grundlagen, sowie relevante Turbulenzmodelle im Kontext numerischer Strömungssimulationen präsentiert. Anschließend werden maßgebliche akustische Größen und Gleichungen, sowie strömungsakustische Kopplungsanalogien erläutert. Schließlich werden Schallentstehungsmechanismen bei überströmten Kavitäten intensiv diskutiert. Die im Rahmen dieses Kapitels eingeführten Zusammenhänge sollen nur zur Übersicht dienen.

2.1 Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik

Ein von der Oberfläche $\mathcal{A}$ abgegrenztes Fluidvolumen $\mathcal{V}$, das aus Fluidpartikeln dV besteht (siehe Abbildung 2.1), lässt sich auf makroskopischen Längenskalen als ein Kontinuum approximieren. Um die Kontinuumseigenschaften weiter auf die Fluidpartikeln ausweiten zu können, ist eine geeignete Volumsunterteilung zu wählen. Die Fluidpartikel sollen einerseits klein genug sein, um die Deformationen gut beschreiben zu können, und andererseits groß genug sein, um die Kontinuumsannahmen zu erfüllen. Dies bedeutet, dass physikalische Größen wie z.B. Dichte $\rho(\boldsymbol{x},t)$, Druck $p(\boldsymbol{x},t)$, Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$, Temperatur $T(\boldsymbol{x},t)$, innere Energie $e(\boldsymbol{x},t)$ usw. abhängig von Raum $\boldsymbol{x}$ und Zeit t sind. Für die substantielle Ableitung D/Dt $(\equiv d/dt)$ einer beliebigen skalaren Größe $\phi(\boldsymbol{x},t)$ folgt somit nach [19]

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x_i}\underbrace{\left(\frac{dx_i}{dt}\right)}_{u_i} = \underbrace{\frac{\partial\phi}{\partial t}}_{\text{lokaler Term}} + \underbrace{\boldsymbol{u}\cdot\nabla\phi}_{\substack{\text{konvektiver}\\ \text{Term}}} . \tag{2.1}$$

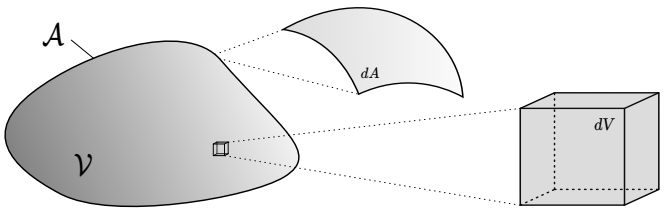


Abbildung 2.1: Fluidvolumen $\mathcal{V}$ mit abgrenzender Oberfläche $\mathcal{A}$ und den entsprechenden Teilelementen dV bzw. dA.

2.1.1 Reynolds'sches Transporttheorem

Ist $\phi(\boldsymbol{x}, t)$ eine skalare Dichteverteilung einer beliebigen Feldgröße bezüglich des Volumselementes dV, so lässt sich ihre zugehörige extensive Größe $\Phi(t)$ durch Integration über das Volumen $\mathcal{V}$ berechnen [20]

$$\Phi(t) = \int_{\mathcal{V}(t)} \phi(\boldsymbol{x}, t) dV. \tag{2.2}$$

Um die zeitliche Änderung von $\Phi(t)$ und dementsprechend die Dynamik der Strömung beschreiben zu können, muss man die totale Zeitableitung von $\Phi(t)$

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \phi dV \tag{2.3}$$

bilden. Durch tauschen von Integration und Differentiation (*Leibnitzsche Regel*[1]) folgt daraus die integrale bzw. globale Form des *Reynolds'schen Transporttheorems* zu

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dV + \int_{\mathcal{A}} \phi \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{A}. \tag{2.4}$$

Diese Beziehung führt die zeitliche Änderung des Volumenintegrals auf die zeitliche Änderung des Integranden ϕ im festen Kontrollvolumen $\mathcal{V}$, das zur Zeit t mit dem veränderlichen Bereich $\mathcal{V}(t)$ zusammenfällt, und den Fluß dieser Größe durch die dazugehörige geschlossene Oberfläche $\mathcal{A}$ zurück [21].

Wenn man nun den *Gaußschen Integralsatz* (auch als *Divergenztheorem* bezeichnet)

$$\int_{\mathcal{A}} \phi \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{A} = \int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot (\phi \boldsymbol{u}) dV \tag{2.5}$$

auf den Oberflächenterm in (2.4) anwendet und das Volumen $\mathcal{V}$ gegen Null gehen lässt ($\mathcal{V} \to 0$), so kann die differentielle bzw. lokale Form des Reynolds'schen Transporttheorems

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \boldsymbol{u}) = q \tag{2.6}$$

angegeben werden, wobei q für die Quelldichte steht. Analog zur globalen Form sieht man hier, dass die Änderung einer Dichte ϕ gleich der zeitlichen Änderung am festen Ort und der Divergenz der zugehörigen Stromdichte $\phi \boldsymbol{u}$ ist [21, 22].

2.1.2 Massenerhaltung

Unter der Annahme eines quell- bzw. senkfreien Gebietes sowie eines geschlossenen System, bei dem kein Materieaustausch mit der Umgebung möglich ist, bleibt die Gesamtmasse m im Systeminneren zeitlich konstant

$$\frac{Dm}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \rho dV = 0. \tag{2.7}$$

In diesem Sinne und mit Hilfe von (2.4) und (2.6) kann man die globale und die lokale *Kontinuitätsgleichungen* direkt wie in [21] anschreiben

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{\mathcal{A}} \rho \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{A} &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}) &= 0. \end{aligned} \tag{2.8}$$

[1] Die Leibnitzsche Regel gilt dann, wenn ϕ und $D\phi/Dt$ stetige Funktionen sind [21].

2.1.3 Impulserhaltung

Im Sinne der klassischen Mechanik ist der Impuls $\boldsymbol{p}$ eines Körpers bzw. eines geschlossenen Fluidvolumens das Volumenintegral über das Produkt seiner Massendichte ρ und Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$

$$\boldsymbol{p} = \int_{\mathcal{V}(t)} \rho \boldsymbol{u} dV \tag{2.9}$$

definiert. Nach dem zweiten Newton'schen Axiom ist die Impulsänderung eines Körpers in einem Inertialsystem proportional der Summe aller einwirkenden Kräfte und erfolgt in Richtung der resultierenden Kraft $\boldsymbol{F}_R$

$$\frac{D\boldsymbol{p}}{Dt} = \sum \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_R. \tag{2.10}$$

Setzt man (2.9) in (2.10) ein, so wird die linke Seite durch die Anwendung des Reynolds'schen Transporttheorems (2.4) zu

$$\frac{D\boldsymbol{p}}{Dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial(\rho \boldsymbol{u})}{\partial t} dV + \int_{\mathcal{A}} (\rho \boldsymbol{u}) \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{A}. \tag{2.11}$$

Mit der Massenkraftdichte[2] $\boldsymbol{k}$, dem Spannungsvektor $\boldsymbol{t}$ der Oberflächenkräfte (siehe Abbildung 2.2)

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{n} \cdot \underset{\sim}{\mathbf{T}}, \tag{2.12}$$

dem Spannungstensor $\underset{\sim}{\mathbf{T}}$ (siehe Kapitel 2.1.6) und dem auf die Oberfläche stehenden Normalvektor $\boldsymbol{n}$ sowie der Beziehung $d\boldsymbol{A} = \boldsymbol{n} dA$, folgt für die resultierende Kraft $\boldsymbol{F}_R$

$$\boldsymbol{F}_R = \int_{\mathcal{V}(t)} \rho \boldsymbol{k} dV + \int_{\mathcal{A}(t)} \boldsymbol{t} dA. \tag{2.13}$$

Zusammenfassend kann man die globale und lokale Form des *Impulserhaltungssatzes*

$$\begin{gathered} \underbrace{\int_{\mathcal{V}} \frac{\partial(\rho \boldsymbol{u})}{\partial t} dV + \int_{\mathcal{A}} (\rho \boldsymbol{u}) \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{A}}_{\text{Trägheitskräfte}} = \underbrace{\int_{\mathcal{V}} \rho \boldsymbol{k} dV}_{\text{Volumenkräfte}} + \underbrace{\int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{t} dA}_{\text{Oberflächenkräfte}} \\ \frac{\partial(\rho \boldsymbol{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u} \boldsymbol{u}) = \rho \boldsymbol{k} + \nabla \cdot \underset{\sim}{\mathbf{T}} \end{gathered} \tag{2.14}$$

angeben. Letztere wird in der Literatur auch als *Erste Cauchysche Bewegungsgleichung* bezeichnet. Bei (2.14) ist zu beachten, dass die zeitlich veränderlichen Bereiche durch feste ersetzt worden sind, ohne die Allgemeinheit der Zusammenhänge einzuschränken [21].

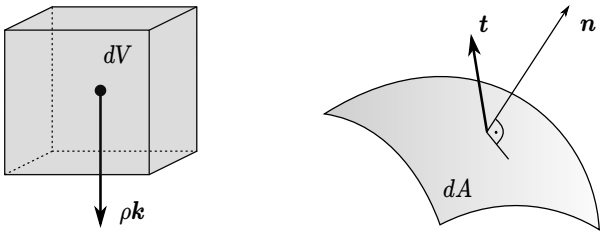


Abbildung 2.2: Volumen- $\rho \boldsymbol{k}$ und Oberflächenkraftdichte $\boldsymbol{t}$ eines Volumen- dV bzw. Flächenelementes dA.

[2] Im Erdschwerefeld ist $\boldsymbol{k}$ gleich der Erdbeschleunigung $\boldsymbol{g}$.

2.1.4 Drehimpulserhaltung

In Sinne der Vollständigkeit werden hier auch die Zusammenhänge der Drehimpulserhaltung kurz vorgestellt. Ausgehend von der Definition des Drehimpulses $\boldsymbol{L}$

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{p} = \int_{\mathcal{V}(t)} \boldsymbol{x} \times (\rho \boldsymbol{u})\, dV \tag{2.15}$$

kann die Drallerhaltung mit dem resultierenden äußeren Moment $\boldsymbol{M}_R$ analog zur Impulserhaltung aus der Bilanz des Dralles

$$\frac{D\boldsymbol{L}}{Dt} = \sum \boldsymbol{M}_i = \boldsymbol{M}_R \tag{2.16}$$

hergeleitet werden. Für die globale und lokale *Drehimpulserhaltung* folgt nach [21] (ohne Beweis)

$$\begin{gathered} \frac{D}{Dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \boldsymbol{x} \times (\rho \boldsymbol{u})\, dV = \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{x} \times (\rho \boldsymbol{k})\, dV + \int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{t} dA \\ \underset{\sim}{\mathbf{T}} = \underset{\sim}{\mathbf{T}}^T. \end{gathered} \tag{2.17}$$

2.1.5 Energieerhaltung

Zu den oben erwähnten Erhaltungsgleichungen wird hier als letztes die Energieerhaltung angeführt, laut der die Änderung der Gesamtenergie E_{ges} eines Körpers bzw. eines Fluides gleich der Leistung P der äußeren Kräfte und die pro Zeiteinheit von außen zugeführte Wärmemenge $\dot{Q}$ ist

$$\frac{DE_{ges}}{Dt} = P + \dot{Q}. \tag{2.18}$$

Die Gesamtenergie E_{ges} lässt sich unter Vernachlässigung der Gravitationskräfte als Summe der inneren und der kinetischen Energien darstellen

$$E_{ges} = \underbrace{\int_{\mathcal{V}(t)} \frac{\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{u}}{2} \rho dV}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\int_{\mathcal{V}(t)} e \rho dV}_{\text{innere Energie}} = \int_{\mathcal{V}(t)} \left(\frac{\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{u}}{2} + e \right) \rho dV, \tag{2.19}$$

wobei e die innere Energie pro Masseneinheit beschreibt. Betrachtet man die rechte Seite der Energieerhaltung, lässt sich die Leistung P der äußeren Kräfte mit Hilfe von (2.13) zu

$$P = \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{F}_R = \int_{\mathcal{V}(t)} \boldsymbol{u} \cdot \rho \boldsymbol{k} dV + \int_{\mathcal{A}(t)} \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{t} dA \tag{2.20}$$

erweitern. Für die über die Oberfläche zugeführte Wärmemenge $\dot{Q}$ hingegen gilt mit dem Wärmestrom pro Flächeneinheit $\boldsymbol{q}$

$$\dot{Q} = -\int_{\mathcal{A}(t)} \boldsymbol{q} \cdot d\boldsymbol{A}. \tag{2.21}$$

Da die zugeführte Energie einen positiven Beitrag zur Gesamtenergie leistet, gilt hier das negative Vorzeichen als Korrektur für den negativen Term $\boldsymbol{q} \cdot d\boldsymbol{A}$, der aus den gegensinnig gerichteten Vektoren $\boldsymbol{q}$ und $\boldsymbol{n}$ resultiert (siehe Abbildung 2.3) [21].

Durch Einsetzen von (2.19), (2.20) und (2.21) in (2.18) sowie durch tauschen der Differentiation und

Integration für den Term auf der linken Seite, folgen mit (2.5) beide Formen der *Energieerhaltung*

$$\begin{aligned}\int_{\mathcal{V}} \frac{D}{Dt}\left(\frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}}{2}+e\right)\rho dV &= \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{u}\cdot\rho\boldsymbol{k}dV + \int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t}dA - \int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{q}\cdot d\boldsymbol{A} \\ \rho\frac{D}{Dt}\left(\frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}}{2}+e\right) &= \rho\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{k} + \nabla\cdot(\underset{\sim}{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{u}) - \nabla\cdot\boldsymbol{q}.\end{aligned} \tag{2.22}$$

Mit der lokalen Kontinuitätsgleichung (2.8), der spezifischen Enthalpie[3] h und der Zerlegung des Spannungstensors (siehe Kapitel 2.1.6), lässt sich die lokale Energieerhaltung nach [21] in

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}}{2}+h\right) = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{k} + \nabla\cdot(\underset{\sim}{\mathbf{P}}\cdot\boldsymbol{u}) - \nabla\cdot\boldsymbol{q} \tag{2.23}$$

umformen.

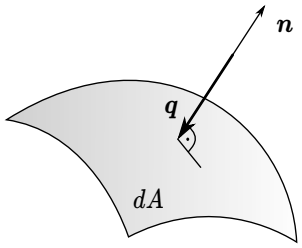


Abbildung 2.3: Wärmestrom $\boldsymbol{q}$ durch einen Flächenelement dA.

2.1.6 Konstitutivgleichungen

Wie man schon sieht, sind die Unbekannten in den oben eingeführten Erhaltungssätzen mehr als die vorliegenden Gleichungen. In diesem Fall wird die fehlende Information empirisch durch die sogenannten Konstitutivgleichungen (noch als Material-, Stoff-, Zustands- oder physikalische Gleichungen bekannt) zur Verfügung gestellt. Ein Konstitutivgesetz verknüpft alle phänomenologischen Variablen, die einen bestimmten Aspekt des Kontinuums- bzw. Materialverhaltens beschreiben, oder anders gesagt, es beschreibt die individuelle Antwort des Kontinuums auf äußere Beanspruchungen [20].

Mit dem Tensor der (viskosen) Reibungsspannungen $\underset{\sim}{\mathbf{P}}$, dem Greenschen Verzerrungstensor[4] $\underset{\sim}{\mathbf{E}}$ und dem Einheitstensor $\underset{\sim}{\mathbf{I}}$ kann man die einfachste Materialgleichung für den Spannungstensor $\underset{\sim}{\mathbf{T}}$ einer viskosen Flüssigkeit, nämlich das *Cauchy-Poisson-Gesetz*

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{\mathbf{T}} &= -p\underset{\sim}{\mathbf{I}} + \underset{\sim}{\mathbf{P}} \\ &= (-p + \lambda^* \underbrace{\nabla\cdot\boldsymbol{u}}_{\text{Dilatation}})\underset{\sim}{\mathbf{I}} + 2\mu\underset{\sim}{\mathbf{E}}\end{aligned} \tag{2.24}$$

angeben, das eine Verallgemeinerung des Newtonschen Fließgesetzes[5] darstellt und gleichzeitig das wirkliche Materialverhalten der meisten technisch wichtigen Fluide, darunter Luft und Wasser bzw. Wasserdampf, gut beschreibt. Die in der zweiten Gleichung vorkommenden Variablen λ^* und μ beschreiben materialtypische skalare Funktionen des thermodynamischen Zustandes und stehen hier für die Volumen- bzw. die dynamische Viskosität [21].

[3] Die spezifische Enthalpie ist nach [21] als $h = e + \frac{p}{\rho}$ definiert.

[4] noch bekannt als Verzerrungsgeschwindigkeitstensor oder Tensor der Dehnungsgeschwindigkeiten.

[5] Newtonsches Fließgesetz ist nach [21] als $\tau = \mu\dot{\gamma}$ definiert, wobei τ die Scherspannung, μ die dynamische Viskosität und $\dot{\gamma}$ die Scherrate bezeichnen.

2.2 Strömungsmechanische Grundlagen

Hinsichtlich der auftretenden Strömungsstrukturen kann man nach dem *Farbfadenversuch* von Osborne Reynolds im Jahre 1883 zwischen zwei Strömungsformen unterscheiden – *laminar* und *turbulent*, die sowohl einzeln als auch in Koexistenz vorkommen. Während sich eine laminare Strömung bei niedrigen Reynolds Zahlen Re (siehe Kapitel 2.2.1) ausbildet, tritt eine turbulente erst nach der Überschreitung einer kritischen Reynolds Zahl Re_{krit} auf, die verschiedene Werte – je nach Geometrie, Zuströmung und weiteren Störungsfaktoren – annehmen kann. Bei laminarer Strömung handelt es sich um eine Schichtenströmung, bei welcher neben den unterschiedlich schnell verlaufenden Schichten kein starker Teilchenaustausch quer zur Strömungsrichtung stattfindet. Im Gegensatz dazu wird eine turbulente Strömung durch eine der Grundströmung überlagerten unregelmäßige Schwankungsbewegung charakterisiert, die Vermischungsprozesse in Querrichtung steuert [23].

2.2.1 Dimensionslose Größen

Um verschiedene Strömungen auf Ähnlichkeit überprüfen zu können, wird in der Praxis eine Dimensionsanalyse durchgeführt. Als Ähnlichkeitsparameter werden dabei dimensionslose charakteristische Größen eingeführt, die nicht nur zur Klassifizierung von Strömungssituationen, sondern auch für Messversuche an skalierten Geometrien sehr hilfsreich sind [19].

Mach Zahl

Die Mach Zahl M

$$M = \frac{U}{c} \tag{2.25}$$

ist als das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit der Strömung U und der Schallgeschwindigkeit c definiert und wird als Kompressibilitätskriterium[6] des Strömungsfeldes verwendet [22].

Reynolds Zahl

Die Reynolds Zahl Re

$$Re = \frac{U l_{char}}{\nu} \tag{2.26}$$

wird verwendet, um zwischen laminaren und turbulenten Strömungen unterscheiden zu können. Sie kann u.a. auch als das Verhältnis zwischen Trägheits- und Zähigkeitskräften interpretiert werden. Zu ihrer Berechnung werden die Strömungsgeschwindigkeit U, die charakteristische Länge l_{char} und die kinematische Viskosität[7] ν herangezogen. Wenn Re gegen null oder gegen unendlich geht, so können die in Kapitel 2.2.2 eingeführten Strömungsgleichungen maßgeblich vereinfacht werden [21].

Strouhal Zahl

Die Strouhal Zahl St

$$St = \frac{f l_{char}}{U} \tag{2.27}$$

ist als eine dimensionslose Frequenz definiert, wobei U, l_{char} und f die Strömungsgeschwindigkeit, die charakteristische Länge und (in diesem Fall) die Wirbelablösefrequenz bedeuten. Sie wird als das Verhältnis zwischen transienten und stationären Trägheitskräften interpretiert und oft im Fall von transienten Problemen verwendet, wo es zur periodische Oszillationen der Fluidstrukturen kommt [19].

[6] Als Faustregel gilt, dass für $M \leq 0.3$ eine Strömung als inkompressibel und für $M > 0.3$ als kompressibel betrachtet werden kann [22].

[7] Kinematische Viskosität ν ist als das Verhältnis der dynamische Viskosität μ zur Massendichte ρ des Mediums $\nu = \mu/\rho$ definiert [21].

2.2.2 Kompressible Navier-Stokes Gleichungen

Spezialisiert man die allgemein gültige *Erste Causchyschen Bewegungsgleichung* (zweite Gleichung in (2.14)) auf Newtonische Flüssigkeiten durch Einsetzen der Konstitutivgleichung (2.24), so lassen sich die kompressiblen *Navier-Stokes Gleichungen* anschreiben

$$\frac{D(\rho \boldsymbol{u})}{Dt} = \rho \boldsymbol{k} - \nabla p + \nabla(\lambda^* \nabla \cdot \boldsymbol{u}) + \nabla \cdot (2\mu \underset{\sim}{\mathbf{E}}). \tag{2.28}$$

Setzt man nun ein isotropes Material voraus, so gilt im Rahmen der linearisierten Elastizitätstheorie für den Greenschen Verzerrungstensors $\underset{\sim}{\mathbf{E}}$

$$\underset{\sim}{\mathbf{E}} = \underset{\sim}{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left[(\nabla \boldsymbol{u}) + (\nabla \boldsymbol{u})^T\right]. \tag{2.29}$$

Wenn man zusätzlich die Temperatuabhändigkeit von λ^* und μ vernachlässigt oder isotherme Felder voraussetzt, so folgt die von Navier und Stokes angegebe Form[8] von (2.28)

$$\underbrace{\frac{D(\rho \boldsymbol{u})}{Dt}}_{\text{Trägheit}} = \underbrace{\rho \boldsymbol{k}}_{\substack{\text{Volumen-}\\ \text{kräfte}}} - \underbrace{\nabla p}_{\text{Druck}} + \underbrace{(\lambda^* + \mu)\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{u})}_{\substack{\text{zusätzliche}\\ \text{kompr. Reibung}}} + \underbrace{\mu \Delta \boldsymbol{u}}_{\substack{\text{inkompr.}\\ \text{Reibung}}}, \tag{2.30}$$

wobei hier der Laplace-Operator $\Delta = \nabla \cdot (\nabla) = \nabla^2$ verwendet wurde. Zusammen mit der Kontinuitäts- und der Energiegleichung sowie der thermischen $p = p(\rho, T)$ und der kalorischen Zustandsgleichung $e = e(\rho, T)$ bilden sie einen vollständigen Satz an partiellen Differentialgleichungen, die die Grundlage zur Beschreibung reibungsbehafteter kompressibler Strömungen darstellen [21].

2.2.3 Inkompressible Reynolds Gleichungen

Wie erwähnt, kommt es bei einer turbulenten Strömung zu einer Überlagerung der Grundströmung durch unregelmäßige Schwankungs- bzw. Mischbewegungen. Stellt man nun die Geschwindigkeits- und Druckfelder als die Summe eines zeitlichen Mittelwertes $\overline{\square}$ und eines Schwankungsanteiles $\square'$ dar, so folgen die Zerlegungen

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) &= \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x}, t) \\ p(\boldsymbol{x}, t) &= \overline{p}(\boldsymbol{x}) + p'(\boldsymbol{x}, t), \end{aligned} \tag{2.31}$$

wobei die Schwankungsgrößen im zeitlichen Mittel verschwinden ($\overline{\square'} = 0$). Durch Einsetzen von (2.31) in die Kontinuitäts- (2.8) und die Navier-Stokes Gleichungen (2.30), und durch anschließende Mittelwertbildung der so erhaltenen Gleichungen lassen sich die *Reynolds Gleichungen* einfachheitshalber für inkompressible Strömungen ohne Einwirkung von Volumskräfte

$$\begin{aligned} \rho \overline{\boldsymbol{u}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{u}} &= -\nabla \overline{p} + \mu \Delta \overline{\boldsymbol{u}} - \rho \overline{\boldsymbol{u}' \cdot \nabla \boldsymbol{u}'} \\ \nabla \cdot \overline{\boldsymbol{u}} &= 0 \end{aligned} \tag{2.32}$$

angeben. Für kompressible Strömungen, die im Fokus dieser Arbeit stehen, sind zusätzlichen Dichte- und Temperaturzerlegungen zu berücksichtigen, auf die hier nicht näher eingegangen wird (siehe dazu *Favre*-Mittelung in [24]). Der turbulente Term $-\rho \overline{\boldsymbol{u}' \cdot \nabla \boldsymbol{u}'}$ (Index t) kann analog zum viskosen Term $\mu \Delta \overline{\boldsymbol{u}}$

[8] Im Fall des thermodynamischen Gleichgewichts folgt zusätzlich nach der Hypothese von Stokes, dass $\lambda^* = -\frac{2}{3}\mu$ ist [19].

(Index v) aus der Divergenz eines entsprechenden Spannungstensors ($\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t$ bzw. $\underset{\sim}{\mathbf{T}}_v$) abgeleitet werden

$$\begin{aligned}\mu\Delta\overline{\boldsymbol{u}} - \rho\overline{\boldsymbol{u}'\cdot\nabla\boldsymbol{u}'} &= \nabla\cdot\left(\underset{\sim}{\mathbf{T}}_v + \underset{\sim}{\mathbf{T}}_t\right)\\ &= \nabla\cdot\left(\mu\left[(\nabla\overline{\boldsymbol{u}}) + (\nabla\overline{\boldsymbol{u}})^T\right] - \rho\overline{\boldsymbol{u}'\boldsymbol{u}'}\right).\end{aligned} \tag{2.33}$$

Der Spannungstensor $\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t$

$$\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t = -\rho\overline{\boldsymbol{u}'\boldsymbol{u}'} = -\rho\begin{pmatrix}\overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'}\\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'}\\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'}\end{pmatrix} \tag{2.34}$$

entspricht dabei den *Reynolds-Spannungen* und kann physikalisch als eine zusätzliche Kraft interpretiert werden, die ähnlich einer erhöhten Viskosität[9] wirkt [22].

Die zeitlich gemittelten Navier-Stokes Gleichungen bzw. die Reynolds Gleichungen (2.32) enthalten mehr Unbekannte als zu Verfügung stehende Gleichungen. Da die zur Schließung des Gleichungssystems (*Schließungsproblem*) benötigten zusätzlichen Gleichungen nicht mehr aus den Massen-, Impuls- und Energiebilanzen gewonnen werden können, werden halbempirische *Turbulenzmodelle* entwickelt [23].

2.2.4 Turbulenzmodelle

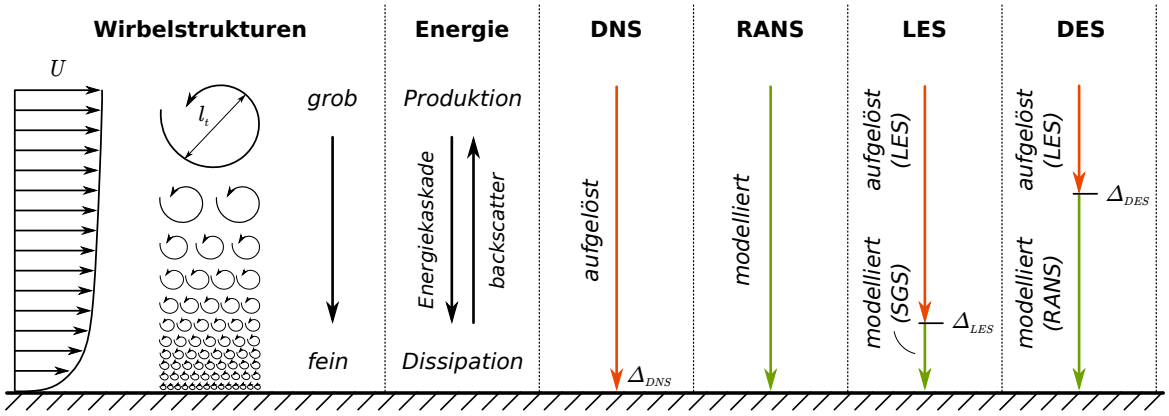


Abbildung 2.4: Turbulenzmodelle mit hohem (*rot*) und niedrigerem (*grün*) Bedarf an Rechnerresourcen nach [25, 26].

David Wilcox [24] definiert ein *ideales Turbulenzmodell* als ein Modell, das die relevante Physik gut genug erfasst, jedoch nicht zu komplex ist. Das Komplexitätsniveau wird durch den gewünschten Detaillierungsgrad, den das Modell repräsentieren soll, bestimmt. Trotzdem muss man vorsichtig mit Modellen, die nach diesen Leitfäden entwickelt worden sind, umgehen, denn sie sind nicht unbedingt für alle turbulenten Strömungen gültig. Zudem ist man nicht in der Lage Genauigkeits- bzw. Plausibilitätsaussagen für Betriebspunkte außerhalb ihren Gültigkeitsbereichen zu treffen. In Abhängigkeit davon, welche Größenordnungen der turbulenten *Wirbelstrukturen* (noch bekannt als *Turbulenzballen*) aufgelöst bzw. modelliert werden sollen, lassen sich die Modellierungsmethoden grundsätzlich in vier Kategorien aufteilen (siehe Abbildung 2.4) [24]:

[9] Die durch die Mischbewegung erhöhte Viskosität (*scheinbare Viskosität*) kann nach [23] hundertfach, zehntausendfach und sogar noch stärker sein.

- **DNS (*eng. Direct Numerical Simulation*)**
  Bei der *direkten Simulation* werden die Kontinuitäts- und die Navier-Stokes Gleichungen ohne Modellierung *direkt* gelöst. Dies bedeutet, dass alle Größenskalen der Wirbelstrukturen erfasst und aufgelöst werden, was zu einem sehr hohen Bedarf an Rechnerressourcen führt. Da die DNS kein Gegenstand dieser Arbeit im expliziten Sinn[10]ist, wird sie hier nicht näher betrachtet [24].

- **RANS (*eng. Reynolds-Averaged Navier-Stokes*)**
  Im Gegensatz zur DNS werden bei der *RANS-Modellierung* alle Größenordnungen der Wirbelstrukturen modelliert, indem der Zusammenhang zwischen den durch die Schwankungsbewegung verursachten Reynolds-Spannungen $\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t = -\rho\overline{\boldsymbol{u}'\boldsymbol{u}'}$ und den Größen der mittleren Bewegung hergestellt wird. Im Bezug auf die Art und Anzahl der Modellgleichungen kann man unter anderem zwischen *algebraischen*, *Ein-* und *Zwei-Gleichungs-Modellen* sowie *Reynolds-Spannungs-Modellen* unterscheiden, wobei letztere in der Literatur noch als *Schließungsmodelle zweiter Ordnung* bezeichnet werden. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten $k\omega$SST-Modell (siehe Kapitel 4.1.1) handelt es sich um ein Zwei-Gleichungs-Modell, das in Abhängigkeit der lokalen Zweckmäßigkeit zwischen konventionellen $k\varepsilon$- und $k\omega$-Modell umschaltet [23, 27]. Diese werden im folgenden Paragraph kurz präsentiert.

- **LES (*eng. Large Eddy Simulation*)**
  Die *Grobstruktur-Simulation* ist ein hybrides Verfahren, bei dem mittels einer räumlichen und zeitlichen *Filterung* die Grobstrukturen aufgelöst und die Feinstrukturen (*eng. subgrid scale – SGS*) ähnlich wie bei RANS als scheinbare Viskosität modelliert werden. Vorteilhaft bei der *SGS-Modellierung* ist der geringe Näherungsfehler, da die Feinstruktur-Turbulenz nur sehr wenig zur gesamten turbulenten kinetischen Energie k und zum Impulsstrom beiträgt. Der Näherungsfehler hängt daher vom Anteil der zu modellierenden Turbulenz und somit von der Rechengitter- bzw. Filterungsfeinheit ab [23, 24].

- **Hybridmethoden – z.B. DES (*eng. Detached Eddy Simulation*)**
  Bei DES handelt es sich um ein Hybridverfahren, das praktisch auf jedem RANS-Turbulenzmodell aufgebaut und dementsprechend als eine RANS-Erweiterung interpretiert werden kann. Abhängig von der lokalen Gitterauflösung schaltet dabei eine so genannte *DES-Blending-Funktion* zwischen der RANS- und LES-Formulierung um. Während Grenzschichten und Regionen, wo die Wirbelstrukturen kleiner als die Gitterauflösung sind, vollständig mit RANS modelliert werden, lassen sich freie Scherschichten und Bereiche ausreichender Gitterauflösung mittels LES behandeln. In diesem Zusammenhang bietet DES im Vergleich zur konventionellen LES den Vorteil, dass der hohe Rechenaufwand[11] für die Grenzschichtbehandlung der LES verringert wird. Zudem stellt DES die Grundlage für das in dieser Arbeit verwendete SBES-Modell dar (siehe Kapitel 4.1.1) [3, 24].

RANS-Modellierung

Die $k\varepsilon$- und $k\omega$-Modelle versuchen die von Boussinesq (1877) in Analogie zum Newtonischen Fließgesetz eingeführte *Wirbelviskosität* μ_t bzw. *kinematische Wirbelviskosiät*[12] ν_t durch zwei zusätzlichen Transportgleichungen zu beschreiben. Diese beruhen auf der spezifischen (pro Masseneinheit) *turbulenten kinetischen Energie* k und der spezifischen *Dissipation*[13] ε bzw. *Dissipationsrate* ω

$$k = \frac{1}{2}\overline{\boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{u}'} \qquad \varepsilon = \mu\overline{\nabla\boldsymbol{u}' : \nabla\boldsymbol{u}'} \qquad \omega \sim \frac{\varepsilon}{k}. \tag{2.35}$$

[10] DNS kommen jedoch implizit in hybriden Methoden (LES bzw. DES) vor.
[11] Der hohe Rechenaufwand im LES-Modus resultiert aus dem überdurchschnittlich feinen Gitter [24].
[12] μ_t und ν_t sind keine Stoff-Konstanten, sondern ortsabhängige Funktionen, die zwischen den Strömungen variieren [23].
[13] Streng genommen sollte ε nach [23] als *Pseudodissipation* bezeichnet werden.

Die Wirbelviskosität μ_t im üblichen $k\varepsilon$-Modell von Launder-Sharma (1974) ist als

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\rho\varepsilon} \tag{2.36}$$

definiert. Die dazu gehörigen Bilanzgleichungen der turbulenten kinetischen Energie k und der Dissipation ε, sowie die Schließungskonstanten und Hilfsbeziehungen für die Dissipation ε und die charakteristische Länge der Grobstrukturen l_t (siehe Abbildung 2.4) sind durch

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \underset{\sim}{\mathbf{T}}_t : \nabla\overline{\boldsymbol{u}} - \rho\varepsilon + \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\Delta k \tag{2.37}$$

$$\frac{D(\rho\varepsilon)}{Dt} = C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\left(\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t : \nabla\overline{\boldsymbol{u}}\right) - C_{\varepsilon 2}\frac{\rho\varepsilon^2}{k} + \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon \tag{2.38}$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad \omega = \varepsilon/(C_\mu k), \quad l_t = (C_\mu k^{3/2})/\varepsilon \tag{2.39}$$

gegeben. Gleichung (2.37) stellt die modellierte Form der so genannten *k-Gleichung* dar, die praktisch für alle Modelle, die auf der turbulenten kinetischen Energie basieren, verwendet wird. Die Bedeutung in den dabei vorkommenden Termen sind in Tabelle 2.1 erläutert. Der in (2.37) und (2.38) vorkommende Reynolds-Spannungstensor $\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t$ ist, unter der Gültigkeitsannahme der Boussinesq-Approximation, durch

$$\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t = -\rho\overline{\boldsymbol{u}'\boldsymbol{u}'} = 2\mu_t\underset{\sim}{\overline{\mathbf{E}}} - \frac{2}{3}\rho k\underset{\sim}{\mathbf{I}} \tag{2.40}$$

gegeben, wobei $\underset{\sim}{\overline{\mathbf{E}}}$ der Verzerrungstensor der mittleren Bewegung ist. Der zweite Term auf der rechten Seite sorgt für eine korrekte Spur des Reynolds-Spannungstensors [24].

Term		Bedeutung
$\frac{D(\rho k)}{Dt}$	substantielle Ableitung	beschreibt die zeitliche und die konvektive Änderung von k
$\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t : \nabla\overline{\boldsymbol{u}}$	Turbulenzproduktion	beschreibt die Übertragung kinetischer Energie von der mittleren auf die Schwankungsbewegung (Turbulenz)
$\rho\varepsilon$	Dissipation	beschreibt die Umwandlungsrate turbulenter kinetischen Energie in thermische innere Energie
$\mu\Delta k$	molekulare Diffusion	beschreibt die durch molekularen Transport erzeugte Diffusion von turbulenter Energie
$\frac{\mu_t}{\sigma_k}\Delta k$	*a)* turbulenter Transport	*a)* beschreibt die durch turbulente Fluktuationen hervorgerufene Transportraten der turbulenten Energie im Fluid
	b) Druckdiffusion	*b)* eine weitere Form von turbulentem Transport, der durch Korrelation zwischen Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen entsteht

Tabelle 2.1: Bedeutung der Terme in der modellierten k-Gleichung (2.37) [24].

Unter Berücksichtigung der Beziehungen der Wirbelviskosität $\mu_t = k/\rho\widetilde{\omega}$, die Dissipation $\varepsilon = \beta^*\omega k$ und die charakteristische Länge der Grobstrukturen $l_t = k^{1/2}/\omega$ folgt für das Wilcox $k\omega$-Modell

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \underset{\sim}{\mathbf{T}}_t : \nabla\overline{\boldsymbol{u}} - \rho\beta^* k\omega + \left(\mu + \sigma^*\frac{k}{\rho\omega}\right)\Delta k \tag{2.41}$$

$$\frac{D(\rho\omega)}{Dt} = \alpha\frac{\omega}{k}\left(\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t : \nabla\overline{\boldsymbol{u}}\right) - \rho\beta\omega^2 + \frac{\sigma_d}{\omega}\nabla k\nabla\omega + \left(\mu + \sigma\frac{k}{\rho\omega}\right)\Delta\omega. \tag{2.42}$$

Für die Schließungskonstanten α, β, β^*, σ, σ^*, σ_d und die Schließungsvariable $\widetilde{\omega}$ siehe Wilcox [24].

SGS-Modellierung

Das Smagorinsky Modell in der Fassung von 1963 ist durch

$$\mu_{sgs} = \frac{(C_S \Delta_{sgs})^2 |\overline{\underset{\sim}{\mathbf{E}}}|}{\rho} \tag{2.43}$$

definiert und gilt als Grundlage für das in dieser Arbeit verwendete WALE-Modell (siehe Kapitel 4.1.1). Dabei bedeuten Δ_{sgs}, C_S und $|\overline{\underset{\sim}{\mathbf{E}}}|$ die charakteristische SGS Längenskala (siehe Abbildung 2.4), die Smagorinsky-Konstante und der Betrag des lokalen Verzerrungstensors. Der Index sgs wird hier eingeführt, um eine Verwechslung mit der scheinbaren Viskosität μ_t der RANS Modellierung zu vermeiden [3, 28].

2.2.5 Grenzschichttheorie

Da bei dem Grenzübergang $Re \to \infty$ die Trägheitskräfte einer Strömung dominieren, können die Zähigkeitskräfte in den Navier-Stokes Gleichungen vernachlässigt werden. Die so definierte *Euler Gleichungen* beschreiben die reibungsfreie Strömung und stellen eine gute Näherung für viele technische Anwendungen dar (z.B. Akustik), in deren Strömungen sehr hohe Reynolds Zahlen und geringe Zähigkeit auftreten. Ein wesentlicher Nachteil dieser Näherung ist, dass die Haftbedingung[14] an einer Wand nicht erfüllt ist. Wie allgemein bekannt, dürfen die Viskositätseinflüsse in der Wandnähe nicht vernachlässigt werden [23].

Die vollständige Näherungslösung der Navier-Stokes Gleichungen kann aus zwei Teillösungen aufgebaut werden, die in verschiedenen Teilbereichen gültig sind (siehe Abbildung 2.5). Während die innere reibungsbehaftete Strömung in der Nähe von Wänden ermittelt wird, wird die Lösung der reibungs- und turbulenzfreien (oder zumindest sehr turbulenzarmen) Strömung außerhalb dieser sogenannten *Grenzschicht* oder *Reibungsschicht* bestimmt. Obwohl der äußere Bereich die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung voraussagen kann, ist er nicht in der Lage Informationen über den Widerstand und die Grenzschichtablösung zu liefern, das als eine der Grundaufgaben der *Grenzschichttheorie* dient [21].

Im Hinsicht auf das vorliegenden Kavitätsproblem werden im Rahmen dieses Unterkapitels sowohl die laminaren als auch die turbulenten Grenzschichtgleichungen sowie Grenzschichtdicken am Beispiel einer ebenen Platte unter ungestörter Parallelströmung ($U \equiv U_\infty$) erläutert.

2.2.5.1 Laminare Grenzschicht

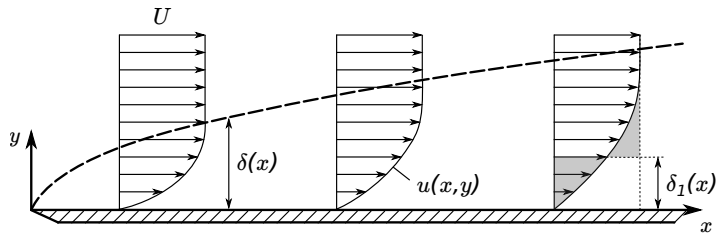


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung einer laminaren Grenzschichtbildung an einer von links mit U angeströmten ebenen Platte. Hier stellt $u(x, y)$ das ortsabhängige Geschwindigkeitsprofil in x-Richtung.

Laminare Grenzschichtgleichungen

Um die Navier-Stokes Gleichungen in der viskosen Grenzschicht zu vereinfachen, nutzte Ludwig Prandtl

[14] Reale Fluide haften an festen Wände, d.h. die tangentiale Geschwindigkeitskomponente u verschwindet dort $(u = 0)$.

im Jahre 1904, dass das Fluid dort parallel zur Wand strömt und die normale Geschwindigkeitskomponente v sehr klein gegenüber der tangentiale u ist. Durch Einführen von dimensionslosen Größen in den Navier-Stokes Gleichungen sowie eine anschließende Größenordnungsanalyse der Gleichungen, ist es ihm gelungen, die für die Grenzschicht untergeordneten Terme zu vernachlässigen. Ferner hat er erkannt, dass sich der Grenzschichtdruck senkrecht zur Wand nicht verändert und ausschließlich von der äußeren reibungsfreien Strömung bestimmt wird (siehe dazu [22]).

Da die dimensionslosen *Grenzschichtgleichungen* für die später angeführten turbulenten Grenzschichten nicht sinnvoll erscheinen, werden sie hier in dimensionsbehafteter Form

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ 0 &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{2.44}$$

mit den Randbedingungen der haftenden Wand

$$y = 0: \quad u = v = 0 \tag{2.45}$$

$$y \to \infty: \quad u = U(x,t) \tag{2.46}$$

dargestellt, deren Form für laminare und turbulente Grenzschichten gilt. Nutzt man nun die Erkenntnis aus der dimensionslosen Betrachtung, dass der Grenzschichtdruck aus der Außenströmung bestimmt wird, so lässt sich der Druckgradient in tangentialer Richtung zu

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.47}$$

berechnen und ist daher in Gleichung (2.44) als bekannte Größe zu betrachten [23].

Um das nichtlineare Gleichungssystem berechnen zu können, soll neben den Randbedingungen eine Anfangsgeschwindigkeitsverteilung nach [21] in der Form

$$x = x_0: \quad u = u_0(y) \tag{2.48}$$

angegeben werden. Auf diesen Sachverhalt wird im Rahmen der Modellierung näher eingegangen.

Laminare Grenzschichtdicke

Um die Größenordnung der laminaren Grenzschichtdicke δ und somit die Gültigkeitsbereich der Grenzschichtgleichungen zu ermitteln, sucht man nach der Dicke der Schicht, in der die Zähigkeits- und die Trägheitskräfte von derselben Größenordnung sind und erhält (ohne Beweis)

$$\delta \sim l_P/\sqrt{Re}, \tag{2.49}$$

wobei l_P der typische Längenmaßstab der ebenen Platte ist. Da die Strömungsgeschwindigkeit $\boldsymbol{u}$ innerhalb der viskosen Grenzschicht monoton von null an der Wand auf den von der äußeren Lösung direkt an der Wand vorausgesagten Geschwindigkeit U ansteigt (siehe Abbildung 2.5), reicht die Grenzschicht theoretisch bis ins Unendliche. Die geometrische Grenzschichtdicke δ kann daher beliebig definiert werden, wozu oft der Wandabstand, bei dem $u/U = 0.99$, herangezogen wird. Mit Hilfe der *Blausius*

Gleichung (siehe dazu [21]) folgt damit

$$\delta = 5\sqrt{\frac{\nu\,(x - x_0)}{U}}, \tag{2.50}$$

wobei x als die Laufkoordinate entlang der Platte zu verstehen ist [21].

In vielen Fällen ist es jedoch zweckmäßiger die eindeutig definierte laminare Verdrängungsdicke δ_1

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy = 1,7208\sqrt{\frac{\nu\,(x - x_0)}{U}} \tag{2.51}$$

zu verwenden, die als Maß für die Verdrängungswirkung der Grenzschicht auf die reibungslose Außenströmung gilt (siehe Abbildung 2.5). In diesem Fall „sieht“ jedoch die äußere Strömung nicht die dünne Platte, sondern einen Halbkörper, dessen Kontur nach Gleichung (2.51) bestimmt wird. Zudem kommt es zum Impulsverlust in der Grenzschicht, dessen Maß die laminare Impulsverlustdicke δ_2 ist [21].

$$\delta_2 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U} dy = 0,664\sqrt{\frac{\nu\,(x - x_0)}{U}}. \tag{2.52}$$

2.2.5.2 Turbulente Grenzschicht

Laminare und turbulente Grenzschichten können in der Natur in Koexistenz vorkommen. Die turbulente Grenzschicht weist im Gegensatz zur laminaren eine Zweischicht-Struktur[15] auf, eine laminare *viskose Unterschicht* und eine turbulente *Kernschicht* (siehe Abbildung 2.6). Da der Übergang zwischen den Gebieten nicht schlagartig stattfindet, lassen sie sich außerdem auf weitere Teilgebiete unterteilen, in denen unterschiedliche Geschwindigkeitsprofile beobachtet werden können (siehe Abbildung 2.7) [23].

1) inneres Gebiet
2) äußeres Gebiet

a) Außenströmung
b) turbulente Kernschicht
c) Überlappungsbereich
d) Übergangsbereich
e) viskose Unterschicht

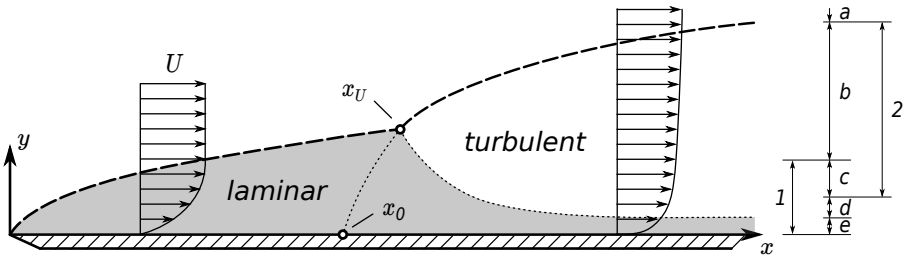


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung einer turbulenten Grenzschichtbildung an einer ebenen Platte.

Turbulente Grenzschichtgleichungen

Nach zeitlicher Mittelung der laminaren Grenzschichtgleichungen (2.44) und unter Berücksichtigung des Reynolds Spannungstensor $\underset{\sim}{\mathbf{T}}_t = -\rho\overline{\boldsymbol{u}'\boldsymbol{u}'}$ (siehe Kapitel 2.2.3) lassen sich die turbulente Grenzschichtgleichungen in der Ebene nach [23] angeben

$$\begin{aligned} \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho}\frac{dp_{aus}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} - \overline{u'v'}\right) \\ 0 &= -\frac{\partial \overline{p}}{\partial y} - \frac{\partial(\rho\overline{v'v'})}{\partial y} \\ \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \tag{2.53}$$

[15] Nach [23] besteht die turbulente Grenzschicht in Wirklichkeit nicht aus zwei, sondern aus drei Schichten, denn zwischen der vollturbulenten Kernschicht (in der Literatur noch bekannt als *Defekt-Schicht*) und der reibungslosen Außenströmung befindet sich eine *viskose Überschicht*, die für große Reynolds Zahlen vernachlässigt werden kann und daher hier nicht weiter betrachtet wird.

wobei p_{aus} der Druck am Außenrand der Grenzschicht bedeutet, der durch Integration der zweiten Gleichung über die Grenzschichtdicke, unter Vernachlässigung der Krümmungseffekte ermittelt wurde

$$p_{aus} = \overline{p}_w = \overline{p} + \rho\overline{v'v'}. \tag{2.54}$$

Diese Beziehung folgt aus der Tatsache, dass die Schwankungsbewegung an der Wand (Index w) und am Außenrand verschwinden, und daher sind beide dort auftretende Drücke p_{aus} und $\overline{p}_w$ gleich [23].

Geschwindigkeitsprofil in der Nähe einer Wand

Während in der Kernschicht hauptsächlich eine durch die turbulente Schwankungsbewegung verursachte Scheinreibung (τ_t) herrscht, kommen in der Unterschicht noch zusätzliche durch die Viskosität hervorgerufene „echten" Reibungskräfte ($\overline{\tau}_v$) vor und man kann für die gesamte mittlere Schubspannung $\overline{\tau}$ in der Wandnähe folgende Beziehung angeben

$$\overline{\tau} = \overline{\tau}_v + \tau_t = \mu\frac{d\overline{u}}{dy} - \rho\overline{u'v'} = \overline{\tau}_w, \tag{2.55}$$

wobei $\overline{\tau}_w$ als gemittelte Wandschubspannung bezeichnet wird. Führt man nun die Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\overline{\tau}_w}{\rho}} \tag{2.56}$$

ein, so folgen mit der Unteschichtdicke δ_v für die dimensionslose Geschwindigkeit u^+ und für die Unterschicht charakteristischen Wandkoordinate y^+ nach [23]

$$u^+ = \frac{\overline{u}}{u_\tau} \qquad y^+ = \frac{y}{\delta_v} = \frac{u_\tau y}{\nu}. \tag{2.57}$$

Wichtige *universelle Wandgesetze* (in Form $u^+ = f(y^+)$) für die Wandnähe sowie deren dazugehörigen Gültigkeitsbereiche sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst und in Abbildung 2.7 entsprechend graphisch dargestellt. Die dabei vorkommende Konstanten κ und B beschreiben die Karman Konstante bzw. eine von der Wandrauhigkeit abhängige Integrationskonstante und sind aus empirische Daten ermittelt [23].

	$\mathbf{y^+}$	**Wandgesetz**	**Hinweis**
viskose Unterschicht	$0 \leqslant y^+ < 5$	$u^+ = y^+$	–
Übergangsbereich	$0 \leqslant y^+ < 30$	–	–
Überlappungsbereich	$30 < y^+$	$u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln(y^+) + B$	$\kappa \approx 0,41; B \approx 5,0$

Tabelle 2.2: Universelle Wandgesetze nach [22].

Turbulente Grenzschichtdicke

Eine der Möglichkeiten die turbulente Grenzschichtdicke δ^t zu berechnen ist das *1/7 Potenzgesetz*[16]

$$\frac{\overline{u}}{U} = \left(\frac{y}{\delta^t}\right)^{1/7}, \tag{2.58}$$

mit dessen Hilfe und der mit der Lauflänge $(x - x_0)$ gebildete Reynolds Zahl Re_x

$$Re_x = \frac{U(x - x_0)}{\nu} \tag{2.59}$$

[16]Das *1/7 Potenzgesetz* gilt für $5 \cdot 10^5 \leqslant Re_L = \frac{Ul_{P_0}}{\nu} \leqslant 10^7$, wobei l_{P_0} der Abstand von der Plattenvorderkante bedeutet [22].

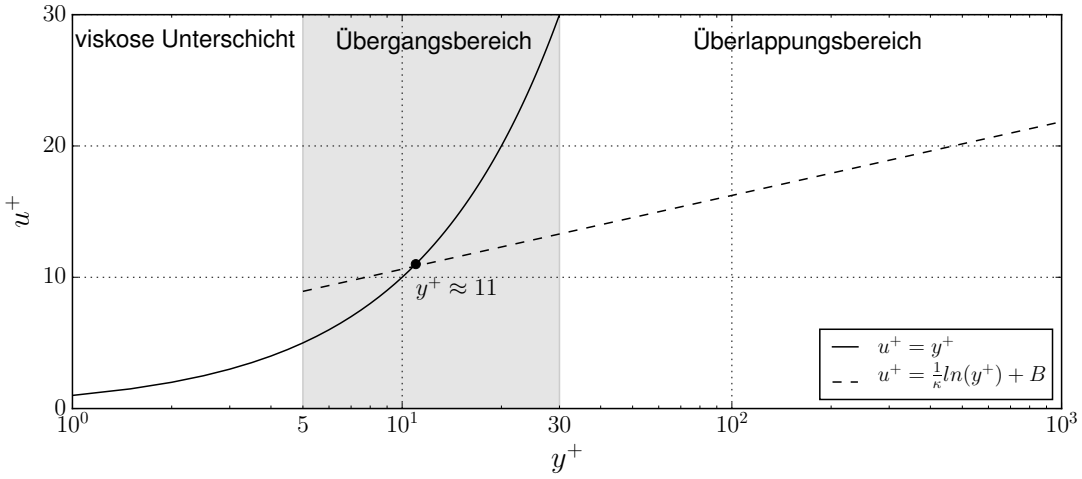


Abbildung 2.7: Dimensionslose Geschwindigkeit $u^+ = f(y^+)$ nach Tabelle 2.2.

die turbulente Grenzschichtdicke berechnet werden kann [21]. An dieser Stelle ist zu beachten, dass die kritische Reynolds Zahl Re_x^{krit} einer längsangeströmten Platte je nach Zuströmung zwischen $3.5 \cdot 10^5$ und 10^6 ist [23]. Im Sinne der Übersichtlichkeit fasst Tabelle 2.3 die Berechnung der Grenzschichtdicken zusammen. Da sich dieser Arbeit ausschließlich mit turbulenten Grenzschichten befasst, wird im Weiteren der hochgestellte Index *t* für die turbulenten Grenzschichtdicken weggelassen ($\delta^t \rightarrow \delta$).

	laminar (*Blausius Gleichung*)	**turbulent** (*1/7 Potenzgesetz*)
Grenzschichtdicke	$\delta = \frac{5(x-x_0)}{\sqrt{Re_x}}$	$\delta^t = \frac{0.37(x-x_0)}{\sqrt[5]{Re_x}}$
Verdrängungsdicke	$\delta_1 = \frac{1.7208(x-x_0)}{\sqrt{Re_x}}$	$\delta_1^t = \frac{0.046(x-x_0)}{\sqrt[5]{Re_x}}$
Impulsverlustsdicke	$\delta_2 = \frac{0.664(x-x_0)}{\sqrt{Re_x}}$	$\delta_2^t = \frac{0.036(x-x_0)}{\sqrt[5]{Re_x}}$

Tabelle 2.3: Charakteristische Grenzschichtdicken für ebene Platte nach [21].

2.3 Akustik

2.3.1 Wellengleichung

Die Ausbreitung von Schallwellen mit der Wellenlänge[17] λ kann durch die zeitlichen und räumlichen Änderungen der Dichte ρ, des Druckes p und der Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$ beschrieben werden. Ferner lässt sich das akustische Feld als eine Störung (*eng. perturbation*) des mittleren Strömungsfeldes modellieren, in den stationären Strömungsmittelwerte $\square_0$ dieser Größen mit den entsprechenden akustischen Wechselanteilen $\square_a$ überlagert werden

$$p = p_0 + p_a, \qquad \rho = \rho_0 + \rho_a, \qquad \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_0 + \boldsymbol{u}_a. \tag{2.60}$$

Hier bedeuten p_0 und p_a mittlerer bzw. akustischer Druck (oder *Schalldruck*), ρ_0 und ρ_a die mittlere bzw. akustische Massendichte sowie $\boldsymbol{u}_0$ und $\boldsymbol{u}_a$ die mittlere Strömungsgeschwindigkeit bzw. akustische *Schallschnelle*. Zudem sind im Rahmen der linearen Akustik, auf der sich dieses Kapitel konzentriert, die akustischen Wechselgrößen viel kleiner als die dazugehörigen Mittelwerte anzunehmen

$$p_a \ll p_0, \qquad \rho_a \ll \rho_0, \qquad \boldsymbol{u}_a \ll \boldsymbol{u}_0. \tag{2.61}$$

Für den Fall von nicht-linearer Akustik wird auf die Literatur verwiesen. Setzt man die Störungsansätze (2.60) in die lokale Form der Massen- (2.8) und der Impulserhaltungsgleichung (2.14)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}) = 0$$

$$\frac{\partial (\rho \boldsymbol{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u}) = \rho \boldsymbol{k} + \nabla \cdot \underset{\sim}{\mathbf{T}}$$

ein, folgt unter der Voraussetzung eines ruhenden ($\boldsymbol{u}_0 = 0$) nicht viskosen ($\underset{\sim}{\mathbf{P}} = 0 \Rightarrow \underset{\sim}{\mathbf{T}} = -p\underset{\sim}{\mathbf{I}}$) Mediums sowie unter der Vernachlässigung der äußeren Volumenkräften $\rho \boldsymbol{k}$

$$\frac{\partial(\rho_0 + \rho_a)}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho_0 + \rho_a)\boldsymbol{u}_a] = 0 \tag{2.62}$$

$$\frac{\partial [(\rho_0 + \rho_a)\boldsymbol{u}_a]}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho_0 + \rho_a)\boldsymbol{u}_a \boldsymbol{u}_a] = -\nabla(p_0 + p_a). \tag{2.63}$$

Wenn man nun Mischterme bzw. Terme höherer Ordnung (wie z.B. $\rho_a \boldsymbol{u}_a$) aufgrund Annahme (2.61) wegfallen lässt sowie zeitlich und räumlich konstanter mittleren Dichte ρ_0 und Druck p_0 voraussetzt, so lassen sich schließlich die *lineare Massen- und Impulserhaltungsgleichungen der Akustik* angeben

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \boldsymbol{u}_a = 0 \tag{2.64}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{u}_a}{\partial t} + \nabla p_a = 0. \tag{2.65}$$

Zusammen mit der termodynamischen Zustandsgleichung (noch bekannt als *Druck-Dichte Relation*)

$$p_a = c^2 \rho_a, \tag{2.66}$$

in der die Schallgeschwindigkeit c

$$c = \sqrt{K_s / \rho} \tag{2.67}$$

[17] Die Wellenlänge ist als das Verhältnis zwischen der Schallgeschwindigkeit c und der Wellenfrequenz f definiert $\lambda = c/f$ [19].

mit Hilfe vom adiabatischen Kompressibilitätsmodul K_s definiert wird, bilden (2.64) und (2.65) ein Gleichungssystem, das in der Lage ist ein lineares akustisches Feld vollständig zu beschreiben [19].

Lineare akustische Wellengleichung für den Schalldruck p_a
Wenn man die zeitliche Ableitung von (2.64) bildet und anschließend zeitliche und räumliche Ableitung des zweiten Terms vertauscht, lässt sich (2.64) zu

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^2 \rho_a}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}_a}{\partial t} = 0 \tag{2.68}$$

umformen. Durch Einsetzen der Zusammenhänge für $\partial \boldsymbol{u}_a/\partial t$ und ρ_a von Gleichung (2.65) bzw. (2.66) in (2.68) folgt schließlich die *lineare akustische Wellengleichung für den Schalldruck* p_a [19]

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} - \Delta p_a = 0. \tag{2.69}$$

Lineare akustische Wellengleichung für das akustische Schnellepotential ψ_a
Im Sinne der Vollständigkeit wird hier die *lineare akustische Wellengleichung für das akustische Schnellepotential* ψ_a analog zu (2.69) angegeben (ohne Herleitung)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi_a}{\partial t^2} - \Delta \psi_a = 0. \tag{2.70}$$

Dabei ist zu beachten, dass die Existenz des Geschwindigkeitspotentials ψ_a durch die Rotationsfreiheit der Schallschnelle ($\nabla \times \boldsymbol{u}_a = 0$) gegeben ist und ferner gilt [19]

$$\boldsymbol{u}_a = -\nabla \psi_a. \tag{2.71}$$

2.3.2 Schalldruckpegel

Um den großen Dynamikbereich des menschlichen Ohres (zwischen ca. $20\,\mu\mathrm{Pa}$ und $200\,\mathrm{Pa}$) qualitativ abdecken zu können, werden in der Akustik logarithmische Maße wie z.B. der Schalldruckpegel L_{p_a} (*eng. sound pressure level – SPL*)

$$L_{p_a} = 20 \log_{10} \frac{p_{a,rms}}{p_{a,ref}} \tag{2.72}$$

in Dezibel (dB) verwendet. Er ist als das zwanzigfache logarithmische Verhältnis zwischen dem quadratisch gemittelten (*eng. root mean square – RMS*) Schalldruck $p_{a,rms}$

$$p_{a,rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p_a^2 dt} \tag{2.73}$$

und einem Referenzschalldruck $p_{a,ref}$ von $20\,\mu\mathrm{Pa}$, der der unteren menschlichen Hörschwelle entspricht, definiert [19].

2.3.3 Strömungsakustische Kopplungsanalogien

Die zur Beschreibung von Schallabstrahlung relevanten strömungsmechanischen und akustischen Grundgleichungen lassen sich anhand *strömungsakustischer Kopplungsanalogien* verknüpfen. Diese führen die Schallentstehung auf instationäre Fluidbewegungen (z.B. Wirbelgeräusche) zurück, da letztere in den meisten technischen Strömungen für die größte Schallproduktion sorgen [29].

Lighthill Analogie für kompressible Strömung

Der Schall, der durch Turbulenzen in einem unbegrenzten Fluid erzeugt wird, wird als *strömungsinduzierter Schall* bezeichnet und wurde zuerst von James Lighthill in den 1950er Jahre beschrieben. Ihm ist gelungen die Gleichungen für Massen- (2.8) und Impulserhaltung (2.14) in eine exakte (nicht lineare) inhomogene *Lighthill Wellengleichung*

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)\left[c^2\left(\rho - \rho_0\right)\right] = \nabla \cdot \nabla \cdot \underset{\sim}{\mathbf{L}}. \tag{2.74}$$

zu transformieren, bei der die als Quadrupol interpretierten Quellterme $\nabla \cdot \nabla \cdot \underset{\sim}{\mathbf{L}}$ nur innerhalb der turbulenten Region maßgeblich sind. Essentiel hier ist die verwendente *Lighthill Analogie*, nach der der durch Turbulenzen im realen Fluid erzeugte Schall gleich groß demjenigen ist, der in einem idealen linearen akustischen Medium[18] durch die Spannungsverteilung (*Lighthill Spannungstensor* $\underset{\sim}{\mathbf{L}}$)

$$\underset{\sim}{\mathbf{L}} = \underbrace{\rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u}}_{\substack{\text{Reynolds-}\\\text{spannungen}}} + \underbrace{\left[\left(p - p_0\right) - c^2\left(\rho - \rho_0\right)\right]\underset{\sim}{\mathbf{I}}}_{\text{Impulsüberhöhung}} - \underbrace{\underset{\sim}{\mathbf{P}}}_{\substack{\text{viskose Reibungs-}\\\text{spannungen}}} \tag{2.75}$$

generiert wird [19, 29–31]. Zudem berücksichtigt der Lighthill Spannungstensor $\underset{\sim}{\mathbf{L}}$ nicht nur die Schallproduktion, sondern auch akustische Selbstmodulationen, die durch

- akustische Nichtlinearitäten;
- Konvektion von Schallwellen durch die turbulente Strömungsgeschwindigkeit;
- Refraktion, die durch Schwankungen der Schallgeschwindigkeit verursacht wird;
- thermische und viskose Dämpfung

hervorgerufen werden. Während die akustische Nichtlinearitäten und die thermo-viskose Dämpfung untergeordnet sind und somit innerhalb des Quellgebietes vernachlässigt werden können, können dort Schallkonvektion und Schallrefraktion eine ausschlaggebende Rolle spielen. In diesem Zusammenhang lässt sich Beziehung (2.75) für niedrige Mach Zahlen ($M^2 \ll 1$), für die die Impulsüberhöhung zwischen dem realen und dem idealen Fluid gegen Null geht, unter Vernachlässigung der (dissipativen) viskosen Kräften durch

$$\underset{\sim}{\mathbf{L}} \approx \rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u} \tag{2.76}$$

approximieren [19].

Die Beschreibung strömungsinduzierter Schallabstrahlung wird dadurch auf die Lösung der Lighthill Wellengleichung (2.74) reduziert, falls die Quellterme $\nabla \cdot \nabla \cdot \underset{\sim}{\mathbf{L}}$ bekannt sind (z.B. durch CFD Simulation) [19]. Allerdings ist es hier zu beachten, dass die Schwankungsdichte $\rho' = \rho - \rho_0$ eine Superposition strömungsmechanischer und akustischer Dichteschwankungen ist [32]. Sie ist daher innerhalb des Strömungsgebietes nicht äquivalent der akustischen Dichte ($\rho' \neq \rho_a$) und *vice versa* [33].

[18] Das ideale lineare akustische Medium entspricht einem realen Fluid in sehr großer Entfernung von den Quellen, wo die mittlere Druck, Dichte und Schallgeschwindigkeit p_0, ρ_0 und c entsprechen. Das Fluid im Beobachterpunkt befindet sich daher in Zustand der Ruhe [29].

2.4 Kavitätsschall

Im Fall von überströmten Kavitäten kommt es zu vielfältigen Strömungskonfigurationen, die durch die turbulente Scherschicht über der Kavität, komplexer Rezirkulation innerhalb der Kavität, turbulenten Grenzschichten an den Wänden vor und nach der Kavität, sowie langwelligen akustischen Wellen inner- und außerhalb der Kavität bestehen kann. Nach Chu und Kovasznay [34] sind die allgemeinen kompressiblen Strömungsgleichungen in der Lage drei Arten von Moden zu beschreiben:

- fluiddynamische oder *Wirbelmode*, die durch die inkompressiblen Gleichungen erfasst werden kann;
- *akustische Mode*, die aus stromaufwärts und -abwärts ausbreitenden Wellen besteht;
- *Entropiemode*, die vor allem mit thermodynamischen Phänomenen verbunden ist.

Obwohl zwischen ihnen mehrere Wechselwirkungen möglich sind, die das endgültige Ergebnis wesentlich modifizieren können, wird die Amplitude der *selbsterregten Schwingungen*[19] und der entsprechenden Schallabstrahlung durch nichtlineare Wechselwirkungen der akustischen und Wirbelmoden bestimmt [36].

Wenn eine Strömung mit einer festen Wand interagiert, werden Wirbel erzeugt, die durch die Hauptströmung (eventuell durch Wirbel-Wirbel Interaktionen) und durch die Übertragung von Schallenergie in Wirbelstörungen (insbesondere in der Nähe der Kavitätsvorderkante) energetisch versorgt werden. Diese rufen wiederum Schallwellen hervor, die entweder während der Interaktion oder durch das Auslösen einer Kavitäts- und/oder Kanalresonanzmode entstehen. Der Energieaustausch erfolgt somit in beiden Richtungen, wobei die Nettoübertragung in den meisten Anwendungen zugunsten der akustischen Mode ist. Aus diesem Grund wird in der Literatur von Kavitätsschall bzw. -töne gesprochen, die aufgrund der vielfältigen Schallentstehungsmechanismen aus diskreten und breitbandigen Komponenten bestehen und daher oft mit sehr komplexen (und verrauschten) Schallspektren zu verbinden sind [36].

2.4.1 Klassifizierung von Kavitätstöne

Die ersten Kavitätsschallstudien wurden von Roshko [37] und Karamcheti [38, 39] für Anwendungen der Luft- und Raumfahrtindustrie in den 1950er Jahren durchgeführt. Roshko präsentierte den Einfluss der Kavitätsgeometrie auf die Struktur der Hauptströmung. Er stellte fest, dass eine primäre Rezirkulationsblase im Kavitätsinneren und mögliche sekundäre in Ecken eingeschlossen sind, wie diese bei Kavitäten mit einem translatorisch beweglichen Deckel zu sehen sind. Karamcheti hingegen war der erste, der die akustische Abstrahlung (für mittlere Mach Zahlen bis Überschall) berücksichtigt und visualisiert (siehe Abbildung 2.8), sowie die Auswirkung der Grenzschichtnatur (laminar und turbulent) untersucht hatte. Dabei konnte er eine stromaufwärts gerichtete Abstrahlcharakteristik feststellen, die im Wesentlichen auf die Konvektion der Wellenfronten durch die Hauptströmung zurückzuführen ist [36].

Am Anfang der 1960er Jahre haben Plumblee et al. [41] einen neuen Mechanismus für tiefen Kavitäten vorgeschlagen, der die Kopplung zwischen Scherschichtinstabilitäten und Kavitätsresonanz herstellt. Sie postulierten, dass die zur Erregung des Resonators benötigte Energie durch die Strömungsturbulenzen (später von Elder et al. [42] als *turbulent rumble* bezeichnet) geliefert wird. Diese Behauptung kann allerdings nicht als universell betrachtet werden, da spätere Experimente, wie z.B. Rossiter [43], über stärkere Resonanzamplituden für laminare als für turbulente Strömungen berichten. Rossiter hat eine umfassende Parameterstudie durchgeführt und daraus die semi-empirische Rossiter Gleichung (2.78) definiert, die einen komplexen Rückkopplungsprozess (*eng. feedback loop*) beschreibt [36].

[19] Selbsterregte Schwingungen sind durch das Vorhandensein einer Energiequelle gekennzeichnet, anhand der die Dämpfungsverluste eines Schwingers ausgeglichen werden [35].

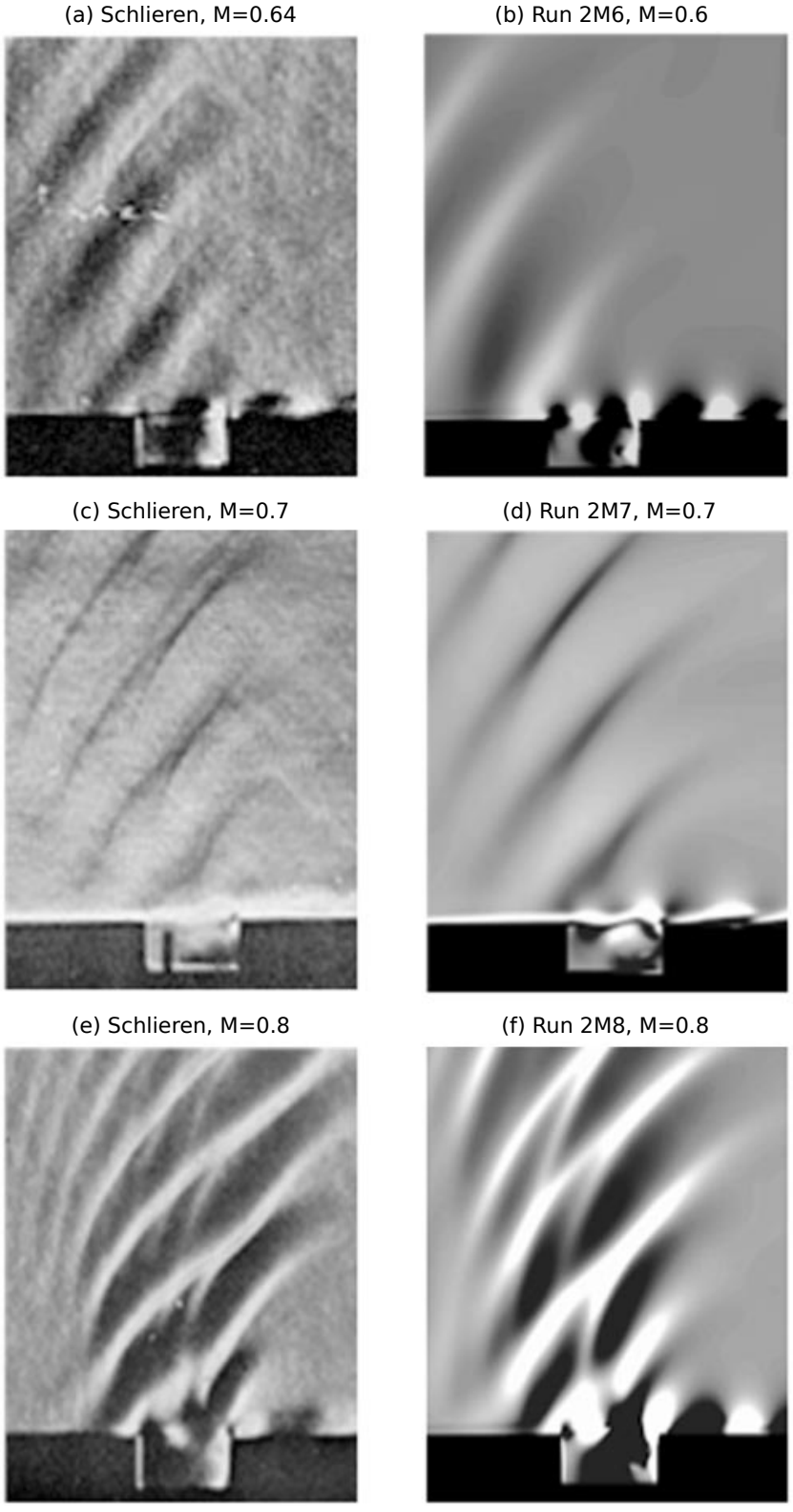


Abbildung 2.8: Vergleich von Schlierenfotografien von Karamcheti [39] (*a*, *c* und *e*) mit Konturen von Dichtegradienten aus DNS von Rowley et al. [40] (*b*, *d* und *f*) für Mach Zahl $M = 0.6, 0.7$ und 0.8. In den Schlierenfotos ist die Messerkante horizontal in (*c*) und vertikal in (*a*) und (*e*); in den DNS-Abbildungen ist $\partial\rho/\partial y$ in (*d*) und $\partial\rho/\partial x$ in (*b*) und (*f*) dargestellt. (verarbeitet übernommen von [40])

Im Gegensatz zu der durch die Rossiter Gleichung beschriebene Rückkopplung, die als akustische Rückkopplung interpretiert wird, haben Rockwell und Naudasher [44, 45] Ende der 1970er Jahre eine Erklärung der hydrodynamischen Rückkopplung in Wasserkanäle gegeben. In ihrer Arbeit betonen sie die Bedeutung der Wirbel-Hinterkanten-Interaktion für die Erhaltung und gegebenenfalls für die Verstärkung der selbsterregten Schwingungen [36]. Ferner haben sie in [44] eine weit verbreitete Klassifikation der Kavitätstöne vorgeschlagen, die diese in drei Gruppen unterteilt – *fluid-dynamisch*, *fluid-resonant* und *fluid-elastisch* (siehe dazu Abbildung 2.9).

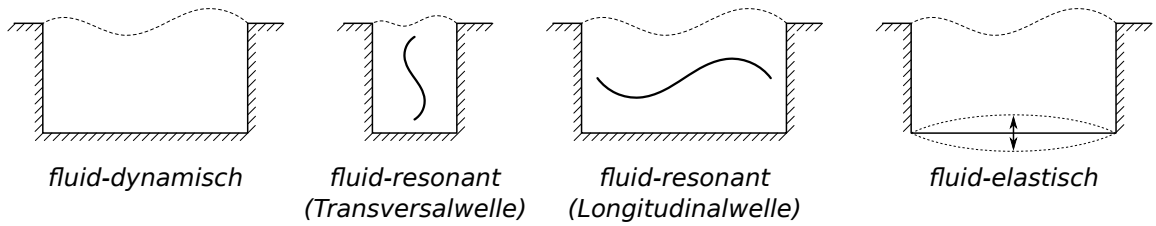


Abbildung 2.9: Klassifizierung von Kavitätstöne nach [44].

Ende der 1980er Jahre haben Gharib und Roshko [46] während ihrer inkompressiblen Kavitätsstudie mit Wasser eine neue Strömungskonfiguration, die *Wake*-Mode, für sehr dünne Grenzschichten entdeckt, die einen sehr hohen Strömungswiderstand erzeugt. Ihre Strömungseigenschaften unterscheiden sich stark von denjenigen in der von Rossiter beschriebenen fluid-dynamischen Mode [36, 40].

Fluid-dynamische Moden (aerodynamische bzw. strömungsakustische Rückkopplung)
Fluid-dynamische Moden kommen dann vor, wenn das Verhältnis zwischen Kavitätslänge L und akustischer Wellenlänge λ sehr klein ist ($L \ll \lambda$). Sie resultieren aus den Kelvin-Helmholz-Instabilitäten der Scherschicht im Bereich der Kavitätsmündung und werden durch eine strömungsakustische Rückkopplung (*eng. aeroacoustic feedback*) verstärkt [36, 44]. Dabei wird die Grenzschicht geometriebedingt von der Kavitätsvorderkante (oder in ihrer Nähe) abgelöst. Die so entstandene freie Scherschicht, die die Kavitätsmündung durchstreckt, trifft auf die Gegenkante, wie in Abbildung 2.10 *b)* dargestellt, und verursacht dort Massenoszillationen. Auf diese Weise kommt es zu Schallabstrahlung innerhalb und außerhalb der Kavität (siehe Abbildung 2.10 *a)*). Die Druckdifferenz zwischen den inneren und äußeren Wellen, vor allem in der Nähe der Vorderkante, wo die Druckwelle reflektiert wird, sorgt für die Entstehung eines Druckgradienten in der Scherschicht und dementsprechend für ihre erneute Verwirbelung. Die neuen Wirbel konvektieren stromabwärts bis sie wieder auf die Kavitätshinterkante auftreffen und somit den Rückkopplungsprozess schließen [5, 47].

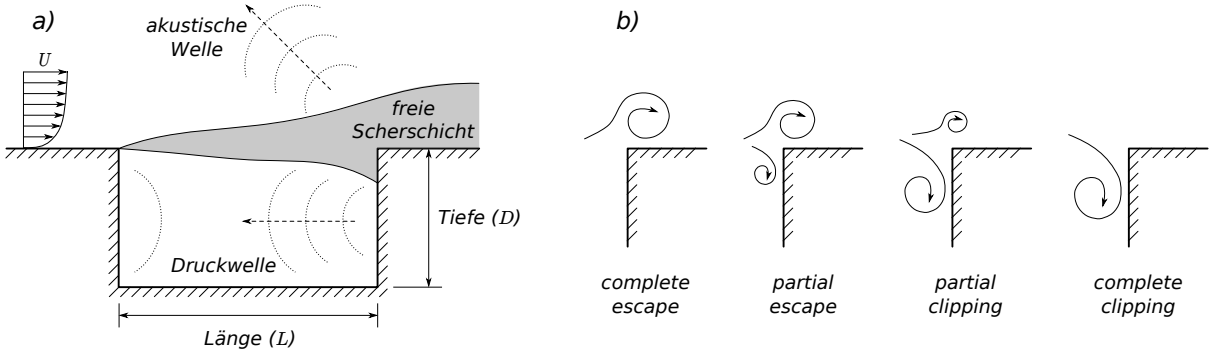


Abbildung 2.10: *a)* Schallentstehung an einer Kavität nach [5]. *b)* Klassifizierung der Wirbel-Kanten-Interaktionen nach [48] in Abhängigkeit davon, ob der Wirbel in die Kavität hineinragt oder dieser entkommt.

Während die Druckwelle die Kavität in der Zeit L/c durchquert, benötigt die Konvektion eines Wirbels L/U_v. Die Druckwelle muss die Vorderkante genau zum richtigen Zeitpunkt erreichen, um eine periodische Wirbelablösung zu gewährzuleisten, sodass die Frequenz f die Rückkopplungsgleichung von Laufer und Monkewitz [49]

$$\frac{L}{U_v} + \frac{L}{c} = \frac{n}{f} \tag{2.77}$$

erfüllt, wobei U_v die Konvektionsgeschwindigkeit der Wirbelstrukturen in der Scherschicht und n die Anzahl der Wirbel in der freien Scherschicht bedeuten. Unter Berücksichtigung einer konstanten Phasenverschiebung α (d.h. ersetzen von n durch $n - \alpha$), die die Zeitverschiebung zwischen der Wirbel-Kanten-Interaktion und der Emission einer neuen Druckwelle repräsentiert, lässt sich (2.77) nach Multiplikation mit der Strömungsgeschwindigkeit U zur semi-empirischen *Rossiter Gleichung*

$$St_{R_n} = \frac{f_{R_n} L}{U} = \frac{n - \alpha}{M + \kappa_v^{-1}}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.78}$$

mit der Machzahl M und dem konstanten Verhältnis $\kappa_v = U_v/U$ umformen. Diese lässt sich physikalisch anhand des in Abbildung 2.11 dargestellten vereinfachten Modells einer überströmten Kavität interpretieren. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ ist die Phasenverschiebung der stromaufwärts propagierenden akustischen Druckwelle gleich Null. In diesem Augenblick befindet sich ein Wirbel in einer Distanz von $\alpha\lambda_v$ stromabwärts von der Kavitätshinterkante (siehe Abbildung 2.11 *links*), der erst nach einer Phasenverschiebung α zu einer akustischen Abstrahlung führt. λ_v bezeichnet hier die aerodynamische Wellenlänge, die als der Abstand zweier Wirbeln definiert ist. Zudem bedeutet hier n_a die Anzahl der in der Kavität vollständig passenden akustischen Wellenlängen λ_a. Nach einer Zeit t' legt die Wellenfront den Weg $U_a t'$ zurück und erreicht somit die Vorderkante, wodurch im selben Moment ein neuer Wirbel erzeugt wird. Inzwischen konvektieren die Wirbeln um $U_v t'$ stromabwärts und daher ist der erste Wirbel nun an Position $\alpha\lambda_v + U_v t'$ stromabwärts von der Hinterkante entfernt (siehe Abbildung 2.11 *rechts*). Mit dieser Überlegungen lässt sich für die Wirbelanzahl n_v über die Kavität, sowie für die Kavitätslänge L folgendes schreiben

$$n_v \lambda_v = L + \alpha\lambda_v + U_v t' \tag{2.79}$$

$$L = n_a \lambda_a + U_a t'. \tag{2.80}$$

Nach Elimination von t' und Umformung folgt die Gleichung für die Schwingungsfrequenz $f = \frac{U_v}{\lambda_v} = \frac{U_a}{\lambda_a}$

$$\frac{fL}{U} = \frac{(n_a + n_v) - \alpha}{\frac{Mc}{U_a} + \frac{1}{\kappa_v}}. \tag{2.81}$$

Vergleicht man diese mit der Rossiter Gleichung (2.78), so stellt man fest, dass das vorliegende physikalische Modell (Abbildung 2.11) die experimentellen Daten für $n_a + n_v = n$ und $c = U_a$ abbildet [36].

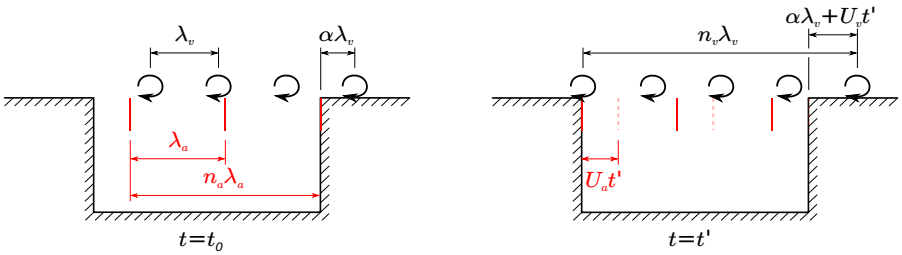


Abbildung 2.11: Vereinfachtes Modell einer überströmten Kavität (verarbeitet übernommen von [36]).

Obwohl Gleichung (2.78) keine Informationen über die Amplitude der selbsterregten Schwingungen liefert, und nicht in der Lage ist den dominanten Peak zu identifizieren, gelingt es dieser einfachen Beziehung für mittlere Mach Zahlen, die fluid-dynamischen Moden (oder *Rossiter Moden* f_{R_n}) vorherzusagen (vgl. Abbildung 2.12). Dies bedeutet jedoch nicht, dass die Modellierung die wahre Dynamik richtig abbildet, denn das Modell ignoriert zahlreiche Einflussparameter, wie z.B. die Kavitätstiefe, die, wie von Charwat [50] gezeigt wurde, in der Lage ist, das Strömung zu steuern. Außerdem kann die durch die Kavitätswände induzierte Rezirkulation die Bahn der Wirbelstrukturen in der Scherschicht verändern. Dieser Effekt wird bei vielen empirischen Modellen völlig ignoriert, obwohl er einen gravierenden Einfluss auf die Wirbel-Kanten-Wechselwirkungen haben kann [36].

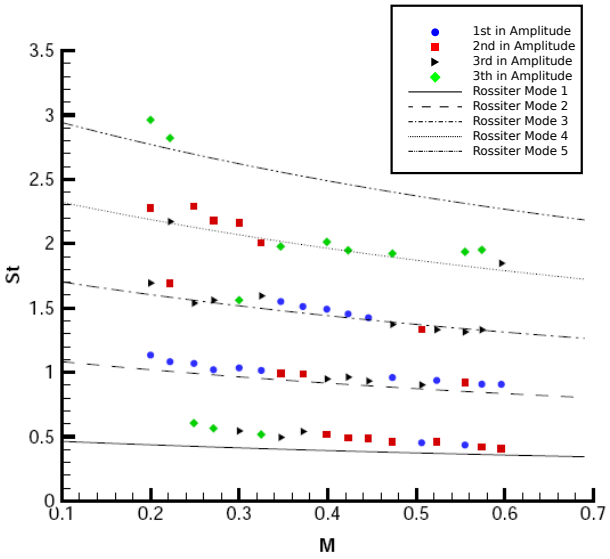


Abbildung 2.12: Variation der dominanten Rossiter Moden St als Funktion der Mach-Zahl M nach Experimente von Kegerise [51] für $L/D = 2$. (verarbeitet übernommen von [36])

Die Konstanten α und κ_v sind empirisch zu bestimmen, so dass das Modell am besten mit den Messdaten übereinstimmt (siehe Abbildung 2.12). Für Kavitäten mit L/D-Verhältnis zwischen 1 und 10 schlägt Rossiter [43] die Werte nach Tabelle 2.4 vor, die jedoch in der Literatur stark variieren (siehe [5,51–53]), und dementsprechend für verschiedene Konfigurationen entsprechend anzupassen sind. Während dabei die Annahme einer konstanten Schallgeschwindigkeit c für kleine Temperaturschwankungen in der Kavität gerechtfertigt ist, wurde diese für die konstante Konvektionsgeschwindigkeit U_v experimentell und numerisch widerlegt. Elder [54] stellte fest, dass sich die Wirbel in der Nähe von der Vorderkante langsamer bewegen, sowie dass ihre vertikale Position unmittelbar nach der Vorderkante von der lokalen Scherung abhängig ist. Im Gegensatz zu einer laminaren Grenzschicht, wo die Wirbeln näher an der Hauptströmung sind und somit eine höhere Konvektionsgeschwindigkeit U_v von ca. $0.66U$ erfahren, befinden sie sich im turbulenten Fall näher zur Wand und konvektieren langsamer mit $U_v \approx 0.5U$ [36].

	Rossiter				**Henderson**
$\boldsymbol{L/D}$	1-4	6	8	10	0.6437
$\boldsymbol{\alpha}$	0.25	0.38	0.54	0.58	0.25
$\boldsymbol{\kappa_v}$		0.57			0.43 bzw. 0.51

Tabelle 2.4: Empirisch ermittelte α- und κ_v-Werte als Funktion des L/D-Verhältnisses nach Rossiter [43] und die von Henderson [6] verwendeten Werte bei $U = 50\,\mathrm{m/s}$ und $U = 26.8\,\mathrm{m/s}$.

Schließlich ist hier noch zu beachten, dass die Deformation und die Beschleunigung der Wirbel während des Aufprall-Prozesses von wesentlicher Bedeutung für die Energieübertragung zwischen der Wirbelmode und der akustischen Mode sind. Um die äquivalente fluktuierende Kraft, die auf die Hinterkante ausgeübt wird, sowie die damit verbundene Erzeugung neuer Druckschwankungen, zu quantifizieren, haben Rockwell und Knisely [48] eine Klassifikation der Wirbel-Kanten-Interaktionen (siehe Abbildung 2.10 *b*) eingeführt. Für dünne oder turbulente Grenzschichten ist keine dieser Interaktionen dominant, sondern es wird vielmehr ein dauerndes, zufälliges Wechseln (*eng. jitter*) über längere Zeitintervalle beobachtet, das eine Art von Intermittenz[20] und Komponenten mit niedrigen Frequenzen hervorrufen kann (siehe „Scherschichtdynamik“ und „Rezirkulation“) [36].

Fluid-resonante Mode (akustische Resonanz)

Im Gegensatz zu fluid-dynamischen tretten fluid-resonante Kavitätstönen dann auf, wenn die akustische Wellenlänge λ von der gleichen Größenordnung oder kleiner als eine charakteristische Länge, wie die Kavitätslänge L, -tiefe D oder -breite W, ist [44]. Sie kommen entweder durch Kompressibilitätseffekte des Fluides (*Helmholzresonanz*) zustande oder durch stehende transversale[21] und longitudinale[22] Resonanzwellen im Kavitätsinneren (*Raummoden*). Die Kavität wirkt dabei wie ein akustischer Resonator, dessen Antwort bei geringen Mach Zahlen den strömungsakustischen Rückkopplungsprozess überlagern und somit die Strömungsdynamik verändern kann. Für Frequenzenbereiche, die nahe der Kavitätsresonanzen liegen, kann die fluid-resonante Anregung diejenige der Wirbel-Kanten-Interaktion sogar übersteigen [36].

Falls nun eine fluid-resonante und eine Rossiter Mode koinzident sind, so können sich diese beiden Phänomene in dem so genannten *lock-on* Zustand miteinander verbinden, der durch einen hohen Gütefaktor $\widetilde{Q}$ (siehe [57])

$$\widetilde{Q} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \tag{2.82}$$

gekennzeichnet ist. Neben der äquivalenten Resonatorimpedanz stellt dieser eine weitere Möglichkeit zur Charakterisierung des Resonators dar und kann als ein Maß für die Intensität des *lock-on* Zustandes bei der Rezonanzfrequenz interpretiert werden. Außerdem lässt sich damit die Bedeutung der akustischen Resonanz im Vergleich zu anderen Anregungsphänomenen (wie z.B. die strömungsakustische Rückkopplung) bewerten. Hier sind f_0 die Frequenz beim Scheiteldruck (mit einem Pegel von p^2), sowie f_1 und f_2 die entsprechenden Frequenzen auf beiden Seiten, die zum halbierten Pegel korrespondieren (siehe Abbildung 2.13). Es ist noch zu beachten, dass ein Großteil der Strömungsenergie in diesem Frequenzbereich und seinen Harmonischen konzentriert ist [36]. Für tiefe Kavitäten bei $M < 0.18$ ist es sehr wahrscheinlich, dass eine der ersten zwei Rossiter Moden mit der transversalen Kavitätsmode, die nach [41] mittels $0.15 < \frac{fD}{c} < 0.22$ abgeschätzt werden kann, in so einem *lock-on* Zustand zusammenschmelzen [58].

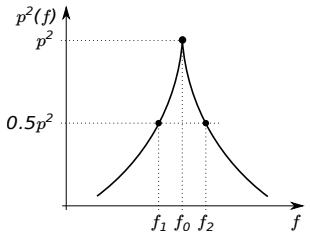


Abbildung 2.13: Definition des Gütefaktors $\widetilde{Q}$ in Abhängigkeit des Druckspektrums $p^2(f)$ nach [57].

[20] Intermittenz (*lat. intermittere*: unterbrechen) ist ein typisches Phänomen der nichtlinearen Dynamik, bei dem ein reguläres Verhalten unregelmäßig durch seltene, kurzzeitige Phasen chaotischen Verhaltens unterbrochen wird [55, 56].

[21] Transversalwellen tretten in tiefen Kavitäten ($D/L > 1$) auf und propagieren vertikal zwischen Kavitätsboden und -mündung.

[22] Longitudinalwellen tretten in langen Kavitäten ($D/L < 1$) auf und propagieren horizontal zwischen den Kavitätswänden.

Wie bereits erwähnt, kann die turbulente Scherschicht nach Plumblee et al. [41] als breitbandige Schallquelle wirken, die je nach Kavitätsöffnung und Kavitätsvolumen Kavitäts- bzw. Raummoden oder Helmholtzresonanz steuern kann. Unter Raummoden fallen stehende Wellen wie Tiefen-, Längen- oder Breiten-Moden (noch Spannweiten- oder Weiten Moden) sowohl der Kavität als auch des berandenden Kanalsystems. Im Spezialfall der durch die Scherschicht geschlossenen Kavität kann diese als ein Raum mit fünf starren und einer offenen Wand betrachtet werden, dessen Raum(eigen)moden

$$f_{n_x,n_y,n_z} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{2D}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{W}\right)^2}, \qquad n_{x,y,z} = 0, 1, 2, \ldots \tag{2.83}$$

mit den Kavitätsabmessungen L, D und W, sowie der Schallgeschwindigkeit c, durch die Überströmung geringfügig verändert werden [36]. In Abhängigkeit von den Dimensionen, in denen sie wirken, lassen sich diese nach [59] in drei Gruppen, wie in Abbildung 2.14 dargestellt, unterteilen:

- die energetisch stärksten *axiale* Raummoden (z.B. $n_x \neq 0$ und $n_{y,z} = 0$), die auf zwei gegenüberliegende Oberflächen eintreffen;
- *tangentiale* Raummoden (z.B. $n_{x,y} \neq 0$ und $n_z = 0$), die auf vier Oberflächen eintreffen und die Hälfte der Energie der axialen besitzen, was einer Pegelreduktion von $3\,\mathrm{dB}$ entspricht;
- *oblique* oder *schiefen* Raummoden (z.B. $n_{x,y,z} \neq 0$), die auf sechs Oberflächen eintreffen und ein Viertel der Energie der axialen Raummoden haben ($-6\,\mathrm{dB}$).

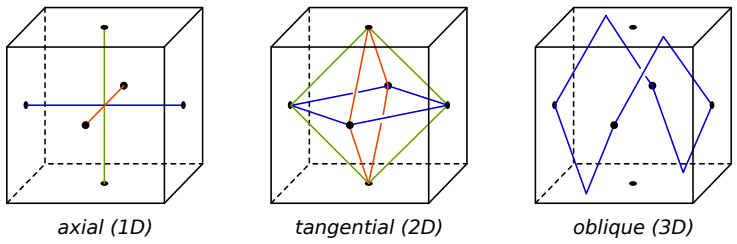


Abbildung 2.14: Raumeigenmoden mit eingezeichneten Ausbreitungspfaden nach [59].

Bei Helmholtz Resonatoren hingegen handelt es sich um Kavitäten mit überhängenden Lippen, die durch ein großes Kavitätsvolumen V mit einem relativ schmalen Hals der Länge l_H gekennzeichnet sind und je nach Anwendung folgende Funktionen besitzen:

- *Schallverstärker*, der im Fall von überströmten Kavitäten den Schall „verschmutzen“ kann;
- *Schallabsorber*, wie im Fall von wabenförmigen Materialien, die z.B. zur Schallabsorption von Lüftergeräusche innerhalb der Flugzeugtriebwerke eingesetzt werden.

Für Frequenzen, bei denen die Wellenlängen viel größer als die Resonatorabmessungen sind, lassen sich diese als ein gedämpfter Massenschwinger (siehe [60]) modellieren, in dem die im Hals abgegrenzte Luft als inkompressibel angenommen wird und eine bewegliche Luftmasse m darstellt. Das darunter liegende kompressible Luftvolumen kann als eine Art akustische Feder mit der Federkonstante C interpretiert werden (siehe Abbildung 2.15) [36]. Dissipative viskose Reibung an den Halswänden sorgt für eine zusätzliche Systemdämpfung, die hier anhand eines linearen Dämpfers der Dämfungskonstante K beschrieben werden kann [61]. Für die Helmholtzfrequenz f_H eines Resonators mit einem rechteckigen Öffnungsquerschnitt folgt damit

$$f_H = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi R'^2}{V(l_H + \frac{\pi R'}{2})}} \tag{2.84}$$

mit der Halsquerschnittsfläche A und dem äquivalenten hydraulischen Radius $R' = \sqrt{A/\pi}$, der als Korrektur für die Abweichung von einem Kreisquerschnittes verwendet wird [62, 63].

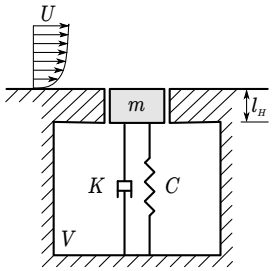


Abbildung 2.15: Einmassenschwinger-Modell eines Helmholzresonators.

Fluid-elastische Mode (Fluid-Struktur-Kopplung)
Fluid-elastische Kavitätstöne entstehen durch Oszillationen der Kavitätswände und sind von ihren elastischen, Trägheits- und Dämpfungseigenschaften abhängig. Zu ihrer vollständgen Beschreibung wird daher eine adäquate Modellierung dieser mechanischen Struktureigenschaften benötigt. Da der Aufwand einer solchen Modellierung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, werden hier fluid-elastische Effekte vernachlässigt [44].

***Wake*-Mode (hydro-dynamische Rückkopplung)**
Mit zunehmender Kavitätslänge oder Kavitätstiefe (bezogen auf die Grenzschichtsdicke) und/oder der Mach- und Reynoldszahlen wird das Verhalten der fluid-dynamischen Schwingungen erheblich geändert. Unter diesen Bedingungen wachsen die Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten so stark an, dass eine starke rezirkulierende Strömung in der Kavität induziert wird. Während der Wirbelbildung wird rotationsfreies Fluid von der Hauptströmung in die Kavität eingeleitet, das auf dem Kavitätsboden auftrifft und somit für das Herausdrücken der in der Kavität befindlichen Wirbel und/oder des restlichen rotationsfreien Fluids des Vorzyklus beiträgt. Dabei sind die von der Vorderkante abgelösten Wirdeln groß genug (von der Größenordnung der Kavitätsgeometrie), um eine Strömungsablösung vor der Kavität während ihrer Entstehung sowie nach der Kavität aufgrund der Wirbelkonvektion zu bewirken. Diese Ereignisse sind deutlich in Abbildung 2.16 zu sehen, die vier Momentaufnahmen des Wirbelfeldes der *Wake*-Mode über eine Periodendauer zeigt [40].

Im Gegensatz zu den fluid-dynamischen Moden sind die Schwingungsfrequenzen hier unabhängig von der Mach Zahl, was darauf hindeutet, dass die *Wake*-Mode nicht auf akustische Rückkopplung zurückzuführen ist, und es scheint, dass die Rückkopplung in diesem Fall durch die komplexe rezirkulierende Strömung innerhalb der Kavität erfolgt. Wenn diese ausreichend stark wird, so wird die Scherschicht *absolut instabil*[23] und bietet somit einen konkurrierenden Rückkopplungsmechanismus, der von der üblichen akustischen Rückkopplung getrennt ist. Die absolute Instabilität ist also in der Lage eine Erklärung für die *hydrodynamische Rückkopplung* zu liefern, die zur *Wake*-Mode führt. Dabei scheint der Übergang in die *Wake*-Mode mit einer instationären oszillierenden Trennung der Grenzschicht vor der Kavität verbunden zu sein, die aufgrund der Wirbelgröße stattfindet [40].

Schließlich ist hier zu beachten, dass die fluid-dynamische und fluid-resonante Schwingungsklasse Variationen der sogenannten Scherschicht-Mode sind und daher nicht mit der *Wake*-Mode verwechselt werden dürfen [40]. Da die *Wake*-Mode jedoch nicht im Mittelpunkt dieser Arbeit steht, wird hier auf eine vertiefende Studie dieser Mode verzichtet.

[23] Bei der absolute Instabilität (im Sinne von Huerre und Monkewitz [64]) können die Störungen sowohl stromab- als auch stromaufwärts propagieren [40].

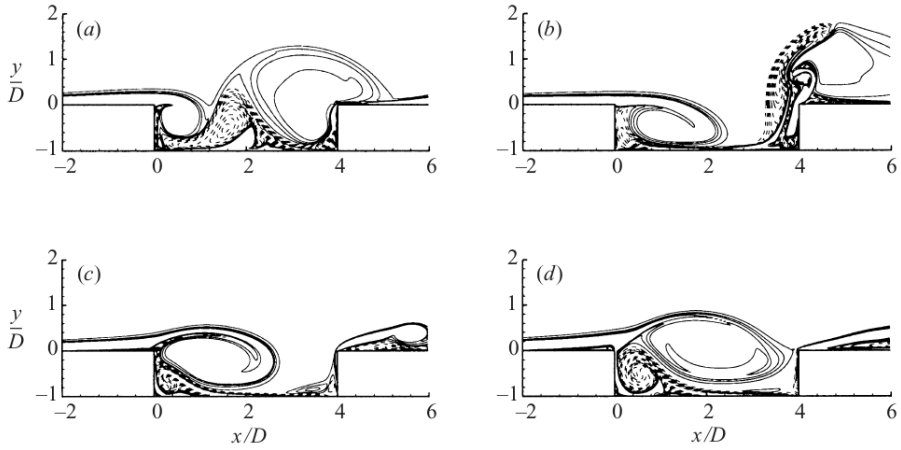


Abbildung 2.16: Vier momentane Wirbelkonturen (*a-d*) einer *Wake*-Mode über eine Periode. Die Zeitintervalle zwischen den einzelnen Konturen entsprechen etwa ein viertel der Schwingungsphase [40].

2.4.2 Einfluss wichtigen Parameter und Phänomene

Experimentelle Studien von East [58] über tiefe Kavitäten vom Jahre 1966 zeigten, dass ihre aerodynamischen Oszillationen auf strömungsakustische Rückkopplung und akustische Resonanz zurückzuführen sind, die entsprechend bei hohen und niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten dominant werden. Dies deutet darauf hin, dass die weit verbreitete Klassifizierung der Strömungsnatur in Abhängigkeit vom L/D-Verhältnis nur als indikativ zu betrachten ist und von anderen Parametern und Phänomenen, wie z.B. Strömungsgeschwindigkeit, Grenzschichtseigenschaften, Rezirkulation etc. abhängig ist [36].

In Hinsicht auf das vorliegende Kavitätsproblem werden im Rahmen dieses Unterkapitels für diese Arbeit relevante primäre und sekundäre Parameter präsentiert, die den Kavitätsschall beeinflussen. Aufgrund der großen Konfigurationsvielfalt besteht dabei natürlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern es wird vielmehr einen Überblick skizziert, der das zur Interpretation der Ergebnisse benötigte Vorwissen dem Leser zur Verfügung stellen soll.

L/W-Verhältnis

Ein wichtiger geometrischer Parameter ist das Verhältnis von Länge zu Breite L/W. Während bei breiten Kavitäten ($L/W < 1$) die freie Scherschicht über der Kavitätsmündung im wesentlichen zweidimensional (mit hochkohärente Verwirbelungen in Querrichtung) ist, können bei schmalen Kavitäten ($L/W > 1$) dreidimensionale Effekte, die von den Seitenwänden hervorgerufen werden, die Strömungsdynamik verändern. Hier ist zu beachten, dass diese Grenze nur als Richtwert zu betrachten ist, da sie aufgrund weiterer Parameter wie die Mach Zahl M, die Reynolds Zahl Re oder die Grenzschichtdicke δ, die die Strömungsnatur beeinflussen können, sehr schwierig festzulegen ist. Wenn die Scherschicht annähernd zweidimensional ist, ist z.B. die Rezirkulation in der Kavität von Natur aus dreidimensional [36].

Die Auswirkungen des L/W-Parameters wurden von Rossiter [43], Block [47] und später von Ahuja und Mendoza [5] experimentell untersucht. In seiner Arbeit bemerkte Block [47], dass engeren Kavitäten schärfere tonale Spektren erzeugen und dass in speziellen Situationen die selbsterregten Schwingungen für breitere Kavitäten gar nicht vorhanden sind. Darüber hinaus konnte er feststellen, dass beide Kavitätsarten ein sehr ähnliches Verhalten hinsichtlich der Peak-Frequenzen aufweisen, so dass Peak-Frequenzen sehr schwach von der Breite W beeinflusst werden und somit als unabhängig davon betrachtet werden können. Obwohl die Ergebnisse von Ahuja und Mendoza [5] die Unabhängigkeit der Peak-Frequenzen von der Breite W bestätigen konnten, haben sie widersprüchliche Tendenzen in Bezug

auf die Intensität der Schwingungen beobachtet. Nach einer Überprüfung der Wiederholbarkeit ihrer Beobachtungen haben die Autoren festgestellt, dass der Druckpegel beim Übergang von einer zwei- zu einer dreidimensionalen Scherschicht reduziert wird (siehe Abbildung 2.17) [36].

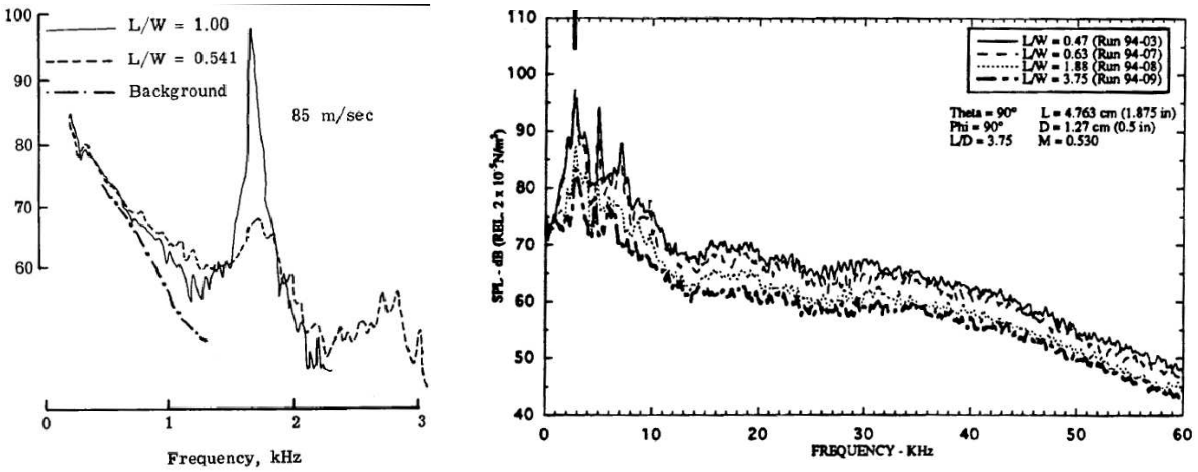


Abbildung 2.17: Einfluss von L/W auf die Kavitätsströmung von Block [47] (*links*) und Ahuja und Mendoza [5] (*rechts*) [36].

Der Effekt des L/W-Verhältnisses auf die Abstrahlcharakteristik (im akustischen Sinne) wird in Abbildung 2.18 visualisiert. Diese stellt die Ergebnisse für zwei überströmte Kavitäten unterschiedlicher Spannweiten (schmale Kavität N1 mit $L/W = 1.28$ und breite Kavität W1 mit $L/W = 0.5$) bei $M = 0.6$ einer DNC-Studie von Gloerfelt et al. [65], bei denen sich entsprechend 3 bzw. 2.5 Wirbeln über die Kavitätsmündung ausbilden. Dieser Modenunterschied wird an den Druckfeldern deutlich sichtbar, wo die Frequenz für Kavität N1 höher ist und die maximale Richtwirkung für Kavität W1 aufgrund der erhöhten Kompaktheit der Quelle näher an der Strömungsachse liegt [36].

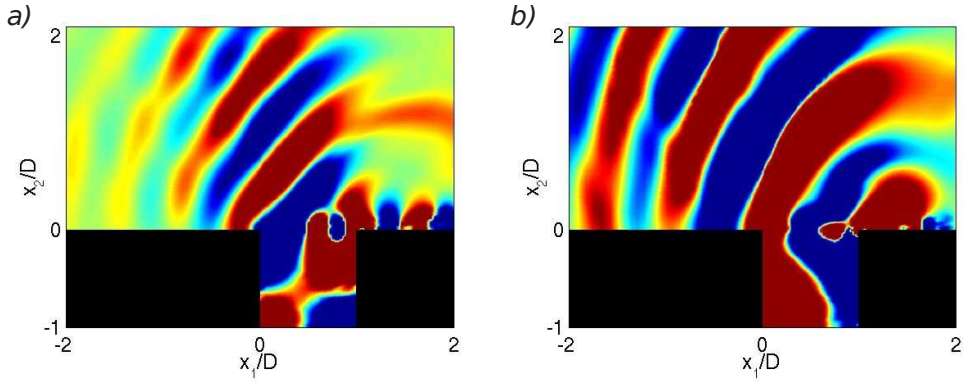


Abbildung 2.18: Druckfelder im Bereich von -500 bis $500\,\mathrm{Pa}$ in der Mittelebene ($x_3 = 0$) für Kavität N1 (*a*) und Kavität W1 (*b*) bei $M = 0.6$ von Gloerfelt et al. [65]. (verarbeitet übernommen von [36])

Grenzschichtdicke δ

Durch die Stabilitätstheorie und ihre Anwendung auf die Scherschicht wurde die früher oft unbekannte Grenzschichtdicke δ als ein bestimmender Faktor der Schwingungsmode bzw. -natur identifiziert [66]. Gharib und Roshko [46] haben das Verhältnis zwischen Kavitätslänge und Impulsverlustdicke L/δ_2 herangezogen und damit eine minimale Kavitätslänge L_m festgestellt, unterhalb welcher sich die laminare Scherschicht nicht mehr zu einem oder mehreren Wirbeln aufrollt. Wie von der im vorigen Paragraph

behandelten DNC-Studie von Gloerfelt et al. [65] bestätigt wird, kann die Aufrollfähigkeit der Scherschicht die Schwingungsmode bei niedrigen Reynolds Zahlen bestimmen. Im Gegensatz zu vorher werden hier die in Abbildungen 2.19 und 2.20 dargestellten schmalen Kavitäten N1 und N2 mit jeweils $L/W = 1.28$ veglichen, wobei hier zwei unterschiedlicher Grenzschichtdicken berücksichtigt werden – $L/\delta_2 = 105$ für N1 und $L/\delta_2 = 76$ für N2. Während die 3. Rossiter Mode für die dünne Grenzschicht (N1) dominiert, schwingt die Strömung über der Kavität N2 mit der dicken Grenzschicht in der 2. Rossiter Mode [36].

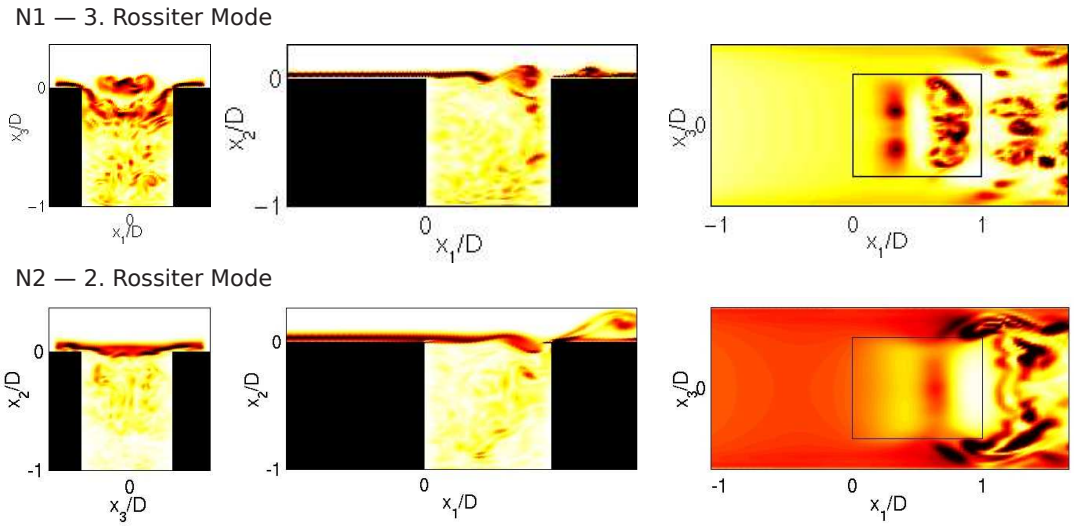


Abbildung 2.19: Einfluss der Grenzschichtdicke auf die Schwingungsmode bei niedrigen Reynolds Zahlen. Quer-, Seiten- und Draufsicht der normierten Wirbelstärke für die Fälle N1 (*oben*) und N2 (*unten*) bei $M = 0.6$ von Gloerfelt et al. [65]. (verarbeitet übernommen von [36])

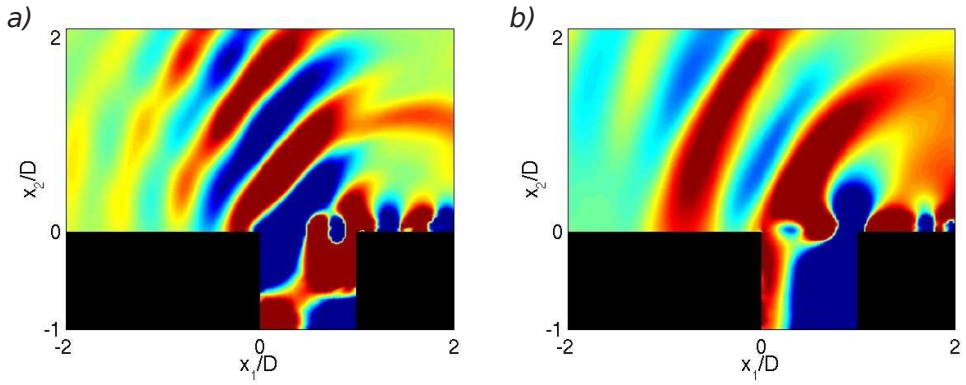


Abbildung 2.20: Druckfelder im Bereich von -500 bis $500\,\mathrm{Pa}$ in der Mittelebene ($x_3 = 0$) für Kavität N1 (*a*) und Kavität N2 (*b*) von Gloerfelt et al. [65]. (verarbeitet übernommen von [36])

Im Gegensatz zu niedrigen hat bei hohen Reynolds Zahlen ($Re_L > 10^6$) die Grenzschichtdicke fast keinen Einfluss auf die Schwingungsmode [67]. Abbildung 2.21 stellt diesen Sachverhalt für eine tiefe Kavität ($L/D = 0.42$) bei $M = 0.78$ mit und ohne Absaugung der Grenzschicht dar. Man kann deutlich erkennen, dass beide Felder sich qualitativ kaum unterscheiden [36].

Der Einfluss einer turbulenten Grenzschicht bei hohen Reynolds Zahlen wurde von Kegerise [51] experimentell und von Gloerfelt [68] anhand von LES Berechnungen untersucht. In der LES-Studie wurden zwei verschiedene Grenzschichtdicken ($\delta = 3.5\,\mathrm{mm}$ und $\delta = 6.1\,\mathrm{mm}$), jeweils mit und ohne turbulenter Störung, am Einlass des Simulationsgebietes (Eingangsturbulenz) für eine lange Kavität mit $L/D = 2$ bei $M = 0.4$ gegenübergestellt. Aus den Feldern der Wirbelstärke für beide Fälle ohne

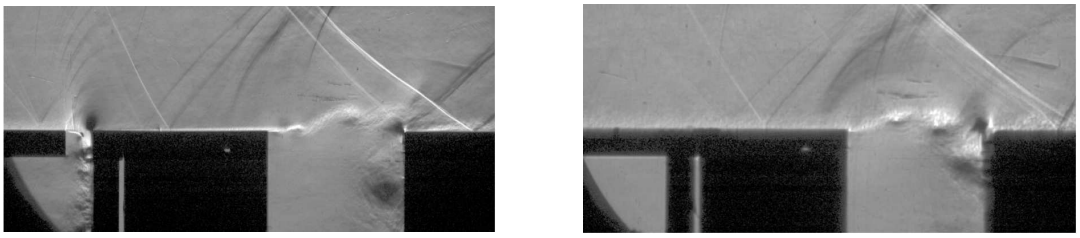


Abbildung 2.21: Einfluss der Grenzschichtdicke auf die Schwingungsmode bei hoher Reynolds Zahl. Schlierenbilder mit waagerechter Messerkante für eine tiefe Kavität ($L/D = 0.42$) bei $M = 0.78$ mit (*links*) oder ohne Absaugung (*rechts*) der Grenzschicht vor dem Kavität von Illy [67]. (verarbeitet übernommen von [36])

Eingangsturbulenz (Abbildung 2.22 *a)* und *b)*) wird ersichtlich, dass eine Erhöhung der Grenzschichtdicke analog zu vorher (Abbildung 2.21) nur eine geringfügige Auswirkung auf die Strömungskonfiguration hat. Obwohl die Anwesenheit der turbulenten Störungen in der Grenzschicht die Wirbelintensität reduzieren kann, wird die Strömungsdynamik in beiden Fällen qualitativ erhalten (siehe Abbildung 2.22 *c)* und *d)*) [36].

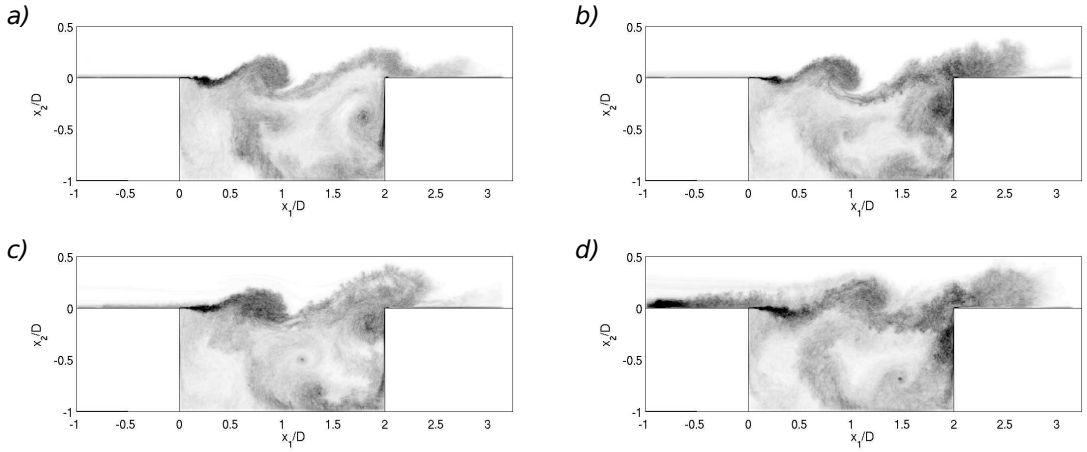
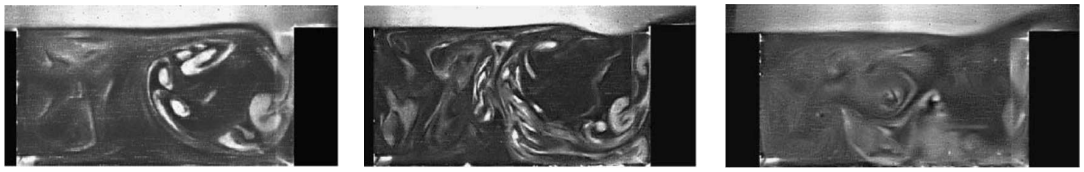


Abbildung 2.22: Einfluss der turbulenten Grenzschicht bei hoher Reynolds Zahl, LES einer langen Kavität mit $L/D = 2$ bei $M = 0.4$ von Gloerfelt [68]. Momentaufnahmen der über die Breite gemittelten Wirbelstärke: *a)* $\delta = 3.5\,\mathrm{mm}$ ohne Eingangsturbulenz; *b)* $\delta = 6.1\,\mathrm{mm}$ ohne Eingangsturbulenz; *c)* $\delta = 3.5\,\mathrm{mm}$ mit Eingangsturbulenz; *d)* $\delta = 6.1\,\mathrm{mm}$ mit Eingangsturbulenz. (verarbeitet übernommen von [36])

Reynolds Zahl Re

Wie während der Diskussion der Grenzschichtdicke ersichtlich wurde, ist die Impulsverlustdicke δ_2 bei niedrigen Reynolds Zahlen entscheidend für die Wahl der Schwingungsmode, da die gesamte Scherschicht als Kelvin-Helmholtz-Wirbel aufrollt. In den früheren Stadien des Überganges zu höheren Reynolds Zahlen ist die Zunahme von Re mit einer erhöhten Komplexität in der Rezirkulationszone (siehe Abbildung 2.23) sowie durch Auftreten neuer tonaler Komponenten im Spektrum begleitet. Im Gegensatz dazu ist bei ausreichend hohen Reynolds Zahlen ($Re_L > 10^6$) die Größe der großen Wirbeln nicht mehr mit den Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten verwandt, sodass die Dicke der Grenzschicht keine Auswirkung mehr hat. In der Regel werden solchen Strömungen durch breitbandige kleine Wirbelstrukturen (typisch für turbulente Scherschichten) und diskrete, selbsterregte Schwingungen, die aufgrund einer Rückkopplung oder einer Kavitätsresonanz zu Stande kommen, gekennzeichnet [36].



Re=4600 Re=8070 Re=10670

Abbildung 2.23: Erhöhte Unregelmäßigkeit der Rezirkulationszone in Abhängigkeit der Reynolds Zahl von den Kanalexperimenten in Wasser von Faure et al. [69] für eine lange Kavität mit $L/D = 2$. (verarbeitet übernommen von [36])

Mach Zahl M

Ein weiterer Faktor, der mit der Strömungsgeschwindigkeit U verbungen ist, ist die Mach Zahl M, die zusammen mit der Kavitätslänge L ein treibender Parameter in der Rossiter Gleichung (2.78) ist. Wenn man diese näher betrachtet, erwarten man, dass die Rossiter Moden proportional mit der Strömungsgeschwindigkeit zu- bzw. abnehmen. Dieses Verhalten wurde bereits experimentell bewiesen und kann ein Hinweis für das Auftreten eines Rückkopplungsmechanismus sein. Wenn sich die Frequenz jedoch nicht mit der Geschwindigkeit ändert, so ist die Rossiter Mode mit einer akustischen Resonanzfrequenz gekoppelt und die Kavität ist als passiv zu betrachten [36].

In Hinsicht auf die akustische Abstrahlung bewirken höhere Mach Zahlen einen höheren Schallpegel über das gesamte Frequenzspektrum hinweg und sind nach [5] der Grund, dass Kavitäten unter solchen Bedingungen anfälliger für nichtlineare Wechselwirkungen sowie Harmonische höherer Ordnung vorhanden sind. Andererseits unterscheidet sich das Verhalten der Kavitätstöne für niedrigere Mach Zahlen in Abhängigkeit des L/D-Verhältnisses. Während diese für sehr lange Kavitäten nicht eindeutig definiert sind, sind tiefe Kavitäten aufgrund der Kopplung mit der Tiefenmode bei niedrigen Mach Zahlen in der Lage starke Schwingungen zu erzeugen [36].

Scherschichtdynamik

Wenn die Grenzschicht an der Kavitätsvorderkante ankommt, wird ein Vermischungsprozess mit dem sich in Ruhe befindlichen Fluid in der Kavität erzeugt. Das Scherschicht-Wachstum zwischen den beiden Kavitätsecken ist in Abbildung 2.24 anhand des Verhältnisses zwischen der Impulsverlustdicke δ_2 und dem entsprechenden Referenzwert $\delta_{2,ref}$ an der Vorderkante dargestellt. Dabei ist ein partiell lineares Verhalten mit drei ausgeprägten Bereichen zu sehen [36]:

- Im ersten Bereich (rot) wachsen primären linearen Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten exponentiell an. Ihre Sättigung führt zu nichtlinearen zweidimensionalen Kelvin-Helmholtz-Wirbeln bei der Anregungsfrequenz, die aus dem intensiven Schallfeld resultiert [36];
- Im zweiten Bereich (grün) ist das Scherschicht-Wachstum sehr gering, da dort keine Wirbelpaarung stattfindet. Stattdessen wachsen die Wirbel ausschließlich dank der viskosen Ausbreitung und dem Mitreißen der umgebenden Flüssigkeit [36];
- Der letzte dritte Bereich (blau) wird hauptsächlich durch den Aufprallprozess in der Nähe von der Hinterkante beeinflusst, der vertikale Geschwindigkeitskomponenten induziert, die wiederum zur hohen Zerstreuung der Scherschicht beitragen [36].

Wenn man die frühen Stadien des Scherschicht-Wachstums näher untersucht, so stellt man fest, dass eine *kollektive Interaktion* nach der Vorderkante die Bildung von großflächigen Wirbelstrukturen ermöglicht, deren Wellenlänge diejenige der subharmonischen Anregung ist. Dieses Phänomen entspricht der Verbindung von kleineren Wirbel, die bei der instabilsten Frequenz der Scherschicht abgelöst werden,

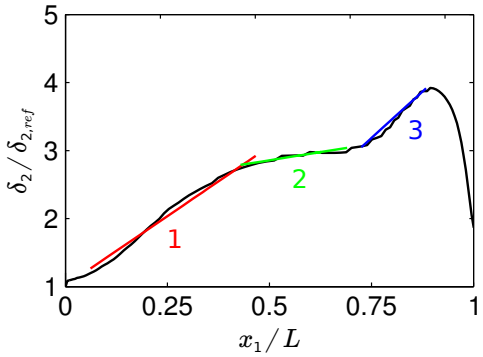


Abbildung 2.24: Wachstum der dimensionslosen Impulsverlutdicke $\delta_2/\delta_{2,ref}$ zwischen der Vorder- ($x_1/L = 0$) und der Hinterkante ($x_1/L = 1$) einer langen Kavität mit $L/D = 3$ bei $M = 0.8$ und $Re_L = 1.23 \cdot 10^5$ aus der LES-Studie von Gloerfelt et al. [70]. (verarbeitet übernommen von [36])

und welche durch die lineare Stabilitätstheorie paralleler Strömungen bestimmt werden kann. Es scheint zudem auch grundlegend für die Auswahl der primären Schwingungsfrequenzen zu sein und erklärt zugleich, warum ab einer bestimmten Reynolds Zahl die Strömung nicht mehr von Re abhängt [36].

Die Intermittenz der Scherschicht-Turbulenz kann zu mehreren Moden führen, so dass die selbsterregten Schwingungen in mehreren metastabilen Zuständen vorliegen und somit zwischen den verschiedenen Moden springen können (*eng. mode-switching*), die scheinbar nebeneinander existieren. Für hohe Reynolds Zahlen ist ein breites Spektrum turbulenter Strukturen vorhanden. Zudem sind die kohärenten Scherschicht-Strukturen Haufen aus kleinen Wirbelstrukturen und nicht aus einzelnen Wirbeln, von derer Reorganisation der Sprung von einer Mode in die andere ausgehen kann [36].

Schließlich ist hier zu beachten, dass die niederfrequenten Komponenten nicht immer mit Wirbelpaarung zusammenhängen und von einem anderen Mechanismus (wie z.B. Rezirkulation) stammen können [36].

Rezirkulation und Seitenwände

Die Rezirkulation hat sich als primäre Quelle dreidimensionaler Instabilitäten in Form von Taylor-Görtler ähnlichen Wirbelpaaren (siehe Abbildung 2.26) erwiesen, wobei die Intensität der Störungen stark von der Form des Primärwirbels und daher von der Kavitätsgeometrie abhängt. Die aus diesen Rezirkulationsinstabilitäten resultierende instationäre Aufwärtsströmung (siehe Abbildung 2.25), die die Ablösung der Scherschicht beeinflussen kann, trägt zum modulierten Charakter der freien Scherschicht und damit zur niederfrequenten Komponente im Druckspektrum bei. Dieser Effekt wird im Prinzip auch durch die Kavitätsseitenwände verstärkt, die die Modulationen in der Spannweitenrichtung z verstärken (siehe Abbildung 2.27) und somit zum Wechsel der dominanten Rossiter Mode und sogar zum nichtlinearen Energietransfer führen.

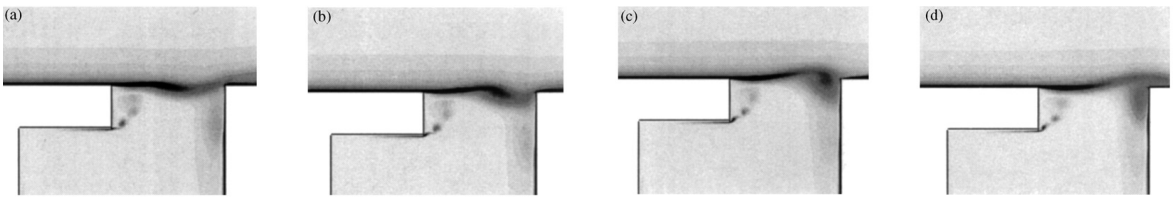


Abbildung 2.25: Momentane Wirbelstärke für vier Zeitsequenzen (*a–d*) nach der kompressiblen 2D URANS Studie von Ashcroft et al. [15]. (verarbeitet übernommen von [15])

Schließlich ist zu beachten, dass die hier behandelten niederfrequenten Komponenten auch in den

Geschwindigkeitsspektren jeglicher Strömungskonfigurationen ohne Rezirkulation (z.B. Mischungsschicht- und *jet*-Kante-Interaktionen) beobachtet wurden. Diese Tatsache führt dazu, dass die Modulation der Scherschicht nicht notwendigerweise durch die Rezirkulation, sondern auch durch weitere Phänomene (wie z.B. die in „Scherschichtdynamik“ behandelte Wirbelpaarung) hervorgerufen werden kann [36].

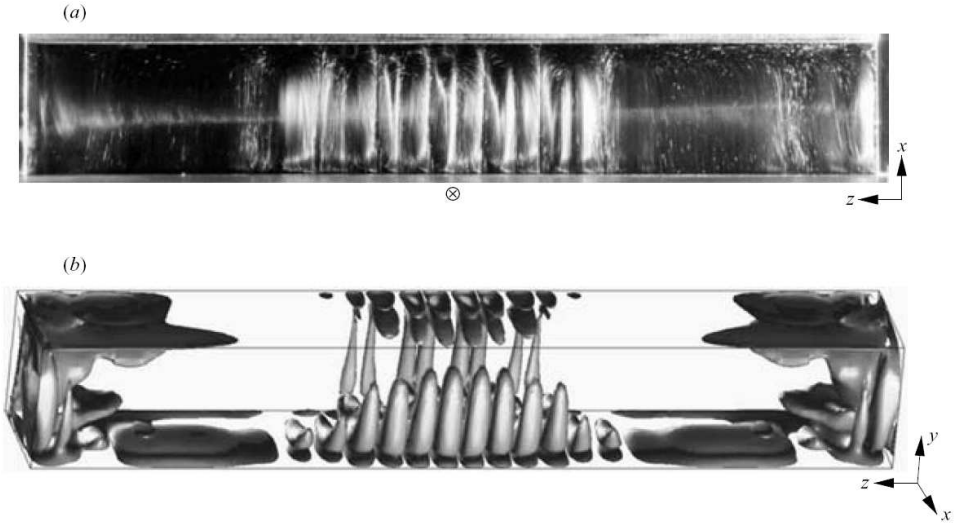


Abbildung 2.26: Stationäre Taylor-Görtler-Wirbel experimenteller *(a)* von Albensoeder et al. [71] bzw. numerischer Studien *(b)* von Albensoeder und Kuhlmann [72] bei $Re = 850$. Hier bewegt sich die Strömung jeweils in die nagative x-Richtung. In *(b)* ist der Einfluss der Seitenwände anhand der Wirbelstärke-Isoflächen ($|\Omega_x| = 210$) zu sehen [36].

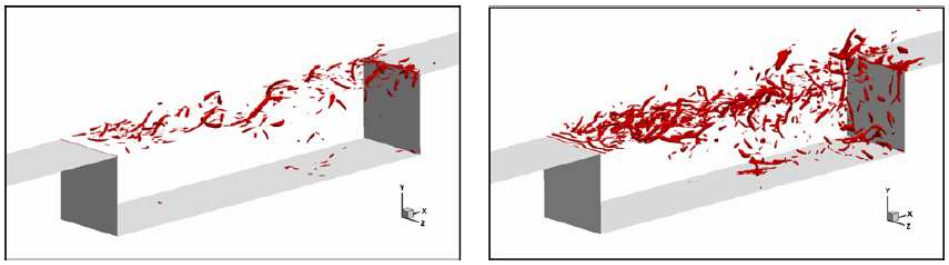


Abbildung 2.27: Momentane Isoflächen des Q-Kriteriums ($Q = 1.4 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-2}$) aus der Studie von Li und Hamed [73] für periodische (*links*) und reibungsfreie (*eng. inviscid*) Kavitätsseitenwände (*rechts*) [36].

Kapitel 3

Modellierung

Um die Navier-Stokes Gleichungen numerisch zu lösen, werden in der Praxis verschiedene Diskretisierungsverfahren wie z.B. *Finite-Differenzen*, *Finite-Volumen* und *Finite-Elemente* eingesetzt. Da dabei die Differentialgleichungen an diskreten Stellen im Strömungs- bzw. Akustikfeld berechnet werden, wird das Rechengebiet durch ein numerisches *Rechengitter* approximiert, das aus einer finiten Anzahl an Zellen (Kontrollvolumen, Elementen) besteht und im Wesentlichen eine diskrete Darstellung der Geometrie repräsentiert [74].

Im Rahmen dieses Kapitels werden grundlegende Bestandteile der Simulationsvorbereitung (*eng. pre-processing*) präsentiert. Ausgehend von der Kavitätsgeometrie (siehe Abbildung 1.2) werden zunächst die Rechengebiete nach Farkas und Paal [1] definiert und die darauf basierten Rechengitter nach den Anforderungen von Menter [3] sowie Casey und Wintergerste [75] erstellt.

3.1 CFD Modell

3.1.1 Simulationsgebiet und Randbedingungen

Um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit der Studie von Farkas und Paal [1] zu gewährleisten, wurde das CFD-Simulationsgebiet identisch gestaltet (siehe Abbildung 3.1). Es ist dabei zu beachten, dass die dritte Dimension hier nicht eingezeichnet ist und aus Abbildung 1.2 zu entnehmen ist. Während die beiden Grenzflächen in Spannweitenrichtung, die parallel zur Zeichenebene stehen, periodische Randbedingungen zugewiesen wurden, wurden die Kavitätsseitenwände (in grau) als fluiddynamisch glatte haftende Wand definiert.

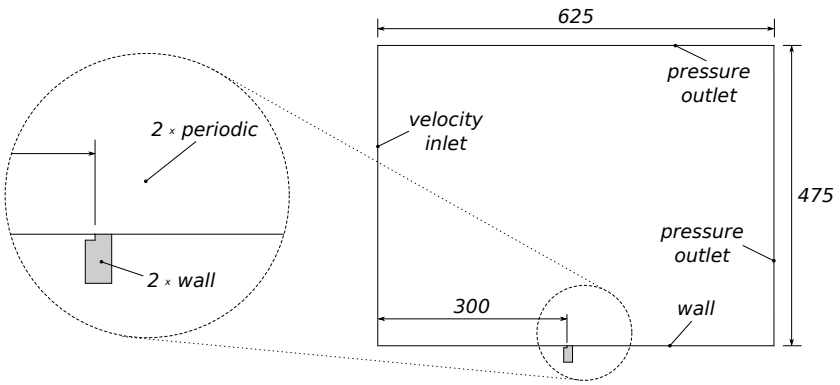


Abbildung 3.1: CFD-Simulationsgebiet samt Randbedingungen in (mm). Die Definitionen korrespondieren zu den Fluent Beschreibungen.

3.1.2 Rechengitter

Aufgrund der relativ einfachen Geometrie, lässt sich die Kavität sehr gut durch ein strukturiertes Gitter abbilden. Um jedoch die Zellenanzahl zu reduzieren, wurde hier ein hybrides Multiblock-Netz[1] mit Hilfe des *ANSYS ICEM CFD*-Softwarepackets iterativ erstellt. Grundsätzlich wurden dabei die Bereiche, bei denen starke Gradienten zu erwarten sind, feiner aufgelöst. Solche sind z.B. Grenzschichten in der Wandnähe sowie freie Scherschichten in der Kavitätsmündung und im Kavitätsinneren. Anhand so genannter *swept*-Blöcke wurden dabei konforme Netzvergröberungen im Bereich der Außenströmung durchgeführt. Weitere solche Blöcke dienten als Übergänge zwischen feinen und groben Netzdiskretisierungen in Bereichen um die Kavitätsmündung, womit ein konformes Gitter für den Fall $U = 50\,\mathrm{m/s}$ analog zu Farkas und Paal [1] erzielt wurde (siehe Abbildung 3.4). Aufgrund der Beziehung $\delta \sim Re^{-1/2}$ ist dieses Modell auch in der Lage die Bedingungen für die zweite Strömungsgeschwindigkeit von $26.8\,\mathrm{m/s}$ zu erfüllen.

Ausgehend von den obigen Überlegungen ergibt sich die Frage, von welcher Größenordnung die „feine“ und die „grobe“ Diskretisierungen sind? Da beide hier betrachteten Reynolds Zahlen und die entsprechenden Grenzschichtdicken durch vorherige Versuche und Simulationen fest gehalten sind [1, 6], kann man den dimensionslosen Wandabstand y^+ zur Bestimmung der Gitterfeinheit entkoppelt von Re betrachten. Zudem konnten Farkas und Paal in [1] feststellen, dass die in [2] für die Simulationen vorgeschlagenen Wandfunktion ($1/7$ Potenzgesetz) mangelhafte Ergebnisse liefert. In diesem Zusammenhang wurden die hier präsentierten Gittermodelle ohne zusätzliche Wandfunktion behandelt und nach der Mindestanforderungen der Grenzschichtsauflösung nach [75] aufgestellt. Dies bedeutet, dass einen y^+-Wert von $y^+ \approx 1$ bei ca. 30-60 Zellen (abhängig von Re) in der Grenzschicht erzielt wird.

Um ungenaue y^+-Abschätzungen zu vermeiden, wurden hier stationäre RANS-Simulationen mit dem Spalart-Allmaras Turbulenzmodell auf einem generischen Gitter ohne Kavität (mit einer Plattenlänge von $0.625\,\mathrm{m}$), das automatisch aus Prismen und Tetraeder aufgebaut wurde (siehe Abbildung 3.2), iterativ durchgeführt. Dabei wurden nach jeder Simulation die Wachtumsrate (*eng. growth ratio*) und/oder die Prismenanzahl in dem Block angepasst. Tabelle 3.1 fasst die daraus am Auslass resultierenden y^+- und δ_{aus}-Werte sowie die dafür verwendeten Parameter zusammen.

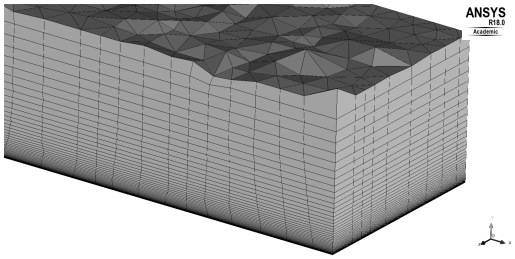


Abbildung 3.2: Generisches Gitter (nur Prismenschichten abgebildet).

Ein weiterer Aspekt, der bei der Gittererstellung berücksichtigt wurde, ist die Modellierung der relevanten Physik[2], die durch die Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) Zahl

$$CFL = \frac{U\Delta t}{\Delta x} \tag{3.1}$$

zum Ausdruck kommt. Um numerische Instabilitäten eines expliziten Zeitschrittverfahrens zu vermeiden, soll ferner $CFL \leq 1$ gelten (siehe dazu noch [76]). In (3.1) bedeuten Δx, Δt und U die Gitter- bzw. Zeitauflösung und die Strömungsgeschwindigkeit. Da die Geschwindigkeit U lokal variieren kann (wie

[1] Um den numerischen Abbruchfehler zu minimieren, wurde auf beiden Seiten der internen Blockgrenzen eine identische Gitterauflösung verwendet.

[2] Wenn eine Welle sich durch den Gebiet bewegt, so sollen die zeitliche und räumliche Auflösungen in der Lage sein, diese Bewegung aufzufassen und darzustellen [76].

#	δ_{aus}	y^+	Δy_1	Wachstumsrate	Prismenanzahl	Prismenschichthöhe
1	–	2.00	0.028	1.1	35	7.6
2	–	1.25	0.018	1.1	43	10.7
3	~ 9.3	0.97	0.014	1.1	46	11.1

Tabelle 3.1: Prismenschicht-Parameter für die drei generische Gitter. Alle Längenwerte in (mm). Δy_1 bezeichnet die Höhe der ersten Zelle.

z.B. in der Grenzschicht), lässt sich die CFL-Zahl nicht nach (3.1) abschätzen und wird daher direkt aus der Simulationen im ganzen Feld wie in Abbildung 3.3 ausgegeben. Wie man sieht, kommt es im Bereich über die Kavitätslippe aufgrund der lokalen hohen Geschwindigkeiten und der geringen Zellgröße zu relativ hohen CFL-Werten, die durch entprechende Anpassung des Zeitschrittes Δt (wie z.B. Division durch 2) sowie durch Streckung der Zellen in diesem Bereich in waagrechter Richtung zu manipulieren sind. Aufgrund des stochastischen Charakters der Wirbeln bzw. der daraus resultierenden vertikalen Komponente der Strömungsgeschwindigkeit wurde dabei angenommen, dass die horizontal verzerrte Zellen in diesem Bereich nur einen geringen Beitrag zur numerischen Dissipation[3] leisten.

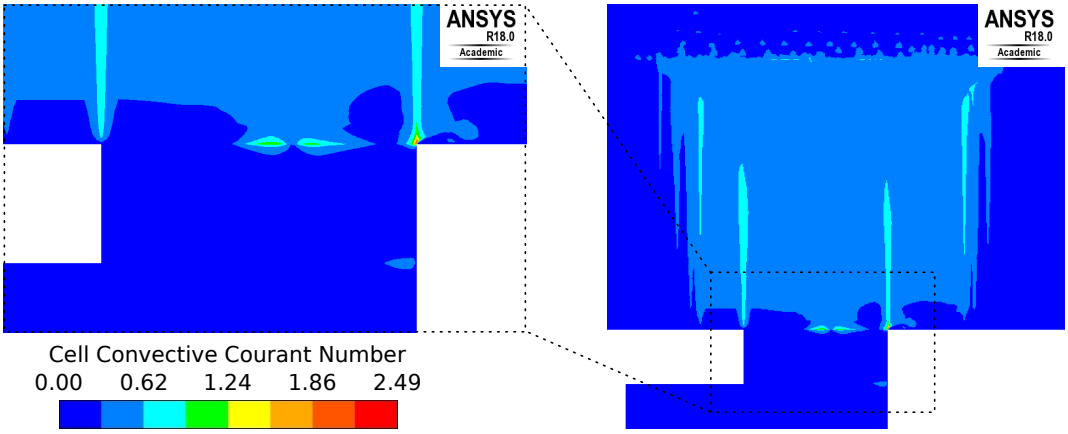
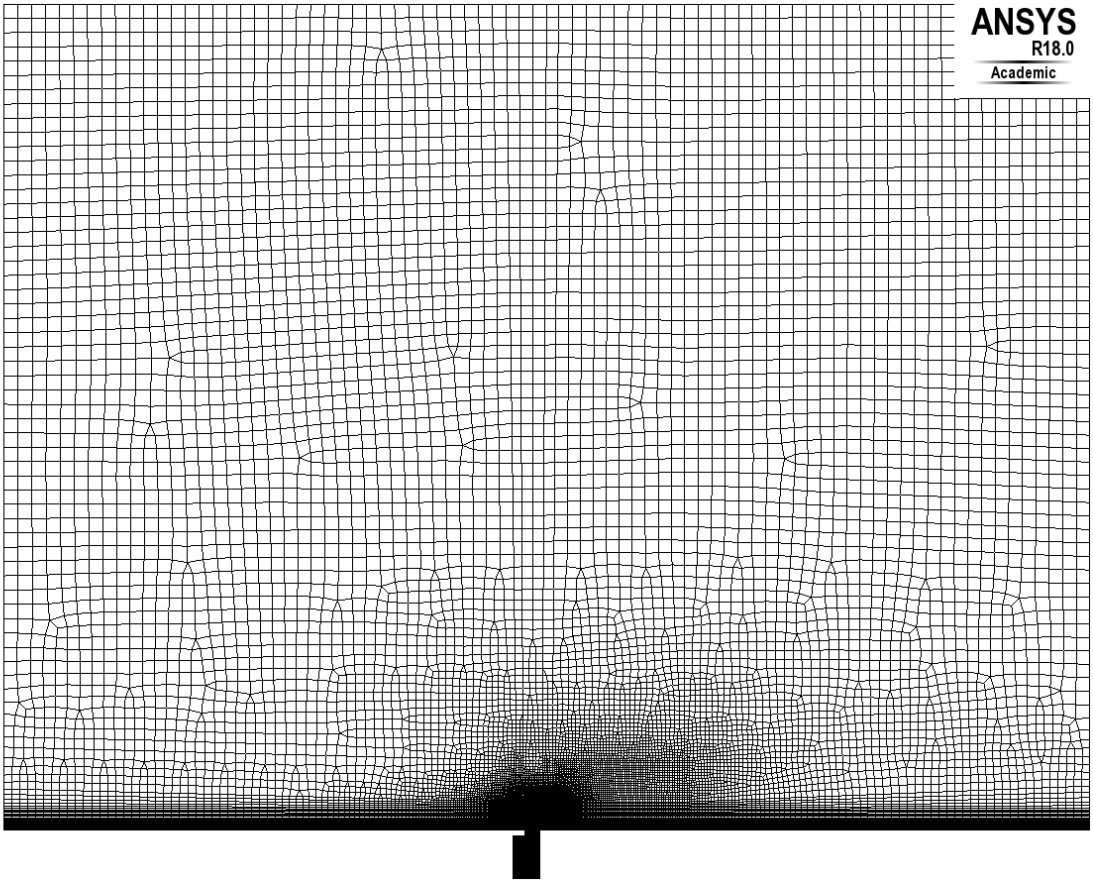


Abbildung 3.3: CFL-Zahl im Teilströmungsfeld für das feine Gitter (SBES, $U = 50\,\mathrm{m/s}$, $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$).

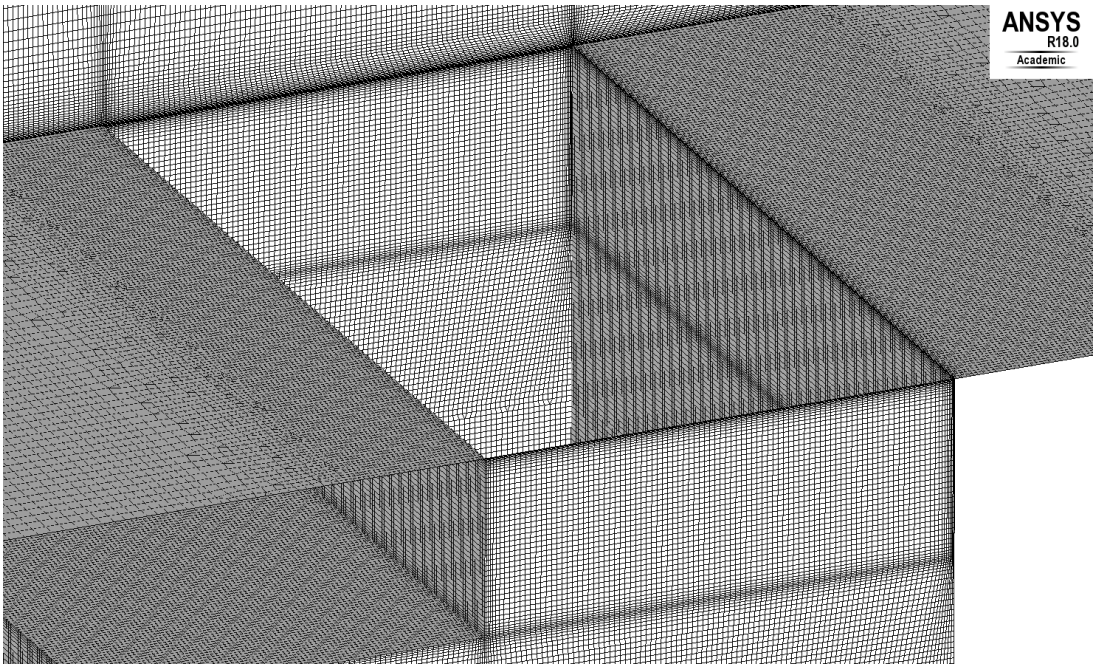
Abbildung 3.4 stellt das Rechengitter dar, das nach den obigen Leitfäden entstanden ist und im folgenden als das *feine Gitter* bezeichnet wird. Es besteht aus 11.3 Milionen Elementen (darunter Dreiecke, Quadrate sowie Tetra- und Hexaeder), die analog zu den DES-Gitterelementen aus [1] erstellt wurden. Während die maximale Länge der Zellenkanten im gesamten Kavitätsvolumen analog zu [1] ca. $0.1\,\mathrm{mm}$ beträgt, wurden für diejenigen in der Außenströmung jedoch ca. $8\,\mathrm{mm}$ (anstatt $4.5\,\mathrm{mm}$) verwendet.

Da es sich hier um eine Grenzschichtströmung handelt, wurden die für die Konvergenzstudie benötigten Gitter durch einer Vergröberung des ersten (feinen) Gitters erstellt. Dazu wurden die Elementvolumen ΔV mit dem Faktor 2 multipliziert ($\Delta V_{grob} = 2\Delta V_{mittel} = 4\Delta V_{fein}$), was aufgrund der Beziehung $\Delta V \sim (\Delta x)^3$ einer Kantenlängenänderung Δx der Zelle mit dem Faktor $\sqrt[3]{2}$ entspricht. Um eine Reproduzierbarkeit dieses Schrittes zu gewährleisten, wurde dabei ausschließlich die *Scale Sizes*-Option (in *Blocking* $\rightarrow$ *Pre-Mesh Params*) und keine weiteren Einstellungen verwendet. Aufgrund softwarespezifischen Eingaben wurde hier der Kehrwert ($1/\sqrt[3]{2} \approx 0.793700526$) herangezogen, der einer Vergrößerung entspricht. Abbildung 3.5 stellt den Bereich um die Kavitätsmündung aller drei Gitterhierarchien dar.

[3] Um die numerische Dissipation zu reduzieren, müssen die Zellflächen im Rahmen der Finite Volumen möglichst senkrecht zur Strömungsrichtung sein [75].



(a) Gesamtes Gitter – 2D Ansicht.



(b) Kavitätsmündung – 3D Ansicht.

Abbildung 3.4: Feines Rechengitter bestehend aus ca. 11.3 Milionen Elemente.

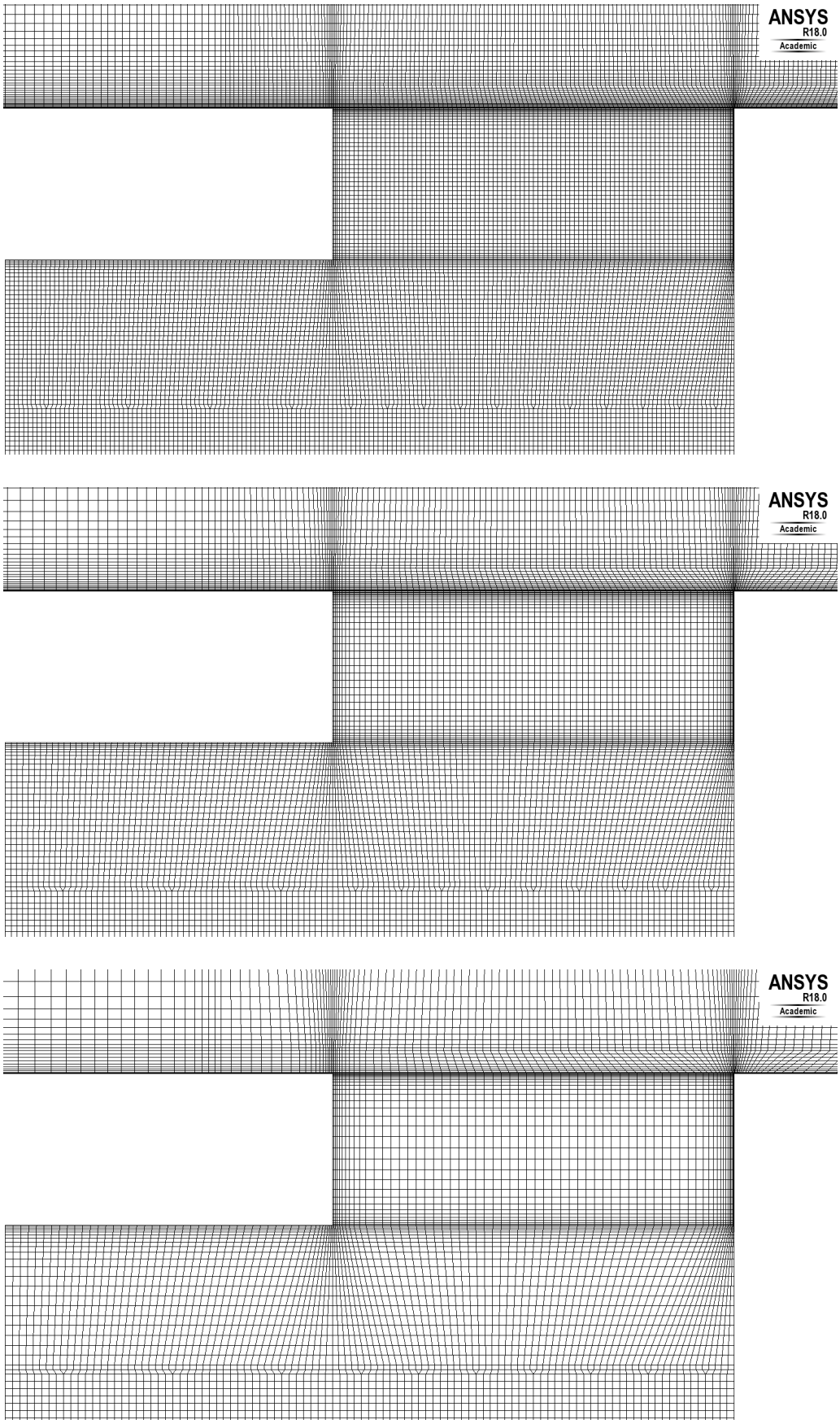


Abbildung 3.5: Feines (*oben* mit ca. 11.3 Milionen Elemente), mittleres (*mitte* mit ca. 5.7 Milionen Elemente) und grobes Rechengitter (*unten* mit ca. 2.9 Milionen Elemente).

3.2 CAA Modell

3.2.1 Simulationsgebiet und Randbedingungen

Für die Erstellung der 2D CAA Rechengitter wurde das in Abbildung 3.6 dargestellte Simulationsgebiet verwendet. Neben dem Quellgebiet, das mit dem CFD Simulationsgebiet deckungsgleich ist, umfasst dieses ein Ausbreitungsgebiet und ein *Perfectly Matched Layer* (PML)-Gebiet, wobei letzteres die freie Abstrahlung approximiert (siehe Kaltenbacher [19]). Der gesamte Boden und die Kavitätswände wurden hier als schallharte Wände behandelt, um die Reflexionseffekte der ebenen Platte in den akustischen Simulationen zu berücksichtigen.

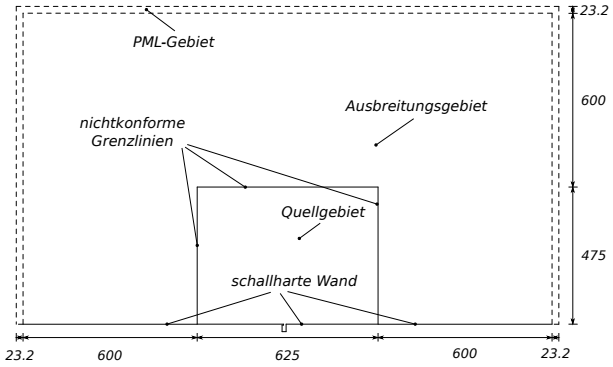


Abbildung 3.6: 2D CAA-Simulationsgebiet samt Randbedingungen in (mm). Strichliert dargestellte Linien stellen hier nur die Gebietsgrenzen dar und haben keine physikalische oder numerische Bedeutung.

3.2.2 Rechengitter

3D Rechengitter

Grundsätzlich lässt sich ein für die CAA konzipiertes Rechengitter gröber als ein solches für die CFD gestalten, wenn die Quellterme konservativ interpoliert werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Wellenlänge λ mit 10 bis 20 linearen Elementen räumlich aufgelöst wird. In diesem Sinne wurden hier zwei verschiedene Generierungsmethoden berücksichtigt, anhand denen insgesamt sechs strukturierte 3D CAA Rechengitter entstanden sind (siehe Tabelle 3.2), für die eine Konvergenzstudie im Rahmen des Kapitels 5.2 durchgeführt wurde. Während bei der ersten Methode das Quellgebiet *uniform* diskretisiert wurde, wurde in der zweiten eine *Verfeinerung* in Richtung der Kavität angewandt und damit eine bessere Auflösung der Region mit den Hauptquellen erreicht. Da im Gegensatz zur CFD die Akustiksimulationen in 2D stattfinden, werden die 3D CAA Gitter nur zur Quellterminterpolation benötigt. Daher ist hier noch zu beachten, dass für ihre Generierung ausschließlich das Quellgebiet, das mit dem dreidimensionalen CFD-Simulationsgebiet zusammenfällt, herangezogen wurde.

Die für die Konvergenzstudie benötigten Rechengitter (siehe Tabelle 3.3) wurden hier analog zu vorher mittels der *Scale Sizes*-Option in *ANSYS ICEM CFD* erstellt, wobei die verwendeten Skalierungsfaktoren aus Tabelle 3.2 zu entnehmen sind. Letztere gibt zudem die maximale Grenzfrequenz f_G an, die das entsprechende Rechengitter auflösen kann, bei einer 10-fachen räumlichen Abtastung pro Wellenlänge λ. Zu ihrer Berechnung wurden die maximale Zellkantenlänge Δx_{max} und die Schallgeschwindigkeit c von $347.411\,\mathrm{m/s}$ (siehe [77]) bei einer Temperatur T von $300\,\mathrm{K}$ (siehe Kapitel 4.1.2) herangezogen (Luft)

$$f_G = \frac{c}{\lambda} = \frac{347.411\,\mathrm{m/s}}{10 \cdot \Delta x_{max}}. \tag{3.2}$$

Methode	Gitterfeinheit	Δx_{max} (mm)	Δx_{min} (mm)	f_G (Hz)	Knotenanzahl	Skalierungsfaktor
uniform	grob	5.80	5.80	5990	99k	–
	mittel	2.90	2.90	11980	687k	2
	fein	1.45	1.45	23960	5.09Mio	4
verfeinert	grob	7.59	0.380	4577	3.28Mio	0.793700526
	mittel	5.80	0.300	5990	6.55Mio	–
	fein	4.68	0.237	7423	13.1Mio	1.259921050

Tabelle 3.2: Überblick über die uniform und mit Verfeinerung erstellten 3D CAA Rechengitter. Die angegebene Grenzfrequenz f_G wurde anhand der größten Zellkantenlänge Δx_{max} für eine 10-fache räumliche Abtastung pro Wellenlänge λ berechnet. Gitter ohne einen angegebenen Skalierungsfaktor sind als Ausgangsgitter des entsprechenden Gittersatzes zu betrachten. Alle Gitter wurden in der Spannweitenrichtung z äquidistant diskretisiert.

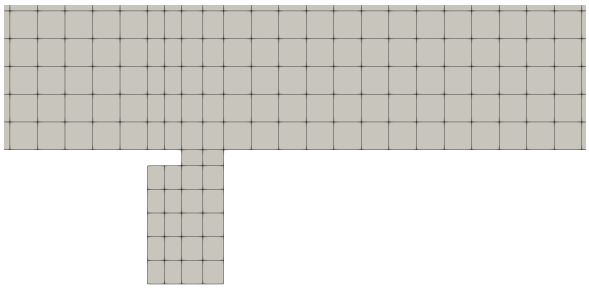
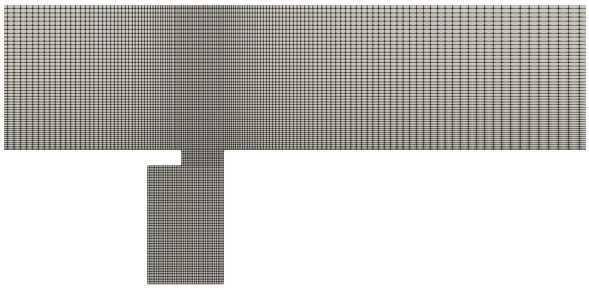
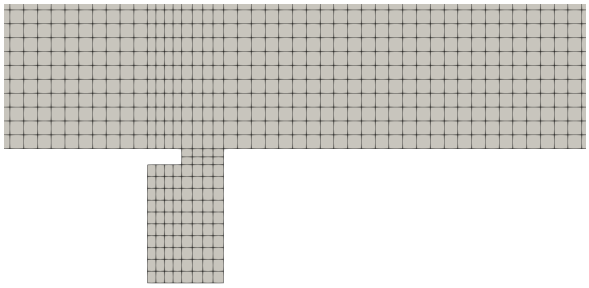
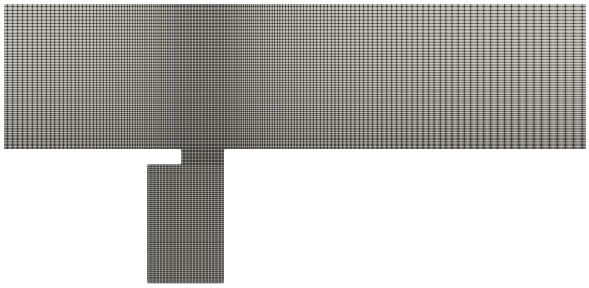
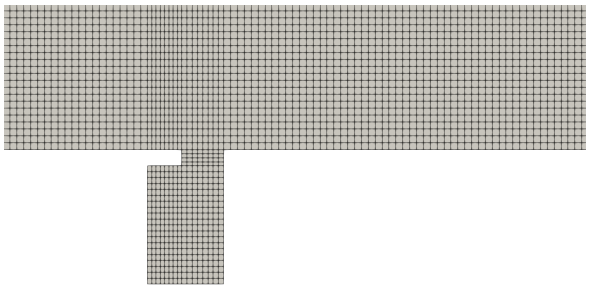
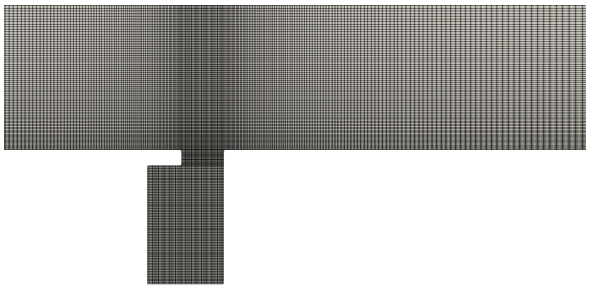
uniform	**verfeinert**
	
	
	

Tabelle 3.3: Die groben (*oben*), mittleren (*mitte*) und feinen 3D CAA-Rechengitter (*unten*) beider Gittergenerierungsmethoden (uniform und verfeinert) für die Konvergenzstudie. Hier ist lediglich die Region um die Kavität dargestellt, wo auch die Hauptquellen erwartet werden.

2D Rechengitter

Nachdem das mittlere, verfeinerte 3D CAA Gitter im Rahmen der Konvergenzstudie für die Zwecke der Quellterminterpolation ausgewählt wurde (siehe Kapitel 5.2), wurde ein dazu passendes 2D CAA Rechengitter erstellt (siehe Abbildung 3.7). Das Quellgebiet wurde vom 3D Gitter abgeleitet (d.h. dass beide Gitter in der xy-Ebene identisch sind), um die in Kapitel 5.3.2 beschriebene Quelltermübertragung von einem 3D auf einem 2D Gitter zu ermöglichen. Um eine geringere Zellenanzahl zu erreichen, wurden die Ausbreitungs- und PML-Gebiete, die konform ineinander übergehen, in einem weiteren Schritt, separat von dem Quellgebiet, uniform erstellt. Während das Ausbreitungsgebiet vertikal und horizontal für drei Wellenlängen λ

$$3 \cdot \lambda = 3 \cdot 0.2\,\mathrm{m} = 0.6\,\mathrm{m} \tag{3.3}$$

bei der dominanten Frequenz $f \approx 1700\,\mathrm{Hz}$ äquidistant mit $\Delta x \approx 5.8\,\mathrm{mm}$ ausgelegt wurde, beinhaltet das PML-Gebiet 4 Zellen mit ebenfalls $\Delta x \approx 5.8\,\mathrm{mm}$ in beiden Richtungen.

Um beide separat entstandenen 2D CAA Gitteranteile zusammenzufügen, wurden schließlich Linienelemente an ihren gemeinsamen Grenzflächen bzw. Grenzlinien erstellt (siehe Abbildung 3.6). Hierbei ist zu beachten, dass die Oberflächengitter auf jedes der beiden Gitter zur Verfügung gestellt wurden, denn auf dieser Weise eine Interpolation der Strömungsfelder während der Akustiksimulationen ermöglicht wird. Das so entstandene nichtkonforme, strukturierte 2D CAA Gitter beinhaltet 137475 Elemente (Linien und Quadrate) sowie 136918 Knoten, wobei letztere für die Rechenzeiten der Akustiksimulationen aufgrund der dort verwendeten FEM maßgeblich sind.

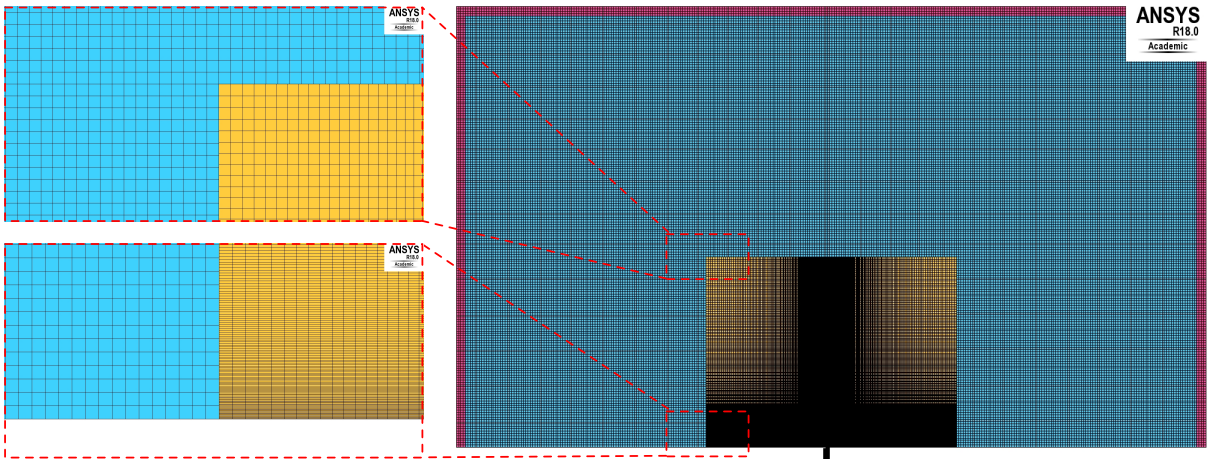


Abbildung 3.7: Nichtkonformes 2D CAA-Rechengitter mit eingefärbten Quell- (*gelb*), Ausbreitungs- (*blau*) und PML-Gebiet (*violett*). Es ist hier zu beachten, dass das PML-Gebiet aus 4 Zellen in Dickenrichtung besteht und dass zwischen Quell- und Ausbreitungsgebiete Linienelemente positioniert sind, die zur späteren Behandlung der nichtkonformen Oberflächengitter benötigt werden.

Kapitel 4

Strömungsmechanische Simulationen

Im Rahmen dieses Kapitels wird das verwendete Setup für die strömungsmechanischen Simulationen und die daraus resultierenden Ergebnisse anhand des in Abbildung 4.1 dargestellten Arbeitsablaufes präsentiert. Zunächst werden die am Einlass benötigten Geschwindigkeitsprofile anhand einer stationären, inkompressiblen Simulation einer ebenen Platte ohne eingeschnittener Kavität ermittelt. Dabei handelt es sich um einen iterativen Prozess, der im Rahmen der Setupfindung verifiziert wird und solange wiederholt wird, bis die benötigten Grenzschichtdicken über der Kavitätslippenkante erhalten werden. Danach wird die iterative Ermittlung geeigneter Umgebungsvariablen und numerischer Einstellungen, wie z.B. Turbulenzmodelle, Materialparameter, Anfangs- und Randbedigungen, sowie Gleichungslöser und numerische Schematas, beschrieben. Während der Setupfindung fand außerdem die schon beschriebene Gittergenerierung statt, da das Rechengitter ständig an die verschiedenen Umgebungskonfigurationen anzupassen war. Um die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Gitterfeinheit zu ermitteln, werden im Anschluss Gitterkonvergenzstudien für die hier verwendete Turbulenzmodelle ($k\omega$SST und SBES) durchgeführt. Daraus werden repräsentative Rechengitter für jedes Turbulenzmodell ausgewählt, für die jeweils eine Parameterstudie durchgeführt wird, bei der der Einfluss unterschiedlicher Strömungsgeschwindigkeiten U, Grenzschichtdicken δ und Zeitschrittweiten Δt untersucht wurde.

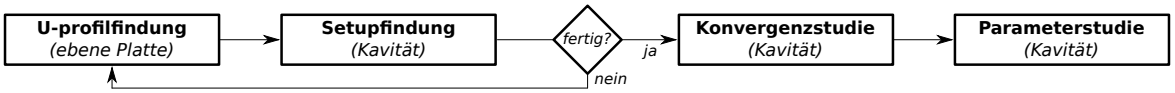


Abbildung 4.1: Ablauf der strömungsmechanischen Simulationen.

4.1 Simulationssetup

Im Sinne physikalisch plausibler Quellterm- und Akustikrechnung ist ein möglichst repräsentativer und sauberer CFD-Datensatz bereitzustellen, bei dem:

- die für die Akustik relevanten Wirbel ausreichend aufgelöst werden;
- keine unerwünschten Reflexionen an den Rändern des Simulationsgebietes vorkommen;
- keine numerischen Artefakten im Strömungsfeld vorhanden sind.

Zudem ist nach [78] zu beachten, dass das gesamte Strömungsfeld für die Akustik wichtig ist, denn numerische Fehler außerhalb des Untersuchungsbereiches können zur Fehlquellen führen, die durch das gesamte Feld propagieren und somit den gesamten Schalldruckpegel der Simulation verfälschen.

Um diese Anforderungen zu erfüllen, wurde ein geeignetes Simulationssetup iterativ ermittelt. Tabelle 4.1 fasst sowohl die *solver*-Einstellungen und die dazu passenden Schemata, als auch die verwendeten Randbedingungen und Materialparameter zusammen. Es ist dabei zu beachten, dass die hier angegebenen Optionen nur als Zusatz zu den Standard-Einstellungen von ANSYS Fluent 18.0 eingeschaltet wurden. Dies bedeutet, dass falls keine Zusatzinformation zu einer Einstellung gegeben ist, so werden die Standard-Einstellungen verwendet. Ferner ist noch zu erwähnen, dass einige Einstellungen zwischen den beiden verwendeten Turbulenzmodellen unterschiedlich sind, was normalerweise durch die verschiedene Modellformulierung bedingt ist. Dazu sind zwei Einträge in der Tabelle zu finden, neben denen das entsprechende Turbulenzmodell in Klammern angegeben ist. Während für die Berechnung des Impulses (*eng. momentum*) beim $k\omega$SST-Modell das *second order upwind*-Schema verwendet wurde, hat ANSYS Fluent 18.0 beim SBES-Modell automatisch auf *bounded central differencing* umgestellt. Wie man sieht, sind die restlichen Einstellungen zwischen beiden Modellen identisch geblieben. Es soll hier beachtet werden, dass beide Modelle vom Grund aus unterschiedlich sind. Ein Beispiel dafür sind die Schwankungsanteile der Anströmungsgeschwindigkeit am Einlass (*eng. fluctuating velocity algorithm*), die im Rahmen des SBES-Modells (oder genau genommen des WALE-Modells) für die Eingangsturbulenz benötigt werden und als *no perturbations*-Eintrag vorgegeben sind, während sie im $k\omega$SST-Modell nicht modelliert werden. Aus diesem Grund ist hier eine Identität der Einstellungen nur in dem Sinne gemeint, dass keine zusätzlichen Änderungen auf die Standard-Optionen vorgenommen wurden.

Ein wesentlicher Punkt hier ist die *non-reflecting*-Zusatzoption, die dafür sorgt, dass keine Reflexionen vom entsprechenden Rand vorkommen. Diese sind für den vorliegenden Fall mit *from neighbouring cell*-Option zu unterstützen, die für die Berechnung der Rückflüsse am Rand zuständig sind [79]. Weitere Inhalte von Tabelle 4.1 werden in den folgenden Unterkapiteln näher erläutert.

Fluid	Luft als ideales Gas bei $p \approx 1\,\mathrm{bar}$ ($p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) und $T = 300\,\mathrm{K}$ *energy equation*-Zusatzoption
solver	*pressure-based*
pressure-velocity coupling	*coupled*
gradient	*least squares cell based*
pressure	*second order*
density	*second order upwind*
momentum	*second order upwind* ($k\omega$SST); *bounded central differencing* (SBES)
turbulent kinetic energy	*second order upwind*
specific dissipation rate	*second order upwind*
energy	*second order upwind*
transient formulation	*second order implizit*
Einlass	*velocity inlet* mit $p_{gauge} = 101325\,\mathrm{Pa}$ *non-reflecting*-Zusatzoption
Auslass und Oben	*pressure outlet* mit $p_{gauge} = 101325\,\mathrm{Pa}$; *non-reflecting*- und *from neighbouring cell*-Zusatzoptionen
Vorne und Hinten (Spannweite)	*periodic* (Vorne – *Periodic zone*; Hinten – *Shadow zone*)
Kavitätwände und Boden	*wall*
Eingangsturbulenz	turbulente Längenskala $l_t = 40\,\% \cdot \delta_{ein}$ niedriger Turbulenzgrad $I_t = 0.5\,\%$
$\boldsymbol{y^+}$**−Wert**	< 1 über den Boden; ≤ 12 in der Kavität
$\boldsymbol{CFL}$**−Zahl**	≤ 47 für $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$

Tabelle 4.1: CFD-Simulationseinstellungen und verwendete Randbedingungen (siehe [79]). Die hier angegebenen y^+- und CFL-Werte sind Maximalwerte aus den beiden Konvergenzstudien für $t = 0.15\,\mathrm{s}$.

4.1.1 Verwendete Turbulenzmodelle

Wie aus der obigen Diskussion und aus Kapitel 2.2.4 ersichtlich wurde, wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei Turbulenzmodelle verglichen, um deren Einfluss auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen. Um eine Vergleichbarkeit mit Farkas und Paal [1] zu gewährleisten, wurden hier das $k\omega$SST- (*eng. Shear Stress Transport*) mit *viscous heating*-Zusatzoption und das SBES-Modell (*eng. Stress-Blended Eddy Simulation*) verwendet, wobei letzterer auf die in [1] verwendete DES aufbaut und von Menter [3] für überströmte Kavitäten empfohlen wird.

Während $k\omega$SST zwischen den $k\epsilon$- und $k\omega$-RANS-Modelle umschaltet, wechselt SBES zwischen den RANS- und LES-Modellen, die vom Benutzer in ANSYS Fluent 18.0 auszuwählen sind. Dazu wurden hier $k\omega$SST mit *viscous heating*-Zusatzoption und WALE (*eng. Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*) herangezogen, womit das verwendete RANS-Modell gleich gehalten wird. Ein weiterer Grund um $k\omega$SST gegenüber Spallart-Almaras[1] zu bevorzugen, ist die Abhängigkeit des DES- bzw. SBES-Verhaltens von dem verwendeten RANS-Modell. Während sich eine auf Spalart-Allmaras basierte DES im Prinzip wie eine (ressourcenintensive) LES mit einer Wandfunktion verhält, wirkt DES mit anderen Modellen (wie z.B. Zwei-Gleichungs-Modelle) als ein hybrides RANS-LES-Modell [80]. Die Wahl von WALE hingegen wurde durch mehrere Argumente motiviert. Einerseits bietet SBES mit WALE die selbe Funktionalität wie ein eigenständiges WMLES-Modell (*eng. Wall Modelled LES*) an. Im Vergleich zu den anderen in ANSYS Fluent 18.0 zur Verfügung stehende LES-Modelle (Smagorinsky-Lilly, Dynamic Smagorinsky und WMLES) ist WALE zudem das einfachste Modell, das die Wirbelviskosität μ_t für laminare Strömungen auf Null setzt. Obwohl dies hier nicht der Fall ist, ist diese Bedingung auch bei einer Transition vom laminaren zum turbulenten Zustand zu berücksichtigen [3]. Da im Rahmen dieser Arbeit keine Untersuchungen bezüglich Transition durchgeführt wurden, wurde dieser Funktionalität sicherheitshalber hier anhand des WALE-Modells zur Verfügung gestellt.

4.1.2 Materialparameter

Als Fluid für die CFD-Simulationen wurde Luft als ideales Gas, mit den Standard-Einstellungen für die Temperatur T und den Druck p von

$$T = 300\,\mathrm{K} \qquad p \approx 1\,\mathrm{bar}, \tag{4.1}$$

modelliert. Unter diesen Bedingungen resultieren eine dynamische Viskosität μ und eine Dichte ρ von

$$\mu \approx 1.7894 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg/ms} \qquad \rho \approx 1.176592\,\mathrm{kg/m^3}. \tag{4.2}$$

Für die Reynolds Zahlen beider Anströmungsgeschwindigkeiten folgt mit der Länge der Kavitätsmündung L_M somit

$$Re\,(50\,\mathrm{m/s}) \approx 28802 \qquad Re\,(26.8\,\mathrm{m/s}) \approx 15438. \tag{4.3}$$

Da man im kompressiblen Fall mit sehr kleinen Druckschwankungen zu rechnen hat, bietet sich laut Vorgaben des ANSYS Users Guides [79] an, den in ANSYS Fluent 18.0 definierten *operating pressure* p_{op} auf $0\,\mathrm{Pa}$ zu setzen. Um jedoch normale Bedingungen $(1\,\mathrm{bar})$ zu gewährleisten, wurde die *gauge pressure* an den *velocity inlet*- und *pressure outlet*-Rändern auf $101325\,\mathrm{Pa}$ gesetzt. Diese Einstellung ist laut des ANSYS Users Guides [79] der Standard-Einstellungen äquivalent, was im Rahmen der Konvergenzstudie anhand des $k\omega$SST-Modells nachgewiesen werden konnte. Der einzige Unterschied dabei besteht darin, dass mit der Verwendung von $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ eventuelle Rundungsfehler behoben werden.

[1] Das Spalart-Allmaras-Modell ist das einfachste in ANSYS Fluent 18.0 zum Auswahl stehende Ein-Gleichungs-Modell.

4.1.3 Geschwindigkeitsprofil am Einlass

Wie in Kapitel 3.1.2 erwähnt, liefert laut Farkas und Paal [1] die in dem Benchmark von NASA [2] vorgeschlagenen Wandfunktion ($1/7$ Potenzgesetz) für das Geschwindigkeitsprofil mangelhafte Simulationsergebnisse. Daher wurden hier die benötigten Geschwindigkeitsprofile analog zu [1] anhand zusätzlicher stationärer, inkompressibler Simulationen an einer ebenen Platte (siehe Abbildung 4.2) ermittelt, derer Gitterauflösung des feinen CFD-Rechengitters entspricht. Nachdem sie von links uniform mit jeweils $U = 50\,\mathrm{m/s}$ bzw. $U = 26.8\,\mathrm{m/s}$ angeströmt wird, bildet sich eine Grenzschicht über der Platte der Dicke δ, die mit der x-Koordinate ansteigt aus. In Abhängigkeit der x-Position lassen sich somit unterschiedliche Grenzschichtprofile extrahieren, die dann als Randbedingungen am Einlass des eigentlichen CFD-Simulationsgebietes mittels Dateninterpolation vorgegeben werden können. Der Vorteil dabei ist, dass auf diese Weise das CFD-Simulationsgebiet kleiner gestaltet wird, in dem der Einlaufbereich einmalig extern berechnet wird und nur die benötigten Geschwindigkeitsprofile weiter verwendet werden.

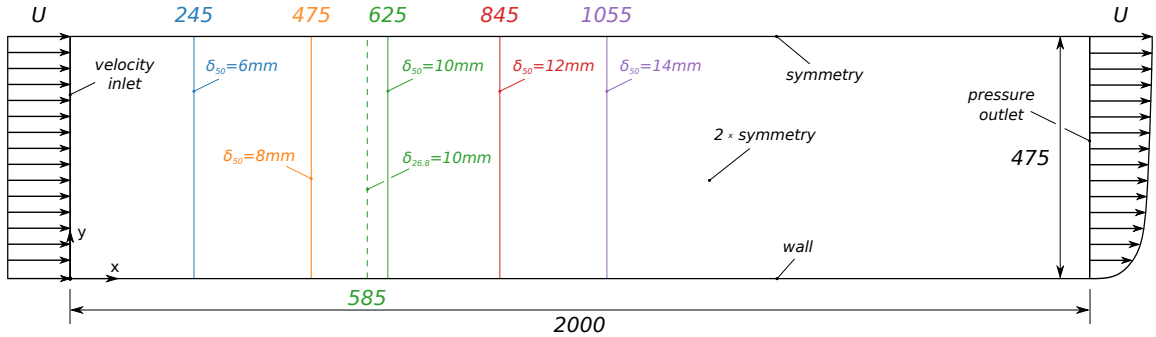


Abbildung 4.2: Simulationsgebiet für die stationäre Plattensimulation ($k\omega$SST-Modell; 3200 Iterationen) mit Randbedingungen in (mm). Die farbige Markierungen korrespondieren zu diejenigen der Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 4.3, wobei die Indexe (50 und 26.8) die Anströmungsgeschwindigkeit U in $(\mathrm{m/s})$ angeben.

Aufgrund ihrer Größenordnung von ca. $1 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m/s}$ wurde in dieser Arbeit die w-Geschwindigkeitskomponente vernachlässigt ($w = 0\,\mathrm{m/s}$). Am Einlass aller CFD-Simulationen wurden daher ausschließlich die anderen zwei Geschwindigkeitskomponenten aus den extrahierten Geschwindigkeitsprofilen vorgegeben, wobei einer Beziehung von $v \approx 1\,\% \cdot u$ festgestellt wurde. Abbildung 4.3 stellt die u-Komponente der Geschwindigkeitsprofile am Einlass (gepunktete Linien) und über die Kavitätslippenkante (durchgezogene Linien) für beide Turbulenzmodelle, beide Anströmugnsgeschwindigkeiten und alle Grenzschichtdicken graphisch dar. Dabei ist zu beachten, dass die gepunktete Kurven die schon auf dem CFD-Rechengitter interpolierten Daten darstellen. Zudem sind die Kurven beider Turbulenzmodelle nicht vergleichbar, da diese aus Rechengitter unterschiedlicher Feinheit (grob für $k\omega$SST und fein für SBES) ermittelt wurden.

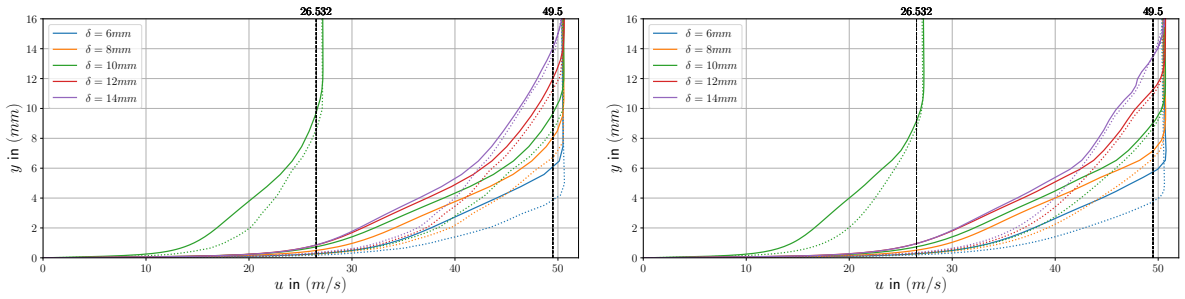


Abbildung 4.3: u-Geschwindigkeitsprofile für das $k\omega$SST- (*links*) und das SBES-Modell (*rechts*). Die vertikalen Marker heben diejenige Stellen hervor, an denen $u = 99\,\% \cdot U$ gilt.

4.1.4 Eingangsturbulenz

Im vorigen Unterkapitel wurden die am Einlass (*velocity inlet*) vorgegebenen Geschwindigkeitsprofile ohne irgendeinen turbulenten Anteil aus der Plattensimulation übernommen. Außerdem sind turbulente Anteile, die aus physikalischen oder nicht physikalischen Rückflüssen an den anderen Rändern des Simulationsgebietes (wie z.B. *pressure outlet*) resultieren können, in Fluent nicht ausgeschlossen. Um diesen Sachverhalt an den Rändern zu modellieren, kann man dort eine Eingangsturbulenz berücksichtigen, indem man Turbulenzvariablen vorgibt. In diesem Zusammenhang wurden hier der Turbulenzgrad I_t (*eng. turbulence intensity*) und die turbulente Längenskala l_t herangezogen. Für externe Strömungen um U-Boote, Fahrzeuge oder Flugzeuge sind niedrige I_t-Werte von $\leq 1\,\%$ (bei modernen Windkanäle sogar bis $I_t = 0.05\,\%$) zu verwenden [81]. Da diese in der Regel experimentell durch Messungen bestimmt werden, die hier nicht vorhanden sind, wurde für diese Arbeit der von [82] vorgeschlagenen Wert von

$$I_t = 0.5\,\% \tag{4.4}$$

übernommen. Für die turbulente Längenskala l_t einer Grenzschichtströmung hingegen wurde nach [79]

$$l_t = 40\,\% \cdot \delta_{ein} \tag{4.5}$$

herangezogen, wobei hier δ_{ein} die Grenzschichtdicke am Einlass des Simulationsgebiets bedeutet.

4.1.5 CFD Simulationsüberblick

Wie erwähnt, werden im Rahmen dieser Arbeit pro Turbulenzmodell jeweils eine Konvergenz- und eine darauf aufbauende Parameterstudie durchgeführt. Tabelle 4.2 fasst die geplanten einzelnen CFD-Simulationen in ihrer vorgesehenen Reihenfolge zusammen. Das Präfix in den Simulationsnamen setzt sich aus dem Turbulenzmodell (K: $k\omega$SST; S: SBES) und den Simulationsreihen (K: Konvergenzstudie und P: Paremeterstudie) zusammen, während die Suffixe simulationsspezifischer Variablen und gegebenenfalls ihren Werten entsprechen (z.B. G: grob, D06: $\delta = 6\,\mathrm{mm}$, U26: $U = 26.8\,\mathrm{m/s}$, T06: $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$ etc.). An dieser Stelle ist noch zu beachten, dass die mit $\square^*$ bezeichnete Anzahl an Zeitschritten auf die ersten 7500 der dazugehörigen Konvergenzstudie aufbauen. So bedeutet z.B. im Fall von SP-T06, dass die 114000^* Zeitschritte den 7500-sten Zeitschritt der SK-F-Simulation als Startpunkt haben. Zudem werden diese Simulationsreihen (mit Ausnahme von KP-T06) für den Datenexport verwendet, der für die Zwecke der ausstehenden Akustiksimulationen jede $2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$ (für alle drei Fälle) ins *Ensight Gold*-Format stattgefunden hat, wobei der Grund für die Wahl dieser drei Simulationsfälle (KK-G, SK-F und SP-T06) in den folgenden Unterkapiteln erläutert wird.

Die angegebene Prozessorstunden $CPUh$

$$CPUh \approx N_{CPU} \cdot t_{run}, \tag{4.6}$$

die mit der Anzahl an Prozessoren N_{CPU} und die für die Simulation benötigte reale Zeit t_{run} abgeschätzt wurden, sollen hier ausschließlich zu einer groben Abschätzung der benötigten Simulationszeit dienen, denn diese haben aufgrund unbekannter Ursachen (vermutlich durch Netzwerk und Anzahl an gleichzeitig verwendeten Rechenknoten bzw. Prozessoren) über die einzelnen Simulationen hinweg variiert.

Name	**Gitter**	l_t (mm)	δ (mm)	U (m/s)	Δt (s)	**Schritte** ($-$)	**Datenexport** (TB)	$CPUh$ (h)
KK-G	grob	3.44	9.68	50	$2 \cdot 10^{-5}$	$7500 + 5200^*$	0.4	1932
KK-M	mittel	3.44	9.68	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	2097
KK-F	fein	3.44	9.68	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	3712
KP-D06	grob	1.54	6.06	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	846
KP-D08	grob	2.68	8.06	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	1498
KP-D12	grob	4.53	11.96	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	1174
KP-D14	grob	5.44	14.03	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	896
KP-U26	grob	3.46	9.7	26.8	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	–
KP-T06	grob	3.44	9.68	50	$1 \cdot 10^{-6}$	100000^*	–	9728
SK-G	grob	3.44	9.68	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	1282
SK-M	mittel	3.44	9.68	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	2808
SK-F	fein	3.44	9.68	50	$2 \cdot 10^{-5}$	$7500 + 5200^*$	1.5	15071
SP-D06	fein	1.54	6.06	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	6366
SP-D08	fein	2.68	8.06	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	5652
SP-D12	fein	4.53	11.96	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	5440
SP-D14	fein	5.44	14.03	50	$2 \cdot 10^{-5}$	7500	–	6000
SP-U26	fein	3.46	9.7	26.8	$2 \cdot 10^{-5}$	10000	–	6814
SP-T06	fein	3.44	9.68	50	$1 \cdot 10^{-6}$	114000^*	1.75	49532

Tabelle 4.2: Simulationsüberblick in der Reihenfolge, in der die Simulationen durchzuführen sind. Die mit $\square^*$ bezeichneten Schritte bauen auf die ersten 7500 der dazugehörigen Konvergenzstudie auf. Für das Exportieren von Daten (ins *Ensight Gold*-Format) wurde eine Zeitschritt von jeweils $2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$ verwendet.

4.2 Konvergenzstudie

4.2.1 $k\omega$SST-Modell

Wie aus der Diskussion in Kapitel 4.1.2 ersichtlich wurde, sind im Rahmen der Konvergenzstudie für das $k\omega$SST-Modell zwei verschiedene Einstellungen für den *operating pressure* p_{op} untersucht worden. Wie erwartet, liefern diese sehr ähnliche Felder und Druckspektren über alle drei Rechengitter hinweg (siehe Abbildungen 4.4 und 4.6, sowie Anhang A). Zudem waren die Rechenzeitunterschiede dazwischen vernachlässigbar klein, was zusammen mit der Vermeidung eventueller Rundungsfehler für die Auswahl von $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ für alle weitere Simulationen dieser Arbeit spricht. Da für den $k\omega$SST Simulationssatz das grobe Gitter gewählt wurde (siehe „Amplitudentrends und Gitterauswahl“), wird die KK-G Simulation ($p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) als Referenzfall für die Diskussionen bezüglich den $k\omega$SST Simulationen herangezogen. Schließlich wird hier nochmals darauf hingewiesen, dass die im Folgenden diskutierten Druckspektren auf Basis von dem gesamten Druck im Mikrofonpunkt (siehe Abbildung 1.2) erstellt wurden.

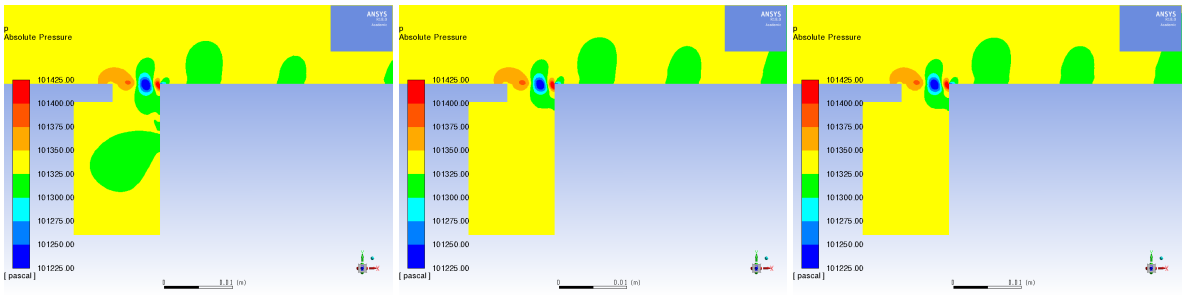


Abbildung 4.4: Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Druckfelder für KK-G (*links*), KK-M (*mitte*) und KK-F (*rechts*) bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$.

Druckspektrum

Alle sechs Druckspektren in Abbildung 4.6 *oben*, die anhand des in Abbildung 4.6 *mitte links* grau markierten stationären Zeitbereiches ($0.05\,\mathrm{s} - 0.15\,\mathrm{s}$) erstellt wurden, sehen qualitativ sehr ähnlich aus. Wie erwartet, sind hier aufgrund des dämpfenden Charakters des $k\omega$SST-Modells nur die dominanten Moden sichtbar. Analog zu den Ergebnissen von Farkas und Paal [1], sowie diejenigen von Henderson [6], schwingen alle sechs Simulationen in der $1.$ Rossiter Mode mit $1673\,\mathrm{Hz}$ (für KK-G bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) und ihrer Harmonischen ($3355\,\mathrm{Hz}$ und $5028\,\mathrm{Hz}$) ein. Dies führt zu einer Abweichung von ca. $3.46\,\%$ in Relation zu dem Sollwert $f_{R_1} = 1733\,\mathrm{Hz}$, der anhand der von Henderson [6] verwendeten $\alpha = 0.25$ und $\kappa_v = 0.43$, sowie der Länge der Kavitätsmündung $L_M = 8.76\,\mathrm{mm}$ abgeschätzt wurde. Im Vergleich zu Messergebnissen von Henderson [6] weicht die simulierte Peak-Frequenz relativ mit $8.29\,\%$ ab, indem sie die auftretende Frequenz unterschätzt. Darüber hinaus konnte die $1.$ Rossiter Mode auch anhand der in Abbildung 4.4 dargestellten Druckfelder bestätigt werden. Dort ist es klar zu sehen, dass sich ein ganzer Wirbel in der Kavitätsmündung befindet, wie dieser in der Studie von Farkas und Paal [1] zu sehen ist (vergleiche Abbildung 1.4).

Wenn man nun den dominanten Peak näher betrachtet (Abbildung 4.6 *unten rechts*), so kann man ein Frequenzunterschiedsmaximum von ca. $12\,\mathrm{Hz}$ bei einer Frequenzauflösung Δf von ca. $10\,\mathrm{Hz}$ feststellen. Diese Abweichung kommt sowohl durch die Frequenzauflösung, als auch durch die Tatsache, dass sich beide Signale für KK-G mit 5 Simulationsschritte (bei einer Periodendauer von ca. 30 Schritte) kürzer sind. Ihre Abkürzung wurde durch die Peak-Frequenzen bedingt, da ohne diesen Eingriff keine eindeutigen Spitzen, sondern Abflachungen zu sehen waren. Bezüglich des Druckpegels hingegen, scheinen alle sechs Simulationen untereinander konsistente Ergebnisse mit einer maximalen PL-Abweichung von ca.

$0.8\,\mathrm{dB}$ zu liefern. In Relation zu den Messergebnissen ($134\,\mathrm{dB}$) liegt den PL-Wert für KK-G ($p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) bei $131.2\,\mathrm{dB}$, was einer relativen Abweichung von ca. $2.09\,\%$ entspricht. Diese Abweichung von ca. $3\,\mathrm{dB}$ entspricht genau den von Henderson [6] angegebenen Wert für mögliche Diskrepanz, sie schreibt:

> „*One additional consideration should be made when directly comparing numerical results to experimental results. When multiple tones occur in the spectrum, the preferred or dominant mode often changes randomly. This can result in a change of 3 dB or more in the peak sound pressure levels.*“

Wie erwartet, kann zudem das verwendete $k\omega$SST-Turbulenzmodell die turbulente Strukturen nicht vollständig auflösen, was konsistent mit anderen Studien (wie z.B. diese von Lin et al. [12]) dazu führt, dass der Druckpegel unterschätzt wird.

Felder

Aus den Abbildungen im Anhang A sieht man, dass sich zwischen den beiden verwendeten p_{op}-Formulierungen die p-, u-, und v-Felder kaum unterscheiden. Dies trifft auch für einen Vergleich unter die verschiedenen Gitterhierarchien zu (siehe z.B. Abbildung 4.4). Dennoch ist festzuhalten, dass das v-Feld im Fall von $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ besser (mehrere feine Strukturen) als bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ aufgelöst wird. Im Gegensatz dazu sind bei den Feldern vom Q-Kriterium[2] und von der w-Geschwindigkeitskomponente merkbare Unterschiede zu sehen. Da die Größenordnung des w-Feldes vernachlässigbar klein ist, wird es für die Gitterauswahl nicht berücksichtigt. Auf der anderen Seite ist aus dem Q-Feld zu sehen, dass das grobe Gitter bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ ähnliche Wirbelstrukturen wie das mittlere bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ liefert (siehe Abbildung 4.5). Es scheint noch zu sein, dass KK-G es bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ nicht schafft, diese Auflösung zu gewähren. Hier ist jedoch zu beachten, dass das Q-Kriterium als *user defined* (siehe ANSYS Users Guide [79]) nach Menter [3] erstellt wurde. Dies wurde dadurch bedingt, dass das Q-Kriterium für das $k\omega$SST-Modell nicht zur direkten Auswahl im Softwarepaket steht.

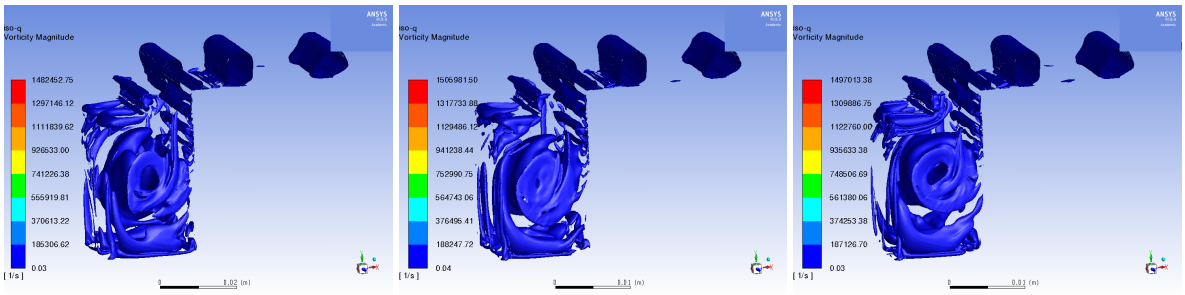


Abbildung 4.5: Momentane Isoflächen des Q-Kriteriums ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$) für KK-G bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ (*links*), KK-G bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ (*mitte*) und KK-M bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ (*rechts*).

Amplitudentrends und Gitterauswahl

Wie aus den Amplitudentrends (Abbildung 4.6 *unten rechts*) ersichtlich wird, ist für $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ die erwünschte monotone Konvergenz gegeben. Obwohl beide Kurven sehr stark von der Frequenzauflösung der FFT abhängen, sieht man, dass das grobe Rechengitter (KK-G) bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ qualitativ ähnlichen Druckpegel PL wie die KK-M und KK-F liefert (beachte die Skalierung der Ordinate). Unter Berücksichtigung dieser und der im obigen Paragraphen diskutierten Argumente wurde das grobe Gitter für die Durchführung des $k\omega$SST-Simulationssatzes ausgewählt. Aufgrund seiner geringeren Elementanzahl

[2] Das Q-Kriterium dient zur Visualisierung der Wirbelstrukturen und ist in ANSYS Fluent als $Q = 0.5\left(\Omega^2 - S^2\right)$ definiert, wobei S die absolute Verzerrungsrate (*eng. strain rate*) und Ω der absolute Wirbelstärke (*eng. vorticity*) bedeuten [3].

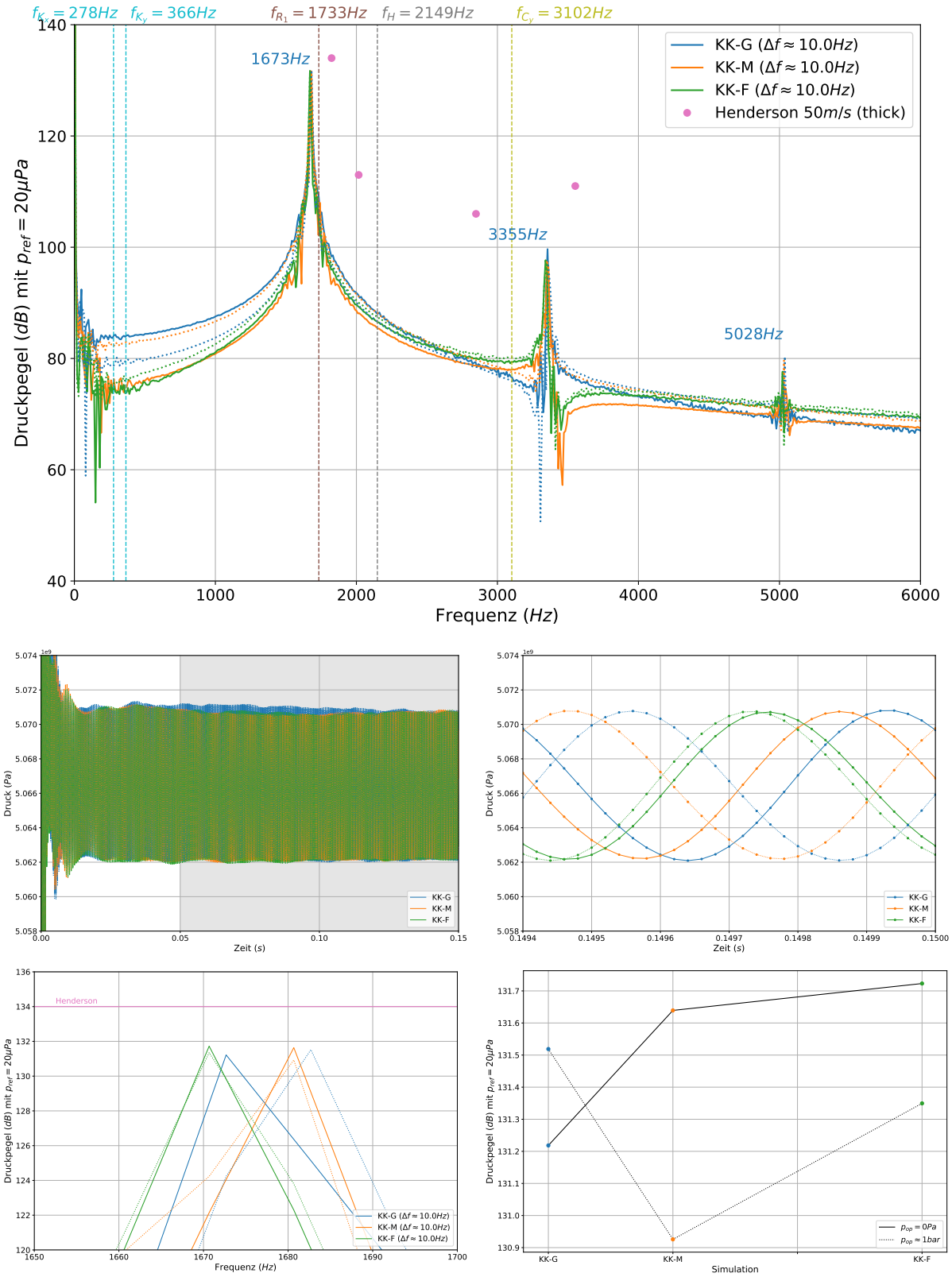


Abbildung 4.6: Ergebnisse aus der Konvergenzstudie für das $k\omega$SST-Modell bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ (*durchgezogene Linien*) und $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ (*gepunktete Linien*), sowie diejenigen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*): Druckpegel (*oben*), gesamten Zeitverlauf (*mitte links*), Zeitverlauf über eine Periodendauer (*mitte rechts*), über den dominanten Peak eingezoomter Druckpegel (*unten links*) und Amplitudentrends (*unten rechts*).

werden damit kürzere Rechenzeiten im Vergleich zu den anderen zwei Gittern gewährleistet. Außerdem werden für dieses Gitter die am Einlass eintretenden Wirbeln im Feld ausreichend gedämpft, was dazu führt, dass keine Rückflüsse am oberen Rand (*top*) auftreten. Obwohl diese physikalisch und eher von kleiner Größenordnung sind, ist es nicht ganz klar, ob und wie sie die Endergebnisse beeinflussen.

4.2.2 SBES-Modell

Wie schon erwähnt, wurden alle SBES Simulationen bei einem *operating pressure* von $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ durchgeführt. Wenn man sich die resultierenden Felder (Abbildung 4.7 bzw. Anhang A) und Druckspektren (Abbildung 4.8) ansieht, so fällt gleich auf, dass das feine Rechengitter (SK-F) mehr Strukturen auflöst. Da dieses Gitter für alle SBES Simulationen verwendet wird (siehe „Amplitudentrends und Gitterauswahl"), wird sich die Diskussion des folgenden Unterkapitels auf der SK-F-Simulation konzentrieren, die als Referenzfall für die SBES Simulationen herangezogen wurde.

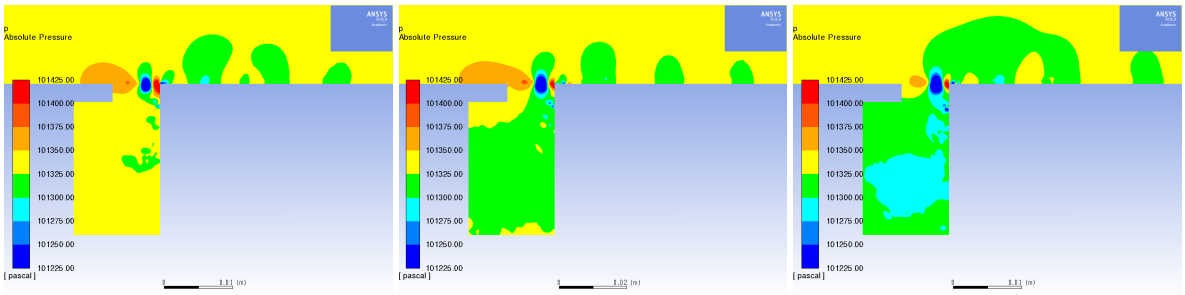


Abbildung 4.7: Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Druckfelder für SK-G (*links*), SK-M (*mitte*) und SK-F (*rechts*).

Druckspektrum

Im Gegensatz zu $k\omega$SST löst das SBES-Modell, wie erwartet, mehr Strukturen auf und führt somit zu einem breitbandigeren Druckspektrum, das analog zu $k\omega$SST anhand des in Abbildung 4.8 *mitte links* grau markierten stationären Zeitbereiches ($0.05\,\mathrm{s} - 0.15\,\mathrm{s}$) erstellt wurde. Neben der dominanten $1.$ Rossiter Mode ($1671\,\mathrm{Hz}$) und ihren Harmonischen ($3341\,\mathrm{Hz}$ und $5012\,\mathrm{Hz}$), die qualitativ und quantitativ sehr gut mit denjenigen aus der $k\omega$SST Konvergenzstudie übereinstimmen und damit in der selben Relation zu Messergebnissen von Henderson [6] stehen, werden hier auch untergeordnete Moden sichtbar. Zudem sieht man auch, dass die Amplitude der $1.$ Rossiter Mode aus den Experimenten von Henderson [6] mit einer relativen Abweichung von $\approx 0.23\,\%$ ($134.3\,\mathrm{dB}$) genauso gut reproduziert werden konnte (siehe Abbildung 4.8 *unten links*), was nicht der Fall für die Frequenz ist (Abweichung ca. $\approx 8.39\,\%$). Dieser Unterschied ist aber durch die fehlende Information über die tatsächliche Grenzschichtdicke während der Messungen gerechtfertigt, da wie man aus Abbildung 4.10 sieht, hängen die Peak-Frequenz f und der Druckpegel PL sehr stark von der Dicke δ der turbulenten Grenzschicht über die Kavitätslippe ab. Schließlich ist hier zu beachten, dass es sich beim $3552\,\mathrm{Hz}$-Peak von Henderson [6], der in ihrem Bericht nicht erwähnt wurde, um die $1.$ Harmonische der $1.$ Rossiter Mode handelt.

Obwohl der Ursprung von den meisten diskreten Tönen im Spektrum nicht eindeutig ist, lassen sich manche von denen durch eine grobe Abschätzung bekannter Entstehungsmechanismus zuordnen. So wird z.B. bei $2151\,\mathrm{Hz}$ die erwartete Helmholzresonanzfrequenz $f_H = 2149\,\mathrm{Hz}$ zugeordnet (beachte die Frequenzablösung $\Delta f \approx 10\,\mathrm{Hz}$), die anhand Gleichung (2.84) mit dem gesamten Kavitätsvolumen (Kavitätsinnere samt Kavitätshals) von $V \approx 6.7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$ analytisch berechnet wurde. Dieser Wert liegt sehr nahe zu denjenigen von Henderson [6] ($2016\,\mathrm{Hz}$) und Loh [14] ($2062\,\mathrm{Hz}$), wobei letzterer anhand zweidimensionaler MILES CFD-Studie ermittelt wurde.

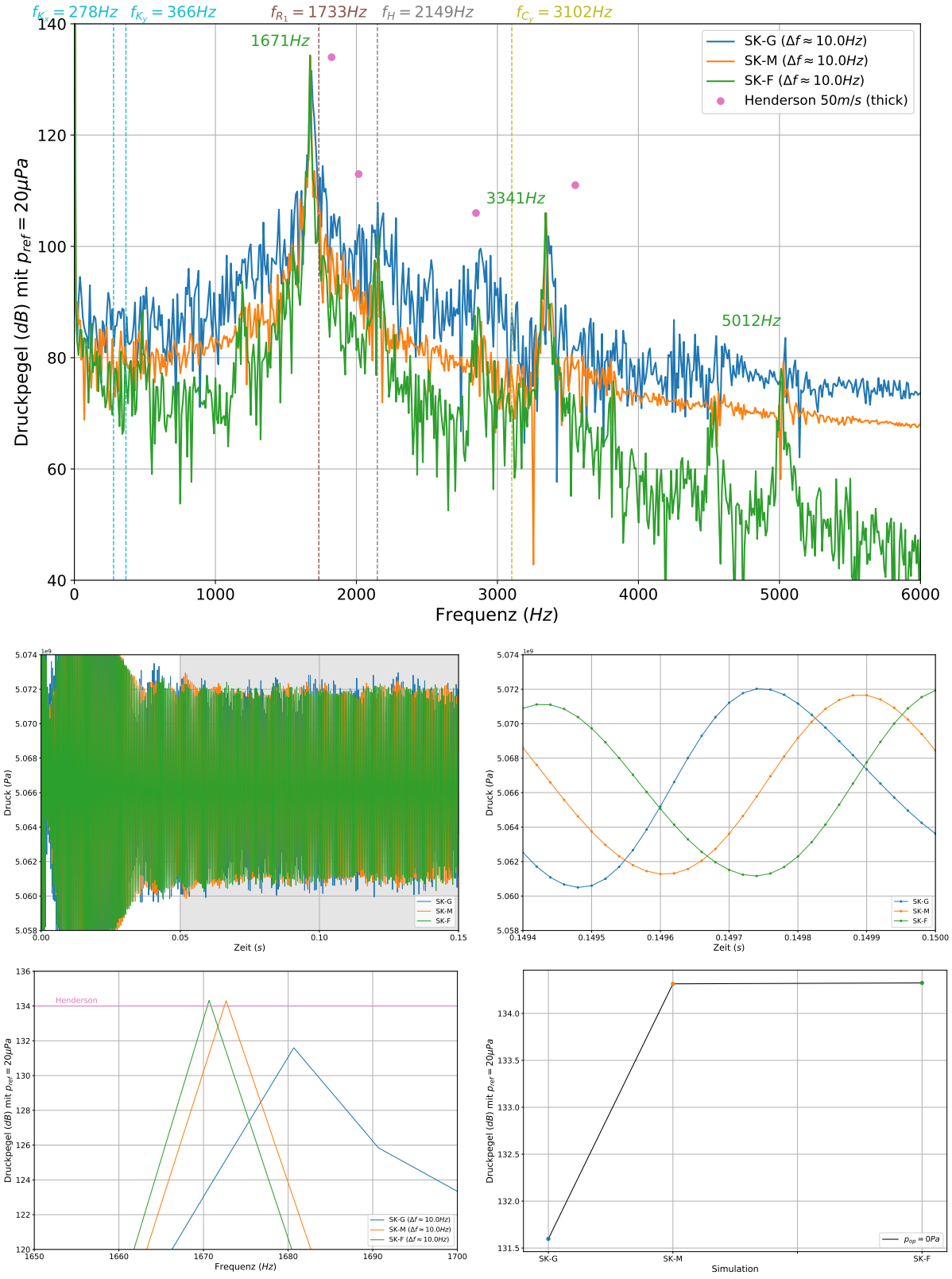


Abbildung 4.8: Ergebnisse aus der Konvergenzstudie für das SBES-Modell und diejenigen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*): Druckpegel (*oben*), gesamten Zeitverlauf (*mitte links*), Zeitverlauf über eine Periodendauer (*mitte rechts*), über den dominanten Peak eingezoomten Druckpegel (*unten links*) und Amplitudentrends (*unten rechts*).

Interessant hier ist noch der ca. $89\,\mathrm{dB}$-Peak um $2861\,\mathrm{Hz}$, der auch in den Messergebnissen von Henderson [6] vorkommt. Während die Autorin seinen Ursprung als „unbekannt“ angibt, wird hier vermutet, dass er als eine Modulation der transversalen Kavitätsmode $f_{C_y} = 3102\,\mathrm{Hz}$ ist, die analytisch nach Gleichung (2.83) mit der gesamten Kavitätstiefe $(D + D_M)$ berechnet wurde. Die Abweichung von ca. $241\,\mathrm{Hz}$ (oder $7.6\,\%$) kann als Folge einer eventuellen Verlängerung der effektiven Kavitätstiefe mit ca. $2.36\,\mathrm{mm}$ zu Stande kommen, die nach [9] auf die komplizierte Geometrie im Bereich der Kavitätsmündung und die lokale Scherschichtoszillationen zurückgeführt werden können. Schließlich ist hier zu beachten, dass die longitudinalen Kavitäts(raum)moden (in x- und z-Richtung) aufgrund der geringen Dimensionen bei ca. $11\,\mathrm{kHz}$ liegen und daher in dem vorliegenden Druckspektrum nicht zu sehen sind.

Wenn man das Spektrum für SK-F genauer betrachtet, so sieht man einen Peak von ca. $88.2\,\mathrm{dB}$ bei $480\,\mathrm{Hz}$, der anscheinend in den restlichen Rechengittern maskiert wird. Obwohl Henderson [6] in ihrer Arbeit nicht explizit auf dieser hinweist, ist er dennoch in dem von ihr erstellten Spektrum als eine Abflachung zwischen ca. $380\,\mathrm{Hz}$ und $480\,\mathrm{Hz}$ vorhanden. Für den in ihrer Messung verwendeten quadratischen Kanalquerschnittes mit der Kantenlänge von $0.4572\,\mathrm{m}$ ist dieser Peak nach Gleichung (2.84) genau bei $380\,\mathrm{Hz}$ zu erwarten. Da er sich für SK-F in der Nähe der transversalen Kanalmode $f_{K_y} = 366\,\mathrm{Hz}$ des berandenden Kanalsystems befindet, wird hier davon ausgegangen, dass es sich dabei genau um diese Mode handelt.

Im Spektrum von SK-F ist zudem ein weiterer Peak bei $1190\,\mathrm{Hz}$ zu sehen, der möglicherweise durch weiteren Mechanismen (wie z.B. Rezirkulation oder Wirbelpaarung) hervorgerufen wird. Es ist auch nicht ausgeschlossen, dass es sich bei $1190\,\mathrm{Hz}$ um eine Subharmonische der transversalen Kavitätsmode $(2861\,\mathrm{Hz})$ in y-Richtung handelt. Diese Vermutung wird auch teilweise von Loh [14] unterstützt, der über eine Subharmonische $(1075\,\mathrm{Hz})$ der Helmholzresonanzfrequenz $(2062\,\mathrm{Hz})$ berichtet. In seiner Studie führt er die Entstehung subharmonischer Elemente auf der zweidimensionalen Simulation eines dreidimensionalen Problems zurück. Im Gegensatz dazu stellt man hier fest, dass die zweidimensinale Simulation offensichtlich nicht der Grund für diese Subharmonische ist, denn sie ist auch in der vorliegenden dreidimensionalen Simulation vorhanden. Es sind daher weitere Studien nötig, um den Ursprung dieses Peaks nachvollziehen zu können.

Felder

Im Gegensatz zur $k\omega$SST Konvergenzstudie unterscheiden sich die Felder der SBES-Simulation qualitativ kaum im Vergleich der einzelnen Rechengitter (siehe Anhang A). Trotzdem scheint es dabei zu sein, dass das feine Gitter die Simulationsfelder detaillierter als die anderen zwei auflöst, was sowohl in den p- (siehe Abbildung 4.7) als auch in den v-Feldern (siehe Abbildung 4.9) zu sehen ist. Somit kann festgehalten werden, dass das feine Gitter am besten für das vorliegende Problem geeignet ist.

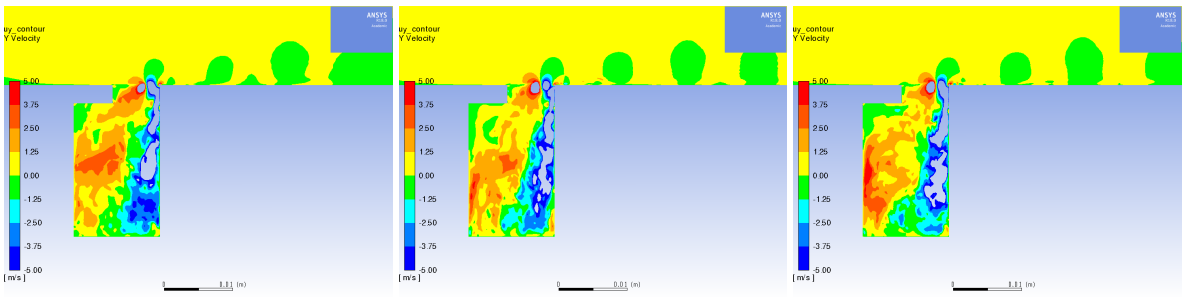


Abbildung 4.9: Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Felder der vertikale Geschwindigkeitskomponente v für SK-G (*links*), SK-M (*mitte*) und SK-F (*rechts*).

Amplitudentrends und Gitterauswahl

Obwohl die Amplitudentrends für das SBES-Modell (Abbildung 4.8 *unten rechts*) ein ähnliches Konvergenzverhalten zwischen dem mittleren und dem feinen Rechengitter andeuten, schauen ihre Druckspektren und Felder unterschiedlich aus. Allerdings schafft es SK-G (analog zu KK-G, KK-M und KK-F) anscheinend nicht die notwendigen turbulenten Strukturen aufzulösen und unterschätzt daher den Druckpegel ($131.6\,\mathrm{dB}$) relativ zu Henderson [6] ($134\,\mathrm{dB}$) mit ca. $1.8\,\%$, was jedoch immer noch innerhalb der erwartete Diskrepanz liegt. Aufgrund der obigen Diskussion und der hier geschilderten Argumente wird für den gesamten SBES Simulationssatz das feine Rechengitter herangezogen.

4.3 Parameterstudie

Wie man aus Tabelle 4.2 sieht, wurden im Rahmen der Parameterstudie sechs zusätzliche Simulationen je Turbulenzmodell aufgesetzt. Während bei vier davon die Grenzschichtdicke δ (Suffixe D**) variiert wurde, wurden bei den restlichen zwei der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit U (Suffix U26) und der Zeitschrittgröße Δt (Suffix T06) untersucht und mit numerischen und empirischen Ergebnisse aus der Literatur verglichen. Bevor die Ergebnisse diskutiert werden, wird der Leser an dieser Stelle nochmals auf die Kriterien für eine erfolgreiche Simulation des vorliegenden Kavitätsproblems von Henderson [6, 9] hingewiesen, die im Kapitel 1 kurz zusammengefasst wurden.

4.3.1 Einfluss der Grenzschichtdicke

Der Einfluss der Grenzschichtdicke δ auf dem Druckpegel PL und der Peak-Frequenz f beider Turbulenzmodelle ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Konsistent mit den Ergebnissen von Farkas und Paal [1] weisen beide Größen ein umgekehrt proportionales Verhalten bezüglich der Grenzschichtdicke δ auf ($\delta \sim 1/f, 1/PL$). Dieses Verhalten entspricht den Erwartungen, dass eine dünne Grenz- bzw. Scherschicht leichter in einem instabilen Zustand gerät. Aufgrund ihrer „reduzierten Masse“ oszilliert sie daher schneller, was zu einer hochfrequenten und stärkeren (lauter) Schallemission führt. Während die Kurven für den Druckpegel PL (siehe Abbildung 4.10) einen eher linearen Charakter aufweisen, deuten diese für die Peak-Frequenzen f auf einer Entwicklung höherer Ordnung. Interessant sind die unterschiedlichen Neigungen der Frequenz-Kurven, die sich bei ca. $\delta = 10\,\mathrm{mm}$ überschneiden. Möglicherweise lässt sich damit einen δ-Grenzwert ableiten, bei dem für eine konsistente Abschätzung der Peak-Frequenz f unter den verschiedenen Modellierungstechniken der Turbulenz gesorgt wird.

Betrachtet man auf der anderen Seite den Druckpegel PL, so stellt man fest, dass beide Kurven mit einem Offset von ca. $2\,\mathrm{dB}$ bis $3\,\mathrm{dB}$ nahezu parallel (bis auf dem Punkt von SP-D08) verlaufen. Möglicherweise handelt es sich hierbei genau um den von Henderson [6] angedeuteten Sprung zwischen den „bevorzugten“ Moden. Im Gegensatz zu dem in Abbildung 4.10 dargestellten monotonen linearen Charakter des Druckpegels PL berichten Kurbatskii und Tam [11], Ashcroft et al. [15] und Zhang et al. [13] über einen nicht monotonen parabolischen Verlauf, der aus ihrer zweidimensionalen Simulationen resultiert. Laut [11, 15] reagieren die Scherschicht-Oszillationen hoch sensitiv auf die Charakteristik der Intabilitäten in der Grenzschicht. Nach einem Vergleich mit der Daten aus der oben genannten Literatur lassen sich diese Abweichungen auf zwei unterschiedlichen Arten erklären. Entweder befinden sich die ermittelten diskreten Werte aus Abbildung 4.10 aufgrund der Abtastung zwischen $\delta = 6\,\mathrm{mm}$ und

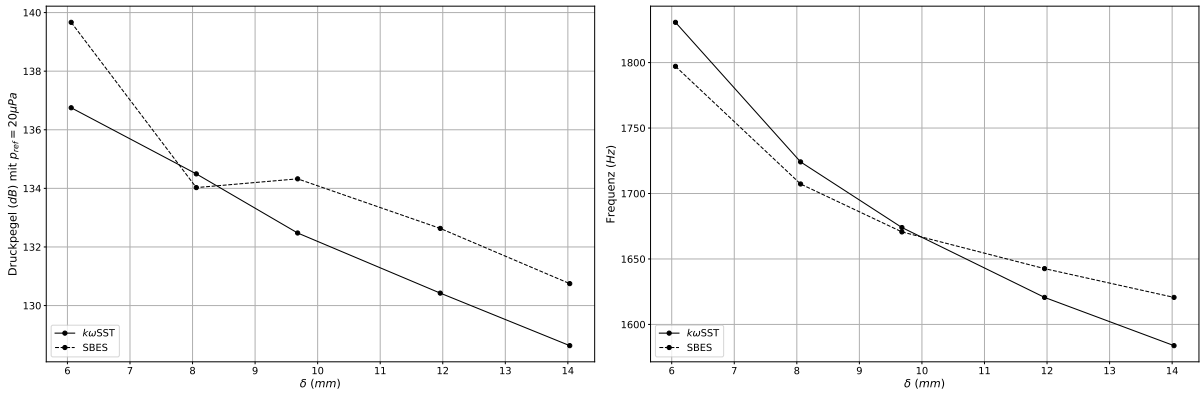


Abbildung 4.10: Druckpegel PL (*links*) und Peak-Frequenz f (*rechts*) in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke δ für die $k\omega$SST- und SBES-Turbulenzmodelle.

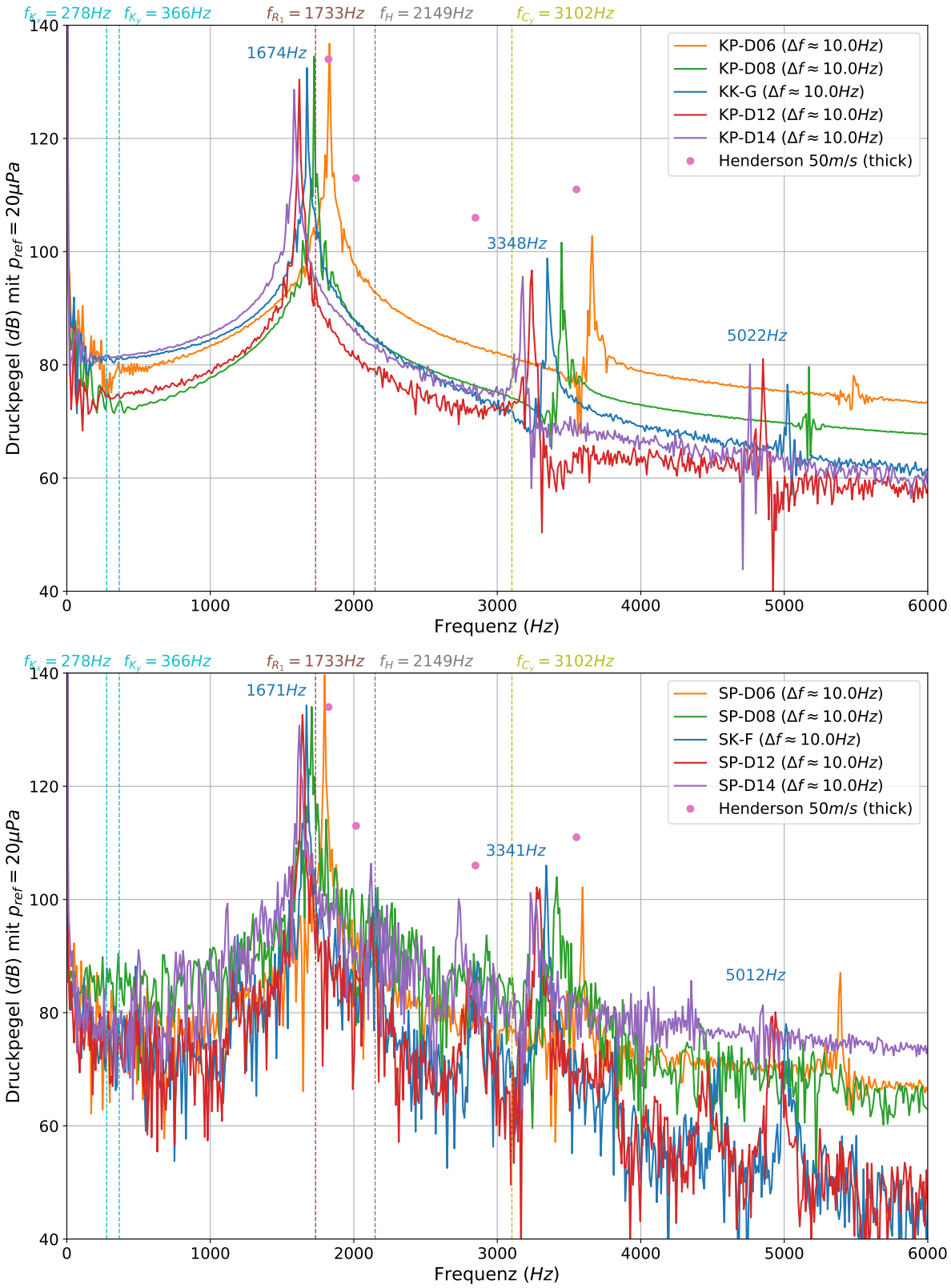


Abbildung 4.11: Druckpegel PL aus der Grenzschichtdickenvariation der Parameter für das $k\omega$SST- (*oben*) und das SBES-Modell (*unten*) im Vergleich zu den Messergebnissen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*).

$\delta = 14\,\mathrm{mm}$ nur auf dem einen „Flügel“ einer Parabel, oder dieser Unterschied ist durch die Dimensionalität der Simulationen hervorgerufen, denn letzterer zum Verschmelzen von kleineren Wirbeln und daher zur Abänderung der Scherschichtdynamik führen kann. Ferner löst das SBES-Modell mehr Wirbelstrukturen als das $k\omega$SST auf, die als zusätzliche Schallmechanismen betrachtet werden können, was zu einer höheren Druckamplitude über dem ganzen Spektrum hinweg führt. Es ist zudem nicht ausgeschlossen, dass der selbe Effekt durch das in der SBES-Studie verwendete feinere Rechengitter kommt. Außerdem hat man nach Henderson [9] erwartet, dass eine kleinere Grenzschichtdicke δ zu weniger diskreten Peaks im Spektrum führt. Auf dieser Weise wird die Energie in diesen Peaks konzentriert, was wiederum mit einer Überhöhung in dem Druckpegels der einzelnen Peaks zu verbinden ist. Darüber hinaus befinden sich interessanterweise die beiden PL-Werte für $\delta \approx 8\,\mathrm{mm}$ bei $134\,\mathrm{dB}$, was genau den Druckpegeln entspricht, die in den Messungen erhalten wurden.

Schaut man sich die Spektren für beide Simulationsreihen genauer an (siehe Abbildung 4.11), so stellt man tatsächlich fest, dass, wie erwartet, die Anzahl an diskreten Peaks sich proportional zu der Grenzschichtdicke δ entwickelt. Es scheint zudem, dass sich die Energie in Richtung der niedrigeren Frequenzen verlagert, da für dickere Grenzschichten die hochfrequenten Peaks unterdrückt werden oder wie im SP-D14-Fall gar nicht im Spektrum erscheinen. Interessant für SP-D14 ist auch der Peak bei ca. $760 - 810\,\mathrm{Hz}$ im Bereich zwischen $90.7\,\mathrm{dB}$ und $90.9\,\mathrm{dB}$, der für die anderen Simulationen nicht zu sehen ist und anscheinend durch die Energieverlagerung sichtbar wurde. Ein ähnlicher Peak ($103\,\mathrm{dB}$ bei $930\,\mathrm{Hz}$) ist auch im Spektrum von Henderson [6] zu sehen, wobei dort die Grenzschicht vermutlich[3] noch dicker ($19\,\mathrm{mm}$) als bei SP-D14 ($14\,\mathrm{mm}$) war, was die Erklärung für diesen Unterschied aufgrund der Beziehung $\delta \sim 1/f, 1/PL$ sein kann.

4.3.2 Einfluss der Zeitschrittweite

Betrachtet man die dominanten Peaks in Abbildung 4.12, so kann man analog zu der Studie von Zhang et al. [13] feststellen, dass sowohl die Peak-Frequenzen f als auch der Druckpegel PL umgekehrt proportional zum Zeitschritt Δt sind ($\Delta t \sim 1/f, 1/PL$). Dieses Verhalten gilt außerdem für beide hier untersuchten Turbulenzmodelle, wobei es im Fall von SBES stärker ausgeprägt ist. Zudem wird aus den Spektren noch ersichtlich, dass die hochfrequenten Peaks für beide Turbulenzmodelle verstärkt werden. In Analogie zu den früheren Diskussionen, lässt sich dieses Verhalten anhand der mit SBES und feinerem Zeitschritt Δt verbundene bessere Auflösung der turbulenten Strukturen erklären. Interessant bei SP-T06 ist der Peak von $87.1\,\mathrm{dB}$ bei $798\,\mathrm{Hz}$, der anscheinend mit der Zeitschrittverfeinerung Δt und/oder der Vergröberung der Grenzschichtdicke δ sichtbar gemacht wird (siehe Kapitel 4.3.1). Schließlich wird hier auf den Peak von $87.7\,\mathrm{dB}$ bei $442\,\mathrm{Hz}$ hingewiesen, der im Gegensatz zu allen anderen mit einer Zeitschrittverfeinerung zu niedrigeren Frequenzen verschoben wurde. Dies deutet darauf hin, dass dieser Peak nicht mit der turbulenten Strukturen verbunden ist, sondern viel mehr mit der Raummode des berandenden Kanalsystems f_K zu erklären ist.

4.3.3 Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit

Im Rahmen der KP-U26 Simulation ist die Scherschicht stabil geblieben, was dazu geführt hat, dass bei KP-U26 zu keiner Schallemission gekommen ist. Aus diesem Grund werden hier lediglich die Ergebnisse von der SP-U26 Simulation präsentiert. Ferner ist in Abbildung 4.14 aufgrund der vielen Peaks (in Sinne von Druckpegel) neben den normalen auch das nach Blackman gefensterten Spektrum für SP-U26 dargestellt.

[3] An dieser Stelle wird nochmals darauf hingewiesen, dass die Grenzschichtdicken in dem Bericht von Henderson [6] fehlerhaft protokolliert wurden. Diese wurden anhand weiterer Studien (z.B. [7, 8, 16]) bereitgestellt, die auf ihre Messungen referenzieren.

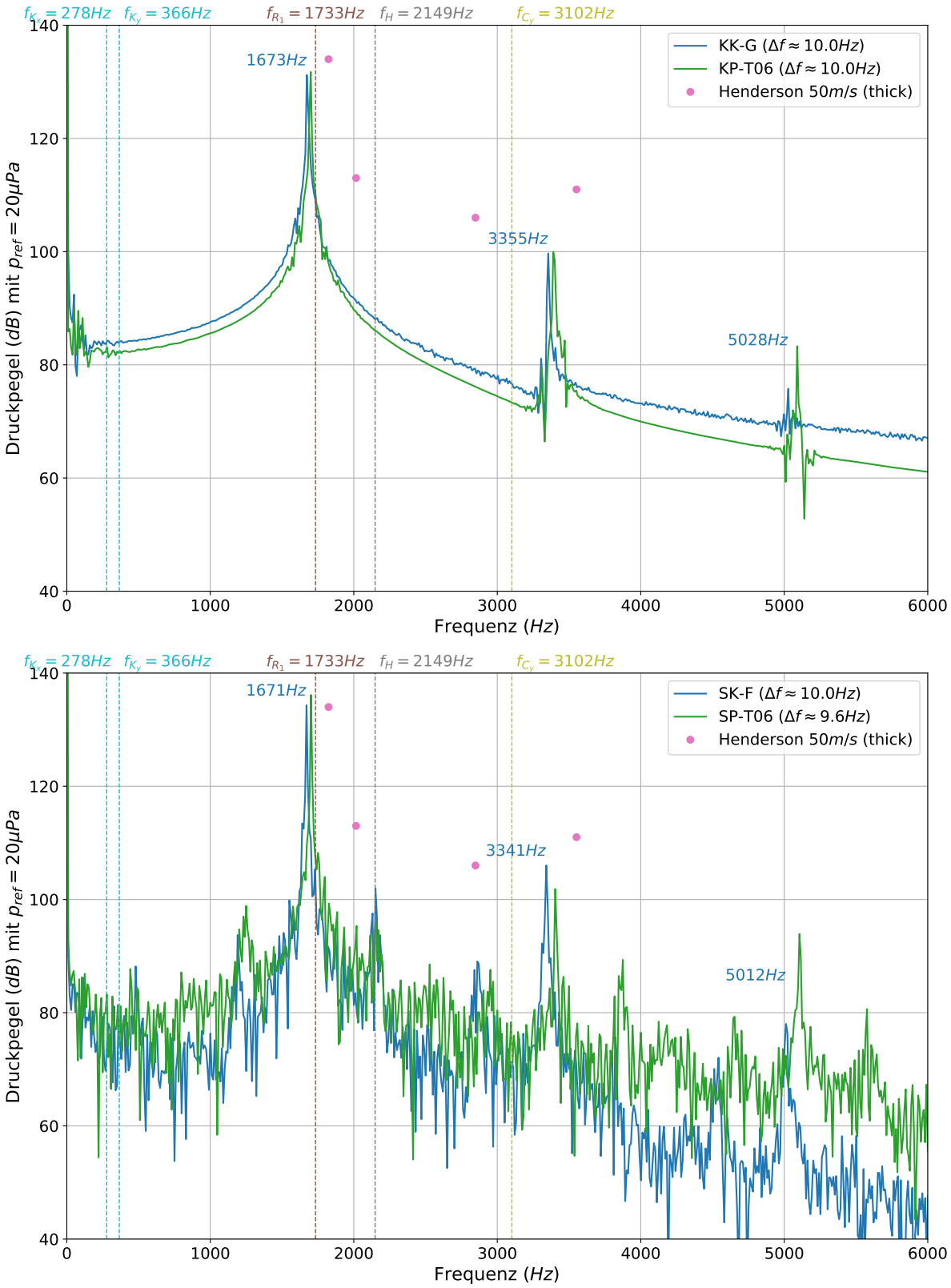


Abbildung 4.12: Druckpegel PL aus der Zeitschrittweitenvariation der Parameterstudie für das $k\omega$SST- (*oben*) und das SBES-Modell (*mitte*) im Vergleich zu den Messergebnissen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*).

Wie man in Abbildung 4.14 sieht, gelingt es der SP-U26 Simulation die Messergebnisse von Henderson [6] weder qualitativ noch quantitativ nachzubilden, was mit der Studie von Farkas und Paal [1] konsistent ist. Sie erklären dieses Verhalten mit der niedrigeren Strömungsgeschwindigkeit U, bei der sich die treibenden Mechanismen (fluid-dynamische und fluid-resonante Mode) stärker als bei höheren U-Werte konkurrieren. Zudem sieht man sehr klar, dass auch die Anzahl an diskreten Peaks mit abnehmender Strömungsgeschwindigkeit U reduziert wird, was inkonsistent mit den Erwartungen aus den „Kriterien für eine erfolgreiche Simulation“ ist (siehe Kapitel 1). Dennoch wird anhand des $113.6\,\mathrm{dB}$-Peaks bei $1601\,\mathrm{Hz}$ ersichtlich, dass die erwartete Tendenz $U \sim f, PL$ erfüllt ist. Da die analytisch berechnete $1.$ Rossiter Mode für SP-U26 zu $f_{R_1} = 1126\,\mathrm{Hz}$ wandert, erhebt sich die Frage, ob der Peak bei $1601\,\mathrm{Hz}$ nicht aus einer akustischen Resonanzmode resultiert. Andererseits würde das für den entsprechenden $1671\,\mathrm{Hz}$-Peak bei SK-F bedeuten, dass es sich bei dieser tatsächlich um einen *lock on* Zustand handelt, bei dem eine fluid-dynamische und eine fluid-resonante Mode zusammenschmelzen und somit zu fehlerhaften Ergebnissen führen.

Schaut man sich die p-, v- und w-Felder in Abbildung 4.13 an, so stellt man fest, dass sich hier im Gegensatz zu den anderen Fällen die $2.$ Rossiter Mode einstellt, was mit den Ergebnissen von Farkas und Paal [1] übereinstimmt. Diese Mode ist im Spektrum bei $2411\,\mathrm{Hz}$ mit $97.5\,\mathrm{dB}$ zu sehen und weicht mit ca. $8.2\,\%$ vom analytisch berechneten Wert ($f_{R_2} = 2627\,\mathrm{Hz}$) ab, indem sie letzteren analog zu vorher unterschätzt. Zudem wird aus dem gefensterten Spektrum ein $61.1\,\mathrm{dB}$-Peak bei $400\,\mathrm{Hz}$ sichtbar, der als die Raummode des berandenden Kanalsystems f_K erkannt wird und anscheinend von den nahe liegenden starken Peaks unterdrückt wird.

Die $2.$ Rossiter Mode ist auch am zeitlichen Druckverlauf im Kavitätsinneren sichtbar (siehe Abbildung 4.14 *unten*). Daraus ist deutlich zu erkennen, dass die Druckkurve zweimal pro Periodendauer ihr Richtung wechselt, was darauf hindeutet, dass das Luftvolumen im Kavitätsinneren mit zwei Expansions- und Kompressionsphasen (siehe [16]) pro Periode oszilliert. Diese Phasen resultieren aus den vertikalen Scherschichtoszillazionen und der damit verbundenen Wirbelportion, die von der Kavität aufgefangen wird. Nach einer näheren Untersuchung dieses Mechanismus konnte festgestellt werden, dass die Rezirkulation hierfür eine große Rolle spielt. Aufgrund ihrer Wechselwirkung mit der Scherschicht stoßt sie die über die Kavitätsmündung geformten Wirbel in vertikaler Richtung, was dazu beiträgt, dass jede zweite Wirbel-Kanten-Interaktion als *partial escape* stattfindet (siehe Abbildungen 2.10 und 4.15) und daher weniger Energie in die Kavität einleitet. Daraus resultiert eine periodische Aufeinanderreihung von *complete clipping* und *partial escape* Wirbel-Kanten-Interaktionen, die konsistent mit der Studie von Farkas und Paal [1] ist. Bemerkenswert hier ist jedoch, dass die *complete clipping* Interaktion mit einer Frequenz von ca. $800\,\mathrm{Hz}$ stattfindet (siehe Abbildung 4.15), die im SP-U26-Spektrum deutlich zu sehen ist. Mit den $113.3\,\mathrm{dB}$ ist der Peak bei $800\,\mathrm{Hz}$ stärker als diejenigen aus den SP-D14 und SP-T06 Simulationen, mit einer Abweichung von ca. $22\,\mathrm{dB}$ bzw. $26\,\mathrm{dB}$.

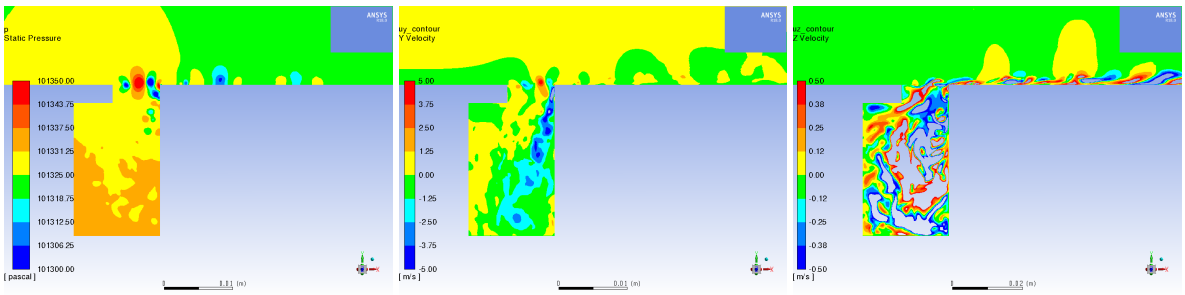


Abbildung 4.13: Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen p- (*links*), v- (*mitte*) und w-Felder (*rechts*) für SP-U26.

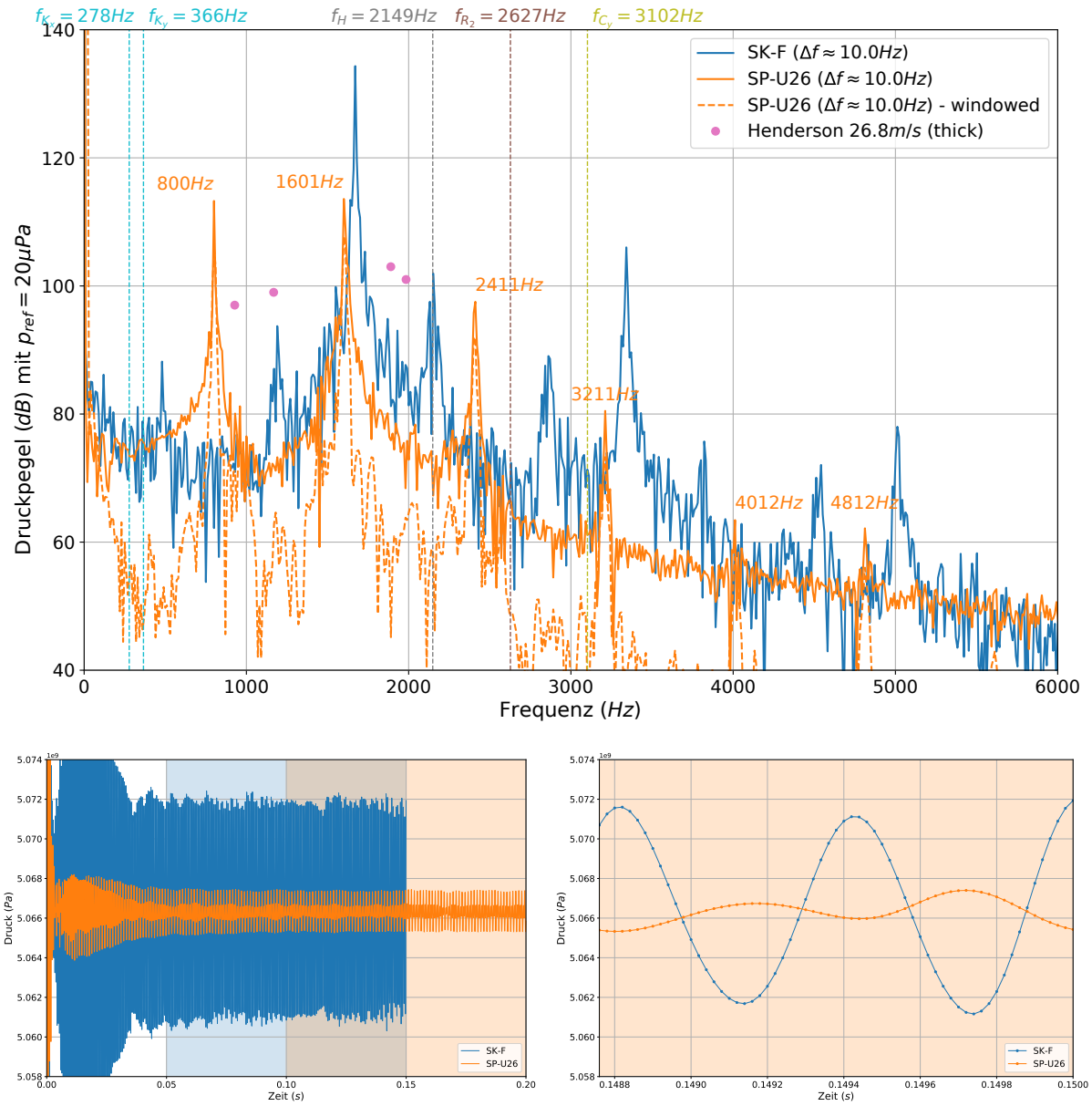


Abbildung 4.14: Ergebnisse aus der Geschwindigkeitsvariation der Parameterstudie für das SBES-Modell und diejenigen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*): Druckpegel (*oben*), gesamten Zeitverlauf (*unten links*) und Zeitverlauf über einen SP-U26-Periodendauer (*unten rechts*). Farblich markierten Zeitbereiche wurden für die Erstellung der entsprechenden Spektren verwendet.

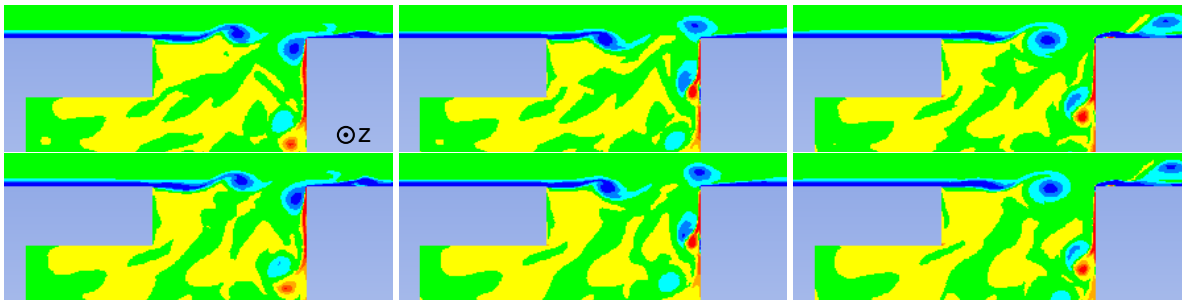


Abbildung 4.15: Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Felder der z-Komponente der Wirbelstärke Ω_z aus SP-U26 über eine Periodendauer. Zeitschritte ($\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$) von links nach rechts und von oben nach unten: $1/126$, $22/126$, $43/126$, $64/126$, $85/126$ und $106/126$. Skalierung der Ω_z-Werte zwischen $-3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*blau*) und $3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*rot*).

Aus dem SP-U26-Spektrum stellt man noch fest, dass die restlichen Peaks bei $1601\,\mathrm{Hz}$, $2411\,\mathrm{Hz}$, $3211\,\mathrm{Hz}$, $4012\,\mathrm{Hz}$ und $4812\,\mathrm{Hz}$ ganze Vielfachen des $113.3\,\mathrm{dB}$-Peaks bei $800\,\mathrm{Hz}$ darstellen und somit hier als die höheren Harmonischen interpretiert werden. Interessant dabei ist auch die Tatsache, dass der $113.6\,\mathrm{dB}$-Peak bei $1601\,\mathrm{Hz}$ gleich stark (im Sinne von Druckpegel) wie der Peak bei $800\,\mathrm{Hz}$ ist. Zudem ist es auch möglich, dass die vertikale Scherschicht-Oszillationen Energie zu dem Peak bei $1601\,\mathrm{Hz}$ beitragen, denn diese finden hier mit der Frequenz der Wirbelablösung ($1600\,\mathrm{Hz}$) statt. Aufgrund der Komplexität der Strömung werden hierfür weitere Untersuchungen benötigt, um den Ursprung des $1601\,\mathrm{Hz}$-Peaks eindeutig bestimmen zu können.

Schließlich ist an dieser Stelle zu beachten, dass die Dreidimensionalität, die die Wirbel-Kanten-Interaktionen beeinflussen, von den Kavitätsseitenwänden verstärkt werden. Ferner führen diese Dreidimensionalitäten nach [36] oft zum Wechsel der dominanten Rossiter Mode und zum nichtlinearen Energietransfer (siehe „Rezirkulation“ aus Kapitel 2.4.2).

4.4 Zusammenfassung der CFD-Ergebnisse

Nach den Untersuchungen im Rahmen des $3.$ CAA Workshops [2] sind zwei Töne zwischen $0\,\mathrm{Hz}$ und $2000\,\mathrm{Hz}$ zu erwarten, die mit der Wirbel-Kanten-Interaktion verbunden sind (*eng. edge tones*). Zwischen $2000\,\mathrm{Hz}$ und $4000\,\mathrm{Hz}$ sollen auf der anderen Seite Töne auftreten, die mit „longitudinalen“ Resonanzeffekten verbunden sind. In diesem Sinne und auf Basis der Diskussionen in Kapiteln 4.2 und 4.3 werden in Tabelle 4.3 dominante Peaks aus KK-G, SK-F und SP-T06 mit den entsprechenden Peaks aus den Messergebnissen von Henderson [6] zusammengefasst, sowie einem passenden Schallentstehungsmechanismus zugeordnet. An dieser Stelle ist zu beachten, dass die Wahl der drei Simulationsfälle in Tabelle 4.3 durch die ausstehenden akustischen Simulationen motiviert wurde. Neben der schon besprochenen Auswahl von KK-G und SK-F als Referenzfälle je Turbulenzmodell, lässt sich anhand SP-T06 die Auswirkung der Zeitschrittreduktion auf die Abstrahlcharakteristik (im akustischen Sinne) und den Peak um $798\,\mathrm{Hz}$ weiter untersuchen. Dieser Fall wird im Vergleich zu SP-U26 bevorzugt, weil letzterer mit den Messdaten nicht übereinstimmt.

Henderson		**KK-G**		**SK-F**		**SP-T06**		
$\boldsymbol{f}$ (Hz)	$\boldsymbol{PL}$ (dB)	$\boldsymbol{f}$ (Hz)	$\boldsymbol{PL}$ (dB)	$\boldsymbol{f}$ (Hz)	$\boldsymbol{PL}$ (dB)	$\boldsymbol{f}$ (Hz)	$\boldsymbol{PL}$ (dB)	**vermutete Schallquelle**
380	102.5	–	–	480	88.2	442	87.7	Kanalmode f_{K_y}
930	103	–	–	–	–	798	87.1	Scherschicht-Kanten-Interaktion
1340	107	–	–	1190	93.7	1250	98.9	Dreidimensionalitäten* oder Subharmonische* von f_{C_y}
1824	134	1673	131.2	1671	134.3	1702	136.1	1. Rossiter Mode f_R
2016	113	–	–	2152	102	2154	96.2	Helmholtzresonanz f_H
2848	106	–	–	2861	89	2952	87.6	y-Kavitätsmode f_{C_y}
3552	111	3355	99.7	3341	106	3404	101.8	1. Harmonische von f_R
–	–	–	–	3822	75.7	3875	89.4	?
–	–	–	–	4543	72	4654	79.3	1. Harmonische* von f_H
–	–	5028	75.8	5012	78	5106	93.9	2. Harmonische von f_R
–	–	–	–	5502	58.3	5577	80.6	1. Harmonische* von f_{C_y}

Tabelle 4.3: Vergleich der Peaks aus den Simulationen, die für die ausstehenden akustischen Simulationen ausgewählt wurden, und den experimentellen Ergebnissen von Henderson [6] für $U = 50\,\mathrm{m/s}$ und dicke (*eng. thick*) Grenzschicht. Die mit $\square^*$ bezeichneten Entstehungsmechanismen stellen eine Vermutung dar.

Basierend auf der vorangegangenen Diskussion der Simulationsergebnisse wird hier vermutet, dass zumindest einer der subharmonischen Peaks bei $798\,\mathrm{Hz}$ und $1250\,\mathrm{Hz}$ für SP-T06, sowie die entsprechenden Peaks aus den Messungen mit den dreidimensionalen Effekten aus der Rezirkulation, Wirbelpaarung oder den Kavitätsseitenwänden verbindet werden können. Vergleicht man die Ω_z-Felder für die ausgewählten CFD Simulationen (KK-G, SK-F und SP-T06) über eine Periodendauer, so stellt man fest, dass die Primärwirbel unterschiedlich geformt sind, und dass die Scherschicht von KK-G über SK-F zu SP-T06 dicker wird (siehe Abbildung 4.4). Wie man später im Kapitel 5.3.1 sehen wird, kann die Formgebung des Wirbels auf der Interaktion der Dreidimensionalitäten aus der Rezirkulation mit der Scherschicht zurückgeführt werden.

Aus Abbildung 4.4 fällt gleich auf, dass zum Zeitpunkt der Wirbel-Kanten-Interaktion der Wirbel für

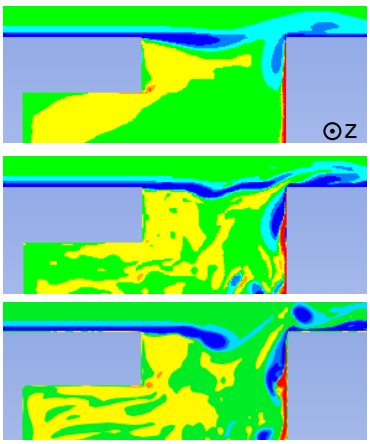
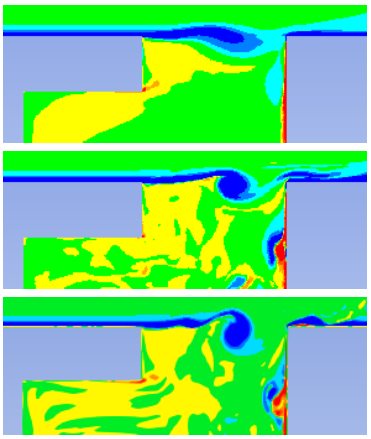
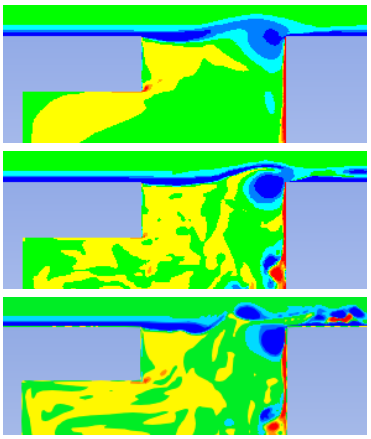
10/30	20/30	30/30
		

Tabelle 4.4: Vergleich der z-Komponente der Wirbelstärke Ω_z zwischen KK-G (*oben*), SK-F (*mitte*) und SP-T06 (*unten*) über eine Periodendauer für die Zeitschritte: $10/30$, $20/30$ und $30/30$. Skalierung der Ω_z-Werte zwischen $-3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*blau*) und $3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*rot*).

SK-F mehr Energie (dukel blau) als denjenigen für KK-G beinhaltet. Diese Tatsache wird anhand der Wirbelportion, die nach der Wirbel-Kanten-Interaktion im Kavitätsinneren gelangt, sichtbar und kann die Erklärung für den höheren Druckpegel im Fall von SK-F sein. Darüber hinaus sieht man bei SK-F, dass aufgrund dieser zusätzlichen Rotationsenergie des Wirbels die freie Scherschicht selbst auf der Kavitätshinterkante aufschlägt, was wiederum mit einem zusätzlichen Energietransfer verbunden ist. Sehr interessant dabei ist die Tatsache, dass die freie Scherschicht aufgrund ihrer vertikalen Oszillationen analog zu den Wirbeln aus SP-U26 in einem aufeinandergereiten *complete clipping – partial escape* Muster schlägt. Dabei finden beide Typen der Scherschicht-Kanten-Interaktion (sowohl *complete clipping* als auch *partial escape*) mit einer Frequenz von ca. $800\,\mathrm{Hz}$ statt. Daraus kann man den Schluss ziehen, dass der $800\,\mathrm{Hz}$-Peak aufgrund *partial clipping* zur Stande kommt, sowie dass die Interaktion der Dreidimensionalitäten aus der Rezirkulation mit der Scherschicht maßgeblich für die erfolgreiche CFD-Simulation des vorliegen Problems oder genau genommen für die Reproduktion von adäquaten Druckpegeln PL ist. Außerdem ist hier zu beachten, dass die Scherschicht-Kanten-Interaktion eine mögliche Erklärung für den Peak bei ca. $760 - 810\,\mathrm{Hz}$ für SP-D14 ist. Während dünnere Grenz- bzw. Scherschichten leichter zerfallen können, behalten dickere ihre Struktur über längere Strecken und sind daher in der Lage mit der Kavitätshinterkante zu interagieren.

Schaut man sich schließlich die Ω_z-Felder für SP-T06 näher an, so sieht man, dass der Effekt der Rezirkulation hier stärker als bei SK-F ausgeprägt ist (siehe Tabelle 4.4 *unten*). Aufgrund des kleineren Zeitschrittes werden feinere Strukturen der Taylor-Görtler-Wirbeln aufgelöst, die für Wirbelablösung an der unteren Lippenkante sorgen, die mit der selben Frequenz (ca. $1667\,\mathrm{Hz}$) wie diejenige der Ablösung des Primärwirbels stattfindet. Diese Aufwärtsströmung verfügt im Fall von SP-T06 über ausreichende Energie, um die Scherschicht in Form eines doppelten Wirbels aufzurollen, dessen Teilwirbel sich in vertikaler Richtung übereinander befinden (siehe Tabelle 4.4 *unten rechts*). Dieser doppelte Wirbel interagiert mit der Kavitätshinterkante immer auf die selbe Art und Weise, nämlich so, dass beim oberen Teilwirbel stets ein *partial escape* und beim unteren stets ein *complete clipping* stattfindet.

Kapitel 5

Quellltermbehandlung

Ein entscheidender Punkt bei den hybriden Verfahren ist die Übertragung der Schallquellen vom Strömungs- auf das Akustikgitter. Um die gesamte akustische Energie beizubehalten, soll dabei eine konservative Interpolation durchgeführt werden. Dazu werden die gewünschten Variablen zunächst über das Strömungsvolumen im Rahmen der FE-Formulierung berechnet und auf die Knoten des feinen CFD-Gitters projiziert. Anschließend werden diese auf dem Knoten des umhüllenden CAA-Gitterelementes gewichtet interpoliert (siehe Abbildung 5.1) [19].

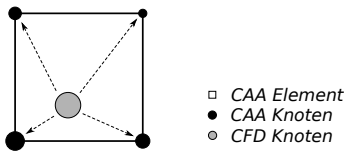


Abbildung 5.1: Konservative Interpolation (Gewichtung nicht maßstäblich).

In diesem Kapitel wird die Behandlung der für die Akustiksimulationen benötigten Quellterme präsentiert. Nachdem die Quellltermberechnungsmethoden in 3D für die beiden hier verwendeten Softwarepakete (ANSYS Fluent 18.0 und CFSDat) kurz geschildert werden, wird eine Konvergenzstudie der 3D CAA-Rechengitter durchgeführt. Davon wird ein repräsentatives 3D CAA Rechengitter ausgewählt, auf dem die in dieser Arbeit behandelten Lighthill Quellterme berechnet und interpoliert werden. Da jedoch die Akustiksimulationen in 2D stattfinden, was durch zweidimensionale dominante Effekte gerechtfertigt ist, werden im Anschluss die entsprechenden Quellltermfelder anhand eines *python*-Skriptes in Spannweitenrichtung gemittelt und anschließend vom 3D CAA auf ein 2D CAA Rechengitter übertragen.

5.1 Quellterberechnung in 3D

Für den in Gleichung (2.74) enthaltenen Lighthill Quellterm

$$\nabla \cdot \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u}) \tag{5.1}$$

werden für die Zwecke dieser Arbeit zwei Varianten der Luftdichte ρ untersucht, bei denen die Dichte zunächst als konstant ($\rho_c \approx 1.176592\,\mathrm{kg/m^3}$) und danach als eine variable Größe betrachtet wird. Die Verwendung einer kontanten Luftdichte ρ_c wurde teilweise auch durch den in ANSYS Fluent 18.0 verwendeten *pressure-based solver* bedingt, anhand dessen eine direkte[1] Berechnung des für den Lighthill Quellterm benötigten Dichtegradienten nicht möglich war.

[1] Unter „direkt“ ist hier direkt vom *pressure-based solver* gemeint, denn dieser verfügt nicht über die Dichte ρ.

Wie erwähnt, findet die Berechnung der Quellterme in zwei verschiedenen Softwarepaketen statt, wodurch ihrer Funktionalität in Relation zueinander verifiziert werden soll. Abbildung 1.6 stellt das Grundkonzept dahinter schematisch dar. Einerseits werden dabei die Quelltermfelder anhand der so genannten *User-Defined Functions – UDF* (siehe dazu [83]) in ANSYS Fluent 18.0 während der CFD-Simulationen berechnet und gleichzeitig ins *EnSight Gold*-Format neben den Strömungsgeschwindigkeits- U, Druck- p und Dichtefelder ρ exportiert. Diese werden dann mittels des hauseigenen Softwaretools CFSDat auf einem vorausgewählten 3D CAA Rechengitter konservativ interpoliert (siehe Abbildung 5.1). Andererseits wurden die benötigten Quelltermfelder auf die selbe Art und Weise vollständig von CFSDat bearbeitet. Dies bedeutet, dass sie direkt aus den U- und p-Feldern innerhalb CFSDat berechnet und anschließend auf das entsprechenden 3D CAA Rechengitter interpoliert wurden. Um die Funktionalität von CFSDat zu überprüfen, wurde ein Verifizierungsskript in *python* erstellt, innerhalb dessen beliebige generische Funktionen für die in dem Lighthill Quellterm befindlichen Variablen $\boldsymbol{u}$ und ρ definiert werden. Diese werden im Anschluss zur analytischen (in *python*) und zur numerischen (in CFSDat) Berechnung von generischen Quelltermen verwendet, die miteinander in Abbildung 5.2 verglichen wurden. Hierbei ist zu beachten, dass CFSDat zwei verschiedenen Optionen zur Berechnung von Lighthill Quellterme anbietet, nämlich *AeroacousticSource_LighthillSourceTerm* und *AeroacousticSource_LighthillSourceTensor*, die im Folgenden einfachheitshalber als *SourceTerm* bzw. *SourceTensor* bezeichnet werden. Während der *SourceTensor* den Lighthill Quellterm nach Gleichung (5.1) berechnet wird, verwendet der *SourceTerm* die der (5.1) äquivalente Beziehung bei konstanter Dichte ρ_c und $\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0$

$$\rho_c \underbrace{\left(\nabla \cdot ((\nabla \times \boldsymbol{u}) \times \boldsymbol{u}) + \nabla \cdot \nabla \left(\boldsymbol{u}^2/2\right)\right)}_{\nabla \cdot \nabla \cdot (\boldsymbol{u}\boldsymbol{u})}. \tag{5.2}$$

Schaut man sich Abbildung 5.2 genau an, so stellt man fest, dass die drei Berechnungsmethoden qualitativ sehr ähnliche Ergebnisse liefern. Um diese Tatsache quantifizieren zu können, wurden die generischen Lighthill Quellterme für die drei Fälle entlang der jeweiligen Würfeldiagonale (von $\boldsymbol{x}_{min}$ bis $\boldsymbol{x}_{max}$) mittels *ParaView* extrahiert und im Abbildung 5.3 gegenübergestellt. Während der *SourceTensor* sehr gut mit der analytische Lösung übereinstimmt, weist der *SourceTerm* größere Abweichungen auf. Da jedoch zum Zeitpunkt der Quelltermberechnung der *SourceTensor* noch nicht im CFSDat verfügbar war, wurden die Quellterme für die KK-G-CK, SK-F-CK und SP-T06-CK Simulationen (siehe dazu Tabelle 6.2) anhand des *SourceTerm* berechnet.

An dieser Stelle ist noch zu beachten, dass in beiden Fällen (UDF in ANSYS Fluent 18.0 oder CFSDat) die Quellterme numerisch ermittelt werden, was die Frage erhebt, wie gut diese aufgelöst sind [19]. Da sich numerisches Rauschen (*eng. numerical noise*) im Quelltermfeld in einer weiteren akustischen

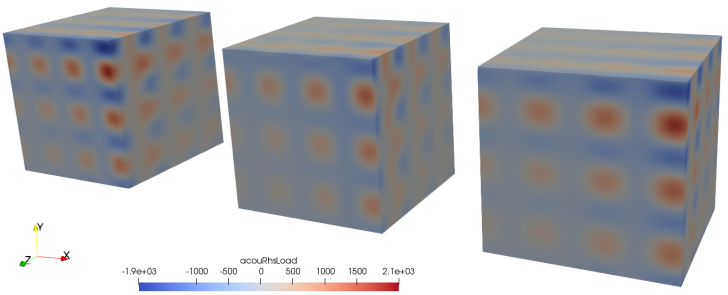


Abbildung 5.2: Verifizierung von CFSDat anhand generischer Lighthill Quellterme, berechnet analytisch in *python* (*links*) nach (5.1), sowie numerisch in CFSDat anhand *SourceTerm* (*mitte*) und *SourceTensor* (*rechts*). Hier wurde für alle drei Fälle eine konstante Luftdichte ρ_c verwendet.

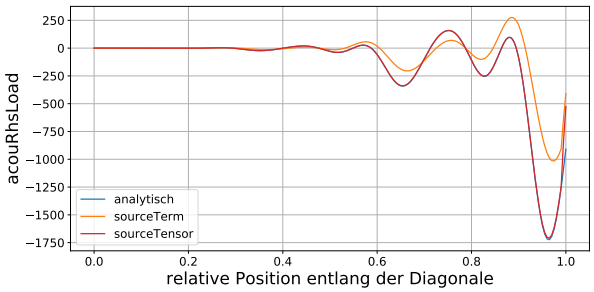


Abbildung 5.3: Generische Lighthill Quellterme entlang der Würfeldiagonale (von $\boldsymbol{x}_{min}$ bis $\boldsymbol{x}_{max}$) für die in Abbildung 5.2 dargestellten Fälle.

Simulation fortpflanzen kann wurde diesem Aspekt besonderer Bedeutung zugeordnet. Um eine grobe Einschätzung diesbezüglich zu gewinnen, wurden die Quelltermfelder vor dem Interpolationsschritt qualitativ nach den Kriterien für einen möglichst repräsentativen und sauberen CFD-Datensatz bewertet (siehe Kapitel 4.1). Im Fall der numerisch ungünstigsten KK-G-Simulation (grobes Rechengitter) ist zu sehen, dass der Bereich um die Kavitätshinterkante frei von jeglichen Artefakten und Fehlquellen ist (siehe Abbildung 5.4). Dennoch wurden einige solche in der Peripherie des Simulationsgebietes detektiert, die aber mit *blending*-Funktionen für die akustischen Simulationen auf Null reduziert wurden (siehe dazu Kapitel 6.1.2).

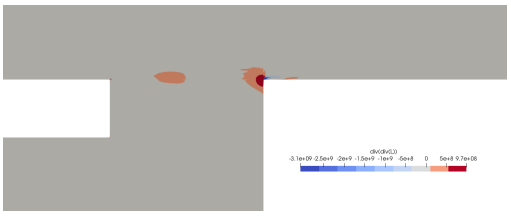


Abbildung 5.4: Momentane Quelltermfelder (Lighthill) aus KK-G. Die dargestellte Daten befinden sich in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) des entsprechenden CFD-Gitters.

5.2 Konvergenzstudie in 3D

Für die Auswahl eines geeigneten 3D CAA Rechengitters, auf dem die Quellterme berechnet und interpoliert werden sollen, wurde zunächst eine Konvergenzstudie anhand der von Fluent berechneten Quellterme aus KK-G durchgeführt. Dabei wurden die Quellterme anhand CFSDat konservativ auf den in Tabelle 3.2 zusammengefassten 3D CAA Rechengittern interpoliert und in Anschluss die resultierenden Felder qualitativ an verschiedenen Schnittebenen bewertet (siehe Anhang B).

Wie erwartet, lösen die verfeinerten Rechengitter das Quellfeld besser als die uniformen auf (siehe Tabelle 5.1 *oben*), weil sie im Bereich der Kavitätsmündung kleinere Zellen aufweisen. Dies ist konsistent mit der Studie von Nagy [18], in der er darauf hinweist, dass das CAA-Gitter mit einem maximalen Faktor von ca. 50 größer als das CFD-Gitter werden darf, was einer oberen Grenze der kleinsten Zellenkanten von ca. $0.7\,\mathrm{mm}$ entspricht. Ein Wert, der sogar bei dem feinen uniformen Gitter mehr als zweifach überschritten wird (siehe Tabelle 3.2).

Schaut man sich im Gegensatz dazu die Rechengitter an, die mit einer Verfeinerung gegenüber der Kavitätsmündung erstellt wurden (Tabelle 5.1 *unten*), so stellt man fest, dass das Quellfeld von allen drei im Wesentlichen gleichmäßig aufgelöst wird. Es scheint sogar zu sein, dass das grobe verfeinerte Gitter das Feld besser als das feine uniforme bei einem Ersparnis von ca. 2 Milionen Elementen auflöst. Um einer Vergleichbarkeit der voraussichtlichen CAA Simulationen mit den Messergebnissen von Henderson [6] zu gewährleisten, wurde das mittlere CAA Rechengitter (mit Verfeinerung) verwendet, da dieses eine Grenzfrequenz f_G von ca. $5990\,\mathrm{Hz}$ aufweist. Hierbei wird nochmals darauf hingewiesen, dass dieser Wert auf der größten Zellkantenlänge Δx_{max} des Rechengitters beruht und einer zehnfachen Abtastung pro Wellenlänge λ entspricht (siehe Kapitel 3.2).

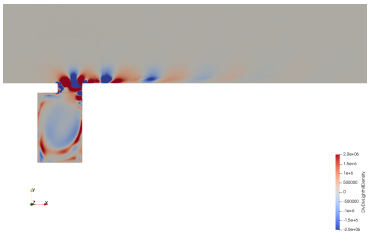
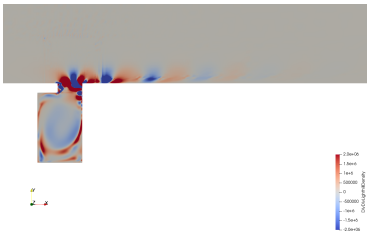
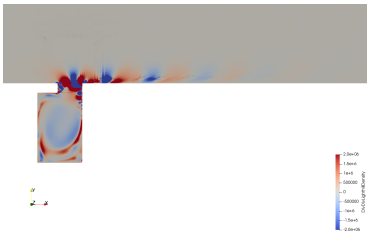
uniform		
grob – 99k Zellen	mittel – 687k Zellen	fein – 5.09Mio Zellen
verfeinert		
grob – 3.28Mio Zellen	mittel – 6.55Mio Zellen	fein – 13.1Mio Zellen
		

Tabelle 5.1: Schnittebenen der Lighthill Quellterme in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) aus KK-G (letzter Zeitschritt 12700) interpoliert auf dem uniformen und dem verfeinerten Gitter.

5.3 Quelltermübertragung von 3D zu 2D

Im ersten Schritt werden hier die Quelltermfelder auf verschiedenen Schnittebenen in der Spannweitenrichtung z qualitativ bewertet. Abbildung 5.5 stellt die von Fluent berechneten Lighthill Quellterme aus KK-G auf drei äquidistanten Schnittebenen des in Kapitel 5.2 ausgewählten 3D CAA Rechengitters dar. Wie erwartet, sind dreidimensionale Effekte im Rezirkulationsgebiet (Kavitätsinneren) sichtbar, die auf den Taylor-Görtler-Wirbel bzw. Taylor-Görtler-Mechanismus zurückgeführt werden können (siehe Abbildung 5.7). Im Gegensatz dazu scheint es zu sein, dass im Bereich der Kavitätsmündung und um die Hinterkante die Strömung ihre Zweidimensionalität behält. Obwohl diese Betrachtungen mit der Studie von Farkas und Paal [1] übereinstimmen, ist man nicht in der Lage aus den vorliegenden Feldern diese zu validieren. Um sicherzustellen, ob und inwiefern einer Quelltermübertragung von einem 3D zu einem 2D CAA Rechengitter zulässig ist, sollen diese Beobachtungen auch quantitativ bewertet werden, indem sie zunächst auf Kohärenz in der Spannweitenrichtung z überprüft werden sollen.

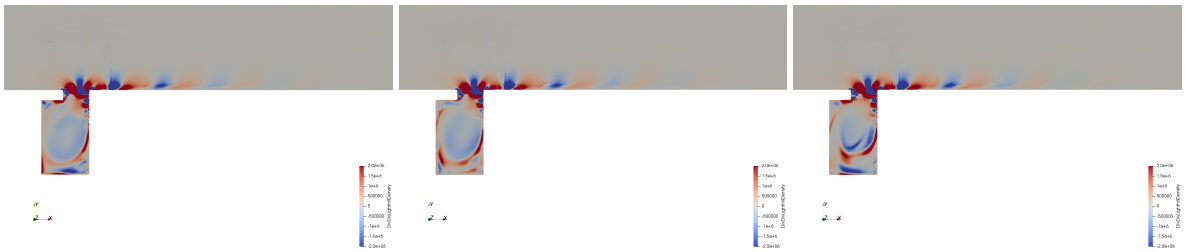


Abbildung 5.5: Momentane Lighthill Quellterme aus KK-G (letzter Zeitschritt 12700). Parallele Schnittebenen in der Spannweitenrichtung bei $z = -6\,\mathrm{mm}$ (*links*), $z = 0\,\mathrm{mm}$ (*mitte*) und $z = 6\,\mathrm{mm}$ (*rechts*).

5.3.1 Kohärenzstudie

Ein wichtiger Schritt, um die im kommenden Kapitel angewandte Quelltermmittelung zu validieren und zu begründen, ist die Überprüfung der Kohärenz $\gamma_{xy}^2(f)$ der Quellterme in der Spannweitenrichtung z. Sie ist eine reellwertige spektrale Funktion, die als das Verhältnis zwischen dem quadrierten Betrag des einseitigen Kreuzleistungsspektrums $G_{xy}(f)$ (*eng. Cross Spectral Density – CSD*) und dem Produkt der beiden einseitigen Autoleistungsspektren $G_{xx}(f)$ und $G_{yy}(f)$ (*eng. Power Spectral Density – PSD*)

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f) \cdot G_{yy}(f)}, \qquad 0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1 \tag{5.3}$$

definiert ist [84]. Die Kohärenz $\gamma_{xy}^2(f)$ kann als ein Maß für die Ähnlichkeit (oder *Korrelation*) zweier Zeitsignale ($x(t)$ und $y(t)$) interpretiert werden, wobei sie aufgrund der hier vorgenommenen Normierung von ihrem Pegel unabhängig ist [85]. Während sie bei korrelierten Signalen den Wert 1 einnimmt, weist sie im Fall von 0 auf vollständig nicht korrelierten Signale hin. In der Praxis kommen jedoch oft Werte vor, die zwischen diesen Grenzen liegen und auf folgende Ursachen zurückzuführen sind [84]:

- externes bzw. fremdes Rauschen (*eng. noise*) ist in den Signalen vorhanden;
- Auflösungsbiasfehler (*eng. resolution bias errors*) sind in den Spektralschätzern (*eng. spectral estimates*) vorhanden;
- Nichlinearitäten im System;
- das $y(t)$-Signal beinhaltet weitere Elemente als das Referenzsignal $x(t)$, die auf weiteren Eingangskomponenten zurückzuführen sind.

Analysiert man die Quelltermfelder genauer, so stellt man wie erwartet fest, dass die Hauptquellen im Bereich der Kavitätsmündung positioniert sind (siehe Abbildung 5.6). Da die Hauptquellen maßgeblich für die akustische Abstrahlung sind, wird diese Testregion für die Kohärenzstudie herangezogen. Wie man auf Abbildung 5.6 sieht, beinhaltet sie elf Testebenen in vertikaler Richtung, die horizontal jeweils auf vier Segmente (A,B,C und D) aufgeteilt werden. Während dabei die A-, B- und C-Segmente zehn Knotensegmente (siehe Kapitel 5.3.2) je Testebene umfangen, umschließt das D-Segment fünf pro Testebene.

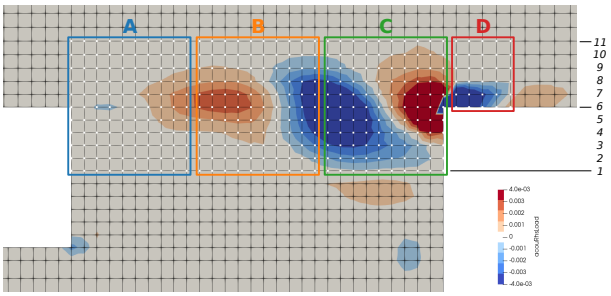


Abbildung 5.6: Lighthill Quellterme aus der KK-G-Simulation in der Testregion mit Eckknoten bei $(0\,\mathrm{mm}, -1.5\,\mathrm{mm}, -7.95\,\mathrm{mm})$ und $(10.35\,\mathrm{mm}, 1.55\,\mathrm{mm}, 7.95\,\mathrm{mm})$ für die Kohärenzstudie. Hier stellen die Werte in den Klammern die x-, y- und z-Koordinate des minimalen und maximalen Eckknoten des Parallelepipeds dar, das die Testregion beschreibt.

Nachdem die Kohärenzstudie anhand eines *python*-Skriptes[2] für alle drei relevanten Fälle (KK-G, SK-F und SP-T06) durchgeführt wurde, wurden die Ergebnisse für die Frequenz von $1660\,\mathrm{Hz}$ gegenübergestellt (siehe Tabelle 5.2 und Anhang B), welche für die meisten (jedoch nicht für alle) Knotensegmente die dominante Frequenz war. Obwohl unter den einzelnen Simulationen einigen Unterschiede zu sehen sind, kann man dabei folgende Tendenzen deutlich erkennen:

- **Segment A**
  Innerhalb der Kavitätsmündung (hauptsächlich im Segment A) weisen die Quellterme Diskrepanzen in der Spannweitenrichtung z auf. Sehr wahrscheinlich sind diese auf den dreidimensionalen Taylor-Görtler-Wirbeln (aus der Rezirkulation) zurückzuführen, die um die Unterkante der Kavitätslippe vorbeilaufen. Nach näherer Untersuchung der v und w-Felder (siehe Anhang A), konnte festgestellt werden, dass diese Bewegung für die Ablösung kleinerer Wirbel an der Unterkante der Kavitätslippe sorgt, die in Richtung der Scherschicht konvektieren (Aufwärtsströmung), was konsistent mit der 2D URANS Studie von Ashcroft et al. [15] ist (siehe Abbildung 2.25). Im Gegensatz zu Farkas und Paal [1] konnte hier die Interaktion dieser Aufwärtsströmung mit der Scherschicht beobachtet werden. Verfolgt man den in Abbildung 5.7 markierten Wirbel über einer Schwingungsperiode, so kann man sehen, dass dieser anscheinend über genügend Energie verfügt, um während seiner vertikalen Konvektion nicht zu zerfallen und somit an der erneuten Scherschichtverwirbelung teilzunehmen. Dieser stoßt die über ihm befindliche Luftmasse heraus, die in Kombination mit den anderen im Kapitel 2.4 beschriebenen Mechanismen zu Scherschichtinstabilitäten und zum strömungsinduzierten Schall führt. Möglicherweise kommt es dadurch sogar zu einer Verkürzung der effektiven Länge der Kavitätsmündung L_M, sowie zu einer Wirbelbildung nach der Vorderkante gegen der Mitte der Kavitätsmündung (siehe Abbildung 5.7). Es ist daher sehr wahrscheinlich, dass dies ein weiterer Grund (neben den weit variierenden Werte in der Literatur für α und κ_v) dafür ist, warum hier die vorhersagten Rossiter Moden von den Simulationen nicht getroffen wurden.

[2] Für die Kohärenzstudie wurde die im `matplotlib`-Paket enthaltene `cohere` function (siehe [86]) verwendet. Hierbei ist zu beachten, dass diese im Rahmen von *python3* ausgeführt wurde, denn diese hat in Kombination mit *python2* fehlerhafte Ergebnisse geliefert.

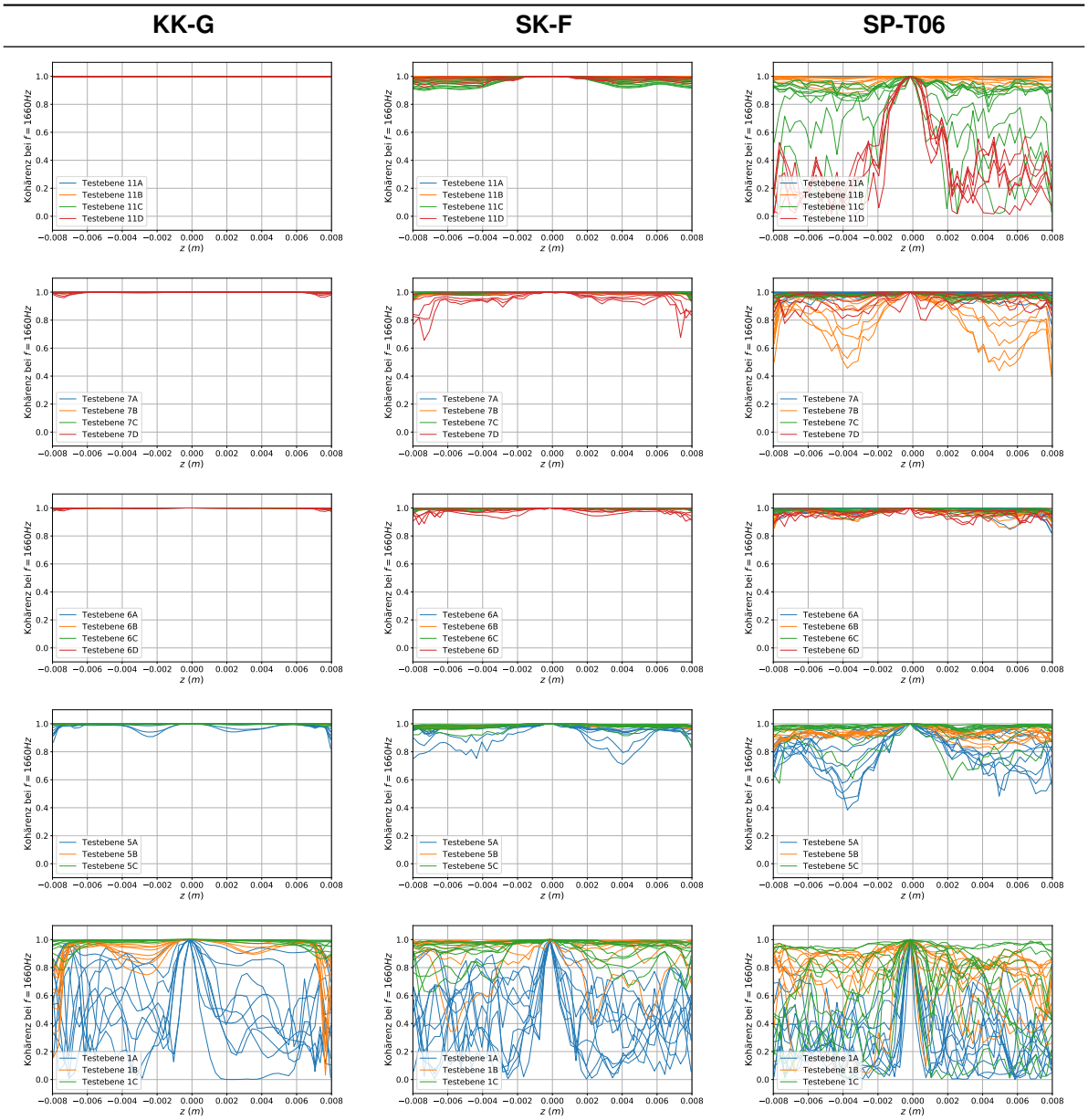


Tabelle 5.2: Kohärenz der Lighthill Quellterme aus KK-G, SK-F und SP-T06 in der Spannweitenrichtung z jeweils für die $1.$, $5.$, $6.$, $7.$ und $11.$ Testebene (siehe dazu Abbildung 5.6). Hier wird nochmals darauf hingewiesen, dass die einzelnen Plots die Kohärenz bei einer Frequenz von $1660\,\mathrm{Hz}$ darstellen.

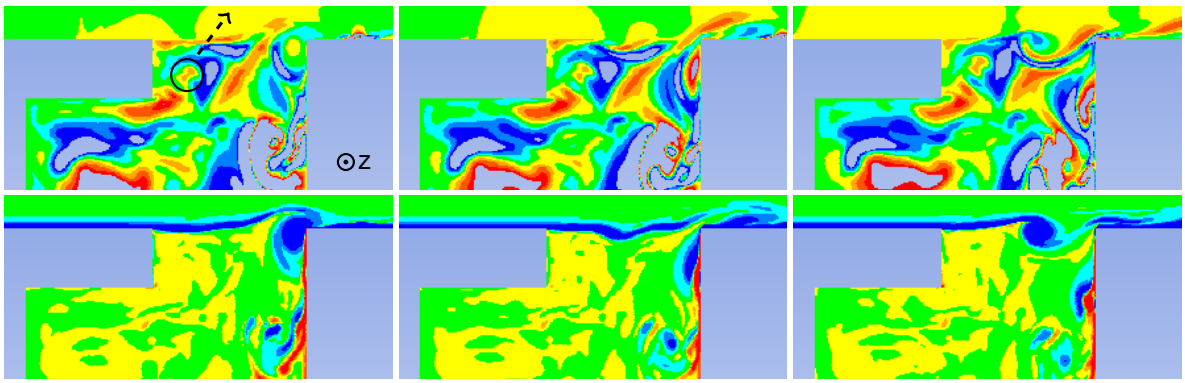


Abbildung 5.7: Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Felder der Geschwindigkeitskomponente w (*oben*) und der z-Komponente der Wirbelstärke Ω_z (*unten*) für SK-F über eine Periodendauer. Zeitschritte von links nach rechts: $1/30, 10/30$ und $20/30$. Skalierung der Ω_z-Werte zwischen $-3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*blau*) und $3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*rot*). Skalierung der w-Werte zwischen $-1\,\mathrm{m/s}$ (*blau*) und $1\,\mathrm{m/s}$ (*rot*). Die angegebene Bewegungsrichtung wurde händisch hinzugefügt und soll nur als eine schematische Darstellung betrachtet werden.

- **Segmente B, C und D**
  Aus Tabelle 5.2 wird ersichtlich, dass die Quellterme innerhalb des B-Segmentes kohärent über die Spannweite sind. Im Gegensatz dazu sind bei den C- und D-Segmenten Dreidimensionalitäten sichtbar, die mit einer hohen Wahrscheinlichkeit auf der Wirbel-Kanten-Interaktion zurückgeführt werden können.

- **Turbulenzmodelle und Zeitschrittweite**
  Aus den Kohärenzergebnissen kann man auch den Einfluss der verwendeten Turbulenzmodelle und Zeitschrittweiten sehen. Je mehr feinere Strukturen aufgelöst werden, desto inkohärenter sind die Quellterme in der Spannweitenrichtung z. Dies ist konsistent mit den oben angeführten möglichen Ursachen für teilweise kohärente Signale, so dass diese Erscheinungen durch fremdes Rauschen oder Hintergrundrauschen hervorgerufen werden können. Jedoch ist es hier wiederum zu beachten, dass diese Erscheinungen eher an den Rändern der Testregion eine maßgebliche Rolle spielen, denn in der Mitte ergibt sich immer eine gute Übereinstimmung.

- **Teilebenen**
  In der Mitte (um Teilebene 6 herum) und über dem Boden (um Teilebene 11 herum) ist zu sehen, dass die 3D Effekte aus der Rezirkulation ihren Einfluss verlieren und die Quellterme kohärent sind. Es scheint also, dass die Lighthill Quellterme dort hauptsächlich (bis auf leichte Abweichungen für SP-T06) zweidimensional sind. Interessant ist hier, ob diese Dreidimensionalitäten nur durch die Rezirkulation oder auch durch der Kavitätsseitenwände hervorgerufen werden. Da die Größenordnung der Quelltermamplituden in den äußeren Teilen der Testregion im Vergleich zu denjenigen in der Mitte mit einem Faktor von 4 kleiner sind, werden diese Abweichungen vernachlässigt und somit die hier behandelten Quellterme als kohärent in der Spannweitenrichtung z betrachtet.

5.3.2 Verfahren

Nachdem die Quellterme auf dem ausgewählten 3D CAA Rechengitter interpoliert wurden, werden diese im letzten Schritt vor den tatsächlichen akustischen Simulationen auf ein 2D CAA Gitter übertragen. Dabei ist letzteres als eine zweidimensionale Projektion der 3D CAA Gitter in Spannweitenrichtung z zu

betrachten, denn zu jedem Zielknoten aus dem 2D Gitter ein Knotensegment mit 54 Knoten aus dem 3D Gitter existiert, das die selben x- und y-Koordinaten besitzen (siehe Abbildung 5.8).

Anhand eines *python*-Skriptes werden alle Zielknoten durchlaufen und nach dem Knotensegment mit den selben x- und y-Koordinaten in dem 3D Gitter gesucht. Nachdem dieser gefunden wird, wird der Mittelwert $\overline{q}$

$$\overline{q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} q_i, \qquad N = 54 \tag{5.4}$$

gebildet und auf den Zielknoten übertragen (siehe Abbildung 5.8). Im Prinzip wird bei einer Mittelung die Quellterme q_i mit der Kantenlänge der jeweiligen Zelle gewichtet. Da jedoch in diesem Fall die Gitterknoten in der Spannweitenrichtung z äquidistant verteilt sind, erübrigt sich diese Gewichtung und der Mittelwert lässt sich nach Gleichung (5.4) berechnen.

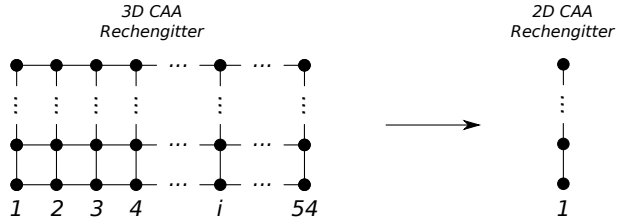


Abbildung 5.8: Schematische Darstellung der Quelltermübertragung von 3D auf 2D CAA Rechengitter.

Kapitel 6

Akustische Simulationen

Im Rahmen dieses Kapitels wird das verwendete Setup für die akustischen Simulationen und die daraus resultierenden Ergebnisse präsentiert. Dabei wird der Einfluss der zur Berechnung der Lighthill Quellterme verwendeten Softwarepakete (Fluent und CFSDat), sowie der verschiedene Dichtedefinitionen (konstant und variabel) auf die akustische Abstrahlung bewertet. Neben den schon bekannten Mikrofonpunkt innerhalb der Kavität werden hier auch die Wechseldruckspektren im Fernfeld bewertet, indem die Richtcharakteristik der akustischen Abstrahlung bestimmt wird.

6.1 Simulationssetup

Die Konfiguration, die für die CAA Simulationen verwendet wurde, ist in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Diese wurde nach der Vorgaben des internen Berichtes von Hüppe et al. [78] unter Berücksichtigung des in Abbildung 3.6 dargestellten Simulationsgebietes erstellt. Um eine direkte Ausgabe des Wechseldruckes p' bzw. des Schalldruckes p_a zu ermöglichen, wurde im Rahmen der akustischen Simulationen die Formulierung der Lighthill Wellengleichung (2.74) herangezogen, die mit CFS++ anhand der *acouPressure*-Option und der Lighthill Quellterme eingestellt wird. Aufgrund des transienten Charakters der Simulationen, bewirkt die am Rand des Simulationsgebietes eingesetzte PML eine Unsymmetrie im Gleichungssystem. Obwohl nach [78] für diesen Fall der *FGMRES* Gleichungslöser mit *Jacobi* Vorkonditionierer empfohlen wird, wurde an dieser Stelle der *pardiso* Gleichungslöser eingesetzt, weil er für diesen Anwendungsfall schneller ist. Weitere Inhalte von Tabelle 6.1 sowie weiterführende Konfigurationen der Simulationen sind in den folgenden Unterkapiteln näher erläutert.

Material	Luft als ideales Gas bei $p \approx 1\,\mathrm{bar}$ und $T = 300\,\mathrm{K}$
Boden	schallharte Wand
Kavitätswände	schallharte Wand
nichtkonforme Gitter	*Nitsche*-Formulierung mit Standardeinstellungen (*nitscheFactor* $= 100$)
PML	*inverseDist*-Formulierung mit *dampFactor* $= 1$
akustische Wellengleichung	*acouPressure*-Formulierung
Zeitschema	*Hilbert-Hughes-Taylor* mit *timeStepAlpha=-0.3*
solver	*pardiso*

Tabelle 6.1: Simulationseinstellungen und verwendete Randbedingungen. Die angegebenen Standardwerte beziehen sich auf die CFS++ Version 18.02 (Stand $23.03.2018$).

6.1.1 Materialparameter

Der erste Schritt der Simulationsvorbereitung ist die Vorgabe der Materialparameter. Nach [78] sind die Dichte ρ und die Schallgeschwindigkeit c so zu bestimmen, dass ihre Werte denjenigen aus der CFD Simulation übereinstimmen. In diesem Zusammenhang wurden die akustische Simulationen analog zur CFD für Luft (als ideales Gas) bei einer Temperatur T und einem Druck p von

$$T = 300\,\mathrm{K} \qquad p \approx 1\,\mathrm{bar}$$

durchgeführt. Wie gehabt, ergibt sich nach der idealen Gasgleichung damit eine Luftdichte ρ von

$$\rho \approx 1.176592\,\mathrm{kg/m^3},$$

die zusammen mit dem adiabatischen Kompressibilitätsmodul K_s für Luft unter Normalbedingungen

$$K_s = 1.4198 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$$

für die Materialdefinition verwendet wurden.

6.1.2 Skalierung der Quellterme

Nachdem die Quelltermfelder für die 2D akustische Simualtionen aufbereitet wurden, sollen sie visuell auf unerwünschte numerische Artefakten (oder Quellen) überprüft werden. Aus Abbildung 6.1 ist zu sehen, dass sich solche in der Peripherie, am Auslass, des Simulationsgebietes und in der Randschicht befinden. Hier ist zu beachten, dass Abbildung 6.1 nur das mit CFSDat berechnetem Quellfeld darstellt, weil dieses aufgrund verzerrter Zellen über der Platte (sowohl im Vorlauf als auch im Nachlauf) zusätzliche numerische Quellen beinhaltet. Da diese Quellen die Genauigkeit einer akustischen Simulation beeinträchtigen, wurden sie anhand der in Abbildung 6.2 dargestellten räumlichen *blending*-Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \cdots \text{ für } x < x_{min} \\ \exp\left[-0.5 \cdot \left(\frac{x-x_{b1}}{0.015}\right)^2\right] & \cdots \text{ für } x_{min} \le x \le x_{b1} \\ 1 & \cdots \text{ für } x_{b1} \le x \le x_{b2} \\ \exp\left[-0.5 \cdot \left(\frac{x-x_{b2}}{0.015}\right)^2\right] & \cdots \text{ für } x_{b2} \le x \le x_{max} \\ 0 & \cdots \text{ für } x > x_{max} \end{cases} \tag{6.1}$$

$$f(y) = \begin{cases} 1 & \cdots \text{ für } y \le y_b \\ \exp\left[-0.5 \cdot \left(\frac{y-y_b}{0.015}\right)^2\right] & \cdots \text{ für } y > y_b \end{cases} \tag{6.2}$$

mit

$$x_{min} = -0.06\,\mathrm{m}, \quad x_{b1} = -0.01\,\mathrm{m}, \quad x_{b2} = 0.06376\,\mathrm{m}, \quad x_{max} = 0.12\,\mathrm{m}, \quad y_b = 0.015\,\mathrm{m} \tag{6.3}$$

behandelt. Im Prinzip handelt es sich dabei um einen räumlichen Faktor $f(x,y) = f(x) \cdot f(y)$ der knotenweise mit dem Quellterm multipliziert wird. Da er in Abhängigkeit der räumlichen Position Werte zwischen 0 und 1 annimmt, lassen sich Bereiche des Quellgebietes beliebig aus- bzw. einblenden. So werden zum Beispiel Quellterme, die sich außerhalb des in Abbildung 6.2 farbig markierten Bereiches befinden, mit dem Faktor 0 multipliziert und daher in der Simulation nicht mitberücksichtigt.

Ein weiterer Aspekt, der die Ergebnisse beeinflusst, ist die mit der „plötzlichen Einschaltung“ verbundene Systemantwort. Im Sinne kürzerer Rechenzeiten soll ihr Einschwingvorgang möglichst kurz gehalten

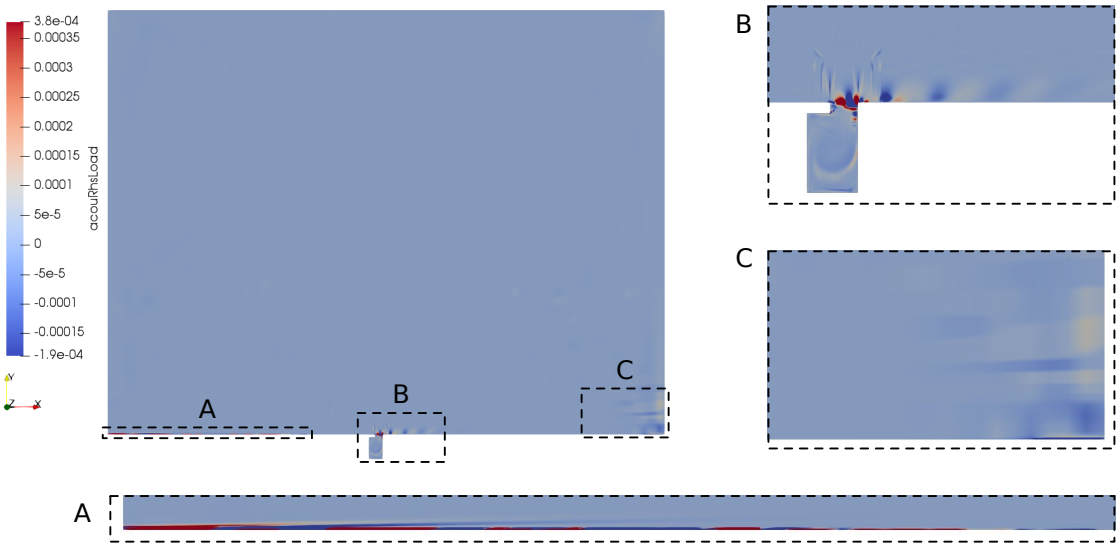


Abbildung 6.1: Numerische Quellen, die mit CFSDat aus der KK-G-Simulation berechnet wurden. Hier ist lediglich das Quellgebiet dargestellt (siehe Abbildung3.6).

werden, indem die Systemantwort nach [78] „sanft“ zu dämpfen ist. Um dies zu erreichen und somit schneller in einem stationären Zustand zu gelangen, wurde an dieser Stelle eine Einschaltfunktion $g(t)$

$$g(t) = \begin{cases} 1 - \cos^2\left(\frac{0.5\pi}{0.004\,\mathrm{s}\cdot t}\right) & \cdots \text{ für } t < 0.004\,\mathrm{s} \\ 1 & \cdots \text{ für } t \geq 0.004\,\mathrm{s} \end{cases} \tag{6.4}$$

verwendet, die nach einer Multiplikation mit dem räumlichen Faktor $f(x, y)$ zum globalen Faktor $h(x, y, t)$

$$h(x, y, t) = f(x, y) \cdot g(t) \tag{6.5}$$

führt. Die Einschaltfunktion sorgt auf diese Weise dafür, dass das Quelltermfeld in Abhängigkeit der Zeit „langsam“ und somit „sanft“ eingeschaltet wird. Wie man aus (6.4) sieht, werden die Quellterme ab $0.004\,\mathrm{s}$ mit dem Faktor 1 multipliziert. Dies bedeutet, dass die ersten 200 Zeitschritte ($\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$) für den Einschaltvorgang verwendet wurden und ab $0.004\,\mathrm{s}$ die Quellterme vollständig in der Akustiksimulation

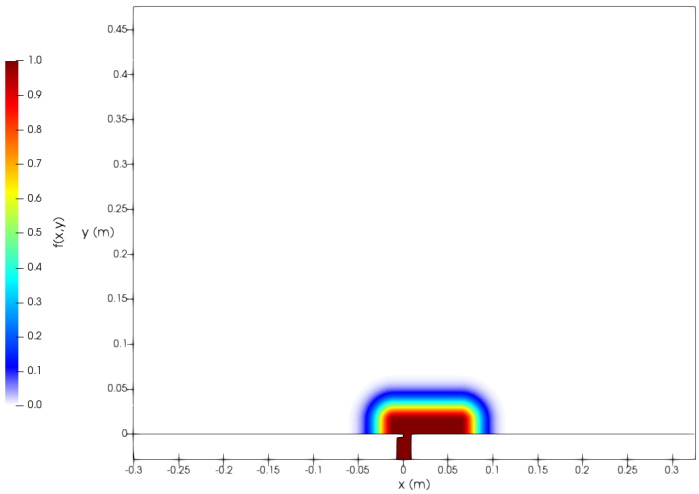


Abbildung 6.2: Räumliche *blending*-Funktion $f(x, y)$. Hier ist lediglich das Quellgebiet (siehe Abbildung 3.6) dargestellt.

einfließen, was konsistent mit der Vorgabe aus [78] ist.

Schließlich ist zu beachten, dass *blending*-Funktionen die Quellterme in Raum und Zeit durch Multiplikation modifizieren, was einer Faltung im Frequenzbereich entspricht. Da sie somit die Endergebnisse direkt beeinflussen, sollen rasch veränderliche *blending*-Funktionen vermieden werden [78].

6.1.3 Behandlung des nichtkonformen Rechengitters

Standard FEM verlangen konforme Rechengitter, die entweder durch uniforme Diskretisierung oder durch unterschiedliche Diskretisierungen in den Teilgebieten mit stark verzerrten Übergangselementen hergestellt werden können. Während uniform erstellte Rechengitter zu viele Unbekannten führen, besitzen solche mit Übergangselementen grundsätzlich eine niedrige Gitterqualität, die oft zur numerische Dispersion und Reflexion und damit zu fehlerbehafteten Endergebnissen führt. Um diese Nachteile der konventionellen FEM zu umgehen, wurde hier die so genannte *Mortar FEM* verwendet, die es ermöglicht, nichtkonforme Grenzflächen bzw. Grenzlinien zwischen den Teilgebieten zu verwenden [19]. Nach [78] wird an dieser Stelle die *Nitsche*-Formulierung der Mortar FEM empfohlen (siehe dazu Kaltenbacher [19]), denn sie ist aus Erfahrung die robusteste für diese Anwendung. Zudem sorgt die *Nitsche*-Formulierung für die Symmetrie des Gleichungssystems, das bei Anwesenheit transienter PML unsymmetrisch wird. Obwohl nach [78] für die meisten Anwendungsfälle ein *nitscheFactor* von 40 ausreichend ist, wurden hier die Standardeinstellungen von CFS++ (Version 18.02, Stand $23.03.2018$) übernommen. Aufgrund der Größenunterschiede der Zellen auf den beiden Seiten der nichtkonformen Gitter (siehe Abbildung 3.7) wurde zudem ein *timeStepAlpha*-Wert von -0.3 für das Hilbert-Hughes-Taylor Zeitschema verwendet [78]. Ohne diesen Eingriff in den Standardeinstellungen für *timeStepAlpha* waren Reflexionen an den nichtkonformen Gittern vorhanden.

Bevor die eigentlichen Simulationen durchführt wurden, erfolgte eine visuelle Verifizierung der Funktionalität der nichtkonformen Gitter. Abbildung 6.3 stellt die erste Zeitableitung des akustischen Potentials ψ_a einer Testsimulation dar, der nach [78] in einer linearen Beziehung mit dem Schalldruck p_a steht

$$p_a = \rho \frac{\partial \psi_a}{\partial t}. \tag{6.6}$$

Aus Abbildung 6.3 ist deutlich zu sehen, dass die Wellen ungestört über die nichtkonformen Gitter (in weiß) propagieren. Auf dem Bild sieht man zudem auch, dass das PML-Gebiet, bestehend aus 4 Zellen in Ausbreitungsrichtung, die einfallenden Wellen ohne Reflexionen dämpft und auf dieser Weise eine freie Abstrahlung modelliert.

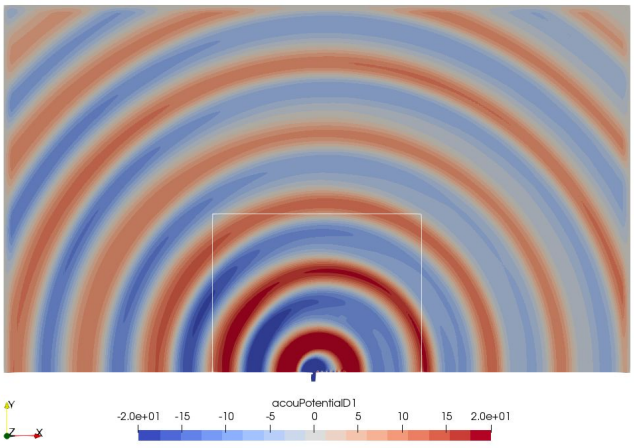


Abbildung 6.3: Validierung der nichtkonforme Gitter und des PML-Gebietes – Testsimulation.

6.1.4 Mikrofonpunkte

Neben dem Mikrofonpunkt in der Mitte der Kavitätsvorderwand (siehe Abbildung 1.2) wurde hier zusätzlich ein Sensorpunkt-Array im Ausbreitungsgebiet positioniert, das zur Bestimmung der Richtcharakteristik der akustischen Abstrahlung verwendet wird. Das Sensorpunkt-Array besteht aus 181 Sensorpunkte, die anhand eines *python*-Scriptes beginnend mit $\varphi = 0°$ äquidistant mit $\Delta\varphi = 1°$ auf einem Halbkreisbogen mit dem Radius $R = 0.775\,\mathrm{m}$ verteilt werden (siehe Abbildung 6.4). Es ist hier zu beachten, dass aufgrund ihrer verschiedenen Definitionen in der XML-Konfigurationsdatei der Mikrofonpunkt und das Sensonpunkt-Array unterschiedlich von CFS++ behandelt werden. Während beim Mikrofonpunkt der nächst gelegenen Knoten für die Ausgabe der gewünschten akustischen Größen verwendet wird, werden die Daten beim Sensorpunkt-Array auf die exakt vorgegebene Koordinaten interpoliert.

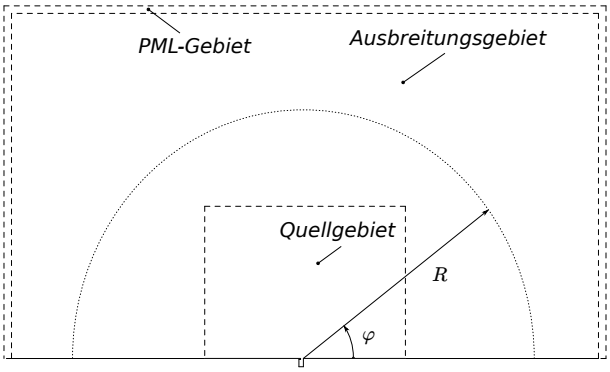


Abbildung 6.4: Maßstäbliche Skizze der Position des Sensorpunkt-Arrays im Simulationsgebiet. Ursprung des Halbkreises befindet sich an der Kavitätshinterkante, wo in der Regel die Hauptquellen konzentriert sind.

6.1.5 Simulationsüberblick

Im Rahmen der akustischen Simulationen werden insgesamt sieben verschiedenen Konfigurationen behandelt, die auf den drei ausgewählten CFD Simulationen (KK-G, SK-F und SP-T06) aufbauen und in Tabelle 6.2 zusammengefasst sind. Die Zeitschrittweite Δt wurde hier konsistent mit derjenigen der exportierten *EnSight Gold* Daten für alle Simulationen konstant auf $2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$ gehalten, was eine 10-fache zeitliche Abtastung und einer Grenzfrequenz f_G von $5000\,\mathrm{Hz}$ entspricht. Zu beachten hier ist die SK-F-CV Simulation, die im Gegensatz zu den anderen Simulationen einen im CFSDat berechneten Lighthill Quellterm mit räumlich und zeitlich variabler Dichte $\rho(\boldsymbol{x}, t)$ verwendet.

Name	**Quellterm berechnet in**	**Definition von ρ im Quellterm**	$\boldsymbol{\Delta t}$ (s)	**Schritte** $(-)$	$\boldsymbol{CPUh}$ (h)
KK-G-FK	Fluent*	konstant	$2 \cdot 10^{-5}$	5200	17
KK-G-CK	CFSDat**	konstant	$2 \cdot 10^{-5}$	5200	17
SK-F-FK	Fluent*	konstant	$2 \cdot 10^{-5}$	5200	18
SK-F-CK	CFSDat**	konstant	$2 \cdot 10^{-5}$	5200	17
SK-F-CV	CFSDat*	variabel	$2 \cdot 10^{-5}$	5200	9
SP-T06-FK	Fluent*	konstant	$2 \cdot 10^{-5}$	5681	19
SP-T06-CK	CFSDat**	konstant	$2 \cdot 10^{-5}$	5681	17

Tabelle 6.2: Überblick der geplanten CAA Simulationen. Während die mit $\square^*$ bezeichnete Quellterme nach Gleichung (5.1) berechnet wurden, wurden diejenigen mit $\square^{**}$ mittels (5.1) ermittelt.

6.2 Ergebnisse

Wie bereits erwähnt, wird im Rahmen der Akustiksimulationen unter anderem der Einfluss der zur Berechnung der Lighthill Quellterme verwendeten Softwarepakete (Fluent und CFSDat) auf die akustische Abstrahlung bewertet. Daher ist an diser Stelle zu beachten, dass in folgender Diskussion diese beiden Fälle einfachheitshalber als *Berechnungsmethoden* bezeichnet werden.

6.2.1 Konstante Dichte

Einfluss der Berechnungsmethoden

Untersucht man den Zeitverlauf des Wechseldruckes p', so stellt man fest, dass sich die CAA Simulationen in Abhängigkeit der verwendeten Quellterme deutlich unterscheiden (siehe Abbildung 6.6). Während Quellterme, die mit Fluent berechnen wurden, zu einem Wechseldruck um den Nullpunkt für alle drei CAA Simulationen (KK-G-FK, SK-F-FK und SP-T06-FK) führen, wird bei den KK-G-CK, SK-F-CK und SP-T06-CK Simualtionen ein mittlerer Über- oder Unterdruck beobachtet. Diese Tatsache wird auch aus den Feldern des Wechseldruckes p' für SK-F-FK und SK-F-CK sichtbar (siehe Abbildung 6.5). Obwohl kein konvektiver Operator verwendet wurde, ist für SK-F-FK eine stromaufwärts gerichtete akustische Wellenausbreitung aufgrund der hohen Auflösung der Quellterme deutlich zu erkennen. Hierbei ist noch zu erwähnen, dass trotz dieser Unterschiede die Druckspektren beider Fälle (Quellterme aus Fluent und CFSDat) qualitativ ähnlich aussehen (siehe Abbbildung 6.7). Dadurch, dass sich der Mikrofonpunkt innerhalb der Kavität (Quellgebiet) befindet, werden hier, wie erwartet, die einzelnen Moden analog zu den CFD Simulationen aufgefangen.

Interessanterweise sind die Peak-Frequenzen für SP-T06-FK ($1708\,\mathrm{Hz}$) und SP-T06-CK ($1705\,\mathrm{Hz}$), die sich im Rahmen der CAA Simulationen an den analytisch berechnete Rossiter Mode $f_{R_1} = 1733\,\mathrm{Hz}$ angenähert haben (siehe Abbildung 6.7). Im Gegensatz dazu unterscheiden sich die Wechseldruckpegelwerte beider Berechnungmethoden stark voneinander, wobei eine grundlegende Tendenz von ca. $10 - 20\,\mathrm{dB}$ zugunsten der CFSDat zu beobachten ist. Vergleich man zum Beispiel die dominante Peaks für SK-T06-FK ($64.3\,\mathrm{dB}$) und SK-T06-CK ($75.1\,\mathrm{dB}$), so stellt man fest, dass SK-T06-CK mit ca. $17\,\%$ lauter emittiert.

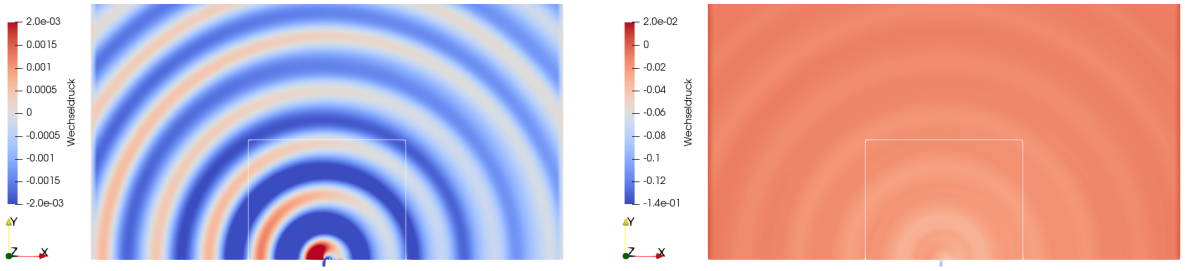


Abbildung 6.5: Momentane Felder des Wechseldruckes p' für SK-F-FK (*links*) und SK-F-CK (*rechts*). Zu beachten ist die verschiedene Skalierung.

Richtcharakteristik

Analysiert man die Ergebnisse des Sensorpunkt-Arrays, so stellt man fest, dass die oben besprochene Tendenz, bei der die Quellterme aus CFSDat zu lauteren akustischen Felder führen, auch im Fernfeld gültig ist. Abbildung 6.8 stellt die Richtcharakteristik aller sechs Akustiksimulationen, deren Quellterme mit einer konstanten Dichte ρ_c berechnet wurden, graphisch dar. Aus den Abbildungen fällt gleich auf, dass, wie erwartet, alle sechs Simulationen am stärksten gegen der Strömung emittieren. Es ist zudem zu beachten, dass während die akustischen Wellen für KK-G-FK, SK-F-FK und SP-T06-FK hauptsächlich

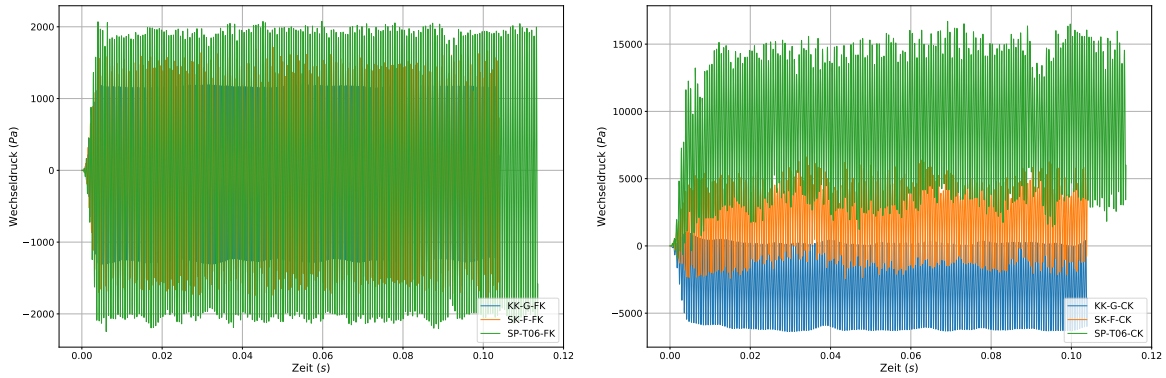


Abbildung 6.6: Zeitverläufe des Wechseldruckes p' aus den Akustiksimulationen, die auf Quellterme aus Fluent (*links*) und CFSDat (*rechts*) basieren. Zu beachten sind die verschiedenen Skalierungen beider Abbildungen.

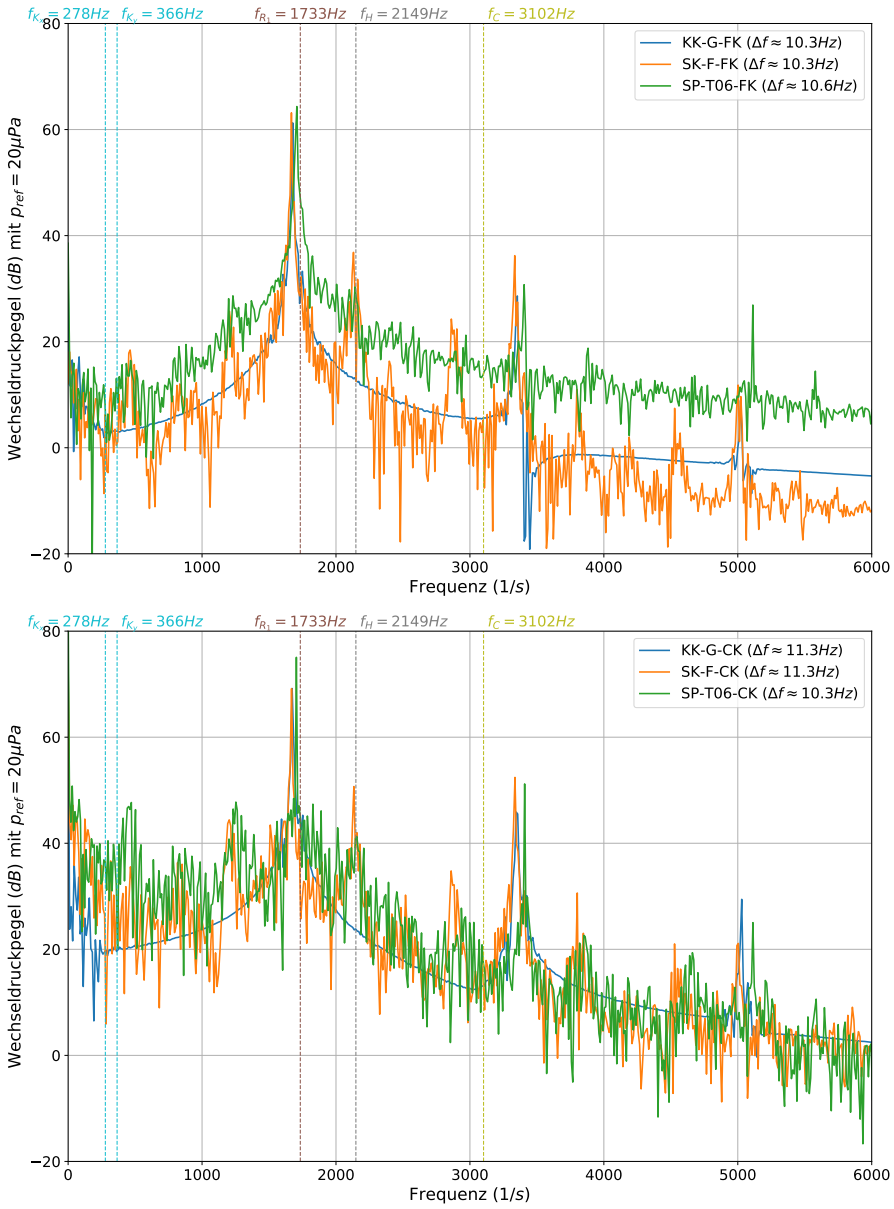


Abbildung 6.7: Wechseldruckpegel aus den Akustiksimulationen, die auf Quellterme aus Fluent (*oben*) und CFSDat (*unten*) basieren.

gegen die Strömungsrichtung propagieren, breiten sich diese für KK-G-CK, SK-F-CK und SP-T06-CK eher gleichmäßiger im Raum aus.

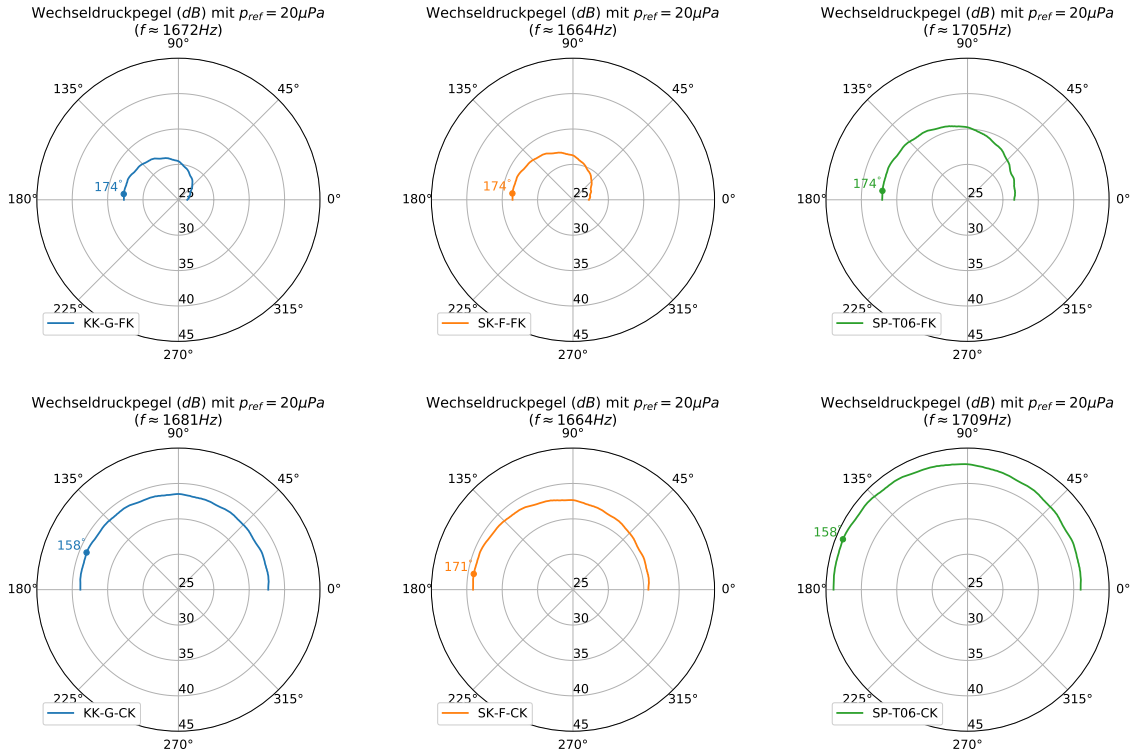


Abbildung 6.8: Richtcharakteristik der CAA Simulationen, die auf Quellterme aus Fluent (*oben*) und CFSDat (*unten*) basieren.

6.2.2 Variable Dichte

Die Auswirkung einer variablen Dichte bei der Berechnung des Lighthill-Quellltermes ist in Abbildung 6.9 zu sehen. Unter Berücksichtigung der Grenzfrequenz f_G des verwendeten CAA Rechengitters von $5000\,\mathrm{Hz}$ kann man sagen, dass beide Spektren sehr gut miteinander übereinstimmen. Der Hauptunterschied liegt hierbei bei dem dominanten Peak bei $1665 - 1668\,\mathrm{Hz}$ mit einem Wechseldruckpegelunterschied von ca. $5.1\,\mathrm{dB}$ ($68\,\mathrm{dB}$ für SK-F-CK und $73.1\,\mathrm{dB}$ für SK-F-CV), was einer relativen Abweichung von ca. $7\,\%$ entspricht.

Analysiert man das Sensorpunkt-Array, sieht man analog zu vorher, dass im Fernfeld die selbe Tendenz wie für das Mikrofon in der Kavität beobachtet werden kann (siehe Abbildung 6.10). Hier ist zu beachten, dass die Hauptabstrahlrichtung von $\varphi = 171°$ für SK-F-CK auf $\varphi = 158°$ für SK-F-CV wechselt, was konsistent mit KK-G-CK und SP-T06-CK ist. Interessanterweise sieht zudem der zeitlichen Verlauf des Wechseldruckes p' für SK-F-CV stabiler als derjenigen für SK-F-CK aus.

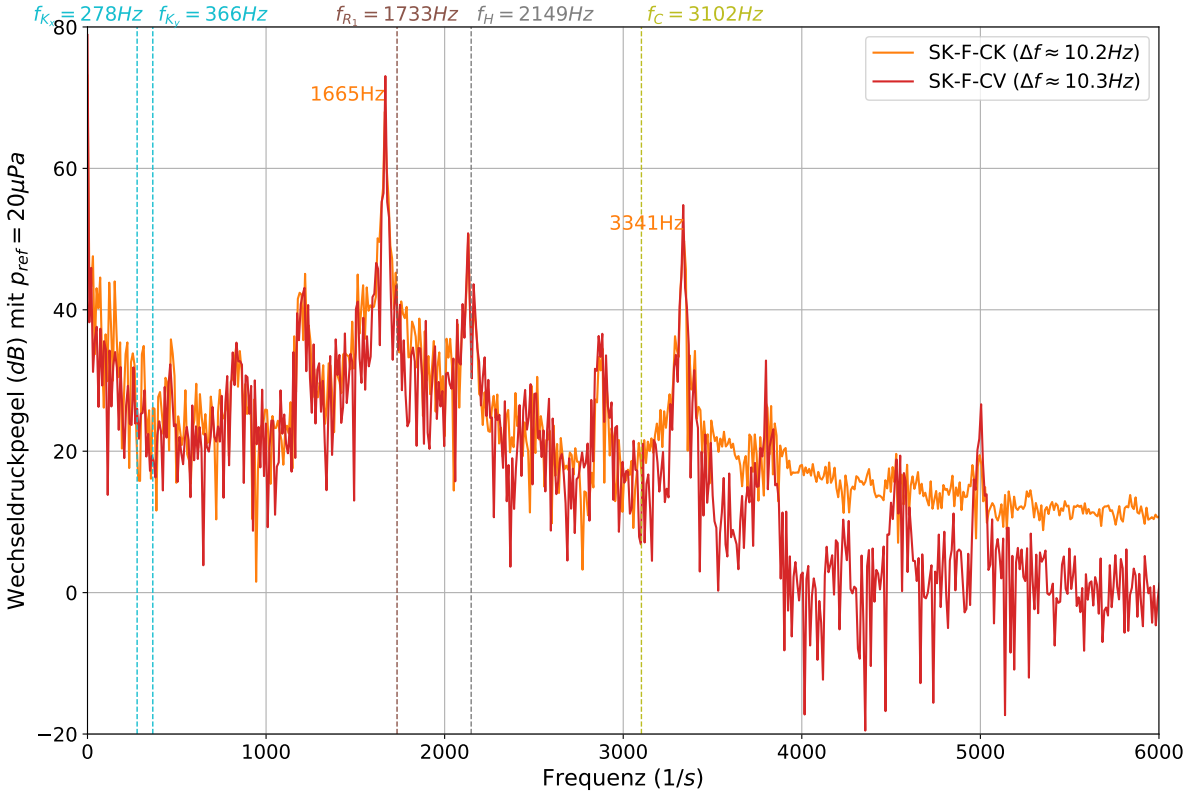


Abbildung 6.9: Wechseldruckpegel im Mikrofonpunkt in der Kavität aus SK-F-CK und SK-F-CV.

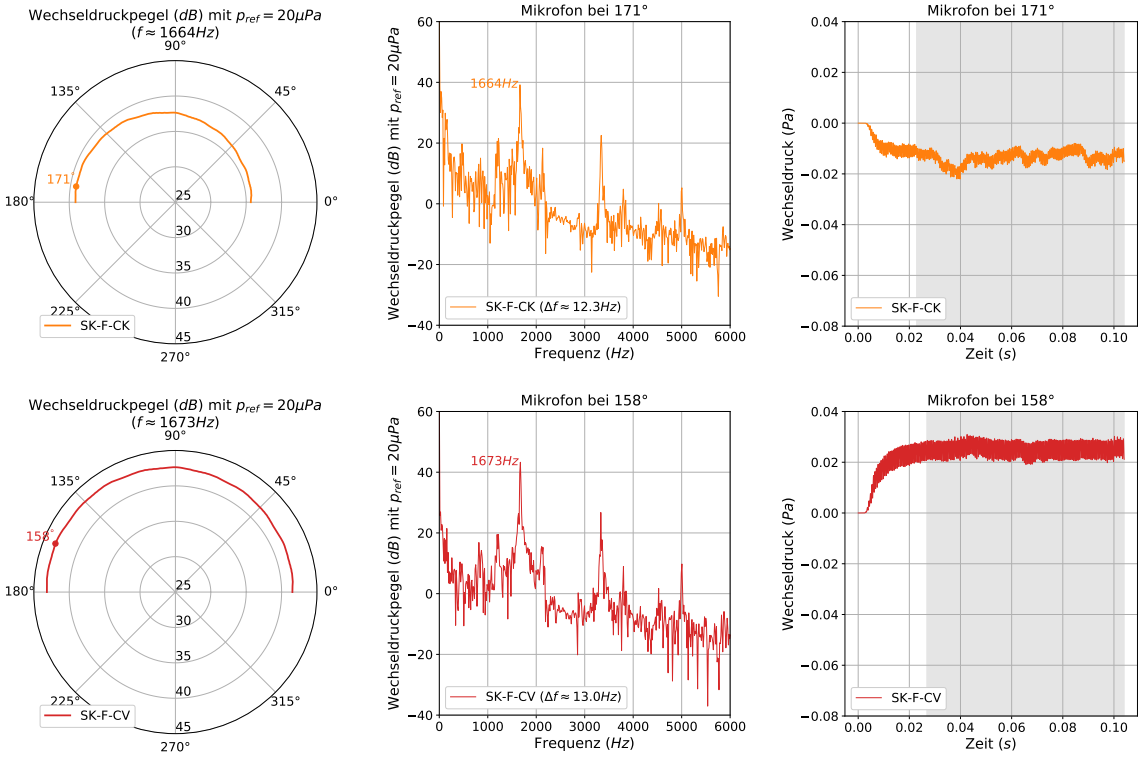


Abbildung 6.10: Vergleich der Richtcharakteristik (*links*), sowie des Zeitverlaufes (*mitte*) und des Wechseldruckspektrum (*rechts*) des jeweils maximal belasteten Mikrofonpunktes aus SK-F-CK und SK-F-CV.

Kapitel 7

Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurde das in Abbildung 1.2 dargestellte generische Kavitätsmodell, welches im Rahmen des dritten CAA Workshops der NASA [2] definiert wurde, mit einer hybriden Methode numerisch untersucht. Dabei wurden Strömungs- und Akustikfelder getrennt voneinander behandelt und mittels eines Zwischenschrittes gekoppelt, indem die akustischen Quellterme aus dem kompressiblen Strömungsfeld berechnet wurden. Das Ziel hierbei war die auftretenden Strukturen anhand dreidimensionaler kompressibler Strömungsfelder tiefer zu studieren, sowie der Einfluss diverser Parameter in diesem Kontext zu quantifizieren.

Im Rahmen der CFD Studie konnte der Ursprung einiger bis dato unbekannter Moden im Druckspektrum dieses Kavitätsproblems definiert werden (siehe Tabelle 4.3). Ferner wurde auch die Rolle der dreidimensionalen Taylor-Görtler-Wirbel aus der Rezirkulation für die Wirbelbildung, sowie für die Wirbel-Kanten-Interaktion und die damit verbundene Schallabstrahlung bewertet. Analog zur Studie von Ashcroft et al. [15] gleiten dabei die Taylor-Görtler-Wirbel an der Unterkante der Kavitätslippe und sorgen auf diese Weise für die Bildung einer Aufwärtsströmung, die in Richtung der Scherschicht konvektiert werden. Möglicherweise kommt es zudem aufgrund dieser Aufwärtsströmung zu einer Verkürzung der effektiven Länge der Kavitätsmündung L_M, die zu einer Wirbelbildung nach der Kavitätsvorderkante gegen der Mitte der Kavitätsmündung führt. Aufgrund ihrer Interaktion mit der Scherschicht nimmt die Aufwärtsströmung unmittelbar an der Formgebung des Primärwirbels und somit am Scherschicht-Wachtums teil. Daher scheint es, dass das Auffassen dieses Phänomens maßgeblich für eine erfolgreiche CFD Simulation des vorliegenden Kavitätsproblems ist. Zudem konnte anhand einer Kohärenzstudie in Spannweitenrichtung festgestellt werden, dass auf der Höhe der oberen Kanten die Lighthill-Quellterme kohärent über die Spannweitenrichtung bleiben. Da der Lighthill Quellterm anhand der $2.$ räumlichen Ableitung des Tensorproduktes $\boldsymbol{uu}$ bestimmt wird, erhebt sich die Frage, wie stark die oben beschriebene Aufwärtsströmungs-Scherschicht-Interaktion eine akustische Abstrahlung beeinflusst? Um dies bestimmen zu können und einen tieferen Einblick in diesen Mechanismus zu gewährleisten, sind weitere Studien in diesem Zusammenhang notwendig. Dabei wäre es auch sinnvoll, den Einfluss der Kavitätsseitenwände, die die dreidimensionalen Effekte direkt beeinflussen, zu untersuchen.

Im akustischen Teil dieser Arbeit wurde der Einfluss der zur Quelltermberechnung verwendeten Software (Fluent und CFSDat) auf die Endergebnisse bewertet, wobei in einem Zwischenschritt die zwei hier verwendeten CFSDat-Berechnungsmethoden mittels eines *python*-Skriptes verifiziert wurden. Es konnte festgestellt werden, dass die Verwendung von *SourceTerm* im Vergleich zum *SourceTensor* die Endergebnisse deutlich beeinträchtigen kann. Aus den Akustiksimulationen stellte sich heraus, dass während die Quellterme aus Fluent einen Wechseldruck p' um den Nullpunkt liefern, führen diejenigen aus CFSDat zu einem mittleren Über- bzw. Unterdruck. Während die Peak-Frequenzen und die

Richtcharakteristiken für beide Berechnungsmethoden miteinander gut übereinstimmen, resultierte diese Tatsache in einer Wechseldruckpegelüberhöhung von ca. $10 - 20\,\mathrm{dB}$ zugunsten der Akustiksimulationen, die auf Quellterme aus CFSDat basieren.

Literaturverzeichnis

[1] Farkas B. und Paal G. *Numerical Study on the Flow over a Simplified Vehicle Door Gap – an Old Benchmark Problem Is Revisited.* Periodica Polytechnica Civil Engineering, 2015.

[2] *Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems – Category 6.* NASA, vol. CP-2000-209790, Cleveland, Ohio, Nov. 1999.

[3] Menter F. R. *Best Practice: Scale-Resolving Simulations in ANSYS CFD.* ANSYS Germany GmbH, 2015.

[4] Zeller P. (Hrsg.). *Handbuch Fahrzeugakustik.* Vieweg+Teubner Verlag, 2012.

[5] Ahuja K. K. und Mendoza J. *Effects of Cavity Dimensions, Boundary Layer, and Temperature on Cavity Noise With Emphasis on Benchmark Data to Validate Computational Aeroacoustic Codes.* NASA, 1995.

[6] Henderson B. *Automobile Noise Involving Feedback – Sound Generation by Low Speed Cavity Flows.*
In: "Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP-2000-209790, Cleveland, Ohio, Nov. 1999.

[7] Moon Y. J., Koh S. R., Cho Y. und Chung J. M. *Aeroacoustic Computations of the Unsteady Flows over a Rectangular Cavity With Lip.*
In: "Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP-2000-209790, Cleveland, Ohio, Nov. 1999.

[8] Ashcroft G. B., Takeda K. und Zhang X. *Computations of self-induced oscillatory flow in an automobile door cavity.*
In: "Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP-2000-209790, Cleveland, Ohio, Nov. 1999.

[9] Henderson B. *Problem 2: Sound Generation by Flow Over a Cavity.*
In: "Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP 2004-212954, Cleveland, Ohio, Oct. 2003.

[10] *Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems – Category 5, Problem 2.* NASA, vol. CP 2004-212954, Cleveland, Ohio, Oct. 2003.

[11] Kurbatskii K. K. und Tam C. K. W. *Direct Numerical Simulation of Automobile Cavity Tones.*
In: "Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP-2000-209790, Cleveland, Ohio, Nov. 1999.

[12] Lin W. H. und Loh R. H. *Numerical Solutions to the Fourth and Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop Benchmark Problems.*
In: "Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP 2004-212954, Cleveland, Ohio, Oct. 2003.

[13] Zhang Z., Barron R. und An C.-F. *Spectral Analysis For Air Flow Over a Cavity*.
In: "Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP 2004-212954, Cleveland, Ohio, Oct. 2003.

[14] Loh C. Y. und Jorgenson P. C. E. *Computation of Tone Noises Generated in Viscous Flows*.
In: "Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems". NASA, vol. CP 2004-212954, Cleveland, Ohio, Oct. 2003.

[15] Ashcroft G. B., Takeda K. und Zhang X. *A numerical investigation of the noise radiated by a turbulent flow over a cavity*. Journal of Sound and Vibration, vol. 265(1), p. 43–60, 2003, 2003.

[16] Koh S. R., Cho Y. und Moon Y.J. *Aeroacoustic Computation of Cavity Flow in Self-Sustained Oscillations*. KSME International Jornal, vol. 17(4), p. 590–598, 2003.

[17] Koh S. R., Cho Y. und Moon Y.J. *Numerical simulation of flow-induced cavity noise in self-sustained oscillations*. Computing and Visualization in Science, vol. 10(3), p. 123–134, 2007.

[18] Nagy P. T. *Aeroacoustic simulations of the cavity tone*. Budapest University of Technology and Economics, Diploma Thesis, 2014.

[19] Kaltenbacher M. *Numerical Simulationn of Mechatronic Sensors and Actuators*. Springer, 2015.

[20] Altenbach H. *Kontinuumsmechanik*. Springer Vieweg, 2012.

[21] Spurk J. H. und Aksel N. *Strömungslehre*. Springer, 2006.

[22] Kuhlmann H. *Strömugnsmechanik*. Pearson Studium, 2007.

[23] Schlichting H. und Gersten K. *Grenzschicht-Theorie*. Springer, 2006.

[24] Wilcox D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, 2006.

[25] CFD-Support Homepage. Turbulence modeling scheme, (cited on: 11.04.2018).
`https://www.cfdsupport.com/OpenFOAM-Training-by-CFD-Support/node287.html`.

[26] André Bakker. Handouts to „applied computational fluid dynamics “, (cited on: 19.06.2017).
`http://www.bakker.org/dartmouth06/engs150/`.

[27] *ANSYS Fluent Theory Guide (Release 15.0)*. ANSYS, Inc., 2013.

[28] Nicoud F. und Ducros F. *Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor*. Kluwer Academic Publishers, 1999.

[29] Howe M. S. *Theory of Vortex Sound*. Cambridge Texts in Applied Mathematics, 2003.

[30] Lighthill M. J. *On sound generated aerodynamically I. General theory*.
In: Proceedings of the Royal Society, Vol. 211, p. 564–587. 1952.

[31] Lighthill M. J. *On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound.*
In: Proceedings of the Royal Society, Vol. 222, p. 1–22. 1954.

[32] Kaltenbacher M. *Skriptum zur Vorlesung: Strömungsakustik*. TU Wien, 2017.

[33] Kaltenbacher M., Kolerus J. und Metzger J. *Skriptum zur Vorlesungsübung: Akustik für Ingenieure*. TU Wien, Dezember 2014.

[34] Chu B. T. und Kovasznay L. S. G. *Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gaz*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 3, p. 494–514, 1958.

[35] Magnus K., Popp K. und Sextro W. *Schwingungen*. Vieweg+Teubner, 2008.

[36] Gloerfelt X. *Cavity noise*. VKI Lectures: Aerodynamic noise from wall-bounded flows. Arts et Métiers ParisTech, Paris, France., 2009.

[37] Roshko A. *Some measurements of flow in a rectangular cutout*. NACA, Tech. Note 3488, 1955.

[38] Karamcheti K. *Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces*. NACA, Tech. Note 3487, 1955.

[39] Karamcheti K. *Sound radiation from surface cutouts in high speed flow.* PhD thesis, California Institute of Technology, 1956.

[40] Rowley C. W., Colonius T. und Basu A. J. *On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 455, p. 315–346, 2002.

[41] Plumblee H. E., Gibson J. S. und Lassiter L. W. *A theoretical and experimental investigation of the acoustic response of cavities in an aerodynamic flow*. DTIC Document, 1962.

[42] Elder S. A., Farabee F. M. und DeMetz F. C. *Mechanisms of flow-excited cavity tones at low Mach number*. The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 72, Issue 2, p. 532–549, 1982.

[43] Rossiter J. E. *Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds*. Aeronautical Research Council Reports and Memoranda, Technical Report 3438., 1964.

[44] Rockwell D. und Naudasher E. *Review – Self-sustaining Oscillations of Flow Past Cavities*. Journal of Fluids Engineering, Vol. 100, p. 152–165, 1978.

[45] Rockwell D. und Naudasher E. *Self-sustained oscillations of impinging free shear layer*. Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 11, p. 67–94, 1979.

[46] Gharib M. und Roshko A. *The effect of flow oscillations on cavity drag*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 177, p. 501–530, 1987.

[47] Block P. J. W. *Noise response of cavities of varying dimensions at subsonic speeds*. NASA TN D-8351, Dec. 1976.

[48] Rockwell D. und Knisely C. *Vortex-edge interaction: Mechanisms for generating low frequency components*. The Physics of Fluids, Vol. 23(2), p. 239–240, 1980.

[49] Laufer J. und Monkewitz P. *On turbulent jet flow in a new perspective*. AIAA Paper 80-0962, 1980.

[50] Charwat A. F., Roos J.N., Dewey F. C., und Hitz J. A. *An investigation of separated flows. Part 1. The pressure field*. Journal of Aerospace Sciences, Vol. 28, p. 457–470, 1961.

[51] Kegerise M. A. *An experimental investigation of flow-induced cavity oscillations, Ph.D. thesis*. Syracuse University, 1999.

[52] Sarohia V. *Experimental oscillations in flows over shallow cavities*. AIAA Journal, Vol 15(7), p. 987–991, 1977.

[53] Gloerfelt X., Bailly, C. und Juvé D. *Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integral methods*. Journal of Sound and Vibration, p. 1–27 soumis., 2002.

[54] Elder S. A. *Forced oscillations of a separated shear layer with application to cavity flow-tone effects*. The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 67, Issue 3, p. 774–781, 1980.

[55] TU Darmstadt Web Page Nichtlineare Spindynamik. *Intermittenz*, (cited on: 27.12.2017). `http://exp1.fkp.physik.tu-darmstadt.de/index.de.html?/arbeitsgebiete/intermittenz.html`.

[56] Wikipedia. *Intermittenz*, (cited on: 27.12.2017). `https://de.wikipedia.org/wiki/Intermittenz`.

[57] Rockwell D., Lin J. C., Oshkai P., Reiss M. und Pollack M. *Shallow cavity flow tone experiments: onset of locked-on states*. Journal of Fluids and Structures, Vol. 17, Issue 3, p. 381–414, 2003.

[58] East L. F. *Aerodynamically induced resonance in rectangular cavities*. Journal of Sound and Vibration, Vol. 3, Issue 3, p. 277–287, 1966.

[59] Sengpiel Audio Web Page. *Rechner-Raummoden*, (cited on: 30.12.2017). `http://www.sengpielaudio.com/Rechner-raum-moden.htm`.

[60] Fahy F. *Foundations of Engineering Acoustics*. Elsevier Academic Press, 2001.

[61] Ghanadi F., Arjomandi M., Cazzolato B. und Zander A. *Understanding of the flow behaviour on a Helmholtz resonator excited by grazing flow*. International Journal of Computational Fluid Dynamics, Vol. 28, No. 5, p. 219–231, 2014.

[62] Lerch R., Sessler G. und Wolf D. *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*. Springer, 2009.

[63] Morse P. M. und Ingard K. U. *Theoretical Acoustics*. Princeton Univercity Press, 1986.

[64] Huerre P. und Monkewitz P. A. *Absolute and convective instabilities in free shear layers*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 159, p. 151–168, 1985.

[65] Gloerfelt X., Bailly, C. und Juvé D. *Numerical investigation of the coexistence of multiple tones in flow-induced cavity noise*. AIAA Paper 2003-3234, 2003.

[66] Tam C. K. W. und Block P. J. W. *On the tones and pressure oscillations induced by flow over rectangulat cavities*. Journal of Fluid Mechanics, 1978.

[67] Illy H. *Contrôle de l'écoulement au dessus d'une cavité en régime transsonique, Ph.D. thesis*. Ecole Centrale de Lyon, 2005.

[68] Gloerfelt X. *Aeroacoustic computations of high-Reynolds number cavity flows on staggered grids*. AIAA Paper 2006-2433, 2006. 12th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference, 8-10 May, Cambridge, Massachusetts.

[69] Faure T. M., Adrianos P., Lusseyran F. und Pastur L. *Visualizations of the flow inside an open cavity at medium range reynolds numbers*. Experiments in Fluids, Vol. 42, p. 169–184, 2007.

[70] Gloerfelt X., Bogey, C. und Bailly C. *Numerical evidence of mode switching in the flow-induced oscillations by a cavity*. International Journal of Aeroacoustics, Vol. 2(2), p. 99–124, 2003.

[71] Albensoeder S., Kuhlmann H. C. und Rath H. J. *Three-dimensional centrifugal-flow instabilities in the lid-driven-cavity problem*. Physics of Fluids, Vol. 13(1), p. 121–135, 2001.

[72] Albensoeder S. und Kuhlmann H. C. *Nonlinear three-dimensional flow in the lid-driven square cavity*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 569, p. 465–480, 2006.

[73] Li Z. und Hamed A. *Effect of sidewall boundary conditions on unsteady high speed cavity flow and acoustics*. Computers and Fluids, vol.37, p. 584–592, 2008.

[74] Ferziger J. H. und Perić M. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, 2008.

[75] Casey M. und Wintergerste T. (Eds.). *Best Practice Guidelines. ERCOFTAC Special Interest Group on „Quality and Trust in Industrial CFD“*. ERCOFTAC, Version 1.0, Jan. 2000. http://www.ercoftac.org/.

[76] CFD-Online Wiki. Courant–friedrichs–lewy condition, (cited on: 20.06.2017). https://www.cfd-online.com/Wiki/Courant%E2%80%93Friedrichs%E2%80%93Lewy_condition.

[77] Sengpiel Audio Web Page. *Rechner-Schallgeschwindigkeit*, (cited on: 22.03.2018). http://www.sengpielaudio.com/Rechner-schallgeschw.htm.

[78] Hüppe A., Kaltenbacher M., Zörner S., Junger C. und Lazarov I. *Best Practice Guide for Aeroacoustics in Rotating Systems with CFS++*. TU Wien, Institut für Mechanik und Mechatronik, February 2016.

[79] *ANSYS Fluent User's Guide (Release 15.0)*. ANSYS, Inc., 2013.

[80] CFD-Support Homepage. Des – detached eddy simulation: Wikipedia, (cited on: 26.01.2018). http://www.cfdsupport.com/OpenFOAM-Training-by-CFD-Support/node295.html.

[81] CFD-Online Wiki. Turbulence intensity, (cited on: 14.01.2017). https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_intensity.

[82] CFD-Online Tools. Turbulence properties, conversions & boundary estimations, (cited on: 14.01.2017). https://www.cfd-online.com/Tools/turbulence.php.

[83] *ANSYS Fluent Customization Manual (Release 16.1)*. ANSYS, Inc., 2015.

[84] Bendat J. S. und Piersol A. G. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. A Wiley-Interscience Publications, 1980.

[85] Wikipedia. *Kohärenz (Signalanalyse)*, (cited on: 26.02.2018). https://de.wikipedia.org/wiki/Koh%C3%A4renz_(Signalanalyse).

[86] matplotlib Web Page. *matplotlib.axes.Axes.cohere*, (cited on: 26.02.2018). https://matplotlib.org/api/_as_gen/matplotlib.axes.Axes.cohere.html.

Abbildungsverzeichnis

1.1 Schematische Darstellung der dominanten Geräusche im Fahrzeuginnenraum nach [4]. . 1
1.2 Kavitätsgeometrie in (mm). Der Mikrofonpunkt liegt in der Mitte der linken Wand. 2
1.3 Zusammenfassung von Peak-Frequenzen und den entspechenden Druckpegeln von Simulationen aus dem $3.$ und $4.$ CAA Workshops der Nasa [13]. 4
1.4 Inkompressiblen (*links*) und kompressiblen Druckfeld (*rechts*) [1]. 5
1.5 Isoflächen des Q-Kriteriums ($Q = 0.032\,\mathrm{s}^{-2}$) für den Fall von $U = 50\,\mathrm{m/s}$, DES-Turbulenzmodell und periodische Randbedingungen in der Spannweitenrichtung. Graustufen repräsentieren den Winkel zwischen der Strömungsrichtung und der Symmetrieebene [1]. 5
1.6 Schematische Darstellung des geplanten Arbeitsablaufes. 6

2.1 Fluidvolumen $\mathcal{V}$ mit abgrenzender Oberfläche $\mathcal{A}$ und den entsprechenden Teilelementen dV bzw. dA. 7
2.2 Volumen- $\rho\boldsymbol{k}$ und Oberflächenkraftdichte $\boldsymbol{t}$ eines Volumen- dV bzw. Flächenelementes dA. 9
2.3 Wärmestrom $\boldsymbol{q}$ durch einen Flächenelement dA. 11
2.4 Turbulenzmodelle mit hohem (*rot*) und niedrigerem (*grün*) Bedarf an Rechnerresourcen nach [25, 26]. 14
2.5 Schematische Darstellung einer laminaren Grenzschichtbildung an einer von links mit U angeströmten ebenen Platte. Hier stellt $u(x, y)$ das ortsabhängige Geschwindigkeitsprofil in x-Richtung. 17
2.6 Schematische Darstellung einer turbulenten Grenzschichtbildung an einer ebenen Platte. 19
2.7 Dimensionslose Geschwindigkeit $u^+ = f(y^+)$ nach Tabelle 2.2. 21
2.8 Vergleich von Schlierenfotografien von Karamcheti [39] (*a*, *c* und *e*) mit Konturen von Dichtegradienten aus DNS von Rowley et al. [40] (*b*, *d* und *f*) für Mach Zahl $M = 0.6, 0.7$ und 0.8. In den Schlierenfotos ist die Messerkante horizontal in (*c*) und vertikal in (*a*) und (*e*); in den DNS-Abbildungen ist $\partial\rho/\partial y$ in (*d*) und $\partial\rho/\partial x$ in (*b*) und (*f*) dargestellt. (verarbeitet übernommen von [40]) 26
2.9 Klassifizierung von Kavitätstöne nach [44]. 27
2.10 *a)* Schallentstehung an einer Kavität nach [5]. *b)* Klassifizierung der Wirbel-Kanten-Interaktionen nach [48] in Abhängigkeit davon, ob der Wirbel in die Kavität hineinragt oder dieser entkommt. 27
2.11 Vereinfachtes Modell einer überströmten Kavität (verarbeitet übernommen von [36]). . . . 28
2.12 Variation der dominanten Rossiter Moden St als Funktion der Mach-Zahl M nach Experimente von Kegerise [51] für $L/D = 2$. (verarbeitet übernommen von [36]) 29
2.13 Definition des Gütefaktors $\widetilde{Q}$ in Abhängigkeit des Druckspektrums $p^2(f)$ nach [57]. 30
2.14 Raumeigenmoden mit eingezeichneten Ausbreitungspfaden nach [59]. 31
2.15 Einmassenschwinger-Modell eines Helmholzresonators. 32

2.16 Vier momentane Wirbelkonturen (*a-d*) einer *Wake*-Mode über eine Periode. Die Zeitintervalle zwischen den einzelnen Konturen entsprechen etwa ein viertel der Schwingungsphase [40]. 33
2.17 Einfluss von L/W auf die Kavitätsströmung von Block [47] (*links*) und Ahuja und Mendoza [5] (*rechts*) [36]. 34
2.18 Druckfelder im Bereich von -500 bis $500\,\mathrm{Pa}$ in der Mittelebene ($x_3 = 0$) für Kavität N1 (*a*) und Kavität W1 (*b*) bei $M = 0.6$ von Gloerfelt et al. [65]. (verarbeitet übernommen von [36]) 34
2.19 Einfluss der Grenzschichtdicke auf die Schwingungsmode bei niedrigen Reynolds Zahlen. Quer-, Seiten- und Draufsicht der normierten Wirbelstärke für die Fälle N1 (*oben*) und N2 (*unten*) bei $M = 0.6$ von Gloerfelt et al. [65]. (verarbeitet übernommen von [36]) 35
2.20 Druckfelder im Bereich von -500 bis $500\,\mathrm{Pa}$ in der Mittelebene ($x_3 = 0$) für Kavität N1 (*a*) und Kavität N2 (*b*) von Gloerfelt et al. [65]. (verarbeitet übernommen von [36]) 35
2.21 Einfluss der Grenzschichtdicke auf die Schwingungsmode bei hoher Reynolds Zahl. Schlierenbilder mit waagerechter Messerkante für eine tiefe Kavität ($L/D = 0.42$) bei $M = 0.78$ mit (*links*) oder ohne Absaugung (*rechts*) der Grenzschicht vor dem Kavität von Illy [67]. (verarbeitet übernommen von [36]) 36
2.22 Einfluss der turbulenten Grenzschicht bei hoher Reynolds Zahl, LES einer langen Kavität mit $L/D = 2$ bei $M = 0.4$ von Gloerfelt [68]. Momentaufnahmen der über die Breite gemittelten Wirbelstärke: *a)* $\delta = 3.5\,\mathrm{mm}$ ohne Eingangsturbulenz; *b)* $\delta = 6.1\,\mathrm{mm}$ ohne Eingangsturbulenz; *c)* $\delta = 3.5\,\mathrm{mm}$ mit Eingangsturbulenz; *d)* $\delta = 6.1\,\mathrm{mm}$ mit Eingangsturbulenz. (verarbeitet übernommen von [36]) 36
2.23 Erhöhte Unregelmäßigkeit der Rezirkulationszone in Abhängigkeit der Reynolds Zahl von den Kanalexperimenten in Wasser von Faure et al. [69] für eine lange Kavität mit $L/D = 2$. (verarbeitet übernommen von [36]) 37
2.24 Wachstum der dimensionslosen Impulsverlutdicke $\delta_2/\delta_{2,ref}$ zwischen der Vorder- ($x_1/L = 0$) und der Hinterkante ($x_1/L = 1$) einer langen Kavität mit $L/D = 3$ bei $M = 0.8$ und $Re_L = 1.23 \cdot 10^5$ aus der LES-Studie von Gloerfelt et al. [70]. (verarbeitet übernommen von [36]) 38
2.25 Momentane Wirbelstärke für vier Zeitsequenzen (*a–d*) nach der kompressiblen 2D URANS Studie von Ashcroft et al. [15]. (verarbeitet übernommen von [15]) 38
2.26 Stationäre Taylor-Görtler-Wirbel experimenteller *(a)* von Albensoeder et al. [71] bzw. numerischer Studien *(b)* von Albensoeder und Kuhlmann [72] bei $Re = 850$. Hier bewegt sich die Strömung jeweils in die nagative x-Richtung. In *(b)* ist der Einfluss der Seitenwände anhand der Wirbelstärke-Isoflächen ($|\Omega_x| = 210$) zu sehen [36]. 39
2.27 Momentane Isoflächen des Q-Kriteriums ($Q = 1.4 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-2}$) aus der Studie von Li und Hamed [73] für periodische (*links*) und reibungsfreie (*eng. inviscid*) Kavitätsseitenwände (*rechts*) [36]. 39

3.1 CFD-Simulationsgebiet samt Randbedingungen in (mm). Die Definitionen korrespondieren zu den Fluent Beschreibungen. 41
3.2 Generisches Gitter (nur Prismenschichten abgebildet). 42
3.3 CFL-Zahl im Teilströmungsfeld für das feine Gitter (SBES, $U = 50\,\mathrm{m/s}$, $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$). . 43
3.4 Feines Rechengitter bestehend aus ca. 11.3 Milionen Elemente. 44
3.5 Feines (*oben* mit ca. 11.3 Milionen Elemente), mittleres (*mitte* mit ca. 5.7 Milionen Elemente) und grobes Rechengitter (*unten* mit ca. 2.9 Milionen Elemente). 45
3.6 2D CAA-Simulationsgebiet samt Randbedingungen in (mm). Strichliert dargestellte Linien stellen hier nur die Gebietsgrenzen dar und haben keine physikalische oder numerische Bedeutung. 46

3.7 Nichtkonformes 2D CAA-Rechengitter mit eingefärbten Quell- (*gelb*), Ausbreitungs- (*blau*) und PML-Gebiet (*violett*). Es ist hier zu beachten, dass das PML-Gebiet aus 4 Zellen in Dickenrichtung besteht und dass zwischen Quell- und Ausbreitungsgebiete Linienelemente positioniert sind, die zur späteren Behandlung der nichtkonformen Oberflächengitter benötigt werden. 48

4.1 Ablauf der strömungsmechanischen Simulationen. 49
4.2 Simulationsgebiet für die stationäre Plattensimulation ($k\omega$SST-Modell; 3200 Iterationen) mit Randbedingungen in (mm). Die farbige Markierungen korrespondieren zu diejenigen der Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 4.3, wobei die Indexe (50 und 26.8) die Anströmungsgeschwindigkeit U in $(\mathrm{m/s})$ angeben. 52
4.3 u-Geschwindigkeitsprofile für das $k\omega$SST- (*links*) und das SBES-Modell (*rechts*). Die vertikalen Marker heben diejenige Stellen hervor, an denen $u = 99\,\% \cdot U$ gilt. 52
4.4 Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Druckfelder für KK-G (*links*), KK-M (*mitte*) und KK-F (*rechts*) bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$. 55
4.5 Momentane Isoflächen des Q-Kriteriums ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$) für KK-G bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ (*links*), KK-G bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ (*mitte*) und KK-M bei $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ (*rechts*). 56
4.6 Ergebnisse aus der Konvergenzstudie für das $k\omega$SST-Modell bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$ (*durchgezogene Linien*) und $p_{op} \approx 1\,\mathrm{bar}$ (*gepunktete Linien*), sowie diejenigen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*): Druckpegel (*oben*), gesamten Zeitverlauf (*mitte links*), Zeitverlauf über eine Periodendauer (*mitte rechts*), über den dominanten Peak eingezoomter Druckpegel (*unten links*) und Amplitudentrends (*unten rechts*). 57
4.7 Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Druckfelder für SK-G (*links*), SK-M (*mitte*) und SK-F (*rechts*). 58
4.8 Ergebnisse aus der Konvergenzstudie für das SBES-Modell und diejenigen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*): Druckpegel (*oben*), gesamten Zeitverlauf (*mitte links*), Zeitverlauf über eine Periodendauer (*mitte rechts*), über den dominanten Peak eingezoomten Druckpegel (*unten links*) und Amplitudentrends (*unten rechts*). 59
4.9 Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Felder der vertikale Geschwindigkeitskomponente v für SK-G (*links*), SK-M (*mitte*) und SK-F (*rechts*). 60
4.10 Druckpegel PL (*links*) und Peak-Frequenz f (*rechts*) in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke δ für die $k\omega$SST- und SBES-Turbulenzmodelle. 62
4.11 Druckpegel PL aus der Grenzschichtdickenvariation der Parameter für das $k\omega$SST- (*oben*) und das SBES-Modell (*unten*) im Vergleich zu den Messergebnissen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*). 63
4.12 Druckpegel PL aus der Zeitschrittweitenvariation der Parameterstudie für das $k\omega$SST- (*oben*) und das SBES-Modell (*mitte*) im Vergleich zu den Messergebnissen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*). 65
4.13 Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen p- (*links*), v- (*mitte*) und w-Felder (*rechts*) für SP-U26. 66

4.14 Ergebnisse aus der Geschwindigkeitsvariation der Parameterstudie für das SBES-Modell und diejenigen von Henderson [6]. Alle Simulationsdaten stammen aus dem im ANSYS Fluent 18.0 als absolut bezeichneten Druck (*eng. absolute pressure*): Druckpegel (*oben*), gesamten Zeitverlauf (*unten links*) und Zeitverlauf über einen SP-U26-Periodendauer (*unten rechts*). Farblich markierten Zeitbereiche wurden für die Erstellung der entsprechenden Spektren verwendet. 67
4.15 Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Felder der z-Komponente der Wirbelstärke Ω_z aus SP-U26 über eine Periodendauer. Zeitschritte ($\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$) von links nach rechts und von oben nach unten: $1/126$, $22/126$, $43/126$, $64/126$, $85/126$ und $106/126$. Skalierung der Ω_z-Werte zwischen $-3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*blau*) und $3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*rot*). 68

5.1 Konservative Interpolation (Gewichtung nicht maßstäblich). 71
5.2 Verifizierung von CFSDat anhand generischer Lighthill Quellterme, berechnet analytisch in *python* (*links*) nach (5.1), sowie numerisch in CFSDat anhand *SourceTerm* (*mitte*) und *SourceTensor* (*rechts*). Hier wurde für alle drei Fälle eine konstante Luftdichte ρ_c verwendet. 72
5.3 Generische Lighthill Quellterme entlang der Würfeldiagonale (von $\boldsymbol{x}_{min}$ bis $\boldsymbol{x}_{max}$) für die in Abbildung 5.2 dargestellten Fälle. 73
5.4 Momentane Quelltermfelder (Lighthill) aus KK-G. Die dargestellte Daten befinden sich in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) des entsprechenden CFD-Gitters. 73
5.5 Momentane Lighthill Quellterme aus KK-G (letzter Zeitschritt 12700). Parallele Schnittebenen in der Spannweitenrichtung bei $z = -6\,\mathrm{mm}$ (*links*), $z = 0\,\mathrm{mm}$ (*mitte*) und $z = 6\,\mathrm{mm}$ (*rechts*). 75
5.6 Lighthill Quellterme aus der KK-G-Simulation in der Testregion mit Eckknoten bei ($0\,\mathrm{mm}$, $-1.5\,\mathrm{mm}$, $-7.95\,\mathrm{mm}$) und ($10.35\,\mathrm{mm}$, $1.55\,\mathrm{mm}$, $7.95\,\mathrm{mm}$) für die Kohärenzstudie. Hier stellen die Werte in den Klammern die x-, y- und z-Koordinate des minimalen und maximalen Eckknoten des Parallelepipeds dar, das die Testregion beschreibt. 76
5.7 Schnitt in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) der momentanen Felder der Geschwindigkeitskomponente w (*oben*) und der z-Komponente der Wirbelstärke Ω_z (*unten*) für SK-F über eine Periodendauer. Zeitschritte von links nach rechts: $1/30, 10/30$ und $20/30$. Skalierung der Ω_z-Werte zwischen $-3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*blau*) und $3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*rot*). Skalierung der w-Werte zwischen $-1\,\mathrm{m/s}$ (*blau*) und $1\,\mathrm{m/s}$ (*rot*). Die angegebene Bewegungsrichtung wurde händisch hinzugefügt und soll nur als eine schematische Darstellung betrachtet werden. 78
5.8 Schematische Darstellung der Quelltermübertragung von 3D auf 2D CAA Rechengitter. . 79

6.1 Numerische Quellen, die mit CFSDat aus der KK-G-Simulation berechnet wurden. Hier ist lediglich das Quellgebiet dargestellt (siehe Abbildung3.6). 83
6.2 Räumliche *blending*-Funktion $f(x, y)$. Hier ist lediglich das Quellgebiet (siehe Abbildung 3.6) dargestellt. 83
6.3 Validierung der nichtkonforme Gitter und des PML-Gebietes – Testsimulation. 84
6.4 Maßstäbliche Skizze der Position des Sensorpunkt-Arrays im Simulationsgebiet. Ursprung des Halbkreises befindet sich an der Kavitätshinterkante, wo in der Regel die Hauptquellen konzentriert sind. 85
6.5 Momentane Felder des Wechseldruckes p' für SK-F-FK (*links*) und SK-F-CK (*rechts*). Zu beachten ist die verschiedene Skalierung. 86
6.6 Zeitverläufe des Wechseldruckes p' aus den Akustiksimulationen, die auf Quellterme aus Fluent (*links*) und CFSDat (*rechts*) basieren. Zu beachten sind die verschiedenen Skalierungen beider Abbildungen. 87

6.7 Wechseldruckpegel aus den Akustiksimulationen, die auf Quellterme aus Fluent (*oben*) und CFSDat (*unten*) basieren. 87
6.8 Richtcharakteristik der CAA Simulationen, die auf Quellterme aus Fluent (*oben*) und CFSDat (*unten*) basieren. 88
6.9 Wechseldruckpegel im Mikrofonpunkt in der Kavität aus SK-F-CK und SK-F-CV. 89
6.10 Vergleich der Richtcharakteristik (*links*), sowie des Zeitverlaufes (*mitte*) und des Wechseldruckspektrum (*rechts*) des jeweils maximal belasteten Mikrofonpunktes aus SK-F-CK und SK-F-CV. 89

Tabellenverzeichnis

2.1 Bedeutung der Terme in der modellierten k-Gleichung (2.37) [24]. 16
2.2 Universelle Wandgesetze nach [22]. 20
2.3 Charakteristische Grenzschichtdicken für ebene Platte nach [21]. 21
2.4 Empirisch ermittelte α- und κ_v-Werte als Funktion des L/D-Verhältnisses nach Rossiter [43] und die von Henderson [6] verwendeten Werte bei $U = 50\,\mathrm{m/s}$ und $U = 26.8\,\mathrm{m/s}$. 29

3.1 Prismenschicht-Parameter für die drei generische Gitter. Alle Längenwerte in (mm). Δy_1 bezeichnet die Höhe der ersten Zelle. 43
3.2 Überblick über die uniform und mit Verfeinerung erstellten 3D CAA Rechengitter. Die angegebene Grenzfrequenz f_G wurde anhand der größten Zellkantenlänge Δx_{max} für eine 10-fache räumliche Abtastung pro Wellenlänge λ berechnet. Gitter ohne einen angegebenen Skalierungsfaktor sind als Ausgangsgitter des entsprechenden Gittersatzes zu betrachten. Alle Gitter wurden in der Spannweitenrichtung z äquidistant diskretisiert. 47
3.3 Die groben (*oben*), mittleren (*mitte*) und feinen 3D CAA-Rechengitter (*unten*) beider Gittergenerierungsmethoden (uniform und verfeinert) für die Konvergenzstudie. Hier ist lediglich die Region um die Kavität dargestellt, wo auch die Hauptquellen erwartet werden. 47

4.1 CFD-Simulationseinstellungen und verwendete Randbedingungen (siehe [79]). Die hier angegebenen y^+- und CFL-Werte sind Maximalwerte aus den beiden Konvergenzstudien für $t = 0.15\,\mathrm{s}$. 50
4.2 Simulationsüberblick in der Reihenfolge, in der die Simulationen durchzuführen sind. Die mit $\square^*$ bezeichneten Schritte bauen auf die ersten 7500 der dazugehörigen Konvergenzstudie auf. Für das Exportieren von Daten (ins *Ensight Gold*-Format) wurde eine Zeitschritt von jeweils $2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$ verwendet. 54
4.3 Vergleich der Peaks aus den Simulationen, die für die ausstehenden akustischen Simulationen ausgewählt wurden, und den experimentellen Ergebnissen von Henderson [6] für $U = 50\,\mathrm{m/s}$ und dicke (*eng. thick*) Grenzschicht. Die mit $\square^*$ bezeichneten Entstehungsmechanismen stellen eine Vermutung dar. 69
4.4 Vergleich der z-Komponente der Wirbelstärke Ω_z zwischen KK-G (*oben*), SK-F (*mitte*) und SP-T06 (*unten*) über eine Periodendauer für die Zeitschritte: $10/30$, $20/30$ und $30/30$. Skalierung der Ω_z-Werte zwischen $-3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*blau*) und $3 \cdot 10^4\,1/\mathrm{s}$ (*rot*). 70

5.1 Schnittebenen der Lighthill Quellterme in der Mittelebene ($z = 0\,\mathrm{mm}$) aus KK-G (letzter Zeitschritt 12700) interpoliert auf dem uniformen und dem verfeinerten Gitter. 74
5.2 Kohärenz der Lighthill Quellterme aus KK-G, SK-F und SP-T06 in der Spannweitenrichtung z jeweils für die $1.$, $5.$, $6.$, $7.$ und $11.$ Testebene (siehe dazu Abbildung 5.6). Hier wird nochmals darauf hingewiesen, dass die einzelnen Plots die Kohärenz bei einer Frequenz von $1660\,\mathrm{Hz}$ darstellen. 77

6.1 Simulationseinstellungen und verwendete Randbedingungen. Die angegebenen Standardwerte beziehen sich auf die CFS++ Version 18.02 (Stand $23.03.2018$). 81
6.2 Überblick der geplanten CAA Simulationen. Während die mit $\square^{*}$ bezeichnete Quellterme nach Gleichung (5.1) berechnet wurden, wurden diejenigen mit $\square^{**}$ mittels (5.1) ermittelt. 85

A.1 Momentanes p-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 110
A.2 Momentanes p-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 111
A.3 Momentanes u-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 112
A.4 Momentanes u-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 113
A.5 Momentanes v-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 114
A.6 Momentanes v-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 115
A.7 Momentanes w-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 116
A.8 Momentanes w-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 117
A.9 Momentane Q-Isoflächen ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$). Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 118
A.10 Momentane Q-Isoflächen ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$). Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 119
A.11 Momentanes p-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 120
A.12 Momentanes u-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 121
A.13 Momentanes v-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 122

A.14 Momentanes w-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 123
A.15 Momentane Q-Isoflächen ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$). Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*). 124

B.1 Äquidistante Schnittebenen der Lighthill Quellterme in der Spanweitenrichtung z aus KK-G (letzter Zeitschritt 12700) interpoliert auf die uniformen (*oben*) und die verfeinerten Gitter (*unten*). Dabei stellen die Zeilen jeweils das grobe (*oben*), mittlere (*mittel*) und feine Gitter (*oben*) dar. 126
B.2 Kohärenz der Lighthill Quellterme in Spanweitenrichtung z für die Testebenen von 1 (*unten*) bis 11 (*oben*) aus KK-G, SK-F und SP-T06. 127

Anhang A

CFD Konvergenzstudie

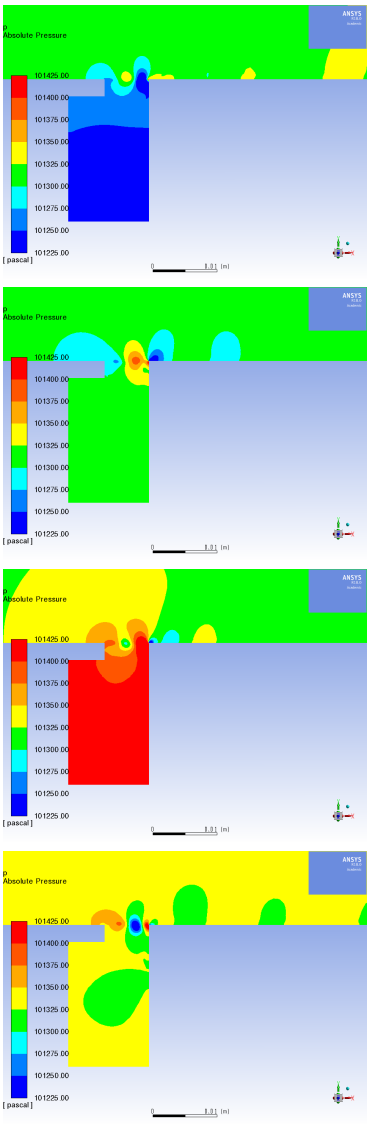
grob	mittel	fein
		

Tabelle A.1: Momentanes p-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

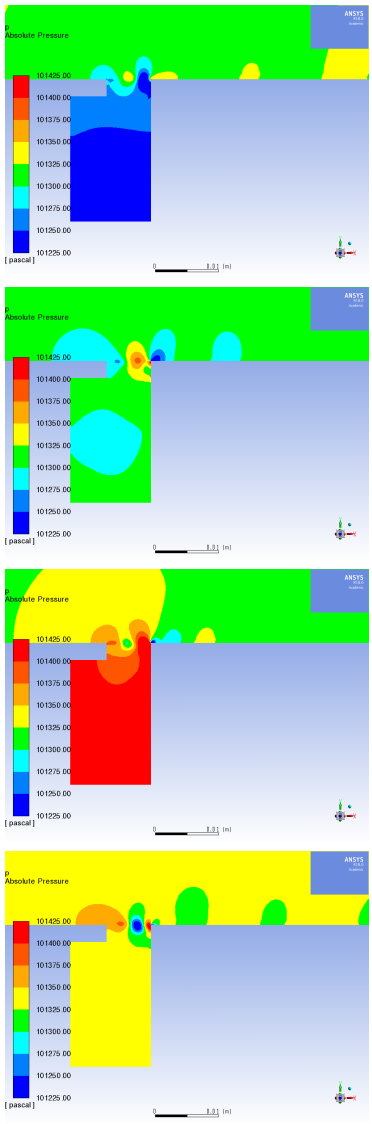
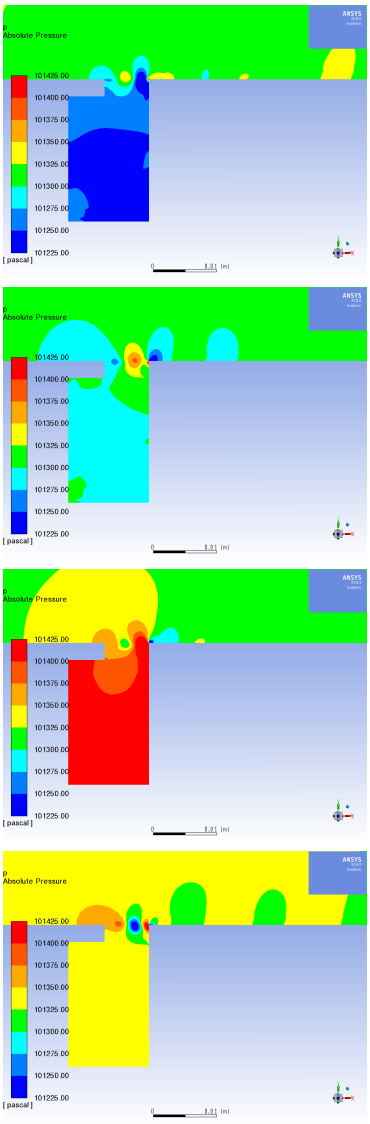
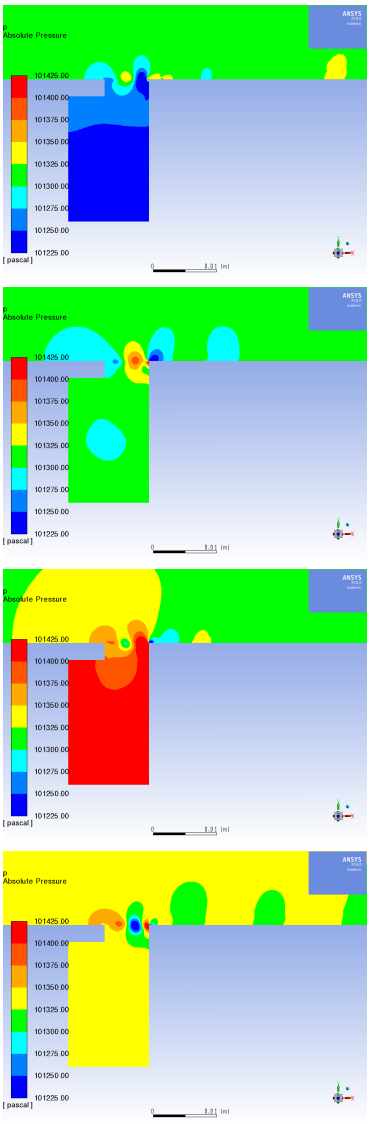
grob	mittel	fein
		

Tabelle A.2: Momentanes p-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

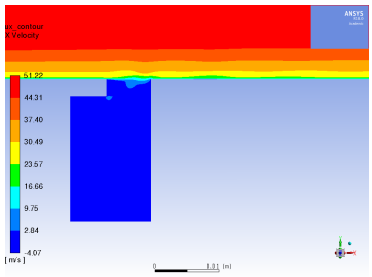
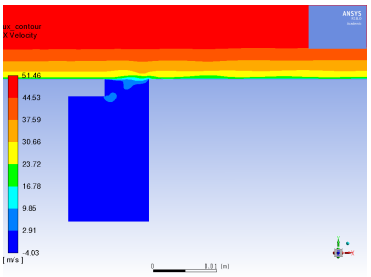
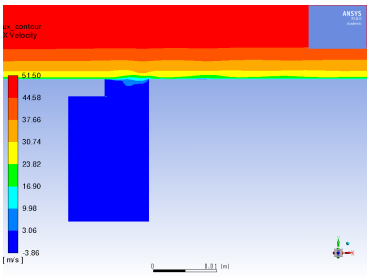
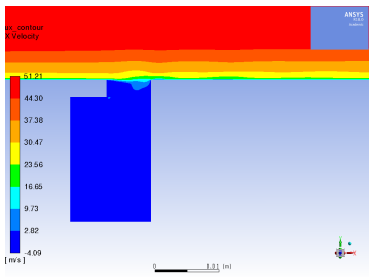
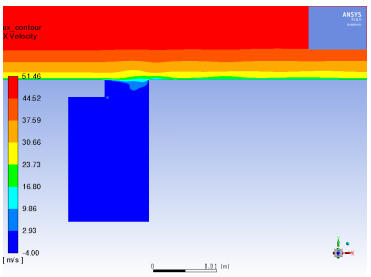
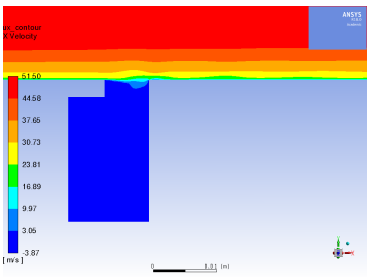
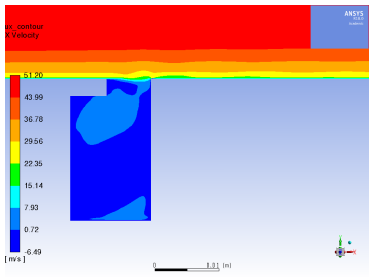
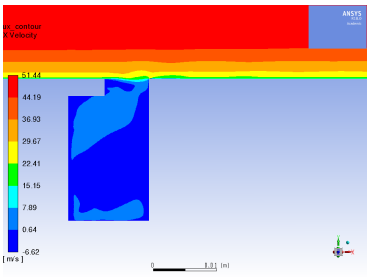
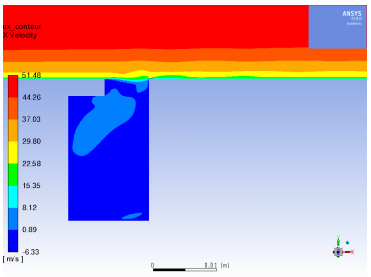
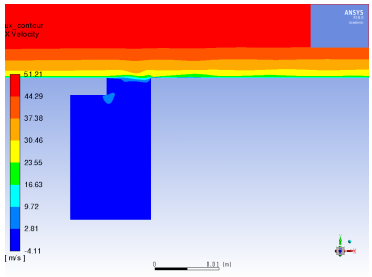
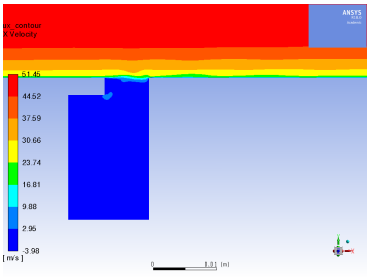
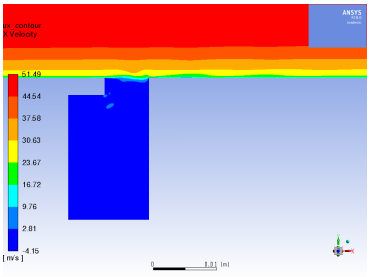
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.3: Momentanes u-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

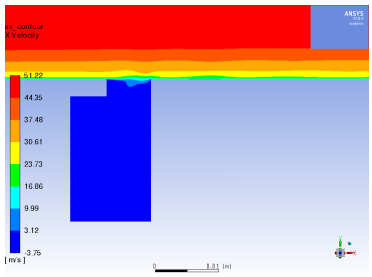
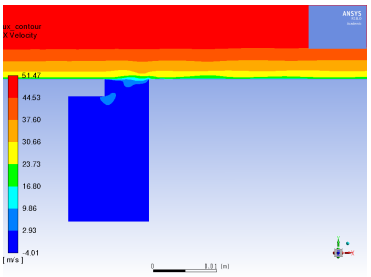
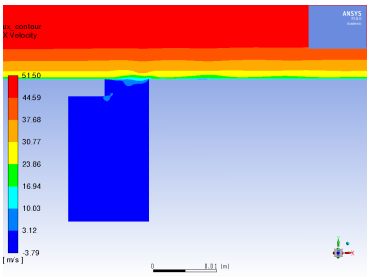
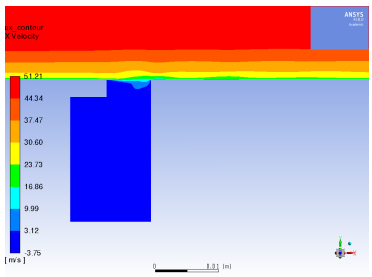
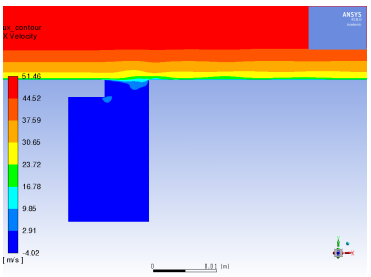
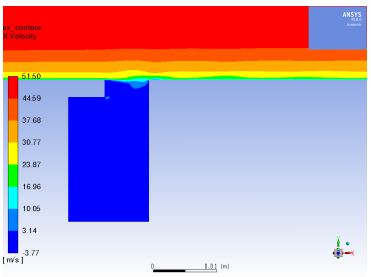
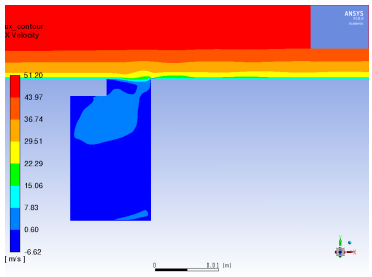
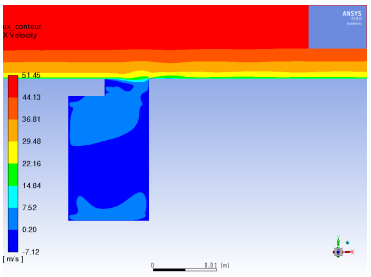
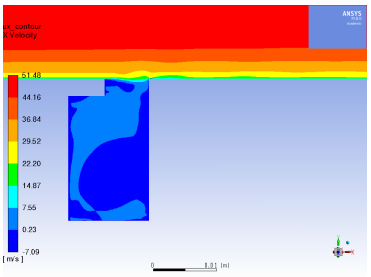
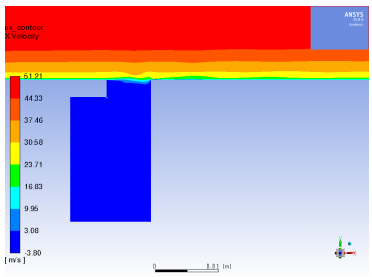
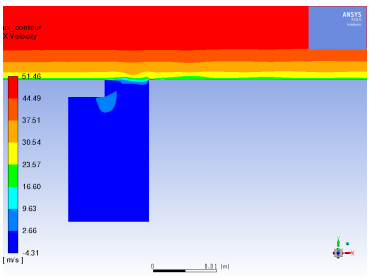
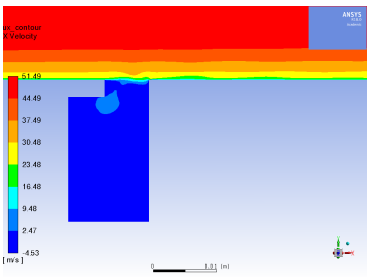
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.4: Momentanes u-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

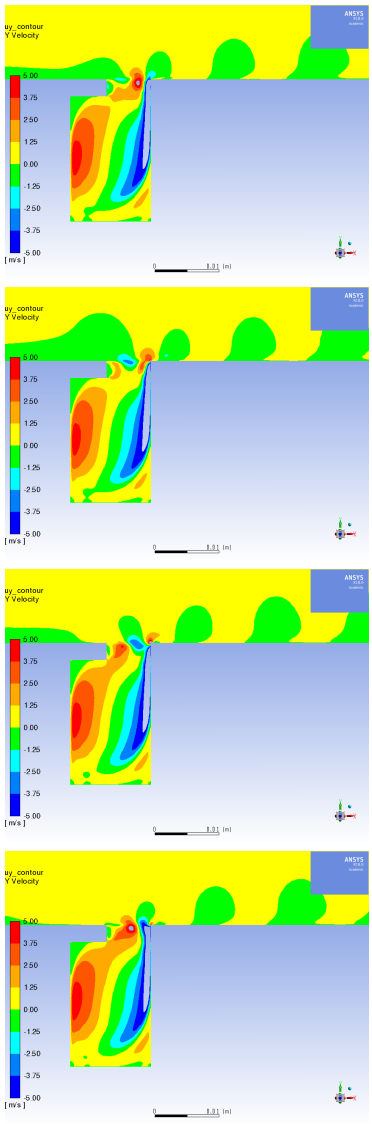
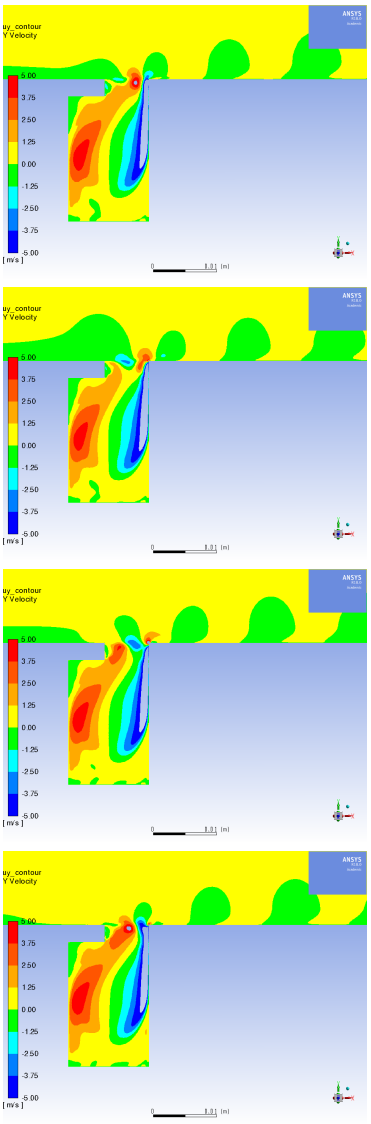
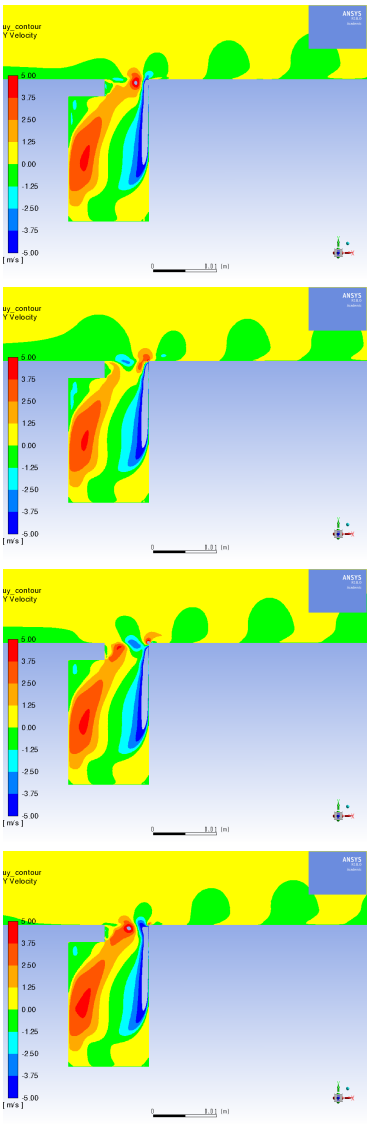
grob	mittel	fein
		

Tabelle A.5: Momentanes v-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

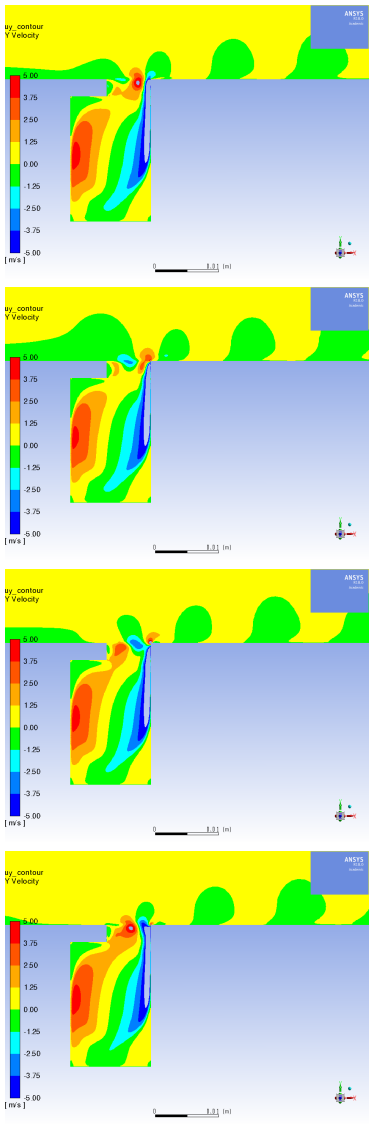
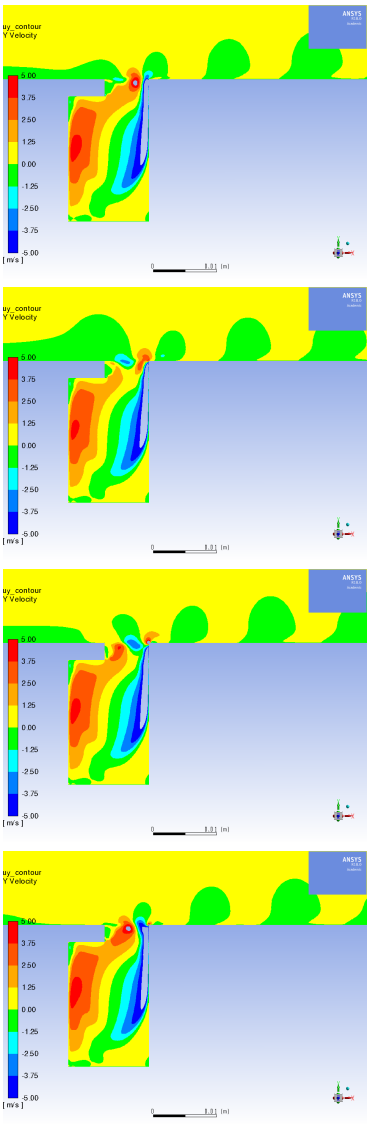
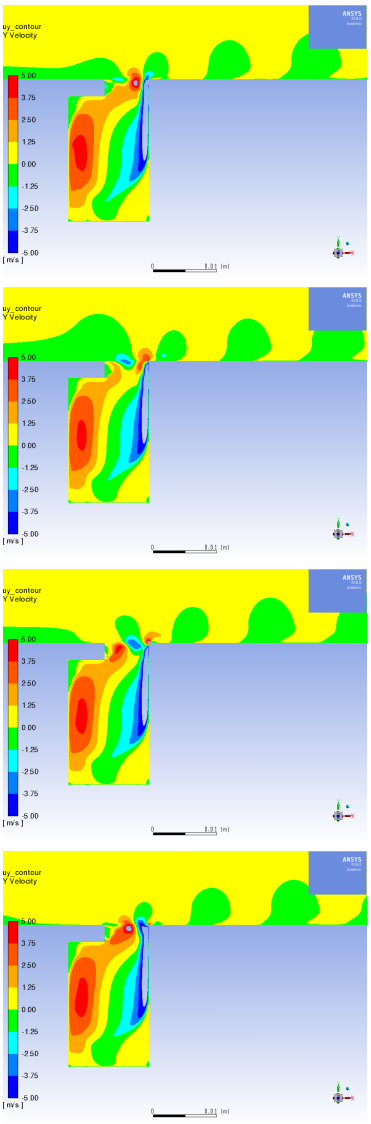
grob	mittel	fein
		

Tabelle A.6: Momentanes v-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

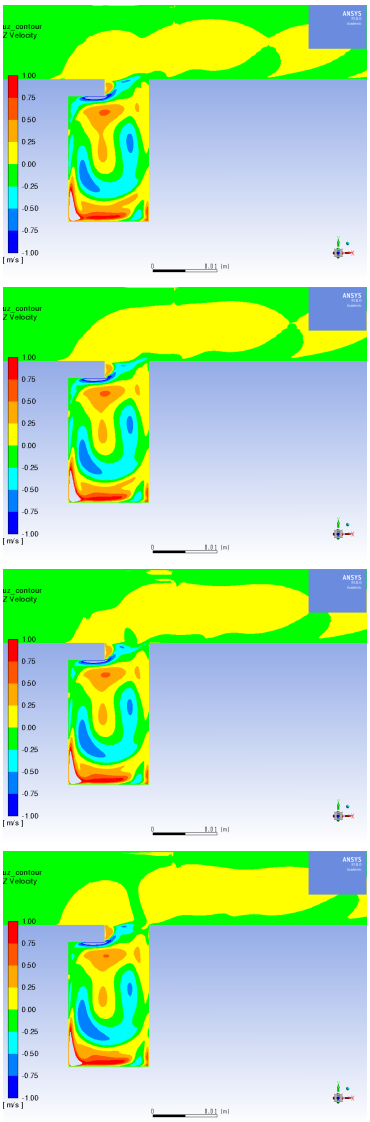
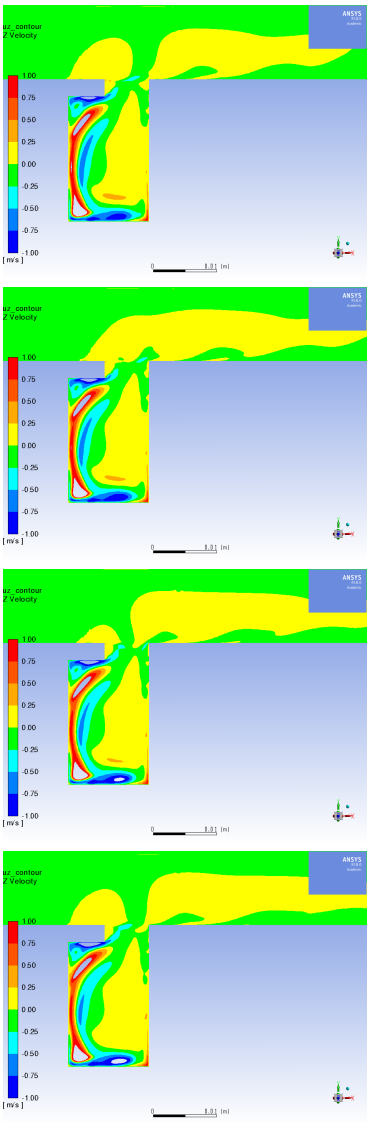
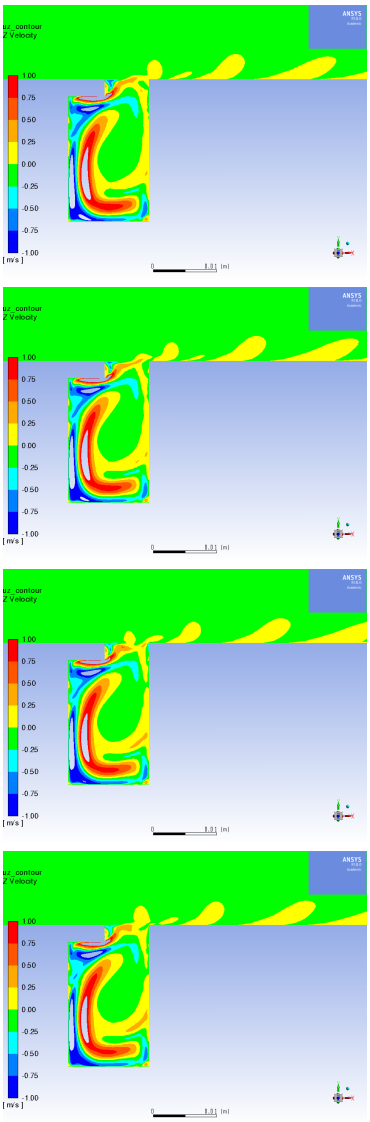
grob	mittel	fein
		

Tabelle A.7: Momentanes w-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

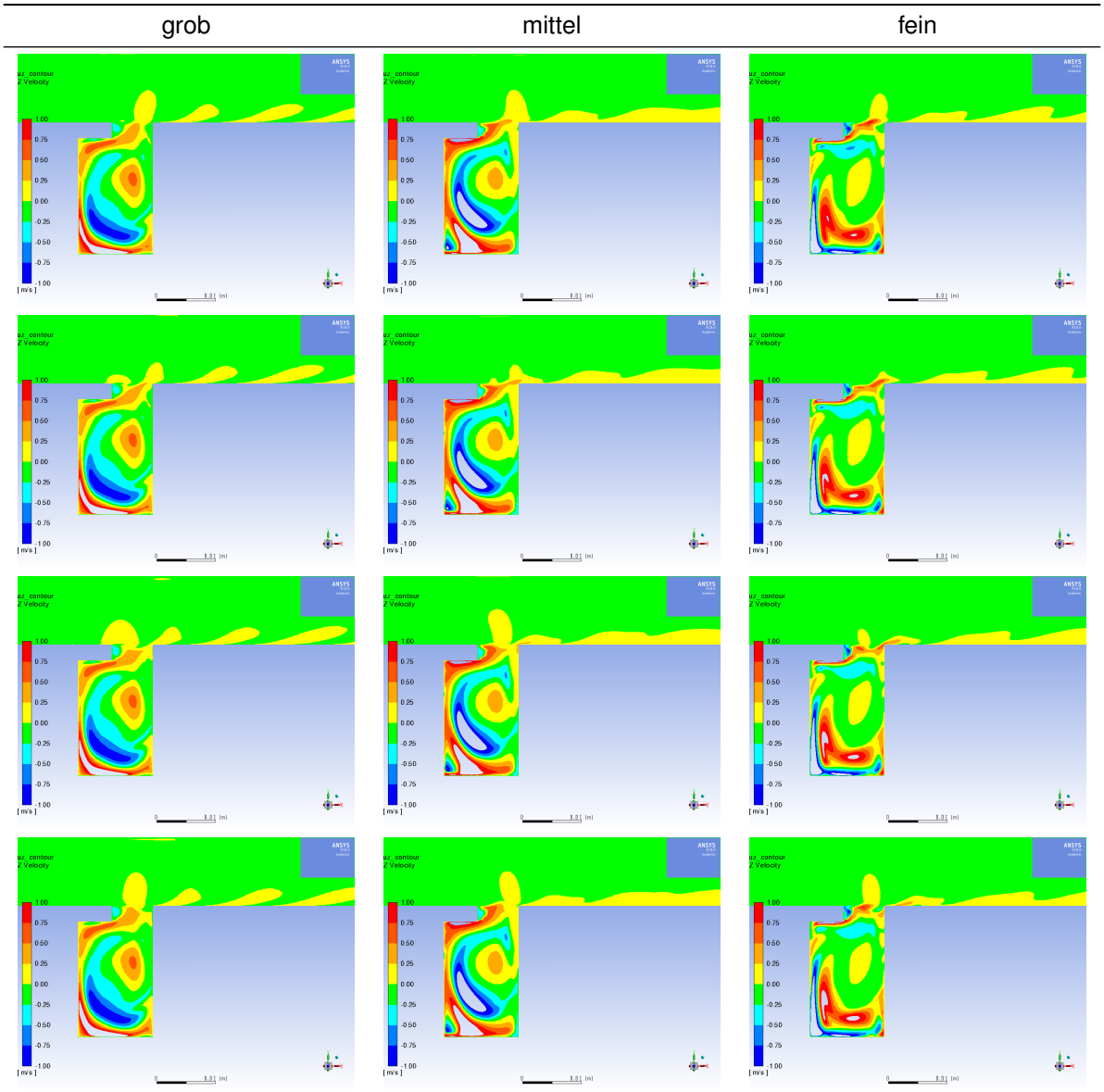


Tabelle A.8: Momentanes w-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

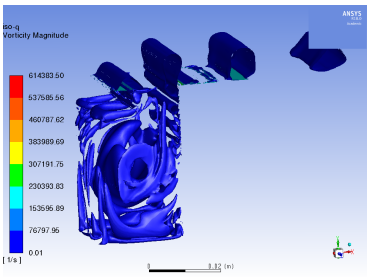
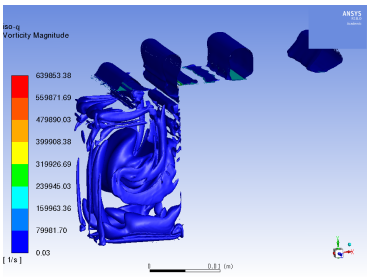
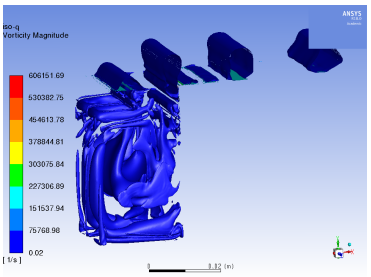
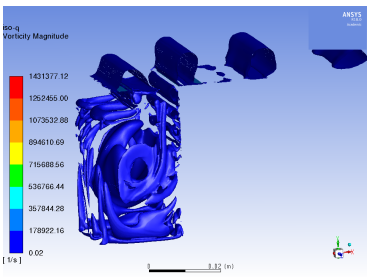
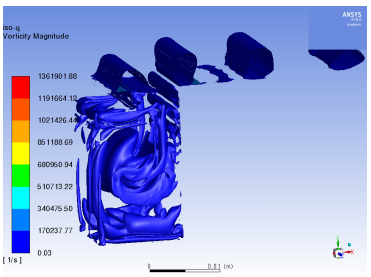
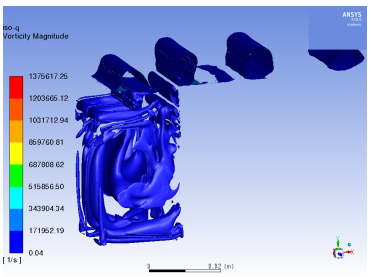
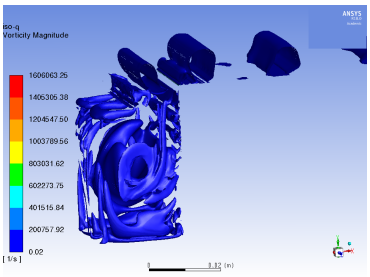
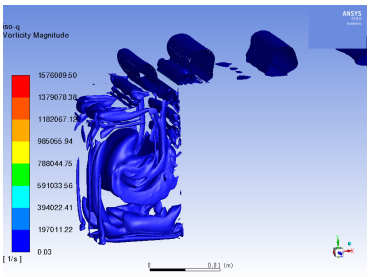
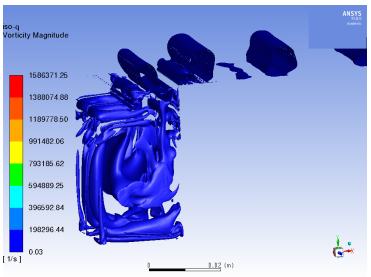
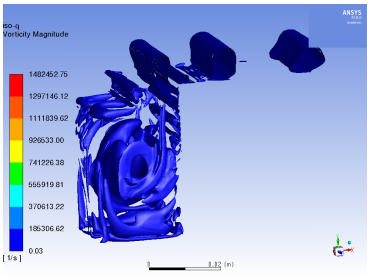
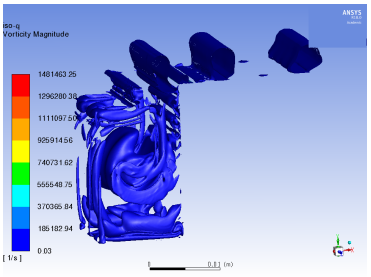
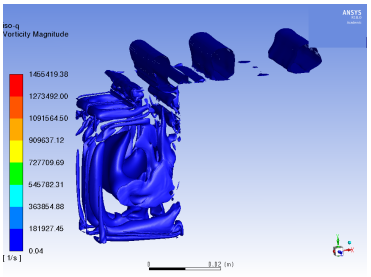
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.9: Momentane Q-Isoflächen ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$). Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

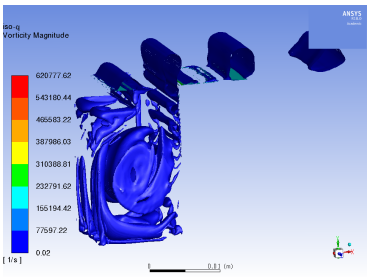
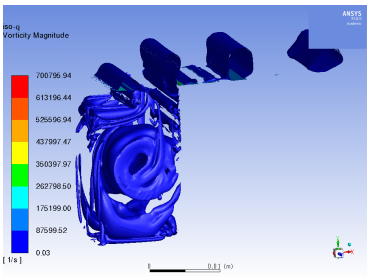
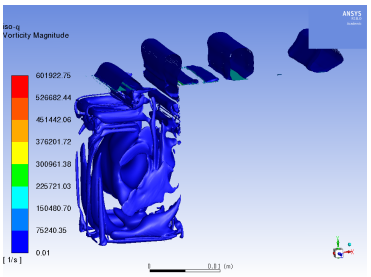
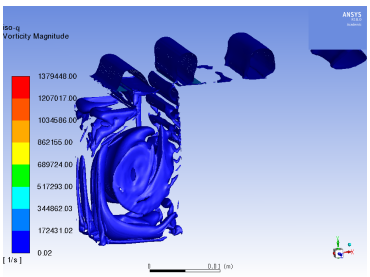
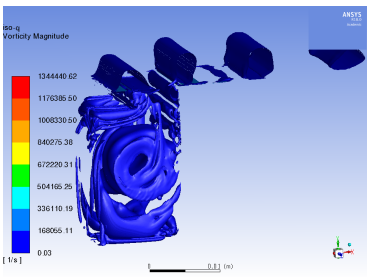
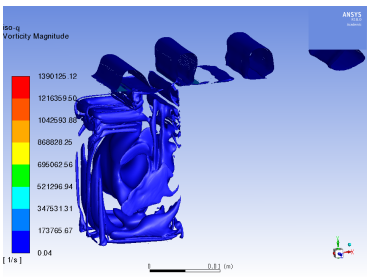
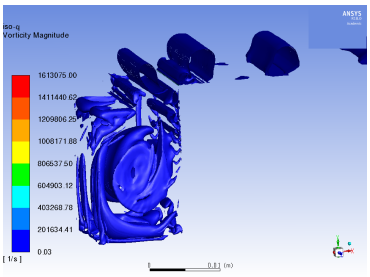
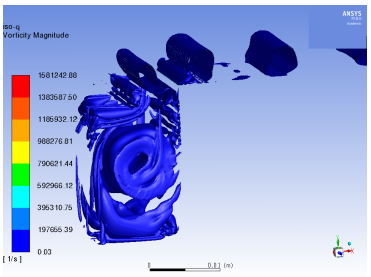
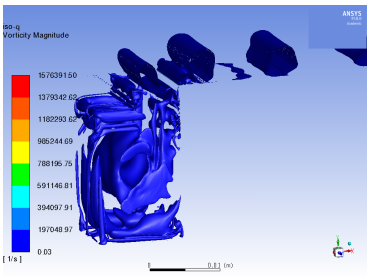
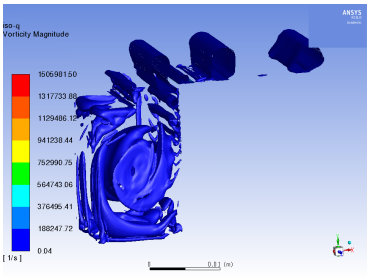
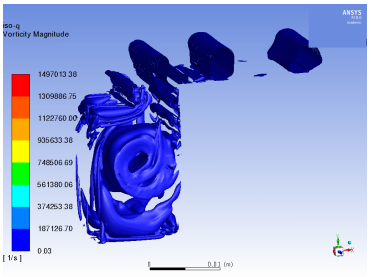
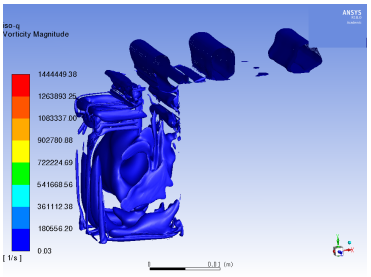
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.10: Momentane Q-Isoflächen ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$). Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der $k\omega$SST Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 1\,\mathrm{bar}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

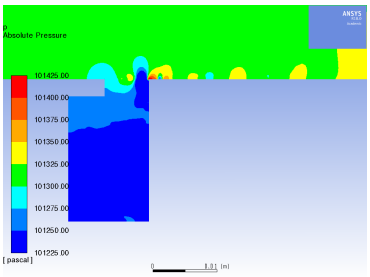
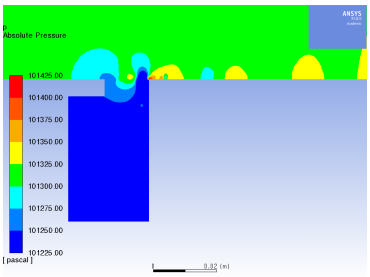
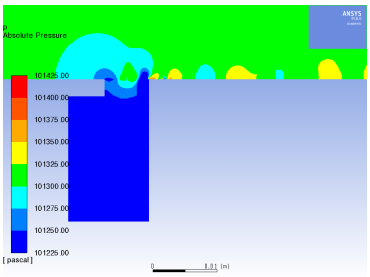
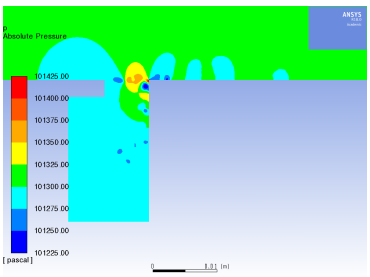
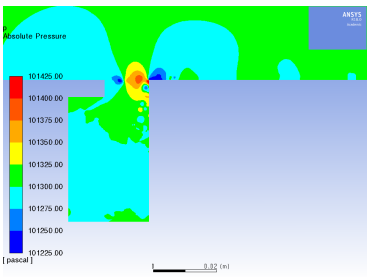
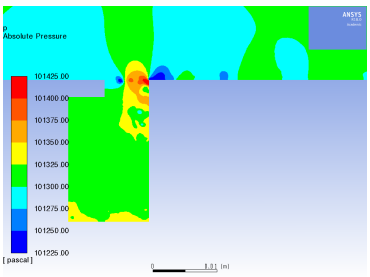
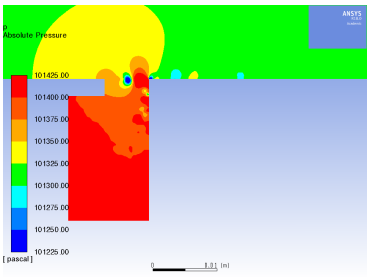
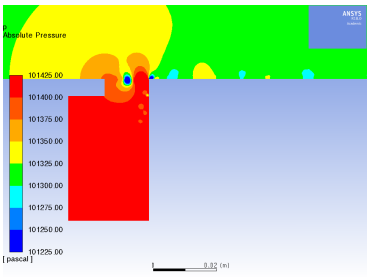
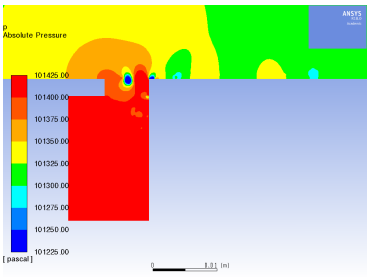
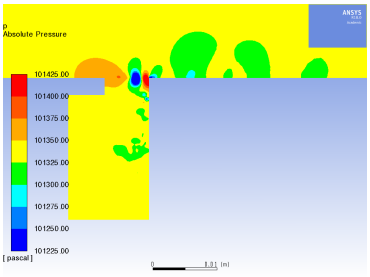
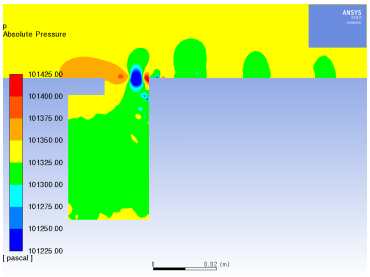
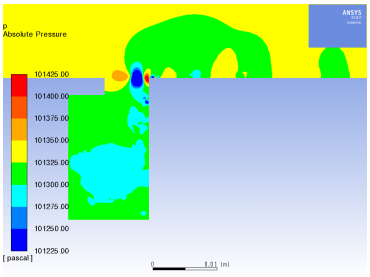
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.11: Momentanes p-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

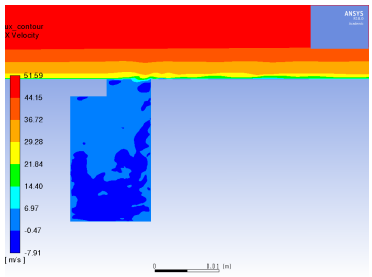
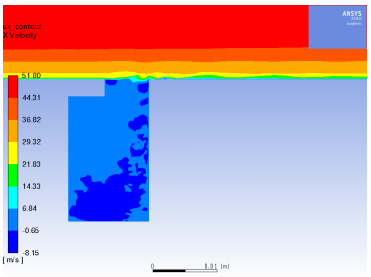
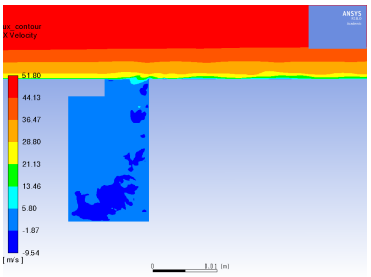
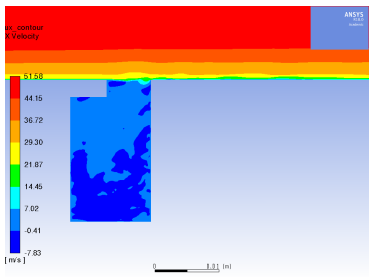
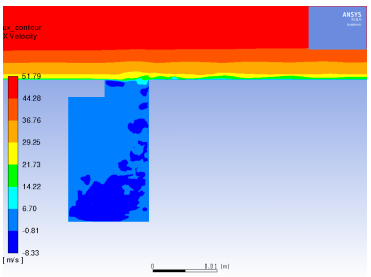
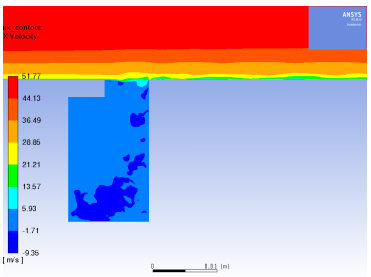
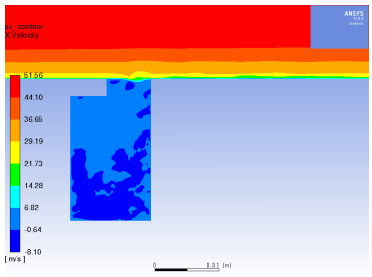
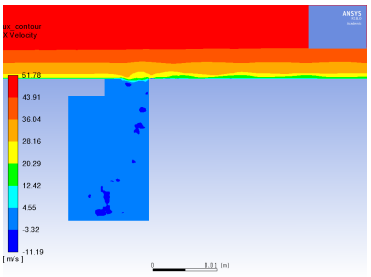
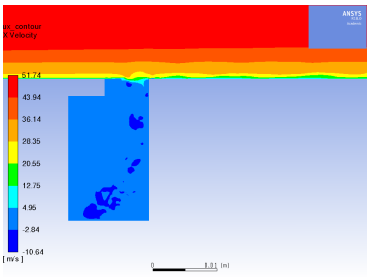
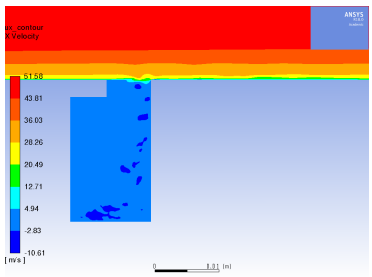
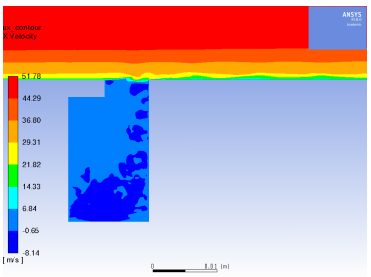
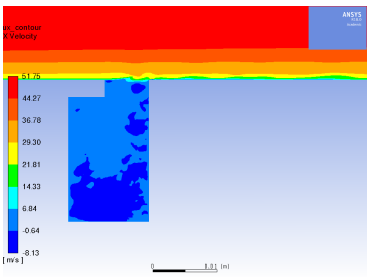
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.12: Momentanes u-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

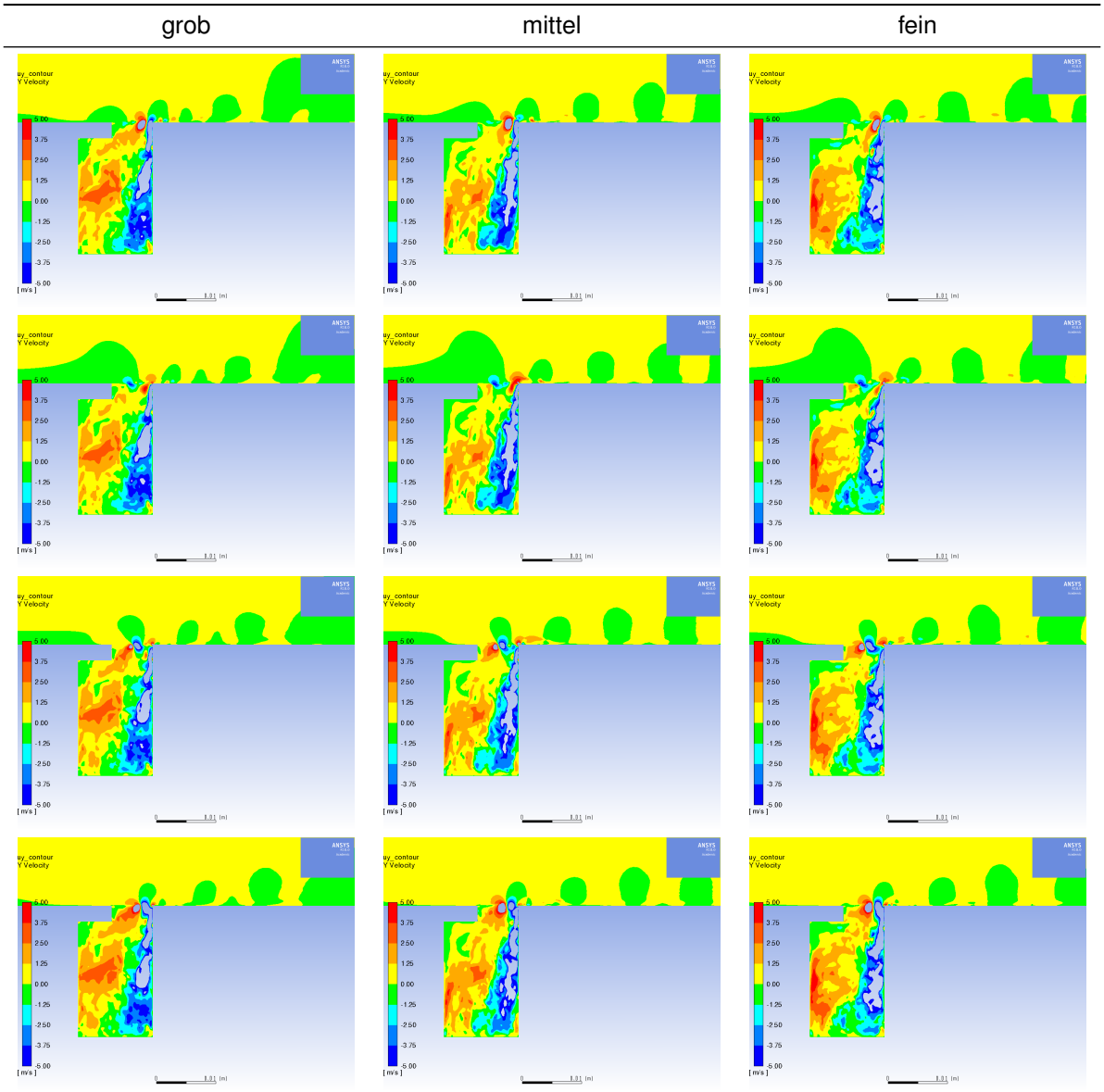


Tabelle A.13: Momentanes v-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

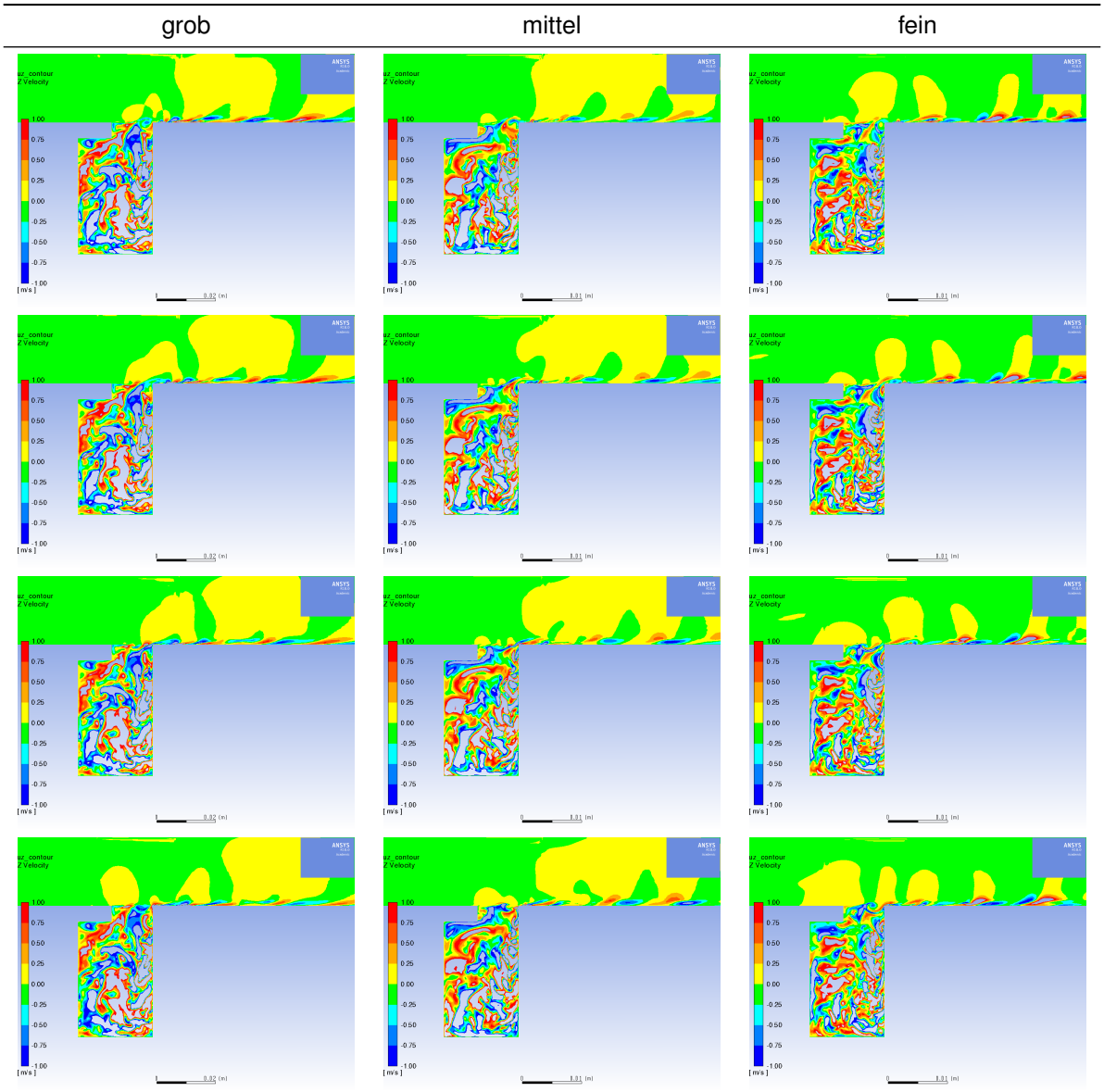


Tabelle A.14: Momentanes w-Feld. Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}$, $\frac{8}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

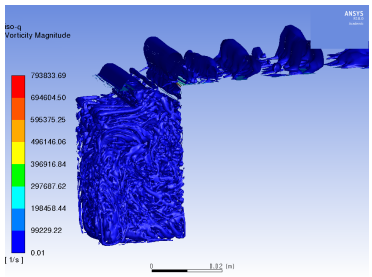
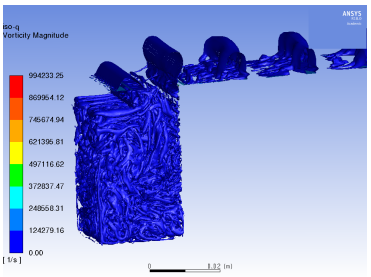
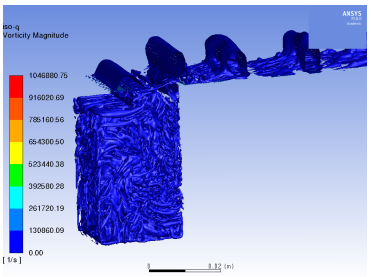
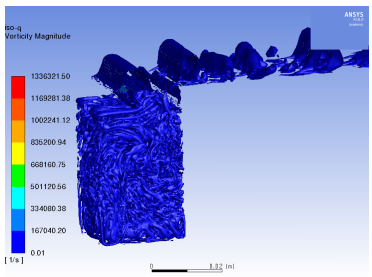
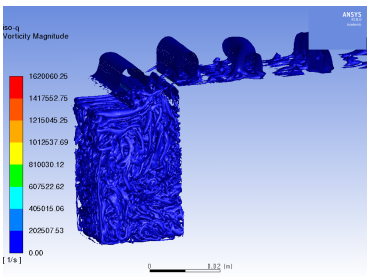
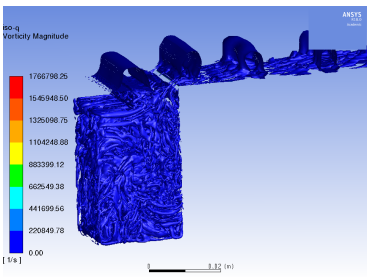
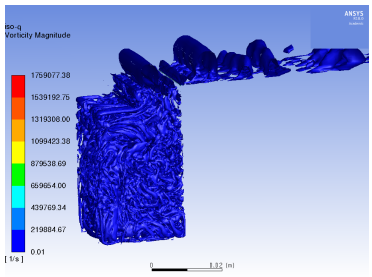
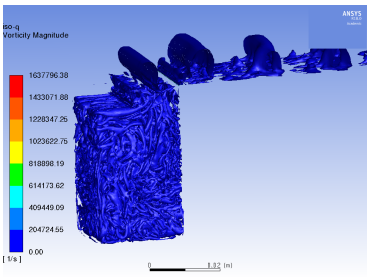
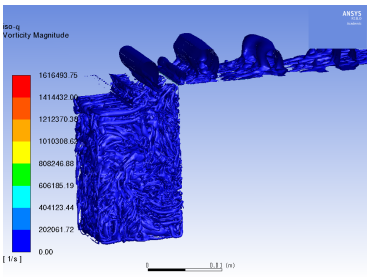
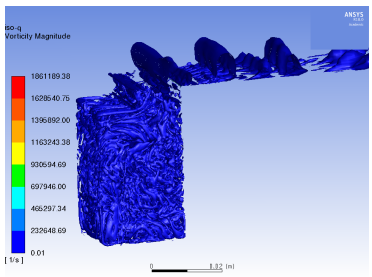
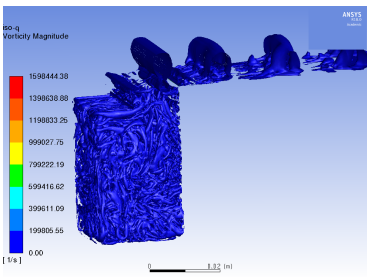
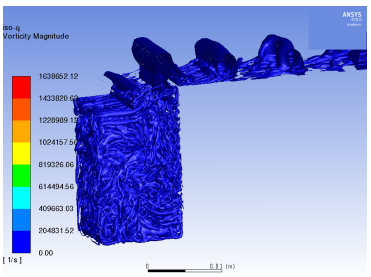
grob	mittel	fein
		
		
		
		

Tabelle A.15: Momentane Q-Isoflächen ($Q = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-2}$). Vier Sequenzen aus einer Periodendauer (Schritte von oben nach unten: $\frac{1}{30}, \frac{8}{30}, \frac{16}{30}, \frac{24}{30}$) von der SBES Konvergenzstudie (bei $p_{op} = 0\,\mathrm{Pa}$) in der Mittelebene ($z = 0$) für das grobe (*links*), das mittlere (*mitte*) und das feine Gitter (*rechts*).

Anhang B

CAA Konvergenzstudie

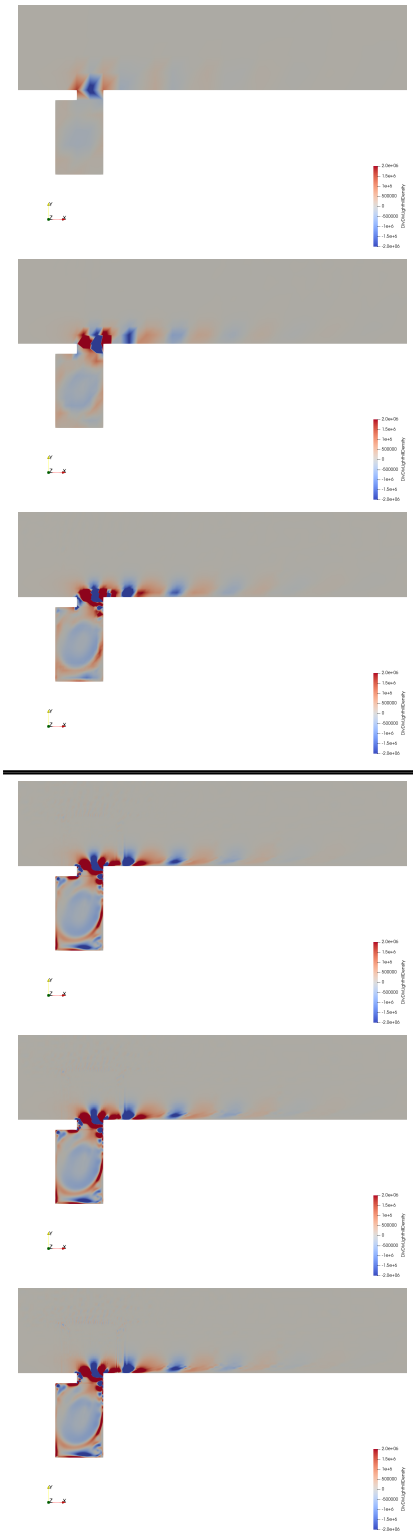
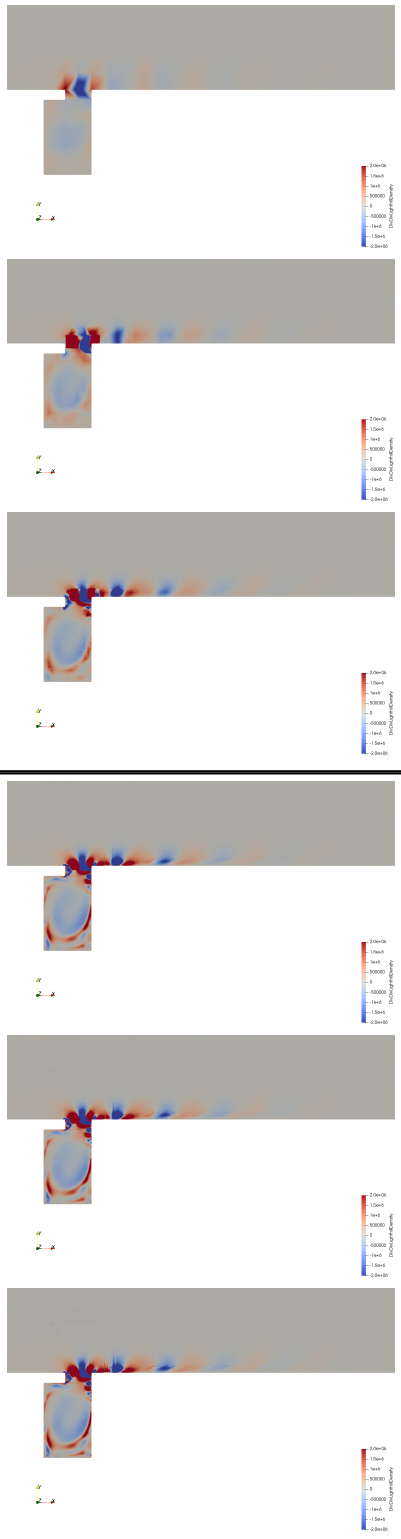
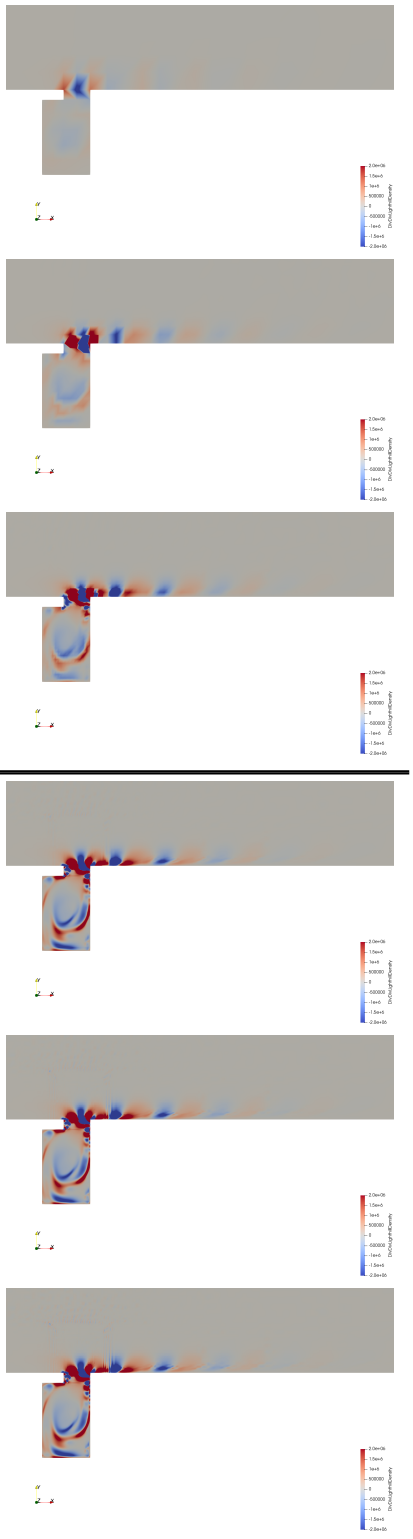
$z = -6\,\mathrm{mm}$	$z = 0\,\mathrm{mm}$	$z = 6\,\mathrm{mm}$
		

Tabelle B.1: Äquidistante Schnittebenen der Lighthill Quellterme in der Spanweitenrichtung z aus KK-G (letzter Zeitschritt 12700) interpoliert auf die uniformen (*oben*) und die verfeinerten Gitter (*unten*). Dabei stellen die Zeilen jeweils das grobe (*oben*), mittlere (*mittel*) und feine Gitter (*oben*) dar.

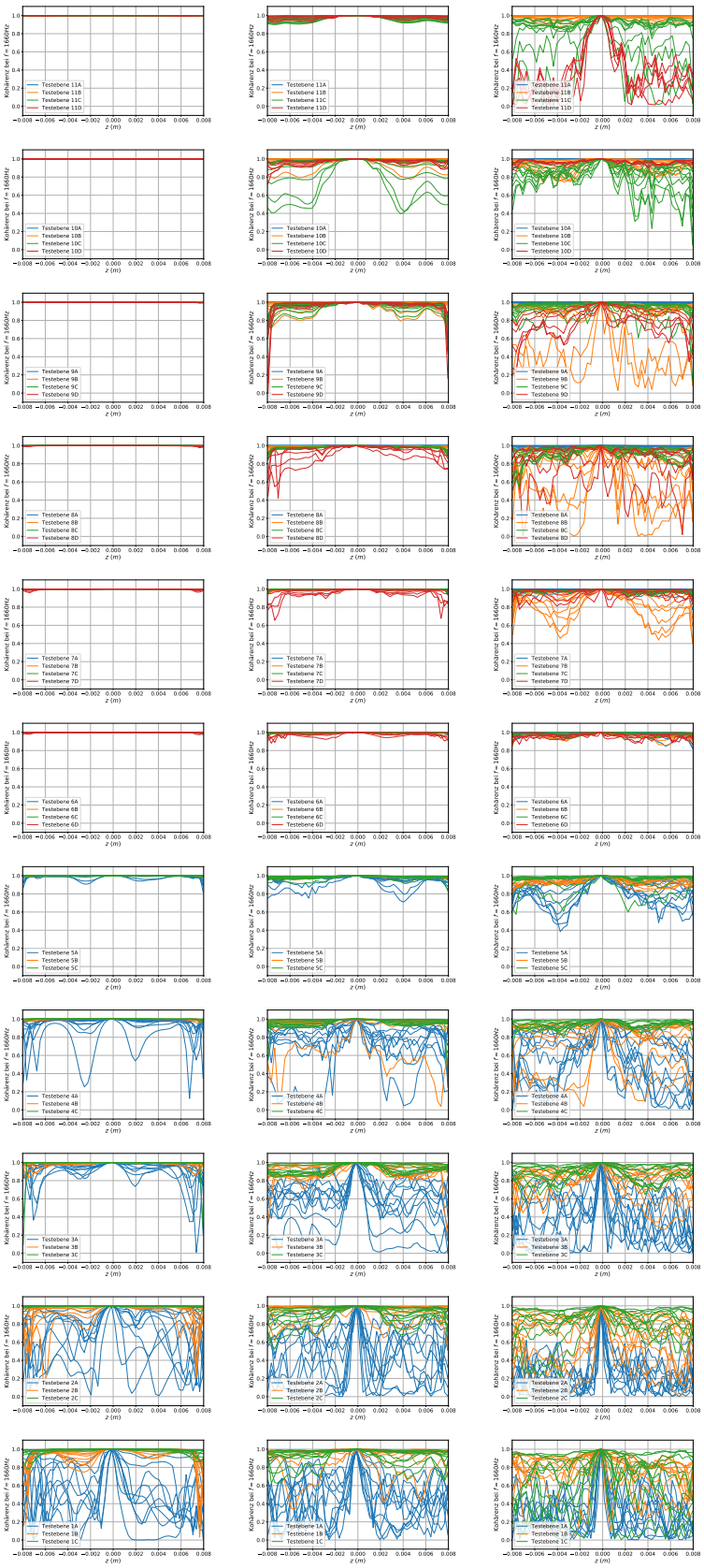
KK-G	SK-F	SP-T06
		

Tabelle B.2: Kohärenz der Lighthill Quellterme in Spanweitenrichtung z für die Testebenen von 1 (*unten*) bis 11 (*oben*) aus KK-G, SK-F und SP-T06.